



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ**  
**ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

*‘ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ  
ΚΑΜΠΥΛΩΝ - ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΤΑΥΤΙΣΗ ΜΕ ΤΗΝ  
ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΤΡΟΧΙΑ ΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΥ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΥ ΣΕ  
ΠΙΣΤΑ’*

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΣΤΑΥΡΟΣ Κ. ΦΟΥΡΝΑΡΟΣ**

**Επιβλέπων :** Βασίλειος Βεσκούκης  
Επ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Απρίλιος 2008

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής αυτής εργασίας ολοκληρώνεται, ίσως το σημαντικότερο κομμάτι της ακαδημαϊκής μου ζωής, μιας ζωής που με τις γνώσεις και τις εμπειρίες που με εφοδίασε, τις χαρές και τις λύπες που μου χάρισε, μου έδωσε την δυνατότητα να εξελιχθώ σε ένα σύγχρονο επιστήμονα μηχανικό μα πάνω απ' όλα σε έναν άνθρωπο πιο ώριμο, πιο δίκαιο και πιο σωστό απέναντι στην ανθρωπότητα. Ευελπιστώ ένα μέλλον ακόμη ομορφότερο και δημιουργικό που θα μας δώσει την δυνατότητα να εξελιχθούμε ακόμη περισσότερο και να πραγματοποιήσουμε τα όνειρα μας.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Νίκο Δουλάμη, του οποίου η γνώση, το όραμα και η βοήθεια υπήρξε θεμέλιος λίθος για την δημιουργία και ολοκλήρωση της διπλωματικής αυτής εργασίας. Επίσης ευχαριστώ τον κ. Βασίλειο Βεσκούκη για την βοήθεια και την καθοδήγηση του κατά την πορεία της εργασίας ενώ για την προσφορά τους στην ολοκλήρωση της διπλωματικής αυτής εργασίας, ευχαριστώ τους κ. Αναστάσιο Δουλάμη και κ. Παντελή Πάνο. Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους φίλους μου για την ηθική συμπαράσταση που μου προσέφεραν, ο καθένας με τον δικό του τρόπο καθώς και την Χριστίνα που συνέβαλε ηθικώς και εμπράκτως στην ολοκλήρωση της εργασίας αυτής.

Τέλος το μεγαλύτερο ευχαριστώ θα ήθελα να απευθύνω, για όλα όσα μου πρόσφεραν κατά τα μαθητικά και πανεπιστημιακά μου χρόνια, υλικά και πάνω απ' όλα ηθικά, στους Γονείς μου Κυριάκο και Άννα, στον αδερφό μου Αλέξανδρο καθώς και στους Θείο Δημήτρη και Θεία Ελένη και να τους αφιερώσω την διπλωματική αυτή εργασία.

**Σταύρος Κ. Φουρνάρος**  
Αθήνα, 30 Μαρτίου 2008

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία αλγορίθμων για τον προσδιορισμό του ποσοστού ομοιότητας 2 καμπυλών καθώς και η ανάπτυξη προγραμμάτων που θα εκτελούν την εφαρμογή των αλγορίθμων αυτών για διάφορα είδη καμπυλών. Οι καμπύλες διαχωρίζονται σε δύο είδη : τις συναρτησιακές που μπορούν να περιγραφούν με μια συνάρτηση και τις μη συναρτησιακές οι οποίες δεν μπορούν να περιγραφούν με κάποια συνάρτηση και παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς εκπροσωπούν το σύνολο των τροχιών κινούμενων αντικειμένων.

Για τις συναρτησιακές καμπύλες αναπτύσσεται πρόγραμμα που υπολογίζει τα επικαμπύλια ολοκληρώματα της καμπύλης αναφοράς και της πραγματικής καμπύλης από τα οποία εξάγει το ποσοστό ομοιότητας τους. Για τις μη συναρτησιακές καμπύλες αναπτύσσονται 5 προγράμματα προσδιορισμού του ποσοστού ομοιότητας τους εκ των οποίων 2 χρησιμοποιούν ορθογώνιες συντεταγμένες για να εκφράσουν τα σημεία των καμπυλών και εξάγουν το ποσοστό ομοιότητας είτε με σύγκριση των κέντρων βαρών των καμπυλών, είτε με σύγκριση των ιστογραμμάτων των αποστάσεων των σημείων κάθε καμπύλης. Τα υπόλοιπα 3 προγράμματα χρησιμοποιούν πολικές συντεταγμένες για να εκφράσουν τα σημεία των καμπυλών και εξάγουν τα ποσοστά ταύτισης συγκρίνοντας 2 'πλέγματα' εντοπισμού των σημείων της καμπύλης, αυτό της καμπύλης αναφοράς και της πραγματικής καμπύλης.

Τα προγράμματα προσδιορισμού της ταύτισης καμπυλών βρίσκουν εφαρμογή στην σύγκριση της βέλτιστης με την πραγματική τροχιά ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου που κινείται σε πίστα. Γίνεται συλλογή δεδομένων – τροχιών στην Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, μία εκ των οποίων ορίζεται σαν βέλτιστη τροχιά. Με εφαρμογή των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν, προσδιορίζεται το ποσοστό ταύτισης των πραγματικών τροχιών ως προς την βέλτιστη τροχιά κίνησης του αγωνιστικού αυτοκινήτου.

## **ABSTRACT**

The aim of this dissertation paper is the creation of algorithms for the definition of the rate of resemblance between 2 curves. Based on these algorithms various programs have been developed, which will execute the application of these algorithms for various types of curves. Curves are separated into 2 types: the functional, which can be described by an interrelation and the non-functional ones, which cannot be described by an interrelation and are of particular interest because they represent the majority of the orbits of moving objects.

Concerning the functional curves, a program has been formed that calculates the on-curve integrals of the reference curve and the real curve, from which it exports their rate of resemblance. In regard to non-functional curves, 5 programs have been developed for the determination of their rate of resemblance, out of which 2 represent the points using Cartesian coordinates and export the rate of resemblance either with the comparison between the centers of weight of the curves, or with comparison between the histograms of the distance of points of each curve. The other 3 programs, use polar coordinates in order to express the points of curves and export the rates of resemblance comparing 2 'grids' that locate the points of the curves, the one of the reference curve and the one of real curve.

The programs of determination of resemblance of curves, find application in the comparison between the optimal and the real orbit of a racing car that is moving along a racing track. A collection of data-orbits is being held in the National Technological University of Athens in Zografou, one of which is set as the most optimal orbit. Finally, with the application of the programs which have been developed, the rate of resemblance between the real and the most optimal orbit of the movement of a racing car, is defined.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	7
1.1 Αντικείμενο Διπλωματικής .....	8
1.2 Δομή Συγγράμματος .....	9
1.2.1 Συλλογή δεδομένων .....	9
1.2.2 Έλεγχος ταύτισης συναρτησιακών καμπυλών .....	10
1.2.3 Έλεγχος ταύτισης μη συναρτησιακών καμπυλών .....	10
1.2.4 Αξιολόγηση Προγραμμάτων .....	11
1.2.5 Πρακτική Εφαρμογή .....	11
1.2.6 Συμπεράσματα .....	11
2. ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ .....	12
2. ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ .....	12
2.1 Συλλογή Δεδομένων σε Πραγματικό Χρόνο .....	12
2.1.1 Noni GPSPlot .....	13
2.2 Συλλογή Δεδομένων με Γραφική Σχεδίαση.....	20
3. ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ.....	23
3.1 Γενικά.....	23
3.2 Έλεγχος Ταύτισης Καμπυλών .....	24
3.3 Εισαγωγή Δεδομένων .....	25
3.4 Πύκνωση Σημείων .....	26
3.4.1 Γραμμική Παρεμβολή .....	28
3.4.2 Κυβική Παρεμβολή.....	31
3.4.3 Spline Παρεμβολή .....	32
3.4.4 Παρεμβολή Radial Basis Functions.....	33
3.4.5 Συμπεράσματα .....	40
3.3 Ομοιότητα Καμπυλών .....	42
3.3.1 Υπολογισμός εμβαδόν διαφοράς .....	42
3.3.2 Προσδιορισμός ποσοστού ταύτισης καμπυλών.....	45
3.4 Σχολιασμός.....	46
4. ΜΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ .....	48
4.1 Γενικά.....	48
4.2 Πρόγραμμα Υπολογισμού Αποστάσεων Σημείων .....	50
4.2.1 Εισαγωγή δεδομένων .....	50
4.2.2 Υπολογισμός αποστάσεων μεταξύ σημείων – Ιστόγραμμα .....	50
4.2.3 Ιστόγραμμα Συχνοτήτων .....	52
4.2.4 Προσδιορισμός ποσοστού ταύτισης 2 καμπυλών.....	54
4.2.4 Σχολιασμός.....	55
4.3 Πρόγραμμα Υπολογισμού Κέντρου Βάρους .....	57
4.3.1 Υπολογισμός κέντρου βάρους καμπυλών .....	57
4.3.2 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών .....	58
4.3.3 Σχολιασμός.....	60
4.4 Πολικές Συντεταγμένες.....	61
4.4.1 Σύστημα πολικών συντεταγμένων.....	62
4.4.2 Μετατροπή Καρτεσιανών συντεταγμένων σε πολικές .....	64
4.5 Πρόγραμμα Πολικών Συντεταγμένων 1 .....	65
4.5.1 Εισαγωγή δεδομένων .....	66

4.5.2 Μετατροπή ορθογώνιων συντεταγμένων σε πολικές .....	66
4.5.3 Άθροισμα των εντάσεων $R$ των σημείων ανά $d\theta$ .....	67
4.5.4 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών .....	68
4.5.5 Σχολιασμός .....	69
4.6 Προγράμματα Πολικών Συντεταγμένων $2^A$ & $2^B$ .....	71
4.6.1 Εισαγωγή δεδομένων .....	71
4.6.2 Μετατροπή Ορθογώνιων Συντεταγμένων σε Πολικές .....	71
4.6.3 Εντοπισμός Σημείων ανά $d\theta$ και $dr$ .....	72
4.6.4 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών – Πρόγραμμα $2^A$ .....	73
4.6.5 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών – Πρόγραμμα $2^B$ .....	76
4.6.6 Σχολιασμός .....	79
4.7 Γραφικό Περιβάλλον Χρήστη .....	80
4.7.1 Χρήση Γραφικού Περιβάλλοντος Χρήστη .....	82
5. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ .....	84
5.1 Datasets Συναρτησιακών Καμπυλών .....	84
5.1.1 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονα $X$ .....	86
5.1.2 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονα $Y$ .....	88
5.1.3 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονες $X, Y$ .....	91
5.1.4 Στροφή Καμπύλης ως προς Γωνία $\Theta$ .....	94
5.1.5 Σχολιασμός αποτελεσμάτων .....	98
5.2 Datasets Μη Συναρτησιακών Καμπυλών .....	100
5.2.1 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς Άξονα $X$ .....	101
5.2.2 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονα $Y$ .....	108
5.2.3 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς τους άξονες $X, Y$ .....	116
5.2.4 Στροφή Καμπύλης κατά γωνία $\Theta$ .....	124
5.2.5 Εισαγωγή Θορύβου .....	133
5.2.6 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων .....	146
6. ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ .....	150
6.1. Συλλογή Δεδομένων .....	150
6.1.1 Βέλτιστη Τροχιά .....	150
6.1.2 Πραγματική Τροχιά .....	151
6.1.3 Πραγματική Τροχιά Παράκαμψης .....	152
6.2 Προσδιορισμός Ποσοστού Ομοιότητας .....	153
6.2.1 Νέος Πόλος Πολικού Συστήματος .....	153
6.2.2 Εφαρμογή Προγραμμάτων .....	155
6.3 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων .....	158
7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	159
8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	161

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Από την αρχή της ανθρωπότητας ο εντοπισμός της θέσης ενός αντικειμένου, αποτελούσε ένα από τα σημαντικότερα και συγχρόνως από τα πολυπλοκότερα ζητήματα, το οποίο ο άνθρωπος είχε να αντιμετωπίσει τόσο στην καθημερινή του ζωή όσο και σε πιο εξεζητημένες και σύνθετες εργασίες. Κάθε πολιτισμός, προσπάθησε με δικούς του επιστημονικούς και μη τρόπους να δώσει λύση σε αυτό το αρχέγονο αλλά καθημερινό πρόβλημα, στο βαθμό που το ‘γνωσιακό του απόθεμα’ μπορούσε να υποστηρίξει, προκειμένου να εξασφαλίσει την επιβίωση και την ανάπτυξη του.

Δεν είναι τυχαίο πως οι μεγαλύτεροι πολιτισμοί τόσο της αρχαιότητας όσο και της νεότερης ιστορίας που είχαν ιδιαίτερα αναπτυγμένο τον επιστημονικό τρόπο σκέψης έδωσαν λύση στο ζήτημα του εντοπισμού της θέσης. Έλληνες, Αιγύπτιοι, Μεσοποτάμιοι που έθεσαν τις βάσεις όλων των σύγχρονων επιστημών, σημείωσαν μεγάλη πρόοδο και στον εντοπισμό της θέσης με πολύ σύνθετες μεθόδους όπως αστρονομικές παρατηρήσεις, πολυσύνθετα όργανα όπως τον αστρολάβο καθώς και πρωτόγονα θεοδόλιχα κ.α η χρήση των οποίων απαιτούσε τεράστιο επιστημονικό υπόβαθρο τουλάχιστον για εκείνη την εποχή.

Σήμερα το πρόβλημα του εντοπισμού θέσης έχει σε γενικές γραμμές λυθεί με σύγχρονα όργανα όπως χάρτες, πυξίδες, total stations καθώς και με την διαστημική τεχνολογία (GPS) ενώ το πρόβλημα πλέον εστιάζεται στην ακρίβεια που εντοπίζεται η θέση, ζήτημα που αποτελεί ένα από τα αντικείμενα εργασίας του σύγχρονου Τοπογράφου Μηχανικού ο οποίος καλείται με την υπάρχουσα τεχνολογία να εντοπίσει την θέση αντικειμένων με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια που μπορεί να επιτευχθεί.

Ερευνητικά, το βάρος έχει δοθεί στον εντοπισμό θέσης με χρήση διαστημικών μεθόδων έτσι ώστε να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια με απλά μέσα. Το διαστημικό πρόγραμμα Galileos προβλέπει ακρίβειες με απλούς δέκτες της τάξεως των 2-3 cm γεγονός που σηματοδοτεί την δημιουργία μιας σειράς νέων εφαρμογών καθημερινής αλλά και εξειδικευμένης χρήσης.

Μια από τις αμέτρητες εφαρμογές που προσφέρει ο εντοπισμός της θέσης των αντικειμένων καθώς και η χρήση δορυφορικών μεθόδων εντοπισμού θέσης, είναι και η λεπτομερής καταγραφή της τροχιάς κινούμενων αντικειμένων όπως π.χ. αυτοκινήτων, πλοίων, αεροπλάνων κ.α. Η γνώση της τροχιάς κίνησης ενός αντικειμένου μπορεί να προσφέρει πολλές πληροφορίες για τις συνθήκες κίνησης του καθώς κατά την ώρα της καταγραφής αποθηκεύονται πέραν των συντεταγμένων θέσης, και άλλα δεδομένα όπως η ταχύτητα κίνησης (μέση, μέγιστη και ελάχιστη) ο χρόνος ακινησίας του οχήματος κ.α. Τα δεδομένα αυτά μπορούν έπειτα να επεξεργαστούν ώστε να προσδιοριστούν τα παρακάτω :

- η απόκλιση από την θεωρητική πορεία που έπρεπε να είχε ακολουθηθεί
- τα λάθη του χειριστή του οχήματος
- επαναπροσδιορισμός της βέλτιστης τροχιάς που πρέπει να ακολουθηθεί.

Όλα τα παραπάνω βρίσκουν εφαρμογή κατά την κίνηση ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου σε μια πίστα αγώνων. Ο οδηγός του αυτοκινήτου επιλέγει την βέλτιστη τροχιά που θα ακολουθήσει κατά την κίνηση του στην πίστα. Στην συνέχεια η πραγματική τροχιά που διαγράφει ο οδηγός καταγράφεται έτσι ώστε να προσδιοριστεί η απόκλιση της από την βέλτιστη τροχιά, να βρεθούν τα λάθη του οδηγού και αν είναι απαραίτητο να επαναπροσδιοριστεί η βέλτιστη τροχιά κίνησης.

Ο προσδιορισμός της απόκλισης της πραγματικής κίνησης από την βέλτιστη ή αλλιώς μιας καμπύλης από την άλλη, εντάσσεται σε μια ευρύτερη κατηγορία που λέγεται ‘Ταύτιση Καμπυλών’ (Curve Matching) και απασχολεί πολλές ακόμη εφαρμογές όπως αναγνώριση γραφικών χαρακτήρων, αναγνώριση προσώπων κλπ. Αυτό το πρόβλημα του προσδιορισμού της ομοιότητας των καμπυλών εξετάζει την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία μέσα από το πρίσμα της χωρικής κίνησης αντικειμένων.

## 1.1 Αντικείμενο Διπλωματικής

Αντικείμενο αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι ο η ανάπτυξη τεχνικών για τον προσδιορισμό του βαθμού ταύτισης δύο διαφορετικών ‘πακέτων’ δεδομένων (datasets) τα οποία εκφράζουν δύο διαφορετικές καμπύλες. Τα δεδομένα αυτά είναι



ουσιαστικά συντεταγμένες οι οποίες θα λαμβάνονται είτε σε πραγματικό χρόνο από ένα GPS και θα είναι γεωγραφικές συντεταγμένες φ,λ στο WGS'84 είτε θα είναι συντεταγμένες σε αυθαίρετο σύστημα αναφοράς που θα λαμβάνονται από μια τεχνική διαδικασία στον H/Y.

Μετά την λήψη των δεδομένων ακολουθεί η διαδικασία προσδιορισμού του βαθμού ταύτισης. Τα δεδομένα αυτά και ειδικότερα οι δύο καμπύλες θα υπόκεινται σε έλεγχο ταύτισης για να προσδιοριστεί ο βαθμός ομοιότητας τους. Για τον λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί 6 προγράμματα, σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB, που πραγματοποιούν τον έλεγχο της ταύτισης των καμπυλών υπό 6 διαφορετικές σκοπιές οι οποίες θα παρουσιαστούν αναλυτικά στα κεφάλαια που ακολουθούν.

Όσον αφορά τις υπό εξέταση καμπύλες, θα πρέπει να αναφερθεί ότι ανάλογα με την φύση των δεδομένων, υπάρχουν δύο είδη καμπυλών τα οποία εξετάζονται διαφορετικά. Στο πρώτο είδος ανήκουν οι καμπύλες που μπορούν να εκφραστούν με την μορφή συνάρτησης, καλύπτουν δηλαδή μια σειρά από συνθήκες που τις καθιστούν συναρτήσεις ενώ στο δεύτερο είδος ανήκουν οι καμπύλες που δεν εκφράζονται με την μορφή συνάρτησης. Για την πρώτη περίπτωση ο έλεγχος ταύτισης είναι πιο απλός και απασχόλησε 1 από τα 6 προγράμματα που αναπτύχθηκαν ενώ για την δεύτερη περίπτωση που είναι πιο σύνθετη και πιο ενδιαφέρουσα, απασχόλησε τα υπόλοιπα 5. Στην συνέχεια γίνεται μια πρακτική εφαρμογή των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν, για τον προσδιορισμό της απόκλισης από την βέλτιστη τροχιά, ενός αυτοκινήτου που κινείται σε πίστα αγώνων.

## **1.2 Δομή Συγγράμματος**

Στα κεφάλαια που ακολουθούν αναλύονται τα εξής ζητήματα :

### **1.2.1 Συλλογή δεδομένων**

Στο κεφάλαιο 2 αναλύονται οι δύο τρόποι συλλογής δεδομένων.

Ο πρώτος τρόπος γίνεται σε πραγματικό χρόνο και συλλέγει δεδομένα κίνησης από ένα GPS μέσω ενός PDA. Η καταγραφή των δεδομένων γίνεται από ένα πρόγραμμα, το Noni GPSPlot, το οποίο παίρνει τα δεδομένα από το GPS και τα καταγράφει σε

ένα αρχείο. Ο συγκεκριμένος τρόπος συλλογής δεδομένων είναι σημαντικός γιατί καταγράφει πραγματικές συντεταγμένες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διάφορες εφαρμογές.

Ο δεύτερος τρόπος συλλογής δεδομένων είναι γραφικός δηλαδή με ένα πρόγραμμα σε γλώσσα MATLAB και με την βοήθεια του ποντικού κάθε καμπύλη σχεδιάζεται σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ενώ οι συντεταγμένες της σε αυτό το αυθαίρετο σύστημα αποθηκεύονται σε ένα πίνακα.

### **1.2.2 Έλεγχος ταύτισης συναρτησιακών καμπυλών**

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία προσδιορισμού του βαθμού ταύτισης του 1<sup>ου</sup> υπό εξέταση είδους καμπυλών (συναρτησιακών καμπυλών).

Όπως προαναφέρθηκε, οι καμπύλες διαχωρίζονται σε 2 κατηγορίες, αυτές που εκφράζονται με συνάρτηση και αυτές που δεν εκφράζονται. Όσον αφορά τις ‘συναρτησιακές καμπύλες’, το πρόγραμμα ελέγχου ταύτισης που αναπτύχθηκε προσβλέπει στην πυκνωση των υπάρχοντων δεδομένων με μεθόδους παρεμβολής και στην συνέχεια υπολογισμό των εμβαδών διαφοράς των 2 καμπυλών το οποίο θα είναι και το σφάλμα ταύτισης τους.

### **1.2.3 Έλεγχος ταύτισης μη συναρτησιακών καμπυλών**

Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία προσδιορισμού του βαθμού ταύτισης του 2<sup>ου</sup> υπό εξέταση είδους καμπυλών (μη συναρτησιακών καμπυλών).

Οι καμπύλες που δεν εκφράζονται με συνάρτηση ή αλλιώς οι μη συναρτησιακές καμπύλες παρουσιάζουν μεγαλύτερο ενδιαφέρον καθώς συναντώνται σε περισσότερες εφαρμογές και ο έλεγχος ταύτισης τους αποτελεί πιο σύνθετο πρόβλημα. Γι’ αυτό τον λόγο οι 5 από τις 6 μεθόδους που αναπτύχθηκαν αφορούν αυτό το είδος καμπυλών. Αναφορικά, οι μέθοδοι ελέγχου προσεγγίζουν τις καμπύλες τόσο με καρτεσιανές συντεταγμένες όσο και με πολικές και εξάγουν το σφάλμα ταύτισης με διαφορετικούς τρόπους έτσι ώστε να είναι δυνατή η αξιολόγηση τους.

### **1.2.4 Αξιολόγηση Προγραμμάτων**

Μετά την αναλυτική παρουσίαση όλων των μεθόδων ελέγχου γίνεται στο κεφάλαιο 5 η αξιολόγηση τους με διαφορετικά είδη δεδομένων (datasets) ώστε να παρουσιαστούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα κάθε μεθόδου.

### **1.2.5 Πρακτική Εφαρμογή**

Στο κεφάλαιο 6 μια πρακτική εφαρμογή η οποία αφορά τον προσδιορισμό του βαθμού της κίνησης ενός αυτοκινήτου σε πίστα, με την βέλτιστη τροχιά που θα έπρεπε να είχε ακολουθηθεί. Παρουσιάζεται βήμα προς βήμα από την συλλογή πραγματικών δεδομένων, την εφαρμογή όλων των μεθόδων ταύτισης για μη συναρτησιακές καμπύλες, η παρουσίαση των αποτελεσμάτων και η αξιολόγηση τους.

### **1.2.6 Συμπεράσματα**

Στο κεφάλαιο 7 αναφέρονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εκπόνηση της διπλωματικής αυτής εργασίας καθώς και τα πιθανά πεδία για περαιτέρω έρευνα τα οποία μπορούν να αποτελέσουν έναυσμα για μελλοντική επέκταση της διπλωματικής εργασίας.

## 2. ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η συλλογή δεδομένων γίνεται με 2 τρόπους. Ο 1<sup>ος</sup> τρόπος γίνεται σε πραγματικό χρόνο με GPS ενώ ο 2<sup>ος</sup> γίνεται με γραφική σχεδίαση σε περιβάλλον MATLAB.

### 2.1 Συλλογή Δεδομένων σε Πραγματικό Χρόνο

Η συλλογή δεδομένων σε πραγματικό χρόνο γίνεται με την χρήση GPS το οποίο λαμβάνει δεδομένα θέσης από δορυφόρους, δηλαδή συντεταγμένες Ν και Ε σε πραγματικό χρόνο, τα οποία αποθηκεύονται για μετέπειτα χρήση. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται τα datasets πραγματικών δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν ως καμπύλες. Ο τεχνικός εξοπλισμός που θα χρησιμοποιηθεί για την συλλογή πραγματικών δεδομένων είναι ένα PDA QTEK 9100 Windows Mobile 5 (εικόνα 2-1) με εγκατεστημένο το πρόγραμμα Noni GPSPlot και ένας GPS Bluetooth δέκτης Emtac Mini S3 (εικόνα 2-2).



Εικόνα 2-1 'QTEK 9100 Windows Mobile 5'



Εικόνα 2-2 ‘GPS Bluetooth Emtac mini S3’

Όπως προαναφέρθηκε στο PDA είναι εγκατεστημένο το πρόγραμμα Noni GPSPlot το οποίο θα λαμβάνει και θα καταγράφει το στίγμα που λαμβάνει το GPS ανά ν χρονικές στιγμές.

### **2.1.1 Noni GPSPlot**

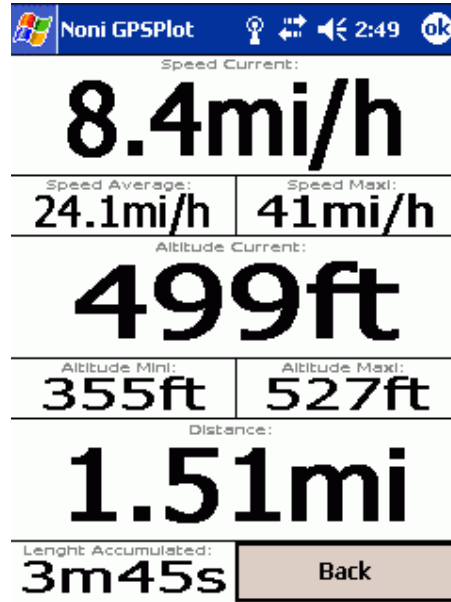
Το Noni GPSPlot είναι ένα πρόγραμμα αναπτυγμένο για PocketPC με επεξεργαστή ARM ή XScale με Windows version 4.2 (2003) ή καλύτερη και δέκτη GPS NMEA. Η κύρια χρήση του είναι η λήψη δεδομένων από τον δέκτη GPS και η εξαγωγή του στίγματος (συντεταγμένες N, E) με ταυτόχρονη απεικόνιση της θέσης σε χάρτη ή και σε δορυφορικές εικόνες Google (εικόνα 2-3).



Εικόνα 2-3 'Κύριο Παράθυρο Λειτουργίας Noni GPSPlot'

Όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα (εικόνα 2-3), στον χάρτη αποτυπώνεται με πράσινο σταυρό η θέση του δέκτη GPS ενώ στο κάτω τμήμα εμφανίζονται οι συντεταγμένες του.

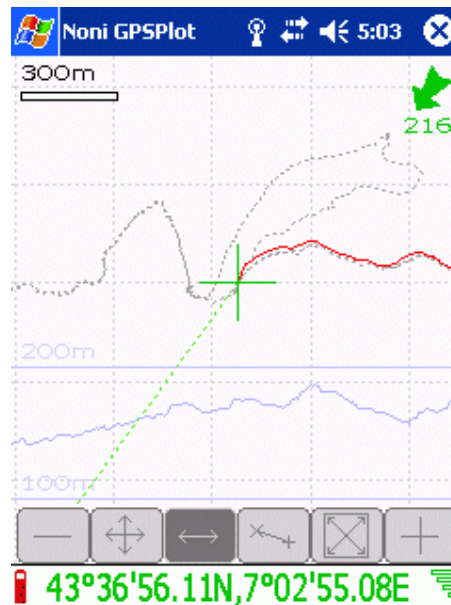
Παράλληλα το πρόγραμμα προσφέρει μια σειρά άλλων πληροφοριών όπως υψόμετρο, πυξίδα, ταχύτητα κίνησης, μέγιστη και μέση ταχύτητα, απόσταση που έχει διανυθεί κατά την διάρκεια της κίνησης όπως και χρονική της διάρκεια (εικόνα 2-4).



Εικόνα 2-4 'Παράθυρο Πληροφοριών Κίνησης'

- **Καταγραφή Πορείας**

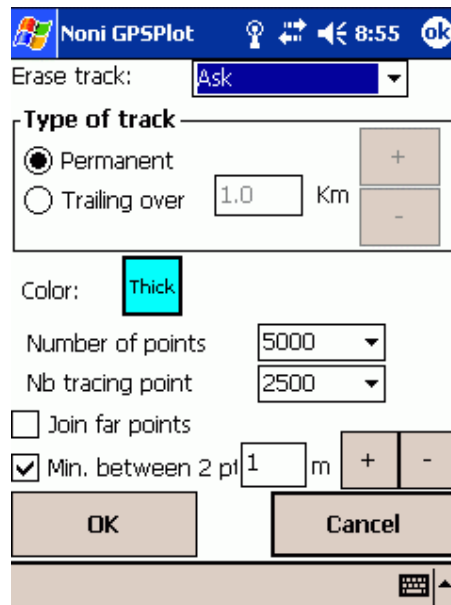
Η καταγραφή της πορείας που ακολουθείται είναι μια από τις λειτουργίες του προγράμματος. Όταν ενεργοποιηθεί από το κεντρικό μενού η διαδικασία Tracing, το πρόγραμμα αρχίζει να καταγράφει την πορεία που ακολουθείται (εικόνα 2-5):



Εικόνα 2-5 'Tracing Πορείας'

Στην εικόνα 2-5 η λειτουργία tracing είναι ενεργοποιημένη. Η πορεία που έχει διαγραφεί μέχρι στιγμής εμφανίζεται με κόκκινη γραμμή ενώ με πράσινο σταυρό είναι η θέση του δέκτη εκείνη την στιγμή. Επίσης με πράσινη διακεκομμένη γραμμή είναι η διεύθυνση της κίνησης.

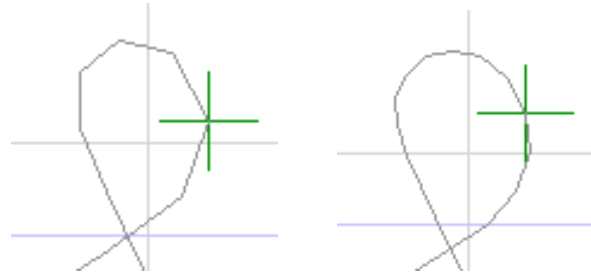
Η λειτουργία tracing έχει παραμέτρους στις οποίες ορίζονται τα στοιχεία της δειγματοληψίας (εικόνα 2-6) .



Εικόνα 2-6 ‘Παράμετροι Δειγματοληψίας’

Εδώ ορίζεται ο τύπος της πορείας (type of track) αν είναι μόνιμη ώστε να γίνεται καταγραφή συνέχεια ώσπου να διακοπεί από τον χρήστη (permanent) ή να γίνει καταγραφή για X χιλιόμετρα (Trailing Over X Km). Επίσης σε αυτό το παράθυρο ορίζεται ο μέγιστος αριθμός σημείων της πορείας (από 1000 έως 30000). Αν τα καταγεγραμμένα σημεία φτάσουν το όριο που έχει οριστεί τότε 2 άλλα σημεία συγχωνεύονται. Πρέπει να δοθεί προσοχή στην φάση αυτή γιατί αν οριστεί μικρό όριο σημείων π.χ. 500, η πορεία μπορεί να μην αποδοθεί σωστά (εικόνα 2-7) :

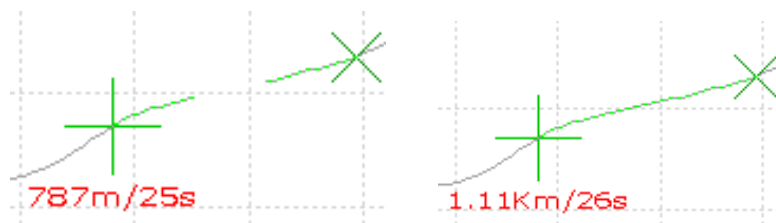




Εικόνα 2-7 'Πορεία 21Km με 500 και 1000 σημεία'

Μια άλλη επιλογή που μπορεί να οριστεί είναι η απόσταση μεταξύ 2 σημείων (Min. Between 2 pt). Όταν η επιλογή αυτή είναι ενεργοποιημένη, ορίζεται ένα ελάχιστο διάστημα που θα πρέπει να απέχουν 2 σημεία προκειμένου να γίνει καταγραφή. Όταν η επιλογή αυτή δεν είναι επιλεγμένη, τότε το πρόγραμμα θα καταγράφει σημεία ακόμη και αν δεν υπάρχει καμία αλλαγή στην θέση (μόνο για χρήση σε Γραφικές Παραστάσεις και Στατιστική).

Ακόμη προσφέρεται η επιλογή ένωσης σημείων σε περίπτωση που για κάποιο λόγο υπήρχε απώλεια σήματος GPS (πέρασμα από κάποια σήραγγα). Όταν η επιλογή Joint Far Points είναι ενεργοποιημένη, το κενό που δημιουργήθηκε από την απώλεια του σήματος 'γεμίζει' (εικόνα 2-8).

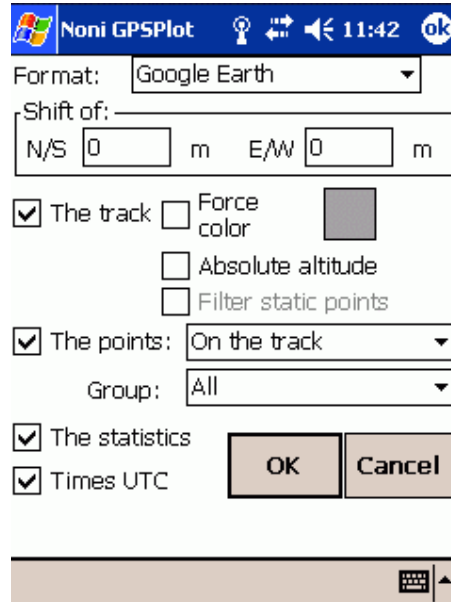


Εικόνα 2-8 'Ένωση Σημείων σε Περίπτωση Διακοπής Σήματος'

Όπως φαίνεται στην εικόνα 2-8, η λειτουργία αυτή επηρεάζει το μήκος και την διάρκεια της πορείας.

#### - Εξαγωγή Αρχείου Συντεταγμένων

Μόλις η πορεία έχει ολοκληρωθεί και απενεργοποιηθεί η λειτουργία tracing, ολοκληρωθεί δηλαδή το track, είναι δυνατή η εξαγωγή αρχείου με τις συντεταγμένες των σημείων που καταγράφηκαν (εικόνα 2-9).



Εικόνα 2-9 ‘Παράθυρο Εξαγωγής Αρχείου Συντεταγμένων’

Το πρόγραμμα δίνει την δυνατότητα εξαγωγής των εξής format : Google Earth (KML, KMZ) , CSV, GPX, text. Ακόμη, κατά την φάση της εξαγωγής, τα δεδομένα μπορούν να ‘φιλτραριστούν’ (Filter Static Points) προκειμένου να απομακρυνθούν στατικά σημεία δηλαδή σημεία με ίδιες συντεταγμένες. Ενδεικτικά, στην εικόνα 2-10, παρατίθεται ένα αρχείο GPX με τα δεδομένα που περιέχει, όπως προέκυψε από το πρόγραμμα Noni GPSPlot.

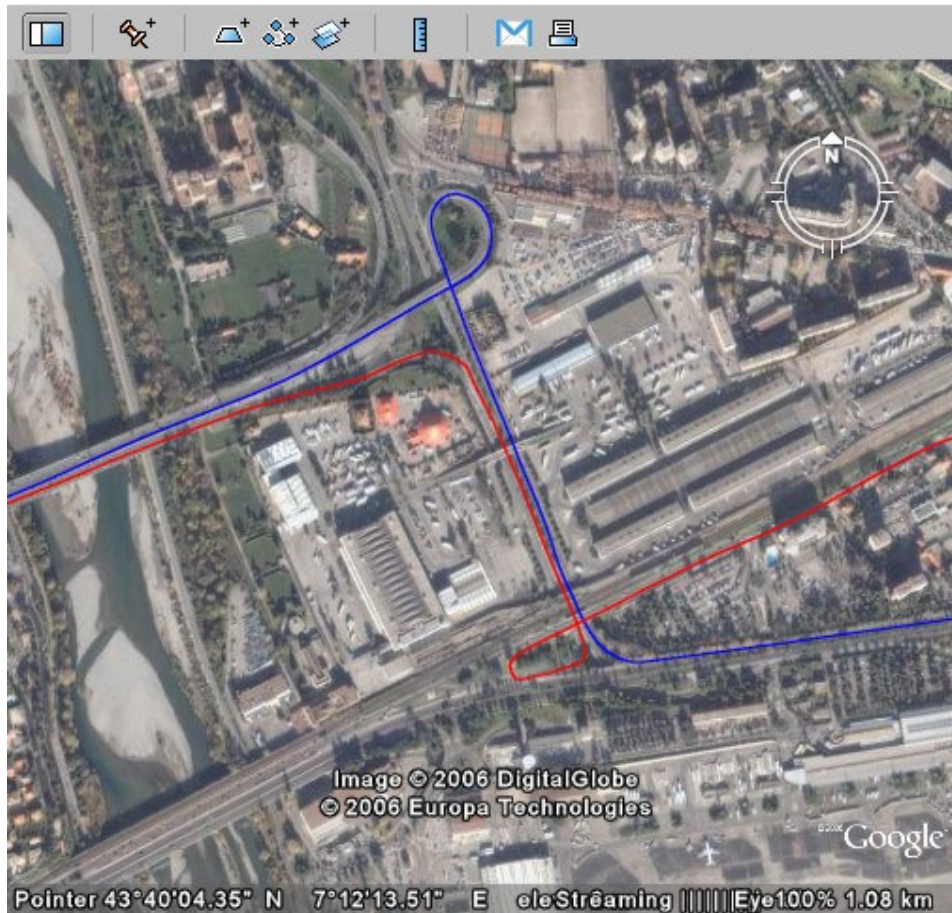
#### - Πρακτική Εφαρμογή

Με χρήση του τεχνικού εξοπλισμού που προαναφέρθηκε, γίνεται καταγραφή 2 διαδρομών (πορείες). Οι 2 πορείες απεικονίζονται στο PDA με μπλε και κόκκινο χρώμα αντίστοιχα (εικόνα 2-11) :



Εικόνα 2-11 'Καταγεγραμμένες Πορείες'

Στην συνέχεια το αρχείο εξάγεται σε μορφή GPX και φορτώνεται στο Google Earth προκειμένου να ελεγχθεί αν η καταγραφή ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα (εικόνα 2-12) :



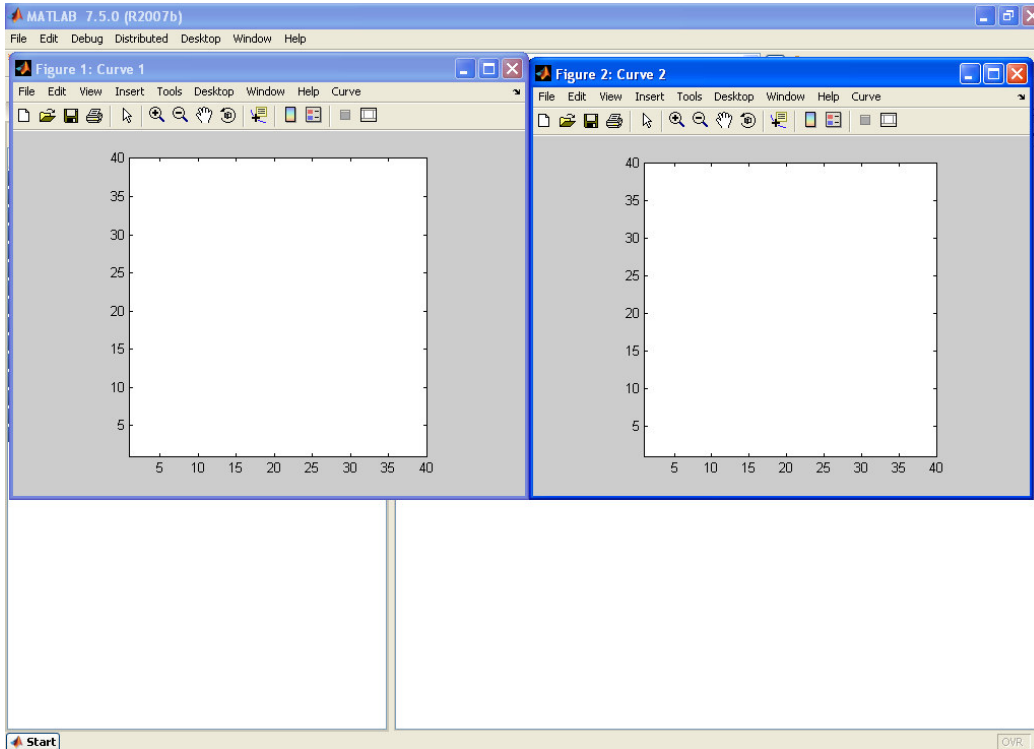
Εικόνα 2-12 'Οι 2 Πορείες Αποτυπωμένες στο Google Earth'

Όπως διαπιστώνεται από την εικόνα 2-12, η καταγραφή είναι σχεδόν τέλεια. Οι δύο καταγεγραμμένες πορείες ταυτίζονται με τις διαδρομές που ακολουθήθηκαν. Το μόνο σφάλμα που υπάρχει και φαίνεται σε ορισμένα σημεία, είναι το σφάλμα του GPS που είναι της τάξεως των 2-5 μέτρων.

## 2.2 Συλλογή Δεδομένων με Γραφική Σχεδίαση

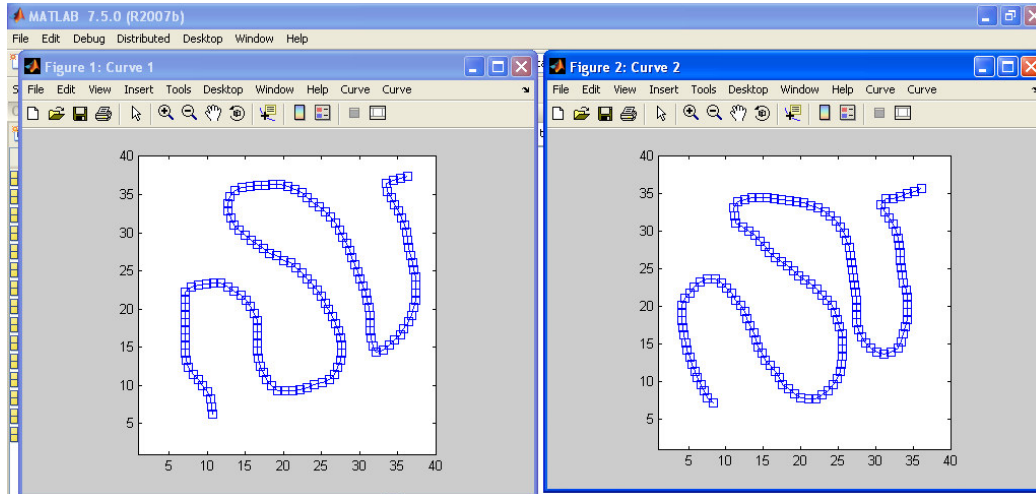
Η συλλογή δεδομένων με το Noni GPSPlot είναι μια σχετικά σύνθετη και χρονοβόρα διαδικασία καθώς απαιτείται η κίνηση σε πραγματικό χρόνο προκειμένου να συλλεχθούν τα δεδομένα. Γι' αυτό το λόγο αναπτύχθηκε σε γλώσσα MATLAB ένα πρόγραμμα με το οποίο δίνεται η δυνατότητα γραφικού σχεδιασμού των 2 καμπυλών και αποθήκευσης των συντεταγμένων των σημείων τους σε 2 πίνακες. Με αυτό τον τρόπο η δημιουργία των dataset είναι πολύ εύκολη και πάνω από όλα μια γρήγορη

διαδικασία δίνοντας την δυνατότητα ελέγχου πολλών διαφορετικών datasets για την διαδικασία της αξιολόγησης. Στην παρακάτω εικόνα (εικόνα 2-13 ) παρουσιάζεται το γραφικό περιβάλλον MATLAB στο οποίο ‘τρέχει’ η εφαρμογή ‘DRAW’ για την σχεδίαση των 2 καμπυλών :



Εικόνα 2-13 ‘Εφαρμογή DRAW στο Γραφικό Περιβάλλον MATLAB’

Όπως διακρίνεται στην παραπάνω εικόνα, η εφαρμογή ανοίγει 2 νέα παράθυρα : Το ‘Figure 1: Curve1’ και το ‘Figure 2: Curve2’. Σε κάθε ένα από αυτά θα σχεδιαστεί αντίστοιχα η καμπύλη 1 και η καμπύλη 2 με την χρήση του ποντικιού. Κατά την σχεδίαση των καμπυλών (εικόνα 2-14) , αποθηκεύονται σε πίνακες, οι συντεταγμένες X, Y κάθε σημείου της καμπύλης οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν μετά το πέρας της σχεδίασης.



Εικόνα 2-14 ‘Σχεδίαση 2 Καμπυλών’

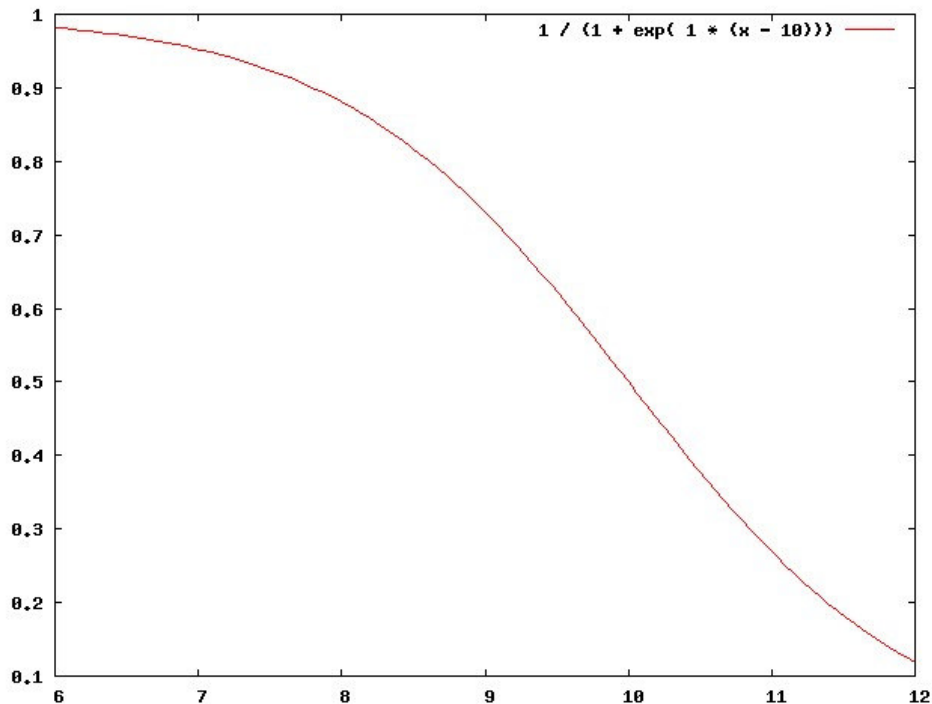
Να αναφερθεί ότι ενώ τα datasets που δημιουργούνται και με τις 2 μεθόδους είναι ίδια (πίνακες με συντεταγμένες) παρόλα αυτά η φύση των δεδομένων διαφέρει καθώς στην πρώτη μέθοδο αποθηκεύονται πραγματικές γεωγραφικές συντεταγμένες φ,λ στο WGS’84 ενώ στην δεύτερη μέθοδο οι συντεταγμένες δεν έχουν καμία φυσική σημασία καθώς βρίσκονται σε αυθαίρετο σύστημα αναφοράς.

### 3. ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ

#### 3.1 Γενικά

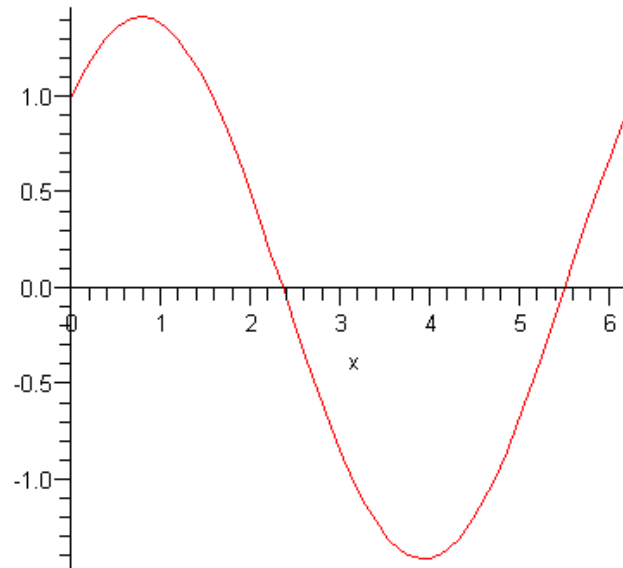
Όπως προαναφέρθηκε, οι καμπύλες διαχωρίζονται σε 2 κατηγορίες, αυτές που μπορούν να εκφραστούν με την μορφή συνάρτησης (συναρτησιακές) και αυτές που δεν μπορούν (μη συναρτησιακές). Οι συναρτησιακές καμπύλες καλύπτουν μια σειρά από κριτήρια τα οποία αφορούν την μορφή της όπως η συνέχεια και την αντιστοιχία τιμών  $X \rightarrow Y$  για την οποία ο ορισμός της συνάρτησης προϋποθέτει ότι για κάθε τεταγμένη  $Y$  αντιστοιχεί μια τετμημένη  $X$ . Επομένως μπορούν να διακριθούν 2 είδη συναρτησιακών καμπυλών οι οποίες είναι

- αμφιμονότιμες ή αλλιώς ένα προς ένα (1-1) συναρτησιακή καμπύλη δηλαδή σε κάθε τεταγμένη της  $Y$  να αντιστοιχεί ένα μόνο  $X$ .



