



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

Διπλωματική Εργασία

ΕΛΕΝΗ Β. ΜΠΟΥΛΟΥΚΟΥ

***“Υπολογισμός των Τάσεων
παρά το άκρο της ρωγμής
σε Διφασικό Υλικό”***

**Επιβλέπων: Γ. Α. Παπαδόπουλος
ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.
ΣΧΟΛΗ ΣΕΜΦΕ ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ**

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2007

*Στη μητέρα μου Στυλιανή Ν. Ραγκούση,
που από τα πρώτα βήματα της ζωής μου
συνέβαλλε στη διαμόρφωση του χαρακτήρα μου
και μου έδειχνε πάντα εμπιστοσύνη,
φωτίζοντάς μου μόνο την αισιόδοξη πλευρά της ζωής
που σου δείχνει το δρόμο της επιτυχίας.*

Αθήνα, Οκτώβριος 2007

Στους μήνες που διήρκησε η μελέτη, η συγγραφή και η προετοιμασία της διπλωματικής εργασίας στάθηκε απόλυτα καθοριστική η βοήθεια ορισμένων ανθρώπων που καθόρισαν και την επιτυχή έκβασή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Γεώργιο Α. Παπαδόπουλο, Αναπληρωτή Καθηγητή του Ε.Μ.Π., για την επιλογή του θέματος της εργασίας, αλλά και για τις πολύτιμες συμβουλές και κατευθύνσεις σε όλη τη διάρκεια της εξέλιξής της, σε ένα καινούριο και ενδιαφέρον για μένα γνωστικό αντικείμενο.

Το μεγαλύτερο μέρος της εργασίας αφορούσε το πρόγραμμα Ansys και για το λόγο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω για την έμπρακτη βοήθεια που έλαβα από τους φίλους και συμφοιτητές μου, κ. Χαμπιλό Σαράντη και Βάρελη Χαράλαμπο. Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συμφοιτητές μου κ. Μελίδη Ευθύμιο και Υπερήφανο Κωνσταντίνο, που με βοήθησαν στα αρχικά και τελικά στάδια της διπλωματικής μου ο καθένας αντίστοιχα.

Δεν θα μπορούσα να μην αναφερθώ στο φίλο και συμφοιτητή μου, κ. Μπρούμη Ιωάννη, που καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας ήταν πρόθυμος να αφιερώσει από τον πολύτιμο χρόνο του σε συζητήσεις και που με τον ένα ή άλλο τρόπο με βοήθησε σε κάθε πιθανή αμφιβολία ή απορία μου. Ακόμη θέλω να τον ευχαριστήσω γιατί εξ αρχής ήταν εκείνος που με παρότρυνε θετικά να αναλάβω διπλωματική εργασία στον Τομέα Αντοχής Υλικών και με έφερε σε επαφή με τον Καθηγητή μας κ. Παπαδόπουλο, στον οποίο εκπόνησε κι ο ίδιος με επιτυχία και σε κλίμα άριστης συνεργασίας τη δική του διπλωματική εργασία.

Τέλος θα πρέπει να ευχαριστήσω του γονείς μου, που παρέχοντας μου κάθε δυνατό μέσο και διευκόλυνση, επέτρεψαν η αφοσίωσή μου στην εργασία να είναι καθολική και κυρίως τη μητέρα μου για την υπομονή, αλλά και την ενθάρρυνσή της κατά τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της εργασίας, αλλά και σε όλο το διάστημα των σπουδών μου.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	4
ΠΡΟΛΟΓΟΣ	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	9
Το πρόβλημα των επιπέδων ρωγμών	9
1.1 Ρωγμές και Μηχανική των Θραύσεων	9
1.2 Ιστορική αναδρομή	11
1.3 Βασικοί τύποι μετατοπίσεως της επιφάνειας της ρωγμής	15
1.4 Συντελεστές εντάσεως τάσεων	17
1.5 Εφαρμογή προβλήματος ρωγμής	19
1.6 Πεδίο τάσεων σε περίπτωση προβλήματος ρωγμής	21
Επίλυση επίπεδου προβλήματος με την τασική συνάρτηση Airy	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	23
Μελέτη του Προβλήματος Ρωγμής με τη	23
Θεωρία της Φωτοελαστικότητας και των Ισοπαχών	23
(Isochromatic and Isopachic fringes at a bi-material interface crack)	23
2.1. Η πειραματική μέθοδος φωτοελαστικότητας για τον προσδιορισμό του εντατικού πεδίου	23
2.2. Διπλοδιάθλαση και φωτοτασεοπτικός νόμος	24
2.3. Ισοχρωματικές και ισοκλινείς καμπύλες	27
2.4. Πειραματική μέθοδος της Φωτοελαστικότητας σε διφασικό υλικό	30
2.5 Η μέθοδος των ισοπαχών καμπυλών	32
2.5.1 Διεξαγωγή του πειράματος	33
2.6 Η μέθοδος των ισοπαχών καμπυλών σε διφασικό υλικό	34
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	36
Επίλυση Προβλήματος ρωγμής	36
με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (Π.Σ.)	36
Προϋποθέσεις και δυνατότητες στο Ansys	36
3.1 Finite Element Analysis (FEA) – Επίλυση με τη μέθοδο των Π.Σ.	36
3.2 Στοιχεία και κόμβοι στην επίλυση με τη μέθοδο των Π.Σ.	38
3.3 Παραδοχές κατά την επίλυση του προβλήματος ρωγμής με Π.Σ.	41
3.4 Περιβάλλον Ansys	44
3.5 Στάδια επίλυσης στο Ansys	46
3.5.1 1ο Στάδιο: Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών	47
3.5.2 2ο Στάδιο: Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων	47
3.5.3 3ο Στάδιο: Κατασκευή γεωμετρίας	47
3.5.4 4ο Στάδιο: Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία	48
3.5.5 5ο Στάδιο: Επιβολή των οριακών συνθηκών και φορτίων	49
3.5.6 6ο Στάδιο: Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος και επίλυση	50

3.5.7 7ο Στάδιο: Ανάγνωση και γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων	50
3.6 Περιγραφή Προβλήματος	51
3.6.1 Στατική Ανάλυση	51
3.6.2 Δεδομένα του Προβλήματος	51
3.6.3 Ορισμός Προτιμήσεων του προβλήματος (Preferences)	52
3.7 Τρόπος προσέγγισης του προβλήματος στο Ansys (Approach and Assumptions)	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:	59
Κατασκευή του μοντέλου στο Υπολογιστικό πρόγραμμα Π.Σ. Ansys	59
4.1. Ορισμός των ιδιοτήτων των υλικών	59
4.2. Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων	60
4.3 Κατασκευή της γεωμετρίας	61
4.3.1 1 ^{ος} Τρόπος δημιουργίας του ορθογωνικού δοκιμίου: Απευθείας Δημιουργία Ορθογωνίων	61
4.3.2 2 ^{ος} Τρόπος δημιουργίας του ορθογώνιου δοκιμίου: Σταδιακή Δημιουργία σχήματος σε Σημεία (keypoints), Γραμμές (lines), Επιφάνειες (areas) και τελικά Όγκους (volumes)	63
4.4. Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία	67
4.5 Επιβολή των οριακών συνθηκών και του φορτίου	75
4.6 Επίλυση του μοντέλου, ανάγνωση και γραφική αναπαράσταση αποτελεσμάτων	79
4.6.1 Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	80
4.6.2 Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά και τη ρωγμή στο Plexiglas κάθετα στη διεπιφάνεια	90
ΕΠΙΛΟΓΟΣ	103
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	104
I. ΑΡΧΕΙΟ ANSYS.....	104
1. Αρχικές ρυθμίσεις & Κατασκευή γεωμετρίας (όχι πλέγμα)	104
2. Αρχικές ρυθμίσεις, Κατασκευή και διακριτοποίηση της γεωμετρίας (Αντιστοίχιση υλικών: αριστερά Lexan και δεξιά Plexiglas)	106
3. Ολόκληρη μελέτη περίπτωσης: αριστερά Lexan και δεξιά Plexiglas (περιέχει και επιβολή εφελκυστικού φορτίου 100N/m)	111
4. Ολόκληρη μελέτη περίπτωσης: αριστερά Plexiglas και δεξιά Lexan (περιέχει και επιβολή εφελκυστικού φορτίου 100N/m)	119
II. ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΚΥΡΙΟΤΕΡΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΚΑΙ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ.....	124
III. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ	130

*What lies behind us and what lies before us
are small matters compared to what lies within us.*

-Ralph Waldo Emerson

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ο μηχανικός κατασκευάζει έργα στα οποία κατά το στάδιο της λειτουργίας τους ασκούνται διάφορες δράσεις (δυνάμεις και ροπές εν γένει) και η αντίδραση των κατασκευών σε αυτές είναι μικρές αλλαγές στην μορφή ή και στις διαστάσεις της κατασκευής, δηλαδή ορατές και μη **παραμορφώσεις**. Οι παραμορφώσεις αυτές πρέπει να είναι ελεγχόμενες και δεν πρέπει να ξεπερνάνε κάποια όρια ασφαλείας πέρα από τα οποία μπορεί να επέλθει η **αστοχία** της κατασκευής. Αστοχία μπορεί να είναι η θραύση τμημάτων της κατασκευής, κατάρρευση όλης της κατασκευής ή τμημάτων της ή η εκδήλωση μεγάλων παραμορφώσεων. Η αστοχία μπορεί να είναι ολική ή τοπική, ακόμα μπορεί να είναι επισκευάσιμη ή μη, οπότε μια κατασκευή που αστοχεί, αχρηστεύεται ολικά ή μερικά για τον σκοπό που έχει κατασκευαστεί. Για να μην επέλθει η αστοχία, φροντίζουμε **οι υπολογισμένες τάσεις και παραμορφώσεις** της κατασκευής μας **να είναι μικρότερες από κάποια μέγιστα όρια ασφαλείας**.

Αρκετά συνηθισμένος παράγοντας αστοχίας είναι η ύπαρξη ρωγμών σε κάποιο σώμα, οι οποίες μπορεί ακόμα να αποτελούν και ατέλειες των υλικών από το στάδιο κατασκευής των, ή μπορεί να προκύπτουν σαν αποτέλεσμα βλάβης στην ολοκληρωμένη κατασκευή. Συνεπώς η ύπαρξη ρωγμών σε ένα σώμα είναι καθοριστική για την αντοχή του σε εξωτερικά φορτία και για να περιοριστεί αυτός ο κίνδυνος πρέπει η κατασκευή να σχεδιάζεται με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να αναλάβει τις διάφορες δράσεις, δηλαδή να έχει τον κατάλληλο γεωμετρικό σχεδιασμό (διαστάσεις και διατομές στοιχείων) αλλά και **κατάλληλη επιλογή υλικών**, τα οποία επιλέγονται κυρίως βάση της **αντοχής** τους. Ο υπολογισμός της ανακατανομής των τάσεων η οποία προκαλείται σε ένα σώμα από την παρουσία μιας ρωγμής αποτελεί προϋπόθεση για την εκτίμηση της αντοχής του.

Οι ρωγμές είναι δαπανηρές για μια κατασκευή, η παρουσία τους αυξάνει την προσπάθεια για αντιμετώπιση και επισκευή βλαβών. Εκτός από την αστοχία φορέων και εν τέλει σε αστοχία των κατασκευών, πολλές φορές μπορεί να οδηγήσουν και σε ακραίες περιπτώσεις που εμπεριέχουν κινδύνους για ανθρώπινες ζωές. Αμερικανική επιτροπή εκτίμησε ότι το κόστος των θραύσεων ανέρχεται στο 4% του εθνικού ακαθάριστου προϊόντος και ως εκ τούτου είναι επιτακτικό να καταβληθεί προσπάθεια να περιορισθούν τέτοια δυσάρεστα αποτελέσματα.

Εφόσον οι ρωγμές δεν είναι δυνατόν να επισκευασθούν εντελώς, οι διαδικασίες πρέπει να αναθεωρηθούν στην καταμέτρηση και πρόβλεψη της συμπεριφοράς ρηγματωμένων φορέων σε συνθήκες λειτουργίας.

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται το πρόβλημα της εντατικής καταστάσεως στα άκρα ρωγμής σε επίπεδα δοκίμια που καταπονούνται (επίπεδη εντατική κατάσταση) με χρήση του υπολογιστικού προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ANSYS.

Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζεται **πρόβλημα ρωγμής κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια δύο υλικών**, που είναι ένα από τα σπουδαιότερα προβλήματα στη σύγχρονη τεχνολογία. Το ζητούμενο είναι ο **προσδιορισμός των τάσεων** οι οποίες αναπτύσσονται στην περιοχή του άκρου της ρωγμής, αλλά και γενικότερα των δύο υλικών που αποτελούν το δοκίμιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

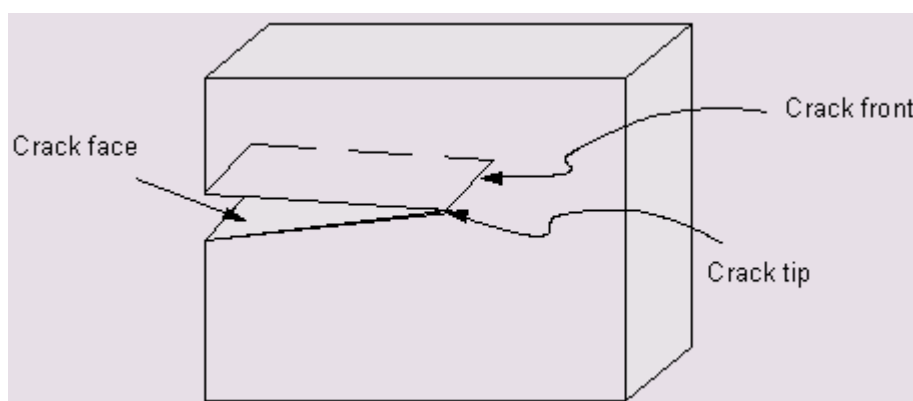
Το πρόβλημα των επίπεδων ρωγμών

1.1 Ρωγμές και Μηχανική των Θραύσεων

Η ανάγκη για την εύρεση της ακριβούς διανομής των τάσεων γύρω από τα άκρα μιας ρωγμής και του τρόπου διαδόσεώς της ήταν η αιτία της δημιουργίας της επιστήμης της «**Μηχανικής των θραύσεων**».

Η ιστορία της **Θραυστομηχανικής** επιδεικνύει ανάπτυξη και στη θεωρία και στα πειράματα. Η θεωρητική ανάπτυξη της Θραυστομηχανικής, βασίστηκε πάνω στη γραμμική ελαστικότητα των απειροστών παραμορφώσεων, η οποία επιβεβαιώνεται και από τις πειραματικές μετρήσεις.

Ως **ρωγή** μπορούμε να ορίσουμε γενικά την τοπική λύση της συνέχειας ενός στερεού σώματος, η οποία μπορεί να θεωρηθεί σαν μία κοιλότητα εντός του σώματος όπου η απόσταση των απέναντι παρειών είναι μικρή σχετικά με το μήκος της.

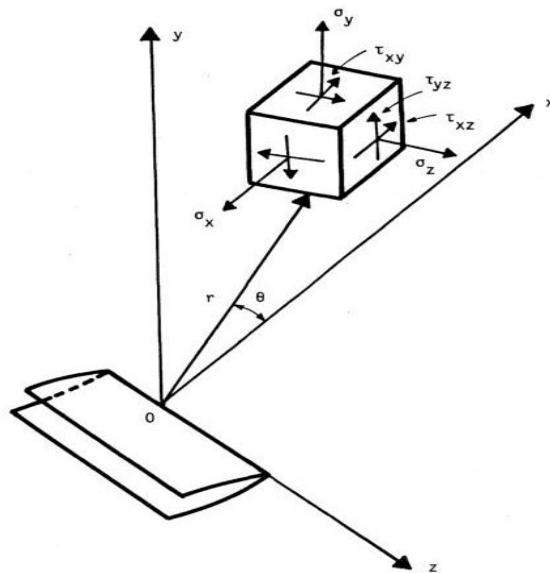


Εικόνα 1: Διεθνής ορολογία για τη ρωγή σε ένα στερεό σώμα

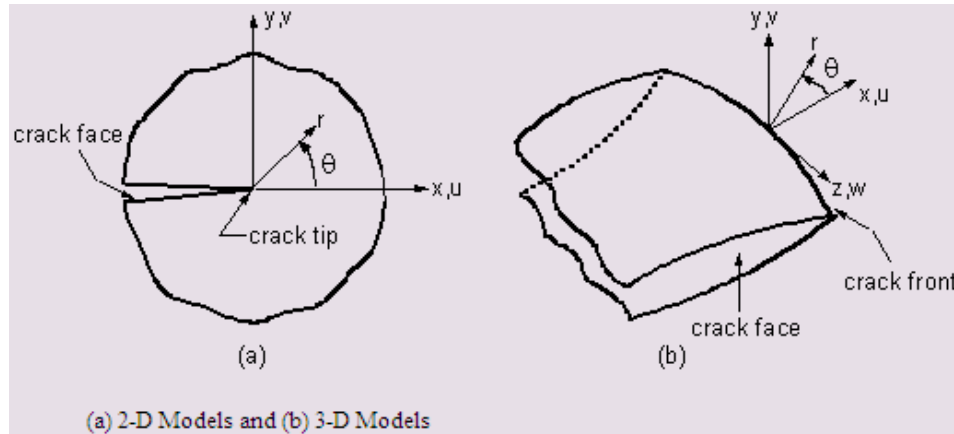
Υπάρχουν δύο βασικά θεωρητικά υποδείγματα περιγραφής της ρωγμής στο επίπεδο. Το πρώτο θεωρεί τη ρωγή ως το όριο μιας ελλειπτικής οπής της οποίας ο μικρός ημιάξονας τείνει προς το μηδέν. Το δεύτερο το οποίο και υιοθετούμε στην παρούσα εργασία για τη μοντελοποίηση της ύπαρξης της ρωγμής στο υλικό, θεωρεί αυτήν ως φυσική ασυνέχεια, δηλαδή μια μαθηματική γραμμή χωρίς πάχος, ή αμεληταίο πάχος σε σύγκριση με τις υπόλοιπες υφιστάμενες διαστάσεις.

Οι τάσεις στα άκρα των ρωγμών είναι πεπερασμένες και για την εφικτή επίλυση των προβλημάτων των ρωγμών θεωρούνται μοριακές δυνάμεις συνάφειας παρά τα άκρα της ρωγμής.

Στα προβλήματα επιπέδων ρωγμών ως σύστημα αξόνων χρησιμοποιείται το καρτεσιανό σύστημα αξόνων με την αρχή O τοποθετημένη στο σημείο κορυφής της ρωγμής στην διεπιφάνεια των δύο υλικών, ενώ το επίπεδο Oxz ταυτίζεται με το επίπεδο της ρωγμής, όπως φαίνεται και στα ακόλουθα σχήματα.



Εικόνα 2: Καρτεσιανό σύστημα αξόνων σε τρισδιάστατο πρόβλημα ρωγμής



Εικόνα 3: Καρτεσιανό σύστημα αξόνων σε δισδιάστατο πρόβλημα ρωγμής

1.2 Ιστορική αναδρομή

Πολλοί ερευνητές ασχολήθηκαν με τη μελέτη των φαινομένων της θραύσεως. Αναπτύχθηκαν θεωρητικές προσεγγίσεις για την επίλυση των διαφόρων προβλημάτων, αλλά και πειραματικές μέθοδοι οι οποίες σε συνδυασμό με τα διάφορα θεωρητικά πρότυπα αντιμετωπίζουν τα σχετικά προβλήματα.

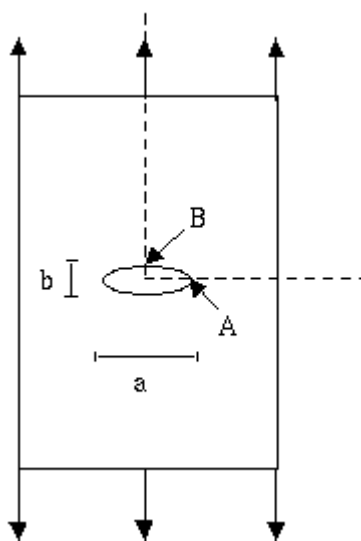
Οι πρώτες θεωρίες αντοχής των υλικών βασιζόντουσαν στο **κριτήριο της μέγιστης τάσεως** του **Irwin (George Rankin Irwin)**. Όμως το «φαινόμενο κλίμακας», που παίζει σημαντικό ρόλο στη θραύση, ήταν γνωστό πριν από την εισαγωγή της έννοιας της «τάσεως».

Το 1858 ο **Karmarsch** προτείνει εμπειρική σχέση, για τη φέρουσα ικανότητα μεταλλικών συρμάτων, της μορφής:

$$\sigma_u = A + \frac{B}{d} \quad (1.1),$$

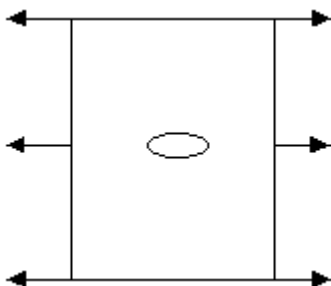
όπου A, B είναι σταθερές, d η διάμετρος του σύρματος και σ_u η τάση αστοχίας.

Το 1913 ο **C.E. Inglis** παρατήρησε μία λεπτή πλάκα γυαλιού με μία ελλειπτική τρύπα στο κέντρο αυτής. Η λεπτή πλάκα θεωρητικά ήταν απείρως μεγαλύτερη και η τρύπα πολύ μικρή σχετικά. Η πλάκα παρατηρήθηκε σε εφελκυσμό στα δύο άκρα κάθετα στην έλλειψη όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



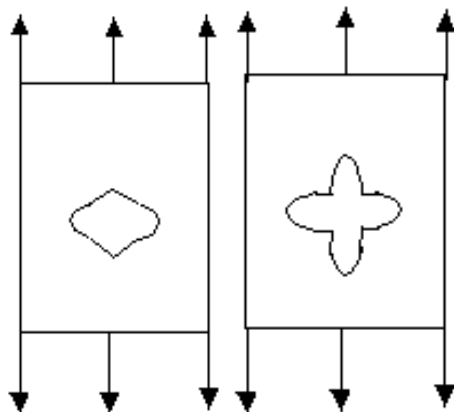
Διαπίστωσε λοιπόν ότι στο σημείο A, στο τέλος της έλλειψης, εμφανιζόταν η μεγαλύτερη πίεση. Ακόμα βρήκε ότι ο λόγος a/b γίνεται μεγαλύτερος (η έλλειψη γίνεται μακρύτερη και λεπτότερη) όσο η τάση στο A συνεχώς μεγαλώνει.

Ακόμα παρατήρησε ότι εφελκύνοντας την πλάκα σε διεύθυνση παράλληλη με τον μεγάλο άξονα της τρύπας, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα παρακάτω, ότι δεν προέκυπτε σημαντική τάση στο σημείο.



Έτσι είναι γεγονός ότι **φορτίο κάθετο και όχι παράλληλο στη ρωγμή**, θα επιφέρει **αύξηση του μήκους** αυτής.

Στη συνέχεια παρατήρησε και άλλες λεπτές πλάκες με τρύπα μορφών όπως στο παρακάτω σχήμα (και όχι με απλή έλλειψη):



Από την παρατήρηση αυτή, συνειδητοποίησε ότι τελικά στη ρηγμάτωση δεν έπαιζε ρόλο το σχήμα, βγάζοντας το συμπέρασμα ότι αυτό που μετράει είναι το μήκος της ρωγμής που είναι κάθετη στο φορτίο και ποια είναι η ακτίνα της καμπύλης στο τέλος της τρύπας, αιχμής ή ρωγμής. Έτσι όσο μεγαλύτερο μέγεθος ρωγμής έχουμε κατ'αυτήν την έννοια, τόσο μεγαλύτερες τάσεις αναπτύσσονται και όσο μικρότερη είναι η ακτίνα της καμπυλότητας στο σημείο της ιδιομορφίας της ρωγμής, τόσο μεγαλώνει και η εμφανιζόμενη τάση εκεί.

Τη δεκαετία του 1920, ο **A.A. Griffith** επέκτεινε τη δουλειά του Inglis. Ο Griffith δούλεψε πάλι σε μία μεγάλη εφελκυσόμενη πλάκα, αλλά αυτή τη φορά αυτός αντί για έλλειψη μελέτησε στη θέση της την περίπτωση της ρωγμής.

Ακόμα παρόμοια σχέση με την 1.1 επιβεβαίωσαν αργότερα τα πειράματα του **Griffith** (1921) σε υαλονήματα. Αυτές οι εμπειρικές παράμετροι A, B, τράβηξαν το ενδιαφέρον του Griffith για την αντοχή των υλικών.

Έπειτα ουσιαστική πρόοδος επιτεύχθηκε στο πεδίο της μηχανικής των θραύσεων από τους **G.R.Irwin** και **E.O.Orwan** και έγινε δυνατή η επέκταση της θεωρίας του Griffith, που είχε ασχοληθεί με το **φαινόμενο της ψαθυράς θραύσεως**.

Ο **Irvin** επέλυσε πολλά διδιάστατα προβλήματα ρωγμών σε γραμμική ελαστικότητα και επέδειξε ότι το τασικό πεδίο στη γειτονιά του άκρου της ρωγμής ήταν πάντα του ίδιου τύπου.

Μια από τις μεγαλύτερες συνεισφορές του Irwin στη Θραυστομηχανική, είναι ότι κατέδειξε τον καθολικό χαρακτήρα των ασυμπτωτικών πεδίων των τάσεων και των μετατοπίσεων στην γειτονιά της αιχμής της ρωγμής σε ένα γραμμικό ελαστικό στερεό. Ο Irwin (1957) έδειξε ότι για μικρή ακτινική απόσταση r απ' την αιχμή της ρωγμής (ακόλουθο σχήμα) ισχύουν οι σχέσεις:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij} \quad (1.2),$$

όπου f_{ij} είναι συναρτήσεις της γωνίας θ οι οποίες είχαν βρεθεί προηγουμένως από τους Weighardt, Westergaard και Sneddon για δεδομένες γεωμετρίες ρωγμών και συνθήκες φόρτισης. Ο Irwin αποκάλεσε τον συντελεστή **K** “**Συντελεστή εντάσεως των Τάσεων**”.

Οι **G.V.Oppel** και **Hill** χρησιμοποίησαν συμβολομετρικές μεθόδους για τη μελέτη διαφόρων κραμάτων αλουμινίου και ο **Dudderar** ολογραφικές και διαπίστωσαν, ότι η ζώνη διαρροής στο άκρο της ρωγμής έχει καθορισμένη καμπύλη μορφή.

Ο **Westergaard** προσδιόρισε τις συνιστώσες των τάσεων στην περίπτωση ρηγματωμένης απείρου πλάκας που φορτιζόταν κατά διεύθυνση κάθετη προς τον άξονα της ρωγμής (βλ. Παρακάτω εφελκυστικός τύπος I) και ήταν σημαντική η συμβολή του στην ανάπτυξη του μαθηματικού υποβάθρου της θεωρίας των ρωγμών, όπως

και των ερευνητών **N.I.Sneddon, M.L.Williams** και **N.I.Muskhelishvili**. Βελτιώσεις του προτύπου των ρωγμών και πληρέστερη μελέτη των συνθηκών πλησίον των άκρων της ρωγμής συντελέστηκαν από τον **S.A.Khristianowitch**.

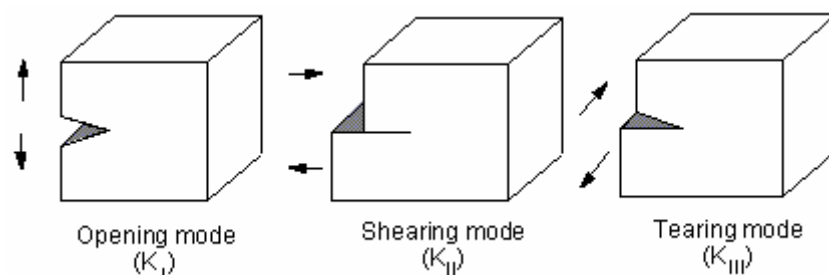
Κατά την περίοδο από το 1956 έως σήμερα ερευνητές όπως οι **Hill, Allan and Southwell, Lee, Neaber, Halt, Dugdale, McClintock** και άλλοι διετύπωσαν αναλυτικές μεθόδους για την μελέτη του εντατικοπαραμορφωσιακού πεδίου στη γειτονιά οξείων εγχοπών. Η εργασία των τριών τελευταίων ερευνητών επεκτάθηκε ώστε να περιλαμβάνει και ρωγμές.

Ο **Manogg** [1964] και έπειτα ο καθηγητής **Π.Σ. Θεοχάρης** [1972] ανέπτυξε την οπτική μέθοδο των καυστικών, η οποία μπορεί να παρακολουθήσει απότομες μεταβολές του εντατικού πεδίου μέσα στο υλικό, παρά την αλλαγή συνόρων του σώματος που καθιστούσαν τον προσδιορισμό του τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου δύσκολο.

Οι **Π.Σ. Θεοχάρης** και **Μαρκέτος** μελέτησαν με τη μέθοδο των φωτοελαστικών επιστρώσεων τη διανομή των τάσεων σε πλάκες με εγχοπές υπό συνθήκες επιπέδου εντάσεως.

Ο καθηγητής **Γ.Α. Παπαδόπουλος** εφάρμοσε τη πειραματική μέθοδο των καυστικών [1999 – Βιβλιογρ. αναφ. V], της φωτοελαστικότητας και των ισοπαχών σε μελέτη προβλήματος ρωγμής σε διφασικό υλικό [2006 – β.αν. III & IV]

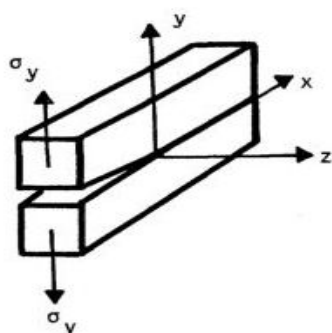
1.3 Βασικοί τύποι μετατοπίσεως της επιφάνειας της ρωγμής



Εικόνα 4: Τύποι μετατοπίσεως της ρωγμής

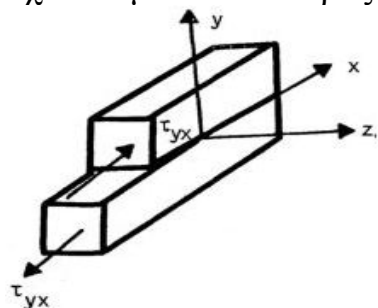
Ο Irvin μελετώντας το τασικό πεδίο στην αιχμή μιας ρωγμής παρατήρησε ότι υπάρχουν τρεις ανεξάρτητοι τύποι παραμόρφωσης ανάλογα με το είδος της εφαρμοζόμενης φορτίσεως, ενώ οποιαδήποτε άλλη μορφή παραμορφώσεως μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτει από το συνδυασμό-υπέρθεση των τριών αυτών τύπων που έχουν ως εξής:

α. **Επίπεδος εφελκυστικός τύπος I (opening mode - mode I)** που αντιστοιχεί σε μονοαξονικό εφελκυσμό κάθετο στο μεγάλο άξονα της ρωγμής.



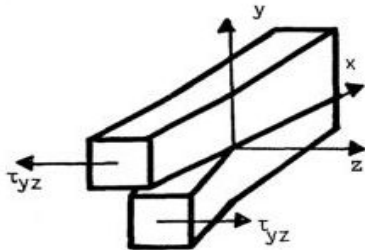
Εικόνα 5: Επίπεδος εφελκυστικός Τύπος I

β. **Συνεπίπεδος διατμητικός τύπος II (sliding mode – mode II)** που αντιστοιχεί σε διάτμηση κατά μήκος του μεγάλου άξονα της ρωγμής και προκύπτει όταν οι παρειές της ρωγμής τείνουν να ολισθήσουν το ένα σχετικά με το άλλο προς αντίθετες κατευθύνσεις.



Εικόνα 6: Συνεπίπεδος διατμητικός Τύπος II

γ. **Εγκάρσιος διατμητικός τύπος III (tearing mode - mode III)** που αντιστοιχεί στην εγκάρσια διάτμηση και προκύπτει όταν οι παρειές της ρωγμής διαχωρίζονται προς αντίθετες κατευθύνσεις εξαιτίας της επιδράσεως ίσων και αντίθετων δυνάμεων που είναι κάθετες στο επίπεδο του σώματος.



Εικόνα 7: Εγκάρσιος διατμητικός Τύπος III

Αυτοί οι τρόποι παραμόρφωσης, όπως φάνηκε και στα παραπάνω σχήματα χαρακτηρίζονται από αμοιβαίες μετακινήσεις των επιφανειών ρωγμής, που αναφέρονται σαν **άνοιγμα (I)**, όταν οι επιφάνειες της ρωγμής απομακρύνονται, **ολίσθηση ή διάτμηση (II)**, όταν οι επιφάνειες της ρωγμής ολισθαίνουν κατά τον άξονά της και **ψαλιδισμός (III)**, όταν οι επιφάνειες τείνουν να μετατοπιστούν κάθετα προς τον άξονα της ρωγμής.

Ανάλογα με τον τύπο, το εντατικό πεδίο που δημιουργείται στην αιχμή της ρωγμής είναι:

- [Τύπος I] : συμμετρικό ως προς το επίπεδο Oxz
- [Τύπος II] : πλάγια συμμετρικό ως προς το επίπεδο Oxz και
- [Τύπος III] : αντισυμμετρικό ως προς το ίδιο επίπεδο.

1.4 Συντελεστές εντάσεως τάσεων

Το θεμελιώδες αξίωμα της γραμμικής ελαστικής μηχανικής θραύσεων είναι ότι η συμπεριφορά των ρωγμών προσδιορίζεται μοναδικά από μία μόνο παράμετρο, το **συντελεστή έντασης των τάσεων K (Stress Intensity Factor)**. Ανάλογα με τους τρεις προαναφερόμενους βασικούς τύπους φορτίσεως μιας ρωγμής ξεχωρίζουμε τους τρεις τύπους συντελεστών εντάσεως των τάσεων.

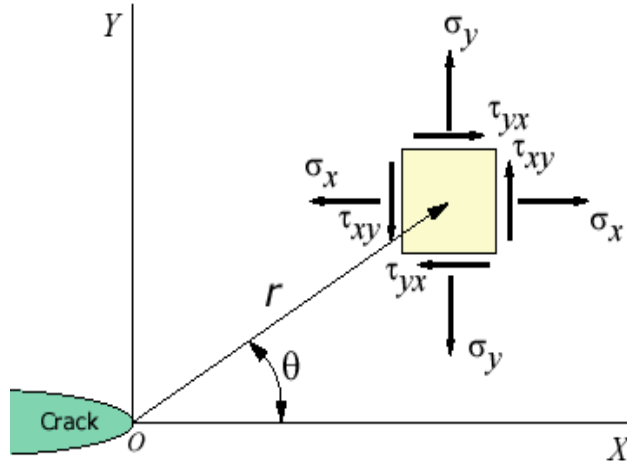
Έτσι ανάλογα με το τύπο παραμόρφωσης (I, II ή III), το πεδίο των τάσεων γύρω από την περιοχή της ρωγμής ενός ισοτροπικού γραμμικώς ελαστικού υλικού μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση με τη βοήθεια του βαθμωτού συντελεστή εντάσεως K ως εξής:

$$\begin{aligned}\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta)\end{aligned}\tag{1.3.I-III}$$

Με υπολογισμένο τον αντίστοιχο συντελεστή K για το είδος της καταπόνησης της επιφάνειας της ρωγμής, μπορεί να προσδιοριστεί το τασικό πεδίο που σχηματίζεται γύρω από την κορυφή μιας διαδεδομένης ρωγμής σε κατάσταση επιπέδου εντάσεως από την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta)\tag{1.4}$$

για την περίπτωση της γραμμικής θεωρίας της ελαστικότητας, όπου r, θ είναι οι πολικές συντεταγμένες του σημείου με κέντρο την κορυφή της ρωγμής και $f(\theta)$ συναρτήσεις της γωνίας θ που εξαρτώνται από τον τρόπο παραμόρφωσης. Άξονας x θεωρείται -όπως έχει φανεί και στα σχήματα ανωτέρω- ο άξονας κατά την προέκταση του μήκους της ρωγμής και σε κατάσταση επίπεδης έντασης το σύστημα συντεταγμένων στο άκρο της ρωγμής έχει ως εξής:



Η σταθερά K_I από την εξίσωση 1.3.I είναι αυτή που θα μας απασχολήσει στο πρόβλημα της ρωγμής της επίπεδης διαφασικής πλάκας που υπόκειται σε εφελκυσμό και είναι χαρακτηριστική του εφελκυστικού τύπου I και ονομάζεται εφελκυστικός συντελεστής εντάσεως των τάσεων.

Στην επίπεδη εντατική κατάσταση ισχύει:
 $\sigma_{zz} = 0$ και ο συντελεστής εντάσεως των τάσεων K_I προκύπτει από τη σχέση:

$$K_I = \sqrt{2\pi r} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{yy} \quad (1.5)$$

Από την εξίσωση 1.4 για πολικές συντεταγμένες και τύπο I προκύπτουν οι τάσεις:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.6)$$

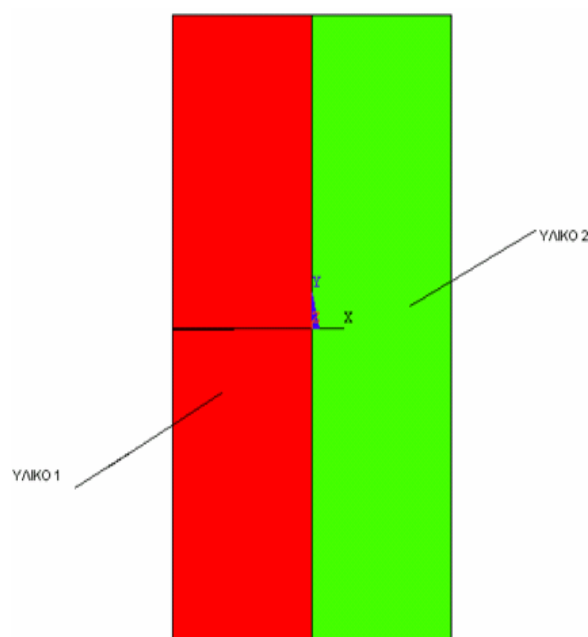
$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.7)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (1.8)$$

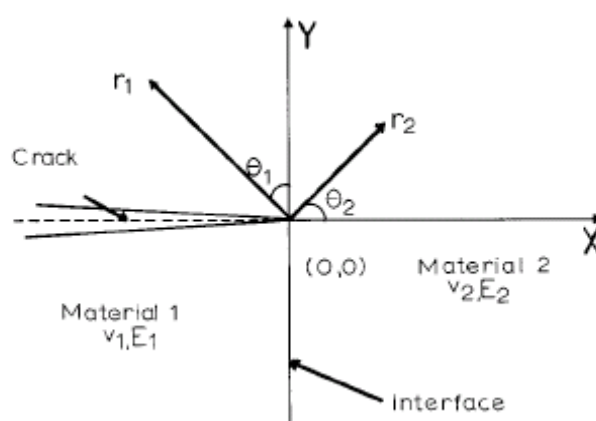
$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (1.9)$$

1.5 Εφαρμογή προβλήματος ρωγμής

Τα τελευταία χρόνια η μεγάλη ανάπτυξη της τεχνολογίας δημιούργησε την ανάγκη υλικών με ειδικές ικανότητες για να μπορέσουν να αντεπεξέλθουν στις σύγχρονες ανάγκες και απαιτήσεις. Τέτοια υλικά είναι και τα **διφασικά υλικά**, τα οποία αποτελούνται από την ένωση δύο υλικών και τη δημιουργία νέου (**bi-material**) με διαφορετικές μηχανικές ιδιότητες από αυτά που το αποτελούν.



Εικόνα 8: Μοντέλο διφασικού υλικού σώματος



Εικόνα 9: Πρόβλημα ρωγμής σε διφασικό υλικό

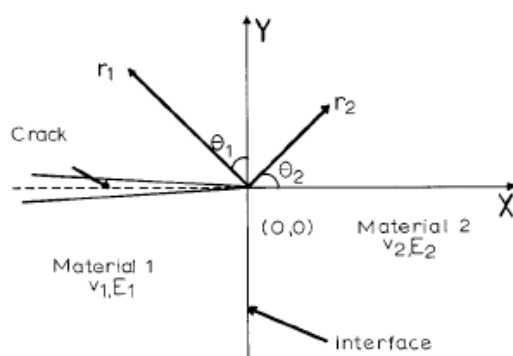
Στην παρούσα διπλωματική αναφερόμαστε σε τέτοια δοκίμια μικρού πάχους $t = 0.003\text{m}$ αποτελούμενα από δύο διαφανή υλικά, όπως το Plexiglas (PMMA) και το Lexan (PCBA), με διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας το καθένα. Τα δοκίμια θεωρούνται ότι είναι τέλεια

συγκολλημένα στην κοινή διεπιφάνεια των δύο υλικών και ότι δεν υπάρχουν ασυνέχειες ή ρωγμές λόγω της ένωσης. Για το σκοπό των πειραμάτων προκαλείται ρωγμή με το άκρο της επί της διαχωριστικής επιφάνειας (**interface**).

Ζητούμενο είναι ο καθορισμός των τάσεων για ορισμένες φορτίσεις που θα υποβάλλεται το δοκίμιο. Διευκρινίζεται ότι η αύξηση των φορτίων θεωρείται ομαλή και έτσι ώστε να μην υφίστανται δυναμικά φαινόμενα.

1.6 Πεδίο τάσεων σε περίπτωση προβλήματος ρωγμής Επίλυση επίπεδου προβλήματος με την τασική συνάρτηση Airy

Οι δυνάμεις πεδίου ή καθολικές δυνάμεις (body forces – οι δυνάμεις εκείνες που εξασκούνται ταυτόχρονα σ' όλα τα σημεία του σώματος) αγνοούνται απ' τις εξισώσεις της επίπεδης ελαστικότητας. Σ' αυτήν την περίπτωση οι τάσεις μπορούν να εκφρασθούν με τη βοήθεια μόνο μιας βοηθητικής συναρτήσεως που καλείται συνάρτηση τάσεως ή συνάρτηση του **Airy** (Άγγλος αστροφυσικός που έζησε τον 19ο αιώνα), η οποία είναι σημαντική στην επίπεδη ελαστικότητα.



