



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ  
ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΟ ΠΡΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ**

**ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Δ. ΔΗΜΑΚΟΠΟΥΛΟΣ**

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ  
ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Α. ΚΑΪΚΤΣΗΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ  
ΜΕΛΗ: Γ. ΤΖΑΜΠΡΑΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ  
Γ. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΑΘΗΝΑ 2008**

**Στη μνήμη του πατέρα μου, στη μητέρα μου και στην αδερφή μου**

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήταν σημαντική παράλειψη εκ μέρους μου αν αμελούσα να ευχαριστήσω όλους αυτούς που συνέβαλαν καθοριστικά στην εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας. Συγκεκριμένα:

Από τη θέση αυτή αισθάνομαι την ανάγκη και ηθική υποχρέωση να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή της Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου κ. Λάμπρο Καϊκτσή τόσο για την ηθική συμπαράσταση και εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση του θέματος της εν λόγω εργασίας, όσο και για την επιστημονική του εποπτεία και καθοδήγηση καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησής της. Τον ευχαριστώ, επίσης, για τις χρήσιμες υποδείξεις του σε πολλά σημαντικά σημεία της εργασίας.

Θέλω ακόμα να ευχαριστήσω τους Επιστημονικούς Συνεργάτες της Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου κα Σοφία Πέππα και κ. Ανδρέα Χανιώτη για τις χρήσιμες συμβουλές τους.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα Μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής, Καθηγητές της Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, κ. Τζαμπίρα και κ. Τριανταφύλλου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την ηθική συμπαράσταση και κατανόηση που επέδειξε, όχι μόνο κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας αυτής, αλλά και καθ' όλη τη χρονική διάρκεια της φοίτησής μου στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|   | σελ. |
|---|------|
| <b>I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....  | 1    |
| <b>II. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ</b> .....  | 2    |
| <b>II.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ – ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ</b>   |      |
| II.1.1 Ιδιότητες των ρευστών.....   | 2    |
| II.1.2 Εξίσωση της συνέχειας για διδιάστατη επίπεδη ροή.....                                | 4    |
| II.1.3 Εξίσωση Bernoulli.....   | 4    |
| II.1.4 Εξισώσεις Navier-Stokes.....   | 4    |
| II.1.5 Περιγραφή βασικών μεγεθών κατά Reynolds.....   | 7    |
| II.1.6 Γενικά περί δινών.....   | 9    |
| <b>II.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ</b>   |      |
| II.2.1 Έρπουσες ροές – Γραμμικές διαμορφωμένες ροές.....                                    | 14   |
| II.2.2 Βασικά χαρακτηριστικά της στρωτής ροής –<br>Κρίσιμος αριθμός Reynolds μετάβασης..... | 15   |
| II.2.3 Θεωρία ευστάθειας της στρωτής ροής.....  | 17   |
| II.2.4 Μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή.....  | 18   |
| II.2.5 Βασικά χαρακτηριστικά της τυρβώδους ροής.....  | 19   |
| II.2.6 Το οριακό στρώμα και τα βασικά χαρακτηριστικά του.....                               | 22   |
| II.2.7 Ευστάθεια του οριακού στρώματος.....   | 28   |
| II.2.8 Οριακό στρώμα - Εύρεση δύναμης αντίστασης.....                                       | 29   |
| II.2.9 Αποκόλληση της ροής.....   | 31   |
| <b>II.3 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΠΙ ΣΩΜΑΤΩΝ ΕΝΤΟΣ ΡΕΥΣΤΟΥ</b>  |      |
| II.3.1 Γενικά.....  | 33   |
| II.3.2 Ορισμός των συντελεστών αντίστασης και άνωσης.....                                   | 34   |
| II.3.3 Ορισμός των δυνάμεων αντίστασης και άνωσης.....                                      | 35   |
| II.3.4 Παραδείγματα μεταβολής των συντελεστών $C_D$ και $C_L$ .....                         | 36   |
| <b>II.4 ΡΟΗ – ΑΚΙΝΗΤΑ ΜΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ</b>  |      |
| II.4.1 Γενικά – Ιδανική ροή.....  | 40   |
| II.4.2 Αστρόβιλη παράλληλη ροή γύρω από κύλινδρο.....                                       | 41   |
| II.4.3 Πραγματική ροή.....  | 44   |
| <b>II.5 ΡΟΗ - ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΑ ΜΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ</b>                                       |      |
| II.5.1 Γενικά.....  | 48   |
| II.5.2 Διαγράμματα περιοχών συγχρονισμού.....   | 52   |
| II.5.3 Σχηματισμός των δινών στη θεμελιώδη περιοχή του συγχρονισμού.....                    | 56   |
| II.5.4 Περαιτέρω περιοχές συγχρονισμού των δινών.....                                       | 65   |
| II.5.5 Ελεύθερη ταλάντωση κυλίνδρου.....  | 69   |
| II.5.6 Εξαναγκασμένη ταλάντωση κυλίνδρου.....   | 75   |



|   |     |
|---|-----|
| II.5.7 Επίπεδη ταλάντωση κυλίνδρου προκαλούμενη από δίνες.....  | 77  |
| II.5.8 Ταλάντωση ταυτόχρονα κατά τις διευθύνσεις x και y.....   | 78  |
| II.5.9 Άλλες μορφές δινών.....  | 80  |
| <b>II.6 ΡΟΗ – ΠΡΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ</b>  |     |
| II.6.1 Ροή για μικρούς αριθμούς Reynolds – Ακίνητο πρίσμα.....  | 82  |
| II.6.2 Ακίνητο πρίσμα σε σταθερή και ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή<br>για μικρούς αριθμούς Reynolds..... | 87  |
| II.6.3 Ροή για μεσαίους αριθμούς Reynolds γύρω από ακίνητο<br>και ταλαντούμενο πρίσμα.....              | 101 |
| II.6.4 Ροή για πολύ μεγάλους αριθμούς Reynolds – Ακίνητο πρίσμα.....                                    | 104 |
| <b>III. ΣΚΟΠΟΙ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ</b> .....  | 107 |
| <b>IV. ΒΑΣΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ</b> .....   | 107 |
| IV.1 Γενικά.....  | 107 |
| IV.2 Αδιάστατες παράμετροι του προβλήματος.....   | 108 |
| IV.3 Βασικές εξισώσεις – Οριακές συνθήκες.....  | 111 |
| IV.4 Πορεία των υπολογισμών.....  | 114 |
| <b>V. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ</b> .....  | 115 |
| <b>V.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ</b>  |     |
| V.1.1 Ροή γύρω από ακίνητο πρίσμα, $Re = 200$ .....   | 115 |
| V.1.2 Ροή γύρω από ταλαντούμενο πρίσμα, $Re = 200$ .....  | 115 |
| V.1.3 Ροή γύρω από ακίνητο πρίσμα, $Re = 400$ .....   | 124 |
| V.1.4 Ροή γύρω από ταλαντούμενο πρίσμα, $Re = 400$ .....  | 124 |
| <b>V.2 ΟΠΤΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ (VISUALIZATION) ΤΗΣ ΡΟΗΣ</b>   |     |
| V.2.1 Γενικά.....   | 133 |
| V.2.2 Οπτική απεικόνιση της ροής για αριθμό Reynolds $Re = 200$ .....                                   | 133 |
| V.2.3 Οπτική απεικόνιση της ροής για αριθμό Reynolds $Re = 400$ .....                                   | 136 |
| <b>VI. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΙΣΗ<br/>ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ</b> .....                    | 139 |
| VI.1 Συμπεράσματα.....  | 139 |
| VI.2 Προτάσεις για συνέχιση της Διπλωματικής Εργασίας.....  | 141 |
| <b>VII. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΠΑΡΟΧΗΣ<br/>ΟΓΚΟΥ</b> .....   | 142 |
| <b>VIII. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....   | 177 |

## ΣΥΝΟΨΗ

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία έχει θέμα τη μελέτη της ροής γύρω από ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής με χρήση Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής. Η δομή της εργασίας περιλαμβάνει την Εισαγωγή, το Θεωρητικό Μέρος, στο οποίο αναλύεται η συμπεριφορά των μη αεροδυναμικών σωμάτων όταν βρίσκονται ακίνητα ή ταλαντώνονται μέσα σε ροή ρευστού, τους Σκοπούς της υπολογιστικής μελέτης, τη Βασική Μεθοδολογία, τα Αποτελέσματα και τα Συμπεράσματα-Προτάσεις για συνέχιση της εργασίας. Στο τέλος παρατίθενται το Παράρτημα, στο οποίο παρουσιάζονται μέθοδοι μέτρησης της παροχής όγκου σε δίκτυα (στα πλαίσια μιας μελέτης που έγινε παράλληλα με το κύριο αντικείμενο της παρούσας εργασίας), και η Βιβλιογραφία.

Οι βασικές εξισώσεις του προβλήματος είναι οι 2D εξισώσεις Navier-Stokes, οι οποίες λύνονται μέσω μιας μεθόδου φασματικών πεπερασμένων στοιχείων (spectral element method). Για να μην χρειάζεται να ανακατασκευάζεται το πλέγμα ύστερα από κάθε χρονικό βήμα, γίνεται χρήση *σχετικού* συστήματος αναφοράς το οποίο ακολουθεί την κίνηση του πρίσματος. Σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με τη συχνότητα του δρόμου δινών στον ομόρρου ακίνητου πρίσματος (φυσική συχνότητα). Κρατώντας τον λόγο των δύο προαναφερόμενων συχνοτήτων ίσο με τη μονάδα και για σταθερή τιμή του αριθμού Reynolds, οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων της άωσης και της αντίστασης, μεταβάλλονται σε συνάρτηση με την τιμή του λόγου του εύρους της ταλάντωσης  $A$  προς την πλευρά της τετραγωνικής διατομής  $D$ .

Οι ασκούμενες από τη ροή δυνάμεις στο πρίσμα αδιαστατοποιούνται ως κατάλληλοι συντελεστές, οι οποίοι υπολογίζονται για δύο διαφορετικές τιμές του αριθμού Reynolds (για  $Re = 200$  και για  $Re = 400$ ) ως συνάρτηση του λόγου  $A/D$ , και παρουσιάζονται σε αντίστοιχα διαγράμματα. Επίσης, για τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, πραγματοποιούνται οπτικές απεικονίσεις της ροής (visualizations), οι οποίες μας δίνουν την εικόνα των δινών στον ομόρρου του πρίσματος τετραγωνικής διατομής.

Τα βασικό συμπέρασμα που προκύπτει από την παρούσα μελέτη είναι ότι σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις έχουμε μεταφορά ισχύος από το πρίσμα προς τη ροή του ρευστού, το οποίο σημαίνει ότι μία κατασκευή με διαμόρφωση πρίσματος τετραγωνικής διατομής δεν μπορεί να διεγερθεί κατά την εγκάρσια κατεύθυνση εάν δέχεται ομοιόμορφη ροή ρευστού κατά τη διαμήκη κατεύθυνση, για τους συγκεκριμένους αριθμούς Reynolds. Επιπλέον, για  $Re = 200$ , η δυναμική της ροής είναι απλή, με περιοδικό χαρακτήρα, και η μορφή των δινών στον ομόρρου είναι μόνο του τύπου “2S”, ενώ για  $Re = 400$  η δυναμική της ροής είναι αρχικά περίπλοκη και με χαοτικό χαρακτήρα, αλλά με την αύξηση του εύρους της ταλάντωσης μειώνεται η πολυπλοκότητα, και έχουμε αρχικά την εμφάνιση ενός τύπου ομόρρου, που μπορεί να χαρακτηριστεί ως τύπος “partial S+P”, ενώ για ακόμη μεγαλύτερα εύρη ταλάντωσης, η μορφή των δινών αλλάζει και έχουμε ομόρρου τύπου “2S”.

## I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα της ταλάντωσης πρίσματος τετραγωνικής διατομής (square cylinder) μέσα σε ρευστό εντάσσεται σε μία γενικότερη κατηγορία προβλημάτων, που σχετίζονται με τη συμπεριφορά μη αεροδυναμικών σωμάτων όταν βρεθούν εκτεθειμένα μέσα σε ροή ρευστού. Ως γνωστόν, στα μη αεροδυναμικά σώματα, εκτός από το πρίσμα, κατατάσσονται και ο κύλινδρος και η σφαίρα. Η μελέτη των μη αεροδυναμικών σωμάτων σε περιρρέον ρευστό έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές, καθώς τα εξαγόμενα συμπεράσματα από τις εργασίες-μελέτες τους, είναι πολύτιμα για διάφορες εφαρμογές στη σύγχρονη τεχνολογία (όπως εναλλάκτες θερμότητας, κτίρια και διατάξεις άντλησης πετρελαίου).

Στον σημαντικό τομέα των ναυπηγικών κατασκευών, τα θαλάσσια καλώδια, όπως και οι σωλήνες άντλησης πετρελαίου από υποθαλάσσια κοιτάσματα, βρίσκονται διαρκώς εκτεθειμένα σε θαλάσσια περιβαλλοντικά ρεύματα και ως επακόλουθο, δέχονται σημαντικές δυνάμεις από αυτά. Πιο συγκεκριμένα, υποβάλλονται σε δονήσεις, οι οποίες προκαλούνται από τους στροβιλισμούς που παρατηρούνται στον ομόρρου των κατασκευών αυτών. Αυτές οι δονήσεις είναι πολύ μεγάλης σημασίας, καθώς μπορεί να αυξήσουν σημαντικά τις δυνάμεις άνωσης και αντίστασης. Επίσης, οι διεγέρσεις αυτές, μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλα δυναμικά φορτία και σε αύξηση της κόπωσης, δηλαδή σε μείωση του χρόνου ζωής των κατασκευών.

Τις τελευταίες δεκαετίες, γίνεται προσπάθεια από τους ερευνητές να μοντελοποιηθούν οι συνθήκες, που αντιμετωπίζουν οι κατασκευές στο αφιλόξενο θαλάσσιο περιβάλλον, ώστε να μελετηθούν αποτελεσματικότερα. Στο πλαίσιο της προσπάθειας αυτής, είτε γίνεται χρήση κάποιας πειραματικής μεθόδου στο εργαστήριο είτε γίνεται αριθμητική προσομοίωση με χρήση μεθόδων Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής. Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι η θεματολογία στον συγκεκριμένο τομέα της Μηχανικής των Ρευστών είναι ιδιαίτερα εκτενής, και έτσι όχι μόνο παρουσιάζονται διαρκώς νέα δεδομένα, αλλά και επαληθεύονται ή διορθώνονται παλαιότερα. Η εργασία αυτή συμβάλλει στη διερεύνηση της συμπεριφοράς των μη αεροδυναμικών σωμάτων μέσα σε ρευστό. Συγκεκριμένα, υπολογίζουμε με χρήση Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής, τη ροή γύρω από ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής, με έμφαση στις δυνάμεις που ασκούνται από τη ροή, και τη συσχέτισή τους με τη δομή του ομόρρου.

## II. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

### II.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ – ΕΙΣΩΣΕΙΣ

#### II.1.1 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Τα ρευστά ως υλικά σώματα υπόκεινται σε εξωτερικές και εσωτερικές δράσεις. Οι δυνάμεις που ενεργούν σε αυτά διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

α) **Επιφανειακές δυνάμεις** που ενεργούν στην επιφάνεια του σώματος και είναι ανάλογες με το εμβαδόν της επιφάνειας.

β) **Ογκικές ή μαζικές δυνάμεις** που ενεργούν στο στοιχείο του όγκου ή της μάζας και είναι ανάλογες με τον όγκο του ή τη μάζα του. Η έλξη της βαρύτητας είναι π.χ. ογκική ή μαζική δύναμη.

Κάθε στοιχείο ρευστού είτε εν ηρεμία είτε εν κινήσει, βρίσκεται σε **εντατική κατάσταση**, που δημιουργείται από τα γειτονικά του σημεία.

Συνεχές μέσο βρίσκεται σε **ισορροπία** όταν το σύνολο (ή η συνισταμένη) των δυνάμεων που δρουν πάνω σε αυτό είναι μηδέν (αξίωμα).

Την εντατική κατάσταση στα ρευστά όπως και στα στερεά διακρίνουμε σε **ορθή εντατική κατάσταση** και **διατμητική εντατική κατάσταση**.

Την έννοια της ορθής εντατικής κατάστασης μπορούμε να συνειδητοποιήσουμε εάν θεωρήσουμε τα ρευστά σε ηρεμία. Τότε διαπιστώνουμε ότι μόνο κάθετες επιφανειακές δυνάμεις είναι δυνατό να διαβιβαστούν μεταξύ των στοιχείων του ρευστού. Η ορθή εντατική κατάσταση εκφράζεται τότε από την κάθετη επιφανειακή δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας, δηλαδή την **πίεση  $p$** .

Η διατμητική εντατική κατάσταση οφείλεται στο ότι δύο γειτονικά μεταξύ τους στοιχεία του ρευστού βρίσκονται σε σχετική μεταξύ τους κίνηση. Επομένως, διατμητική εντατική κατάσταση εμφανίζεται σε ρευστά κινούμενα και μηδενίζεται σε ακίνητα ρευστά.

Η **συνεκτικότητα** ή **ιξώδες** είναι χαρακτηριστική φυσική ιδιότητα των ρευστών και είναι το αίτιο της εμφάνισης της διατμητικής εντατικής κατάστασης στη μάζα τους. Συνεκτικότητα είναι η ιδιότητα των ρευστών να ανθίστανται στην **διάτμηση** τους, δηλαδή στην κίνηση ενός στοιχείου ως προς το διπλανό του. Από φαινομενολογική σκοπιά η συνεκτικότητα μοιάζει με την τριβή δύο στερεών σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή και κινούνται σχετικά. Για αυτό το λόγο ονομάζεται και εσωτερική τριβή. Η φύση όμως των δύο δυνάμεων είναι τελείως διαφορετική.

Εάν θεωρήσουμε δύο γειτονικά στοιχεία ρευστού που βρίσκονται σε σχετική κίνηση, τότε αναπτύσσεται μεταξύ τους εφαιπτομενική δύναμη, η οποία ονομάζεται **διατμητική δύναμη**. Ο Νεύτωνας διατύπωσε αφοριστικά ότι για ορισμένα ρευστά, όπως νερό, αέρας κλπ, θα πρέπει να ισχύει ο υλικός νόμος για τη διατμητική δύναμη:

$$dT_1 = \mu \frac{u_2 - u_1}{dy} dE = \mu \frac{\partial u}{\partial y} dE$$

δηλαδή ότι είναι ανάλογη της κλίσης της ταχύτητας κατά την κάθετη στο στοιχείο κατεύθυνση  $\partial u / \partial y$  και ανάλογη του εμβαδού της επιφάνειας του στοιχείου  $dE$  του ρευστού. Ο συντελεστής αναλογίας  $\mu$  λέγεται **συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας** ή **ιξώδες** του ρευστού.

Ο ορισμός της **εφαπτομενικής διατμητικής τάσης**  $\tau$  (δύναμη ανά μονάδα επιφανείας) είναι:

$$\tau = \frac{dT}{dE} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

Ο παραπάνω υλικός νόμος λέγεται υλική εξίσωση κατά Νεύτωνα και είναι τόσο πειραματικός όσο και εμπειρικός νόμος συμπεριφοράς ορισμένης κατηγορίας ρευστών που λέγονται **νευτώνια**. Τα νευτώνια ρευστά είναι μία μεγάλη κατηγορία ρευστών, όπου συμπεριλαμβάνονται το νερό και ο αέρας. Υπάρχει όμως μία μεγάλη κατηγορία ρευστών, κυρίως πολυμερή, ή ρευστά με σύνθετη μοριακή δομή, που δεν είναι νευτώνια (παράδειγμα, χρώματα, αίμα, πάστες, πλαστικά κλπ.).

Το **ιξώδες  $\mu$**  εξαρτάται κυρίως από τη θερμοκρασία  $\mu(T)$  στα ασυμπιεστα νευτώνια ρευστά, στα δε συμπιεστά και από μία δεύτερη παράμετρο όπως είναι η πίεση  $p$ .

Η **κινηματική συνεκτικότητα  $\nu$**  ορίζεται ως:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

όπου  $\rho$ : Η πυκνότητα του ρευστού.

$\mu$ : Το ιξώδες του ρευστού.

Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι εάν με  $dV$  συμβολίσουμε το στοιχείο του όγκου του ρευστού και με  $dm$  τη μάζα του, τότε ορίζουμε **πυκνότητα του ρευστού  $\rho$**  το μέγεθος:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

Μία άλλη ιδιότητα των ρευστών ιδιαίτερης σημασίας για τη μηχανική είναι η **συμπιεστότητα**, δηλαδή η ιδιότητα των ρευστών να μεταβάλλουν την πυκνότητα τους με μεταβολή της ορθής εντατικής τους κατάστασης (πίεσης) είτε εν ηρεμία είτε εν κινήσει. Μάλιστα, αύξηση της πίεσης προκαλεί εν γένει αύξηση της πυκνότητας.

Στα υγρά, λόγω της μεγάλης πυκνότητας των μορίων τους, και επομένως των μικρών τους αποστάσεων και κάτω από μεγάλες ακόμη πιέσεις, η μεταβολή του όγκου τους είναι αμελητέα. Επομένως, για τον παραπάνω λόγο, **τα υγρά θεωρούνται πρακτικά ασυμπιεστά** ( $\rho = \text{constant}$ ). Υπάρχουν όμως και εφαρμογές, όπου η έστω και μικρή τους συμπιεστότητα δεν μπορεί να αμεληθεί (υδραυλικό πλήγμα, διάδοση κυμάτων).

Σε αντίθεση όμως με τα υγρά, στα αέρια η απόσταση μεταξύ των μορίων είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με το μέγεθος τους, οπότε και η πυκνότητα τους είναι μικρή και δυνάμεις συνοχής μεταξύ των μορίων είναι μικρές. Επομένως, μπορούν με την επενέργεια εξωτερικών δυνάμεων, που αυξάνουν την πίεση τους, να μειώνουν τον όγκο τους και επομένως να αυξάνουν την πυκνότητα τους. Δηλαδή τα **αέρια θεωρούνται συμπιεστά**.

Τα ρευστά έχουν και ιδιότητες όπως η **θερμική αγωγιμότητα** και η **ηλεκτρική αγωγιμότητα**, που δεν πρόκειται να μας απασχολήσουν.

### II.1.2 ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΓΙΑ ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΗ ΕΠΙΠΕΔΗ ΡΟΗ

Επειδή θα ασχοληθούμε με **διδιάστατη (2D) ροή**, πρέπει να σημειώσουμε ότι για την περιγραφή της, αρκούν δύο χωρικές μεταβλητές (για ασυμπίεστα συνεκτικά ή μη συνεκτικά ρευστά). Για διδιάστατες επίπεδες ροές (παράλληλες στο επίπεδο  $z$ ) η **εξίσωση της συνέχειας** γράφεται:

$$\operatorname{div} \vec{U} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

όπου  $\vec{U} = u \vec{i} + v \vec{j}$  η ταχύτητα κίνησης σωματιδίου ρευστού.

### II.1.3 ΕΞΙΣΩΣΗ BERNOULLI

Για αστρόβιλο (κίνηση ρευστού χωρίς περιστροφή), μόνιμο πεδίο, ασυμπίεστου και μη συνεκτικού ρευστού εφαρμόζεται ο νόμος του Bernoulli. Η **εξίσωση Bernoulli** εφαρμοσμένη μεταξύ των τυχαίων σημείων 1 και 2 ρευστού, για τις συνθήκες που περιγράφηκαν προηγουμένως, γράφεται ως εξής:

$$\rho \frac{u_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \rho \frac{u_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

Το μέγεθος  $p$  ονομάζεται **στατική πίεση**, σε αντίθεση με το μέγεθος  $1/2 \rho u^2$  που ονομάζεται **δυναμική πίεση**. Το μέγεθος  $\rho g h$  ονομάζεται **δυναμική πίεση** (γεωστατική πίεση). Το άθροισμα  $p_0 = p + 1/2 \rho u^2 + \rho g h$  λέγεται **ολική πίεση**. Η ολική πίεση είναι σταθερή σε τέτοιου είδους πεδία.

### II.1.4 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ NAVIER-STOKES

Για νευτώνια ρευστά και υποθέτοντας ότι είναι ασυμπίεστα (ανεξάρτητα αν το πεδίο είναι αστρόβιλο ή στροβιλό), μπορούμε να εφαρμόσουμε τις **εξισώσεις Navier-Stokes**, απλοποιημένες χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0$$

Υποθέτοντας μαζί με  $\tau$  άλλα ότι και  $\mu = \text{constant}$ , προκύπτουν οι **εξισώσεις Navier-Stokes για το ασυμπίεστο ρευστό σε καρτεσιανές συντεταγμένες**:

$$\begin{aligned}\rho \frac{Du}{Dt} &= \rho g_x + \mu \Delta u - \frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= \rho g_y + \mu \Delta v - \frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho \frac{Dw}{Dt} &= \rho g_z + \mu \Delta w - \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}$$

Η διανυσματική μορφή των παραπάνω εξισώσεων είναι:

$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = \rho \vec{g} - \text{grad } p + \mu \Delta \vec{U}$$

όπου  $\vec{U} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k}$  : η ταχύτητα

$\rho$ : η πυκνότητα

$\mu$ : το ιξώδες

$t$ : ο χρόνος

$p$ : η πίεση

$\vec{g} = g_x \vec{i} + g_y \vec{j} + g_z \vec{k}$  : η επιτάχυνση της βαρύτητας

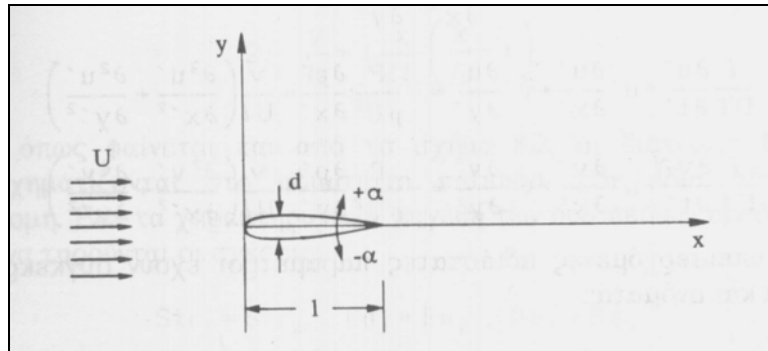
$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  : ο τελεστής Laplace

Οι εξισώσεις Navier-Stokes αποτελούν για το ασυμπίεστο ρευστό μαζί με την εξίσωση της συνέχειας

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

πλήρες σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους (u,v,w,p).

Σε πολλές περιπτώσεις χρειάζεται να χρησιμοποιηθούν **αδιαστατοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes**. Για παράδειγμα, θα αναφερθούμε στην περίπτωση του προβλήματος ροής ασυμπίεστου ρευστού πυκνότητας  $\rho$  γύρω από την αεροτομή του Σχήματος 1.1, μήκους  $l$  και μεγίστου πάχους  $d$ . Η ροή μακριά από την αεροτομή είναι παράλληλη προς τον άξονα  $x$ , με μέτρο  $U$  και πίεση σταθερή  $P$ . Η αεροτομή ταλαντώνεται συμμετρικά ως προς τον άξονα  $x$  με περίοδο ταλάντωσης  $T$ . Το ρευστό θεωρείται νευτόνιο με σταθερό ιξώδες  $\mu$ .



**Σχήμα 1.1:** Σχηματική απεικόνιση ροής γύρω από αεροτομή (Τσαγγάρης [15]).

Οι εξισώσεις που διέπουν το διδιάστατο πρόβλημα είναι το σύστημα εξισώσεων διατήρησης της μάζας για ασυμπίεστο ρευστό και οι εξισώσεις Navier-Stokes στη μη μόνιμη έκφρασή τους:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

Στις διαφορικές εξισώσεις εισάγουμε αδιάστατες εξαρτημένες και ανεξάρτητες μεταβλητές επιλέγοντας ως χαρακτηριστικά μεγέθη του πεδίου ροής τα  $l$ ,  $T$ ,  $U$ ,  $P$ , οπότε έχουμε:

$$x' = \frac{x}{l}, \quad y' = \frac{y}{l}, \quad t' = \frac{t}{T}, \quad u' = \frac{u}{U}, \quad v' = \frac{v}{U}, \quad p' = \frac{p}{P}$$

και χρησιμοποιώντας τις υπεισερχόμενες αδιάστατες παραμέτρους:

α) Αριθμός Strouhal  $St = \frac{l}{UT}$

β) Αριθμός Euler  $Eu = \frac{P}{\rho U^2}$

γ) Αριθμός Reynolds  $Re = \frac{\rho U l}{\mu} = \frac{U l}{\nu}$

οι αδιαστατοποιημένες διαφορικές εξισώσεις γράφονται :



$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0$$

$$\text{St} \frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -Eu \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right)$$

$$\text{St} \frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = -Eu \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right)$$

Πρέπει να αναφέρουμε ότι δύο πεδία με τους ίδιους αδιάστατους αριθμούς Strouhal, Euler και Reynolds θα έχουν ταυτόσημα  $u'$ ,  $v'$ ,  $p'$  στα ίδια σημεία  $x'$ ,  $y'$ ,  $t'$  εάν οι αεροτομές είναι γεωμετρικά όμοιες, δηλαδή έχουν ταυτόσημη μορφή σε αδιάστατες παραμέτρους και υπόκεινται και στις ίδιες οριακές συνθήκες. Αυτό είναι και το μεγάλο πλεονέκτημα της χρήσης αδιάστατων παραμέτρων σε διάφορα προβλήματα, καθώς η λύση εφαρμόζεται σε περισσότερα από ένα πεδία. Μάλιστα, χρησιμοποιώντας ομοιώματα μικρότερων διαστάσεων (μέθοδος ομοιότητας) είναι δυνατόν να εξαχθούν βασικά συμπεράσματα για τη ροή στα πρότυπα τηρώντας τους ίδιους αριθμούς ομοιότητας.

### II.1.5 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΤΑ REYNOLDS

Επειδή οι εξισώσεις Navier-Stokes είναι αρκετά δύσκολο να εφαρμοστούν σε τυρβώδεις ροές, στη μη μόνιμη μορφή τους, σε τέτοιου είδους προβλήματα υπολογίζονται οι χρονικά μέσες τιμές των βασικών και άλλων μεγεθών. Η βασική ιδέα είναι αυτή που προτάθηκε από τον O. Reynolds (1895), ο οποίος διέσπασε την ταχύτητα και τα υπόλοιπα βασικά μεγέθη στη μέση χρονικά τιμή  $\bar{A}$  και τη διακύμανση  $A'$ .

$$u = \bar{u} + u' \quad \overline{u'} = 0$$

$$v = \bar{v} + v' \quad \overline{v'} = 0$$

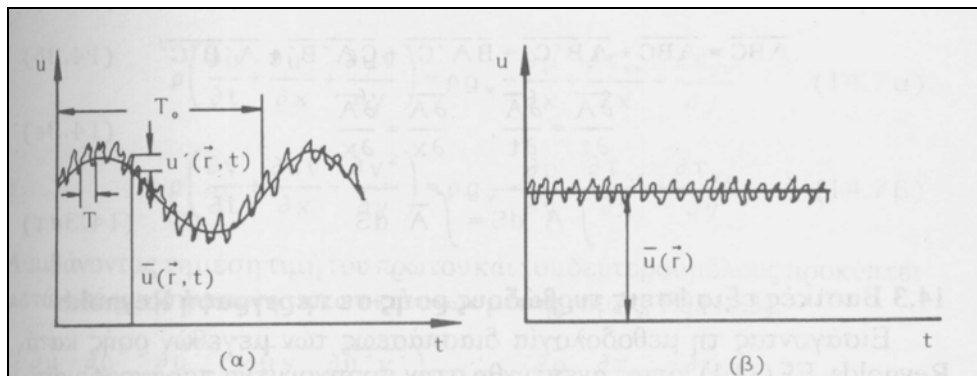
$$p = \bar{p} + p' \quad \overline{p'} = 0$$

Η μέση τιμή αναφέρεται σε χρονικά μέση τιμή, η οποία ορίζεται ως:

$$\bar{u} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} u(\vec{r}, t) dt$$

όπου  $\tau$  είναι το χρονικό διάστημα ολοκλήρωσης και  $t$  είναι η μεταβλητή ολοκλήρωσης. Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι τα μέσα μεγέθη  $\bar{A}$  είναι χρονικές και τοπικές συναρτήσεις στην περίπτωση της μη μόνιμης τυρβώδους ροής ( $\bar{u} = \bar{u}(\vec{r}, t)$ ), όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2α), ενώ στην περίπτωση της τυρβώδους

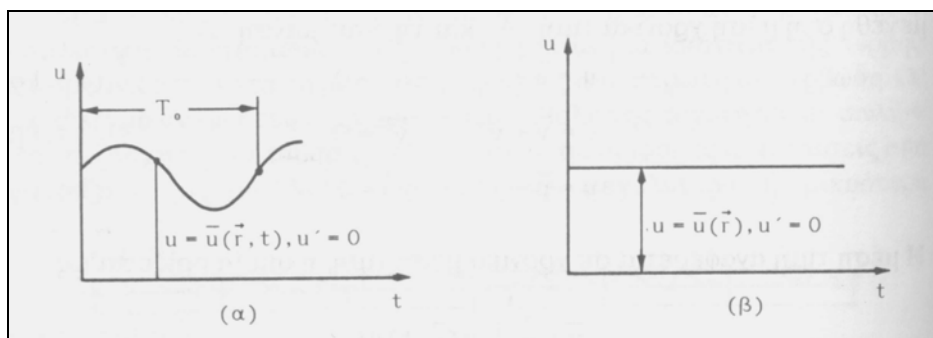
μόνιμης ροής είναι μόνο τοπικές συναρτήσεις ( $\bar{u} = \bar{u}(\vec{r})$ ), όπως φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα 1.2β).



**Σχήμα 1.2:** Τυρβώδεις ροές (Τσαγγάρης [15]).

Βασικό είναι να τονισθεί ότι το χρονικό διάστημα ολοκλήρωσης  $\tau$  θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο ως προς τη χρονική περίοδο των τυρβωδών διακυμάνσεων ( $\tau \gg T$ ), όμως θα πρέπει επίσης να προσεχθεί να είναι και αρκετά μικρότερο από τη χρονική διάρκεια των μη τυρβωδών διακυμάνσεων της ροής. Δηλαδή στην περίπτωση του προηγούμενου σχήματος θα πρέπει  $\tau \ll T_0$ .

Σε αντιπαράθεση με τις τυρβώδεις ροές, στο Σχήμα 1.3 παρουσιάζονται αντίστοιχες μεταβολές για στρωτές ροές (μη μόνιμες και μόνιμες) όπου  $u' = 0$ , δηλαδή η ροή δεν έχει τυρβώδεις διακυμάνσεις.



**Σχήμα 1.3:** Στρωτές ροές (Τσαγγάρης[15]).

Περισσότερα στοιχεία για στρωτές και τυρβώδεις ροές θα αναφερθούν σε επόμενα κεφάλαια.

### II.1.6 ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΔΙΝΩΝ

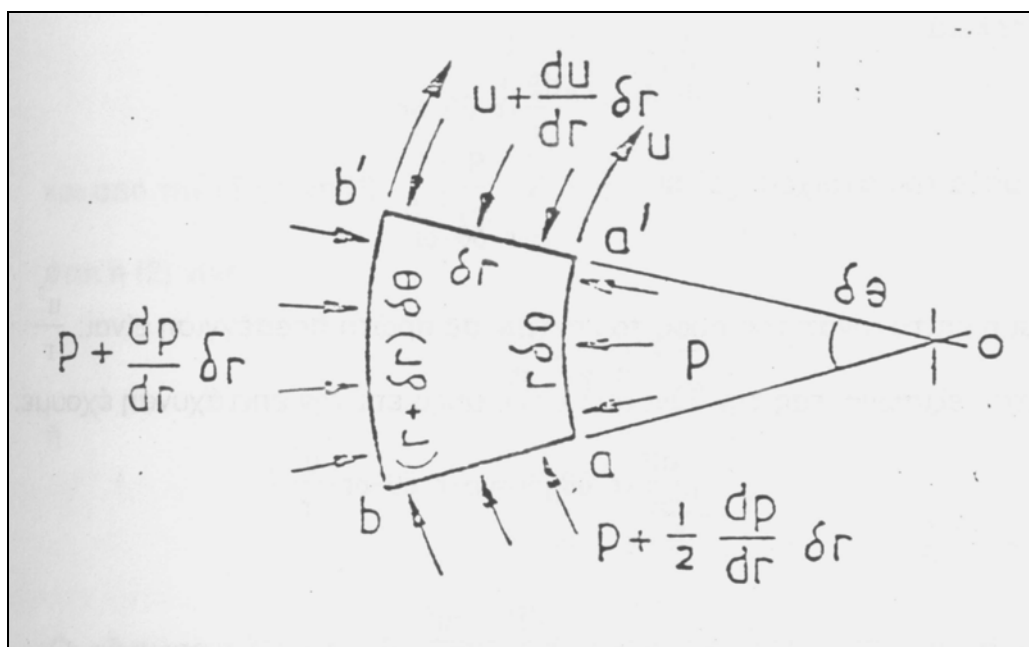
Σύμφωνα με την εξίσωση του Bernoulli το ολικό ύψος  $H$  είναι σταθερό κατά μήκος μιας γραμμής ροής, υπό την προϋπόθεση ότι έχουμε σταθερά ροή, ασυμπίεστο και μη συνεκτικό ρευστό. Δεν μας δίνει όμως η εξίσωση του Bernoulli τη μεταβολή του ολικού ύψους  $H$  από μια γραμμή ροής σε άλλη.

Σε μερικές περιπτώσεις το ολικό ύψος  $H$  παραμένει σταθερό τόσο κατά μήκος των γραμμών ροής, όσο και από γραμμή σε γραμμή. Ένα παράδειγμα ροής όπου το ολικό ύψος  $H$  παραμένει σταθερό από γραμμή ροής σε γραμμή είναι η εκροή μη συνεκτικού υγρού από μια οπή μιας μεγάλης δεξαμενής. Επειδή κάθε γραμμή ροής ξεκινά από την ίδια υδροστατική κατάσταση, είναι προφανές ότι όλες οι γραμμές ροής θα έχουν το ίδιο ολικό ύψος  $H$ .

Σε άλλες όμως περιπτώσεις έχουμε μεταβολή του ολικού ύψους  $H$  από μία ροϊκή γραμμή σε άλλη. Παράδειγμα είναι η στρωτή ροή υγρού μέσα σε ένα σωλήνα, όπου η στατική πίεση είναι η ίδια σε όλη τη διατομή, ενώ η δυναμική πίεση μεταβάλλεται από μηδέν, σε επαφή με τα τοιχώματα, μέχρι το μέξιμουμ, στο κέντρο του σωλήνα. Αποτέλεσμα αυτού είναι η μεταβολή του ολικού ύψους  $H$  από γραμμή ροής σε γραμμή.

Η μεταβολή του ολικού ύψους  $H$  από γραμμή σε γραμμή έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία **στροβιλής ροής** (έχουμε κίνηση ρευστού με ταυτόχρονη περιστροφή). Έτσι, όταν έχουμε σταθερό  $H$  από μία ροϊκή γραμμή σε άλλη δεν υπάρχει στροβιλότητα στη ροή και το **πεδίο** αυτό λέγεται **αστρόβιλο**. Όταν το  $H$  διαφέρει ανάμεσα στις ροϊκές γραμμές, υπάρχει στροβιλότητα και το **πεδίο** ροής λέγεται **στροβιλό**.

Μια ειδική περίπτωση ροής είναι η ροή ενός ρευστού γύρω από κάποιο κέντρο, δηλαδή η **δίνη**.



**Σχήμα 1.4:** Στοιχειώδες τμήμα ρευστού στη ροή γύρω από σταθερό κέντρο (Μητσικώστας [13]).

Στο Σχήμα 1.4 παρίσταται η σταθερή κίνηση ενός μη συνεκτικού ρευστού πυκνότητας  $\rho$  γύρω από ένα σταθερό κέντρο  $O$ , στην οποία η ταχύτητα  $u$  εξαρτάται από την ακτινική απόσταση  $r$  από το κέντρο.

Σε ένα στοιχειώδες τμήμα της ροής  $abb'a'$ , ασκούνται οι εξής πιέσεις σε κάθε πλευρά:

Στην  $aa'$  πίεση  $p$

Στην  $bb'$  πίεση  $p + \frac{dp}{dr} \delta r$

Στην  $ab$  και την  $a'b'$  πίεση  $p + \frac{1}{2} \frac{dp}{dr} \delta r$

Έτσι η συνολική δύναμη που ασκείται πάνω στο στοιχειώδες τμήμα προς το κέντρο είναι:

$$-pr\delta\theta + (p + \frac{dp}{dr} \delta r) (r + \delta r)\delta\theta - 2 (p + \frac{1}{2} \frac{dp}{dr} \delta r) \delta r \sin \frac{\delta\theta}{2}$$

ή τελικά:

$$\frac{dP}{dr} r \delta\theta \delta r$$

Η μάζα του στοιχείου είναι:

$$\rho r \delta\theta \delta r$$

και η επιτάχυνση της προς το κέντρο, σε πρώτη προσέγγιση είναι:  $\frac{u^2}{r}$

Έτσι, εξισώνοντας τη δύναμη με τη μάζα επί την επιτάχυνση έχουμε:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{\rho u^2}{r}$$

ή

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{P}{\rho g} \right) = \frac{u^2}{g r}$$

Ο όρος  $\frac{P}{\rho g}$  είναι το στατικό ύψος. Αν συμπεριλάβουμε και την βαρύτητα στις δυνάμεις, τότε το στατικό ύψος θα αντικατασταθεί από το πιεζομετρικό ύψος  $\frac{P}{\rho g} + Z$  και η πιο πάνω εξίσωση θα γίνει:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{P}{\rho g} + Z \right) = \frac{u^2}{g r} \quad (1)$$

Το ολικό ύψος  $H$  εξ ορισμού είναι:

$$H = \frac{u^2}{2g} + \frac{P}{\rho g} + Z$$

Και επομένως:

$$\frac{dH}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \frac{u^2}{2g} + \frac{P}{\rho g} + Z \right)$$

ή

$$\frac{dH}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \frac{u^2}{2g} \right) + \frac{d}{dr} \left( \frac{P}{\rho g} + Z \right) \quad (2)$$

αλλά:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{u^2}{2g} \right) = \frac{u}{g} \cdot \frac{du}{dr}$$

και από την εξίσωση (1)

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{P}{\rho g} + Z \right) = \frac{u^2}{2g}$$

Έτσι η (2) γίνεται:

$$\frac{dH}{dr} = \frac{u}{g} \cdot \frac{du}{dr} + \frac{u^2}{g r}$$

ή

$$\frac{dH}{dr} = \frac{u}{g} \left( \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) \quad (3)$$

Οι εξισώσεις (1) και (3) είναι οι βασικές εξισώσεις για τη μεταβολή του πιεζομετρικού ύψους και του ολικού ύψους από γραμμή ροής σε γραμμή ροής μιας δίνης.

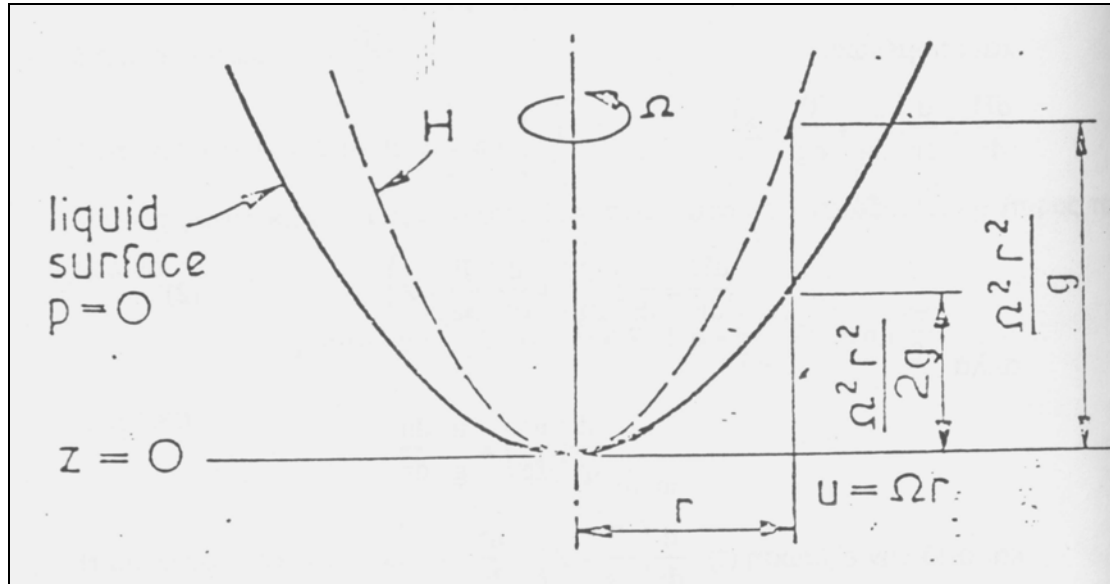
Αν εξετάσουμε την ειδική περίπτωση δίνης στην οποία ισχύει  $u = \Omega r$ , όπου  $\Omega$  είναι σταθερό. Στην περίπτωση αυτή όλο το ρευστό περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$  σαν στερεό σώμα και η κίνηση αυτή λέγεται **βεβιασμένη δίνη**. Η εξίσωση (1) γίνεται:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{P}{\rho g} + Z \right) = \frac{\Omega^2 r}{g}$$

και η ολοκλήρωση της εξίσωσης αυτής μας δίνει:

$$\frac{P}{\rho g} + Z = \frac{\Omega^2 r^2}{2g} + C \quad (4)$$

όπου C είναι σταθερά ολοκλήρωσης.



**Σχήμα 1.5:** Περίπτωση ενός υγρού που περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα. (Μητσικώστας [13]).

Δεχόμαστε  $P = 0$  στην επιφάνεια του ύδατος και  $Z = 0$  στο κατώτερο σημείο της επιφανείας. Για  $Z = 0$  είναι  $P = 0$ ,  $Z = 0$  οπότε προκύπτει  $C = 0$ . Έτσι η (4) γίνεται:

$$\frac{P}{\rho g} + Z = \frac{\Omega^2 r^2}{2g} \quad (5)$$

Η σχέση αυτή μας δίνει την μεταβολή του πιεζομετρικού ύψους σε όλα τα σημεία του υγρού. Επειδή στην επιφάνεια έχουμε  $P = 0$ , από την (5) προκύπτει η εξίσωση της μορφής της επιφανείας:

$$Z = \frac{\Omega^2 r^2}{2g} \quad (6)$$

Για να πάρουμε τώρα την μεταβολή του ολικού ύψους  $H$ , αντικαθιστούμε την σχέση  $u = \Omega r$  και  $\frac{du}{dr} = \Omega$  στην εξίσωση (3) και έχουμε:

$$\frac{dH}{dr} = \frac{\Omega r}{g} (\Omega + \Omega) = \frac{2\Omega^2 r}{g}$$

και

$$H = \frac{\Omega^2 r^2}{g} + C$$

Θέτοντας  $H = 0$  για  $r = 0$  προκύπτει  $C = 0$  και έτσι:

$$H = \frac{\Omega^2 r^2}{g} \quad (7)$$

Η σχέση (7) μας δίνει τη μεταβολή του ολικού ύψους  $H$  συναρτήσει της ακτίνας.

Η ροή βεβιασμένης δίνης δύναται να παραχθεί πειραματικά με τη σταθερή περιστροφή ενός κυλινδρικού δοχείου που περιέχει υγρό, ώστε τελικά όλο το υγρό να περιστρέφεται σαν στερεό σώμα. Το ολικό ύψος  $H$  διαφέρει από γραμμή ροής σε γραμμή ροής και η κίνηση είναι στροβιλή.

Τέλος, θα εξετάσουμε αν είναι δυνατόν να παραχθεί μια δίνη η οποία να είναι αστρόβιλη, δηλαδή στην οποία το ολικό ύψος  $H$  να είναι σταθερό. Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση (3) γίνεται:

$$\frac{dH}{dr} = \frac{u}{g} \left( \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) = 0$$

ή

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = 0$$

και ολοκληρώνοντας έχουμε:

$$u r = C \quad (8)$$

Η ταχύτητα  $u$  μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς την ακτίνα  $r$ . Καθώς το  $r$  τείνει στο μηδέν, το  $u$  τείνει στο άπειρο. Στην αρχή των αξόνων δεν υπάρχει λύση. Σε πραγματικά ρευστά οι ταχύτητες είναι πεπερασμένες και για αυτό έχουμε μείωση του ολικού ύψους κοντά στο κέντρο. Η μορφή αυτής της δίνης λέγεται **ελευθέρα δίνη**.

Κίνηση ελευθέρως δίνης έχουμε όταν σε πολύ μεγάλη ακτίνα υπάρχει κάποια περιστροφή, η οποία αυξάνεται βαθμιαία καθώς η κίνηση του ρευστού πλησιάζει σπειροειδώς προς το κέντρο. Κάτω από ορισμένες συνθήκες, ακόμη και η περιστροφή που οφείλεται στην κίνηση της γης γύρω από τον άξονα της είναι ικανή να δημιουργήσει στο νερό μια ελευθέρα δίνη. Η φυσική αυτή ελευθέρα δίνη που οφείλεται στην περιστροφή της γης έχει φορά αντίθετη προς αυτή των δεικτών του ρολογιού στο Βόρειο Ημισφαίριο.

## II.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ

### II.2.1 ΕΡΠΟΥΣΕΣ ΡΟΕΣ – ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΕΣ ΡΟΕΣ

Ο αριθμός Reynolds έχει άμεση και καταλυτική σχέση με τη δυναμική μιας ροής.

Σε περίπτωση που ο αριθμός Reynolds είναι πολύ μικρός ( $Re \ll 1$ ) τότε μπορούν να αμεληθούν οι μη γραμμικές αδρανειακές δυνάμεις από το πρώτο μέλος των εξισώσεων Navier – Stokes. Τότε, αντί του μη γραμμικού συστήματος προκύπτει το γραμμικό σύστημα των εξισώσεων :

$$u_x + v_y + w_z = 0$$

$$u_t = g_x - \frac{1}{\rho} p_x + \nu (u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$$

$$v_t = g_y - \frac{1}{\rho} p_y + \nu (v_{xx} + v_{yy} + v_{zz})$$

$$w_t = g_z - \frac{1}{\rho} p_z + \nu (w_{xx} + w_{yy} + w_{zz})$$

που αποτελούν τις βασικές εξισώσεις της **έρπουσας ροής**. Συνήθως ως έρπουσες ροές στη βιβλιογραφία αναφέρονται ροές όπου  $St = 0$  οπότε είναι αμελητέοι και οι χρονικά εξαρτώμενοι αδρανειακοί όροι  $u_t, v_t, w_t$ , επομένως το σύνολο των αδρανειακών δυνάμεων. Στην περίπτωση αυτή οι ιξώδεις δυνάμεις ισολογίζονται με τις δυνάμεις πίεσης και ενδεχομένως τις υπάρχουσες εξωτερικές δυνάμεις πεδίου (βαρύτητας).

Από τις προαναφερόμενες βασικές εξισώσεις της έρπουσας ροής απαλείφοντας τις ταχύτητες μέσω της εξίσωσης της συνέχειας προκύπτει η εξίσωση Poisson για την πίεση:

$$\Delta p = p_{xx} + p_{yy} + p_{zz} = 0$$

Η εξίσωση Poisson για την πίεση αποτελεί μία ανεξάρτητη διαφορική εξίσωση, η οποία επιλύσιμη μπορεί να δώσει την μορφή της πίεσης, οπότε από τις βασικές εξισώσεις μπορεί να προκύψει με επίλυση το πεδίο ταχυτήτων, με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες.

Οι έρπουσες ροές εμφανίζονται συχνά στη φύση και την τεχνολογία. Είναι ροές μέσα σε πορώδη μέσα, στα τριχοειδή αγγεία του οργανισμού, σε διάφορες μορφές εδράνων με υψηλού ιξώδους λιπαντικά κ.α.

Οι έρπουσες ροές διαφέρουν ουσιαστικά από τις μη ιξώδεις ροές, όπου οι δυνάμεις πίεσης ισολογίζονται με τις αδρανειακές δυνάμεις και τυχόν υπάρχουσες δυνάμεις βαρύτητας. Οι μη ιξώδεις ροές είναι κατά κανόνα μη γραμμικές ροές, γραμμοποιούμενες σε ειδικές περιπτώσεις και στην περίπτωση έλλειψης στροβιλότητας (αστρόβιλες ροές). Θα πρέπει να επισημανθεί ότι σε συγκεκριμένες ροές μπορεί να είναι μηδενικές οι μη γραμμικές αδρανειακές δυνάμεις όχι μόνο σε



χαμηλούς αριθμούς Reynolds αλλά και λόγω άλλων συνθηκών. Τέτοιες ροές είναι οι λεγόμενες **γραμμικές διαμορφωμένες ροές**. Σε αυτές συγκαταλέγονται όλες οι παράλληλες διαμορφωμένες ροές, όπως διαμορφωμένη ροή μεταξύ παραλλήλων πλακών, ροή σε ευθύγραμμο σωλήνα, ροή μεταξύ ομόκεντρων σωλήνων κ.λ.π. Οι λύσεις που λαμβάνονται ισχύουν τότε όχι μόνο για μικρούς αριθμούς Reynolds ( $Re \ll 1$ ) αλλά μέχρι το ανώτερο όριο ισχύος της στρωτής ροής (π.χ. για ροή σε ευθύγραμμους σωλήνες μέχρι  $Re < Re_{κρ.} = 2300$ ).

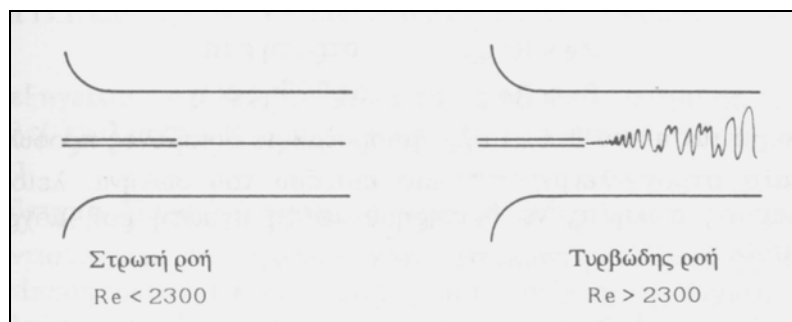
## II.2.2 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΗΣ ΣΤΡΩΤΗΣ ΡΟΗΣ – ΚΡΙΣΙΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ

Η ροή χωρίζεται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τα χαρακτηριστικά των οποίων θα περιγράψουμε στη συνέχεια:

α) **Τη στρωτή ροή.**

β) **Την τυρβώδη ροή.**

Το πρώτο πειραματικό αποτέλεσμα σχετικά με τη στρωτή και την τυρβώδη ροή, καθώς και τον τρόπο μετάβασης από την πρώτη στη δεύτερη έγινε το 1883 από τον O. Reynolds σε σωλήνα κυκλικής διατομής ( Σχήμα 2.1 ).



**Σχήμα 2.1:** Πείραμα Reynolds για την οπτικοποίηση της μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη (Τσαγγάρης [15]).

Η διαφορά μεταξύ στρωτής και τυρβώδους ροής γίνεται εμφανής με την εισαγωγή λεπτής δέσμης χρώματος στη ροή μέσω βελόνας, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα και την παρακολούθηση της πορείας της. Σε μικρές ταχύτητες (μικρούς αριθμούς Reynolds) το χρώμα κινείται μαζί με το ρευστό σχηματίζοντας μια απολύτως ευθεία γραμμή με σαφή σχεδόν όρια, ελάχιστα διαχεόμενη σε κατεύθυνση κάθετα στην κίνηση της. Είναι η περίπτωση της **στρωτής ροής**.

Όταν αυξήσουμε την παροχή μέσα στον σωλήνα (αύξηση του αριθμού Reynolds), η χρωματισμένη γραμμή αρχίζει και αναμιγνύεται με το περιβάλλον ρευστό, αφού σχηματίσει αρκετά μεγάλες διακυμάνσεις κάθετα με την κατεύθυνση κίνησης της. Οι διακυμάνσεις αυτές προκαλούν ταχεία ανάμιξη του χρώματος με το περιβάλλον ρευστό και τελικά όλη η διατομή έχει χρωματισθεί. Το είδος αυτό της ροής λέγεται **τυρβώδης ροή**. Στην αξονική κίνηση προστίθενται ακανόνιστες ακτινικές διακυμάνσεις που προκαλούν την ανάμιξη.

Ο Reynolds διετύπωσε στα πειράματά του ότι η **μετάβαση** από στρωτή σε τυρβώδη ροή επέρχεται για δεδομένη γεωμετρία και πρόβλημα σε ένα σαφώς πειραματικά καθορισμένο αριθμό Reynolds, που ονομάζεται **κρίσιμος αριθμός Reynolds**. Ο κρίσιμος αριθμός Reynolds στην περίπτωση του σωλήνα κυκλικής διατομής με είσοδο απότομα διαμορφωμένη είναι:

$$\text{Re}_{\text{crit}} = \left( \frac{u_m d}{\nu} \right)_{\text{crit}} \cong 2300$$

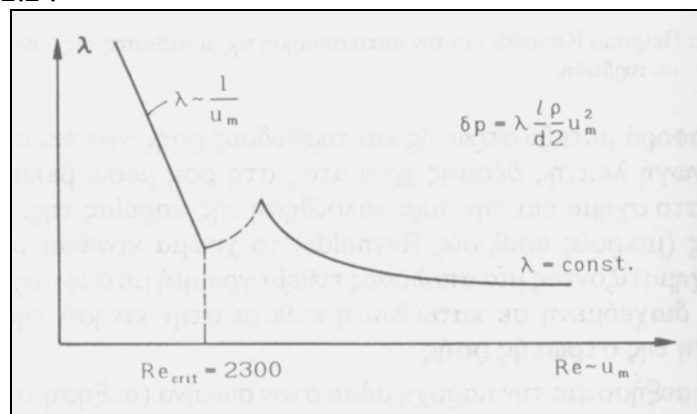
Ο αριθμός Reynolds 2300 θεωρείται ο μικρότερος αριθμός Reynolds, κάτω από τον οποίο οποιεσδήποτε τοπικές διαταραχές της ροής ακόμη και μεγάλες δεν ενισχύονται και επομένως δεν μεταβάλλουν το χαρακτήρα της ροής σε τυρβώδη. Επομένως:

$\text{Re} < \text{Re}_{\text{crit}}$  : στρωτή ροή

$\text{Re} > \text{Re}_{\text{crit}}$  : τυρβώδης ροή

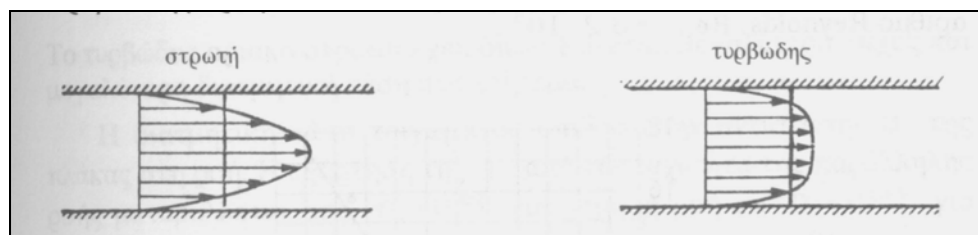
Στην περίπτωση που  $\text{Re} > \text{Re}_{\text{crit}}$  μπορούμε με ορισμένες προφυλάξεις π.χ. καλά στρογγυλεμένο στόμιο εισόδου του σωλήνα, λείος και ευθύγραμμος σωλήνας, να διατηρήσουμε τη στρωτή ροή μέχρι και  $\text{Re} = 10000$ .

Η αλλαγή αυτής «της υφής» της ροής από στρωτή σε τυρβώδη συνεπάγεται δραστικές αλλαγές στα διάφορα άλλα χαρακτηριστικά της ροής. Η πτώση της πίεσης  $\delta p$  κατά μήκος του ευθύγραμμου σωλήνα μεταβάλλεται από γραμμική συνάρτηση της μέσης ταχύτητας  $u_m$  ( $\Delta p \sim u_m$ ) σε τετραγωνική ( $\Delta p \sim u_m^2$ ), όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.2.



Σχήμα 2.2: Μεταβολή του συντελεστή αντίστασης (Τσαγγάρης [15]).

Δηλαδή απαιτείται πολλαπλάσια πίεση για να περάσει μία συγκεκριμένη ποσότητα από τον σωλήνα. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι το φαινόμενο της τυρβώδους ανάμιξης καταστρέφει ένα μεγάλο ποσό ενέργειας και αυξάνει την αντίσταση της ροής. Επίσης η κατανομή της χρονικά μέσης ταχύτητας αλλάζει ριζικά μορφή μεταξύ στρωτής και τυρβώδους ροής, από παραβολική μορφή σε πεπλατυσμένη, Σχήμα 2.3. Αυτό εξηγείται πάλι με τη θεωρία της τυρβώδους ανάμιξης, η οποία προκαλεί εναλλαγή της ορμής κοντά στο τοίχωμα και τον άξονα του σωλήνα.



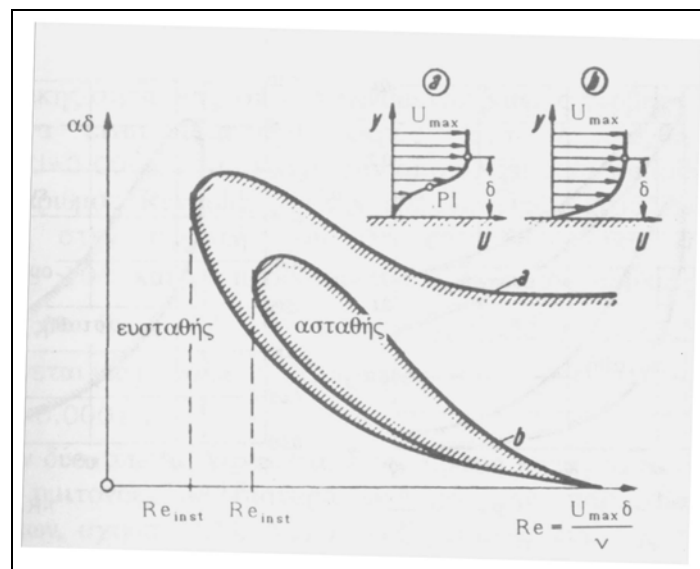
Σχήμα 2.3: Κατανομή της ταχύτητας σε ευθύγραμμο σωλήνα για στρωτή και τυρβώδη ροή (Τσαγγάρης [15]).

### II.2.3 ΘΕΩΡΙΑ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΤΗΣ ΣΤΡΩΤΗΣ ΡΟΗΣ

Πολλές προσπάθειες έγιναν για τη θεωρητική εξήγηση της μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή. Οι περισσότερες από αυτές τις προσπάθειες περιστρέφονται γύρω από την εξέλιξη των μικρών διαταραχών της ροής που προκαλούνται από διάφορες αιτίες. Για παράδειγμα στη ροή σε σωλήνα η διαταραχή μπορεί να προκληθεί από κάποια ανωμαλία στο τοίχωμα. Το βασικό ερώτημα είναι εάν αυτές οι διαταραχές ενισχύονται ή αποσβένονται με το χρόνο. Εάν οι διαταραχές αποσβένονται με το χρόνο η ροή είναι **ευσταθής**. Στην αντίθετη περίπτωση, η ροή θεωρείται **ασταθής** και υπάρχει δυνατότητα μετάβασης σε τυρβώδη ροή.

Οι διαταραχές έχουν τη μορφή κυμάτων και τα κύματα αυτά, των οποίων η ύπαρξη έχει επιβεβαιωθεί από πειράματα των Schubauer και Skramstad, ονομάζονται **κύματα Tollmien – Schlichting**. Για την καλύτερη μελέτη τους, θα χρησιμοποιήσουμε τις ακόλουθες 4 παραμέτρους  $Re$ ,  $\alpha$ ,  $c_r$ ,  $c_i$ , όπου  $Re$  είναι ο δεδομένος αριθμός Reynolds της μέσης αδιατάραχτης ροής,  $\alpha$  ή  $\lambda$  είναι το δεδομένο μήκος κύματος,  $\delta$  είναι το πάχος του οριακού στρώματος,  $\alpha\delta$  είναι ο αδιάστατος αριθμός κύματος και  $c_r, c_i$  αποτελούν μια μιγαδική ιδιοτιμή  $c = c_r + i c_i$  για κάθε ζεύγος τιμών  $\alpha\delta$  και  $Re$ . Συγκεκριμένα, το πρόσημο του  $c_i$  καθορίζει εάν το κύμα (διαταραχή) ενισχύεται ( $c_i > 0$ ) ή αποσβένεται ( $c_i < 0$ ). Εάν δηλαδή  $c_i < 0$  η ροή είναι ευσταθής, ενώ αν  $c_i > 0$  η ροή είναι ασταθής. Η περίπτωση  $c_i = 0$  αναφέρεται σε αδιάφορες διαταραχές. Επίσης,  $c_r$  είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος διαταραχής στην κατεύθυνση  $x$  (φασική ταχύτητα). Οι παραπάνω διαπιστώσεις ισχύουν για δεδομένα  $\alpha$  και  $Re$ .

Στο πλαίσιο της παραπάνω θεώρησης, έχει οριστεί ο **κρίσιμος αριθμός Reynolds αστάθειας** ( $Re_{inst}$ ), ο οποίος αναφέρεται στην εμφάνιση διακυμάνσεων που ενισχύονται και όχι στην εμφάνιση της τύρβης, που συμβαίνει κατά κανόνα σε μεγαλύτερους αριθμούς Reynolds και που λέγεται σε αντιδιαστολή **κρίσιμος αριθμός Reynolds μετάβασης** ( $Re_{trans}$ ).



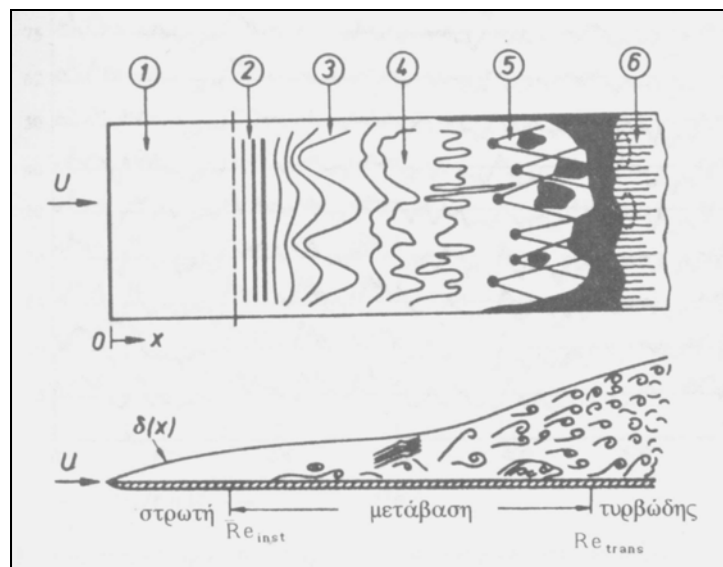
**Σχήμα 2.4:** Καμπύλες ουδέτερης ευστάθειας για διδιάστατο οριακό στρώμα:

- Αστάθεια τύπου μη συνεκτικής ροής με σημείο καμπής (PI) στην κατανομή ταχύτητας.
- Αστάθεια τύπου συνεκτικής ροής χωρίς σημείο καμπής στην κατανομή ταχύτητας (Τσαγγάρης [15]).

Τα αποτελέσματα ανάλυσης για δεδομένη στρωτή ροή  $U(y)$  μπορούν να παρασταθούν γραφικά σε επίπεδο  $\alpha, Re$  διότι κάθε σημείο αυτού του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος  $(c_r, c_i)$ . Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $c_i=0$  διαχωρίζει την περιοχή των ευσταθών από την περιοχή των ασταθών διακυμάνσεων. Ο γεωμετρικός αυτός τόπος λέγεται **καμπύλη ουδέτερης ευστάθειας** (Σχήμα 2.4). Το σημείο σε αυτή την καμπύλη που έχει τον ελάχιστο αριθμό Reynolds είναι μεγάλης σημασίας, διότι κάτω από αυτόν τον αριθμό Reynolds όλες οι ταλαντώσεις αποσβένονται, ενώ πάνω από αυτόν κάποιες ενισχύονται. Αυτός ο αριθμός ονομάζεται **κρίσιμος αριθμός Reynolds ή όριο ευστάθειας** για την συγκεκριμένη παράλληλη στρωτή ροή.

## II.2.4 ΜΕΤΑΒΑΣΗ ΑΠΟ ΣΤΡΩΤΗ ΣΕ ΤΥΡΒΩΔΗ ΡΟΗ

Έως τώρα, είδαμε ότι η γραμμική θεωρία της ευστάθειας προσδιορίζει την διακοπή της στρωτής ροής με την ενίσχυση του πλάτους διαταραχών, που λέγονται κύματα Tollmien – Schlichting. Όμως δεν μπορεί να προβλέψει την εμφάνιση της τύρβης. Η ροή από την εμφάνιση των ενισχυόμενων διαταραχών μέχρι την εμφάνιση της τύρβης περνάει από διάφορα στάδια με χωρική πολυπλοκότητα. Η όλη διαδικασία μεταβολής της ροής από στρωτή σε τυρβώδη λέγεται **μετάβαση**. Μέχρι σήμερα δεν υπάρχει θεωρία μετάβασης. Η πληρέστερη εικόνα που έχουμε σήμερα για την μετάβαση στηρίζεται σε παρατηρήσεις και πειράματα και όσον αφορά στην επίπεδη πλάκα συνοψίζεται στις ακόλουθες διαδικασίες, υποθέτοντας ότι έχουμε «ήρεμη» ροή, δηλαδή ροή απαλλαγμένη από τύρβη (Σχήμα 2.5):



**Σχήμα 2.5:** Σκιαγράφιση της μετάβασης σε επίπεδη πλάκα (Τσαγγάρης [15]).

1. Ευσταθής στρωτή ροή κοντά στην ακμή πρόσπτωσης.
2. Ασταθή διδιάστατα κύματα Tollmien – Schlichting.
3. Σχηματισμός τρισδιάστατων ασταθών κυμάτων και μικροδινών τύπου φουρκέτας.
4. Έκλυση στροβίλων σε περιοχές υψηλών τοπικών διατημήσεων και κατόπιν, κλιμακωτή (τύπου καταρράκτη) έκλυση στροβίλων σε πλήρως τρισδιάστατες διακυμάνσεις.
5. Σχηματισμός κηλίδων τύρβης σε τοπικά έντονες διακυμάνσεις.
6. Συγχώνευση των κηλίδων σε πλήρως τυρβώδη ροή.

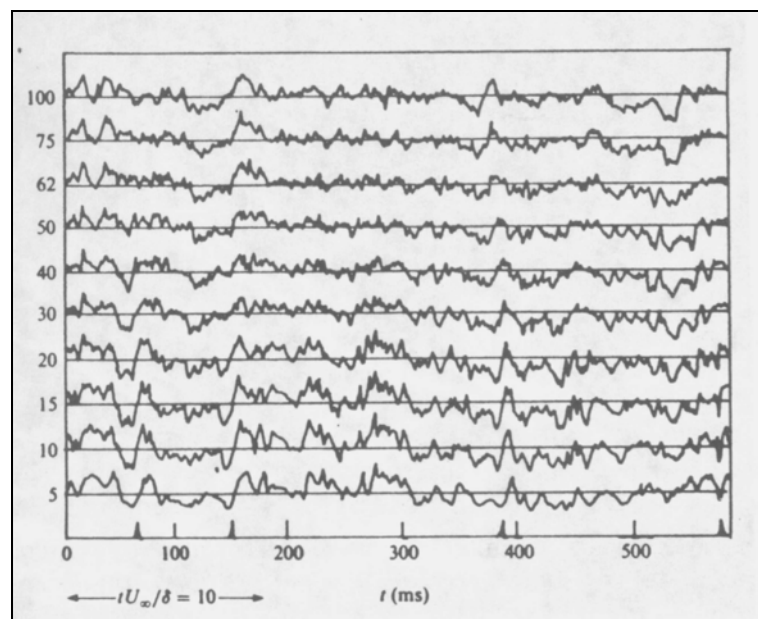
Η μετάβαση της στρωτής ροής σε τυρβώδη ροή επηρεάζεται από διάφορα φαινόμενα-επιδράσεις. Μερικά από τα σπουδαιότερα είναι:

- α) Η τραχύτητα της επιφάνειας επιταχύνει την μετάβαση.
- β) Η ύπαρξη αποκόλλησης της ροής επιφέρει την μετάβαση σε τυρβώδη ροή (αντιτιθέμενη κλίση πίεσης).
- γ) Η ύπαρξη βαθμού τύρβης στην επερχόμενη ροή επιταχύνει την μετάβαση (από  $(Re_x)_{trans} = 2,8 \cdot 10^6$  σε  $(Re_x)_{trans} < 10^6$ ).

