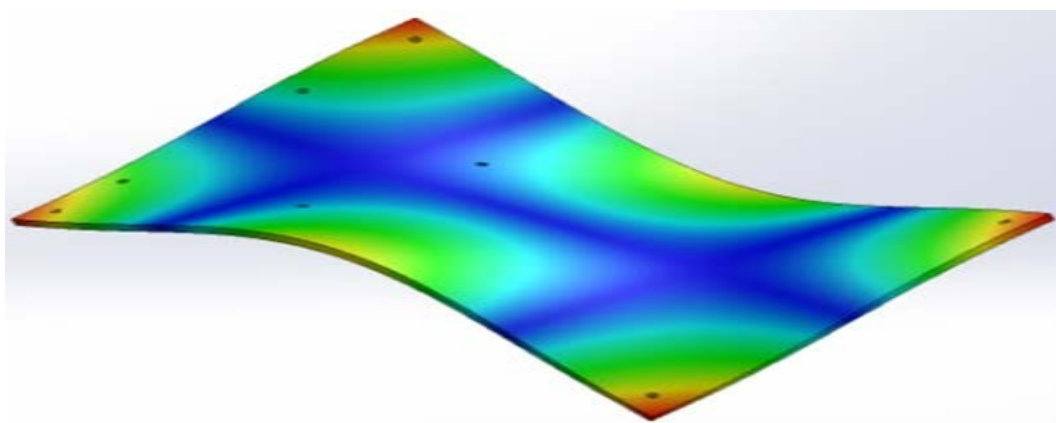




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ
ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

**Πειραματική ιδιοανυσματική ανάλυση μηχανολογικών
κατασκευών εν λειτουργία**
Operational modal analysis at mechanical engineering structures



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Δένδιας Ν. Μιχαήλ

Επιβλέπων: Ιωάννης Αντωνιάδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα 2013

Ευχαριστίες

Θεωρώ χρέος μου, πριν προχωρήσω στην παρουσίαση του θέματος της παρούσας διπλωματικής εργασίας, να ευχαριστήσω κάποια άτομα των οποίων η συμβολή ήταν καθοριστική στην περάτωσή της.

Πρώτα απ' όλα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Ιωάννη Αντωνιάδη που με εμπιστεύθηκε και μου ανέθεσε την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία. Ευχαριστώ θερμά τον διδάκτορα Χρήστο Γιακόπουλο για την καθοδήγηση και την συνολική βοήθεια που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω το προσωπικό του εργαστηρίου Δυναμικής και Κατασκευών: Δημήτρη Βενετσάνο, Κωνσταντίνο Ροδόπουλο και Φώτιο Παπασπυρίδη που ήταν πρόθυμοι να με βοηθήσουν κάθε φορά που συναντούσα δυσκολίες.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένειά μου, που με στήριξε όλα τα προηγούμενα χρόνια και συνεχίζει να με στηρίζει, αλλά και τον καλό μου φίλο Γεώργιο Μητανίδη για την πολύτιμη βοήθειά του.

Πρόλογος

Με τον όρο ιδιοανυσματικά μεγέθη εννοούνται ζωτικής σημασίας χαρακτηριστικά μιας κατασκευής, αποτελούμενα από τα μεγέθη των ιδιοσυχνοτήτων, ιδιομορφών και αποσβέσεων της. Ως ιδιοσυχνότητα ορίζεται μια συχνότητα με την οποία είναι δυνατό να ταλαντωθεί μια κατασκευή, ενώ ο τρόπος με τον οποίο αυτή ταλαντώνεται αποτυπώνεται στην αντίστοιχη ιδιομορφή. Η απόσβεση υποδηλώνει την ταχύτητα με την οποία αποσβένει μια ταλάντωση.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία επιχειρήθηκε η αποκρυπτογράφηση των ιδιοανυσματικών χαρακτηριστικών δύο διατάξεων εφαρμόζοντας τεχνικές της μεθόδου **Operational Modal Analysis**. Η πρώτη διάταξη αποτελείται από μία μεταλλική ράβδο πακτωμένη στο ένα της άκρο, ενώ η δεύτερη από μεταλλική πλάκα κρεμάμενη από ορθοστάτες, έτσι ώστε να μπορεί να συμπεριφερθεί ως ελεύθερο σώμα.

Η παρουσίαση της εργασίας πραγματοποιείται σε τρία κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο επιχειρείται η περιγραφή των συνθηκών μέσα από τις οποίες δημιουργήθηκε η ανάγκη ανάπτυξης της μεθόδου **Operational Modal Analysis**, ενώ γίνεται και μία σύγκριση της συλλογιστικής που ακολουθείται κατά την εκτέλεσή της σε σχέση με την κλασσική μέθοδο **Experimental Modal Analysis**.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύονται διεξοδικά οι τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων κατά την επεξεργασία των δεδομένων που ελήφθησαν από τις πειραματικές διατάξεις. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στο τρίτο κεφάλαιο.

Πιο συγκεκριμένα, στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται περιγραφή των δύο πειραματικών διατάξεων, του εξοπλισμού που χρησιμοποιήθηκε κατά την διάρκεια του πειράματος και του λογισμικού που επιλέχθηκε για την καταγραφή των μετρήσεων και την μετέπειτα επεξεργασία τους. Ακόμη, γίνεται αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων της επεξεργασίας ενώ, τέλος, επιχειρείται η αξιολόγηση τόσο των αποτελεσμάτων όσο και της αποτελεσματικότητας των χρησιμοποιηθέντων τεχνικών στις επιλεχθείσες πειραματικές διατάξεις.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή στην μέθοδο Operational Modal Analysis	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Πειραματικές μέθοδοι	3
2.1 Η μέθοδος Frequency Domain Decomposition	3
2.1.1 Η μέθοδος Basic Frequency Domain Decomposition	3
2.1.2 Η βελτιωμένη μέθοδος Enhanced Frequency Domain Decomposition	7
2.2 Η μέθοδος Stochastic Subspace Identification	10
2.2.1 Μαθηματική μοντελοποίηση της μεθόδου SSI	10
2.2.2 Το φίλτρο Kalman	12
2.2.3 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά	12
2.2.4 Οι πίνακες συνδιακύμανσης	14
2.2.5 Ελεγχιμότητα και παρατηρητικότητα	15
2.2.6 Ο αλγόριθμος εκτίμησης - υπολογισμού	16
2.2.7 Το διάνυσμα κατάστασης χώρου και το διάγραμμα σταθεροποίησης	20
2.2.8 Ιδιοανυσματικές παράμετροι από τους πίνακες συστήματος	21
2.3 Ανίχνευση αρμονικών συνιστωσών	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Πειραματικές εφαρμογές	25
3.1 Πειραματική διάταξη Α - Ράβδος	25
3.2 Πειραματική διάταξη Β - Πλάκα	26
3.3 Εξοπλισμός και αισθητήρια	27
3.4 Λογισμικό καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων	30
3.5 Το φίλτρο Savitzky	42
3.6 Επεξεργασία δεδομένων και αποτελέσματα	43
3.6.1 Πειραματική διάταξη Α (Ράβδος)	43
3.6.1.1 Υπολογιστικό μοντέλο	43
3.6.1.2 Παράμετροι μετρήσεων	45
3.6.1.3 Πειραματική ανάλυση	45
α) Μέθοδος EFDD	45

β) Μέθοδος SSI	53
3.6.1.4 Αποτελέσματα - αξιολόγηση	73
3.6.2 Πειραματική διάταξη Β (Πλάκα)	78
3.6.2.1 Υπολογιστικό μοντέλο	78
3.6.2.2 Παράμετροι μετρήσεων	80
3.6.2.3 Πειραματική ανάλυση	80
α) Μέθοδος EFDD	80
β) Μέθοδος SSI	108
3.6.2.4 Αποτελέσματα - αξιολόγηση	140
Βιβλιογραφία	148
Ιστότοποι	149

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή στην μέθοδο Operational Modal Analysis

Κάθε μηχανολογική κατασκευή, καλούμενη και «σύστημα», υπόκειται σε σύνθετη διέγερση και κίνηση. Εφόσον όλη αυτή η κίνηση - η οποία θεωρείται ότι έχει γραμμική συμπεριφορά - μπορεί να εκφραστεί σαν συνδυασμός στοιχειωδών ιδιοανυσματικών (**modal**) κινήσεων, είναι επιθυμητό η δυναμική συμπεριφορά μιας κατασκευής να μπορεί να χαρακτηριστεί με τη βοήθεια ενός ιδιοανυσματικού μοντέλου. Ένα τέτοιο μοντέλο αποτελείται από τις ακόλουθες συνιστώσες:

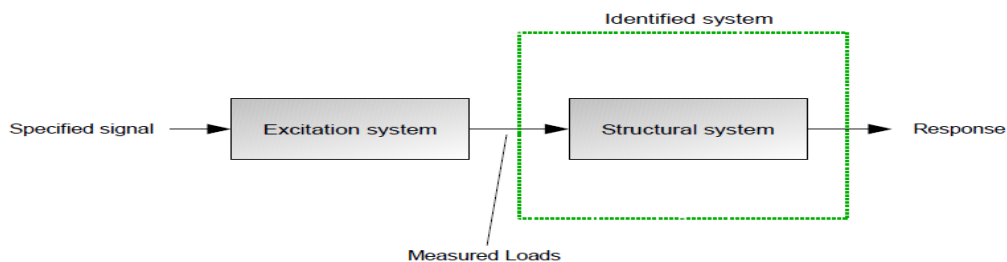
- τον συντονισμό ή τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής
- τις αντίστοιχες ιδιομορφές της κατασκευής
- την απόσβεση της κατασκευής

Για τον υπολογισμό των παραπάνω παραμέτρων από μια πειραματική οπτική γωνία, η χρήση της μεθόδου της **Πειραματικής Ιδιοανυσματικής Ανάλυσης (Experimental Modal Analysis - EMA)** αποτελεί μια καθιερωμένη πρακτική για αρκετές δεκαετίες. Κατά την μέθοδο αυτή η εκάστοτε κατασκευή διεγείρεται με τη βοήθεια ενός ελεγχόμενου και μετρούμενου σήματος, εφαρμοσμένου σε συγκεκριμένα σημεία της κατασκευής, ενώ η προκύπτουσα δυναμική απόκριση μετράται με χρήση καλά τοποθετημένων αισθητήρων, π.χ. αισθητήριων επιταχύνσεως. Η διέγερση συνήθως εφαρμόζεται μέσω δονούμενων συσκευών, παλμικών σφυρών ή έκκεντρων περιστρεφόμενων μαζών. Μια σύγκριση ανάμεσα στο εφαρμοσμένο σήμα διέγερσης και της προκύπτουσας απόκρισης αποφέρει ένα πλήθος εκτιμώμενων συναρτήσεων μεταφοράς (**frequency response functions**), οι οποίες παρουσιάζουν «κορυφές» στις συχνότητες συντονισμού της κατασκευής, και από τις οποίες προκύπτει ένα ιδιοανυσματικό μοντέλο.

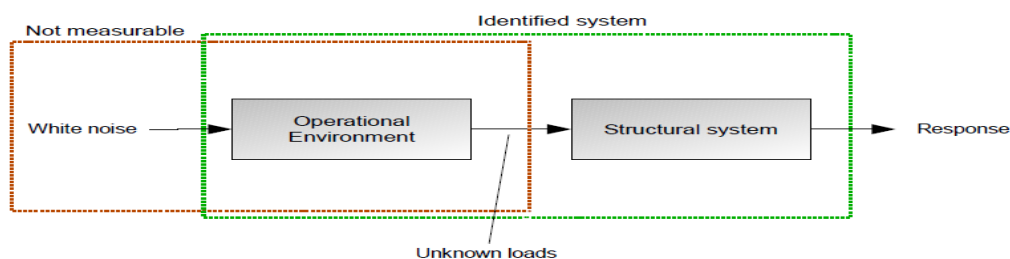
Η μέθοδος της **EMA** είναι συνυφασμένη με την ύπαρξη εργαστηριακού περιβάλλοντος όπου είναι εφικτή η εφαρμογή ντετερμινιστικής διέγερσης. Ωστόσο, κατά την διάρκεια της πραγματικής λειτουργίας μιας κατασκευής, το δυναμικό περιβάλλον μπορεί να είναι σημαντικά διαφοροποιημένο από αυτό ενός εργαστηρίου. Ειδικότερα, οι δυνάμεις διέγερσης μπορούν να έχουν ένα εύρος διαφορετικών πηγών προέλευσης, όπως αεροδυναμικά φορτία ή ταλαντώσεις κινητήρα, και μάλιστα να εφαρμόζονται ταυτοχρόνως. Αυτές οι διεγέρσεις είναι πολύ δύσκολο έως αδύνατο να μετρηθούν ενώ η κατασκευή μας βρίσκεται σε λειτουργία και αυτό ακριβώς είναι το πεδίο όπου η **Εν Λειτουργία Ιδιοανυσματική Ανάλυση (Operational Modal Analysis - OMA)** βρίσκει εφαρμογή.

Αντικειμενικός σκοπός της **OMA** είναι να παράγει ένα ιδιοανυσματικό μοντέλο του συστήματος κάνοντας χρήση μόνον των μετρούμενων αποκρίσεων του και χωρίς να είναι γνωστή η διέγερσή του. Μια απλή σύγκριση των **Σχημάτων 1.1** και **1.2** που ακολουθούν είναι αρκετή ώστε να γίνει αντιληπτή η διαφορά των παραπάνω μεθόδων. Τα άγνωστα φορτία που δημιουργούνται από το περιβάλλον λειτουργίας μπορούν να θεωρηθούν ως παραγόμενα από ένα εικονικό σύστημα φορτιζόμενο από λευκό θόρυβο (**white noise**). Ο θόρυβος θεωρείται ότι δεν τροφοδοτεί μόνο το σύστημα της κατασκευής μας αλλά το

συνολικό σύστημα, αποτελούμενο τόσο από το σύστημα της κατασκευής όσο και το εικονικό σύστημα, και για τον λόγο αυτό στην **OMA** το περιβάλλον λειτουργίας είναι μέρος του αναγνωριζόμενου συστήματος. Το γεγονός ότι είναι μεγίστης σημασίας η συμπεριφορά μιας κατασκευής σε συνθήκες λειτουργίας δεν αποτελεί απαραίτητα μειονέκτημα, θα πρέπει, όμως, να λαμβάνεται υπόψη κατά την σύγκριση αποτελεσμάτων εξαγόμενων με **OMA** σε σχέση με αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτοντα με **EMA** ή/και άλλες προσεγγίσεις π.χ. αναλυτικές μεθόδους ή μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 1.1: Σχηματοποίηση του συστήματος για την κλασσική προσέγγιση με **EMA**



Σχήμα 1.2: Σχηματοποίηση του συστήματος στην περίπτωση προσέγγισης με **OMA**

Η μέθοδος **OMA** πρωτοπαρουσιάστηκε πριν δέκα περίπου χρόνια, ενώ εδώ και κάποια χρόνια διαθέσιμο στην αγορά υπάρχει και ανάλογο λογισμικό. Η μέθοδος βρίσκει εφαρμογή με την μορφή διαφόρων τεχνικών - μεθόδων, συμπεριλαμβανομένων των ακόλουθων:

- **Frequency Domain Decomposition - FDD**
- **Stochastic Subspace Identification - SSI**
- **Frequency Domain Subspace - FDS**
- **Natural Excitation Techniques - NExT**
- **Operational PolyMAX**

Για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας έγινε χρήση της τεχνικής **SSI** καθώς και μιας βελτιωμένης «έκδοσης» της **FDD**, της μεθόδου **Enhanced Frequency Domain Decomposition - EFDD**. Αναλυτική περιγραφή των μεθόδων αυτών, καθώς και των «εργαλείων» που χρησιμοποιήθηκαν παράλληλα με αυτές για την επεξεργασία και την εξαγωγή των τελικών αποτελεσμάτων, γίνεται στα κεφάλαια 2 και 3.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Πειραματικές μέθοδοι

2.1 Η μέθοδος Frequency Domain Decomposition

2.1.1 Η μέθοδος Basic Frequency Domain Decomposition

Η μέθοδος **Basic Frequency Domain Decomposition (Basic FDD)** αποτελεί μια ιδιαίτερως διαυγή μέθοδο για τον χρήστη. Παρουσιάστηκε από τον **Brincker** το **2000** και αποτελεί μια βελτιωμένη προσέγγιση σε σύγκριση με την κλασσική μέθοδο **EMA**, βασισμένη στην επιλογή των κορυφών συντονισμού από τα προκύπτοντα διαγράμματα απόκρισης της συχνότητας.

Η βάση της **EMA** είναι η, γνωστή και ως, εξίσωση του συστήματος:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(t) * \mathbf{x}(t), \quad (2.1)$$

η οποία εδώ ορίζεται στο πεδίο του χρόνου. Η εξίσωση αυτή αποτελεί την συσχέτιση της διέγερσης του συστήματος $\mathbf{x}(t)$ και της μετρούμενης απόκρισής του $\mathbf{y}(t)$, μέσω της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος (**impulse response function**) $\mathbf{g}(t)$, και ενώ γίνεται χρήση της πράξης της συνέλιξης:

$$[\mathbf{g} * \mathbf{x}](t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(\tau) \mathbf{x}(t - \tau) d\tau \quad (2.2)$$

όπου τ είναι η μεταβλητή του χρόνου, η οποία ολοκληρώνεται από το «μείον» άπειρο έως το «συν» άπειρο. Η συνέλιξη μπορεί να μεταφραστεί ως το ποσό της επικάλυψης που έχουν δυο συναρτήσεις ενώ «ολισθαίνουν» μεταξύ τους. Στην περίπτωση πολυδιάστατων διεγέρσεων και αποκρίσεων, η συνάρτηση μεταφοράς $\mathbf{g}(t)$ παίρνει την μορφή πίνακα του οποίου κάθε στοιχείο αποτελεί και μια συνάρτηση μεταφοράς.

Το σύστημα των εξισώσεων που ορίζει η **Εξίσωση 2.1** είναι άλλος ένας τρόπος να επεξηγηθεί η κλασσική εξίσωση της κίνησης στην δυναμική ανάλυση:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t) \quad (2.3)$$

όπου $\mathbf{M}$ είναι ο πίνακας μαζών, $\mathbf{D}$ ο πίνακας αποσβέσεων και $\mathbf{K}$ ο πίνακας δυσκαμψίας του συστήματος.

Μετά από εκτέλεση μετασχηματισμού **Fourier** στην **Εξίσωση 2.1** λαμβάνεται η εξίσωση:

$$\mathbf{Y}(j\omega) = \mathbf{H}(j\omega)\mathbf{X}(j\omega) \quad (2.4)$$

η οποία αναφέρεται στο πεδίο συχνότητας και στην οποία ο πίνακας $\mathbf{H}(j\omega)$ περιέχει το σύνολο των συναρτήσεων μεταφοράς του συστήματος. Στην μέθοδο **EMA**, όπου τόσο ο πίνακας διεγέρσεων $\mathbf{X}(j\omega)$ όσο και ο πίνακας αποκρίσεων $\mathbf{Y}(j\omega)$ είναι γνωστοί, οι

συναρτήσεις μεταφοράς (τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}(\mathbf{j}\omega)$) μπορούν να υπολογιστούν άμεσα και, συνεπώς, να χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή των ιδιοανυσματικών χαρακτηριστικών της κατασκευής. Αντίθετα, στην μέθοδο **OMA** ο πίνακας $\mathbf{X}(\mathbf{j}\omega)$ δεν είναι γνωστός, με αποτέλεσμα να είναι απαραίτητες κάποιες υποθέσεις καθώς και περαιτέρω μαθηματική ανάλυση για τον υπολογισμό των ιδιοανυσματικών χαρακτηριστικών.

Η **Εξίσωση 2.4** μπορεί να οδηγήσει στον υπολογισμό των πυκνοτήτων φασματικής ισχύος (**power spectral densities - PSD**), αποτελούμενες από τα στοιχεία **auto-spectral densities** και **cross-spectral densities**. Στην περίπτωση ενός **auto-spectral density** η συνάρτηση **PSD** μπορεί να θεωρηθεί ως ο τρόπος που η ισχύς ενός σήματος $\mathbf{Y}_k$ κατανέμεται εντός του φάσματος συχνοτήτων. Οι πυκνότητες φασματικής ισχύος μπορούν να υπολογισθούν ευθέως από τον μετασχηματισμό **Fourier**, όπως περιγράφεται από την **Εξίσωση 2.5** :

$$G_{kk}(\mathbf{j}\omega) = \bar{Y}_k(\mathbf{j}\omega) \cdot Y_k(\mathbf{j}\omega) = |Y_k(\mathbf{j}\omega)|^2 \quad (2.5)$$

όπου ο πρώτος όρος του γινομένου στην παραπάνω εξίσωση υποδηλώνει τον συζυγή μιγαδικό του $\mathbf{Y}_k(\mathbf{j}\omega)$. Γενικότερα, στο εξής όποτε εμφανίζεται το σύμβολο της παύλας « _ » άνωθεν κάποιας μεταβλητής, θα συμβολίζει τον συζυγή μιγαδικό της μεταβλητής αυτής.

Με τον ίδιο τρόπο δύναται να υπολογισθεί το μέγεθος **cross-spectral density** ανάμεσα στα σήματα $\mathbf{Y}_k$ και $\mathbf{Y}_l$ δύο διαφορετικών μετρητικών καναλιών:

$$G_{kl}(\mathbf{j}\omega) = \bar{Y}_k(\mathbf{j}\omega) \cdot Y_l(\mathbf{j}\omega) \quad (2.6)$$

Διατάσσοντας τα στοιχεία **auto-spectral densities** και **cross-spectral densities** που υπολογίζονται από τις **Εξισώσεις 2.5** και **2.6** σε μορφή πίνακα, προκύπτει ο γνωστός και ως πίνακας πυκνοτήτων φασματικής ισχύος (**power spectral density matrix - PSD matrix**). Αυτή η διαδικασία μπορεί να εκτελεστεί τόσο για τα μετρητικά κανάλια που αφορούν την διέγερση του συστήματος, όσο και τα αντίστοιχα της απόκρισης του συστήματος:

$$\mathbf{G}_{xx}(\mathbf{j}\omega) = \begin{bmatrix} \bar{X}_1(\mathbf{j}\omega)X_1(\mathbf{j}\omega) & \bar{X}_1(\mathbf{j}\omega)X_2(\mathbf{j}\omega) & \dots & \bar{X}_1(\mathbf{j}\omega)X_r(\mathbf{j}\omega) \\ \bar{X}_2(\mathbf{j}\omega)X_1(\mathbf{j}\omega) & \bar{X}_2(\mathbf{j}\omega)X_2(\mathbf{j}\omega) & \dots & \bar{X}_2(\mathbf{j}\omega)X_r(\mathbf{j}\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{X}_r(\mathbf{j}\omega)X_1(\mathbf{j}\omega) & \bar{X}_r(\mathbf{j}\omega)X_2(\mathbf{j}\omega) & \dots & \bar{X}_r(\mathbf{j}\omega)X_r(\mathbf{j}\omega) \end{bmatrix} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T \quad (2.7)$$

$$\mathbf{G}_{yy}(\mathbf{j}\omega) = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1(\mathbf{j}\omega)Y_1(\mathbf{j}\omega) & \bar{Y}_1(\mathbf{j}\omega)Y_2(\mathbf{j}\omega) & \dots & \bar{Y}_1(\mathbf{j}\omega)Y_m(\mathbf{j}\omega) \\ \bar{Y}_2(\mathbf{j}\omega)Y_1(\mathbf{j}\omega) & \bar{Y}_2(\mathbf{j}\omega)Y_2(\mathbf{j}\omega) & \dots & \bar{Y}_2(\mathbf{j}\omega)Y_m(\mathbf{j}\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Y}_m(\mathbf{j}\omega)Y_1(\mathbf{j}\omega) & \bar{Y}_m(\mathbf{j}\omega)Y_2(\mathbf{j}\omega) & \dots & \bar{Y}_m(\mathbf{j}\omega)Y_m(\mathbf{j}\omega) \end{bmatrix} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T \quad (2.8)$$

όπου $\mathbf{G}_{xx}(\mathbf{j}\omega)$ είναι ο $\mathbf{r} \times \mathbf{r}$ πίνακας πυκνοτήτων φασματικής ισχύος της διέγερσης (άγνωστος στην μέθοδο **OMA**) και $\mathbf{G}_{yy}(\mathbf{j}\omega)$ ο $\mathbf{m} \times \mathbf{m}$ πίνακας πυκνοτήτων φασματικής ισχύος της μετρούμενης απόκρισης - $\mathbf{m}$ το πλήθος των καναλιών μετρήσεως. Είναι φανερό ότι το πλήθος των καναλιών μετρήσεως που χρησιμοποιούνται είναι αυτό που καθορίζει και τις διαστάσεις του πίνακα $\mathbf{G}_{yy}(\mathbf{j}\omega)$.

Μετά από εκτέλεση απλών μαθηματικών χειρισμών, και με αφετηρία την **Εξίσωση 2.4**, προκύπτει ότι οι παραπάνω πίνακες $\mathbf{G}_{xx}(j\omega)$ και $\mathbf{G}_{yy}(j\omega)$ μπορούν να συσχετιστούν μέσω της συνάρτησης μεταφοράς $\mathbf{H}(j\omega)$ ως εξής:

$$\mathbf{G}_{yy} = \overline{\mathbf{H}} \mathbf{G}_{xx} \mathbf{H}^T \quad (2.9)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να γραφεί ως το ακόλουθο άθροισμα μερικών κλασμάτων:

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\overline{R_k}}{j\omega - \overline{\lambda_k}} \right) \quad (2.10)$$

όπου το n υποδηλώνει το πλήθος των ιδιοσυχνοτήτων, λ_k είναι ο εκάστωτε πόλος (**pole**) αποτελούμενος από την συχνότητα συντονισμού και την αντίστοιχη απόσβεση, ενώ ως $\mathbf{R}_k$ συμβολίζεται το αντίστοιχο υπόλοιπο, αποτελούμενο από τα διανύσματα ιδιομορφών (**mode shape vector** - ϕ_k) και συμμετοχής ιδιοσυχνότητας (**modal participation vector** - γ_k):

$$R_k = \phi_k \gamma_k^T \quad (2.11)$$

Το συμπέρασμα που προκύπτει μετά από παρατήρηση του περιεχομένου της παρενθέσεως στην **Εξίσωση 2.10** είναι ότι τόσο οι συζυγείς πόλοι όσο και τα αντίστοιχα συζυγή υπόλοιπα πάντοτε εμφανίζονται σε ζεύγη.

Με βάση τις υποθέσεις της ύπαρξης:

- λευκού θορύβου (τόσο χωρικά όσο και ως προς την συχνότητα) ως διέγερση
- ελαφράς απόσβεσης

και μετά από εκτέλεση μαθηματικών διεργασιών, προκύπτει ότι ο πίνακας πυκνοτήτων φασματικής ισχύος των καναλιών αποκρίσεως μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\mathbf{G}_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^{n^*} \left(\frac{d_k \phi_k \phi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\overline{d_k} \overline{\phi_k} \overline{\phi_k}^T}{j\omega - \overline{\lambda_k}} \right) \quad (2.12)$$

όπου το n^* υποδηλώνει ότι μόνο κυρίαρχες ιδιοσυχνότητες για συγκεκριμένη συχνότητα ω είναι σχετικές. Το d_k είναι ένα μονόμετρο μέγεθος, εξαρτώμενο από τον παράγοντα συμμετοχής ιδιοσυχνότητας και την άγνωστη ένταση του θορύβου στη διέγερση του συστήματος. Εφόσον οι ιδιομορφές σε ένα μοντέλο ιδιοσυχνοτήτων είναι γενικά μη βαθμωτά μεγέθη, το d_k δεν εμφανίζει περαιτέρω ενδιαφέρον στην μέθοδο **OMA**.

Η **Εξίσωση 2.12** ουσιαστικά αποκαλύπτει μια άμεση συσχέτιση ανάμεσα στην μετρούμενη πληροφορία που περιέχεται στον πίνακα $\mathbf{G}_{yy}$ και τις παραμέτρους ϕ_k και λ_k . Το διάνυσμα ϕ_k είναι το διάνυσμα των ιδιομορφών, ενώ ο λ_k είναι ένας μιγαδικός αριθμός που περιέχει την ιδιοσυχνότητα και τον λόγο απόσβεσης. Το επόμενο βήμα είναι να εξαγούν αυτές οι ιδιοανυσματικές παράμετροι από τα δεδομένα των μετρήσεων.

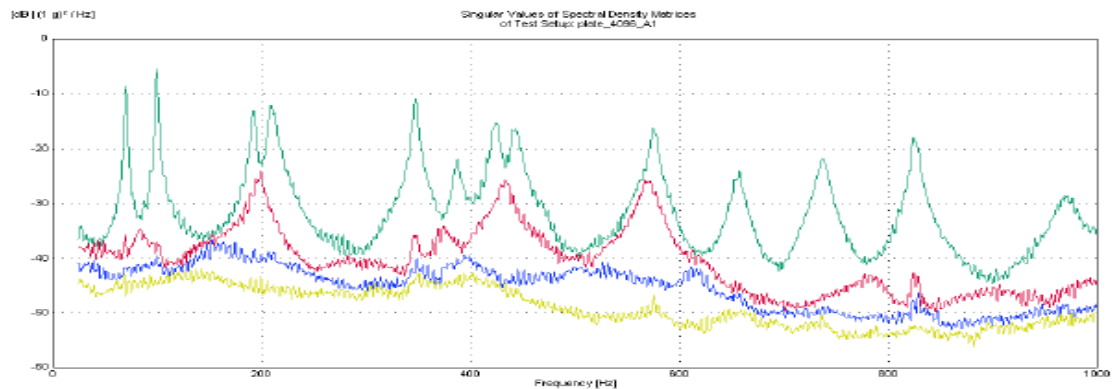
Στις κλασσικές μεθόδους «επιλογής κορυφών» που αναφέρονται στην μέθοδο **EMA** και την νεότερη **OMA** οι κορυφές συντονισμού επιλέγονται από τα διαγράμματα πυκνοτήτων φασματικής ισχύος (**PSD plots**), όπου η ποσότητα $j\omega - \lambda_k$ εμφανίζει ελάχιστο. Ωστόσο, ο πίνακας $\mathbf{G}_{yy}$ έχει διαστάσεις $m \times m$ - m το πλήθος των καναλιών μετρήσεως - γεγονός που

σημαίνει πως τα προς έλεγχο (για κορυφές) διαγράμματα είναι $\mathbf{m}^2$. Αυτή θα ήταν μια πολύ χρονοβόρα και με μεγάλη πιθανότητα εμφάνισης σφαλμάτων διαδικασία, ειδικά στις περιπτώσεις όπου είναι επιβεβλημένη η ανίχνευση κοντινών ιδιοσυχνοτήτων. Αυτός είναι και ο λόγος ανάπτυξης της τεχνικής της ανάλυσης ιδιάζοντων τιμών (**Singular Value Decomposition - SVD**) που αφορά τον πίνακα **PSD**.

$$\mathbf{G}_{yy}(j\omega_i) = [\mathbf{u}_{i1} \ \mathbf{u}_{i2} \ \dots \ \mathbf{u}_{im}] \begin{bmatrix} s_{i1} & & & \\ & s_{i2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & s_{im} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_{i1}^T \\ \bar{\mathbf{v}}_{i2}^T \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{v}}_{im}^T \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$= \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i \mathbf{V}_i^T \quad (2.14)$$

Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, ο πίνακας **PSD** των αποκρίσεων αναλύεται σε ένα σύνολο ιδιάζοντων διανυσμάτων (**singular vectors**) $\mathbf{U}_i = [\mathbf{u}_{i1}, \mathbf{u}_{i2} \dots \mathbf{u}_{im}]$ και $\mathbf{V}_i = [\mathbf{v}_{i1}, \mathbf{v}_{i2} \dots \mathbf{v}_{im}]$, και τις αντίστοιχες βαθμωτές ιδιάζουσες τιμές (**singular values**) s_{ij} διατεταγμένες κατά μήκος της διαγωνίου ενός διαγώνιου πίνακα $\mathbf{S}_i$. Οι ιδιάζουσες τιμές s_{ij} εντός του $\mathbf{S}_i$ διατάσσονται κατά φθίνουσα σειρά, δηλαδή $s_{i1} > s_{i2} > \dots > s_{im}$. Οι $\mathbf{U}_i$ και $\mathbf{V}_i$ είναι μοναδιαίοι πίνακες, δηλαδή το μιγαδικό ισοδύναμο ενός ορθογώνιου πίνακα με πραγματικά διανύσματα. Στην υπό μελέτη περίπτωση οι $\mathbf{U}_i$ και $\mathbf{V}_i$ είναι πανομοιότυποι, καθώς ο πίνακας $\mathbf{G}_{yy}$ των αποκρίσεων είναι κανονικός. Η τεχνική **SVD** μπορεί να εκτελεστεί με αποτελεσματικούς αριθμητικούς αλγορίθμους, έτσι ώστε ακόμη και για μεγάλο πλήθος διακριτών συχνοτήτων ω_i η διαδικασία λήψης δεδομένων να απαιτεί μόλις λίγα δευτερόλεπτα.



Σχήμα 2.1: Διάγραμμα με τα τέσσερα πρώτα **singular values** για εφαρμογή με 12 μετρητικά κανάλια

Σε περίπτωση συντονισμού, μόνον μία ή λιγιστές κοντινές ιδιοσυχνότητες συνεισφέρουν στην κίνηση. Στην περίπτωση αυτή, η **Εξίσωση 2.12** θα έχει ένα και μοναδικό όρο, συνεπώς θα υπάρχει ένα και μοναδικό **singular value** (και εφόσον αυτά είναι διατεταγμένα σε φθίνουσα σειρά, αυτό θα είναι το πρώτο) το οποίο θα κυριαρχεί. Το αντίστοιχο **singular vector** αποτελεί μια εκτίμηση της ιδιομορφής για την συγκεκριμένη συχνότητα συντονισμού ω_k . Για τον λόγο αυτό, το πρώτο **singular vector** είναι μια καλή προσέγγιση του διανύσματος ιδιομορφής για την εν λόγω συχνότητα:

$$\hat{\phi}_k = \mathbf{u}_{k1} \quad (2.15)$$

Στην περίπτωση που δύο ιδιοσυχνότητες συνεισφέρουν στην κίνηση, δύο θα είναι και τα κυρίαρχα **singular values** και ούτω καθεξής. Συνεπώς, ένα διάγραμμα προκύπτων από τα πρώτα τέσσερα ή πέντε **singular values** είναι επαρκές για την ανίχνευση των κορυφών συντονισμού. Ένα παράδειγμα τέτοιου διαγράμματος φαίνεται στο **Σχήμα 2.1**. Η παραπάνω διαπίστωση οδηγεί σε σημαντικά πλεονεκτήματα σε σύγκριση με την περίπτωση εξέτασης m^2 καμπυλών **PSD**, οι οποίες για το παράδειγμα του **Σχήματος 2.1** θα ήταν **144**.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η μέθοδος **Basic Frequency Domain Decomposition** που μόλις περιγράφηκε μπορεί να οδηγήσει στην ανίχνευση συχνοτήτων συντονισμού και των αντίστοιχων ιδιομορφών τους, αλλά δεν είναι δυνατό να υπολογισθούν οι αντίστοιχες τιμές απόσβεσης με άμεσο τρόπο.

2.1.2 Η βελτιωμένη μέθοδος **Enhanced Frequency Domain Decomposition**

Η μέθοδος **Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD)** αποτελεί μία βελτιωμένη «έκδοση» της μεθόδου **Basic Frequency Domain Decomposition** που περιγράφηκε στην παράγραφο **2.1.1** και βασίζεται στην σύγκριση του **singular vector** που επιλέγεται σύμφωνα με την μέθοδο **Basic FDD** με τα γειτονικά του διανύσματα, κάνοντας χρήση του κριτηρίου **MAC (Modal Assurance Criterion)**. Η μαθηματική διατύπωση του κριτηρίου είναι η ακόλουθη:

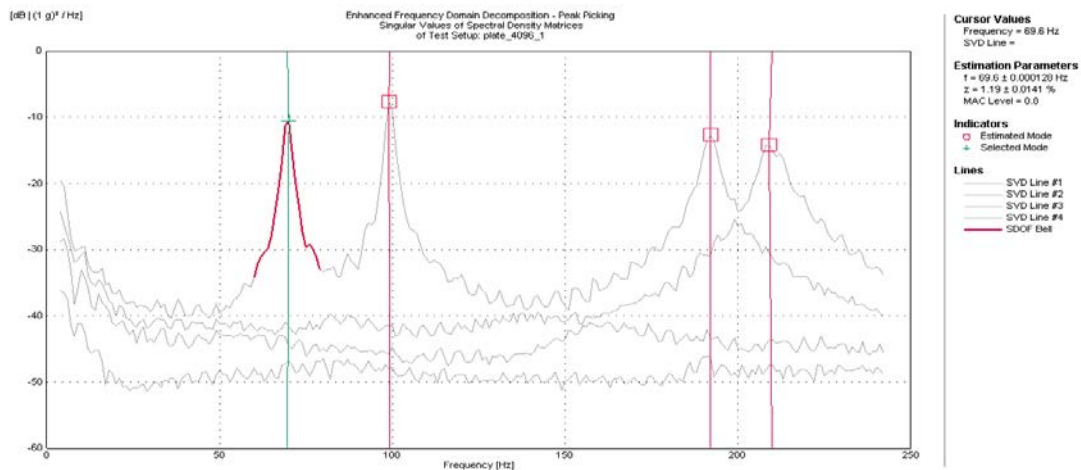
$$MAC = \frac{\left| \hat{\phi}_1 \bar{\hat{\phi}}_2^T \right|^2}{\left| \hat{\phi}_1 \right|^2 \left| \hat{\phi}_2 \right|^2} \quad (2.16)$$

Το κριτήριο **MAC**, ουσιαστικά, καταδεικνύει τον βαθμό στον οποίο δύο διανύσματα συσχετίζονται. Πιο συγκεκριμένα, όταν η ποσότητα που ορίζει η **Σχέση 2.16** λαμβάνει την τιμή **1** τότε τα δύο διανύσματα που εμπλέκονται στον υπολογισμό είναι γραμμικώς εξαρτώμενα, ενώ όταν λαμβάνει την τιμή **0** είναι ορθογώνια. Βεβαίως, με τον όρο «ορθογώνια» δεν εννοούμε την φυσική ιδιότητα της ορθογωνιότητας ιδιοανυσμάτων η οποία υποδεικνύει ότι τα δύο εμπλεκόμενα διανύσματα οδηγούν στην διαγωνιοποίηση των πινάκων των μαζών και δυσκαμψίας:

$$\phi_i^T M \phi_j = \begin{cases} 0 & i \neq j, \\ M_k & i = j \end{cases} \quad (2.17)$$

Η τελευταία έκφραση χρησιμοποιείται για την κατάλληλη τοποθέτηση αισθητηρίων μετρήσεως με σκοπό την επιλογή σημαντικών ιδιοανυσμάτων. Αντικειμενικός σκοπός μιας τέτοιας διαδικασίας είναι η τοποθέτηση των αισθητηρίων με τέτοιο τρόπο ώστε τα ιδιοανύσματα που επιδιώκεται να ευρεθούν να εμφανίζουν μεταξύ τους καλή ορθογωνιότητα, που σημαίνει ότι είναι και ευκόλως διαχωρίσιμα.

Εντελώς αντίθετος με αυτόν είναι ο αντικειμενικός σκοπός κατά την επιλογή κορυφών στην μέθοδο **EFDD**. Στην περίπτωση αυτή η τιμή που προκύπτει από το κριτήριο **MAC** χρησιμοποιείται σαν όριο (μία τιμή που κυμαίνεται στο **0,8** είναι λογική), με αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να βρίσκει ένα εύρος συχνοτήτων γύρω από την επιλεγθείσα κορυφή όπου τα **singular vectors** ομοιάζουν πολύ μεταξύ τους και, συνεπώς, αντιπροσωπεύουν την ίδια ιδιομορφή.



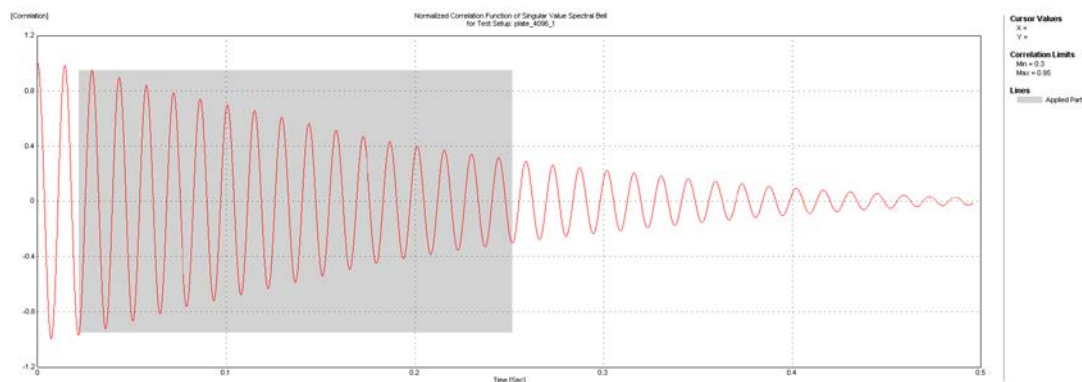
Σχήμα 2.2: Εύρος συχνοτήτων επιλεχθείσας κορυφής κατά την εκτίμηση ιδιοσυχνοτήτων με την μέθοδο **EFDD**. Η πράσινη γραμμή αντιπροσωπεύει τον κέρσορα μέσω του οποίου επιλέγεται μία κορυφή, ενώ η κοκκινισμένη περιοχή της ίδιας κορυφής υποδεικνύει το εύρος συχνοτήτων που λαμβάνεται ως δεδομένα (**input**) προκειμένου να πραγματοποιηθεί ο ανάστροφος μετασχηματισμός **Fourier**

Αυτό το εύρος συχνοτήτων (απεικονίζεται στο **Σχήμα 2.2**) χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του μέσου όρου των **singular vectors**. Συνεπώς, δεν αρκεί ένας και μόνον υπολογισμός σε συγκεκριμένη συχνότητα ώστε να προκύψουν όλες οι ιδιοανυσματικές παράμετροι, αλλά η συνεισφορά περισσότερων συχνοτήτων. Αποτέλεσμα του γεγονότος αυτού είναι η «εξομάλυνση» των δεδομένων, τα οποία εμφανίζουν μικρότερη ευαισθησία σε διαταραχές θορύβου μεταξύ των γραμμών συχνότητας. Ο υπολογισμός του μέσου όρου πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας το **singular value** ως σταθμικό παράγοντα. Όσο πιο κοντά είναι ένα **singular value** στην επιλεχθείσα κορυφή, τόσο περισσότερο το διάνυσμα συνεισφέρει στην εκτίμηση της αντίστοιχης ιδιομορφής.

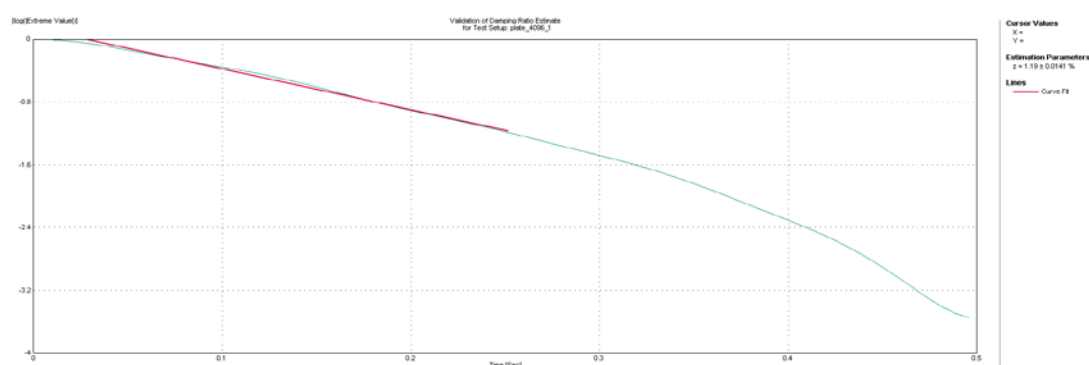
Η συχνότητα συντονισμού και ο λόγος απόσβεσης δύναται να εκτιμηθούν με εφαρμογή ανάστροφου μετασχηματισμού **Fourier** στο επιλεγμένο εύρος συχνοτήτων. Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι η συνάρτηση συσχέτισης (**correlation function**), η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως μία προσέγγιση της συνάρτησης φασματικής πυκνότητας (**spectral density function**) ενός μονού βαθμού ελευθερίας (**single degree of freedom - SDOF**) ταλαντωτή, ισοδύναμου μίας συγκεκριμένης ιδιοσυχνότητας. Στο **Σχήμα 2.3** απεικονίζεται η συνάρτηση συσχέτισης που προκύπτει από το επιλεχθέν εύρος συχνοτήτων του **Σχήματος 2.2** και η οποία αντιπροσωπεύει την ελεύθερη απόσβεση ενός ισοδύναμου **SDOF** ταλαντωτή.

Εάν σχεδιασθούν τα μέγιστα και ελάχιστα μίας συνάρτησης συσχέτισης σε λογαριθμική κλίμακα σαν και αυτή του **Σχήματος 2.4**, τότε η προκύπτουσα καμπύλη θα πρέπει να είναι μία ευθεία γραμμή με παρουσία απόσβεσης ιξώδους. Εξαιτίας του θορύβου και μη γραμμικών φαινομένων, αυτό δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα όσον αφορά την αρχή και το τέλος της συνάρτησης συσχέτισης. Προς αντιμετώπιση του προηγούμενου προβλήματος ορίζεται ένα όριο για τον μέγιστο και ελάχιστο χρόνο συσχέτισης (**correlation time**). Εντός της χρονικής περιόδου του χρόνου συσχέτισης, η οποία σημειώνεται με ένα γκρι ορθογώνιο στο **Σχήμα 2.3**, πραγματοποιείται παλινδρομική ανάλυση των λογαριθμικών ακρότατων και ο λόγος απόσβεσης εκτιμάται από την λογαριθμική ελάττωση.

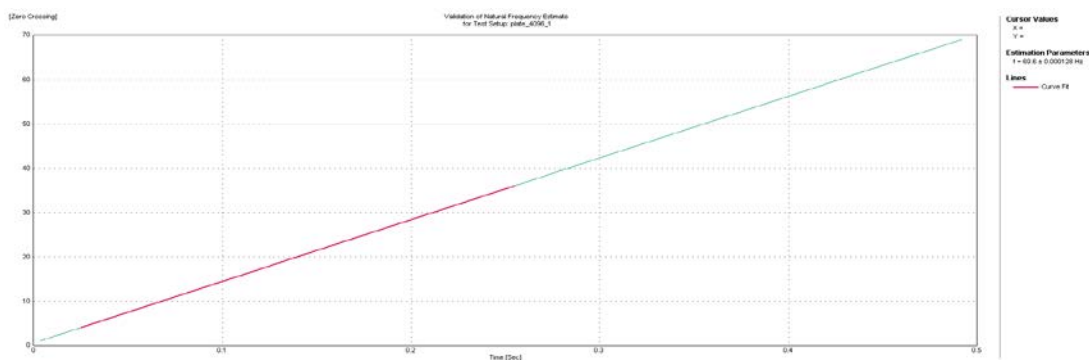
Παρομοίως, η εκάστοτε ιδιοσυχνότητα μπορεί να εκτιμηθεί από μία παλινδρομική ανάλυση πάνω στην ευθεία γραμμή που προκύπτει από την αρίθμηση του πλήθους που η συνάρτηση συσχέτισης λαμβάνει την τιμή **0** (βλέπε **Σχήμα 2.5**). Στην μέθοδο **EFDD**, όπως έχει ήδη αναφερθεί, λαμβάνονται υπόψη περισσότερες της μίας συχνότητες, επόμενως η μέθοδος αυτή οδηγεί σε υπολογισμό ιδιοσυχνοτήτων με μεγαλύτερη ανάλυση συχνοτήτων σε σχέση με την πιο κλασσική μέθοδο **Basic FDD**. Στην **Basic FDD** επιλέγεται η κορυφή μίας μοναδικής γραμμής συχνότητας και υπολογίζεται αυτή η συχνότητα σαν ιδιοσυχνότητα ενώ, αντίθετα, στην **EFDD** η υπολογιζόμενη συχνότητα επηρεάζεται από μεγαλύτερο πλήθος σημείων - δεδομένων.



Σχήμα 2.3: Συνάρτηση συσχέτισης προκύπτουσα μετά από εκτέλεση ανάστροφου μετασχηματισμού **Fourier**



Σχήμα 2.4: Διάγραμμα των μεγίστων και ελαχίστων της συνάρτησης συσχέτισης σε λογαριθμική κλίμακα προς προσδιορισμό του λόγου απόσβεσης ιδιοσυχνότητας



Σχήμα 2.5: Αρίθμηση του πλήθους που η συνάρτηση συσχέτισης λαμβάνει την τιμή **0**. Χωρίς την παρουσία σημαντικής διακύμανσης η καμπύλη σχεδιάζεται ως ευθεία γραμμή

2.2 Η μέθοδος Stochastic Subspace Identification

Ενώ η **FDD** είναι μία μέθοδος που εφαρμόζεται στο πεδίο της συχνότητας (**frequency domain**), η μέθοδος **Stochastic Subspace Identification (SSI)** εργάζεται απευθείας στο πεδίο του χρόνου (**time domain**). Ακριβώς όπως και στην μέθοδο **FDD**, έτσι και η **SSI** βασίζεται στο γεγονός ότι το σήμα διέγερσης δεν μπορεί να μετρηθεί και περιέχει λευκό θόρυβο (**white noise**). Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται ότι ο θόρυβος στο σήμα διέγερσης είναι Γκαουσιανός λευκός θόρυβος (**Gaussian white noise**). Τα χαρακτηριστικά του Γκαουσιανού θορύβου συνοψίζονται ακολούθως:

- Ο λευκός θόρυβος έχει ίσα ποσά ισχύος σε όλες τις συχνότητες, π.χ. η συνάρτηση **PSD** είναι σταθερή για κάθε συχνότητα. Χρήση του χαρακτηριστικού αυτού γίνεται στην μέθοδο **FDD**.
- Με τον χαρακτηρισμό «λευκός» εννοείται ότι το σήμα είναι μη συσχετιζόμενο στον χρόνο. Με άλλα λόγια γνώση της τιμής του θορύβου κάποια χρονική στιγμή δεν μπορεί να οδηγήσει σε πρόγνωση της τιμής του σε μελλοντική χρονική στιγμή. Η σταθερότητα της συνάρτησης **PSD** είναι συνέπεια του χαρακτηριστικού αυτού.
- Ο χαρακτηρισμός «Γκαουσιανός» αντανακλά στο γεγονός ότι σε κάθε χρονική στιγμή το αριθμητικό μέγεθος του σήματος ακολουθεί μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (**probability density function – PDF**) της οποίας η κατανομή είναι γνωστή με την ονομασία Γκαουσιανή κατανομή (**Gaussian Distribution**).

2.2.1 Μαθηματική μοντελοποίηση της μεθόδου SSI

Η μαθηματική προσέγγιση στην **SSI** είναι εντελώς διαφορετική από αυτήν της μεθόδου **FDD** που περιγράφηκε στην παράγραφο 2.1. Η συνάρτηση **x(t)** υποδηλώνει την κατάσταση του συστήματος ενώ ως **f(t)** συμβολίζεται η (άγνωστη) διέγερση. Η μέθοδος **SSI** χρησιμοποιεί την ακόλουθη μαθηματική μοντελοποίηση όσον αφορά την κατάσταση θέσεως:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

η οποία χρησιμοποιείται στον μετασχηματισμό του κλασσικού συστήματος εξισώσεων δευτέρας τάξεως:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.19)$$

σε ένα σύστημα εξισώσεων πρώτης τάξεως:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{f}(t) \quad (2.20\alpha)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \quad (2.20\beta)$$

όπου οι πίνακες **A_c** και **B** εκφράζονται ως εξής:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (2.21\alpha)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.21\beta)$$

ενώ ο πίνακας **C** συμβολίζει τον πίνακα παρατήρησης.

Η μοντελοποίηση της χωρικής κατάστασης εμφανώς διαχωρίζεται ανάμεσα στην εσωτερική κατάσταση του συστήματος $\mathbf{x}(t)$ και την μετρούμενη απόκρισή του $\mathbf{y}(t)$, ένας διαχωρισμός ο οποίος δεν είναι εμφανής στην **Εξίσωση 2.19**. Οι **Εξισώσεις 2.18** και **2.21** αποτελούν απλά έναν τρόπο περιγραφής της κατάστασης του συστήματος. Για την ακρίβεια, υπάρχουν άπειροι τρόποι με τους οποίους θα μπορούσε να περιγραφεί το σύστημα, με την προϋπόθεση ότι οι διαστάσεις των πινάκων ταιριάζουν με την τάξη του συστήματος, και όλοι τους δημιουργούν το ίδιο διάνυσμα χώρου. Εάν ο πίνακας **A** έχει διαστάσεις $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$ και το διάνυσμα κατάστασης $\mathbf{x}_i$ $\mathbf{n} \times 1$, τότε είναι δυνατό να περιγραφούν και να αναγνωριστούν $\mathbf{n}/2$ ιδιοσυχνότητες με σκοπό τον χαρακτηρισμό της δυναμικής κατάστασης του συστήματος – με την μεταβλητή **n** συμβολίζεται η διάσταση της χωρικής κατάστασης του συστήματος. Τότε ο πίνακας **C** αποτελεί τον συνδετικό κρίκο ανάμεσα στην χωρική κατάσταση και την απεικόνιση του διανύσματος εξόδου, το οποίο υπολογίζεται ανάλογα με την επιλογή των οργάνων μέτρησης.

Αντικειμενικός σκοπός των τεχνικών αναγνώρισης συστήματος είναι η εκτίμηση του πίνακα **A**, μέσω του οποίου γίνεται εφικτός ο υπολογισμός των ιδιοανυσματικών παραμέτρων. Η διαφορά ανάμεσα στην κατάσταση του συστήματος και την μετρούμενη απόκριση του συστήματος επιτρέπει την θεώρηση του θορύβου των μετρήσεων μέσω του όρου $\mathbf{v}(t)$. Επίσης, ο γενικός όρος εισόδου $\mathbf{Bf}(t)$, ο οποίος θα μπορούσε να αποτελείται από ντετερμινιστική και στοχαστική διέγερση, μπορεί να αντικατασταθεί από ένα διάνυσμα καθαρής στοχαστικής διέγερσης - $\mathbf{w}(t)$ - καλούμενο και ως θόρυβος της διεργασίας (**noise process**). Τόσο ο θόρυβος της διεργασίας όσο και ο θόρυβος των μετρήσεων είναι διανύσματα των οποίων ο λευκός θόρυβος ακολουθεί Γκαουσιανή κατανομή μηδενικής μέσης τιμής.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (2.22\alpha)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2.22\beta)$$

Εφ'όσον τα δεδομένα των μετρήσεων λαμβάνονται σε διακριτές χρονικές στιγμές, οι εξισώσεις του συστήματος θα πρέπει να γραφούν σε ανάλογη μορφή, δηλαδή:

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad (2.23\alpha)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \quad (2.23\beta)$$

όπου **A_d** είναι ο διακριτός πίνακας του συστήματος ο οποίος δεν ταυτίζεται με τον πίνακα του συστήματος του συνεχούς μοντέλου **A_c**, μπορεί όμως να υπολογισθεί από αυτόν και αντιστρόφως.

Η κεντρική ιδέα της μεθόδου **SSI** έγκειται, αρχικά, στην εκτίμηση του διανύσματος $\mathbf{x}_t$ από την μετρούμενη απόκριση $\mathbf{y}_t$ και στη συνέχεια στον υπολογισμό των πινάκων του συστήματος κάνοντας χρήση μίας προσέγγισης γραμμικής παλινδρόμησης:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{i+1} & \hat{\mathbf{x}}_{i+2} & \dots & \hat{\mathbf{x}}_{i+j} \\ \mathbf{y}_i & \mathbf{y}_{i+1} & \dots & \mathbf{y}_{i+j-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i & \hat{\mathbf{x}}_{i+1} & \dots & \hat{\mathbf{x}}_{i+j-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Το «καπελάκι» στα διανύσματα κατάστασης του συστήματος ($\hat{\mathbf{x}}_t$) υποδηλώνει ότι πρόκειται περισσότερο για εκτιμήσεις παρά για πραγματικές καταστάσεις του συστήματος. Ως $\mathbf{p}_w$ και $\mathbf{p}_v$ συμβολίζονται τα υπόλοιπα της παλινδρόμησης τα οποία επιδιώκεται να ελαχιστοποιηθούν κατά την διάρκεια της παλινδρομικής ανάλυσης. Τα υπόλοιπα αυτά θα πρέπει να λαμβάνουν τιμές κοντά στο μηδέν όταν είναι διαθέσιμο επαρκώς μεγάλο δείγμα μετρήσεων. Σε αντίθετη περίπτωση είτε τα $\mathbf{w}_t$ και $\mathbf{v}_t$ έχουν μέση τιμή διάφορη του μηδενός, είτε οι $\mathbf{A}_d$ και $\mathbf{C}$ είναι μη σταθεροί. Το τελευταίο θα σήμαινε είτε ότι το πείραμα δεν προετοιμάστηκε ή εκτελέστηκε επιτυχώς, είτε ότι η ποιότητα των δεδομένων των μετρήσεων είναι φτωχή.

2.2.2 Το φίλτρο Kalman

Η θεωρία λέει ότι με βάση την υπόθεση λευκού θορύβου Γκαουσιανής κατανομής σαν είσοδο (**input**), ο οποίος περιγράφεται πλήρως από την μέση τιμή και την συνδιακύμανσή του, ο βέλτιστος αλγόριθμος προς εκτίμηση (ή πρόβλεψη) της ακολουθίας της κατάστασης ενός γραμμικού συστήματος είναι ένα φίλτρο **Kalman**. Οι ακόλουθες εξισώσεις περιγράφουν το φίλτρο **Kalman**:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{K}_t \mathbf{e}_t \quad (2.25\alpha)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{e}_t \quad (2.25\beta)$$

όπου $\mathbf{K}_t$ είναι η μη σταθερή ενίσχυση της κατάστασης **Kalman** και $\mathbf{e}_t$ η διαδικασία καινοτομίας. Εάν οι πίνακες του συστήματος $\mathbf{A}_d$ και $\mathbf{C}$, όπως επίσης και οι αρχικές καταστάσεις της διαδικασίας, ήταν γνωστές, τότε το φίλτρο **Kalman** θα μπορούσε να ενεργοποιηθεί σε έναν αλγόριθμο - είτε σαν λογισμικό σε υπολογιστή είτε σε ολοκληρωμένο κύκλωμα. Το φίλτρο θα απέφερε βέλτιστες εκτιμήσεις των ακολουθιών κατάστασης και θα ενέπλεκε μία εξίσωση **Ricatti** προκειμένου να υπολογισθεί το κέρδος **Kalman**. Αυτό θα πραγματοποιούνταν συνταιριάζοντας το σήμα εξόδου $\mathbf{y}_t$ σε κάθε καινούριο βήμα, ενώ η πληροφορία συνδιακύμανσης του παρελθόντος ενσωματώνεται αυτόματα στην διαδικασία υπολογισμού. Τα προηγούμενα περιγράφουν τον πιο κοινό τρόπο με τον οποίο εφαρμόζεται ένα φίλτρο **Kalman** σε ένα σύστημα ελέγχου, π.χ. για έλεγχο ενός συστήματος το οποίο διαταράσσεται κυρίως από Γκαουσιανό λευκό θόρυβο.

Στην περίπτωση της μεθόδου **SSI**, ωστόσο, οι πίνακες του συστήματος δεν είναι γνωστοί. Εξάλλου, ο στόχος είναι να υπολογισθούν. Για τον λόγο αυτό δεν είναι δυνατή η ενσωμάτωση του φίλτρου **Kalman** με τον τρόπο που περιγράφηκε προηγουμένως. Αντίθετα, η **SSI** παρέχει μία μέθοδο απόκτησης των εκτιμώμενων ακολουθιών κατάστασης συστήματος - ή αλλιώς καταστάσεις **Kalman** - άμεσα από τα μετρούμενα σήματα εξόδου (**outputs**) μέσω γεωμετρικών εργαλείων της γραμμικής άλγεβρας, τα οποία έχουν ανάλογες εκφράσεις στα στοχαστικά πλαίσια.

2.2.3 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Η παράγραφος αυτή ασχολείται με τα θεμελιώδη γεωμετρικά στοιχεία της **SSI**, τα οποία της δίδουν και την ονομασία της. Κάθε πίνακας $\mathbf{A}$ μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα σύνολο διανυσμάτων γραμμή, τα οποία ορίζουν την βάση για έναν χώρο γραμμικών διανυσμάτων. Αυτός ο χώρος διανυσμάτων είναι επίσης γνωστός και ως χώρος γραμμή (**row space**). Το πλήθος των γραμμικά εξαρτώμενων διανυσμάτων υπολογίζει την τάξη του πίνακα $\mathbf{A}$ και την διάσταση του χώρου γραμμή. Έστω $\mathbf{j}$ το πλήθος στηλών του $\mathbf{A}$ και, επομένως, το πλήθος

στοιχείων σε ένα διάνυσμα γραμμή. Τότε, ο χώρος γραμμή είναι ένας υπόχωρος του j -διάστατου φυσικού χώρου.

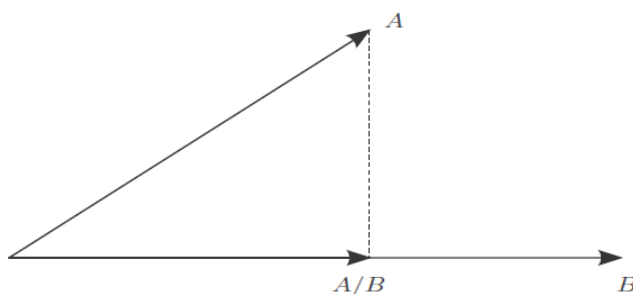
Ορθογώνια προβολή

Η ακόλουθη παράσταση ορίζει την ορθογώνια προβολή του χώρου γραμμή του πίνακα $\mathbf{A}$ επάνω στον χώρο γραμμή του πίνακα $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{A/B} := \mathbf{AB}^T (\mathbf{BB}^T)^+ \mathbf{B} \quad (2.26)$$

όπου το σύμβολο (+) υπονοεί την εκτέλεση μίας ψευδο-αναστροφής **Moore-Penrose**.

Το **Σχήμα 2.6** απεικονίζει την ορθογώνια προβολή στην απλή περίπτωση ενός δυσδιάστατου φυσικού χώρου. Τόσο ο $\mathbf{A}$ όσο και ο $\mathbf{B}$ είναι πίνακες διαστάσεων 1×2 , επομένως αποτελούνται από ένα και μοναδικό διάνυσμα γραμμή και ο χώρος γραμμή τους είναι μονοδιάστατος. Η προβολή $\mathbf{A/B}$ προβάλλει το διάνυσμα γραμμή του $\mathbf{A}$ πάνω στον χώρο γραμμή του $\mathbf{B}$. Τόσο ο χώρος γραμμή του $\mathbf{A}$ όσο και του $\mathbf{B}$ είναι μονοδιάστατοι υπόχωροι του φυσικού δυσδιάστατου χώρου.



Σχήμα 2.6: Παράδειγμα ορθογώνιας προβολής του χώρου γραμμή του πίνακα $\mathbf{A}$ πάνω στον χώρο γραμμή του πίνακα $\mathbf{B}$, με τους δύο πίνακες να είναι μονοδιάστατοι

Σε ένα στοχαστικό πλαίσιο εφαρμογής, η ορθογώνια προβολή είναι ισοδύναμη με τον υπό συνθήκη μέσο όρο. Ο υπό συνθήκη μέσος όρος $\mathbf{E}[\mathbf{A}|\mathbf{B}]$ είναι η καλύτερη δυνατή (βέλτιστη) εκτίμηση του $\mathbf{A}$ όταν όλη η διαθέσιμη πληροφορία όσον αφορά τον $\mathbf{B}$ περικλείεται στην πρόβλεψη:

$$\mathbf{A/B} = \mathbf{E}[\mathbf{A}|\mathbf{B}] \quad (2.27)$$

Σημαντικές γωνίες και κατευθύνσεις

Οι σημαντικές γωνίες (**principal angles**) ανάμεσα σε δύο υπόχωρους είναι μία γενίκευση της γωνίας δύο διανυσμάτων. Ένας επαναλαμβανόμενος ορισμός των σημαντικών γωνιών και διευθύνσεων (**principal directions**) ανάμεσα στους χώρους $\mathbf{A}$ και $\mathbf{B}$ (υπόχωροι των $\mathbf{R}^{p \times j}$ και $\mathbf{R}^{q \times j}$ αντίστοιχα) θα μπορούσε να είναι ως εξής: «Βρείτε τα δύο μοναδιαία διανύσματα από τους χώρους γραμμή των $\mathbf{A}$ και $\mathbf{B}$, έστω $\mathbf{a}_1$ και $\mathbf{b}_1$, τα οποία έχουν μία ελάχιστη γωνία μεταξύ τους. Αυτή η γωνία είναι η πρώτη σημαντική γωνία θ_1 και $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{b}_1$ είναι οι πρώτες σημαντικές κατευθύνσεις. Μετά, βρες τα δύο μοναδιαία διανύσματα $\mathbf{a}_2 \perp \mathbf{a}_1$ και $\mathbf{b}_2 \perp \mathbf{b}_1$ με ελάχιστη γωνία μεταξύ τους. Αυτές είναι οι δεύτερες σημαντικές κατευθύνσεις και σημαντική γωνία. Η προηγούμενη διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ευρεθούν οι ελάχιστες γωνίες $\min(p, q)$ ».

Στο **Σχήμα 2.7** απεικονίζονται οι σημαντικές κατευθύνσεις και γωνίες δύο τεμνόμενων επιπέδων. Αυτά τα επίπεδα είναι δυσδιάστατοι υπόχωροι του τρισδιάστατου φυσικού χώρου. Η πρώτη σημαντική κατευθύνσεις $\mathbf{a}_1$ και $\mathbf{b}_1$ βρίσκονται στην τομή των δύο επιπέδων. Κατά συνέπεια, η σημαντική γωνία θ_1 είναι μηδενική. Η δεύτερη σημαντική γωνία θ_2 είναι η γωνία ανάμεσα στις σημαντικές κατευθύνσεις $\mathbf{a}_2$ και $\mathbf{b}_2$.

Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού των σημαντικών γωνιών και κατευθύνσεων είναι μέσω της τεχνικής **Singular Value Decomposition** που περιγράφηκε στην παράγραφο 2.1.1. Για παράδειγμα:

$$(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1/2} (\mathbf{A}\mathbf{B}^T) (\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1/2} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (2.28)$$

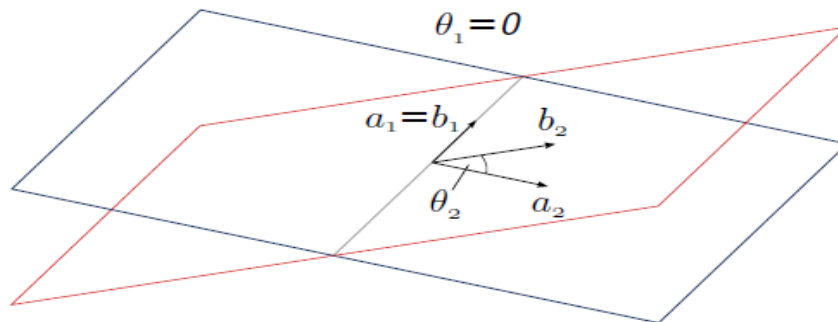
και οι σημαντικές κατευθύνσεις και γωνίες προκύπτουν:

$$\mathbf{a} = \mathbf{U}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1/2} \mathbf{A} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{V}^T (\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1/2} \mathbf{B} \quad (2.30)$$

$$\text{diag}(\cos \theta_1, \cos \theta_2, \dots, \cos \theta_{\min(p,q)}) = \mathbf{S} \quad (2.31)$$

Η προσέγγιση με χρήση της τεχνικής **SVD** χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο **Canonical Variate Analysis** (βλέπε παράγραφο 2.2.6).



Σχήμα 2.7: Σημαντικές γωνίες για δύο δυσδιάστατους υπόχωρους σε έναν τρισδιάστατο φυσικό χώρο.

2.2.4 Οι πίνακες συνδιακύμανσης

Εφ' όσον στα διανύσματα $\mathbf{w}_t$ και $\mathbf{v}_t$ θεωρείται ότι υπάρχει θόρυβος που ακολουθεί Γκαουσιανή κατανομή μηδενικής μέσης τιμής, είναι εφικτό τα διανύσματα αυτά να περιγραφούν με την βοήθεια των πινάκων συνδιακύμανσης (**Covariance Matrices**):

$$\mathbf{E} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{w}_t \\ \mathbf{v}_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^T & \mathbf{v}_k^T \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \delta_{tk} \quad (2.32)$$

όπου $\mathbf{Q}$, $\mathbf{S}$ και $\mathbf{R}$ είναι οι πίνακες συνδιακύμανσης και δ_{tk} είναι το δέλτα του **Kronecker**:

$$\delta_{tk} = \begin{cases} 1 & t = k \\ 0 & t \neq k \end{cases} \quad (2.33)$$

Η παρουσία του πίνακα $\mathbf{S}$ υποδεικνύει ότι τα $\mathbf{v}_t$ και $\mathbf{w}_t$ θα μπορούσαν να συσχετισθούν μεταξύ τους. Με τον ίδιο τρόπο, οι πίνακες συνδιακύμανσης των σημάτων εισόδου και εξόδου μπορούν να ορισθούν ως εξής:

$$\mathbf{E} [\mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^T] := \mathbf{P} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{E} [\mathbf{y}_{t+i} \mathbf{y}_t^T] := \Lambda_i \quad (2.35)$$

$$\mathbf{E} [\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{y}_t^T] := \mathbf{G} \quad (2.36)$$

Αυστηρά σκεπτόμενοι, οι παραπάνω πίνακες είναι ορισμένοι για ένα άπειρο πλήθος σημείων δεδομένων. Ωστόσο, εάν το νούμερο j των διαθέσιμων δειγμάτων δεδομένων και οι αντίστοιχες καταστάσεις του συστήματος είναι αρκετά υψηλά, οι πίνακες συνδιακύμανσης μπορούν να προσεγγισθούν ως εξής:

$$\mathbf{P} \approx \frac{1}{j-1} [\mathbf{x}_0 \quad \mathbf{x}_1 \quad \dots \quad \mathbf{x}_{j-1}] [\mathbf{x}_0 \quad \mathbf{x}_1 \quad \dots \quad \mathbf{x}_{j-1}]^T \quad (2.37)$$

$$\Lambda_i \approx \begin{cases} \frac{1}{j-i-1} [\mathbf{y}_i \quad \dots \quad \mathbf{y}_{j-1}] [\mathbf{y}_0 \quad \dots \quad \mathbf{y}_{j-i-1}]^T, & i \geq 0 \\ \frac{1}{j+i-1} [\mathbf{y}_0 \quad \dots \quad \mathbf{y}_{j-1+i}] [\mathbf{y}_{-i} \quad \dots \quad \mathbf{y}_{j-1}]^T, & i < 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{G} \approx \frac{1}{j-2} [\mathbf{x}_1 \quad \dots \quad \mathbf{x}_{j-1}] [\mathbf{y}_0 \quad \dots \quad \mathbf{y}_{j-2}]^T \quad (2.39)$$

Αυτές οι εξισώσεις γίνονται ακριβείς όταν το j τείνει στο άπειρο. Το γεγονός αυτό καθιστά σαφές ότι σε κάθε πείραμα που αναφέρεται σε αναγνώριση συστήματος θα πρέπει να λαμβάνονται επαρκώς μεγάλα «πακέτα» δεδομένων από τις μετρήσεις.

Οι πίνακες συνδιακύμανσης $\mathbf{Q}$, $\mathbf{S}$, $\mathbf{R}$ και $\mathbf{P}$ δεν εμφανίζονται σε καμία άλλη εξίσωση στην συνέχεια του κειμένου, ωστόσο, είναι πολύ σημαντικό να σημειωθεί ότι οι πίνακες αυτοί περιέχουν σημαντικά μεγάλη ποσότητα πληροφοριών για το σύστημα, ενώ η γνώση τους είναι απαραίτητη στην εφαρμογή του φίλτρου **Kalman** καθώς εμφανίζονται στην εξίσωση **Ricatti**.

2.2.5 Ελεγχιμότητα και παρατηρητικότητα

Το θέμα της ελεγχιμότητας (**Controllability**) και παρατηρητικότητας (**Observability**) είναι εξαιρετικά σημαντικό στην θεωρία μοντέρνου ελέγχου. Ένας ορισμός της ελεγχιμότητας θα μπορούσε να είναι ο εξής: «Ένα σύστημα είναι ελεγχόμενο εφόσον για κάθε αρχική κατάσταση $\mathbf{x}_0$ και κάποιο τελικό χρόνο $\mathbf{k}$, υπάρχει ένας έλεγχος που μεταφέρει την κατάσταση σε οποιαδήποτε επιθυμητή τιμή τον χρόνο $\mathbf{k}$.» Η ελεγχιμότητα εξαρτάται από τους πίνακες του συστήματος $\mathbf{A}_d$ και $\mathbf{B}$, επομένως, η κατάσταση όπου οι πίνακες αυτοί είναι ελεγχόμενοι είναι ισοδύναμη με την ελεγχιμότητα του συστήματος. Ο πίνακας ελεγχιμότητας $\mathbf{C}$ ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}_d \mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}_d^{n-1} \mathbf{B}] \quad (2.40)$$

ενώ η συνθήκη: $\text{rank}(\mathbf{C}) = n$ είναι ικανή και αναγκαία για την ελεγχιμότητα των $(\mathbf{A}_d, \mathbf{B})$.

Δεν υπάρχει πίνακας ντετερμινιστικής διέγερσης **B** στο στοχαστικό μας μοντέλο. Ακόμη, η εισαγωγή του πίνακα **C** βοηθά στην κατανόηση του ονόματος του πίνακα ανάστροφης εκτεταμένης στοχαστικής ελεγχιμότητας (**reversed extended stochastic controllability matrix**) Δ_i :

$$\Delta_i = [A_d^{i-1}G \quad A_d^{i-2}G \quad \dots \quad A_d G \quad G] \quad (2.41)$$

Στην περίπτωση στοχαστικής διέγερσης, ελεγχιμότητα σημαίνει ότι όλες οι δυναμικές ιδιοσυχνότητες του συστήματος διεγείρονται από τον θόρυβο της διαδικασίας. Αυτό είναι πολύ σημαντικό καθώς ιδιοσυχνότητες που δεν διεγείρονται δεν μπορούν να αναγνωριστούν.

Ένας ορισμός της παρατηρητικότητας είναι ο εξής: «Ένα σύστημα τελεί υπό παρατήρηση εφόσον η αρχική κατάσταση $\mathbf{x}_0$ μπορεί να ανακτηθεί πλήρως από $\mathbf{n}$ παρατηρήσεις $[\mathbf{y}_0 \mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_{n-1}]$ ». Εάν ορισμένες δυναμικές ιδιοσυχνότητες ενός συστήματος δεν είναι δυνατόν να παρατηρηθούν, προφανώς, δεν μπορούν να αναγνωριστούν ακόμη και εάν διεγείρονται. Ο πίνακας παρατηρητικότητας Γ ορίζεται ως:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}A_d \\ \mathbf{C}A_d^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}A_d^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

ενώ η συνθήκη $\text{rank}(\Gamma) = \mathbf{n}$ είναι ικανή και αναγκαία για την παρατηρητικότητα των (A_d, B) .

Ο πίνακας εκτεταμένης παρατηρητικότητας (**extended observability matrix**) Γ_i είναι τότε:

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}A_d \\ \mathbf{C}A_d^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}A_d^{i-1} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

όπου ο δείκτης i αναφέρεται στο πλήθος των ομαδοποιημένων γραμμών στις διαιρέσεις του πίνακα **block Hankel** ο οποίος ορίζεται στην επόμενη παράγραφο 2.2.6.

