ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΜΗΝΙΑΙΟΝ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΝ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ

ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Γ. Π. ΒΟΥΓΙΟΥΚΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

ΕΤΟΣ Ι΄. ΑΘΗΝΑΙ, ΙΟΥΝΙΟΣ 1909 ΑΡΙΘ. 2.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΤΑΧΥΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΧΩΜΑΤΙΣΜΩΝ ΕΚ ΤΗΣ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΟΜΗΣ [1]

ΥΠΟ

Π. ΜΠΙΤΣΑΝΗ

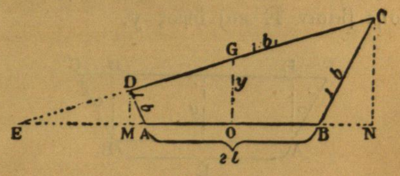
Μηχανικοῦ τῶν Δ. Ἔργων ἐν Ἑλλάδι.

Ἐν ταῖς προμελέταις ὁδῶν καὶ σιδηροδρόμων ὁ ὑπολογισμὸς τῶν χωματισμῶν διὰ ἰδίων κατὰ πλάτος τομῶν εἶνε πάντοτε μακρὸς καὶ κοπιώδης.

Μέχρι τοῦδε προὐτάθησαν, διὰ τὸν ταχὺν τῶν χωματισμῶν ὑπολογισμόν, πλεῖσται ὅσαι μέθοδοι, αἵτινες ἀφ' ἑνὸς δίδουσι προσέγγισιν ἀρκοῦσαν διὰ τὰς ἀνάγκας τῆς πράξεως ἐν ᾧ ἀφ' ἑτέρου ἐπιτρέπουσιν οἰκονομίαν χρόνου, πολλάκις πολυτίμου.

Κατωτέρω προτείνομεν μέθοδον δι' ἧς εἶνε δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῶσι ταχύτατα οἱ χωματισμοὶ τῇ βοηθείᾳ μόνον τῆς κατὰ μῆκος τομῆς ἄνευ τῆς ἀνάγκης τῶν κατὰ πλάτος.

Ἔστω ἡ κατὰ πλάτος διατομὴ ὁδοῦ τινὸς ABCD (σχ. 1).



Σχῆμα 1.

Ἐὰν προεκταθῶσιν αἱ εὐθεῖαι CD καὶ BA μέχρι τῆς συναντήσεώς των εἰς E, καὶ κληθῶσιν :

$2l$ τὸ πλάτος AB τῆς ὁδοῦ,

y τὸ ἐρυθρὸν ὑψόμετρον OG,

b ἡ ἀπόκλισις τῶν πρανῶν ἀπὸ τῆς κατακορύφου,

b_1 ἡ ἀπόκλισις τοῦ ἐδάφους ἀπὸ τῆς ὁριζοντίου,

T τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου EBC,

T_1 τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου EAD,

$x=T-T_1$ τὸ ἐμβαδὸν τῆς διατομῆς ABCD,

1. Μετάφρασις ἐκ τοῦ γαλλικοῦ, ὡς ἐδημοσιεύθη ἐν τοῖς Annales des Ponts et Chaussées, 1908—VI Νοέμβριος—Δεκέμβριος σελὶς 108—114.

εἶνε:

$$\left.\begin{aligned} T&=\frac{1}{2}EB\,.\,CN=\frac{1}{2}\left(\frac{y}{b_1}+l\right)\frac{b_1l+y}{1-bb_1}=\\ &=\frac{\frac{y^2}{b_1}+2ly+b_1l^2}{2(1-bb_1)}\\ T_1&=\frac{1}{2}EA\,.\,DM=\frac{1}{2}\left(\frac{y}{b_1}-l\right)\frac{y-b_1l}{1+bb_1}=\\ &=\frac{\frac{y^2}{b_1}-2ly+b_1l^2}{2(1+bb_1)}\end{aligned}\right\}(*)$$