Εικόνα 3-1 'Αμφιμονότιμη Συναρτησιακή Καμπύλη'

- Απλή συναρτησιακή καμπύλη δηλαδή για κάθε  $Y$  αντιστοιχεί ένα ή και περισσότερα  $X$ .



Εικόνα 3-2 'Απλή Συναρτησιακή Καμπύλη  $\sin(x)$ '

Όσον αφορά το ζήτημα το οποίο αντιμετωπίζεται στην συγκεκριμένη εργασία η διάκριση μεταξύ αμφιμονότιμης και απλής συναρτησιακής καμπύλης δεν είναι απαραίτητη. Αρκεί η αρχική διάκριση μεταξύ συναρτησιακών και μη συναρτησιακών καμπυλών.

### 3.2 Έλεγχος Ταύτισης Καμπυλών

Για τον έλεγχο του βαθμού ταύτισης των 2 συναρτησιακών καμπυλών αναπτύχθηκε πρόγραμμα σε γλώσσα Matlab που να εκτελεί την λειτουργία αυτή. Στο πρόγραμμα διακρίνονται τα εξής βήματα :

- **Εισαγωγή Δεδομένων**
- **Πύκνωση Σημείων**
- **Προσδιορισμός Ποσοστού Ταύτισης των 2 Καμπυλών**

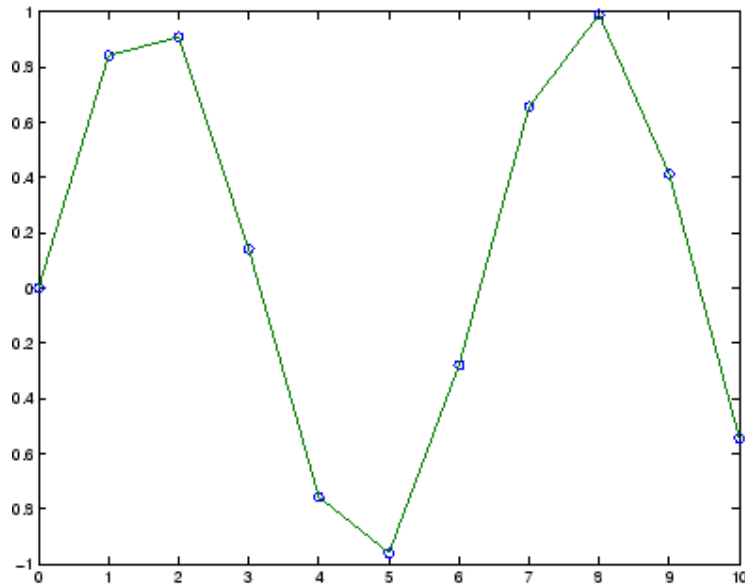


### 3.3 Εισαγωγή Δεδομένων

Με την χρήση ενός εκ των 2 προγραμμάτων συλλογής δεδομένων δηλαδή είτε του Noni GPSPlot για συλλογή πραγματικών δεδομένων είτε της γραφικής σχεδίασης καμπυλών, δημιουργούνται 2 datasets καθένα από τα οποία περιλαμβάνει τις συντεταγμένες των σημείων κάθε καμπύλης.

Ο αλγόριθμος είναι σε μορφή function που σημαίνει ότι παίρνει ως δεδομένα εισόδου τους πίνακες curve1 και curve2. Τα 2 datasets όταν προέρχονται από το Noni GPSPlot, βρίσκονται σε μορφή .txt και επομένως ο αλγόριθμος πρέπει προτού ξεκινήσει ο προσδιορισμός του βαθμού ταύτισης των 2 καμπυλών, να τα διαβάσει και να τα φορτώσει σε 2 διαφορετικούς πίνακες MATLAB. Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα που διαβάζει τα 2 text αρχεία και τα αποθηκεύει σε 2 πίνακες τον curve1 και curve2. Η διαδικασία αυτή είναι περιττή, όταν τα δεδομένα προέρχονται από γραφική σχεδίαση, καθότι προέρχονται από άλλο πρόγραμμα MATLAB, που σημαίνει ότι τα δεδομένα αποθηκεύονται κατευθείαν σε 2 πίνακες MATLAB.

Τα 2 datasets ή πλέον δεδομένα εισόδου του αλγόριθμου είναι μεν ικανά να αναπαραστήσουν την καμπύλη αλλά δεν μπορούν να δώσουν με ακρίβεια τον βαθμό ταύτισης των 2 καμπυλών διότι είναι αραιά (Εικόνα 3-3).



Εικόνα 3-3 'Dataset Σημείων Πάνω στη Καμπύλη'

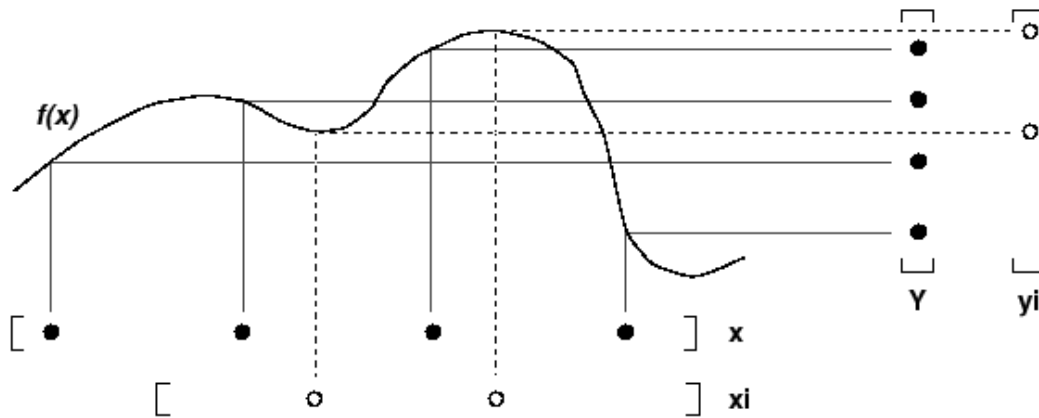
Τα σημεία που προκύπτουν από την διαδικασία συλλογής δεδομένων είναι αραιά διότι κατά την λήψη τους είχε οριστεί είτε κάποιος χρόνος διαφοράς λήψης ενός σημείου από το επόμενο (Noni GPSPlot) είτε κάποιο βήμα ανά το οποίο γινόταν λήψη κατά την γραφική σχεδίαση. Προκειμένου να γίνει ο έλεγχος της ταύτισης των καμπυλών θα πρέπει τα δεδομένα αυτά να 'πυκνωθούν' δηλαδή να δημιουργηθούν σημεία τα οποία θα καλύπτουν τα κενά από σημείο σε σημείο έτσι ώστε η εικόνα της καμπύλης να είναι πιο σαφής αλλά και για να αποκτήσει ο έλεγχος μεγαλύτερη ακρίβεια.

### 3.4 Πύκνωση Σημείων

Ο τρόπος με τον οποίο θα γίνει η πυκνωση των δεδομένων είναι η παρεμβολή η οποία μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους, άλλες πιο σύνθετες και άλλες πιο απλές. Στο συγκεκριμένο ζήτημα και προκειμένου να επιλεγεί η καλύτερη μέθοδος, δίνεται η δυνατότητα χρήσης διάφορων ειδών παρεμβολής καθεμιά εκ των οποίων προσεγγίζει από διαφορετική οπτική το θέμα της πυκνωσης των δεδομένων. Οι μέθοδοι παρεμβολής που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο πρόγραμμα που αναπτύχθηκε είναι :

- Γραμμική Παρεμβολή (Linear Interpolation)
- Κυβική Παρεμβολή (Cubic Interpolation)
- Spline Παρεμβολή
- RBF (Radial Basis Functions)

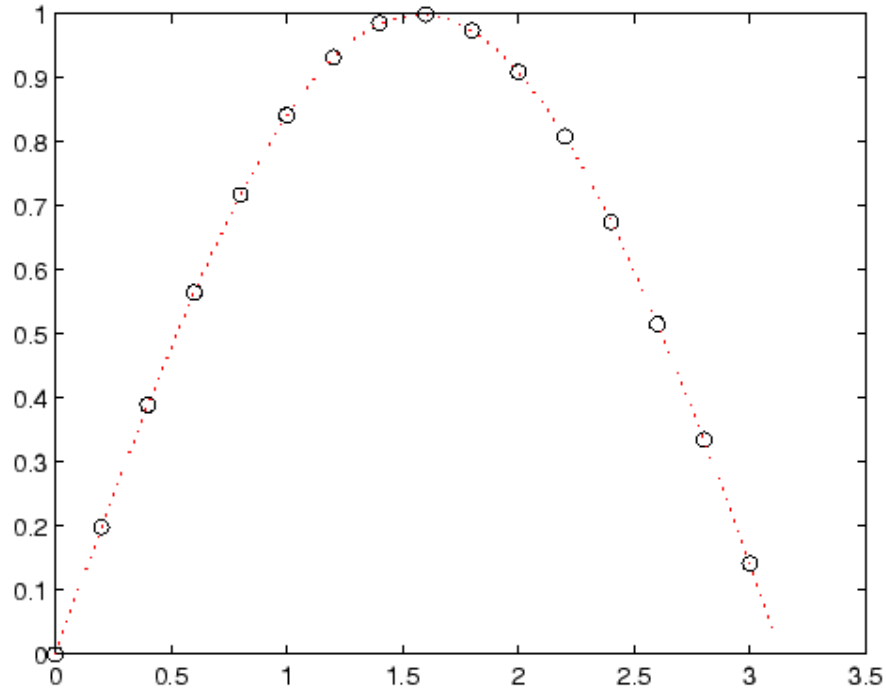
Σε όλες τις παρεμβολές που αναφέρθηκαν και που μπορούν να εκτελεστούν υπάρχει ένα κοινό στοιχείο : ο ορισμός του βήματος κατά το οποίο θα γίνεται παρεμβολή (Εικόνα 3-4).



Εικόνα 3-4 'Βήμα  $X_i$  Παρεμβολής'

Όπως διακρίνεται στο Εικόνα 3-2, γνωστά είναι τα δεδομένα  $X$  και  $Y$ . Κατά την διαδικασία της παρεμβολής ορίζεται ένα βήμα  $x_i$  κατά το οποίο θα γίνεται παρεμβολή για να προκύψει ένα στοιχείο  $y_i$ .

Τα δεδομένα που παράγονται από την διαδικασία της παρεμβολής θα έχουν την παρακάτω μορφή (Εικόνα 3-5) :



Εικόνα 3-5 'Δεδομένα dataset μετά από Παρεμβολή'

Στο παραπάνω Εικόνα με 'ο' παρουσιάζονται τα αρχικά σημεία της καμπύλης ενώ με κόκκινο τα σημεία που παράχθηκαν από την παρεμβολή.

Ακολουθεί η ανάλυση κάθε μεθόδου παρεμβολής που θα χρησιμοποιηθεί στον αλγόριθμο.

### 3.4.1 Γραμμική Παρεμβολή

Η γραμμική παρεμβολή είναι η πιο απλή μέθοδος παρεμβολής με χρήση γραμμικών πολυωνύμων που θα χρησιμοποιηθεί για την πύκνωση των σημείων κάθε καμπύλης. Είναι μια μέθοδος ευρέως διαδεδομένη στα μαθηματικά ιδίως στην αριθμητική ανάλυση και σε άλλες επιστήμες όπως computer graphics.

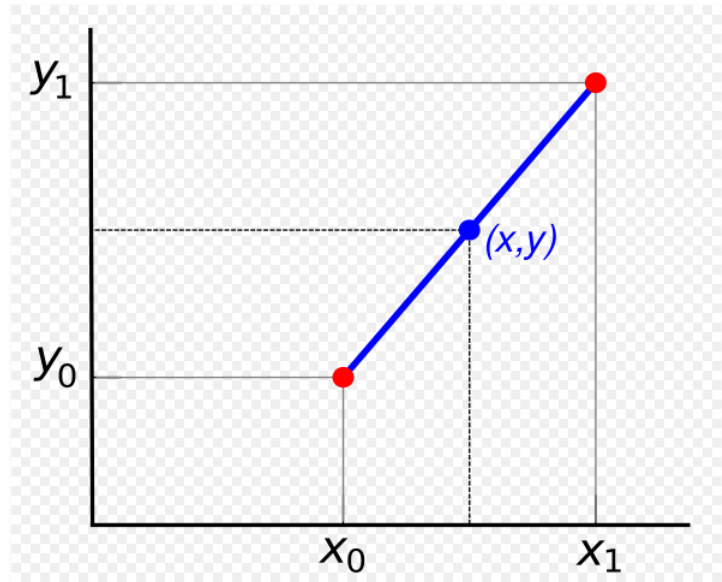
- Γραμμική παρεμβολή μεταξύ 2 γνωστών σημείων

Αν 2 γνωστά σημεία δίνονται με συντεταγμένες  $(x_0, y_0)$  και  $(x_1, y_1)$  τότε η γραμμική παρεμβολή είναι η ευθεία γραμμή μεταξύ αυτών των σημείων. Για μια τιμή  $x$  στο διάστημα  $(x_0, x_1)$ , η τιμή  $y$  πάνω στην ευθεία γραμμή δίνεται από την εξίσωση (σχέση 3-1) :

$$\frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

Σχέση 3-1

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να παραχθεί και γεωμετρικά από το παρακάτω σχήμα (Εικόνα 3-6) :



Εικόνα 3-6 ‘Γραμμική Παρεμβολή Μεταξύ 2 σημείων’

Στο παραπάνω σχεδιάγραμμα (Εικόνα 3-6 ) τα κόκκινα σημεία είναι τα γνωστά σημεία ενώ η μπλε γραμμή η γραμμική παρεμβολή μεταξύ των δύο σημείων. Η τιμή  $y$  στο  $x$  μπορεί να βρεθεί με γραμμική παρεμβολή.

Αν η παραπάνω εξίσωση (σχέση 3-1) λυθεί ως προς  $y$ , η οποία είναι η άγνωστη τιμή στο  $x$ , δίνει :

$$y = y_o + (x - x_o) \frac{y_1 - y_o}{x_1 - x_o}$$

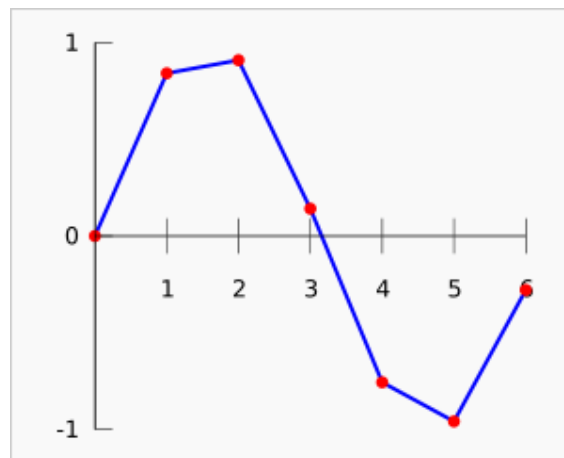
Σχέση 3-2

Η σχέση (σχέση 3-2) αυτή είναι η φόρμουλα της γραμμική παρεμβολής στο διάστημα  $(x_o, x_1)$ .

#### - Γραμμική Παρεμβολή σε σύνολο σημείων

Η γραμμική παρεμβολή σε ένα σύνολο σημείων στοιχείων ορίζεται ως η αλληλουχία των γραμμικών παρεμβολών μεταξύ κάθε ζευγαριού των σημείων. Αυτό οδηγεί στην δημιουργία μιας συνεχούς καμπύλης.

Η γραμμική παρεμβολή όπως προαναφέρθηκε, είναι η πιο απλή μέθοδος παρεμβολής μεταξύ σημείων. Η παρεμβολή αυτή δίνει ευθείες γραμμές που στην περίπτωση που εφαρμοστεί σε σύνολο σημείων (dataset) θα δώσει μια καμπύλη η οποία θα αποτελείται από ευθείες γραμμές (Εικόνα 3-7) :



Εικόνα 3-7 'Καμπύλη από Γραμμική Παρεμβολή Σημείων'

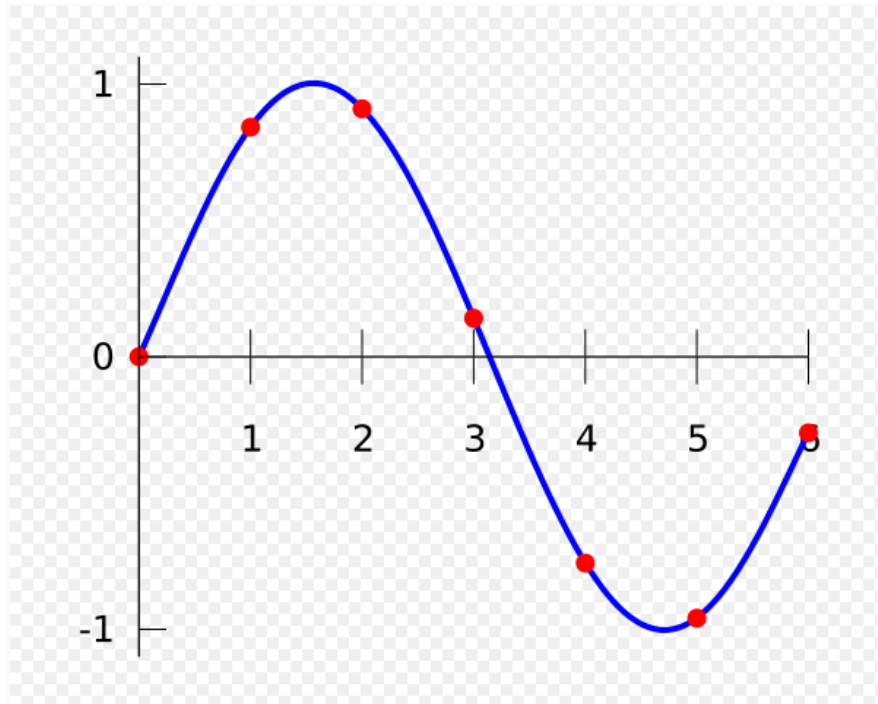
Όπως διαπιστώνεται η παραπάνω Εικόνα 2-4 αντιπροσωπεύει περισσότερο μια μαθηματική καμπύλη παρά μια φυσική καμπύλη που συναντάται στον πραγματικό κόσμο. Για τον λόγο αυτό δεν συνιστάται η πύκνωση των σημείων της καμπύλης με την μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής για το πρόβλημα που απασχολεί την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

### 3.4.2 Κυβική Παρεμβολή

Η κυβική παρεμβολή ανήκει στην κατηγορία της πολυωνυμικής παρεμβολής και ουσιαστικά ξεπερνά τα προβλήματα και τις ατέλειες της γραμμικής.

Η πολυωνυμική παρεμβολή είναι μια γενίκευση της γραμμικής παρεμβολής. Όπως προαναφέρθηκε, η γραμμική παρεμβολή είναι μια γραμμική λειτουργία. Αν η γραμμική μέθοδος παρεμβολής (σχέση 3-1) αντικατασταθεί από ένα πολυώνυμο υψηλότερου βαθμού προκύπτει η πολυωνυμική παρεμβολή. Ανάλογα το βαθμό του πολυωνύμου που χρησιμοποιείται προκύπτει και το όνομα της παρεμβολής. Στην συγκεκριμένη περίπτωση το πολυώνυμο είναι 3<sup>ου</sup> βαθμού άρα η παρεμβολή ονομάζεται κυβική.

Γενικά, στην πολυωνυμική παρεμβολή, εάν υπάρχουν  $n$  σημεία, υπάρχει ακριβώς ένα πολυώνυμο βαθμού  $n-1$  το πολύ, που περνά από όλα τα σημεία. Το σφάλμα παρεμβολής είναι ανάλογο προς την απόσταση μεταξύ των σημείων στη δύναμη  $n$ . Επομένως στην κυβική παρεμβολή, σχηματίζεται ένα πολυώνυμο 3<sup>ου</sup> βαθμού που περνά από 4 σημεία της καμπύλης και επαναλαμβάνεται για όλο το dataset δημιουργώντας την καμπύλη του γραφήματος 3-8 :



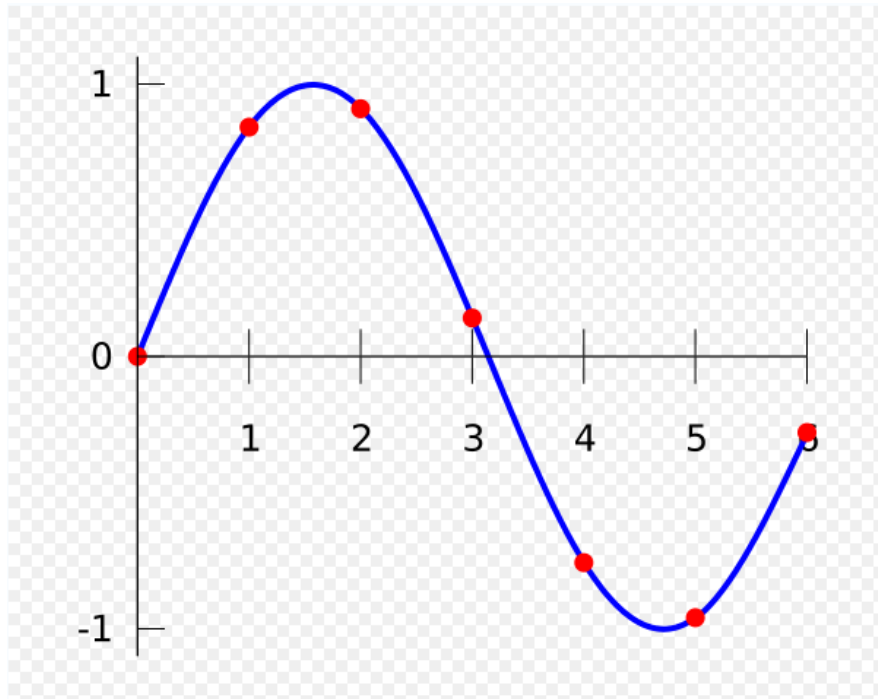
Εικόνα 3-8 'Καμπύλη από Κυβική Παρεμβολή'

Εντούτοις, η πολυωνυμική παρεμβολή έχει μερικά μειονεκτήματα. Ο υπολογισμός του πολυωνύμου παρεμβολής είναι σχετικά ακριβός υπολογιστικά. Επιπλέον, η πολυωνυμική παρεμβολή μπορεί να μην είναι τόσο ακριβής σε τελευταία ανάλυση, ιδιαίτερα στα τελευταία σημεία (φαινόμενο Runge). Αυτά τα μειονεκτήματα μπορούν να αποφευχθούν με τη χρησιμοποίηση της παρεμβολής Spline.

### 3.4.3 Spline Παρεμβολή

Η παρεμβολή Spline είναι μια μορφή παρεμβολής που γίνεται σύμφωνα με ένα ειδικό τύπο πολυωνύμου αποκαλούμενο Spline. Η παρεμβολή Spline προτιμάται από την πολυωνυμική παρεμβολή επειδή το λάθος παρεμβολής μπορεί να γίνει μικρό ακόμα και όταν χρησιμοποιούνται πολυώνυμα μικρού βαθμού. Η παρεμβολή Spline χρησιμοποιεί πολυώνυμα χαμηλού βαθμού σε κάθε ένα από τα διαστήματα, και επιλέγει τα πολυωνυμικά κομμάτια έτσι ώστε να ταιριάζουν ομαλά μεταξύ τους. Κατά συνέπεια, η παρεμβολή Spline αποφεύγει το πρόβλημα του φαινομένου Runge που εμφανίζεται κατά τη χρήση των πολυωνύμων υψηλού βαθμού. Το αποτέλεσμα της μεθόδου παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-9 :





Εικόνα 3-9 'Καμπύλη από Spline Παρεμβολή'

Όπως την πολυωνυμική παρεμβολή, η παρεμβολή Spline έχει μικρότερο σφάλμα από τη γραμμική παρεμβολή και η καμπύλη είναι ομαλότερη.

#### 3.4.4 Παρεμβολή Radial Basis Functions

Η τελευταία μέθοδος παρεμβολής, που είναι συγχρόνως και η πιο σύνθετη, είναι η Παρεμβολή Radial Basis Functions ή εν συντομία Παρεμβολή RBF.

Ένα ακτινωτό δίκτυο συνάρτησης βάσης (Radial Basis Function Network) είναι ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο που χρησιμοποιεί τις ακτινωτές συναρτήσεις βάσης (Radial Basis Functions). Τα δίκτυα αυτά χρησιμοποιούνται στην προσέγγιση συναρτήσεων (function Approximation), την πρόβλεψη χρονικής σειράς (time series prediction) και τον έλεγχο (control).

Η παρεμβολή με την μέθοδο RBF, είναι μια μορφή πολυμεταβλητής παρεμβολής σε ένα πολυδιάστατο χώρο. Το πρόβλημα της παρεμβολής με απλά λόγια μπορεί να διατυπωθεί ως εξής :

Για ένα αριθμό από  $N$  διαφορετικά σημεία  $\{x_i \in \mathbb{R}^{m_o} \mid i = 1, 2, \dots, N\}$  και ένα αντίστοιχο αριθμό από  $N$  από πραγματικά σημεία  $\{d_i \in \mathbb{R}^1 \mid i = 1, 2, \dots, N\}$ , να βρεθεί μια συνάρτηση  $F : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^1$  που ικανοποιεί την συνθήκη παρεμβολής :

$$F(x_i) = d_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{σχέση (3.3)}$$

Για της μέθοδο παρεμβολή που περιγράφεται εδώ, η επιφάνεια παρεμβολής (π.χ. η συνάρτηση  $F$ ) είναι υποχρεωμένη να περνά από όλα τα σημεία εκπαίδευσης.

Η τεχνική RBF βασίζεται στην επιλογή μιας συνάρτησης  $F$  που έχει την παρακάτω μορφή (Powell 1988):

$$F(x) = \sum_{i=1}^N w_i \varphi(\|x - x_i\|) \quad \text{σχέση (3.4)}$$

όπου  $\{\varphi(\|x - x_i\|) \mid i = 1, 2, \dots, N\}$  είναι ένα σύνολο από  $N$  αυθαίρετων (συνήθως μη γραμμικών) συναρτήσεων, γνωστές ως Radial Basis Functions, και  $\| \cdot \|$  δηλώνει την απόλυτη τιμή που είναι συνήθως Ευκλείδεια. Τα γνωστά σημεία

$x_i \in \mathbb{R}^{m_o}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  θέτονται ως τα κέντρα των Radial Basis Functions.

Εισάγοντας την συνθήκη παρεμβολής της εξίσωσης (3.3) στην συνθήκη (3.4), προκύπτει το παρακάτω σύνολο γραμμικό εξισώσεων για τους άγνωστους συντελεστές (βάρη) των  $\{w_i\}$  :

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1N} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_{N1} & \varphi_{N2} & \cdots & \varphi_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdots \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

Σχέση 3-5

Μπορεί να αποδειχθεί ότι η μήτρα παρεμβολής στην ανωτέρω εξίσωση είναι μη μοναδιαία, εάν τα σημεία  $x_i$  είναι ευδιάκριτα, και έτσι τα βάρη  $W$  μπορούν να λυθούν με απλή γραμμική άλγεβρα:

$$w = \Phi^{-1}x$$

Σχέση 3-6

Μια ακτινωτή συνάρτηση βάσης (RBF) είναι βασισμένη σε μια κλιμακωτή ακτίνα :

$$\varphi(r) = \varphi(|x - x_i|)$$

Σχέση 3-7

Επομένως υπάρχουν πολλές κατηγορίες συναρτήσεων της παραπάνω μορφής που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην μελέτη των δικτύων RBF ορισμένες εκ των οποίων είναι :

$$\textbf{Gaussian: } \varphi(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-8)$$

$$\textbf{Multiquadrics: } \varphi(r) = \sqrt{1 + \frac{r^2}{\sigma^2}} \quad (3-9)$$

$$\textbf{Linear: } \varphi(r) = r \quad (3-10)$$

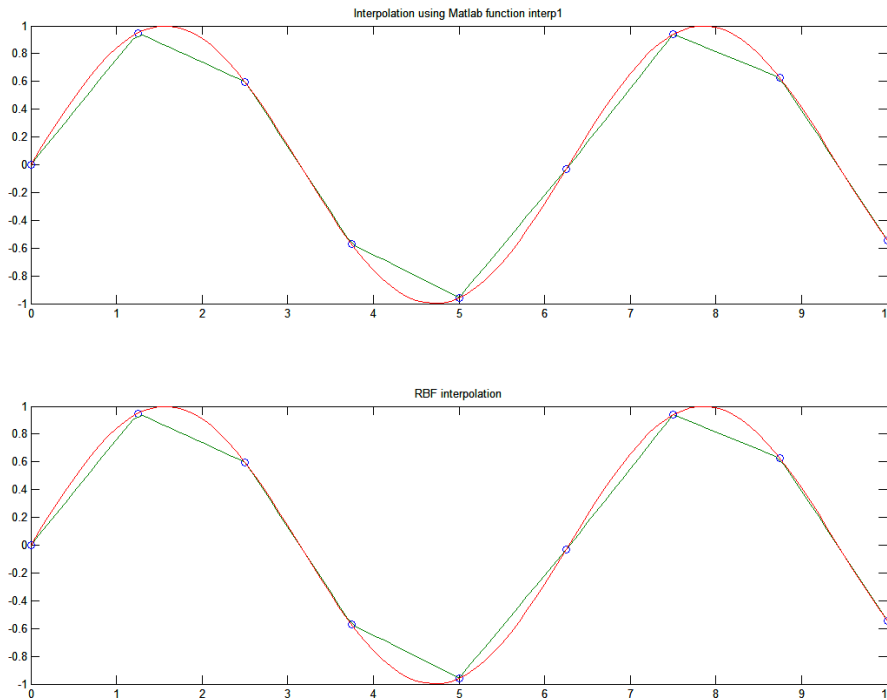
**Cubic:**  $\varphi(r) = r^3$  (3-11)

**Thinplate:**  $\varphi(r) = r^2 \ln(r + 1)$  (3-12)

Οι πέντε αυτές συναρτήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν στον πρόγραμμα που έχει αναπτυχθεί, κατά την φάση της παρεμβολής RBF δίνοντας διαφορετικά αποτελέσματα ανάλογα με την συνάρτηση που έχει επιλεγεί. Να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παρεμβολή αυτή, ανάλογα και με την συνάρτηση που έχει επιλεγεί, δεν είναι πάντα αποδεκτά. Για το λόγο αυτό ακολουθεί ένας σχολιασμός για το αποτέλεσμα μιας RBF ανάλογα με την συνάρτηση που χρησιμοποιείται.

**- RBF Linear Interpolation**

Στην περίπτωση της Linear RBF interpolation διαπιστώνεται ότι η παραγόμενη καμπύλη ταυτίζεται με την καμπύλη που παράγει η Γραμμική Παρεμβολή (εδάφιο 3.2.1) όπως φαίνεται και παρακάτω (Εικόνα 3.10) :

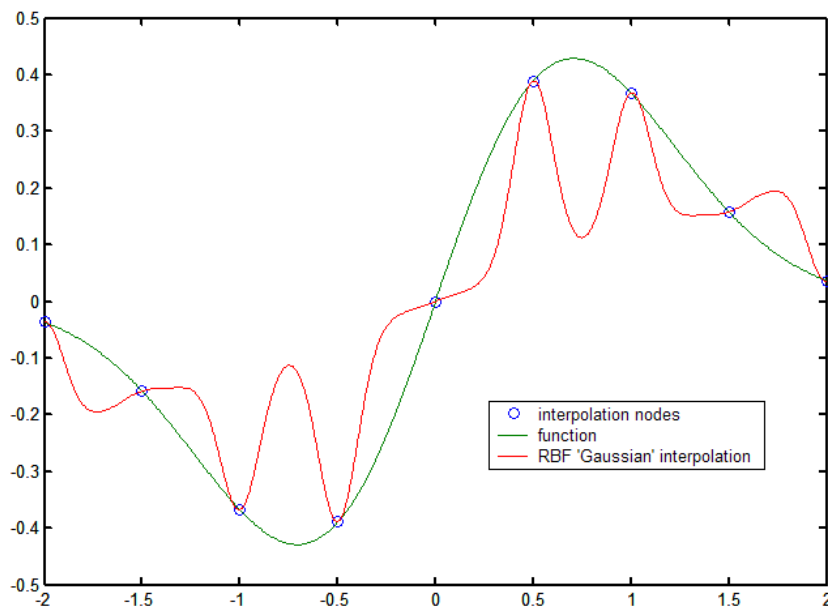


Εικόνα 3.10 ‘Καμπύλη από Γραμμική Παρεμβολή και Παρεμβολή RBF Linear’

Στην παραπάνω εικόνα με κόκκινο παρουσιάζεται η πραγματική καμπύλη ,με μπλε κύκλο τα σημεία που θα χρησιμοποιηθούν κατά την παρεμβολή ενώ με πράσινο η παραγόμενη καμπύλη.

### - Gaussian RBF Interpolation

Στην Gaussian RBF Παρεμβολή καθοριστικός παράγοντας είναι η σωστή επιλογή της μεταβλητής  $\sigma$  (σίγμα). Στην εικόνα που ακολουθεί (Εικόνα 3-11), δείχνει την RBF παρεμβολή με χρήση της Gaussian συνάρτησης με πολύ μικρό  $\sigma=0.1$  σε σχέση με την απόσταση μεταξύ των σημείων που είναι  $d=0.5$ .



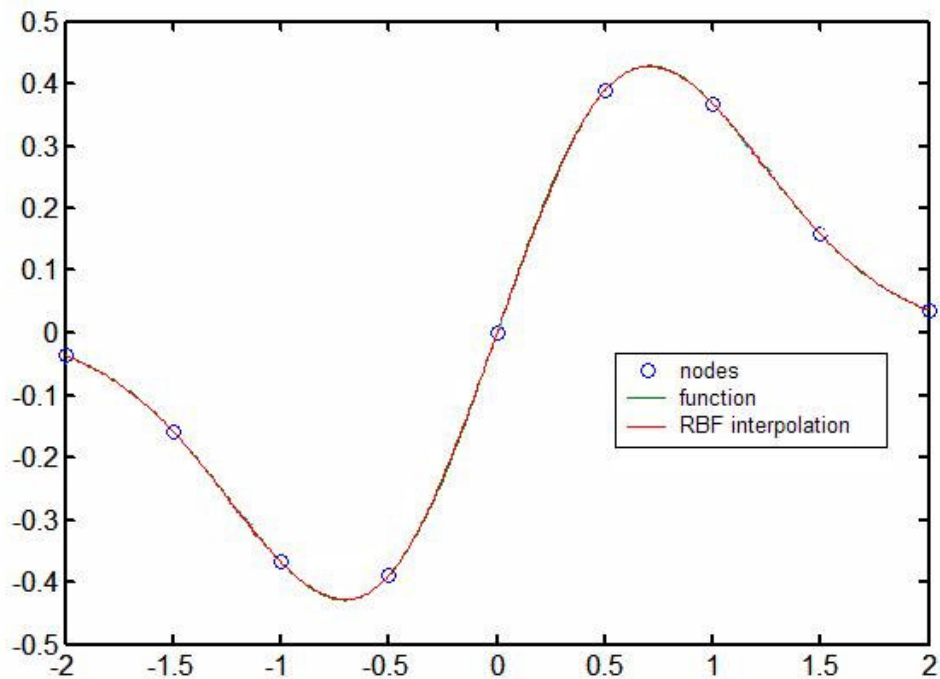
Εικόνα 3-11 ‘Καμπύλη από Παρεμβολή RBF Gaussian’

Όπως και πριν με κόκκινο παρουσιάζεται η πραγματική καμπύλη ,με μπλε κύκλο τα σημεία που θα χρησιμοποιηθούν κατά την παρεμβολή ενώ με πράσινο η παραγόμενη καμπύλη. Να σημειωθεί ότι μεγάλες τιμές  $\sigma \sim 10$  θα έχουν ως αποτέλεσμα μοναδιαίο πίνακα παρεμβολής.

Γενικά, όπως προέκυψε έπειτα από δοκιμές, η Gaussian Παρεμβολή RBF παράγει καμπύλες μη αποδεκτής μορφής, στα πλαίσια που η εργασία αυτή απαιτεί. Για το λόγο αυτό η χρήση της δεν ενδείκνυται.

#### - **Multiquadric RBF Interpolation**

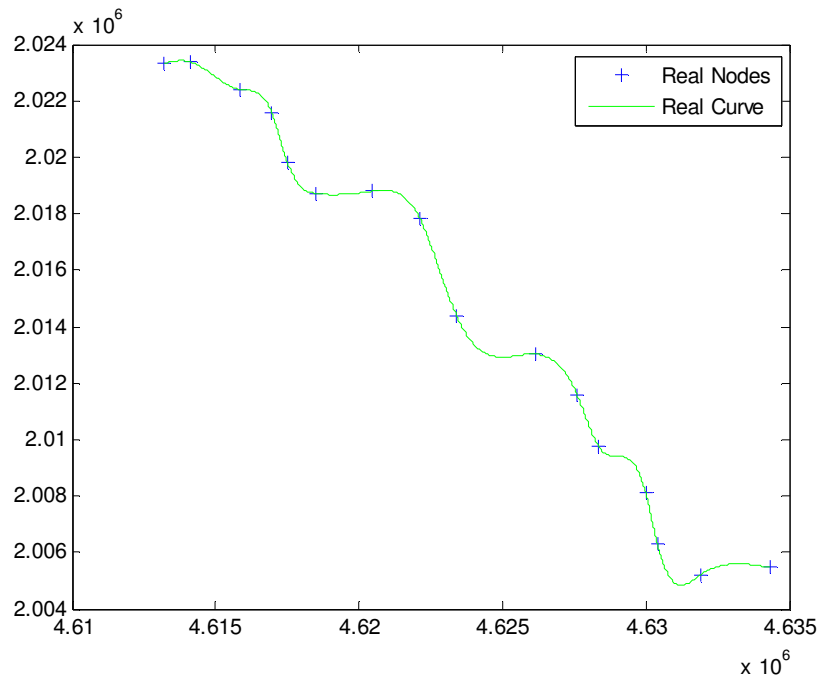
Η Multiquadric RBF παρεμβολή έχει ως παράγωγο μια καμπύλη η οποία σχεδόν ταυτίζεται με την πραγματική. Αποτελεί μια από τις καλύτερες παρεμβολές που εξυπηρετούν τον σκοπό της εργασίας αυτής. Το παραγόμενο αποτέλεσμα φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 3-12) :



Εικόνα 3-12 ‘Παραγόμενη Καμπύλη από Multiquadric RBF Παρεμβολή’

#### - **Cubic RBF Interpolation**

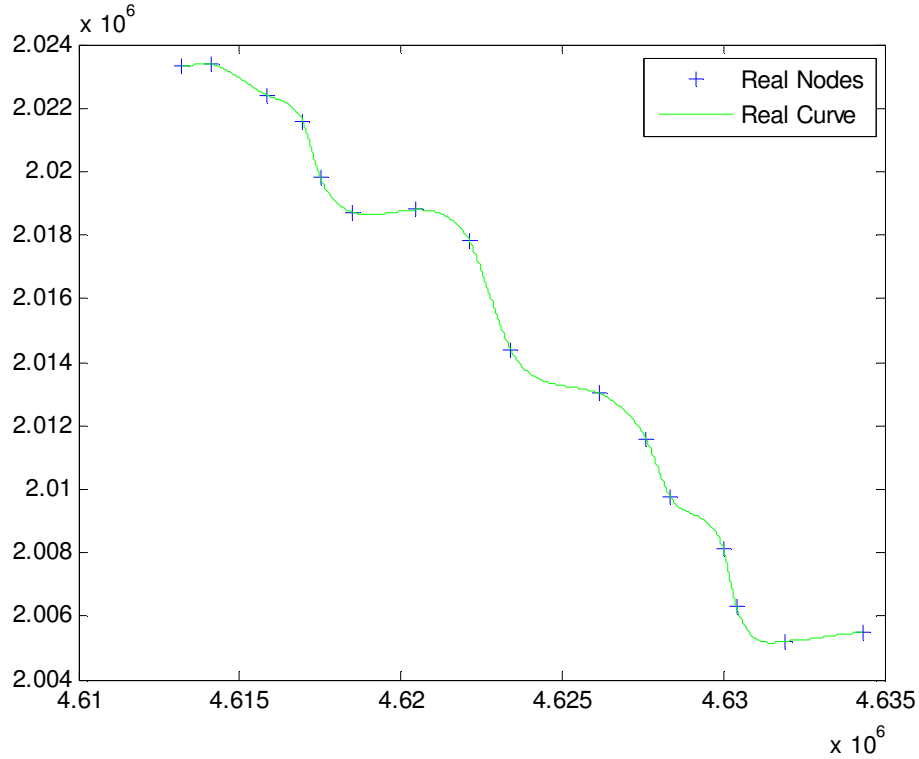
Η Cubic RBF Interpolation αποδίδει καμπύλη η οποία προσαρμόζεται καλά στα δεδομένα και είναι κοντά στο πραγματικό σχήμα της καμπύλης. Όπως φαίνεται και στο Εικόνα 3-13, η καμπύλη περνά από τα σημεία (dataset) ομαλά χωρίς να δημιουργεί απότομες πτυχώσεις.



Εικόνα 3-13 ‘RBF Cubic Παρεμβολή’

**- Thinplate RBF Interpolation**

Όμοια με την Cubic, η Thinplate RBF παρεμβολή παράγει καλό αποτέλεσμα. Η παραγόμενη καμπύλη προσαρμόζεται μεν ομαλά στα δεδομένα αλλά παρατηρείται περισσότερη ‘απλότητα’ στο σχήμα της σε σχέση με τις 2 προηγούμενες μεθόδους (Εικόνα 3-14).



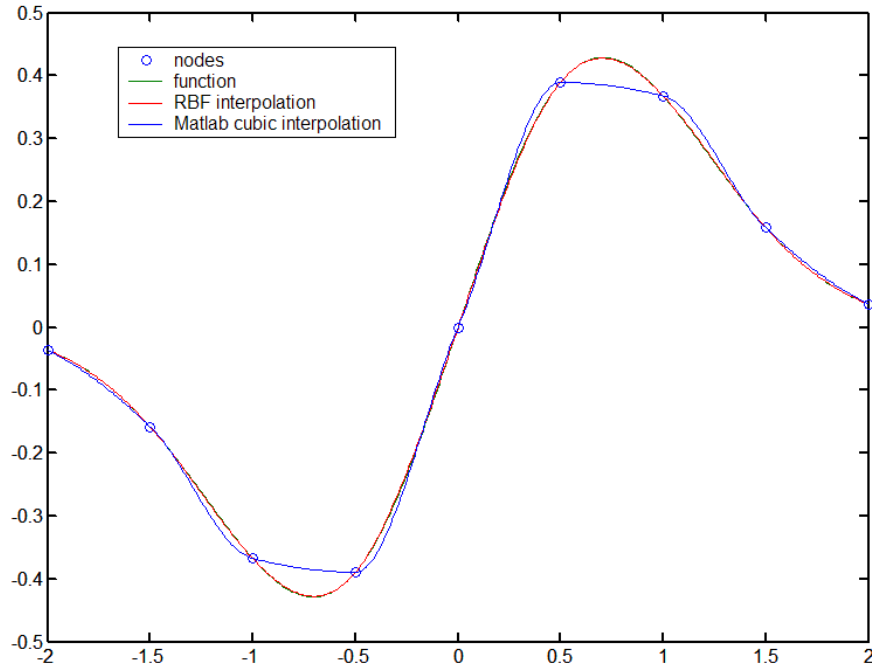
Εικόνα 3-14 'RBF Thinplate Παρεμβολή'

Παρόλα αυτά είναι αποδεκτή και μαζί με την Cubic και την Multiquadric θα αποτελέσει τις τρεις μεθόδους RBF παρεμβολής που θα χρησιμοποιηθούν. Ενδεικτικά βέβαια θα χρησιμοποιηθεί η Gaussian και η Linear RBF παρεμβολή απλά και μόνο για να σχολιαστεί το σφάλμα ταύτισης τους.

### 3.4.5 Συμπεράσματα

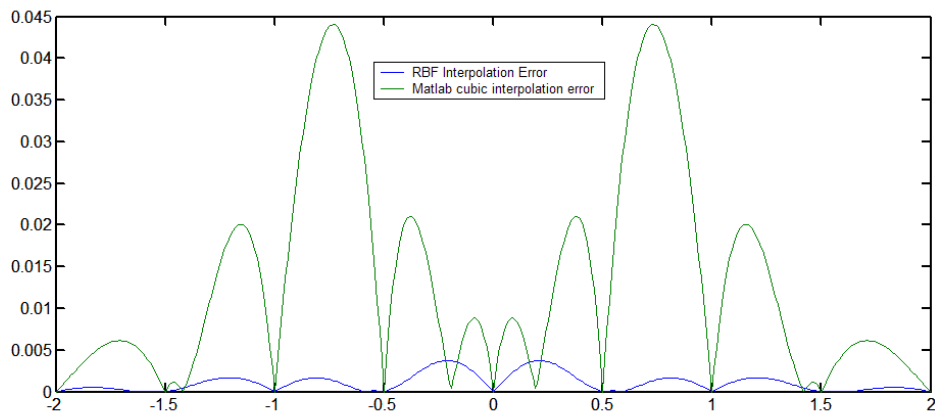
Η RBF παρεμβολή έχει γενικώς πολύ καλύτερα αποτελέσματα από την Κυβική παρεμβολή. Όπως φαίνεται και στην εικόνα 3-15, η παραγόμενη καμπύλη από RBF παρεμβολή προσαρμόζεται πιο ομαλά στα δεδομένα από αυτή που παράγεται από Κυβική παρεμβολή.





Εικόνα 3-15 ‘Σύγκριση Καμπύλης από RBF και Κυβική παρεμβολή’

Το γεγονός αυτό φαίνεται και στην εικόνα 3-16 στην οποία παρουσιάζεται το απόλυτο σφάλμα των 2 μεθόδων παρεμβολής του γραφήματος 3-15.

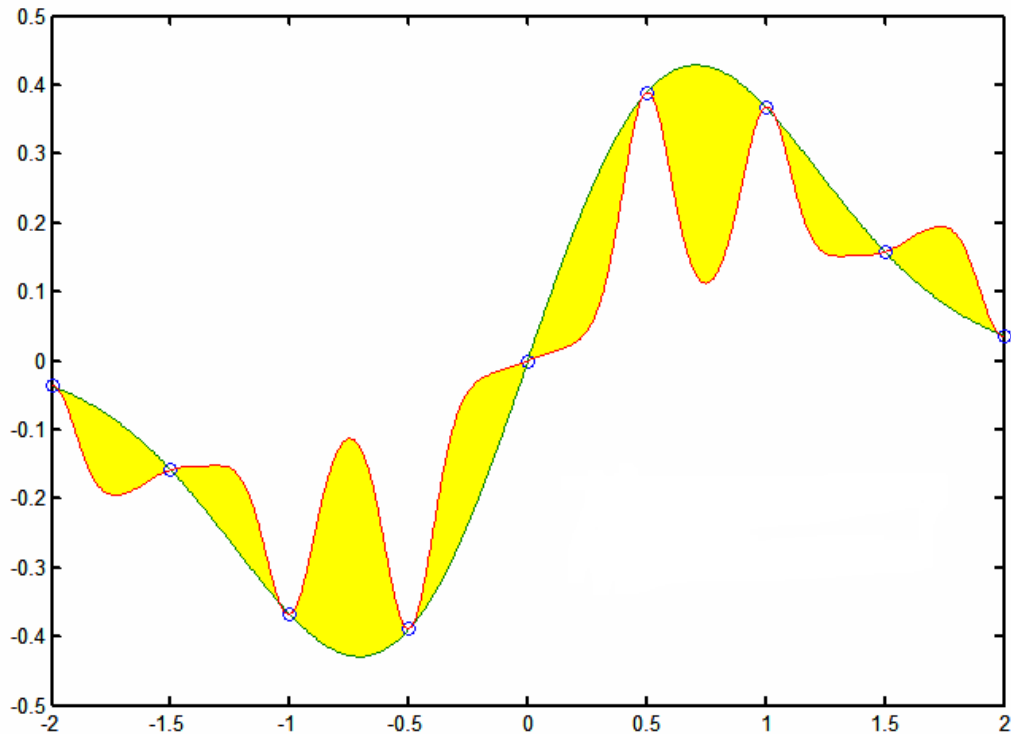


Εικόνα 3-16 ‘Απόλυτο Σφάλμα RBF και Κυβικής Παρεμβολής’

Το απόλυτο σφάλμα της RBF παρεμβολής είναι σαφώς μικρότερο σε σχέση με αυτό της Κυβικής γεγονός που καθιστά την RBF παρεμβολή ορθότερη μέθοδο.