2.2.6 Ο αλγόριθμος εκτίμησης - υπολογισμού

Έστω ότι έχει προηγηθεί η διενέργεια πειράματος από το οποίο προέκυψε ένα μεγάλο πλήθος (τείνουν στο άπειρο) δειγμάτων μετρήσεως $\mathbf{N}$:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_0 \quad \mathbf{y}_1 \quad \dots \quad \mathbf{y}_{N-1}] \quad (2.44)$$

Αυτά τα διανύσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να σχηματιστεί ο λεγόμενος πίνακας **block Hankel**:

$$\mathbf{Y}_h = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_j \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{i-1} & y_i & \cdots & y_{i+j-2} \\ y_i & y_{i+1} & \cdots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \cdots & y_{i+j} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \cdots & y_{2i+j-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{hp} \\ \mathbf{Y}_{hf} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

όπου $2i + j - 1 = N$. Ο πίνακας $\mathbf{Y}_h$ μπορεί να χωριστεί στον «παρελθοντικό» πίνακα $\mathbf{Y}_{hp}$ και τον «μελλοντικό» πίνακα $\mathbf{Y}_{hf}$. Ο ορισμός αυτός είναι κάπως «χαλαρός» καθώς όλα τα δεδομένα των μετρήσεων ελήφθησαν στο παρελθόν. Ωστόσο, οι όροι αυτοί χρησιμοποιούνται στην βιβλιογραφία και έχουν αποδειχθεί ιδιαίτερα βολικοί στην επεξήγηση του αλγορίθμου. Με παρόμοιο τρόπο, οι πίνακες συνδιακύμανσης της εξόδου μπορούν να αναδιαταχθούν σε έναν πίνακα **block Toeplitz**:

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} \Lambda_0 & \Lambda_{-1} & \Lambda_{-2} & \cdots & \Lambda_{1-i} \\ \Lambda_1 & \Lambda_0 & \Lambda_{-1} & \cdots & \Lambda_{2-i} \\ \Lambda_2 & \Lambda_1 & \Lambda_0 & \cdots & \Lambda_{3-i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Lambda_{i-1} & \Lambda_{i-2} & \Lambda_{i-3} & \cdots & \Lambda_0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Σε έναν πίνακα **Toeplitz** τα στοιχεία στις διαγωνίους είναι τα ίδια. Κάνοντας χρήση της **Εξίσωσης 2.38**, ο πίνακας συνδιακύμανσης **Toeplitz** μπορεί να εκφραστεί είτε μέσω του «μέλλοντος» είτε μέσω του «παρελθόντος»:

$$\mathbf{L}_i = \frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hp} \mathbf{Y}_{hp}^T = \frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hf} \mathbf{Y}_{hf}^T \quad (2.47)$$

Τώρα, γίνεται η υπόθεση ότι υπάρχει ένα φίλτρο **Kalman** μη σταθερής κατάστασης, το οποίο ξεκινά κάποια χρονική στιγμή $\mathbf{q}$ και χρησιμοποιεί i δείγματα μετρήσεων μέχρι την χρονική στιγμή $\mathbf{q} + i - 1$. Το φίλτρο εκτιμά την αντίστοιχη κατάσταση **Kalman** την χρονική στιγμή $\mathbf{q} + 1$. Μπορεί να αποδειχθεί ότι αυτή η κατάσταση **Kalman** μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\hat{\mathbf{x}}_{q+i} = \Delta_i \mathbf{L}_i^{-1} \begin{bmatrix} y_q \\ y_{q+1} \\ \vdots \\ y_{q+i-1} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Αποκτώντας μία αλληλουχία από j τέτοιες εκτιμήσεις της κατάστασης του φίλτρου **Kalman**, η **Εξίσωση 2.48** μπορεί να μετασχηματιστεί στην:

$$\hat{\mathbf{X}}_i = \Delta_i \mathbf{L}_i^{-1} \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_j \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{i-1} & y_i & \cdots & y_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Ο προηγούμενος πίνακας περιέχει τα δείγματα εξόδου και είναι πανομοιότυπος με τον «παρελθοντικό» πίνακα **block Hankel**, $\mathbf{Y}_{hp}$. Λαμβάνοντας υπ' όψη την **Εξίσωση 2.47**, η αλληλουχία της κατάστασης **kalman** μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\hat{\mathbf{X}}_i = \Delta_i \left(\frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hp} \mathbf{Y}_{hp}^T \right)^{-1} \mathbf{Y}_{hp} \quad (2.50)$$

Από την άλλη μεριά:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_i &= \frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hf} \mathbf{Y}_{hp}^T \\ &= \begin{bmatrix} \Lambda_i & \Lambda_{i-1} & \dots & \Lambda_2 & \Lambda_1 \\ \Lambda_{i+1} & \Lambda_i & \dots & \Lambda_3 & \Lambda_2 \\ \Lambda_{i+2} & \Lambda_{i+1} & \dots & \Lambda_4 & \Lambda_3 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \Lambda_{2i-1} & \Lambda_{2i-2} & \dots & \Lambda_{i+1} & \Lambda_i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \mathbf{A}_d^{i-1} \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^{i-2} \mathbf{G} & \dots & \mathbf{C} \mathbf{A}_d \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{G} \\ \mathbf{C} \mathbf{A}_d^i \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^{i-1} \mathbf{G} & \dots & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^2 \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{A}_d \mathbf{G} \\ \mathbf{C} \mathbf{A}_d^{i+1} \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^i \mathbf{G} & \dots & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^3 \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^2 \mathbf{G} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}_d^{2i-2} \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^{2i-1} \mathbf{G} & \dots & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^i \mathbf{G} & \mathbf{C} \mathbf{A}_d^{i-1} \mathbf{G} \end{bmatrix} \\ &= \Gamma_i \Delta_i \end{aligned} \quad (2.51)$$

Τελικά, ο συνδυασμός των **Εξισώσεων 2.50** και **2.51** οδηγεί στις ακόλουθες πολύ χρήσιμες εκφράσεις:

$$\Gamma_i \hat{\mathbf{X}}_i = \Gamma_i \Delta_i \left(\frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hp} \mathbf{Y}_{hp}^T \right)^{-1} \mathbf{Y}_{hp} \quad (2.52)$$

$$= \mathbf{C}_i \left(\frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hp} \mathbf{Y}_{hp}^T \right)^{-1} \mathbf{Y}_{hp} \quad (2.53)$$

$$= \frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hf} \mathbf{Y}_{hp}^T \left(\frac{1}{j-1} \mathbf{Y}_{hp} \mathbf{Y}_{hp}^T \right)^{-1} \mathbf{Y}_{hp} \quad (2.54)$$

$$= \mathbf{Y}_{hf} \mathbf{Y}_{hp}^T (\mathbf{Y}_{hp} \mathbf{Y}_{hp}^T)^{-1} \mathbf{Y}_{hp} \quad (2.55)$$

$$= \mathbf{Y}_{hf} / \mathbf{Y}_{hp} \quad (2.56)$$

Η τελευταία έκφραση αποτελεί στην ουσία μία ορθογώνια προβολή του «μέλλοντος» πάνω στο «παρελθόν», δηλαδή:

$$\mathbf{O}_i := \mathbf{Y}_{hf} / \mathbf{Y}_{hp} = \Gamma_i \hat{\mathbf{X}}_i \quad (2.57)$$

Η παραπάνω εξίσωση (**Εξίσωση 2.57**) δείχνει ότι ο συνδυασμός του πίνακα εκτεταμένης παρατηρητικότητας Γ_i και των καταστάσεων **Kalman** μπορεί να υπολογισθεί

ευθέως από δεδομένα μετρήσεων που συλλέγονται στον πίνακα **block Hankel**, $\mathbf{Y}_h$. Εξαιτίας του γεγονότος αυτού, η μέθοδος που περιγράφεται εδώ καλείται επίσης και ως **data driven SSI (SSI-DATA)**, ενώ στην τεχνική **covariance driven SSI (SSI-COV)** πρώτα υπολογίζονται οι συνδιακυμάνσεις Λ_i μεταξύ των μετρομένων αποκρίσεων και μετά εκτιμώνται οι πίνακες του συστήματος. Η τελευταία τεχνική δεν θα απασχολήσει περαιτέρω.

Το επόμενο βήμα είναι η εξαγωγή του πίνακα Γ_i και των καταστάσεων **Kalman** από την προβολή $\mathbf{O}_i$. Για τον λόγο αυτό γίνεται εφαρμογή της τεχνικής **SVD**. Μεταξύ των υπάρχοντων αλγορίθμων **SSI** υπάρχουν ουσιαστικές διαφορές όσον αφορά την είσοδο που χρησιμοποιείται κατά την τεχνική **SVD**. Οι αλγόριθμοι αυτοί (**UPC**, **PC** και **CVA**) μπορούν να περιγραφούν με την χρήση δύο πινάκων βαρών (**weight matrices**) $\mathbf{W}_1$ και $\mathbf{W}_2$. Ο πίνακας $\mathbf{O}_i$ είναι κοινός και στους τρεις αλγορίθμους και για τον λόγο αυτό καλείται και πίνακας κοινών δεδομένων εισόδου της **SSI (common SSI input matrix)**.

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_1 \mathbf{O}_i \mathbf{W}_2 &= \mathbf{W}_1 \Gamma_i \hat{\mathbf{X}}_i \mathbf{W}_2 \\ &= [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1 \mathbf{V}_1^T\end{aligned}\quad (2.58)$$

Ο αλγόριθμος Αστάθμητης Κύριας Συνιστώσας (Unweighted Principal Component – UPC): Παρότι ο αλγόριθμος **SSI-UPC** δεν εκτιμά τον πίνακα Γ_i απευθείας από τον $\mathbf{O}_i$, μπορεί να αποδειχθεί ότι η μέθοδος είναι ισοδύναμη. Οι πίνακες βαρών, στον εν λόγω αλγόριθμο είναι ο πίνακας ταυτότητα (κατάλληλων διαστάσεων):

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{I} \quad (2.59\alpha)$$

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{I} \quad (2.59\beta)$$

Ο αλγόριθμος Κύριας Συνιστώσας (Principal Component – PC): Στον αλγόριθμο **SSI-PC** οι παραπάνω πίνακες λαμβάνουν τις τιμές:

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{I} \quad (2.60\alpha)$$

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{Y}_{hp}^T \mathbf{L}_i^{-1/2} \mathbf{Y}_{hp} \quad (2.60\beta)$$

Ο αλγόριθμος Κανονικής Μεταβλητής Ανάλυσης (Canonical Variate Analysis - CVA):

Ο αλγόριθμος **SSI-CVA** υπολογίζει τις σημαντικές γωνίες και κατευθύνσεις μεταξύ των χώρων γραμμής των $\mathbf{Y}_{hp}$ και $\mathbf{Y}_{hf}$. Αυτό είναι ισοδύναμο με το να λάβουν οι πίνακες $\mathbf{W}_1$ και $\mathbf{W}_2$ τις τιμές:

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{L}_i^{-1/2} \quad (2.61\alpha)$$

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{I} \quad (2.61\beta)$$

Εφ' όσον οι πίνακες βαρών είναι η μοναδική ουσιαστική διαφορά μεταξύ των αλγορίθμων που περιγράφησαν, θα ήταν αναμενόμενο τα αποτελέσματά τους να είναι πανομοιότυπα. Το πλεονέκτημα του αλγορίθμου **CVA** είναι η ικανότητά του να εκτιμά ιδιοσυχνότητες με μεγαλύτερη διαφορά όσον αφορά το ενεργειακό επίπεδο. Αυτό προκύπτει

από το γεγονός ότι ο **CVA** προχωρά στον υπολογισμό των σημαντικών κατευθύνσεων των χώρων γραμμή και όχι του μήκους των διανυσμάτων γραμμή. Από την άλλη μεριά ο αλγόριθμος αυτός απαιτεί μεγαλύτερη διάσταση κατάστασης χώρου, έτσι ώστε να μπορεί να προχωρήσει στον διαχωρισμό ελαφρώς διεγερμένες ιδιοσυχνότητες που βρίσκονται κοντά σε άλλες, καλά διεγερμένες.

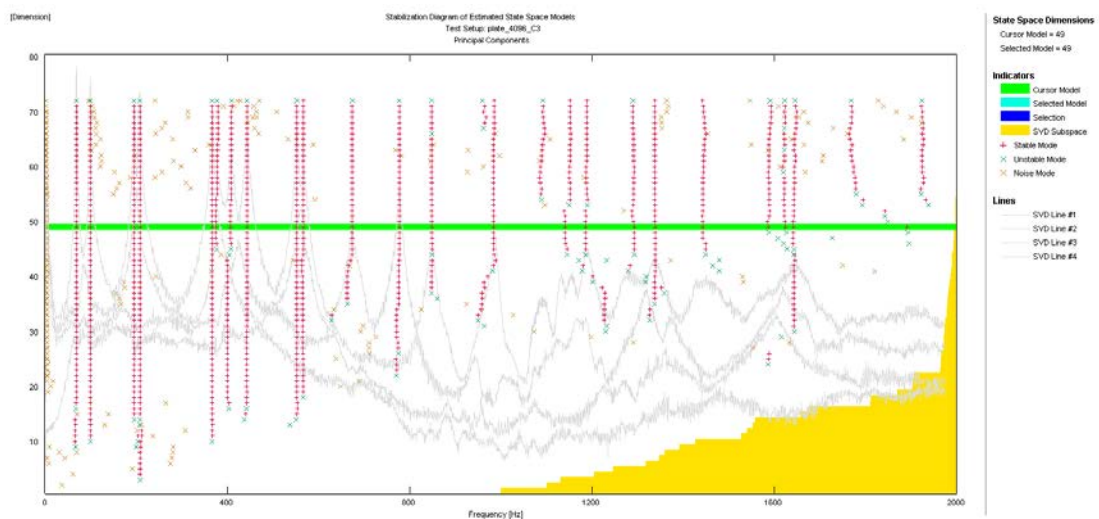
2.2.7 Το διάνυσμα κατάστασης χώρου και το διάγραμμα σταθεροποίησης

Έχοντας εφαρμοστεί η τεχνική **SVD**, ο πίνακας εκτεταμένης παρατηρητικότητας (**extended observability matrix**) και η αλληλουχία κατάστασης **Kalman** (**Kalman state sequence**) είναι πλέον γνωστά:

$$W_1 \Gamma_i \cdot \hat{X}_i W_2 = U_1 S_1^{\frac{1}{2}} T \cdot T^{-1} S_1^{\frac{1}{2}} V_1^T \quad (2.62\alpha)$$

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{\frac{1}{2}} T \quad (2.62\beta)$$

$$\hat{X}_i = T^{-1} S_1^{\frac{1}{2}} V_1^T W_2^{-1} \quad (2.62\gamma)$$



Σχήμα 2.8: Παράδειγμα διαγράμματος σταθεροποίησης (**stabilization diagram**)

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην παράγραφο **2.2.1**, η επιλογή των πινάκων του συστήματος (**system matrices**) και της κατάστασης του συστήματος (**system states**) δεν είναι μονοσήμαντη. Η βάση τους στον χώρο κατάστασης (**state space**) εξαρτάται από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιήθηκε. Ως αποτέλεσμα, ούτε οι πίνακες Γ_i και X_i είναι μοναδικοί. Αυτό αντανakλάται από την εισαγωγή του μη μοναδιαίου $n \times n$ πίνακα T στην **Εξίσωση 2.58**. Με χρήση διαφορετικών πινάκων βαρών, προκύπτει και διαφορετικός πίνακας εκτεταμένης παρατηρητικότητας, αφ'όσον παρουσιάζονται σε διαφορετική βάση για τον ίδιο χώρο κατάστασης. Ο πίνακας T αποτελεί τον μετασχηματισμό μέσω του οποίου θα αποκτούσαν την ίδια βάση για όλους τους αλγορίθμους.

Η επιλογή των μη μηδενικών **singular values** S_1 διαβεβαιώνει ότι, παρόλο που το μέγεθος $2i$ του πίνακα **block Hankel** επιλέχθηκε αυθαίρετα, η πραγματική διάσταση κατάστασης χώρου (**state space dimension**) n μπορεί πλέον να υπολογισθεί από τα μεγέθη

των Γ_i και X_i . Επομένως, η **SVD** προσαρμόζει τις διαστάσεις του πίνακα στον σχετικό υπόχωρο πάνω στον οποίο το σύστημα προβλήθηκε από το O_i .

Σε μία ιδανική περίπτωση, ο O_i θα είχε τάξη μεγέθους n και ο S_1 θα αποτελούνταν από **n singular values**, αντανakλώμενα την πραγματική διάσταση της κατάστασης χώρου. Όλα τα επόμενα **singular values** θα ήταν μηδενικά. Ωστόσο, εξαιτίας του θορύβου στις μετρήσεις και κάποιων μη γραμμικών φαινομένων, δεν υπάρχει συνήθως διαχωριζόμενη αποκοπή. Αυτός είναι ο λόγος που η επιλογή του πλήθους των **singular values** προς προσδιορισμό των Γ_i και X_i είναι κάπως αυθαίρετη. Στην περίπτωση που στον παραπάνω υπολογισμό λαμβάνονται υπόψη πολύ λίγα **singular values**, δεν θα μπορούν να αναγνωρισθούν όλες οι ιδιοσυχνότητες. Αντίθετα, εάν τα εμπλεκόμενο **singular values** είναι πάρα πολλά θα υπάρξει επιπλέον εισαγωγή θορύβου στις υπάρχουσες ιδιοσυχνότητες, με αρνητικά αποτέλεσμα όσον αφορά την εκτίμηση των κατασκευαστικών ιδιοσυχνοτήτων.

Για να υπερκεραστεί αυτή η οριοθέτηση, πολλαπλές εκτιμήσεις ιδιοσυχνοτήτων με αυξανόμενες διαστάσεις ιδιοσυχνοτήτων αποκτώνται. Οι εκτιμώμενες ιδιοσυχνότητες, τότε, εμφανίζονται σε ένα διάγραμμα σταθεροποίησης (**stabilization diagram**). Εφ' όσον τα χαρακτηριστικά της κατασκευής παραμένουν τα ίδια, οι κατασκευαστικές ιδιοσυχνότητες θα έπρεπε να παραμένουν σταθερές. Όποτε επιτυγχάνεται επαρκώς υψηλή τάξη, αλλά υπάρχουν υψηλά επίπεδα θορύβου, η εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων επηρεάζεται πάρα πολύ. Από την άλλη, ο θόρυβος εμφανίζει διαφορετική τάξη για κάθε συχνότητα, επόμενως, δεν είναι εφικτή η σταθεροποίηση σε συγκεκριμένη συχνότητα. Το **Σχήμα 2.8** παρουσιάζει ένα παράδειγμα διαγράμματος σταθεροποίησης. Η τάξη των εκτιμώμενων ιδιοσυχνοτήτων αυξάνεται από την βάση προς την κορυφή. Ενώ οι πρώτες ιδιοσυχνότητες αρχίζουν να σταθεροποιούνται για τάξη περί το **20**, οι περισσότερες ιδιοσυχνότητες εκτιμώνται επαρκώς αρχίζοντας από τάξη περί τα **50**. Σε υψηλότερες τάξεις περισσότερος και περισσότερος θόρυβος εμπλέκεται στον αλγόριθμο. Για τον λόγο αυτό, στο **Σχήμα 2.8** έχει επιλεγεί η τάξη **49**, καταδεικνυόμενη με μία πράσινη μπάρα. Οι οριζόντιες κίτρινες μπάρες στην δεξιά πλευρά του διαγράμματος υποδεικνύουν την τιμή του μικρότερου **singular value** στην αντίστοιχη τάξη. Εάν το μικρότερο **singular value** είναι σημαντικά διάφορο του μηδενός, τότε υπάρχουν και άλλες ιδιοσυχνότητες στα αριστερά, οι οποίες δεν είναι δυνατό να εκτιμηθούν εξαιτίας της χαμηλής τάξης. Στο υπόβαθρο του διαγράμματος, η **SVD** των φασματικών συχνοτήτων (**spectral densities**) σχεδιάζεται με τον ίδιο τρόπο που θα γινόταν και στην μέθοδο **FDD**. Αυτές οι φασματικές πυκνότητες δεν έχουν καμία σχέση με τον πραγματικό αλγόριθμο της **SSI**, απλώς η σχεδίασή τους είναι πολύ βολική για την κατάδειξη των εκτιμώμενων ιδιοσυχνοτήτων.

Εφ' όσον το μέγεθος του πίνακα **block Hankel** Y_h οδηγεί στον υπολογισμό του μεγέθους του O_i , η μέγιστη τάξη στο διάγραμμα σταθεροποίησης οριοθετείται από την επιλογή των διαστάσεων του Y_h . Για παράδειγμα, εάν ο πίνακας **block Hankel** έχει διάσταση γραμμής **$2i = 80$** , τότε η μέγιστη τάξη του διαγράμματος σταθεροποίησης θα είναι **40** και το μέγιστο πλήθος ιδιοσυχνοτήτων που μπορούν να εκτιμηθούν είναι **20**.

2.2.8 Ιδιοανυσματικές παράμετροι από τους πίνακες συστήματος

Οι πίνακες συστήματος (**system matrices**) μπορούν πλέον να εκτιμηθούν, π.χ. μέσω της χρήσης γραμμικής παλινδρόμησης, όπως προτάθηκε στην **Εξίσωση 2.24** και οι ιδιοανυσματικές παράμετροι (**modal parameters**) βρίσκονται με ανάλυση ιδιοτιμών:

$$\mathbf{A}_d = \Psi \begin{bmatrix} \mu_1 & & & \\ & \mu_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mu_n \end{bmatrix} \Psi^{-1} \quad (2.63)$$

$$\lambda_k = \frac{\ln \mu_k}{T} \quad (2.64)$$

$$\omega_k = |\lambda_k| \quad (2.65)$$

$$\zeta_k = \frac{\text{Re}(\lambda_k)}{|\lambda_k|} \quad (2.66)$$

$$\Phi = \mathbf{C}\Psi \quad (2.67)$$

όπου:

μ_k διακριτές ιδιοτιμές

Ψ πίνακας ιδιοανυσμάτων διακριτού χρόνου

T απόσταση δειγματοληψίας

λ_k ιδιοτιμές συνεχούς χρόνου

ω_k φυσική γωνιακή συχνότητα

ζ_k λόγοι απόσβεσης

$\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]$ πίνακας ιδιοανυσμάτων συνεχούς χρόνου

Οι μιγαδικές ιδιοτιμές εμφανίζονται σαν ζεύγη μιγαδικών και, επομένως, αναγνωρίζονται $n/2$ κατασκευαστικές ιδιοσυχνότητες. Οι ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{A}_d$ δεν εξαρτώνται από την βάση του χώρου κατάστασης στον οποίο ο πίνακας συστήματος και οι καταστάσεις **Kalman** έχουν αποκτηθεί, επομένως θα έπρεπε να είναι προφανές ότι παρότι διαφορετικοί αλγόριθμοι αποφέρουν διαφορετικούς πίνακες συστήματος, οι εκτιμώμενες ιδιοανυσματικές παράμετροι είναι, εν τέλει, ίδιες μεταξύ τους. Εξάλλου, αυτές οι παράμετροι είναι χαρακτηριστικά του συστήματος και όχι της χρησιμοποιηθείσας μεθόδου.

2.3 Ανίχνευση αρμονικών συνιστωσών

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι αλγόριθμοι που περιγράφηκαν στις προηγούμενες παραγράφους βασίζονται στην υπόθεση ότι οι δυνάμεις διέγερσης περιέχουν λευκό θόρυβο. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί αληθές σε πολλές φυσικές διεργασίες οι οποίες έχουν στοχαστικό χαρακτήρα. Ωστόσο, σε μηχανολογικές κατασκευές υπάρχουν περιστρεφόμενες και παλινδρομικές συσκευές όπως μηχανές, γεννήτριες, στρόβιλοι, ανεμιστήρες και άλλες. Αυτές οι συσκευές διεγείρουν την κατασκευή με αρμονικά φορτία και επηρεάζουν το φάσμα συχνοτήτων απόκρισης (**response frequency spectrum**) σημαντικά. Εμφανίζεται, λοιπόν, η ανάγκη ύπαρξης αλγορίθμων ικανών να ανιχνεύουν τις αρμονικές συνιστώσες και να εξαλείφουν την επιρροή τους. Η προσέγγιση που θα περιγραφεί στην παρούσα παράγραφο

«εργάζεται» στο πεδίο συχνοτήτων και ,επομένως, είναι εφαρμόσιμη στην μέθοδο **FDD** αλλά όχι και στην **SSI**. Προς το παρόν, δεν υπάρχει διαθέσιμη κάποια συγκεκριμένη λύση που θα οδηγούσε στην εξάλειψη της επιρροής των αρμονικών συνιστωσών κατά την διάρκεια της διαδικασίας εκτίμησης στην **SSI**.

Ένας τρόπος ανίχνευσης των αρμονικών συνιστωσών είναι μέσω του υπολογισμού της κύρτωσης (**kurtosis checking**), κάνοντας χρήση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (**probability density function - PDF**) **f(x)**. Στην στατιστική, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ορίζει την συνεισφορά μίας στοχαστικής μεταβλητής **x** επάνω στο πεδίο τιμών της. Η κύρτωση **γ** χρησιμοποιείται σαν δείκτης της «οξύτητας» της καμπύλης **PDF** του **x**.

Η μέση τιμή **μ** ενός πληθυσμού, γνωστή και ως αναμενόμενη τιμή (**expected value**) ορίζεται ως εξής:

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (2.68)$$

ενώ η διακύμανση **σ²** ορίζεται ως η δεύτερη επίκεντρη ροπή του **x**:

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (2.69)$$

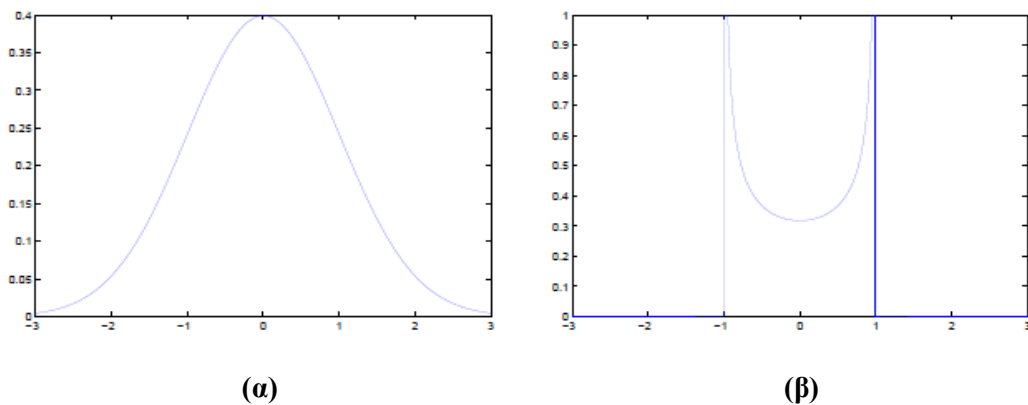
Η κύρτωση ορίζεται ως η τέταρτη επίκεντρη ροπή της στοχαστικής μεταβλητής **x**, κανονικοποιημένη ως προς την απόκλιση **σ**:

$$\gamma(x|\mu, \sigma) = \frac{E[(x - \mu)^4]}{\sigma^4} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^4 f(x) dx}{\sigma^4} \quad (2.70)$$

Οι κατασκευαστικές ιδιοσυχνότητες, ως απόκριση σε στοχαστική διέγερση, έχουν μία συνάρτηση **PDF** της οποίας η κατανομή είναι Γκαουσιανή. Οι αρμονικές διεγέρσεις, από την άλλη, παράγουν μία ντετερμινιστική ημιτονοειδή απόκριση στις συχνότητες διέγερσής τους κατά την διάρκεια των μετρήσεων. Η συνάρτηση **PDF** μίας τέτοιας ημιτονοειδούς συνάρτησης, που απεικονίζεται στο **Σχήμα 2.9β**, εμφανίζει μεγάλη «οξύτητα», δηλαδή είναι αρκετά «μυτερή». Η κύρτωση στην περίπτωση αυτή προκύπτει ίση με **1,5**. Αντίθετα, η συνάρτηση **PDF** μίας στοχαστικής διέγερσης ακολουθεί την κατανομή του **Σχήματος 2.9α** (πιο πεπλατυσμένη) και έχει τιμή κύρτωσης **γ = 3**.

Για να υπολογισθεί η κύρτωση εφαρμόζεται γύρω από κάθε γραμμή συχνότητας ένα φίλτρο με στενή ζώνη διέλευσης συχνοτήτων (**band-pass filter**) και υπολογίζεται η συνάρτηση **PDF** των μετρούμενων επιταχύνσεων σε αυτή την συχνότητα. Υπολογίζεται η τιμή της κύρτωσης για κάθε εκτιμώμενη **PDF** και συγκρίνεται με ένα όριο (**threshold**) που επιβάλλεται από τον ίδιο τον χρήστη. Όλες οι γραμμές συχνότητας κάτω από αυτό το όριο χαρακτηρίζονται ως αρμονικές. Επακόλουθα, οι κορυφές των **singular values** στις συχνότητες αυτές αφαιρούνται με χρήση γραμμικής παρεμβολής. Η μέθοδος παρουσιάστηκε με σκοπό να αποτελέσει έναν ισχυρό αλγόριθμο για αυτοματοποιημένη ανίχνευση. Ακόμη, ο αναλυτής θα πρέπει να ελέγξει τα δεδομένα από μόνος του και να χρησιμοποιήσει την εμπειρία του ώστε να μπορέσει να διαχωρίσει τις ιδιοσυχνότητες από τις αρμονικές συνιστώσες:

- Μία στενή κορυφή που εμφανίζεται σε περισσότερα του ενός **singular values** υποδεικνύει την ύπαρξη αρμονικής διέγερσης. Αντίθετα, μία κορυφή που οφείλεται σε κατασκευαστική ιδιοσυχνότητα εμφανίζεται μόνον σε ένα **singular value**.
- Όταν επιχειρείται η αναπαράσταση της ιδιομορφής μίας ιδιοσυχνότητας με χρήση **animation**, αυτή θα πρέπει να αναπαρασταθεί σαν «κανονική» ιδιοσυχνότητα. Σε μία «κανονική» ιδιοσυχνότητα όλα τα μέρη της κατασκευής έχουν μία σύμφωνη γωνία φάσης, έτσι ώστε το διάνυσμα ιδιομορφής να μπορεί να εκφραστεί χωρίς φανταστικές συνιστώσες. Το **animation** της ιδιομορφής πραγματοποιείται με γραμμές σταθερών δεσμών. Από την άλλη μεριά, όταν επιλέγεται μία κορυφή στο διάγραμμα συχνότητων που οφείλεται σε αρμονική διέγερση αντί για κατασκευαστική ιδιοσυχνότητα, τότε είναι πιθανό ότι περισσότερες από μία ιδιοσυχνότητες συμμετέχουν στην συχνότητα αυτή. Αυτό έχει ως συνέπεια την εμφάνιση φανταστικών συνιστωσών ή διαφορετικών γωνιών φάσης των καναλιών. Μία τέτοια μιγαδική ιδιοσυχνότητα εμφανίζει γραμμές μη σταθερών δεσμών κατά την αναπαράστασή της.
- Πολύ χαμηλοί λόγοι απόσβεσης μπορεί να οφείλονται στην ύπαρξη αρμονικών συνιστωσών, οι οποίες «τροφοδοτούν» συνεχώς την κατασκευή με ενέργεια.

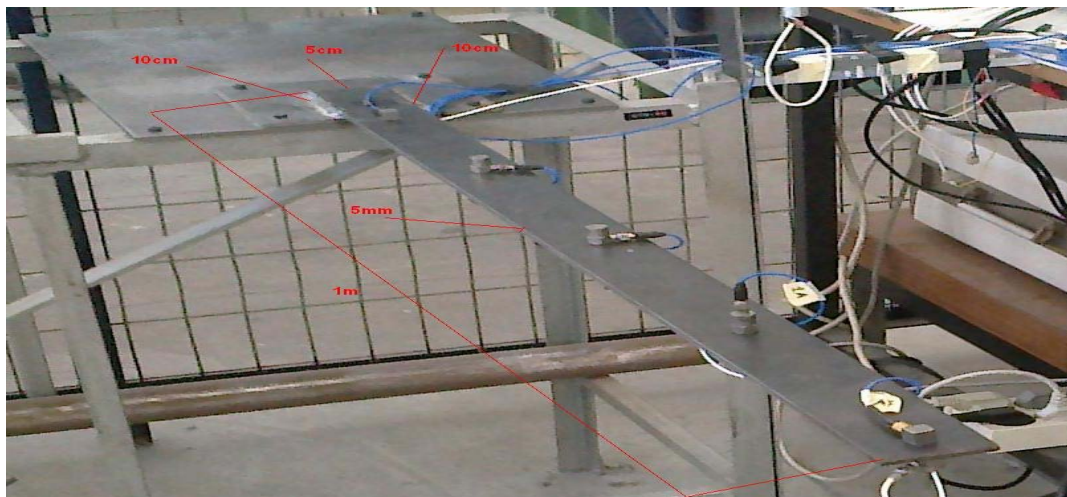


Σχήμα 2.9: Διαφορές στις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (**PDF**) για την περίπτωση στοχαστικής (**α**) και αρμονικής (**β**) διέγερσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Πειραματικές εφαρμογές

3.1 Πειραματική διάταξη Α - ράβδος



Σχήμα 3.1: Πειραματική διάταξη της ράβδου

Αντικείμενο μελέτης στην συγκεκριμένη εφαρμογή αποτέλεσε ράβδος μήκους **1 m**, πλάτους **5cm** και πάχους **5mm**, κατασκευασμένη από κοινό χάλυβα. Κοινός χάλυβας ήταν και το υλικό της βάσης της. Η εν λόγω ράβδος συγκολλήθηκε στο ένα άκρο της έτσι ώστε να μπορεί να συμπεριφερθεί ως πακτωμένο σώμα. Κατά την συγκόλληση πραγματοποιήθηκαν ραφές τόσο κατά μήκος του πλάτους της δοκού όσο στις μεγάλες διαστάσεις της για μήκος **10 cm**. Καλύτερη εποπτεία της διάταξης και των διαστάσεων της κατασκευής μπορεί να γίνει μέσω του **Σχήματος 3.1**.

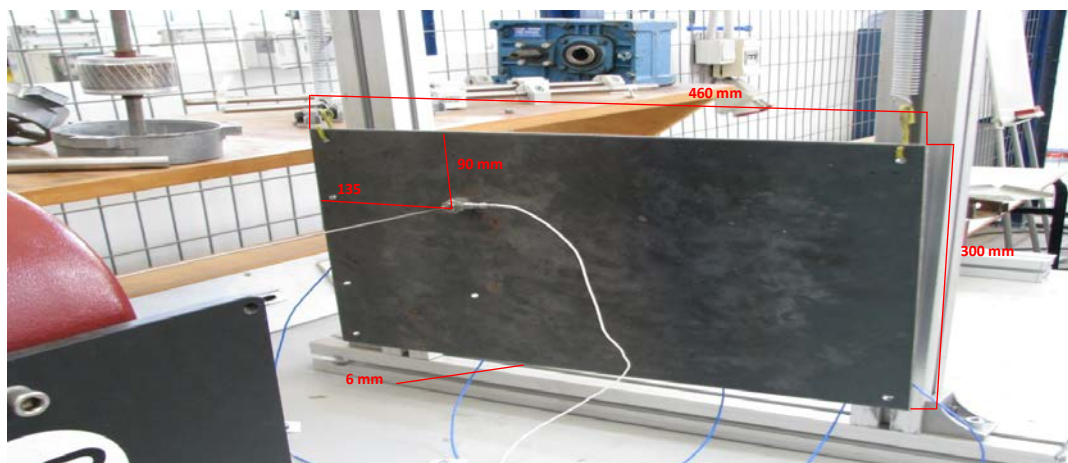
Αξίζει να σημειωθεί ότι επιλογή της παραπάνω ράβδου προς διερεύνησή των ιδιοανυσματικών χαρακτηριστικών της εμφανίζει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Εμφανίζει απλές ιδιομορφές, δηλαδή ιδιομορφές που έχουν απλά σχήματα και που ακολουθούν συγκεκριμένα μοτίβα. Αιτία για το γεγονός αυτό είναι το μικρό πάχος της δοκού, αλλά και η γενικότερη γεωμετρία της.
- Το μεγάλο μήκος της δοκού εξυπηρετεί στην ευκολότερη και ευκρινέστερη ταλάντωση της.
- Οι δυναμικές ιδιότητες της κατασκευής δεν επηρεάζονται ούτε από εξωτερικούς παράγοντες (π.χ. το βάρος των αισθητήριων), ούτε από ατέλειες της (π.χ. οπές, ατέλειες στην επιφάνεια ή την κρυσταλλοδομή κτλ) λόγω του σχετικά μεγάλου βάρους της ράβδου.
- Ο χάλυβας είναι μέταλλο με ελαστική συμπεριφορά, γεγονός που το καθιστά ιδανικό για εφαρμογή ιδιοανυσματικής ανάλυσης.
- Η κατασκευή του **Σχήματος 3.1** αποτελεί μια σχετικά φθηνή κατασκευή. Συγκριτικά, αναφέρεται ότι μια αντίστοιχη κατασκευή από αλουμίνιο θα κόστιζε πολύ περισσότερο, με την διαφορά, όμως, ότι εξαιτίας του μικρότερου συντελεστή απόσβεσης του αλουμινίου η εφαρμογή θα οδηγούσε σε καλύτερα αποτελέσματα.

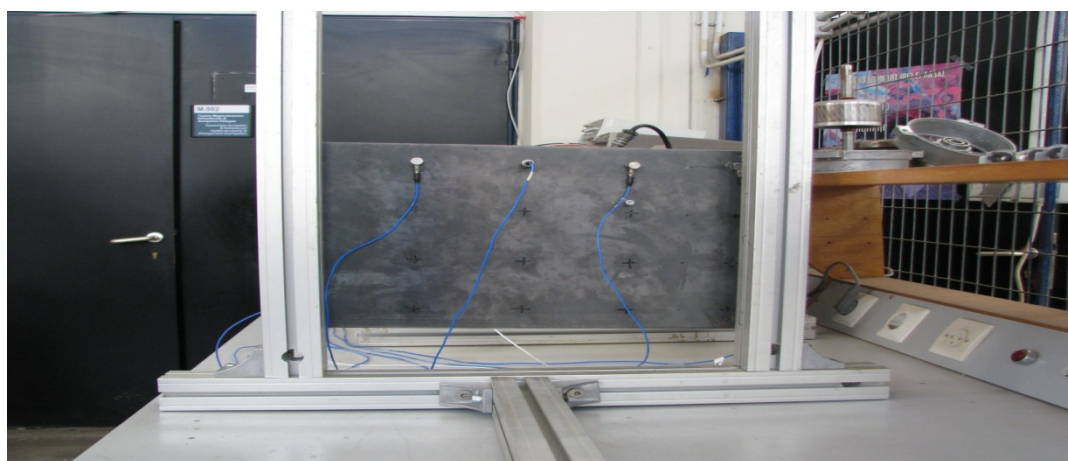
- Είναι σύνηθες οι ράβδοι που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές να είναι πακτωμένες. Αντίθετα, οι δοκοί που μελετώνται ως ελεύθερα σώματα έχουν περισσότερο ερευνητικό ενδιαφέρον.

3.2 Πειραματική διάταξη Β - πλάκα

Όσον αφορά την δεύτερη εφαρμογή που πραγματοποιήθηκε, αποφασίστηκε να μελετηθεί ως προς τα ιδιοανυσματικά της χαρακτηριστικά πλάκα διαστάσεων **460 mm x 300 mm** και πάχους **6 mm**. Το υλικό της πλάκας είναι κοινός χάλυβας, ενώ η στήριξή της έγινε εφικτή με χρήση ελατηρίων στερεωμένων από ορθοστάτες έτσι ώστε να μπορεί να συμπεριφερθεί ως ελεύθερο σώμα. Για την διέγερση της πλάκας χρησιμοποιήθηκε διεγέρτης, ενώ το σήμα διέγερσης μεταφέρθηκε στην πλάκα μέσω άξονα, του οποίου το άκρο που πακτώθηκε στην πλάκα κατέληγε σε ένα αισθητήριο δύναμης. Η πάκτωση του άξονα στην πλάκα έγινε με χρήση κοχλίας. Καλύτερη εποπτεία της διάταξης και των διαστάσεων της πλάκας μπορεί να γίνει μέσω του **Σχήματος 3.2**, ενώ στο **Σχήμα 3.3** γίνεται εφικτή η απεικόνιση των σταθερών σημείων μετρήσεως επί της πλάκας των πέντε αισθητηρίων που χρησιμοποιήθηκαν. Όπως γίνεται εύκολα κατανοητό, λόγω του περιορισμένου πλήθους διαθέσιμων επιταχυνσιομέτρων, κάθε «πακέτο» δεδομένων μετρήσεως ολοκληρώνονταν μετά από πραγματοποίηση μετρήσεων με τοποθέτηση των αισθητηρίων σε κάθε σειρά της πλάκας και με την ίδια διέγερση.



Σχήμα 3.2: Πειραματική διάταξη της πλάκας



Σχήμα 3.3: Σταθερά σημεία μετρήσεως επί της μελετώμενης πλάκας

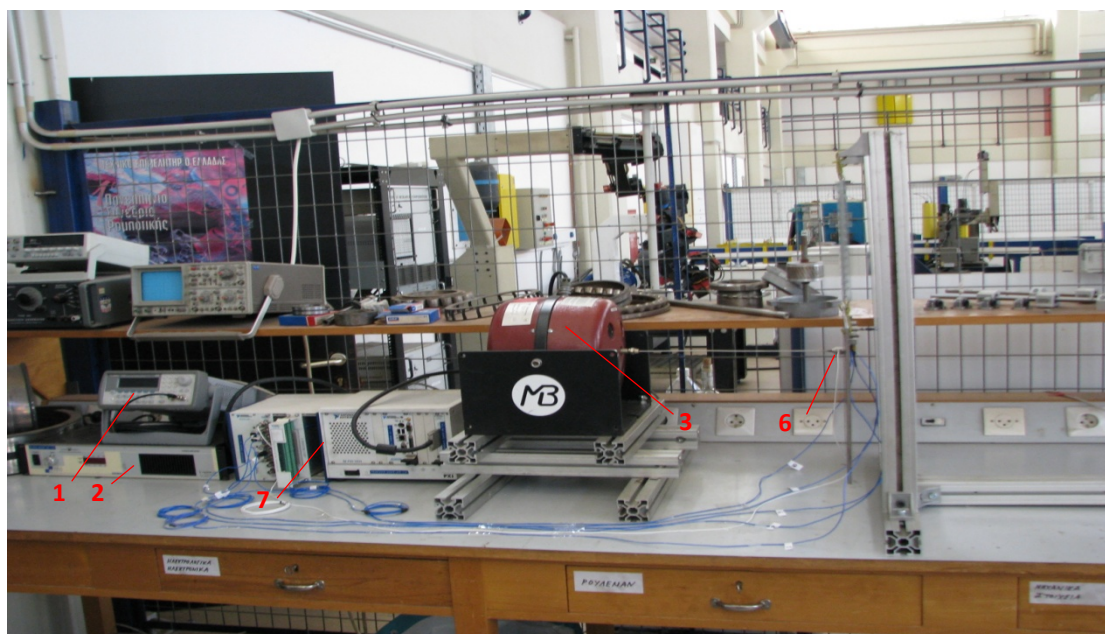
3.3 Εξοπλισμός και αισθητήρια

Ο εξοπλισμός που χρησιμοποιήθηκε είναι ο ίδιος και για τις δύο πειραματικές διατάξεις - ράβδος και πλάκα - όπως και τα χρησιμοποιηθέντα αισθητήρια. Στα **Σχήματα 3.4α, 3.4β** και **3.5** σε συνδυασμό με τον **Πίνακα 3.1** επιχειρείται η περιγραφή του εξοπλισμού αυτού, ενώ στους **Πίνακες 3.2** και **3.3** πραγματοποιείται η αναλυτική περιγραφή των τεχνικών χαρακτηριστικών των αισθητηρίων.

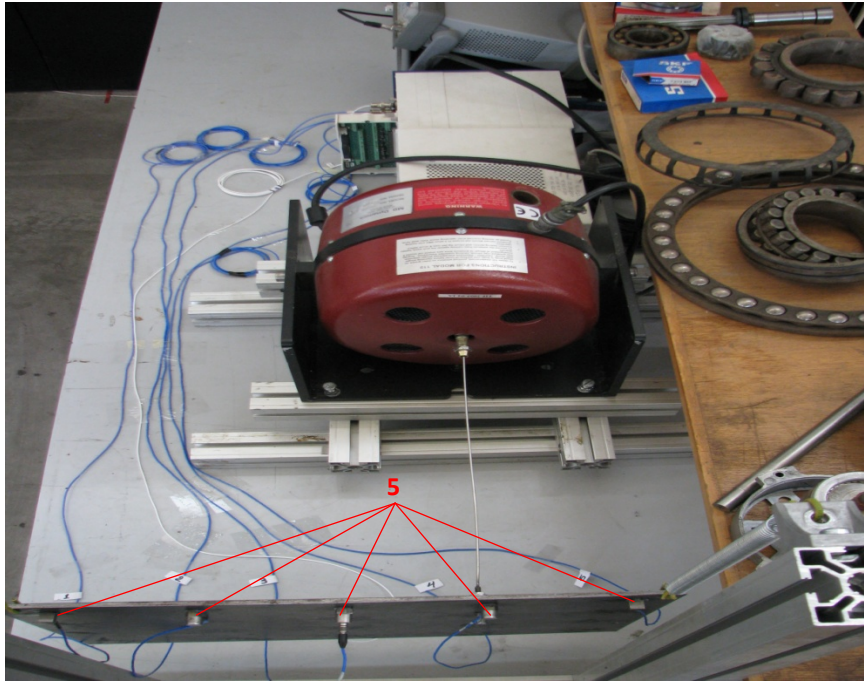
Παρά το γεγονός ότι τα αισθητήρια που χρησιμοποιήθηκαν είναι κοινά και στις δύο πειραματικές διατάξεις, η παρουσίαση των χαρακτηριστικών τους γίνεται δύο φορές προκειμένου να γίνει κατανοητή η σειρά με την οποία αποφασίστηκε να διαταχθούν τα επιταχυνσιόμετρα στις δύο εφαρμογές. Στην περίπτωση της ράβδου η σειρά με την οποία τοποθετήθηκαν τα επιταχυνσιόμετρα είναι από το ελεύθερο άκρο της προς την πάκτωση, ενώ στην πλάκα η αρίθμηση των αισθητηρίων βαίνει αύξουσα από αριστερά προς τα δεξιά σύμφωνα με το **Σχήμα 3.3**. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονισθεί ότι τα αισθητήρια που χρησιμοποιήθηκαν είναι μονοαξονικά, δηλαδή μετρούν την επιτάχυνση σε μία μόνο κατεύθυνση, αυτή της κίνησης του διεγέρτη.

α/α	Εξοπλισμός
1	Γεννήτρια σήματος: LXI Agilent 33210A
2	Ενισχυτής σήματος: Modal Shop 2050E5
3	Διεγέρτης: MB Modal 110
4	Αυτοσχέδιο προστατευτικό κάλυμμα
5	Πέντε αισθητήρια επιτάχυνσης PCB
6	Ένα αισθητήριο δύναμης PCB
7	Μετρητικό σύστημα με PXI
8	Netbook Toshiba

Πίνακας 3.1: Λίστα εξοπλισμού



Σχήμα 3.4α: Εξοπλισμός πειραματικής διάταξης πλάκας



Σχήμα 3.4β: Εξοπλισμός πειραματικής διάταξης πλάκας



Σχήμα 3.5: Εξοπλισμός πειραματικής διάταξης ράβδου

Ονομασία	Τύπος	Ευαισθησία	BIAS level	Εύρος μέτρησης
Αισθητήριο δύναμης	208C01	100,1 mV/N	8,51 VDC	0,04448 kN
Επιταχυνσιόμετρο 1	333B30	100,4 mV/g	11,5 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 2	352C34	99,4 mV/g	11,7 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 3	352C33	100,5 mV/g	11,4 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 4	352C33	100,4 mV/g	11,3 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 5	333B30	100,4 mV/g	11,4 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$

Πίνακας 3.2: Τεχνικά χαρακτηριστικά αισθητηρίων - διάταξη ράβδου

Ονομασία	Τύπος	Ευαισθησία	BIAS level	Εύρος μέτρησης
Αισθητήριο δύναμης	208C01	100,1 mV/N	8,51 VDC	0,04448 kN
Επιταχυνσιόμετρο 1	333B30	100,4 mV/g	11,4 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 2	352C33	100,5 mV/g	11,4 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 3	352C34	99,4 mV/g	11,7 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 4	352C33	100,4 mV/g	11,3 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$
Επιταχυνσιόμετρο 5	333B30	100,4 mV/g	11,5 VDC	$\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{ pk}$

Πίνακας 3.3: Τεχνικά χαρακτηριστικά αισθητηρίων - διάταξη πλάκας

Πριν ολοκληρωθεί η παρούσα παράγραφος είναι σκόπιμο να γίνει αναλυτικότερη περιγραφή των δυνατοτήτων παραγωγής σήματος της γεννήτριας που χρησιμοποιήθηκε κατά την διάρκεια των εφαρμογών που περιγράφηκαν στις παραγράφους 3.1 και 3.2. Η αιτία που οδήγησε στην απόφαση αυτή είναι η διαπίστωση ότι η λήψη ικανοποιητικών μετρήσεων σε μια πειραματική διαδικασία είναι άμεσα συνυφασμένη με το σήμα διέγερσης της εκάστοτε πειραματικής διάταξης.

Ακολουθεί η παρουσίαση των δυνατοτήτων παραγωγής σήματος της χρησιμοποιηθείσας γεννήτριας καθώς και η σχηματική απεικόνισή της (**Σχήμα 3.6**):

- **sine**: συνεχές ημιτονοειδές σήμα συγκεκριμένης συχνότητας
- **burst**: κρουστικό σήμα γύρω από κάποια ορισμένη συχνότητα
- **noise**: συνεχής διέγερση θορύβου
- **sweep**: συνεχής διέγερση σε συχνότητα που μεταβάλλεται μεταξύ δύο τιμών (ξεκινά από την μία, φθάνει στην δεύτερη και επιστρέφει πίσω)
- **mod**: συνεχές διαμορφωμένο σήμα



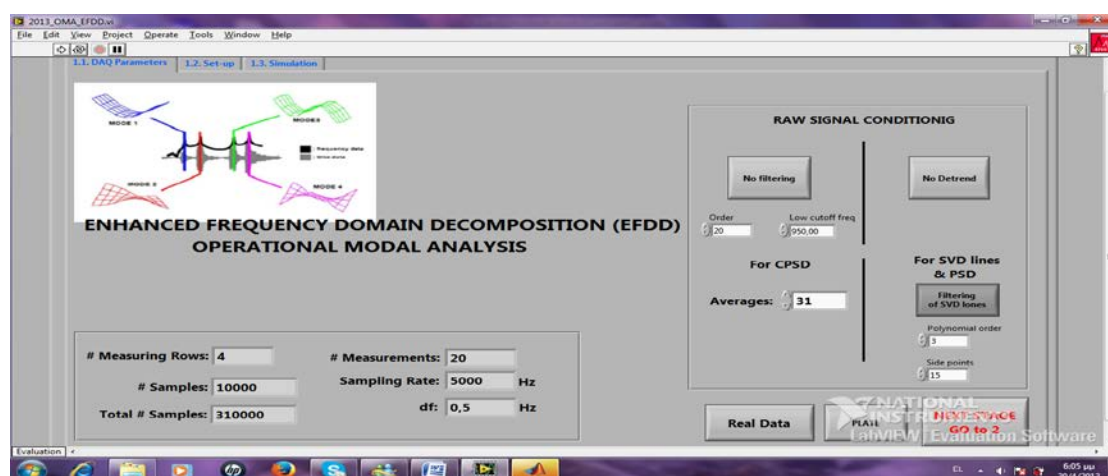
Σχήμα 3.6: Τύπος χρησιμοποιηθείσας γεννήτριας και επιλογές σήματος διέγερσης

3.4 Λογισμικό καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων

Η επεξεργασία των δεδομένων που προέκυψαν από την πειραματική διαδικασία πραγματοποιήθηκε με την χρήση των μεθόδων **EFDD** και **SSI** (βλέπε κεφάλαιο 2), τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται σε επόμενη παράγραφο (3.6). Στην παρούσα παράγραφο θα γίνει μια αναλυτική περιγραφή του περιβάλλοντος εργασίας του λογισμικού επεξεργασίας δεδομένων παρουσιάζοντας ταυτόχρονα τις καρτέλες (**tabs**) που αναφέρονται σε κάθε στάδιο της επεξεργασίας που πραγματοποιήθηκε. Η παρουσίασή θα χωριστεί σε δύο διακριτά μέρη, καθώς στόχος είναι η περιγραφή της διαδικασίας της επεξεργασίας τόσο για την μέθοδο **EFDD** όσο και για την **SSI**. Να σημειωθεί ότι το λογισμικό καταγραφής δεδομένων είναι το ίδιο με αυτό που χρησιμοποιήθηκε για την επεξεργασία τους.

α) Μέθοδος EFDD

Βήμα 1^ο: Η επεξεργασία στην μέθοδο **EFDD** ξεκινά με την επιλογή των κατάλληλων τιμών των μεγεθών της καρτέλας του **Σχήματος 3.7**. Στην καρτέλα αυτή επιλέγεται η συχνότητα δειγματοληψίας (**Sampling Rate**) και το πλήθος μετρήσεων (**# Samples**), μέσω των οποίων προκύπτει το συνολικό πλήθος μετρήσεων (**Total # Samples**) και η ποσότητα **df**. Η επιλογές **# Measuring Rows** και **# Measurements** λαμβάνουν τις τιμές **4** και **20**, αντίστοιχα, για την περίπτωση της πλάκας και τις τιμές **1** και **5** για την περίπτωση της ράβδου, αφού αντιπροσωπεύουν τις σειρές των αισθητηρίων επιταχύνσεως και το πλήθος των σταθερών σημείων μετρήσεως. Ακολουθώς επιλέγεται η ενεργοποίηση ή όχι βαθυπερατού φίλτρου (**Filtering/No Filtering**) με παράμετρο **Order** για την περίπτωση που είναι επιθυμητή η αποκοπή του σήματος πέρα από κάποια συχνότητα που καθορίζεται από την επιλογή **Low cutoff freq.** Οι επιλογές **Averages** και **Filtering/No Filtering of SVD lines** έχουν να κάνουν με την ελάττωση του θορύβου στο ληφθέν σήμα, αφού η μεν πρώτη οδηγεί στον υπολογισμό του μέσου όρου των φασμάτων των σημάτων που αναφέρονται σε συγκεκριμένο επιταχυνσιόμετρο και επομένως σε σταθερό σημείο μετρήσεως, ενώ η δεύτερη οδηγεί στην ενεργοποίηση φίλτρου **Savitzky** με χαρακτηριστικά **polynomial order** και **side points**. Τέλος, μέσω της επιλογής **PLATE/BEAM** καθορίζεται αν η επεξεργασία που θα λάβει χώρα αναφέρεται στην περίπτωση της πλάκας ή της ράβδου. Να αναφερθεί ότι το λογισμικό παρέχει και την παράμετρο **Detrend/No Detrend**, η οποία ήταν συνεχώς στην επιλογή **No Detrend**.

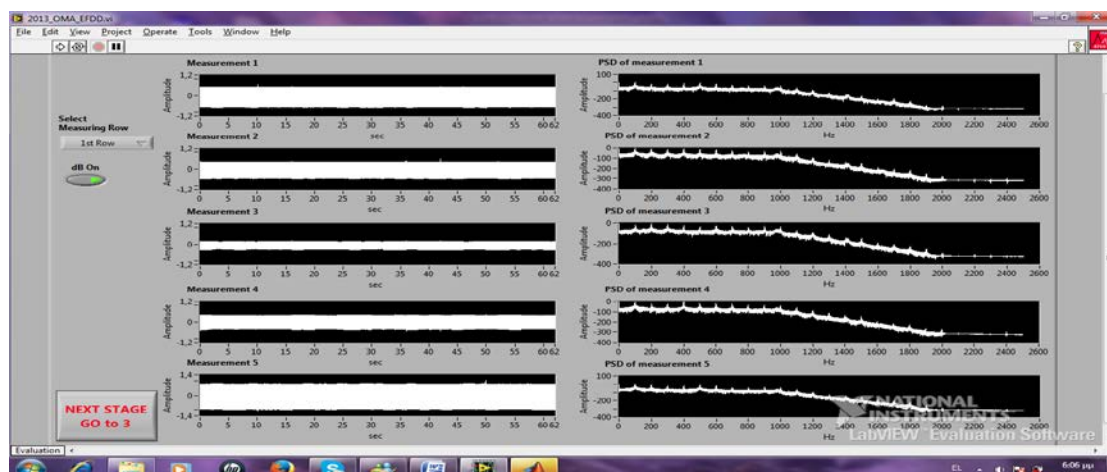


Σχήμα 3.7: Επιλογή παραμέτρων για επεξεργασία με την μέθοδο **EFDD**

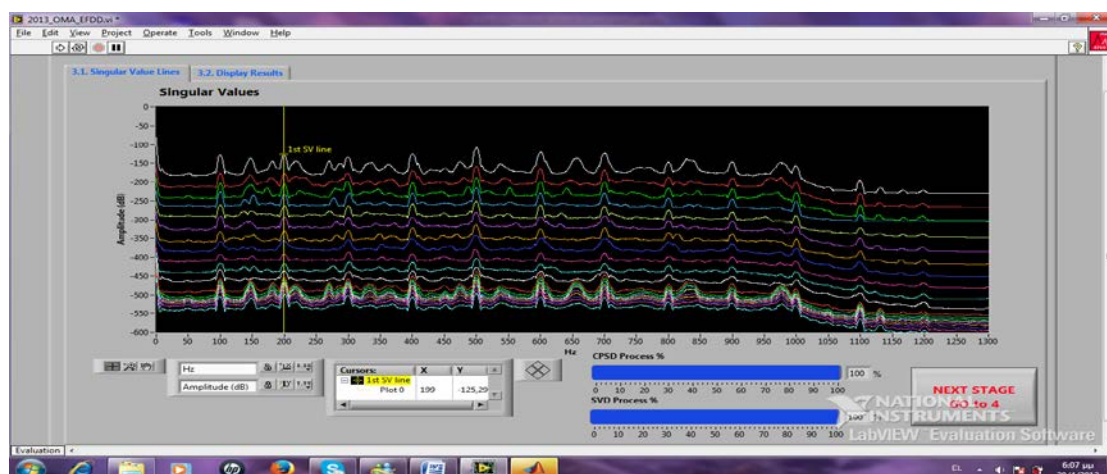
Βήμα 2^ο: Στο στάδιο αυτό γίνεται εφικτή η μελέτη των χρονικών αποκρίσεων (**Measurement**) και των φασμάτων **PSD (PSD of measurement)** των αισθητηρίων. Η παρουσίασή τους γίνεται ανά πεντάδες, όσα δηλαδή και τα σημεία μετρήσεως ανά σειρά μετρήσεων. Προφανώς η επιλογή **Select Measuring Row**, μέσω της οποίας επιλέγεται σειρά μετρήσεων διαφορετική της πρώτης, έχει νόημα μόνο στην περίπτωση της πλάκας (**Σχήμα 3.8**).

Βήμα 3^ο: Το στάδιο αυτό παρέχει την δυνατότητα εποπτείας των καμπυλών που προκύπτουν από τις τιμές των **Singular Values** και μιας πρώτης εκτίμησης των συχνοτήτων στις οποίες είναι πιθανή η εύρεση ιδιοσυχνοτήτων ή αρμονικών συνιστωσών. Η ύπαρξη κέρσορα κάνει εφικτή την ακριβή γνώση των συντεταγμένων κάθε σημείου επί των καμπυλών αυτών. Τέλος, παρέχεται η δυνατότητα μεγέθυνσης ή σμίκρυνσης τόσο στον άξονα των συχνοτήτων όσο και στον άξονα του πλάτους (**Σχήμα 3.9**).

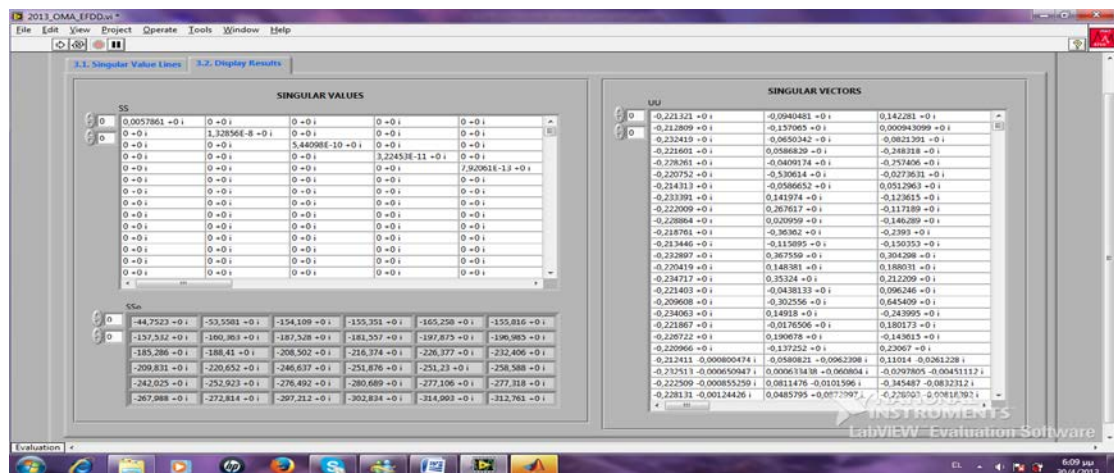
Βήμα 4^ο: Στο βήμα αυτό εμφανίζονται οι πίνακες των **Singular Values** και **Singular Vectors**, από τους οποίους προήλθαν οι καμπύλες του **Σχήματος 3.9** (βλέπε κεφάλαιο 2). Στο στάδιο αυτό δεν είναι δυνατή οποιαδήποτε παρέμβαση παρά μόνο η εποπτεία των παραπάνω πινάκων. Παράδειγμα τέτοιων πινάκων παρουσιάζεται στο **Σχήμα 3.10**.



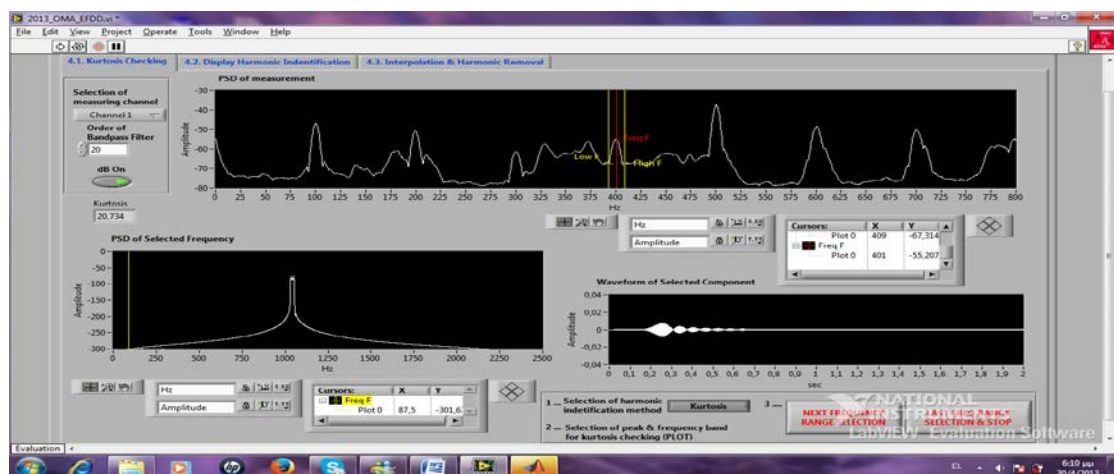
Σχήμα 3.8: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα **PSD** των αισθητηρίων



Σχήμα 3.9: Καμπύλες των **Singular Values**



Σχήμα 3.10: Πίνακες των Singular Values και Singular Vectors



Σχήμα 3.11: Έλεγχος κύρτωσης κορυφών

Βήμα 5^ο: Το στάδιο αυτό απεικονίζεται στο **Σχήμα 3.11**, το οποίο περιγράφει την διαδικασία υπολογισμού της κύρτωσης των κορυφών της καμπύλης του σημαντικότερου **Singular Value** (πρώτο **Singular Value** - πρώτη καμπύλη). Η διαδικασία δεν είναι αυτοματοποιημένη και απαιτείται από τον χειριστή η επιλογή των κορυφών που είναι επιθυμητό να ελεγχθούν ως προς την κύρτωσή τους με την βοήθεια τριών κερσόρων. Ο κόκκινος κέρσορας τοποθετείται στην κορυφή της εκάστοτε κορυφής, ενώ οι δύο κίτρινοι (**Low F - High F**) οριοθετούν την περιοχή ελέγχου επί της καμπύλης και γύρω από την κορυφή της. Η επιτυχία της διαδικασίας επιτυγχάνεται με την επιλογή αυτής της περιοχής ελέγχου έτσι ώστε η κύρτωση να λαμβάνει μια λογική τιμή (<7), ενώ ταυτόχρονα η παράμετρος **Order of Bandpass Filter** να έχει την μικρότερη δυνατή τιμή, το φάσμα της επιλεχθείσας συχνότητας (**PSD of Selected Frequency**) να είναι απαλλαγμένο από θόρυβο και η κυματομορφή της επιλεχθείσας συνιστώσας (**Waveform of Selected Component**) να εμφανίζεται κατά το δυνατόν σταθεροποιημένη και μετατοπισμένη προς το μηδέν της κλίμακας των **sec**. Μετά την πρώτη επιλογή εύρους συχνοτήτων και για κάθε επόμενη είναι αναγκαία η ενεργοποίηση της επιλογής **NEXT FREQUENCY RANGE SELECTION**, ενώ μετά το πέρας και της τελευταίας επανάληψης (τελευταία κορυφή) η διαδικασία προχωρά στο επόμενο στάδιο εάν επιλεγεί **LAST FREQ RANGE SELECTION & STOP**. Κορυφές των

Βήμα 6^ο: Το στάδιο αυτό είναι καθαρά εποπτικό και καταδεικνύει με την βοήθεια κίτρινων διακεκομμένων κάθετων γραμμών τις συχνότητες στις οποίες αναγνωρίζονται αρμονικές συνιστώσες επί της πρώτης καμπύλης των **Singular Values** (Σχήμα 3.12).

The screenshot shows the 2013 OMA EDD-v7 software interface. The main window is titled "2013 OMA EDD-v7" and contains several tabs: "File", "Edit", "View", "Project", "Operate", "Tools", "Window", and "Help". The "Operate" tab is active, showing the "Kurtosis Identification" and "Harmonic Removal" processes.

The "Kurtosis Identification" section includes a table of Kurtosis values for different frequency components:

Order	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Kurtosis	0	0.904	3.249	2.065E-4	0	7.713			
Order Vector	0	20	20	16	10	12			

The "Harmonic Removal" section includes a table of Harmonic values for different frequency components:

Order	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Harmonic	0	1.556	1.528	5.408	0	0.301	18.987		
Order Vector	0	44.50	44.50	92.50	137.50	179.00			

The "Kurtosis Estimation Process %" progress bar is at 100%. The "Harmonic Identification Process %" progress bar is at 100%.

The main plot shows "Amplitude" vs. "Hz". The x-axis ranges from 0 to 2500 Hz, and the y-axis ranges from -200 to -40. A vertical dashed line at 400 Hz is labeled "H1". The plot shows a complex waveform with multiple peaks and troughs.

The "Identified frequencies" section includes a table of identified frequencies:

Order	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Identified frequencies	0	50.50	50.50	107.00	145.00	185.50			

The "Median m of kurtosis of all frequencies" is 2.28. The "Range" is 0 to 10.5181. The "Kurtosis deviation" is 2.704, 2.704, 2.270, 0.282, 0.108. The "Identified frequencies" are 141, 182, 200, 210.5, 300.

The "Kurtosis Estimation Process %" progress bar is at 100%. The "Harmonic Identification Process %" progress bar is at 100%.

The main plot shows "Amplitude" vs. "Hz". The x-axis ranges from 0 to 2500 Hz, and the y-axis ranges from -200 to -40. A vertical dashed line at 400 Hz is labeled "H1". The plot shows a complex waveform with multiple peaks and troughs.

The "Identified frequencies" section includes a table of identified frequencies:

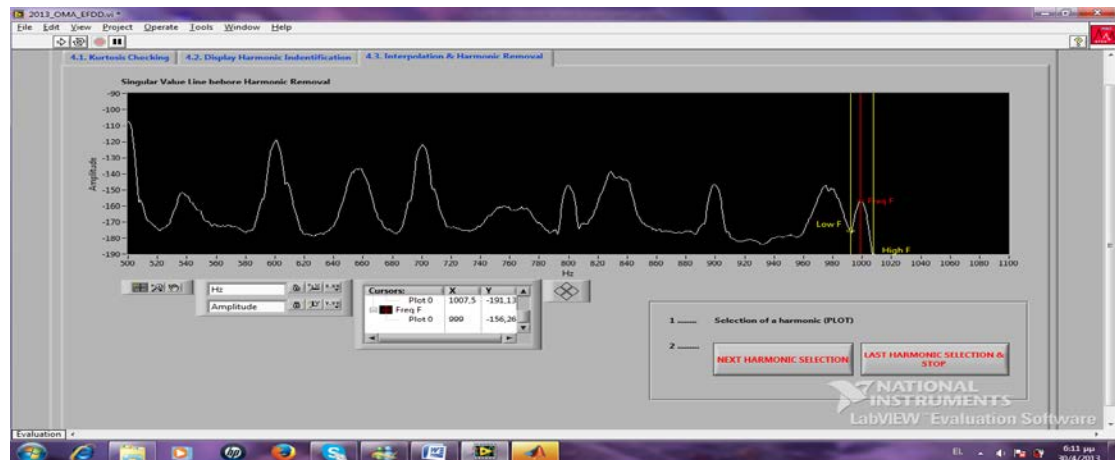
Order	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Identified frequencies	0	50.50	50.50	107.00	145.00	185.50			

The "Median m of kurtosis of all frequencies" is 2.28. The "Range" is 0 to 10.5181. The "Kurtosis deviation" is 2.704, 2.704, 2.270, 0.282, 0.108. The "Identified frequencies" are 141, 182, 200, 210.5, 300.

Βήμα 8^ο: Στο παρόν στάδιο εφαρμόζεται το κριτήριο **MAC** (βλέπε κεφάλαιο 2) για κάθε κορυφή της καμπύλης του πρώτου **Singular Value** η οποία πιστεύεται ότι αντιστοιχεί σε ιδιοσυχνότητα της μελετώμενης κατασκευής. Προφανώς, από το βήμα αυτό και μέχρι το τέλος της επεξεργασίας των δεδομένων του πειράματος, όποτε αναφέρεται η φράση «καμπύλη **Singular Value**» θα εννοείται η καμπύλη του πρώτου **Singular Value** που προέκυψε μετά την απαλοιφή των αρμονικών συνιστωσών. Στο πλαίσιο **MAC threshold** συμπληρώνεται το όριο του κριτηρίου **MAC**, ενώ η εφαρμογή του κριτηρίου πραγματοποιείται και πάλι με την βοήθεια κερσόρων. Η οριοθέτηση κάθε κορυφής που επιλέγεται είναι ενδεικτική, καθώς στην πραγματικότητα το όριο του κριτηρίου **MAC** καθορίζει το εύρος συχνοτήτων περί την κορυφή που επιλέγεται. Η εφαρμογή του κριτηρίου στην εκάστωτε κορυφή ολοκληρώνεται όταν πατηθεί το πλήκτρο **SPECTRAL BELL SELECTION** (βλέπε **Σχήμα 3.14**).

33

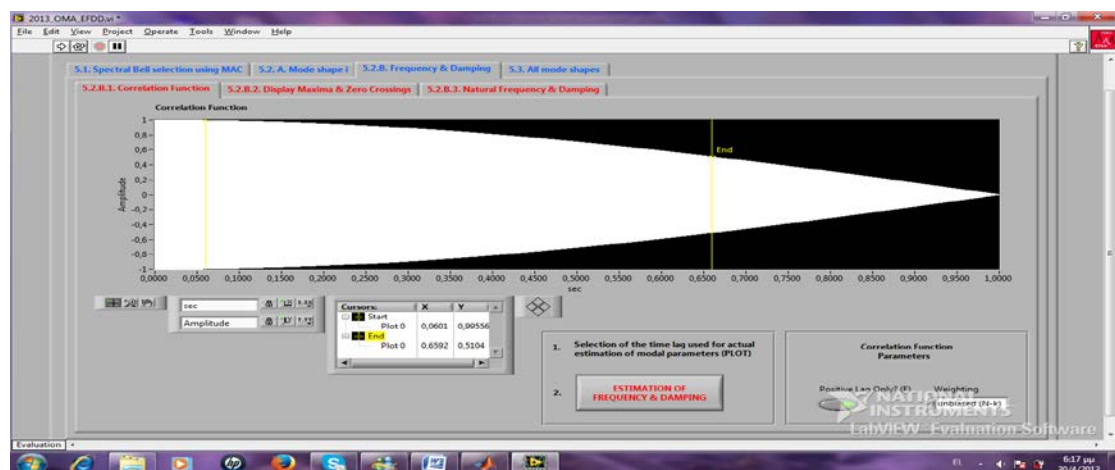
κάτω όριο, ενώ η διαδικασία ολοκληρώνεται με την πίεση του πλήκτρου **ESTIMATION OF FREQUENCY AND DAMPING**. Χωρίς να είναι δεδομένο, συνήθως επιλογή μεγαλύτερου χρονικού διαστήματος οδηγεί σε καλύτερη ακρίβεια όσον αφορά τις, τελικώς, ευρεθείσες ιδιοσυχνότητες και αποσβέσεις (βλέπε **11^ο Βήμα**).



Σχήμα 3.13: Απαλοιφή των αρμονικών συνιστωσών



Σχήμα 3.14: Εφαρμογή του κριτηρίου MAC σε κορυφές της καμπύλης του πρώτου Singular Value

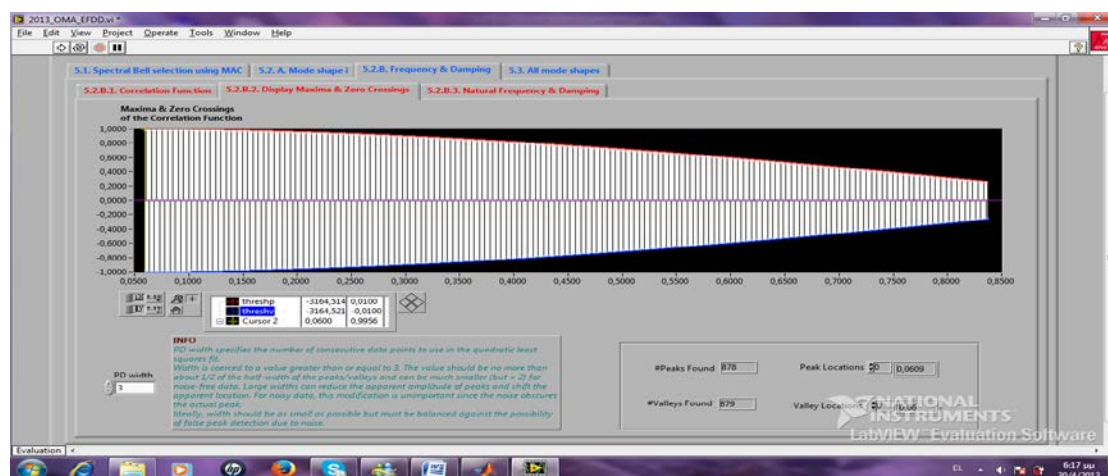


Σχήμα 3.15: Συνάρτηση συσχέτισης (Correlation Function) επιλεγθείσας κορυφής

Βήμα 10^ο: Υπολογισμός των μεγίστων (**Maxima**) και του πλήθους που η συνάρτηση συσχετίσης λαμβάνει την τιμή μηδέν στο χρονικό διάστημα που επιλέχθηκε στο **Βήμα 9 (Zero Crossings)**. Προφανώς, διαφορετικό χρονικό εύρος οδηγεί και σε διαφορετικές τιμές. Το παρόν στάδιο πραγματοποιείται αυτόματα και απεικονίζεται στο **Σχήμα 3.16**.

Βήμα 11^ο: Στο παρόν βήμα υπολογίζεται η ιδιοσυχνότητα και απόσβεση που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη κορυφή που επιλέχθηκε (βλέπε **Natural Frequency** και **Damping**, αντίστοιχα). Τα μεγέθη αυτά υπολογίζονται με την βοήθεια των διαγραμμάτων που απεικονίζονται στο **Σχήμα 3.17 (Zero Crossings - sec, Log Extrema - sec)** και αφού επιλεγεί η μέθοδος γραμμικής παρεμβολής που θα εφαρμοστεί (**Method of the linear fit of the data**). Σε περίπτωση που οι τιμές των αποτελεσμάτων δεν κριθούν ικανοποιητικές, το πρόγραμμα παρέχει την δυνατότητα να επανεξεταστεί η κορυφή στην οποία αναφέρονται πηγαίνοντας εκ νέου στο **Βήμα 9** και επιλέγοντας άλλο χρονικό διάστημα. Η δυνατότητα αυτή ενεργοποιείται με την επιλογή **Select new time duration to 5.2.B.1 Correlation function** και μπορεί να εφαρμοστεί όσες φορές είναι επιθυμητό.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι η διαδικασία που ακολουθείται μεταξύ των **Βημάτων 8** και **11** έχει επαναληπτικό χαρακτήρα, δηλαδή ακολουθείται για κάθε κορυφή η οποία θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε ιδιοσυχνότητα, ενεργοποιώντας μετά το πέρας κάθε επανάληψης την επιλογή **NEXT MODE GO TO 5.1**. Σε περίπτωση που δεν υπάρχει άλλη κορυφή προς έλεγχο ή απλά κρίνεται ότι δεν είναι αναγκαία η μελέτη άλλων κορυφών, πιέζεται το πλήκτρο **STOP AND GO TO 5.3**.

