



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ ΚΡΕΜΑΣΤΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ ΜΕΣΩ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ

Μεταπτυχιακή Εργασία

Χρήστος - Ανδρέας Κανιούρας

ΕΜΚ ΜΕ 2018/6

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Ι. Γαντές

Συνεπιβλέπουσα: Ισαβέλλα Βασιλοπούλου Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

Αθήνα, Φεβρουάριος 2018



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ ΚΡΕΜΑΣΤΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ ΜΕΣΩ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ

Μεταπτυχιακή Εργασία

Χρήστος - Ανδρέας Κανιούρας

ΕΜΚ ΜΕ 2018/6

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Ι. Γαντές

Συνεπιβλέπουσα: Ισαβέλλα Βασιλοπούλου Δρ. Πολιτικός Μηχανικός

Αθήνα, Φεβρουάριος 2018

Copyright © Χρήστος - Ανδρέας Κανιούρας, 2018
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών, διανομή, αναπαραγωγή, μετάφραση ή μετάδοση της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό, υπό οποιαδήποτε μορφή και με οποιοδήποτε μέσο επικοινωνίας, ηλεκτρονικό ή μηχανικό, χωρίς την προηγούμενη έγγραφη άδεια του συγγραφέα. Επιτρέπεται η αναπαραγωγή, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/1932, Άρθρο 202).

Copyright © Christos - Andreas Kaniouras, 2018
All Rights Reserved

Neither the whole nor any part of this diploma thesis may be copied, stored in a retrieval system, distributed, reproduced, translated, or transmitted for commercial purposes, in any form or by any means now or hereafter known, electronic or mechanical, without the written permission from the author. Reproducing, storing and distributing this thesis for non-profitable, educational or research purposes is allowed, without prejudice to reference to its source and to inclusion of the present text. Any queries in relation to the use of the present thesis for commercial purposes must be addressed to its author.

Approval of this diploma thesis by the School of Civil Engineering of the National Technical University of Athens (NTUA) does not constitute in any way an acceptance of the views of the author contained herein by the said academic organisation (L. 5343/1932, art. 202).

Χρήστος - Ανδρέας Κανιούρας (2018)

**Ανίχνευση φαινομένων συντονισμού σε κρεμαστές γέφυρες
μέσω μη γραμμικών δυναμικών αναλύσεων**

Μεταπτυχιακή Εργασία ΕΜΚ ΜΕ 2018/6

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Christos - Andreas Kaniouras (2018)

Master Thesis ΕΜΚ ΜΕ 2018/6

**Detection of Resonance Phenomena on Suspension Bridges
through Nonlinear Dynamic Analyses**

Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Ευχαριστίες

Η μεταπτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου υπό την επίβλεψη του καθηγητή Χάρη Γαντέ.

Θα ήθελα να του εκφράσω την εκτίμησή μου για τις γνώσεις και το ενδιαφέρον προς την εμβάθυνση των γνώσεων που μου μεταλαμπάδευσε εντός και εκτός αίθουσας. Τον ευχαριστώ για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την ευκαιρία που μου έδωσε ώστε να ασχοληθώ με ένα θέμα που με ενδιαφέρει σημαντικά.

Θέλω επίσης να εκφράσω την απεριόριστη ευγνωμοσύνη μου προς την Ισαβέλλα Βασιλοπούλου που με καθοδήγησε και βοήθησε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Την ευχαριστώ για την απaráμιλλη υπομονή και το ενδιαφέρον που έδειξε σε όλα τα στάδια της μελέτης. Εύχομαι να είμαι τυχερός και να συνεργάζομαι με άτομα σαν και την Ισαβέλλα στη ζωή μου.

Είμαι ευγνώμων στη Halifax Harbour Bridges για τα στοιχεία που μου παρείχε σχετικά με τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά της γέφυρας χωρίς τα οποία δε θα ήταν δυνατή η εκπόνηση της εργασίας. Ευχαριστώ τον Ηλία Γκιμούση για την προσφορά του που μείωσε τη χρονική διάρκεια της εργασίας.

Ευχαριστώ τον Χρύσανθο Καλλίγερο διευθυντή της Ergosystem ΕΠΕ, που μου έδειξε το κύρος και την επαγγελματικότητα που διέπει ένα πρότυπο Μηχανικού.

Ευχαριστώ επίσης τους καθηγητές που στιγμάτισαν τη διαδρομή μου προς την επιστήμη, τους γονείς μου για τα εφόδια που μου έχουν παράσχει, τους φίλους που στιγμάτισαν το μονοπάτι της ζωής μου και τη Μαρία για τη στήριξη και την υπομονή της αυτόν το χρόνο.

Στον αδερφό μου

"Σειρά σου"



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΕΜΚ ΜΕ 2018/6

Ανίχνευση φαινομένων συντονισμού σε κρεμαστές γέφυρες μέσω μη γραμμικών δυναμικών αναλύσεων

Χρήστος - Ανδρέας Κανιούρας

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Ι. Γαντές
Συνεπιβλέπουσα: Ισαβέλλα Βασιλοπούλου Δρ. Πολιτικός Μηχανικός
Φεβρουάριος 2018

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η διερεύνηση της απόκρισης της κρεμαστής γέφυρας Angus L. Macdonald που βρίσκεται στο λιμάνι του Halifax στον Καναδά υπό δυναμικά φορτία, χρησιμοποιώντας λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Η προσοχή εστιάζεται στα δυναμικά φαινόμενα που εμφανίζονται σε μη γραμμικά συστήματα και συγκεκριμένα στα φαινόμενα που εμφανίζονται κατά την κατακόρυφη κίνηση της κρεμαστής γέφυρας.

Αρχικά παρουσιάζεται θεωρία ιδιομορφικής και δυναμικής ανάλυσης καλωδίων σημαντικής κρέμασης επισημαίνοντας κύριους και δευτερεύοντες συντονισμούς όπως είναι ο υπεραρμονικός και ο υποαρμονικός συντονισμός. Στη συνέχεια περιγράφονται τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά του φορέα της κρεμαστής γέφυρας. Με χρήση του λογισμικού ADINA κατασκευάζεται επίπεδο προσομοίωμα του ενός επιπέδου καλωδίωσης της γέφυρας. Υπολογίζονται οι πρώτες δέκα ιδιομορφές και ιδιοσυχνότητες που αφορούν την κατακόρυφη κίνηση και συγκρίνεται με αναλυτικές λύσεις που δίνουν τις ιδιοσυχνότητες ενός καλωδίου με κρέμαση για την πρώτη συμμετρική και αντισυμμετρική ιδιομορφή.

Ακολούθως, το προσομοίωμα φορτίζεται με αρμονικά φορτία εντός επιπέδου της καλωδίωσης και εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις. Θεωρούνται οι περιπτώσεις συμμετρικής και αντισυμμετρικής κατανομής φορτίου, ενώ για κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις συγκρίνονται διαφορετικές κατανομές και διαφορετικές τιμές της έντασης φόρτισης. Η μόνιμη απόκριση του κύριου καλωδίου σε όρους πλάτους ταλάντωσης και αξονικής τάσης απεικονίζεται σε διαγράμματα για συχνότητες φορτίου κοντά στην ιδιοσυχνότητα του συστήματος στοχεύοντας σε φαινόμενα θεμελιώδους συντονισμού, για συχνότητες μικρότερες της ιδιοσυχνότητας αναζητώντας υπεραρμονικούς συντονισμούς και για συχνότητες μεγαλύτερες της ιδιοσυχνότητας επιδιώκοντας την εμφάνιση υποαρμονικών και εσωτερικών συντονισμών. Παρατηρείται καμπύλωση των διαγραμμάτων προς χαμηλότερες συχνότητες στη συμμετρική φόρτιση που υποδεικνύει συμπεριφορά χαλάρωσης του συστήματος, ενώ στην περίπτωση της αντισυμμετρικής φόρτισης εμφανίζονται κορυφές του διαγράμματος για συχνότητες χαμηλότερες αλλά και υψηλότερες της ιδιοσυχνότητας. Επισημαίνεται ότι ο υπεραρμονικός συντονισμός δευτέρας τάξης είναι αξιοσημείωτος σε αντίθεση με τον

υπεραρμονικό συντονισμό τρίτης τάξης. Επίσης εμφάνιση συντονισμών συχνότητας μεγαλύτερης της ιδιοσυχνότητας πραγματοποιείται μόνο για λόγο εξωτερικής συχνότητας προς ιδιοσυχνότητας ίσο με 2. Ο συντονισμός αυτός εσωτερικός μεταξύ της 1^{ης} και 3^{ης} συμμετρικής ιδιομορφής που μπορεί να ενεργοποιηθεί αφού εξελιχθεί πρώτα ο θεμελιώδης συντονισμός για την 3^η συμμετρική ιδιομορφή. Και στις δύο περιπτώσεις δευτερευόντων συντονισμών η εμφάνισή τους απαιτεί σημαντικά φορτία. Παράλληλα αναζητούνται φαινόμενα παραμετρικού συντονισμού για τους αναρτήρες της γέφυρας.

Τέλος, προκειμένου να διερευνηθεί η συμπεριφορά της κρεμαστής γέφυρας υπό ρεαλιστικά δυναμικά φορτία με συχνότητες κοντά στην περιοχή των ιδιοσυχνοτήτων της γέφυρας μελετάται φόρτιση εξαιτίας ανέμου. Κατόπιν παρουσίασης των φαινομένων και των φορτίων που εμφανίζονται σε κρεμαστές γέφυρες εξαιτίας ανέμων, παράγονται τεχνητές χρονοϊστορίες ταχύτητας ανέμου λαμβάνοντας υπόψη το φάσμα ταχυτήτων ανέμου του Ευρωκώδικα 1. Γίνονται απλοποιητικές υποθέσεις υπέρ της ασφαλείας όσον αφορά τα φορτία και τη χωρική κατανομή τους και εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις με εστίαση της προσοχής στα φαινόμενα απόσχισης δινών και ταλάντωσης εξαιτίας ανεμοριπών (αεροκραδασμοί). Για τη διερεύνηση του φαινομένου απόσχισης δινών εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις με αρμονικά ομοιόμορφα φορτία για ταχύτητες ανέμου έως 15m/s, ενώ στην περίπτωση των αεροκραδασμών εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις με βάση τα τεχνητά διαγράμματα για ταχύτητες ανέμου έως και 50m/s. Παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα της κατακόρυφης μετατόπισης και της μέγιστης επιτάχυνσης του καταστρώματος για τις διάφορες ταχύτητες ανέμου, καθώς και οι συχνότητες και τα μη γραμμικά φαινόμενα που ενεργοποιούνται κατά τους αεροκραδασμούς μέσω διαγραμμάτων Fourier.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

MASTER THESIS
EMK ME 2018/6

Detection of Resonance Phenomena on Suspension Bridges through Nonlinear Dynamic Analyses

Christos - Andreas Kaniouras

Supervisor: Professor Charis J. Gantes
Co-supervisor: Isabella Vasilopoulou, Dr. Civil Engineer
February 2018

ABSTRACT

The purpose of this paper is to investigate the response of the Angus L. Macdonald suspension bridge located at Halifax harbor in Canada under dynamic loads using finite element software. Attention is focused on the dynamic phenomena that appear in nonlinear systems, namely the phenomena that occur during the vertical movement of the suspension bridge.

Initially, the theory of characteristic and dynamic analysis of hanging cables is presented highlighting main and secondary resonances such as superharmonic and subharmonic resonance. The geometrical and mechanical features of the suspension bridge carrier are described below. Using the ADINA software, a two dimensional model of one cable plane of the bridge is set up. The first ten eigenmodes and eigenfrequencies referring to vertical motion are calculated and compared with analytical formulas that provide the eigenfrequencies of the first symmetric and anti-symmetric eigenmodes of a sagged simple cable.

Next the model is loaded with harmonic loads and nonlinear dynamic analyses are performed. The two cases of symmetric and antisymmetric loadings are considered, while for each of the two cases, several distributions and different values of the loads are compared. The steady-state response of the main cable, in terms of oscillation amplitude and axial stress, is shown in graphs for loading frequencies close to the natural frequencies of the system aiming at fundamental resonance phenomena, for frequencies smaller than the natural frequencies seeking superharmonic resonances and for frequencies larger than the natural frequencies, triggering subharmonic and internal resonances. The backbone curve of the diagrams is curved towards lower frequencies in the symmetric loading indicating softening behavior of the system, while in the case of antisymmetric loading, the peaks of the diagram appear for frequencies both smaller and larger than the natural frequency. It is shown that second-order superharmonic resonance is considerable in contrast to third-order superharmonic resonance. Moreover, occurrence of resonances at loading frequency larger than the natural frequency develops only for a ratio of loading frequency to natural frequency equal to 2. This is an internal resonance between the 1st and 3rd symmetric eigenmodes, which can be triggered after the fundamental resonance for the 3rd symmetric eigenmode has developed. In both of the

above cases of secondary resonances their emergence requires considerable loads. Parametric resonance phenomena for the hangers are also investigated.

Finally, in order to investigate the behavior of the suspension bridge under realistic dynamic loads with frequencies close to the domain of natural frequencies of the bridge, wind loading is studied. Following the presentation of phenomena and forces that occur on suspension bridges due to winds, artificial time-histories of wind velocity are produced taking into account the wind velocity spectrum of Eurocode 1. Conservative assumptions with the purpose of simplification regarding the loading and its spatial distribution are made, and nonlinear dynamic analyses are performed focusing on the phenomena of vortex shedding and buffeting. For the investigation of oscillations due to vortex shedding, nonlinear dynamic analyses are carried out with uniform harmonic loads for wind velocities up to 15m/s, while in case of buffeting nonlinear dynamic analyses are carried out based on the artificial time-histories for wind velocities up to 50m/s. Results of vertical displacement and maximum vertical acceleration of the deck for different wind velocities, as well as through Fourier graphs the frequencies and the nonlinear phenomena activated during buffeting, are presented and commented upon.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1	ΓΕΦΥΡΕΣ	1
1.2	ΚΡΕΜΑΣΤΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ.....	6
1.3	ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΡΕΜΑΣΤΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ	9
1.4	ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ.....	11
1.5	ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	12
1.6	ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	12
2	ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΛΩΔΙΩΝ	13
2.1	ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ	13
2.2	ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ	15
2.3	ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΑΝΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΚΑΛΩΔΙΩΝ.....	15
2.3.1	Μη γραμμικοί συντονισμοί	15
2.3.2	Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές	19
3	ΓΕΦΥΡΑ ANGUS L. MACDONALD	23
3.1	ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ	23
3.2	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΦΟΡΕΑ.....	24
3.2.1	Γεωμετρία	24
3.2.2	Κατάστρωμα	25
3.2.3	Αναρτήσεις.....	27
3.2.4	Κύριο καλώδιο	27
3.2.5	Στηρίξεις	28
3.2.6	Πυλώνες.....	29
3.3	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ	31
3.3.1	Το υπό μελέτη τμήμα γέφυρας	31
3.3.2	Μόνιμα φορτία.....	32
3.3.3	Λογισμικό	32
3.3.4	Ισοδύναμη δοκός καταστρώματος.....	32
3.3.5	Μόρφωση προσομοιώματος	33
3.3.5.1	Περιγραφή προσομοιώματος.....	33
3.3.5.2	Εισαγωγή δεδομένων	34
3.3.5.3	Εύρεση γεωμετρίας	34
4	ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΥΠΟ ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ.....	37
4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	37

4.2	ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ	37
4.2.1	Ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές προσομοιώματος	37
4.2.2	Ιδιοσυχνότητες από προκαταρκτικό υπολογισμό	41
4.3	ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ	43
4.3.1	Χρονικό βήμα	43
4.3.2	Περιγραφή φορτίου	44
4.3.3	Συντονισμοί	47
4.3.3.1	Θεμελιώδης συντονισμός κύριου καλωδίου	47
4.3.3.2	Υπεαρμονικός συντονισμός κύριου καλωδίου	49
4.3.3.3	Υποαρμονικός – εσωτερικός συντονισμός κύριου καλωδίου	51
4.3.3.4	Παραμετρικός συντονισμός αναρτήρων	54
4.4	ΑΝΤΙΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ	55
4.4.1	Περιγραφή φορτίου	55
4.4.2	Συντονισμοί	57
4.4.2.1	Θεμελιώδης συντονισμός κύριου καλωδίου	57
4.4.2.2	Υπεαρμονικός συντονισμός κύριου καλωδίου	60
4.4.2.3	Υποαρμονικός – εσωτερικός συντονισμός κύριου καλωδίου	62
4.5	Συμπεράσματα	63
5	ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΥΠΟ ΦΟΡΤΙΑ ΑΝΕΜΟΥ	65
5.1	ΦΟΡΤΙΑ ΑΝΕΜΟΥ	65
5.2	ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΡΕΜΑΣΤΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ ΥΠΟ ΦΟΡΤΙΑ ΑΝΕΜΟΥ	67
5.3	ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΑΝΕΜΟΥ	69
5.4	ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΓΕΦΥΡΩΝ	70
5.5	ΑΠΟΣΧΙΣΗ ΔΙΝΩΝ (VORTEX SHEDDING)	72
5.5.1	Γενικά	72
5.5.2	Γέφυρα Angus L. Macdonald	73
5.6	ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΥΠΟ ΤΥΡΒΩΔΗ ΡΟΗ	75
5.7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	85
6	ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	87
6.1	ΣΥΝΟΨΗ	87
6.2	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	88
6.3	ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ	90
7	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	91

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΓΕΦΥΡΕΣ

Από την αρχαιότητα η ανάγκη για επαφή, ανταλλαγή ιδεών και αγαθών μεταξύ ανθρώπων οδήγησε στην επινόηση και υλοποίηση έργων με σκοπό τη διευκόλυνση της επικοινωνίας. Τέτοια έργα με σκοπό τη σύνδεση δύο ή περισσότερων σημείων μέσω της υπερπήδησης φυσικών ή τεχνικών εμποδίων είναι οι γέφυρες. Οι πρώτες γέφυρες που κατασκευάστηκαν από ανθρώπους ήταν πιθανότατα μορφής απλά εδραζόμενης δοκού, αποτελούμενες από ξύλινους κορμούς, σανίδες ή λίθους [1]. Μία από τις αρχαιότερες γέφυρες που στέκονται και χρησιμοποιούνται στις μέρες μας, είναι η πέτρινη τοξωτή γέφυρα του Αρκαδικού που χρονολογείται στην Ελληνική εποχή του χαλκού (13^{ος} αιώνας π.Χ.) [2] (Εικόνα 1-1 [3]).



Εικόνα 1-1: Τοξωτή γέφυρα του Αρκαδικού, Αργολίδα, Ελλάδα [3]

Οι Ρωμαίοι χρησιμοποιώντας τσιμέντο αναδείχθηκαν στους σημαντικότερους κατασκευαστές γεφυρών της αρχαιότητας, με τοξωτές γέφυρες μεγάλης κλίμακας που στέκονται έως και σήμερα με παραδείγματα τη γέφυρα Fabricius στη Ρώμη κατασκευασμένη το 62π.Χ. [4] και τη γέφυρα της Alcántara στην Ισπανία χρονολογούμενη στις αρχές του 2^{ου} αιώνα μ.Χ. [5] (Εικόνα 1-2). Ευρωπαϊκές γέφυρες πολλαπλών τοξωτών ανοιγμάτων χρονολογούνται τουλάχιστον από το 2^ο αιώνα μ.Χ. με την γέφυρα του Τραϊανού να είναι η πρώτη γέφυρα που διέσχισε τον ποταμό Δούναβη, κατασκευασμένη από συνδυασμό ξύλου και πέτρας (Εικόνα 1-3). Αν και λειτουργική για λίγες δεκαετίες, για περισσότερα από χίλια χρόνια ήταν η μακρύτερη τοξωτή γέφυρα σε συνολικό μήκος αλλά και σε άνοιγμα τόξου. Κατασκευάστηκε το 105 μ.Χ. με εντολή του αυτοκράτορα Τραϊανού και με αρχιτέκτονα τον Απολλόδωρο της Δαμασκού [6].

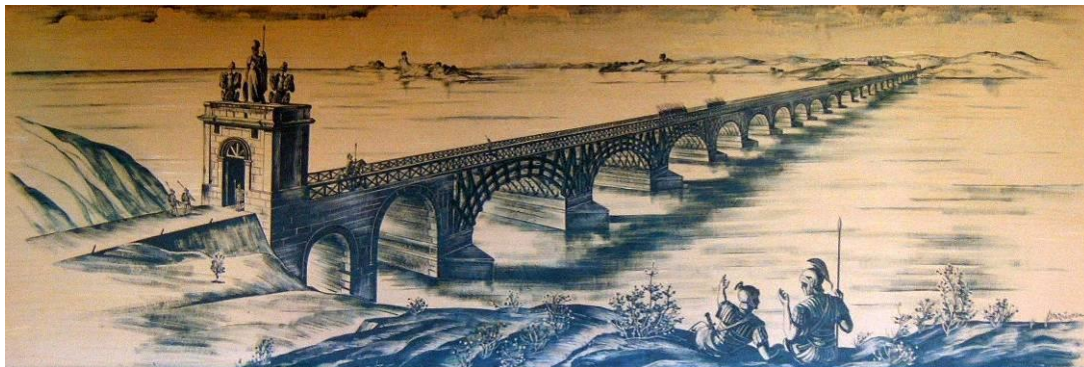


(α)



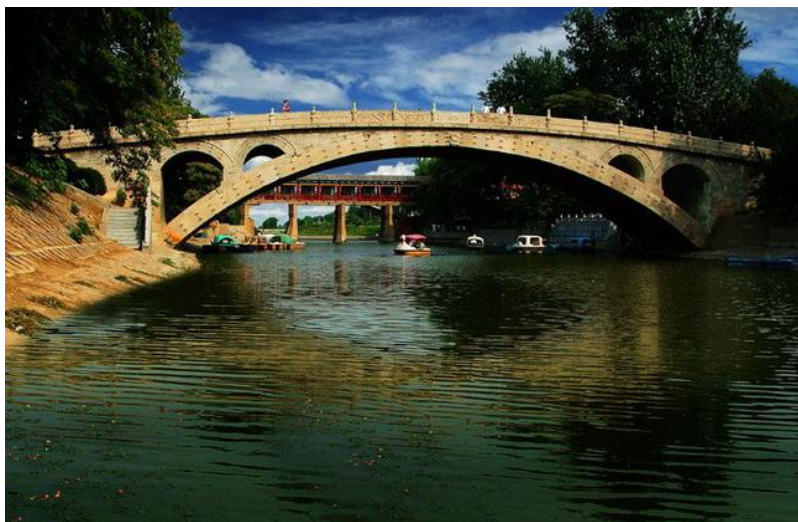
(β)

Εικόνα 1-2: Τοξωτές γέφυρες (α) γέφυρα Fabricius, Rome, Ιταλία [4], (β) γέφυρα της Alcántara, Alcántara, Ισπανία [5]



Εικόνα 1-3: Καλλιτεχνική απεικόνιση της γέφυρας του Τραϊανού, Drobeta-Turnu Severin, Ρουμανία [6]

Η χρήση πέτρινων τοξωτών γεφυρών ήταν ευρέως διαδεδομένη ώστε η κατασκευή τους συνέχισε με το πέρασ των αιώνων. Στην Κίνα η παλαιότερη σωζόμενη πέτρινη γέφυρα είναι η γέφυρα Zhaozhou που χτίστηκε στα τέλη του 6^{ου} αιώνα μ.Χ. κατά τη διάρκεια της δυναστείας Sui [7] (Εικόνα 1-4 [8]). Η τοξωτή γέφυρα Αγίου Βησσαρίωνα [9], μία από τις παλαιότερες γέφυρες που διατηρούνται ακόμα στην Ελλάδα, κατασκευάστηκε στην Πύλη Τρικάλων το 1514 (Εικόνα 1-5 [10]). Το φημισμένο γεφύρι της Άρτας [11] (Εικόνα 1-6 [12]) επίσης στην Ελλάδα, κατασκευάστηκε το 1612 και εξακολουθεί να χρησιμοποιείται έως τις μέρες μας. Μνημείο κληρονομιάς της Αυστραλίας, αποτελεί η γέφυρα Richmond που κατασκευάστηκε το 1825 στην Tasmania της Αυστραλίας (Εικόνα 1-7) [13].



Εικόνα 1-4: Γέφυρα Zhaozhou, Zhao county, Κίνα [8]



Εικόνα 1-5: Γέφυρα Αγίου Βησσαρίωνα, Τρίκαλα, Ελλάδα [10]



Εικόνα 1-6: Γεφύρι της Άρτας, Άρτα, Ελλάδα [12]



Εικόνα 1-7: Γέφυρα Richmond, Tasmania, Αυστραλία [13]

Παράλληλα, υπάρχουν αναφορές για κατασκευή γεφυρών στην Ινδία με χρήση μπαμπού κατά τον 4^ο αιώνα μ.Χ και αργότερα πλεγμένων αλυσίδων από σίδηρο [14]. Σχοινογέφυρες χρησιμοποιήθηκαν από τον πολιτισμό των Ίνκας στην οροσειρά των Άνδεων στη Νότια Αμερική λίγο πριν τον Ευρωπαϊκό αποικισμό τον 16^ο αιώνα, γέφυρες που αποτελούν τον πρόγονο των κρεμαστών γεφυρών και που ακολουθούν μία παράδοση κατάρτησης και επαναδημιουργίας κάθε χρόνο μέχρι και σήμερα [1]. Η τελευταία σωζόμενη σχοινογέφυρα των Ίνκας είναι η Queshuachaca (Εικόνα 1-8), η οποία διασχίζει τον ποταμό Arurimas στο Περού και ανακατασκευάζεται κάθε Ιούνιο [15]. Τέτοιας μορφής γέφυρες χρησιμοποιούνται μέχρι σήμερα κυρίως ως πεζογέφυρες όπως η γέφυρα Capilano [16] στο Vancouver του Καναδά που παρουσιάζεται στην Εικόνα 1-9 [17].



Εικόνα 1-8: Σχοινογέφυρα Queshuachaca, Canas Province, Περού [15]



Εικόνα 1-9: Κρεμαστή γέφυρα Capilano, Vancouver, Καναδάς [17]

Κατά τον 18^ο αιώνα στην Ευρώπη υπήρξαν πολλές καινοτομίες στο σχεδιασμό ξύλινων γεφυρών από τους Hans Ulrich Grubenmann, Johannes Grubenmann και άλλους [1], [18]. Το 1716 γράφτηκε το πρώτο βιβλίο για τη μηχανική της γέφυρας "Traité des ponts" [19] από τον Hubert Gautier [20]. Με τη βιομηχανική επανάσταση κατά τον 18^ο και 19^ο αιώνα αναπτύχθηκαν δικτυωτά συστήματα από κατεργασμένο σίδηρο για μεγάλες σε μήκος γέφυρες. Το 1779 με την ανέγερση της τοξωτής σιδερένιας γέφυρας στο Shropshire της Αγγλίας (Εικόνα 1-10) [21] χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά χυτοσίδηρος ενώ με την έλευση του χάλυβα, ο οποίος έχει αυξημένη αντοχή σε εφελκυσμό σε σχέση με τον σίδηρο, τα εφικτά μήκη γεφύρωσης αυξήθηκαν περαιτέρω. Η γέφυρα Brooklyn (Εικόνα 1-11) κεντρικού ανοίγματος 486m που κατασκευάστηκε το 1883, είναι η πρώτη γέφυρα που στο υβριδικό σύστημα καλωδίωσης της γίνεται χρήση χάλυβα [22].



Εικόνα 1-10: Πρώτη σιδηρά τοξωτή γέφυρα, Shropshire, Αγγλία [21]



Εικόνα 1-11: Γέφυρα Brooklyn, New York, ΗΠΑ [22]

Με την εμφάνιση του σκυροδέματος στο δεύτερο μισό του 19^{ου} αιώνα και του οπλισμένου σκυροδέματος στις αρχές του 20^{ου} αιώνα, άρχισε η μαζική κατασκευή γεφυρών διαφόρων τύπων εξαιτίας της λειτουργικότητας και οικονομίας που προσφέρει το σκυρόδεμα. Παραδείγματα τοξωτών γεφυρών στην Αγγλία όπως φαίνονται στην Εικόνα 1-12 είναι η γέφυρα Royal Tweed κατασκευασμένη το 1928 με μέγιστο άνοιγμα τόξου 108m [23] και η γέφυρα Waterloo με μέγιστο άνοιγμα τόξου 71m που διασχίζει τον ποταμό Thames και κατασκευάστηκε το 1942 [24], [25]. Γέφυρες μορφής δοκού

παρουσιάζονται στην Εικόνα 1-13. Η γέφυρα Nunn (1948) μήκους 21m, είναι η πρώτη γέφυρα που κατασκευάστηκε στη Βρετανία με χρήση προέντασης στο εργοτάξιο [26], [27] ενώ η γέφυρα Northam (1954) συνολικού μήκους 148m είναι η πρώτη μείζονος σημασίας γέφυρα που κατασκευάστηκε με προεντεταμένο σκυρόδεμα στο Ηνωμένο Βασίλειο [28], [29].



(α)



(β)

Εικόνα 1-12: Γέφυρες σκυροδέματος (α) Γέφυρα Royal Tweed, Northumberland, Αγγλία (1928) [23] (β) Γέφυρα Waterloo, London, Αγγλία (1942) [25]



(α)



(β)

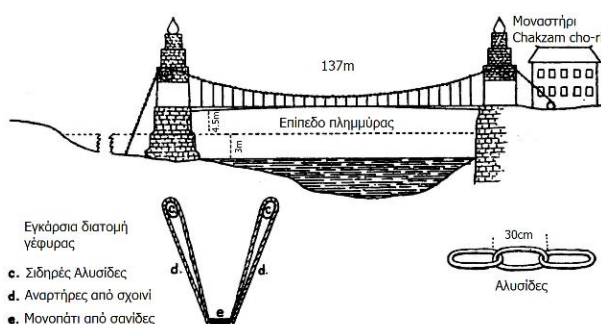
Εικόνα 1-13: (α) Γέφυρα Nunn's, Boston, Αγγλία (1948) [27] (β) Γέφυρα Northam, Southampton, Αγγλία (1954) [29]

Υπάρχουν πολλές διαφορετικές μορφές γεφύρωσης που εξυπηρετούν έναν συγκεκριμένο σκοπό και είναι ευνοϊκές σε διαφορετικές καταστάσεις. Οι μορφές των γεφυρών ποικίλλουν ανάλογα με τη λειτουργία της γέφυρας, τη φύση του εδάφους όπου κατασκευάζεται και αγκυρώνεται η γέφυρα, το υλικό που χρησιμοποιείται για την κατασκευή της και το κόστος για την κατασκευή του. Τύποι γεφυρών επιγραμματικά είναι γέφυρες με κατάστρωμα μορφής δοκού ή δικτυώματος, τοξωτές γέφυρες με το κατάστρωμα να τοποθετείται πάνω από το τόξο ή με αναρτημένο κατάστρωμα που συμπεριφέρεται ως ελκυστήρας, καλωδιωτές και κρεμαστές γέφυρες.

1.2 ΚΡΕΜΑΣΤΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ

Για τη ζεύξη μεγάλων ανοιγμάτων (>400m) συνήθης τύπος γεφυρών είναι οι κρεμαστές γέφυρες. Οι πρώτες κρεμαστές γέφυρες όπως παρουσιάστηκε στην Εικόνα 1-8 ήταν κατασκευασμένες από δύο κυρίως σχοινιά που ένωναν τις πλευρές μια χαράδρας, ενώ το κατάστρωμα μορφωνόταν από ξύλινες σανίδες και κρεμόταν από τα κυρίως σχοινιά μέσω δευτερευόντων σχοινιών. Κρεμαστές γέφυρες με χρήση αλυσίδων σιδήρου κατασκευάστηκαν στην Κίνα και στην Ινδία τον 15^ο αιώνα μ.Χ [30]. Η

γέφυρα Chakzam στο Θιβέτ [31] (Εικόνα 1-14α [32]) όταν κατασκευάστηκε το 1430 από τον θιβετιανό άγιο και οικοδόμο Thangtong Gyalpo ήταν η μοναδική κρεμαστή γέφυρα στον κόσμο. Η τελευταία διασωθείσα γέφυρα του Gyalpo ήταν η γέφυρα Thangtong Gyalpo [30] που τελικά καταστράφηκε το 2004 (Εικόνα 1-14β [33]).



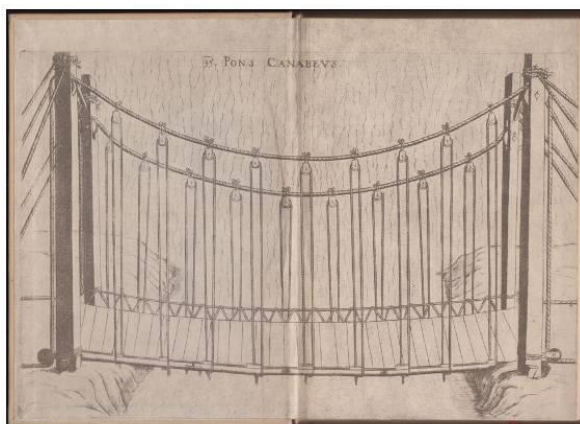
(α)



(β)

Εικόνα 1-14: Κρεμαστές γέφυρες του Gyalpo (α) Απεικόνιση της γέφυρας Chakzam [32] (β) Γέφυρα Thangtong Gyalpo [33]

Στην Ευρώπη εμφανίστηκαν αναφορές σε κρεμαστές και καλωδιωτές γέφυρες τον 16^ο αιώνα [34] σε σχέδια του ευρυμαθή επισκόπου Fausto Veranzio (Εικόνα 1-15) [35]. Η μορφή και ο τρόπος κατασκευής τέτοιων γεφυρών αναπτύχθηκε περαιτέρω τον 18^ο αιώνα. Η πρώτη κρεμαστή γέφυρα με σιδηρές αλυσίδες που ενσωμάτωσε τα αναγκαία δομικά στοιχεία σύγχρονων κρεμαστών γεφυρών, κατασκευάστηκε στις ΗΠΑ το 1801 από τον James Finley [36]. Στις πρώτες βρετανικές κρεμαστές γέφυρες με σιδηρές αλυσίδες περιλαμβάνονται η γέφυρα Union Bridge (1820) ανοίγματος 137m (Εικόνα 1-16α) [37], η γέφυρα Menai (1826) ανοίγματος 176m (Εικόνα 1-16β) [38], η γέφυρα Marlow (1832) ανοίγματος 72m (Εικόνα 1-16γ) [39] και η γέφυρα Clifton (1864) ανοίγματος 214m (Εικόνα 1-16δ) [40].



(α)



(β)

Εικόνα 1-15: Σχέδια (α) κρεμαστών και (α) καλωδιωτών γεφυρών του Veranzio (1595) [35]



(α)



(β)



(γ)



(δ)

Εικόνα 1-16: Κρεμαστές γέφυρες από σιδηρές αλυσίδες στη Μεγάλη Βρετανία (α) Γέφυρα Union Bridge (1820) [37] (β) Γέφυρα Menai (1826) [38] (γ) Γέφυρα Marlow (1832) [39] (δ) Γέφυρα Clifton (1864) [40]

Αν και οι κατεργασμένες σιδηρές αλυσίδες χρησιμοποιούνταν στα μέσα του 18^{ου} αιώνα, η παραγωγή του χάλυβα οδήγησε στη χρήση καλωδίων αποτελούμενα από κλώνους σύρματος και στη ραγδαία αύξηση των κεντρικών ανοιγμάτων κατά τον 20^ο αιώνα. Η γέφυρα Benjamin Franklin [41] (Εικόνα 1-17α [42]) στη Philadelphia των ΗΠΑ με κεντρικό άνοιγμα 534m κατασκευάστηκε το 1926 αλλά μέσα σε πέντε χρόνια, το 1931 με την κατασκευή της γέφυρας George Washington [43] (Εικόνα 1-17β [44]) κεντρικού ανοίγματος 1067m στη New York το εφικτό μήκος κεντρικών ανοιγμάτων είχε πρακτικά διπλασιαστεί. Η ανάπτυξη συνεχίστηκε με την παγκοσμίου φήμης γέφυρα Golden Gate [45] (Εικόνα 1-17γ) το 1937 ανοίγματος 1280m στην California, την γέφυρα Humber [46] (Εικόνα 1-17δ [47]) ανοίγματος 1410m στο Yorkshire της Μεγάλης Βρετανίας και τελικά με την γέφυρα Akashi Kaikyō [48] (Εικόνα 1-17ε [49]) στο Kobe της Ιαπωνίας το 1998 με το μεγαλύτερο κεντρικό άνοιγμα αυτή τη στιγμή στον κόσμο στα 1991m.



(α)



(β)



(γ)



(δ)



(ε)

Εικόνα 1-17: Ιστορικές κρεμαστές γέφυρες μεγάλων ανοιγμάτων (α) Γέφυρα Benjamin Franklin (1926) [42] (β) Γέφυρα George Washington (1936) [44] (γ) Γέφυρα Golden Gate (1937) [45] (δ) Γέφυρα Humber (1981) [47] (ε) Γέφυρα Akashi Kaikyō (1998) [49]

1.3 ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΡΕΜΑΣΤΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ

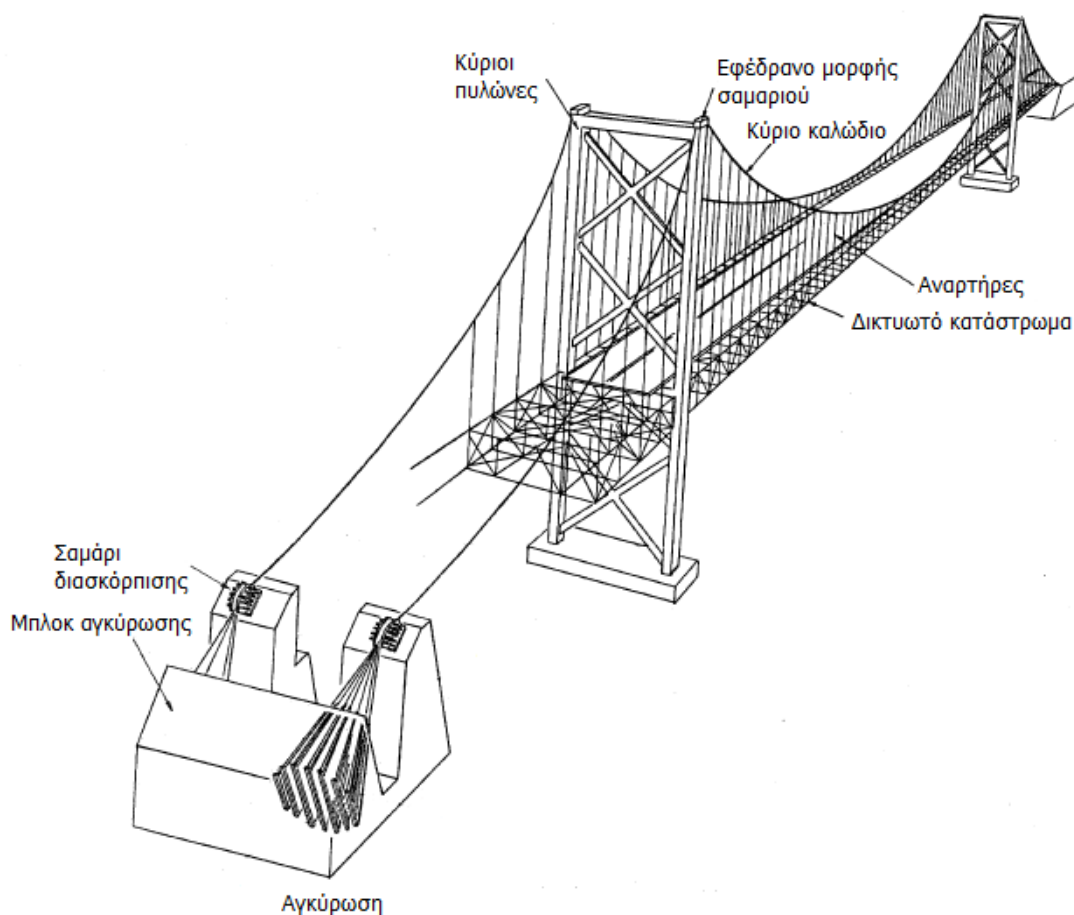
Τα λειτουργικά φορτία μιας κρεμαστής γέφυρας εφαρμόζονται στο κατάστρωμα, μεταφέρονται μέσω των αναρτήρων στα κυρίως καλώδια, τα οποία με τη σειρά τους τα μεταβιβάζουν στις αγκυρώσεις τους στα άκρα της γέφυρας και στους ενδιάμεσους πυλώνες που τα μεταφέρουν στη θεμελίωσή τους

και κατά συνέπεια στο έδαφος. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 1-18 τα δομικά στοιχεία των σύγχρονων κρεμαστών γεφυρών είναι [30]:

- Το κατάστρωμα: Διαμήκεις κατασκευές που φέρουν και μεταβιβάζουν φορτία κυκλοφορίας στους αναρτήρες. Μπορούν να μορφωθούν ως δύσκαμπτη δοκός ή ως δικτύωμα. Η στατική συμπεριφορά του κατασρώματος είναι αυτή μιας συνεχούς δοκού επί ελαστικών στηρίξεων με ισοδύναμες ελαστικές στηρίξεις τους αναρτήρες.
- Αναρτήρες: Κατακόρυφα στοιχεία με αντίσταση μόνο σε εφελκυστικά φορτία. Ο ρόλος τους είναι η μεταφορά των φορτίων από το κατάστρωμα στα κύρια καλώδια.
- Τα κύρια καλώδια: Ζευγάρι παράλληλων καλωδίων αποτελούμενα από δέσμες παράλληλων χαλύβδινων συρμάτων. Κρέμονται από τους πυλώνες και αγκυρώνονται στα άκρα τους εξωτερικά των πυλώνων, σχηματίζοντας στο κεντρικό άνοιγμα γεωμετρία αλυσοειδούς μορφής, που χαρακτηρίζεται από το αρχικό του βέλος που ονομάζεται κρέμαση. Εκτός από το ίδιο βάρος τους παραλαμβάνουν τα φορτία από το κατάστρωμα μέσω των αναρτήρων και τα μεταφέρουν στους πυλώνες. Τα στοιχεία αυτά βρίσκονται διαρκώς σε εφελκυσμό. Η διατμητική, καμπτική και θλιπτική αντοχή τους είναι αμελητέα. Η αποδοτικότητα των κύριων καλωδίων στην παραλαβή φορτίων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την κρέμασή τους. Έτσι αυξημένη κρέμαση προσδίδει περισσότερη δυσκαμψία στο σύστημα.
- Αγκυρώσεις: Πελώριοι όγκοι σκυροδέματος ενσωματωμένοι στο έδαφος που χρησιμοποιούνται για την αγκύρωση των κύριων καλωδίων. Σκοπός τους είναι η μεταβίβαση των οριζόντιων δυνάμεων των κύριων καλωδίων στο έδαφος, πρακτικά λειτουργώντας ως ακραίες στηρίξεις της γέφυρας.
- Πυλώνες (ή πύργοι): Ενδιάμεσες κατακόρυφες κατασκευές που στηρίζουν τα κύρια καλώδια και μεταφέρουν τα φορτία της γέφυρας στο έδαφος. Στη θέση στηρίξεων των κύριων καλωδίων τοποθετούνται κύλιστρα που επιτρέπουν την οριζόντια μετακίνηση των καλωδίων, αλλά δεσμεύουν την κατακόρυφη. Η κύρια καταπόνηση των πυλώνων είναι θλιπτική. Εξαιτίας του γεγονότος ότι τα κύρια καλώδια τους προσδίδουν πλευρική ευστάθεια, οι πυλώνες είναι εφικτό να κατασκευάζονται αρκετά λεπτοί.

Δευτερεύοντα στοιχεία που δε συμμετέχουν ενεργά στην παραλαβή φορτίων αλλά είναι κατασκευαστικά σημαντικά είναι:

- Εφέδρανο μορφής σαμαριού: Τα κύρια καλώδια εδράζονται στην κορυφή των πυλώνων σε εφέδρανα μορφής σαμαριού (κυλίστρες). Σκοπός των εφεδράνων αυτών είναι η εξασφάλιση ελευθερίας κίνησης των κύριων καλωδίων στη διεύθυνση του μήκους τους ώστε να μετριάζονται τυχόν οριζόντιες δυνάμεις στους πυλώνες κατά τη διεύθυνση αυτή.
- Σαμάρι διασκόρπισης: Είναι κατασκευές ενσωματωμένες στο μπλοκ αγκύρωσης, τις οποίες διαπερνούν τα κύρια καλώδια. Σκοπός τους είναι η διασκόρπιση των κυρίων καλωδίων σε πολλαπλές δέσμες μικρότερης επιφάνειας καλωδίων. Οι δυνάμεις που μεταφέρουν τα κύρια καλώδια εκτείνονται έτσι σε μεγαλύτερη επιφάνεια με αποτέλεσμα την αποφυγή αυξημένων συγκεντρώσεων τάσεων.



Εικόνα 1-18: Δομικά στοιχεία κρεμαστής γέφυρας [34]

1.4 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

Τα πλεονεκτήματα των κρεμαστών γεφυρών έναντι άλλων τύπων γεφυρών μεγάλων ανοιγμάτων, όπως καλωδιωτών ή τοξωτών γεφυρών ή συστημάτων από προεντεταμένο σκυρόδεμα είναι τα εξής:

- Ενώ στα συνήθη συστήματα γεφυρών, το άνοιγμα της γέφυρας καθορίζεται από βάθρο σε βάθρο, στις κρεμαστές γέφυρες, το άνοιγμα του καταστρώματος περιορίζεται μεταξύ αναρτήρων, μειώνοντας σημαντικά την απαίτηση σε υλικό. Έτσι είναι εφικτή η σύνδεση μεγαλύτερων σε μήκος κεντρικών ανοιγμάτων σε σχέση με άλλους τύπους γεφυρών. Ενδείκνυνται για ανοίγματα μεγαλύτερα των 400m, ενώ για μεγαλύτερα των 1000m η χρήση τους είναι επιβεβλημένη.
- Απαιτείται περιορισμένη πρόσβαση από χαμηλότερο επίπεδο κατά την κατασκευή. Κατά συνέπεια, αν η γέφυρα διασχίζει ποταμό ή θάλασσα, μπορεί να επιτραπεί η κυκλοφορία στο υδάτινο δίκτυο κατά τη διάρκεια της κατασκευής, ενώ αν διασχίζει κοιλάδα δεν απαιτούνται εκτεταμένες προσωρινές κατασκευές για την ανέγερσή της ή ικριώματα μεγάλου ύψους που θα καθιστούσαν το κόστος της κατασκευής εξαιρετικά υψηλό.
- Ως καλωδιωτή κατασκευή θεωρείται εύκαμπτη και κατά συνέπεια λόγω του περιορισμένου βάρους και της μικρής δυσκαμψίας του συστήματος έχει καλύτερη συμπεριφορά σε σεισμό σε σχέση με βαρύτερες και πιο δύσκαμπτες γέφυρες, π.χ. γέφυρες από προεντεταμένο σκυρόδεμα.
- Δεδομένου ότι η συμπεριφορά των καλωδίων και των πυλώνων υπόκεινται σε καθαρά αξονικά φορτία (εφελκυσμό και θλίψη αντίστοιχα) επιτυγχάνεται η βέλτιστη εκμετάλλευση των υλικών που οδηγεί σε μειωμένο κόστος κατασκευής.

Τα μειονεκτήματα των κρεμαστών γεφυρών έναντι άλλων τύπων γεφυρών παρουσιάζονται στη συνέχεια:

- Λόγω της σημαντικά μειωμένης δυσκαμψίας παρουσιάζουν έντονες ταλαντώσεις σε ισχυρούς ανέμους.
- Δεν ενδείκνυνται για χρήση σιδηροδρομικής κυκλοφορίας που χαρακτηρίζεται από μηδαμινές ανοχές σε παραμορφώσεις.

1.5 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η ικανότητα των κρεμαστών γεφυρών ως εύκαμπτες καλωδιωτές κατασκευές μεγάλου μήκους να προσαρμόζουν το σχήμα τους ανάλογα με τα φορτία που φέρουν, τις καθιστά γεωμετρικά μη γραμμικές, με αποτέλεσμα να απαιτείται μη γραμμική ανάλυση για την εύρεση της ακριβούς γεωμετρίας και συμπεριφοράς τους. Η απόκρισή τους σε δυναμικά φορτία και ιδιαίτερα σε φορτίσεις εξαιτίας ανέμου είναι το σημαντικότερο κριτήριο με βάση το οποίο γίνεται ο σχεδιασμός τους. Σε καλωδιωτές κατασκευές εξαιτίας της μη γραμμικότητας είναι δυνατή η εμφάνιση μη γραμμικών δυναμικών φαινομένων και δευτερευόντων συντονισμών κατά τη διέγερσή τους, φαινόμενα συντονισμού που δεν εμφανίζονται σε συνηθείς κατασκευές.

Αυτή η μεταπτυχιακή εργασία εστιάζεται στο κύριο καλώδιο της κρεμαστής γέφυρας Angus L. Macdonald που διασχίζει το λιμάνι Halifax στον Καναδά κατά την κατακόρυφη κίνηση. Σκοπός είναι μέσω της χρήσης λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων, η αναγνώριση τέτοιων φαινομένων στη γέφυρα, η δυνατότητα εμφάνισής τους υπό φορτία ανέμου αλλά και η δριμύτητα της επιρροής τους στο κύριο καλώδιο της κρεμαστής γέφυρας αλλά και στη λειτουργικότητά της.

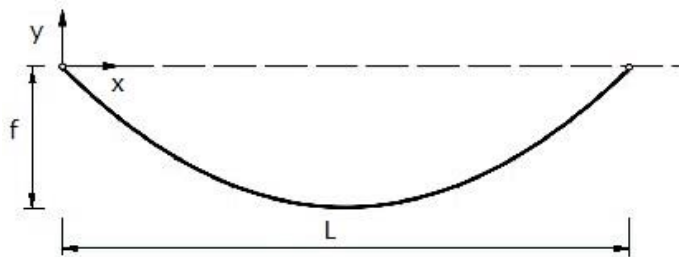
1.6 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η εργασία είναι χωρισμένη σε επτά κεφάλαια. Αρχικά στο κεφάλαιο 1 γίνεται μία παρουσίαση γεφυρών και ειδικά ιστορική αναδρομή αλλά και χαρακτηριστικά των κρεμαστών γεφυρών. Στο κεφάλαιο 2 πραγματοποιείται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση στη μελέτη δυναμικών χαρακτηριστικών καλωδίων και κρεμαστών γεφυρών. Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται ο φορέας της κρεμαστής γέφυρας Angus L. Macdonald καθώς και το προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων που την αναπαριστά και κατασκευάζεται για τη διερεύνηση της εργασίας. Το κεφάλαιο 4 περιέχει μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις της αναφερθείσας γέφυρας υπό αρμονικά φορτία συμμετρικής και αντισυμμετρικής κατανομής. Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται η επιρροή των φορτίων ανέμου σε κρεμαστές γέφυρες και ειδικά η μελέτη των φαινομένων απόσχισης δινών και ταλάντωσης εξαιτίας ανεμοριπών στην κρεμαστή γέφυρα Angus L. Macdonald. Στο κεφάλαιο 6 γίνεται μία σύνοψη της εργασίας, παρουσιάζονται βασικά συμπεράσματα και δίνονται προτάσεις για μελλοντική έρευνα, ενώ το κεφάλαιο 7 περιέχει βιβλιογραφία.

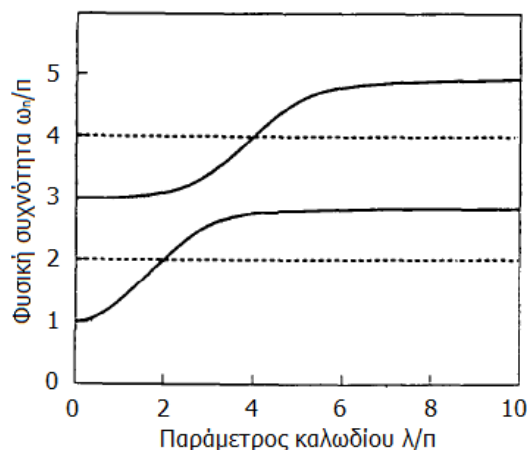
2 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΛΩΔΙΩΝ

2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Με την ανάπτυξη αναλυτικών μεθόδων της μηχανικής και των μαθηματικών τον 18^ο αιώνα, ένα από τα πρώτα φυσικά συστήματα στα οποία εφαρμόστηκαν αυτές οι μέθοδοι ήταν η δυναμική συμπεριφορά χορδών. Στοιχεία του προβλήματος παρουσιάστηκαν από τους Taylor, D'Alembert, Euler και Bernoulli [50], [51]. Στα πρώιμα στάδια της θεωρίας των μερικών διαφορικών εξισώσεων ο Lagrange ως το 1788 είχε φτάσει σε λύσεις διαφορετικού βαθμού πληρότητας για το πρόβλημα ταλαντώσεων μη εκτατής αβαρούς χορδής στηριζόμενης στα άκρα της με πολλαπλά βαρίδια αναρτώμενα σε αυτή. Ως μη εκτατό θεωρείται ένα σύστημα που δεν παραμορφώνεται κατά την αξονική του διεύθυνση [51]. Μία από τις σημαντικότερες συνεισφορές στη θεωρία ταλαντώσεων καλωδίων έγινε το 1820 όταν ο Poisson παρουσίασε μερικές διαφορικές εξισώσεις σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων για την κίνηση καλωδιωτού στοιχείου υπό γενικευμένες δυνάμεις [51]. Προσεγγιστικές λύσεις των συμμετρικών κατακόρυφων ταλαντώσεων μη εκτατού αναρτημένου καλωδίου μικρής αλλά αισθητής κρέμασης, δόθηκαν από τον Rohrs σε συνεργασία με τον Stokes (1851) [52]. Ο Routh (1868) έδωσε ακριβή λύση για τις συμμετρικές κατακόρυφες ταλαντώσεις μη εκτατού καλωδίου με κυκλοιδή γεωμετρία κρέμασης και έδειξε ότι για χαμηλούς λόγους κρέμασης προς άνοιγμα προέκυπτε η λύση του Rohrs [53]. Με την κατάρρευση της γέφυρας Tacoma Narrows το 1940 η έρευνα συνεχίστηκε με τους Rannie & Von Karman (1941) [54], Bleich και άλλους (1950) [55]. Το 1949 ο Pugsley πρότεινε μία ημιεμπειρική θεωρία για τις ιδιοσυχνότητες των τριών πρώτων ιδιομορφών καλωδίων με σημαντική κρέμαση f ($1:10 \leq \text{λόγος κρέμασης προς άνοιγμα } f/L \leq 1:4$) όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-1 [56]. Επίσης, το 1953 θεωρώντας το καλώδιο ως μη εκτατό, οι Saxton και Cahm έδωσαν θεωρητικές λύσεις για καλώδια με σημαντική κρέμαση, μεγαλύτερη του 1:10 [57]. Το 1966 ο Simpson μελέτησε την κίνηση εντός επιπέδου ενός τεντωμένου καλωδίου και προσδιόρισε τις ιδιοσυχνότητες καλωδίων πολλαπλών ανοιγμάτων σε ενσύρματα δίκτυα [58].