## Π.2.5 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ

Η **τύρβη** είναι ένα φαινόμενο μεγάλης σημασίας για πολλές περιοχές της επιστήμης και της Μηχανικής των Ρευστών. Οι τυρβώδεις ροές είναι ακόμη στα περισσότερα σημεία ανεξιχνίαστες ως προς τη φυσική τους αλλά και πολύπλοκες στη μελέτη και τις εφαρμογές τους.

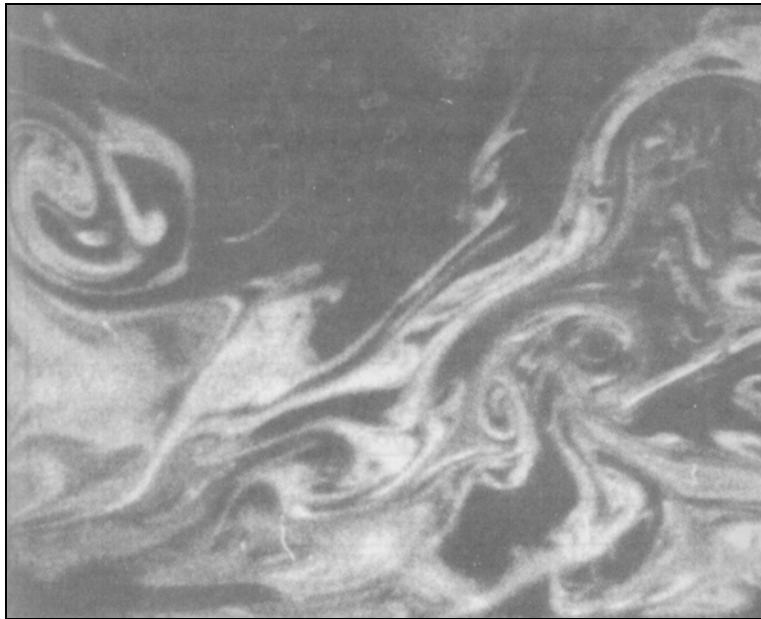
Οι τυρβώδεις ροές είναι μη μόνιμες ροές που έχουν **ακανόνιστες διακυμάνσεις** της ταχύτητας στις τρεις κατευθύνσεις. Η ένταση των διακυμάνσεων είναι μεταβλητή, αλλά συνήθως είναι κάτω από 10% της μέσης ταχύτητας. Στο Σχήμα 2.6 παρουσιάζονται σύγχρονες καταγραφές της στιγμιαίας ταχύτητας σε οριακό στρώμα επίπεδης πλάκας κατά Blackweder-Karlan (1976) για διάφορες αποστάσεις  $y'$  από την επίπεδη πλάκα ( $Re_{\delta 1} = 2550$ ).



**Σχήμα 2.6:** Χρονική ιστορία των ταχυτήτων σε διάφορες αποστάσεις  $y'$  μέσα στο τυρβώδες οριακό στρώμα σε επίπεδη πλάκα (Τσαγγάρης [15]).

Παρατηρούμε ότι οι διακυμάνσεις είναι **ακανόνιστες**, όμως δεν είναι στοχαστικές (τυχαίες), αλλά αντίθετα έχουν **δομή** και **συνειρμό** (coherence).

Οι αταξίες στο πεδίο ταχυτήτων δημιουργούν χωρικές δομές που ονομάζονται **μικροδίνες**. Ο όρος μικροδίνη είναι κάπως ακαθόριστος και ορίζεται ως κάποια χωρική δομή που διατηρείται για σύντομο χρονικό διάστημα. Η μικροδίνη είναι κάτι είτε ως μικρή δίνη ή κάτι σαν μικροδέσμη είτε μικροδέσμη είτε ως μορφή μανιταριού είτε κάποια άλλη αναγνωρίσιμη μορφή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Οι **μεγάλες δίνες** είναι οι δίνες, οι οποίες φέρουν μικροδίνες και αυτές ακόμη μικρότερες.



*Σχήμα 2.7: Τυπική μικροδίνη σε τυρβώδες οριακό στρώμα (Τσαγγάρης [15]).*

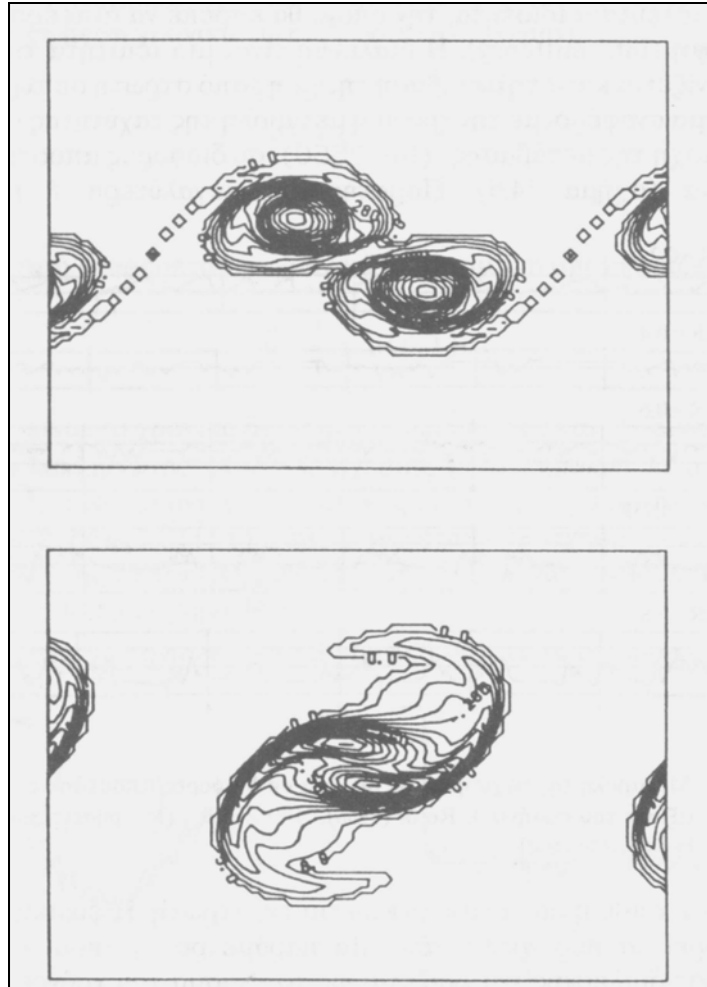
Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της τύρβης είναι η **συνεχής κατανομή του μεγέθους των μικροδινών**. Ροές με αταξίες που περιορίζονται σε συγκεκριμένες συχνότητες δεν εκτιμώνται ως τυρβώδεις. Τα μεγέθη των μικροδινών δεν είναι συγκεκριμένου μεγέθους, αλλά έχουν συνεχές φάσμα μεγέθους.

Η τύρβη είναι **αυτοδιατηρούμενη**. Διαδικασίες που δεν είναι πλήρως κατανοητές δημιουργούν τύρβη και συντηρούν την ακανόνιστη κίνηση. Επομένως η τύρβη, αφού δημιουργηθεί, δεν μειώνεται και δεν σταματά. Επίσης η τύρβη είναι συνυφασμένη με μέση **διάτμηση** (οριακά στρώματα, δέσμες, ομόρρους). Άρα τύρβη με μέση διάτμηση αυτοδιατηρείται, ενώ τύρβη χωρίς μέση διάτμηση (όπως τύρβη πλέγματος) αποσβένεται.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της τύρβης είναι να **διεισδύει** στο μη τυρβώδες ρευστό, επομένως η **τυρβώδης περιοχή αυξάνει**. Κλασικό παράδειγμα είναι η δέσμη, η οποία συνεχίζει να διεισδύει καθώς απλώνει από την έξοδο της.

Ο βασικός τρόπος για να διαχωρίσει κανείς εάν μια ροή είναι στρωτή ή τυρβώδης είναι η στροβιλότητα. Οι τυρβώδεις ροές είναι ροές **υψηλής στροβιλότητας**. Αυτό επίσης έχει ως αποτέλεσμα στις στρωτές ροές να εμφανίζονται εν γένει μεγάλες δίνες και στις τυρβώδεις μικροδίνες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα όρια μεταξύ μιας ροής μικρής στροβιλότητας και μιας μεγάλης στροβιλότητας να είναι πολύ σαφή.

Οι τυρβώδεις ροές είναι **ροές μεγάλης διάχυσης**. Οι τυχαίες στοχαστικές κινήσεις ενός αερίου προκαλούν την ιξώδη διάχυση, τη θερμική διάχυση και τη διάχυση μάζας. Μια μικροδίνη μπορεί να μεταφέρει ρευστό από μια περιοχή χαμηλής ορμής σε ροή υψηλής ορμής. Από αυτό γίνεται σαφές ότι η τύρβη τείνει να αναμιξεί ρευστό και επομένως έχει χαρακτήρα διάχυσης. Συχνά χρησιμοποιείται ο όρος **διάχυση μικροδίνης** προς αντιδιαστολή από τη μικρομοριακή διάχυση. Η διάχυση μικροδίνης μπορεί να είναι 10 ή και 100 φορές μεγαλύτερη από τη μικρομοριακή. Οι τυρβώδεις ροές εμπεριέχουν διαδικασίες **μεταβολής της κλίμακας μήκους των μικροδινών**. Οι μεταβολές της μικροκλίμακας γίνονται σε δύο κατευθύνσεις. Συχνά οδηγούν σε αύξηση της μικροδίνης. Η διαδικασία ονομάζεται **ζευγάρωμα μικροδινών**, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.8 .



**Σχήμα 2.8:** Γραμμές ίσης στροβιλότητας για ελεύθερα στρώματα διάτμησης. Φαινόμενο ζευγαρώματος στροβίλων (Τσαγγάρης [15]).

Οι μεγαλύτερες μικροδίνες μπορεί να γίνουν ίσες με το μέγεθος του πάχους της τυρβώδους περιοχής (π.χ. για οριακό στρώμα = πάχος  $\delta$  του οριακού στρώματος). Συμβαίνει όμως και το αντίστροφο, δηλαδή παρατηρείται μείωση του **μεγέθους της μικροδίνης**. Υπάρχει και σε αυτή τη διαδικασία όριο. Όταν η μικροδίνη γίνει πολύ μικρή, οι ιξώδεις δυνάμεις λόγω της απότομης κλίσης της ταχύτητας γίνονται ιδιαίτερα σημαντικές και τείνουν να καταστρέψουν τις μικρότερες μικροδίνες. Επομένως, το ιξώδες βάζει το κατώτερο όριο για το μέγεθος των μικροδινών.

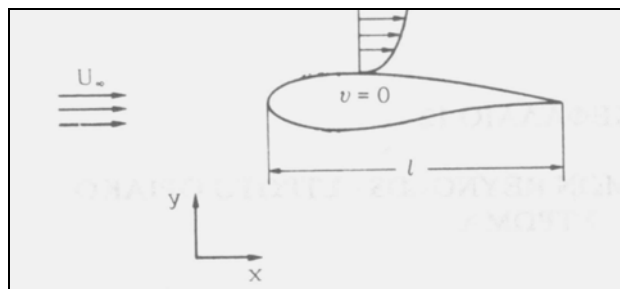
Χαρακτηριστικό των τυρβωδών ροών είναι ότι είναι **καταστροφικές** (dissipative). Κάθε συνεκτική ροή έχει συνεκτική καταστροφή, όμως οι τυρβώδεις ροές έχουν πολύ περισσότερη λόγω της απότομης κλίσης της ταχύτητας. Προεξέχει η ενέργεια που καταστρέφεται στις μικροδίνες από εκείνη των μεγάλων δινών.

Μια τελευταία ιδιότητα, την οποία πρέπει να αναφέρουμε, είναι η **διάλειψη** (intermittency). Η διάλειψη είναι μία ιδιότητα της τύρβης, που εμφανίζεται κατά τη μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη. Υπάρχουν μεγαλύτερα ή μικρότερα διαστήματα, όπου η ροή συμπεριφέρεται ως στρωτή. Η φυσική αυτής της ροής μπορεί να περιγραφεί από μία παράμετρο  $\gamma$  που ονομάζεται **παράμετρος διάλειψης** και ορίζεται ως το κλάσμα του χρόνου κατά τον οποίο η ροή συμπεριφέρεται ως τυρβώδης. Έτσι, για  $\gamma = 1$  έχουμε συνεχώς τυρβώδη ροή ενώ για  $\gamma = 0$  συνεχώς στρωτή.

## II.2.6 ΤΟ ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΚΑΙ ΤΑ ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ

Κατά την ροή ενός ρευστού γύρω από μια στερεή επιφάνεια, η επίδραση των διατμητικών δυνάμεων που αναπτύσσονται λόγω τριβών, περιορίζεται σε ένα μικρό στρώμα σε επαφή με την στερεή επιφάνεια, που καλείται **οριακό στρώμα**. Έξω από το οριακό στρώμα, οι διατμητικές δυνάμεις, που ασκούνται από την στερεή επιφάνεια, δεν έχουν καμία επίδραση και οποιαδήποτε αλλαγή στη ταχύτητα του ρευστού, οφείλεται στη διαταραχή των γραμμών ροής λόγω της ύπαρξης του στερεού σώματος.

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα στερεό σώμα το οποίο εκτίθεται σε ροή κατά τον άξονα  $x$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.9. Στη διαδικασία αδιαστατοποίησης έχουμε εισάγει δύο χαρακτηριστικά μήκη, ένα κατά μήκος του σώματος ( $l$ ) και ένα κατά το πάχος του ( $h$ ), καθώς και δύο χαρακτηριστικές ταχύτητες, μία κατά μήκος του ( $U_\infty$ ) και μία κατά την κάθετη ( $V$ ):



Σχήμα 2.9: Στερεό σώμα που εκτίθεται σε ροή κατά τον άξονα  $x$  (Τσαγγάρης [15]).

Οι εξισώσεις του διδιάστατου οριακού στρώματος είναι:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

ενώ σε αδιάστατη μορφή γράφονται:

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0$$

$$St \frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -Eu \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$

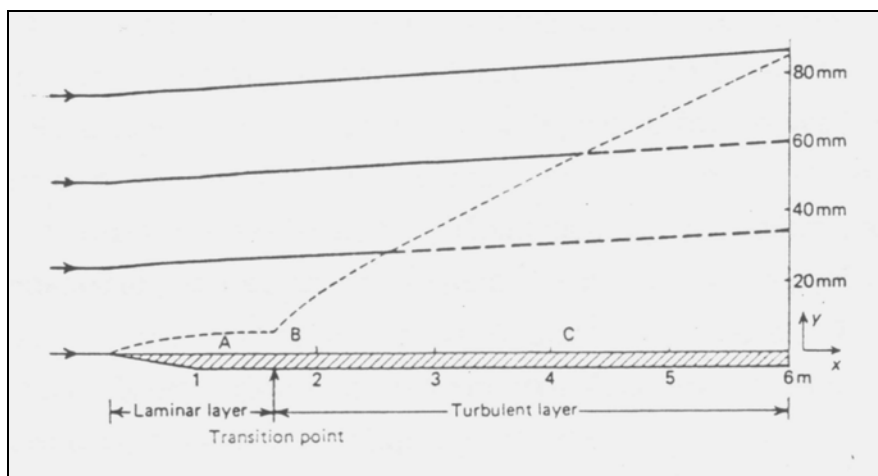
$$0 = -\frac{\partial p'}{\partial y'}$$



όπου:

$$x' = \frac{x}{l} \quad , \quad y' = \frac{y}{l} \sqrt{\text{Re}} \quad , \quad u' = \frac{u}{U_\infty} \quad , \quad v' = \frac{v}{U_\infty} \sqrt{\text{Re}} \quad , \quad K^2 = 1/\text{Re} \quad (\text{αμελείται})$$

Μέσα στο οριακό στρώμα, οι διατμητικές τάσεις επιδρούν στην τιμή της ταχύτητας και την μειώνουν. Η μείωση της ταχύτητας αρχίζει από το εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος και σε επαφή με την στερεή επιφάνεια η ταχύτητα είναι μηδέν. Ο τρόπος μεταβολής της ταχύτητας του ρευστού μέσα στο οριακό στρώμα, από την τιμή μηδέν μέχρι την τιμή της ανεπηρέαστης ταχύτητας, εξαρτάται από το είδος της ροής που έχουμε μέσα στο οριακό στρώμα. Η ροή του ρευστού μέσα στο οριακό στρώμα μπορεί να είναι στρωτή ή τυρβώδης.



Σχήμα 2.10: Οριακό στρώμα (Μητσικόστας [13]).

Το οριακό στρώμα, που στο Σχήμα 2.10 απεικονίζεται με την λεπτή διακεκομμένη γραμμή, έχει δύο διακριτές περιοχές:

α) Το **στρωτό οριακό στρώμα**.

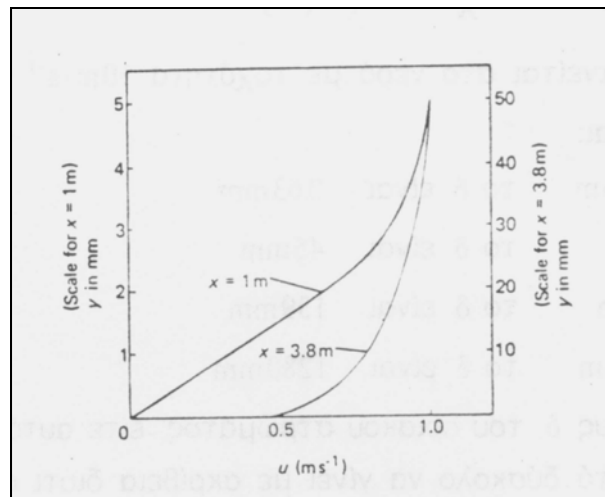
β) Το **τυρβώδες οριακό στρώμα**.

Για να φανεί η σχέση πάχους του οριακού στρώματος στην στρωτή και τυρβώδη περιοχή, η κλίμακα του κατακόρυφου άξονα είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή του οριζοντίου. Αν κάποιο σημείο του οριακού στρώματος είναι σε απόσταση  $X$  από την αρχή της πλάκας, τότε ο αριθμός Reynolds της ροής στο σημείο αυτό είναι:

$$\text{Re} = \frac{U \cdot X}{\nu}$$

όπου  $U$  είναι η ανεπηρέαστη ταχύτητα και  $\nu$  είναι το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

Από την τιμή του  $\text{Re}$  εξαρτάται κατά κύριο λόγο το είδος της ροής του οριακού στρώματος. Για μικρές τιμές του  $\text{Re}$ , δηλαδή στην αρχή της πλάκας, το οριακό στρώμα είναι στρωτό. Η **κρίσιμη τιμή του  $\text{Re}$**  στην οποία γίνεται η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή είναι  $\text{Re} = 3,5 \cdot 10^5$  έως  $2 \cdot 10^6$ . Η τιμή αυτή ορίζει και το **κρίσιμο μήκος**. Για τιμές του  $\text{Re}$  μεγαλύτερες της κρίσιμου τιμής, δηλαδή σε αποστάσεις  $X$  μεγαλύτερες του κρίσιμου μήκους, το οριακό στρώμα είναι τυρβώδες.



**Σχήμα 2.11:** Καμπύλες μεταβολής της ταχύτητας του ρευστού μέσα στο οριακό στρώμα (Μητσικώστας [13]).

Η μορφή της καμπύλης μεταβολής της ταχύτητας του ρευστού μέσα στο οριακό στρώμα συναρτίζεται της απόστασης από την στερεή επιφάνεια είναι διαφορετική στο στρωτό και στο τυρβώδες οριακό στρώμα. Στο Σχήμα 2.11 φαίνονται οι καμπύλες αυτές μεταβολής της ταχύτητας, υπό διαφορετική κλίμακα, για δύο διαφορετικά σημεία. Το ένα είναι σε στρωτό οριακό στρώμα ( $X=1\text{m}$ ), και το άλλο σε τυρβώδες οριακό στρώμα ( $X=3,8\text{m}$ ). Στις περισσότερες περιπτώσεις αυτό που έχει σημασία είναι το τυρβώδες οριακό στρώμα, καθ' όσον το στρωτό οριακό στρώμα υπάρχει σε ένα πολύ μικρό μήκος στην αρχή της επιφάνειας. Εν τούτοις οι ιδιότητες του στρωτού οριακού στρώματος, που είναι διαφορετικές από αυτές του τυρβώδους, έχουν μεγάλη σημασία σε αρκετές περιπτώσεις, όπως οι δοκιμές μοντέλων σε αεροδυναμικές σήραγγες ή σε δεξαμενές δοκιμής πλοίων.

Το **πάχος  $\delta$  του οριακού στρώματος**, δηλαδή η απόσταση από το στερεό τοίχωμα που γίνεται η μεταβολή της ταχύτητας από μηδενική πάνω στο τοίχωμα στην ταχύτητα  $U_{\infty}$  της παράλληλης ροής, εξαρτάται κατ' αρχήν από το αν είμαστε στο στρωτό ή το τυρβώδες οριακό στρώμα. Με αυξανόμενη την απόσταση  $X$  από το άκρο του σώματος τα φαινόμενα της συνεκτικότητας επεκτείνονται προς την ελεύθερη ροή με αποτέλεσμα να αυξηθεί το πάχος του οριακού στρώματος. Η μετάπτωση από τη στρωτή προς την τυρβώδη κατάσταση γίνεται βαθμιαία και στη **μεταβατική αυτή περιοχή**, εμφανίζονται διακυμάνσεις της ροής έως ότου τελικά το οριακό στρώμα γίνει τυρβώδες. Το πάχος  $\delta$  στο τυρβώδες οριακό στρώμα είναι περίπου δεκαπλάσιο από αυτό του στρωτού οριακού στρώματος. Αλλά και μέσα σε κάθε είδος στρώματος το πάχος  $\delta$  αυξάνεται με την απόσταση  $X$ .

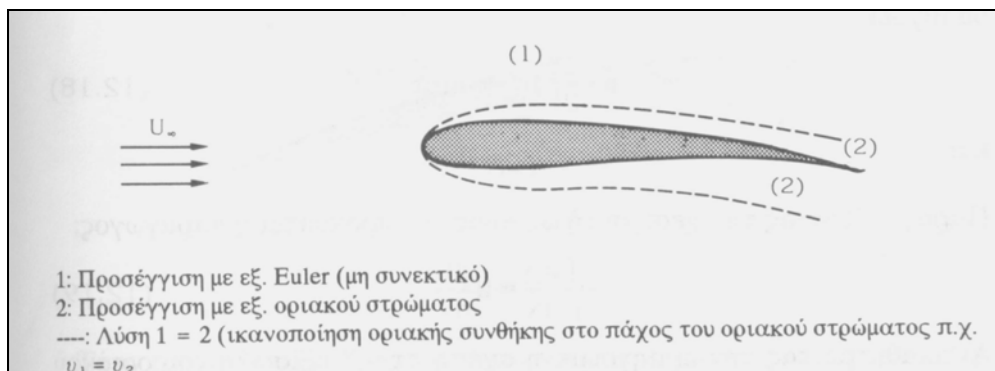
Το πάχος  $\delta$  του οριακού στρώματος είναι πολύ μικρότερο του χαρακτηριστικού μήκους  $l$  (π.χ. για  $Re = 10^6$ ,  $\delta \sim 1/1000$ . Γενικά ισχύει ότι:  $\delta \sim 1/\sqrt{Re}$ ). Καταλήγουμε επομένως στο εξής βασικό συμπέρασμα ότι για **μεγάλους αριθμούς Reynolds** σε επιμήκη σώματα υπάρχει μια λεπτή περιοχή γύρω από το στερεό όριο όπου τα συνεκτικά φαινόμενα είναι πολύ έντονα, υπάρχουν έντονες κλίσεις των κατανομών ταχύτητας. Η περιοχή αυτή λέγεται **οριακό στρώμα**. Εκεί ισχύουν προσεγγιστικά οι απλοποιημένες εξισώσεις Navier – Stokes που λέγονται εξισώσεις του οριακού στρώματος και αναπτύχθηκαν προηγουμένως. Έξω από την περιοχή τα συνεκτικά φαινόμενα μπορούν να αμεληθούν έναντι του υπολογισμού δυνάμεων αδράνειας, πίεσης. Εκεί μπορεί κανείς να υπολογίσει το πεδίο ροής χρησιμοποιώντας προσεγγιστικά τις εξισώσεις Euler (Σχήμα 2.12).

Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι οι **εξισώσεις Euler** προκύπτουν από τις εξισώσεις Navier – Stokes, για μεγάλους αριθμούς Reynolds ( $Re \gg 1$ ), όπου είναι δυνατό οι δυνάμεις συνεκτικότητας, που αντιπροσωπεύονται από τους όρους:

$$\frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right)$$

να αμεληθούν ως προς τους υπόλοιπους όρους της εξίσωσης.

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι οι δύο λύσεις θα πρέπει στο όριο ισχύος τους δηλαδή σε απόσταση από το στερεό όριο ίση με το πάχος να είναι προσαρμόσιμες.



**Σχήμα 2.12:** Αναπαράσταση της περιοχής οριακού στρώματος (Τσαγγάρης [15]).

Η τελευταία εξίσωση του οριακού στρώματος:

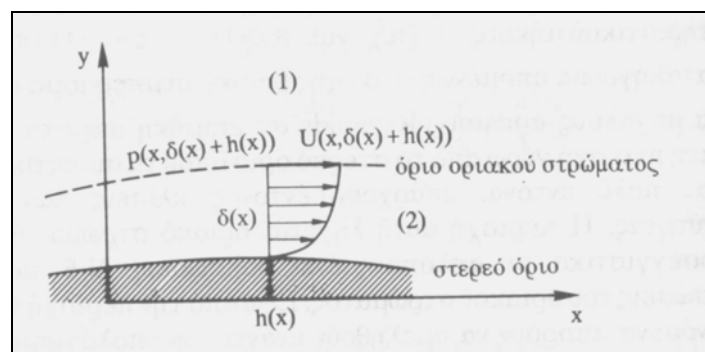
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

μπορεί να ολοκληρωθεί δίνοντας:

$$p = p(x)$$

Επομένως η μερική παράγωγος  $\partial p / \partial x$  στη δεύτερη εξίσωση του οριακού στρώματος μπορεί να αντικατασταθεί με την ολική παράγωγο  $dp / dx$ .

Εξετάζοντας το συνολικό πρόβλημα της ροής γύρω από στερεό σώμα θα πρέπει στην περιοχή 2 να ισχύουν οι εξισώσεις του οριακού στρώματος, στη δε περιοχή 1 θα ισχύουν οι εξισώσεις του μη συνεκτικού ρευστού (Σχήμα 2.13).



**Σχήμα 2.13:** Όριο ισχύος εξισώσεων του οριακού στρώματος (Τσαγγάρης [15]).

Στο όριο των δύο περιοχών η πίεση και η ταχύτητα θα πρέπει να συμπίπτουν. Εάν η ροή στην περιοχή 1 θεωρηθεί αστρόβιλη ροή, τότε θα ισχύει η εξίσωση του Bernoulli, επομένως εάν  $p(x, h(x) + \delta(x))$  είναι η πίεση στο όριο του οριακού στρώματος και  $U(x, h(x) + \delta(x))$  η ταχύτητα, θα ισχύει:

$$p + \frac{1}{2} \rho U^2 = \text{constant}$$

$$\tau = 0$$

Παραγωγίζοντας τη σχέση αυτή ως προς  $x$  προκύπτει η παράγωγος:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = U \frac{dU}{dx}$$

Αντικαθιστώντας την προηγούμενη σχέση στη δεύτερη εξίσωση του οριακού στρώματος προκύπτει:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y}$$

Τρία βασικά μεγέθη που ορίζονται στο οριακό στρώμα είναι το **πάχος μετατόπισης**:

$$\delta_1 = \int_h^{h+\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

το **πάχος ορμής**:

$$\delta_2 = \int_h^{h+\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

το **πάχος ενέργειας**:

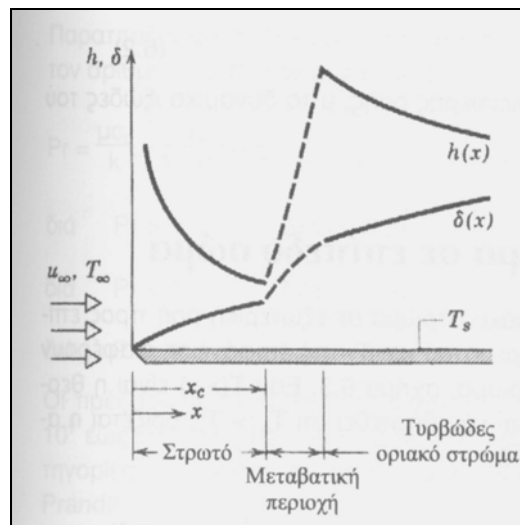
$$\delta_3 = \int_h^{h+\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u^2}{U^2}\right) dy$$

Τα πάχη αυτά παριστάνουν το μήκος που θα έπρεπε να μετατοπισθεί η εξωτερική ροή  $U(x)$  για να παρουσιάζει το ίδιο έλλειμμα μάζας, ορμής και ενέργειας με εκείνα της ροής του οριακού στρώματος.

Η **θεωρητική σχέση που συνδέει το πάχος  $\delta$  με την απόσταση  $X$**  για στρωτό και τυρβώδες οριακό στρώμα αντίστοιχα είναι:

$$\frac{\delta}{X} = 5,48 \left(\frac{U \cdot X}{\nu}\right)^{-1/2} \quad \text{και} \quad \frac{\delta}{X} = 0,376 \left(\frac{U \cdot X}{\nu}\right)^{-1/5}$$

Η μετάπτωση της ροής από τη στρωτή στη τυρβώδη κατάσταση συνοδεύεται εκτός από την αύξηση του πάχους του οριακού στρώματος και με αύξηση της διατμητικής τάσης στην επιφάνεια, καθώς και της ειδικής συναγωγιμότητας (Σχήμα 2.14).



**Σχήμα 2.14:** Αύξηση του πάχους  $\delta$  του οριακού στρώματος και μεταβολή της τοπικής ειδικής συναγωγιμότητας  $h$  σε ροή παράλληλη προς επίπεδο σώμα (Κακάτσιος [10]).

Ειδικότερα, για τη **διατμητική τάση στο οριακό στρώμα** ισχύουν τα ακόλουθα: Οι διατμητικές τάσεις σε καρτεσιανές συντεταγμένες γράφονται:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad , \quad \tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad , \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

Αντικαθιστώντας τις μεταβλητές, προκύπτει:

$$\tau'_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\rho U_\infty^2} = \frac{1}{K \cdot \text{Re}} \left( \frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{V}{U_\infty} K \frac{\partial v'}{\partial x'} \right) = \tau'_{yx}$$

$$\tau'_{xx} = \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial u'}{\partial x'} \quad , \quad \tau'_{yy} = \frac{2}{K \cdot \text{Re}} \frac{\partial v'}{\partial y'}$$

Μπορούμε να απλοποιήσουμε την έκφραση για την  $\tau'_{xy}$  σε:

$$\tau'_{xy} = \frac{1}{K \cdot \text{Re}} \frac{\partial u'}{\partial y'}$$

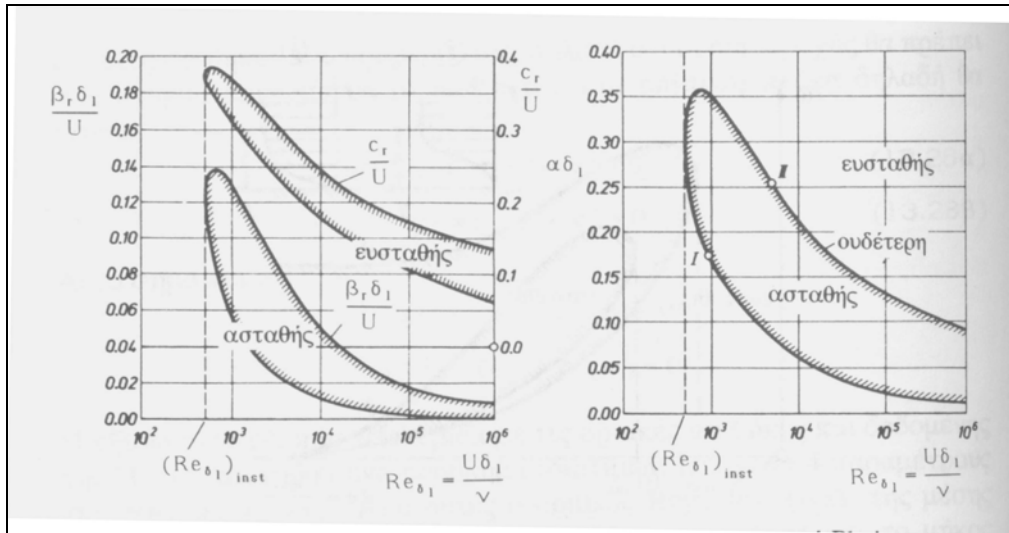
Η παραπάνω έκφραση σε μη αδιάστατες μεταβλητές γράφεται:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

που αποτελεί την **προσέγγιση της διατμητικής τάσης στο οριακό στρώμα**. Το τυρβώδες οριακό στρώμα έχει μεγαλύτερη διατμητική τάση στο τοίχωμα από το στρωτό οριακό στρώμα.

## II.2.7 ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ

Η ευστάθεια του στρωτού οριακού στρώματος μελετήθηκε για πρώτη φορά από τον W. Tollmien (1929). Επειδή το σημείο καμψής στην κατανομή ταχύτητας στο στρωτό οριακό στρώμα είναι επάνω στο τοίχωμα, το συγκεκριμένο οριακό στρώμα είναι το όριο της ευστάθειας. Τα αποτελέσματα των υπολογισμών ευστάθειας παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.15 .



**Σχήμα 2.15:** Καμπύλη ουδέτερης ευστάθειας του οριακού στρώματος κατά Blasius για την συχνότητα διαταραχών  $\beta_r$  και την ταχύτητα κύματος  $c_r$  (αριστερά) καθώς και για το μήκος κύματος ( $\alpha\delta_l$ ) διαταραχής (δεξιά) σαν συνάρτηση του αριθμού Reynolds  $Re_{\delta_l}$  (Τσαγγάρης [15]).

Οι δύο κλάδοι της ουδέτερης ευστάθειας τείνουν προς το μηδέν για πολύ υψηλούς αριθμούς Reynolds. Ο μικρότερος αριθμός Reynolds για τον οποίο υπάρχει ακόμη μία ουδέτερη διαταραχή αποτελεί τον κρίσιμο αριθμό Reynolds και είναι:

$$(Re_{\delta_l})_{inst} = 520$$

Είναι σημαντικό ότι μόνο μικρή περιοχή μηκών κύματος και συχνοτήτων είναι επικίνδυνη για το στρωτό οριακό στρώμα σε επίπεδη πλάκα. Αξιοσημείωτο επίσης είναι το ανώτερο όριο για τα χαρακτηριστικά μεγέθη των διαταραχών για να υπάρχει αστάθεια. Εάν τα όρια αυτά ξεπεραστούν, τότε η ροή είναι ευσταθής ανεξάρτητα του αριθμού Reynolds. Τα όρια αυτά είναι (με  $\beta_r$  αντιστοιχεί η συχνότητα διαταραχών) :

$$\frac{c_r}{U} = 0,39 \quad , \quad \alpha\delta_l = 0,36 \quad , \quad \frac{\beta_r \delta_l}{U} = 0,15$$

Το ελάχιστο μήκος κύματος  $\lambda_{min}$  για επίτευξη ευστάθειας είναι:

$$\lambda_{min} = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{0,36} \delta_l \cong 6\delta$$

Σε πειράματα που έγιναν από τους H.L. Dryden, G.B. Schubauer, H.K. Skramstad για την εξέταση του φαινομένου της μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη,

προσδιορίστηκαν ο κρίσιμος αριθμός Reynolds με την εμφάνιση των κυμάτων Tollmien – Schlichting στην στρωτή ροή σε επίπεδη πλάκα στην τιμή  $Re_{inst} = 2,8 \cdot 10^6$  και ο κρίσιμος αριθμός Reynolds μετάβασης σε  $Re_{trans} = 4 \cdot 10^6$  έναντι της τιμής  $Re_{crit} = 3,5 \div 5 \cdot 10^5$  που λαμβάνεται για μεγάλα  $T$ . Ο αριθμός  $Re_{inst} = 2,8 \cdot 10^6$  λαμβάνεται και για  $T < 0,0001$ , όπου  $T$  είναι ο λεγόμενος βαθμός τύρβης της αεροδυναμικής σήραγγας (στην οποία έγιναν τα πειράματα). Από τους μελετητές είχε ληφθεί μέριμνα ο αριθμός  $T$  να είναι ιδιαίτερα μικρός.

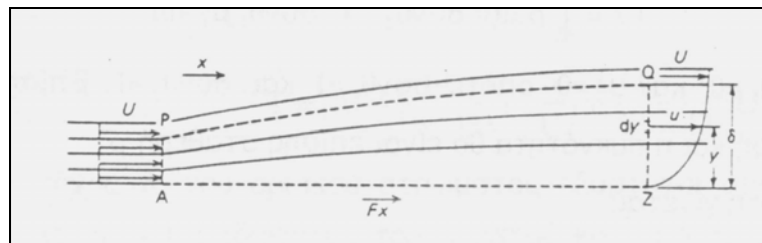
Ακριβέστερες λύσεις έδειξαν ότι η θεωρητική (αριθμητική) τιμή  $(Re_{\delta l})_{inst} = 520$  είναι υψηλότερη από την πειραματική τιμή  $(Re_{\delta l})_{inst} = 450$ .

## II.2.8 ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ – ΕΥΡΕΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ

Το οριακό στρώμα, όπως προαναφέραμε, προκαλείται λόγω της ύπαρξης εφαπτομενικών διατμητικών δυνάμεων (λόγω τριβής) πάνω στο ρευστό από την στερεά επιφάνεια, με την οποία το ρευστό είναι σε επαφή κατά την ροή του. Κατά αυτόν όμως τον τρόπο έχουμε μετατροπή ενέργειας σε θερμότητα μέσα στο ρευστό. Καθώς συνεχώς νέες ποσότητες του ρευστού επιβραδύνονται λόγω αυτής της

δύναμης ενώ η πίεση παραμένει σταθερή, το ολικό ύψος  $z + \frac{P}{\rho g} + \frac{U^2}{2g}$  σταθερά

μειώνεται μέσα στο οριακό στρώμα. Κατά συνέπεια η εξίσωση ενέργειας δεν μπορεί να εφαρμοστεί αν δεν γίνουν πειραματικά γνωστές οι απώλειες αυτές ενέργειας. Αντίθετα, η εξίσωση της ορμής μπορεί να εφαρμοστεί και να ευρεθεί το σύνολο των δυνάμεων πάνω στο ρευστό (λόγω πίεσης και διατμητικές), εάν είναι γνωστές οι μεταβολές της ταχύτητας μέσα στο οριακό στρώμα.



Σχήμα 2.16: Στερεή επίπεδη πλάκα σε ροή. (Μητσικώστας [13]).

Στο Σχήμα 2.16, AZ είναι η μία πλευρά μιας στερεάς επίπεδης πλάκας τοποθετημένης οριζόντια σε μια ροή παράλληλη με αυτή. Για την εφαρμογή της εξίσωσης της ορμής θεωρώ όγκο ελέγχου τον AZQP, όπου οι PA και QZ είναι κάθετες στην AZ, A είναι η αρχή της δημιουργίας του οριακού στρώματος και PQ το εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος.

Η δύναμη λόγω πίεσης στην AZ και το βάρος του ρευστού είναι κάθετες στην AZ και επομένως δεν έχουν συνιστώσα κατά τη διεύθυνση της ροής, που είναι η x (οριζόντια). Έτσι η μόνη δύναμη που ασκείται κατά την διεύθυνση της ροής πάνω στο ρευστό που περιλαμβάνεται στον όγκο ελέγχου είναι η **συνισταμένη των διατμητικών δυνάμεων  $F_x$** . Αν λάβουμε πλάτος της πλάκας την μονάδα δηλαδή 1 m, τότε η εξίσωση της ορμής μας δίνει:

$$F_x = \int_z^Q \rho_2 u (u \cdot \cos \theta_2 - U \cdot \cos \theta_1) dy \cdot 1 \text{ m}$$

Αλλά είναι  $\theta_1 = 0$  και  $\theta_2 \approx 0$  οπότε  $\cos\theta_1 = 1$  και  $\cos\theta_2 \approx 1$ . Επίσης, επειδή η πίεση είναι σταθερή και η πυκνότητα θα είναι επίσης σταθερή  $\rho$ .

Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$F_x = \int_{y=0}^{y=\delta} \rho u(u-U) dy \cdot 1 \text{ m} \quad (1)$$

όπου  $u$  είναι η ταχύτητα στην επιφάνεια ελέγχου, σε απόσταση  $y$  από την πλάκα και  $\delta$  είναι το πάχος του οριακού στρώματος στη θέση αυτή.

Επειδή  $U > u$  το ολοκλήρωμα θα μας δώσει αρνητική τιμή, που σημαίνει ότι η δύναμη  $F_x$  έχει αντίθετη φορά από την φορά της ροής. Η αντίδραση στην  $F_x$ , δηλαδή η δύναμη που ασκείται στην πλάκα θα έχει την φορά της ροής.

Αν θεωρήσουμε πάνω στην QZ ένα στοιχειώδες ύψος  $dy$ , αυτό καθορίζει μια δέσμη ροής με διατομή  $dy \cdot 1$  και μήκος την μονάδα μήκους. Δια της δέσμης αυτής η μάζα ρευστού που περνά στην μονάδα του χρόνου είναι:  $\rho u dy$ . Η μονάδα μάζας τώρα του ρευστού είχε αρχικώς ταχύτητα  $U$ , ενώ στην QZ έχει ταχύτητα  $u$ . Έτσι η μεταβολή της ορμής της μονάδας μάζας είναι  $(U-u)$ , η δε μεταβολή της ορμής της ποσότητας που περνά στη μονάδα του χρόνου είναι:  $\rho u dy (U-u)$ . Η ολική μεταβολή της ορμής δια όλο το οριακό στρώμα θα είναι:

$$\int_{y=0}^{y=\delta} \rho u (U-u) dy$$

Αυτή η μεταβολή της ορμής ισούται με την δύναμη ανά μονάδα πλάτους της επιφανείας που προκάλεσε τη μείωση της ταχύτητας, είναι δηλαδή η δύναμη αντιστάσεως (drag) που ασκείται από το ρευστό πάνω στην επιφάνεια AZ.

Για να ευρεθεί η τιμή του ολοκληρώματος θα πρέπει να γνωρίζουμε πως μεταβάλλεται το  $u$  συναρτήσει του  $y$ . Υπό συνθήκες σταθερής πίεσης και με τυρβώδη ροή μέσα στο οριακό στρώμα, μια αρκετά ακριβής εκτίμηση είναι:

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/5}$$

Χρησιμοποιώντας αυτή την έκφραση μπορούμε να μετατρέψουμε το ολοκλήρωμα σε αδιάστατο θεωρώντας ως μεταβλητή το  $\frac{y}{\delta}$ . Γράφοντας  $dy = \delta d\left(\frac{y}{\delta}\right)$  και αντικαθιστώντας στη σχέση (1) έχω:

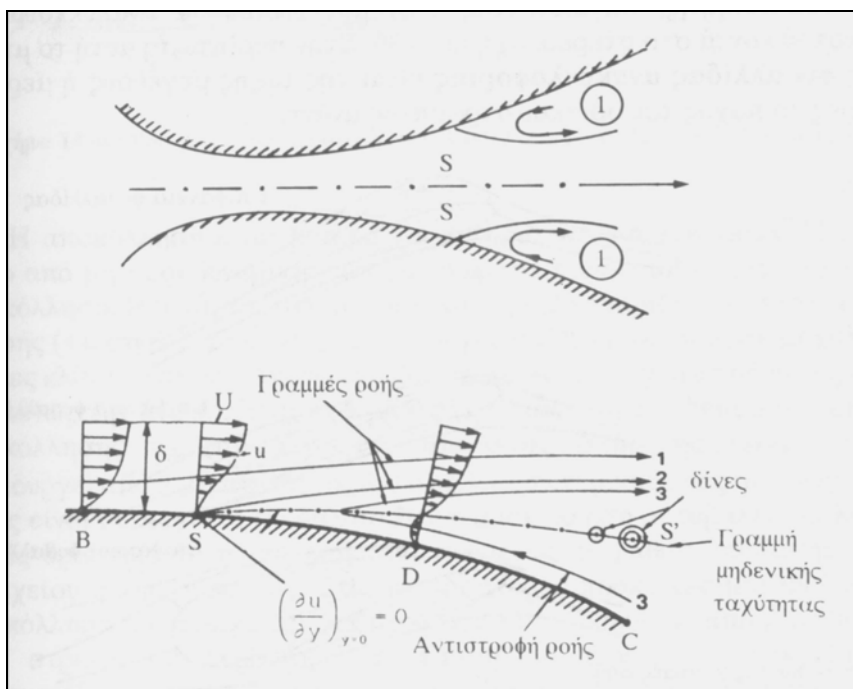
$$F_x = \rho U^2 \delta \int_{y/\delta=0}^{y/\delta=1} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) = \frac{5}{42} \rho U^2 \delta$$

Το πάχος  $\delta$  του οριακού στρώματος εξαρτάται από την τραχύτητα της επιφανείας, από τις ιδιότητες του ρευστού και από το μήκος AZ. Η εξίσωση διαφοροποιείται όταν η πίεση κατά μήκος της AZ δεν είναι σταθερή, όπως συμβαίνει για παράδειγμα στις καμπύλες επιφάνειες μιας πτέρυγας αεροπλάνου.



## Π.2.9 ΑΠΟΚΟΛΛΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ

Όπως είδαμε, σε μεγάλους αριθμούς Reynolds γύρω από σώματα ή σε κλειστούς αγωγούς τα φαινόμενα της συνεκτικότητας περιορίζονται σε ένα λεπτό στρώμα κοντά στο στερεό όριο, που ονομάζεται οριακό στρώμα. Εάν η επιβαλλόμενη πίεση είναι αύξουσα κατά την κατεύθυνση της ροής (ενάντια κλίση πίεσης), το πάχος του οριακού στρώματος αυξάνεται, όπως επιβάλλει το θεώρημα της ορμής, με ταχύτερο ρυθμό και σε κάποιο σημείο τα στοιχεία του ρευστού που βρίσκονται κοντά στο στερεό και επομένως έχουν μικρή κινητική ενέργεια αναγκάζονται να αναστρέψουν την κίνηση τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.17.



**Σχήμα 2.17:** Σχηματική παράσταση αποκόλλησης ροής στο τοίχωμα διαχύτη (πάνω) και κατανομές ταχυτήτων (κάτω).

*S:* Σημείο αποκόλλησης.

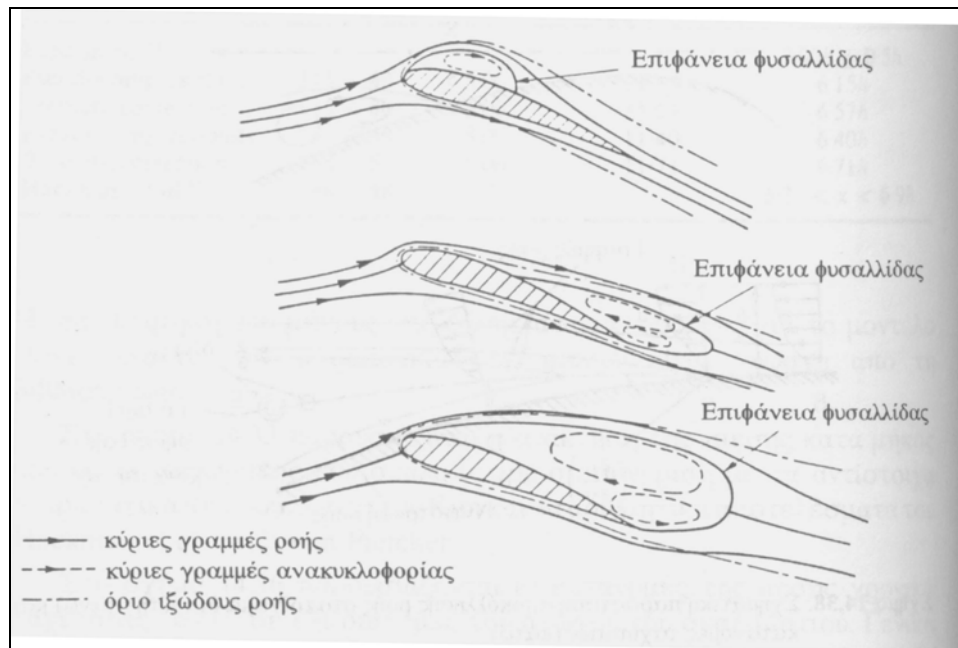
*1:* Περιοχή ανακυκλοφορίας (Τσαγγάρης [15]).

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθεί μία περιοχή ανακυκλούμενης ροής (**περιοχή ανακυκλοφορίας**) και **αποκόλληση** του οριακού στρώματος από το τοίχωμα. Το σημείο στο οποίο το λεπτό οριακό στρώμα αποκολλάται από την επιφάνεια και το οποίο διαχωρίζει την περιοχή ανάντι, που τα φαινόμενα της συνεκτικότητας είναι αρκετά περιορισμένα, από την περιοχή της ανακυκλούμενης ροής, ονομάζεται **σημείο αποκόλλησης**.

Στην διδιάστατη ροή σε ακίνητη επιφάνεια μεταβάλλει την ενεργή μορφή του σώματος και κατά επέκταση τη μη συνεκτική ροή γύρω από το σώμα. Το σημείο αποκόλλησης συμπίπτει με το σημείο μηδενισμού της διατμητικής τάσης. Στη διδιάστατη ροή σε κινούμενη επιφάνεια και στην τρισδιάστατη μόνιμη ροή το σημείο ή γραμμή αποκόλλησης δεν συμπίπτει με το αντίστοιχο σημείο ή γραμμή μηδενισμού των διατμητικών τάσεων.

Γενικά είναι γνωστοί δύο διαφορετικοί τύποι συμπεριφοράς της αποκόλλησης. Σε κάποιες περιπτώσεις το αρχικό οριακό στρώμα περνάει πάνω από την περιοχή του ανακυκλούμενου ρευστού και **επανακολλάται** στο στερεό σε κάποιο σημείο κατάντι,

που λέγεται **σημείο επανακόλλησης**, παγιδεύοντας έτσι μία φυσαλίδα ανακυκλούμενου ρευστού κοντά στο στερεό (Σχήμα 2.18).



**Σχήμα 2.18:** Σχηματική παράσταση αποκολλημένης ροής γύρω από αεροτομές με κλειστή φυσαλίδα αποκόλλησης (Τσαγγάρης [15]).

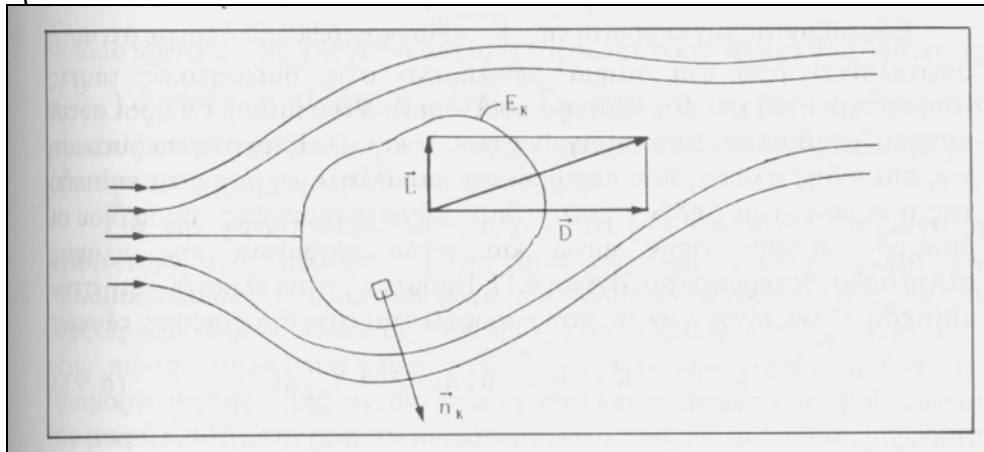
Στην περίπτωση αυτή το μήκος της **φυσαλίδας ανακυκλοφορίας** είναι της τάξης μεγέθους ή μερικές φορές το πάχος του οριακού στρώματος ανάντι. Το σημείο επανακόλλησης μπορεί να βρίσκεται είτε πάνω στο στερεό είτε μέσα στη ροή, όπως στην περίπτωση του κυλίνδρου. Σε άλλες περιπτώσεις το αρχικό οριακό στρώμα δεν επανακολλάται στο στερεό, αλλά διέρχεται κατάντι αναμειγνυόμενο με το ανακυκλοφορούν ρευστό, σχηματίζοντας ομόρρου. Σε αυτόν τον τύπο της αποκόλλησης, η χαρακτηριστική διάσταση της περιοχής ανακυκλοφορίας είναι της ίδιας τάξεως μεγέθους με το πάχος του σώματος.

Η αποκόλληση είναι βασικό χαρακτηριστικό πολλών ροών. Η ροή γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής σώματα παρουσιάζει κατά κανόνα αποκόλληση. Η θέση του σημείου αποκόλλησης καθορίζει την αντίσταση μορφής (πίεσης). Σε αεροτομές, πτέρυγες και πτερυγώσεις σε μεγάλες γωνίες κλίσης η αποκόλληση ρυθμίζει την κυκλοφορία γύρω από αυτές και επομένως την άνοση. Έτσι έχουμε με την εμφάνιση του δεύτερου τύπου αποκόλλησης το φαινόμενο της **απώλειας στήριξης (stall)**, που δημιουργεί απότομη πτώση της άνοσης. Σε εσωτερικές ροές σε αγωγούς, όπως είναι οι διαχύτες, η αποκόλληση μεταβάλλει πολλές φορές δραστικά το πεδίο ροής και επομένως τον βαθμό απόδοσης του στοιχείου ή της συσκευής. Στις περισσότερες πρακτικές μεταβολές η αποκόλληση εάν πρόκειται για στρωτή ροή συνοδεύεται από μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή. Επίσης η τυρβώδης αποκόλληση παρουσιάζει δυσκολίες ως προς τη μελέτη λόγω της ανεπάρκειας των μοντέλων τύρβης στη σωστή πρόβλεψη της ανακυκλοφορίας. Θα έπρεπε επίσης να αναφερθούμε ότι συχνά στην αποκόλληση τα ρευστομηχανικά φαινόμενα είναι μη μόνιμα. Έτσι συχνά η αποκόλληση συνοδεύεται από **έκλυση στροβίλων**.

## II.3 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΠΙ ΣΩΜΑΤΩΝ ΕΝΤΟΣ ΡΕΥΣΤΟΥ

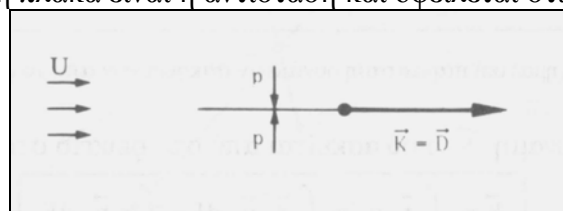
### II.3.1 ΓΕΝΙΚΑ

Κατά την κίνηση ενός σώματος μέσα σε ρευστό δημιουργούνται (λόγω της παρουσίας του ρευστού μέσου) δύο δυνάμεις, η **Αντίσταση (Drag)** και η **Άνωση (Lift)**, κάθετες μεταξύ τους (Σχήμα 3.1), οι οποίες ενεργούν στο σώμα: η μεν πρώτη παράλληλα και αντιτιθέμενη προς τη σχετική κίνηση, η δε δεύτερη κάθετα προς την πρώτη.



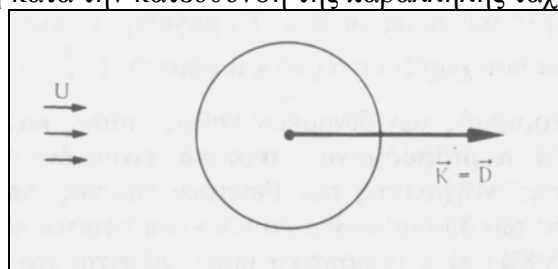
Σχήμα 3.1: Δυνάμεις ασκούμενες από το ρευστό στο στερεό (Τσαγγάρης [15]).

Η **συνολική δύναμη  $\vec{K}$**  αποτελείται από ένα τμήμα οφειλόμενο στις διατμητικές τάσεις (συνεκτικότητα) και ένα δεύτερο οφειλόμενο στην πίεση. Οι όροι αυτοί επηρεάζουν διαφορετικά την αντίσταση και την άνωση. Έτσι στην περίπτωση της επίπεδης πλάκας που περιρρέεται παράλληλα προς το επίπεδο της η άνωση είναι μηδέν διότι λόγω συμμετρίας του πεδίου οι δυνάμεις πίεσης στην πάνω και κάτω επιφάνεια της πλάκας αλληλοεξουδετερώνονται (Σχήμα 3.2). Επομένως η συνολική δύναμη στην επίπεδη πλάκα είναι η αντίσταση και οφείλεται στις διατμητικές τάσεις.



Σχήμα 3.2: Παράλληλη ροή γύρω από επίπεδη πλάκα (Τσαγγάρης [15]).

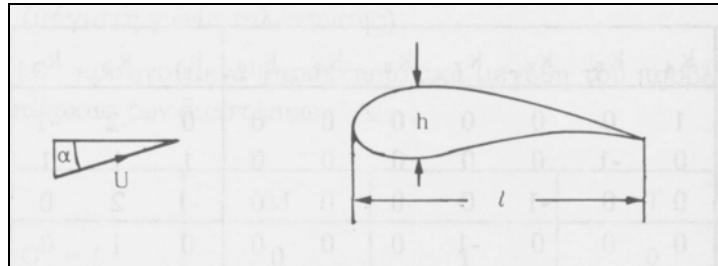
Στην γενική περίπτωση της σφαίρας σε παράλληλη ροή (Σχήμα 3.3), η άνωση θα είναι πάλι μηδενική λόγω συμμετρίας και επομένως η συνολικά ασκούμενη δύναμη θα είναι η αντίσταση κατά την κατεύθυνση της παράλληλης ταχύτητας.



Σχήμα 3.3: Παράλληλη ροή γύρω από σφαίρα (Τσαγγάρης [15]).

### Π.3.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΣΗΣ

Είναι σαφές ότι σε σώματα, τα οποία βρίσκονται σε παράλληλη μόνιμη συμπίεστη ή ασυμπίεστη ροή, οι δυνάμεις που ασκούνται από τη ροή στο σώμα εξαρτώνται από όλα τα χαρακτηριστικά μεγέθη του πεδίου  $l, h, U, \rho, \mu, g, c, \alpha$  (Σχήμα 3.4).



Σχήμα 3.4: Τυπική αεροτομή εκτεθειμένη σε ροή ρευστού (Τσαγγάρης [15]).

Είναι δηλαδή για την άωση:

$$L = f_L(l, h, U, \rho, \mu, \alpha, g, c)$$

Ενώ για την αντίσταση:

$$D = f_D(l, h, U, \rho, \mu, \alpha, g, c)$$

Ορίζουμε αδιάστατες παραμέτρους δυνάμεων (συντελεστών δυνάμεων):

$$C_L = \frac{L}{\rho U^2 E/2}$$

$$C_D = \frac{D}{\rho U^2 E/2}$$

όπου  $C_D$  είναι ο **συντελεστής αντίστασης**,  $C_L$  είναι ο **συντελεστής άωσης** του σώματος και  $E$  είναι η χαρακτηριστική επιφάνεια της αεροτομής (είτε μετωπική είτε προβολική).

Αν έχουμε ασυμπίεστο ρευστό και όχι ελεύθερη επιφάνεια, τότε τόσο ο συντελεστής αντίστασης όσο και ο συντελεστής άωσης εξαρτώνται μόνο από τον αριθμό Reynolds, με καμία άλλη παράμετρο ομοιότητας να παίζει ρόλο, δηλαδή:

$$C_L = \overline{f_L}(\text{Re}) \quad , \quad C_D = \overline{f_D}(\text{Re})$$

Εάν έχουμε προσδιορισμό του συντελεστή αντίστασης σφαίρας σε παράλληλη ροή ασυμπίεστου, νευτώνιου ρευστού, τότε τα χαρακτηριστικά μεγέθη της ροής είναι τα ακόλουθα τέσσερα:  $U, d, \rho, \mu$ . Θα έπρεπε επομένως να εκτελεστεί τεράστιος αριθμός πειραμάτων που να ανταποκρίνεται στους δυνατούς συνδυασμούς των τεσσάρων χαρακτηριστικών μεγεθών. Λόγω της εξασφαλισμένης γεωμετρικής ομοιότητας στη συγκεκριμένη περίπτωση μπορούμε να κάνουμε πειράματα με μόνη μεταβολή του αριθμού Reynolds,  $\text{Re} = U d \rho / \nu$ .

### II.3.3 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΣΗΣ

Συνήθως, τόσο η αντίσταση όσο και η άνωση εκφράζονται από μια γενική σχέση, η οποία περιέχει, όπως είδαμε, έναν συντελεστή, η τιμή του οποίου εξαρτάται από το σχήμα, την κλίση του σώματος και κυρίως από τον αριθμό Reynolds.

Οπότε μπορούμε τώρα να διατυπώσουμε την γενική σχέση που εκφράζει την δύναμη αντιστάσεως και την δύναμη ανώσεως.

Για την δύναμη αντιστάσεως έχουμε:

$$F_D = C_D A \rho \frac{U_{σχ.}^2}{2}$$

όπου  $C_D$ : Συντελεστής αντιστάσεως.

$A$ : Εμβαδόν της επιφανείας που σχηματίζεται από την προβολή του σώματος σε ένα κάθετο προς την κίνηση επίπεδο.

$\rho$ : Πυκνότητα ρευστού.

$U_{σχ.}$ : Σχετική ταχύτητα του ρευστού ως προς το σώμα.

Για την δύναμη ανώσεως έχουμε:

$$F_L = C_L A \rho \frac{U_{σχ.}^2}{2}$$

όπου  $C_L$ : Συντελεστής ανώσεως.

$A$ : Εμβαδόν της επιφανείας που σχηματίζεται από το γινόμενο της αεροδυναμικής λεπτότητας επί το μήκος.

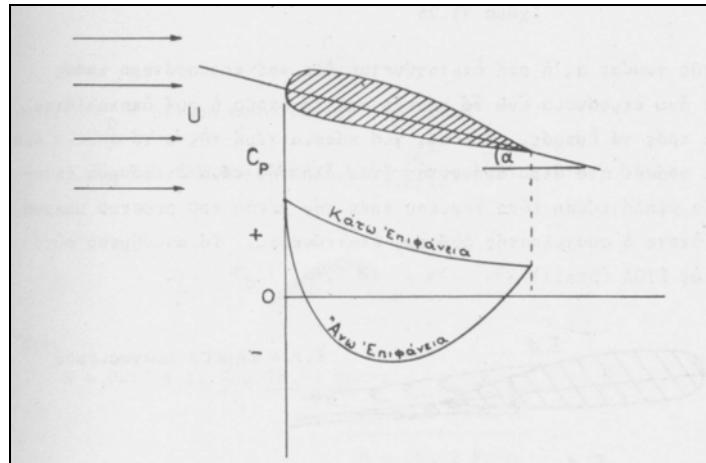
$\rho$ : Πυκνότητα ρευστού.

$U_{σχ.}$ : Σχετική ταχύτητα του ρευστού ως προς το σώμα.

Πρέπει εδώ να αναφέρουμε ότι αεροδυναμική λεπτότητα καλούμε το πηλίκο του ανοίγματος π.χ. της πτέρυγας αεροπλάνου επί το μέσο μήκος χορδής της αεροτομής.

Η **ολική αντίσταση** που αισθάνεται ένα κινούμενο σώμα οφείλεται στο άθροισμα δύο δυνάμεων, την **αντίσταση πίεσεως ή μορφής** και την **αντίσταση τριβής ή συνεκτικότητας**. Βεβαίως ανάλογα με το σχήμα του κινούμενου σώματος υπάρχουν αυξομειώσεις των δύο αυτών δυνάμεων. Έτσι, κατά την ομοιόμορφη κίνηση ρευστού πάνω από μια επίπεδη επιφάνεια παράλληλα προς τη ροή, τότε ολόκληρη η αντίσταση οφείλεται στην αντίσταση τριβής ενώ η αντίσταση πίεσεως είναι μηδέν, όπως προαναφέρθηκε. Αν όμως η επίπεδη επιφάνεια στραφεί κατά  $90^\circ$  ώστε να είναι κάθετη προς τη ροή, τότε ολόκληρη η ολική αντίσταση οφείλεται στην αντίσταση πίεσεως, ενώ η αντίσταση τριβής μηδενίζεται.

**Άνωση** δημιουργείται κατά τη ροή ρευστού πάνω από σώματα ορισμένης μορφής λόγω της **διαφοράς πίεσεως** που σχηματίζεται μεταξύ των δύο βασικών επιφανειών του σώματος. Έτσι η αεροτομή του Σχήματος 3.5 με γωνία προσβολής  $\alpha$  παρουσιάζει κατανομή συντελεστή πίεσεως  $C_p$  μεταξύ των δύο επιφανειών τέτοια ώστε η διαφορά των πιέσεων να δίνει θετική άνωση.



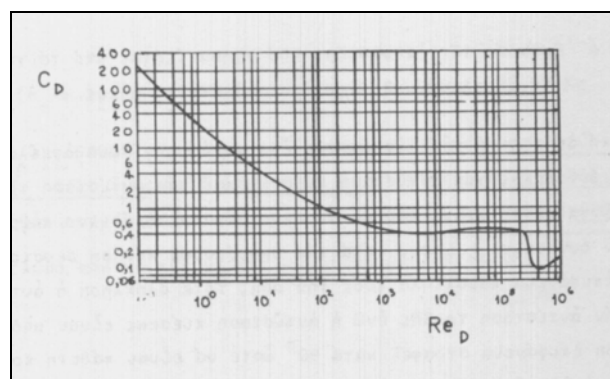
Σχήμα 3.5: Κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  σε αεροτομή (Κορωνάκης [11]).

Αυτό συμβαίνει διότι το ρευστό που περνά από την κάτω επιφάνεια υφίσταται μια βαθμιαία επιτάχυνση ενώ το ρευστό που περνά από την πάνω επιταχύνεται γρήγορα μεταφέροντας αρνητικό συντελεστή πίεσης.

Για την άνωση σημαντική συμμετοχή στη διαμόρφωση της τιμής της έχει το ολοκλήρωμα των δυνάμεων πίεσης, το δε ολοκλήρωμα των δυνάμεων συνεκτικότητας παίζει δευτερεύοντα ρόλο. Οπωσδήποτε όμως στη διαμόρφωση της κατανομής της πίεσης σημαντικό ρόλο παίζουν τα φαινόμενα ιξώδους. Για την διαμόρφωση της διαμόρφωση της τιμής της αντίστασης στα λεπτά σώματα που βρίσκονται σε μικρή κλίση στην ροή τον κυριότερο ρόλο παίζουν οι δυνάμεις ιξώδους και όχι οι δυνάμεις πίεσης.

### II.3.4 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ $C_D$ ΚΑΙ $C_L$

Στα σχήματα 3.6 , 3.7 και 3.8 φαίνεται η εξάρτηση του συντελεστή  $C_D$  επί του αριθμού  $Re$  για σφαίρα, απλό (κυκλικό) κύλινδρο και επίπεδη πλάκα, αντίστοιχα.

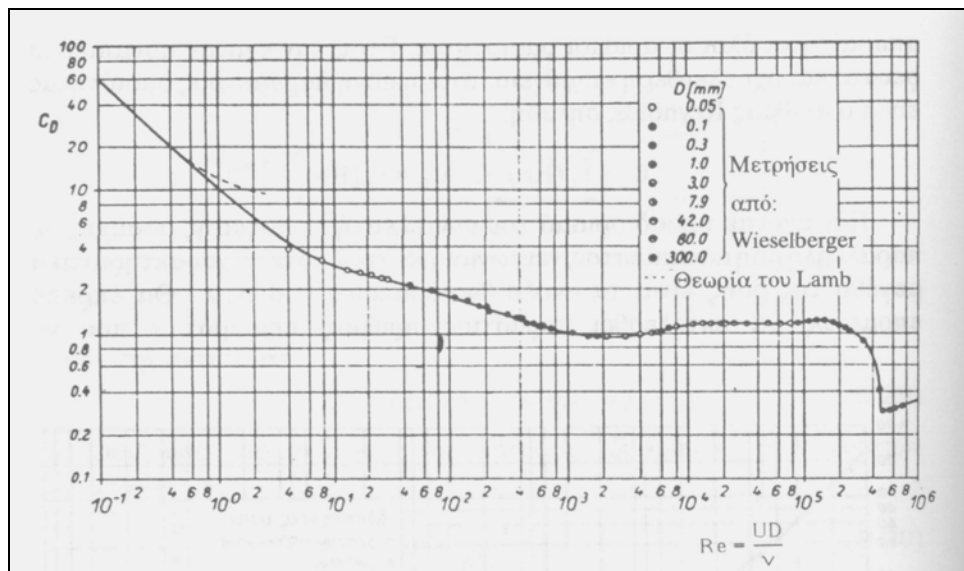


Σχήμα 3.6: Συντελεστής αντίστασης σφαίρας - αριθμός  $Re$  (Κορωνάκης [11]).

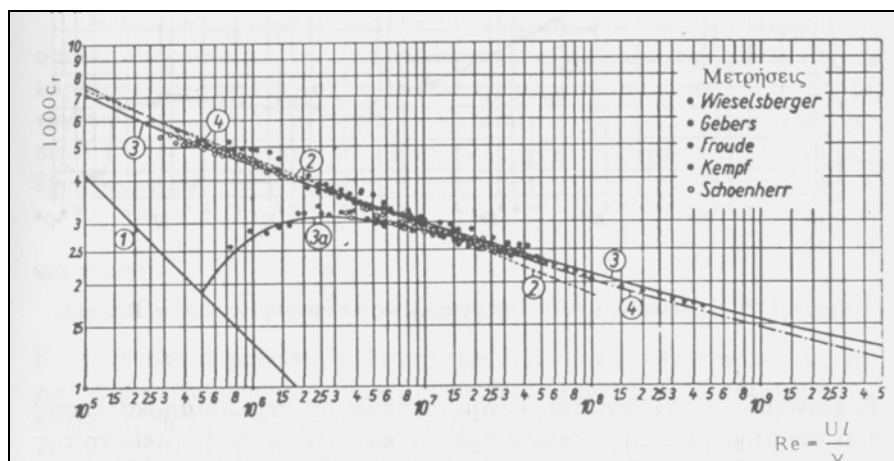
Η απότομη μείωση της τιμής του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  σε αριθμό Reynolds  $Re = 3 \cdot 10^5$  στην περίπτωση της σφαίρας και  $Re = 5 \cdot 10^5$  στην περίπτωση του κυκλικού κυλίνδρου οφείλεται στη μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη. Η τιμή του  $C_D$  φθάνει σε μία ελάχιστη τιμή ( $C_{Dmin} \cong 0,1$  για σφαίρα και  $C_{Dmin} \cong 0,3$  για κυκλικό κύλινδρο) και ακολούθως αυξάνει σημαντικά για  $Re \geq 10^6$ , φθάνοντας σε μία

μέγιστη τιμή (  $C_{Dmax} \cong 0,2$  για σφαίρα και  $C_{Dmax} \cong 0,55$  για κυκλικό κύλινδρο) σε  $Re \cong 10^7$ .

Το παραπάνω φαινόμενο εξηγείται με τη μετατόπιση του σημείου αποκόλλησης από τον ισημερινό του σώματος προς τα κατάντι της ροής (μείωση της νεκρής ζώνης) κατά τη μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη, διότι λόγω της τυρβώδους ανάμιξης η επιταχυνόμενη επίδραση του εξωτερικού πεδίου επεκτείνεται προς τα κατάντι. Λόγω ακριβώς της μείωσης της νεκρής ζώνης η κατανομή της πίεσης γύρω από το σώμα πλησιάζει πιο πολύ εκείνη της μη συνεκτικής ροής, με αποτέλεσμα η αντίσταση να ελαττώνεται.



Σχήμα 3.7: Συντελεστής αντίστασης κυλίνδρου - αριθμός  $Re$  (Τσαγγάρης [15]).

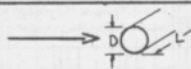
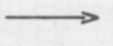
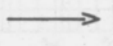
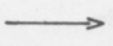
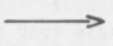
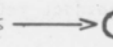
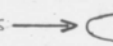
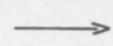
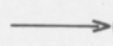
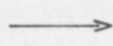
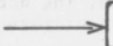


Σχήμα 3.8: Συντελεστής αντίστασης επίπεδης πλάκας - αριθμός  $Re$  (Τσαγγάρης [15]).