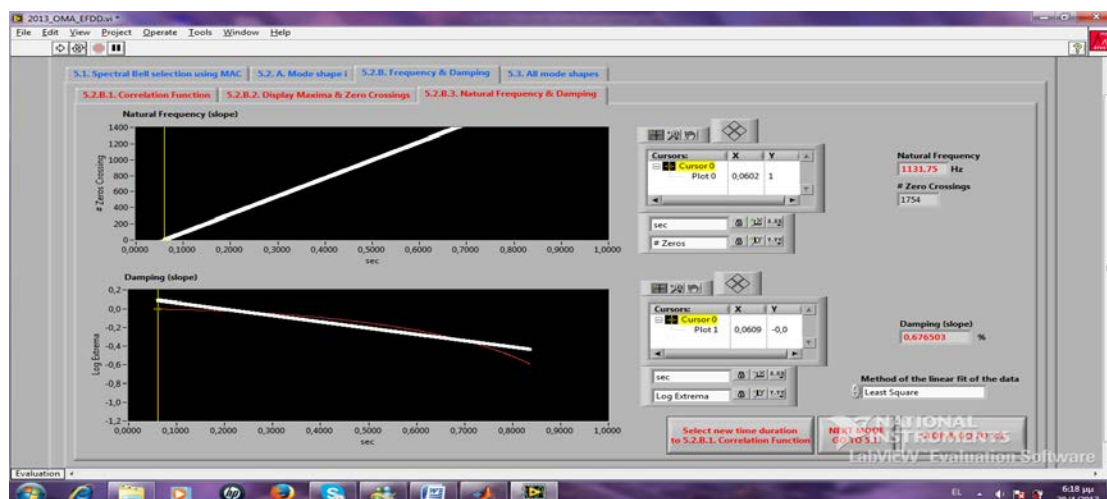


Σχήμα 3.16: Υπολογισμός των μεγίστων (**Maxima**) και του πλήθους που η συνάρτηση συσχετίσης διέρχεται από το μηδέν (**Zero Crossings**)

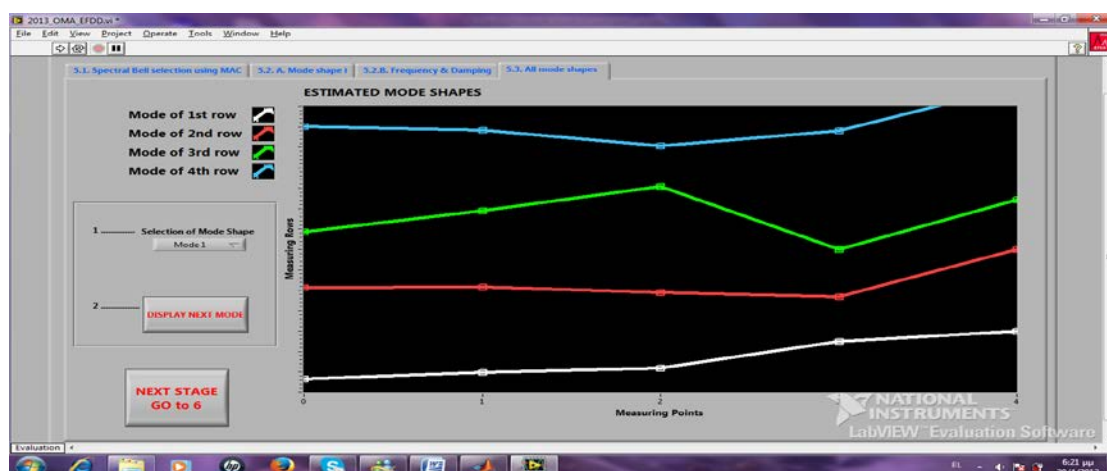
Βήμα 12^ο: Το **Σχήμα 3.18** δείχνει ένα παράδειγμα παρουσίασης των ιδιομορφών των ιδιοσυχνοτήτων που αναγνωρίζει το πρόγραμμα όσον αφορά την μελετώμενη κατασκευή. Κάθε χρωματιστή γραμμή αντιστοιχεί σε μία σειρά σημείων μετρήσεως, με τους κόμβους επάνω στις γραμμές αυτές να είναι τα σταθερά σημεία μετρήσεως επί των οποίων τοποθετούνται τα αισθητήρια επιταχύνσεως. Όπως είναι εύκολα αντιληπτό, στην περίπτωση της πλάκας και για κάθε ιδιομορφή εμφανίζονται τέσσερις γραμμές, ενώ οι ιδιομορφές της ράβδου μπορούν να απεικονιστούν μόνο με μία. Μέσω της επιλογής **Selection of Mode Shape** είναι δυνατή η απεικόνιση και διαφορετικής ιδιομορφής (αντιστοιχούσα σε άλλη ιδιοσυχνότητα - **Mode1, Mode2 ...**) με επιπλέον ενεργοποίηση της επιλογής **DISPLAY**

NEXT MODE. Πατώντας το πλήκτρο **NEXT STAGE GO to 6** η διαδικασία μεταφέρεται στο επόμενο στάδιο, το οποίο είναι και το τερματικό.

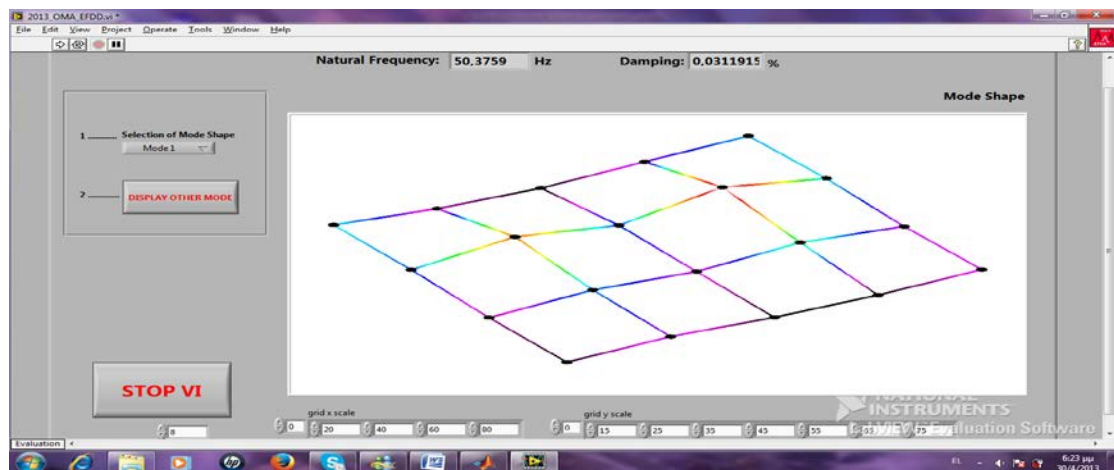
Βήμα 13^ο: Το βήμα αυτό είναι, ουσιαστικά, μια επανάληψη του **Βήματος 12**, με τη διαφορά ότι για την παρουσίαση των ιδιομορφών στο παρόν στάδιο γίνεται χρήση εφαρμογής **animation** (Σχήμα 3.19). Με τον τρόπο αυτό ο μελετητής έχει σαφώς καλύτερη αντίληψη των ιδιομορφών των ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων, οι τιμές των οποίων αναγράφονται σε κάθε περίπτωση στο πλαίσιο **Natural Frequency**, με ταυτόχρονη παρουσίαση της αντίστοιχης απόσβεσης (πλαίσιο **Damping**). Το πρόγραμμα προχωρά στην απεικόνιση ιδιομορφής διαφορετικής ιδιοσυχνότητας επιλέγοντας το επιθυμητό **Mode (Selection of Mode Shape)** και στην συνέχεια πατώντας το πλήκτρο **DISPLAY OTHER MODE**. Ο τερματισμός της παρουσίασης των αποτελεσμάτων και, συνεπώς, της γενικότερης επεξεργασίας των πειραματικών δεδομένων μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω της επιλογής **STOP VI**. Ωστόσο η λειτουργία αυτή έχει το μειονέκτημα ότι από την στιγμή που ενεργοποιείται, η διαδικασία τερματίζεται τελεσίδικα χωρίς δυνατότητα συνέχισης ή λήψης των αποτελεσμάτων της. Στην περίπτωση αυτή, η μόνη λύση είναι η επεξεργασία εκ νέου των πειραματικών δεδομένων «τρέχοντας» το πρόγραμμα από το **1^ο Βήμα**.



Σχήμα 3.17: Υπολογισμός ιδιοσυχνότητας και αντίστοιχης απόσβεσης



Σχήμα 3.18: Παρουσίαση ιδιομορφών ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων. Παράδειγμα ιδιομορφής για την περίπτωση της πλάκας



Σχήμα 3.19: Παρουσίαση ιδιομορφών ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων με χρήση **animation**.
Παράδειγμα ιδιομορφής για την περίπτωση της πλάκας

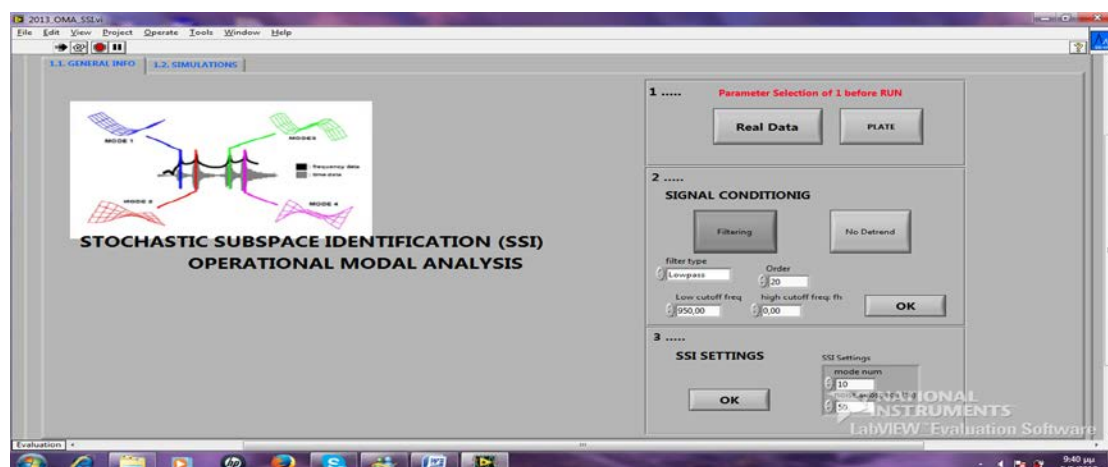
β) Μέθοδος SSI

Βήμα 1^ο: Η επεξεργασία στην μέθοδο **SSI** ξεκινά με την επιλογή των κατάλληλων τιμών των μεγεθών της καρτέλας του **Σχήματος 3.20**. Στο πλαίσιο **Parameter Selection of 1 before RUN** γίνεται επιλογή της πειραματικής διάταξης που μελετάται (**PLATE/BEAM**), δηλαδή της πειραματικής διάταξης της πλάκας ή της ράβδου, καθώς και των δεδομένων των οποίων θα πραγματοποιηθεί η επεξεργασία (**REAL DATA/SIMULATION**), δηλαδή επεξεργασία πραγματικών πειραματικών δεδομένων ή προσομοιωμένων. Στις περιπτώσεις που μελετήθηκαν, τα αποτελέσματα που προέκυψαν προήλθαν αποκλειστικά από επεξεργασία των δεδομένων που ελήφθησαν κατά την πειραματική διαδικασία.

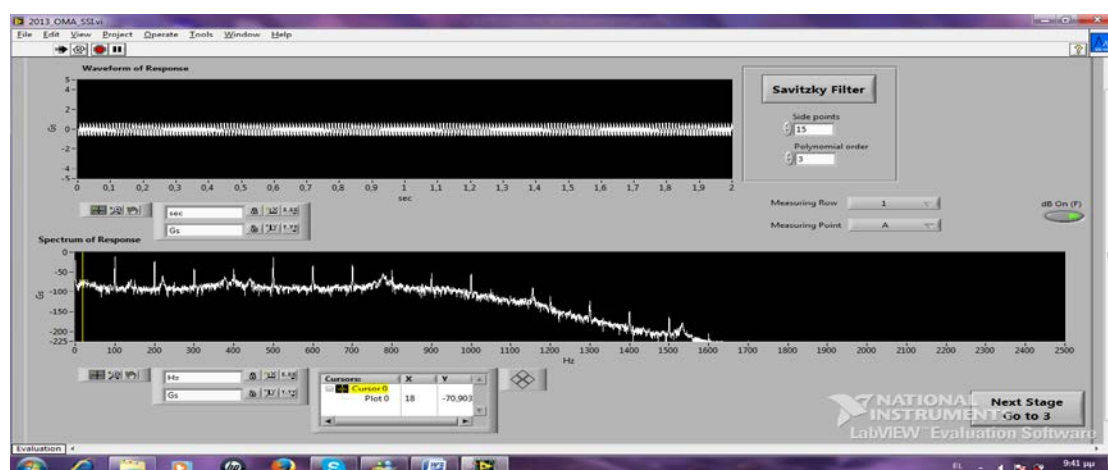
Ακολούθως, ο μελετητής καλείται να αποφασίσει όσον αφορά το εύρος συχνοτήτων επί του ληφθέντος σήματος στο οποίο θα πραγματοποιηθεί η επεξεργασία, επιλέγοντας τον τύπο του φίλτρου που θα χρησιμοποιηθεί για την αποκοπή του επιθυμητού εύρους και την παράμετρο **Order** του εν λόγω φίλτρου. Ο καθορισμός του επιλεχθέντος εύρους συχνοτήτων πραγματοποιείται με συμπλήρωση του κάτω και άνω ορίου του στα πλαίσια **Low cutoff freq** και **High cutoff freq**. Για την εφαρμογή των παραπάνω είναι απαραίτητο ο «διακόπτης» **Filtering/No filtering** να βρίσκεται στην επιλογή **Filtering**, ενώ στην περίπτωση που είναι επιθυμητό η επεξεργασία των δεδομένων να πραγματοποιηθεί σε όλο το εύρος συχνοτήτων, απλά ενεργοποιείται η επιλογή **No filtering**. Στο πλαίσιο **SIGNAL CONDITIONING** εμφανίζεται ακόμη ο «διακόπτης» **Detrend/No Detrend**, ο οποίος καθ' όλη τη διάρκεια της επεξεργασίας βρισκόταν στην επιλογή **No Detrend**. Για την ενεργοποίηση των παραπάνω επιλογών και την συνέχιση στο επόμενο πλαίσιο (**SSI SETTINGS**) είναι απαραίτητη η πίεση του πλήκτρου **OK** του πλαισίου 2.

Το πλαίσιο 3 (**SSI SETTINGS**) είναι το τερματικό όσον αφορά τα δεδομένα που απαιτούνται από το πρόγραμμα για να «τρέξει» και απαιτεί την συμπλήρωση του πλήθους των ιδιοσυχνοτήτων που είναι επιθυμητό να ανιχνευτούν από το πρόγραμμα στο επιλεχθέν εύρος συχνοτήτων (**mode num**) και της τιμής της παραμέτρου **noise subspace**, η οποία ευρέθηκε ότι οδηγούσε σε καλύτερα αποτελέσματα όταν ήταν **50%**. Πατώντας το πλήκτρο **OK** του πλαισίου 3 «κλειδώνονται» όλες οι επιλογές της καρτέλας και ξεκινά η διαδικασία της επεξεργασίας των δεδομένων.

Να σημειωθεί ότι αντίθετα με την μέθοδο **EFDD**, ο φόρτος του εκάστωτε χρήστη του προγράμματος όσον αφορά την επεξεργασία πειραματικών δεδομένων με την μέθοδο **SSI** ουσιαστικά ολοκληρώνεται με το πέρας του **Βήματος 1**, καθώς όπως θα γίνει φανερό τα επόμενα στάδια της διαδικασίας είναι κυρίως εποπτικά.



Σχήμα 3.20: Επιλογή παραμέτρων για επεξεργασία με την μέθοδο SSI

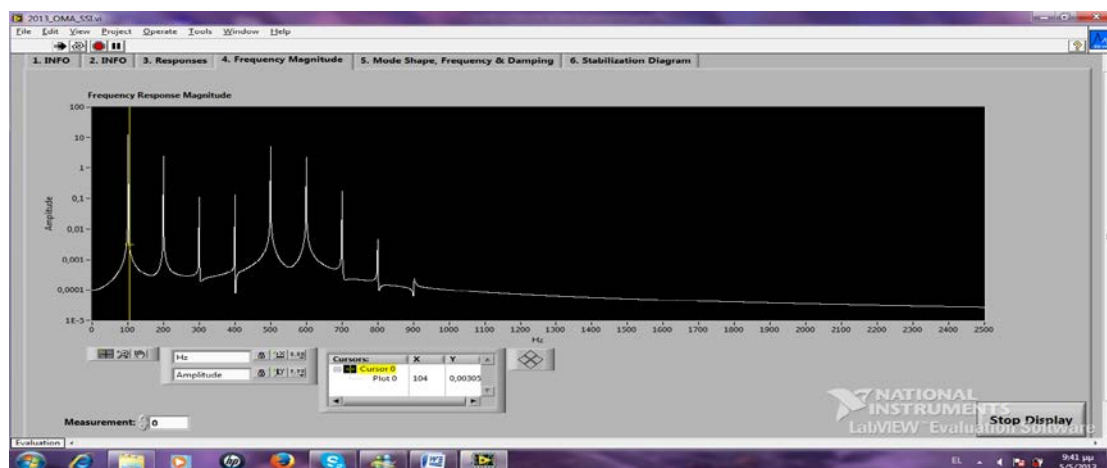


Σχήμα 3.21: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα των αποκρίσεων των αισθητηρίων

Βήμα 2^ο: Στο στάδιο αυτό γίνεται εφικτή η μελέτη των χρονικών αποκρίσεων (**Waveform of Response**) και των φασμάτων των αποκρίσεων (**Spectrum of Response**) των αισθητηρίων (Σχήμα 3.21). Η παρουσίαση τους γίνεται για κάθε αισθητήριο ξεχωριστά, ενώ οι επιλογές **Measuring Row** και **Measuring Point** παρέχουν την δυνατότητα εποπτείας των διαγραμμάτων που αντιστοιχούν σε κάθε αισθητήριο μέσω της επιλογής της γραμμής και του σταθερού σημείου μετρήσεως στο οποίο είναι τοποθετημένο. Προφανώς, επιλογή γραμμής διαφορετικής της πρώτης έχει νόημα μόνο στην περίπτωση της πλάκας. Τέλος, το παρόν στάδιο παρέχει την δυνατότητα ενεργοποίησης ή μη φίλτρου **Savitzky** μέσω της επιλογής **Savitzky Filter**, καθορίζοντας ταυτόχρονα και τις επιθυμητές τιμές των παραμέτρων του – **Side points**, **Polynomial order**. Πατώντας **Next Stage Go to 3** η επεξεργασία μεταφέρεται στο επόμενο στάδιό της.

Βήμα 3^ο: Στο στάδιο αυτό παρέχεται η δυνατότητα εποπτείας του μεγέθους απόκρισης συχνότητας (**Frequency Response Magnitude**) κάθε αισθητηρίου της πειραματικής

διάταξης (Σχήμα 3.22). Η παρουσίασή πραγματοποιείται για κάθε αισθητήριο επιταχύνσεως ξεχωριστά, ενώ η επιλογή του επιθυμητού επιταχυνσιομέτρου γίνεται εφικτή αν πληκτρολογηθεί το νούμερο που του αντιστοιχεί στο πλαίσιο **Measurement**. Υπενθυμίζεται ότι η αρίθμηση των αισθητηρίων για τις διατάξεις της ράβδου και της πλάκας περιγράφηκε στις παραγράφους 3.1 και 3.2. Η αρίθμηση που χρησιμοποιείται στο παρόν στάδιο διαφέρει ελαφρά, καθώς ξεκινά από το **0** και όχι από το **1**, επομένως το αισθητήριο νούμερο **1** αντιστοιχεί στην τιμή **0** στο πλαίσιο **Measurement**, το αισθητήριο νούμερο **5** αντιστοιχεί στο **4** και το αισθητήριο **20** στο **19**. Για την ακριβέστερη μελέτη των διαγραμμάτων έχει προβλεφθεί η ύπαρξη κέρσορα ο οποίος τοποθετείται στην συχνότητα (οριζόντιος άξονας) που είναι κάθε φορά επιθυμητό να επικεντρωθεί ο μελετητής. Επιλέγοντας **Stop Display** τερματίζεται η παρουσίαση του μεγέθους απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων και η διαδικασία μεταφέρεται στο επόμενο στάδιο.



Σχήμα 3.22: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων επιταχύνσεως

Βήμα 4^ο: Το στάδιο αυτό είναι καθαρά εποπτικό και, ουσιαστικά, αποτελείται από έναν πίνακα με τις συχνότητες και τις αντίστοιχες αποσβέσεις τις μελετώμενης κατασκευής, έτσι όπως αυτές αναγνωρίζονται από το πρόγραμμα ως ιδιοσυχνότητες για το πεδίο συχνοτήτων που επιλέχθηκε. Το πλήθος των ευρεθέντων συχνοτήτων είναι το ίδιο με αυτό που επιλέχθηκε στο **1^ο Βήμα** ως επιθυμητό πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό (**mode num**) - εδώ **#Modal Parameters**. Η καρτέλα που αναφέρεται στο βήμα αυτό φαίνεται στο Σχήμα 3.23.

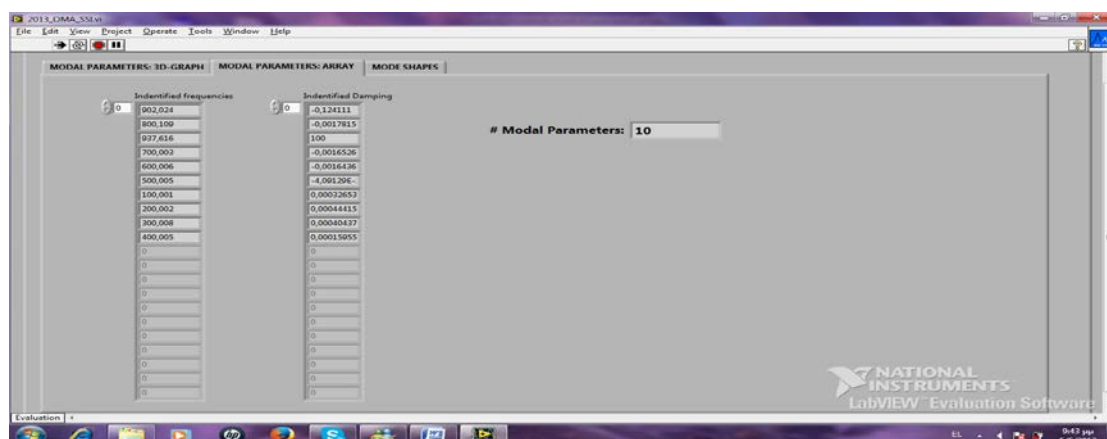
Βήμα 5^ο: Στο Σχήμα 3.24 γίνεται εφικτή η μελέτη του διαγράμματος σταθεροποίησης (**Stabilization Diagram**), το οποίο αποτελεί εργαλείο για τον διαχωρισμό των πραγματικών ιδιοσυχνοτήτων από τις υπολογιστικές, από το σύνολο συχνοτήτων του πίνακα του **Βήματος 4** και με ταυτόχρονη εποπτεία των ιδιομορφών τους όπως αυτές παρουσιάζονται στα **Βήματα 6** και **7**. Για την διευκόλυνση του εκάστοτε ερευνητή, στο διάγραμμα σταθεροποίησης έχει προβλεφθεί η ύπαρξη κέρσορα.

Βήμα 6^ο και 7^ο: Στα βήματα αυτά παρουσιάζονται οι ιδιομορφές των αποτελεσμάτων του **Βήματος 4** και απεικονίζονται στα Σχήματα 3.25 και 3.26, αντίστοιχα. Η περιγραφή των σταδίων αυτών αποφασίστηκε να πραγματοποιηθεί παράλληλα, καθώς η επιλογή της ιδιομορφής που είναι επιθυμητό να παρουσιαστεί κάθε φορά πραγματοποιείται αποκλειστικά στο **Βήμα 6**, ακόμα και όταν ο ερευνητής επιθυμεί να μελετήσει την εν λόγω ιδιομορφή χωρίς χρήση **animation** (**Βήμα 7^ο**).

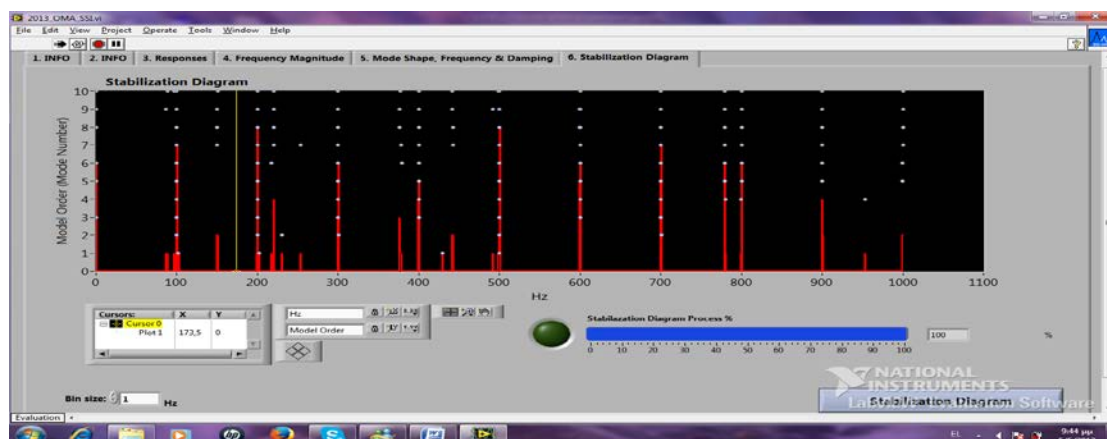
Το **Βήμα 6** είναι αντίστοιχο του **Βήματος 13** για την περίπτωση της επεξεργασίας με την μέθοδο **EFDD** και παρουσιάζει ακριβώς τις ίδιες δυνατότητες. Πιο συγκεκριμένα, το πρόγραμμα προχωρά στην απεικόνιση της ιδιομορφής της επιθυμητής συχνότητας επιλέγοντας το επιθυμητό **Mode (Selection of Mode Shape)** και στην συνέχεια πατώντας το πλήκτρο **DISPLAY OTHER MODE**. Ταυτόχρονα με την παρουσίαση της εκάστοτε ιδιομορφής εμφανίζονται στα πλαίσια **Mode Frequency** και **Damping** οι τιμές της επιλεγείσας συχνότητας και της αντίστοιχης απόσβεσης.

Το **Βήμα 7** είναι αντίστοιχο του **Βήματος 12** της μεθόδου **EFDD**. Η ιδιομορφή που κάθε φορά παρουσιάζεται είναι πάντοτε η ίδια με αυτήν που έχει επιλεγθεί στο **Βήμα 6**. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, κάθε χρωματιστή γραμμή αντιστοιχεί σε μία σειρά σημείων μετρήσεως, με τους κόμβους επάνω στις γραμμές αυτές να είναι τα σταθερά σημεία μετρήσεως επί των οποίων τοποθετούνται τα αισθητήρια επιταχύνσεως. Είναι, λοιπόν, εύκολα αντιληπτό ότι στην περίπτωση της πλάκας και για κάθε ιδιομορφή εμφανίζονται τέσσερις γραμμές, ενώ στην περίπτωση της ράβδου μόνο μία.

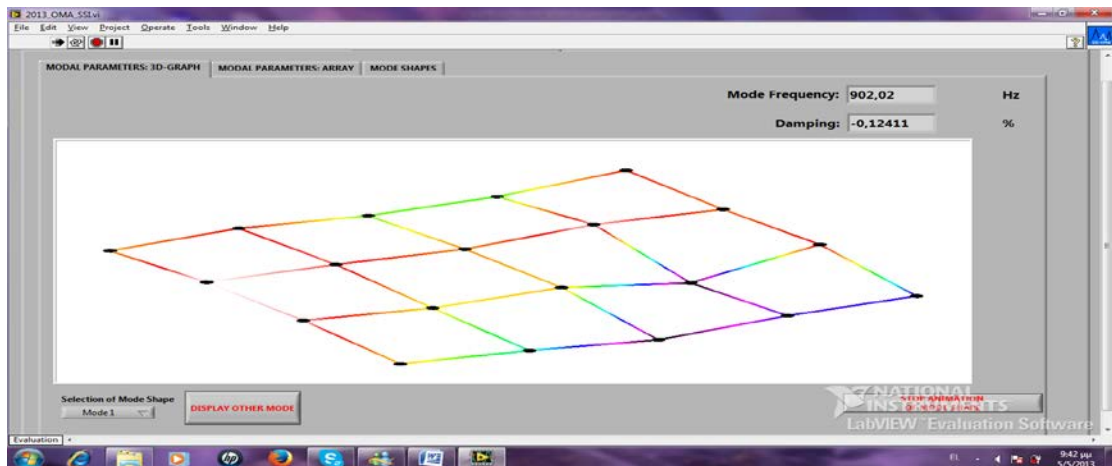
Τέλος, η παρουσίαση των ιδιομορφών των συχνοτήτων που αναγνωρίζει το πρόγραμμα ως ιδιοσυχνότητες της κατασκευής (βλέπε **Σχήμα 3.23**) τερματίζεται, και συνεπώς τερματίζεται και η συνολική εκτέλεση του προγράμματος εάν πιεστεί το πλήκτρο **STOP ANIMATION OF MODE SHAPE**.



Σχήμα 3.23: Πίνακας των συχνοτήτων που αναγνωρίζει το λογισμικό ως ιδιοσυχνότητες της κατασκευής και αντίστοιχες αποσβέσεις - μέθοδος **SSI**



Σχήμα 3.24: Διάγραμμα σταθεροποίησης



Σχήμα 3.25: Παρουσίαση ιδιομορφών ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων με χρήση **animation**.
Παράδειγμα ιδιομορφής για την περίπτωση της πλάκας



Σχήμα 3.26: Παρουσίαση ιδιομορφών ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων. Παράδειγμα ιδιομορφής
για την περίπτωση της πλάκας

Μετά την αναλυτική περιγραφή του περιβάλλοντος εργασίας του λογισμικού καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων και την παρουσίαση των καρτελών (**tabs**) που αφορούν κάθε στάδιο επεξεργασίας, είναι λογικό να ειπωθεί ότι η μέθοδος **SSI** οδηγεί σε γρηγορότερη εξαγωγή αποτελεσμάτων σε σχέση με την **EFDD**. Πιο συγκεκριμένα, στην μέθοδο **EFDD** απαιτείται πολύ μεγαλύτερη συμμετοχή του χρήστη καθ' όλη την διάρκεια της επεξεργασίας των πειραματικών δεδομένων (μεγαλύτερος φόρτος εργασίας) σε σχέση με την **SSI**, στην οποία η παρέμβαση του ερευνητή σταματά μόλις στο **2^ο Βήμα** και η συνολική διαδικασία είναι πιο αυτοματοποιημένη. Βεβαίως, αυτό δεν συνεπάγεται και την εξαγωγή καλύτερων ή ακριβέστερων αποτελεσμάτων. Η περιγραφή των αποτελεσμάτων της πειραματικής διαδικασίας, η αξιολόγησή τους καθώς και η αποτελεσματικότητα των χρησιμοποιηθέντων μεθόδων για τις περιπτώσεις των πειραματικών διατάξεων που επιλέχθηκαν είναι θέματα που θα εξετασθούν σε επόμενη ενότητα (παράγραφος **3.6**). Προηγουμένως, όμως, είναι απαραίτητη η παρουσίαση ενός εργαλείου - φίλτρο **Savitzky** - το οποίο χρησιμοποιήθηκε κατά κόρον κατά την επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων.

3.5 Το φίλτρο Savitzky

Πρόκειται για ένα χαμηλοπερατό φίλτρο του οποίου η χρήση στοχεύει στην ομαλοποίηση σημάτων με υψηλά επίπεδα θορύβου. Η χρησιμότητα της ομαλοποίησης δεδομένων είναι ιδιαίτερα εμφανής σε περιπτώσεις μετρήσεως μεταβλητών οι οποίες μεταβάλλονται αργά στο χρόνο και «καταστρέφονται» από τυχαίο θόρυβο. Σε τέτοιες περιπτώσεις είναι σοφότερη η αντικατάσταση κάθε στοιχείου των δεδομένων από κάποιου είδους τοπική μέση τιμή των εκατέρωθεν στοιχείων του, και επειδή τα εκατέρωθεν αυτά κοντινά στοιχεία μετρούν σχεδόν την ίδια «καθαρή» τιμή, η χρήση της μέσης τιμής μπορεί να οδηγήσει στην μείωση των επιπέδων θορύβου χωρίς να πολώνεται ιδιαιτέρως η μετρούμενη τιμή.

Το φίλτρο **Savitzky** δεν κινείται από το πεδίο συχνοτήτων (επίπεδο **Fourier**) προς το πεδίο του χρόνου, δηλαδή οι ιδιότητές του δεν καθορίζονται στο επίπεδο **Fourier** για να «μεταφραστούν» στο πεδίο του χρόνου αλλά, αντίθετα, παραγωγίζει κατευθείαν από μία καθορισμένη συναρτησιακή κατάσταση των δεδομένων στο πεδίο του χρόνου.

Ο πιο απλός τύπος ψηφιακού φίλτρου οδηγεί στην αντικατάσταση κάθε τιμής f_i από έναν γραμμικό συνδυασμό g_i του ίδιου και ενός πλήθους γειτονικών στοιχείων:

$$g_i = \sum_n c_n f_{i+n} \quad (3.1)$$

με το n να λαμβάνει τιμές από $-n_L$ έως n_R , n_L και n_R είναι, αντίστοιχα, τα σημεία αριστερά και δεξιά από το σημείο που μετράται. Η συλλογιστική του φίλτρου **Savitzky** έγκειται στην εύρεση συντελεστών της c_n που διατηρούν υψηλότερες τιμές, ενώ στόχος είναι η προσέγγιση της «κρυμμένης» συνάρτησης μέσα στο κινούμενο παράθυρο χωρίς την χρήση μίας σταθεράς (η εκτίμηση της οποίας είναι η μέση τιμή), αλλά με ένα πολυώνυμο μεγαλύτερου βαθμού. Για κάθε σημείο f_i προσαρμόζεται, με χρήση ελαχίστων τετραγώνων, ένα πολυώνυμο σε όλα τα $n_L + n_R + 1$ σημεία στο κινούμενο παράθυρο. Ορίζεται ως g_i η τιμή του πολυωνύμου αυτού στην θέση i , χωρίς η τιμή αυτή να χρησιμοποιηθεί σε κανένα άλλο σημείο. Ακολούθως η ίδια διαδικασία πραγματοποιείται στο επόμενο σημείο $f_i + 1$ κάνοντας χρήση κινούμενου παραθύρου.

Εν κατακλείδι, το φίλτρο **Savitzky** μπορεί να οδηγήσει στην εξομάλυνση των δεδομένων χωρίς να επιφέρει ταυτόχρονη μείωση της αναλυτικότητάς τους. Αυτό επιτυγχάνεται με υιοθέτηση της υπόθεσης ότι τα σχετικά «μακρινά» σημεία των δεδομένων δύναται να εξομαλυνθούν για να μειωθεί το επίπεδο του θορύβου. Η βασική συνάρτηση του συγκεκριμένου «πλεονασμού» μπορεί να προσεγγισθεί τοπικά από πολυώνυμο. Όταν αυτό εφαρμόζεται για καμπύλες ομαλές και όχι πολύ πιο στενές από το εύρος του φίλτρου τα αποτελέσματα είναι πάρα πολύ καλά, ενώ σε αντίθετες περιπτώσεις χρήση του φίλτρου **Savitzky** δεν οδηγεί σε σαφή πλεονεκτήματα.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα της επιρροής που μπορεί να έχει η χρήση του φίλτρου **Savitzky** στα δεδομένα μετρήσεων είναι αυτό που απεικονίζεται στα **Σχήματα 3.63** και **3.64**. Η σύγκριση των καμπυλών **singular values** των σχημάτων αυτών για ίδιες τιμές της παραμέτρου **Averages** (βλέπε παράγραφο **3.4**) δίνει σαφή εικόνα των διαφορών τους και της διαφοράς δυσκολίας όσων αφορά την επεξεργασία τους.

3.6 Επεξεργασία δεδομένων και αποτελέσματα

3.6.1 Πειραματική διάταξη Α (Ράβδος)

3.6.1.1 Υπολογιστικό μοντέλο

Για την υπολογιστική εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιομορφών της πακτωμένης δοκού, αναπτύχθηκε το μοντέλο της κατασκευής σε υπολογιστή και το πρόβλημα επιλύθηκε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν το **ANSYS 8.0**.

Η δοκός ζυγίστηκε στο εργαστήριο και μετρήθηκαν οι διαστάσεις της με ακρίβεια, για τον σωστό υπολογισμό του όγκου της. Από τα αποτελέσματα των μετρήσεων υπολογίστηκε η πυκνότητα του υλικού του τεμαχίου, η οποία και εισήχθηκε στο υπολογιστικό μοντέλο. Ακόμη, με την βοήθεια ειδικών πινάκων έγινε εφικτή η λήψη μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού της ράβδου, και πιο συγκεκριμένα του **μέτρου ελαστικότητας E** (ικανότητα του υλικού να αντιστέκεται στην παραμόρφωση) και του **λόγου Poisson ν** (λόγος του μεγέθους της εγκάρσιας παραμόρφωσης του υλικού σε σχέση με την διαμήκη και παράλληλη με την κατεύθυνση της τάσης που εφαρμόζεται).

Για την πλεγματοποίηση της δοκού επιλέχθηκε το στοιχείο **Solid 185**, στοιχείο κατάλληλο για την μοντελοποίηση συμπαγών κατασκευών με ενδιαφέρον και στις τρεις διαστάσεις. Πρόκειται για ένα οκτακομβικό στοιχείο με τρεις βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο (άξονες x,y, z) και με δυνατότητες για πλαστικότητα, υπερελαστικότητα, παραμένουσες τάσεις, ερπυσμό, μεγάλες μετατοπίσεις και μεγάλες παραμορφώσεις. Ακόμη, παρέχει την δυνατότητα μοντελοποίησης παραμορφώσεων σε σχεδόν ασυμπίεστα ελαστικοπλαστικά υλικά και σε εντελώς ασυμπίεστα υπερελαστικά υλικά.

Οι παρεχόμενες από το στοιχείο **Solid 185** επιλογές είναι δύο, η **κλασική** (πλεγματοποίηση κάθε στοιχείου ως ενιαίο) και η **layered** (πλεγματοποίηση κάθε στοιχείου σε στρώσεις). Στην περίπτωση μας προτιμήθηκε η **κλασική**. Η κατασκευή μας πλεγματοποιήθηκε σε **60.000** στοιχεία πάχους **2,5 mm**. Ο τρόπος δημιουργίας του πλέγματος ήταν **Hex/Sweep**, δηλαδή κατασκευάστηκαν εξασδρικά στοιχεία εκμεταλλευόμενα την συνεχή επιφάνεια του τεμαχίου και παράχθηκε συμμετρικό και ομαλό πλέγμα υψηλής ποιότητας.

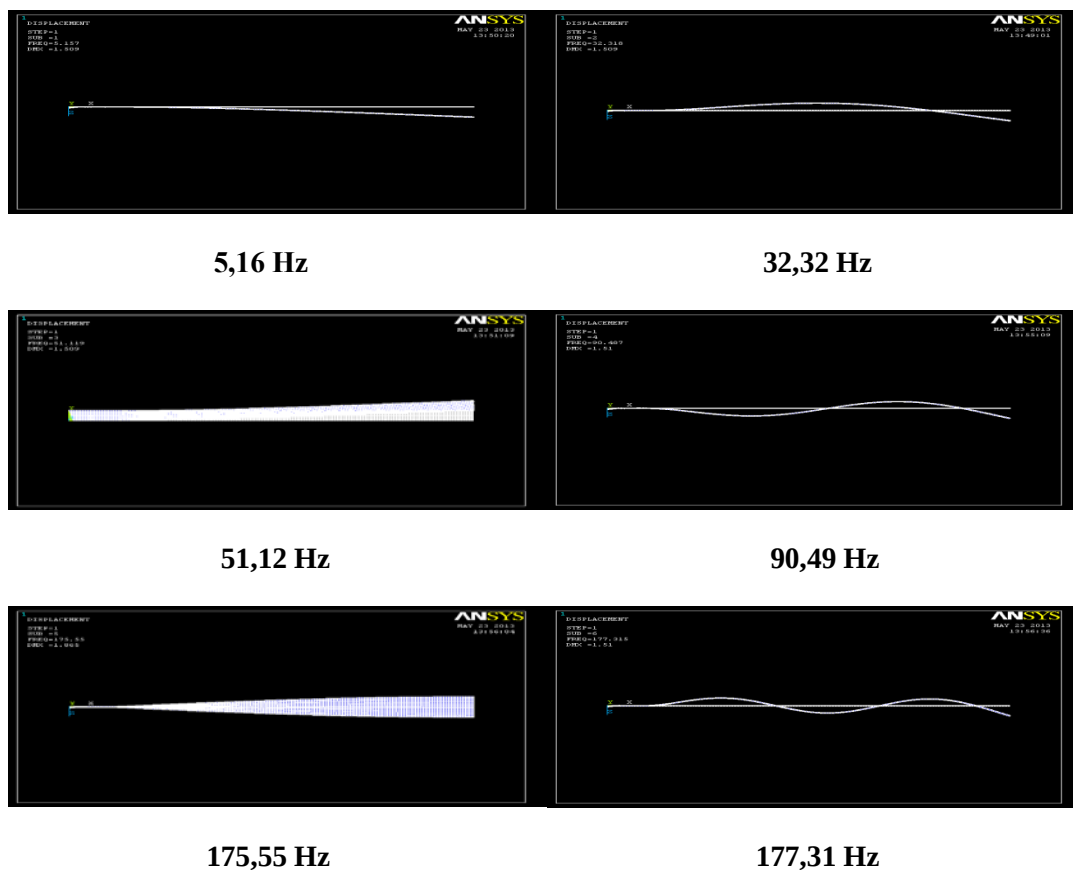
Στο **ANSYS** η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την περίπτωση της εξαγωγής ιδιοσυχνοτήτων και ιδιοανυσμάτων είναι η **modal analysis**. Επιλέχθηκε να ερευνηθούν ιδιοσυχνότητες στο πεδίο συχνοτήτων **0-350 Hz** και ορίστηκε στο λογισμικό σαν παράμετρος ένας σχετικά μεγάλος αριθμός ιδιοσυχνοτήτων προς υπολογισμό ώστε να μην παραλειφθεί να εμφανιστεί κάποια. Ακολούθως, ορίστηκαν οι πακτώσεις της κατασκευής. Η συγκεκριμένη δοκός είναι πακτωμένη σε τρεις επιφάνειες, άρα έχει τον περιορισμό κίνησης σε αυτές τις επιφάνειες της συγκόλλησης. Η υπολογιστική μέθοδος που χρησιμοποιεί το λογισμικό είναι ο αλγόριθμος **Block Lanczos** και εδώ εφαρμόζεται για την επίλυση του συμμετρικού, θετικά ορισμένου ιδιοανυσματικού προβλήματος.

Το αποτέλεσμα της επίλυσης του υπολογιστικού μοντέλου είναι ένα αρχείο **text** που περιέχει τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής, καθώς και την ιδιομορφή της εκάστοτε ιδιοσυχνότητας. Στον παρακάτω πίνακα (**Πίνακας 3.4**) εμφανίζονται οι ιδιοσυχνότητες που υπολογίστηκαν από το λογισμικό, ενώ στα ακόλουθα σχήματα (**Σχήματα 3.27α και 3.27β**)

παρουσιάζονται οι ιδιομορφές που αντιστοιχούν σε κάθε ιδιοσυχνότητα. Επαναλαμβάνεται ότι το πεδίο συχνοτήτων το οποίο επιλέχθηκε προς διερεύνηση είναι **0-350 Hz**.

<i>a/a</i>	Συχνότητα (Hz)
1	5,16
2	32,32
3	51,12
4	90,49
5	175,55
6	177,31
7	293,11
8	316,32

Πίνακας 3.4:Ιδιοσυχνότητες δοκού στο διάστημα 0-350 Hz



Σχήμα 3.27α: Ιδιοσυχνότητες της δοκού στο πεδίο συχνοτήτων **0-350 Hz**, όπως προέκυψαν από επίλυση υπολογιστικού μοντέλου (ANSYS 8.0)



293,11 Hz

316,32 Hz

Σχήμα 3.27β: Ιδιοσυχνότητες της δοκού στο πεδίο συχνοτήτων **0-350 Hz**, όπως προέκυψαν από επίλυση υπολογιστικού μοντέλου (ANSYS 8.0)

3.6.1.2 Παράμετροι μετρήσεων

Η διέγερση της δοκού έγινε σε μία θέση στο ελεύθερο άκρο της, ενώ οι μετρήσεις λήφθηκαν με την βοήθεια των επιταχυνσιόμετρων, τοποθετημένων σε πέντε ισαπέχοντα και σταθερά σημεία κατά μήκος της. Στόχος ήταν η επίτευξη διέγερσης ενός εύρους συχνοτήτων και απώτερος σκοπός ο εντοπισμός των ιδιοσυχνοτήτων, αποσβέσεων και αντίστοιχων ιδιομορφών που πιθανόν θα βρίσκονταν στο εν λόγω εύρος.

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη υποπαράγραφο, η γεννήτρια που χρησιμοποιήθηκε έχει τις ακόλουθες δυνατότητες παραγωγής σήματος:

- **sine:** συνεχές ημιτονοειδές σήμα σε συγκεκριμένη συχνότητα
- **burst:** κρουστικό σήμα γύρω από κάποια συγκεκριμένη συχνότητα
- **noise:** συνεχής διέγερση θορύβου
- **sweep:** συνεχής διέγερση με συχνότητα που μεταβάλλεται μεταξύ δύο τιμών (ξεκινά από τη μία, φτάνει στην δεύτερη και στην συνέχεια επιστρέφει στην αρχική)
- **mod:** συνεχές διαμορφωμένο σήμα

Το σήμα με το οποίο διεγέρθηκε η δοκός ήταν **sine burst 293 Hz**, η συχνότητα δειγματοληψίας **5000 Hz**, το πλήθος δειγμάτων **2500**, ενώ ορίστηκε φίλτρο συχνοτήτων στα **2500 Hz**.

3.6.1.3 Πειραματική ανάλυση

Η ανάλυση των πειραματικών μας δεδομένων πραγματοποιήθηκε με χρήση των μεθόδων **EFDD** και **SSI**, οι οποίες προηγουμένως είχαν προσομοιωθεί σε λογισμικό **Labview**.

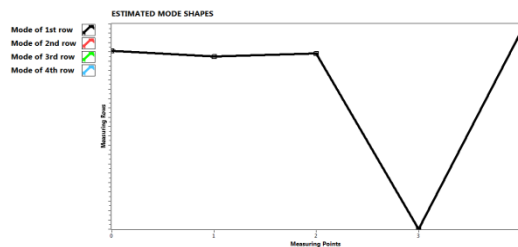
α) Μέθοδος EFDD

Επιλέχθηκε να ερευνηθεί το πεδίο συχνοτήτων από **0-350 Hz**, για το λόγο αυτό έγινε χρήση ενός βαθυπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής στα **350 Hz (Low cut off frequency)**. Προκειμένου να αποκλειστεί το ενδεχόμενο εμφάνισης υπερβολικά υψηλών επιπέδων θορύβου στις καμπύλες **singular values**, προτιμήθηκε η επιλογή του μέσου όρου των φασμάτων των σημάτων που αναφέρονται σε συγκεκριμένο επιταχυνσιόμετρο (επιλέχθηκε να υπολογίζεται ο μέσος όρος **10** φασμάτων), και επομένως σε σταθερό σημείο της ράβδου (επιλογή **Averages**). Τέλος, λόγω της δυνατότητας ή μη χρήσης φίλτρου **Savitzky** (επιλογή **Filtering/No filtering of SVD lines**) κατά την επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων, η ανάλυσή χωρίζεται σε δύο περιπτώσεις - επεξεργασία με ή χωρίς χρήση φίλτρου **Savitzky**.

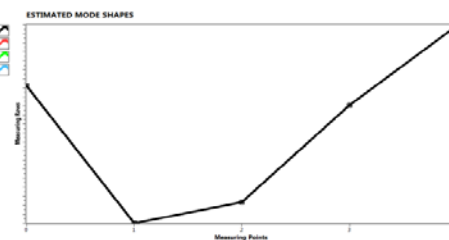
Αρχικά, παρατίθενται οι ιδιοσυχνότητες και οι αποσβέσεις που προέκυψαν (**Πίνακας 3.5**), καθώς και οι αντίστοιχες ιδιομορφές (**Σχήματα 3.28α** και **3.28β**) για την περίπτωση επεξεργασίας χωρίς χρήση φίλτρου **Savitzky** και για τις προαναφερθείσες παραμέτρους.

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	5,79	NaN
2	22,02	0,11579
3	72,06	2,26414
4	105,35	0,59297
5	117,84	1,54887
6	156,01	2,64024
7	156,03	1,36234
8	203,66	1,15845
9	259,39	2,98528
10	278,99	3,82071
11	297,27	0,63748
12	329,81	0,85706
13	341,23	2,52439

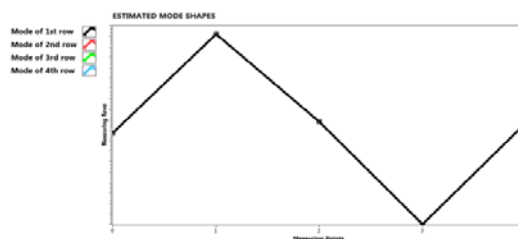
Πίνακας 3.5: Ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου



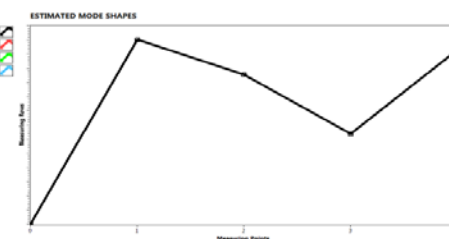
5,79 Hz



22,02Hz

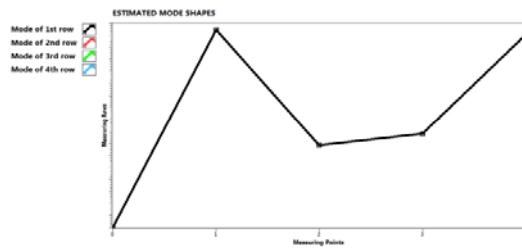


72,06 Hz

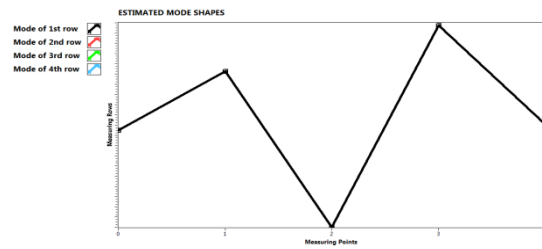


105,35 Hz

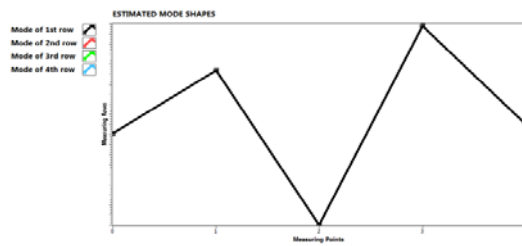
Σχήμα 3.28α: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



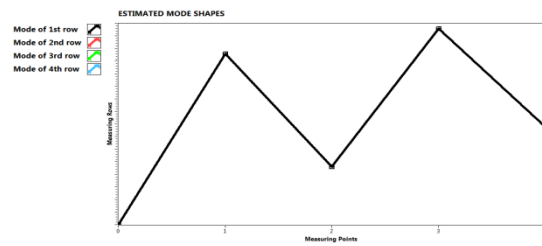
117,84 Hz



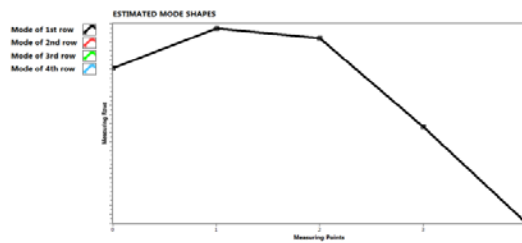
156,01 Hz



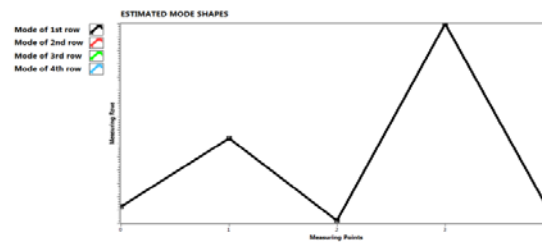
156,03 Hz



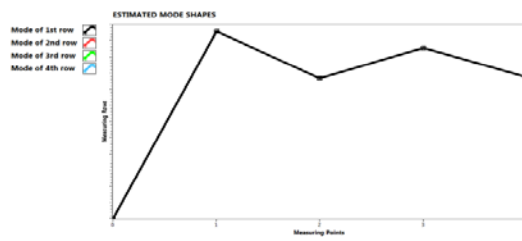
203,66 Hz



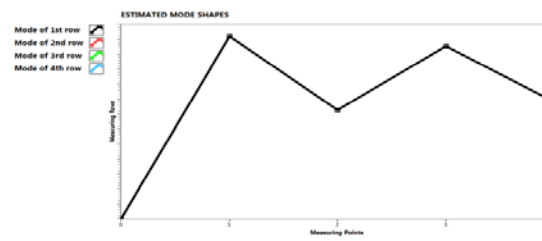
259,39 Hz



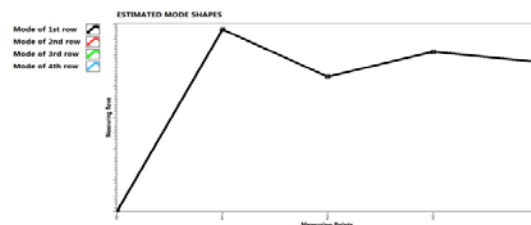
278,99 Hz



297,27 Hz



329,81 Hz



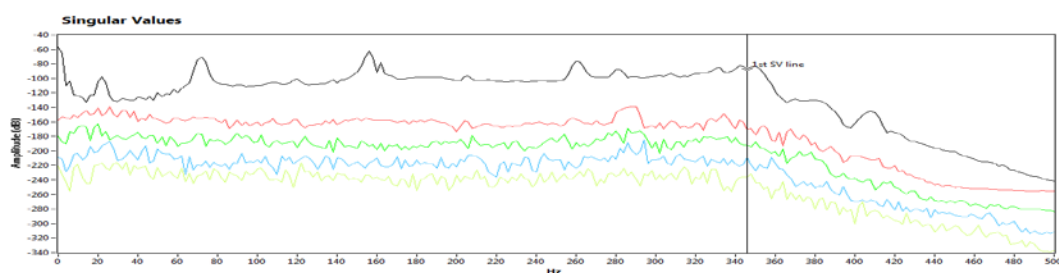
341,23 Hz

Σχήμα 3.28β: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων

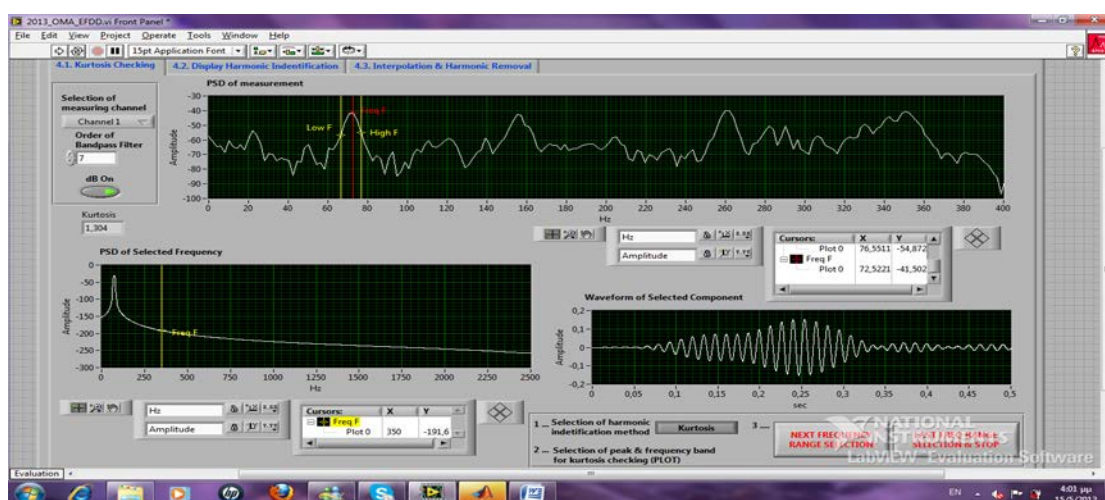
Τα κυριότερα στάδια της επεξεργασίας των μετρήσεων μπορούν να περιγραφούν με την βοήθεια των **Σχημάτων 3.30, 3.31, 3.32, 3.33 και 3.34**, τα οποία απεικονίζουν το περιβάλλον εργασίας του χρησιμοποιηθέντος προγράμματος, που αντιστοιχεί στο κάθε στάδιο. Τα σχήματα αυτά αφορούν την διαδικασία που ακολουθήθηκε για την εξαγωγή

συγκεκριμένης ιδιοσυχνότητας, έστω αυτής των **72,06 Hz**. Οδηγό για την επιλογή των περιοχών συχνοτήτων -κορυφών- προς έλεγχο αποτέλεσαν οι καμπύλες των **singular values** (Σχήμα 3.29), και κυρίως η καμπύλη του σημαντικότερου εξ αυτών, δηλαδή η πρώτη.

Με απλή παρατήρηση του πίνακα των αποτελεσμάτων (Πίνακας 3.5) είναι εύκολο να διαπιστωθεί ότι για την περίπτωση της ιδιοσυχνότητας των **5,79 Hz**, το πρόγραμμα αδυνατεί να εκτιμήσει την αντίστοιχη απόσβεση. Το γεγονός αυτό δύναται να εξηγηθεί με την βοήθεια των Σχημάτων 3.35, 3.36 και 3.37, στα οποία αντικατοπτρίζεται η διαδικασία εκτίμησης της ιδιοσυχνότητας αυτής και της απόσβεσής της. Το πρόβλημα εμφανίζεται κατά το στάδιο εκτίμησης του πλήθους για το οποίο η καμπύλη συσχέτισης διέρχεται από το μηδέν (Σχήμα 3.36).



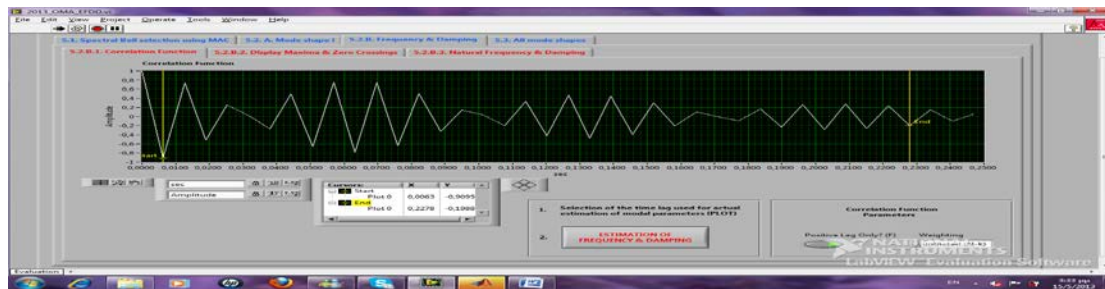
Σχήμα 3.29: Καμπύλες singular values



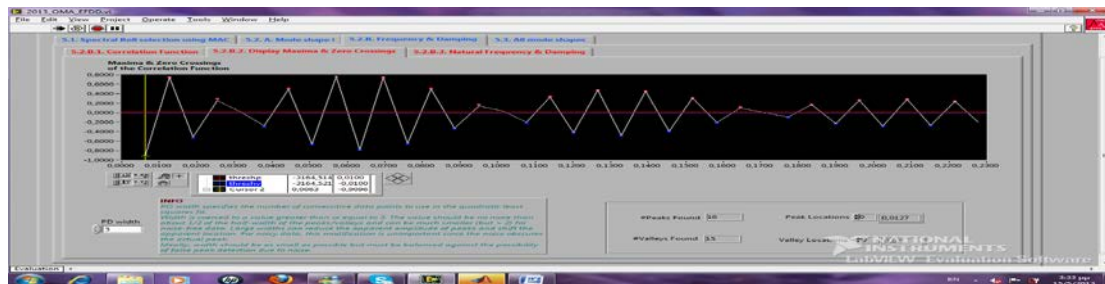
Σχήμα 3.30: Έλεγχος κύρτωσης κορυφής περί τα 72 Hz



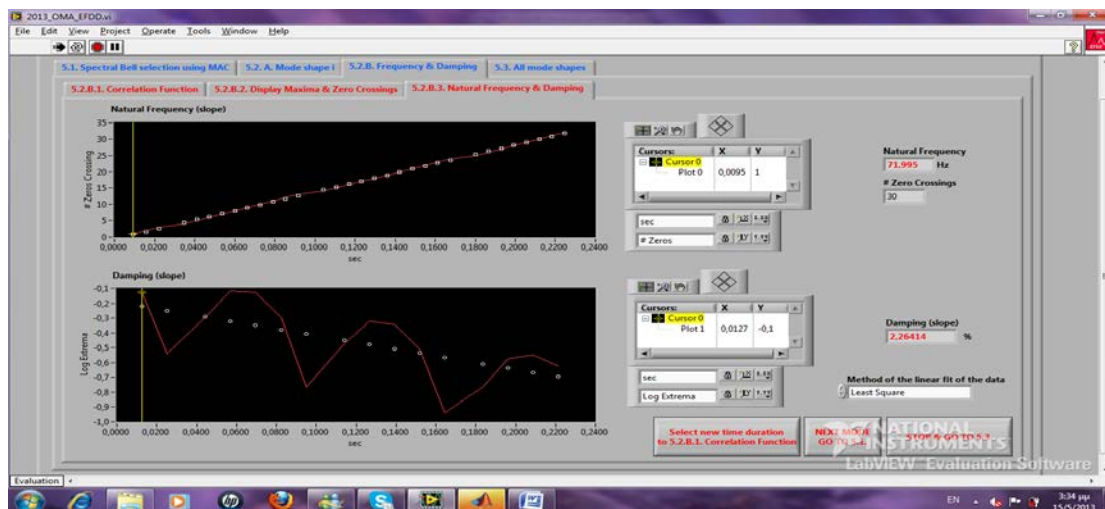
Σχήμα 3.31: Χρήση κριτηρίου MAC (MAC threshold: 0,8) για τον προσδιορισμό ιδιοσυχνότητας και απόσβεσης σε κορυφή περί τα 72 Hz



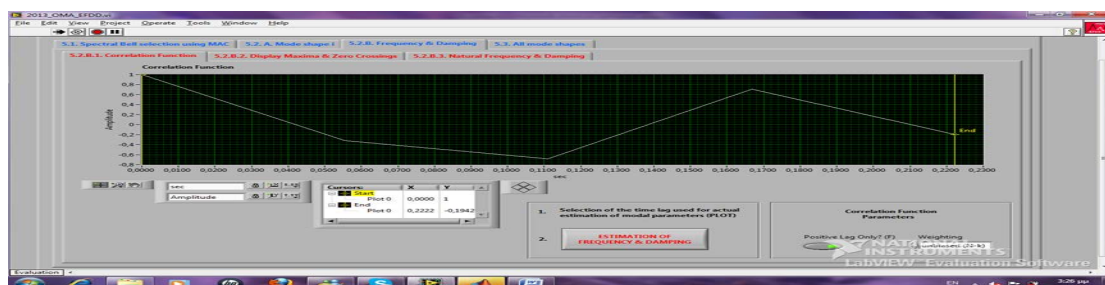
Σχήμα 3.32: Συνάρτηση συσχέτισης (**correlation function**) που αντιστοιχεί στην επιλεγείσα κορυφή περί τα 72 Hz και με τη δεδομένη τιμή MAC.



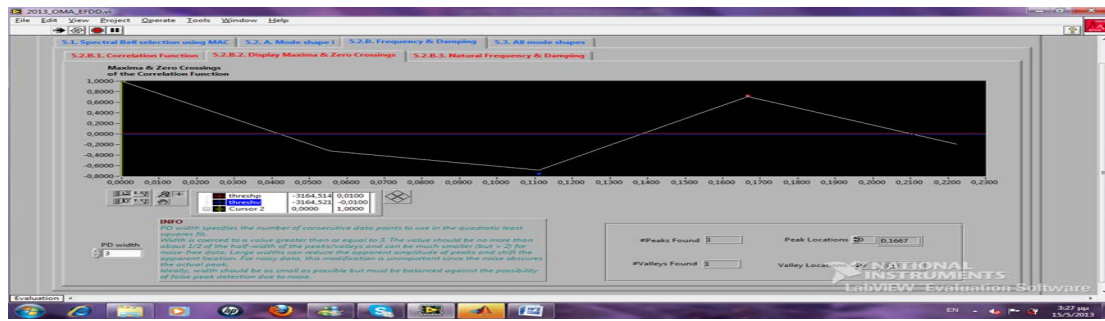
Σχήμα 3.33: Εκτίμηση του πλήθους που η καμπύλη συσχέτισης (**correlation function**) διέρχεται από το μηδέν (**zero crossings**)



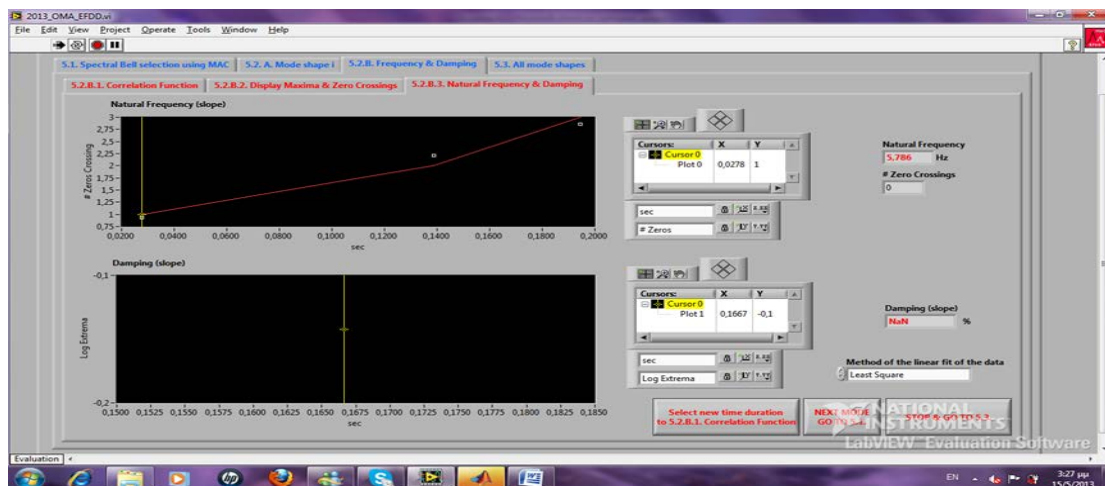
Σχήμα 3.34: Εκτίμηση της ιδιοσυχνότητας και της απόσβεσης που αντιστοιχεί στην επιλεγείσα κορυφή



Σχήμα 3.35: Συνάρτηση συσχέτισης (**correlation function**) που αντιστοιχεί στην επιλεγείσα κορυφή περί τα 5 Hz και με τη δεδομένη τιμή MAC (MAC threshold=0,8)



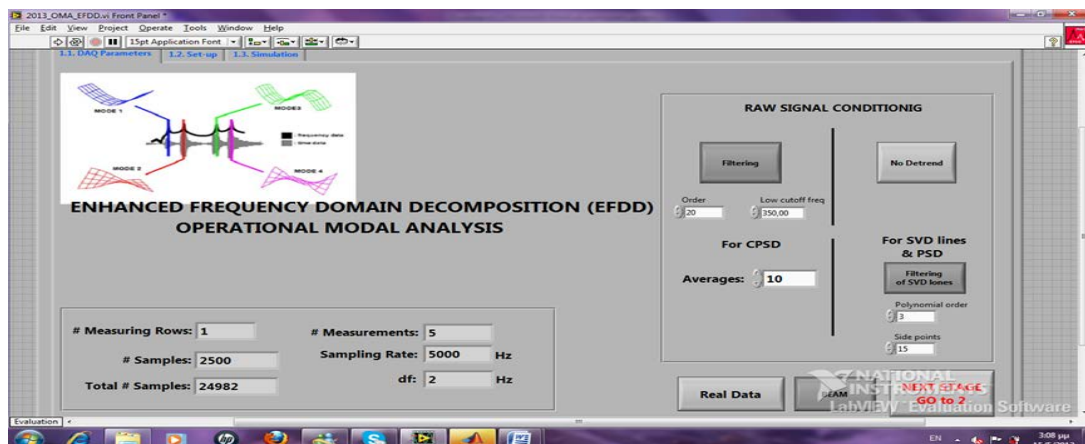
Σχήμα 3.36: Εκτίμηση του πλήθους που η καμπύλη συσχέτισης (**correlation function**) διέρχεται από το μηδέν (**zero crossings**)



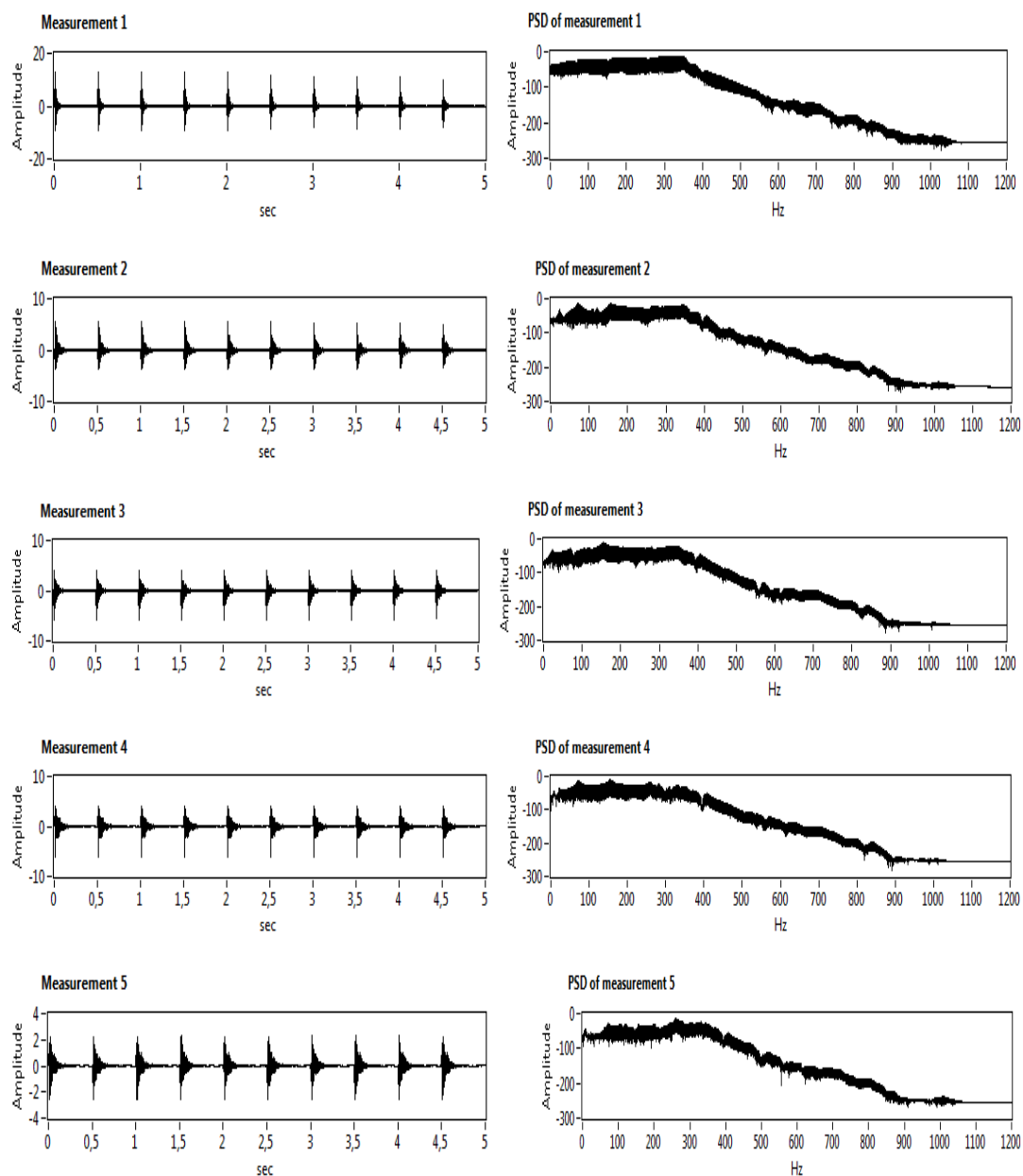
Σχήμα 3.37: Εκτίμηση της ιδιοσυχνότητας και της απόσβεσης που αντιστοιχεί στην επιλεγείσα κορυφή

Στην περίπτωση επεξεργασίας με χρήση **Savitzky** επιλέγονται οι ίδιες παράμετροι που επιλέχθηκαν και κατά την επεξεργασία χωρίς **Savitzky**, ενώ τα χαρακτηριστικά του φίλτρου φαίνονται στο Σχήμα 3.38 - **polynomial order: 3, side points: 15**.

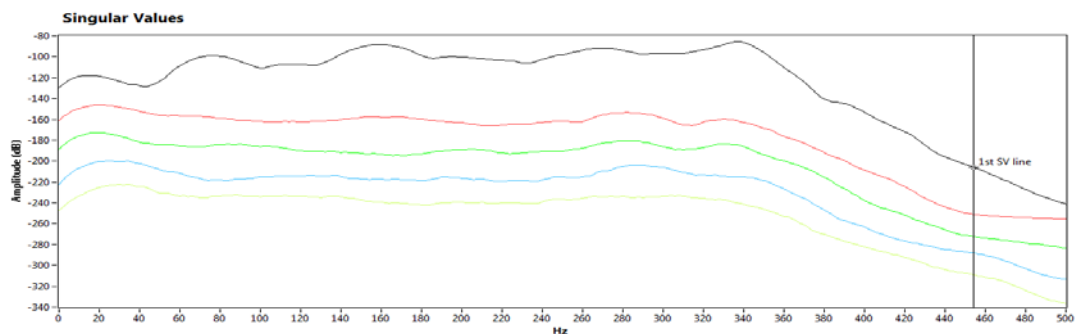
Με βάση τις επιλογές αυτές προέκυψαν οι χρονικές αποκρίσεις (**measurement**) και φάσματα **PSD (PSD of measurement)** για κάθε επιταχυνσιόμετρο που εμφανίζονται στο Σχήμα 3.39, καθώς και οι καμπύλες των **singular values** του Σχήματος 3.40.



Σχήμα 3.38: Ορισμός παραμέτρων στην **EFDD** - χωρίς **Savitzky**



Σχήμα 3.39: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων



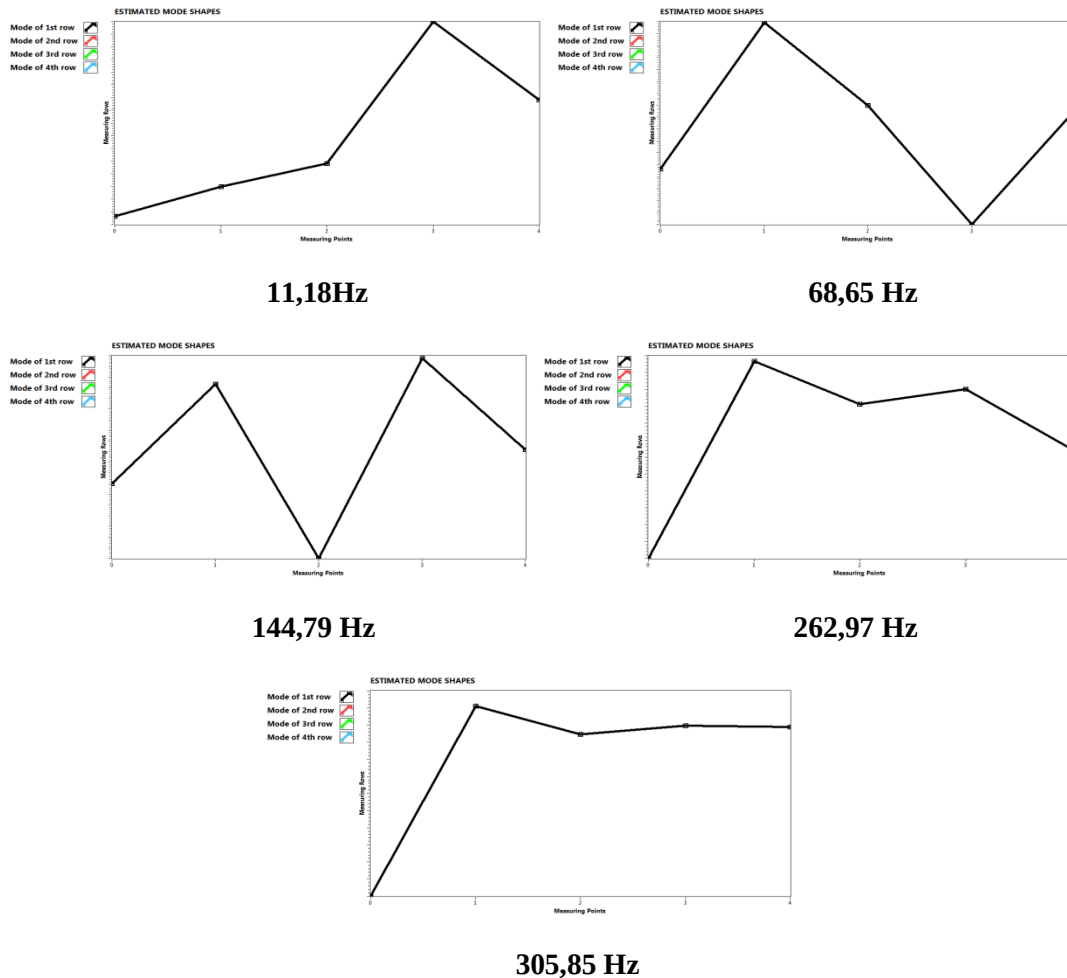
Σχήμα 3.40: Καμπύλες των singular values

Παραβάλλοντας τις καμπύλες των **singular values** που προκύπτουν μετά από εκτέλεση του προγράμματος με χρήση και χωρίς χρήση φίλτρου **Savitzky**, είναι εμφανείς οι διαφορές

που προκύπτουν όσων αφορά την ποιότητα και την ποσότητα των πληροφοριών που περιέχουν. Πιο συγκεκριμένα, η χρήση φίλτρου **Savitzky** οδηγεί σε μείωση των υποψηφίων για μελέτη περιοχών συχνοτήτων (λιγότερες κορυφές) καθώς και σε εξομάλυνση των κορυφών αυτών (πιο πεπλατυσμένες και λιγότερο οξείες κορυφές). Αποτέλεσμα αυτών ήταν η λήψη λιγότερων ιδιοσυχνοτήτων για το ίδιο πεδίο συχνοτήτων – **0-350 Hz**. Οι ιδιοσυχνότητες αυτές πινακοποιούνται μαζί με τις αποσβέσεις τους (**Πίνακας 3.6**), ενώ οι ιδιομορφές που αντιστοιχούν σε κάθε ιδιοσυχνότητα παρουσιάζονται στο **Σχήμα 3.41**.