Πολλαπλασιαζομένων ἀμφοτέρων τῶν μελῶν τῶν ἐξισώσεων τούτων ἐπὶ $(1-b^2b_1^2)$ καὶ ἀφαιρουμένων κατὰ μέλος, εὑρίσκεται:

$$(1-b^2b_1^2)x=by^2+2ly+bb_1^2l^2$$

ἐξ ἧς:

$$x=Cy^2+Ey+Z\ldots\ldots(1)$$

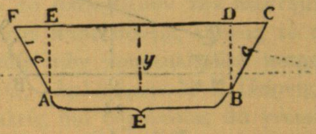
ἤ:

$$C=\frac{b}{1-b^2b_1^2}\quad E=\frac{2l}{1-b^2b_1^2}\quad Z=\frac{bb_1^2l}{1-b^2b_1^2}$$

Ἐὰν ἐν τῇ ἐξισώσει (1) τὸ Z μετενεχθῇ εἰς τὸ πρῶτον μέλος, εὑρίσκεται:

$$x-Z=Cy^2+Ey$$

Ὁ ὅρος Cy^2 παριστᾷ τὸ ἐμβαδὸν δύο ὀρθογωνίων τριγώνων ἴσων AEF καὶ BCD κατὰ πλάτος διατομῆς ἐχούσης κλίσιν πράνον C καὶ ὑψόμετρον ἐρυθρὸν y ἐπὶ τοῦ ἄξονος (σχ. 2)· ὁ ἄλλος ὅρος Ey παριστᾷ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου ABDE τῆς αὐτῆς διατομῆς ἐχούσης βάσιν E καὶ ὕψος y.



Σχῆμα 2.

(*) $EB=EO+l=\frac{y}{b_1}+l$

$CN=EN.b_1=(EB+BN)b_1=\left(\frac{y}{b_1}+l+CN.b\right)b_1=$
$=y+b_1l+CN.bb_1$

ἐξ ἧς $CN=\frac{y+b_1l}{1-bb_1}$.

$EA=EO-l=\frac{y}{b_1}-l$

$DM=EM.b_1=(EA-MA)b_1=\left(\frac{y}{b_1}-l-DM.b\right)b_1=$
$=y-b_1l-DM.bb_1$

ἐξ ἧς $DM=\frac{y-b_1l}{1+bb_1}$

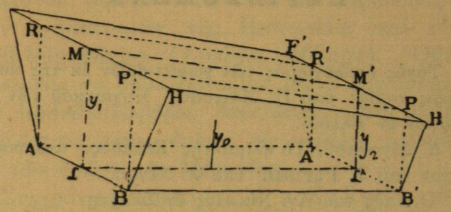
Ληφθήτω νῦν ὄγκος ἐκ χώματος περιλαμβανόμενος μεταξὺ δύο κατὰ πλάτος διατομῶν ὧν τὰ ἐμβαδὰ ἔστωσαν:

$$x_1=Cy_1^2+Ey_1+Z \text{ καὶ } x_2=Cy_2^2+Ey_2+Z$$

Συμφώνως τοῖς προρρηθεῖσιν, αἱ ἐπιφάνειαι τῶν διατομῶν τούτων εἶνε ἰσοδύναμοι δύο ἄλλαις ἐπιφανείαις κατὰ πλάτος διατομῶν, αἵτινες ἔχουσι κλίσιν πρανῶν C καὶ ὑψόμετρα ἐρυθρὰ y_1 καὶ y_2, εἰς ἃς ἐπιφανείας δέον νὰ προστεθῇ ἡ σταθερὰ Z. Ἔστωσαν x_1' x_2' αἱ δύο αὗται ἰσοδύναμοι ἐπιφάνειαι, ἤτοι:

$$x_1'=x_1-Z=Cy_1^2+Ey_1$$
$$x_2'=x_2-Z=Cy_2^2+Ey_2$$

καὶ εὑρεθήτω ὁ ὄγκος ὁ περιλαμβανόμενος μεταξὺ τούτων (σχ. 3).