### 3.3 Ομοιότητα Καμπυλών

Μετά την πύκνωση των σημείων των καμπυλών, όλα τα απαραίτητα δεδομένα για τον έλεγχο ταύτισης έχουν συλλεχθεί. Η διαδικασία προσδιορισμού έγκειται στον υπολογισμό των εμβαδών διαφοράς των 2 καμπυλών δηλαδή των εμβαδών που σχηματίζονται μεταξύ των 2 καμπυλών (Εικόνα 3-17) :

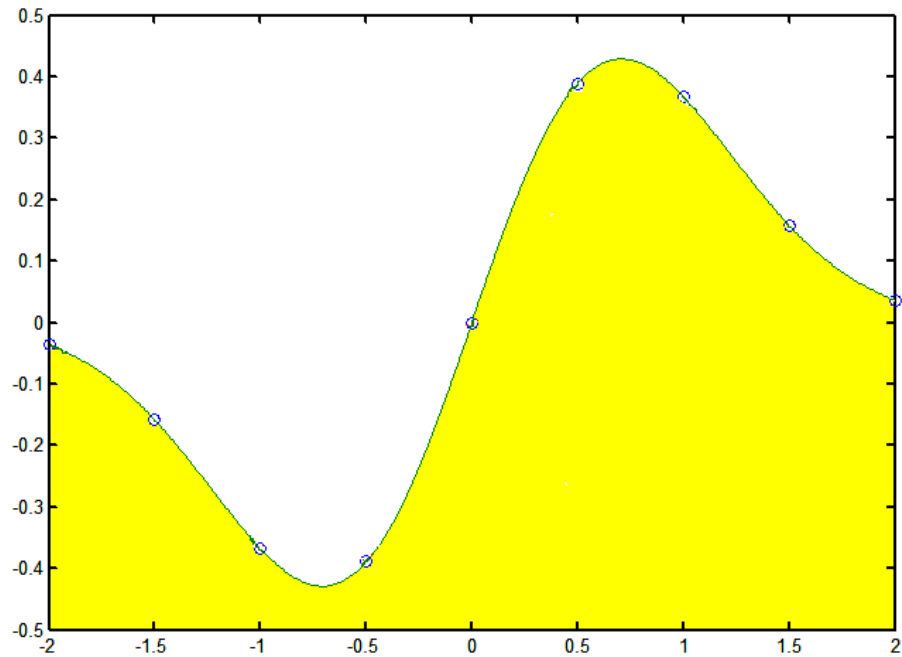


Εικόνα 3-17 'Εμβαδά Διαφοράς 2 καμπυλών'

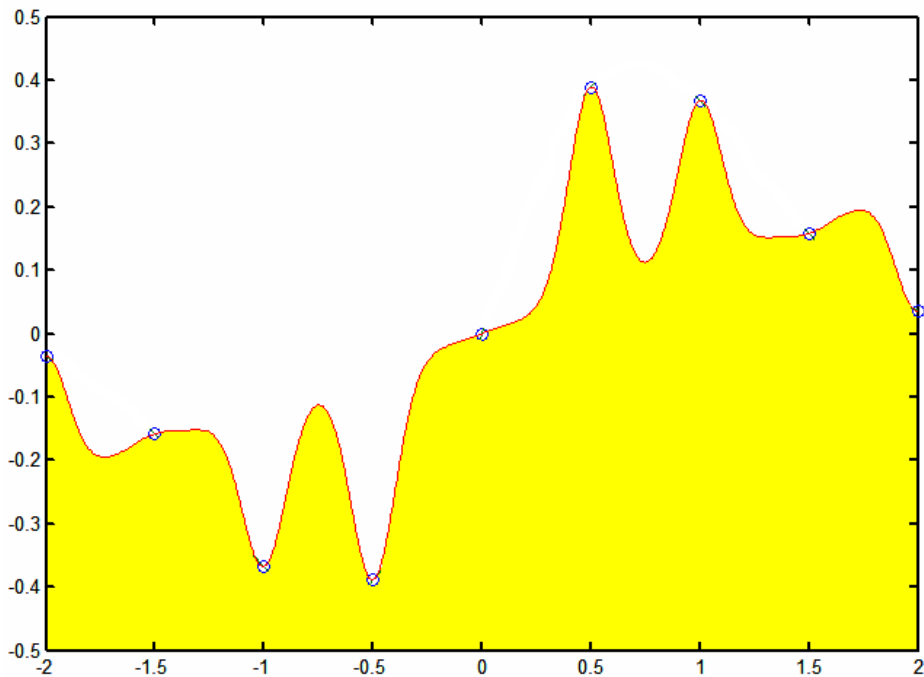
Στο παραπάνω Εικόνα (3-17) φαίνονται οι 2 καμπύλες (Curve 1 – Πράσινο) και (Curve 2 – Κόκκινο) ενώ με κίτρινο τα εμβαδά διαφοράς των 2 καμπυλών.

#### 3.3.1 Υπολογισμός εμβαδόν διαφοράς

Αρχικά υπολογίζεται το εμβαδόν κάθε καμπύλης ξεχωριστά με τον άξονα X (Εικόνες 3-18, 3-19) :



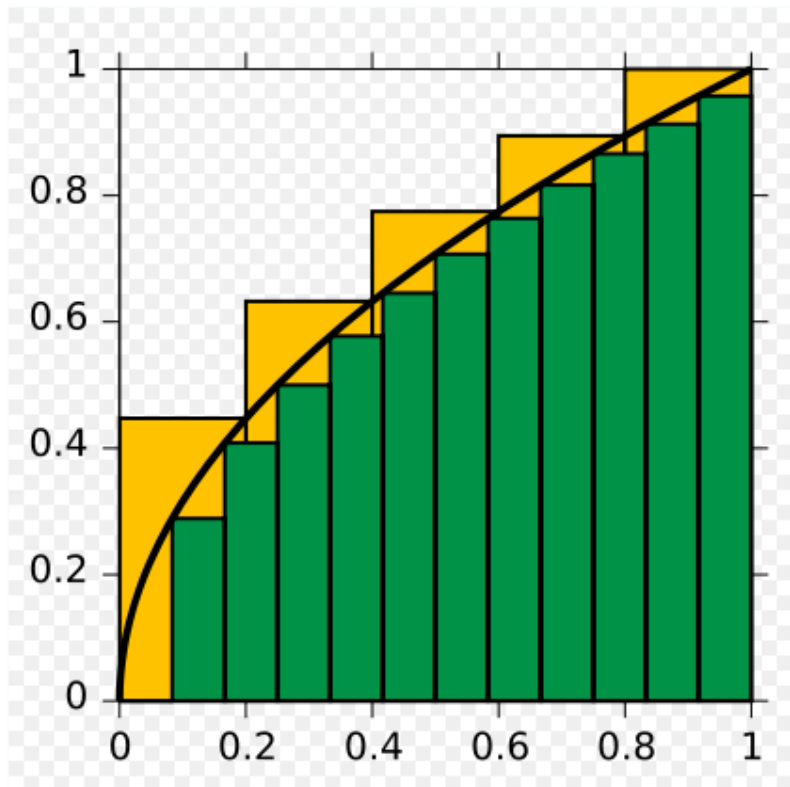
Εικόνα 3-18 'Εμβαδόν Καμπύλης 1 με άξονα X'



Εικόνα 3-19 'Εμβαδόν Καμπύλης 2 με άξονα X'

Το εμβαδόν κάθε καμπύλης με τον άξονα X είναι ουσιαστικά το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης που εκφράζει την καμπύλη από το ένα της άκρο μέχρι το άλλο. Καθώς μια τέτοια συνάρτηση δεν είναι γνωστή για την καμπύλη, το εμβαδόν

υπολογίζεται σύμφωνα με γραφική αναπαράσταση του επικαμπύλιου ολοκληρώματος, που είναι το σύνολο των στοιχειωδών εμβαδών  $E$  μεταξύ καμπύλης και άξονα  $X$ , ανά  $dx$ . Φτιάχνονται δηλαδή παραλληλόγραμμα ανά  $dx$ , με εμβαδόν παραλληλογράμμου  $dx \cdot S$  όπου  $S$  η απόσταση του  $dx$  από την καμπύλη (Εικόνα 3-20).



Εικόνα 3-20 ‘Εμβαδόν Ολοκληρώματος’

Επομένως το εμβαδόν του επικαμπύλιου ολοκληρώματος είναι το άθροισμα όλων των στοιχειωδών παραλληλογράμμων με εμβαδόν  $dx \cdot S$ .

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, ο αλγόριθμος υπολογίζει τα εμβαδά των στοιχειωδών παραλληλογράμμων που ορίζονται από το βήμα  $X_i$ , το οποίο ορίστηκε κατά την φάση της πύκνωσης των σημείων, επί το αντίστοιχο  $y_i$  (σχέση 3.12) που προέκυψε από την διαδικασία της παρεμβολής.

$$E_{επικ} = X_i \cdot Y_i \quad (3.12)$$

Τελικώς υπολογίζεται το συνολικό εμβαδόν της καμπύλης με τον άξονα X, αθροίζοντας όλα τα εμβαδά των στοιχειωδών παραλληλογράμμων.

Το εμβαδόν διαφοράς των 2 καμπυλών είναι η απόλυτη τιμή της διαφοράς των επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων (εμβαδόν καμπύλης με άξονα X) των 2 καμπυλών (σχέση 3-13).

$$E_{\Delta\text{ΙΑΦΟΡΑΣ}} = |E_{1_{\text{ΕΠΙΚ}}} - E_{2_{\text{ΕΠΙΚ}}}| \quad (3-13)$$

### 3.3.2 Προσδιορισμός ποσοστού ταύτισης καμπυλών

Με τον τρόπο που περιγράφηκε στο παραπάνω εδάφιο (3.3.1) υπολογίζεται το συνολικό εμβαδόν διαφοράς των δύο καμπυλών (σχέση 3-13). Η τελική τιμή που παράγεται από το πρόγραμμα είναι ουσιαστικά μία μετρική επιφάνειας η οποία μεν παίρνει την τιμή μηδέν σε περίπτωση απόλυτης ταύτισης των καμπυλών αλλά σε κάθε άλλη περίπτωση δίνει μια τιμή η οποία είναι σε μονάδες τετραγωνικής επιφάνειας και αυτό την καθιστά δύσκολη στην κατανόηση του βαθμού ταύτισης των 2 καμπυλών καθώς και στην σύγκριση της συγκεκριμένης μεθόδου με κάποια άλλη μέθοδο.

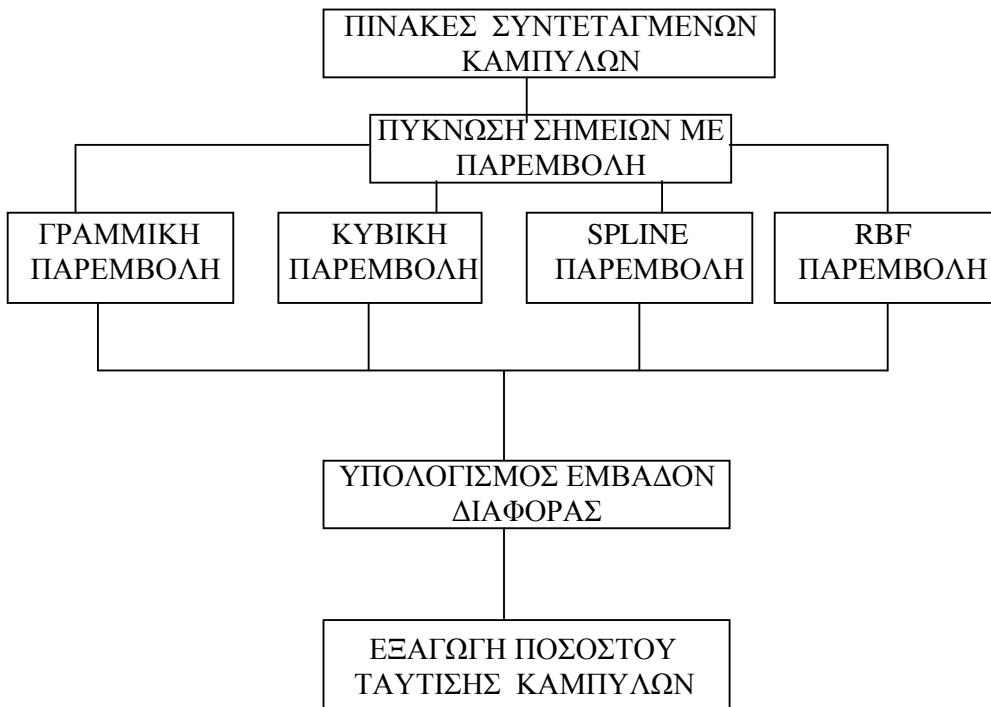
Για το λόγο αυτό η τιμή που παράγεται από το πρόγραμμα (εμβαδόν διαφοράς) πρέπει να κανονικοποιηθεί και να παρουσιαστεί με την μορφή ποσοστού επί τοις εκατό %. Για να γίνει αυτό θα οριστεί η καμπύλη 1 (Curve 1) ως καμπύλης αναφοράς και θα υπολογίζεται το ποσοστό ταύτισης της καμπύλης 2 (Curve 2) ως προς την καμπύλη αναφοράς 1 (Curve 1). Η σχέση με την οποία θα γίνεται η κανονικοποίηση της τιμής και ο υπολογισμός του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών είναι η σχέση 3-14 :

$$P = \left(1 - \frac{E_{\Delta\text{ΙΑΦ}}}{E_{1_{\text{ΕΠΙΚ}}}}\right) \cdot 100\% \quad (3-14)$$

Το πρόγραμμα (Similarity), όπως αναφέρθηκε και παραπάνω είναι function επομένως η έξοδος του που είναι η τιμή P όπως υπολογίστηκε παραπάνω, εξάγεται ως μεταβλητή Likeness με τιμή απόλυτης ταύτισης 100(%).

Με αυτό τον τρόπο γίνεται ο προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης 2 συναρτησιακών καμπυλών.

Ακολουθεί το διάγραμμα ροής του προγράμματος (εικόνα 3-21):



Εικόνα 3-21 'Διάγραμμα Ροής Προγράμματος Similarity'

### 3.4 Σχολιασμός

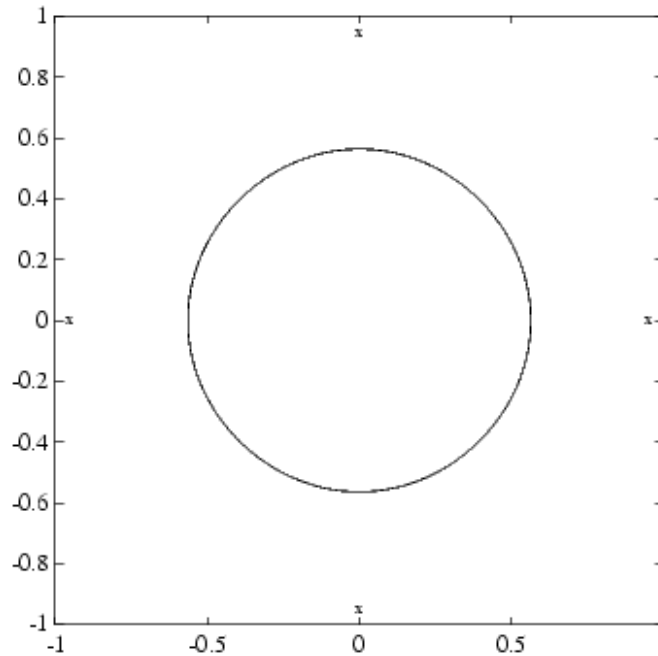
Το πρόγραμμα αυτό έχει αρκετά μειονεκτήματα. Το πρώτο είναι ότι ελέγχει τις καμπύλες σχηματικά και εν μέρη χωρικά για να εξάγει το ποσοστό ταύτισης τους που σημαίνει ότι αν οι καμπύλες έχουν μεν το ίδιο σχήμα και χωρική μετατόπιση που δεν αλλάζει το εμβαδόν της καμπύλης με τον άξονα (μετατόπιση στον άξονα X), τότε το πρόγραμμα θα εξάγει ποσοστό ταύτισης 100%. Το δεύτερο μειονέκτημα του είναι ότι δεν μπορεί να λειτουργήσει σε καμπύλες που δεν είναι συναρτησιακές, γιατί τα μοντέλα δεν μπορούν να πυκνώσουν τα σημεία που δεν μπορούν να εκφραστούν με

την μορφή συνάρτησης. Αυτό το μειονέκτημα μειώνει τον αριθμό των εφαρμογών που μπορούν να χρησιμοποιήσουν την προσέγγιση αυτή περιορίζοντας την σε όσες αφορούν καμπύλες συναρτησιακές. Παρόλα αυτά, προσφέρει μια σειρά από μαθηματικά μοντέλα για την πύκνωση των σημείων της καμπύλης δίνοντας έτσι την δυνατότητα εξαγωγής συμπερασμάτων για την αποτελεσματικότητα των μοντέλων αυτών.

## 4. ΜΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ

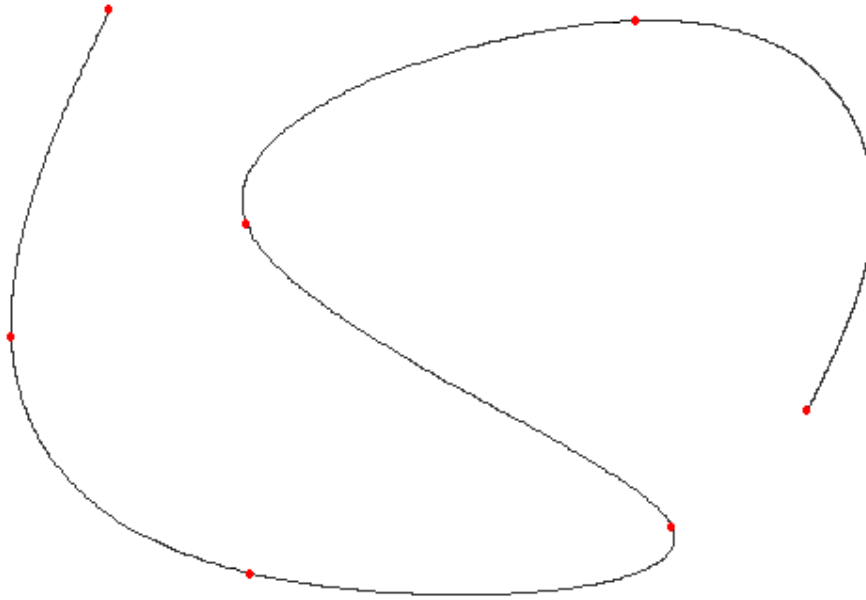
### 4.1 Γενικά

Η δεύτερη και μεγαλύτερη κατηγορία καμπυλών που απασχολεί η εργασία αυτή είναι οι μη συναρτησιακές καμπύλες. Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται οι καμπύλες που δεν είναι συναρτήσεις (Εικόνα 4-1) ή έχουν τυχαίο σχήμα π.χ. η τροχιά κίνησης ενός αντικειμένου (Εικόνα 4-2). Οι μη συναρτησιακές καμπύλες έχουν φυσική υπόσταση, συναντώνται δηλαδή στη φύση και στην καθημερινή ζωή, γεγονός που τις καθιστά ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες καθώς μπορούν να τροφοδοτήσουν μελέτες για την δημιουργία διάφορων εφαρμογών.



Εικόνα 4-1 'Κύκλος δεν Αποτελεί Συνάρτηση'





Εικόνα 4-2 ‘Τυχαία Καμπύλη’

Λόγω του μεγάλου ενδιαφέροντος που παρουσιάζει η συγκεκριμένη κατηγορία καμπυλών, αναπτύχθηκαν 5 μέθοδοι προσδιορισμού του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών με διαφορετική προσέγγιση και μεθοδολογία, προκειμένου να γίνει σύγκριση και αξιολόγηση αυτών.

Να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα προσδιορισμού του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών, που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 3 για τις συναρτησιακές καμπύλες δεν μπορεί να δουλέψει στις μη συναρτησιακές λόγω της ανικανότητας πύκνωσης των σημείων και υπολογισμού εμβαδών καθότι υπάρχει επικάλυψη σημείων και έτσι η προσέγγιση αυτή του προσδιορισμού του ποσοστού ταύτισης με εμβαδά δεν θα χρησιμοποιηθεί καθόλου.

Στα κεφάλαια που ακολουθούν γίνεται ανάλυση των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν.

## 4.2 Πρόγραμμα Υπολογισμού Αποστάσεων Σημείων

Το πρώτο πρόγραμμα που αναπτύχθηκε σε γλώσσα MATLAB για τον προσδιορισμό του ποσοστού ταύτισης 2 μη συναρτησιακών καμπυλών, έγκειται στον υπολογισμό των αποστάσεων μεταξύ των σημείων κάθε καμπύλης και στην δημιουργία των ιστογραμμάτων των αποστάσεων αυτών από τα οποία εξάγεται το ποσοστό ταύτισης των καμπυλών.

Στο πρόγραμμα διακρίνονται τα εξής βήματα :

- **Εισαγωγή Δεδομένων**
- **Υπολογισμός Αποστάσεων Μεταξύ Σημείων**
- **Υπολογισμός Ιστογράμματος Συχνοτήτων**
- **Προσδιορισμός Ποσοστού Ταύτισης των 2 Καμπυλών**

### 4.2.1 Εισαγωγή δεδομένων

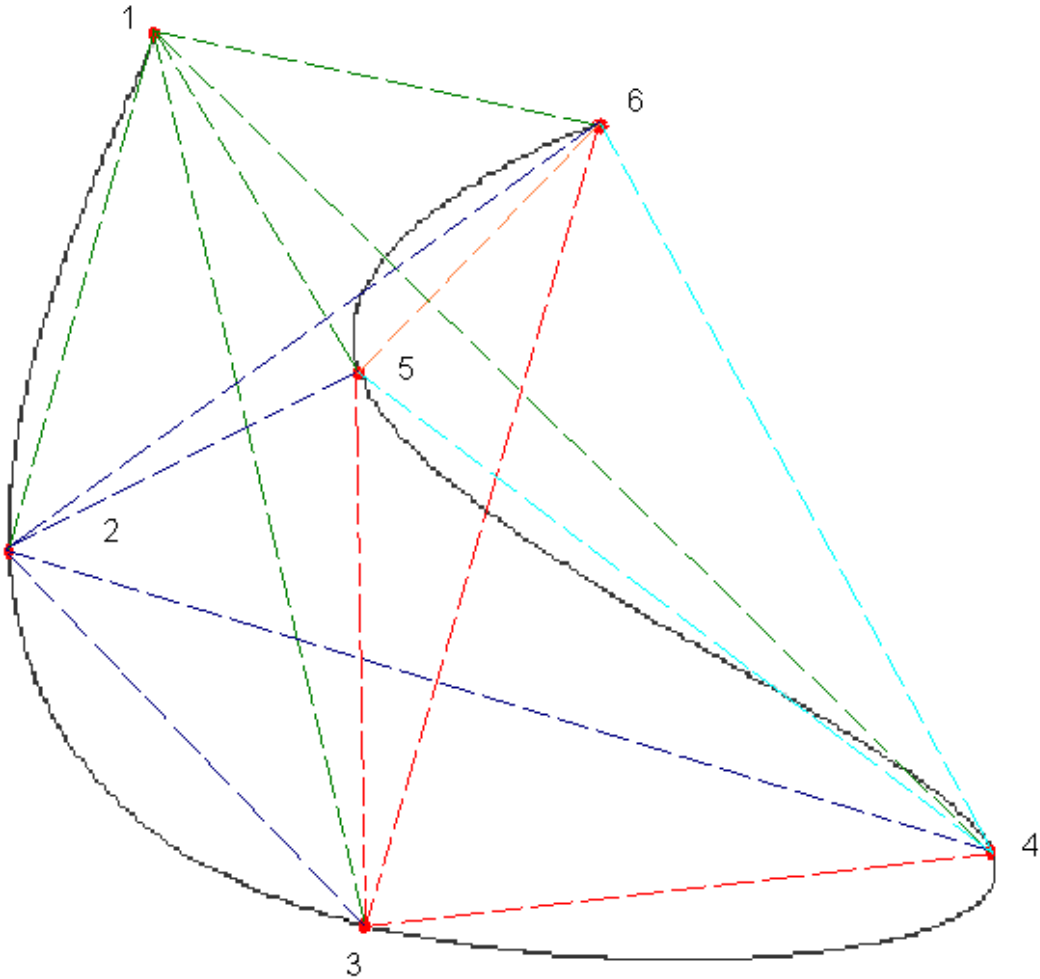
Η διαδικασία εισαγωγής δεδομένων είναι όμοια με αυτή που περιγράφηκε στο εδάφιο 3.3. Το πρόγραμμα είναι function με δεδομένα εισόδου curve1 και curve2 και έξοδο Likeness. Τα δεδομένα αν προέρχονται από το Noni GPSPlot, είναι δηλαδή σε μορφή text, πρέπει να φορτωθούν στην MATLAB ως curve1 και curve 2 με το σχετικό πρόγραμμα αλλιώς αν προέρχονται από γραφική σχεδίαση είναι έτοιμα προς χρήση.

### 4.2.2 Υπολογισμός αποστάσεων μεταξύ σημείων – Ιστόγραμμα

Η πρώτη διαδικασία που εκτελεί το πρόγραμμα αφού φορτωθούν τα δεδομένα, είναι ο υπολογισμός των ευκλείδειων αποστάσεων μεταξύ των σημείων της καμπύλης. Η σχέση που δίνει την Ευκλείδεια Απόσταση είναι (σχέση 4-1) :

$$d = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (4-1)$$

Για κάθε σημείο δηλαδή, υπολογίζεται η ευκλείδεια απόσταση με όλα τα διαδοχικά σημεία της καμπύλης (εικόνα 4-3).



Εικόνα 4-3 'Αποστάσεις Μεταξύ των Σημείων'

Κατά τον υπολογισμό των αποστάσεων των σημείων της εικόνας 4-3, υπολογίζονται οι αποστάσεις του σημείου 1 με τα σημεία 2, 3, 4, 5, 6. Έπειτα υπολογίζονται οι αποστάσεις του σημείου 2 με τα σημεία 3, 4, 5, 6 (η απόσταση 2-1 δεν μετράται καθώς έχει μετρηθεί ως 1-2) κλπ.

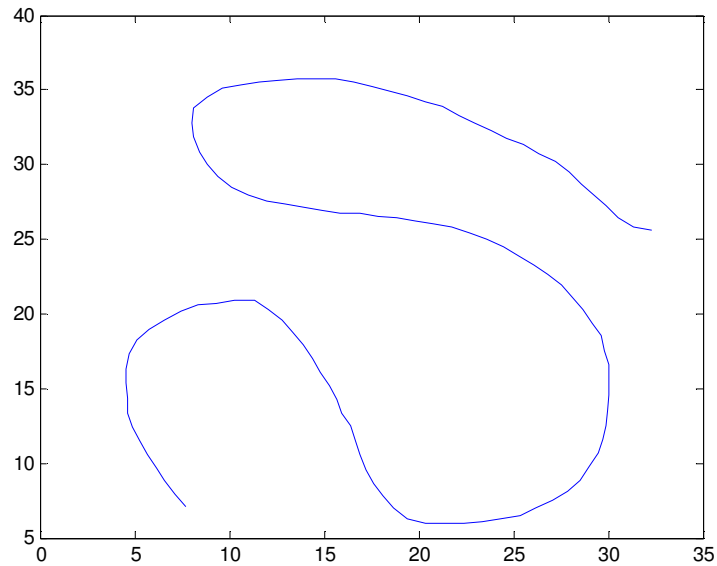
Η διαδικασία υπολογισμού των αποστάσεων μεταξύ των σημείων εκτελείται για κάθε καμπύλη ξεχωριστά. Με την ολοκλήρωση της, έχουν δημιουργηθεί 2 πίνακες : ο πίνακας distance1 (1 επί N ) που περιέχει τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων της καμπύλης 1 και ο πίνακας distance2 (1 επί M) που περιέχει τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων της καμπύλης 2. Οι δύο πίνακες δεν είναι ίδιων διαστάσεων καθώς ο αριθμός των μετρημένων αποστάσεων εξαρτάται από το πλήθος των σημείων που απαρτίζουν την κάθε καμπύλη. Υπάρχει βέβαια και η περίπτωση που οι 2 καμπύλες θα αποτελούνται από τον ίδιο αριθμό σημείων οπότε και οι πίνακες των αποστάσεων θα είναι ίδιων διαστάσεων

#### 4.2.3 Ιστόγραμμα Συχνοτήτων

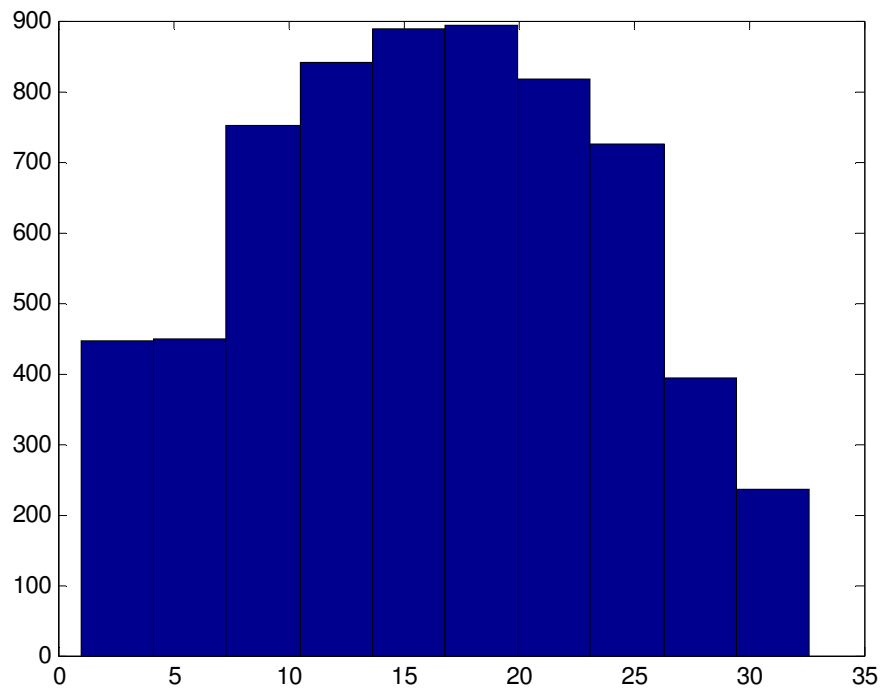
Επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός του ιστογράμματος συχνοτήτων των αποστάσεων που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο εδάφιο.

Όπως προαναφέρθηκε, στους πίνακες distance1 και distance2 βρίσκονται οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων κάθε καμπύλης. Για τον υπολογισμό του ιστογράμματος συχνοτήτων αρχικά ορίζεται ο αριθμός των κλάσεων (bins) στα οποία θα κατανεμηθούν οι τιμές κάθε πίνακα distance π.χ. αν οριστούν 10 κλάσεις, τότε ο αλγόριθμος θα διαχωρίσει τα δεδομένα κάθε πίνακα σε 10 κλάσεις και στην συνέχεια θα υπολογίσει και θα αποθηκεύσει σε ένα νέο πίνακα, τον αριθμό των στοιχείων που περιέχει κάθε κλάση δημιουργώντας με τον τρόπο αυτό τον πίνακα ιστογράμματος.

Για την καμπύλη 1 (εικόνας 4-4) θα υπολογιστεί το ιστόγραμμα συχνοτήτων των αποστάσεων μεταξύ των σημείων της (εικόνα 4-5).



Εικόνα 4-4 'Καμπύλη 1'



Εικόνα 4-5 'Ιστόγραμμα Συχνοτήτων Αποστάσεων Σημείων Καμπύλης 1'

Επομένως μετά το πέρας της διαδικασίας θα έχουν δημιουργηθεί δύο πίνακες (1 επί bin) οι οποίοι θα περιέχουν την το πλήθος των παρατηρήσεων κάθε κλάσης.

#### 4.2.4 Προσδιορισμός ποσοστού ταύτισης 2 καμπυλών

Το ιστόγραμμα συχνοτήτων των αποστάσεων μεταξύ των σημείων μιας καμπύλης αποτελεί την ‘ταυτότητα’ της καθώς οι αποστάσεις αυτές είναι μοναδικές για κάθε καμπύλη αφού εξαρτώνται τόσο από το σχήμα της όσο και από τον αριθμό των σημείων που την αποτελούν. Επομένως μια άλλη καμπύλη με διαφορετικό σχήμα είναι αδύνατον να έχει το ίδιο ιστόγραμμα συχνοτήτων.

Ο προσδιορισμός του βαθμού ταύτισης των 2 καμπυλών θα γίνει με σύγκριση των 2 ιστογραμμάτων συχνοτήτων που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο εδάφιο. Όπως ειπώθηκε και παραπάνω ο αλγόριθμος έχει υπολογίσει σε 2 πίνακες, τα ιστογράμματα συχνοτήτων των αποστάσεων μεταξύ των σημείων κάθε καμπύλης. Επομένως το σφάλμα ταύτισης ορίζεται σαν την ευκλείδεια απόσταση της διαφοράς των 2 ιστογραμμάτων (σχέση 4-2) :

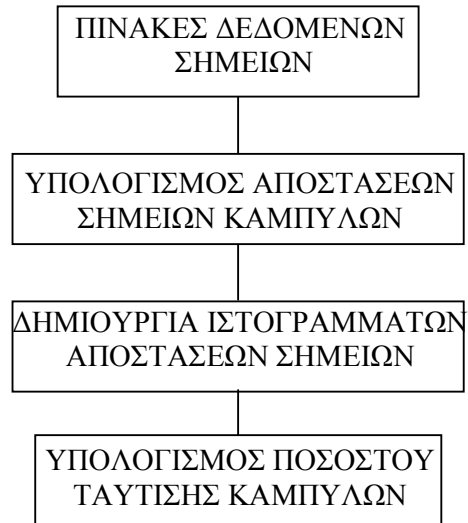
$$error = norm(h_1 - h_2) \quad (4-2)$$

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι μια μετρική χωρίς φυσική σημασία, απλά όσο μεγαλύτερη η τιμή τόσο μεγαλύτερη η διαφορά μεταξύ ιστογραμμάτων άρα και τόσο μεγαλύτερο το σφάλμα ταύτισης, με απόλυτη ταύτιση την τιμή 0. Προκειμένου να γίνει κατανοητός ο βαθμός ταύτισης αλλά και να καταστεί εύκολη η σύγκριση μεταξύ των μεθόδων, πρέπει το αποτέλεσμα να κανονικοποιηθεί και να εξάγεται με την μορφή ποσοστού ταύτισης επί τοις εκατό (%). Κατά την διαδικασία της κανονικοποίησης ορίζεται σαν αναφορά το άθροισμα των αποστάσεων των 2 ιστογραμμάτων ως προς το οποίο θα υπολογίζεται το ποσοστό ταύτισης των 2 καμπυλών.

Η σχέση με την οποία θα γίνεται η κανονικοποίηση της τιμής και ο υπολογισμός του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών είναι η σχέση 4-3 :

$$P = \left(1 - \frac{norm(h_1 - h_2)}{norm(h_1 + h_2)}\right) \cdot 100\% \quad (4-3)$$

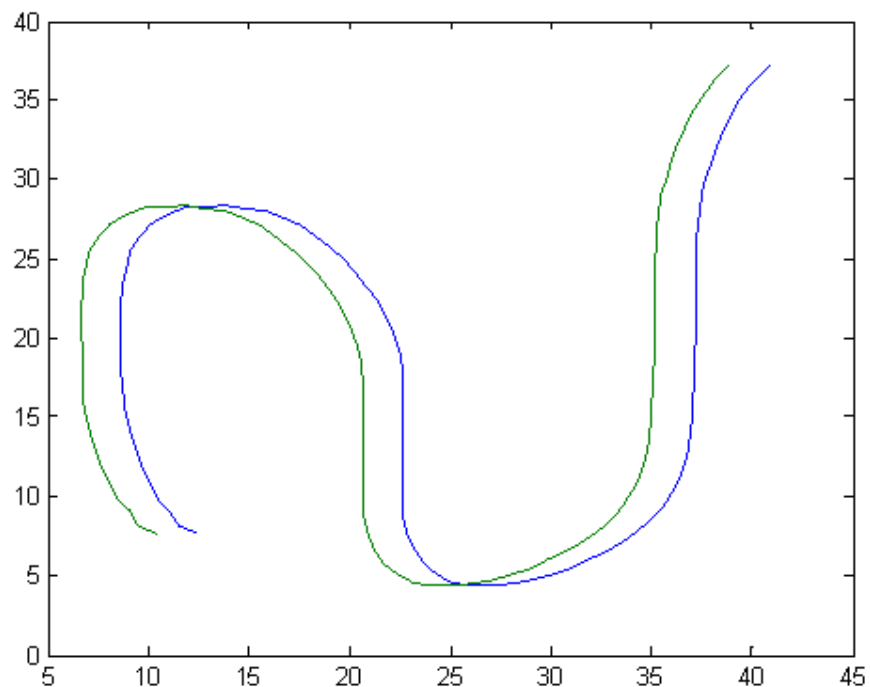
Να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα είναι function και εξάγει το ποσοστό ως Likeness με τιμή απόλυτης ταύτισης 100(%). Στην εικόνα 4-6 παρουσιάζονται συνοπτικά σε διάγραμμα ροής τα βήματα που ακολουθεί το πρόγραμμα.



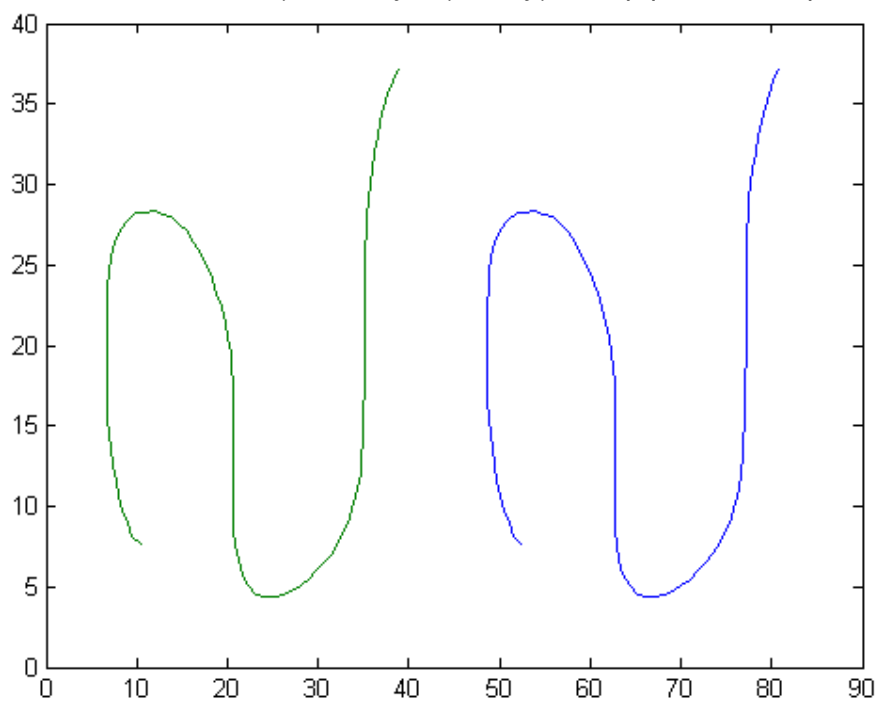
Εικόνα 4-6 ‘Διάγραμμα Ροής Προγράμματος’

#### 4.2.4 Σχολιασμός

Το πρόγραμμα αυτό (Histogram) αποτελεί μια έξυπνη προσέγγιση του ζητήματος που απασχολεί την εργασία αυτή. Εν τούτης παρουσιάζει ένα μειονέκτημα. Η εξαγωγή του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών από την μελέτη του ιστογράμματος, γίνεται μόνο με σχηματικό έλεγχο των 2 καμπυλών χωρίς να ενδιαφέρει η χωρική θέση τους. Δηλαδή το ποσοστό ταύτισης 2 καμπυλών θα είναι το ίδιο είτε αυτές οι καμπύλες έχουν υποστεί μικρή μετατόπιση είτε μεγάλη (εικόνες 4-7, 4-8).



Εικόνα 4-7 'Πανομοιότυπες Καμπύλες με Μικρή Μετατόπιση'



Εικόνα 4-8 'Πανομοιότυπες Καμπύλες με Μεγάλη Μετατόπιση'

Το γεγονός αυτό θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στην περίπτωση που χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα αυτό για κάποια εφαρμογή προκειμένου να μην προκύψουν λανθασμένα συμπεράσματα.



### 4.3 Πρόγραμμα Υπολογισμού Κέντρου Βάρους

Το επόμενο πρόγραμμα υπολογισμού του βαθμού ταύτισης που αναπτύχθηκε, εξετάζει τις καμπύλες ως προς τον σύνολο των σημείων τους υπολογίζοντας τα κέντρα βάρους της κάθε καμπύλης από τα οποία και εξάγεται το ποσοστό ταύτισης τους. Η μέθοδος είναι απλή και απαρτίζεται από τα εξής βήματα :

- **Εισαγωγή Δεδομένων**
- **Υπολογισμός Κέντρου Βάρους Καμπυλών**
- **Προσδιορισμός Ποσοστού Ταύτισης των 2 Καμπυλών**

Το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε είναι και αυτός function. Επομένως για την εισαγωγή δεδομένων ισχύουν όσα ειπώθηκαν στο εδάφιο 3.3.

#### 4.3.1 Υπολογισμός κέντρου βάρους καμπυλών

Το βασικό τμήμα του προγράμματος είναι ο υπολογισμός των κέντρων βάρους των καμπυλών. Για κάθε καμπύλη, υπολογίζεται το ο μέσος όρος των τετμημένων  $X$  των σημείων (μέσο  $X$  – σχέση 4-4) και ο μέσος όρος των τεταγμένων  $Y$  των σημείων (μέσο  $Y$  – σχέση 4-5) .

$$X_{mean} = \frac{\sum x_i}{n_x} \quad (4-4)$$

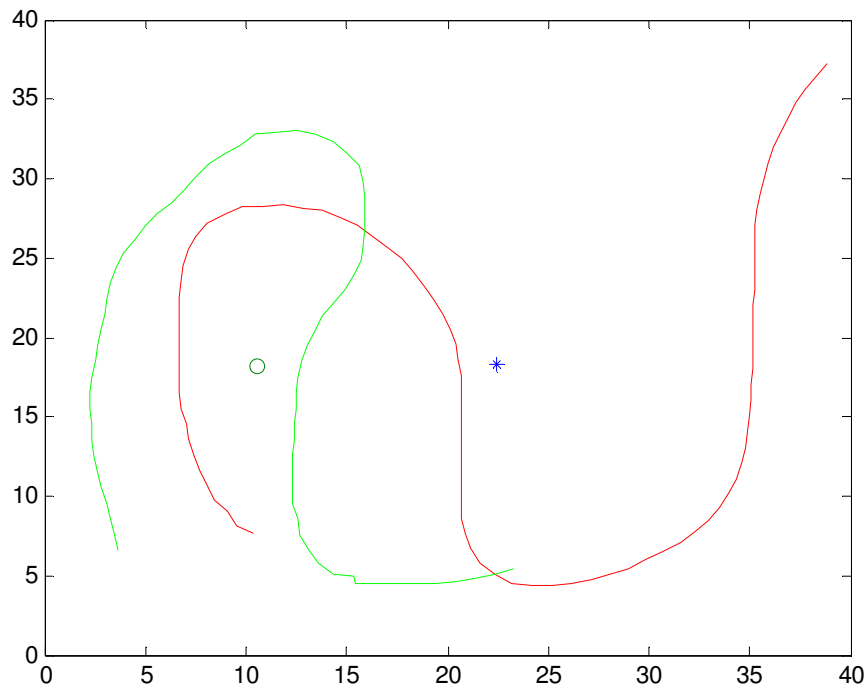
$$y_{mean} = \frac{\sum y_i}{n_y} \quad (4-5)$$

Επομένως το κέντρο βάρους της καμπύλης είναι ένα σημείο με τετμημένη  $X$  το μέσο  $X$  που υπολογίστηκε στη σχέση 4-4 και τεταγμένη  $Y$ , το μέσο  $Y$  που υπολογίστηκε

στη σχέση 4-5. Μετά το πέρας της διαδικασίας το πρόγραμμα έχει δημιουργήσει 2 ζευγάρια τιμών, το σημείο – κέντρο βάρους της καμπύλης 1 (σχέση 4-6) και το σημείο – κέντρο βάρους της καμπύλης 2 (σχέση 4-7) τα οποία παρουσιάζονται και γραφικά στην εικόνα 4-9.

$$Center1 = (X_{mean1}, Y_{mean1}) \quad (4-6)$$

$$Center2 = (X_{mean2}, Y_{mean2}) \quad (4-7)$$

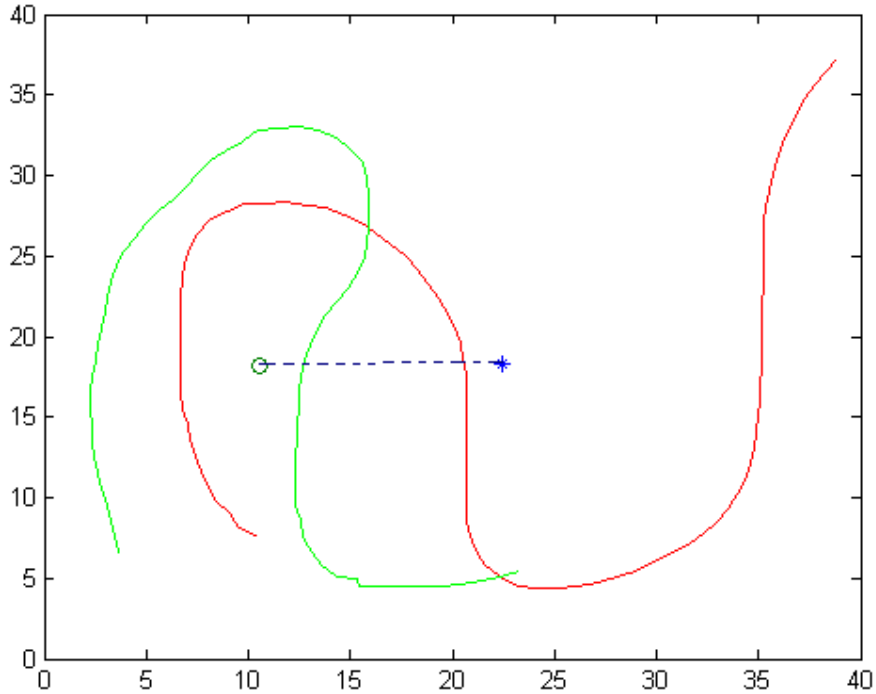


Εικόνα 4-9 ‘Καμπύλες 1-2 & Κέντρα Βάρους’

Στην παραπάνω εικόνα 4-9, διακρίνονται οι καμπύλες 1 και 2 με πράσινο και κόκκινο χρώμα αντίστοιχα ενώ ο κύκλος είναι το κέντρο βάρους της καμπύλης 1 και το αστέρι, το κέντρο βάρους της καμπύλης 2.

#### 4.3.2 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών

Τα κέντρα βάρους των 2 καμπυλών έχουν υπολογιστεί, οπότε είναι δυνατός ο προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών όπως ειπώθηκε και παραπάνω. Το σφάλμα ταύτισης στο αλγόριθμο αυτό, είναι η ευκλείδεια απόσταση των 2 κέντρων βάρους των 2 καμπυλών (εικόνα 4-10) :



Εικόνα 4-10 ‘Σφάλμα Ταύτισης Καμπυλών’

Στην εικόνα 4-10 παρουσιάζεται η ευκλείδεια απόσταση των 2 κέντρων βάρους των 2 καμπυλών με μπλε διακεκομμένη γραμμή. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση των 2 κέντρων βάρους, τόσο λιγότερη είναι και η ταύτιση των καμπυλών με απόσταση 0 να εκφράζει την απόλυτη ταύτιση. Καθώς όμως η μετρική που παράγει το πρόγραμμα είναι μια μετρική απόστασης, δεν είναι δυνατή η κατανόηση του βαθμού ταύτισης και η σύγκριση με άλλες μεθόδους που υπολογίζουν άλλες μετρικές. Για το λόγο αυτό το αποτέλεσμα πρέπει να κανονικοποιηθεί και να παρουσιαστεί με την μορφή ποσοστού ώστε να είναι κατανοητό και εύκολα συγκρίσιμο με άλλες μεθόδους.

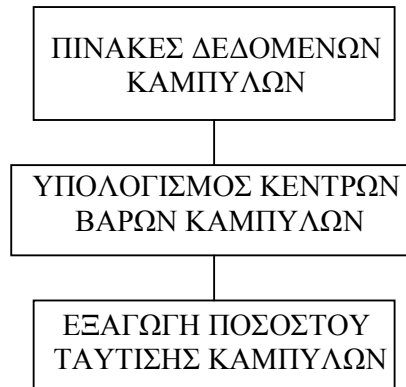
Η κανονικοποίηση θα γίνεται ως εξής: Η ευκλείδεια απόσταση του κέντρου βάρους της καμπύλης 1 (Center1) ορίζεται ως απόσταση αναφοράς (σχέση 4-8).

$$d_1 = \text{norm}(\text{Center1}) \quad (4-8)$$

Στην συνέχεια θα υπολογίζεται το ποσοστό ταύτισης της ευκλείδειας απόστασης του κέντρου βάρους της καμπύλης 2 ως προς την απόσταση του κέντρου βάρους της καμπύλης 1. Η σχέση με την οποία θα γίνεται η κανονικοποίηση της τιμής και ο υπολογισμός του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών είναι η σχέση 4-9 :

$$P = \left(1 - \frac{\text{norm}(\text{Center1} - \text{Center2})}{\text{norm}(\text{Center1})}\right) \cdot 100\% \quad (4-9)$$

Το πρόγραμμα είναι functios και εξάγει το ποσοστό ως Likeness με τιμή απόλυτης ταύτισης 100(%). Ακολουθεί το διάγραμμα ροής του προγράμματος (εικόνα 4-11).

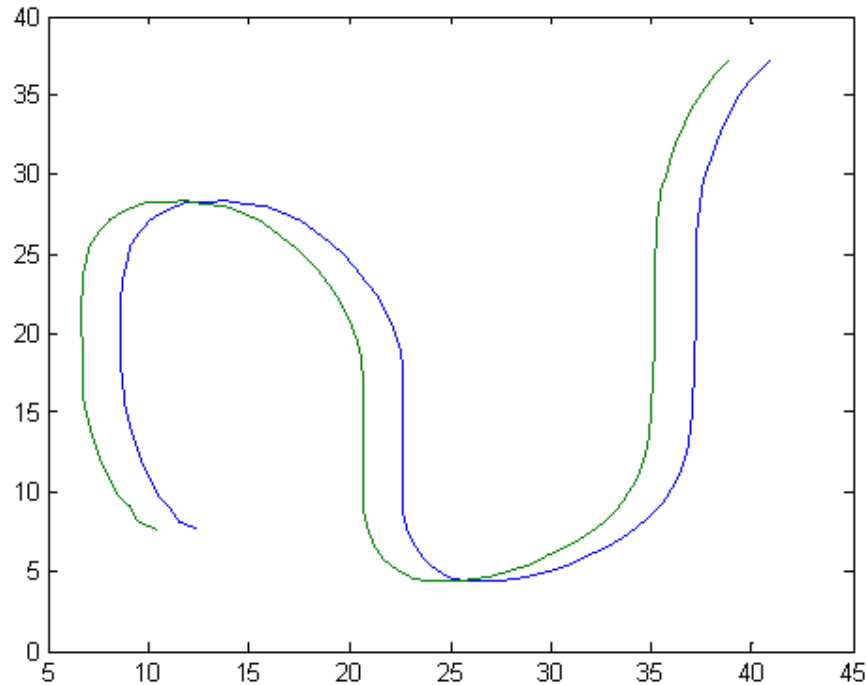


Εικόνα 4-11 ‘Διάγραμμα Ροής Προγράμματος’

### 4.3.3 Σχολιασμός

Το πρόγραμμα αυτό, αν και αποτελεί μια πολύ απλή και επιφανειακή προσέγγιση του προσδιορισμού του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών, έχει το πλεονέκτημα ότι ελέγχει τη ταύτιση τόσο ως σχηματικά, όσο και χωρικά. Δηλαδή για 2 πανομοιότυπες καμπύλες με διαφορετική θέση στον χώρο (εικόνα 4-12), ο αλγόριθμος δεν θα δώσει ποσοστό ταύτισης 100 % διότι εντοπίζει την χωρική μετατόπιση τους. Είναι βέβαια πολύ πιθανό το ποσοστό ταύτισης των 2 καμπυλών να είναι λανθασμένο αφού ο έλεγχος βασίζεται σε 2 σημεία (κέντρα βάρους). Αν για κάποιο λόγο τα κέντρα

βάρους βρεθούν κοντά τότε το ποσοστό ταύτισης θα είναι μεγάλο χωρίς αυτό να προϋποθέτει ότι οι καμπύλες ταυτίζονται



Εικόνα 4-12 'Πανομοιότυπες Καμπύλες με Διαφορετική Θέση στο Χώρο'

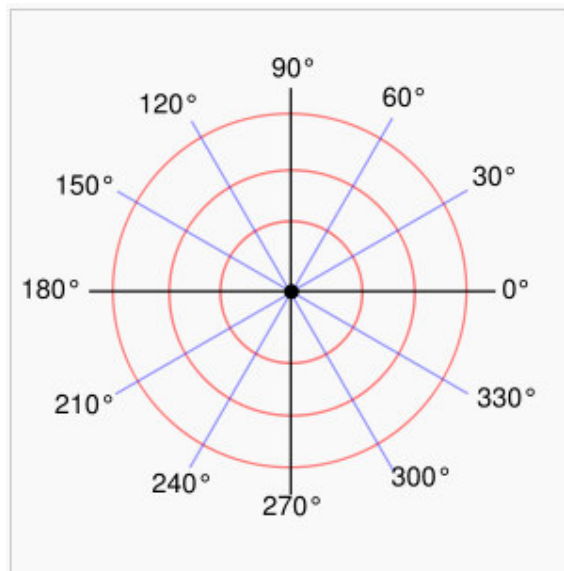
#### 4.4 Πολικές Συντεταγμένες

Τα προγράμματα που αναπτυχθήκαν στα προηγούμενα κεφάλαια χρησιμοποιούσαν ορθογώνιες συντεταγμένες για να εκφράσουν τα σημεία των καμπυλών. Η προσέγγιση αυτή των ορθογώνιων συντεταγμένων διαφοροποιείται στα προγράμματα που ακολουθούν και εισάγεται η έννοια των πολικών συντεταγμένων. Η έκφραση των καμπυλών με πολικές συντεταγμένες, δίνει την δυνατότητα ανάπτυξης μιας νέας σειράς προγραμμάτων που χρησιμοποιούν 'έξυπνες' τεχνικές για τον προσδιορισμό του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών, που δεν είναι δυνατόν να υλοποιηθούν όταν οι καμπύλες εκφράζονται με ορθογώνιες συντεταγμένες ενώ παράλληλα αποτελεί μια πρωτοπόρα προσέγγιση στις τεχνικές ταύτισης καμπυλών (curve matching).

#### 4.4.1 Σύστημα πολικών συντεταγμένων

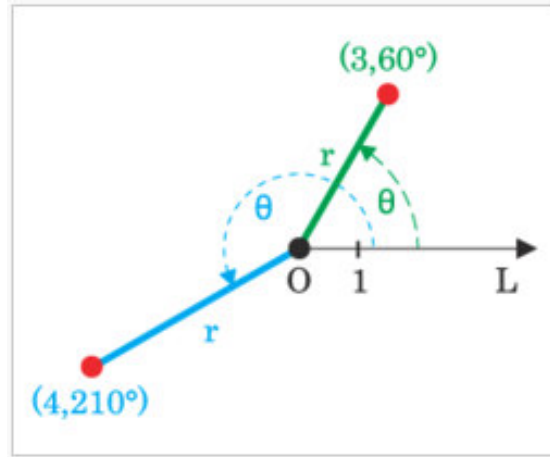
Στα μαθηματικά, ένα σύστημα πολικών συντεταγμένων είναι ένα δισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων στο οποίο κάθε σημείο καθορίζεται από μια γωνία και μία απόσταση. Το πολικό σύστημα συντεταγμένων είναι χρήσιμο σε περιπτώσεις που η σχέση μεταξύ δύο σημείων εκφράζεται ευκολότερα με γωνία και απόσταση. Στο πιο σύνηθες Καρτεσιανό ή ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων, μια τέτοια σχέση μπορεί μόνο να βρεθεί μέσω τριγωνομετρικών τύπων.

Καθώς το σύστημα συντεταγμένων είναι δύο διαστάσεων, κάθε σημείο καθορίζεται από δύο πολικές συντεταγμένες : η συντεταγμένη ακτίνας (radial) και η γωνιακή συντεταγμένη (angular). Η συντεταγμένη ακτίνας, που συνήθως συμβολίζεται με  $r$ , δείχνει την απόσταση του σημείου από ένα κεντρικό σημείο γνωστό ως πόλος. Η γωνιακή συντεταγμένη (επίσης γνωστή ως πολική γωνία ή γωνία αζιμουθίου, και που συνήθως συμβολίζεται με  $\theta$ ) δείχνει την θετική ή την αντίθετη προς την φορά των δεικτών του ρολογιού γωνία που απαιτείται για να φθάσει στο σημείο από την ακτίνα  $0^\circ$  ή τον πολικό άξονα (εικόνα 4-13).



Εικόνα 4-13 'Πολικό Πλέγμα με Γωνίες εκφρασμένες σε Μοίρες'

Σαν παράδειγμα, η πολική συντεταγμένη  $(3, 60^\circ)$  σχεδιάζεται σαν ένα σημείο που απέχει 3 μονάδες από τον πόλο με γωνία  $60^\circ$  από την αφετηρία μέτρησης που είναι ο άξονας L (εικόνα 4-14).



Εικόνα 4-14 ‘Σημεία Πολικών Συντεταγμένων

Το σημείο με συντεταγμένες  $(-3, 240^\circ)$  θα σχεδιαστεί πάλι στην ίδια θέση γιατί μια αρνητική απόσταση μετριέται σαν θετική απόσταση στην αντίθετη ακτίνα.

Ένα πλεονέκτημα του συστήματος των πολικών συντεταγμένων το οποίο δεν συναντάται στο Καρτεσιανό σύστημα, είναι ότι ένα σημείο μπορεί να εκφραστεί με άπειρο αριθμό διαφορετικών συντεταγμένων. Αυτό συμβαίνει γιατί οποιοδήποτε ακέραιο πολλαπλάσιο της γωνίας θα κάνει κύκλους γύρω από τον πόλο χωρίς να επηρεάζει την πραγματική θέση του σημείου. Γενικά ένα σημείο  $(r, \theta)$  μπορεί να παρασταθεί σαν  $(r, \theta \pm n \cdot 360^\circ)$  ή  $(-r, \theta \pm (2n + 1) \cdot 180^\circ)$  όπου το  $n$  είναι ακέραιος.

Οι γωνίες στις πολικές συντεταγμένες εκφράζονται συνήθως είτε σε Μοίρες είτε σε Ακτίνια (radians) χρησιμοποιώντας την μετατροπή  $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$ . Η επιλογή της μονάδας μέτρησης της γωνίας εξαρτάται από τη χρήση. Σε εφαρμογές Ναυσιπλοΐας χρησιμοποιούνται οι Μοίρες ενώ σε εφαρμογές φυσικής και σχεδόν όλη την μαθηματική βιβλιογραφία χρησιμοποιούνται τα ακτίνια.

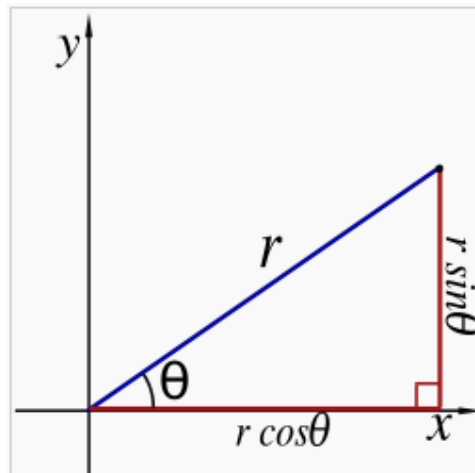
#### 4.4.2 Μετατροπή Καρτεσιανών συντεταγμένων σε πολικές

Η μετατροπή από Καρτεσιανές συντεταγμένες σε πολικές και το αντίστροφο, είναι μια διαδικασία που λίγο ή πολύ είναι απαραίτητη σε εφαρμογές που περιλαμβάνουν συντεταγμένες σημείων καθώς ο τρόπος δειγματοληψίας των σημείων μπορεί να διαφέρει από την επιθυμητή μορφή συντεταγμένων π.χ. ένα total station δίνει πολικές συντεταγμένες ενώ ένα GPS δίνει Καρτεσιανές.

Οι δύο πολικές συντεταγμένες  $r$  και  $\theta$  μπορούν να μετατραπούν σε Καρτεσιανές συντεταγμένες  $X$  και  $Y$  μέσω των παρακάτω τριγωνομετρικών σχέσεων (σχέσεις 4-10, 4-11, εικόνα 4-15) :

$$x = r \cos \theta \quad (4-10)$$

$$y = r \sin \theta \quad (4-11)$$



Εικόνα 4-15 ‘Διάγραμμα Σχέσης μεταξύ Καρτεσιανών και Πολικών Συντεταγμένων’

Οι καρτεσιανές συντεταγμένες  $X$  και  $Y$  μπορούν να μετατραπούν σε πολική συντεταγμένη  $r$  με την παρακάτω σχέση 4-12 η οποία προκύπτει από το Πυθαγόρειο Θεώρημα (εικόνα 4-15) :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4-12)$$



Προκειμένου να προσδιοριστεί και η γωνιακή συντεταγμένη  $\Theta$  πρέπει να ληφθούν υπόψη δύο θέματα :

- Για  $r = 0$  η γωνία  $\Theta$  μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή
- Για  $r \neq 0$  και προκειμένου να προσδιοριστεί μια μοναδική τιμή  $\Theta$  πρέπει να περιοριστεί σε ένα διάστημα του μεγέθους  $2\pi$ . Οι συμβατικές επιλογές για ένα τέτοιο διάστημα είναι  $[0, 2\pi)$  και  $(-\pi, \pi]$ .

Για να λάβει η γωνία  $\theta$  τιμή στο διάστημα  $[0, 2\pi)$ , πρέπει να ληφθεί υπόψη ο παρακάτω πίνακας (πίνακας 4-1) :

$$\theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0 \text{ and } y \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + 2\pi & \text{if } x > 0 \text{ and } y < 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{if } x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0 \\ \frac{3\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0 \end{cases}$$

Πίνακας 4-1 ‘Διερεύνηση της γωνίας  $\Theta$  στο διάστημα  $[0, 2\pi)$  ανάλογα με τα  $X$  και  $Y$ ’

Για να λάβει η γωνία  $\theta$  τιμή στο διάστημα  $(-\pi, \pi]$  πρέπει να ληφθεί υπόψη ο παρακάτω πίνακας (πίνακας 4-2) :

$$\theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0 \end{cases}$$

Πίνακας 4-2 ‘Διερεύνηση της γωνίας  $\Theta$  στο διάστημα  $(-\pi, \pi]$  ανάλογα με τα  $X$  και  $Y$ ’

## 4.5 Πρόγραμμα Πολικών Συντεταγμένων 1

Όπως προαναφέρθηκε, στο συγκεκριμένο πρόγραμμα καθώς και στα προγράμματα που ακολουθούν, γίνεται μια νέα προσέγγιση στον τρόπο έκφρασης των καμπυλών με χρήση πολικών συντεταγμένων αντί των Καρτεσιανών συντεταγμένων που χρησιμοποιήθηκαν στα προηγούμενα προγράμματα.

Το συγκεκριμένο πρόγραμμα προσδιορισμού του βαθμού ταύτισης των καμπυλών με πολικές συντεταγμένες, εξετάζει το πλήθος των σημείων ανά πολική γωνία  $d\theta$  αθροίζοντας τις πολικές ακτίνες τους δημιουργώντας ένα πίνακα με τα αθροίσματα των πολικών ακτίνων των σημείων ανά γωνία. Στην συνέχεια με σύγκριση των πινάκων αυτών κάθε καμπύλης εξάγεται ο βαθμός ταύτισης των καμπυλών.

Το πρόγραμμα αποτελείται από τα εξής βήματα :

- **Εισαγωγή Δεδομένων**
- **Μετατροπή Ορθογώνιων Συντεταγμένων σε Πολικές**
- **Άθροισμα των Αποστάσεων R των σημείων ανά πολική γωνία  $d\theta$**
- **Προσδιορισμός Ποσοστού Ταύτισης των 2 Καμπυλών**

#### **4.5.1 Εισαγωγή δεδομένων**

Το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε είναι και αυτό function. Επομένως για την εισαγωγή δεδομένων ισχύουν όσα ειπώθηκαν στο εδάφιο 3.3.

#### **4.5.2 Μετατροπή ορθογώνιων συντεταγμένων σε πολικές**

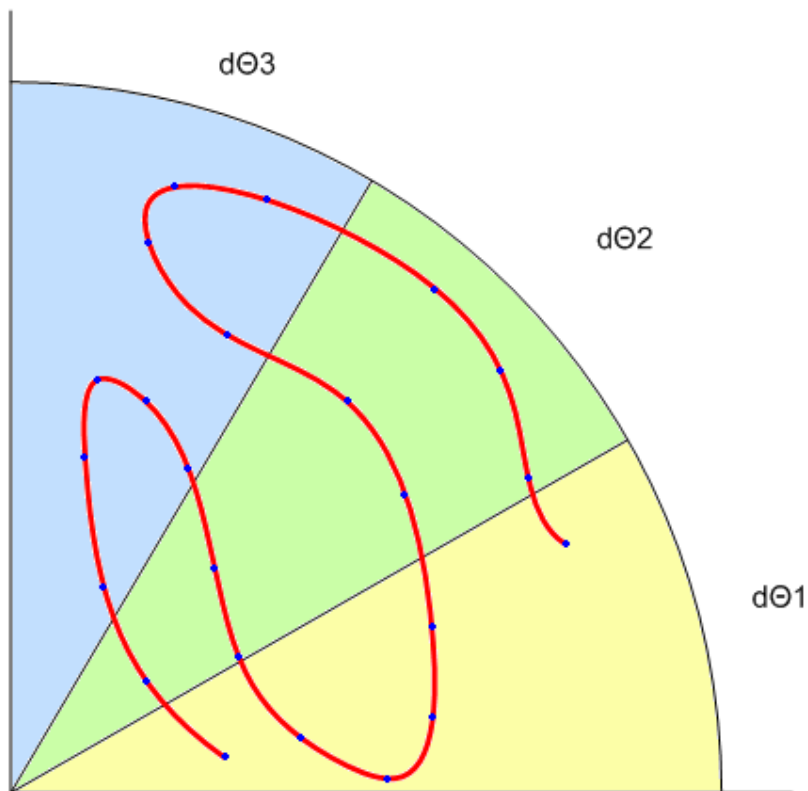
Εφόσον τα δεδομένα των 2 καμπυλών (οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων) έχουν φορτωθεί στον αλγόριθμο, γίνεται η μετατροπή των καρτεσιανών συντεταγμένων των σημείων που απαρτίζουν την καμπύλη σε πολικές συντεταγμένες σύμφωνα με την διαδικασία που περιγράφηκε στο εδάφιο 4.4.2. Η διαδικασία γίνεται

για κάθε καμπύλη και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή δύο νέων πινάκων που περιλαμβάνουν τα σημεία της καμπύλης 1 και 2 αντίστοιχα εκφρασμένα σε πολικές συντεταγμένες  $r$  και  $\theta$ .

#### 4.5.3 Άθροισμα των εντάσεων $R$ των σημείων ανά $d\theta$

Τα δεδομένα των καμπυλών έχουν την μορφή πολικών συντεταγμένων επομένως ακολουθεί η διαδικασία διαχωρισμού των πολικών γωνιών ανά  $d\theta$  και το άθροισμα των πολικών ακτίνων των σημείων που ανήκουν σε κάθε πολική γωνία  $d\theta$ .

Αρχικά ορίζεται η γωνία  $d\theta$  στον αλγόριθμό σε μοίρες, ανά την οποία θα γίνεται ο εντοπισμός και το άθροισμα των αποστάσεων των σημείων (εικόνα 4-16).



Εικόνα 4-16 'Διαχωρισμός των πολικών γωνιών ανά  $d\theta$ '

Στην συνέχεια το πρόγραμμα εντοπίζει σε κάθε  $d\theta$  ποια σημεία της καμπύλης ανήκουν και για τα σημεία αυτά αθροίζει την πολική ακτίνα τους  $r$ . Με αυτό τον τρόπο το πρόγραμμα δημιουργεί ένα μονοδιάστατο πίνακα, ο οποίος έχει  $360 / d\theta$

γραμμές κάθε μια εκ των οποίων εκφράζει ένα κυκλικό τομέα  $d\theta$ , που περιέχει το άθροισμα των πολικών ακτίνων  $r$  των σημείων που βρίσκονται στον συγκεκριμένο κυκλικό τομέα  $d\theta$ . Για να γίνει πιο κατανοητή η διαδικασία που εκτελεί το πρόγραμμα, δίνεται το παρακάτω παράδειγμα :

Στην εικόνα 4-16, ο πρώτος κυκλικός τομέας  $d\theta_1$  με το κίτρινο χρώμα περιέχει 4 σημεία. Επομένως στην πρώτη γραμμή του πίνακα θα τοποθετηθεί το άθροισμα των πολικών ακτίνων  $r$  των 4 σημείων που βρίσκονται εντός του  $d\theta_1$ . Στην δεύτερη γραμμή του πίνακα που εκφράζει τον δεύτερο τομέα  $d\theta_2$  (γαλάζιο) θα τοποθετηθεί το άθροισμα των πολικών ακτίνων των 4 σημείων που βρίσκονται μέσα σε αυτό το  $d\theta$  κλπ. Η διαδικασία εκτελείται για όλα τα  $d\theta$  ώσπου να συμπληρωθεί κύκλος 360 μοιρών και εκτελείται για τα δεδομένα και των 2 καμπυλών. Μετά το πέρας της διαδικασίας έχουν δημιουργηθεί 2 πίνακες αθροισμάτων  $r$  ανά  $d\theta$ , ένας για κάθε καμπύλη.

#### 4.5.4 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών

Για κάθε καμπύλη έχει δημιουργηθεί ένας πίνακας των αθροισμάτων των πολικών ακτίνων  $r$  ανά  $d\theta$  με την διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω. Ο πίνακας αυτός είναι μοναδικός για κάθε καμπύλη καθώς εξαρτάται τόσο από την θέση όσο και από τον αριθμό των σημείων που τη σχηματίζουν και για το λόγο αυτό είναι η ταυτότητα της κάθε καμπύλης. Το σφάλμα ταύτισης θα είναι η ευκλείδεια απόσταση των δύο αυτών πινάκων, η οποία υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση (σχέση 4-13) :

$$\text{norm}=(E_1-E_2) \quad (4-13)$$

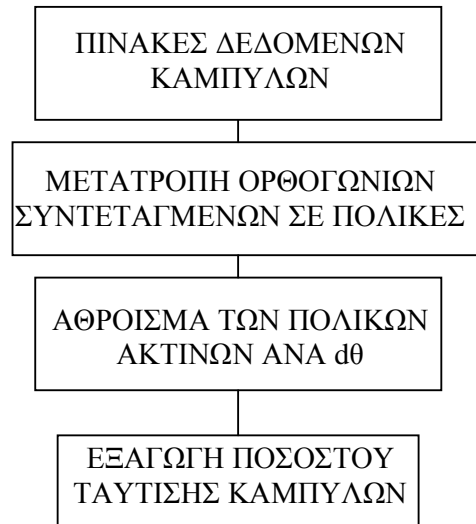
όπου  $E_1, E_2$  είναι ο πίνακας των αθροισμάτων της καμπύλης 1 και 2 αντίστοιχα.

Το αποτέλεσμα της παραπάνω σχέσης είναι μια μετρική χωρίς φυσική σημασία και άρα δεν προσφέρει καμία δυνατότητα κατανόησης του βαθμού ταύτισης των καμπυλών. Σαν απόλυτη ταύτιση ορίζεται το μηδέν που εκφράζει την μηδενική απόσταση των 2 πινάκων άρα και μηδενικό σφάλμα ταύτισης ενώ όσο μεγαλύτερο το σφάλμα ταύτισης τόσο μεγαλύτερη τιμή δίνει ο αλγόριθμος. Προκειμένου να γίνει

κατανοητός ο βαθμός ταύτισης αλλά και να καταστεί εύκολη η σύγκριση της αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων, πρέπει το αποτέλεσμα να κανονικοποιηθεί και να εξάγεται με την μορφή ποσοστού ταύτισης επί τοις εκατό (%). Η διαδικασία που θα ακολουθηθεί είναι η εξής: Το άθροισμα των πινάκων αθροισμάτων πολικών ακτίνων της καμπύλης 1 και 2 ορίζεται σαν αναφορά και θα υπολογιστεί το ποσοστό ταύτισης του πίνακα αθροισμάτων πολικών ακτίνων της καμπύλης 2 ως προς τον πίνακα αθροισμάτων της καμπύλης 1. Η σχέση με την οποία θα γίνεται η κανονικοποίηση της τιμής και ο υπολογισμός του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών είναι η σχέση 4-14 :

$$P = \left(1 - \frac{\text{norm}(E_1 - E_2)}{\text{norm}(E_1 + E_2)}\right) \cdot 100\% \quad (4-14)$$

Το πρόγραμμα είναι functions και εξάγει το ποσοστό ως Likeness με τιμή απόλυτης ταύτισης 100(%). Ακολουθεί στην εικόνα 4-17 το διάγραμμα ροής του προγράμματος :

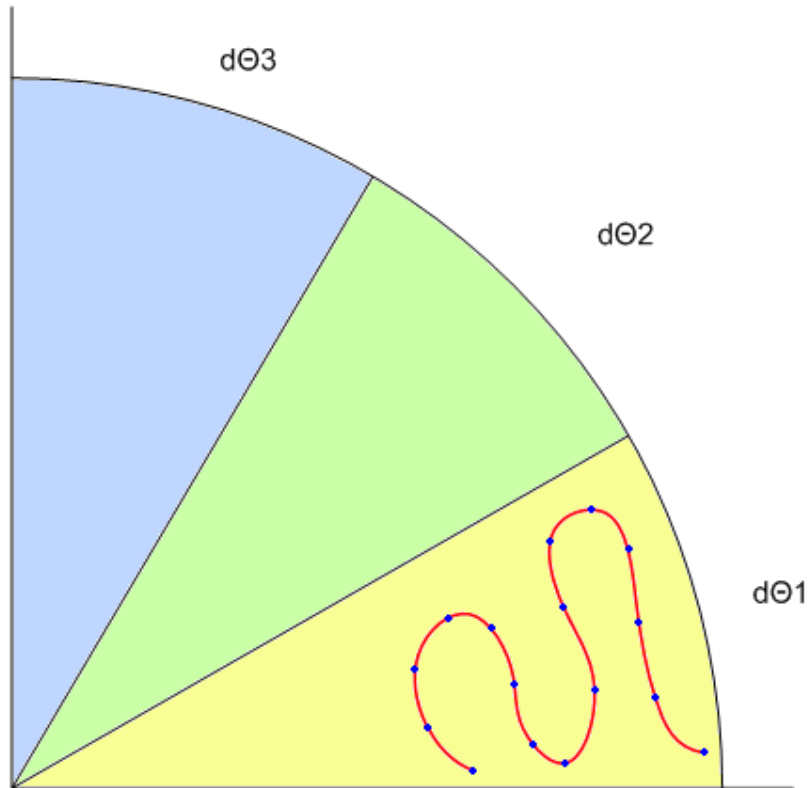


Εικόνα 4-17 ‘Διάγραμμα Ροής Προγράμματος’

#### 4.5.5 Σχολιασμός

Το συγκεκριμένο πρόγραμμα εξετάζει την καμπύλη τόσο ως προς την μορφή όσο και ως προς την χωρική της θέση εξετάζοντας το πλήθος των σημείων που την αποτελούν

αλλά και την απόστασή τους από τον πόλο (πολική ακτίνα). Το πρόβλημα που παρουσιάζεται στο συγκεκριμένο πρόγραμμα αλλά και γενικότερα όπου χρησιμοποιούνται πολικές συντεταγμένες είναι ότι όταν η καμπύλη απέχει μεγάλη απόσταση από τον πόλο, οι πολικές ακτίνες είναι δηλαδή μεγάλες, τότε υπάρχει το ενδεχόμενο ολόκληρη η καμπύλη να βρίσκεται σε ένα μόνο κυκλικό τομέα  $d\theta$  (εικόνα 4-18).



Εικόνα 4-18 'Μεγάλη Κυκλική Ακτίνα: Ολόκληρη η Καμπύλη σε ένα  $d\theta$ '

Βέβαια στην περίπτωση που συμβεί κάτι τέτοιο, το πρόγραμμα θα υπολογίσει κανονικά τους πίνακες αθροισμάτων πολικών ακτίνων (θα υπολογίσει άθροισμα μόνο στο πρώτο  $d\theta$  ενώ τα υπόλοιπα θα είναι μηδενικά) και θα εξάγει ένα χονδροειδές ποσοστό ταύτισης το οποίο θα είναι ουσιαστικά η διαφορά των 2 αθροισμάτων πολικών ακτίνων των 2 καμπυλών καθώς τα σημεία της καμπύλης δεν θα έχουν διαχωριστεί σε τμήματα  $d\theta$  προκειμένου να σχηματιστεί οι πίνακες αθροισμάτων που ουσιαστικά αναλύουν την καμπύλη και εκτελούν τον έλεγχο ταύτισης.

## 4.6 Προγράμματα Πολικών Συντεταγμένων $2^A$ & $2^B$

Όπως προαναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, το πρόγραμμα 1 εξετάζει το πλήθος των σημείων ανά πολική γωνία  $d\theta$ , μια τεχνική που ‘δανείζεται’ τόσο ο αλγόριθμος  $2^A$  όσο και ο αλγόριθμος  $2^B$ . Τα προγράμματα αυτά διαχωρίζουν το πολικό σύστημα ανά γωνίες  $d\theta$ , όπως και στον αλγόριθμο 1, αλλά και ανά μήκη  $dr$  δημιουργώντας ένα πλέγμα (grid) το οποίο ελέγχει την ύπαρξη σημείων. Στην συνέχεια το ποσοστό ταύτισης εξάγεται είτε από την σύγκριση των μέσων τιμών των πλεγμάτων κάθε καμπύλης (πρόγραμμα  $2^A$ ) είτε από την σύγκριση μέσων τιμών και διασπορών των πλεγμάτων αυτών (πρόγραμμα  $2^B$ ).

Το πρόγραμμα 2 αποτελείται από τα εξής βήματα :

- **Εισαγωγή Δεδομένων**
- **Μετατροπή Ορθογώνιων Συντεταγμένων σε Πολικές**
- **Εντοπισμός Σημείων ανά  $d\theta$  και  $dr$**
- **Προσδιορισμός Ποσοστού Ταύτισης των 2 Καμπυλών**
  - **Αλγόριθμος  $2^A$**
  - **Αλγόριθμος  $2^B$**

### 4.6.1 Εισαγωγή δεδομένων

Το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε είναι και αυτό function. Επομένως για την εισαγωγή δεδομένων ισχύουν όσα ειπώθηκαν στο εδάφιο 3.3.

### 4.6.2 Μετατροπή Ορθογώνιων Συντεταγμένων σε Πολικές

Η διαδικασία μετατροπής των συντεταγμένων από ορθογώνιες σε πολικές είναι όμοια αυτή που ακολουθήθηκε στον αλγόριθμο 1. Τα δεδομένα φορτώνονται στο πρόγραμμα με την διαδικασία που περιγράφηκε στο εδάφιο 4.4.2. Η διαδικασία γίνεται για κάθε καμπύλη και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή δύο νέων πινάκων που περιλαμβάνουν τα σημεία της καμπύλης 1 και 2 αντίστοιχα εκφρασμένα σε πολικές συντεταγμένες  $r$  και  $\theta$ .

#### 4.6.3 Εντοπισμός Σημείων ανά $d\theta$ και $dr$

Τα δεδομένα (σημεία) των 2 καμπυλών είναι εκφρασμένα σε πολικές συντεταγμένες  $r$  και  $\theta$ . Προκειμένου να γίνει ο εντοπισμός τους στο χώρο, θα δημιουργηθεί ένα ‘πλέγμα’ ανά κυκλικό τομέα  $d\theta$  και ανά μήκος  $dr$ . Γίνεται δηλαδή μια ‘τεμαχιοποίηση’ του χώρου έτσι ώστε να ελέγχεται κάθε ‘τεμάχιο’ του για το αν υφίσταται μέσα του κάποιο σημείο (εικόνα 4-19).



Εικόνα 4-19 ‘Τεμαχιοποίηση του Χώρου’



Κατά την εκτέλεση του αλγόριθμου δίνεται η γωνία  $d\theta$  καθώς και το στοιχειώδες τμήμα  $dr$  κατά το οποίο θα γίνει η τεμαχιοποίηση το χώρου. Στην συνέχεια το πρόγραμμα εκτελεί την διαδικασία ανίχνευσης των σημείων, ψάχνει δηλαδή για κάθε κυκλικό τομέα  $d\theta$  το κάθε στοιχειώδες τμήμα  $dr$  θέτοντας ως πρώτο το πλησιέστερο στην αρχή των αξόνων, για τον αν περιέχει σημείο της καμπύλης. Η ύπαρξη σημείου δηλώνεται με 1 ενώ η απουσία με 0. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται ένας δισδιάστατος πίνακας του οποίου κάθε γραμμή αναφέρεται σε ένα κυκλικό τομέα  $d\theta$  και κάθε στήλη σε ένα στοιχειώδες τμήμα  $dr$ . Επομένως οι διαστάσεις του είναι  $[360 / d\theta, S / dr]$  όπου  $S$  η μέγιστη πολική ακτίνα της καμπύλης. Η διαδικασία εκτελείται και για τις 2 καμπύλες επομένως παράγονται 2 πίνακες της παρακάτω μορφής (πίνακας 4-2) :

Πίνακας 4-2 'Πίνακας Εύρεσης Σημείων Εικόνας 4-16'

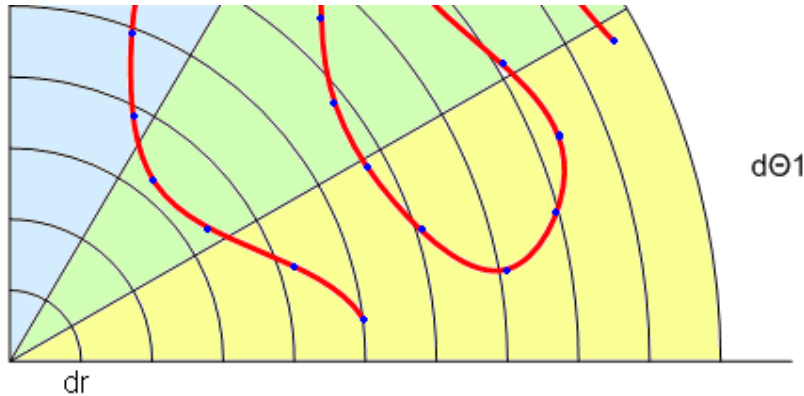
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1

Στην εικόνα 4-16 υπάρχουν 3 κυκλικοί τομείς  $d\theta$  και 12 τμήματα  $dr$ . Επομένως ο πίνακας θα είναι  $3 \times 12$ . Ο αλγόριθμος ψάχνει για κάθε  $d\theta$  διαδοχικά όλα τα  $dr$  και αποθηκεύει τα δεδομένα σε πίνακα της παραπάνω μορφής. Επομένως μετά το πέρας της διαδικασίας αυτής έχουν δημιουργηθεί 2 πίνακες-πλέγματα, ο MAT1 για την καμπύλη 1 και ο MAT2 για την καμπύλη 2.

#### 4.6.4 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών – Πρόγραμμα 2<sup>A</sup>

Με την διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω έχουν δημιουργηθεί οι δύο πίνακες-πλέγματα, ο MAT1 για την καμπύλη 1 και ο MAT2 για την καμπύλη 2 οι οποίοι περιγράφουν τα στοιχειώδη τμήματα  $dr$  που περιέχουν σημεία των καμπυλών. Οι πίνακες αυτοί είναι μοναδικοί για κάθε καμπύλη καθώς είναι απίθανο μια καμπύλη να απαρτίζεται από τον ίδιο ακριβώς αριθμό σημείων και συγχρόνως τα σημεία αυτά να βρίσκονται στα ίδια στοιχειώδη τμήματα  $dr$ . Για το λόγο αυτό ο όρος μοναδικότητα του πίνακα είναι αποδεκτός. Με βάση τους πίνακες αυτούς θα εξαχθεί το ποσοστό ταύτισης των καμπυλών με την εξής διαδικασία.

Από το πίνακα-πλέγμα κάθε καμπύλης, υπολογίζεται η μέση τιμή των θέσεων των στοιχειωδών τμημάτων  $dr$  τα οποία περιέχουν σημείο της καμπύλης ανά  $d\theta$  π.χ. στην εικόνα 4-20 στον πρώτο κυκλικό τομέα  $d\theta$  (πορτοκαλί) εντοπίζονται σημεία στις θέσεις 5, 8, 9, 10, 11, 12. Το πρόγραμμα υπολογίζει το μέσο όρο των θέσεων αυτών ίσο με 9,1.



Εικόνα 4-20 ‘Μέση Τιμή Θέσεων Ύπαρξης Σημείων’

Στην συνέχεια εκτελείται η εργασία αυτή για όλους τους κυκλικούς τομείς  $d\theta$  (όλες τις γραμμές του πίνακα-πλέγμα) κάθε καμπύλης και τα αποτελέσματα που προκύπτουν δηλαδή οι μέσες τιμές θέσης αποθηκεύονται σε 2 πίνακες, ένα για κάθε καμπύλη, από τους οποίους υπολογίζονται οι τελικοί μέσοι όροι θέσης που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή του ποσοστού σφάλματος.

Το σφάλμα ταύτισης που υπολογίζει ο αλγόριθμος είναι η διαφορά των 2 τελικών μέσων τιμών θέσης των 2 καμπυλών (σχέση 4-15).

$$\text{norm}=(\text{mean}_1-\text{mean}_2) \quad (4-15)$$

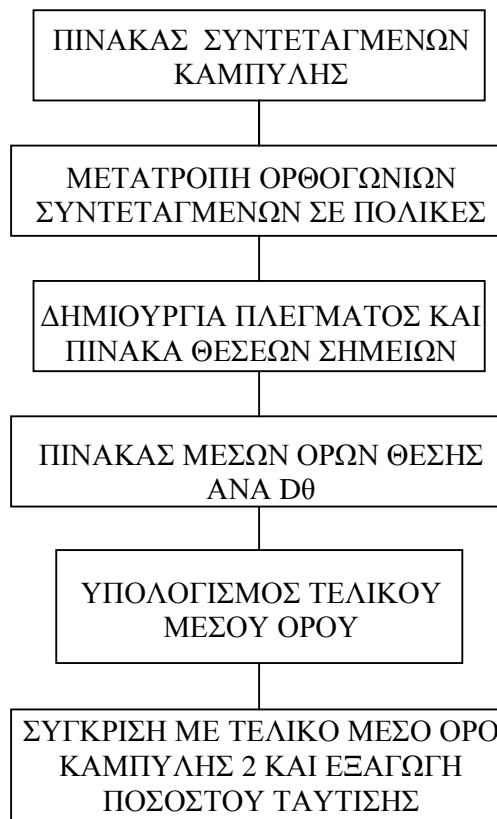
Το αποτέλεσμα της σχέσης αυτής είναι το σφάλμα ταύτισης των 2 καμπυλών με απόλυτη ταύτιση την τιμή 0 ενώ όσο μεγαλύτερη η τιμή τόσο μεγαλύτερο το σφάλμα ταύτισης. Καθότι το αποτέλεσμα αυτό δεν έχει φυσική υπόσταση και δεν είναι δυνατή η κατανόηση του όπως και η σύγκριση, το αποτέλεσμα κανονικοποιείται και παρουσιάζεται με την μορφή ποσοστού επί τοις εκατό (%). Για το λόγο αυτό ορίζεται

ο τελικός μέσος όρος θέσεων της καμπύλης 1 ως αναφορά και θα υπολογιστεί η ταύτιση του τελικού μέσου όρου της καμπύλης 2 ως προς τον τελικό μέσο όρο θέσεων της καμπύλης 1. Η σχέση με την οποία θα γίνεται η κανονικοποίηση της τιμής και ο υπολογισμός του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών είναι η σχέση 4-16:

$$P = \left(1 - \frac{\text{norm}(\text{mean}_1 - \text{mean}_2)}{\text{norm}(\text{mean}_1)}\right) \cdot 100\% \quad (4-16)$$

Το πρόγραμμα είναι function και εξάγει το ποσοστό ως Likeness με τιμή απόλυτης ταύτισης 100(%).

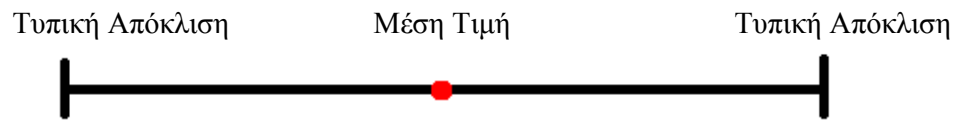
Στην εικόνα 4-21 παρουσιάζονται συνοπτικά σε διάγραμμα ροής τα βήματα που ακολουθεί το πρόγραμμα 2<sup>Α</sup>.



Εικόνα 4-21 ‘Διάγραμμα Ροής Προγράμματος 2<sup>Α</sup>’

#### 4.6.5 Προσδιορισμός του ποσοστού ταύτισης των καμπυλών – Πρόγραμμα 2<sup>B</sup>

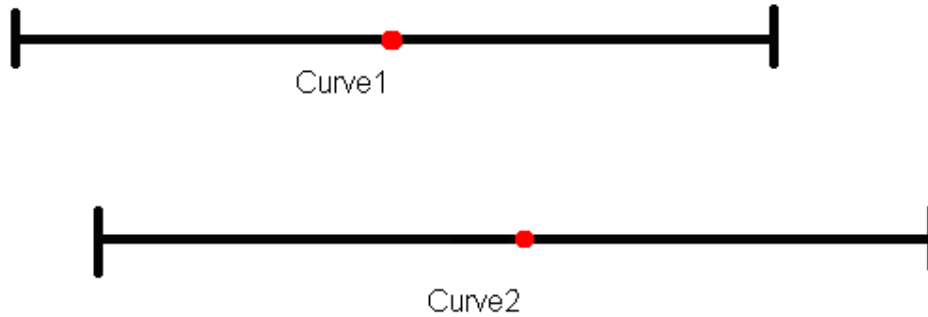
Το πρόγραμμα 2<sup>B</sup> είναι όμοιο με το 2<sup>A</sup> μέχρι και την διαδικασία υπολογισμού του τελικού μέσου όρου θέσης από τον πίνακα-πλέγμα της κάθε καμπύλης αλλά εξάγει το ποσοστό ταύτισης των 2 καμπυλών με διαφορετικό τρόπο. Το πρόγραμμα αυτό αφού έχει υπολογίσει τον πίνακα-πλέγμα κάθε καμπύλης, υπολογίζει τη μέση τιμή των θέσεων των στοιχειωδών τμημάτων  $dr$  τα οποία περιέχουν σημείο της καμπύλης ανά  $d\theta$ , όπως ακριβώς το πρόγραμμα 2<sup>A</sup> αλλά συγχρόνως υπολογίζει και την τυπική απόκλιση της μέσης των θέσεων των στοιχειωδών τμημάτων  $dr$  ανά  $d\theta$ . Στην συνέχεια εκτελείται η εργασία αυτή για όλους τους κυκλικούς τομείς  $d\theta$  (όλες τις γραμμές του πίνακα-πλέγμα) κάθε καμπύλης και τα αποτελέσματα που προκύπτουν, δηλαδή οι μέσες τιμές θέσης και οι τυπικές αποκλίσεις τους, αποθηκεύονται σε 2 διδιάστατους πίνακες, ένα για κάθε καμπύλη, που στην πρώτη στήλη έχουν την μέση τιμή θέσης για κάθε  $d\theta$  και στην δεύτερη στήλη έχουν την τυπική απόκλιση της αντίστοιχης μέσης τιμής, δεδομένα από τα οποία υπολογίζονται οι τελικοί μέσοι όροι θέσης και οι τελικές αποκλίσεις που θα χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό του ποσοστού ταύτισης. (εικόνα 4-22) :



Εικόνα 4-22 ‘Τελική Μέση Τιμή και Τελική Τυπική Απόκλιση Καμπύλης’

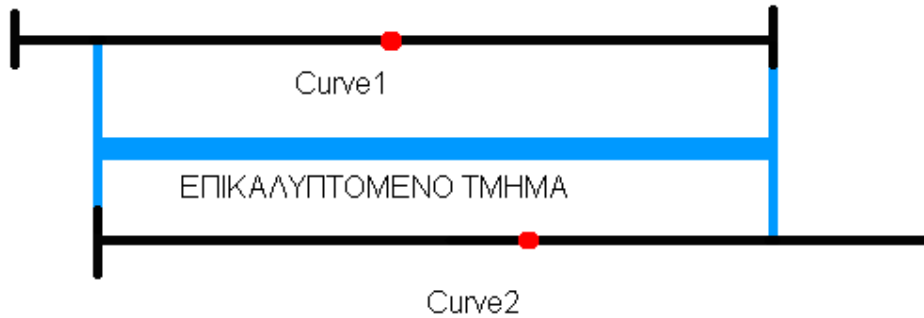
Η τυπική απόκλιση της καμπύλης είναι πάντα  $\pm$  άρα είναι και από τα δύο άκρα και εκφράζει το εύρος των τιμών που απαρτίζουν την μέση τιμή.

Το πρόγραμμα έχει υπολογίσει 2 ζεύγη τελικής μέσης τιμής και τελικής τυπικής απόκλισης, ένα για κάθε καμπύλη (εικόνα 4-23) :



Εικόνα 4-23 ‘Τελική Μέση Τιμή και Τελική Τυπική Απόκλιση Καμπυλών 1 και 2’

Ο βαθμός ομοιότητας των 2 καμπυλών θα είναι το μήκος του τμήματος επικάλυψης των 2 αυτών ευθυγράμμων τμημάτων (εικόνα 4-24) :



Εικόνα 4-24 ‘Επικαλυπτόμενο Τμήμα 2 καμπυλών.

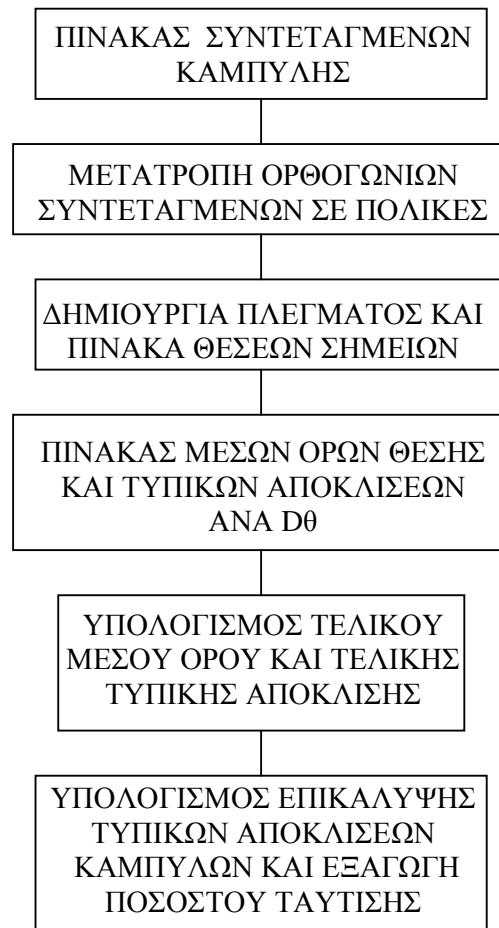
Η μετρική που παράγεται είναι μετρική που εκφράζει το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος της επικάλυψης. Το ποσοστό ταύτισης των 2 καμπυλών θα εξαχθεί ως προς το άθροισμα των ευθυγράμμων τμημάτων των 2 καμπυλών επομένως το ποσοστό ταύτισης θα δίνεται από την σχέση (σχέση 4-17):

$$P = \frac{\text{Μηκος Επικαλυπτομενου Τμηματος}}{(\text{Mean}_1 + 2 \cdot \text{STD}_1) + (\text{Mean}_2 + 2 \cdot \text{STD}_2)} \quad (4-17)$$

όπου Mean1 και Mean2 η τελική μέση τιμή των καμπυλών 1 και 2 και STD η τυπική απόκλιση των μέσω τιμών των καμπυλών 1 και 2

Το πρόγραμμα είναι functions και εξάγει το ποσοστό ως Likeness με τιμή απόλυτης ταύτισης 100(%).

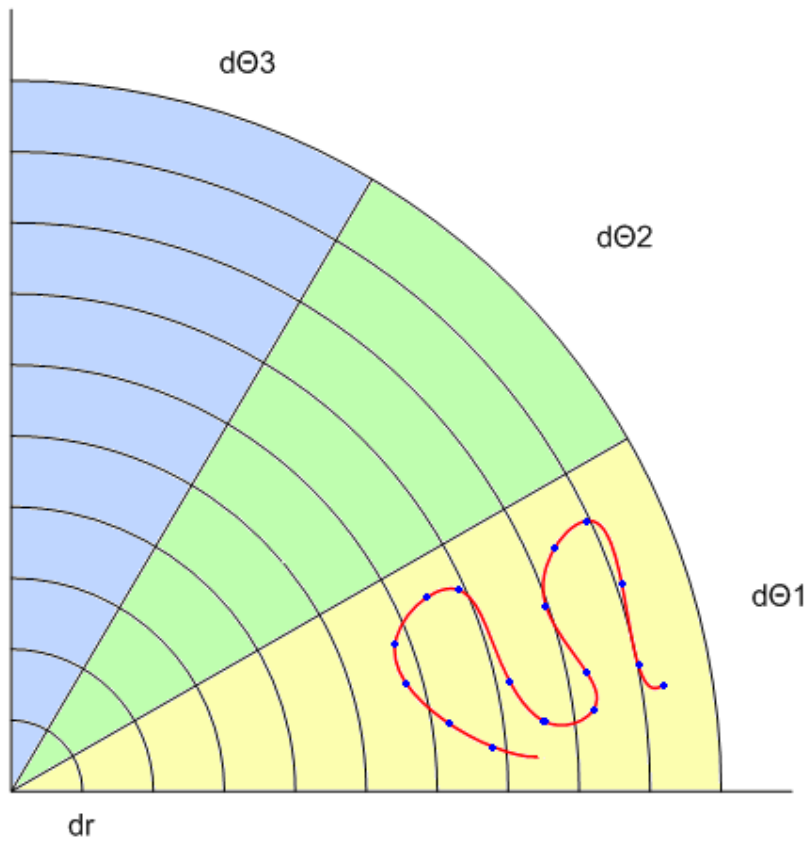
Στην εικόνα 4-25 παρουσιάζονται συνοπτικά σε διάγραμμα ροής τα βήματα που ακολουθεί το πρόγραμμα 2<sup>A</sup>.