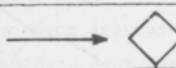

Στην περίπτωση της επίπεδης πλάκας η διατμητική τάση τοιχώματος επιδρά στην αντίσταση της πλάκας στη ροή. Η εξάρτηση της αντίστασης από την ταχύτητα της παράλληλης ροής μεταβάλλεται από ανάλογη της ταχύτητας υψωμένης στην  $3/2$  δύναμη για στρωτή ροή ( $\sim U^{3/2}$ ), σε ανάλογη της ταχύτητας υψωμένης στην  $1,85$  δύναμη για τυρβώδη ροή ( $\sim U^{1,85}$ ). Η μεταβολή αυτή του εκθέτη φαίνεται στην εξάρτηση του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  από τον αριθμό  $Re$  της πλάκας.

Στον Πίνακα 3.1 και στον Πίνακα 3.2 αναφέρονται ενδεικτικές τιμές του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  για διάφορα σώματα.

**Πίνακας 3.1:** Συγκριτικές τιμές του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  για διάφορα σώματα. (Κορωνάκης [11])

| Μορφή έπιφανείας σώματος  | Περιοχή τιμών Re                       | $C_D$  |
|---|--|--|
| Κύλινδρος              | $10^3$ έως $10^5$                      | $C_D$ vs $L/D$<br>0,63 → 1,0<br>0,83 → 10<br>0,93 → 20<br>1,20 → ∞ |
| Μισός κύλινδρος        | $10^4 - 10^6$                          | 1,2  |
| Μισός κύλινδρος        | $10^4 - 10^6$                          | 2,3  |
| Τετράγωνος κύλινδρος   | $3,5 \times 10^4$                      | 2,0  |
| Επίπεδο                | $10^4 - 10^6$                          | 1,98   |
| Ελλειπτικός κύλινδρος  | $10^5$                                 | 0,46   |
| Ελλειπτικός κύλινδρος  | $2 \times 10^5$                        | 0,20   |
| Σφαίρα                 | $10^3 - 10^5$ ( $3 \times 10^3 < Re$ ) | 0,47 (0,2)   |
| Ημισφαίριο             | $10^4 - 10^6$                          | 0,42   |
| Ημισφαίριο            | $10^4 - 10^6$                          | 1,17   |
| Κύβος                | $10^4 - 10^5$                          | 1,05   |

**Πίνακας 3.2:** Συγκριτικές τιμές του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  για διάφορα σώματα. (Κορωνάκης [11])

| Μορφή έπιφανείας σώματος  | Περιοχή τιμών Re | $C_D$  |
|---|------------------|--|
| Κύβος                                  | $10^4 - 10^5$    | 0,80   |
| Παρελ/πίπεδο <br>( $\frac{L}{W} = 5$ ) | $> 10^3$         | $C_D$ vs $L/W$<br>1,18 → 1<br>1,3 → 10<br>1,5 → 20<br>1,95 → ∞ |

Στα μη αεροδυναμικής μορφής σώματα, όπου η σχέση πάχους προς μήκος είναι μεγάλη (όπως στη σφαίρα), για τις μικρές ταχύτητες (στρωτή ροή) οι δυνάμεις ιξώδους και πίεσης είναι συγκρίσιμες. Έτσι για την περίπτωση της έρπουσας ροής σε σφαίρα ( $Re \ll 1$ ) η σχέση δυνάμεων ιξώδους προς δυνάμεις πίεσης είναι 2 προς 1:

$$C_D = C_{D,V} + C_{D,P} = 16/Re + 8/Re = 24/Re$$

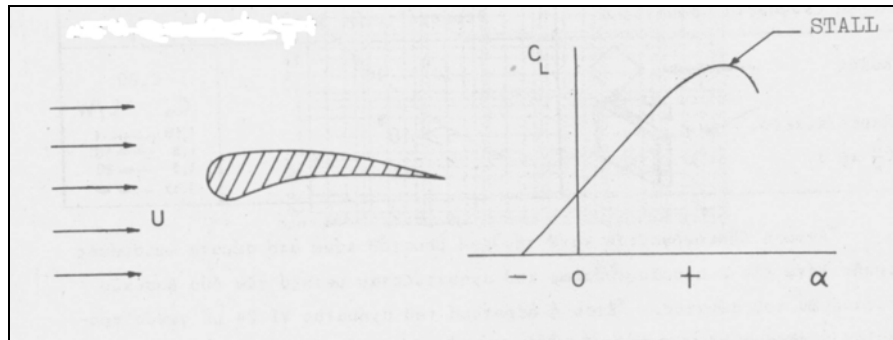
$$C_{D,V} = 2/3 C_D \quad , \quad C_{D,P} = 1/3 C_D$$

$$C_{D,V} / C_{D,P} = 2$$



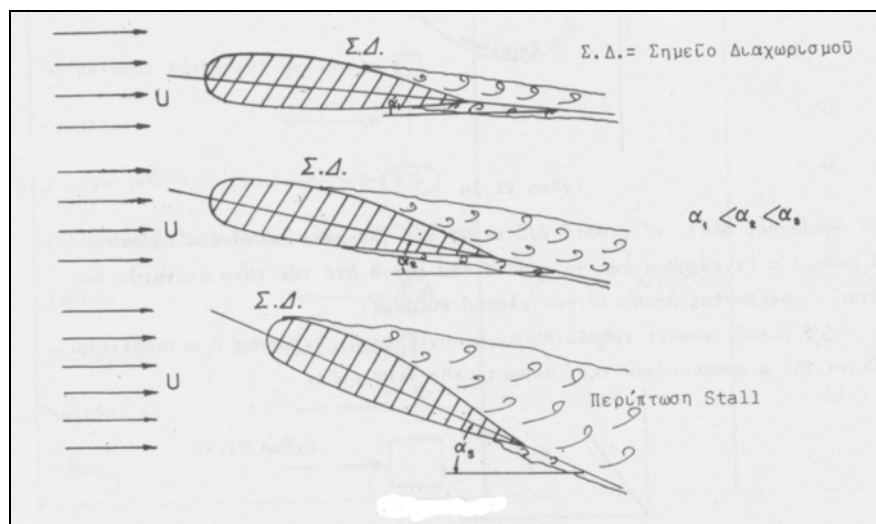
Όταν ένα αεροδυναμικό σώμα είναι εκτεθειμένο σε ροή ρευστού υπό γωνία προσβολής  $\alpha$ , τότε για μικρές γωνίες προσβολής  $\alpha$ , ο συντελεστής ανώσεως  $C_L$  μεταβάλλεται ανάλογα της  $\alpha$  προκειμένου περί συμμετρικής αεροτομής. Μάλιστα, όταν  $\alpha = 0$  ο συντελεστής  $C_L = 0$ .

Αν όμως η αεροτομή δεν είναι συμμετρική, όπως στο Σχήμα 3.9, τότε ακόμα και όταν  $\alpha = 0$  ο συντελεστής  $C_L > 0$ .



**Σχήμα 3.9:** Μεταβολή του συντελεστή άνωσης  $C_L$  συναρτήσει της γωνίας προσβολής  $\alpha$  για μη συμμετρική αεροτομή (Κορωνάκης [11]).

Αυξανόμενης της γωνίας  $\alpha$ , η ροή επιταχύνεται όλο και περισσότερο καθώς περνά από την άνω επιφάνεια ενώ το σημείο από το οποίο η ροή αποκολλάται μετατοπίζεται προς τα εμπρός. Τελικά, για κάποια τιμή της  $\alpha$  το σημείο διαχωρισμού έχει φθάσει στο άκρο αφήνοντας έτσι όλη την πάνω επιφάνεια εκτεθειμένη σε μία υψηλή πίεση (ίση περίπου προς την πίεση του ρευστού μακριά από το σώμα) οπότε ο συντελεστής ανώσεως ελαττώνεται. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως **stall** (Σχήμα 3.10).



**Σχήμα 3.10:** Φαινόμενο stall (Κορωνάκης [11]).

## II.4 ΡΟΗ – ΑΚΙΝΗΤΑ ΜΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ

### II.4.1 ΓΕΝΙΚΑ – ΙΔΑΝΙΚΗ ΡΟΗ

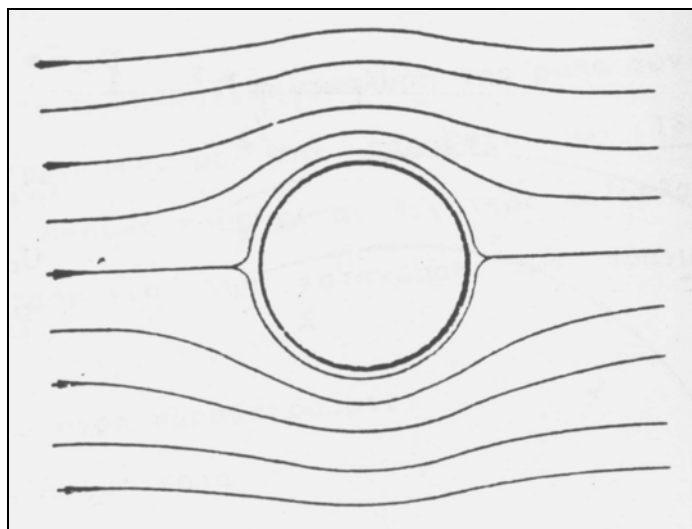
Είναι γνωστό ότι η θεωρητική ανάλυση της ροής των υγρών απλοποιείται σημαντικά με την παραδοχή των ιδανικών υγρών που η σπουδή τους είναι λιγότερο πολύπλοκη και αποτελεί τη βάση για την κατανόηση των πραγματικών υγρών. Για τα **ιδανικά υγρά** παραδεχόμαστε ότι:

- α) Είναι ασυμπίεστα.
- β) Έχουν ιξώδες μηδέν.
- γ) Ότι η τριβή με τα τοιχώματα, που πιθανόν υπάρχουν, είναι μηδέν.

Συνθήκες **ιδανικής ροής** πετυχαίνουμε κατά προσέγγιση στα διάφορα πειράματα, για χαμηλούς αριθμούς Reynolds, δηλαδή στη **στρωτή ροή**, όπου οι ταχύτητες είναι χαμηλές και οι **γραμμές ροής**, που συμπίπτουν με τις τροχιές των υγρών μορίων, **είναι παράλληλες μεταξύ τους**. Ορίζονται, ως γνωστό, σαν οι νοητές γραμμές του πεδίου ροής, που σε κάθε σημείο τους η εφαπτομένη δίνει τη διεύθυνση της ταχύτητας του υγρού σε εκείνο το σημείο. Ένα μέρος του υγρού που περιορίζεται από γραμμές ροής ορίζει μια υγρή φλέβα.

Πύκνωση των γραμμών ροής σημαίνει μεγάλες ταχύτητες και μικρές πιέσεις, ενώ αραιώση των γραμμών ροής σημαίνει μικρές ταχύτητες και μεγάλες πιέσεις. Αυτό συνεπάγεται εύκολα από τον νόμο της συνέχειας και τον νόμο του Bernoulli, αν λάβουμε υπόψιν ότι δεν έχουμε ροή εγκάρσια προς τις γραμμές ροής.

Εάν θέλαμε να εξετάσουμε ειδικότερα την **ιδανική ροή γύρω από ένα μη αεροδυναμικό σώμα**, όπως για παράδειγμα ένα κυκλικό κύλινδρο (Σχήμα 4.1), θα παρατηρούσαμε ότι οι γραμμές ροής έχουν μια συμμετρική διάταξη, χωρίς στροβιλισμούς ή ασυνέχειες. Η πύκνωση των γραμμών ροής πλευρικά του κυλίνδρου, μαρτυρεί μια περιοχή χαμηλών πιέσεων και η συμμετρία της διάταξης και ως προς τους δύο άξονες, δείχνει ότι δεν υπάρχει συνισταμένη δύναμη ώθησης.



Σχήμα 4.1: Ιδανική ροή γύρω από κυκλικό κύλινδρο (Δημητρακόπουλος [5]).

#### II.4.2 ΑΣΤΡΟΒΙΛΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΚΥΛΙΝΔΡΟ

Η αστρόβιλη παράλληλη ροή γύρω από κυκλικό κύλινδρο προκύπτει ως επαλληλία παράλληλης ροής και ροής δίπολου. Έτσι το μιγαδικό δυναμικό δίνεται από τη σχέση:

$$W(z) = Uz + \frac{m}{2\pi z}$$

όπου η ποσότητα  $m$  λέγεται ένταση του δίπολου.

Από την παραπάνω σχέση, προκύπτει με  $z = r e^{i\varphi}$  για τη ροϊκή συνάρτηση:

$$\Psi = r \sin\varphi \left( U - \frac{m}{2\pi r^2} \right)$$

Η ροϊκή συνάρτηση παίρνει την τιμή μηδέν για  $\varphi = 0, \pi$  και  $r = \sqrt{m/2\pi U} \equiv R$ , ( $m > 0$ ). Επομένως προκύπτει:

$$W(z) = U \left( z + \frac{R^2}{z} \right)$$

Η μιγαδική ταχύτητα προκύπτει:

$$\overline{u_z} = U \left( 1 - \frac{R^2}{z^2} \right)$$

Από την έκφραση αυτή προκύπτουν δύο σημεία ανακοπής  $z = \pm R$  και οι κυλινδρικές συνιστώσες της ταχύτητας:

$$u_r = U \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos\varphi$$

$$u_\varphi = -U \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \sin\varphi$$

Στην επιφάνεια του κυλίνδρου  $r = R$ :

$$u_r = 0, \quad u_\varphi = -2U \sin\varphi$$

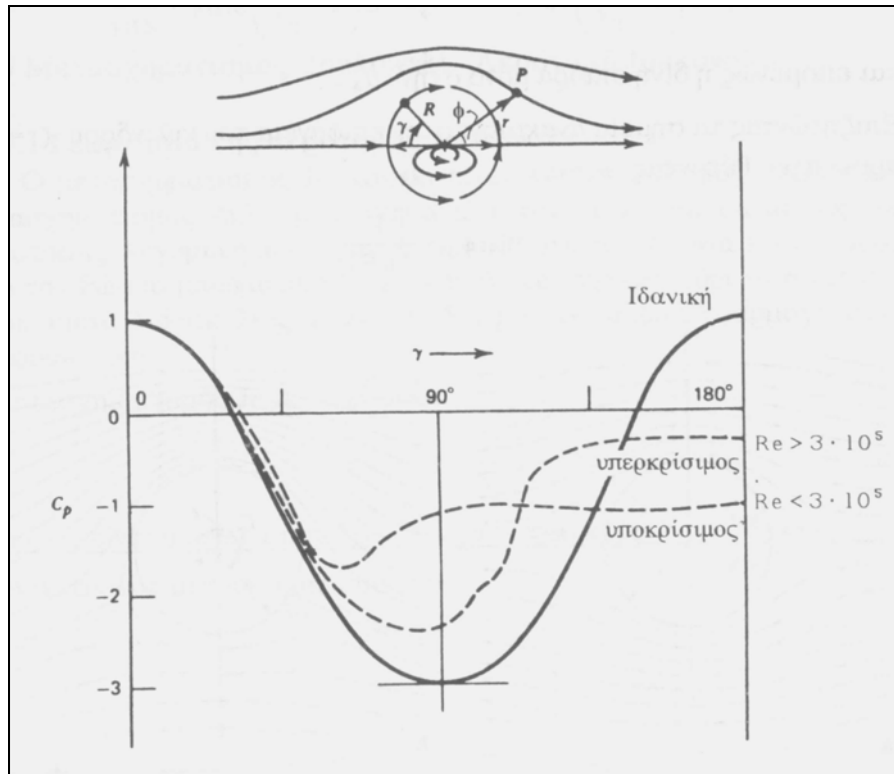
Η μέγιστη ταχύτητα εμφανίζεται για  $\varphi = \pi/2, 3\pi/2$  και είναι

$$(u_\varphi)_{\max} = -2U$$

Ο συντελεστής πίεσης προκύπτει:

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\rho U^2 / 2} = 1 - 4\sin^2\varphi$$

και απεικονίζεται στο Σχήμα 4.2 , μαζί με τη μορφή του πεδίου.



**Σχήμα 4.2:** Μορφή του πεδίου στην παράλληλη ροή γύρω από κύλινδρο. Συντελεστής πίεσης (Τσαγγάρης [15]).

Η παράλληλη ροή γύρω από κυκλικό κύλινδρο που αναπτύχθηκε πριν δεν είναι η μοναδική. Έτσι και η επαλληλία της με σημειακή δίνη αποτελεί και αυτή λύση της παράλληλης ροής γύρω από κύλινδρο, με μιγαδικό δυναμικό:

$$W(z) = U\left(z + \frac{R^2}{z}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \frac{z}{z_0}$$

Επειδή η τιμή της  $\Gamma$  είναι ελεύθερη υπάρχει άπειρος αριθμός παράλληλης, αστρόβιλης ροής γύρω από κύλινδρο. Η μιγαδική ταχύτητα είναι:

$$\overline{u_z} = U\left(1 - \frac{R^2}{z^2}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi z}$$

και επομένως οι συνιστώσες της ταχύτητας σε κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων είναι:

$$u_r = U\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)\cos\varphi$$

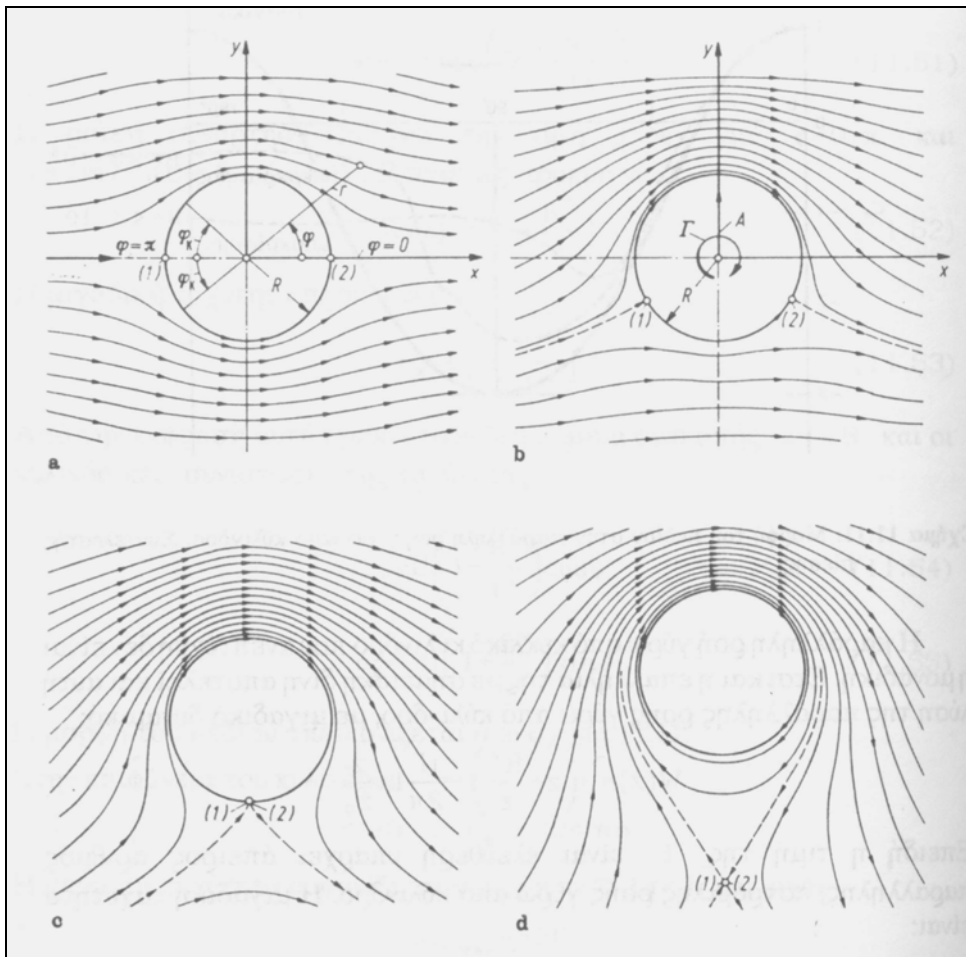
$$u_\varphi = -U\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right)\sin\varphi + \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

και επομένως η δίνη επιδρά μόνο στην  $u_\varphi$ .

Επιζητώντας τα σημεία ανακοπής στην επιφάνεια του κυλίνδρου ( $r = R$ ) προκύπτει, θέτοντας  $u_\varphi = 0$ :

$$\sin\varphi_0 = \frac{\Gamma}{4\pi R U}$$

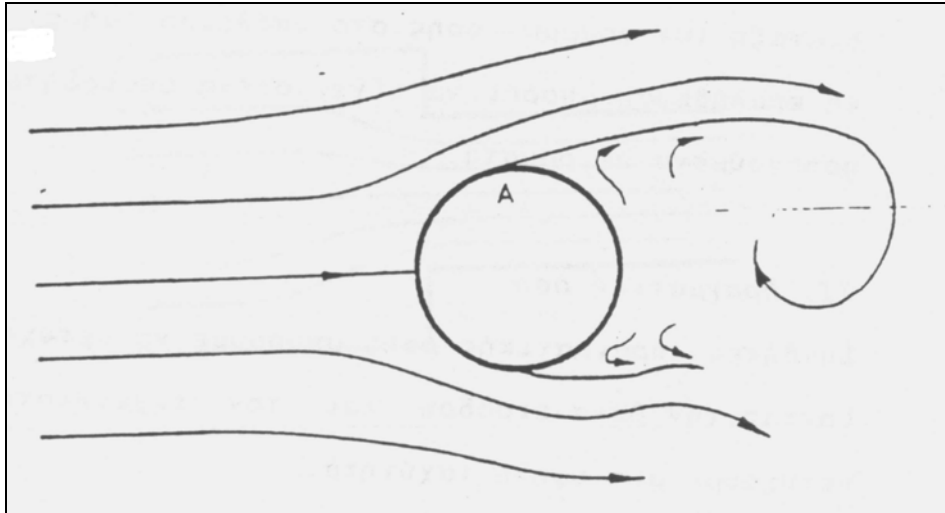
Από την προηγούμενη σχέση προκύπτουν δύο σημεία ανακοπής στην επιφάνεια του κυλίνδρου για  $\Gamma < 4\pi R U$ . Για  $\Gamma = 4\pi R U$  υπάρχει ένα σημείο ανακοπής στην θέση  $\varphi = 3\pi/2$ , ενώ για  $\Gamma > 4\pi R U$  μεταφέρεται το σημείο ανακοπής εκτός κυλίνδρου, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.3.



**Σχήμα 4.3:** Μη μοναδικότητα της παράλληλης ροής γύρω από κύλινδρο. Η σταθερά  $\Gamma$  (κυκλοφορία) πρέπει να καθορισθεί για να είναι η λύση μοναδική (Τσαγγάρης [15]).

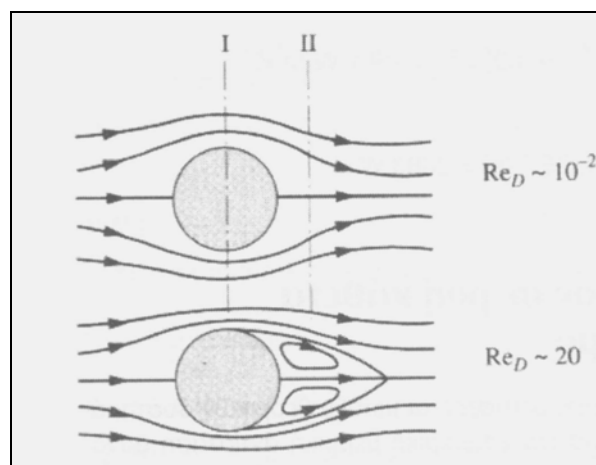
### II.4.3 ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΡΟΗ

Εάν θέλαμε να εξετάσουμε, όμως, την **πραγματική ροή γύρω από ένα μη αεροδυναμικό σώμα**, όπως για παράδειγμα ένα κύλινδρο, θα παρατηρούσαμε ότι οι γραμμές ροής αποχωρίζονται από την επιφάνεια του κυλίνδρου στο σημείο A και παράγουν τυρβώδεις στροβίλους. Η θέση του σημείου A και το σχήμα των στροβίλων εξαρτάται από το μέγεθος του κυλίνδρου και την ταχύτητα του υγρού (Σχήμα 4.4).



Σχήμα 4.4: Πραγματική ροή γύρω από κυκλικό κύλινδρο (Δημητρακόπουλος [5]).

Η ροή διαφοροποιείται περί το κυλινδρικό σώμα ανάλογα με τον αριθμό Reynolds. Η αποκόλληση του οριακού στρώματος καθορίζεται από την πτώση της πίεσης η οποία οφείλεται στο ότι η ταχύτητα του ρευστού στη θέση I είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα στη θέση II, ενώ η πίεση στο σημείο I είναι μικρότερη από ότι στο σημείο II (Σχήμα 4.5). Υπό την επίδραση της μεταβολής της πίεσης, η μετάπτωση του οριακού στρώματος από τη στρωτή στη τυρβώδη μορφή, εμφανίζεται σε διαφορετικά σημεία στην περιφέρεια του κυλίνδρου.



Σχήμα 4.5: Ροή κάθετα προς κυλινδρικό σώμα (Κακάτσιος [10]).

Οπότε, η αποκόλληση είναι βασικό χαρακτηριστικό της ροής γύρω από μη αεροδυναμικά σώματα και μάλιστα, η θέση του σημείου αποκόλλησης καθορίζει την αντίσταση μορφής (πίεσης).

Στη συνέχεια, θα εξεταστεί το πεδίο ροής γύρω από κύλινδρο ευρισκόμενο σε παράλληλη ροή, αναλυτικά. Το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο. Η ροή εξετάζεται σε διάφορους αριθμούς Reynolds από πολύ μικρούς μέχρι πολύ μεγάλους. Όπως θα φανεί από την ανάπτυξη, στο πεδίο ροής παρουσιάζονται ιδιαιτερότητες που οφείλονται σε σύνθετα φαινόμενα αποκόλλησης της ροής συνδυαζόμενα με μη μόνιμες αστάθειες και μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή. **Η δυναμική της ροής γύρω από το κυλινδρικό σώμα εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds.**

Στο Σχήμα 4.6 παρουσιάζεται το πεδίο ροής γύρω από κυκλικό κύλινδρο για διάφορους αριθμούς Reynolds. Η ροή γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής σώματα, όπως είναι ο κύλινδρος, παρουσιάζει μια ποικιλία μορφών, που όπως θα δούμε στη συνέχεια είναι στην πλειονότητα αποκολλημένες ροές.

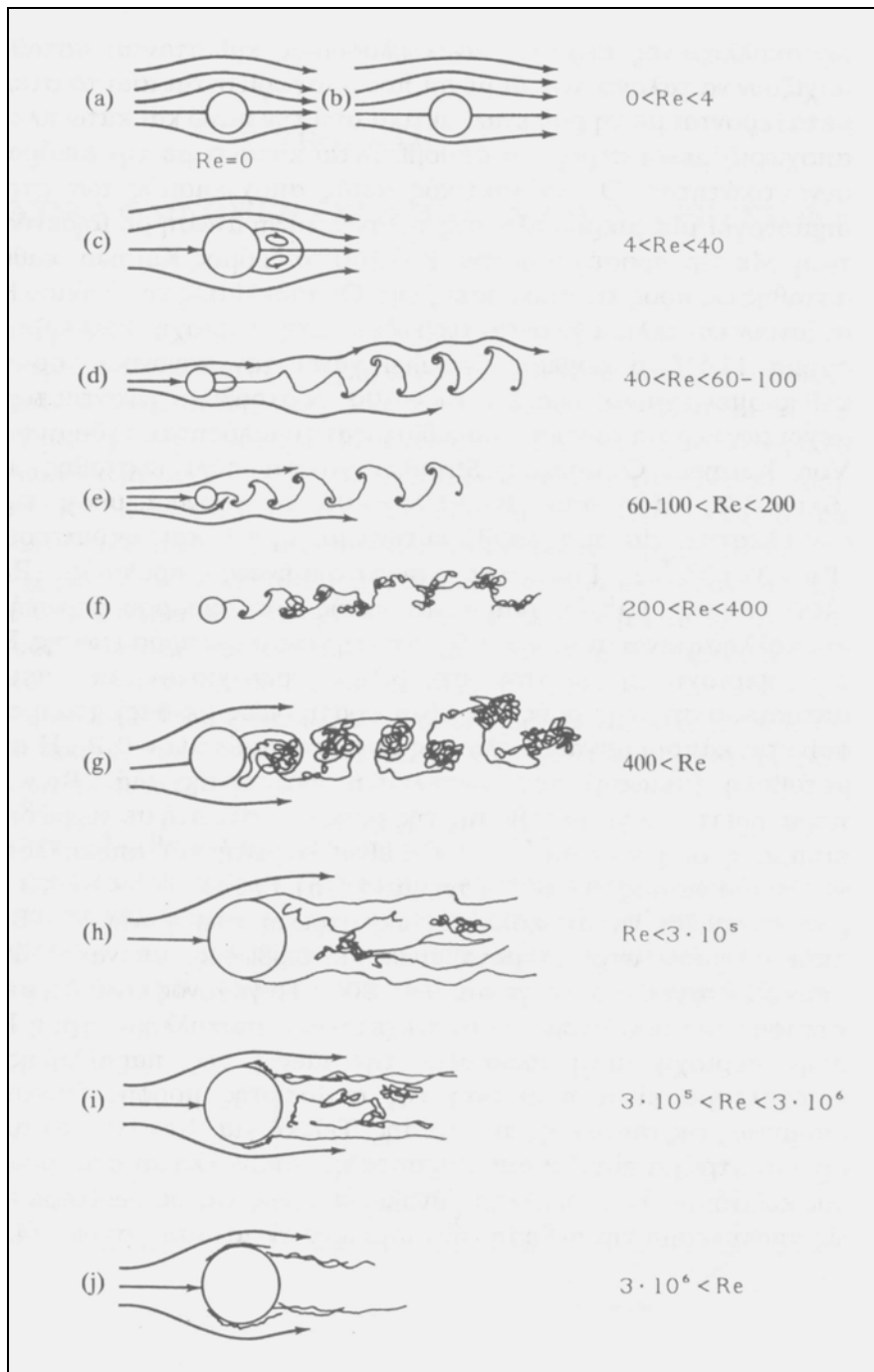
Σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds ( $Re < 4$ ) η ροή εξελίσσεται περίπου συμμετρικά, (περίπτωση b στο Σχήμα 4.6) και ως προς τον κάθετο στη ροή άξονα συμμετρίας και είναι φυσικά τόσο πιο συμμετρική όσο ο αριθμός Reynolds πλησιάζει τη μηδενική τιμή ( $Re = 0$ , περίπτωση a στο Σχήμα 4.6). Ο συντελεστής αντίστασης είναι υψηλός σε αυτούς τους αριθμούς Reynolds. Μεταβολή στη μορφή της ροής συμβαίνει περίπου σε αριθμό Reynolds  $Re = 4$ . Η ροή αποκολλάται σε μία κατάντι θέση του κυλίνδρου και σχηματίζονται δύο μόνιμες, συμμετρικές ανακυκλοφορίες (περίπτωση c στο Σχήμα 4.6). Αυτές οι ανακυκλοφορίες είναι ευσταθείς και παραμένουν προσκολλημένες στο στερεό μέχρι αριθμό Reynolds  $Re = 40$ .

Όταν ο αριθμός Reynolds γίνει μεγαλύτερος από 40 ( $Re > 40$ ), η ροή πίσω από τον κύλινδρο καθίσταται ασταθής. Οι ταλαντώσεις στον ομόρρου αυξάνονται κατά πλάτος και τελικά σχηματίζονται διακριτοί στρόβιλοι, οι οποίοι οδεύουν σε δύο πολύ κανονικούς σχηματισμούς (η άνω σειρά στροβίλων είναι δεξιόστροφη και η κάτω αριστερόστροφη και η έκλυση γίνεται εναλλακτικά) και δομές που είναι γνωστές ως **δρόμος στροβίλων Von Karman**, (περίπτωση d στο Σχήμα 4.6). Η ταχύτητα έκλυσης των στροβίλων είναι μικρότερη από την ταχύτητα της παράλληλης ροής  $U$ . Η ροή παραμένει στρωτή με δύο κλειστές περιοχές ανακυκλοφορίας κοντά στην επιφάνεια του κυλίνδρου. Εάν μετρηθεί η ταλάντωση στον ομόρρου μπορεί να υπολογισθεί η συχνότητα έκλυσης  $f$  στροβίλων της ίδιας φοράς περιστροφής. Συνήθως αυτή η συχνότητα δίνεται σε αδιάστατη μορφή ως αριθμός Strouhal:

$$St = \frac{fd}{U}$$

όπου  $d$  είναι η διάμετρος του κυλίνδρου. Ο αριθμός Strouhal μεταβάλλεται λίγο με τον αριθμό Reynolds της ροής και ισούται με 0,2 ( $St \cong 0,2$ ).

Για αριθμούς Reynolds ( $60 \div 100 < Re < 200$ ) οι δύο προσκολλημένες περιοχές ανακυκλοφορίας καθίστανται ασταθείς και αρχίζουν να ταλαντώνονται μέχρι που αποχωρίζονται από το στερεό και μεταφέρονται με τη ροή εναλλακτικά από την πάνω και κάτω πλευρά (περίπτωση e στο Σχήμα 4.6). Οι αποχωριζόμενοι στρόβιλοι αποσβένονται κατάντι με την επίδραση της συνεκτικότητας. Ο εναλλακτικός αυτός αποχωρισμός των στροβίλων δημιουργεί μια μικρού πλάτους ταλαντούμενη άνωση με μηδενική μέση τιμή. Με την προσέγγιση του  $Re = 200$  ο δρόμος Karman καθίσταται ασταθής ως προς τις αποκλίσεις της. Οι αποκλίσεις του δρόμου Karman αυξάνουν και τελικά γίνονται τυρβώδεις.



**Σχήμα 4.6:** Μορφές ροής γύρω από κύλινδρο για διάφορους αριθμούς Reynolds (Τσαγγάρης [15]).

Στην περιοχή  $200 < Re < 400$  (περίπτωση f στο Σχήμα 4.6), ο αριθμός Strouhal χάνει τον κανονικό του πλήρως καθορισμένο χαρακτήρα. Σε  $Re \cong 400$  οι στρόβιλοι γίνονται τυρβώδεις μέχρι τον πυρήνα τους και αποκαθίσταται η ομαλότητα στη δομή των δινών Von Karman. Ο αριθμός Strouhal γίνεται πάλι ευσταθής με τιμή  $St \cong 0,2$ . Ήδη από  $Re \cong 100 \div 200$  η χρονικά μέση τιμή του συντελεστή αντίστασης λαμβάνει την τιμή  $C_D \cong 1$  και την διατηρεί μέχρι  $Re \cong 3 \cdot 10^5$  (σε αυτήν την περιοχή η αντίσταση οφείλεται κυρίως στην αντίσταση μορφής, ενώ οι συνεκτικές δυνάμεις είναι αμελητέες).



Για τους συγκεκριμένους αριθμούς Reynolds  $400 < Re < 3 \cdot 10^5$  (περίπτωση g στο Σχήμα 4.6) η ροή είναι εκτός του ομόρρου στρωτή και η αποκόλληση είναι σε γωνία  $80^\circ$  από τη γενέτειρα πρόσπτωσης. Σε αυτήν την περιοχή η έκλυση στροβίλων τουλάχιστον σε πειράματα οπτικοποίησης της ροής δεν είναι ορατή όμως με φασματική ανάλυση φαίνεται κάποια μεγάλου πλάτους συχνότητα με  $St \approx 0,2$ . Η απότομη μεταβολή (μείωση) του συντελεστή αντίστασης για  $Re = 3 \cdot 10^5$  παρατηρείται λόγω μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη. Όπως είπαμε η ροή για  $Re = 3 \cdot 10^5$  είναι στρωτή και αποκολλάται στη γενέτειρα γωνίας  $\theta = 80^\circ$  (περίπτωση h στο Σχήμα 4.6).

Για  $3 \cdot 10^5 < Re < 3 \cdot 10^6$  η ροή συνεχίζει να αποκολλάται ως στρωτή στη γωνία  $\theta=80^\circ$ , το αποκολλημένο στρώμα μεταβαίνει σε τυρβώδες, επανακολλάται και αποκολλάται εκ νέου σε γωνία  $\theta = 120^\circ$  (περίπτωση i στο Σχήμα 4.6). Το γεγονός είναι ότι μειώθηκε η επιφάνεια του κυλίνδρου που κατέχεται από αποκολλημένη ροή. Η πίεση στην περιοχή αυτή πλησιάζει την πίεση της παράλληλης ροής. Αποτέλεσμα είναι η μείωση της αντίστασης μορφής (πίεσης) και επομένως της συνολικής αντίστασης. Τελικά για  $Re > 10^6$  το τυρβώδες οριακό στρώμα αρχίζει από μπροστά και αποκολλάται στο πίσω τμήμα του κυλίνδρου. Η αποκόλληση συμβαίνει όμως κάπως νωρίτερα και έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της συνολικής αντίστασης (περίπτωση j στο Σχήμα 4.6).

Στις προηγούμενες αναφορές, θα μπορούσαμε να προσθέσουμε κάποια συμπληρωματικά στοιχεία, τα οποία προέκυψαν από νεώτερες μελέτες. Για  $Re < 6$  η ροή είναι ολικά ευσταθής και διδιάστατη. Για  $6 < Re < 47$  η ροή παραμένει ευσταθής και διδιάστατη, αλλά εμφανίζονται οι δύο ανακυκλοφορίες πίσω από τον κύλινδρο, όπως προαναφέρθηκε, των οποίων το μήκος αυξάνει γραμμικά με τον αριθμό Reynolds. Όταν γίνει  $Re \approx 47$  οι στρόβιλοι στον ομόρροο καθίστανται περιοδικά ταλαντούμενοι, δηλαδή η ροή μετατρέπεται σε ασταθής. Παρόλα αυτά δεν χάνει τον διδιάστατο χαρακτήρα της. Ο κρίσιμος αριθμός 47 έχει προκύψει από εκτενείς υπολογιστικές μεθόδους σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές.

Η ροή παραμένει διδιάστατη μέχρι τον αριθμό  $Re = 188,5$ , ενώ αν αυξηθεί περαιτέρω ο αριθμός Reynolds, τότε η ροή καθίσταται τρισδιάστατη. Επομένως μπορούμε να ορίσουμε τις **κρίσιμες τιμές του αριθμού Reynolds**  $Re_{2-D,cr} = 47$  και  $Re_{3-D,cr} = 188,5$  οι οποίες καθορίζουν το όριο μετάβασης της ροής στον ομόρροο του κυλίνδρου, από διδιάστατη ευσταθή σε διδιάστατη ασταθή και από διδιάστατη ασταθή σε τρισδιάστατη ασταθή, αντίστοιχα.

## II.5 ΡΟΗ - ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΑ ΜΗ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ

### II.5.1 ΓΕΝΙΚΑ

Πολύ μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει η ροή γύρω από ταλαντούμενα μη αεροδυναμικά σώματα και ειδικότερα στην περιοχή του ομόρρου τους. Θα ασχοληθούμε διεξοδικά με το συγκεκριμένο θέμα και θα εξετάσουμε την περίπτωση του ταλαντούμενου κυλίνδρου, που αποτελεί σημείο αναφοράς και για τα υπόλοιπα μη αεροδυναμικά σώματα.

Όταν ένα μη αεροδυναμικό σώμα ταλαντεύεται πλευρικά (εγκάρσια) σε ένα ελεύθερο ρεύμα, μπορεί να συγχρονιστεί η συχνότητα σχηματισμού των στροβιλισμών (δινών), με τη συχνότητα κίνησης του σώματος. Αυτή η θεμελιώδης περιοχή, που στη διεθνή ορολογία καλείται **“lock-in” region**, είναι μόνο μία από μια σειρά περιοχών που παρατηρείται συγχρονισμός και οι οποίες θα αναφερθούν αργότερα. Στη θεμελιώδη περιοχή, αποδεικνύεται ότι η επιτάχυνση του κυλίνδρου οδηγεί στον σχηματισμό τεσσάρων περιοχών στροβιλότητας σε κάθε κύκλο (δηλαδή σε μία πλήρη περίοδο). Κάτω από ένα κρίσιμο μήκος κύματος, σε κάθε μισό κύκλο έχουμε την ένωση ενός ζευγαριού ομόστροφων στροβίλων και την ανάπτυξη του δρόμου στροβίλων Von Karman στον ομόρρο. Εντούτοις, αν ξεπεραστεί αυτό το μήκος κύματος, οι ομόστροφοι στρόβιλοι απομακρύνονται ο ένας από τον άλλο και ζευγαρώνουν ο καθένας με έναν στρόβιλο αντίστροφα στρεφόμενο. Ο ομόρρος, που προκύπτει τότε, αποτελείται από ένα σύνολο ζευγαριών στροβίλων. Η διαδικασία του «ζευγαρώματος» προκαλεί την αιφνίδια και απότομη μετάβαση από τον ένα τύπο ομόρρου στον άλλο, και αυτό εξηγεί την σημαντική αλλαγή που παρατηρείται στον χαρακτήρα των δυνάμεων στον κύλινδρο, καθώς επίσης και την απότομη αλλαγή της φάσης της δύναμης της άνωσης (**φαινόμενο “jump”**) σε σχέση με την μετατόπιση του σώματος. Ακριβώς στο κρίσιμο μήκος κύματος, μόνο δύο περιοχές στροβιλότητας διαμορφώνονται, και οι προκύπτοντες στροβιλισμοί στον ομόρρο είναι πιο συγκεντρωμένοι από ότι σε άλλα μήκη κύματος. Αυτή η ιδιαίτερη περίπτωση ερμηνεύεται με τον όρο **“resonant synchronization”**, και αντιστοιχίζεται με το φαινόμενο της κορύφωσης του μεγέθους των δυνάμεων των σωμάτων, που παρατηρείται σε διάφορες εργασίες, όπως στις εργασίες των Bishop και Hassan.

Το πρόβλημα ενός κυλινδρικού σώματος που ταλαντεύεται πλευρικά (εγκάρσια) σε ένα ελεύθερο ρεύμα (ροή) έχει απασχολήσει πολλούς ερευνητές (π.χ. τις αναθεωρήσεις των Bearman και Sarpkaya). Εάν ένας κύλινδρος τοποθετείται σε μια ροή, τότε δέχεται μια κυμαινόμενη δύναμη άνωσης (εγκάρσια στη ροή), που προκαλείται από τον ασυμμετρικό σχηματισμό των δινών (στροβίλων), οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν στην δόνηση μιας κατασκευής. Ένα από τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά γνωρίσματα της προκληθείσας δόνησης είναι η δυνατότητα της κατασκευής, που ταλαντώνεται με την φυσική της συχνότητα ( $f_n$ ), να συγχρονιστεί με την συχνότητα διάχυσης των δινών. Εάν συμβολίσουμε με ( $f_s$ ) την συχνότητα διάχυσης των δινών ενός μη ταλαντούμενου κυλίνδρου, τότε το σύνολο των λόγων των συχνοτήτων ( $f_n/f_s$ ) όπου είναι πιθανό να έχουμε φαινόμενο “lock-in”, αυξάνει με την αύξηση του εύρους της ταλάντωσης. Ο ομόρρος των ταλαντούμενων σωμάτων έχει άμεση σχέση με την περίπτωση ενός σταθερού σώματος που τοποθετείται κάτω από τα κύματα και σε ρεύματα, όπου η σχετική ταλάντωση του υγρού μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερου εύρους από ότι μελετάται σε συνήθη προβλήματα ταλαντώσεων. Στα περισσότερα πειράματα, αναγκάζοντας ένα κύλινδρο να ταλαντευτεί με μεγάλα εύρη σε ένα ελεύθερο ρεύμα (ροή), μπορούμε να ερευνήσουμε υπό περισσότερο

ελεγχόμενες συνθήκες πώς ένα σώμα επηρεάζει τον ομόρροου του ώστε να προκληθεί το φαινόμενο του συγχρονισμού.

Στην περίπτωση ενός κυλίνδρου που ταλαντεύεται εγκάρσιως σε ένα ελεύθερο ρεύμα, οι σχετικές παράμετροι, εκτός από τον αριθμό Reynolds, είναι το αδιάστατο εύρος ταλάντωσης ( $A$ ) και η συχνότητα  $f_e$  (ή η περίοδος  $T_e$ ). Εντούτοις, αντί των τελευταίων προτιμάται να χρησιμοποιείται το μήκος κύματος ( $\lambda$ ) της αντίστοιχης ημιτονοειδής τροχιάς, με την οποία το σώμα ταξιδεύει σχετικά με το ρευστό. Κατά συνέπεια **οι σχετικές παράμετροι είναι:**

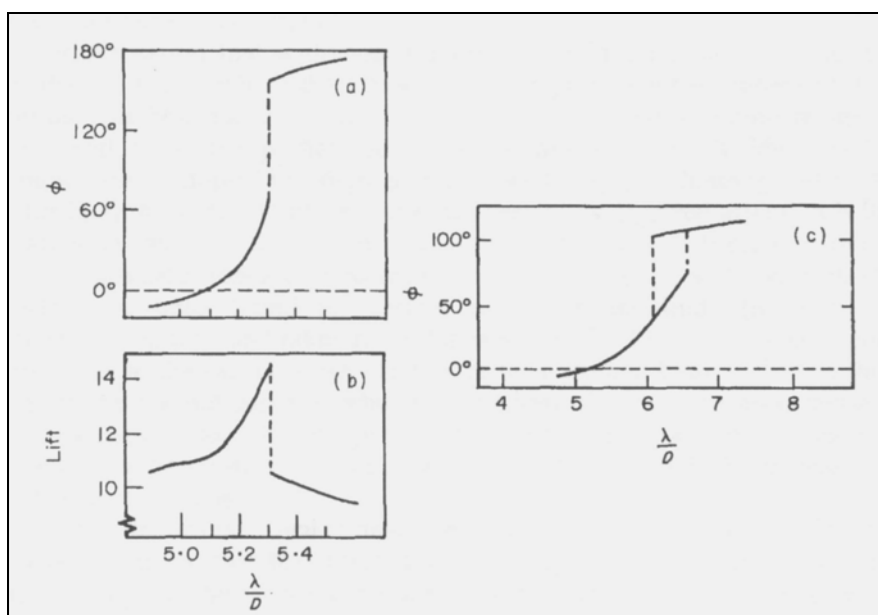
$$\text{Αριθμός Reynolds, } Re = \frac{UD}{\nu}$$

$$\text{Λόγος Εύρους Ταλάντωσης} = \frac{A}{D}$$

$$\text{Λόγος Μήκους Κύματος} = \frac{UT_e}{D} = \frac{\lambda}{D}$$

Όπου  $U$  είναι η ταχύτητα στην  $X$ -κατεύθυνση, και  $T_e$  είναι η περίοδος ταλάντωσης του κυλίνδρου κατά την εγκάρσια  $Y$ -κατεύθυνση.

Σημαντικές διαπιστώσεις για το πώς οι δυνάμεις στο σώμα επηρεάζονται με το να αναγκάσουμε ένα κύλινδρο να ταλαντευτεί, έγιναν από τους Bishop και Hassan. Διαπίστωσαν ότι οι δυνάμεις έφθασαν σε μια κορύφωση (μέγιστο) σε μια συχνότητα διέγερσης ελαφρώς κάτω από την φυσική συχνότητα διάχυσης, όπως συμβαίνει στην απόκριση του απλού ταλαντωτή σε αρμονική διέγερση από δύναμη. Στο σημείο όταν μειώνεται αισθητά η δύναμη της άνωσης (καθώς το μήκος κύματος της τροχιάς αυξάνεται), η φάση ( $\phi$ ) ανάμεσα στην άνωση και στην κίνηση του σώματος επίσης αλλάζει απότομα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.1.



**Σχήμα 5.1:** Μεταβολή της άνωσης και της φάσης της, συναρτήσει του μήκους κύματος.

Οι περιπτώσεις *a* και *b* είναι για κύλινδρο υπό εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Η περίπτωση *c* είναι για ελαστικά-στηριγμένο κύλινδρο (Williamson-Roshko [17]).

Το σύστημα παρουσιάζει την ιδιαιτερότητα (υστέρηση) στο ότι η ακριβής θέση που συμβαίνει το φαινόμενο “jump” στην φάση, εξαρτάται από το εάν το μήκος κύματος αυξάνεται ή μειώνεται, (δηλαδή ανάλογα με την ιστορία της κίνησης). Ο Feng παρατήρησε ένα παρόμοιο «άλμα» στη φάση σε έναν ελαστικά-τοποθετημένο κύλινδρο, στο σημείο όπου το εύρος της απόκρισης και η άνωση αλλάζουν απότομα, και βρήκε πάλι υστέρηση σε μερικά από τα πειράματά του. Η σημασία της φάσης σε αυτά τα προβλήματα βρίσκεται στο γεγονός ότι επηρεάζει έντονα την μεταφορά ενέργειας από το ρευστό στις κινήσεις του σώματος. Αν και διάφοροι ερευνητές είχαν κάποια επιτυχία στη μοντελοποίηση της μη γραμμικής απόκρισης σε δόνηση ενός ελαστικά-τοποθετημένου κυλίνδρου με διαφορετικές εξισώσεις (π.χ., Hartlen, Baines και Currie, Berger), για πλήρη κατανόηση του χαρακτήρα των δυνάμεων και των αποκρίσεων πρέπει να εμπεριέχεται και η γνώση της δυναμικής των δινών που προκαλούν τα προαναφερθέντα φαινόμενα.

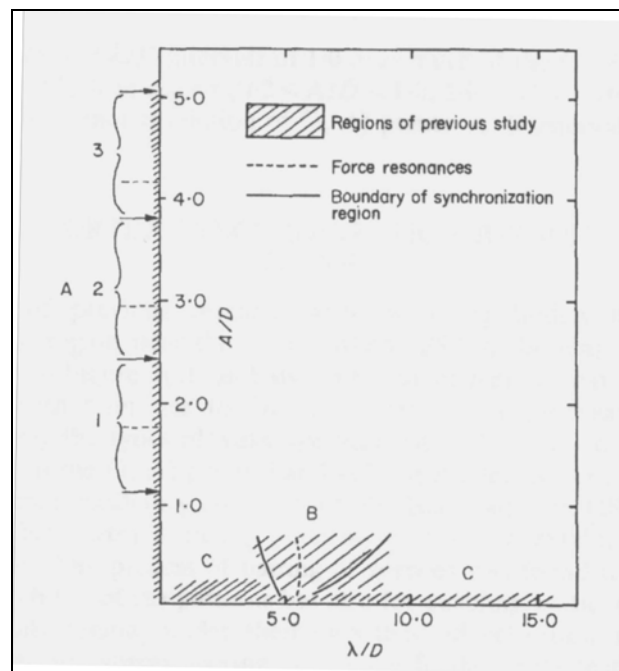
Η εργασία του Zdravkovich, ο οποίος εξέτασε άλλες δημοσιευμένες εργασίες με αποτελέσματα εξαγόμενα με τη μέθοδο της οπτικοποίησης (visualization) καθώς και οι εργασίες των Ongoren και Rockwell, καταδεικνύουν ότι υπάρχει μια αλλαγή στον συγχρονισμό (timing) της διάχυσης των δινών σε κάθε πλευρά του «άλματος» της φάσης. Ο Zdravkovich συμπέρανε ότι σε μικρότερα μήκη κύματος τροχιάς, μια δίνη, που διαμορφωνόταν στη μια πλευρά του κυλίνδρου, διαχεόταν όταν ο κύλινδρος ήταν κοντά στη μέγιστη μετατόπιση στην αντίθετη πλευρά, αλλά το αντίστροφο φάνηκε να εμφανίζεται σε πιο μεγάλα μήκη κύματος. Οι Ongoren και Rockwell παρατήρησαν ένα παρόμοιο αποτέλεσμα, και επίσης κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η «ταλάντευση» του κοντινού ομόρρου, που αυξανόταν ξαφνικά μετά από ένα κρίσιμο μήκος κύματος, μπορούσε πιθανότατα «να συνδυαστεί» με την κορύφωση στη δύναμη της άνωσης. Ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον αποτέλεσμα, από τις μετρήσεις της ταχύτητας, είναι ότι το «άλμα» της φάσης της δύναμης της άνωσης εμφανίζεται για κυκλικές και τριγωνικές διατομές αλλά όχι για τετραγωνική διατομή, που καταδεικνύει τη σημασία της μορφής της διατομής.

Εάν η φάση της δύναμης της άνωσης αλλάξει αισθητά, φαίνεται εμφανές ότι πρέπει να συμβαίνει μία απότομη αλλαγή στο συγχρονισμό (timing) και ενδεχομένως και στον χαρακτήρα του σχηματισμού των δινών. Δηλαδή η δύναμη στο σώμα μπορεί να διαχωριστεί σε έναν δυναμικό ή προστιθέμενο μαζικό όρο, και σε έναν όρο δύναμης δινών, ο οποίος προκύπτει από τον ρυθμό ώθησης των δινών που διαχέονται (σχετική εργασία έχει γίνει από τον Lighthill). Ο δυναμικός όρος αλλάζει συνεχώς εάν το μήκος κύματος της τροχιάς του σώματος ή η περίοδος ταλάντωσης αυξηθεί βαθμιαία, οπότε αναμένεται ότι μια απότομη αλλαγή στη δύναμη στον κύλινδρο, μπορεί μόνο να οφείλεται σε μία απότομη αλλαγή στη δύναμη δινών, δηλαδή, σε μια οξεία αλλαγή στη δυναμική των δινών που διαχέονται. Ένα βασικό ερώτημα που απασχόλησε τους Williamson και Roshko ήταν γιατί ο σχηματισμός των δινών αλλάζει το χαρακτήρα του μέσω του συγχρονισμού, και γιατί αλλάζει ξαφνικά σε ένα κρίσιμο μήκος κύματος, ερωτήματα που θα εξεταστούν αργότερα.

Ο συγχρονισμός, που συζητήθηκε προηγουμένως, εμφανίζεται σε μια περιοχή του επιπέδου ( $\lambda$ ,  $A$ ) μαρκαρισμένη ως  $B$  στο Σχήμα 5.2, για την οποία έχει υπάρξει ένας μεγάλος αριθμός μελετών, που ασχολούνται με αυτόν τον αποκαλούμενο ως **θεμελιώδη συγχρονισμό**.

Έχει υπάρξει επίσης κάποια έρευνα στις περιοχές μαρκαρισμένες ως  $C$  στο Σχήμα 5.2 μέσα στις οποίες έχουν βρεθεί υπέρ-αρμονικοί ή υπό-αρμονικοί (superharmonic ή subharmonic) τρόποι-μοντέλα διάχυσης δινών (π.χ. από τους Ongoren και Rockwell, και Stansby). Μία άλλη περιοχή (ή γραμμή) στο επίπεδο ( $\lambda$ ,  $A$ ), που έχει λάβει προηγουμένως την προσοχή των ερευνητών είναι ο άξονας  $A/D$ , μαρκαρισμένος ως

A, όπου έχουμε να κάνουμε με την περίπτωση «επίπεδης ταλαντούμενης ροής» (δηλαδή, με μηδενική ταχύτητα ελεύθερης ροής). Σε αυτήν την περίπτωση, έχει επισημανθεί να δημιουργούνται επαναλαμβανόμενα σχέδια (μορφές) δινών, με την ιδιαιτερότητα 1, 2 και 3 δίνες να διαχέονται ανά μισό κύκλο για ορισμένες περιοχές του εύρους (που είναι σημειωμένες με τα νούμερα 1, 2, 3, αντίστοιχα στο παραπάνω σχήμα και προέρχονται από σχετική εργασία του Williamson). Οι ανωτέρω περιοχές αποτελούν τις κύριες περιοχές στο  $(\lambda, A)$  επίπεδο που έχουν μελετηθεί διεξοδικά. Οι Williamson και Roshko προσπάθησαν να διαπιστώσουν αν σε κάποιες άλλες περιοχές του  $(\lambda, A)$  επιπέδου συμβαίνει το φαινόμενο του συγχρονισμού των δινών και επίσης, τι συμβαίνει με τα σχέδια (μοντέλα) των δινών στην περιοχή του θεμελιώδους συγχρονισμού (περιοχή B), όταν το εύρος αυξηθεί βαθμιαία πέρα από την γραμμοσκιασμένη περιοχή του Σχήματος 5.2 .

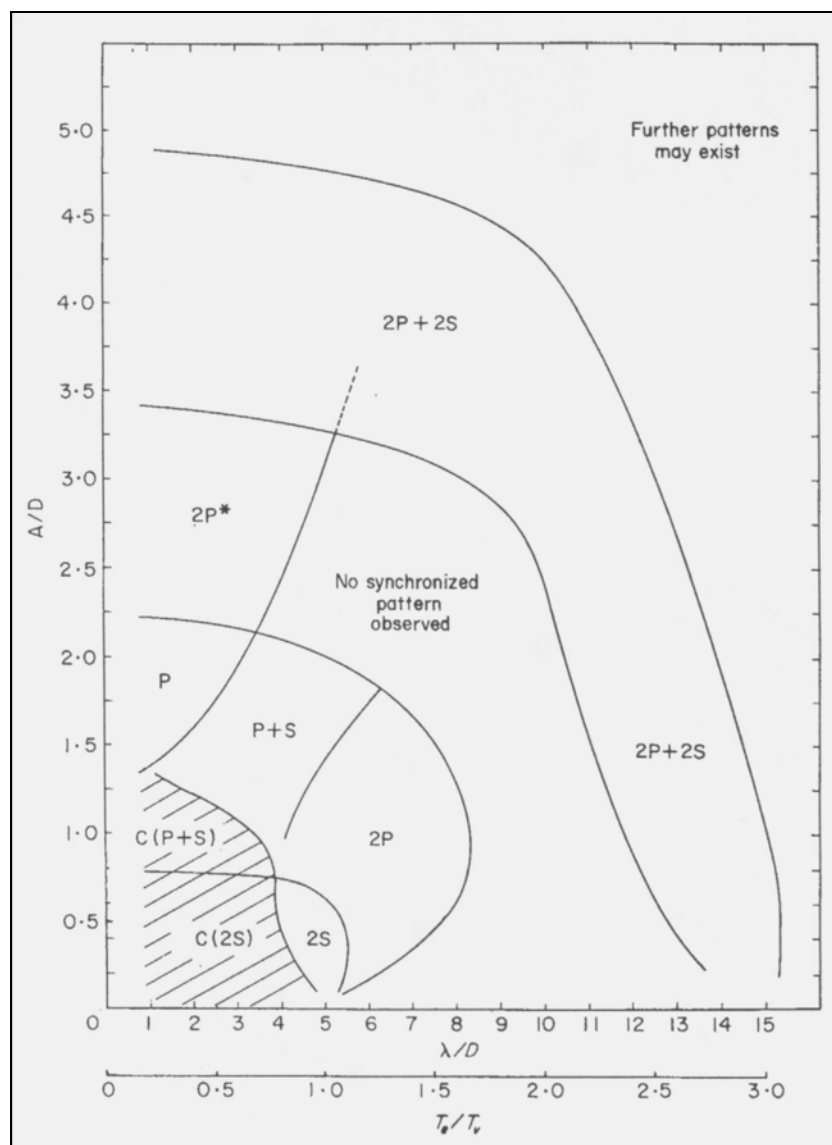


**Σχήμα 5.2:** Περιοχές θεμελιώδους συγχρονισμού (Williamson-Roshko [17]).

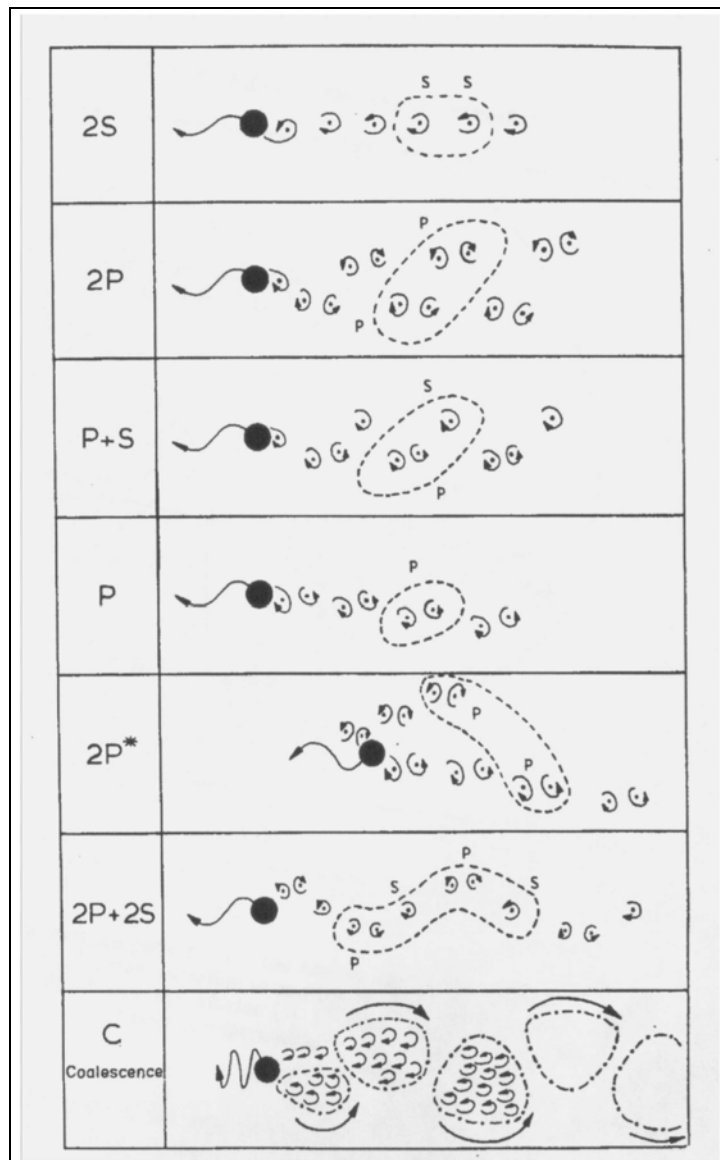
Λόγω των εγκάρσιων ταλαντώσεων, ο κύλινδρος επιταχύνει συνεχώς και επιβραδύνει κατά μήκος της τροχιάς του, μέσα στο ρευστό. Στην περιοχή του θεμελιώδους συγχρονισμού, διαπιστώνουμε ότι η δυναμική των δινών πολύ κοντά πίσω από το σώμα, επηρεάζεται από αυτή τη μεταβαλλόμενη επιτάχυνση, και παρατηρούμε μια αιφνίδια μεταστροφή, από τον έναν τρόπο σχηματισμού των δινών σε έναν άλλο εμφανώς διαφορετικό τρόπο, πέρα από ένα κρίσιμο όριο στο επίπεδο μήκους κύματος-εύρους. Οι δίνες στον ομόρροο δεν είναι απλά το αποτέλεσμα από τη διάχυση μιας δίνης ανά μισό κύκλο, όπως θα υποθέταμε, αλλά το αποτέλεσμα από τη διάχυση τεσσάρων χωριστών δινών ανά κύκλο. Κάτω από το κρίσιμο μέγεθος τροχιάς, ένα ζευγάρι ομόστροφων δινών συγχωνεύεται ανά μισό κύκλο, ενώ επάνω από την κρίσιμη συνθήκη, οι τέσσερις δίνες από τον κάθε κύκλο «οργανώνονται» σε δύο ζευγάρια δινών, που απομακρύνονται από την κεντρική γραμμή του ομόρροου.

## II.5.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΕΡΙΟΧΩΝ ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΥ

Η κύρια ενασχόληση των περισσότερων μελετών σχετικά με τα ταλαντούμενα μη αεροδυναμικά σώματα, όπως προείπαμε, ήταν η θεμελιώδης περιοχή που έχουμε το φαινόμενο “lock-in”, η οποία βρίσκεται κοντά στην περιοχή χαρακτηρισμένη ως «2S» στο χάρτη των περιοχών του επιπέδου ( $\lambda$ , A) που παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.3α. Στο σχήμα υπάρχει επίσης ο άξονας αναφοράς  $T_e/T_s$  όπου  $T_s$  είναι η περίοδος διάχυσης των δινών σε έναν μη ταλαντούμενο κύλινδρο. Η τιμή για το  $T_s$  προέρχεται θεωρώντας ότι ο αριθμός Strouhal  $S = D/U T_s = 0,20$  για όλους τους αριθμούς Reynolds που μελετώνται. Η παράμετρος ( $T_e/T_s$ ) συνδέεται με την παράμετρο  $\lambda/D$  μέσω της έκφρασης ( $T_e/T_s$ ) =  $S(\lambda/D)$ , έτσι ώστε κοντά στην περιοχή που έχουμε “lock-in” έχουμε  $T_e \approx T_s$ , οπότε  $\lambda/D \approx 5$ , δηλαδή ο κύλινδρος ταξιδεύει κατά προσέγγιση 5 διαμέτρους σε κάθε κύκλο διάχυσης (και διαχέονται δύο αντίστροφες δίνες).



Σχήμα 5.3α: Χάρτης περιοχών συγχρονισμού των δινών (Williamson-Roshko [17]).



**Σχήμα 5.3β:** Μορφές-σχηματισμοί των δινών που συναντώνται στον χάρτη περιοχών συγχρονισμού του Σχήματος 5.3α (Williamson-Roshko [17]).

Στην περίπτωση της επίπεδης ταλαντούμενης ροής μετά από ένα σώμα, οι Bearman και Williamson παρατήρησαν επαναλαμβανόμενα σχέδια (μορφές) δινών που διαχέονται στον ομόρρο, με το καθένα να εμφανίζεται μέσα σε μια ορισμένη ακτίνα από εύρη. Η διαδικασία της ένωσης (ζευγάρωμα) των δινών βρέθηκε ότι είναι θεμελιώδης, όχι μόνο για την επανάληψη των σχεδίων αλλά και γιατί επιτρέπει στις δίνες να απομακρύνονται (από την τοπική περιοχή του σώματος) με τις δικές τους επαγόμενες ταχύτητές. Σε αρκετά από τα παρόντα σχέδια δινών, η ένωση δινών είναι πάλι ένα θεμελιώδες χαρακτηριστικό γνώρισμα της δυναμικής του ομόρρου, όπως μπορεί να δειχθεί διαγραμματικά στους τύπους των σχεδίων που παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.3β.

Τα διαγράμματα των σχεδίων στο Σχήμα 5.3β αναφέρονται στους τύπους ομόρρου που βρίσκονται στις περιοχές του  $(\lambda, A)$  επιπέδου, και καθορίστηκαν με βάση τους συνδυασμούς του P, που σημαίνει Ζευγάρι Δινών (Vortex Pair), και S που σημαίνει μια Μονή Δίνη (Single Vortex) π.χ., P + S σημαίνει ένα σχέδιο όπου σε κάθε κύκλο ένα ζευγάρι δινών και μια μονή δίνη διαχέονται. Στο Σχήμα 5.3β οι

γραμμές με τις παύλες εσωκλείουν εκείνες τις δίνες που διαμορφώνονται σε έναν πλήρη κύκλο.

**Τα σημαντικότερα σχέδια δινών κοντά στη θεμελιώδη περιοχή του “lock-in” είναι 2S, 2P και P + S.** Ο προσδιορισμός 2S σημαίνει ότι σε κάθε μισό κύκλο μια δίνη τροφοδοτείται προς τον ομόρρου, όπως δηλαδή γίνεται η φυσική διάχυση δινών (στροβίλων) Von Karman, ο προσδιορισμός 2P σημαίνει τον σχηματισμό δύο ζευγαριών δινών σε κάθε κύκλο και ο προσδιορισμός P + S είναι η ασυμμετρική έκδοση του 2P τρόπου διάχυσης, όπου ο κύλινδρος διαχέει ένα ζευγάρι και μια μονή δίνη σε κάθε κύκλο. **Άλλα σχέδια χαρακτηρίζονται ως C(2S) και C(P+S),** που σημαίνει ότι κοντά στον κύλινδρο έχουμε τους 2S ή P+S τρόπους, αλλά οι μικρότερες δίνες συγχωνεύονται είτε αμέσως πίσω από το σώμα είτε περίπου μέσα σε 15 διαμέτρους και δημιουργούν έτσι μεγαλύτερης κλίμακας δομές.

**Οι μορφές που χαρακτηρίζονται ως P και 2P\*** αναφέρονται σε σχέδια δινών, παρόμοια με εκείνα που αναφέρονται ως «μονό ζευγάρι» (“single pair”) και «διπλό ζευγάρι» (“double pair”) από τον Williamson. Ο τρόπος P είναι ένας τύπος ομόρρου που αποτελείται από ένα σύνολο από ζευγάρια δινών που κινούνται πάνω ή κάτω από την κεντρική γραμμή αλλά πάντοτε σε μια μόνο πλευρά (το αν θα κινηθούν πάνω ή κάτω από την κεντρική γραμμή εξαρτάται από την ιστορία της ροής) και μοιάζει περισσότερο με ροή τύπου τζετ παρά με ομόρρου. Ο τρόπος 2P\* είναι παρόμοιος με τον τρόπο 2P εκτός από το ότι τα ζευγάρια των δινών σε έναν από τους μισούς κύκλους απομακρύνονται από την μπροστινή πλευρά του σώματος.

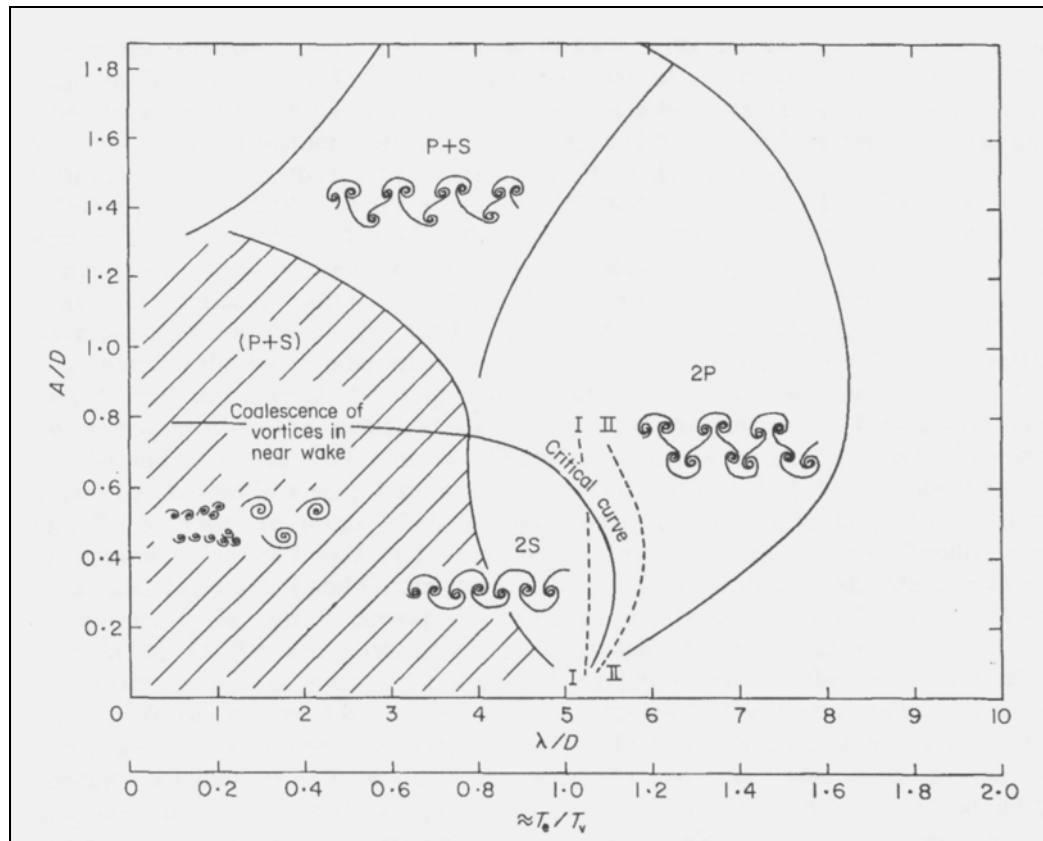
Τέλος, **ένα σχέδιο δινών αποκαλούμενο 2P + 2S** περιλαμβάνει δύο ζευγάρια δινών που σχηματίζονται στην άνω και στην κάτω πλευρά της τροχιάς του σώματος όπως συμβαίνει και στην 2P μορφή, αλλά με τη διαφορά ότι έχουμε την παρεμβολή μονής δίνης ανάμεσα σε δύο ζευγάρια δινών. Το γεγονός ότι η μορφή 2P+2S συναντάται όταν  $T_e/T_s \approx 3$  (δηλαδή όταν έχουμε μία 1/3-υποαρμονική), χωρίς καμία παρόμοια μορφή να συναντάται όταν  $T_e/T_s \approx 2$  (δηλαδή όταν έχουμε μία 1/2-υποαρμονική), θα εξεταστεί πιο κάτω. Η «κενή» περιοχή στο επίπεδο ( $\lambda$ , A) μεταξύ των περιοχών των 2P και 2P + 2S μορφών, αντιπροσωπεύει εκείνες τις συνθήκες, όπου κανένας περιοδικός τρόπος συγχρονισμού στον σχηματισμό των δινών δεν παρατηρήθηκε.

