ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΜΗΝΙΑΙΟΝ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΝ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ

ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Α. Σ. ΣΚΙΝΤΖΟΠΟΥΛΟΥ

Ετος Κ΄. — ΑΘΗΝΑΙ, Νοεμβριος 1919 — Αριθ. 11

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΤΟ ΤΟΞΟΝ ΜΕΤΑ ΔΥΣΚΑΜΠΤΟΥ ΕΛΚΥΣΤΗΡΟΣ

Εἰς τὴν περίπτωσιν γεφύρας μὲ περιωρισμένον ὕψος κατασκευῆς καὶ μὲ σχετικῶς μέγα ἄνοιγμα ἀναγκάζεταί τις ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ὁδοῦ νὰ διατάξῃ τὴν ὑποβαστάζουσαν κατασκευὴν καὶ ἀπὸ τῆς τελευταίας ταύτης νὰ ἀναρτήσῃ τὸ κατάστρωμα τῆς ὁδοῦ.

Ἐὰν δέ, προσέτι, δέον τὰ στηρίγματα νὰ μὴ ὑποβληθῶσιν εἰς ὤθησιν, τότε δὲν μένει ἄλλο εἰ μὴ κατασκευή τις μεθ' ἑλκυστῆρος

Ἐκ τῶν, ὡς ἄνω, λόγων ἀνάγκης προήχθη εἰς τὰς ἐκ σιδηροκονίας (σιδηροπαγοῦς σκιρροκονιάματος) κατασκευάς, τὸ σύστημα Vierendeel, τὸ ὁποῖον δὲν εἶναι ἄλλο ἢ δικτυωτὴ δοκός, ἐξ ἧς ἐλλείπουσιν αἱ διαγώνιοι ῥάβδοι, ἕνεκα τοῦ ὁποίου οἱ ὀρθοστάται διαμορφοῦνται ἰσχυροὶ πρὸς ἀντίστασιν κατὰ κάμψιν.

Ἐξ αἰσθητικῶν, ὅμως, λόγων προτιμωτέρα θὰ ἦτο ἡ κατασκευὴ τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος, τοῦ ὁποίου εἶναι ἁπλούστερος καὶ ὁ ὑπολογισμὸς κατ' ἀντοχήν.

Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη κατεσκευάσθησαν πλεῖστα τόξα μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος ἐκ σιδηροκονίας ὁμοιάζοντα πρὸς τὸ ᾧδε παρεντιθέμενον σχέδιον, ἴδε σχῆμα 1.

Τὰ τόξα ταῦτα μέχρι τινός, ὑπελογίζοντο κατὰ τὸν γνωστὸν τρόπον ὑπολογισμοῦ τόξου μεθ' ἑλκυστῆρος, δηλαδὴ μὴ λαμβανομένης ὑπ' ὄψει τῆς δυσκαμψίας τοῦ ἐκ σιδηροκονίας ἑλκυστῆρος. Τοῦτο θὰ ἐπετρέπετο εἰς περίπτωσιν καθαρῶς σιδηρᾶς κατασκευῆς, «ὅπου ὁ ἑλκυστὴρ καὶ ἐλαστικὸς λίαν εἶναι καὶ μετ' ἀρθρώσεων πρὸς τὸ τόξον συναρμολογεῖται.

Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, ἴδε σχῆμα 1, ὁ ἐκ σιδηροκονίας ἑλκυστὴρ χρησιμεύει, ὄχι μόνον, ὡς κάτω πέλμα τῆς ὅλης κατασκευῆς ἑλκυόμενον ἀμέσως», ἀλλ' ἀποτελεῖ καὶ μέρος τοῦ δυσκάμπου καταστρώματος τῆς ὁδοῦ, συνεργαζόμενον εἰς τὴν ἐγκαρσίαν σύνδεσιν τῆς ὅλης κατασκευῆς.

Διὰ τῶν ὀρθοστατῶν α, ἴδε σχῆμα 2, ἢ μᾶλλον κρεμαστήρων, εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, τῶν ἐγκαρσίων δοκῶν β, μετὰ τοῦ καταστρώματος καὶ τῶν τυχὸν ὑπαρχουσῶν ἄνω συνδέσεων γ, ἀποτελεῖται πλαίσιον ἀντίκαμπτον (biegungsfest) ἀντενεργοῦν κατὰ τυχὸν λυγισμοῦ τοῦ θλιβομένου ἄνω πέλματος τοῦ τόξου καὶ δι' οὗ μεταβιβάζονται ὁριζόντιοι ἐγκάρσιαι φορτίσεις εἴς τε τὸν ἑλκυστῆρα καὶ τὸ κατάστρωμα τῆς ὁδοῦ.

Οὕτω ὁ ἑλκυστὴρ λαμβάνει διαστάσεις τοιαύτας, ὥστε νὰ καθίσταται λίαν δύσκαμπτος. Ἡ δυσκαμψία δὲ αὕτη τοῦ ἑλκυστῆρος δέον νὰ μὴ παραμεληθῇ κατὰ τὸν κατ' ἀντοχὴν ὑπολογισμὸν τῆς κατασκευῆς, ὡς προκαλοῦσα ῥοπὰς στρέψεως καὶ συνεπῶς δευτερευούσας ἐσωτερικὰς τάσεις (Spannuugen) μὴ παραμελητέας.

Εἰς ἄρθρον δημοσιευθὲν εἰς τὸ Génie Civil ὁ C. Birault πραγματατεύεται περὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος, καθ' ὃν ὑπολογισμόν, ἄγεταί τις εἰς τὸν καθορισμὸν σκοπιμωτέρων διαστάσεων τοῦ ἔργου καὶ κατ' εὐχερέστερον μάλιστα τοῦ πρώην ἐν χρήσει γνωστοῦ τρόπου ὑπολογισμοῦ. Τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ γάλλου Μηχανικοῦ τοῦτον ἠθελήσαμεν νὰ ἀνακοινώσωμεν σήμερον, ὡς παρουσιάζοντα νεωτερισμόν τινα, χάριν τῶν ἐνδιαφερομένων εἰς τοιούτου εἴδους θεωρητικὰ ζητήματα.

Εἰς τύπον γεφύρας, ὡς εἰς τὸ ὑπ' ἀριθ. 1 σχῆμα, ἔχομεν δύο τόξα ὑπερκείμενα τῆς ὁδοῦ, ἑκάτερον δὲ τούτων μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος.