Έτσι για το παραπάνω πρόβλημα (βλ. 1.5) χρησιμοποιείται η **τασική συνάρτηση του Airy** (Zak and Williams-1963):

$$X(r, \theta) = r^{\lambda+1} F(\theta) \quad (1.10),$$

$$\text{με } F(\theta) = a \sin(\lambda+1)\theta + b \cos(\lambda+1)\theta + c \sin(\lambda-1)\theta + d \cos(\lambda-1)\theta \quad (1.11),$$

όπου a,b,c,d σταθερές που καθορίζονται από το πρόβλημα και τις οριακές συνθήκες που ισχύουν και το λ να κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1, που εξαρτάται από το λόγο $E_{12} = E_1 / E_2$ των δύο υλικών.

Διευκρινίζεται ότι η τασική συνάρτηση του Airy είναι εφαρμόσιμη μόνο σε ισοτροπικά υλικά και σώματα.

Οι **οριακές συνθήκες** που ισχύουν στο συγκεκριμένο πρόβλημα (1.5) έχουν ως εξής:

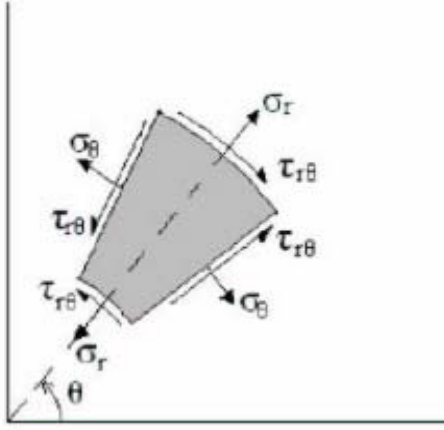
$$\tau_{r\theta 1} = 0 \text{ και } \sigma_{\theta 1} = 0 \text{ για } \theta_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\tau_{r\theta 2} = 0 \text{ και } \nu_2 = 0 \text{ για } \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\sigma_{\theta 1} = \sigma_{\theta 2}, \tau_{r\theta 1} = \tau_{r\theta 2}, u_1 = u_2, u_1 = u_2 \text{ για } \theta_1 = 0 \text{ και } \theta_2 = \frac{\pi}{2} \quad (1.8.1-3).$$

Συγκεκριμένα με τα δεδομένα μας για τα δύο υλικά 1 (Plexiglas) και 2 (Lexan) και τις παραπάνω οριακές συνθήκες, υπολογίστηκε ότι είναι $\lambda = 0.48$, $b_2 = 0.353 d_2$, $c_1 = 0.826 d_2$, $d_1 = 0.78 d_2$, $a_2 = c_2 = 0$ και $d_2 = 1$. Η σταθερά d_2 εξαρτάται από τις συνθήκες του πειράματος και κυρίως από την τάση φόρτισης. Οπότε με $d_2 = 1$ είναι τελικά $\lambda = 0.48$, $d_1 = 0.78$, $c_1 = 0.826$, $b_2 = 0.353$ και $a_2 = c_2 = 0$.

Βάσει της τασικής συνάρτησης (1.10) έχουμε σε πολικές συντεταγμένες τις παρακάτω τάσεις να υπολογίζονται ως κάτωθι:



Εικόνα 10: Γραφική απεικόνιση των τάσεων σε πολικές συντεταγμένες

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial X(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 X(r, \theta)}{\partial \theta^2} = (\lambda + 1)r^{\lambda+1}F(\theta) + r^{\lambda-1}F''(\theta) = \\ &= \alpha(\lambda + 1)|\sin(\lambda + 1)\theta| + b(\lambda + 1)|\cos(\lambda + 1)\theta| + c(\lambda - 3)|\sin(\lambda - 1)\theta| + d(\lambda - 3)|\cos(\lambda - 1)\theta| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 X(r, \theta)}{\partial r^2} = \lambda(\lambda + 1)r^{\lambda-1}F(\theta) = \\ &= \lambda(\lambda + 1)r^{\lambda-1}[\alpha|\sin(\lambda + 1)\theta| + b|\cos(\lambda + 1)\theta| + c|\sin(\lambda - 1)\theta| + d|\cos(\lambda - 1)\theta|] \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial X(r, \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 X(r, \theta)}{\partial r \partial \theta} = -\lambda r^{\lambda-1}F'(\theta) = \\ &= -\lambda r^{\lambda-1}[\alpha(\lambda + 1)|\cos(\lambda + 1)\theta| - b(\lambda + 1)|\sin(\lambda + 1)\theta| + c(\lambda - 1)|\cos(\lambda - 1)\theta| - d(\lambda - 1)|\sin(\lambda - 1)\theta|] \end{aligned} \quad (1.10)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Μελέτη του Προβλήματος Ρωγμής με τη Θεωρία της Φωτοελαστικότητας και των Ισοπαχών (Isochromatic and Isopachic fringes at a bi-material interface crack)

Οι κύριες τάσεις παρά το άκρο της ρωγμής μπορούν να υπολογιστούν από το σύστημα επίλυσης που προκύπτει από τις **ισοχρωματικές** και **ισοπαχείς** καμπύλες. Η λύση είναι εφικτή στα σημεία τομής αυτών των καμπυλών και πιο συγκεκριμένα από τη διαφορά και το άθροισμα των κύριων τάσεων προκύπτει η λύση, δηλαδή σ_1 και σ_2 .

2.1. Η πειραματική μέθοδος φωτοελαστικότητας για τον προσδιορισμό του εντατικού πεδίου

Η μέθοδος της φωτοελαστικότητας είναι μία οπτική πειραματική μέθοδος που εφαρμόζεται για τον προσδιορισμό της εντατικής καταστάσεως σε λεπτά επίπεδα προσομοιώματα κατασκευών ή δοκιμίων, κατασκευασμένα από **διπλοθλαστικό υλικό**. Με αυτήν τη μέθοδο είναι δυνατόν να υπολογιστεί ο συντελεστής εντάσεως των τάσεων K με χρήση των ισοχρωματικών κροσσών που προκύπτουν από το πείραμα, και τελικά το άθροισμα των κύριων τάσεων.

Σε αντίθεση με τη πειραματική μέθοδο των καυστικών, η μέθοδος της φωτοελαστικότητας είναι «**ολοκλήρου-πεδίου**» μέθοδος, δηλαδή μας δίνει πληροφορίες για κάθε σημείο του δοκιμίου, μια γενική άποψη όλου του εντατικού και παραμορφωσιακού πεδίου σ' όλη την έκταση ενός δοκιμίου και σε κάθε στιγμή καταπόνησής του.

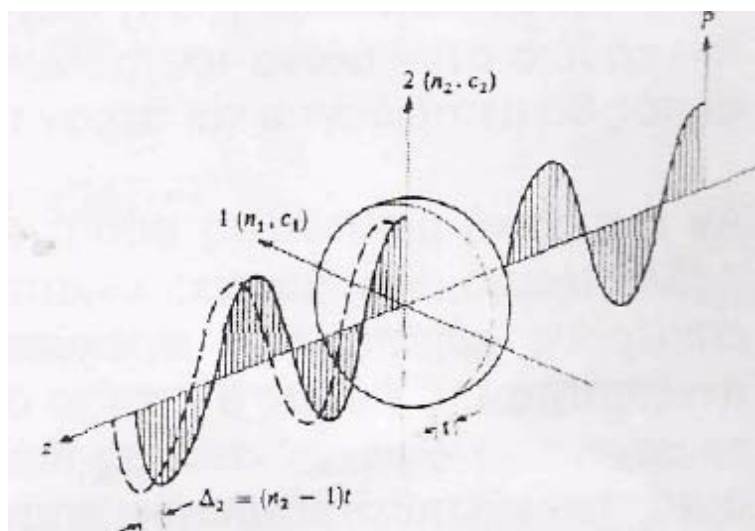
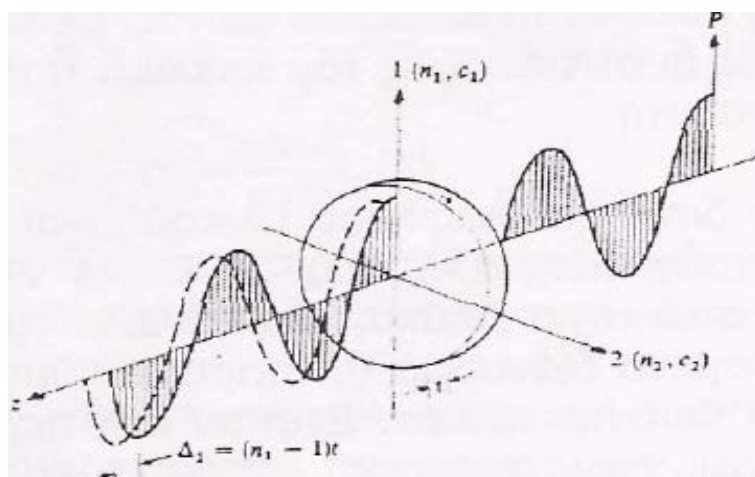
Η μέθοδος της φωτοελαστικότητας στηρίζεται στις οπτικές ιδιότητες των διπλοθλαστικών κρυστάλλων όπως οι ρητίνες, το plexiglass κ.α. Κατασκευάζονται ομοιώματα κατασκευών από τέτοια υλικά και υφίστανται καταπόνηση από φορτία και το αποτέλεσμα είναι η παραμόρφωση των μοντέλων και η αλλαγή του επιπέδου πόλωσης του φωτός (το μοντέλο αποκτά δηλαδή οπτική ανισοτροπία). Στο μοντέλο προσπίπτει πολωμένο φως και έτσι σχηματίζονται οπτικές περιοχές ίσων μεγεθών (μέσω ισόχρωμων περιοχών ή περιοχών φως- σκοταδιού). Φωτογραφίζοντας μέσω ενός πολωτή τα μοντέλα καταγράφονται οι ισοχρωματικές καμπύλες.

2.2. Διπλοδιάθλαση και φωτοτασσοπτικός νόμος

Εξαιτίας των κύριων τάσεων που αναπτύσσονται σε ένα σώμα και άρα της μεταβολής της εσωτερικής του δομής, εμφανίζεται **διπλοδιάθλαση** (ή διχρωϊσμός) που είναι μεταβολή της ισότροπης συμπεριφοράς του σώματος με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται μεταβολή του δείκτη διαθλάσεως και ειδικότερα στα διαφανή υλικά κατά τις διευθύνσεις των κύριων τάσεων.

Διπλοδιαθλαστικά ή **διπλοθλαστικά** καλούνται εκείνα τα φυσικά και συνθετικά υλικά που έχουν την ιδιότητα να διαθλούν το φως διαφορετικά κατά τη διεύθυνση δύο κάθετων μεταξύ τους αξόνων.

Αν εισέλθει φως σε διπλοδιαθλαστικό υλικό, όταν αυτό είναι πολωμένο κατά τη διεύθυνση ενός από τους άξονες διάθλασης, τότε το φως που θα εξέλθει από το υλικό θα είναι επίσης πολωμένο αλλά με μετατόπιση φάσης.



Έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι η εφαρμογή εντατικής καταστάσεως σε ισότροπα υλικά προκαλεί διπλοδιάθλαση, που σε κάθε σημείο του σώματος είναι ανάλογη προς τη διαφορά των κύριων τάσεων σ' αυτό το σημείο, στην περιοχή των καταπονήσεων, που ισχύει ο νόμος του Hooke. Η αναλογία μεταξύ της διπλοδιάθλασης και της εντατικής κατάστασης συνδέεται με την ακόλουθη μαθηματική σχέση, γνωστή ως **φωτοτασεοπτικός νόμος**:

$$\begin{aligned}\eta_1 - \eta_2 &= c_\sigma (\sigma_1 - \sigma_2) \\ (\sigma_1 - \sigma_2) &= \frac{\lambda}{c_\sigma} \frac{N}{d} = \frac{f_\sigma N}{d} \\ \tau_{\max} &= \frac{f_\sigma N}{2d}\end{aligned}\tag{2.1},$$

με σ_1, σ_2 τις δύο κύριες τάσεις που ενεργούν σε διευθύνσεις κάθετες προς τη διεύθυνση διάδοσης του φωτός.

$$\text{Οι δείκτες διάθλασης του φωτός είναι } \eta_1 = \frac{c_\sigma}{v_1}\tag{2.2}$$

$$\text{και } \eta_2 = \frac{c_\sigma}{v_2}\tag{2.3}$$

με c_σ σταθερά που εξαρτάται από το υλικό και λέγεται οπτικός συντελεστής τάσεως.

Για τις v_1, v_2 ισχύει:

$$v_1 = \frac{d}{t_1}\tag{2.4}$$

και

$$v_2 = \frac{d}{t_2}\tag{2.5},$$

όπου d το πάχος της ανισότροπης πλάκας, οπότε είναι

$$\eta_1 = \frac{c_\sigma}{d} t_1\tag{2.6}$$

$$\text{και } \eta_2 = \frac{c_\sigma}{d} t_2\tag{2.7}$$

και έτσι προκύπτει η σχέση για τη σχετική καθυστέρηση μεταξύ δύο πολωμένων δεσμών που είχε διατυπωθεί από τον Sir David Brewster:

$$R = t_1 - t_2 = c_\sigma d (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{ισοδύναμη έκφραση της εξίσωσης})\tag{2.8}$$

Ομοίως για κύριες παραμορφώσεις ε_1 και ε_2 που ενεργούν κάθετα η μία στην άλλη, αλλά και κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσης του φωτός ισχύει:

$$R = t_1 - t_2 = Kd(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (2.9),$$

όπου K ο οπτικός συντελεστής παραμόρφωσης.

Ακόμα η διαφορά φάσης των κυμάτων κατά τις διευθύνσεις η_1 , η_2 , από την εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:

$$\beta = \frac{2\pi}{T}(t_1 - t_2) = \frac{2\pi}{T} \frac{d}{c_\sigma}(\eta_1 - \eta_2) = \frac{2\pi d}{\lambda}(\eta_1 - \eta_2) \quad (2.10),$$

$$\text{με } \beta = \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (2.11)$$

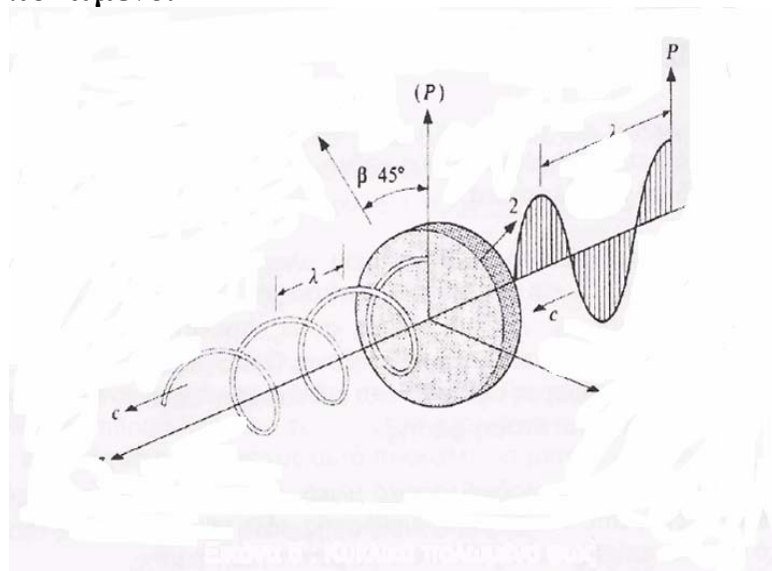
και με βάση τα παραπάνω έχουμε:

$$\beta = \frac{2\pi d}{\lambda} c_\sigma (\sigma_1 - \sigma_2) \leftrightarrow \frac{\beta}{2\pi} = \frac{dc_\sigma}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2.12).$$

Ο λόγος $\frac{\lambda}{c_\sigma}$ που εξαρτάται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας, καλείται φωτοελαστική σταθερά f_σ του υλικού ενός σώματος και υπολογίζεται πειραματικά για κάθε σώμα και ακτινοβολίας μήκους λ .

2.3 Ισοχρωματικές και ισοκλινείς καμπύλες

Αν υποθέσουμε ότι το προσκύπτων φως στο διπλοθλαστικό υλικό είναι πολωμένο κατά γωνία $\beta=45^\circ$ ως προς του άξονες διάθλασης, τότε αποδεικνύεται ότι το κύμα που εξέρχεται από την πλάκα είναι **κυκλικά πολωμένο**.



Αν τοποθετηθεί αναλυτής στη τροχιά του κυκλικά πολωμένου φωτός, με τον άξονα του κάθετο στον άξονα του πολωτή, τότε οι συνιστώσες του κυκλικά πολωμένου φωτός θα μεταδίδονται και πέραν του αναλυτή.

Αν η σχετική μετατόπιση φάσης Δ του διπλοδιαθλαστικού υλικού είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ , δηλαδή $\Delta=\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, N\lambda$, τότε τα επιμέρους κύματα που προκύπτουν από την πλάκα, θα είναι συμφασικά, ανεξάρτητα της γωνίας β , και το συνιστάμενο διάνυσμα θα παράγει κύμα ίδιο με το αρχικό πολωμένο διάνυσμα που εισήλθε στην πλάκα. Έτσι αν στη περίπτωση αυτή τοποθετηθεί αναλυτής στην πορεία του κύματος αυτού, τότε δεν θα μεταδίδεται φως πέρα του αναλυτή.

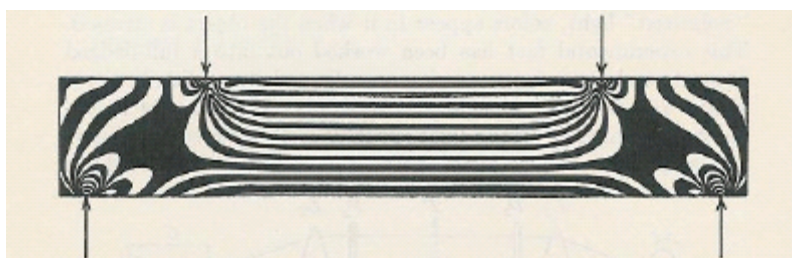
Σε περίπτωση που η γωνία β που σχηματίζει το πολωμένο φως με τους άξονες διάθλασης είναι $\beta=0^\circ$ ή $\beta=90^\circ$ τότε το κύμα δεν θα έχει συνιστώσες κατά τη διεύθυνση ενός από τους δύο άξονες. Στην περίπτωση αυτή, και ανεξάρτητα της τιμής του Δ , το φως που προκύπτει θα έχει την αρχική διεύθυνση αλλά θα έχει επιβραδυνθεί και έτσι στην περίπτωση αυτή, το φως παραμένει γραμμικά πολωμένο, και αν τοποθετηθεί αναλυτής στην πορεία του φωτός, τότε δεν μεταδίδεται φως πέρα από τον αναλυτή.

Συμπερασματικά στις περιπτώσεις που $\beta=0$ ή $\beta=90$ ή όταν $\Delta=N\lambda$ ($N=1, 2, 3, \dots$) τότε δεν μεταδίδεται φως πέρα από αναλυτή που έχει άξονα πόλωσης κάθετο προς τον άξονα του πολωτή. Αυτές είναι δύο

περιπτώσεις πολύ σημαντικές που παίζουν ρόλο στο φαινόμενο της φωτοελαστικότητας.

Οι **ισοχρωματικές καμπύλες** είναι οι γεωμετρικοί τόποι των σημείων εκείνων στο επίπεδο του δοκιμίου στα οποία η τιμή της διαφοράς των κύριων τάσεων είναι σταθερή.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένα παράδειγμα δικτύου ισόχρωμων σε ένα δοκίμιο κάμψης 4 σημείων. Οι εμφανιζόμενες σκοτεινές γραμμές ορίζονται σαν ισόχρωμες (ισόχρωμοι κροσσοί) και είναι παράλληλες προς τον άξονα του δοκιμίου.



Στην παραπάνω απεικόνιση, στο κεντρικό φάτνωμα η οικογένεια των παράλληλων προς τον άξονα της δοκού ισοχρωματικών καταδεικνύει την γραμμική κατανομή της διαφοράς (που είναι γνωστή από την τεχνική θεωρία κάμψεως):

$(\sigma_1 - \sigma_2) = \sigma_{xx} = cz$ ή σύμφωνα με τις σχέσεις της προηγούμενης υποενότητας:

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{\lambda}{c_\sigma} \frac{N}{t} = \frac{f_\sigma N}{t} \quad (2.13).$$

Ακόμα εκείνος ο μαύρος κροσσός που συμπίπτει με τον ουδέτερο άξονα του δοκιμίου καλείται ότι είναι τάξης $N=0$, αφού η τάση εκεί είναι μηδενική.

Στο φωτοελαστικό πείραμα καταγράφονται και οι **ισοκλινείς** καμπύλες και η ανάλυση αυτών των ισοκλινών κροσσών γίνεται με γραφικό τρόπο. Οι ισοκλινείς κροσσοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον γραφικό προσδιορισμό της τροχιάς της ροής των τάσεων στο εξεταζόμενο δοκίμιο.

Οι ισοκλινείς καμπύλες είναι οι περιβάλλουσες των κατευθύνσεων των κύριων τάσεων και είναι εκείνες οι σκοτεινές γραμμές που είναι γεωμετρικός τόπος των σημείων εκείνων που οι διευθύνσεις των κύριων

τάσεων είναι παράλληλες προς τους άξονες του πολωτή και του αναλυτή ή οι καμπύλες κατά μήκος των οποίων οι κύριες τάσεις έχουν σταθερή κλίση. Η γωνία κλίσης ως προς κάποιο άξονα αναφοράς, λέγεται **παράμετρος της ισοκλινούς**. Έτσι ενώ οι ισόχρωμες με ταυτόχρονη περιστροφή του πολωτή και του αναλυτή παραμένουν ακίνητες οι ισοκλινείς περιστρέφονται αφού εξαρτώνται από τη κλίση των αξόνων πολωτή και αναλυτή.

Με δεδομένες τις ισοχρωματικές και τις ισοκλινείς καμπύλες που προκύπτουν από το πείραμα και εφαρμόζοντας τις εξισώσεις Maxwell, μπορεί να ολοκληρωθεί το εντατικό πεδίο που δημιουργείται στην ευρύτερη περιοχή γύρω από τη ρηγμάτωση.

2.4. Πειραματική μέθοδος της Φωτοελαστικότητας σε διφασικό υλικό

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2.12) τη διαφορά των κύριων τάσεων με τη μέγιστη διατμητική δύναμη:

$$\tau_{\max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} \quad (2.14)$$

προκύπτει η σχέση για το γεωμετρικό τόπο των σημείων που έχουν τη μέγιστη αυτή διατμητική τάση και καλούνται **φωτοελαστικοί κροσσοί**:

$$\tau_{\max} = \frac{f_{\sigma} N}{2t} \quad (2.15)$$

και έτσι έχουμε την παρακάτω εξίσωση για τις ισοχρωματικές:

$$r = \left\{ \frac{1}{\left[\left[(1 - \lambda^2) F(\theta) + F''(\theta) \right]^2 + 4\lambda^2 (F'(\theta))^2 \right]^{1/2}} \frac{N(f_{\sigma})_{1,2}}{t} \right\}^{\frac{1}{\lambda-1}} \quad (2.16)$$

$$\text{Όπου } F(\theta) = \alpha_2 \sin(\lambda + 1)\theta + b_2 \cos(\lambda + 1)\theta + c_2 \sin(\lambda - 1)\theta + d_2 \cos(\lambda - 1)\theta \quad (2.17)$$

(με 2 δείκτη για το υλικό 2).

Με Ε το μέτρο ελαστικότητας του Young και ν το λόγο του Poisson έχουμε ότι ισχύει:

$$f_{\sigma} = \frac{E\lambda}{2\nu} \quad (2.18)$$

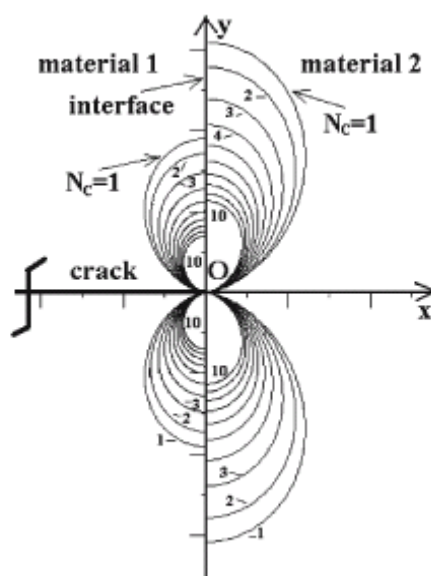
και για τα δύο υλικά ισχύει:

$$(f_{\sigma})_2 = \frac{1}{E_{12}} \frac{\nu_1}{\nu_2} (f_{\sigma})_1 \quad (2.19),$$

$$\text{όπου } E_{12} = E_1 / E_2 \quad (2.20)$$

Στα πειράματα υπολογίζεται το Κ χρησιμοποιώντας τις κλειστής μορφής εκφράσεις των τάσεων, από ένα ισοχρωματικό πεδίο.

Οι ισοχρωματικές καμπύλες γύρω από την περιοχή της ρωγμής αναπαριστώνται από την εξίσωση (2.16) για $(f_{\sigma})_1 = 1$, $t=0.003\text{m}$ και $d_2=1$. Έτσι το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει τις ισοχρωματικές για το δεδομένο πρόβλημα της λεπτής διφασικής πλάκας για Plexiglas -1 (PMMA) και το Lexan -2 (PCBA) με $\nu_1=0.34$ και $\nu_2=0.36$ και $N=1\div 10$ (ή N_c):



$$\lambda=0.48 \text{ (Plexiglas 1- Lexan 2)} N_c = 1 \div 10$$

Εικόνα 11: Ισοχρωματικές καμπύλες σε πρόβλημα ρωγμής κάθετης στην διεπιφάνεια διαφασικού υλικού

Παρατηρούμε ότι το σύνολο των καμπυλών που αντιστοιχούν στο υλικό 2 (επηρεαζόμενο εύκολα ή πιο μαλακό ή ελατό υλικό - ductile) είναι μεγαλύτερες από αυτές που αντιστοιχούν για το υλικό 1 (πιο εύθραυστο - brittle). Αυτή η ανομοιομορφία και ασυνέχεια στις καμπύλες οφείλεται στα διαφορετικά υλικά που αποτελούν το τεμάχιο και συγκεκριμένα στα διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας που χαρακτηρίζουν αυτά. Ακόμα η γραφική παράσταση μας υποδηλώνει ότι η μεγαλύτερη τάση συνάφειας (maximum shear stress) στην περιοχή της ρωγμής είναι πιο αξιοσημείωτη στο πιο εύθραυστο υλικό 1.

2.5 Η μέθοδος των ισοπαχών καμπυλών

Από το δίκτυο των ισόχρωμων μπορεί εύκολα να προσδιοριστεί με μεγάλη ακρίβεια η διαφορά των κύριων τάσεων ($\sigma_1 - \sigma_2$), οπότε για την εύρεση της τιμής καθεμίας απ' αυτές επιχειρήθηκε να υπολογιστεί το άθροισμα αυτών για τη δημιουργία συστήματος επίλυσης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τον πειραματικό προσδιορισμό του αθροίσματος των κύριων τάσεων ($\sigma_1 + \sigma_2$) με τη **μέθοδο των καμπυλών ίσης μεταβολής του πάχους** του δοκιμίου, δηλαδή των **ισοπαχών καμπυλών**.

Το δίκτυο των ισοπαχών καμπυλών λαμβάνεται από το φαινόμενο της οπτικής συμβολής, όπου διακρίνεται εύκολα η μεταβολή του πάχους του δοκιμίου κατά τη φόρτιση σε σύγκριση με μία μηχανική μέτρηση όταν έχουμε να κάνουμε με μεταβολές σε τάξη των $10^{-3} mm$.

Για τη μεταβολή του πάχους του δοκιμίου από τη θεωρία της ελαστικότητας και το νόμο του Hooke στην επίπεδη εντατική κατάσταση έχουμε ότι είναι:

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\Delta d}{d} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2.21)$$

Άρα για τη μεταβολή του πάχους έχουμε:

$$\Delta d = -\frac{\nu d}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2.22)$$

Αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$(\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma_r + \sigma_\theta = \frac{f_p N_p}{t} \quad (2.23),$$

όπου f_p είναι η σταθερά των ισοπαχών και εξαρτάται από το υλικό που διαπερνάει το φως και το μήκος κύματος της χρησιμοποιούμενης ακτινοβολίας, περιγραφόμενη από τη σχέση:

$$f_p = \frac{E \lambda_l}{2\nu} \quad (2.24)$$

και υπολογίζεται πειραματικά.

2.5.1 Διεξαγωγή του πειράματος

Το επίπεδο διαφανές εξεταζόμενο δοκίμιο τοποθετείται παράλληλα σε απόσταση h από μία πλάκα που λειτουργεί ως κάτοπτρο (κ) και στοχεύουμε κάθετα πάνω στο δοκίμιο ακτίνα μονοχρωματικού φωτός, δηλαδή ορισμένου μήκους κύματος. Το συμπέρασμα για το πάχος του δοκιμίου βγαίνει από τη σύγκριση-διαφορά του οπτικού δρόμου της ανακλώμενης ακτίνας από την κάτω (ή πίσω) επιφάνεια του δοκιμίου και της ανακλώμενης ακτίνας από το κάτοπτρο που στη συνέχεια διέρχεται ξανά μέσα από το δοκίμιο.

Η συνθήκη συμβολής για τις ακτίνες αυτές είναι:

$$S = 2h + \frac{\lambda}{2} = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (2.25)$$

Όταν το δοκίμιο φορτίζεται, από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι για πάχος δοκιμίου d η μεταβολή θα είναι:

$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2} \quad (2.26).$$

Στην περίπτωση που το φως προσπίπτει πάνω σε αφόρτιστο σώμα, τότε το παραπάνω πείραμα δείχνει αν η επιφάνεια του σώματος είναι επίπεδη, δηλαδή υποδεικνύει την ύπαρξη ή όχι τοπικών ανωμαλιών με την παραπάνω σχέση να δηλώνει το βάθος της ανωμαλίας για συγκεκριμένο αριθμό N , όπου N η τάξη του κροσσού που παρουσιάζεται η συγκεκριμένη ανωμαλία:

$$h = N \frac{\lambda}{2} \quad (2.27).$$

Έτσι φαίνεται πως προέκυψε η σχέση $(\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma_r + \sigma_\theta = \frac{f_p N_p}{t}$ (2.28) από τις σχέσεις (2.26) και (2.22).

2.6 Η μέθοδος των ισοπαχών καμπυλών σε διφασικό υλικό

Στη μελέτη περίπτωσηή μας η σχέση που συνδέει τη σταθερά f_p για τα δύο υλικά είναι:

$$(f_p)_2 = \frac{1}{E_{12}} \frac{\nu_1}{\nu_2} (f_p)_1 \quad (2.29)$$

Λόγω των εξισώσεων (1.7) και (1.8) που μας δίνουν τις σ_r και σ_θ , σύμφωνα με τη σχέση (4.1) προκύπτει ότι είναι:

$$(\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma_r + \sigma_\theta = r^{\lambda-1} |(\lambda+1)^2 F(\theta) + F''(\theta)| \quad (2.30)$$

με

$$F(\theta) = \alpha_2 |\sin(\lambda+1)\theta| + b_2 |\cos(\lambda+1)\theta| + c_2 |\sin(\lambda-1)\theta| + d_2 |\cos(\lambda-1)\theta| \quad (2.31),$$

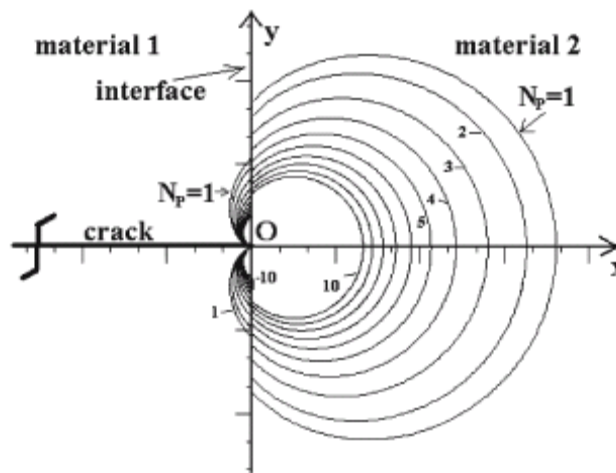
οπότε έχουμε:

$$F''(\theta) = -\alpha_2 (\lambda+1)^2 |\sin(\lambda+1)\theta| - b_2 (\lambda+1)^2 |\cos(\lambda+1)\theta| - c_2 (\lambda-1)^2 |\sin(\lambda-1)\theta| - d_2 (\lambda-1)^2 |\cos(\lambda-1)\theta| \quad (2.32)$$

Η εξίσωση για τις ισοπαχείς καμπύλες διαμορφώνεται ως εξής:

$$r = \left\{ \frac{1}{(1+\lambda^2)F(\theta) + F''(\theta)} \frac{N_p (f_p)_{1,2}}{t} \right\}^{\frac{1}{\lambda-1}} \quad (2.33)$$

Οι ισοπαχείς καμπύλες γύρω από την περιοχή της ρωγμής αναπαριστώνται από την εξίσωση (2.33) για $(f_p)_1 = 1$, $t=0.003\text{m}$ και $d_2=1$. Έτσι το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει τις ισοπαχείς για το δεδομένο πρόβλημα της λεπτής διφασικής πλάκας για Plexiglas -1 (PMMA) και το Lexan -2 (PCBA) με $\nu_1=0.34$ και $\nu_2=0.36$ και $N=1\div 10$:



(Plexiglas 1- Lexan 2) $N_p = 1 \div 10$

Εικόνα 12: Ισοπαχείς καμπύλες σε πρόβλημα ρωγμής κάθετης στην διεπιφάνεια διαφανικού υλικού

Παρατηρούμε (όπως και στη φωτοελαστικότητα) ότι το σύνολο των καμπυλών που αντιστοιχούν στο υλικό 2 (επηρεαζόμενο εύκολα ή πιο μαλακό ή ελατό υλικό - ductile) είναι μεγαλύτερες από αυτές που αντιστοιχούν για το υλικό 1 (πιο εύθραυστο - brittle). Αυτή η ανομοιομορφία και ασυνέχεια στις καμπύλες οφείλεται στα διαφορετικά υλικά που αποτελούν το τεμάχιο και συγκεκριμένα στα διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας που χαρακτηρίζουν αυτά. Ακόμα η γραφική παράσταση δείχνει ότι το άθροισμα των κύριων τάσεων είναι πιο αξιοσημείωτο στο πιο εύθραυστο υλικό 1.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Επίλυση Προβλήματος ρωγμής με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (Π.Σ.) Προϋποθέσεις και δυνατότητες στο Ansys

3.1 Finite Element Analysis (FEA) – Επίλυση με τη μέθοδο των Π.Σ.

Η βασική προσπάθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Π.Σ.) στη Μηχανική των Θραύσεων έχει συγκεντρωθεί στην πληρέστερη **προσέγγιση των ιδιόμορφων πεδίων** που υπάρχουν γύρω από την κορυφή της ρωγμής και επομένως στον προσδιορισμό των παραμέτρων της Μηχανικής Θραύσεως που συνδέονται με αυτά τα πεδία. Όμως η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια συγκεκριμένη τεχνική με καθορισμένο πεδίο εφαρμογών και ορισμένο σφάλμα προσέγγισης, της οποίας η θεωρητική ακρίβεια εξαρτάται από το πόσο καλά μπορεί το προσεγγιστικό πεδίο που εισάγει να πλησιάσει το πεδίο που πραγματικά ισχύει στο πρόβλημα που εξετάζεται.

Γενικά η μέθοδος των Π.Σ. αντιμετωπίζει πολλά προβλήματα στη μελέτη σωμάτων με ιδιομορφίες, επομένως και των ρηγματωμένων σωμάτων με ιδιομορφίες και των ρηγματωμένων σωμάτων στην ελαστικότητα. Λόγω αυτής της αδυναμίας ένας μεγάλος αριθμός μεθόδων Π.Σ. έχει προταθεί, όμως αρκετές από αυτές τις προτεινόμενες μεθόδους είναι σύνθετες, απαιτώντας τη δημιουργία εξειδικευμένων προγραμμάτων, όπως είναι το **Maple**, το **Abacus/CAE** και το **Ansys** που θα χρησιμοποιήσουμε εμείς, ενώ άλλες απαιτούν ένα μεγάλο αριθμό κόμβων και επομένως ένα πού μεγάλο κόστος για να παραστήσουν ικανοποιητικά τα ιδιόμορφα πεδία των τάσεων.

Τα μοντέλα των Π.Σ. που βασικά χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των ιδιόμορφων πεδίων των τάσεων που αναπτύσσονται γύρω από τις κορυφές των ρωγμών, είναι το **μοντέλο των μετακινήσεων** και το **υβριδικό μοντέλο**.

Η επίλυση προβλημάτων ρωγμών με τη μέθοδο των Π.Σ. βάσει του μοντέλου των μετακινήσεων μπορεί να χωριστεί, ανάλογα με τον τρόπο που επιλέγεται για την **προσέγγιση του πεδίου των μετακινήσεων**, στις εξής κατηγορίες:

1. Επίλυση προβλημάτων ρωγμών βάσει συναρτήσεων θεμελιωμένων σε **αναλυτικές λύσεις**.
2. Επίλυση προβλημάτων ρωγμών βάσει συναρτήσεων θεμελιωμένων σε **πολύνυμα**.
3. Επίλυση προβλημάτων ρωγμών βάσει των **ενεργειακών θεωρημάτων**.

Όταν χρησιμοποιούνται στοιχειώδη πολύνυμα αντί των συναρτήσεων που ισχύουν από τις αναλυτικές λύσεις, για να προσεγγίσουμε το ιδόμορφο πεδίο των τάσεων που υπάρχει γύρω από την κορυφή της ρωγμής, είναι δυνατόν να πάρουμε απλούστερα στοιχεία και να έχουμε ευκολότερη ολοκλήρωση των εξισώσεων ακαμψίας.

Finite Element Analysis (FEA) ή Επίλυση με χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων, είναι μια μαθηματική αναπαράσταση ενός φυσικού συστήματος που απαρτίζεται από ένα τεμάχιο-μοντέλο (a part/assembly model), ιδιότητες υλικών και εφαρμόσιμες οριακές συνθήκες, διαδικασία η οποία στο υπολογιστικό πρόγραμμα καλείται **pre-processing**. Μετά από την κατασκευή λοιπόν του μοντέλου και το ορισμό των παραπάνω ακολουθεί η επίλυση αυτού του σύνθετου μαθηματικού μοντέλου (**solving**) και η ανάλυση τελειώνει με την εκμετάλλευση των αποτελεσμάτων που μπορούν να προκύψουν από την επίλυση, τελικό στάδιο που καλείται **post-processing**.

Η λέξη **πεπερασμένα** (ή η λέξη “**finite**” στο FEA) που χαρακτηρίζει τη μέθοδο και τα στοιχεία, αναφέρεται στο ότι το μοντέλο λειτουργεί με ένα συγκεκριμένο γνωστό αριθμό στοιχείων.

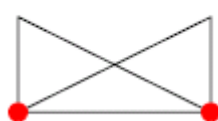
Απλά σχήματα μοντελοποιημένων κατασκευών και απλά προβλήματα μπορούν και συχνά επιλύονται υπολογιστικά με το χέρι. Τα περισσότερα όμως αληθινά κομμάτια και συναρμολογήσεις κομματιών που μοντελοποιούνται είναι μακράν τόσο σύνθετα για να επιλυθούν με ακρίβεια χωρίς τη βοήθεια κάποιου υπολογιστικού προγράμματος και κατάλληλου λογισμικού ανάλυσης.

3.2 Στοιχεία και κόμβοι στην επίλυση με τη μέθοδο των Π.Σ.

Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τύποι και τάξεις στοιχείων, που έχουν δημιουργηθεί για να ικανοποιήσουν συγκεκριμένους σκοπούς και ειδικά προβλήματα (καλωδιώσεις, σωληνώσεις, δοκοί, δικτυώματα, κ.ά.).

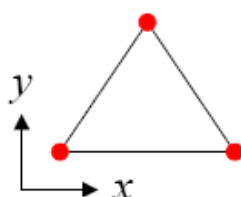
Ένα **στοιχείο μιας διάστασης (one-dimensional element)** χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση γραμμικών σχεδίων, όπως είναι οι δοκοί και τα ελατήρια.

1D FEM:



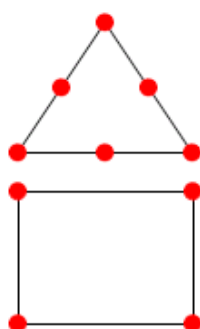
$$w(x) = a_1 + a_2x \quad (\text{linear interpolation})$$

Η επιλογή ενός **στοιχείου δύο διαστάσεων (2D element)**, αναπαριστά **τρίγωνα (triangle)** και **τετράγωνα** και συνήθως χρησιμοποιούμε το γνωστό ως τετραπλευρικό στοιχείο ή **quadrilateral element** με ενδιάμεσους κόμβους στις πλευρές του στοιχείου.