Εικόνα 2-1: Αναρτημένο καλώδιο ανοίγματος L και κρέμασης f

Οι Irvine και Caughey το 1974 απέδειξαν ότι η ταλάντωση συμμετρικής μορφής ενός καλωδίου με κρέμαση εξαρτάται από έναν αδιαστατοποιημένο συντελεστή λ^2 που εξαρτάται από τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά του καλωδίου [59]. Για συγκεκριμένες τιμές αυτού του συντελεστή, εμφανίζονται τα λεγόμενα σημεία διασταύρωσης που φαίνονται στο φάσμα συχνοτήτων ελαστικού καλωδίου μικρής κρέμασης και ισόπεδες στηρίξεις, στην Εικόνα 2-2. Με συνεχή γραμμή φαίνονται οι ιδιοσυχνότητες των συμμετρικών ιδιομορφών ενώ με διακεκομμένη αυτές των αντισυμμετρικών. Στα σημεία αυτά οι ιδιοσυχνότητες των συμμετρικών και αντισυμμετρικών ιδιομορφών εντός επιπέδου συμπίπτουν. Τα επόμενα χρόνια ο Irvine επέκτεινε τη θεωρία ώστε να περιλαμβάνει και επικλινή καλώδια [60] ενώ συνέβαλε και στην έρευνα της απόκρισης καλωδίων στην περίπτωση μετακινήσεων των στηρίξεών τους [61]. Η έρευνα σε επικλινή καλώδια συνέχισε με τον Τριανταφύλλου (1984) που έλαβε υπόψη και τη χωρική μεταβλητότητα της δυναμικής τάσης και της συνιστώσας του βάρους παράλληλα με τη χορδή [62]. Μαζί με τον Burgess έδειξαν ότι η έλλειψη συμμετρίας σε επικλινή καλώδια, απαγορεύει την ύπαρξη δύο ομάδων ιδιομορφών που συνεπάγεται τη μη ύπαρξη σημείων διασταύρωσης [63]. Η έρευνα στη δυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ καλωδίων και άλλων συστημάτων συνέχισε μέσω της μελέτης κίνησης καλωδίου εξαιτίας μετακινήσεων στις στηρίξεις με τους Davenport, Steels (1965) [64], Veletsos και Darbre που έδωσαν κλειστό τύπο της οριζόντιας δυναμικής δυσκαμψίας καλωδίου [65]. Ο Starossek έδωσε ολοκληρωμένη γραμμική θεωρία κίνησης καλωδίου με απόσβεση εξαιτίας μετακινήσεων στις στηρίξεις [66], [67]. Οι Hagedorn και Schäfer έδειξαν ότι η γεωμετρική μη γραμμικότητα είναι σημαντική στον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων κίνησης εντός επιπέδου ενός ελαστικού καλωδίου [68]. Ο Perkins το 1992 μελέτησε τη μη γραμμική απόκριση τρισδιάστατου ελαστικού κρεμαστού καλωδίου και την αλληλεπίδραση μεταξύ κίνησης εντός και εκτός επιπέδου αναλυτικά και πειραματικά [69]. Πιο πρόσφατα η έρευνα συνεχίζεται για πιο περίπλοκες μορφές καλωδίωσης, όπως ζώνες μετάδοσης κίνησης ([70]-[72]), αλλά και περιστρεφόμενα τεττωμένα σύρματα [73].

Εικόνα 2-2: Ιδιοσυχνότητες των τεσσάρων πρώτων εντός επιπέδου ιδιομορφών έναντι λ/π [69]

2.2 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

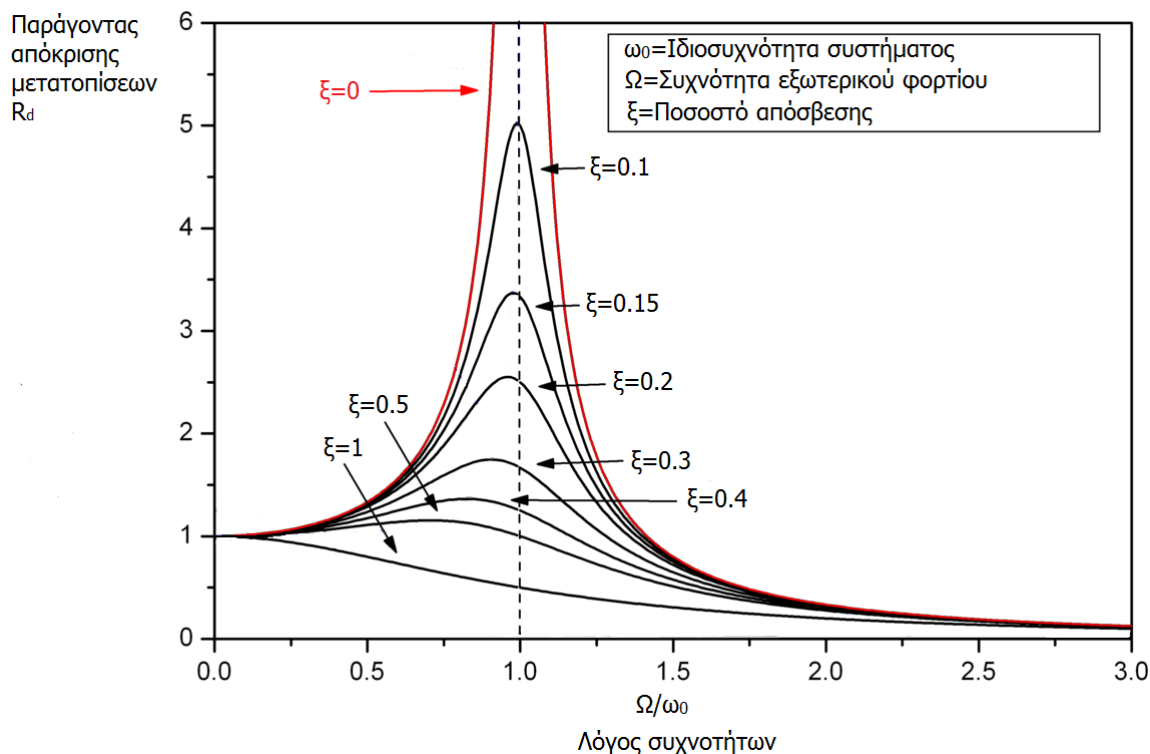
Τα αναρτημένα καλώδια είναι ελαφριά, εύκαμπτα δομικά στοιχεία, προς χρήση σε διάφορους κλάδους της μηχανικής. Ο κύριος μηχανισμός μεταφοράς φορτίων στη θεμελίωση ή το σύστημα ανάρτησης είναι μέσω εφελκυστικών τάσεων χωρίς να επιτρέπεται η θλίψη ή η κάμψη. Η παραλαβή φορτίων από τα καλώδια συνεπάγεται αισθητές παραμορφώσεις καθώς προσαρμόζονται σε αλλαγές των εξωτερικών φορτίων αλλάζοντας τη γεωμετρία τους, παρά με αύξηση των αναπτυσσόμενων τάσεων [74]. Η μεταβολή της γεωμετρίας και η προκύπτουσα μεταβολή της δυσκαμψίας τους καθιστούν την απόκρισή τους σε στατικά και κυρίως δυναμικά φορτία μη γραμμική, με αποτέλεσμα την εμφάνιση μη γραμμικών δυναμικών φαινομένων που δεν παρουσιάζονται σε συμβατικές δύσκαμπτες κατασκευές [75]. Ο εντοπισμός τέτοιων φαινομένων είναι χρονοβόρος, αλλά απαραίτητος προκειμένου να μελετήσουμε τέτοιες κατασκευές, καθώς η εμφάνιση ενός τέτοιου φαινομένου είναι δυνατόν να οδηγήσει σε μεγάλες παραμορφώσεις ή και αστοχία της κατασκευής.

Εξαιτίας της γεωμετρικής μη γραμμικότητας η δυσκαμψία καλωδίων εξαρτάται από την παραμόρφωσή τους, οπότε μια καλωδιωτή κατασκευή δεν είναι δυνατόν να αναλυθεί με βάση την αρχική της γεωμετρία, αλλά με τη γεωμετρία που αποκτά σε κάθε στιγμή μεταβολής του φορτίου. Αυτό σημαίνει ότι οι εσωτερικές δυνάμεις δεν σχετίζονται γραμμικά με το εξωτερικό φορτίο και η αρχή της επαλληλίας δεν ισχύει [76]. Για πολυβάθμια συστήματα δεν είναι εύκολο να βρεθεί αναλυτική λύση στατικής ισορροπίας και είναι απαραίτητη αριθμητική ανάλυση λαμβάνοντας υπόψη τη γεωμετρική μη γραμμικότητα. Μία από τις πιο γνωστές μεθόδους είναι η μέθοδος Newton-Raphson [77], που πήρε το όνομά της από το Isaac Newton και τον Joseph Raphson. Τα φορτία εφαρμόζονται σταδιακά έως την επίτευξη σύγκλισης, ενώ η δυσκαμψία υπολογίζεται σε κάθε επανάληψη στη Full Newton-Raphson ή χρησιμοποιείται η αρχική δυσκαμψία στη Modified Newton-Raphson. Η ταχύτητα της Modified Newton-Raphson είναι αυξημένη σε σχέση με τη μέθοδο Full Newton-Raphson καθώς δεν υπολογίζεται η δυσκαμψία σε κάθε βήμα αλλά διατηρείται η αρχική για κάθε επανάληψη, ωστόσο η σύγκλιση είναι βραδύτερη.

2.3 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΑΝΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΚΑΛΩΔΙΩΝ

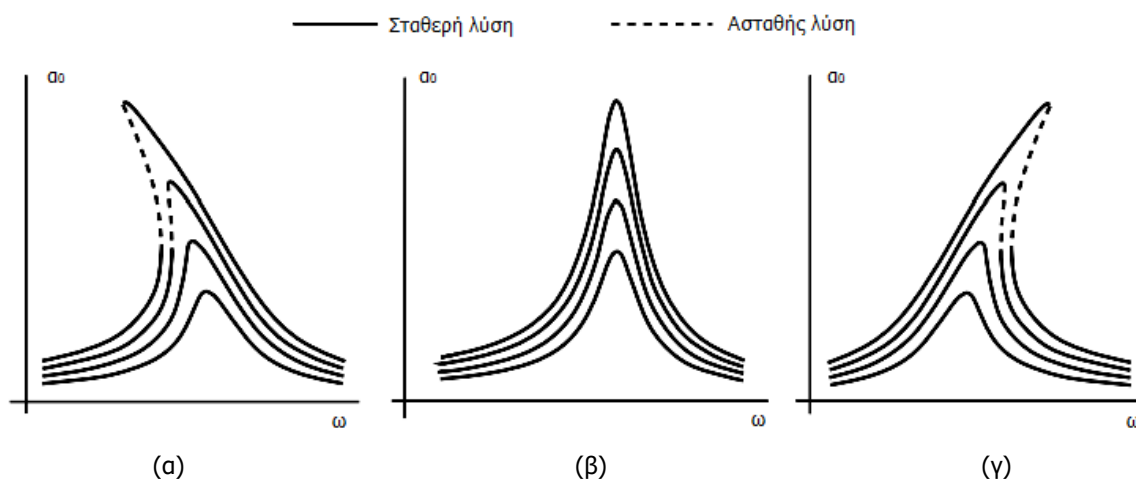
2.3.1 Μη γραμμικοί συντονισμοί

Κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωση γραμμικών συστημάτων εξαιτίας εξωτερικού αρμονικού φορτίου, όσο η τιμή της συχνότητας Ω της εξωτερικής φόρτισης πλησιάζει την ιδιοσυχνότητα του συστήματος ω_0 , το σύστημα ταλαντώνεται με διαρκώς αυξανόμενο πλάτος [78]. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται συντονισμός. Κοντά σε συχνότητες συντονισμού μικρές περιοδικές δυνάμεις είναι δυνατόν να προκαλέσουν ταλαντώσεις μεγάλου πλάτους. Στην Εικόνα 2-3 [79] ένα αντιπροσωπευτικό διάγραμμα απόκρισης παρουσιάζει τη σχέση μεταξύ παράγοντα απόκρισης μετατοπίσεων R_d και λόγου συχνοτήτων Ω/ω_0 , όπου φαίνεται το φαινόμενο του συντονισμού σε γραμμικά συστήματα. Ο παράγοντας απόκρισης μετατοπίσεων είναι ο λόγος του πλάτους μόνιμης απόκρισης $|u_d|$ υπό δυναμικά φορτία προς τη μετατόπιση u_{st} υπό στατικά φορτία. Όπως φαίνεται οι κορυφές των R_d για διάφορα ποσοστά απόσβεσης ξ συγκλίνουν στην κατακόρυφη γραμμή που διέρχεται από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος και ονομάζεται ραχοκοκαλιά. Η απόσβεση είναι μηχανικό χαρακτηριστικό όλων των συστημάτων που ορίζει τον τρόπο με τον οποίο φθίνουν οι ταλαντώσεις στα συστήματα αυτά μετά από μια διαταραχή [80]. Ιδεατά συστήματα χωρίς απόσβεση εμφανίζουν συντονισμούς απείρου πλάτους, ενώ σε φυσικά συστήματα η απόσβεση παρέχει άνω όριο στο πλάτος ταλαντώσεων με αποτέλεσμα την παροχή προστασίας του συστήματος.



Εικόνα 2-3: Καμπύλες παράγοντα απόκρισης μετατοπίσεων - λόγου συχνοτήτων σε γραμμικό σύστημα για διάφορες τιμές ποσοστού απόσβεσης ξ [79]

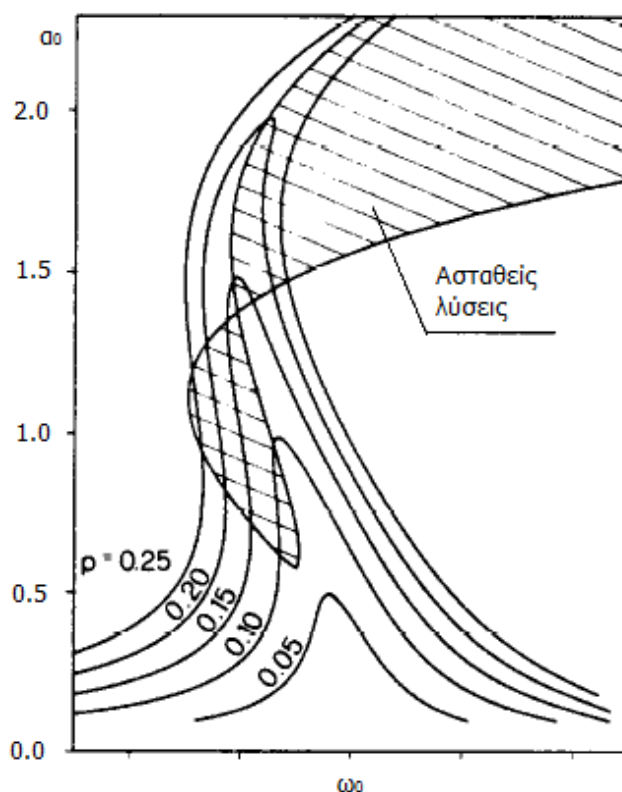
Συγκριτικά με τον συντονισμό σε γραμμικά συστήματα που φαίνεται στην Εικόνα 2-3, η ραχοκοκαλιά καλωδίων σε καμπύλες θεμελιώδους συντονισμού δεν είναι κατακόρυφη αλλά εξαρτάται από τη συμπεριφορά του καλωδίου όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-4. Η καμπύλωση του διαγράμματος προς χαμηλότερες συχνότητες ισοδυναμεί με χαλαρωτική συμπεριφορά, ενώ η καμπύλωση του διαγράμματος προς μεγαλύτερες συχνότητες δηλώνει σκλήρυνση [81]. Στην περίπτωση χαλαρωτικής συμπεριφοράς ή σκλήρυνσης εμφανίζονται περιοχές στα διαγράμματα απόκρισης που δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν καθώς αποτελούν ασταθείς λύσεις. Αυτές φαίνονται στην Εικόνα 2-4 με διακεκομμένη γραμμή.



Εικόνα 2-4: Καμπύλες πλάτους ταλάντωσης - συχνότητας για συστήματα με (α) μη γραμμική χαλαρωτική συμπεριφορά (β) γραμμική συμπεριφορά (γ) μη γραμμική συμπεριφορά με σκλήρυνση [81]

Για καλώδια με σημαντική κρέμαση, καμπύλες του θεμελιώδους συντονισμού για διαφορετικές τιμές έντασης της φόρτισης παρουσιάζονται στην Εικόνα 2-5. Η ραχοκοκαλιά των καμπυλών αυτών δεν είναι

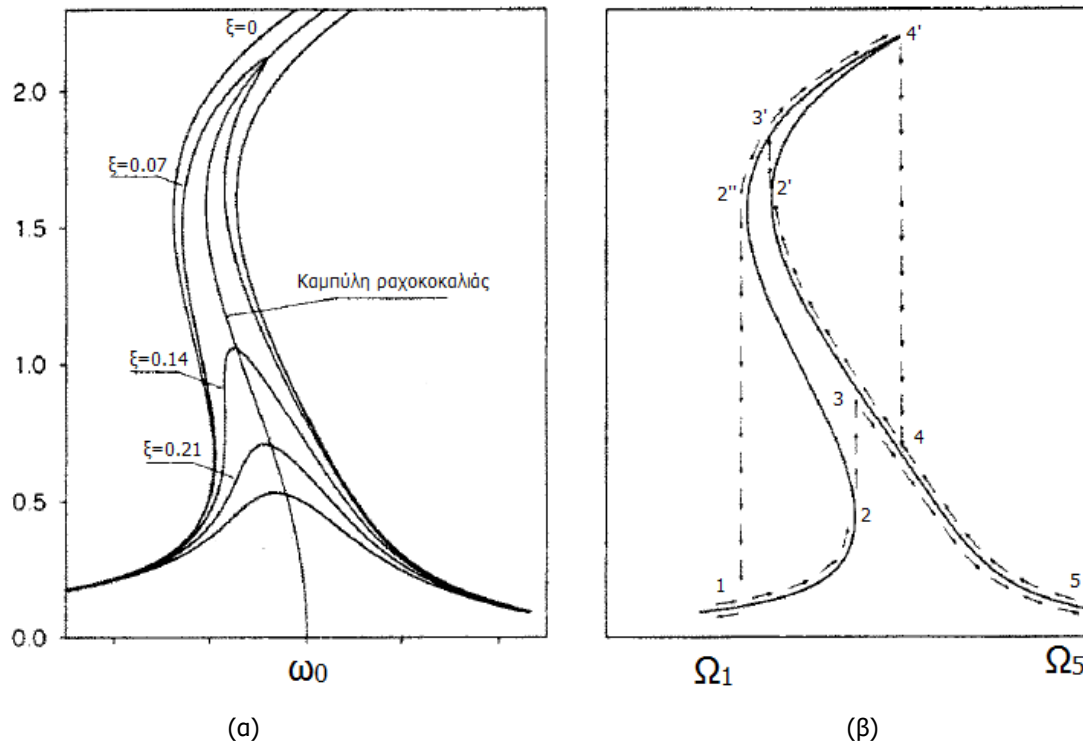
κατακόρυφη αλλά καμπυλώνεται διότι η μη γραμμική δυναμική απόκριση του καλωδίου συνεπάγεται μεγάλες μετατοπίσεις και αλλαγή στη δυσκαμψία του συστήματος. Με αύξηση στην ένταση της φόρτισης παρατηρείται αύξηση στο πλάτος ταλάντωσης του συστήματος αλλά και στην καμπυλότητα του διαγράμματος με αποτέλεσμα την εμφάνιση περιοχών ασταθών λύσεων που δεν πραγματοποιούνται. Για χαμηλές τιμές φορτίου παρουσιάζεται καμπύλωση του διαγράμματος προς χαμηλότερες συχνότητες που ισοδυναμεί με χαλαρωτική συμπεριφορά, ενώ για μεγάλες τιμές εξωτερικής διέγερσης το διάγραμμα καμπυλώνεται προς μεγαλύτερες συχνότητες, γεγονός που δηλώνει σκλήρυνση [82].



Εικόνα 2-5: Καμπύλες πλάτους ταλάντωσης - συχνότητας φόρτισης σε κρεμαστά καλώδια για διαφορετικές τιμές έντασης φόρτισης ρ [82]

Στο διάγραμμα στην Εικόνα 2-6α φαίνεται ο συντονισμός για διάφορα ποσοστά απόσβεσης. Ο κατακόρυφος άξονας αντιστοιχεί στο πλάτος μόνιμης απόκρισης και ο οριζόντιος παρουσιάζει την συχνότητα του φορτίου. Όσο μειώνεται το ποσοστό απόσβεσης τόσο αυξάνεται η μη γραμμικότητα της απόκρισης του συστήματος και συνεπώς η καμπυλότητα των διαγραμμάτων. Στο διάγραμμα στην Εικόνα 2-6β φαίνονται σημεία υπερπήδησης που εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες του συστήματος κατά την εμφάνιση της εξωτερικής φόρτισης. Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στο διάγραμμα αυτό, με αύξηση της συχνότητας του φορτίου από Ω_1 έως Ω_5 , η απόκριση ακολουθεί τη διαδρομή 1-2-3-4-5 με άλμα από το σημείο 2 στο σημείο 3. Παρομοίως με μείωση της συχνότητας από Ω_5 έως Ω_1 , η απόκριση ακολουθεί τη διαδρομή 5-4-3-2-1. Όταν όμως υπάρχουν αρχικές συνθήκες στο σημείο 3, είναι δυνατόν με μείωση των συχνοτήτων η καμπύλη να ακολουθήσει τον κλάδο 3-2'-3'-2''-1 με άλματα από το σημείο 2' στο σημείο 3' και από το σημείο 2'' στο σημείο 1. Επιπρόσθετα όταν βρισκόμαστε στο σημείο 3' με συγκεκριμένες αρχικές συνθήκες, αύξηση της συχνότητας του φορτίου συνεπάγεται η απόκριση να ακολουθήσει τη διαδρομή 3'-4'-4-5. Όπως φαίνεται από τις παρακάτω εικόνες, εξαιτίας της καμπυλότητας των διαγραμμάτων εμφανίζεται ανώτατο όριο στο πλάτος των

ταλαντώσεων για συχνότητες φορτίου κοντά στην ιδιοσυχνότητα του αναρτημένου καλωδίου και όχι απαραίτητα ίσες με αυτήν ακόμα και για ασθενείς δυνάμεις.



Εικόνα 2-6: Καμπύλες πλάτους ταλάντωσης - συχνότητας φόρτισης σε κρεμαστά καλώδια (α) Επιρροή της απόσβεσης και (β) Φαινόμενα υπερπήδησης [82]

Εκτός από το θεμελιώδη συντονισμό, σε μη γραμμικά συστήματα είναι δυνατόν να συμβούν και δευτερεύοντες συντονισμοί σε συχνότητες του εξωτερικού φορτίου μικρότερες ή μεγαλύτερες από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, φαινόμενα συντονισμού που δεν αναπτύσσονται σε γραμμικά συστήματα [83], [84]. Ειδικότερα, συμβαίνει υπεραρμονικός [85] συντονισμός η τάξεως για συχνότητες του φορτίου μορφής:

$$\Omega = (1/n)\omega_0 \quad (2-1)$$

ενώ υποαρμονικός [86] συντονισμός συμβαίνει για συχνότητες του φορτίου μορφής:

$$\Omega = n\omega_0 \quad (2-2)$$

όπου n φυσικός αριθμός. Για να αναπτυχθούν αυτοί οι δύο δευτερεύοντες συντονισμοί απαιτούνται μεγάλα πλάτη φορτίων, πολύ μεγαλύτερα από αυτά που θα προκαλούσαν έναν θεμελιώδη συντονισμό. Σύμφωνα με τον Nayfeh, υπάρχουν δύο κρίσιμες τιμές για το πλάτος διέγερσης P_0 , οι P_1 και P_2 με $P_2 > P_1$. Όταν $P_0 > P_2$ αναμένονται υποαρμονικοί συντονισμοί σε κάθε περίπτωση, ενώ όταν $P_0 < P_1$ δεν εμφανίζονται υποαρμονικοί συντονισμοί. Για την περίπτωση όμως που $P_1 < P_0 < P_2$, η εμφάνιση ή όχι υποαρμονικών συντονισμών εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες του συστήματος [87].

Σε ένα πολυβάθμιο σύστημα N βαθμών ελευθερίας υπάρχουν N ιδιοσυχνότητες και N αντίστοιχες ιδιομορφές. Στην περίπτωση που ορισμένες από τις ιδιοσυχνότητες συνδέονται μεταξύ τους με μία σχέση της μορφής $\omega_2 \approx n\omega_1$, $\omega_3 \approx a\omega_1 + b\omega_2$ κτλ. όπου n , a , και b ακέραιοι αριθμοί, οι αντίστοιχες ιδιομορφές θεωρούνται συζευγμένες. Στην ταλάντωση ενός τέτοιου συστήματος είναι δυνατόν να

παρατηρηθούν εσωτερικοί συντονισμοί [88]. Κατά το φαινόμενο των εσωτερικών συντονισμών μεταφέρεται ενέργεια μεταξύ των συζευγμένων ιδιομορφών. Εσωτερικοί συντονισμοί μπορεί να εμφανιστούν ταυτόχρονα με δευτερεύοντες συντονισμούς.

Ένα σύστημα γραμμικό ή μη είναι δυνατόν να εκτελέσει εξαναγκασμένες ταλαντώσεις μεταβάλλοντας κάποια παράμετρο του συστήματος με συχνότητα συνήθως διαφορετική της ιδιοσυχνότητας του συστήματος. Στην περίπτωση των καλωδίων για παράδειγμα, διέγερση μίας εκ των στηρίξεων του κατά την οριζόντια διεύθυνση x (Εικόνα 2-1) στο επίπεδο της κρέμασης συνεπάγεται αλλαγή του μήκους ανοίγματος που ισοδυναμεί με μεταβολή της δύναμης προέντασης και γενικά της δυσκαμψίας του. Σε ένα μη γραμμικό σύστημα, το οποίο διεγείρεται παραμετρικά, εκτός από συχνότητα του φορτίου ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, εμφανίζονται συντονισμοί σε συχνότητα του φορτίου ίση με $\Omega=2\omega_0/n$ όπου n φυσικός αριθμός. Ο εντονότερος εξ' αυτών των παραμετρικών συντονισμών εμφανίζεται για $\Omega=2\omega_0$ [89].

2.3.2 Ιδιοσυχνότητες και Ιδιομορφές

Για τον εντοπισμό των συντονισμών είναι προφανές ότι είναι απαραίτητη η γνώση των ιδιοσυχνοτήτων ενός συστήματος. Οι Irvine και Caughey το 1974 [59] ανέπτυξαν γραμμική θεωρία για την εύρεση αυτών των ιδιοσυχνοτήτων για ένα αναρτημένο καλώδιο με λόγο κρέμασης προς άνοιγμα $f/L \leq 1:8$. Από την έρευνα αυτή προέκυψαν αριθμητικές σχέσεις για την εύρεση ιδιοσυχνοτήτων εντός και εκτός επιπέδου αναρτημένου καλωδίου. Αρχικά είναι απαραίτητη η γνώση της οριζόντιας συνιστώσας της δύναμης προέντασης H . Αυτή υπολογίζεται από τον τύπο:

$$H = \frac{qL^2}{8f} \quad (2-3)$$

όπου q το κατακόρυφο φορτίο που ασκείται στο καλώδιο (ίδιο βάρος), L το μήκος του ανοίγματος του καλωδίου και f η κρέμαση του. Τότε οι εκτός επιπέδου ιδιοσυχνότητες προκύπτουν από τη σχέση:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{H}{m}} \quad (2-4)$$

όπου n είναι φυσικός αριθμός και m είναι η μάζα του καλωδίου ανά τρέχον μήκος. Οι εντός επιπέδου ιδιομορφές ενός καλωδίου χωρίζονται σε συμμετρικές και αντισυμμετρικές. Οι ιδιοσυχνότητες των αντισυμμετρικών ιδιομορφών προκύπτουν από τη σχέση:

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{L} \sqrt{\frac{H}{m}} \quad (2-5)$$

Οι Irvine και Caughey απέδειξαν ότι η ταλάντωση συμμετρικής μορφής ενός καλωδίου με κρέμαση, εξαρτάται από έναν αδιαστατοποιημένο συντελεστή λ^2 που εξαρτάται από τα γεωμετρικά και τα μηχανικά χαρακτηριστικά του καλωδίου. Έτσι οι ιδιοσυχνότητες των συμμετρικών ιδιομορφών προκύπτουν με επίλυση της εξίσωσης:

$$\tan\left(\frac{\tilde{\omega}}{2}\right) = \frac{\tilde{\omega}}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\tilde{\omega}}{2}\right)^3 \quad (2-6)$$

όπου:

$$\tilde{\omega} = \omega L \sqrt{\frac{m}{H}} \quad (2-7)$$

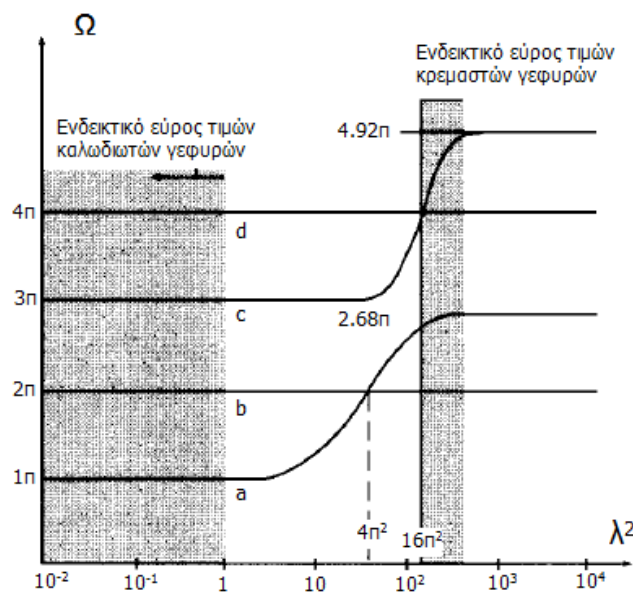
και

$$\lambda^2 = \left(\frac{8f}{L}\right)^2 \frac{LEA}{HL_e} \quad (2-8)$$

όπου L_e είναι το μήκος του καλωδίου που ορίζεται ως:

$$L_e = L \left[1 + 8 \left(\frac{f}{L} \right)^2 \right] \quad (2-9)$$

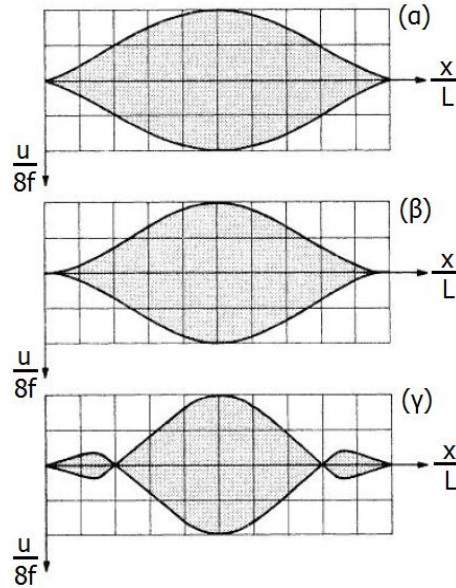
Οι λύσεις της Εξ.(2-6) εξαρτώνται από την τιμή του συντελεστή λ^2 . Για τις τιμές αυτού του συντελεστή $\lambda_n^2 = (2n\pi)^2$ με n φυσικό αριθμό εμφανίζονται τα λεγόμενα σημεία διασταύρωσης που φαίνονται στην Εικόνα 2-7 [90] για τις τέσσερις πρώτες ιδιομορφές καλωδίου. Στα σημεία αυτά οι ιδιοσυχνότητες των συμμετρικών και αντισυμμετρικών ιδιομορφών εντός επιπέδου συμπίπτουν. Οι ιδιοσυχνότητες των αντισυμμετρικών ιδιομορφών δεν εξαρτώνται από το συντελεστή λ^2 .



Εικόνα 2-7: Σημεία διασταύρωσης ιδιοσυχνοτήτων για τις συμμετρικές (α, c) και αντισυμμετρικές (b, d) ιδιομορφές εντός επιπέδου [90]

Συγκεκριμένα για:

- $\lambda^2 < 4\pi^2$ η συχνότητα της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής εντός επιπέδου είναι μικρότερη από τη συχνότητα της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής και η γεωμετρία της ιδιομορφής δεν έχει εσωτερικά σημεία μηδενικής παραμόρφωσης. (Εικόνα 2-8α)
- $\lambda^2 = 4\pi^2$ η συχνότητα της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής εντός επιπέδου είναι ίση με τη συχνότητα της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής. Αυτό είναι σημείο διασταύρωσης ιδιομορφών. Η καμπύλη του καλωδίου είναι εφαπτομενική με το οριζόντιο επίπεδο στις στηρίξεις του. (Εικόνα 2-8β)
- $\lambda^2 > 4\pi^2$ η συχνότητα της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής εντός επιπέδου είναι υψηλότερη από τη συχνότητα της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής. Εμφανίζονται δύο εσωτερικά σημεία μηδενισμού των παραμορφώσεων. (Εικόνα 2-8γ)



Εικόνα 2-8: Μορφή της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής για (α) $\lambda^2 < 4\pi^2$ (β) $\lambda^2 = 4\pi^2$ (γ) $\lambda^2 > 4\pi^2$ [59]

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-7, εξαιτίας της μηδαμινής κρέμασης f των καλωδίων στις καλωδιωτές γέφυρες, ο συντελεστής λ^2 λαμβάνει τιμές κοντά στη μονάδα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι ιδιοσυχνότητες των καλωδίων να απέχουν από σημεία διασταύρωσης και η πρώτη ιδιομορφή τους να είναι πάντα συμμετρική. Τα καλώδια κρεμαστών γεφυρών έχουν τυπικά τιμές $(8f/L)^2 \approx 1$, ενώ $LEA/HL_e \approx 10^3$ ώστε $\lambda^2 \approx 10^3$. Για τέτοιες τιμές του λ^2 ο δεύτερος όρος της Εξ.(2-6) μπορεί να αγνοηθεί με αποτέλεσμα να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο ακόλουθος τύπος για τις ιδιοσυχνότητες των συμμετρικών ιδιομορφών:

$$\tilde{\omega}_n = (2n+1)\pi - \frac{4}{(2n+1)\pi} \quad (2-10)$$

Στις προδιαγραφές σχεδιασμού κρεμαστών γεφυρών αυτοκινητοδρόμων της Κίνας, δίνονται οι παρακάτω προσεγγιστικοί τύποι για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων της πρώτης αντισυμμετρικής και συμμετρικής ιδιομορφής κρεμαστών γεφυρών [91]. Η ιδιοσυχνότητα της πρώτης κατακόρυφης ιδιομορφής κρεμαστής γέφυρας δίνεται από τον τύπο:

$$f_b = \frac{1.16}{\sqrt{f}} \quad (2-11)$$

όπου f είναι η κρέμαση του κύριου καλωδίου.

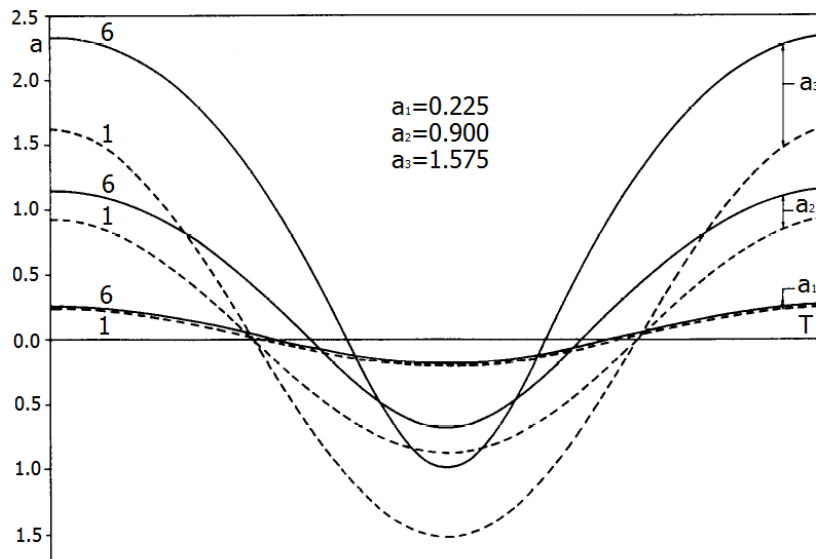
Η ιδιοσυχνότητα της πρώτης συμμετρικής κατακόρυφης ιδιομορφής κρεμαστών γεφυρών παρουσιάζεται στην Εξ.(2-12).

$$f_b = \frac{0.1}{L_b} \sqrt{\frac{E_c A_c}{m_{pl}}} \quad (2-12)$$

Στην εξίσωση αυτή L_b είναι το συνολικό μήκος του ανοίγματος που εκτείνεται το κύριο καλώδιο, E_c είναι το μέτρο ελαστικότητας του κύριου καλωδίου, A_c είναι η επιφάνεια της διατομής του κύριου καλωδίου και m_{pl} είναι η μισή μάζα της γέφυρας ανά μέτρο μήκους L_b , που περιλαμβάνει το κατάστρωμα και ένα κύριο καλώδιο όση δηλαδή αντιστοιχεί στο ένα επίπεδο καλωδίωσης.

Οι Luongo, Rega και Vestroni ανέλυσαν τη μη γραμμική ελεύθερη κίνηση στο επίπεδο καλωδίων με κρέμαση, κάνοντας χρήση μεθόδων διαταραχών [92]. Στην Εικόνα 2-9 παρουσιάζεται η κίνηση του

κεντρικού σημείου δύο διαφορετικών καλωδίων. Το καλώδιο 1 με $\lambda^2=0.256$ αντιστοιχεί σε αμελητέα κρέμαση ενώ το καλώδιο 6 με $\lambda^2=15.36$ έχει αισθητή κρέμαση. Με αύξηση της έντασης της φόρτισης, αυξάνεται το πλάτος ταλάντωσης των καλωδίων. Όπως φαίνεται όμως, ενώ για το καλώδιο 1 η κίνηση ακολουθεί συνημιτονειδή μορφή περί τη θέση ισορροπίας στο $a=0$, για το καλώδιο 6 εμφανίζεται απόκλιση με μετακίνηση της θέσης περί την οποία πραγματοποιείται η κίνηση, σε νέα θέση ισορροπίας προς τα πάνω.



Εικόνα 2-9: Κίνηση δύο διαφορετικών καλωδίων για διαφορετικά πλάτη φόρτισης [92]

Επιπρόσθετα οι στηρίξεις των καλωδίων παίζουν σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια των ιδιοσυχνοτήτων και της γεωμετρίας των ιδιομορφών [93]. Σε κρεμαστές γέφυρες συγκεκριμένα επιτρέπεται στα κύρια καλώδια η ελευθερία κίνησης κατά τη διεύθυνση του μήκους τους στα σημεία στήριξής τους στους πυλώνες. Αυτό σημαίνει πως για τον ακριβή υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων αλλά και τη γεωμετρία των ιδιομορφών ενός κύριου καλωδίου στο κεντρικό άνοιγμα κρεμαστής γέφυρας, είναι αναγκαία η προσομοίωση του κύριου καλωδίου στα πλευρικά ανοίγματα που λειτουργούν ως ελαστικές στηρίξεις.

Η επιρροή της δυσκαμψίας του καταστώματος στις ιδιοσυχνότητες κρεμαστών γεφυρών χαρακτηρίζεται από τον παράγοντα δυσκαμψιών του Steinman [94] που φαίνεται στην ακόλουθη έκφραση:

$$S^2 = \frac{E_d I_d}{H L^2} \quad (2-13)$$

όπου $E_d I_d$ η δυσκαμψία του καταστώματος, H είναι η οριζόντια συνιστώσα της αξονικής δύναμης του καλωδίου και L το μήκος του κεντρικού ανοίγματος του καλωδίου. Ο παράγοντας αυτός μετράει το λόγο μεταξύ της δυσκαμψίας του καταστώματος και της δυσκαμψίας του καλωδίου. Σε κρεμαστές γέφυρες μεγάλων ανοιγμάτων ισχύει $S^2 \ll 1$. Οι Cobo del Arco και Aparicio [95] παρουσίασαν τιμές του παράγοντα αυτού για 13 κρεμαστές γέφυρες διαφορετικών χαρακτηριστικών. Ο παράγοντας βρίσκεται μεταξύ των τιμών $0.0026 \cdot 10^{-3}$ και $11.4 \cdot 10^{-3}$, με μέση τιμή όμως $1.6 \cdot 10^{-3}$ για τις 12 από αυτές. Στην [96] σχεδιάστηκαν διαγράμματα του παράγοντα αυτού για διαφορετικές τιμές του παράγοντα Irvine λ^2 και προκύπτει πως οι ιδιοσυχνότητες των πρώτων δύο ιδιομορφών δεν επηρεάζονται για $S^2 < 1 \cdot 10^{-3}$ ενώ για ανώτερες ιδιομορφές το όριο αυτό μειώνεται.

3 ΓΕΦΥΡΑ ANGUS L. MACDONALD

3.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Η γέφυρα Angus L. Macdonald όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-1 [97] είναι μια κρεμαστή γέφυρα τριών αναρτημένων ανοιγμάτων, που διασχίζει το λιμάνι του Halifax στη Νέα Σκωτία στον Καναδά . Η γέφυρα εγκαινιάστηκε στις 2 Απριλίου 1955. Είναι μία από τις δύο κρεμαστές γέφυρες που ενώνουν τη χερσόνησο του Halifax με το Dartmouth στο δήμο του Halifax. Πήρε το όνομά της από τον Angus L. Macdonald, πολιτικό της Νέας Σκωτίας που απεβίωσε το 1954 και έπαιξε σημαντικό ρόλο για την κατασκευή της γέφυρα. Η γέφυρα σχεδιάστηκε από τον Philip Louis Pratley, έναν από τους σημαντικότερους μελετητές γεφυρών του Καναδά, που μελέτησε επίσης τη γέφυρα Lions Gate στο Vancouver. Η Angus L. Macdonald είναι η τέταρτη μεγαλύτερη κρεμαστή γέφυρα στον Καναδά.



Εικόνα 3-1: Γέφυρα Angus L. Macdonald [97]

Η κατασκευή έχει υποστεί αλλαγές από την αρχική της μορφή με σκοπό τον εκσυγχρονισμό της. Η πιο πρόσφατη επέμβαση στη γέφυρα ξεκίνησε το 2015 και διήρκεσε έως το 2017, κατά την οποία αποφασίστηκε η αντικατάσταση του καταστρώματος και των αναρτήρων. Το έργο της αντικατάστασης του καταστρώματος πήρε την ονομασία “the Big Lift” (Εικόνα 3-2) [98]. Οι κατασκευές έγιναν κυρίως κατά τη διάρκεια της νύχτας με τη γέφυρα ανοιχτή στην κυκλοφορία κατά τη διάρκεια της ημέρας. Το τμήμα της αντικατάστασης του έργου ολοκληρώθηκε τον Φεβρουάριο του 2017. Μετά τη γέφυρα Lions Gate, αυτή ήταν μόνο η δεύτερη φορά που σε μια κρεμαστή γέφυρα αντικαταστάθηκαν τα αναρτημένα τμήματα, ενώ παράλληλα συνέχιζε η τακτική ροή κυκλοφορίας κατά τη διάρκεια της ημέρας. Η κύρια μελέτη για το έργο πραγματοποιήθηκε από την εταιρία Buckland & Taylor Ltd. όπως και στο παρόμοιο έργο στη γέφυρα Lions Gate.

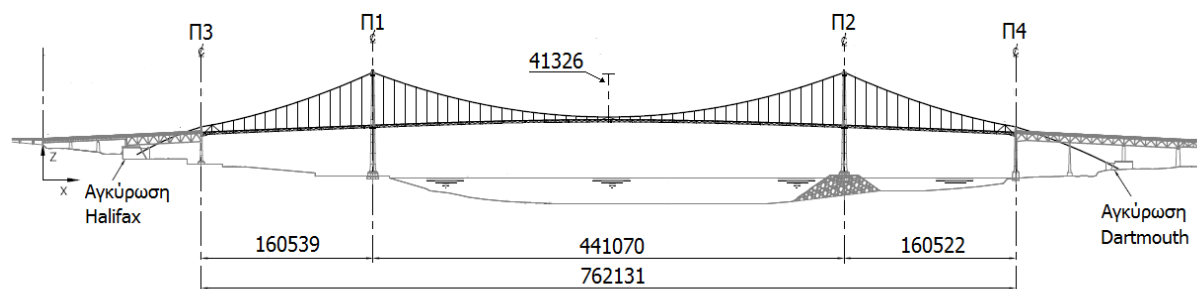


Εικόνα 3-2: 2015 Αντικατάσταση καταστρώματος (the Big Lift)

3.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΦΟΡΕΑ

3.2.1 Γεωμετρία

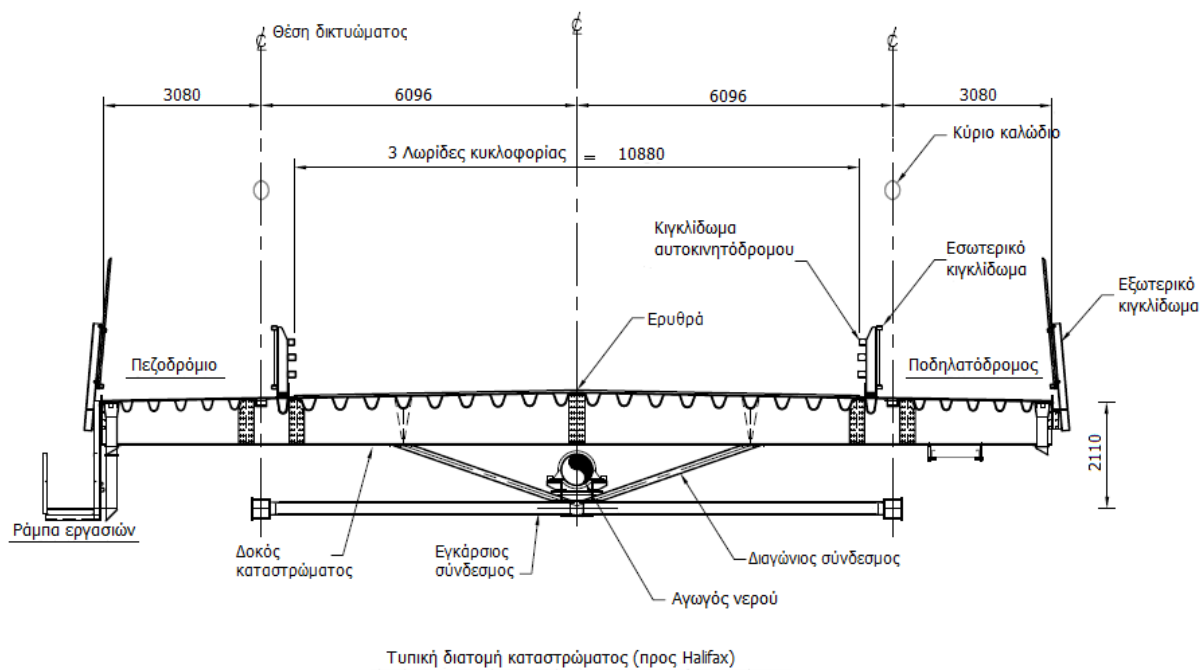
Σήμερα αποτελεί μία κρεμαστή γέφυρα τριών ανοιγμάτων συνολικού μήκους 762.131m. Το κεντρικό άνοιγμα μεταξύ των πυλώνων Π1 και Π2 έχει μήκος 441.07m, ενώ τα δύο πλευρικά ανοίγματα δεν είναι απολύτως συμμετρικά, με το άνοιγμα μεταξύ των πυλώνων Π3 και Π1 στο ακραίο τμήμα προς Halifax να είναι 160.539m, ενώ μεταξύ των Π2 και Π4 προς Dartmouth να έχει μήκος 160.522m, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-3. Τα κύρια καλώδια στην εγκάρσια έννοια της γέφυρας απέχουν 12.192m μεταξύ τους, ενώ στο κεντρικό άνοιγμα έχουν κρέμαση 41.326m.



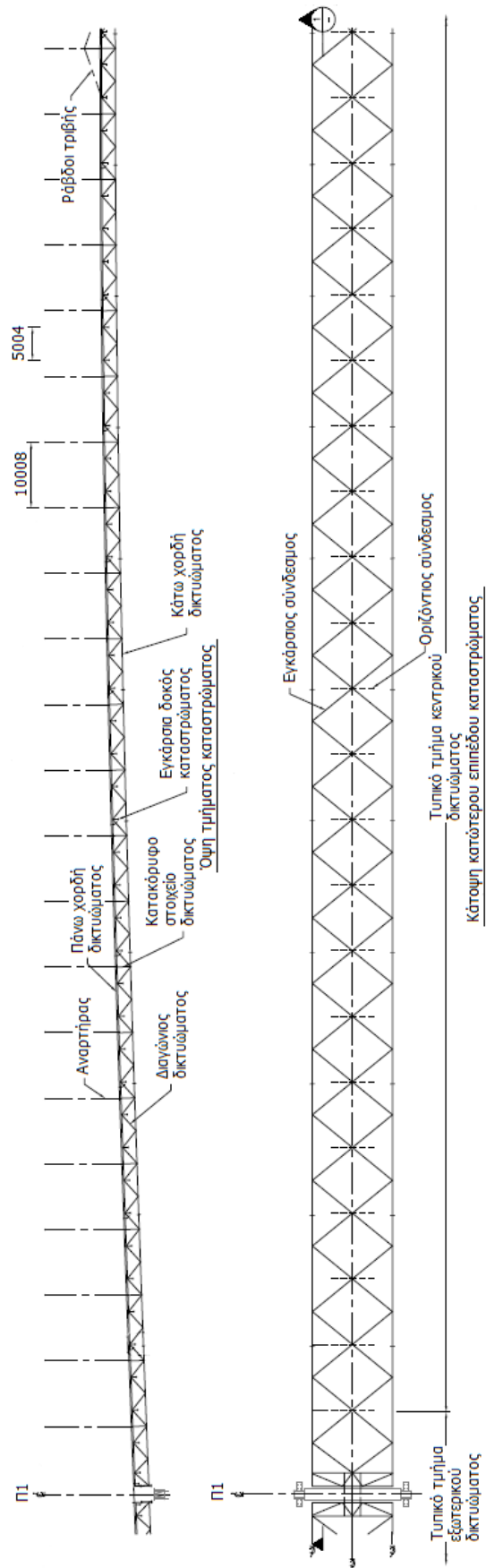
Εικόνα 3-3: Διαμήκης όψη της γέφυρας (διαστάσεις σε mm)

3.2.2 Καταστρώμα

Σήμερα, με την ολοκλήρωση του έργου "the Big Lift", ο φορέας της γέφυρας αποτελείται από δύο κύρια διαμήκη χαλύβδινα δικτυώματα ύψους 2.11m (μεταξύ αξόνων άνω και κάτω πέλματος) σε απόσταση μεταξύ τους ίση με 12.192, τα οποία συνδέονται με εγκάρσιες δοκούς, τις διαδοκίδες, ανά 5.00m. Παράλληλα υπάρχουν εγκάρσιοι και διαγώνιοι σε οριζόντιο επίπεδο σύνδεσμοι που εξασφαλίζουν την ευστάθεια των δύο δικτυωμάτων σε στρέψη και στρέβλωση. Το συνολικό πλάτος του καταστρώματος είναι 18.352m προσφέροντας τρεις λωρίδες κυκλοφορίας αυτοκινητόδρομου, πεζοδρόμιο και ποδηλατόδρομο. Στην Εικόνα 3-4 φαίνεται η γεωμετρία του καταστρώματος σε εγκάρσια τομή, ενώ στην Εικόνα 3-5 απεικονίζονται ενδεικτική διαμήκης όψη και κάτοψη τμημάτων του.