Τὰ βάρη τοῦ καταστρώματος μετὰ τοῦ ὁδοστρώματος, τὰ κινητὰ πρόσθετα φορτία, καὶ τὰ ἐκ τοῦ ἀνέμου τοιαῦτα προερχόμενα, μεταβιβάζονται διὰ τῶν ἐγκαρσίων δοκῶν καὶ τῶν σὺν τούτοις, ὀρθοστατῶν ἢ κρεμαστήρων, ἐπὶ τῶν τόξων καὶ διὰ τούτων εἰς τὰ στηρίγματα.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀντοχῆς τῆς κατασκευῆς ἐξετάζεται ἀλληλοδιαδόχως ἡ ἐπίδρασις τῶν βαρῶν ἢ κατακορύφων δυνάμεων καὶ ἡ ἐπίδρασις ἐξ ἀνίσου θερμάνσεως. Ὁμοιόμορφος θέρμανσις τῶν διαφόρων μερῶν τῆς κατασκευῆς δὲν δύναται νὰ ἔχῃ ἐπιρροήν τινα, καθότι τὰ εἰς τὰ βάθρα ὑποθέματα ἐπιτρέπουσι τὴν διαστολὴν τοῦ ὅλου συστήματος.

Μόνον διαφορὰ θερμοκρασίας μεταξὺ ἑλκυστῆρος ἀφ' ἑνὸς καὶ τόξου μετὰ τῶν κρεμαστήρων ἀφ' ἑτέρου, δύναται νὰ προκαλέσῃ ἐσωτερικὰς τάσεις, δι' ὧν νὰ ἐπαυξάνωνται αἱ ἐκ τῶν φορτίων τοιαῦται. Τοῦτο καίτοι σπανίως ὑπὸ ἐξαιρετικάς τινας περιστάσεις κατασκευῆς ἠδύνατο νὰ συντύχῃ.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ συστήματος παραδεχόμεθα τὰ ἑξῆς, τὰ ὁποῖα ἄλλως τε ἐπιτυγχάνονται ἐν τῇ κατασκευῇ:

1ον) Ὅτι ὁ ἄξων τοῦ τόξου καὶ ὁ ἄξων τοῦ ἑλκυστῆρος τέμνονται εἰς τὸν κατακόρυφον ἄξονα τῶν ὑποθεμάτων εἰς τὰ στηρίγματα, τοῦτο, εἰρήσθω, δὲν εἶναι, ἄλλως τε, καὶ ἀπαραίτητον.

2ον) Ὅτι οἱ ἄξονες τῶν συντεταγμένων διὰ τὸν ὑπολογισμὸν λαμβάνονται, ὡς ἐν σχήματι 3, ἤτοι αἱ τεταγμέναι y λογίζονται κατακορύφως ἀπὸ τοῦ ἄξονος τοῦ ἑλκυστῆρος· τοῦτο ἁπλοποιεῖ τοὺς ὑπολογισμοὺς κατὰ πολύ, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω.

3ον) Ὅτι ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις y δύο ἀνταποκρινομένων σημείων Δ καὶ Δ', τόξου καὶ ἑλκυστῆρος, εἶναι σταθερὰ ἐκ κατασκευῆς, συνεπῶς ἐπιμήκυνσις λόγῳ τῆς ἐλαστικῆς παραμορφώσεως τῶν κρεμαστήρων, ὡς μηδαμινή, δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν.

4ον) Ὅτι οἱ κρεμαστῆρες (ὀρθοστάται) δὲν ἀντιδρῶσιν εἰς τὰς παραμορφώσεις τοῦ συστήματος κατὰ τὸ κατὰ μῆκος ἐπίπεδον τοῦ τόξου.

Ἡ διάστασις τῶν κρεμαστήρων παραλλήλως πρὸς τὸ ἄνω ἐπίπεδον λαμβάνεται, συνεπῶς, ὅσον τὸ δυνατὸν ἰσχνή.

5ον) Ὅτι ἡ γωνία μεταξὺ τῶν ἄκρων τόξου καὶ ἑλκυστῆρος εἶναι ἀμετάβλητος. Δέον ἡ πρὸς τοῦτο σύνδεσις ἐκ κατασκευῆς νὰ ᾖ καλὴ καὶ νὰ ἐξασφαλίζῃ συνεπῶς τὴν παροῦσαν προϋπόθεσιν.

6ον Ὅτι ἡ παραμόρφωσις ἐκ τῶν καθέτων (N) καὶ ἐγκαρσίων (Q) δυνάμεων δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἕλξεως (Z) τοῦ ἑλκυστῆρος, ὡς μηδαμινὴ προφανῶς, ἐν σχέσει πρὸς τὴν παραμόρφωσιν τὴν προερχομένην ἐκ τῆς κάμψεως, τοῦτο ἄλλως τε παραδεχόμεθα καὶ εἰς τοὺς ἄλλους ὑπολογισμούς.

7ον) Ὅτι ἡ ἑλκύουσα δύναμις Z ἐν τῷ ἑλκυστῆρι, καθ' ὅλον αὐτοῦ τὸ μῆκος, εἶναι σταθερά. Τοῦτο εἶναι εὐνόητον, καθ' ὅτι ὁ ἑλκυστὴρ μεταξὺ δύο οἱωνδήποτε τομῶν εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν ἐπήρειαν μόνον κατακορύφων δυνάμεων (φορτίων).

I. ΕΞΕΤΑΣΙΣ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΕΩΣ ΒΑΡΩΝ Ἢ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Ἔστω τομή τις κατακόρυφος τέμνουσα τὸν ἑλκυστῆρα εἰς D' καὶ τὸ τόξον εἰς D (σχῆμα 3), οὗτινος τόξου τὰ κέντρα βάρους τῶν διαφόρων διατομῶν κεῖνται ἐπὶ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ. Τὰ σημεῖα D' καὶ D ἔχουσιν, ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἐκλεχθὲν ἀξονικὸν σύστημα, τὰς αὐτὰς τετμημένας, ἤτοι x.