Εικόνα 4-21 'Διάγραμμα Ροής Προγράμματος 2<sup>B</sup>,

#### 4.6.6 Σχολιασμός

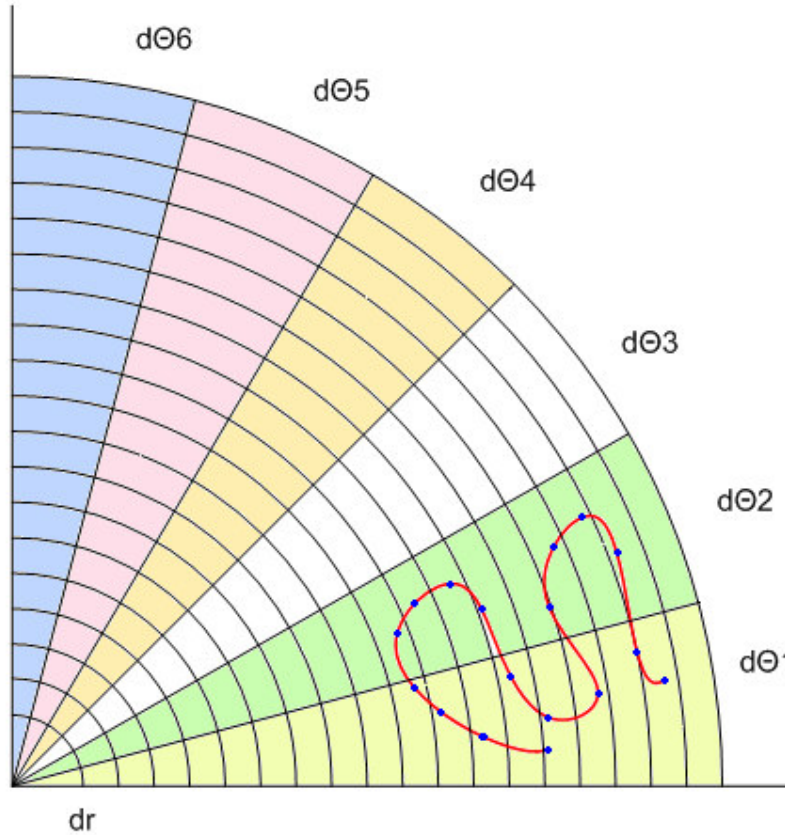
Το πρόγραμμα 2 ( $2^A$  και  $2^B$ ) είναι το πιο σύνθετο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της εργασίας αυτής. Εξετάζει τις καμπύλες τόσο ως προς το σχήμα τους όσο και ως προς την θέση της από την αρχή των αξόνων. Το μοναδικό μειονέκτημα που παρουσιάζει είναι αυτό που αναφέρθηκε και στον προηγούμενο αλγόριθμο, όταν η καμπύλη απέχει μεγάλη απόσταση από τον πόλο, οι πολικές ακτίνες είναι δηλαδή μεγάλες, τότε υπάρχει το ενδεχόμενο ολόκληρη η καμπύλη να βρίσκεται σε ένα μόνο κυκλικό τομέα  $d\theta$  και πολλά από τα σημεία να ανήκουν σε ένα στοιχειώδες τμήμα  $dr$  αφού όσο απομακρύνεται από τον πόλο τόσο περισσότερο μεγαλώνει το μέγεθος του (εικόνα 4-22).



Εικόνα 4-22 'Φαινόμενο Μεγάλης Κυκλικής Ακτίνας'

Στην περίπτωση που συμβεί κάτι τέτοιο, το πρόγραμμα δεν θα δουλέψει σωστά αφού ο πίνακας-πλέγμα που θα δημιουργηθεί δεν θα είναι σωστός. Το μόνο μέτρο για να εξαλειφθεί το φαινόμενο αυτό είναι η επιλογή πολύ μικρότερου κυκλικού τομέα  $d\theta$  και πολύ μικρού στοιχειώδους τμήματος  $dr$  έτσι ώστε το πλέγμα να γίνει πολύ πυκνό

και εντοπίζει τα σημεία σωστά και να δομήσει σωστό πίνακα - πλέγμα. Η διαδικασία αυτή όμως είναι πάρα πολύ σπάταλη σε υπολογιστικούς πόρους και απαιτεί δυνατό υπολογιστικό σύστημα με πολλή μνήμη και μεγάλη ταχύτητα (εικόνα 4-23).



Εικόνα 4-23 'Πυκνό Πλέγμα Εντοπισμού Σημείων

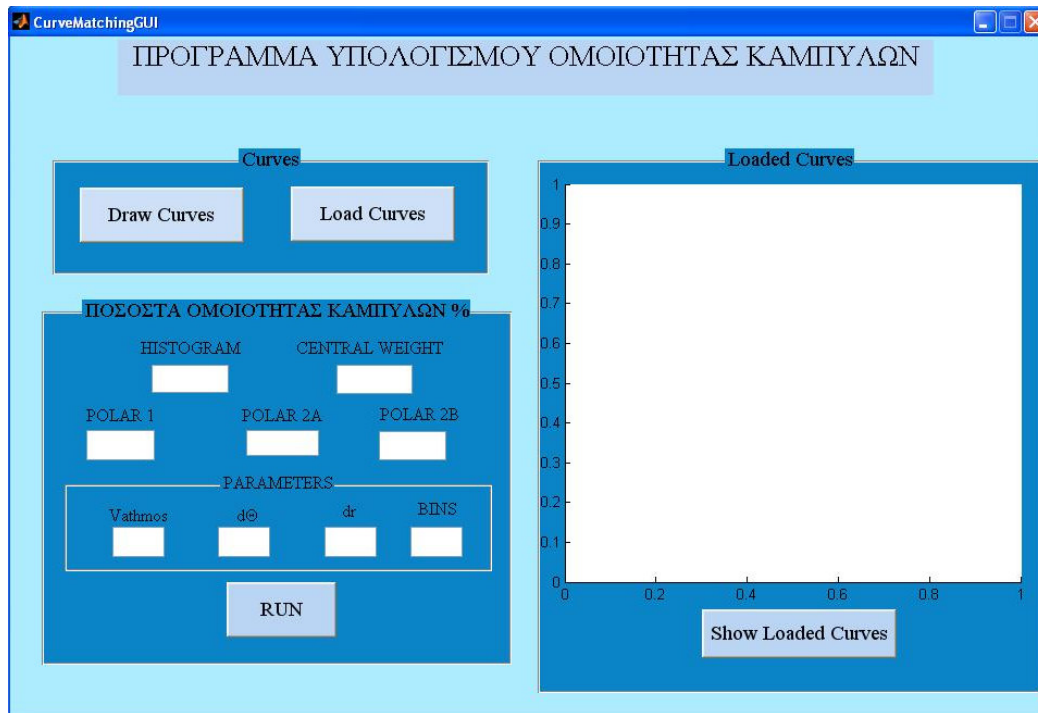
#### 4.7 Γραφικό Περιβάλλον Χρήστη

Τα προγράμματα που αναπτύχθηκαν, υλοποιήθηκαν σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB με την μορφή συνάρτησης (function). Η εφαρμογή των προγραμμάτων με αυτή την μορφή απαιτεί κάποιες στοιχειώδεις γνώσεις προγραμματισμού καθώς ο χρήστης πρέπει να εισάγει στο μενού εντολών της MATLAB την συνάρτηση κάθε προγράμματος ορίζοντας τις μεταβλητές εισόδου και εξόδου προκειμένου να εξαχθεί το ποσοστό ταύτισης των καμπυλών.



Προκειμένου να καταστεί πιο εύκολη και πιο φιλική στους χρήστες η εφαρμογή των προγραμμάτων, αναπτύσσεται με το MATLAB GUIDE, γραφικό περιβάλλον χρήστη (Graphical User Interface). Με γραφικό περιβάλλον χρήστη είναι δυνατή η εφαρμογή των προγραμμάτων χωρίς να χρειάζεται ο χρήστης να γράψει εντολές στο μενού εντολών της MATLAB και επομένως είναι δυνατή η εκτέλεση των προγραμμάτων από μη γνώστες προγραμματισμού.

Στην εικόνα 4-24, παρουσιάζεται το γραφικό περιβάλλον χρήστη που αναπτύχθηκε για την εφαρμογή των προγραμμάτων προσδιορισμού του ποσοστού ομοιότητας καμπυλών.



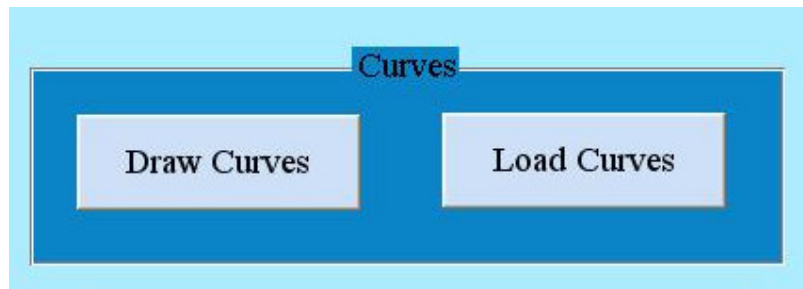
Εικόνα 4-24 'Γραφικό Περιβάλλον Χρήστη'

Ένα από τα πολλά πλεονεκτήματα που παρουσιάζει το γραφικό περιβάλλον χρήστη είναι η πολύ γρήγορη δημιουργία datasets καμπυλών καθώς και η εύκολη σύγκριση των αποτελεσμάτων των προγραμμάτων καθώς τα ποσοστά ομοιότητας ενός ζεύγους καμπυλών που προκύπτουν από τα προγράμματα, παρουσιάζονται συγκεντρωμένα όπως φαίνεται και στην εικόνα 4-24.

#### 4.7.1 Χρήση Γραφικού Περιβάλλοντος Χρήστη

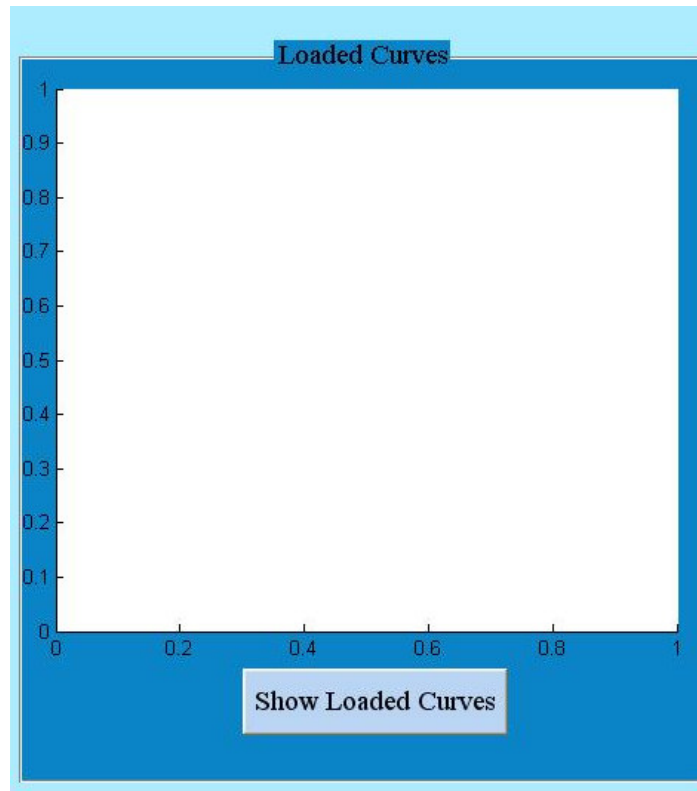
Στο εδάφιο αυτό θα γίνει μια σύντομη αναφορά στα πεδία και στις λειτουργίες του γραφικού περιβάλλοντος χρήστη που αναπτύχθηκε.

Αρχικά δίνεται η δυνατότητα είτε να σχεδιαστούν οι καμπύλες με την διαδικασία που περιγράφηκε στο εδάφιο 2.2 (Draw Curve) είτε να φορτωθούν τα δεδομένα από εξωτερικά αρχεία (Load Curve). Στην εικόνα 4-25 φαίνονται τα δύο κουμπιά που εκτελούν την διαδικασία αυτή.



Εικόνα 4-25 'Επιλογή Εισαγωγή Καμπυλών'

Στην συνέχεια οι δύο καμπύλες που είναι φορτωμένες στο MATLAB μπορούν να εμφανιστούν στο παράθυρο της εικόνας 4-26, πατώντας το κουμπί 'Show Loaded Curves'.



Εικόνα 4-26 'Καμπύλες Φορτωμένες στο Πρόγραμμα'

Ορίζονται οι παράμετροι των προγραμμάτων και στην συνέχεια πατώντας το κουμπί RUN, εκτελούνται όλα τα προγράμματα για το συγκεκριμένο dataset καμπυλών εξάγοντας τα αποτελέσματα κάθε προγράμματος στο αντίστοιχο κελί (εικόνα 4-27).

Εικόνα 4-27 'Ορισμός Μεταβλητών και Εξαγωγή Αποτελεσμάτων'

## 5. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

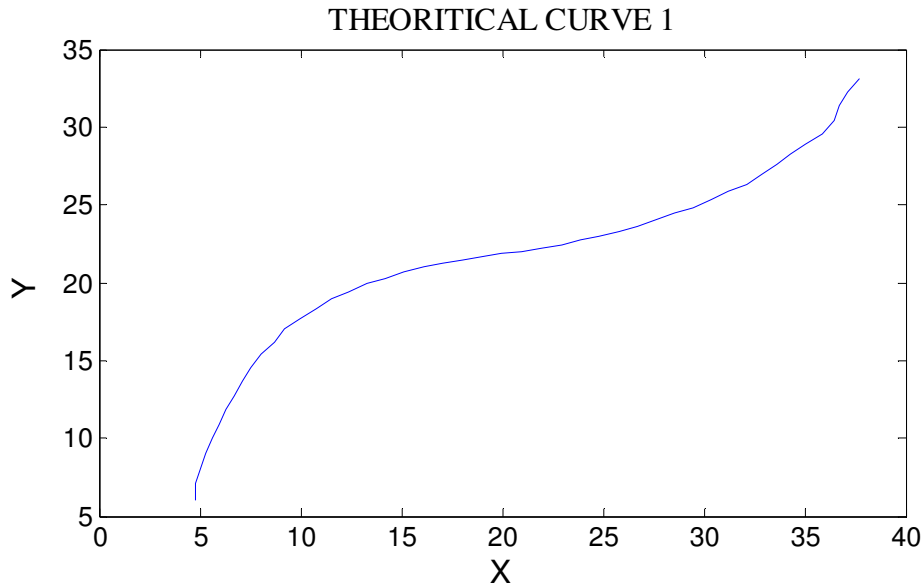
Τα προγράμματα προσδιορισμού του ποσοστού ταύτισης 2 καμπυλών αναπτύχθηκαν σύμφωνα με τα θεωρητικά μοντέλα που αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και είναι έτοιμοι προς χρήση. Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μια αξιολόγηση της λειτουργίας και των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων αυτών προκειμένου να παρουσιαστούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα τους και να γίνουν όλες οι απαραίτητες διευκρινίσεις και σχολιασμοί.

Η αξιολόγηση των προγραμμάτων θα γίνει με την εφαρμογή τους για διάφορα datasets (πακέτα δεδομένων) που θα είναι κοινά για όλους. Με τα αποτελέσματα που θα προκύψουν, θα είναι δυνατή η σύγκριση και η εξαγωγή των συμπερασμάτων, εφόσον τα δεδομένα θα είναι τα ίδια για όλα τα προγράμματα.

### 5.1 Datasets Συναρτησιακών Καμπυλών

Για την αξιολόγηση των προγραμμάτων θα χρησιμοποιηθούν διάφορα datasets. Τα datasets αυτά είναι θεωρητικά και θα προκύψουν με γραφική σχεδίαση στο MATLAB με την διαδικασία που περιγράφηκε στο εδάφιο 2.2. Όπως έχει ειπωθεί κάθε πρόγραμμα έχει ως είσοδο τα δεδομένα 2 καμπυλών, της Curve 1 και της Curve 2.

Αρχικά ορίζεται μια καμπύλη αναφοράς, η καμπύλη Curve1 (εικόνα 5-1).



Εικόνα 5-1 ‘Θεωρητική Καμπύλη Curve 1’

Με βάση την καμπύλη αναφοράς Curve 1 και έπειτα από επεξεργασία αυτής θα προκύψουν όλα τα datasets που θα χρησιμοποιηθούν σαν Curve 2 κατά την αξιολόγηση του προγράμματος προσδιορισμού ποσοστού ταύτισης συναρτησιακών καμπυλών. Θα γίνεται δηλαδή προσδιορισμός ποσοστού ταύτισης της καμπύλης αναφοράς Curve 1 με τα παράγωγα της. Η επεξεργασία που θα υποστεί η καμπύλη αναφοράς Curve 1 προκειμένου να προκύψουν τα νέα datasets της καμπύλης 2 είναι :

- Μετατόπιση
  - ως προς άξονα X
  - ως προς άξονα Y
  - ως προς άξονα X ,Y
- Στροφή ανά γωνία  $\Theta$

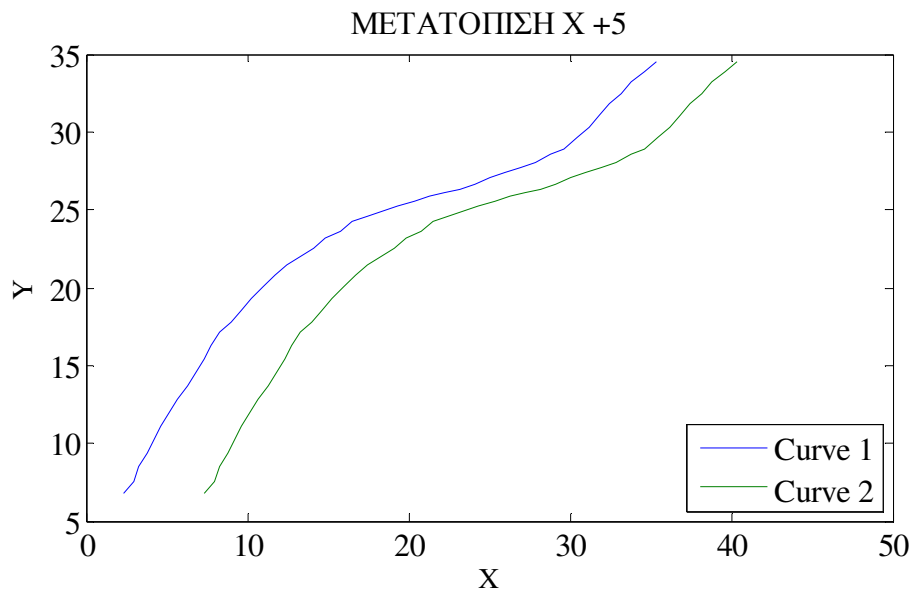
Παρακάτω παρουσιάζονται τα παραγόμενα datasets από την επεξεργασία της καμπύλης Curve 1 και συγχρόνως τα αποτελέσματα του προγράμματος προσδιορισμού του ποσοστού ταύτισης δύο συναρτησιακών καμπυλών σε πίνακες και διαγράμματα προκειμένου να είναι πιο εύκολη η σύγκριση και ο σχολιασμός.

### 5.1.1 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονα X

Η πρώτη σειρά παραγόμενων dataset καμπύλης Curve 2 προκύπτει ως μετατόπιση της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς άξονα X.

- Μικρή Μετατόπιση

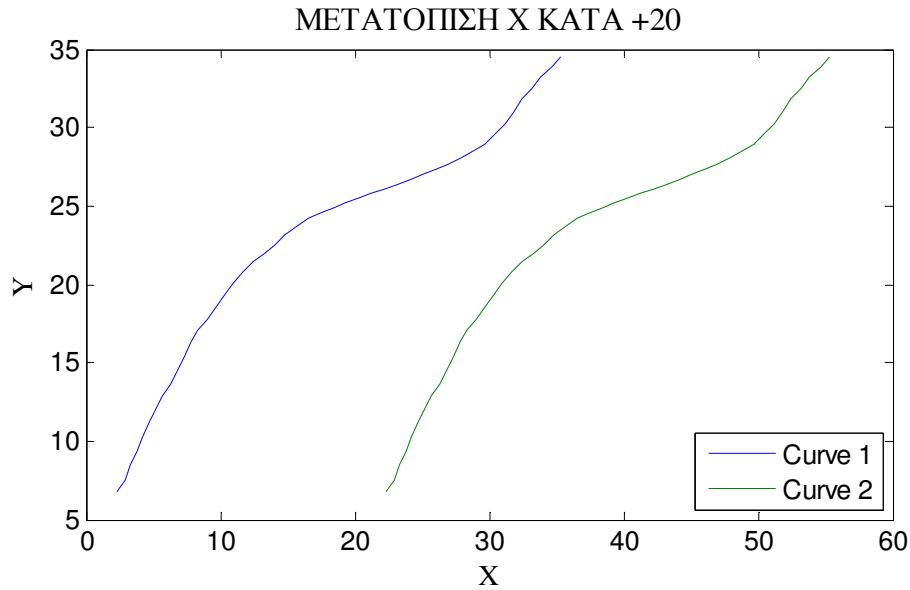
Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +5 μονάδες ως προς X (εικόνα 5-2) :



Εικόνα 5-2 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς X κατά +5'

- Μεγάλη Μετατόπιση

Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +20 μονάδες ως προς X (εικόνα 5-3) :



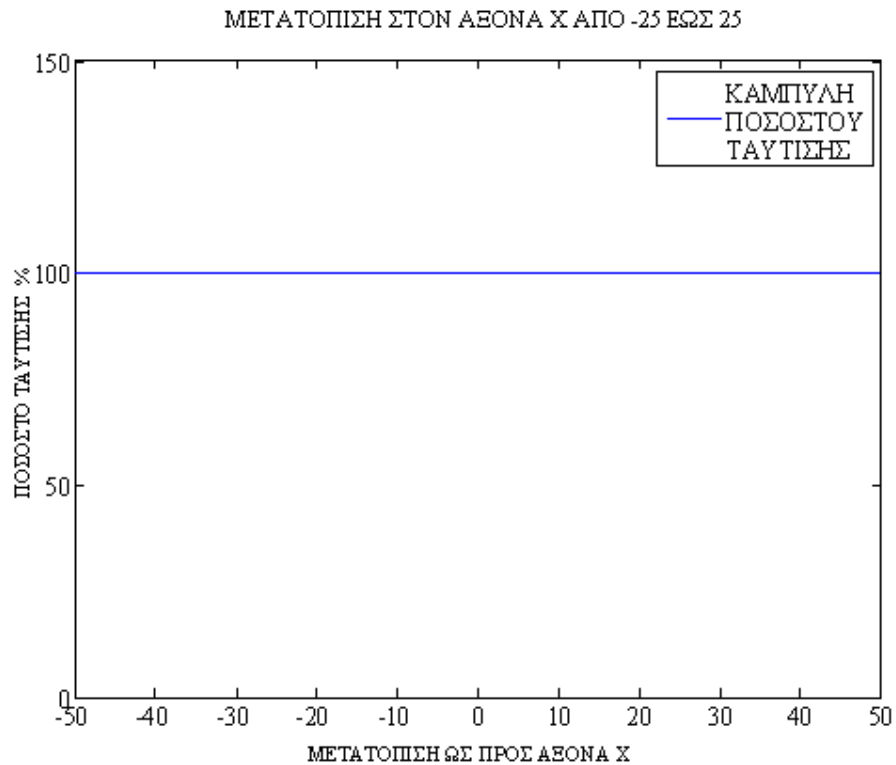
Εικόνα 5-3 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς X κατά +20'

Ποσοστά ταύτισης που προκύπτουν από το πρόγραμμα (Πίνακας 5-1) :

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ	ΤΑΥΤΙΣΗ %	
	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΑΞΟΝΑ X +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΑΞΟΝΑ X +20
<b>Γραμμική Παρεμβολή</b>	100	100
<b>Κυβική Παρεμβολή</b>	100	100
<b>Spline Παρεμβολή</b>	100	100
<b>RBF Linear Παρεμβολή</b>	100	100
<b>RBF Multiquadric Παρεμβολή</b>	100	100
<b>RBF Cubic Παρεμβολή</b>	100	100
<b>RBF Gaussian Παρεμβολή</b>	100	100
<b>RBF Thinplate Παρεμβολή</b>	100	100

Πίνακας 5-1 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ανά Παρεμβολή'

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται το ποσοστό ταύτισης που εξάγεται από το πρόγραμμα για μετατόπιση στον άξονα X από -50 έως 50 με βήμα 1. Το αποτέλεσμα προκύπτει από την Spline παρεμβολή αλλά εκφράζει όλες τις παρεμβολές καθώς όλες δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα (εικόνα 5-4).



Εικόνα 5-4 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Χ’

Όπως ήταν αναμενόμενο για οποιαδήποτε μετακίνηση στον άξονα Χ το ποσοστό ταύτισης είναι πάντα 100%.

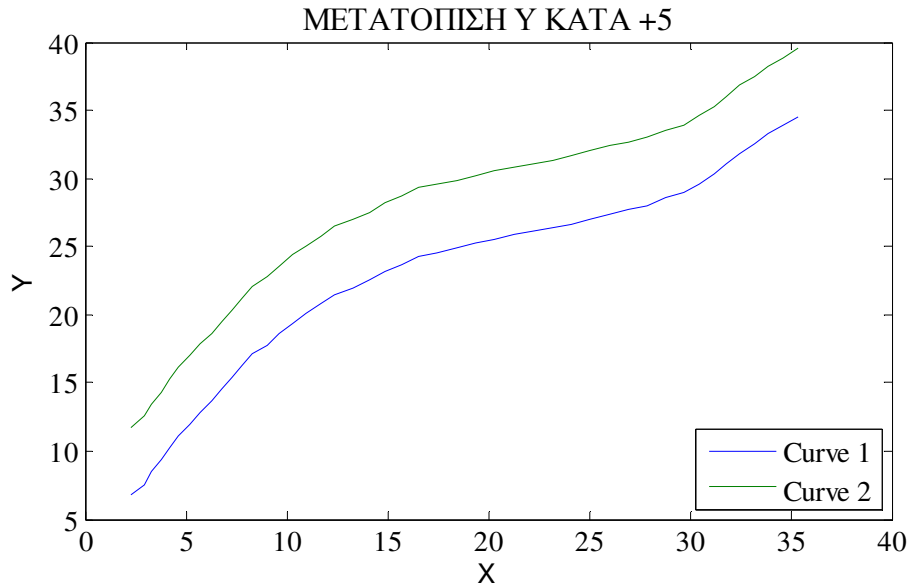
### 5.1.2 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονα Υ

Η επόμενη σειρά παραγόμενων dataset καμπύλης Curve 2 προκύπτει ως μετατόπιση, της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς άξονα Υ.

- Μικρή Μετατόπιση

Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +5 μονάδες ως προς Υ (εικόνα 5-5) :

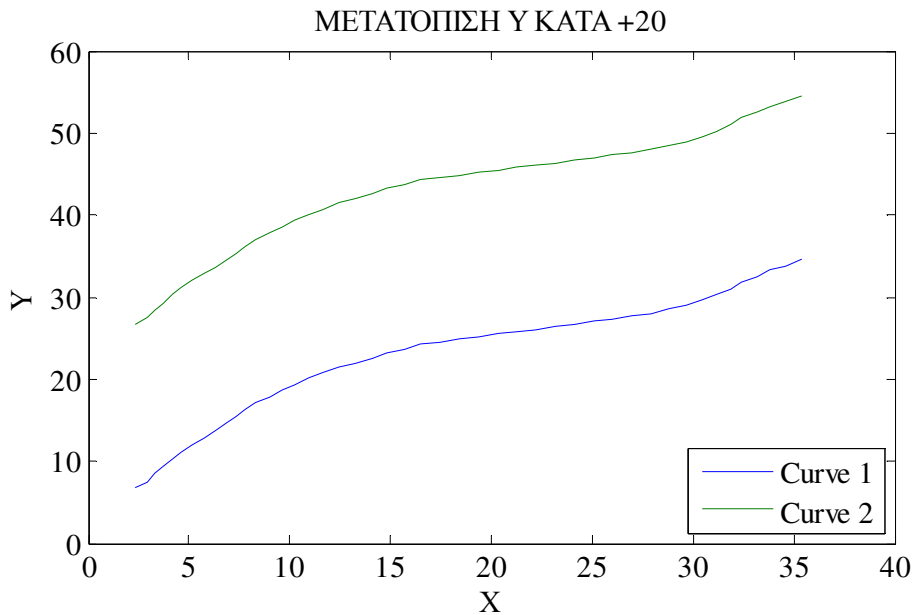




Εικόνα 5-5 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς Y κατά +5'

- Μεγάλη Μετατόπιση

Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +20 μονάδες ως προς Y (εικόνα 5-6) :



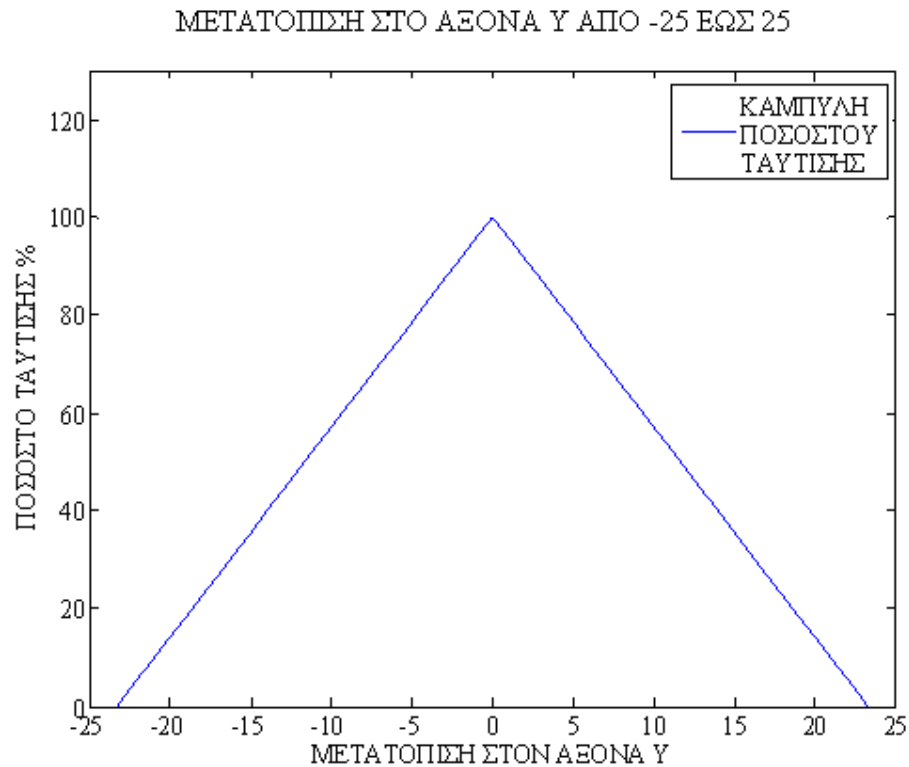
Εικόνα 5-6 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς Y κατά +20'

Ποσοστά ταύτισης που προκύπτουν από το πρόγραμμα (Πίνακας 5-2) :

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ	ΤΑΥΤΙΣΗ %	
	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΑΞΟΝΑ Y +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΑΞΟΝΑ Y +20
<b>Γραμμική Παρεμβολή</b>	78.5595	14.2381
<b>Κυβική Παρεμβολή</b>	78.5593	14.2373
<b>Spline Παρεμβολή</b>	78.5593	14.2373
<b>RBF Linear Παρεμβολή</b>	78.5595	14.2381
<b>RBF Multiquadric Παρεμβολή</b>	78.5597	14.2387
<b>RBF Cubic Παρεμβολή</b>	78.5594	14.2377
<b>RBF Gaussian Παρεμβολή</b>	78.5599	14.2395
<b>RBF Thinplate Παρεμβολή</b>	78.5595	14.2378

Πίνακας 5-2 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ανά Παρεμβολή'

Στην παρακάτω εικόνα 5-7, παρουσιάζεται η σχέση ποσοστού ταύτισης των καμπυλών σε σχέση με την μετατόπιση κατά τον άξονα Y από -25 ως 25 και καθώς τα αποτελέσματα για οποιαδήποτε γραμμική παρεμβολή είναι σχεδόν ίδια, θα χρησιμοποιηθεί η Spline Παρεμβολή.



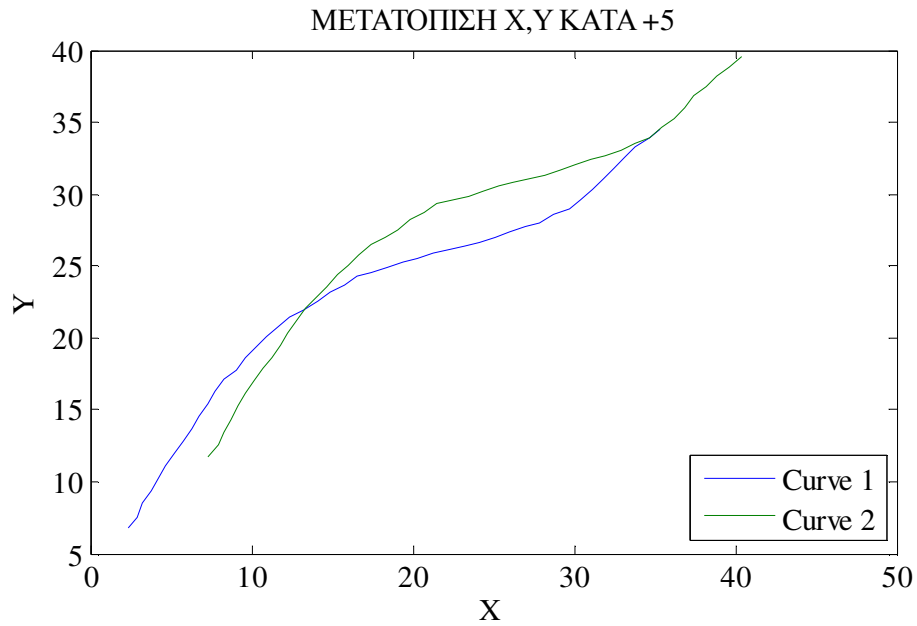
Εικόνα 5-7 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Υ’

### 5.1.3 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονες X,Y

Η επόμενη σειρά παραγόμενων dataset καμπύλης Curve 2 προκύπτει ως μετατόπιση, της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς άξονες X, Y.

- Μικρή Μετατόπιση

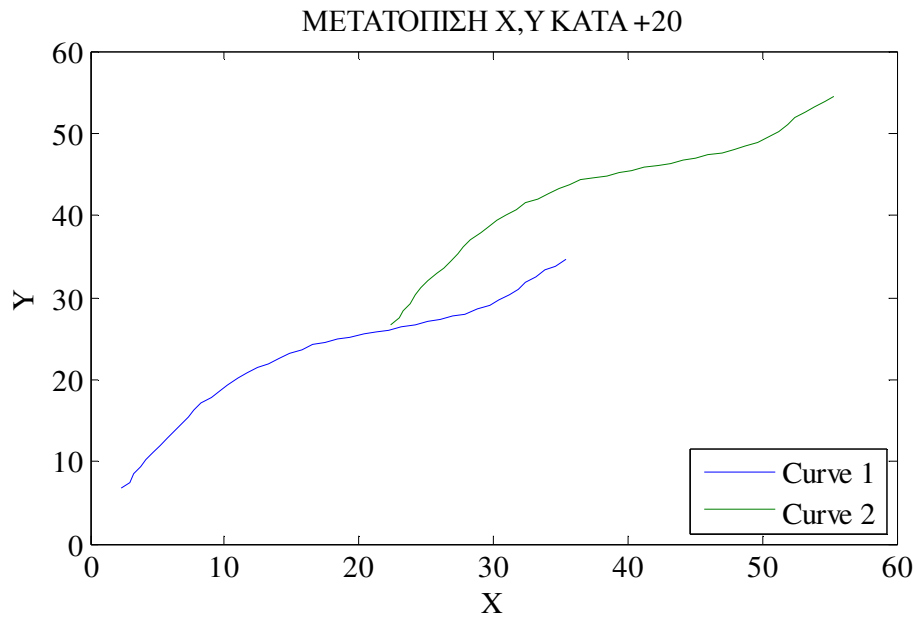
Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +5 μονάδες ως προς τους άξονες X, Y (εικόνα 5-8) :



Εικόνα 5-8 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς Y κατά +5'

- Μεγάλη Μετατόπιση

Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +20 μονάδες ως προς τους άξονες X, Y (εικόνα 5-9) :



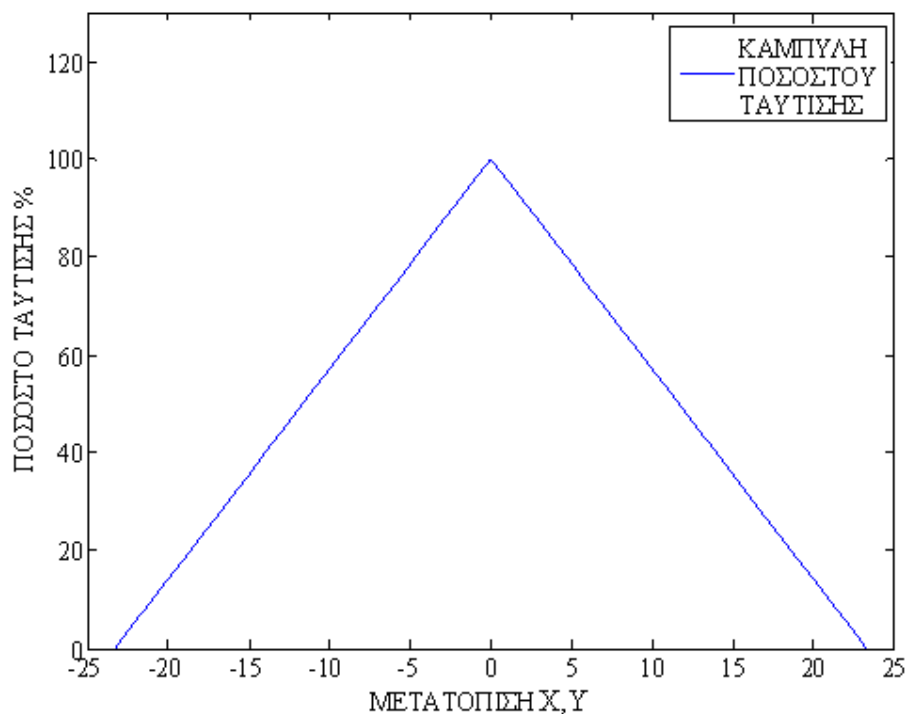
Εικόνα 5-9 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς X, Y κατά +20'

Ποσοστά ταύτισης που προκύπτουν από το πρόγραμμα (Πίνακας 5-3) :

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ	ΤΑΥΤΙΣΗ %	
	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ Χ,Υ +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ Χ,Υ +20
<b>Γραμμική Παρεμβολή</b>	78.5595	14.2381
<b>Κυβική Παρεμβολή</b>	78.5593	14.2373
<b>Spline Παρεμβολή</b>	78.5593	14.2373
<b>RBF Linear Παρεμβολή</b>	78.5595	14.2381
<b>RBF Multiquadric Παρεμβολή</b>	78.5597	14.2387
<b>RBF Cubic Παρεμβολή</b>	78.5594	14.2377
<b>RBF Gaussian Παρεμβολή</b>	78.5599	14.2395
<b>RBF Thinplate Παρεμβολή</b>	78.5595	14.2378

Πίνακας 5-3 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ανά Παρεμβολή’

ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ Χ,Υ ΑΠΟ -25 ΕΩΣ 25



Εικόνα 5-10 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα X,Y’

Από την εικόνα 5-10 διαπιστώνεται πως το ποσοστό ταύτισης 2 είναι ανάλογο με την μετατόπιση στον άξονα Y και μάλιστα μεταβάλλεται γραμμικά.

#### 5.1.4 Στροφή Καμπύλης ως προς Γωνία $\Theta$

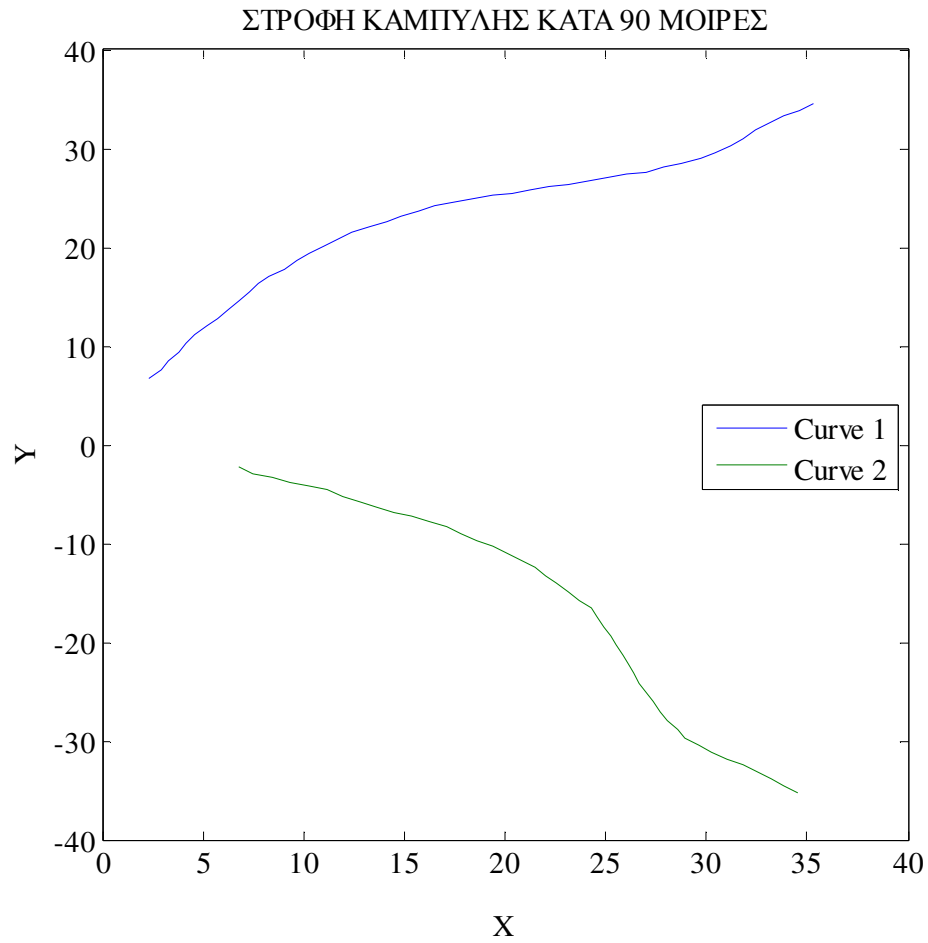
Μετά την μετατόπιση ακολουθεί η στροφή της καμπύλης αναφοράς Curve 1 κατά γωνία  $\Theta$ , για την παραγωγή datasets της Curve 2. Η στροφή της καμπύλης εκτελείται με πολλαπλασιασμό του πίνακα συντεταγμένων της καμπύλης με :

A) τον πίνακα  $\begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$  για αριστερόστροφη στρέψη

B) με τον πίνακα  $\begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$  για δεξιόστροφη στρέψη.

- Στροφή γωνίας  $90^\circ$

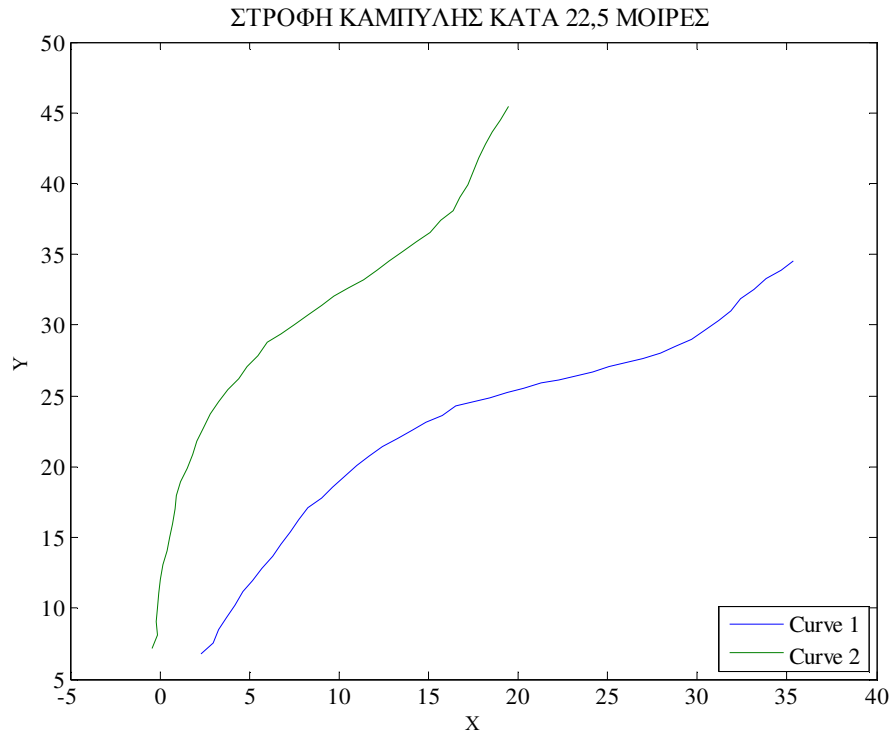
Εκτελείται δεξιόστροφη στρέψη της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς την αρχή των αξόνων κατά  $90^\circ$  (εικόνα 5-11).



Εικόνα 5-11 'Στροφή Καμπύλης Αναφοράς κατά +90°'

- Στροφή γωνίας 22,5°

Εκτελείται αριστερόστροφη στρέψη της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς την αρχή των αξόνων κατά 22,5° (εικόνα 5-12).

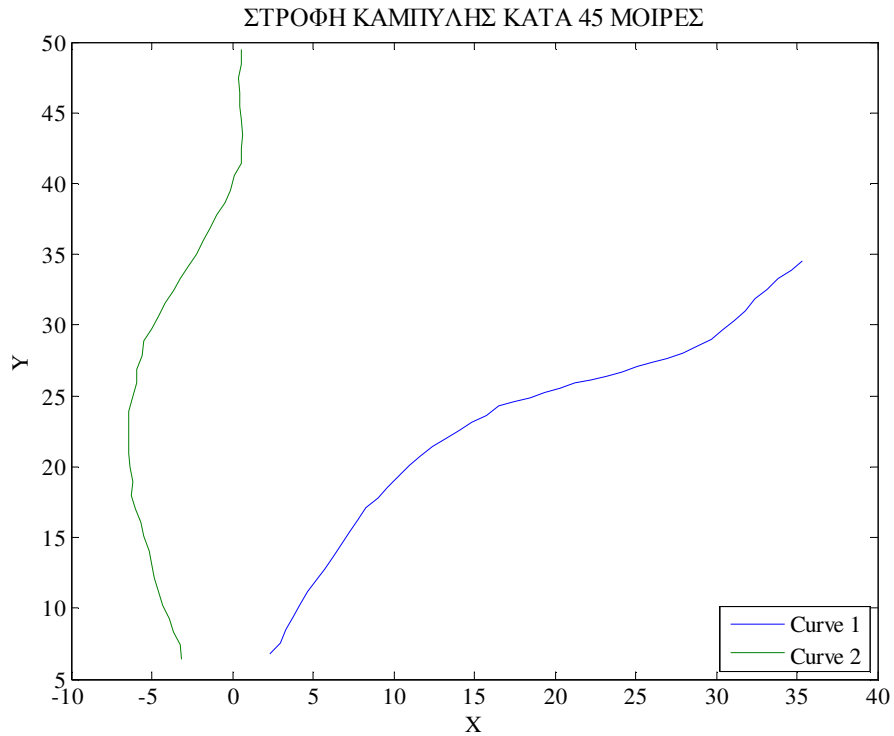


Εικόνα 5-12 ‘Στροφή Καμπύλης Αναφοράς κατά  $-22,5^\circ$

- Στροφή γωνίας  $45^\circ$

Εκτελείται αριστερόστροφη στρέψη της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς την αρχή των αξόνων κατά  $45^\circ$  (εικόνα 5-13).