Σχῆμα 3.

Ὁ ὄγκος οὗτος εἶνε τὸ ἄθροισμα τοῦ πρίσματος BB'P'PAA'R'R καὶ τῶν δύο κολούρων ἴσων πυραμίδων BHPB'H'P' καὶ ARFA'R'F'.

Κληθήτωσαν:

V_1 ὁ ὄγκος τοῦ πρίσματος,

V_2 ὁ ὄγκος τῶν δύο κολούρων πυραμίδων,

$V=V_1+V_2$ ὁ ζητούμενος ὄγκος,

y_0 ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους τῶν τραπεζίων MLM'L' ἀπὸ τοῦ ἄξονος τῆς ὁδοῦ LL',

S τὸ ἐμβαδὸν τῆς κατὰ μῆκος τομῆς LL'M'M,

d ἡ ἀπόστασις LL' μεταξὺ τῶν κατὰ πλάτος τομῶν.

Εἶνε:

$$V_1=LL'MM'+AB=S\,.\,E\ldots\ldots(2)$$

$$V_2=\frac{1}{3}d(BPH+B'P'H'+\sqrt{BPH\times B'P'H'})=$$

$$=\frac{1}{3}d\,(Cy_1^2+Cy_2^2+\sqrt{Cy_1^2\,Cy_2^2}=$$

$$=\frac{1}{3}dC(y_1^2+y_2^2+y_1y_2)$$

Ἀλλὰ:

$$y_0 = \frac{d}{6}\,\frac{y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2}{S}$$

ἢ

$$2Sy_0 = \frac{d}{3}(y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2) \quad (*)$$

Ὥστε:

$$V_2 = Cy_0 S \ldots\ldots\ldots (3)$$

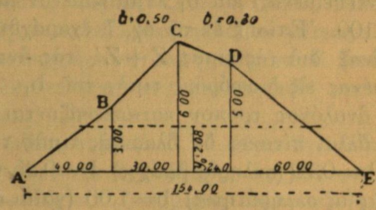
Προστιθεμένων κατὰ μέλος τῶν (1) καὶ (2) εὑρίσκεται:

$$V = S(2Cy_0 + E) \ldots\ldots (4)$$

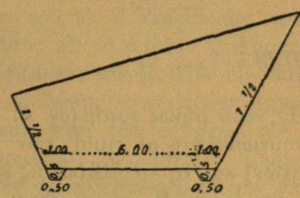
Εἶνε φανερὸν ὅτι ὁ τύπος (4) εἶνε ἐφαρμόσιμος εἰς ὄγκον οἱονδήποτε χωματισμοῦ, ἀνταποκρινομένου εἰς τιμήν τινα τὴν τυχοῦσαν τῶν τεταγμένων $0\ y_1\ y_2 \ldots y_\nu\ y_{\nu+1}\ 0$ ἀρκεῖ αἱ ποσότητες l b καὶ b_1 νὰ μένωσι σταθεραὶ καθ' ὅλον τὸ μῆκος αὐτοῦ.

Ἐκ τούτων ἕπεται:

