

μάρκων έναντι 18892640 μάρκων τοῦ προηγούμενου έτους. Τὸ μέρισμα δρισθὲν πρὸς 11% ἀπερδρόφησε 17050000 μάρκα. Τὸ διπλοὶ πον διενεμήθη εἰς ταμείον συντάξεων (1500000) εἰς ποσοστὰ ὑπαλλήλων (1500000) καὶ εἰς ἀμοιβὴν τοῦ Διοικητικοῦ Συμβουλίου (542500). 'Υπὸ τοιούτους δρους εἰν' εὐνόητον δι τοῖς πονοις Allgemeine, παρὰ τὴν πολεμικὴν ἀνωμαλίαν, διατηροῦνται σταθεραὶ εἰς τὰ 220. 'Ἐν τούτοις δὲν δύναται τις ν' ἀρνηθῆ τὴν σχετικὴν ἐπίδρασιν τοῦ πολέμου ἐπὶ τῶν ἐπιχειρήσεων τῆς Ἐταιρίας δι ταν λάβῃ ν' δψει του δι τοῦ πολέμου τὸ μέρισμα ἔφθασεν εἰς 14%.

'Η Ἡλεκτρικὴ Ἐταιρία τοῦ Βερολίνου, ἡ δοποία εἶναι παράρτημα σχεδὸν τῆς Algemeine ἐκέρδησε κατὰ τὸ 1914-1915 19854223 μάρκα έναντι 23281407 τοῦ προηγούμενου έτους. 'Η πώλησις ρεύματος κατῆλθεν ἀπὸ 267589125 ὕριαίων χιλιοβάττων εἰς 252762233, ἡ δὲ μέση τιμὴ τοῦ ὕριαίων χιλιοβάττου ὑψώθη ἀπὸ 16,65 εἰς 18 λεπτά. Τὸ καθαρὸν κέρδος ἀνῆλθεν εἰς 8532852 μάρκα καὶ τὸ μέρισμα ὕρισθη εἰς 9%, ἀντὶ 12%, τοῦ προηγούμενου έτους. 'Ἐκ τῶν κερδῶν τῆς Ἐταιρίας 2452563 ἔλαβε δυνάμει τῆς συμβάσεως ὁ Δῆμος τοῦ Βερολίνου.

A. Σ. ΣΚΙΝΤΖΟΠΟΥΛΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ ΤΗΣ ΚΟΣΜΟΓΟΝΙΑΣ ΤΩΝ ΑΡΧΑΙΩΝ ΑΤΟΜΙΣΤΩΝ

Οἱ ἀρχαῖοι ὅπαδοὶ τῆς θεωρίας τῶν ἀτόμων ἔλεγον «γίνεσθαι τοὺς κόσμους οὕτω φέρεσθαι κατ' ἀποτομὴν ἐκ τῆς (τοῦ) ἀπείρου πολλὰ πώματα παντοῖα τοῖς σχήμασιν εἰς μέγα κενόν, ἀπερ ἀδροισθέντα δίνην ἀπεργάζεσθαι μίαν, καὶ ἦν προσκρούντα καὶ παντοδαπῶς κυκλούμενα διακρίνεσθαι χωρὶς τὰ δύμοια πρὸς τὰ δύμοια: ἴσορροπων δὲ διὰ τὸ πλῆθος μηκέτι δυναμένων περιφέρεσθαι, τὰ μὲν λεπτὰ χωρεῖν εἰς τὸ ἔξω κενὸν ὥσπερ διαττόμενα, τὰ δὲ λοιπὰ συμμένειν καὶ περιπλεκόμενα συγκατατρέχειν ἀλλήλοις καὶ ποιεῖν πρῶτον τι σύστημα σφαιροειδές». (Διογ. IX 31). 'Η δὲ κίνησις αὗτη τῶν ἀτόμων τελεῖται «κατὰ τύχην ἢ ὑπὸ ἀνάγκης κατὰ τὴν φιλότητα καὶ τὸ νεῖκος» καὶ δύναται νὰ παραβληθῇ πρὸς τὴν κινητικὴν θεωρίαν τῶν ἀερίων ἐν γένει.

'Ἐν τοῖς ἐπομένοις προγματεύομαι μαθητικὴν ἀπόδειξιν τῆς κατὰ τὰ ἀνωτέρω Κοσμο-

γονίας ὡς καὶ τῆς μεταβολῆς τῆς μᾶζης μετὰ τῆς ταχύτητος, ὡς ἀλλως ἀπεδείχθη τοῦτο ἐν τῇ νέᾳ Μηχανικῇ τῶν μεγάλων ταχυτήτων.