Μεγάλη προσοχή λήφθηκε από τους Williamson και Roshko στην κατασκευή της λεγόμενης «**κρίσιμης καμπύλης**», που φαίνεται στο Σχήμα 5.4, όπου παρουσιάζεται η θεμελιώδης περιοχή που έχουμε “lock-in” με πολύ μεγάλη λεπτομέρεια. Είναι ευδιάκριτο ότι οι καμπύλες δεν φθάνουν στον άξονα  $\lambda$ , δεδομένου ότι υπάρχει ένα κατώτατο όριο εύρους που είναι απαραίτητο πριν να συμβεί το “lock-in”, αν και η ακριβής τιμή του δεν προσδιορίστηκε στην εργασία των Williamson και Roshko. (Ο Koopmann αναφέρει ότι έχουμε “lock-in” για  $A/D > 0,05$ ). Το όριο μεταξύ των μορφών P+S και 2P όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα είναι κατά προσέγγιση σωστό για  $300 < Re < 1000$ , αλλά για  $Re < 300$  εμφανίστηκε η μορφή P+S αντί της μορφής 2P, σε όλη εκείνη την περιοχή επίσης. Ο λόγος για τον οποίο, η μορφή P + S εμφανίζεται αντί της μορφής 2P σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds, δεν είναι ακόμα καθορισμένος.

Οι σχετικές παράμετροι του προβλήματος είναι, όπως καθορίστηκαν νωρίτερα, ο λόγος του εύρους ταλάντωσης, ο λόγος μήκους κύματος και ο αριθμός Reynolds ορισμένος με την ταχύτητα U της ροής. Ιδανικά κάποιος θα ήθελε να ερευνήσει τη σχέση μεταξύ των παραμέτρων  $\lambda$  και A, κρατώντας τον αριθμό Reynolds σταθερό, και επαναλαμβάνοντας τα πειράματα για διαφορετικούς αριθμούς Reynolds. Εντούτοις, στην σειρά πειραμάτων των Williamson και Roshko, κρίθηκε περισσότερο πρακτικό να κρατηθεί ο αριθμός Reynolds μέσα στο όριο  $300 < Re < 1000$ . Για ένα μη ταλαντούμενο σώμα, μέσα σε αυτά τα όρια του αριθμού Reynolds, ο αριθμός



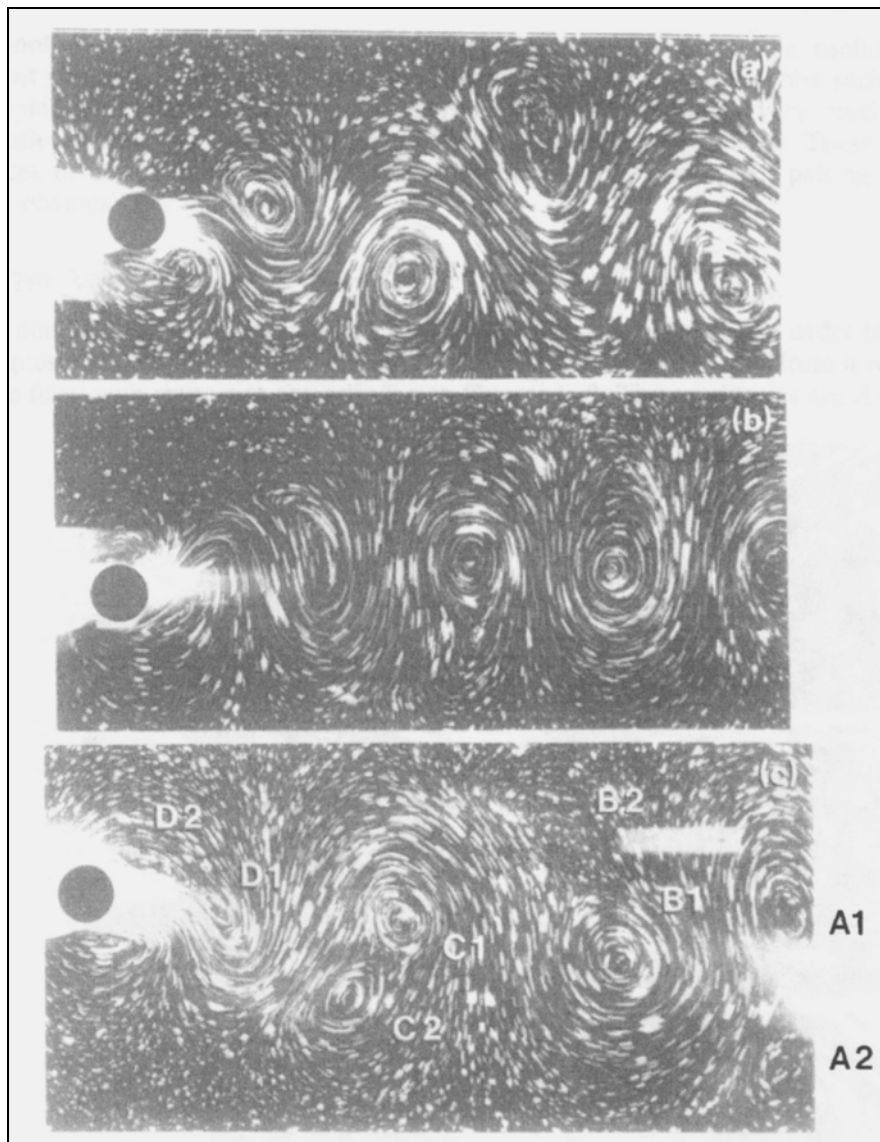
Strouhal  $S = f_s D/U$  για τη διάχυση των δινών παραμένει σχεδόν σταθερός, όπως επίσης παραμένει σχεδόν σταθερός και για αριθμούς Reynolds έως περίπου  $Re \approx 10.000$ . Εάν κάνουμε τον ισχυρισμό ότι η δυναμική των δινών στον κοντινό ομόρρου είναι βασικά μη συνεκτική σε όλο αυτό το σύνολο των αριθμών  $Re$ , τότε μπορούμε να αναμείνουμε τη διαδικασία του σχηματισμού των δινών (για την περίπτωση του ταλαντούμενου σώματος) να είναι παρόμοια, για όλες τις τιμές του επιπέδου ( $\lambda, A$ ) και για όλους τους αριθμούς Reynolds μέσα στο όριο  $300 < Re < 1000$ .



**Σχήμα 5.4:** Χάρτης των μορφών συγχρονισμού των δινών κοντά στη θεμελιώδη περιοχή του φαινομένου “lock-in”. Η κρίσιμη καμπύλη υποδηλώνει τη μετάβαση από τη μία μορφή σχηματισμού των δινών σε μια άλλη. Οι καμπύλες I και II υποδηλώνουν πού συμβαίνει το «άλμα» στις δυνάμεις ενώ το μήκος κύματος ελαττώνεται ή αυξάνεται αντίστοιχα (Williamson-Roshko [17]).

Μορφές ομόρρου παρόμοιες με τις μορφές P+S και 2P έχουν βρεθεί πρόσφατα σε έναν αριθμό από διαφορετικές ροές, αλλά όλες τους είχαν σχέση με ταλαντούμενο σώμα ή με ταλαντούμενο κομμάτι της ροής γύρω από σώμα. Ο Kooshesfahani παρατήρησε τις μορφές P+S και 2P σε μια αεροτομή, αλλά ανακάλυψε ότι η μορφή P+S εμφανιζόταν μόνο όταν η μορφή των κυμάτων της ταλάντωσης ήταν μη συμμετρική. Οι Griffin και Ramberg και οι Ongoren και Rockwell παρατήρησαν τους δύο τρόπους (μορφές) όταν ένας κύλινδρος ταλαντευόταν κατά το διάμηκες σε μια ροή, με μια περίοδο κατά προσέγγιση ίση με τη μισή φυσική περίοδο διάχυσης δινών, αλλά οι Ongoren και Rockwell δεν βρήκαν παρόμοιους τρόπους (μορφές) όταν η ταλάντωση γινόταν εγκάρσια στη ροή, όπως βρήκαν οι Williamson και Roshko.

### II.5.3 ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΙΝΩΝ ΣΤΗ ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΟΥ ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΥ



**Σχήμα 5.5:** Οι δίνες που αναπτύσσονται πίσω από ταλαντούμενο κύλινδρο για τρία μήκη κύματος:  $\lambda/D = 3,75$  ,  $\lambda/D = 5,0$  ,  $\lambda/D = 6,5$  (Williamson-Roshko [17]).

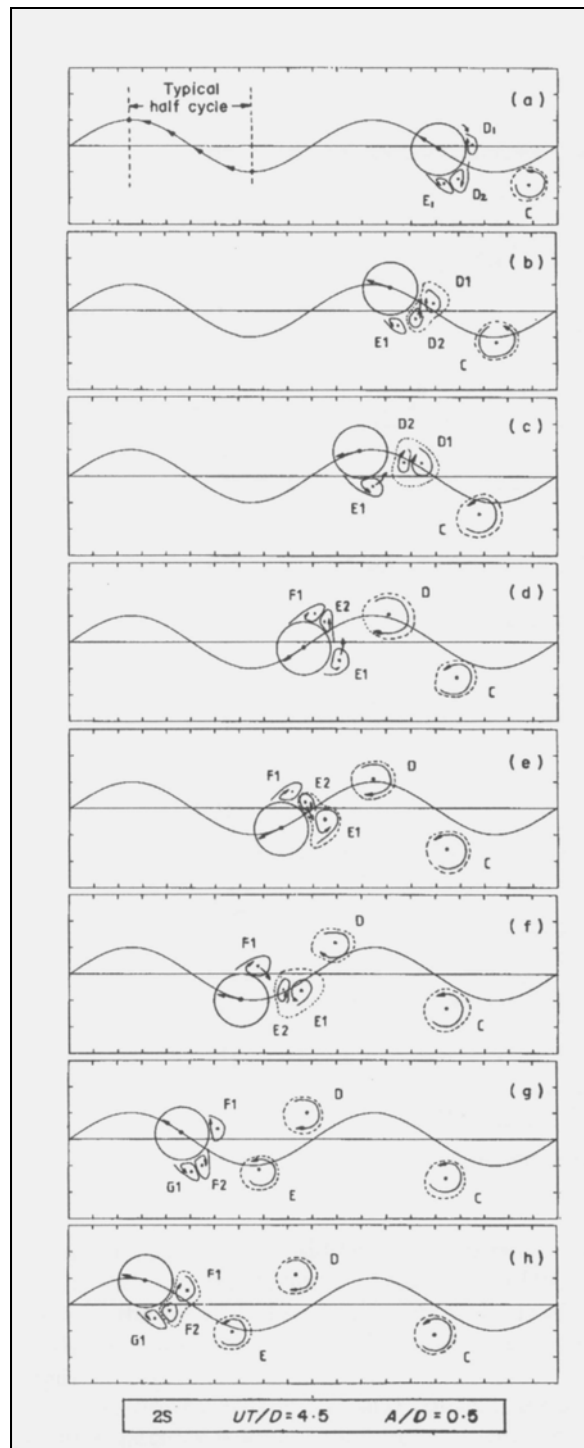
Κατόπιν, θα αναπτυχθεί το θέμα του σχηματισμού δινών στη θεμελιώδη περιοχή του συγχρονισμού. Τα αποτελέσματα βασίζονται σε παρατηρήσεις που έγιναν πάνω στη ροή, στην περιοχή που έχουμε το φαινόμενο “lock-in”. Οι καμπύλες I και II του Σχήματος 5.4 , οι οποίες υποδηλώνουν τις περιοχές που οι Bishop και Hassan ανακάλυψαν μια απότομη αλλαγή στον χαρακτήρα των δυνάμεων πάνω στο σώμα, συνδέονται στην εργασία των Williamson και Roshko με μια απότομη μετάβαση από τη μορφή σχηματισμού δινών 2S , στη μορφή 2P . Και στις δύο μορφές, ο σχηματισμός των δινών γίνεται ελάχιστα διαφορετικά από την περίπτωση του σχηματισμού των μονών δινών, που διαμορφώνονται και διαχέονται ανά μισό κύκλο. Το γεγονός ότι το σώμα επιταχύνεται στο πρώτο μισό του κάθε μισού κύκλου, έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία τεσσάρων περιοχών στροβιλότητας ανά κύκλο. Κάτω από ένα κρίσιμο μέγεθος τροχιάς, δύο ομόστροφες δίνες συγχωνεύονται σε κάθε μισό κύκλο και δημιουργείται ο τύπος ομόρρου Karman Street ή 2S τύπος. Πάνω από το

κρίσιμο μέγεθος αυτό, η συγχώνευση των δινών δεν εμφανίζεται, και οι τέσσερις περιοχές στροβιλότητας οδηγούν στην εμφάνιση της μορφής 2P .

Μια άμεση άποψη, για το πώς ο σχηματισμός των δινών αλλάζει καθώς αυξάνεται το μήκος κύματος  $\lambda$  της τροχιάς, παίρνουμε για ένα μικρό εύρος  $A/D = 0,3$  στο Σχήμα 5.5 . Οι τιμές του  $\lambda/D$  είναι τέτοιες ώστε ο σχηματισμός των δινών να είναι περιοδικός και να διαμορφώνονται οι συγχρονισμένες μορφές 2S και 2P (περιπτώσεις b και c στο Σχήμα 5.5 αντίστοιχα). Στην περίπτωση a στο Σχήμα 5.5 , η τιμή του  $\lambda/D$  είναι ακριβώς κάτω από αυτήν για την οποία ο συγχρονισμός 2S εμφανίζεται, αν και η εμφάνιση και η γενική διαμόρφωση των δινών στην περιοχή του ομόρρου (που βρίσκεται κοντά στο σώμα μέσα στη 2S περιοχή) παραμένουν παρόμοιες με την περίπτωση a , για χαμηλές τιμές του  $\lambda/D$  . Υπάρχουν δύο σαφείς επιδράσεις στον ομόρρου τύπου 2S καθώς αυξάνει το μήκος κύματος  $\lambda$  , κάτι που μπορεί να παρατηρηθεί αν συγκριθούν οι περιπτώσεις a και b στο παραπάνω σχήμα. Με την αύξηση του επιβληθέντος μήκους κύματος  $\lambda$  , η πλευρική απόσταση μεταξύ των στροβίλων στον ομόρρου μειώνεται, και επίσης το μήκος κύματος του ομόρρου (ή η διαμήκης απόσταση μεταξύ των στροβίλων) αυξάνεται. Εντούτοις, η αλλαγή στη μορφή σχηματισμού των δινών, μεταξύ των περιπτώσεων b και c του παραπάνω σχήματος, είναι πιο δραματική. Δηλαδή υπάρχει μια αλλαγή στη μορφή σχηματισμού των δινών μεταξύ της περίπτωσης b , στην οποία το επιβληθέν μήκος κύματος είναι «υπό-κρίσιμο» και της περίπτωσης c , στην οποία το επιβληθέν μήκος κύματος είναι «υπέρ-κρίσιμο». Παραδείγματος χάριν, οι αντίθετες προς την φορά των δεικτών του ρολογιού δίνες A1 και A2 της περίπτωσης c διαχύθηκαν σε έναν μισό κύκλο, ακολούθησε στον επόμενο μισό κύκλο η διάχυση των δεξιόστροφων δινών B1 και B2, έπειτα είχαμε τη διάχυση των αντιθέτων προς την φορά των δεικτών του ρολογιού δινών C1 και C2, και τελικά, στον τελευταίο στο σχήμα μισό κύκλο, διαχύθηκαν οι δεξιόστροφες δίνες D1 και D2 .(Πρέπει να τονιστεί ότι, οι αναφερόμενοι όροι «**υπό-κρίσιμο**» και «**υπέρ-κρίσιμο**» μήκος κύματος δεν έχουν καμία σχέση με τις παρεμφερείς ονομασίες, που δίνουμε στους αριθμούς Reynolds για τους οποίους το οριακό στρώμα γίνεται τυρβώδες). Αυτά τα ζευγάρια των δινών στον 2P τρόπο είναι εμφανή στην περίπτωση c .

Στη συνέχεια θα μας απασχολήσει το πώς επηρεάζει η δυναμική των δινών τη μορφή του ομόρρου. Αυτό που ενδιαφέρει πρωτίστως, είναι γιατί αλλάζει μορφές ο ομόρρους στην περιοχή που έχουμε “lock-in”. Τα Σχήματα 5.6 , 5.7 και 5.8 παρμένα από την σχετική εργασία των Williamson και Roshko είναι αρκετά βοηθητικά. Τα σχήματα αυτά έγιναν με  $A/D = 0,4$  ή  $A/D = 0,5$  ,  $\lambda/D = 4,5$  (χαμηλό  $\lambda$  αλλά συγχρονισμένο) ή  $\lambda/D = 5,0$  (μόλις υπό-κρίσιμο  $\lambda$ ) ή  $\lambda/D = 5,5$  (υπέρ-κρίσιμο  $\lambda$ ). Αυτό που μπορεί να δει κανείς με μια ματιά μέσα από τα σχήματα αυτά είναι το γεγονός ότι τέσσερις δίνες διαμορφώνονται σε κάθε κύκλο, παρά δύο όπως έχει υποθεθεί σε άλλες μελέτες. Αυτό το χαρακτηριστικό γνώρισμα είναι θεμελιώδες για το φαινόμενο “jump”.

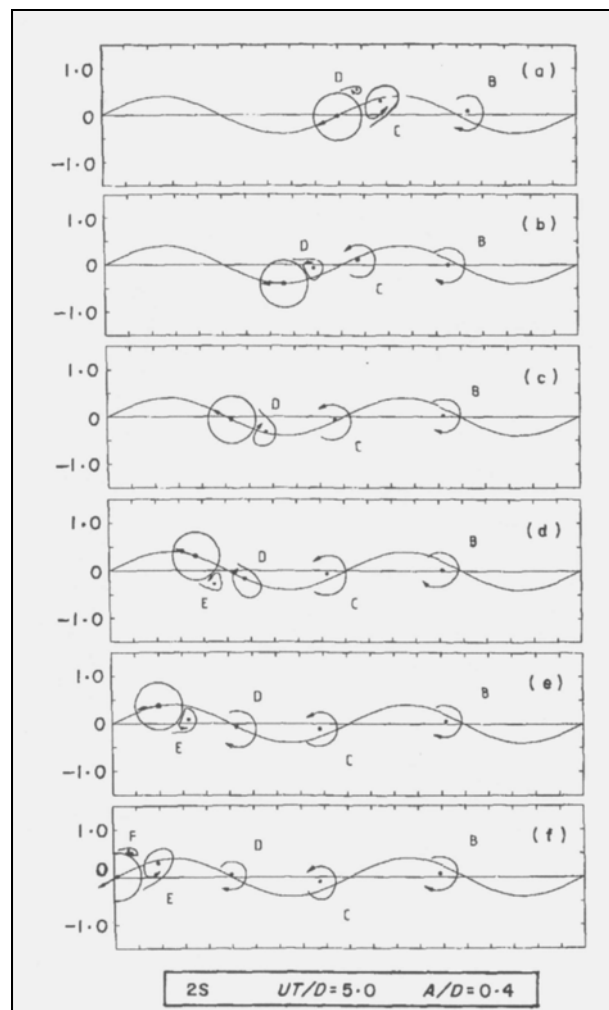
Το κλειδί για την κατανόηση της ροής, είναι το πώς η δυναμική μιας συγκεκριμένης δίνης επηρεάζεται από μια αύξηση στο μήκος κύματος της τροχιάς του σώματος. Παρατηρούμε διαδοχικά τις δίνες  $E_1$ , D και  $D_1$  στα σχήματα , καθώς όλες αυτές είναι δίνες που αρχίζουν την ανάπτυξη τους σε έναν μισό κύκλο, και διαχέονται στον επόμενο μισό κύκλο. Η επιλογή των δινών αυτών δεν ήταν τυχαία, καθώς είναι δίνες πλήρως συγκρίσιμες, και έτσι, μπορούν να δειχθούν καλύτερα οι βασικές αλλαγές, που παρατηρούνται στη μορφή του ομόρρου με την αύξηση του μήκους κύματος.



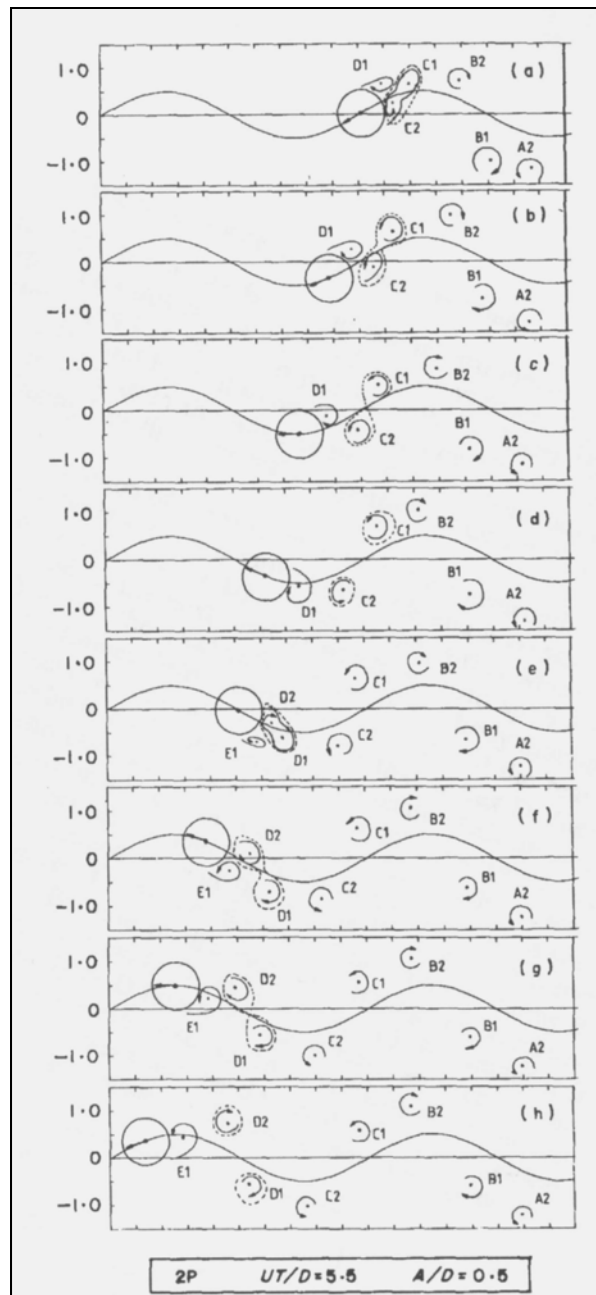
**Σχήμα 5.6:** Μορφή “2S” για  $\lambda/D = 4,5$  και  $A/D = 0,5$  (Williamson-Roshko [17]).

Σε χαμηλό  $\lambda/D = 4,5$  ( $T_e/T_s = 0,93$ ), ακολουθούμε την κίνηση της δίνης  $E_1$ , η οποία κυλά προς τα πάνω στον ομόρρου καθώς ο κύλινδρος κινείται προς τα πάνω (χρονική στιγμή a), και στη συνέχεια κινείται γύρω από τον κύλινδρο στρεφόμενη με φορά αντίθετη προς την φορά των δεικτών του ρολογιού (χρονικές στιγμές b και c). Δεδομένου ότι ο κύλινδρος επιταχύνει προς τα κάτω, μεταξύ των χρονικών στιγμών c και d σχηματίζεται ένα ζευγάρι δινών, οι  $F_1$  και  $E_2$ , ενώ η δίνη  $E_1$  εξακολουθεί να κινείται γύρω από το σώμα. Όταν ο κύλινδρος φθάνει στο κατώτατο σημείο της τροχιάς του (χρονικές στιγμές e και f), η δίνη  $E_1$  «προσελκύει» την ομόστροφη με αυτήν δίνη  $E_2$  και η συγχώνευση τους προκαλεί τη διάχυση της μίας περιοχής

στροβιλότητας. Κατόπιν η δίνη  $F_1$  ακολουθεί μια παρόμοια διαδικασία με τη δίνη  $E_1$  και ούτω καθεξής. Ο ομόρρους είναι επομένως της μορφής 2S, με κάθε περιοχή της στροβιλότητας να είναι αποτέλεσμα της συγχώνευσης δύο ομόστροφων δινών. Η συγχωνευμένη δίνη  $E_1 + E_2$  (ή απλά  $E$ ) διαχέεται τη χρονική στιγμή  $t$ , κατά προσέγγιση, όταν ο κύλινδρος φθάσει στο τέλος ενός μισού κύκλου, γεγονός το οποίο εξηγεί την σημαντική πλευρική απόσταση μεταξύ των δινών στον τύπο ομόρρου Karman Street. Ως αποτέλεσμα, έχουμε την εμφάνιση μιας μεγαλύτερης ταχύτητας στον κοντινό ομόρρου, από την ταχύτητα που θα εμφανιζόταν για μικρότερη πλευρική απόσταση, δηλαδή για μεγαλύτερα  $\lambda$ , και η διαπίστωση αυτή είναι σύμφωνη και με τα πειράματα του Koopmann. Μπορεί εύκολα να επαληθευτεί η παραπάνω διαπίστωση με τον υπολογισμό της ταχύτητας σε ένα σημείο του κοντινού ομόρρου, που ως γνωστόν δίνεται από τη σχέση  $U_v = \Gamma (\tanh \pi b/a) / 2a$  όπου  $b$  είναι η πλευρική απόσταση μεταξύ των δινών,  $a$  είναι η διαμήκης απόσταση και  $\Gamma$  είναι η δύναμη δινών.



Σχήμα 5.7: Μορφή "2S" για  $\lambda/D = 5,0$  και  $A/D = 0,4$  (Williamson-Roshko [17]).

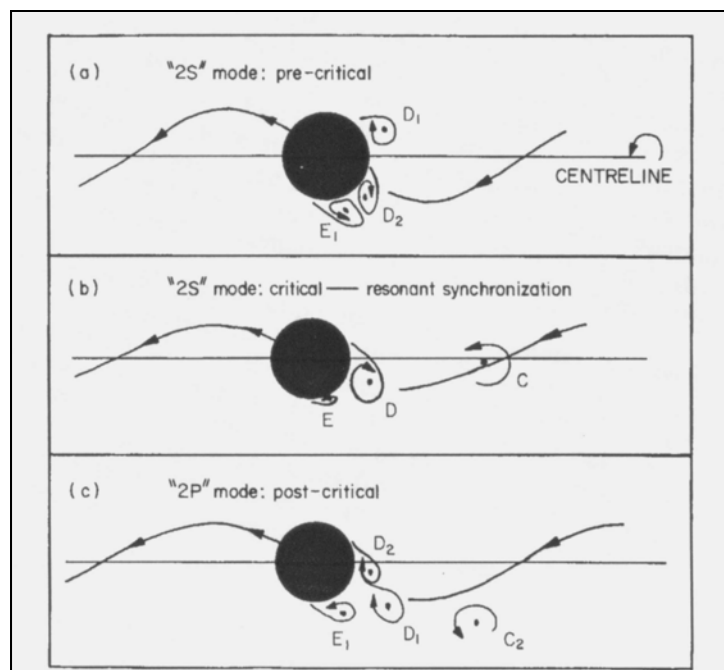


Σχήμα 5.8: Μορφή “2P” για  $\lambda/D = 5,5$  και  $A/D = 0,5$  (Williamson-Roshko [17]).

Για να δειχθεί πώς μια δίνη σαν την  $E_1$  επηρεάζεται αν αυξηθεί το μήκος κύματος της τροχιάς, εξετάζεται η δυναμική μιας «ισοδύναμης» δίνης, της δίνης  $D$  για μεγαλύτερο μήκος κύματος ( $\lambda/D = 5,0$  και  $T_e/T_s = 1,03$ ). Η δίνη  $D$  σχηματίζεται όταν ο κύλινδρος κινείται προς τα κάτω (χρονική στιγμή  $a$ ), και κινείται γύρω από το σώμα στρεφόμενη δεξιόστροφα (χρονική στιγμή  $b$ ), αλλά επειδή η τροχιά είναι πιο μεγάλη από πριν, φθάνει στο πίσω τμήμα του σώματος νωρίτερα (από τη δίνη  $E_1$ ), και μάλιστα κατά τη διάρκεια της φάσης στην οποία το σώμα επιταχύνει προς τα πάνω. Τελικά, η δίνη  $D$  διαχέεται κατά προσέγγιση, όταν φθάσει το σώμα στην κεντρική γραμμή (center line) του ομόρρου. Η πλευρική απόσταση μεταξύ των δινών σε αυτή την περίπτωση μειώνεται, όπως επίσης μειώνεται και η ταχύτητα των δινών στον κοντινό ομόρρο (που είναι τύπου Karman Street). Αυτή η διαπίστωση είναι πάλι σύμφωνη με τις παρατηρήσεις του Koopmann.

Αν αυξηθεί και άλλο το μήκος κύματος της τροχιάς ( $\lambda/D = 5,5$  και  $T_e/T_s = 1,13$ ) τότε η κίνηση της «ισοδύναμης» δίνης είναι ευδιάκριτα διαφορετική. Η δίνη που μας απασχολεί είναι η δίνη  $D_1$ , η οποία όπως και οι «ισοδύναμες» της δίνες  $E_1$  και  $D$  στις προηγούμενες περιπτώσεις, σχηματίζεται κατά τη διάρκεια ενός μισού κύκλου, για να διαχυθεί στον επόμενο μισό κύκλο. Η δίνη  $D_1$  φθάνει στο πίσω τμήμα του κυλίνδρου νωρίτερα από τις δίνες  $E_1$  και  $D$ , αν συγκρίνουμε τους αντίστοιχους κύκλους, για δύο κύριους λόγους. Κατ' αρχάς, χρειάζεται περισσότερος χρόνος για να διανυθεί η μακρύτερη τροχιά και αφετέρου, η κίνηση της γύρω από τον κύλινδρο επιταχύνεται από την επίδραση της δίνης  $C_2$  (χρονικές στιγμές b, c και d). Η δίνη  $D_1$  διαχέεται νωρίς (χρονικές στιγμές d και e) ενόσω ο κύλινδρος επιταχύνεται προς τα πάνω, και η επιτάχυνση αυτή, έχει σαν αποτέλεσμα τον σχηματισμό των δινών  $D_2$  και  $E_1$  (χρονικές στιγμές e και f), ενώ η δίνη  $D_1$  γίνεται ζευγάρι με την δίνη  $C_2$ . Αργότερα, οι δίνες  $D_2$  και  $E_1$  θα σχηματίσουν ένα ζευγάρι, θα ακολουθήσει το ζευγάρι των δινών  $E_2$  και  $F_1$  και ούτω καθεξής. Η προκύπτουσα μορφή 2P του ομόρρου είναι ένα σύνολο από ζευγάρια δινών, που απομακρύνονται από την κεντρική γραμμή του ομόρρου. Η δυναμική των ζευγαριών δινών επεξηγεί την «παλινδρόμηση» του κοντινού ομόρρου, που αναφέρθηκε από τους Ongoren και Rockwell.

Προκειμένου να συνοψιστεί η κίνηση των δινών σε διαφορετικά μήκη κύματος, εξετάζονται οι θέσεις των δινών κοντά στο σώμα, ενόσω αυτό μετακινείται προς τα πάνω και διασχίζει την κεντρική γραμμή (centre line) του ομόρρου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.9.



**Σχήμα 5.9:** Θέσεις των δινών όταν ο κύλινδρος μετακινείται προς τα πάνω και διασχίζει την κεντρική γραμμή του ομόρρου (Williamson-Roshko [17]).

Η δίνη  $D_1$  (ή  $D$ ) αντιπροσωπεύει τη δίνη που αρχίζει να σχηματίζεται σε ένα μισό κύκλο, για να διαχυθεί στον επόμενο, κάτι στο οποίο δόθηκε πρόσθετη προσοχή νωρίτερα. Σε ένα χαμηλό μήκος κύματος (περίπτωση a), η φάση της επιτάχυνσης του κινούμενου σώματος έχει σαν αποτέλεσμα τον σχηματισμό δύο δινών ( $D_2$  και  $E_1$ ), πριν η δίνη  $D_1$  φθάσει στο πίσω τμήμα του κυλίνδρου. Η περίπτωση b αντιπροσωπεύει την «κρίσιμη» συνθήκη, στην οποία η δίνη  $D_1$  (στην περίπτωση αυτή αποκαλείται  $D$ ) φθάνει στο πίσω τμήμα του σώματος κατά τη διάρκεια της

φάσης της επιτάχυνσης. Αυτή η κατάσταση αποκαλείται **“resonant synchronization”**. Αν το μήκος κύματος αυξηθεί πέρα από την κρίσιμη τιμή (περίπτωση c), η δίνη  $D_1$  διαχέεται πολύ νωρίτερα κατά τη διάρκεια του μισού κύκλου. Τότε η φάση της επιτάχυνσης αναγκάζει τις δύο δίνες ( $D_2$  και  $E_1$ ) να διαμορφωθούν, αφοτου έχει διαχυθεί η δίνη  $D_1$ .

Όσο το μήκος κύματος αυξάνεται μεταξύ των περιπτώσεων  $a$  και  $b$ , η δίνη  $D_1$  είναι σε θέση να μετακινηθεί γύρω από τον κύλινδρο περαιτέρω, μέχρι να φθάνει στο πίσω τμήμα του κυλίνδρου κατά τη διάρκεια της φάσης της επιτάχυνσης (περίπτωση  $b$ ), όπως αναφέρθηκε ανωτέρω. Λόγω αυτού του ιδιαίτερου συγχρονισμού, το δεξιόστροφο διατμητικό στρώμα δεν κυλάει σαν ξεχωριστή οντότητα ( $D_2$ ) όπως κάνει στην περίπτωση  $a$ , αλλά κυλάει μέσα στην  $D_1$  (που παρουσιάζεται απλά ως  $D$  εδώ). Ακριβώς σε αυτό το μήκος κύματος, ο προκύπτων σχηματισμός μιας ενιαίας και πιο συγκεντρωμένης περιοχής στροβιλότητας, αποτελεί το χαρακτηριστικό στοιχείο της κατάστασης, η οποία ερμηνεύεται στην εργασία των Williamson και Roshko με τον όρο **“resonant synchronization”**. Η «κρίσιμη καμπύλη», που παρουσιάστηκε σε προηγούμενο σχήμα στο επίπεδο μήκος κύματος-εύρος ταλάντωσης, δεν περιγράφει μόνο τις συνθήκες που έχουμε αλλαγή στη μορφή σχηματισμού των δινών (από τη μορφή  $2S$  στη μορφή  $2P$ ), αλλά επίσης καθορίζει και τις πειραματικές συνθήκες για να έχουμε το φαινόμενο του **“resonant synchronization”**. Οπότε γίνεται αντιληπτό ότι για να εμφανιστεί ο προαναφερόμενος συγχρονισμός, εξαρτάται και από το εύρος της ταλάντωσης καθώς επίσης και από το μήκος κύματος της τροχιάς του σώματος. Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η προαναφερόμενη κρίσιμη καμπύλη του συγχρονισμού, βρίσκεται κοντά στις καμπύλες των Bishop και Hassan, οι οποίες καθορίζουν τις συνθήκες για να υπάρξει κορύφωση στις δυνάμεις πάνω στο σώμα. Είναι εύλογο να υποθεθεί ότι η μεγιστοποίηση των δυνάμεων συμβαδίζει με το φαινόμενο του **“resonant synchronization”**, και ότι η πιο συγκεντρωμένη διανομή της στροβιλότητας, σε αυτό ακριβώς το μήκος κύματος, προκαλεί την μεγιστοποίηση των δυνάμεων. Αντίθετα, η δυναμική των μικρότερων περιοχών στροβιλότητας (συμπεριλαμβανομένων των αντίστροφα στρεφόμενων δινών) στην περιοχή του κοντινού ομόρρου, θα προκαλέσει μια μικρότερη ώθηση στη διανομή της στροβιλότητας που διαχέεται, και ως συνέπεια, και μια μικρότερη δύναμη πάνω στο σώμα, από αυτήν που προκαλείται από τη διάχυση περισσότερο συγκεντρωμένων δινών κατά το φαινόμενο του **“resonant synchronization”**.

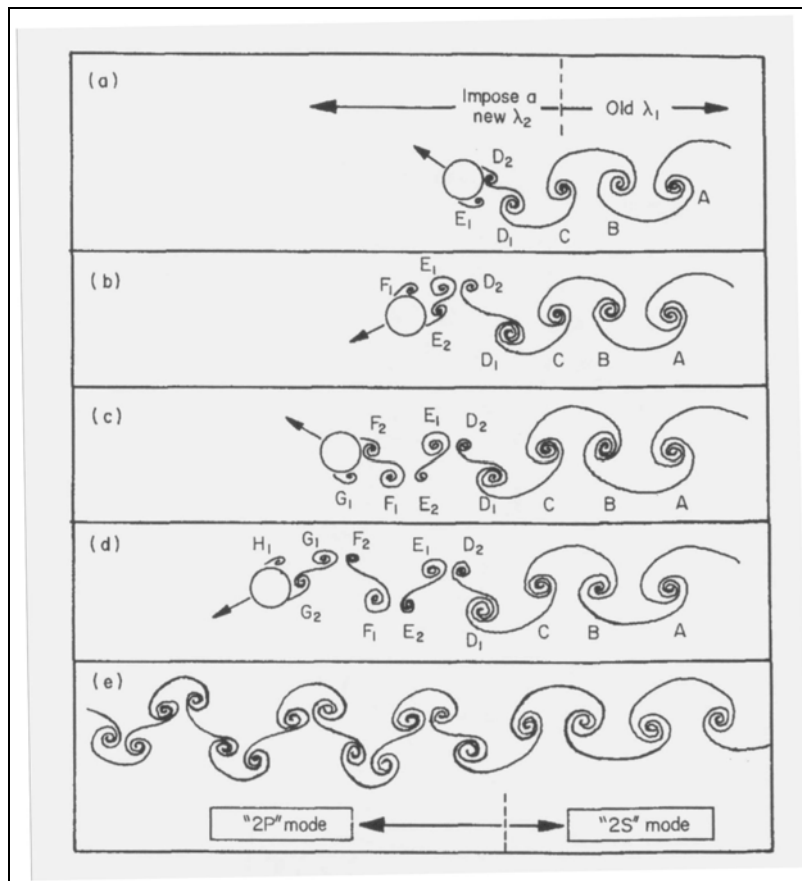
Γενικότερα, η φάση της επιτάχυνσης σε κάθε μισό κύκλο της κίνησης του σώματος προκαλεί τον σχηματισμό δύο δινών, έτσι ώστε να σχηματίζονται τέσσερις δίνες σε κάθε κύκλο, εκτός αν επικρατούν οι ιδιαίτερες συνθήκες που οδηγούν στο φαινόμενο του **“resonant synchronization”**. Στην υπό-κρίσιμη περίπτωση, η αμοιβαία επαγωγή των δινών προκαλεί τη συγχώνευση δύο ομόστροφων δινών σε κάθε μισό κύκλο και την εμφάνιση της μορφής  $2S$ , ενώ στην υπέρ-κρίσιμη περίπτωση οι ομόστροφες δίνες μετακινούνται ξεχωριστά, για να δημιουργήσουν δύο ζευγάρια δινών σε κάθε κύκλο και να έχουμε έτσι την εμφάνιση της μορφής  $2P$ .

Το γεγονός ότι ένα επιταχυνόμενο σώμα τείνει να διαμορφώσει ένα καινούργιο ζευγάρι δινών, διαπιστώθηκε και από τους Honji και Taneda, οι οποίοι επιτάχυναν έναν κύλινδρο από μια ομοιόμορφη ταχύτητα σε μια άλλη. Αυτό το φαινόμενο συσχετίζεται με την αύξηση της δύναμης (ανά μονάδα μήκους) σε καθένα από τα ξεχωριστά διατμητικά στρώματα καθώς το σώμα επιταχύνεται, με αποτέλεσμα τον σχηματισμό καινούργιων δινών που κινούνται κοντά στο σώμα. Ο σχηματισμός περισσότερων από δύο δινών ανά κύκλο (και κατά συνέπεια η παραγωγή των μορφών  $P+S$  και  $2P$ ), είναι επίσης προφανής σε πολλά πειράματα διαφόρων ερευνητών, και



μπορεί επίσης να αποδοθεί, στους αδρανειακούς όρους της σχετικής κίνησης μεταξύ ροής και σώματος.

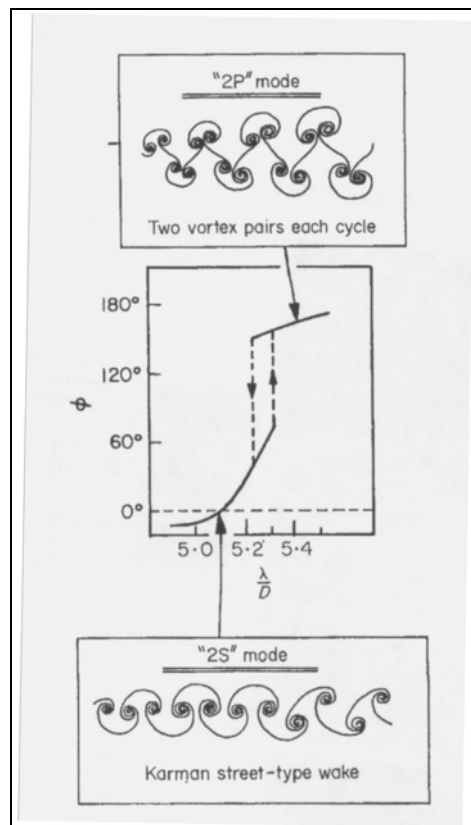
Αφού δείχθηκε ότι έχουμε μετάβαση από τη μία μορφή στην άλλη αν αυξηθεί το μήκος κύματος, πρέπει τώρα να εξηγηθεί γιατί αυτή η αλλαγή είναι τόσο απότομη. Αυτό θα γίνει με την εξέταση μιας ροής που είναι οριακά υπό-κρίσιμη και που διαταράσσεται από μια μικρή αύξηση του μήκους κύματος, έτσι ώστε η ροή να αρχίζει να αναπτύσσει την υπέρ-κρίσιμη της μορφή. Στο Σχήμα 5.10, την χρονική στιγμή  $a$  (με μήκος κύματος  $\lambda_1$ ) αναπτύχθηκαν οι δίνες A, B, C με τη μορφή 2S.



**Σχήμα 5.10:** Μετάβαση από τη μορφή “2S” στη μορφή “2P” ύστερα από μια μικρή αύξηση του μήκους κύματος της τροχιάς του σώματος (Williamson-Roshko [17]).

Με την επιβολή ενός νέου μεγαλύτερου μήκους κύματος  $\lambda_2$ , η δίνη  $D_1$  διαχέεται ελαφρώς νωρίτερα (σε σχέση με τη νέα ημιπερίοδο) από την δίνη C, και επιτρέπει τη μορφοποίηση μιας δεύτερης μικρής δίνης  $D_2$  (χρονική στιγμή  $a$ ), όσο διαρκεί το υπόλοιπο μέρος της φάσης της επιτάχυνσης του κυλίνδρου. Η παρουσία της  $D_2$  επιταχύνει τη διάχυση της δίνης  $E_1$  (χρονική στιγμή  $b$ ), αφήνοντας τη δίνη  $E_2$  να γίνει ισχυρότερη (από τη δίνη  $D_2$ ). Η δίνη  $E_2$  επιταχύνει τη διάχυση της δίνης  $F_1$ , έτσι ώστε η τελευταία να διαχέεται νωρίτερα από την δίνη  $E_1$ , και ούτω καθεξής, έως ότου επιτευχθεί μια νέα κατάσταση ισορροπίας, με τις δίνες να διαχέονται κοντά στην έναρξη του κάθε νέου μισού κύκλου. Ο νέος τρόπος σχηματισμού των δινών είναι έτσι, ευδιάκριτα διαφορετικός από τον αρχικό τρόπο. Χρειάζεται να γίνει μόνο μια μικρή διαταραχή, όπως μια αύξηση του μήκους κύματος, για να ανατραπεί η μία κατάσταση ισορροπίας προς όφελος μιας καινούργιας κατάστασης ισορροπίας, και με αυτόν τον τρόπο, προκαλείται η απότομη αλλαγή στο σχηματισμό δινών, **φαινόμενο που αποκαλείται με τον όρο «άλμα» (“jump”)**.

Το φαινόμενο του «άλματος» στον τρόπο σχηματισμού των δινών, μπορεί να εξηγήσει το άλμα στη φάση της δύναμης της άνωσης και το φαινόμενο της υστέρησης, που διαπίστωσαν οι Bishop και Hassan. Εάν η διάχυση της δίνης συμβεί νωρίτερα σε έναν κύκλο, αναμένεται η φάση  $\phi$  της δύναμης της άνωσης να αυξηθεί (αφού έχουμε ότι η πλευρική απόσταση είναι  $y = A \sin \omega t$  και ο συντελεστής της άνωσης είναι  $C_L = C_{L0} \sin(\omega t + \phi)$  περιμένουμε να αυξηθεί το  $\phi$ ). Στο Σχήμα 5.11, απεικονίζεται η μεταβολή της φάσης  $\phi$  συναρτήσει του μήκους κύματος  $\lambda$ , και φαίνεται ξεκάθαρα **το φαινόμενο της υστέρησης**, όπως παρατήρησαν και οι Bishop και Hassan.



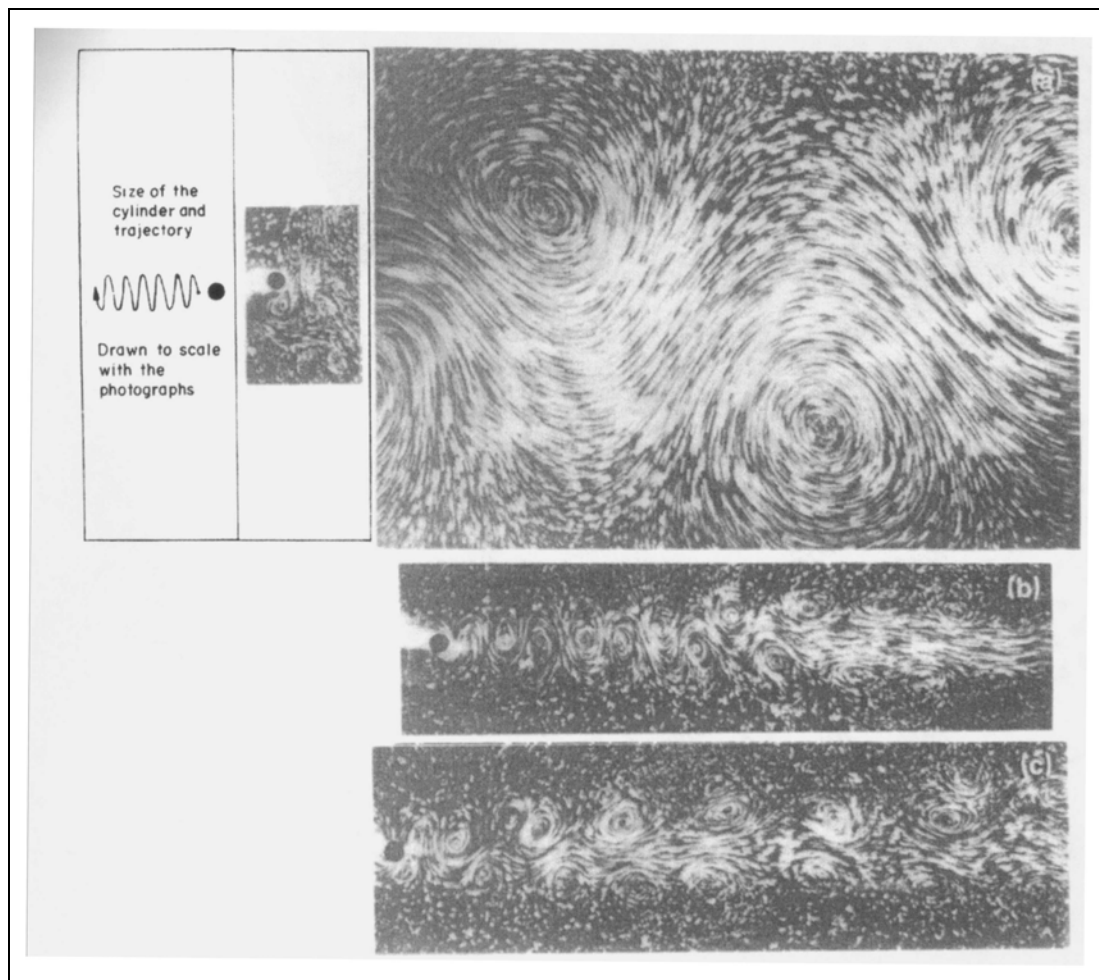
**Σχήμα 5.11:** Σχηματική απεικόνιση του τρόπου μεταβολής της φάσης  $\phi$  της δύναμης της άνωσης συναρτήσει του μήκους κύματος  $\lambda$ . Το φαινόμενο της υστέρησης αποδίδεται στο φαινόμενο του «άλματος» μεταξύ της μορφής “2S” και της μορφής “2P” των δινών (Williamson-Roshko [17]).

Η χαμηλότερη καμπύλη μπορεί να συνδεθεί με τον 2S τρόπο και η υψηλότερη καμπύλη με τον 2P τρόπο σχηματισμού των δινών, όπου το υψηλότερο  $\phi$  σχετίζεται με τη νωρίτερη διάχυση των δινών σε κάθε μισό κύκλο. Είναι δυνατόν μέσα σε ένα ορισμένο σύνολο τιμών του μήκους κύματος  $\lambda$ , να μπορούν να εμφανιστούν είτε ο ένας τρόπος σχηματισμού των δινών είτε ο άλλος, και να επικρατήσει, δηλαδή, είτε η μία κατάσταση ισορροπίας είτε η άλλη. Ο τρόπος που θα επικρατήσει, εξαρτάται από την ιστορία της ροής. Το «άλμα»  $2P \rightarrow 2S$  θα συμβεί για μικρότερο  $\lambda$  από το «άλμα»  $2S \rightarrow 2P$ . Έτσι εξηγείται το φαινόμενο της υστέρησης.

## II.5.4 ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΔΙΝΩΝ

Στη συνέχεια, θα αναφερθούν και άλλες περιοχές του επιπέδου ( $\lambda, A$ ), πέρα από την θεμελιώδη περιοχή του “lock-in” (που αναπτύχθηκε προηγουμένως), καθώς αυτή περιβάλλεται και από άλλες περιοχές συγχρονισμού. Ιδιαίτερη σημασία θα δοθεί στις μορφές  $P + S$  και  $2P + 2S$  του ομόρρου.

Σε ένα μικρό εύρος ταλάντωσης ( $A/D = 0,13$ ), οι Ongoren και Rockwell ανέφεραν την αποκατάσταση του δρόμου στροβίλων Von Karman σε ταλαντούμενο σώμα, για ένα σύνολο συχνοτήτων έξω από την θεμελιώδη περιοχή συγχρονισμού. Βρήκαν εντυπωσιακές αλληλεπιδράσεις δινών που συγχωνεύονταν για να σχηματιστεί ο τύπος ομόρρου Karman Street, το μέγεθος του οποίου ήταν στην κλίμακα των διαστάσεων του κυλίνδρου. Στην εργασία των Williamson και Roshko διαπιστώθηκε ότι για μεγαλύτερα εύρη ταλάντωσης, οι διαστάσεις του ομόρρου δεν έφταναν μόνο στο μέγεθος του σώματος ή στο μέγεθος του εύρους ταλάντωσης, αλλά μπορούσαν να πάρουν πολύ μεγάλες διαστάσεις, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.12 (περίπτωση α) για  $A/D = 1,0$  και  $\lambda/D = 1,5$  ( $T_e/T_s = 0,2$ ).



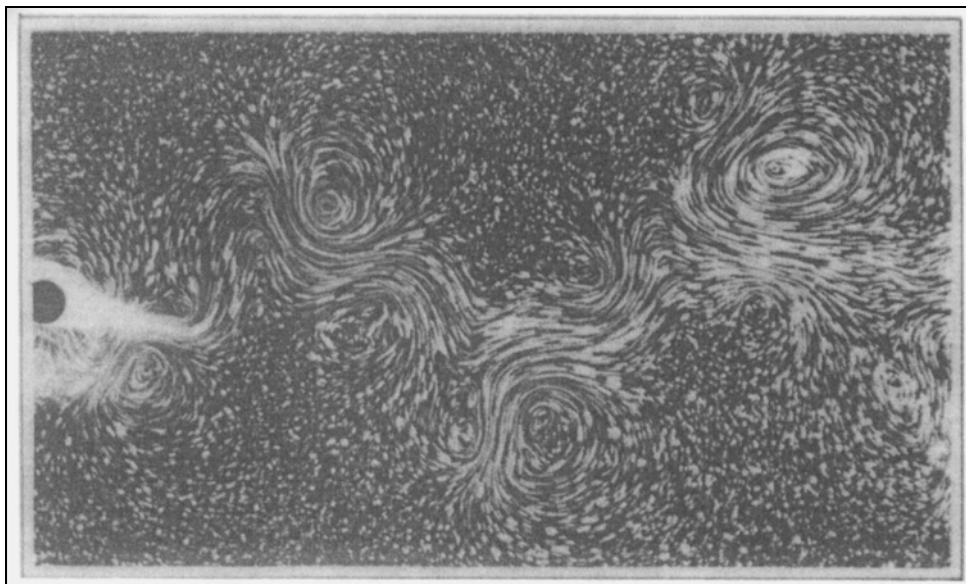
**Σχήμα 5.12:** α) Ομόρρους πολύ μεγάλων διαστάσεων, αποτέλεσμα της συγχώνευσης ενός μεγάλου αριθμού δινών για  $\lambda/D = 1,5$ ,  $A/D = 1,0$  και  $Re = 60$ . β) Μορφή “2S” για  $\lambda/D = 5,5$ ,  $A/D = 0,5$  και  $Re = 275$ . γ) Μορφή “P+S” για  $\lambda/D = 6,0$ ,  $A/D = 0,5$  και  $Re = 275$  (Williamson-Roshko [17]).

Ο ομόρρους ήταν ένα σύνολο από μεγάλες δίνες, με την κάθε μεγάλη δίνη να έχει προέλθει από την συγχώνευση 30 περίπου μικρότερων δινών, το τυπικό μέγεθος των

οποίων, παρουσιάζεται στη μικρή φωτογραφία στα αριστερά του παραπάνω σχήματος. Το μήκος κύματος των μεγάλων σχηματισμών είναι κατά προσέγγιση έξι φορές μεγαλύτερο από το μήκος κύματος του φυσικού ομόρρου, και οι μεγάλες δίνες συνεχίζουν να περιστρέφονται για τουλάχιστον 150 κύκλους ταλάντωσης του κυλίνδρου.

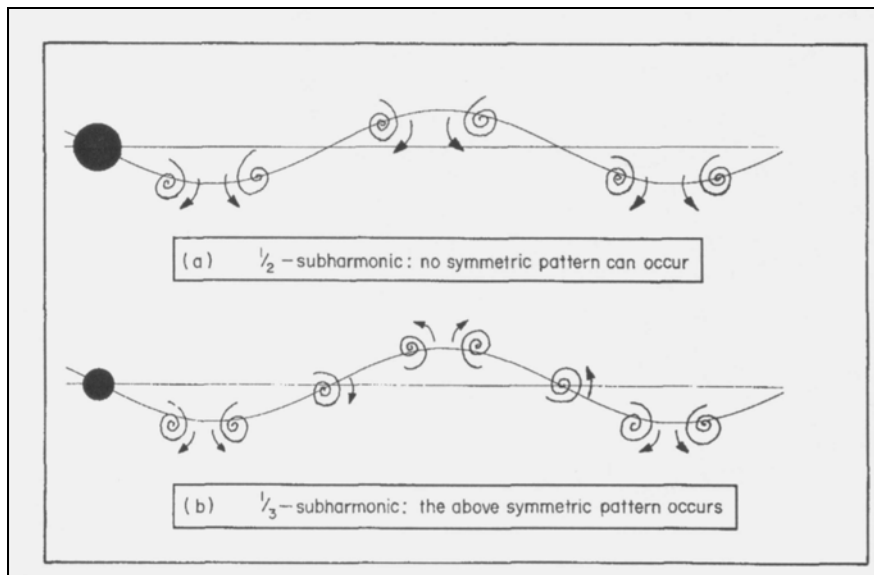
Οι ομόρροι στις περιπτώσεις  $b$  και  $c$  είναι στην ίδια κλίμακα με τον τεράστιο ομόρρο της περίπτωση  $a$ , και δείχνουν την υπό-κρίσιμη μορφή  $2S$ , καθώς και την υπέρ-κρίσιμη μορφή  $P + S$ , που εμφανίζονται σε αυτόν τον χαμηλό αριθμό Reynolds  $Re = 275$ . Στην περίπτωση  $b$ , υπάρχει μια οξεία αύξηση της πλευρικής απόστασης μεταξύ των δινών από ένα συγκεκριμένο σημείο και μετά. Η μορφή  $P + S$  (περίπτωση  $c$ ) διακρίνεται για την μετακίνηση προς τα πάνω των ζευγαριών δινών, με τις μονές δίνες να κινούνται στην κάτω πλευρά του ομόρρου. Το καθαρό ποσό δεξιόστροφης στροβιλότητας μέσα κάθε ζευγάρι δινών στην πάνω πλευρά, πρέπει να είναι ίσο με την αρνητική στροβιλότητα σε μια μονή δίνη στην κάτω πλευρά, και έτσι η δεξιόστροφη δίνη ανά ζευγάρι, είναι ισχυρότερη από τον «συνεργάτη» της. Ως συνέπεια τα ζευγάρια δινών, έχοντας μια κυρτή πορεία, απομακρύνονται από την κεντρική γραμμή του ομόρρου και έπειτα την πλησιάζουν. Επιστρέφοντας στην περίπτωση  $a$ , ο ομόρρος είναι ένα ακόμα παράδειγμα μορφής  $P + S$  κοντά στον κύλινδρο, αλλά όσο απομακρυνόμαστε πίσω από τον κύλινδρο, έχουμε την προαναφερόμενη συγχώνευση και δημιουργία των μεγάλων δινών. Σε αυτήν την περίπτωση, η μορφή  $P + S$  τροφοδοτεί την πάνω και την κάτω πλευρά των τεράστιων σχηματισμών, με το ίδιο ποσό δεξιόστροφης και αριστερόστροφης στροβιλότητας, αντίστοιχα.

Η μορφή  $2P + 2S$  παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.13, όπου διακρίνονται δύο ζευγάρια δινών, το ένα στην πάνω και το άλλο στην κάτω πλευρά της τροχιάς του σώματος, με τις μονές δίνες ενδιάμεσα.



**Σχήμα 5.13:** Μορφή “ $2P+2S$ ” (Williamson-Roshko [17]).

Αυτό που είναι ενδιαφέρον σε αυτή τη μορφή και αποτελεί την πιθανή αιτία της εμφάνισής της, είναι η συμμετρία που παρουσιάζει, δηλαδή εάν μια δεξιόστροφη δίνη διαμορφώνεται σε μια συγκεκριμένη φάση σε ένα μισό κύκλο, τότε η αντίστροφη της δίνη θα διαμορφωθεί στην ίδια φάση στον επόμενο μισό κύκλο. Η ακολουθία αυτή απεικονίζεται στο Σχήμα 5.14 (περίπτωση  $b$ ).



**Σχήμα 5.14:** a)  $1/2$  και b)  $1/3$  υπό-αρμονική διάχυση (Williamson-Roshko [17]).

Όταν η μορφή  $2P + 2S$  εμφανίζεται σε χαμηλά εύρη ταλάντωσης, τότε έχουμε ότι  $T_e \approx 3T_s$  ή μια  $1/3$  υπό-αρμονική ταλάντωση, ενώ μια  $1/2$  υπό-αρμονική ταλάντωση (περίπτωση a) δεν βρέθηκε να παρατηρείται. Εάν η σύζευξη μεταξύ της κίνησης του σώματος και του σχηματισμού των δινών ενθαρρύνει την εμφάνιση του φαινομένου “lock-in” κατά τη διάρκεια ενός μισού κύκλου, τότε η συμμετρία της μορφής  $2P + 2S$  θα ενθαρρύνει την εμφάνιση του φαινομένου “lock-in” στον επόμενο μισό κύκλο. Εντούτοις, στην περίπτωση της  $1/2$  υπό-αρμονικής ταλάντωσης (περίπτωση a) δεν υπάρχει συμμετρία, και εάν η κίνηση του σώματος είναι τέτοια που να ενθαρρύνει την εμφάνιση του φαινομένου “lock-in” κατά τη διάρκεια ενός μισού κύκλου, στον επόμενο μισό κύκλο θα έχει μια αντίθετη επίδραση στο σχηματισμό των δινών. Έτσι εξηγείται η έλλειψη μιας παρατηρηθείσας περιοχής συγχρονισμού σε προηγούμενο σχήμα για  $\lambda/D \approx 10$ , που αντιστοιχίζεται με την περίπτωση της  $1/2$  υπό-αρμονικής ταλάντωσης: Η φάση της διάχυσης των δινών φάνηκε να αλλάζει από τον ένα κύκλο στον άλλο και το φαινόμενο “lock-in” δεν παρατηρήθηκε. Επεκτείνοντας τις παραπάνω διαπιστώσεις περαιτέρω, αναμένονται η εμφάνιση των  $1/5$ ,  $1/7$  κ.λ.π. υπό-αρμονικών μορφών καθώς είναι συμμετρικές και η απουσία των  $1/4$ ,  $1/6$  κ.λ.π. υπό-αρμονικών μορφών καθώς δεν μπορούν να είναι συμμετρικές.

Κατόπιν, **θα συνοψιστούν τα όσα αναφέρθηκαν για το φαινόμενο του συγχρονισμού των δινών**, ο οποίος εμφανίζεται σε διάφορες περιοχές του επιπέδου μήκος κύματος-εύρος ταλάντωσης (παράμετροι που καθορίζουν τη μορφή της τροχιάς του σώματος). Υπάρχει ένα σύνολο από μικρά μήκη κύματος, στα οποία οι δίνες, που διαχέονται σε κάθε κύκλο, συγχωνεύονται στον κοντινό ομόρρου. Όταν τα εύρη ταλάντωσης είναι συγκρίσιμα με τη διάμετρο του σώματος, προκύπτει ένας μεγάλης κλίμακας δρόμος στροβίλων (vortex street), ο οποίος μπορεί να πάρει αρκετά μεγάλες διαστάσεις. Σε μεγαλύτερα εύρη ταλάντωσης, διαφορετικοί σχηματισμοί δινών συγχρονίζονται, ο κάθε ένας μέσα σε ένα ορισμένο σύνολο τιμών του εύρους, και οι σχηματισμοί αυτοί είναι παρόμοιοι με εκείνους τους σχηματισμούς των δινών, που αναπτύσσονται σε ταλαντούμενο σώμα χωρίς την ύπαρξη μιας μέσης ροής. Αυτοί περιλαμβάνουν το σχηματισμό των ζευγαριών δινών, που μπορούν, καθώς απομακρύνονται από το σώμα, να διαμορφώσουν και ροές τύπου τζετ. Παρά τη συμμετρία της κίνησης του σώματος, οι προαναφερόμενοι σχηματισμοί μπορούν να διακριθούν για τη μη συμμετρία τους.

Σε μία άλλη περίπτωση συγχρονισμού δινών στον ομόρρο, έχουμε την παραγωγή έξι δινών ανά κύκλο. Όταν ο συγχρονισμός αυτός εμφανίζεται για χαμηλά εύρη ταλάντωσης και για μεγάλα μήκη κύματος, τότε η μορφή του ομόρρου που προκύπτει είναι στην ουσία μια  $1/3$  υπό-αρμονική ταλάντωση, δηλαδή η συχνότητα διέγερσης είναι περίπου το ένα τρίτο της φυσικής συχνότητας διάχυσης.

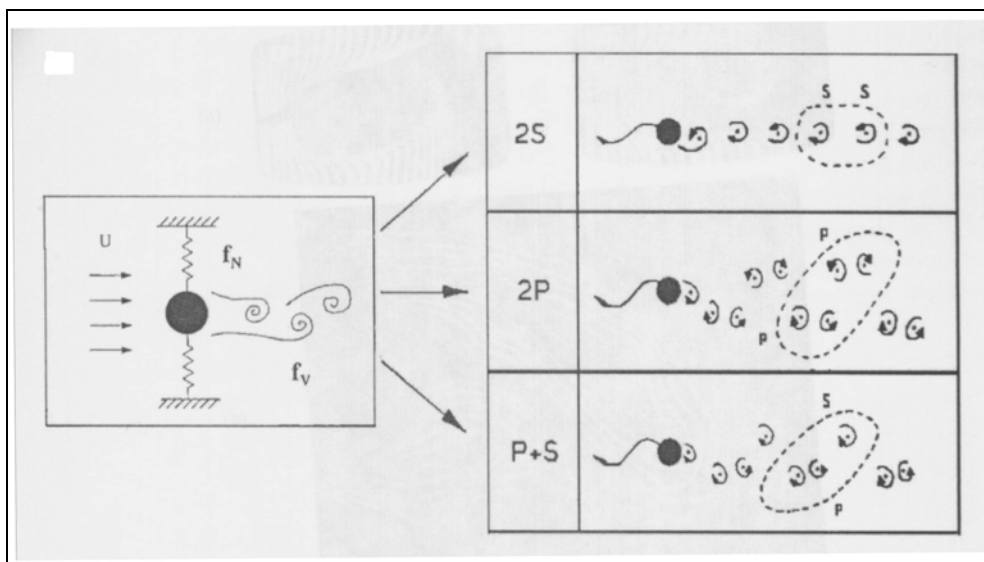
Το φαινόμενο του “lock-in” εμφανίζεται όταν το μήκος κύματος της τροχιάς είναι συγκρίσιμο με την απόσταση που ένας μη ταλαντευμένος κύλινδρος διανύει μέσα στο ρευστό σε έναν κύκλο διάχυσης. Σε αυτήν την θεμελιώδη περιοχή του “lock-in”, η φάση της επιτάχυνσης της κίνησης του σώματος στην αρχή του κάθε μισού κύκλου προκαλεί τη δημιουργία ενός «φρέσκου» ζευγαριού δινών, προερχόμενων από τα ξεχωριστά διατμητικά στρώματα. Η συνεχής επιτάχυνση-επιβράδυνση του σώματος έχει σαν αποτέλεσμα τη διάχυση τεσσάρων περιοχών στροβιλότητας ανά κύκλο, και όχι απλά δύο στροβίλων τύπου Karman, όπως πιστευόταν. Κάτω από ένα κρίσιμο μήκος κύματος τροχιάς, σε κάθε μισό κύκλο έχουμε τη συγχώνευση δύο ομόστροφων δινών, έτσι ώστε δύο περιοχές αντίθετης στροβιλότητας να τροφοδοτούνται στον ομόρρο ανά κύκλο. Αυτή η μορφή σχηματισμού δινών δημιουργεί έναν ομόρρο τύπου Karman street (ή μορφή 2S). Εάν, όμως, το μήκος κύματος υπερβεί μια κρίσιμη τιμή, κάθε μία από τις δύο ομόστροφες δίνες ζευγαρώνει με μία αντίθετα στρεφόμενη δίνη. Ο προκύπτων ομόρρος διακρίνεται για τα ζευγάρια δινών που απομακρύνονται από την κεντρική του γραμμή (μορφή 2P). Είναι σημαντικό ότι η μετάβαση από τη μια μορφή στην άλλη συμπίπτει με την αιφνίδια αλλαγή στο χαρακτήρα των δυνάμεων, που ασκούνται πάνω στο σώμα. Οποιαδήποτε αιφνίδια μεταβολή στη φάση της δύναμης της άνωσης (σε σχέση με την κίνηση του σώματος) πρέπει να συνδεθεί με μια απότομη αλλαγή στη δυναμική των δινών του ομόρρου. Το γεγονός ότι πέρα από ένα κρίσιμο μήκος κύματος η φάση αλλάζει ξαφνικά ή «κάνει άλμα» (φαινόμενο “jump”), οφείλεται στην έναρξη του ζευγαρώματος των δινών σε κάθε μισό κύκλο, το οποίο προκαλεί μια αιφνίδια αλλαγή στο συγχρονισμό της διάχυσης των δινών. Για ένα μικρό σύνολο τιμών του μήκους κύματος, μπορούν να εμφανιστούν και οι δύο μορφές ομόρρου και το ποια θα εμφανιστεί, εξαρτάται από την ιστορία της ροής. Έτσι εξηγείται και το φαινόμενο της υστέρησης των δυνάμεων που παρατηρούνται σε σχετικές μετρήσεις των δυνάμεων. Ο σχηματισμός περισσότερων από δύο δινών ανά κύκλο, που επεξηγήθηκε πρωτίτερα, (και έτσι η παραγωγή των μορφών 2P ή P+S) είναι προφανής σε πολλά πειράματα εξαναγκασμένης κίνησης κυλίνδρου και μπορεί επίσης να αποδοθεί στους αδρανειακούς όρους της σχετικής κίνησης μεταξύ του σώματος και του ρευστού, που αναπτύσσονται σε τέτοιου είδους ροές.

Όταν το μήκος κύματος της τροχιάς αυξηθεί μέχρι την κρίσιμη τιμή που συζητήθηκε ανωτέρω, τότε οι τέσσερις περιοχές της στροβιλότητας δεν σχηματίζονται. Σε αυτό ακριβώς το μήκος κύματος, ο συγχρονισμός είναι τέτοιος ώστε ένα από τα διατμητικά στρώματα, το οποίο διαχωρίζεται κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης, αντί να μετακινηθεί σαν ξεχωριστή οντότητα, κυλιέται μέσα σε μια από τις δίνες που άρχισε την ζωή της στον προηγούμενο μισό κύκλο. Το αποτέλεσμα είναι ότι μόνο δύο δίνες σχηματίζονται σε κάθε κύκλο, και η στροβιλότητα στον ομόρρο είναι πιο συγκεντρωμένη. Είναι το φαινόμενο του “resonant synchronization” μέσα στην περιοχή του “lock-in”. Υπάρχει μια κρίσιμη καμπύλη πάνω στο επίπεδο του εύρους ταλάντωσης-μήκους κύματος, η οποία καθορίζει πού θα εμφανιστεί το φαινόμενο του “resonant synchronization” (και επίσης πού θα εμφανιστεί η μετάβαση από τη μια μορφή ομόρρου στην άλλη) και περίπου συμπίπτει με την καμπύλη, που δείχνει σε ποιες περιοχές του επιπέδου έχουμε κορύφωση στις δυνάμεις πάνω στο σώμα. Είναι προφανές ότι η κορύφωση αυτή των δυνάμεων προκαλείται από το

φαινόμενο του “resonant synchronization” και ότι η μεγιστοποίηση των δυνάμεων αυτών, οφείλεται στη διάχυση περισσότερων συγκεντρωμένων περιοχών στροβιλότητας. Είναι δυνατόν να υπάρχουν περισσότερες περιοχές συγχρονισμού στο επίπεδο εύρους ταλάντωσης-μήκους κύματος, άλλωστε όπως αναφέρθηκε και στην Εισαγωγή, συνεχώς νέα στοιχεία βγαίνουν στην επιφάνεια.

### II.5.5 ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

Τις δύο τελευταίες δεκαετίες έχουν γίνει αρκετές εργασίες σχετικές με το πρόβλημα της ταλάντωσης μη αεροδυναμικών σωμάτων σε ρευστό, το οποίο είναι αλληλένδετο με το πρόβλημα των ταλαντώσεων που προκαλούνται από τις δίνες (vortex-induced vibrations) του ομόρρου των σωμάτων αυτών. Στις περισσότερες από αυτές, **εξετάζεται η περίπτωση ενός άκαμπτου κυλίνδρου**, οποίος είναι περιορισμένος να μετακινείται εγκάρσια προς τη ροή και είναι ελαστικά στηριγμένος όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.15.



**Σχήμα 5.15:** Σχηματικό διάγραμμα ενός ελαστικά στηριγμένου κυλίνδρου, περιορισμένου να ταλαντώνεται εγκάρσια (διεύθυνση Y) προς την ελεύθερη ροή. Η ανατροφοδότηση ανάμεσα στο υγρό και στην κίνηση του σώματος μπορεί να προκαλέσει την εμφάνιση διαφορετικών μορφών δινών όπως η μορφή “2S” ή η μορφή “2P”. Η μορφή “P + S” δεν εμφανίζεται ποτέ για ελεύθερη, αλλά μόνο για εξαναγκασμένη ταλάντωση (Williamson-Govardhan [16]).

