

τὸ οἰκονομικώτερον διατάξεως τῶν ἐν τῇ μελέτῃ ἔκεινη προτεινομένων ἔργων ἐνισχύσεως τῆς κοιτοστρώσεως τῆς μεγάλης δεξαμενῆς, ὑπολογισθέντων ἐπὶ τῇ βάσει τῆς πλήρους ὑδατοπιέσεως, τῆς ἀνταποκρινομένης εἰς ὀλόκληρον τὴν πιεζομετρικὴν στήλην h καὶ ὀλόκληρον τὴν ποεπιφάνειαν.

Ἐπιχειροῦντες τελευταῖον νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ πάχος (x) ὅπερ ἔδει νὰ είχεν ἡ κοιτοστρώσης τῆς μεγάλης δεξαμενῆς, μὴ συνυπολογιζομένης τῆς ἐκ τῆς προσφρύσεως ἀντιστάσεως, καὶ ἐπὶ τῇ βάσει πιεζομετρικῆς στήλης 0,80h εὑρίσκομεν κατὰ σειρά :

α.—Πάχος x κοιτοστρώσεως τοῦ διαρραγέντος τμήματος διὰ τὴν ἀναπτυχθεῖσαν κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς διαρρῆξεως πίεσιν $h = 8,00 + x$ (ὅρα σχῆμα 4)

$$\begin{aligned} p &= \gamma \cdot m \cdot (8,00 + x) - 2300 \cdot x \\ &= 1029 \cdot 0,80(8,00 + x) - 2300 \cdot x \\ &= 6585,6 - 1476,8 \cdot x \end{aligned}$$

Ἐὰν δεχθῶμεν ἀνεκτὴν τάσιν διὰ τοιχοποιίαν μετὰ σιμεντοκονίας $K = 2000 \text{ χγ./τετρ. μέτρον, θέλομεν } \check{\text{χ}}\text{ει :}$

$$2000 = \frac{(6585,6 - 1476,8 \cdot x)20,3^2}{6 \cdot x^2}$$

$$\check{\text{χ}}\text{ει οὐ} \quad x = \underline{\underline{4,10}} \text{ μ.}$$

β.—Πάχος x κοιτοστρώσεως ἐν γένει ἐπὶ τῇ βάσει τῆς βαθυτέρας διατομῆς (σχῆμα 5) διὰ τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὰ ὑπόγεια ὑδάτα ἥθελον φθάσει τὴν στάθμην τῆς θαλάσσης ἦτοι διὰ $h = 9,90 + x$

$$\begin{aligned} p &= 1029 \cdot 0,80(9,90 + x) - 2300 \cdot x \\ &= 8149,7 - 1476,8 \cdot x \end{aligned}$$

Καὶ ἐὰν μὲν θέλωμεν νὰ μὴ ἐργάζηται ποσῶς ἡ τοιχοποιία εἰς ἐφελκυσμόν, ὅπερ καὶ τὸ φρονιμώτερον, τότε πρέπει νὰ είναι $p = 0$, ἦτοι :

$$x = \frac{8149,7}{1476,8} = \underline{\underline{5,50}} \text{ μ.}$$

Ἐὰν δὲ δεχθῶμεν ἀνεκτὴν τάσιν διὰ τοιχοποιίαν μετὰ σιμεντοκονίας $K = 2000 \text{ χγ./τετρ. μέτρον, θέλομεν } \check{\text{χ}}\text{ει :}$

$$2000 = \frac{(8149,7 - 1476,8 \cdot x)20,3^2}{6 \cdot x^2}$$

$$\check{\text{χ}}\text{ει οὐ} \quad x = \underline{\underline{5,00}} \text{ μ.}$$

*Ἐν Ἀθήναις τῇ 26 Δεκεμβρίου 1909.

ΣΥΜΒΟΛΗ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΝΕΑΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ (ΤΩΝ ΜΕΓΑΛΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ)

Εἰσαγωγὴ.

Ο διάσημος Lagrange ἔλεγεν, ὅτι ὁ Newton ὑπῆρξεν ὁ μεγαλοφυέστερος καὶ εὐτυχέστερος θνητός διότι ἀπαξ ἀνακαλύπτει τις σύστημα πρός μηχανικὴν ἔξηγησιν τοῦ κόσμου! 'Η Μηχανικὴ τοῦ Newton ἐθεωρεῖτο μετὰ πεποιθήσεως ἀδιάσειστος. 'Αλλ' ἡ ίστορία ἰδίᾳ τῶν Φυσικῶν ἐπιστημῶν διδάσκει, ὅτι καὶ ἐκ τῆς ἀμφιβολίας τῶν Σκεπτικῶν ἔξερχεται πολλάκις ἐπιστημονικὴ θετικότης καταρρίπτοντα ὑπὸ τὴν βαρείαν τῆς προόδου σκαπάνην καὶ ἀπατηλὰς τῶν αἰσθήσεων ἐντυπώσεις καὶ παλαιὰς παραδόσεις ἡ ὑποθέσεις ἀνεγέρουσα ἐπὶ τῶν ἐρεπίων αὐτῶν νέον ἰδεῶν καὶ ἐφευρόσεων κόσμον. Οἱ δὲ λόγοι, δι' οὓς ἡ Μηχανικὴ τοῦ Newton ἐτέθη ἐν ἀμφιβόλῳ ἀντικαθισταμένη ὑπὸ τῆς νέας Μηχανικῆς τῶν μεγάλων ταχυτήτων καὶ ἀποτελοῦσα μερικὴν περίπτωσιν ταῦτης εἴναι ἰδίως οἱ ἀκόλουθοι :