Μετὰ τὴν παραμόρφωσιν τοῦ τε τόξου καὶ τοῦ ἑλκυστῆρος, συνεπείᾳ ἐπιδράσεως κατακορύφων φορτίων, εἰς τομὴν D τοῦ τόξου ἔχομεν ἐνεργούσας μίαν ῥοπὴν κάμψεως M, μίαν πρὸς τὴν διατομὴν κάθετον δύναμιν N καὶ μίαν ἐν τῇ διατομῇ παράλληλον πρὸς ταύτην, διατέμνουσαν δύναμιν Q, ὡς ἐπίσης εἰς τὴν διατομὴν D' ἔχομεν ἐνεργούσας μίαν ῥοπὴν κάμψεως M' μίαν κάθετον πρὸς τὴν διατομὴν δύναμιν Z (ἡ ἕλξις τοῦ ἑλκυστῆρος, ὁριζοντία αὕτη) καὶ μίαν διατέμνουσαν Q'.

Ὡς πρὸς τὸ σημεῖον D τοῦ ἄξονος τοῦ τόξου ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν τῶν ῥοπῶν, λόγῳ ἰσορροπίας,

1) $M + M' + Z_x\, y_1 = M_0$, ὅπου $y_1 = DD'$

καὶ M_0 ἡ ῥοπὴ τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, ὡς ἡ συνήθους στατικῶς ὑπολογιζομένης δοκοῦ ῥοπὴ κάμψεως. Ἡ κατακόρυφος (δηλ. ἡ παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν y) μετατόπισις τοῦ ἀκραίου σημείου A λόγῳ τῆς ἐλαστικῆς παραμορφώσεως τοῦ τόξου, καὶ ἐκείνη λόγῳ τῆς ἐλαστικῆς παραμορφώσεως τοῦ ἑλκυστῆρος, εἶναι ἴσαι καθότι, ἡ προϋπόθεσις αὕτη εἶναι ἡ μᾶλλον δυσμενὴς καὶ ἐκ κατασκευῆς, ἄλλως τε, ἀνάγκη τοιαύτης ἐκδοχῆς, συμφώνως πρὸς τὰς παραδοχὰς ὑπ' ἀριθ. 3 καὶ 5, ὡς ἄνω ἐρρέθη, ἤτοι ἔχομεν, κατὰ τὰ γνωστὰ ἐκ τῆς θεωρίας τῆς ἐλαστικότητος,

$$\int_A^D \frac{M}{EJ} \times (X_1 - X) \times ds = \int_A^{D'} \frac{M'}{J' x E} \times (X_1 - X) \times dx$$

ὅπου ἡ X ἡ τετμημένη οἱωνδήποτε ἀνταποκρινομένων σημείων τόξου καὶ ἑλκυστῆρος μεταξὺ DD' καὶ A,

J καὶ J' αἱ ἑκάστοτε ῥοπαὶ ἀδρανείας τόξου καὶ ἑλκυστῆρος, E ὁ συντελεστὴς ἐλαστικότητος.

Ἔστω a ἡ γωνία τοῦ ἄξονος τοῦ τόξου (δηλ. τῆς ἐφαπτομένης αὐτοῦ) μετὰ τῆς ὁριζοντίου εἰς τὸ σημεῖον D (Σχ. 4) συνεπῶς ἔχομεν $ds = \frac{dx}{Cos.a}$ ὥστε ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις γίνεται,

$$\int_A^D \frac{M}{J.\,E.\,Cosa} (X_1 - X).\, dx = \int_A^{D'} \frac{M'}{J'\, E} (x_1 - x).dx$$

ἢ

$$\int_A^D \frac{M}{J.Cos.a} (X_1 - X).\, dx = \int_A^{D'} \frac{M'}{J'} (x_1 - x).\, dx$$

διὰ $x_1 - x = 1$ ἔχομεν

$$\int_A^D \frac{M}{J.Cos.a} \cdot dx = \int_A^D \frac{M'}{J'} \cdot dx$$

καὶ

$$\int \frac{M}{J.Cos.a} . dx = \frac{M'}{J'} . dx$$ ἤτοι, ἐὰν ἐκλάβωμεν $\frac{M}{J.Cos.a}$ καὶ $\frac{M'}{J'}$ ὡς ὑποθετικὰς δυνάμεις φορτιζούσας τὸ τόξον καὶ τὸν ἑλκυστῆρα κατὰ τρέχον μέτρον, αἱ ὑποθετικαὶ αὗται δυνάμεις ἔχουσιν, ὡς πρὸς τὴν κατακόρυφον DD'_1 ἴσας ῥοπάς.

Ἐπίσης ἐξάγεται ἡ ἐξίσωσις

2) $\frac{M}{J.Cos.a} = \frac{M'}{J'}$ τῶν ὑποθετικῶν δυνάμεων δι' ὅλας τὰς ἀνταποκρινομένας τομὰς D καὶ D' τόξου καὶ ἑλκυστῆρος.

Διὰ χαμηλὰ τόξα ἡ γωνία α πλησιάζει πρὸς τὸ μηδέν, συνεπῶς Cos.a=1 ὡς ἔγγιστα καὶ ἑπομένως

2^{α} $\frac{M}{J} = \frac{M'}{J'}$ ὡς ἔγγιστα.

Ἡ ὁριζοντία μετατόπισις τοῦ σημείου B ἐκ τοῦ τόξου εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐκ τοῦ ἑλκυστῆρος παραλειπομένων τῶν παραμορφώσεων ἐκ τῶν καθέτων καὶ ἐγκαρσίων δυνάμεων, συμφώνως πρὸς τὴν ὑπ' ἀριθ. 6 παραδοχήν, ὡς ἄνω ἐρρέθη, ἤτοι κατὰ τὰ γνωστὰ ἐκ τῆς θεωρίας τῆς ἐλαστικότητος ἔχομεν

$$\int_A^B \frac{M.y}{J.E} \times ds = \int_A^B \frac{M'y}{J'E} \cdot dx$$

ἀλλὰ διὰ τὸν ἑλκυστῆρα y=O, ἑπομένως

$$\int_A^B \frac{M.y}{J.E} \cdot ds = O$$

ἢ

$$3) \quad \int_A^B \frac{M.y}{J} \, ds = O$$

Ἔστω ἓν ὑποθετικὸν τόξον τοῦ ὁποίου ἡ ῥοπὴ κάμψεως $M_1 = M + M'$, δηλαδὴ ἴση τῷ ἀθροίσματι τῶν ῥοπῶν κάμψεως τόξου καὶ ἑλκυστῆρος καὶ μὲ ῥοπὴν ἀδρανείας J_1 θὰ ἔχομεν, συμφώνως πρὸς τὰς ἐξισώσεις 1) καὶ 2)

4) $M_1 = M_o \quad Z.y$ καὶ

5) $\frac{M}{J.Cos.a} = \frac{M'}{J'} = \frac{M_1}{J.Cos.a + J'} = \frac{M_1}{J_1.Cos.a}$, ἐξ ἧς

$$J_1 = J + \frac{J'}{Cos.a} \text{ ἢ } J' = J_1 Cos.a - J.Cos.a$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν 3 τὸ $\frac{M}{J}$ διὰ τοῦ ἴσου αὐτοῦ $\frac{M_1}{J_1}$, ὡς ἐξάγεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως 5, ἔχομεν,

$$\int_A^B \frac{M_1.y}{J_1} \, ds = O$$

συμφώνως δὲ τῇ ἐξισώσει 4 ἔχομεν,

$$\int_A^B \left(\frac{M_0 - Z.y}{J_1} \right) \cdot yds = O$$

ἢ

$$\int_A^B \frac{M_0 \cdot y \cdot ds}{J_1} - \int_A^B \frac{Z.y \; ds}{J_1} = o \text{ ἐξ οὗ}$$

6) ἔχομεν $Z = \dfrac{\int_A^B \frac{M_0 \cdot y}{J_1} . ds}{\int_A^B \frac{y^2 . ds}{J_1}}$

ἤτοι ἔχομεν τὸν συνήθη τύπον διὰ τὴν ὁριζοντίαν ὤθησιν τόξου μετὰ δύο ἀρθρώσεων, συνεπῶς ἐξάγομεν τὸ συμπέρασμα, ὅτι ἡ ὁριζοντία ἕλξις, ἐν τῷ ἑλκυστῆρι τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος, εἶναι ἴση τῇ ὁριζοντίᾳ ὠθήσει ἑνὸς ὑποθετικοῦ τόξου μετὰ δύο ἀρθρώσεων ἔχοντος τὸν αὐτὸν ἄξονα τοῦ τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος καὶ ὑποθετικὴν ῥοπὴν ἀδρανείας $J_1 = J + \frac{J'}{Cos.a}$

Προσέτι τὸ ὑποθετικὸν τοῦτο τόξον δι' ἑκάστην τομὴν ἔχει ῥοπὴν κάμψεως M_1 ἴσην τῷ ἀθροίσματι τῶν ῥοπῶν κάμψεως M καὶ M' τοῦ τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος, τῶν ἐνεργουσῶν ἐν τῷ τόξῳ καὶ ἑλκυστῆρι. Τὸ ἄνω συμπέρασμα δικαιολογεῖται καθότι τὸ J_1 ἔρχεται εἰς τὸν ἀριθμητὴν καὶ παρονομαστήν, ἑπομένως μηδαμινὴν ἐπίδρασιν κέκτηται ὡς πρὸς τὴν τιμὴν τῆς ἕλξεως Z τοῦ ἑλκυστῆρος.

Ἐπίσης ἐκ τῆς ἐξισώσεως 5 ἐξάγεται ὅτι,

$$M = M_1 \times \frac{J}{J_1} \text{ καὶ } M' = M_1 \frac{J'}{J \; Cos.a} = M_1 \frac{J_1 Cos.a - J.Cos.a}{J_1 . \; Cos.a}$$

$$M' = M_1 \left(1 - \frac{J}{J_1} \right)$$

ἐξ οὗ συνάγομεν, ὅτι ἡ ῥοπὴ κάμψεως M τοῦ τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος εἶναι μικροτέρα τῆς ῥοπῆς κάμψεως τόξου μετὰ δύο ἀρθρώσεων, καὶ ὅτι ἡ ῥοπὴ κάμψεως ἐν τῷ ἑλκυστῆρι εἶναι τόσον μικροτέρα ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας τῶν διατομῶν αὐτοῦ, καθότι τὸ Cos.a δὲν ἀπέχει πολὺ τῆς μονάδος.

Ἡ μεγίστη ἐσωτερικὴ τάσις εἰς διατομήν τινα τοῦ τόξου ὑπολογίζεται διὰ τοῦ τύπου

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M.e}{J}$$

καὶ τοιαύτη εἰς διατομήν τινα τοῦ ἑλκυστῆρος διὰ τοῦ τύπου

$$\sigma' = \frac{-Z}{F'} + \frac{M' e'}{J'}$$

Ἐπειδὴ πρακτικῶς ἡ διατομὴ τοῦ τόξου εἶναι πάντοτε μεγαλειτέρα τῆς τοῦ ἑλκυστῆρος, ἕπεται ὅτι $e > \acute{e}$, ἐξ οὗ ἐξάγεται, ὅτι ἡ ἐκ τῆς κάμψεως μόνον τάσις ἐν τῷ ἑλκυστῆρι εἶναι αἰσθητῶς μικροτέρα τῆς τοῦ τόξου.

Ἐὰν λάβωμεν J' καὶ J ἑπομένως J_1 σταθερά, ἤτοι τὸν λόγον $\frac{J}{J_1}$ σταθερόν ὅπερ ἁπλοποιεῖ πολὺ τὸν ὑπολογισμόν, ἕπεται ὅτι αἱ ῥοπαὶ κάμψεως M τοῦ τόξου καὶ M' τοῦ ἑλκυστῆρος μεταβάλλονται κατὰ τὸν αὐτὸν νόμον, καθ' ὃν αἱ ῥοπαὶ κάμψεως M_1 τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν αὐτῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων ἢ κινητῶν τοιούτων, Ἐκ τούτου προφανῶς ἐξάγεται, ὅτι αἱ γραμμαὶ ἐπιρροῆς τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου ἐπιτρέπουσιν ἐπίσης τὸν καθορισμὸν τῶν δυσμενεστέρων θέσεων τῶν φορτίσεων ἢ ἐξωτερικῶν δυνάμεων καὶ τοῦ συστήματος τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος.

Ἐὰν λοιπόν, διὰ τοῦ γνωστοῦ τρόπου ἀναλυτικοῦ καὶ γραφικοῦ ὑπολογισμοῦ, ἐξάγομεν τὴν ὁριζοντίαν ἕλξιν Z καὶ τὴν καμπύλην τῶν πιέσεων ΑΕΒ (ἴδε σχῆμα 5) τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου μετὰ δύο ἀρθρώσεων δι' ἓν ὡρισμένον σύστημα κατακορύφων φορτίων, δυνάμεθα ἐκ τούτου νὰ ἐξάγωμεν ἐπίσης τὰ στοιχεῖα πρὸς ὑπολογισμὸν τοῦ συστήματος τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος.

Ἡ ῥοπὴ ἐν τῷ σημείῳ D τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου εἶναι

$$M_1 = Z.\, DE$$

Ἐὰν DE διαιρεθῇ διὰ τοῦ σημείου F, οὕτως ὥστε $\frac{DF}{DE} = \frac{J}{J_1}$ καὶ κάμωμεν $D'G = EF$ καὶ δὴ φέρωμεν G κάτωθεν τοῦ ἄξονος τοῦ ἑλκυστῆρος, ἐνόσον F κεῖται ὑπεράνω τοῦ D, ἄλλως τοὐναντίον, (τὸ G ὑπεράνω ἐφ' ὅσον F κάτωθεν τοῦ D), ἔχομεν εἰς τὰ σημεῖα F τὴν καμπύλην τῶν πιέσεων τοῦ τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος καὶ εἰς τὰ σημεῖα G τὴν καμπύλην ἕλξεως ἐν τῷ ἑλκυστῆρι (ἴδε σχῆμα 5).

Αἱ ἐφαπτόμεναι τῶν καμπυλῶν τούτων εἰς τὰ σημεῖα Α καὶ Β δίδουσι τὰς διευθύνσεις τῶν συνιστωσῶν τῶν κατακορύφων ἀντιδράσεων εἰς τὰ στηρίγματα. Τὸ μέγεθος τῶν συνιστωσῶν τούτων ἐξάγεται ἐκ τῆς σχέσεως καθ' ἣν ἡ ὁριζοντία προβολὴ τούτων εἶναι ἴση τῇ ἕλξει $+Z$ διὰ τὸν ἑλκυστῆρα καὶ $-Z$ διὰ τὸ τόξον. Τὸ σχῆμα 6 παρίστησι τὸ δυναμοπολύγωνον διὰ τὸ τόξον, ὅπου αἱ ἐξωτερικαὶ πλευραὶ εἶναι αἱ ὠθήσεις R_α καὶ R_β τοῦ τόξου καὶ αἱ συνιστῶσαι τῶν κατακορύφων ἀντιδράσεων. Ἡ πολικὴ ἀπόστασις 3 τοῦ πολυγώνου τούτου εἶναι ἴση τῷ $-Z$. Ἡ ἀπόστασις α β εἶναι ἴση τῷ ἀθροίσματι τῶν ἐπὶ τοῦ τόξου φορτίων. Τὸ σχῆμα 7 παρίστησι τὸ διάγραμμα τῶν δυνάμεων ἢ τὸ δυναμοπολύγωνον διὰ τὸν ἑλκυστῆρα, ὅπου ἐμφαίνονται ἐπίσης αἱ συνιστῶσαι R_α' καὶ R_β' τῶν ἀντιδράσεων. Ἡ πολικὴ ἀπόστασις 3 εἶναι ἐπίσης $= +Z$. Ἡ ἀπόστασις α′ β′ εἶναι ἴση τῷ ἀθροίσματι τῶν ἐξωτερικῶν φορτίων τῶν ἐνεργούντων ἐπὶ τοῦ ἑλκυστῆρος.

Ἔστω εἰς DD' (σχῆμα 6) εἷς κρεμαστὴρ καὶ αἱ κάθετοι διὰ K καὶ L ἔστωσαν τὰ μέσα τῶν ἀποστάσεων τῶν παρακειμένων κρεμαστήρων.

OK (σχῆμα 6) // πρὸς τὴν ἐφαπτομένην τοῦ τόξου εἰς K σχῆμα (σχῆμα 5) καὶ OL // πρὸς τὴν ἐφαπτομένην εἰς τὸ σημεῖον L. Ἡ ἀπόστασις KL ἐπὶ τῆς α β (σχῆμα 6) εἶναι ἴση τῇ δυνάμει τοῦ κρεμαστῆρος DD'.

Ἐπίσης OK' καὶ OL' // πρὸς τὰς ἐφαπτομένας εἰς τὰ σημεῖα K' καὶ L' τῆς καμπύλης τῶν ἕλξεων τοῦ ἑλκυστῆρος. Τὸ τμῆμα $K'L'$ ἐπὶ τοῦ α′ β′ (σχῆμα 7) εἶναι ἴσον τῷ φορτίῳ, τῷ ὑπὸ τοῦ ἑλκυστῆρος ἀπευθείας βασταζομένῳ εἰς τὸ σημεῖον διασταυρώσεως κρεμαστῆρος καὶ ἑλκυστῆρος.

Συνεπῶς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα $KL + K'L'$ τῶν δυνάμεων εἶναι ἴσον τῷ ὁλικῷ φορτίῳ τῆς γεφύρας τῷ ἐνεργοῦντι μεταξὺ τῶν σημείων K καὶ L' τοῦ τόξου.

II. ΕΞΕΤΑΣΙΣ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΕΩΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΞΟΥ ΚΑΙ ΕΛΚΥΣΤΗΡΟΣ

Ὑπὸ ἐξαιρετικάς τινας περιστάσεις κατασκευῆς, ὡς εἴπομεν, ἠδύνατο νὰ ὑπάρξῃ διαφορὰ μεταξὺ τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἑλκυστῆρος καὶ ἐκείνης τοῦ τόξου μετὰ τῶν κρεμαστήρων. Ἐξετασθήτω ὧδε καὶ ἡ περίπτωσις αὐτή.

Ἔστω τ^0 ἡ διαφορὰ τῶν θερμοκρασιῶν καὶ δὴ $+\tau^0$, ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἑλκυστῆρος εἶναι μικροτέρα τῆς τοῦ τόξου, καὶ $-\tau^0$, ὅταν αὐτὴ εἶναι μεγαλητέρα.

Ἔστω πάλιν M ἡ ῥοπὴ κάμψεως τοῦ τόξου.

M' ἡ ῥοπὴ κάμψεως ἑλκυστῆρος καὶ $Z\tau$ ἡ ἑλκύουσα δύναμις εἰς τὸν ἑλκυστῆρα, λόγῳ τῆς διαφορᾶς τῶν θερμοκασιῶν. Ἔχομεν πάλιν, ἴδε ἐξίσωσιν 1.