1. 'Επειδὴ τινα τῶν ἀτόμων συμμένουσι καὶ περιπλεκόμενα συγκατατρέχουσιν ἀλλήλοις καὶ ποιοῦσι πρῶτον τι σύστημα σφαιροειδές, τὸ οὗτο παραγόμενον πεπλατυσμένον νεφέλωμα δύναται νὰ παραβληθῇ πρὸς διμογενὲς ἐν γένει ἔλλειψοις εἰδές. 'Εντὸς δὲ τοιούτου τινὸς ἔλλειψοις εἰδοῦς ἡ ἔλξις κατὰ τὸ σημεῖον (x,y,z) ἔχει συνιστώσας

$$-a^2x, -\beta^2y, -\gamma^2z$$

ὅπου a^2, β^2, γ^2 γνωσταὶ σταθεραὶ ποσότητες. 'Η δὲ τροχιὰ τοῦ τυχόντος μορίου καθορίζεται ὑπὸ τῶν ἔξισώσεων

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{d^2x}{dt^2} + a^2x = 0 \\ & \frac{d^2y}{dt^2} + \beta^2y = 0 \\ & \frac{d^2z}{dt^2} + \gamma^2z = 0 \end{aligned}$$

ῶν τὰ γενικὰ διοληρώματα

$$\begin{aligned} 2) \quad & x = A_1 \sin at + B_1 \cos at \\ & y = A_2 \sin bt + B_2 \cos bt \\ & z = A_3 \sin gt + B_3 \cos gt \end{aligned}$$

ἡ τροχιὰ ἔρα προβαλλομένη ἐπὶ ἔκαστου τῶν τριῶν δροθογ. ἀξόνων παρέχει ἀπλῆν ταλαντευτικὴν κίνησιν· αἱ δὲ περίοδοι τῶν τριῶν τούτων κινήσεων εἶναι ἄνισοι. Παρατηρητέον δέ, ὅτι οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ α, β, γ μεταβάλλονται βραδέως μετὰ τοῦ χρόνου, ἐὰν τὸ ἔλλειψοις εἴρηται πλατυνόμενον: Ἰδίᾳ δὲ τὸ α αὐξάνεται ταχύτερον, ἐὰν δὲ ἀξών τῶν x ἦναι κάθετος ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τῆς μεγίστης τιμῆς τῶν ἐμβαδῶν, λαμβανομένης ν' δψει καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ μέσου. Οὕτω δ' ἔχεγεται καὶ ἡ κεντρικὴ συμπύκνωσις καὶ ἡ τάσις πρὸς ἐπιπλάνυνσιν: ἐντεῦθεν δὲ καὶ δ σχηματισμὸς δακτυλίων καὶ δ μετασχηματισμὸς αὐτῶν εἰς ἐτερά σφαιροειδῆ.

2. Οἱ δροὶ τῆς ἴσορροπίας ρευστῆς μᾶζης στρεφομένης ὑπὸ μόνιμον κίνησιν περὶ ἀξόνα περιφορᾶς οχ καὶ ὑπὸ γωνιακὴν ταχύτητα ω μεταβαλλομένην ἀπὸ δακτυλίου εἰς δακτυλίου, μὴ λαμβανομένης ν' δψει τῆς τριβῆς, εὑρίσκονται ἐκ τῶν ἔξισώσεων

$$\begin{aligned} 3) \quad & \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ & \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial y} = \omega^2 y \\ & \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial z} = \omega^2 z \end{aligned}$$

ὅπου P σημαίνει τὸ δυναμικὸν τῶν ἔξωτερικῶν δυνάμεων, ρ τὴν πίεσιν, φ τὴν πυκνότητα. Ἐπειδὴ δὲ ἐν περιπτώσει ἴσοθερμίας ἡ ἀδιαβασίας τὸ ρ εἶναι συνάρτησις τοῦ φ, ὑπάρχει τὸ τέλειον διαφορικόν

$$\frac{dp}{\rho} = d\Pi$$

Διὰ πολλαπλασιασμοῦ δὲ τῶν τριῶν ἔξισώσεων 3) ἀντιστοίχως ἐπὶ dx, dy, dz καὶ προσθέσεως κατὰ μέλη προκύπτει

$$4) \quad \begin{aligned} dP + d\Pi &= \omega^2(ydy + zdz) \quad \text{ἢ} \\ d(P + \Pi) &= \omega^2 R dR \end{aligned}$$