1) 'Η θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς Δυναμικῆς τοῦ Newton διδάσκει, ὅτι τὰ ἀποτελέσματα δυνάμεως δρώσης ἐπὶ κινητοῦ σώματος είναι ἀνεξάρτητα τῆς πρότερον κεκτημένης ταχύτητος αὐτοῦ, ἢτοι ἐὰν ἡ αὐτὴ δύναμις ἐνεργῇ διαδοχικῶς ἐπὶ τοῦ κινητοῦ ἀπὸ τῆς ἡρεμίας μετὰ τῆς ταχύτητος v κατὰ δευτερόλεπτον, μετὰ v δευτερόλεπτα ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ γίνεται vv . Αὕτη δὲ ἡ ἀρχὴ ἀμφισβητεῖται ἥδη διότι ἀπεδειχθῇ, ὅτι, ἐὰν ἡ αὐτὴ δύναμις ἐνεργῇ διαδοχικῶς, μετὰ $\check{\text{χ}}$, δύο, τρία, . . . δευτερόλεπτα τὸ ἀποτέλεσμα αὐτῆς είναι μικρότερον τοῦ ἀμέσως προηγούμενου, ὃν ἐν γένει τοσάκις μικρότερον, δοσον ἡ ἥδη κεκτημένη ταχύτης ὑπὸ τοῦ κινητοῦ είναι μεγαλειτέρα. 'Επειδὴ δὲ αἱ διαδοχικαὶ αὗται αὐξήσεις τῆς ταχύτητος είναι ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικραὶ καὶ ἐπομένως ἡ ταχύτης αὐξάνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον βραδέως, ὑπάρχει δοσον, τὸ δοσον οὐδέποτε δύναται νὰ ὑπερβῇ ἡ ταχύτης αὗτῇ ἐπὶ δοσονδήποτε χρόνον καὶ ἀν ἐνεργῇ ἡ κινοῦσα δύναμις τὸ δὲ δοσον τοῦτο είναι ἡ τοῦ φωτὸς ταχύτης. Οὕτω δὲ ἡ ἀδράνεια τῆς ὑλῆς ἐμφανίζεται τοσοῦτον μεγαλειτέρα, δοσον ἡ ὑλη κινεῖται ταχύτερον, ἢτοι ἡ μᾶζα ὑλικοῦ σώματος δέν είναι ἥδη σταθερά, ἀτε αὐξανομένη μετὰ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ. 'Επὶ πλέον, πᾶν κινητὸν ἔνεκα τῆς ἀδρανείας ἀνθίσταται εἴτε εἰς τὴν αὐτίαν τὴν τείνουσαν νὰ ἐπιταχύνῃ τὴν κίνησιν αὐτοῦ

εῖτε εἰς τὴν αἰτίαν τὴν τείνουσαν νὰ μεταβάλῃ τὴν διεύθυνσιν αὐτοῦ. 'Αλλ' ἔαν ἡ ταχύτης ἦν πολὺ μεγάλη, ἢ ἀντίστασις αὕτη δὲν εἶναι ἡ αὐτή κατ' ἀμφοτέρας τὰς περιπιώσεις ταύτας, ὡς ἀπεδείχθη διὰ πειραμάτων (Kaufmann, Bucherer) ἐπὶ τῶν ἀκτίνων β τοῦ φαδίου.

2) Ἡ Μηχανικὴ τοῦ Newton δέχεται τὴν ἀρχὴν τῶν σχετικῶν κινήσεων καὶ τοὺς ἐκ ταύτης συναγομένους νόμους. Ἡ θεμελιώδης αὕτη ἀρχὴ ἥσκει μὲν διὰ καθαρῶς μηχανικὰ φαινόμενα, ἀλλ' οὐχὶ καὶ διὰ σπουδαῖα τινα μέρη τῆς Φυσικῆς, π. χ. τῆς Ὀπτικῆς. Ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς ἔθεωρεῖτο ὡς ἀπόλυτος ἐν σχέσει πρὸς τὸν αὐτέρα καὶ ἡδύνατο νὰ μετρηθῇ, ὡς ἔξαγεται ἐν γένει καὶ ἐκ τοῦ φαινομένου τῆς ἀποπλανήσεως τοῦ φωτὸς τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων. 'Αλλ' ἐν τῇ νέᾳ Μηχανικῇ ἡ ἀρχὴ τῶν σχετικῶν κινήσεων ἔχει δλῶς ἰδιαιτέραν σημασίαν στηριζόμενην κατὰ Lorentz ἐπὶ τῆς ἐρμηνείας τοῦ φαινομένου ἡ τοπικοῦ χρόνου, ὃν ἔχουσι κατὰ πᾶσαν χρονικὴν στιγμὴν δύο διάφοροι ἐπὶ τῆς Γῆς τόποι A καὶ B μὴ κείμενοι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μεσημβριοῦ. Ἐξ ὧν ἀνταλλάσσονται διὰ τοῦ ἄνευ σύρματος τηλεγράφου σηματα πρὸς καθορισμὸν τοῦ χρόνου τῶν χρονομέτρων αὐτῶν. Ἐάν δ τόπος A ἦναι δυτικὸς πρὸς τὸν τόπον B, πᾶν σῆμα ἐκ τοῦ A ἔρχεται εἰς τὸν B, ἐν φ συγχρόνως οἱ δύο οὗτοι τόποι κωροῦσι πρὸς ἀνατολὰς ἐν σχέσει πρὸς τὸν αὐτέρα τὸν φρέα τῶν ἡλεκτρικῶν κυμάτων, εἰς μακρότερον χρόνον ἢ ἐὰν οἱ δύο οὗτοι τόποι εῖναι συνοικοντα ἐν ηρεμίᾳ τούναντίον δὲ πᾶν σῆμα ἐκ τοῦ B ἔρχεται εἰς τὸν A εἰς χρόνον προφανῶς βραχύτερον. Ὡστε κατὰ τὴν ἀνταλλαγὴν τῶν σημάτων τούτων εἶναι ἀπολύτως ἀδύνατον οἱ παρατηρηταὶ τῶν τόπων A καὶ B νὰ γινώσκωσιν, ἐὰν τὰ χρονόμετρα αὐτῶν δεικνύωσιν ἢ μὴ τὴν αὐτὴν ὥφαν δ παρατηρητὴς τοῦ B δύναται νὰ γινώσκῃ μόνον μίαν φαινομένην χρονικὴν διαφοράν, ἐν εἴδος τοπικοῦ χρόνου (δοθέντος, δτι ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς εἶναι 300,000 χιλιόμετρα κατὰ δευτερόλεπτον, ἢ δὲ ἀρχικὴ ταχύτης τῶν ἐκπεμπομένων μορίων τοῦ φαδίου εἶναι τὸ $\frac{1}{10}$ ἢ τὸ $\frac{1}{3}$ αὐτῆς κατὰ δευτερόλεπτον).

3) Κατὰ τὴν νέαν Μηχανικὴν πᾶν σῶμα ὑφίσταται κατὰ τὴν μετασχηματικὴν αὐτοῦ κίνησιν δροσμένην τινὰ παραμόρφωσιν ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν, καθ' ἣν τελεῖται ἡ κίνησις αὕτη (Michelson). Ἡ σφαιραὶ π. χ. καθίσταται εἰδος ἐλλειψοειδοῦς πεπλατυσμένου, τοῦ δοποίου δ. μικρὸς ἄξων παραλλήλος τῇ μεταβατικῇ κινήσει. Ἡ Γῆ κατὰ τὴν περιφορὰν αὕτης παραμορφοῦται κατὰ 1/200,000,000.

Τοιαῦται τινές εἰσιν αἱ βάσεις τῆς νέας Μη-

χανικῆς ἔξαχθεῖσαι ιδίᾳ ἐκ τῆς θεωρίας τῶν ἡλεκτριόνων καὶ τῆς ἀδρανείας τοῦ αἰθέρος. Ἡ ἀδράνεια τοῦ αἰθέρος αὐξάνεται μετὰ τῆς ταχύτητος τείνουσα εἰς τὸ ἀπειρον, δταν ἡ ταχύτης τείνῃ πρὸς τὴν τοῦ φωτός. Ἡ φαινομένη ἄρα μᾶζα τοῦ ἡλεκτριόντος αὐξάνεται μετὰ τῆς ταχύτητος, ἢ δὲ πραγματικὴ σταθερὰ μᾶζα αὐτοῦ εἶναι μηδὲν ἐν σχέσει πρὸς τὴν φαινομένην μᾶζαν καὶ ἐπομένως δύναται τις σχεδὸν εἰπεῖν, ὅτι οὐδεμία ὑπάρχει ὑλη, μόνος δ ἀιθήρ καὶ οὐχὶ ἡ ὑλη εἶναι ἀδρανής, τῆς μᾶζης ἔξαρτωμένης ἐκ τῆς ταχύτητος καὶ τῆς γωνίας, ἷν αὕτη σχηματίζει μετὰ τῆς διευθύνσεως τῆς κινούσης δυνάμεως.

Τῆς ἐννοίας τῆς σταθερᾶς μᾶζης σώματός τυνος οὐτως ἐκλιπούσης ὁ νόμος τοῦ Newton περὶ ἔλεως εἶναι ἀνεφάρμοστος εἰς μεγάλας ταχύτητας, ὡς δεικνύει ἄλλως καὶ ἡ ἀνωμαλία περὶ τὴν κίνησιν τοῦ περιηλίου τοῦ Ἐρημοῦ ἔχοντος πάντων τῶν πλανητῶν τὴν μεγαλειτέραν ταχύτητα. Ἐν τῇ ἐπετηρίδι τοῦ Ἐθνικοῦ Πανεπιστημίου τοῦ 1904 καὶ 1905 καὶ ἐν τῷ «Ἀρχιμήδει» τοῦ 1908 ἀπέδειξα τὸν νόμον περὶ τῶν ἐμβαδῶν καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων πρὸς τοὺς κύβους τῶν ἀξόνων τῶν τροχιῶν τῶν πλανητῶν ἀνεξαρτήτους τοῦ νόμου τοῦ Newton περὶ ἔλεως στηριζόμενος ἐπὶ τῆς δινόδους κινήσεως τῶν ζευστῶν.

'Ἐν τοῖς ἐπομένοις εὑρίσκω πλὴν ἄλλων τὰς διαφορικὰς ἔξισώσεις, ὃν λύσεις εἶναι οἱ γραμμικοὶ μετασχηματισμοὶ τῶν ἔξισώσεων τῆς νέας Ἡλεκτροδυναμικῆς στηριζόμενος ἐπὶ τῶν διαφορικῶν ἔξισώσεων τοῦ Euler ἐν τῇ Ὅδροδυναμικῇ.

a) Περὶ τοῦ μετασχηματισμοῦ τῶν συντεταγμένων σημείου ἀπὸ συστήματος ἐν ηρεμίᾳ εὑρισκομένου εἰς ἔτερον εὑρισκόμενον ἐν δύαλῃ μεταβατικῇ κινήσει.

'Ο A. Einstein (Annalen der Physik. s. 891, B. 17, 1905) στηριζόμενος ἐπὶ τῆς νέας ἀρχῆς τῶν σχετικῶν κινήσεων εὗρε (γενικεύων γνωστὰ ἔξαγόμενα τοῦ H. A. Lorentz) τὰς ἐπομένας ἔξισώσεις μετασχηματισμοῦ τῶν συντεταγμένων καὶ τοῦ χρόνου :

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \xi = \beta(x - nt) \\ \eta = y \\ \zeta = z \\ \tau = \beta(t - \frac{n}{m^2}x) \end{array} \right. \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2}}$$

δπου n ή ταχύτης τῆς διμαλῆς μεταβατικῆς κυνήσεως τῆς ἀρχῆς τοῦ συστήματος τῶν συντεταγμένων ξ, η, ζ ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἡρεμοῦν σύστημα τῶν συντεταγμένων x, y, z καὶ t ή ταχύτης τοῦ φωτός.

Αἱ ἔξισώσεις 1) ἀλληθεύουσι τὰς ἐπομένας διαφορικὰς ἔξισώσεις:

$$2) \quad \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{n}{m^2} \frac{\partial t}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$

Δυνάμεθα νὰ ἀποδεῖξωμεν, ὅτι αἱ ἔξισώσεις 2) προκύπτουσιν ἐκ τῶν ἔξισώσεων τῆς Ὅδοδυναμικῆς ὑπὸ ὁρισμένας ὑποθέσεις. Ὡς γνωστόν, αἱ ὑπὸ Euler δοθεῖσαι ἔξισώσεις τῆς Ὅδοδυναμικῆς εἰναι αἱ ἐπόμεναι (προβ. Kirchhoff, Mechanik, s. 163-164, 170, 308, Leipzig 1883):

$$3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial(V-P)}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial(V-P)}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial(V-P)}{\partial z} \end{array} \right.$$

καὶ

$$4) \quad \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\varrho w)}{\partial z} = 0$$

$$5) \quad P = \int \frac{dp}{\varrho}$$

δπου $u = \frac{dx}{dt}$, $v = \frac{dy}{dt}$, $w = \frac{dz}{dt}$, V τὸ δυναμικὸν τῶν δροσῶν δυνάμεων, ϱ ἡ πυκνότης καὶ P ἡ πίεσις κατὰ τὸ σημεῖον (x, y, z) ἐν τῷ χρόνῳ t .