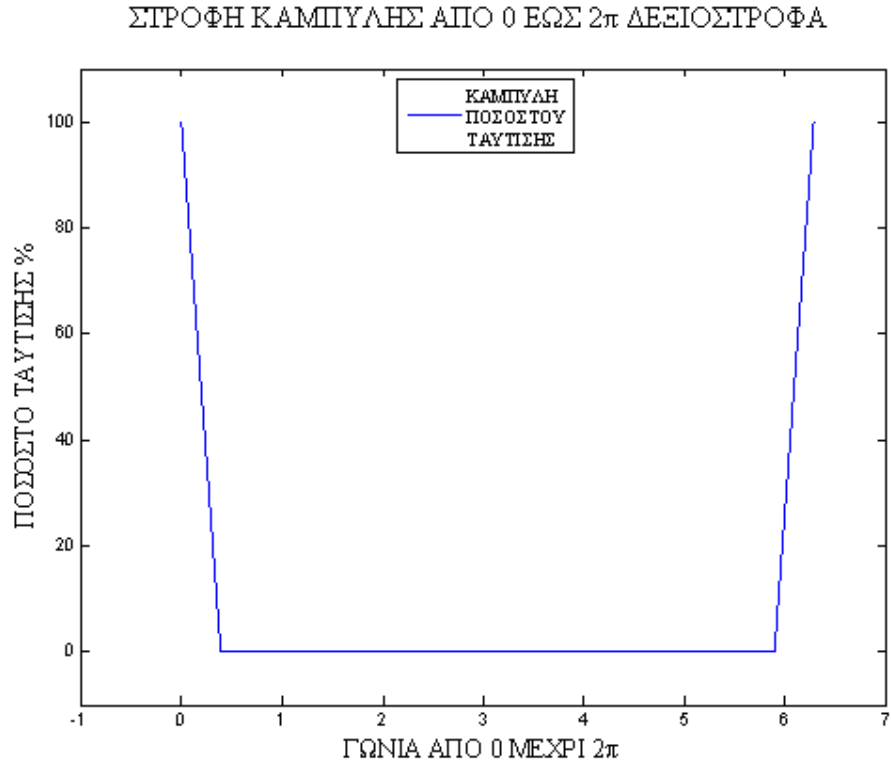


Εικόνα 5-13 ‘Στροφή Καμπύλης Αναφοράς κατά -45°’

Ποσοστά ταύτισης που προκύπτουν από το πρόγραμμα (Πίνακας 5-4) :

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ	ΤΑΥΤΙΣΗ %		
	ΣΤΡΟΦΗ	ΣΤΡΟΦΗ	ΣΤΡΟΦΗ
	ΚΑΜΠΥΛΗΣ +90°	ΚΑΜΠΥΛΗΣ -22,5°	ΚΑΜΠΥΛΗΣ -45°
<b>Γραμμική Παρεμβολή</b>	0	43.1716	0
<b>Κυβική Παρεμβολή</b>	0	43.1891	0
<b>Spline Παρεμβολή</b>	0	43.1891	0
<b>RBF Linear Παρεμβολή</b>	0	43.1716	0
<b>RBF Multiquadric Παρεμβολή</b>	0	42.8788	0
<b>RBF Cubic Παρεμβολή</b>	0	43.1906	0
<b>RBF Gaussian Παρεμβολή</b>	0	Error	0
<b>RBF Thinplate Παρεμβολή</b>	0	43.1922	0

Πίνακας 5-4 ‘Ποσοστό Τάυτισης Καμπυλών ανά Παρεμβολή’



Εικόνα 5-14 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς Στροφή της Καμπύλης’

### 5.1.5 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Με βάση τα παραπάνω datasets, το πρόγραμμα εξάγει τα ποσοστά ταύτισης των δύο καμπυλών τα οποία παρουσιάζονται στους παραπάνω πίνακες και διαγράμματα ποσοστού ταύτισης-μεταβολής, από τα οποία, εξάγονται κάποια συμπεράσματα για την λειτουργία, τις ιδιαιτερότητες, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του προγράμματος ταύτισης συναρτησιακών καμπυλών.

Όπως φαίνεται στους πίνακες, το πρόγραμμα αδυνατεί να εντοπίσει την μετατόπιση της καμπύλης ως προς τον άξονα X. Όπως ειπώθηκε κατά τον σχολιασμό του προγράμματος στο εδάφιο 3.4 το πρόγραμμα δεν λαμβάνει υπόψη του την χωρική μετατόπιση κατά τον άξονα X καθώς δεν αλλάζει το εμβαδόν καμπύλης-άξονα X. Επομένως οποιαδήποτε μετατόπιση κατά τον άξονα X, μικρή ή μεγάλη δεν επηρεάζει καθόλου το ποσοστό ταύτισης των καμπυλών. Όπως ήταν αναμενόμενο για οποιαδήποτε μετακίνηση στον άξονα X το ποσοστό ταύτισης είναι πάντα 100%.

Αντίθετα με την μετατόπιση στον άξονα  $X$ , η μετατόπιση ως προς τον άξονα  $Y$  εντοπίζεται από το πρόγραμμα το οποίο και εξάγει το ποσοστό ταύτισης των δύο καμπυλών που είναι ανάλογο την μετατόπισης. Αυτό ήταν αναμενόμενο καθώς η μετατόπιση κατά  $Y$  αλλάζει το εμβαδόν καμπύλης-άξονα  $X$  που είναι το μέτρο σύγκρισης των 2 καμπυλών άρα αλλάζει και το ποσοστό ταύτισης. Ακόμη αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι τα ποσοστά με όλες τις μεθόδους παρεμβολής είναι σχεδόν όμοια πράγμα που σημαίνει ότι η επιλογή γραμμικής παρεμβολής δεν παίζει τόσο μεγάλο ρόλο τελικά στην εξαγωγή του ποσοστού ταύτισης των 2 καμπυλών.

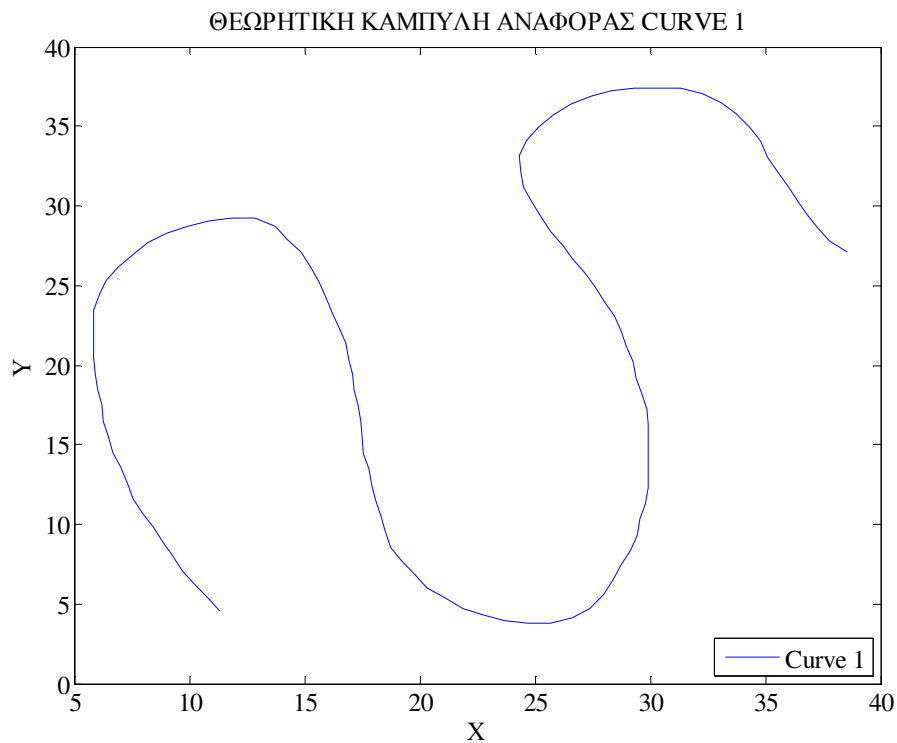
Η μετατόπιση της καμπύλης ως προς τους άξονες  $X, Y$  είναι μια σύνθετη μετατόπιση που αποτελείται από μια μετατόπιση της καμπύλης ως προς τον άξονα  $X$  και μια μετατόπιση ως προς τον άξονα  $Y$ . Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η μετατόπιση ως προς τον άξονα  $X$  δεν επιφέρει αλλαγές στο ποσοστό ταύτισης των καμπυλών. Επομένως τα ποσοστά ταύτισης των 2 καμπυλών κατά την μετατόπιση ως προς τους άξονες  $X, Y$  είναι όμοια με τα ποσοστά ταύτισης που προκύπτουν κατά την μετατόπιση της καμπύλης ως προς τον άξονα  $Y$  όπως παρατηρείται και από εξαγόμενα ποσοστά που παρατέθηκαν παραπάνω.

Στην περίπτωση της στρόφης της καμπύλης κατά γωνία  $\Theta$  παρατηρείται το φαινόμενο της μετατροπής της καμπύλης από συναρτησιακή σε μη συναρτησιακή καθώς με την στρέψη αλλάζει η θέση των σημείων. Όταν συμβεί αυτό το συγκεκριμένο πρόγραμμα δεν μπορεί να εξάγει αποτέλεσμα διότι όπως έχει ειπωθεί στο κεφάλαιο 3, δεν είναι δυνατή η πύκνωση των σημείων μη συναρτησιακών καμπυλών με τις μεθόδους της γραμμικής παρεμβολής. Υπάρχει βέβαια ένα περιθώριο στρέψης της καμπύλης περί γωνία  $\Theta$  το οποίο εξαρτάται από την καμπύλη (π.χ. 22,5 μοίρες για την συγκεκριμένη καμπύλη), στο οποίο δεν υπάρχει μετατροπή της καμπύλης από συναρτησιακή σε μη συναρτησιακή και στο οποίο εξάγει το πρόγραμμα ποσοστά ταύτισης των καμπυλών.

Γενικά το πρόγραμμα προσδιορισμού του ποσοστού ταύτισης 2 καμπυλών είναι δύσκολο στην εφαρμογή και η χρήση του συνιστάται σε συγκεκριμένα datasets για τα οποία ισχύουν οι προϋποθέσεις που έχουν οριστεί στο κεφάλαιο 3.

## 5.2 Datasets Μη Συναρτησιακών Καμπυλών

Όμοια με τα datasets των συναρτησιακών καμπυλών που αναλύθηκαν στο παραπάνω εδάφιο, προκύπτουν και τα datasets των μη συναρτησιακών καμπυλών. Αρχικά σχεδιάζεται στο MATLAB, μια καμπύλη (εικόνα 5-15) η οποία θα αποτελεί την καμπύλη αναφοράς Curve 1 και από την οποία έπειτα από επεξεργασία, θα προκύψουν τα datasets της καμπύλης Curve 2.



Εικόνα 5-15 'Θεωρητική Καμπύλη Αναφοράς Curve 1'

Η επεξεργασία που θα υποστεί η καμπύλη αναφοράς Curve 1 προκειμένου να προκύψουν τα νέα datasets είναι :

- Μετατόπιση
  - ως προς άξονα X
  - ως προς άξονα Y
  - ως προς άξονα X ,Y
- Στροφή ανά γωνία  $\Theta$

- Εισαγωγή θορύβου

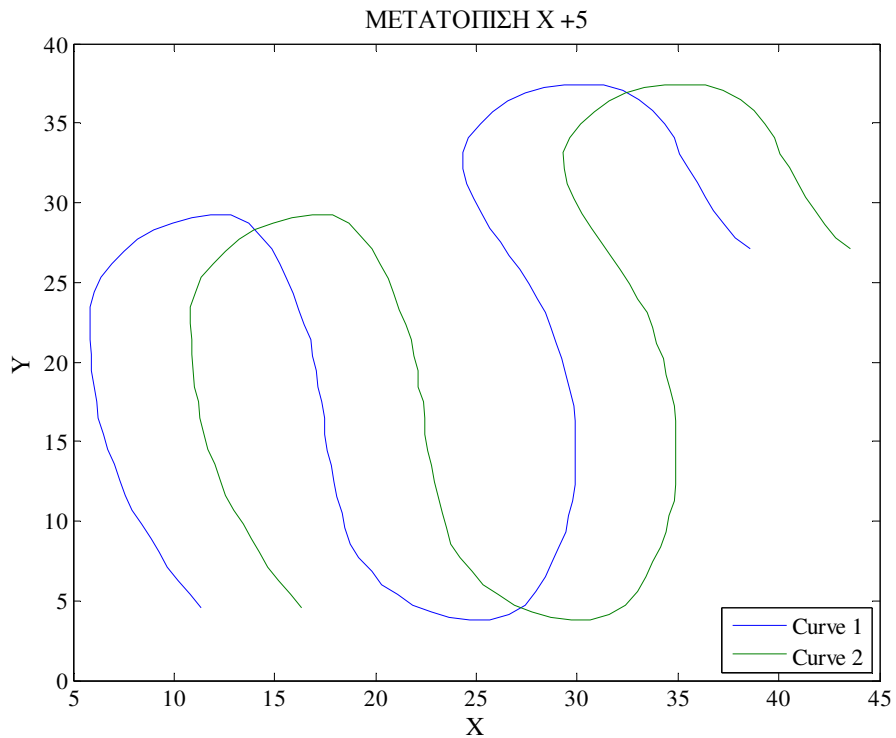
Για κάθε παραγόμενο dataset παρουσιάζονται σε πίνακα τα ποσοστά ταύτισης των 2 καμπυλών που παράγουν όλα τα προγράμματα που αναπτύχθηκαν.

### 5.2.1 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς Άξονα X

Η πρώτη σειρά παραγόμενων dataset καμπύλης Curve 2 προκύπτει ως μετατόπιση της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς άξονα X.

- Μικρή Μετατόπιση

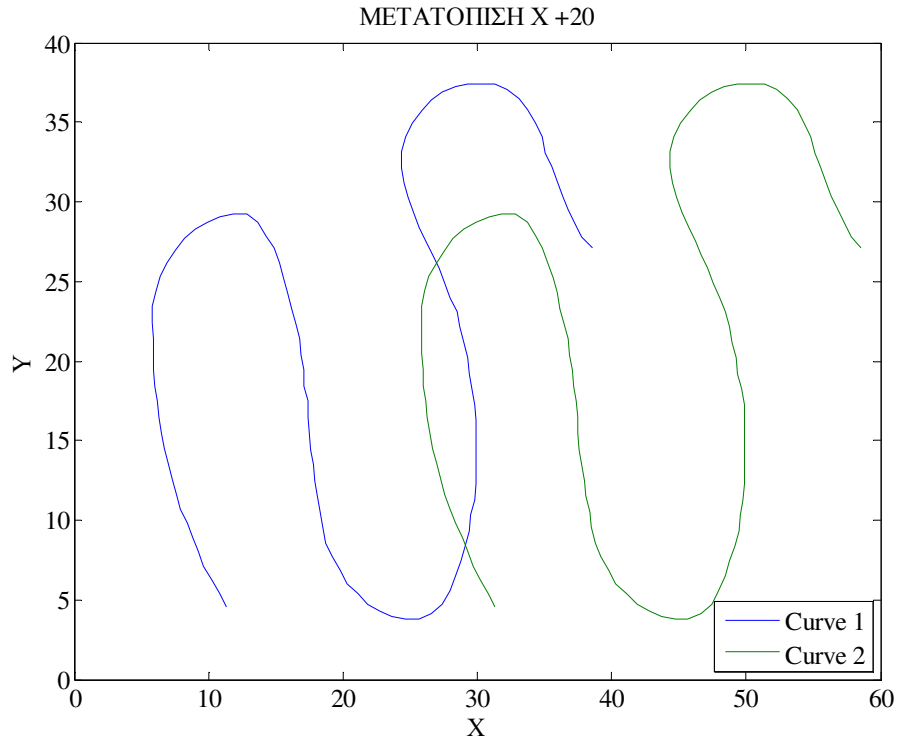
Εκτελείται μετατόπιση της καμπύλης αναφοράς Curve 1 κατά +5 μονάδες στον άξονα X (εικόνα 5-16).



Εικόνα 5-16 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς X κατά +5'

- Μεγάλη Μετατόπιση

Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +20 μονάδες ως προς X (εικόνα 5-17) :



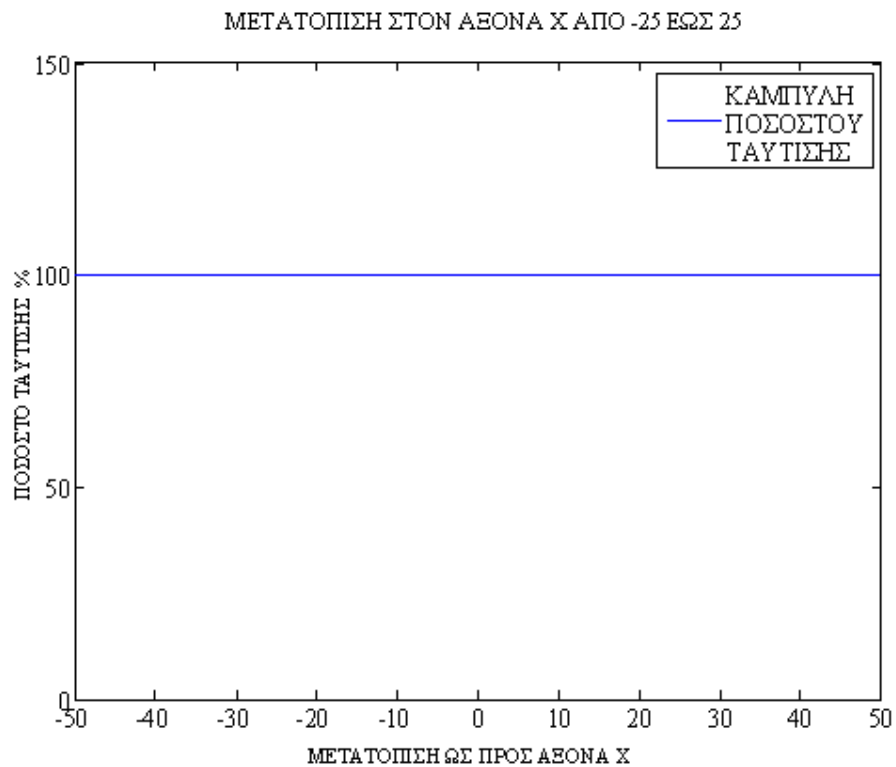
Εικόνα 5-17 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς X κατά +20'

- Εφαρμογή Προγραμμάτων

Γίνεται εφαρμογή των προγραμμάτων για τα παραγόμενα datasets. Να σημειωθεί ότι το αποτέλεσμα κάθε προγράμματος εξαρτάται από πολλές μεταβλητές για το λόγο αυτό γίνεται πολλές φορές η εφαρμογή κάθε προγράμματος αλλάζοντας κάθε φορά μία από τις μεταβλητές, προκειμένου να υπάρξει μια πλήρης εικόνα της αποτελεσματικότητας τους, των πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων τους. Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα κάθε προγράμματος μαζί με το διάγραμμα Ποσοστού Ταύτισης ανά μεταβολή της καμπύλης για κάθε πρόγραμμα.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ		ΤΑΥΤΙΣΗ %	
		ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +20
		<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>10 bin</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100

Πίνακας 5-5 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού  
Αποστάσεων Σημείων'

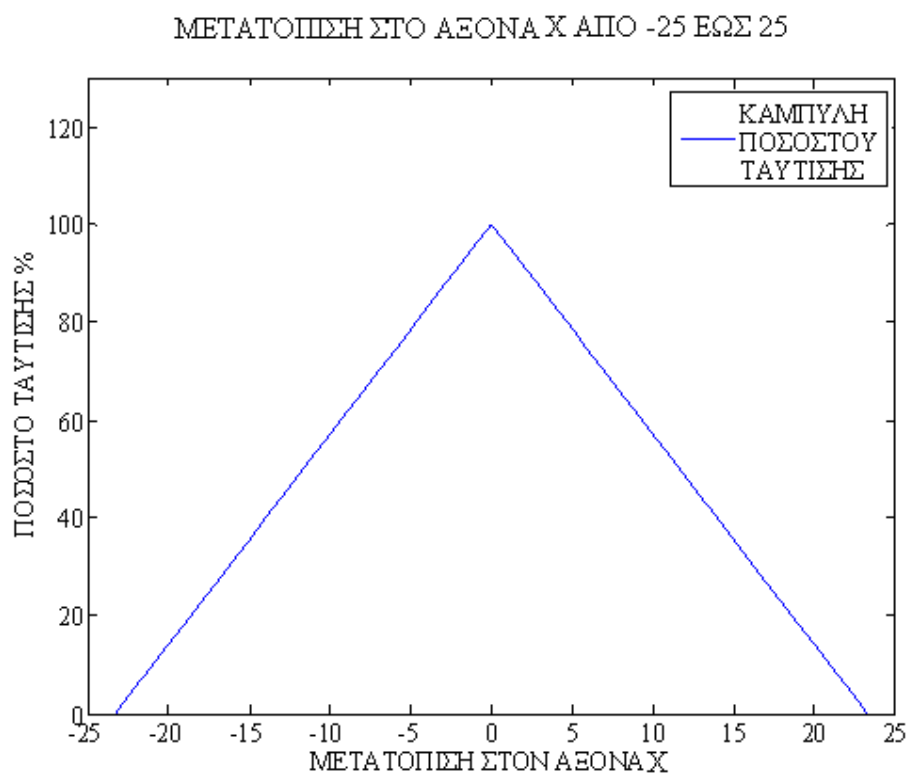


Εικόνα 5-18 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Χ’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ	ΤΑΥΤΙΣΗ %	
	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +20
	<b>Vathmos =1</b>	87,8846
<b>Vathmos =2</b>	82,8786	31,4744
<b>Vathmos =3</b>	80,7710	23,0841

Πίνακας 5-6 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού Κέντρου Βάρους Καμπυλών’



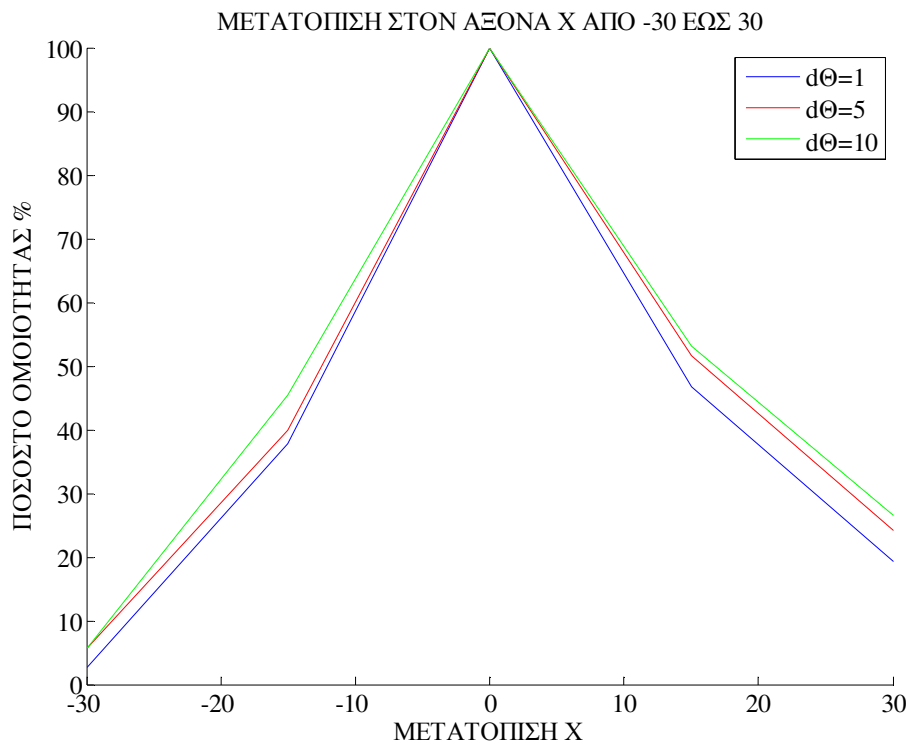


Εικόνα 5-19 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Χ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 1		ΤΑΥΤΙΣΗ %	
		ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +20
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	59,9949	35,9119
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =1</b>	71,012	37,6366
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =1</b>	71,6594	40,9746
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =2</b>	55,6695	34,7578
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =2</b>	66,5776	40,1120
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =2</b>	71,9085	42,8649
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =3</b>	52,4797	34,8286
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =3</b>	63,4104	41,3430
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =3</b>	72,4828	43,8501

Πίνακας 5-7 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών Συντεταγμένων

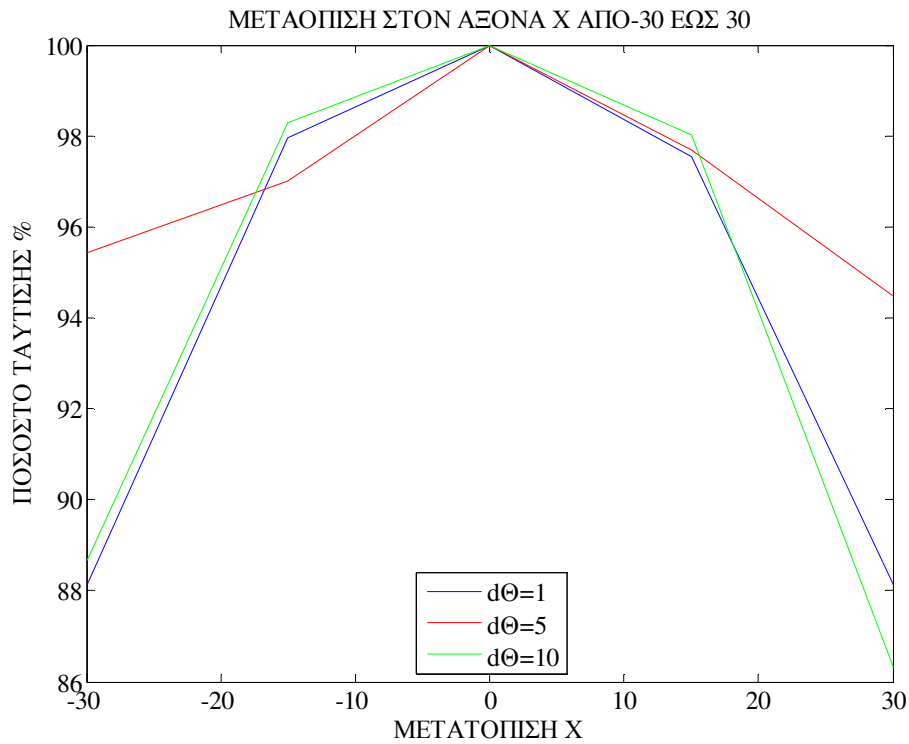
1'



Εικόνα 5-20 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα X'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>Α</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %	
			ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +20
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	81.8371	49.5275
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	81.2966	42.6872
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	81.4993	53.4183

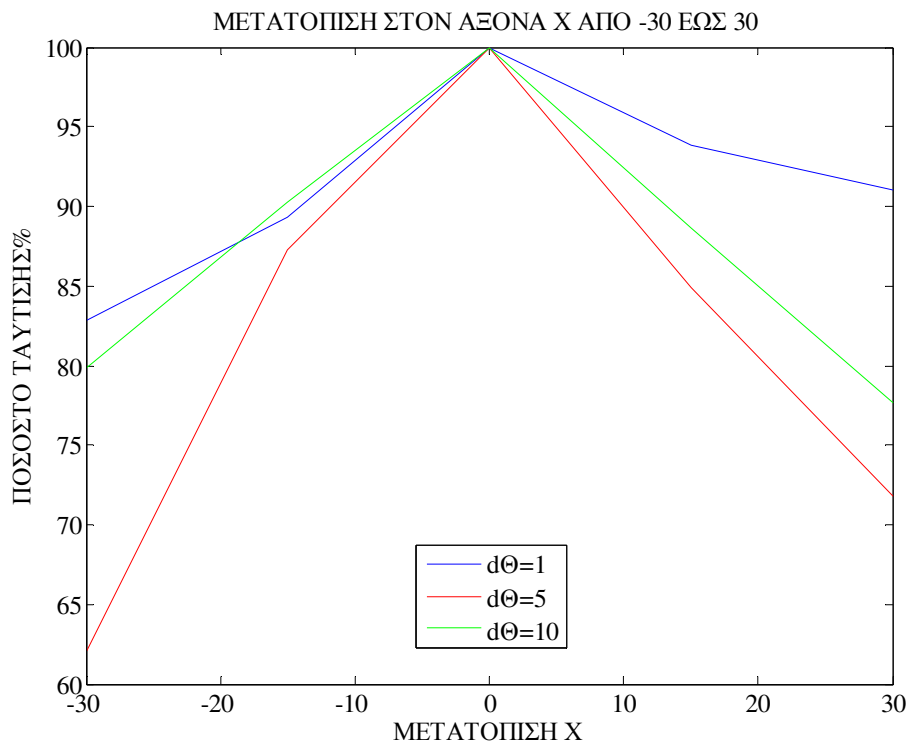
Πίνακας 5-8'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών Συντεταγμένων 2<sup>Α</sup>,



Εικόνα 5-21'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα X

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>B</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %	
			ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ X +20
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	97,2949	97,2881
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	92,3616	78,5602
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	89,6037	80,2611

Πίνακας 5-9' Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών Συντεταγμένων 2<sup>B</sup>,



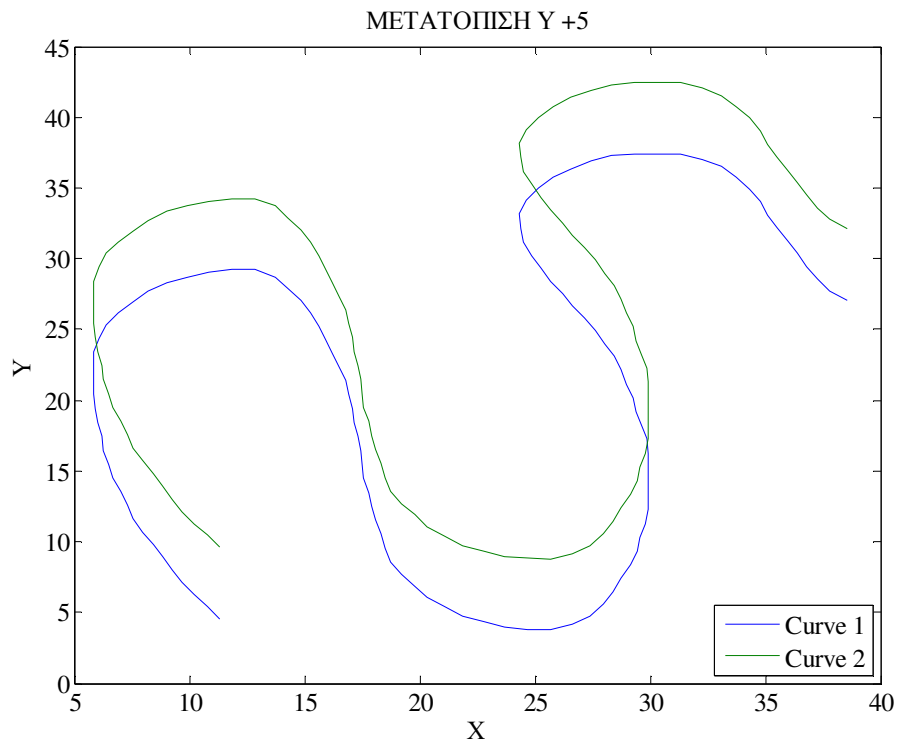
Εικόνα 5-21 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα X'

### 5.2.2 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς άξονα Y

Η επόμενη σειρά παραγόμενων dataset καμπύλης Curve 2 προκύπτει ως μετατόπιση, της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς άξονα Y.

- Μικρή Μετατόπιση

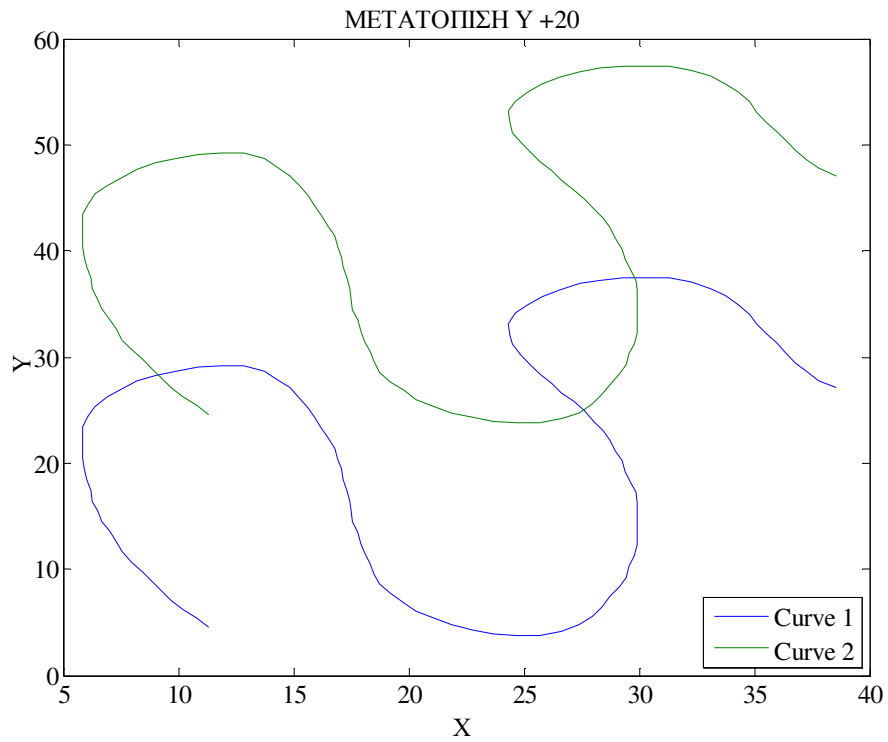
Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +5 μονάδες ως προς Y (εικόνα 5-22) :



Εικόνα 5-22 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς Y κατά +5'

- Μεγάλη Μετατόπιση

Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +20 μονάδες ως προς Y (εικόνα 5-23) :



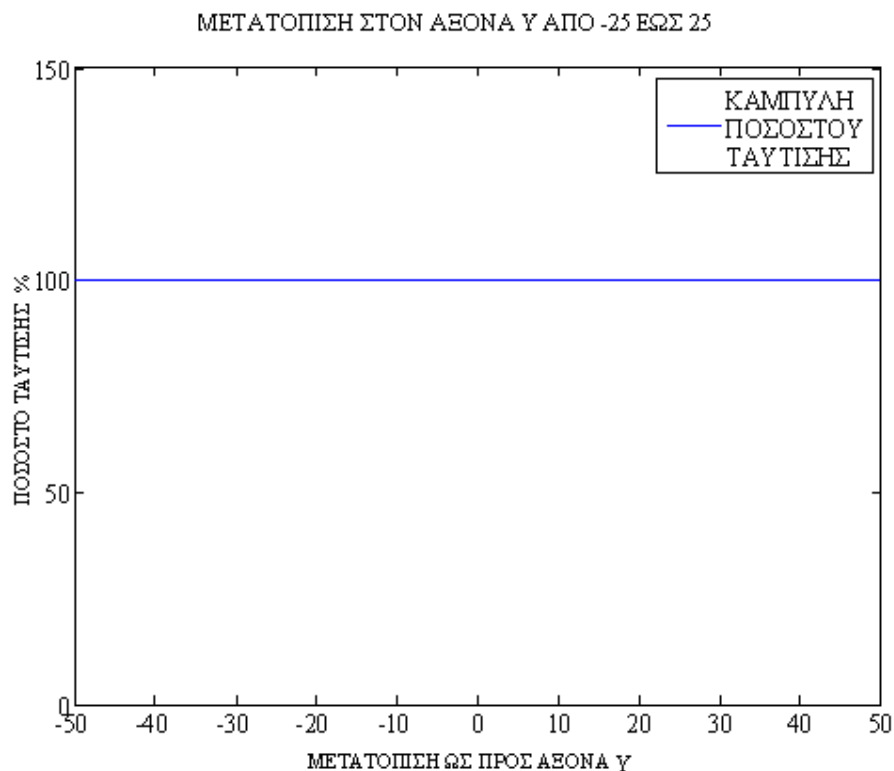
Εικόνα 5-23 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς Y κατά +20'

- Εφαρμογή Προγραμμάτων

Γίνεται εφαρμογή των προγραμμάτων για τα παραγόμενο dataset.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ		ΤΑΥΤΙΣΗ %	
		ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Y +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Y +20
		<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>10 bin</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100

Πίνακας 5-10 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού Αποστάσεων Σημείων'

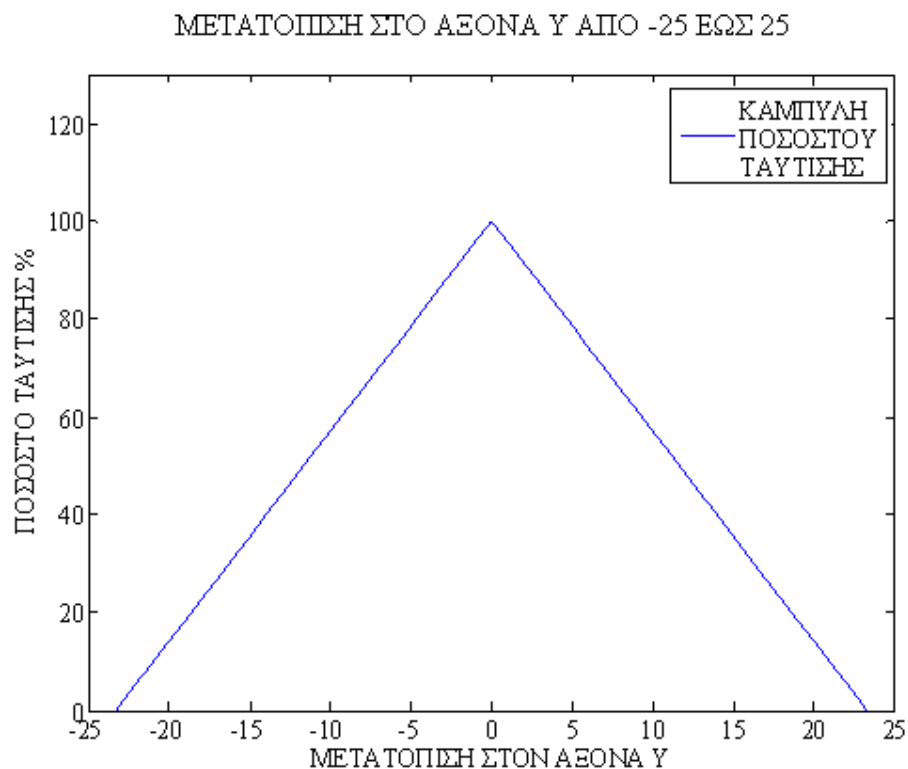


Εικόνα 5-24' Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Υ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ	ΤΑΥΤΙΣΗ %	
	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +20
	<b>Vathmos =1</b>	87,8846
<b>Vathmos =2</b>	82,8786	31,4744
<b>Vathmos =3</b>	80,7710	23,0841

Πίνακας 5-11 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού Κέντρου Βάρους Καμπυλών'

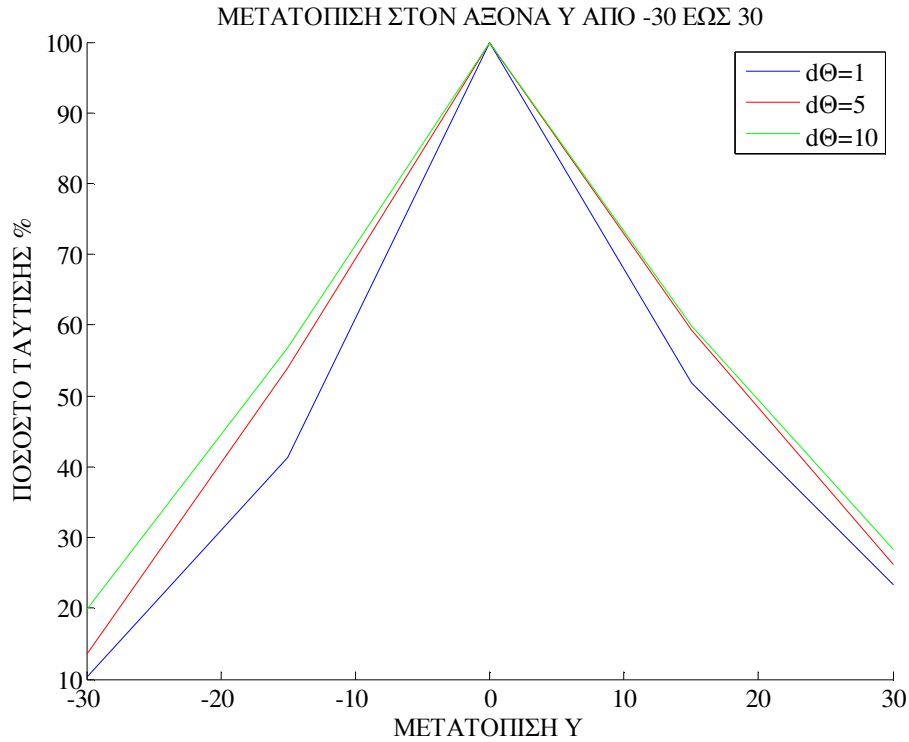




Εικόνα 5-25 'Ποσοστό Ταύτισης Καμυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Υ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 1		ΤΑΥΤΙΣΗ %	
		ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +20
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	65,1727	41,8894
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =1</b>	78,6707	47,4875
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =1</b>	82,0004	47,4875
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =2</b>	56,6541	37,0586
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =2</b>	73,5155	43,7835
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =2</b>	83,1103	48,1621
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =3</b>	46,5484	32,0086
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =3</b>	69,4466	40,5069
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =3</b>	83,5108	46,6827

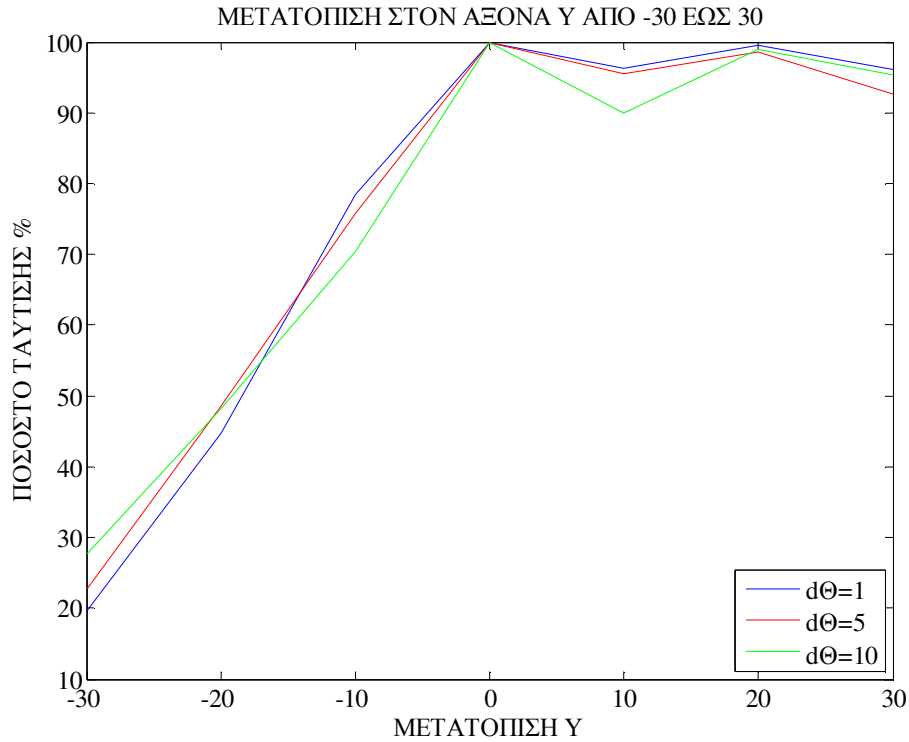
Πίνακας 5-12 'Ποσοστό Ταύτισης Καμυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 1'



Εικόνα 5-26 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Υ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>Α</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %	
			ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +20
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	92.6272	72.3375
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	95.2485	82.7442
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	93.7042	65.0440

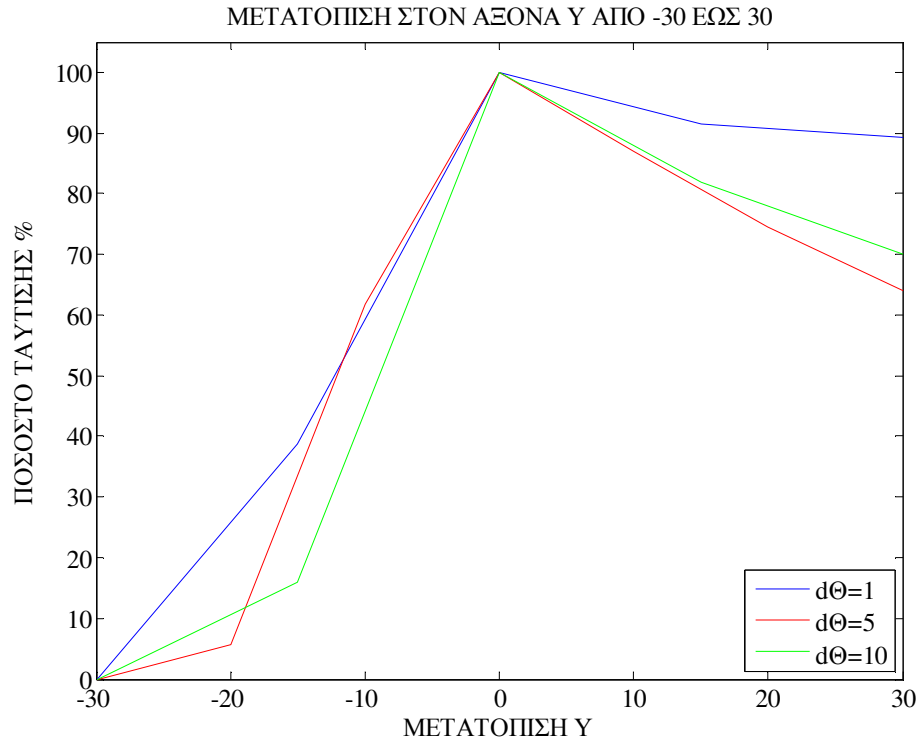
Πίνακας 5-13 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 2<sup>Α</sup>'



Εικόνα 5-27 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Υ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>B</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %	
			ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ Υ +20
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	89,4437	97,1175
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	92,1008	74,5178
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	90,9454	75,5705

Πίνακας 5-14 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 2<sup>B</sup>,



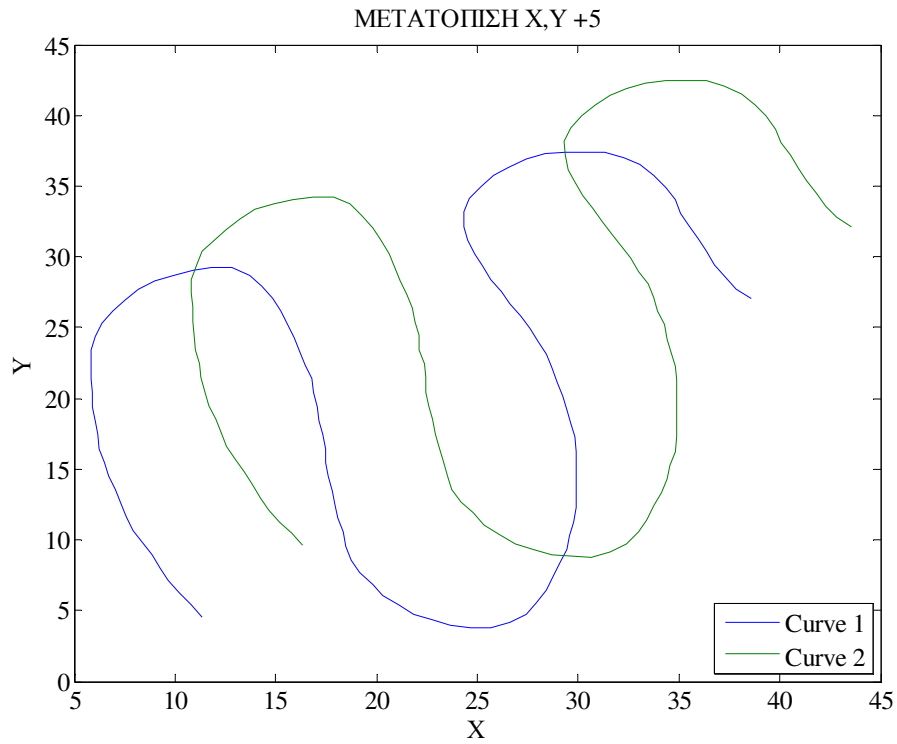
Εικόνα 5-28 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στο Άξονα Υ’

### 5.2.3 Μετατόπιση Καμπύλης ως προς τους άξονες X, Y.

Η επόμενη σειρά παραγόμενων dataset καμπύλης Curve 2 προκύπτει ως μετατόπιση, της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς τους άξονες X, Y.