συνεπῶς
$$M + M' + Z\tau X y_1 = M_0, \text{ ὅπου } M_0 = O,$$
$$M + M' = -Z\tau X y_1, \text{ ὅπου } y_1 = DD',$$
ἡ ἀπόστασις δύο ἀντιστοίχων σημείων D καὶ D', τόξου καὶ ἑλκυστῆρος, τῶν ὁποίων ἡ τετμημένη εἶναι X_1.

Ἔστω εἰς x_1, εἷς κρεμαστὴρ μὲ τὴν τεταγμένην y_1 ἡ λόγῳ τῆς θερμοκρασίας ἐπιμήκυνσις αὐτοῦ εἶναι

$$\delta x \tau x y_1$$

ὅπου δ ὁ κατὰ μονάδα μήκους συντελεστὴς διαστολῆς.

Τὰ μέχρι τοῦ κρεμαστῆρος y_1 ἀνταποκρινόμενα σημεῖα τόξου καὶ ἑλκυστῆρος ἔξουσιν κατακόρυφον μετατόπισιν λόγῳ τῆς θερμοκρασίας

$$\int_0^{x_1} \delta . \tau . y . + \int_0^{x_1} \frac{M}{J.E} (x_1 - x)\, ds -$$

$$\int_0^{x_1} \frac{M'}{J' + E} (x_1 - x) - dx$$

αἱ δύο ὡς ἄνω, ἐπιμηκύνσεις δέον νὰ ἐξισῶνται προφανῶς, ἤτοι

$$\delta\times\tau\times y_1 = \int_0^{x_1} \delta.\tau.y + \int_0^{x_1} \frac{M}{J.E}(x_1 x)\times ds - \int_0^{x_1} \frac{M'}{J'\times E}(x_1 - x).dx$$

ἀλλὰ $\int_0^x \delta.\tau.y = \delta.\tau.y_1$, συνεπῶς

$$\int_0^{x_1} \frac{M}{JE}(x_1 - x).ds = \int_0^{x_1} \frac{M'}{J'.E}(x_1 - x).dx$$

καὶ συμφώνως πρὸς τὰ προηγουμένως ἐκτεθέντα

$$\int_0^{x_1} \frac{M}{J\times Cos.a}(x_1 - x)\,dx = \int_0^{x_1} \frac{M'}{J'}(x_1 - x)\,dx$$

$$\text{ἤτοι } \frac{M}{JCos.a} = \frac{M'}{J'}$$

καὶ ἐκ τῆς ἀνάγκης, ὅπως ἡ ὁλικὴ ὁριζοντία μετατόπισις ἐξουδετερῶται ἤτοι ἡ ἐκ τοῦ τόξου ἴση τῇ ἐκ τοῦ ἑλκυστῆρος, ἕπεται

$$\delta\,\tau\,l + \int_A^B \frac{M}{J\,.\,E}y.ds = O$$

$$\text{συνεπῶς } \int_A^B \frac{M\times y\times ds}{J} = -\delta\,\tau\,l\,E$$

Ἔστω πάλιν ἓν ὑποθετικὸν τόξον μὲ δύο ἀρθρώσεις τοῦ ὁποίου ἡ ῥοπὴ κάμψεως $M_1 = M + M'$ καὶ ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας $J_1 = J + \frac{J'}{Cos.a}$ ἔχομεν συμφώνως τοῖς ἀνωτέρω

$M_1 = M + M' = -Z\tau\ y$, ἀλλὰ

τὸ M τῆς προηγουμένης ἐξισώσεως εἶναι ἴσον τῷ $M_1\times\frac{J}{J_1}$, ὡς ἐξηγήθη ἀνωτέρω, καὶ συνεπῶς ἡ ἐξίσωσις γίνεται,

$$\int_A^B \frac{M_1\frac{J}{J_1}.y.ds}{J} = -\delta\,\tau.l\,E$$

καὶ ἐπειδὴ $M_1 = -Z\tau\times y$, ἕπεται

$$\int_A^B \frac{-Z\tau.\,y\,\frac{J}{J_1}.y\,ds}{J} = -\delta\,\tau.l\,E$$

ἤτοι $\int_A^B \frac{-Z\tau.y^2\,ds}{J_1} = \delta.\tau.l.E$, ἐξ οὗ $Z\tau =$

$$Z\tau = \frac{\delta.\tau.l.E}{\int_A^B \frac{y^2\ ds}{J_1}}$$

δηλαδὴ ὁ γνωστὸς συνήθης τύπος τόξου μετὰ δύο ἀρθρώσεων, καὶ συνεπῶς ἐξάγεται, ὅτι ἡ ἕλξις Zτ τοῦ ἑλκυστῆρος εἶναι ἴση τῇ ὁριζοντίᾳ ὠθήσει ἑνὸς ὑποθετικοῦ τόξου μὲ δύο ἀρθρώσεις ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς αὐτῆς διαφορᾶς θερμοκρασίας. Τὸ ὑποθετικὸν τοῦτο τόξον ἔχει ῥοπὴν κάμψεως εἰς ἀντιστοίχους διατομὰς ἴσας τῷ ἀθροίσματι τῶν ῥοπῶν κάμψεως τῶν διατομῶν τόξου καὶ ἑλκυστῆρος.

Ἐπειδὴ ὁ ἄξων τοῦ ἑλκυστῆρος AB εἶναι ἡ καμπύλη τῶν πιέσεων (διὰ τὴν μόνην ὑπάρχουσαν ἐξωτερικὴν δύναμιν Zτ) τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου, διὰ τοῦτο ἐὰν διαιρέσωμεν τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν DD′ διὰ τοῦ E, ὥστε νὰ ἡ $\frac{DE}{DD'} = \frac{J}{J_1}$, (D σημεῖον τοῦ ἄξονος τοῦ τόξου) τὰ σημεῖα E ἀποτελοῦσι τὴν κοινὴν καμπύλην τῶν πιέσεων τόξου καὶ ἑλκυστῆρος,

ἐξ οὗ ἐξάγομεν $M = \frac{DE}{DD'}M_1$. καὶ ἔχομεν

$$M' = \left(I - \frac{J}{J_1}\right)M_1 = \left(1 - \frac{DE}{DD'}\right)M_1 = Mi\left(\frac{DD' - DE}{DD^1}\right) = \frac{D^1E}{DD^1}\times M_1$$

δηλαδὴ ἔχομεν ὅτι χρειάζεται πρὸς ὑπολογισμὸν καὶ τῶν ἐκ τῆς διαφορᾶς τῆς θερμοκρασίας τάσεων.