Τεθείσθω, ὅτι ὑπάρχει δυναμικὸν τῶν ταχυτήτων παριστάμενον διὰ $\tau(x, y, z, t)$, ἢτοι $u = \frac{\partial \tau}{\partial x}$, $v = \frac{\partial \tau}{\partial y}$, $w = \frac{\partial \tau}{\partial z}$ καὶ ὅτι $V = 0$. Ἐκ τῶν ἔξισώσεων 3) προκύπτει:

$$6) \quad -P = \frac{\partial \tau}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \right]$$

Θεωρήσωμεν δὲ τὴν περίπτωσιν, καὶ θ' ἦν αἱ συνεχῶς μεταβαλλόμεναι ταχύτητες u, v, w , ὡς καὶ αἱ μεταβολαὶ τῶν ποσοτήτων P καὶ ϱ εἰναι ἀπείρως μικραί. Τότε δύναται νὰ τεθῇ

$$7) \quad dp = ad\varrho$$

δπου αἱ θετική τις ποσότης, καὶ

$$8) \quad \varrho = \varrho_0(1 + \sigma)$$

ἐνθα ϱ_0 θετική τις ποσότης καὶ ἐλάχιστον διαφέρουσα τῶν τιμῶν, ἃς λαμβάνει ἡ ϱ . Ἡ ποσότης σ καλεῖται συμπλήρωσις ἐν τῷ σημείῳ (x, y, z) κατὰ τὸν χρόνον t .

Ἐκ δὲ τῶν ἔξισώσεων 5), 7), 8) καὶ 6) προκύπτει (μὴ λαμβανομένων ὑπὸ ὅψιν ἀπειροστῶν ποσοτήτων):

$$P = a\sigma$$

καὶ

$$9) \quad \frac{\partial \tau}{\partial t} + a\sigma = 0$$

Ἐὰν δὲ τεθῇ $\sigma = \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x}$ διὰ τὸ σημεῖον (x, y, z) ἐν τῷ χρόνῳ t κατὰ μῆκος τῆς διεύθυνσεως τῶν αὐξανομένων x , προκύπτει:

$$10) \quad \frac{\partial \tau}{\partial t} + a\lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0,$$

δπου λ ποσότης ἀνεξάρτητος τῶν x, y, z, t . Αἱ δὲ ἔξισώσεις αὗται εἰναι προφανῶς αἱ αὐταὶ πρὸς τὰς ἔξισώσεις 2) τοῦ Einstein διὰ $\lambda = \frac{m^2}{n}$.

Ἐὰν δὲ ὑποτεθῇ, ὅτι ἡ συνάρτησις $\tau(x, y, z, t)$ δὲν εἰναι γραμμικὴ καὶ, ὅτι, ἐὰν t αὐξάνηται κατὰ dt , x αὐξάνεται κατὰ $-ndt$, προκύπτει:

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} = -\lambda a \frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial t} = \lambda^2 a^2 \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2}$$

ἥτοι

$$11) \quad \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} = \lambda^2 a^2 \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2}$$

Ἡ δὲ γενικὴ λύσις τῆς ἔξισώσεως ταύτης, ἥτις περιέχει τὴν τῆς πρώτης τῶν 10), εἰναι

$$\tau = f_1(x - \lambda at) + f_2(x + \lambda at)$$

δπου f_1 καὶ f_2 οἷαι δήποτε συναρτήσεις τῶν ἐν αὐταῖς $x - \lambda at$ καὶ $x + \lambda at$ μεταβλητῶν.

β) Περὶ τῆς παραμορφώσεως σώματος κατὰ τὴν μεταβατικὴν αὐτοῦ κίνησιν.

Θεωρήσωμεν σῶμά τι, τὸ διποῖον ἐν ἡρεμίᾳ ενθισκόμενον κέκτηται τὸ σχῆμα σφαίρας ἄκτι-

νος φ. Έὰν ξ , η , ζ ἔναι αἱ συντεταγμέναι τοῦ τυχόντος σημείου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ταύτης, ἡς τὸ κέντρον ἡ ἀρχὴ τῶν δροθογωνίων ἀξόνων, ἡ ἔξισωσις αὐτῆς εἶναι :

$$12) \quad \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \varrho^2$$

Δι' ἀντικαταστάσεως δὲ τῶν ξ , η , ζ διὰ τῶν τιμῶν αὐτῶν 1) κατὰ τὸν χρόνον $t=0$ προκύπτει

$$13) \quad \beta^2 x^2 + y^2 + z^2 = \varrho^2, \quad \beta = \left(1 - \frac{n^2}{m^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

ἵτοι πᾶν στερεὸν σῶμα, τὸ δοποῖον μετρηθὲν ἐν ἡρεμίᾳ κέκτηται τὸ σχῆμα σφαίρας, ἐν διμαλῇ μεταβατικῇ κινήσει μετὰ τῆς ταχύτητος n εὑρισκόμενον λαμβάνει τὸ σχῆμα ἔλλειψοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς μετὰ τῶν ἡμιαξόνων $\frac{\varrho}{\beta}$, ϱ , ϱ .

Ἐκ δὲ τῶν ἔξισώσεων

$$\tau = \beta(t - \frac{n}{m^2}x), \quad x = nt$$

προκύπτει

$$14) \quad \tau = t \sqrt{1 - \frac{n^2}{m^2}} = t - \left(1 - \sqrt{1 - \frac{n^2}{m^2}}\right)t$$

"Οθεν συνάγεται, ὅτι δ καθορισμὸς τῆς ὕρας χρονομέτρου ἐν ἡρεμίᾳ θεωρουμένου καθυστερεῖ κατὰ $1 - \sqrt{1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2}$ δευτερόλεπτα, ἥτοι περίπου κατὰ $\frac{1}{2} \left(\frac{n}{m}\right)^2$ καὶ ἐπομένως εἰς χρόνον t κατὰ $\frac{1}{2} t \left(\frac{n}{m}\right)^2$ δευτερόλεπτα" ἡ δὲ διαφορὰ αὐτῇ αὐξάνεται προφανῶς μετὰ τῆς ταχύτητος n .

γ) Περὶ τῶν ἔξισώσεων τῆς νέας Ἡλεκτροδυναμικῆς.

Αἱ ὑπὸ Maxwell καὶ Hertz δοθεῖσαι ἔξισώσεις τῆς Ἡλεκτροδυναμικῆς ἐν τῷ κενῷ εἶναι αἱ ἐπόμεναι :

$$15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \end{array} \right.$$

καὶ

$$16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} \end{array} \right.$$

ὅπου τὰ μὲν X , Y , Z σημαίνουσι τὰς δροθογωνίους συνιστώσας τῆς ἡλεκτρικῆς δυνάμεως, τὰ δὲ L , M , N τὰς τῆς μαγνητικῆς.

Ἐὰν δὲ ἐν ταῖς ἔξισώσεσι ταύταις ἐκτελεσθῇ ἡ ἀντικατάστασις 1), προκύπτουσιν αἱ ἔξισώσεις :

$$15') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} \frac{\partial X'}{\partial \tau} = \frac{\partial N'}{\partial \eta} - \frac{\partial M'}{\partial \zeta} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial Y'}{\partial \tau} = \frac{\partial L'}{\partial \zeta} - \frac{\partial N'}{\partial \xi} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial Z'}{\partial \tau} = \frac{\partial M'}{\partial \xi} - \frac{\partial L'}{\partial \eta} \end{array} \right.$$

καὶ

$$16') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} \frac{\partial L'}{\partial \tau} = \frac{\partial Y'}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z'}{\partial \eta} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial M'}{\partial \tau} = \frac{\partial Z'}{\partial \xi} - \frac{\partial X'}{\partial \zeta} \\ \frac{1}{m} \frac{\partial N'}{\partial \tau} = \frac{\partial X'}{\partial \eta} - \frac{\partial Y'}{\partial \xi} \end{array} \right.$$

ὅπου

$$X' = X, \quad L' = L$$

$$Y' = \beta(Y - \frac{n}{m}N), \quad M' = \beta(M + \frac{n}{m}Z)$$

$$Z' = \beta(Z + \frac{n}{m}M), \quad N' = \beta(N - \frac{n}{m}Y)$$

καὶ

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2}}$$

δ) Περὶ τῆς κινήσεως ὑλικοῦ σημείου μετὰ μικρᾶς ταχύτητος.

Αἱ ἔξισώσεις τῆς κινήσεως ὑλικοῦ σημείου μετὰ συνήθους μικρᾶς ταχύτητος εἶναι αἱ ἐπόμεναι :

$$17) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu \frac{d^2x}{dt^2} = X \\ \mu \frac{d^2y}{dt^2} = Y \\ \mu \frac{d^2z}{dt^2} = Z \end{array} \right.$$

ὅπου μ ἡ μᾶζα τοῦ ὑλικοῦ σημείου (x, y, z) καὶ X, Y, Z αἱ ὀρθογώνιοι συνιστῶσαι τῆς κινούσης δυνάμεως. Αἱ δὲ ἔξισώσεις τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐν σχέσει πρὸς παραλλήλους τοῖς ἀρχικοῖς ἄξονας τῶν συντεταγμένων ξ, η, ζ κινουμένους διμαλῶς κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τῶν x μετὰ τῆς ταχύτητος n κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=0$ εἰναι:

$$17') \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu \frac{d^2\xi}{dt^2} = X' \\ \mu \frac{d^2\eta}{dt^2} = Y' \\ \mu \frac{d^2\zeta}{dt^2} = Z' \end{array} \right.$$

Ἐὰν δὲ ὑποτεθῇ, ὅτι διὰ $t=x=y=z=0$ εἰναι $t=\xi=\eta=\zeta=0$ καὶ τεθῶσιν ἀντὶ ξ, η, ζ , ταῖς τιμαὶ αὐτῶν 1), αἱ ἔξισώσεις 17') καθίστανται:

$$18) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu \beta^3 \frac{d^2x}{dt^2} = X' \\ \mu \beta^2 \frac{d^2y}{dt^2} = Y' \\ \mu \beta^2 \frac{d^2z}{dt^2} = Z' \end{array} \right.$$

Ἐκ δὲ τῶν ἔξισώσεων τούτων προκύπτει, ὅτι:

$$19) \quad \text{προμήκης μᾶζα} = \frac{\mu}{\left[1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$20) \quad \text{ἐγκαρδία μᾶζα} = \frac{\mu}{1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2}$$

ἥτοι ἡ μᾶζα παντὸς ὑλικοῦ σημείου εἰναι συνάρτησις τῆς ταχύτητος n αὐξανομένη μετ' αὐτῆς.

ε) *Περὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ὑλικοῦ σημείου.*

Ἐὰν ὑλικόν τι σημεῖον κινῆται διμαλῶς μετὰ

τῆς ταχύτητος n κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τῶν x, y , ἡ κινητικὴ αὐτοῦ ἐνέργεια K εἰναι:

$$21) \quad K = \int X dx = \int_0^n \beta^3 n dn = \mu m^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2}} - 1 \right)$$

Πρόδηλον, ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια K αὐξάνεται μετὰ τῆς ταχύτητος n μὴ ὑπερβαινούσης ἐν τῇ πραγματικότητι τὴν τοῦ φωτὸς ταχύτητα m .

Εἶναι δὲ

$$-\mu m^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2}} - 1 \right) = \frac{1}{2} \mu n^2 - \frac{3}{8} \mu \frac{n^4}{m^2} + \dots$$

ἥτοι ἡ ρόμη εἰναι δὸς πρῶτος δὸς τῆς $-K$. Οὐ δὲ δὸς οὗτος εὑρίσκεται ἀμέσως καὶ ἐκ τοῦ τύπου

$$\mu m^2 \frac{dt}{dt} = \frac{\mu m^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{m}\right)^2}}$$

παραλειπομένης τῆς προσθετέας σταθερᾶς ποσότητος μm^2 καὶ τῶν ὅρων τῶν περιεχόντων τὰς δυνάμεις τοῦ $\frac{1}{m^2}$.

ζ) *Περὶ τοῦ νόμου τῆς ἐλξεως ἐν τῇ νέᾳ Μηχανικῇ (τῶν μεγάλων ταχυτήτων).*

Οὐ νόμος τοῦ Newton περὶ ἐλξεως δὲν ἐφαρμόζεται κατὰ τὰ ἀνωτέρω εἰς μεγάλας ταχύτητας καὶ ἐπομένως ἔχει ἀνάγκην τροποποιήσεως διὰ τὰ ἐν κινήσει σώματα κατὰ τὸν αὐτὸν ἀκριβῶς τρόπον, καθ' ὃν καὶ οἱ νόμοι τῆς Ἡλεκτροδυναμικῆς διὰ τὸν ἥλεκτροισμὸν ἐν κινήσει διὰ τῆς ἀρχῆς τῶν σχετικῶν κινήσεων κατὰ τὴν νέαν Μηχανικήν. Ήστε, ὡς βλέπετε τις εὐκόλως, μεταξὺ τῆς παλαιᾶς καὶ τῆς νέας Μηχανικῆς τῶν οὐρανίων σωμάτων ὑπάρχει διαφορά, ἥτις εἰναι τόσον μεγαλειτέρα, ὃσον ἡ ταχύτης τῶν πλανητῶν εἰναι μεγαλειτέρα. Μεταξὺ δὲ τῶν πλανητῶν ὁ Ἐρημῆς ἔχει τὴν μεγαλειτέραν ταχύτητα (περίπου 6,41 γεωγρ. μῆλ. κατὰ δευτερολέπτον) περιφερόμενος περὶ τὸν Ἡλιον. Ή δὲ κίνησις τοῦ περιηλίου τοῦ πλα-

νήτου τούτου είναι ταχυτέρα της λογισθείσης ταχύτητος κατά την παλαιάν Μηχανικήν: ή γωνιακή αύτοῦ ταχύτης είναι κατά 38' μεγαλειτέρα. Κατά δὲ τοὺς λογισμούς της νέας Μηχανικῆς εὑδίσκεται, ότι ή διαφορὰ αὕτη ἔλαττονται κατά 6'', ὡστε οὐπολείπεται ἀκόμη διαφορὰ 32'' μεταξὺ τοῦ λογισμοῦ καὶ τῆς παρατηρήσεως. Ή θεωρία ἄρα τῆς νέας Μηχανικῆς είναι ἐγγυτέρα πρὸς τὴν ἀλήθειαν.

'Ἐν Ἀθήναις κατὰ Δεκέμβριον 1909.