Με την αύξηση της ταχύτητας ( $U$ ) της ροής, επιτυγχάνεται μια κατάσταση όπου η συχνότητα σχηματισμού των δινών ( $f_V$ ) πλησιάζει αρκετά τη φυσική συχνότητα του σώματος ( $f_N$ ), έτσι ώστε οι ασταθείς πιέσεις των δινών του ομόρρου να προκαλέσουν την απόκριση του σώματος. Συγκεκριμένες μορφές ομόρρου μπορούν να προκληθούν από την κίνηση του σώματος, όπως η μορφή 2S και η μορφή 2P. Είναι ενδιαφέρον το ότι μια εξαναγκασμένη ταλάντωση μπορεί επίσης να οδηγήσει και σε άλλες μορφές δινών, όπως η μορφή P + S, η οποία δεν μπορεί να διεγείρει ένα σώμα σε ελεύθερη ταλάντωση. Στην ουσία, μια εικονική περιοδική ταλάντωση επακολουθεί εάν η μεταφορά ενέργειας, ή η «δουλειά» του υγρού πάνω στο σώμα, σε έναν κύκλο είναι θετική. Αυτή η καθαρή μεταφορά ενέργειας, επηρεάζεται σημαντικά από την φάση της προκαλούμενης πλάγιας δύναμης σε σχέση με την κίνηση του σώματος, η οποία

με τη σειρά της σχετίζεται με τον συγχρονισμό (timing) της δυναμικής των δινών. Επομένως, το πρόβλημα των προκαλούμενων από τις δίνες ταλαντώσεων είναι, όπως λένε χαρακτηριστικά στην εργασία τους οι Williamson και Govardhan, μια συναρπαστική ανατροφοδότηση ανάμεσα στην κίνηση του σώματος και στην κίνηση των δινών.

Η γενική εξίσωση της κίνησης, που χρησιμοποιείται από τους περισσότερους ερευνητές, στην περίπτωση κυλίνδρου που ταλαντώνεται εγκάρσια προς τη ροή (δηλαδή στην κατεύθυνση Y), με το φαινόμενο των προκαλούμενων από τις δίνες ταλαντώσεων σε πλήρη εξέλιξη, είναι:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F$$

όπου  $m$  είναι η μάζα της κατασκευής,  $c$  είναι η σταθερά απόσβεσης της κατασκευής,  $k$  είναι η σταθερά ελαστικότητας και  $F$  είναι η δύναμη του υγρού στην εγκάρσια κατεύθυνση. Στην περίπτωση που η συχνότητα ταλάντωσης του σώματος συγχρονιστεί με την περιοδική μορφή των δινών του ομόρρου (ή περιοδική δύναμη του υγρού), μια καλή προσέγγιση της δύναμης και της απόκρισης, δίνονται αντίστοιχα από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$y(t) = y_0 \sin(\omega t)$$

όπου  $\omega = 2\pi f$  και  $f$  είναι η συχνότητα ταλάντωσης του σώματος. Το εύρος της απόκρισης και η συχνότητα μπορούν να εξαχθούν από τις τρεις παραπάνω εξισώσεις. Αν χρησιμοποιηθούν αδιάστατες παράμετροι, τότε προκύπτουν το αδιάστατο εύρος και η αδιάστατη συχνότητα ως εξής (σύμφωνα με τους Khalak και Williamson):

$$A^* = \frac{1}{4\pi^3} \frac{C_Y \sin \varphi}{(m^* + C_A)\zeta} \left(\frac{U^*}{f^*}\right)^2 f^*$$

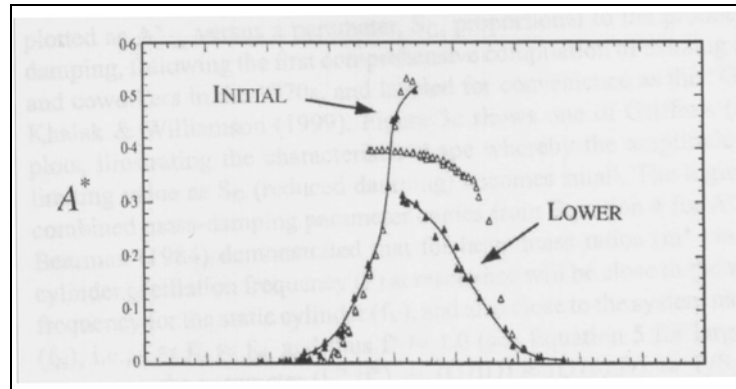
$$f^* = \sqrt{\frac{m^* + C_A}{m^* + C_{EA}}}$$

όπου  $C_A$  είναι ο δυναμικός συντελεστής προστιθέμενης μάζας (παίρνει την τιμή 1,0) και  $C_{EA}$  ο «δραστικός» συντελεστής προστιθέμενης μάζας, που οφείλεται στην φαινομενική επίδραση της ολικής εγκάρσιας δύναμης του υγρού (αναγόμενη στην φάση της επιτάχυνσης του σώματος)  $C_Y \cos \varphi$  :

$$C_{EA} = \frac{1}{2\pi^3} \frac{C_Y \cos \varphi}{A^*} \left(\frac{U^*}{f^*}\right)^2$$

Εδώ πρέπει να τονιστεί η σημασία που έχουν η μάζα, η απόσβεση, η ελαστικότητα και το περιβάλλον ρευστό σε πειράματα ταλαντούμενου κυλίνδρου. Ο Feng, το 1968, έχοντας κάνει πειράματα για να ερευνήσει την απόκριση και την πίεση σε κύλινδρο, κατέληξε στο εξής διάγραμμα για την ελάχιστη απόσβεση στα πειράματα του (Σχήμα 5.16).

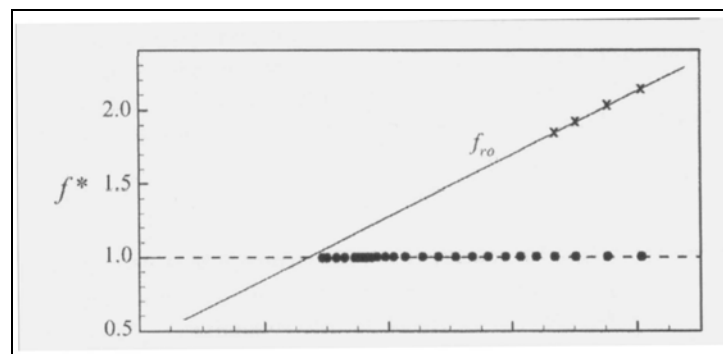




**Σχήμα 5.16:** Το εύρος απόκρισης  $A^*$  συναρτήσει της  $U^*$  για ελεύθερη ταλάντωση ενός ελαστικά στηριγμένου κυλίνδρου σε περιβάλλον αέρα (Williamson-Govardhan [16]).

Στο διάγραμμα του Feng διακρίνονται δύο κλάδοι του εύρους  $A^*$  συναρτήσει της  $U^*$ , ο λεγόμενος «αρχικός» κλάδος και ο «χαμηλότερος» κλάδος (η ορολογία προήλθε από τους Khalak και Williamson), με μία υστέρηση ανάμεσα στους κλάδους. Ο λόγος (αναλογία) της μάζας (ή σχετική πυκνότητα) είναι αρκετά μεγάλος, καθώς τα πειράματα έγιναν σε περιβάλλον αέρα ( $m^* \sim 250$ ). Η μάζα και η απόσβεση, όμως, που μελετώνται σε νεότερα πειράματα είναι αρκετά μικρότερες και το περιβάλλον στα πειράματα είναι υδάτινο. Σχετικά με την απόκριση της συχνότητας, ο κλασικός ορισμός του “lock-in” ή συγχρονισμού, συνδέεται με την συχνότητα της ταλάντωσης ( $f$ ) και την συχνότητα σχηματισμού των δινών ( $f_N$ ): παρατηρείται σε κατασκευές, όταν αυτές οι δύο συχνότητες είναι κοντά στη φυσική συχνότητα ( $f_N$ ) της κατασκευής (Σχήμα 5.17), σε περιπτώσεις ταλαντώσεων μεγάλου εύρους, δηλαδή όταν:

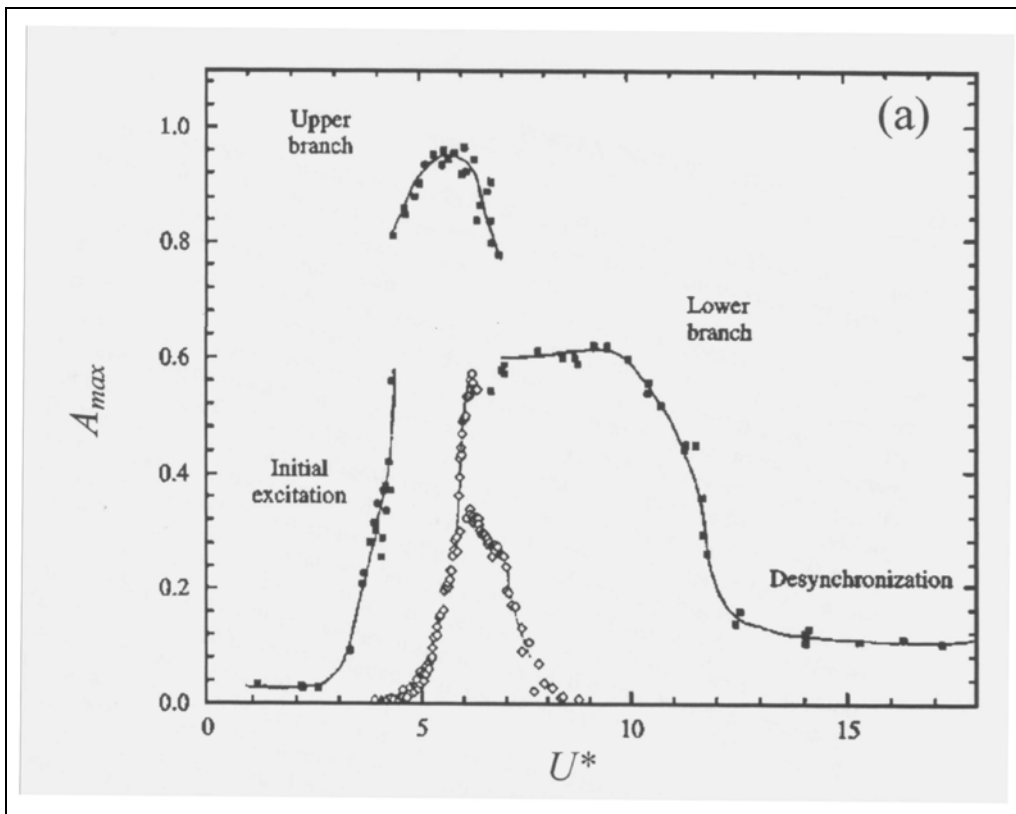
$$f^* = f/f_N \sim 1$$



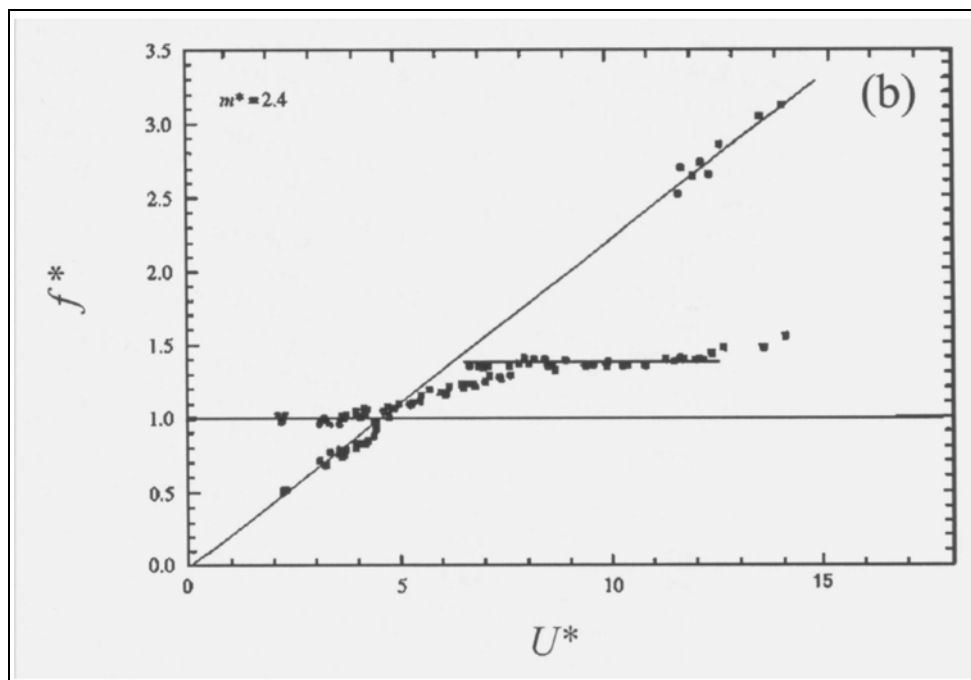
**Σχήμα 5.17:** Η συχνότητα ταλάντωσης  $f^*$  συναρτήσει της  $U^*$  για ελεύθερη ταλάντωση ελαστικά στηριγμένου κυλίνδρου σε περιβάλλον αέρα (Williamson-Govardhan [16]).

Όμως σε νεότερες έρευνες, έχουμε μια πολύ σημαντική διαφοροποίηση από τα κλασικά δεδομένα, καθώς τα σώματα μπορούν να ταλαντωθούν με μεγάλα εύρη και με συχνότητα έως και εκατοντάδες φορές τη φυσική τους συχνότητα.

Στη συνέχεια, θα δοθεί ένα παράδειγμα, το οποίο είναι χαρακτηριστικό για την στήριξη της ανωτέρω διαπίστωσης. Μια άμεση σύγκριση μεταξύ της απόκρισης στο νερό ( $m^* = 2,4$ ), με το διάγραμμα μέγιστης απόκρισης του Feng (το οποίο προέκυψε για περιβάλλον αέρα), έγινε από τους Khalak και Williamson. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στο Σχήμα 5.18α.



Σχήμα 5.18α: Το εύρος της απόκρισης  $A^*$  συναρτήσει της  $U^*$  για ελεύθερη ταλάντωση ελαστικά στηριγμένου κυλίνδρου σε περιβάλλον νερού (Williamson-Govardhan [16]).



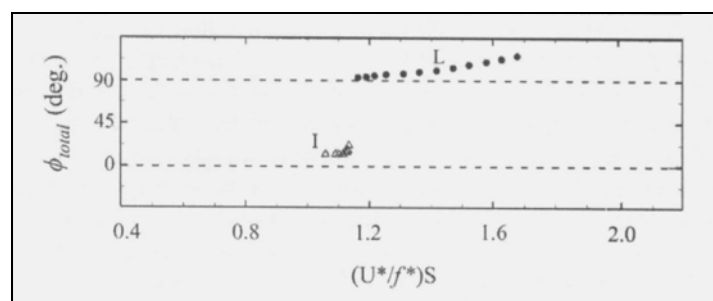
Σχήμα 5.18β: Η συχνότητα ταλάντωσης  $f^*$  συναρτήσει της  $U^*$  για ελεύθερη ταλάντωση ελαστικά στηριγμένου κυλίνδρου σε περιβάλλον νερού (Williamson-Govardhan [16]).

Το ελαφρύτερο σώμα έχει μια τιμή της παραμέτρου ( $m^*$ ), περίπου στο 3% της τιμής του Feng, αποδίδοντας έτσι ένα πολύ υψηλότερο μέγιστο εύρος. Το σύνολο των τιμών της  $U^*$  στο οποίο υπάρχει μια σημαντική απόκριση, είναι τέσσερις φορές

μεγαλύτερο από αυτό που βρήκε ο Feng. (Η μεγέθυνση της περιοχής συγχρονισμού όσο ελαττώνεται η μάζα, είναι ένα φαινόμενο το οποίο αποδείχθηκε από τους Griffin και Ramberg). Παρόλο που τα τελευταία αποτελέσματα, λίγο πολύ αναμένονταν, ο χαρακτήρας της απόκρισης για χαμηλή μάζα-απόσβεση είναι επίσης έντονος. Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.18α, **δεν διακρίνουμε μόνο τον «αρχικό» κλάδο και τον «χαμηλότερο» κλάδο, αλλά υπάρχει και ένας καινούριος κλάδος ανάμεσα στους άλλους δύο και μάλιστα πολύ ψηλότερα από αυτούς, ο λεγόμενος «ανώτερος κλάδος απόκρισης».** Οι Khalak και Williamson όχι μόνο απέδειξαν την ύπαρξη τριών ξεχωριστών κλάδων, αλλά έδειξαν ότι **υπάρχει υστέρηση στην μετάβαση μεταξύ του «αρχικού» και του «ανώτερου» κλάδου, ενώ μεταξύ του «ανώτερου» και του «χαμηλού» κλάδου υπάρχει μια διακοπτόμενη εναλλαγή.** Ο Feng δεν παρατήρησε κάτι ανάλογο στα πειράματά του.

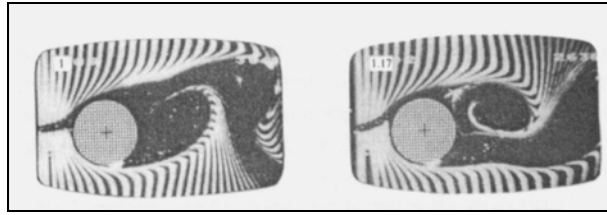
Είδαμε, επίσης, ότι η εμφάνιση του φαινομένου “lock-in” ή συγχρονισμού, σημαίνει παραδοσιακά ότι  $f^* = f/f_N \sim 1$ . Ωστόσο, **για ελαφριά σώματα στο νερό (Σχήμα 5.18β), σε αυτήν την περίπτωση για  $m^* = 2,4$  το σώμα ταλαντώνεται στην περιοχή του “lock-in” με μία προφανή υψηλότερη συχνότητα από τη μονάδα ( $f^* = 1,4$ ).** Πειραματικά, η «αναχώρηση» του  $f^*$  από τη μονάδα, στην περιοχή του “lock-in” αποδείχθηκε από διάφορους ερευνητές, όπως οι Khalak και Williamson, Moe και Wu, και ο Gharib. Οπότε, **ως συγχρονισμός μπορεί να οριστεί το ταίριασμα της συχνότητας της περιοδικής μορφής δινών στον ομόρρου, με τη συχνότητα ταλάντωσης του σώματος.** Και αντίστοιχα, σύμφωνα και με τον Sarpkaya, “lock-in” σημαίνει το ταίριασμα της συχνότητας της δύναμης με τη συχνότητα της ταλάντωσης.

Ο Feng επίσης παρατήρησε ότι το «άλμα» στο εύρος της απόκρισης αντικατοπτριζόταν από ένα ευκρινές «άλμα» στην φάση των διακυμάνσεων της πίεσης σε σχέση με την κίνηση του σώματος.



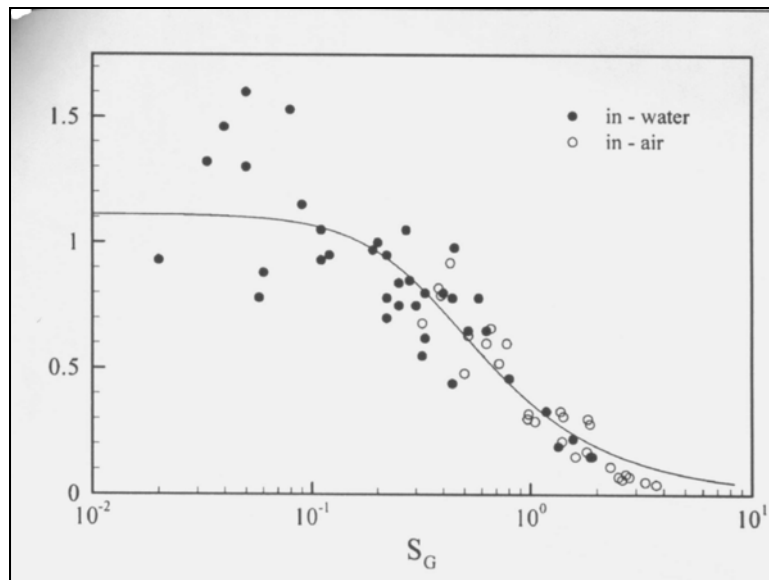
**Σχήμα 5.19:** Το «άλμα» στη φασική γωνία ανάμεσα στην εγκάρσια δύναμη και στη μετατόπιση - ελεύθερη ταλάντωση σε περιβάλλον αέρα (Williamson-Govardhan [16]).

Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι **το άλμα στη φασική γωνία** (ανάμεσα στην εγκάρσια δύναμη και στη μετατόπιση) όταν υπάρχει συγχρονισμός, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.19, **θα συμβεί παράλληλα με μια αλλαγή στον συγχρονισμό (timing) της διάχυσης των δινών.** Το φαινόμενο αυτό αποδείχθηκε και από διάφορους άλλους μεταγενέστερους ερευνητές, όπως από τον Zdravkovich και από τους Ongoren και Rockwell. Οι τελευταίοι στην εργασία τους (σχετική με εξαναγκασμένες ταλαντώσεις), έκαναν μια καταπληκτική επίδειξη της προαναφερόμενης αλλαγής στον συγχρονισμό της διάχυσης των δινών (Σχήμα 5.20) και έδειξαν ότι η αλλαγή αυτή είναι προφανής όταν η συχνότητα του σώματος αυξηθεί πέρα από μια κρίσιμη τιμή (σχεδόν όταν  $f/f_N \sim 1,05$ ).



**Σχήμα 5.20:** Η αλλαγή στον συγχρονισμό της διάχυσης των δινών με την αύξηση της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας ταλάντωσης (Williamson-Govardhan [16]).

Κατόπιν, θα εξεταστεί η σχέση ανάμεσα στο μέγιστο εύρος της απόκρισης και στην μάζα-απόσβεση του συστήματος. Γενικά, χρησιμοποιούνται διαγράμματα με την παράμετρο  $A_{\max}^*$  συναρτήσει μιας παραμέτρου  $S_G$ , η οποία είναι ανάλογη με το γινόμενο της μάζας και της απόσβεσης. Οι σχετικές μετρήσεις του Griffin και των συνεργατών του, κατέληξαν στη δημιουργία διαγραμμάτων που ονομάστηκαν από τους Khalak και Williamson ως «διαγράμματα του Griffin» (“Griffin plot”). Ένα από τα διαγράμματα αυτά είναι το ακόλουθο (Σχήμα 5.21), όπου δείχνεται το χαρακτηριστικό σχήμα με το οποίο το εύρος φθάνει σε μία οριακή τιμή, ενόσω η παράμετρος  $S_G$  (μειωμένη απόσβεση) γίνεται μικρότερη.



**Σχήμα 5.21:** Τυπικό διάγραμμα Griffin ( $A_{\max}^* - S_G$ ) (Williamson-Govardhan [16]).

Τα διαγράμματα του Griffin έχουν γίνει ένα αναπόσπαστο κομμάτι των μελετών, που ασχολούνται με τον σχεδιασμό παράκτιων κατασκευών και χρησιμοποιούνται από σημαντικούς Νηογνώμονες, όπως ο Det Norske Veritas. Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι κάνοντας ορισμένες παραδοχές για συνθήκες συγχρονισμού, προκύπτει για το μέγιστο εύρος απόκρισης:

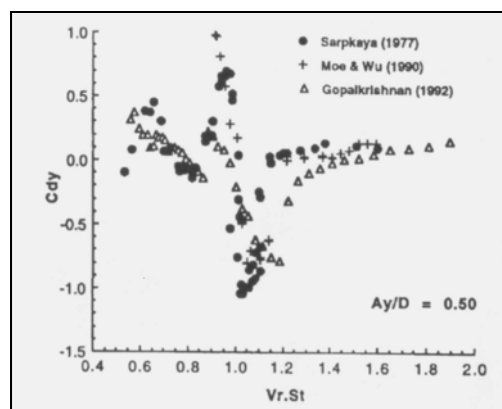
$$A_{\max}^* \propto \frac{C_Y \sin \varphi}{(m^* + C_A)\zeta}$$

## Π.5.6 ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

Ακολουθεί μία αναφορά στην εξαναγκασμένη ταλάντωση κυλίνδρου, η οποία πραγματοποιείται πειραματικά, και διαφέρει από τις μελέτες του ελαστικά στηριγμένου κυλίνδρου. Ο κύλινδρος υπόκειται σε εξαναγκασμένες ή ελεγχόμενες ημιτονοειδείς ταλαντώσεις σε μία ελεύθερη ροή. Μια πολύ ενδιαφέρουσα και ευρέως γνωστή μελέτη έγινε από τον Sarpkaya, ο οποίος ασχολήθηκε με την εύρεση των συντελεστών εγκάρσιας δύναμης για ελεγχόμενη ημιτονοειδή ταλάντωση κυλίνδρου εγκάρσια σε ελεύθερη ροή. Ο Sarpkaya περιέγραψε την εγκάρσια δύναμη ως:

$$C_Y = C_{my} \sin\omega t - C_{dy} \cos\omega t$$

όπου  $C_{my}$  και  $C_{dy}$  είναι ο αδρανειακός συντελεστής (με την ίδια φάση) και ο συντελεστής αντίστασης (με διαφορετική φάση) αντίστοιχα, του συντελεστή εγκάρσιας δύναμης  $C_Y$ . Αλλά και οι περισσότεροι ερευνητές, μερικοί από τους οποίους υπολόγισαν τις δυνάμεις που αναπτύσσονται σε σώματα όταν ταλαντώνονται είτε αρμονικά είτε με μεταβλητή συχνότητα, στα πειράματα τους διαχώρισαν την εγκάρσια δύναμη σε δύο μέρη, ένα με την ίδια φάση με την ταχύτητα ( $C_Y \sin\phi$ , που προβλέπει τότε θα εμφανιστεί ελεύθερη ταλάντωση) και ένα με την ίδια φάση με την επιτάχυνση ( $C_Y \cos\phi$ , που αποδίδει την δραστική προστιθέμενη μάζα). Για παράδειγμα ένα σετ από δεδομένα, για σταθερό εύρος ( $A^* = 0,5$ ) συναρτήσει της ομαλοποιημένης ταχύτητας  $V_R St$ , η οποία είναι ισοδύναμη με την  $(U^*/f^*)S$ , αναπαρίσταται στο Σχήμα 5.22.

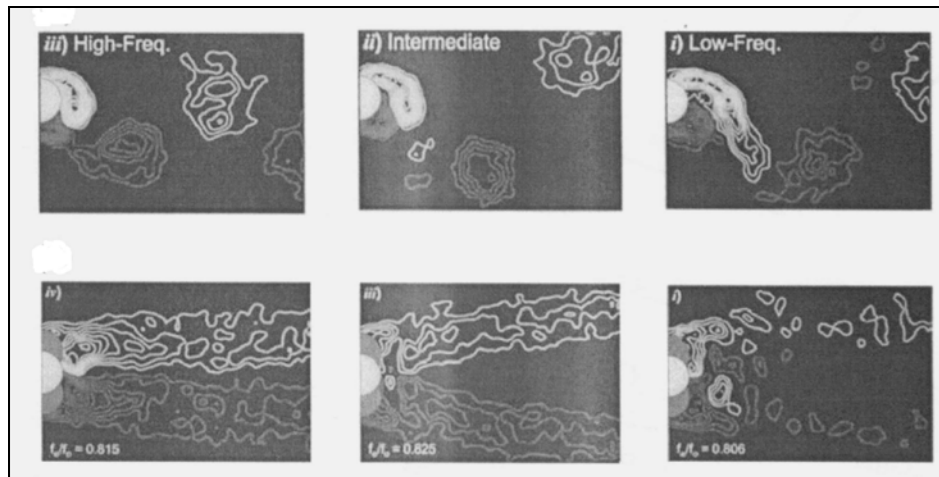


**Σχήμα 5.22:** Ο συντελεστής  $C_{DY}$  συναρτήσει της  $V_R St$ . Τα δεδομένα προέρχονται από διάφορες εργασίες (Williamson-Govardhan [16]).

Από διάφορους ερευνητές, έχει γίνει σύγκριση των εξαγόμενων αποτελεσμάτων από πειράματα ελεγχόμενης ταλάντωσης, με δεδομένα που έχουν προκύψει από μελέτες ελεύθερης ταλάντωσης. Για να μπορέσει να γίνει η σύγκριση, γινόταν υποθετικά η εξίσωση της κίνησης του σώματος υπό ελεγχόμενη ταλάντωση, με την κίνηση υπό ελεύθερη ταλάντωση. Ο Staubli μάλιστα, έφτιαξε ένα πλήρες διάγραμμα απόκρισης, στα πρότυπα του διαγράμματος του Feng για ελεύθερη ταλάντωση. Υπάρχουν παραμετρικές περιοχές, όπου η σχετική σύγκριση είναι επιτυχής, αλλά και άλλες όπου η σύγκριση δείχνει αποκλίσεις. Ο Carberry βρήκε περιπτώσεις ελεύθερης ταλάντωσης, στις οποίες η διέγερση προερχόταν από θετική μεταφορά ενέργειας, που μπορούσαν να συγκριθούν με ισοδύναμες περιπτώσεις

εξαναγκασμένων ταλαντώσεων (με αυστηρά ημιτονοειδή κίνηση), όπου υπήρχε αρνητική μεταφορά ενέργειας.

Ο Carberry επίσης έδειξε ότι, για εξαναγκασμένη ταλάντωση, η αλλαγή στην φάση της δύναμης συσχετίζεται με την αλλαγή στην μορφή των δινών, από μία χαμηλής συχνότητας μορφή (low-f) σε μία υψηλής συχνότητας μορφή (high-f). Αυτό έρχεται σε πλήρη συμφωνία με τα συμπεράσματα για ελεύθερη ταλάντωση από τους Govardhan και Williamson. Αν συγκριθούν οι μορφές του ομόρρου ανάμεσα σε ελεύθερες ταλαντώσεις και σε ελεγχόμενες ταλαντώσεις, προκύπτουν κάποιες διαφοροποιήσεις (Σχήμα 5.23).



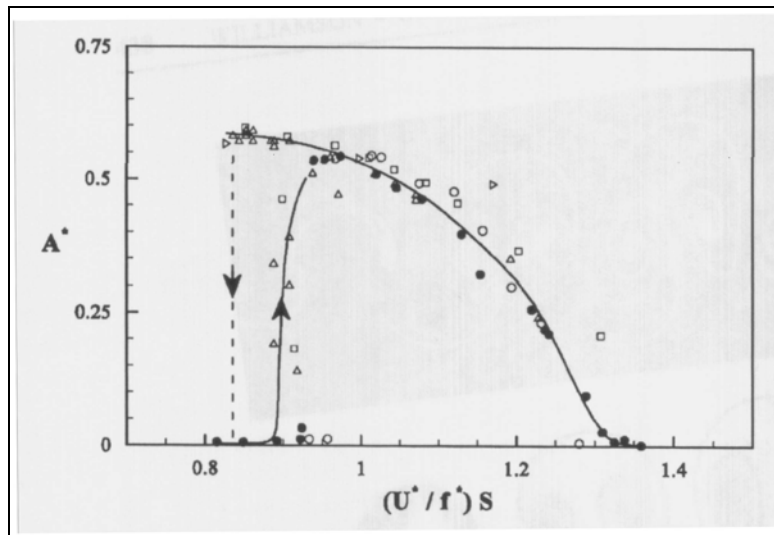
**Σχήμα 5.23:** Για τις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις των πάνω 3 σχημάτων διακρίνονται οι μορφές “2S”-“2P”-“2P”, ανταποκρινόμενες στις υψηλές, ενδιάμεσες, χαμηλές αντίστοιχα, μορφές συχνοτήτων. Στα κάτω 3 σχήματα δείχνονται τα διαγράμματα της μέσης ταχύτητας για τις 3 μορφές συχνοτήτων (Williamson-Govardhan [16]).

Η μορφή low-f είναι μια 2P μορφή δινών, ενώ η μορφή high-f είναι μια 2S μορφή δινών. Ο Carberry ανακάλυψε και μια ενδιάμεση μορφή δινών, η οποία είναι ισοδύναμη με τη μορφή 2P του ανώτερου κλάδου σε ελεύθερη ταλάντωση. Οι Govardhan και Williamson μελετώντας τη μέση ταχύτητα και τη μέση στροβιλότητα για τις διάφορες μορφές, παρατήρησαν μια διαφοροποίηση από την κλαστική ανακυκλοφορία στον κοντινό ομόρρο της μορφής 2S, και βρήκαν να εμφανίζεται μια ροή τύπου τζετ στον κοντινό ομόρρο για τη μορφή 2P. Ο Carberry μελετώντας εξαγόμενα από εργασίες σχετικές με εξαναγκασμένη ταλάντωση, επιβεβαίωσε με διαγράμματα την ύπαρξη της ροής τύπου τζετ.

Γενικά, παρόλη την εντατική δουλειά που έχει γίνει σε πειράματα σχετικά με εξαναγκασμένες ή ελεγχόμενες ταλαντώσεις, ακόμα παραμένει ερωτηματικό εάν τα εξαγόμενα συμπεράσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προβλέψουν με ακρίβεια ελεύθερες ταλαντώσεις.

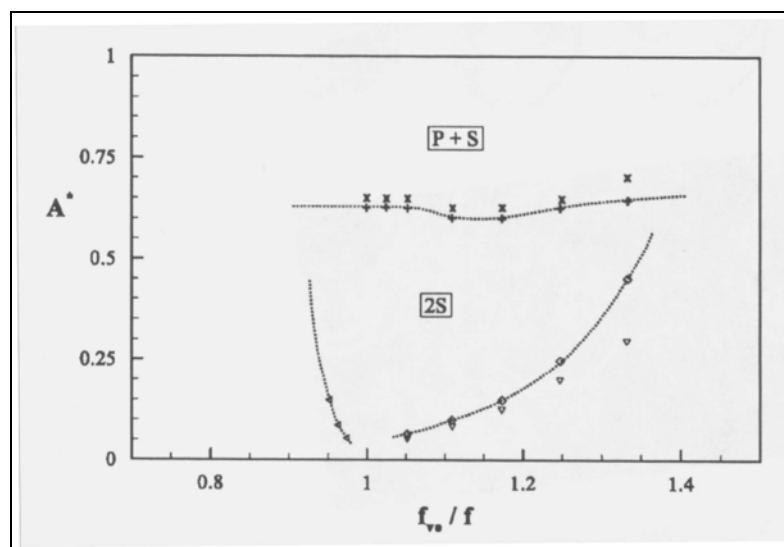
### II.5.7 ΕΠΙΠΕΔΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΠΡΟΚΑΛΟΥΜΕΝΗ ΑΠΟ ΔΙΝΕΣ

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μελέτη της ροής σε ταλαντούμενο κύλινδρο, για αριθμό Reynolds  $Re < 200$  (laminar conditions). Σε τέτοιου είδους συνθήκες, έχουν γίνει αρκετές υπολογιστικές μελέτες και στο Σχήμα 5.24 συγκρίνονται τα δεδομένα για το εύρος απόκρισης.



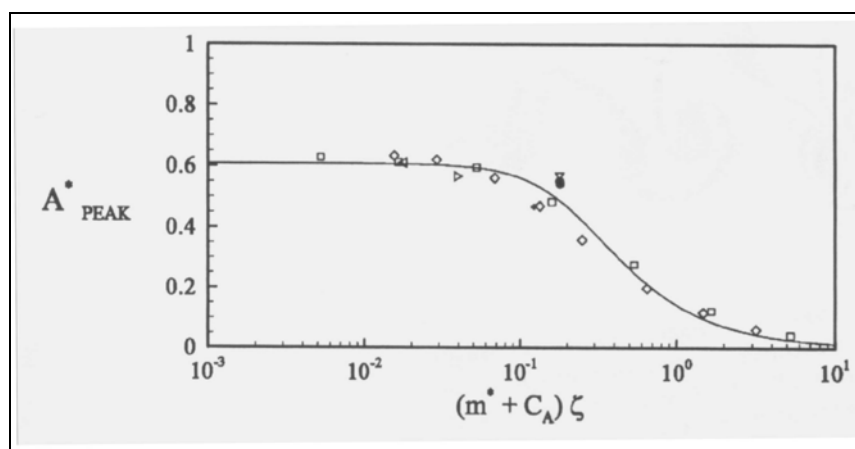
Σχήμα 5.24: Δεδομένα από διάφορες εργασίες για το εύρος απόκρισης επίπεδης ταλάντωσης κυλίνδρου προκαλούμενης από δίνες (Williamson-Govardhan [16]).

Στο παραπάνω σχήμα επιδεικνύεται και η ύπαρξη μιας πιθανής υστέρησης στο τέλος της περιοχής συγχρονισμού των χαμηλών ταχυτήτων. Τα δεδομένα του παραπάνω σχήματος συσχετίζονται αρμονικά με τον χάρτη περιοχών για χαμηλούς αριθμούς Reynolds, ο οποίος έχει εξαχθεί από τους Meneghini και Bearman και απεικονίζεται στο Σχήμα 5.25 .



Σχήμα 5.25: Ο χάρτης των περιοχών των διαφόρων μορφών των δινών για επίπεδη ταλάντωση προκαλούμενη από δίνες (Williamson-Govardhan [16]).

Οι προαναφερόμενοι συγγραφείς επίσης έδειξαν ότι η μορφή 2S διατηρείται μέχρι το επίπεδο του  $A^* = 0,6$ , πάνω από το οποίο εμφανίζεται η μορφή P + S, κάτι που συμφωνεί και με την κλασσική εργασία των Griffin και Ramberg. Οι Williamson και Govardhan καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι υπάρχει μια πλήρης συνδεσιμότητα ανάμεσα στη μη ύπαρξη ελεύθερης ταλάντωσης με εύρος  $A^* > 0,6$ , ακόμη και στην περίπτωση εξομοίωσης με μηδενική απόσβεση, και στο γεγονός ότι η μορφή δινών στον ομόρρου αλλάζει σε P + S για  $A^* > 0,6$ . Σε αντίθεση με τη μορφή 2P, η οποία εμφανίζεται μόνο όταν η διάχυση γίνει τυρβώδης για  $Re > 200$ , κάτι που ανέφεραν οι Williamson και Roshko, η μορφή P + S φαινομενικά δεν παραδίδει μια καθαρή θετική ενέργεια διέγερσης ικανή να προκαλέσει ελεύθερη ταλάντωση. Για την πληρέστερη κάλυψη του θέματος, παρατίθεται το Σχήμα 5.26, στο οποίο παρουσιάζεται ένα διάγραμμα του Griffin για  $Re < 200$ . Είναι εμφανές ότι τα μέγιστα εύρη παρατηρούνται για  $A^* \sim 0,6$ .



Σχήμα 5.26: Διάγραμμα Griffin - επίπεδη ταλάντωση (Williamson-Govardhan [16]).

## II.5.8 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΚΑΤΑ ΤΙΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ X ΚΑΙ Y

Κατόπιν, θα γίνει αναφορά στην περίπτωση που ένα σώμα ταλαντώνεται όχι μόνο εγκάρσια, αλλά και κατά το διάμηκες σε σχέση με την ροή του ρευστού. Στις περισσότερες εργασίες για ταλαντώσεις και κατά το διάμηκες και κατά το εγκάρσιο, που αποκαλούνται ταλαντώσεις XY στην ευρύτερη βιβλιογραφία, οι λόγοι μάζας και οι φυσικές συχνότητες επιλέχθηκαν να έχουν διαφορετικές τιμές, εκτός από την εργασία του Sarpkaya, στην οποία τα αποτελέσματα προέκυψαν για την ίδια συχνότητα. Κάτω από αυτές τις ιδιαίτερες συνθήκες, οι σχετικές εργασίες έδειξαν ότι υπάρχει μια ευρεία περιοχή συγχρονισμού, παρόμοια με την περιοχή που προκύπτει σε εργασίες για ταλάντωση μόνο κατά το εγκάρσιο, αλλά χωρίς στοιχεία για την ύπαρξη ξεχωριστών κλάδων απόκρισης. Ο Sarpkaya κατέληξε ότι όταν τα σώματα ταλαντώνονται στις κατευθύνσεις XY, δεν υπάρχουν αξιοσημείωτες αλλαγές στα αναμενόμενα μέγιστα εύρη απόκρισης αν συγκριθούν με τα εξαγόμενα εύρη για ταλάντωση μόνο κατά την κατεύθυνση Y. Οι Jeon και Gharib πρόσφατα υιοθέτησαν μια διαφορετική προσέγγιση, αναγκάζοντας έναν κύλινδρο να ταλαντωθεί κατά τις κατευθύνσεις XY, με την κίνηση να μοιάζει με το σχήμα του νούμερου 8, καθώς όπως ανέφεραν «η φύση προτιμάει την κίνηση με το σχήμα του νούμερου 8». Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ακόμη και μικρά ποσοστά κίνησης κατά τον άξονα X ( $A_X/A_Y = 20\%$ ), μπορούν να εμποδίσουν τον σχηματισμό δινών της μορφής 2P στον ομόρρου. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην εργασία ελεύθερης ταλάντωσης των

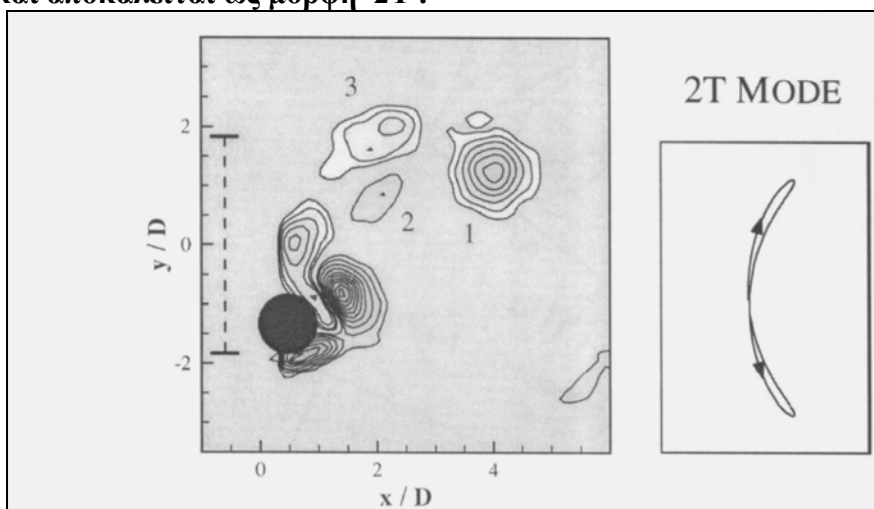


Jauvtis και Williamson, υπήρξαν κινήσεις του σώματος διαφορετικές από την κίνηση στο σχήμα του νούμερου 8. **Είναι ξεκάθαρο ότι η επιλογή του εύρους και της φάσης στις διευθύνσεις X και Y, θα επηρεάσουν τα εξαγόμενα συμπεράσματα.**

Ο King στην εργασία του έδειξε ότι στον ομόρρου σωμάτων, που ταλαντώνονται και κατά την κατεύθυνση X, σχηματίζεται η κλασική μορφή δινών (αντισυμμετρική) Karman Street, παρόλο που σε νεώτερες μελέτες (από τους Bearman και Naudascher) ανακαλύφθηκε και δεύτερη μορφή δινών, με τις δίνες να σχηματίζουν συμμετρικά ζευγάρια κοντά στο σώμα. Οι Ongoren και Rockwell, εκτός από τα παραπάνω, έδειξαν επίσης ότι μπορεί να σχηματιστεί και η μορφή P+S σε ταλάντωση κατά την κατεύθυνση της ροής, αν και αυτό δεν βρέθηκε να συμβαίνει σε εργασίες σχετικές με ελεύθερη ταλάντωση κατά την κατεύθυνση της ροής. Υπολογιστικές έρευνες που έγιναν από διάφορους ερευνητές, για σώμα ταλαντούμενο με τροχιά σχήματος του νούμερου 8, έδειξαν ότι **δεν υπάρχει μεγάλη διαφοροποίηση στις δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο σώμα, εάν αυτό αφεθεί να κινηθεί και κατά την διεύθυνση X.**

Στις περισσότερες πρακτικές περιπτώσεις, οι κυλινδρικές κατασκευές έχουν τον ίδιο λόγο μάζας και την ίδια φυσική συχνότητα και στις δύο διευθύνσεις X και Y. Σε νεώτερες μελέτες που έγιναν (από τους Don Rockwell, Jauvtis και Williamson), και σε συνθήκες που εξασφάλιζαν τις ανωτέρω παραμέτρους για τη μάζα και τη φυσική συχνότητα, διαπιστώθηκε η ύπαρξη ενός σετ από κλάδους απόκρισης, σε αντίθεση με τις διαπιστώσεις προηγούμενων ερευνών. **Ακόμη και για πολύ χαμηλούς λόγους μάζας, έως και  $m^* = 6$ , είναι αξιοσημείωτο το ότι η ελευθερία ταλάντωσης κατά την διεύθυνση της ροής σχεδόν καθόλου δεν επηρεάζει τους κλάδους απόκρισης, τις δυνάμεις και τις μορφές των δινών στον ομόρρου.** Οι διαπιστώσεις αυτές είναι πολύ σημαντικές καθώς όλα τα εξαγόμενα συμπεράσματα τα τελευταία χρόνια για κινήσεις σωμάτων κατά την διεύθυνση Y, παραμένουν πολύ σχετικά και με την περίπτωση των δύο βαθμών ελευθερίας.

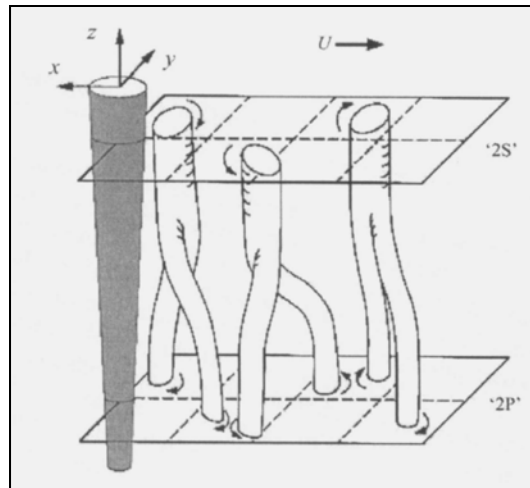
Ωστόσο, υπάρχει μια δραματική αλλαγή στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ ρευστού και σώματος, όταν οι λόγοι μάζας μειωθούν κάτω από την τιμή  $m^* = 6$ . Ένας νέος κλάδος απόκρισης εμφανίζεται όταν υπάρχει σημαντική κίνηση κατά την διεύθυνση της ροής, σύμφωνα με τους Jauvtis και Williamson, και ορίζεται ως ο «υπέρ-ανώτατος» κλάδος, ο οποίος παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.27. Η απόκριση αυτή συνυπάρχει με μία νέα περιοδική μορφή των δινών στον ομόρρου, το χαρακτηριστικό της οποίας είναι ο σχηματισμός μιας τριπλέτας δινών ανά μισό κύκλο, και αποκαλείται ως μορφή 2T.



Σχήμα 5.27: Μορφή “2T” (Williamson-Govardhan [16]).

### II.5.9 ΑΛΛΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΔΙΝΩΝ

Καθώς τα σώματα γίνονται περισσότερο πρακτικά, γίνονται και περισσότερο πολύπλοκα, αν και πολλά από τα φαινόμενα που έχουν ανακαλυφθεί για το απλούστερο παράδειγμα του ελαστικά στηριγμένου κυλίνδρου, εμφανίζονται και σε πιο εξειδικευμένες κατασκευές, συμπεριλαμβανομένων και εκείνων στις οποίες το εύρος ταλάντωσης ποικίλει ανάλογα με το άνοιγμα (span). Ο Techet ανακάλυψε μια **Υβριδική 2P-2S μορφή**, η οποία απεικονίζεται στο Σχήμα 5.28. Η μορφή αυτή συνδυάζει τις μορφές 2P και 2S, οι οποίες εμφανίζονται σε διαφορετικά μήκη ανοίγματος για λεπτό κύλινδρο.



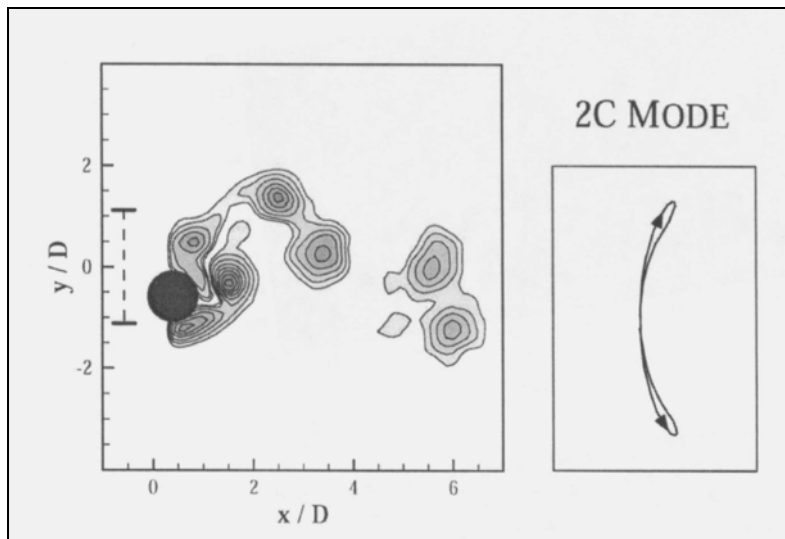
Σχήμα 5.28: Υβριδική “2P-2S” μορφή (Williamson-Govardhan [16]).

Οι Flemming και Williamson μελέτησαν πρόσφατα την περίπτωση ενός περιστρεφόμενου κυλίνδρου ελεύθερου να κινηθεί και κατά την διεύθυνση της ροής, αλλά και εγκάρσια προς τη ροή. Για ένα σύνολο ροπών αδρανείας  $I^*$ , ανακαλύφθηκαν καινούργιες μορφές κατά μήκος του ανοίγματος. Για περιπτώσεις με υψηλό  $I^*$ , και αμελητέα κίνηση κατά τη διεύθυνση της ροής, κατά μήκος του ανοίγματος παρατηρούνταν είτε η μορφή 2P είτε η μορφή 2S, αλλά για ελαφρύτερες κατασκευές εμφανιζόταν η Υβριδική 2P-2S μορφή. Οι Flemming και Williamson ανακάλυψαν επίσης μια εντελώς καινούργια μορφή κατά μήκος του ανοίγματος, η οποία χαρακτηρίζεται από τον σχηματισμό δύο συμπεριστρεφόμενων δινών ανά μισό κύκλο και αποκαλείται **2C μορφή**. Η μορφή αυτή εμφανίζεται σε ελαφρύτερες κατασκευές και απεικονίζεται στο Σχήμα 5.29.

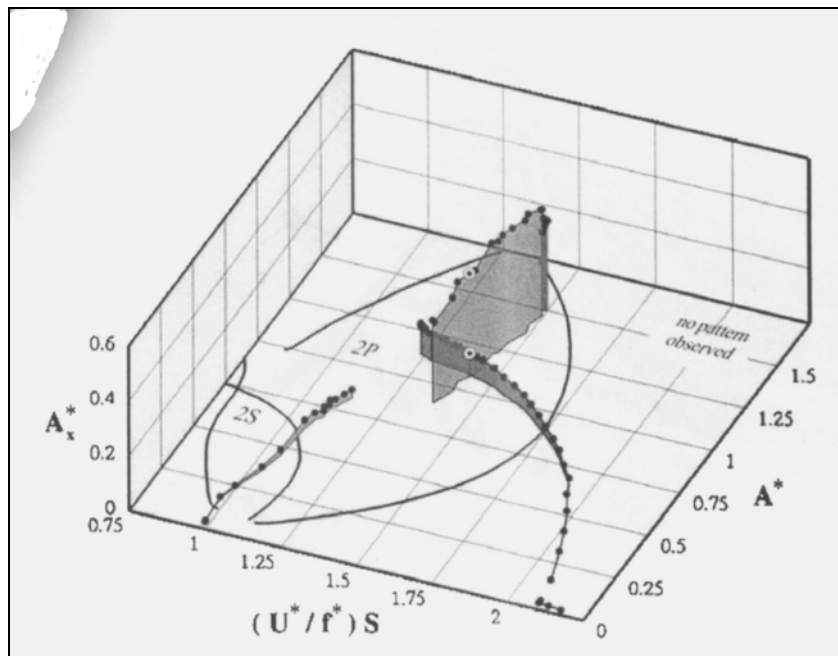
Σε αυτήν την περίπτωση βρέθηκαν τρεις κλάδοι του εύρους (Σχήμα 5.30) απόκρισης, οι οποίοι χρειάζεται να απεικονιστούν σε μια τρισδιάστατη έκδοση του χάρτη των Williamson και Roshko, έτσι ώστε να δειχθεί ότι η μετάβαση από τον ανώτερο στον κατώτερο κλάδο και αντίστροφα, συμβαίνει στην πραγματικότητα σε διαφορετικά ύψη (διαφορετικά  $Ax^*$ ). Ο υψηλότερος κλάδος αντιστοιχεί με τη 2C μορφή.

**Συνοψίζοντας όλα τα ανωτέρω στοιχεία για ροή γύρω από ταλαντούμενα μη αεροδυναμικά σώματα**, μπορούμε να πούμε ότι υπάρχουν αρκετά θεμελιώδη αποτελέσματα από διάφορες εργασίες. Περαιτέρω έρευνα χρειάζεται να γίνει για μεγάλους αριθμούς Reynolds, καθώς για  $Re < 200$  υπάρχει πληθώρα δεδομένων, ιδιαίτερα για κυλίνδρους. Σε ενδιάμεσους αριθμούς Reynolds, οι γνωστές μορφές δινών στον ομόρρου που μπορούν να προκαλέσουν ελεύθερη ταλάντωση είναι οι 2S, 2P, 2T, 2C ενώ για  $Re < 200$  υπάρχει μόνο η 2S. Σε κάποια μη αεροδυναμικά σώματα μπορεί να εμφανιστεί και η Υβριδική 2P-2S μορφή. Η μορφή P + S πανταχού

παρούσα σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, δεν προκαλεί ελεύθερη ταλάντωση. Οι συνθήκες υπό τις οποίες εμφανίζονται οι παραπάνω μορφές για ελεύθερη ταλάντωση, αντιστοιχίζονται αρκετά καλά με τον χάρτη των μορφών στο επίπεδο εύρος-ταχύτητα, ο οποίος προέκυψε από την εργασία των Williamson και Roshko, ύστερα από πειράματα εξαναγκασμένης ταλάντωσης. Τέλος, για ταλάντωση με δύο βαθμούς ελευθερίας (στις διευθύνσεις  $X$  και  $Y$ ), τα εξαγόμενα αποτελέσματα από ταλάντωση μόνο κατά την διεύθυνση  $Y$  έχουν αρκετά καλή εφαρμογή, αρκεί η ταλαντούμενη μάζα να μην είναι πολύ μικρή.



Σχήμα 5.29: Μορφή "2C" (Williamson-Govardhan [16]).



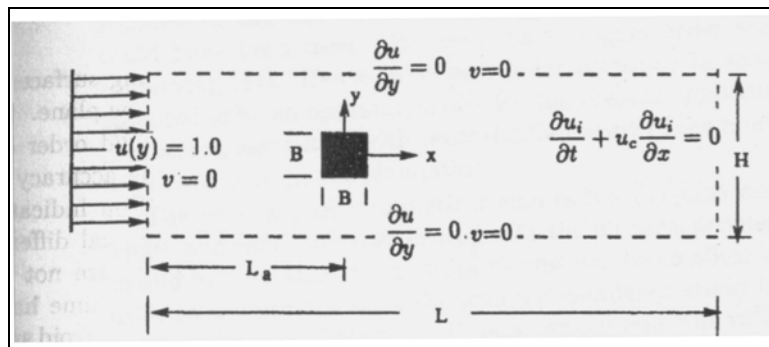
Σχήμα 5.30: Κλάδοι του εύρους απόκρισης ενός περιστρεφόμενου κυλίνδρου ελεύθερου να κινηθεί και κατά την διεύθυνση της ροής, αλλά και εγκάρσια προς τη ροή. Ο υψηλότερος κλάδος αντιστοιχεί με τη μορφή "2C" του Σχήματος 5.29 (Williamson-Govardhan [16]).

## II.6 ΡΟΗ – ΠΡΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

### II.6.1 ΡΟΗ ΓΙΑ ΜΙΚΡΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ REYNOLDS – ΑΚΙΝΗΤΟ ΠΡΙΣΜΑ

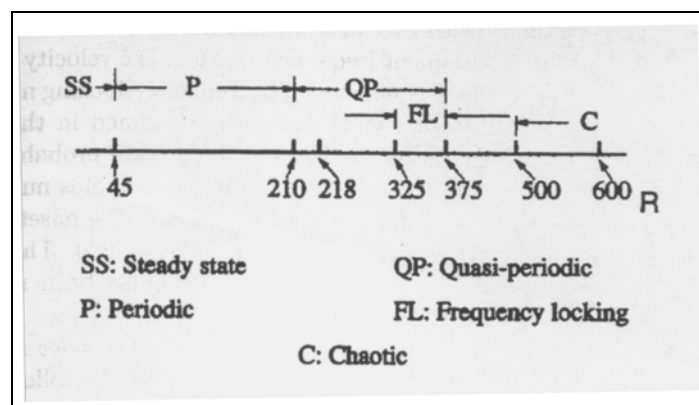
Το πρίσμα τετραγωνικής διατομής (square cylinder) είναι ένα μη αεροδυναμικό σώμα, το οποίο δεν έχει μελετηθεί στην έκταση του απλού (κυκλικού) κυλίνδρου. Ωστόσο, η ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής παρουσιάζει εξαιρετικό ενδιαφέρον και θα προσπαθήσουμε στη συνέχεια να την σκιαγραφήσουμε.

Ακολουθώντας, θα ασχοληθούμε με την ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής για αριθμούς Reynolds που κυμαίνονται από  $Re = 40$  μέχρι  $Re = 600$ , παραθέτοντας στοιχεία που προέκυψαν από αριθμητική προσομοίωση για διδιάστατη ροή (Σχήμα 6.1). Στην περιοχή αυτή βέβαια των αριθμών Reynolds, από ένα σημείο και έπειτα, έχουμε την εμφάνιση τρισδιάστατης ροής, η οποία επηρεάζει την αριθμητική προσομοίωση των δύο διαστάσεων.

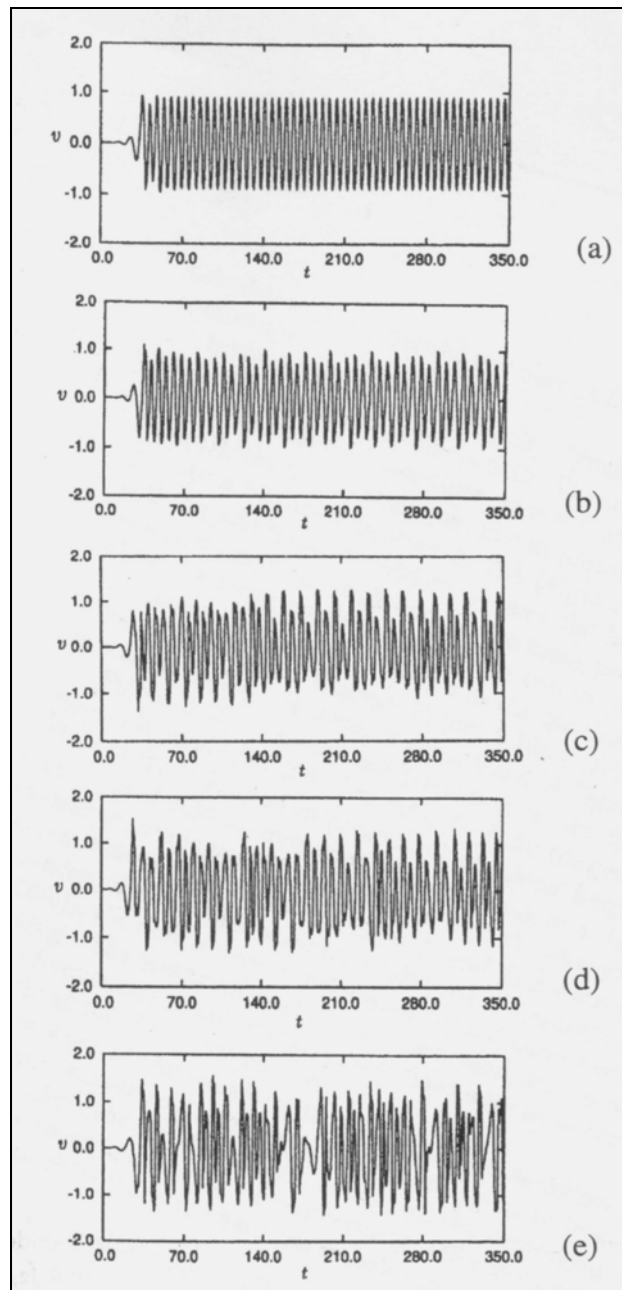


**Σχήμα 6.1:** Τυπική αριθμητική προσομοίωση για την περιγραφή ροής δύο διαστάσεων γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής (Muralidhar-Biswas [14]).

Βασισμένοι στην αριθμητικά επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes, ακολουθεί η περιγραφή της μετάβασης και της χαοτικής επιβολής στον κοντινό ομόρρο ενός πρίσματος τετραγωνικής διατομής. Τα χαρακτηριστικά της μετάβασης σχετίζονται με την γεωμετρία του Σχήματος 6.1, καθώς όπως είναι φυσικό, τα κρίσιμα σημεία μπορούν να επηρεαστούν από τις σχετικές οριακές συνθήκες.



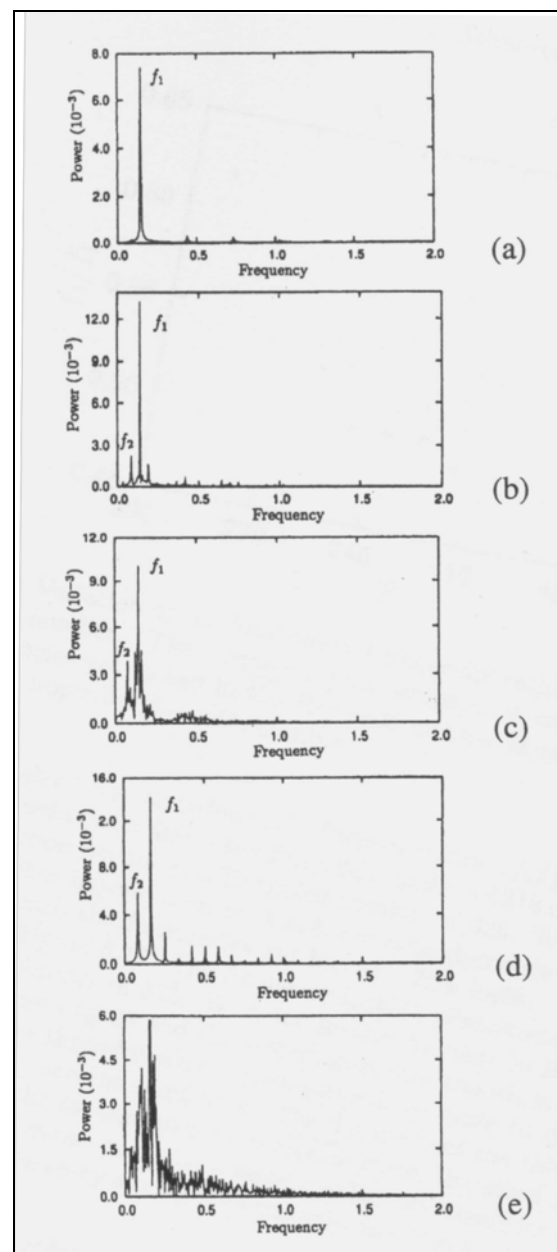
**Σχήμα 6.2:** Διάγραμμα για τη μετάβαση της ροής στον ομόρρο ενός πρίσματος τετραγωνικής διατομής συναρτήσει του αριθμού Reynolds (Muralidhar-Biswas [14]).



**Σχήμα 6.3:** Τα σήματα της εγκάρσιας ταχύτητας για: (a)  $Re = 210$  (b)  $Re = 218$  (c)  $Re = 300$  (d)  $Re = 325$  (e)  $Re = 600$  (Muralidhar-Biswas [14]).

Τα αριθμητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι για αριθμό Reynolds μέχρι την τιμή 40, η ροή παραμένει σταθερή και ευσταθής, με τις δίδυμες δίνες που περιέχονται στην περιοχή («φούσκα») ανακυκλοφορίας να είναι προσκολλημένες στην πίσω πλευρά του πρίσματος. Για αριθμό Reynolds με μεγαλύτερη τιμή από την τιμή 45, η ροή στον ομόρρου αποκτάει έναν περιοδικό χαρακτήρα και τα αποκολλημένα διατμητικά στρώματα γίνονται ασταθή, αποσπώνται και οι δίνες διαχέονται κατάντι. Η ροή παραμένει περιοδική και με μία μοναδική συχνότητα, για αριθμό Reynolds μέχρι την τιμή 210. Για αριθμό Reynolds με τιμή 218, η ροή αποκτάει έναν φαινομενικά-περιοδικό χαρακτήρα με δύο δυσανάλογες συχνότητες να εμφανίζονται. Οι συνεπαγόμενες συχνότητες που συναντώνται στο φάσμα της ταχύτητας, είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των δύο προαναφερόμενων συχνοτήτων. Η μορφή που έχουμε «κλείδωμα» της συχνότητας (frequency-locking mode), στην οποία ο λόγος

των συχνοτήτων είναι σταθερός ( $=0,5$ ), συναντάται για αριθμούς Reynolds με τιμές ανάμεσα στο πεδίο τιμών 325 – 375. Η ροή από ένα σημείο και έπειτα αποκτάει έναν χαοτικό χαρακτήρα. Δεν είναι εύκολα να επισημανθεί ύστερα από ποιους αριθμούς Reynolds η ροή αλλάζει μορφή από την μορφή που έχουμε «κλείδωμα» της συχνότητας. Για αυτό το λόγο, η επιβολή του χαοτικού χαρακτήρα στην ροή, αναμένεται να συμβεί για αριθμούς Reynolds ανάμεσα στο πεδίο τιμών 500 – 600. Τα προαναφερόμενα στοιχεία για την μετάβαση της ροής συναρτήσει του αριθμού Reynolds συνοψίζονται στο Σχήμα 6.2 .



**Σχήμα 6.4:** Οι αντίστοιχες (για το Σχήμα 6.3) τιμές των συχνοτήτων για: (a)  $Re = 210$  (b)  $Re = 218$  (c)  $Re = 300$  (d)  $Re = 325$  (e)  $Re = 600$  (Muralidhar-Biswas [14]).

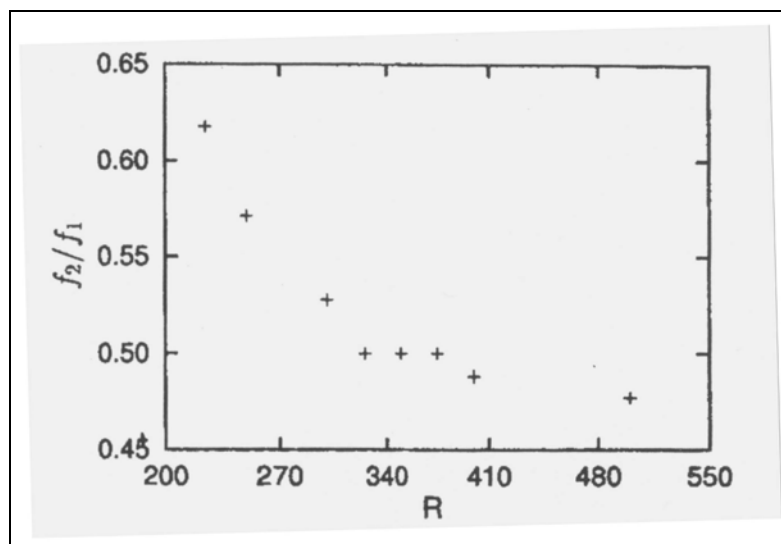
Η χρονική εξέλιξη του ομόρρου μπορεί να καταγραφεί με την μορφή σημάτων ταχύτητας σε επιλεγμένα σημεία στην περιοχή του κοντινού ομόρρου, καθώς και με τον προσδιορισμό της στιγμιαίας άνωσης και της στιγμιαίας αντίστασης που επενεργούν στο πρίσμα. Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά

των σημάτων είναι αρκετά παρόμοια για όλα τα σημεία του κοντινού ομόρρου. Συνήθως επιλέγεται εκείνο το σημείο, το οποίο δίνει τα πιο ευκρινή σήματα. Για παράδειγμα, επιλέγεται ένα σημείο πάνω στην κεντρική γραμμή του πρίσματος. Ύστερα από ένα ικανοποιητικό αριθμό κύκλων π.χ. 40, προσδιορίζεται η εγκάρσια συνιστώσα της ταχύτητας. Τα αρχικά τμήματα των σημάτων της ταχύτητας για διαφορετικούς αριθμούς Reynolds στον ομόρρου, δείχνονται στο Σχήμα 6.3 .

Τα αντίστοιχα φάσματα φαίνονται στο Σχήμα 6.4 . Είναι αρκετά ευδιάκριτο ότι για αριθμό Reynolds  $Re = 210$  (περίπτωση a) , η ροή είναι πραγματικά περιοδική στην φύση της με μία κυρίαρχη συχνότητα, την  $f_1$ . Για αριθμό Reynolds  $Re = 218$  (περίπτωση b), εμφανίζεται η φαινομενική-περιοδικότητα με μία επιπλέον συχνότητα, την  $f_2$  και τον γραμμικό συνδυασμό ( $m_1 f_1 \pm m_2 f_2$  , με ακέραιους αριθμούς τα  $m_1$  και  $m_2$ ) των  $f_1$  και  $f_2$  επίσης να είναι παρών. Ο αριθμός των συχνοτήτων που είναι γραμμικοί συνδυασμοί των δύο συχνοτήτων  $f_1$  και  $f_2$  αυξάνει με την αύξηση του αριθμού Reynolds μέσα στην περιοχή της φαινομενικής-περιοδικότητας. Η τελευταία διαπίστωση φαίνεται καθαρά για αριθμό Reynolds  $Re = 300$  (περίπτωση c). Οι τιμές των κύριων αλλά και των αντλούμενων συχνοτήτων φαίνονται στο Σχήμα 6.4 .

Για αριθμό Reynolds  $Re = 325$  (περίπτωση d), έχουμε τη μετάβαση στην μορφή «κλειδώματος» της συχνότητας. Ο λόγος των συχνοτήτων  $f_2 / f_1$  για την γεωμετρία της αριθμητικής εξομοίωσης, παίρνει την τιμή 0,5 . Εξαιτίας του φαινομένου του «κλειδώματος», όλες οι προστιθέμενες συχνότητες είναι  $(m_1 \pm m_2 f_2 / f_1)$  φορές την κυρίαρχη συχνότητα, με αποτέλεσμα να έχουμε ένα διαφοροποιημένο φάσμα. Η εμφάνιση του «κλειδώματος» της συχνότητας σημαίνει ότι η δυναμική της μη γραμμικής αλληλεπίδρασης ανάμεσα στις δύο συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  είναι αρκετά μεγάλη ώστε να δημιουργεί συχνότητες με αξιοσημείωτα (αισθητά) φασματικά μέγιστα. Για αριθμό Reynolds  $Re = 600$  (περίπτωση e), η ροή φαίνεται να έχει εγκαταλείψει τον φαινομενικά-περιοδικό χαρακτήρα, καθώς και το «κλειδώμα» της συχνότητας. Η ροή έχει αποκτήσει πλέον χαοτικό χαρακτήρα.

Στο Σχήμα 6.5 παριστάνεται διαγραμματικά ο λόγος των συχνοτήτων  $f_2 / f_1$  συναρτήσει του αριθμού Reynolds.