ὅπου $R = \sqrt{y^2 + z^2}$ ἡ ἀπόστασις σημείου ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιφορᾶς. Ἀλλ ἐπειδὴ τὸ πρῶτον μέλος τῆς ἔξισώσεως 4) εἶναι τέλειον διαφορικόν, καὶ τὸ δεύτερον εἶναι τοιοῦτον καὶ ἐπομένως δύναται νὰ τεθῇ

$$\omega^2 R = \varphi'(R)$$

καὶ ἡ ἔξισωσις 4) καθίσταται

$$\begin{aligned} d(P + \Pi) &= d\varphi \quad \text{ἢ} \\ P + \Pi - \varphi &= \sigma \alpha \theta. \end{aligned}$$

καὶ διὰ $\Pi = \sigma \alpha \theta$.

$$\varphi - P = c$$

Ὑπὸ δὲ τὴν ὑπόθεσιν κεντρικοῦ πυκνοῦ σώματος μάζης m καὶ περιφερομένου σώματος μάζης m' δύναται νὰ γραφῇ

$$P = -\frac{M}{r}, \quad M = m + m', \quad m > m'$$

$$\text{καὶ} \quad \varphi + \frac{M}{r} = c$$

καὶ διὰ $z = 0$

$$\varphi(y) + \frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2}} = c$$

διὰ $\omega = \sigma \alpha \theta.$ εἶναι

$$\varphi(R) = \frac{\omega^2 R^2}{2}$$

$$\text{καὶ} \quad \frac{\omega^2 y^2}{2} + \frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2}} = c$$

διὰ διαφορίσεως δὲ πρὸς y προκύπτει

$$-\frac{My}{r^3} + \omega^2 y = 0$$

αὗτη δὲ ἡ ἔξισωσις ἐπαληθεύεται διὰ $y = 0$ καὶ διὰ

$$\omega^2 r^3 = M$$

Παρατηρέον δέ, ὅτι ἡ μεγίστη καὶ ἡ ἐλαχίστη τιμὴ τῆς ποσότητος

$$\varphi(y) + \frac{M}{y}$$

εὑρίσκεται ἐκ τῆς ἔξισώσεως

$$\varphi'(y) - \frac{M}{y^2} = 0 \quad \text{ἢ} \quad \omega^2 y - \frac{M}{y^2} = 0$$

αὗτη δὲ ἡ ἔξισωσις σημαίνει, ὅτι κατὰ τὸ θεωρούμενον σημεῖον ἡ φυγήνετρος δύναμις ἰσορροπεῖ τῇ βαρύτητι. Ὑπάρχει δὲ ἐλάχιστον, ἢναν δευτέρα παράγωγος ἦναι θετική, ἢτοι ἐλά-

$$\omega^2 + 2\omega' y + \frac{2M}{y^3} > 0$$

$$\text{ἢ} \quad 3\omega^2 + 2\omega' y > 0$$

ὅ δὲ ὅρος οὗτος ἐκφράζει, ὅτι ἡ παράστασις $\omega^2 y^3$ αὐξάνεται μετὰ τοῦ $y.$ Ἐπειδὴ δὲ διὰ τὴν ἀδιαβασίαν εἶναι

$$\omega y^2 = \sigma \alpha \theta.$$

ἔπειται, ὅτι πρὸς σηματισμὸν δακτυλίων δέοντος περιστροφὴ τοῦ νεφελώματος νὰ ἔναι διμαλὴ ἐν γένει.

3. Ἐκ τῶν ἔξισώσεων

$$\omega^2 r^3 = M \text{ καὶ } \omega r^2 = c$$

ῶν ἡ μὲν πρώτη παριστᾶ τὸν τρίτον νόμον τοῦ Kepler, ἡ δὲ δευτέρα τὴν σταθερὰν ὁπῆν τῆς περιστροφῆς παντὸς δακτυλίου προκύπτει, τοῦ α δὲ τοῖς σταθεροῦ,

$$a\sqrt{\omega} = m + m'.$$

Ἐν Ἀθήναις κατὰ Ἰανουαρίου 1916.

A. ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΙΔΗΣ