

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**σχολη αγρονομων και τοπογραφων μηχανικων**  
**τομεας τοπογραφιας**  
**εργαστηριο γενικης γεωδαισιας**

**κων/νος πετρολεκας**

---

**ελεγχος μικρομετακινησεων**  
**του μνημειου της Κλεψυδρας**  
**στην Ακροπολη Αθηνων**

**διπλωματικη εργασια**

αθηνα, 2008

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία αναφέρεται σε ένα μεγάλο μέρος της διαδικασίας ελέγχου των οριζόντιων και κατακόρυφων μικρομετακινήσεων του μνημείου της Κλεψύδρας, στη Βόρεια Κλιτύ της Ακρόπολης των Αθηνών. Πρόκειται για μια κλασική περίπτωση προβλήματος παραμορφώσεων περιορισμένου πεδίου, που προσεγγίζεται με τη Γεωδαιτική Μεθοδολογία.

Η εν λόγω διαδικασία δρομολογήθηκε κατόπιν σχετικού αιτήματος προς τον Τομέα Τοπογραφίας της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, εκ μέρους της Α' Εφορείας Προϊστορικών και Κλασικών Αρχαιοτήτων του Υπουργείου Πολιτισμού, που αποτελεί, μαζί με την Υπηρεσία Συντήρησης Μνημείων Ακρόπολης, τους αρμόδιους φορείς για το σχεδιασμό και την εκτέλεση εργασιών συντήρησης και αποκατάστασης των μνημείων της Ακρόπολης.

Η εργασία αυτή αναφέρεται στις πρώτες φάσεις μετρήσεων της διαδικασίας, που έχει ως σκοπό τη διερεύνηση του κινηματικού χαρακτήρα του μνημείου, κατά τη διάρκεια ενός έτους (αρχικά), αλλά και την τεκμηρίωση αποφάσεων σχετικά με την ανάγκη συντήρησης και αναστήλωσής του.

Η ανάθεση της εργασίας έγινε από τον Τομέα Τοπογραφίας της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου το Νοέμβριο του 2007 και ολοκληρώθηκε τον Ιούνιο του 2008.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω προσωπικά:

- Τις κυρίες Σίσσυ Αραμπατζή και Δήμητρα Τσίνη, για την υπερπολύτιμη επιστημονική και πρακτική τους υποστήριξη. Χωρίς αυτήν, η εκπόνηση της εργασίας θα ήταν μια εξαιρετικά δύσκολη διαδικασία.
- Τον κύριο Δημήτρη Σταθά για την επίβλεψη και την ανάθεση του θέματος.
- Τον κύριο Βασίλη Παγούνη για τη σημαντική βοήθειά του, την εμπιστοσύνη του, αλλά και τη θετική του ενέργεια.
- Την κυρία Αμαλία Αγατζά – Μπαλοδήμου για την ευγενική παραχώρηση των προγραμμάτων της και για το χρόνο που διέθεσε.
- Τους επαγγελματίες που εργάζονται στη Βόρεια Κλιτύ της Ακρόπολης, για την εξαιρετική τους συνεργασία.

Κων/νος Πετρολέκας  
Ιούνιος 2008

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εφαρμογή της Γεωδαιτικής Μεθοδολογίας σε ένα θέμα μελέτης παραμορφώσεων (ιδιαίτερα) περιορισμένου πεδίου είναι ο άξονας γύρω από τον οποίο αναπτύσσεται η συγκεκριμένη εργασία. Δόθηκε έμφαση στην προσέγγιση του θέματος από την πρακτική του σκοπιά, δεδομένης της άμεσης επαφής του με την πραγματικότητα και τις ανάγκες της, με ταυτόχρονη μέριμνα να μην υστερήσει στο επίπεδο της θεωρητικής τεκμηρίωσης της μεθόδου, με τρόπο, κατά το δυνατόν σαφή και αναλυτικό.

Η εσωτερική οργάνωση της εργασίας έγινε σε 7 κεφάλαια:

Στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο επιχειρείται μια πρώτη γνωριμία με το μνημείο της Κλεψύδρας, με έμφαση στη μεγάλη ιστορική της σημασία.

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο περιγράφεται το δίκτυο που ιδρύθηκε στην περιοχή του μνημείου για τις ανάγκες των μετρήσεων. Περιλαμβάνονται στοιχεία για την αναγνώριση της περιοχής μελέτης, για το σχεδιασμό του δικτύου, αλλά και τη διαδικασία υλοποίησής του, με όλες τις δυσκολίες που αντιμετωπίστηκαν.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζεται η διαδικασία των μετρήσεων, με όλα τα όργανα και τα παρελκόμενα που χρησιμοποιήθηκαν, ενώ το 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο αφιερώνεται στον τρόπο επεξεργασίας των μετρητικών αποτελεσμάτων.

Στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρατίθενται όλα τα στοιχεία των επιλύσεων του δικτύου, με περιγραφή των μαθηματικών διεργασιών και υπολογισμών που εντάσσονται σε αυτές, καθώς και τα αναλυτικά αριθμητικά αποτελέσματά τους.

Στο 6<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζεται, με κατά το δυνατόν επεξηγηματικό τρόπο, η διαδικασία ελέγχου του δικτύου για απόλυτες και σχετικές μετακινήσεις, κατά την οριζόντια και την κατακόρυφη έννοια.

Τέλος, στο 7<sup>ο</sup> κεφάλαιο συνοψίζονται, εν είδει τεχνικής έκθεσης, οι παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα, που προέκυψαν από την αρχή ως το τέλος της αντιμετώπισης του συγκεκριμένου θέματος.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</b>	<b>-2-</b>
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	<b>-3-</b>
<b>1. ΤΟ ΜΝΗΜΕΙΟ ΤΗΣ ΚΛΕΨΥΔΡΑΣ</b>	<b>-9-</b>
1.1. Το μνημείο της Κλεψύδρας	-10-
1.2. Ιστορικά στοιχεία	-11-
<b>2. ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ</b>	<b>-14-</b>
2.1. Αναγνώριση της περιοχής μελέτης	-15-
2.2. Σχεδιασμός του δικτύου	-15-
2.2.1. Η γεωμετρία του δικτύου	-15-
2.2.2. Η επιλογή των παρατηρήσεων και των οργάνων	-17-
2.3. Υλοποίηση του δικτύου αναφοράς	-18-
2.4. Υλοποίηση του δικτύου ελέγχου	-20-
<b>3. ΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ</b>	<b>-22</b>
3.1. Όργανα και παρελκόμενα	-23-
3.2. Προγραμματισμός των μετρήσεων	-24-
3.3. Η διαδικασία των μετρήσεων	-24-
3.3.1. Μέτρηση του δικτύου αναφοράς	-24-
3.3.2. Μέτρηση του δικτύου ελέγχου	-25-
<b>4. Η ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ</b>	<b>-26-</b>
4.1. Επεξεργασία οριζοντίων γωνιών	-27-
4.2. Επεξεργασία κατακορύφων γωνιών	-27-
4.3. Επεξεργασία μηκών	-28-
<b>5. Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ</b>	<b>-29-</b>
5.1. Τα στοιχεία του δικτύου	-30-
5.1.1. Το (συνολικό) δίκτυο οριζοντίου ελέγχου	-30-
5.1.2. Το (συνολικό) δίκτυο κατακορύφου ελέγχου	-31-
5.1.3. Το δίκτυο αναφοράς (οριζοντίου ελέγχου)	-32-
5.1.4. Το δίκτυο αναφοράς (κατακορύφου ελέγχου)	-32-
5.1.5. Το τρισδιάστατο δίκτυο (αναφοράς)	-33-
5.2. Η διαδικασία της επίλυσης	-33-
5.2.1. Η μέθοδος επίλυσης	-33-
5.2.2. Οι προσωρινές τιμές	-34-
5.2.3. Εκτίμηση του α priori σφάλματος των παρατηρήσεων	-38-
5.2.4. Τα προγράμματα (software) επίλυσης	-39-

<b>5.3. Τα αποτελέσματα της επίλυσης</b>	<b>-42-</b>
5.3.1. Α' Φάση	-42-
5.3.2. Β' Φάση	-48-
5.3.3. Γ' Φάση	-52-
<b>5.4. Παρατηρήσεις</b>	<b>-55-</b>
<b>6. ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΜΙΚΡΟΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ</b>	<b>-57-</b>
<b>6.1. Οριζόντιες μετακινήσεις</b>	<b>-58-</b>
6.1.1. Απόλυτες μετακινήσεις	-58-
6.1.2. Σχετικές μετακινήσεις	-70-
<b>6.2. Κατακόρυφες μετακινήσεις</b>	<b>-72-</b>
6.2.1. Απόλυτες μετακινήσεις	-72-
6.2.2. Σχετικές μετακινήσεις	-75-
<b>6.3. Παρατηρήσεις</b>	<b>-77-</b>
<b>7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b>	<b>-78-</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>-83-</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b>	<b>-84-</b>

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Αριθμός	Τίτλος	Σελίδα
1	Επόπτευση του δικτύου ελέγχου από το δίκτυο αναφοράς	21
2	Δείγμα επεξεργασίας οριζόντιων γωνιών	27
3	Δείγμα επεξεργασίας κατακορύφων γωνιών	27
4	Προσωρινές συντεταγμένες σημείων αναφοράς	35
5	Προσωρινές συντεταγμένες σημείων ελέγχου	36
6	Επίλυση δικτύου οριζοντίου ελέγχου αναφοράς (Α' Φάση)	42
7	Επίλυση συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Α' Φάση)	42
8	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Α' Φάση)	44
9	Στοιχεία σχετικών ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Α' Φάση)	45
10	Επίλυση δικτύου κατακορύφου ελέγχου αναφοράς (Α' Φάση)	46
11	Επίλυση συνολικού δικτύου κατακορύφου ελέγχου (Α' Φάση)	46
12	Επίλυση τρισδιάστατου δικτύου αναφοράς (Α' Φάση)	47
13	Επίλυση συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Β' Φάση)	48
14	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Β' Φάση)	49
15	Στοιχεία σχετικών ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Β' Φάση)	50
16	Επίλυση συνολικού δικτύου κατακορύφου ελέγχου (Β' Φάση)	51
17	Επίλυση συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Γ' Φάση)	52
18	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Γ' Φάση)	53
19	Στοιχεία σχετικών ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Γ' Φάση)	54
20	Επίλυση συνολικού δικτύου κατακορύφου ελέγχου (Γ' Φάση)	54
21	Μεταβολή οριζοντιογραφικών συντεταγμένων κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων	58
22	Στοιχεία διανύσματος $d_T$ μεταβολής θέσης κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων	59
23	Σφάλματα και συμμεταβλητότητες οριζόντιας μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_2$ )	60

24	Σφάλματα και συμμεταβλητότητες οριζόντιας μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_2 \rightarrow t_3$ )	61
25	Σφάλματα και συμμεταβλητότητες οριζόντιας μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_3$ )	62
26	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_2$ )	63
27	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_2 \rightarrow t_3$ )	64
28	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_3$ )	65
29	Μονοδιάστατος έλεγχος οριζόντιας απόλυτης μετακίνησης κορυφών δικτύου	66
30	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_2$ ) – δισδιάστατος έλεγχος	67
31	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_2 \rightarrow t_3$ ) – δισδιάστατος έλεγχος	68
32	Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_3$ ) – δισδιάστατος έλεγχος	69
33	Στοιχεία διανύσματος $dr$ σχετικής θέσης σημείων σε κάθε φάση	70
34	Στοιχεία διαφοροποίησης διανύσματος $dr$ σχετικής θέσης σημείων	70
35	Στοιχεία διανύσματος $ddr$ διαφοροποίησης σχετικής θέσης σημείων	71
36	Μεταβολή υψομέτρων κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων	72
37	Αβεβαιότητα στη μεταβολή υψομέτρων κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων	73
38	Μονοδιάστατος έλεγχος κατακόρυφης απόλυτης μετακίνησης κορυφών δικτύου	74
39	Υψομετρικές διαφορές σε κάθε φάση	75
40	Μεταβολή υψομετρικών διαφορών από φάση σε φάση	75
41	Αβεβαιότητα μεταβολής υψομετρικών διαφορών από φάση σε φάση	76
42	Μονοδιάστατος έλεγχος κατακόρυφης σχετικής μετακίνησης κορυφών δικτύου	76

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Αριθμός	Τίτλος	Σελίδα
1	Χάρτης του βράχου της Ακρόπολης	10
2	Άποψη του μνημείου της Κλεψύδρας (λήψη από τη δυτική πλευρά)	11
3	Σπήλαια στη Βόρεια Κλιτύ της Ακρόπολης	13
4 - 5	Υλοποίηση σημείου στο δάπεδο του μνημείου	19
6	Ο αυτοσχέδιος στόχος που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση των σημείων 10 – 23	20
7	Σημεία 11 – 13	20
8	Σημεία 16 – 19	20
9 - 10	Απόψεις των βάσεων που υλοποίησαν τα σημεία αναφοράς	21
11 - 12	Απόψεις του οργάνου Leica TDA-5005	23
13	Άποψη του μνημείου της Κλεψύδρας (λήψη από την ανατολική πλευρά)	85
14	Σημείο του πατώματος του μνημείου, ενώ η διαδικασία υλοποίησης των σημείων ελέγχου είναι εν εξελίξει	85
15	Λεπτομέρεια του πατώματος του μνημείου – φαίνεται η προσήμανση ενός σημείου ελέγχου	86
16	Υλοποίηση ενός σημείου ελέγχου του δικτύου, πάνω σε βράχο, από τον υπεύθυνο συντηρητή του χώρου	86
17	Άποψη του δυτικού τοίχου του μνημείου	87
18	Άποψη του εσωτερικού μέρους του μνημείου	87
19	Άποψη του μνημείου (λήψη από τη δυτική πλευρά – σημείο T2)	88
20	Συνολική άποψη του μνημείου (λήψη από την ανατολική πλευρά)	88

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αριθμός	Τίτλος	Σελίδα
1	Αριθμός εμπροσθοτομιών ανά σημείο ελέγχου	36
2	Τυπική απόκλιση προσδιορισμού θέσεων σημείων ελέγχου	36

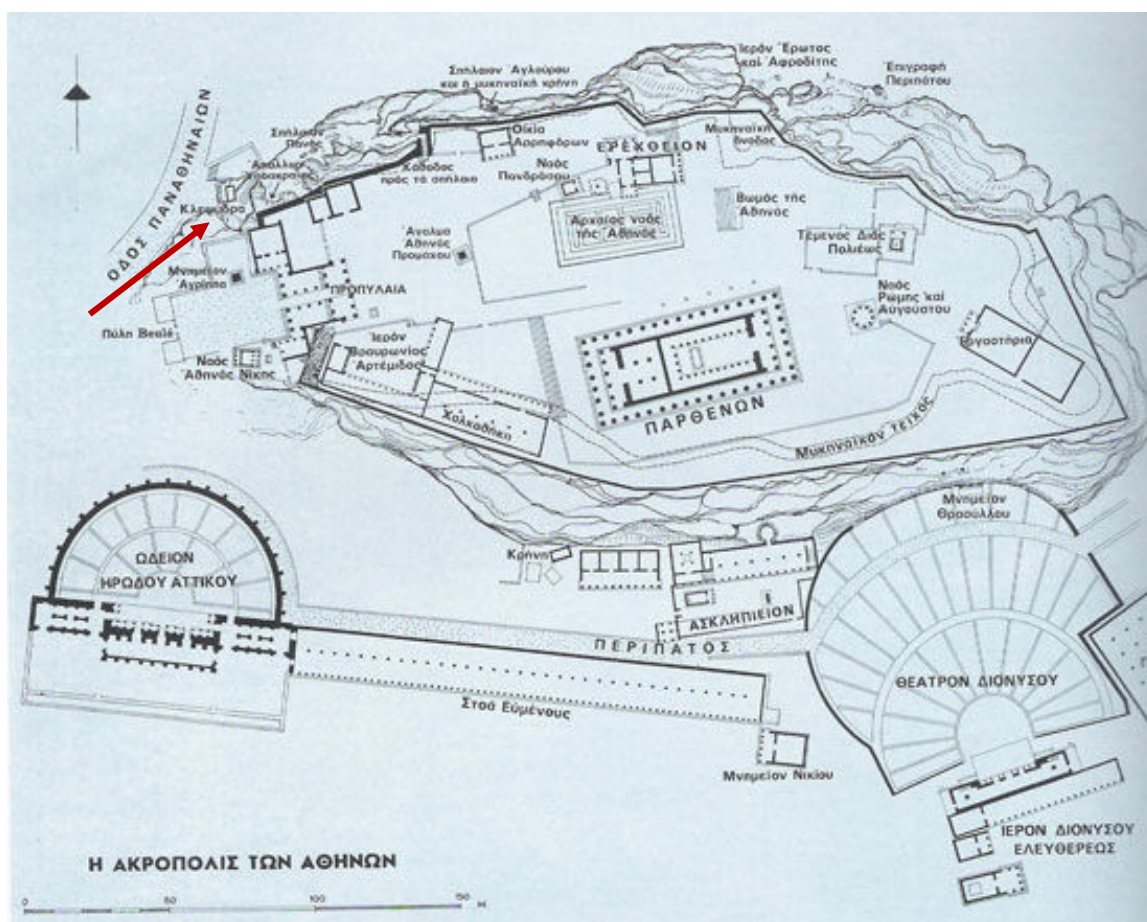


## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

### **ΤΟ ΜΝΗΜΕΙΟ ΤΗΣ ΚΛΕΨΥΔΡΑΣ**

### 1.1. Το μνημείο της Κλεψύδρας

Το μνημείο της Κλεψύδρας τοποθετείται στη δυτική άκρη του βράχου της Ακρόπολης, στη Βόρεια Κλιτύ, στο σημείο που συναντάται ο Περίπατος με την Παναθηναϊκή οδό (ή οδό των Παναθηναίων).



**Εικόνα 1** – Χάρτης του βράχου της Ακρόπολης

Με τον όρο «Περίπατος» είναι γνωστό από την αρχαιότητα το περιφερειακό μονοπάτι, μήκους 900 περίπου μέτρων, που περιτριγυρίζει τις υπώρειες του λόφου της Ακρόπολης. Ο Περίπατος ξεκινούσε μπροστά από τη διασταύρωση με την οδό των Παναθηναίων (που συνέδεε το Πομπείο με την Ακρόπολη), περνούσε από τα αρχαία προσκυνήματα των κλιτύων του Ιερού Βράχου, έτεμνε το θέατρο του Διονύσου σε "θέατρο" και "επιθέατρο", περνούσε μπροστά από το Ασκληπιείο και κατέληγε στην ανηφορική πρόσβαση της Ακρόπολης.

Η ίδια η Κλεψύδρα είναι, σύμφωνα με τα διασωζόμενα στοιχεία, η αρχαιότερη πηγή της Ακρόπολης. Αξίζει να σημειωθεί πως είχε ήδη ανακαλυφθεί πολλούς αιώνες πριν το Χριστό, και μάλιστα παλαιότερα είχε το όνομα Εμπεδώ, από το όνομα της νύμφης που λατρευόταν στο σπήλαιο της πηγής. Το όνομά της άλλαξε αργότερα σε Κλεψύδρα, λόγω του ότι τα νερά της άλλοτε ήταν φανερά και άλλοτε χάνονταν.

Πολύ κοντά στην πηγή της Κλεψύδρας, βρίσκεται μια σειρά εντυπωσιακών σπηλαίων, ιδιαίτερα σπουδαίων από αρχαιολογικής απόψης, που προσδίδουν στο χώρο της Βόρειας Κλιτύς της Ακρόπολης έναν ιερό και επιβλητικό χαρακτήρα. Τα σπήλαια αυτά, αρχικά χρησιμοποιήθηκαν ως κατοικίες, αλλά με το πέρασμα του χρόνου μετατράπηκαν σε ιερά και χώρους λατρείας είτε των 12 θεών, είτε μικρότερων τοπικών θεοτήτων. Τα σημαντικότερα απ' αυτά είναι η σπηλιά – ιερό του Απόλλωνα, η σπηλιά του Δία, το σπήλαιο του Πανός, το σπήλαιο της Έρσης, όπου οι Μυκηναίοι είχαν διαμορφώσει ως κρήνη (εκμεταλλεύσιμη πηγή), και το ιερό της Αφροδίτης.

Συμπερασματικά, η ευρύτερη περιοχή της Κλεψύδρας αποτελεί ένα μνημείο του πανανθρώπινου πολιτισμού, καθώς η συγκεκριμένη πηγή, μαζί με τα σπήλαια που την περιβάλλουν, αποτέλεσαν κεντρικά σημεία αναφοράς ως προς την ανίχνευση προϊστορικής ανθρώπινης παρουσίας και δράσης στον ελληνικό χώρο.



*Εικόνα 2 – Άποψη του μνημείου της Κλεψύδρας (λήψη από τη δυτική πλευρά)*

## **1.2. Ιστορικά στοιχεία**

Το βόρειο πρηνές (κλιτύς) του βράχου της Ακρόπολης είναι μία από τις περιοχές όπου πρωτοανιχνεύεται ανθρώπινη παρουσία στην περιοχή της Αθήνας. Εκεί, φαίνεται να βρήκαν καταφύγιο οι πρώτοι άνθρωποι που έφτασαν στην πόλη, κάτι που δικαιολογείται από την παρουσία αρκετών σπηλαίων – φυσικών καταφυγίων, αλλά και νερού σε μικρό βάθος. Πιο συγκεκριμένα, τα πρώτα δείγματα ανθρώπινης παρουσίας στον ευρύτερο χώρο της Βορείου Κλιτύς ανάγονται στην ύστερη νεολιθική περίοδο (3500-3000 π.Χ.), όπου στο βόρειο τμήμα της σημερινής θέσης της Κλεψύδρας είχαν διανοιχθεί 22 αβαθή φρεάτια. Ιδιαίτερη ακμή παρατηρείται κατά την ύστερη ελλαδική περίοδο, από τον 15ο ως τον πρώιμο 14ο αιώνα π.Χ. Στο δεύτερο μισό του 13ου αιώνα π.Χ. τειχίζεται για πρώτη φορά ο βράχος, με την ανέγερση του Πελασγικού τείχους, χαρακτηρισμός που το συνδέει με τους

Πελασγούς που ήταν εγκατεστημένοι κάτω από την Ακρόπολη. Εκτός από την προστασία που παρείχε, είχε ως στόχο να περιλάβει εντός των ορίων του την πηγή του Ασκληπιού στη Νότια Κλιτύ, την πηγή της Κλεψύδρας, που στο μεταξύ είχε εντοπιστεί στη Βόρεια Κλιτύ, αλλά και τις δευτερεύουσες προσβάσεις προς την Ακρόπολη και τα Ιερά σπήλαια. Μία τέτοια πρόσβαση ξεκινά από τον χώρο των Ιερών Σπηλαίων, ανατολικά του σπηλαίου του Πανός. Στην ίδια περίοδο, τον 13ο αιώνα π.Χ., ανάγεται η χρήση του σπηλαίου του Απόλλωνα. Ο χώρος των σπηλαίων συνδέεται στο ανατολικό του όριο μέσω σήραγγας με το σπήλαιο της Μυκηναϊκής κρήνης.

Έντονη δραστηριότητα παρατηρείται και στους κλασικούς χρόνους. Στις αρχές του 5ου αι. π.Χ., ο Κίμων επιμελήθηκε την κατασκευή μηχανισμού για τη συλλογή και διανομή του νερού της πηγής, διαμορφώνοντάς την σε κρήνη. Η κρήνη ήταν ένα απλό ορθογώνιο οικοδόμημα, με ενσωματωμένη λεκάνη νερού στο βάθος της, δίπλα στην πηγή. Στο βόρειο τμήμα της υπήρχε πλακόστρωτη αυλή για τη συγκέντρωση του νερού της βροχής από τη Βόρεια Κλιτύ της Ακρόπολης.

Από τον 1ο αιώνα μ.Χ. και εξής, πραγματοποιούνται ριζικές αναμορφώσεις στο χώρο της Κλεψύδρας, λόγω των διαδοχικών κατολισθήσεων του βράχου. Κατά τα οχυρωματικά έργα των Υστερορωμαϊκών χρόνων, δημιουργήθηκε υπόγειος θολωτός διάδρομος από τα Προπύλαια, πίσω από το μνημείο του Αγρίππα, στην Κλεψύδρα, ως μόνος τρόπος πρόσβασης. Καθώς δεν υπήρχε πρόσβαση στο εσωτερικό της από τον Περίπατο, κατασκευάστηκε τον 6ο αιώνα μ.Χ. η Ιουστινιάνεια δεξαμενή.

Μεταξύ 10ου και 11ου αιώνα μ.Χ. ιδρύθηκε στη θέση της πηγής το παρεκκλήσι των Αγίων Αποστόλων, ενώ στα μέσα του 13ου αιώνα μ.Χ. (Φραγκοκρατία) η πηγή οχυρώθηκε εκ νέου από τους De La Roche. Ταυτόχρονα, η επικοινωνία της με την Ακρόπολη εξασφαλίζεται με την κατασκευή κλίμακας και τη διάνοιξη της βορεινής θύρας, κάτω από τα Προπύλαια. Αργότερα, η πηγή θάφτηκε κάτω από τα βράχια και ξεχάστηκε. Το 1822, όταν η Αθήνα απελευθερώθηκε προσωρινά από τους Τούρκους, την ανακάλυψε – μέσα από τις γραπτές μαρτυρίες – ο αγωνιστής και πρώτος Έλληνας αρχαιολόγος Κυριάκος Πιττάκης, την έκανε γνωστή στους Έλληνες οπλαρχηγούς και εκεί χτίστηκε ο προμαχώνας του Οδυσσέα Ανδρούτσου.

Το 1862 εντοπίστηκε η επιγραφή του Περιπάτου από τον Κ. Boetticher. Οι πρώτες ανασκαφικές έρευνες ξεκίνησαν στην Κλεψύδρα το 1874 από τον Γάλλο E. Bourneuf και συνεχίστηκαν από τον αρχαιολόγο Π. Καββαδία το 1897, όταν ταυτίστηκε το σπήλαιο του Απόλλωνα Υποακράιου και αποκαλύφθηκε το σπήλαιο του Πανός. Το Ιερό της Αφροδίτης και του Έρωτα ανασκάφηκε από τον αμερικανό αρχαιολόγο O. Broneer μεταξύ 1931-1934. Ο ίδιος θα πραγματοποιήσει το 1937 έρευνες στο σπήλαιο με τη Μυκηναϊκή κρήνη. Επανάληψη των εργασιών στην Κλεψύδρα έγινε στο διάστημα 1936-40 από τον αμερικανό αρχαιολόγο A.W. Parsons.



*Εικόνα 3 - Σπήλαια στη Βόρεια Κλιτύ της Ακρόπολης*

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

### **ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ**

## 2.1. Αναγνώριση της περιοχής μελέτης

Η αναγνώριση της ευρύτερης περιοχής του υπό μελέτη μνημείου κατέδειξε το πολύπλοκο του προβλήματος της υλοποίησης ενός δικτύου ελέγχου, κατάλληλου για μετρήσεις υψηλής ακρίβειας, σε ένα χώρο εξαιρετικής αρχαιολογικής σπουδαιότητας. Έγινε αμέσως σαφές πως η λύση του προβλήματος απαιτούσε κατάλληλους χειρισμούς, ώστε η εξαγωγή αποτελεσμάτων ικανοποιητικής ακρίβειας να επιτυγχανόταν με την ελάχιστη αλλοίωση του ειδικού χαρακτήρα του χώρου.

Προσθετικά στο παραπάνω ζήτημα, λειτουργούσαν και η μεγάλη υγρασία που επικρατεί στην ευρύτερη περιοχή του μνημείου, το δυσπρόσιτο των βράχων στο βόρειο τμήμα του, αλλά και το γεγονός πως η περιοχή μελέτης αποτελούσε μέρος ενός παγκόσμιου τουριστικού πόλου, κάτι που σήμαινε την έκθεσή της σε πολυάριθμη και συχνότατη ανθρώπινη παρουσία. Τα στοιχεία αυτά επηρέασαν δραστικά την τελική λύση της υλοποίησης του δικτύου.

## 2.2. Σχεδιασμός του δικτύου

Σύμφωνα με τη Γεωδαιτική Μεθοδολογία, κατά τη φάση σχεδιασμού επιδιώκεται η κατασκευή του βέλτιστου, ποιοτικά, δικτύου, δηλαδή η καλύτερη δυνατή προσαρμογή του σε αρχές όπως η ακρίβεια, η αξιοπιστία, η ευαισθησία (σε ό,τι αφορά τον εντοπισμό πιθανών μετακινήσεων) και η οικονομία. Ειδικότερα, η διαδικασία της βελτιστοποίησης περιλαμβάνει την εύρεση του κατάλληλου συνδυασμού γεωμετρίας δικτύου – παρατηρήσεων – οργάνων και παρελκομένων, που θα έχει ως αποτέλεσμα την καλύτερα προσαρμοζόμενη στις απαιτήσεις ακρίβεια με το μικρότερο οικονομικό κόστος. Η ανίχνευση της προσδοκώμενης ακρίβειας κάθε συνδυασμού γίνεται μέσω του υπολογισμού του a priori πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας των συντεταγμένων του δικτύου ( $V_{\hat{x}}$ ), εφόσον έχουν υπολογισθεί οι αντίστοιχες προσωρινές τιμές.

Η προσαρμογή της Γεωδαιτικής Μεθοδολογίας στην εν λόγω μελέτη όμως, κατέδειξε πως η διαδικασία βελτιστοποίησης του δικτύου ελέγχου της Κλεψύδρας, δεν θα είχε κανένα νόημα. Κι αυτό γιατί οι εξαιρετικές συνθήκες που διαμόρφωναν την πραγματικότητα του συγκεκριμένου προβλήματος δεν άφηναν περιθώρια για ιδιαίτερη πολλαπλότητα στις επιλογές σχεδιασμού του δικτύου.

### 2.2.1. Η γεωμετρία του δικτύου

Η αρχική επιλογή των σημείων που παρουσίαζαν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον από απόψεως διερεύνησης της κινηματικής τους συμπεριφοράς έγινε από τον πολιτικό μηχανικό της αρμόδιας υπηρεσίας (ΥΣΜΑ) με δομοστατικά κριτήρια. Οι θέσεις αυτών των σημείων αποτέλεσαν το σκελετό του δικτύου ελέγχου των 23 σημείων

που υλοποιήθηκε πάνω στο μνημείο και που τελικά μετρήθηκε τους επόμενους μήνες.

Για λόγους ασφάλειας των αποτελεσμάτων, όπως επιτάσσει η Γεωδαιτική Μεθοδολογία, εκτός του δικτύου ελέγχου, υλοποιήθηκαν 5 σημεία αναφοράς σε μικρή απόσταση από το μνημείο, ώστε να μην επηρεάζονται, κατά το δυνατόν, από το υπό εξέταση αίτιο. Η επιλογή των θέσεων των σημείων έγινε με κύριο κριτήριο τη μεταξύ τους οπτική επαφή, αλλά και την ικανοποιητική επόπτευση του δικτύου ελέγχου των 23 σημείων. Ειδικότερα, θα έπρεπε κάθε σημείο του δικτύου αναφοράς να «βλέπει» (σε επίπεδο σκόπευσης) όσο το δυνατόν περισσότερα σημεία ελέγχου, ενώ κάθε σημείο ελέγχου θα έπρεπε να σκοπεύεται από όσο το δυνατόν περισσότερα σημεία αναφοράς και σίγουρα όχι κάτω από 3, για λόγους ασφάλειας.

Εκτός του ζητήματος της επόπτευσης του βασικού δικτύου, το γεγονός ότι οι θέσεις των σημείων αναφοράς βρίσκονταν εκτός του χώρου του μνημείου, τα καθιστούσε εκτεθειμένα στη συχνότερη ανθρώπινη διέλευση που λάμβανε χώρα σε εκείνο το σημείο του Περιπάτου. Οι ιδιαίτερες αυτές συνθήκες απαιτούσαν μια εξαιρετικά σταθερή κατασκευή που θα υλοποιούσε τα σημεία αναφοράς, και που ταυτόχρονα θα ήταν όσο το δυνατόν περισσότερο συμβατή αισθητικά με το μνημείο και τον περιβάλλοντα χώρο του. Επίσης, τα σημεία αυτά θα έπρεπε να υλοποιηθούν έξω από το μονοπάτι του Περιπάτου, ώστε να μην παρεμβάλλονται στην ανθρώπινη περιπατητική διαδρομή που αυτός όριζε.

Τελικά, τα 4 σημεία αναφοράς τοποθετήθηκαν σε μια νοητή περιμετρική ζώνη (2 μπροστά, 1 ανατολικά και 1 δυτικά), σε πολύ μικρή απόσταση από το μνημείο, ώστε να επιτυγχάνεται ολοκληρωμένη επόπτευση του βασικού δικτύου. Το 5<sup>ο</sup> σημείο τοποθετήθηκε, σαν δικλείδα ασφάλειας των αποτελεσμάτων, στην απέναντι πλευρά του μονοπατιού του Περιπάτου, λίγα μέτρα μακριά από το μνημείο. Σε συνολική θέωση, το σημείο αυτό ήλεγχε, κατά κάποιο τρόπο, τα υπόλοιπα 4 σημεία αναφοράς. Μεγαλύτερη απομάκρυνση του 5<sup>ου</sup> σημείου, που θα βοηθούσε σε επίπεδο ασφάλειας των αποτελεσμάτων, δεν ήταν δυνατή για λόγους ορατότητας (μεγάλη κλίση εδάφους περιοχής, φυσικά εμπόδια κ.ά.)

Τα δύο δίκτυα που περιγράφηκαν (αναφοράς και ελέγχου) αποτέλεσαν το Γεωδαιτικό Δίκτυο Ελέγχου, η μέτρηση και επίλυση του οποίου θα επιτύγχανε μια ολοκληρωμένη διερεύνηση της κινηματικής συμπεριφοράς του μνημείου, αλλά και του περιβάλλοντος χώρου του, στις 3 διαστάσεις. Ωστόσο, καθίσταται σαφές από τα παραπάνω πως η προσαρμογή αφενός του δικτύου ελέγχου στις επιτάσεις του πολιτικού μηχανικού και αφετέρου του δικτύου αναφοράς στις ιδιαίτερες συνθήκες της ευρύτερης περιοχής του υπό εξέταση μνημείου, δεν άφησαν πολλά περιθώρια για επιλογές, αναφορικά με τη γεωμετρία του Γεωδαιτικού Δικτύου Ελέγχου.



### 2.2.2. Η επιλογή των παρατηρήσεων και των οργάνων

Η επιλογή τόσο του γεωδαιτικού οργάνου που χρησιμοποιήθηκε, όσο και του είδους των παρατηρήσεων με βάση τις οποίες θα επιλυόταν το δίκτυο, έγινε καθ' υπαγόρευση των υψηλών απαιτήσεων ακριβείας της μελέτης, αλλά και του απρόσιτου των σημείων ελέγχου. Πρέπει να σημειωθεί εδώ πως η αρμόδια υπηρεσία δεν ζήτησε συγκεκριμένες προδιαγραφές ακριβείας, αλλά από μια απλή εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων προκύπτει πως για να ανιχνευθούν, σε ικανοποιητικό βαθμό εμπιστοσύνης, μικρομετακινήσεις της τάξης των 2-3 mm, η ακρίβεια στον προσδιορισμό των συντεταγμένων δεν θα έπρεπε να είναι πολύ χειρότερη του 1-2 mm.

Με δεδομένα τα παραπάνω, η επιλογή του οργάνου που θα χρησιμοποιόταν στις μετρήσεις εξελίχθηκε σε μονόδρομο, καθώς το μόνο όργανο που ανταποκρινόταν στις απαιτήσεις ακριβείας της μελέτης και ήταν διαθέσιμο από το Εργαστήριο Γεωδαισίας της σχολής, ήταν το Leica TDA 5005. Με το όργανο αυτό μετρήθηκε το Γεωδαιτικό Δίκτυο Ελέγχου της Κλεψύδρας. Πρόκειται για ένα total station υψηλής ακριβείας, προορισμένο για εργαστηριακές συνθήκες, που όμως η ευκολία στη χρήση και τη μεταφορά του το καθιστούν κατάλληλο και για εργασίες πεδίου.

Η επιλογή του είδους των παρατηρήσεων με βάση τις οποίες θα επιλυόταν το δίκτυο επηρεάστηκε επίσης από τις υψηλές απαιτήσεις ακριβείας, αλλά και από την ιδιαιτερότητα του μνημείου. Στα σημεία ελέγχου ήταν αδύνατο να στηθεί κατάφωτο (πόσω μάλλον όργανο), συνεπώς η προσέγγισή τους από τα σημεία αναφοράς θα μπορούσε να γίνει μόνο μέσω (οριζόντιων και κατακόρυφων) γωνιών. Η λύση κάποιου reflectorless οργάνου για να εισαχθούν μετρήσεις μηκών απορρίφθηκε, καθώς η ακρίβεια αυτών των οργάνων στη μέτρηση αποστάσεων (κοντά στο 1 cm) θα επιβάρυνε κρίσιμα την ακρίβεια του τελικού αποτελέσματος. Επιπρόσθετα, πρέπει να αναφερθεί εδώ πως, σύμφωνα με πρόσφατες διπλωματικές εργασίες, η πραγματική ακρίβεια πολλών reflectorless οργάνων εμφανίζεται αισθητά χειρότερη της ονομαστικής.

Με την απουσία των μετρήσεων των μηκών και προκειμένου να αυξηθεί ο αριθμός των παρατηρήσεων, να αυξηθεί ο βαθμός ελευθερίας του δικτύου και να βελτιωθεί η ακρίβεια του τελικού αποτελέσματος, αποφασίσθηκε να αυξηθεί ο αριθμός των σημείων αναφοράς (σε 5). Στην περίπτωση που θα ήταν δυνατή η μέτρηση μηκών προς τα σημεία ελέγχου με ικανοποιητική ακρίβεια, τα σημεία αναφοράς θα αρκούσε να ήταν λιγότερα (3 ή 2), αλλά με ικανοποιητική επόπτευση του δικτύου ελέγχου.

Για να αρθεί η αβεβαιότητα της κλίμακας στο δίκτυο, αρχικά προκρίθηκε η λύση μιας ράβδου βιομηχανικής χρήσης γνωστού μήκους. Θα σκοπεύονταν τα άκρα της ράβδου ως σημεία ελέγχου και η απόστασή τους θα λαμβανόταν ουσιαστικά ως σταθερή (για την ακρίβεια ως παρατήρηση με πολύ μεγάλο βάρος). Στην πράξη

όμως αποδείχθηκε πως η χρήση μιας τέτοιας ράβδου σε μετρήσεις πεδίου δεν ήταν μια ασφαλής λύση κι αυτό γιατί το μικρό της βάρος και η συνολική κατασκευή της δεν της επέτρεπαν να παρουσιάζει απόλυτη σταθερότητα θέσης με την επίδραση του ανέμου.

Τελικά δόθηκε κλίμακα στο δίκτυο με τη χρήση μεταλλικής μετροταινίας, με την οποία μετρήθηκαν δύο (και όχι μία, για λόγους ασφάλειας) απόστασεις μεταξύ σημείων αναφοράς. Το σφάλμα μιας τέτοιας μέτρησης (εκτιμήθηκε στα 2-3 mm) αποφασίστηκε πως δεν θα δημιουργούσε πρόβλημα ακρίβειας, διότι οι αποστάσεις που μετρήθηκαν ήταν μικρές (της τάξης των λίγων μέτρων), παρουσιάζαν ελάχιστη κλίση, ενώ οι θέσεις των σημείων που μετρήθηκαν ήταν βολικές για μια τέτοια μέτρηση. Με βάση τα παραπάνω, δεν κρίθηκε αναγκαίο να μετρήθουν αυτές οι αποστάσεις με ηλεκτρονικό τρόπο, καθώς αυτό θα επιβάρυνε χρονικά και υπολογιστικά τη διαδικασία, χωρίς να προσδώσει κάτι αισθητά καλύτερο από τη μετροταινία σε επίπεδο ακρίβειας.

Επιπρόσθετα των προαναφερθέντων, η διαδικασία της βελτιστοποίησης του δικτύου παραλείφθηκε και λόγω του γεγονότος ότι ήταν αδύνατο να προσδιορισθούν ικανοποιητικές προσωρινές τιμές για τις συντεταγμένες των σημείων του δικτύου, χωρίς τη μεσολάβηση της μετρητικής διαδικασίας με γεωδαιτικό όργανο. Η λύση της χρησιμοποίησης GPS για αυτό το σκοπό (εύρεση προσωρινών τιμών) απορρίφθηκε γιατί η ακρίβεια αυτής της εύκολης, κατά τα άλλα, διαδικασίας (περίπου 0,5 – 1 m) ήταν πολύ χαμηλή για ένα δίκτυο ελέγχου τόσο μικρής κλίμακας (πλευρές μέχρι και λίγων cm). Εξάλλου, η χρήση ενός total station χαμηλότερης ακρίβειας θα επιβάρυνε με κόπο και χρόνο τη διαδικασία χωρίς ουσιαστικό κέρδος, μια και το όργανο με το οποίο θα γίνονταν οι κανονικές μετρήσεις (Leica TDA 5005), αν και υψηλής ακρίβειας, δεν υστερούσε σε επίπεδο ευκολίας χρήσης.

Έτσι, σε συνέχεια των παραπάνω, προτιμήθηκε η άμεση έναρξη των μετρήσεων, με την επεξεργασία των δεδομένων της α' φάσης να παίρνει και ένα χαρακτήρα ελέγχου του συνολικού σχεδιασμού, καθώς για λόγους ασφάλειας ελέγχθηκε η ακρίβεια επίλυσης του δικτύου χρησιμοποιώντας διαφορετικούς συνδυασμούς μετρήσεων. Τα αποτελέσματα αυτών των ελέγχων επιβεβαίωσαν το σχεδιασμό του Γεωδαιτικού Δικτύου Ελέγχου.

### **2.3. Υλοποίηση του δικτύου ελέγχου**

Όπως προαναφέρθηκε, ο αριθμός των σημείων του δικτύου ελέγχου έφτασε τα 23. Θεωρήθηκε πως ένα τέτοιο πλήθος σημείων θα προσέφερε ικανοποιητική παρακολούθηση του μνημείου, κρατώντας τη διάρκεια της κάθε φάσης μετρήσεων σε ρεαλιστικά επίπεδα. Από τα σημεία αυτά, τα 9 τοποθετήθηκαν στο πάτωμα, που είναι καλυμμένο από μη συνεχή κομμάτια πέτρας, 4 στο δυτικό τοίχο (από μαρμάρινες πλάκες), 6 στα βράχια που υπέρκεινται του μνημείου και 4 στον τοίχο

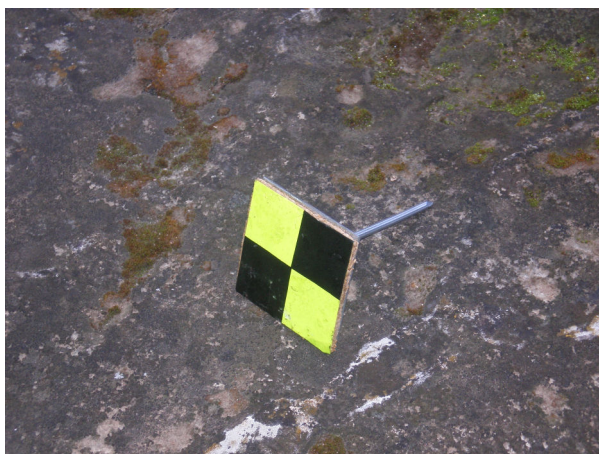
από πέτρινες πλάκες, στην ανατολική του πλευρά. Ο τρόπος υλοποίησης κάθε ομάδας σημείων εξαρτήθηκε απόλυτα από τη θέση της στο μνημείο και ειδικότερα από το υλικό που θα βρισκόταν σε επαφή.

Πιο συγκεκριμένα, για κάθε σημείο του πατώματος (σημεία 1-9) επιλέχθηκε η λύση ενός πολύ λεπτού, ανάποδα τοποθετημένου, ατσαλόκαρφου (διαμέτρου 2 mm). Από το καρφί αφαιρέθηκε το κεφάλι με τρόχισμα, για να τοποθετηθεί μέσα στην τρύπα αντίστοιχης διαμέτρου, που ανοίχθηκε σε κάθε αναγκαία θέση του πατώματος, χωρίς να προκαλέσει άλλη καταστροφή στην πέτρα (εκτός της τρύπας). Η κάθε τρύπα ανοίχθηκε με ειδικό τρυπάνι από το συντηρητή της υπηρεσίας, ενώ για τη στερέωση του κάθε καρφιού, χρησιμοποιήθηκε ειδική ρητίνη που έπαιξε το ρόλο κόλλας μέσα στην τρύπα. Το σημείο που θα σκοπευόταν, ήταν, πρακτικά, η μύτη του καρφιού, η οποία προεξείχε από το πάτωμα και η οποία τροχίστηκε, ώστε να έχει, κατά το δυνατόν, μηδενικές διαστάσεις. Για λόγους ευκολίας των μετρήσεων, εξάλλου, η τροχισμένη μύτη κάθε καρφιού σημάνθηκε με κόκκινο μαρκαδόρο. Τέλος, σε κάθε καρφί τοποθετήθηκε καρτελάκι με τον αριθμό του σημείου, ενώ δημιουργήθηκε αυτοσχέδια ξύλινη κατασκευή για να εμποδίσει οποιαδήποτε μετακίνηση των καρφιών ή τραυματισμό εξαιτίας τους.



*Εικόνες 4 και 5 – Υλοποίηση σημείου στο δάπεδο του μνημείου*

Για την υλοποίηση καθενός από τα υπόλοιπα σημεία, χρησιμοποιήθηκε μια αυτοσχέδια κατασκευή, που είχε ως βάση ένα τετράγωνο (5x5 cm) από αλουμίνιο, πάχους 1-2 mm. Σε αυτό κολλήθηκαν, με εποξική κόλλα 2 συστατικών, μια λεπτή φέτα φελλού και ένας χάρτινος, αυτοκόλλητος, δίχρωμος στόχος. Το αλουμίνιο προτιμήθηκε από άλλα μέταλλα λόγω του μικρού του βάρους, ενώ η φέτα του φελλού, ανάμεσα σε αλουμίνιο και αυτοκόλλητο, χρησιμοποιήθηκε ώστε να μπορεί να προσαρμοστεί στο στόχο ένα μικρό, αιχμηρό αντικείμενο (καρφίτσα), για να ορίσει το κέντρο του. Η ανάγκη αυτή προέκυψε από το ότι οι στόχοι θα σκοπεύονταν από διαφορετικές γωνίες, ως επί το πλείστον όχι κάθετες σ' αυτούς, κάτι που δημιουργούσε τον κίνδυνο να μη σκοπεύεται κάθε φορά το ίδιο σημείο πάνω στο στόχο. Με την προσθήκη της καρφίτσας, το σκοπευόμενο σημείο οριζόταν κατά μοναδικό και σαφή τρόπο ως το σημείο εισχώρησης της καρφίτσας στο στόχο.



*Εικόνα 6 – Ο αυτοσχέδιος στόχος που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση των σημείων 10 – 23*

Για την υλοποίηση των σημείων του δυτικού τοίχου (σημεία 10-13), οι αυτοσχέδιοι στόχοι που προαναφέρθηκαν, κολλήθηκαν με ειδική κόλλα σιλικόνης, που δεν αφήνει μη αναστρέψιμα σημάδια. Το ίδιο συνέβη και για τα σημεία 20-23, που υλοποιήθηκαν στον τοίχο της ανατολικής πλευράς του μνημείου. Για τα σημεία 14-19, στους στόχους προσαρμόσθηκε (με θερμοκόλληση) ατσαλόκαρφο, διαμέτρου 4 mm, με τη βοήθεια του οποίου οι στόχοι καρφώθηκαν (με χρήση ειδικού τρυπανιού) στις θέσεις τους, σε βράχια πάνω από το μνημείο.



*Εικόνες 7 και 8 – Σημεία 11 – 13 και 16 – 19*

#### **2.4. Υλοποίηση δικτύου αναφοράς**

Η υλοποίηση των 5 σημείων του δικτύου αναφοράς, αν και διαφορετικής φύσεως, αποδείχθηκε μια διαδικασία εξίσου σύνθετη με την προηγούμενη. Η κατασκευή η οποία χρησιμοποιήθηκε, αποτελείτο από έναν αλουμινένιο κύλινδρο, ύψους 1 m και διαμέτρου 30 – 40 cm, πάνω στον οποίο είχε προσαρμοσθεί με θερμοκόλληση μια τετράγωνη αλουμινένια σχάρα (50 x 50 cm). Η σχάρα αυτή τοποθετήθηκε με τη βοήθεια αλφαδιού, ώστε να είναι χονδρικά οριζοντιωμένη. Στο κέντρο της σχάρας

είχε κατασκευασθεί τρύπα με οδηγό βίδας, αντίστοιχο της ειδικής βίδας στην οποία μπορεί αποκλειστικά να βιδωθεί το τρικόχλιο του οργάνου που θα χρησιμοποιόταν στις μετρήσεις (Leica TDA-5005). 5 τέτοιες βίδες, αφού κατασκευάστηκαν σε μεταλλουργικό εργαστήριο, προσαρμόσθηκαν στις κατασκευές – βάσεις των σημείων ελέγχου. Οι βάσεις αυτές, εξάλλου, στερεώθηκαν σε τσιμεντένια θεμέλια 50 x 50 cm, βάθους 30 περίπου cm (κατασκευή όχι τόσο αρμόζουσα με την ιδιομορφία του χώρου, πλην αναγκαία, καθώς η σταθερότητα των βάσεων ήταν κομβικής σημασίας) και βάφτηκαν με πράσινο χρώμα για λόγους αισθητικής. Τέλος, οι βάσεις σημάνθηκαν με ασπροκόκκινου χρώματος σκοινί ώστε να αποτρέπεται η όποια ανθρώπινη δραστηριότητα θα μπορούσε να τις αποσταθεροποιήσει.



**Εικόνες 9 και 10** – Απόψεις των βάσεων που υλοποίησαν τα σημεία αναφοράς

Η επόπτευση του δικτύου ελέγχου, που επιτυγχανόταν με τις επιλεγμένες θέσεις των σημείων αναφοράς, κρίθηκε πολύ ικανοποιητική καθώς δεν υπήρχε σημείο του δικτύου ελέγχου που να σκοπεύεται από λιγότερο από 3 σημεία αναφοράς (ήτοι να προσδιορίζεται από λιγότερες από 3 εμπροσθοτομίες).

		Σημεία ελέγχου																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
Σημεία Αναφοράς	T1						+					+				+	+	+	+	+	+	+	+	+	
	T2					+	+	+	+	+							+	+	+	+	+	+	+	+	+
	T3	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	T4	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	T5	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+							+	+	+

**Πίνακας 1** – Επόπτευση του δικτύου ελέγχου από το δίκτυο αναφοράς

Η οριζοντιογραφική αποτύπωση των δικτύων αναφοράς και ελέγχου παρουσιάζεται στα σχέδια 1 και 2 που παρατίθενται στο παράρτημα.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**  
**ΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ**

### 3.1. Όργανα και παρελκόμενα

Το όργανο με το οποίο μετρήθηκε το δίκτυο ήταν, όπως προαναφέρθηκε, το Leica TDA-5005. Πρόκειται για ένα υψηλότερης ακρίβειας όργανο (η ονομαστική ακρίβειά του στις γωνιομετρήσεις φτάνει το  $\pm 0,5$  cc, ενώ η αντίστοιχη για τις μετρήσεις μηκών το  $\pm 1$  mm  $\pm 2$  ppm), που παρουσιάζει και εξαιρετική ευχρηστία. Είναι κατάλληλο τόσο για κάλυψη εργαστηριακών αναγκών (που απαιτούν ιδιαίτερα υψηλή ακρίβεια), όσο και για εργασίες υπαίθρου με υψηλές απαιτήσεις ακρίβειας (όπως οι μελέτες παραμορφώσεων σε εξωτερικό χώρο), κάτι που αποδεικνύεται από το ότι το βάρος του (περίπου 7,5 kg) καθιστά όχι δύσκολη τη μεταφορά του, αλλά και από την εξαιρετική σταθερότητα κατασκευής του, που του προσδίδει ευστάθεια σε σχετικά δυσχερείς καιρικές συνθήκες (π.χ. άνεμος).

Δεν έχει την ικανότητα να προσδιορίζει απόσταση χωρίς κατάφωτο (reflectorless), αλλά αυτή ήταν, ούτως ή άλλως, μια δυνατότητα, που δεν μας ενδιέφερε, όπως αποφασίστηκε στο σχεδιασμό του δικτύου. Άλλα χαρακτηριστικά του οργάνου που βοήθησαν στην ομαλή έως εύκολη διεξαγωγή των μετρήσεων, ήταν η ικανότητα πλήρους περιστροφής, γύρω από τον κύριο άξονα του οργάνου, των κοχλιών μικρομετακίνησης του σταυρονήματος, αλλά και ο ευκολότατος εντοπισμός των στόχων μέσω της χονδρικής σκόπευσης και του πανίσχυρου τηλεσκοπίου.



*Εικόνες 11 και 12 – Απόψεις του οργάνου Leica TDA-5005*

Τα παρελκόμενα που χρησιμοποιήθηκαν στις μετρήσεις συνίσταντο σε 5 τρικόχλια (το 1 συνόδευε το όργανο και τα άλλα 4 επιλέχθηκαν να είναι όμοια με αυτό, ώστε το όργανο να μπορεί να προσαρμοσθεί σε αυτά), 4 κωνάκια για την ακριβή υλοποίηση των 4 σημείων αναφοράς που δεν θα ήταν εγκατεστημένο το όργανο, μία βιομηχανική ράβδος γνωστού μήκους, η οποία όμως (όπως προαναφέρθηκε) παρουσίασε πρόβλημα ως προς τη σταθερότητά της και απορρίφθηκε, και μία

μεταλλική μετροταινία (με υποδιαιρέσεις mm) για τη μέτρηση μηκών και υψών οργάνου – σκόπευσης.

### **3.2. Προγραμματισμός των μετρήσεων**

Το δίκτυο Γεωδαιτικού Ελέγχου στο μνημείο της Κλειψύδρας μετρήθηκε αρχικά σε 3 φάσεις, με τις οποίες ασχολείται και η παρούσα εργασία. Η πρώτη φάση διεξήχθη αρχές Μάρτιου του 2008 (5-6/3), η δεύτερη κατά τις αρχές Απριλίου (1-2/4) και η τρίτη στις αρχές Μαΐου (7-8/5). Το χρονικό διάστημα του ενός περίπου μήνα που μεσολάβησε μεταξύ των φάσεων θεωρήθηκε ικανοποιητικό για να γίνει αισθητή η ενδεχόμενη γρήγορη εξέλιξη του φαινομένου.

Κάθε φάση μετρήσεων ολοκληρώθηκε σε 2 διαδοχικές ημέρες, καθε μία από τις οποίες περιελάμβανε 4-5 ώρες μετρητικών διαδικασιών. Οι μετρήσεις γίνονταν πάντα πρωινές ώρες, κατόπιν συνεννόησης με τους υπεύθυνους του χώρου του μνημείου. Το χρονικό διάστημα των δύο ημερών, στο οποίο ολοκληρωνόταν κάθε φάση προέκυψε καθώς αποδείχθηκε ότι χρειαζόταν 1 μέρα εργασίας για τη μέτρηση του δικτύου αναφοράς και άλλη μία για τη μέτρηση του δικτύου ελέγχου. Για προφανείς λόγους ασφάλειας των μετρήσεων, αυτός ο διαχωρισμός επέβαλλε οι μέρες μετρήσεων κάθε φάσης να είναι διαδοχικές.

### **3.3. Η διαδικασία των μετρήσεων**

Όπως προαναφέρθηκε, το δίκτυο αναφοράς και το δίκτυο ελέγχου μετρήθηκαν ανεξάρτητα, κάτι που λειτούργησε σαν ένας επιπρόσθετος έλεγχος της συνολικής διαδικασίας.

Λόγω της οριζοντιωμένης θέσης των σχαρών των σημείων αναφοράς, η χονδρική οριζοντίωση του οργάνου επιτυγχανόταν αυτόματα, με το βίδωμά του σε κάθε σημείο. Αυτό ήταν πολύ βολικό για τη διάρκεια των μετρήσεων, καθώς η ακριβής οριζοντίωση με τη βοήθεια των ψηφιακών ενδείξεων του οργάνου ήταν το μόνο που χρειαζόταν σε κάθε στάση πριν την έναρξη των μετρήσεων.

#### **3.3.1. Μέτρηση του δικτύου ελέγχου**

Η μέτρηση του δικτύου ελέγχου περιελάμβανε τον προσδιορισμό οριζοντίων και κατακορύφων γωνιών από κάθε σημείο αναφοράς προς όσα σημεία ελέγχου αυτό «έβλεπε» (βλ. Πίνακα 1). Οι γωνιομετρήσεις αυτές έγιναν με τη μέθοδο των πλήρων περιστροφών (σε 1<sup>η</sup> και 2<sup>η</sup> θέση τηλεσκοπίου) και σε 1 περίοδο. Η 2<sup>η</sup> περίοδος θα αύξανε υπερβολικά τη διάρκεια των μετρήσεων, χωρίς να προσδίδει κάτι καθοριστικό σε επίπεδο ακρίβειας. Αυτό, φυσικά, επιβεβαιώθηκε όταν η επίλυση του δικτύου με τις συγκεκριμένες μετρήσεις (σε 1 περίοδο) έδωσε ικανοποιητικότερο  $\sigma_0$  a posteriori ( $\hat{\sigma}_0$ ).



Σε κάθε στάση του οργάνου σε σημείο αναφοράς, γινόταν μηδενισμός της οριζόντιας γωνίας σε κάποιο άλλο σημείο αναφοράς (στο οποίο είχε προσαρμοσθεί τρικόχλιο και κωνάκι), σκοπεύονταν διαδοχικά όσα σημεία ελέγχου είχαν οπτική επαφή με το όργανο – για καθένα από αυτά λαμβανόταν οριζόντια και κατακόρυφη γωνία –, ενώ η περιστροφή «έκλεινε» με τη σκόπευση των ίδιων σημείων (με τελευταίο το σημείο αναφοράς μηδενισμού) σε 2<sup>η</sup> θέση τηλεσκοπίου. Η διαδικασία (που επαναλαμβάνονταν για κάθε στάση του οργάνου σε καθένα από τα 5 σημεία αναφοράς) ολοκληρωνόταν με τη μέτρηση του ύψους οργάνου και του ύψους σκόπευσης που αντιστοιχούσε στο κωνάκι του σημείου μηδενισμού. Το ύψος σκόπευσης των σημείων ελέγχου ήταν, προφανώς, μηδενικό.

### 3.3.2. Μέτρηση του δικτύου αναφοράς

Η μέτρηση του δικτύου αναφοράς περιελάμβανε τον προσδιορισμό οριζοντίων και κατακορύφων γωνιών από κάθε σημείο αναφοράς προς όλα τα υπόλοιπα. Οι γωνιομετρήσεις αυτές γίνονταν με τη μέθοδο των πλήρων περιστροφών (σε 1<sup>η</sup> και 2<sup>η</sup> θέση τηλεσκοπίου) και σε 2 περιόδους. Αυτό γιατί οι θέσεις των σημείων αναφοράς απαιτείτο να προσδιοριστούν με υψηλότετη ακρίβεια, καθώς αποτελούσαν τη βάση ασφαλείας όλου του Γεωδαιτικού Δικτύου Ελέγχου, ενώ το μικρό πλήθος των σημείων αυτών (5) δεν καθιστούσε τη 2<sup>η</sup> περίοδο απαγορευτική, σε επίπεδο διάρκειας των μετρήσεων.

Η διαδικασία των μετρήσεων του δικτύου αναφοράς ήταν αντίστοιχη των μετρήσεων του δικτύου ελέγχου, με μοναδικές διαφορές το ότι οι γωνιομετρήσεις του δικτύου αναφοράς ολοκληρώνονταν σε 2 περιόδους και το ότι χρησιμοποιούνταν και τα 4 κωνάκια για να υλοποιούν τα 4 σημεία αναφοράς που δεν ήταν εγκατεστημένο το όργανο. Έτσι, σε κάθε στάση χρειαζόταν η μέτρηση του ύψους οργάνου και 4 υψών σκόπευσης, για καθένα από τα υπόλοιπα σημεία αναφοράς. Τέλος, προκειμένου να δοθεί κλίμακα στο συνολικό δίκτυο, μετρήθηκαν με μεταλλική μετροταινία, σε μετάβαση και επιστροφή, 2 αποστάσεις του δικτύου αναφοράς.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**  
**Η ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ**

#### 4.1. Επεξεργασία οριζοντίων γωνιών

Οι οριζόντιες γωνίες υπολογίσθηκαν ως διαφορές σκοπευόμενων διευθύνσεων (όπου αφαιρετέα διεύθυνση ήταν η διεύθυνση μηδενισμού). Ειδικότερα, το πρώτο βήμα ήταν ο υπολογισμός της μέσης τιμής από τις 2 θέσεις τηλεσκοπίου (με αναγωγή στην πρώτη θέση). Στη συνέχεια, η μέση αυτή τιμή κάθε σκοπευόμενης διεύθυνσης ανήχθηκε στη διεύθυνση μηδενισμού, για να μετασχηματισθεί έτσι ουσιαστικά από διεύθυνση σε οριζόντια γωνία. Τέλος, για τις οριζόντιες γωνίες του δικτύου αναφοράς που μετρήθηκε σε 2 περιόδους, χρειάστηκε και ο υπολογισμός του μέσου όρου των 2 περιόδων.

Στάση	Προς	Θέση I	Θέση II	Μέση Τιμή	Ανηγ. Τιμή
<b>T1</b>	T5	0,0000	200,0024	0,0012	0,0000
	6	358,7536	158,7568	358,7552	358,7540
	11	332,1737	132,1747	332,1742	332,1730

*Πίνακας 2 – Δείγμα επεξεργασίας οριζοντίων γωνιών*

#### 4.2. Επεξεργασία κατακορύφων γωνιών

Αρχικά, υπολογίσθηκε η μέση τιμή των δύο θέσεων τηλεσκοπίου (με αναγωγή στην πρώτη θέση) και στη συνέχεια (μόνο για το δίκτυο αναφοράς) ο μέσος όρος των δύο περιόδων.

Στάση	Προς	Θέση I	Θέση II	Μέση Τιμή
<b>T1</b>	T5	98,1564	301,8423	98,1571
	6	103,9057	296,0990	103,9034
	11	99,5621	300,4389	99,5616

*Πίνακας 3 – Δείγμα επεξεργασίας κατακορύφων γωνιών*

Πρέπει να αναφερθεί πως η συνολική επεξεργασία τόσο των οριζοντίων, όσο και των κατακορύφων γωνιών έγινε σε περιβάλλον Microsoft Excel, κάτι που διευκόλυνε τη διαδικασία και μείωσε εντυπωσιακά τη διάρκειά της. Εξάλλου, στο συγκεκριμένο περιβάλλον ήταν δυνατός και ένας αρχικός έλεγχος των μετρήσεων για την ύπαρξη χονδροειδών σφαλμάτων, αλλά και για τον εντοπισμό σκοπεύσεων ενδεχόμενης χαμηλής ποιότητας. Πάντως, όσες τέτοιες σκοπεύσεις εντοπίσθηκαν, αποδείχθηκε πως δεν επηρέασαν την ακρίβεια του τελικού αποτελέσματος.

#### 4.2. Επεξεργασία μηκών

Όπως προαναφέρθηκε, μετρήθηκαν 2 μήκη σε κάθε φάση (T2 – T3 και T3 – T4), με τη βοήθεια μεταλλικής μετροταινίας (υποδιαίρεσης mm), σε μετάβαση και επιστροφή (σε 1 περίοδο). Η επεξεργασία των κεκλιμένων αυτών μηκών συνίστατο στον υπολογισμό του μέσου όρου μετάβασης και επιστροφής και στη αναγωγή τους σε οριζόντια μήκη, με τη βοήθεια των αντίστοιχων μετρημένων κατακορύφων γωνιών. Η αναγωγή αυτή ήταν απαραίτητη, καθώς μόνο τα οριζόντια μήκη περιλαμβάνονταν στα στοιχεία εισόδου του προγράμματος επίλυσης του δικτύου οριζοντίου ελέγχου. Ο τύπος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο γνωστός:

$D = L \times \cos z$ , όπου D: οριζόντιο μήκος, L: κεκλιμένο μήκος και z: η αντίστοιχη κατακόρυφη γωνία.

Για προφανείς λόγους (τοπικό τρισσορθογώνιο δίκτυο με μήκος πλευρών της τάξης των λίγων μέτρων) δεν ασχοληθήκαμε με αναγωγές μηκών λόγω προβολής, καμπυλότητας ή διάθλασης.

Το σύνολο των μετρήσεων και η επεξεργασία τους περιλαμβάνεται στο παράρτημα της παρούσης εργασίας.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ**

## 5.1. Τα στοιχεία του δικτύου

Το Γεωδαιτικό Δίκτυο Ελέγχου που υλοποιήθηκε στο μνημείο της Κλεψύδρας, και που αργότερα μετρήθηκε και επιλύθηκε, αποτελείτο από 28 σημεία (5 αναφοράς και 23 ελέγχου). Για την περιγραφή του δικτύου ορίσθηκε (με τρόπο που περιγράφεται παρακάτω) ένα τρισσορθογώνιο, τοπικό, καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Ένα τέτοιο σύστημα αναφοράς, άλλωστε, είναι η συνήθης και καλύτερη λύση για την περιγραφή ενός δικτύου ελέγχου παραμορφώσεων περιορισμένου πεδίου, όπως αυτό της Κλεψύδρας.

### 5.1.1. Το (συνολικό) δίκτυο οριζοντίου ελέγχου

Σύμφωνα με τη θεωρία της εφαρμογής της μεθόδου των Ελαχίστων Τετραγώνων στα γεωδαιτικά δίκτυα, οι ατέλειες που πρέπει να αρθούν σε ένα γεωδαιτικό δίκτυο οριζοντίου ελέγχου είναι 4. Η άρση των ατελειών έγινε με τις ελάχιστες εξωτερικές δεσμεύσεις, για τον ελάχιστο επηρεασμό του σχήματος του δικτύου.

Αρχικά, η μέτρηση των δύο μηκών ήρε την ατέλεια της κλίμακας. Οι 2 ατέλειες θέσης αντιμετωπίσθηκαν θεωρώντας ως σταθερό σημείο του δικτύου το T3 (ανήκει στα σημεία αναφοράς). Συγκεκριμένα, θεωρήθηκε πως  $x_{T3} = 100$  m και  $y_{T3} = 100$  m. Αποφεύχθηκε να δοθούν μηδενικές συντεταγμένες στο σταθερό σημείο, για να μην προκύψουν αρνητικές τιμές στις συντεταγμένες των προς προσδιορισμό σημείων. Πρέπει να σημειωθεί πως το συγκεκριμένο σημείο επιλέχθηκε προς σταθεροποίηση λόγω του ότι ήταν εκτός μνημείου (οπότε δεν επηρεαζόταν ιδιαίτερα από το ερευνούμενο αίτιο) και λόγω της κεντρικής του θέσης στο δίκτυο, που του επέτρεπε να «βλέπει» και τα 23 σημεία ελέγχου.

Η 4<sup>η</sup> ατέλεια (προσανατολισμού) ήρθη με τη σταθεροποίηση της διεύθυνσης της πλευράς T3 – T4 (κεντρική πλευρά του δικτύου – το σημείο T4 «έβλεπε» τα 22 από τα 23 σημεία ελέγχου). Ειδικότερα, θεωρήθηκε πως  $\alpha_{T3-T4} = 100^{\circ}$ . Η τιμή αυτή επιλέχθηκε ώστε η κατεύθυνση που αυξάνονται οι τεταγμένες στο σύστημα αναφοράς του δικτύου να «δείχνει» το βόρειο τμήμα του μνημείου. Εξάλλου, με την παραδοχή αυτή, η πλευρά T3-T4 όρισε τον άξονα των τετμημένων του τοπικού συστήματος αναφοράς, με τον άξονα των Y να ορίζεται ως κάθετος σε αυτόν και αυτόν των Z ως η κατακόρυφος που περνάει από το (σταθερό) σημείο T3.

Πρέπει να σημειωθεί πως για την άρση των ατελειών, αποφεύχθηκε η σταθεροποίηση 2 σημείων, προκειμένου να ενισχυθεί ο διερευνητικός χαρακτήρας της επίλυσης, σε επίπεδο σχήματος και, κυρίως, κλίμακας του δικτύου. Με τις παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν σταθεροποιήθηκε απόλυτα μόνο 1 σημείο (T3), ενώ το (ημισταθερό) σημείο T4 μπορούσε να κινηθεί οριζοντιογραφικά στην επίλυση, μόνο κατά τη σταθεροποιημένη διεύθυνση T3-T4.

Με την άρση και των 4 ατελειών, το δίκτυο ορίσθηκε πλήρως, ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των συντεταγμένων του στο τοπικό, τρισσορθογώνιο

σύστημα αναφοράς. Είναι προφανές πως οι εξωτερικές δεσμεύσεις του δικτύου (σταθερή κορυφή και σταθερή γωνία διεύθυνσης) διατηρήθηκαν ως παραδοχές σε όλες τις φάσεις των μετρήσεων, ώστε να έχει νόημα η σύγκριση των αποτελεσμάτων των επιλύσεων.

Από το πλήθος των σημείων του δικτύου, μπορεί να εξαχθεί ο αριθμός των ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων ( $m$ ) που απαιτείται να προσδιορισθούν, προκειμένου να επιλυθεί οριζοντιογραφικά, με τη μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων. Προκύπτει λοιπόν πώς  $m = (28 \times 2) - 3 = 53$  (πρόκειται, ουσιαστικά, για τις οριζοντιογραφικές συντεταγμένες –  $x, y$  – των σημείων του δικτύου, με την αφαίρεση των 2 συντεταγμένων του σταθερού σημείου και της μίας του ημισταθερού).

Από το σχεδιασμό του δικτύου γνωρίζουμε τον αριθμό των παρατηρήσεων που θα χρησιμοποιηθούν στην επίλυση του δικτύου οριζοντίου ελέγχου. Πρόκειται για το σύνολο των οριζοντίων γωνιών που ήταν δυνατό να μετρηθούν (δεδομένης της γεωμετρίας του δικτύου και των συνθηκών ορατότητας), καθώς και τις δύο αποστάσεις (που ανήχθησαν στο οριζόντιο επίπεδο) για να αρθεί η αβεβαιότητα της κλίμακας. Έχουμε επομένως  $n = 117$ .

Τέλος, ο βαθμός ελευθερίας  $r$  προκύπτει ως διαφορά των ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων από τις παρατηρήσεις. Δηλαδή  $r = n - m = 117 - 53 = 64$ .

#### 5.1.2. Το (συνολικό) δίκτυο κατακόρυφου ελέγχου

Σε αντίθεση με το δίκτυο οριζοντίου ελέγχου, η άρση των ατελειών ενός κατακόρυφου δικτύου είναι μια σχετικά απλή υπόθεση. Τα κατακόρυφα δίκτυα παρουσιάζουν μόνο την ατέλεια θέσης, η οποία αποκατάσταθηκε, στην περίπτωσή μας, και πάλι (για τον ίδιο λόγο) με τη μέθοδο των ελάχιστων εξωτερικών δεσμεύσεων. Σύμφωνα με αυτήν, απαιτείτο η σταθεροποίηση του υψόμετρου ενός σημείου. Επιλέχθηκε (για τους ίδιους λόγους) το σημείο T3 και θεωρήθηκε πως  $H_{T3} = 100$  m. Η τιμή αυτή επιλέχθηκε (αντίστοιχα με το δίκτυο οριζοντίου ελέγχου) για να μην προκύψουν, κατά την επίλυση, αρνητικά υψόμετρα.

Με την άρση της ατέλειας της κλίμακας, το δίκτυο κατακόρυφου ελέγχου ορίσθηκε πλήρως ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των συντεταγμένων του στο τοπικό, τρισσορθογώνιο σύστημα αναφοράς. Και εδώ ισχύει πως η εξωτερική δέσμευση του δικτύου (υψόμετρο σταθερής κορυφής) διατηρήθηκε ως παραδοχή σε όλες τις φάσεις των μετρήσεων, ώστε να έχει νόημα η σύγκριση των αποτελεσμάτων των επιλύσεων.

Από το πλήθος των σημείων του δικτύου μπορεί να εξαχθεί ο αριθμός των ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων ( $m$ ) που απαιτείται να προσδιορισθούν, προκειμένου να επιλυθεί το δίκτυο κατακόρυφου ελέγχου της Κλεψύδρας, με τη

μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων. Προκύπτει λοιπόν πώς  $m = (28 \times 1) - 1 = 27$  (πρόκειται για τα υψόμετρα των σημείων του δικτύου – εκτός από του σταθερού).

Τις παρατηρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του δικτύου κατακορύφου ελέγχου δεν αποτελούσαν οι μετρήσεις που έγιναν για αυτό το σκοπό (κατακόρυφες γωνίες, ύψη οργάνων και σκόπευσης), αλλά όλες οι υψομετρικές διαφορές που προέκυψαν από την επεξεργασία αυτών των μετρήσεων. Οι λόγοι για αυτήν την επιλογή αφορούν το πρόγραμμα (software) με το οποίο έγινε η επίλυση. Έτσι, με βάση τα παραπάνω, έχουμε  $n = 100$ .

Τέλος, ο βαθμός ελευθερίας  $r$  προκύπτει ως διαφορά των ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων από τις παρατηρήσεις. Δηλαδή  $r = n - m = 100 - 27 = 73$ .

### 5.1.3. Το δίκτυο αναφοράς (οριζοντίου ελέγχου)

Για λόγους που σχετίζονταν με τον προσδιορισμό ικανοποιητικών προσωρινών συντεταγμένων για τα σημεία ελέγχου (περισσότερα αναφέρονται παρακάτω, στο αντίστοιχο κεφάλαιο), χρειάστηκε, μόνο κατά την 1<sup>η</sup> φάση, να επιλυθεί οριζοντιογραφικά το δίκτυο αναφοράς ξεχωριστά.

Η άρση των ατελειών και το σύστημα αναφοράς ταυτίζονται με όσα αντίστοιχα αναφέρθηκαν παραπάνω για το συνολικό δίκτυο οριζοντίου ελέγχου. Από το πλήθος των σημείων του δικτύου αυτού (5) προκύπτει το πλήθος ( $m$ ) των ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων, με την αφαίρεση των 2 συντεταγμένων του σταθερού σημείου και της 1 του ημισταθερού [ $m = (5 \times 2) - 3 = 7$ ], ενώ ο αριθμός των μετρήσεων ( $n$ ) εκφράζει τις οριζοντιογραφικές παρατηρήσεις που σχετίζονταν με τα σημεία αναφοράς αποκλειστικά. Έτσι έχουμε  $n = 22$ , ενώ ο βαθμός ελευθερίας είναι  $r = n - m = 22 - 7 = 15$ . Και αυτή η επίλυση έγινε με τη μέθοδο της μεταβολής των συντεταγμένων (έμμεσες παρατηρήσεις).

### 5.1.4. Το δίκτυο αναφοράς (κατακορύφου ελέγχου)

Για λόγους ελέγχου της ποιότητας των μετρήσεων, αποφασίσθηκε να επιλυθεί μόνο κατά την 1<sup>η</sup> φάση, το δίκτυο κατακορύφου ελέγχου, που περιελάμβανε μόνο τα σημεία αναφοράς.

Η άρση των ατελειών και το σύστημα αναφοράς ταυτίζονται με όσα αντίστοιχα αναφέρθηκαν παραπάνω για το συνολικό δίκτυο κατακορύφου ελέγχου. Από το πλήθος των σημείων του δικτύου αυτού (5) προκύπτει το πλήθος ( $m$ ) των ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων, με την αφαίρεση του υψομέτρου του σταθερού σημείου [ $m = (5 \times 1) - 1 = 4$ ], ενώ ο αριθμός των μετρήσεων ( $n$ ) εκφράζει τις υψομετρικές διαφορές που σχετίζονταν με τα σημεία αναφοράς αποκλειστικά. Έτσι έχουμε  $n = 10$ , ενώ ο βαθμός ελευθερίας είναι  $r = n - m = 10 - 4 = 6$ . Και αυτή η επίλυση έγινε με τη μέθοδο της μεταβολής των συντεταγμένων (έμμεσες παρατηρήσεις).