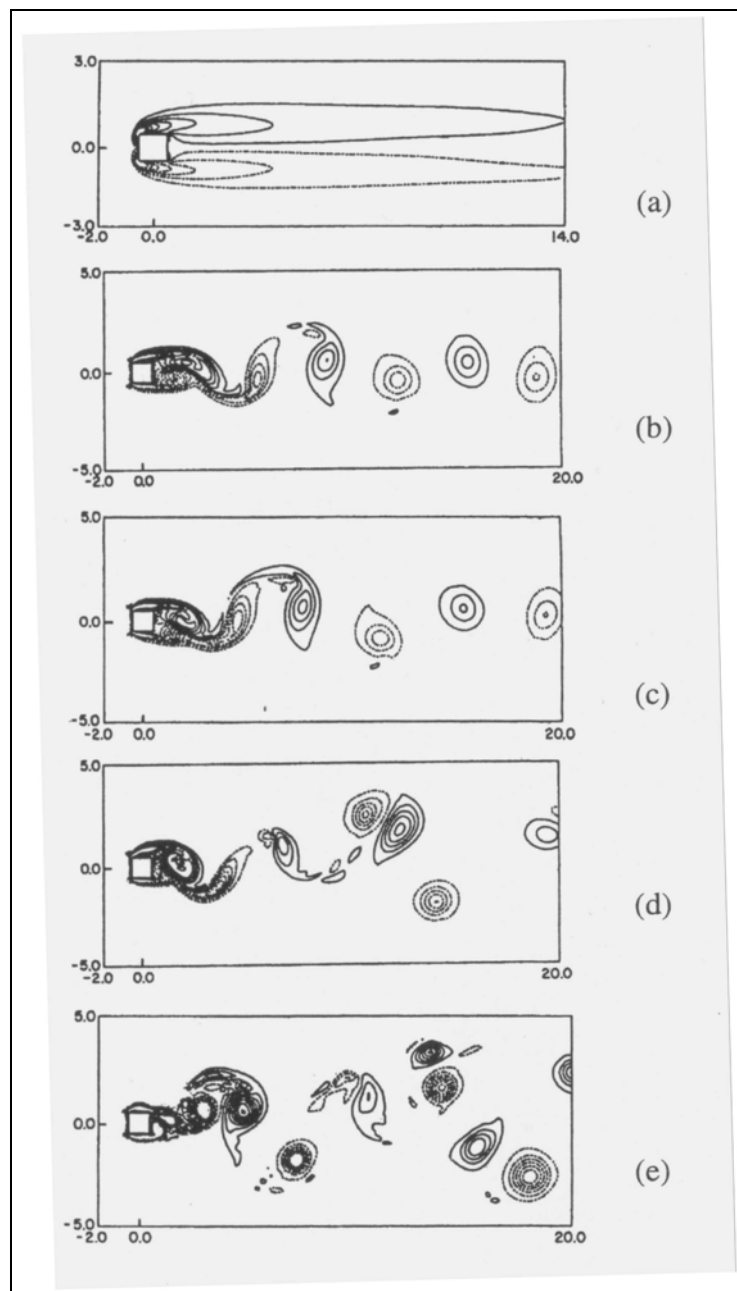


**Σχήμα 6.5:** Ο λόγος των συχνοτήτων  $f_2 / f_1$  - αριθμός  $Re$  (Muralidhar-Biswas [14]).

Η φαινομενική-περιοδικότητα εμφανίζεται για αριθμό Reynolds  $Re = 218$  , αλλά το φαινόμενο του «κλειδώματος» της συχνότητας συμβαίνει για αριθμό Reynolds  $Re=325$  . Με την αύξηση του αριθμού Reynolds πέρα από την τιμή  $Re = 218$  , ο

λόγος των συχνοτήτων μειώνεται έως ότου προσεγγιστεί το σημείο στο οποίο οι συχνότητες «κλειδώνονται». Ο λόγος αυτός των «κλειδωμένων» συχνοτήτων παίρνει την τιμή  $f_2 / f_1 = 1/2$ . Το φαινόμενο του «κλειδώματος» της συχνότητας διατηρείται μέχρι τον αριθμό Reynolds  $Re=375$ . Με την περαιτέρω αύξηση του αριθμού Reynolds ο λόγος των συχνοτήτων αρχίζει πάλι να μειώνεται και το σύστημα περνάει σε μια χαοτική κατάσταση, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως. Στην κατάσταση αυτή εμφανίζεται και τρίτη συχνότητα  $f_3$ , η οποία όμως είναι πολύ δύσκολο να προσδιοριστεί. Η συχνότητα  $f_3$  δημιουργείται όταν το σύστημα περιέχει ένα μεγάλο αριθμό αρμονικών. Γενικά, όμως, η φαινομενικά-περιοδική διαδρομή των τριών συχνοτήτων προς το χάος είναι πολύ δύσκολο να προσδιοριστεί.

Στο Σχήμα 6.6, απεικονίζεται η ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής, για τους χαρακτηριστικούς αριθμούς Reynolds που επηρεάζουν τον χαρακτήρα της ροής.



**Σχήμα 6.6:** Ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής: (a)  $Re = 40$  (b)  $Re = 210$  (c)  $Re = 218$  (d)  $Re = 325$  (e)  $Re = 600$  (Muralidhar-Biswas [14]).



Για αριθμό Reynolds  $Re = 40$  (περίπτωση a), η ροή είναι σταθερή με δύο αδύναμες περιοχές ανακυκλοφορίας (bubbles) πίσω από το πρίσμα. Η ροή αποκολλάται στις προστινές άκρες, επανακολλάται και τελικά αποκολλάται από τις πίσω άκρες. Η ροή δείχνει την παρουσία ισχυρής στροβιλότητας στο διαχωρισμένο διατμητικό στρώμα και συμμετρία εκατέρωθεν της κεντρικής γραμμής του ομόρρου. Για αριθμό Reynolds  $Re = 210$  (περίπτωση b), έχουμε την εμφάνιση χαρακτηριστικής μορφής διάχυσης των δινών. Οι δίνες διαχέονται εναλλακτικά από τις πάνω και τις κάτω επιφάνειες του πρίσματος. Η διάχυση ξεκινάει ως εξής: Το διαχωρισμένο διατμητικό στρώμα γίνεται ασταθές και μετακινείται προς την κεντρική γραμμή του ομόρρου. Οι δίνες τότε αποσπώνται από το πρίσμα και παρασύρονται κατάντι. Για μεγαλύτερους αριθμούς Reynolds χάνεται η συμμετρία στη διάχυση των δινών. Για αριθμό Reynolds  $Re = 218$  (περίπτωση c), φαίνεται μια μικρή ασυμμετρία στην ακολουθία της διάχυσης των δινών, εξαιτίας της φαινομενικά-περιοδικής φύσης της ροής. Για αριθμό Reynolds  $Re = 325$  (περίπτωση d), η μορφή διάχυσης της ροής είναι αρκετά πολύπλοκη. Ο κανονικός σχηματισμός φαίνεται να έχει σπάσει, αλλά στον κοντινό ομόρρου εμφανίζεται μια οργανωμένη μορφή παρόμοια με εκείνη που εμφανίζεται για μικρότερους αριθμούς Reynolds. Όμως μακριά από την περιοχή του κοντινού ομόρρου εμφανίζεται μη κανονικότητα στους σχηματισμούς, εξαιτίας των μη γραμμικών αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στις διάφορες δίνες. Η κανονική μορφή διάχυσης δινών στην περιοχή του κοντινού ομόρρου διαταράσσεται με την περαιτέρω αύξηση του αριθμού Reynolds. Για αριθμό Reynolds  $Re = 600$  (περίπτωση e), η ροή έχει μη περιοδική συμπεριφορά, και η πολυπλοκότητα των σχηματισμών της ροής είναι ευδιάκριτη ακόμη και στην περιοχή του κοντινού ομόρρου.

## II.6.2 ΑΚΙΝΗΤΟ ΠΡΙΣΜΑ ΣΕ ΣΤΑΘΕΡΗ ΚΑΙ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΗ ΕΙΣΕΡΧΟΜΕΝΗ ΡΟΗ ΓΙΑ ΜΙΚΡΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ REYNOLDS

Όπως είδαμε σε προηγούμενη παράγραφο, η ροή πίσω από ένα μη αεροδυναμικό σώμα, ακόμα και αν πρόκειται για σταθερή ροή, μπορεί να οδηγήσει σε κανονική διάχυση δινών και να προσδώσει ένα σεβαστό δυναμικό φορτίο στο σώμα. Όταν ένα μη αεροδυναμικό σώμα, όπως το πρίσμα τετραγωνικής διατομής, είναι ελαστικά στηριγμένο ή βρίσκεται σε μία ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή, τότε μπορεί να συμβεί συγχρονισμός στο πεδίο της ροής. Ο συγχρονισμός ανάμεσα στη διάχυση των δινών πίσω από ένα πρίσμα και στην ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή ή ανάμεσα στη διάχυση των δινών και σε ένα ταλαντούμενο πρίσμα, καλείται **φαινόμενο “lock-on”** ή **φαινόμενο “lock-in”**.

Υπάρχουν πολλές παράμετροι που μπορούν να προκαλέσουν φαινόμενο “lock-on”, όπως οι συνθήκες που επικρατούν στην εισερχόμενη ροή, η κίνηση του πρίσματος, ο αριθμός Reynolds κ.λ.π. Διάφορα φαινόμενα συσχετιζόμενα με το φαινόμενο “lock-on”, μελετήθηκαν αναλυτικά από τους Bearman, Griffin και Hall, καθώς και από τους Naudascher και Wang. Για την καλύτερη κατανόηση των παραμέτρων και το πώς αυτές επηρεάζουν το φαινόμενο “lock-on”, οι Bearman και Obasaju, καθώς και ο Luo, μέτρησαν τη μέση αντίσταση και τη διακύμανση της πίεσης σε ένα εγκάρσια ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής. Ο Obasaju και η ομάδα του, μέτρησαν πειραματικά το εύρος της κατά τη διεύθυνση της ροής ταλάντωσης ενός ελαστικά στηριγμένου πρίσματος τετραγωνικής διατομής για διαφορετικές συνεπαγόμενες γωνίες και απεικόνισαν τις μορφές της ροής στην περιοχή του “lock-on”. Το φαινόμενο “lock-on” εμφανιζόταν για  $f_f/f_{s0} \approx 2$  για μικρές συνεπαγόμενες γωνίες ( $<15^\circ$ ), και για  $f_f/f_{s0} \approx 1$  για συνεπαγόμενη γωνία περίπου στις  $13,5^\circ$ . Με  $f_{s0}$

συμβολίζεται η συχνότητα διάχυσης των δινών υπό μία σταθερή εισερχόμενη ροή (και μπορεί να αποκαλεστεί ως η φυσική συχνότητα διάχυσης), και με  $f_f$  συμβολίζεται η δυναμική συχνότητα. Δίνες με αντίθετες κατευθύνσεις διαχέονταν αλληλοδιαδοχικά για μικρά εύρη ταλάντωσης, ενώ για πιο υψηλά εύρη παρατηρήθηκαν δύο διαφορετικές μορφές δινών από τις μορφές που εμφανίζονταν όταν το πρίσμα ήταν ακίνητο. Ο Wolochuk και η ομάδα του, έκαναν πειράματα σχετικά με την συνδυασμένη επίδραση που ασκούν η τυρβώδης και η ασταθής ροή, καθώς και για την ξεχωριστή επίδραση τους, σε πρίσμα. Έδειξαν ότι η τυρβώδης ροή εμφανέστατα ευνοούσε τη διάχυση των δινών.

Ο Minewitsch και η ομάδα του, έκαναν αριθμητική προσομοίωση των περιοχών της ροής γύρω από έναν ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής κατά τη διεύθυνση της ροής, για αριθμό Reynolds  $Re = 200$ . Εξέτασαν τις ασταθείς δυνάμεις πάνω στο πρίσμα και την αλληλεπίδραση ανάμεσα στη διάχυση των δινών και στο ταλαντούμενο πρίσμα, και έδειξαν ότι η συχνότητα της διάχυσης είχε τη μισή τιμή από τη δυναμική συχνότητα στην περιοχή του “lock-on”. Από την άλλη πλευρά, ο Okajima και η ομάδα του, βρήκαν διαφορετικά αποτελέσματα, αναφέροντας την ύπαρξη δύο διαφορετικών ζωνών “lock-on”:  $f_s/f_f = 1,0$  για  $f_f/f_{so} = 0,54\sim 1,35$ ,  $3,04\sim 3,38$  και  $f_s/f_f = 0,5$  για  $f_f/f_{so} = 1,69\sim 2,70$ , όπου  $f_s$  είναι η συχνότητα διάχυσης δινών υπό μία ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή. Οι Steggel και Rockliff έδειξαν μια μέθοδο, η οποία μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό ταλαντούμενων ροών για διάφορους κυλίνδρους ορθογωνικής διατομής, με την προϋπόθεση ο αριθμός Reynolds να είναι χαμηλός. Τα χαρακτηριστικά του “lock-on”, δείχθηκε ότι εξαρτιόντουσαν αρκετά από τον λόγο  $L/D$ , με μια ισχυρή περιοχή συμμετρικών δινών να ανακαλύπτεται για  $L/D = 3,0$ .

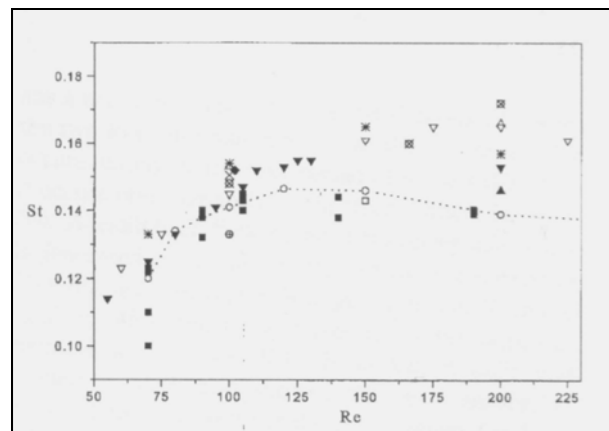
Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι η περίπτωση της σταθερής ομοιόμορφης ροής αντιστοιχεί με την οριακή περίπτωση του μηδενικού εύρους για ταλαντούμενη ροή και αποτελεί σημείο αναφοράς και σύγκρισης για τη δεύτερη. Ο Robichaux και η ομάδα του, καθώς και ο Sohankar και η ομάδα του, διερεύνησαν σε πρίσμα τετραγωνικής διατομής το πότε η διάχυση των δινών γίνεται τρισδιάστατη από διδιάστατη. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μετάβαση από διάχυση δύο διαστάσεων σε διάχυση τριών διαστάσεων εμφανιζόταν για  $Re = 160\sim 200$ . **Επομένως, μια εξομοίωση σε δύο διαστάσεις είναι μια κατάλληλη μέθοδος για τη μελέτη της διάχυσης των δινών γύρω από ένα πρίσμα τετραγωνικής διατομής για  $Re \leq 200$ .**

Στο Σχήμα 6.7 παριστάνεται ο αριθμός Strouhal ως συνάρτηση του αριθμού Reynolds για σταθερή εισερχόμενη ροή. Τα σημεία του διαγράμματος προέρχονται από πειραματικά και υπολογιστικά εξαγόμενα διαφόρων εργασιών. Εύκολα παρατηρείται ότι για  $Re = 200$  υπάρχει κάποια σημαντική απόκλιση ανάμεσα στις τιμές του αριθμού Strouhal.

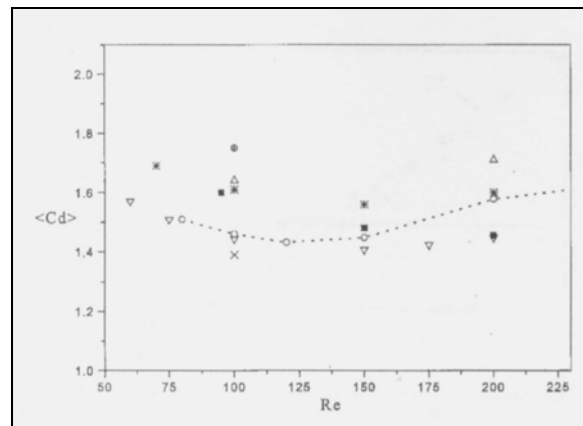
Η χρονικά μέση τιμή του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  δείχνεται στο Σχήμα 6.8 ως συνάρτηση του αριθμού Reynolds. Τα σημεία του διαγράμματος προέρχονται από πειραματικά και υπολογιστικά εξαγόμενα διαφόρων εργασιών. Η δύναμη της αντίστασης είναι το άθροισμα τόσο των δυνάμεων πίεσης όσο και των διατμητικών δυνάμεων, που επιδρούν πάνω στις επιφάνειες του πρίσματος τετραγωνικής διατομής κατά τη διεύθυνση της ροής.

**Είναι αρκετά ενδιαφέρον να τονιστεί ότι ο αριθμός Strouhal αρχίζει να μειώνεται για  $Re = 120\sim 150$ . Μάλιστα μειώνεται και για  $Re = 200$ , καθώς η ροή αρχίζει να γίνεται τρισδιάστατη στην περιοχή του ομόρρου. Ωστόσο, το γεγονός ότι ο αριθμός Strouhal αρχίζει να μειώνεται για  $Re = 120\sim 150$  και ενώ η ροή διατηρεί τον διδιάστατο χαρακτήρα της, οφείλεται στην μετακίνηση των σημείων**

αποκόλλησης στην επιφάνεια του πρίσματος. Στο Σχήμα 6.9 διακρίνονται οι γραμμές ροής για  $Re = 100$  και για  $Re = 200$ , όταν η δύναμη της άνωσης φθάνει στη μηδενική τιμή και η κλίση της έχει αρνητική τιμή.



Σχήμα 6.7: Ο αριθμός Strouhal ως συνάρτηση του αριθμού Reynolds για σταθερή εισερχόμενη ροή (Chung-Kang [2]).

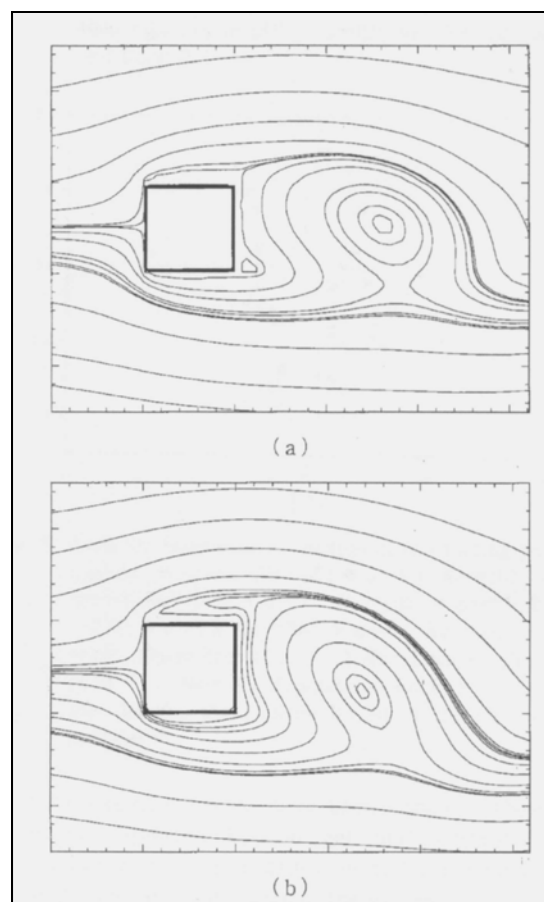


Σχήμα 6.8: Ο συντελεστής αντίστασης ως συνάρτηση του αριθμού Reynolds για σταθερή εισερχόμενη ροή (Chung-Kang [2]).

Μία ευδιάκριτη διαφορά ανάμεσα στους δύο αριθμούς Reynolds είναι ότι η αποκόλληση της ροής συμβαίνει κυρίως στις πίσω γωνίες για  $Re = 100$ , ενώ συμβαίνει επικρατέστερα στις μπροστινές γωνίες για  $Re = 200$ . Επίσης, για την τιμή  $Re = 200$ , παρατηρείται στην πάνω πλευρά του πρίσματος μια μικρή περιοχή στην οποία η ροή μετακινείται προς τα πίσω. Η περιοχή αυτή παράγεται από τη δευτερεύουσα δίνη που παρατηρείται στο σχήμα και γίνεται μεγαλύτερη καθώς αυξάνει ο αριθμός Reynolds. Ως αποτέλεσμα, ο αριθμός Strouhal αρχίζει να μειώνεται για  $Re = 120\sim 150$ . Ο Sohankar και η ομάδα του, καθώς και ο Franke και η ομάδα του, επίσης έδειξαν ότι η αποκόλληση της ροής συμβαίνει επικρατέστερα στις μπροστινές γωνίες για  $Re > 150$  και τα σημεία αποκόλλησης μετακινούνται εντελώς στις μπροστινές γωνίες για  $Re = 200$ .

Η επίδραση του αριθμού Reynolds και η περιοχή ανακυκλοφορίας μέσα στην περιοχή του “lock-on”, καθώς και το διάγραμμα φάσης ανάμεσα στις δυνάμεις της αντίστασης και της άνωσης σε συνθήκες “lock-on”, δεν έχουν μελετηθεί επαρκώς και αναλυτικά για πρίσμα τετραγωνικής διατομής, όπως αναφέρθηκε και πρωτύτερα. Οι Young-Jong Chung και Shin-Hyong Kang προσπάθησαν να εξετάσουν την αλληλεπίδραση ανάμεσα στη διάχυση των δινών πίσω από ένα πρίσμα τετραγωνικής

διατομής και την ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή για χαμηλούς αριθμούς Reynolds. Πιο συγκεκριμένα, ασχολήθηκαν με την συμπεριφορά των δυνάμεων της αντίστασης και της άνωσης, με τα χαρακτηριστικά της ροής πίσω από το πρίσμα σε συνθήκες “lock-on”, καθώς και με τις διαφορές-ομοιότητες ανάμεσα σε κυλίνδρους και πρίσματα σε συνθήκες “lock-on”. Παρατήρησαν ότι στην περιοχή του “lock-on”, η ροή βρίσκεται σε περιοδική κατάσταση και υπάρχει ισχυρή κανονικότητα ανάμεσα στις δυνάμεις της αντίστασης και της άνωσης. Η διαφορά στη φάση ανάμεσα στην εισερχόμενη ταχύτητα και στην αντίσταση είναι σχεδόν της ίδιας έκτασης, δηλαδή περίπου 65 με 70 μοίρες, στην περιοχή του “lock-on”. Η χρονικά μέση περιοχή ανακυκλοφορίας της ταλαντούμενης εισερχόμενης ροής είναι μικρότερη από αυτήν για σταθερή εισερχόμενη ροή και είναι αντιστρόφως ανάλογη με το δυναμικό εύρος ή με τον αριθμό Reynolds. Η χρονικά μέση τιμή της κατά τη διεύθυνση της ροής ταχύτητας για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή, ανακάμπτει πιο γρήγορα από την περίπτωση σταθερής εισερχόμενης ροής.



**Σχήμα 6.9:** Οι γραμμές της ροής και οι σχηματιζόμενες δίνες για σταθερή εισερχόμενη ροή όταν η δύναμη της άνωσης φθάνει στη μηδενική τιμή: (a)  $Re = 100$  και (b)  $Re = 200$  (Chung-Kang [2]).

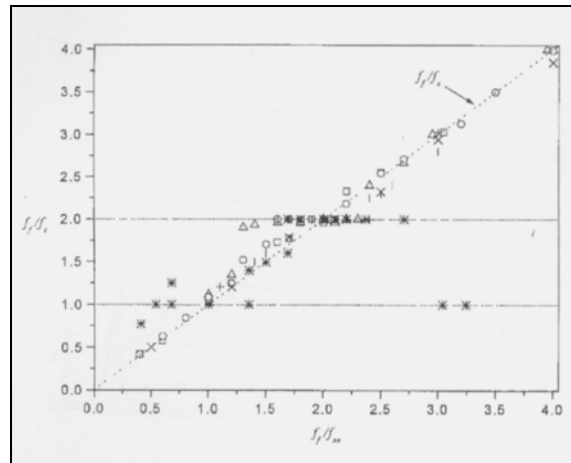
Αναλυτικότερα, οι Young-Jong Chung και Shin-Hyong Kang ασχολήθηκαν με την αριθμητική εξομοίωση της διάχυσης δινών πίσω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής για ταλαντούμενη ομοιόμορφη εισερχόμενη ροή. Η ταχύτητα  $u$  στην κατεύθυνση της ροής δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$u = U_{in} (1 + \alpha \sin(2\pi f_f t))$$

όπου  $U_{in}$  είναι η χρονικά μέση ταχύτητα εισόδου,  $\alpha$  είναι το εύρος της επιβαλλόμενης ταλαντούμενης εισερχόμενης ροής και  $f_f$  είναι η επιβαλλόμενη δυναμική συχνότητα. Οι παράμετροι που εξετάζονται είναι:

$$f_f/f_{s0} = 0,4 \sim 4,0 \quad , \quad \alpha = 0,1 \quad , \quad 0,2 \quad \text{και} \quad 0,4 \quad \text{και} \quad Re = 80 \quad , \quad 100 \quad \text{και} \quad 200$$

Οι διάφορες τιμές της συχνότητας διάχυσης δινών και οι αντίστοιχες επιβαλλόμενες δυναμικές συχνότητες (από διάφορες εργασίες) φαίνονται στο Σχήμα 6.10 .

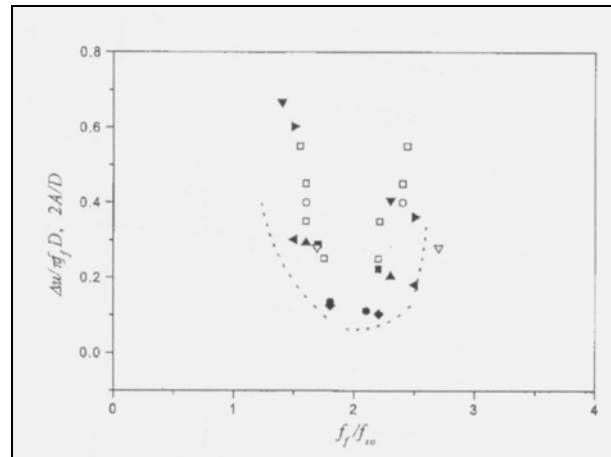


**Σχήμα 6.10:** Μεταβολή της συχνότητας διάχυσης των δινών  $f_f/f_s$  συναρτήσει της αντίστοιχης επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας  $f_f/f_{s0}$  (Chung-Kang [2]).

Όταν η επιβαλλόμενη δυναμική συχνότητα της εισερχόμενης ροής είναι μικρότερη κατά 1,2 ~ 1,5 φορές από την φυσική συχνότητα διάχυσης δινών, η συχνότητα διάχυσης δινών παραμένει σχεδόν ίδια με την φυσική συχνότητα διάχυσης δινών. Με την περαιτέρω αύξηση της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας, η συχνότητα διάχυσης των δινών γίνεται ίση με την μισή τιμή της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται συγχρονισμός ανάμεσα στη ροή πίσω από το πρίσμα τετραγωνικής διατομής και την ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται για  $f_f/f_{s0} \approx 1,2 \sim 1,5$  με  $f_s/f_f = 0,5$ , όπως έχει δειχθεί σε εργασίες σχετικές με διαμήκη ταλάντωση πρίσματος τετραγωνικής διατομής, αλλά και σε εργασίες σχετικές με πρίσμα τετραγωνικής διατομής το οποίο δέχεται ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή. Ωστόσο, ο Okajima και η ομάδα του, για αριθμό Reynolds  $Re = 1000$  βρήκαν διαφορετικά αποτελέσματα, αναφέροντας την ύπαρξη δύο διαφορετικών ζωνών “lock-on”:  $f_s/f_f = 1,0$  για  $f_f/f_{s0} = 0,54 \sim 1,35$ ,  $3,04 \sim 3,38$  και  $f_s/f_f = 0,5$  για  $f_f/f_{s0} = 1,69 \sim 2,70$ . Οι Young-Jong Chung και Shin-Hyong Kang δεν παρατήρησαν τον συγχρονισμό του  $f_s/f_f = 1,0$  για τις δυναμικές συχνότητες που ο Okajima και η ομάδα του, πειραματίστηκαν πάνω σε ένα κατά το διάμηκες ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής.

Στο Σχήμα 6.11 φαίνονται τα όρια του φαινομένου “lock-on” σαν συνάρτηση της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας. Στον κατακόρυφο άξονα αναπαρίστανται δύο διαφορετικές παράμετροι: Το εύρος από κορυφή σε κορυφή της μετατόπισης του πρίσματος ( $2A$ ) διαιρεμένο με το ύψος του πρίσματος για την περίπτωση του ταλαντούμενου πρίσματος και το εξομαλυσμένο εύρος  $\Delta u / \pi f_f H$ , για την περίπτωση ταλαντούμενης εισερχόμενης ροής. Τα όρια του φαινομένου “lock-on” που προέκυψαν, προστέθηκαν σε εκείνα που είχαν προκύψει από εργασίες άλλων ερευνητών όπως οι Steggel και Rockliff, ο Okajima και η ομάδα του και ο

Minewitsch και η ομάδα του. Η περιοχή του φαινομένου “lock-on” είναι γενικά πιο στενή από αυτή για απλό (κυκλικό) κύλινδρο. Το σύνολο των δυναμικών συχνοτήτων για τις οποίες έχουμε την εμφάνιση του φαινομένου “lock-on” αυξάνεται με την αύξηση του επιβαλλόμενου δυναμικού εύρους για ένα σταθερό αριθμό Reynolds και αυξάνει με την αύξηση του αριθμού Reynolds για ένα σταθερό επιβαλλόμενο δυναμικό εύρος.

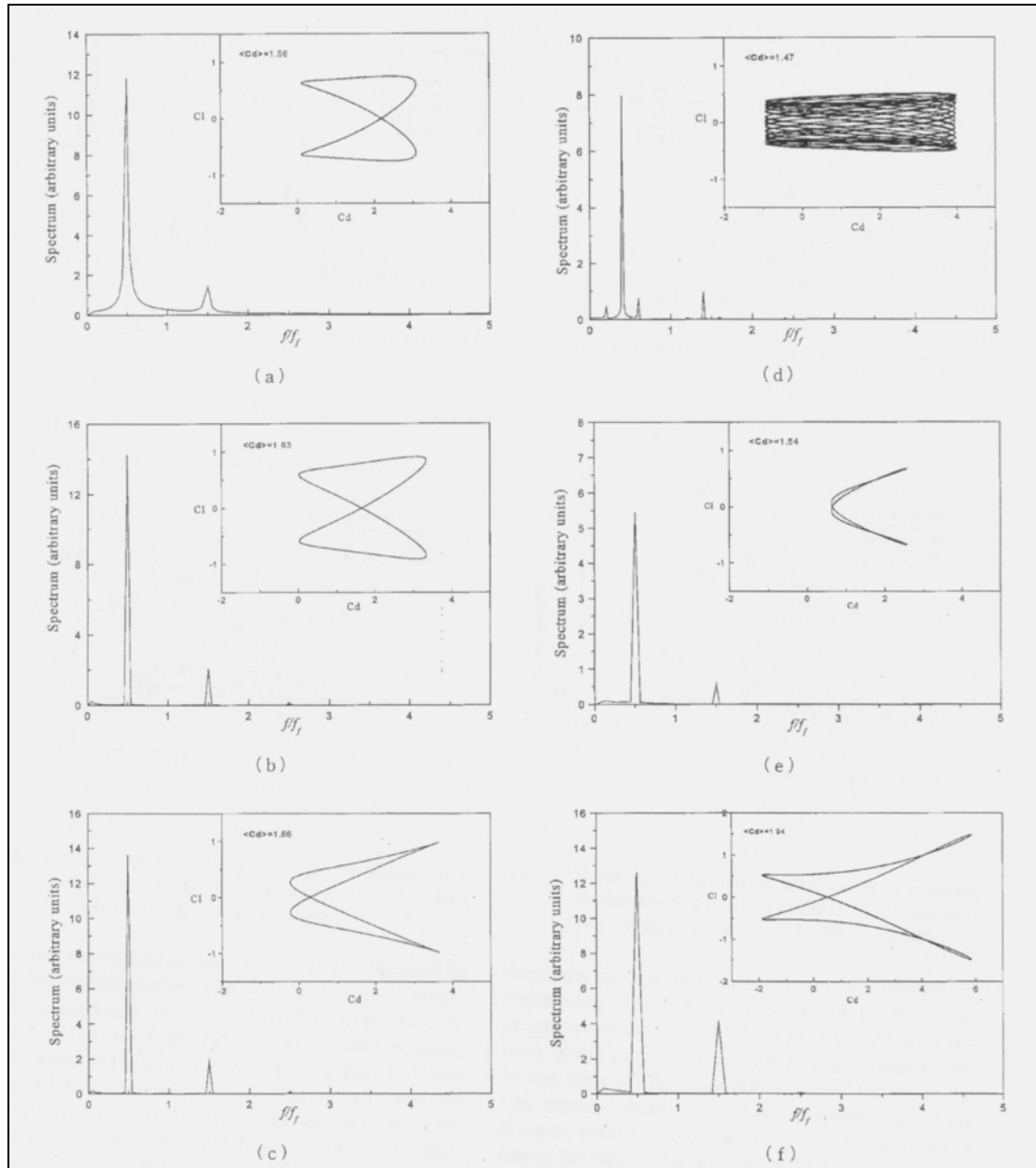


**Σχήμα 6.11:** Τα όρια του φαινομένου “lock-on” σαν συνάρτηση της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας (Chung-Kang [2]).

Όταν, το επιβαλλόμενο δυναμικό εύρος είναι αρκετά μικρό, τότε δεν εμφανίζεται το φαινόμενο “lock-on”. Όταν το επιβαλλόμενο δυναμικό εύρος ξεπεράσει την συγκεκριμένη τιμή για την οποία μπορεί να δημιουργηθεί “lock-on”, η ροή γύρω από το πρίσμα μεταβαίνει σε μία κατάσταση “lock-on”, μέσα στο πεδίο της ταλαντούμενης εισερχόμενης ροής. Όταν η δυναμική συχνότητα αυξηθεί πέρα από μια κρίσιμη τιμή για το φαινόμενο “lock-on”, η συχνότητα διάχυσης γίνεται γραμμικά ανάλογη με τη δυναμική συχνότητα,  $f_s/f_f = 0,5$ , και το φασικό διάγραμμα ανάμεσα στους συντελεστές της αντίστασης και της άνωσης περνάει σε περιοδική κατάσταση. Ωστόσο, με την περαιτέρω αύξηση της δυναμικής συχνότητας, η απλή σχέση ανάμεσα στη δυναμική συχνότητα και στη συχνότητα διάχυσης δεν υπάρχει και το φασικό διάγραμμα χάνει την περιοδικότητά του.

Στο Σχήμα 6.12 απεικονίζεται το φάσμα του συντελεστή της άνωσης και το φασικό διάγραμμα ανάμεσα στους συντελεστές της αντίστασης και της άνωσης στις περιοχές που υπάρχει και στις περιοχές που δεν υπάρχει φαινόμενο “lock-on”.

Στην περιοχή του “lock-on”, το πεδίο της ροής είναι σε περιοδική κατάσταση και υπάρχει ισχυρή κανονικότητα ανάμεσα στις δυνάμεις της αντίστασης και της άνωσης (περίπτώσεις a ~ c, e και f). Στο φάσμα της άνωσης, τα μέγιστα εμφανίζονται στη μισή από την δυναμική συχνότητα ( $0,5 f_f$ ) και η υπέρ-αρμονική της ( $1,5 f_f$ ) στην περιοχή του “lock-on”, υποθέτοντας ότι ισχυρές ενέργειες διανέμονται για  $0,5 f_f$  και  $1,5 f_f$ . Έξω από την περιοχή του “lock-on” (περίπτωση d), τα κυρίαρχα μέγιστα εμφανίζονται στην φυσική συχνότητα διάχυσης ( $f_{s0}$ ) και στις υπό-αρμονικές και υπέρ-αρμονικές ( $0,5 f_{s0}$ ,  $1,5 f_{s0}$  και  $3,5 f_{s0}$ ). Το κάθε φασικό διάγραμμα έχει διαφορετική συμπεριφορά στην περιοχή του “lock-on”, εξαιτίας των διαφορετικών μορφών της άνωσης. **Η συχνότητα του συντελεστή της αντίστασης είναι διπλάσια από αυτήν του συντελεστή της άνωσης**, γιατί η διαφορά πίεσης ανάμεσα στις πάνω και στις κάτω πλευρές του πρίσματος αλλάζει μεμονωμένα ενώ η διαφορά πίεσης ανάμεσα στις μπροστινές και στις πίσω πλευρές αλλάζει διπλάσια.



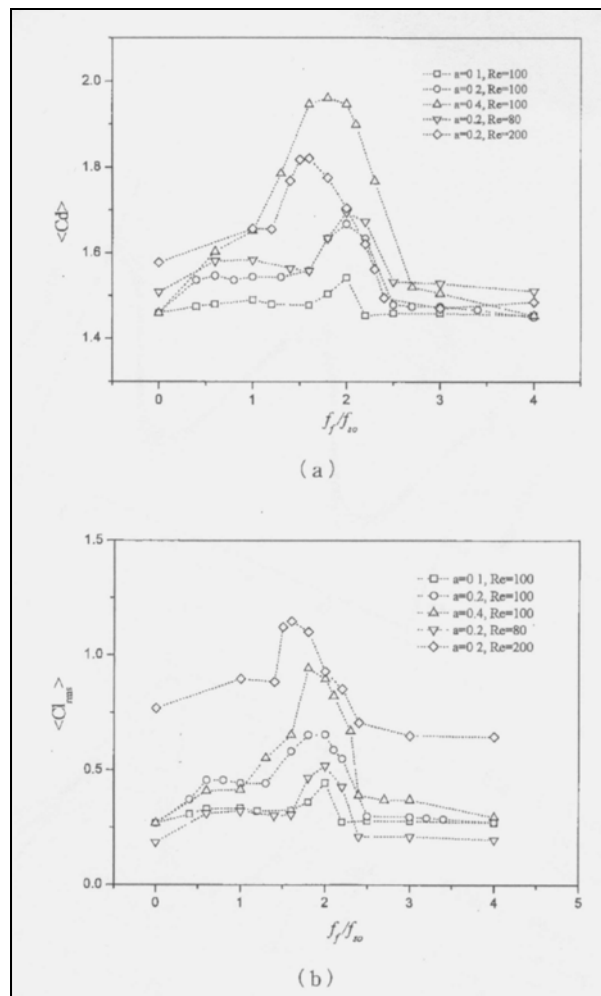
**Σχήμα 6.12:** Το φάσμα του συντελεστή της άνωσης και το φασικό διάγραμμα ανάμεσα στους συντελεστές της αντίστασης και της άνωσης στις περιοχές που υπάρχει και στις περιοχές που δεν υπάρχει φαινόμενο “lock-on” ( $Re=100$ ) (a)  $f_f/f_{so} = 1,6$ ,  $a = 0,2$  (b)  $f_f/f_{so} = 1,8$ ,  $a = 0,2$  (c)  $f_f/f_{so} = 2,0$ ,  $a = 0,2$  (d)  $f_f/f_{so} = 2,7$ ,  $a = 0,2$  (e)  $f_f/f_{so} = 2,0$ ,  $a = 0,1$  (f)  $f_f/f_{so} = 2,0$ ,  $a = 0,4$  (Chung-Kang [2])

Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι η αντίσταση γίνεται αρνητική για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα στην περίπτωση μεγάλων δυναμικών συχνοτήτων. Λαμβάνοντας υπόψιν ότι το ποσοστό της δύναμης τριβής είναι μικρότερο από το 5% της συνολικής αντίστασης, η αντίσταση κυρίως εξαρτάται από την δύναμη της πίεσης. Η μεταβολή της πίεσης στην κατεύθυνση της ροής δίνεται από τον τύπο:

$$-\frac{dP}{dx} \propto \rho \frac{du}{dt} = 2\pi\rho U_{in} a f_f \cos(2\pi f_f t)$$

Σαν αποτέλεσμα, η διαφορά της μέσης πίεσης ανάμεσα στις μπροστινές και στις πίσω πλευρές του πρίσματος είναι ανάλογη με τη δυναμική συχνότητα και το εύρος, και η δύναμη δημιουργεί περιοδικά ευνοϊκές και δυσμενείς μεταβολές της πίεσης πάνω στο πρίσμα. Αρνητικοί συντελεστές της αντίστασης (περιπτώσεις c , d και f ) εμφανίζονται, όταν σημαντικό ποσοστό «δυσμενούς» πίεσης ασκείται στο πρίσμα, εξαιτίας της ταλαντούμενης εισερχόμενης ροής.

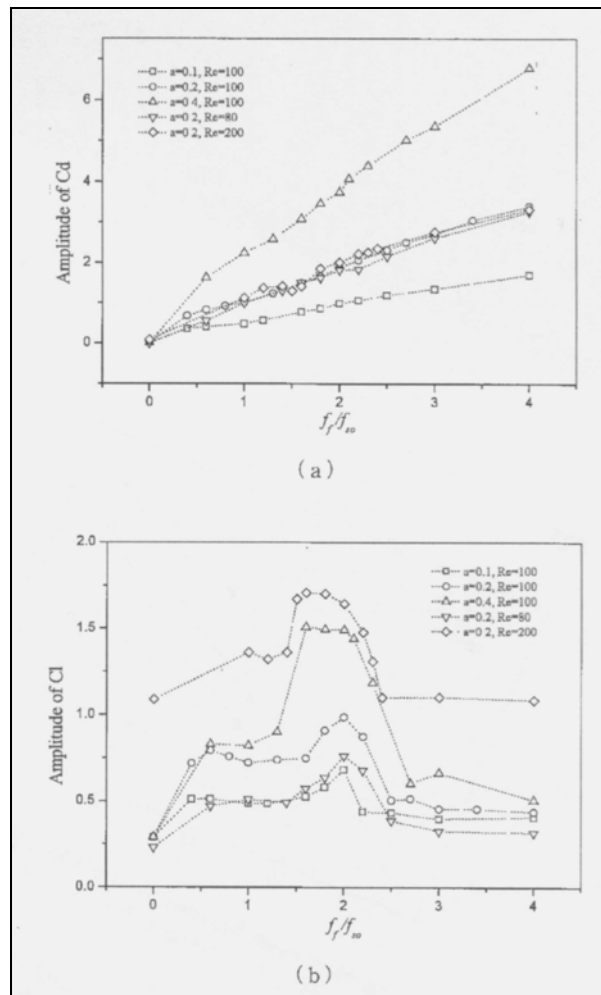
Στο Σχήμα 6.13 απεικονίζεται η μεταβολή του χρονικά μέσου συντελεστή αντίστασης και η μεταβολή της χρονικά μέσης r.m.s. τιμής του συντελεστή άνωσης, σαν συνάρτηση της δυναμικής συχνότητας.



**Σχήμα 6.13:** Η μεταβολή (a) του χρονικά μέσου συντελεστή αντίστασης και (b) της χρονικά μέσης r.m.s. τιμής του συντελεστή άνωσης, σαν συνάρτηση της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας (Chung-Kang [2]).

Η χρονικά μέση τιμή του συντελεστή αντίστασης και η χρονικά μέση r.m.s. τιμή του συντελεστή άνωσης φανερά αυξάνουν στην περιοχή του “lock-on”, και πλησιάζουν τις αντίστοιχες τιμές για σταθερή εισερχόμενη ροή στην περιοχή που δεν υπάρχει “lock-on”. Είναι φανερό ότι η μεγαλύτερη τιμή εμφανίζεται για  $f_f/f_{so} \approx 2,0$  το οποίο είναι σύμφωνο και με την εξομοίωση των Steggel και Rockliff. Ωστόσο, για ένα εύρος των συντελεστών της αντίστασης και της άνωσης εμφανίζεται διαφορετική συμπεριφορά στις χρονικά μέσες τιμές τους, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.14.





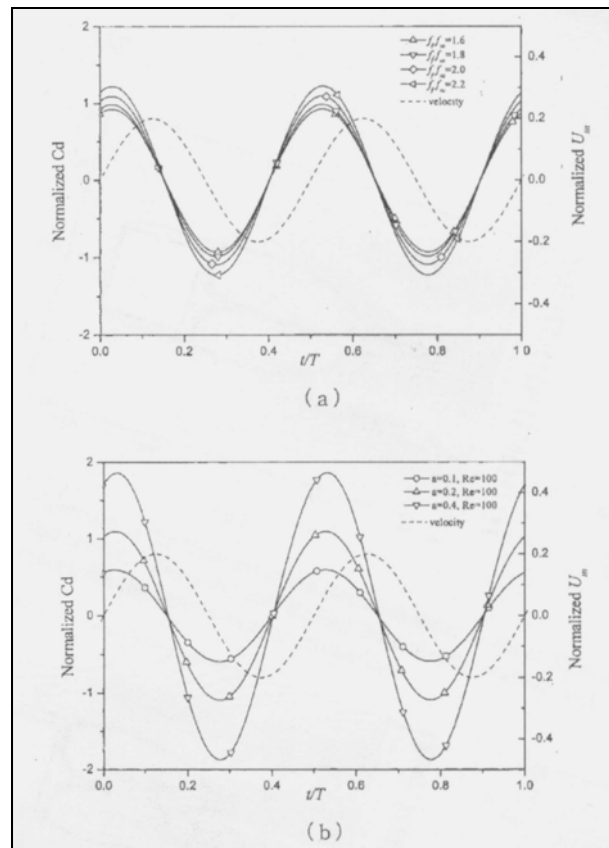
**Σχήμα 6.14:** Η μεταβολή του εύρους (a) του χρονικά μέσου συντελεστή αντίστασης και (b) της χρονικά μέσης *r.m.s.* τιμής του συντελεστή άωσης, σαν συνάρτηση της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας (Chung-Kang [2]).

Το εύρος του συντελεστή αντίστασης αυξάνει γραμμικά με το δυναμικό εύρος και δεν επηρεάζεται από τον αριθμό Reynolds μέσα σε αυτό το πεδίο μελέτης. Παράλληλα, το εύρος του συντελεστή άωσης αυξάνει στην περιοχή του “lock-on” και επιστρέφει στην τιμή του για σταθερή εισερχόμενη ροή εκτός περιοχής “lock-on”.

Εδώ ο εξομαλυσμένος συντελεστής αντίστασης προκύπτει από τον χρονικά μέσο συντελεστή αντίστασης ως εξής:  $(C_D - \langle C_D \rangle) / \langle C_D \rangle$ . Η μέγιστη ταχύτητα της εισερχόμενης ροής καθυστερείται από την μέγιστη δύναμη της αντίστασης και η ταχύτητα αυξάνεται στη μέγιστη τιμή της λίγο μετά την μεγιστοποίηση της δύναμης της αντίστασης. Με άλλα λόγια, η δύναμη της αντίστασης αντιστέκεται στην εισερχόμενη ταχύτητα για μία μικρή χρονική περίοδο ενόσω η ταχύτητα αυξάνεται στην μέγιστη τιμή της. Η διαφορά φάσης ανάμεσα στην εισερχόμενη ταχύτητα και την αντίσταση στην περιοχή του “lock-on”, συγκεντρώνεται στον Πίνακα 6.1.

**Πίνακας 6.1:** Διαφορά φάσης ανάμεσα στην εισερχόμενη ταχύτητα και στην αντίσταση. (Chung-Kang [2])

|              |      |      |      |      |
|--------------|------|------|------|------|
| $f_f/f_{fo}$ | 1.6  | 1.8  | 2.0  | 2.2  |
| Phase angle  | 68.5 | 70.5 | 68.6 | 68.5 |



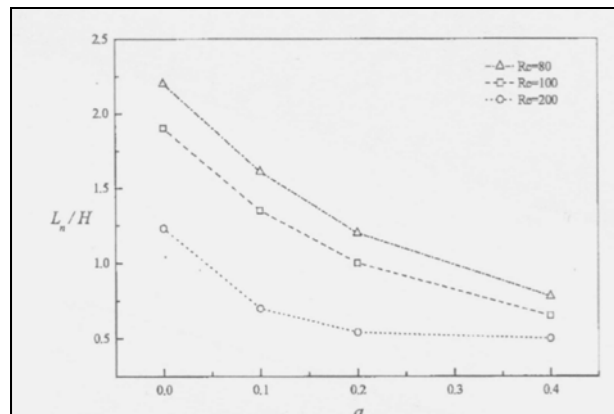
**Σχήμα 6.15:** Η σχέση ανάμεσα στην εισερχόμενη ταχύτητα και στον συντελεστή αντίστασης στην περιοχή του “lock-on”:  
 (a)  $a = 0,2$  και  $Re = 100$  (b)  $f_f/f_{so} = 2,0$  και  $Re = 100$  (Chung-Kang [2]).

Η πίεση που επενεργεί στην μπροστινή πλευρά του πρίσματος αυξάνεται ή μειώνεται ενόσω η εισερχόμενη ταχύτητα επιταχύνεται ή επιβραδύνεται. Ωστόσο ο χρόνος για τον οποίο η ελάχιστη ή η μέγιστη αντίσταση εμφανίζεται, δεν συμπίπτει με τον χρόνο για τον οποίο η μέγιστη ή η ελάχιστη πίεση επενεργεί στην μπροστινή πλευρά του πρίσματος, εξαιτίας της περιοχής ανακυκλοφορίας πίσω από το πρίσμα, η οποία επηρεάζεται από την ασκούμενη πίεση στην πίσω πλευρά. Η διαφορά στην φάση είναι σχεδόν του ίδιου μεγέθους στην περιοχή του “lock-on”. Μπορεί να υποθεθεί ότι υπάρχει μια ισορροπία στην επενέργεια της ροής πάνω στο πρίσμα και στην επενέργεια της εσωτερικής τριβής υπό τις συνθήκες του “lock-on”. Η παράμετρος που καθορίζει τη σχέση ανάμεσα στον μηχανισμό της τριβής και στην κατάσταση της ταλάντωσης, είναι η φασική γωνία με την οποία η διέγερση οδηγεί στην απόκριση.

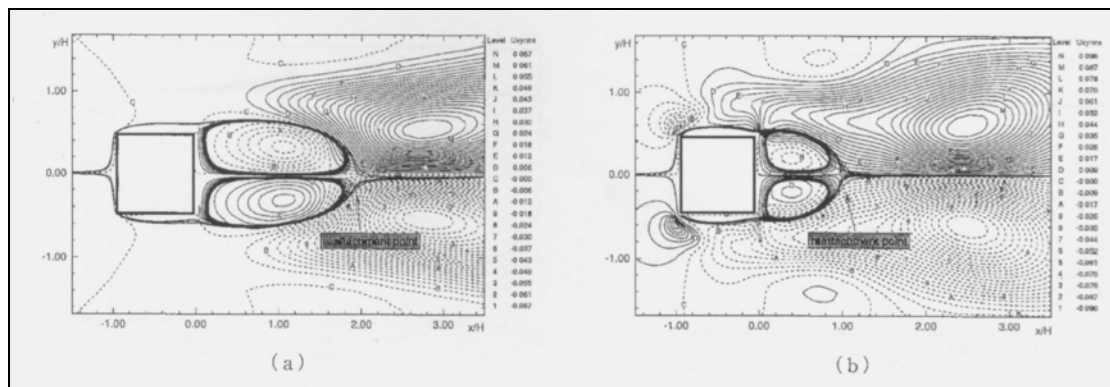
Το μέσο χρονικά πεδίο της ροής διερευνάται στην περιοχή του κοντινού ομόρρου, για συνθήκες “lock-on”. Στο Σχήμα 6.16 αναπαρίσταται η μεταβολή του μέσου χρονικά μήκους ανακυκλοφορίας, για δεδομένη δυναμική συχνότητα  $f_f/f_{so} = 2,0$ .

Το χρονικά-μέσο μήκος ανακυκλοφορίας ( $L_n$ ) ορίζεται ως η διαμήκης απόσταση από την πίσω επιφάνεια του πρίσματος έως το σημείο επανακόλλησης των χρονικά-μέσων διαχωριστικών γραμμών της ροής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.17. Επίσης, δείχνονται οι ισοϋψείς τιμές της χρονικά-μέσης διαμητικής τάσης  $\overline{u'v'}$  για σταθερή και ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή. Η  $\overline{u'v'}$  αδιαστατοποιείται με την  $U_{in}^2$ . Οι συνεχείς και διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν θετικές και αρνητικές τιμές αντίστοιχα και η παχιά συνεχής γραμμή αντιπροσωπεύει τις χρονικά-μέσες διαχωριστικές γραμμές της ροής. Οι διαχωριστικές γραμμές για τη μέση ροή έχουν

σχεδιαστεί έτσι ώστε να είναι ευδιάκριτη η σχέση ανάμεσα στις διατμητικές τάσεις και την περιοχή της ανακυκλοφορίας.



Σχήμα 6.16: Η μεταβολή του μέσου χρονικά μήκους ανακυκλοφορίας, για δεδομένη δυναμική συχνότητα  $f_f/f_{so} = 2,0$  (Chung-Kang [2]).

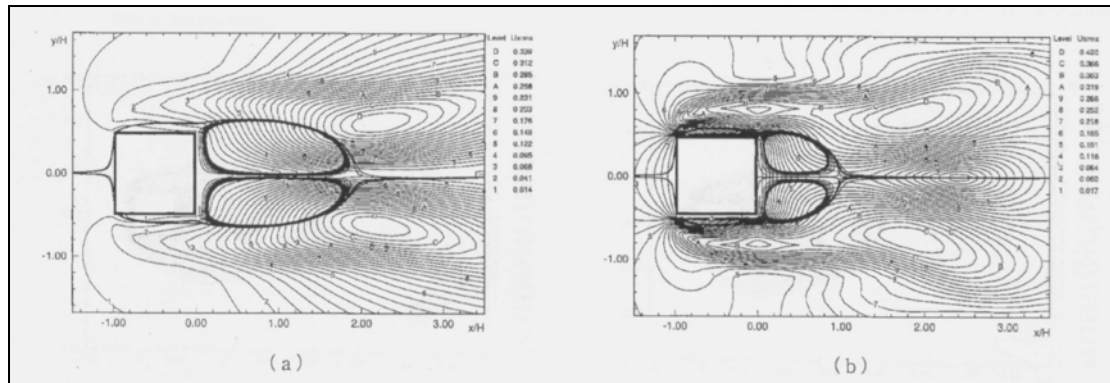


Σχήμα 6.17: Οι isoψείς τιμές της χρονικά-μέσης διατμητικής τάσης για σταθερή και για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή και για  $Re = 100$  :  
(α)  $f_f/f_{so} = 0,0$   $a = 0,0$  (β)  $f_f/f_{so} = 2,0$   $a = 0,2$  (Chung-Kang [2]).

Εδώ, το σημείο επανακόλλησης είναι η τοποθεσία, στην οποία η χρονικά-μέση επάνω διαχωριστική γραμμή της ροής επικοινωνεί με την κάτω διαχωριστική γραμμή της ροής. Τα άνω και τα κάτω όρια της περιοχής ανακυκλοφορίας διαχωρίζονται από τις διαχωριστικές γραμμές της ροής. **Το μήκος ανακυκλοφορίας για την ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή είναι πάντοτε μικρότερο από αυτό για σταθερή εισερχόμενη ροή** παρόλο που το χρονικά-μέσο πεδίο της ροής είναι παρόμοιο με αυτό για σταθερή εισερχόμενη ροή. Είναι αντιστρόφως ανάλογο με το επιβαλλόμενο δυναμικό εύρος ή με τον αριθμό Reynolds εξαιτίας της χρονικά-μέσης διακύμανσης των ταχυτήτων, που σχετίζονται με τις διατμητικές δυνάμεις και είναι ισχυρότερες για μεγαλύτερα εύρη ή για μεγαλύτερους αριθμούς Reynolds. Η διαφορά μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι οι τάσεις, που παράγονται από τις δίνες, προκαλούν ένα φαινομενικά υψηλότερο ιξώδες στη ροή, μέσω αυξημένης μεταφορά ορμής. Μπορεί να παρατηρηθεί ότι **το μέγεθος των διατμητικών τάσεων για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή σε συνθήκες “lock-on”, είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο μέγεθος για σταθερή εισερχόμενη ροή**. Είναι επίσης απαραίτητο να τονιστεί ότι η περιοχή των έντονων διατμητικών τάσεων βρίσκεται εγγύτερα στο πρίσμα σε συνθήκες “lock-on”. Η διατμητική τάση είναι πολύ μικρή κατά μήκος των διαχωριστικών γραμμών της ροής ( isoψής καμπύλη “C” ), εκτός από το σημείο

επανακόλλησης ανεξάρτητα από την ύπαρξη ή μη, επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας. Το μέγιστο μέγεθος για αριθμό Reynolds  $Re = 100$  είναι περίπου το 7% της  $U_{in}^2$  για σταθερή εισερχόμενη ροή και είναι περίπου το 10% της  $U_{in}^2$  για  $f_f/f_{so}=2,0$  και  $\alpha = 0,2$ .

Εκτός από την διατημητική τάση, και η χρονικά-μέση διακύμανση της κατά την διεύθυνση της ροής ταχύτητας  $\bar{u}'$ , η οποία αδιαστατοποιείται με την  $U_{in}$ , επηρεάζει το μέγεθος της περιοχής ανακυκλοφορίας. Στο Σχήμα 6.18, φαίνονται οι ισοϋψείς τιμές της χρονικά-μέσης διακύμανσης της ταχύτητας  $\bar{u}'$ , για σταθερή και για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή.

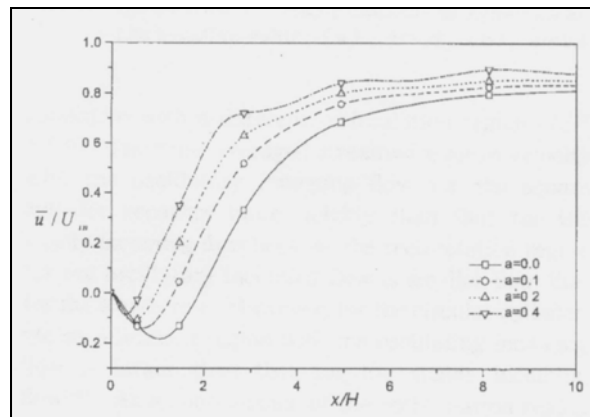


**Σχήμα 6.18:** Οι ισοϋψείς τιμές της χρονικά-μέσης διακύμανσης της ταχύτητας, για σταθερή και για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή και για  $Re = 100$  :  
(α)  $f_f/f_{so} = 0,0$   $\alpha = 0,0$  (β)  $f_f/f_{so} = 2,0$   $\alpha = 0,2$  (Chung-Kang [2]).

Είναι ευδιάκριτο ότι το μέγεθος της ταχύτητας  $\bar{u}'$  για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο για σταθερή εισερχόμενη ροή. Η μέγιστη τιμή φθάνει περίπου στο 34% και στο 42% της  $U_{in}$  για σταθερή και ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές δείχνουν ότι οι αντίστοιχες μέγιστες τιμές της διαμήκου κανονικής τάσης είναι περίπου το 12% και το 18% της  $U_{in}^2$ . Άρα, η κατά την διεύθυνση της ροής μεταβαλλόμενη ταχύτητα επίσης επηρεάζει σημαντικά το μέγεθος της περιοχής ανακυκλοφορίας.

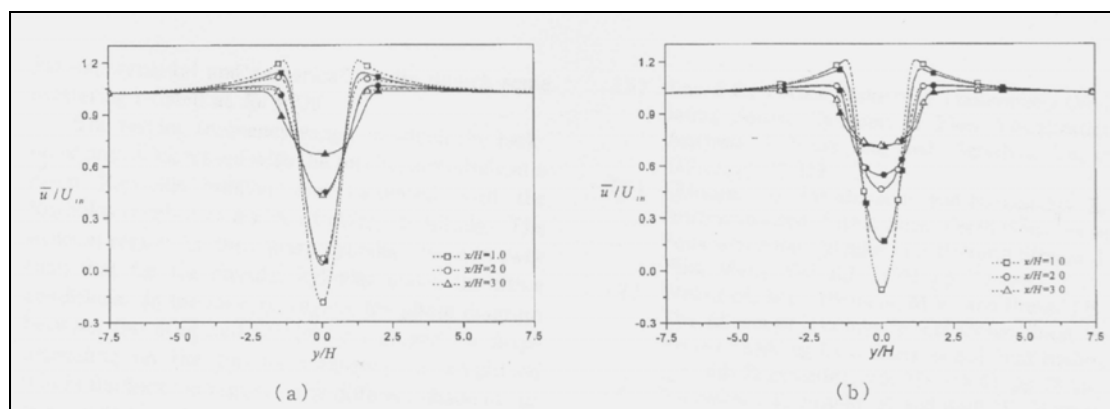
Στο Σχήμα 6.19 φαίνεται η διαμήκης κατανομή της χρονικά-μέσης κατά τη διεύθυνση της ροής μέσης ταχύτητας κατά μήκος της κεντρικής γραμμής,  $y = 0$ , για  $f_f/f_{so} = 2,0$  και  $Re = 100$ . Η κατανομή για  $\alpha = 0,4$  παρουσιάζει μία κυματοειδή μορφή. Αυτό οφείλεται στις διαφορετικές ισοϋψείς τιμές της στροβιλότητας ανάμεσα στις περιπτώσεις για  $\alpha = 0,4$  και π.χ. για  $\alpha = 0,2$ .

Μπορεί έτσι να επιβεβαιωθεί ότι η χρονικά-μέση περιοχή ανακυκλοφορίας γίνεται μικρότερη και η μέση ταχύτητα επανικάμπει πιο γρήγορα, με την αύξηση της επιβαλλόμενης δυναμικής συχνότητας. Ωστόσο, οι Hall και Griffin έδειξαν ότι η χρονικά-μέση κατά τη διεύθυνση της ροής μέση ταχύτητα για μία ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή με  $f_f/f_{so} = 1,8$ ,  $\Delta u / \pi f_f D = 0,1$  και  $Re = 200$  για απλό κύλινδρο, επανέκαμπτε πιο αργά από την περίπτωση για σταθερή εισερχόμενη ροή. Εδώ με  $D$  συμβολίζεται η διάμετρος του απλού κυλίνδρου. Οι Hall και Griffin σχεδίασαν την κάθετη προς την ροή (εγκάρσια) κατανομή για απόσταση  $3x/D$  από την πίσω πλευρά του απλού κυλίνδρου, η οποία ισοδυναμεί με απόσταση  $2x/D$  από το σημείο επανακόλλησης της περιοχής ανακυκλοφορίας.



**Σχήμα 6.19:** Η διαμήκης κατανομή της χρονικά-μέσης κατά τη διεύθυνση της ροής μέσης ταχύτητας κατά μήκος της κεντρικής γραμμής,  $y = 0$ , για  $f_f/f_{so} = 2,0$  και  $Re = 100$  (Chung-Kang [2]).

Για να μπορέσει να γίνει σύγκριση ανάμεσα σε πρίσματα τετραγωνικής διατομής και απλούς κυλίνδρους σχετικά με τα χαρακτηριστικά της ροής, οι Young-Jong Chung και Shin-Hyong Kang σχεδίασαν την χρονικά-μέση κατά τη διεύθυνση της ροής μέση ταχύτητα στις ίδιες τοποθεσίες με τους Hall και Griffin. Στο Σχήμα 6.20 (περίπτωση a), απεικονίζεται η εγκάρσια κατανομή της χρονικά-μέσης κατά τη διεύθυνση της ροής μέσης ταχύτητας για  $f_f/f_{so} = 2,0$ ,  $\Delta u / \pi f_f D = 0,23$ ,  $\alpha = 0,2$  και  $Re = 100$ , για την οποία προκύπτει η ίδια περιοχή ανακυκλοφορίας ( $L/H \approx 1$ ) με την περίπτωση απλού κυλίνδρου υπό διαφορετικές συνθήκες ροής. Στο Σχήμα 6.20 (περίπτωση b), απεικονίζεται η εγκάρσια κατανομή για  $f_f/f_{so} = 1,8$ ,  $\alpha = 0,1$ ,  $\Delta u / \pi f_f D = 0,12$  και  $Re = 200$ , για παρόμοιες συνθήκες ροής αλλά με διαφορετική περιοχή ανακυκλοφορίας ( $L/H \approx 0,6$ ).

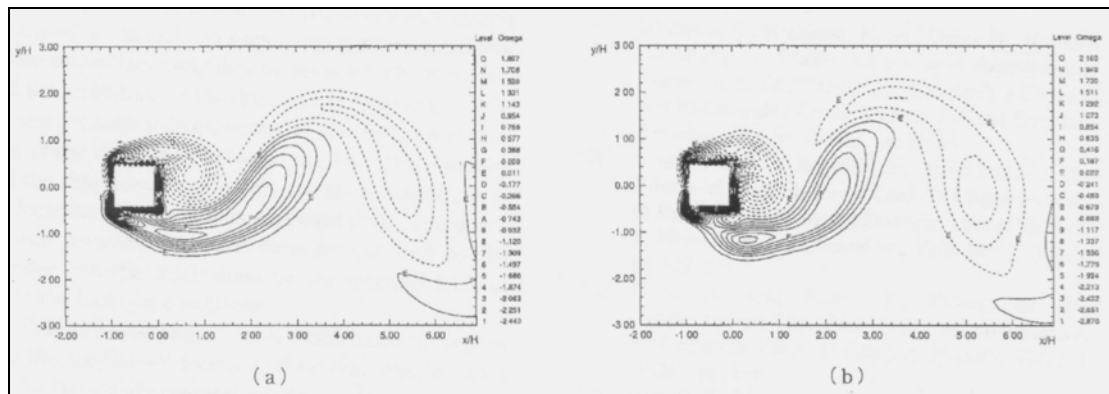


**Σχήμα 6.20:** Η εγκάρσια κατανομή της χρονικά-μέσης κατά τη διεύθυνση της ροής μέσης ταχύτητας για: (a)  $f_f/f_{so} = 2,0$ ,  $\alpha = 0,2$  και  $Re = 100$  (b)  $f_f/f_{so} = 1,8$ ,  $\alpha = 0,1$  και  $Re = 200$  (Chung-Kang [2]).

Η χρονικά-μέση κατά τη διεύθυνση της ροής μέση ταχύτητα για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή σε πρίσμα τετραγωνικής διατομής επανακάμπτει πιο γρήγορα από την περίπτωση σταθερής εισερχόμενης ροής, γιατί η περιοχή ανακυκλοφορίας για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή είναι μικρότερη από την αντίστοιχη για σταθερή ροή. Ωστόσο, για απλό κύλινδρο, η περιοχή ανακυκλοφορίας για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη για σταθερή εισερχόμενη ροή. Σαν συνέπεια, η διαφορά του μεγέθους της περιοχής ανακυκλοφορίας ανάμεσα στην περίπτωση του απλού κυλίνδρου και του πρίσματος τετραγωνικής

διατομής, επηρεάζει την κατανομή της κατά την διεύθυνση της ροής μέσης ταχύτητας, έτσι ώστε η κατανομή αυτή για πρίσμα τετραγωνικής διατομής να παρουσιάζει αντίθετη τάση από την αντίστοιχη για απλό (κυκλικό) κύλινδρο.

Στο Σχήμα 6.21 αναπαριστώνται οι στιγμιαίες ισοϋψείς τιμές της στροβιλότητας για  $f_f/f_{so} = 2,0$  και  $Re = 100$ , αδιαστατοποιημένες με το  $U_{in} / H$ . Οι τιμές αυτές πάρθηκαν όταν ο συντελεστής της άνωσης έφθανε στη μηδενική τιμή, έχοντας αρνητική κλίση. Οι συνεχείς και διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν θετικές και αρνητικές τιμές αντίστοιχα.



**Σχήμα 6.21:** Οι στιγμιαίες ισοϋψείς τιμές της στροβιλότητας για  $f_f/f_{so} = 2,0$  και  $Re = 100$ : (a)  $a = 0,2$  (b)  $a = 0,4$  (Chung-Kang [2]).

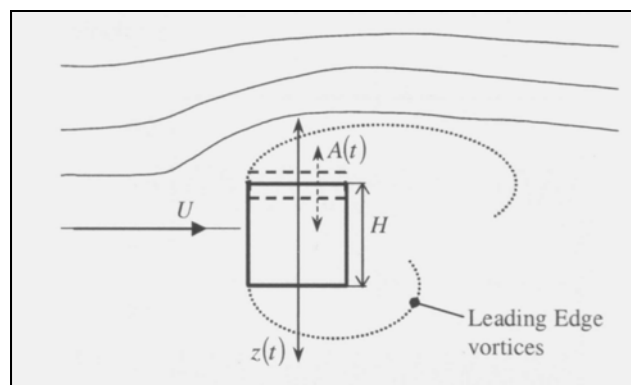
Με την αύξηση του εύρους, η δύναμη της δίνης γίνεται ισχυρότερη (για παράδειγμα η ισοϋψής καμπύλη “1” έχει την τιμή -2,44 στην περίπτωση a, ενώ στην περίπτωση b έχει την τιμή -2,87). Οι ισχυρότερες αρνητικού-πρόσημου δίνες, οι οποίες δημιουργούνται στην μπροστινή επάνω γωνία αναπτύσσονται και στην συνέχεια σπρώχνουν προς τα κάτω τις θετικού-πρόσημου δίνες από την κάτω πλευρά, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.21 - περίπτωση b. Οι δίνες γίνονται ισχυρότερες και μικρότερες σε μέγεθος για αυξανόμενο εύρος. Αυτές οι ισχυρές αρνητικού-πρόσημου δίνες αποτρέπουν τις θετικού-πρόσημου δίνες της κάτω πλευράς από το να πλησιάσουν την κεντρική γραμμή. Σαν αποτέλεσμα, η μέγιστη τιμή της χαμηλότερης θετικής δίνης βρίσκεται ελαφρά πιο κάτω από την κεντρική γραμμή και εκείνη της υψηλότερης αρνητικής δίνης βρίσκεται πάνω από την κεντρική γραμμή.

**Συνοψίζοντας**, μπορούμε να πούμε ότι για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή, το πεδίο τιμών της δυναμικής επιβαλλόμενης συχνότητας, για το οποίο εμφανίζεται φαινόμενο “lock-on”, αυξάνει με την αύξηση του δυναμικού εύρους για συγκεκριμένο αριθμό Reynolds και αυξάνει με την αύξηση του αριθμού Reynolds για συγκεκριμένο δυναμικό εύρος. Η περιοχή του “lock-on” για πρίσμα τετραγωνικής διατομής είναι στενότερη από την αντίστοιχη για απλό κύλινδρο υπό τις ίδιες συνθήκες ροής. Στην περιοχή του “lock-on”, το διάγραμμα της φάσης ανάμεσα στις δυνάμεις της αντίστασης και της άνωσης αλλάζει το σχήμα του ανάλογα με την επιβαλλόμενη δυναμική συχνότητα ή το εύρος μέσα στην περιοχή του “lock-on”. Το διαφορετικό σχήμα της φάσης προέρχεται από την διαφοροποίηση της μορφής της άνωσης, καθώς η μορφή της αντίστασης διατηρεί σχεδόν την ίδια μορφή για την εξεταζόμενη δυναμική συχνότητα. Οι συντελεστές της αντίστασης και της άνωσης (μέση και τιμή r.m.s. αντίστοιχα) ξεκάθαρα αυξάνουν μέσα στην περιοχή του “lock-on” και οι τιμές τους πλησιάζουν τις αντίστοιχες τιμές για σταθερή εισερχόμενη ροή εκτός περιοχής “lock-on”. Το εύρος της αντίστασης είναι ανάλογο με την δυναμική συχνότητα, ανεξάρτητα από την ύπαρξη ή μη φαινομένου “lock-on”. Η διαφορά

φάσης ανάμεσα στην εισερχόμενη ταχύτητα και στην δύναμη της αντίστασης είναι σχεδόν στην ίδια ακτίνα στην περιοχή του “lock-on”. Η μέση περιοχή ανακυκλοφορίας για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή είναι μικρότερη από την αντίστοιχη για σταθερή ροή και αντιστρόφως ανάλογη με την δυναμική συχνότητα ή με τον αριθμό Reynolds. Η μέση κατά την διεύθυνση της ροής ταχύτητα για ταλαντούμενη εισερχόμενη ροή για πρίσμα τετραγωνικής διατομής επανακάμπει πιο γρήγορα από την περίπτωση σταθερής εισερχόμενης ροής και έχει μια σταθερή τιμή στο πεδίο ροής που δεν επηρεάζεται από το πρίσμα.

### Π.6.3 ΡΟΗ ΓΙΑ ΜΕΣΑΙΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ REYNOLDS ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΑΚΙΝΗΤΟ ΚΑΙ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΟ ΠΡΙΣΜΑ

Αν εξετάσουμε την ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής για μεσαίους αριθμούς Reynolds, θα πρέπει πάλι να αναφέρουμε ότι δεν έχει γίνει τόσο εκτενής μελέτη όσο στην περίπτωση του απλού κυλίνδρου. Το βασικό χαρακτηριστικό της ροής είναι η αποκόλληση από τις μπροστινές γωνίες και η δημιουργία ασταθών διατμητικών στρωμάτων στην πάνω και στην κάτω πλευρά της διατομής. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα στο Σχήμα 6.22 .



Σχήμα 6.22: Δίνες από τις μπροστινές γωνίες - ακίνητο πρίσμα (Hemon-Santi [7]).

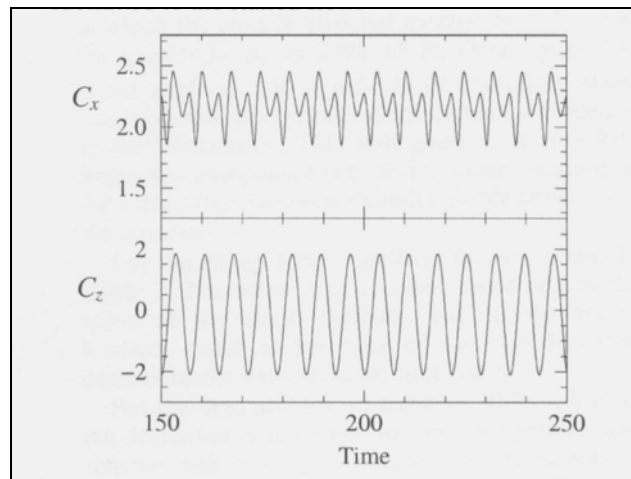
Για μεσαίους αριθμούς Reynolds, αναπτύσσεται στον μακρινό ομόρρου η κλασική μορφή διάχυσης δινών Karman Street , η οποία οδηγεί σε μη σταθερή άνωση. Όταν η τιμή της συχνότητας διάχυσης δινών πλησιάσει την τιμή της συχνότητας της κατασκευής, τότε έχουμε την εμφάνιση του “lock-in” και ως επακόλουθο, ταλαντώσεις με πολύ μεγάλο εύρος.