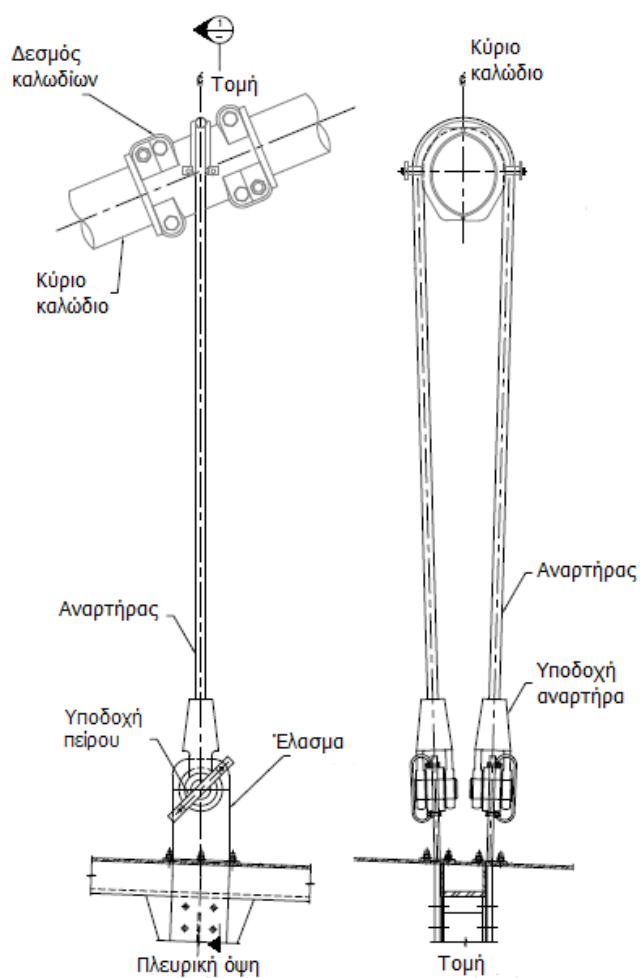
Εικόνα 3-4: Εγκάρσια τομή καταστρώματος (διαστάσεις σε mm)



Εικόνα 3-5: Ενδεικτική διαμήκης όψη και κάτοψη τμημάτων καταστρώματος στο κεντρικό άνοιγμα (διαστάσεις σε mm)

3.2.3 Αναρτήρες

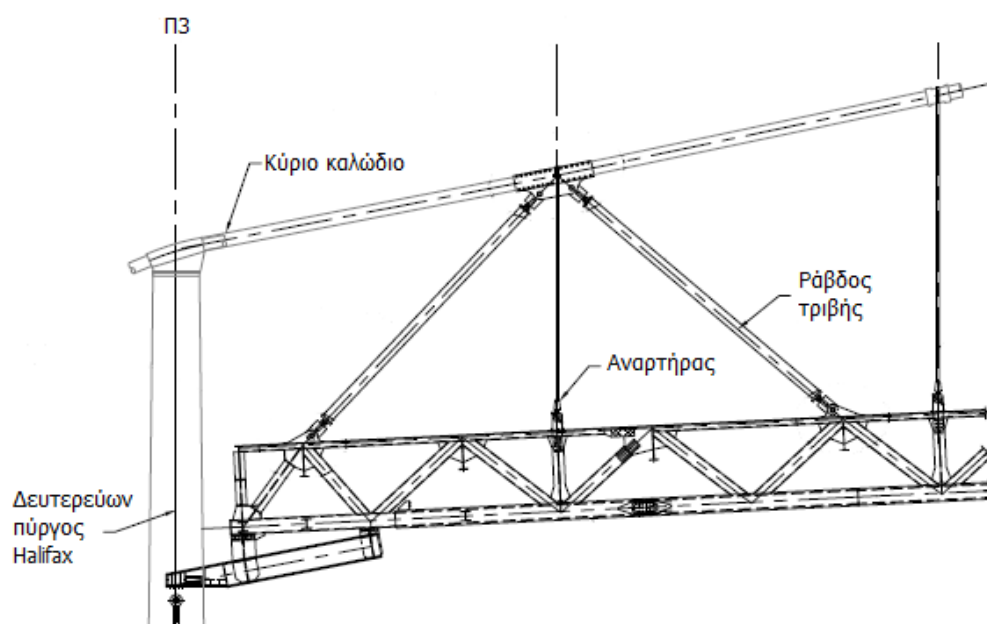
Το κατάστρωμα αναρτάται από τα κύρια καλώδια με 86 αναρτήρες στο κεντρικό άνοιγμα και 30 σε κάθε πλευρικό (46 και 15 αντίστοιχα για κάθε κύριο καλώδιο) οι οποίοι απέχουν μεταξύ τους 10.008m. Τα ύψη τους κυμαίνονται από 2.6m έως 45m. Οι αναρτήρες, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-6, τοποθετούνται καμπυλωμένοι γύρω από τα κύρια καλώδια και συνδέονται με το άνω πέλμα των δικτυωμάτων του καταστρώματος με αρθρώσεις. Οι αναρτήρες είναι χαλύβδινα συρματόσχοινα διαμέτρου 44mm και καθαρής διατομής χάλυβα 0.00095m².



Εικόνα 3-6: Πλευρική όψη και τομή αναρτήρων

3.2.4 Κύριο καλώδιο

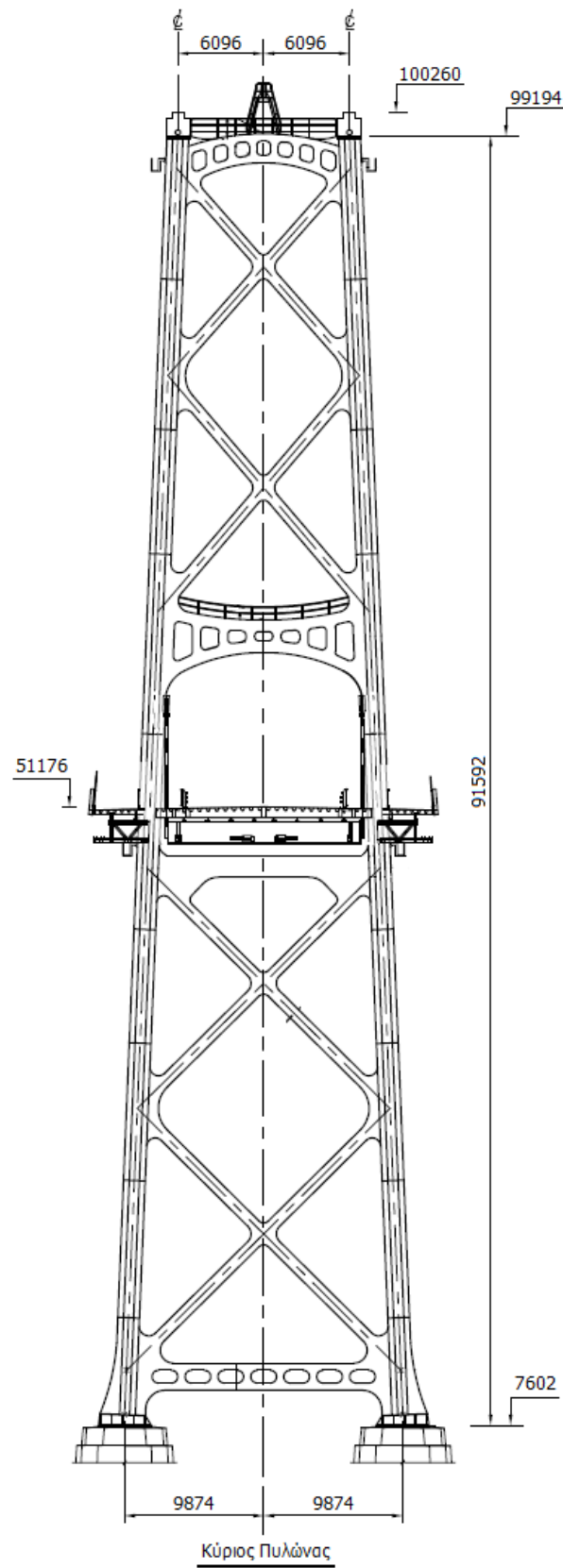
Το κάθε κύριο καλώδιο έχει συνολικό μήκος 788m και αποτελείται από 61 κλώνους χαλύβδινων συρμάτων, διαμέτρου 3.73cm όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-7. Καλύπτεται με μαλακό, ανοπτημένο, γαλβανισμένο χάλυβα. Το κενό ανάμεσα στους κλώνους και το περίβλημα αποκαθίσταται με ξύλινα γεμίσματα κέδρου. Η καθαρή επιφάνεια χάλυβα της διατομής του κάθε καλωδίου είναι 0.049m². Το μέτρο ελαστικότητας του χρησιμοποιούμενου χάλυβα είναι 176GPa ενώ η εφελκυστική αντοχή του είναι 1356MPa. Επισημαίνεται πως κατά την πρόσφατη επέμβαση αντικατάστασης του καταστρώματος (the Big Lift), τα κύρια καλώδια δεν αντικαταστάθηκαν, οπότε τα χαρακτηριστικά τους δεν αντιπροσωπεύουν τα σύγχρονα καλώδια κρεμαστών γεφυρών που η αντοχή τους φτάνει μέχρι και 2000MPa.



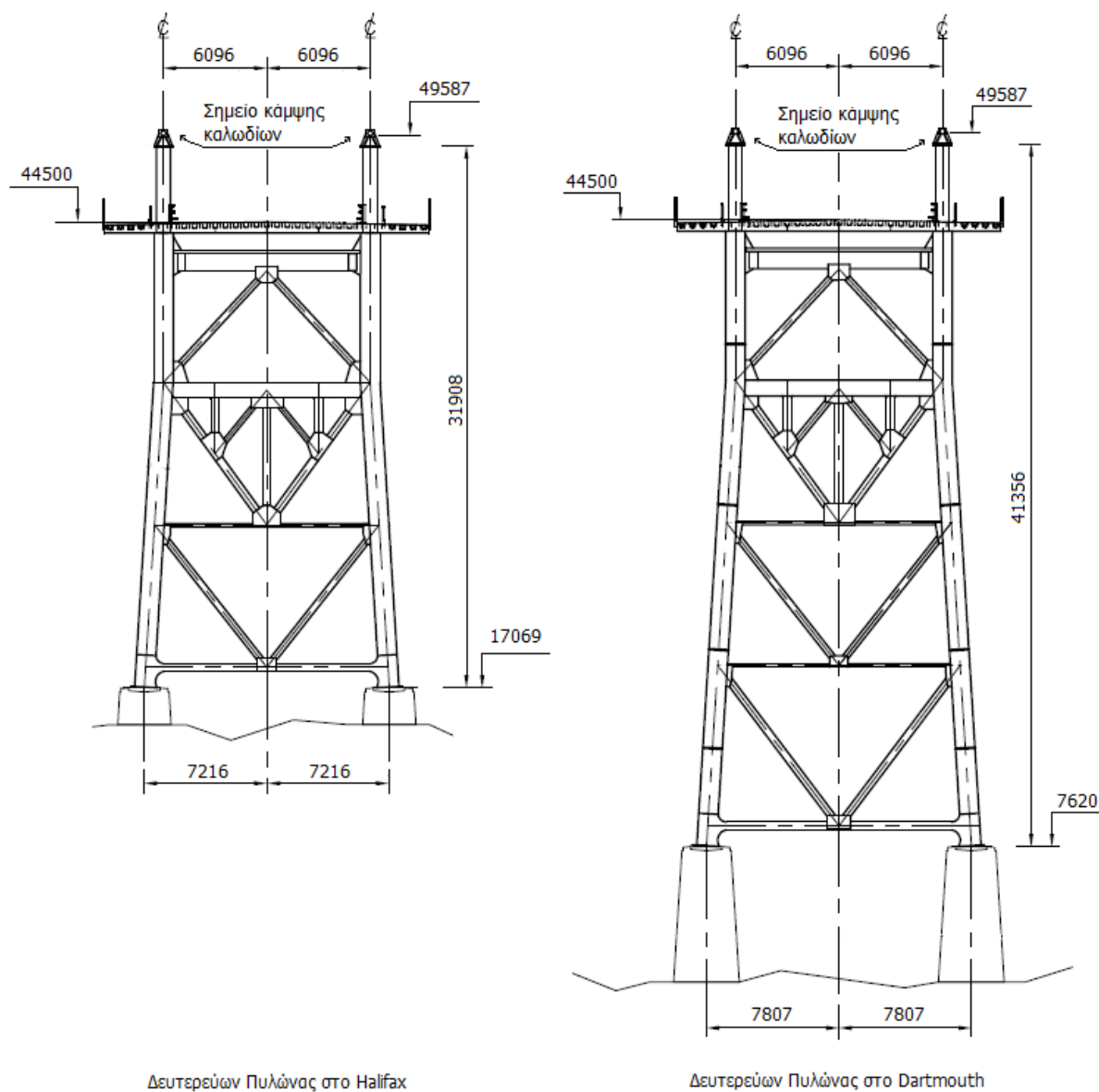
Εικόνα 3-9: Όψη ράβδων τριβής στο πλευρικό άνοιγμα προς Halifax

3.2.6 Πυλώνες

Στα άκρα του κεντρικού ανοίγματος βρίσκονται οι δύο κύριοι πυλώνες Π1 και Π2 ύψους 103.26m. Είναι χαλύβδινοι δικτυωτής μορφής όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-10. Τα πέλματα στη βάση των πύργων απέχουν 19.748m και συγκλίνουν προς την κορυφή σε απόσταση 12.192m. Οι κορυφές των πύργων από τις οποίες περνάνε τα κύρια καλώδια βρίσκονται σε υψόμετρο 100.26m ενώ η ερυθρά του καταστρώματος στην θέση των πυλώνων βρίσκεται σε υψόμετρο 51.176m. Στα άκρα των πλευρικών ανοιγμάτων υπάρχουν δευτερεύοντες πυλώνες Π3 και Π4 που φτάνουν έως το υψόμετρο του καταστρώματος. Στην κορυφή αυτών των πύργων περνούν και κάμπτονται τα κύρια καλώδια για να οδηγηθούν προς την αγκύρωσή τους. Οι δευτερεύοντες αυτοί πυλώνες είναι επίσης χαλύβδινοι και η μορφή τους φαίνεται στην Εικόνα 3-11.



Εικόνα 3-10: Όψη κύριων πυλώνων (διαστάσεις σε mm)



Εικόνα 3-11: Όψη δευτερευόντων πυλώνων Π3 και Π4 (διαστάσεις σε mm)

3.3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

3.3.1 Το υπό μελέτη τμήμα γέφυρας

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας μελετάται το ένα επίπεδο καλωδίωσης της γέφυρας, περιλαμβάνοντας το ένα κύριο καλώδιο, τους αναρτήρες που συνδέονται σε αυτό και το μισό σε εγκάρσια έννοια κατάστρωμα, λαμβάνοντας υπόψη την κατασκευή μεταξύ των πυλώνων Π3 και Π4, αγνοώντας τις προσβάσεις εξωτερικά αυτών. Η γεωμετρία που χρησιμοποιείται για το προσομοίωμα βασίστηκε στη μελέτη της γέφυρας που εκπονήθηκε για το έργο "the Big Lift". Η πραγματική κατασκευή δεν είναι απολύτως συμμετρική στη διαμήκη και την εγκάρσια διεύθυνση. Ωστόσο, επιλέχθηκε να αγνοηθεί η περιορισμένη ασυμμετρία της γέφυρας και το προσομοίωμα κατασκευάζεται ως απολύτως συμμετρικό λαμβάνοντας υπόψη το μέσο όρο διαστάσεων μεταξύ των δύο επιπέδων καλωδίωσης. Το κατάστρωμα με σκοπό την απλοποίηση του προσομοιώματος προσομοιώνεται με δοκό ισοδύναμης δυσκαμψίας. Η ακρίβεια του προσομοιώματος εξακριβώνεται συγκρίνοντας τις

δυνάμεις των αναρτήρων αλλά και τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος μεταξύ του προσομοιώματος και των δεδομένων που περιλαμβάνονται στην μελέτη της γέφυρας.

3.3.2 Μόνιμα φορτία

Τα μόνιμα φορτία του καταστώματος είναι: 18.352

- Στο κεντρικό άνοιγμα 3.91kN/m^2 που ανάγονται σε 71.75kN/m
- Στο πλευρικό άνοιγμα προς Halifax 4kN/m^2 που ανάγονται σε 73.408kN/m
- Στο πλευρικό άνοιγμα προς Dartmouth 3.99kN/m^2 που ανάγονται σε 73.22kN/m

ενώ το ίδιο βάρος του κάθε κύριου καλωδίου είναι 8911kg/m^3 που ισοδυναμεί με 4.282kN/m .

3.3.3 Λογισμικό

Για την ανάλυση της κατασκευής χρησιμοποιούνται τα λογισμικά SAP2000 [99] και ADINA [100]. Το SAP2000 είναι λογισμικό ανάλυσης κατασκευών γενικού σκοπού της εταιρίας Computers and Structures, Inc. που χρησιμοποιείται ευρέως. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση ισοδύναμης δοκού με την καμπτική ικανότητα του καταστώματος. Για τον κύριο όγκο αναλύσεων της εργασίας χρησιμοποιείται το ADINA, με το οποίο θα υπολογιστούν οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές του συστήματος με ιδιομορφικές αναλύσεις, ενώ για την συμπεριφορά της γέφυρας σε δυναμικά φορτία εκπονούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις με εν χρόνω ολοκλήρωση, θεωρώντας ταυτόχρονα τη γεωμετρική μη γραμμικότητα του συστήματος. Το ADINA είναι πρόγραμμα λογισμικού προσομοίωσης εμπορικών εφαρμογών που αναπτύσσεται και διανέμεται παγκοσμίως από την ADINA R&D, Inc. Η εταιρία ιδρύθηκε το 1986 από τον Δρ. Klaus-Jürgen Bathe. Χρησιμοποιείται στη βιομηχανία και στον ακαδημαϊκό χώρο για την επίλυση προβλημάτων κατασκευών, υγρών, θερμότητας και ηλεκτρομαγνητικής. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση διεπιστημονικών προβλημάτων συμπεριλαμβανομένων των αλληλεπιδράσεων ρευστού - δομής και θερμομηχανικών προβλημάτων. Το πρόγραμμα ADINA παρέχει ικανότητες τελευταίας τεχνολογίας για την ανάλυση στερεών (2D και 3D) και κατασκευών σε στατική ή και δυναμική φόρτιση. Οι αναλύσεις μπορεί να είναι γραμμικές ή και μη γραμμικές, συμπεριλαμβανομένων επιδράσεων μη γραμμικότητας υλικών, μεγάλων παραμορφώσεων και συνθηκών επαφής.

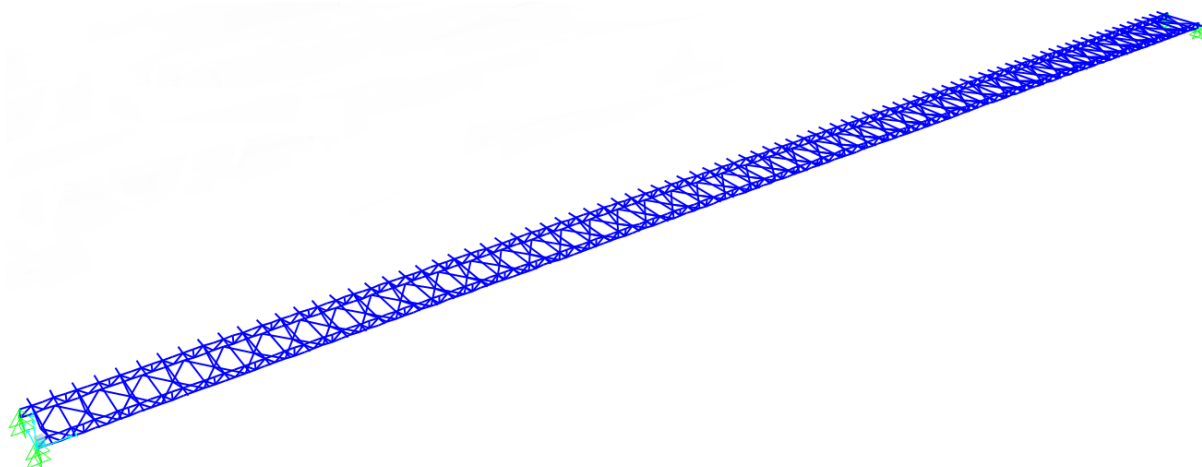
3.3.4 Ισοδύναμη δοκός καταστώματος

Για την εύρεση ισοδύναμης δοκού καταστώματος δημιουργείται φορέας μήκους $L=445.356\text{m}$ με τον τρόπο δικτύωσης της γέφυρας όπως φαίνεται στην τρισδιάστατη Εικόνα 3-12 και σε κάτοψη στην Εικόνα 3-13. Το προσομοίωμα περιλαμβάνει τα δύο κύρια δικτυώματα του φορέα της γέφυρας, τις διαδοκίδες, καθώς και τους εγκάρσιους και διαγώνιους συνδέσμους. Στο προσομοίωμα αυτό ο φορέας στηρίζεται με τέσσερις αρθρώσεις σε κάθε άκρο και φορτίζεται με κατανεμημένο φορτίο 1kN/m σε καθένα από τα δύο επίπεδα των κατακόρυφων δικτυωμάτων (σύνολο $q=2\text{kN/m}$). Το μέτρο ελαστικότητας των μελών θεωρείται ίσο με $E=210\text{GPa}$. Εκπονείται γραμμική στατική ανάλυση και υπολογίζεται η βύθιση στο κεντρικό σημείο ίση με $\delta=4.04\text{m}$. Με χρήση του τύπου της βύθισης στο κέντρο σε αμφίπακτη δοκό που φαίνεται στην Εξ.(3-1) γίνεται αναζήτηση της ροπής αδράνειας επιφάνειας I , θεωρώντας ως φορτίο q το φορτίο που αναλογεί σε ένα δικτύωμα, δηλαδή $q=1\text{kN/m}$.

$$\delta = \frac{qL^4}{384EI} \quad (3-1)$$

Με την επίλυση της εξίσωσης προκύπτει $I=0.12075\text{m}^4$. Επιλέγεται τετραγωνική διατομή ισοδύναμης δοκού και με χρήση της Εξ.(3-2) προκύπτει η πλευρά της διατομής $b=1.097\text{m}$.

$$I = \frac{b^4}{12} \quad (3-2)$$



Εικόνα 3-12: Τρισδιάστατη οπτική του προσομοιώματος δικτυωτού φορέα στο SAP2000

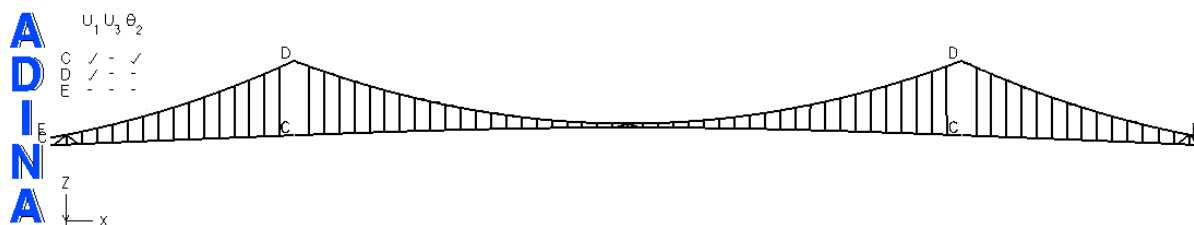


Εικόνα 3-13: Κάτοψη του δικτυωτού φορέα στο SAP2000

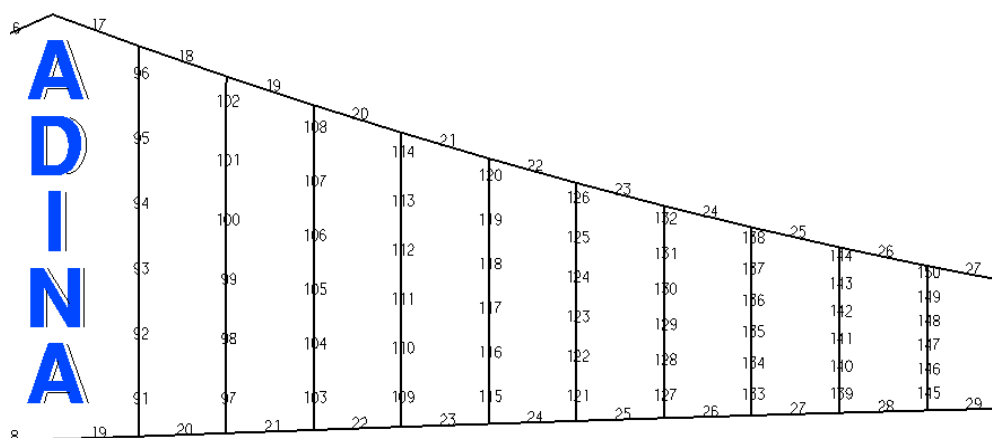
3.3.5 Μόρφωση προσομοιώματος

3.3.5.1 Περιγραφή προσομοιώματος

Το δισδιάστατο επίπεδο προσομοίωμα αποτελείται από το ένα επίπεδο καλωδίωσης της γέφυρας και παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-14. Το κύριο καλώδιο προσομοιώνεται με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία δικτυώματος, θεωρώντας ένα ευθύγραμμο στοιχείο μεταξύ δύο διαδοχικών θέσεων αναρτήρων. Ο κάθε αναρτήρας προσομοιώνεται επίσης με ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία δικτυώματος και είναι χωρισμένος σε έξι τμήματα καθ' ύψος. Η ισοδύναμη δοκός καταστρώματος αποτελείται από ραβδωτά πεπερασμένα στοιχεία δοκού, λαμβάνοντας υπόψη ένα ευθύγραμμο μέλος μεταξύ δύο διαδοχικών θέσεων αναρτήρων. Οι πυλώνες αγνοούνται, ωστόσο η στήριξη που παρέχουν στα κύρια καλώδια λαμβάνεται υπόψη ως κύλιση. Στην Εικόνα 3-15 φαίνεται η διακριτοποίηση των πεπερασμένων στοιχείων σε ένα ενδεικτικό τμήμα του κεντρικού ανοίγματος.



Εικόνα 3-14: Προσομοίωμα υπό στατική ισορροπία



Εικόνα 3-15: Διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων

3.3.5.2 Εισαγωγή δεδομένων

Ο Πίνακας 3-1 παρουσιάζει μηχανικά δεδομένα των μελών του προσομοιώματος που εισάγονται στο ADINA. Για τα υλικά των κύριων καλωδίων και των αναρτήρων τα οποία δε θα παραλαμβάνουν θλίψη επιλέγεται μη γραμμικό υλικό μηδενικής θλιπτικής αντοχής. Αν και η αντοχή του κύριου καλωδίου όπως αναφέρθηκε στη στατική μελέτη της γέφυρας είναι 1356MPa, για την αποφυγή τυχόν διαρροής του χάλυβα, στο προσομοίωμα εισάγεται διάγραμμα υλικού με μέγιστη τάση ίση με το 90% της αντοχής (=1220MPa). Αντίστοιχα για τους αναρτήρες που η αντοχή τους είναι 1770MPa, στο προσομοίωμα ελήφθη υπόψη μέγιστη τάση ίση με 1600MPa. Το αρχικό μήκος των αναρτήρων ελήφθη τέτοιο ώστε υπό τα μόνιμα φορτία να υποστεί ο καθένας περίπου 0.15% παραμόρφωση.

Πίνακας 3-1: Μηχανικά δεδομένα δομικών στοιχείων

Δομικό Στοιχείο	Πυκνότητα ($\text{kNm}^{-4}/\text{sec}^2$)	Διατομή (m^2)	Μέτρο Ελαστικότητας (kN/m^2)	Αντοχή (MPa)
Κύριο καλώδιο	8.75	0.049	176.000.000	1220 (1356)
Αναρτήρες	15.7	0.0019	138.000.000	1600 (1770)
Εσωτερικό Κατάστρωμα	2.9834	1.097	210.000.000	-
Εξωτερικό Κατάστρωμα	3.051	1.097	210.000.000	-
Ράβδοι τριβής	7.7	0.00662	200.000.000	-

3.3.5.3 Εύρεση γεωμετρίας

Εξαιτίας της μη γραμμικής συμπεριφοράς του φορέα είναι αναγκαία αρχικώς η μη γραμμική στατική ανάλυση για την εύρεση της επιθυμητής γεωμετρίας και εντατικής κατάστασης που προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια την πραγματική κατασκευή. Έτσι, μορφώνεται ο φορέας στην επιθυμητή γεωμετρία και ακολουθούνται τα εξής βήματα:

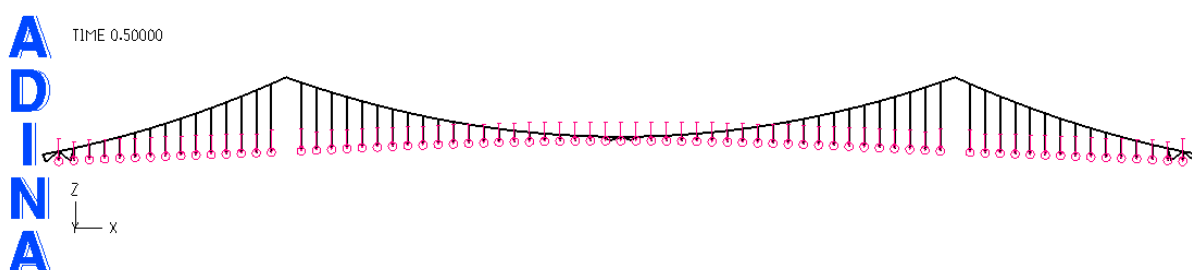
- Ενεργοποιούνται μόνο τα κύρια καλώδια και οι αναρτήρες όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-16.
- Εκτελείται μη γραμμική στατική ανάλυση με εφαρμογή των μόνιμων φορτίων των καλωδίων. Λαμβάνονται υπόψη και τα μόνιμα φορτία του φορέα καταστρώματος ως σημειακά φορτία στη βάση των αναρτήρων. (Εικόνα 3-17 και Εικόνα 3-18).
- Τη στιγμή που ολοκληρώνεται η φόρτιση του φορέα, ενεργοποιούνται τα στοιχεία καταστρώματος όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-19 και τα σημειακά φορτία μειώνονται σταδιακά έως ότου μηδενιστούν (Εικόνα 3-20).
- Καταγραφή των μετατοπίσεων.

- Εισαγωγή νέας γεωμετρίας μετατοπισμένη προς τα πάνω προκειμένου να εκμηδενιστούν οι μετατοπίσεις που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα.

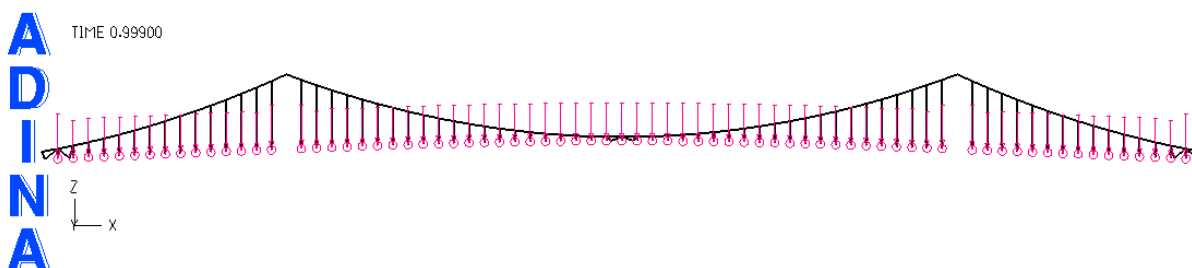
Στη συνέχεια εκτελείται επαναληπτική διαδικασία των παραπάνω βημάτων έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση μεταξύ της τελικής γεωμετρίας στην πραγματική γεωμετρία με επιθυμητή ακρίβεια που θα προκύψει από την στατική ανάλυση.



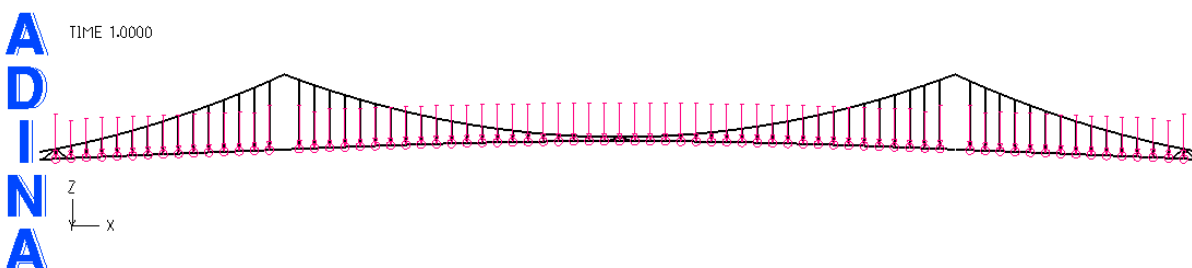
Εικόνα 3-16: Στατική ανάλυση χρονική στιγμή $t_0=0$



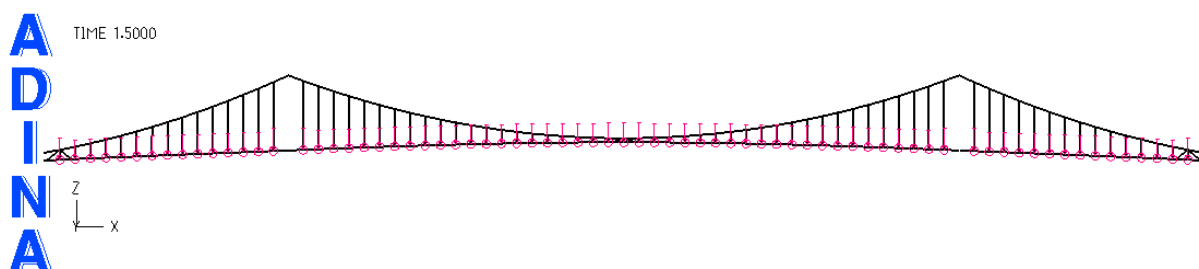
Εικόνα 3-17: Στατική ανάλυση χρονική στιγμή $t=0.5$



Εικόνα 3-18: Στατική ανάλυση χρονική στιγμή $t=0.99$



Εικόνα 3-19: Στατική ανάλυση χρονική στιγμή $t=1$



Εικόνα 3-20: Στατική ανάλυση χρονική στιγμή $t=1.5$

Μετά από επαναλήψεις το προσομοίωμα λαμβάνει την τελική του γεωμετρία που παρουσιάστηκε στην Εικόνα 3-14 τη χρονική στιγμή $t=2$. Σε αυτή την κατάσταση ο φορέας υπό τα μόνιμα φορτία βρίσκεται σε στατική ισορροπία. Το προσομοίωμα αυτό χρησιμοποιείται για τις δυναμικές αναλύσεις. Η μέγιστη κατακόρυφη απόκλιση της τελικής θέσης από την επιθυμητή είναι $d=0.05\text{m}$. Με κεντρικό άνοιγμα $L=441.07\text{m}$ και κρέμαση 41.326m , εκτιμάται πως η απόκλιση αυτή, που ανάγεται σε λόγο $d/L=0.0001$, είναι ικανοποιητική και έτσι το προσομοίωμα κρίνεται ως ακριβές.

Σε αυτό το σημείο μπορεί να γίνει ένας πρωταρχικός έλεγχος με τα δεδομένα της στατικής μελέτης της γέφυρας όσον αφορά την εντατική κατάσταση των αναρτήρων στην τελική κατάσταση. Ο Πίνακας 3-2 δίνει μία σύγκριση μεταξύ των μέσων δυνάμεων αναρτήρων μεταξύ των δύο επιπέδων καλωδίωσης από τα δεδομένα και των δυνάμεων που προκύπτουν από το προσομοίωμα. Το σφάλμα φτάνει μέχρι 10% στο πλευρικό άνοιγμα για τους αναρτήρες κοντά στους πυλώνες, ενώ στο κεντρικό άνοιγμα φτάνει μέχρι 3% περίπου, το οποίο κρίνεται ικανοποιητικό.

Πίνακας 3-2: Σύγκριση δυνάμεων αναρτήρων μεταξύ προσομοιώματος και μελέτης

	Δύναμη από μελέτη (kN)	Δύναμη από προσομοίωμα (kN)	Σφάλμα (%)
Πλευρικό άνοιγμα Max	364.07	371.51	2
Πλευρικό άνοιγμα Min	316.92	350.93	10
Κεντρικό άνοιγμα Max	380.08	369.28	2.8
Κεντρικό άνοιγμα Min	332.71	343.12	3.1

4 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΥΠΟ ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ

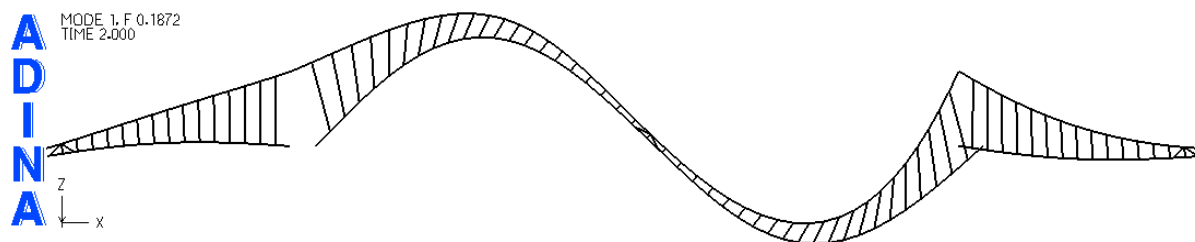
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Με βάση το προσομοίωμα στη χρονική στιγμή $t=2\text{sec}$, αρχικά εκτελείται ιδιομορφική ανάλυση ώστε να βρεθούν οι ιδιομορφές και να υπολογιστούν οι ιδιοσυχνότητες της κατασκευής. Στη συνέχεια εκτελούνται δυναμικές αναλύσεις με σκοπό τη διερεύνηση της μη γραμμικής συμπεριφοράς κατά την κατακόρυφη κίνηση της κρεμαστής γέφυρας. Αναζητούνται συντονισμοί στην περιοχή των ιδιοσυχνοτήτων που βρέθηκαν μέσω της ιδιομορφικής ανάλυσης. Το ποσοστό απόσβεσης θεωρείται ίσο με $\zeta=0.5\%$ για τις τέσσερις πρώτες ιδιομορφές, όσο θεωρήθηκε και για τη μελέτη του έργου "the Big Lift". Με σκοπό την ανίχνευση φαινομένων συντονισμού ασκούνται στο κατάστρωμα, και πιο συγκεκριμένα στα σημεία της βάσης των αναρτήρων σημειακά αρμονικά φορτία συμμετρικής και αντισυμμετρικής κατανομής για ένα εύρος λόγου συχνοτήτων περί την περιοχή των ιδιοσυχνοτήτων που μελετάμε κάθε φορά. Στη συνέχεια κατασκευάζονται διαγράμματα μέγιστων κομβικών μετατοπίσεων και τάσεων του κύριου καλωδίου κατά τη μόνιμη ταλάντωση.

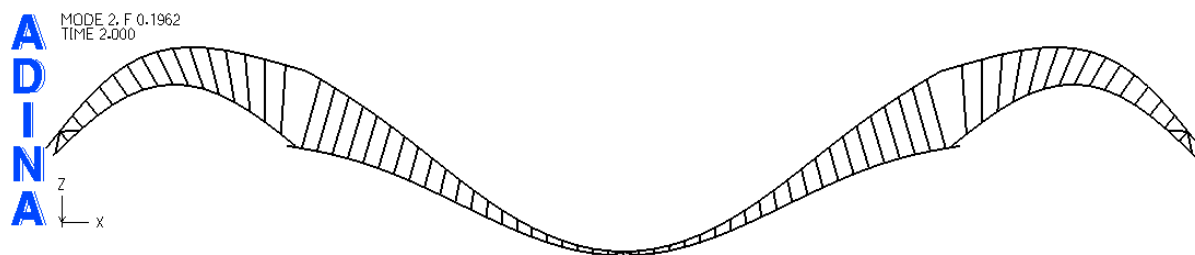
4.2 ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ

4.2.1 Ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές προσομοιώματος

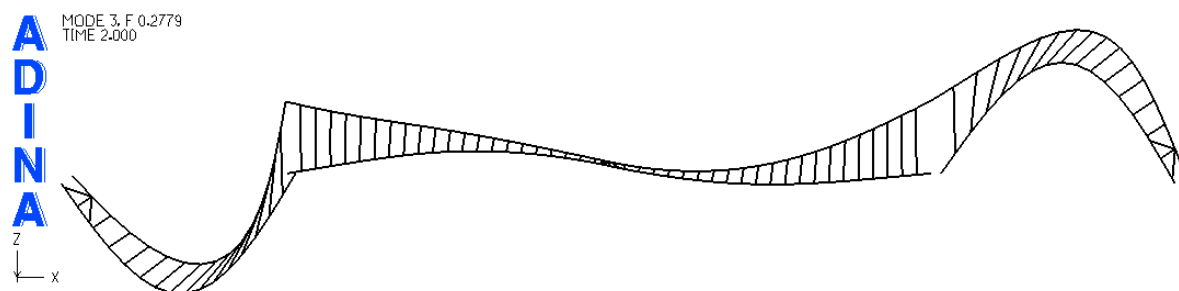
Η χρονική στιγμή $t=2$ του προσομοιώματος, όπως αναφέρθηκε χρησιμοποιείται ως αρχική κατάσταση για περαιτέρω αναλύσεις. Εκτελείται ιδιομορφική ανάλυση με σκοπό την εύρεση των ιδιομορφών και ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής. Οι πρώτες δέκα ιδιομορφές που σχετίζονται με κατακόρυφη κίνηση του κύριου καλωδίου παρουσιάζονται στις παρακάτω Εικόνες.



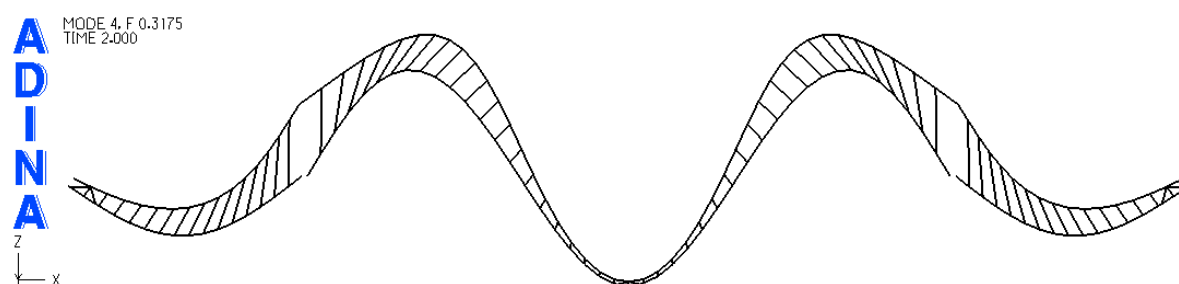
Εικόνα 4-1: Πρώτη αντισυμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος



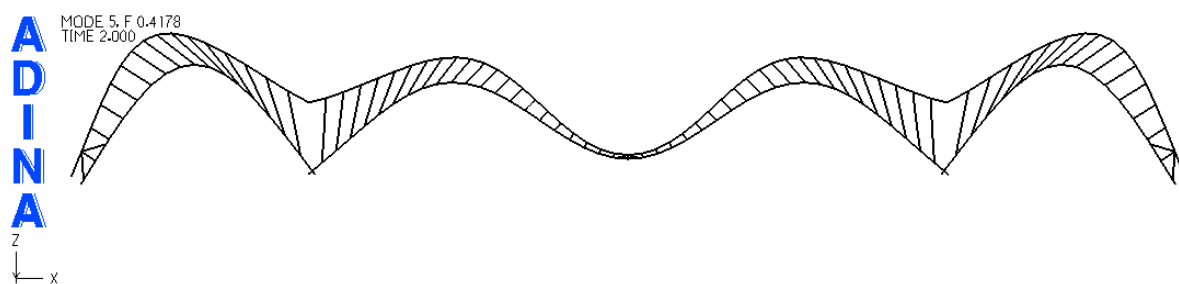
Εικόνα 4-2: Πρώτη συμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος



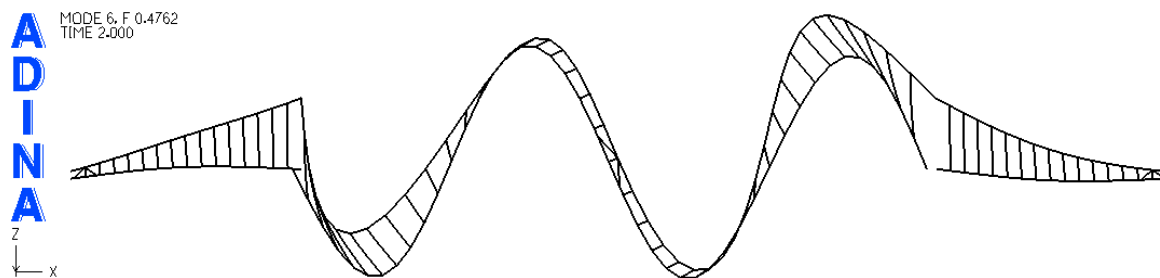
Εικόνα 4-3: Δεύτερη αντισυμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος



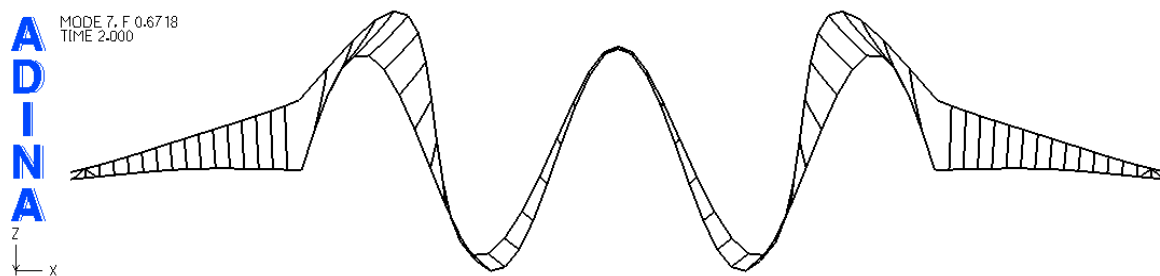
Εικόνα 4-4: Δεύτερη συμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος



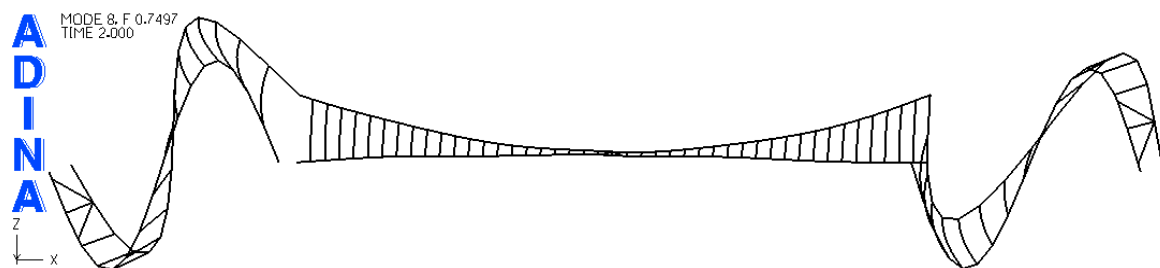
Εικόνα 4-5: Τρίτη συμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος



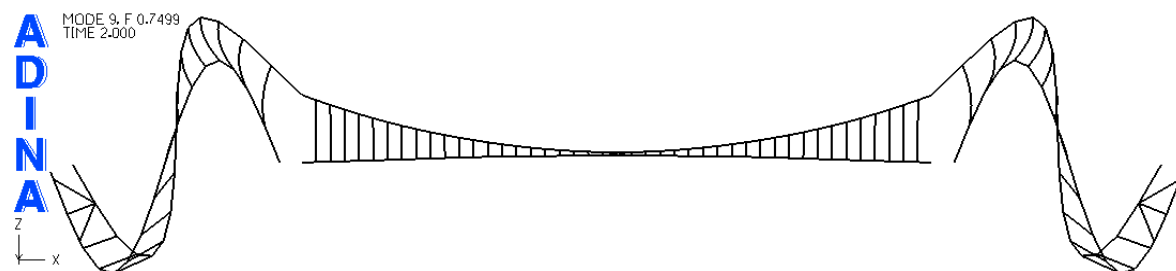
Εικόνα 4-6: Τρίτη αντισυμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος



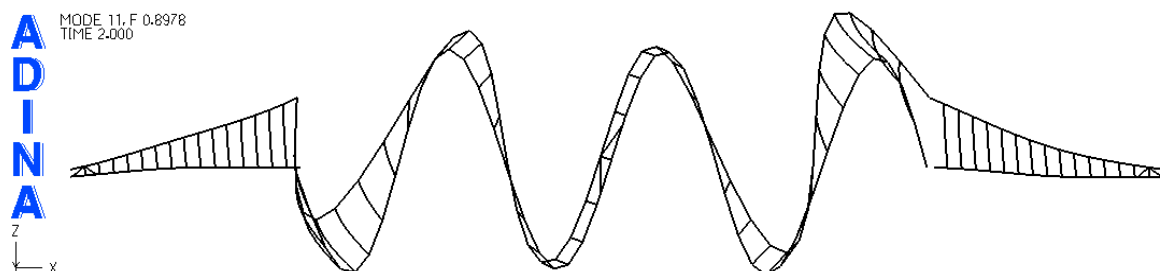
Εικόνα 4-7: Τέταρτη συμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος



Εικόνα 4-8: Τέταρτη αντισυμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος

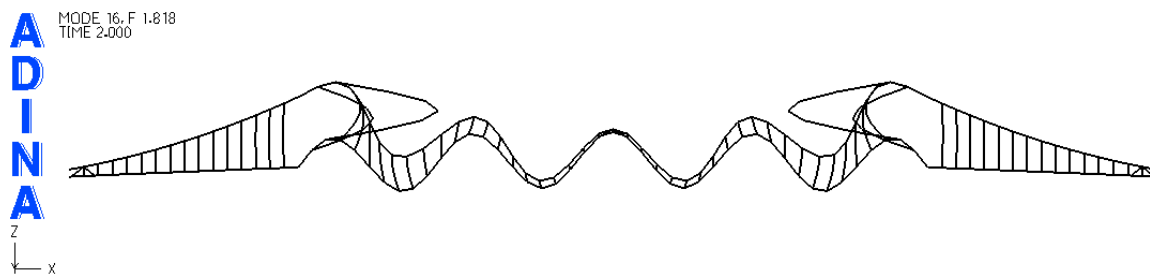


Εικόνα 4-9: Πέμπτη συμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος

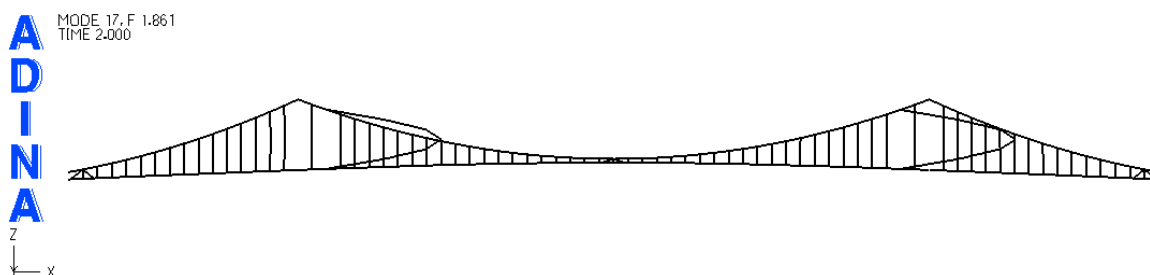


Εικόνα 4-10: Πέμπτη αντισυμμετρική ιδιομορφή προσομοιώματος

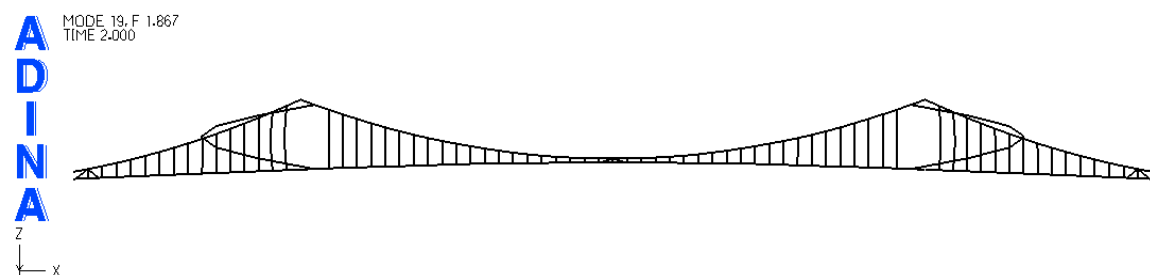
Στις παρακάτω Εικόνες παρουσιάζονται οι ιδιομορφές που σχετίζονται με την κίνηση των αναρτήρων.