### 5.1.5. Το τρισδιάστατο δίκτυο (αναφοράς)

Η θεώρηση του τρισδιάστατου δικτύου αναφοράς βασίζεται, ουσιαστικά, στην αθροιστική θεώρηση των δικτύων οριζοντίου και κατακορύφου ελέγχου, αποτελούμενα μόνο από τα σημεία αναφοράς. Όπως είναι λογικό, τα στοιχεία αυτού του δικτύου μπορούν να προκύψουν ως αθροίσματα των 2 επιμέρους προαναφερθέντων δικτύων.

Εδώ, οι άγνωστες καθοριστικές παράμετροι είναι οι τρισδιάστατες συντεταγμένες των σημείων του δικτύου, με την αφαίρεση των 3 συντεταγμένων του σταθερού σημείου και της μίας του ημισταθερού ( $m = [5 \times 3] - 4 = 11$ ), ενώ το διάνυσμα των μετρήσεων αποτελείται από τις οριζόντιες γωνίες, τα δύο κεκλιμένα μήκη (η πρωτογενής μορφή των 2 μετρημένων μηκών) και οι κατακόρυφες γωνίες, συνοδευόμενες από τα αντίστοιχα ύψη οργάνων και σκόπευσης. Πρέπει να σημειωθεί εδώ πως στο software επίλυσης του τρισδιάστατου δικτύου, είναι δυνατή η εισαγωγή των μετρήσεων του δικτύου κατακορύφου ελέγχου, είτε στην αρχική τους μορφή (κατακόρυφες γωνίες, ύψη οργάνων και σκόπευσης), είτε στην επεξεργασμένη (υψομετρικές διαφορές), κάτι που δεν ίσχυε για το αντίστοιχο πρόγραμμα του δικτύου κατακορύφου ελέγχου. Σε κάθε περίπτωση έχουμε  $n = 22 + 10 = 32$  και  $r = n - m = 32 - 11 = 21$ .

Τέλος, αναφέρουμε ότι η άρση των ατελειών του τρισδιάστατου δικτύου συνίσταται στην αθροιστική θεώρηση της αντίστοιχης διαδικασίας των δικτύων οριζοντίου και κατακορύφου ελέγχου, ενώ οι προσδιοριζόμενες συντεταγμένες αφορούν (προφανώς) και τις 3 διαστάσεις του τοπικού, τρισσορθογώνιου συστήματος αναφοράς, που ορίζεται με τον τρόπο που αναφέρεται παραπάνω.

## **5.2. Η διαδικασία της επίλυσης**

### 5.2.1. Η μέθοδος επίλυσης

Αρχικά, το γεγονός ότι οι διαθέσιμες μετρήσεις ήταν περισσότερες από τις ανεξάρτητες καθοριστικές παραμέτρους ήταν αυτό που δημιουργούσε την ανάγκη συνόρθωσης με τη Μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων (Μ.Ε.Τ.). Η μέθοδος συνόρθωσης που ακολουθήθηκε ήταν αυτής των έμμεσων παρατηρήσεων με εφαρμογή ως μέθοδος μεταβολής των συντεταγμένων.

Πρόκειται για την πλέον κατάλληλη μέθοδο για δίκτυα μικροτριγωνισμού, καθώς, προσδιορίζονται με άμεσο τρόπο οι συντεταγμένες του δικτύου, αλλά και ο a posteriori πίνακας μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητάς τους ( $\hat{V}_{\hat{x}}$ ), μπορούν να περιληφθούν σε κάθε συνόρθωση πολλά διαφορετικά είδη μετρήσεων (γωνίες, μήκη, υψομετρικές διαφορές), να ελέγχεται κάθε φορά η ακρίβεια της επίλυσης μέσω του  $\sigma_0$  a posteriori, και, κυρίως, είναι εύκολο (σχετικά) να μετασχηματιστεί αυτή η μέθοδος σε υπολογιστικό πρόγραμμα (software).

Συνοπτικά, αναφέρεται ότι κατά τη μέθοδο των έμμεσων παρατηρήσεων σχηματίζεται 1 εξίσωση παρατήρησης για κάθε μέτρηση, η οποία περιγράφει (προσδιορίζει) κάποιο ή κάποια από τα μέλη του διανύσματος των ανεξάρτητων καθοριστικών παραμέτρων, που σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο είναι οι συντεταγμένες των σημείων του δικτύου για τη συγκεκριμένη χρονική φάση.

Πρέπει να σημειωθεί, τέλος, πως, όπως επιτάσσει η Γεωδαιτική Μεθοδολογία, τα δίκτυα οριζοντίου και κατακορύφου ελέγχου συνορθώθηκαν ξεχωριστά, παρότι οι μετρήσεις των στοιχείων τους έγιναν ταυτόχρονα (όπως προαναφέρθηκε στο κεφάλαιο των μετρήσεων) για λόγους βασικής εξοικονόμησης χρόνου. Πάντως, έγινε και μία επιπρόσθετη προσπάθεια συνόρθωσης του τρισδιάστατου δικτύου αναφοράς (τα στοιχεία του περιγράφονται παραπάνω), με αποτελέσματα που θα παρατεθούν στη συνέχεια.

### 5.2.2. Οι προσωρινές τιμές

Πρέπει να σημειωθεί εδώ πως το πρόβλημα του προσδιορισμού προσωρινών συντεταγμένων αφορά κατ' αποκλειστικότητα το δίκτυο οριζοντίου ελέγχου, καθώς στην επίλυση του δικτύου κατακορύφου ελέγχου τα προσωρινά υψόμετρα των σημείων θεωρούνται μηδενικά (εκτός από το T3, του υψόμετρο του οποίου θεωρείται αυθαίρετα γνωστό – 100 m). Αυτό γιατί οι εξισώσεις παρατηρήσεις στα δίκτυα κατακορύφου ελέγχου είναι γραμμικές (αυτό δεν ισχύει στα δίκτυα οριζοντίου ελέγχου), οπότε δεν απαιτούνται προσωρινές τιμές για να προσδιορισθούν οι συντελεστές του πίνακα A. Κατά συνέπεια, το διάνυσμα που προκύπτει ως αποτέλεσμα της επίλυσης αφορά απευθείας τις άγνωστες καθοριστικές παραμέτρους (τα υψόμετρα των σημείων) και όχι τις μεταβολές τους.

Όπως έχει ήδη προαναφερθεί, λόγω της μικρής κλίμακας του δικτύου και της ιδιαίτερα μικρής απόστασης μεταξύ των σημείων ελέγχου, οποιαδήποτε προσπάθεια προσδιορισμού προσωρινών οριζοντιογραφικών συντεταγμένων, κατάλληλων για την επίλυση του δικτύου, πριν τη διαδικασία των μετρήσεων, θα ήταν αδύνατη ή ασύμφορη. Γι' αυτό το λόγο, το διάνυσμα των προσωρινών συντεταγμένων, που είναι απαραίτητο για την εφαρμογή της μεθόδου της μεταβολής των συντεταγμένων στο δίκτυο οριζοντίου ελέγχου, προσδιορίσθηκε με επεξεργασία των μετρήσεων της πρώτης φάσης.

Αρχικά, υπολογίσθηκαν οι οριζοντιογραφικές συντεταγμένες των σημείων αναφοράς. Ειδικότερα, τα σημεία T4, T5 προσδιορίσθηκαν με τη χρήση του 1<sup>ου</sup> θεμελιώδους θεωρήματος σε σχέση με το T3 (του οποίου τις συντεταγμένες γνωρίζαμε ως σταθερές), με τη βοήθεια των οριζοντίων μηκών T3-T4 και T4-T5. Οι συντεταγμένες των υπόλοιπων σημείων (T1 και T2) υπολογίσθηκαν με εμπροσθοτομία από τα T3, T4 και T5. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Σημείο	x (m)	y (m)
T1	101,694	91,557
T2	94,028	104,569
T3	100	100
T4	105,228	100
T5	114,169	101,481

*Πίνακας 4 – Προσωρινές συντεταγμένες σημείων αναφοράς*

Στη συνέχεια, έπρεπε να προσδιορισθούν με τη μέθοδο της εμπροσθοτομίας προσωρινές συντεταγμένες και για τα 23 σημεία ελέγχου, θεωρώντας ως γνωστές τις θέσεις των σημείων αναφοράς. Ο συγκεκριμένος προσδιορισμός όμως δεν επέτρεπε μεγάλες αποκλίσεις από τις πραγματικές τιμές, λόγω των ιδιαίτερα μικρών αποστάσεων μεταξύ των σημείων ελέγχου.

Για να ελαχιστοποιηθούν οι αποκλίσεις αυτές, επιλέχθηκε να επιλυθεί το δίκτυο αναφοράς, και οι συντεταγμένες που θα προκύψουν ως αποτέλεσμα να αποτελέσουν τη βάση για τις πολλαπλές εμπροσθοτομίες υπολογισμού προσωρινών συντεταγμένων των σημείων ελέγχου. Σε αυτήν την κατεύθυνση, και εφόσον κάτι τέτοιο «επιτρεπόταν» σε επίπεδο χρόνου από το χρησιμοποιούμενο λογισμικό (Microsoft Excel), κάθε σημείο ελέγχου προσεγγίστηκε με εμπροσθοτομία από όλα τα δυνατά ζευγάρια σημείων ελέγχου, από τα οποία είχε σκοπευθεί. Έτσι, κάποιων (αρκετών) σημείων ελέγχου οι συντεταγμένες υπολογίστηκαν ως μέσος όρος ακόμα και 10 εμπροσθοτομιών, υπολογισμός που, δεδομένης και της μεγάλης ακρίβειας του οργάνου, μπορούσε να εκτιμηθεί ως πολύ ακριβής. Αυτό, άλλωστε, επιβεβαιώνεται και από την τυπική απόκλιση (standard deviation) των τελικών τιμών, που στις περισσότερες περιπτώσεις δεν ξεπέρασε τα 5 mm. Πρέπει να σημειωθεί πως δεν παρουσίαζαν όλες οι εμπροσθοτομίες καλή γεωμετρία τριγώνου (όχι αμβλείες γωνίες, όχι μεγάλη ανισότητα πλευρών), κάτι που προκάλεσε ορισμένες αυξημένες τυπικές αποκλίσεις σε κάποιες συντεταγμένες. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα της όλης διαδικασίας:



**Γράφημα 1** – Αριθμός εμπροσθοτομιών ανά σημείο ελέγχου



**Γράφημα 2** – Τυπική απόκλιση προσδιορισμού θέσεων σημείων ελέγχου

Σημείο	x (m)	y (m)
1	100,381	104,918
2	99,967	109,256
3	101,849	111,217
4	102,136	107,761
5	104,231	108,471
6	106,112	108,790
7	107,258	106,892
8	109,616	106,766
9	111,054	104,676
10	98,028	104,264
11	98,480	110,711
12	98,474	110,723

<b>13</b>	98,565	111,970
<b>14</b>	98,930	109,057
<b>15</b>	102,425	110,493
<b>16</b>	106,856	112,002
<b>17</b>	107,495	111,638
<b>18</b>	107,516	110,407
<b>19</b>	107,300	111,949
<b>20</b>	111,848	108,289
<b>21</b>	113,984	107,995
<b>22</b>	112,671	107,850
<b>23</b>	112,862	106,650

**Πίνακας 5 – Προσωρινές συντεταγμένες σημείων ελέγχου**

Η διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω (και που επισυνάπτεται πλήρης στην ψηφιακή μορφή της εργασίας) πραγματοποιήθηκε μόνο κατά την πρώτη φάση και έπαιξε ένα επιπρόσθετο ελεγκτικό ρόλο στην ακρίβεια των μετρήσεων. Στις υπόλοιπες φάσεις επιλύθηκε κατευθείαν το συνολικό δίκτυο οριζοντίου ελέγχου των 28 σημείων, ενώ οι πολλαπλές εμπροσθοτομίες εκτελέστηκαν σε περιβάλλον Microsoft Excel, αποκλειστικά για έλεγχο των μετρήσεων και όχι για προσδιορισμό νέου διανύσματος προσωρινών συντεταγμένων.

Το διάνυσμα των προσωρινών συντεταγμένων που υπολογίσθηκε (και που φαίνεται στους πίνακες 4 και 5) χρησιμοποιήθηκε αυτούσιο και στις 3 φάσεις της επίλυσης του δικτύου οριζοντίου ελέγχου. Άλλωστε η εφαρμογή της Γεωδαιτικής Μεθοδολογίας σε μελέτες παραμορφώσεων περιορισμένου πεδίου επιτάσσει να μένουν απόλυτα ίδιες οι αρχικές συνθήκες (σταθερά σημεία και συντεταγμένες τους, σταθερές διευθύνσεις και διάνυσμα προσωρινών τιμών) σε κάθε χρονική φάση παρατήρησης.

Πρέπει να σημειωθεί, τέλος, πως στην πρώτη φάση των μετρήσεων δοκιμάσθηκε και η επίλυση μόνο του δικτύου αναφοράς και στις 3 διαστάσεις (με οριζοντιογραφικές συντεταγμένες και υψόμετρα). Τα αποτελέσματα αυτής της επίλυσης δεν ήταν ικανοποιητικά και έτσι το εγχείρημα αυτό δεν κρίθηκε σκόπιμο να επαναληφθεί στις 2 επόμενες φάσεις μετρήσεων. Περισσότερες σχετικές λεπτομέρειες θα παρατεθούν σε επόμενο κεφάλαιο. Πάντως, για λόγους πληρότητας αναφέρεται πως το διάνυσμα των προσωρινών (τρισιδιάστατων) συντεταγμένων που χρησιμοποιήθηκε για αυτή την επίλυση αποτέλεσε το «άθροισμα» των προσωρινών οριζοντιογραφικών συντεταγμένων (Πίνακες 4) και των προσωρινών υψομέτρων των σημείων αναφοράς. Αυτά τα προσωρινά υψόμετρα δεν ήταν μηδενικά (όπως στην επίλυση του δικτύου κατακορύφου ελέγχου), αλλά υπολογίσθηκαν με επεξεργασία των μετρήσεων της α' φάσης (κατακόρυφες γωνίες, ύψη οργάνου – σκόπευσης → υψομετρικές διαφορές),

χρησιμοποιώντας ως βάση το υψόμετρο του (σταθερού) σημείου T3 (100 m). Η αιτία για αυτή τη διαφοροποίηση αφορούσε τη δυνατότητα να εισαχθούν στο πρόγραμμα επίλυσης του τρισδιάστατου δικτύου οι υψομετρικές παρατηρήσεις στην πρωτογενή τους μορφή (κατακόρυφες γωνίες, ύψη οργάνων – σκόπευσης). Έτσι οι υψομετρικές εξισώσεις παρατήρησης που δημιουργήθηκαν ήταν μη γραμμικές, επομένως οι άγνωστες καθοριστικές παράμετροι που αυτές προσδιόριζαν (υψόμετρα σημείων αναφοράς) χρειάζονταν να έχουν μη μηδενικές προσωρινές τιμές.

### 5.2.3. Εκτίμηση του a priori σφάλματος των παρατηρήσεων

Εκμεταλλευόμενοι την ευκολία και την ταχύτητα χρήσης των υπολογιστικών προγραμμάτων που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των δικτύων, η εκτίμηση του a priori σφάλματος των παρατηρήσεων έγινε με τη διεξαγωγή διάφορων δοκιμών. Κατόπιν αυτών, προέκυψε το σ a priori για κάθε είδος παρατήρησης, που, με τις συγκεκριμένες μετρήσεις, είχε ως αποτέλεσμα επιλύσεις με πολύ ικανοποιητικό  $\sigma_0$  a posteriori.

Ειδικότερα, το κριτήριο των δοκιμών που έγιναν αφορούσε την προσέγγιση του πηλίκου  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$  με τη μονάδα, προσέγγιση που αν ήταν ικανοποιητική έδειχνε ότι το εκτιμώμενο σ a priori των παρατηρήσεων ήταν ρεαλιστικό. Αυτό προκύπτει από τις γνωστές σχέσεις  $V_l = \sigma_0^2 \cdot P^{-1}$  και  $\hat{V}_l = \hat{\sigma}_0^2 \cdot P^{-1}$ , απ' όπου προκύπτει πως:

$$\hat{V}_l = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot V_l \rightarrow \hat{\sigma}_l = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot \sigma_l, \text{ σχέση που αποδεικνύει τα παραπάνω.}$$

Δεδομένου δε, ότι το  $\sigma_0$  a posteriori των επιλύσεων που τελικά έγιναν αποδεκτές ήταν τέτοιο που το πηλίκο  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$  εμφανιζόταν πάντα χαμηλότερο (αρκετά) από τη μονάδα, εξάγεται το συμπέρασμα ότι τα σ a priori ( $\sigma_l$ ) που εκτιμήθηκαν και που έγιναν αποδεκτά αντιστοιχούσαν σε μάλλον αυστηρές προβλέψεις, χειρότερες από την πραγματικότητα ( $\hat{\sigma}_l$ ).

Τα, κοινά για κάθε είδος παρατήρησης, σ a priori που εκτιμήθηκαν, ήταν τα εξής: οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες: 40 cc (για ενδεικτική πλευρά 10 m, αντιστοιχεί σε μήκος της τάξης των 0,5 mm, που είναι ένα ρεαλιστικό σφάλμα σκόπευσης του στόχου), κεκλιμένα μήκη: 2 mm (λόγω του βέλους κάμψης της μεταλλικής μετροταινίας, που πάντως δεν εκτιμήθηκε ως μεγάλο, καθώς τα μετρούμενα μήκη ήταν μικρότερα των 10 m), υψομετρικές διαφορές: 2 mm (προέκυψε από τις αποκλίσεις κλεισίματος των τριγώνων των υψομετρικών διαφορών μεταξύ των 5 σημείων αναφοράς, όπως αυτές υπολογίσθηκαν από τις μετρήσεις της πρώτης φάσης).

#### 5.2.4. Τα προγράμματα (software) επίλυσης

Για τις διαφορετικές επιλύσεις που έγιναν για το δίκτυο της Κλεψύδρας, χρησιμοποιήθηκαν 4 διαφορετικά προγράμματα, ανεπτυγμένα από την κα Αμαλία - Μαρία Αγατζά – Μπαλοδήμου, σε γλώσσα προγραμματισμού QuickBasic.

##### - **adjdir.bas**

Πρόγραμμα επίλυσης δικτύου οριζοντίου ελέγχου. Οι οριζόντιες γωνίες του δικτύου πρέπει να εισαχθούν ως σκοπευόμενες διευθύνσεις (directories), ενώ οι εισαγόμενες αποστάσεις πρέπει να είναι οριζόντιες. Αναλυτικά:

##### *Εισαγόμενα στοιχεία (input)*

1. Αρχείο txt με προσωρινές συντεταγμένες σε m. Η μορφή του αρχείου είναι “Κωδικός σημείου, x, γ”. Τελευταίο στο αρχείο τοποθετείται το σταθερό σημείο (στην περίπτωση μας το T3) και προτελευταίο το ημισταθερό (T4).
2. Αρχείο txt με τις παρατηρήσεις. Η πρώτη σειρά του αρχείου περιλαμβάνει πληροφορίες όπως ο συνολικός αριθμός των κορυφών του δικτύου (28), ο αριθμός των σταθερών σημείων (1), ο αριθμός των στάσεων (5), ο συνολικός αριθμός των σκοπευόμενων διευθύνσεων (115 για το συνολικό δίκτυο οριζοντίου ελέγχου, 20 μόνο για το δίκτυο αναφοράς), ο αριθμός των μετρημένων οριζοντίων μηκών (2) και ο αριθμός των μετρημένων αζιμουθίων (0).

Στις επόμενες σειρές του αρχείου τοποθετούνται οι τιμές των (επεξεργασμένων) μετρήσεων. Οι σκοπευόμενες διευθύνσεις εισάγονται ανά στάση, αφού δηλωθεί το σημείο της στάσης, ο αριθμός των διευθύνσεων που σκοπεύθηκαν από τη συγκεκριμένη στάση και το a priori σφάλμα μέτρησής τους σε cc. Στη συνέχεια γράφονται διαδοχικά το σκοπευόμενο σημείο, και η τιμή της σκοπευόμενης διεύθυνσης σε cc, με πρώτο το σημείο μηδενισμού.

##### *Εξαγόμενα στοιχεία (output)*

1. Αρχείο txt με τις συντεταγμένες των κορυφών του δικτύου που επιλύεται και τον αντίστοιχο πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας, το  $\sigma_0$  a posteriori της επίλυσης και τα στοιχεία των απόλυτων ελλείψεων σφάλματος των κορυφών (εκτός από του σταθερού). Προαιρετικά, υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού και εξαγωγής των στοιχείων των σχετικών ελλείψεων σφάλματος των επιθυμητών πλευρών.

##### - **adj.bas**

Πρόγραμμα επίλυσης δικτύου οριζοντίου ελέγχου. Οι οριζόντιες γωνίες του δικτύου εισάγονται ως γωνίες (συνοδευόμενες από τα 3 σημεία που τις ορίζουν και το a priori σφάλμα τους), ενώ οι εισαγόμενες αποστάσεις πρέπει να είναι οριζόντιες. Τα εισαγόμενα και τα εξαγόμενα στοιχεία του προγράμματος ταυτίζονται με αυτά του *adjdir.bas* (με μοναδική διαφοροποίηση τις οριζόντιες γωνίες που αντικαθιστούν τις οριζόντιες διευθύνσεις στα input).

Σημειώνεται εδώ πως η επίλυση του συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου της Κλειψύδρας επιλύθηκε και με τα δύο προαναφερόμενα προγράμματα με βάση τις μετρήσεις της α' φάσης. Τα αποτελέσματα παρουσίασαν (όπως αναμενόταν) πλήρη ταύτιση. Επιλέχθηκε η χρησιμοποίηση στις επόμενες φάσεις μόνο του `adjdir.bas`, καθώς εκτιμήθηκε πως οι οριζόντιες διευθύνσεις σχετίζονταν άμεσα ως μέγεθος με τη μετρητική διαδικασία που ακολουθήθηκε.

#### - **adjH1.bas**

Πρόγραμμα επίλυσης δικτύου κατακορύφου ελέγχου. Τα εισαγόμενα στοιχεία είναι αποκλειστικά υψομετρικές διαφορές. Αναλυτικά:

##### *Εισαγόμενα στοιχεία (input)*

1. Αρχείο `txt` με προσωρινές συντεταγμένες σε `m`. Η μορφή του αρχείου είναι "Κωδικός σημείου, H". Τελευταίο στο αρχείο τοποθετείται το σημείο σταθερού υψομέτρου (στην περίπτωση μας το T3).
2. Αρχείο `txt` με τις παρατηρήσεις. Η πρώτη σειρά του αρχείου περιλαμβάνει πληροφορίες όπως ο συνολικός αριθμός των κορυφών του δικτύου (28), ο αριθμός των σημείων σταθερού υψομέτρου (1) και ο αριθμός των συνολικών υψομετρικών διαφορών που θα εισαχθούν (100).

Στις επόμενες σειρές του αρχείου τοποθετείται ανά σειρά κάθε τιμή υπολογισμένης υψομετρικής διαφοράς (σε `m`), μαζί με τα σημεία από τα οποία ορίζεται και με το αντίστοιχο `α priori` σφάλμα (σε `m`).

Παρενθετικά, αναφέρεται εδώ πως ο υπολογισμός των υψομετρικών διαφορών έγινε σε περιβάλλον Microsoft Excel με βάση τις (επεξεργασμένες) κατακόρυφες γωνίες και τα ύψη οργάνου και σκόπευσης. Ο μαθηματικός τύπος που χρησιμοποιήθηκε είναι γνωστός από την Τριγωνομετρική υψομετρία:

$\Delta H_{A-B} = (D_{AB}/\tan(z)) + Y_0 - Y_S$ , όπου  $\Delta H_{A-B}$ : η υψομετρική διαφορά μεταξύ A και B ( $H_B - H_A$ ),  $D_{AB}$ : η οριζόντια απόσταση μεταξύ A και B,  $z$ : η κατακόρυφη (ζενίθεια) γωνία A προς B,  $Y_0$ : το ύψος οργάνου και  $Y_S$ : το ύψος σκόπευσης.

Αξίζει να σημειωθεί πως, για λόγους ακρίβειας, οι υψομετρικές διαφορές που θα εισάγονταν στο πρόγραμμα επίλυσης του δικτύου κατακορύφου ελέγχου, υπολογίζονταν σε κάθε φάση μετά την επίλυση του δικτύου οριζοντίου ελέγχου και τον προσδιορισμό των αντίστοιχων συντεταγμένων (x,y). Με βάση αυτές τις οριζοντιογραφικές συντεταγμένες, που ήταν αποτέλεσμα επίλυσης και άρα ήταν γνωστής και ικανοποιητικής ακρίβειας, υπολογίζονταν στη συνέχεια οι οριζόντιες αποστάσεις  $D_{AB}$ , που οδηγούσαν, μέσω της εφαρμογής του τύπου της TY σε περιβάλλον Microsoft Excel, στον προσδιορισμό των υψομετρικών διαφορών ( $\Delta H_{A-B}$ ). Πρέπει να σημειωθεί, τέλος, πως οι υψομετρικές διαφορές μεταξύ των σημείων αναφοράς υπολογίσθηκαν ως μέσος όρος `aller` και `retour`, καθώς και στα 5 αυτά σημεία έγινε στάση του οργάνου.



Η συνολική, προαναφερόμενη διαδικασία, που έγινε και στις 3 φάσεις και έπαιξε επιπρόσθετα ελεγκτικό ρόλο ως προς την ακρίβεια των μετρήσεων, επισυνάπτεται πλήρης στην ψηφιακή μορφή της εργασίας.

*Εξαγόμενα στοιχεία (output)*

1. Αρχείο txt με τα υψόμετρα των κορυφών του δικτύου που επιλύεται και την αβεβαιότητα ( $\sigma$ ) του καθενός, τον αντίστοιχο πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας και το  $\sigma_0$  a posteriori της επίλυσης.