- Μικρή Μετατόπιση

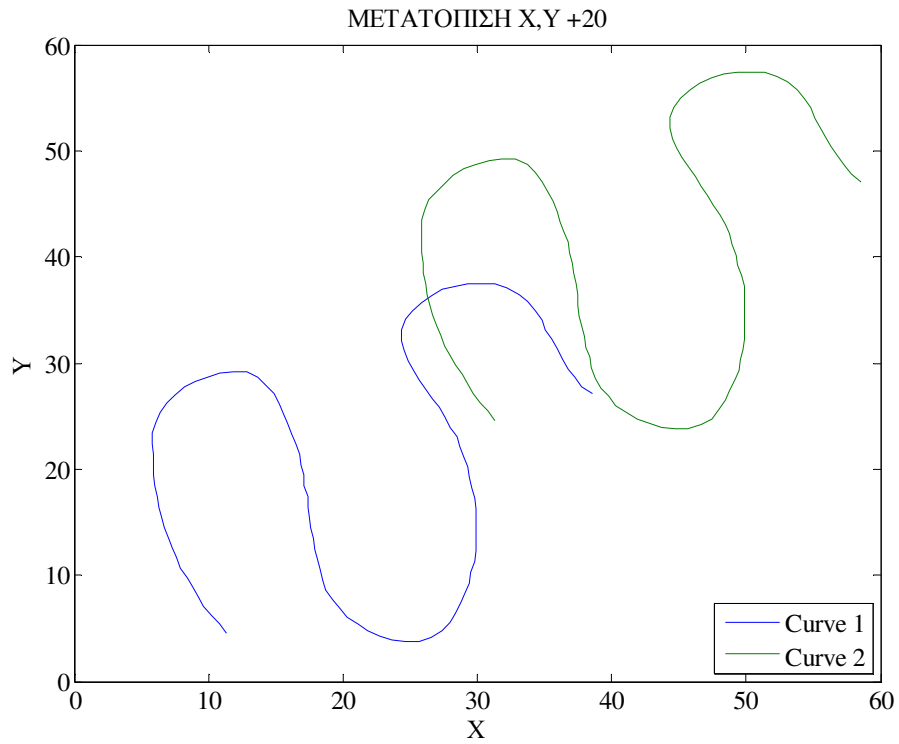
Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +5 μονάδες ως προς τους άξονες X, Y (εικόνα 5-29) :



Εικόνα 5-29 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς άξονες X, Y κατά +5'

- Μεγάλη Μετατόπιση

Εκτελείται μετατόπιση της Curve 1 κατά +20 μονάδες ως προς τους άξονες X, Y (εικόνα 5-30) :



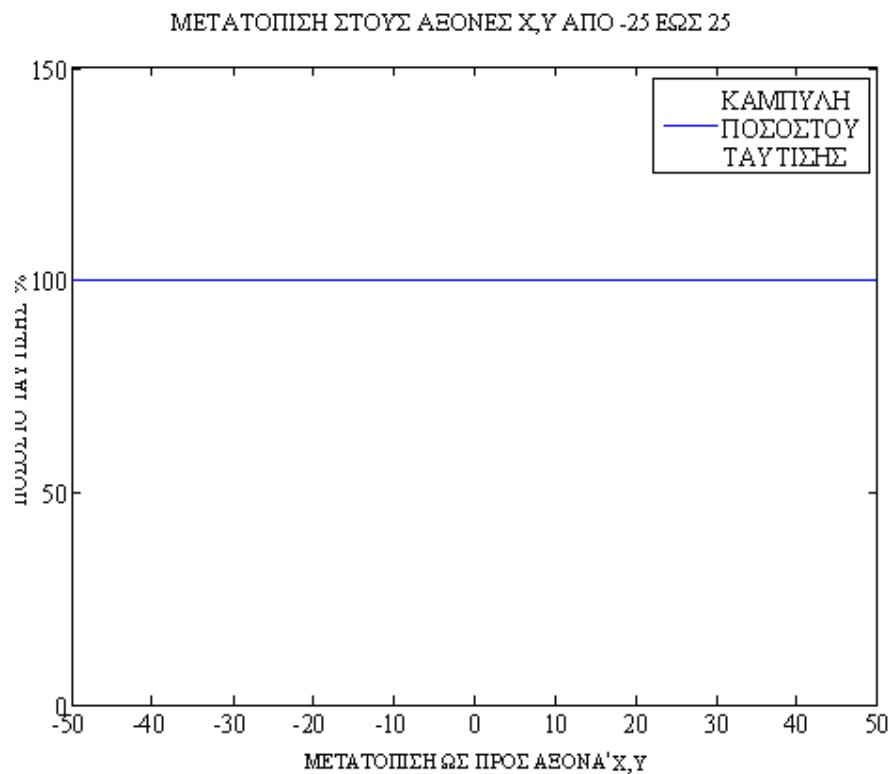
Εικόνα 5-30 'Μετατόπιση Καμπύλης Αναφοράς ως προς άξονες X, Y κατά +20'

- Εφαρμογή Προγραμμάτων

Γίνεται εφαρμογή των προγραμμάτων για τα παραγόμενα dataset.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ		ΤΑΥΤΙΣΗ %	
		ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ X,Y +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ X,Y +20
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100
<b>10 bin</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100

Πίνακας 5-15 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού  
Αποστάσεων Σημείων'

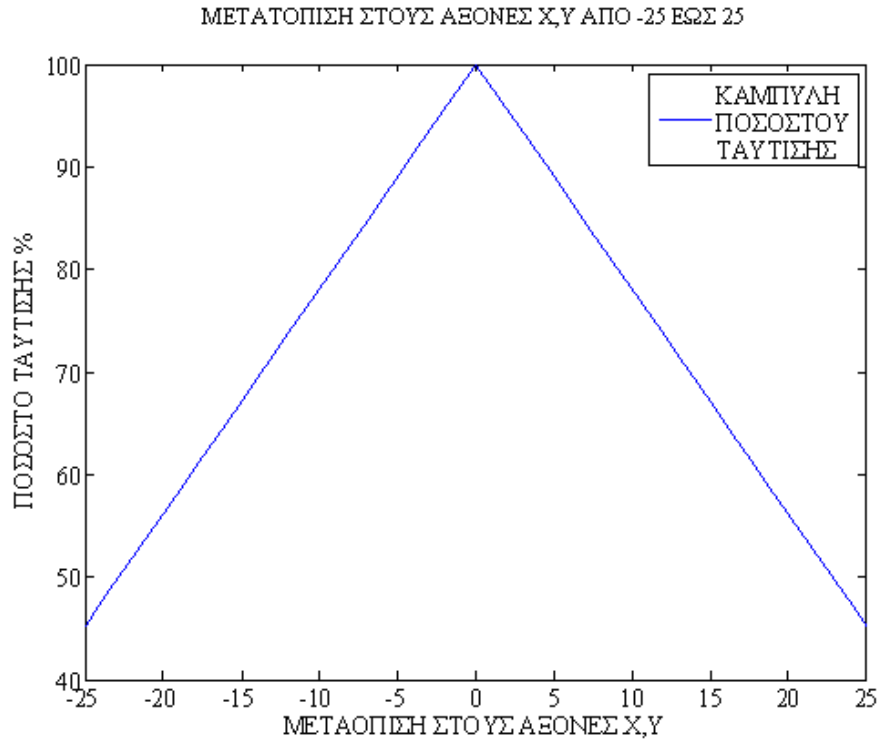


Εικόνα 5-31 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στους Άξονες Χ,Υ’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ	ΤΑΥΤΙΣΗ %	
	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ Χ,Υ +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ Χ,Υ +20
	<b>Vathmos =1</b>	75,7693
<b>Vathmos =2</b>	75,7711	3,0845
<b>Vathmos =3</b>	75,7730	3,0920

Πίνακας 5-16 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού Κέντρου Βάρους Καμπυλών’

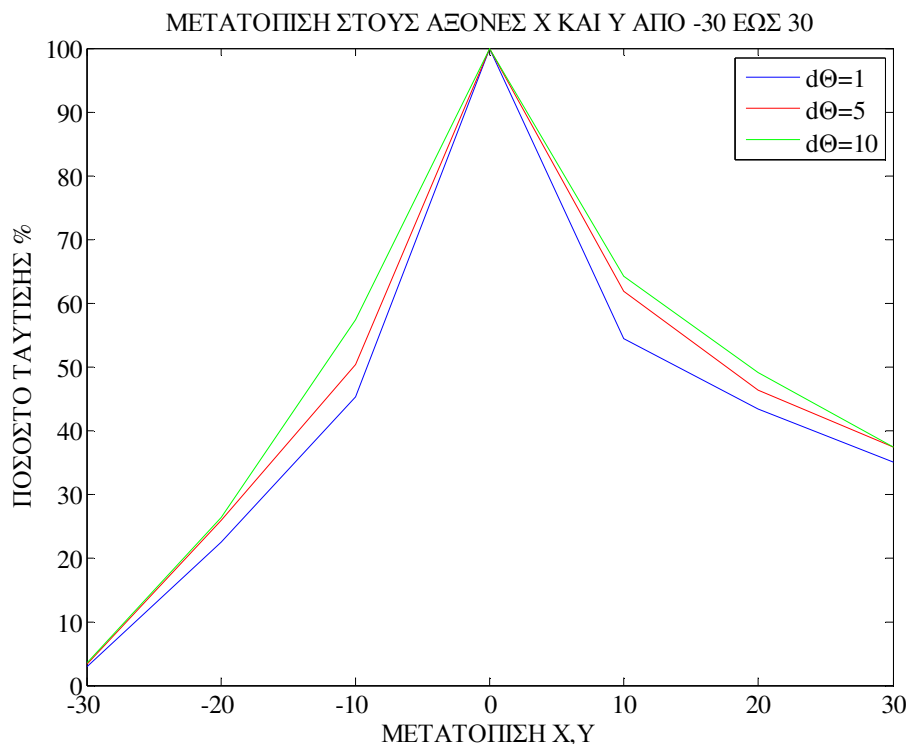




Εικόνα 5-32 ‘Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στους Άξονες Χ,Υ’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 1		ΤΑΥΤΙΣΗ %	
		ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ Χ,Υ +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ Χ,Υ +20
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	63,3116	43,2131
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =1</b>	74,0595	46,2215
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =1</b>	77,9410	49,1447
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =2</b>	60,5384	42,8435
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =2</b>	76,6377	48,9826
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =2</b>	78,0589	50,1637
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =3</b>	56,8109	41,6837
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =3</b>	78,0968	48,0841
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =3</b>	78,2634	48,6556

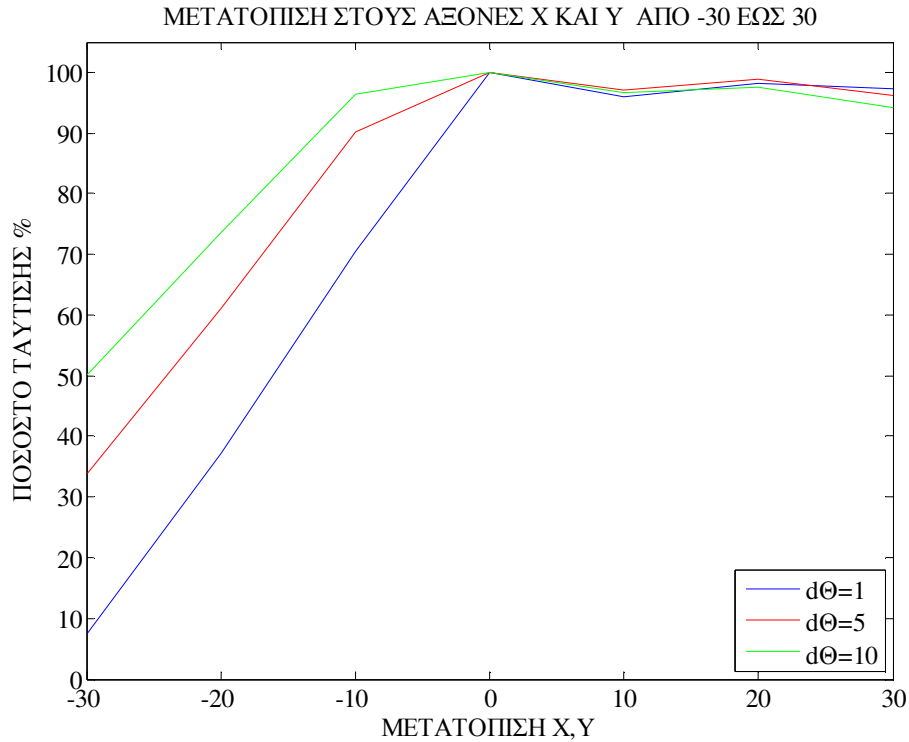
Πίνακας 5-17 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 1’



Εικόνα 5-33 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στους Άξονες X,Y’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>A</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %	
			ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ X,Y +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ X,Y +20
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	94.7359	84.7006
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	84.0544	74.2749
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	86.5512	80.8852

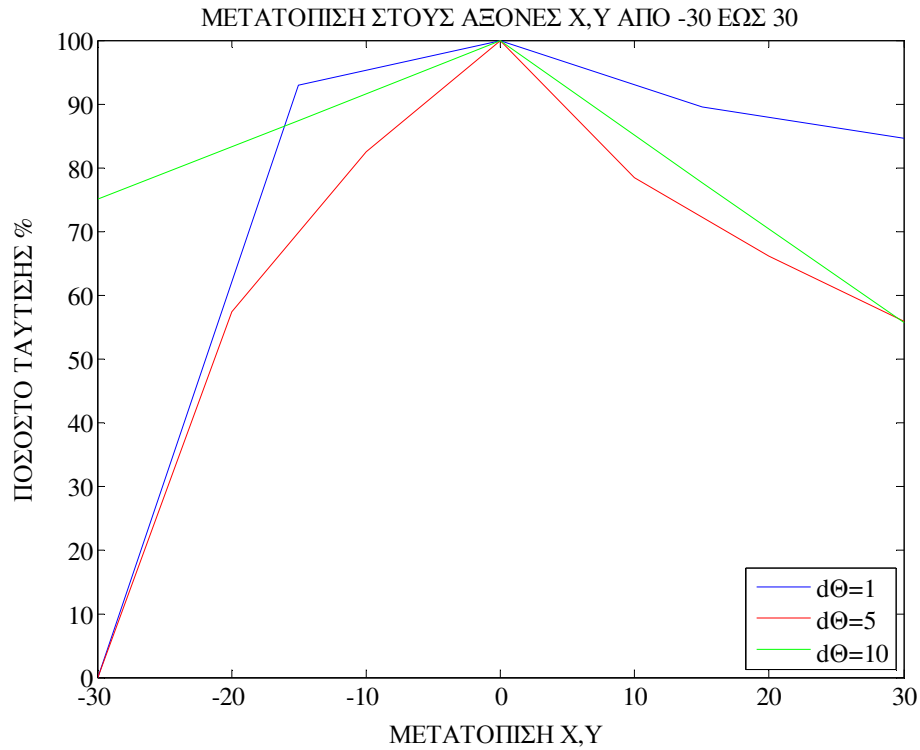
Πίνακας 5-18 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών Συντεταγμένων 2<sup>A</sup>’



Εικόνα 5-33 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στους Άξονες X,Y'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>B</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %	
			ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ X,Y +5	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ X,Y +20
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	98,2142	94,2449
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	85,2074	65,9980
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	86,1063	70,8669

Πίνακας 5-19 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών Συντεταγμένων 2<sup>B</sup>'



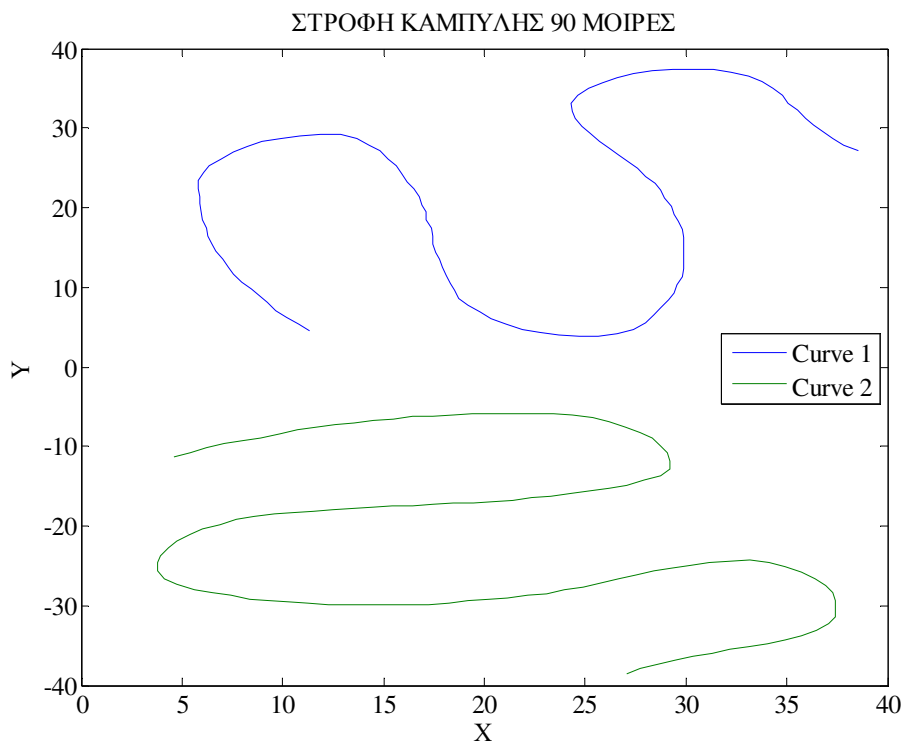
Εικόνα 5-34 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Μετατόπιση στους Άξονες X,Y’

### 5.2.4 Στροφή Καμπύλης κατά γωνία $\Theta$

Τα επόμενα datasets προκύπτουν από στροφή της καμπύλης αναφοράς κατά γωνία  $\Theta$  ως προς τον άξονα X.

- Στροφή Γωνίας  $90^\circ$

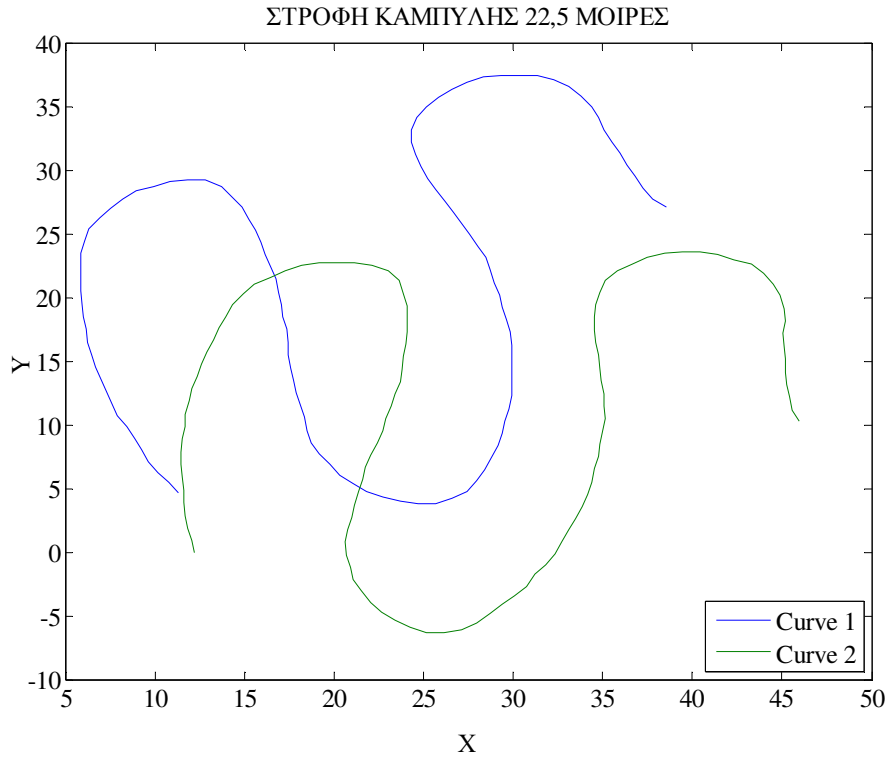
Εκτελείται δεξιόστροφη στρέψη της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς την αρχή των αξόνων κατά  $90^\circ$  (εικόνα 5-35).



Εικόνα 5-35 'Στροφή Καμπύλης Αναφοράς κατά  $+90^\circ$ '

- Στροφή Γωνίας  $22,5^\circ$

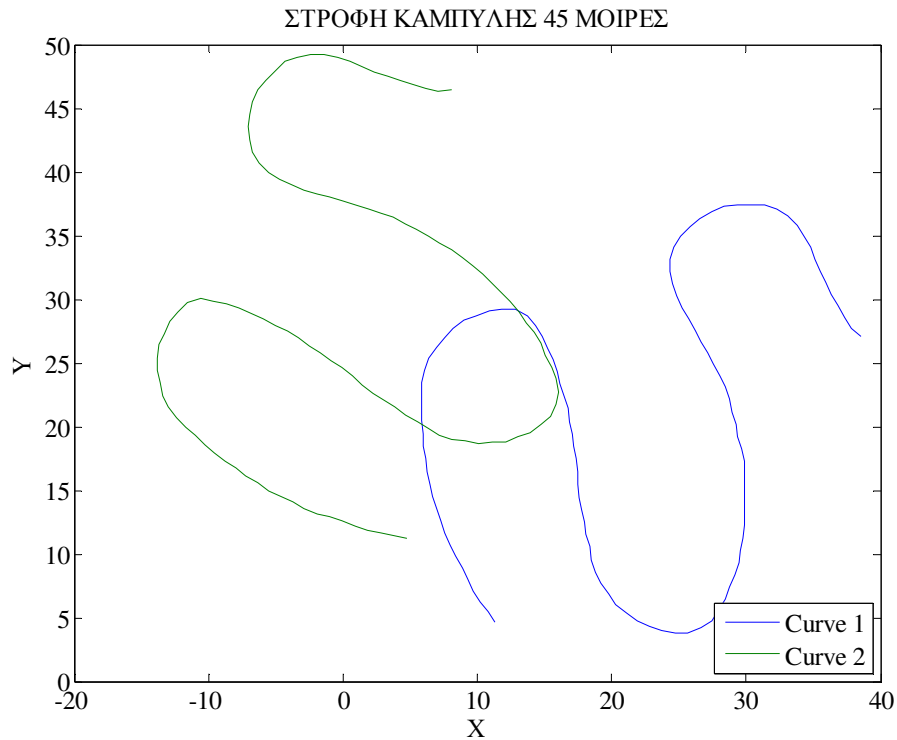
Εκτελείται δεξιόστροφη στρέψη της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς την αρχή των αξόνων κατά  $22,5^\circ$  (εικόνα 5-36).



Εικόνα 5-36 'Στροφή Καμπύλης Αναφοράς κατά  $+22,5^\circ$ '

- Στροφή Γωνίας  $45^\circ$

Εκτελείται αριστερόστροφη στρέψη της καμπύλης αναφοράς Curve 1 ως προς την αρχή των αξόνων κατά  $45^\circ$  (εικόνα 5-37).



Εικόνα 5-37 'Στροφή Καμπύλης Αναφοράς κατά  $-45^\circ$ '

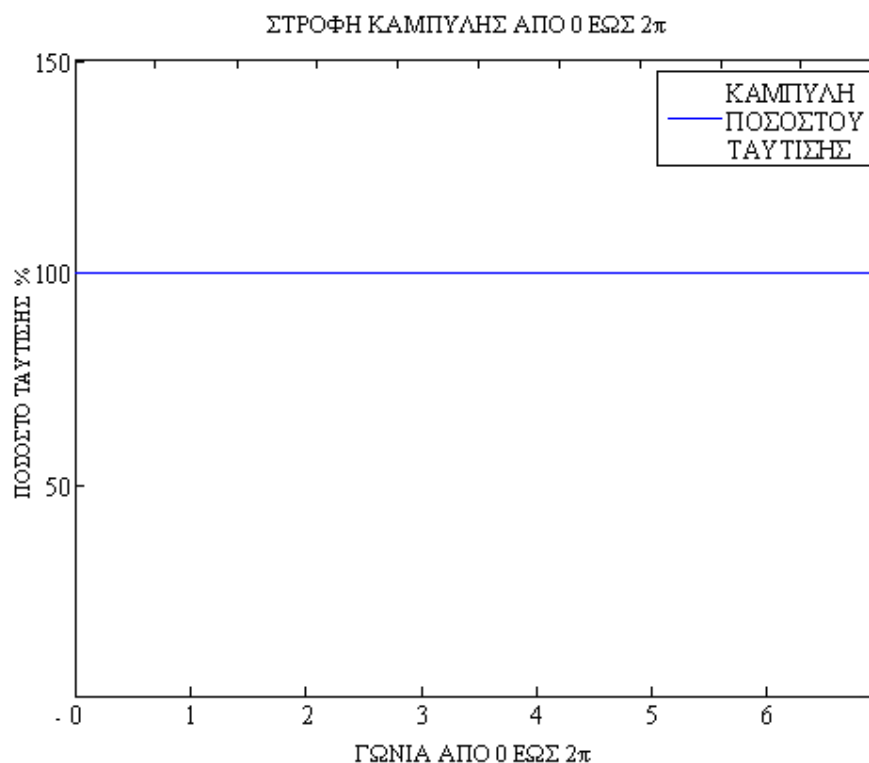
- Εφαρμογή Προγραμμάτων

Γίνεται εφαρμογή των προγραμμάτων για τα παραγόμενο dataset.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ		ΤΑΥΤΙΣΗ %		
		ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ +90°	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ +22,5°	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ -45°
		<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =1</b>	100	100	100
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =2</b>	100	100	100
<b>10 bin</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100	100
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100	100
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos =3</b>	100	100	100

Πίνακας 5-20 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού  
Αποστάσεων Σημείων'

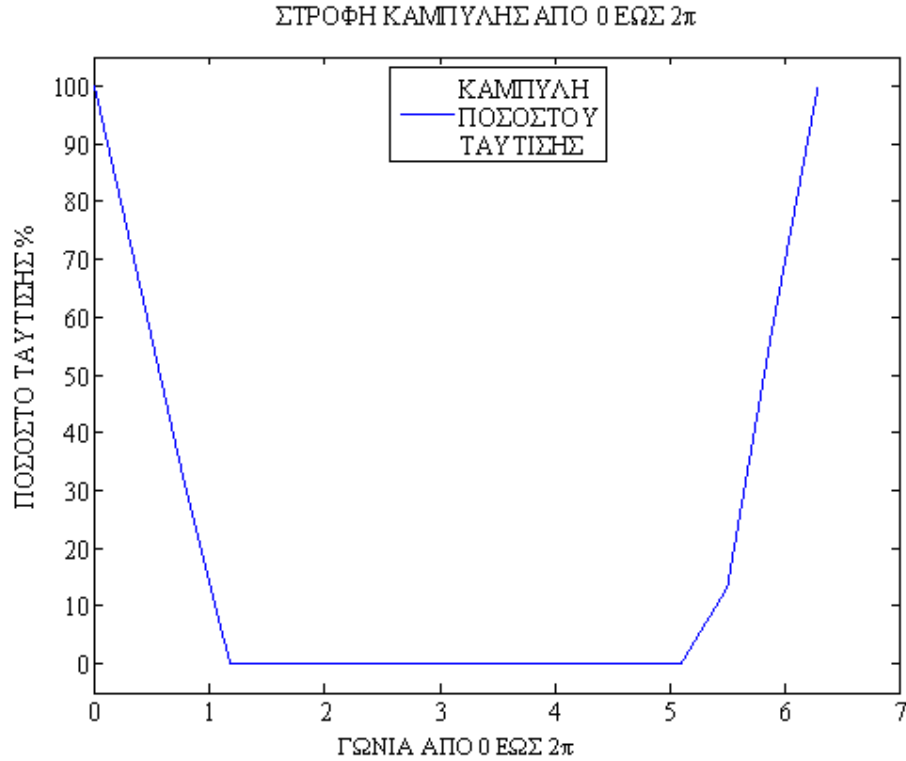




Εικόνα 5-38 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Στροφή κατά Γωνία  $\theta$ '

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ	ΤΑΥΤΙΣΗ %		
	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ $+90^\circ$	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ $+22,5^\circ$	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ $-45^\circ$
	<b>Vathmos =1</b>	0	61,8261
<b>Vathmos =2</b>	0	60,9819	23,4633
<b>Vathmos =3</b>	0	60,1907	19,0271

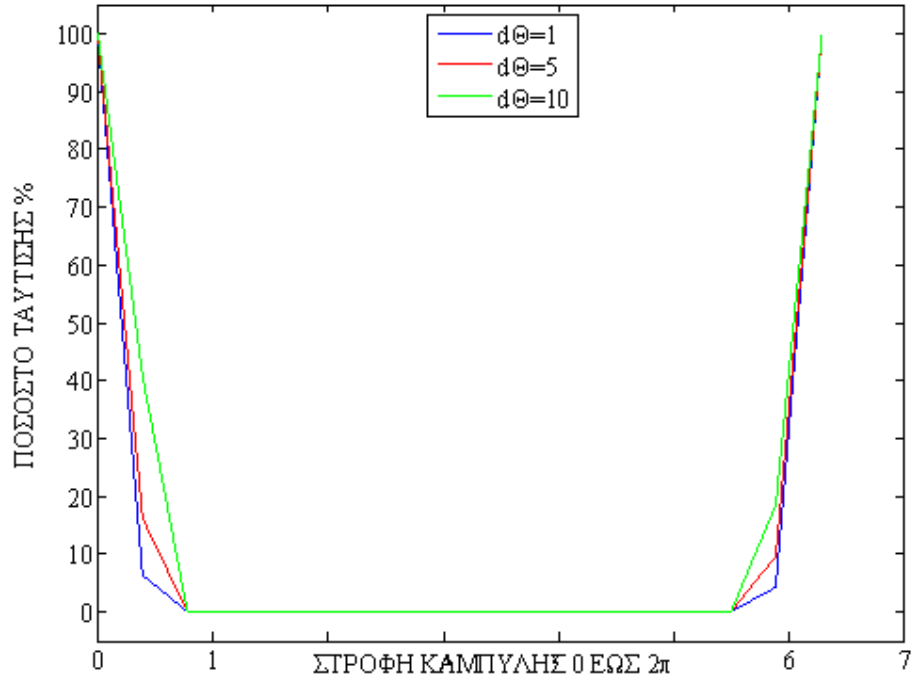
Πίνακας 5-21 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού Κέντρου Βάρους Καμπυλών'



Εικόνα 5-39 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Στροφή κατά Γωνία Θ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 1		ΤΑΥΤΙΣΗ %		
		ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ +90°	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ +22,5°	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ -45°
<b>Dθ=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	44,0538	16,9684
<b>Dθ=5</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	48,4349	22,8485
<b>Dθ=10</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	56,5181	24,9004
<b>Dθ=1</b>	<b>Vathmos =2</b>	0	41,1070	14,6660
<b>Dθ=5</b>	<b>Vathmos =2</b>	0	51,0629	15,7442
<b>Dθ=10</b>	<b>Vathmos =2</b>	0	55,6525	17,7831
<b>Dθ=1</b>	<b>Vathmos =3</b>	0	39,2644	14,7973
<b>Dθ=5</b>	<b>Vathmos =3</b>	0	52,3007	13,7065
<b>Dθ=10</b>	<b>Vathmos =3</b>	0	55,2573	14,1666

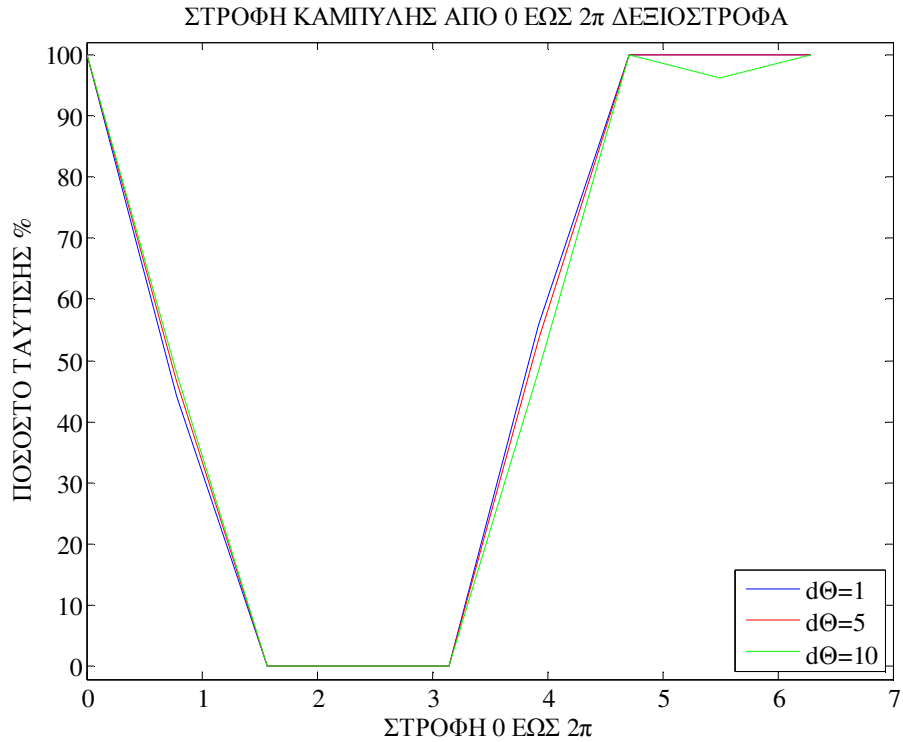
Πίνακας 5-22 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 1'



Εικόνα 5-40 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Στροφή κατά Γωνία  $\theta$ ’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ $2^A$			ΤΑΥΤΙΣΗ %		
			ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ $+90^\circ$	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ $+22,5^\circ$	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ $-45^\circ$
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	50.1490	0
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	47.5497	0
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	56.2766	0

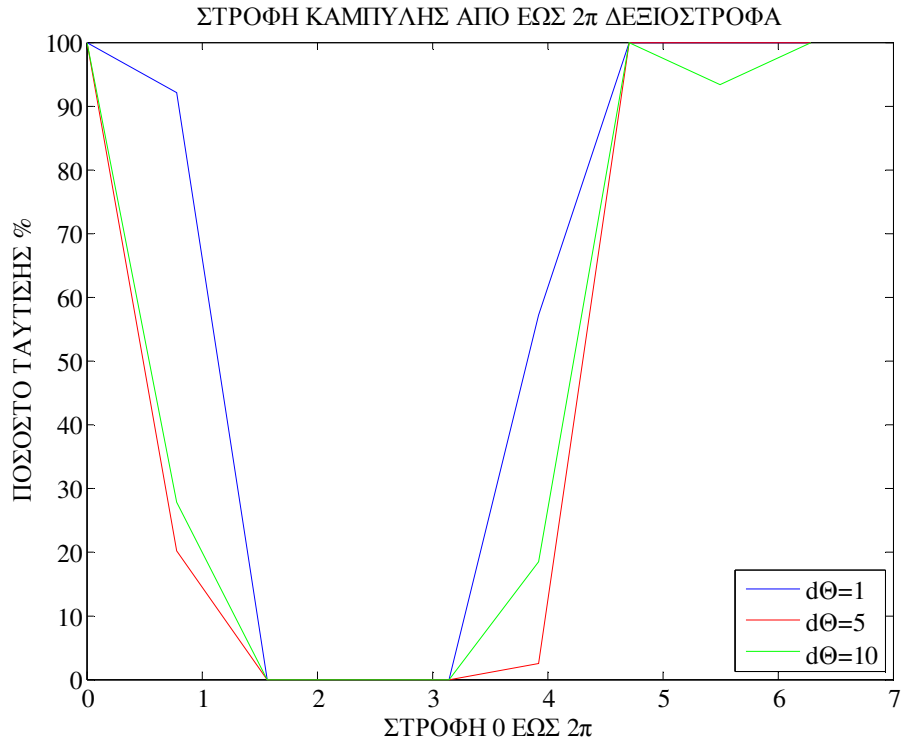
Πίνακας 5-23 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων  $2^A$ ’



Εικόνα 5-41 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Στροφή κατά Γωνία Θ’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>B</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %		
			ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ +90°	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ +22,5°	ΣΤΡΟΦΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ -45°
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	37,9360	100
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	57,0706	100
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	0	57,7357	93,2170

Πίνακας 5-24 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 2<sup>B</sup>’



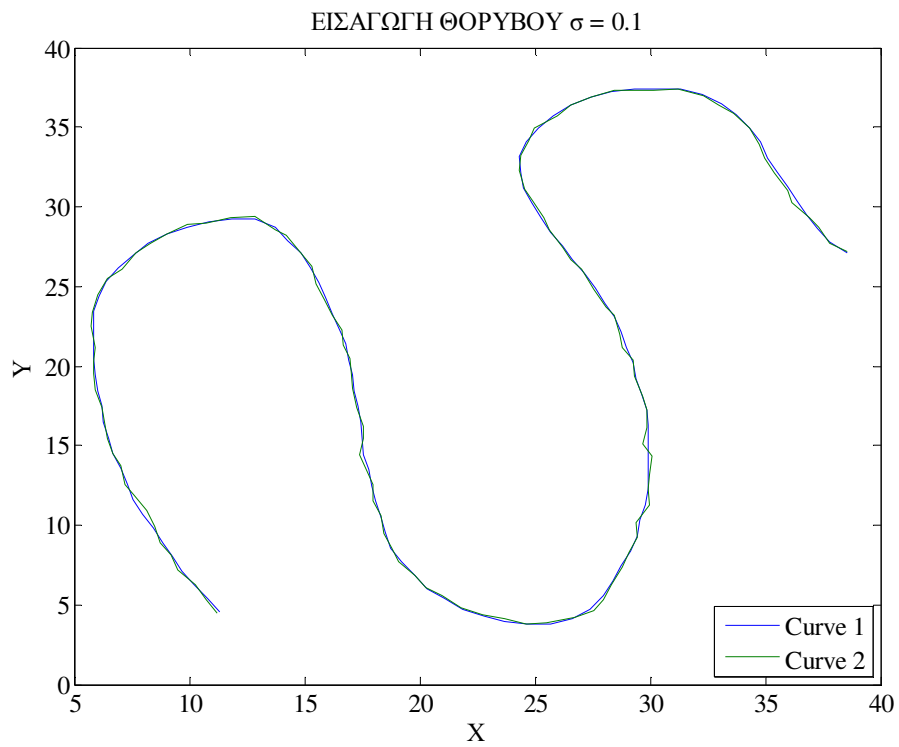
Εικόνα 5-42 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς την Στροφή κατά Γωνία  $\Theta$ ’

### 5.2.5 Εισαγωγή Θορύβου

Μια νέα σειρά datasets καμπύλης Curve 2 δημιουργείται με την εισαγωγή τυχαίου θορύβου κανονικής κατανομής στην καμπύλη αναφοράς Curve 1. Το μέγεθος του θορύβου που εισάγεται πάνω στην καμπύλη εξαρτάται από την μεταβλητή **σίγμα** ( $\sigma$ ). Για τον λόγο αυτό θα δημιουργηθούν datasets με διαφορετικές μεταβλητές  $\sigma$ . Ο θόρυβος που εισάγεται στην καμπύλη είναι τυχαίος ακολουθώντας την κανονική κατανομή. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα για ίδιο  $\sigma$ , να προκύψουν 2 διαφορετικές καμπύλες καθώς ο θόρυβος που εισάγεται είναι διαφορετικός. Να σημειωθεί ότι όσο μικρότερη η μεταβλητή  $\sigma$  τόσο μικρότερος ο θόρυβος που εισάγεται στην καμπύλη αναφοράς.

- Μεταβλητή σίγμα  $\sigma = 0,1$

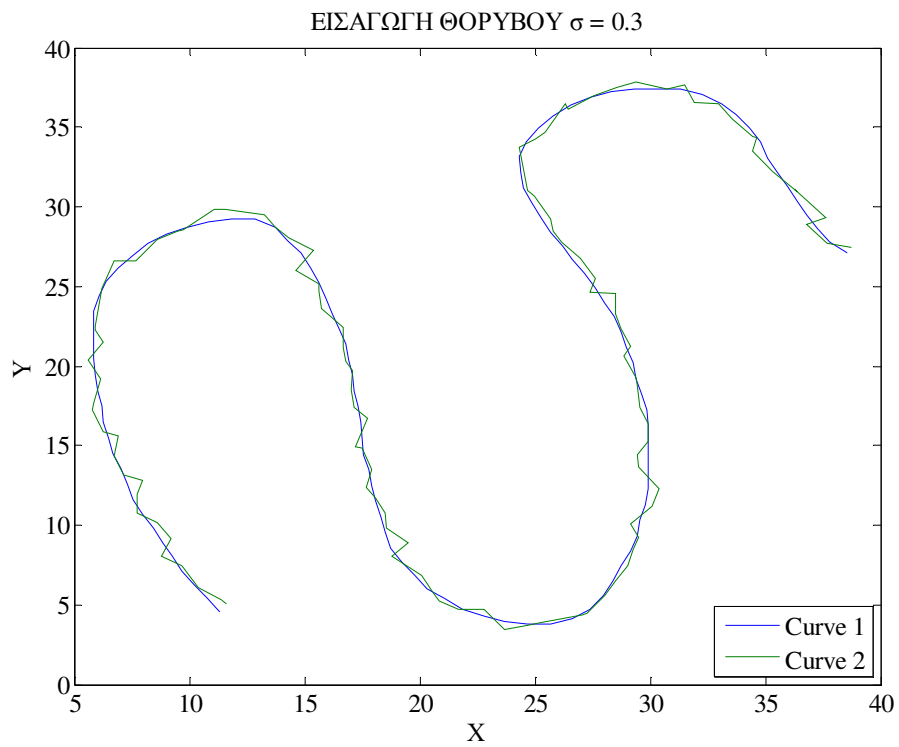
Για μεταβλητή σίγμα = 0,1 παράγεται η καμπύλη της παρακάτω εικόνας (εικόνα 5-42) :



Εικόνα 5-42 'Εισαγωγή Θορύβου με Μεταβλητή  $\sigma = 0,1$ '

- Μεταβλητή σίγμα  $\sigma = 0,3$

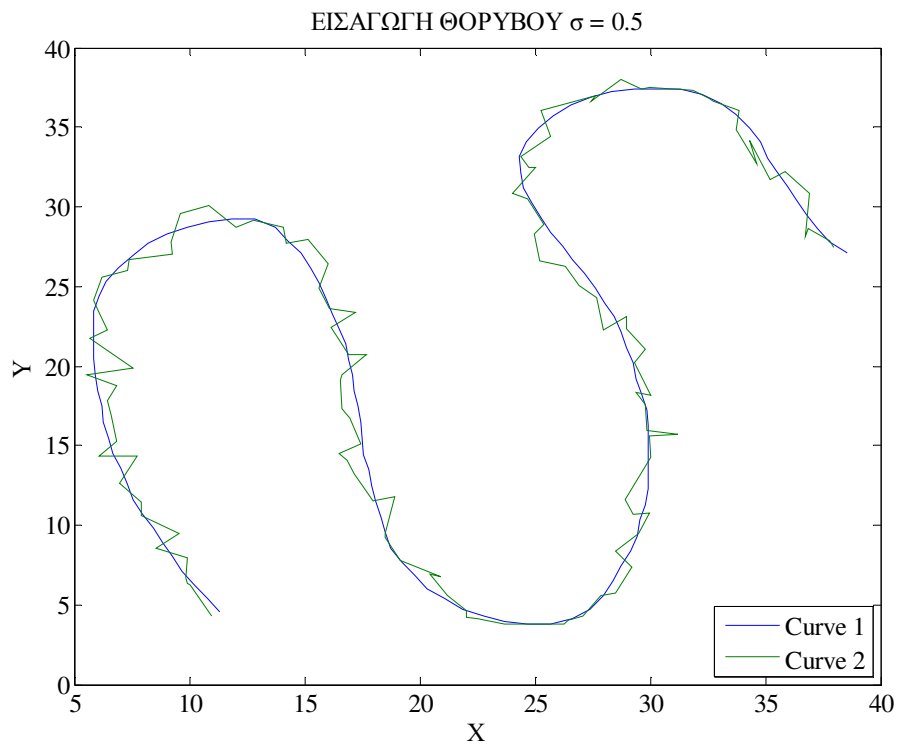
Για μεταβλητή σίγμα = 0,3 παράγεται η καμπύλη της παρακάτω εικόνας (εικόνα 5-43) :



Εικόνα 5-43 'Εισαγωγή Θορύβου με Μεταβλητή  $\sigma = 0,3$ '

- Μεταβλητή  $\sigma = 0,5$

Για μεταβλητή σίγμα = 0,5 παράγεται η καμπύλη της παρακάτω εικόνας (εικόνα 5-44)

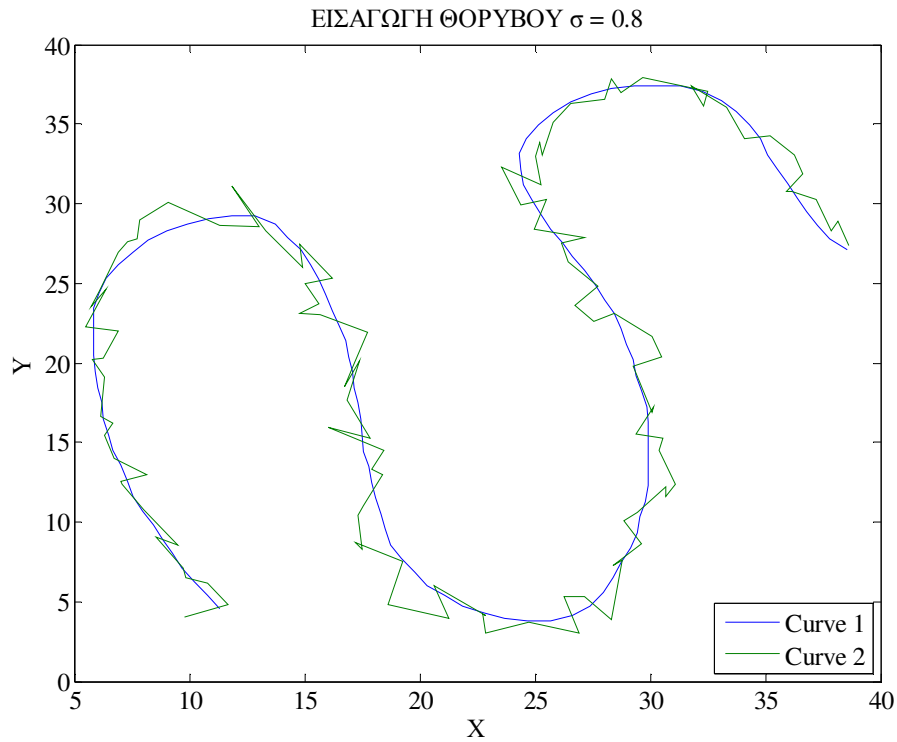


Εικόνα 5-44 'Εισαγωγή Θορύβου με Μεταβλητή  $\sigma = 0,5$ '



- Μεταβλητή  $\sigma = 0,8$

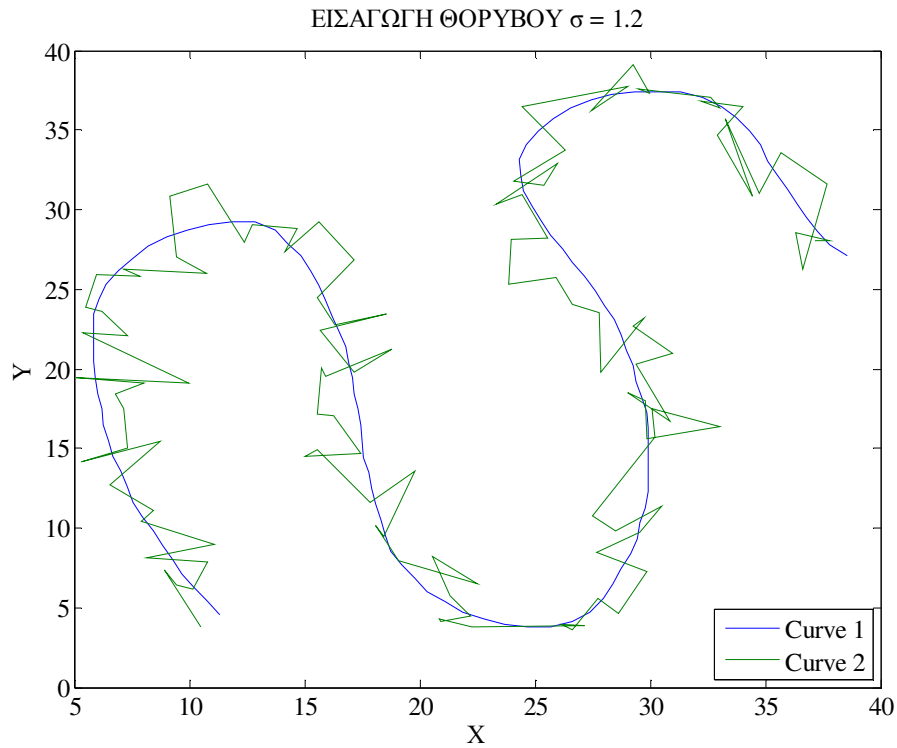
Για μεταβλητή σίγμα = 0,8 παράγεται η καμπύλη της παρακάτω εικόνας (εικόνα 5-45) :



Εικόνα 5-45 'Εισαγωγή Θορύβου με Μεταβλητή  $\sigma = 0,8$ '

- Μεταβλητή  $\sigma = 1,2$

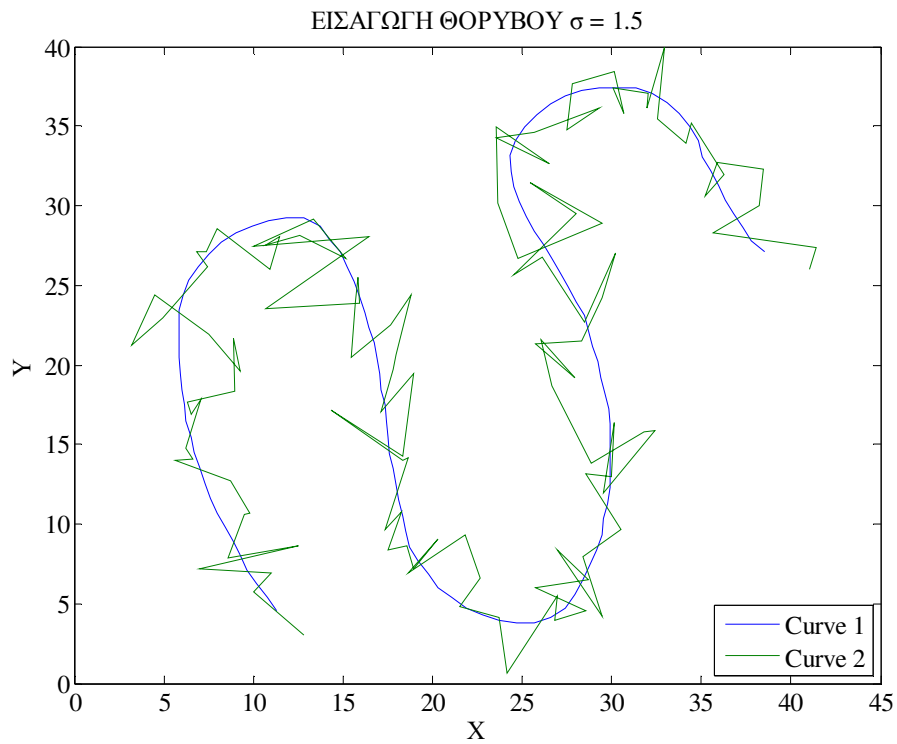
Για μεταβλητή σίγμα = 1,2 παράγεται η καμπύλη της παρακάτω εικόνας (εικόνα 5-46) :



Εικόνα 5-46 'Εισαγωγή Θορύβου με Μεταβλητή  $\sigma = 1,2$ '

- Μεταβλητή  $\sigma = 1,5$

Για μεταβλητή σίγμα = 1,5 παράγεται η καμπύλη της παρακάτω εικόνας (εικόνα 5-47) :