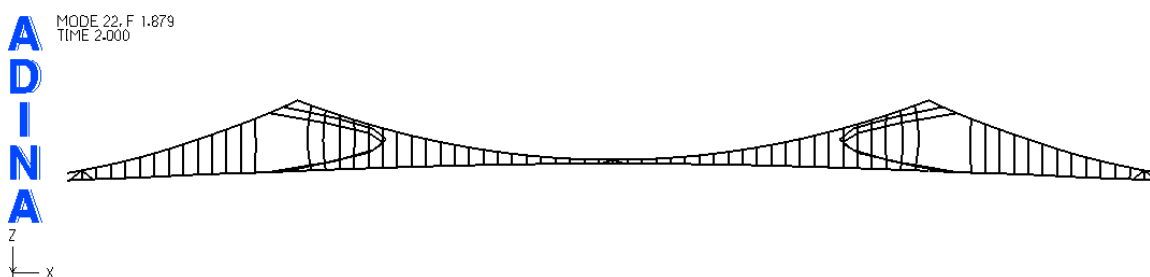
Εικόνα 4-11: Πρώτη συμμετρική ιδιομορφή πρώτου αναρτήρα εκτός πυλώνων Π1 και Π2



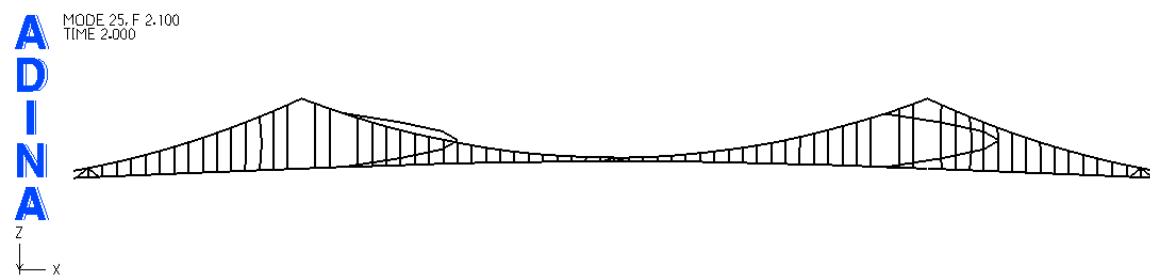
Εικόνα 4-12: Πρώτη συμμετρική ιδιομορφή δεύτερου αναρτήρα εντός πυλώνων Π1 και Π2



Εικόνα 4-13: Πρώτη συμμετρική ιδιομορφή πρώτου αναρτήρα εντός πυλώνων Π1 και Π2



Εικόνα 4-14: Πρώτη συμμετρική ιδιομορφή πρώτου και δεύτερου αναρτήρα εκτός πυλώνων Π1 και Π2



Εικόνα 4-15: Πρώτη συμμετρική ιδιομορφή τρίτου αναρτήρα εντός πυλώνων Π1 και Π2

Ο Πίνακας 4-1 παρουσιάζει πιο συνεπτυγμένα τις ιδιοσυχνότητες που αναλογούν στις ανωτέρω ιδιομορφές, η μορφή της εκάστοτε ιδιομορφής (Α - αντισυμμετρική, Σ - συμμετρική) καθώς και οι ιδιομορφές που αφορούν τους αναρτήρες ταξινομώντας τους σε φθίνουσα σειρά ως προς το μήκος τους. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των αναλύσεων με αυτά που δίνονται στη μελέτη του έργου "the Big Lift" και προέκυψαν από αριθμητικές προσεγγίσεις αλλά και από πειράματα σε αεροσήραγγες, το σφάλμα ανέρχεται σε τιμές μικρότερες του 7.5%, που κρίνεται ως μικρό και ικανοποιητικό, και επιβεβαιώνει πως το προσομοίωμα που χρησιμοποιήθηκε για τη διερεύνηση προσομοιώνει με επαρκή ακρίβεια την πραγματική κατασκευή.

Πίνακας 4-1: Χαρακτηριστικά Ιδιομορφών

Ιδιομορφή	Ιδιοσυχνότητα (Hz)	Μορφή	Στοιχείο	Ιδιοσυχνότητα από μελέτη (Hz)	Σφάλμα (%)
1 ^η	0.187	Α	Κύριο καλώδιο	0.187	0
2 ^η	0.196	Σ	Κύριο καλώδιο	0.189	3.6
3 ^η	0.278	Α	Κύριο καλώδιο	0.273	1.8
4 ^η	0.317	Σ	Κύριο καλώδιο	0.311	1.9
5 ^η	0.418	Σ	Κύριο καλώδιο	0.387	7.4
6 ^η	0.476	Α	Κύριο καλώδιο	0.448	5.9
7 ^η	0.672	Σ	Κύριο καλώδιο	0.647	3.7
8 ^η	0.7497	Α	Κύριο καλώδιο	0.715	4.6
9 ^η	0.7499	Σ	Κύριο καλώδιο	0.717	4.6
11 ^η	0.898	Α	Κύριο καλώδιο	0.870	3.1
17 ^η	1.861	Σ	2 ^{ος} αναρτήρας	-	-
19 ^η	1.867	Σ	1 ^{ος} αναρτήρας	-	-
22 ^η	1.879	Σ	1 ^{ος} + 2 ^{ος} αναρτήρες	-	-
25 ^η	2.100	Σ	3 ^{ος} αναρτήρας	-	-

4.2.2 Ιδιοσυχνότητες από προκαταρκτικό υπολογισμό

Στον προκαταρκτικό σχεδιασμό μιας κρεμαστής γέφυρας είναι επιθυμητό να γνωρίζουμε τις ιδιοσυχνότητές της ώστε να υπάρχει μία πρώτη προσέγγιση όσον αφορά τη συμπεριφορά της υπό δυναμικά φορτία. Έτσι στη συνέχεια με χρήση των εξισώσεων που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 2.3.2 υπολογίζονται οι δύο πρώτες ιδιοσυχνότητες με σκοπό τη σύγκριση μεταξύ του προσομοιώματος και των μαθηματικών εκφράσεων.

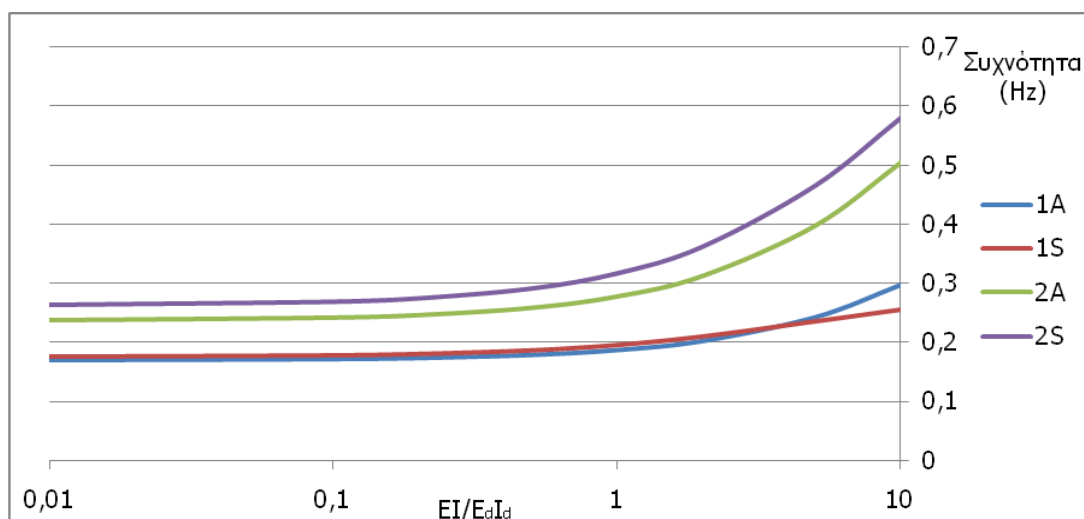
Χρησιμοποιώντας την Εξ.(2-3) υπολογίζουμε την οριζόντια συνιστώσα H του ενός καλωδίου ίση με 23600kN και στη συνέχεια με χρήση της Εξ.(2-8) υπολογίζουμε τον παράγοντα του Irvine $\lambda^2=96$. Σύμφωνα με την Εικόνα 2-7 αναμένουμε η πρώτη κατακόρυφη ιδιομορφή να είναι αντισυμμετρική και η δεύτερη συμμετρική με σχετικά κοντά τις ιδιοσυχνότητές τους. Για τον προκαταρκτικό υπολογισμό συχνοτήτων χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις του Irvine. Για την αντισυμμετρική ιδιομορφή μέσω της Εξ.(2-5) προκύπτει $\omega_{1a}=1.095\text{rad/s}$. Όσον αφορά την πρώτη συμμετρική ιδιομορφή, με την παρατήρηση πως το λ^2 έχει μεγάλη τιμή, αν αγνοήσουμε το δεύτερο όρο στο δεξιά μέρος της Εξ.(2-6), προκύπτει μέσω της Εξ.(2-10) $\tilde{\omega}=9$, ενώ με επίλυση της Εξ.(2-6) αν δεν αγνοήσουμε τον όρο με το λ^2 προκύπτει $\tilde{\omega}=8$. Οπότε μέσω της Εξ.(2-7) προκύπτει $\omega_{1s}=1.39\text{rad/s}$ ή $\omega_{1s}=1.57\text{rad/s}$ αν αγνοήσουμε το λ^2 . Εναλλακτικά χρησιμοποιώντας τους τύπους από τον κανονισμό της Κίνας στις Εξ.(2-11) και Εξ.(2-12), προκύπτει $f_{1a}=0.1804\text{Hz}$ και $f_{1s}=0.1927\text{Hz}$. Στον παρακάτω πίνακα συγκεντρώνονται τα αποτελέσματα σε όρους φυσικής συχνότητας f και συγκρίνονται.

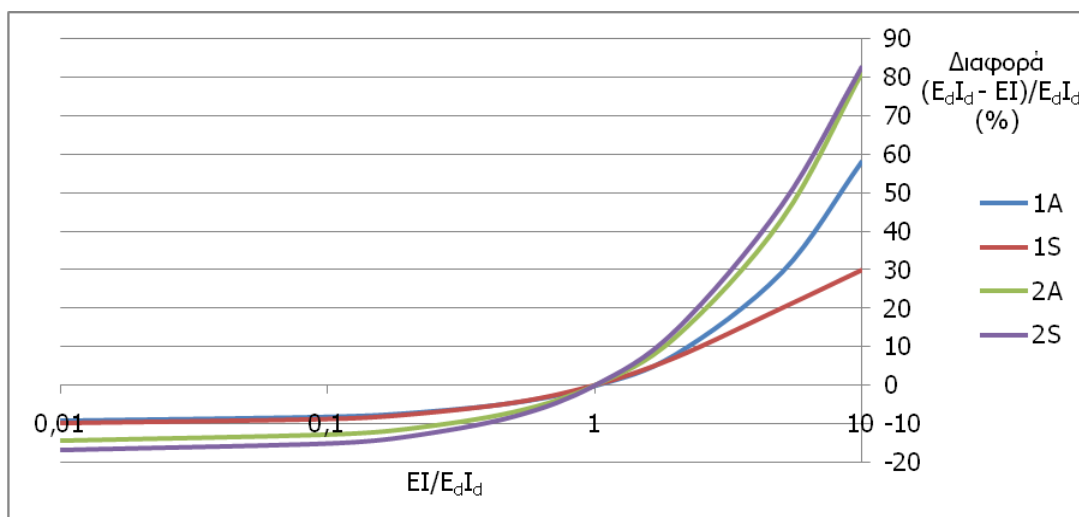
Πίνακας 4-2: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων προσομοιώματος έναντι μαθηματικών τύπων

Ιδιομορφή	Προσομοίωμα (Hz)	Irvine (Hz)	Σφάλμα (%)	Κανονισμός Κίνας (Hz)	Σφάλμα (%)
1 ^η Αντισυμμετρική	0.187	0.174	6.9	0.18	3.7
1 ^η Συμμετρική	0.196	0.22	12.2	0.193	1.5

Οι τύποι του "Wind resistant specification for highway bridges" της Κίνας δίνουν πολύ καλή προσέγγιση με σφάλμα μικρότερο του 5% οπότε ενδείκνυνται προς χρήση για προκαταρκτικό υπολογισμό. Αφετέρου οι εξισώσεις του Irvine δίνουν μεγαλύτερο σφάλμα καθώς αφορούν καλώδια με ακλόνητες στηρίξεις ενώ στην περίπτωση κρεμαστών γεφυρών η στήριξη των κύριων καλωδίων στους πυλώνες δεν είναι ακλόνητη. Ωστόσο, και το σφάλμα που προκύπτει από τις εξισώσεις του Irvine θεωρείται μικρό.

Όσον αφορά την επιρροή του καταστρώματος στις ιδιοσυχνότητες, όπως παρουσιάστηκε στην [96] κάτω από ορισμένα όρια ο παράγοντας δυσκαμψίας δεν επηρεάζει σημαντικά τις ιδιοσυχνότητες. Στην περίπτωση της γέφυρας Angus L. Macdonald ο παράγοντας δυσκαμψίας Steinman του καταστρώματος όπως δίνεται από την Εξ.(2-3) προκύπτει $S^2 \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$. Μεταβάλλοντας την τιμή της δυσκαμψίας EI του καταστρώματος ως προς την πραγματική $E_d I_d$ σε λόγους 1/100, 1/10, 1/5, 1/2, 2, 5, 10, υπολογίζονται οι τέσσερις πρώτες ιδιοσυχνότητες μέσω ιδιομορφικής ανάλυσης, διατηρώντας σταθερά τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά των καλωδίων. Οι ιδιοσυχνότητες σημειώνονται στο διάγραμμα στην Εικόνα 4-16 ως προς το λόγο $EI/E_d I_d$ και γίνεται προσαρμογή καμπύλης. Στην Εικόνα 4-17 φαίνεται η διαφορά $(E_d I_d - EI)/E_d I_d$ των ιδιοσυχνοτήτων ως προς τις πραγματικές σε σχέση με το λόγο $EI/E_d I_d$. Όπως φαίνεται για τις δύο πρώτες ιδιοσυχνότητες όταν ο λόγος $EI/E_d I_d$ είναι μικρότερος του 2, το σφάλμα περιορίζεται εντός του 10%. Για τις δύο ανώτερες ιδιομορφές όμως, στο ίδιο εύρος του λόγου $EI/E_d I_d$ η διαφορά φτάνει έως και 15%, ενώ και για τις τέσσερις ιδιοσυχνότητες όταν ο λόγος δυσκαμψιών ξεπεράσει το 2 η διαφορά αυξάνεται κατά πολύ. Τα παραπάνω μας δείχνουν πως αν στα αρχικά στάδια μιας μελέτης που δεν έχει αποφασιστεί η γεωμετρία της διατομής του καταστρώματος και είναι επιθυμητή η γνώση των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών μιας κρεμαστής γέφυρας, είναι δυνατόν να προσομοιωθεί το κατάστρωμα με αυθαίρετη μηδαμινή δυσκαμψία. Ο παράγοντας δυσκαμψιών Steinman για κρεμαστές γέφυρες συνήθως δεν ξεπερνάει την τιμή $5 \cdot 10^{-3}$.

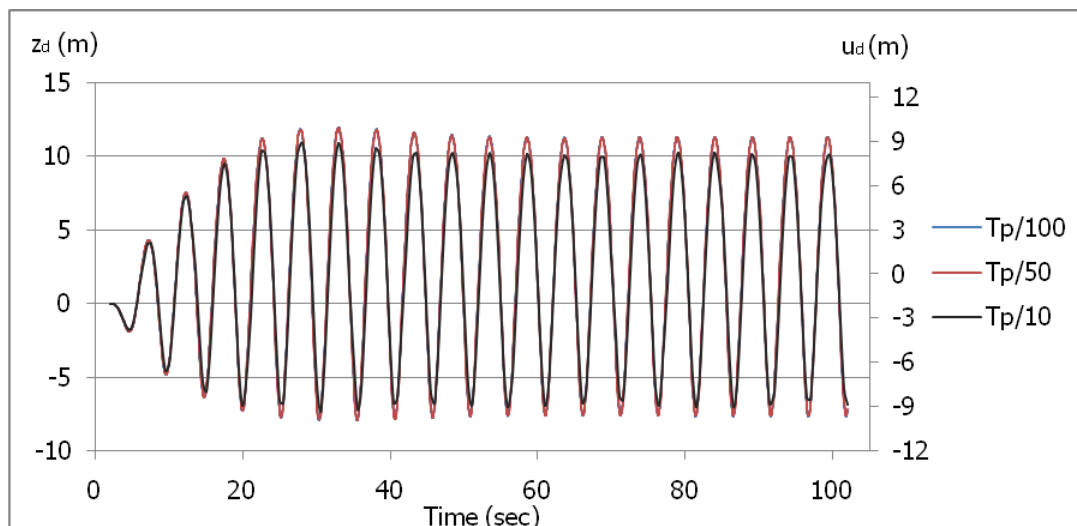
Εικόνα 4-16: Φυσικές συχνότητες f ως προς το λόγο $EI/E_d I_d$

Εικόνα 4-17: Διαφορά ιδιοσυχνοτήτων ως προς το λόγο EI/E_dI_d

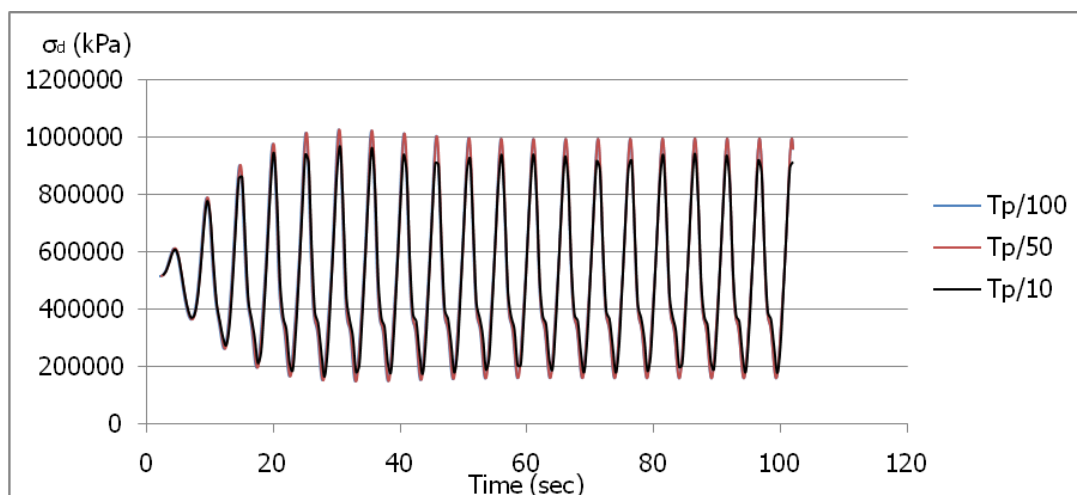
4.3 ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

4.3.1 Χρονικό βήμα

Όσο αυξάνεται η πολυπλοκότητα μιας κατασκευής τόσο πιο σημαντικό ρόλο παίζει το χρονικό βήμα επανάληψης καθώς οι δυναμικές αναλύσεις είναι θεμιτό να έχουν χαμηλή διάρκεια. Έτσι, δοκιμαστικά εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις εξωτερικού φορτίου $P=60\sin(\omega_{1st}t)$, για τρία διαφορετικά χρονικά βήματα σε σχέση με την περίοδο $T_P=T_{1s}=5.097\text{sec}$. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούνται χρονικά βήματα $\Delta t_1 \approx T_P/10=0.5\text{sec}$, $\Delta t_2 \approx T_P/50=0.1\text{sec}$, $\Delta t_3 \approx T_P/100=0.05\text{sec}$ όπου T_P είναι το μικρότερο μεταξύ της ιδιοπεριόδου του συστήματος και της περιόδου του εξωτερικού φορτίου. Στην Εικόνα 4-18 παρουσιάζεται η απόκριση του κεντρικού κόμβου υπό το ανωτέρω φορτίο για τα προαναφερθέντα χρονικά βήματα, ενώ στην Εικόνα 4-19 παρουσιάζεται η αξονική τάση του κύριου καλωδίου στη στήριξή του όπου εμφανίζεται και η μέγιστη τιμή της. Στα διαγράμματα των μετατοπίσεων οι θετικές τιμές δείχνουν μετατόπιση σε σημεία ανώτερα της θέσης στατικής ισορροπίας. Στον αριστερό κατακόρυφο άξονα στην Εικόνα 4-18 φαίνεται η θέση του κεντρικού κόμβου στο μεσαίο άνοιγμα σε σχέση με τη θέση ισορροπίας υπό τα μόνιμα φορτία, ενώ στο δεξιό κατακόρυφο άξονα παρουσιάζεται η νέα θέση ισορροπίας στο σημείο 0 γύρω από την οποία πραγματοποιείται η μόνιμη ταλάντωση. Όπως φαίνεται, η ακρίβεια της απόκρισης εξαρτάται από το χρονικό βήμα. Πιο συγκεκριμένα ο Πίνακας 4-3 παρουσιάζει τη σύγκριση των μέγιστων αποκρίσεων και μέγιστων αξονικών τάσεων για τα διαφορετικά χρονικά βήματα. Το σφάλμα προκύπτει από σύγκριση των Δt_1 και Δt_2 , με το Δt_3 . Μεταξύ των Δt_1 και Δt_3 υπάρχει διαφορά 10.55% στην απόκριση και 6.27% στην αξονική τάση που ανάλογα με το στάδιο της μελέτης μπορεί να είναι σημαντική, ενώ μεταξύ των Δt_2 και Δt_3 η διαφορά μικρότερη από 1% μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα ώστε ο διπλασιασμός του υπολογιστικού φόρτου να είναι περιττός. Η επιλογή χρονικού βήματος σε δυναμικές αναλύσεις δεν εξαρτάται μόνο από την ακρίβεια των αποτελεσμάτων αλλά και από την απαιτούμενη υπολογιστική διάρκεια. Στην παρούσα εργασία θα υιοθετηθεί το χρονικό βήμα $\Delta t_2 \approx T_P/50$. Η χρονική διάρκεια κάθε ανάλυσης είναι 100 δευτερόλεπτα.



Εικόνα 4-18: Απόκριση του κεντρικού κόμβου στο φορτίο $P=60\sin(\omega_{1s})$ για διαφορετικά χρονικά βήματα ολοκλήρωσης



Εικόνα 4-19: Αξονική τάση του κύριου καλωδίου στο σημείο εμφάνισης της μέγιστης υπό φορτίο $P=60\sin(\omega_{1s})$ για διαφορετικά χρονικά βήματα ολοκλήρωσης

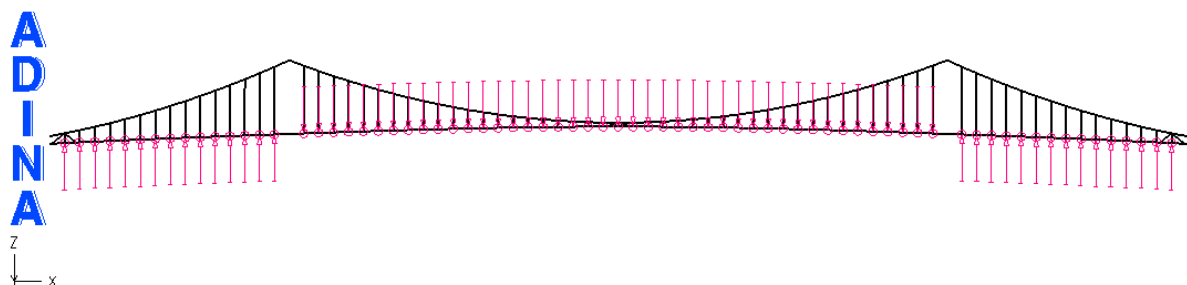
Πίνακας 4-3: Σύγκριση μέγιστης απόκρισης και αξονικής τάσης του κύριου καλωδίου υπό φορτίο $P=60\sin(\omega_{1s})$ για διαφορετικά χρονικά βήματα ολοκλήρωσης

	u_d (m)	Σφάλμα (%)	σ_d (kPa)	Σφάλμα (%)
Δt_1	8.47	10.55	965119	6.27
Δt_2	9.45	0.21	1026590	0.3
Δt_3	9.47	-	1029700	-

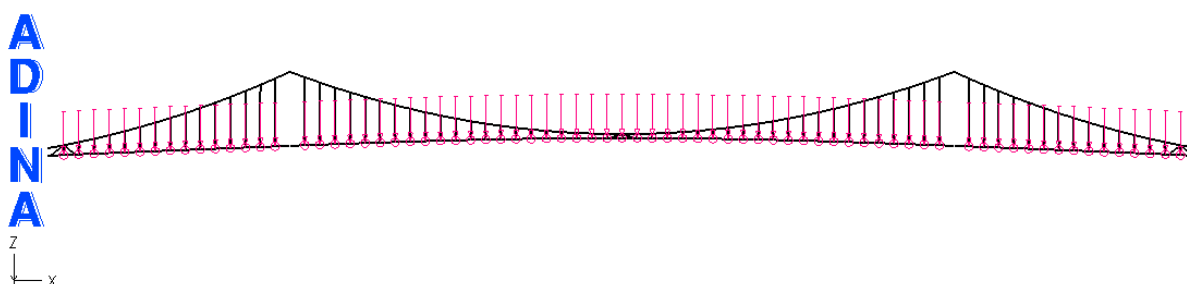
4.3.2 Περιγραφή φορτίου

Όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, ασκούνται σημειακά αρμονικά φορτία στη βάση των αναρτήρων στο ύψος του καταστρώματος. Όλα τα συγκεντρωμένα φορτία είναι της μορφής $P=P_0\sin(\Omega t)$, ασκούνται κατακόρυφα σε όλους τους κόμβους του καταστρώματος εκτός των στηρίξεων του στους πυλώνες και έχουν την ίδια χρονική μεταβολή. Η συχνότητα Ω του φορτίου λαμβάνει τιμές κοντά στη συχνότητα, για την οποία αναζητούμε φαινόμενα συντονισμού κάθε φορά, ενώ η ένταση των φορτίων P_0 λαμβάνει και αυτή τιμές ανάλογα με το συντονισμό που μελετάμε κάθε φορά. Όσον αφορά στη χωρική κατανομή των σημειακών φορτίων, γίνεται μία πρωταρχική σύγκριση μεταξύ τριών διαφορετικών χωρικών κατανομών συμμετρικής φόρτισης. Η πρώτη κατανομή ακολουθεί τη γεωμετρία της πρώτης

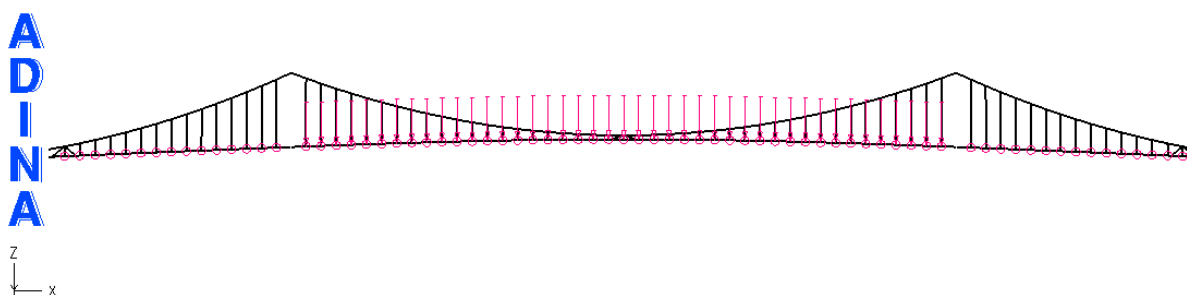
συμμετρικής ιδιομορφής με φορτία αντίθετης φοράς μεταξύ του κεντρικού ανοίγματος και των πλευρικών ανοιγμάτων όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-20α. Σύμφωνα με τη δεύτερη κατανομή εφαρμόζεται ομοιόμορφο φορτίο σε όλο το μήκος της γέφυρας όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-20β, ενώ κατά την τρίτη κατανομή το ομοιόμορφο φορτίο εφαρμόζεται μόνο στο κεντρικό άνοιγμα, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-20γ.



(α)



(β)

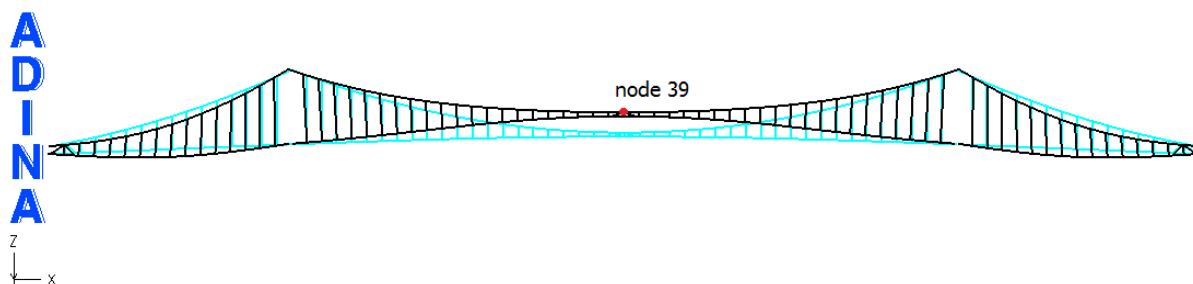


(γ)

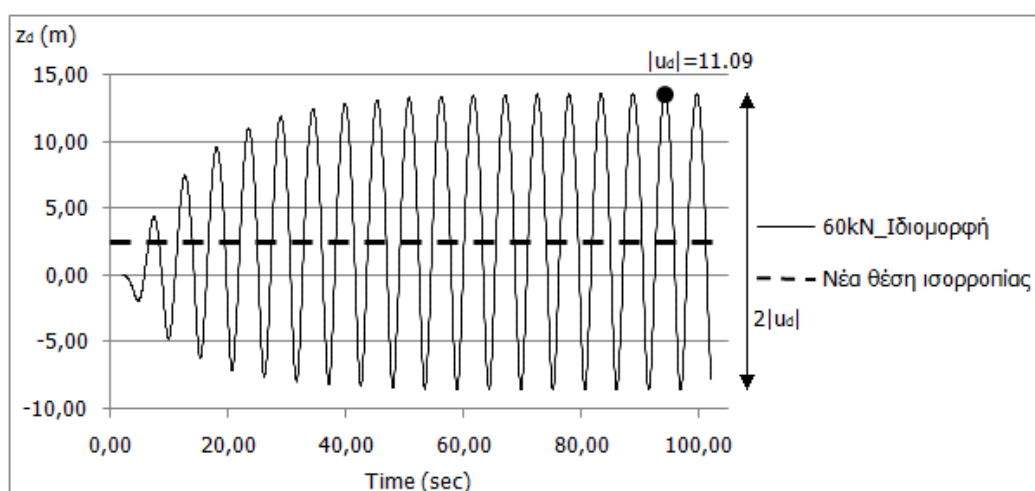
Εικόνα 4-20: Μορφές συμμετρικού φορτίου με βάση (α) την 1^η συμμετρική ιδιομορφή (β) ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος (γ) ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο στο κεντρικό άνοιγμα

Για τη σύγκριση της απόκρισης της γέφυρας ανάλογα με τη μορφή της φόρτισης εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις για συχνότητες Ω του εξωτερικού φορτίου από $0.8\omega_{1s}$ έως $1.2\omega_{1s}$, δηλαδή περί την ιδιοσυχνότητα της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής. Σκοπός της διερεύνησης αυτής είναι η επιλογή της δυσμενέστερης χωρικής κατανομής του φορτίου για τις επόμενες αναλύσεις. Η μέγιστη μετατόπιση κατά την ταλάντωση της γέφυρας παρατηρείται στον κεντρικό κόμβο, ο οποίος και φαίνεται στην Εικόνα 4-21. Στην Εικόνα 4-22 παρουσιάζεται η δυναμική απόκριση του κεντρικού κόμβου του κύριου καλωδίου για χωρική κατανομή φόρτισης αντίστοιχη της 1^{ης} συμμετρικής ιδιομορφής. Παρατηρείται πως το σύστημα με την πάροδο του χρόνου εκτελεί ταλάντωση γύρω από μια νέα θέση ισορροπίας που βρίσκεται σε μεγαλύτερο υψόμετρο από τη θέση στατικής ισορροπίας όπως αναφέρθηκε στην [92]. Το πλάτος μόνιμης απόκρισης u_d υπολογίζεται περί τη νέα θέση ισορροπίας. Στην Εικόνα 4-23 φαίνονται οι δυναμικές αποκρίσεις του κεντρικού κόμβου του κύριου

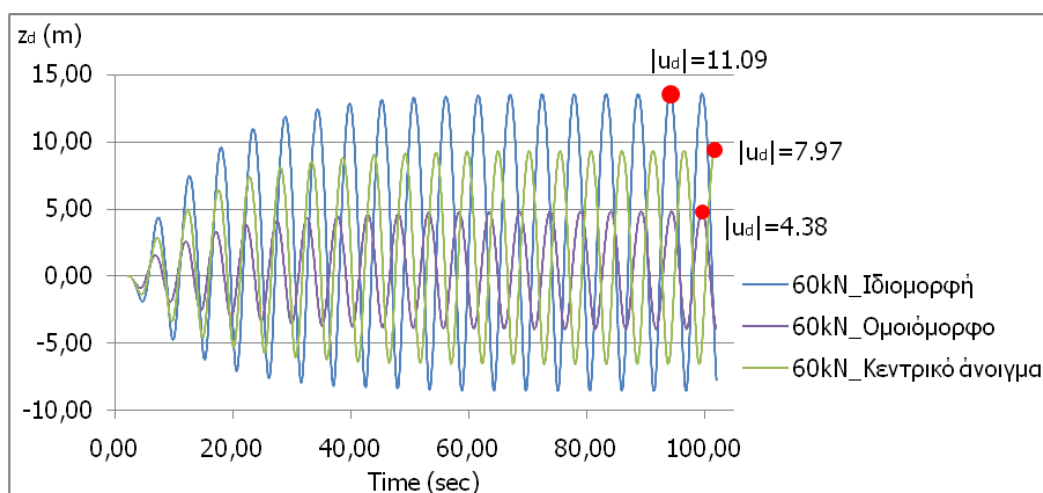
καλωδίου σε κατάσταση συντονισμού ως προς τη θέση στατικής ισορροπίας της γέφυρας στη θέση $z_d=0$ για τις τρεις μορφές φόρτισης. Το πλάτος της μόνιμης απόκρισης $|u_d|$ περί τη νέα θέση ισορροπίας σημειώνεται στα τρία διαγράμματα ως προς το λόγο συχνότητας εξωτερικού φορτίου Ω προς ιδιοσυχνότητα ω_0 και παρουσιάζονται στην Εικόνα 4-24. Κάθε σημείο των καμπυλών του διαγράμματος αναπαριστά το αποτέλεσμα της μόνιμης απόκρισης μίας δυναμικής ανάλυσης. Τα προαναφερθέντα σημεία σημειώνονται και στα διαγράμματα στην Εικόνα 4-24 και όπως είναι προφανές, η δυσμενέστερη μορφή φόρτισης είναι αυτή της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής και αυτή θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια για τη διερεύνηση των μη γραμμικών συντονισμών.



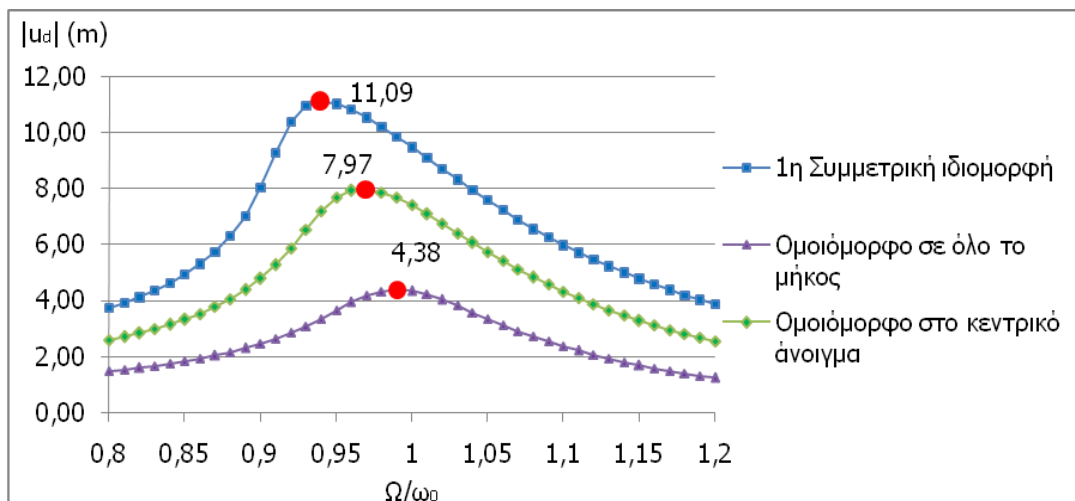
Εικόνα 4-21: Κόμβος μέγιστης μετατόπισης κατά τη συμμετρική ταλάντωση



Εικόνα 4-22: Απόκριση ταλάντωσης συντονισμού για μορφή φόρτισης ανάλογη της 1^{ης} συμμετρικής ιδιομορφής



Εικόνα 4-23: Απόκριση ταλάντωσης συντονισμού για τις διαφορετικές μορφές φόρτισης

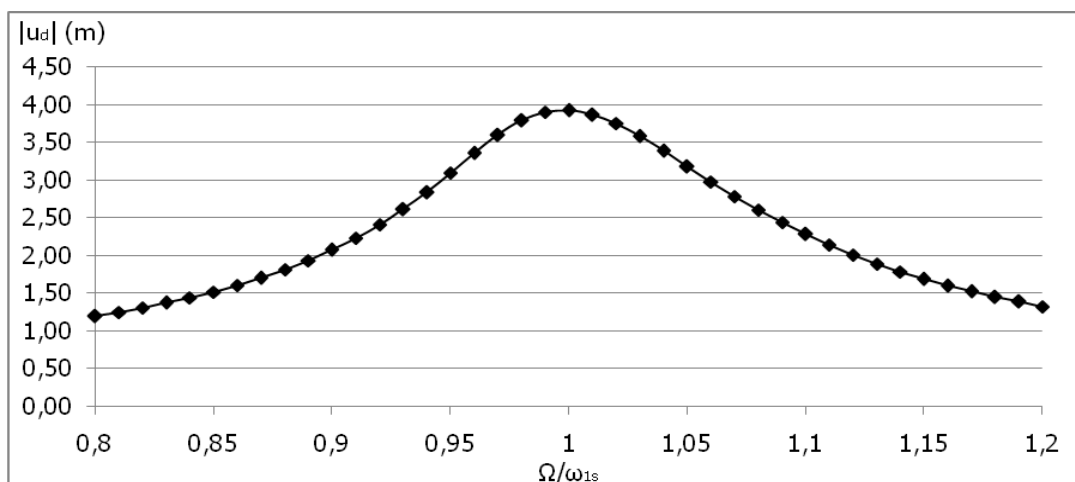


Εικόνα 4-24: Διάγραμμα πλάτους μόνιμης απόκρισης - λόγου συχνотήτων για τις διαφορετικές μορφές συμμετρικής φόρτισης

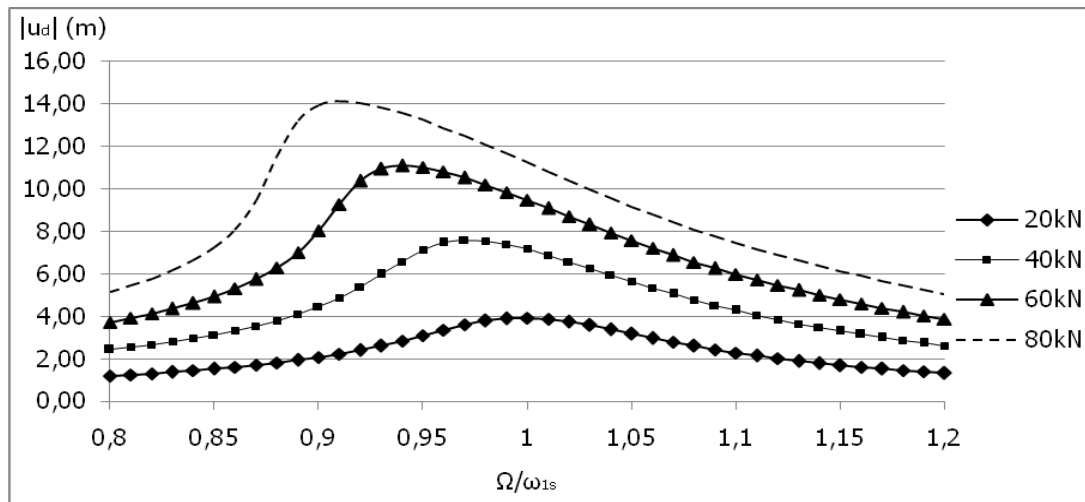
4.3.3 Συντονισμοί

4.3.3.1 Θεμελιώδης συντονισμός κύριου καλωδίου

Με σκοπό την ανίχνευση του θεμελιώδη συντονισμού για διάφορες τιμές φορτίου, εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις κοντά στην περιοχή της ιδιοσυχνотήτας της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής, $f_{1s}=0.1962\text{Hz}$ ή $\omega_{1s}=1.233\text{rad/sec}$. Συγκεκριμένα, ο φορέας φορτίζεται με φορτίο $P=P_0\sin(\Omega t)$, όπου η συχνотήτα Ω λαμβάνει τιμές μεταξύ $0.8\omega_{1s}$ και $1.2\omega_{1s}$ μεταβαλλόμενη ανά $0.01\omega_{1s}$. Η μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση της κατασκευής εμφανίζεται στον κεντρικό κόμβο του μεσαίου ανοίγματος. Το πλάτος της μέγιστης μετατόπισης της μόνιμης απόκρισης καταγράφεται για κάθε μεταβολή της εξωτερικής συχνотήτας και δημιουργείται ένα διάγραμμα πλάτους μόνιμης απόκρισης $|u_d|$ - λόγου συχνотήτων Ω/ω_{1s} . Στην Εικόνα 4-25 παρουσιάζεται ένα τέτοιο διάγραμμα για $P_0=20\text{kN/κόμβο}$. Κάθε σημείο του διαγράμματος, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, αναπαριστά τη μόνιμη απόκριση μίας δυναμικής ανάλυσης. Όπως φαίνεται η απόκριση είναι αυξημένη όσο ο λόγος συχνотήτων πλησιάζει την τιμή 1, με τη μέγιστη να βρίσκεται ακριβώς όταν $\Omega/\omega_{1s}=1$, το οποίο υποδηλώνει γραμμική συμπεριφορά. Αυξάνοντας την ένταση της φόρτισης P_0 , εκτελούνται δυναμικές αναλύσεις για P_0 ίσο με 20, 40, 60 και 80kN/κόμβο. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην Εικόνα 4-26.

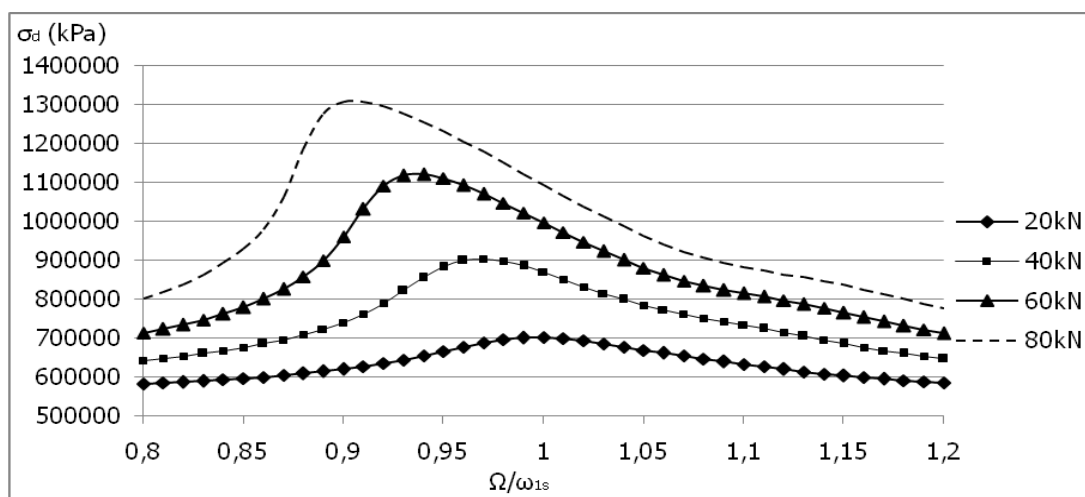


Εικόνα 4-25: Διάγραμμα πλάτους ταλάντωσης κύριου καλωδίου - λόγου συχνотήτων για συμμετρικό φορτίο $P_0=20\text{kN/κόμβο}$



Εικόνα 4-26: Διαγράμματα πλάτους ταλάντωσης κύριου καλωδίου - λόγου συχνοτήτων για θεμελιώδη συντονισμό υπό συμμετρικά φορτία

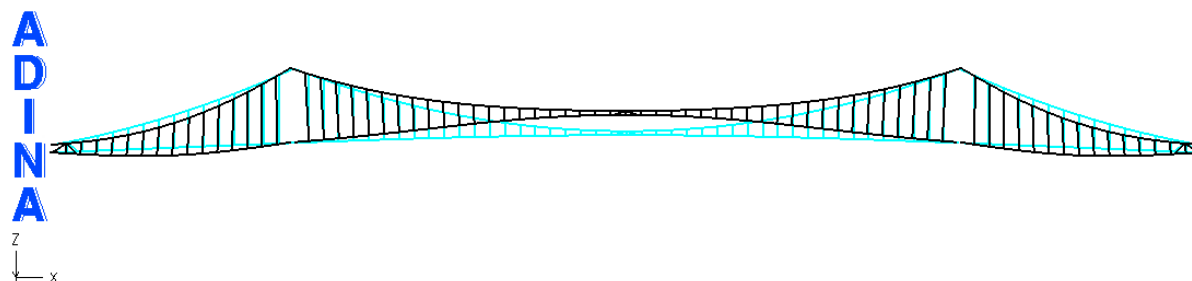
Όπως φαίνεται, με την αύξηση του μεγέθους της φόρτισης εκτός από την αύξηση του πλάτους ταλάντωσης της γέφυρας, εμφανίζεται και η αναμενόμενη από τους Benedettini και Rega σε καλώδια με σημαντική κρέμαση καμπύλωση προς χαμηλότερες συχνότητες των διαγραμμάτων [82]. Η καμπύλωση αυτή γίνεται εντονότερη με την αύξηση της έντασης των φορτίων. Η καμπύλη με $P_0=80\text{kN}$ είναι κατασκευασμένη με διακεκομμένη γραμμή και δείχνει πως σε αυτό το φορτίο το όριο των 1220MPa έχει ξεπεραστεί. Αυτό εξακριβώνεται από τα διαγράμματα στην Εικόνα 4-27 που δείχνουν την αξονική τάση του κύριου καλωδίου σε κάθε αντίστοιχη ανάλυση των προηγούμενων. Η γέφυρα ως είναι, με φόρτιση 60kN/κόμβο αναπτύσσει αξονική τάση κύριου καλωδίου στην κορυφή του διαγράμματος περίπου 1100MPa που είναι κάτω από το όριο των 1220MPa . Φαίνεται να υπάρχει αναλογία μεταξύ των δύο διαγραμμάτων απόκρισης, καθώς τα διαγράμματα της αξονικής τάσης ακολουθούν όμοια καμπυλότητα με αυτά του πλάτους ταλάντωσης, ενώ και στις δύο περιπτώσεις η μέγιστη μόνιμη απόκριση παρατηρείται για λόγο συχνοτήτων περίπου 0.93 για φορτίο που δεν οδηγεί σε αστοχία. Η μη γραμμικότητα στην περίπτωση μας είναι περιορισμένη καθώς δεν παρατηρούνται άλματα και διπλοί κλάδοι στις καμπύλες ανάλογα αυτών στην Εικόνα 2-6.



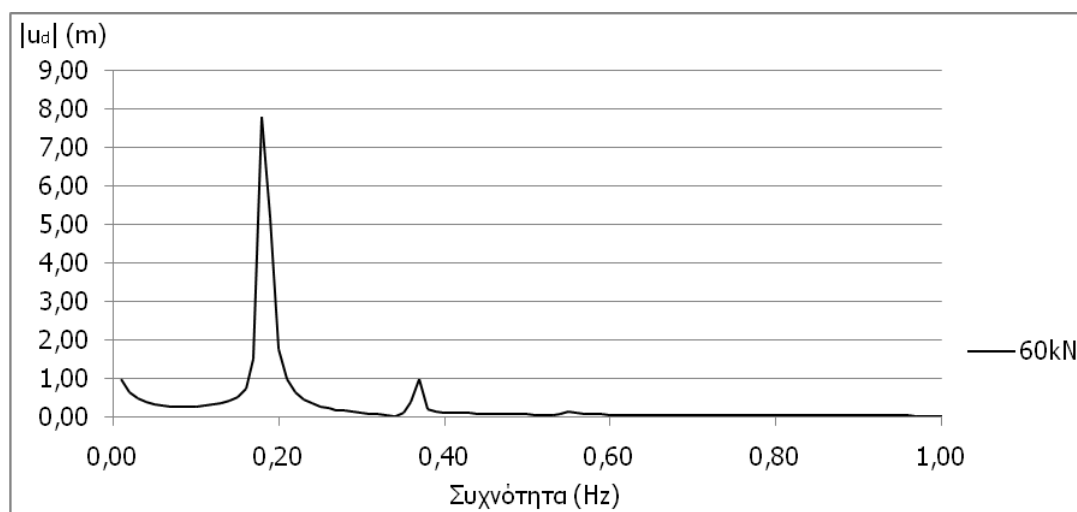
Εικόνα 4-27: Διαγράμματα αξονικής τάσης κύριου καλωδίου - λόγου συχνοτήτων για θεμελιώδη συντονισμό υπό συμμετρικά φορτία

Στην Εικόνα 4-28 φαίνεται η γεωμετρία του φορέα σε στατική ισορροπία με γαλάζιο χρώμα και κατά τη μόνιμη ταλάντωση υπό 60kN/κόμβο με μαύρο χρώμα και όπως φαίνεται, η ταλάντωση ακολουθεί

τη γεωμετρία της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από την Εικόνα 4-29, στην οποία παρουσιάζεται διάγραμμα Fourier για την απόκριση του κεντρικού κόμβου υπό 60kN/κόμβο, μιας και η μέγιστη απόκριση παρατηρείται για συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητα της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής.



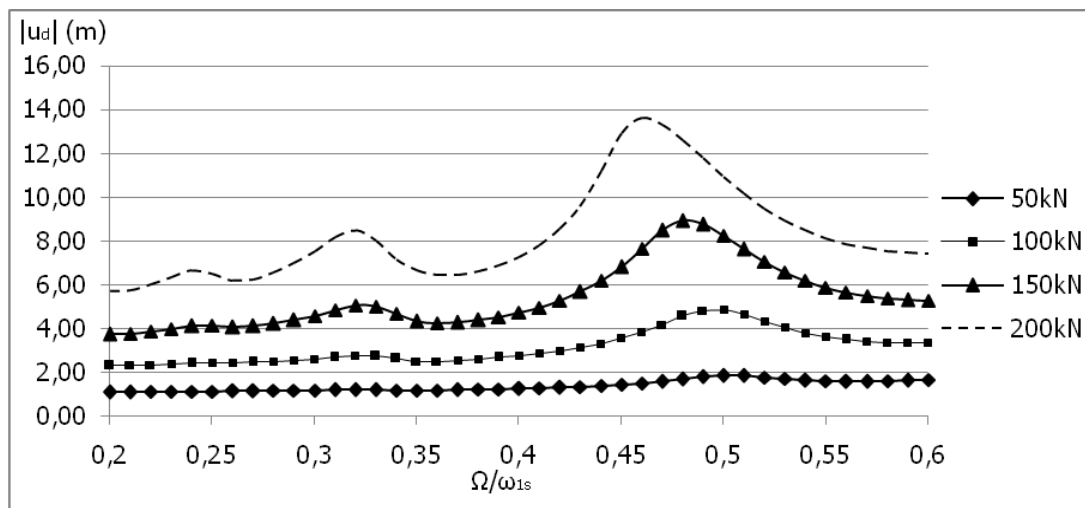
Εικόνα 4-28: Γεωμετρία του φορέα κατά τη μόνιμη ταλάντωση θεμελιώδους συντονισμού υπό συμμετρικά φορτία έντασης 60kN



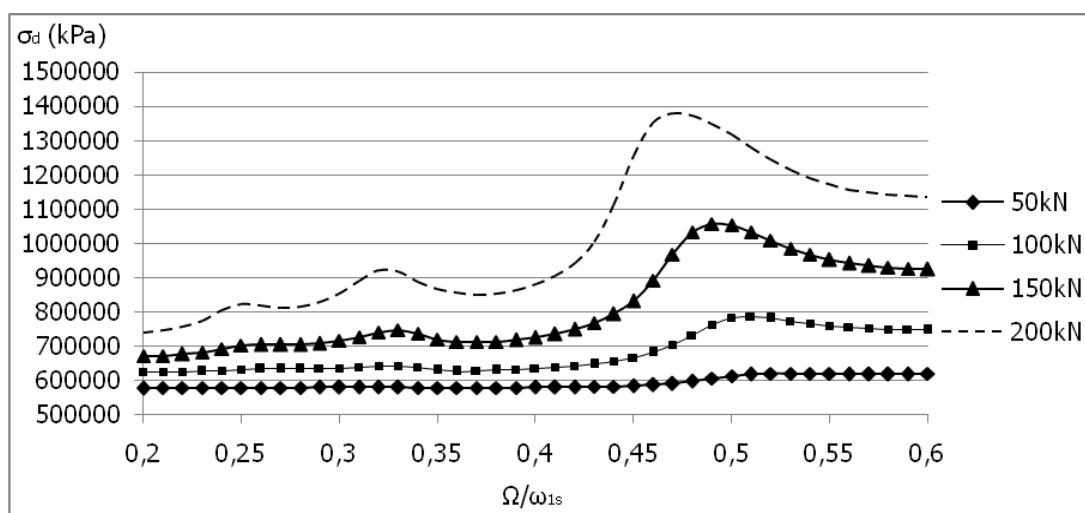
Εικόνα 4-29: Διάγραμμα Fourier της απόκρισης κεντρικού κόμβου κύριου καλωδίου σε θεμελιώδη συντονισμό υπό συμμετρικά φορτία

4.3.3.2 Υπεραρμονικός συντονισμός κύριου καλωδίου

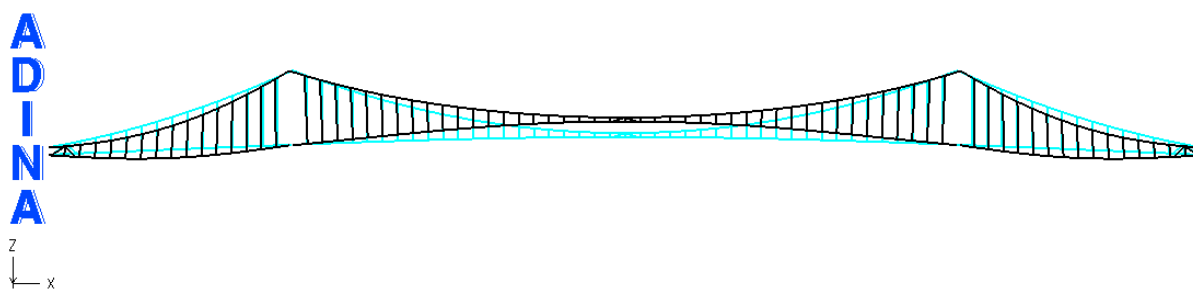
Αναζητώντας υπεραρμονικούς συντονισμούς, φορτίζουμε το προσομοίωμα με φορτία συχνοτήτων μεταξύ $0.2\omega_{1s}$ και $0.6\omega_{1s}$. Σκοπός είναι η αναζήτηση φαινομένου συντονισμού όταν η συχνότητα φόρτισης ακολουθεί τον τύπο της Εξ.(2-1), ήτοι $\Omega = \omega_{1s}/2$ και $\Omega = \omega_{1s}/3$. Στην Εικόνα 4-30 φαίνονται διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης του κεντρικού κόμβου του κύριου καλωδίου για τιμές P_0 ίση με 50, 100, 150 και 200kN/κόμβο, ενώ στην Εικόνα 4-31 δίνονται τα διαγράμματα αξονικής τάσης του κύριου καλωδίου για τις ίδιες τιμές φορτίου. Και στις δύο εικόνες παρατηρούνται κορυφές στα διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης μόνο για τις υψηλές τιμές φορτίων, επιβεβαιώνοντας ότι για την εμφάνιση του υπεραρμονικού συντονισμού απαιτούνται μεγάλα φορτία, όπως αναφέρθηκε και στην §2.3.1. Στην Εικόνα 4-32 παρουσιάζεται η γεωμετρία του φορέα σε στατική ισορροπία με γαλάζιο χρώμα και κατά τη μόνιμη ταλάντωση υπό φορτία έντασης 150kN/κόμβο με μαύρο χρώμα και όπως φαίνεται, η ταλάντωση ακολουθεί τη γεωμετρία της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής. Οι κορυφές στα διαγράμματα εμφανίζονται σε λόγο συχνοτήτων 0.5 και 0.33 καθώς και μία κορυφή αμελητέου μεγέθους σε λόγο 0.25. Η κορυφή στην περιοχή λόγου συχνοτήτων 0.5 υποδεικνύει υπεραρμονικό συντονισμό δευτέρας τάξης για την πρώτη συμμετρική ιδιομορφή, ενώ η κορυφή στην περιοχή 0.33 υποδηλώνει υπεραρμονικό συντονισμό τρίτης τάξης για την πρώτη συμμετρική ιδιομορφή.



Εικόνα 4-30: Διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης κεντρικού κόμβου κύριου καλωδίου για υπεραρμονικό συντονισμό υπό συμμετρικά φορτία



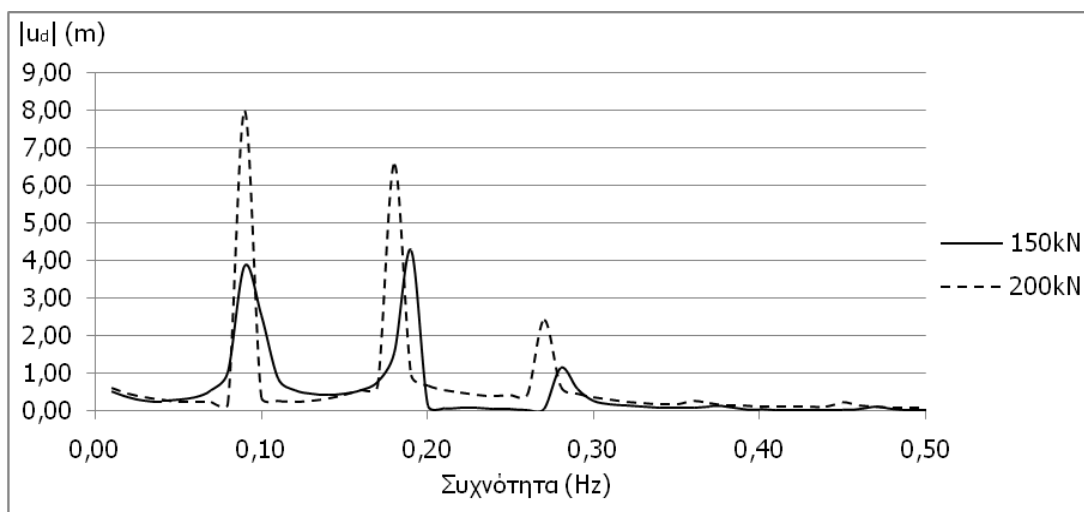
Εικόνα 4-31 Διαγράμματα αξονικής τάσης υπεραρμονικού συντονισμού υπό συμμετρικά φορτία



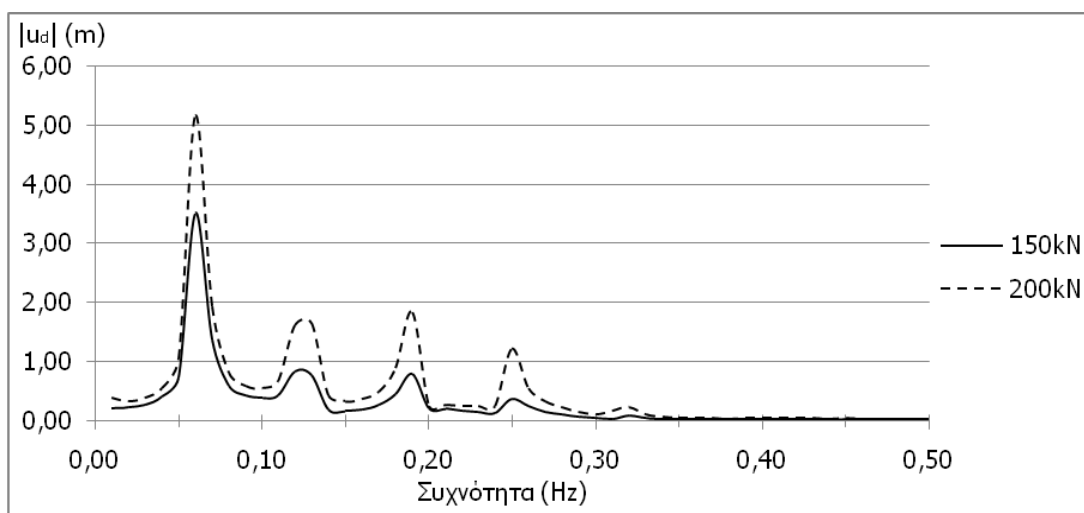
Εικόνα 4-32: Γεωμετρία του φορέα κατά τη μόνιμη ταλάντωση υπεραρμονικού συντονισμού υπό συμμετρικά φορτία έντασης 150kN

Τα παραπάνω επιβεβαιώνονται από την Εικόνα 4-33 καθώς και την Εικόνα 4-34. Στην Εικόνα 4-33 μέσω διαγραμμάτων Fourier εμφανίζονται κορυφές σε συχνότητα ίση με τη συχνότητα φόρτισης $\Omega \approx \omega_{1s}/2$ ($f=0.09\text{Hz}$) καθώς και την ιδιοσυχνότητα της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής ω_{1s} ($f_{1s}=0.19\text{Hz}$) που υποδεικνύουν τον υπεραρμονικό συντονισμό δευτέρας τάξης. Στον υπεραρμονικό συντονισμό τρίτης τάξης απαιτούνται σημαντικότερα φορτία σε σχέση με το συντονισμό δευτέρας τάξης για την εξέλιξη του φαινομένου. Δηλαδή για μία εμφανή κορυφή στο διάγραμμα της απόκρισης,

όπως φαίνεται και στην Εικόνα 4-30 απαιτείται φορτίο τουλάχιστον 200kN/κόμβο ώστε να παρατηρηθεί σημαντική αύξηση της απόκρισης. Στην Εικόνα 4-34, όπου απεικονίζεται το διάγραμμα Fourier για τον συντονισμό τρίτης τάξεως, παρατηρούμε πως το φαινόμενο του υπεραρμονικού συντονισμού είναι ασθενέστερο σε σχέση με αυτό της δεύτερης τάξεως (βλ. Εικόνα 4-33) επειδή το πλάτος ταλάντωσης για συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητα του κύριου καλωδίου ($f_{1s}=0.19\text{Hz}$) είναι μικρότερο από αυτό για συχνότητα ίση με τη συχνότητα του φορτίου ($f=0.06\text{Hz}$). Από τα διαγράμματα στην Εικόνα 4-31 επιβεβαιώνεται ότι ο υπεραρμονικός συντονισμός δευτέρας τάξης είναι ο δυσμενέστερος εκ των δύο όσο αυξάνεται η ένταση της φόρτισης. Για φόρτιση με $P_0=150\text{kN/κόμβο}$ η αξονική τάση προσεγγίζει την τιμή 1050MPa ενώ για $P_0=200\text{kN/κόμβο}$ ξεπερνάει το όριο των 1220MPa. Η ραχοκοκαλιά του συντονισμού δευτέρας τάξης εμφανίζει αισθητή καμπύλωση προς χαμηλότερους λόγους συχνότητων έως και 0.46,, επιβεβαιώνοντας και στην περίπτωση των υπεραρμονικών συντονισμών την χαλαρωτική συμπεριφορά του κύριου καλωδίου.



Εικόνα 4-33: Διαγράμματα Fourier πλάτους μόνιμης απόκρισης κεντρικού κόμβου κύριου καλωδίου σε υπεραρμονικό συντονισμό δευτέρας τάξης υπό συμμετρικά φορτία

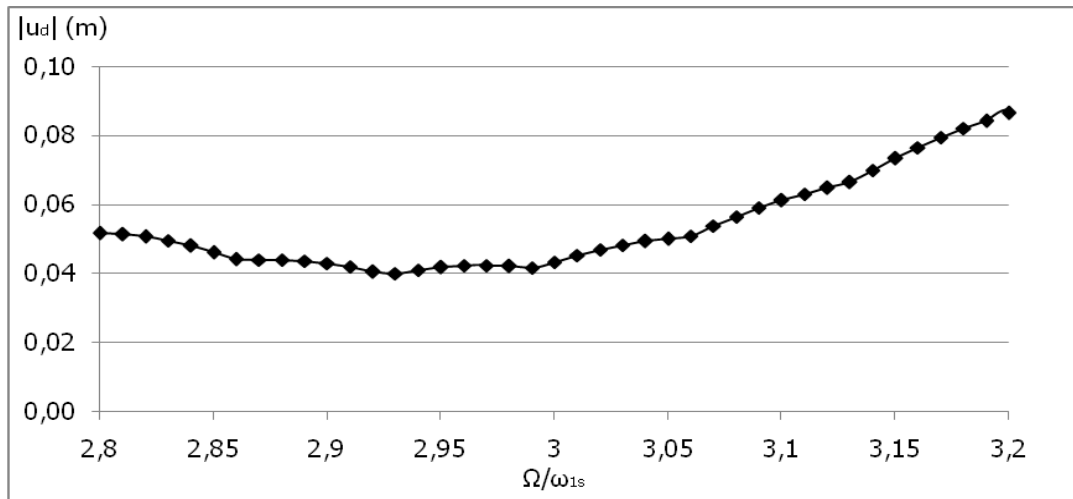


Εικόνα 4-34: Διαγράμματα Fourier πλάτους μόνιμης απόκρισης κεντρικού κόμβου κύριου καλωδίου σε υπεραρμονικό συντονισμό τρίτης τάξης υπό συμμετρικά φορτία

4.3.3.3 Υποαρμονικός – εσωτερικός συντονισμός κύριου καλωδίου

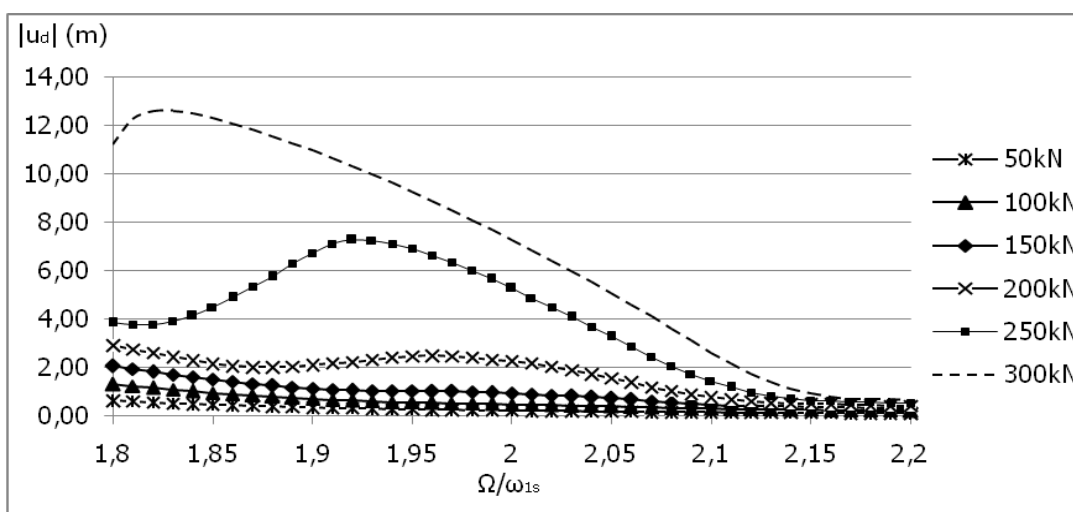
Με σκοπό τον εντοπισμό υποαρμονικών συντονισμών αναζητούμε σημαντικούς συντονισμούς στις περιοχές $2\omega_{1s}$ και $3\omega_{1s}$. Έτσι φορτίζουμε το προσομοίωμα, με τη φόρτιση να λαμβάνει αυτή τη φορά

συχνότητες από $1.8\omega_{1s}$ έως $2.2\omega_{1s}$ και από $2.8\omega_{1s}$ έως $3.2\omega_{1s}$. Χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη αρχικές συνθήκες, όπως αναφέρθηκε είναι απαραίτητα φορτία σημαντικής έντασης για την εμφάνιση φαινομένου υποαρμονικού συντονισμού. Έτσι φορτίζοντας το προσομοίωμα με $P_0=300\text{kN}$ για συχνότητες από $2.8\omega_{1s}$ έως $3.2\omega_{1s}$ παρουσιάζεται στην Εικόνα 4-35 το διάγραμμα πλάτους μόνιμης απόκρισης κεντρικού κόμβου του κύριου καλωδίου. Όπως φαίνεται με τις μετακινήσεις να λαμβάνουν τιμές χαμηλότερες των 10cm χωρίς εμφανή κορυφή, δεν εμφανίζεται φαινόμενο συντονισμού.

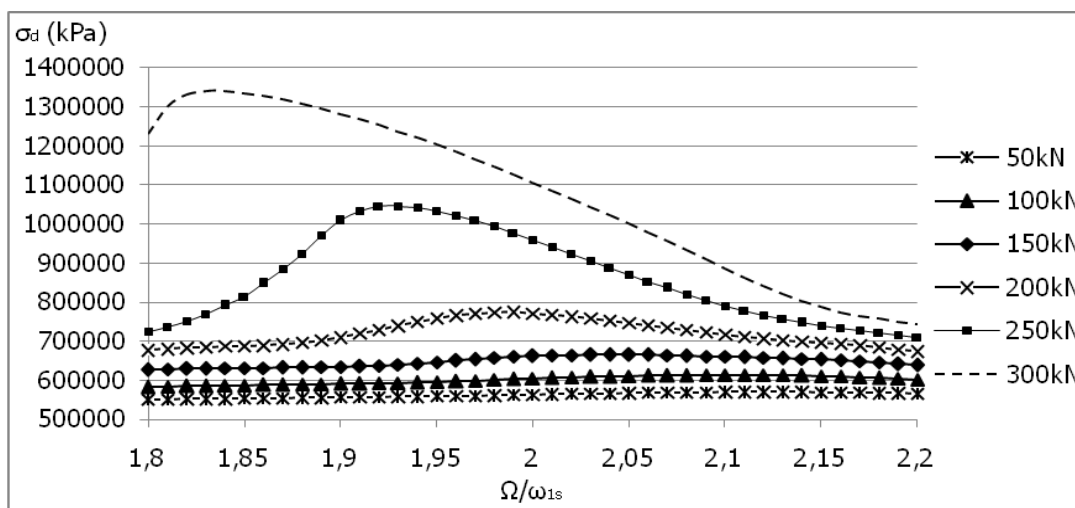


Εικόνα 4-35: Διάγραμμα πλάτους μόνιμης απόκρισης κεντρικού κόμβου κύριου καλωδίου για συχνότητες από $2.8\omega_{1s}$ έως $3.2\omega_{1s}$ υπό συμμετρικά φορτία

Με σκοπό την αναζήτηση υποαρμονικού συντονισμού στην περιοχή συχνοτήτων μεταξύ $1.8\omega_{1s}$ και $2.2\omega_{1s}$ φορτίζουμε το προσομοίωμα με τιμές P_0 ίση με 50, 100, 150, 200, 250 και 300kN/κόμβο και προκύπτουν τα διαγράμματα που φαίνονται στην Εικόνα 4-36. Για την εμφάνιση συντονισμού και αισθητών ταλαντώσεων χωρίς αρχικές συνθήκες, είναι απαραίτητη η φόρτιση με P_0 μεγαλύτερο των 200kN/κόμβο . Για φόρτιση με P_0 ίσο με 250kN/κόμβο παρουσιάζεται και καμπύλωση των διαγραμμάτων προς λόγο συχνοτήτων ίσο με 1.93. Για φορτία μεγαλύτερα των 250kN ανά κόμβο εμφανίζεται η απαίτηση για μεγαλύτερη εφελκυστική αντοχή του κύριου καλωδίου όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-37.

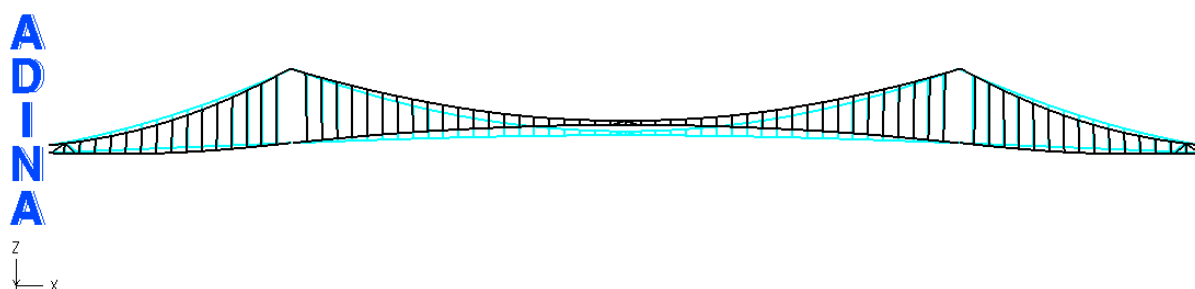


Εικόνα 4-36: Διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης κεντρικού κόμβου κύριου καλωδίου σε υποαρμονικό συντονισμό υπό συμμετρικά φορτία

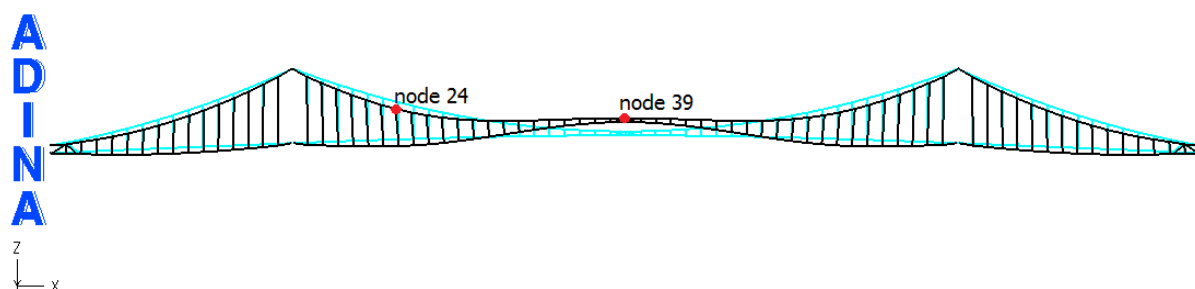


Εικόνα 4-37: Διαγράμματα αξονικής τάσης κύριου καλωδίου σε υποαρμονικό συντονισμό υπό συμμετρικά φορτία

Η μορφή του φορέα κατά την ταλάντωση παρουσιάζεται στην Εικόνα 4-38 ενώ στην Εικόνα 4-39 παρουσιάζονται διαγράμματα Fourier της κίνησης των κόμβων 24 και 39 υπό φορτίο $P_0=250\text{kN}/\text{κόμβος}$. Όπως φαίνεται, ο φορέας εκτός από κίνηση που ακολουθεί την πρώτη ιδιομορφή (Εικόνα 4-38 α) εκτελεί και κίνηση που ακολουθεί την τρίτη συμμετρική ιδιομορφή (Εικόνα 4-38 β), γεγονός που επιβεβαιώνεται από τα διαγράμματα Fourier στα οποία παρουσιάζονται δύο κορυφές και για τους δύο κόμβους στις συχνότητες 0.19Hz και 0.38Hz. Η κόμβος 39 ταλαντώνεται κυρίως με την πρώτη ιδιοσυχνότητα ενώ ο κόμβος 24 κυρίως με την τρίτη ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Τα παραπάνω δεν υποδεικνύουν κατηγορηματικά την εμφάνιση υποαρμονικού συντονισμού, καθώς οι δύο ιδιοσυχνότητες (1^η και 3^η συμμετρική) συνδέονται μεταξύ τους μέσω της σχέσης $\omega_{3s} \approx 2\omega_{1s}$. Η σχέση αυτή μεταξύ των ιδιοσυχνοτήτων και η συνεχής εναλλαγή της μορφής ταλάντωσης μεταξύ των ιδιομορφών υποδηλώνει εσωτερικό συντονισμό, που μπορεί να ενεργοποιηθεί αφού εξελιχθεί πρώτα ο θεμελιώδης συντονισμός για την 3^η συμμετρική ιδιομορφή.

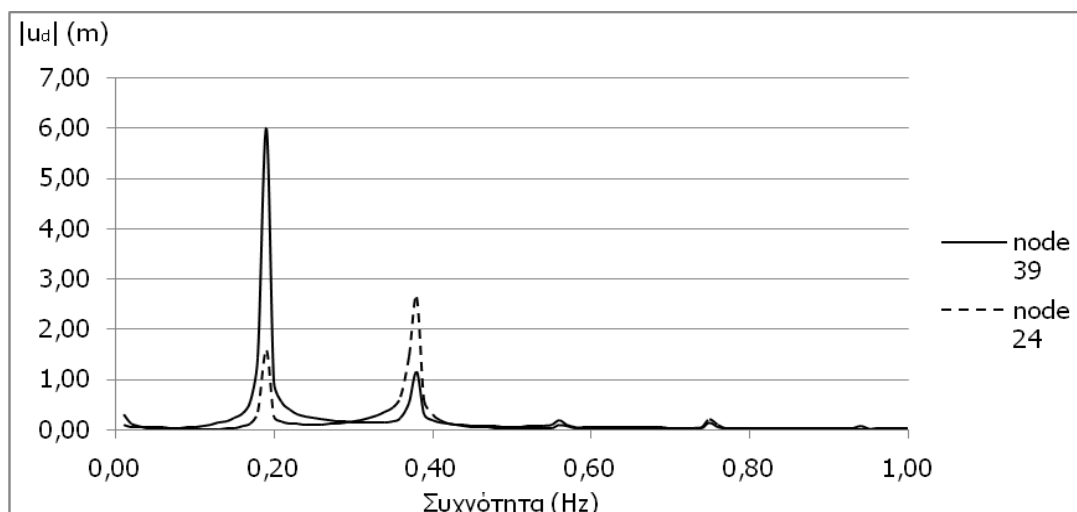


(α)



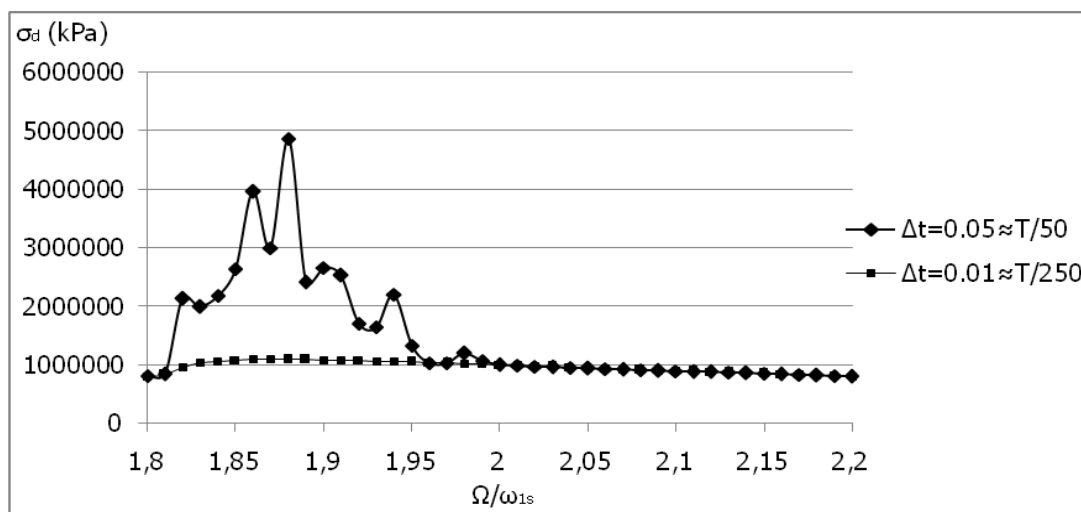
(β)

Εικόνα 4-38: Ενεργοποιούμενες ιδιομορφές κατά την αρμονική ταλάντωση συχνότητας $\Omega=2\omega_{1s}$ (α) 1^η συμμετρική (β) 3^η συμμετρική



Εικόνα 4-39: Διάγραμμα Fourier πλάτους μόνιμης απόκρισης κεντρικού κόμβου σε υποαρμονικό συντονισμό υπό συμμετρικά φορτία

Ένα σημαντικό γεγονός που παρατηρήθηκε κατά τη διάρκεια των αναλύσεων είναι πως με τις αυξημένες συχνότητες των εξωτερικών φορτίων η ακρίβεια των αναλύσεων μειώνεται σημαντικά, οδηγώντας σε λανθασμένα αποτελέσματα. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-40 για τις αναλύσεις με συχνότητες φορτίου περίπου ίση με 2 ή 3 φορές τη συχνότητα της 1^{ης} συμμετρικής ιδιομορφής προέκυψαν λανθασμένα αποτελέσματα στην απόκριση των αναρτήρων με επακόλουθο να αστοχούν. Ο συνδυασμός της αυξημένης συχνότητας διέγερσης με τα αυξημένα πλάτη ταλάντωσης στην περιοχή του συντονισμού και το χρονικό βήμα που χρησιμοποιήθηκε για θεμελιώδη και υπεραρμονικό συντονισμό οδήγησε σε λανθασμένο υπολογισμό της κίνησης των αναρτήρων. Έτσι, το χρονικό βήμα μειώθηκε από $T_p/50$ σε $T_p/250$ για να προκύψει η σωστή απόκριση της κατασκευής.

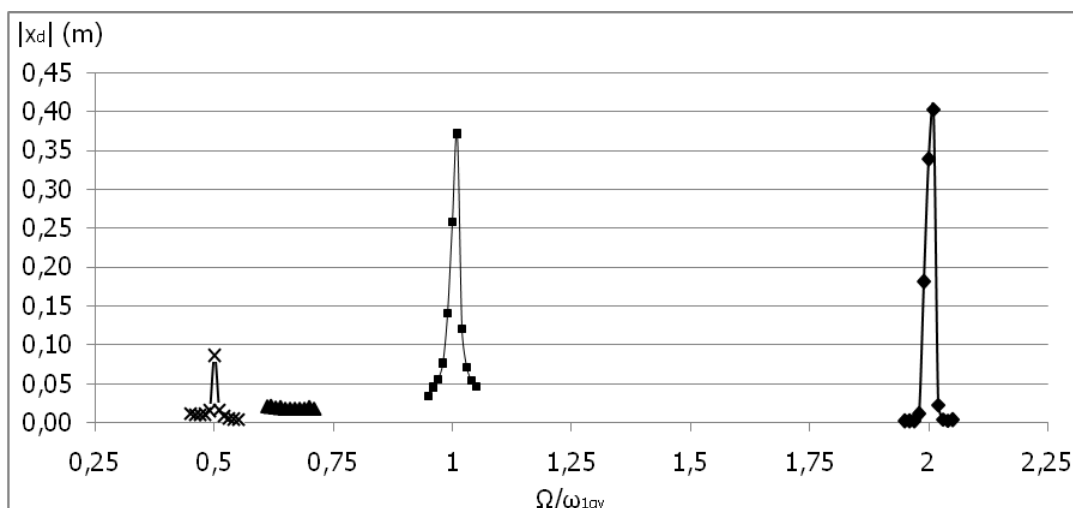


Εικόνα 4-40: Σύγκριση χρονικού βήματος ολοκλήρωσης στον υποαρμονικό συντονισμό

4.3.3.4 Παραμετρικός συντονισμός αναρτήρων

Όταν συμβαίνει κατακόρυφη κίνηση του καταστρώματος, ανάλογα με τη συχνότητα της κίνησης αυτής είναι δυνατόν να υπάρξει παραμετρική ταλάντωση των αναρτήρων όπως παρουσιάστηκε στην §2.3.1. Αν δεν έχουν ληφθεί μέτρα πρόληψης ή αντιμετώπισης αυτής, μπορεί να είναι καταστροφική για τους αναρτήρες μέσω κόπωσης των συνδέσεων. Παραμετρικοί συντονισμοί συμβαίνουν σε συχνότητες φόρτισης της μορφής $\Omega=2\omega/n$, όπου ω η ιδιοσυχνότητα των αναρτήρων. Η ιδιοσυχνότητα

των δύο μεγαλύτερων σε μήκος αναρτήρων είναι περίπου $f_{1av}=1.86\text{Hz}$. Για τον εντοπισμό αυτών των συντονισμών το κατάστρωμα φορτίζεται με ομοιόμορφο φορτίο συχνότητας $f_p=2f_{1av}$, $f_p=f_{1av}$, $f_p=2f_{1av}/3$ και $f_p=f_{1av}/2$ και έντασης $P_0=160\text{kN}$ ανά κόμβο σε όλο το μήκος του. Στην Εικόνα 4-41 παρουσιάζεται η οριζόντια μετατόπιση στο κέντρο του μεγαλύτερου αναρτήρα. Εμφανίζονται παραμετρικοί συντονισμοί για όλες τις συχνότητες εκτός της $2f_{1av}/3$. Η πιο έντονη κίνηση παρατηρείται για συχνότητα του φορτίου διπλάσια της ιδιοσυχνότητας των αναρτήρων, όπως αναφέρεται και στο [89], αλλά όχι σημαντικά μεγαλύτερη από την κίνηση για συχνότητα του φορτίου ίση με την ιδιοσυχνότητα του αναρτήρα. Τα πλάτη ταλάντωσης φτάνουν έως και 40cm για τη συγκεκριμένη φόρτιση.

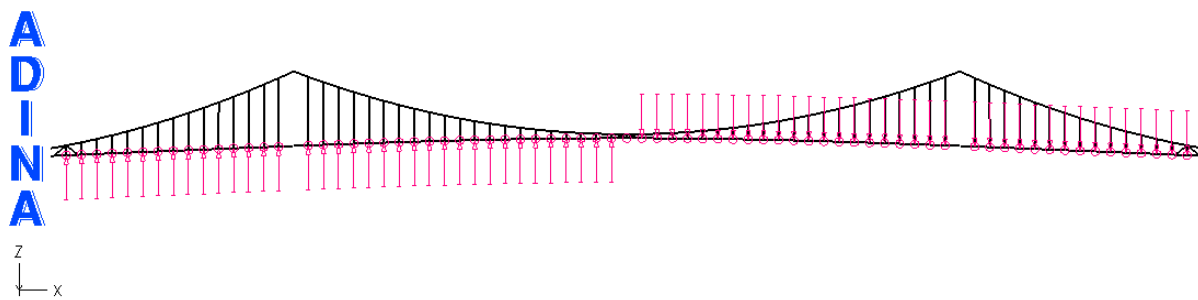


Εικόνα 4-41: Διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης οριζόντιας μετατόπισης αναρτήρων σε παραμετρικό συντονισμό

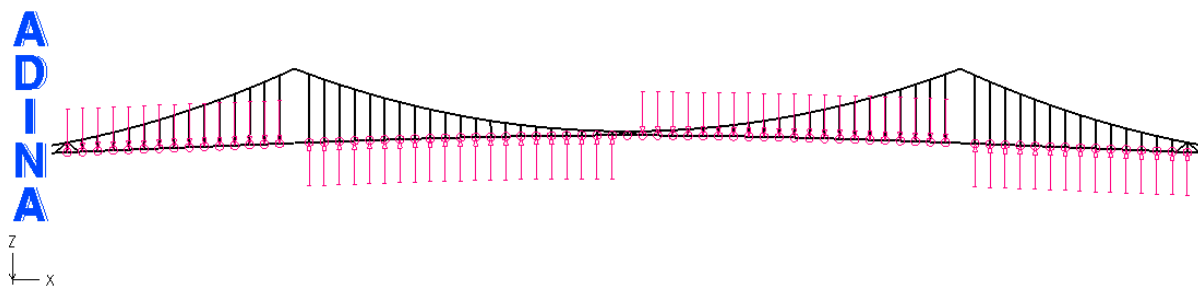
4.4 ΑΝΤΙΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

4.4.1 Περιγραφή φορτίου

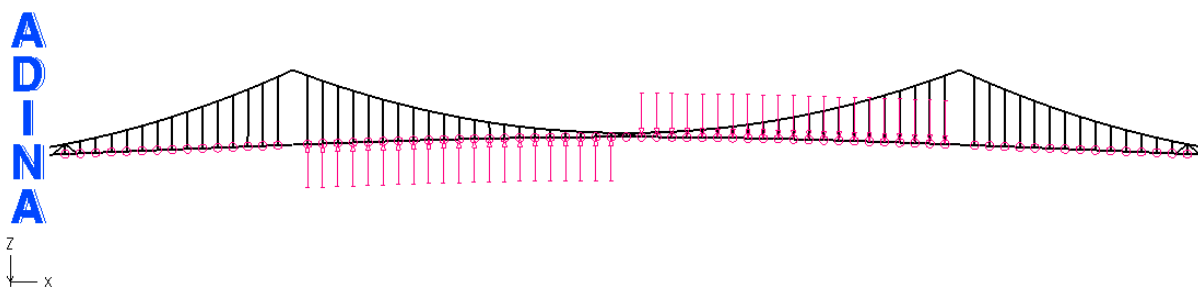
Στη συνέχεια ανιχνεύονται συντονισμοί στην αντισυμμετρική κατακόρυφη κίνηση της γέφυρας. Όπως και προηγουμένως, ασκούνται σημειακά αρμονικά φορτία της μορφής $P=P_0\sin(\Omega t)$ στη βάση των αναρτήρων στο ύψος του καταστρώματος. Ασκούνται κατακόρυφα σε όλους του κόμβους εκτός των στηρίξεων και έχουν όλα την ίδια χρονική μεταβολή. Όσον αφορά τη χωρική κατανομή των σημειακών φορτίων γίνεται και σε αυτή την περίπτωση σύγκριση μεταξύ τριών διαφορετικών χωρικών κατανομών αντισυμμετρικής φόρτισης. Η πρώτη κατανομή ακολουθεί τη γεωμετρία της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-42α. Η δεύτερη κατανομή είναι αντισυμμετρικό φορτίο εναλλάξ σε όλο το μήκος της γέφυρας που ακολουθεί τη δεύτερη αντισυμμετρική ιδιομορφή όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-42β, ενώ η τρίτη κατανομή είναι αντισυμμετρικό φορτίο στο κεντρικό άνοιγμα μόνο, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-42γ.



(α)



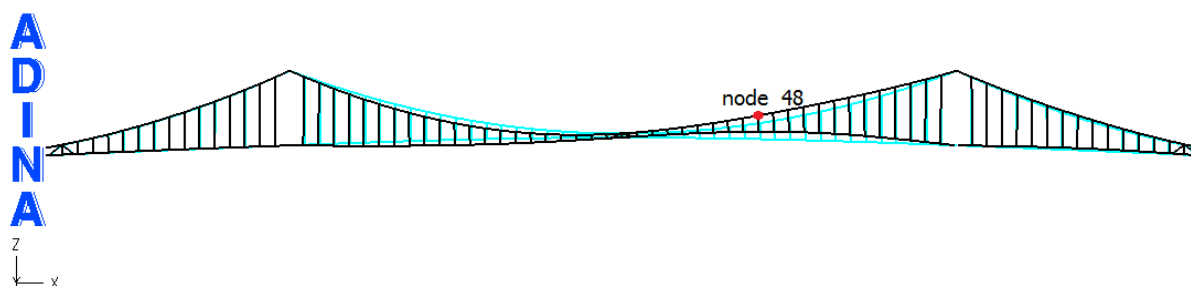
(β)



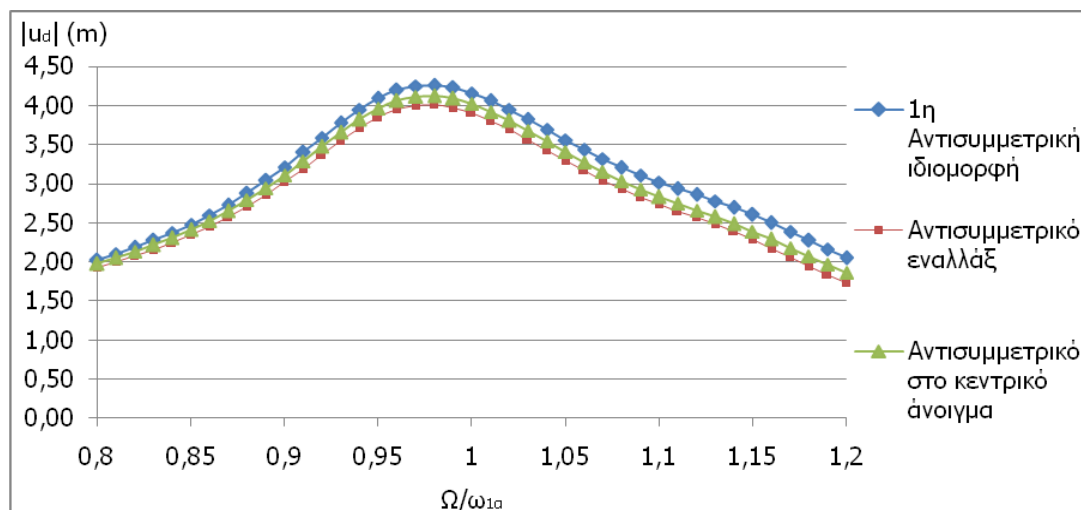
(γ)

Εικόνα 4-42: Μορφές αντισυμμετρικού φορτίου με βάση (α) την 1^η αντισυμμετρική ιδιομορφή (β) αντισυμμετρικό κατανεμημένο φορτίο εναλλάξ σε όλο το μήκος της γέφυρας (γ) αντισυμμετρικό κατανεμημένο φορτίο στο κεντρικό άνοιγμα

Για τη σύγκριση της απόκρισης της γέφυρας ανάλογα με τη μορφή της φόρτισης, εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις για συχνότητες Ω του εξωτερικού φορτίου από $0.8\omega_{1a}$ έως $1.2\omega_{1a}$, δηλαδή περί την ιδιοσυχνότητα της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής. Σκοπός είναι η επιλογή της δυσμενέστερης χωρικής κατανομής για τις επόμενες αναλύσεις. Η γεωμετρία της γέφυρας κατά την ταλάντωση φαίνεται στην Εικόνα 4-43 όπου σημειώνεται και ο κόμβος για τον οποίο καταγράφονται οι μετατοπίσεις περίπου στο $1/4$ του ανοίγματος. Δημιουργούνται διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης $|u_d|$ του κόμβου 48 σε σχέση με το λόγο συχνότητας εξωτερικού φορτίου Ω προς ιδιοσυχνότητα ω_0 και παρουσιάζονται στην Εικόνα 4-44. Κάθε σημείο του διαγράμματος αναπαριστά τη μόνιμη απόκριση μίας δυναμικής ανάλυσης. Αντίθετα με τη συμμετρική φόρτιση, η χωρική κατανομή της φόρτισης στην περίπτωση της αντισυμμετρικής κατανομής δεν έχει τόσο μεγάλη επιρροή. Παρόλα αυτά η φόρτιση που θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια είναι αυτή της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής που είναι και η δυσμενέστερη.



Εικόνα 4-43: Κόμβος καταγραφής μετατοπίσεων αντισυμμετρικών ταλαντώσεων

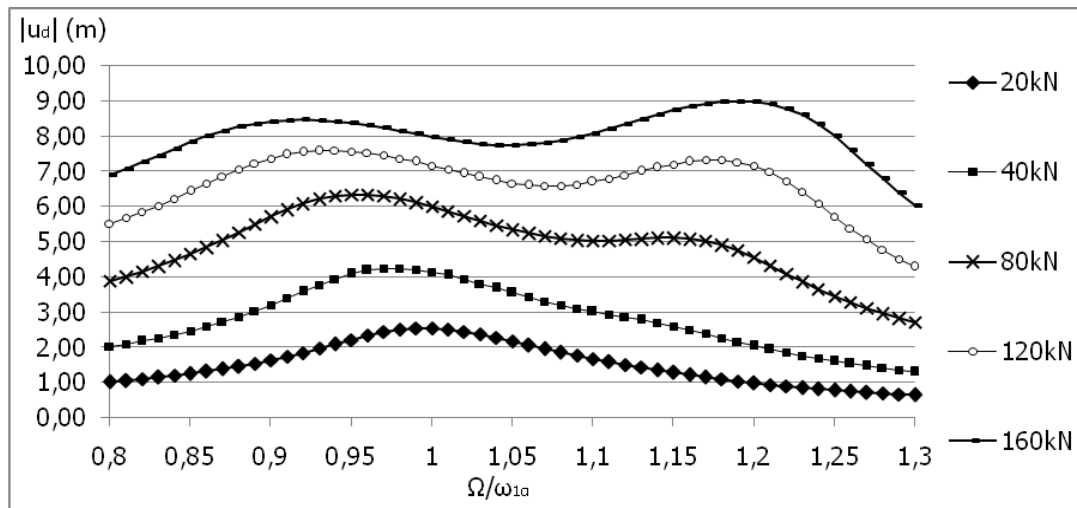


Εικόνα 4-44: Διάγραμμα πλάτους μόνιμης απόκρισης κύριου καλωδίου - λόγου συχνοτήτων για τις διαφορετικές μορφές αντισυμμετρικής φόρτισης

4.4.2 Συντονισμοί

4.4.2.1 Θεμελιώδης συντονισμός κύριου καλωδίου

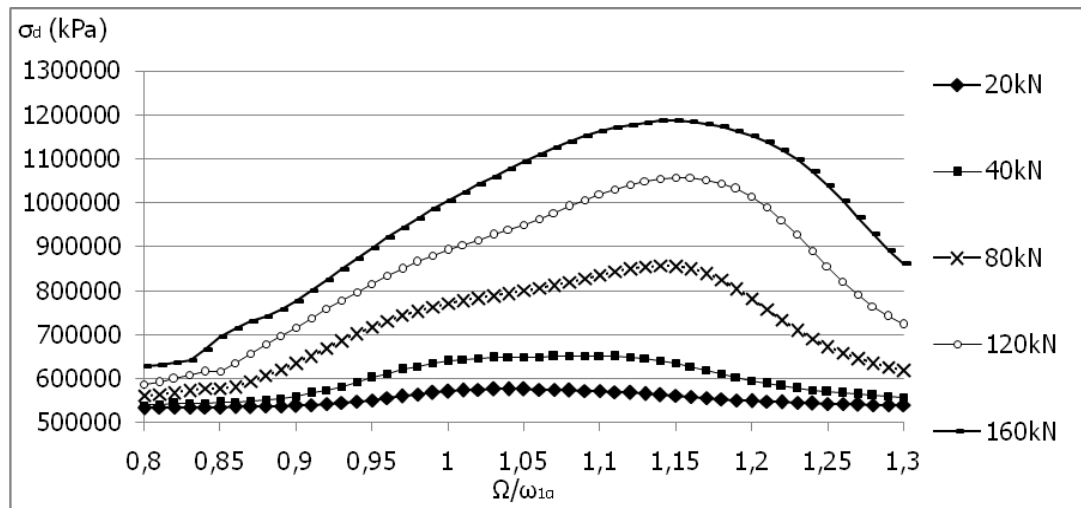
Για τη διερεύνηση θεμελιώδη συντονισμού σε αντισυμμετρική φόρτιση εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις κοντά στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας $f_{1a}=0.1872\text{Hz}$ ($\omega_{1a}=1.176\text{rad/sec}$) της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής. Ο φορέας φορτίζεται με φορτίο $P=P_0\sin(\Omega t)$, όπου ο λόγος Ω/ω_{1a} λαμβάνει τιμές μεταξύ 0.8 και 1.2 μεταβαλλόμενος ανά 0.01. Εκτελούνται δυναμικές αναλύσεις με το P_0 να λαμβάνει τιμές από 20kN έως 160kN/κόμβο. Η μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση του κύριου καλωδίου εμφανίζεται σε κόμβο περίπου στο ένα τέταρτο του κεντρικού ανοίγματος. Το πλάτος της μέγιστης μετατόπισης της μόνιμης απόκρισης καταγράφεται για κάθε μεταβολή συχνότητας και έντασης του εξωτερικού φορτίου και δημιουργούνται διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης $|u_d|$ - λόγου συχνοτήτων Ω/ω_{1a} . Τα διαγράμματα αυτά παρουσιάζονται στην Εικόνα 4-45.



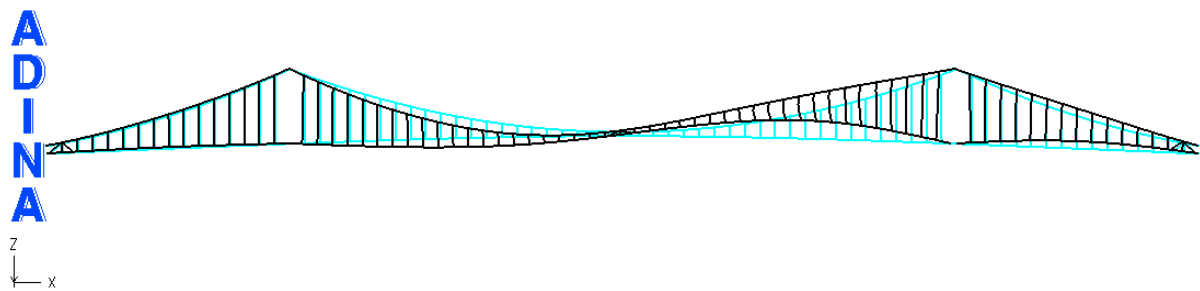
Εικόνα 4-45: Διαγράμματα πλάτους ταλάντωσης κύριου καλωδίου - λόγου συχνοτήτων για θεμελιώδη συντονισμό υπό αντισυμμετρικά φορτία

Με την αύξηση του μεγέθους της φόρτισης, εκτός από την αύξηση του πλάτους ταλάντωσης της γέφυρας, εμφανίζεται και καμπύλωση προς χαμηλότερες συχνότητες των διαγραμμάτων. Αντίθετα όμως με τα διαγράμματα της συμμετρικής φόρτισης, εμφανίζεται και δεύτερη κορυφή σε κάθε διάγραμμα σε λόγο συχνοτήτων μεγαλύτερου της μονάδας. Η δεύτερη αυτή κορυφή εμφανίζεται σε φορτία μεγαλύτερης έντασης, ενώ μετά από κάποιο σημείο η κορυφή αυτής της απόκρισης ξεπερνάει αυτή των χαμηλότερων συχνοτήτων. Ενώ οι κορυφές των χαμηλότερων συχνοτήτων φτάνουν έως και λόγο συχνοτήτων 0,9, αυτός ο δεύτερος κλάδος κορυφών φτάνει μέχρι και λόγο συχνοτήτων 1,22 περίπου. Παρόλα αυτά η μη γραμμικότητα στην περίπτωση της αντισυμμετρικής κατανομής φορτίων όπως και στην περίπτωση της συμμετρικής, είναι περιορισμένη καθώς δεν παρατηρούνται έντονες καμπυλώσεις του διαγράμματος πλάτους μόνιμης απόκρισης, άλματα και διπλοί κλάδοι στις καμπύλες που να εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες.

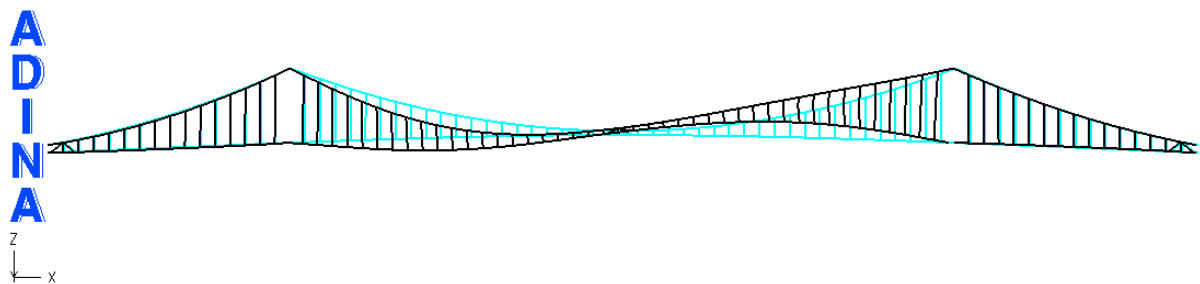
Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-46 τα διαγράμματα αξονικής τάσης του κύριου καλωδίου, αντίθετα με τα αντίστοιχα στη συμμετρική φόρτιση δεν ακολουθούν τη μορφή αυτών του πλάτους μόνιμης κατακόρυφης ταλάντωσης. Αντιθέτως εμφανίζονται κορυφές προς μεγαλύτερους λόγους συχνοτήτων της μονάδας αλλά μικρότερους του 1,2. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει πως η κίνηση σε αυτή την περιοχή συχνοτήτων δεν είναι πλήρως αντισυμμετρική καθώς η αντισυμμετρική ιδιομορφή έχει και μεταφορική συνιστώσα κατά το διαμήκη άξονα της γέφυρας. Η αξονική τάση δε φτάνει το όριο των 1220MPa που έχουμε θέσει, όταν η φόρτιση P_0 ισούται με 160kN. Στην Εικόνα 4-47 παρουσιάζεται η γεωμετρία του φορέα κατά τη μόνιμη ταλάντωση υπό τη φόρτιση 160kN/κόμβο στην περιοχή των δύο κορυφών και φαίνεται πως ο φορέας ταλαντώνεται με την πρώτη αντισυμμετρική ιδιομορφή του. Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώνεται και στην Εικόνα 4-48 όπου σχεδιάζονται διαγράμματα Fourier για την απόκριση του κόμβου 48, υπό την εξωτερική φόρτιση 160kN για τους λόγους συχνοτήτων 0,92 και 1,19. Και στις δύο περιπτώσεις η μέγιστη απόκριση εμφανίζεται για τη συχνότητα του φορτίου, που είναι πολύ κοντά στη συχνότητα του συστήματος, δηλώνοντας την εμφάνιση του θεμελιώδους συντονισμού για την πρώτη αντισυμμετρική ιδιομορφή.



Εικόνα 4-46: Διαγράμματα αξονικής τάσης κύριου καλωδίου - λόγου συχνότητων για θεμελιώδη συντονισμό υπό αντισυμμετρικά φορτία

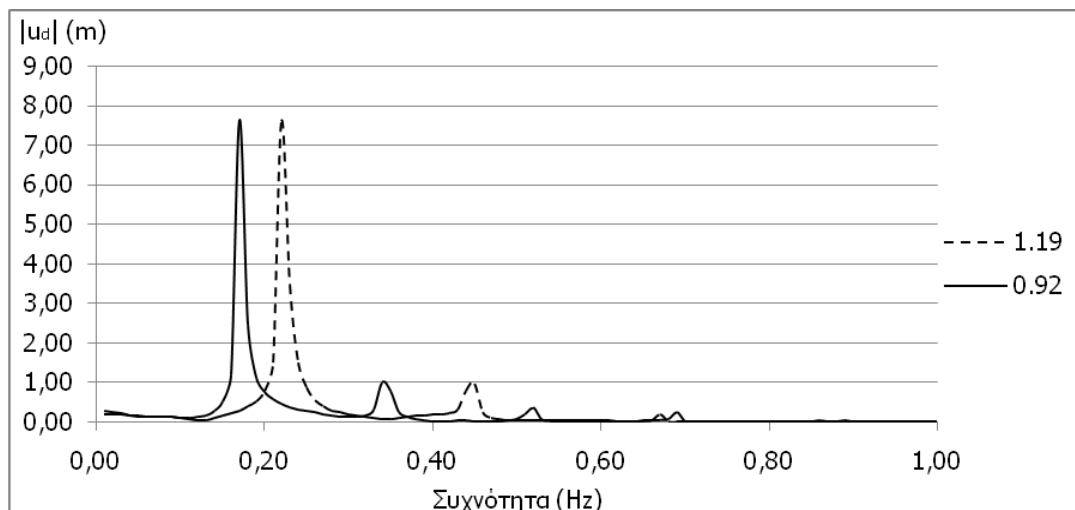


(α)



(β)

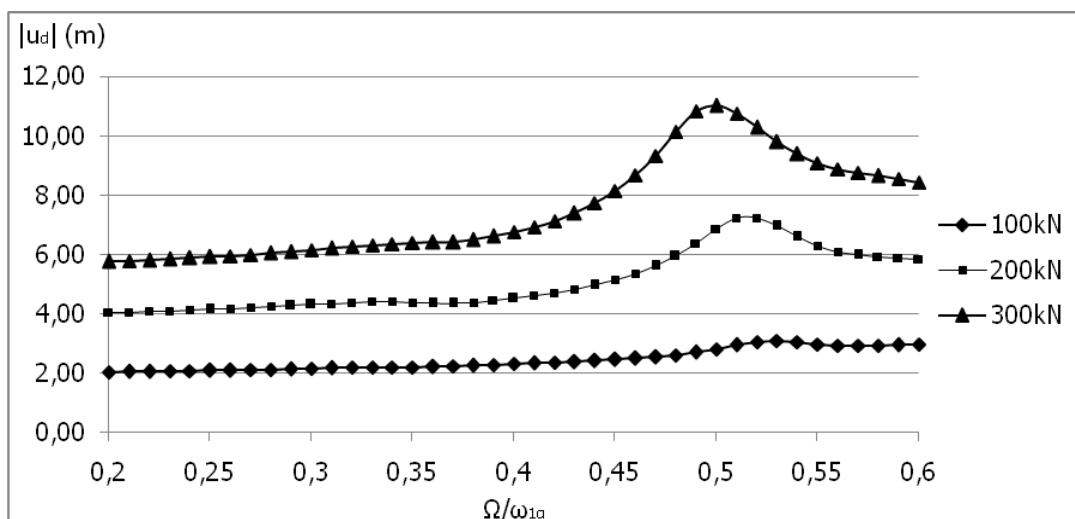
Εικόνα 4-47: Γεωμετρία φορέα κατά τη μόνιμη ταλάντωση υπό αντισυμμετρική φόρτιση 160kN/κόμβο με συχνότητα Ω ίση με (α) $0.92\omega_{1\alpha}$ (β) $1.19\omega_{1\alpha}$



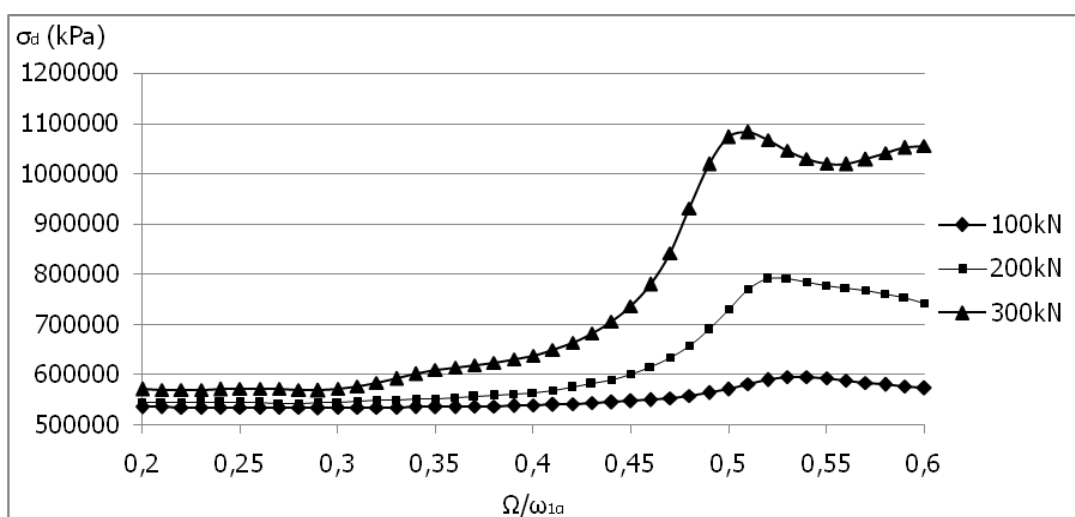
Εικόνα 4-48: Διάγραμμα Fourier πλάτους μόνιμης απόκρισης του κόμβου 48 σε θεμελιώδη συντονισμό υπό αντισυμμετρικά φορτία για τις δύο κορυφές

4.4.2.2 Υπεραρμονικός συντονισμός κύριου καλωδίου

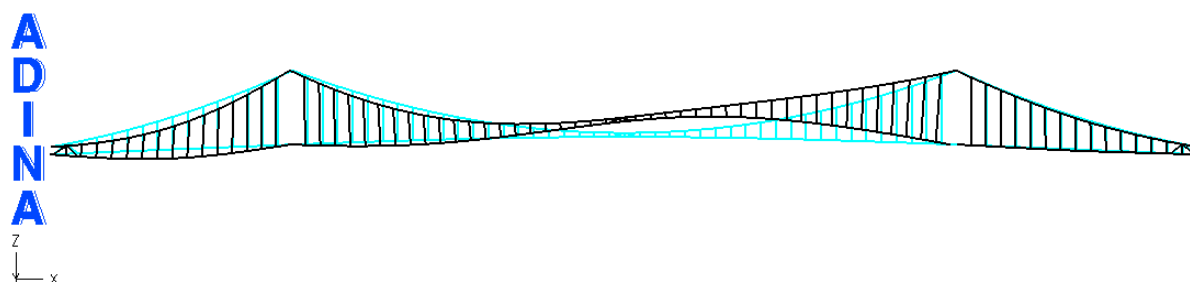
Αναζητώντας υπεραρμονικούς συντονισμούς σε αντισυμμετρική κίνηση, φορτίζουμε το προσομοίωμα με φορτία συχνοτήτων μεταξύ $0.2\omega_{1a}$ και $0.6\omega_{1a}$. Στην Εικόνα 4-49 φαίνονται διαγράμματα του πλάτους μόνιμης κατακόρυφης ταλάντωσης του κόμβου 48 στο 1/4 του μήκους στο κεντρικό άνοιγμα του κύριου καλωδίου για τιμή P_0 ίση με 100, 200 και 300kN/κόμβο. Για την εμφάνιση υπεραρμονικών συντονισμών είναι αναγκαία η αυξημένη ένταση της φόρτισης. Σε αντίθεση με τη συμμετρική φόρτιση, δεν παρατηρούνται δύο κορυφές στα διαγράμματα, αλλά μία κοντά στο λόγο συχνοτήτων 0.5. Τα διαγράμματα της αξονικής τάσης του κύριου καλωδίου παρουσιάζονται στην Εικόνα 4-50. Παρατηρείται ότι για λόγους συχνοτήτων μικρότερους του συντονισμού και συγκεκριμένα μικρότερους του 0.4, δεν υπάρχει σημαντική διακύμανση στην αξονική τάση του κύριου καλωδίου για τις τρεις φορτίσεις. Πλησιάζοντας προς τις συχνότητες υπεραρμονικού συντονισμού φαίνεται ο διαχωρισμός των διαγραμμάτων. Για λόγους συχνοτήτων μεγαλύτερων αυτών του συντονισμού όμως, το μέγεθος της αξονικής τάσης παραμένει σε επίπεδο ανάλογο με αυτό του συντονισμού. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-51 ο φορέας ταλαντώνεται με την πρώτη αντισυμμετρική ιδιομορφή. Η κορυφή στην περιοχή 0.5 υποδηλώνει υπεραρμονικό συντονισμό δευτέρας τάξης για την πρώτη αντισυμμετρική ιδιομορφή. Αυτό επιβεβαιώνονται από την Εικόνα 4-52 στην οποία μέσω διαγράμματος Fourier εμφανίζονται σημαντικές κορυφές σε συχνότητα ίση με τη συχνότητα φόρτισης καθώς και την ιδιοσυχνότητα της πρώτης αντισυμμετρικής ιδιομορφής.



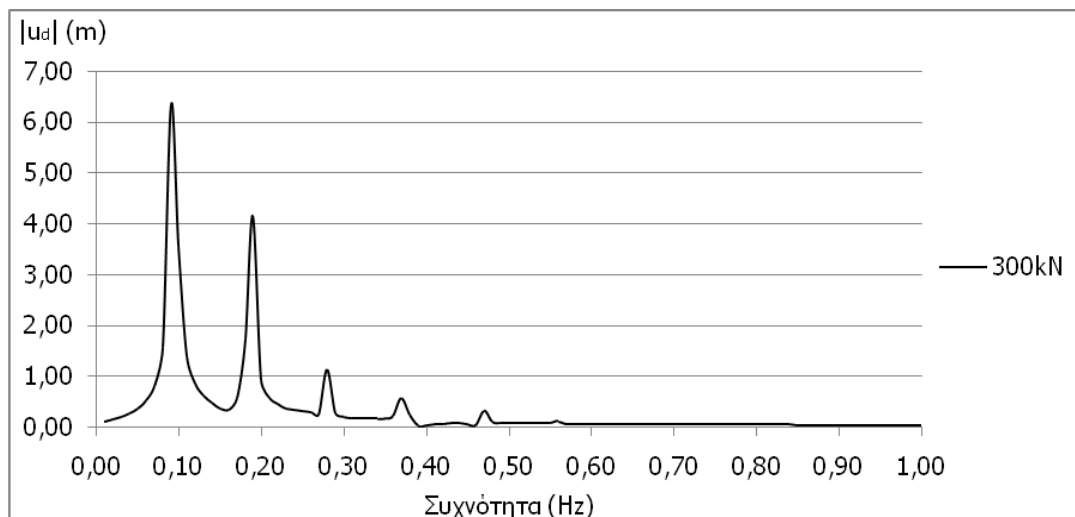
Εικόνα 4-49: Διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης κόμβου στο 1/4 του μήκους του κύριου καλωδίου υπεραρμονικού συντονισμού υπό αντισυμμετρικά φορτία



Εικόνα 4-50: Διαγράμματα αξονικής τάσης κύριου καλωδίου υπεραρμονικού συντονισμού υπό αντισυμμετρικά φορτία



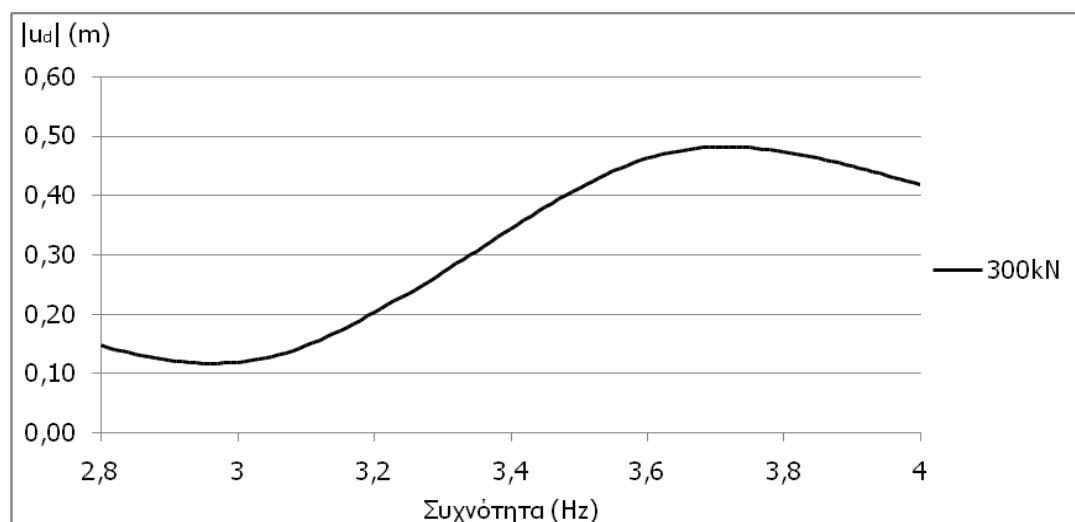
Εικόνα 4-51: Γεωμετρία φορέα κατά τη μόνιμη ταλάντωση υπό αντισυμμετρική φόρτιση 300kN/κόμβο με συχνότητα Ω ίση με $0.5\omega_{1\alpha}$



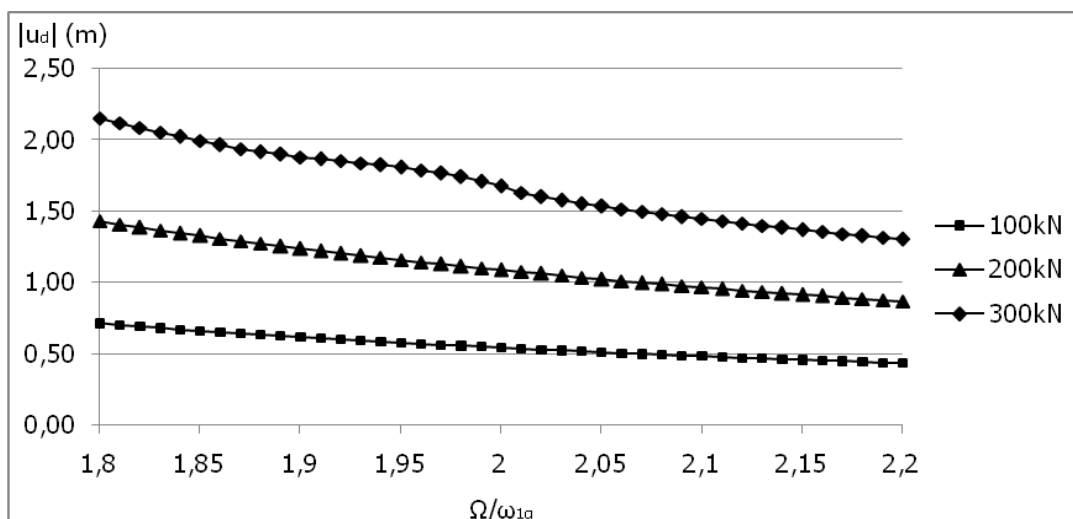
Εικόνα 4-52: Διάγραμμα Fourier πλάτους μόνιμης απόκρισης κόμβου στο 1/4 του μήκους του κύριου καλωδίου σε υπεραρμονικό συντονισμό δευτέρας τάξης υπό αντισυμμετρικά φορτία

4.4.2.3 Υποαρμονικός – εσωτερικός συντονισμός κύριου καλωδίου

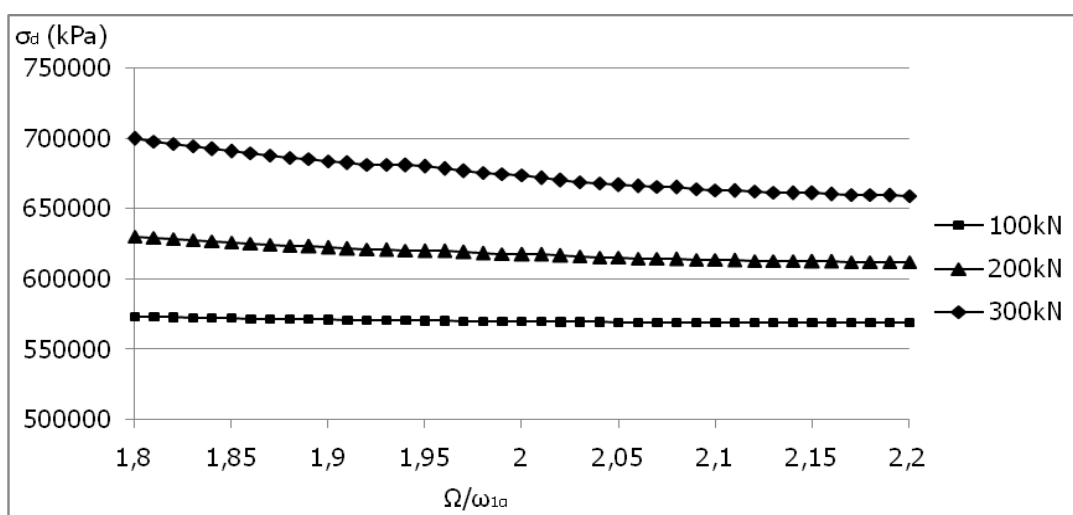
Για τον εντοπισμό υποαρμονικών συντονισμών αναζητούμε σημαντικούς συντονισμούς στις περιοχές συχνοτήτων $2\omega_{1a}$ και $3\omega_{1a}$. Φορτίζουμε το προσομοίωμα, με τη φόρτιση να λαμβάνει αυτή τη φορά συχνότητες από $1.8\omega_{1a}$ έως $2.2\omega_{1a}$ και από $2.8\omega_{1a}$ έως $4\omega_{1a}$. Στην Εικόνα 4-53 παρουσιάζεται το διάγραμμα πλάτους μόνιμης απόκρισης για συχνότητες από $2.8\omega_{1s}$ έως $4\omega_{1s}$ και $P_0=300\text{kN}/\text{κόμβο}$ με σκοπό την αναζήτηση υποαρμονικού συντονισμού. Όπως φαίνεται καθώς οι μετακινήσεις λαμβάνουν τιμές χαμηλότερες των 50cm, δεν εμφανίζεται ξεκάθαρα φαινόμενο συντονισμού. Όσον αφορά στην περιοχή συχνοτήτων από $1.8\omega_{1a}$ έως $2.2\omega_{1a}$ αντίθετα με τη συμμετρική φόρτιση, δεν εμφανίζονται φαινόμενα εσωτερικού συντονισμού ή υποαρμονικού συντονισμού δίχως αρχικές συνθήκες όπως φαίνεται και από τα διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης στην Εικόνα 4-54 και αξονικής τάσης κύριου καλωδίου που παρουσιάζονται στην Εικόνα 4-55.



Εικόνα 4-53: Διάγραμμα πλάτους μόνιμης απόκρισης κόμβου στο 1/4 του μήκους του κύριου καλωδίου για συχνότητες από $2.8\omega_{1a}$ έως $4\omega_{1a}$ υπό αντισυμμετρικά φορτία



Εικόνα 4-54: Διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης κόμβου στο 1/4 του μήκους του κύριου καλωδίου σε υποαρμονικό συντονισμό υπό αντισυμμετρικά φορτία



Εικόνα 4-55: Διαγράμματα αξονικής τάσης κύριου καλωδίου σε υποαρμονικό συντονισμό υπό αντισυμμετρικά φορτία

4.5 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο μελετήθηκε η κατακόρυφη κίνηση της κρεμαστής γέφυρας Angus L. Macdonald υπό αρμονικά φορτία. Αρχικά υπολογίστηκαν οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές του φορέα και συγκρίθηκαν με υπολογισμούς μέσω μαθηματικών τύπων που δίνονται στη βιβλιογραφία ενώ σχολιάστηκε και η επίδραση της δυσκαμψίας του καταστρώματος στις ιδιοσυχνότητες. Διερευνήθηκε η επιρροή συμμετρικής και στη συνέχεια αντισυμμετρικής φόρτισης στο φορέα. Από τα αποτελέσματα προέκυψε πως η χωρική κατανομή της συμμετρικής φόρτισης παίζει σημαντικό ρόλο στην απόκριση σε αντίθεση με την απόκριση σε αντισυμμετρική φόρτιση στην οποία δεν εμφανίζεται ιδιαίτερη επίδραση της χωρικής κατανομής της φόρτισης. Η διερεύνηση επιβεβαίωσε τη μη γραμμική συμπεριφορά της κρεμαστής γέφυρας με την εμφάνιση δευτερευόντων συντονισμών, καμπύλωση των διαγραμμάτων απόκρισης χωρίς όμως άλματα και διπλούς κλάδους διαγραμμάτων, οδηγώντας στο συμπέρασμα πως η μη γραμμικότητα του συστήματος δεν είναι ιδιαίτερα ισχυρή.

Από τα διαγράμματα πλάτους μόνιμης απόκρισης παρατηρούνται πλάτη ταλάντωσης μεγάλης έντασης. Η εμφάνιση πλατών τέτοιας έντασης (έως και 14m) είναι απολύτως μη αποδεκτή στην πραγματικότητα

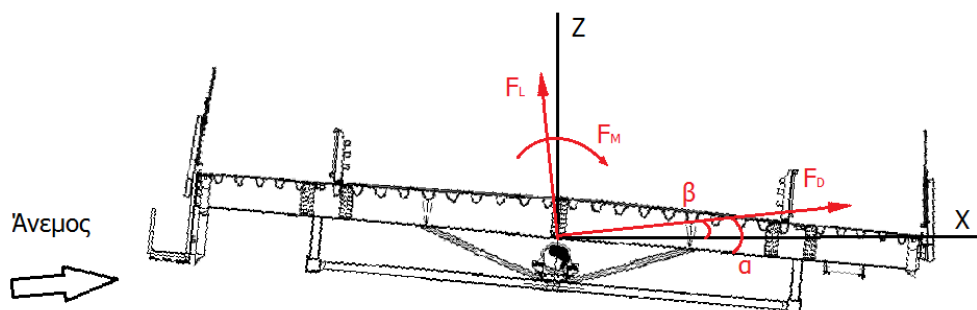
καθώς πιθανότατα προκύπτει αστοχία του κατασρώματος αρκετά πριν την εμφάνιση αυτών. Αξιοσημείωτο όμως είναι το γεγονός πως τη στιγμή εμφάνισης τέτοιων μετατοπίσεων η αξονική τάση του κύριου καλωδίου της γέφυρας δεν ξεπερνάει την αντοχή του, γεγονός που αποδεικνύει τον συντηρητικό σχεδιασμό των κύριων καλωδίων με σκοπό υψηλό συντελεστή ασφαλείας. Όσον αφορά τον παραμετρικό συντονισμό των αναρτήρων, δεν αποτελεί επικίνδυνο συντονιστικό φαινόμενο καθώς οι συχνότητες των δυσμενέστερων περιπτώσεων ($2f=3.9\text{Hz}$ και $f=1.85\text{Hz}$) δεν πραγματοποιούνται με κάποια ρεαλιστική φόρτιση κατακόρυφης διεύθυνσης στην περίπτωση της συγκεκριμένης κρεμαστής γέφυρας.

Συνδυάζοντας την πρώτη αντισυμμετρική και πρώτη συμμετρική ιδιομορφή, το εύρος συχνοτήτων στο οποίο είναι επιρρεπής ο φορέας σε κατακόρυφη κίνηση αλλά και το κύριο καλώδιο σε αυξημένη αξονική τάση υπό θεμελιώδη συντονισμούς καλύπτει την περιοχή 0.15Hz έως 0.24Hz . Για υπεραρμονικούς συντονισμούς προκύπτει πως αξιοσημείωτη αύξηση του πλάτους ταλάντωσης και της αξονικής τάσης του κύριου καλωδίου εμφανίζεται μόνο για συχνότητες μεγαλύτερες των 0.086Hz . Εσωτερικός συντονισμός είναι δυνατόν να προκύψει μεταξύ $1^{\text{ης}}$ και $3^{\text{ης}}$ συμμετρικής ιδιομορφής, δηλαδή έως συχνότητες τιμής 0.42Hz . Όσον αφορά παραμετρικό συντονισμό αναρτήρων, σημαντικές τιμές πλάτους ταλάντωσης εμφανίζονται σε συγκεκριμένες τιμές συχνότητας φόρτισης μεγαλύτερες των 0.9Hz . Φορτία που εμφανίζονται έχοντας συχνότητες μικρότερες του 1Hz είναι φορτίσεις εξαιτίας ανέμου. Τα φορτία ανέμου όμως που εμφανίζονται στην πραγματικότητα δεν ακολουθούν απαραίτητα την ιδεατή χωρική κατανομή των ιδιομορφών ούτε την αρμονικότητα της χρονικής μεταβολής. Επίσης όπως αποδείχθηκε για την εμφάνιση συγκεκριμένα δευτερευόντων συντονισμών (υπεραρμονικοί και υποαρμονικοί) απαιτείται μεγάλη ένταση φορτίων, η οποία παρατηρείται σε εξαιρετικά σπάνιες περιπτώσεις ισχυρών ανέμων. Συμπερασματικά είναι σημαντικός ο καθορισμός ρεαλιστικών φορτίσεων ώστε να κατανοηθεί η πραγματική συμπεριφορά της κατασκευής.

5 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΥΠΟ ΦΟΡΤΙΑ ΑΝΕΜΟΥ

5.1 ΦΟΡΤΙΑ ΑΝΕΜΟΥ

Ένα σώμα το οποίο βρίσκεται στην πορεία ροής ανέμου δέχεται φορτία. Η οπισθέλκουσα (drag) δύναμη F_D είναι η δύναμη που δέχεται η κατασκευή κατά τη διεύθυνση της ροής ενώ η δύναμη άνωσης ή άντωση F_L (lift) εμφανίζεται στη διεύθυνση εγκάρσια στη διεύθυνση της ροής. Στρεπτική ροπή F_M (pitching moment) εμφανίζεται όταν η διεύθυνση της δύναμης άνωσης δε διέρχεται από το κέντρο της διατομής με αποτέλεσμα τη δημιουργία μοχλοβραχίονα και τελικά τη δημιουργία στρεπτικής ροπής. Γενικά η φόρτιση είναι τρισδιάστατη με τρεις συνιστώσες δύναμης και τρεις συνιστώσες ροπής. Ωστόσο, σε πολλά προβλήματα αερομηχανικής δεν είναι αναγκαίο να ληφθούν υπόψη και οι έξι συνιστώσες. Στη μελέτη αεροτομών αλλά και γεφυρών γίνεται χρήση της υπόθεσης λωρίδων και οι δυνάμεις αφορούν ένα επίπεδο. Επειδή οι γέφυρες εκτείνονται προς μία διεύθυνση και ο πρωταρχικός στόχος είναι η μελέτη της συμπεριφοράς της όταν ο άνεμος ρέει κάθετα στη διαμήκη διεύθυνσή τους, η διερεύνηση μια λωρίδας είναι προτιμότερη [101]. Στην Εικόνα 5-1 παρουσιάζονται αυτές οι δυνάμεις. Η γωνία β είναι η γωνία στροφής του καταστρώματος και η γωνία α είναι το άθροισμα της γωνίας πρόσπτωσης (ή προσβολής) και της γωνίας στροφής του καταστρώματος.



Εικόνα 5-1: Δυνάμεις εξαιτίας ανέμου στο κατάστρωμα της γέφυρας

Οι δυνάμεις αυτές αποτελούνται από τη μέση δύναμη που αντιπροσωπεύει τη στατική συνιστώσα αλλά και τη μεταβαλλόμενη δύναμη (δυναμική συνιστώσα). Οι στατικές συνιστώσες δίνονται από τους εξής τύπους:

$$\bar{F}_D = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_D(a) \quad (5-1)$$

$$\bar{F}_L = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_L(a) \quad (5-2)$$

$$\bar{F}_M = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 C_M(a) \quad (5-3)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του αέρα με τιμή 1.2 kg/m^3 στους 20°C , B είναι το πλάτος του καταστρώματος, U η ταχύτητα του ανέμου και C_D , C_L , C_M είναι αεροδυναμικοί συντελεστές οπισθέλκουσας, άντωσης και ροπής στρέψης αντίστοιχα [102]. Οι συντελεστές αυτοί εξαρτώνται από τη διατομή του καταστρώματος αλλά και τη γωνία πρόσπτωσης του ανέμου.

Μία προσέγγιση που χρησιμοποιείται συχνά είναι των οιονεί σταθερών αεροδυναμικών δυνάμεων [101], δηλαδή οι αεροδυναμικές δυνάμεις σε κάθε χρονική στιγμή εξαρτώνται μόνο από τη στιγμιαία θέση του σώματος τη στιγμή εκείνη. Η θεώρηση αυτή είναι αποδεκτή για σχετικά μεγάλες ταχύτητες ανέμου αλλά όχι για φόρτιση εξαιτίας απόσχισης δινών (§5.2). Οι αεροδυναμικές δυνάμεις της μεταβαλλόμενης συνιστώσας τότε είναι:

$$f_D = \frac{1}{2} \rho U B [2C_D X_{D,b,u} u(t) + C'_D X_{D,b,w} v(t)] \quad (5-4)$$

$$f_L = \frac{1}{2} \rho U B [2C_L X_{L,b,u} u(t) + C'_L X_{L,b,w} v(t)] \quad (5-5)$$

$$f_M = \frac{1}{2} \rho U B^2 [2C_M X_{M,b,u} u(t) + C'_M X_{M,b,w} v(t)] \quad (5-6)$$

όπου C'_D , C'_L , C'_M είναι ο ρυθμός μεταβολής των αεροδυναμικών συντελεστών ως προς τη γωνία α , $u(t)$ και $w(t)$ είναι η μεταβαλλόμενη συνιστώσα της ταχύτητας του ανέμου κατά τη διεύθυνση της ροής και εγκάρσια σε αυτή αντίστοιχα. Οι συντελεστές $X_{D,b,u}$, $X_{D,b,w}$, $X_{L,b,u}$, $X_{L,b,w}$, $X_{M,b,u}$, $X_{M,b,w}$ είναι οι συναρτήσεις αεροδυναμικής μεταφοράς μεταξύ μεταβαλλόμενων ταχυτήτων ανέμου και δυνάμεων αεροκραδασμών. Είναι συναρτήσεις συχνότητας, εξαρτώνται από τη γεωμετρία της διατομής του καταστρώματος και μεταβάλλονται με την ταχύτητα του ανέμου. Η απόλυτη τιμή τους ονομάζεται συνάρτηση αεροδυναμικής αποδοχής (aerodynamic admittance function). Οι αεροελαστικές δυνάμεις που εξαρτώνται από την αλληλεπίδραση μεταξύ φορέα και ροής αέρα είναι:

$$f_{fD} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \{C'_D \alpha - [2C_D \dot{u}_x + C'_D (\dot{u}_z - nB\dot{\theta})] / U\} \quad (5-7)$$

$$f_{fL} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \{C'_L \alpha - [2C_L \dot{u}_x + C'_L (\dot{u}_z - nB\dot{\theta})] / U\} \quad (5-8)$$

$$f_{fM} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \{C'_M \alpha - [2C_M \dot{u}_x + C'_M (\dot{u}_z - nB\dot{\theta})] / U\} \quad (5-9)$$

όπου $\dot{u}_x$, $\dot{u}_z$ και $\dot{\theta}$ είναι οι ρυθμοί μεταβολής των μετατοπίσεων στη διεύθυνση της ροής, εγκάρσια στη ροή και της γωνίας στροφής, n είναι ένας συντελεστής που σχετίζεται με το σημείο εφαρμογής της άντωσης στη διατομή. Τελικά οι δυνάμεις εξαιτίας ροής του ανέμου είναι:

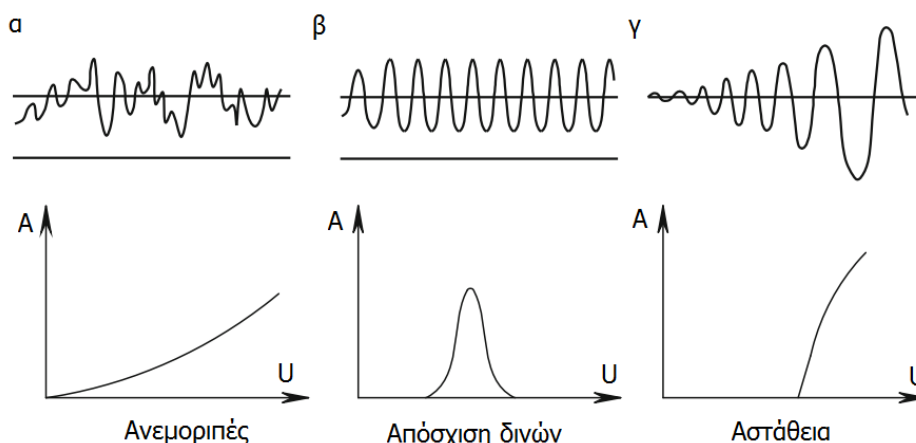
$$F_D = \bar{F}_D + f_D + f_{fD} \quad (5-10)$$

$$F_L = \bar{F}_L + f_L + f_{fL} \quad (5-11)$$

$$F_M = \bar{F}_M + f_M + f_{fM} \quad (5-12)$$

5.2 ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΡΕΜΑΣΤΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ ΥΠΟ ΦΟΡΤΙΑ ΑΝΕΜΟΥ

Οι κρεμαστές γέφυρες ως ελαφριές εύκαμπτες κατασκευές, με την ικανότητα να παραμορφώνονται ανάλογα με τα φορτία που παραλαμβάνουν, είναι ευάλωτες σε ταλαντώσεις υπό δυναμικά φορτία. Συγκεκριμένα είναι ευάλωτες σε φορτία ανέμου σε μεγαλύτερο βαθμό απ' ό,τι σε σεισμικά φορτία καθώς το εύρος των ιδιοσυχνοτήτων τους είναι πιο κοντά στο εύρος συχνοτήτων του ανέμου. Οι κινήσεις αυτές αποτελούν πρόβλημα για τη λειτουργικότητα της γέφυρας ή ακόμα και για την κατασκευαστική της ακεραιότητα. Η τυρβώδης και μεταβαλλόμενη φύση της ροής του ανέμου στα όρια ατμοσφαιρικών σωμάτων καθώς και η ασταθής φύση της ροής γύρω από αιχμηρά σώματα παράγουν πιέσεις και δυνάμεις σε σώματα που βρίσκονται στην πορεία της [103]. Στην Εικόνα 5-2 [101] παρουσιάζονται οι τρόποι απόκρισης που είναι δυνατόν να εμφανιστούν εξαιτίας αεροδυναμικής φόρτισης.



Εικόνα 5-2: Τύποι απόκρισης που προκαλεί ο άνεμος (α) Εξαιτίας ανεμοριπών (Buffeting) (β) Απόσχισης δινών (Vortex shedding) (γ) Αστάθεια (Instability) [101]

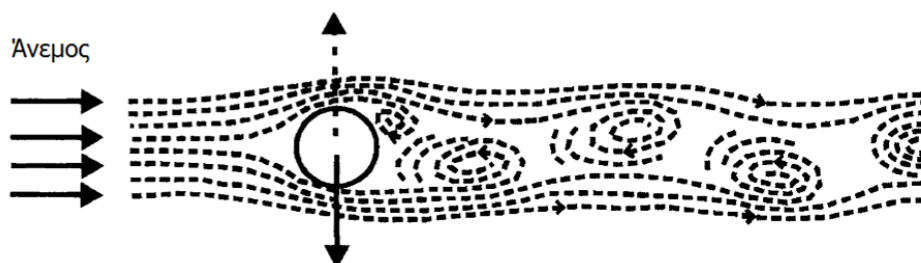
Σε λεπτές κατασκευές όπως το κατάντρομα κρεμαστών γεφυρών η πιο επικίνδυνη φόρτιση που μπορεί να προκαλέσει αστοχία με καταστρεπτικές συνέπειες εξαιτίας ανέμου είναι η αστάθεια μέσω πτερυγισμού (flutter). Η καταστροφή της γέφυρας Tacoma Narrows το 1940 επήλθε εξαιτίας πτερυγισμού όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-3 [104]. Όταν η αεροδυναμική απόσβεση γίνεται αρνητική η εισαγόμενη στο σύστημα ενέργεια είναι μεγαλύτερη από την αναλίσκουσα και εμφανίζεται αστάθεια με αποτέλεσμα την αποκλίνουσα στρεπτική κίνηση [105]. Για συζευγμένες στρεπτικές και κατακόρυφες ιδιομορφές, ταλάντωση της γέφυρας είναι δυνατόν να εμφανιστεί και με θετική αεροδυναμική απόσβεση. Για την αναγνώριση της κρίσιμης ταχύτητας ανέμου πέρα από την οποία εμφανίζεται το φαινόμενο, το σημαντικότερο εργαλείο είναι τα πειράματα σε αεροδυναμική σήραγγα.



Εικόνα 5-3: Στρεπτική κίνηση γέφυρας Tacoma Narrows (1940) [104]

Καλπάζουσα αστάθεια (galloping) προκύπτει κατά αναλογία με τον πτερυγισμό πάνω από κάποιο όριο ταχύτητας αλλά πραγματώνεται με μεταφορική κίνηση μικρής συχνότητας κάθετα στη διεύθυνση της ροής σε αντίθεση με τη στρεπτική κίνηση στον πτερυγισμό. Εμφανίζεται σε ελαφριές κατασκευές με μικρό ποσοστό απόσβεσης, συνήθως όχι κυκλικής διατομής και εξαρτάται από την ταχύτητα του ανέμου που ασκείται στο σώμα. Η αύξηση της ταχύτητας όμως συνεπάγεται και εμφάνιση αεροδυναμικής απόσβεσης θετικού ή αρνητικού πρόσημου. Η αστάθεια πραγματοποιείται όταν το ποσοστό της αεροδυναμικής απόσβεσης είναι αρνητικό και φτάσει την τιμή του ποσοστού απόσβεσης μιας κατακόρυφης ιδιομορφής της κατασκευής με αποτέλεσμα να αλληλοαναιρούνται [106]. Αυτό δημιουργεί ταλαντώσεις αυξανόμενου πλάτους που οδηγούν σε κατασκευαστικές αστοχίες.

Όταν η ροή του ανέμου ασκείται σε αιχμηρά σώματα, εμφανίζεται αποκόλληση της ροής και ενδεχόμενη επανασύνδεση (vortex shedding). Δημιουργείται εναλλασσόμενη απόσχιση δινών στο ανώτερο και κατώτερο επίπεδο του καταστρώματος, και προκαλούνται μεταβαλλόμενα πεδία πίεσης και συνεπώς φορτία δυναμικής φύσης κυρίως εγκάρσια στη διεύθυνση της ροής. Στην Εικόνα 5-4 [107] παρουσιάζεται το φαινόμενο σε μία κυκλική διατομή. Εμφανίζεται φαινόμενο συντονισμού όταν η συχνότητα αποκόλλησης της ροής του ανέμου συμπίπτει με ιδιοσυχνότητες της γέφυρας.



Εικόνα 5-4: Απόσχιση δινών (Vortex Shedding) [107]

Δονήσεις εξαιτίας αεροκραδασμών (ριπές/buffeting) εμφανίζονται εξαιτίας τυρβώδους ροής του αέρα. Η διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου παράγει μεταβαλλόμενα ως προς το χρόνο φορτία. Φορτία από ανεμοριπές μπορεί να διεγείρουν τη γέφυρα σε πλευρική, κατακόρυφη αλλά και στρεπτική κίνηση με την ένταση να εξαρτάται από το σχήμα της διατομής του καταστρώματος αλλά και την ένταση της τύρβης. Όταν η συχνότητα της ανεμοφόρτισης πλησιάζει την ιδιοσυχνότητα της κατασκευής συμβαίνει συντονισμός. Η αύξηση της ταχύτητας όμως συνεπάγεται και αύξηση της αεροδυναμικής απόσβεσης με αποτέλεσμα έως και τον διπλασιασμό σε μερικές περιπτώσεις του ποσοστού απόσβεσης του συστήματος. Η φόρτιση εξαιτίας ανεμοριπών γενικά δεν προκαλεί κατασκευαστική αστοχία αλλά μπορεί να δημιουργήσει πρόβλημα λειτουργικότητας και κόπωσης.

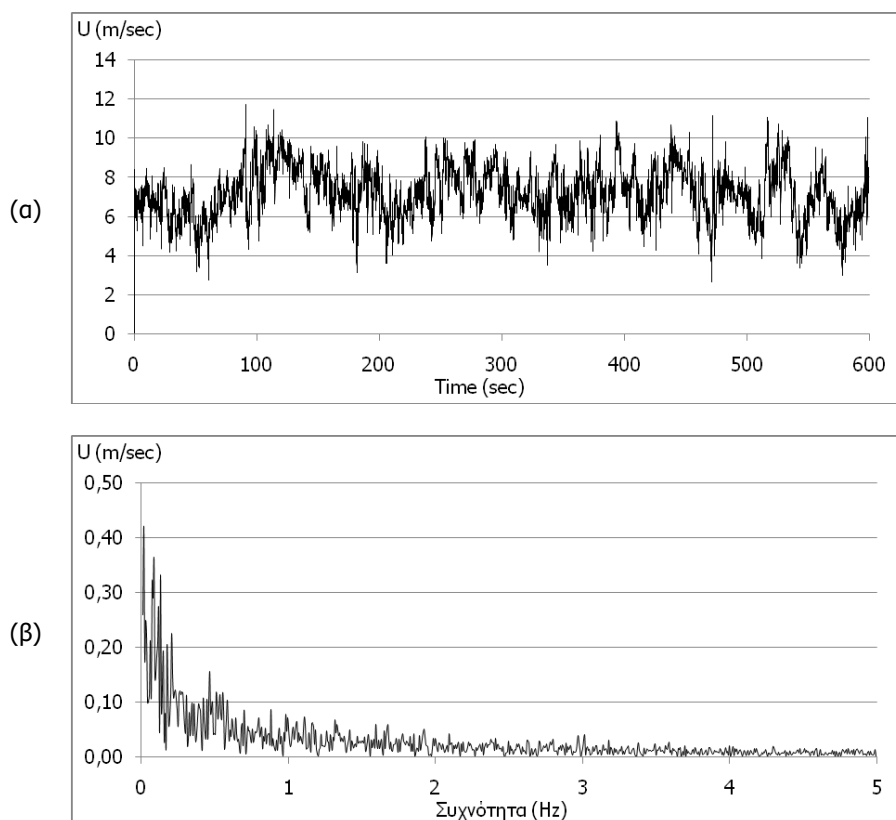
Αυτοί οι τύποι φορτίου αναφέρονται συνήθως ως αεροδυναμικά φορτία αλλά τίθενται σε λειτουργία σε μεγάλο βαθμό μέσω των δυναμικών χαρακτηριστικών της γέφυρας. Επιπλέον οι κατασκευές ταλαντώνονται σε απλές ροές αλλά και αλληλεπιδράσεις μεταξύ ροής και σώματος (αεροελαστικά φαινόμενα). Είναι δυνατόν να εμφανιστούν φαινόμενα συντονισμού καθώς και φαινόμενα αστάθειας, ανάλογα με τη γεωμετρία και τα μηχανικά χαρακτηριστικά της δομής, τα χαρακτηριστικά της

τυρβώδους ροής και τη μέση ταχύτητά της. Επικεντρωνόμαστε στην απόσχιση δινών και στις δονήσεις εξαιτίας ανεμοκραδασμών, καθώς για τη μελέτη των δύο φαινομένων αστάθειας τα πιο αξιόπιστα εργαλεία είναι τα πειράματα σε αεροσήραγγα και η χρήση λογισμικού υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD) που ξεφεύγουν από το σκοπό της παρούσας εργασίας.

5.3 ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΑΝΕΜΟΥ

Η ταχύτητα του ανέμου γενικά χαρακτηρίζεται από τη μέση ταχύτητα ανέμου U που ορίζεται ως στατική συνιστώσα στη διεύθυνση του ανέμου σε ένα συγκεκριμένο ύψος και από τις χρονικά μεταβαλλόμενες συνιστώσες $u(t)$ κατά τη διεύθυνση του ανέμου, $v(t)$ εγκάρσια στη διεύθυνση του ανέμου και κατακόρυφα, $w(t)$ εγκάρσια στη διεύθυνση του ανέμου και οριζόντια. Εντούτοις οι κύριες μεταβολές παρουσιάζονται στη διεύθυνση της ροής ώστε $U(t)=U+u(t)$. Κοντά στην επιφάνεια του εδάφους, εξαιτίας της τραχύτητάς του, η μέση ταχύτητα μειώνεται και η ροή γίνεται περισσότερο τυρβώδης. Κατά τη μελέτη μιας κατασκευής θεωρείται πως η μέση ταχύτητα δε μεταβάλλεται χρονικά μέσα σε χρονικά διαστήματα από δέκα λεπτά έως μία ώρα [108].

Ο Ευρωκώδικας 1-4 δίνει τη δυνατότητα για υπολογισμό της μέσης ταχύτητας σε μια περιοχή καθώς και τις πιέσεις που ασκούνται σε απλές κατασκευές εξαιτίας αυτού του ανέμου. Συγκεκριμένα όμως επιτρέπει τον υπολογισμό δυνάμεων σε γέφυρες ανοιγμάτων μικρότερων των 200m που δεν καλύπτει την περίπτωση κρεμαστών γεφυρών όπως της Angus L. Macdonald. Σε κατασκευές μείζονος σημασίας που είναι σχεδιασμένες ώστε να υφίστανται μεγάλης έντασης ανέμους, είναι σύνηθες να τοποθετούνται ανεμόμετρα. Τα ανεμόμετρα είναι συσκευές που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της ταχύτητας αλλά και της κατεύθυνσης του ανέμου ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα [109]. Στην Εικόνα 5-5 φαίνεται ένα τυπικό διάγραμμα χρονοϊστορίας ταχύτητας ανέμου στο (α) και ως φάσμα συχνοτήτων στο (β).



Εικόνα 5-5: Τυπικό διάγραμμα ταχύτητας ανέμου ως προς (α) την χρονική μεταβολή (β) τη συχνοτική μεταβολή

Η δυναμική ανάλυση μιας κατασκευής μπορεί να εκτελεστεί στο πεδίο του χρόνου αλλά και στο πεδίο συχνοτήτων. Στο πεδίο συχνοτήτων η διάρκεια της ανάλυσης είναι συχνά μικρότερη αλλά περιορίζεται σε γραμμικά φορτία και κατασκευές με γραμμική συμπεριφορά. Αντιθέτως η μη γραμμικότητα και οι πιθανές αστάθειες μπορούν να ληφθούν υπόψη με ανάλυση στο πεδίο του χρόνου εις βάρος της διάρκειας της ανάλυσης [110]. Στην παρούσα εργασία εκτελείται ανάλυση στο πεδίο του χρόνου. Για τη μη γραμμική δυναμική ανάλυση υπό φορτία ανέμου είναι απαραίτητη η χρήση χρονοϊστορίας ταχύτητας ανέμου. Σε περίπτωση που δεν είναι διαθέσιμα δεδομένα με τέτοιες χρονοϊστορίες υπάρχει η δυνατότητα παραγωγής τεχνητών διαγραμμάτων με επιθυμητά χαρακτηριστικά. Μέθοδοι για την προσομοίωση τυχαίων διεργασιών ως σειρές συνημιτονοειδών συναρτήσεων τυχαίας φάσης και ισαπέχουσων συχνοτήτων παρουσιάστηκαν από τους Shinozuka και Jan [111]. Προτάθηκε ότι μία τυχαία διεργασία είναι δυνατό να προσομοιωθεί ως:

$$f(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N \sqrt{S_0(\omega_k)} \Delta\omega \cos(\omega'_k t + \phi_k) \quad (5-13)$$

όπου $S_0(\omega_k)$ είναι η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας της $f_0(t)$ στη συχνότητα ω_k , ϕ_k είναι ανεξάρτητη τυχαία φάση, οι τιμές της οποίας είναι ομοιόμορφα κατανομημένες μεταξύ 0 και 2π ,

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{\max}}{N} \quad (5-14)$$

$$\omega'_k = \omega_k + \delta\omega \quad (5-15)$$

όπου $\delta\omega$ είναι μια μικρή τυχαία συχνότητα. Το εύρος συχνοτήτων είναι χωρισμένο σε N μέρη και πρέπει να περιέχει όλες τις σημαντικές ιδιοσυχνότητες της κατασκευής. Το βήμα $\Delta\omega$ για μη γραμμικές κατασκευές πρέπει να είναι αρκετά μικρό ώστε να λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι είναι δυνατό να ενεργοποιηθούν ιδιομορφές υψηλότερης τάξης. Στο [112] η Εξ.(5-13) μορφώνεται για την ταχύτητα του ανέμου και γράφεται ως εξής:

$$v(z, t) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^N \sqrt{S_v(z, n_i)} \Delta n \cos(2\pi n_i t + \phi_i) \quad (5-16)$$

με:

$$\Delta n = \frac{n_{\max}}{N} \quad (5-17)$$

$$n_i = n_0 + i \Delta n \quad (5-18)$$

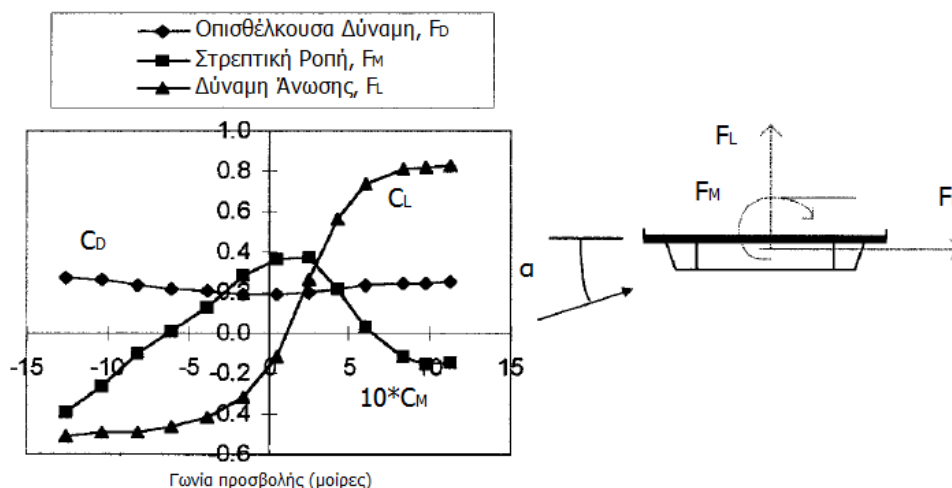
όπου $n=2\pi/\omega$. Στα [113]-[115] η Εξ.(5-16) συνδυάστηκε με τις συστάσεις του Ευρωκώδικα 1 ώστε να χρησιμοποιηθεί τεχνική χρονοϊστορία ταχύτητας ανέμου για τον υπολογισμό της δυναμικής απόκρισης μιας κατασκευής.

5.4 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΓΕΦΥΡΩΝ

Για την εύρεση των δυνάμεων που ασκούνται σε γέφυρες είναι αναγκαία η γνώση των αεροδυναμικών συντελεστών της διατομής του καταστρώματος. Αυτοί καθορίζονται από πειράματα φυσικών μοντέλων καταστρώματος υπό κλίμακα σε αεροσήραγγες. Ένα παράδειγμα αποτελεσμάτων τέτοιου πειράματος δίνεται από τον Holmes [103] στην Εικόνα 5-6. Τέτοια πειράματα σε διατομές καταστρώματος γίνονται συχνά με κύριο σκοπό να διερευνηθεί η αεροδυναμική ευστάθειά τους και κατά τη διάρκειά τους

γίνεται και υπολογισμός αυτών των συντελεστών ως προς τη γωνία προσβολής της ροής του ανέμου. Οι συντελεστές υπολογίζονται μέσω των ακόλουθων τύπων:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \quad C_M = \frac{F_M}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} \quad (5-19)$$



Εικόνα 5-6: Αεροδυναμικοί συντελεστές για διατομή τυπικού καταστρώματος [103]

Πολλές κρεμαστές γέφυρες του 19^{ου} αιώνα κατασκευάστηκαν με κατάστρωμα μορφής πλέγματος δικτυωμάτων. Η χρήση τέτοιας μορφής καταστρώματος έχει συνεχιστεί σε αρκετές περιπτώσεις καθώς προσφέρει ορισμένα θετικά χαρακτηριστικά σε δυναμική απόκριση. Το μεγάλο ποσοστό ανοιγμάτων αποτρέπει τη δημιουργία σημαντικών δινών οπότε η διέγερση εξαιτίας απόσχισης δινών συνήθως δεν είναι σημαντική, ενώ με αυξημένη στρεπτική δυσκαμψία η κρίσιμη ταχύτητα για αστάθεια είναι υψηλή. Αντίθετα όμως με άλλους τύπους καταστρώματος πιο αεροδυναμικού σχήματος, ο συντελεστής της οπισθέλκουσας δύναμης είναι αρκετά μεγαλύτερος. Αυτές οι λεπτές διατομές καταστρώματος, ενώ έχουν πολύ χαμηλό συντελεστή οπισθέλκουσας, έχουν αυξημένο συντελεστή άντωσης.

Στην περίπτωση της γέφυρας Angus L. Macdonald δεν έχουμε διαθέσιμα δεδομένα για τους αεροδυναμικούς συντελεστές της διατομής του καταστρώματος. Στα [116] έως [127] δίνονται συντελεστές για διάφορες μορφές καταστρώματος. Για τη συνέχεια της μελέτης θα χρησιμοποιηθεί ο μέσος όρος αυτών προς την πλευρά της ασφάλειας (Πίνακας 5-1).

Πίνακας 5-1: Αεροδυναμικοί συντελεστές για το κατάστρωμα της γέφυρας

Συντελεστής	Τιμή για γωνία α=-10°
C_D	1.2
C_L	0.7
C_M	0.15
C_D'	0.07
C_L'	0.05
C_M'	0.01

5.5 ΑΠΟΣΧΙΣΗ ΔΙΝΩΝ (VORTEX SHEDDING)

5.5.1 Γενικά

Το φαινόμενο vortex shedding συμβαίνει κατά την αποκόλληση της ροής από τη συνοριακή επιφάνεια μεταξύ ροής και ενός σώματος ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης ρευστού στερεού. Το φαινόμενο είναι δυνατόν να εμφανιστεί σε περιοχές στρωτής ροής αλλά και περιοχές τυρβώδους ροής. Η πρώτη περίπτωση συναντάται σε απομονωμένες κατασκευές κοντά σε παραθαλάσσια περιοχή, ενώ η δεύτερη σε κατασκευές που βρίσκονται στο κατόπι διαφορετικής λεπτής κατασκευής όμοιου μεγέθους [102]. Εμείς επικεντρωνόμαστε στην περίπτωση στρωτής ροής καθώς η κρεμαστή γέφυρα Angus L. Macdonald είναι παραθαλάσσια χωρίς να υφίσταται εκατέρωθεν του διαμήκους άξονά της άλλη κατασκευή. Σε αριθμό Reynolds μεγαλύτερο από κάποιο όριο ανάλογα με το σχήμα ενός αιχμηρού σώματος, το συνοριακό στρώμα εμφανίζει αποκόλληση με αποτέλεσμα ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο δινών όπως φάνηκε στην Εικόνα 5-4. Το μοτίβο αυτό ονομάζεται Von Karman [102]. Όταν το φαινόμενο εμφανίζεται, η κατανομή των θετικών και αρνητικών πιέσεων γύρω από το σώμα εναλλάσσεται με το χρόνο. Αποτέλεσμα είναι η δημιουργία αρμονικά ταλαντούμενης κίνησης εγκάρσια στη διεύθυνση της ροής με συχνότητα f_u που προκύπτει ως εξής:

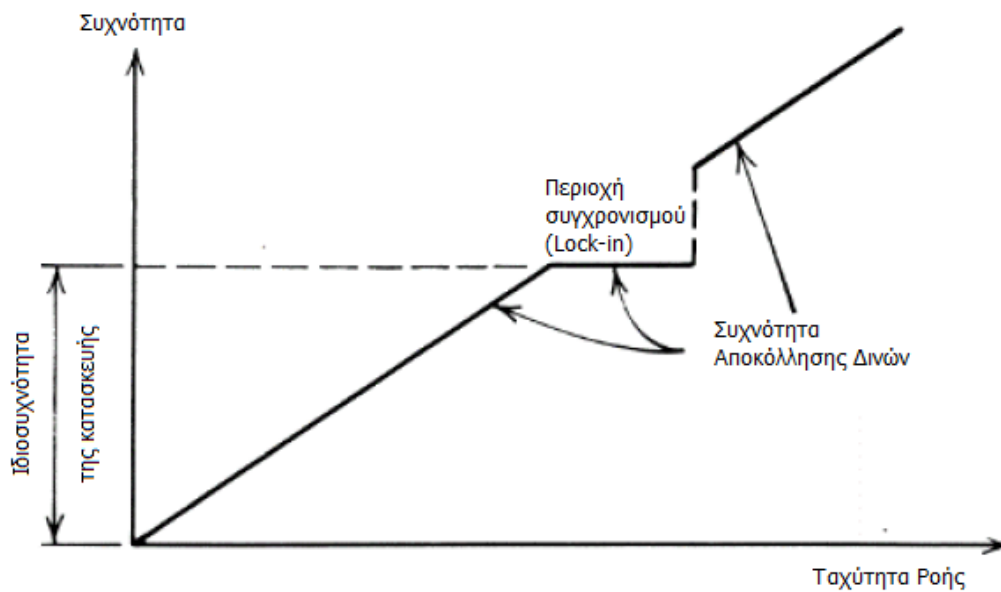
$$f_u = \frac{US_t}{D} \quad (5-20)$$

όπου U είναι η ταχύτητα του ανέμου, D η χαρακτηριστική διάσταση του σώματος εγκάρσια στη διεύθυνση της ροής και S_t είναι ο αριθμός Strouhal [128]. Ο αριθμός αυτός είναι μία αδιάστατη παράμετρος που επινόησε ο Strouhal και εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds και το σχήμα της διατομής γύρω από την οποία ρέει ο άνεμος. Για υψηλούς αριθμούς Reynolds, ο αριθμός Strouhal μπορεί να θεωρηθεί σταθερός. Συνήθεις τιμές σε καταστρώματα γέφυρας είναι μεταξύ των 0.1 και 0.2 [103]. Στην Εικόνα 5-7 παρουσιάζεται ο αριθμός Strouhal για ορισμένα σχήματα διατομής καταστρώματος καλωδιωτών γεφυρών.

Αεροδυναμικοί συντελεστές σε σταθερή κατάσταση	C_D	C_L	S_t
	0.08	0.07	0.17
	0.08	0.08	0.17
	0.10	0.08	0.10
	0.08	0.12	0.17
	0.27	0.33	0.11

Εικόνα 5-7: Αεροδυναμικοί συντελεστές σε σταθερή κατάσταση και πεδίο ροής για διάφορες διατομές καταστρώματος [96]

Η εμφάνιση του φαινομένου γενικά προκαλεί ταλαντώσεις πολύ μικρού πλάτους. Όταν όμως η συχνότητα αποκόλλησης f_u πλησιάσει κάποια ιδιοσυχνότητα της κατασκευής τότε συμβαίνει ο λεγόμενος συντονισμών δινών (vortex resonance). Η αυξημένη ταλάντωση τότε οδηγεί το κατάστρωμα σε αλληλεπίδραση με τη ροή και ο μηχανισμός της απόσχισης δινών "κλειδώνει" για ένα συγκεκριμένο εύρος μεταβολής της ταχύτητας του ανέμου. Μία αύξηση δηλαδή της ταχύτητας του ανέμου κατά μικρό ποσοστό δε θα επιφέρει αλλαγή στη συχνότητα απόσχισης δινών που συμπίπτει με την ιδιοσυχνότητα της κατασκευής. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται lock-in (Εικόνα 5-8) ή συγχρονισμός και δημιουργεί επιπρόσθετα φορτία εγκάρσια στη ροή του ανέμου που αποτελούνται από μία αδρανειακή συνιστώσα εξαιτίας μάζας αέρα και μία συνιστώσα αεροδυναμικής απόσβεσης [102]. Η αδρανειακή συνιστώσα σε έργα Πολιτικών Μηχανικών θεωρείται αμεληταία, ενώ αντιθέτως η αεροδυναμική απόσβεση είναι σημαντικό να λαμβάνεται υπόψη καθώς τυχόν αρνητικό ποσοστό αεροδυναμικής απόσβεσης οδηγεί σε ταλαντώσεις.



Εικόνα 5-8: Φαινόμενο Lock-in κατά το φαινόμενο απόσχισης δινών

5.5.2 Γέφυρα Angus L. Macdonald

Το φαινόμενο αυτό όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως εμφανίζεται ως αρμονικές δυνάμεις στην περίπτωση στρωτής ροής του ανέμου. Οι δυνάμεις αυτές δίνονται από τους παρακάτω τύπους.

$$f_{Ds}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_D \sin(4\pi f_u t) \quad (5-21)$$

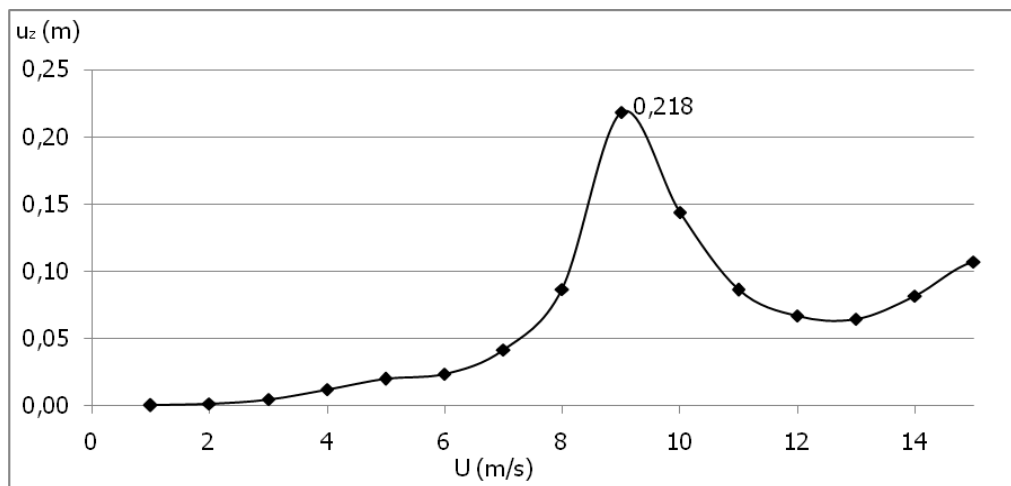
$$f_{Ls}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_L \sin(2\pi f_u t) \quad (5-22)$$

$$f_{Ms}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 C_M \sin(2\pi f_u t) \quad (5-23)$$

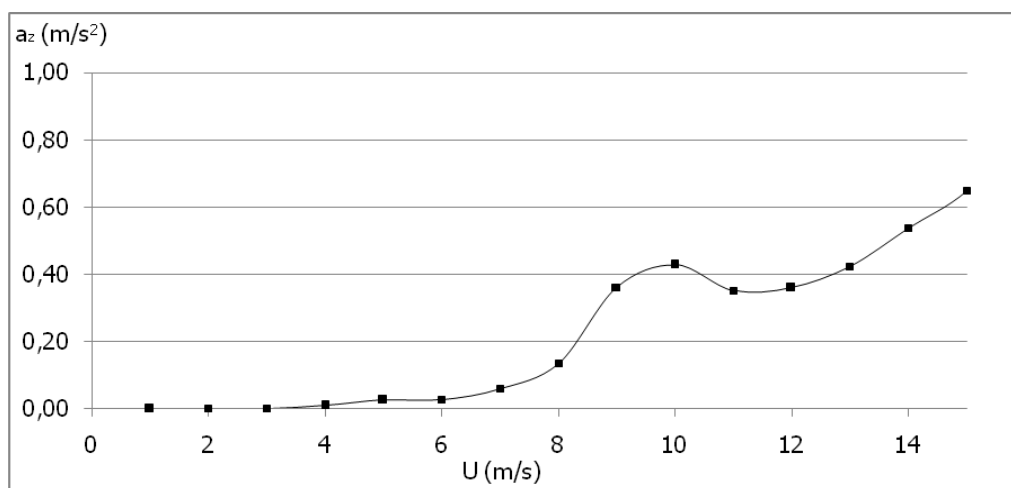
Επιλέγουμε ως δυσμενέστερη περίπτωση τη ροή του αέρα να πλησιάζει με ανοδική πορεία προς το οριζόντιο κατάστρωμα έχοντας γωνία πρόσπτωσης $\alpha=10^\circ$. Οπότε όπως φαίνεται από την Εικόνα 5-1 η συνισταμένη δύναμη που ασκείται κατά τη διεύθυνση z προκύπτει ως εξής:

$$F_z(t) = f_{Ls}(t) * \cos(\beta) + f_{Ds}(t) \sin(\beta) \quad (5-24)$$

Για το καταστρώμα της κρεμαστής γέφυρας Angus L. Macdonald υποθέτουμε $S_t=0.1$. Επισημαίνεται πως οι συνήθεις τιμές του αριθμού Strouhal για καταστρώματα γεφυρών κυμαίνονται μεταξύ 0.1 και 0.2. Η τιμή που επιλέχθηκε οδηγεί σε μεγάλη κρίσιμη ταχύτητα εμφάνισης του φαινομένου και δυσμενέστερα αποτελέσματα, έναντι υψηλότερης τιμής. Η διάσταση D είναι η χαρακτηριστική διάσταση του σώματος κάθετα στη ροή του ανέμου και στην περίπτωση μας επιλέγεται το ύψος των 5.08m που περιλαμβάνει το ύψος του καταστρώματος και τα κιγκλιδώματα θεωρώντας πως έχουν ανάλογη επιρροή με το πλέγμα δικτυώματος του καταστρώματος. Με τις τιμές αυτές για την ιδιοσυχνότητα της πρώτης συμμετρικής ιδιομορφής αναμένουμε κρίσιμη ταχύτητα $U_{cr,s}=f_u \cdot D/S_t=9\text{m/s}$ που βρίσκεται στην περιοχή εμφάνισης του φαινομένου 5-12m/s [103]. Για τη διερεύνηση της έντασης ταλαντώσεων εξαιτίας απόσχισης δινών φορτίζουμε το προσομοίωμα στο ύψος του καταστρώματος με ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος του μετατρέποντας την κατανεμημένη δύναμη $F_z(t)$ σε επικόμβια φορτία. Μεταβάλλοντας την ταχύτητα του ανέμου U από 1m/s έως 15m/s ανά 1m/s εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις διάρκειας 600 δευτερολέπτων. Στην Εικόνα 5-9 παρουσιάζεται το πλάτος μόνιμης ταλάντωσης του κεντρικού κόμβου του καταστρώματος ενώ στην Εικόνα 5-10 φαίνεται η μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση του καταστρώματος. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-9 παρουσιάζεται κορυφή σε ταχύτητα 9m/s με πλάτος ταλάντωσης 22cm και μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση καταστρώματος περίπου 0.4m/s^2 . Ο Holmes [103] δίνει ενδεικτικά τιμές πλάτους ταλάντωσης σε γέφυρες και κυμαίνονται μεταξύ 3.5cm και 32cm, οπότε η τιμή 0.22cm που είναι 0.0005 του μήκους του κεντρικού ανοίγματος είναι αποδεκτή.



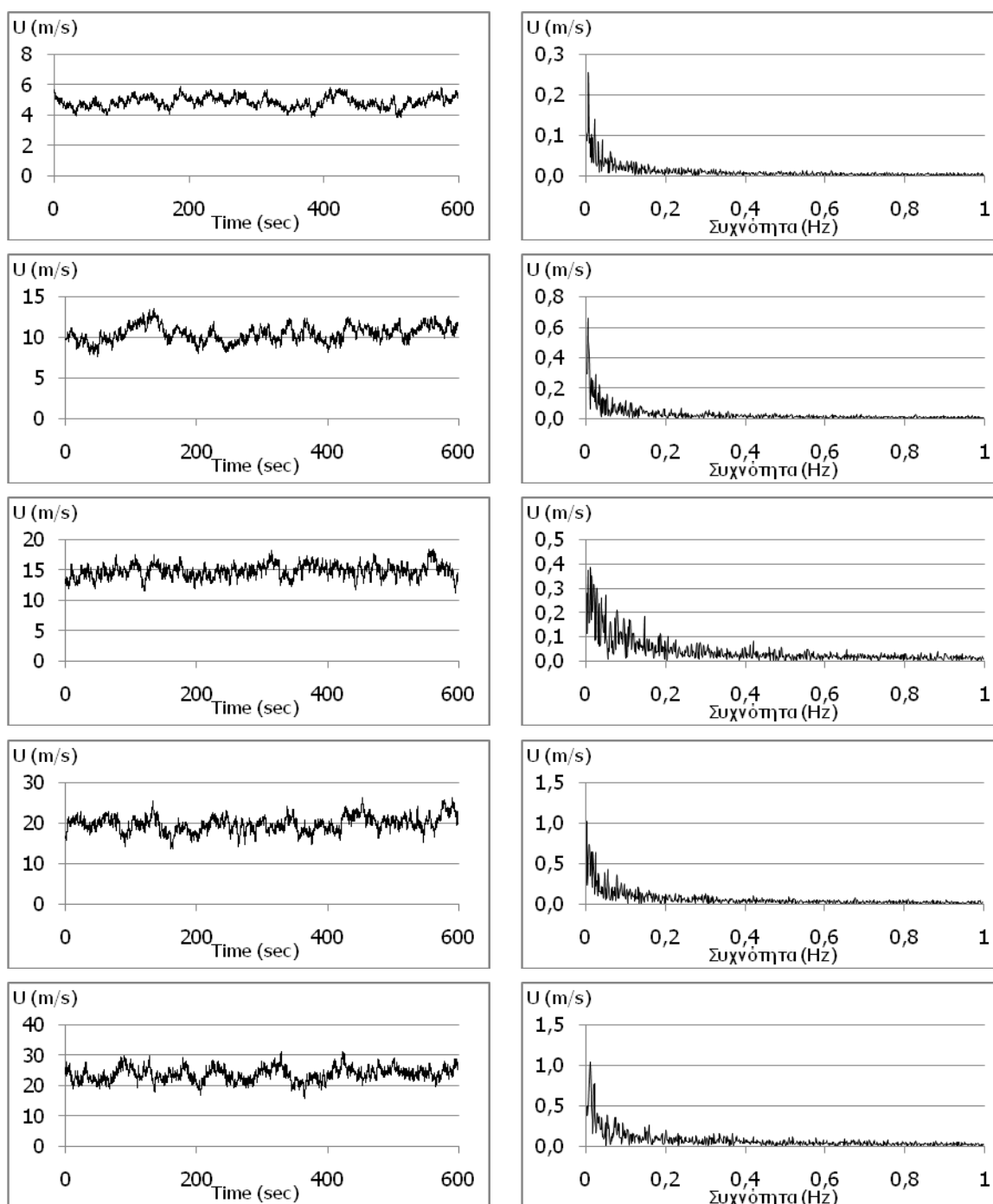
Εικόνα 5-9: Πλάτος ταλάντωσης κεντρικού κόμβου καταστρώματος υπό vortex shedding

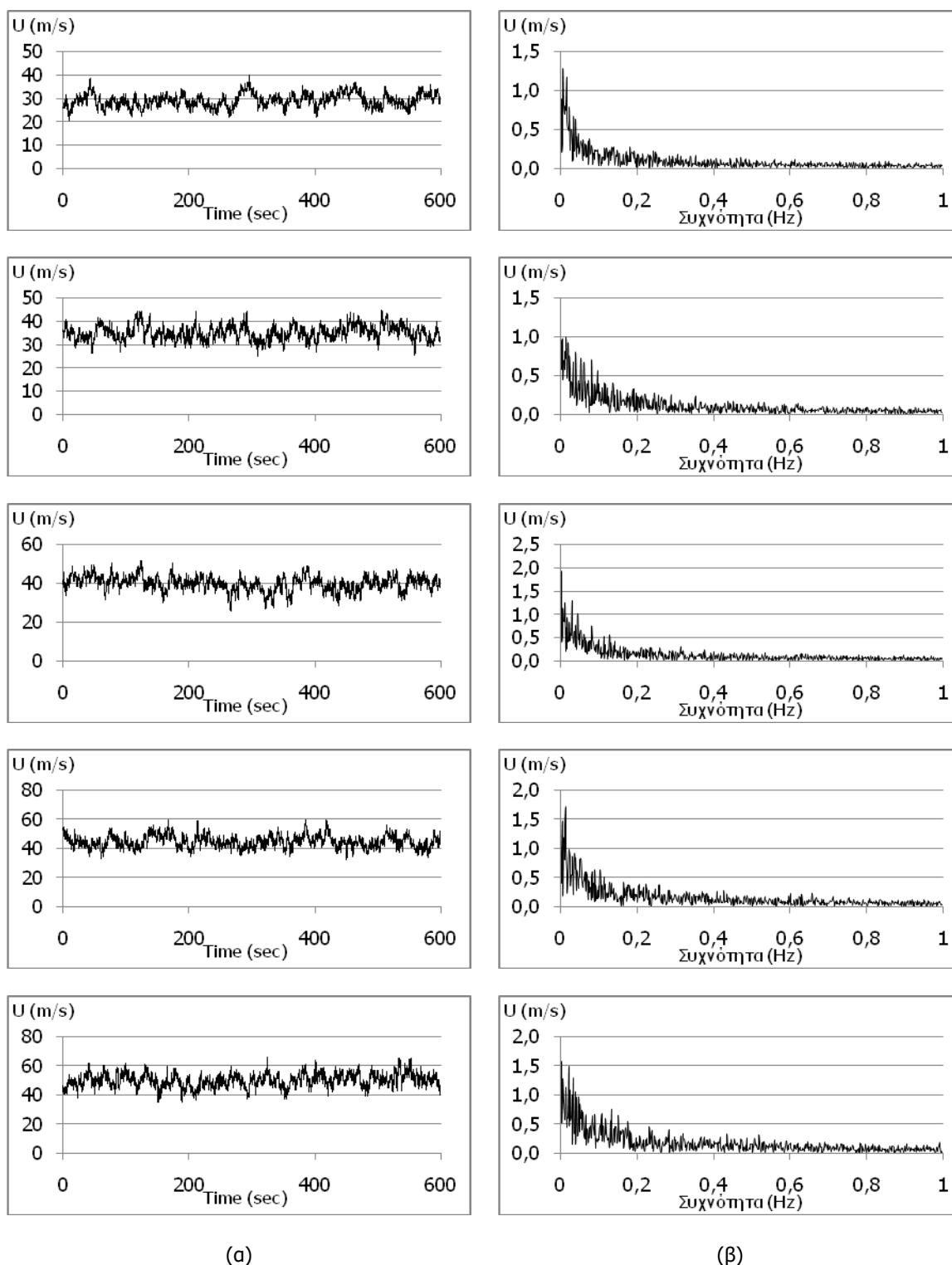


Εικόνα 5-10: Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση καταστρώματος υπό vortex shedding

5.6 ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΥΠΟ ΤΥΡΒΩΔΗ ΡΟΗ

Η γέφυρα Angus L. Macdonald κατά το έργο "the Big Lift" σχεδιάστηκε για μέση ωριαία ταχύτητα 36m/sec καθώς και κρίσιμη έναντι αστάθειας ταχύτητα 50m/sec διάρκειας 10min. Με τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 5.3 και λαμβάνοντας υπόψη το φάσμα ταχυτήτων ανέμου του Ευρωκώδικα 1 δημιουργήθηκαν τεχνητές χρονοϊστορίες για υψόμετρο 55m που βρίσκεται η κορυφή του καταστρώματος. Οι τεχνητές χρονοϊστορίες δημιουργήθηκαν με μέσες ταχύτητες της ροής του ανέμου από 5m/s έως 50m/s κάθε 5m/s. Παρουσιάζονται στη στήλη (α) στην Εικόνα 5-11, ενώ στη στήλη (β) φαίνονται τα αντίστοιχα διαγράμματα συχνότητων για κάθε μία. Όπως φαίνεται στα διαγράμματα, οι κύριες συχνότητες είναι μικρότερες του 0.5Hz, ενώ όσο πλησιάζουμε στην τιμή 1Hz δεν παρουσιάζονται σημαντικά πλάτη της ταχύτητας ροής.





Εικόνα 5-11: Διαγράμματα (α) Ταχύτητας ανέμου (β) Συχνότητας ανέμου

Όπως αναφέρθηκε στην §5.1 οι δυνάμεις που ασκούνται στο φορέα είναι το άθροισμα των στατικών, αεροδυναμικών και αεροελαστικών δυνάμεων. Στην παρούσα εργασία αγνοούνται οι αεροελαστικές συνιστώσες καθώς δεν είναι εφικτό να προσομοιωθούν στο λογισμικό χωρίς ρευστοδυναμική ανάλυση. Επίσης οι συναρτήσεις αεροδυναμικής μεταφοράς συντηρητικά λαμβάνονται ίσες με τη μονάδα. Οπότε τελικά οι δυνάμεις που ασκούνται στο προσομοίωμα είναι:

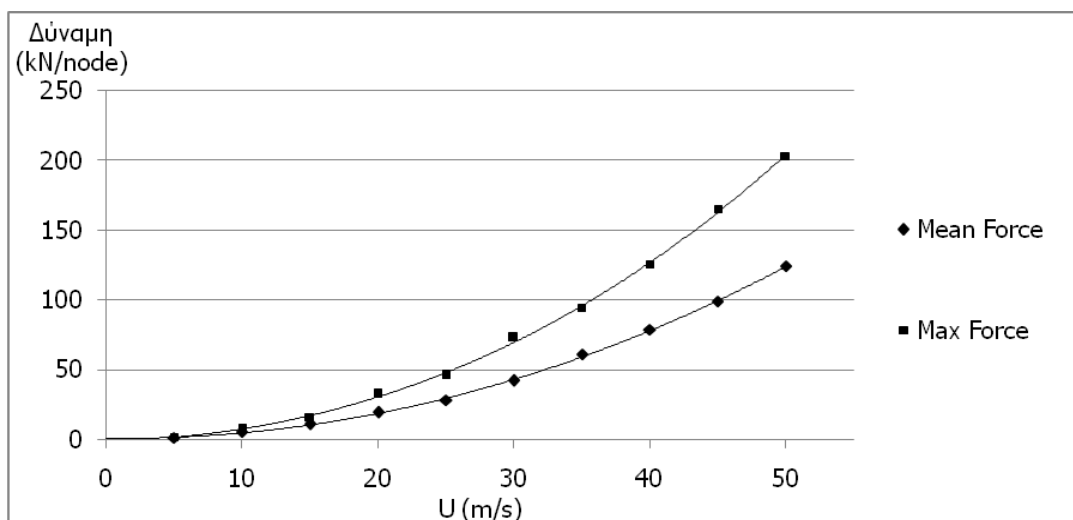
$$D = \bar{F}_D + f_D = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_D + \frac{1}{2} \rho U B [2 C_{D'} u(t) + C_D' v(t)] \quad (5-25)$$

$$L = \bar{F}_L + f_L = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_L + \frac{1}{2} \rho U B [2 C_L' u(t) + C_L' v(t)] \quad (5-26)$$

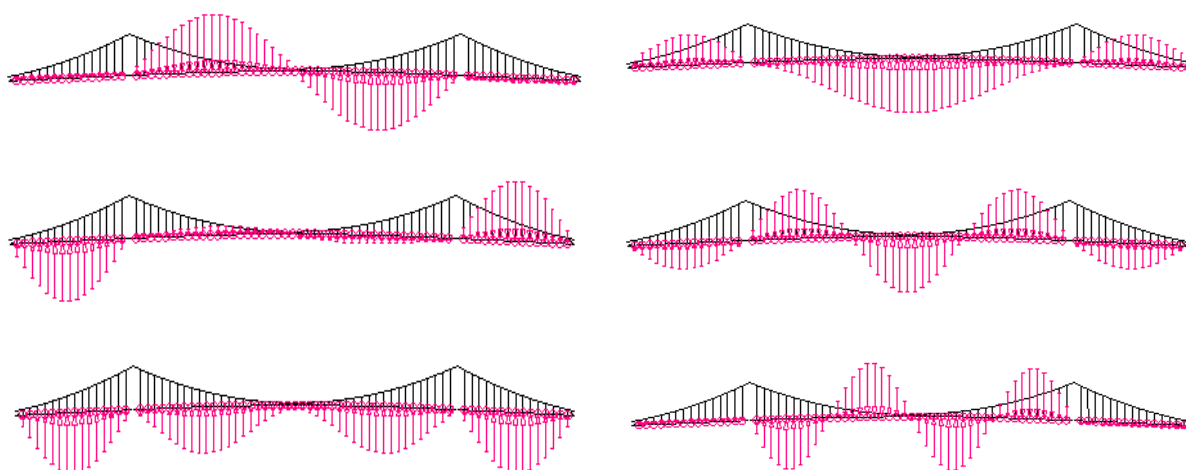
Παρατηρώντας πως οι συντελεστές C_D' , C_L' έχουν μικρή τιμή σε σχέση με τους C_D , C_L , τους αγνοούμε. Οπότε συντηρητικά για γωνία πρόσπτωσης $\alpha=10^\circ$, λαμβάνοντας το γεωμετρικό συνδυασμό των δυνάμεων στην κατακόρυφη διεύθυνση προκύπτουν τελικά:

$$F_z = L \cos(\alpha) + D \sin(\alpha) \quad (5-27)$$

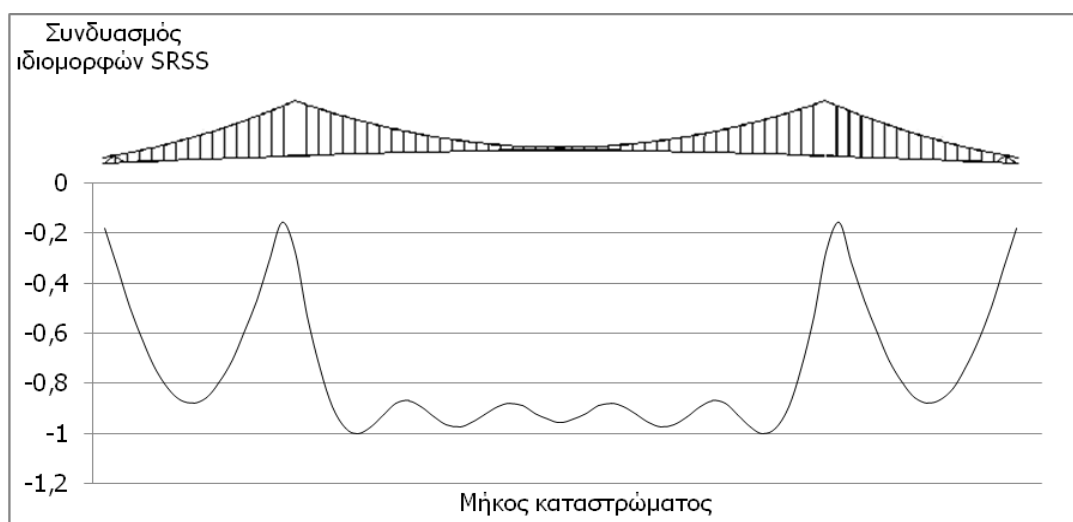
Οι κατανεμημένες δυνάμεις μετατρέπονται σε κομβικά φορτία και εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις για κάθε μία χρονοϊστορία. Η μέση και η μέγιστη τιμή των κομβικών φορτίων που ασκούνται στο ένα επίπεδο της γέφυρας για το κάθε διάγραμμα χρονοϊστορίας παρουσιάζονται στην Εικόνα 5-12. Η τιμή των φορτίων σε ψηλές ταχύτητες ανέμου είναι συγκρίσιμη με τις τιμές των φορτίων που μελετήθηκαν στο Κεφάλαιο 4. Υποθέτοντας χωρικές κατανομές του ανέμου όμοιες με τις έξι πρώτες ιδιομορφές (Εικόνα 5-13) και με ίση πιθανότητα εμφάνισης για την κάθε μία, με συνδυασμό SRSS (Square Root of Sum of Squares) προκύπτει μορφή φόρτισης όπως στην Εικόνα 5-14 που προσεγγίζει ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο. Έτσι φορτίζοντας το κατ'άστρωμα με χωρική κατανομή κομβικών δυνάμεων ομοιόμορφου κατανεμημένου φορτίου εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις για φορτίο του ανέμου που δίνεται από τις χρονοϊστορίες που δίνονται στην Εικόνα 5-11.



Εικόνα 5-12: Μέγιστες και μέσες κομβικές δυνάμεις εξαιτίας ανεμοριπών

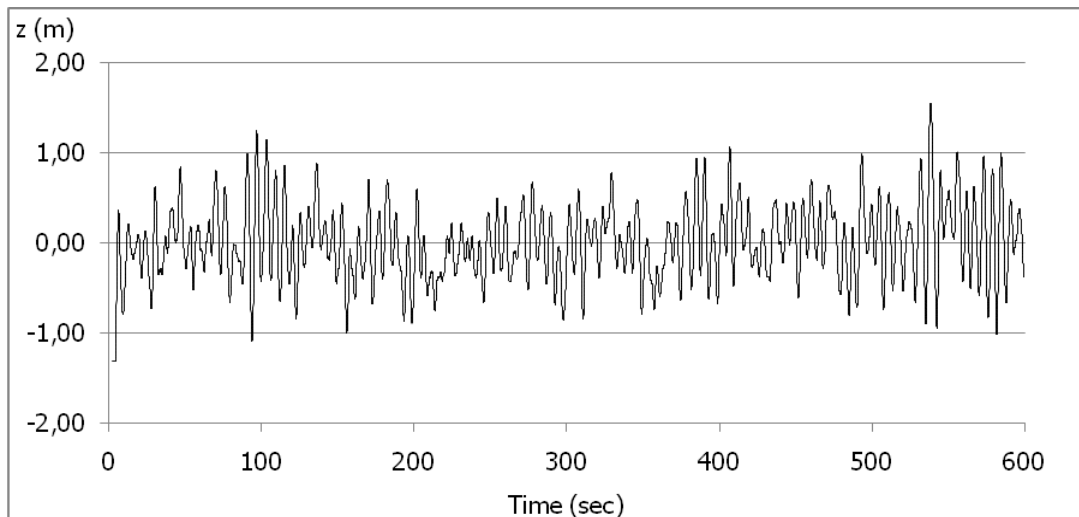
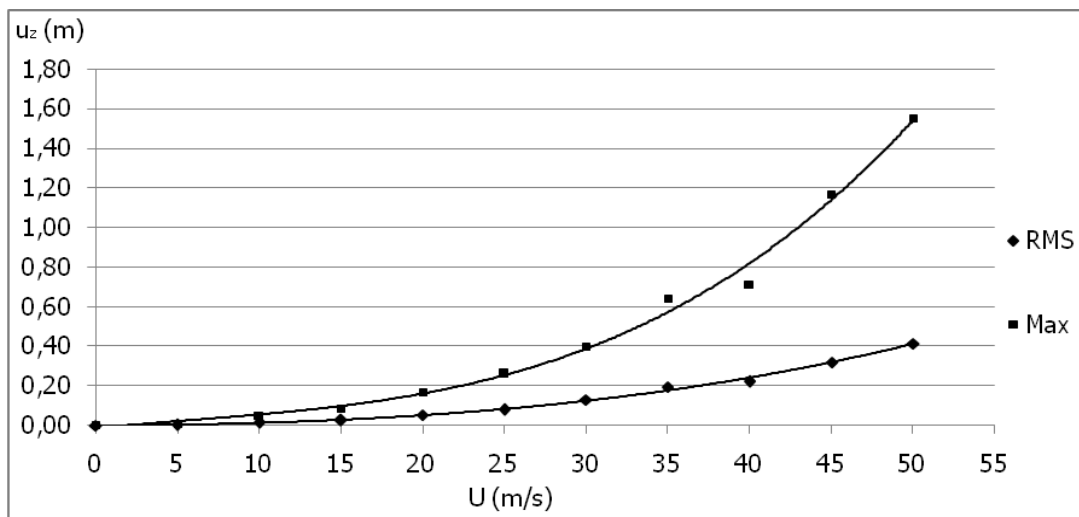


Εικόνα 5-13: Χωρικές κατανομές ανεμοφόρτισης

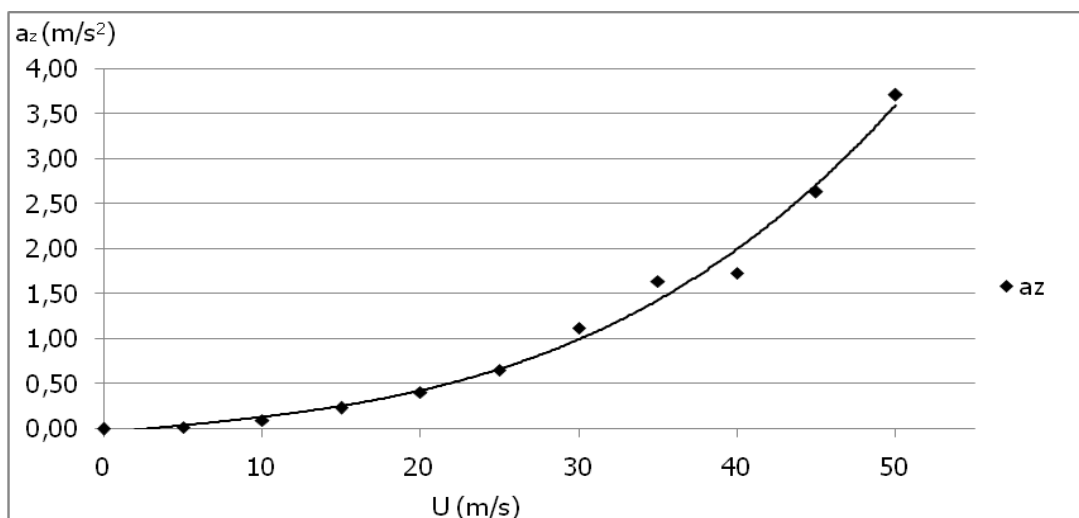


Εικόνα 5-14: Συνδυασμός SRSS των διαφορετικών μορφών ανεμοφόρτισης

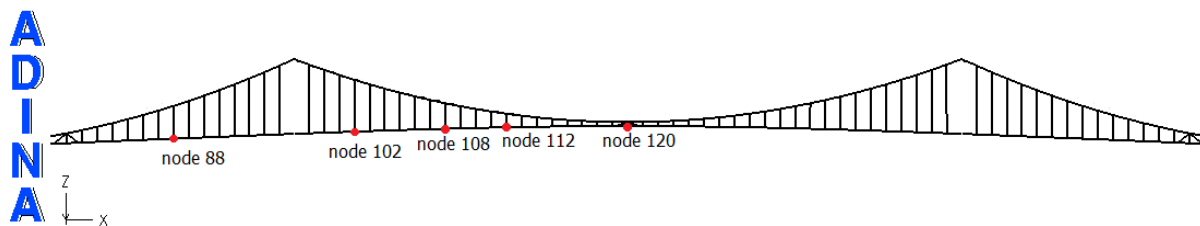
Στη συνέχεια καταγράφεται η χρονοϊστορία απόκρισης του κεντρικού κόμβου για κάθε ταχύτητα ανέμου. Στην Εικόνα 5-15 παρουσιάζεται διάγραμμα κατακόρυφης μετατόπισης του κεντρικού κόμβου εξαιτίας της δυναμικής συνιστώσας για μέση ταχύτητα ανέμου 50m/s. Το σημείο $z=0$ υποδεικνύει την κατακόρυφη θέση του κεντρικού κόμβου αφού έχει ασκηθεί η στατική δύναμη του ανέμου. Κατά την κίνηση που εκτελεί ο φορέας φαίνονται οι διάφορες διακυμάνσεις στην κατακόρυφη θέση του κεντρικού κόμβου με μέγιστη μετατόπιση περίπου τη χρονική στιγμή 540sec κατά την οποία παρουσιάζεται ένα άλμα εύρους 1.54m. Για κάθε χρονοϊστορία που δίνεται στην Εικόνα 5-11 σημειώνεται αυτή η μέγιστη μετατόπιση αλλά και η ρίζα μέσων τετραγώνων (Root Mean Square) της απόκρισης που είναι πιο αντιπροσωπευτικό μέγεθος περιγραφής της κίνησης. Τα αποτελέσματα για κάθε ταχύτητα ανέμου παρουσιάζονται στην Εικόνα 5-16 ενώ η μέγιστη επιτάχυνση του καταστρώματος φαίνεται στην Εικόνα 5-17. Και στα δύο διαγράμματα γίνεται προσαρμογή πολυωνυμικής καμπύλης. Κοιτώντας διεξοδικότερα την επιτάχυνση στους κόμβους του καταστρώματος που φαίνονται στην Εικόνα 5-18 για ταχύτητα ανέμου 50m/s, προκύπτουν τα διαγράμματα χρονοϊστορίας που φαίνονται στις Εικόνα 5-19 έως Εικόνα 5-23.

Εικόνα 5-15: Χρονοϊστορία κατακόρυφης μετατόπισης κεντρικού κόμβου για $U=50\text{m/s}$ 

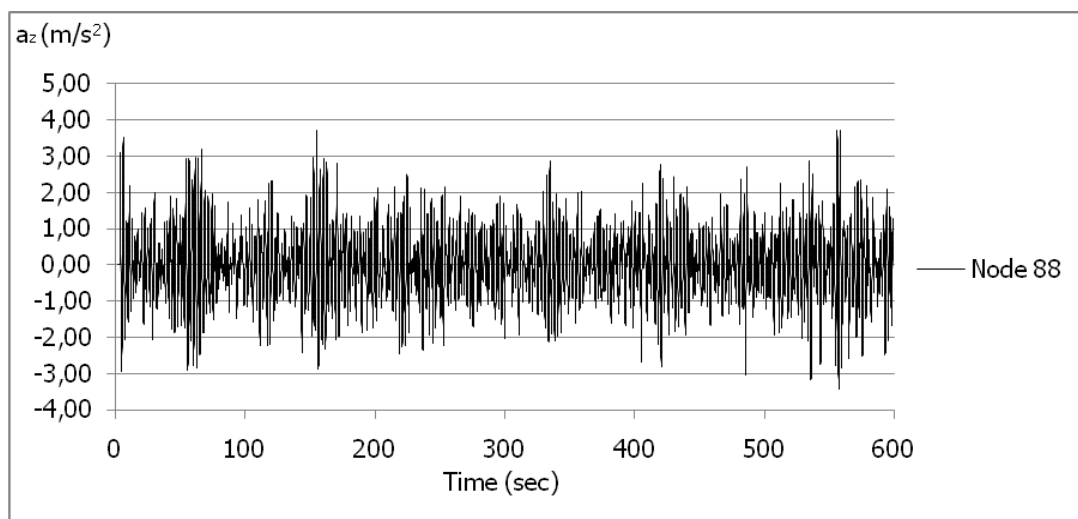
Εικόνα 5-16: Μέγιστα πλάτη ταλάντωσης του κεντρικού κόμβου του καταστρώματος υπό φόρτιση ανεμοριπών



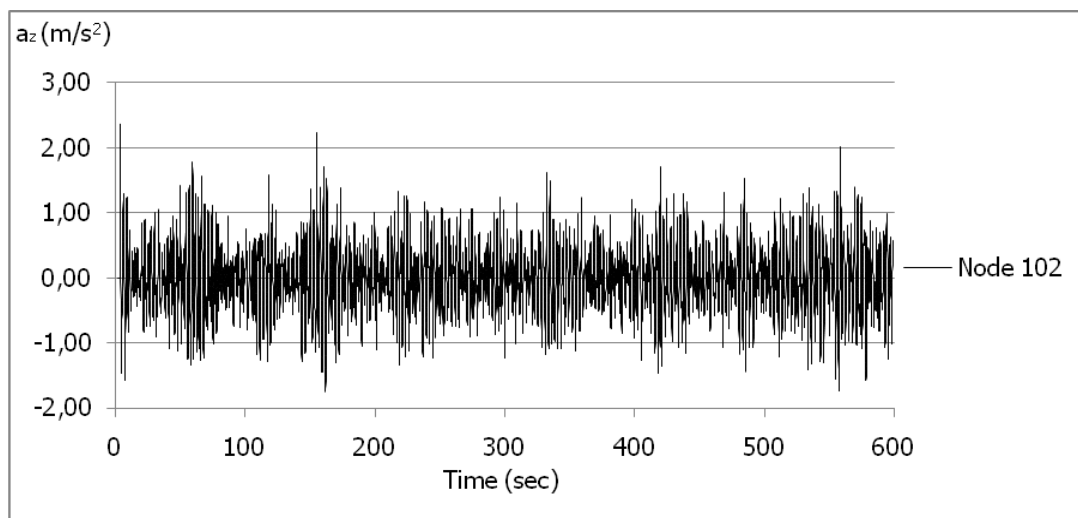
Εικόνα 5-17: Μέγιστη επιτάχυνση καταστρώματος υπό φόρτιση ανεμοριπών



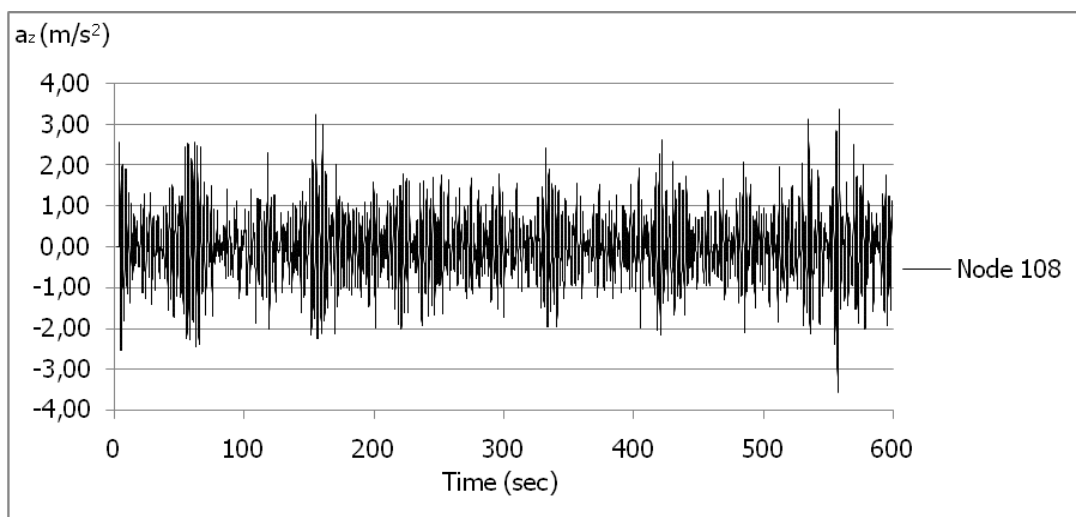
Εικόνα 5-18: Κόμβοι εξαγωγής διαγραμμάτων χρονοϊστορίας επιτάχυνσης



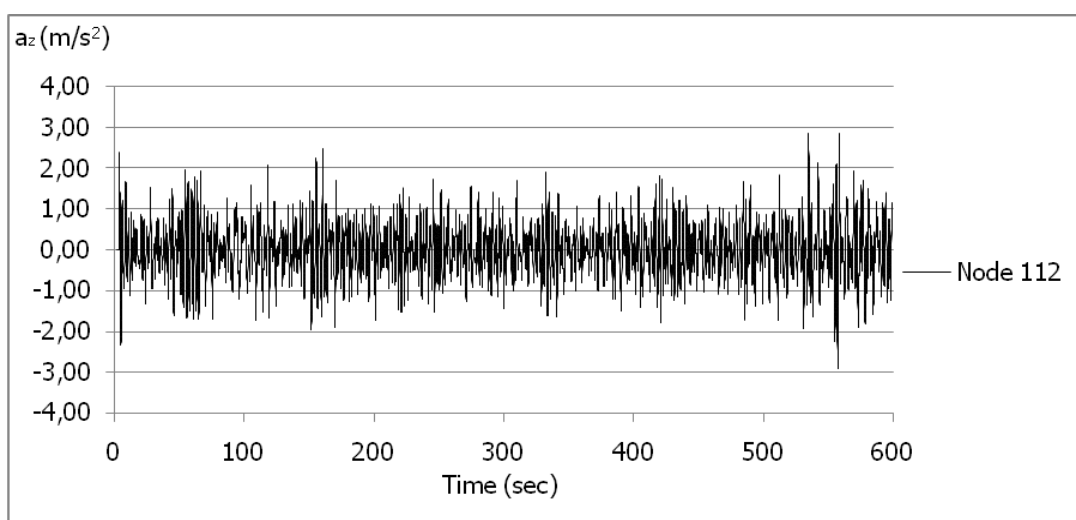
Εικόνα 5-19: Χρονοϊστορία επιτάχυνσης κόμβου 88 υπό άνεμο ταχύτητας 50m/s



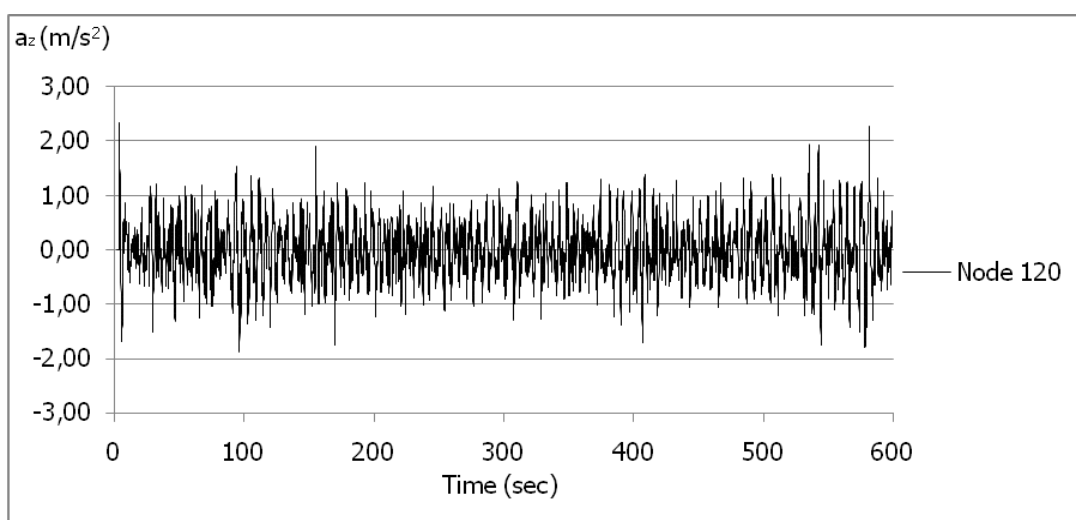
Εικόνα 5-20: Χρονοϊστορία επιτάχυνσης κόμβου 102 υπό άνεμο ταχύτητας 50m/s



Εικόνα 5-21: Χρονοϊστορία επιτάχυνσης κόμβου 108 υπό άνεμο ταχύτητας 50m/s

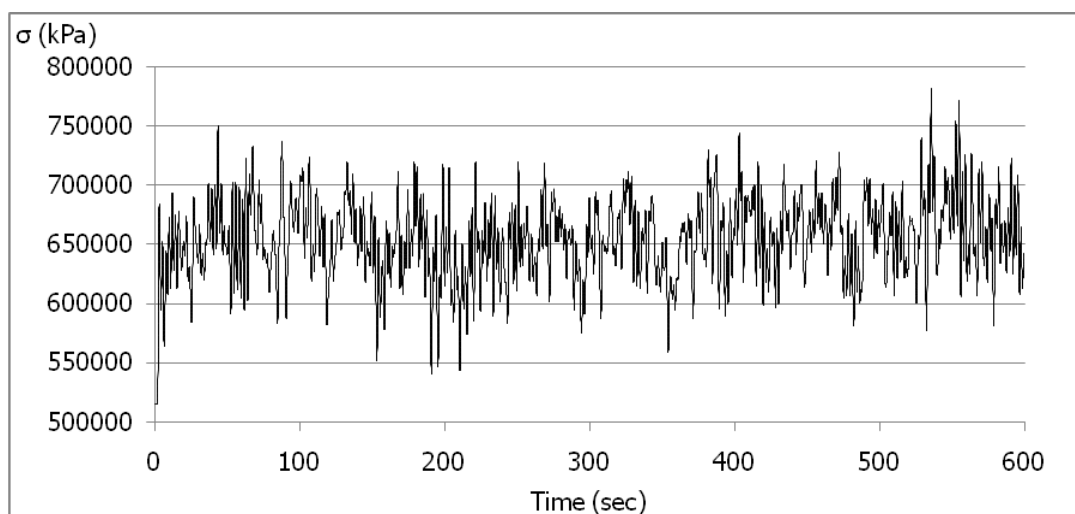


Εικόνα 5-22: Χρονοϊστορία επιτάχυνσης κόμβου 112 υπό άνεμο ταχύτητας 50m/s

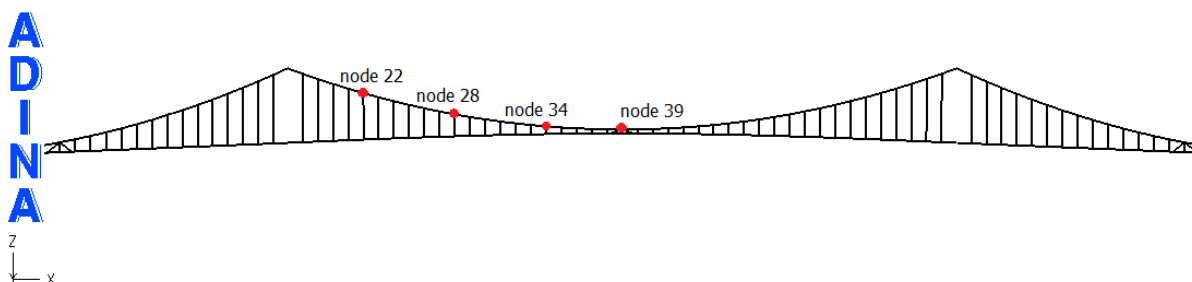


Εικόνα 5-23: Χρονοϊστορία επιτάχυνσης κόμβου 120 υπό άνεμο ταχύτητας 50m/s

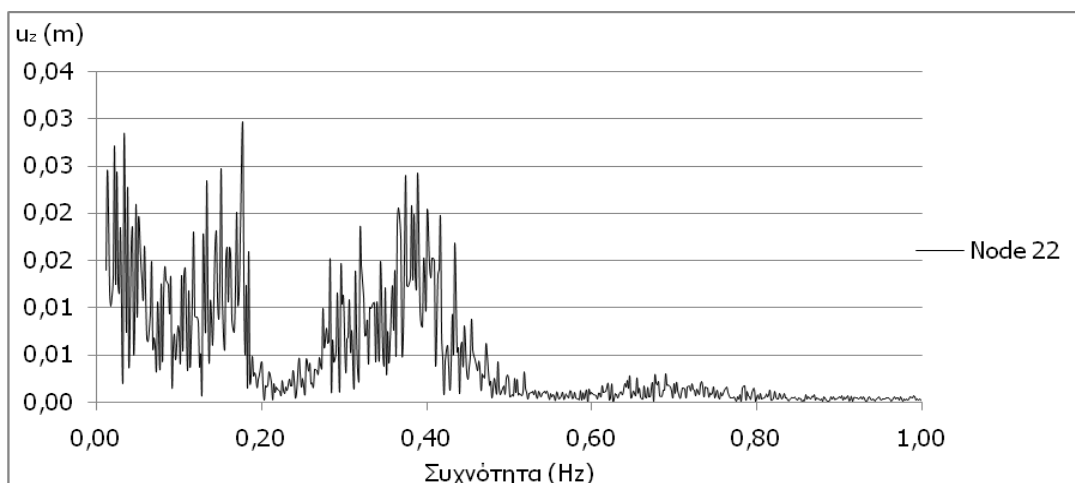
Η φόρτιση με ανοδική φορά προσδίδει χαλαρωτική συμπεριφορά στο κύριο καλώδιο. Με σκοπό να διερευνηθεί η αξονική τάση του καλωδίου όταν φορτίζεται με δυναμικά φορτία τέτοιου μεγέθους, εκτελείται δυναμική ανάλυση με καθοδική φορά των φορτίων αυτή τη φορά. Το αποτέλεσμα φαίνεται στην Εικόνα 5-24. Η μέση τιμή των 50m/s μετατοπίζοντας το διάγραμμα από τα 530MPa προς τα πάνω, ώστε να μεταβάλλεται περί την τιμή των 650MPa περίπου, αυξάνει την αξονική τάση σχεδόν κατά 120MPa. Σημαντική διακύμανση όμως εμφανίζεται εξαιτίας της δυναμικής συνιστώσας της διέγερσης εφόσον παρατηρείται κορυφή της αξονικής τάσης στα 780MPa. Στη συνέχεια με σκοπό την αναγνώριση ενεργοποιούμενων συχνοτήτων, παρουσιάζονται διαγράμματα Fourier για τους κόμβους του κύριου καλωδίου που σημειώνονται στην Εικόνα 5-25. Τα διαγράμματα Fourier παρουσιάζονται στις επόμενες εικόνες.