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	11,18	1,10319
2	68,65	0,05156
3	144,79	0,01519
4	262,97	0,02366
5	305,85	1,87134

Πίνακας 3.6: Ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου



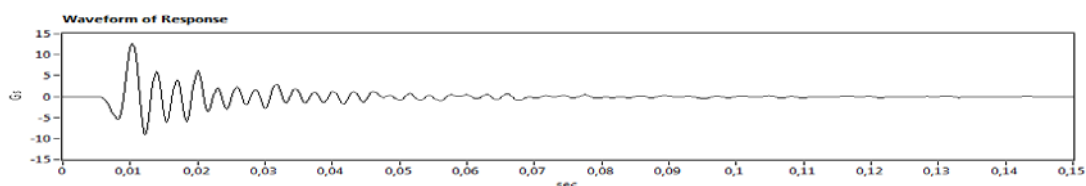
Σχήμα 3.41: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων

β) Μέθοδος SSI

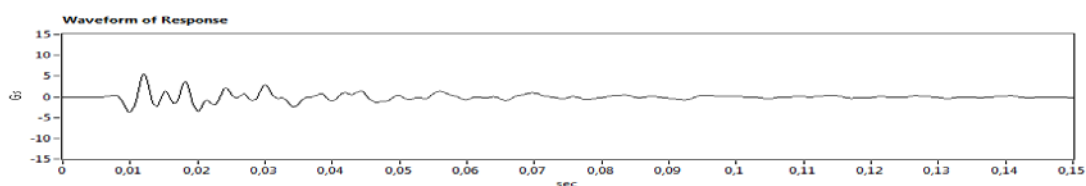
Για λόγους συγκρίσεως τόσο με την μέθοδο **EFDD** όσο και με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το υπολογιστικό μοντέλο, επιλέχθηκε να ερευνηθεί, και πάλι, το πεδίο συχνοτήτων από **0-350 Hz**. Για το λόγο αυτό έγινε χρήση ενός βαθυπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής στα **350 Hz (Low cut off frequency)**. Στην μέθοδο **SSI** δεν υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού του μέσου όρου των φασμάτων των σημάτων για κάθε αισθητήριο, είναι, όμως, απαραίτητος ο καθορισμός του πλήθους των ιδιοσυχνοτήτων που είναι επιθυμητό να προκύψουν από το πρόγραμμα στο επιλεγμένο πεδίο συχνοτήτων (επιλογή **mode num**). Κάποιες από τις συχνότητες που προκύπτουν (ή και όλες), ωστόσο, είναι πιθανό να μην αντιστοιχούν σε πραγματικές ιδιοσυχνότητες αλλά σε υπολογιστικές συχνότητες του προγράμματος. Ένα «εργαλείο» ικανό στον διαχωρισμό ιδιοσυχνοτήτων από υπολογιστικές συχνότητες, και αυτό που τελικά χρησιμοποιήθηκε, είναι το διάγραμμα σταθεροποίησης (**stabilization diagram**).

Τέλος, υπάρχει και πάλι η δυνατότητα επιλογής της χρήσης ή μη φίλτρου **Savitzky** (επιλογή **Savitzky Filter**) η οποία όμως πραγματοποιείται σε πιο προχωρημένο στάδιο του προγράμματος και δεν περιλαμβάνεται στις αρχικές παραμέτρους. Εξαιτίας της δυνατότητας αυτής, όμως, είναι σκόπιμο η περαιτέρω ανάλυση να διαχωριστεί και πάλι σε δύο περιπτώσεις.

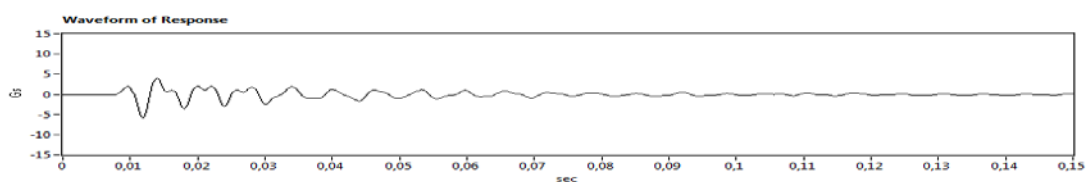
Ακολουθούν τα διαγράμματα των χρονικών αποκρίσεων (**Σχήματα 3.42α και 3.42β**), των φασμάτων **PSD (Σχήμα 3.43)** και του μεγέθους απόκρισης συχνότητας (**Frequency Response Magnitude – FRM**) (**Σχήμα 3.44**) που αφορούν κάθε αισθητήριο, για την περίπτωση επεξεργασίας χωρίς φίλτρο **Savitzky**, και τα οποία είναι κοινά για κάθε επιλογή πλήθους ιδιοσυχνοτήτων (**mode num**).



Αισθητήριο 1

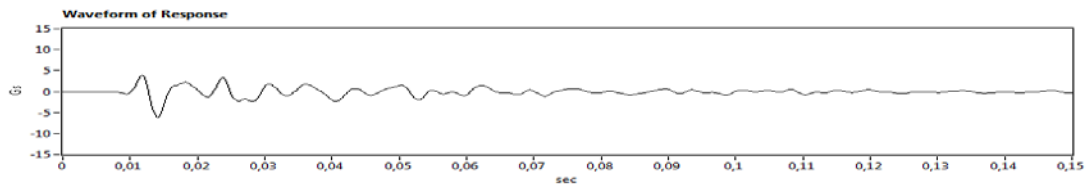


Αισθητήριο 2

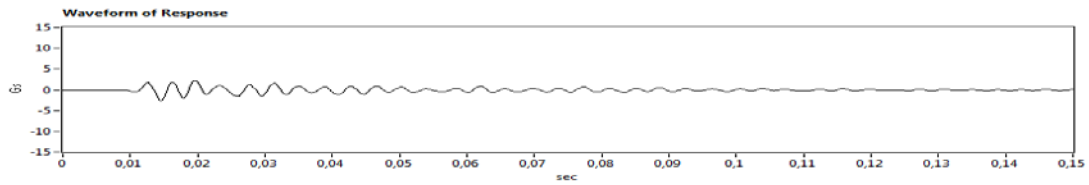


Αισθητήριο 3

Σχήμα 3.42α: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων 1, 2 και 3

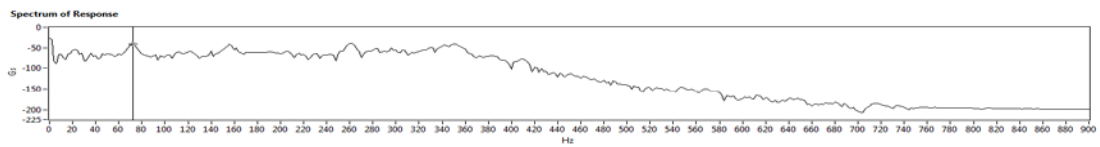


Αισθητήριο 4

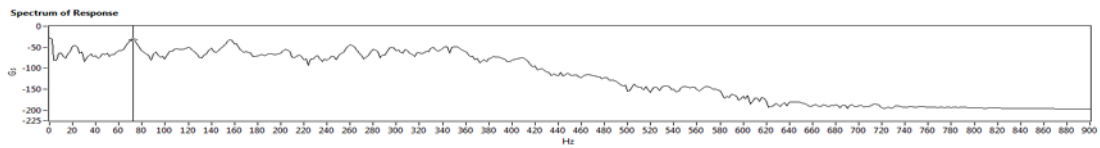


Αισθητήριο 5

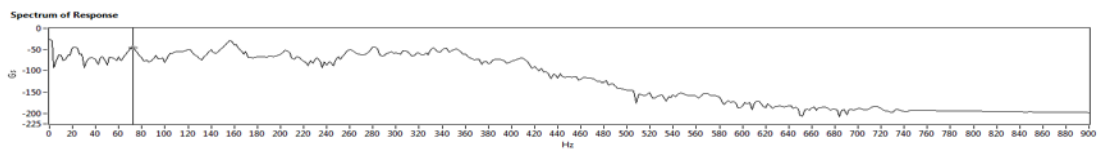
Σχήμα 3.42β: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων 4 και 5



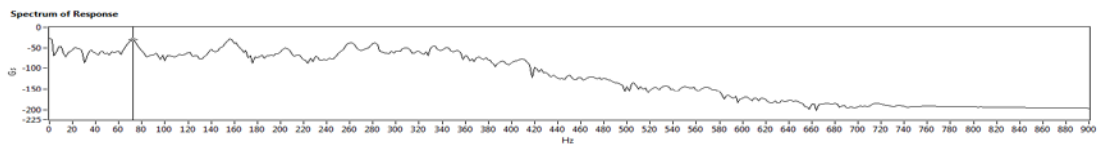
Αισθητήριο 1



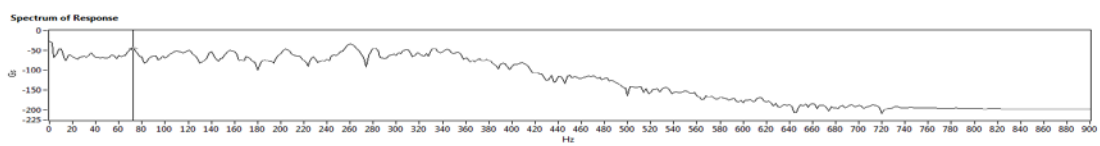
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3

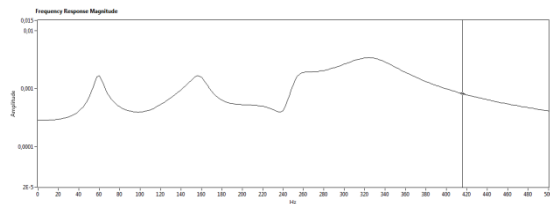


Αισθητήριο 4

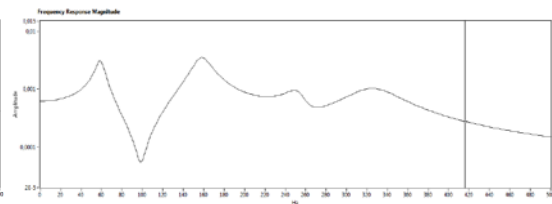


Αισθητήριο 5

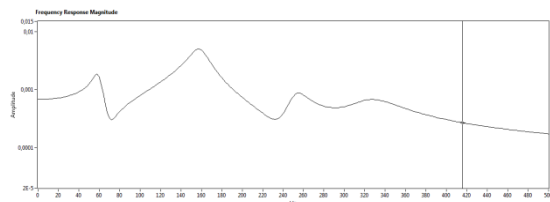
Σχήμα 3.43: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της ράβδου



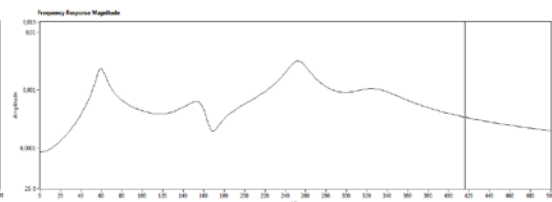
Αισθητήριο 1



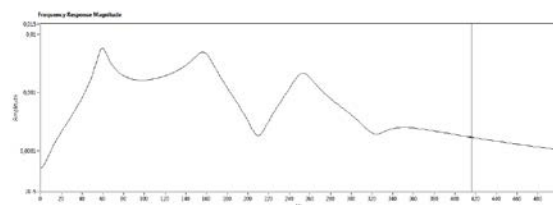
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3



Αισθητήριο 4



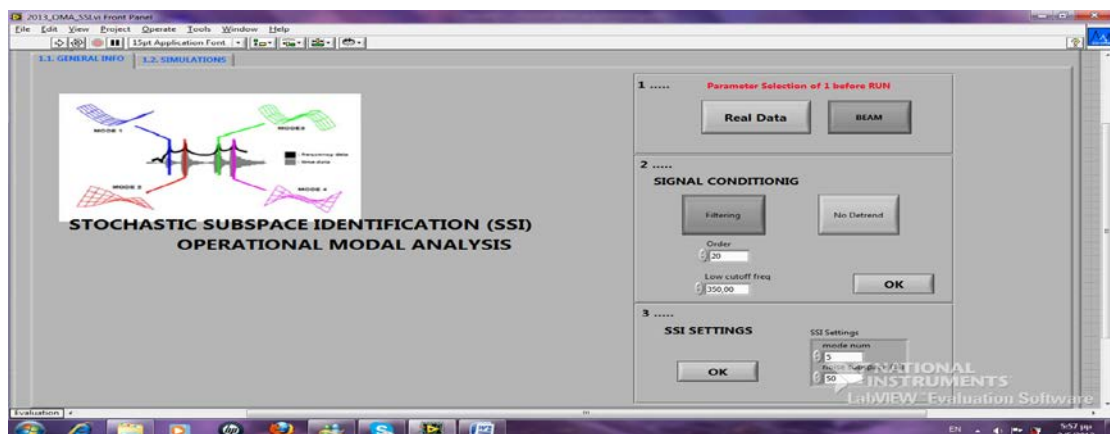
Αισθητήριο 5

Σχήμα 3.44: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της ράβδου

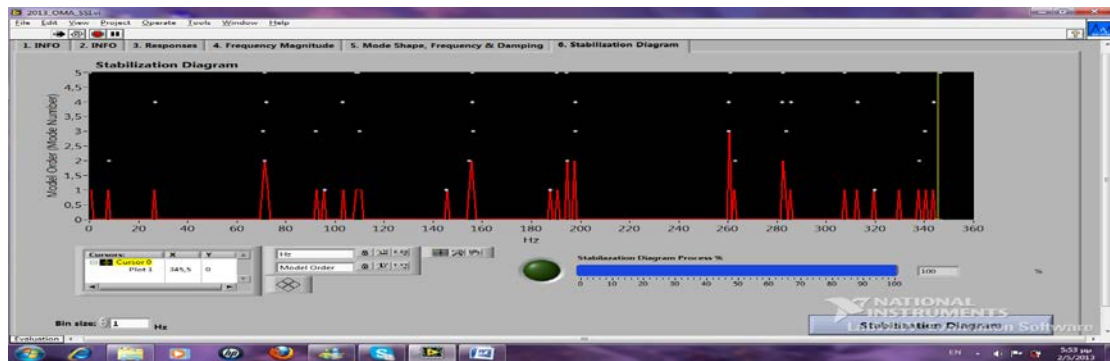
Για την περίπτωση επεξεργασίας χωρίς **Savitzky**, πάντοτε, επιλέχθηκε η εξέταση των ακόλουθων περιπτώσεων όσων αφορά το πλήθος των ιδιοσυχνοτήτων που ήταν επιθυμητό να προσδιοριστούν.

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 5

Στο **Σχήμα 3.45** εμφανίζονται οι παράμετροι που επιλέχθηκαν, ενώ στα **Σχήματα 3.46** και **3.47** εμφανίζονται το διάγραμμα σταθεροποίησης και οι ιδιομορφές των εκτιμώμενων συχνοτήτων, αντίστοιχα. Τέλος, οι εκτιμώμενες συχνότητες με τις αποσβέσεις τους κατατάσσονται στον **Πίνακα 3.7**.



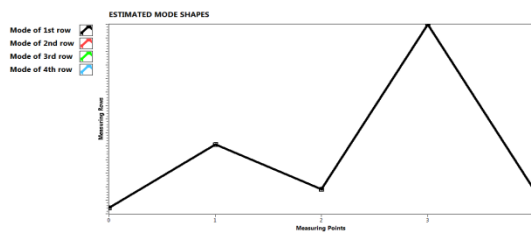
Σχήμα 3.45: Ορισμός παραμέτρων στην SSI - 5 προσδιοριζόμενες συχνότητες



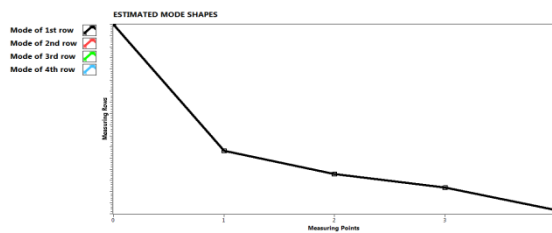
Σχήμα 3.46: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 5 προσδιορισταίες συχνότητες

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	59,31	-7,39802
2	135,47	28,26467
3	158,32	5,77879
4	252,65	3,89593
5	326,34	7,83809

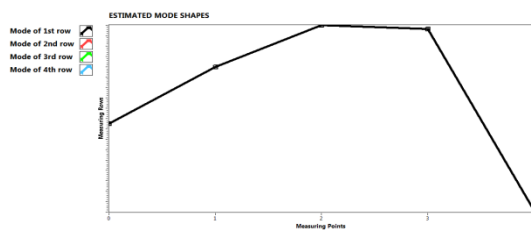
Πίνακας 3.7: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου



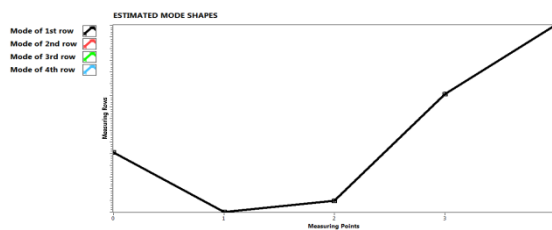
59,31 Hz



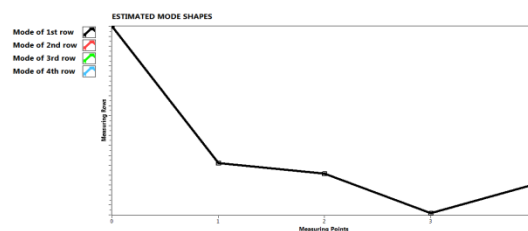
135,47 Hz



158,32 Hz



252,65 Hz

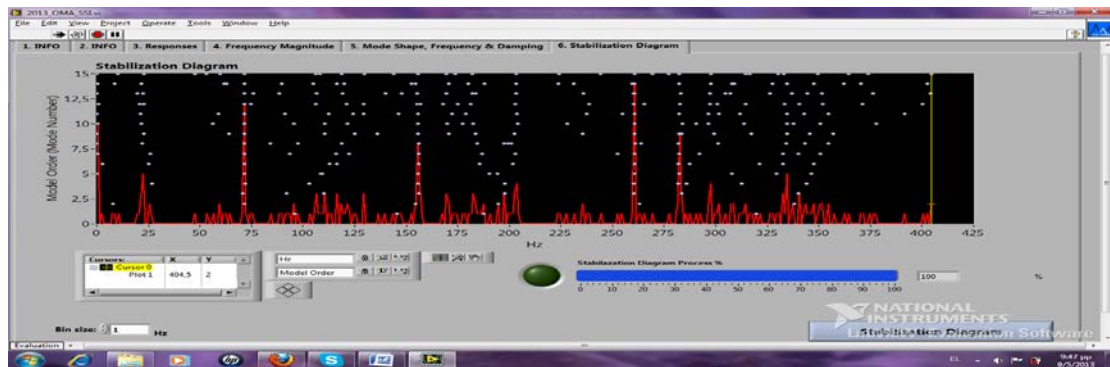


326,34 Hz

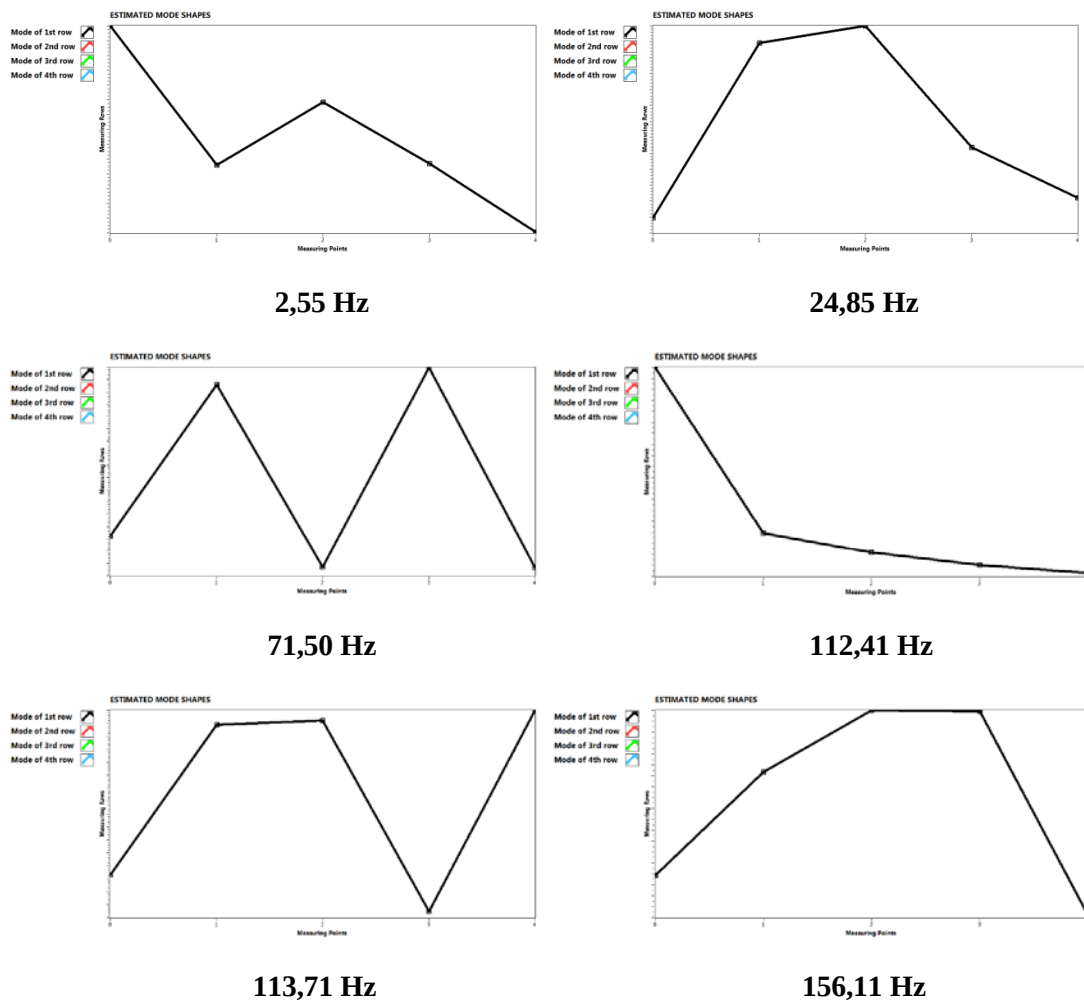
Σχήμα 3.47: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 15

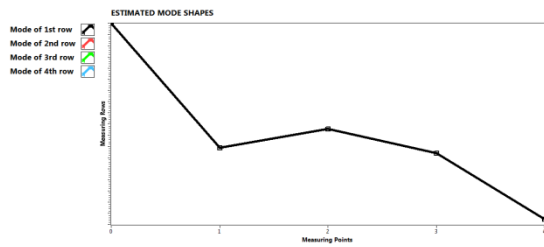
Στο Σχήμα 3.48 παρουσιάζεται το διάγραμμα σταθεροποίησης και στα Σχήματα 3.49α και 3.49β οι ιδιομορφές των συχνοτήτων του Πίνακα 3.8, όπως αυτές υπολογίσθηκαν από το πρόγραμμα. Να σημειωθεί ότι εκτός του πλήθους των προς προσδιορισμό συχνοτήτων (**mode num**), οι υπόλοιπες παράμετροι λαμβάνουν τις ίδιες τιμές με αυτές της περίπτωσης των 5 **mode num**.



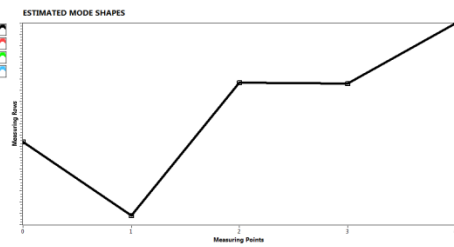
Σχήμα 3.48: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 15 προσδιοριζόμενες συχνότητες



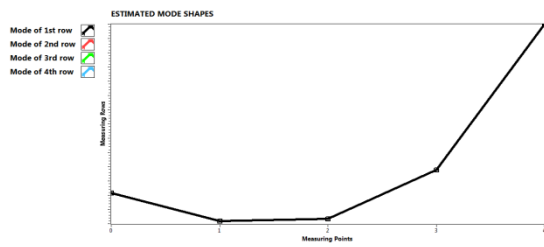
Σχήμα 3.49α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



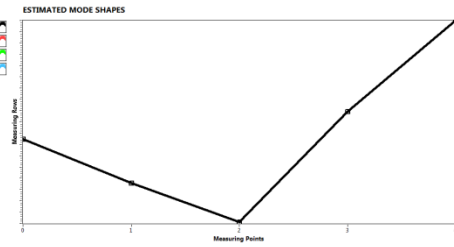
186,72 Hz



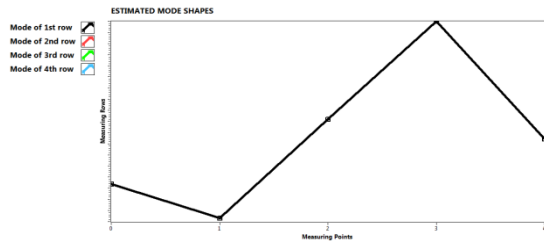
198,44 Hz



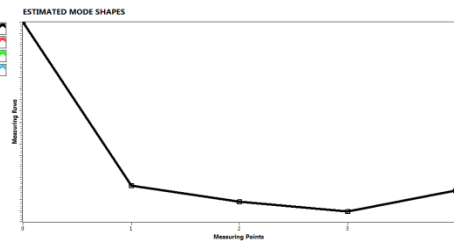
238,00 Hz



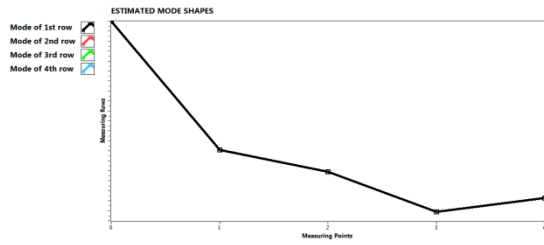
260,14 Hz



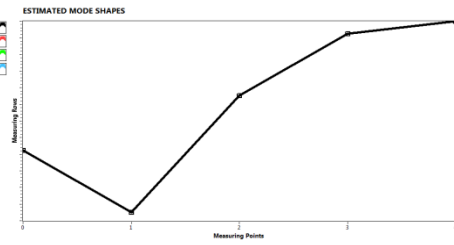
282,65 Hz



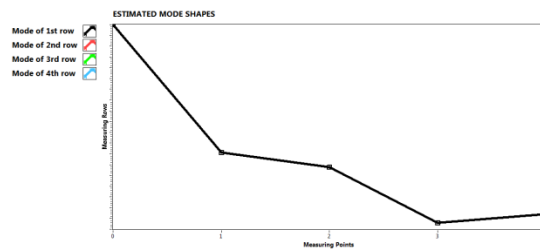
286,00 Hz



331,12 Hz



330,99 Hz



348,06 Hz

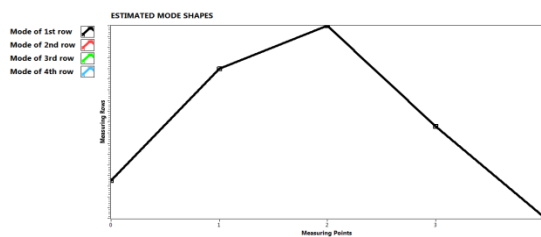
Σχήμα 3.49β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	2,55	-100,00000
2	24,85	-15,98550
3	71,50	3,30957
4	112,41	49,90620
5	113,71	10,20210
6	156,11	2,49552
7	186,72	7,44778
8	198,44	2,58835
9	238,00	-0,03318
10	260,14	1,34413
11	282,65	1,07557
12	286,00	21,74440
13	330,99	1,16035
14	331,12	8,68293
15	348,06	1,88548

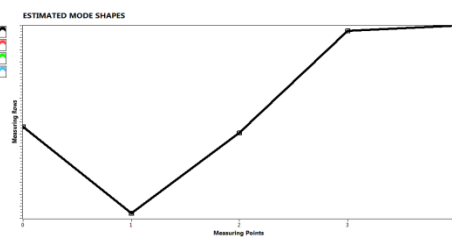
Πίνακας 3.8: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 25

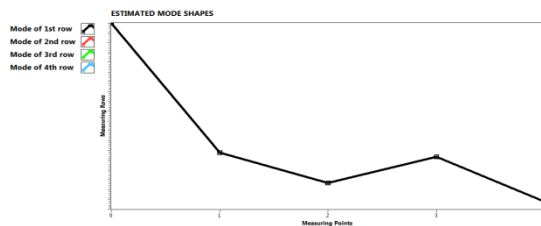
Και πάλι για τις ίδιες παραμέτρους, εξάγονται τα αποτελέσματα του **Πίνακα 3.9** όσον αφορά τις εκτιμώμενες συχνότητες και αποσβέσεις. Στα **Σχήματα 3.50α, 3.50β, 3.50γ και 3.50δ** παρουσιάζονται οι αντίστοιχες ιδιομορφές των συχνοτήτων, ενώ στο **Σχήμα 3.51** το διάγραμμα σταθεροποίησης.



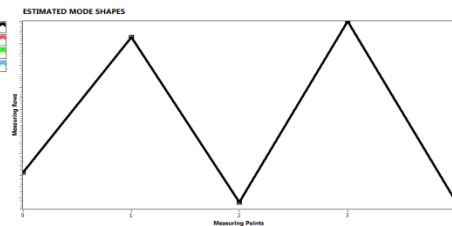
21,33 Hz



0,15 Hz

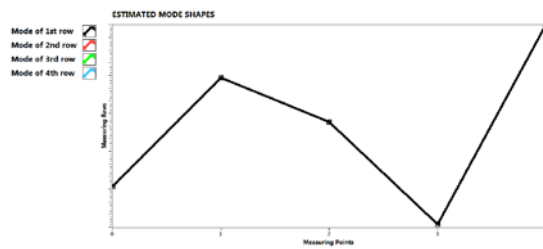


53,61 Hz

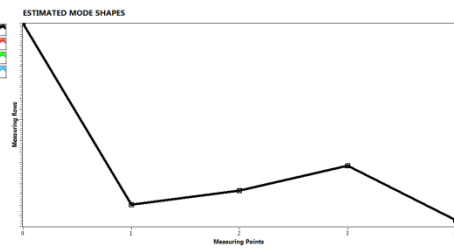


71,63 Hz

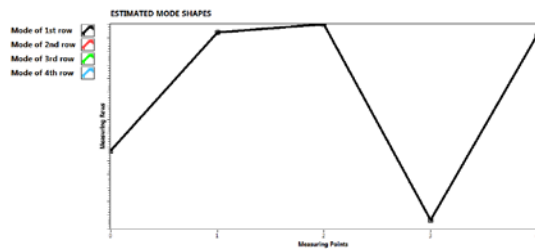
Σχήμα 3.50α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



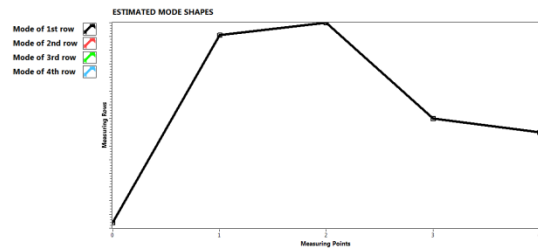
100,03 Hz



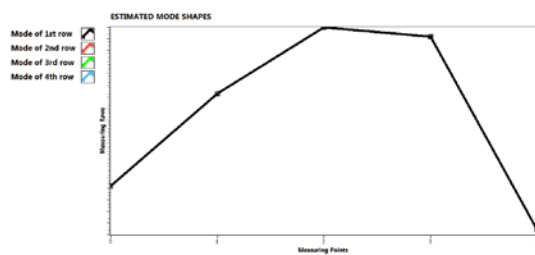
110,91 Hz



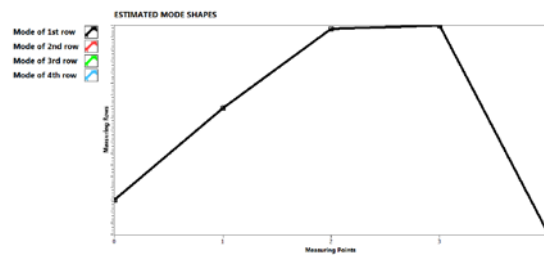
120,58 Hz



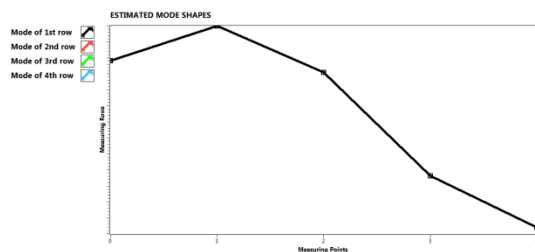
140,57 Hz



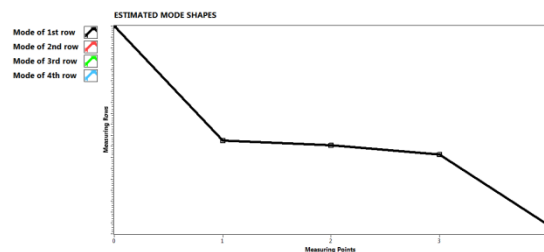
154,20 Hz



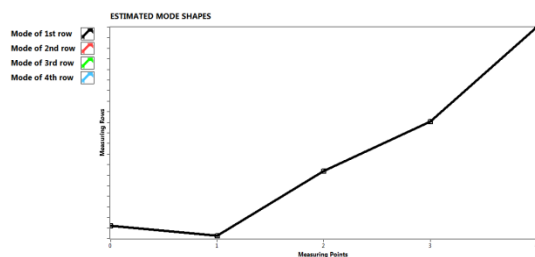
156,13 Hz



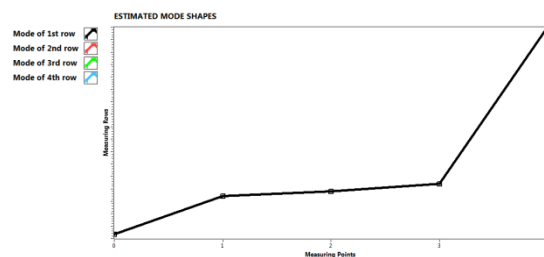
173,26 Hz



185,15 Hz

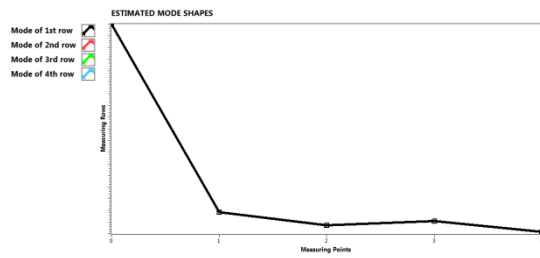


203,48 Hz

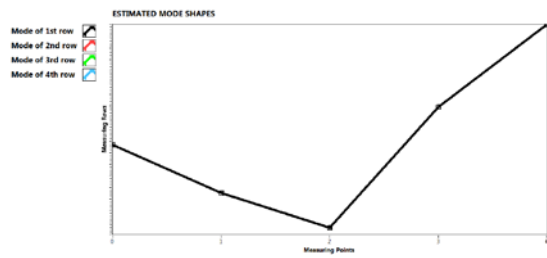


238,57 Hz

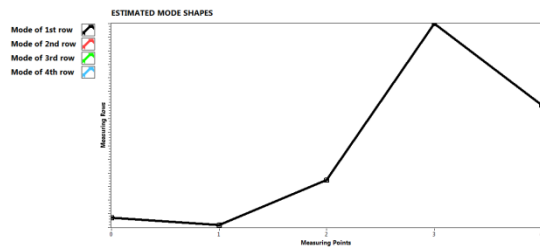
Σχήμα 3.50β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



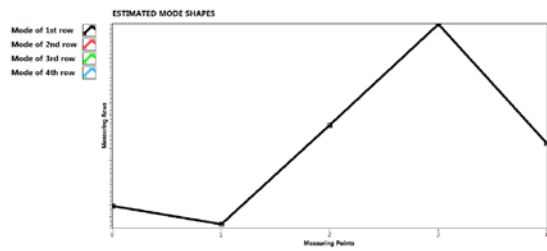
244,74 Hz



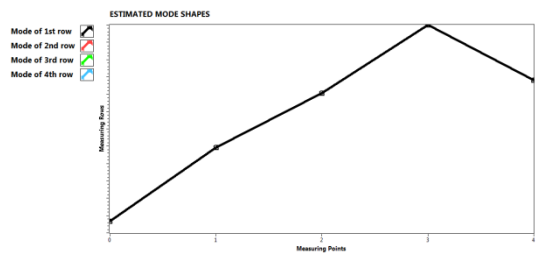
260,64 Hz



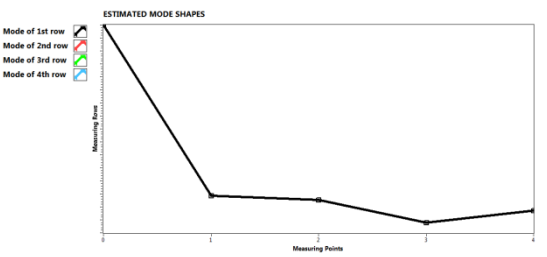
271,14 Hz



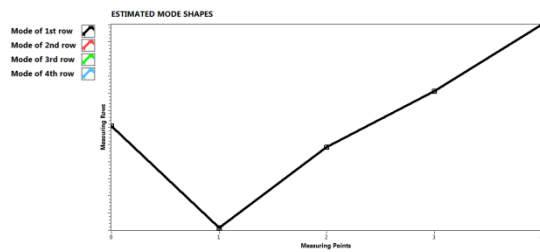
281,64 Hz



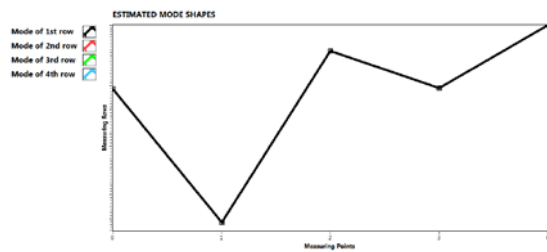
297,42 Hz



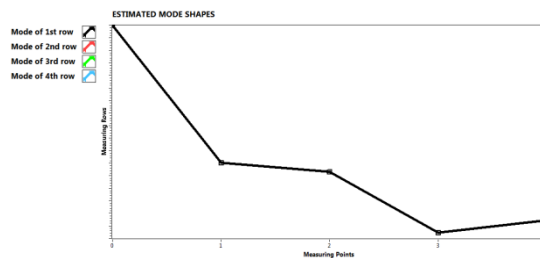
311,48 Hz



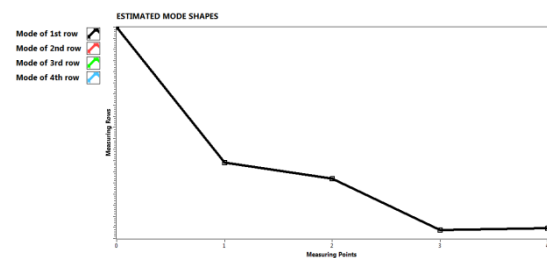
315,67 Hz



334,97 Hz

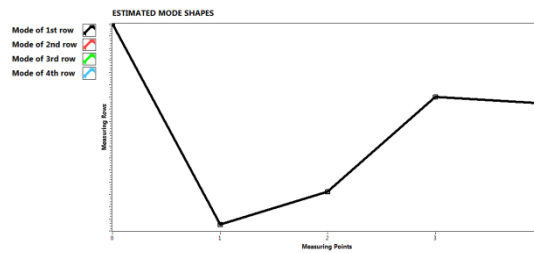


344,40 Hz



356,71 Hz

Σχήμα 3.50γ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

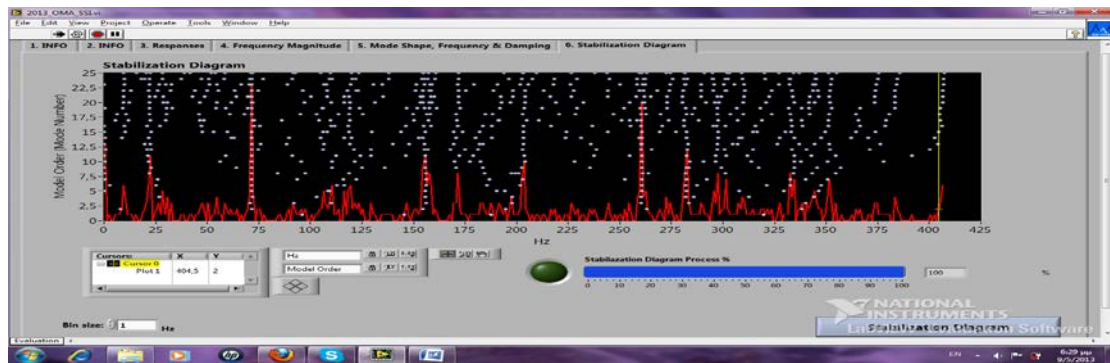


394,15 Hz

Σχήμα 3.50δ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

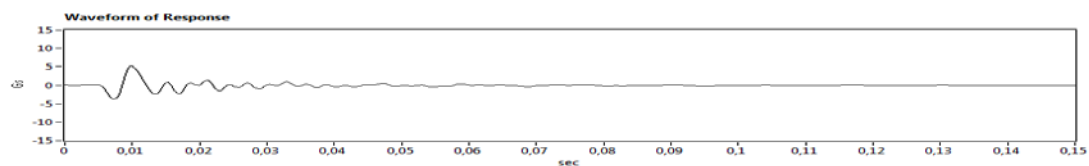
a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	0,15	-100,00000
2	21,33	5,14117
3	53,61	61,55390
4	71,63	3,35045
5	100,03	6,25614
6	110,91	36,17920
7	120,58	5,31562
8	140,57	-1,89394
9	154,20	3,24520
10	156,13	4,24891
11	173,26	1,93565
12	185,15	9,56869
13	203,48	1,46635
14	238,57	1,33794
15	244,74	30,45540
16	260,64	1,19937
17	271,14	-2,91197
18	281,64	1,29941
19	297,42	0,56181
20	311,48	14,15370
21	315,67	1,49289
22	334,97	1,88669
23	344,40	2,75955
24	356,71	1,31784
25	394,15	-0,190776

Πίνακας 3.9: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου

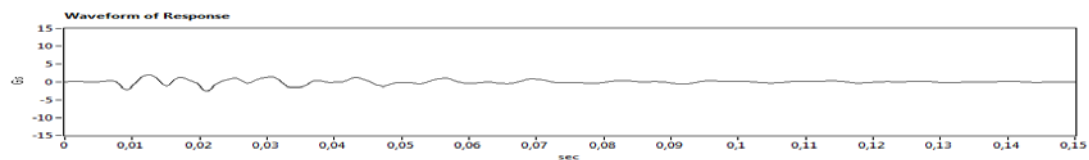


Σχήμα 3.51: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 25 προσδιοριζόμενες συχνότητες

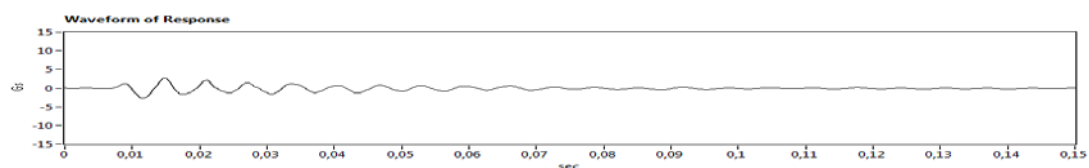
Κατά την επεξεργασία με χρήση φίλτρου **Savitzky** επιλέχθηκαν οι ίδιες παράμετροι που επιλέχθηκαν και κατά την επεξεργασία χωρίς **Savitzky**. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω για τρεις περιπτώσεις επιλογής πλήθους ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό (ίδιες με την ανάλυση χωρίς **Savitzky**). Ακολουθούν τα διαγράμματα των χρονικών αποκρίσεων (Σχήματα 3.52α και 3.52β), των φασμάτων PSD (Σχήμα 3.53) και του μεγέθους απόκρισης συχνότητας (Frequency Response Magnitude – FRM) (Σχήμα 3.54) που αφορούν κάθε αισθητήριο και τα οποία, κατά τα προαναφερθέντα, είναι κοινά για κάθε επιλογή πλήθους ιδιοσυχνοτήτων (mode num).



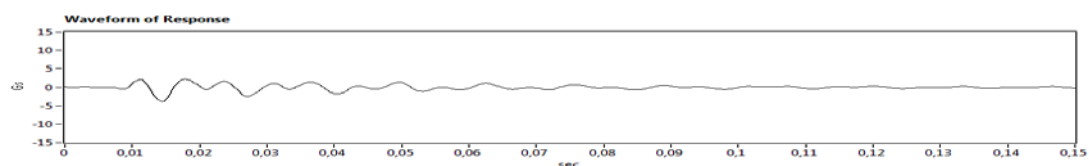
Αισθητήριο 1



Αισθητήριο 2

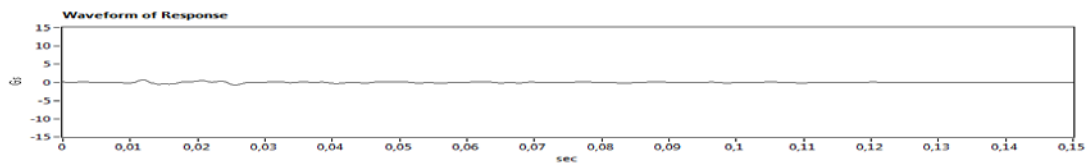


Αισθητήριο 3



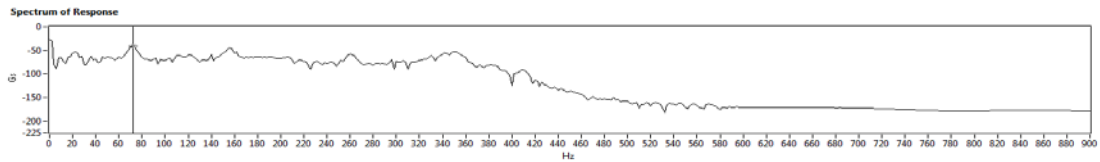
Αισθητήριο 4

Σχήμα 3.52α: Χρονικές αποκρίσεις αισθητηρίων 1, 2, 3 και 4

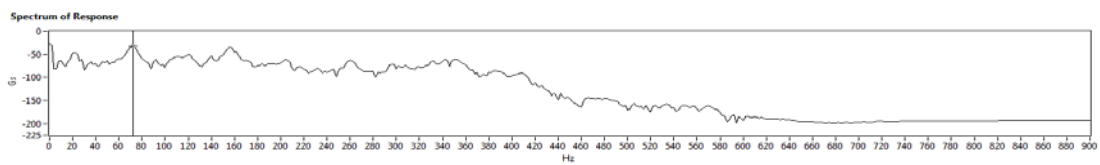


Αισθητήριο 5

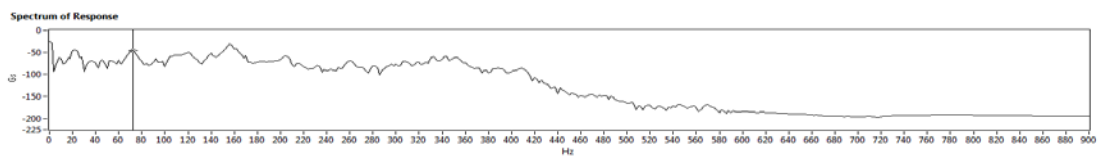
Σχήμα 3.52β: Χρονική απόκριση αισθητηρίου 5



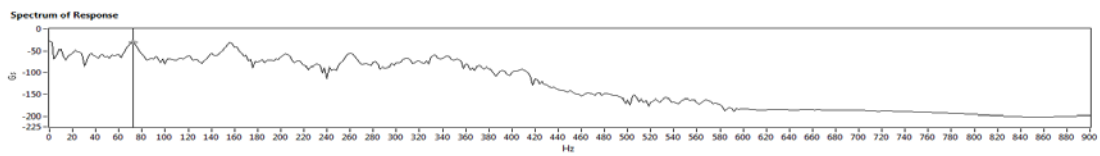
Αισθητήριο 1



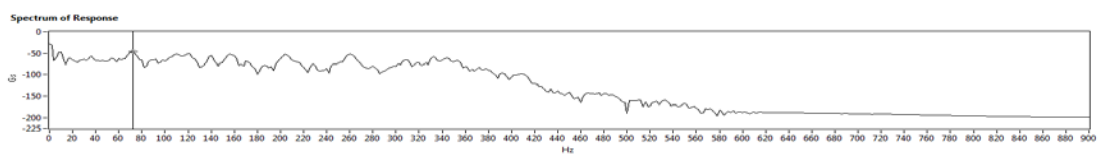
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3



Αισθητήριο 4

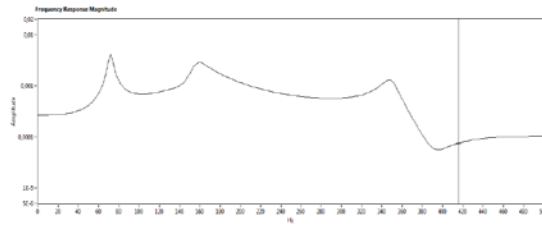


Αισθητήριο 5

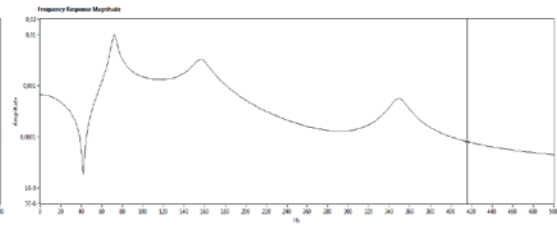
Σχήμα 3.53: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της ράβδου

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 5

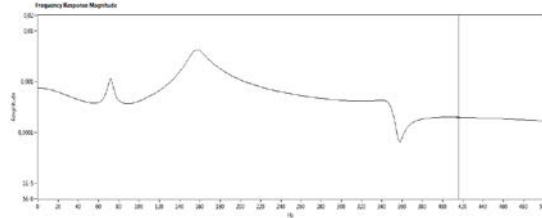
Ακολουθούν τα **Σχήματα 3.55 και 3.56α, 3.56β** του διαγράμματος σταθεροποίησης και των ιδιομορφών των αντίστοιχων συχνοτήτων του **Πίνακα 3.10**.



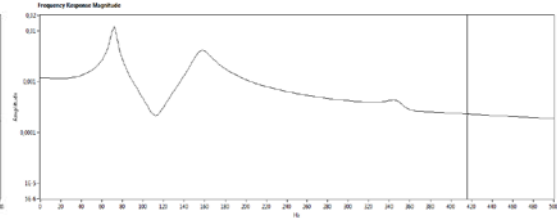
Αισθητήριο 1



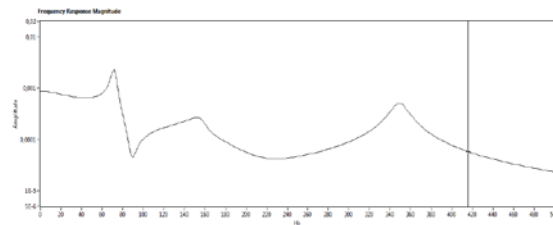
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3

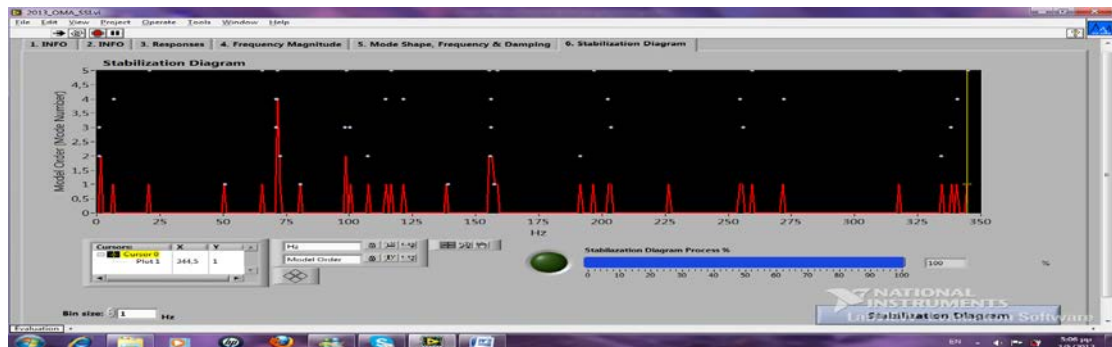


Αισθητήριο 4

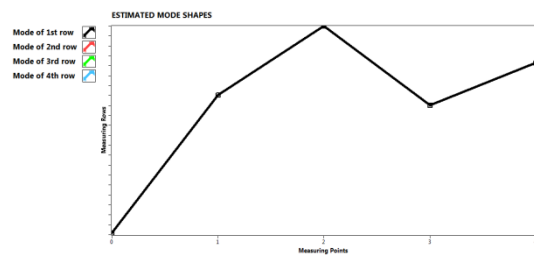


Αισθητήριο 5

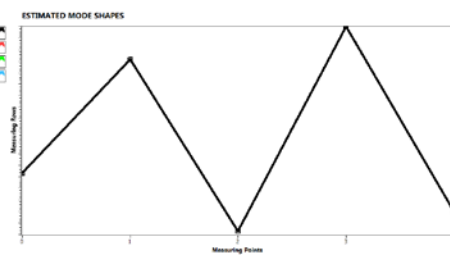
Σχήμα 3.54: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της ράβδου



Σχήμα 3.55: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 5 προσδιοριζόμενες συχνότητες

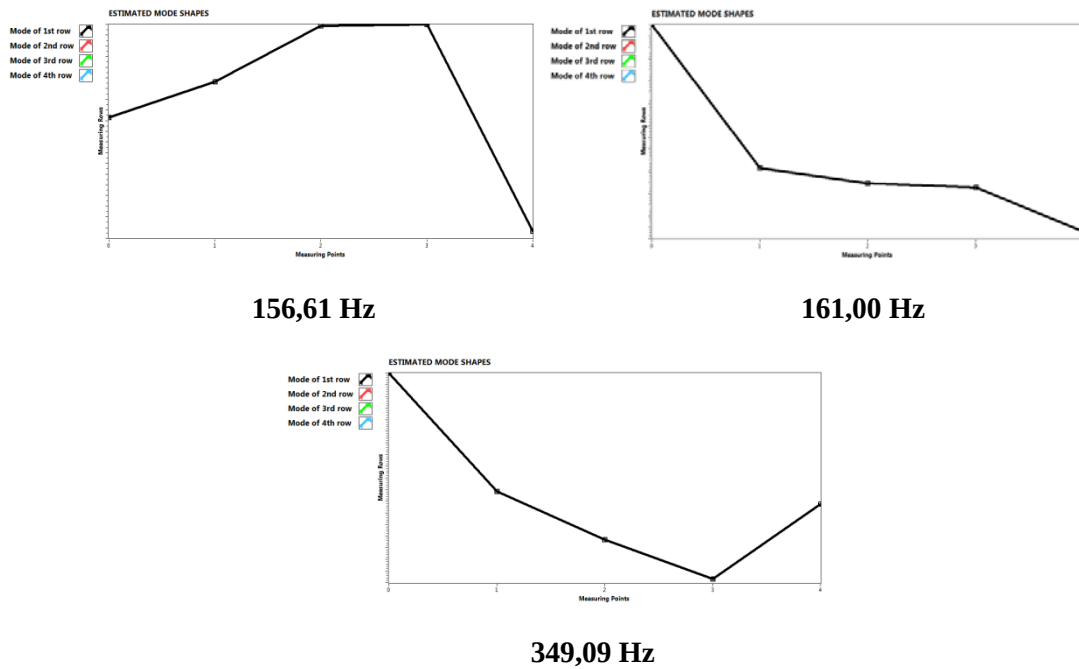


30,69 Hz



71,80 Hz

Σχήμα 3.56α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



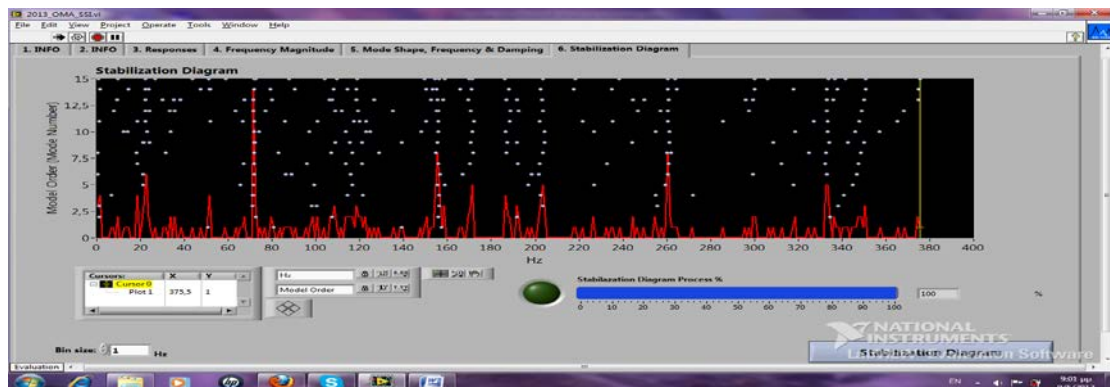
Σχήμα 3.56β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	30,69	-100,0000
2	71,80	3,05494
3	156,61	5,37643
4	161,00	19,77746
5	349,09	-2,36146

Πίνακας 3.10: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 15

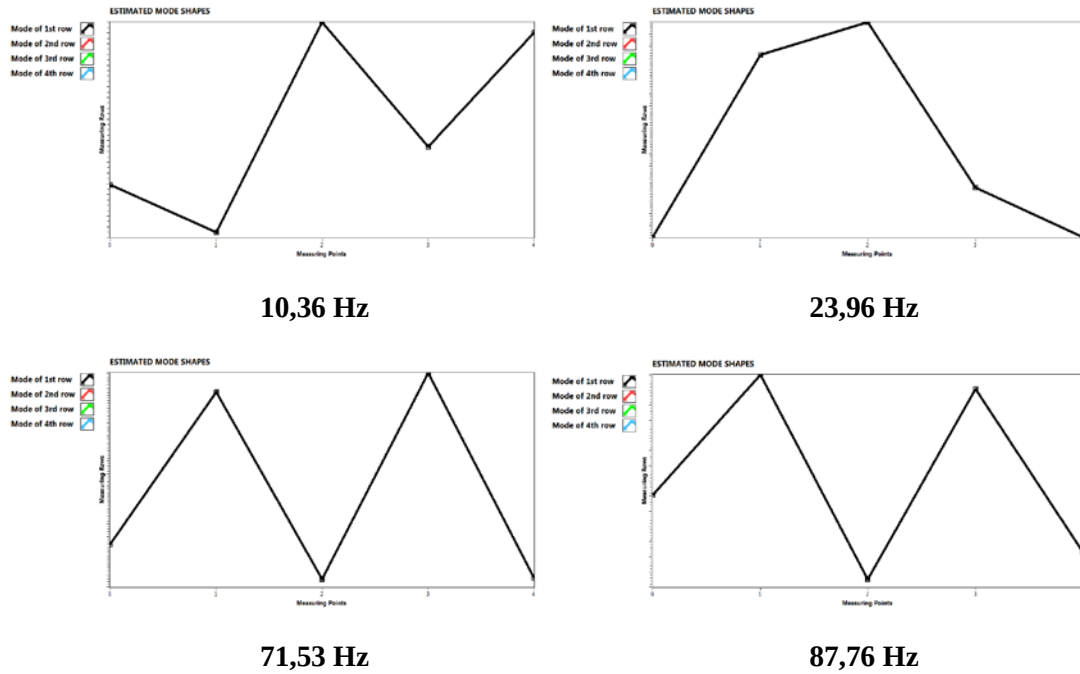
Ακολουθούν τα Σχήματα 3.57 και 3.58α, 3.58β, 3.58γ του διαγράμματος σταθεροποίησης και των ιδιομορφών των αντίστοιχων συχνοτήτων του Πίνακα 3.11.



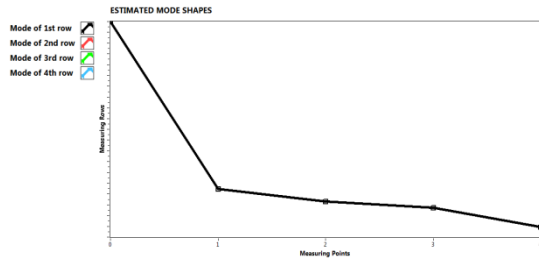
Σχήμα 3.57: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 15 προσδιοριζαίες συχνότητες

<i>a/a</i>	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	10,36	100,00000
2	23,96	4,20172
3	71,53	3,68129
4	87,76	-5,01337
5	98,44	50,86660
6	114,61	7,45034
7	152,45	0,85732
8	156,61	3,81733
9	176,46	3,04208
10	199,03	23,57850
11	201,67	1,01750
12	260,93	1,46607
13	301,16	7,50790
14	333,05	1,29793
15	347,24	1,69454

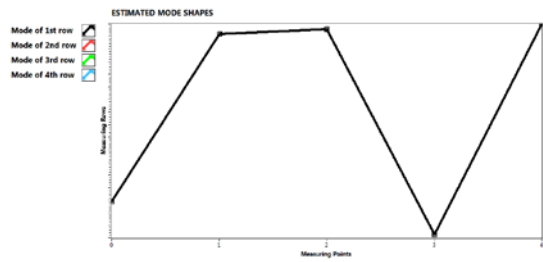
Πίνακας 3.11: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου



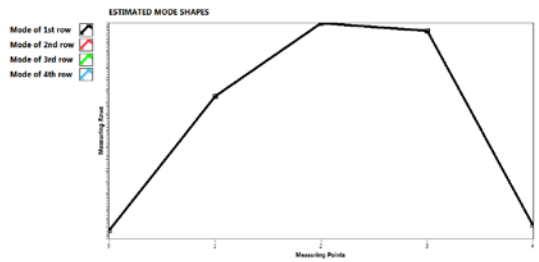
Σχήμα 3.58α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



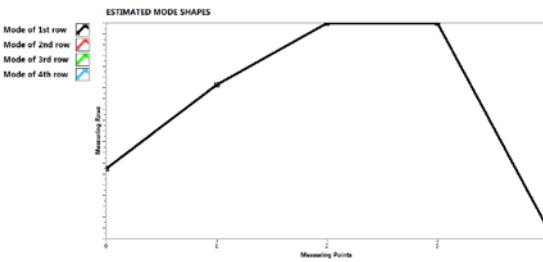
98,44 Hz



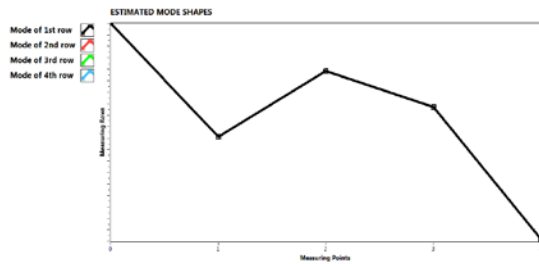
114,61 Hz



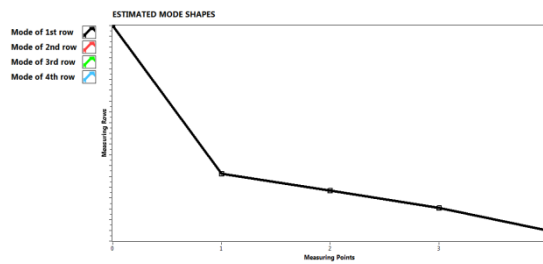
152,45 Hz



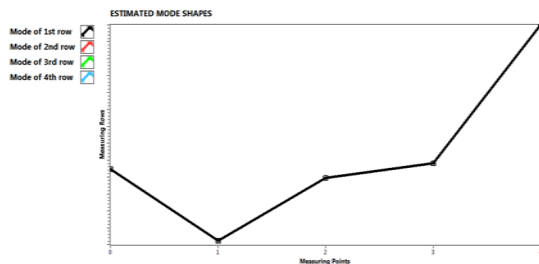
156,61 Hz



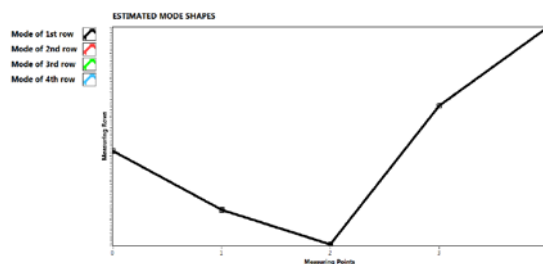
176,46 Hz



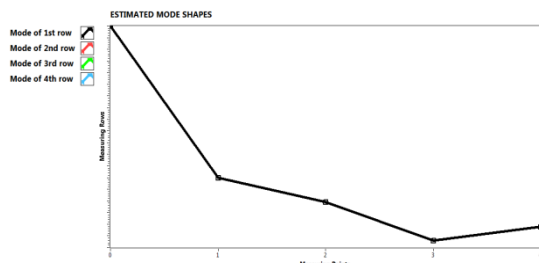
199,03 Hz



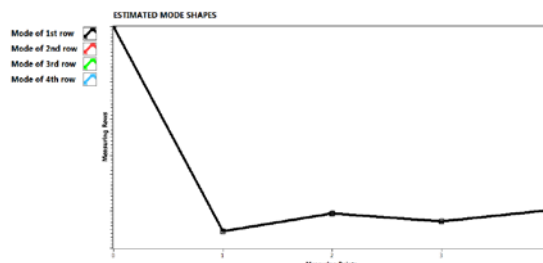
201,67 Hz



260,93 Hz

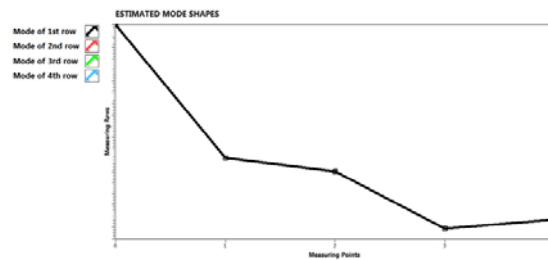


301,16 Hz



333,05 Hz

Σχήμα 3.58β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

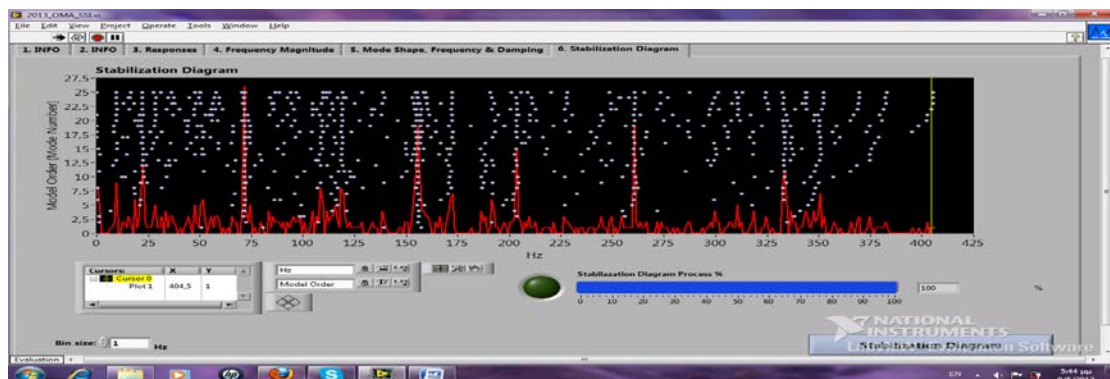


347,24 Hz

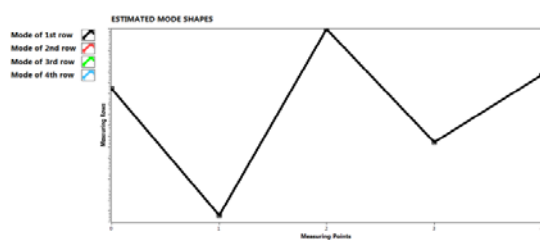
Σχήμα 3.58γ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 25

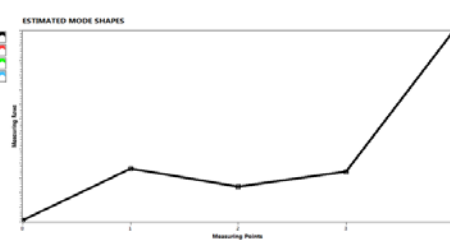
Και πάλι για τις ίδιες παραμέτρους, εξάγονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.12 όσον αφορά τις εκτιμώμενες συχνότητες και αποσβέσεις. Στα Σχήματα 3.60α, 3.60β, 3.60γ και 3.60δ παρουσιάζονται οι αντίστοιχες ιδιομορφές των συχνοτήτων, ενώ στο Σχήμα 3.59 το διάγραμμα σταθεροποίησης αποτελεί κριτήριο για τον χαρακτηρισμό των συχνοτήτων αυτών ως πραγματικών ιδιοσυχνοτήτων ή υπολογιστικών.