- **adj3dd.bas**

Πρόγραμμα επίλυσης τρισδιάστατου δικτύου. Οι οριζόντιες γωνίες του δικτύου πρέπει να εισαχθούν ως σκοπευόμενες διευθύνσεις (directories), ενώ οι εισαγόμενες αποστάσεις πρέπει να είναι κεκλιμένες. Αναλυτικά:

*Εισαγόμενα στοιχεία (input)*

1. Αρχείο txt με προσωρινές συντεταγμένες σε m. Η μορφή του αρχείου είναι “Κωδικός σημείου, x, y, H”. Τελευταίο στο αρχείο τοποθετείται το σταθερό σημείο (στην περίπτωση μας το T3) και προτελευταίο το ημισταθερό (T4).
2. Αρχείο txt με τις παρατηρήσεις. Το πρόγραμμα αυτό δέχεται πολλά είδη παρατηρήσεων (οριζόντιες διευθύνσεις, κεκλιμένα μήκη και κατακόρυφες γωνίες – συνοδευόμενα από τα αντίστοιχα ύψη οργάνων και σκόπευσης - , υψομετρικές διαφορές, αζιμούθια). Στην πρώτη σειρά του αρχείου των μετρήσεων εισάγονται αριθμητικές πληροφορίες, σχετικές με τα είδη των παρατηρήσεων (αντίστοιχες με τα προηγούμενα προγράμματα), ενώ στις επόμενες σειρές τοποθετούνται οι αριθμητικές τιμές των παρατηρήσεων (στη δική μας εφαρμογή οριζόντιες διευθύνσεις, οριζόντια μήκη και κατακόρυφες γωνίες μαζί με ύψη οργάνων και σκόπευσης), με τη λογική που έχει αναφερθεί στα προηγούμενα προγράμματα.

*Εξαγόμενα στοιχεία (output)*

2. Αρχείο txt με τις τρισδιάστατες συντεταγμένες των κορυφών του δικτύου που επιλύεται, τον αντίστοιχο πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας και το  $\sigma_0$  a posteriori της επίλυσης.

- **adjdirv.bas**

Πρόκειται για πρόγραμμα επίλυσης δικτύου οριζοντίου ελέγχου, με την επιπρόσθετη δυνατότητα υπολογισμού της παραμέτρου redundancy number (αριθμός πλεονασμού), που εκφράζει πόσο συμμετέχει κάθε παρατήρηση στη συνόρθωση του δικτύου και, κατά συνέπεια, πόσο η ακρίβειά της ελέγχεται και βελτιώνεται από τις άλλες παρατηρήσεις. Με εξαίρεση αυτήν την επιπρόσθετη δυνατότητα, το πρόγραμμα ταυτίζεται σε εισαγόμενα – εξαγόμενα στοιχεία και στον αλγόριθμο, με το adjdir.bas.

### 5.3. Τα αποτελέσματα της επίλυσης

#### 5.3.1. Α' Φάση

- Δίκτυο Οριζοντίου ελέγχου (Αναφοράς)

➤ Συντεταγμένες κορυφών με τις αβεβαιότητες προσέγγισής τους

Σημείο	x (m)	$\sigma_x$ (m)	y (m)	$\sigma_y$ (m)
T1	101,690	0,001	91,567	0,002
T2	94,027	0,002	104,571	0,001
T3	100	0	100	0
T4	105,229	0,001	100	0
T5	114,169	0,003	111,482	0,001

**Πίνακας 6** – Επίλυση δικτύου οριζοντίου ελέγχου αναφοράς (Α' Φάση)

➤  $\sigma_0$  a posteriori = 1,1575 (αποδεκτό)

Τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης επίλυσης, που διενεργήθηκε μόνο για την α' φάση των μετρήσεων, χρησίμευσαν αποκλειστικά για τις πολλαπλές εμπροσθοτομίες, με τις οποίες προσδιορίσθηκε το διάνυσμα των προσωρινών συντεταγμένων για τα σημεία ελέγχου. Γι' αυτό το λόγο, δεν κρίνεται σκόπιμο να παρατεθούν περαιτέρω στοιχεία της επίλυσης (στατιστικοί έλεγχοι, στοιχεία ελλείψεων).

- Δίκτυο Οριζοντίου ελέγχου (Συνολικό)

➤ Συντεταγμένες κορυφών με τις αβεβαιότητες προσέγγισής τους

Σημείο	x (m)	$\sigma_x$ (m)	y (m)	$\sigma_y$ (m)
T1	101,690	0,001	91,568	0,002
T2	94,027	0,001	104,570	0,001
T3	100	0	100	0
T4	105,227	0,001	100	0
T5	114,169	0,003	101,482	0,001
1	100,381	0	104,918	0,001
2	99,967	0,001	109,254	0,002
3	101,849	0,001	111,214	0,002
4	102,136	0,001	107,759	0,002
5	104,231	0,001	108,470	0,002
6	106,112	0,001	108,791	0,002
7	107,258	0,002	106,891	0,001
8	109,615	0,002	106,764	0,001
9	111,055	0,002	104,676	0,001

10	98,028	0,001	104,263	0,001
11	98,480	0,001	110,702	0,003
12	98,475	0,001	110,720	0,003
13	98,566	0,001	111,966	0,003
14	98,930	0,001	109,049	0,002
15	102,424	0,001	110,493	0,002
16	106,855	0,002	112,005	0,003
17	107,495	0,002	111,641	0,003
18	107,516	0,002	110,410	0,002
19	107,300	0,002	111,953	0,003
20	111,845	0,002	108,286	0,002
21	113,981	0,003	107,993	0,002
22	112,668	0,002	107,848	0,002
23	112,859	0,002	106,649	0,001

*Πίνακας 7 – Επίλυση συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Α' Φάση)*

- $\sigma_0$  a posteriori = 0,6359
- Στατιστικοί έλεγχοι (μέθοδος Baarda)

Κάθε επίλυση ελέγχθηκε στατιστικά σε επίπεδο συνολικού δικτύου (ολικός έλεγχος αξιοπιστίας) με το τεστ της κατανομής  $\chi^2$ , προκειμένου να εκτιμηθεί η ταύτιση μαθηματικού και στοχαστικού μοντέλου. Ο στατιστικός έλεγχος σε επίπεδο παρατήρησης για την ανίχνευση χονδροειδών σφαλμάτων (σάρωση δεδομένων κατά Baarda) δεν κρίθηκε σκόπιμο να διεξαχθεί, καθώς η μη ύπαρξη χονδροειδών σφαλμάτων στις μετρήσεις και των τριών φάσεων φάνηκε ξεκάθαρα στο στάδιο της επεξεργασίας των μετρήσεων, στο στάδιο των πολλαπλών εμπροσθοτομιών και της εξαγωγής των υψομετρικών διαφορών (όπου τα αποτελέσματα και στις 2 αυτές διαδικασίες ήταν εξαιρετικά ομοιογενή), στα εντυπωσιακά χαμηλά  $\sigma_0$  a posteriori όλων των επιλύσεων και, κυρίως, στις πολύ μικρές διαφοροποιήσεις των αποτελεσμάτων των επιλύσεων από φάση σε φάση. Αν οι διαφοροποιήσεις αυτές ήταν μεγαλύτερες, θα επιβαλλόταν ο επιπλέον στατιστικός έλεγχος των παρατηρήσεων, προκειμένου τα συμπεράσματα, σχετικά με την πιθανότητα μετακίνησης του μνημείου, να είναι διασφαλισμένα.

Συνολικός έλεγχος δικτύου (Test  $\chi^2$ ):

Πρέπει να ισχύει  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{\chi_{r,(1-a)}^2}{r}$  που για  $\sigma_0^2 = 1$ ,  $\hat{\sigma}_0^2 = 0,4043$ ,  $r = 64$  και επίπεδο

εμπιστοσύνης 95% γίνεται  $0,4043 \leq 1,3059$ , που ισχύει. Επομένως, ισχύει η αρχική υπόθεση, που αφορά συμφωνία μαθηματικού και στοχαστικού μοντέλου.

➤ Απόλυτες ελλείψεις σφάλματος

Τα στοιχεία για τις απόλυτες ελλείψεις σφάλματος κάθε κορυφής του δικτύου, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ( $c = 2,447$ ), φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Η απεικόνιση των συγκεκριμένων ελλείψεων παρουσιάζεται στα σχέδια 3 και 4 του παραρτήματος. (Παραλείφθηκε η απεικόνιση των ελλείψεων των σημείων 12 και 19, λόγω της μεγάλης πυκνότητας των σημείων στις συγκεκριμένες περιοχές, που θα οδηγούσε σε στρέβλωση της πληροφορίας.)

Σημείο	$\sigma_{\max}$ (m)	$\sigma_{\min}$ (m)	a (grad)
T1	0,002	0,001	186,6520
T2	0,002	0	143,2525
T4	0,001	0	100
T5	0,003	0,001	93,6856
1	0,001	0	4,5546
2	0,002	0,001	196,3340
3	0,003	0,001	6,8488
4	0,002	0,001	15,0380
5	0,002	0,001	30,2398
6	0,002	0,001	39,0611
7	0,002	0,001	52,6528
8	0,002	0,001	62,0070
9	0,002	0,001	78,7071
10	0,001	0	171,0690
11	0,003	0,001	187,8789
12	0,003	0,001	186,7535
13	0,003	0,001	187,8828
14	0,002	0,001	189,7524
15	0,002	0,001	15,3224
16	0,003	0,001	32,9756
17	0,003	0,001	36,0664
18	0,003	0,001	39,1019
19	0,003	0,001	34,6954
20	0,003	0,001	60,9391
21	0,003	0,001	65,8949
22	0,003	0,001	64,3213
23	0,003	0,001	69,5592

**Πίνακας 8** – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Α' Φάση)

➤ Σχετικές ελλείψεις σφάλματος

Για κάποιες πλευρές του δικτύου υπολογίσθηκαν τα στοιχεία των σχετικών ελλείψεων σφάλματος, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Σκοπός είναι να δοθεί μια ενδεικτική εικόνα για την αβεβαιότητα στην προσέγγιση των σχετικών θέσεων των κορυφών του δικτύου. Προτιμήθηκαν πλευρές που συνδέουν σημεία αναφοράς (εκτός από το T3, η αβεβαιότητα σε σχέση με το οποίο φαίνεται από τις απόλυτες ελλείψεις) με σημεία ελέγχου, με τρόπο ώστε να καλύπτεται ομοιόμορφα η έκταση του δικτύου, τόσο σε οριζοντιογραφικό, όσο και σε κατακόρυφο επίπεδο.

Η απεικόνιση των σχετικών ελλείψεων σφάλματος φαίνεται στο σχέδιο 5 του παραρτήματος.

Πλευρά	$\sigma_{\max}$ (m)	$\sigma_{\min}$ (m)	a (grad)
T1 – 11	0,004	0,001	188,8700
T1 – 6	0,004	0,001	16,5163
T1 – 22	0,004	0,001	37,2904
T2 – 8	0,003	0,001	93,6203
T2 – 19	0,003	0,001	63,8342
T5 – 11	0,004	0,001	141,6107
T5 – 16	0,003	0,001	173,1528

*Πίνακας 9 – Στοιχεία σχετικών ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Α΄ Φάση)*

➤ Αριθμοί πλεονασμού (RN)

Όπως προαναφέρθηκε, για λόγους εκτίμησης της αξιοπιστίας της επίλυσης του συνολικού δικτύου οριζόντιου ελέγχου, υπολογίσθηκαν στην α΄ φάση οι αριθμοί πλεονασμού καθεμιάς από τις 117 παρατηρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν. Τα αποτελέσματα αυτού του προσδιορισμού (σε πληρότητα επισυνάπτονται στην ψηφιακή μορφή της εργασίας) ήταν πολύ ικανοποιητικά, με δεδομένο το ότι το όργανο στήθηκε σε μόνο 5 από τα 28 σημεία.

Ο μέσος αριθμός πλεονασμού έφτασε το 0,461 – σαφής απόδειξη πως, παρά το ότι παρατηρήσεις που αφορούσαν 2 (οποιαδήποτε) σημεία ελέγχου δεν σχετίζονταν άμεσα (καθώς σε κανένα σημείο ελέγχου δεν ήταν δυνατό να γίνει στάση οργάνου, ώστε να σκοπευθούν τα υπόλοιπα), ο γενικός βαθμός αλληλοελέγχου και αλληλοδιόρθωσης των παρατηρήσεων ήταν πολύ ικανοποιητικός.

Η ίδια διαδικασία δεν κρίθηκε σκόπιμο να διεξαχθεί για το κατακόρυφο δίκτυο, καθώς εκτιμήθηκε πως η αξιοπιστία του ήταν σίγουρη, δεδομένου του μεγάλου αριθμού των πλεοναζουσών παρατηρήσεων (υψηλό r) και της ίδιας, με το δίκτυο οριζοντίου ελέγχου, διάχυσης των παρατηρήσεων στο δίκτυο, που «έδωσε» ικανοποιητικό μέσο RN.

- Δίκτυο Κατακορύφου ελέγχου (Αναφοράς)

➤ Τα υψόμετρα των κορυφών και η αβεβαιότητα προσέγγισής τους

Σημείο	H (m)	$\sigma_H$ (m)
T1	99,100	0,001
T2	101,434	0,001
T3	100	0
T4	99,621	0,001
T5	99,678	0,001

**Πίνακας 10** – Επίλυση δικτύου κατακορύφου ελέγχου αναφοράς (Α' Φάση)

➤  $\sigma_0$  a posteriori = 0,8636 (ικανοποιητικό)

Η συγκεκριμένη επίλυση διενεργήθηκε αποκλειστικά για λόγους ελέγχου των υψομετρικών μετρήσεων. Γι' αυτό το λόγο, δεν κρίνεται σκόπιμο να παρατεθούν περαιτέρω στοιχεία της επίλυσης (στατιστικοί έλεγχοι, στοιχεία ελλείψεων).

- Δίκτυο Κατακορύφου ελέγχου (Συνολικό)

➤ Τα υψόμετρα των κορυφών και η αβεβαιότητα προσέγγισής τους

Σημείο	H (m)	$\sigma_H$ (m)
T1	99,095	0
T2	101,430	0
T3	100	0
T4	99,615	0
T5	99,675	0
1	98,279	0,001
2	98,094	0,001
3	98,109	0,001
4	98,185	0,001
5	98,200	0,001
6	98,239	0,001
7	97,908	0,001
8	98,209	0,001
9	98,215	0,001
10	99,212	0,001
11	99,466	0,001
12	98,552	0,001
13	98,547	0,001
14	101,113	0,001

15	101,229	0,001
16	101,830	0,001
17	101,782	0,001
18	101,837	0,001
19	100,619	0,001
20	102,118	0,001
21	102,245	0,001
22	101,156	0,001
23	99,389	0,001

**Πίνακας 11** – Επίλυση συνολικού δικτύου κατακορύφου ελέγχου (Α' Φάση)

- $\sigma_0$  a posteriori = 0,7636
- Στατιστικοί έλεγχοι (μέθοδος Baarda)

Και εδώ, για τους ίδιους λόγους με το δίκτυο οριζοντίου ελέγχου, έγινε μόνο ο ολικός έλεγχος αξιοπιστίας του δικτύου.

Συνολικός έλεγχος δικτύου (Test  $\chi^2$ ):

Πρέπει να ισχύει  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{\chi_{r,(1-a)}^2}{r}$  που για  $\sigma_0^2 = 1$ ,  $\hat{\sigma}_0^2 = 0,5832$ ,  $r = 73$  και επίπεδο

εμπιστοσύνης 95% γίνεται  $0,5832 \leq 1,2836$ , που ισχύει. Επομένως, ισχύει η αρχική υπόθεση, που αφορά συμφωνία μαθηματικού και στοχαστικού μοντέλου.

- Τρισδιάστατο δίκτυο

- Οι συντεταγμένες των κορυφών

Σημείο	x (m)	y (m)	H (m)
T1	101,690	91,567	99,100
T2	94,027	104,571	101,434
T3	100	100	100
T4	105,228	100	99,621
T5	114,169	101,482	99,678

**Πίνακας 12** – Επίλυση τρισδιάστατου δικτύου αναφοράς (Α' Φάση)

- $\sigma_0$  a posteriori = 5,4280 (μη αποδεκτό)

Η συγκεκριμένη επίλυση διενεργήθηκε για λόγους ελέγχου της ποιότητας των μετρήσεων, αλλά και της λειτουργίας του προγράμματος επίλυσης τρισδιάστατων δικτύων (adj3dd.bas). Τα αποτελέσματα αυτού του ελέγχου δεν ήταν ικανοποιητικά (υψηλότατο  $\sigma_0$  a posteriori), κάτι που οδήγησε στη μη επανάληψη της διαδικασίας.

Η αιτία για το αυξημένο  $\sigma_0$  a posteriori της συγκεκριμένης επίλυσης αναζητήθηκε στη μεγάλη ανισοροπία των γωνιομετρήσεων έναντι των μετρημένων μηκών που εισάχθηκαν στο πρόγραμμα. Σε αυτό συνέτεινε το ότι τόσο η οριζοντιογραφική επίλυση του δικτύου αναφοράς (με τις παρατηρήσεις να είναι 20 οριζόντιες γωνίες και 2 αποστάσεις), όσο και αυτή του κατακορύφου δικτύου αναφοράς (με εισαγόμενα στοιχεία υψομετρικές διαφορές) παρουσίασαν ικανοποιητικά  $\sigma_0$  a posteriori. Το παραπάνω στοιχείο δείχνει πως το πρόβλημα δεν φαίνεται να έγγυται ούτε στην ποιότητα των μετρήσεων (οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες, μήκη), ούτε στην επεξεργασία των κατακορύφων γωνιών για να προσδιορισθούν υψομετρικές διαφορές. Σε κάθε περίπτωση, η λύση της τρισδιάστατης επίλυσης του δικτύου απορρίφθηκε και στις επόμενες φάσεις, κάθε δίκτυο (οριζοντίου και κατακορύφου ελέγχου) επιλυόταν ξεχωριστά, όπως, άλλωστε, επιτάσσει και η Γεωδαιτική Μεθοδολογία σε τέτοια αντικείμενα.

### 5.3.2. Β' Φάση

- Δίκτυο Οριζοντίου ελέγχου (Συνολικό)
- Συντεταγμένες κορυφών με τις αβεβαιότητες προσέγγισής τους

Σημείο	x (m)	$\sigma_x$ (m)	y (m)	$\sigma_y$ (m)
T1	101,689	0,001	91,566	0,002
T2	94,026	0,001	104,570	0,001
T3	100	0	100	0
T4	105,227	0,001	100	0
T5	114,169	0,003	101,482	0,001
1	100,380	0	104,917	0,001
2	99,967	0,001	109,253	0,002
3	101,849	0,001	111,213	0,002
4	102,136	0,001	107,759	0,002
5	104,230	0,001	108,470	0,002
6	106,111	0,001	108,792	0,002
7	107,258	0,002	106,891	0,001
8	109,615	0,002	106,764	0,001
9	111,055	0,002	104,676	0,001
10	98,028	0,001	104,262	0,001
11	98,479	0,001	110,701	0,003
12	98,474	0,001	110,720	0,003
13	98,566	0,001	111,966	0,003
14	98,929	0,001	109,049	0,002
15	102,424	0,001	110,492	0,002
16	106,855	0,002	112,006	0,003



<b>17</b>	107,494	0,002	111,641	0,003
<b>18</b>	107,515	0,002	110,411	0,002
<b>19</b>	107,299	0,002	111,953	0,003
<b>20</b>	111,845	0,002	108,286	0,002
<b>21</b>	113,981	0,003	107,994	0,002
<b>22</b>	112,667	0,002	107,849	0,002
<b>23</b>	112,859	0,002	106,649	0,001

**Πίνακας 13** – Επίλυση συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Β' Φάση)

- $\sigma_0$  a posteriori = 0,2558
- Στατιστικοί έλεγχοι (μέθοδος Baarda)

Συνολικός έλεγχος δικτύου (Test  $\chi^2$ ):

Πρέπει να ισχύει  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{\chi_{r,(1-a)}^2}{r}$  που για  $\sigma_0^2 = 1$ ,  $\hat{\sigma}_0^2 = 0,5057$ ,  $r = 64$  και επίπεδο

εμπιστοσύνης 95% γίνεται  $0,5057 \leq 1,3059$ , που ισχύει. Επομένως, ισχύει η αρχική υπόθεση, που αφορά συμφωνία μαθηματικού και στοχαστικού μοντέλου.

- Απόλυτες ελλείψεις σφάλματος

Τα στοιχεία για τις απόλυτες ελλείψεις σφάλματος κάθε κορυφής του δικτύου, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ( $c = 2,447$ ), φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Όπως παρατηρείται, οι ημιάζονες των ελλείψεων ταυτίζονται με αυτούς των αντίστοιχων ελλείψεων της α' φάσης. Στις γωνίες  $a$  ανιχνεύονται μικρές διαφορές της τάξης του 0,5 – 1 grad, διαφοροποιήσεις που είναι δύσκολο να διακριθούν σε σχέδιο. Γι' αυτό το λόγο, οι απόλυτες ελλείψεις σφάλματος της β' φάσης δεν κρίθηκε σκόπιμο να απεικονισθούν.

<b>Σημείο</b>	<b><math>\sigma_{\max}</math> (m)</b>	<b><math>\sigma_{\min}</math> (m)</b>	<b>a (grad)</b>
<b>T1</b>	0,002	0,001	186,6840
<b>T2</b>	0,002	0	143,5987
<b>T4</b>	0,001	0	100
<b>T5</b>	0,003	0,001	93,7587
<b>1</b>	0,001	0	5,1649
<b>2</b>	0,002	0,001	196,9963
<b>3</b>	0,003	0,001	7,4885
<b>4</b>	0,002	0,001	15,7428
<b>5</b>	0,002	0,001	30,8915
<b>6</b>	0,002	0,001	39,6458
<b>7</b>	0,002	0,001	53,2749
<b>8</b>	0,002	0,001	62,4768

9	0,002	0,001	79,0223
10	0,001	0	171,5880
11	0,003	0,001	188,3948
12	0,003	0,001	187,3764
13	0,003	0,001	188,4915
14	0,002	0,001	190,2912
15	0,002	0,001	15,8888
16	0,003	0,001	33,4395
17	0,003	0,001	36,5306
18	0,003	0,001	39,6053
19	0,003	0,001	35,1536
20	0,003	0,001	61,3146
21	0,003	0,001	66,1962
22	0,003	0,001	64,6628
23	0,003	0,001	69,8806

**Πίνακας 14** – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Β' Φάση)

➤ Σχετικές ελλείψεις σφάλματος

Για τις πλευρές του δικτύου που επιλέχθηκαν στην α' φάση, υπολογίσθηκαν τα στοιχεία των σχετικών ελλείψεων σφάλματος, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, οι ημιάξονες των σχετικών ελλείψεων α' και β' φάσης ταυτίζονται. Παρατηρείται μόνο μια μικρή (της τάξης του 1 grad) διαφορά στις γωνίες προσανατολισμού των ελλείψεων. Δεδομένου πως αυτή η διαφορά γίνεται δύσκολα διακριτή σε σχέδιο, οι σχετικές ελλείψεις της β' φάσης δεν κρίθηκε σκόπιμο να απεικονισθούν.

Πλευρά	$\sigma_{\max}$ (m)	$\sigma_{\min}$ (m)	a (grad)
T1 – 11	0,004	0,001	189,2085
T1 – 6	0,004	0,001	16,6557
T1 – 22	0,004	0,001	37,1775
T2 – 8	0,003	0,001	94,6484
T2 – 19	0,003	0,001	64,9406
T5 – 11	0,004	0,001	142,6079
T5 – 16	0,003	0,001	174,3913

**Πίνακας 15** – Στοιχεία σχετικών ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Β' Φάση)

- Δίκτυο Κατακορύφου ελέγχου (Συνολικό)

➤ Τα υψόμετρα των κορυφών και η αβεβαιότητα προσέγγισής τους

Σημείο	H (m)	$\sigma_H$ (m)
T1	99,099	0,001
T2	101,434	0,001
T3	100	0
T4	99,619	0
T5	99,677	0,001
1	98,281	0,001
2	98,096	0,001
3	98,110	0,001
4	98,186	0,001
5	98,202	0,001
6	98,240	0,001
7	97,909	0,001
8	98,210	0,001
9	98,216	0,001
10	99,213	0,001
11	99,466	0,001
12	98,552	0,001
13	98,548	0,001
14	101,114	0,001
15	101,229	0,001
16	101,831	0,001
17	101,783	0,001
18	101,838	0,001
19	100,621	0,001
20	102,119	0,001
21	102,246	0,001
22	101,157	0,001
23	99,390	0,001

**Πίνακας 16** – Επίλυση συνολικού δικτύου κατακορύφου ελέγχου (B' Φάση)

➤  $\sigma_0$  a posteriori = 0,9027

➤ Στατιστικοί έλεγχοι (μέθοδος Baarda)

Συνολικός έλεγχος δικτύου (Test  $\chi^2$ ):

Πρέπει να ισχύει  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{\chi_{r,(1-a)}^2}{r}$  που για  $\sigma_0^2 = 1$ ,  $\hat{\sigma}_0^2 = 0,8148$ ,  $r = 73$  και επίπεδο

εμπιστοσύνης 95% γίνεται  $0,5832 \leq 1,2836$ , που ισχύει. Επομένως, ισχύει η αρχική υπόθεση, που αφορά συμφωνία μαθηματικού και στοχαστικού μοντέλου.