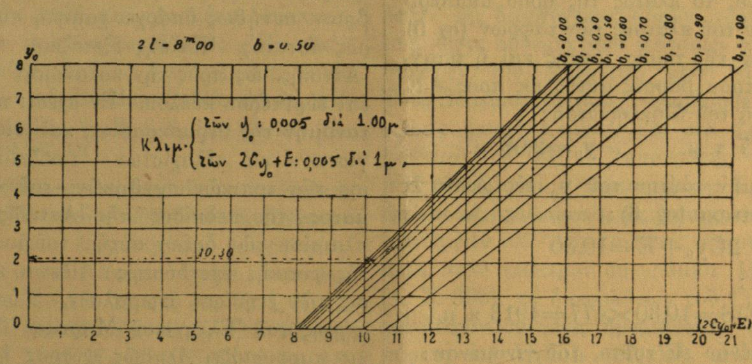
Πρὸς εὕρεσιν τοῦ κύβου χωματισμοῦ, πολλαπλασιάζεται ἡ ἐπιφάνεια S τῆς κατὰ μῆκος τομῆς ἐπὶ τὸν συντελεστὴν $(2Cy+E)$, ἤτοι ἐπὶ τὴν πρώτην παράγωγον τοῦ x ὡς πρὸς y ἐξαγομένην ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) ἐν ᾗ y παριστᾷ τὴν ἀπόστασιν τοῦ κέντρου βάρους τῆς ἐπιφανείας ταύτης ἀπὸ τοῦ ἄξονος τῆς ὁδοῦ, ηὐξημένην κατὰ τὸ γινόμενον Zd τῆς σταθερᾶς Z ἐπὶ τὸ μῆκος d τοῦ χωματισμοῦ. Ἐννοεῖται ὅτι διὰ ἐκχώματα ὁ ὅρος Z γίνεται $(Z+Z')$ ἔνθα Z' παριστᾷ τὸ ἐμβαδὸν τῶν τάφρων.



Σχῆμα 4.



Σχῆμα 5.



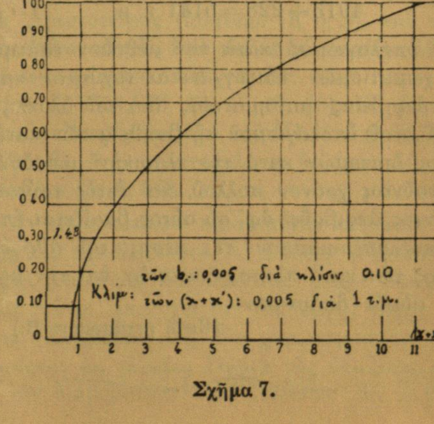
Σχῆμα 6.

Τὰ ἐμβαδὰ τῆς κατὰ μῆκος τομῆς καθὼς καὶ τὰ κέντρα βάρους τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῆς ὑπολογίζονται εἴτε διά τινος γραφικῆς μεθόδου, εἴτε (τοῦθ' ὅπερ προτιμότερον) διὰ τοῦ ὁλοκληρωτοῦ· ὅσον ἀφορᾷ τὰ τιμὰς $2Cy_0+E$ (παριστωμένας ὑπ' εὐθείας) διὰ διαφόρους τιμὰς τοῦ y_0, αὗται ἀναγιγνώσκονται ἀπ' εὐθείας ἐπὶ γραφικοῦ πίνακος κατασκευαζομένου

(*) Διότι ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους τοῦ τραπεζίου LL'MM' ἀπὸ τοῦ ἄξονος LL' ἐξάγεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως:

$$\frac{1}{2}dy_0^2 + \frac{1}{2}(y_1 - y_2)d\left[\frac{1}{3}(y_1 - y_2) + y_2\right] =$$

$$= \frac{1}{6}d(y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2) = Sy_0$$



Σχῆμα 7.

ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ δεδομένου τῆς ὁδοῦ καὶ τῶν διαφόρων τιμῶν τοῦ b καὶ b_1.

Πρὸς ἐφαρμογὴν ἐν τῷ σχήμ. 6 ἐχαράχθη τοιοῦτος πίναξ ἐπὶ τῇ ὑποθέσει ὅτι 2l=8 μέτρα (6 μέτρα τὸ πλάτος τῆς ὁδοῦ καὶ 2 μέτρα τὸ πλάτος τῶν δύο τάφρων) b=0,50 (βράχος ἀποσυντεθειμένος) καὶ b_1 κυμαινόμενον μεταξὺ 0 καὶ 100. Ἐπίσης ἐν τῷ σχ. 7 ἐχαράχθη ἄλλος πίναξ διὰ τὰς τιμὰς $Z+Z'$ τὰς ἀνταποκρινομένας εἰς διαφόρους τιμὰς τοῦ b_1.

Δι' ἀναλόγου τρόπου κατασκευάζονται τέσσαρες ἄλλοι πίνακες δι' ὅλας τὰς τιμὰς τοῦ b ἤτοι: b=0,10 (σκληρὸς βράχος) b=0,25 (βράχος μετρίας σκληρότητος) b=1,00 (γαῖαι συνήθεις) b=1,50 (ἐπιχώσεις).

Παράδειγμα :

Ἔστω:

ABCDE κατὰ μῆκος τομὴ (σχ. 4) ἄνω τῆς ὁποίας ἐσημειώθησαν αἱ τιμαὶ τῶν b=0,50 (κλίσις πρανῶν) καὶ b_1=0,30 (κλίσις ἐδάφους)· ὑποτίθεται ὅτι b καὶ b_1 παραμένωσι σταθερὰ καθ' ὅλον τὸ μῆκος AE.

2l=8 μέτρα, τὸ πλάτος τῆς ὁδοῦ συμπεριλαμβανομένου τοῦ πλάτους τῶν τάφρων (σχ. 5).

Τὸ ἐμβαδὸν τῆς τομῆς ταύτης καὶ ἡ τεταγμένη τοῦ κέντρου βάρους αὐτῆς ὡς πρὸς AE, εὑρέθησαν διὰ τοῦ ὁλοκληρωτοῦ:

$$S=477 \text{ τ. μ.} \qquad y_0=2{,}08 \text{ μ.}$$

Διὰ τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ y_0 εὑρίσκεται ἐν τῷ σχετικῷ πίνακι (σχ. 6):

$$2Cy_0+E=10{,}30$$

Ἑπομένως:

$$(2Cy_0+E)S=10{,}30\times477=4913 \text{ κ. μ.}$$

Προστιθεμένου εἰς τοῦτο, τοῦ γινομένου:

$$(Z+Z')d=148\times154=220 \text{ κ. μ.} \quad (\text{σχ. 4 καὶ 7})$$

εὑρίσκεται διὰ τὸν ζητούμενον ὄγκον:

$$4913+228=5141 \text{ κ. μ.}$$

Ὁ ὑπολογισμὸς κατὰ τὴν μέθοδον ταύτην τῶν χωματισμῶν ἐπιτυγχάνεται ταχύτατα καὶ μετὰ ἀκριβείας μαθηματικῆς διὰ τοῦ ὁλοκληρωτοῦ, τοῦ ὑπολογισμοῦ τῇ βοηθείᾳ τῶν κατὰ πλάτος διατομῶν κατὰ τὴν κλασικὴν μέθοδον, ἀπαιτοῦντος χρόνου πολλοῦ, καὶ ἐκτὸς τούτου μὴ ὄντος ἀκριβοῦς, ἀφ' οὗ οὗτος βασίζεται ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς μέσης τοῦ ἀθροίσματος τῶν κατὰ πλάτος διατομῶν ἐπὶ τὴν μεταξὺ αὐτῶν ἀπόστασιν.

(Κατὰ μετάφρασιν Β.)

ΤΟ ΚΛΙΜΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΥΠΟ

Δ. ΑΙΓΙΝΗΤΟΥ

(Συνέχεια ἐκ τοῦ προηγουμένου.)