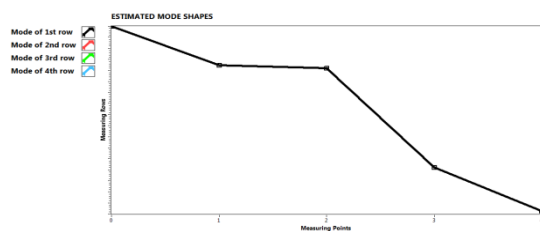
Σχήμα 3.59: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 25 προσδιοριζόμενες συχνότητες



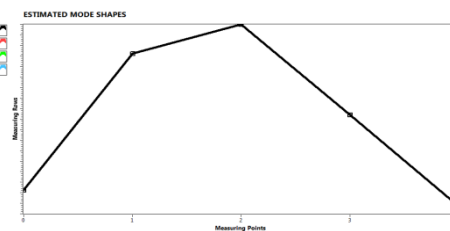
2,28 Hz



16,98 Hz

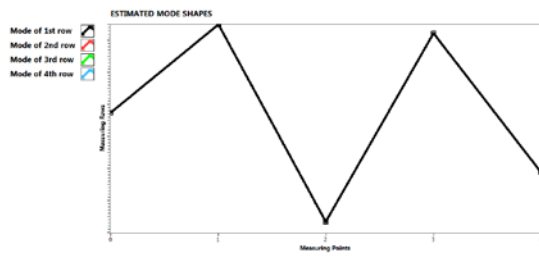


21,71 Hz

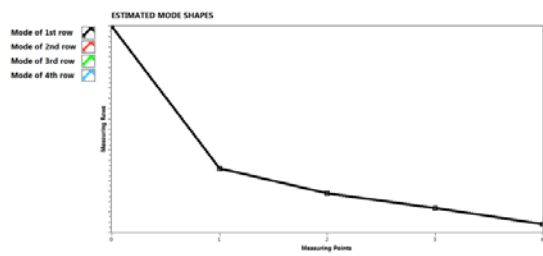


27,89 Hz

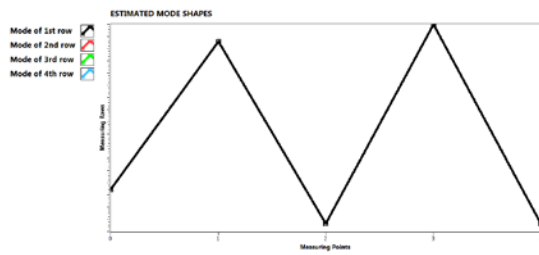
Σχήμα 3.60α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



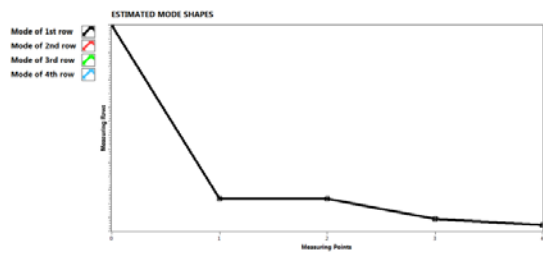
57,99 Hz



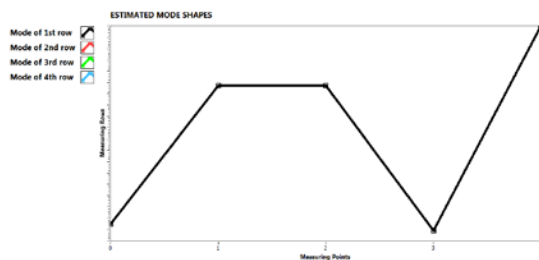
69,95 Hz



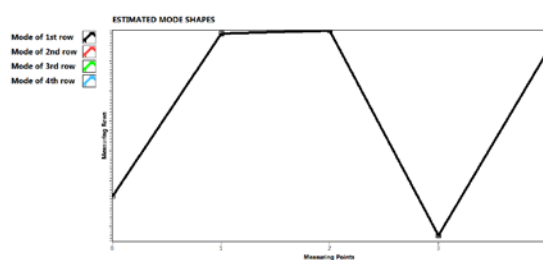
71,65 Hz



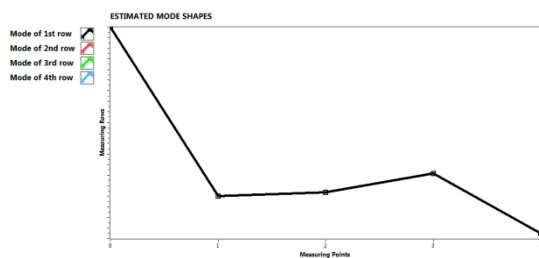
98,86 Hz



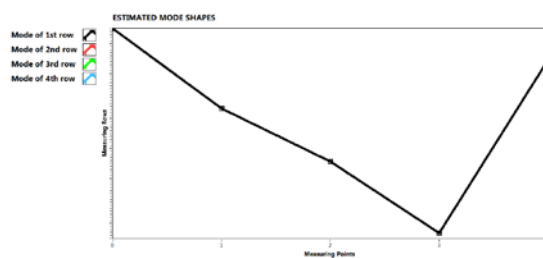
106,47 Hz



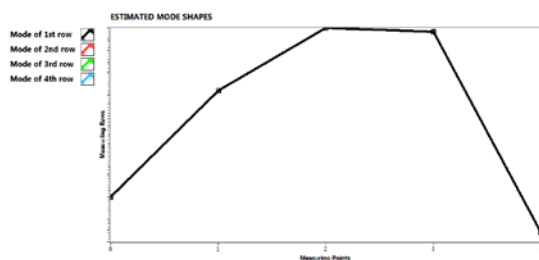
120,90 Hz



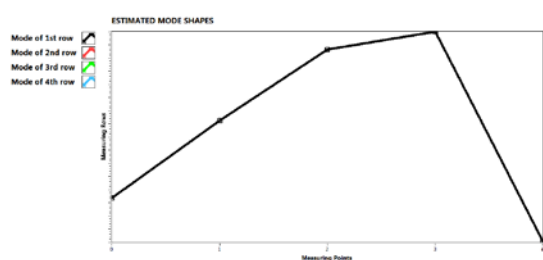
127,36 Hz



128,84 Hz

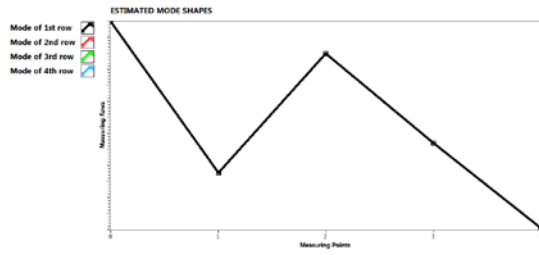


155,63 Hz

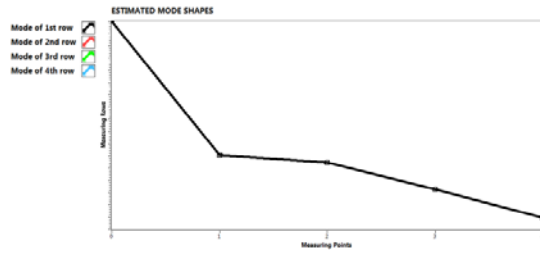


162,68 Hz

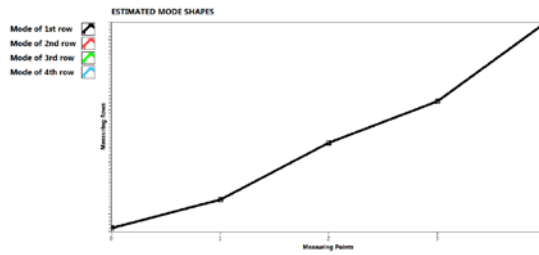
Σχήμα 3.60β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



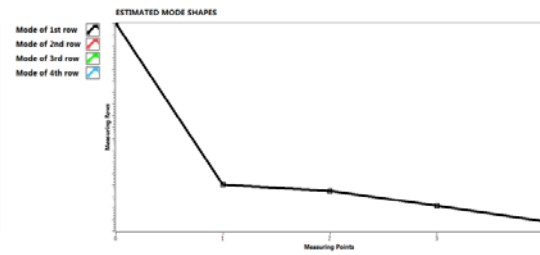
172,13 Hz



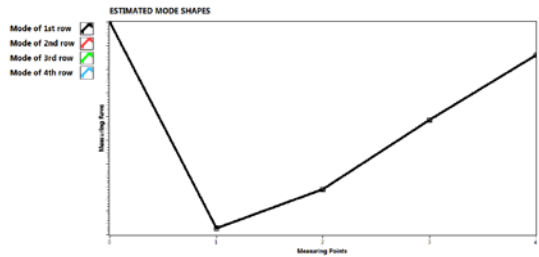
189,02 Hz



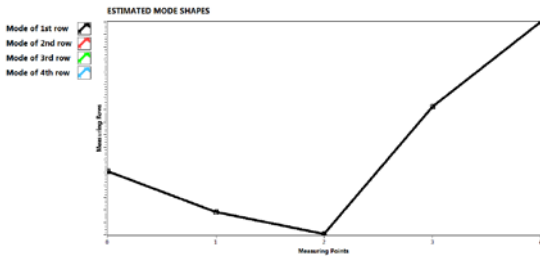
202,20 Hz



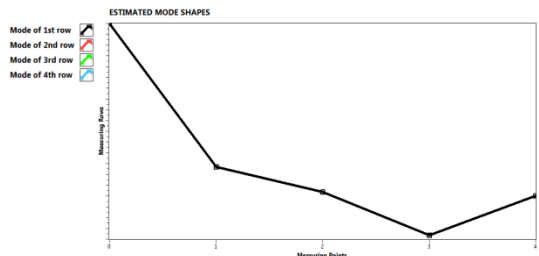
220,99 Hz



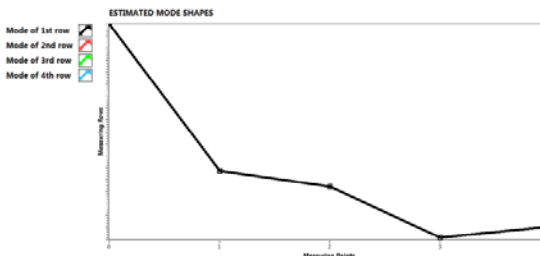
243,79 Hz



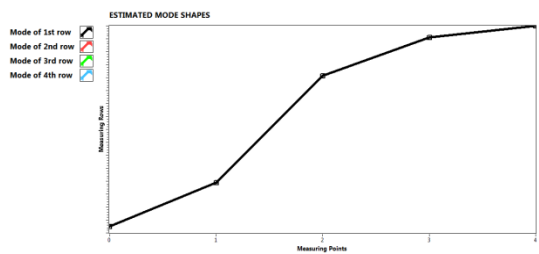
260,09 Hz



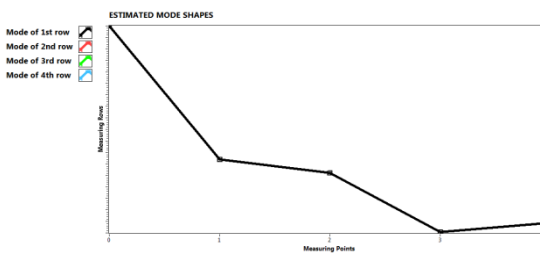
287,88 Hz



329,72 Hz

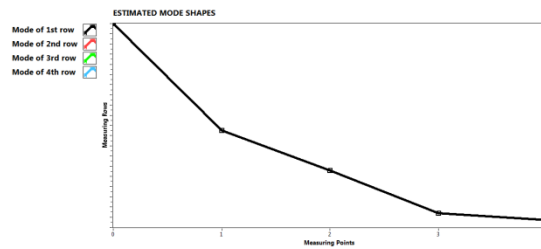


333,29 Hz



348,32 Hz

Σχήμα 3.60γ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



367,08 Hz

Σχήμα 3.60δ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	2,28	100,00000
2	16,98	42,82280
3	21,71	-0,53119
4	27,89	100,00000
5	57,99	1,41437
6	69,95	48,69240
7	71,65	3,46427
8	98,86	10,47480
9	106,47	5,89123
10	120,90	1,81971
11	127,36	26,89800
12	128,84	4,81859
13	155,63	2,00009
14	162,68	2,85482
15	172,13	2,95663
16	189,02	9,02236
17	202,20	1,07679
18	220,99	12,84970
19	243,79	3,96072
20	260,09	1,07485
21	287,88	5,16025
22	329,72	5,32883
23	333,29	1,32480
24	348,32	2,04698
25	367,08	-0,52554

Πίνακας 3.12: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις ράβδου

3.6.1.4 Αποτελέσματα - αξιολογηση

Τα αποτελέσματα τις πειραματικής ανάλυσης που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα (ενότητα 3.6.1.3) μπορούν να συνοψισθούν στους Πίνακες 3.13, 3.14 και 3.15.

α/α	Πεπερασμένα Στοιχεία	SSI χωρίς χρήση φίλτρου Savitzky					
		Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς εκτίμηση					
		5		15		25	
		Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	5.16	59,31	-7,39802	2,55	-100,00000	0,15	-100,00000
2	32.32	135,47	28,26467	24,85	-15,98550	21,33	5,14117
3	51.12	158,32	5,77879	71,50	3,30957	53,61	61,55390
4	90.49	252,65	3,89593	112,41	49,90620	71,63	3,35045
5	175.55	326,34	7,83809	113,71	10,20210	100,03	6,25614
6	177.31			156,11	2,49552	110,91	36,17920
7	293.11			186,72	7,44778	120,58	5,31562
8	316.32			198,44	2,58835	140,57	-1,89394
9				238,00	-0,03318	154,20	3,24520
10				260,14	1,34413	156,13	4,24891
11				282,65	1,07557	173,26	1,93565
12				286,00	21,74440	185,15	9,56869
13				330,99	1,16035	203,48	1,46635
14				331,12	8,68293	238,57	1,33794
15				348,06	1,88548	244,74	30,45540
16						260,64	1,19937
17						271,14	-2,91197
18						281,64	1,29941
19						297,42	0,56181
20						311,48	14,15370
21						315,67	1,49289
22						334,97	1,88669
23						344,40	2,75955
24						356,71	1,31784
25						394,15	-0,190776

Πίνακας 3.13: Συχνότητες και αποσβέσεις ράβδου εκτιμώμενες με την μέθοδο SSI -
- χωρίς χρήση φίλτρου Savitzky

α/α	Πεπερασμένα Στοιχεία	SSI με χρήση φίλτρου Savitzky					
		Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς εκτίμηση					
		5		15		25	
		Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	5.16	30,69	-100,0000	10,36	100,00000	2,28	100,00000
2	32.32	71,80	3,05494	23,96	4,20172	16,98	42,82280
3	51.12	156,61	5,37643	71,53	3,68129	21,71	-0,53119
4	90.49	161,00	19,77746	87,76	-5,01337	27,89	100,00000
5	175.55	349,09	-2,36146	98,44	50,86660	57,99	1,41437
6	177.31			114,61	7,45034	69,95	48,69240
7	293.11			152,45	0,85732	71,65	3,46427
8	316.32			156,61	3,81733	98,86	10,47480
9				176,46	3,04208	106,47	5,89123
10				199,03	23,57850	120,90	1,81971
11				201,67	1,01750	127,36	26,89800
12				260,93	1,46607	128,84	4,81859
13				301,16	7,50790	155,63	2,00009
14				333,05	1,29793	162,68	2,85482
15				347,24	1,69454	172,13	2,95663
16						189,02	9,02236
17						202,20	1,07679
18						220,99	12,84970
19						243,79	3,96072
20						260,09	1,07485
21						287,88	5,16025
22						329,72	5,32883
23						333,29	1,32480
24						348,32	2,04698
25						367,08	-0,52554

Πίνακας 3.14: Συχνότητες και αποσβέσεις ράβδου εκτιμώμενες με την μέθοδο SSI -
- με χρήση φίλτρου Savitzky

α/α	Πεπερασμένα Στοιχεία	EFDD με χρήση φίλτρου Savitzky		EFDD χωρίς χρήση φίλτρου Savitzky	
	Συχνότητα (Hz)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	5.16	11,18	1,10319	5,79	NaN
2	32.32	68,65	0,05156	22,02	0,11579
3	51.12	144,79	0,01519	72,06	2,26414
4	90.49	262,97	0,02366	105,35	0,59297
5	175.55	305,85	1,87134	117,84	1,54887
6	177.31			156,01	2,64024
7	293.11			156,03	1,36234
8	316.32			203,66	1,15845
9				259,39	2,98528
10				278,99	3,82071
11				297,27	0,63748
12				329,81	0,85706
13				341,23	2,52439

Πίνακας 3.15: Συχνότητες και αποσβέσεις ράβδου εκτιμώμενες με την μέθοδο **EFDD**

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, όλη η προαναφερθείσα εργασία είχε ως στόχο την αποκρυπτογράφηση των ιδιοσυχνοτήτων της ράβδου στο πεδίο συχνοτήτων που μελετήθηκε (**0-350 Hz**). Οι εν λόγω ιδιοσυχνότητες προκύπτουν από τους παραπάνω πίνακες, εάν χρησιμοποιηθούν ως «φίλτρο» για την αναγνώρισή τους οι ακόλουθες προϋποθέσεις:

- Συμφωνία συχνοτήτων. Μια συχνότητα, για να μπορεί να χαρακτηριστεί ως ιδιοσυχνότητα θα πρέπει να έχει τιμή παραπλήσια, ή έστω με ανεκτή απόκλιση, σε σχέση με τις ιδιοσυχνότητες που προκύπτουν από το υπολογιστικό μοντέλο (πεπερασμένα στοιχεία).
- Αποδεκτή τιμή απόσβεσης. Η απόσβεση θα πρέπει να έχει μικρή τιμή, ει δυνατόν μικρότερη της μονάδας και μη αρνητική.
- Ομοιότητα ιδιομορφών. Προφανώς, η εκάστοτε ιδιοσυχνότητα θα πρέπει να έχει ιδιομορφή παρόμοια, ή έστω προσεγγίζουσα, με την προκύπτουσα από το υπολογιστικό μοντέλο.
- Συμφωνία με το διάγραμμα σταθεροποίησης (**stabilization diagram**). Αναφέρεται στα αποτελέσματα που προέκυψαν με την μέθοδο **SSI** και οδηγεί στον διαχωρισμό των πραγματικών ιδιοσυχνοτήτων από τις υπολογιστικές.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα αισθητήρια που χρησιμοποιήθηκαν είναι μονοαξονικά, ικανά να δώσουν ενδείξεις μόνο για ταλαντώσεις στο επίπεδο **xy** όταν αυτά είναι ευθυγραμμισμένα. Συνεπώς, ταλάντωση σε άλλο επίπεδο είναι αδύνατο να καταγραφεί. Ακόμη, λόγω του μικρού αριθμού αισθητηρίων που χρησιμοποιήθηκαν (5 επιταχυνσιόμετρα), είναι αδύνατη η αποτύπωση πολύπλοκων ιδιομορφών, των οποίων η καταγραφή απαιτεί την χρήση περισσότερων αισθητηρίων. Στο πεδίο συχνοτήτων από **0-350**

Hz τέτοια περίπτωση είναι αυτή των **293,11 Hz** κατά το υπολογιστικό μοντέλο, για την καταγραφή της οποίας θα απαιτούνταν τουλάχιστον **6** επιταχυνσιόμετρα (βλέπε **Σχήμα 3.27β**). Τέλος, θα πρέπει να τονιστεί ότι το πακτωμένο άκρο της δοκού είναι το αριστερό στις ιδιομορφές του υπολογιστικού μοντέλου, ενώ στις ιδιομορφές που προέκυψαν από το πρόγραμμα το δεξιό.

Με βάση τα προηγούμενα, η επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων οδηγεί στην εύρεση των ακόλουθων, κατά περίπτωση, ιδιοσυχνοτήτων:

- ❖ Μέθοδος **EFDD** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky**: Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **90,49 Hz** από συχνότητες στα **72,06 Hz** και **105,35 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27α** και **3.28α**). Ομοίως, η ιδιοσυχνότητα των **177,31 Hz** προσεγγίζεται από συχνότητες στα **156,01 Hz**, **156,03 Hz** και **203,66 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27β** και **3.28α**).
- ❖ Μέθοδος **EFDD** – επεξεργασία με χρήση φίλτρου **Savitzky**: Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **90,49 Hz** από συχνότητα στα **68,65 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27α** και **3.41**). Ομοίως, η ιδιοσυχνότητα των **177,31 Hz** προσεγγίζεται από συχνότητα στα **144,79 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27β** και **3.41**).
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – mode num 5**: Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **316,32 Hz** από συχνότητα στα **252,65 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27β** και **3.47α**). Να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή η απόκλιση που εμφανίζεται στην συχνότητα είναι αρκετά υψηλή, ενώ και η απόσβεση θα μπορούσε να είναι μικρότερη (**3,89593 %**).
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – mode num 15**: Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **316,32 Hz** από τις **260,14 Hz** και **330,99Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27β**, **3.49β** και **3.49γ**). Να αναφερθεί ότι στην περίπτωση της συχνότητας των **260,14 Hz**, και πάλι παρατηρείται αρκετά μεγάλη απόκλιση σε σχέση με την ιδιοσυχνότητα των **316,32 Hz** του υπολογιστικού μοντέλου.
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – mode num 25**: Αντιστοίχιση των ιδιοσυχνοτήτων **32,32 Hz**, **90,49 Hz** και **316,32 Hz** από τις **21,33 Hz**, **120,58Hz** και **260,64 Hz**, αντίστοιχα (**Σχήματα 3.27α**, **3.27β**, **3.51α**, **3.51β** και **3.51γ**). Για ακόμη μία φορά, παρατηρήται μεγάλη απόκλιση ανάμεσα στην εκ πεπερασμένων ιδιοσυχνότητα των **316,32 Hz** και της αντίστοιχης συχνότητας από την οποία προσεγγίζεται – **260,64Hz**.
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία με χρήση φίλτρου **Savitzky – mode num 5**: Η περίπτωση αυτή δεν οδηγεί στην εύρεση κάποιας ιδιοσυχνότητας αφού καμία από τις συχνότητες που προκύπτουν από το πρόγραμμά δεν ικανοποιεί όλες τις συνθήκες που διατυπώθηκαν στην αρχή της παραγράφου. Η συχνότητα που προσεγγίζει περισσότερο κάποια από τις ιδιοσυχνότητες του υπολογιστικού μοντέλου είναι στα **349,09 Hz**. Η ιδιομορφή της ταυτίζεται ικανοποιητικά με την ιδιομορφή της ιδιοσυχνότητας των **316,32 Hz**, αλλά η απόσβεσή της είναι αρνητική (**-2,36146 %**).
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία με χρήση φίλτρου **Savitzky – mode num 15**: Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **32,32 Hz** από συχνότητα στα **23,96 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27α** και **3.57α**). Η ιδιοσυχνότητα των **90,49 Hz** προσεγγίζεται από την **114,61 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27α** και **3.57β**). Τέλος, υπάρχει αντιστοιχία της ιδιοσυχνότητας των **316,32 Hz** από συχνότητα στα **260,93 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27β** και **3.57β**). Και οι τρεις ιδιοσυχνότητες ευρίσκονται στα επίπεδα τιμών στα οποία εμφανίστηκαν και στις περιπτώσεις στις οποίες δεν έγινε χρήση φίλτρου **Savitzky** με

τις ιδιοσυχνότητες των **23,96 Hz** και **114,61 Hz** να εμφανίζουν σχετικά υψηλές τιμές αποσβέσεων, κυρίως η δεύτερη (**7,45034 %**).

❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία με χρήση φίλτρου **Savitzky – mode num 25**:

Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **90,49 Hz** από συχνότητες στα **106,47 Hz** και **120,90 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27α** και **3.60β**). Η ιδιοσυχνότητα των **175,55 Hz** προσεγγίζεται από την **202,20 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27β** και **3.60γ**). Τέλος, υπάρχει αντιστοιχία της ιδιοσυχνότητας των **316,32 Hz** από συχνότητα στα **260,09 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.27β** και **3.60γ**). Στην περίπτωση αυτή, η εκ πεπερασμένων στοιχείων ιδιοσυχνότητα των **90,49 Hz** εμφανίζεται σε δύο δυνατές συχνότητες προκύπτουσες από την εκτέλεση του προγράμματος – **106,47 Hz** και **120,90 Hz**. Η δεύτερη εξ αυτών παρουσιάζει καλύτερη απόσβεση αλλά και καλύτερη συμφωνία με το διάγραμμα σταθεροποίησης.

Έχοντας ολοκληρώσει την παρουσίαση των ιδιοσυχνοτήτων που προκύπτουν από τις μεθόδους **EFDD** και **SSI**, μπορούν να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητά τους στην μελετούμενη εφαρμογή.

Όσον αφορά την μέθοδο **EFDD**:

- Δεν έχει σημασία η χρήση ή μη του φίλτρου **Savitzky** όσον αφορά τις ευρεθείσες ιδιοσυχνότητες. Και στις δύο περιπτώσεις οι ιδιοσυχνότητες που υπολογίζονται είναι οι ίδιες – όσον αφορά την αντιστοιχία τους με τα αποτελέσματα της υπολογιστικής μεθόδου.
- Η χρήση **Savitzky** οδηγεί σε χειρότερη σύγκλιση συχνοτήτων ανάμεσα σε πειραματικά ευρεθείσες ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες υπολογιστικές, σε σχέση με την μη χρήση του. Αντίθετα, όμως, οδηγεί και σε καλύτερες αποσβέσεις.
- Χωρίς την χρήση **Savitzky** εμφανίζεται το φαινόμενο περισσότερες της μίας συχνότητες να ικανοποιούν τις προϋποθέσεις αντιστοίχισης με συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα. Π.χ τόσο η **72,06 Hz** όσο και η **105,35 Hz** θα μπορούσαν να αντιστοιχιστούν με την εκ πεπερασμένων στοιχείων προκύπτουσα ιδιοσυχνότητα των **90,49 Hz**.

Όσον αφορά την μέθοδο **SSI**:

- Η μέθοδος εμφανίζει καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά το πλήθος των ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων όσο η τιμή της παραμέτρου των προς προσδιορισμό ιδιοσυχνοτήτων (**mode num**) είναι μεγαλύτερη. Ωστόσο, αυτή η βελτίωση δείχνει να είναι πιο κλιμακωτή στην περίπτωση της μη χρήσης **Savitzky**, ενώ σε περίπτωση που γίνει χρήση του, η βελτίωση πραγματοποιείται από μικρότερα **mode num**.
- Η χρήση ή μη φίλτρου **Savitzky** δεν επηρεάζει ουσιαστικά την ποιότητα των αποτελεσμάτων (απόσβεση, απόκλιση ιδιοσυχνοτήτων από τιμές εκ υπολογιστικού μοντέλου, συμφωνία με το διάγραμμα σταθεροποίησης).
- Παρουσιάζεται μια ποικιλία όσον αφορά τις υπολογισθείσες ιδιοσυχνότητες για περιπτώσεις που το πλήθος των ευρισκομένων ιδιοσυχνοτήτων είναι το ίδιο. Για παράδειγμα, εφαρμογή **Savitzky** και επιλογή **mode num: 15** οδηγεί στην εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων **23,96Hz**, **114,61 Hz** και **260,93 Hz** που προσεγγίζουν τις υπολογιστικές **32,32Hz**, **90,49 Hz** και **316,32Hz**, αντίστοιχα. Για **mode num: 25**, όμως προκύπτουν οι **106,47 Hz**, **120,90 Hz**, **202,20 Hz** και **260,09 Hz** αντίστοιχες των **90,49 Hz**, **175,55 Hz** και **316,32Hz**.

Συγκριτικά, η μέθοδος **EFDD** οδηγεί στην εύρεση συγκεκριμένων ιδιοσυχνοτήτων και διαφορετικών σε σχέση με την **SSI**, με πολύ καλύτερες τιμές αποσβέσεων. Το πλήθος των ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων είναι σταθερό και ανεξάρτητο της χρήσης φίλτρου **Savitzky**, αντίθετα με την μέθοδο **SSI**, όπου το πλήθος των ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων εξαρτάται από την παράμετρο **mode num**. Αυξανόμενης της τιμής της παραμέτρου αυτής, αυξάνεται και το πλήθος των ιδιοσυχνοτήτων που προκύπτουν, και μάλιστα, σε μεγάλες τιμές της οι προκύπτουσες ιδιοσυχνότητες είναι περισσότερες από αυτές που υπολογίζει η **EFDD**.

3.6.2 Πειραματική διάταξη B (Πλάκα)

3.6.2.1 Υπολογιστικό μοντέλο

Η υπολογιστική εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων και αντίστοιχων ιδιομορφών της ελεύθερης πλάκας πραγματοποιήθηκε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, και ειδικότερα με την βοήθεια του λογισμικού **SOLIDWORKS**, μετά από αναπαραγωγή του μοντέλου της κατασκευής σε H/Y.

Μετά από ζύγιση της πλάκας προέκυψε η μάζα της (**5,42613 kg**) ενώ η λεπτομερής μέτρηση των διαστάσεων της κατέστησε εφικτό τον υπολογισμό του όγκου της, της τάξεως των **0,000695658 m³**. Μετά από συνδυασμό των στοιχείων αυτών προέκυψε πυκνότητα ίση με **7800kg/m³**. Ακόμη, μετά από χρήση σχετικών πινάκων ευρέθηκαν οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού της πλάκας και πιο συγκεκριμένα του μέτρου ελαστικότητας - **E=2,1e011 N/m²** - και του λόγου **Poisson** - **ν=0,28**. Τα παραπάνω μεγέθη χρησιμοποιήθηκαν στον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων της πλάκας.

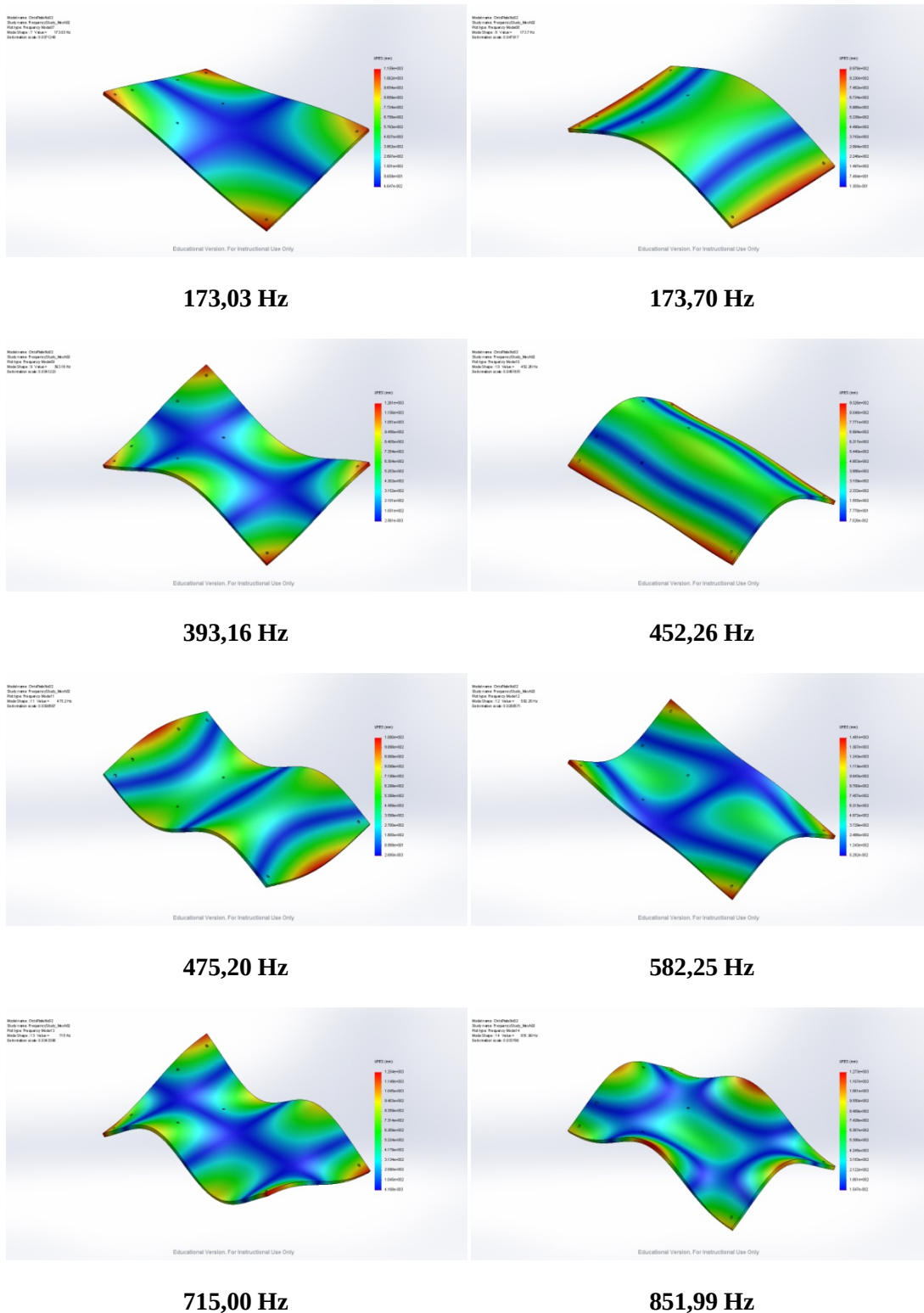
Για την πλεγματοποίηση της πλάκας επιλέχθηκε το στοιχείο **Solid Mesh**, στοιχείο κατάλληλο για την μοντελοποίηση συμπαγών κατασκευών με ενδιαφέρον και στις τρεις διαστάσεις, ενώ από τις παρεχόμενες εκ του στοιχείου **Solid Mesh** επιλογές προτιμήθηκε η **Standard Mesh**, προκειμένου να επιτύχουμε την πλεγματοποίηση κάθε στοιχείου ως ενιαίο. Τελικώς, η κατασκευή μας πλεγματοποιήθηκε σε **18155** στοιχεία πάχους **7,5 mm**.

a/a	Συχνότητα (Hz)
1	173,03
2	173,70
3	393,16
4	452,26
5	475,20
6	582,25
7	715,00
8	851,99

Πίνακας 3.16: Ιδιοσυχνότητες πλάκας στο διάστημα **0-950 Hz**

Στόχος ήταν η εύρεση ιδιοσυχνοτήτων στο πεδίο συχνοτήτων **0-950 Hz**, και προς την επίτευξη του στόχου αυτού ορίσθηκε στο λογισμικό σαν παράμετρος ένας μεγάλος αριθμός

ιδιοσυχνότητων προς υπολογισμό (**20** συχνότητες) ώστε να μην παραλειφθεί κάποια. Στον **Πίνακα 3.16** εμφανίζονται οι ιδιοσυχνότητες που υπολογίστηκαν από το λογισμικό, ενώ στο **Σχήμα 3.61** παρουσιάζονται οι ιδιομορφές που αντιστοιχούν σε κάθε ιδιοσυχνότητα. Επαναλαμβάνεται ότι το πεδίο συχνοτήτων που επιλέχθηκε προς διερεύνηση είναι **0-950 Hz**.



Σχήμα 3.61: Ιδιοσυχνότητες της πλάκας στο πεδίο συχνοτήτων **0-950 Hz**, όπως αυτές προέκυψαν από την επίλυση του υπολογιστικού μοντέλου (**SOLIDWORKS**)

3.6.2.2 Παράμετροι μετρήσεων

Η διέγερση της δοκού έγινε σε ένα σημείο μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης σειράς των αισθητηρίων. Υπενθυμίζεται ότι τα πειραματικά δεδομένα ελήφθησαν με την βοήθεια επιταχυνσιομέτρων κατανεμημένων σε τέσσερις ισαπέχουσες σειρές των πέντε σταθερών σημείων μετρήσεως κάθε μία, έτσι ώστε να σαρώνεται όλη η επιφάνεια της πλάκας.

Στόχος ήταν η επίτευξη διέγερσης του εύρους συχνοτήτων από **0-950 Hz** και απώτερος σκοπός ο εντοπισμός των ιδιοσυχνοτήτων, αποσβέσεων και αντίστοιχων ιδιομορφών που πιθανόν θα βρίσκονταν στο εν λόγω εύρος.

Από τις περιγραφείσες στην παράγραφο **3.3** δυνατότητες παραγωγής σήματος της χρησιμοποιηθείσας γεννήτριας, καλύτερα δεδομένα προέκυψαν όταν η πλάκα διεγέρθηκε με συνεχές ημιτονοειδές σήμα συχνότητας **100 Hz**, επομένως προτιμήθηκε η περαιτέρω ανάλυση να γίνει με βάση τα πειραματικά δεδομένα που πάρθηκαν για σήμα διέγερσης **sine 100 Hz** και πλάτους **100mVpp**. Η συχνότητα δειγματοληψίας επιλέχθηκε **5kHz** για πλήθος δειγμάτων ίσο με **10000**.

3.6.2.3 Πειραματική ανάλυση

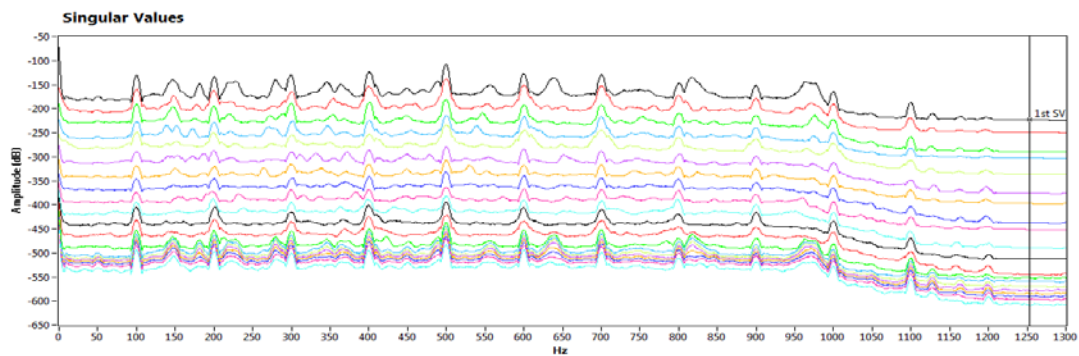
Η ανάλυση των πειραματικών μας δεδομένων πραγματοποιήθηκε, όπως και στην ράβδο, με χρήση των προσομοιωμένων σε λογισμικό **Labview** μεθόδων **EFDD** και **SSI**.

α) Μέθοδος EFDD

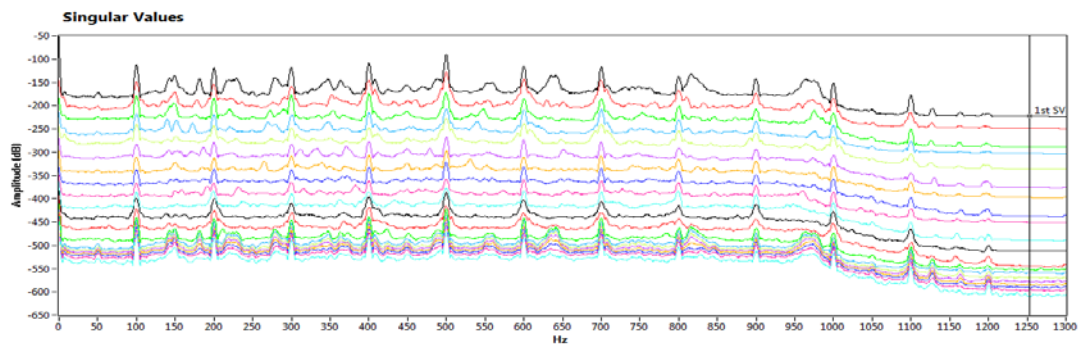
Για λόγους συγκρίσεως με τα αποτελέσματα που προέκυψαν εκ του υπολογιστικού μοντέλου, επιλέχθηκε να ερευνηθεί το πεδίο συχνοτήτων από **0-950 Hz**. Για το λόγο αυτό έγινε χρήση ενός βαθυπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής στα **950 Hz (Low cut off frequency)**. Όπως είναι ήδη γνωστό, η περαιτέρω ανάλυση των μετρήσεων θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί με επιλογή ή μη της χρήσης φίλτρου **Savitzky**, καθώς και με δυνατότητα χρήσης του μέσου όρου (κάποιου επιθυμητού πλήθους) των φασμάτων των σημάτων που αναφέρονται σε συγκεκριμένο επιταχυνσιόμετρο, προκειμένου να μειωθεί ο θόρυβος που εμπεριέχεται σε αυτά. Στην περίπτωση της πλάκας, προκειμένου να επιτευχθεί καλύτερη διερεύνηση της επιλεχθείσας περιοχής συχνοτήτων, προτιμήθηκε η περαιτέρω ανάλυση να πραγματοποιηθεί για τέσσερις διακριτές περιπτώσεις, δηλαδή ανάλυση με ή χωρίς **Savitzky**, και χρήση ή μη του μέσου όρου των φασμάτων των σημάτων κάθε αισθητηρίου.

Για τον λόγο αυτό, πριν γίνει η παρουσίαση των αποτελεσμάτων της μεθόδου **EFDD**, είναι σκόπιμο να γίνει μια απεικόνιση της διερεύνησης που πραγματοποιήθηκε με σκοπό την εύρεση του ιδανικού πλήθους των μέσων όρων των φασμάτων των σημάτων κάθε αισθητηρίου, καθώς και των βέλτιστων τιμών που θα πρέπει να έχουν οι παράμετροι του φίλτρου **Savitzky (side points, polynomial order)**. Οδηγός για την αποκάλυψη των παραπάνω βέλτιστων τιμών ήταν η μελέτη των καμπυλών **SVD** που προέκυπταν για διαφορετικές τιμές παραμέτρων. Οι καμπύλες των **singular values** θα έπρεπε να είναι σχετικά εύκολες στην επεξεργασία χωρίς, να υπάρχει αλλοίωση της πληροφορίας που περιείχονταν σε αυτές. Με άλλα λόγια ιδανικές τιμές στις παραπάνω παραμέτρους θα έπρεπε να οδηγήσουν σε καμπύλες **singular values** των οποίων οι κορυφές θα διατηρούσαν την οξύτητά τους, ενώ παράλληλα τα επίπεδα θορύβου σε αυτές θα ήταν σχετικά χαμηλά.

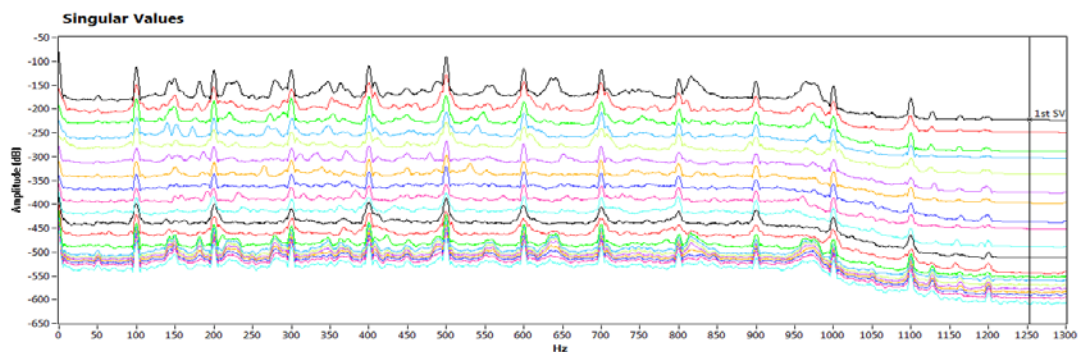
Αρχικά, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές με σταθερή τιμή των μέσων όρων (σταθερό **Averages**) ίση με 25 και ενεργοποιημένο **Savitzky**, προκειμένου να εντοπιστούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων **side points** και **polynomial order**. Η διαδικασία αυτή απεικονίζεται στα **Σχήματα 3.62α, 3.62β, 3.62γ και 3.62δ**. Η τιμή των μέσων όρων επιλέχθηκε αρκετά μεγάλη γιατί αναμένετο τα αποτελέσματα όσον αφορά τις καμπύλες **SVD** να είναι καλύτερα σε υψηλές τιμές. Στην συνέχεια θα έπρεπε να ευρεθεί το πλήθος των μέσων όρων πέραν του οποίου δεν θα εμφανίζετο ουσιαστική βελτίωση των καμπυλών (βλέπε **Σχήματα 3.63α και 3.63β**) για ενεργοποιημένο **Savitzky** και βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του. Τέλος, εντοπίστηκε το βέλτιστο πλήθος μέσων όρων για **Savitzky** ανενεργό, **Σχήματα 3.64α, 3.64β και 3.64γ**. Τελικά, οι βέλτιστες τιμές που προέκυψαν είναι **polynomial order: 5, side points: 10 και Averages: 20** για ενεργό και μη ενεργό **Savitzky**.



side points: 15, polynomial order: 3

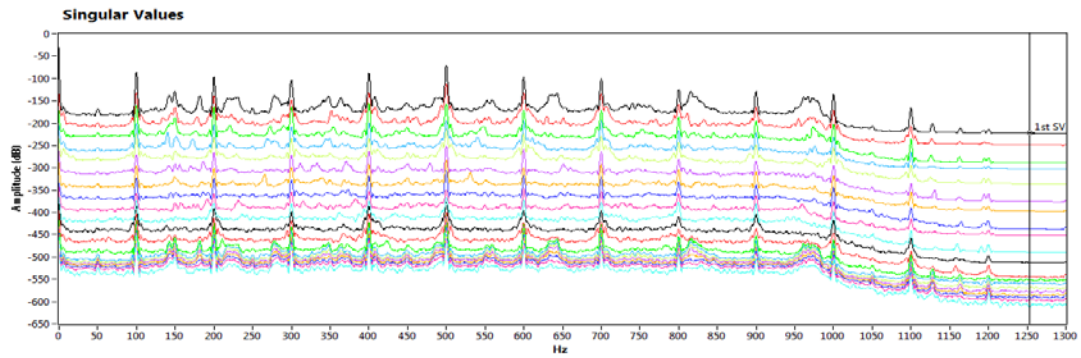


side points: 10, polynomial order: 3

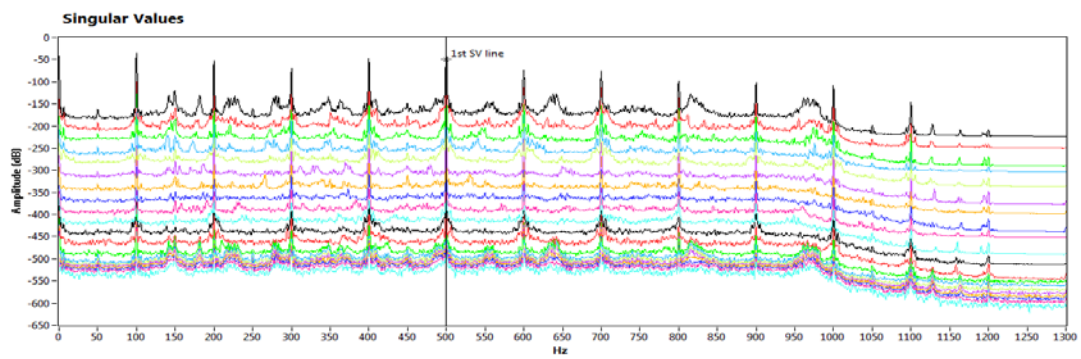


side points: 10, polynomial order: 2

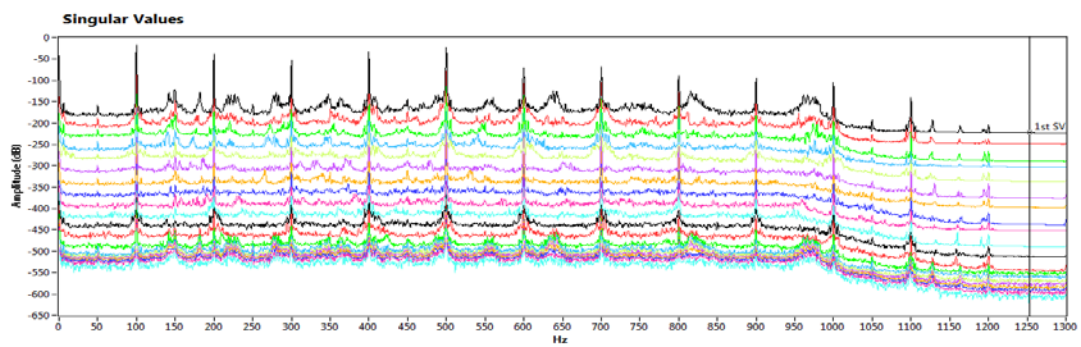
Σχήμα 3.62α: Δοκιμές με σταθερό **Averages=25** για εύρεση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου **polynomial order**



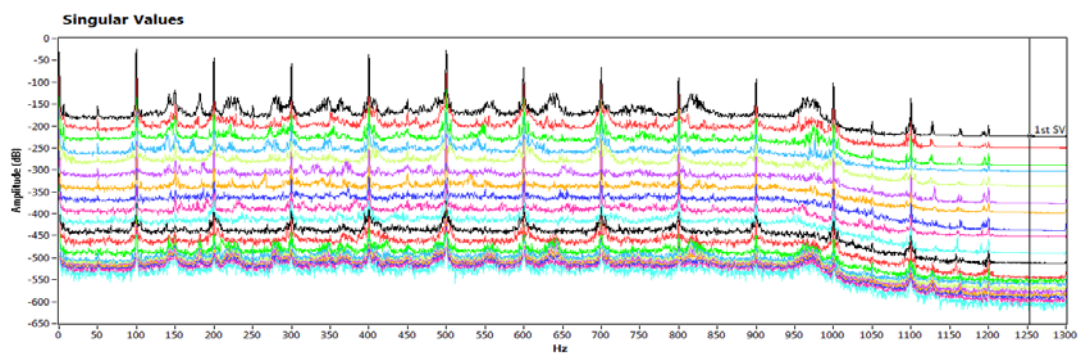
side points: 10, **polynomial order: 5**



side points: 10, **polynomial order: 10**

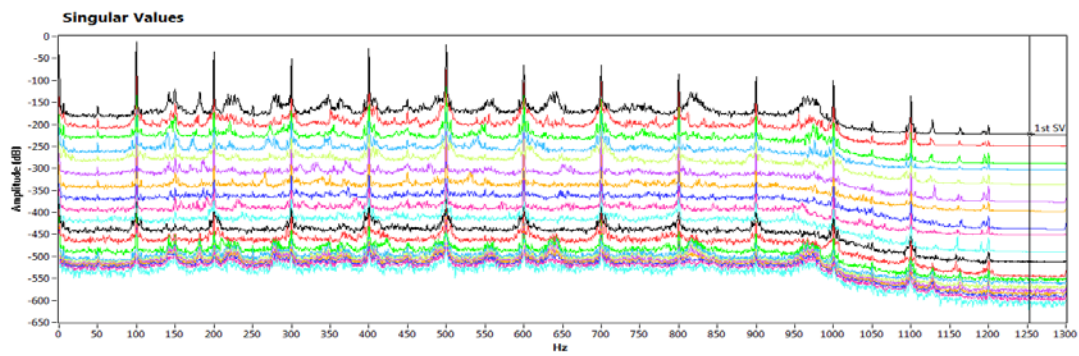


side points: 10, **polynomial order: 15**

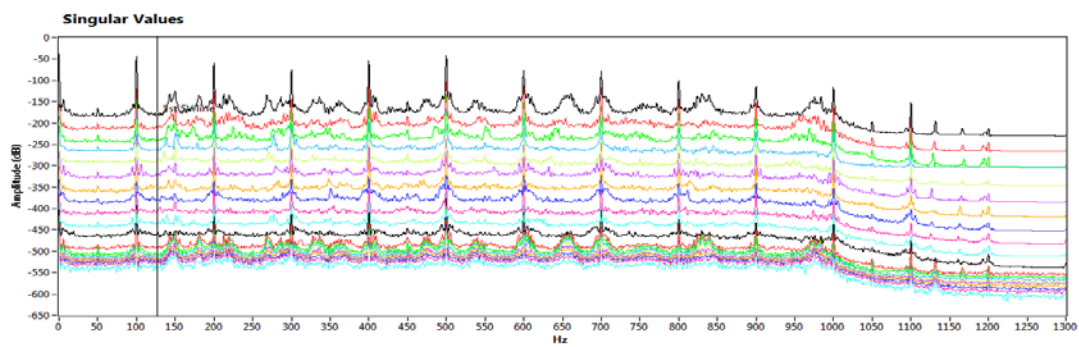


side points: 10, **polynomial order: 20**

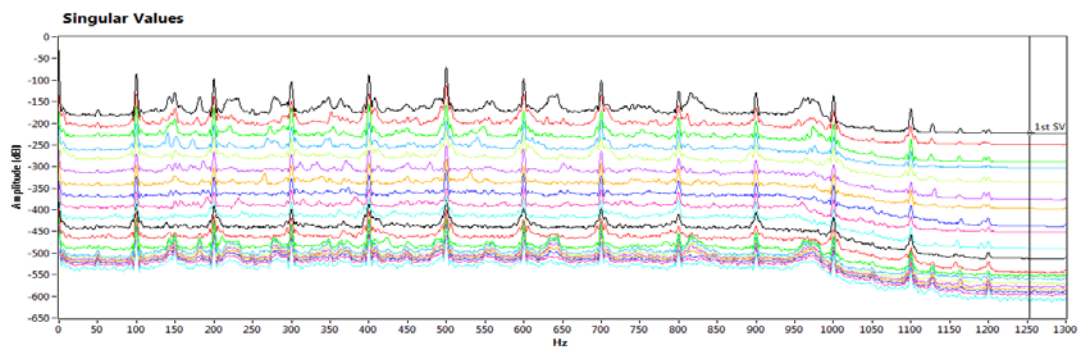
Σχήμα 3.62β: Δοκιμές με σταθερό **Averages=25** για εύρεση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου **polynomial order**. Με κόκκινο η βέλτιστη τιμή της



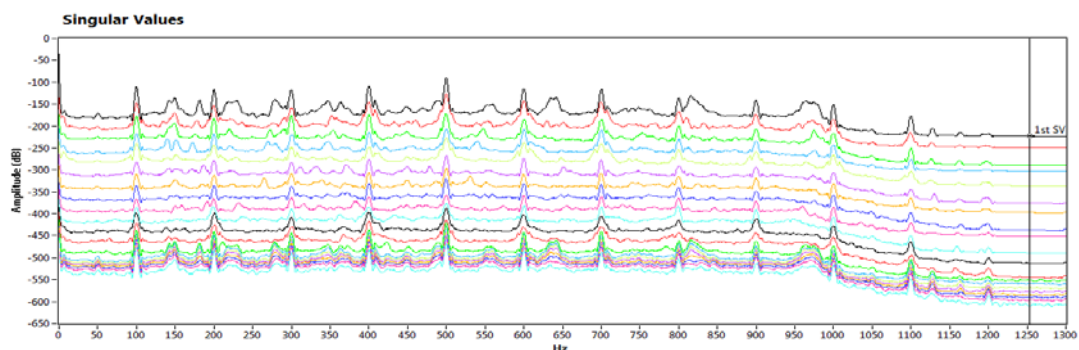
side points: 3, polynomial order: 5



side points: 5, polynomial order: 5

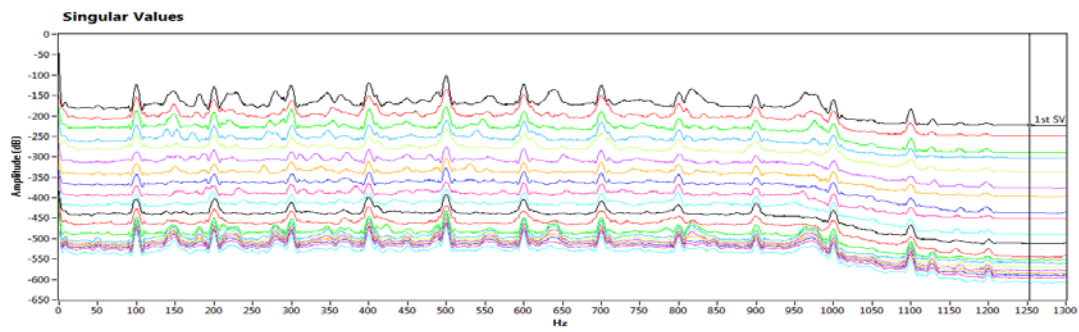


side points: 10, polynomial order: 5



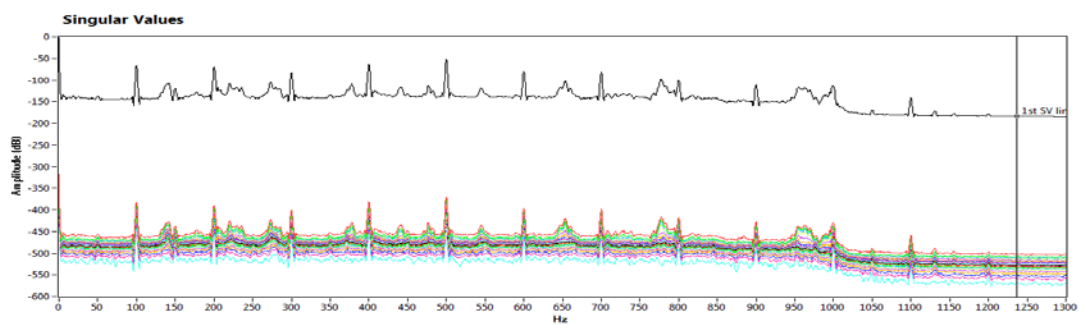
side points: 15, polynomial order: 5

Σχήμα 3.62γ: Δοκιμές με σταθερό Averages=25 για εύρεση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου side points. Με κόκκινο η βέλτιστη τιμή της



side points: 20, polynomial order: 5

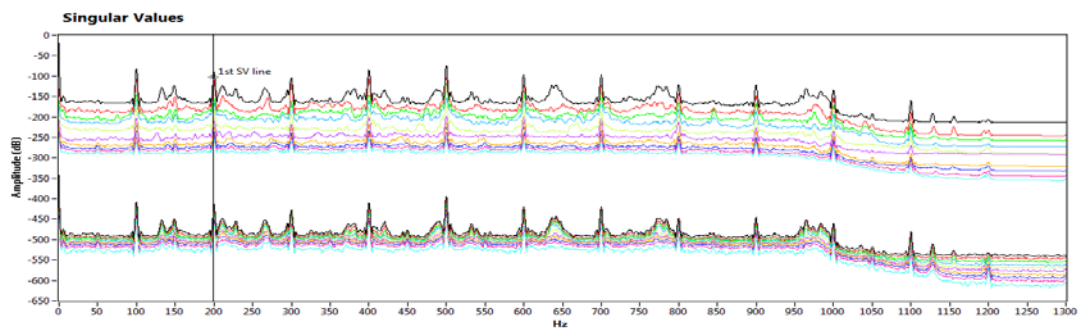
Σχήμα 3.62δ: Δοκιμές με σταθερό **Averages=25** για εύρεση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου **side points**.



Averages: 1

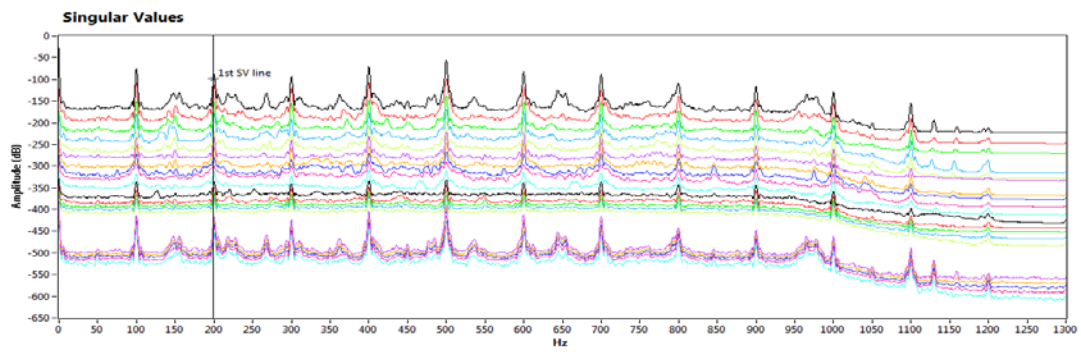


Averages: 5

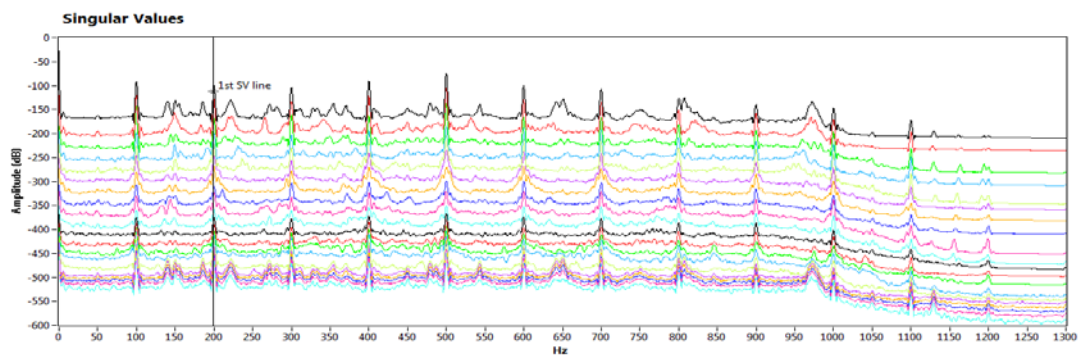


Averages: 10

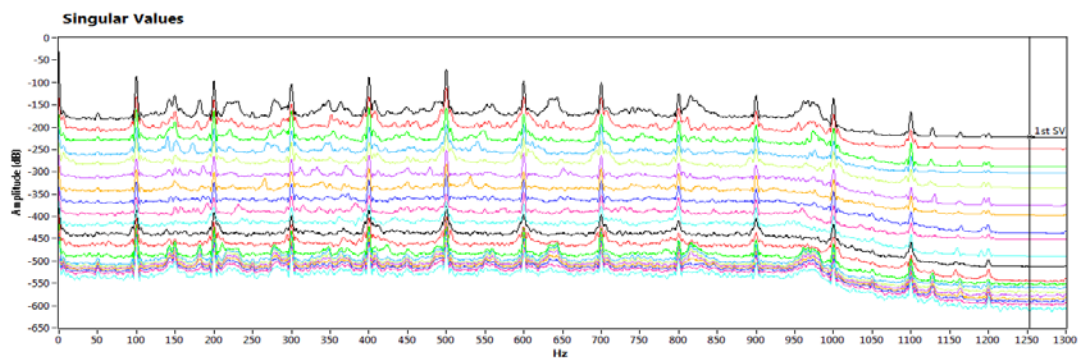
Σχήμα 3.63α: Δοκιμές με ενεργοποιημένο **Savitzky** και βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του προς εύρεση του ιδανικού **Averages**



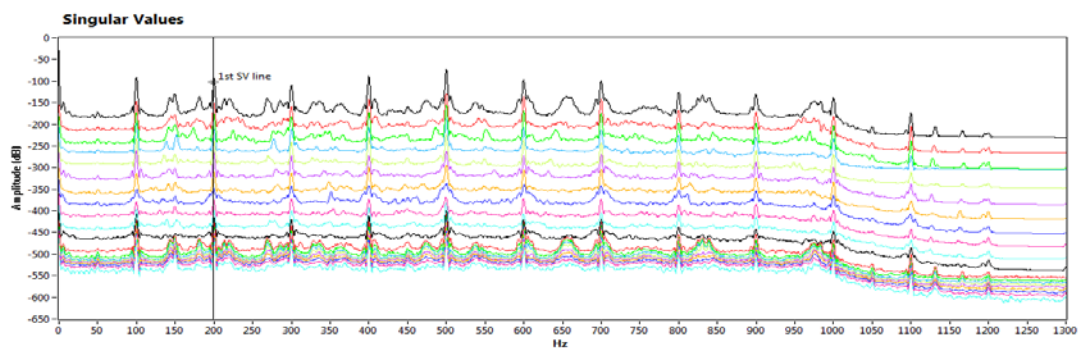
Averages: 15



Averages: 20



Averages: 25

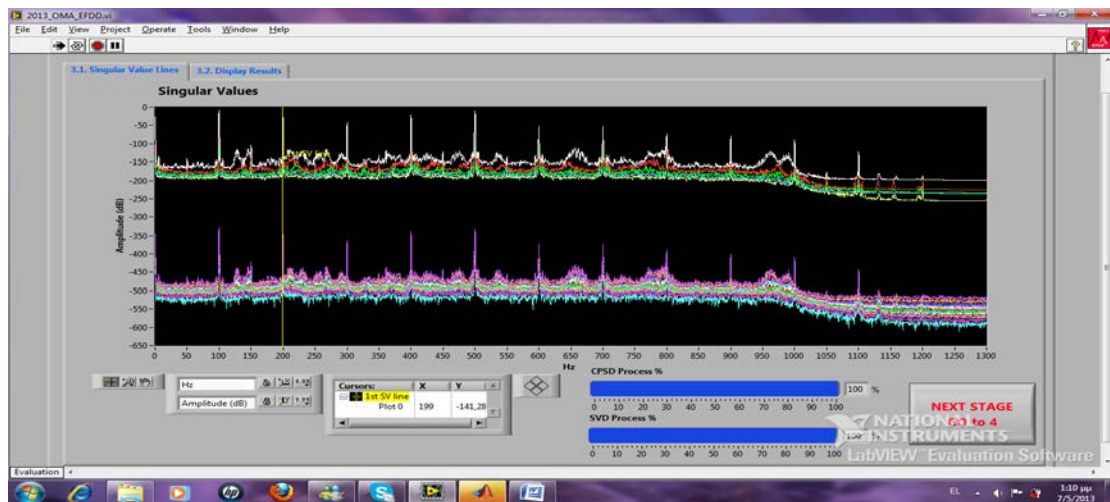


Averages: 31

Σχήμα 3.63β: Δοκιμές με ενεργοποιημένο **Savitzky** και βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του προς εύρεση του ιδανικού **Averages**. Με κόκκινο η ιδανική τιμή



Averages: 1



Averages: 5

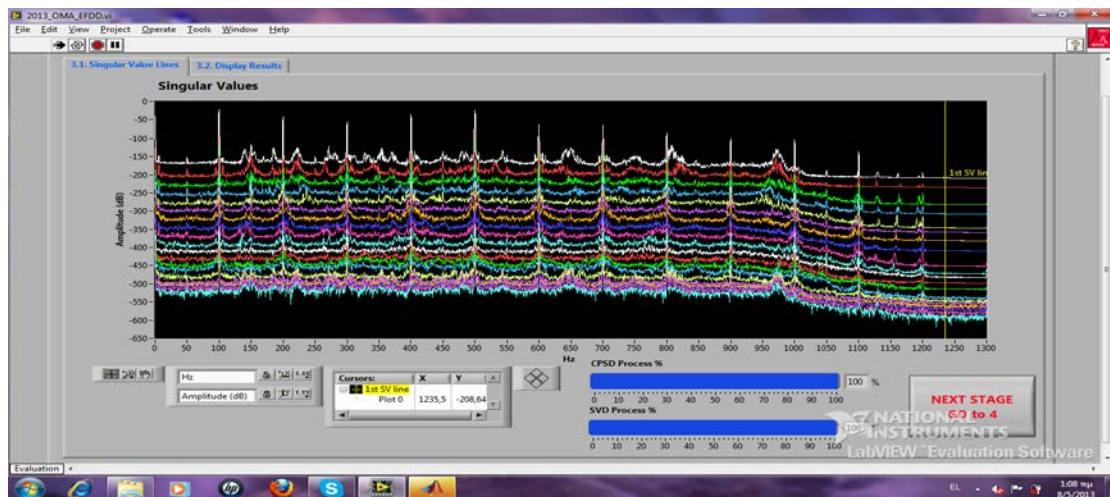


Averages: 10

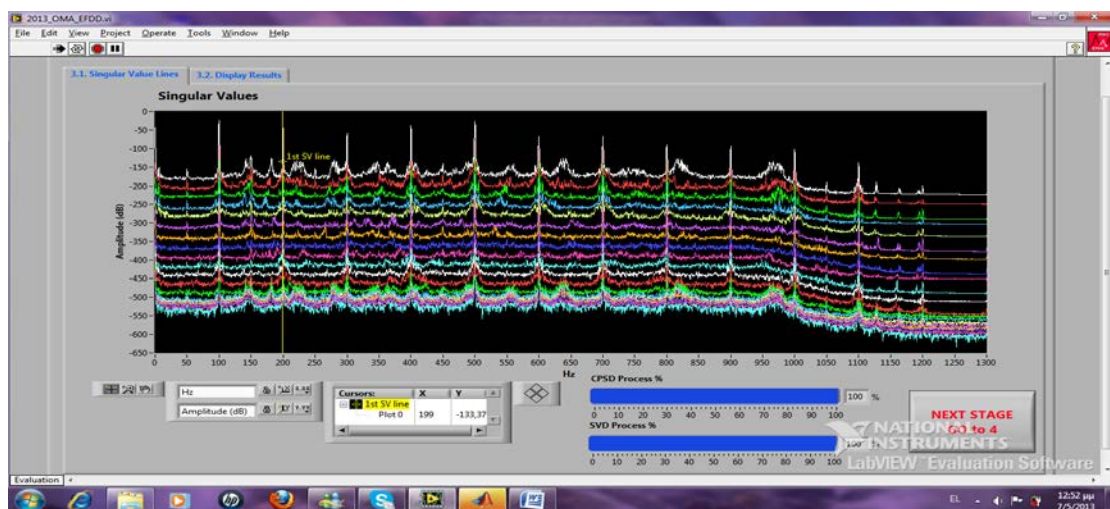
Σχήμα 3.64α: Δοκιμές με ανενεργό Savitzky προς εύρεση του ιδανικού Averages.



Averages: 15

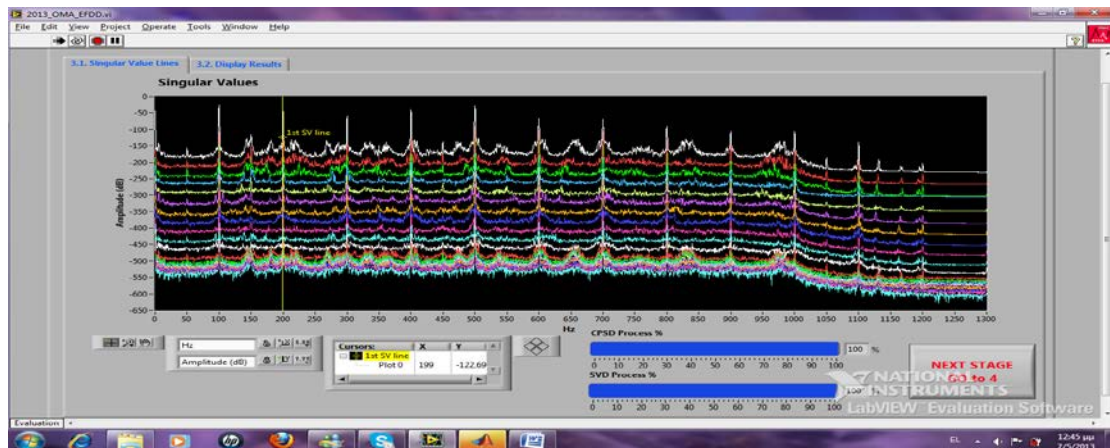


Averages: 20



Averages: 25

Σχήμα 3.64β: Δοκιμές με ανενεργό Savitzky προς εύρεση του ιδανικού Averages. Με κόκκινο η βέλτιστη τιμή



Averages: 31

Σχήμα 3.64γ: Δοκιμές με ανενεργό **Savitzky** προς εύρεση του ιδανικού **Averages**

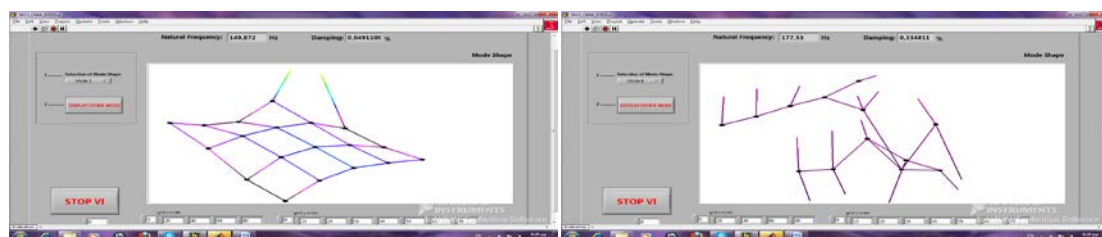
- Επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky** και χωρίς χρήση του μέσου όρου των φασμάτων των σημάτων που προκύπτουν από κάθε αισθητήριο (**Averages: 1**).

Στον **Πίνακα 3.17** εμφανίζονται οι συχνότητες που αναγνωρίζει το πρόγραμμα ως ιδιοσυχνότητες της πλάκας (μαζί με τις αποσβέσεις τους) στο πεδίο συχνοτήτων από **0-950 Hz**, ενώ η αναλυτική παρουσίαση των ιδιομορφών κάθε ιδιοσυχνότητας γίνεται στα **Σχήματα 3.65α, 3.65β και 3.65γ**. Στα **Σχήματα 3.71α και 3.71β** φαίνονται οι χρονικές αποκρίσεις και τα φάσματα **PSD** που αντιστοιχούν στα αισθητήρια κάθε σειράς της πλάκας (δηλαδή ανά πέντε επιταχυνσιόμετρα που κατανέμονται σε κάθε σειρά). Τέλος, στα **Σχήματα 3.66 - 3.70** αναπαρίστανται τα κυριότερα στάδια της διαδικασίας που ακολουθήθηκε μέχρι της εξαγωγής των αποτελεσμάτων του **Πίνακα 3.17**, παίρνοντας ως παράδειγμα την ιδιοσυχνότητα των **50,16 Hz**. Η επιλογή της εν λόγω συχνότητας για την παρουσίαση της διαδικασίας είναι τυχαία. Σημειώνεται ότι οι καμπύλες των **singular values** είναι γνωστές από το **Σχήμα 3.64α**.