5.3.3. Γ' Φάση

- Δίκτυο Οριζοντίου ελέγχου (Συνολικό)

➤ Συντεταγμένες κορυφών με τις αβεβαιότητες προσέγγισής τους

Σημείο	x (m)	$\sigma_x$ (m)	y (m)	$\sigma_y$ (m)
T1	101,686	0,001	91,564	0,002
T2	94,027	0,001	104,573	0,001
T3	100	0	100	0
T4	105,229	0,001	100	0
T5	114,170	0,003	101,480	0,001
1	100,382	0	104,920	0,001
2	99,970	0,001	109,256	0,002
3	101,853	0,001	111,217	0,003
4	102,139	0,001	107,762	0,002
5	104,233	0,001	108,474	0,002
6	106,116	0,001	108,794	0,002
7	107,262	0,002	106,891	0,001
8	109,619	0,002	106,764	0,001
9	111,059	0,002	104,675	0,001
10	98,029	0,001	104,265	0,001
11	98,482	0,001	110,706	0,003
12	98,477	0,001	110,725	0,003
13	98,569	0,001	111,971	0,003
14	98,931	0,001	109,053	0,002
15	102,427	0,001	110,496	0,002
16	106,860	0,002	112,008	0,003
17	107,500	0,002	111,644	0,003
18	107,521	0,002	110,412	0,002
19	107,305	0,002	111,955	0,003
20	111,850	0,002	108,286	0,002
21	113,987	0,003	107,992	0,002

<b>22</b>	112,674	0,002	107,848	0,002
<b>23</b>	112,865	0,002	106,648	0,001

**Πίνακας 17** – Επίλυση συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Γ' Φάση)

- $\sigma_0$  a posteriori = 0,1178
- Στατιστικοί έλεγχοι (μέθοδος Baarda)

Συνολικός έλεγχος δικτύου (Test  $\chi^2$ ):

Πρέπει να ισχύει  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{\chi_{r,(1-a)}^2}{r}$  που για  $\sigma_0^2 = 1$ ,  $\hat{\sigma}_0^2 = 0,3432$ ,  $r = 64$  και επίπεδο

εμπιστοσύνης 95% γίνεται  $0,3432 \leq 1,3059$ , που ισχύει. Επομένως, ισχύει η αρχική υπόθεση, που αφορά συμφωνία μαθηματικού και στοχαστικού μοντέλου.

- Απόλυτες ελλείψεις σφάλματος

Τα στοιχεία για τις απόλυτες ελλείψεις σφάλματος κάθε κορυφής του δικτύου, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ( $c = 2,447$ ), φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Όπως παρατηρείται, οι ημιάξονες των ελλείψεων ταυτίζονται με αυτούς των αντίστοιχων ελλείψεων της α' και της β' φάσης. Στις γωνίες  $a$  ανιχνεύονται μικρές διαφορές της τάξης του 0,5 – 1 grad, διαφοροποιήσεις που είναι δύσκολο να διακριθούν σε σχέδιο. Γι' αυτό το λόγο, οι απόλυτες ελλείψεις σφάλματος (και) της γ' φάσης δεν κρίθηκε σκόπιμο να απεικονισθούν.

<b>Σημείο</b>	<b><math>\sigma_{\max}</math> (m)</b>	<b><math>\sigma_{\min}</math> (m)</b>	<b>a (grad)</b>
<b>T1</b>	0,002	0,001	186,4652
<b>T2</b>	0,002	0	143,0062
<b>T4</b>	0,001	0	100
<b>T5</b>	0,003	0,001	93,8086
<b>1</b>	0,001	0	5,3386
<b>2</b>	0,002	0,001	197,2675
<b>3</b>	0,003	0,001	7,7621
<b>4</b>	0,002	0,001	15,9305
<b>5</b>	0,002	0,001	31,0288
<b>6</b>	0,002	0,001	39,7935
<b>7</b>	0,002	0,001	53,3781
<b>8</b>	0,002	0,001	62,5727
<b>9</b>	0,002	0,001	79,0697
<b>10</b>	0,001	0	171,8350
<b>11</b>	0,003	0,001	188,6794
<b>12</b>	0,003	0,001	187,6896

13	0,003	0,001	188,8146
14	0,002	0,001	190,5693
15	0,002	0,001	16,0373
16	0,003	0,001	33,6796
17	0,003	0,001	36,7576
18	0,003	0,001	39,8158
19	0,003	0,001	35,3871
20	0,003	0,001	61,4494
21	0,003	0,001	66,3595
22	0,003	0,001	64,7968
23	0,003	0,001	69,9821

**Πίνακας 18** – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Γ' Φάση)

➤ Σχετικές ελλείψεις σφάλματος

Για τις πλευρές του δικτύου που επιλέχθηκαν στην α' φάση, υπολογίσθηκαν τα στοιχεία των σχετικών ελλείψεων σφάλματος, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Η απεικόνιση των σχετικών ελλείψεων σφάλματος φαίνεται στο σχέδιο 6 του παραρτήματος.

Πλευρά	$\sigma_{\max}$ (m)	$\sigma_{\min}$ (m)	a (grad)
T1 – 11	0,004	0,001	189,0463
T1 – 6	0,004	0,001	16,5379
T1 – 22	0,004	0,001	37,0523
T2 – 8	0,003	0,001	94,8400
T2 – 19	0,003	0,001	67,2532
T5 – 11	0,004	0,002	142,9111
T5 – 16	0,003	0,002	175,1410

**Πίνακας 19** – Στοιχεία σχετικών ελλείψεων δικτύου οριζοντίου ελέγχου (Γ' Φάση)

- Δίκτυο Κατακορύφου ελέγχου (Συνολικό)

➤ Τα υψόμετρα των κορυφών και η αβεβαιότητα προσέγγισής τους

Σημείο	H (m)	$\sigma_H$ (m)
T1	99,094	0,001
T2	101,431	0,001
T3	100	0
T4	99,616	0,001
T5	99,673	0,001
1	98,278	0,001

2	98,093	0,001
3	98,107	0,001
4	98,183	0,001
5	98,199	0,001
6	98,239	0,001
7	97,907	0,001
8	98,207	0,001
9	98,213	0,001
10	99,211	0,001
11	99,465	0,001
12	98,550	0,001
13	98,546	0,001
14	101,112	0,001
15	101,227	0,001
16	101,829	0,001
17	101,781	0,001
18	101,836	0,001
19	100,618	0,001
20	102,118	0,001
21	102,244	0,001
22	101,156	0,001
23	99,388	0,001

**Πίνακας 20** – Επίλυση συνολικού δικτύου κατακορύφου ελέγχου (Γ' Φάση)

- $\sigma_0$  a posteriori = 0,9467
- Στατιστικοί έλεγχοι (μέθοδος Baarda)

Συνολικός έλεγχος δικτύου (Test  $\chi^2$ ):

Πρέπει να ισχύει  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{\chi_{r,(1-a)}^2}{r}$  που για  $\sigma_0^2 = 1$ ,  $\hat{\sigma}_0^2 = 0,8963$ ,  $r = 73$  και επίπεδο

εμπιστοσύνης 95% γίνεται  $0,8963 \leq 1,2836$ , που ισχύει. Επομένως, ισχύει η αρχική υπόθεση, που αφορά συμφωνία μαθηματικού και στοχαστικού μοντέλου.

#### 5.4. Παρατηρήσεις

Αυτό που γενικά μπορεί να παρατηρηθεί στα αποτελέσματα των επιλύσεων είναι οι ελάχιστες αποκλίσεις σχεδόν όλων των στοιχείων, από φάση σε φάση. Αυτό, κατ' αρχήν, είναι μια ένδειξη για την καλή ποιότητα των μετρήσεων. Επιπρόσθετα σε αυτό, παρατηρείται πως τα  $\sigma_0$  των επιλύσεων παρουσιάζονται σε ιδιαίτερα χαμηλά επίπεδα και μάλιστα εμφανίζουν μειωτικές τάσεις από φάση σε φάση, κάτι που

μπορεί να αποδοθεί στην αύξηση της εμπειρίας του παρατηρητή, που οδήγησε σε αύξηση της ποιότητας των μετρήσεων.

Εξάλλου, η παρατήρηση της απεικόνισης των ελλείψεων σφάλματος (απόλυτων και σχετικών) δείχνει τη μικρή αβεβαιότητα με την οποία έχουν προσδιορισθεί οι κορυφές του δικτύου σε κάθε φάση, αλλά και τη σαφή αδυναμία κλίμακας που παρουσιάζει η επίλυση του δικτύου. Αυτό προκύπτει από τον προσανατολισμό των μεγάλων ημιαξόνων των ελλείψεων σφάλματος που είναι στραμμένοι παράλληλα με τις πλευρές του δικτύου. Πρόκειται ωστόσο για μία μάλλον αναμενόμενη κατάσταση, δεδομένης της σχεδόν πλήρους απουσίας μετρήσεων αποστάσεων και της αντίστοιχης πλήρους κάλυψης των μετρητικών αναγκών των επιλύσεων από γωνιομετρήσεις. Κατάσταση που, όμως, υπαγορεύθηκε, όπως εξηγείται σε προηγούμενο κεφάλαιο, από τις εξαιρετικές συνθήκες του συγκεκριμένου θέματος.



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**  
**ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΜΙΚΡΟΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ**

Όπως επιτάσσει η εφαρμογή της Γεωδαιτικής Μεθοδολογίας σε εργασίες παρακολούθησης μικρομετακινήσεων, η ανίχνευση της κινηματικής συμπεριφοράς του υπό εξέταση αντικειμένου γίνεται ξεχωριστά κατά την οριζόντια και την κατακόρυφη έννοια.

### 6.1. Οριζόντιες μικρομετακινήσεις

Θεωρώντας τα αποτελέσματα των επιλύσεων κάθε φάσης ως κατάσταση του μνημείου της Κλειψύδρας, κατά τις χρονικές στιγμές  $t_1$ ,  $t_2$  και  $t_3$  (α', β' και γ' φάση, αντίστοιχα), η ανίχνευση των μικρομετακινήσεων θα γίνει για τα διαστήματα  $t_1-t_2$ ,  $t_2-t_3$  και  $t_1-t_3$ .

#### 6.1.1. Απόλυτες μετακινήσεις

Η αρχική διαδικασία αφορά τον προσδιορισμό των μεταβολών των οριζοντιογραφικών συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου, για καθένα από τα προαναφερθέντα χρονικά διαστήματα. Οι μεταβολές αυτές, που προκύπτουν από την αφαίρεση των πινάκων των προσδιορισμένων συντεταγμένων κάθε φάσης, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_2$		$t_2 \rightarrow t_3$		$t_1 \rightarrow t_3$	
	$\delta x$ (m)	$\delta y$ (m)	$\delta x$ (m)	$\delta y$ (m)	$\delta x$ (m)	$\delta y$ (m)
T1	-0,001	-0,002	-0,003	-0,002	-0,004	-0,004
T2	-0,001	0	0,001	0,003	0	0,003
T3	0	0	0	0	0	0
T4	0	0	0,002	0	0,002	0
T5	0	0	0,001	-0,002	0,001	-0,002
1	-0,001	-0,001	0,002	0,003	0,001	0,002
2	0	-0,001	0,003	0,003	0,003	0,002
3	0	-0,001	0,004	0,004	0,004	0,003
4	0	0	0,003	0,003	0,003	0,003
5	-0,001	0	0,003	0,004	0,002	0,004
6	-0,001	0,001	0,005	0,002	0,004	0,003
7	0	0	0,004	0	0,004	0
8	0	0	0,004	0	0,004	0
9	0	0	0,004	-0,001	0,004	-0,001
10	0	-0,001	0,001	0,003	0,001	0,002
11	-0,001	-0,001	0,003	0,005	0,002	0,004
12	-0,001	0	0,003	0,005	0,002	0,005
13	0	0	0,003	0,005	0,003	0,005
14	-0,001	0	0,002	0,004	0,001	0,004
15	0	-0,001	0,003	0,004	0,003	0,003

16	0	0,001	0,005	0,002	0,005	0,003
17	-0,001	0	0,006	0,003	0,005	0,003
18	-0,001	0,001	0,006	0,001	0,005	0,002
19	-0,001	0	0,006	0,002	0,005	0,002
20	0	0	0,005	0	0,005	0
21	0	0,001	0,006	-0,002	0,006	-0,001
22	-0,001	0,001	0,007	-0,001	0,006	0
23	0	0	0,006	-0,001	0,006	-0,001

**Πίνακας 21** – Μεταβολή οριζοντιογραφικών συντεταγμένων κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων

Στη συνέχεια για κάθε μεταβολή της θέσεως ενός σημείου σε ένα χρονικό διάστημα, υπολογίζονται τα στοιχεία (αριθμητική τιμή και γωνία διεύθυνσης) του διανυσματικού μεγέθους  $\delta r$ , που εκφράζει την αλλαγή της απόλυτης θέσης του σημείου στο οριζόντιο επίπεδο. Η τιμή και η γωνία διεύθυνσης του  $\delta r$  προκύπτουν από τους γνωστούς τύπους υπολογισμού μήκους και γωνίας διεύθυνσης από τις συντεταγμένες 2 σημείων ( $2^\circ$  θεμελιώδες θεώρημα), με τη διαφοροποίηση πως εδώ έχουμε να κάνουμε όχι με 2 σημεία, αλλά με 2 θέσεις του ίδιου σημείου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_2$		$t_2 \rightarrow t_3$		$t_1 \rightarrow t_3$	
	$\delta r$ (m)	$\alpha_{\delta r}$ (g)	$\delta r$ (m)	$\alpha_{\delta r}$ (g)	$\delta r$ (m)	$\alpha_{\delta r}$ (g)
T1	0,002	229,5167	0,004	262,5666	0,006	250
T2	0,001	300	0,003	20,4833	0,003	0
T3	0	0	0	0	0	0
T4	0	0	0,002	100	0,002	100
T5	0	0	0,002	170,4833	0,002	170,4833
1	0,001	250	0,004	37,4334	0,002	29,5167
2	0,001	200	0,004	50	0,004	62,5666
3	0,001	200	0,006	50	0,005	59,0334
4	0	0	0,004	50	0,004	50
5	0,001	300	0,005	40,9666	0,004	29,5167
6	0,001	350	0,005	75,7762	0,005	59,0334
7	0	0	0,004	100	0,004	100
8	0	0	0,004	100	0,004	100
9	0	0	0,004	115,5958	0,004	115,5958
10	0,001	200	0,003	20,4833	0,002	29,5167
11	0,001	250	0,006	34,4042	0,004	29,5167
12	0,001	300	0,006	34,4042	0,005	24,2238

13	0	0	0,006	34,4042	0,006	34,4042
14	0,001	300	0,004	29,5167	0,004	15,5958
15	0,001	200	0,005	40,9666	0,004	50
16	0,001	0	0,005	75,7762	0,006	65,5958
17	0,001	300	0,007	70,4833	0,006	65,5958
18	0,001	350	0,006	89,4863	0,005	75,7762
19	0,001	300	0,006	79,5167	0,005	75,7762
20	0	0	0,005	100	0,005	100
21	0,001	0	0,006	120,4833	0,006	110,5137
22	0,001	350	0,007	109,0334	0,006	100
23	0	0	0,006	110,5137	0,006	110,5137

**Πίνακας 22** – Στοιχεία διανύσματος  $\delta r$  μεταβολής θέσης κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων

Στη συνέχεια, υπολογίζονται τα στοιχεία της έλλειψης σφάλματος κάθε μεταβολής θέσης σημείου, στο οριζόντιο επίπεδο. Αναλυτικότερα, πρέπει να θεωρηθεί πως κάθε μετακίνηση σημείου σε ένα χρονικό διάστημα που ορίζεται από 2 συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, παρουσιάζει μια αβεβαιότητα. Αυτή η αβεβαιότητα προέρχεται εξ ολοκλήρου από την αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της θέσης του σημείου τις 2 αυτές χρονικές στιγμές. Εκφράζοντας μαθηματικά τα

παραπάνω, έχουμε:  $\hat{V}_{\delta r_{t_i \rightarrow t_{ii}}} = \hat{V}_{\hat{x}_{t_i}} + \hat{V}_{\hat{x}_{t_{ii}}}$ , όπου  $\hat{x}$ : οι οριζοντιογραφικές συντεταγμένες των κορυφών του δικτύου, όπως αυτές έχουν προκύψει μετά από επίλυση του δικτύου σε 2 διαφορετικές και ανεξάρτητες χρονικές φάσεις.

Η γεωμετρική έκφραση της προαναφερόμενης αβεβαιότητας  $\hat{\sigma}_{\delta r}$  είναι η έλλειψη σφάλματος απόλυτης μετακίνησης σημείου, τα στοιχεία της οποίας προσδιορίζονται με βάση τον πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας  $\hat{V}_{\delta r}$  κάθε χρονικού διαστήματος και πιο συγκεκριμένα τα στοιχεία  $\hat{\sigma}_{\delta x}$ ,  $\hat{\sigma}_{\delta y}$ ,  $\hat{\sigma}_{\delta x, \delta y}$  κάθε σημείου. Τα στοιχεία αυτά φαίνονται στους παρακάτω πίνακες:

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_2$		
	$\sigma_{\delta x}$ (m)	$\sigma_{\delta y}$ (m)	$\sigma_{\delta x, \delta y}$ (m)
T1	0,001	0,002	$-1,19 \cdot 10^{-6}$
T2	0,002	0,002	$-2,46 \cdot 10^{-6}$
T3	0	0	0
T4	0,002	0	0
T5	0,004	0,001	$1,40 \cdot 10^{-6}$
1	0,001	0,002	$1,92 \cdot 10^{-7}$

2	0,001	0,003	$-4,59 \cdot 10^{-7}$
3	0,001	0,004	$1,35 \cdot 10^{-6}$
4	0,001	0,002	$1,34 \cdot 10^{-6}$
5	0,002	0,003	$2,86 \cdot 10^{-6}$
6	0,002	0,003	$4,14 \cdot 10^{-6}$
7	0,002	0,002	$3,76 \cdot 10^{-6}$
8	0,003	0,002	$4,64 \cdot 10^{-6}$
9	0,003	0,002	$3 \cdot 10^{-6}$
10	0,001	0,002	$-1,40 \cdot 10^{-6}$
11	0,001	0,004	$-2,42 \cdot 10^{-6}$
12	0,001	0,004	$-2,67 \cdot 10^{-6}$
13	0,001	0,004	$-3,03 \cdot 10^{-6}$
14	0,001	0,003	$-1,42 \cdot 10^{-6}$
15	0,001	0,003	$2,20 \cdot 10^{-6}$
16	0,002	0,004	$7,64 \cdot 10^{-6}$
17	0,003	0,004	$8,11 \cdot 10^{-6}$
18	0,002	0,003	$7,11 \cdot 10^{-6}$
19	0,003	0,004	$8,13 \cdot 10^{-6}$
20	0,003	0,002	$7,02 \cdot 10^{-6}$
21	0,004	0,003	$8,15 \cdot 10^{-6}$
22	0,004	0,002	$7,09 \cdot 10^{-6}$
23	0,004	0,002	$5,99 \cdot 10^{-6}$

**Πίνακας 23** – Σφάλματα και συννεταβλητότητες οριζόντιας μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_2$ )

Σημείο	$t_2 \rightarrow t_3$		
	$\sigma_{\delta x}$ (m)	$\sigma_{\delta y}$ (m)	$\sigma_{\delta x, \delta y}$ (m)
T1	0,001	0,003	$-1,23 \cdot 10^{-6}$
T2	0,002	0,002	$-2,73 \cdot 10^{-6}$
T3	0	0	0
T4	0,002	0	0
T5	0,004	0,001	$1,39 \cdot 10^{-6}$
1	0,001	0,002	$2,14 \cdot 10^{-7}$
2	0,001	0,003	$-4,05 \cdot 10^{-7}$
3	0,001	0,004	$1,45 \cdot 10^{-6}$
4	0,001	0,003	$1,41 \cdot 10^{-6}$
5	0,002	0,003	$2,96 \cdot 10^{-6}$
6	0,002	0,003	$4,22 \cdot 10^{-6}$

7	0,002	0,002	$3,80 \cdot 10^{-6}$
8	0,003	0,002	$4,65 \cdot 10^{-6}$
9	0,003	0,002	$2,99 \cdot 10^{-6}$
10	0,001	0,002	$-1,44 \cdot 10^{-6}$
11	0,001	0,004	$-2,40 \cdot 10^{-6}$
12	0,001	0,004	$-2,64 \cdot 10^{-6}$
13	0,001	0,004	$-2,97 \cdot 10^{-6}$
14	0,001	0,003	$-1,40 \cdot 10^{-6}$
15	0,001	0,003	$2,31 \cdot 10^{-6}$
16	0,002	0,004	$7,80 \cdot 10^{-6}$
17	0,003	0,004	$8,26 \cdot 10^{-6}$
18	0,003	0,003	$7,24 \cdot 10^{-6}$
19	0,003	0,004	$8,29 \cdot 10^{-6}$
20	0,003	0,002	$7,01 \cdot 10^{-6}$
21	0,004	0,003	$8,11 \cdot 10^{-6}$
22	0,004	0,002	$7,07 \cdot 10^{-6}$
23	0,004	0,002	$5,97 \cdot 10^{-6}$

*Πίνακας 24 – Σφάλματα και συννεταβλητότητες οριζόντιας μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_2 \rightarrow t_3$ )*

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_3$		
	$\sigma_{\delta x}$ (m)	$\sigma_{\delta y}$ (m)	$\sigma_{\delta x, \delta y}$ (m)
T1	0,001	0,002	$-1,19 \cdot 10^{-6}$
T2	0,002	0,002	$-2,67 \cdot 10^{-6}$
T3	0	0	0
T4	0,002	0	0
T5	0,004	0,001	$1,40 \cdot 10^{-6}$
1	0,001	0,002	$1,97 \cdot 10^{-7}$
2	0,001	0,003	$-4,42 \cdot 10^{-7}$
3	0,001	0,004	$1,38 \cdot 10^{-6}$
4	0,001	0,002	$1,35 \cdot 10^{-6}$
5	0,002	0,003	$2,89 \cdot 10^{-6}$
6	0,002	0,003	$4,16 \cdot 10^{-6}$
7	0,002	0,002	$3,76 \cdot 10^{-6}$
8	0,003	0,002	$4,64 \cdot 10^{-6}$
9	0,003	0,002	$2,99 \cdot 10^{-6}$
10	0,001	0,002	$-1,41 \cdot 10^{-6}$
11	0,001	0,004	$-2,40 \cdot 10^{-6}$
12	0,001	0,004	$-2,65 \cdot 10^{-6}$

13	0,001	0,004	$-3 \cdot 10^{-6}$
14	0,001	0,003	$-1,41 \cdot 10^{-6}$
15	0,001	0,003	$2,24 \cdot 10^{-6}$
16	0,002	0,004	$7,69 \cdot 10^{-6}$
17	0,003	0,004	$8,14 \cdot 10^{-6}$
18	0,002	0,003	$7,14 \cdot 10^{-6}$
19	0,003	0,004	$8,18 \cdot 10^{-6}$
20	0,003	0,002	$7,01 \cdot 10^{-6}$
21	0,004	0,003	$8,13 \cdot 10^{-6}$
22	0,004	0,002	$7,08 \cdot 10^{-6}$
23	0,004	0,002	$5,98 \cdot 10^{-6}$

**Πίνακας 25** – Σφάλματα και συννεταβλητότητες οριζόντιας μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_3$ )

Με βάση τις παραπάνω τιμές, υπολογίζονται τα στοιχεία των απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης των κορυφών του δικτύου.