ΟΔΗΓΙΑΙ ΠΡΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΝ ΤΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΟΞΟΥ ΜΕΤΑ ΔΥΣΚΑΜΠΤΟΥ ΕΛΚΥΣΤΗΡΟΣ

Κατόπιν τῶν, ἄνω, ἐκτεθέντων, καὶ δοθέντος, ὅτι αἱ διαστάσεις πλακός, μηκίδων καὶ ἐγκαρσίων δοκῶν ἀφ' ἑνὸς καὶ τῶν κρεμαστήρων, ἢ ὀρθοστατῶν ἀφ' ἑτέρου εὐκόλως ἔχουσι προσδιορισθῆ, προβαίνομεν εἰς τὴν ἐξέτασιν τῆς ἀντοχῆς τοῦ τόξου ἑλκυστῆρος καὶ κρεμαστήρων ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὡς ἄνω ἀναπτυχθείσης θεωρίας, τῆς ἐλαστικότητος.

Ἔχομεν λοιπὸν νὰ ἐξετάσωμεν τὸ τόξον μετὰ τοῦ ἑλκυστῆρος.

1ον) διὰ τὴν φόρτισιν ἐκ τοῦ ἰδίου βάρους.

2ον) διὰ τὴν φόρτισιν ἐκ κινητῶν βαρῶν.

3ον) διὰ τὴν διαφορὰν θερμοκρασίας μεταξὺ τόξου καὶ ἑλκυστῆρος.

Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν ἓν ὑποθετικὸν τόξον μετὰ δύο ἀρθρώσεων εἰς τὰ στηρίγματα καὶ ἔχον τὸν ἴδιον ἄξονα, ὡς τὸ τόξον μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος, ῥοπὴν δὲ ἀδρανείας $J_1 = Jx\frac{J'}{Cos.a}$ δι' ἑκάστην διατομήν, ὅπου J ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας τόξου καὶ J^1 ἡ τοῦ ἑλκυστῆρος εἰς τὴν ἀντιστοιχοῦσαν διατομήν.

1) Φόρτισις ἐκ τοῦ ἰδίου βάρους.

Ὑπολογίζομεν τὴν ἕλξιν Z διὰ τοῦ τύπου

$$Z = \frac{\int_B^A \frac{M_0.y.ds}{J_1}}{\int_B^A \frac{y^2.ds}{J_1}}$$

καὶ ἐπειδὴ J_1 ἔρχεται εἰς τὸν ἀριθμητὴν καὶ παρονομαστήν, καὶ προκαταβολικῶς ἄλλως τε ἄγνωστον, μικρὰν ἐπίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῆς Z, διὰ τοῦ τύπου

$$Z=\frac{\int_B^A M_0 \cdot y \cdot ds}{\int_B^A y^2 \cdot ds}$$ ὅπου M_0 εἶναι ἡ

ἑκάστοτε ροπὴ τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων.

Προβαίνομεν εἶτα εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ροπῶν M^1 τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου, διὰ τῆς ἐξισώσεως $M_1=M_0-Z \cdot y_1$

μεθ' ὃ εὑρίσκομεν τὰς ροπὰς $M=M_1+\frac{J}{J_1}$ τοῦ τόξου

καὶ $M^1=M_1\left(1-\frac{J}{J_1}\right)$ τοῦ ἑλκυστῆρος.

Αἱ κάθετοι δυνάμεις τῶν διατομῶν τοῦ τόξου ἐξάγονται, ὡς ἔγγιστα, ἑκάστοτε διὰ τοῦ τύπου, $N=\frac{Z}{Cos.a}$

ὅπου Z ἡ ἕλξις καὶ α ἡ γωνία τοῦ τόξου (ἐφαπτομένης) εἰς τὸ σημεῖον τῆς διατομῆς μετὰ τῆς ὁριζοντίας. Γραφικῶς δὲ διὰ τῶν δυναμοπολυγώνων τῆς ὁριστικῆς καμπύλης τῶν πιέσεων τοῦ τόξου μετὰ δυσκάμπτου ἑλκυστῆρος.

Αἱ τάσεις εἰς τὰς διατομὰς εὑρίσκονται ἐκ τῶν ἄνω εὑρεθέντων διὰ τῶν τύπων :

$$\sigma=\frac{N}{F}+\frac{M.e}{J}$$ διὰ τὸ τόξον καὶ

$$\sigma=\frac{-Z}{F}+\frac{M^1 \; e^1}{J^1}$$ διὰ τὸν ἑλκυστῆρα

Ἠδυνάμεθα νὰ σχεδιάσωμεν τὴν καμπύλην τῶν πιέσεων τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου ὡς συνήθως, μὲ πολικὴν ἀπόστασιν τοῦ δυναμοπολυγώνου ἴσην τῇ Z καὶ ἐκ τῆς καμπύλης ταύτης νὰ ἐξαγάγωμεν τὰς καμπύλας τῶν πιέσεων τοῦ τόξου καὶ τοῦ ἑλκυστῆρος, καὶ νὰ ἐξετάσωμεν τὰς διατομάς. Τῇ βοηθείᾳ τῶν καμπύλων πιέσεων καὶ ἕλξεων καὶ τῶν σχετικῶν δυναμοπολυγώνων μὲ πολικὴν ἀπόστασιν Z εὑρίσκομεν τὰ βάρη τὰ ὑπὸ τοῦ τόξου λαμβανόμενα, ἤτοι τὰς δυνάμεις τῶν κρεμαστήρων, ὡς ἐπίσης τὰ βάρη τὰ ἀπ' εὐθείας ὑπὸ τοῦ ἑλκυστῆρος βασταζόμενα. Τέλος εὑρίσκομεν τὰς συνιστώσας τῶν ἀντιδράσεων καὶ τὰς ἀντιδράσεις τῶν στηριγμάτων, αἵτινες εἶναι κατακόρυφοι.