50,16 Hz

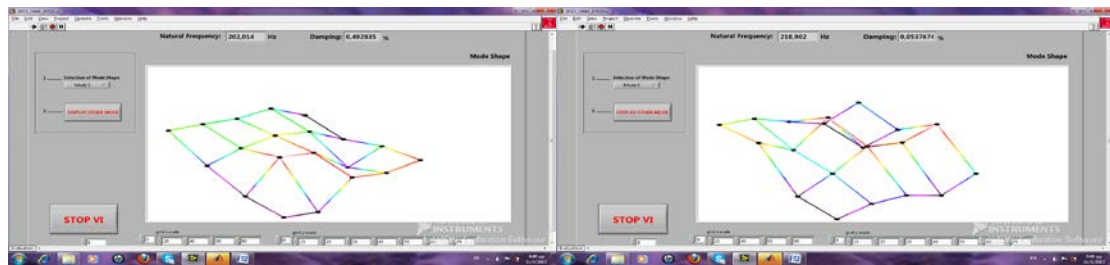
137,60 Hz



149,87 Hz

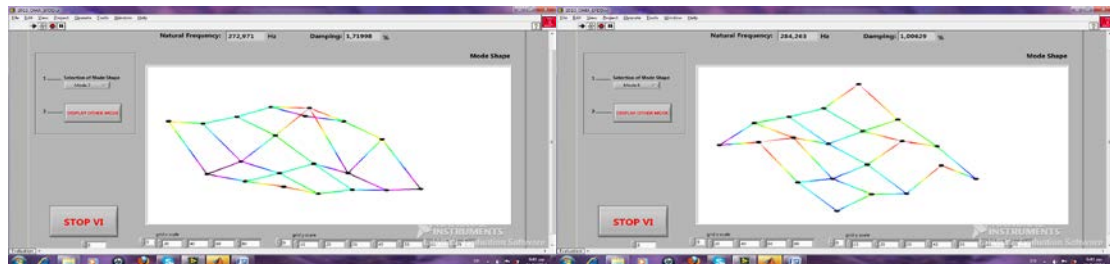
177,53 Hz

Σχήμα 3.65α: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



202,01 Hz

218,90 Hz



272,97 Hz

284,26 Hz



350,06 Hz

377,72 Hz



395,93 Hz

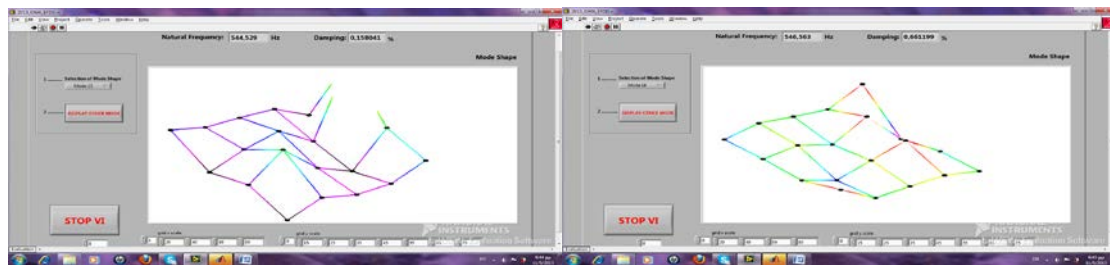
442,38 Hz



450,01 Hz

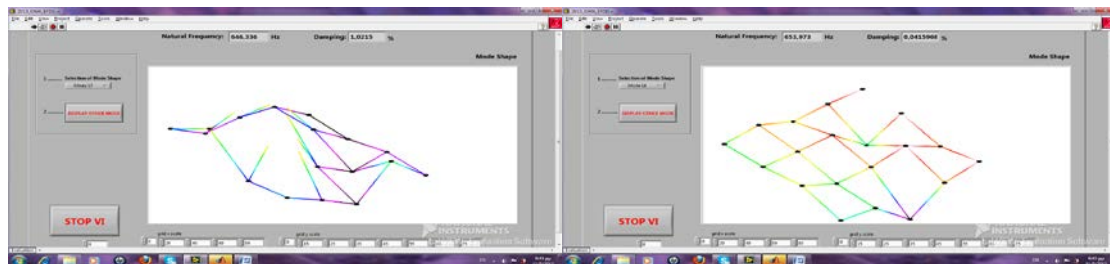
476,26 Hz

Σχήμα 3.65β: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



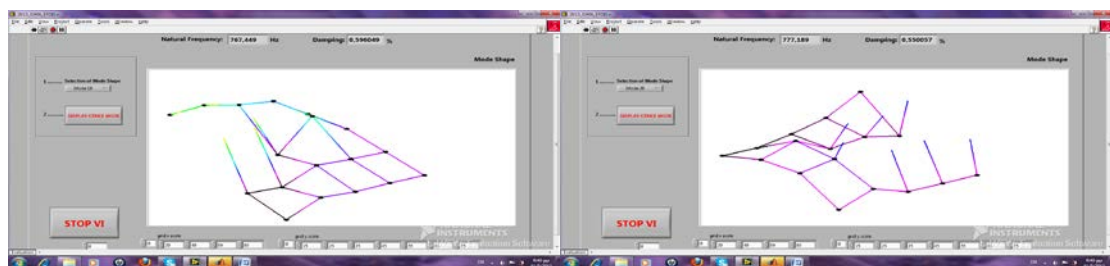
544,53 Hz

546,56 Hz



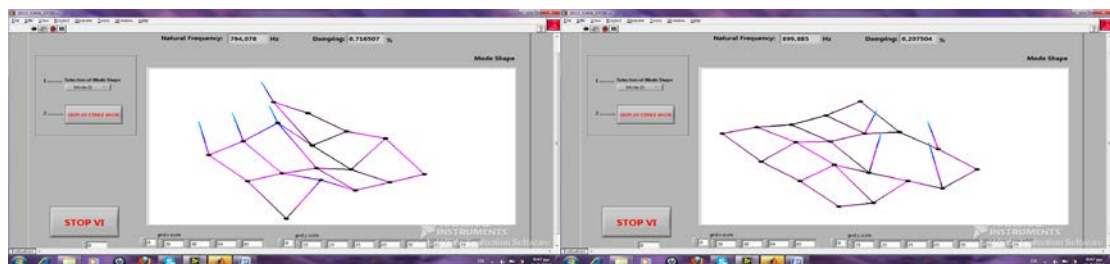
646,34 Hz

653,97 Hz



767,45 Hz

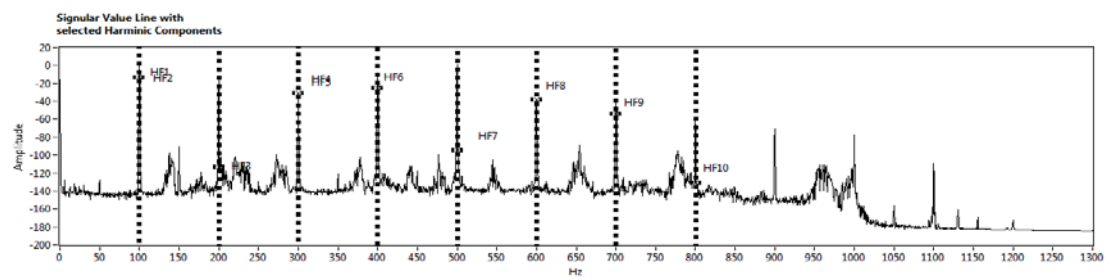
777,19 Hz



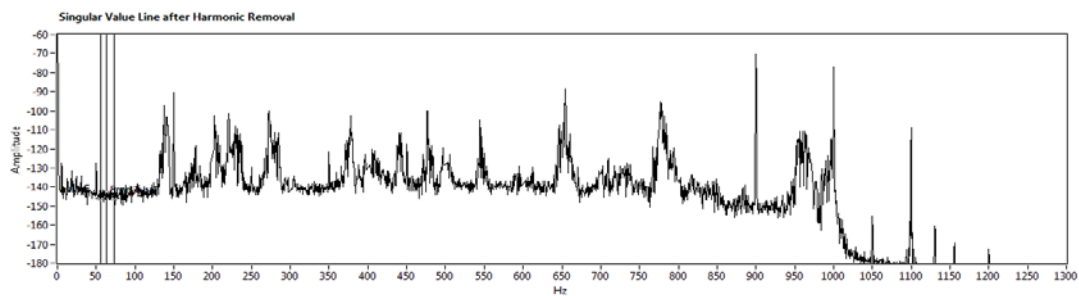
794,08 Hz

899,89 Hz

Σχήμα 3.65γ: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



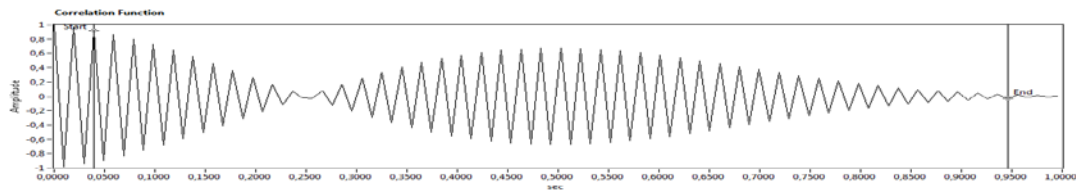
Σχήμα 3.66: Αναγνώριση των αρμονικών συνιστωσών στην καμπύλη του πρώτου singular value



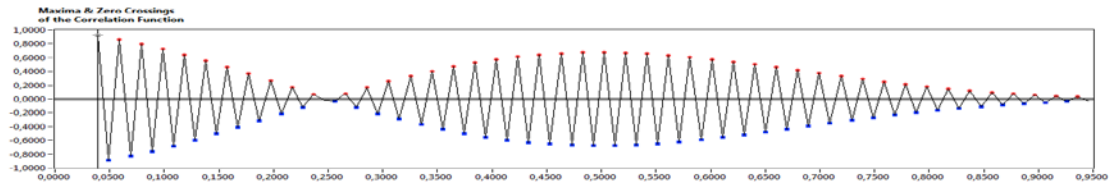
Σχήμα 3.67: Καμπύλη του πρώτου **singular value** μετά την απαλειφή των αρμονικών συνιστωσών

<i>a/a</i>	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	50,16	0,71066
2	137,60	0,37748
3	149,87	0,04911
4	177,53	0,33481
5	202,01	0,49284
6	218,90	0,05377
7	272,97	1,71998
8	284,26	1,00629
9	350,06	0,05202
10	377,72	0,05723
11	395,93	0,47130
12	442,38	0,98656
13	450,01	0,27284
14	476,26	1,31534
15	544,53	0,15804
16	546,56	0,66120
17	646,34	1,02150
18	653,97	0,04160
19	767,45	0,59605
20	777,19	0,55006
21	794,08	0,71651
22	899,89	0,20750

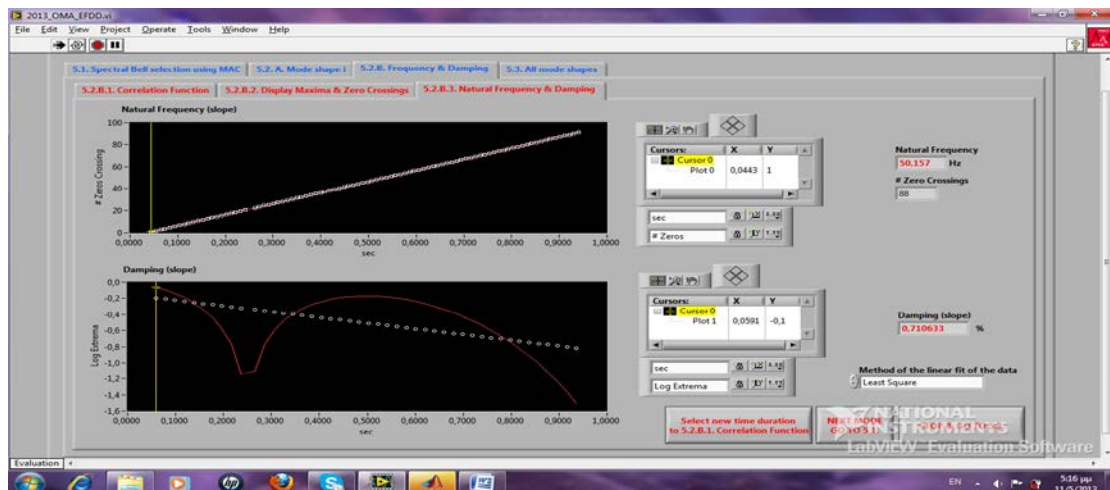
Πίνακας 3.17: Ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας



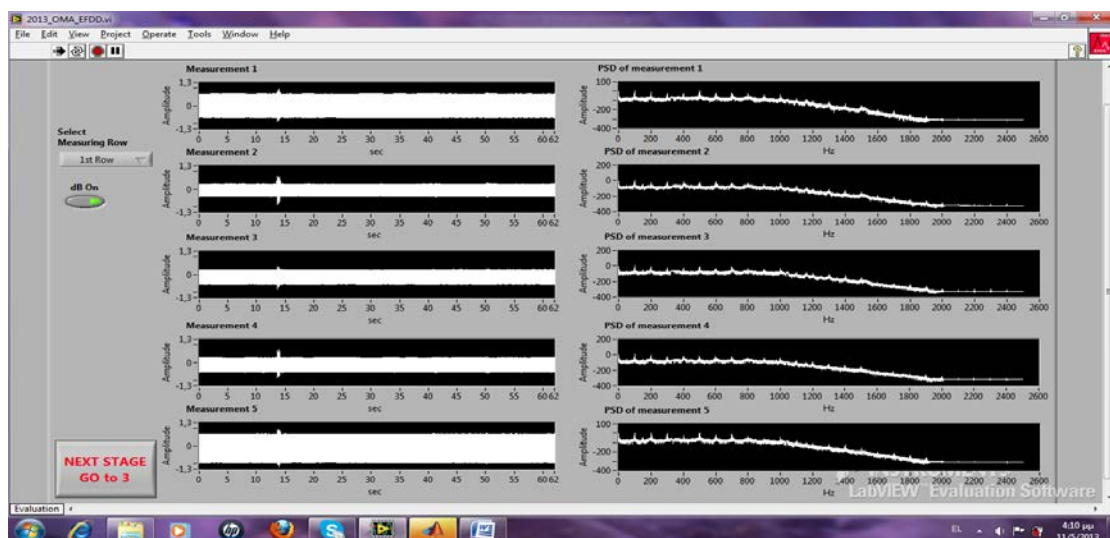
Σχήμα 3.68: Συνάρτηση συσχέτισης (**correlation function**) που αντιστοιχεί στην επιλεγείσα κορυφή περί τα 50 Hz και με τη δεδομένη τιμή MAC (**MAC threshold=0,8**)



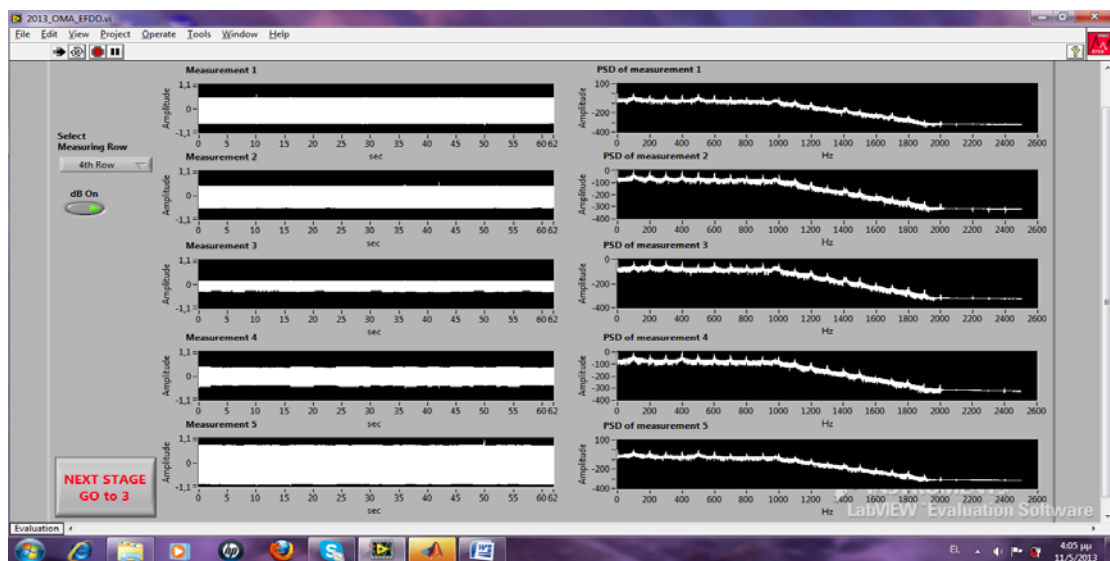
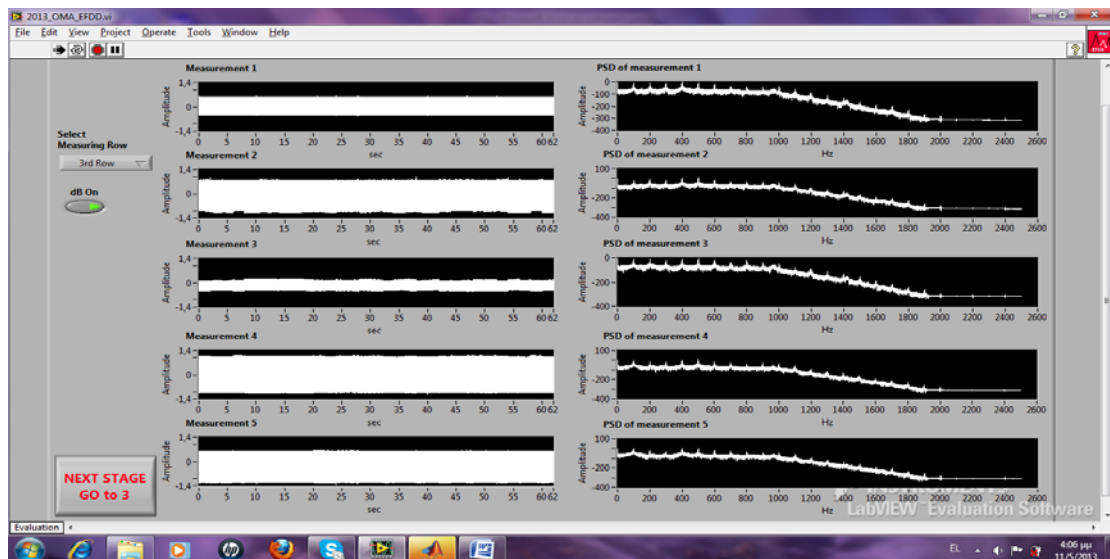
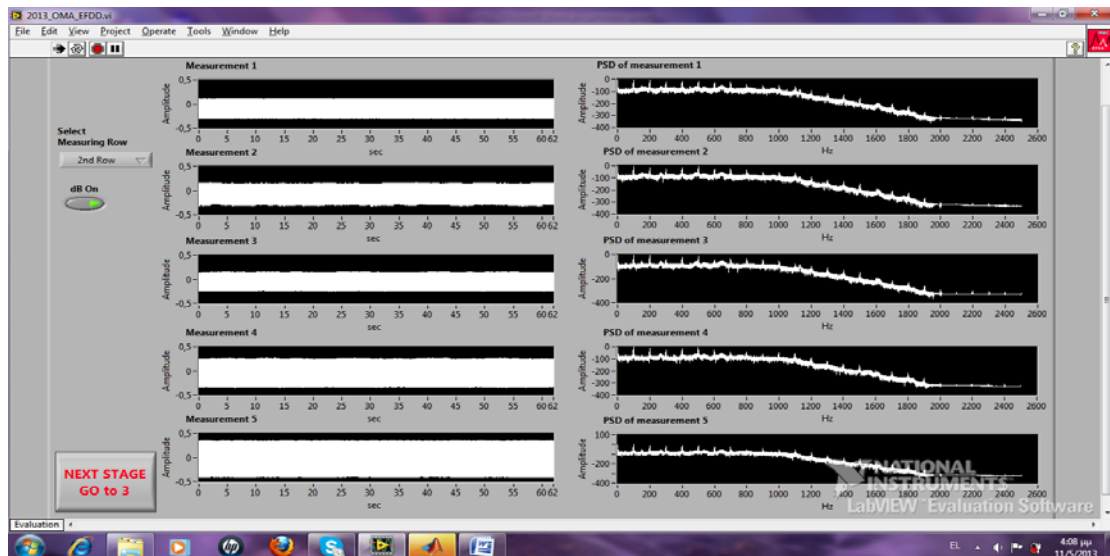
Σχήμα 3.69: Εκτίμηση του πλήθους που η καμπύλη συσχέτισης (**correlation function**) διέρχεται από το μηδέν (**zero crossings**)



Σχήμα 3.70: Εκτίμηση της ιδιοσυχνότητας και της απόσβεσης που αντιστοιχεί στην επιλεγείσα κορυφή



Σχήμα 3.71α: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας



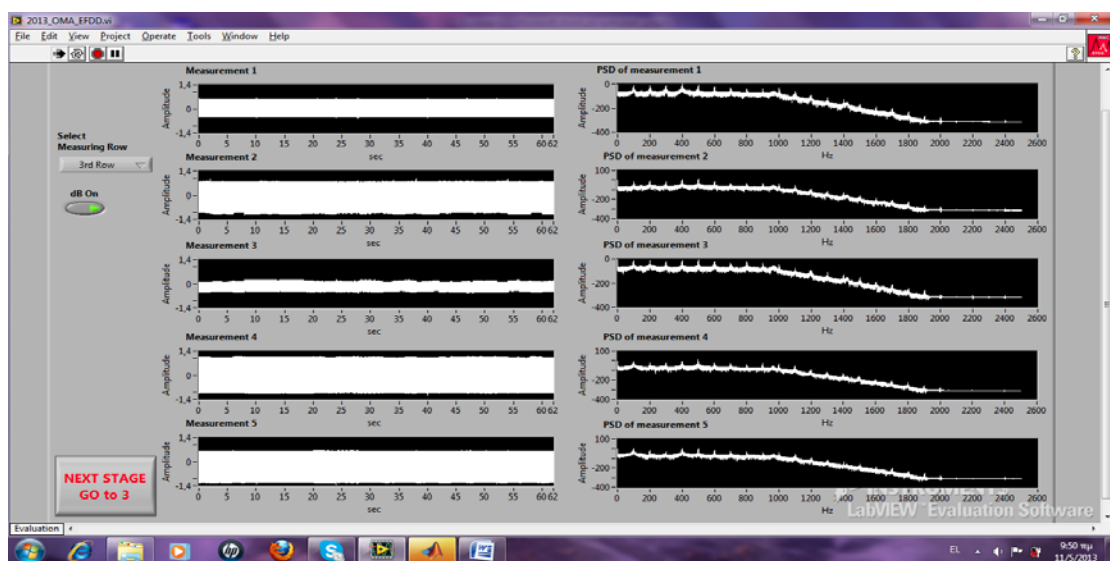
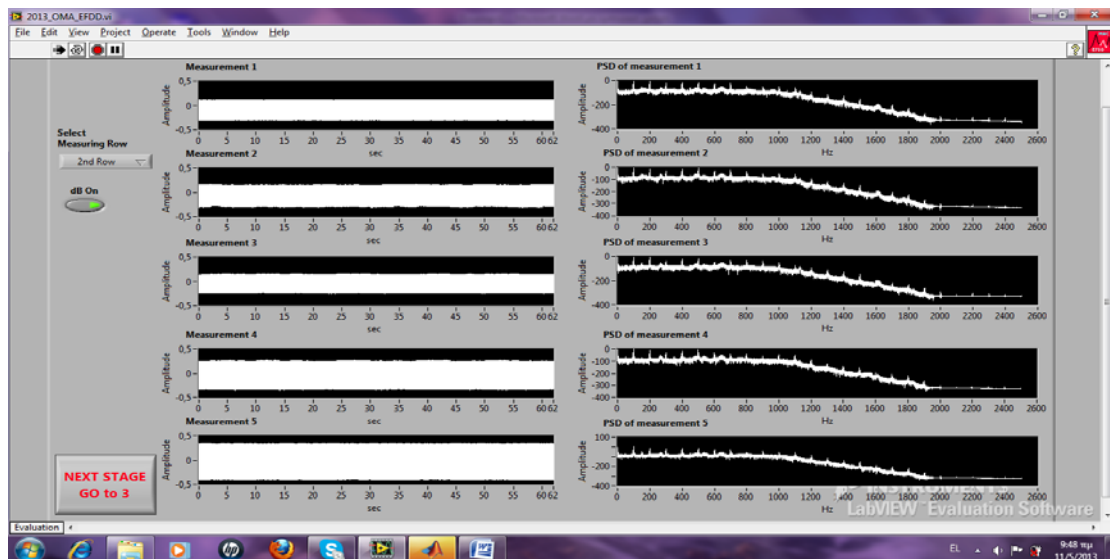
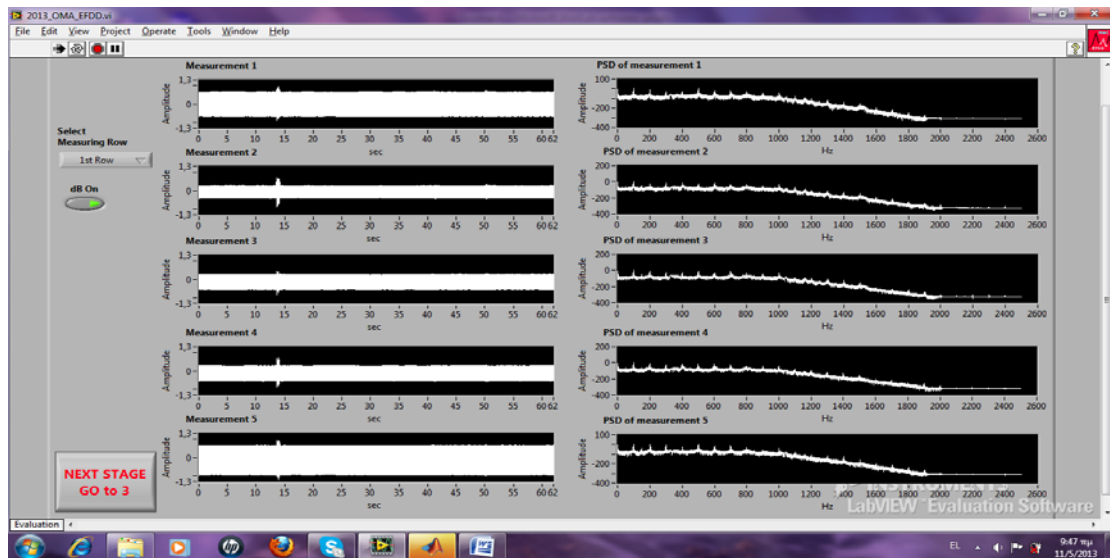
Σχήμα 3.71β: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 2^{ης}, 3^{ης} και 4^{ης} σειράς της πλάκας

- Επεξεργασία χωρίς χρήση φίλτρου **Savitzky, Averages: 20**.

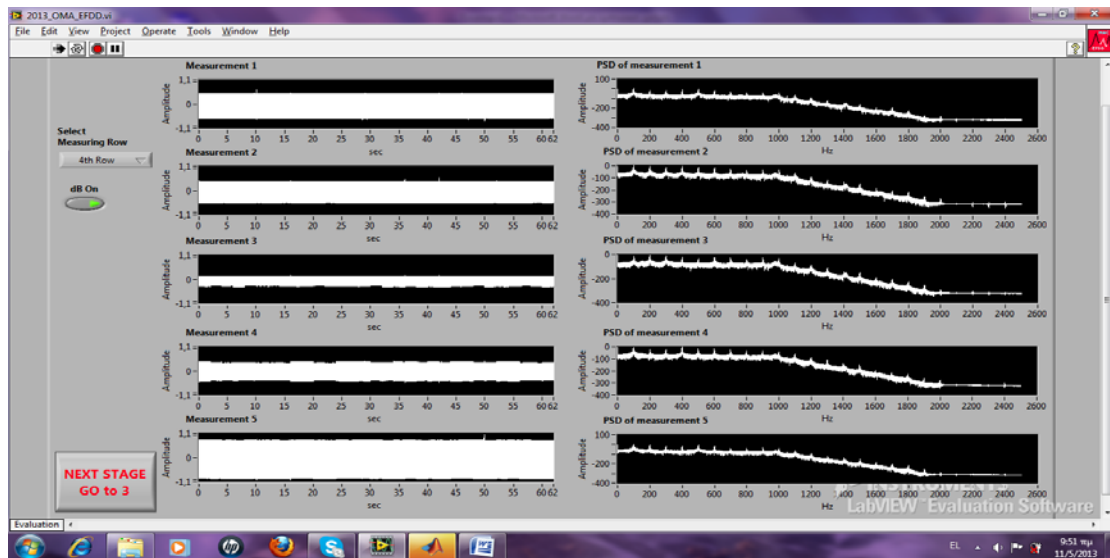
Στα **Σχήματα 3.72α** και **3.72β** φαίνονται οι χρονικές αποκρίσεις και τα φάσματα **PSD** που αντιστοιχούν σε καθεμιά από τις τέσσερις σειρές αισθητηρίων της πλάκας. Τα αποτελέσματα της περίπτωσης αυτής (ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις) μπορούν να αναγνωσθούν από τον **Πίνακα 3.18**, ενώ οι αντίστοιχες ιδιομορφές παρουσιάζονται στα **Σχήματα 3.73α, 3.73β** και **3.73γ**. Οι καμπύλες των **singular values** είναι ήδη γνωστές από το **Σχήμα 3.64β**.

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	5,50	0,17115
2	50,05	0,04880
3	140,54	0,66538
4	149,91	0,34778
5	168,28	0,98962
6	185,07	0,44033
7	221,36	0,37026
8	250,03	0,19527
9	271,46	0,18029
10	326,91	0,69883
11	354,16	0,41797
12	370,45	0,47221
13	405,81	0,27691
14	449,77	0,37468
15	479,93	0,58901
16	485,72	0,86251
17	542,75	0,52651
18	641,94	0,63969
19	649,35	1,00232
20	693,82	0,50974
21	705,48	0,01815
22	752,03	0,21891
23	807,35	0,37286
24	823,10	0,08516

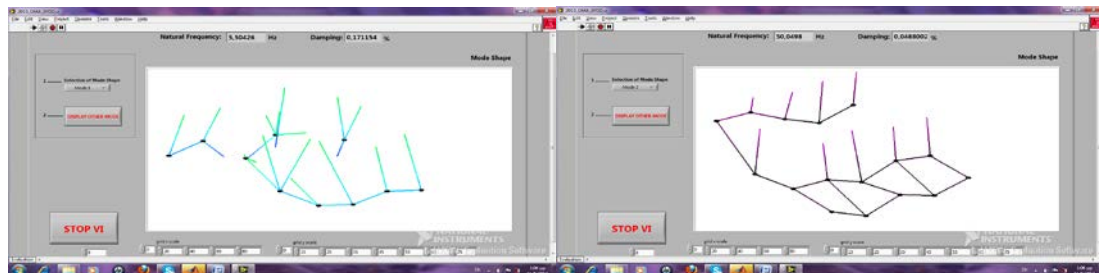
Πίνακας 3.18: Ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας



Σχήμα 3.72α: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 1^{ης}, 2^{ης} και 3^{ης} σειράς της πλάκας

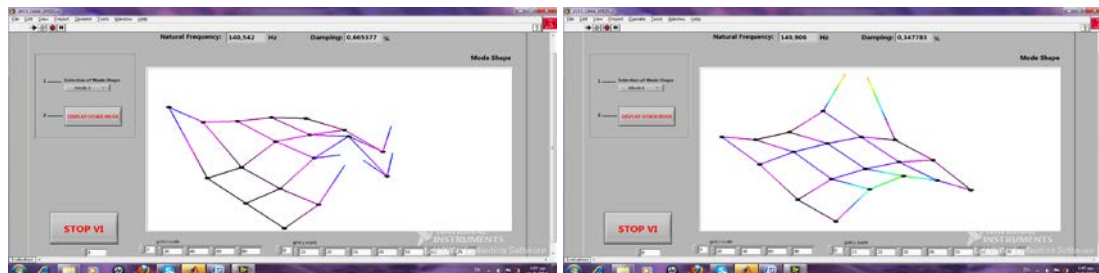


Σχήμα 3.72β: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 4^{ης} σειράς της πλάκας



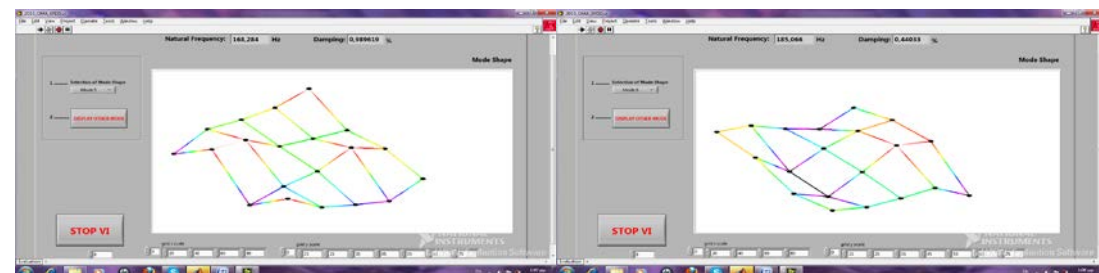
5,50 Hz

50,05 Hz



140,54 Hz

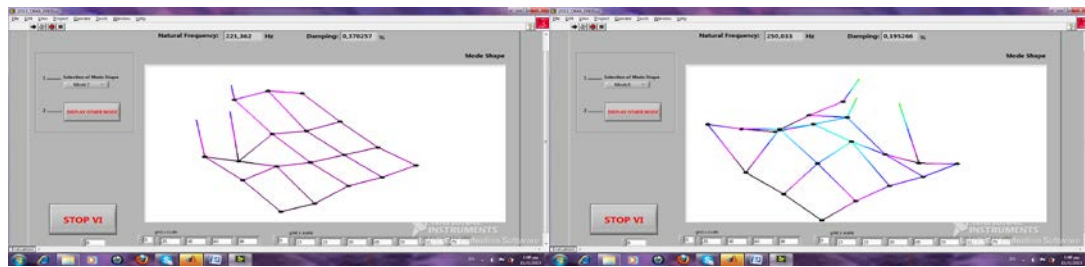
149,91 Hz



168,28 Hz

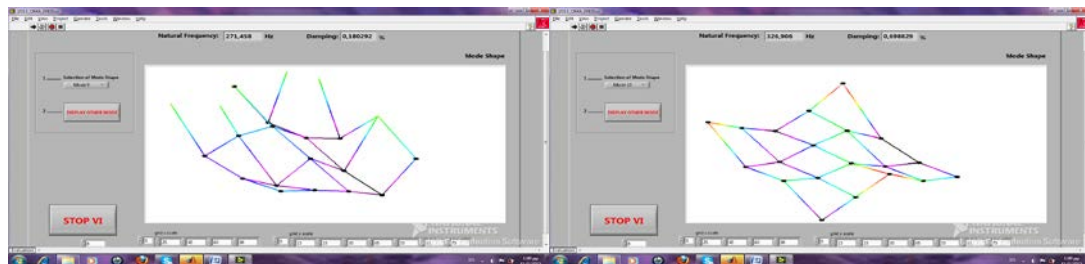
185,07 Hz

Σχήμα 3.73α: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



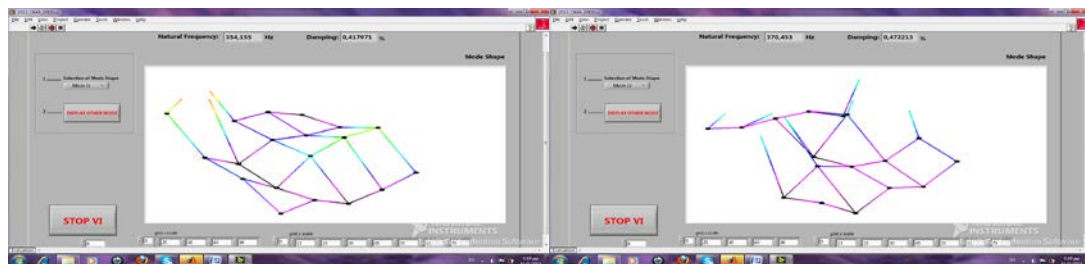
221,36 Hz

250,03 Hz



271,46 Hz

326,91 Hz



354,16 Hz

370,45 Hz



405,81 Hz

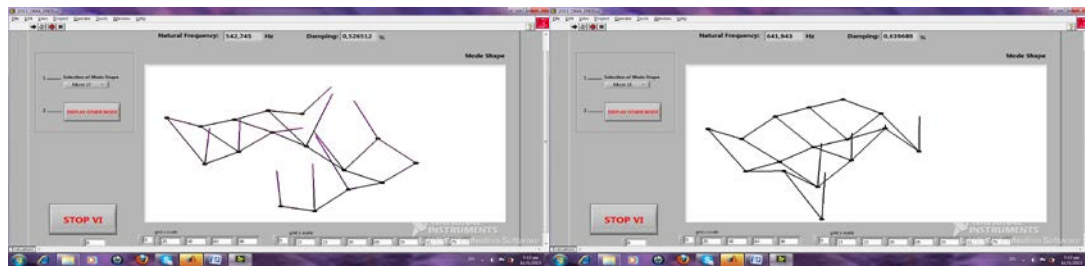
449,77 Hz



479,93 Hz

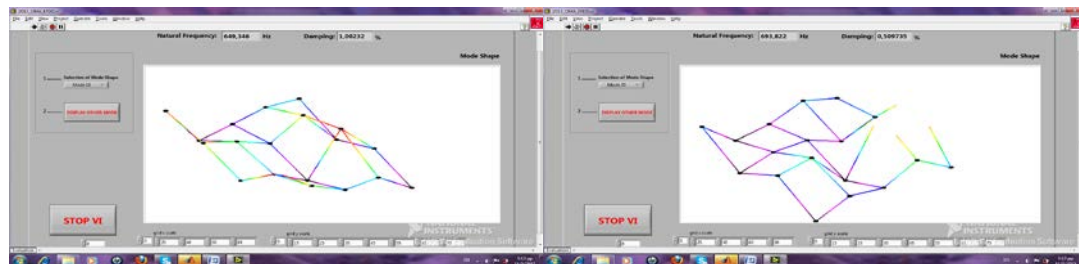
485,72 Hz

Σχήμα 3.73β: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



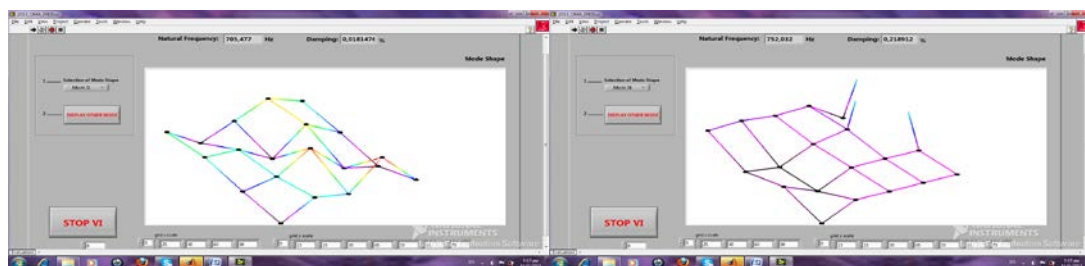
542,75 Hz

641,94 Hz



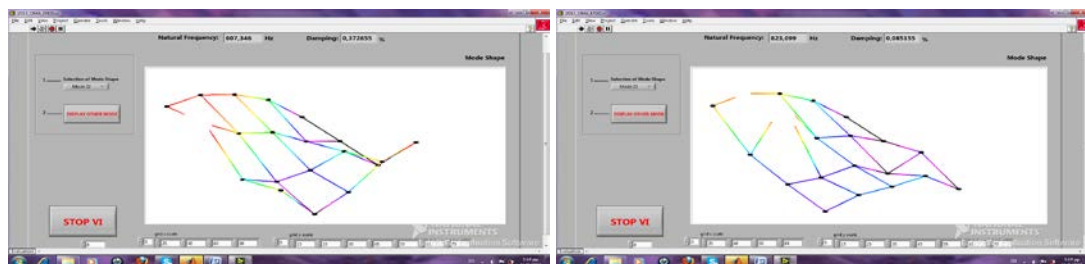
649,35 Hz

693,82 Hz



705,48 Hz

752,03 Hz



807,35 Hz

823,10 Hz

Σχήμα 3.73γ: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων

- Επεξεργασία με φίλτρο **Savitzky (polynomial order:5, side points:10)** και χωρίς χρήση του μέσου όρου των φασμάτων των σημάτων που προκύπτουν από κάθε αισθητήριο (**Averages: 1**).

Ακολουθεί η παρουσίαση των χρονικών αποκρίσεων και των φασμάτων **PSD** που αντιστοιχούν σε καθεμία από τις τέσσερις σειρές επιταχυνσιομέτρων της πλάκας (**Σχήματα 3.75α και 3.75β**) και των ιδιομορφών των συχνοτήτων που αναγνωρίζει το πρόγραμμα ως ιδιοσυχνότητες της πλάκας στο πεδίο συχνοτήτων που μελετήθηκε (**Σχήματα 3.74α - 3.74δ**). Ανάγνωση των αποτελεσμάτων του προγράμματος όσον αφορά τις εκτιμώμενες

ιδιοσυχνότητες και αποσβέσεις της πλάκας μπορεί να γίνει από τον **Πίνακα 3.19**. Να σημειωθεί ότι οι καμπύλες των **singular values** έχουν ήδη παρουσιασθεί στο **Σχήμα 3.63α**.

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	4,90	0,59980
2	49,32	0,01789
3	141,27	0,38918
4	148,60	0,10480
5	176,64	0,20625
6	193,84	0,49021
7	218,57	0,68245
8	272,76	0,05301
9	349,28	0,06643
10	376,29	0,66511
11	439,17	0,15491
12	448,65	0,33805
13	476,34	0,10818
14	544,30	0,02069
15	588,73	0,28834
16	646,24	0,07971
17	653,26	0,19418
18	658,72	0,43133
19	707,24	0,03841
20	717,78	0,09563
21	777,46	0,48688
22	816,78	0,09282
23	883,96	0,05321

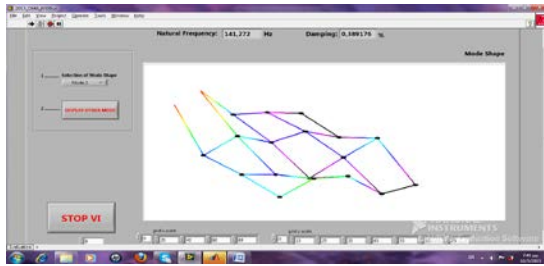
Πίνακας 3.19: Ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας



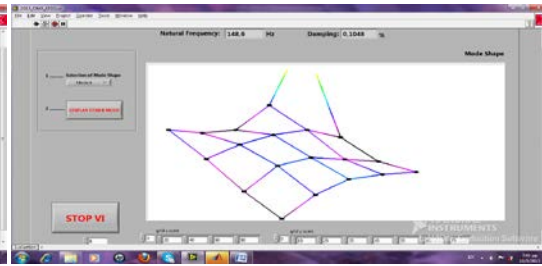
4,90 Hz

49,32 Hz

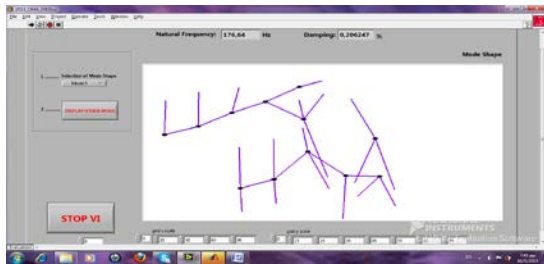
Σχήμα 3.74α: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



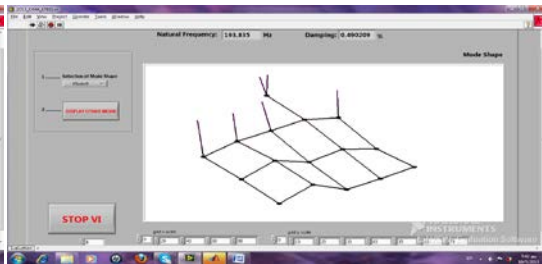
141,27 Hz



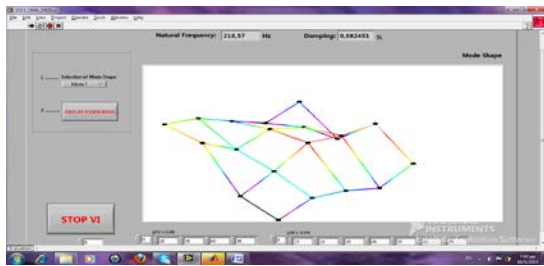
148,60 Hz



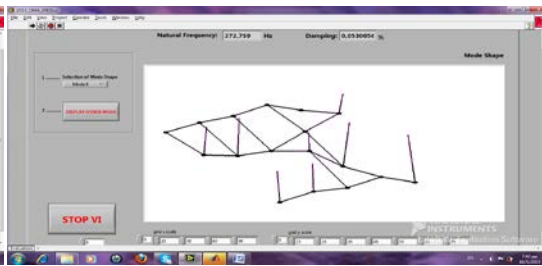
176,64 Hz



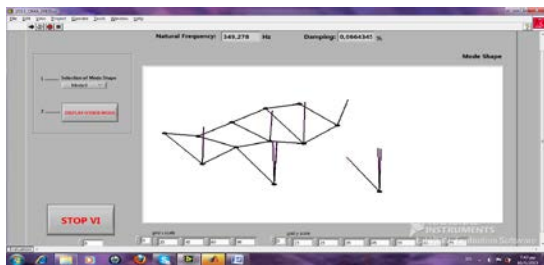
193,84 Hz



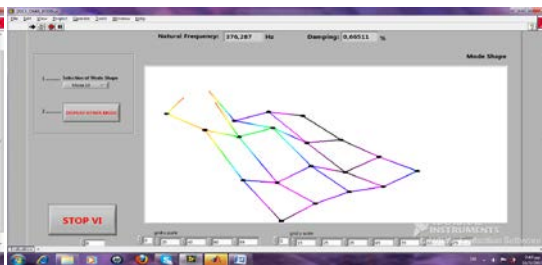
218,57 Hz



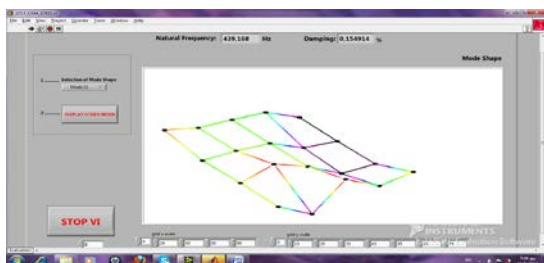
272,76 Hz



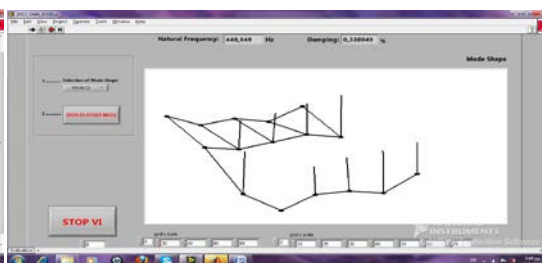
349,28 Hz



376,29 Hz

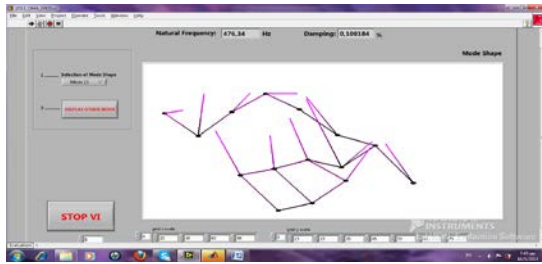


439,17 Hz

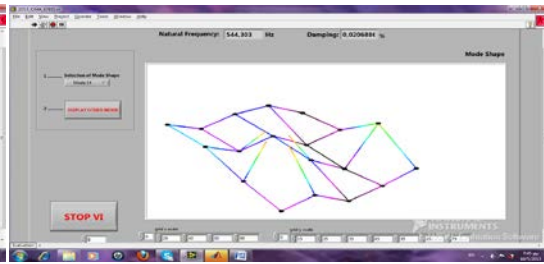


448,65 Hz

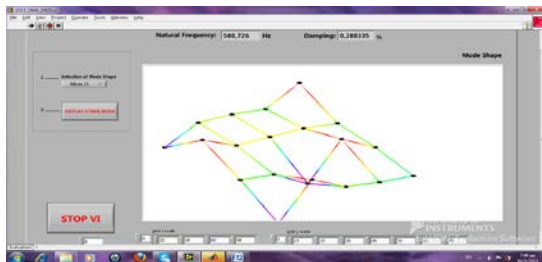
Σχήμα 3.74β: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



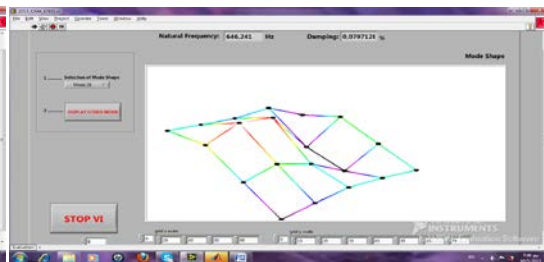
476,34 Hz



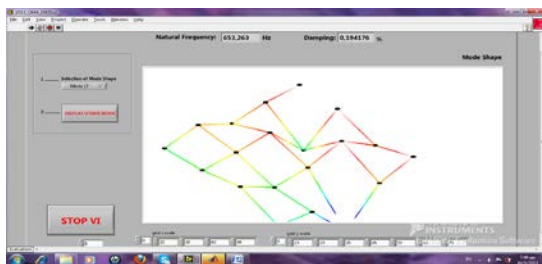
544,30 Hz



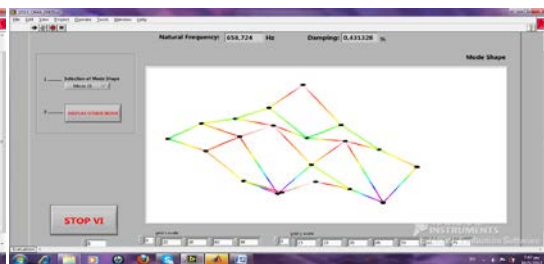
588,73 Hz



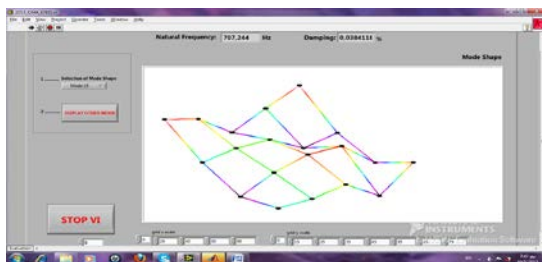
646,24 Hz



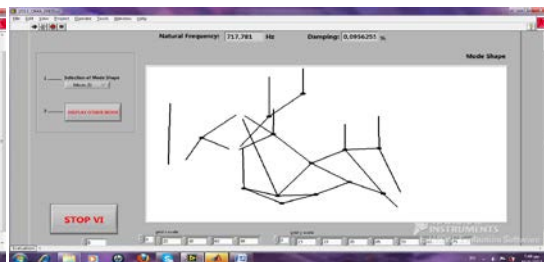
653,26 Hz



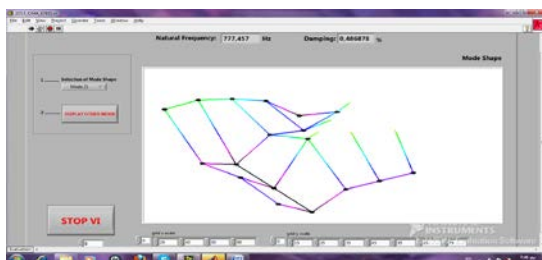
658,72 Hz



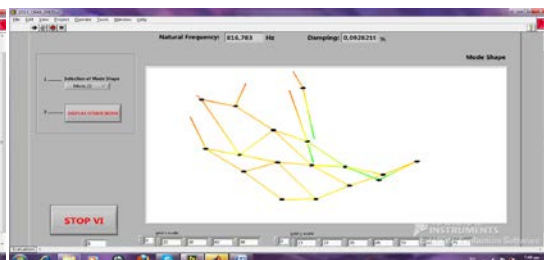
707,24 Hz



717,78 Hz

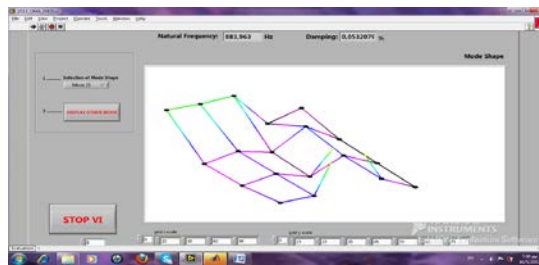


777,46 Hz



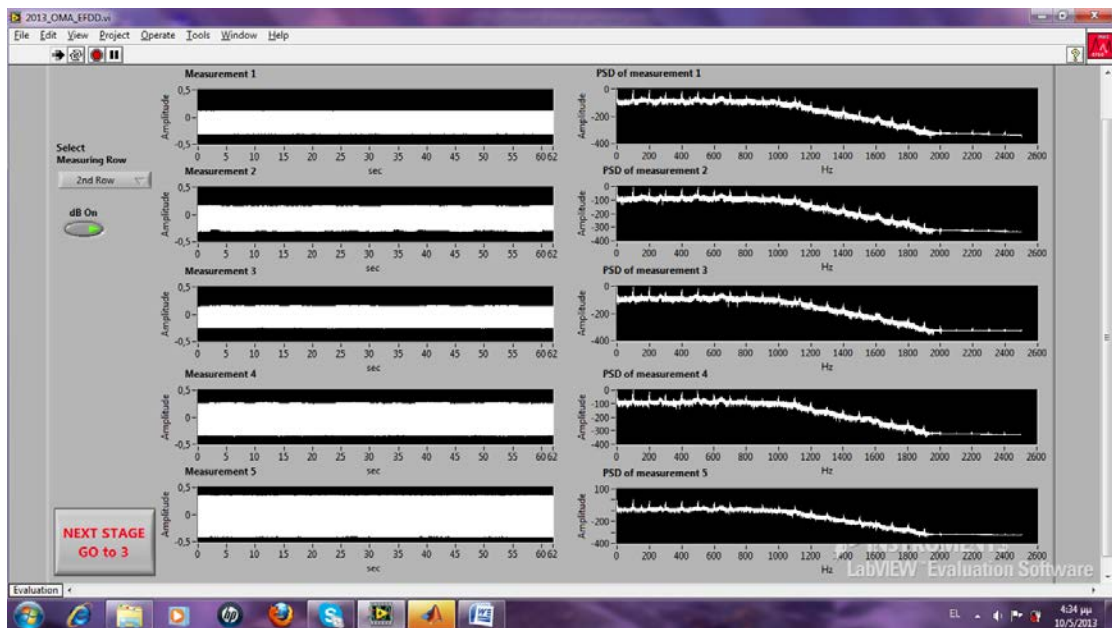
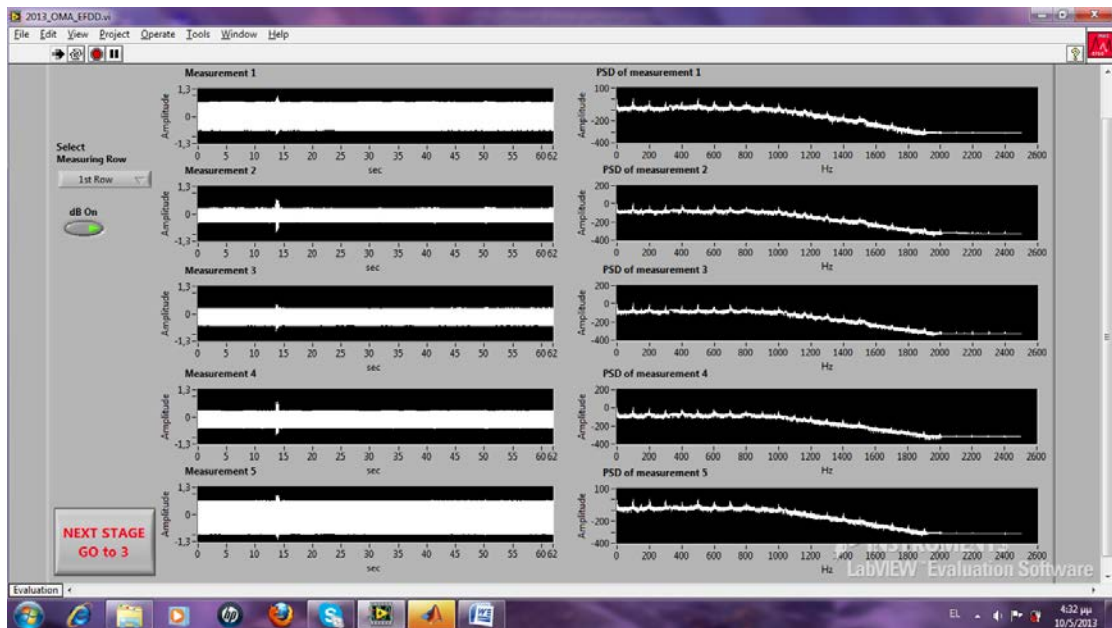
816,78 Hz

Σχήμα 3.74γ: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων

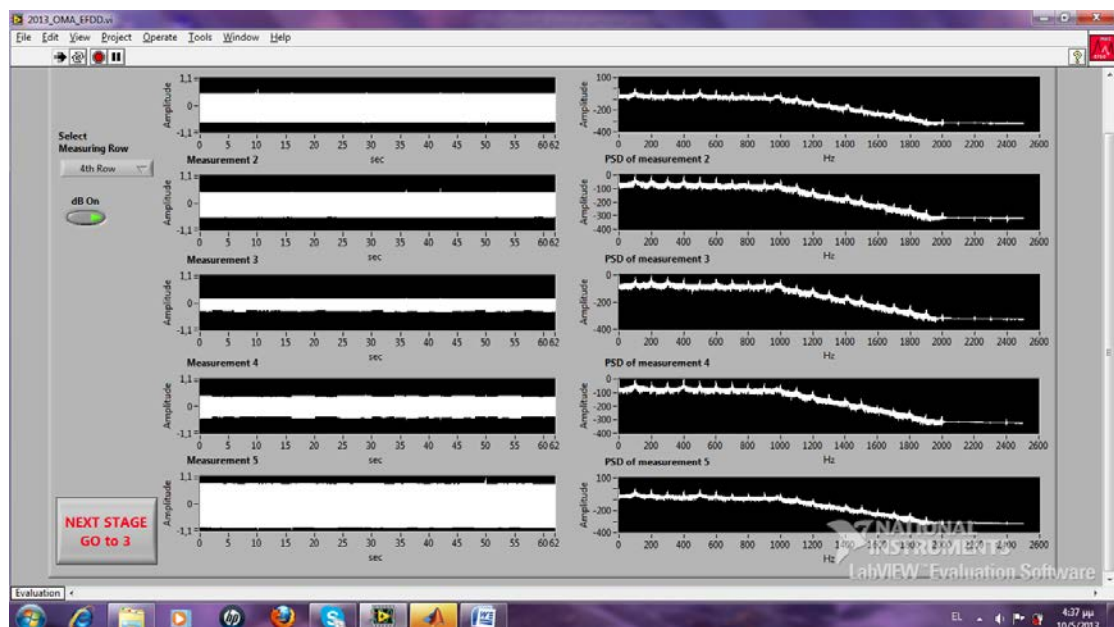
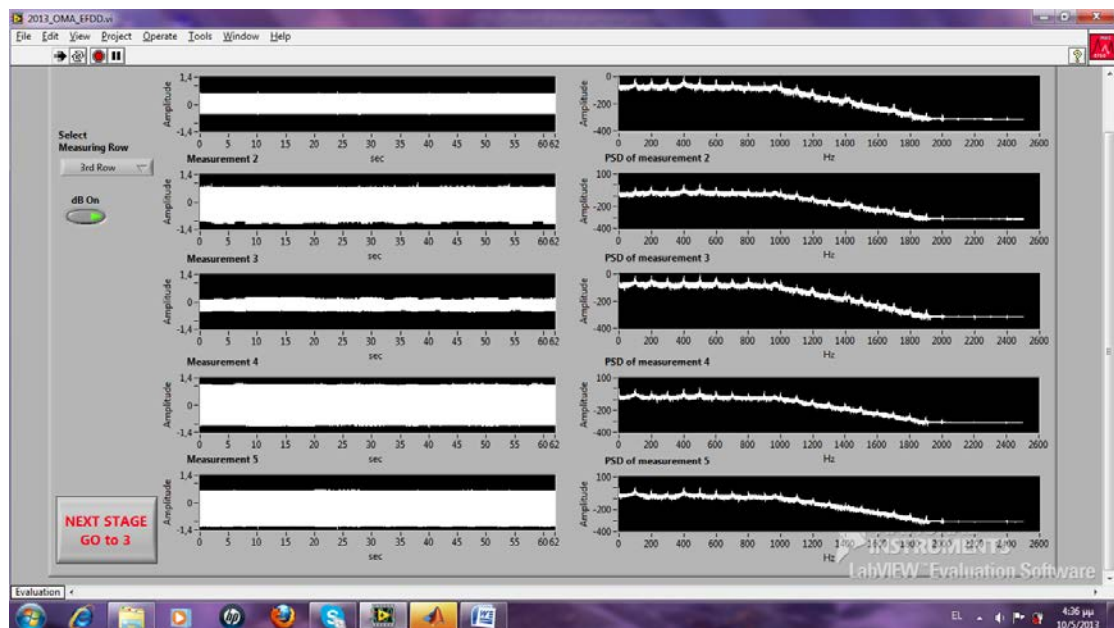


883,96 Hz

Σχήμα 3.74δ: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



Σχήμα 3.75α: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 1^{ης} και 2^{ης} σειράς της πλάκας



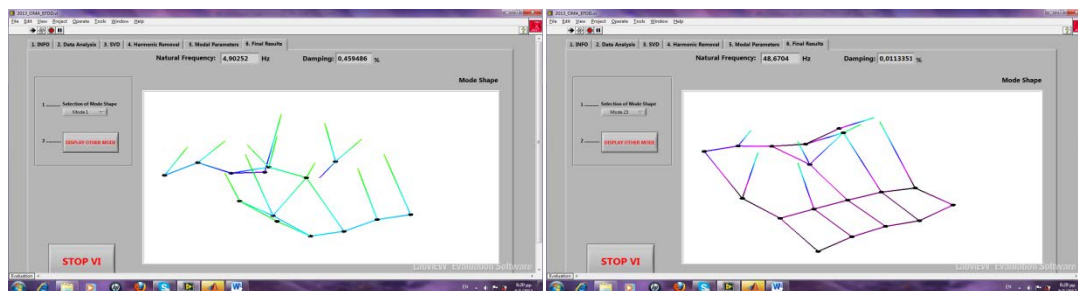
Σχήμα 3.75β: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 3^{ης} και 4^{ης} σειράς της πλάκας

- Επεξεργασία με χρήση φίλτρου Savitzky (polynomial order:5 , side points:10) και Averages: 20.

Οι καμπύλες των **singular values** που αναφέρονται στην περίπτωση αυτή φαίνονται στο **Σχήμα 3.63β**. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν μπορούν να αναγνωσθούν από τον **Πίνακα 3.20**, ενώ στα **Σχήματα 3.76α, 3.76β, 3.76γ και 3.76δ** γίνεται μια προσπάθεια απεικόνισης των ιδιομορφών που αντιστοιχούν σε κάθε ιδιοσυχνότητα. Τέλος, στα **Σχήματα 3.77α και 3.77β** παρουσιάζονται οι χρονικές αποκρίσεις και τα φάσματα PSD που μας δίνει κάθε χρησιμοποιηθέν επιταχυνσιόμετρο. Κατά τα γνωστά, οι εικόνες που εξήχθησαν από το πρόγραμμα εμφανίζουν τις αποκρίσεις των αισθητηρίων ομαδοποιημένες σε πεντάδες, σε συμφωνία με την κατανομή των επιταχυνσιομέτρων στην προς μελέτη πλάκα.

<i>a/a</i>	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	4,90	0,45949
2	48,67	0,01134
3	139,28	0,09054
4	149,16	0,14260
5	185,14	1,07038
6	221,35	0,05658
7	270,73	0,12317
8	326,14	0,05283
9	352,70	0,74132
10	369,72	0,05154
11	449,31	0,09487
12	478,23	0,06205
13	504,88	0,32643
14	542,20	0,24173
15	593,05	0,33181
16	604,36	0,52574
17	640,79	0,19346
18	650,27	0,03489
19	693,74	0,53261
20	704,13	1,28798
21	751,24	0,13683
22	807,84	1,03308
23	821,66	0,18562
24	844,20	0,28624

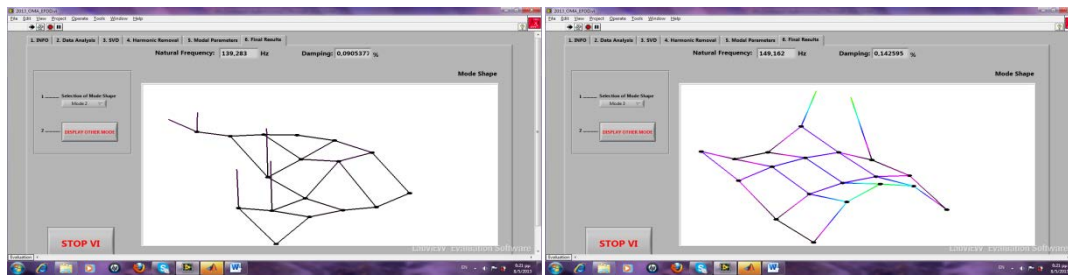
Πίνακας 3.20: Ιδιοσυχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας



4,90 Hz

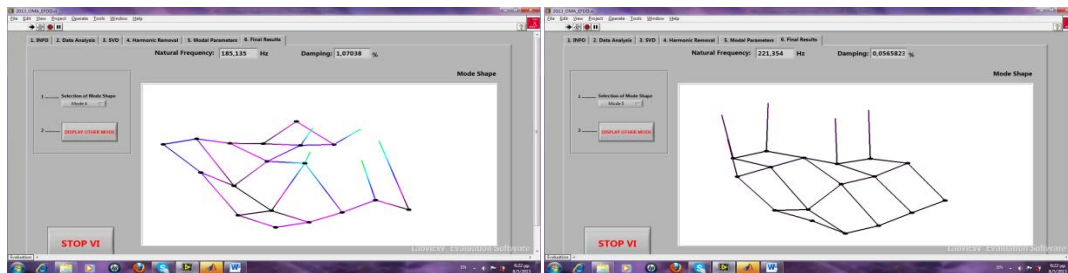
48,67 Hz

Σχήμα 3.76α: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



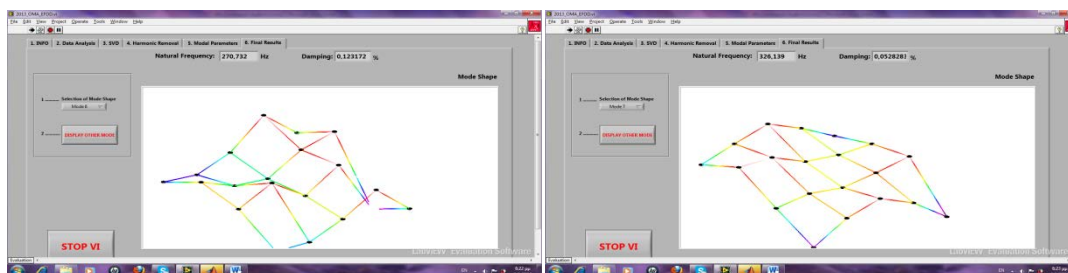
139,28 Hz

149,16 Hz



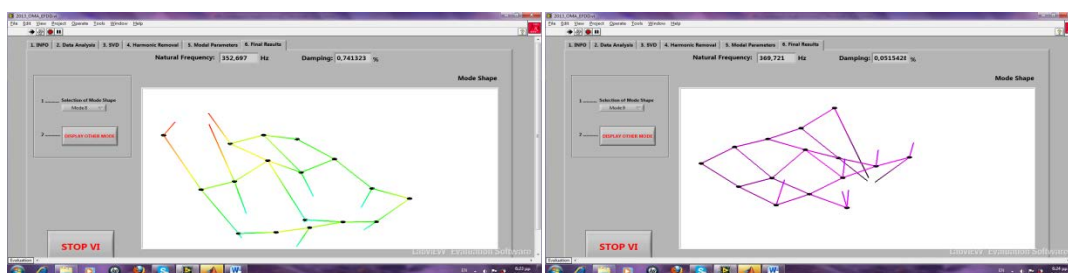
185,14 Hz

221,35 Hz



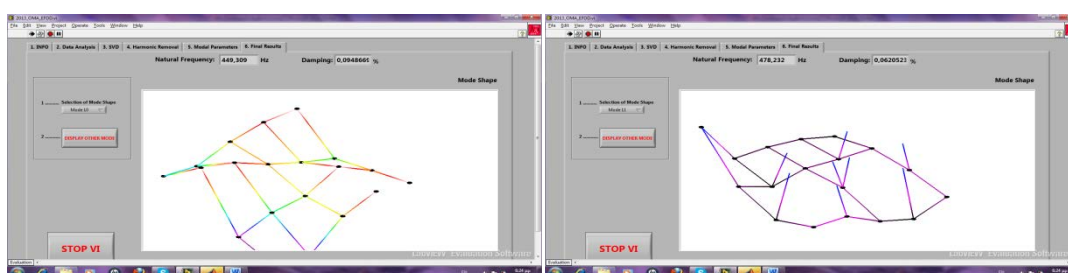
270,73 Hz

326,14 Hz



352,70 Hz

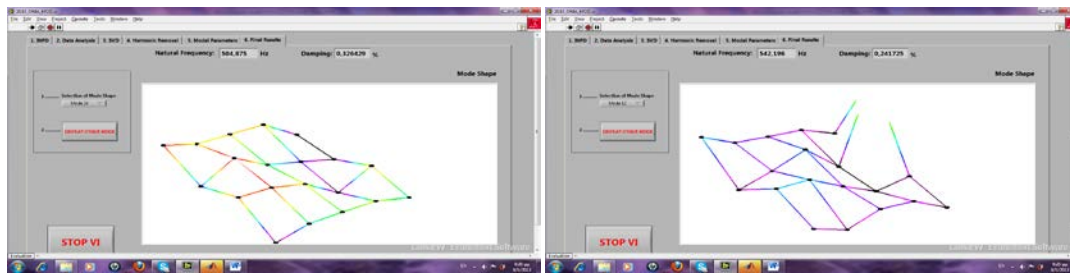
369,72 Hz



449,31 Hz

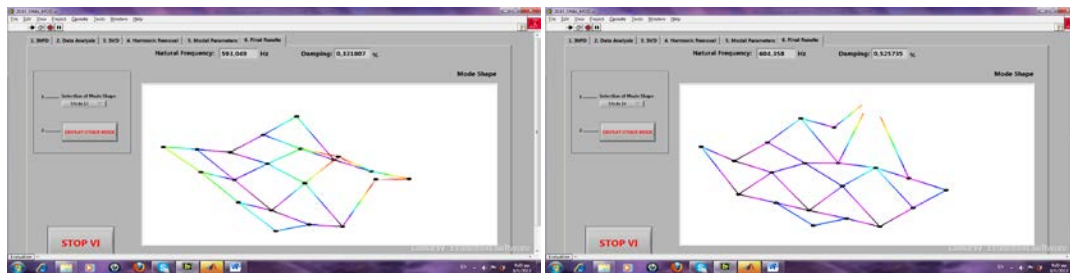
478,23 Hz

Σχήμα 3.76β: Ιδιομορφές ιδιοσυχνотήτων



504,88 Hz

542,20 Hz



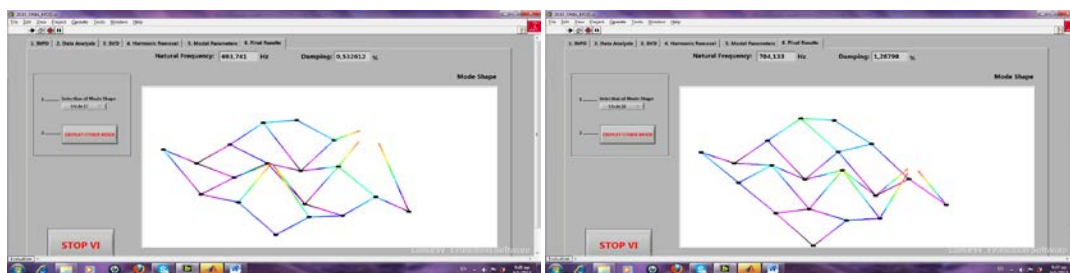
593,05 Hz

604,36 Hz



640,79 Hz

650,27 Hz



693,74 Hz

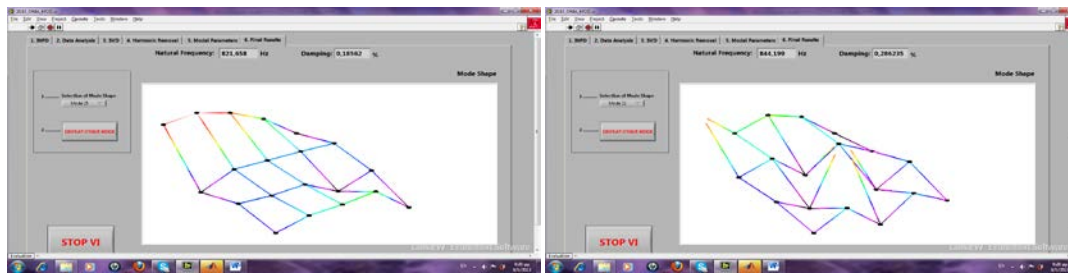
704,13 Hz



751,24 Hz

807,84 Hz

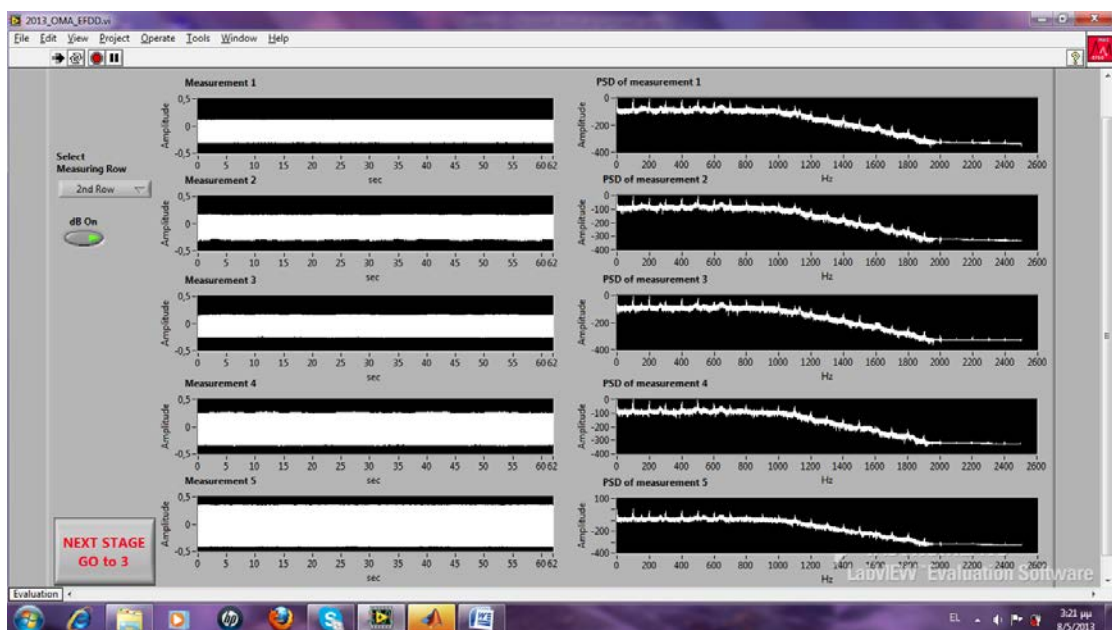
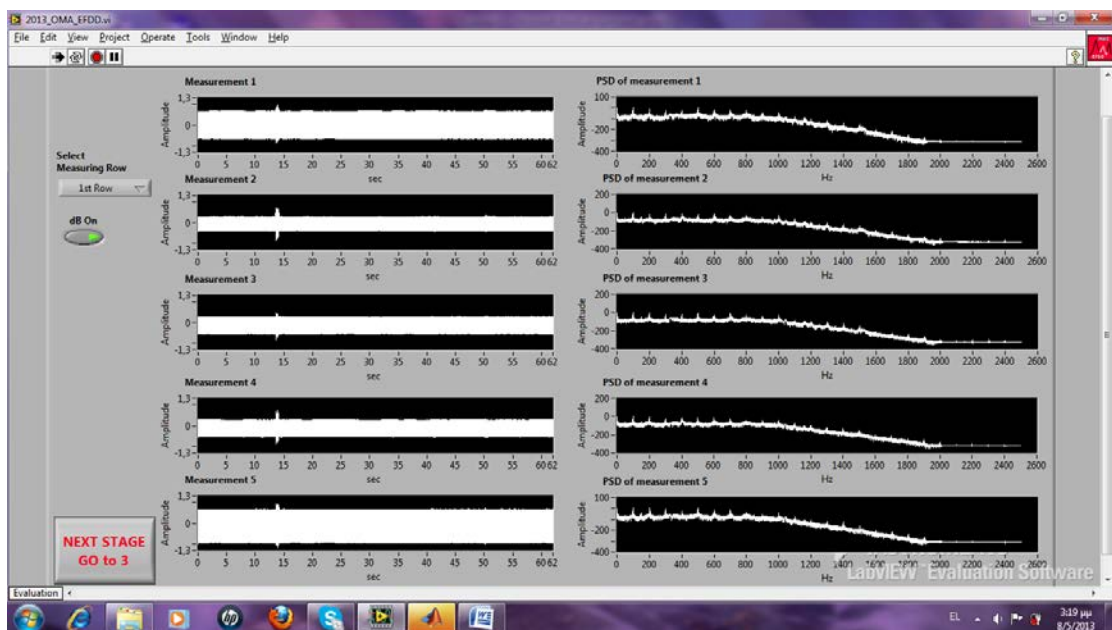
Σχήμα 3.76γ: Ιδιομορφές ιδιοσυχνотήτων



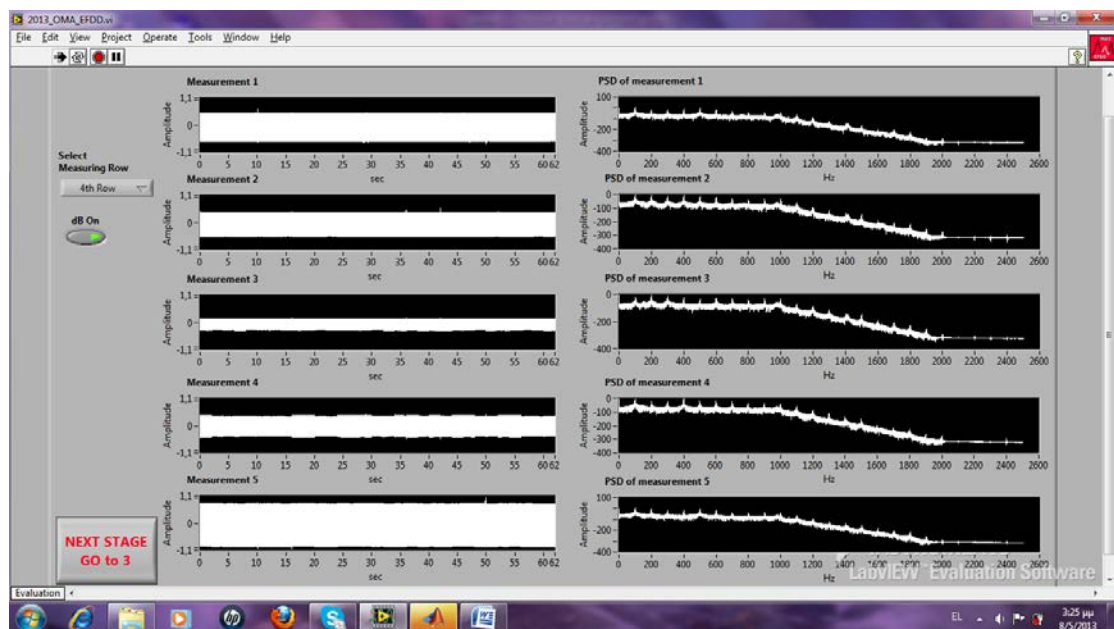
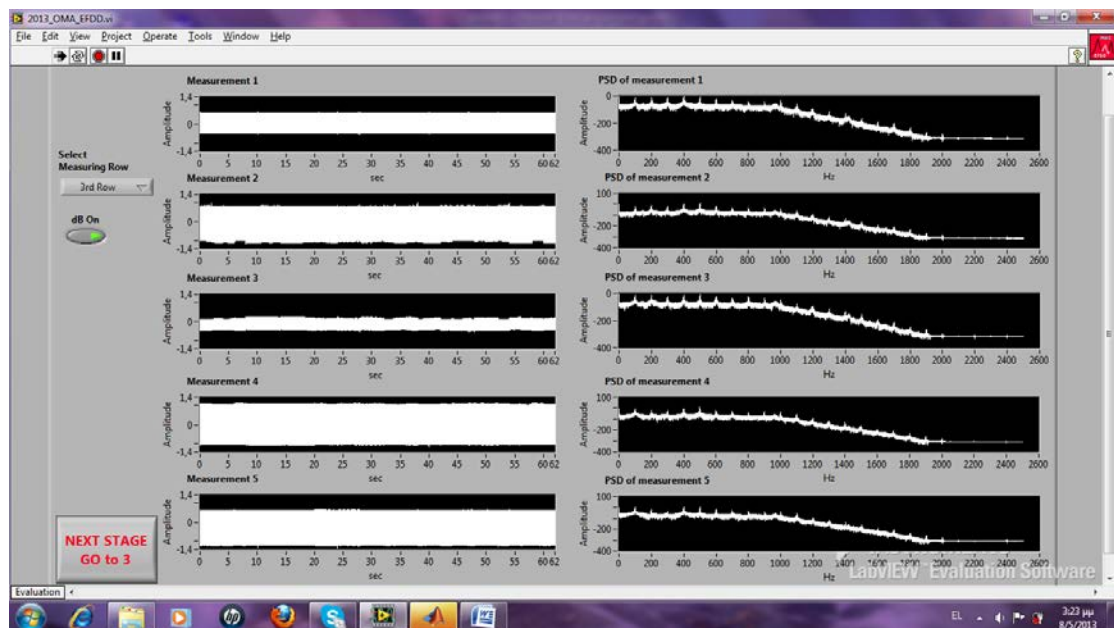
821,66 Hz

844,20 Hz

Σχήμα 3.76δ: Ιδιομορφές ιδιοσυχνοτήτων



Σχήμα 3.77α: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 1^{ης} και 2^{ης} σειράς της πλάκας



Σχήμα 3.77β: Χρονικές αποκρίσεις και φάσματα PSD των αισθητηρίων της 3^{ης} και 4^{ης} σειράς της πλάκας

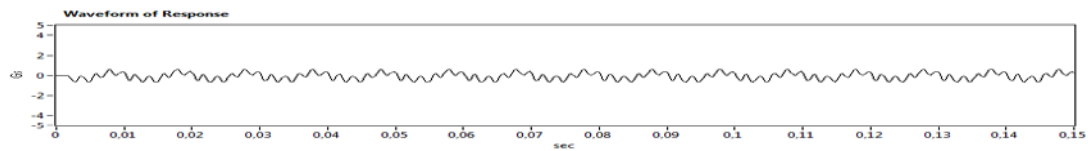
β) Μέθοδος SSI

Όπως έχει ήδη λεχθεί, το εύρος συχνοτήτων που επιλέχθηκε προς διερεύνηση είναι από **0-950 Hz**. Για τον λόγο αυτό, για την περαιτέρω επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων, κατέστη και πάλι απαραίτητη η χρήση ενός βαθυπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής (**Low cut off frequency**) στα **950 Hz**.

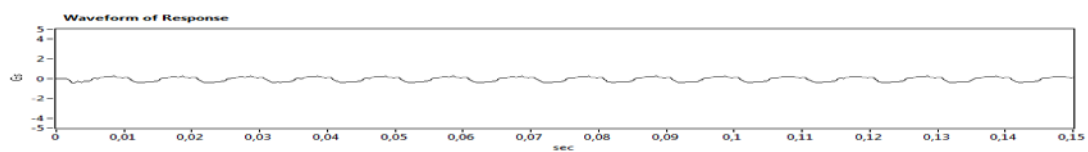
Όπως εξηγήθηκε και στην περίπτωση της ράβδου, στην μέθοδο **SSI** δεν υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού του μέσου όρου των φασμάτων των σημάτων για κάθε αισθητήριο, είναι, όμως, απαραίτητος ο καθορισμός του πλήθους των ιδιοσυχνοτήτων που είναι επιθυμητό να προκύψουν από το πρόγραμμα στο επιλεγμένο πεδίο συχνοτήτων (επιλογή

mode num). Ως αποτέλεσμα, η ανάλυση με την μέθοδο **SSI** πραγματοποιήθηκε για διάφορες τιμές της παραμέτρου **mode num**, με χρήση ή μη φίλτρου **Savitzky**.

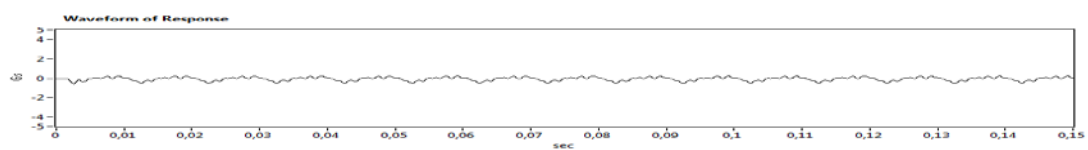
Ακολουθούν τα διαγράμματα των χρονικών αποκρίσεων (**Σχήματα 3.78α - 3.78στ**), των φασμάτων **PSD** (**Σχήματα 3.79α - 3.79στ**) και του μεγέθους απόκρισης συχνότητας (**Frequency Response Magnitude – FRM**) (**Σχήματα 3.80α - 3.80στ**) που αφορούν κάθε αισθητήριο, για την περίπτωση επεξεργασίας χωρίς φίλτρο **Savitzky**, και τα οποία είναι κοινά για κάθε επιλογή πλήθους ιδιοσυχνοτήτων (**mode num**).



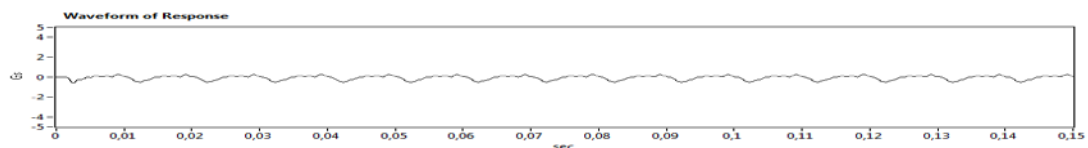
Αισθητήριο 1



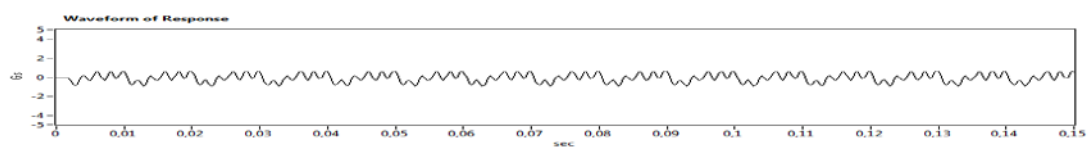
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3

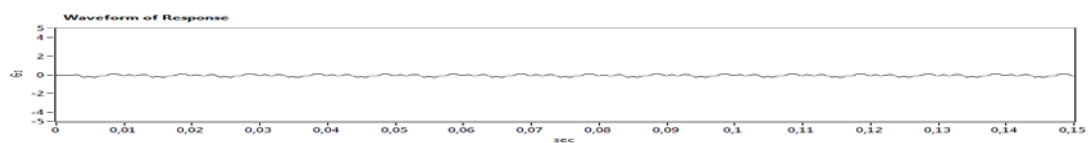


Αισθητήριο 4



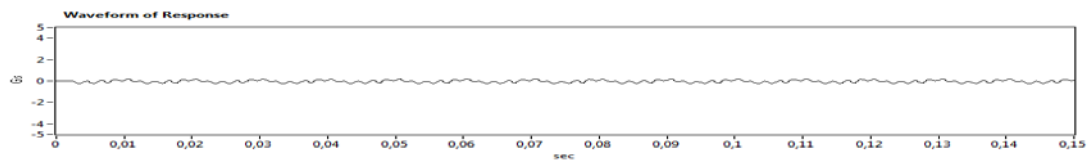
Αισθητήριο 5

Σχήμα 3.78α: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας

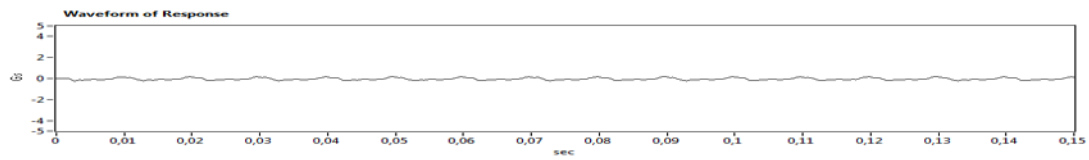


Αισθητήριο 6

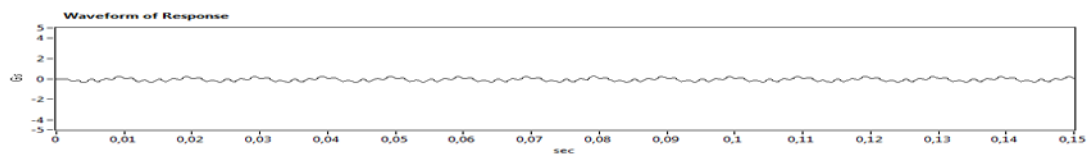
Σχήμα 3.78β: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



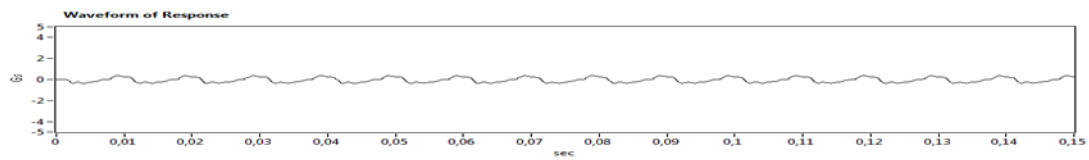
Αισθητήριο 7



Αισθητήριο 8

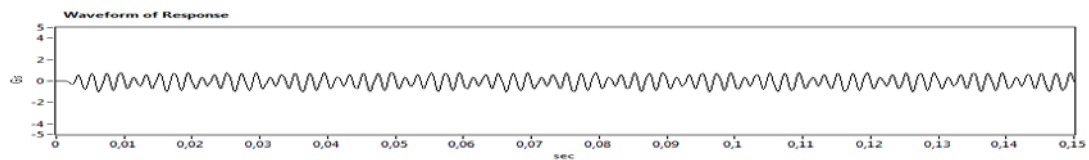


Αισθητήριο 9

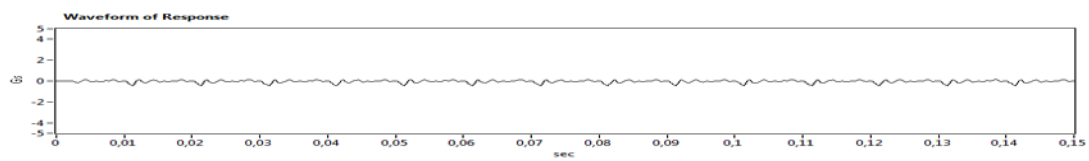


Αισθητήριο 10

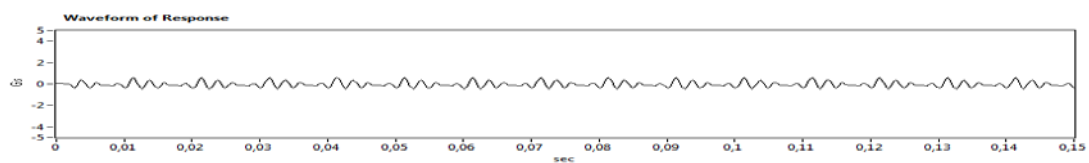
Σχήμα 3.78γ: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



Αισθητήριο 11

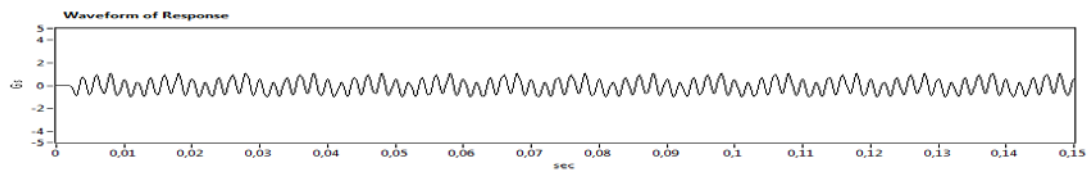


Αισθητήριο 12

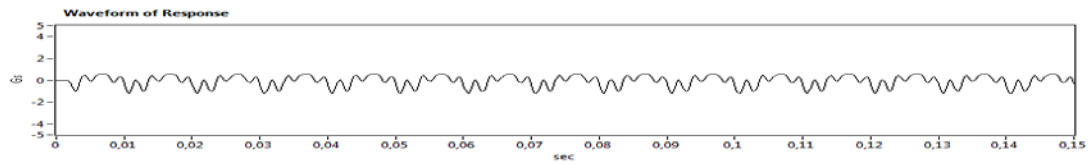


Αισθητήριο 13

Σχήμα 3.78δ: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας

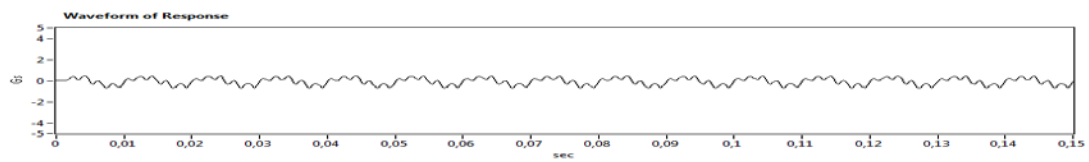


Αισθητήριο 14

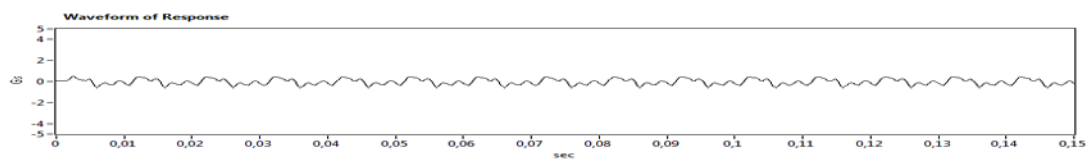


Αισθητήριο 15

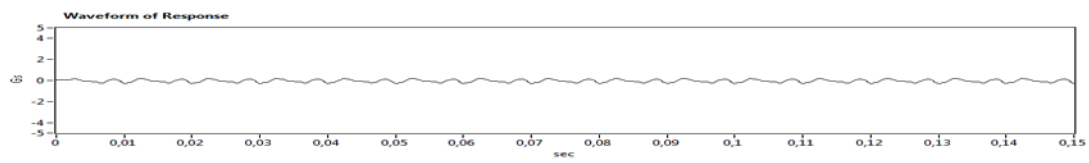
Σχήμα 3.78ε: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας



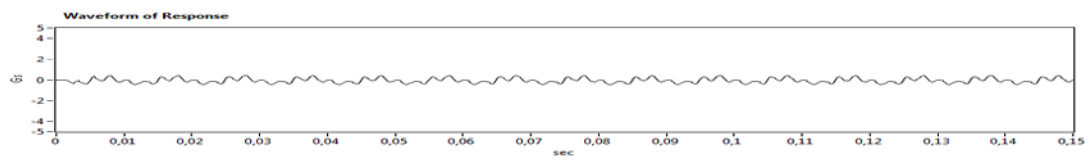
Αισθητήριο 16



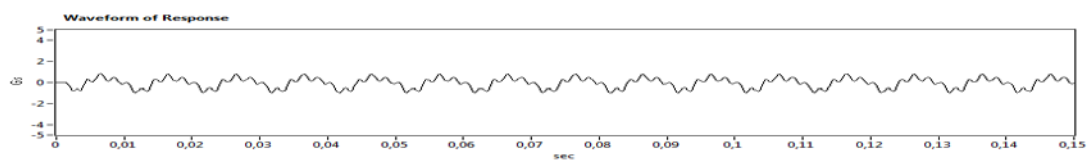
Αισθητήριο 17



Αισθητήριο 18

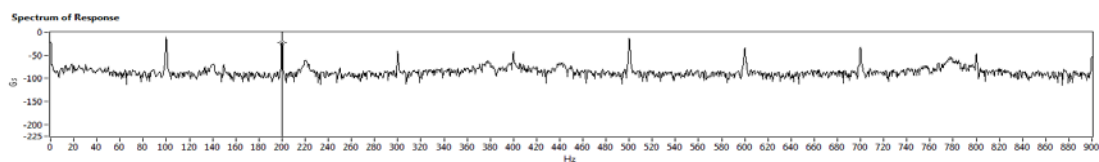


Αισθητήριο 19

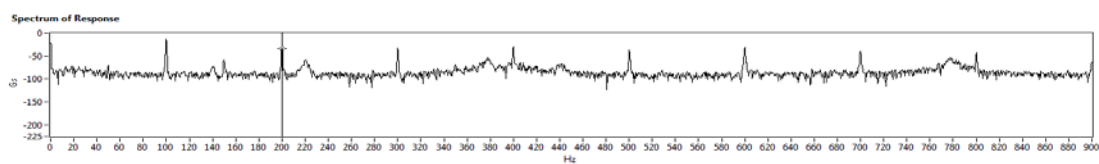


Αισθητήριο 20

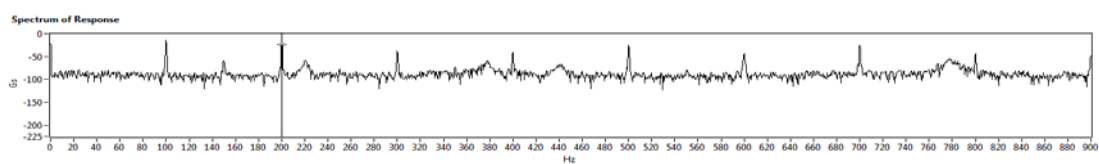
Σχήμα 3.78στ: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 4^{ης} σειράς της πλάκας



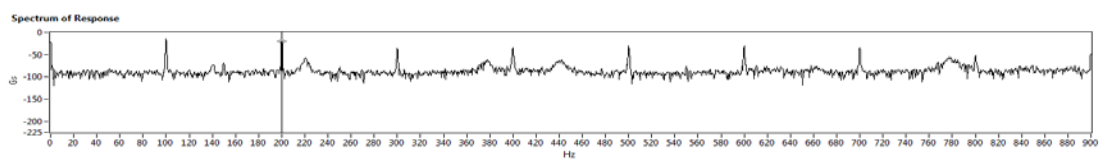
Αισθητήριο 1



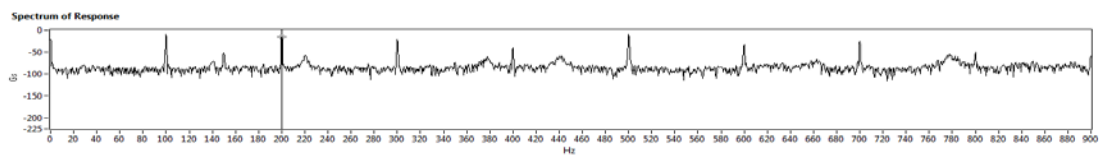
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3

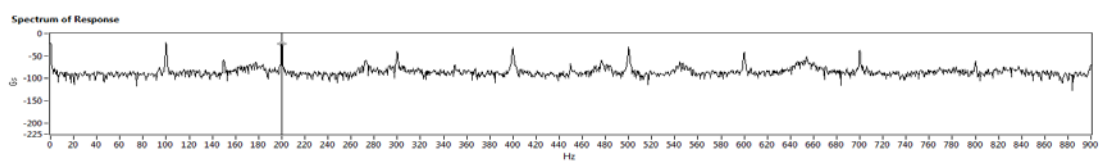


Αισθητήριο 4

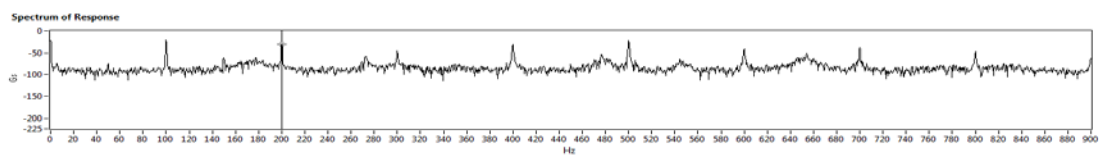


Αισθητήριο 5

Σχήμα 3.79α: Φάσματα **PSD** των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας

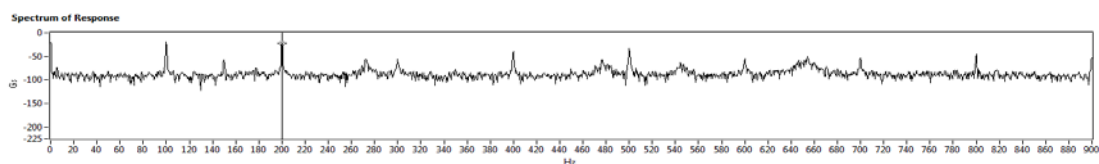


Αισθητήριο 6

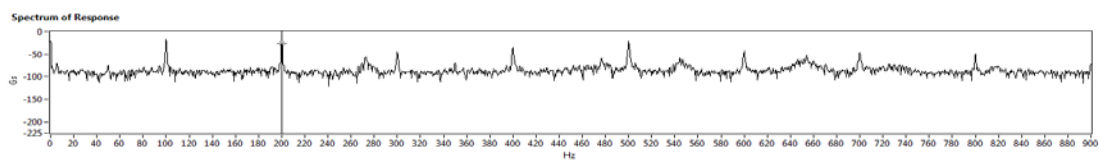


Αισθητήριο 7

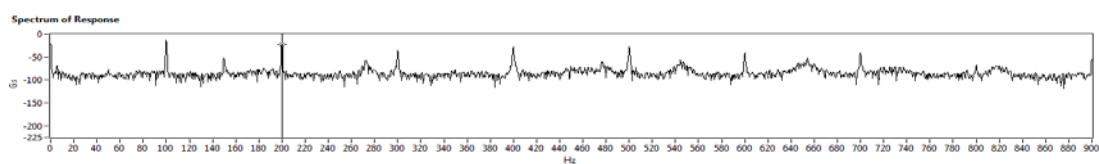
Σχήμα 3.79β: Φάσματα **PSD** των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



Αισθητήριο 8

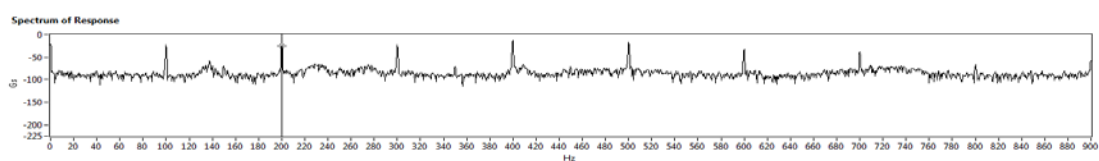


Αισθητήριο 9

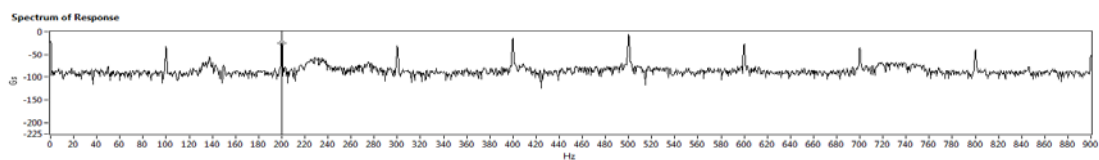


Αισθητήριο 10

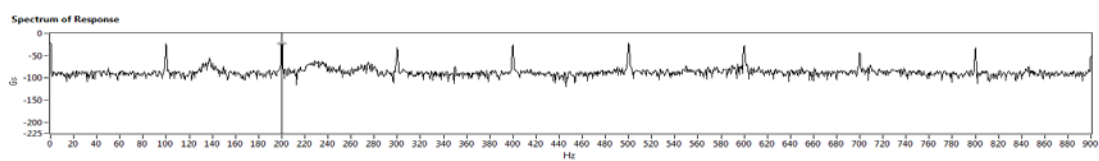
Σχήμα 3.79γ: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



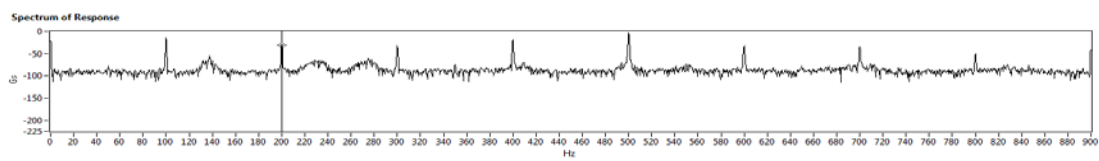
Αισθητήριο 11



Αισθητήριο 12

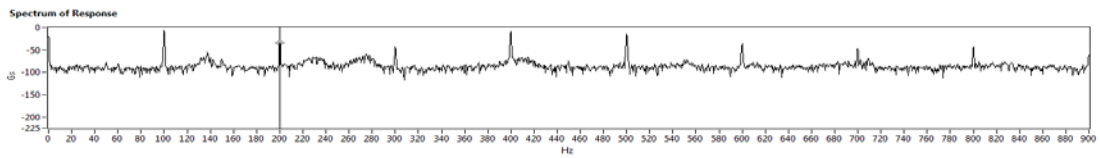


Αισθητήριο 13



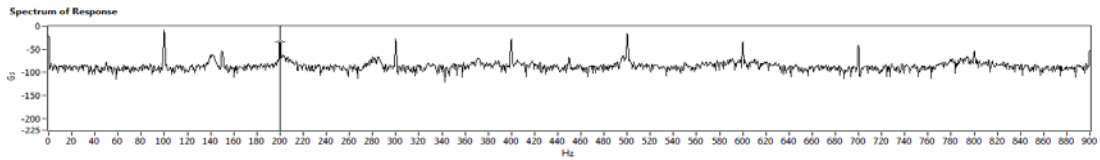
Αισθητήριο 14

Σχήμα 3.79δ: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας

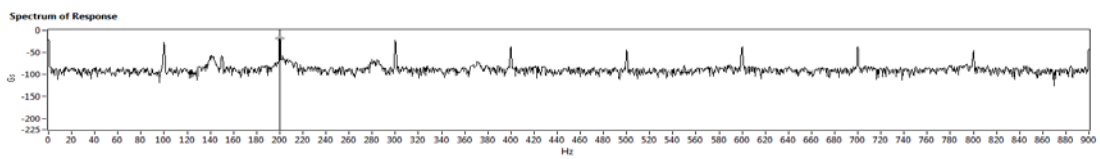


Αισθητήριο 15

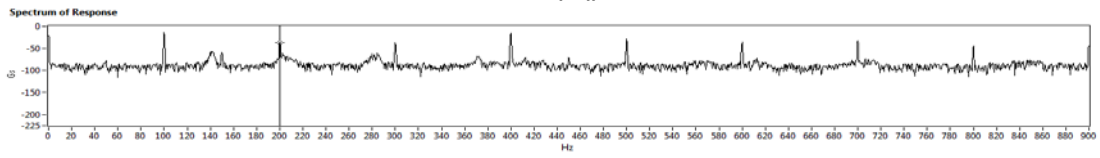
Σχήμα 3.79ε: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας



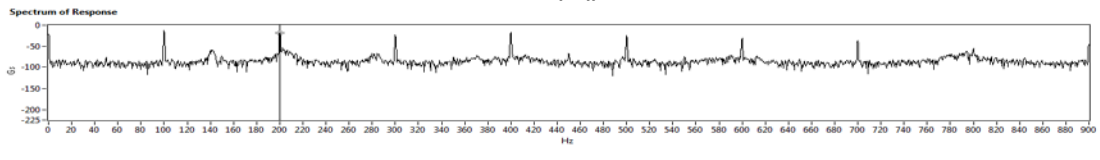
Αισθητήριο 16



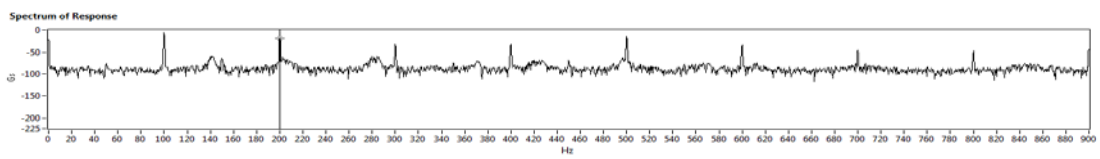
Αισθητήριο 17



Αισθητήριο 18

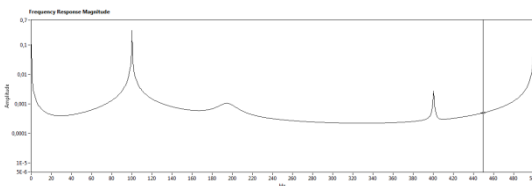


Αισθητήριο 19

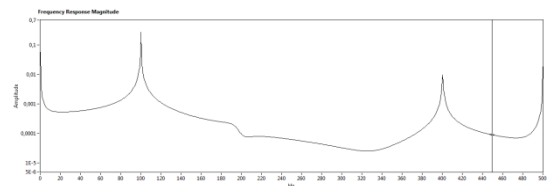


Αισθητήριο 20

Σχήμα 3.79στ: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 4^{ης} σειράς της πλάκας

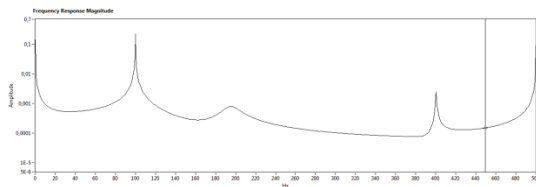


Αισθητήριο 1

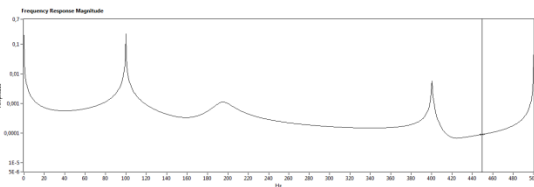


Αισθητήριο 2

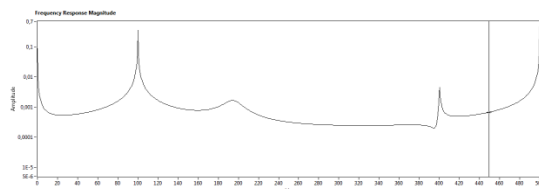
Σχήμα 3.80α: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας



Αισθητήριο 3

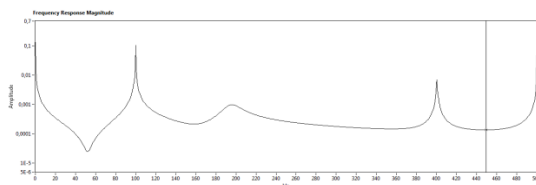


Αισθητήριο 4

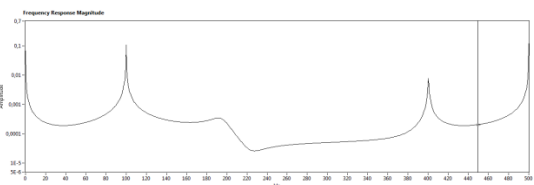


Αισθητήριο 5

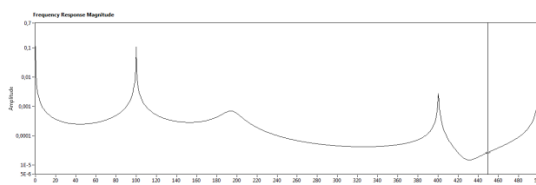
Σχήμα 3.80β: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας



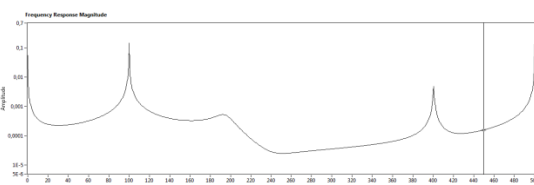
Αισθητήριο 6



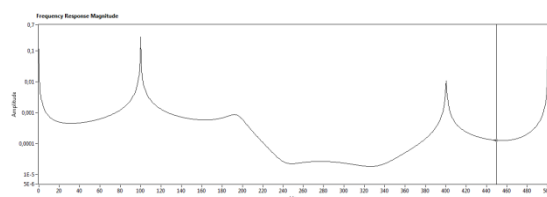
Αισθητήριο 7



Αισθητήριο 8

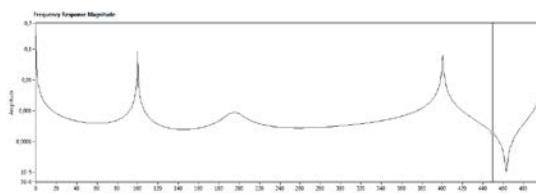


Αισθητήριο 9

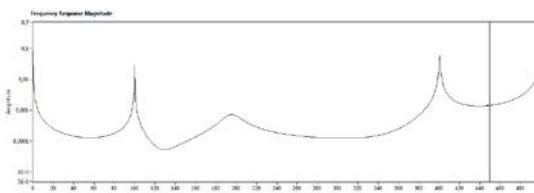


Αισθητήριο 10

Σχήμα 3.80γ: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας

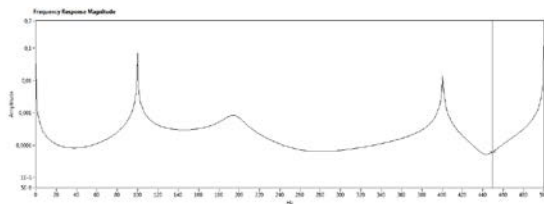


Αισθητήριο 11

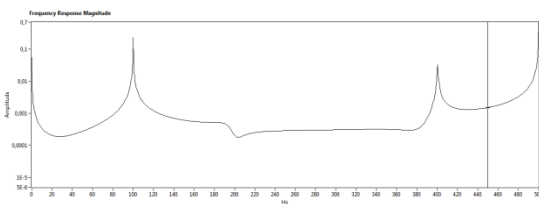


Αισθητήριο 12

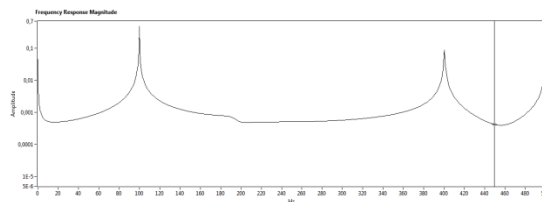
Σχήμα 3.80δ: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας



Αισθητήριο 13

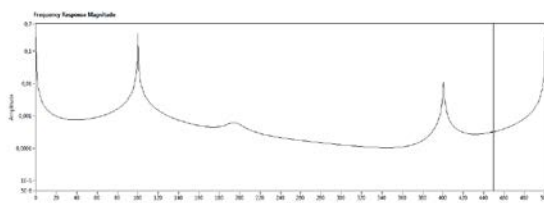


Αισθητήριο 14

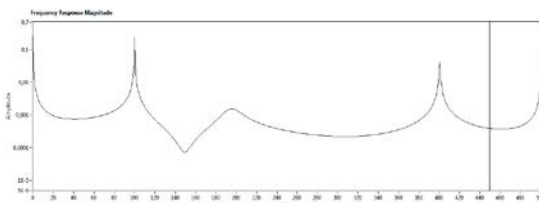


Αισθητήριο 15

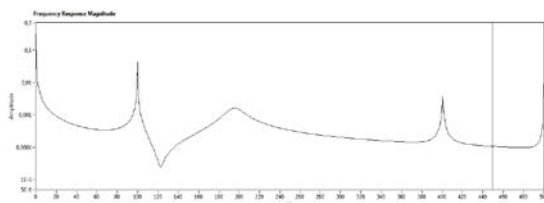
Σχήμα 3.80ε: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας



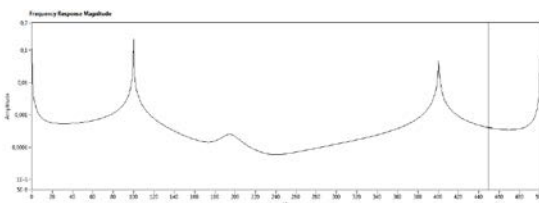
Αισθητήριο 16



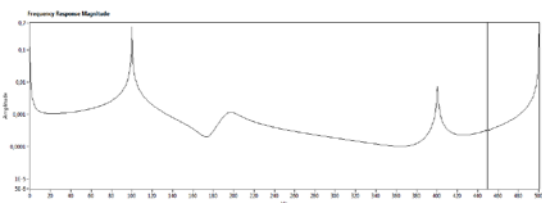
Αισθητήριο 17



Αισθητήριο 18



Αισθητήριο 19



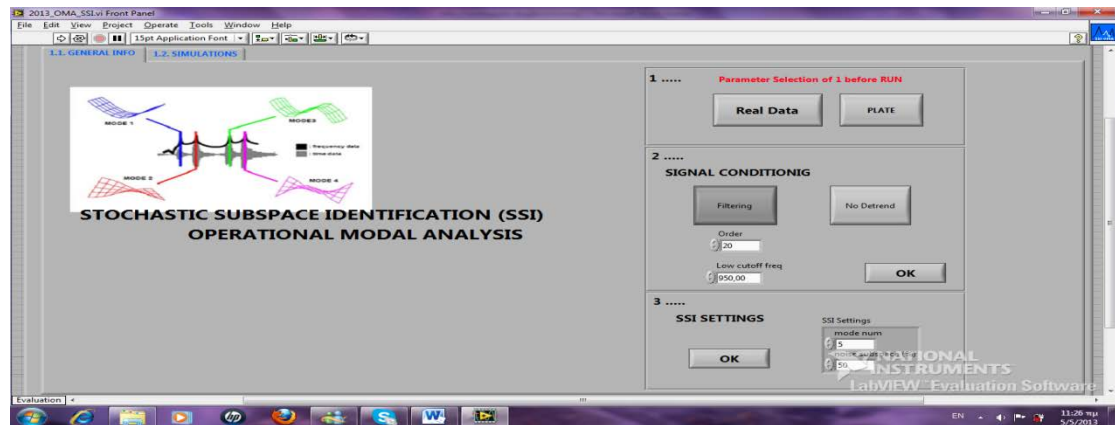
Αισθητήριο 20

Σχήμα 3.80στ: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 4^{ης} σειράς της πλάκας

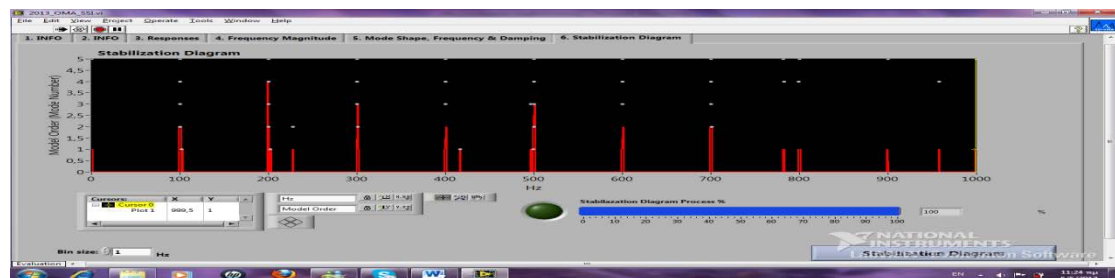
Κατ'αντιστοιχία με την επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων της ράβδου, και κατά την επεξεργασία της πλάκας με την μέθοδο SSI η παράμετρος **mode num** έλαβε διαδοχικά τις τιμές 5, 15 και 25, τόσο στην περίπτωση επεξεργασίας με φίλτρο Savitzky όσο και χωρίς. Στα αμέσως επόμενα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης χωρίς χρήση του φίλτρου Savitzky.

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 5

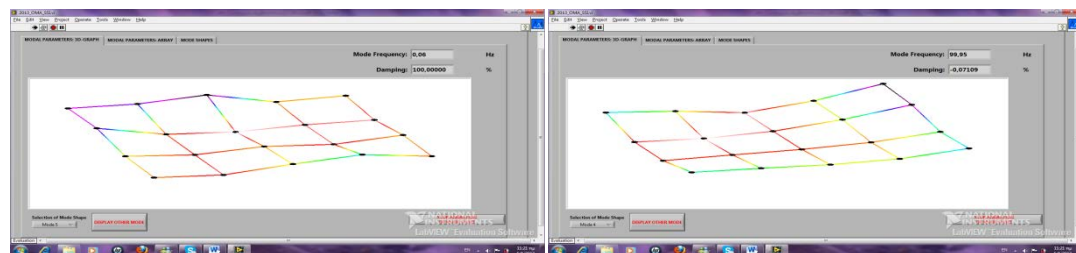
Στο **Σχήμα 3.81** εμφανίζονται οι παράμετροι που επιλέχθηκαν, ενώ στα **Σχήματα 3.82, 3.83α και 3.83β** εμφανίζονται το διάγραμμα σταθεροποίησης και οι ιδιομορφές των εκτιμώμενων συχνοτήτων, αντίστοιχα. Τέλος, οι εκτιμώμενες συχνότητες με τις αποσβέσεις τους κατατάσσονται στον **Πίνακα 3.21**.



Σχήμα 3.81: Ορισμός παραμέτρων στην SSI - 5 προσδιοριζαίες συχνότητες

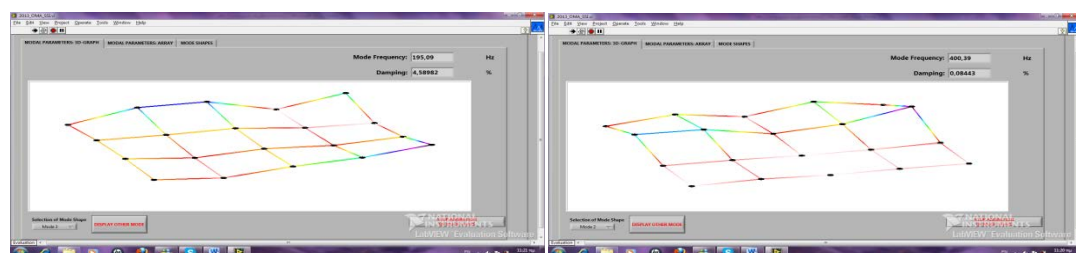


Σχήμα 3.82: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 5 προσδιοριζαίες συχνότητες



0,06 Hz

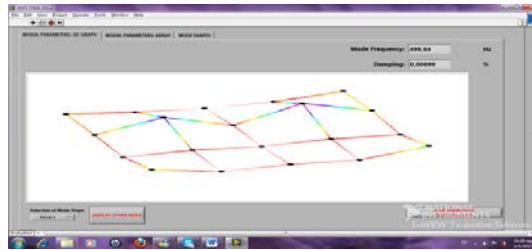
99,95 Hz



195,09 Hz

400,39 Hz

Σχήμα 3.83α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



499,94 Hz

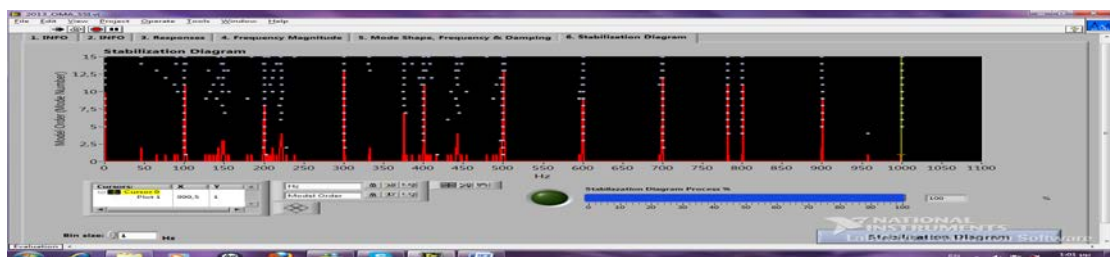
Σχήμα 3.83β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	0,06	100,00000
2	99,95	-0,07109
3	195,09	4,58982
4	400,39	0,08443
5	499,94	0,00699

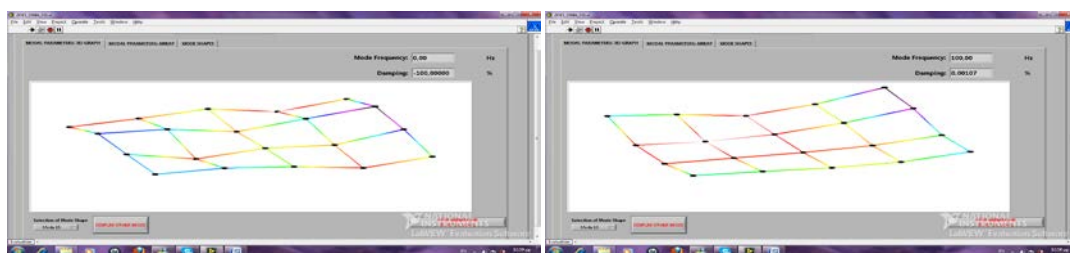
Πίνακας 3.21: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 15

Οι προκύπτουσες συχνότητες και αποσβέσεις της πλάκας εμφανίζονται στον ακόλουθο Πίνακα 3.22, ενώ οι αντίστοιχες ιδιομορφές παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.85α, 3.85β και 3.85γ. Το διάγραμμα σταθεροποίησης της περίπτωσης αυτής φαίνεται στο Σχήμα 3.84. Παρατηρούμε ότι η τελευταία συχνότητα που ανιχνεύει το πρόγραμμα (999,90 Hz) είναι εκτός του εύρους συχνοτήτων που επιλέχθηκε να διερευνηθεί. Η συχνότητα αυτή εμφανίζεται κανονικά στον Πίνακα 3.22, όπως και η ιδιομορφή που της αντιστοιχεί στο Σχήμα 3.85γ, δεν θα ληφθεί όμως υπόψη κατά την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων (παράγραφος 3.6.2.4).



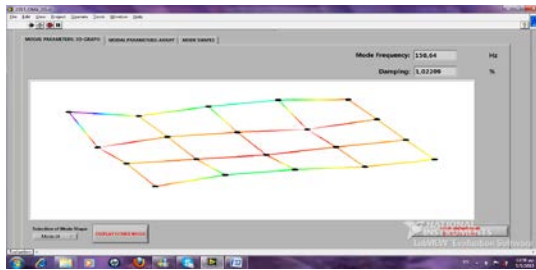
Σχήμα 3.84: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 15 προσδιοριζόμενες συχνότητες



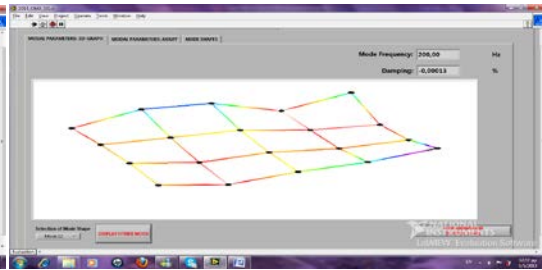
0,00 Hz

100,00Hz

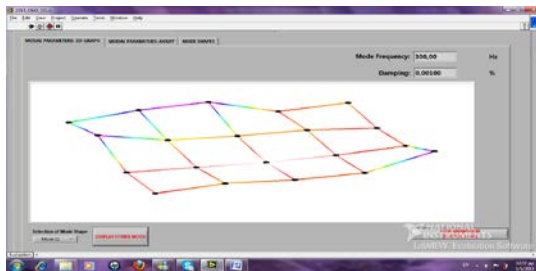
Σχήμα 3.85α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



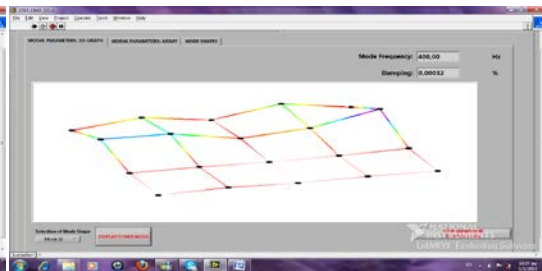
150,64 Hz



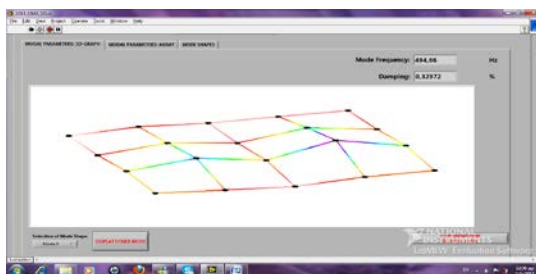
200,00 Hz



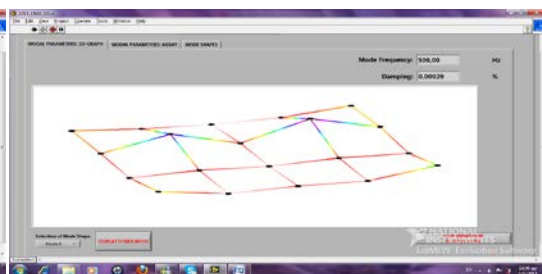
300,00 Hz



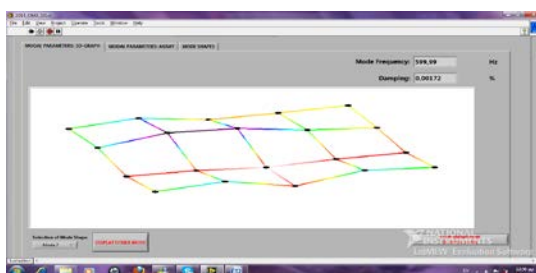
400,00 Hz



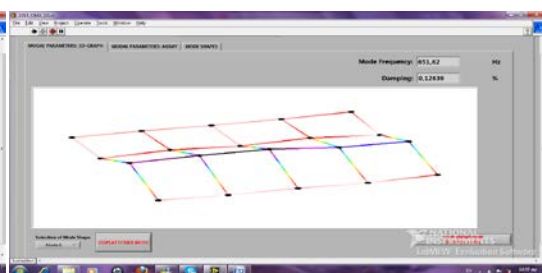
494,66 Hz



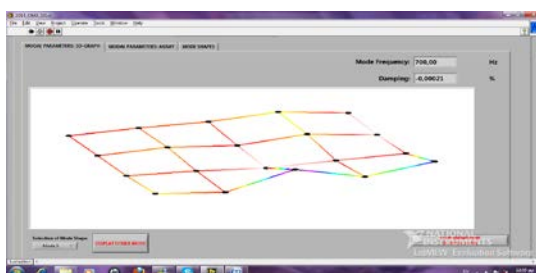
500,00 Hz



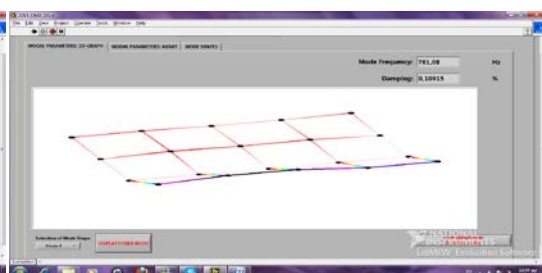
599,99 Hz



651,62 Hz

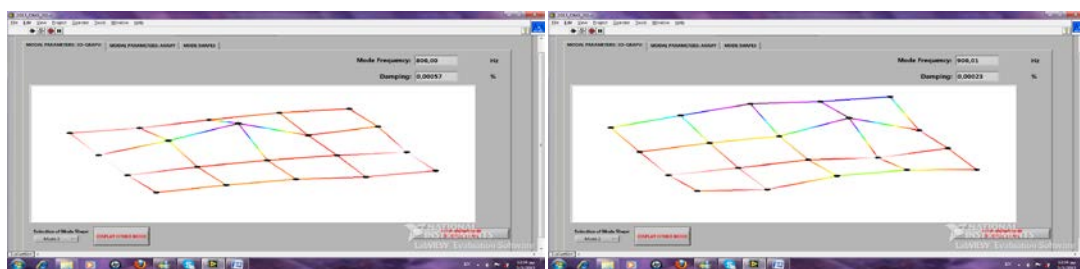


700,00 Hz



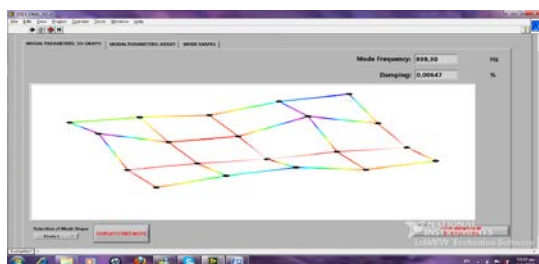
781,08 Hz

Σχήμα 3.85β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



800,00 Hz

900,01 Hz



999,90 Hz

Σχήμα 3.85γ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	0,00	-100,00000
2	100,00	0,00107
3	150,64	1,02209
4	200,00	-0,00013
5	300,00	0,00100
6	400,00	0,00032
7	494,66	0,32972
8	500,00	0,00029
9	599,99	0,00172
10	651,62	0,12839
11	700,00	-0,00021
12	781,08	0,10915
13	800,00	0,00057
14	900,01	0,00023
15	999,90	0,00647

Πίνακας 3.22: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας

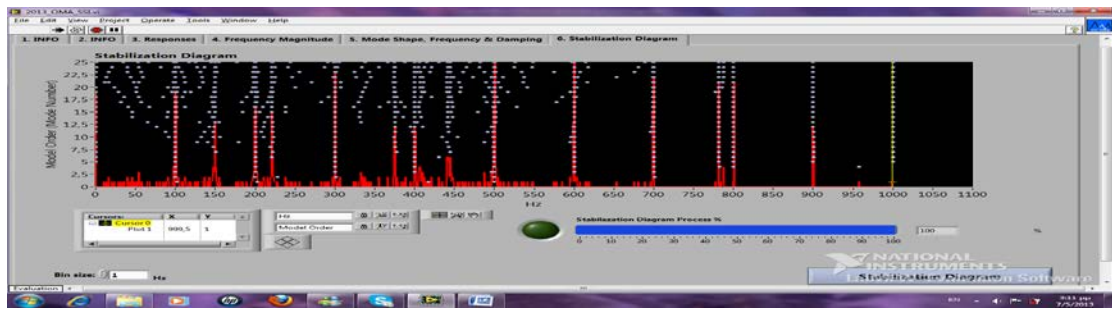
- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 25

Για τις ίδιες τιμές παραμέτρων εξάγονται τα αποτελέσματα του **Πίνακα 3.23** όσον αφορά τις εκτιμώμενες συχνότητες και αποσβέσεις. Στα **Σχήματα 3.87α, 3.87β και 3.87γ**

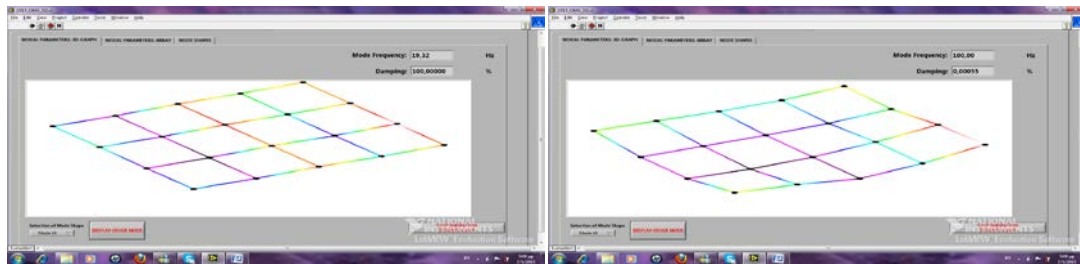
παρουσιάζονται οι αντίστοιχες ιδιομορφές των συχνοτήτων, ενώ στο **Σχήμα 3.86** το διάγραμμα σταθεροποίησης αποτελεί κριτήριο για τον χαρακτηρισμό των συχνοτήτων αυτών ως πραγματικών ιδιοσυχνοτήτων ή υπολογιστικών. Και στην περίπτωση αυτή, η τελευταία συχνότητα που ανιχνεύει το πρόγραμμα (**999,98 Hz**) είναι εκτός του εύρους συχνοτήτων που επιλέχθηκε να διερευνηθεί. Όπως και προηγουμένως, η συχνότητα αυτή εμφανίζεται κανονικά στον **Πίνακα 3.23** των αποτελεσμάτων, καθώς και η ιδιομορφή που της αντιστοιχεί στο **Σχήμα 3.87γ**. Δεν θα ληφθεί όμως υπόψη κατά την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων (παράγραφος 3.6.2.4).

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	19,32	100,00000
2	100,00	0,00055
3	135,01	-0,05371
4	141,24	0,53082
5	144,94	26,13427
6	199,99	0,00388
7	205,53	0,26935
8	220,11	1,15987
9	273,23	0,25760
10	300,01	0,00073
11	393,54	0,22581
12	399,99	-0,01319
13	400,71	-0,12336
14	455,09	-0,15787
15	494,92	-0,44152
16	500,02	-0,00397
17	501,38	0,28967
18	600,00	0,00127
19	652,47	0,16327
20	700,00	-0,00044
21	781,52	0,10518
22	800,01	0,00037
23	900,00	0,00084
24	932,56	1,31624
25	999,98	0,00061

Πίνακας 3.23: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας

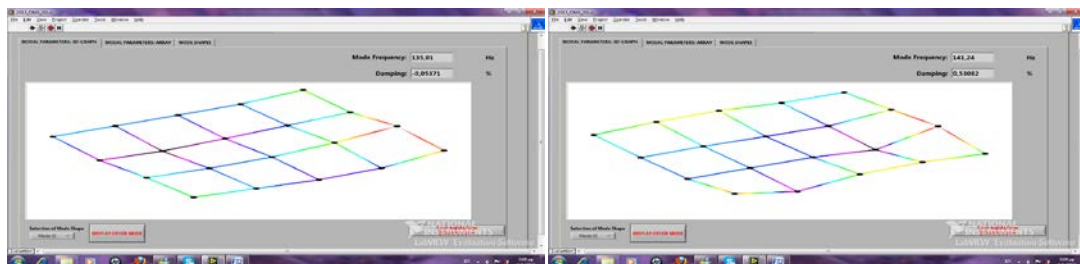


Σχήμα 3.86: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 25 προσδιορισταίες συχνότητες



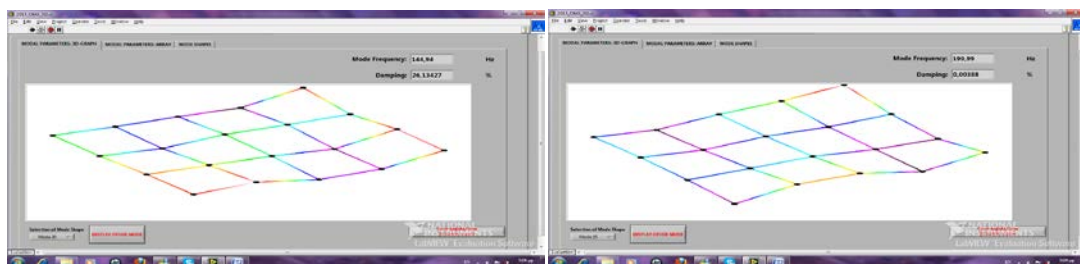
19,32 Hz

100,00 Hz



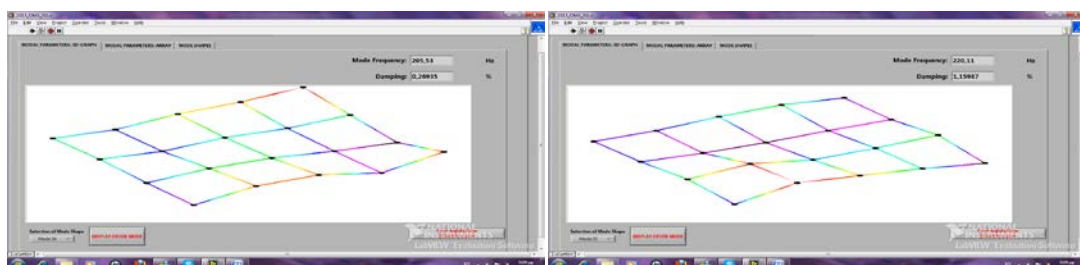
135,01 Hz

141,24 Hz



144,94 Hz

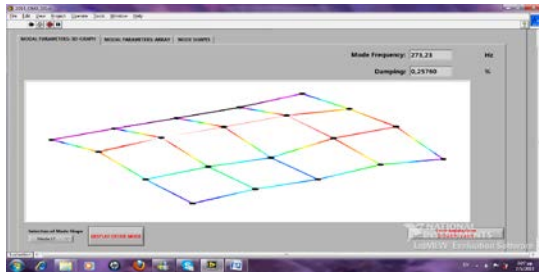
199,99 Hz



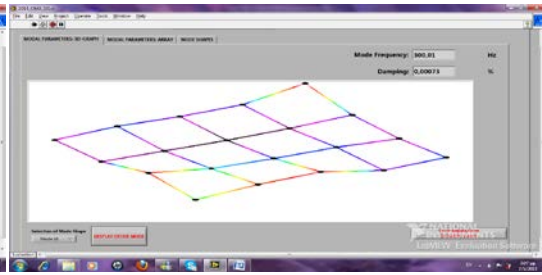
205,53 Hz

220,11 Hz

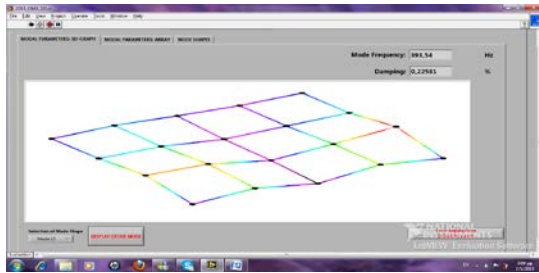
Σχήμα 3.87α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



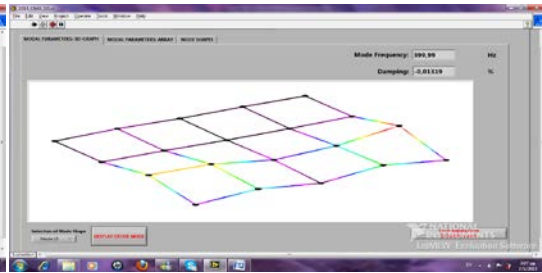
273,23 Hz



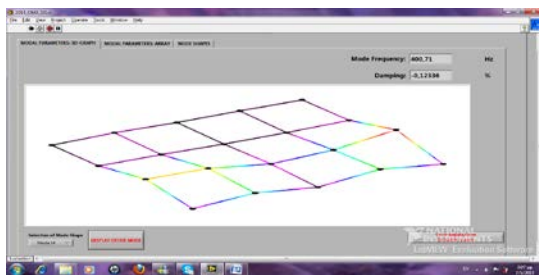
300,01 Hz



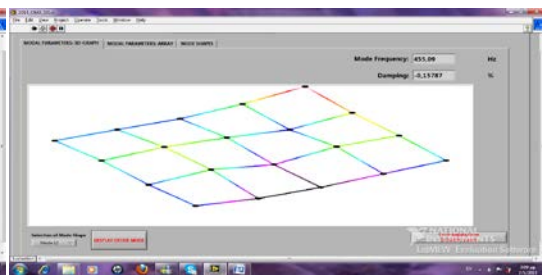
393,54 Hz



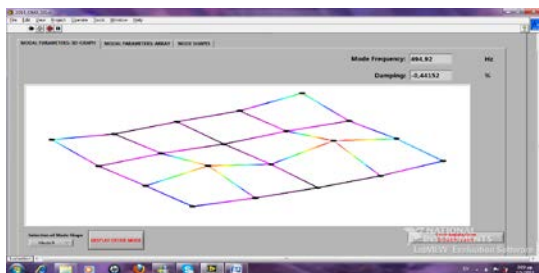
399,99 Hz



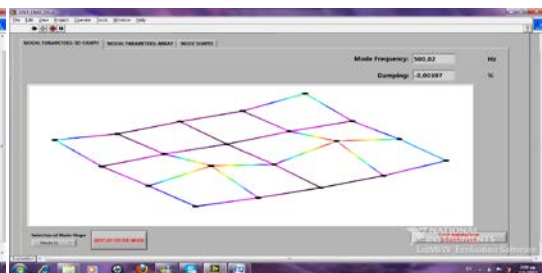
400,71 Hz



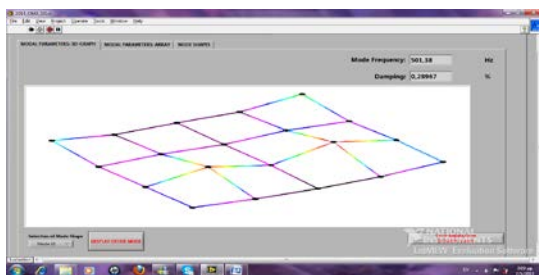
455,09 Hz



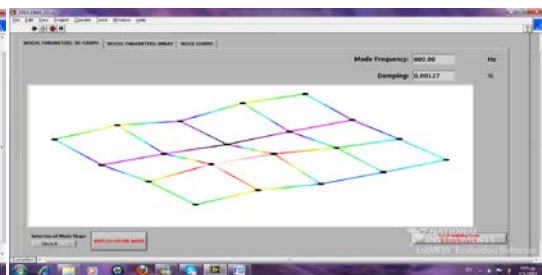
494,92 Hz



500,02 Hz

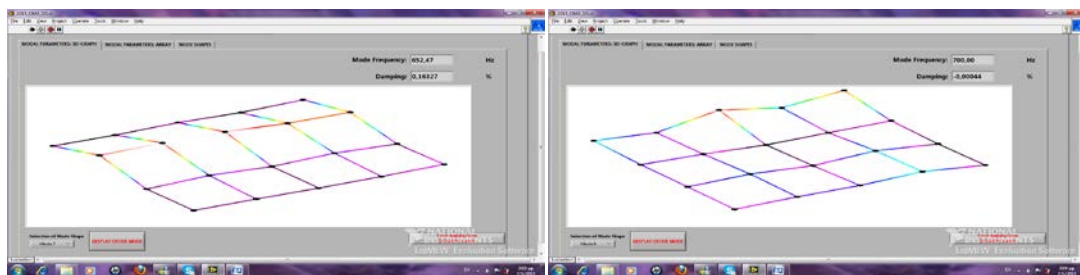


501,38 Hz



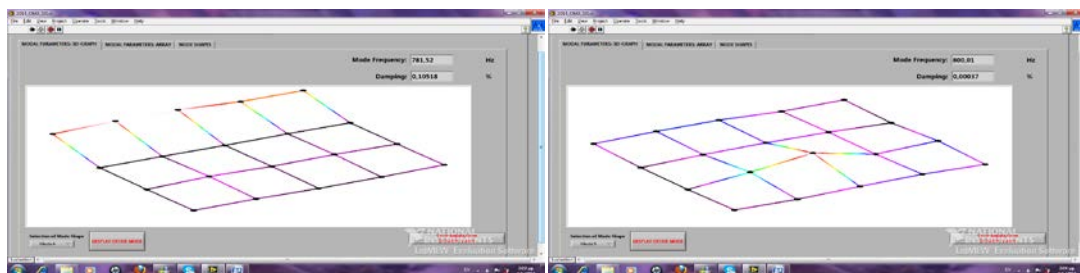
600,00 Hz

Σχήμα 3.87β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



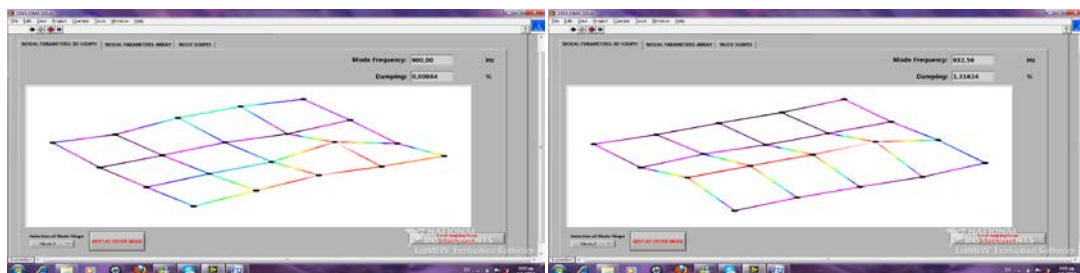
652,47 Hz

700,00 Hz



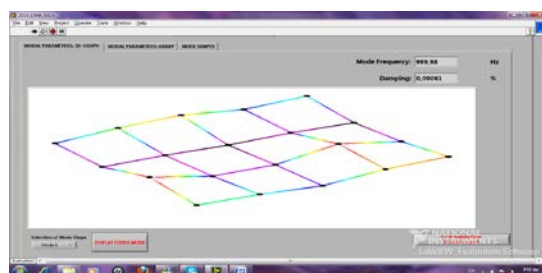
781,52 Hz

800,01 Hz



900,00 Hz

932,56 Hz

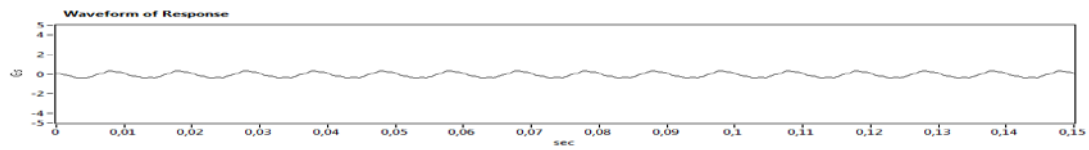


999,98 Hz

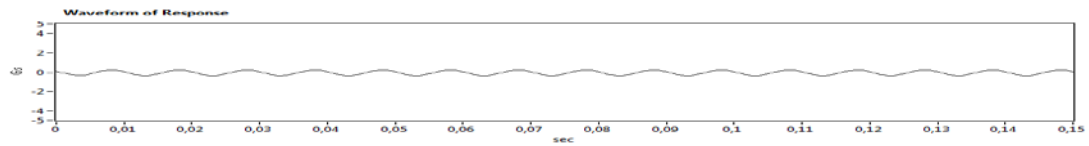
Σχήμα 3.87γ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

Σειρά έχει η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν εκ του προγράμματος για την περίπτωση της επεξεργασίας των πειραματικών δεδομένων της πλάκας με χρήση φίλτρου **Savitzky**. Προηγουμένως, όμως, και κατ'αντιστοιχία με την περίπτωση επεξεργασίας χωρίς **Savitzky**, είναι πολύ χρήσιμο να μελετηθούν τα διαγράμματα των χρονικών αποκρίσεων (**Σχήματα 3.88α - 3.88στ**), των φασμάτων **PSD** (**Σχήματα 3.89α - 3.89στ**) και του μεγέθους απόκρισης συχνότητας των επιταχυνσιομέτρων της πλάκας (**Σχήματα 3.90α - 3.90στ**). Όπως είναι ήδη γνωστό, τα διαγράμματα αυτά είναι κοινά για

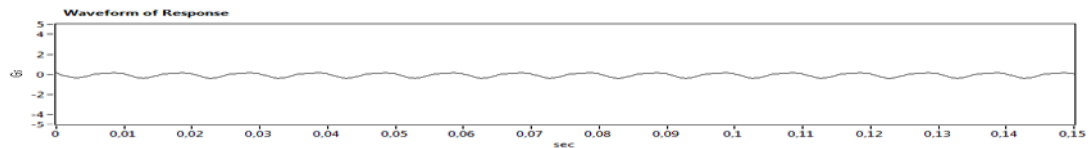
κάθε επιλογή πλήθους ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό (**mode num**), αλλά με κοινές τις υπόλοιπες παραμέτρους με τις οποίες εκτελέστηκε το πρόγραμμα (βλέπε **Σχήμα 3.91**).



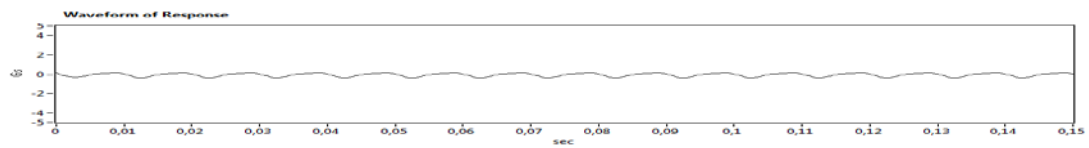
Αισθητήριο 1



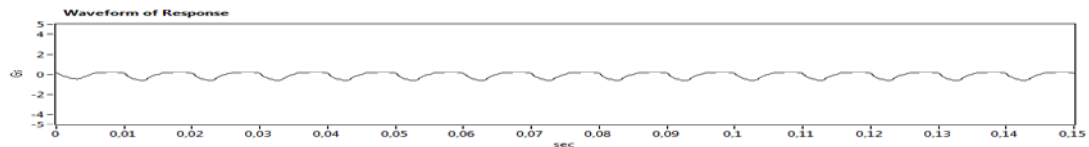
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3

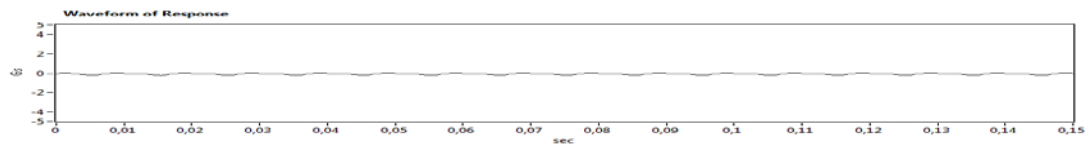


Αισθητήριο 4

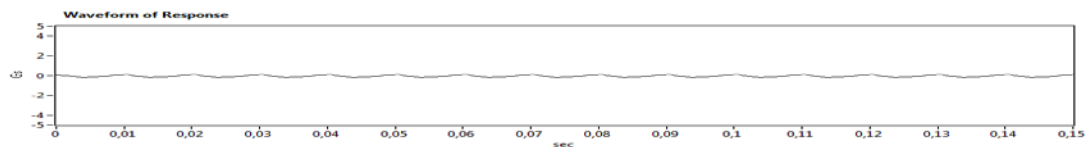


Αισθητήριο 5

Σχήμα 3.88α: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας

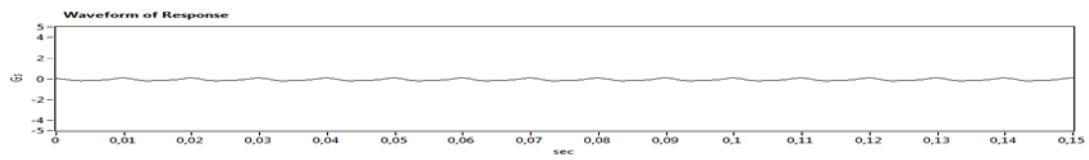


Αισθητήριο 6

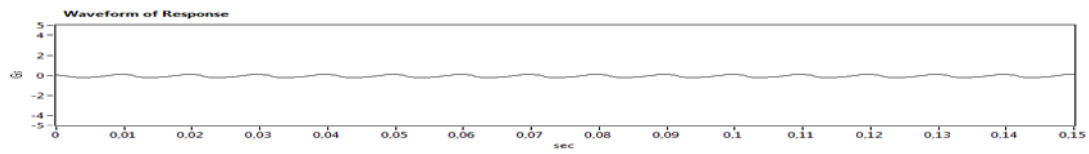


Αισθητήριο 7

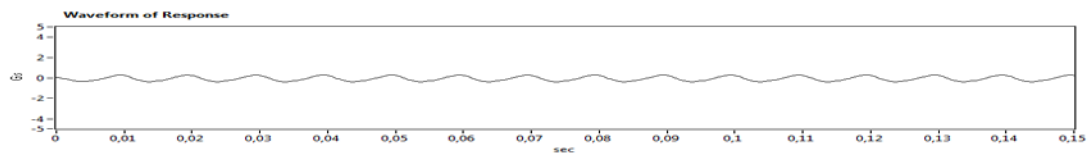
Σχήμα 3.88β: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



Αισθητήριο 8

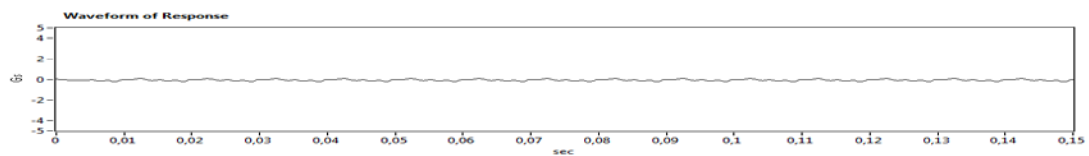


Αισθητήριο 9

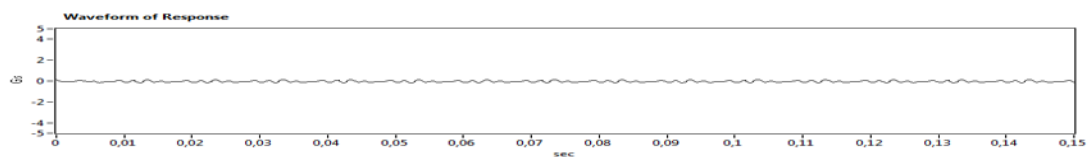


Αισθητήριο 10

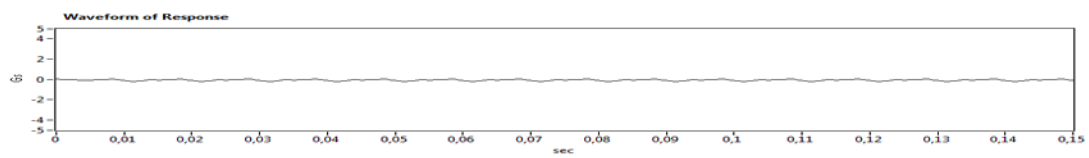
Σχήμα 3.88γ: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



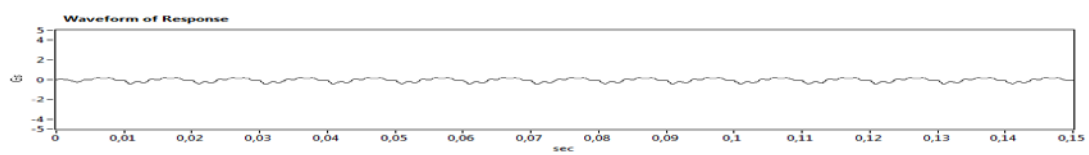
Αισθητήριο 11



Αισθητήριο 12

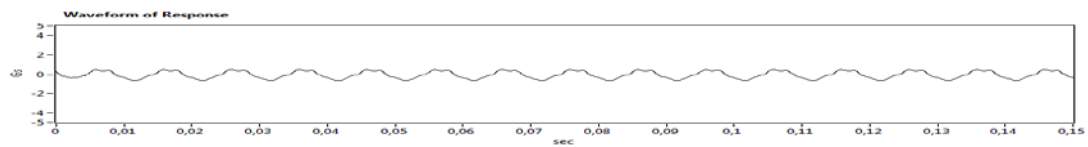


Αισθητήριο 13



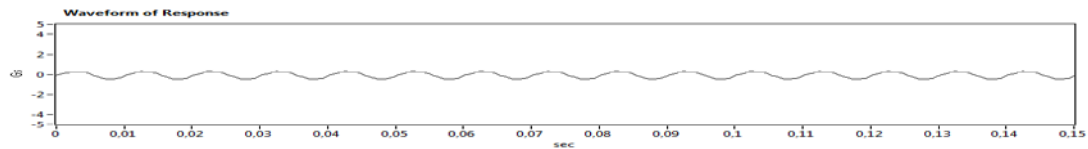
Αισθητήριο 14

Σχήμα 3.88δ: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας

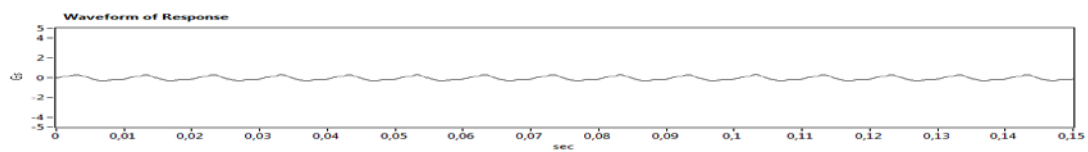


Αισθητήριο 15

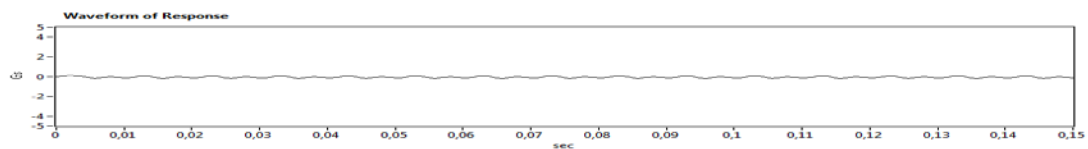
Σχήμα 3.88ε: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας



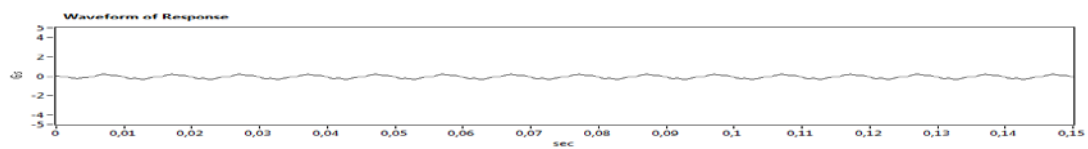
Αισθητήριο16



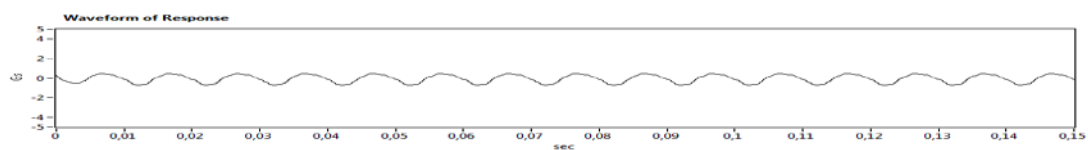
Αισθητήριο 17



Αισθητήριο 18

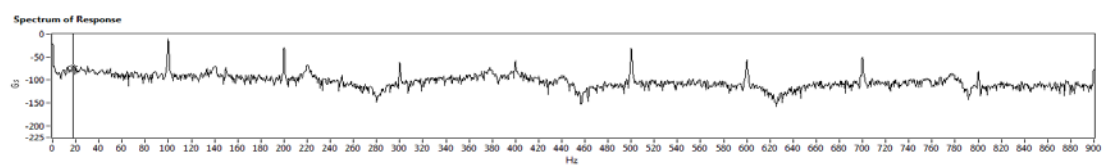


Αισθητήριο 19



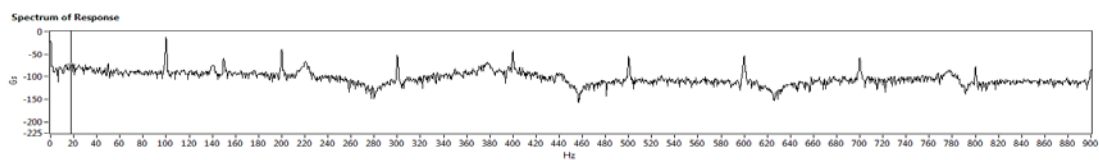
Αισθητήριο 20

Σχήμα 3.88στ: Χρονικές αποκρίσεις των αισθητηρίων της 4^{ης} σειράς της πλάκας

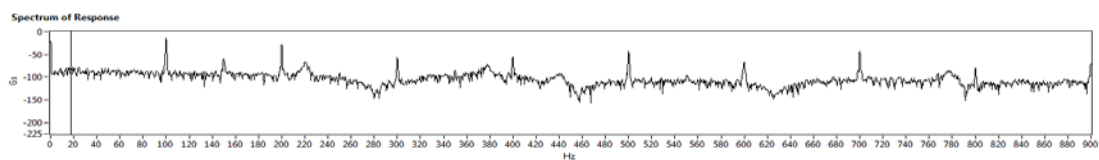


Αισθητήριο 1

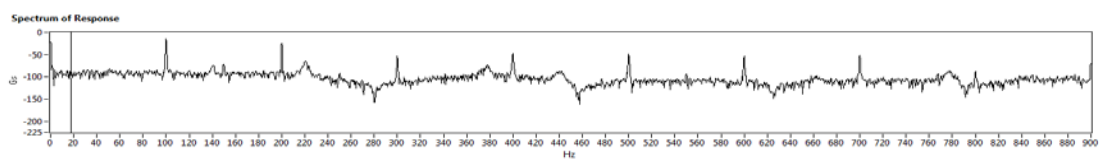
Σχήμα 3.89α: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας



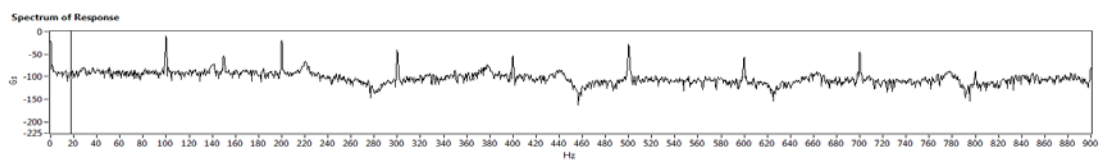
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3

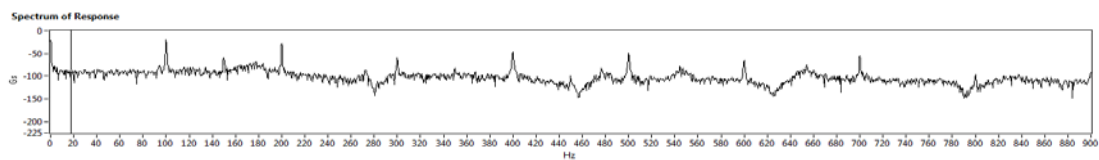


Αισθητήριο 4

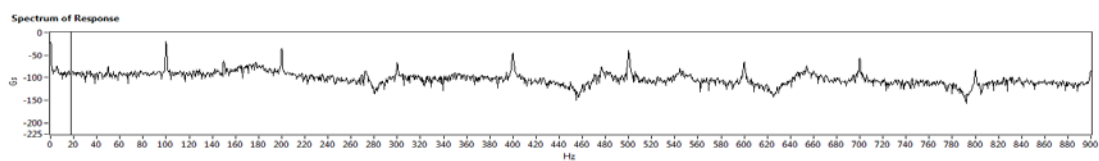


Αισθητήριο 5

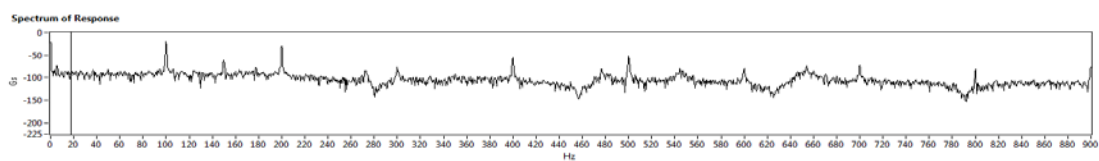
Σχήμα 3.89β: Φάσματα **PSD** των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας



Αισθητήριο 6

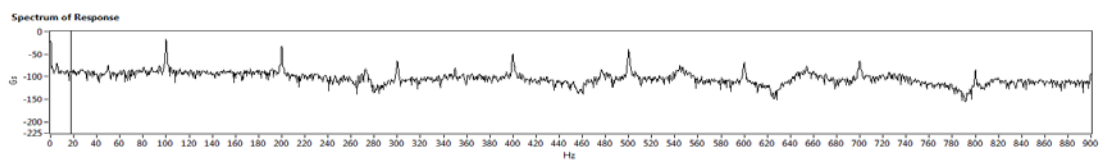


Αισθητήριο 7

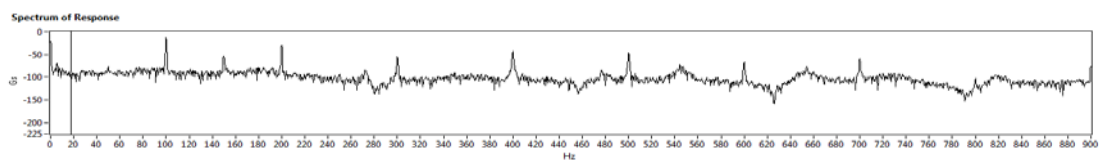


Αισθητήριο 8

Σχήμα 3.89γ: Φάσματα **PSD** των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας

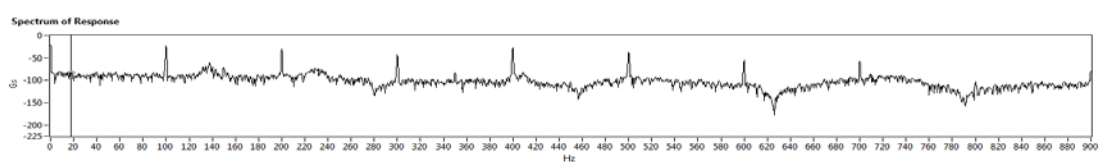


Αισθητήριο 9

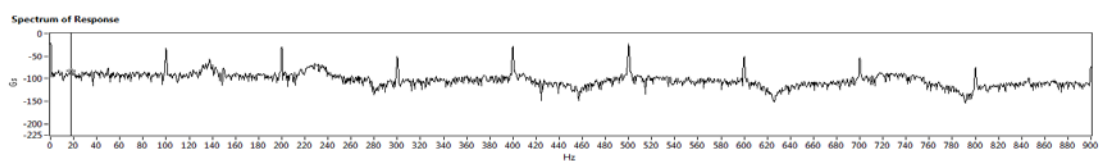


Αισθητήριο 10

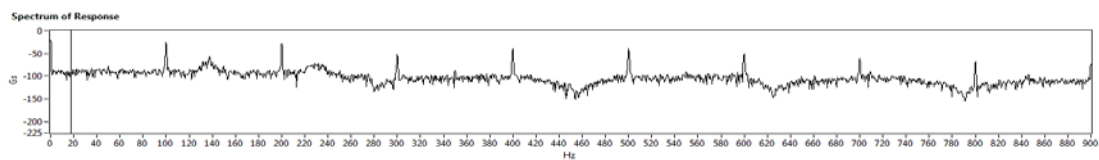
Σχήμα 3.89δ: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



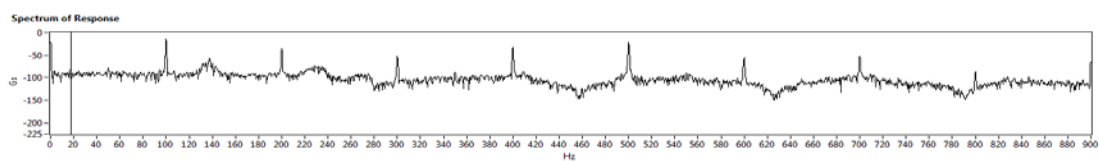
Αισθητήριο 11



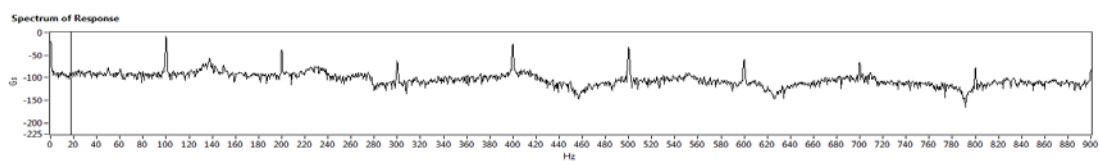
Αισθητήριο 12



Αισθητήριο 13

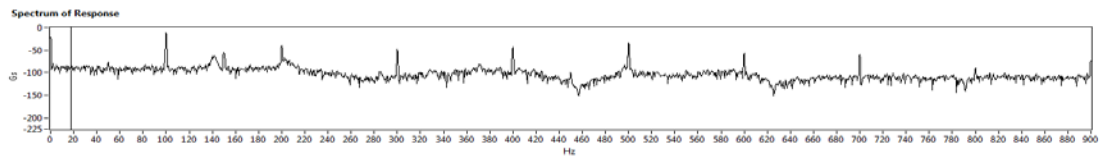


Αισθητήριο 14

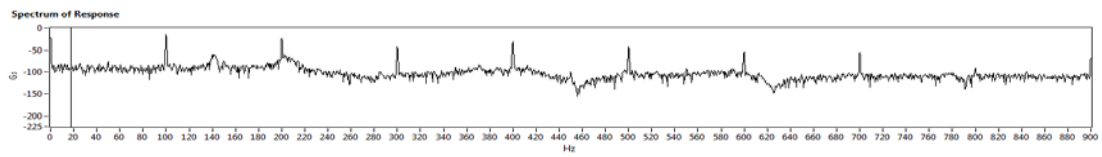


Αισθητήριο 15

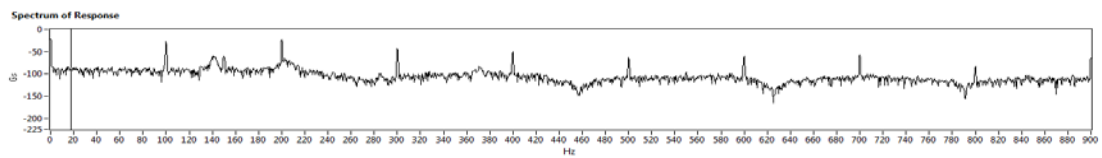
Σχήμα 3.89ε: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας



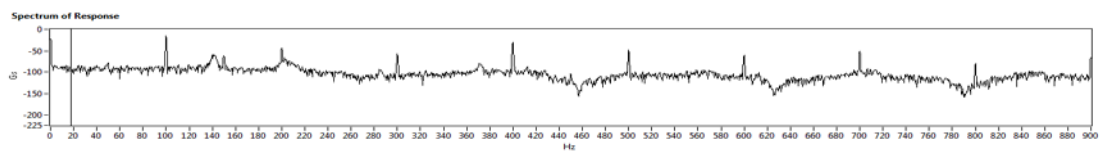
Αισθητήριο 16



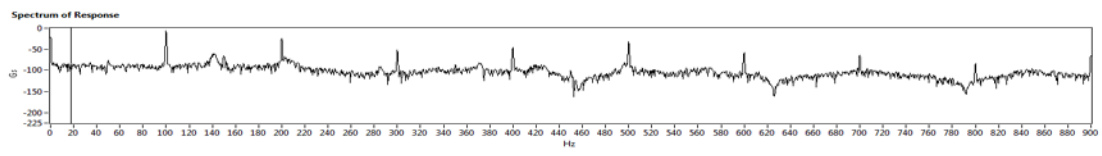
Αισθητήριο 17



Αισθητήριο 18

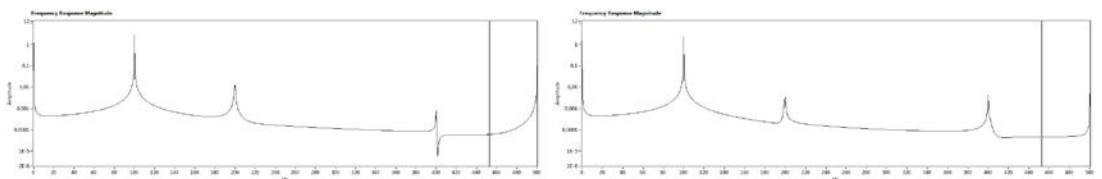


Αισθητήριο 19



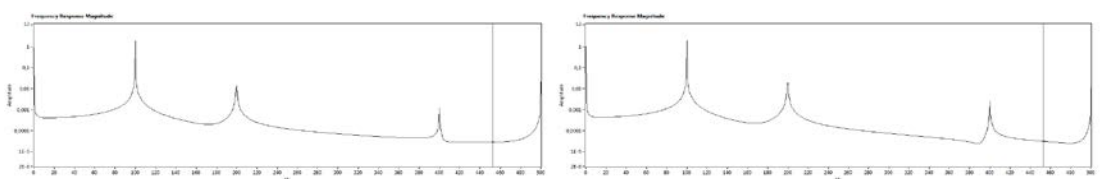
Αισθητήριο 20

Σχήμα 3.89στ: Φάσματα PSD των αισθητηρίων της 4^{ης} σειράς της πλάκας



Αισθητήριο 1

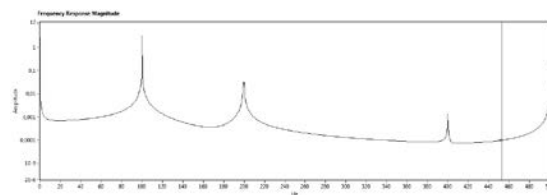
Αισθητήριο 2



Αισθητήριο 3

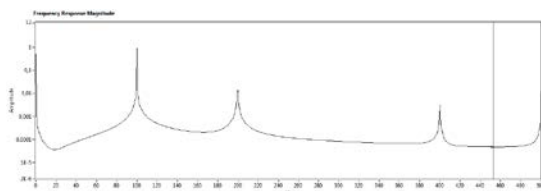
Αισθητήριο 4

Σχήμα 3.90α: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας

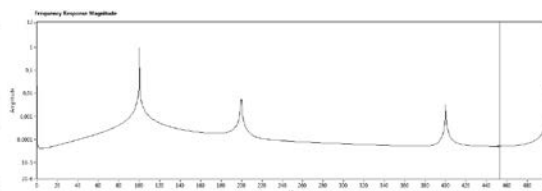


Αισθητήριο 5

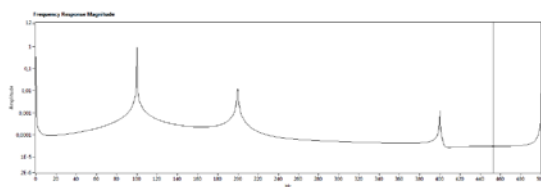
Σχήμα 3.90β: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 1^{ης} σειράς της πλάκας



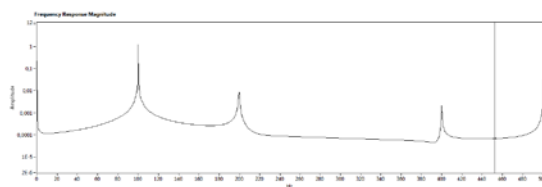
Αισθητήριο 6



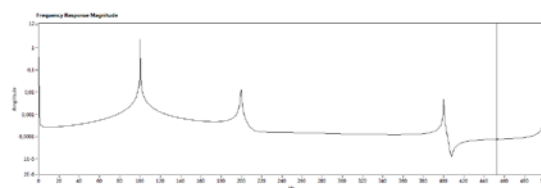
Αισθητήριο 7



Αισθητήριο 8

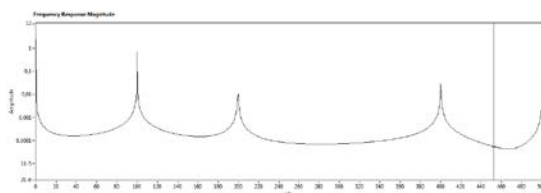


Αισθητήριο 9

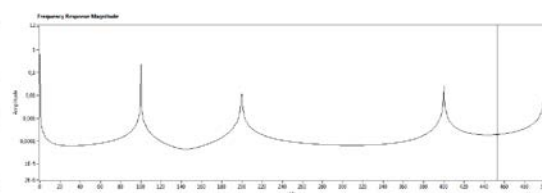


Αισθητήριο 10

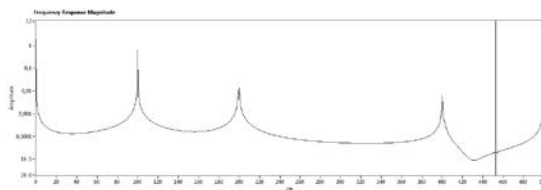
Σχήμα 3.90γ: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 2^{ης} σειράς της πλάκας



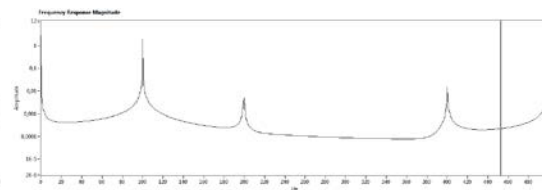
Αισθητήριο 11



Αισθητήριο 12

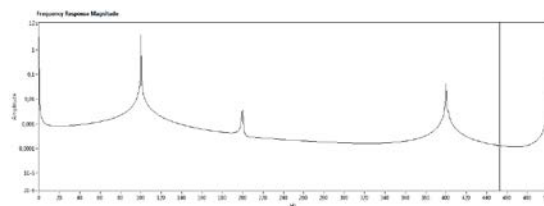


Αισθητήριο 13



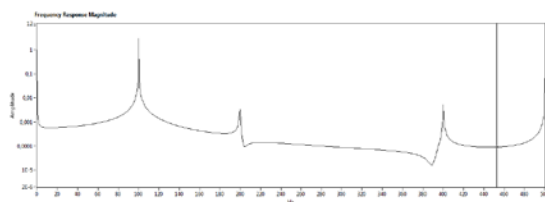
Αισθητήριο 14

Σχήμα 3.90δ: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας

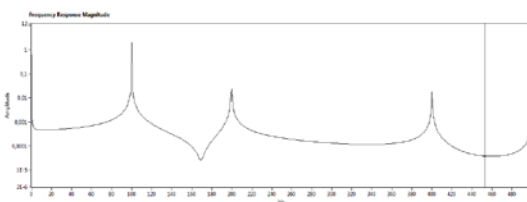


Αισθητήριο 15

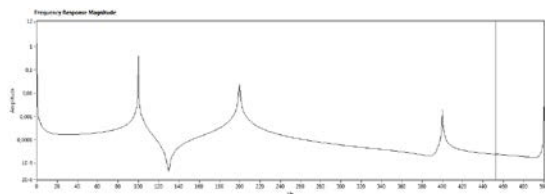
Σχήμα 3.90ε: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 3^{ης} σειράς της πλάκας



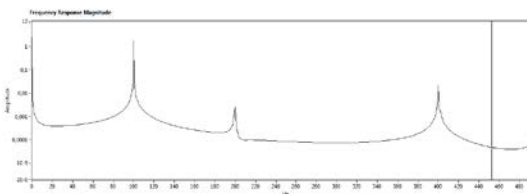
Αισθητήριο 16



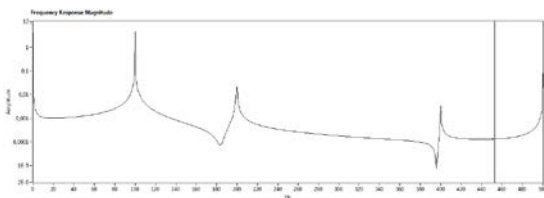
Αισθητήριο 17



Αισθητήριο 18



Αισθητήριο 19



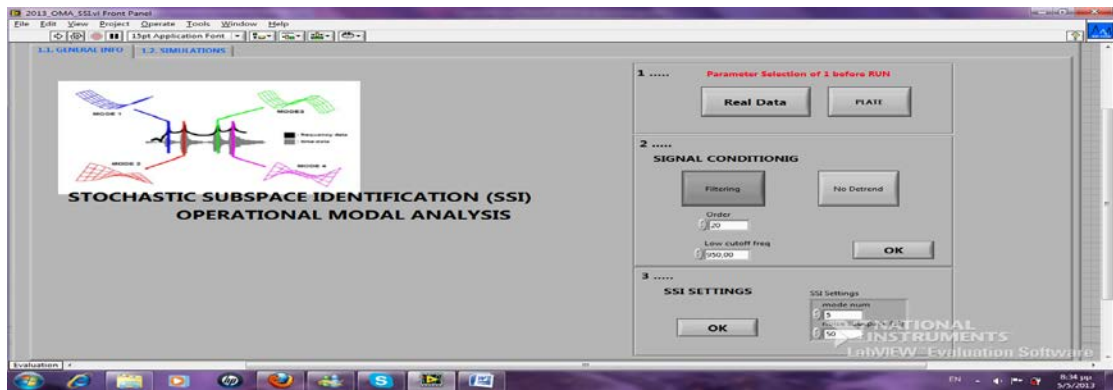
Αισθητήριο 20

Σχήμα 3.90στ: Μέγεθος απόκρισης συχνότητας των αισθητηρίων της 4^{ης} σειράς της πλάκας

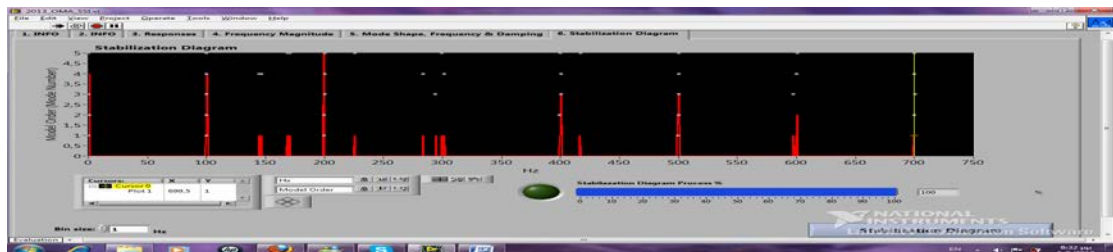
- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 5

Στο **Σχήμα 3.93** παρουσιάζονται οι ιδιομορφές των συχνοτήτων που εξάγονται από το πρόγραμμα και οι οποίες εμφανίζονται συγκεντρωμένες στον **Πίνακα 3.24**, μαζί με τις αντίστοιχες αποσβέσεις της πλάκας. Στο **Σχήμα 3.91** είναι εύκολο να αναγνωστούν οι παράμετροι που επιλέχθηκαν ώστε να εκτελεστεί το πρόγραμμα, και οι οποίες είναι σταθερές για κάθε επιλογή πλήθους ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό (**mode num**). Οι σταθερές τιμές (για κάθε **mode num**) των παραμέτρων του φίλτρου **Savitzky** είναι: **side points: 15, polynomial: order 3**

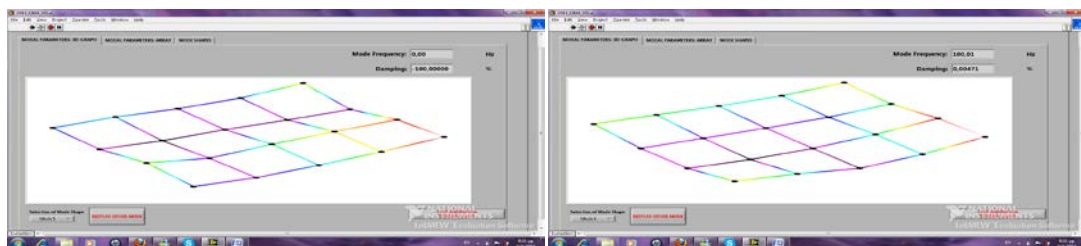
Τέλος, η μελέτη του διαγράμματος σταθεροποίησης που αναφέρεται στην εν λόγω περίπτωση μπορεί να πραγματοποιηθεί από το **Σχήμα 3.92**.



Σχήμα 3.91: Ορισμός παραμέτρων στην SSI - 5 προσδιοριζόμενες συχνότητες

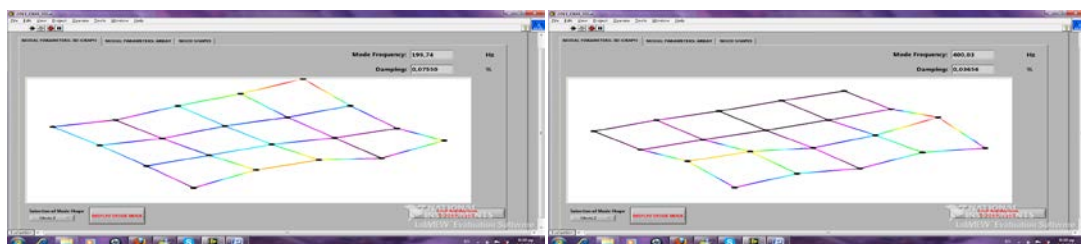


Σχήμα 3.92: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 5 προσδιοριζόμενες συχνότητες



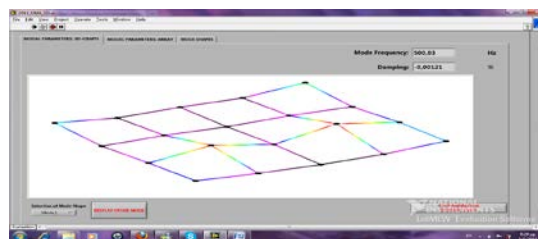
0,00 Hz

100,01 Hz



199,74 Hz

400,03 Hz



500,03 Hz

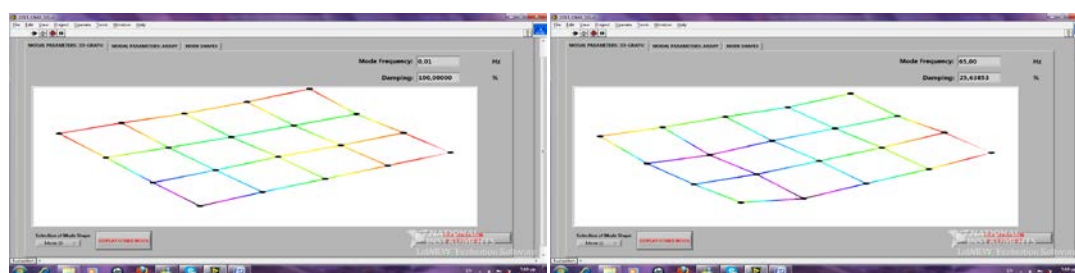
Σχήμα 3.93: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	0,00	-100,00000
2	100,01	0,00471
3	199,74	0,07550
4	400,03	0,03656
5	500,03	-0,00121

Πίνακας 3.24: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας

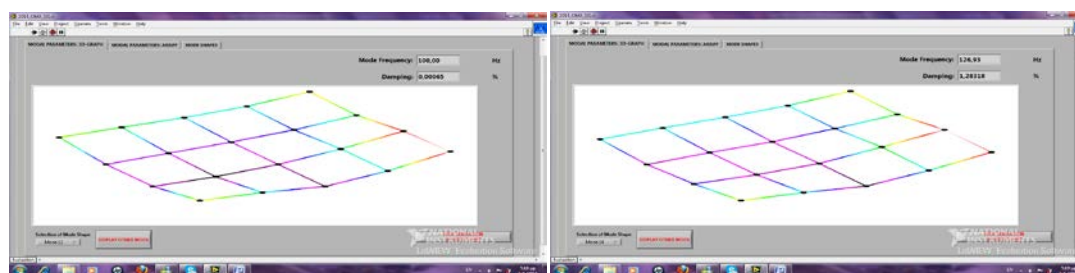
- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 15

Οι προκύπτουσες συχνότητες και αποσβέσεις της πλάκας εμφανίζονται στον ακόλουθο **Πίνακα 3.25**, ενώ οι αντίστοιχες ιδιομορφές παρουσιάζονται στα **Σχήματα 3.94α** και **3.94β**. Το διάγραμμα σταθεροποίησης της περίπτωσης αυτής φαίνεται στο **Σχήμα 3.95**. Παρατηρούμε ότι η τελευταία συχνότητα που αναγνωρίζει το πρόγραμμα ως ιδιοσυχνότητα είναι στα **700,01 Hz**, πολύ πιο κάτω από το άνω όριο στο εύρος συχνοτήτων που ελέγχθηκε (**950 Hz**).



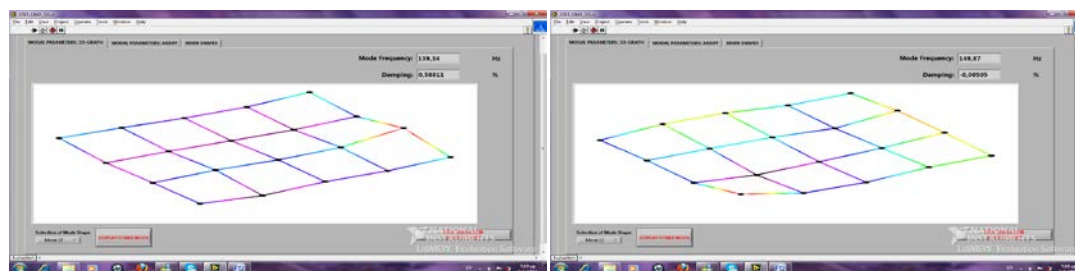
0,01 Hz

65,00 Hz



100,00 Hz

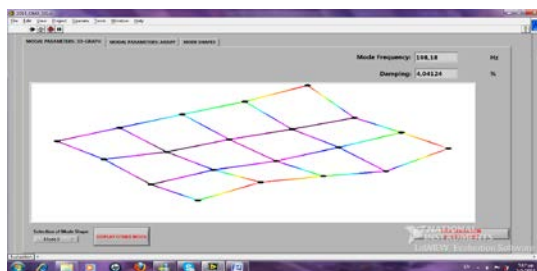
126,93 Hz



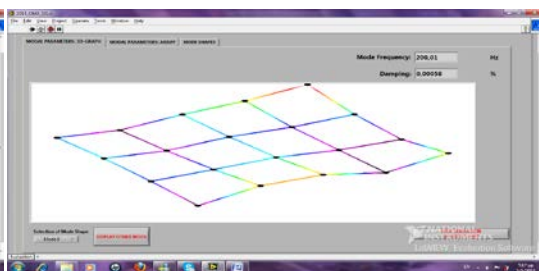
139,34 Hz

149,87 Hz

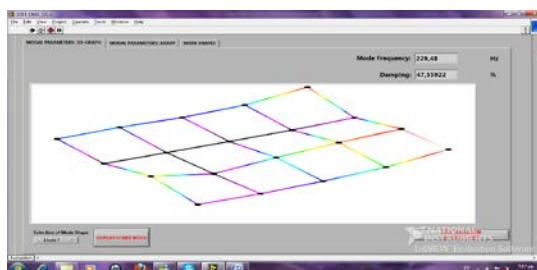
Σχήμα 3.94α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



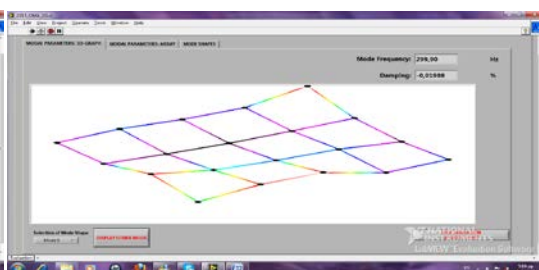
198,18 Hz



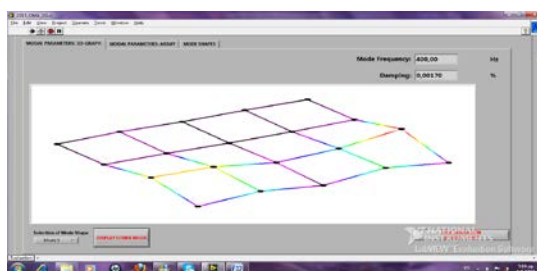
200,01 Hz



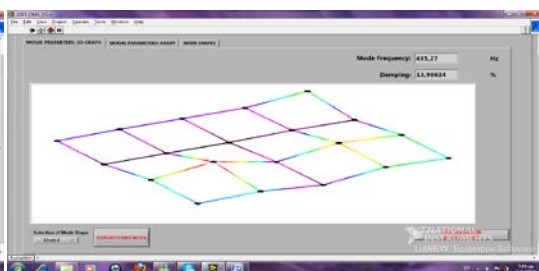
229,48 Hz



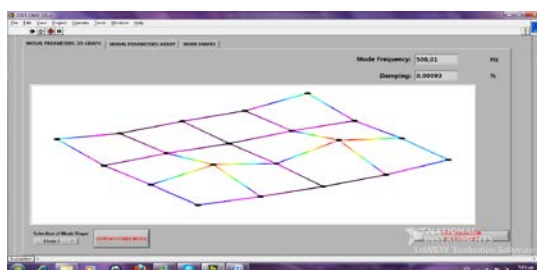
299,90 Hz



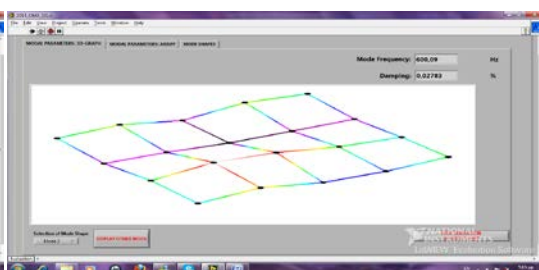
400,00 Hz



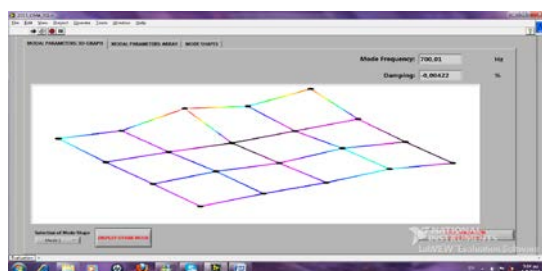
435,27 Hz



500,01 Hz

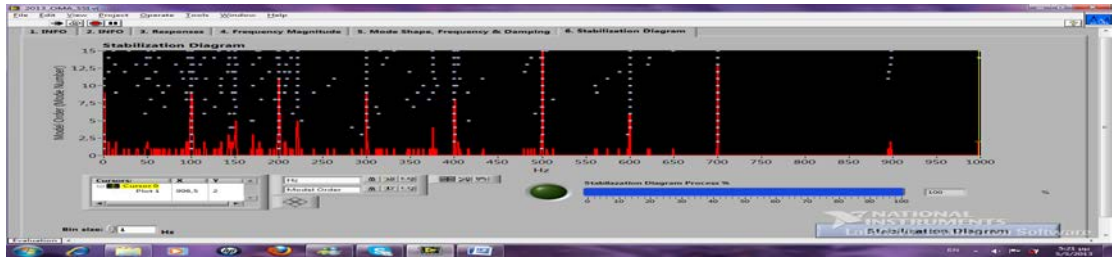


600,09 Hz



700,01 Hz

Σχήμα 3.94β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



Σχήμα 3.95: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 15 προσδιορισταίες συχνότητες

<i>a/a</i>	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	0,01	100,00000
2	65,00	25,63853
3	100,00	0,00065
4	126,93	1,28318
5	139,34	0,58811
6	149,87	-0,00505
7	198,18	4,04124
8	200,01	0,00058
9	229,48	47,55922
10	299,90	-0,01988
11	400,00	0,00170
12	435,27	13,96634
13	500,01	0,00093
14	600,09	0,02783
15	700,01	-0,00422

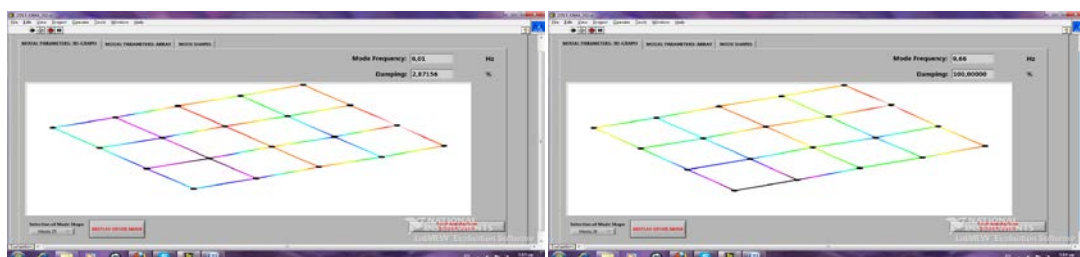
Πίνακας 3.25: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας

- Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό: 25

Για τις ίδιες τιμές παραμέτρων εξάγονται τα αποτελέσματα του **Πίνακα 3.26** όσον αφορά τις εκτιμώμενες συχνότητες και αποσβέσεις. Στα **Σχήματα 3.96α - 3.96δ** και **3.97** παρουσιάζονται οι ιδιομορφές των συχνοτήτων και το διάγραμμα σταθεροποίησης, αντίστοιχα. Και πάλι, παρατηρούμε ότι η τελευταία συχνότητα που προκύπτει από το πρόγραμμα βρίσκεται μακριά από το άνω όριο των **950 Hz** του εύρους συχνοτήτων που διερευνήθηκε.

a/a	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	6,01	2,87156
2	9,66	100,00000
3	45,23	1,25865
4	79,80	19,02736
5	98,63	0,65382
6	99,86	-0,00436
7	103,66	5,22956
8	136,69	0,20665
9	140,67	-0,31303
10	149,82	0,01915
11	158,16	3,82873
12	160,16	63,38713
13	186,49	-0,15807
14	200,01	0,00500
15	202,50	0,77737
16	213,36	-0,98069
17	227,39	0,34412
18	300,01	0,00041
19	329,97	24,00266
20	390,78	2,76365
21	400,01	0,00098
22	500,00	0,00043
23	514,00	12,17900
24	600,00	0,00657
25	700,01	-0,00090

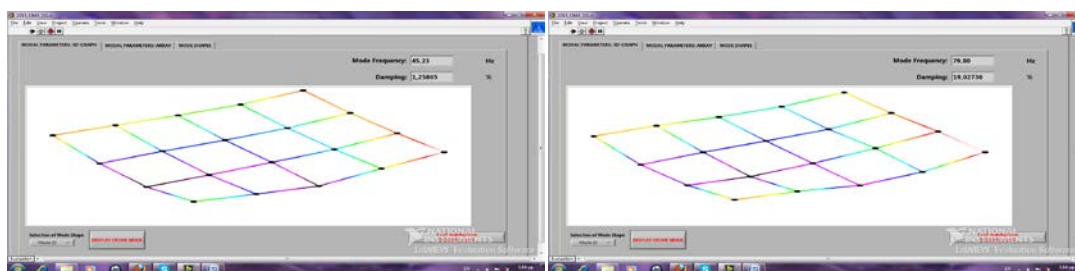
Πίνακας 3.26: Εκτιμώμενες συχνότητες και αντίστοιχες αποσβέσεις πλάκας



6,01 Hz

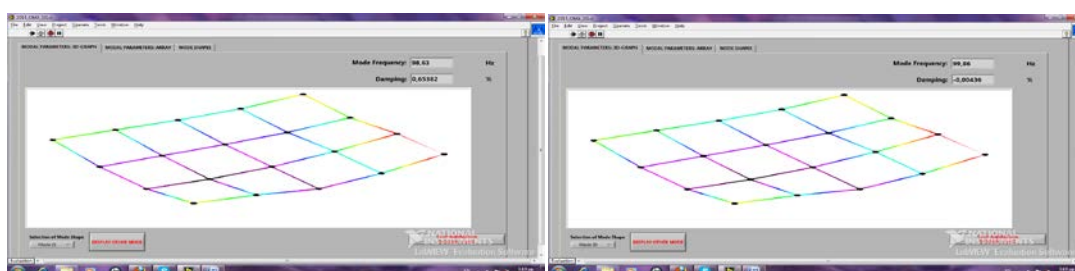
9,66 Hz

Σχήμα 3.96α: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



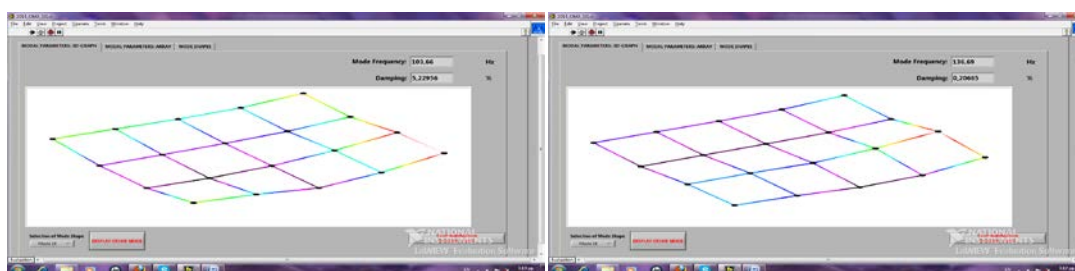
45,23 Hz

79,80 Hz



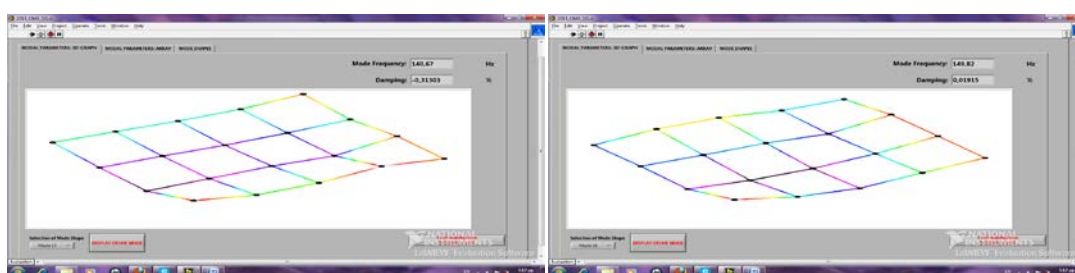
98,63 Hz

99,86 Hz



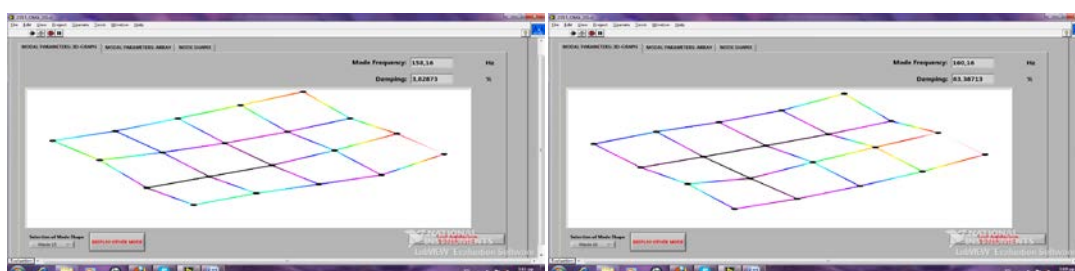
103,66 Hz

136,69 Hz



140,67 Hz

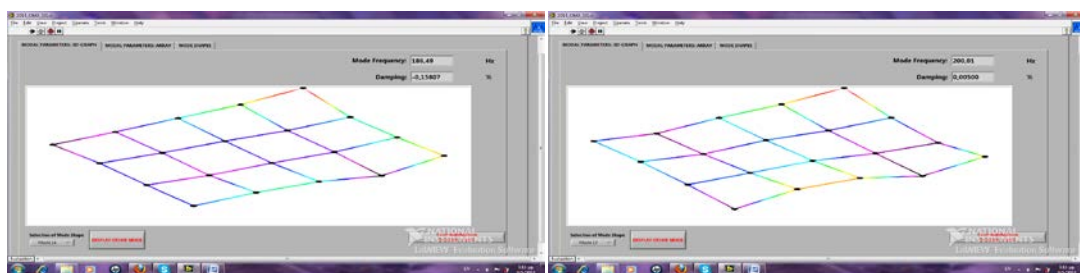
149,82 Hz



158,16 Hz

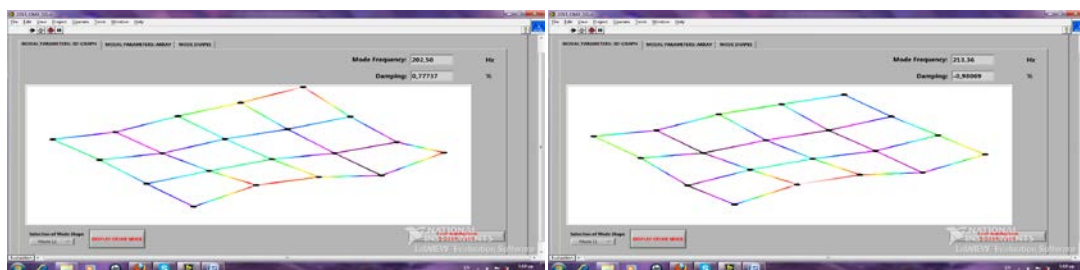
160,16 Hz

Σχήμα 3.96β: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



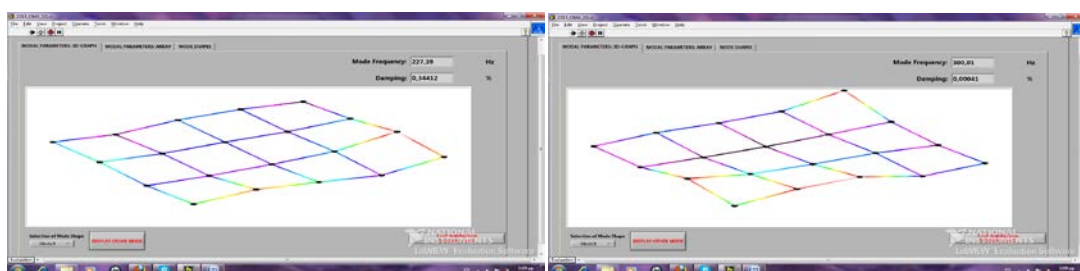
186,49 Hz

200,01 Hz



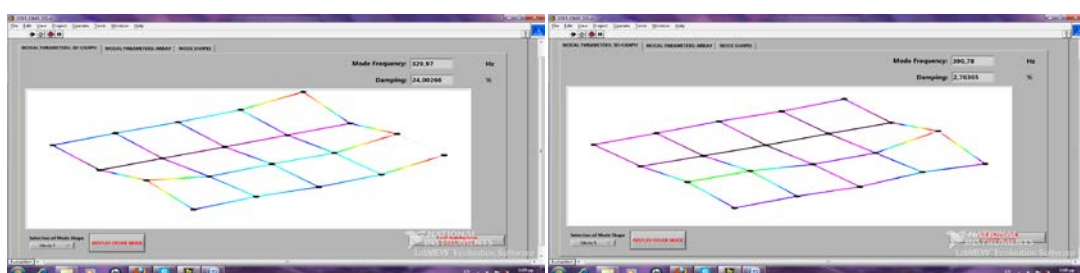
202,50 Hz

213,36 Hz



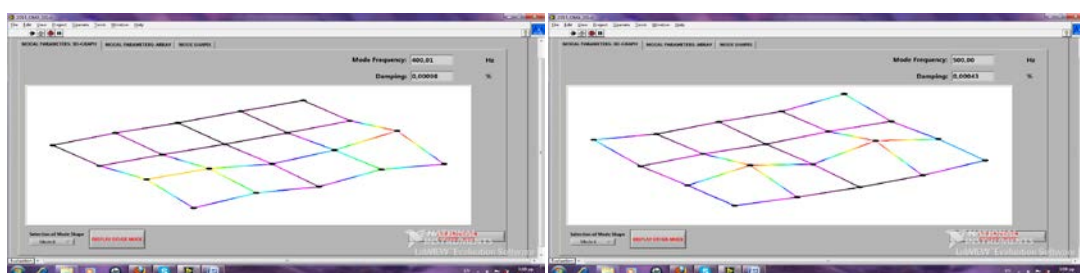
227,39 Hz

300,01 Hz



329,97 Hz

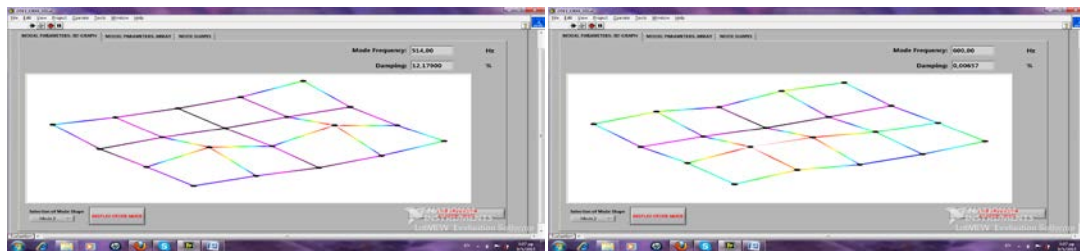
390,78 Hz



400,01 Hz

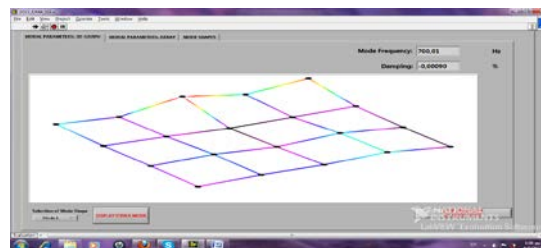
500,00 Hz

Σχήμα 3.96γ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



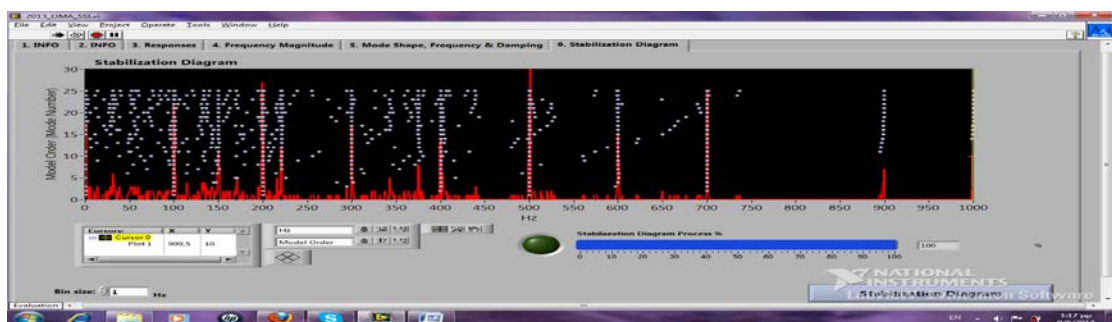
514,00 Hz

600,00 Hz



700,01 Hz

Σχήμα 3.96δ: Ιδιομορφές εκτιμώμενων συχνοτήτων



Σχήμα 3.97: Διάγραμμα σταθεροποίησης - 25 προσδιοριζόμενες συχνότητες

3.6.2.4 Αποτελέσματα - αξιολογηση

Τα αποτελέσματα της πειραματικής ανάλυσης που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα (ενότητα 3.6.2.3) μπορούν να συνοψισθούν στους Πίνακες 3.27, 3.28, 3.29 και 3.30.

Κατ'αντιστοιχία με την περίπτωση της ράβδου, η αποκρυπτογράφηση των ιδιοσυχνοτήτων της πλάκας στο πεδίο συχνοτήτων που μελετήθηκε (0-950 Hz) θα γίνει μετά από επιλογή από τους Πίνακες 3.27, 3.28, 3.29 και 3.30 των συχνοτήτων που ικανοποιούν τις γνωστές προϋποθέσεις. Υπενθυμίζεται ότι οι εν λόγω προϋποθέσεις είναι οι ακόλουθες:

- Συμφωνία συχνοτήτων. Μια συχνότητα, για να μπορεί να χαρακτηριστεί ως ιδιοσυχνότητα θα πρέπει να έχει τιμή παραπλήσια, ή έστω με ανεκτή απόκλιση, σε σχέση με τις ιδιοσυχνότητες που προκύπτουν από το υπολογιστικό μοντέλο (πεπερασμένα στοιχεία).
- Αποδεκτή τιμή απόσβεσης. Η απόσβεση θα πρέπει να έχει μικρή τιμή, ει δυνατόν μικρότερη της μονάδας και μη αρνητική.
- Ομοιότητα ιδιομορφών. Προφανώς, η εκάστοτε ιδιοσυχνότητα θα πρέπει να έχει ιδιομορφή παρόμοια, ή έστω προσεγγίζουσα, με την προκύπτουσα από το υπολογιστικό μοντέλο.

- Συμφωνία με το διάγραμμα σταθεροποίησης (**stabilization diagram**). Αναφέρεται στα αποτελέσματα που προέκυψαν με την μέθοδο **SSI** και οδηγεί στον διαχωρισμό των πραγματικών ιδιοσυχνοτήτων από τις υπολογιστικές.

α/α	Πεπερασμένα Στοιχεία	SSI χωρίς χρήση φίλτρου Savitzky					
		Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς εκτίμηση					
		5		15		25	
		Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	173,03	0,06	100,00000	0,00	-100,00000	19,32	100,00000
2	173,70	99,95	-0,07109	100,00	0,00107	100,00	0,00055
3	393,16	195,09	4,58982	150,64	1,02209	135,01	-0,05371
4	452,26	400,39	0,08443	200,00	-0,00013	141,24	0,53082
5	475,20	499,94	0,00699	300,00	0,00100	144,94	26,13427
6	582,25			400,00	0,00032	199,99	0,00388
7	715,00			494,66	0,32972	205,53	0,26935
8	851,99			500,00	0,00029	220,11	1,15987
9				599,99	0,00172	273,23	0,25760
10				651,62	0,12839	300,01	0,00073
11				700,00	-0,00021	393,54	0,22581
12				781,08	0,10915	399,99	-0,01319
13				800,00	0,00057	400,71	-0,12336
14				900,01	0,00023	455,09	-0,15787
15				999,90	0,00647	494,92	-0,44152
16						500,02	-0,00397
17						501,38	0,28967
18						600,00	0,00127
19						652,47	0,16327
20						700,00	-0,00044
21						781,52	0,10518
22						800,01	0,00037
23						900,00	0,00084
24						932,56	1,31624
25						999,98	0,00061

Πίνακας 3.27: Συχνότητες και αποσβέσεις πλάκας εκτιμώμενες με την μέθοδο **SSI** -
- χωρίς χρήση φίλτρου **Savitzky**

α/α	Πεπερασμένα Στοιχεία	SSI με χρήση φίλτρου Savitzky					
		Πλήθος ιδιοσυχνοτήτων προς εκτίμηση					
		5		15		25	
		Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	173,03	0,00	-100,00000	0,01	100,00000	6,01	2,87156
2	173,70	100,01	0,00471	65,00	25,63853	9,66	100,00000
3	393,16	199,74	0,07550	100,00	0,00065	45,23	1,25865
4	452,26	400,03	0,03656	126,93	1,28318	79,80	19,02736
5	475,20	500,03	-0,00121	139,34	0,58811	98,63	0,65382
6	582,25			149,87	-0,00505	99,86	-0,00436
7	715,00			198,18	4,04124	103,66	5,22956
8	851,99			200,01	0,00058	136,69	0,20665
9				229,48	47,55922	140,67	-0,31303
10				299,90	-0,01988	149,82	0,01915
11				400,00	0,00170	158,16	3,82873
12				435,27	13,96634	160,16	63,38713
13				500,01	0,00093	186,49	-0,15807
14				600,09	0,02783	200,01	0,00500
15				700,01	-0,00422	202,50	0,77737
16						213,36	-0,98069
17						227,39	0,34412
18						300,01	0,00041
19						329,97	24,00266
20						390,78	2,76365
21						400,01	0,00098
22						500,00	0,00043
23						514,00	12,17900
24						600,00	0,00657
25						700,01	-0,00090

Πίνακας 3.28: Συχνότητες και αποσβέσεις πλάκας εκτιμώμενες με την μέθοδο SSI -
- με χρήση φίλτρου Savitzky

α/α	Πεπερασμένα Στοιχεία	EFDD με χρήση φίλτρου Savitzky		EFDD χωρίς χρήση φίλτρου Savitzky	
	Συχνότητα (Hz)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	173,03	4,90	0,45949	5,50	0,17115
2	173,70	48,67	0,01134	50,05	0,04880
3	393,16	139,28	0,09054	140,54	0,66538
4	452,26	149,16	0,14260	149,91	0,34778
5	475,20	185,14	1,07038	168,28	0,98962
6	582,25	221,35	0,05658	185,07	0,44033
7	715,00	270,73	0,12317	221,36	0,37026
8	851,99	326,14	0,05283	250,03	0,19527
9		352,70	0,74132	271,46	0,18029
10		369,72	0,05154	326,91	0,69883
11		449,31	0,09487	354,16	0,41797
12		478,23	0,06205	370,45	0,47221
13		504,88	0,32643	405,81	0,27691
14		542,20	0,24173	449,77	0,37468
15		593,05	0,33181	479,93	0,58901
16		604,36	0,52574	485,72	0,86251
17		640,79	0,19346	542,75	0,52651
18		650,27	0,03489	641,94	0,63969
19		693,74	0,53261	649,35	1,00232
20		704,13	1,28798	693,82	0,50974
21		751,24	0,13683	705,48	0,01815
22		807,84	1,03308	752,03	0,21891
23		821,66	0,18562	807,35	0,37286
24		844,20	0,28624	823,10	0,08516

Πίνακας 3.29: Συχνότητες και αποσβέσεις πλάκας εκτιμώμενες με την μέθοδο EFDD -
averages: 20

α/α	Πεπερασμένα Στοιχεία	EFDD με χρήση φίλτρου Savitzky		EFDD χωρίς χρήση φίλτρου Savitzky	
	Συχνότητα (Hz)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)	Συχνότητα (Hz)	Απόσβεση (%)
1	173,03	4,90	0,59980	50,16	0,71066
2	173,70	49,32	0,01789	137,60	0,37748
3	393,16	141,27	0,38918	149,87	0,04911
4	452,26	148,60	0,10480	177,53	0,33481
5	475,20	176,64	0,20625	202,01	0,49284
6	582,25	193,84	0,49021	218,90	0,05377
7	715,00	218,57	0,68245	272,97	1,71998
8	851,99	272,76	0,05301	284,26	1,00629
9		349,28	0,06643	350,06	0,05202
10		376,29	0,66511	377,72	0,05723
11		439,17	0,15491	395,93	0,47130
12		448,65	0,33805	442,38	0,98656
13		476,34	0,10818	450,01	0,27284
14		544,30	0,02069	476,26	1,31534
15		588,73	0,28834	544,53	0,15804
16		646,24	0,07971	546,56	0,66120
17		653,26	0,19418	646,34	1,02150
18		658,72	0,43133	653,97	0,04160
19		707,24	0,03841	767,45	0,59605
20		717,78	0,09563	777,19	0,55006
21		777,46	0,48688	794,08	0,71651
22		816,78	0,09282	899,89	0,20750
23		883,96	0,05321		

Πίνακας 3.30: Συχνότητες και αποσβέσεις πλάκας εκτιμώμενες με την μέθοδο EFDD - averages: 1

Η μελέτη των αποτελεσμάτων των Πινάκων 3.27 - 3.30 σε συνδυασμό με τις προαναφερθείσες προϋποθέσεις οδήγησε στην εύρεση των παρακάτω, κατά περίπτωση, ιδιοσυχνοτήτων. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημανθεί ότι η διέγερση της πλάκας πραγματοποιήθηκε με συνεχές ημιτονοειδές σήμα συχνότητας **100 Hz**, επομένως, ήταν αναμενόμενο σε συχνότητες με τιμές ακέραια πολλαπλάσια του **100** να εμφανίζονται αρμονικές συνιστώσες. Η διαπίστωση αυτή ήταν ιδιαίτερα χρήσιμη για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν με την μέθοδο SSI, καθώς στην μέθοδο αυτή -αντίθετα με την EFDD- ήταν αδύνατη η αναγνώριση και εξάλειψη τυχών αρμονικών συνιστωσών από το

ίδιο το πρόγραμμα. Παρακάτω, κατά την παρουσίαση των ιδιοσυχνοτήτων που ευρέθησαν με την μέθοδο **SSI** θα αναφέρονται και οι αρμονικές συνιστώσες που λανθασμένα αναγνώρισε το πρόγραμμα ως ιδιοσυχνότητες.

- ❖ Μέθοδος **EFDD** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – averages 1**: Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **393,16 Hz** από συχνότητα στα **377,72 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.61** και **3.65β**). Ομοίως, η ιδιοσυχνότητα των **475,20 Hz** προσεγγίζεται από συχνότητα στα **450,01 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.61** και **3.65β**).
- ❖ Μέθοδος **EFDD** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – averages 20**: Προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας των **393,16 Hz** από συχνότητα στα **326,91 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.61** και **3.73β**). Στην περίπτωση αυτή η απόκλιση που παρατηρείται στην συχνότητα είναι αρκετά υψηλή. Ομοίως, η ιδιοσυχνότητα των **715,00 Hz** προσεγγίζεται από συχνότητα στα **705,48 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.61** και **3.73γ**).
- ❖ Μέθοδος **EFDD** – επεξεργασία με χρήση φίλτρου **Savitzky – averages 1**: Η περίπτωση αυτή δεν οδηγεί στην εύρεση κάποιας ιδιοσυχνότητας αφού καμία από τις συχνότητες που προκύπτουν από το πρόγραμμά δεν ικανοποιεί όλες τις συνθήκες που διατυπώθηκαν στην αρχή της παραγράφου. Οι συχνότητες που προσεγγίζουν περισσότερο κάποιες από τις ιδιοσυχνότητες του υπολογιστικού μοντέλου είναι στα **376,29 Hz** (προσεγγίζει την **393,16 Hz**) και στα **646,24 Hz** (προσεγγίζει την **582,25 Hz**) – βλέπε **Σχήματα 3.61, 3.74β** και **3.74γ**. Και στις δύο περιπτώσεις εμφανίζονται σημαντικές αποκλίσεις όσον αφορά τις ιδιομορφές τους και τις ιδιομορφές των εκ πεπερασμένων στοιχείων ιδιοσυχνοτήτων, ενώ στην δεύτερη περίπτωση παρατηρείται και αρκετά μεγάλο εύρος όσον αφορά την τιμή των συχνοτήτων.
- ❖ Μέθοδος **EFDD** – επεξεργασία με χρήση φίλτρου **Savitzky – averages 20**: Και αυτή η περίπτωση δεν οδηγεί στην εύρεση κάποιας ιδιοσυχνότητας εξαιτίας της μη ικανοποίησης όλων των απαιτούμενων συνθηκών. Σε μεγαλύτερο ποσοστό πληρούνται οι προϋποθέσεις στις συχνότητες των **449,31 Hz** και **751,24 Hz** που προσεγγίζουν τις **393,16 Hz** και **715,00 Hz**, αντίστοιχα (βλέπε **Σχήματα 3.61, 3.76β** και **3.76γ**). Ωστόσο, οι διαφορές στις ιδιομορφές είναι σημαντικές, ενώ στην περίπτωση της συχνότητας των **449,31 Hz** παρατηρείται και σημαντική απόκλιση στην τιμή της συχνότητας.
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – mode num 5**: Η περίπτωση αυτή δεν οδηγεί στην εύρεση κάποιας ιδιοσυχνότητας. Αναγνωρίζονται ως ιδιοσυχνότητες από το πρόγραμμα η **1^η (99,95 Hz)**, **4^η (400,39 Hz)** και **5^η (499,94 Hz)** αρμονική (βλέπε **Σχήματα 3.83α** και **3.83β**).
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – mode num 15**: Υπάρχει αντιστοίχιση της συχνότητας των **150,64 Hz** που προκύπτει από το πρόγραμμα με την ιδιοσυχνότητα των **173,03 Hz** - **Σχήματα 3.61** και **3.85β**. Αναγνωρίζονται ως ιδιοσυχνότητες από το πρόγραμμα όλες οι αρμονικές εντός του εύρους συχνοτήτων που μελετήθηκε, δηλαδή: **1^η (100,00 Hz)**, **2^η (200,00 Hz)**, **3^η (300,00 Hz)**, **4^η (400,00 Hz)**, **5^η (500,00 Hz)**, **6^η (599,99 Hz)**, **7^η (700,00 Hz)**, **8^η (800,00 Hz)** και **9^η (900,01 Hz)** – βλέπε **Σχήματα 3.85α, 3.85β** και **3.85γ**.
- ❖ Μέθοδος **SSI** – επεξεργασία χωρίς φίλτρο **Savitzky – mode num 25**: Προσεγγίζεται η ιδιοσυχνότητα των **173,03 Hz** από συχνότητα στα **220,11 Hz** (βλέπε **Σχήματα 3.61** και **3.87α**). Και πάλι το πρόγραμμα αναγνωρίζει, λανθασμένα, ως ιδιοσυχνότητες όλες τις αρμονικές εντός του εύρους συχνοτήτων που μελετήθηκε: **1^η (100,00 Hz)**, **2^η (199,99 Hz)**, **3^η (300,01 Hz)**, **4^η (399,99 Hz)**, **5^η (500,02 Hz)**, **6^η (600,00 Hz)**,

7^η (700,00 Hz), 8^η (800,01 Hz) και 9^η (900,00 Hz) – βλέπε Σχήματα 3.87α, 3.87β και 3.87γ.

- ❖ Μέθοδος SSI – επεξεργασία με χρήση φίλτρου Savitzky – mode num 5: Η περίπτωση αυτή δεν οδηγεί στην εύρεση κάποιας ιδιοσυχνότητας. Αναγνωρίζονται ως ιδιοσυχνότητες από το πρόγραμμα η 1^η (100,01 Hz), 2^η (199,74 Hz), 4^η (400,03 Hz) και 5^η (500,03 Hz) αρμονική (βλέπε Σχήμα 3.93).
- ❖ Μέθοδος SSI – επεξεργασία με χρήση φίλτρου Savitzky – mode num 15: Υπάρχει πολύ καλή προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας στα 173,03 Hz από συχνότητα στα 149,87 Hz, με την υπολογισθείσα απόσβεση, ωστόσο, να είναι ελαφρώς αρνητική (-0,00505%). Οι αντίστοιχες ιδιομορφές φαίνονται στα Σχήματα 3.61 και 3.94α. Αναγνωρίζονται ως ιδιοσυχνότητες από το πρόγραμμα η 1^η (100,00 Hz), 2^η (200,01 Hz), 3^η (299,90 Hz), 4^η (400,00 Hz), 5^η (500,01 Hz), 6^η (600,09 Hz) και 7^η (700,01 Hz) αρμονική (βλέπε Σχήματα 3.94α και 3.94β).
- ❖ Μέθοδος SSI – επεξεργασία με χρήση φίλτρου Savitzky – mode num 25: Στην περίπτωση αυτή παρατηρείται προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας στα 173,03 Hz (Σχήμα 3.61) από δυο δυνατές συχνότητες προκύπτουσες από την εκτέλεση του προγράμματος – 149,82 Hz (Σχήμα 3.96β) και 227,39 Hz (Σχήμα 3.96γ). Και στις δύο περιπτώσεις υπάρχει καλή συμφωνία με το διάγραμμα σταθεροποίησης, με την ιδιομορφή της 149,82 Hz να ταυτίζεται καλύτερα με την ιδιομορφή της 173,03 Hz. Τέλος, αναφέρεται ότι το πρόγραμμα αναγνωρίζει ως ιδιοσυχνότητες τις ακόλουθες αρμονικές: 1^η (99,86 Hz), 2^η (200,01 Hz), 3^η (300,01 Hz), 4^η (400,01 Hz), 5^η (500,00 Hz), 6^η (600,00 Hz) και 7^η (700,01 Hz) - βλέπε Σχήματα 3.96β, 3.96γ και 3.96δ.

Έχοντας ολοκληρώσει την παρουσίαση των ιδιοσυχνοτήτων που προκύπτουν από τις μεθόδους EFDD και SSI, μπορούν να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητά τους στην μελετούμενη εφαρμογή.

Όσον αφορά την μέθοδο EFDD:

- Η επεξεργασία με χρήση φίλτρου Savitzky δείχνει να έχει αρνητική επιρροή όσον αφορά την ποιότητα και ποσότητα των εξαγομένων ιδιοσυχνοτήτων, ανεξάρτητα από την τιμή που επιλέξαμε για την παράμετρο averages. Για την ακρίβεια, καμία από τις συχνότητες που προέκυψαν κατά την επεξεργασία με Savitzky δεν ικανοποιεί όλες τις προϋποθέσεις που παρουσιάστηκαν στην αρχή της ενότητας και οι οποίες αποτελούν το «φίλτρο» για την ταυτοποίηση κάποιας συχνότητας με αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα προκύπτουσα από το υπολογιστικό μοντέλο. Στις περιπτώσεις που μελετήθηκαν με Savitzky μόνον κατά προσέγγιση υπάρχει αποκρυπτογράφηση κάποιων ιδιοσυχνοτήτων, οι οποίες δεν ικανοποιούν όλες τις προϋποθέσεις. Οι κυριότερες αποκλίσεις εμφανίζονται όσον αφορά τις ιδιομορφές τους.
- Το πλήθος των ιδιοσυχνοτήτων που ευρέθησαν κατά την επεξεργασία χωρίς Savitzky είναι σταθερό ανεξάρτητα από την τιμή της παραμέτρου averages και ίσο με δύο. Παρατηρείται σταθερότητα όσον αφορά την εύρεση της ιδιοσυχνότητας των 393,16 Hz, αντίθετα με την δεύτερη ιδιοσυχνότητα που δεν είναι σταθερή. Παρά την σταθερότητα όσον αφορά την εύρεση της ιδιοσυχνότητας των 393,16 Hz, ωστόσο, οι υπολογισθείσες συχνότητες από τις οποίες προσεγγίζεται δεν αποκλίνουν πάντοτε από την παραπάνω τιμή το ίδιο. Για την ακρίβεια, η εν λόγω ιδιοσυχνότητα προσεγγίζεται για averages 1 από συχνότητα στα 377,72 Hz, ενώ για averages 20 από συχνότητα στα 326,91 Hz.

- Παρόμοια συμπεράσματα προκύπτουν και για την περίπτωση της επεξεργασίας με φίλτρο **Savitzky**, όσον αφορά τις συχνότητες που προσεγγίζουν περισσότερο της αντίστοιχες υπολογιστικές ιδιοσυχνότητες και κυρίως την ιδιοσυχνότητα των **393,16 Hz**.
- Καλύτερα αποτελέσματα δίνει η μέθοδος για επεξεργασία χωρίς **Savitzky** και **average 1** και όσον αφορά τις υπόλοιπες συχνότητες που υπολογίζει το πρόγραμμα – καλύτερη σύγκλιση ιδιομορφών με τις ιδιοσυχνότητες του υπολογιστικού μοντέλου.

Όσον αφορά την μέθοδο **SSI**:

- Η μέθοδος εμφανίζει καλύτερα αποτελέσματα για μεγάλες τιμές της παραμέτρου των προς προσδιορισμό ιδιοσυχνοτήτων (**mode num**) και αυτό ισχύει τόσο για επεξεργασία με φίλτρο **Savitzky** όσο και χωρίς. Ωστόσο, δεν δείχνει να υπάρχει περαιτέρω βελτίωση των αποτελεσμάτων για τιμή της παραμέτρου **mode num > 15**.
- Το πλήθος των ευρεθέντων ιδιοσυχνοτήτων είναι το ίδιο για περιπτώσεις επεξεργασίας με χρήση **Savitzky** και χωρίς, του ίδιου πλήθους ιδιοσυχνοτήτων προς προσδιορισμό.
- Παρατηρείται ένα σταθερό μοτίβο όσον αφορά τα αποτελέσματα της μεθόδου, τόσο αυτών που προκύπτουν μετά από επεξεργασία με χρήση **Savitzky** όσο και χωρίς. Πιο συγκεκριμένα, για **mode num: 5** η μέθοδος δεν μπορεί να βρει κάποια ιδιοσυχνότητα, ενώ για **mode num > 5** ευρίσκεται πάντοτε η ιδιοσυχνότητα των **173,03 Hz**, προσεγγιζόμενη από μοναδική συχνότητα. Το παραπάνω μοτίβο χαλάει μόνο στην περίπτωση επεξεργασίας με **Savitzky** και **mode num: 25** όπου η παραπάνω ιδιοσυχνότητα προσεγγίζεται από δύο συχνότητες, στα **149,82 Hz** και στα **227,39 Hz**.
- Η μοναδική ιδιοσυχνότητα που ευρίσκεται (**173,03 Hz**) προσεγγίζεται από συχνότητες περί τα **150 Hz**. Εξαιρέση αποτελεί η περίπτωση όπου για **mode num: 25** και **Savitzky** ανενεργό προσεγγίζεται από συχνότητα στα **220,11 Hz**. Της ίδιας τάξης (**227,39 Hz**) είναι και η δεύτερη συχνότητα που προσεγγίζει την ιδιοσυχνότητα των **173,03 Hz** για **mode num: 25** και **Savitzky** ενεργό.
- Από μελέτη των **Πινάκων 3.27** και **3.28** προκύπτει ότι το πρόγραμμα στην περίπτωση επεξεργασίας χωρίς **Savitzky** «ψάχνει» για ιδιοσυχνότητες σε όλο το εύρος συχνοτήτων που επιλέχθηκε (**0-950 Hz**), ενώ για ενεργοποιημένο **Savitzky** περιορίζεται σε μικρότερες συχνότητες (τελευταία υπολογισθείσα συχνότητα η 7^η αρμονική ~ **700Hz**).

Συμπερασματικά, η μέθοδος **SSI** οδηγεί στην εύρεση μίας συγκεκριμένης ιδιοσυχνότητας, σε αντίθεση με την **EFDD** όπου οι ευρεθείσες ιδιοσυχνότητες διαφέρουν τόσο σε ποσότητα (καμία για **Savitzky** ενεργό, δύο για **Savitzky** ανενεργό) όσο και σε ποικιλία (για **Savitzky** ανενεργό και **averages 1** οι **393,16 Hz** και **475,20 Hz**, για **Savitzky** ανενεργό και **averages 20** οι **393,16 Hz** και **715,00 Hz**). Μετά από την επεξεργασία που προηγήθηκε, την αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων και την κριτική ανάλυση τους, θα ήταν ασφαλές να ειπωθεί ότι για την παρούσα εφαρμογή (πλάκα) τα καλύτερα αποτελέσματα προκύπτουν με εφαρμογή της μεθόδου **EFDD** και χωρίς την χρήση φίλτρου **Savitzky**.

Βιβλιογραφία

- [1]Κανάραχος Ανδρέας, Αντωνιάδης Ιωάννης, ‘Δυναμική Μηχανών’, Αθήνα 1998, Εκδόσεις Παπασωτηρίου
- [2]Brincker R., L. Zhang and P. Andersen, ‘Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition’, Proc. Of the 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, Texas, February 7-10, 2000
- [3]Bendat, Julius S. and Allan G. Piersol, ‘Random Data, Analysis and Measurement Procedures’, John Wiley and Sons, 1986
- [4]Herlufsen H., Andersen P., Gade S. and Moller N., ‘Identification Techniques for Operational Modal Analysis – an Overview and practical experiences’, Proceedings of 1st IOMAC Conference, Copenhagen, Denmark, April 26-27, 2005
- [5]Moller N., Herlufsen H. and Gade S., ‘Stochastic Subspace Identification Techniques in Operational Modal Analysis’, Proceedings of 1st IOMAC Conference, Copenhagen, Denmark, April 26-27, 2005
- [6]Allemang R. J., ‘The Modal Assurance Criterion (MAC): 20 Years of Use and Abuse’, Proc. of the 20th International Modal Analysis Conference, Los Angeles, California, 2002
- [7]Ewins D. J., ‘Modal Testing: Theory, Practice and Applications’, Research Studies Press, Baldock, England, 2000, p. 422-437
- [8]Gade S., Moller N., Herlufsen H., Konstantin-Hansen H., ‘Frequency Domain Techniques for Operational Modal Analysis’, 1st IOMAC Conference, 2005
- [9]Jacobsen N-J, ‘Separating Structural Modes and Harmonic Components in Operational Modal Analysis’, IMAC XXIV, 2006
- [10]Brincker R., Zhang L. and Andersen P., ‘Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition’, Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference, 2000
- [11]Jacobsen N-J, Andersen P. and Brincker R., ‘Eliminating the Influence of Harmonic Components in Operational Modal Analysis’, IMAC XXV Conference, 2007
- [12]Brincker R., Zhang L. and Andersen P., ‘Output - Only Modal Analysis by Frequency Domain Decomposition’, ISMA25 Conference, 2000
- [13]Ientilucci E. J., ‘Using the Singular Value Decomposition’, 2003 - <http://www.cis.rit.edu/~ejipci/research.htm>
- [14]Marcus M. and Minc H., ‘Elementary Linear Algebra’, The MacMillan Company, NY, 1968
- [15]Hans-Peter Roser, ‘Operational Modal Analysis and its Application for SOFIA Telescope Assembly Vibration Measurements’, University of Stuttgart, December 2009

Ιστότοποι

- [1]<http://scitation.aip.org/getabs/servlet/GetabsServlet?prog=normal&id=JDSMAA000123000004000659000001&idtype=cvips&gifs=yes&ref=no>
- [2]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X03004851>
- [3]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327002914986>
- [4]<http://mech.vub.ac.be/avrg/PhD/PhDBCauberghe.pdf>
- [5]<http://www.mendeley.com/research/overview-operational-modal-analysis-major-development-issues/>
- [6]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327007001823>
- [7]ftp://anon.ftp.netic.dk/Download/Literature/Papers/2007/2007_1.pdf
- [8]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327006002561>
- [9]<http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=22879368>
- [10]<http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=22879371>
- [11]<http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=22879366>
- [12]<http://sem-proceedings.com/24i/sem.org-IMAC-XXIV-Conf-s08p06-Frequency-Domain-Techniques-Operational-Modal-Analysis.pdf>
- [13]ftp://ftp.fe.up.pt/pub/Dec/filipema/public/FCT_Monito/ref_9.pdf
- [14]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327004001104>
- [15]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X03010630>
- [16]ftp://ftp.svibs.com/Download/Literature/Papers/2006/2006_6.pdf
- [17]http://www.svibs.com/solutions/literature/2007_2.pdf
- [18]<http://www.sandv.com/downloads/0208batl.pdf>
- [19]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695509001199>
- [20]<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327008001933>