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_2$		
	$\sigma_{\max}(m)$	$\sigma_{\min}(m)$	a (grad)
T1	0,002	0,001	178,6521
T2	0,003	0,001	150
T3	0	0	0
T4	0,002	0	200
T5	0,004	0,001	94,1258
1	0,002	0,001	4,0523
2	0,003	0,001	196,3633
3	0,004	0,001	5,6689
4	0,002	0,001	23,2086
5	0,003	0,002	27,1347
6	0,003	0,001	32,7076
7	0,003	0	50
8	0,003	0,001	65,7308
9	0,003	0,002	72,1142
10	0,002	0,001	176,0972
11	0,004	0,001	190,0649
12	0,004	0,001	189,1135
13	0,004	0,001	187,7785
14	0,003	0,001	189,1417
15	0,003	0,001	16,0060

16	0,004	0,001	28,8089
17	0,005	0,002	37,0315
18	0,004	0,001	39,2375
19	0,005	0,002	37,0600
20	0,004	0,001	60,8901
21	0,005	0,002	62,9117
22	0,004	0,001	72,3555
23	0,004	0,001	75,0265

*Πίνακας 26 – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_2$ )*

Σημείο	$t_2 \rightarrow t_3$		
	$\sigma_{\max}(m)$	$\sigma_{\min}(m)$	a (grad)
T1	0,003	0,001	190,5041
T2	0,003	0,001	150
T3	0	0	0
T4	0,002	0	200
T5	0,004	0,001	94,1668
1	0,002	0,001	4,5108
2	0,003	0,001	196,7881
3	0,004	0,001	6,0790
4	0,003	0,001	10,7875
5	0,003	0,002	27,6754
6	0,003	0,001	32,9760
7	0,003	0	50
8	0,003	0,001	65,7022
9	0,003	0,002	72,1665
10	0,002	0,001	175,6495
11	0,004	0,001	190,1418
12	0,004	0,001	189,2266
13	0,004	0,001	187,9980
14	0,003	0,001	189,2833
15	0,003	0,001	16,6702
16	0,004	0	29,1286
17	0,005	0,002	37,2423
18	0,004	0,001	50
19	0,005	0,002	37,2838
20	0,004	0,001	60,9044



21	0,005	0,002	62,9685
22	0,004	0,001	72,3999
23	0,004	0,001	75,0798

*Πίνακας 27 – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_2 \rightarrow t_3$ )*

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_3$		
	$\sigma_{\max}(m)$	$\sigma_{\min}(m)$	a (grad)
T1	0,002	0,001	178,6521
T2	0,003	0,001	150
T3	0	0	0
T4	0,002	0	200
T5	0,004	0,001	94,1258
1	0,002	0,001	4,1567
2	0,003	0,001	196,4969
3	0,004	0,001	5,7921
4	0,002	0,001	23,3262
5	0,003	0,002	27,2992
6	0,003	0,001	32,7754
7	0,003	0	50
8	0,003	0,001	65,7308
9	0,003	0,002	72,1665
10	0,002	0,001	175,9841
11	0,004	0,001	190,1418
12	0,004	0,001	189,1889
13	0,004	0,001	187,8881
14	0,003	0,001	189,2125
15	0,003	0,001	16,2493
16	0,004	0	28,9097
17	0,005	0,002	37,0742
18	0,004	0,001	39,2793
19	0,005	0,002	37,1307
20	0,004	0,001	60,9044
21	0,005	0,002	62,9400
22	0,004	0,001	72,3777
23	0,004	0,001	75,0531

*Πίνακας 28 – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_3$ )*

Κατόπιν του προσδιορισμού όλων των αναγκαίων στοιχείων, διεξάγεται αρχικά ο μονοδιάστατος έλεγχος μετακίνησης. Σύμφωνα με αυτόν θα συγκριθούν για κάθε μετακίνηση σημείου οι απόλυτες τιμές των μεγεθών  $\delta r$  και  $\sigma_{\max} \cdot z$ , όπου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ισχύει  $z = 1,96$ . Ο αριθμός αυτός μεγενθύνει, ουσιαστικά, το μεγάλο ημιάξονα της έλλειψης σφάλματος μετακίνησης, ώστε, σε περίπτωση που το  $\delta r$  τον ξεπεράσει (σε απόλυτη τιμή), θα μπορούμε με ασφάλεια 95% να συμπεράνουμε πως η συγκεκριμένη μεταβολή θέσης συνιστά μετακίνηση. Ο συνολικός μονοδιάστατος έλεγχος παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα:

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_2$		$t_2 \rightarrow t_3$		$t_1 \rightarrow t_3$	
	$\delta r$ (m)	$\sigma_{\max} \cdot z$ (m)	$\delta r$ (m)	$\sigma_{\max} \cdot z$ (m)	$\delta r$ (m)	$\sigma_{\max} \cdot z$ (m)
T1	0,002	0,004	0,004	0,006	0,006	0,004
T2	0,001	0,005	0,003	0,005	0,003	0,005
T3	0	0	0	0,000	0	0,000
T4	0	0,004	0,002	0,004	0,002	0,004
T5	0	0,008	0,002	0,008	0,002	0,008
1	0,001	0,004	0,004	0,004	0,002	0,004
2	0,001	0,006	0,004	0,006	0,004	0,006
3	0,001	0,008	0,006	0,008	0,005	0,008
4	0	0,004	0,004	0,006	0,004	0,004
5	0,001	0,006	0,005	0,006	0,004	0,006
6	0,001	0,007	0,005	0,007	0,005	0,007
7	0	0,005	0,004	0,005	0,004	0,005
8	0	0,007	0,004	0,007	0,004	0,007
9	0	0,006	0,004	0,006	0,004	0,006
10	0,001	0,004	0,003	0,004	0,002	0,004
11	0,001	0,008	0,006	0,008	0,004	0,008
12	0,001	0,008	0,006	0,008	0,005	0,008
13	0	0,008	0,006	0,008	0,006	0,008
14	0,001	0,006	0,004	0,006	0,004	0,006
15	0,001	0,006	0,005	0,006	0,004	0,006
16	0,001	0,009	0,005	0,009	0,006	0,009
17	0,001	0,009	0,007	0,009	0,006	0,009
18	0,001	0,007	0,006	0,008	0,005	0,007
19	0,001	0,009	0,006	0,009	0,005	0,009
20	0	0,007	0,005	0,007	0,005	0,007
21	0,001	0,009	0,006	0,009	0,006	0,009
22	0,001	0,009	0,007	0,009	0,006	0,009
23	0	0,008	0,006	0,008	0,006	0,008

**Πίνακας 29** – Μονοδιάστατος έλεγχος οριζόντιας απόλυτης μετακίνησης κορυφών δικτύου

Στη συνέχεια, διεξάγεται ο δισδιάστατος έλεγχος. Σύμφωνα με αυτόν, σχεδιάζονται οι απόλυτες ελλείψεις σφάλματος μετακίνησης των κορυφών του δικτύου (τα στοιχεία τους έχουν παρατεθεί στους πίνακες 26, 27, 28). Προκειμένου να εξασφαλισθεί το επίπεδο εμπιστοσύνης 95 %, οι ημιάξονες των ελλείψεων μεγενθύνονται κατά  $\lambda = 2,447$ . Στο ίδιο σύστημα αναφοράς σχεδιάζονται τα διανύσματα μεταβολής θέσης  $\delta r$  (τα στοιχεία τους φαίνονται στον πίνακα 22). Στην περίπτωση που, σχεδιαστικά, το πέρας του διανύσματος  $\delta r$  βρεθεί εκτός της απόλυτης έλλειψης σφάλματος, μπορούμε, για το προαναφερόμενο επίπεδο εμπιστοσύνης, να μιλήσουμε για μετακίνηση. Τα στοιχεία των ελλείψεων σφάλματος του δισδιάστατου ελέγχου, παρατίθενται στους ακόλουθους πίνακες, ενώ ενδεικτική απεικόνιση του ελέγχου αυτού γίνεται στα σχέδια 7, 8, 9 του παραρτήματος:

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_2$		
	$\sigma_{\max}(m) \cdot \lambda$	$\sigma_{\min}(m) \cdot \lambda$	a (grad)
T1	0,005	0,002	178,6521
T2	0,006	0,003	150
T3	0	0	0
T4	0,005	0	200
T5	0,010	0,002	94,1258
1	0,005	0,002	4,0523
2	0,007	0,002	196,3633
3	0,010	0,002	5,6689
4	0,005	0,002	23,2086
5	0,008	0,004	27,1347
6	0,008	0,003	32,7076
7	0,007	0,001	50
8	0,008	0,003	65,7308
9	0,008	0,004	72,1142
10	0,005	0,002	176,0972
11	0,010	0,002	190,0649
12	0,010	0,002	189,1135
13	0,010	0,002	187,7785
14	0,007	0,002	189,1417
15	0,008	0,002	16,0060
16	0,011	0,001	28,8089
17	0,011	0,005	37,0315
18	0,009	0,002	39,2375
19	0,011	0,005	37,0600
20	0,009	0,002	60,8901

<b>21</b>	0,011	0,005	62,9117
<b>22</b>	0,011	0,002	72,3555
<b>23</b>	0,011	0,003	75,0265

**Πίνακας 30** – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_2$ ) – δισδιάστατος έλεγχος

Σημείο	$t_2 \rightarrow t_3$		
	$\sigma_{\max}(m) \cdot \lambda$	$\sigma_{\min}(m) \cdot \lambda$	a (grad)
<b>T1</b>	0,007	0,002	190,5041
<b>T2</b>	0,006	0,003	150
<b>T3</b>	0	0	0
<b>T4</b>	0,005	0	200
<b>T5</b>	0,010	0,002	94,1668
<b>1</b>	0,005	0,002	4,5108
<b>2</b>	0,007	0,002	196,7881
<b>3</b>	0,010	0,002	6,0790
<b>4</b>	0,007	0,002	10,7875
<b>5</b>	0,008	0,004	27,6754
<b>6</b>	0,008	0,003	32,9760
<b>7</b>	0,007	0,001	50
<b>8</b>	0,008	0,003	65,7022
<b>9</b>	0,008	0,004	72,1665
<b>10</b>	0,005	0,002	175,6495
<b>11</b>	0,010	0,002	190,1418
<b>12</b>	0,010	0,002	189,2266
<b>13</b>	0,010	0,002	187,9980
<b>14</b>	0,007	0,002	189,2833
<b>15</b>	0,008	0,002	16,6702
<b>16</b>	0,011	0,001	29,1286
<b>17</b>	0,011	0,005	37,2423
<b>18</b>	0,010	0,003	50
<b>19</b>	0,011	0,005	37,2838
<b>20</b>	0,009	0,002	60,9044
<b>21</b>	0,011	0,005	62,9685
<b>22</b>	0,011	0,002	72,3999
<b>23</b>	0,011	0,003	75,0798

**Πίνακας 31** – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_2 \rightarrow t_3$ ) – δισδιάστατος έλεγχος

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_3$		
	$\sigma_{\max}(m) \cdot \lambda$	$\sigma_{\min}(m) \cdot \lambda$	a (grad)
T1	0,005	0,002	178,6521
T2	0,006	0,003	150
T3	0,000	0,000	0
T4	0,005	0,000	200
T5	0,010	0,002	94,1258
1	0,005	0,002	4,1567
2	0,007	0,002	196,4969
3	0,010	0,002	5,7921
4	0,005	0,002	23,3262
5	0,008	0,004	27,2992
6	0,008	0,003	32,7754
7	0,007	0,001	50
8	0,008	0,003	65,7308
9	0,008	0,004	72,1665
10	0,005	0,002	175,9841
11	0,010	0,002	190,1418
12	0,010	0,002	189,1889
13	0,010	0,002	187,8881
14	0,007	0,002	189,2125
15	0,008	0,002	16,2493
16	0,011	0,001	28,9097
17	0,011	0,005	37,0742
18	0,009	0,002	39,2793
19	0,011	0,005	37,1307
20	0,009	0,002	60,9044
21	0,011	0,005	62,9400
22	0,011	0,002	72,3777
23	0,011	0,003	75,0531

**Πίνακας 32** – Στοιχεία απόλυτων ελλείψεων σφάλματος μετακίνησης κορυφών δικτύου ( $t_1 \rightarrow t_3$ ) – δισδιάστατος έλεγχος

### 6.1.2. Σχετικές μετακινήσεις

Ο έλεγχος για οριζόντιες μικρομετακινήσεις των κορυφών του δικτύου ολοκληρώνεται με την εξέταση της μεταβολής των σχετικών θέσεων των σημείων. Η εξέταση αυτή θα γίνει για τις πλευρές που είχαν επιλεγεί στην πρώτη φάση της επίλυσης ως αντιπροσωπευτικές των πλευρών του δικτύου.

Αρχικά, υπολογίζεται το διάνυσμα  $dr = (dx, dy)$  κάθε πλευράς σε κάθε φάση μετρήσεων. Τα στοιχεία αυτού του διανύσματος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πλευρά	$t_1$		$t_2$		$t_3$	
	dx (m)	dy (m)	dx (m)	dy (m)	dx (m)	dy (m)
T1 – 11	-3,210	19,134	-3,210	19,135	-3,204	19,142
T1 – 6	4,422	17,223	4,422	17,226	4,430	17,230
T1 – 22	10,978	16,280	10,978	16,283	10,988	16,284
T2 – 8	15,588	2,194	15,589	2,194	15,592	2,191
T2 – 19	13,273	7,383	13,273	7,383	13,278	7,382
T5 – 11	-15,689	9,220	-15,690	9,219	-15,688	9,226
T5 – 16	-7,314	10,523	-7,314	10,524	-7,310	10,528

**Πίνακας 33** – Στοιχεία διανύσματος  $dr$  σχετικής θέσης σημείων σε κάθε φάση

Στη συνέχεια, υπολογίζεται το διάνυσμα  $\delta dr = (\delta dx, \delta dy)$  που εκφράζει τη διαφοροποίηση της σχετικής θέσης των σημείων από φάση σε φάση, σε επίπεδο οριζοντιογραφικών συντεταγμένων. Τα στοιχεία αυτού του διανύσματος φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πλευρά	$t_1 \rightarrow t_2$		$t_2 \rightarrow t_3$		$t_1 \rightarrow t_3$	
	$\delta dx$ (m)	$\delta dy$ (m)	$\delta dx$ (m)	$\delta dy$ (m)	$\delta dx$ (m)	$\delta dy$ (m)
T1 – 11	0	0,001	0,006	0,007	0,006	0,008
T1 – 6	0	0,003	0,008	0,004	0,008	0,007
T1 – 22	0	0,003	0,010	0,001	0,010	0,004
T2 – 8	0,001	0	0,003	-0,003	0,004	-0,003
T2 – 19	0	0	0,005	-0,001	0,005	-0,001
T5 – 11	-0,001	-0,001	0,002	0,007	0,001	0,006
T5 – 16	0	0,001	0,004	0,004	0,004	0,005

**Πίνακας 34** – Στοιχεία διαφοροποίησης διανύσματος  $dr$  σχετικής θέσης σημείων

Ακολούθως, για κάθε μεταβολή της σχετικής θέσεως 2 σημείων (από τις προεπιλεγμένες πλευρές) σε ένα χρονικό διάστημα, υπολογίζονται τα στοιχεία (αριθμητική τιμή και γωνία διεύθυνσης) του διανυσματικού μεγέθους  $\delta dr$ , που εκφράζει την αλλαγή της σχετικής θέσης των σημείων αυτών στο οριζόντιο επίπεδο.

Η τιμή και η γωνία διεύθυνσης του  $\delta r$  προκύπτουν από τους γνωστούς τύπους υπολογισμού μήκους και γωνίας διεύθυνσης από τις συντεταγμένες 2 σημείων ( $2^\circ$  θεμελιώδες θεώρημα), με τη διαφοροποίηση πως εδώ έχουμε να κάνουμε όχι με συντεταγμένες 2 σημείων, αλλά με διαφορές συντεταγμένων μεταξύ 2 σημείων. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πλευρά	$t_1 \rightarrow t_2$		$t_2 \rightarrow t_3$		$t_1 \rightarrow t_3$	
	$\delta r$ (m)	$\alpha_{\delta r}$ (g)	$\delta r$ (m)	$\alpha_{\delta r}$ (g)	$\delta r$ (m)	$\alpha_{\delta r}$ (g)
T1 – 11	0,001	0	0,009	45,1125	0,010	40,9666
T1 – 6	0,003	0	0,009	70,4833	0,011	54,2379
T1 – 22	0,003	0	0,010	93,6549	0,011	75,7762
T2 – 8	0,001	100	0,004	150	0,005	140,9666
T2 – 19	0	0	0,005	112,5666	0,005	112,5666
T5 – 11	0,001	250	0,007	17,7171	0,006	10,5137
T5 – 16	0,001	0	0,006	50	0,006	42,9553

**Πίνακας 35** – Στοιχεία διανύσματος  $\delta r$  διαφοροποίησης σχετικής θέσης σημείων

Κατόπιν, πρέπει να υπολογισθούν τα στοιχεία της έλλειψης σφάλματος για τις συγκεκριμένες μεταβολές στις σχετικές θέσεις των σημείων των προεπιλεγμένων πλευρών. Για τον υπολογισμό αυτό χρειάζεται ο προσδιορισμός του πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας  $\hat{V}_{\delta r}$ , ο οποίος μπορεί να προκύψει από τα στοιχεία του  $\hat{V}_{\delta r}$  κι αυτό γιατί το διάνυσμα  $\delta r$ , μπορεί να προκύψει ως παράγωγο του  $\delta r$ . Πρόκειται για μια λίγο πιο σύνθετη εφαρμογή του νόμου μετάδοσης μεταβλητοτήτων (και κατ' επέκταση και σφαλμάτων), σε σχέση με τη διαδικασία με την οποία υπολογίστηκε ο  $\hat{V}_{\delta r}$ , μέσω των  $\hat{V}_{\hat{x}_{ti}}$ ,  $\hat{V}_{\hat{x}_{tii}}$  και βάσει της σχέσης με την οποία το διάνυσμα  $\delta r$  «παράγεται» από τα διανύσματα  $\hat{x}_{ti}$ ,  $\hat{x}_{tii}$ .

Ο έλεγχος για οριζόντιες, σχετικές μετακινήσεις δεν κατέστη δυνατό να ολοκληρωθεί, καθώς απαιτούσε χρονοβόρες υπολογιστικές διαδικασίες πολλαπλασιασμού πινάκων. Το πραγματικό, αξεπέραστο πρόβλημα που συναντήθηκε ήταν η μορφή του πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας ( $53 \times 53$ ) της επίλυσης του συνολικού δικτύου οριζοντίου ελέγχου, ως εξαγόμενο στοιχείο του προγράμματος επίλυσης. Η μορφή αυτή δεν ήταν συμβατή με το υπολογιστικό περιβάλλον (Microsoft Excel), με τη βοήθεια του οποίου θα γινόταν ο πολλαπλασιασμός των πινάκων, που απαιτείτο για την εξαγωγή του, απαραίτητου για το συγκεκριμένο έλεγχο, πίνακα  $V_{\delta r}$ . Η χειροκίνητη μετατροπή του πίνακα  $V_x$  σε συμβατή με το περιβάλλον Excel μορφή, δεν κρίθηκε συμφέρουσα και απορρίφθηκε.

## 6.2. Κατακόρυφες μικρομετακινήσεις

Οι διαδικασίες ελέγχου του δικτύου για κατακόρυφες μικρομετακινήσεις ταυτίζονται τόσο ως φιλοσοφία, όσο και ως πρακτική, με τις αντίστοιχες διαδικασίες ελέγχου για οριζόντιες μικρομετακινήσεις. Η μοναδική, ουσιαστική διαφοροποίηση αφορά την έλλειψη (στην ανίχνευση των κατακόρυφων μικρομετακινήσεων) της διαδικασίας του δισδιάστατου ελέγχου, για προφανείς λόγους. Έτσι, οι διαφοροποιήσεις στα υψόμετρα και τις υψομετρικές διαφορές των κορυφών του δικτύου μπορούν να ελεγχθούν μόνο με μονοδιάστατο τρόπο.

### 6.2.1. Απόλυτες μετακινήσεις

Αρχικά, υπολογίζεται το διάνυσμα  $\delta H$ , που εκφράζει τη διαφοροποίηση στα υψόμετρα των σημείων από φάση σε φάση. Το διάνυσμα αυτό φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Σημείο	$\delta H$ (m)		
	$t_1 \rightarrow t_2$	$t_2 \rightarrow t_3$	$t_1 \rightarrow t_3$
T1	0,004	-0,005	-0,001
T2	0,004	-0,003	0,001
T3	0	0	0
T4	0,004	-0,003	0,001
T5	0,002	-0,004	-0,002
1	0,002	-0,003	-0,001
2	0,002	-0,003	-0,001
3	0,001	-0,003	-0,002
4	0,001	-0,003	-0,002
5	0,002	-0,003	-0,001
6	0,001	-0,001	0
7	0,001	-0,002	-0,001
8	0,001	-0,003	-0,002
9	0,001	-0,003	-0,002
10	0,001	-0,002	-0,001
11	0	-0,001	-0,001
12	0	-0,002	-0,002
13	0,001	-0,002	-0,001
14	0,001	-0,002	-0,001
15	0	-0,002	-0,002
16	0,001	-0,002	-0,001
17	0,001	-0,002	-0,001
18	0,001	-0,002	-0,001



19	0,002	-0,003	-0,001
20	0,001	-0,001	0
21	0,001	-0,002	-0,001
22	0,001	-0,001	0
23	0,001	-0,002	-0,001

**Πίνακας 36** – Μεταβολή υψομέτρων κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων

Στη συνέχεια, υπολογίζεται το μέγεθος  $\sigma_{\delta H}$  για κάθε μεταβολή υψομέτρου. Από το νόμο μετάδοσης σφαλμάτων έχουμε  $\sigma_{\delta H_{ti \rightarrow tii}} = \sqrt{(\sigma_{H_{ti}})^2 + (\sigma_{H_{tii}})^2}$ , δεδομένου πως η επίλυση του δικτύου κατακορύφου ελέγχου είναι ανεξάρτητη σε κάθε φάση. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο προσδιορισμός αυτής της αβεβαιότητας για κάθε χρονικό διάστημα:

Σημείο	$\sigma_{\delta H}$ (m)		
	$t_1 \rightarrow t_2$	$t_2 \rightarrow t_3$	$t_1 \rightarrow t_3$
T1	0,001	0,001	0,001
T2	0,001	0,001	0,001
T3	0	0	0
T4	0	0,001	0,001
T5	0,001	0,001	0,001
1	0,001	0,001	0,001
2	0,001	0,001	0,001
3	0,001	0,001	0,001
4	0,001	0,001	0,001
5	0,001	0,001	0,001
6	0,001	0,001	0,001
7	0,001	0,001	0,001
8	0,001	0,001	0,001
9	0,001	0,001	0,001
10	0,001	0,001	0,001
11	0,001	0,001	0,001
12	0,001	0,001	0,001
13	0,001	0,001	0,001
14	0,001	0,001	0,001
15	0,001	0,001	0,001
16	0,001	0,001	0,001
17	0,001	0,001	0,001
18	0,001	0,001	0,001

19	0,001	0,001	0,001
20	0,001	0,001	0,001
21	0,001	0,001	0,001
22	0,001	0,001	0,001
23	0,001	0,001	0,001

*Πίνακας 37 – Αβεβαιότητα στη μεταβολή υψομέτρων κορυφών δικτύου, μεταξύ των 3 φάσεων μετρήσεων*

Σύμφωνα με τη λογική του μονοδιάστατου ελέγχου (έχει περιγραφεί στον έλεγχο των οριζόντιων μετακινήσεων) θα συγκριθούν οι απόλυτες τιμές των  $\delta H$  και των αντίστοιχων  $\sigma_{\delta H}$ , πολλαπλασιασμένων με το συντελεστή  $z$ , που για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, ισούται με 1,96. Έτσι έχουμε:

Σημείο	$t_1 \rightarrow t_2$		$t_2 \rightarrow t_3$		$t_1 \rightarrow t_3$	
	$\delta H$ (m)	$\sigma_{\delta H} \cdot z$ (m)	$\delta H$ (m)	$\sigma_{\delta H} \cdot z$ (m)	$\delta H$ (m)	$\sigma_{\delta H} \cdot z$ (m)
T1	0,004	0,002	0,005	0,003	0,001	0,002
T2	0,004	0,002	0,003	0,003	0,001	0,002
T3	0	0	0	0	0	0
T4	0,004	0	0,003	0,002	0,001	0,002
T5	0,002	0,002	0,004	0,003	0,002	0,002
1	0,002	0,003	0,003	0,003	0,001	0,003
2	0,002	0,003	0,003	0,003	0,001	0,003
3	0,001	0,003	0,003	0,003	0,002	0,003
4	0,001	0,003	0,003	0,003	0,002	0,003
5	0,002	0,003	0,003	0,003	0,001	0,003
6	0,001	0,003	0,001	0,003	0	0,003
7	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
8	0,001	0,003	0,003	0,003	0,002	0,003
9	0,001	0,003	0,003	0,003	0,002	0,003
10	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
11	0	0,003	0,001	0,003	0,001	0,003
12	0	0,003	0,002	0,003	0,002	0,003
13	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
14	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
15	0	0,003	0,002	0,003	0,002	0,003
16	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
17	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
18	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
19	0,002	0,003	0,003	0,003	0,001	0,003
20	0,001	0,003	0,001	0,003	0	0,003

21	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003
22	0,001	0,003	0,001	0,003	0	0,003
23	0,001	0,003	0,002	0,003	0,001	0,003

**Πίνακας 38** – Μονοδιάστατος έλεγχος κατακόρυφης απόλυτης μετακίνησης κορυφών δικτύου

### 6.2.2. Σχετικές μετακινήσεις

Αρχικά, υπολογίζεται το μέγεθος  $dH$  για κάθε μία από τις επιλεγμένες πλευρές του δικτύου (βλ. έλεγχο σχετικών οριζόντιων μετακινήσεων) σε κάθε φάση:

Πλευρά	dH (m)		
	$t_1$	$t_2$	$t_3$
T1 – 11	0,371	0,367	0,371
T1 – 6	-0,856	-0,859	-0,855
T1 – 22	2,061	2,058	2,062
T2 – 8	-3,221	-3,224	-3,224
T2 – 19	-0,811	-0,813	-0,813
T5 – 11	-0,209	-0,211	-0,208
T5 – 16	2,155	2,154	2,156

**Πίνακας 39** – Υψομετρικές διαφορές επιλεγμένων πλευρών σε κάθε φάση

Στη συνέχεια προσδιορίζεται η μεταβολή  $\delta dH$  κάθε υψομετρικής διαφοράς από φάση σε φάση:

Πλευρά	$\delta dH$ (m)		
	$t_1 \rightarrow t_2$	$t_2 \rightarrow t_3$	$t_1 \rightarrow t_3$
T1 – 11	-0,004	0,004	0
T1 – 6	-0,003	0,004	0,001
T1 – 22	-0,003	0,004	0,001
T2 – 8	-0,003	0	-0,003
T2 – 19	-0,002	0	-0,002
T5 – 11	-0,002	0,003	0,001
T5 – 16	-0,001	0,002	0,001

**Πίνακας 40** – Μεταβολή υψομετρικών διαφορών επιλεγμένων πλευρών από φάση σε φάση

Ακολούθως υπολογίζεται η αβεβαιότητα  $\sigma_{\delta dH}$ , με την εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων (στον έλεγχο οριζόντιων μετακινήσεων χρησιμοποιήθηκε ο νόμος μετάδοσης μεταβλητοτήτων γιατί είχαμε να κάνουμε με οριζοντιογραφικές συντεταγμένες, δηλ. διδιάστατο μέγεθος – τα υψόμετρα έχουν μία διάσταση):

$$\sigma_{\delta d_{HA-B}} = \pm \sqrt{\sigma_{d_{HA-B,ii}}^2 + \sigma_{d_{HA-B,iii}}^2}, \text{ εφόσον οι επιλύσεις κάθε φάσης είναι}$$

αναξάρτητες. Επίσης ισχύει  $\sigma_{\delta d_{HA-B}} = \pm \sqrt{\sigma_{d_{HA-B,ii}}^2 + \sigma_{d_{HA-B,iii}}^2}$  και αντίστοιχα για  $t_{ii}$ .