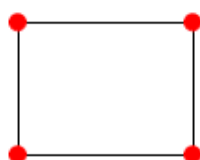
3 noded triangle (linear element)

$$w(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y$$



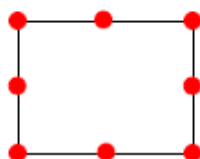
6 noded triangle

$$w(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2$$



4 noded quadrilateral

$$w(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy$$

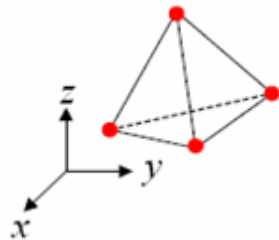


8 noded quadrilateral

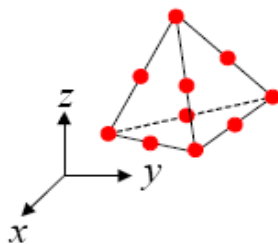
$$w(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2$$

Τα **στοιχεία 3 διαστάσεων (3D elements)** χρησιμοποιούνται για στερεά και είναι συνήθως σε 2 βασικά σχήματα: **ορθογώνια μάζα** ή τούβλο ή brick (hexahedrons ή “hex”) και **πυραμίδες** ή pyramids (tetrahedrons ή “tets”).

$$w(x, y, z) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z$$



4 noded tetrahedron (linear element)



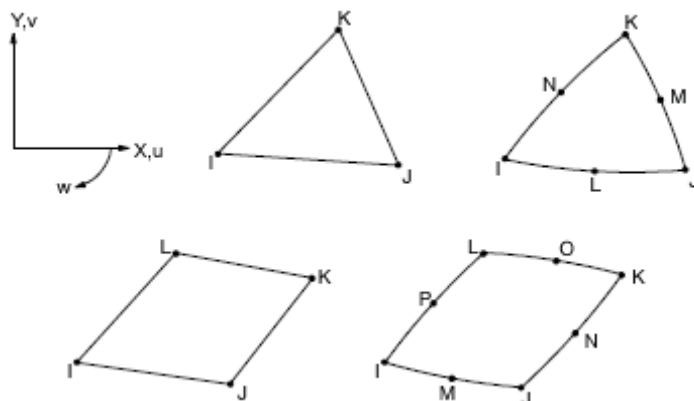
10 noded tetrahedron

$$w(x, y, z) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7xz + a_8x^2 + a_9y^2 + a_{10}z^2$$

Ομαδοποιημένοι όλοι οι τύποι των στοιχείων παρουσιάζονται παρακάτω:

Dimension	Degree	Element Shape	Element Type
1D (Line)	Linear		Beam, Truss
	Quadratic		Beam
	Cubic		Beam
2D (Area)	Linear		Plane stress Plane strain Plate, Shell
	Quadratic		
	Cubic		
3D (Volume)	Linear		
	Quadratic		

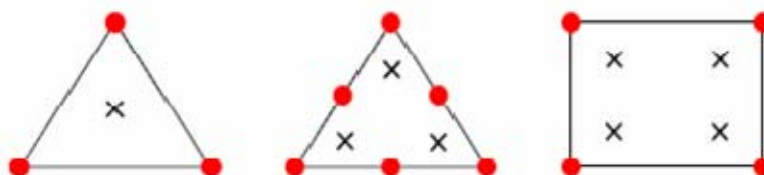
Κάθε στοιχείο απαρτίζεται από 2 ή περισσότερους **κόμβους** τα λεγόμενα “**nodes**”, οι οποίοι χρησιμεύουν στην καλύτερη μορφοποίηση και καθορισμό του σχήματος του στοιχείου, αλλά και προπάντων για τη μεταφορά των φυσικών αντιδράσεων από το ένα στοιχείο στο άλλο.



Εικόνα 13: Δισδιάστατα στοιχεία

Ο επιλύτης του προγράμματος ομαδοποιεί και δουλεύει αθροιστικά με τις επιμέρους συμπεριφορές των διαφορετικών στοιχείων για να μας αποδώσει μία πρόβλεψη συνολικής συμπεριφοράς του ενιαίου φυσικού συστήματος.

Για τα στοιχεία των δύο διαστάσεων, που μας ενδιαφέρουν οι τιμές των τάσεων, οι τιμές ολοκληρώνονται από τα σημεία όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα ανάλογα με το στοιχείο που έχουμε:



Εικόνα 14: Τάσεις στα δισδιάστατα στοιχεία

3.3 Παραδοχές κατά την επίλυση του προβήματος ρωγμής με Π.Σ.

Η αριθμητική λύση της μελέτης περίπτωσης μας στηρίζεται σε κάποιες βασικές παραδοχές, οι οποίες σαφώς και πρέπει να διατυπωθούν:

I. Όσον αφορά το **σώμα** και τα **υλικά** που το απαρτίζουν:

- ✓ Το σώμα-δοκίμιο θεωρείται ως **απολύτως στερεό**, το οποίο αποτελείται από την ένωση δύο διαφορετικών υλικών (Plexiglas και Lexan) και τη δημιουργία νέου (**bi-material**) με διαφορετικές μηχανικές ιδιότητες από αυτά που το αποτελούν. (Από την θεωρία της Μηχανικής, είναι γνωστό ότι εάν γνωρίζουμε τον **τρόπο μετακίνησης** κάποιου **σημείου** ενός στερεού **σώματος**, δηλαδή εάν ξέρουμε τους **βαθμούς ελευθερίας** του, τότε είμαστε σε θέση να **καθορίσουμε πλήρως** την **κίνηση** του συγκεκριμένου **σώματος** στον χώρο).
- ✓ Τα δοκίμια θεωρούνται ότι είναι **τέλεια συγκολλημένα** στην κοινή **διεπιφάνεια** των δύο υλικών και ότι δεν υπάρχουν ασυνέχειες ή ρωγμές λόγω της ένωσης και ότι έχουμε **γραμμική επαφή** μεταξύ των δύο υλικών (**Linear Contact**).
- ✓ Ακόμα δεχόμαστε ότι με την επιβολή του εφελκυστικού φορτίου **δεν υπάρχει πιθανότητα αποκόλλησης των υλικών μεταξύ τους**, αλλά
- ✓ **ούτε και μετατόπιση της διαχωριστικής επιφάνειας δεξιά ή αριστερά στην επίπεδη πλάκα.**
- ✓ Επιπρόσθετα θεωρούμε ότι κατά την εφαρμογή του φορτίου το **καθένα υλικό «δεν εισχωρεί στα όρια του άλλου».**
- ✓ Δεχόμαστε ότι τα επιμέρους υλικά τα οποία συνιστούν το συγκεκριμένο σώμα είναι **ισοτροπικά υλικά**, τα οποία παρουσιάζουν **γραμμικά ελαστικά χαρακτηριστικά.**

- ✓ Επιπροσθέτως, θεωρούμε ότι χαρακτηρίζονται από **σχετικά υψηλούς λόγους Poisson** ($\nu=0.34$ και $\nu=0.36$ για το Plexiglas και Lexan αντίστοιχα).
- ✓ Οι **ιδιότητες των υλικών** και οι διάφορες σταθερές-τιμές είναι **πειραματικά** σε μας γνωστές.
- ✓ Ειδικότερα, για το **Plexiglas** έχουμε ότι είναι:
 - Young's modulus (E) : **E = 3.4 GPa** (μέτρο ελαστικότητας)
 - Poisson's Ratio (ν) : **$\nu=0.34$** (λόγος Poisson)
- ✓ Για το **Lexan** έχουμε ότι είναι:
 - Young's modulus (E) : **E = 2.8 GPa** (μέτρο ελαστικότητας)
 - Poisson's Ratio (ν) : **$\nu=0.36$** (λόγος Poisson)

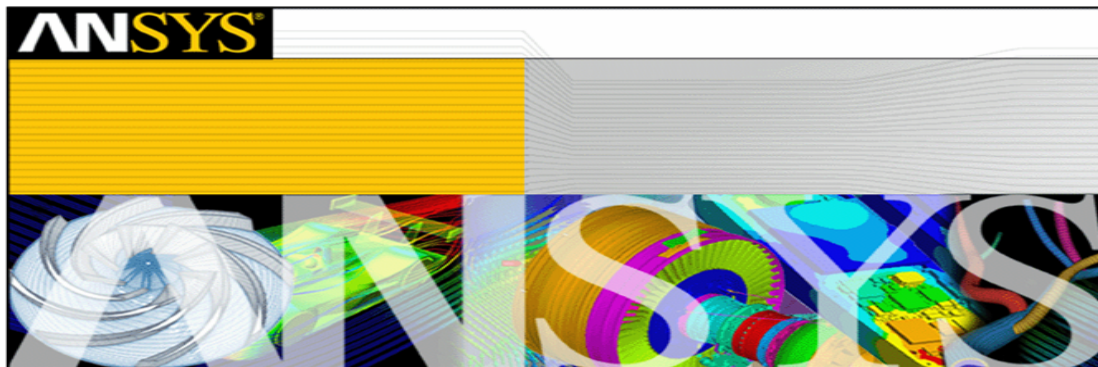
II. Παραδοχές όσον αφορά την κατάστροψη και τον **τρόπο επίλυσης** του προβλήματος:

- ✓ Η ανάλυση των τάσεων και των παραμορφώσεων στην κατασκευή είναι **στατική**, δηλαδή κάνουμε την παραδοχή ότι δεν έχουμε δυναμικά φαινόμενα, αφού η επιβολή φορτίων μπορεί να γίνει σταδιακά μέσα στο χρόνο (**STATIC ANALYSIS**).
- ✓ Υπόθεση **επίπεδης εντατικής κατάστασης**, λόγω του μικρού (αμελητέου) πάχους του δοκιμίου ($t=0.003\text{m}$) στη διεύθυνση z σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις αυτού στο επίπεδο x-y και επειδή η πίεση ασκείται στο επίπεδο x-y η θεώρηση ισχύει. Έτσι στο υπολογιστικό περιβάλλον κατασκευάζουμε **δισδιάστατο μοντέλο (2-D Model)** για το δοκίμιό μας.
- ✓ Δεχόμαστε δηλαδή ότι οι **μετατοπίσεις** είναι πάρα **πολύ μικρές** σχετικά με τις αρχικές διαστάσεις του τεμαχίου (**Small Displacements assumption**) και γι' αυτό κιόλας το πρόβλημά μας

χαρακτηρίζεται σαν **Plane Stress problem**, δηλαδή πρόβλημα **επίπεδης εντατικής κατάστασης**. Έτσι το πρόβλημα δεν εντάσσεται στην κατηγορία των **Plane Strain problems**, όπου θα είχαμε **επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση**.

- ✓ Είναι κατανοητό ότι δεν υπάρχει μία επιλογή στοιχείου για την επίλυση με Π.Σ. που να καλύπτει όλες τις **απαιτήσεις** (χρόνος, ακρίβεια, καλύτερη απεικόνιση γραφικών αποτελεσμάτων, ποιοτικό αποτέλεσμα, υπολογιστική ισχύς). Αυτό σημαίνει ότι, ανάλογα με την περίπτωση και τι επιθυμείται σαν αποτέλεσμα, γίνεται και ένας **συμβιβασμός**.
- ✓ Έτσι για την επίλυση η **επιλογή των στοιχείων** είναι καλύτερα να γίνει σύμφωνα με τις ακόλουθες αρχές κατά σειρά προτεραιότητας:
 1. Το πρόγραμμα να προχωρεί στην πλεγματοποίηση χωρίς να εμφανίζει μηνύματα σφάλματος, ή τουλάχιστον όχι σε σημαντικό ποσοστό.
 2. Να υπάρχει κινηματική σύνδεση ανάμεσα στα πλέγματα διαφορετικών στοιχείων ώστε να είναι εφικτή η μεταβίβαση φορτίσεων και μεταξύ χωρίων πλεγματοποιημένων με διαφορετικά στοιχεία.
 3. Να εξασφαλίζεται **υψηλή ακρίβεια** στα αποτελέσματα.
 4. Να εξασφαλίζεται η **ταχεία επίλυση** του εκάστοτε μοντέλου.
- ✓ Το υπολογιστικό πρόγραμμα Ansys παρέχει τη δυνατότητα επίλυσης με δύο διαφορετικούς μεθόδους π.σ.: **H-METHOD & P-METHOD**. Εμείς χρησιμοποιούμε την πρώτη, η οποία απαιτεί ένα αυξανόμενο αριθμό χρησιμοποιούμενων στοιχείων για τη βελτιστοποίηση της επίλυσης, ενώ η δεύτερη χρησιμοποιεί P-convergence για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος της ανάλυσης.

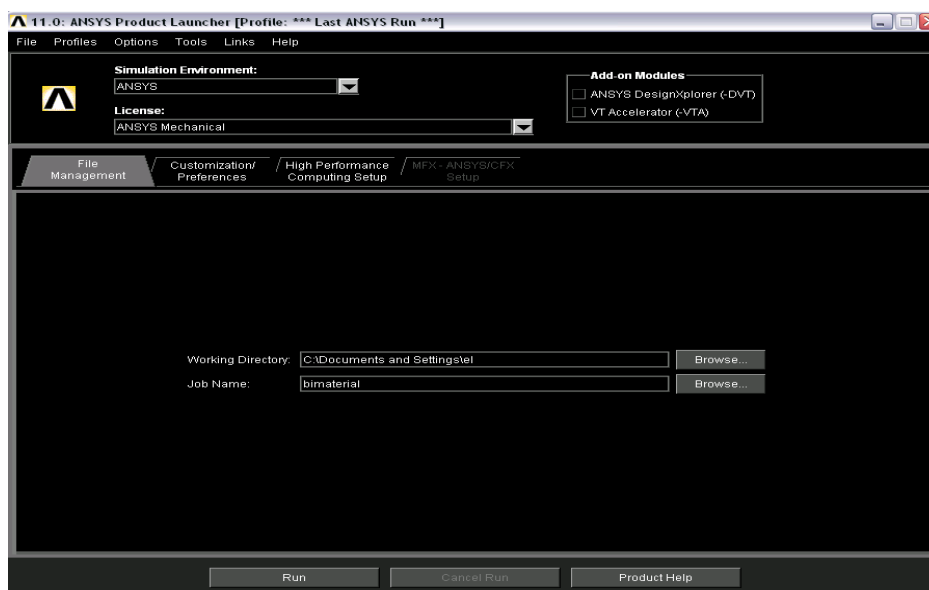
3.4 Περιβάλλον Ansys



Το πρόγραμμα ANSYS της εταιρίας ANSYS Inc. με έδρα τις Η.Π.Α είναι ένας **κώδικας** που επιτρέπει την **επίλυση μοντέλων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων**. Χρησιμοποιείται στα περισσότερα Πανεπιστημιακά ιδρύματα της Ευρώπης και περισσότερο της Αμερικής και τις βιομηχανίες που επιλύουν αντίστοιχα προβλήματα.

Τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, ένα από τα οποία είναι και το **ANSYS**, στην αρχική τους μορφή είχαν μόνο γραμμή εντολών όπου γινόντουσαν όλες οι ενέργειες που ήθελε ο χρήστης. Στη συνέχεια δημιουργήθηκαν τα **παραθυρικά περιβάλλοντα** και έτσι δόθηκε η δυνατότητα να κατασκευάζονται μοντέλα με τη χρήση αυτών πολύ πιο απλά και εύκολα.

Για την παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται η έκδοση **ANSYS 11.0** και για να ανοίξουμε το περιβάλλον επιλέγουμε την εντολή **Configure Ansys** και η εικόνα του προγράμματος που βλέπουμε είναι ως εξής:



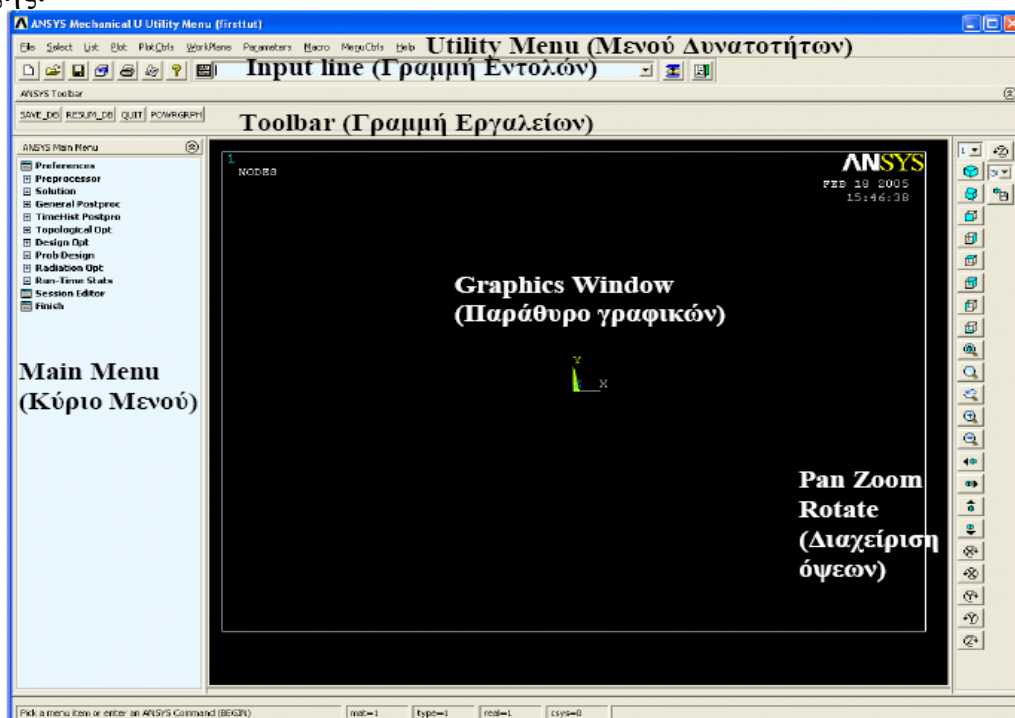
Η επόμενη κίνηση είναι να επιλέξουμε **περιβάλλον Ansys** ή **Ansys Batch**. Με την πρώτη επιλογή έχουμε παραθυρικό περιβάλλον ενώ με τη δεύτερη δίνουμε αρχείο εισόδου για εκτέλεση.

Το παραθυρικό περιβάλλον έχει τις **εντολές σε δενδροειδή μορφή** και συνεπώς είναι πολύ εύκολο να βρούμε την εντολή που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε κάθε φορά, χωρίς να απαιτείται κάποια απομνημόνευση και έτσι η μορφή αυτή είναι ιδιαίτερα βολική αλλά και με αυτόν τον τρόπο αποκτούμε μια εποπτεία και πλήρη εικόνα για τις δυνατότητες του προγράμματος.

Εργαζόμαστε λοιπόν σε **παραθυρικό περιβάλλον** και όλες οι εντολές που θα δίνουμε μέσω του δένδρου επιλογών, θα γράφονται με την μορφή της γραμμής εντολών σε ένα αρχείο απλού κειμένου και έτσι μελλοντικά υπάρχει και η δυνατότητα να αλλάξουμε κάποια στοιχεία σε αυτό και να το επανεκτελέσουμε. Το μόνο πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση είναι ότι αν έχουμε κάνει πολλά λάθη τα οποία τα διορθώνουμε στη συνέχεια θα προκύψει ένα πολύ μεγάλο αρχείο που ίσως θα είναι λίγο πιο δύσκολο στο να το διαχειριστούμε.

Δουλεύοντας σε παραθυρικό περιβάλλον πρέπει να επιλέξουμε τον φάκελο στον οποίο εργαζόμαστε και θα γραφούν όλα τα αρχεία όπως και το όνομα της ανάλυσης που πρόκειται να κάνουμε.

Προσδιορίζονται αυτές οι επιλογές στην παραπάνω οθόνη εργασίας και με την εντολή *Run* στο παράθυρο αυτό εκκινείται το παραθυρικό περιβάλλον του ANSYS που η μορφή του παρουσιάζεται ως εξής:



3.5 Στάδια επίλυσης στο Ansys

Με τη βοήθεια του προγράμματος ANSYS μοντελοποιούμε την κατασκευή μας με πεπερασμένα στοιχεία.

Οι εργασίες που θα εκτελεστούν στο ANSYS στα πλαίσια της επίλυσης του προβλήματος της ρωγμής με Π.Σ., διαχωρίζονται σε διακριτά **στάδια** ως εξής:

1. Ορισμός των **μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων** των υλικών.
2. Επίλογή του **είδους** των **πεπερασμένων** στοιχείων
3. **Κατασκευή** της γεωμετρίας του εξεταζόμενου δοκιμίου.
4. **Διακριτοποίηση** της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία.
5. Επιβολή των **οριακών συνθηκών και φορτίων**.
6. Επίλογή του **τρόπου επίλυσης** του προβλήματος (γραμμικό, μη γραμμικό, μεταβατικό, υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων) και επίλυση.
7. Ανάγνωση και γραφική αναπαράσταση των **αποτελεσμάτων**.
8. Προαιρετική περαιτέρω **ανάλυση των αποτελεσμάτων** και **παραμετρική μελέτη** για διάφορες παραμέτρους (parameters for optimization) που έχουν ορισθεί, όπως μπορεί να'ναι οι διάφορες διαστάσεις του μοντέλου ή ο λόγος Poisson ενός υλικού ή ακόμα και περιπτώσεις διαφορετικών υλικών.

Όλα τα προαναφερθέντα στάδια μπορούν να υλοποιηθούν με πολλές εναλλακτικές μεθοδολογίες εντός του περιβάλλοντος ANSYS, αλλά υπάρχει και η δυνατότητα οποιαδήποτε από τις παραπάνω φάσεις να πραγματοποιηθεί και σε άλλο περιβάλλον και τα αποτελέσματα από αυτά να εισαχθούν έπειτα στο ANSYS.

Όσον αφορά την επίλυση προσφέρονται πολλές δυνατότητες οι οποίες έχουν να κάνουν με διαφορετικούς αλγόριθμους επίλυσης, που πιθανόν να δώσουν διαφορετικό αποτέλεσμα, αλλά σίγουρα θα έχουν διαφορετικό χρόνο επίλυσης. Υπάρχουν επιλύτες που χρησιμοποιούν περισσότερο τον σκληρό δίσκο για ενδιάμεσα αρχεία ή την φυσική μνήμη. Είναι προφανές ότι αφού η ταχύτητα της μνήμης είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή του σκληρού δίσκου αυτή η μέθοδος είναι και πιο γρήγορη. Υπάρχει όμως περίπτωση να μην υπάρχει διαθέσιμη η απαιτούμενη για το πρόβλημα φυσική μνήμη ή για ορισμένες ειδικές περιπτώσεις να μην είναι όλοι οι επιλύτες ικανοί να αντιμετωπίσουν τη φύση του προβλήματος.

3.5.1 1ο Στάδιο: Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών

Οι μηχανικές και φυσικές ιδιότητες των υλικών είναι μονοσήμαντα ορισμένες, αλλά πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή όσον αφορά τις μονάδες. Όλες οι μονάδες είναι στο SI εκτός αν θέλουμε να τις ορίσουμε εμείς διαφορετικά, αν και θα προτιμήσουμε να μην γίνει αλλαγή μονάδων για την αποφυγή σημαντικού κινδύνου λάθους. Οι ιδιότητες που θα πρέπει να οριστούν εξαρτώνται από την ιδιαιτερότητα των υλικών αλλά και από το είδος της επίλυσης που επιζητείται.

3.5.2 2ο Στάδιο: Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων

Η επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται από την επίλυση που θα κάνουμε, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν έχουμε τη δυνατότητα αλλαγής τους στη συνέχεια. Το σημαντικό είναι να έχουμε καταλήξει στη διάστασή τους και στο είδος της καταπόνησης.

3.5.3 3ο Στάδιο: Κατασκευή γεωμετρίας

Η κατασκευή της γεωμετρίας μέσα στο περιβάλλον του ANSYS μπορεί να γίνει, γενικά, με δύο τρόπους:

1. Ο πρώτος τρόπος είναι να δημιουργηθούν διαδοχικά σημεία (keypoints), γραμμές (lines), επιφάνειες (areas) και τέλος όγκοι (volumes) και
2. Ο δεύτερος τρόπος είναι να κατασκευαστούν όγκοι ή επιφάνειες είτε από σημεία, χωρίς τη δημιουργία γραμμών, είτε απευθείας ορίζοντας τις διαστάσεις τους.

Ο δεύτερος τρόπος αποδεικνύεται πιο εύχρηστος στις περιπτώσεις που θέλουμε να κατασκευάσουμε απλά γνωστά γεωμετρικά σχήματα, όπως κύκλους, κυλίνδρους, ορθογώνια, ορθογώνια παραλληλεπίπεδα κ.ά., ενώ με ορισμό των διαστάσεων σαν μεταβλητές μπορούμε μετά την επίλυση να κάνουμε παραμετρική ανάλυση.

3.5.4 4ο Στάδιο: Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία

Αφού έχει γίνει νωρίτερα η επιλογή του στοιχείου μένει να γίνει η **διακριτοποίηση της γεωμετρίας** σε αυτά τα στοιχεία. Η πιο απλή δυνατότητα είναι να γίνει χρησιμοποιώντας τις επιλογές που προσφέρει το πρόγραμμα. Οι επιλογές αυτές είναι:

- ✓ αυτόματη δημιουργία πλέγματος, που γενικά δεν προτείνεται στις περισσότερες περιπτώσεις,
- ✓ ορισμός διαμερίσεων σε γραμμές ή
- ✓ ορισμός μεγέθους στοιχείων (μέγιστο μέγεθος πλευράς ή ακμής) καθώς και
- ✓ η επιλογή του *Smart Size* η οποία κάνει προσαρμογή του πλέγματος στη γεωμετρία, δηλαδή μικραίνει τα στοιχεία σε περιοχές απότομης αλλαγής της γεωμετρίας και το αραιώνει στο εσωτερικό των επιφανειών και των όγκων όπου δεν υπάρχει ιδιαίτερα ανάγκη για λεπτή διαμέριση.

Αφού καταλήξουμε σε μία από τις παραπάνω επιλογές ακολουθεί η **δημιουργία του πλέγματος**. Γενικά οι δυνατότητες του προγράμματος

είναι πάρα πολλές και μπορούν να δώσουν πάρα πολλά και πολύ διαφορετικά μεταξύ τους αποτελέσματα ανάλογα με τις παραμέτρους που θα ορίσουμε, το πρόγραμμα όμως δεν μπορεί να γνωρίζει τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος που καλούμαστε να επιλύσουμε, την ακρίβεια ή και το χρόνο επίλυσης που επιθυμούμε, άρα πρέπει σίγουρα να επέμβουμε στις προεπιλογές που μας παρέχει.

Ακόμα υπάρχει η δυνατότητα να μην οριστούν γεωμετρικά στοιχεία του μοντέλου στο περιβάλλον του ANSYS και στη συνέχεια να γίνει η διακριτοποίηση, αλλά να κατασκευαστούν απευθείας κόμβοι και πεπερασμένα στοιχεία ή να εισαχθούν αφού έχουν υπολογιστεί με κάποιο άλλο προεπεξεργαστή, κάτι το οποίο συνιστά παράκαμψη του 1ου Σταδίου.

Σημειώνουμε ότι δεν μπορούμε να κάνουμε *delete* σε γεωμετρικές οντότητες οι οποίες έχουν πλέγμα καθώς επίσης και σε μεμονωμένα πεπερασμένα στοιχεία ή κόμβους που έχουν κατασκευαστεί με τις εντολές του *mesh*.

3.5.5 5ο Στάδιο: Επιβολή των οριακών συνθηκών και φορτίων

Η **επιβολή των οριακών συνθηκών** μπορεί να γίνει πάλι με πολλούς τρόπους και οι διαφοροποιήσεις εντοπίζονται στα σημεία όπου μπορούν αυτές να επιβληθούν. Έτσι μπορούν να επιβληθούν είτε σε:

- ✓ γεωμετρικά στοιχεία (σημεία, γραμμές, επιφάνειες), είτε σε
- ✓ στοιχεία του πλέγματος (κόμβους, στοιχεία).

Όταν επιβάλλονται σε γεωμετρικά στοιχεία γίνεται αυτόματα η μεταφορά τους σε στοιχεία του πλέγματος πριν από την επίλυση.

Οι οριακές συνθήκες ορίζονται μέσα από τη σειρά εντολών **Define Loads** όπου έχουμε την πρώτη εντολή *Settings* η οποία αφορά τον ορισμό θερμοκρασίας σε προβλήματα μετάδοσης θερμότητας ή προβλήματα όπου έχουμε συστολές ή διαστολές. Η δεύτερη είναι και η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη εντολή *Apply* → **Structural** με την οποία ορίζουμε περιορισμούς μετατοπίσεων *Displacement*, εφαρμογή δυνάμεων/ροπών - *Force/Moment*, πιέσεων - *Pressure* και εφαρμογή θερμοκρασιακής διαφοράς - *Temperature*. Η επιλογή *Displacement* μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις γεωμετρικές οντότητες αλλά και σε κόμβους. Η επιλογή *Force/Moment* εφαρμόζεται είτε σε σημεία είτε σε κόμβους, δηλαδή σε

στοιχεία του πλέγματος. Η **Pressure** εφαρμόζεται τόσο σε επιφάνειες όσο και σε πεπερασμένα στοιχεία .

3.5.6 6ο Στάδιο: Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος και επίλυση

Η επιλογή του τρόπου επίλυσης έχει να κάνει με τις απαιτήσεις του προβλήματος και μπορεί να διακριθεί σε **γραμμικό, μη γραμμικό, μεταβατικό**, ακόμα να' ναι **υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων** και άλλα.

Συνήθως μια **γραμμική στατική ανάλυση μικρών μετατοπίσεων** καλύπτει τις πιο γενικές ανάγκες, αλλά και στο συγκεκριμένο πρόβλημα ρωγμής μας. Εκτός απ' αυτό παρέχεται και η δυνατότητα όταν θέλουμε να διερευνήσουμε κάποιο μεταβατικό φαινόμενο ή τα υλικά που χρησιμοποιούνται να έχουν μη γραμμική συμπεριφορά, όπως για παράδειγμα συμβαίνει όταν έχουμε να αντιμετωπίσουμε προβλήματα λυγισμού και πτύχωσης τα οποία είναι μη γραμμικά.

3.5.7 7ο Στάδιο:Ανάγνωση και γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματα μετά από την επίλυση καταγράφονται σε ένα αρχείο (*.rst). Η ανάγνωσή τους είναι ένα ζήτημα που χρίζει ιδιαίτερης προσοχής, ενώ υπάρχουν πολλοί τρόποι για να δει κάποιος τα αποτελέσματα.

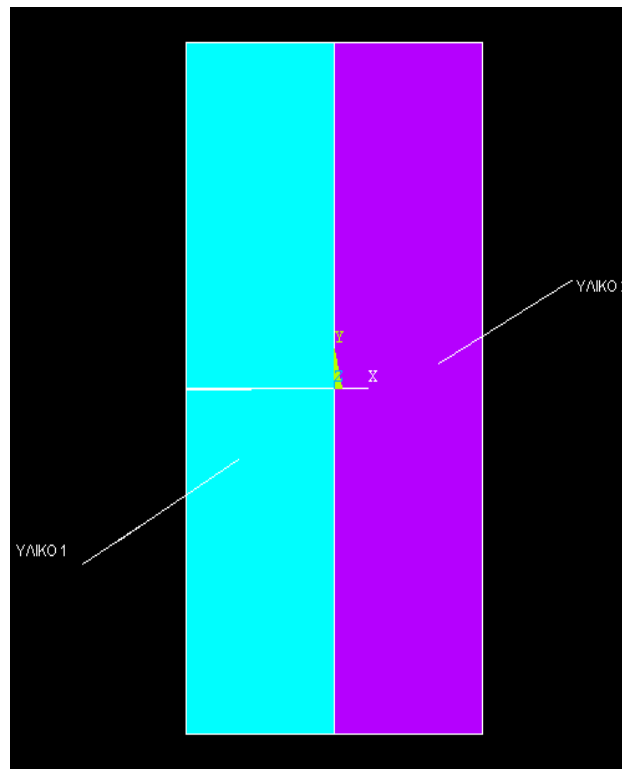
Μπορούμε να εστιάσουμε τα **αποτελέσματα σε κόμβους (Nodal Solution)**, αλλά και **σε στοιχεία (Element Solution)**, ενώ στα **ισοπαραμετρικά** παρέχεται η δυνατότητα επιλογής επιπλέον αποτελεσμάτων **στα σημεία Gauss**. Στα αποτελέσματα στους κόμβους δίνεται η τιμή του μέσου όρου που προκύπτει από τα πεπερασμένα στοιχεία στα οποία είναι κοινός και έχει συνεχή τιμή, ενώ στα πεπερασμένα στοιχεία έχουμε μία τιμή ανά στοιχείο.

Ακόμα, υπάρχει και η **επιλογή του Element Table** μέσω του οποίου μπορούμε να κάνουμε ομαλοποίηση των αποτελεσμάτων βγάζοντας μέσους όρους (Element Table Average). Αυτή η επιλογή προτείνεται σε περιπτώσεις όπου έχουμε συγκεντρωμένα φορτία και μπορεί να δημιουργηθούν τοπικά μέγιστα που δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

3.6 Περιγραφή Προβλήματος

3.6.1 Στατική Ανάλυση

Το παρόν πρόβλημα αποτελεί μια **απλή στατική ανάλυση πεπερασμένων βημάτων φόρτισης**, του ορθογώνιου δοκιμίου που είναι κατασκευασμένο από διφασικό υλικό και φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα:



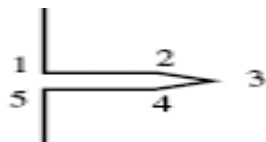
3.6.2 Δεδομένα του Προβλήματος

Το δοκίμιο έχει **πάχος** ίσο με $t = 0,003\text{m}$ και αποτελεί κομμάτι εξιδανικευμένης συγκόλλησης δύο διαφορετικών υλικών, που η περιοχή του καθενός στο μοντέλο επιδεικνύεται με διαφορετικό χρώμα, όπως φαίνεται και στο σχήμα παραπάνω.

Η **ρωγμή** που διασχίζει την περιοχή του ενός υλικού σε όλο του το πλάτος κάθετα στην κοινή επιφάνεια των δύο υλικών (και στο μέσο αυτής), σκοπίμως έχει δημιουργηθεί για τη μελέτη του τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου εξαιτίας της ιδιομορφίας αυτής. Το πρόβλημα αυτό της ρωγμής θα μελετηθεί ξεχωριστά για κάθε περίπτωση, δηλαδή

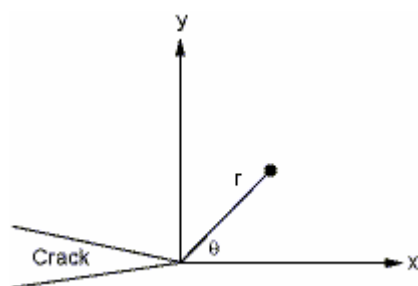
ανάλογα σε ποιο από τα δύο υλικά βρίσκεται αυτή, ενώ τα χαρακτηριστικά της ρωγμής παραμένουν ίδια, δηλαδή το πάχος, το μήκος της, καθώς και η καθετότητά της στην διεπιφάνεια των δύο υλικών (**interface**).

Η ρωγμή έχει πάχος 0.3 mm και στο πρόγραμμα επιλέγεται να σχεδιαστεί το crack-tip μ' αυτήν τη μορφή:



Εικόνα 15: Σημεία για μοντελοποίηση της ρωγμής σε υπολογιστικό πρόγραμμα π.σ.

Το άνοιγμα της ρωγμής μεταξύ των σημείων 1 και 5 είναι 0.3mm, δηλαδή για παράδειγμα η ψ συντεταγμένη του 1 θα είναι 0.15mm, αφού η αρχή του συστήματος συντεταγμένων που θα χρησιμοποιηθεί θα είναι στο σημείο 3, δηλαδή στο άκρος της ρωγμής:

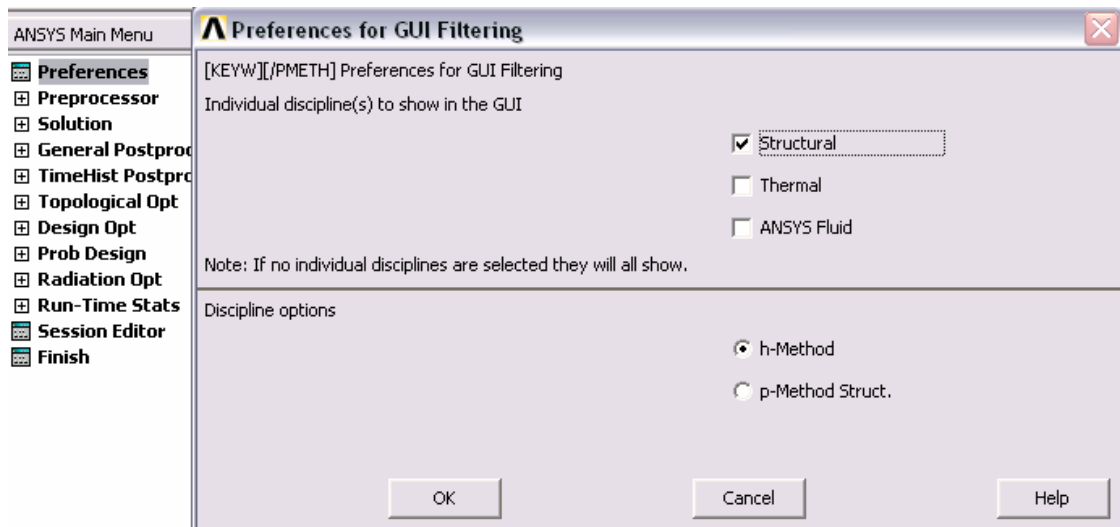


3.6.3 Ορισμός Προτιμήσεων του προβλήματος (Preferences)

Πριν γίνει ο ορισμός των υλικών, μπορούν να οριστούν οι προτιμήσεις (preferences) του φυσικού προβλήματος, ώστε μόνο υλικά και τα στοιχεία που ταιριάζουν σ' αυτά, να μπορούν να επιλεγούν.

Για να καθοριστούν τα preferences ενεργούμε ως εξής:

1. Main Menu> Preferences



2. Ορισμός του προβλήματος ως **structural**. (Πατάμε OK για να ενεργοποιήσουμε την επιλογή και κλείνουμε το παράθυρο).

3.7 Τρόπος προσέγγισης του προβλήματος στο Ansys (Approach and Assumptions)

Στη συγκεκριμένη ανάλυση όπως έχει προαναφερθεί, έχουμε υποθέσει **επίπεδη εντατική κατάσταση**, δεδομένου ότι το δοκίμιο είναι λεπτό, αφού το πάχος του στη διεύθυνση z (in) είναι αμελητέο σε σχέση με τις διαστάσεις του στο επίπεδο $x-y$ και επειδή η πίεση ασκείται στο επίπεδο $x-y$ η θεώρηση ισχύει.

Οπότε ο τρόπος εργασίας, συνίσταται στη **δημιουργία του γεωμετρικού δισδιάστατου μοντέλου**. Εξαιτίας της ύπαρξης της ιδιομορφίας μεγάλης ρωγμής στην κατασκευή μας, διευκρινίζεται ότι μια αυτόματη δημιουργία κόμβων και πεπερασμένων στοιχείων θα ήταν ατυχής, αφού η περιοχή της ρωγμής απαιτεί σαφή και λεπτομερή ορισμό αυτών, αφού αυτή είναι και η περιοχή που μας ενδιαφέρει περισσότερο και θέλουμε όσο το δυνατόν πιο ακριβή αποτελέσματα.

Η ανάλυση των ρωγμών (Fracture analysis) μπορεί να γίνει:

- ✓ είτε με **χρήση του ενεργειακού κριτηρίου (energy criterion)**,
- ✓ είτε με αυτό του **συντελεστή εντάσεως τάσεων (stress-intensity-factor criterion)**.

Όταν χρησιμοποιείται το ενεργειακό κριτήριο, η ενέργεια που απαιτείται για μια μοναδιαία επέκταση (extension) της ρωγμής, καλείται **energy release rate** και χαρακτηρίζει την λεγόμενη ιδιότητα **fracture toughness**, ενώ όταν χρησιμοποιείται το κριτήριο με το συντελεστή εντάσεως τάσεων, χαρακτηρίζεται από την κρίσιμη τιμή της τάσης (of the amplitude of the stress) και των παραμορφωμένων περιοχών (deformation fields). Σε συγκεκριμένες περιπτώσεις, τα δύο αυτά κριτήρια είναι ισοδύναμα.

Έτσι συνοπτικά οι ακόλουθοι παράμετροι χρησιμοποιούνται συχνά στη μηχανική των θραύσεων:

- **Stress-intensity factor (συντελ. Εντάσεως τάσεων K)**
- **Energy-release rate**
- **J-Integral**

Οι δύο πρώτοι παράμετροι περιορίζονται σε γραμμικά ελαστικά προβλήματα ρωγμών, ενώ η τελευταία μπορεί να εφαρμοσθεί εξίσου καλά σε γραμμικά ελαστικά και σε μη γραμμικά ελαστοπλαστικά υλικά. (nonlinear elastic-plastic materials).

Όταν το μοντέλο υποβληθεί σε **εφελκυστικό πεδίο δυνάμεων** (tensile stress σ_0) και οριστούν οι συμμετρικές οριακές συνθήκες (Symmetry boundary conditions), μπορεί να καθοριστεί και ο **συντελεστής εντάσεως των τάσεων** (από τη μηχανική των θραύσεων) ή **stress intensity factor K_I** , χρησιμοποιώντας την εντολή [CINT](#).

Μετά την επίλυση και **ανάγνωση των αποτελεσμάτων** έχουμε την γραφική τους αναπαράσταση σε **contour plot**, η επιλογή αυτή εμφανίζεται μόνο όταν έχει γίνει η ανάγνωση. Όταν λέμε:

- ✓ **Contour plotting** εννοούμε γραφική αναπαράσταση του πεδίου μεταβολής πάνω σε μία επιφάνεια, όπως είναι π.χ. των τιμών των τάσεων, των μετατοπίσεων ή και θερμοκρασιών, ανάλογα με το τι έχει ζητηθεί από το πρόγραμμα να παρουσιάσει. Για τις τάσεις έχουμε το **stress contour plot**.
- ✓ **Contour line** είναι η **ισοϋψής γραμμή**, γραμμή μιας σταθεράς τιμής για τη μεταβλητή που έχει επιλεχθεί.
- ✓ **Contour band** είναι μια **ζώνη περιοχής** με ένα **συγκεκριμένο χρώμα** για κάποιες τιμές της μεταβλητής μεταξύ δύο ορίων τιμών. Διαφορετικό χρώμα σε μία γραφική παράσταση σημαίνει διαφορετικό πεδίο τιμών ισοϋψών και για κάθε πρόβλημα προκύπτει ένα εύρος τιμών και χρωμάτων που παρουσιάζεται πάντα ακριβώς από κάτω από την εκάστοτε γραφική απεικόνιση.

Για την αναπαράσταση έχουμε να επιλέξουμε μεταξύ των **Nodal Solution**, **ElementSolution** και **Element Table**. Από αυτές τις εντολές διαλέγουμε την πρώτη για την απεικόνιση των μετατοπίσεων μιας και οι μετατοπίσεις είναι κομβικές και έτσι δεν είναι διαθέσιμη αυτή η πληροφορία σε άλλη εντολή. Όσον αφορά τις τιμές των τάσεων και των παραμορφώσεων μπορούμε να αντλήσουμε πληροφορίες και από τις τρεις επιλογές αλλά δεν είναι βέβαιο ότι θα μας δώσουν την ίδια απάντηση, αφού:

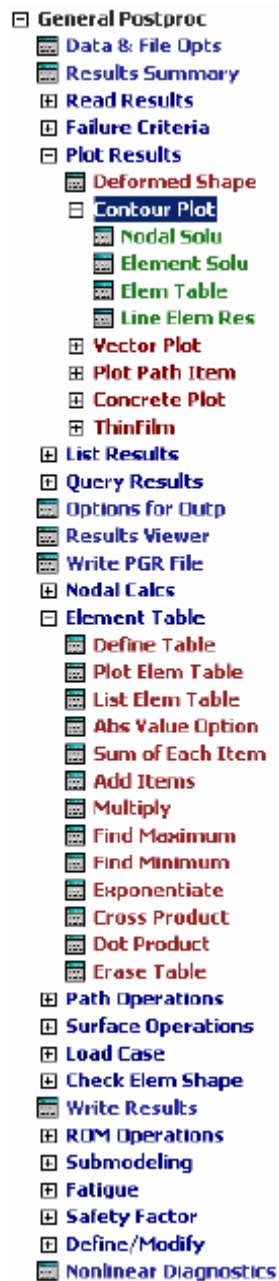
1. Η πρώτη δυνατότητα **Nodal** δίνει την **μέση τιμή στους κόμβους** που εξαρτώνται από περισσότερα του ενός στοιχεία,

2. η δεύτερη **Element** δίνει την λύση σε κάθε πεπερασμένο στοιχείο και η τελευταία
3. **Element table** δίνει λύση ανά πεπερασμένο στοιχείο, διακριτές τιμές ανά στοιχείο, αλλά έχει την επιπλέον δυνατότητα να βγάζει μέσους όρους και να δίνει μια απεικόνιση συνεχούς μορφής.