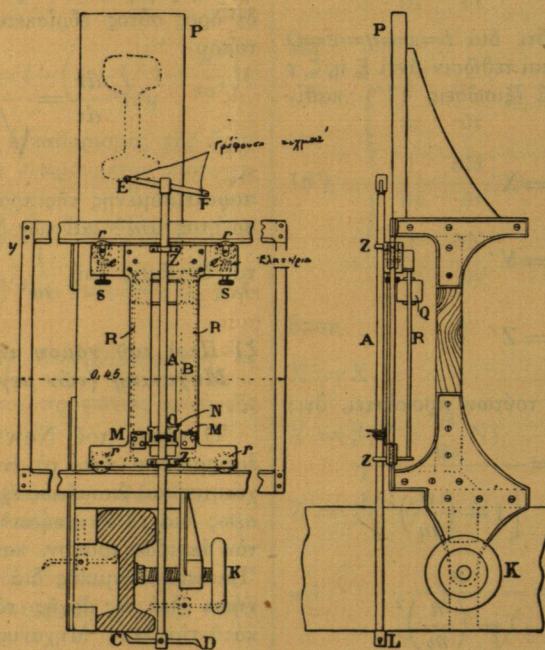
ΑΘ. ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΙΔΗΣ

ΟΡΓΑΝΟΝ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ

πρὸς καθορισμὸν τῆς τομῆς τῶν
σιδηροδρομικῶν ράβδων.

Ἡ στιγμὴ κατὰ τὴν ὅποιαν πρέπει ράβδος σιδηροδρομικῆς τροχιλᾶς νὰ ἀντικατασταθῇ καθο-

ρίζεται πολὺ δυσκόλως. Πᾶσαι αἱ μέχρι τοῦτο ἐν χρήσει πρὸς τοῦτο μέθοδοι ὑπὸ τῶν διαφόρων σιδηροδρομικῶν Ἐταιρειῶν τοῦ κόσμου, δὲν εἰναι δυνατὸν νὰ καθορίσωσιν ἀκριβῶς τὴν στιγμὴν ταύτην, οὕτως ὥστε συμβαίνει διὰ τῶν μὲν τούτων νὰ εὑδίσκηται η ράβδος ἀντικαταστασίμος ἐνῷ εἰναι δυνατὸν νὰ ἐργασθῇ εἰσέτι καὶ διὰ τῶν δὲ η ράβδος εὑδίσκηται ἀντοχῆς εἰσέτι ἐνῷ διὰ λόγους ἀσφαλοῦς τῶν συρμῶν κυκλοφορίας θὰ ἔπειρε νὰ τεθῇ κατὰ μέρος. Οὕτως ἐν Αὐστρίᾳ καὶ Οὐγγαρίᾳ κυρίως, ἀρκοῦνται εἰς τὴν καταμέτρησιν τοῦ ὑψους τῆς ράβδου ὅταν τοῦτο μειωθῇ κάτω δρίσιν τίνος ὡρισμένου η ράβδος ἀντικαθίσταται. Ἐν Ἀγγλίᾳ κρίνουσι περὶ τοῦ ἀντικαταστασίμου η μὴ τῆς ράβδου ἐκ τῆς μειώσεως τοῦ βάρους. Ἐν Γαλλίᾳ εἰναι ἐν ἐφαρμογῇ μέθοδος ἀκριβεστέρα: κατὰ χρονικὰ ἵσα διαστήματα ὡρισμένα λαμβάνονται ἀποτυπώματα τῆς ράβδου ἐν γύψῳ η καταμετρᾶται λεπτομερῶς η ἄκρα διατομῆς τῆς ράβδου ἀπόκοχλιον μένων τῶν ἀμφιδετῶν τῶν τομῶν οὗτω καθορίζομένων εὑδίσκεται η ροπὴ ἀδρανείας καὶ ὑπολογίζεται η ἀντοχὴ τῆς



ράβδου η μείωσις τῆς ἀντοχῆς ἀπὸ καιροῦ εἰς καιρὸν η οὕτως ὑπολογίζομένη, εἰναι δὲ μόνος παράγων δστις ἀσφαλέστερον παντὸς ἐτέρου ἀνεξαιρέτως ηθελεν δρίσιεν τὴν στιγμὴν καθ' ην η ράβδος δέον νὰ ἀντικατασταθῇ.

Καὶ αἱ μὲν δύο πρῶται ἀνωτέρω μνημονεύθεισαι μέθοδοι φανερὸν ὅτι δὲν εἰναι δυνατὸν

νὰ δώσωσιν ἰδέαν τοῦ χρόνου καθ' οὗ η ράβδος πρέπει νὰ ἀντικατασταθῇ, διότι η μείωσις τοῦ ὑψους η τοῦ βάρους δὲν εἰναι εἰμὴ στοιχεῖον ἀτελέστατον πρὸς καθορισμὸν τῆς μειώσεως τῆς ἀντιστάσεως. Αἱ ἄλλαι δύο μέθοδοι, αἱ στηρίζομεναι ἐπὶ τοῦ καθορισμοῦ τῆς τομῆς εἰναι ἀκριβεῖς ως πρὸς τοῦτο, ἀλλὰ παρέχουσιν