2) *Φόρτισις κινητῶν φορτίων.*

Πρὸς εὕρεσιν τῶν δυσμενεστέρων φορτίσεων ἐκ τῶν κινητῶν βαρῶν διὰ τὴν ἕλξιν Z καὶ τὰς ροπὰς M καὶ M', ἀνάγκη ὅπως σχεδιάσωμεν τὰς γραμμὰς ἐπιρροῆς διὰ τὴν ἕλξιν Z καὶ τὰς ροπὰς M_1 τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου

Διὰ τὴν δύναμιν $P=1^{\tau o \nu}$ ἐνεργοῦσαν ἀλλοδιαδόχως εἰς τὰς διαφόρους διατομὰς εὑρίσκομεν διὰ τοῦ τύπου.

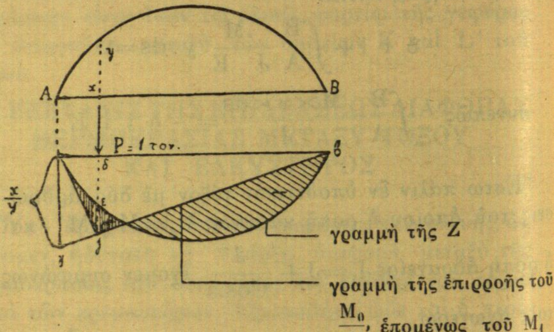
$$Z=\frac{\int_B^A \frac{M_0 \; y \; ds}{J_1}}{\int_B^A \frac{y^2 . \; ds}{J_1}}$$ ἢ ὡς ἔγγιστα

$$Z=\frac{\int_B^A M_0 \cdot y \cdot ds}{\int_B^A y^2 . \; ds}$$

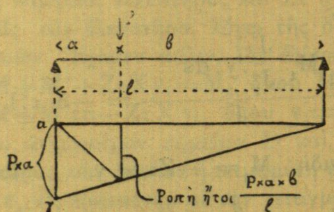
τὰς ἀντιστοιχούσας Z, αἵτινες ὡς τεταγμέναι φερόμεναι ὑπὸ τὰς οἰκείας διατομὰς δίδουσι τὴν γραμμὴν ἐπιρροῆς τῆς Z.

Κατόπιν διὰ τοῦ τύπου $M_1=M_0-Z \; y$ εὑρίσκομεν τὰς ἀντιστοιχούσας ροπὰς τῶν διατομῶν. ἡ διαφορὰ εj πολλαπλασιαζομένη μὲ τὸ y δίδει τὸ M_1 διότι $M_1=M_0-Z \, . \, y$

$$M_1=y\left(\frac{M_0}{y}-Z\right), \; \delta\varepsilon=Z \quad \delta\zeta=\frac{M_0}{y}, \; \varepsilon\zeta=\frac{M_0}{y}-Z$$



τὸ $\alpha\gamma=\frac{x}{y}$ δηλ. τὸ πηλίκον τῶν συντεταγμένων x καὶ y, διότι



$$\sigma\upsilon\nu\varepsilon\pi\hat{\omega}\varsigma \; \alpha\gamma : \frac{P.\alpha.\beta.}{l}=1:\beta \; \text{ἤτοι} \; \alpha\gamma=P.\alpha$$

τώρα ἐὰν διαιρέσωμεν τὴν ροπὴν $\frac{P\alpha.\beta}{P}$ διὰ τοῦ y

καί P.α διὰ τοῦ y, τὸ τρίγωνον μένει ὅμοιον, καὶ

συνεπῶς $\frac{P.\,a}{y}$

ὅπου P=1 καὶ a=x γίνεται $\frac{x}{y}$ ὅπερ εἶναι δύναμις καὶ φέρεται εἰς τὸ διάγραμμα ὑπὸ τὴν κλίμακα τῶν δυνάμεων.

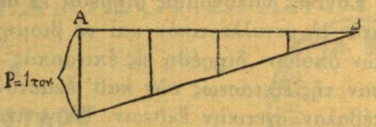
Αἱ διαφοραὶ αὗται τῆς αὐτῆς διατομῆς δι᾽ ὅλας τὰς θέσεις τῆς $P = 1^{\text{ον}}$ φερόμεναι ὡς τεταγμέναι, δίδουσι τὴν καμπύλην τῆς ἐπιρροῆς M_1 διατομῆς τινος.

Διὰ τῶν γραμμῶν ἐπιρροῆς τῶν ῥοπῶν εὑρίσκομεν τὴν δυσμενεστέραν φόρτισιν δι᾽ ἕκαστον σύστημα βαρῶν καὶ ἐξάγομεν τὸ $M_1 max.$ καὶ $M_1 min.$ ἤτοι τὴν μεγίστην θετικὴν ῥοπὴν M_1 καὶ μεγίστην ἀρνητικὴν M_1' καὶ συνεπῶς τὰ ἀντιστοιχοῦντα M τοῦ τόξου καὶ M' τοῦ ἐλκυστῆρος, ὡς καὶ τὰς ἑκάστοτε ἀντιστοιχούσας Z, καὶ τὰς ἑκάστοτε καθέτους δυνάμεις

N διότι $N = \dfrac{Z}{\text{Cos}\,.\,a}$

Διὰ τῶν προηγουμένως δοθέντων τύπων ὑπολογίζομεν τὰς τάσεις εἰς τὰς διατομάς.

Ἠδυνάμεθα δι᾽ ἕκαστον σύστημα φορτίσεως διατομῆς τινος μετὰ τὴν εὕρεσιν τῆς Z νὰ σχεδιάσωμεν τὴν καμπύλην τῶν πιέσεων τοῦ ὑποθετικοῦ τόξου καὶ νὰ ἐξαγάγωμεν τὰς καμπύλας τῶν πιέσεων τόξου καὶ ἐλκυστῆρος, ὡς ἄνω ἐξηγήθη, τὰς δυνάμεις τῶν κρεμαστήρων καὶ τὰς ἀντιδράσεις τῶν στηριγμάτων. Διὰ τὰς ἀντιδράσεις ἐπίσης δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν τὴν γραμμὴν ἐπιρροῆς διὰ $P = 1^{\text{τον}}$. ἥτις εἶναι ἁπλῆ, ὡς κατωτέρω, δίδεται καὶ ὅπου



αἱ τεταγμέναι δίδουσι τὴν ἀντίδρασιν A ὅταν ἡ $P = 1^{\text{τον}}$. ἐνεργεῖ εἰς τὴν ἀντίστοιχον διατομήν.

Ἐν Πειραιεῖ, 1919.

Θ. ΜΑΤΑΡΑΓΚΑΣ