Βέβαια όποιον τρόπο και αν επιλέξουμε για να δούμε τα αποτελέσματα δεν θα πρέπει να έχουμε μεγάλες διαφοροποιήσεις. Οι περιπτώσεις που θα έχουμε διαφοροποιημένα αποτελέσματα είναι αυτές όπου το πλέγμα δεν είναι ικανοποιητικό ή όταν έχουμε πολύπλοκες γεωμετρικές οντότητες. Σε αυτές τις περιπτώσεις δεν μπορούμε να είμαστε απολύτως βέβαιοι για τα αποτελέσματα αλλά θεωρείται καλή επιλογή το **Element Table Averaging** η οποία δίνει μια καλή εικόνα και εξομαλύνει τυχόν τοπικά μέγιστα, τα οποία πιθανόν να μην είναι αληθινά και να οφείλονται στην ιδιομορφία του πλέγματος ή των φορτίσεων (συγκεντρωμένα φορτία).

Ειδικότερα για την επιλογή του *Element Table* πρέπει να γίνει πρώτα ο ορισμός του με τις εντολές *Element Table*→ *Define Table*. Ακόμα η σειρά των εντολών του *Element Table* δίνει τη δυνατότητα πράξεων στα αποτελέσματα και γενικά προτιμάται για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων, για παράδειγμα μέσω αυτής μπορεί να προσδιοριστεί εάν ένα στοιχείο θλίβεται ή εφελκύεται.

Πέρα από τη γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων πολλές φορές χρειάζεται να έχουμε και την **αριθμητική τους τιμή ανά κόμβο ή στοιχείο**. Η τιμή αυτή αντλείται από τη σειρά εντολών **List Results**. Επίσης, οι τιμές των αποτελεσμάτων όπως και άλλες τιμές είναι δυνατό να αποθηκευθούν σε πίνακες, μεταβλητές ή και σε αρχείο (όπως π.χ. με χρήση *Format* κατά *Fortran*) για περαιτέρω επεξεργασία με άλλο πρόγραμμα.



Εικόνα 16: Δυνατότητες γραφικών απεικονήσεων μετά την επίλυση στο Ansys

Οι τρεις κύριες τάσεις σ_1 , σ_2 , and σ_3 , στο πρόγραμμα παριστάνεται ως S1, S2 και S3.

Η **τασική ένταση** ή **stress intensity** σ_I στο πρόγραμμα παριστάνεται ως SINT και είναι η μεγαλύτερη από τις απόλυτες τιμές των $\sigma_1 - \sigma_2$, $\sigma_2 - \sigma_3$, ή $\sigma_3 - \sigma_1$, δηλαδή είναι:

$$\sigma_I = \text{MAX}(|\sigma_1 - \sigma_2| \quad |\sigma_2 - \sigma_3| \quad |\sigma_3 - \sigma_1|)$$

Η **von Mises** ή **ισοδύναμη τάση** σ_e , στο πρόγραμμα παριστάνεται ως **SEQV** και υπολογίζεται ως εξής:

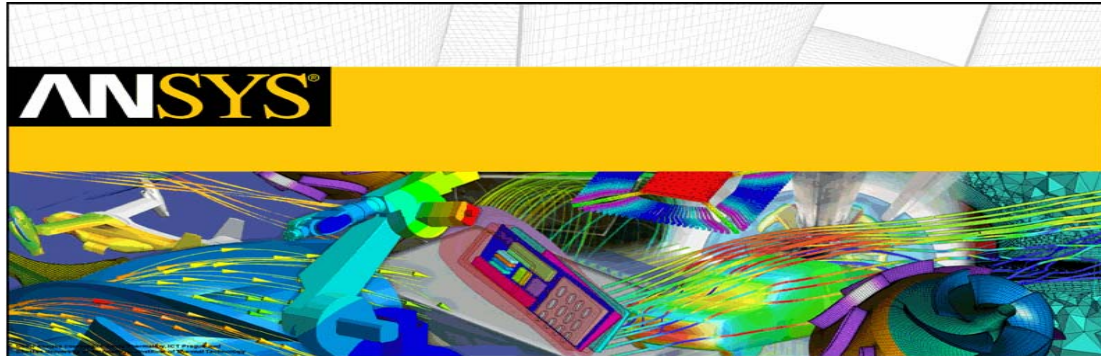
$$\sigma_e = \left(\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2) \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{ή}$$

$$\sigma_e = \left(\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \right)^{\frac{1}{2}}$$

Τέλος με την εντολή **Calc Geometry items** μπορούμε να υπολογίσουμε αποστάσεις σημείων ή κόμβων, άρα μπορούμε να υπολογίσουμε έτσι το **άνοιγμα της ρωγμής** μετά την επιβολή του εφελκυστικού φορτίου, δηλαδή το **COD - Crack Opening Displacement**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:

Κατασκευή του μοντέλου στο Υπολογιστικό πρόγραμμα Π.Σ. Ansys



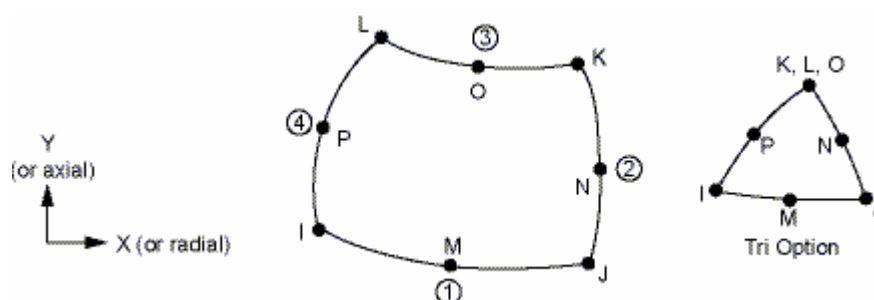
4.1. Ορισμός των ιδιοτήτων των υλικών

Ορίζουμε τις ιδιότητες των δύο υλικών ως εξής:

1. **Main Menu> Preprocessor>Material Props> Material Models**
2. Κάνουμε διπλό κλικ στα **Structural, Linear, Elastic, Isotropic**.
3. Εισάγουμε Enter 2.8e5 στο EX.
4. Εισάγετε 0.36 στο PRXY.
5. Πατάμε OK για να ορίσουμε τις ιδιότητες του Lexan.
6. Πατάμε **material>new model** για να ορίσουμε αντίστοιχα τις ιδιότητες του material 2 Plexiglas με 3.4e5 στο EX και 0.34 στο PRXY και για τέλος
7. **Material> Exit**.

4.2. Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων

Επιλέγεται το στοιχείο **PLANE82**, που είναι ειδικό στοιχείο για 2διαστάσεων στερεές κατασκευές. Καθορίζεται από 8 κόμβους (8node) με 2 βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο: στις κομβικές χ και ψ διευθύνσεις. Το χρησιμοποιούμενο στοιχείο είναι το ακόλουθο και φαίνονται και οι διευθύνσεις για τις τάσεις:

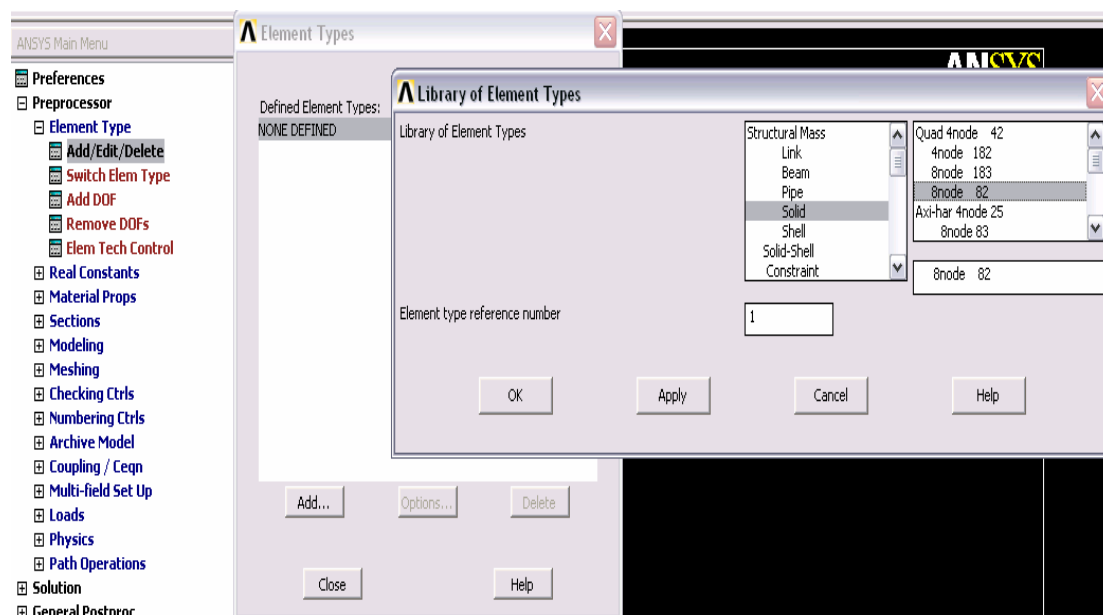


Εικόνα 17: Το στοιχείο Plane82 του Ansys

Και επιλέγεται ως εξής:

1. Main Menu> Preprocessor> Element type> Add/Edit/Delete για να κάνουμε add στη λίστα το στοιχείο μας, που φυσικά ακόμα δεν υπάρχει τίποτα αφού δεν έχουμε ορίσει ακόμα.

2. Non defined > Πατάμε Add > Επιλέγουμε Solid > και μετά στο 8node 82



4.3 Κατασκευή της γεωμετρίας

4.3.1 1^{ος} Τρόπος δημιουργίας του ορθογωνικού δοκιμίου: Απευθείας Δημιουργία Ορθογωνίων

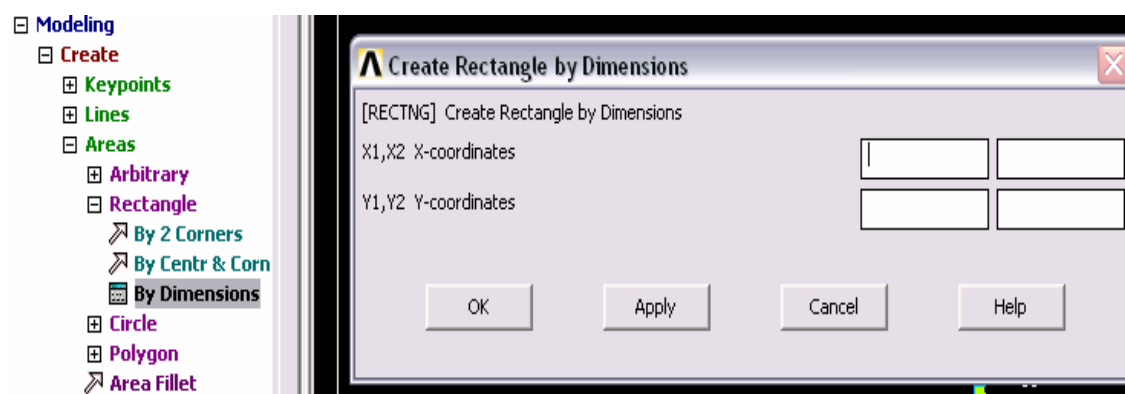
Το πρώτο βήμα συνίσταται στην διαπίστωση ότι το παρόν δοκίμιο μπορεί εύκολα να κατασκευαστεί με κατάλληλους συνδυασμούς προτύπων (primitives) ορθογωνίων, γι' αυτό και αρχικά επιλέγεται αυτός ο τρόπος για την κατασκευή του σχήματος του δοκιμίου.

Αποφασίζεται πού θα τοποθετηθεί η αρχή των αξόνων σχεδίασης και στη συνέχεια ορίζονται τα πρότυπα ορθογωνίων συσχετισμένα με αυτή την αρχή.

Η τοποθεσία της αρχής γενικά στο πρόγραμμα είναι τυχαία, αλλά εδώ χρησιμοποιείται το σημείο τομής της ρωγμής με τη διαχωριστική επιφάνεια (crack tip). Το ANSYS δεν χρειάζεται να γνωρίζει πού είναι η αρχή. Απλά, ξεκινά ορίζοντας ένα ορθογώνιο σχετικά με αυτή την τοποθεσία που ονομάζεται *global origin*.

Για να κατασκευαστεί το πρώτο ορθογώνιο η διαδικασία έχει ως εξής:

1. Main Menu> Preprocessor> Modeling> Create> Areas> Rectangle> By Dimensions και στην οθόνη εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο:



Σχήμα Παράθυρο εισαγωγής διαστάσεων σε τυπικό ορθογώνιο

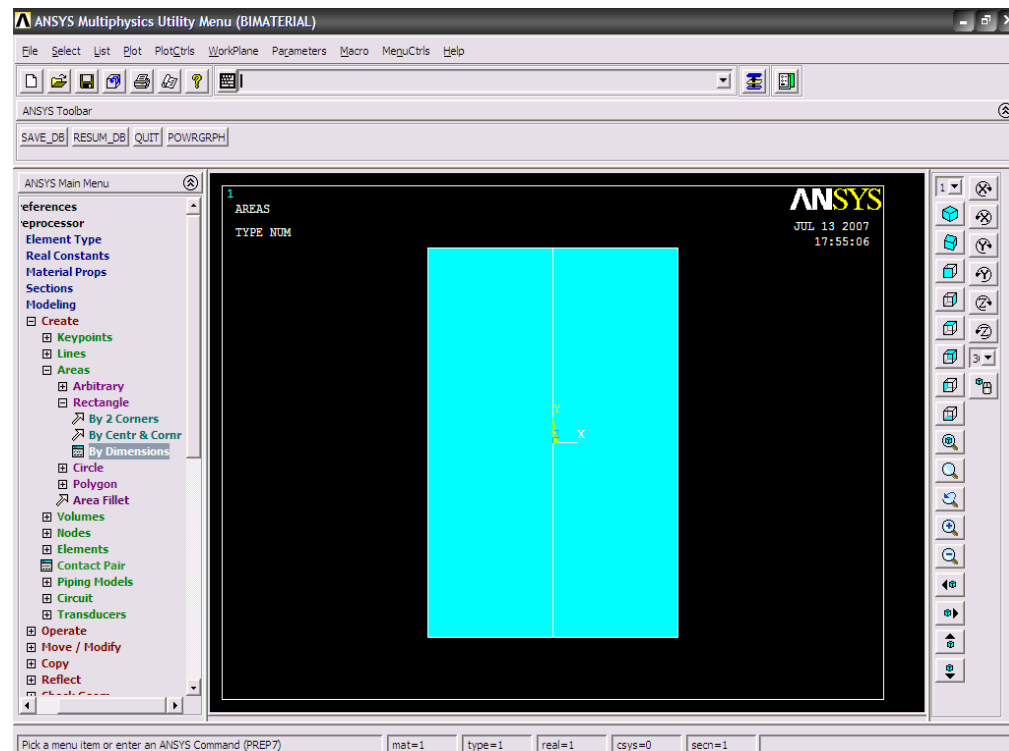
2. Στις αντίστοιχες θέσεις συμπληρώνονται τα μεγέθη του παρακάτω Πίνακα που αφορούν τις διαστάσεις των δύο ορθογωνίων υλικών που απαρτίζουν το ενιαίο δοκίμιο μας.

3. Η τελική εισαγωγή των διαστάσεων για το πρώτο ορθογώνιο γίνεται με το πλήκτρο *Apply* και

4. Στη συνέχεια γίνεται ο σχεδιασμός του δεύτερου ορθογωνίου στο ίδιο παράθυρο με την εισαγωγή των αντίστοιχων διαστάσεων - συντεταγμένων (Πίνακας)

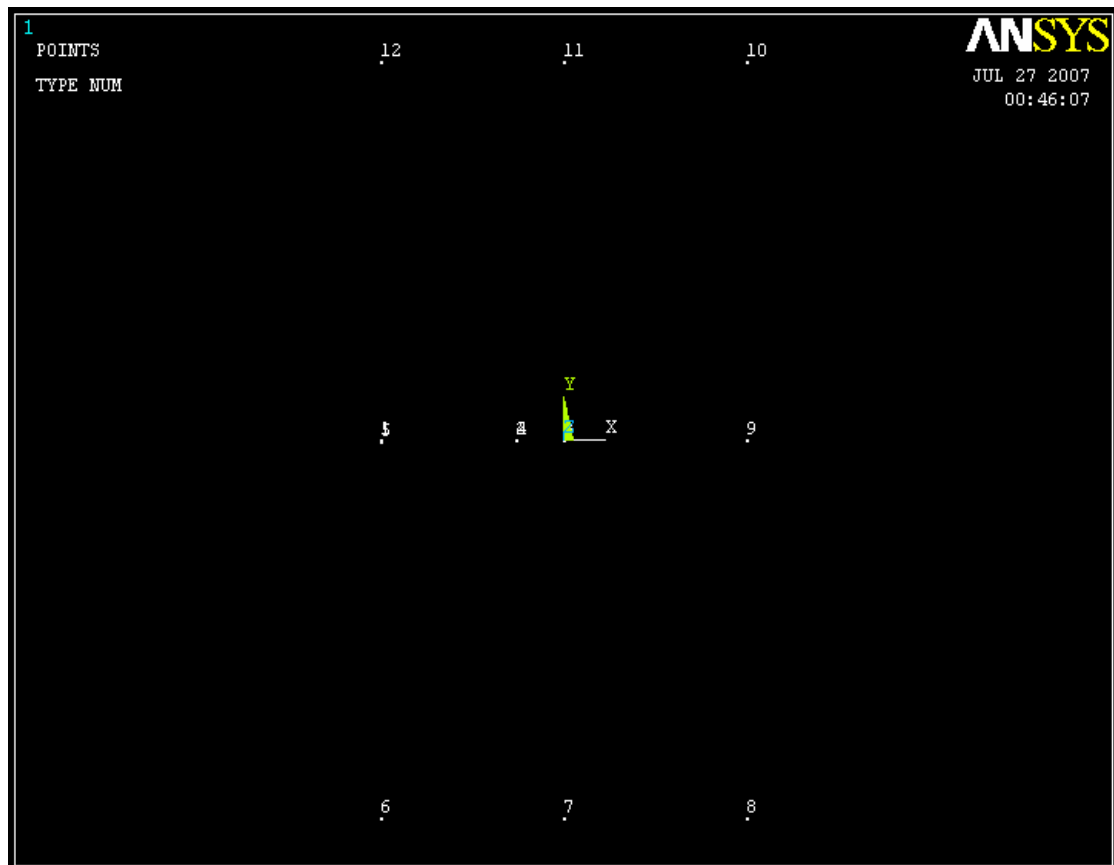
5. Πατώντας το OK φτιάχνεται και το δεύτερο ορθογώνιο και κλείνει το συγκεκριμένο παράθυρο επιλογής. Η διαφορά του Apply από το OK όπως φάνηκε είναι ότι με το OK κλείνει το παράθυρο, ενώ με το Apply υπάρχει η δυνατότητα να επαναληφθεί η διαδικασία για τη δημιουργία όπως έγινε και του δεύτερου ορθογωνίου.

Το τελικό αποτέλεσμα αυτού του 1ου βήματος φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα:



4.3.2 2^{ος} Τρόπος δημιουργίας του ορθογώνιου δοκιμίου: Σταδιακή Δημιουργία σχήματος σε Σημεία (keypoints), Γραμμές (lines), Επιφάνειες (areas) και τελικά Όγκους (volumes)

Εδώ φαίνονται τα σημεία αριθμημένα ανθρωπολογικά που χρησιμοποιούνται για να δημιουργηθούν έπειτα οι γραμμές που θα συνιστούν τα όρια της περιοχής του υλικού αλλά και αυτές που συνιστούν τη ρωγμή.



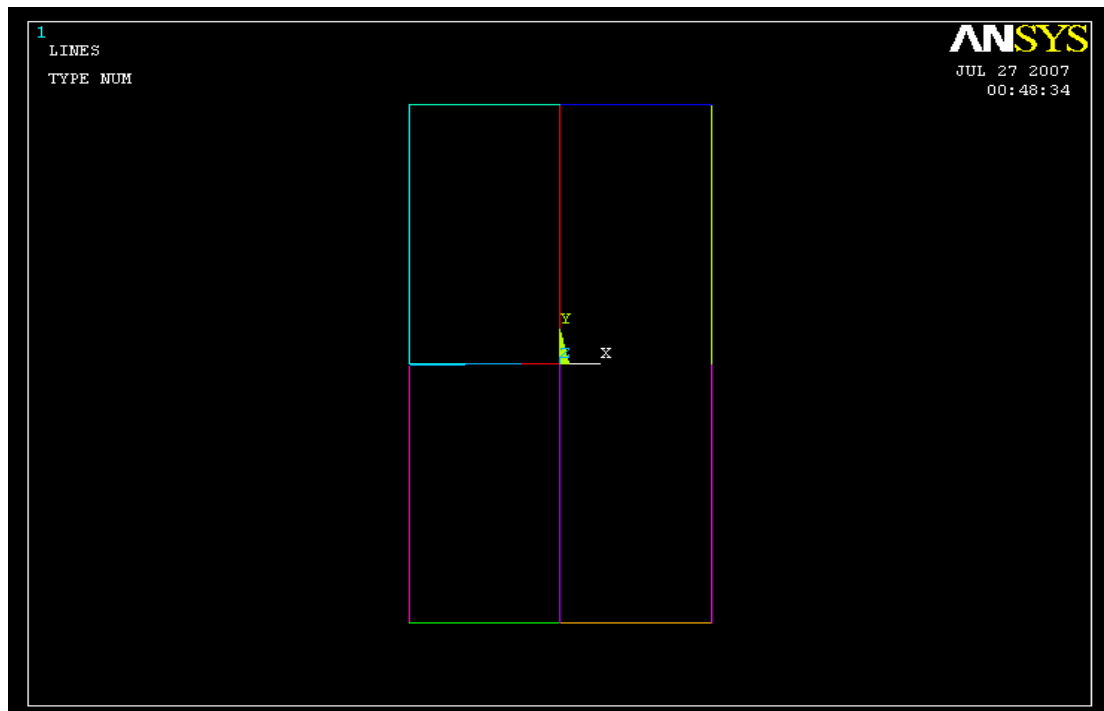
Εικόνα 18: Εισαγωγή σημείων στο Ansys

Τα σημεία είναι τα εξής (K, #σημείου, χ-συντ, y-συντ, ζ-συντ):

K,1,-0.05,15E-5,0,
K,2,-0.006,0.00015,0,
K,3,0,0,0,
K,4,-0.006,-15E-5,0,
K,5,-0.05,-0.0003,0,
K,6,-0.05,-0.1,0,
K,7,0,-0.1,0,
K,8,0.05,-0.1,0,
K,9,0.05,0,0,
K,10,0.05,0.1,0,

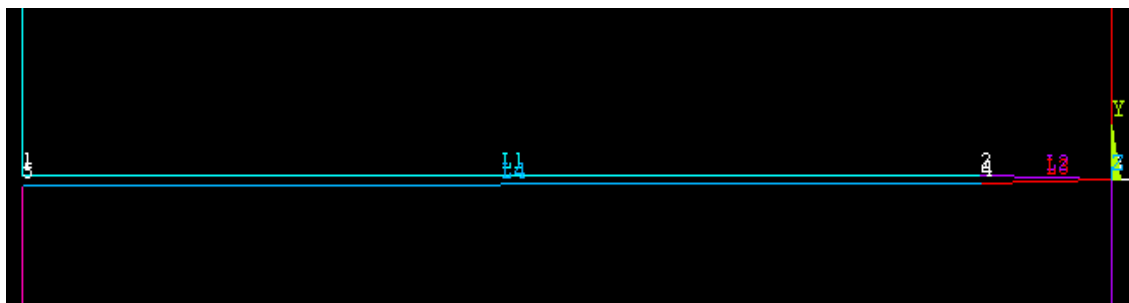
K,11,0,0.1,0,
K,12,-0.05,0.1,0

Παρακάτω η τρίχρωμη γραμμή με κόκκινο, μπλε και θαλασσί, αριστερά της αρχής των αξόνων είναι η απεικόνιση της ρωγμή του τεμαχίου. Το άνοιγμα της ρωγμής δεν φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, γιατί είναι πολύ μικρό (0.3 mm) σε σχέση με τα 200 mm του τεμαχίου σ' αυτήν τη διάσταση.



Εικόνα 19: Οι γραμμές που δημιουργήθηκαν στο Ansys για την κατασκευή της γεωμετρίας

Αν θέλουμε να δούμε τα σημεία και τη ρωγμή σ' αυτήν τη θέση λεπτομερώς πως ακριβώς είναι πρέπει να φέρουμε την οθόνη σε κοντινή απόσταση εστίασης εκεί ακριβώς, δηλαδή να κάνουμε zoom στην περιοχή εκείνη.



Εικόνα 20: Γραμμές που συνιστούν τη ρωγμή στο Ansys

Η μικρή αυτή απόσταση γίνεται αντιληπτή παραπάνω, αφού η αρίθμηση των γραμμών και των σημείων πέφτουν πολύ κοντά η μία στην

άλλη, όπως οι γραμμές 1 και 4, 2 και 3 και τα σημεία 1 και 5, και 2 και 4. Αν κάνουμε παραπάνω εστίαση δεν θα συμπεφτουν τα νούμερα αλλά δεν θα έχουμε απεικόνιση στην οθόνη ολόκληρης της ρωγμής.

Δημιουργήσαμε τις γραμμές όπως φαίνεται από τα παρακάτω ζευγάρια σημείων:

L,1,2

L,2,3

L,3,4

L,4,5

L,6,5

L,6,7

L,7,8

L,8,9

L,9,10

L,10,11

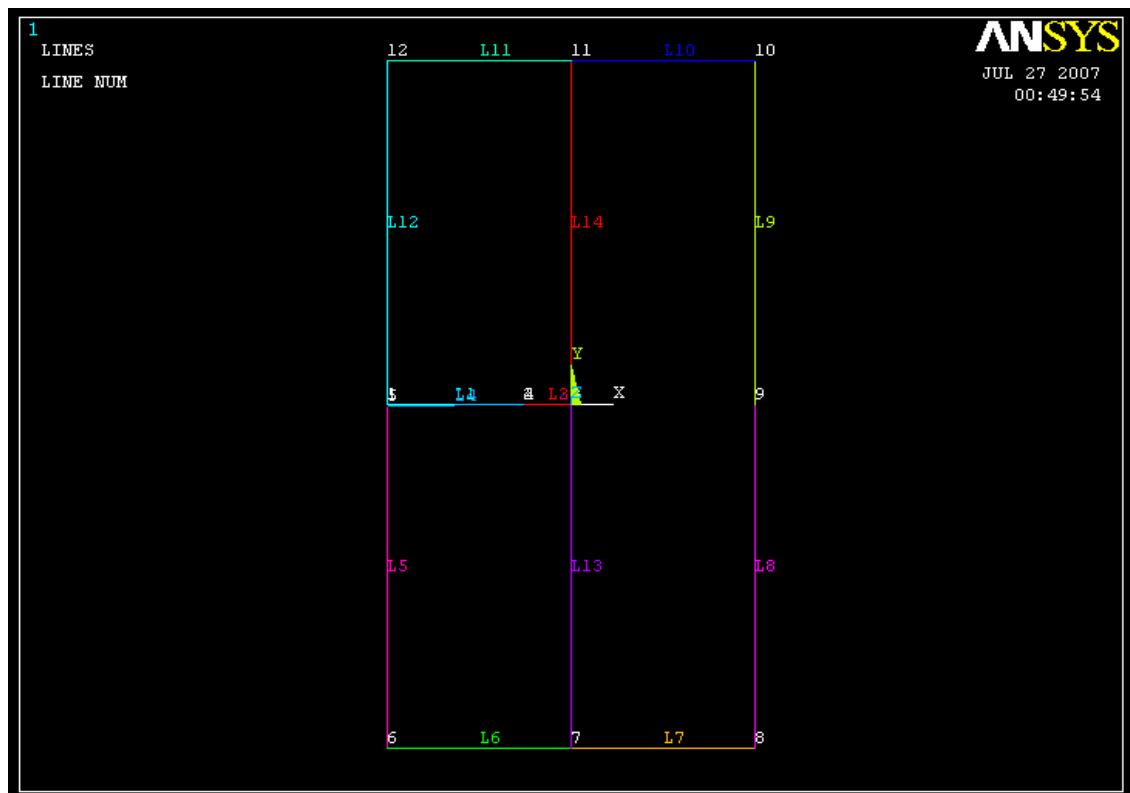
L,11,12

L,12,1

L,7,3

L,3,11.

Εδώ φαίνεται η αρίθμηση και των σημείων και των γραμμών με τις δυνατότητες που μας παρέχει το plot numbering controls:



Εικόνα 21: Απεικόνιση αριθμημένων σημείων και γραμμών του μοντέλου στο Ansys

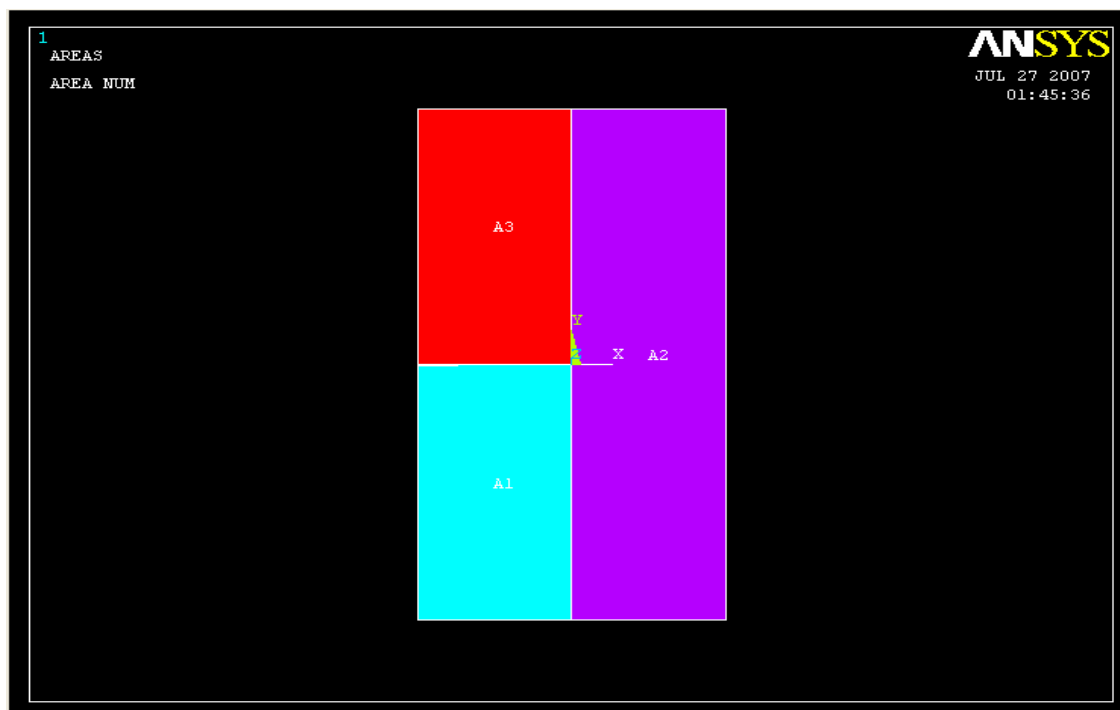
Δημιουργία των επιφανειών areas από τις γραμμές:

A,3,4,5,6,7

A,3,7,8,9,10,11

A,3,11,12,1,2

Τρεις αριθμημένες περιοχές απεικονίζονται παρακάτω για να κολληθούν:



Εικόνα 22: Οι τρεις περιοχές του μοντέλου στο Ansys

Με κατάλληλη εντολή του προγράμματος (aglu) γίνεται «τέλεια συνένωση-κόλλημα» μεταξύ των areas A2 και A3, καθώς και μεταξύ των A1 και A2 που φαίνονται και στο παραπάνω σχήμα. Μεταξύ των περιοχών A1 και A3 δεν έχουμε συνένωση, αφού χωρίζονται μεταξύ τους με την ύπαρξη της ρωγμής. Αυτή η εντολή δεν μπορεί όμως να εκτελεστεί τώρα, γιατί πρέπει να γίνει πρώτα το πλέγμα (meshing).

Έτσι λοιπόν με αυτόν τον τρόπο δημιουργούμε μαζί το περίγραμμα του δοκιμίου και τη ρωγμή, ορίζοντας δηλαδή όλα μαζί τα σημεία, και αυτά της ρωγμής μαζί με αυτά που ορίζουν τις διαστάσεις του δοκιμίου, γι'αυτό και συμφέρει αυτός ο δεύτερος τρόπος κατασκευής, παρ'όλη την ευκολία κατασκευής απ'ευθείας των ορθογωνίων.

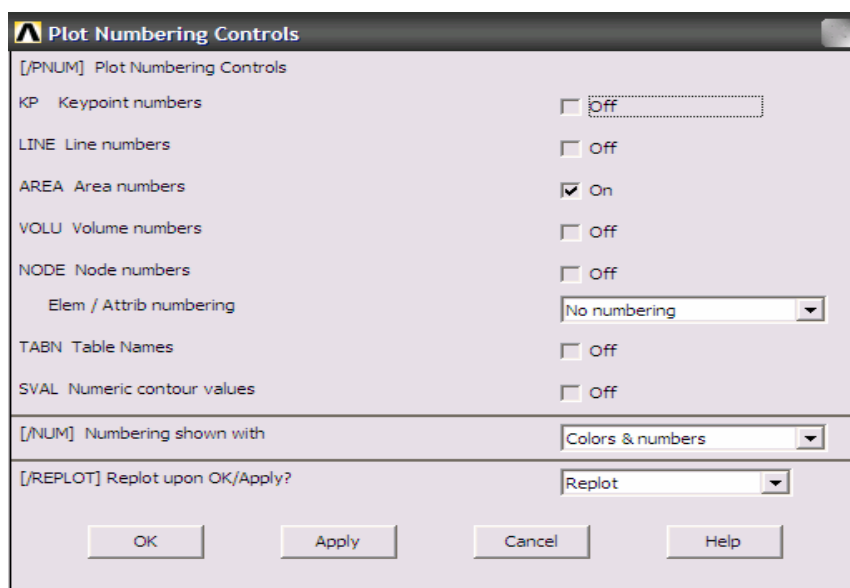
4.4. Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία

Εδώ πρέπει να διευκρινηστεί ότι νωρίτερα ορίστηκαν οι ιδιότητες των δύο υλικών, αλλά δεν έχει γίνει αντιστοίχιση των δύο υλικών στις αντίστοιχες επιφάνειες. Αυτό πρέπει να γίνει αμέσως πριν τη διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε π.σ. με επιλογή **Main Menu>Preprocessor>Meshing>Mesh Attributes>Picked Areas**, δηλαδή διαλέγοντας τις επιφάνειες.

Για να διαχωριστούν πιο καθαρά οι διαφορετικές περιοχές του υλικού, πρέπει να φανούν με διαφορετικά χρώματα ή ακόμα και με αριθμούς. Το παράθυρο των "Plot Numbering Controls" (βλ. Σχήμα) στο Utility Menu ελέγχει το πώς φαίνονται οι οντότητες (items) στο παράθυρο των γραφικών. Εξ ορισμού, όταν γίνεται μια αλλαγή στα Plot Numbering Controls γίνεται **επανασχεδιασμός (replot)** στο παράθυρο των γραφικών.

Έτσι εκτελούμε διαδοχικά:

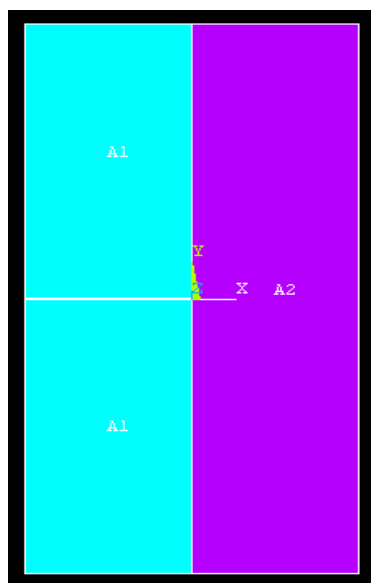
1. Utility Menu> PlotCtrls>Numbering



2. Επιλέγουμε στην αρίθμηση επιφανειών (areas numbers on).

3. Στο element/attr number material επιλέγουμε material numbers

4. Πατάμε OK για να πραγματοποιηθεί η αλλαγή, κλείνουμε το παράθυρο και ξανασχεδιάζουμε και έτσι έχουμε:



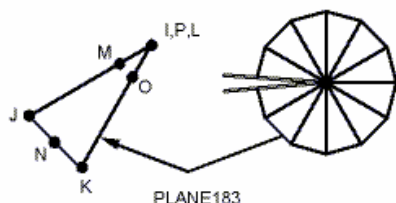
Εικόνα 23: Απεικόνιση των περιοχών μετά την αντιστοίχιση των υλικών σε αυτές

Την *Numbering Controls* γενικά την χρησιμοποιούμε για να κάνουμε συγχώνευση, *merge*, ορισμένων οντοτήτων ή για να ξαναορίσουμε την αρίθμησή τους, όπως έγινε και εδώ. Η συγχώνευση είναι απαραίτητη σχεδόν κάθε φορά που κάνουμε εισαγωγή αρχείου *.igs, διότι έχουμε εισαγωγή διπλών keypoints (σημείων) ή και lines (γραμμών) – areas (επιφανειών). Ο επανορισμός της αρίθμησης (*Compress Numbers*) είναι χρήσιμος σε περίπτωση που θέλουμε να εξάγουμε δεδομένα από το μοντέλο σε άλλο περιβάλλον για περαιτέρω επεξεργασία και γενικά βοηθάει στην εποπτεία του μοντέλου να έχουμε μικρούς και συνεχείς αριθμούς. Η εμφάνιση ασυνέχειας στην αρίθμηση εμφανίζεται σε περιπτώσεις που έχουμε *Boolean* πράξεις ή διορθώνουμε το πλέγμα.

Συγκέντρωση τάσεων ή stress concentration λέμε ότι έχουμε σε μία επιμέρους περιοχή μιας κατασκευής, όταν εκεί οι τάσεις είναι σημαντικά υψηλότερες από το γενικότερο τασικό πεδίο τιμών που επικρατεί στο υπόλοιπο μέρος της κατασκευής. Σ' αυτές τις περιοχές απαιτείται ειδική μεταχείριση των στοιχείων που θα βρίσκονται σ' αυτήν, ειδικά αν επιβάλλεται ο ακριβέστερος υπολογισμός αυτής της συγκέντρωσης τάσεων, κάτι το οποίο στα πλαίσια της επίλυσής μας με το Ansys θα γίνει με την εντολή **Concentrat KPs**.

Σχετικά με αυτήν την εντολή διευκρινίζουμε ότι μόνο ένα τέτοιο σημείο επιτρέπεται ανά περιοχή που δεν έχει πλεγματοποιηθεί, ενώ δεν είναι δυνατή η εφαρμογή της σε 3-D μοντελοποίηση.

Για να γίνει καλύτερα αντιληπτό, με αυτήν την εντολή έχουμε τέτοιου είδους ειδική ακτινική μοντελοποίηση γύρω από το ενδιαφερόμενο σημείο:



Ορίζουμε σαν concentration keypoint το σημείο 3 (άκρο της ρωγμής) στο **Main Menu> Preprocessor> meshing> size cntrols> concentrat KPs** και μετά εισάγουμε τα εξής στοιχεία στο κουτί επιλογής:

Concentration Keypoint	
[KSCON] Concentration Keypoint	
NPT Keypoint for concentration	3
DELR Radius of 1st row of elems	0.003
RRAT Radius ratio (2nd row/1st)	0
NTHET No of elems around circumf	16
KCTIP midside node position	Skewed 1/4pt
OK Apply Cancel Help	

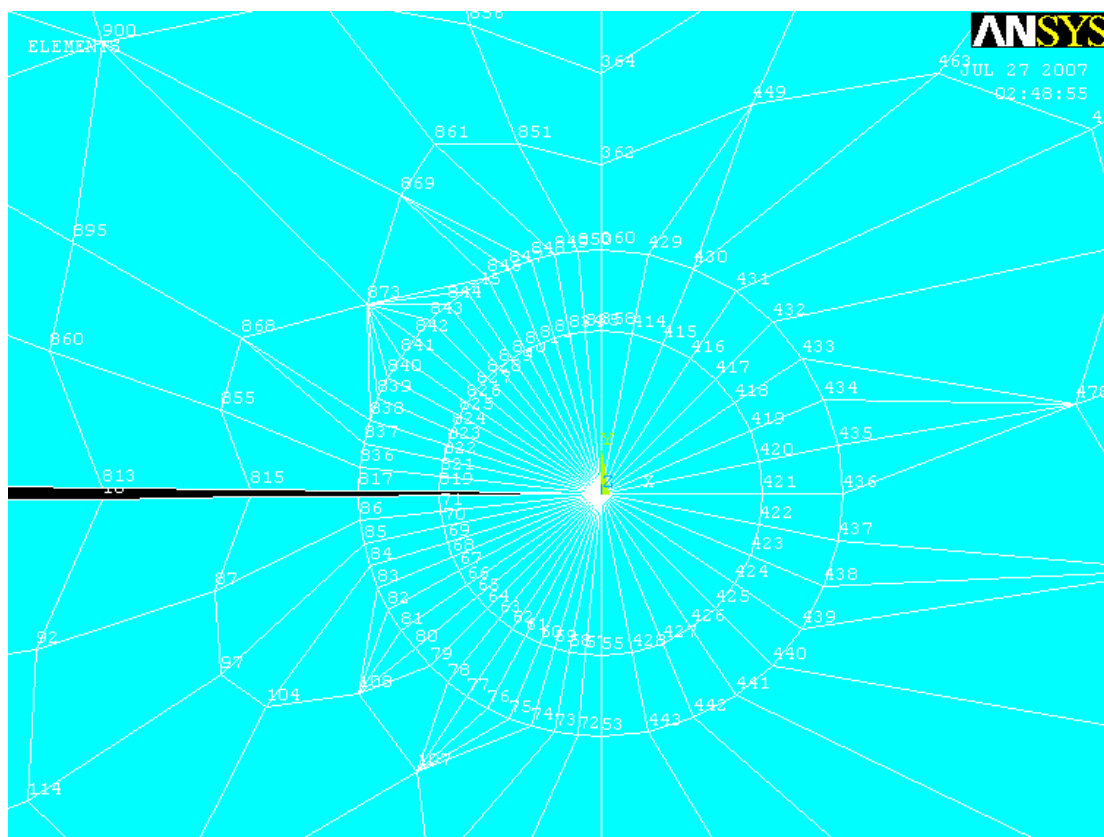
Συγκεκριμένα με την εντολή αυτή, προδιαγράφεται το μέγεθος διαχωρισμού των στοιχείων γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο, κάτι το οποίο είναι πολύ χρήσιμο σε μοντελοποιήσεις συγκέντρωσης των τάσεων και προπάντων σε δεδομένη περιοχή ρωγμής. Αυτόματα μετά δημιουργούνται περιφερειακά και ακτινικά ιδιαίτερα στοιχεία γύρω από το συγκεκριμένο σημείο, ενώ τα άλλα πεδία στην εντολή επιτρέπουν τον καθορισμό της ακτίνας της πρώτης γραμμής των στοιχείων εκεί, καθώς και τον αριθμό των στοιχείων στην περιφερειακή διεύθυνση.