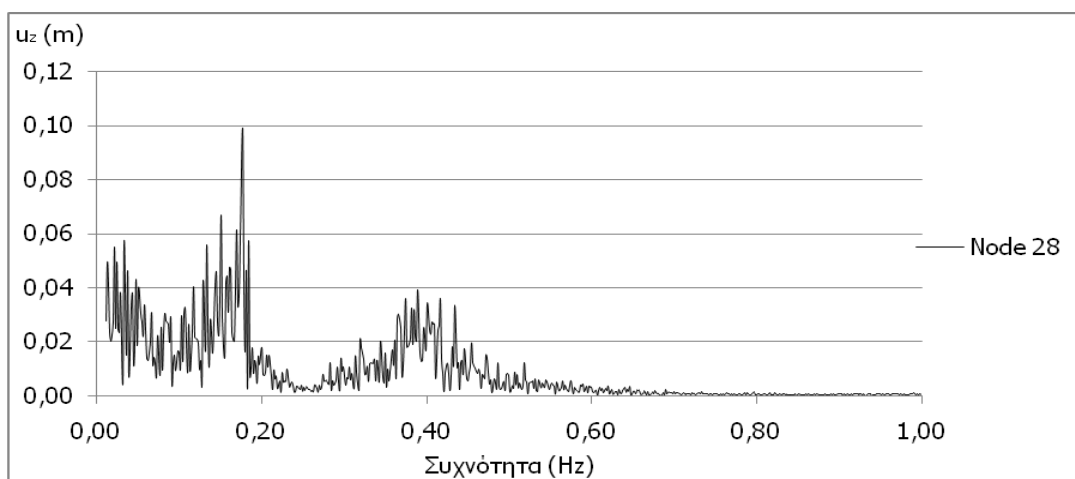
Εικόνα 5-24: Χρονοϊστορία αξονικής τάσης κύριου καλωδίου στο σημείο στήριξης στον πυλώνα για ταχύτητα ανέμου 50m/s



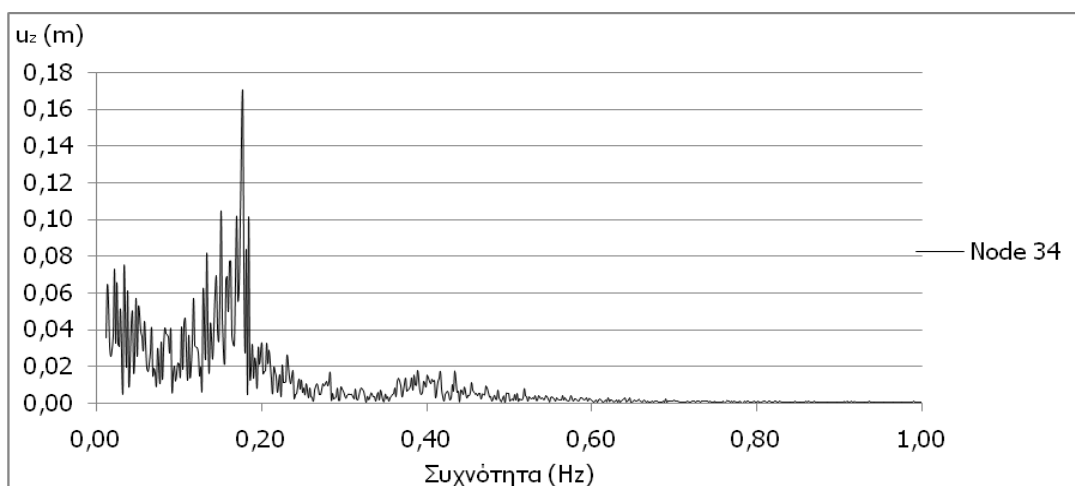
Εικόνα 5-25: Κόμβοι εξαγωγής διαγραμμάτων Fourier



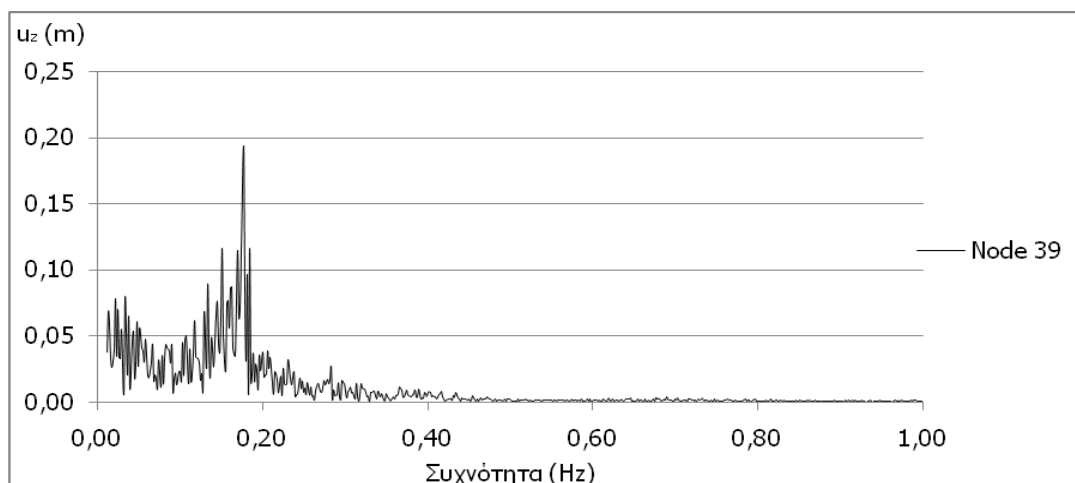
Εικόνα 5-26: Διάγραμμα Fourier κόμβου 22



Εικόνα 5-27: Διάγραμμα Fourier κόμβου 28

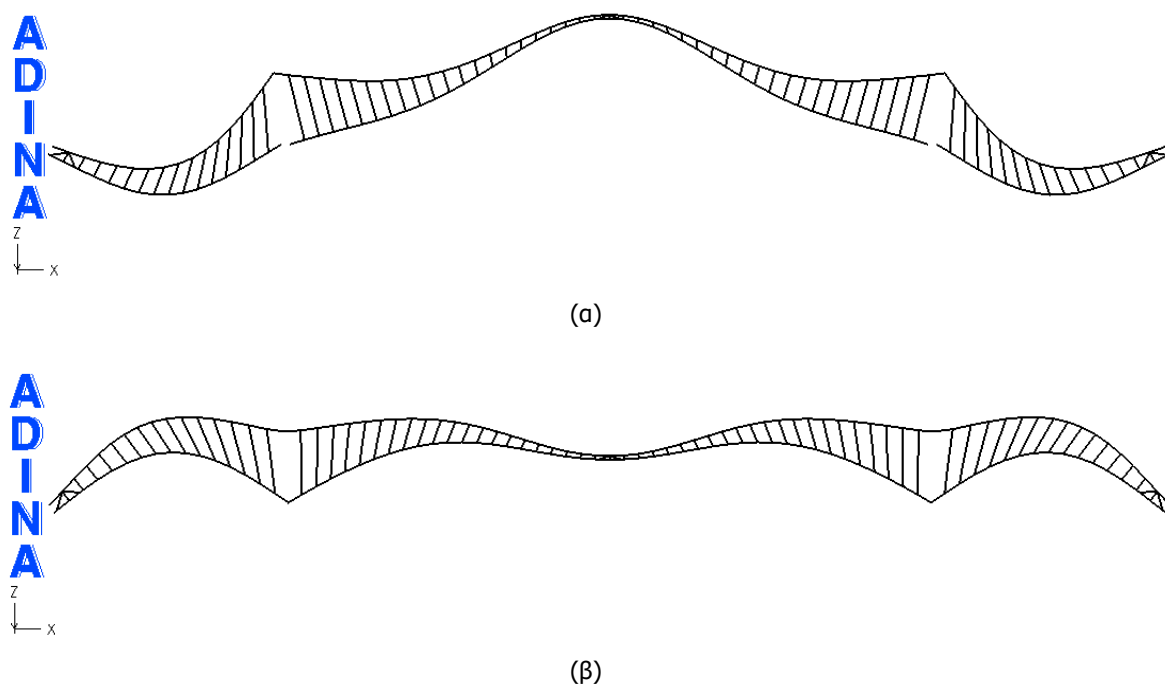


Εικόνα 5-28: Διάγραμμα Fourier κόμβου 34



Εικόνα 5-29: Διάγραμμα Fourier κόμβου 39

Κίνηση αξιοσημείωτου πλάτους εμφανίζεται για συχνότητες μικρότερες των 0.5Hz. Εκτός από τις ισχυρές συχνότητες του ανέμου μικρότερες των 0.05Hz η περιοχή του θεμελιώδους συντονισμού ενεργοποιείται σε κάθε διάγραμμα με αυξανόμενη τάση από τα 0.05Hz έως τα 0.19Hz περίπου. Αν και τα πλάτη της ταχύτητας ανέμου στην περιοχή αυτή είναι μικρά, ενεργοποιείται ο θεμελιώδης συντονισμός με μεγάλα πλάτη ταλάντωσης στην περιοχή αναμενόμενης καμπύλωσης των διαγραμμάτων πλάτους μόνιμης ταλάντωσης. Σε συχνότητες αμέσως μεγαλύτερες των 0.19Hz καθώς τα πλάτη της ταχύτητας του ανέμου σε αυτές τις συχνότητες μειώνονται, και απομακρύνεται το φαινόμενο του θεμελιώδους συντονισμού, εμφανίζονται μικρά και μειούμενα πλάτη μετατόπισης. Όπως απομακρυνόμαστε από το κέντρο της γέφυρας γίνεται φανερό και η ενεργοποίηση ανώτερων ιδιομορφών. Συγκεκριμένα ενεργοποιείται η τρίτη συμμετρική ιδιομορφή και σε μικρότερο βαθμό η περιοχή συχνοτήτων της δεύτερης συμμετρικής ιδιομορφής όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5-30. Αμελητέα κορυφή φαίνεται να εμφανίζεται στην περιοχή συχνοτήτων της τέταρτης συμμετρικής ιδιομορφής στην περιοχή 0.67Hz. Στην περιοχή συχνοτήτων μικρότερων των 0.05Hz, τα μεγάλα πλάτη της ταχύτητας του ανέμου που συνεπάγονται αυξημένη ένταση φόρτισης, ενεργοποιούν υπεραρμονικούς συντονισμούς με αποτέλεσμα την ταλάντωση του συστήματος με χαμηλές συχνότητες. Αντίθετα η ενεργοποίηση υψηλότερων συχνοτήτων δεν υποδεικνύει κατηγορηματικά εμφάνιση υποαρμονικού συντονισμού καθώς η ένταση των φορτίων σε αυτή την περιοχή συχνοτήτων είναι μειωμένη. Η μη γραμμικότητα επηρεάζει σημαντικά όπως φαίνεται την απόκριση καθώς εμφανίζεται ενεργοποίηση συχνοτήτων σε αξιοσημείωτα εύρη περί των ιδιοσυχνοτήτων αλλά και της περιοχής υπεραρμονικών συντονισμών, με αποτέλεσμα αυξημένα πλάτη ταλάντωσης.



Εικόνα 5-30: Ενεργοποιούμενες ιδιομορφές κατά την ανεμοφόρτιση ταχύτητας 50m/s (α) 1^η συμμετρική ιδιομορφή (β) 3^η συμμετρική ιδιομορφή

5.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Μελετήθηκε ο φορέας της κρεμαστής γέφυρας Angus L. Macdonald σε κατακόρυφη κίνηση υπό δυναμική φόρτιση σε φαινόμενο απόσχισης δινών (vortex shedding) και ανεμοριπών (buffeting). Κατά την ταλάντωση του φορέα στο φαινόμενο απόσχισης δινών παρατηρείται πλάτος ταλάντωσης 22cm σε ταχύτητα ανέμου 9m/s. Ο λόγος του πλάτους προς το μήκος του κεντρικού ανοίγματος προκύπτει 0.0005 που είναι αποδεκτό. Κατά το φαινόμενο των ανεμοριπών με ταχύτητα 35m/s παρατηρείται πλάτος ταλάντωσης 0.6m ενώ όταν η ταχύτητα φτάνει τα 50m/s το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης πλησιάζει 1.54m. Η τιμή αυτή είναι εξαιρετικά συντηρητική εφόσον δεν έχουν ληφθεί υπόψη τις αεροελαστικές δυνάμεις που θα προσέδιδαν αεροδυναμική απόσβεση, έχουν θεωρηθεί αυξημένοι αεροδυναμικοί συντελεστές για τη δυσμενή περίπτωση γωνίας $\alpha=10^\circ$ και δεν έχουν συμπεριληφθεί οι συναρτήσεις αεροδυναμικής αποδοχής. Επίσης η μορφή της φόρτισης στην πραγματικότητα είναι μεταβαλλόμενη οπότε το ομοιόμορφο φορτίο με σταθερή χωρική κατανομή είναι συντηρητική παραδοχή. Ένα πιο αντιπροσωπευτικό μέγεθος είναι η ρίζα μέσου τετραγώνων που περιγράφει ολόκληρη τη χρονοϊστορία και στην περίπτωση μας προκύπτει για την ταχύτητα των 50m/s $RMS=0.4m$. Παρόλα αυτά η μέγιστη αξονική τάση του κύριου καλωδίου των 780MPa απέχει σημαντικά από την αντοχή των 1356MPa. Αν και το καλώδιο δεν είχε αντικατασταθεί κατά το έργο "the Big Lift" φαίνεται πως έχει αρκετό περιθώριο σε αντοχή. Υπενθυμίζεται πως ο συντελεστής ασφαλείας του κύριου καλωδίου πλησιάζει την τιμή 2.6.

Η ταχύτητα των 50m/s εμφανίζεται σε καιρικό φαινόμενο ισχυρού τυφώνα ικανού να προκαλέσει σημαντικές καταστροφές σε διάφορες εγκαταστάσεις. Η διάρκεια των 10min δηλώνει την παροδικότητα των συνθηκών αυτών οπότε στόχος είναι η αποφυγή αστοχίας του καταστρώματος και όχι η λειτουργικότητα. Η ταχύτητα όμως των 36m/s για διάρκεια μίας ώρας υποδηλώνει φαινόμενο τυφώνα χαμηλότερης έντασης. Σε αυτή την περίπτωση εκτός από την αποφυγή αστοχίας απαιτείται και η λειτουργικότητα της γέφυρας τουλάχιστον από οχήματα έκτακτης ανάγκης. Το πλάτος των 0.6m αυτή τη φορά είναι αποδεκτό.

Όσον αφορά την άνεση των χρηστών μιας γέφυρας, ο Ευρωκώδικας 0 (παράρτημα A2) δίνει ως κριτήριο συγκεκριμένες τιμές επιτάχυνσης του καταστρώματος σιδηροδρομικής γέφυρας αλλά και πεζογέφυρας. Για χρήση από πεζούς η μέγιστη τιμή της κατακόρυφης επιτάχυνσης είναι 0.7m/s^2 , ενώ για επιβάτες αμαξοστοιχίας οι τιμές είναι: για πολύ καλό επίπεδο άνεσης 1.0m/s^2 , για καλό επίπεδο άνεσης 1.3m/s^2 , για αποδεκτό επίπεδο άνεσης 2.0m/s^2 . Όπως φαίνεται για την ταχύτητα των 50m/s η μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση ξεπερνάει τα 3.5m/s^2 . Όμως επιταχύνσεις μεγαλύτερες των 2m/s^2 εμφανίζονται για μικρά χρονικά διαστήματα για όλους τους κόμβους, ενώ η πλειονότητα των αποτελεσμάτων έγκειται εντός του ορίου των 2m/s^2 , οπότε η λειτουργικότητα της γέφυρας κρίνεται επαρκής. Στην ταχύτητα του ανέμου των 36m/s^2 η κατακόρυφη επιτάχυνση δεν ξεπερνάει τα 2m/s^2 που σημαίνει πως υπάρχει αποδεκτό επίπεδο άνεσης για τη διάσχιση της γέφυρας μόνο από οχήματα. Κατά το φαινόμενο της απόσχισης δινών η επιτάχυνση καταστρώματος είναι περίπου 0.4m/s^2 σε ταχύτητα ανέμου 10m/s που υποδηλώνει πως η γέφυρα είναι δυνατόν να διασχιστεί και από πεζούς.

Η συχνότητα τέτοιων φαινομένων στην περιοχή όμως είναι περιορισμένη όπως φαίνεται και από τα μετεωρολογικά στοιχεία στην Εικόνα 5-31 [129]. Η μέση ωριαία ταχύτητα ανέμων στη διάρκεια του έτους δεν ξεπερνάει τα 6m/s . Άρα η απαιτούμενη ταχύτητα για εμφάνιση ταλαντώσεων εξαιτίας απόσχισης δινών, ένα φαινόμενο που εμφανίζεται σπάνια σε καταστώματα μορφής πλέγματος δικτυωμάτων, δεν είναι συνήθης. Η μέγιστη καταγεγραμμένη μέση ωριαία ταχύτητα ανέμου και η μέγιστη καταγεγραμμένη ταχύτητα ριπών είναι περίπου 28m/s και 42m/s αντίστοιχα που σημαίνει πως υπάρχει ένας επιπλέον συντελεστής ασφαλείας.

	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
Mean hourly wind speed (km/h)	18	18	18	17	14	13	11	11	13	15	17	18
Most frequent direction	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Record hourly speed km/h	83	97	78	85	72	77	87	60	97	80	89	89
Date	Jan 30 1990	Feb 20 1963	Mar 07 1986	Apr 13 1962	May 20 1961	Jun 12 1964	Jul 28 1975	Aug 08 1956	Sep 11 1954	Oct 07 1962	Nov 29 1958	Dec 30 1956
Maximum gust speed km/h	127	146	148	122	106	111	114	93	126	132	121	150
Date	Jan 03 1960	Feb 02 1976	Mar 17 1976	Apr 13 1962	May 03 1961	Jun 12 1964	Jul 28 1975	Aug 09 1986	Sep 29 1958	Oct 29 1963	Nov 08 1963	Dec 30 1956

Εικόνα 5-31: Στοιχεία ταχύτητας ανέμου της περιοχής Halifax [129]

6 ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6.1 ΣΥΝΟΨΗ

Ο κλάδος της δυναμικής ανάλυσης μη γραμμικών κατασκευών προσελκύει αυξανόμενο αριθμό μελετητών καθώς η μη γραμμική απόκριση κατασκευών προσεγγίζει σε μεγαλύτερο βαθμό τη ρεαλιστική συμπεριφορά μιας κατασκευής με αποτέλεσμα τον οικονομικό και αποδοτικό σχεδιασμό τους. Ειδικά για καλωδιωτές κατασκευές αναλυτικές λύσεις που περιγράφουν μη γραμμικά φαινόμενα έχουν αναπτυχθεί και επιβεβαιωθεί μέσω πειραμάτων. Συγκεκριμένα για κρεμαστές γέφυρες, εξαιτίας της πολυμορφίας που υπάρχει όσον αφορά το σχεδιασμό τους, κάθε περίπτωση απαιτεί λεπτομερή μελέτη. Οι περισσότερες μελέτες για αυτόν τον τύπο κατασκευών κάνουν χρήση αεροσήραγγας ενώ επακόλουθο της αύξησης της υπολογιστικής ισχύος είναι και η χρήση λογισμικών ρευστοδυναμικής. Άλλες φορές, συμπεράσματα προκύπτουν μέσω αριθμητικών αναλύσεων χρονοϊστορίας αλλά και αναλύσεων στο πεδίο συχνοτήτων.

Ο στόχος αυτής της εργασίας είναι η διερεύνηση της απόκρισης της κρεμαστής γέφυρας Angus L. Macdonald που βρίσκεται στο λιμάνι του Halifax στον Καναδά υπό αρμονικά φορτία και ανεμοφορτίσεις μέσω της χρήσης λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Η προσοχή εστιάζεται σε μη γραμμικά φαινόμενα που χαρακτηρίζουν καλωδιωτές κατασκευές όπως σκληρωτική ή χαλαρωτική συμπεριφορά, καμπύλωση των καμπυλών απόκρισης αλλά και δευτερεύοντες συντονισμοί και η εμφάνισή τους υπό πραγματικά φορτία.

Αρχικά γίνεται μία εισαγωγή στην ιστορική αναδρομή των κρεμαστών γεφυρών και παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά του φέροντος οργανισμού τους αλλά και ο μηχανισμός παραλαβής και μεταφοράς φορτίσεων που τις διέπει. Ακολούθως παρουσιάζονται οι ιδιοσυχνότητες, ιδιομορφές και τα μη γραμμικά φαινόμενα που παρατηρούνται σε καλωδιωτές κατασκευές. Παρουσιάζεται ο φέρων οργανισμός της κρεμαστής γέφυρας και το επίπεδο προσομοίωμα που κατασκευάζεται σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων.

Στη συνέχεια εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις υπό αρμονικά φορτία για περιπτώσεις φόρτισης συμμετρικής και αντισυμμετρικής χωρικής κατανομής. Διαφορετικές κατανομές συμμετρικής και αντισυμμετρικής φόρτισης συγκρίνονται και παρατηρείται πως σε συμμετρική φόρτιση η χωρική κατανομή έχει σημαντική επιρροή σε αντίθεση με την αντισυμμετρική φόρτιση. Κατασκευάζονται διαγράμματα της μόνιμης απόκρισης και της αξονικής τάσης του κύριου καλωδίου προς το λόγο συχνότητας φόρτισης-ιδιοσυχνότητας για εύρη συχνοτήτων στην περιοχή των συντονισμών που

αναζητούμε κάθε φορά. Συγκεκριμένα για συχνότητες φορτίου κοντά στην ιδιοσυχνότητα του συστήματος στοχεύουμε σε φαινόμενο θεμελιώδους συντονισμού, για συχνότητες μικρότερες της ιδιοσυχνότητας αναζητούμε υπεραρμονικούς συντονισμούς και για συχνότητες μεγαλύτερες της ιδιοσυχνότητας επιδιώκουμε την εμφάνιση υποαρμονικών και εσωτερικών συντονισμών. Αποδεικνύεται η καμπύλωση των διαγραμμάτων προς χαμηλότερες συχνότητες στη συμμετρική φόρτιση που υποδεικνύει συμπεριφορά χαλάρωσης του συστήματος, ενώ στην περίπτωση της αντισυμμετρικής φόρτισης εμφανίζονται κορυφές του διαγράμματος για συχνότητες χαμηλότερες αλλά και υψηλότερες της ιδιοσυχνότητας. Για κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις συγκρίνονται διαφορετικές κατανομές και διαφορετικές τιμές την έντασης φόρτισης και προκύπτει πως η καμπύλωση των διαγραμμάτων αυξάνεται με αύξηση της έντασης των φορτίων. Ο υπεραρμονικός συντονισμός τρίτης τάξης είναι αμελητέος σε σχέση με τον υπεραρμονικό συντονισμό δευτέρας τάξης. Επίσης εμφάνιση συντονισμών συχνότητας μεγαλύτερης της ιδιοσυχνότητας πραγματοποιείται μόνο για λόγο εξωτερικής συχνότητας προς ιδιοσυχνότητα ίσο με 2. Και στις δύο περιπτώσεις δευτερευόντων συντονισμών η εμφάνισή τους απαιτεί σημαντικά φορτία. Παράλληλα διερευνάται ο παραμετρικός συντονισμός αναρτήρων. Η ιδιοσυχνότητα του μεγαλύτερου σε μήκος αναρτήρα απέχει σημαντικά από τις πρώτες ιδιοσυχνότητες του συστήματος με αποτέλεσμα να μην υπάρχει αλληλεπίδραση των δύο. Περαιτέρω, κατακόρυφα αρμονικά φορτία συχνότητας κοντά στις συχνότητες που ενεργοποιούν τον παραμετρικό συντονισμό των αναρτήρων είναι σπάνιο να εμφανιστούν στη συγκεκριμένη κρεμαστή γέφυρα, γιατί είναι πολύ μεγαλύτερες από τις συνήθεις συχνότητες των ανέμων, που είναι τα μόνο πραγματικά δυναμικά φορτία που μπορούν να προκαλέσουν τέτοιους συντονισμούς.

Προκειμένου να μελετηθεί η απόκριση της κρεμαστής γέφυρας υπό ρεαλιστικά δυναμικά φορτία με συχνότητα κοντά στην περιοχή των ιδιοσυχνοτήτων της γέφυρας μελετάται φόρτιση εξαιτίας ανέμου. Παράγονται τεχνητές χρονοϊστορίες ταχύτητας ανέμου λαμβάνοντας υπόψη το φάσμα ταχυτήτων ανέμου του Ευρωκώδικα 1. Μελετάται η κατακόρυφη κίνηση εξαιτίας των φαινομένων απόσχισης δινών και ταλαντώσεων λόγω ανεμοριπών. Γίνονται απλοποιητικές υποθέσεις υπέρ της ασφαλείας όσον αφορά τον υπολογισμό των φορτίων αλλά και της χωρικής κατανομής. Για τη διερεύνηση του φαινομένου απόσχισης δινών εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις με αρμονικά ομοιόμορφα φορτία για ταχύτητες ανέμου έως 15m/s. Στην περίπτωση των ανεμοριπών δυνάμεων εκτελούνται μη γραμμικές δυναμικές αναλύσεις για ταχύτητα ανέμου έως 50m/s. Τέλος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της κατακόρυφης μετατόπισης και της μέγιστης επιτάχυνσης του καταστρώματος για τις διάφορες ταχύτητες οδηγώντας σε αποδεκτές τιμές. Μέσω διαγραμμάτων Fourier εντοπίζονται οι συχνότητες που ενεργοποιούνται κατά το φαινόμενο αυτό.

6.2 ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρατηρώντας κατ' αρχάς τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές της κρεμαστής γέφυρας είναι προφανής η διαφορά σε σχέση με τις αντίστοιχες ενός κρεμαστού καλωδίου, γεγονός που οφείλεται κυρίως στην ελευθερία μετακίνησης των στηρίξεων στη γέφυρα. Συμπερασματικά η προσομοίωση των στηρίξεων παίζει σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων περαιτέρω αναλύσεων. Οι πρώτες ιδιοσυχνότητες του συστήματος απέχουν σημαντικά από τις μικρότερες ιδιοσυχνότητες των αναρτήρων που σημαίνει πως τυχόν αλληλεπίδραση και εμφάνιση εσωτερικών συντονισμών δεν αναμένεται. Επιπρόσθετα, φορτία με συχνότητες στην περιοχή των δυσμενέστερων παραμετρικών συντονισμών των αναρτήρων (3.9Hz και 1.85Hz) με διεύθυνση κάθετη στο φορέα του καταστρώματος δεν είναι πιθανό να εμφανιστούν στη συγκεκριμένη γέφυρα. Συμπερασματικά η προσομοίωση των αναρτήρων δεν είναι απαραίτητο να γίνει με περισσότερα από ένα πεπερασμένο στοιχείο καθώς δεν επηρεάζουν τη συμπεριφορά συνολικά του φορέα. Όσον αφορά την προσομοίωση του καταστρώματος, η απλή δοκός για διερεύνηση της κατακόρυφης κίνησης δίνει εξαιρετικά αποτελέσματα. Αποδεικνύεται πως η δυσκαμψία του καταστρώματος κρεμαστών γεφυρών δεν παίζει

σημαντικό ρόλο στην τιμή των ιδιοσυχνοτήτων. Αυτό σημαίνει πως σε επίπεδο προμελέτης πριν την οριστικοποίηση της διατομής του καταστώματος, αν δεν υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού των ιδιοσυχνοτήτων και κατακόρυφων ιδιομορφών της γέφυρας, είναι δυνατή η προσομοίωση του καταστώματος από μέλη αυθαίρετα χαμηλής δυσκαμψίας ώστε ο παράγοντας δυσκαμψιών Steinman να λαμβάνει τιμές χαμηλότερες του $5 \cdot 10^{-3}$.

Φορτίζοντας με αρμονικά φορτία το προσομοίωμα, μη γραμμικά συντονιστικά φαινόμενα εμφανίζονται ανεξάρτητα της χωρικής κατανομής των φορτίων. Για την εμφάνιση της καμπύλωσης του διαγράμματος του θεμελιώδους συντονισμού αλλά και την εμφάνιση δευτερευόντων συντονισμών όμως, απαιτούνται φορτία ισχυρής έντασης. Εφόσον η συμπεριφορά του φορέα σε ασθενή φορτία είναι γραμμική συνεπάγεται πως η γραμμική ανάλυση για ανάλογης έντασης φορτία με σκοπό την εξοικονόμηση χρόνου είναι δυνατή. Η καμπύλωση των διαγραμμάτων απόκρισης προς συχνότητες χαμηλότερες της ιδιοσυχνότητας αυξάνει το εύρος συχνοτήτων στο οποίο είναι πιθανή η εμφάνιση συντονισμού οπότε και αυξημένων μεγεθών απόκρισης. Σε αντισυμμετρική χωρική κατανομή φορτίων συγκεκριμένα που εμφανίζεται καμπύλωση και για συχνότητες μεγαλύτερες της ιδιοσυχνότητας το εύρος αυτό είναι ακόμη μεγαλύτερο. Η καμπύλωση όμως για τα φορτία που είναι ικανή να παραλάβει η γέφυρας είναι περιορισμένη καθώς δεν εμφανίζονται άλματα και διπλοί κλάδοι στα διαγράμματα. Όσον αφορά τους δευτερεύοντες συντονισμούς, αξιοσημείωτοι είναι μόνο ο δευτέρας τάξης υπεραρμονικός και ο συντονισμός στην περιοχή συχνότητας διπλάσια της ιδιοσυχνότητας. Το φαινόμενο αυτό στην περιοχή συχνότητας διπλάσια της ιδιοσυχνότητας δεν είναι κατηγορηματικά υποαρμονικός συντονισμός καθώς η τρίτη συμμετρική ιδιομορφή σχετίζεται με την πρώτη συμμετρική και συγκεκριμένα έχει διπλάσια περίπου συχνότητα. Το γεγονός αυτό αλλά και η μορφή της κίνησης του φορέα υποδεικνύουν εμφάνιση εσωτερικού συντονισμού που ενεργοποιείται λόγω του θεμελιώδους συντονισμού για την 3^η συμμετρική ιδιομορφή.

Τα πλάτη ταλάντωσης που παρατηρούνται λαμβάνουν υψηλές τιμές που στην πραγματικότητα είναι μη αποδεκτά, καθώς πιθανότατα προκύπτει αστοχία του καταστώματος αρκετά πριν την εμφάνιση αυτών. Τα ιδανικά χαρακτηριστικά που διέπουν όμως αυτές τις αρμονικές φορτίσεις, όπως η σταθερή και ίση με την ιδιοσυχνότητα συχνότητα φόρτισης, η σταθερή αλλά και ιδεατή χωρική κατανομή ανάλογη των πρώτων ιδιομορφών, δεν είναι χαρακτηριστικά που εμφανίζονται σε πραγματική δυναμικά φορτία στη φύση. Αξιοσημείωτο όμως είναι το γεγονός πως τη στιγμή εμφάνισης τέτοιων μετατοπίσεων η αξονική τάση του κύριου καλωδίου της γέφυρας δεν ξεπερνάει την αντοχή του, γεγονός που αποδεικνύει τον συντηρητικό σχεδιασμό των κύριων καλωδίων με σκοπό υψηλό συντελεστή ασφαλείας.

Όσον αφορά τα φαινόμενα εξαιτίας ροής του ανέμου και ειδικά το φαινόμενο της ταλάντωσης του καταστώματος εξαιτίας εναλλασσόμενης απόσχισης δινών, είναι δύσκολο να εμφανιστεί σε κατάστρωμα μορφής πλέγματος δικτυωμάτων όπως στην περίπτωση μας. Παρ' όλα αυτά αποδεικνύεται πως σε περίπτωση εμφάνισης του φαινομένου το πλάτος ταλάντωσης αλλά και η κατακόρυφη επιτάχυνση του καταστώματος είναι περιορισμένα και αποδεκτά για τη λειτουργικότητά της. Αν και η ταχύτητα του ανέμου κατά την οποία είναι δυνατόν να εμφανιστεί το φαινόμενο δεν είναι υψηλή, η μέση ωριαία ταχύτητα στην περιοχή της γέφυρας είναι χαμηλότερη, γεγονός που μειώνει ακόμη περισσότερο την πιθανότητα εμφάνισης τέτοιων φαινομένων.

Τα φορτία ανέμου που εμφανίζονται στην πραγματικότητα δεν ακολουθούν απαραίτητα την ιδεατή χωρική κατανομή των ιδιομορφών ούτε την αρμονικότητα της χρονικής μεταβολής, όμως το εύρος συχνοτήτων που περιέχει η ταχύτητα του ανέμου συμπίπτει με τις πρώτες ιδιοσυχνοότητες της κρεμαστής γέφυρας. Εξαιτίας αυτού ενεργοποιούνται κυρίως οι πρώτες πέντε ιδιομορφές κατακόρυφης ταλάντωσης. Το φαινόμενο της ταλάντωσης εξαιτίας ανεμοριπών γίνεται εντονότερο καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του ανέμου με αποτέλεσμα, για ταχύτητες ανέμου κοντά στη μέγιστη τιμή που μελετάμε, τα φορτία ανεμοριπών να πλησιάζουν τιμές ανάλογης έντασης με την απαιτούμενη για εμφάνιση

δευτερευόντων συντονισμών. Πράγματι τα διαγράμματα Fourier δείχνουν την ενεργοποίηση συχνοτήτων στην περιοχή υπεραρμονικού συντονισμού. Παρότι σε ορισμένα από τα διαγράμματα αυτά φαίνεται ενεργοποίηση συχνοτήτων διπλάσιων της ιδιοσυχνότητας της πρώτης ιδιομορφής, το πιθανότερο είναι η ενεργοποίηση ιδιομορφών ανώτερης τάξης και όχι η εμφάνιση υποαρμονικού συντονισμού καθώς το πλάτος της ταχύτητας σε αυτές τις συχνότητες όπως φαίνεται από τα φάσματα συχνοτήτων είναι μικρό. Τα αποτελέσματα της μέγιστης μετατόπισης του καταστρώματος από τη θέση ισορροπίας είναι αξιοσημείωτα, όμως λαμβάνοντας υπόψη τη ρίζα των μέσων τετραγώνων (root mean square) της ιστορίας απόκρισης μετατόπισης το αποτέλεσμα για τις περιπτώσεις των 36m/s και 50m/s είναι αποδεκτό. Ταυτόχρονα παρατηρώντας τις επιταχύνσεις του καταστρώματος επιβεβαιώνεται η λειτουργικότητα της γέφυρας ώστε να διασχίζεται με άνεση από πεζούς και οχήματα ανάλογα με την ταχύτητα του ανέμου.

6.3 ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Οι κρεμαστές γέφυρες είναι κατασκευές που απαιτούν εκτεταμένη έρευνα καθώς κάθε μία έχει ξεχωριστές ιδιαιτερότητες με αποτέλεσμα το διαρκή σχεδιασμό και ανασχεδιασμό μελών. Για την ομαλή πρόοδο του σχεδιασμού είναι ύψιστης σημασίας ο σωστός, οικονομικός και ιδανικός πρωταρχικός σχεδιασμός. Η ταχεία εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών μιας κρεμαστής γέφυρας είναι δυνατόν να υποδείξει σχέση μεταξύ των ιδιομορφών που συνεπάγεται την πιθανή εμφάνιση εσωτερικών συντονισμών. Επίσης μέσω της γνώσης αυτής είναι δυνατός ο καθορισμός πιθανών συντονισμών για εξωτερική φόρτιση δεδομένης συχνότητας. Στην παρούσα εργασία απεδείχθη πως είτε μέσω ημιεμπειρικού τύπου είτε με αυθαίρετη αλλά λογική διατομή καταστρώματος είναι δυνατός ο υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων με πολύ μικρό σφάλμα.

Εκτός από τη συμπεριφορά του φορέα υπό στατικά φορτία είναι σημαντική η γνώση της συμπεριφοράς του υπό δυναμικά φορτία. Με ορισμένες συντηρητικές υποθέσεις είναι δυνατή σε στάδιο προμελέτης η σύντομη διερεύνηση της απόκρισης της κατασκευής υπό φορτία δυναμικής φύσης. Έτσι γίνεται μία αρχική προσέγγιση των μετατοπίσεων και επιταχύνσεων που αναμένουμε στη γέφυρα καθώς και της μέγιστης αξονικής τάσης του κύριου καλωδίου.

Παρακάτω παρουσιάζονται επιγραμματικά προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

- Η μελέτη των μη γραμμικών φαινομένων μπορεί να επεκταθεί στον τρισδιάστατο φορέα ώστε να διερευνηθούν εσωτερικοί συντονισμοί μεταξύ στρεπτικών και μεταφορικών ιδιομορφών.
- Ενδιαφέρον θα ήταν να γίνει παραμετρική ανάλυση λαμβάνοντας υπόψη διαφορετικές γεωμετρίες καλωδίωσης.
- Στην εργασία αυτή έγιναν συντηρητικές υποθέσεις για το φορτίο του ανέμου οπότε ενδιαφέρον θα είχε η ανάλυση της γέφυρας με χρήση λογισμικού ρευστοδυναμικής σε συνδυασμό με αποτελέσματα από πειράματα σε αεροσήραγγες.

7 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] <https://en.wikipedia.org/wiki/Bridge>
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Arkadiko_Bridge
- [3] http://www.greece.com/photos/destinations/Peloponnese/Argolida/Village/Agios_Ioannis/The_Arkadiko_Bridge_or_Kazarma_Bridge_is_a_Mycenaean_bridge_near_Epidauros,_Greece./42566764
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Pons_Fabricius
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Alcantara_Bridge
- [6] https://en.wikipedia.org/wiki/Trajan's_Bridge
- [7] https://en.wikipedia.org/wiki/Anji_Bridge
- [8] <http://archineeringtalk.com/?p=414>
- [9] https://en.wikipedia.org/wiki/Portaikos_Bridge
- [10] http://www.trikalanews.gr/ypoloipoi_dimoi/ta_gurismata_tou_skai_sto_dimo_pulis_trikalon_.html
- [11] https://en.wikipedia.org/wiki/Bridge_of_Arta
- [12] <https://www.trekearth.com/gallery/Europe/Greece/Epirus/Arta/Arta/photo41030.htm>
- [13] [https://en.wikipedia.org/wiki/Richmond_Bridge_\(Tasmania\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Richmond_Bridge_(Tasmania))
- [14] <https://www.britannica.com/technology/suspension-bridge>
- [15] https://en.wikipedia.org/wiki/Inca_rope_bridge
- [16] https://en.wikipedia.org/wiki/Capilano_Suspension_Bridge
- [17] <http://www.bestwesternvancouver.ca/things-to-do-vancouver-hotels>
- [18] <https://en.wikipedia.org/wiki/Grubenmann>
- [19] <https://archive.org/details/traitdespontsou01gautgoog>
- [20] https://en.wikipedia.org/wiki/Hubert_Gautier

- [21] https://en.wikipedia.org/wiki/The_Iron_Bridge
- [22] https://en.wikipedia.org/wiki/Brooklyn_Bridge
- [23] https://en.wikipedia.org/wiki/Royal_Tweed_Bridge
- [24] https://en.wikipedia.org/wiki/Waterloo_Bridge
- [25] <https://www.visitlondon.com/things-to-do/place/16924483-waterloo-bridge#R8bfGeEZ3RGSc6wL.97>
- [26] <http://www.engineering-timelines.com/scripts/engineeringItem.asp?id=92>
- [27] <http://www.geograph.org.uk/photo/2661900>
- [28] https://en.wikipedia.org/wiki/Northam_Bridge
- [29] http://www.dailyecho.co.uk/news/15198027.Woman_removes_jeans_and_jumps_off_Northam_Bridge/
- [30] https://en.wikipedia.org/wiki/Suspension_bridge
- [31] https://en.wikipedia.org/wiki/Chakzam_Bridge
- [32] <http://mega-works.blogspot.gr/2012/04/history-for-bridges-where-deck-follows.html>
- [33] <http://www.buddhisma2z.com/content.php?id=54>
- [34] I. Harazaki, S. Suzuki, A. Okukawa, "Bridge Engineering Handbook - Suspension Bridges", Ed. Wai-Fah Chen and Lian Dua, Boca Raton: CRC /press, 2000
- [35] https://en.wikipedia.org/wiki/Fausto_Veranzio
- [36] https://www.si.edu/mci/english/research/past_projects/iron_wire_bridge.html
- [37] <http://www.unionbridgefriends.com/gallery/>
- [38] http://map.coflein.gov.uk/index.php?action=do_images&cache_name=&numlink=43063#tabs-4
- [39] <http://www.haddenham.net/newsroom/marlow-bridge-in-henley.html>
- [40] <https://www.tripsavvy.com/what-to-do-in-bristol-england-a-two-day-itinerary-4148383>
- [41] https://en.wikipedia.org/wiki/Benjamin_Franklin_Bridge
- [42] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ben_Franklin_Bridge-3.jpg
- [43] https://en.wikipedia.org/wiki/George_Washington_Bridge
- [44] <http://www.nydailynews.com/new-york/cops-save-suicidal-people-george-washington-bridge-article-1.2967173>
- [45] https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_Gate_Bridge
- [46] https://en.wikipedia.org/wiki/Humber_Bridge
- [47] <https://inews.co.uk/opinion/i-love-humber-bridge/>
- [48] https://en.wikipedia.org/wiki/Akashi_Kaikyo_Bridge
- [49] <http://blogs.sunvalleygroup.co.za/2012/06/06/akashi-kaikyo-bridge/>
- [50] U. Starossek, "Cable Dynamics - A Review", Structural Engineering International 3/94, 1994

- [51] A. C. J. Luo, "Nonlinear Deformable-body Dynamics", Springer, 2010
- [52] J. H. Rohrs, "On the oscillations of a suspended cable", Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 9, pp. 379-398, 1851
- [53] E. J. Routh, "Advanced Dynamics of Rigid Bodies", 6th edition, Dover, NY, 1955
- [54] W. D. Rannie, T. von Kármán, "The failure of the Tacoma Narrows Bridge", Federal Works Agency, appl. VI, 1941
- [55] F. Bleich, C. B. McCullough, R. Rosecrans, G. S. Vincent, "The mathematical theory of vibration in suspension bridges", U.S. Government Printing Office, Washington D.C., 1950
- [56] A. G. Pugsley, "On the Natural Frequencies of Suspension Chains", Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 2, No. 4, pp. 412-418, 1949
- [57] D. S. Saxon, A. S. Cahn, "Modes of Vibration of a Suspended Chain", Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 6, No. 3, pp. 273-285, 1953
- [58] A. Simpson, "Determination of the inplane natural frequencies of multispan transmission lines by a transfer matrix method", Proceeding of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 113, pp. 870-878, 1966
- [59] H. M. Irvine, T. K. Caughey, "The linear theory of free vibrations of a suspended cable", Structural Engineering International 3/94, 1994
- [60] H. M. Irvine, "Free Vibrations of Inclined Cables", ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 104, No. ST2, pp. 343-347, 1978
- [61] H. M. Irvine, "On the Dynamic Response of a Suspended Cable", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, No. 4, pp. 389-402, 1976
- [62] M. S. Triantafyllou, "The dynamics of taut inclined cables", Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 37, pp. 421-440, 1984
- [63] J. J. Burgess, M. S. Triantafyllou, "The elastic frequencies of cables", Journal of Sound and Vibration, Vol. 120, No. 1, pp. 153-165, U.S.A., 1988
- [64] A. G. Davenport, G. N. Steels, "Dynamic Behavior of Massive Guy Cables", ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 91, No. ST2, pp. 43-70, 1965
- [65] A. S. Veletsos, G. R. Darbre, "Dynamic Stiffness of Parabolic Cables", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 11, No. 3, pp. 367-401, 1983
- [66] U. Starossek, "Boundary Induced Vibration and Dynamic Stiffness of a Sagging Cable", Report No. 91/1, Inst. für Statik und Dynamik der Luft und Raumfahrtkonstruktionen, Univ. Stuttgart, 1990
- [67] U. Starossek, "Brückendynamik - Winderregte Schwingungen von Seilbrücken", Doctoral thesis, University of Stuttgart, 1991
- [68] P. Hagedron, B. Schäfer, "On nonlinear free vibrations of an elastic cable", International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 15, pp. 333-340, 1980
- [69] N. C. Perkins, "Modal interactions in the nonlinear response of elastic cables under parametric/external excitation", International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 27, pp. 233-250, 1992
- [70] N. C. Perkins, C. D. Mote Jr., "Three-dimensional vibration of traveling elastic cables",

Journal of Sound and Vibration, Vol. 114, pp. 325-340, 1987

- [71] N. C. Perkins, C. D. Mote Jr., "Theoretical and experimental stability of two translating cable equilibria", Journal of Sound and Vibration, Vol. 128, pp. 415-429, 1989
- [72] A. C. J. Luo, C. D. Mote Jr., "Analytical solutions of equilibrium and existence for traveling, arbitrarily sagged, elastic cables", ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 67, pp. 148-154, 2000
- [73] A. C. J. Luo, R. P. S. Han, G. Tye, V. J. Modi, A. K. Misra, "Analytical vibration and resonant motion of a stretched spinning nonlinear tether", AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 19, pp. 1162-1171, 1996
- [74] R. Levy, W. R. Spillers, "Analysis of geometrically nonlinear structures", Kluwer Academic Publishers, 2nd Edition, Netherlands, 2003
- [75] C. J. Gantes, "Design of Cable Structures and Membranes", Lecture Notes, National Technical University of Athens, Greece, 2017
- [76] S. A. Raz, "Analytical methods in structural engineering", New Age International Publishers, 2nd Edition, New Delhi, India, 2001
- [77] K. J. Bathe, E. L. Wilson, "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1976
- [78] A. K. Chopra, "Dynamics of Structures", 3rd Edition, Pearson, Prentice-Hall, 2007
- [79] <https://en.wikipedia.org/wiki/Resonance>
- [80] Ι. Θ. Κατσικαδέλης, "Δυναμική Ανάλυση των Κατασκευών", Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, 2012
- [81] D. W. Jordan, P. Smith, "Nonlinear ordinary differential equations - an introduction to dynamical systems", Oxford University Press Inc., U.S.A., 3rd Edition, 1999
- [82] F. Benedettini, G. Rega, "Non-linear dynamics of an elastic cable under planar excitation", International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 22, No. 6, pp. 497-509, 1987
- [83] A. Nayfeh, D. T. Mook, "Nonlinear oscillations", John Wiley & Sons Inc., U.S.A., 1979
- [84] J. Guckenheimer, P. Holmes, "Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields", Applied Mathematical Sciences, Vol. 42, Springer-Verlang, U.S.A., 1983
- [85] F. Benedettini, G. Rega, "Planar non-linear oscillations of elastic cables under superharmonic resonance conditions", Journal of Sound and Vibrations, Vol. 132, No. 3, pp. 353-366, 1989
- [86] G. Rega, F. Benedettini, "Planar non-linear oscillations of elastic cables under subharmonic resonance conditions", Journal of Sound and Vibrations, Vol. 132, No. 3, pp. 367-381, 1989
- [87] A. H. Nayfeh, "The response of single degree of freedom systems with quadratic and cubic nonlinearities to a subharmonic excitation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 89, pp. 457-470, 1983
- [88] G. Visweswara Rao, R. N. Iyengar, "Internal resonance and non-linear response of a cable under periodic excitation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 149, No. 1, pp. 25-41, 1991
- [89] E. I. Butikov, "Parametric Resonance", St. Petersburg, Russia, 1999
- [90] N. J. Gimsing, "Cable Supported Bridges", John Wiley & Sons, NY, 1983

- [91] Jianing Hao, "Natural Vibration Analysis of Long Span Suspension Bridges", 5th International Conference on Civil Engineering and Transportation (ICCET), pp. 1059-1062, Guangzhou, China, 2015
- [92] A. Luongo, G. Rega, F. Vestroni, "Planar non-linear free vibrations of an elastic cable", International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 19, pp. 39-52, 1984
- [93] G. Rega, "Natural vibrations of suspended cables with flexible supports", Computers & Structures, Vol. 12, pp. 65-75, Great Britain, 1980
- [94] D. B. Steinman, "A practical treatise on suspension bridges", John Wiley & Sons, New York, 1953
- [95] D. Cobo del Arco, A. C. Aparicio, "Preliminary static analysis of suspension bridges", Engineering Structures, Vol. 23, pp. 1096-1103, 2001
- [96] A. Guerrieri, "Internal Parametric Resonance and Aeroelastic Effects for Long-Span Suspension Bridges", Master Thesis, Politecnico di Milano, 2015
- [97] <http://harboursideengineering.ca/MacdonaldBridgeRedecking>
- [98] <https://www.hdbc.ca/the-big-lift/>
- [99] <https://www.csiamerica.com/products/sap2000>
- [100] <http://www.adina.com/>
- [101] Y. Tamura, A. Kareem, "Advanced Structural Wind Engineering", Springer, 2013
- [102] E. de Sá Caetano, "Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges", IABSE-AIPC-IVBH ETH Hönggerberg, Switzerland, 2007
- [103] J. D. Holmes, "Wind Loading of Structures", Spon Press, London, 2004
- [104] T. Miyata, "Historical view of long-span bridge aerodynamics", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 91, pp. 1393-1410, 2003
- [105] V. Hermansson, J. Holma, "Analysis of suspended bridges for isolated communities", Master Thesis, Division of Structural Engineering, Faculty of Engineering, LTH, Sweden, 2015
- [106] A. M. da Silva Rebelo de Campos, "Bridge Aerodynamic Stability - Instability Phenomena and Simplified Models", Dissertation for the degree of Masters of Science, Técnico Lisboa, 2014
- [107] <http://thephysicsclub.blogspot.gr/2013/05/tacoma-narrows-bridge-collapse.html>
- [108] I. Vassilopoulou, "Nonlinear dynamic response and design of cable nets", PhD Thesis, School of Civil Engineering, National Technical University of Athens, Greece, 2011
- [109] <https://en.wikipedia.org/wiki/Anemometer>
- [110] E. Cheynet, "Wind-induced vibrations of a suspension bridge", PhD Thesis, Department of Mechanical and Structural Engineering and Materials Science, University of Stavanger, Norway, 2014
- [111] M. Shinozuka, C. M. Jan, "Digital simulation of random processes and its applications", Journal of Sound and Vibration, Vol. 25, No. 1, pp. 111-128, 1972
- [112] H. A. Buchholdt, "An introduction to cable roof structures", Thomas Telford, 2nd Edition, Great Britain, 1999

- [113] J. Györgyi, G. Szabó, "Dynamic analysis of wind effects by using an artificial wind function", *Slovak Journal of Civil Engineering*, Vol. 3, pp. 21-33, 2008
- [114] Ι. Βασιλοπούλου, Χ. Ι. Γαντές, Η. Γκιμούσης, "Απόκριση δικτύων καλωδίων υπό φορτία ανέμου", 7^ο Εθνικό Συνέδριο Μεταλλικών Κατασκευών, Τόμος 1, σελ. 416-423, Βόλος, Ελλάδα, 2011
- [115] Η. Γκιμούσης, "Στατική και Δυναμική Ανάλυση Δικτύου Καλωδίων σε Ανεμοπίεση κατά EC1", Δ.Π.Μ.Σ. Ε.Μ.Π., Εργασία εξαμήνου, Αθήνα, 2011
- [116] X. Chen, A. Kareem, "Aeroelastic Analysis of Bridges: Effects of Turbulence and Aerodynamic Nonlinearities", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, No. 8, pp. 885-895, 2003
- [117] W. Zhang, Y. J. Ge, C. S. Cai, "Estimation of Aerodynamic Forces and Moments on Bridge Decks Based on Two Dimensional Fields", *Engineering Mechanics Institute Conference*, Boston, Massachusetts, U.S.A., 2011
- [118] T. F. Li, C. H. Kou, C. S. Kao, J. Jang, J. L. Tsai, "Response Properties of Self-Anchored Suspension Bridges to Aeroelastic Wind", *Journal of Applied Science and Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 403-412, 2014
- [119] Y. Y. Lin, C. M. Cheng, J. C. Wu, T. L. Lan, K. T. Wu, "Effects of Deck Shape and Oncoming Turbulence on Bridge Aerodynamics", *Tamkang Journal of Science and Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 43-56, 2005
- [120] K. F. Liaw, "Simulation of Flow around Bluff Bodies and Bridge Deck Sections using CFD", PhD Thesis, School of Civil Engineering, University of Nottingham, 2005
- [121] C. Borri, C. Costa, "Bridge Aerodynamics and Aeroelastic Phenomena", In: Stathopoulos T., Baniotopoulos C.C. (eds) *Wind Effects on Buildings and Design of Wind-Sensitive Structures*, CISM International Centre for Mechanical Sciences, Vol. 493, Springer, Vienna, 2007
- [122] G. Bartoli, P. D'Asdia, S. Febo, C. Mannini, S. Pastò, L. Procino, "Innovative solutions for long-span suspension bridges", *BBAA VI International Colloquium on: Bluff Bodies Aerodynamics & Applications*, Milano, Italy, 2008
- [123] F. Ubertini, "Wind Effects on Bridges: Response, Stability and Control", PhD Thesis, School of Engineering, University of Pavia, Italy, 2008
- [124] M. H. Huang, Y. Y. Lin, M. X. Weng, "Flutter and Buffeting Analysis of Bridges Subjected to Skew Wind", *Journal of Applied Science and Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 401-413, 2012
- [125] G. Diana, D. Rocchi, T. Argentini, S. Muggiasca, "Aerodynamic instability of a bridge deck section model: Linear and nonlinear approach to force modeling", *BBAA VI International Colloquium on: Bluff Bodies Aerodynamics & Applications*, Milano, Italy, 2008
- [126] L. Liu, L. Zhang, Bo Wu, B. Chen, "Effect of Accessory Attachment on Static Coefficients in a Steel Box Girder for Long-Span Suspension Bridges", *Journal of Engineering Science and Technology Review*, Vol. 10, No. 1, pp. 68-83, 2017
- [127] T. Zhang, Wei-wei Guo, F. Du, "Effect of windproof barrier on aerodynamic performance of vehicle-bridge system", *Provedia Engineering*, Vol. 199, pp. 3083-3090, 2017
- [128] V. Strouhal, "Ueber eine besondere Art der Tonerregung", *Annalen der Physik und Chemie*, 3rd series, Vol. 5, No. 10, pp. 216–251, 1878

- [129] <http://legacyweb.theweathernetwork.com/statistics/wind/cl8205090/cans0057>