Μετὰ τὰς τερπνὰς ταύτας εἰκόνας τῶν ἀττικῶν τοπίων καὶ τὴν περιγραφὴν τῶν κλιματολογικῶν ἰδιοτήτων αὐτῶν, ὁ πυρρὴν αὐτὸς τοῦ Β' τόμου ἀσχολεῖται μὲ τὸν γενικὸν χαρακτῆρα τοῦ κλίματος Ἀθηνῶν (201-354), καὶ τοῦ κλίματος τῆς Δεκελείας (355-389). Ἂν ὁ πρῶτος τόμος περιλαμβάνει συσσωρευμένα τὰ ἀποτελέσματα τῶν παρατηρήσεων τῶν Ἀθηνῶν, ἤδη ἀσχολεῖται ὁ δεύτερος περὶ τὴν χρησιμοποίησιν αὐτῶν. Ὡς πρὸς τὴν πίεσιν ἐχαράχθη ἡ καμπύλη, τονίζεται ὁ ἠπειρωτικὸς χαρακτὴρ αὐτῆς, τὸ ἀπότομον «ἐλάχιστον» τοῦ θέρους ὑπὸ τὴν ἐπίρροιαν τῆς Ἀσιατικῆς γειτνιάσεως, τὰ δύω χειμερινὰ «μέγιστα» (Νοεμβρίου καὶ Ἰανουαρίου), ἐκ τῶν ὁποίων τὸ δεύτερον παρουσιάζει τὰς τόσον τερπνὰς νηνεμίας τῶν ἀλκυωνίδων ἡμερῶν, ἐνῷ μεταξὺ τῶν δύω, κατὰ Δεκέμβριον, συνήθως ὑπάρχει χαμηλὴ πίεσις καὶ καιρὸς ἄστατος. Ἐπίσης ἐξετάζεται ἡ θέσις τῆς Ἀττικῆς, ὡς πρὸς τὴν κατανομὴν τῆς πιέσεως, ἐπὶ εὐρυτέρου κύκλου. Ἐν σχέσει πρὸς τὴν κατανομὴν τῆς θερμοκρασίας, καὶ ἰδίως τῶν «μεγίστων» καὶ «ἐλαχίστων», τονίζεται ἡ ἐπίδρασις τῶν τοπικῶν συνθηκῶν, τοῦ κοίλου σχήματος τῆς πεδιάδος τῆς Ἀττικῆς, ἐντὸς τοῦ πλαισίου τῶν ὀρέων αὐτῆς, τοῦ μικροῦ πάχους τῆς φυτικῆς ἐπενδύσεως. Δίδεται καὶ ἡ ἐξήγησις τῶν ἐτησίων ἀνωμαλιῶν, ἰδίως τῆς κακῆς φήμης τοῦ Ἑλληνικοῦ Μαρτίου, ὅστις πολλάκις παρουσιάζει ἀληθῶς ψυχρὰς ἡμέρας.

Ἀλλὰ τὸ μᾶλλον ἐπαγωγὸν ἐν τῷ κεφαλαίῳ τούτῳ εἶναι ἡ διαφώτισις τῶν αὐξομοιώσεων, ἃς ὑφίσταται ἡ κανονικὴ πορεία τῆς ἡμερησίας καμπύλης τῆς θερμοκρασίας ἐκ τῆς πνοῆς τῆς θαλασσίας αὔρας, καὶ ἐν καιρῷ θέρους ἐκ τῆς πνοῆς τῶν *Ἐτησίων* (Μελτεμίων). Τὰ διαγράμματα τοῦ θερμογράφου, ὧν τινα δημοσιεύονται, δεικνύουν ἐκφραστικώτερον ἢ πᾶσα ἔκθεσις τὴν ἰσοπέδωσιν τῆς ἡμερησίας καμπύλης διὰ τῶν «Ἐτησίων», τὴν ἀξιοσημείωτον διακοπήν, ἕνεκα τῆς κατὰ τὴν 10ην ἢ 11ην π. μ. ὥραν ἀρχομένης αὔρας, τῆς περαιτέρω αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας. Ὅπως τὸ πρῶτον ὁ συνταγματάρχης Hartl διὰ τὴν Ἀργολίδα (Mitt. des k. u. k. mil. geogr. Instituts XIV 1895), ἤδη ὁ Αἰγινήτης, ἐπὶ τῇ βάσει πλουσιωτέρας πείρας τοῦ Ἀθηναϊκοῦ