Η γραμμή εντολής που προκύπτει στο πρόγραμμα είναι:

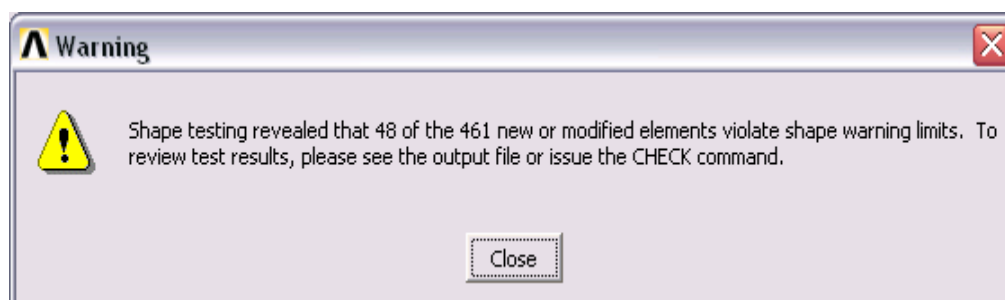
KSCON,3,0.003,1,16,0.

Το πλέγμα κατά συνέπεια θα δημιουργηθεί με ιδιαίτερο τρόπο στο άκρο της ρωγμής λόγω της εντολής **concentrat KPs**, κάτι το οποίο φαίνεται λεπτομερώς στο παρακάτω σχήμα, όπου έχουμε δημιουργία διαφορετικών στοιχείων γύρω από το crack-tip. Με αρίθμηση των

κόμβων (αλλάζουμε την επιλογή για τους κόμβους – nodes plot numbering controls) παρουσιάζεται:

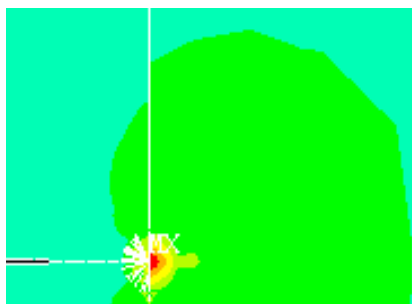


Στο υπόλοιπο τεμάχιο εκτός από την περιοχή αυτή, όπως είχαμε αναφέρει υλοποιούμε διακριτοποίηση της γεωμετρίας με το τετραπλευρικό στοιχείο Plane 82. Μετά την εκτέλεση αυτών ο κώδικας μας εμφανίζει ένα μήνυμα λάθους όσον αφορά τη μορφοποίηση των στοιχείων στη περιοχή γύρω από την αιχμή της ρωγμής και που γίνεται η αλλαγή των στοιχείων.

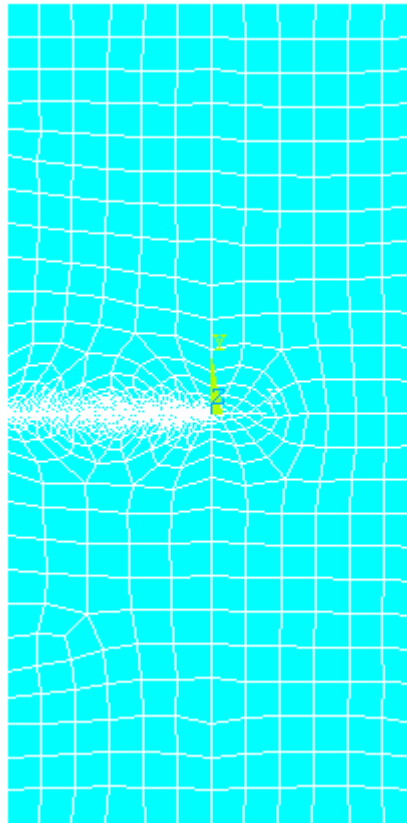


Αυτή η παραπάνω προειδοποίηση αφορούσε ένα σημαντικό ποσοστό που υπέρβαινε το 10% των στοιχείων που παρουσίαζαν πρόβλημα και έτσι ενώ θέλουμε ακρίβεια στα αποτελέσματά μας, ο κίνδυνος για λανθασμένα, αλλά και ελλιπή αποτελέσματα στη συγκεκριμένη περιοχή ήταν μεγάλος.

Το πρόβλημα επιλύθηκε με τη χρήση αυτών των στοιχείων για λόγους καθαρά και μόνο εποπτικούς και όχι για άντληση ακριβών αποτελεσμάτων έτοιμων για μελέτη, δηλαδή για την παρακολούθηση των συνεπειών αυτού του λάθους. Οι συνέπειες γραφικά φάνηκαν έντονα στο contour plot στα χρώματα ζώνης των τάσεων, από την πλευρά του υλικού με τη ρωγμή με άσπρες μικρές ακτινικές γραμμές:



Στην πορεία αυτή λοιπόν αποφασίσαμε να κάνουμε πλεγματοποίηση παντού με το ίδιο στοιχείο σε όλο το τεμάχιο. Σαν πρώτο δοκιμαστική επιλογή διαλέξαμε smart size στοιχείων στο mesh tool, χωρίς να ορίσουμε συγκεκριμένες διαμερίσεις στις διάφορες γραμμές για λόγους απλότητας και κάναμε έτσι πλεγματοποίηση και στις τρεις περιοχές που είχαμε κατασκευάσει και αποτελούν το τεμάχιο, με ελεύθερο τρόπο (επιλογή free, δηλαδή καθορισμός από το πρόγραμμα). Η πρώτη αυτή δοκιμή έβγαλε αμέσως το πλέγμα και αμέσως κάναμε την δεύτερη επιλογή για πλέγμα με μικρότερο μέγεθος στοιχείου (size 4 επιλέχθηκε) απ' ότι έβγαλε το smart size για να προκύψουν περισσότερες διαμερίσεις με στοιχεία στο μοντέλο μας. Έτσι τώρα προέκυψε:



Εικόνα 24: Αρχική πλεγματοποίηση του μοντέλου

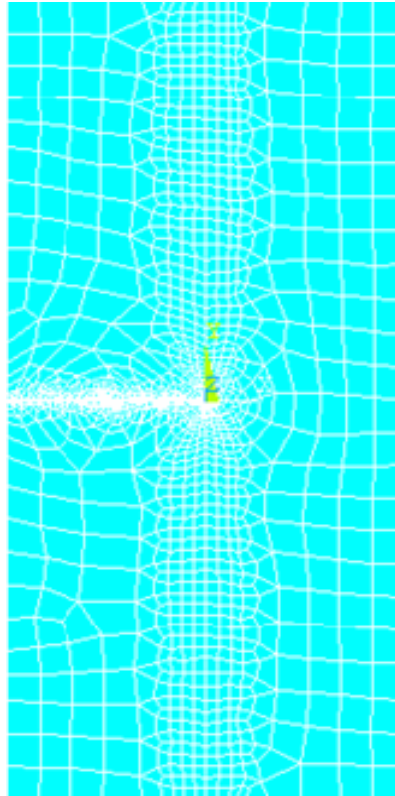
Παρατηρούμε στην προηγούμενη εικόνα ότι το πρόγραμμα από μόνο του έκανε διακριτοποίηση στα πρόσωπα της ρωγμής με περισσότερα στοιχεία απ' ότι στην υπόλοιπη περιοχή του τεμαχίου. Εμείς όμως ξέρουμε ότι επιβάλλεται να έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια (περισσότερα στοιχεία) όχι μόνο στα πρόσωπα αλλά και στην κρίσιμη περιοχή κοντά στο interface γύρω από την αιχμή της ρωγμής. Έτσι ζητάμε από το πρόγραμμα στο υπάρχων πλέγμα που μας έβγαλε να αυξήσει τα στοιχεία στις γραμμές που θα του ορίσουμε, δηλώνοντάς του να κάνει *refine* με τις ακόλουθες ενέργειες στο παραθυρικό περιβάλλον:

1. Main Menu> Preprocessor> Meshing> Modify mesh> Refine at > Lines και

2. Επιλέγουμε τις γραμμές που θέλουμε αυξημένη ακρίβεια απ' αυτήν που μας έδωσε το πρόγραμμα και συγκεκριμένα τις ρωγμές που αποτελούν το interface (αν θέλουμε ξανά και τα πρόσωπα αν και δεν είναι απαραίτητο τόσο, αφού έχει ήδη δοθεί αρκετή έμφαση εκεί) και

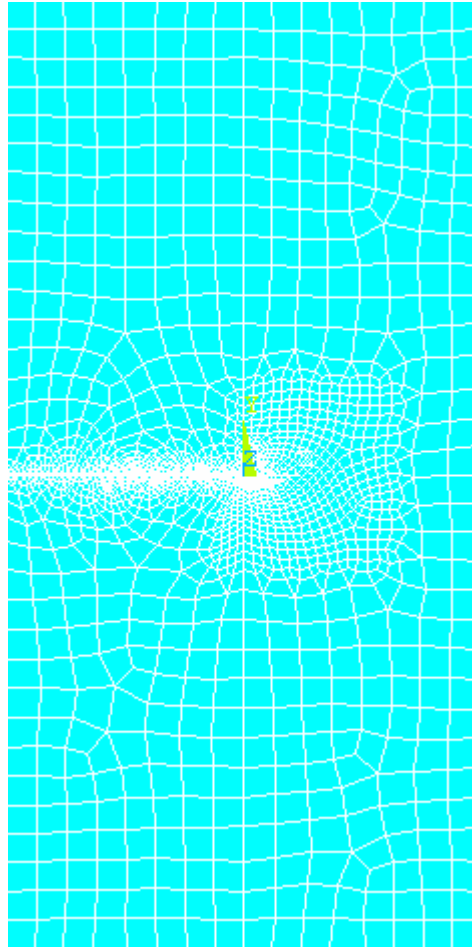
3. το βαθμό που θέλουμε να γίνει το πύκνωμα αυτό των στοιχείων (π.χ. 3, ενώ το βέλτιστο είναι 5 αλλά απαιτεί περισσότερο χρόνο).

4. Έτσι μετά από τις παραπάνω ενέργειες παίρνουμε το ακόλουθο πλέγμα:



Εικόνα 25: Το πλέγμα μετά την εντολή refine σε γραμμές

Ενώ αν κάνουμε refine (at elements) σε συγκεκριμένα στοιχεία που θα επιλέξουμε, για να μην εμπλουτίσουμε όλη τη γραμμή του interface με στοιχεία χωρίς να χρειάζονται, αλλά μόνο ένα κομμάτι αυτής γύρω από το άκρο της ρωγμής, έχουμε την εξής διακριτοποίηση και σε βαθμό 2 (για μεγαλύτερο νούμερο έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα αλλά και περισσότερο υπολογιστικό χρόνο):



Εικόνα 26: Το πλέγμα με επιλογή refine at elements

Αυτή η παραπάνω πλεγματοποίηση είναι η καλύτερη που θα μπορούσαμε να κάνουμε, ανάλογα με το μικρό σχετικά χρόνο που χρειάστηκε για να γίνει, αλλά και δεδομένου της σκοπιμότητας της περιοχής, αφού γνωρίζουμε από τις πειραματικές μεθόδους της φωτοελαστικότητας και των ισοπαχών που γίνεται η κρίσιμη κατανομή των τάσεων.

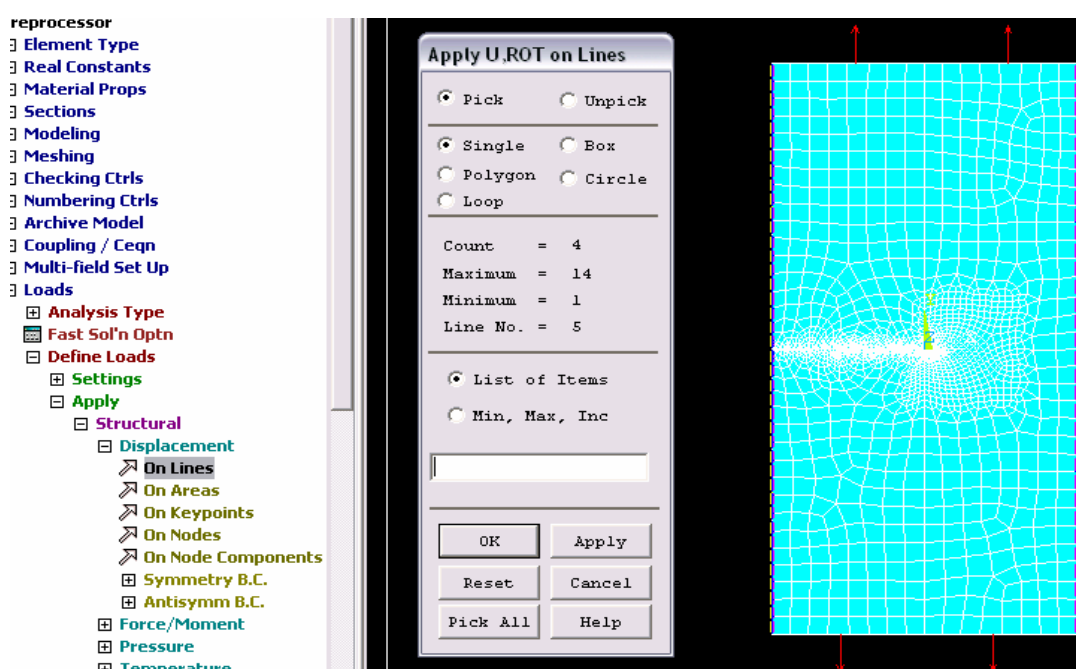
Η πλεγματοποίηση έγινε τελικά με τετραπλευρικό στοιχείο με ενδιάμεσους κόμβους στις πλευρές του, στοιχείο Plane 82 για το πρόγραμμα Ansys. Ένα τέτοιο επιλεγμένο στοιχείο παρέχει ολοκλήρωση των τιμών των τάσεων από περισσότερα σημεία εντός αυτού, αντί ενός που γίνεται στην περίπτωση απλού τριγωνικού στοιχείου, όπως αναφέρθηκε και στην υποενότητα 3.2 ([3.2 Στοιχεία και κόμβοι στην επίλυση με τη μέθοδο των Π.Σ.](#)).

4.5 Επιβολή των οριακών συνθηκών και του φορτίου

Στο 2-D μοντέλο οι κόμβοι των μεγάλων κάθετων εξωτερικών πλευρών του δοκιμίου θα κινηθούν μόνο πάνω στον y-άξονα, για να εξασφαλίσουμε την περίπτωση του εφελκυστικού τύπου I και να μην έχουμε άλλους τύπους και ουσιαστικά άλλο είδος ή είδη παραμορφώσεων και αυτό αντιστοιχεί στον κώδικα σε περιορισμό μετακινήσεων UX,0.0. των γραμμών αυτών.

Για την εφαρμογή αυτών των συνθηκών επιλέγουμε:

1. **Main Menu> Preprocessor> Loads> Define Loads> Apply> Structural> Displacement> On lines**
2. Επιλέγουμε τις 4 επιθυμητές γραμμές όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα και πατάμε OK

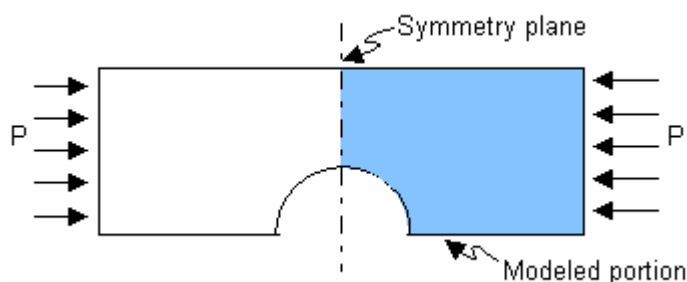


3. Έπειτα επιλέγουμε UX στο πλαίσιο επιλογών που θα εμφανιστεί και δίνουμε στο αντίστοιχο πεδίο εισαγωγής την τιμή της μετατόπισης ως 0.

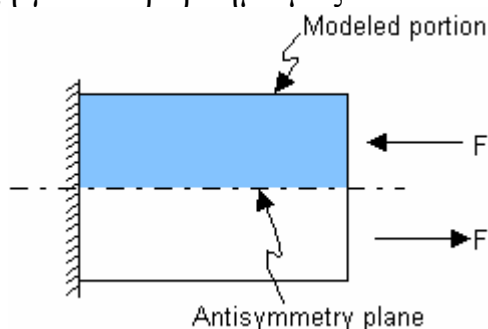
Απαιτούμε οι περιοχές των δύο υλικών να έχουν τις ίδιες μετατοπίσεις κατά τον άξονα των y, δηλαδή έτσι όπως εφελκούμε στην

πάνω και κάτω πλευρά του τεμαχίου, οι δύο πλευρές να μετατοπιστούν παράλληλα και οριζόντια προς τα έξω, δηλαδή και οι κάθετες ακμές θα έχουν εφλκυστεί ομοιόμορφα, χωρίς να έχουμε εμφάνιση φυσικά κάμψης, αφού το πρόβλημά μας είναι απλό, μόνο τύπου I.

Χρησιμοποιούμε την εντολή **Symmetry B.C.** που μας παρέχει το Ansys. Παράδειγμα για το πως ισχύει το Symmetry B.C. φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα και είναι ανάλογη περίπτωση με το πρόβλημά μας, με τη διαφορά ότι δεν έχουμε θλιπτικό φορτίο όπως εδώ, αλλά εφελκυστικό χωρίς να αλλάζει κάτι στη συμμετρία:



Με το παρακάτω σχήμα μπορούμε να καταλάβουμε τη διαφορά στην έννοια με Antisymmetry B.C. και γιατί επιλέγουμε την παραπάνω εκδοχή για το πρόβλημά μας.



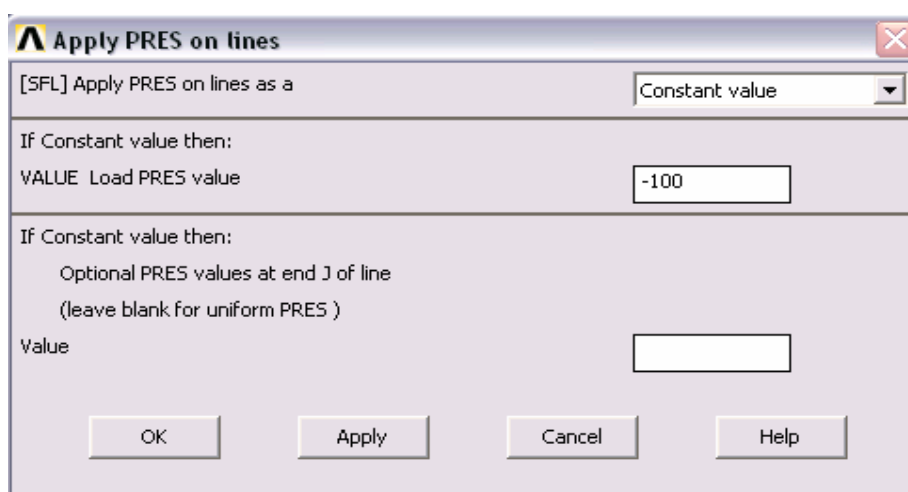
Στο πρόγραμμα εκτελούμε:

1. **Main Menu> Preprocessor> Loads> Define Loads> Apply> Structural> Displacement> Symmetry B.C on line with area**
2. Επιλέγουμε την πάνω κάθετη πλευρά στο πάνω πρόσωπο της ρωγμής, πατάμε *Apply*, επιλέγουμε την αντίστοιχη περιοχή που ορίζεται από αυτό το πρόσωπο και την αντίστοιχη κάθετη γραμμή και πατάμε *Apply*.
3. Το ίδιο εκτελούμε και για την από κάτω περιοχή με το αντίστοιχο πρόσωπο, μόνο που με τα την επιλογή της περιοχής πατάμε *OK*.

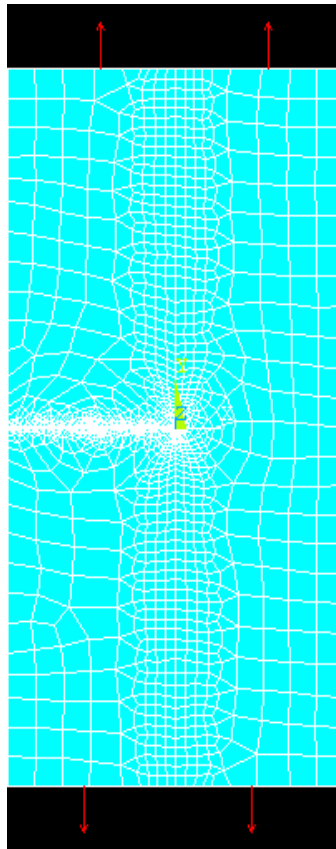
Επειδή έχουμε εφελκυσμό βάζουμε **αρνητικό πρόσημο** στην αριθμητική τιμή στο κουτάκι που θα συμπληρώσουμε, αλλιώς σε περίπτωση προβλήματος θλίψης μόνο την απόλυτη τιμή.

Ορίζουμε το φορτίο του μοντέλου ως εξής:

1. **Main Menu> Preprocessor> Loads> Define Loads> Apply> Structural> Pressure> On lines**
2. Επιλέγουμε τις γραμμές που θέλουμε να εφαρμόσουμε το φορτίο.
3. Αφού επιλέξαμε τις γραμμές πατάμε *Apply* στο κουτί επιλογών και εμφανίζεται η παρακάτω φόρμα για την εισαγωγή της επιθυμητής τιμής της πίεσης, όπου δεν ξεχνάμε να βάλουμε και το πρόσημο μείον όπως είπαμε για τη δήλωση του εφελκυστικού φορτίου:



Το φορτίο έχει εφαρμοσθεί στο μοντέλο και μπορούμε πλέον να το δούμε και στην οθόνη με την ένδειξη από κόκκινα βελάκια όπως φαίνεται και ακολούθως:



Εικόνα 27: Επιβολή του εφελκυστικού φορτίου στο πλεγματοποιημένο μοντέλο

4.6 Επίλυση του μοντέλου, ανάγνωση και γραφική αναπαράσταση αποτελεσμάτων

Για να λυθεί το μοντέλο της κατασκευής μας με τα επιλεγμένα υλικά, μαζί με τα φορτία και τις οριακές συνθήκες που του επιβάλλαμε και για επέκταση των δράσεων από τα επί μέρους στοιχεία σε όλο το μοντέλο εκτελούμε κατά βήματα τα παρακάτω:

1. Main Menu> Solution> Analysis Type βεβαιωνόμαστε ότι η επιλογή είναι στο **Static**.

2. Main Menu> Solution> Solve> Current LS> OK

3. Main Menu> General Postproc> Read results.

Οι επιλογές μας για γραφική αναπαράσταση είναι οι εξής:

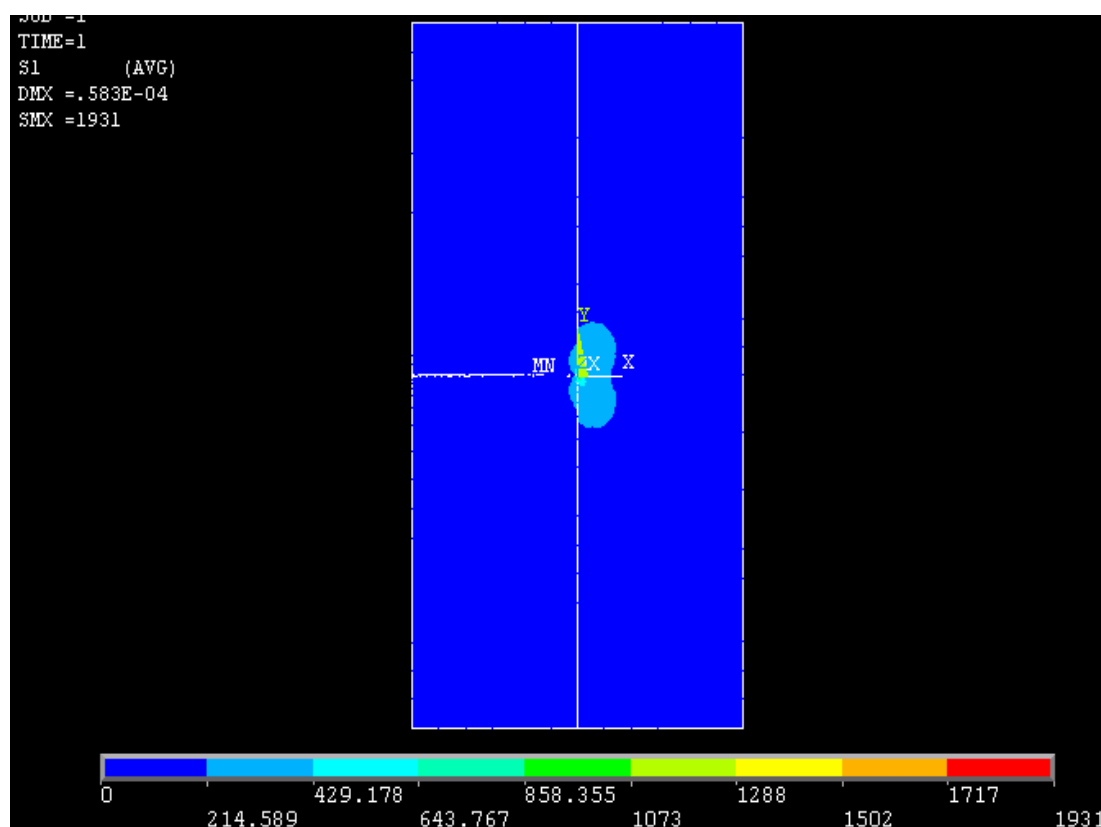
- ✓ **Main Menu> General Postproc> Plot results> Contour plot> Nodal solution> Stress> 1st principal stress ή 2st principal stress ή stress intensity ή von mises**
- ✓ **Main Menu> General Postproc> Plot results> Contour plot> Element solution> Stress >1st principal stress ή 2st principal stress ή stress intensity ή von mises**
- ✓ **Main Menu> General Postproc> Plot results> Contour plot> Nodal solution> Displacement > X or Y component of displacement**
- ✓ **Main Menu> General Postproc> Plot results> Deformed shape**
- ✓ **Main Menu> General Postproc> List Results> Nodal solution> κ.λ.π.**

Σε όλες τις γραφικές παραστάσεις των τάσεων που ακολουθούν, παρατηρούμε μία **ασυνέχεια** των τιμών, που είναι ιδιαίτερα εμφανής στα χρώματα ζωνών στο άκρο της ρωγμής για τα διάφορα πεδία τιμών αυτών. Αυτό ήταν αναμενόμενο λόγω της διαφορετικότητας των υλικών (διαφορετικό μέτρο ελαστικότητας και λόγου πουασόν) και όπως είχε προκύψει από τις πειραματικές μεθόδους της φωτοελαστικότητας και των ισοπαχών (Κεφ.2)

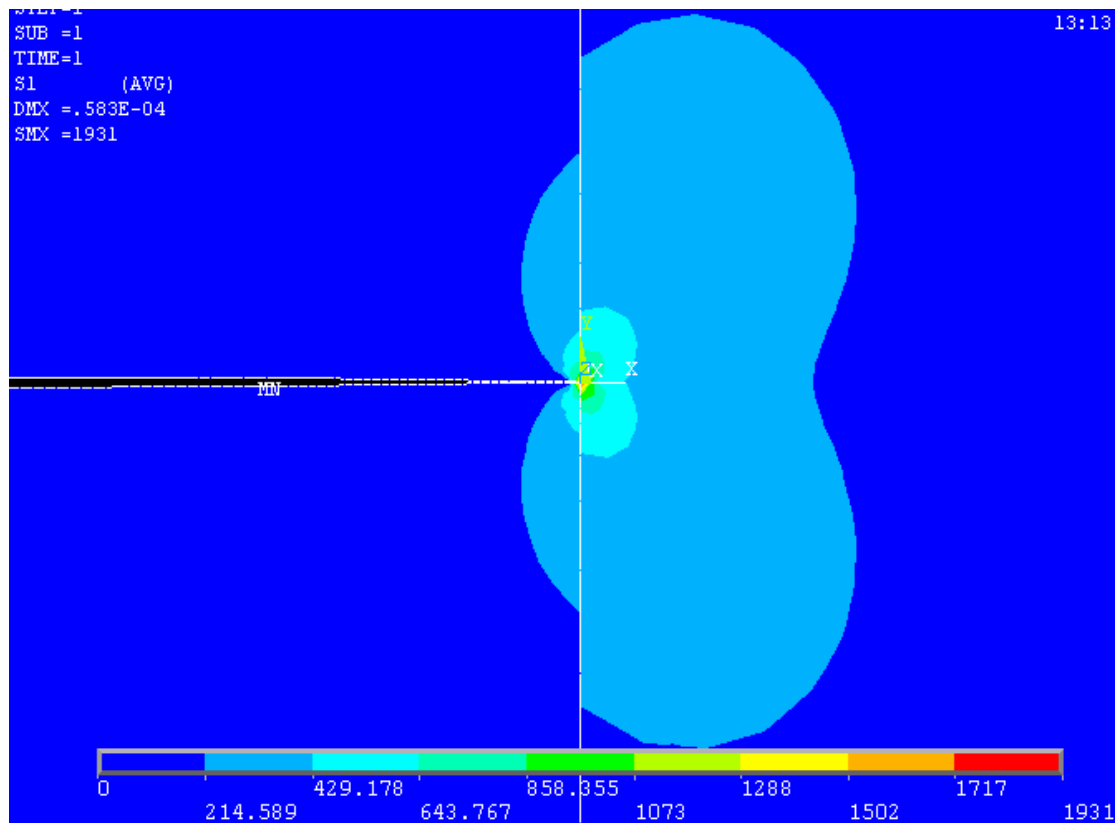
4.6.1 Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια

Οι γραφικές παραστάσεις που παρατίθενται παρακάτω αφορούν την περίπτωση προβλήματος με το Lexan αριστερά του interface και το Plexiglas δεξιά, με χρήση τετραπλευρικού οκτακομβικού στοιχείου για το πλέγμα και συγκεκριμένα Plane 82 για το Ansys. Ακόμα αναφέρονται κάποια γραφήματα με επιλογή τριγωνικού στοιχείου για να φανεί η χαμηλότερη ποιότητα γραφημάτων όσο αναφορά την απεικόνιση των περιοχών των ζωνών χρωμάτων των τάσεων με την εναλλακτική αυτή επιλογή στοιχείου. Όπου έχει προκύψει γράφημα από πλέγμα τριγωνικών στοιχείων θα σημειώνεται στην αντίστοιχη λεζάντα του γραφήματος.

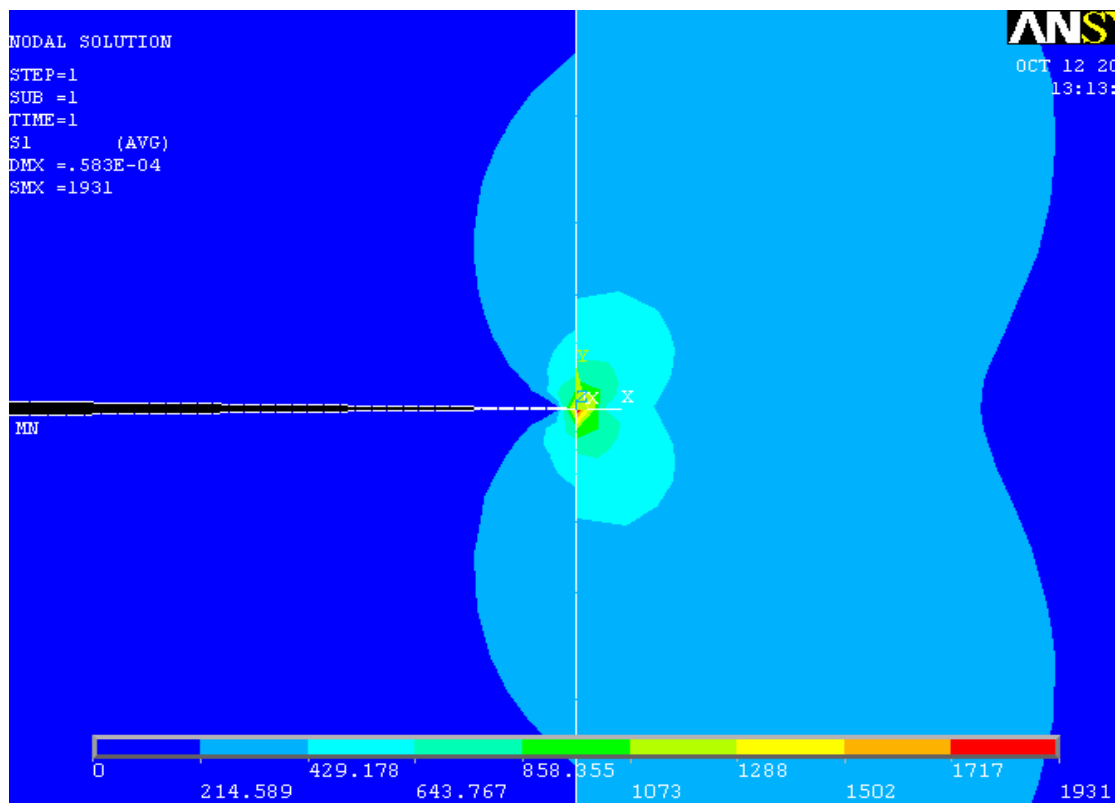
Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται η κατανομή της κύριας τάσης σ_1 στην περιοχή του άκρου της ρωγμής:



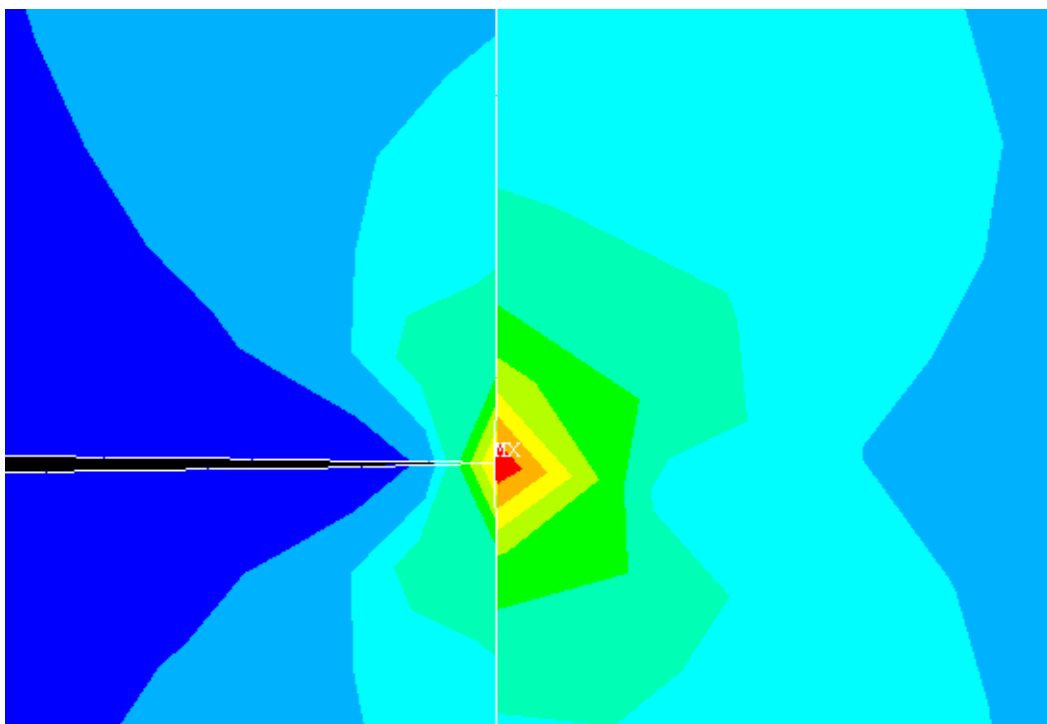
Εικόνα 28: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2](αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια



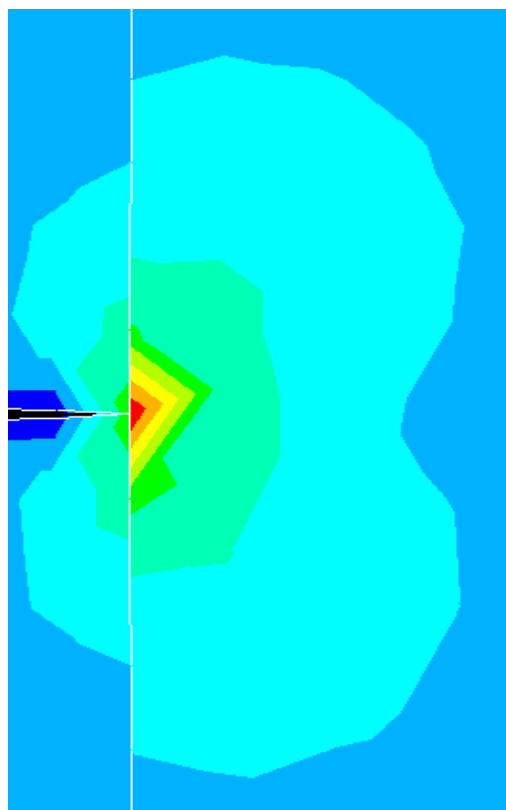
Εικόνα 29: Κύρια τάση σ_1 [N/mm^2] (1^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια



Εικόνα 30: Κύρια τάση σ_1 [N/mm^2] (2^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια

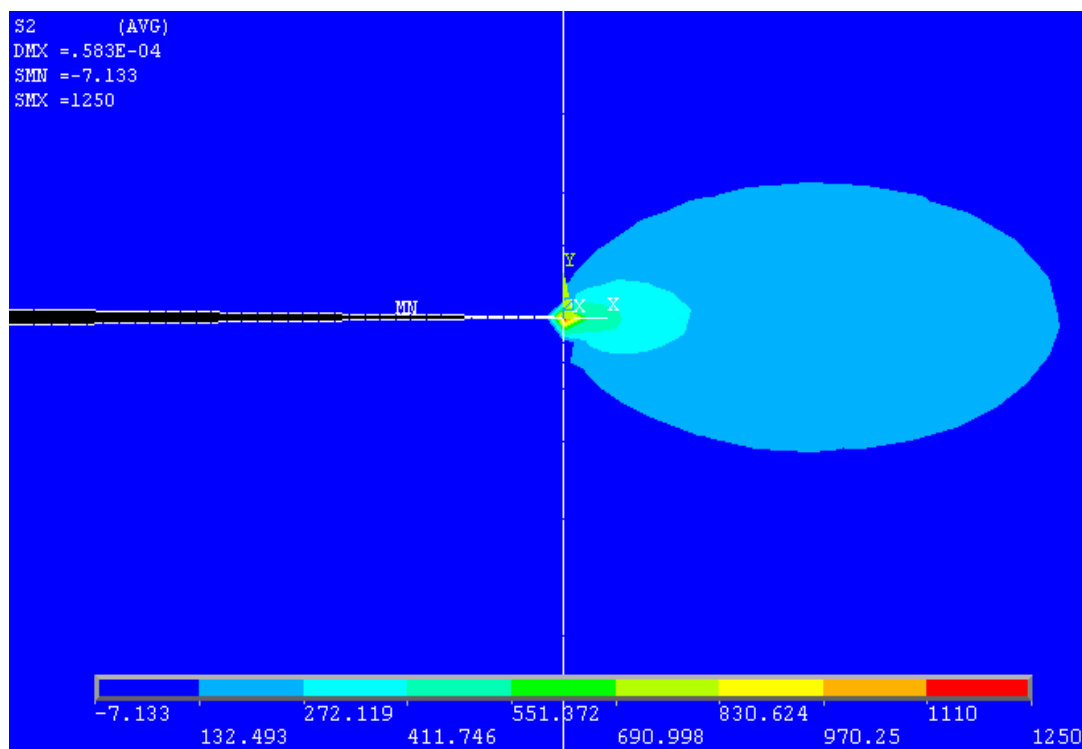


Εικόνα 31: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] ($3^{\text{η}}$ μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια

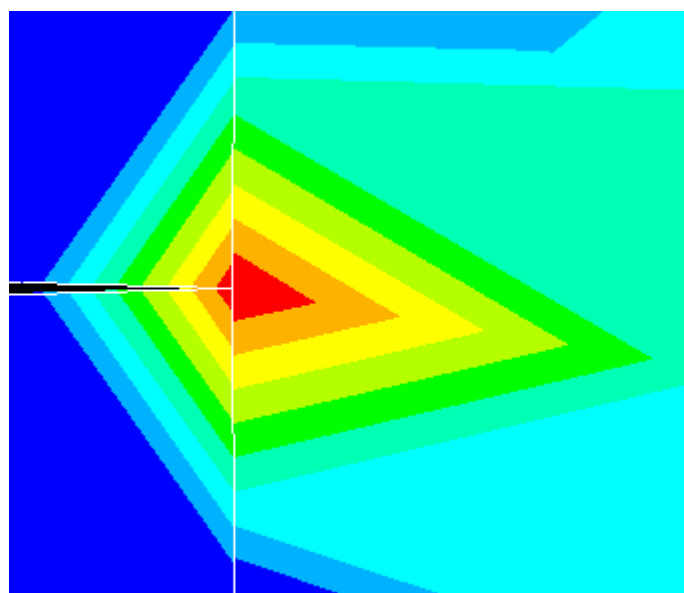


Εικόνα 32: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια με χρήση τριγωνικών στοιχείων