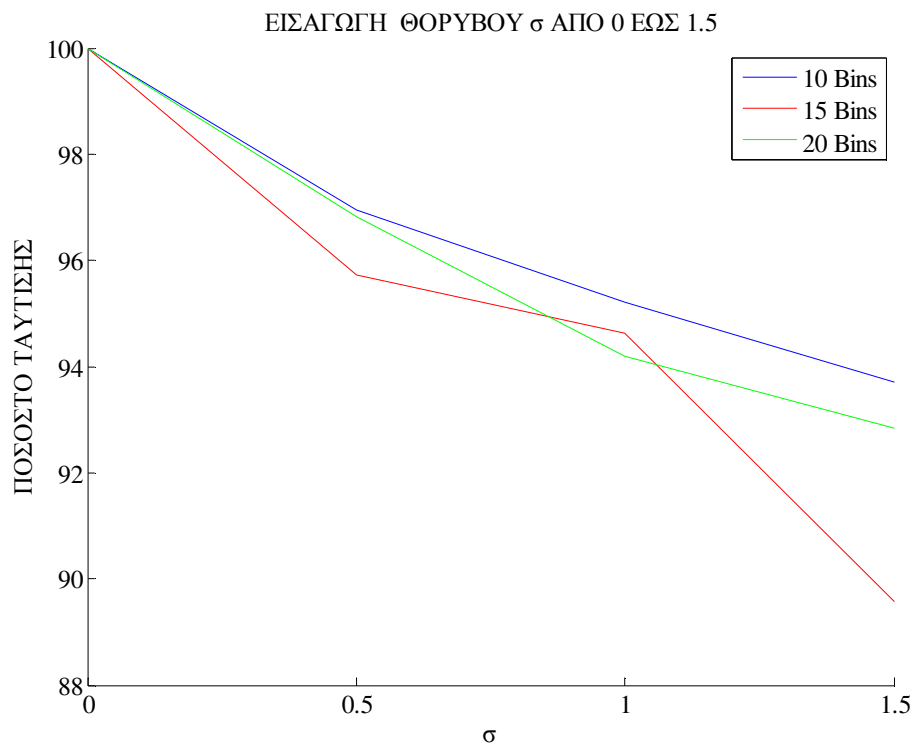
Εικόνα 5-47 'Εισαγωγή Θορύβου με Μεταβλητή  $\sigma = 1,5$ '

- Εφαρμογή Προγραμμάτων

Γίνεται εφαρμογή των προγραμμάτων για τα παραγόμενο dataset.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ		ΤΑΥΤΙΣΗ %					
		σ 0,1	σ 0,3	σ 0,5	σ 0,8	σ 1,2	σ 1,5
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos=1</b>	98,2459	94,6927	96,9115	96,7760	93,8381	91,7091
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos=1</b>	96,5367	94,2879	96,0507	95,9220	92,6987	88,7106
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos=1</b>	98,1497	94,5427	95,9070	96,2969	91,2894	88,0360
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos=2</b>	97,7279	94,0312	96,5015	96,6392	93,5804	91,0091
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos=2</b>	95,4924	93,5845	95,4685	95,1426	91,9273	88,1615
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos=2</b>	97,7078	93,5273	95,3819	95,6591	90,4822	87,4900
<b>10 bins</b>	<b>Vathmos=3</b>	97,3622	93,5390	96,2911	96,5830	93,2308	90,2866
<b>15 bins</b>	<b>Vathmos=3</b>	94,8216	92,9501	95,1442	94,7385	91,5996	87,6588
<b>20 bins</b>	<b>Vathmos=3</b>	97,4094	92,7936	95,0055	95,3002	89,9659	87,1630

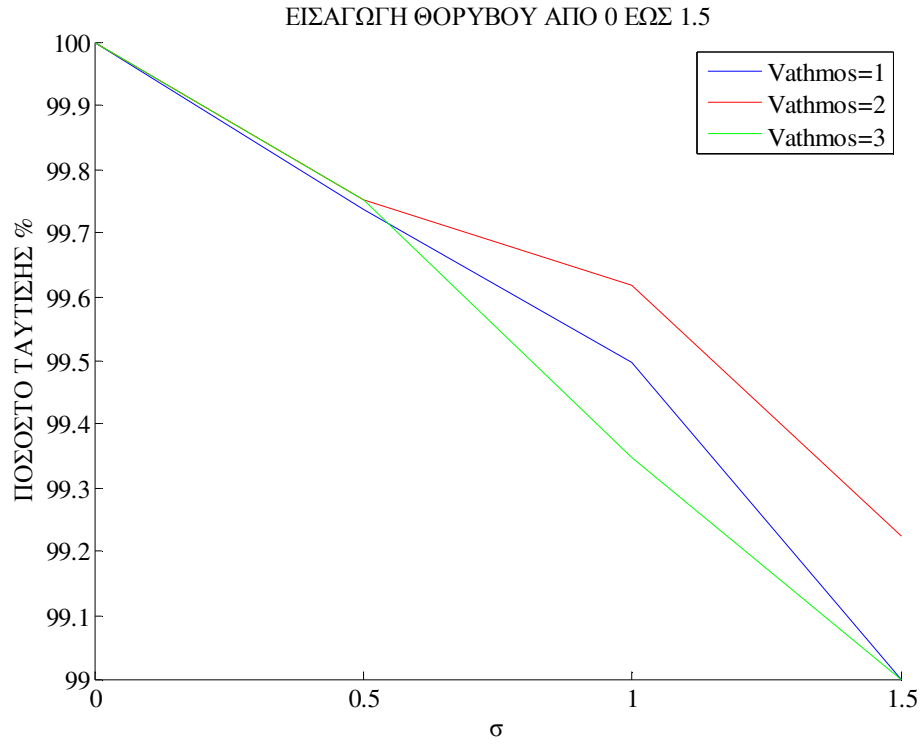
Πίνακας 5-25 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού  
Αποστάσεων Σημείων'



Εικόνα 5-48 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς μεταβλητή  $\sigma$ ’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ	ΤΑΥΤΙΣΗ %					
	$\sigma$ 0,1	$\sigma$ 0,3	$\sigma$ 0,5	$\sigma$ 0,8	$\sigma$ 1,2	$\sigma$ 1,5
<b>Vathmos =1</b>	99,9576	99,7321	99,9475	99,7516	99,8740	99,2021
<b>Vathmos =2</b>	99,9452	99,7277	99,9445	99,7275	99,8667	99,1991
<b>Vathmos =3</b>	99,9398	99,7235	99,9419	99,7089	99,8605	99,1961

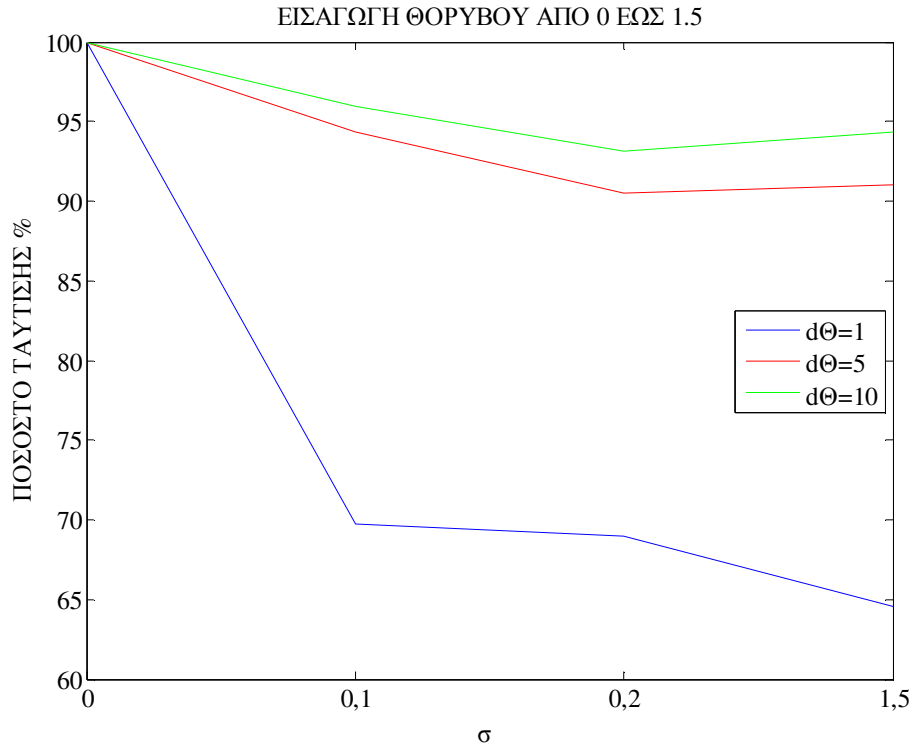
Πίνακας 5-26 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Υπολογισμού Κέντρου Βάρους Καμπυλών’



Εικόνα 5-49 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς μεταβλητή σ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 1		ΤΑΥΤΙΣΗ %					
		σ 0,1	σ 0,3	σ 0,5	σ 0,8	σ 1,2	σ 1,5
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	87,9880	73,8412	70,1963	64,1190	66,3557	65,7586
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =1</b>	98,1883	93,5341	94,4560	91,7431	93,6191	89,3986
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =1</b>	98,9771	97,2238	95,6393	93,6725	95,6675	92,7152
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =2</b>	84,5352	68,5294	67,2842	62,7743	60,7450	62,6725
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =2</b>	97,5902	90,3974	94,7948	91,5292	93,7234	89,5054
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =2</b>	98,7377	96,6389	95,5197	93,4760	93,5334	92,9748
<b>D0=1</b>	<b>Vathmos =3</b>	83,9031	65,4090	65,8551	62,6643	57,5355	61,6703
<b>D0=5</b>	<b>Vathmos =3</b>	97,5381	88,8403	95,0958	91,6024	94,0533	89,5563
<b>D0=10</b>	<b>Vathmos =3</b>	98,6955	96,4233	95,3850	93,4470	95,5251	93,1345

Πίνακας 5-27 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 1'

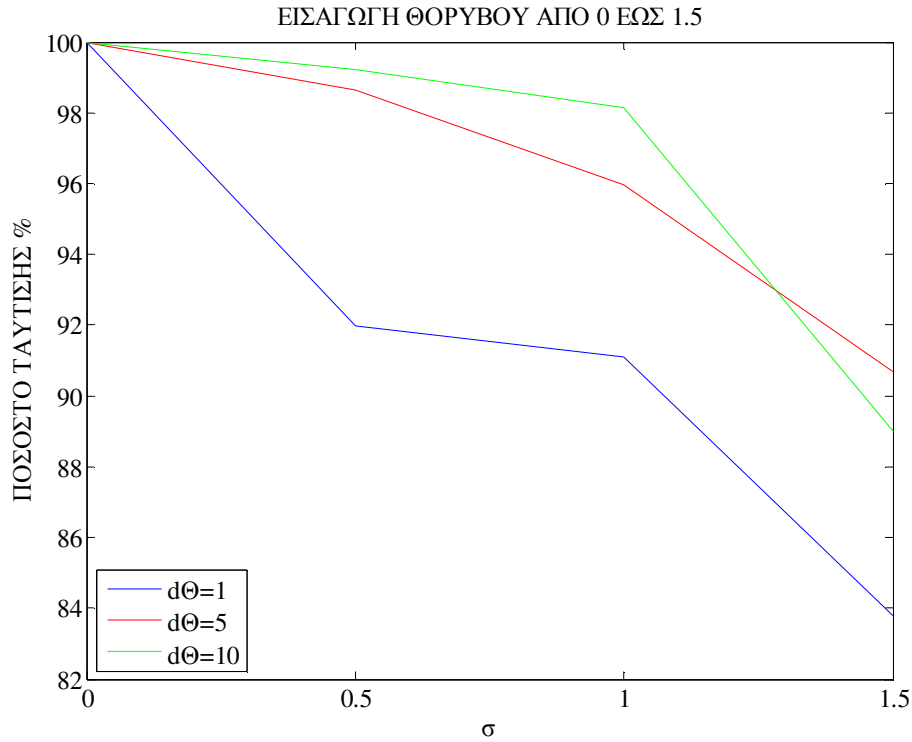


Εικόνα 5-50 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς μεταβλητή  $\sigma$ ’

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>A</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %					
			$\sigma$ 0,1	$\sigma$ 0,3	$\sigma$ 0,5	$\sigma$ 0,8	$\sigma$ 1,2	$\sigma$ 1,5
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	92.1773	93.6212	93.9412	87.9426	95.6365	89.5039
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	99.7001	99.7770	99.5325	99.2739	99.8923	82.4158
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	99.2683	99.3453	99.1980	99.0221	99.8759	69.8349

Πίνακας 5-28 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 2<sup>A</sup>’

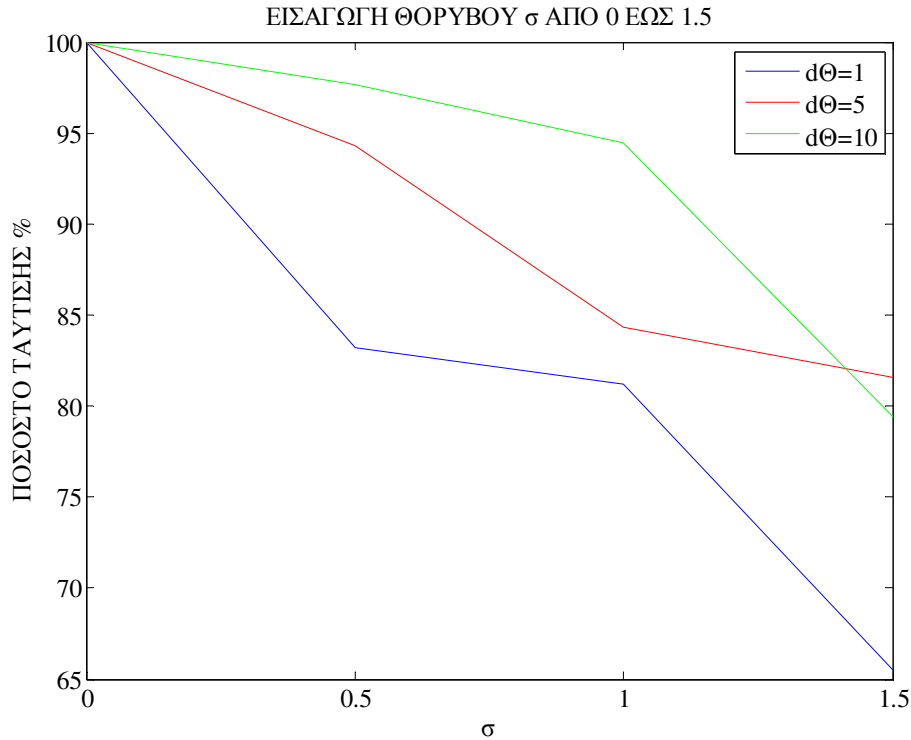




Εικόνα 5-51 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς μεταβλητή σ'

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>B</sup>			ΤΑΥΤΙΣΗ %					
			σ 0,1	σ 0,3	σ 0,5	σ 0,8	σ 1,2	σ 1,5
<b>Dθ=1</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	90,1827	75,0617	72,0113	60,6758	79,7033	69,0842
<b>Dθ=5</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	98,3091	99,0336	97,5309	97,2160	90,8400	70,3558
<b>Dθ=10</b>	<b>dr=1</b>	<b>Vathmos =1</b>	96,9761	97,9257	99,5803	97,6001	95,2605	78,0325

Πίνακας 5-29 'Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών Προγράμματος Πολικών  
Συντεταγμένων 2<sup>B</sup>'



Εικόνα 5-52 ‘Ποσοστό Ταύτισης Καμπυλών ως προς μεταβλητή  $\sigma$ ’

### 5.2.6 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Στο προηγούμενο εδάφιο παρουσιάζονται τα παραγόμενα datasets των μη συναρτησιακών καμπυλών καθώς και τα ποσοστά ομοιότητας των 2 καμπυλών (καμπύλης αναφοράς – παραγόμενης καμπύλης) που εξάγει κάθε πρόγραμμα συνοδευόμενα από διάγραμμα ποσοστού ταύτισης. Μελετώντας τα δεδομένα αυτά που προκύπτουν από την εφαρμογή των προγραμμάτων για τα dataset της επεξεργασμένης καμπύλης αναφοράς, προκύπτουν οι εξής παρατηρήσεις για τα προγράμματα :

**Το πρόγραμμα υπολογισμού των αποστάσεων των σημείων της καμπύλης**, εξάγει συνεχώς ποσοστό ταύτισης 100% για μετατοπίσεις της καμπύλης αναφοράς ως προς τον άξονα X, ως προς τον άξονα Y ως προς τους 2 άξονες X,Y καθώς και κατά την στροφή της καμπύλης αναφοράς κατά γωνία  $\Theta$ . Αυτό ήταν αναμενόμενο γιατί όπως έχει ειπωθεί και στο εδάφιο 4.2.4, το πρόγραμμα αυτό εξετάζει την καμπύλη μόνο σχηματικά και όχι χωρικά. Τα datasets που χρησιμοποιήθηκαν εδώ, εξέφραζαν 2

καμπύλες ίδιου σχήματος απλά με κάποιες αλλαγές θέσης (μετατοπίσεις, στροφές). Επομένως το πρόγραμμα εξετάζοντας τις καμπύλες μόνο σχηματικά, εξάγει ορθά ποσοστό ομοιότητας 100%.

Στην συνέχεια με την εισαγωγή του θορύβου, το σχήμα της καμπύλης 2 διαφοροποιείται από αυτό της καμπύλης 1 επομένως το πρόγραμμα, ελέγχοντας μόνο σχηματικά την καμπύλη, εντοπίζει αυτή την διαφοροποίηση και ανάλογα με τον βαθμό του θορύβου που έχει εισαχθεί στην καμπύλη αναφοράς για την παραγωγή της καμπύλης 2, εξάγει τα ανάλογα ποσοστά ταύτισης. Να σημειωθεί πως η παραγωγή των datasets της καμπύλης 2 περιέχουν τυχαίο θόρυβο κανονικής κατανομής. Επομένως στο διάγραμμα ποσοστού ταύτισης  $-\sigma$ , δεν ήταν δυνατόν το ποσοστό ταύτισης να είναι απόλυτα γραμμικό σε σχέση με την μεταβολή της μεταβλητής  $\sigma$ , γιατί για κάθε ένα  $\sigma$  προκύπτει μια νέα καμπύλη 2 με διαφορετικό θόρυβο από την προηγούμενη.

**Το πρόγραμμα υπολογισμού του κέντρου βάρους των καμπυλών** υπολογίζει το ποσοστό ομοιότητας το οποίο είναι ανάλογο της μετατόπισης της καμπύλης. Έτσι στα datasets των μετατοπίσεων (ως προς άξονα X, ως προς άξονα Y και ως προς άξονες X,Y) το ποσοστό ταύτισης που εξάγει είναι ανάλογο της μετατόπισης. Όμως όπως έχει ειπωθεί, το πρόγραμμα υπολογίζει το ποσοστό ταύτισης χονδρικά καθώς οι καμπύλες δεν μελετώνται αναλυτικά αλλά μόνο ως προς το κέντρο βάρους τους.

Στην συνέχεια, στα datasets στροφής της καμπύλης ανά γωνία  $\Theta$ , που ουσιαστικά πρόκειται για μια ακόμη μετατόπιση της καμπύλης 1 ως προς την καμπύλη 2, το πρόγραμμα εξάγει ποσοστά ομοιότητας που είναι γραμμικά ως προς την γωνία στροφής  $\Theta$ . Βέβαια από μια γωνία  $\Theta$  και έπειτα, το πρόγραμμα εντοπίζει πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ των 2 καμπυλών και για το λόγο αυτό εξάγει ποσοστό ομοιότητας 0 %.

Στα datasets με την εισαγωγή θορύβου, όπου και ξεκινά η σχηματική διαφοροποίηση των καμπυλών την οποία εντοπίζει το πρόγραμμα, τα ποσοστά ταύτισης που εξάγονται είναι ανάλογα του βαθμού του θορύβου που έχει εισχωρήσει στην καμπύλη. Βέβαια λόγω της παραγωγής καμπυλών που περιέχουν τυχαίο θόρυβο δεν είναι δυνατή η πλήρης γραμμικότητα στην σχέση ποσοστού ταύτισης -  $\sigma$ .

**Το πρόγραμμα πολικών συντεταγμένων 1** ελέγχει την καμπύλη τόσο σχηματικά όσο και χωρικά δίνοντας έμφαση στην χωρική ομοιότητα των καμπυλών. Ανάλογα με το  $d\theta$  που έχει οριστεί, παράγονται αποτελέσματα ανάλογης ακρίβειας τα οποία είναι παρόμοια γεγονός που είναι αποδεκτό καθώς όσο μικρότερο το  $d\theta$  τόσο μικρότερη η διαίρεση των πολικών γωνιών άρα μεγαλύτερη ανάλυση της καμπύλης. Επομένως τα αποτελέσματα που παράγει το μικρότερο  $d\theta$  είναι θεωρητικά τα πιο σωστά καθώς με μικρότερη γωνιακή διαίρεση, γίνεται αναλυτικότερα ο εντοπισμός των σημείων κάθε καμπύλης.

Όσον αφορά τις μετατοπίσεις ως προς τους άξονες, το πρόγραμμα τις εντοπίζει και εξάγει τα ποσοστά ταύτισης των καμπυλών σε αρκετά ομαλά σε σχέση με την μετατόπιση.

Στο datasets στροφής της καμπύλης παρατηρείται μια γραμμικότητα των ποσοστών ταύτισης των 2 καμπυλών σε σχέση με την γωνία στροφής. Από μία όμως γωνία και έπειτα, το πρόγραμμα εντοπίζει ότι η απόσταση των 2 καμπυλών, ξεπερνά το όριο της μέγιστης απόστασης που έχει οριστεί και έτσι δίνει ποσοστό ταύτισης 0.

Όσον αφορά τα datasets με τον θόρυβο, το πρόγραμμα συμπεριφέρεται καλά και παρατηρείται ότι με την αύξηση του θορύβου, η οποία συνεπάγεται μεγαλύτερη αλλοίωση της παραγόμενης καμπύλης 2, πέφτουν τα ποσοστά ομοιότητας των 2 καμπυλών. Ακόμη, όμοια με παραπάνω, το διάγραμμα ποσοστού ταύτισης-σ δεν είναι πλήρως γραμμικό λόγο της τυχαίας παραγωγής του θορύβου των παραγόμενων καμπυλών.

**Το πρόγραμμα πολικών συντεταγμένων 2<sup>A</sup>** εξετάζει την καμπύλη τόσο σχηματικά όσο και χωρικά. Κρίνοντας βέβαια από τα αποτελέσματα παραπάνω και αντίθετα από τον αλγόριθμο πολικών συντεταγμένων 1 δίνει περισσότερο βάρος στην σχηματική ομοιότητα των καμπυλών παρά στην χωρική ομοιότητα. π.χ. για την ίδια μετατόπιση +5 ως προς τον άξονα X ο αλγόριθμος πολικών συντεταγμένων 1 δίνει ομοιότητα 75% ενώ ο αλγόριθμος πολικών συντεταγμένων 2<sup>A</sup> δίνει 99 %. Γενικά όπως παρατηρείται από όλα τα διαγράμματα ποσοστού ταύτισης του προγράμματος αυτού, υπάρχουν διακυμάνσεις στα ποσοστά ομοιότητας που οφείλονται στην δυσκολία εντοπισμού των σημείων των καμπυλών. Η αστοχία του προγράμματος αυτού που οδηγεί σε σχετικά μη γραμμικά ποσοστά ταύτισης ανάλογα με την μεταβολή των καμπυλών, οφείλεται στην δυσκολία του 'πλέγματος' να εντοπίζει τα σημεία των

καμπυλών στα οποία βασίζεται η σύγκριση και η εξαγωγή του ποσοστού ταύτισης. Γενικά συνιστάται η χρήση όσο το δυνατόν μικρότερου  $d\theta$  και  $dr$ , έτσι ώστε το πλέγμα να είναι πολύ πυκνό και να γίνεται καλύτερος εντοπισμός των σημείων των καμπυλών και να εξάγονται ορθότερα αποτελέσματα.

Τα ίδια ισχύουν και για το **πρόγραμμα πολικών συντεταγμένων 2<sup>B</sup>** ο οποίος, ελέγχει τις καμπύλες τόσο χωρικά όσο και σχηματικά αλλά με μια ηπιότερη αναλογία από τα προγράμματα πολικών συντεταγμένων 1 και 2<sup>A</sup>.

Να σημειωθεί πως για τα προγράμματα που χρησιμοποιούν πολικές συντεταγμένες δεν δυνατόν τα παραγόμενα ποσοστά να είναι γραμμικά σε σχέση με την μετατόπιση της καμπύλης λόγω του ότι ανάλογα με την θέση των 2 καμπυλών στο χώρο, γίνεται διαφορετικός εντοπισμός των σημείων τους από το πλέγμα και επομένως διαφορετική σύγκριση προκειμένου να εξαχθεί το ποσοστό ταύτισης. Για το λόγο αυτό τα διαγράμματα ποσοστού σφάλματος εμφανίζονται με τεθλασμένες γραμμές και σε ορισμένες περιπτώσεις έχουν μεγάλη διακύμανση ανάλογα με το  $d\theta$  που χρησιμοποιείται.

## 6. ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Σαν πρακτική εφαρμογή όλων των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, θα γίνει η ταύτιση της τροχιάς ενός (αγωνιστικού) αυτοκινήτου κινούμενο σε πίστα με την βέλτιστη τροχιά που θεωρητικά θα έπρεπε να είχε ακολουθηθεί. Σαν πίστα θα χρησιμοποιηθεί η Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου και συγκεκριμένα ο περιφερειακός της δρόμος που φαίνεται στην εικόνα 6-1 με κόκκινο χρώμα :



Εικόνα 6-1 ‘Περιφερειακός Δρόμος –Πίστα Πολυτεχνειούπολης Ζωγράφου’

### 6.1. Συλλογή Δεδομένων

Η συλλογή δεδομένων γίνεται με GPS σε πραγματικό χρόνο με την διαδικασία που περιγράφηκε στο εδάφιο 2.1.1 στην πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου.

#### 6.1.1 Βέλτιστη Τροχιά



Αρχικά γίνεται η συλλογή των δεδομένων της βέλτιστης τροχιάς κίνησης του οχήματος (εικόνα 6-2) πάνω στην ‘πίστα’ της εικόνα 6-1, η οποία θα αποτελέσει την καμπύλη αναφοράς (Curve 1) των προγραμμάτων προσδιορισμού ομοιότητας καμπυλών. Η διαδρομή που ακολουθείται είναι όσο πιο πιστή στον δρόμο (λωρίδα κίνησης) γίνεται έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει την βέλτιστη τροχιά κίνησης του αγωνιστικού αυτοκινήτου. Τυχόν αποκλίσεις που εμφανίζονται οφείλονται στο σφάλμα προσδιορισμού θέσης του GPS.



Εικόνα 6-2 ‘Βέλτιστη Τροχιά Αγωνιστικού Αυτοκινήτου’

### 6.1.2 Πραγματική Τροχιά

Στην συνέχεια γίνεται μια δεύτερη συλλογή δεδομένων αλλά αυτή την φορά η κίνηση δεν είναι απόλυτα πιστή στον δρόμο αλλά γίνεται και στις 2 λωρίδες έτσι ώστε να προσομοιώνεται καλύτερα η πραγματική κίνηση ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου σε πίστα. Η παραγόμενη τροχιά (εικόνα 6-3) θα αποτελέσει την πραγματική τροχιά κίνησης του αγωνιστικού αυτοκινήτου στην πίστα.



Εικόνα 6-3 'Πραγματική Τροχιά Κίνησης Αγωνιστικού Αυτοκινήτου'

Το 2<sup>ο</sup> αυτό dataset θα αποτελέσει την καμπύλη 2 (Curve 2) για την οποία θα υπολογιστεί από τα προγράμματα το ποσοστό ταύτισης του με την καμπύλη 1 (βέλτιστη τροχιά).

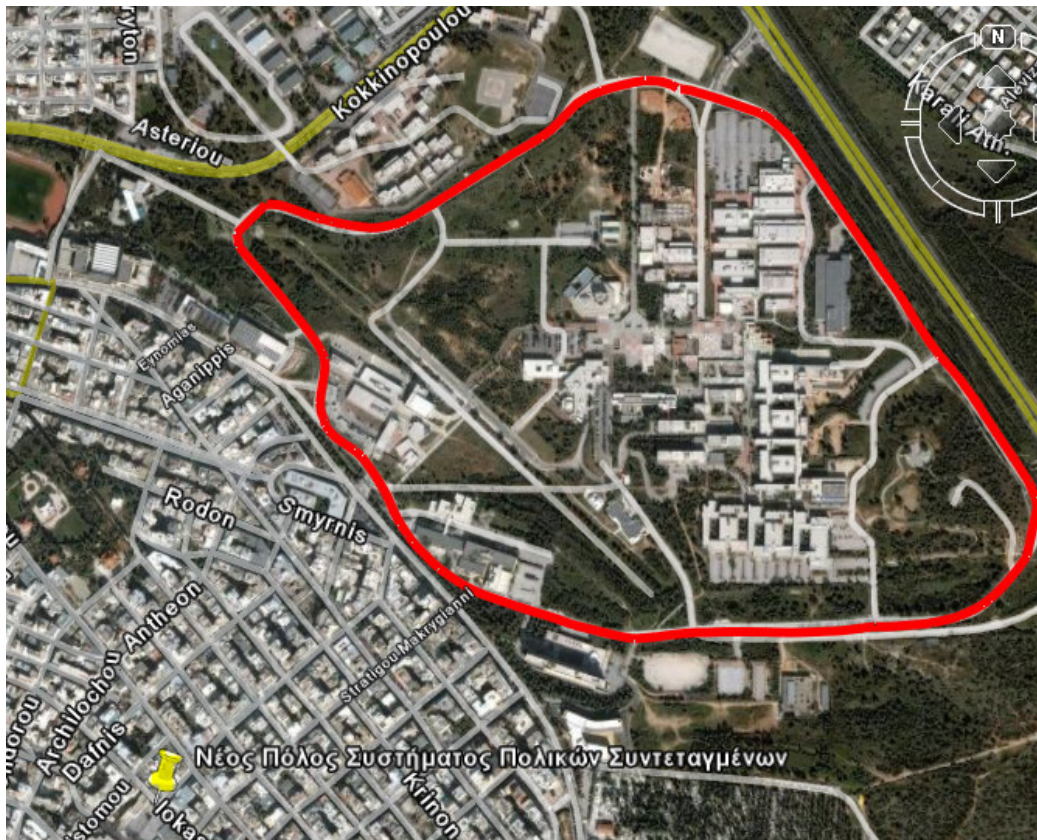
### 6.1.3 Πραγματική Τροχιά Παράκαμψης

Γίνεται και μια τρίτη συλλογή δεδομένων. Αυτή την φορά γίνεται η υπόθεση πως το αγωνιστικό αυτοκίνητο παρακάμπτει της πίστας μέσω εσωτερικού δρόμου γλιτώνοντας ένα μεγάλο τμήμα της διαδρομής. Επομένως δημιουργείται ένα ακόμη dataset το οποίο θα αποτελέσει και αυτό καμπύλη 2 (curve 2) για την οποία θα υπολογιστεί από τα προγράμματα το ποσοστό ταύτισης του με την καμπύλη 1 (βέλτιστη τροχιά). Η τροχιά παράκαμψης που ακολουθήθηκε παρουσιάζεται στην εικόνα 6-4.





Όπως έχει ειπωθεί και παραπάνω, τα προγράμματα που χρησιμοποιούν πολικές συντεταγμένες, παρουσιάζουν αδυναμία όταν ο πόλος είναι πολύ μακριά από την καμπύλη. Στην συγκεκριμένη περίπτωση που οι συντεταγμένες είναι γεωγραφικές φ,λ στο WGS'84, ο πόλος του συστήματος είναι το σημείο με φ,λ 0 το οποίο βρίσκεται στην τομή του μεσημβρινού του Greenwich με τον ισημερινό. Επομένως οι τροχιές του αγωνιστικού αυτοκινήτου απέχουν τεράστια απόσταση από τον πόλο και είναι σίγουρο πως τα προγράμματα πολικών συντεταγμένων δεν θα δουλέψουν σωστά. Προκειμένου να λυθεί το πρόβλημα αυτό πρέπει να οριστεί νέος πόλος για το σύστημα πολικών συντεταγμένων. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής : Εντοπίζεται το σημείο με γεωγραφικές συντεταγμένες φ<sub>N</sub>,λ<sub>N</sub> που θα γίνει ο νέος πόλος του συστήματος (εικόνα 6-5).



Εικόνα 6-5 'Νέος Πόλος Πολικού Συστήματος'

Οι συντεταγμένες αυτές του νέου πόλου, αφαιρούνται από τις γεωγραφικές συντεταγμένες των σημείων κάθε καμπύλης και με τον τρόπο αυτό προκύπτουν οι νέες γεωγραφικές συντεταγμένες των σημείων με αρχή αξόνων το σημείο που έχει

επιλεγεί. Οι νέες συντεταγμένες των σημείων προκύπτουν από τις σχέσεις 6-1, 6-2 που ακολουθούν :

$$\varphi_i = \varphi_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}} - \Phi_{\text{ΝΕΟΥ ΠΟΛΟΥ}} \quad (6-1)$$

$$\lambda_i = \lambda_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}} - \Lambda_{\text{ΝΕΟΥ ΠΟΛΟΥ}} \quad (6-2)$$

Στην συνέχεια οι νέες γεωγραφικές συντεταγμένες κατά την φάση της μετατροπής σε πολικές έχουν σαν πόλο το νέο σημείο αυτό σημείο. Η μετάθεση αυτή της αρχής του συστήματος αναφοράς εξυπηρετεί και τα προγράμματα που χρησιμοποιούν γεωγραφικές συντεταγμένες γιατί μειώνουν το μήκος του αριθμού των συντεταγμένων και επομένως βοηθούν στις πράξεις και τις ακρίβειες εξοικονομώντας υπολογιστικούς πόρους.

### 6.2.2 Εφαρμογή Προγραμμάτων

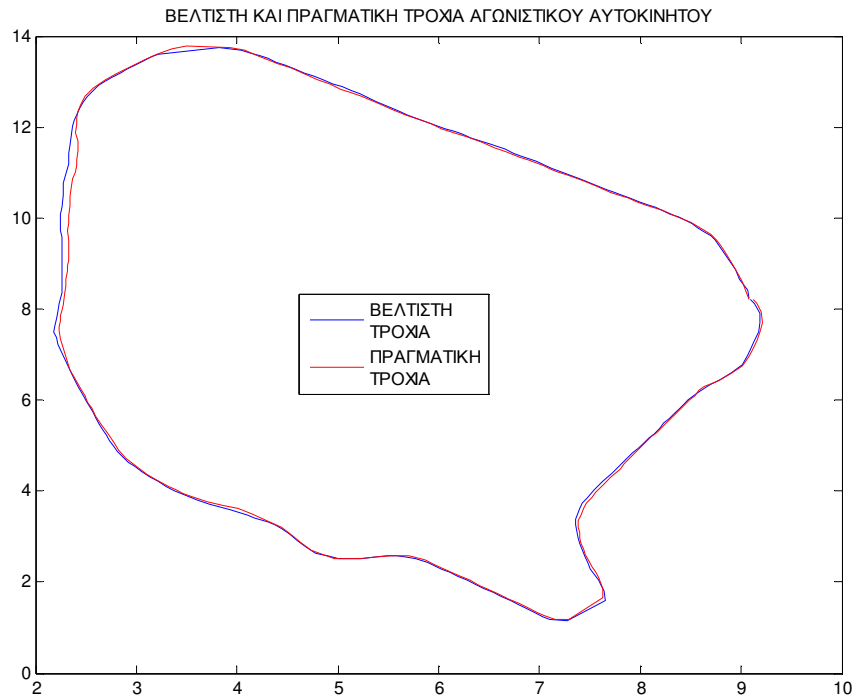
Γίνεται η εφαρμογή των προγραμμάτων για τα τροποποιημένα πλέον datasets.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα ποσοστά ομοιότητας της πραγματικής τροχιάς και της πραγματικής τροχιάς παράκαμψης με την βέλτιστη τροχιά όπως τα εξάγονται από τα προγράμματα.

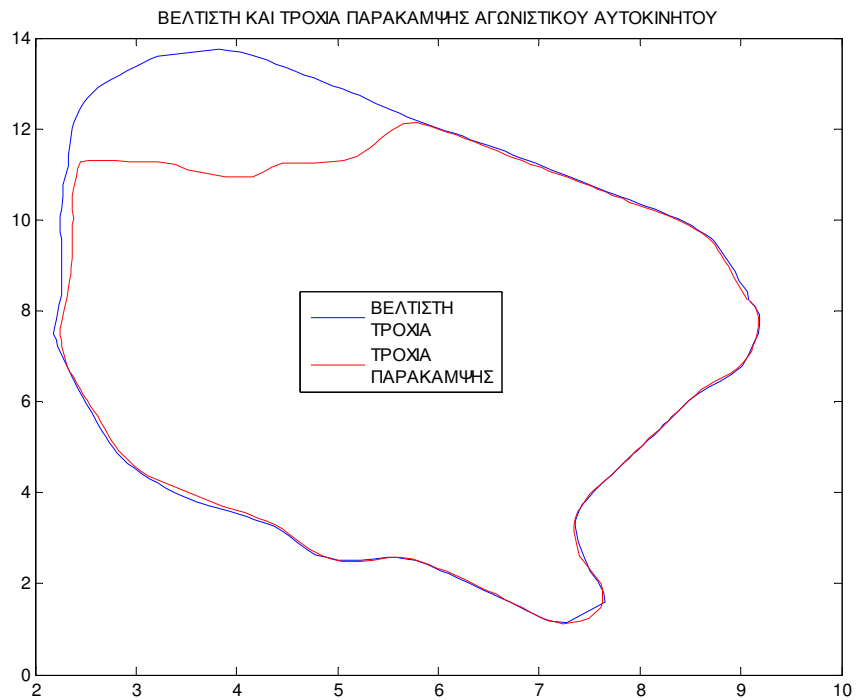
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	ΠΟΣΟΣΤΟ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ % ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΤΡΟΧΙΑΣ ΜΕ :		ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ %
	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΤΡΟΧΙΑ	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΤΡΟΧΙΑ ΠΑΡΑΚΑΜΨΗΣ	
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ (bin=10, Vathmos=3)	91.7723	88.8085	2,9638
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ (Vathmos=3)	97.8776	94.5397	3,3376
ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 1 (dth=1, Vathmos=3)	82.7082	79.2859	3,4223
ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>A</sup> (dth=1,dr=0.1, Vathmos=3)	98.8902	91.8642	7,0260
ΠΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ 2 <sup>B</sup> (dth=1,dr=0.1, Vathmos=3)	92.5452	84.4547	8,0905

Πίνακας 6-1 'Ποσοστά Ομοιότητας Βέλτιστης Τροχιάς με Πραγματικές Τροχιές'

Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζεται η βέλτιστη τροχιά σε σχέση με τις πραγματικές (εικόνες 6-6,6-7)



Εικόνα 6-6 ‘ Βέλτιστη και Πραγματική Τροχιά Αγωνιστικού Αυτοκινήτου’



Εικόνα 6-7 ‘ Βέλτιστη και Τροχιά Παράκαμψης Αγωνιστικού Αυτοκινήτου’

### 6.3 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Μελετώντας τον πίνακα 6-1 με τα ποσοστά ομοιότητας των καμπυλών που εξάγονται από τα προγράμματα, παρατηρείται πως κατά την σύγκριση πραγματικής τροχιάς με την βέλτιστη, όλα τα προγράμματα δίνουν ποσοστό ταύτισης μεγαλύτερο του 91% γεγονός που επαληθεύεται και από την εικόνα 6-6. Στην εικόνα αυτή παρουσιάζονται η βέλτιστη και η πραγματική τροχιά, οι οποίες είναι οπτικά σχεδόν όμοιες με μικρές διαφοροποιήσεις και με πολλά τμήματα τους να ταυτίζονται. Εξαίρεση αποτελεί το πρόγραμμα πολικών συντεταγμένων που για τα συγκεκριμένα datasets εξάγει ποσοστό ταύτισης 82% το οποίο όπως θα αποδειχθεί και παρακάτω δεν είναι εσφαλμένο, αλλά παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία στο προσδιορισμό της ταύτισης.

Κατά την σύγκριση τροχιάς παράκαμψης με την βέλτιστη τροχιά, τα προγράμματα δίνουν ποσοστά ομοιότητας που κυμαίνονται από 79-94 %. Παρατηρώντας την εικόνα 6-7 οι δύο τροχιές ταυτίζονται σχεδόν στο μεγαλύτερο τμήμα τους αλλά διαφοροποιούνται αρκετά στο παρακαμπτήριο τμήμα. Επομένως τα αποτελέσματα που εξάγονται από τα προγράμματα είναι αποδεκτά με βέβαια λίγο υπερβολική την τιμή 94 % του προγράμματος υπολογισμού κέντρου βάρους το οποίο όμως όπως έχει ειπωθεί, στην περίπτωση που οι καμπύλες αποτελούνται από πολλά σημεία και είναι σε μεγάλο βαθμό όμοιες, θα εξάγει όχι και τόσο καλά αποτελέσματα καθώς τα κέντρα βάρους των 2 καμπυλών θα βρίσκονται αρκετά κοντά. Ένα ακόμη στοιχείο που ενισχύει την ορθή λειτουργία όλων των προγραμμάτων συμπεριλαμβανομένου και του προγράμματος πολικών συντεταγμένων 1, είναι η διαφορά των ποσοστών ομοιότητας της βέλτιστης τροχιάς με τις 2 πραγματικές τροχιές, η οποία για όλα τα προγράμματα, εκτός των πολικών συντεταγμένων 2 που είναι 7-8%, κυμαίνεται στο 3-4%. Αυτό σημαίνει πως όλα τα προγράμματα εντοπίζουν ότι τα 2 datasets των πραγματικών τροχιών διαφέρουν κατά 3-4 %. Η διαφορά που εντοπίζουν τα προγράμματα πολικών συντεταγμένων 2 διαφέρει κατά μικρό ποσοστό (3-4%) από αυτή που εντοπίζουν τα υπόλοιπα προγράμματα, γεγονός που δεν μπορεί να ληφθεί σαν δυσλειτουργία των προγραμμάτων αυτών και μπορεί να δικαιολογηθεί σαν διαφορά στην φιλοσοφία ανάπτυξης των προγραμμάτων πολικών συντεταγμένων 2 η



οποία μπορεί και να εξάγει ορθότερα αποτελέσματα από αυτά των υπόλοιπων προγραμμάτων καθότι είναι πιο σύνθετη και πολυπαραγοντική.

## 7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Συμπερασματικά, τα προγράμματα προσδιορισμού ταύτισης καμπυλών που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής εργασίας αποτελούν μια πρώτη μορφή υλοποίησης της προσπάθειας για παραγωγή καινοτόμων ιδεών στον τομέα του Curve Matching. Ειδικά η χρήση πολικών συντεταγμένων για την ταύτιση καμπυλών, αποτελεί μια πρωτοποριακή σκέψη, όπως κρίνεται από έρευνα της παγκόσμιας βιβλιογραφίας, είναι μια προσέγγιση η οποία δεν έχει αναλυθεί ιδιαίτερα.

Τα προγράμματα πολικών συντεταγμένων που αναπτύχθηκαν, λόγω του προσόντος που έχουν να ελέγχουν τις καμπύλες τόσο σχηματικά όσο και χωρικά, αποτελούν μια ολοκληρωμένη λύση για εφαρμογές που απαιτούν προσδιορισμό του ποσοστού ταύτισης σχημάτων. Όπως φάνηκε τόσο από τα πειραματικά δεδομένα όσο και από την πρακτική εφαρμογή που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 6, έχουν μεγάλη αποτελεσματικότητα, ενισχύοντας το γεγονός ότι με περαιτέρω έρευνα και ανάλυση, ειδικά της λειτουργίας του πλέγματος εντοπισμού σημείων, η αποτελεσματικότητα των προγραμμάτων πολικών συντεταγμένων μπορεί να γίνει ακόμα μεγαλύτερη.

Όσον αφορά τα άλλα δύο προγράμματα, αυτό του υπολογισμού των αποστάσεων των σημείων και του υπολογισμού κέντρου βάρους, αν και αποτελεσματικότητα τους, όπως αποδείχθηκε ήταν καλή στην πρακτική εφαρμογή, λόγω των μειονεκτημάτων, παρουσιάζουν μικρότερο ενδιαφέρον. Συγκεκριμένα το πρόγραμμα υπολογισμού των αποστάσεων των σημείων περιορίζεται στην σύγκριση καμπυλών μόνο σχηματικά και επομένως η χρήση του συνιστάται σε εφαρμογές που απαιτούν μόνο σχηματική σύγκριση. Το πρόγραμμα υπολογισμού των κέντρων βάρους των καμπυλών υπολογίζει την ταύτιση, στηριζόμενο μόνο σε 2 σημεία, τα κέντρα βάρους των καμπυλών και επομένως η εκτίμηση είναι χονδροειδώς υπολογισμένη. Για το λόγο αυτό η χρήση του προγράμματος αυτού συνίσταται σε περιπτώσεις που απαιτείται μια χονδρική εκτίμηση ομοιότητας σχημάτων. Βέβαια με περαιτέρω έρευνα και ίσως ο συνδυασμός των 2 προγραμμάτων, οδηγήσει στην δημιουργία ένας νέου αλγόριθμου

υπολογισμού αποστάσεων των σημείων της καμπύλης με ταυτόχρονη σύγκριση των κέντρων βάρους των καμπυλών, ο οποίος θα ελέγχει τόσο σχηματικά όσο και χωρικά τις καμπύλες, αποτελέσει μια νέα καινότομη ιδέα με μεγάλη αποτελεσματικότητα.

Το αμέσως επόμενο βήμα που ακολουθεί την διπλωματική αυτή εργασία, είναι ο έλεγχος της συμπεριφοράς των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν, για μια μεγάλη γκάμα δεδομένων (datasets). Η διαδικασία αυτή θα βοηθήσει στον εντοπισμό των μειονεκτημάτων των αλγορίθμων και ελαττωμάτων των προγραμμάτων και συνεπώς στην διόρθωση (debugging) και την τελειοποίηση τους. Στην συνέχεια σε δεύτερο χρόνο προβλέπεται η χρήση των προγραμμάτων αυτών σε νέες εφαρμογές οι οποίες περιλαμβάνουν το ζήτημα αναγνώρισης προσώπων (pattern-face recognition) ενώ υπάρχει και η δυνατότητα χρήσης τους στον τομέα της φωτογραμμετρίας, τόσο σε εφαρμογές αυτόματης αναγνώρισης αντικειμένων όπως και στην εξαγωγή τρισδιάστατης εικόνας από αεροφωτογραφίες. Το πλήθος βέβαια των εφαρμογών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα προγράμματα αυτά είναι ακόμη μεγαλύτερο, καθώς το θέμα της ταύτισης καμπυλών (Curve Matching) στο οποίο εντάσσονται τα προγράμματα, βρίσκεται υπό τρομερή ανάπτυξη και οι εφαρμογές που στηρίζονται σε αυτό είναι αμέτρητες.



## 8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Serge Belongie, Jitendra Malik, Jan Puzicha. Shape Context : A new descriptor for shape matching and object recognition. Department of Electrical Engineering and Computer Sciences. University of California at Berkeley.
2. F. L. Boukstein. Principal Warps: Thinplate, splines and decomposition of deformations. *IEEE Trans. PAMI* 11(6):567-585, June 1989.
3. Andrew E. Johnson and Martial Hebert. Recognizing Points by Matching oriented points. In *CVPR* pages 684-689, 1997.
4. R.C. Veltkampt and M. Hagedoorn. State of the art in the shape matching. Technical Report UU-CS-1999-27, Utrecht, 1999
5. Simon Haykin. Neural Networks : A comprehensive foundation. 1999
6. Wouter Hendrickx. Radial Basis Networks Introduction. 8-2004
7. Max Frenkel and Ronan Basri. Curve matching using the fast marching method. Weizmann Institute of Science, Rehovot, Israel.
8. A. Pentland and S. Sclaroff, "Closed-Form Solution for Physically Based Shape Modelling and Recognition". *IEEE Trans*, on *PAMI*, 25(1) (2003) 116-124.
9. N. Ayache and O.Faugeras, "HYPER: A new approach for recognition and positioning of two-dimensional objects". *IEEE Trans*. on *PAMI* 8(1) (1986) 44-54.
10. Boris Aronov, Sarier Har-Peled, Christian Knauer, Yusu Wang and Carola Weng. Frechet Distances for Curves, Revisited.
11. H. Alt and M. Godau. Computing the Frechet Distance between two Polygonal Curves. *Internat. J. Comput. Geom.*, 5:75-91, 1995.
12. M. Clausen and A. Mosig. Approximately matching polygonal curves with respect to the Frechet distance. *Comput. Geom. Theory Appl.*, 30:113-127, 2005.
13. A. Kolinski and J. Skolnick. Monte Carlo Simulations of protein folding: Lattice model and interaction scheme. In *Proteins*, volume 18, pages 338-352, 1994.

14. C. Wenk. Shape matching in Higher Dimensions. PhD Thesis Dept. of Comput. Sci., Freie University Berlin, 2002.
15. Kuntal Sengupta, Prabir Burman. A Curve Fitting Problem and its Application in Modelling Objects in Monocular Image Sequence. *IEEE* 5-2002.

## ΔΙΑΔΙΚΤΥΟ

1. [http://vizproto.prism.asu.edu/classes/sp04/willis\\_s/TI2/vmad.htm](http://vizproto.prism.asu.edu/classes/sp04/willis_s/TI2/vmad.htm)
2. [www.wikipedia.com](http://www.wikipedia.com)
3. <http://www.gpsvisualizer.com/convert>
4. <http://aeguerre.free.fr/Public/PocketPC/NoniGPSPlot/download.php>
5. [www.GoogleEarth.com](http://www.GoogleEarth.com)
6. <http://www.ieee.org/portal/site>