Επομένως έχουμε:

$$\sigma_{\delta d_{HA-B}} = \pm \sqrt{\sigma_{H_{A,ii}}^2 + \sigma_{H_{B,ii}}^2 + \sigma_{H_{A,iii}}^2 + \sigma_{H_{B,iii}}^2 - 2 \cdot \sigma_{H_A, H_B, ii} - 2 \cdot \sigma_{H_A, H_B, iii}}$$

Με βάση τον παραπάνω τύπο, υπολογίζεται το σφάλμα στη διαφοροποίηση των υψομετρικών διαφορών των επιλεγμένων πλευρών:

Πλευρά	$\sigma_{\delta d_H}$ (m)		
	$t_1 \rightarrow t_2$	$t_2 \rightarrow t_3$	$t_1 \rightarrow t_3$
T1 – 11	0,002	0,002	0,002
T1 – 6	0,002	0,002	0,002
T1 – 22	0,002	0,002	0,002
T2 – 8	0,002	0,002	0,002
T2 – 19	0,002	0,002	0,002
T5 – 11	0,002	0,002	0,002
T5 – 16	0,002	0,002	0,002

**Πίνακας 41** – Αβεβαιότητα μεταβολής υψομετρικών διαφορών επιλεγμένων πλευρών από φάση σε φάση

Τέλος, εφαρμόζεται και εδώ ο μονοδιάστατος έλεγχος, όπου συγκρίνονται οι απόλυτες τιμές των μεταβολών των επιλεγμένων υψομετρικών διαφορών ( $\delta d_H$ ) με το  $\sigma_{\delta d_H}$ , το οποίο μεγενθύνεται κατά  $z$  (όπου για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%,  $z = 1,96$ ).

Πλευρά	$t_1 \rightarrow t_2$		$t_2 \rightarrow t_3$		$t_1 \rightarrow t_3$	
	$\delta d_H$ (m)	$\sigma_{\delta d_H} \cdot z$ (m)	$\delta d_H$ (m)	$\sigma_{\delta d_H} \cdot z$ (m)	$\delta d_H$ (m)	$\sigma_{\delta d_H} \cdot z$ (m)
T1 – 11	0,004	0,004	0,004	0,004	0,000	0,004
T1 – 6	0,003	0,004	0,004	0,004	0,001	0,004
T1 – 22	0,003	0,004	0,004	0,004	0,001	0,004
T2 – 8	0,003	0,004	0	0,004	0,003	0,004
T2 – 19	0,002	0,004	0	0,004	0,002	0,004
T5 – 11	0,002	0,004	0,003	0,004	0,001	0,004
T5 – 16	0,001	0,004	0,002	0,004	0,001	0,004

**Πίνακας 42** – Μονοδιάστατος έλεγχος κατακόρυφης σχετικής μετακίνησης κορυφών δικτύου

### 6.3. Παρατηρήσεις

#### - Οριζόντια μετακίνηση

Τα αποτελέσματα του ελέγχου για οριζόντιες, απόλυτες μετακινήσεις στο δίκτυο της Κλεψύδρας παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον και, σίγουρα, χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην εξαγωγή οποιουδήποτε συμπεράσματος βάσει αυτών. Σύμφωνα με το μονοδιάστατο έλεγχο, καμία μεταβολή θέσης σημείου στη διάρκεια των 3 χρονικών φάσεων δε συνιστά μετακίνηση, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, εκτός από τη μετακίνηση του T1, κατά την περίοδο  $t_1 - t_3$  (βλ. Πίνακα 29). Αντίθετα, ο δισδιάστατος έλεγχος παρουσίασε διαφορετικά αποτελέσματα. Σύμφωνα με αυτά, οι μεταβολές στις θέσεις σημείων που συνιστούν μετακίνηση για το γνωστό επίπεδο εμπιστοσύνης, ενώ είναι μόλις 1 για την περίοδο  $t_1-t_2$ , στα υπόλοιπα 2 εξεταζόμενα χρονικά διαστήματα ξεπερνούν τις 10 (όχι αθροιστικά), με τις περισσότερες να εμφανίζονται στο διάστημα  $t_2-t_3$ . Στο συγκεκριμένο διάστημα εμφανίζονται να μετακινούνται πάνω από τα μισά σημεία του δικτύου (βλ. σχέδια 7, 8, 9 στο παράρτημα)

#### - Κατακόρυφη μετακίνηση

Ο έλεγχος για κατακόρυφες μετακινήσεις στο δίκτυό μας έδωσε εξίσου ενδιαφέροντα αποτελέσματα. Σύμφωνα με αυτόν, καμία μεταβολή υψομετρικής διαφοράς δεν ξεπέρασε τα 4 mm, που ήταν το υπολογισμένο στατιστικό όριο, ώστε να θεωρηθεί μετακίνηση κατά 95% (βλ. Πίνακα 42). Στις μεταβολές απολύτων υψομέτρων των σημείων, τα σημεία αναφοράς φέρονται ιδιαίτερα πιθανό να μετακινούνται κατακόρυφα, καθώς 6 δικές τους μεταβολές σε διάφορες περιόδους ξεπέρασαν το στατιστικό όριο. Αντίθετα, αυτό δε συνέβη για καμία υψομετρική μεταβολή σημείου ελέγχου, σε καμία περίοδο (βλ. Πίνακα 38).

Σε γενικές γραμμές, τα αποτελέσματα που περιγράφονται διακρίνονται από στοιχεία αντιφατικότητας, κυρίως σε ό,τι αφορά το δισδιάστατο έλεγχο για οριζόντιες μετακινήσεις. Σε κάθε περίπτωση, πρόκειται για αποτελέσματα που χρήζουν διερεύνησης σε βάθος χρόνου, κάτι που θα δώσει μεγαλύτερη ποσότητα ενδείξεων, άρα περισσότερη βαρύτητα και εξασφάλιση σε ενδεχόμενα συμπεράσματα.

*Όλοι οι μαθηματικοί υπολογισμοί για τις ανάγκες του κεφαλαίου των μετακινήσεων έγιναν σε περιβάλλον Microsoft Excel.*

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7**  
**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Η πρακτική αντιμετώπιση ενός θέματος παραμορφώσεων περιορισμένου πεδίου, όπως αυτό της συγκεκριμένης εργασίας, το οποίο χαρακτηρίζεται από ειδικές συνθήκες, βοήθησε στην εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων, σχετικών με την προσαρμοστικότητα της Γεωδαιτικής Μεθοδολογίας.

- Οι υψηλές απαιτήσεις ακρίβειας του συγκεκριμένου θέματος, η μεγάλη αρχαιολογική σπουδαιότητα του χώρου του υπό εξέταση μνημείου, αλλά και η σταθερά αυξημένη επισκεψιμότητα της ευρύτερης περιοχής, οδήγησαν το στάδιο του σχεδιασμού του δικτύου σε μια προσαρμογή – μονόδρομο στις ειδικές αυτές συνθήκες. Η επιλογή του οργάνου και των παρελκομένων, της θέσης των σημείων του δικτύου, αλλά και του είδους των παρατηρήσεων υπαγορεύθηκαν, ουσιαστικά, από τις εξειδικευμένες ανάγκες του χώρου και του θέματος.
- Η υλοποίηση των σημείων του δικτύου αποδείχθηκε μια ιδιαίτερα σύνθετη διαδικασία, δεδομένης της αρχαιολογικής σημασίας του μνημείου. Απαιτήθηκε υψηλής ποιότητας διεπιστημονική συνεργασία, ώστε η τελική λύση να είναι σύμφωνη με τις επιταγές της Γεωδαιτικής Μεθοδολογίας και ταυτόχρονα να μην ισοδυναμεί με σημαντική αλλοίωση του ιδιαίτερου χαρακτήρα του χώρου. Μάλιστα, το γεγονός ότι το σύνολο των υλοποιημένων σημείων ελέγχου έμεινε σε σταθερή θέση (με βάση τα αποτελέσματα των μετρήσεων) για πάνω από 5 μήνες παρά τη μεταβολή των καιρικών συνθηκών, αλλά και το ότι οι κατασκευές των σημείων αναφοράς κράτησαν τη σταθερότητα και τη χονδρική τους οριζοντίωση σε όλες τις φάσεις των μετρήσεων, αποδεικνύουν την εντυπωσιακή επιτυχία της όλης διαδικασίας υλοποίησης του δικτύου.
- Η επιλογή του γεωδαιτικού οργάνου αποδείχθηκε, εξάλλου, μια εξίσου επιτυχημένη επιλογή. Το Leica TDA 5005, με την εξαιρετική του ευχρηστία, αλλά και την υψηλότερη ακρίβειά του (όπως αποδείχθηκε και από τα αποτελέσματα των επιλύσεων) κάλυψε πλήρως τις ανάγκες του συγκεκριμένου θέματος. Σχετικά με τον υπόλοιπο εξοπλισμό, ιδιαίτερα εύχρηστα και ευδιάκριτα αποδείχθηκαν τα κωνάκια υλοποίησης των σημείων αναφοράς, ενώ πλήρως επιτυχημένη κρίνεται και η ακριβής υλοποίηση ορισμένων σημείων ελέγχου με τη χρήση καρφίτσων (ιδέα της κ. Τσίνη), υλοποίηση που αποδείχθηκε εξαιρετικά βολική στη σκόπευση, αλλά και σταθερή. Αντίθετα, η χρήση ράβδου βιομηχανικής χρήσης γνωστού μήκους δεν έφερε τα αναμενόμενα αποτελέσματα, καθώς το παρελκόμενο αυτό ήταν αδύνατο να σταθεροποιηθεί πλήρως σε συνθήκες πεδίου (άνεμος).
- Τα προγράμματα επίλυσης δικτύων της κ. Μπαλοδήμου έπαιξαν κεντρικό ρόλο στην αντιμετώπιση του θέματος. Παρότι, δεν ήταν ιδιαίτερα

εντυπωσιακά στο επίπεδο της επικοινωνίας με το χρήστη, αποδείχθηκαν επιστημονικά αξιόπιστα, αλλά και κατανοητά, ως προς τη λειτουργία τους (ήταν γραμμένα στον ανοιχτό κώδικα της qbasic). Η διαμόρφωση των εισαγόμενων στοιχείων ήταν μια σχετικά απλή διαδικασία, όπως και η κατανόηση των αντίστοιχων εξαγόμενων. Το μοναδικό μειονέκτημα αφορούσε την εξαγόμενη μορφή του πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας, που ήταν ασύμβατη με το περιβάλλον Microsoft Excel, στο οποίο, για λόγους βολικότητας και ταχύτητας, διεξάγονταν όλοι οι μαθηματικοί υπολογισμοί του θέματος.

- Τα αποτελέσματα των επιλύσεων και των τριών φάσεων είχαν σαν κύριο χαρακτηριστικό την επιβεβαίωση του σχεδιασμού του δικτύου. Σε αυτό συνηγόρησαν τόσο τα αποτελέσματα της επεξεργασίας των μετρήσεων (πολλαπλές εμπροσθοτομίες, τριγωνομετρική υψομετρία), όσο και τα χαμηλά  $\sigma_0$  a posteriori όλων των επιλύσεων, τα οποία βοήθησαν ώστε όλες να περάσουν το στατιστικό τεστ  $\chi^2$ , με μεγάλη ευκολία. Χαρακτηριστικό σχετικό στοιχείο ήταν η μειωτική τάση του  $\sigma_0$  a posteriori από φάση σε φάση, μείωση που αποδόθηκε στην αυξανόμενη εμπειρία του παρατηρητή σε σχέση με τη χρήση του οργάνου και τη σκόπευση των κορυφών, εφόσον οι υπόλοιπες συνθήκες των μετρήσεων παρέμεναν ίδιες. Θετικό στοιχείο επίσης κρίθηκε και ο μέσος αριθμός πλεονασμού των παρατηρήσεων με τις οποίες επιλύθηκε το δίκτυο οριζοντίου ελέγχου, παρά το ότι η φύση του μνημείου δεν επέτρεψε μεγάλο αλληλοέλεγχο των παρατηρήσεων (ήταν αδύνατο να στηθεί όργανο στα σημεία ελέγχου). Τέλος, οι μικρές αποκλίσεις μεταξύ των αποτελεσμάτων κάθε φάσης, ήταν ένα επιπλέον δείγμα της καλής ποιότητας των μετρήσεων.
- Η προσπάθεια να επιλυθεί το δίκτυο και στις 3 διαστάσεις δεν έφερε αποδεκτά αποτελέσματα. Ειδικότερα, επιχειρήθηκε η τρισδιάστατη επίλυση μόνο του δικτύου αναφοράς αρχικά, με βάση τις μετρήσεις της πρώτης φάσης (οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες, ύψη οργάνων και σκόπευσης, κεκλιμένα μήκη) και με τη βοήθεια του αντίστοιχου προγράμματος. Οι τρισδιάστατες συντεταγμένες που προέκυψαν ήταν ικανοποιητικές, καθώς δεν είχαν μεγάλη απόκλιση από τα αποτελέσματα των 2 ξεχωριστών επιλύσεων (οριζοντίου και κατακόρυφου ελέγχου) του δικτύου αναφοράς, οι οποίες, μάλιστα παρουσίασαν ικανοποιητικό  $\sigma_0$ . Το  $\sigma_0$  a posteriori, όμως, της τρισδιάστατης επίλυσης ήταν ιδιαίτερα υψηλό (πάνω από 5), κάτι που οδήγησε στην απόφαση να μην επιχειρηθούν περαιτέρω τρισδιάστατες προσεγγίσεις του δικτύου. Το αποτέλεσμα αυτό αποδόθηκε στην, σχεδόν πλήρη απουσία μετρημένων μηκών (μόνο 2) από τις παρατηρήσεις και στην ανισορροπία κλίμακας – διεύθυνσης που αυτή δημιούργησε.



- Η απουσία αρκετών μετρημένων μηκών από τις παρατηρήσεις φαίνεται και από την παρατήρηση των απόλυτων και σχετικών ελλείψεων σφάλματος του δικτύου που σχετίζονταν με τις οριζοντιογραφικές επιλύσεις όλων των φάσεων. Όλες οι ελλείψεις των σημείων που σχεδιάσθηκαν ήταν προσανατολισμένες παράλληλα στην ευθεία που συνέδεε το σταθερό σημείο T3 με το αντίστοιχο σημείο - κέντρο της έλλειψης, σαφές δείγμα προβλήματος κλίμακας στο δίκτυο. Εξάλλου, και όλες οι σχετικές ελλείψεις ήταν στραμμένες παράλληλα προς την πλευρά που προσδιόριζαν, δείγμα κι αυτό του προβλήματος κλίμακας του δικτύου, που ήταν, πάντως, αναμενόμενο με βάση το είδος των παρατηρήσεων που είχαν επιλεγεί.

Το μέγεθος των ελλείψεων ήταν εντυπωσιακά μικρό, κάτι που συνδεόταν με τα μικρά στοιχεία του πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας, αλλά και με το μικρό  $\sigma_0$  a posteriori κάθε επίλυσης. Χαρακτηριστικό είναι εξάλλου πως, εκτός από το ημισταθερό σημείο (όπου ήταν αναμενόμενο), άλλων 2 σημείων η απόλυτη έλλειψη σφάλματος, εκφυλίσθηκε σε ευθύγραμμο τμήμα (σε όλες τις φάσεις). Προφανής κοινός παρονομαστής όλων αυτών, δεδομένου πως και το σφάλμα στον υπολογισμό των υψομέτρων ήταν εντυπωσιακά μικρό σε όλες τις φάσεις, είναι η μικρή αβεβαιότητα με την οποία προσεγγίσθηκαν οι τρισδιάστατες συντεταγμένες των κορυφών του δικτύου σε κάθε φάση, απόρροια, σίγουρα, της καλής ποιότητας των μετρήσεων, αλλά και του μεγάλου αριθμού των παρατηρήσεων.

- Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εξέταση των αποτελεσμάτων των ελέγχων μετακινήσεων. Παρότι οι φάσεις των μετρήσεων βρίσκονταν χρονικά πολύ κοντά μεταξύ τους, παρατηρήθηκαν αρκετές περιπτώσεις μεταβολής απόλυτης θέσης σημείων που ξεπέρασαν το στατιστικό όριο που αντιστοιχούσε σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Αυτές οι μεταβολές ήταν μεμονωμένες στο μονοδιάστατο έλεγχο απόλυτων οριζοντίων και κατακορύφων μετακινήσεων, αλλά παρουσίασαν μεγάλη πυκνότητα στο δισδιάστατο έλεγχο απόλυτων οριζόντιων μετακινήσεων, ιδιαίτερα τις περιόδους  $t_2-t_3$  και  $t_1-t_3$ . Η αντιφατικότητα που προέρχεται από τα παραπάνω ενισχύεται από το ότι ο έλεγχος κατακορύφων, σχετικών μετακινήσεων δεν «έδειξε» κάποια μετακίνηση.

Είναι σαφές πως η γνώση του μνημείου και, κυρίως, η προσεκτική παρατήρηση των αποτελεσμάτων των επιλύσεων, προσθέτει ιδιαίτερη επιφυλακτικότητα σε οποιοδήποτε συμπέρασμα, σχετικό με μετακίνηση ή μη. Ειδικότερα, πρέπει να συνυπολογισθεί πως στην κατεύθυνση του να θεωρηθεί μετακίνηση μια μεταβολή θέσης σημείου, λειτούργησε αναμφίβολα η μικρή αβεβαιότητα με την οποία προσδιορίσθηκαν οι συντεταγμένες των κορυφών του δικτύου, κυρίως σε επίπεδο διεύθυνσης (και λογότερο κλίμακας). Οι μικρές (απόλυτες και σχετικές) ελλείψεις σφάλματος σημείων που προέκυψαν ως αποτελέσματα των επιλύσεων, είχαν σαν επόμενο ιδιαίτερα μικρές

ελλείψεις σφάλματος οριζόντιας μετακίνησης σημείων, ελλείψεις που «ξεπεράσθηκαν» στον αντίστοιχο δισδιάστατο έλεγχο από όχι πολύ μεγάλα διανύσματα μεταβολής θέσης. Κομβικό ρόλο σε αυτό το αποτέλεσμα φέρεται να έπαιξαν οι εξαιρετικά μειωμένοι μικροί ημιάξονες των ελλείψεων σφάλματος των μετακινήσεων, κάτι που, σε συνδυασμό με τα αποτελέσματα των ελέγχων μετακίνησης, οδηγεί στο πόρισμα πως, τελικά, το πρόβλημα του δικτύου φαίνεται να είναι η μεγάλη δυσαρμονία του μεταξύ κλίμακας και διεύθυνσης.

- Σε κάθε περίπτωση, προκειμένου να εξαχθεί ένα συμπέρασμα πλήρως διασφαλισμένο, απαιτείται η επαναμέτρηση και επανεπίλυση του δικτύου, σε 2 τουλάχιστον φάσεις ακόμα, μέχρις ότου συμπληρωθεί ένα έτος από την α' φάση των μετρήσεων. Τότε θα υπάρχει μια πρώτη ολοκληρωμένη εικόνα για την κινηματική συμπεριφορά του μνημείου. Με δεδομένο πως η ποιότητα της υλοποίησης του δικτύου αποδείχθηκε στην πράξη και πως θα υπάρξει μέριμνα προστασίας και συντήρησής του από τους υπεύθυνους του χώρου, η επανάληψη της διαδικασίας των μετρήσεων και της επίλυσης δεν αναμένεται να είναι ιδιαίτερα επίπονη. Βελτίωση του σχεδιασμού του δικτύου στις επόμενες φάσεις θα μπορούσε να υπάρξει, δεδομένου πως η επιλογή του οργάνου ήταν επιτυχημένη και οι θέσεις των σημείων επιβάλλεται να μην αλλάξουν, μόνο στο επίπεδο του είδους των παρατηρήσεων. Η εισαγωγή περισσότερων μηκομετρήσεων στις παρατηρήσεις θα βελτιώσει το πρόβλημα κλίμακας του δικτύου και θα μειώσει τη δυσαρμονία κλίμακας - διεύθυνσης, εφόσον, όμως, αυτά τα μήκη δεν παρουσιάζουν μεγάλο συστηματικό σφάλμα (> 2 mm). Και, λαμβάνοντας υπόψη πως η φύση του μνημείου επιβάλλει γι' αυτό το σκοπό (μέτρηση μηκών) τη χρήση reflectorless οργάνου (καθώς στα σημεία ελέγχου δεν μπορεί να στηθεί κατάφωτο), η παραπάνω βελτίωση ενδεχόμενα να μην είναι τόσο απλή υπόθεση. Σε κάθε περίπτωση, ακόμα και η προσθήκη μόνο 10 μετρήσεων αποστάσεων (οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων αναφοράς, όπου μπορεί να στηθεί κατάφωτο και επομένως μπορούν να μετρηθούν και από μη reflectorless όργανο) στις παρατηρήσεις, αναμένεται να επιφέρει πολύ ποιοτικότερες επιλύσεις του δικτύου.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### - Συγγράματα

1. Αγατζά-Μπαλοδήμου Α.-Μ.: «**Θεωρία Σφαλμάτων και Συνορθώσεις Ι**», Ε.Μ.Π., Τ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2001
2. Αγατζά-Μπαλοδήμου Α.-Μ.: «**Θεωρία Σφαλμάτων και Συνορθώσεις ΙΙ**», Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2005
3. Αγατζά-Μπαλοδήμου Α.-Μ., Μπαλοδήμος Δ.-Δ.: «**Εισαγωγή στη γεωδαισία**», Ε.Μ.Π., Τ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 1988
4. Αραμπατζή Ο.-Α.: «**Διερεύνηση των Μεθοδολογιών Προσδιορισμού Κατακόρυφης Θέσης Σημείου σε Έργα Μηχανικού – Εφαρμογές στον Ελλαδικό Χώρο**», διδακτορική διατριβή, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2007
5. Γεωργόπουλος Γ.-Δ.: «**Σημειώσεις Τεχνικής Γεωδαισίας – Μελέτη Παραμορφώσεων Περιορισμένου Πεδίου**», Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2005
6. Καϊμάρα Ε.: «**Πάμε στον Περίπατο της Ακρόπολης – Οδοιπορικό του Εκπαιδευτικού**», Υπουργείο Πολιτισμού, Υπηρεσία Συντήρησης Μνημείων Ακρόπολης, Α' Εφορεία Προϊστορικών και Κλασικών Αρχαιοτήτων – Τομέας Ενημέρωσης και Εκπαίδευσης
7. Μπαλοδήμος Δ.-Δ., Σταθάς Δ.: «**Γεωδαιτικά Όργανα και Μέθοδοι Μέτρησης Γωνιών και Μηκών**», Ε.Μ.Π., Τ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 1993
8. Μπαλοδήμος Δ.-Δ., Αραμπατζή Ο.-Α.: «**Υψομετρία**», Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2004
9. Μπαλοδήμος Δ.-Δ., Αγατζά-Μπαλοδήμου Α.-Μ., Αραμπατζή Ο.-Α., Σταθάς Δ.: «**Γεωδαιτικά Δίκτυα Ελέγχου Βιομηχανικών Παραγωγών – Εφαρμογή σε Σκάφος του Π-Ν**», Τεχνικά Χρονικά, Επιστημονική Έκδοση ΤΕΕ, Σειρά Ι, τεύχ. 1, σελ. 135-144
10. Μπαλοδήμος Δ.-Δ., Αγατζά-Μπαλοδήμου Α.-Μ., Σταθάς Δ., Δογγούρης Σ., Λάμπρου Ε.: «**Προσδιορισμός και Υλοποίηση με Γεωδαιτική Μεθοδολογία του Βασικού Άξονα Αναφοράς σε Υποβρύχιο**», Τεχνικά Χρονικά, Επιστημονική Έκδοση ΤΕΕ, Σειρά Ι, τόμ. 19, τεύχ. 3, σελ. 103-111

### - Ιστότοποι

1. [www.archdiocese.gr](http://www.archdiocese.gr), Ιερά Αρχιεπισκοπή Αθηνών
2. [www.cityofathens.gr](http://www.cityofathens.gr), Ο επίσημος ιστότοπος της πόλης της Αθήνας
3. [www.culture.gr](http://www.culture.gr), Υπουργείο Πολιτισμού
4. [www.eie.gr](http://www.eie.gr), Εθνικό Ίδρυμα Ερευνών
5. [www.hri.org](http://www.hri.org), Hellenic Resources Network
6. [www.leica-geosystems.com](http://www.leica-geosystems.com), Leica Geosystems
7. [www.mfa.gr](http://www.mfa.gr), Υπουργείο Εξωτερικών
8. [www.naali.fi](http://www.naali.fi), Machine installation and measurement service for industrial demand
9. [ysma.culture.gr](http://ysma.culture.gr), Υπηρεσία Συντήρησης Μνημείων Ακρόπολης

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

**(Εικόνες, υπολογιστικά φύλλα Excel, Σχέδια)**



**Εικόνα 13** – Άποψη του μνημείου της Κλεψύδρας (λήψη από την ανατολική πλευρά)



**Εικόνα 14** – Σημείο του πατώματος του μνημείου, ενώ η διαδικασία υλοποίησης των σημείων ελέγχου είναι εν εξελίξει



*Εικόνα 15 – Λεπτομέρεια του πατώματος του μνημείου – φαίνεται η προσήμανση ενός σημείου ελέγχου*



*Εικόνα 16 – Υλοποίηση ενός σημείου ελέγχου του δικτύου, πάνω σε βράχο, από τον υπεύθυνο συντηρητή του χώρου*



*Εικόνα 17 – Άποψη του δυτικού τοίχου του μνημείου*



*Εικόνα 18 – Άποψη του εσωτερικού μέρους του μνημείου*



*Εικόνα 19 – Άποψη του μνημείου (λήψη από τη δυτική πλευρά – σημείο T2)*



*Εικόνα 20 – Συνολική άποψη του μνημείου (λήψη από την ανατολική πλευρά)*