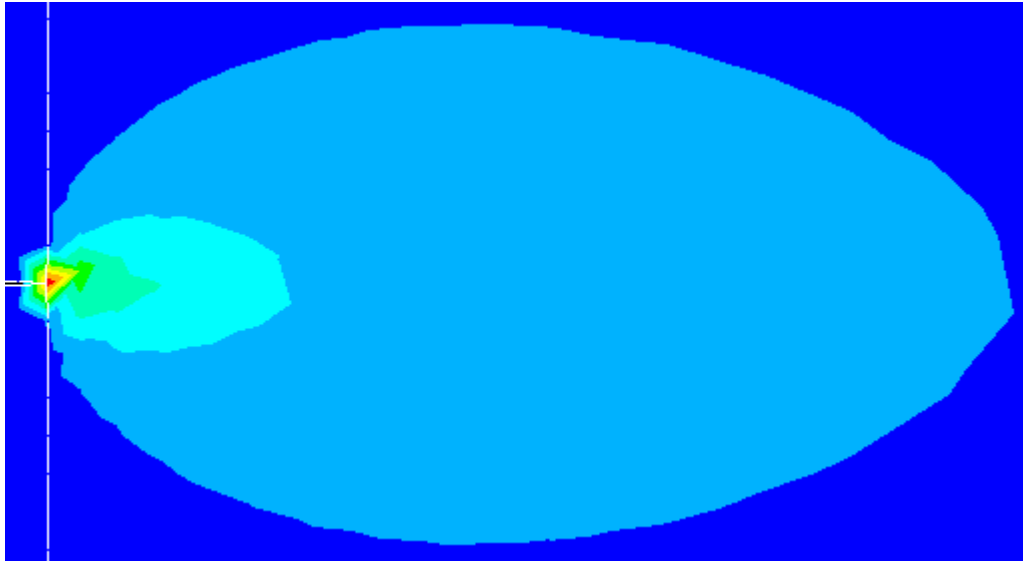
Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται η κατανομή της κύριας τάσης σ_2 στην περιοχή του άκρου της ρωγμής:



Εικόνα 33: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (1^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια

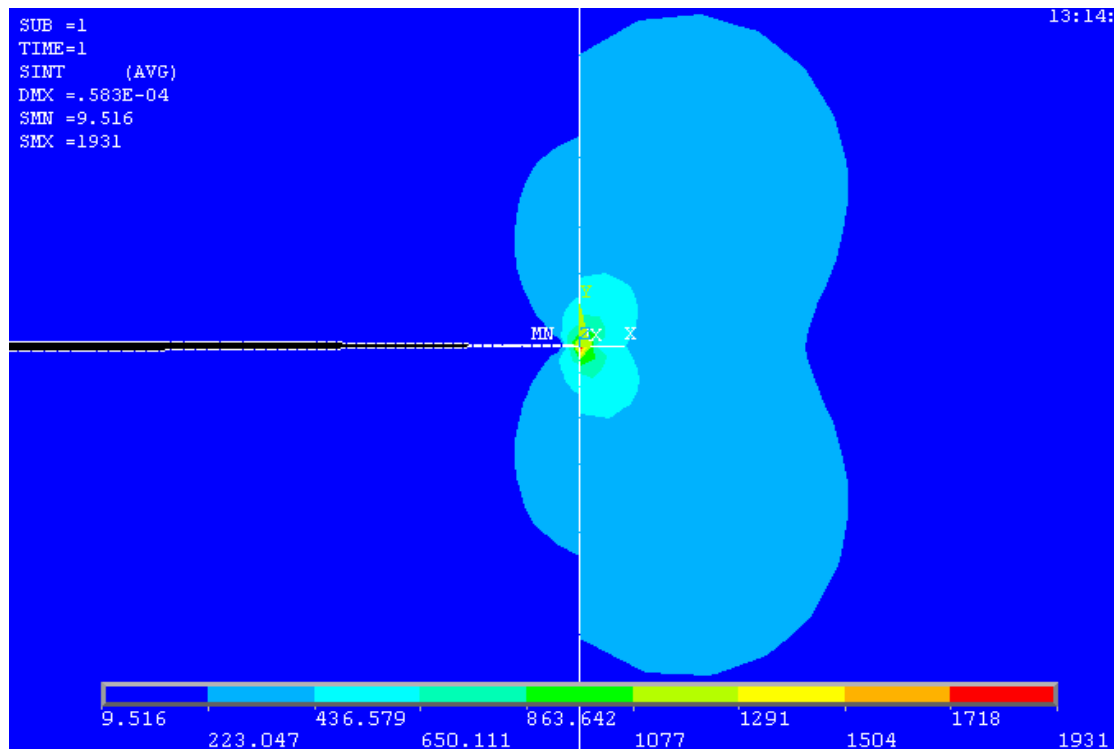


Εικόνα 34: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (2^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια



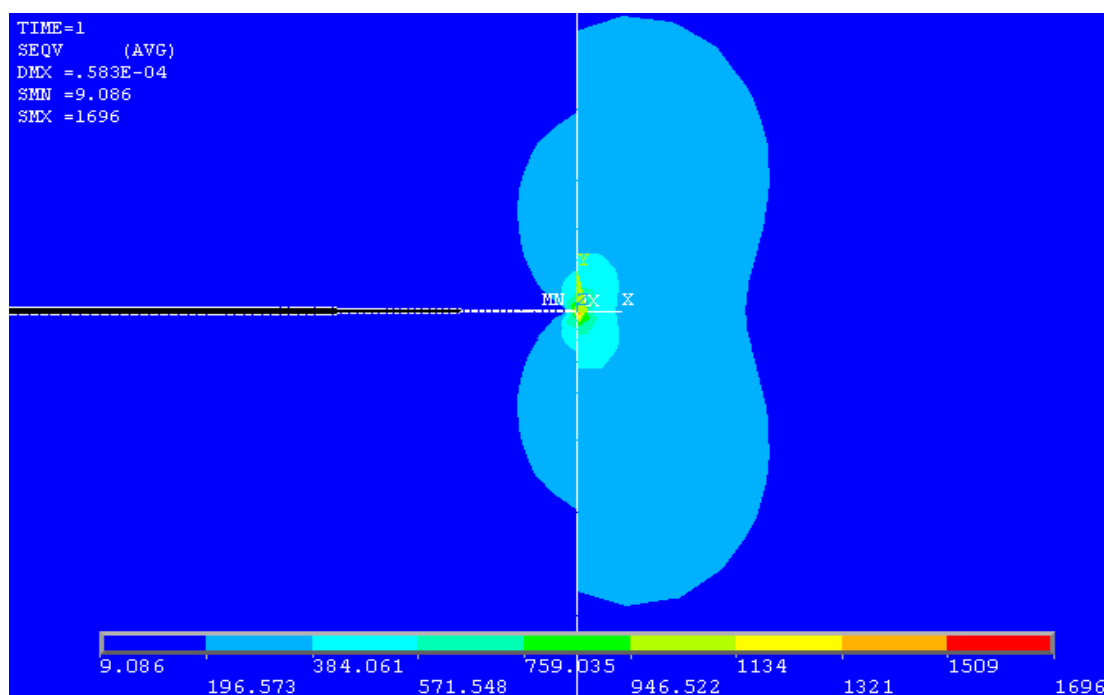
Εικόνα 35: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] ($2^{\text{η}}$ μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια με χρήση τριγωνικών στοιχείων

Παρακάτω παρουσιάζεται η τασική ένταση (stress intensity, η απόλυτη διαφορά των κύριων τάσεων όπως είχε αναφερθεί ότι είναι σε προηγούμενο υποκεφάλαιο):



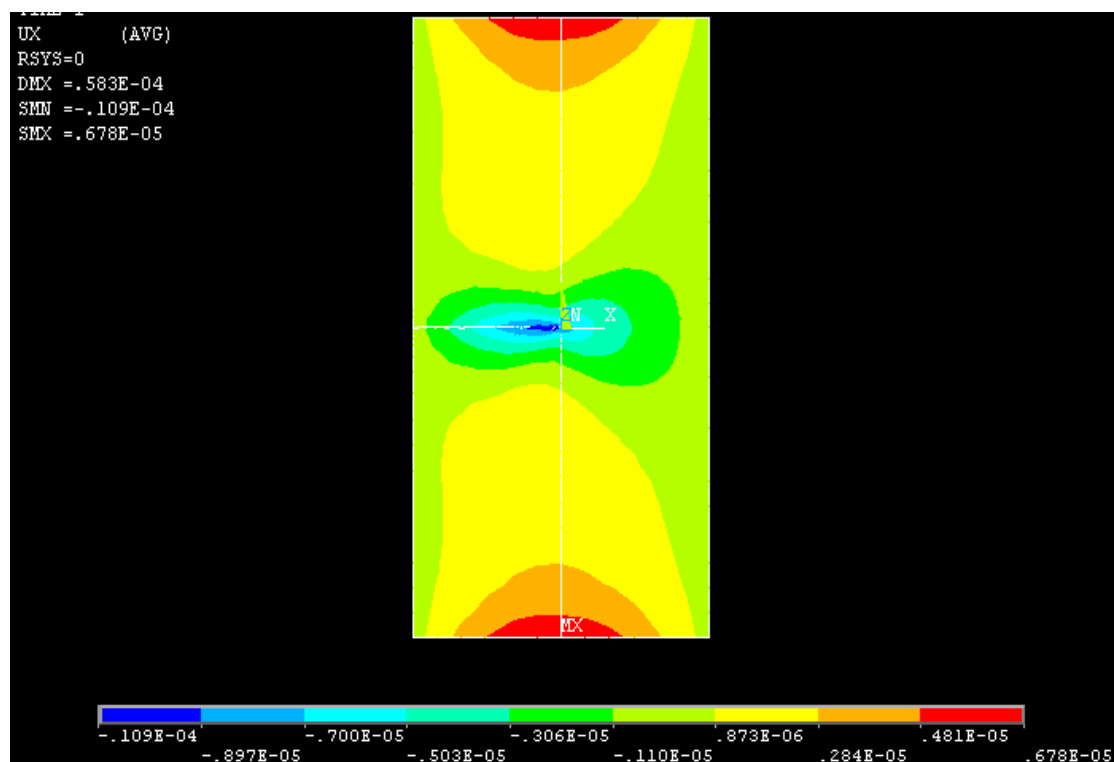
Εικόνα 36: Τασική ένταση [N/m^2] ($1^{\text{η}}$ μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια

Ακολουθώς παρουσιάζεται η τάση von mises:

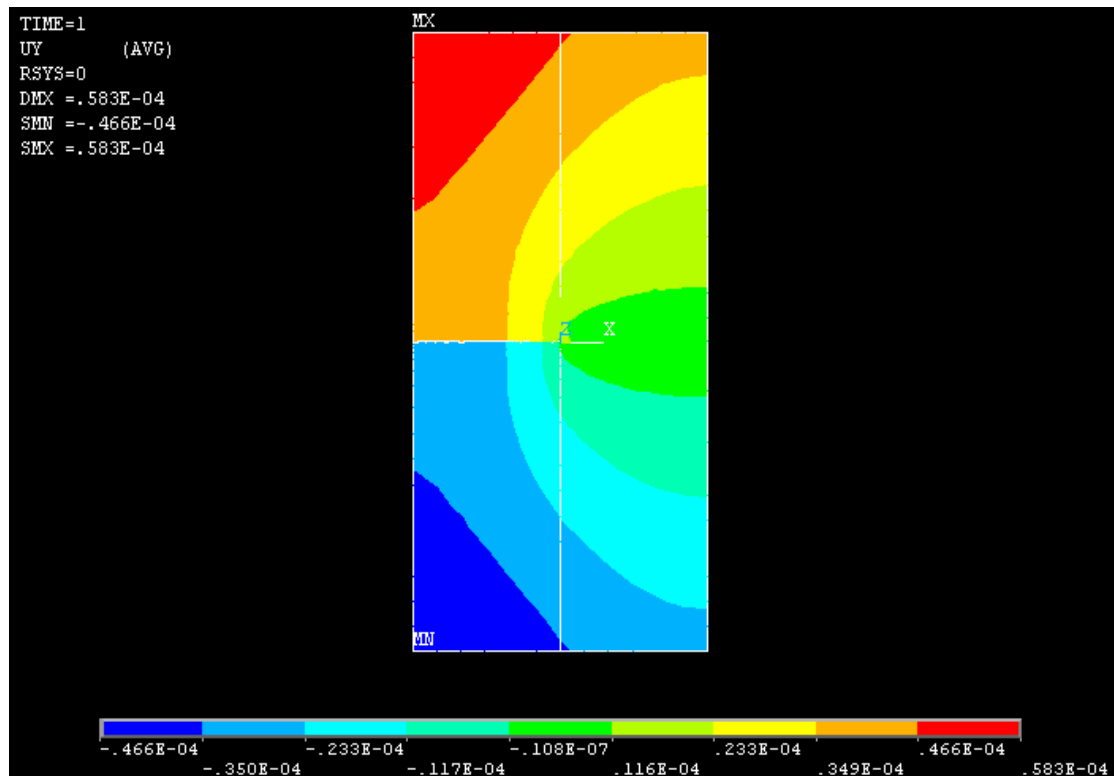


Εικόνα 37: Τάση von mises [N/m^2] (1^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια

Στα δύο επόμενα γραφήματα απεικονίζονται οι απειροστές μετακινήσεις κατά τις διευθύνσεις x και y αντίστοιχα:

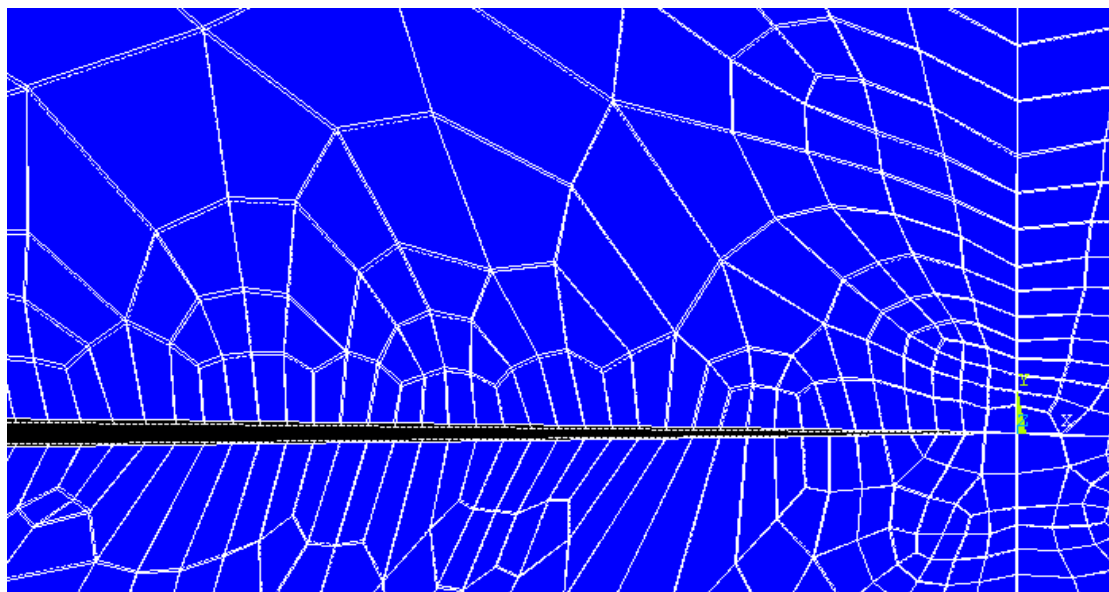


Εικόνα 38: Μετατοπίσεις κατά τον x -άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια



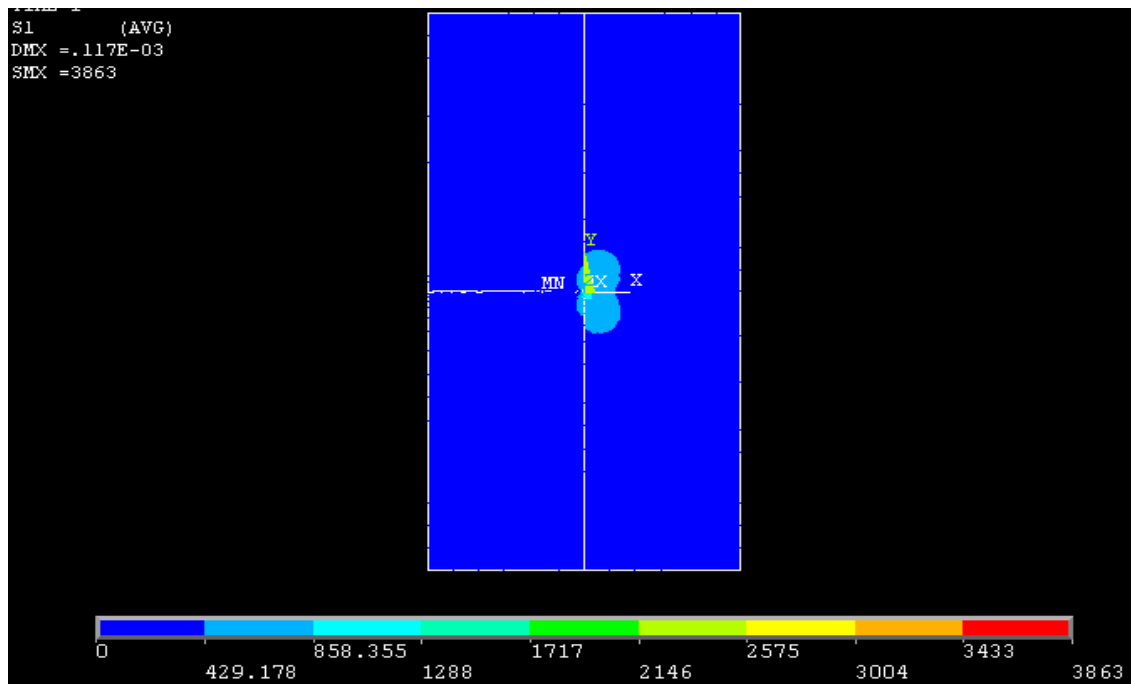
Εικόνα 39: Μετατοπίσεις κατά τον y-άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια

Στο παρακάτω γράφημα έχει γίνει εστίαση στις δύο παρειές και στην αιχμή της ρωγμής για να δούμε πως μεταβλήθηκε το μοντέλο μας μετά την επιβολή του φορτίου και παρατηρούμε από τις διακεκομμένες γραμμές των στοιχείων μια πολύ μικρή μετακίνηση αυτών. Από την ένδειξη που μας δίνει το πρόγραμμα βλέπουμε ότι πρόκειται για μια πολύ μικρή μετατόπιση της τάξεως των 10^{-4} m, κάτι που μας επιβεβαιώνει την υπόθεση των μικρών μετατοπίσεων και του plane stress problem.

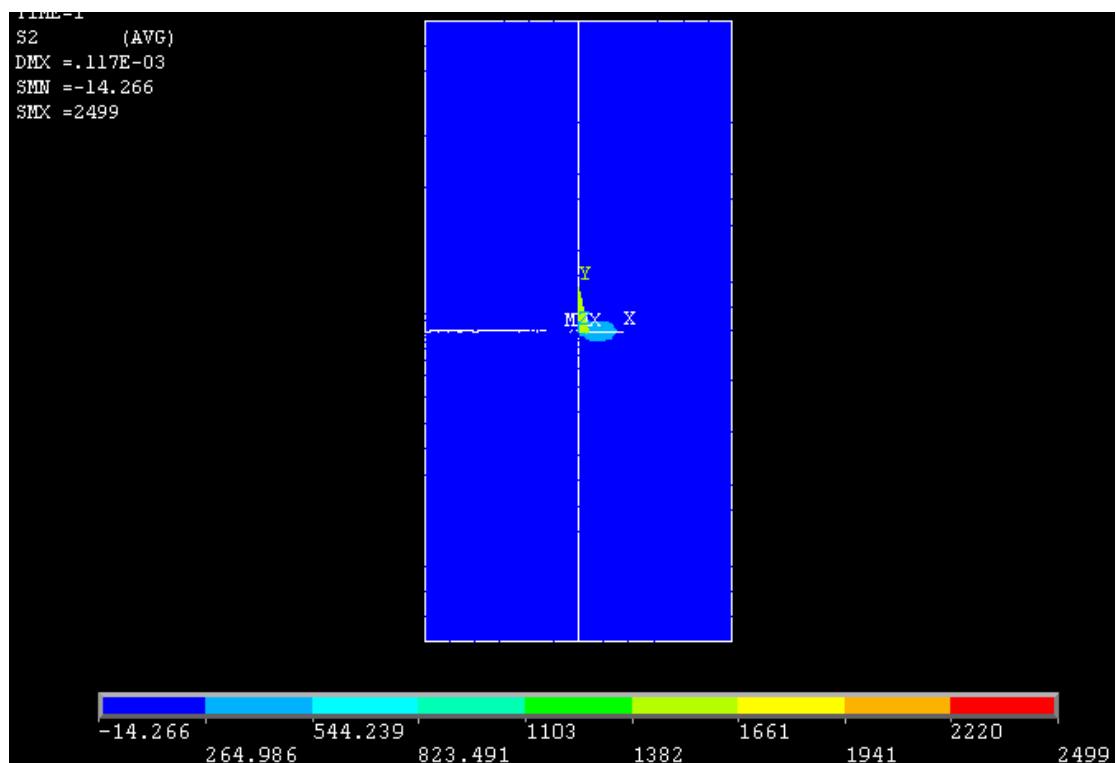


Εικόνα 40: Μικρή μετατόπιση των χειλίδων της ρωγμής (άνοιγμα) στην περιοχή του άκρου της

Αν διπλασιάσουμε το φορτίο που ασκούμε έχουμε για την κύριες τάσεις σ_1 και σ_2 στις παρακάτω δύο εικόνες αντίστοιχα:

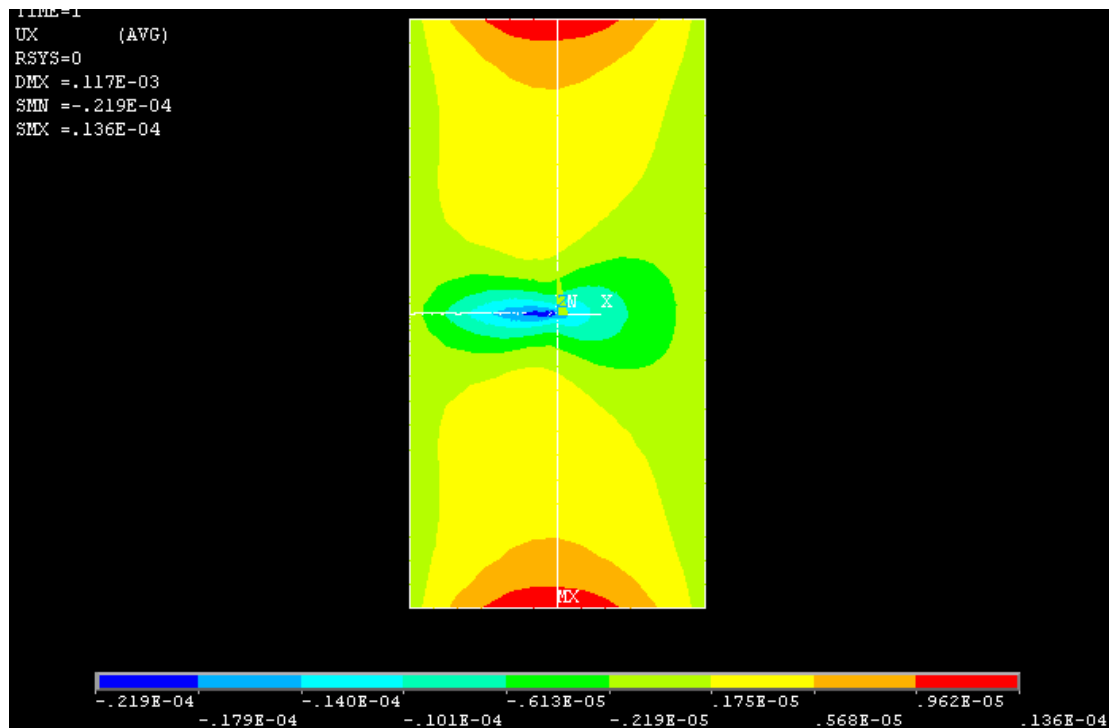


Εικόνα 41: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά

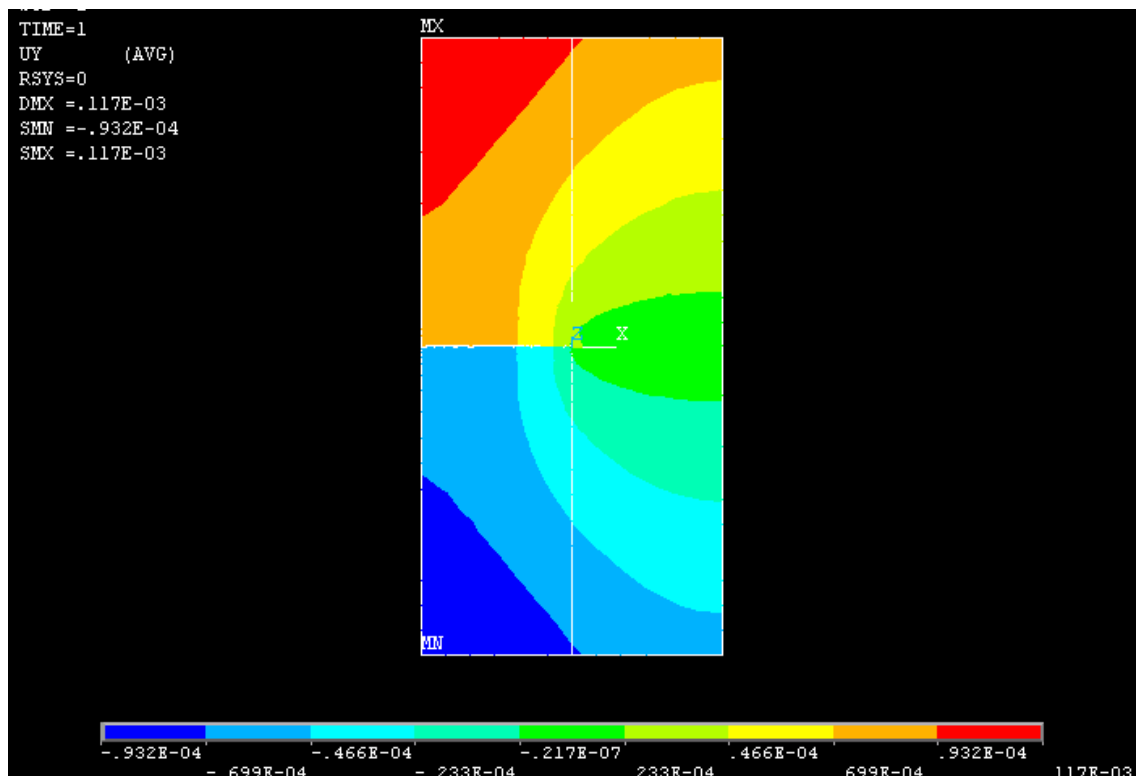


Εικόνα 42: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά

Με το διπλασιασμό του φορτίου για τις απειροστές μετακινήσεις κατά τις διευθύνσεις x και y απεικονίζονται αντίστοιχα στα δύο επόμενα γραφήματα:



Εικόνα 43: Μετατοπίσεις κατά τον x -άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά



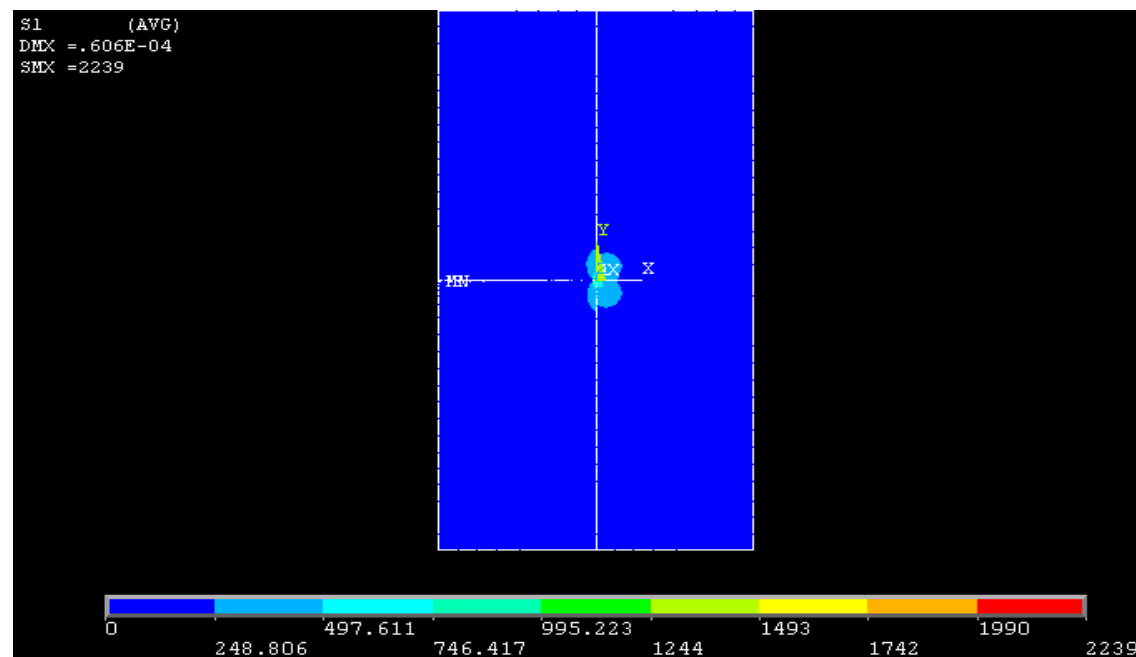
Εικόνα 44: Μετατοπίσεις κατά τον y -άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφασικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά

Στα παραπάνω γραφήματα παρατηρούμε ότι με το διπλασιασμό του επιβαλλόμενου φορτίου οι μέγιστες τιμές των κύριων τάσεων διπλασιάζονται και το ίδιο συμβαίνει και στις τιμές των χρωματικών ζωνών, χωρίς να αλλάζει η απεικόνιση αυτών στο μοντέλο, ενώ η τάξη των μετατοπίσεων αλλάζει, π.χ. για χ -μετατοπίσεις από E-5 έχουμε τώρα E-4 του μέτρου ή από E-4 σε E-3 για y -μετατοπίσεις.

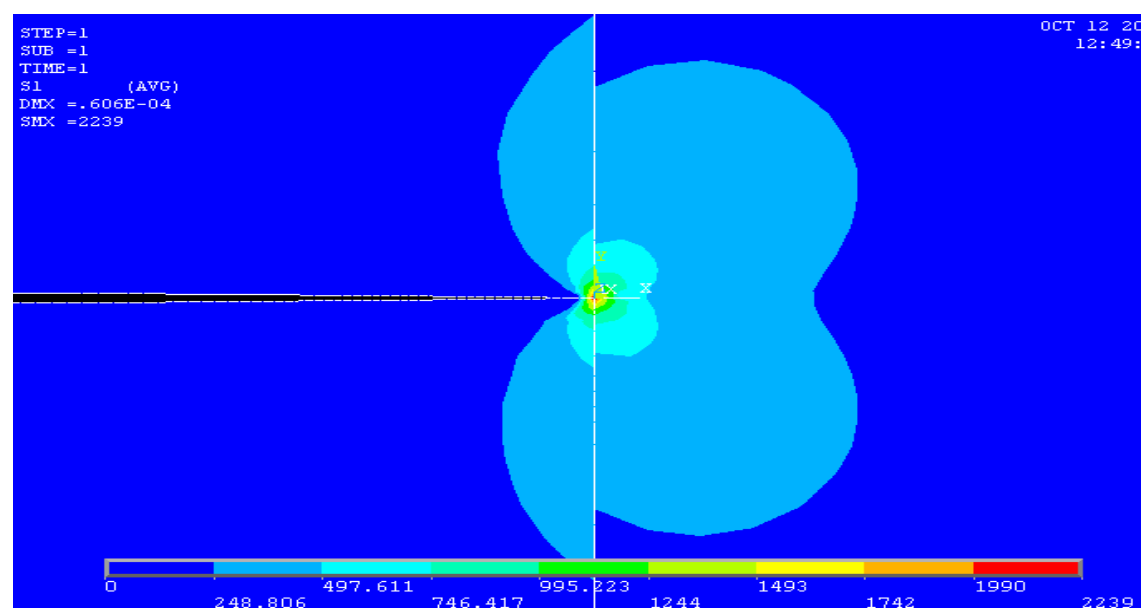
4.6.2 Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά και τη ρωγμή στο Plexiglas κάθετα στη διεπιφάνεια

Οι επόμενες γραφικές παραστάσεις αφορούν την άλλη περίπτωση στα δεδομένα του προβλήματός μας με το Plexiglas αριστερά του interface και το Lexan δεξιά.

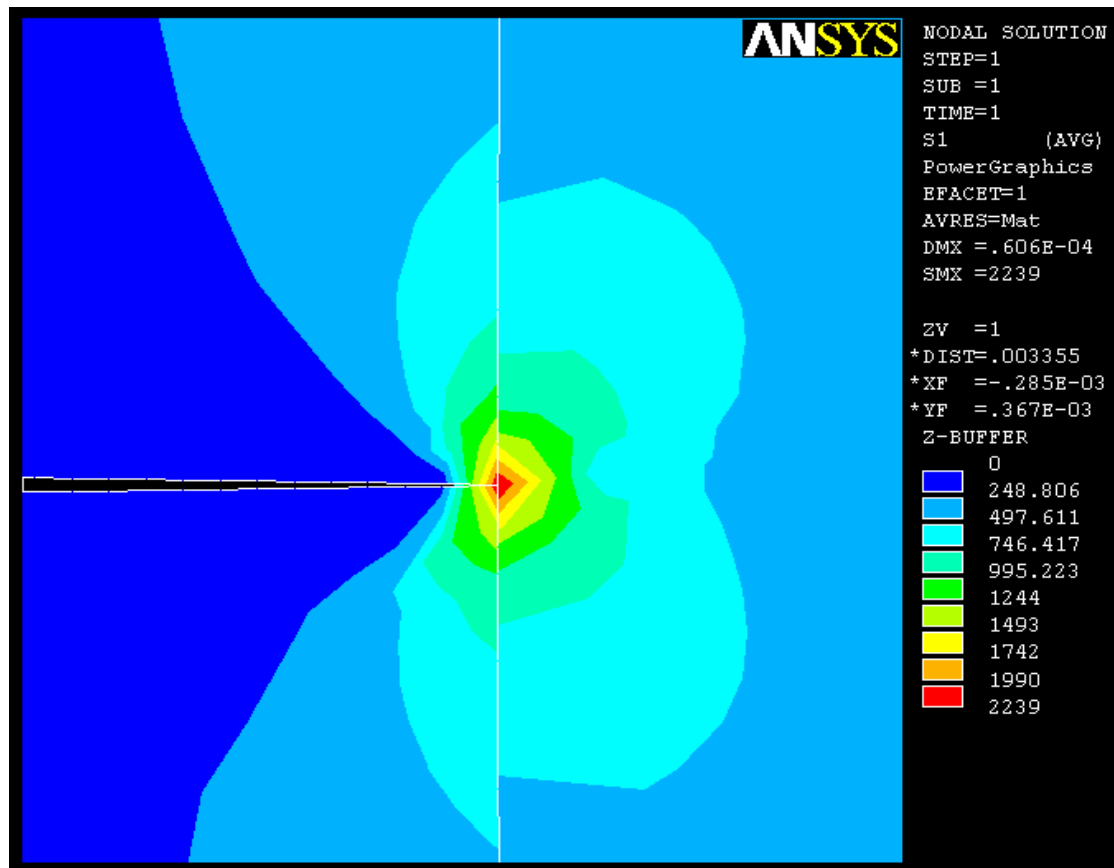
Ομοίως έχουμε για την κύρια τάση σ_1 (η δεύτερη γραφική παράσταση είναι σε zoom):



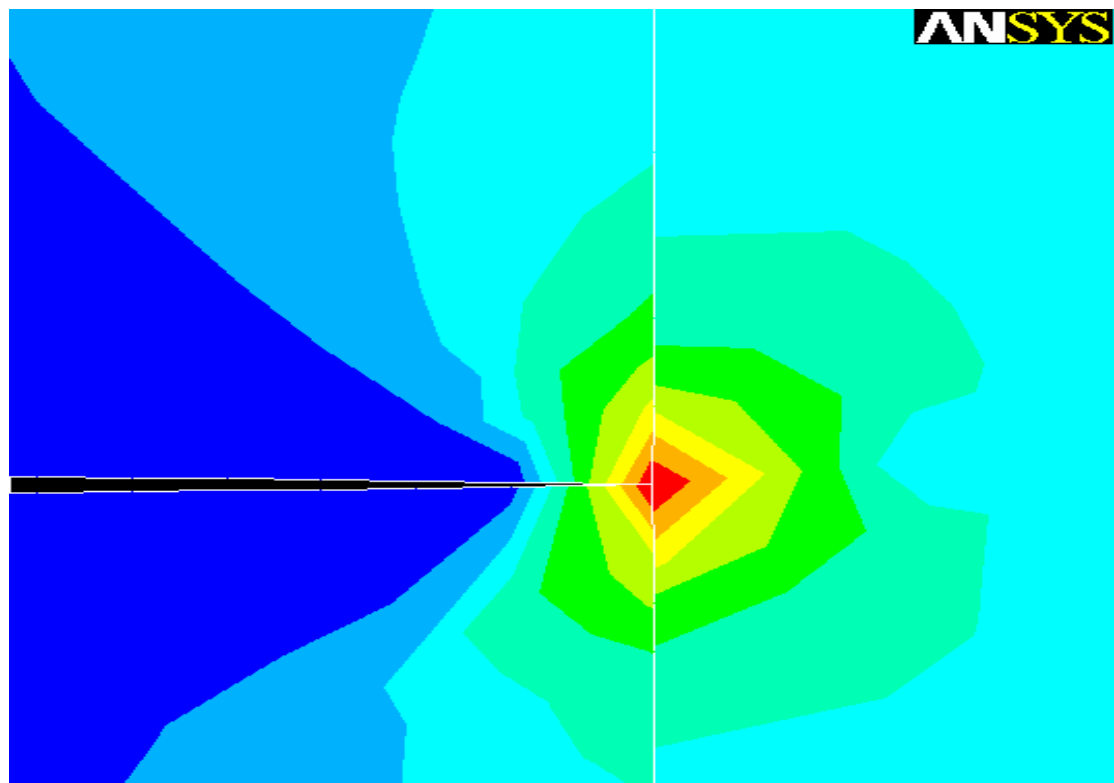
Εικόνα 45: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



Εικόνα 46: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (1^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

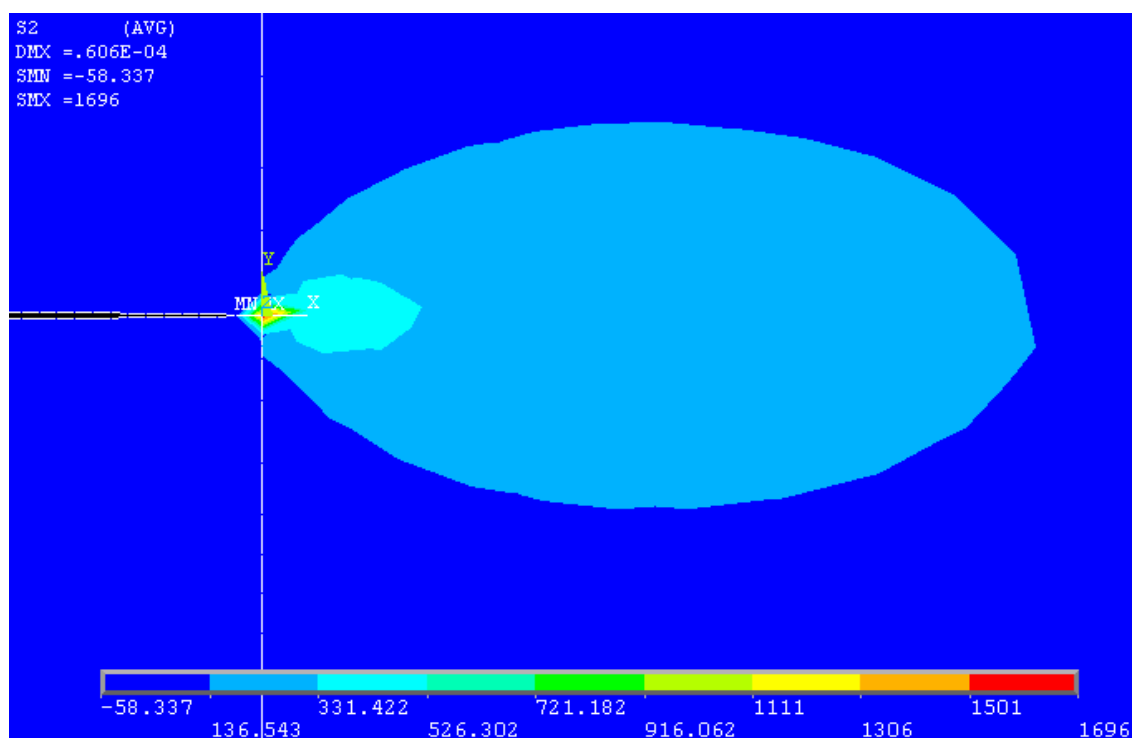


Εικόνα 47: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (2^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

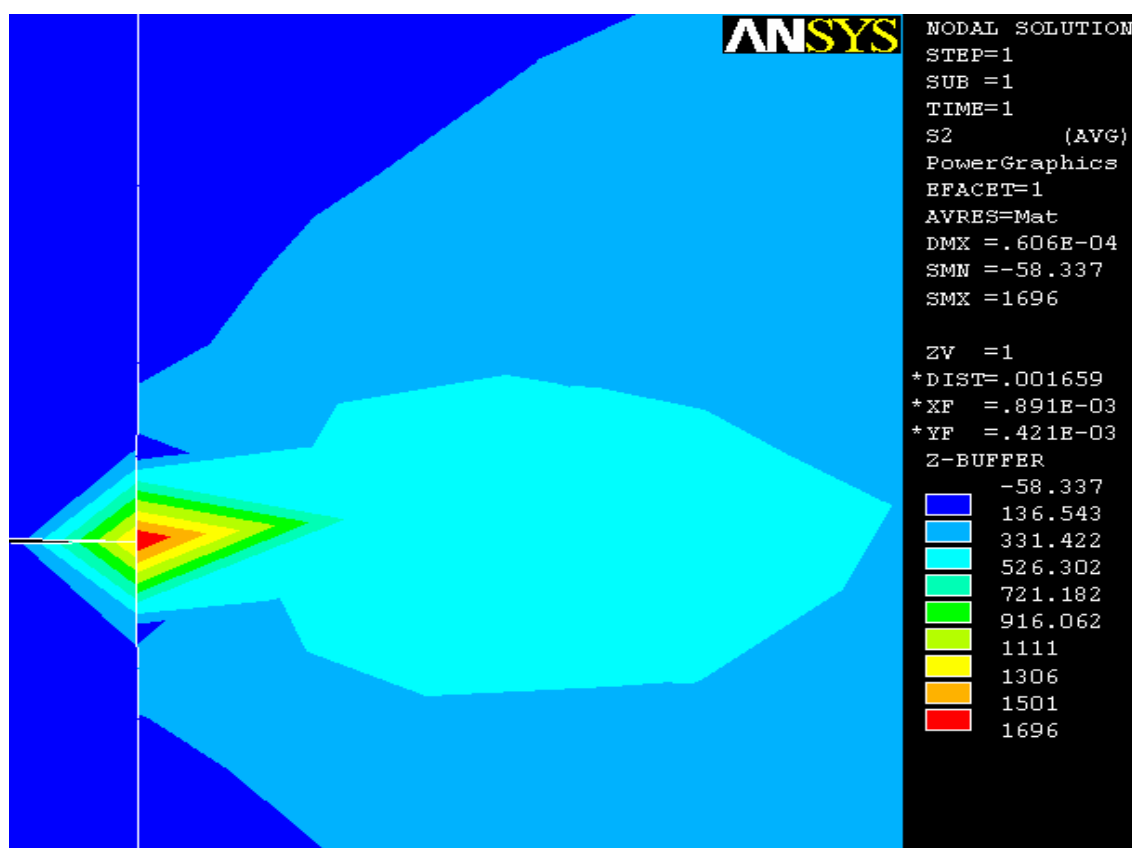


Εικόνα 48: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (3^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

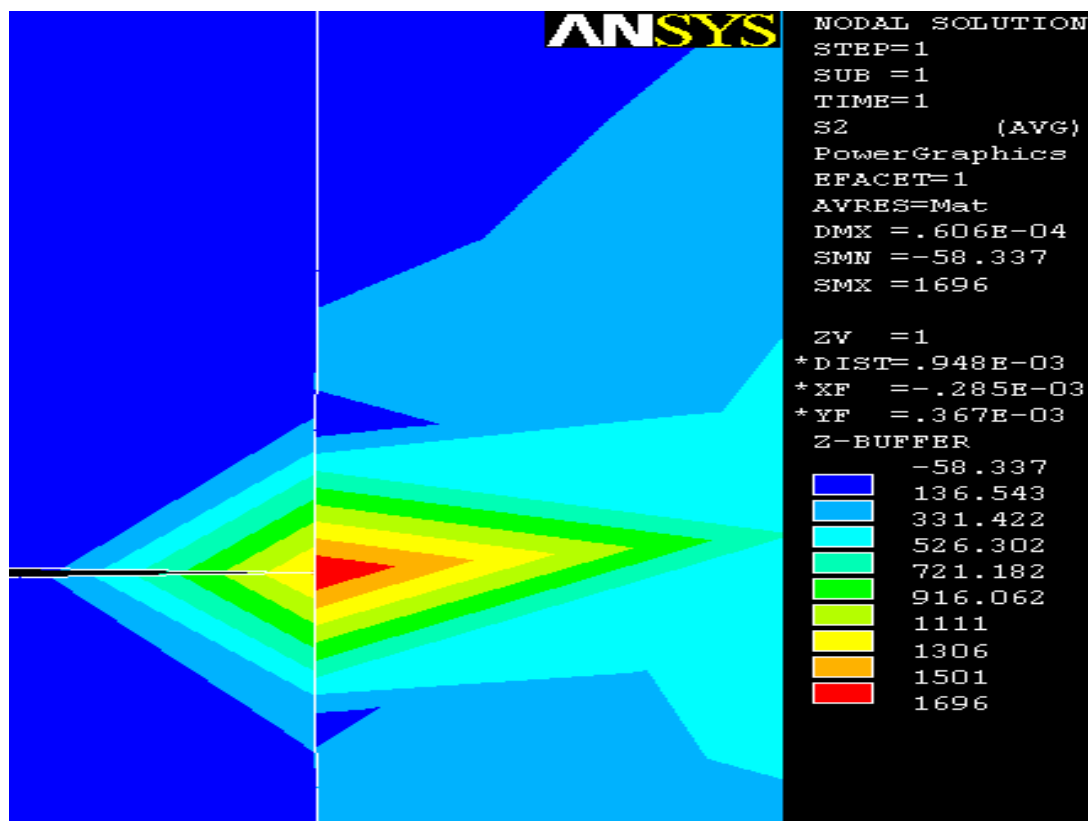
Και για την κύρια τάση σ_2 :



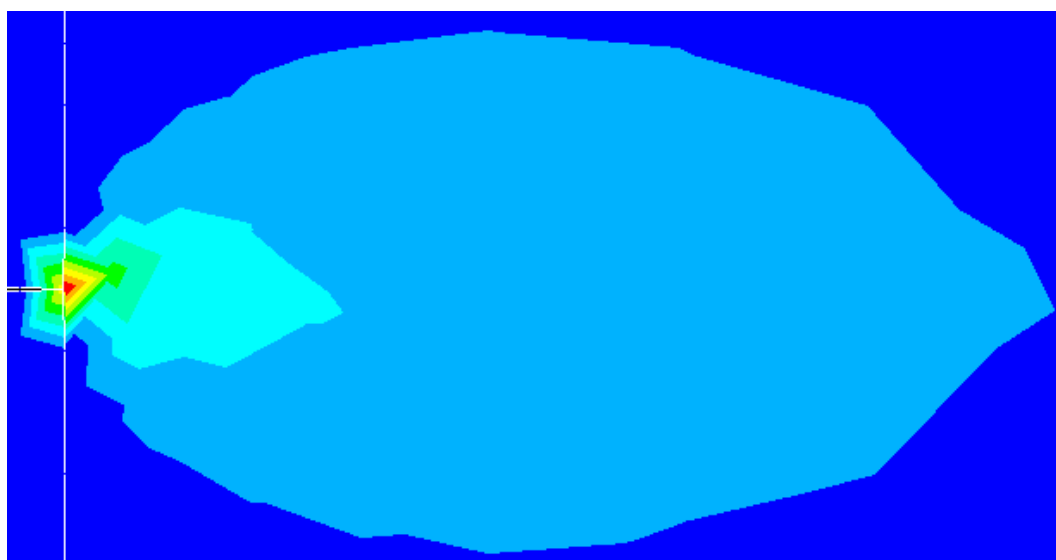
Εικόνα 49: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (1^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



Εικόνα 50: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (2^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



Εικόνα 51: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (3^{η} μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου $100N/m$ σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

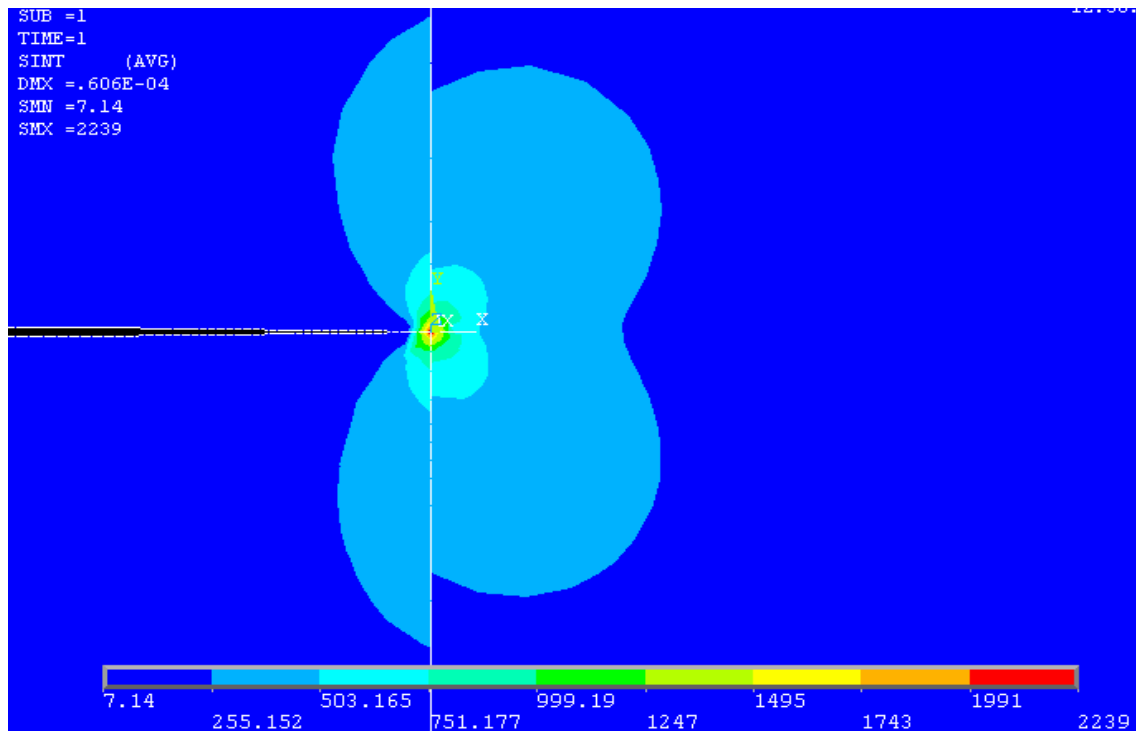


Εικόνα 52: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (χρήση τριγωνικών στοιχείων)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου $100N/m$ σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

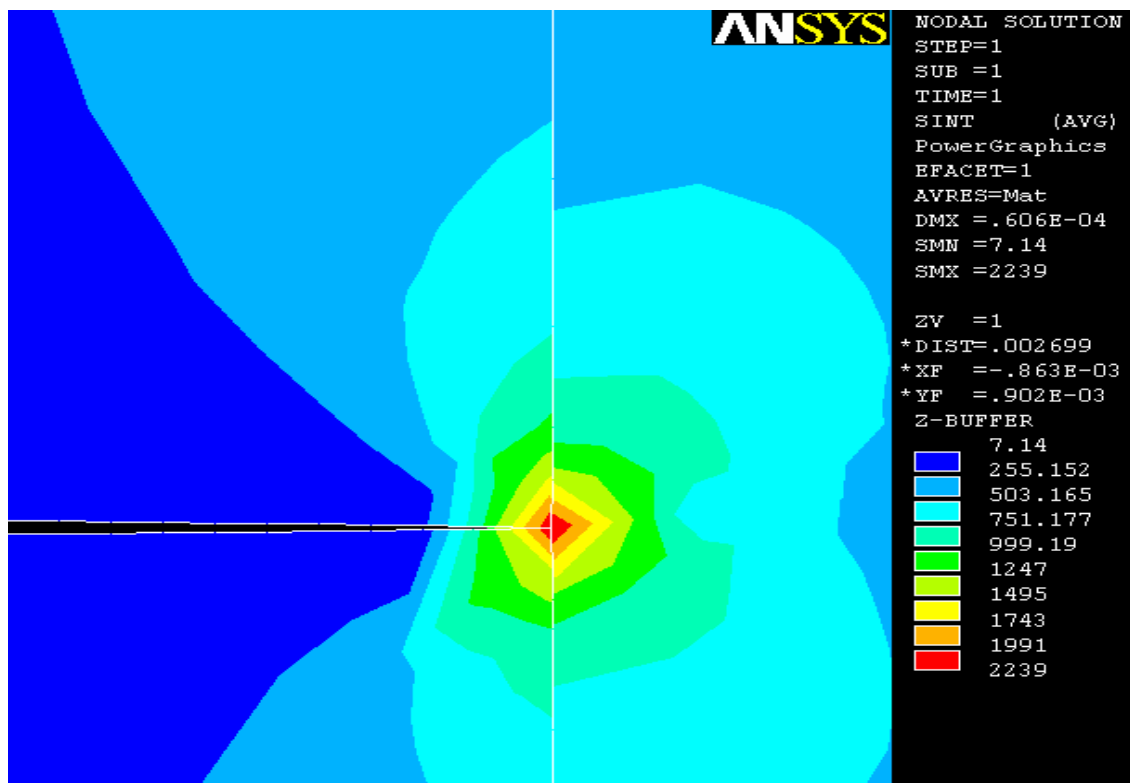
Συγκριτικά στα δύο παραπάνω γραφήματα παρατηρούμε ότι με χρήση τριγωνικών στοιχείων δεν έχουμε γενικά καλή μορφοποίηση των ζωνών χρωμάτων των τάσεων καθώς έχουμε και αισθητή διαφορετική απεικόνιση αυτών στο αριστερό μέρος του δοκιμίου στην περιοχή με το Plexiglas, ενώ ανεξαρτήτως επιλογής στοιχείου παρατηρούμε ότι η

μέγιστη τάση εμφανίζεται στο δεξιό μέρος του δοκιμίου στην περιοχή δηλαδή με το Lexan.

Για απεικόνιση stress intensity έχουμε στις δύο παρακάτω εικόνες:

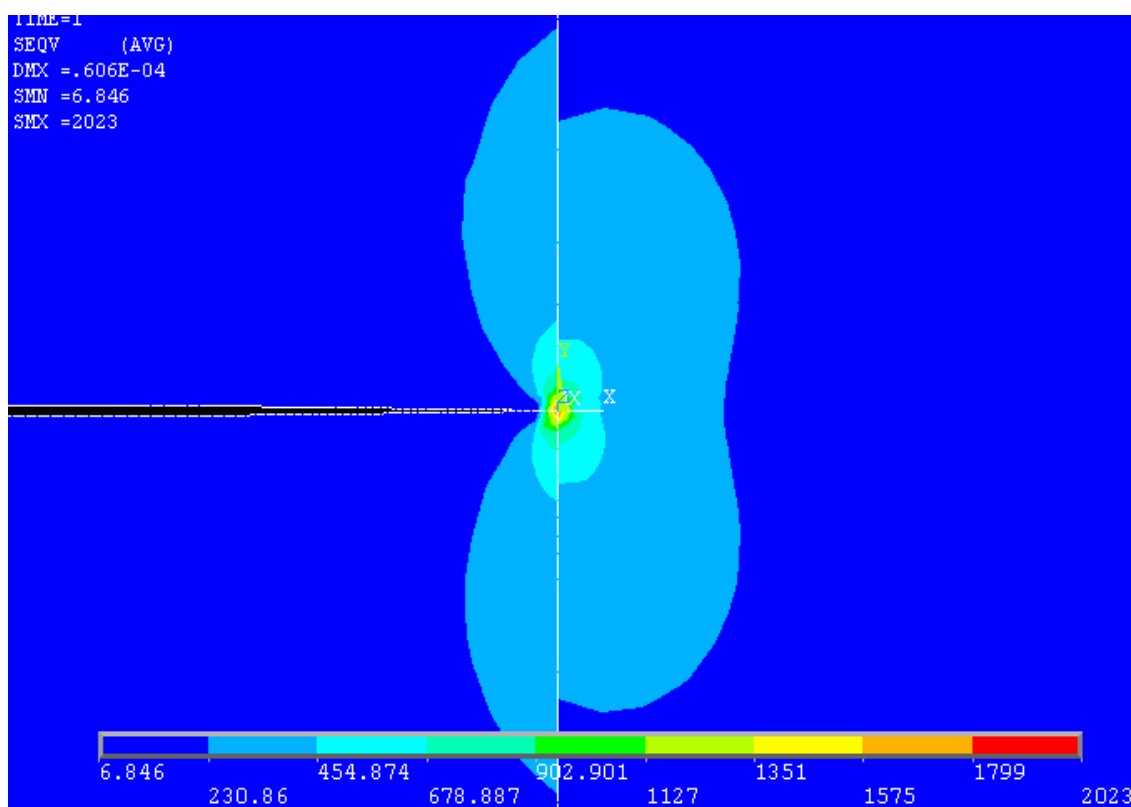


Εικόνα 53: Stress intensity [N/m^2] (1^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

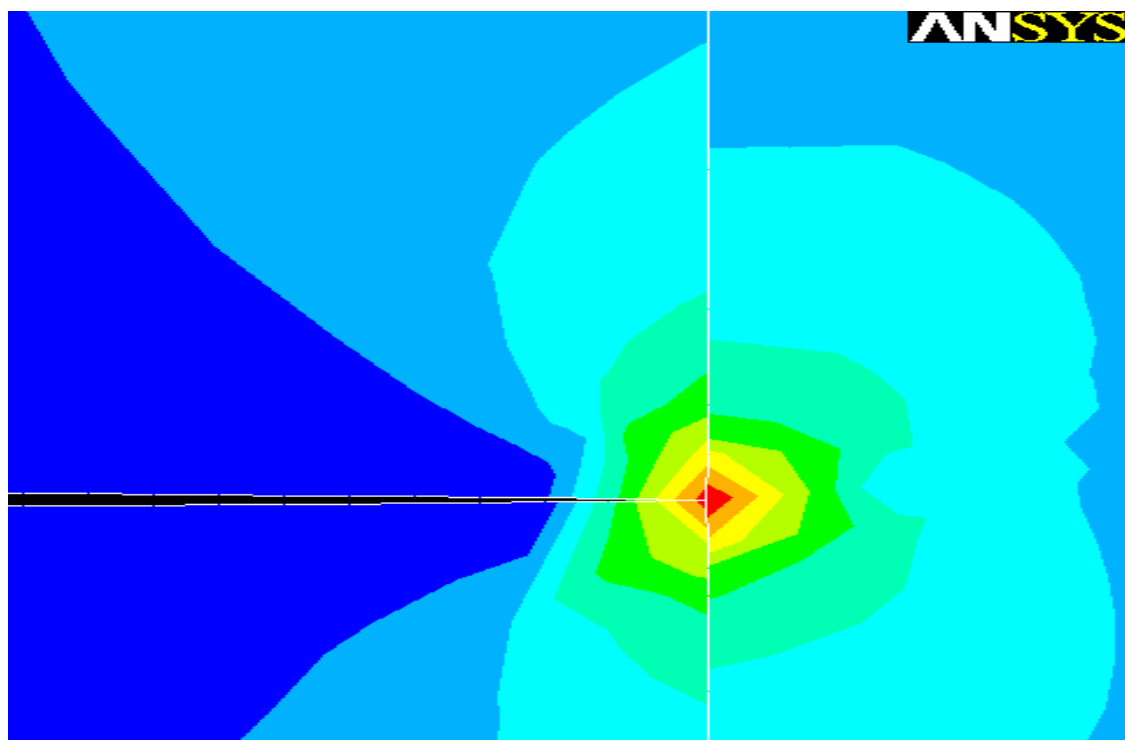


Εικόνα 54: Stress intensity [N/m^2] (2^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

Για απεικόνιση von mises έχουμε στις δύο παρακάτω εικόνες:

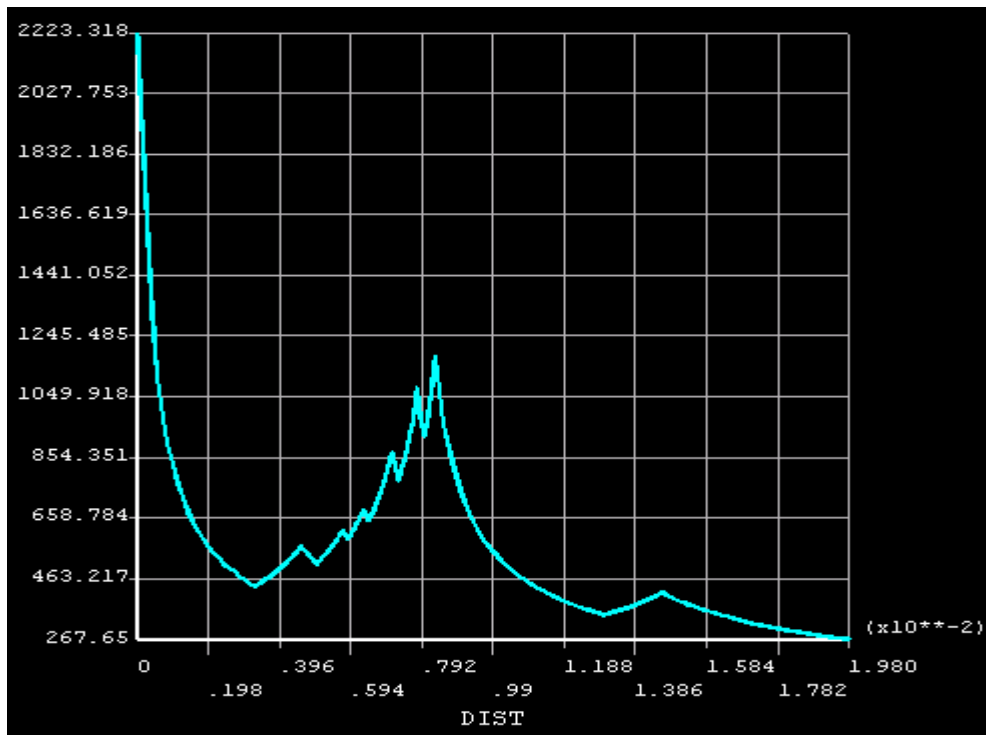


Εικόνα 55: Τάση von mises [N/m^2] (1^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

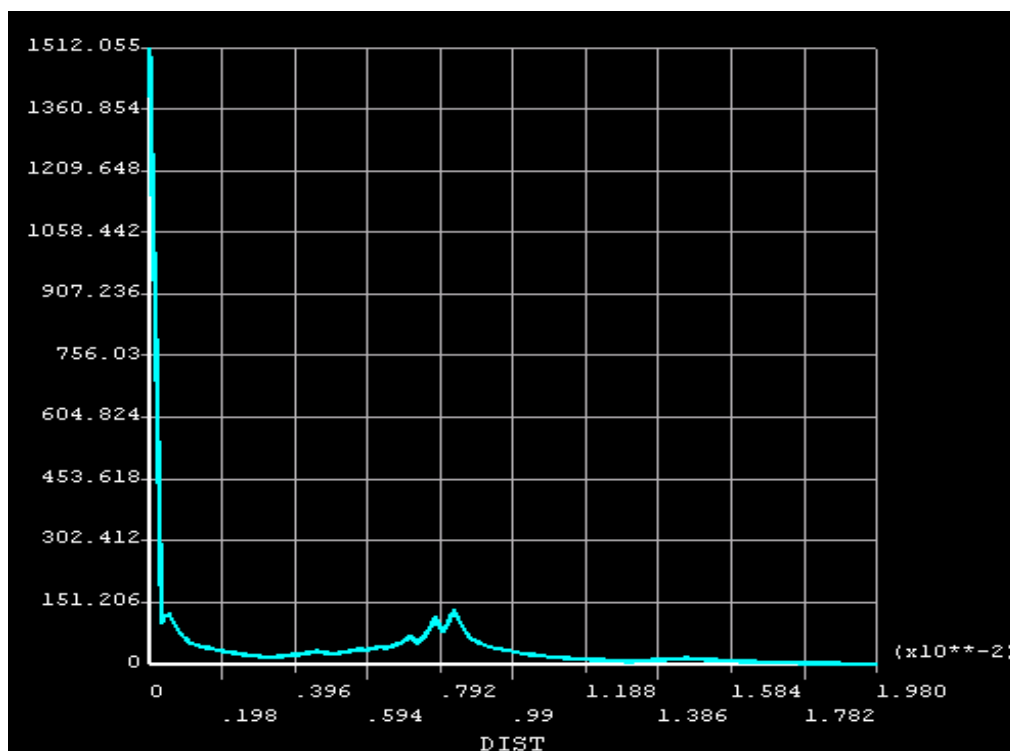


Εικόνα 56: Τάση von mises [N/m^2] (2^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan Δεξιά

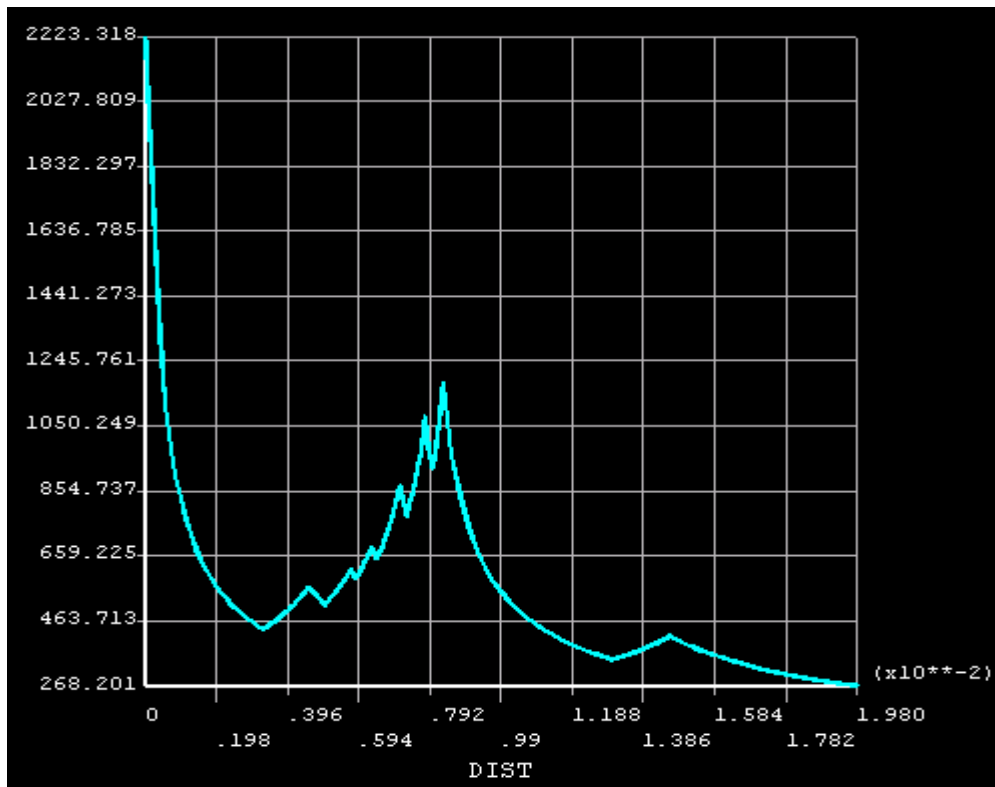
Επιλέχθηκαν κάποιες διευθύνσεις από κόμβους για να παρουσιάσουμε παρακάτω γραφήματα κατανομής των τάσεων κατά μήκος αυτών.



Εικόνα 57: Κατανομή κύριας τάσης σ_1 σε επιλεγμένους κόμβους της διεπιφάνειας πάνω από το ύψος της ρωγμής για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

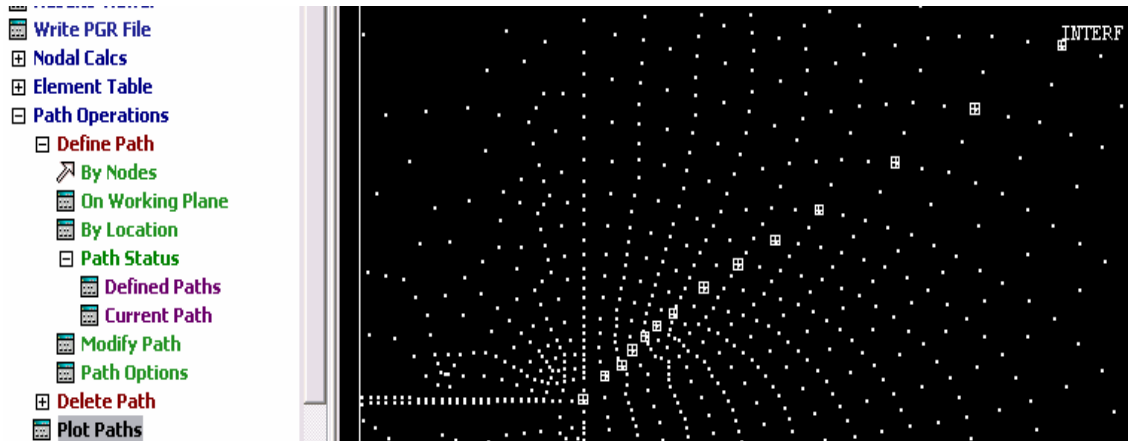


Εικόνα 58: Κατανομή κύριας τάσης σ_2 σε επιλεγμένους κόμβους της διεπιφάνειας πάνω από το ύψος της ρωγμής για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



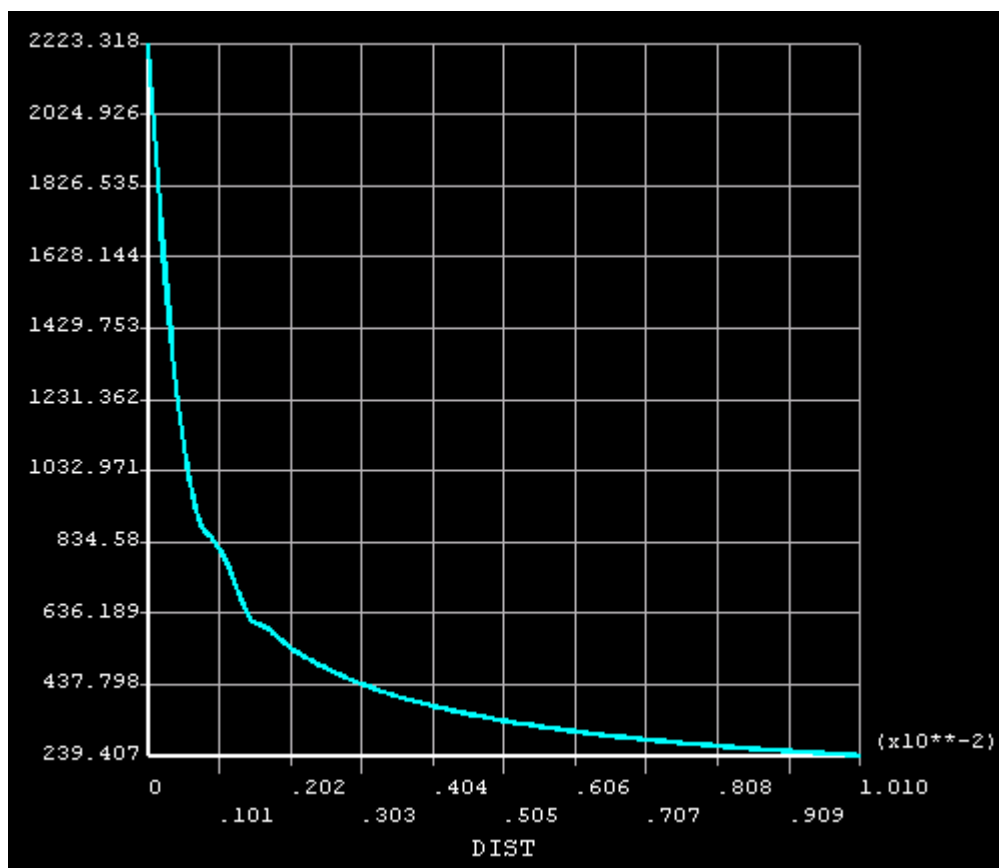
Εικόνα 59:

Εικόνα 60: Διακύμανση της τασικής έντασης σε επιλεγμένους κόμβους της διεπιφάνειας πάνω από το ύψος της ρωγμής για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

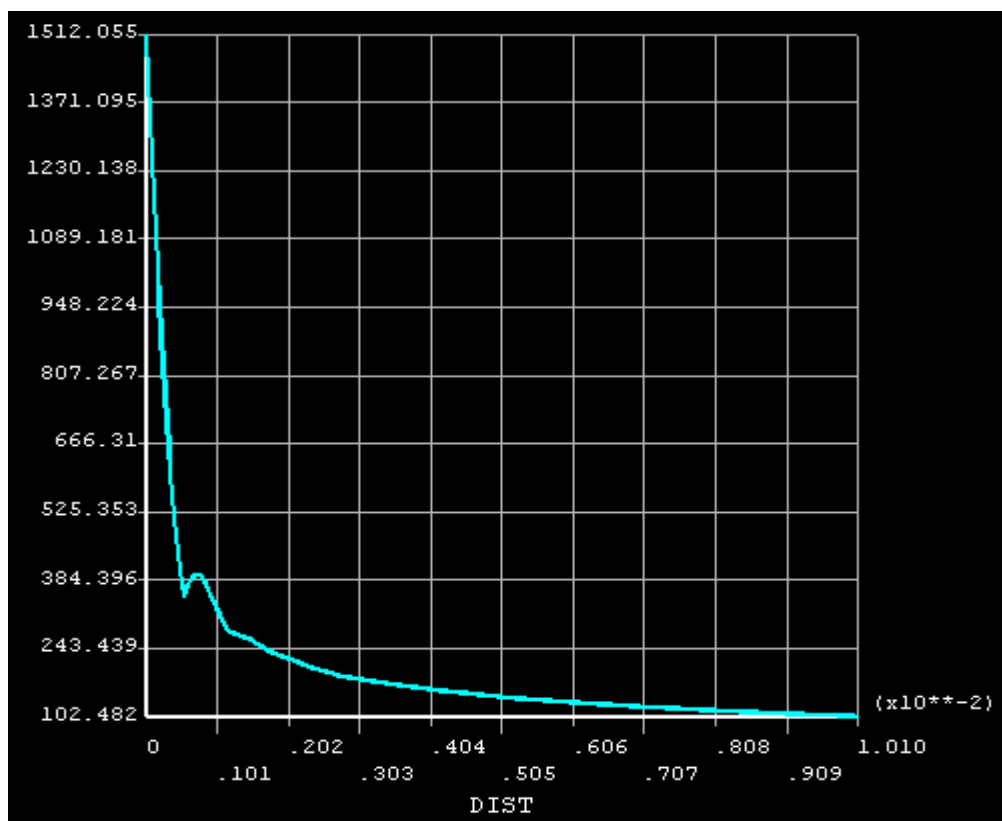


Εικόνα 61: «Διαγώνιο Μονοπάτι» σημείων για απεικόνιση κατανομής των τάσεων σ' αυτό

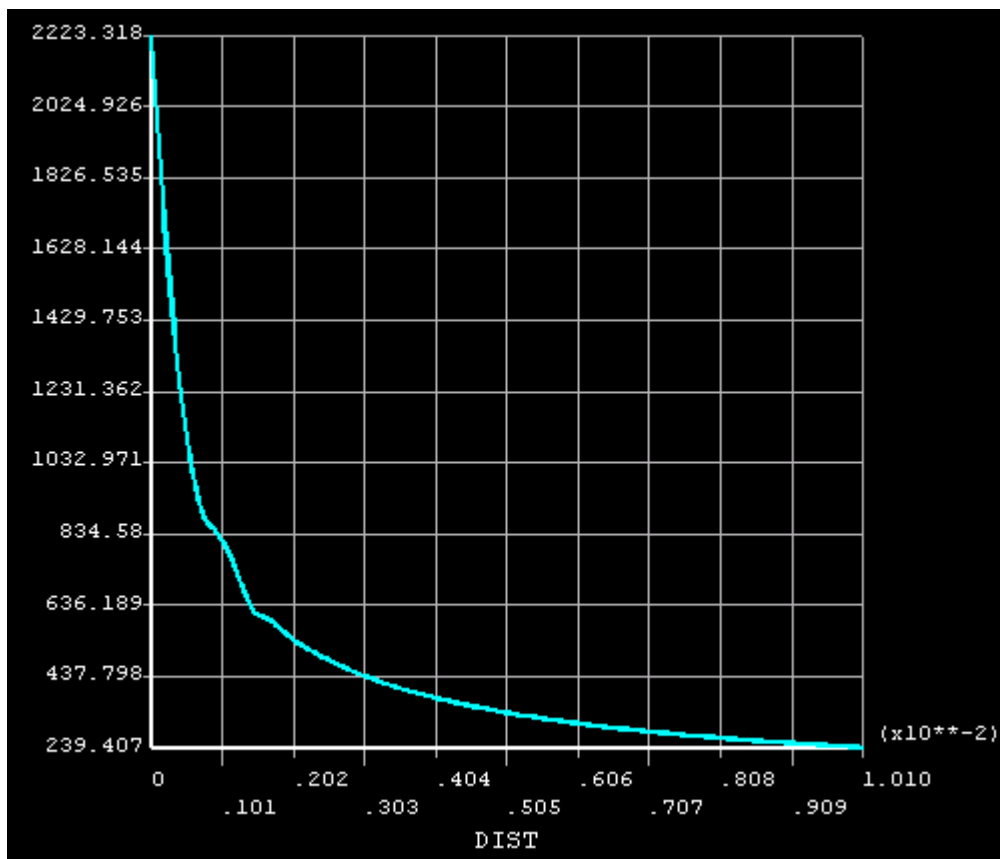
Η κατανομή των κύριων τάσεων σ_1 και σ_2 σ' αυτήν τη διεύθυνση που ορίζεται από του παραπάνω επιλεγμένους κόμβους φαίνεται στα δύο ακόλουθα διαγράμματα αντίστοιχα:



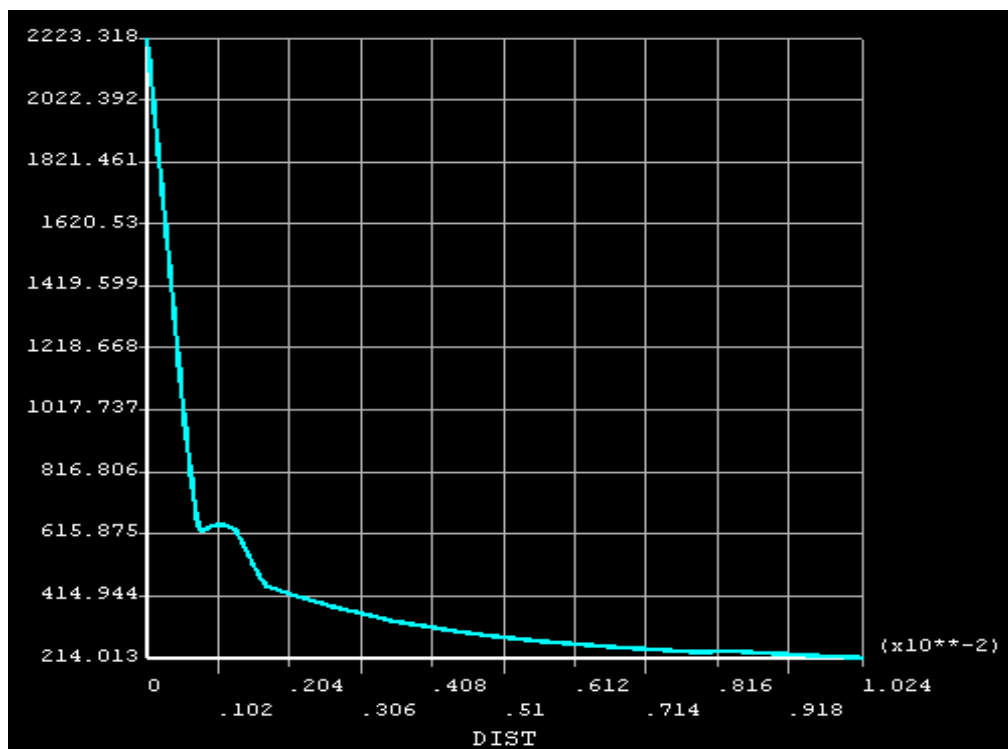
Εικόνα 62: Κατανομή κύριας τάσης σ_1 στο ορισμένο διαγώνιο μονοπάτι για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



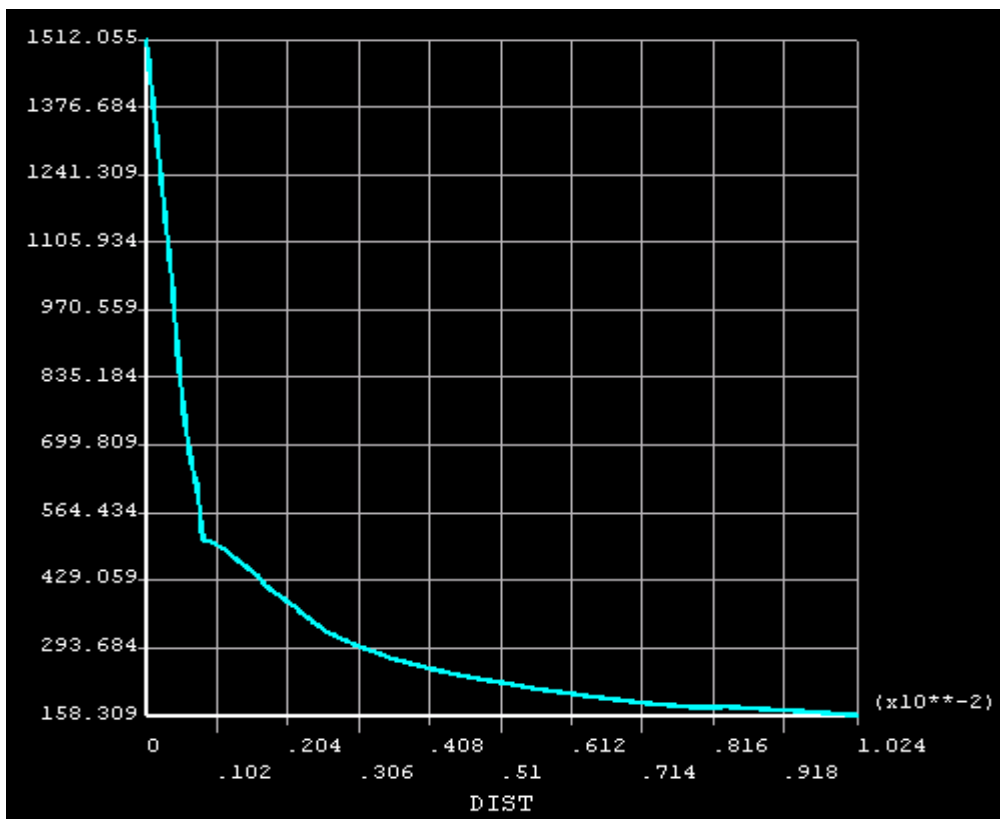
Εικόνα 63: Κατανομή κύριας τάσης σ_2 στο ορισμένο διαγώνιο μονοπάτι για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



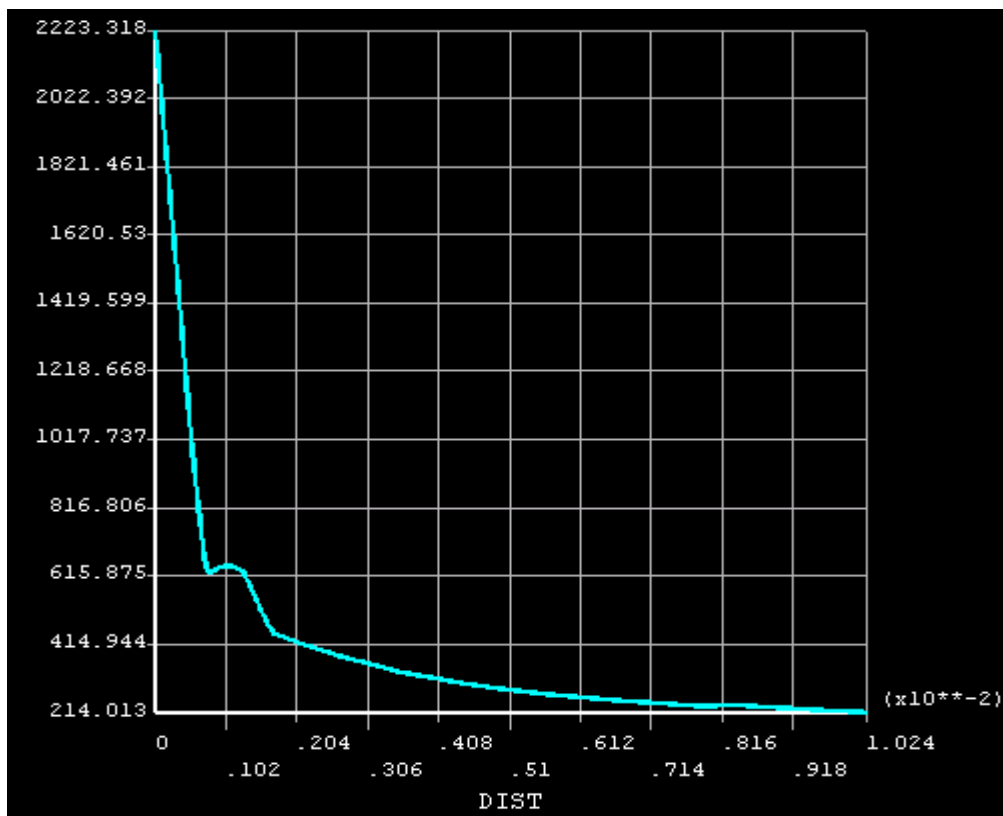
Εικόνα 64: Διακύμανση της τασικής έντασης στο ορισμένο διαγώνιο μονοπάτι για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



Εικόνα 65: Κατανομή κύριας τάσης σ_1 σε ορισμένο μονοπάτι κάθετο στην διεπιφάνεια στην προέκταση της ρωγμής σε μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

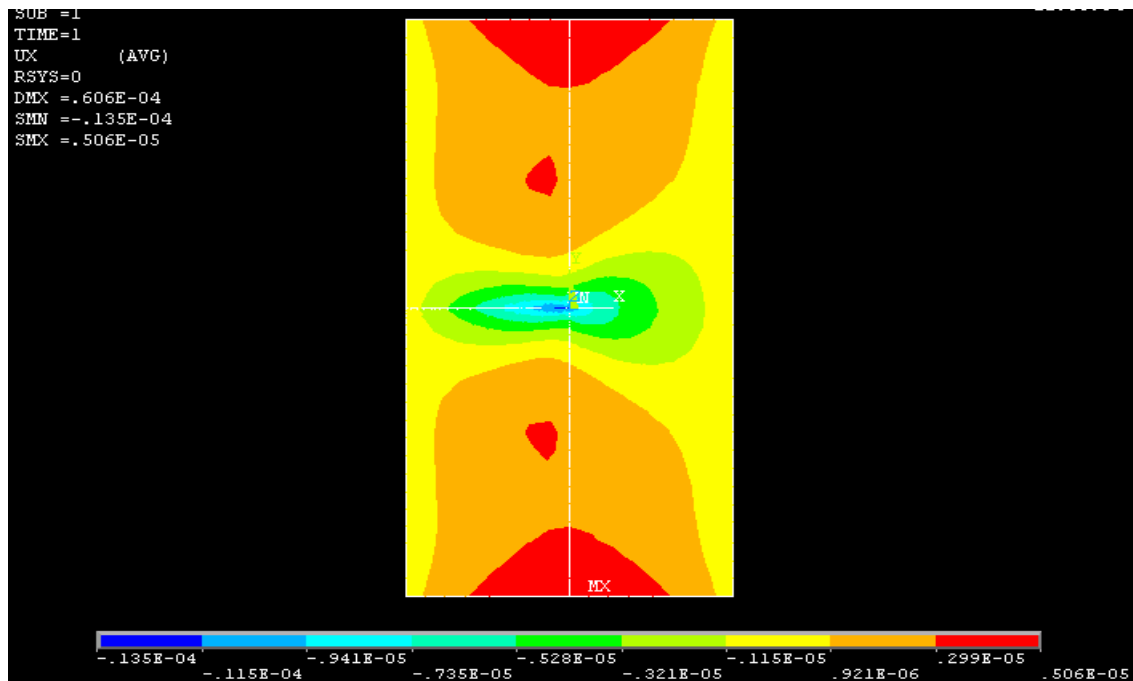


Εικόνα 66: Κατανομή κύριας τάσης σ_2 σε ορισμένο μονοπάτι κάθετο στην διεπιφάνεια στην προέκταση της ρωγμής σε μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

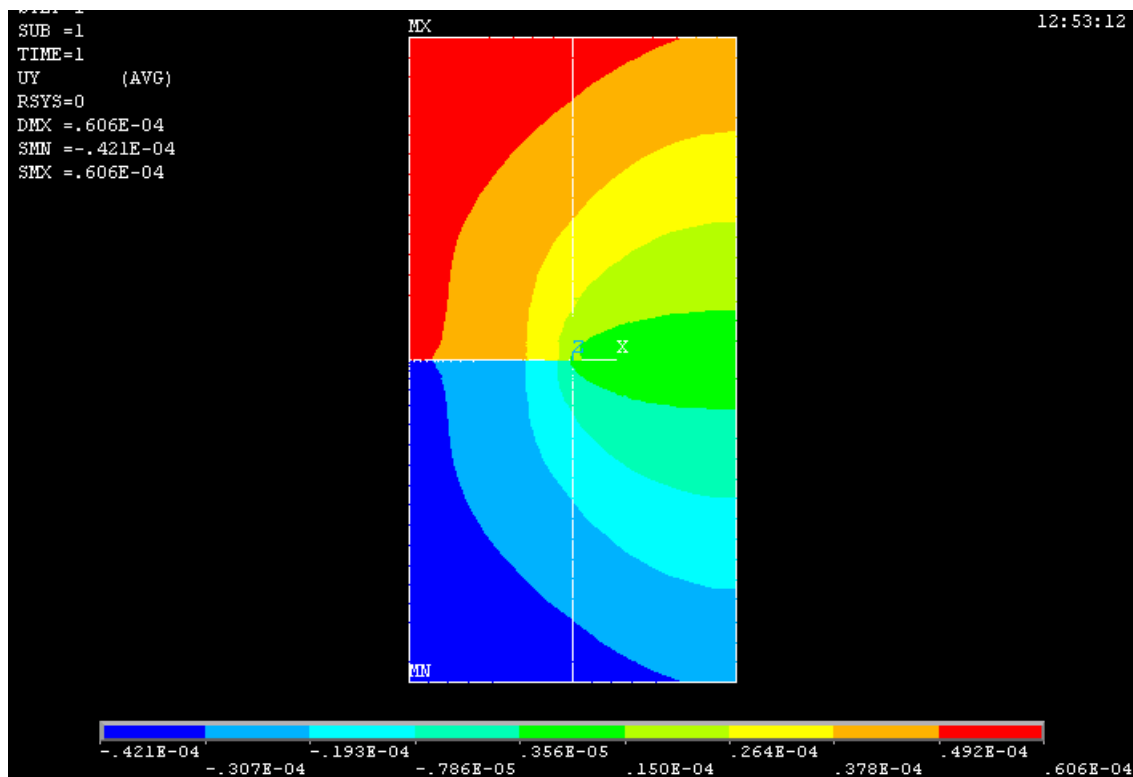


Εικόνα 67: Διακόμανση της τασικής έντασης σε ορισμένο μονοπάτι κάθετο στην διεπιφάνεια στην προέκταση της ρωγμής σε μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

Για τις απειροστές μετακινήσεις κατά τις διευθύνσεις x και y γι' αυτήν την περίπτωση προβλήματος απεικονίζονται αντίστοιχα στα δύο επόμενα γραφήματα:

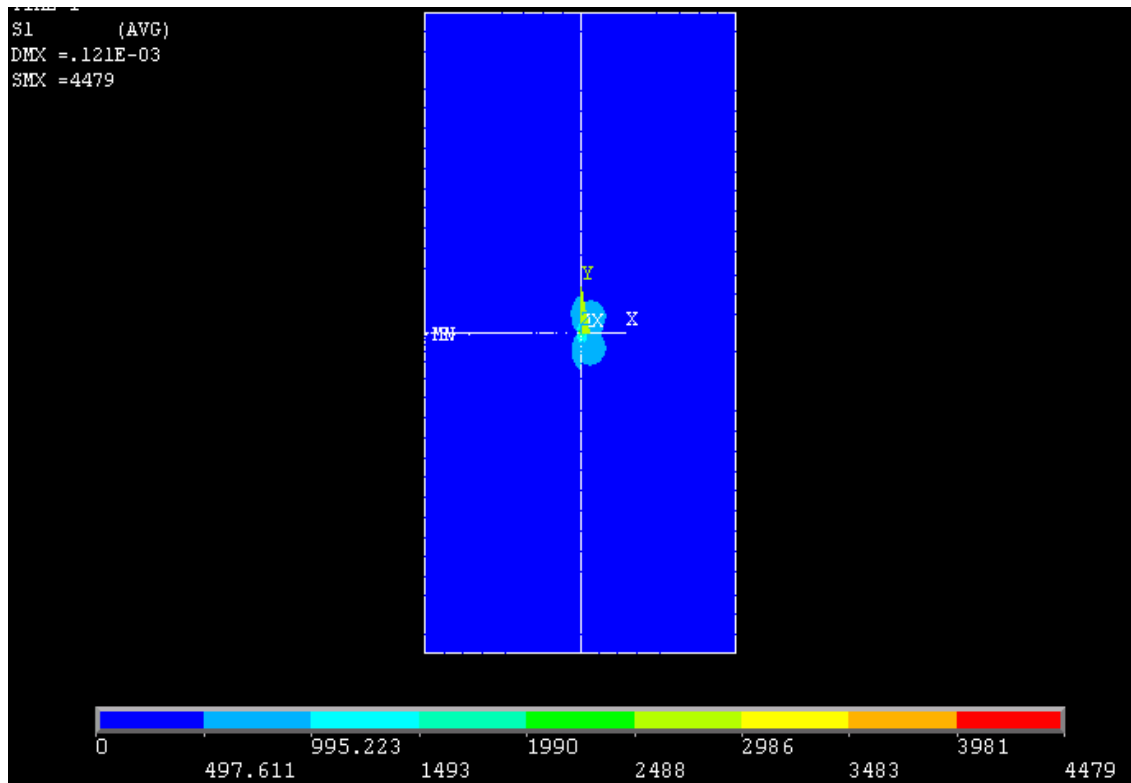


Εικόνα 68: Μετατοπίσεις κατά τον x -άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

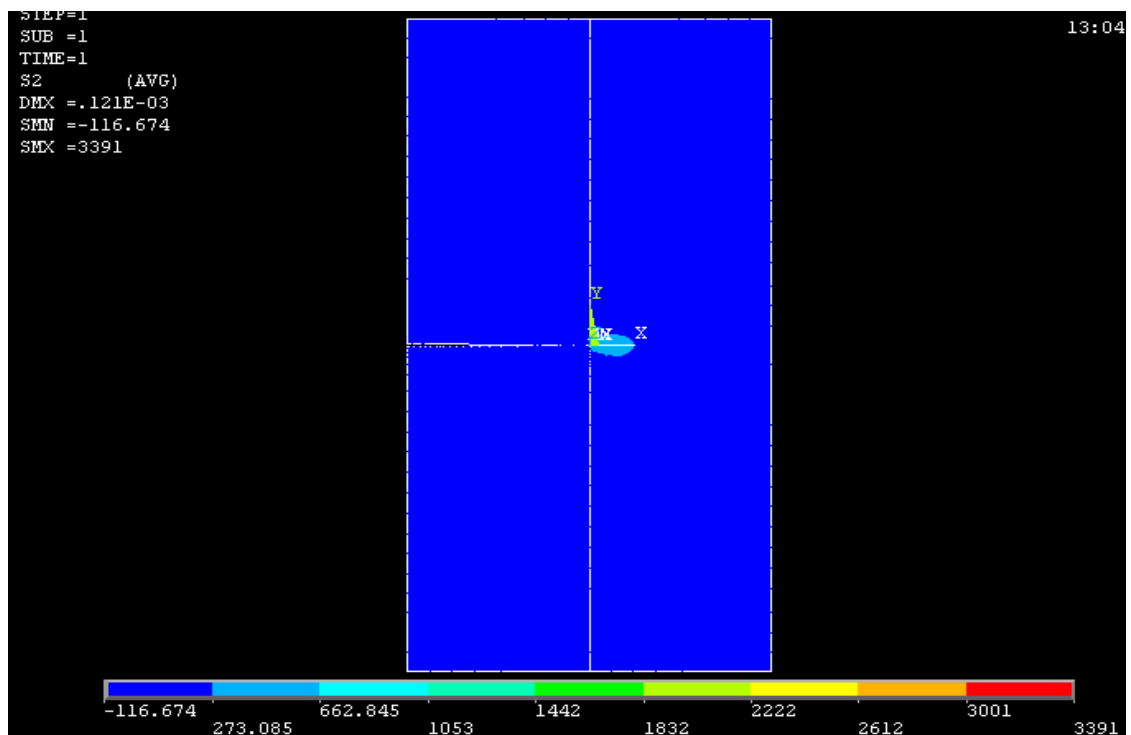


Εικόνα 69: Μετατοπίσεις κατά τον y -άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

Και με διπλασιασμό πάλι του φορτίου έχουμε για τις τάσεις σ_1 και σ_2 :



Εικόνα 70: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά



Εικόνα 71: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Η διπλωματική αυτή εργασία έγινε στο πλαίσιο διερεύνησης της επίδρασης της εφελκυστικής φόρτισης σε κατασκευή (προσομοίωση) διφασικού υλικού. Έγινε αναφορά στην έννοια των ρωγμών, της τάσης-ελαστικότητας και στην θεωρία της οπτικής μεθόδου της φωτοελαστικότητας και των ισοπαχών σχετικά με το πρόβλημα της ρωγμής, οι οποίες στηρίζονται σε πειραματικές διαδικασίες.

Η εφαρμογή της πίεσης ήταν στο ίδιο επίπεδο με το δοκίμιο και το πρόβλημα χαρακτηρίστηκε πρόβλημα εντατικής κατάστασης και όχι παραμορφωσιακής, αφού οι μετατοπίσεις ήταν απειροελάχιστες, όπως αμελητέο ήταν και το πάχος του δοκιμίου σε σύγκριση με τις διαστάσεις του, στοιχεία βέβαια τα οποία δηλώθηκαν στο πρόγραμμα. Μετά τη φόρτιση εντοπίζουμε παραμένουσες τάσεις στο δοκίμιο, η παρουσία των οποίων ήταν και ο σκοπός αυτής της διπλωματικής. Οι περιοχές των τάσεων προέκυψαν γραφικά όπως αναμενόντουσαν και από τις πειραματικές μεθόδους των ισοπαχών και της φωτοελαστικότητας.

Πρέπει να αναφέρουμε ότι οι πιο καταπονημένες περιοχές όπως προέκυψε από τα γραφήματα των τάσεων ήταν στην περιοχή κοντά στην αιχμή της ρωγμής με τη διεπιφάνεια και μάλιστα δεξιά αυτής, δηλαδή στην περιοχή του υλικού χωρίς ρωγή. Ακόμα παρατηρήσαμε ότι στα σημεία εφαρμογής της εφελκυστικής πίεσης δεν υπήρχε εμφάνιση τάσης.

Τα σύγχρονα σχεδιαστικά προγράμματα μπορούμε να πούμε ότι έχουν εξελιχθεί σε αρκετά μεγάλο βαθμό ώστε να μπορούν να αποδίδουν όσο πιο ρεαλιστικά γίνεται τον τρόπο με τον οποίο θα συμπεριφερθεί μια κατασκευή σε οποιαδήποτε περίπτωση φόρτισης. Κάνοντας επίλυση των δεδομένων του πειράματος μέσω της στατικής ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία του υπολογιστικού προγράμματος **ANSYS**, παίρνουμε κάποια αριθμητικά αποτελέσματα για τις τιμές των τάσεων που μπορούν μελλοντικά να συγκριθούν με τις πειραματικές μεθόδους σε κατασκευασμένα δοκίμια και να καταλήξουμε σε μία επαλήθευση των γραφημάτων, αλλά και ποσοστών σύγκλισης-απόκλισης των τιμών αυτών. Οι συγκρινόμενες τιμές σίγουρα περιμένουμε να έχουν κάποια μικρή απόκλιση που εξαρτάται και από την πληθώρα των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση της κατασκευής, αφού όσο πιο πολλά στοιχεία τόσο πιο ακριβή αποτελέσματα αναμένονται, αλλά και λόγω του γεγονότος ότι η ρωγή του μοντέλου, αλλά και η συνένωση των επιφανειών στο πρόγραμμα είναι η πιο τέλεια που μπορεί να υπάρξει, ενώ στην πράξη σε ένα πραγματικό δοκίμιο, οποιαδήποτε ατέλεια ή μικρό λάθος στην κατασκευή επηρεάζει την εμφάνιση των τάσεων.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

I. APXEIO ANSYS

1. Αρχικές ρυθμίσεις & Κατασκευή γεωμετρίας (όχι πλέγμα)

```
/BATCH
! /COM,ANSYS RELEASE 11.0  UP20070125   10:55:14   10/12/2007
/input,start110,ans,'C:\Program Files\ANSYS Inc\v110\ANSYS\apdl',,,,,,,,,,,,,,1
! /REPLOT,RESIZE
WPSTYLE,,,,,,,,,0
! /REPLOT,RESIZE
!*
/NOPR
/PMETH,OFF,0
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!*
! /COM,
! /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
! /COM, Structural
!*
/PREP7
ET,1,PLANE82
!*
KEYOPT,1,3,2
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2.8E5
MPDATA,PRXY,1,,0.36
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,3.4E5
MPDATA,PRXY,2,,0.34
!ENGINE ORISMOS YLIKWN ARISTERA TOILEXAN - SE SI m DEJIA
PLEXIGLAS
!*
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
!*
!*
R,1,0.003,
```


!DHMIOURGIA KEYPOINTS

K,1,-0.05,15E-5,0,
K,2,-0.013,0.00015,0,
K,3,0,0,0,
K,4,-0.013,-15E-5,0,
K,5,-0.05,-0.0003,0,
K,6,-0.05,-0.1,0,
K,7,0,-0.1,0,
K,8,0.05,-0.1,0,
K,9,0.05,0,0,
K,10,0.05,0.1,0,
K,11,0,0.1,0,
K,12,-0.05,0.1,0,

!GRAMMES METAJY TWN KEYPOINTS

L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,5
L,6,5
L,6,7
L,7,8
L,8,9
L,9,10
L,10,11
L,11,12
L,12,1
L,7,3
L,3,11

/UI,MESH,OFF

!CREATION OF AREAS BY LINES

A,3,4,5,6,7
A,3,7,8,9,10,11
A,3,11,12,1,2
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
AGLUE,P51X

!

LGWRITE,'xwrismesh','lgw','C:\DOCUME~1\el\BCA3~1\DIPLWM~1\drafts\','COM
MENT

2. Αρχικές ρυθμίσεις, Κατασκευή και διακριτοποίηση της γεωμετρίας (Αντιστοίχιση υλικών: αριστερά Lexan και δεξιά Plexiglas)

```
/BATCH
! /COM,ANSYS RELEASE 11.0  UP20070125   16:35:33   10/07/2007
/input,start110,ans,'C:\Program Files\ANSYS Inc\v110\ANSYS\apdl',,,,,,,,,,1
/NOPR
/PMETH,OFF,0
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!*
! /COM,
! /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
! /COM, Structural
!*
ET,1,PLANE82
!*
KEYOPT,1,3,2
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
!*
!*
!*
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2.8E5
MPDATA,PRXY,1,,0.36
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,3.4E5
MPDATA,PRXY,2,,0.34
!
!ENGINE ORISMOS YLIKWN ARISTERA TO1LEXAN - SE SI m DEJIA
!PLEXIGLAS
!*
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
!*
!*
R,1,0.003,
!*
!DHMIOURGIA KEYPOINTS
K,1,-0.05,15E-5,0,
```



```

! /DIST,1,0.924021086472,1
! /REP,FAST
! /DIST,1,0.924021086472,1
! /REP,FAST
! /DIST,1,0.924021086472,1
! /REP,FAST
! /DIST,1,0.924021086472,1
! /REP,FAST
! CREATION OF AREAS BY LINES
A,3,4,5,6,7
A,3,7,8,9,10,11
A,3,11,12,1,2
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
AGLUE,P51X
CM,_Y,AREA
ASEL,,,,,2
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT,2,1,1,0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
! /PNUM,KP,0
! /PNUM,LINE,0
! /PNUM,AREA,1
! /PNUM,VOLU,0
! /PNUM,NODE,0
! /PNUM,TABN,0
! /PNUM,SVAL,0
! /NUMBER,0
!*
! /PNUM,MAT,1
! /REPLOT
!*
! APLOT
SMRT,4
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
!*
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-3

```

```

CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
FLST,5,1,3,ORDE,1
FITEM,5,3
CM,_Y,KP
KSEL,,,P51X
CM,_Y1,KP
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
!*
!*
KREFINE,_Y1,,,5,1,1,1
CMDELE,_Y1
!/PNUM,KP,0
!/PNUM,LINE,0
!/PNUM,AREA,0
!/PNUM,VOLU,0
!/PNUM,NODE,0
!/PNUM,TABN,0
!/PNUM,SVAL,0
!/NUMBER,0
!*
!/PNUM,MAT,1
!/REPLOT
!*
!/PNUM,KP,0
!/PNUM,LINE,0
!/PNUM,AREA,0
!/PNUM,VOLU,0
!/PNUM,NODE,0
!/PNUM,TABN,0
!/PNUM,SVAL,0
!/NUMBER,0
!*
!/PNUM,MAT,0
!/REPLOT
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,13
FITEM,5,-14

```

```
CM,_Y,LINE
LSEL,,,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
!*
!*
LREFINE,_Y1,,,2,1,1,1
CMDELE,_Y1
!
LGWRITE,'TEMAXIO','lgw','C:\DOCUME~1\el\BCA3~1\DIPLWM~1\drafts\','CO
MMENT
```

3. Ολόκληρη μελέτη περίπτωσης: αριστερά Lexan και δεξιά Plexiglas (περιέχει και επιβολή εφελκυστικού φορτίου 100N/m)

```
/BATCH
! /COM,ANSYS RELEASE 11.0   UP20070125   15:31:29   10/07/2007
/input,menust,tmp,",,,,,,,,,,,,,1
! /GRA,POWER
! /GST,ON
! /PLO,INFO,3
! /GRO,CURL,ON
! /CPLANE,1
! /REPLOT,RESIZE
WPSTYLE,,,,,,,,0
! /REPLOT,RESIZE
!*
/NOPR
/PMETH,OFF,0
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!*
! /COM,
! /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
! /COM, Structural
!*
/PREP7
ET,1,PLANE82
!*
KEYOPT,1,3,2
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
!*
!*
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2.8E5
MPDATA,PRXY,1,,0.36
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,3.4E5
MPDATA,PRXY,2,,0.34
!ENGINE ORISMOS YLIKWN ARISTERA TOILEXAN - SE SI m DEJIA
PLEXIGLAS
!*
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
```

```

!*
!*
R,1,0.003,
!*
!DHMIOURGIA KEYPOINTS
K,1,-0.05,15E-5,0,
K,2,-0.013,0.00015,0,
K,3,0,0,0,
K,4,-0.013,-15E-5,0,
K,5,-0.05,-0.0003,0,
K,6,-0.05,-0.1,0,
K,7,0,-0.1,0,
K,8,0.05,-0.1,0,
K,9,0.05,0,0,
K,10,0.05,0.1,0,
K,11,0,0.1,0,
K,12,-0.05,0.1,0,
!GRAMMES METAJY TWN KEYPOINTS
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,5
L,6,5
L,6,7
L,7,8
L,8,9
L,9,10
L,10,11
L,11,12
L,12,1
L,7,3
L,3,11
/UI,MESH,OFF
!CREATION OF AREAS BY LINES
A,3,4,5,6,7
A,3,7,8,9,10,11
A,3,11,12,1,2
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
AGLUE,P51X
CM,_Y,AREA
ASEL,,,2
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*

```



```

CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
! SAVE, MONTELO,db,
! /COM,ANSYS RELEASE 11.0 UP20070125 15:36:33 10/07/2007
/PREP7
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 2
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
! SAVE, MONTELO,db,
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,10
FITEM,2,-11
LCCAT,P51X
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,6
FITEM,2,-7
LCCAT,P51X
SMRT,6
SMRT,5
SMRT,4
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
!*
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-3
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*

```


[illegible]


```

!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
! SAVE, MONTELO,db,
!/COM,ANSYS RELEASE 11.0   UP20070125   15:46:54   10/07/2007
/PREP7
FLST,2,4,4,ORDE,4
FITEM,2,6
FITEM,2,-7
FITEM,2,10
FITEM,2,-11
/GO
!*
SFL,P51X,PRES,-100,
DL, 12, 3,SYMM
DL, 5, 1,SYMM
!/DIST,1,0.924021086472,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,0.924021086472,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,0.924021086472,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
!/DIST,1,1.08222638492,1
!/REP,FAST
! SAVE, MONTELO,db,
!/COM,ANSYS RELEASE 11.0   UP20070125   10:33:48   10/08/2007
/PREP7
FLST,2,4,4,ORDE,3
FITEM,2,5
FITEM,2,12
FITEM,2,-14
!*
/GO
DL,P51X, ,UX,0
FLST,2,4,4,ORDE,4
FITEM,2,6
FITEM,2,-7
FITEM,2,10
FITEM,2,-11

```

```
/GO  
!*  
SFL,P51X,PRES,-100,  
FINISH  
/SOL  
! /STATUS,SOLU  
SOLVE
```

4. Ολόκληρη μελέτη περίπτωσης: αριστερά Plexiglas και δεξιά Lexan (περιέχει και επιβολή εφελκυστικού φορτίου 100N/m)

```
WPSTYLE,,,,,,,,,0
! /REPLOT,RESIZE
/NOPR
/PMETH,OFF,0
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!*
! /COM,
! /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
! /COM, Structural
!*
WPSTYLE,,,,,,,,,0
! /REPLOT,RESIZE
!*
/NOPR
/PMETH,OFF,0
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!*
! /COM,
! /COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
! /COM, Structural
!*
/PREP7
ET,1,PLANE82
!*
KEYOPT,1,3,2
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2.8E5
MPDATA,PRXY,1,,0.36
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,3.4E5
MPDATA,PRXY,2,,0.34
```

```

!ENGINE ORISMOS YLIKWN ARISTERA TOILEXAN - SE SI m DEJIA
PLEXIGLAS
!*
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
!*
!*
R,1,0.003,
!*
!DHMIOURGIA KEYPOINTS
K,1,-0.05,15E-5,0,
K,2,-0.013,0.00015,0,
K,3,0,0,0,
K,4,-0.013,-15E-5,0,
K,5,-0.05,-0.0003,0,
K,6,-0.05,-0.1,0,
K,7,0,-0.1,0,
K,8,0.05,-0.1,0,
K,9,0.05,0,0,
K,10,0.05,0.1,0,
K,11,0,0.1,0,
K,12,-0.05,0.1,0,
!GRAMMES METAJY TWN KEYPOINTS
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,5
L,6,5
L,6,7
L,7,8
L,8,9
L,9,10
L,10,11
L,11,12
L,12,1
L,7,3
L,3,11
/UI,MESH,OFF
!CREATION OF AREAS BY LINES
A,3,4,5,6,7
A,3,7,8,9,10,11
A,3,11,12,1,2
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2

```



```

AGLUE,P51X
!
LGWRITE,'xwrismesh','lgw','C:\DOCUME~1\el\BCA3~1\DIPLWM~1\drafts\',COM
MENT
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,3
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT,2,1,1,0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
SMRT,6
SMRT,3
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
!*
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-3
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!
FLST,5,62,2,ORDE,27
FITEM,5,90
FITEM,5,-91
FITEM,5,112
FITEM,5,379
FITEM,5,381
FITEM,5,386
FITEM,5,490
FITEM,5,-498
FITEM,5,500
FITEM,5,-511
FITEM,5,513

```

```

FITEM,5,537
FITEM,5,553
FITEM,5,-554
FITEM,5,556
FITEM,5,-561
FITEM,5,564
FITEM,5,-566
FITEM,5,583
FITEM,5,-585
FITEM,5,625
FITEM,5,-628
FITEM,5,640
FITEM,5,-642
FITEM,5,694
FITEM,5,765
FITEM,5,-775
CM,_Y,ELEM
ESEL, , , P51X
CM,_Y1,ELEM
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
!*
!*
EREF,_Y1, , ,2,0,1,1
CMDELE,_Y1
/UI,MESH,OFF
MCHECK,ESEL
FINISH
/PREP7
FINISH
/SOL
FINISH
/PREP7
!*
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,1,5,2
KEYOPT,1,6,0
!*
DL, 12, 3,SYMM
DL, 5, 1,SYMM
FLST,2,4,4,ORDE,4
FITEM,2,5
FITEM,2,8
FITEM,2,-9
FITEM,2,12
!*
/GO
DL,P51X, ,UX,0
FLST,2,4,4,ORDE,4
FITEM,2,6

```

```
FITEM,2,-7  
FITEM,2,10  
FITEM,2,-11  
/GO  
!*  
SFL,P51X,PRES,-100,  
ALLSEL,ALL  
SBCTRAN  
DTRAN  
! LGWRITE,'1','lgw','C:\DOCUME~1\el\BCA3~1\DIPLWM~1\arxeio\','COMMENT
```

Παρατήρηση: Όποια γραμμή κώδικα ξεκινάει με θαυμαστικό δεν αποτελεί γραμμή εντολής, αλλά σχόλια και σημειώσεις που μας βοηθάνε στην καταννόηση των γραμμών εντολών στο αρχείο.

II. ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΚΥΡΙΟΤΕΡΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΚΑΙ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Εικόνα 1: Διεθνής ορολογία για τη ρωγμή σε ένα στερεό σώμα	9
Εικόνα 2: Καρτεσιανό σύστημα αξόνων σε τρισδιάστατο πρόβλημα ρωγμής	10
Εικόνα 3: Καρτεσιανό σύστημα αξόνων σε δισδιάστατο πρόβλημα ρωγμής..	10
Εικόνα 4: Τύποι μετατοπίσεως της ρωγμής.....	15
Εικόνα 5: Επίπεδος εφελκυστικός Τύπος Ι.....	15
Εικόνα 6: Συνεπίπεδος διατμητικός Τύπος ΙΙ.....	15
Εικόνα 7: Εγκάρσιος διατμητικός Τύπος ΙΙΙ.....	16
Εικόνα 8: Μοντέλο διαφασικού υλικού σώματος.....	19
Εικόνα 9: Πρόβλημα ρωγμής σε διαφασικό υλικό	19
Εικόνα 10: Γραφική απεικόνιση των τάσεων σε πολικές συντεταγμένες	22
Εικόνα 11: Ισοχρωματικές καμπύλες σε πρόβλημα ρωγμής κάθετης στην διεπιφάνεια διαφασικού υλικού	31
Εικόνα 12: Ισοπαχείς καμπύλες σε πρόβλημα ρωγμής κάθετης στην διεπιφάνεια διαφασικού υλικού	35
Εικόνα 13: Δισδιάστατα στοιχεία	40
Εικόνα 14: Τάσεις στα δισδιάστατα στοιχεία.....	40
Εικόνα 15: Σημεία για μοντελοποίηση της ρωγμής σε υπολογιστικό πρόγραμμα π.σ.....	52
Εικόνα 16: Δυνατότητες γραφικών απεικονήσεων μετά την επίλυση στο Ansys	57
Εικόνα 17: Το στοιχείο Plane82 του Ansys.....	60
Εικόνα 18: Εισαγωγή σημείων στο Ansys.....	63
Εικόνα 19: Οι γραμμές που δημιουργήθηκαν στο Ansys για την κατασκευή της γεωμετρίας	64
Εικόνα 20: Γραμμές που συνιστούν τη ρωγμή στο Ansys	64
Εικόνα 21: Απεικόνιση αριθμημένων σημείων και γραμμών του μοντέλου στο Ansys.....	65
Εικόνα 22: Οι τρεις περιοχές του μοντέλου στο Ansys.....	66

Εικόνα 23: Απεικόνιση των περιοχών μετά την αντιστοίχιση των υλικών σε αυτές.....	68
Εικόνα 24: Αρχική πλεγματοποίηση του μοντέλου.....	72
Εικόνα 25: Το πλέγμα μετά την εντολή refine σε γραμμές.....	73
Εικόνα 26: Το πλέγμα με επιλογή refine at elements.....	74
Εικόνα 27: Επιβολή του εφελκυστικού φορτίου στο πλεγματοποιημένο μοντέλο.....	78
Εικόνα 28: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2](αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	80
Εικόνα 29: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (1 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	81
Εικόνα 30: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (2 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	81
Εικόνα 31: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (3 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	82
Εικόνα 32: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια με χρήση τριγωνικών στοιχείων	82
Εικόνα 33: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (1 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	83
Εικόνα 34: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (2 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	83
Εικόνα 35: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (2 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και	

Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια με χρήση τριγωνικών στοιχείων	84
Εικόνα 36: Τασική ένταση [N/m^2] ($1^{\text{η}}$ μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	84
Εικόνα 37: Τάση von mises [N/m^2] ($1^{\text{η}}$ μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	85
Εικόνα 38: Μετατοπίσεις κατά τον χ-άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια	85
Εικόνα 39: Μετατοπίσεις κατά τον y-άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas και τη ρωγμή στο lexan κάθετα στη διεπιφάνεια.....	86
Εικόνα 40: Μικρή μετατόπιση των χειλέων της ρωγμής (άνοιγμα) στην περιοχή του άκρου της.....	86
Εικόνα 41: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά	87
Εικόνα 42: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά	87
Εικόνα 43: Μετατοπίσεις κατά τον χ-άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά	88
Εικόνα 44: Μετατοπίσεις κατά τον y-άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφανικό υλικό με Lexan αριστερά και Plexiglas δεξιά	88
Εικόνα 45: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	90

Εικόνα 46: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (1 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	90
Εικόνα 47: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (2 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	91
Εικόνα 48: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (3 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	91
Εικόνα 49: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (1 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	92
Εικόνα 50: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (2 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	92
Εικόνα 51: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (3 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	93
Εικόνα 52: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (χρήση τριγωνικών στοιχείων)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	93
Εικόνα 53: Stress intensity [N/m^2] (1 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	94
Εικόνα 54: Stress intensity [N/m^2] (2 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	94
Εικόνα 55: Τάση von mises [N/m^2] (1 ^η μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	95

Εικόνα 56: Τάση von mises [N/m^2] ($2^{\text{η}}$ μεγένθυση)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan Δεξιά	95
Εικόνα 57: Κατανομή κύριας τάσης σ_1 σε επιλεγμένους κόμβους της διεπιφάνειας πάνω από το ύψος της ρωγμής για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	96
Εικόνα 58: Κατανομή κύριας τάσης σ_2 σε επιλεγμένους κόμβους της διεπιφάνειας πάνω από το ύψος της ρωγμής για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	96
Εικόνα 59:	97
Εικόνα 60: Διακύμανση της τασικής έντασης σε επιλεγμένους κόμβους της διεπιφάνειας πάνω από το ύψος της ρωγμής για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	97
Εικόνα 61: «Διαγώνιο Μονοπάτι» σημείων για απεικόνιση κατανομής των τάσεων σ' αυτό	97
Εικόνα 62: Κατανομή κύριας τάσης σ_1 στο ορισμένο διαγώνιο μονοπάτι για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	98
Εικόνα 63: Κατανομή κύριας τάσης σ_2 στο ορισμένο διαγώνιο μονοπάτι για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	98
Εικόνα 64: Διακύμανση της τασικής έντασης στο ορισμένο διαγώνιο μονοπάτι για μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	99
Εικόνα 65: Κατανομή κύριας τάσης σ_1 σε ορισμένο μονοπάτι κάθετο στην διεπιφάνεια στην προέκταση της ρωγμής σε μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφανικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	99

Εικόνα 66: Κατανομή κύριας τάσης σ_2 σε ορισμένο μονοπάτι κάθετο στην διεπιφάνεια στην προέκταση της ρωγμής σε μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	100
Εικόνα 67: Διακύμανση της τασικής έντασης σε ορισμένο μονοπάτι κάθετο στην διεπιφάνεια στην προέκταση της ρωγμής σε μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	100
Εικόνα 68: Μετατοπίσεις κατά τον χ -άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	101
Εικόνα 69: Μετατοπίσεις κατά τον γ -άξονα [m]-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 100N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	101
Εικόνα 70: Κύρια τάση σ_1 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	102
Εικόνα 71: Κύρια τάση σ_2 [N/m^2] (αρχικό γράφημα)-Μελέτη περίπτωσης εφελκυστικού φορτίου 200N/m σε διαφασικό υλικό με Plexiglas αριστερά και Lexan δεξιά	102

III. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- I. ΓΕΩΡΓΙΟΣ Α. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ: Πειραματική Μηχανική των Θραύσεων (Οπτικές Μέθοδοι Ανάλυσης των Τάσεων) - Εκδόσεις Κλειδάριθμος
- II. ΓΕΩΡΓΙΟΣ Α. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ: Ειδικά Κεφάλαια Μηχανικής. (Πειραματικές Μέθοδοι Ανάλυσης των Τάσεων)
- III. STUDY THE CAUSTICS, ISOCHROMATIC AND ISOPACHIC FRINGES AT A BI-MATERIAL INTERFACE CRACK - ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΗ Γ. Α. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ Ε.Μ.Π.
- IV. G. A. Papadopoulos and N. Moscos, [International Journal of Fracture](#) - [Volume 141, Numbers 1-2 / September, 2006](#): Crack-tip isochromatic and isopachic fringes at a bi-material interface (<http://springerlink.com/content/f9g1v6303344758u/>)
- V. [International Journal of Fracture](#) - [Volume 98, Numbers 3-4 / July, 1999](#): CRACK-TIP CAUSTICS AT A BI-MATERIAL INTERFACE. (<http://www.springerlink.com/content/132h78116034wg04/>), ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΗ ΡΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ Γ.Α. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.
- VI. ΤΣΑΜΑΣΦΥΡΟΣ Γ.Τ. : Μηχανική Παραμορφωσίμων Σωμάτων Ι. - Εκδόσεις Συμμετρία
- VII. ΤΣΑΜΑΣΦΥΡΟΣ Γ.Τ. & ΘΕΟΤΟΚΟΓΛΟΥ Ε. : Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ, ΑΘΗΝΑ, 1994
- VIII. ΚΑΝΑΡΑΧΟΣ Α – ΠΡΟΒΑΤΙΔΗΣ Χ.: Πεπερασμένα Στοιχεία στη Μηχανολογία, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2000.
- IX. ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ: «ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ» του 8^{ου} εξαμήνου των Κατασκευαστών Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π. – Notes for ANSYS.
- X. ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ: «ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ» του 8^{ου} εξαμήνου των Κατασκευαστών Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π. - Structural Tutorial for ANSYS.
- XI. ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ: «ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ» του 8^{ου} εξαμήνου των Κατασκευαστών Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π. – ANSYS Optimization.

- XII. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΣΤΗ ΘΡΑΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ - ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ Γ. Ε. ΕΞΑΛΑΚΤΥΛΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ ΚΡΗΤΗΣ**
- XIII. ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΗΓΜΑΤΩΜΕΝΩΝ ΠΛΑΚΩΝ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΕΝΤΑΣΕΩΣ – ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ Ε.Ε.ΓΔΟΥΤΟΥ [1973 για το Ε.Μ.Π.]**
- XIV. ANSYS NO BOUNDARIES (ANSYS TUTORIALS) - Exercise 1: Axle Structural Static Analysis, Exercise 2: Bike Frame Analysis and Exercise 6: Thermal/Structural Analysis of a Roots type Supercharger.**
- XV. FEM (FINE ELEMENT ANALYSIS) THEORY and APPLICATION with ANSYS – Saeed Moaveni, Minnesota State University, Mankato Prentice Hall, NJ1999.**
- XVI. ANSYS FUNDAMENTAL FEA CONCEPTS AND APPLICATIONS - A Guidebook for the Use and Applicability of Workbench Simulation Tools from ANSYS, Inc.**
- XVII. ANSYS® Tutorial - Kent L. Lawrence Mechanical and Aerospace Engineering University of Texas at Arlington, SDC PUBLICATIONS (Schroff Development Corporation)**
- XVIII. INTRODUCTION TO THE FEM with ANSYS - WORCESTER POLYTECHNIC INSTITUTE MECHANICAL ENGINEERING DEPARTMENT**
- XIX. ANSYS Short Course (Σημειώσεις μαθήματος)- Tim Langlais (langlais@me.umn.edu), August 16, 1999**
- XX. FRACTURES - Stephen Martel, University of Hawaii**
- XXI. ANSYS, Inc. Theory Release 5.7 - Edited by Peter Kohnke, Ph.D.**
- XXII. http://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/fracture_mechanics/fm_left_m_K.cfm**
- XXIII. <http://simscience.org/cracks/advanced/history1.html>**
- XXIV. <http://ecommons.library.cornell.edu/handle/1813/3075> Lecture Notes on Fracture Mechanics Authors: Zehnder, Alan, Cornell University**
- XXV. http://www.engin.brown.edu/courses/En175/notes_frame.htm Σημειώσεις από Division of Engineering Brown University**