Οι Hemon και Santi ασχολήθηκαν με την μελέτη της ροής γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής για αριθμό Reynolds  $Re = 3500$  . Ο σκοπός της εργασίας τους, που ήταν η μελέτη τρόπων περιορισμού του εύρους της ταλάντωσης σε συνθήκες “lock-in” (διαταράσσοντας την διάχυση των δινών), ξεφεύγει από τους σκοπούς της Διπλωματικής αυτής εργασίας, αλλά μπορούν να αντληθούν πολύτιμες πληροφορίες για την συμπεριφορά ενός πρίσματος σε συνθήκες ροής για μεσαίους αριθμούς Reynolds. Οι αεροδυναμικοί συντελεστές της άνωσης και της αντίστασης, όπως προέκυψαν από τους υπολογισμούς για ακίνητο πρίσμα, αναφέρονται στον Πίνακα 6.2 . Η μέση αντίσταση και η τιμή r.m.s. της, η τιμή r.m.s. της άνωσης, ο αριθμός Strouhal και ο συντελεστής πίεσης της βάσης είναι σε συμφωνία με τις τιμές που βρήκαν και άλλοι ερευνητές. Ενδεικτικά θα αναφέρουμε τους Bearman και Obasaju, Davis και Moore, Norberg, Verstappen, Yi και Okajima. Το εύρος της τιμή r.m.s. της άνωσης είναι σχεδόν διπλάσιο από το αντίστοιχο εύρος για απλό (κυκλικό)

κύλινδρο. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται καθαρά στο ιδιαίτερο σχήμα που έχει η διατομή του πρίσματος. Ένα δείγμα των συντελεστών της αντίστασης και της άνωσης συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου φαίνεται στο Σχήμα 6.23, αφού έχει επιτευχθεί μια σταθερή κατάσταση στο πεδίο της ροής.

**Πίνακας 6.2:** Ακίνητο πρίσμα (Hemon-Santi [7]).

|            |       |
|------------|-------|
| $C_x$ mean | 2.19  |
| $C_x$ RMS  | 0.16  |
| $C_z$ RMS  | 1.40  |
| $St$       | 0.139 |
| $C_p$ base | -1.51 |



**Σχήμα 6.23:** Οι συντελεστές της αντίστασης και της άνωσης συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου για ακίνητο πρίσμα (Hemon-Santi [7]).

Παρατηρείται μια ευδιάκριτη συμπεριφορά ταλάντωσης και στα δύο διαγράμματα των συντελεστών, με τη διακύμανση της αντιστάσεως να γίνεται με διπλάσια συχνότητα από την αντίστοιχη συχνότητα της άνωσης, η οποία καθορίζει τον αριθμό Strouhal της εναλλασσόμενης διάχυσης των δινών. Η εξέλιξη της αντίστασης, δηλαδή η εμφάνιση μιας υπό-αρμονικής μεταβολής είναι τυπική για μέτριους αριθμούς Reynolds.

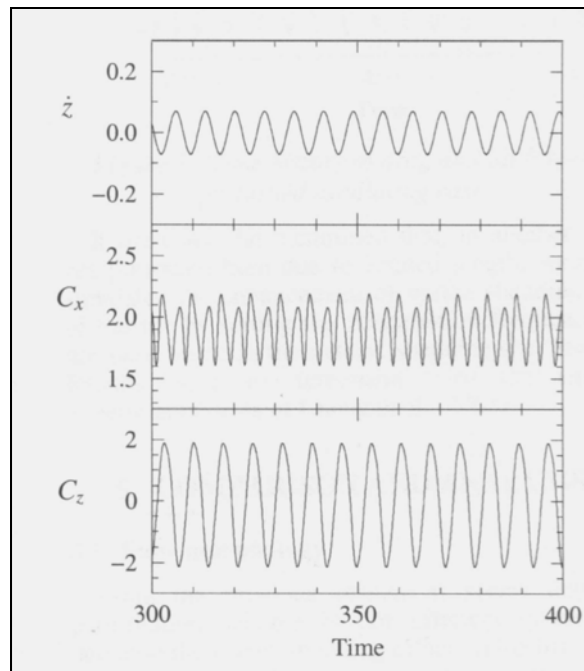
Το πρίσμα στη συνέχεια τέθηκε σε κίνηση κατά την εγκάρσια κατεύθυνση, για την συχνότητα  $St = 0,139$  της διάχυσης των δινών. Η επαγόμενη κίνηση είναι ημιτονοειδής :

$$z(t) = z_0 \sin(2\pi St t + \varphi)$$

Το εύρος της κίνησης  $z_0$  ρυθμίζεται στο 8% της διάστασης  $H$  της διατομής. Πρέπει να αναφερθεί ότι τα αποτελέσματα που θα αναφερθούν πιο κάτω έχουν ληφθεί όταν έχει σταθεροποιηθεί η ροή και έτσι, η παροδική περίοδος ανάμεσα στην στατική κατάσταση και στην κατάσταση της ταλάντωσης έχει εξαλειφθεί. Για αυτό το λόγο, η φασική γωνία  $\varphi$  στην προαναφερόμενη εξίσωση δεν είναι σημαντική.

Η χρονική μεταβολή των συντελεστών της δύναμης, καθώς και της ταχύτητας  $\dot{z}$  της διατομής του πρίσματος, δίνεται στο Σχήμα 6.24 .



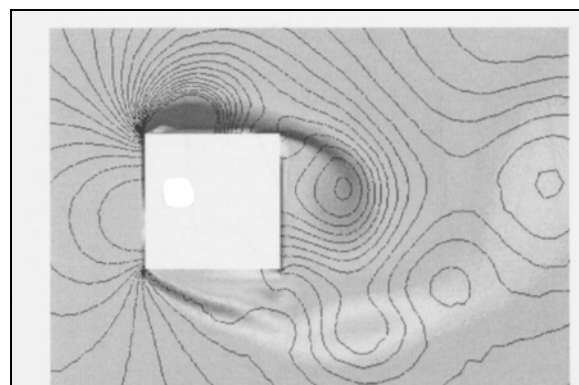


**Σχήμα 6.24:** Οι συντελεστές της αντίστασης και της άνωσης, καθώς και η ταχύτητα  $\dot{z}$  συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου για ταλαντούμενο πρίσμα (Hemon-Santi [7]).

Η προκύπτουσα δύναμη της άνωσης βρίσκεται σε καθυστέρηση  $30^\circ$  σε σχέση με την μετατόπιση του πρίσματος, κάτι που βρίσκεται μέσα στο πεδίο δραστηκών αλλαγών, που παρατήρησαν με τα πειράματά τους οι Bearman και Obasaju. Επιπλέον, παρατήρησαν ότι η μη ευσταθής άνωση αυξάνεται με την κίνηση του κυλίνδρου, κάτι που συμφωνεί και με τα αποτελέσματα των Hemon και Santi, που παρατίθενται στον Πίνακα 6.3. Η μείωση της μέσης αντίστασης είναι σύμφωνη και με τα εξαγόμενα των Yi και Okajima.

**Πίνακας 6.3:** Ταλαντούμενο πρίσμα (Hemon-Santi [7]).

|            |      |
|------------|------|
| $C_x$ mean | 1.92 |
| $C_x$ RMS  | 0.20 |
| $C_z$ RMS  | 1.44 |



**Σχήμα 6.25:** Οι σχηματισμοί των δινών - ταλαντούμενο πρίσμα (Hemon-Santi [7]).

Τέλος, οι σχηματισμοί των δινών στην περίπτωση αυτή, δηλαδή για πρίσμα τετραγωνικής διατομής, το οποίο ταλαντώνεται εγκάρσια προς την ροή για μεσαίο

αριθμό Reynolds (3500) και έχει επέλθει φαινόμενο “lock-in”, απεικονίζονται στο Σχήμα 6.25 .

#### II.6.4 ΡΟΗ ΓΙΑ ΠΟΛΥ ΜΕΓΑΛΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ REYNOLDS – ΑΚΙΝΗΤΟ ΠΡΙΣΜΑ

Αν εξετάσουμε την ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής για πολύ μεγάλους αριθμούς Reynolds, με υψηλή ταχύτητα ροής και για ρευστό είτε ασυμπιέστο είτε συμπιεστό, τότε έχουμε να κάνουμε με τυρβώδη ροή και με μεγάλης κλίμακας αστάθεια. Για την περιγραφή της ροής χρησιμοποιούνται εξειδικευμένα υπολογιστικά προγράμματα, τα οποία οδηγούν συχνά σε αποτελέσματα με αποκλίσεις, ακόμη και για την ίδια περίπτωση μελέτης. Δηλαδή, είναι δύσκολο να περιγραφεί με απόλυτη ακρίβεια η ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής για τις προαναφερόμενες πειραματικές συνθήκες. Η εξέταση της ροής για μεγάλους αριθμούς Reynolds ξεφεύγει από τα πλαίσια της Διπλωματικής αυτής εργασίας, αλλά θα γίνει μια μικρή αναφορά για να υπάρχει μεγαλύτερη πληρότητα.

Οι Theresa Campioli, Joseph Schetz και Reece Neel ασχολήθηκαν με την αριθμητική προσομοίωση ασταθούς τυρβώδους ροής γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής, εφαρμόζοντας διάφορες υπολογιστικές μεθόδους. Οι συντελεστές  $C_D$  και  $C_L$  (η μέση τιμή τους) που προέκυψαν από τις διάφορες υπολογιστικές μεθόδους δίνονται στον Πίνακα 6.4 , ενώ στον Πίνακα 6.5 δίνονται τιμές που συλλέχθηκαν από διάφορες πειραματικές εργασίες.

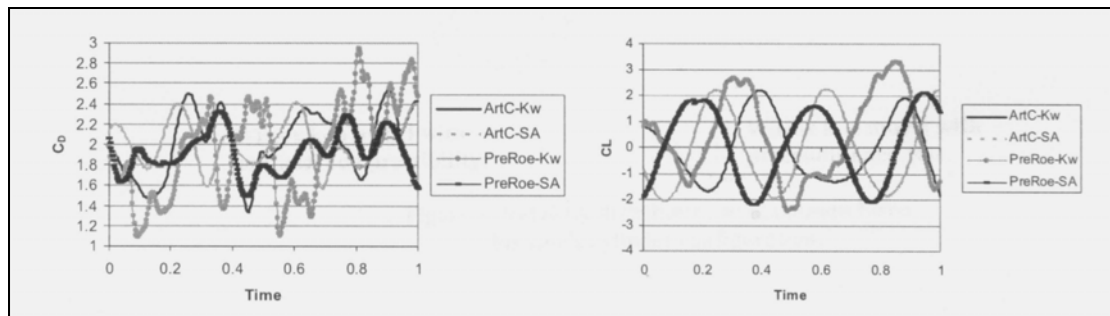
**Πίνακας 6.4:** Τιμές των συντελεστών  $C_D$  και  $C_L$  από υπολογιστικές μεθόδους. (Campioli-Schetz-Neel [1])

| Turbulence Model and Algorithm      | Mean $C_D$ | %Error of $C_D$ | Mean $C_L$ |
|-------------------------------------|------------|-----------------|------------|
| <b>Spalart-Allmaras</b>             |            |                 |            |
| Preconditioned Roe                  | 1.98       | 2.94            | -0.0403    |
| Artificial Compressibility          | 1.97       | 3.43            | -0.0178    |
| <b>Wilcox k-<math>\omega</math></b> |            |                 |            |
| Preconditioned Roe                  | 2.32       | 13.7            | -0.029     |
| Artificial Compressibility          | 2.40       | 17.6            | -0.026     |
| <b>Experimental</b>                 |            |                 |            |
| Lee                                 | 2.04       | -               | 0.020      |

**Πίνακας 6.5:** Τιμές των συντελεστών  $C_D$  και  $C_L$  από πειραματικές μεθόδους. (Campioli-Schetz-Neel [1])

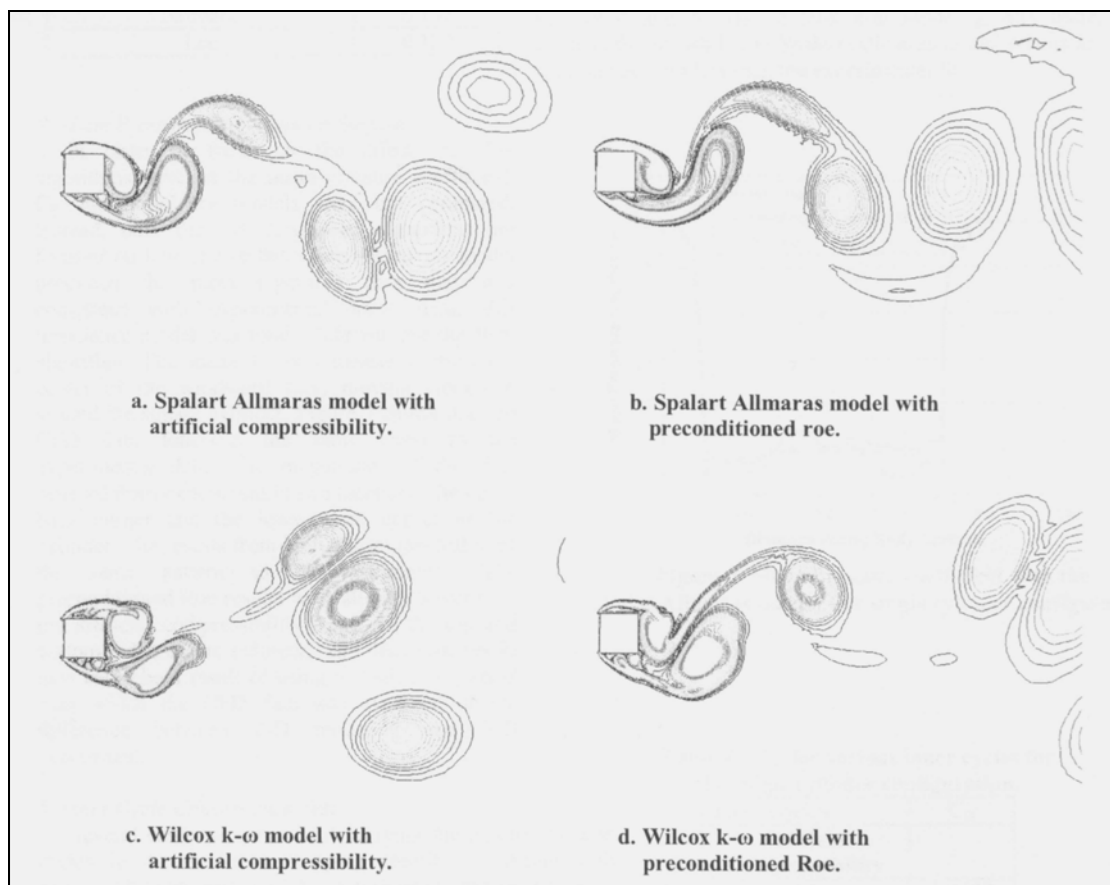
| Author  | Reynolds Number   | Mean $C_L$ | Mean $C_D$ | St    |
|---------|-------------------|------------|------------|-------|
| Norberg | $1.3 \times 10^4$ | 0.00       | 2.15       | 0.132 |
| Lee     | $1.7 \times 10^4$ | 0.02       | 2.04       | 0.122 |

Οι δυνάμεις δεν είχαν ακριβώς ημιτονοειδή συμπεριφορά καθώς μεταβάλλονταν με τον χρόνο, αν και υπολογίζονταν για πολύ μεγάλο αριθμό χρονικών περιόδων. Σαν αποτέλεσμα, ο χρόνος για να συμπληρωθεί μια περίοδος ποίκιλε και το ίδιο έκανε και το ύψος του κάθε μέγιστου. Επιπλέον, η μέση χρονικά τιμή του  $C_L$  δεν προέκυψε ακριβώς μηδενική, όπως αναμενόταν από την θεωρία. Η μεταβολή των δυνάμεων και των συχνοτήτων προέκυψε διαφορετική ανάμεσα στα διάφορα υπολογιστικά προγράμματα. Για την καλύτερη κατανόηση των παραπάνω, παρατίθεται το Σχήμα 6.26 , στο οποίο απεικονίζεται η μεταβολή των συντελεστών  $C_D$  και  $C_L$  για τις διάφορες υπολογιστικές μεθόδους.



**Σχήμα 6.26:** Η μεταβολή των συντελεστών  $C_D$  και  $C_L$  συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου για τις διάφορες υπολογιστικές μεθόδους (Campioli-Schetz-Neel [1]).

Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, το διάγραμμα του συντελεστή  $C_D$  ποικίλει ανάλογα με την υπολογιστική μέθοδο και αυτό οφείλεται στην χαοτική και ευμετάβλητη συμπεριφορά του. Επομένως, είναι αρκετά δύσκολο να προσεγγιστεί με ακρίβεια η κάθε στιγμιαία τιμή του συντελεστή  $C_D$ . Τα διάφορα διαγράμματα του συντελεστή  $C_L$  διακρίνονται για την σχεδόν ημιτονοειδή συμπεριφορά τους. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η χρονικά μέση τιμή τους είναι κοντά στο μηδέν αλλά όχι ακριβώς μηδέν όπως αναμενόταν από την θεωρία. Αντίθετα με τον συντελεστή  $C_D$ , η κάθε στιγμιαία τιμή του συντελεστή  $C_L$  μπορεί να προσεγγιστεί με κάποια ακρίβεια, καθώς οι αποκλίσεις ανάμεσα στις διάφορα υπολογιστικά προγράμματα είναι πιο μικρές.



**Σχήμα 6.27:** Κατανομή της στροβιλότητας για τις διάφορες υπολογιστικές μεθόδους. Το πεδίο της ροής αντιστοιχεί με μία κορύφωση του συντελεστή  $C_L$  (Campioli-Schetz-Neel [1]).

Αν εξετάσουμε το πεδίο της ροής για τις διάφορες υπολογιστικές μεθόδους, θα δούμε παρόμοια αποτελέσματα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.27 . Η κάθε απεικόνιση της ροής αντιστοιχεί με μία κορύφωση του συντελεστή  $C_L$  .

Η βασική φυσική παραμένει ίδια και στα τέσσερα σχήματα. Υπάρχει μια μεγάλη περιοχή υψηλής πίεσης μπροστά από το πρίσμα, έχουμε διαχωρισμό στην μπροστινή ακμή και περιοδική διάχυση δινών στον ομόρροο. Κάποιες διαφορές υπάρχουν όπως η μεγαλύτερη ένταση των δινών στην περίπτωση d και το γεγονός ότι η περιοχή υψηλής πίεσης μπροστά από το πρίσμα ταλαντώνεται ελαφρά, έχοντας την ίδια φάση με τις ταλαντώσεις που παράγονται από την εγκάρσια διάχυση πίσω από το πρίσμα. Αλλά η βασική φυσική παραμένει ίδια όπως αναφέρθηκε.

Τέλος, θα γίνει αναφορά και στον προκύπτοντα αριθμό Strouhal, ο οποίος είναι υπολογισμένος με βάση τον ακόλουθο τύπο :

$$St = \frac{nD}{V}$$

όπου  $n$  είναι η συχνότητα διάχυσης των δινών,  $D$  είναι το μήκος πλευράς του πρίσματος,  $V$  είναι η ταχύτητα της ελεύθερης ροής. Στον Πίνακα 6.6 , δίνεται η τιμή του αριθμού Strouhal, όπως προέκυψε από διάφορες πειραματικές και υπολογιστικές μελέτες.

**Πίνακας 6.6:** Τιμές του αριθμού Strouhal, όπως προέκυψαν από διάφορες εργασίες. (Campioli-Schetz-Neel [1])

| Model                               | St    |
|-------------------------------------|-------|
| <b>Spalart-Allmaras</b>             |       |
| Preconditioned Roe                  | 0.130 |
| Artificial Compressibility          | 0.131 |
| <b>Wilcox k-<math>\omega</math></b> |       |
| Preconditioned Roe                  | 0.118 |
| Artificial Compressibility          | 0.104 |
| <b>Experimental</b>                 |       |
| Norberg                             | 0.132 |
| Lee                                 | 0.122 |

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 6.6 , υπάρχουν κάποιες αποκλίσεις μεταξύ των διαφόρων μεθόδων.

### III. ΣΚΟΠΟΙ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

Οι κύριοι σκοποί της παρούσας εργασίας είναι οι εξής:

α) Να γίνει μία εκτενής βιβλιογραφική επισκόπηση της ροής γύρω από μη αεροδυναμικά σώματα, ακίνητα ή είναι ταλαντούμενα, και πιο συγκεκριμένα γύρω από κυλινδρικά σώματα με κυκλική ή τετραγωνική διατομή (κυκλικός κύλινδρος ή πρίσμα τετραγωνικής διατομής, αντίστοιχα).

β) Με τη βοήθεια αριθμητικής προσομοίωσης, να ληφθούν τα πρώτα υπολογιστικά αποτελέσματα σχετικά με τη ροή γύρω από ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds ( $Re = 200, 400$ ) και πιο συγκεκριμένα για την περίπτωση  $f_e = f_s$ , όπου  $f_e$  είναι η εξωτερική επιβαλλόμενη συχνότητα της ταλάντωσης του πρίσματος και  $f_s$  είναι η συχνότητα του δρόμου δινών για ακίνητο κύλινδρο (φυσική συχνότητα).

Η βιβλιογραφική επισκόπηση αναπτύχθηκε σε προηγούμενη ενότητα (II. Θεωρητικό Μέρος), ενώ τα ζητούμενα υπολογιστικά αποτελέσματα θα αναφερθούν ακολούθως.

### IV. ΒΑΣΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

#### IV.1 ΓΕΝΙΚΑ

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, γίνεται μια αριθμητική προσομοίωση **διδιάστατης ροής** γύρω από ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής. Για τον λόγο αυτό έπρεπε να επιλεγεί ένας χαμηλός αριθμός Reynolds έτσι ώστε να μην αποκτήσει η ροή τρισδιάστατο χαρακτήρα. Η σχετική βιβλιογραφική επισκόπηση, που αναπτύχθηκε σε προηγούμενη ενότητα (II. Θεωρητικό Μέρος), έδειξε ότι για αριθμούς Reynolds μέχρι και την τιμή 200 (δηλαδή για  $Re \leq 200$ ), η ροή για τετραγωνικό πρίσμα, δεν αποκτούσε τρισδιάστατο χαρακτήρα για πρίσμα τετραγωνικής διατομής. Οπότε, **επιλέχθηκε η αριθμητική προσομοίωση να γίνει για αριθμό Reynolds  $Re = 200$** .

Το πρόβλημα, που έπρεπε αρχικά να επιλυθεί, ήταν η ροή γύρω από ένα πρίσμα τετραγωνικής διατομής, το οποίο εκτελεί εγκάρσια ταλάντωση, ως προς μια διαμήκη, σταθερή και ομοιόμορφη ροή. Δηλαδή, **η ροή του ρευστού είναι κατά τη διεύθυνση  $x$  ενώ το πρίσμα ταλαντώνεται κατά τη διεύθυνση  $y$** . Το υπολογιστικό πρόγραμμα, που χρησιμοποιήθηκε, είχε τη δυνατότητα να επιλύσει τις εξισώσεις Navier-Stokes (διδιάστατες) για τον αριθμό Reynolds  $Re = 200$ , χρησιμοποιώντας ένα σχετικό σύστημα αναφοράς, το οποίο «ακολουθούσε» την κίνηση του πρίσματος. Με αυτόν τον τρόπο, **μπορούσαν να υπολογιστούν είτε άμεσα είτε έμμεσα, οι δυνάμεις της διάγερσης και οι αδρανειακές δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο πρίσμα**.

## IV.2 ΑΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ένα πρίσμα τετραγωνικής διατομής εξαναγκάζεται να ταλαντωθεί αρμονικά κατά τη διεύθυνση  $y$ , ενώ δέχεται την ομοιόμορφη ροή ενός ρευστού κατά τη διεύθυνση  $x$ . Ο άξονας  $x$  δηλαδή, είναι παράλληλος με τη ροή του ρευστού (διαμήκης άξονας) και ο άξονας  $y$  είναι κάθετος προς τη ροή του ρευστού (εγκάρσιος άξονας). Η ταχύτητα του ρευστού, προτού αυτό συναντήσει το πρίσμα, είναι ίση με  $U_\infty$ , η πυκνότητα του ρευστού συμβολίζεται με  $\rho$ , το κινηματικό ιξώδες του ρευστού συμβολίζεται με  $\nu$ , η πλευρά της τετραγωνικής διατομής συμβολίζεται με  $D$ , το εύρος της εγκάρσιας ταλάντωσης συμβολίζεται με  $A$ , η κυκλική συχνότητα συμβολίζεται με  $\omega$  και η στιγμιαία μετατόπιση του πρίσματος από τη θέση ισορροπίας συμβολίζεται με  $\eta$ .

Θεωρούμε ότι η στιγμιαία μετατόπιση  $\eta$  δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\eta = A \sin(\omega t) \quad (1)$$

Ας συμβολιστεί με  $F_y$  η συνολική δύναμη (ανά μονάδα μήκους) που ασκείται πάνω στο πρίσμα κατά τη διεύθυνση  $y$ . Η δύναμη  $F_y$  είναι στην ουσία, το συνολικό αποτέλεσμα της πίεσης και των διατμητικών τάσεων που ασκούνται γύρω από το πρίσμα. Όταν υπάρχει συγχρονισμός στον ομόρρου του πρίσματος, η  $F_y$  είναι επίσης αρμονική με την ίδια συχνότητα, και μπορεί να αναλυθεί στη δύναμη της διέγερσης και στην αδρανειακή δύναμη, ως εξής:

$$F_y = F_v \cos(\omega t) + F_M \sin(\omega t) \quad (2)$$

όπου  $F_v$ ,  $F_M$  είναι τα εύρη της δύναμης διέγερσης (βρίσκεται στην ίδια φάση με την ταχύτητα) και της αδρανειακής δύναμης (βρίσκεται με διαφορά φάσης  $180^\circ$  από την επιτάχυνση), αντίστοιχα. Αν η δύναμη είναι αρμονική, τα  $F_v$ ,  $F_M$  μπορούν να υπολογιστούν από την  $F_y$ , χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες σχέσεις:

$$F_v + i F_M = \frac{2}{T} \int_0^T F_y \exp(i\omega t) dt \quad (3)$$

όπου  $i = \sqrt{-1}$  και  $T = (2\pi) / \omega$  είναι η περίοδος ταλάντωσης του πρίσματος.

Τα  $F_v$ ,  $F_M$  μπορούν να αποδοθούν και ως ακολούθως:

$$F_v = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D C_{L_v} \quad (4)$$

$$F_M = \rho D^2 A \omega^2 C_M \quad (5)$$

όπου  $C_{L_v}$  και  $C_M$  είναι αδιάστατες παράμετροι. Μπορεί δηλαδή να υποθεθεί ότι η  $F_v$  είναι ανάλογη με τη δυναμική πίεση  $1/2 \rho U_\infty^2$ , και ότι η  $F_M$  είναι ανάλογη με την επιτάχυνση του πρίσματος. Δεν πρέπει όμως να αγνοηθεί το γεγονός ότι οι δυνάμεις  $F_v$  και  $F_M$  είναι συνιστώσες της ίδιας δύναμης, οπότε μπορεί να συσχετιστεί και η δύναμη  $F_M$  με τη δυναμική πίεση ως εξής:

$$F_M = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D C_{L\alpha} \quad (6)$$

όπου  $C_{L\alpha}$  είναι άλλη νέα αδιάστατη παράμετρος.

Σύμφωνα με τη σχέση (3), οι αδιάστατες παράμετροι υπολογίζονται ως εξής:

$$C_{Lv} = \frac{2}{T} \int_0^T C_y \cos(\omega t) dt \quad (7)$$

$$C_{L\alpha} = \frac{2}{T} \int_0^T C_y \sin(\omega t) dt \quad (8)$$

$$C_M = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{1}{8\pi^2} C_y \sin(\omega t) \frac{1}{St_e^2 \xi} dt \quad (9)$$

όπου με  $St_e$  συμβολίζεται η αδιάστατη επιβαλλόμενη συχνότητα της ταλάντωσης, με  $\xi$  συμβολίζεται το αδιάστατο εύρος της ταλάντωσης ( $A/D$ ) και με  $C_y$  συμβολίζεται η αδιάστατη στιγμιαία δύναμη κατά τη διεύθυνση  $y$  (συντελεστής άνωσης):

$$St_e = \frac{\omega D}{2\pi U_\infty} \quad (10)$$

$$\xi = \frac{A}{D} \quad (11)$$

$$C_y = \frac{2 F_y}{\rho U_\infty^2 D} \quad (12)$$

Επίσης, αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$C_{L\alpha} = 8\pi^2 (A/D) \left(\frac{D/U_\infty}{T}\right)^2 C_M \quad (13)$$

Αφού οι δυνάμεις  $F_v$  και  $F_M$  συσχετίζονται με τη δυναμική πίεση, τότε είναι επακόλουθο να συσχετιστεί και η δύναμη  $F_y$  με τον ίδιο τρόπο:

$$F_y = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D C_L \quad (14)$$

όπου  $C_L \equiv C_y$  είναι η αδιάστατη δύναμη κατά τη διεύθυνση  $y$ , δηλαδή ο συντελεστής της άνωσης, ο οποίος είναι μία συνάρτηση του χρόνου και μπορεί να αναλυθεί στην χρονικά μέση τιμή του  $\langle C_L \rangle$  και στη στιγμιαία διακύμανση  $C_L'$ . Στην εργασία αυτή, για να μπορέσουν να μελετηθούν αποτελεσματικότερα οι διακυμάνσεις της δύναμης της άνωσης, προτιμήθηκε να γίνει ο υπολογισμός της

τιμής r.m.s. του  $C'_L$ , η οποία συμβολίζεται με  $C_{L,r.m.s.}$ . Όταν η δύναμη πάνω στο πρίσμα είναι αρμονική, θα ισχύει ότι:

$$C_{L,r.m.s.} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{C_{L_v}^2 + C_{L_a}^2} \quad (15)$$

Από τη διαστατική ανάλυση προκύπτει ότι οι παράμετροι  $C_{L_v}$ ,  $C_M$ ,  $C_{L_a}$  και  $C_L$  εξαρτώνται από το λόγο  $\xi = A/D$ , την αδιάστατη επιβαλλόμενη συχνότητα της διέγερσης  $St_e$  και από τον αριθμό Reynolds.

Αν συμβολίσουμε με  $F_x$  τη δύναμη της αντίστασης (ανά μονάδα μήκους) που ασκείται πάνω στο πρίσμα, ο συντελεστής αντίστασης  $C_D$  προκύπτει από την ακόλουθη σχέση:

$$F_x = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D C_D \quad (16)$$

Ο συντελεστής αντίστασης μπορεί να αναλυθεί στη χρονικά μέση τιμή του  $\langle C_D \rangle$  και στη διακύμανση  $C'_D$ , δηλαδή:

$$C_D = \langle C_D \rangle + C'_D \quad (17)$$

$$\langle C_D \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T C_D dt \quad (18)$$

Ομοίως, υπολογίστηκε η τιμή r.m.s. του  $C'_D$ , η οποία συμβολίζεται με  $C_{D,r.m.s.}$ .

Μία άλλη παράμετρος της ροής που εξετάστηκε ήταν η μέση ισχύς σκέδασης (**mean power dissipation**). Αφού πρώτα έχει επιτευχθεί μια σταθερή κατάσταση στη ροή, η μέση ισχύς σκέδασης δίνει μια ποσοτική ένδειξη για το πόσο ενεργητική είναι η ροή (όσο πιο ενεργητική γίνεται η ροή, τόσο μεγαλώνει ο μέσος ρυθμός σκέδασης). Αν συμβολιστεί με  $\langle P_d \rangle$  η μέση ισχύς σκέδασης, η εφαρμογή του πρώτου νόμου της Θερμοδυναμικής δίνει την ακόλουθη σχέση για το  $\langle P_d \rangle$ .

$$\langle P_d \rangle = \langle F_x \rangle U_\infty - \langle F_y \frac{d\eta}{dt} \rangle \quad (19)$$

όπου  $d\eta/dt$  είναι η ταχύτητα του πρίσματος κατά τον εγκάρσιο άξονα.

Διαιρώντας με την ποσότητα  $1/2 \rho D U_\infty^3$  και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (16), (18), (2), (1) και (4) προκύπτει ότι:

$$\langle P \rangle = \langle C_D \rangle - \pi C_{L_v} \left( \frac{A}{D} \right) St_e \quad (20)$$

όπου  $\langle P \rangle = \langle P_d \rangle / (1/2 \rho D U_\infty^3)$  είναι η αδιάστατη μέση ισχύς σκέδασης, ενώ υπενθυμίζεται ότι  $St_e$  είναι η αδιάστατη επιβαλλόμενη συχνότητα της ταλάντωσης.



### IV.3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, επιλύθηκαν αριθμητικά οι **διδιάστατες εξισώσεις Navier-Stokes** για τους αριθμούς Reynolds  $Re = 200$  και  $400$ . Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι οι εξισώσεις λύνονται **για ασυμπιεστο ρευστό**. Όλα τα μήκη **αδιαστατοποιήθηκαν με το  $D$** , όλες οι **ταχύτητες αδιαστατοποιήθηκαν με την ταχύτητα** του ρευστού προτού αυτό συναντήσει το πρίσμα  $U_\infty$ , ο χρόνος **αδιαστατοποιήθηκε με το μέγεθος  $D / U_\infty$**  και η πίεση **αδιαστατοποιήθηκε με το μέγεθος  $\rho U_\infty^2$** .

Έτσι, μπορούν να διατυπωθούν **οι βασικές εξισώσεις** που διέπουν το πρόβλημα, σε αδιάστατη μορφή:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} \quad (22)$$

όπου  $Re = U_\infty D / \nu$  είναι ο αριθμός Reynolds της ροής ( $Re = 200, 400$ ).

**Οι οριακές συνθήκες** του προβλήματος είναι οι εξής:

α) Στην κάθε στιγμιαία θέση του πρίσματος, η ταχύτητα του ρευστού ισούται με την ταχύτητα του πρίσματος, δηλαδή:

$$\vec{u} = \frac{d\eta}{dt} \vec{j} \quad (23)$$

όπου  $\vec{j}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στη διεύθυνση  $y$  ενώ με  $\eta$  **συμβολίζεται τώρα η αδιάστατη μετατόπιση του πρίσματος**.

β) Πολύ μπροστά από το πρίσμα (πολύ πριν δηλαδή η ροή συναντήσει το πρίσμα), και στις πλευρές του πεδίου υπάρχει ομοιόμορφη ροή και η ταχύτητα είναι:

$$\vec{u} = 1 \vec{i} \quad (24)$$

όπου  $\vec{i}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στη διεύθυνση  $x$  (ενώ  $U_\infty$  είναι η διαστατή ταχύτητα).

γ) Πολύ πίσω από το πρίσμα (αφού δηλαδή η ροή έχει συναντήσει το πρίσμα και έχει απομακρυνθεί), υποτίθεται μια συνθήκη Neumann για την ταχύτητα, δηλαδή:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial n} \approx 0 \quad (25)$$

**Για να μη χρειαστεί να ανακατασκευάζεται συνεχώς το πλέγμα για κάθε χρονικό βήμα, έγινε χρήση ενός σχετικού συστήματος αναφοράς, το οποίο «ακολουθούσε» την κίνηση του πρίσματος και η αρχή του βρισκόταν στο κέντρο του πρίσματος** (δηλαδή στο σημείο τομής των διαγωνίων του).

Επομένως, με βάση την παραπάνω θεώρηση, η  $\vec{u}$  από εδώ και στο εξής θα αντιπροσωπεύει τη σχετική, σε σχέση με το κινούμενο πρίσμα, ταχύτητα. Η εξίσωση (21) δεν θα επηρεαστεί από την θεώρηση αυτή, όμως η εξίσωση (22) θα πρέπει να τροποποιηθεί ως εξής:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{u} - \frac{d^2 \eta}{dt^2} \vec{j} \quad (26)$$

Έχουμε δηλαδή την εμφάνιση ενός αδρανειακού όρου στο δεξιό μέρος της εξίσωσης. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι για να υπολογιστεί η πραγματική δύναμη πάνω στο πρίσμα, πρέπει να αφαιρεθεί από τη δύναμη που υπολογίζει ο κώδικας η ποσότητα:

$$-\rho D^2 \frac{d^2 \eta}{dt^2} \vec{j}$$

Επιπλέον, οι οριακές συνθήκες τροποποιούνται ως εξής:

α) Η ταχύτητα πάνω στην κάθε στιγμιαία θέση του πρίσματος είναι :

$$\vec{u} = 0 \quad (27)$$

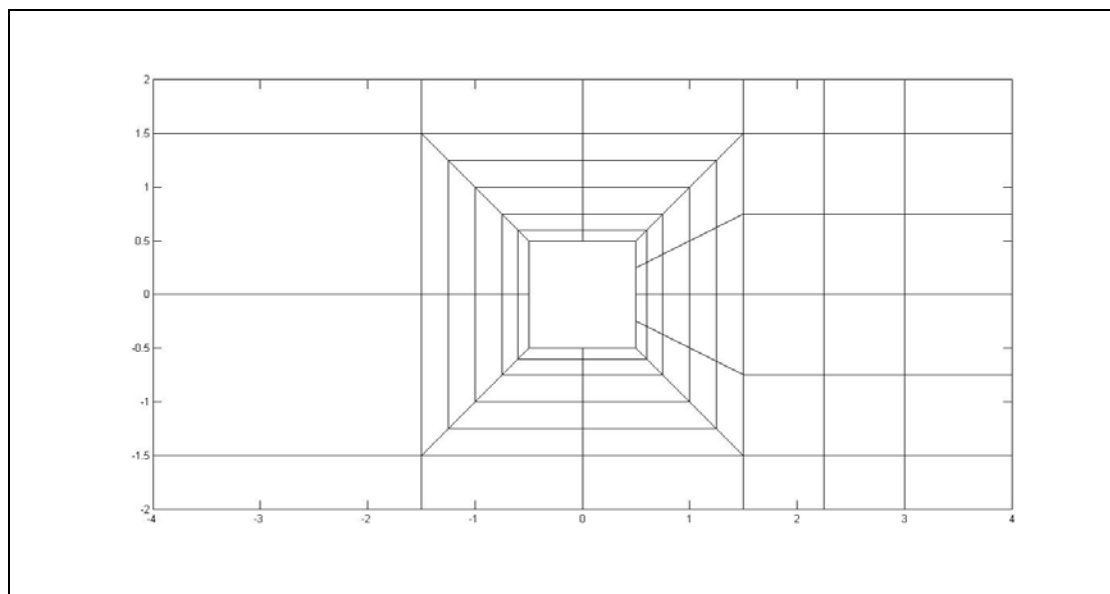
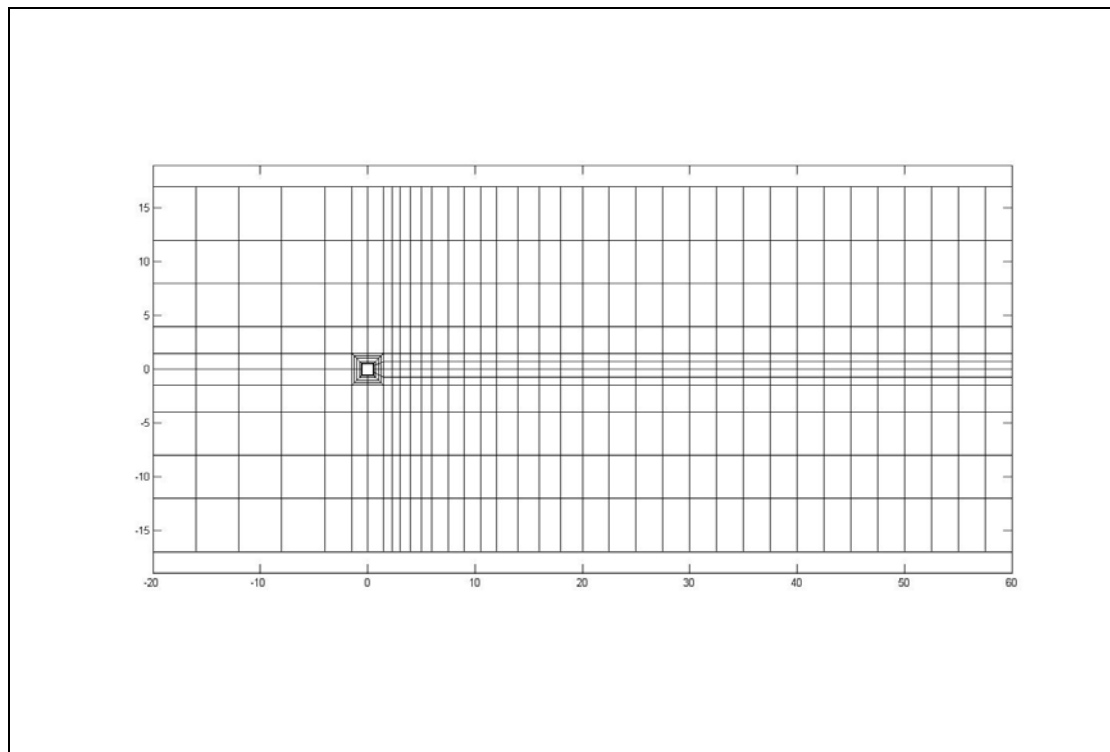
β) Στην εισροή και στα δύο παράπλευρα όρια του υπολογιστικού πεδίου η ταχύτητα είναι:

$$\vec{u} = 1 \vec{i} - \frac{d\eta}{dt} \vec{j} \quad (28)$$

γ) Διατηρείται η συνθήκη Neumann για την ταχύτητα στην εκροή.

Οι εξισώσεις (21) και (26) επιλύονται από τον κώδικα Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής για τις τροποποιημένες οριακές συνθήκες που προαναφέρθηκαν, με χρήση της μεθόδου των φασματικών πεπερασμένων στοιχείων (spectral element method).

Τα όρια του πλέγματος, που χρησιμοποιήθηκε (Σχήμα 1), βρίσκονται στο αριστερό όριο για  $x/D = -20$ , στο επάνω για  $y/D = 17$ , στο κάτω για  $y/D = -17$  και στο δεξιό όριο για  $x/D = 60$ . Εφαρμόστηκε μία διακριτοποίηση, αποτελούμενη από 464 πεπερασμένα στοιχεία, με  $9 \times 9$  στοιχειακή ανάλυση. Η διακριτοποίηση αυτή έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα επαρκής, ύστερα από διάφορα τεστ αξιολόγησης σε παρόμοια προβλήματα (Kaiktsis., Triantafyllou, και Ozbas [9]).



**Σχήμα 1:** Το πλέγμα φασματικών πεπερασμένων στοιχείων, που χρησιμοποιήθηκε για την αριθμητική επίλυση της ροή γύρω από πρίσμα τετραγωνικής διατομής, σε όλη του την έκταση (πάνω) και στην περιοχή γύρω από το πρίσμα σε μεγαλύτερη κλίμακα (κάτω).

#### IV.4 ΠΟΡΕΙΑ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, το πρόβλημα της εγκάρσιας ταλάντωσης ενός πρίσματος τετραγωνικής διατομής μέσα σε ρεύμα σταθερής ταχύτητας, εξαρτάται από τις εξής παραμέτρους:

α) Από τον λόγο  $F = f_e / f_s = St_e / St_s$ , όπου  $f_e$  είναι η εξωτερικά επιβαλλόμενη συχνότητα της ταλάντωσης του πρίσματος και  $f_s$  είναι η συχνότητα του δρόμου δινών της ροής γύρω από ακίνητο πρίσμα, ενώ  $St_e$  και  $St_s$  είναι οι αντίστοιχες αδιάστατες τιμές των συχνοτήτων  $f_e$  και  $f_s$ . Υπενθυμίζεται ότι:

$$F = \frac{f_e}{f_s} = \frac{\frac{f_e D}{U_\infty}}{\frac{f_s D}{U_\infty}} = \frac{St_e}{St_s} \quad (29)$$

β) Από τον αριθμό Reynolds.

γ) Από τον λόγο  $A/D$ , όπου  $A$  είναι το εύρος της εγκάρσιας ταλάντωσης και  $D$  είναι η πλευρά της τετραγωνικής διατομής.

Η πορεία των υπολογισμών που ακολουθήθηκε, ήταν η εξής:

Αρχικά, υπολογίστηκε η τιμή της αδιάστατης συχνότητας  $St_s$  για τη περίπτωση του ακίνητου πρίσματος. Κατόπιν, εξετάστηκε το πρόβλημα του ταλαντούμενου πρίσματος: Κρατώντας σταθερούς τον λόγο  $F$  (επιβάλλοντας συχνότητα ταλάντωσης ίση με  $f_s$  ( $F = 1$ ) και τον αριθμό Reynolds ( $Re=200$ ), μεταβαλλόταν κάθε φορά ο λόγος  $A/D$  από την τιμή 0.02 έως και την τιμή 1.0 με βήμα 0.02. Στην καθεμία περίπτωση (συνολικά 50 περιπτώσεις), υπολογίστηκαν οι ζητούμενες αδιάστατες παράμετροι της ροής, αφού πρώτα είχε επιτευχθεί μια σταθερή κατάσταση σε αυτήν (έπειτα από τουλάχιστον 80 περιόδους του φαινομένου).

Η μεθοδολογία που περιγράφηκε προηγουμένως, εφαρμόστηκε και στην περίπτωση της ταλάντωσης του ίδιου πρίσματος για μεγαλύτερο αριθμό Reynolds. Πιο συγκεκριμένα, εξετάστηκε η ταλάντωση του πρίσματος για  $F = 1$ ,  $Re = 400$  και με το λόγο  $A/D$  να μεταβάλλεται από την τιμή 0.04 έως και την τιμή 0.48 ανά διαστήματα των 0.04 μονάδων (συνολικά 12 περιπτώσεις). Σημειώνουμε ότι για  $Re = 400$  η ροή χαρακτηρίζεται από περισσότερες από μία συχνότητες. Η εξωτερική συχνότητα (συχνότητα ταλάντωσης του κυλίνδρου) τέθηκε ίση με την κυρίαρχη συχνότητα, όπως αυτή προκύπτει από το φάσμα συχνοτήτων του συντελεστή άνωσης, για ακίνητο κύλινδρο.

## V. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

### V.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

#### V.1.1 ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΑΚΙΝΗΤΟ ΠΡΙΣΜΑ, $Re = 200$

Η αριθμητική προσομοίωση της ροής γύρω από ακίνητο πρίσμα τετραγωνικής διατομής για αριθμό Reynolds  $Re = 200$ , έδειξε ότι ο δρόμος δινών Von Karman χαρακτηρίζεται από μία μόνο συχνότητα. Η αδιάστατη τιμή της συχνότητας αυτής  $St_s$ , προέκυψε:

$$St_s = 0.1529 \text{ για } Re = 200$$

Εκτός από την αδιάστατη συχνότητα  $St_s$ , υπολογίστηκαν και οι τιμές των αδιάστατων συντελεστών των δυνάμεων, οι οποίες απεικονίζονται στα αντίστοιχα διαγράμματα της περίπτωσης του ταλαντούμενου πρίσματος για αριθμό Reynolds  $Re = 200$ , ως τεταγμένες της τιμής  $A/D = 0$ .

#### V.1.2 ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΟ ΠΡΙΣΜΑ, $Re = 200$

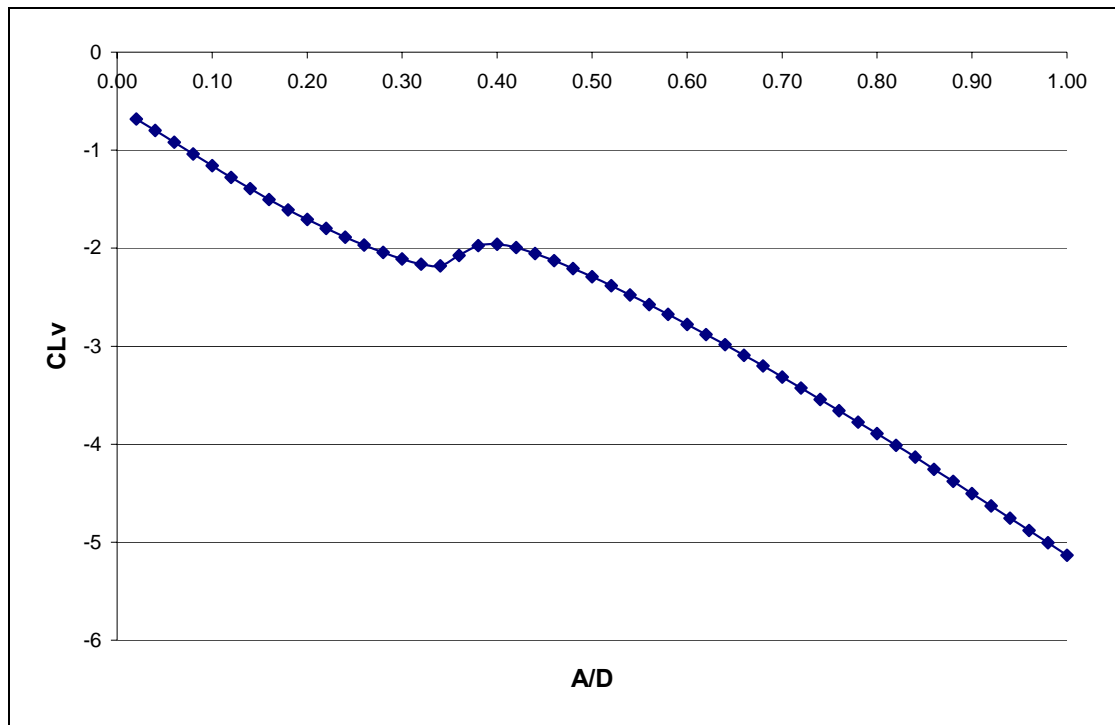
Αφού εξετάστηκε η περίπτωση του ακίνητου πρίσματος, ακολούθησε η εξέταση της περίπτωσης του ταλαντούμενου πρίσματος τετραγωνικής διατομής για αριθμό Reynolds  $Re = 200$ . Ειδικότερα, το πρίσμα τέθηκε σε ταλάντωση με συχνότητα διέγερσης ίση με τη φυσική συχνότητα του δρόμου δινών. Δηλαδή, εξασφαλίστηκε να ισχύει ότι :

$$St_e = St_s = 0.1529 \text{ για } Re = 200$$

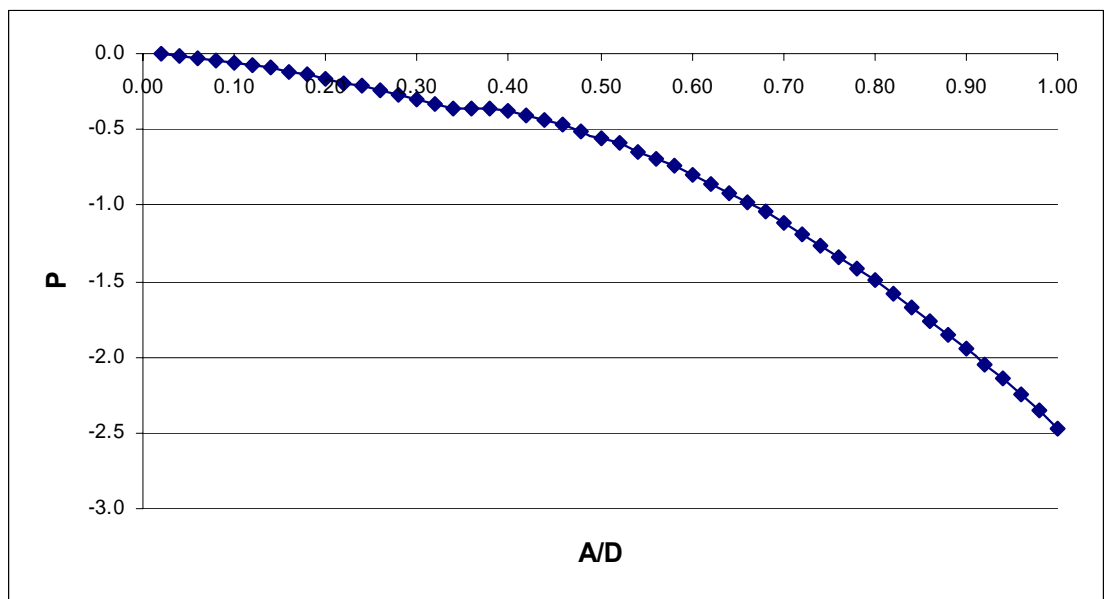
όπου με  $St_e$ , υπενθυμίζεται ότι συμβολίζεται η αδιάστατη τιμή της συχνότητας διέγερσης της ταλάντωσης του πρίσματος. Οπότε, ο λόγος των τιμών των δύο προαναφερόμενων συχνοτήτων  $F$  θα ισούται με :

$$F = 1 \text{ για } Re = 200$$

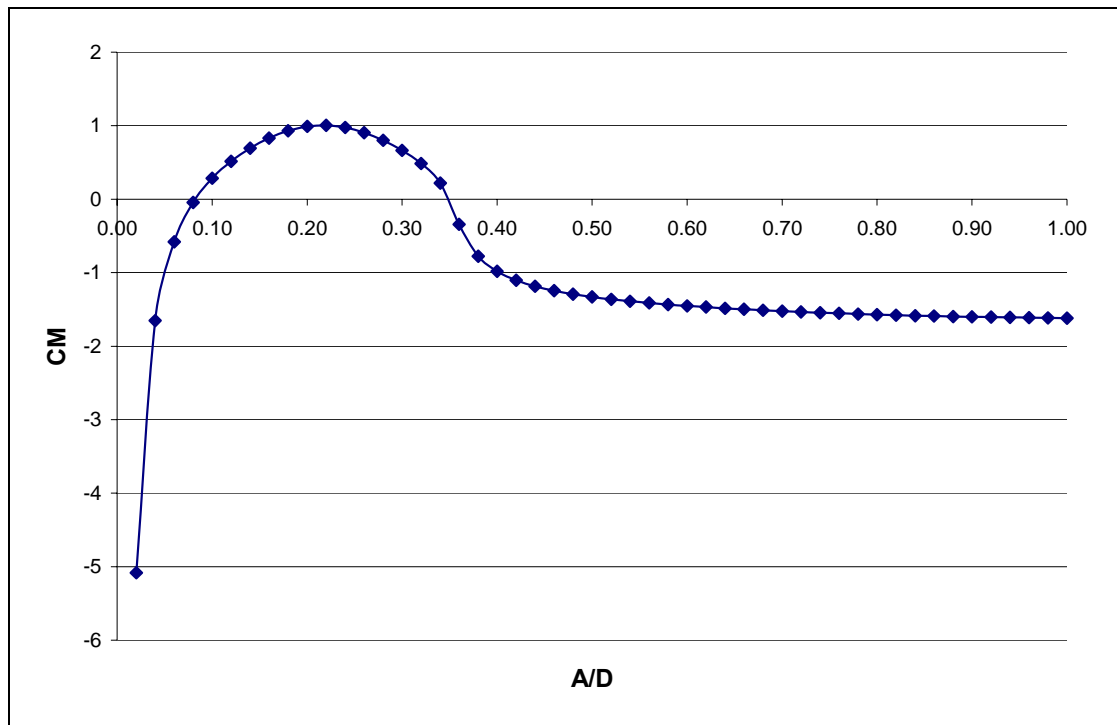
Η αδιάστατη τιμή της συχνότητας διέγερσης της  $St_e$ , κρατήθηκε σταθερή για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, δηλαδή για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης. Κρατώντας σταθερούς τον λόγο  $F$  ( $F = 1$ ) και τον αριθμό Reynolds ( $Re = 200$ ), η δυναμική της ροής και επομένως και οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων, μεταβάλλεται μόνο ως συνάρτηση της τιμής του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ). Με αυτόν τον τρόπο και ύστερα, βέβαια, από την κατάλληλη στατιστική επεξεργασία, προέκυψαν οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, οι οποίες απεικονίζονται στα ακόλουθα διαγράμματα συναρτήσεως του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ).



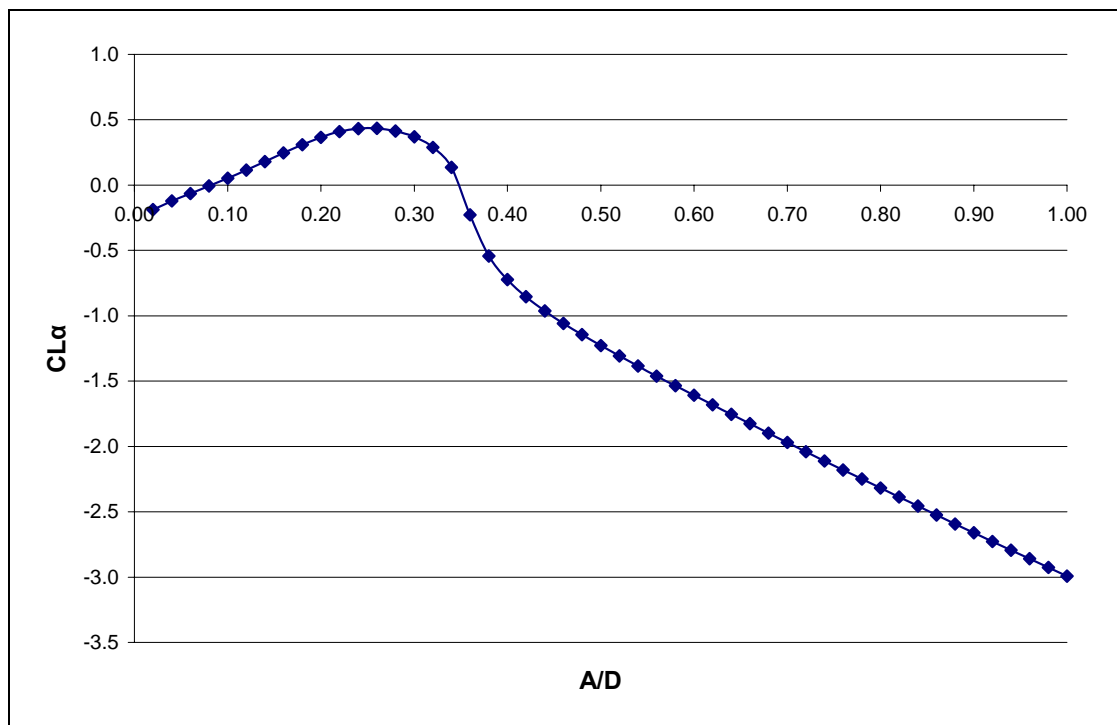
**Σχήμα 2:** Ο συντελεστής της δύναμης διέγερσης  $C_{LV}$  συναρτήσκει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .



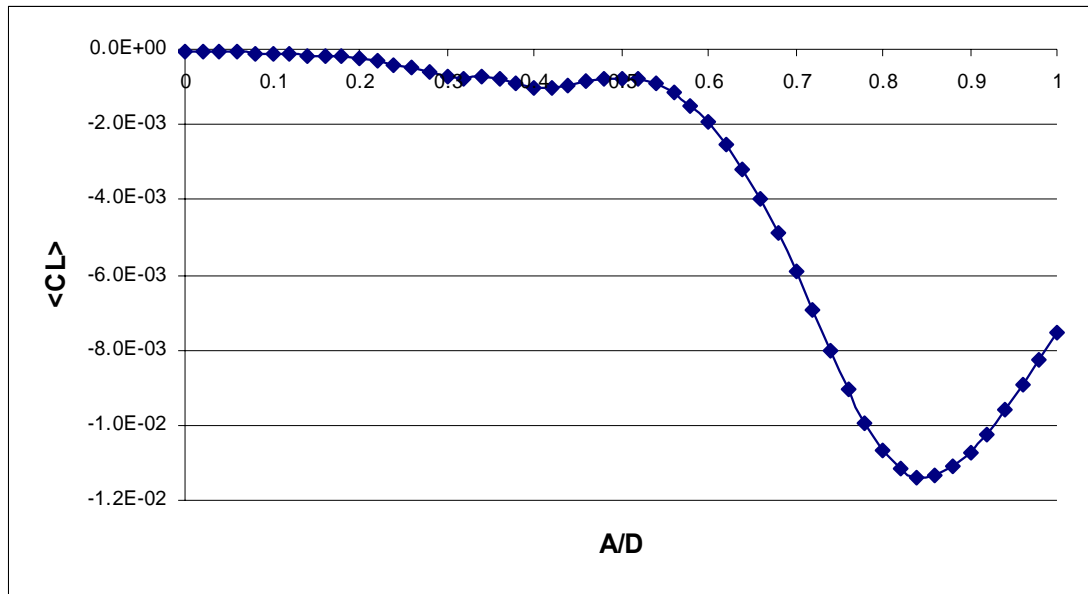
**Σχήμα 3:** Η αδιάστατη μεταφερόμενη ισχύς από τη ροή του ρευστού στο πρίσμα (Power Transfer Parameter) συναρτήσκει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .



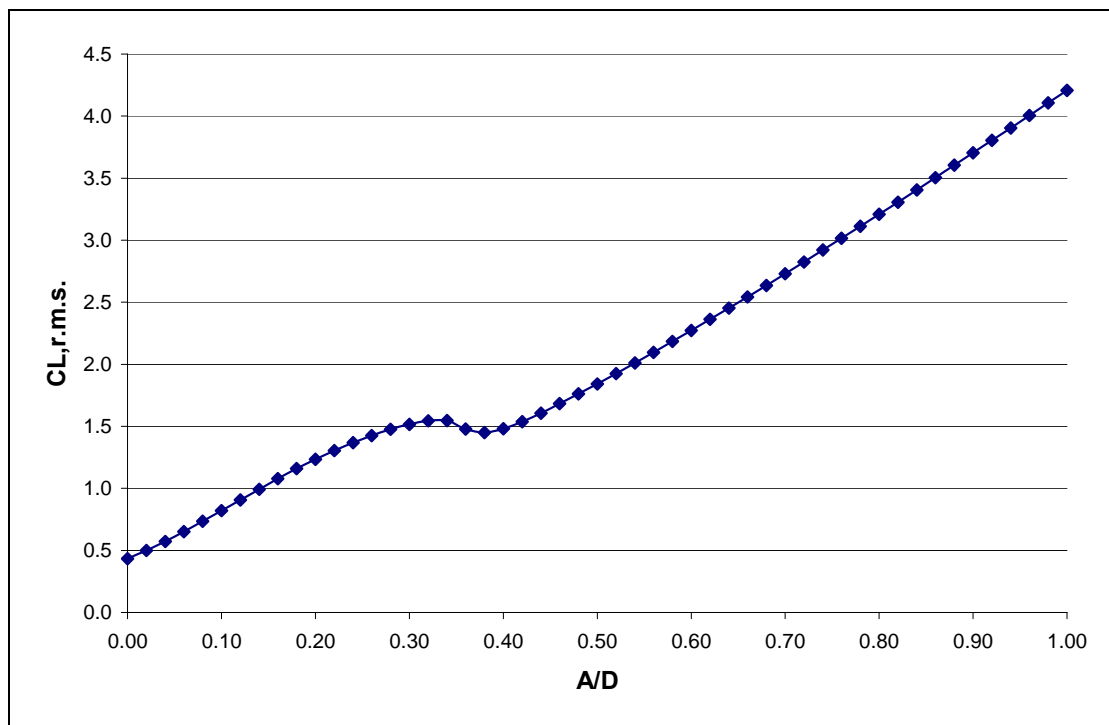
**Σχήμα 4:** Ο συντελεστής της αδρανειακής δύναμης  $C_M$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .



**Σχήμα 5:** Ο συντελεστής της αδρανειακής δύναμης  $C_{L\alpha}$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .

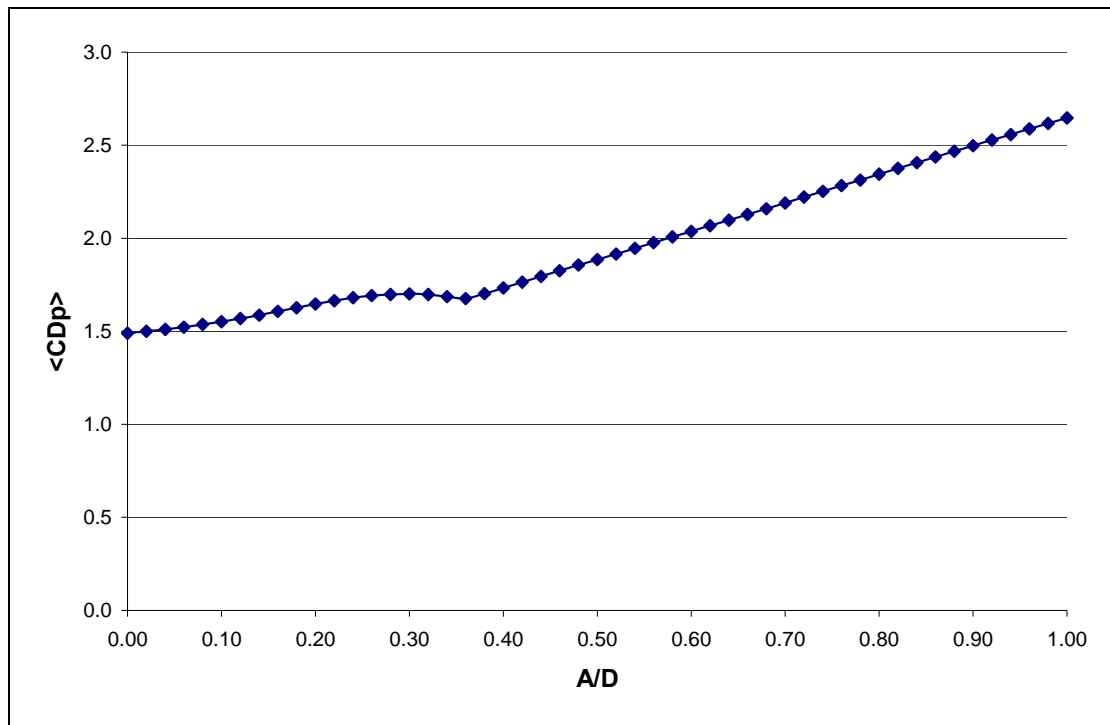


*Σχήμα 6: Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή της άνωσης  $\langle C_L \rangle$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .*

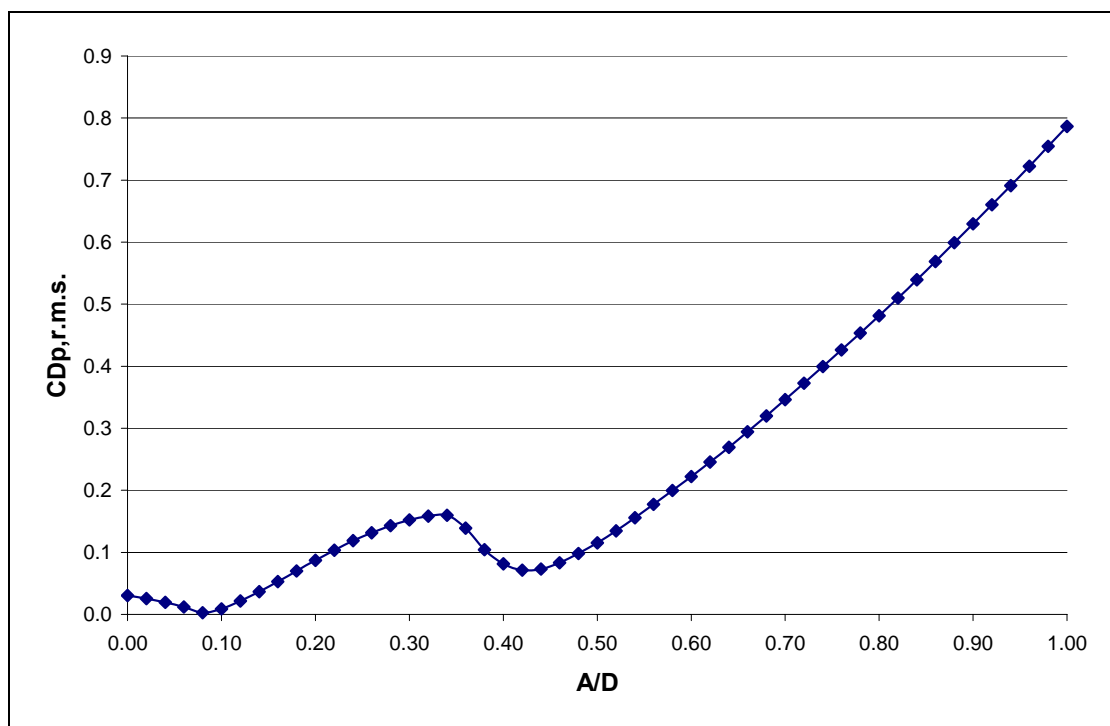


*Σχήμα 7: Η τιμή r.m.s. της διακύμανσης του συντελεστή της άνωσης  $C_{L,r.m.s.}$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .*

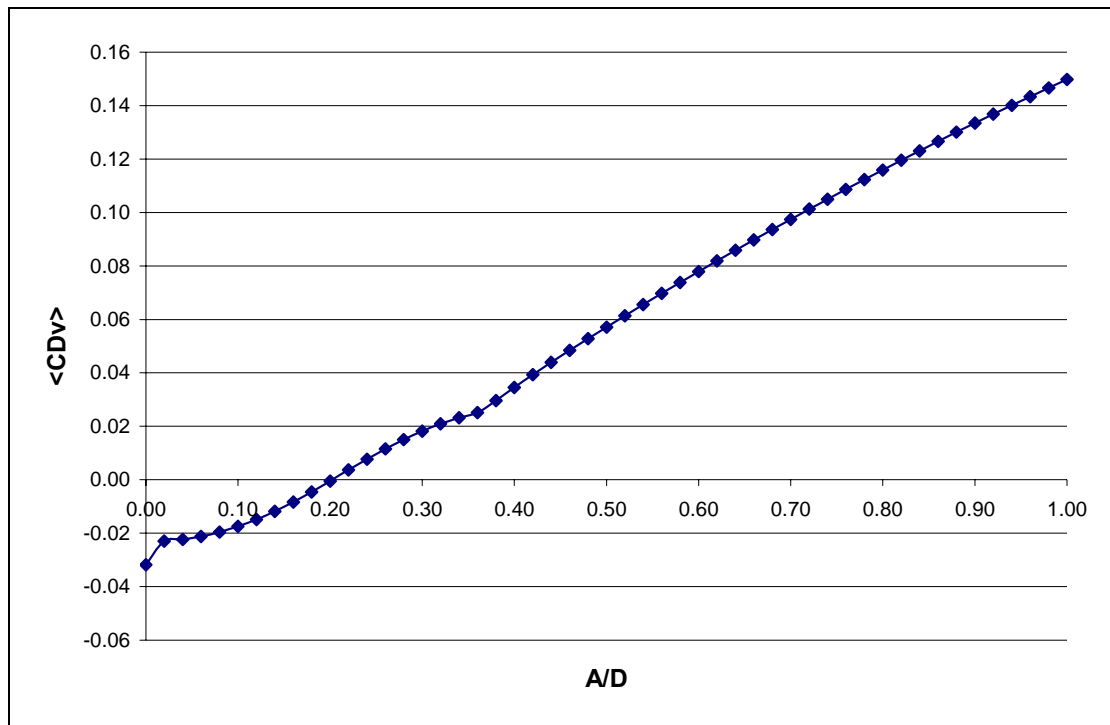




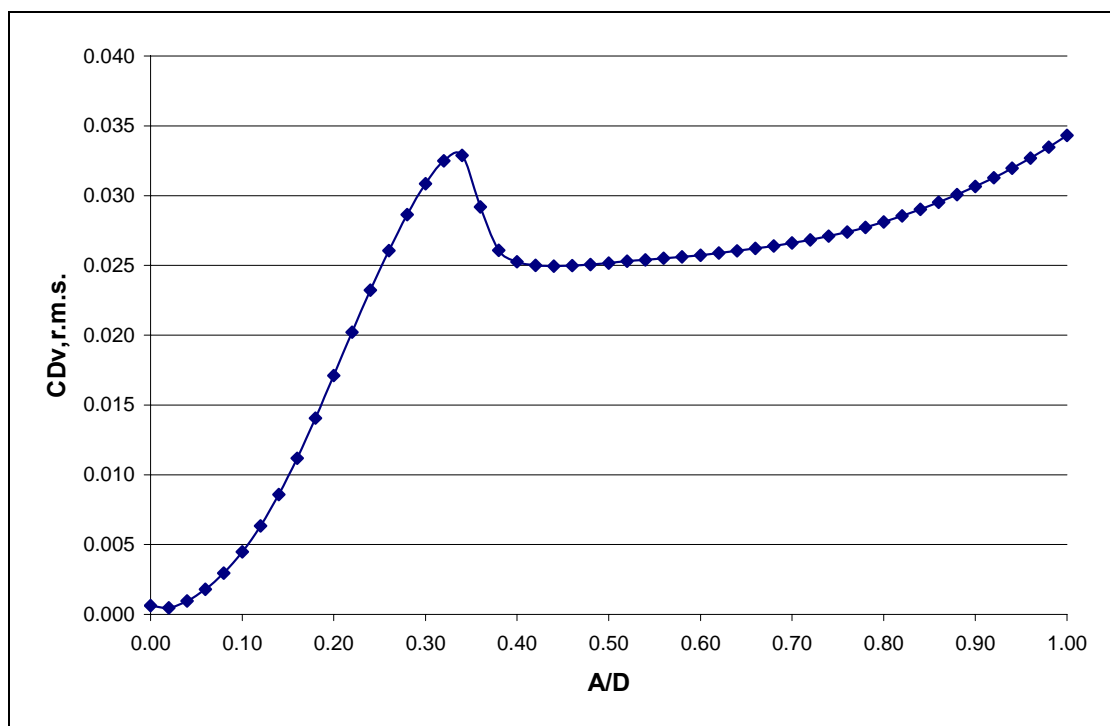
**Σχήμα 8:** Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή αντίστασης λόγω πίεσης  $\langle C_{Dp} \rangle$  συναρτήσσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .



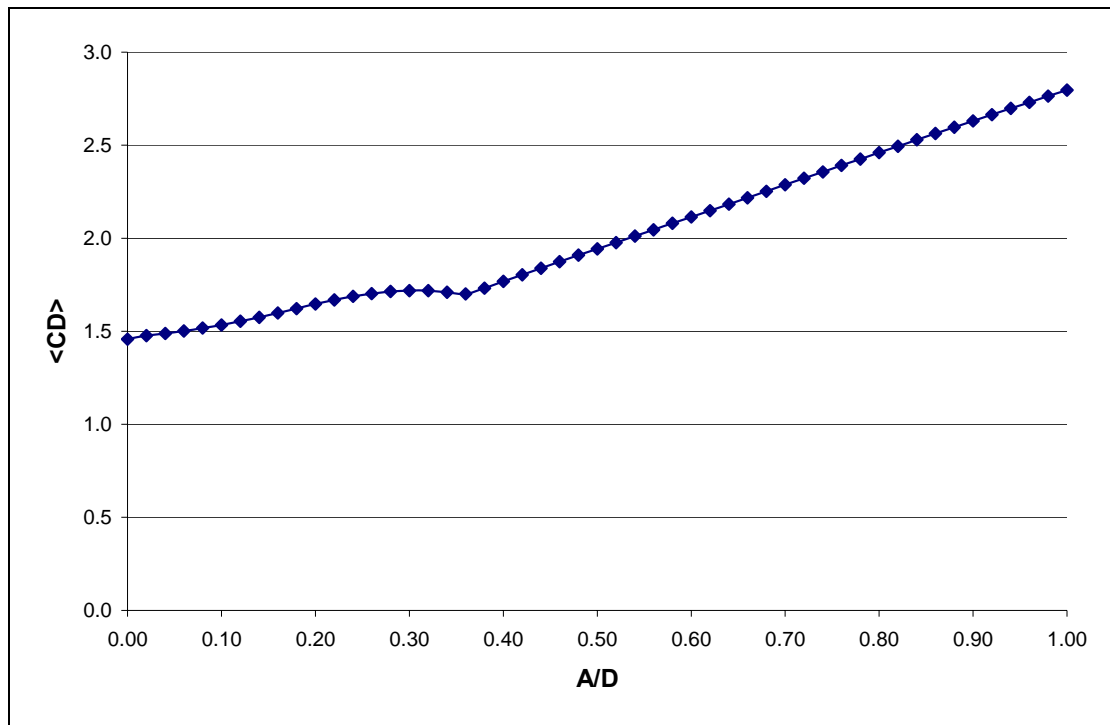
**Σχήμα 9:** Η τιμή *r.m.s.* της διακύμανσης του συντελεστή αντίστασης λόγω πίεσης  $C_{Dp,r.m.s.}$  συναρτήσσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .



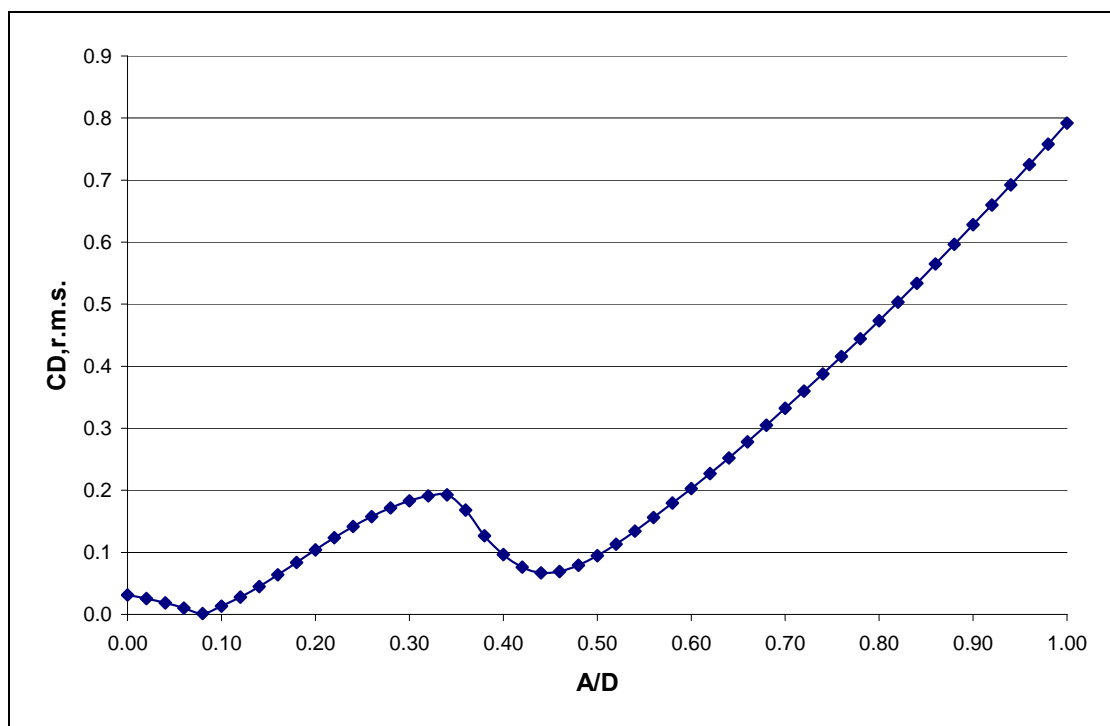
**Σχήμα 10:** Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή αντίστασης λόγω συνεκτικότητας  $\langle C_{Dv} \rangle$  συναρτήσκει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .



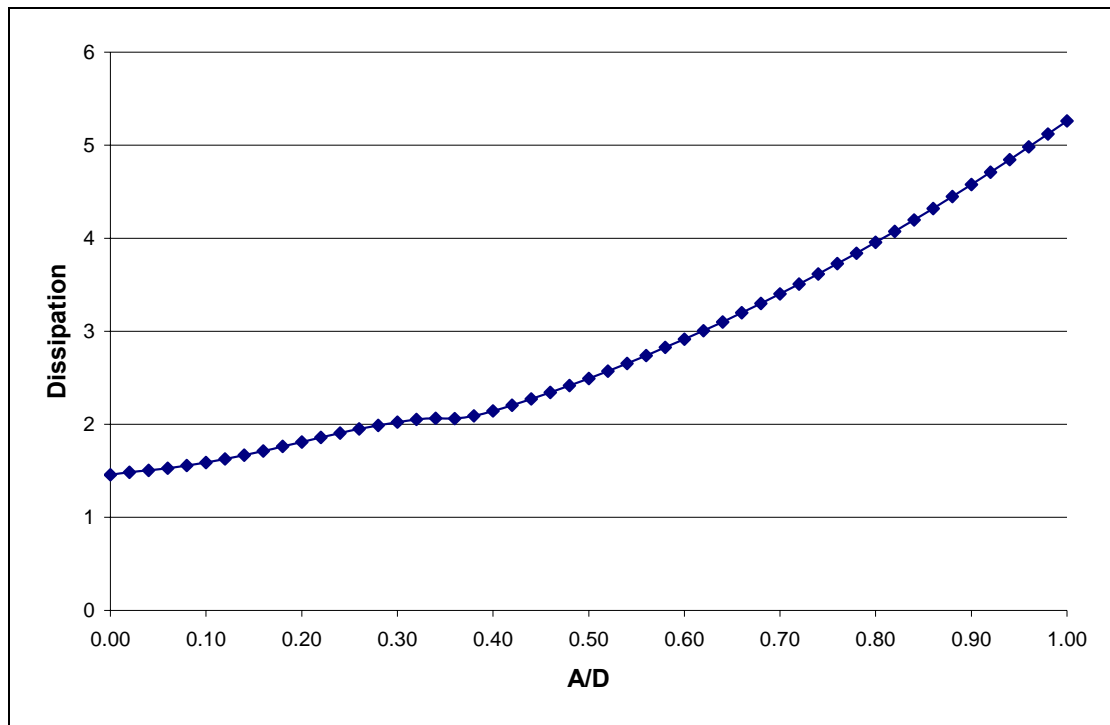
**Σχήμα 11:** Η τιμή r.m.s. της διακύμανσης του συντελεστή αντίστασης λόγω συνεκτικότητας  $C_{Dv, r.m.s.}$  συναρτήσκει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .



*Σχήμα 12: Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .*



*Σχήμα 13: Η τιμή r.m.s. της διακύμανσης του συντελεστή συνολικής αντίστασης  $C_{D,r.m.s.}$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .*



**Σχήμα 14:** Η χρονικά-μέση τιμή της αδιάστατης ισχύος σκέδασης συναρτῆσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 200$  και  $F = 1$ .

Με βάση τα διαγράμματα των συντελεστών των δυνάμεων για αριθμό Reynolds  $Re = 200$ , μπορούμε να κάνουμε σαν γενικό σχόλιο ότι οι προκύπτουσες καμπύλες των διαφόρων μεγεθών μεταβάλλονται ομαλά συναρτῆσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ), και διατηρούν τον αύξοντα ή φθίνοντα χαρακτήρα τους, εκτός από μία πολύ μικρή περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους (για περίπου  $A/D = 0.30-0.40$ ). Με τη σταδιακή αύξηση του εύρους της ταλάντωσης, μεταβάλλονται μεν οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων, αλλά χωρίς μεγάλες διαφορές ανάμεσα σε γειτονικά εύρη (δεν έχουμε δηλαδή απότομες και αξιοσημείωτες αλλαγές στο μέγεθος των τιμών των διαφόρων μεγεθών). Συνεπώς, για αριθμό Reynolds  $Re = 200$ , η δυναμική της ροής είναι ιδιαίτερα απλή, χωρίς πολυπλοκότητες, και με περιοδικό χαρακτήρα.

Ο συντελεστής της δύναμης διέγερσης  $C_{LV}$  παίρνει αρνητικές τιμές για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, οπότε σε όλες τις περιπτώσεις έχουμε μεταφορά ισχύος από το πρίσμα στη ροή του ρευστού, και ποτέ δεν συμβαίνει το αντίθετο. Επιπλέον, μπορούμε να αναφέρουμε ότι η καμπύλη  $C_{LV} - A/D$  (Σχήμα 2) είναι διαρκώς φθίνουσα, με την εξαίρεση μιας πολύ μικρής περιοχής τιμών του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης (για περίπου  $A/D = 0.34-0.42$ ), όπου έχουμε μία μικρή αύξηση, τοπικό μέγιστο κοντά στην τιμή  $-2$  του συντελεστή της δύναμης διέγερσης  $C_{LV}$ , και περαιτέρω μείωση. Την ίδια εικόνα παίρνουμε και από το διάγραμμα  $P - A/D$  (Σχήμα 3). Ως  $P$  ορίζουμε τη μέση αδιαστατοποιημένη ισχύ που μεταφέρεται από τη ροή στο πρίσμα (παράμετρος μεταφερόμενης ισχύος – power transfer parameter):  $P = 2 \langle U_\infty \, d\dot{h}/dt \rangle / \rho U_\infty^3 D$ . Όλες οι τιμές της παραμέτρου  $P$  έχουν αρνητικό πρόσημο, επιβεβαιώνοντας ότι σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις έχουμε μεταφορά ισχύος από το πρίσμα στη ροή του ρευστού, και ποτέ δεν συμβαίνει το αντίθετο. Η καμπύλη  $P - A/D$  είναι διαρκώς φθίνουσα, με την εξαίρεση μιας πολύ μικρής περιοχής τιμών του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης (για περίπου  $A/D = 0.34-0.38$ ), όπου έχουμε ένα μικρό οριζόντιο τμήμα κοντά στην τιμή  $-0.36$ .

Οι συντελεστές της αδρανειακής δύναμης  $C_M$  (Σχήμα 4) και  $C_{La}$  (Σχήμα 5) παίρνουν αρχικά αρνητικές τιμές, αλλά, για  $A/D$  περίπου ίσο με 0.08, οι τιμές τους γίνονται θετικές. Κατόπιν, οι τιμές τους συνεχίζουν να αυξάνονται και παίρνουν τη μέγιστη τιμή τους, ο μὲν συντελεστής  $C_M$  για περίπου  $A/D = 0.22$ , ο δε συντελεστής  $C_{La}$  για περίπου  $A/D = 0.26$ . Με την περαιτέρω όμως αύξηση του εύρους ταλάντωσης οι καμπύλες  $C_M - A/D$  και  $C_{La} - A/D$  γίνονται φθίνουσες, και μάλιστα, μέσα στην περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης  $A/D = 0.34-0.36$ , οι τιμές τους γίνονται πάλι αρνητικές. Από το σημείο αυτό η καμπύλη  $C_M - A/D$ , ύστερα από μία περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης, τείνει να σταθεροποιηθεί κοντά στην τιμή -1.8, η δε καμπύλη  $C_{La} - A/D$  συνεχίζει να είναι φθίνουσα και μεταβάλλεται σχεδόν γραμμικά. Μια άλλη διαφορά μεταξύ των δύο καμπυλών είναι ότι, για πολύ μικρές τιμές του εύρους ταλάντωσης, ο συντελεστής  $C_M$  παίρνει αρκετά υψηλές αρνητικές τιμές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για πολύ μικρές τιμές του αδιάστατου εύρους  $A/D$ , υπάρχει μια πεπερασμένη δύναμη που βρίσκεται στην ίδια φάση με την επιτάχυνση, και της οποίας το εύρος είναι σχεδόν σταθερό και όχι ανάλογο με την επιτάχυνση του πρίσματος. **Οπότε, η συσχέτιση της αδρανειακής δύναμης με τη δυναμική πίεση μέσω του συντελεστή  $C_{La}$ , δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από την αντίστοιχη συσχέτιση με την επιτάχυνση του πρίσματος μέσω του συντελεστή  $C_M$ .**

Από το διάγραμμα  $\langle C_L \rangle - A/D$  (Σχήμα 6), προκύπτει ότι η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή της άνωσης  $\langle C_L \rangle$  δεν παίρνει μηδενικές τιμές, αλλά για πολύ μικρά εύρη ταλάντωσης, τιμές πολύ κοντά στο μηδέν. Με την αύξηση των τιμών του εύρους της ταλάντωσης, έχουμε έναν ελαφρώς φθίνοντα χαρακτήρα στο διάγραμμα  $\langle C_L \rangle - A/D$  (με κάποιες μικρές αυξομειώσεις για κάποια εύρη ταλάντωσης), ο οποίος γίνεται αρκετά πιο έντονος για περίπου  $A/D = 0.60$ . Στην περιοχή  $A/D = 0.84-0.86$ , η πτώση σταματάει (έχουμε ελάχιστη τιμή περίπου -0.0114) και η καμπύλη  $\langle C_L \rangle - A/D$  γίνεται αύξουσα και με αργό ρυθμό αρχίζει να οδεύει προς τον άξονα των τετμημένων. Η καμπύλη  $C_{L,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 7) είναι διαρκώς αύξουσα, με την εξαίρεση μιας πολύ μικρής περιοχής τιμών του εύρους ( $A/D = 0.32-0.38$ ), όπου έχουμε αρχικά μία σταθεροποίηση κοντά στην τιμή 1.55 και μετά, μια ανεπαίσθητη μείωση της τιμής r.m.s. της διακύμανσης του συντελεστή της άνωσης  $C_{L,r.m.s.}$ .

Η καμπύλη  $\langle C_D \rangle - A/D$  (Σχήμα 12), είναι διαρκώς αύξουσα, με την εξαίρεση μιας πολύ μικρής περιοχής τιμών του εύρους (για περίπου  $A/D = 0.30-0.36$ ), όπου έχουμε αρχικά μια σταθεροποίηση κοντά στην τιμή 1.72 και μετά, μια ανεπαίσθητη μείωση της χρονικά-μέσης τιμής του συντελεστή της συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$ . Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα  $\langle C_{Dp} \rangle - A/D$  (Σχήμα 8) και  $\langle C_{Dv} \rangle - A/D$  (Σχήμα 10), οι τιμές της αντίστασης λόγω πίεσης είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες τιμές της αντίστασης λόγω συνεκτικότητας για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης και μάλιστα, σε ποσοστό μεγαλύτερο του 90% στη διαμόρφωση των τιμών της συνολικής αντίστασης. **Συνεπώς, για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, η αντίσταση λόγω πίεσης είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίσταση λόγω συνεκτικότητας, και αποτελεί το βασικότερο συστατικό της συνολικής αντίστασης.**

Η καμπύλη  $C_{D,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 13) ξεκινάει ως μια φθίνουσα καμπύλη, η οποία για  $A/D = 0.08$  σχεδόν τέμνει τον άξονα των τετμημένων, μετά γίνεται αύξουσα, κατόπιν στην περιοχή τιμών του  $A/D = 0.34-0.44$  ξαναγίνεται φθίνουσα και τέλος, αλλάζοντας πάλι καμπυλότητα, γίνεται πάλι αύξουσα και διατηρεί τον αυξητικό της χαρακτήρα και για τις υπόλοιπες εξεταζόμενες περιπτώσεις. Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα  $C_{Dp,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 9) και  $C_{Dv,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 11), οι τιμές r.m.s. της διακύμανσης της αντίστασης λόγω πίεσης είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες

τιμές r.m.s. της διακύμανσης της αντίστασης λόγω συνεκτικότητας, για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, κατά μία τάξη μεγέθους.

Εκτός από τους αδιάστατους συντελεστές των δυνάμεων, υπολογίστηκε και η αδιάστατη μέση ισχύς σκέδασης (Dissipation) συναρτήσεως του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης  $A/D$ . Η καμπύλη Dissipation –  $A/D$  (Σχήμα 14) είναι διαρκώς αύξουσα με την εξαίρεση μιας πολύ μικρής περιοχής τιμών του αδιάστατου εύρους (για περίπου  $A/D = 0.32-0.38$ ), όπου έχουμε μια σταθεροποίηση κοντά στην τιμή 2.06 και κατόπιν, η αύξηση των τιμών γίνεται με μεγαλύτερη κλίση, δηλαδή έχουμε μια πιο ενεργητική ροή.

### V.1.3 ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΑΚΙΝΗΤΟ ΠΡΙΣΜΑ, $Re = 400$

Η αριθμητική προσομοίωση της ροής γύρω από το ακίνητο πρίσμα τετραγωνικής διατομής για αριθμό Reynolds  $Re = 400$  έδειξε ότι **ο δρόμος δινών χαρακτηρίζεται από περισσότερες από μία συχνότητες**. Μετά από προσεχτική ανάλυση του φάσματος των συχνοτήτων αυτών, προέκυψε ότι **υπάρχει μία κυρίαρχη συχνότητα**, η οποία χρησιμοποιήθηκε ως συχνότητα διέγερσης για τη μελέτη της περίπτωσης του ταλαντούμενου πρίσματος (αγνοώντας τις υπόλοιπες). **Η αδιάστατη τιμή της κυρίαρχης συχνότητας  $St_s$  υπολογίστηκε και προέκυψε ότι:**

$$\boxed{St_s = 0.1343 \text{ για } Re = 400}$$

Εκτός από την αδιάστατη συχνότητα  $St_s$ , υπολογίστηκαν και οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων, οι οποίες απεικονίζονται στα αντίστοιχα διαγράμματα της περίπτωσης του ταλαντούμενου πρίσματος για αριθμό Reynolds  $Re = 400$ , ως τεταγμένες της τιμής  $A/D = 0$ .

### V.1.4 ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΑΛΑΝΤΟΥΜΕΝΟ ΠΡΙΣΜΑ, $Re = 400$

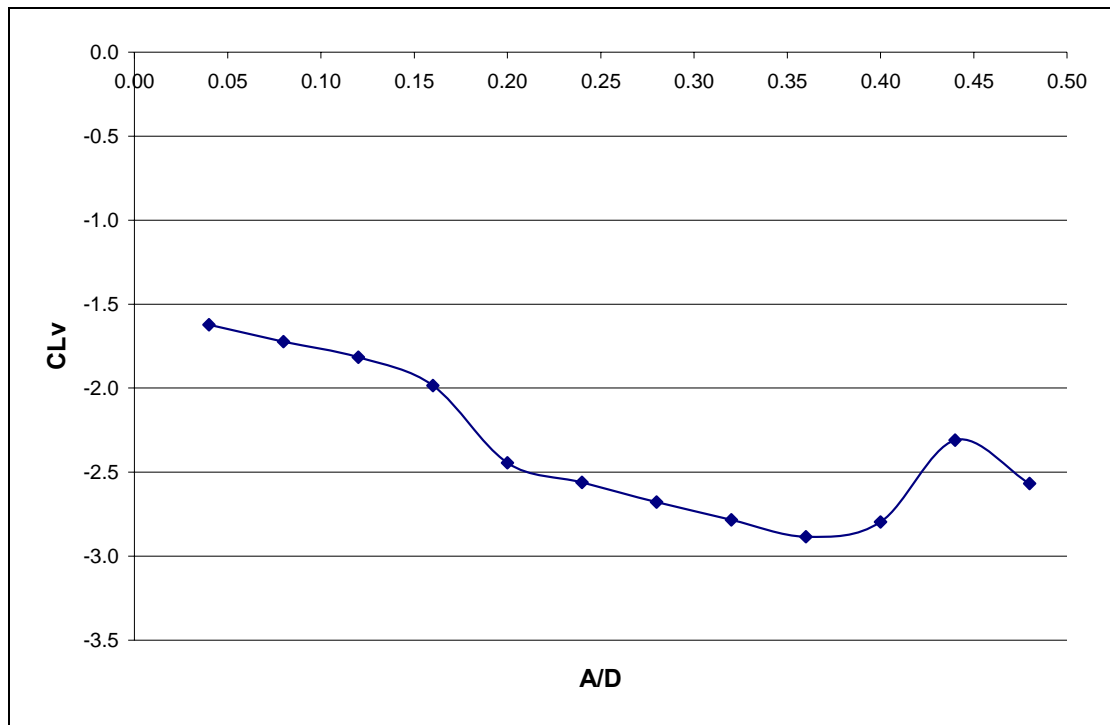
Αφού εξετάστηκε η περίπτωση του ακίνητου πρίσματος, ακολούθησε η εξέταση της περίπτωσης του ταλαντούμενου πρίσματος τετραγωνικής διατομής για αριθμό Reynolds  $Re = 400$ . Ειδικότερα, **το πρίσμα τέθηκε σε ταλάντωση με συχνότητα διέγερσης ίση με την κυρίαρχη συχνότητα του δρόμου δινών πίσω από πρίσμα**. Δηλαδή, εξασφαλίστηκε να ισχύει ότι :

$$\boxed{St_e = St_s = 0.1343 \text{ για } Re = 400}$$

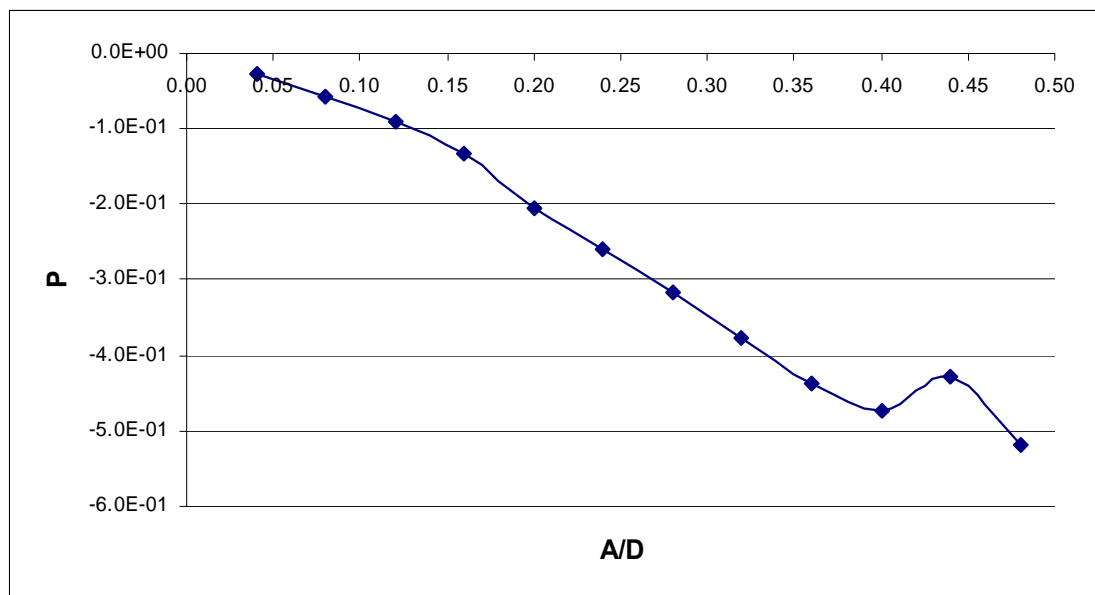
**Άρα, ο λόγος των τιμών των δύο προαναφερόμενων συχνοτήτων  $F$  θα είναι :**

$$\boxed{F = 1 \text{ για } Re = 400}$$

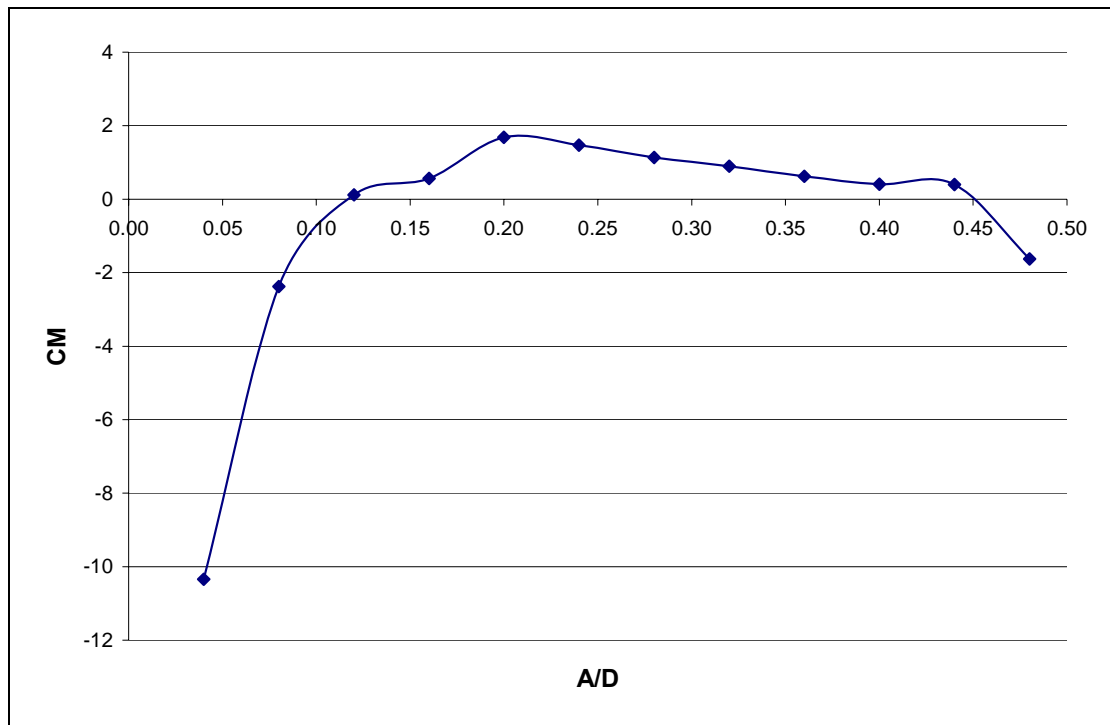
Κρατώντας σταθερούς τον λόγο  $F$  ( $F = 1$ ) και τον αριθμό Reynolds ( $Re = 400$ ), η δυναμική της ροής (και επομένως και οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων), μεταβάλλεται μόνο ως συνάρτηση της τιμής του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ). Με αυτόν τον τρόπο, και ύστερα, βέβαια, από την κατάλληλη στατιστική επεξεργασία, προέκυψαν οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, οι οποίες απεικονίζονται στα ακόλουθα διαγράμματα, συναρτήσεως του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ).



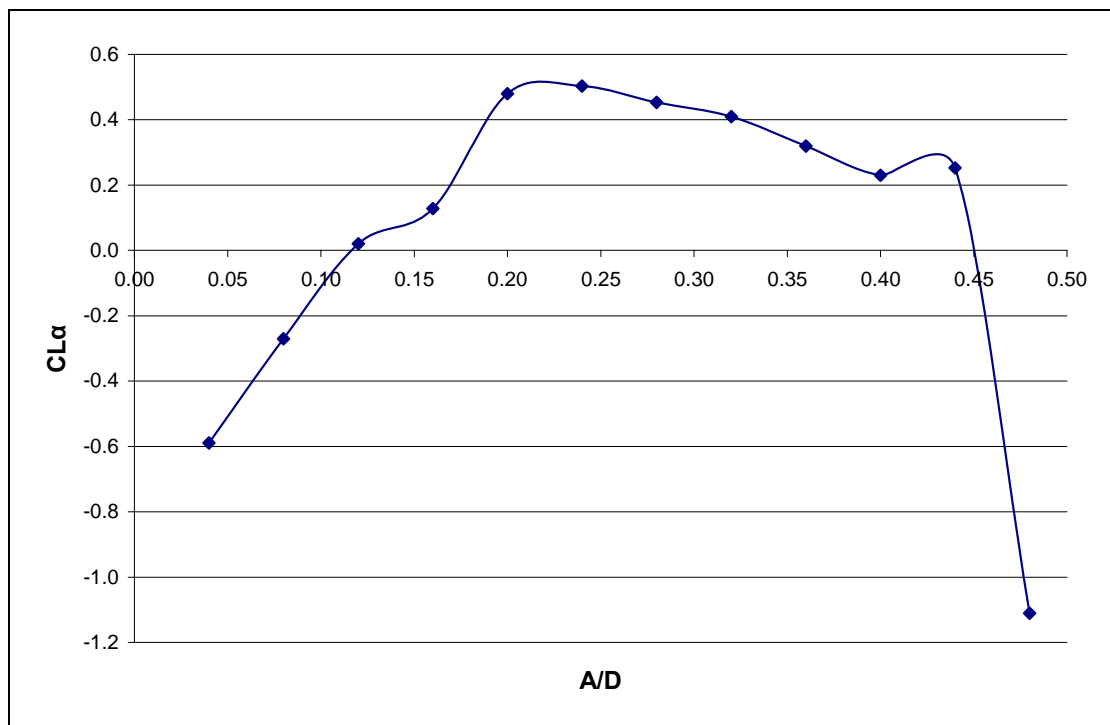
**Σχήμα 15:** Ο συντελεστής της δύναμης διέγερσης  $C_{LV}$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



**Σχήμα 16:** Η αδιάστατη μεταφερόμενη ισχύς από τη ροή του ρευστού στο πρίσμα (Power Transfer Parameter) συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .

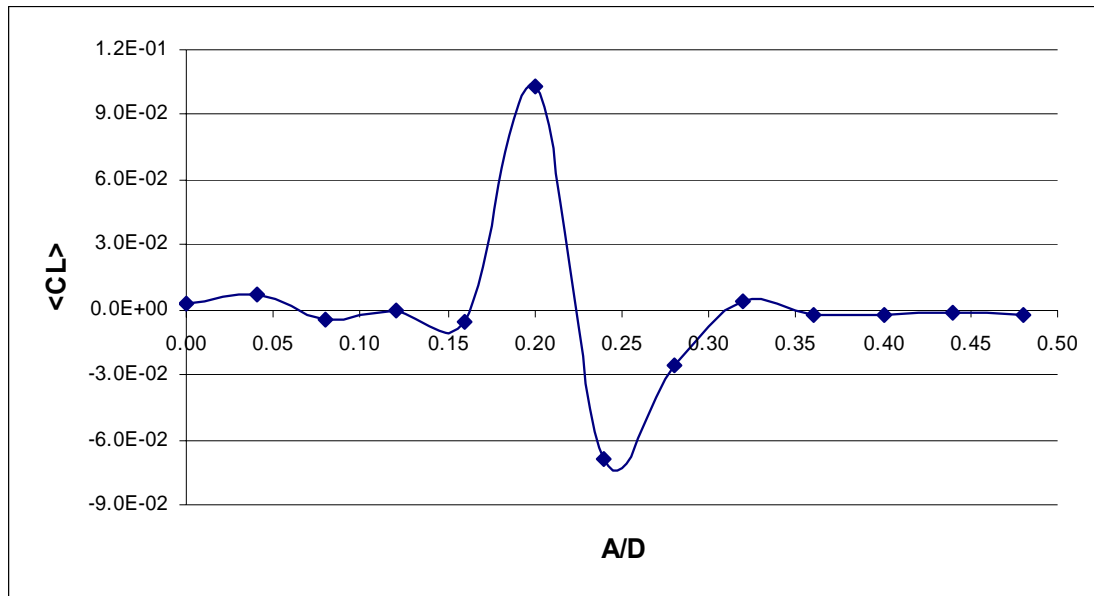


**Σχήμα 17:** Ο συντελεστής της αδρανιακής δύναμης  $C_M$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .

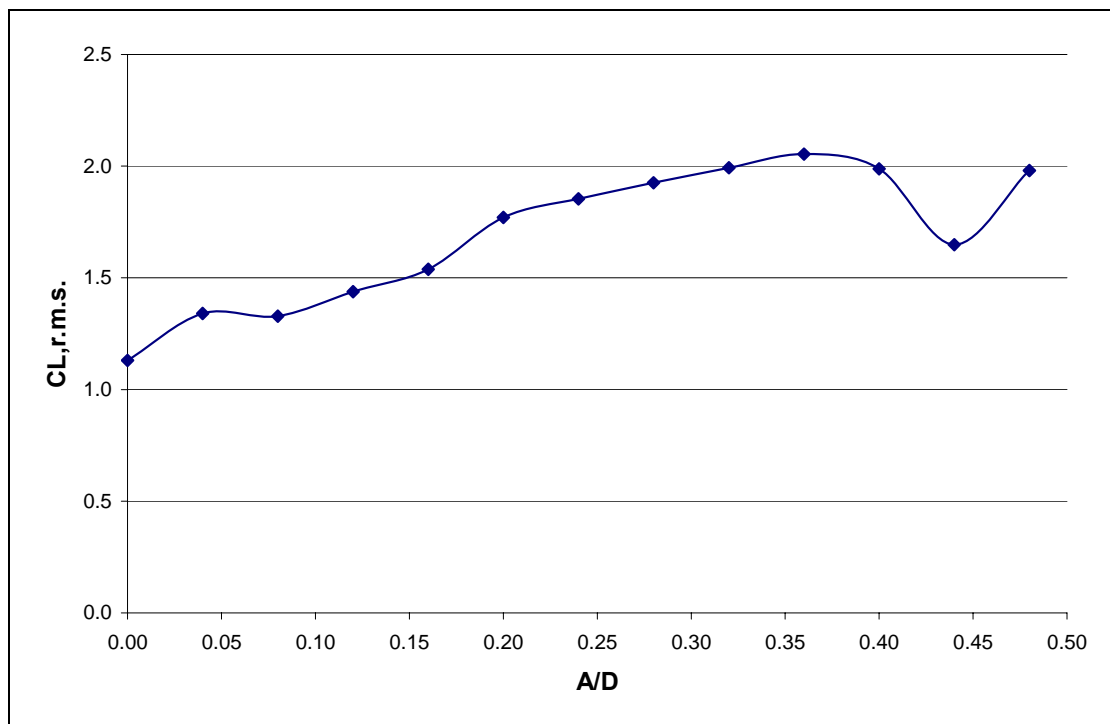


**Σχήμα 18:** Ο συντελεστής της αδρανιακής δύναμης  $C_{L\alpha}$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .

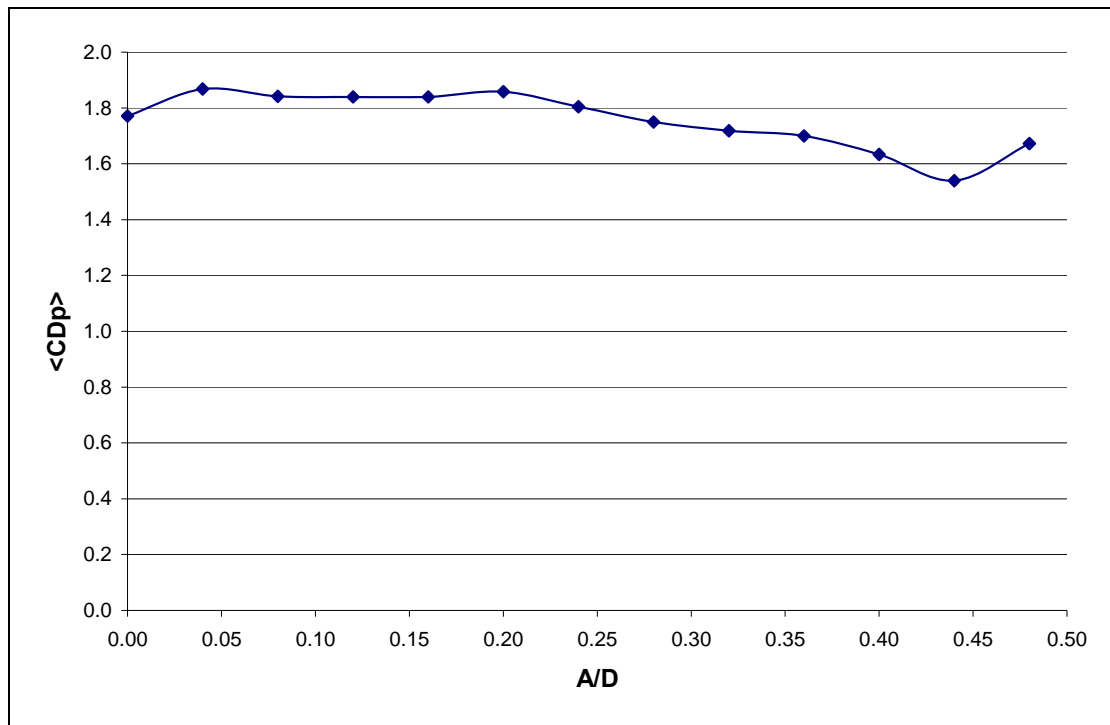




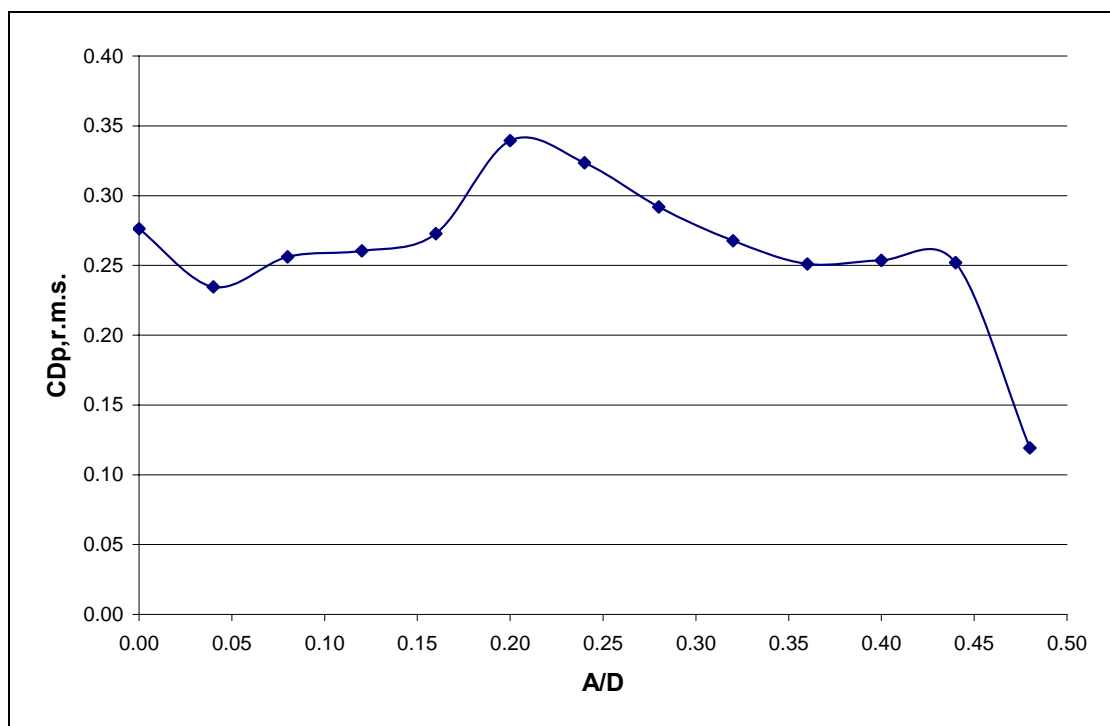
**Σχήμα 19:** Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή άνοσης  $\langle C_L \rangle$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



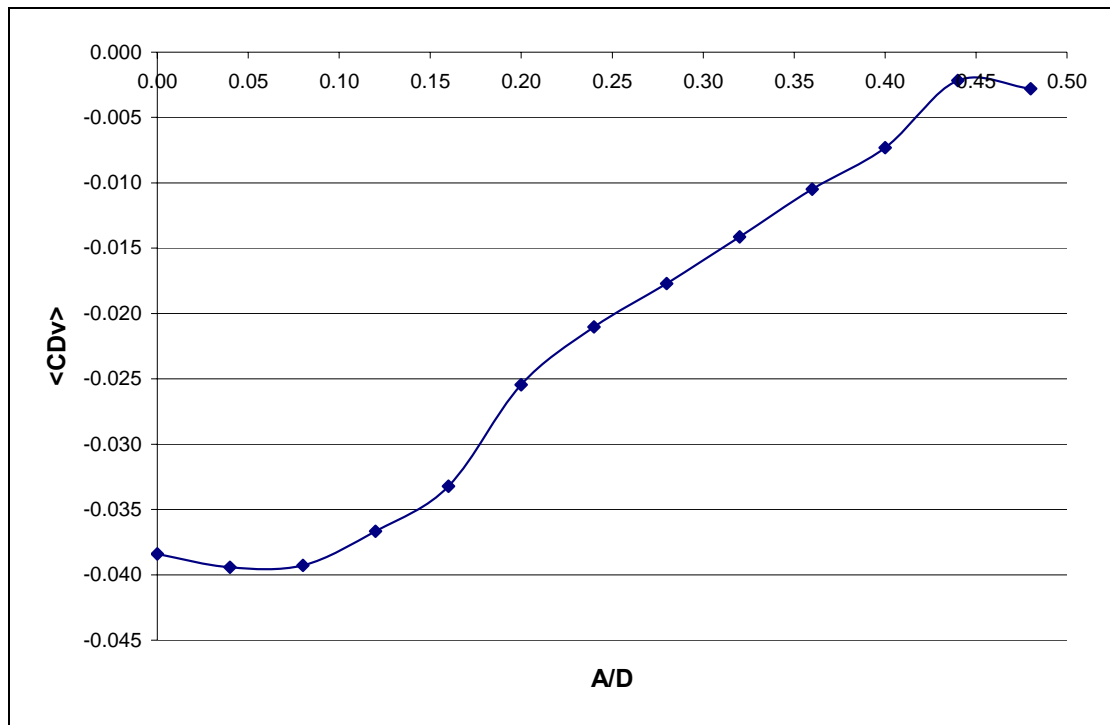
**Σχήμα 20:** Η τιμή *r.m.s.* της διακύμανσης του συντελεστή άνοσης,  $C_{L,r.m.s.}$ , συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



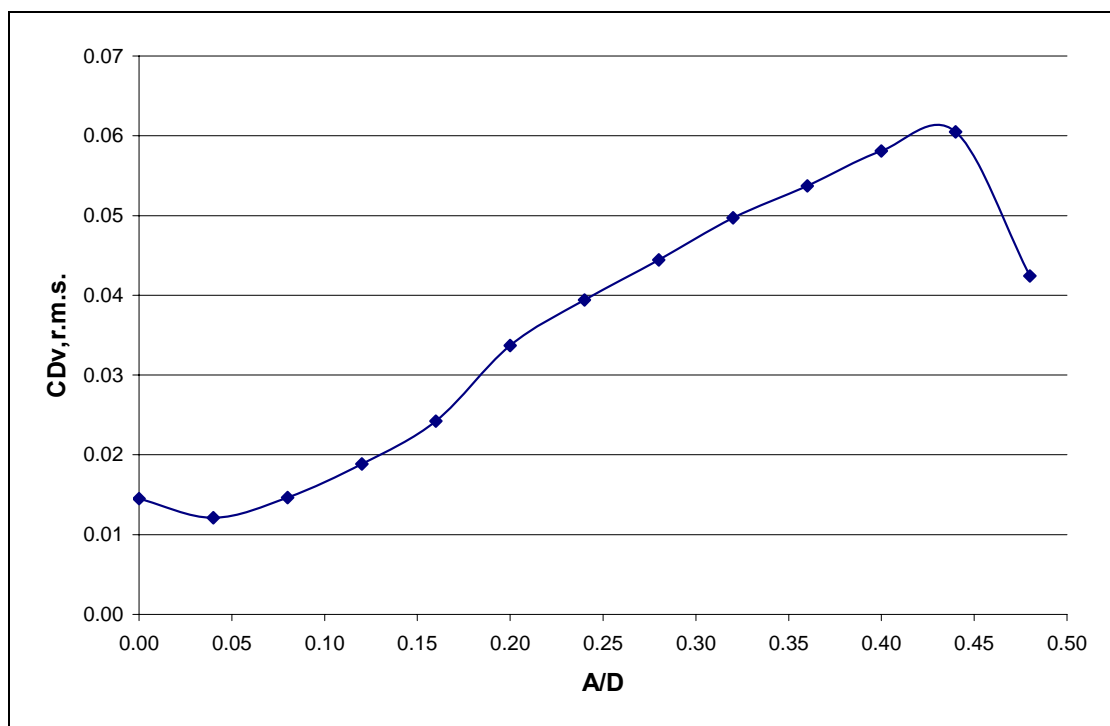
**Σχήμα 21:** Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή αντίστασης λόγω πίεσης  $\langle C_{Dp} \rangle$  συναρτήσσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



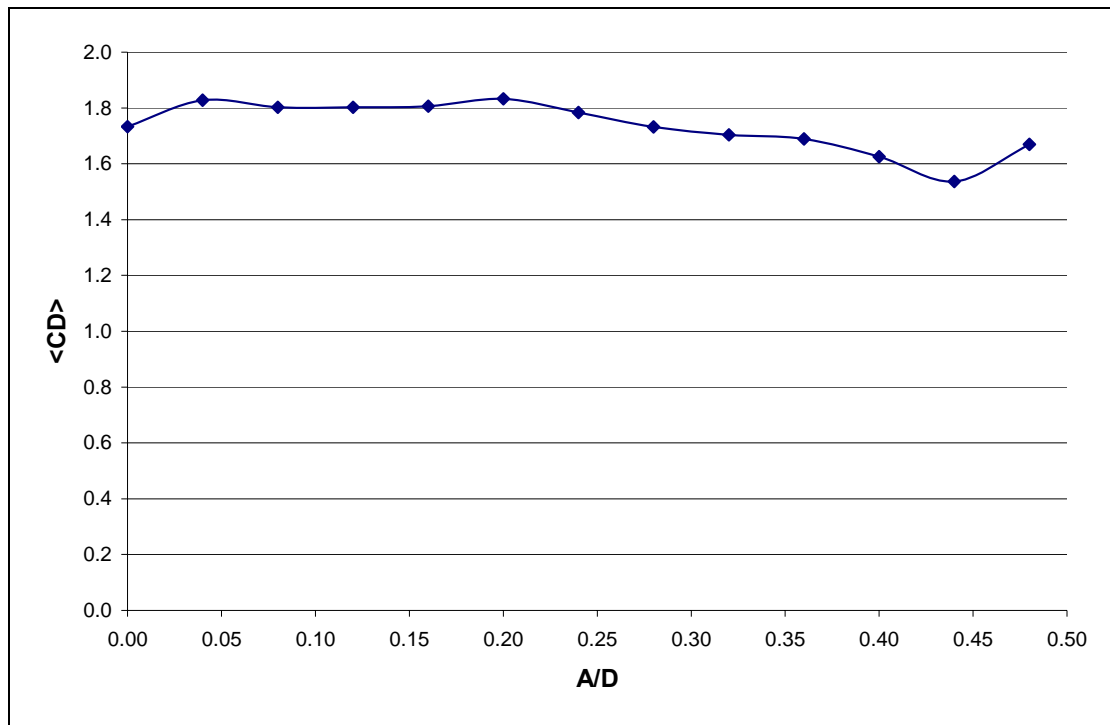
**Σχήμα 22:** Η τιμή *r.m.s.* της διακύμανσης του συντελεστή αντίστασης λόγω πίεσης  $C_{Dp,r.m.s.}$  συναρτήσσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



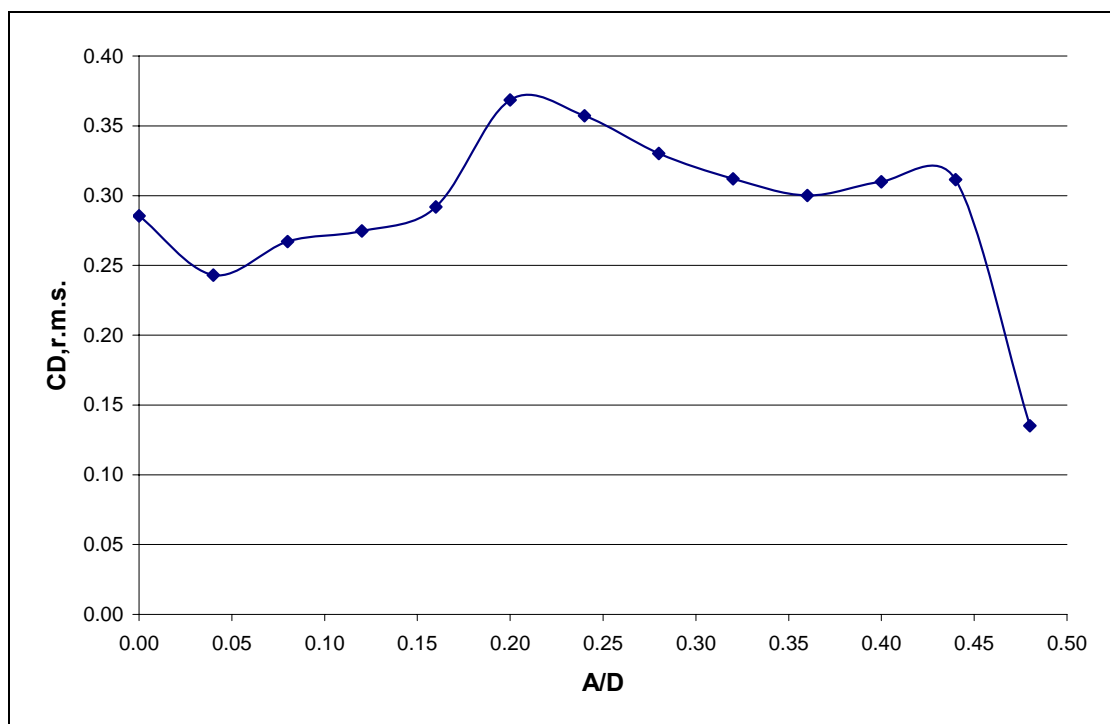
**Σχήμα 23:** Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή αντίστασης λόγω συνεκτικότητας  $\langle C_{Dv} \rangle$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



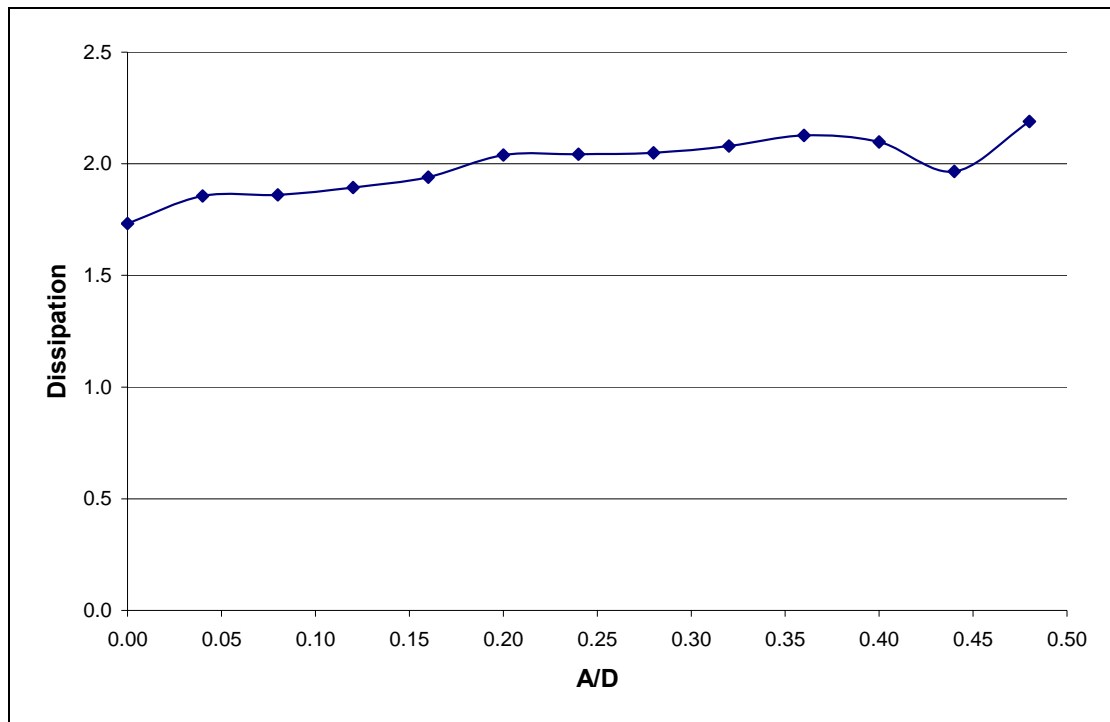
**Σχήμα 24:** Η τιμή *r.m.s.* της διακύμανσης του συντελεστή αντίστασης λόγω συνεκτικότητας  $C_{Dv,r.m.s.}$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



**Σχήμα 25:** Η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



**Σχήμα 26:** Η τιμή *r.m.s.* της διακύμανσης του συντελεστή συνολικής αντίστασης  $C_{D,r.m.s.}$  συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .



**Σχήμα 27:** Η χρονικά-μέση τιμή της αδιάστατης ισχύος σκέδασης συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης  $A/D$ , για  $Re = 400$  και  $F = 1$ .

Παρατηρώντας τα διαγράμματα των συντελεστών των δυνάμεων για αριθμό Reynolds  $Re = 400$ , μπορούμε να κάνουμε σαν γενικό σχόλιο ότι οι προκύπτουσες καμπύλες των διαφόρων μεγεθών δεν μεταβάλλονται ομαλά συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ), εκτός από μία περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους (για περίπου  $A/D = 0.20-0.40$ ). Οι απότομες και σημαντικές μεταβολές στις τιμές των συντελεστών των δυνάμεων οφείλονται στην αλλαγή της μορφής των δινών στον ομόρρο, η οποία επέρχεται με την αύξηση του εύρους της ταλάντωσης. Συνεπώς, για  $Re = 400$ , η δυναμική της ροής είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη και με χαοτικό χαρακτήρα.

Ο συντελεστής της δύναμης διέγερσης  $C_{LV}$  παίρνει αρνητικές τιμές για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, οπότε σε όλες τις περιπτώσεις έχουμε μεταφορά ισχύος από το πρίσμα στη ροή του ρευστού, και ποτέ δεν συμβαίνει το αντίθετο. Επιπλέον, μπορούμε να αναφέρουμε ότι η καμπύλη  $C_{LV} - A/D$  (Σχήμα 15) είναι διαρκώς φθίνουσα, με εξαίρεση τα πολύ μεγάλα εύρη ταλάντωσης. Παρόμοια εικόνα παίρνουμε και από το διάγραμμα  $P - A/D$  (Σχήμα 16). Όλες οι τιμές της αδιάστατης μεταφερόμενης ισχύος,  $P$ , έχουν αρνητικό πρόσημο, επιβεβαιώνοντας ότι σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις έχουμε μεταφορά ισχύος από το πρίσμα στη ροή του ρευστού, και ποτέ δεν συμβαίνει το αντίθετο. Η καμπύλη  $P - A/D$  είναι διαρκώς φθίνουσα, με την εξαίρεση μιας πολύ μικρής περιοχής τιμών του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης (για περίπου  $A/D = 0.40-0.44$ ), όπου έχουμε μια μικρή αύξηση της τιμής της μεταφερόμενης ισχύος.

Οι συντελεστές της αδρανειακής δύναμης  $C_M$  (Σχήμα 17) και  $C_{La}$  (Σχήμα 18) παίρνουν αρχικά αρνητικές τιμές, αλλά για  $A/D$  περίπου ίσο με 0.12, οι τιμές τους γίνονται θετικές. Κατόπιν, οι τιμές τους συνεχίζουν να αυξάνονται και παίρνουν τη μέγιστη τιμή τους, ο μεν συντελεστής  $C_M$  για περίπου  $A/D = 0.20$ , ο δε συντελεστής

$C_{La}$  για περίπου  $A/D = 0.24$ . Με την περαιτέρω όμως αύξηση του εύρους ταλάντωσης οι καμπύλες  $C_M - A/D$  και  $C_{La} - A/D$  γίνονται φθίνουσες και μάλιστα, μέσα στην περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης  $A/D = 0.44-0.48$ , οι τιμές τους γίνονται πάλι αρνητικές. Για πολύ μικρές τιμές του εύρους ταλάντωσης, ο συντελεστής  $C_M$  παίρνει αρκετά υψηλές αρνητικές τιμές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για πολύ μικρές τιμές του αδιάστατου εύρους  $A/D$ , υπάρχει μια πεπερασμένη δύναμη που βρίσκεται στην ίδια φάση με την επιτάχυνση, και της οποίας το εύρος είναι σχεδόν σταθερό και όχι ανάλογο με την επιτάχυνση του πρίσματος. **Συνεπώς, η συσχέτιση της αδρανειακής δύναμης με τη δυναμική πίεση μέσω του συντελεστή  $C_{La}$  δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από την αντίστοιχη συσχέτιση με την επιτάχυνση του πρίσματος μέσω του συντελεστή  $C_M$ .**

Από το διάγραμμα  $\langle C_L \rangle - A/D$  (Σχήμα 19), προκύπτει ότι η χρονικά-μέση τιμή του συντελεστή της άνωσης  $\langle C_L \rangle$  δεν παίρνει μηδενικές τιμές, αλλά αρχικά για πολύ μικρά εύρη ταλάντωσης, τιμές πολύ κοντά στο μηδέν. Με την αύξηση των τιμών του εύρους της ταλάντωσης, στην περιοχή  $A/D = 0.16-0.32$  έχουμε έντονες αυξομειώσεις στο διάγραμμα  $\langle C_L \rangle - A/D$ . Στην περιοχή  $A/D = 0.32-0.48$  οι έντονες αυξομειώσεις σταματούν και η καμπύλη  $\langle C_L \rangle - A/D$  τείνει προς τον άξονα των τετμημένων. Η καμπύλη  $C_{L,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 20) είναι διαρκώς αύξουσα με την εξαίρεση δύο πολύ μικρών περιοχών τιμών του αδιάστατου εύρους (περίπου για  $A/D = 0.04-0.08$  και  $A/D = 0.40-0.44$ ), όπου έχουμε ανεπαίσθητες μειώσεις των τιμών της τιμής r.m.s. της διακύμανσης του συντελεστή της άνωσης  $C_{L,r.m.s.}$ .

Η καμπύλη  $\langle C_D \rangle - A/D$  (Σχήμα 25), αρχικά σταθεροποιείται κοντά στην τιμή 1.8 για τον συντελεστή της συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$ , κατόπιν, μέσα στην περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης  $A/D = 0.20-0.44$ , διατηρεί έναν φθίνοντα χαρακτήρα και τελικά, ο συντελεστής της συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$  αρχίζει απότομα να αυξάνεται. Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα  $\langle C_{Dp} \rangle - A/D$  (Σχήμα 21) και  $\langle C_{Dv} \rangle - A/D$  (Σχήμα 23), οι τιμές της αντίστασης λόγω πίεσης είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες τιμές της αντίστασης λόγω συνεκτικότητας για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης. **Αρα, για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, η αντίσταση λόγω πίεσης είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίσταση λόγω συνεκτικότητας και αποτελεί το βασικότερο τμήμα της συνολικής αντίστασης.**

Η καμπύλη  $C_{D,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 26) ξεκινάει ως μια φθίνουσα καμπύλη, έπειτα, από την τιμή  $A/D = 0.04$  γίνεται αύξουσα και διατηρεί τον αυξητικό της χαρακτήρα μέχρι περίπου την τιμή  $A/D = 0.20$ , όπου έχουμε και τη μέγιστη τιμή του διαγράμματος ( $C_{D,r.m.s.} = 0.37$ ). Κατόπιν, ξαναγίνεται φθίνουσα και γενικά διατηρεί τον φθίνοντα χαρακτήρα της. Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα  $C_{Dp,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 22) και  $C_{Dv,r.m.s.} - A/D$  (Σχήμα 24), οι τιμές r.m.s. της διακύμανσης της αντίστασης λόγω πίεσης είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες τιμές r.m.s. της διακύμανσης της αντίστασης λόγω συνεκτικότητας, για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, κατά μία τάξη μεγέθους.

Η καμπύλη Dissipation -  $A/D$  (Σχήμα 27) είναι αρχικά ελαφρώς αύξουσα, αλλά μέσα σε μια περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους (για περίπου  $A/D = 0.20-0.40$ ) σχεδόν σταθεροποιείται και κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 2.04 και 2.12 (μικρή μεταβολή). Κατόπιν, ύστερα από μία μικρή μείωση, έχουμε ξανά αύξηση των τιμών της μέσης ισχύος σκέδασης, και οδηγούμαστε τελικά σε μία πιο ενεργητική ροή.

## V.2 ΟΠΤΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ (VISUALIZATION) ΤΗΣ ΡΟΗΣ

### V.2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Για να μπορέσουμε να συσχετίσουμε τα διαγράμματα του προηγούμενου κεφαλαίου, με τη μορφή των δινών στον ομόρρου του πρίσματος, κάναμε οπτικές απεικονίσεις της ροής για τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης. Οι οπτικές απεικονίσεις, που επιλέξαμε για αντιπροσωπευτικά εύρη ταλάντωσης, συνίστανται σε ισοϋψείς καμπύλες της στροβιλότητας. Πρέπει να αναφερθεί ότι, σε όλες τις οπτικές απεικονίσεις που παρατίθενται, η στιγμιαία μετατόπιση του πρίσματος, καθώς αυτό ταλαντώνεται, είναι μηδενική, δηλαδή είναι  $\eta / D = 0$ .

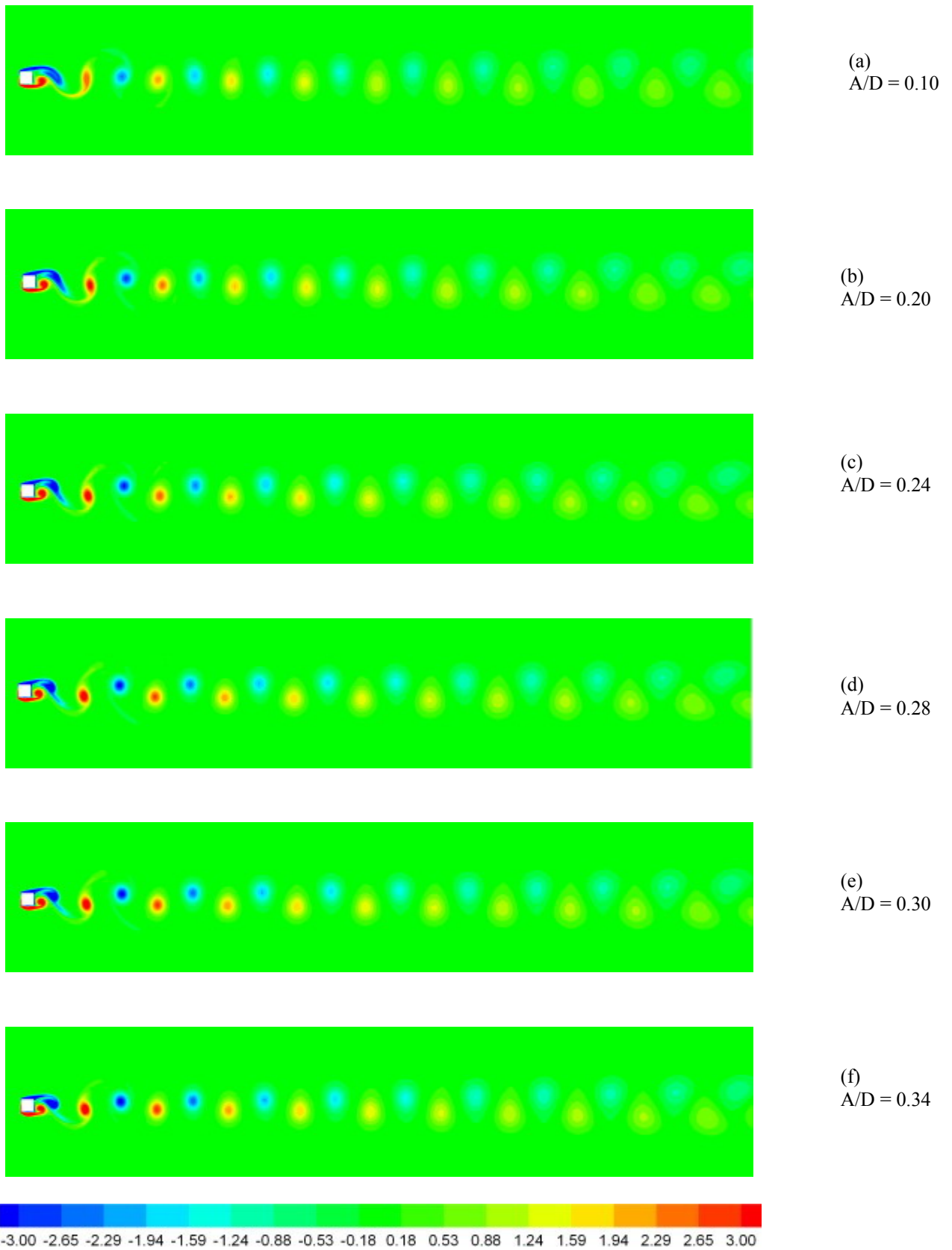
### V.2.2 ΟΠΤΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ REYNOLDS $Re = 200$

Επειδή ο αριθμός των εξεταζόμενων περιπτώσεων για αριθμό Reynolds  $Re = 200$  ήταν αρκετά μεγάλος, επιλέξαμε να παραθέσουμε χαρακτηριστικές απεικονίσεις της ροής.

Οι οπτικές απεικονίσεις της ροής για αριθμό Reynolds  $Re = 200$  φαίνονται στα Σχήματα 28(a)-(f) και στα Σχήματα 29(a)-(f) και αντιστοιχούν στις εξής τιμές του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης  $A/D$ : 0.10, 0.20, 0.24, 0.28, 0.30, 0.34 για το Σχήμα 28, και 0.36, 0.38, 0.40, 0.46, 0.80, 1.00 για το Σχήμα 29. **Αυτό που παρατηρούμε σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις είναι ότι η μορφή των δινών στον ομόρρου είναι του τύπου “2S” (δημιουργία δύο δινών ανά κύκλο), δηλαδή παραμένει ανεπηρέαστη από το εύρος της ταλάντωσης του πρίσματος τετραγωνικής διατομής.**

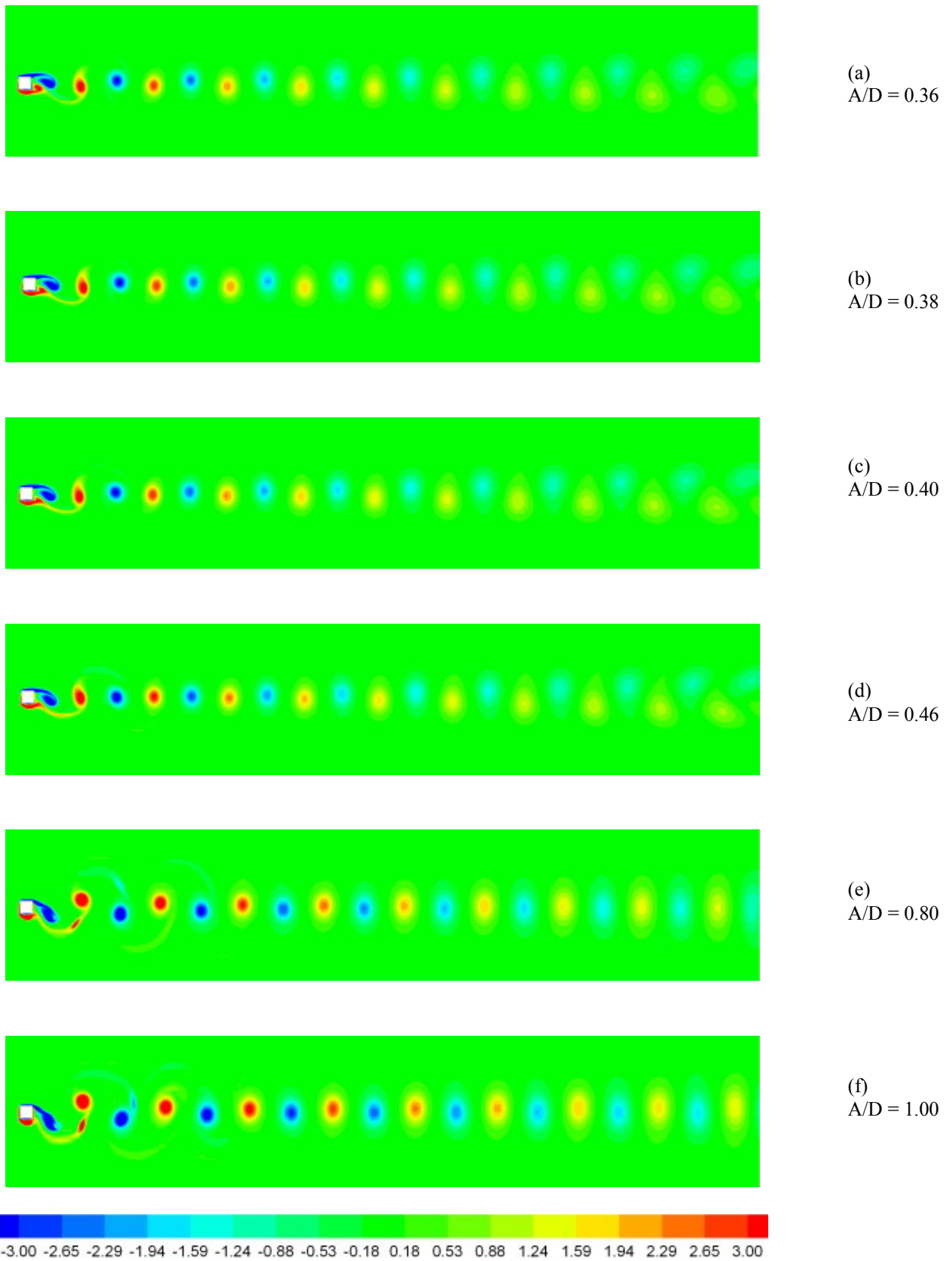
Στην περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους (για περίπου  $A/D = 0.30-0.36$ ), όπου έχουμε αρχικά σταθεροποίηση και μετά μία ανεπαίσθητη μείωση της χρονικά-μέσης τιμής του συντελεστή της συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$ , έχουμε συμπεριλάβει οπτικές απεικονίσεις της ροής – Σχήμα 28(e), Σχήμα 28(f) και Σχήμα 29(a). Από τις προαναφερόμενες οπτικές απεικονίσεις της ροής, έχουμε ενδείξεις για στενότερη περιοχή ομόρρου (narrower wake) στη συγκεκριμένη περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους, οπότε δικαιολογείται και η μείωση της χρονικά-μέσης τιμής του συντελεστή της συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$ .

Παρατηρούμε ότι το εύρος του ομόρρου για τιμές ( $A/D$ ) μεγαλύτερες από περίπου 0.40 αυξάνεται με το εύρος της ταλάντωσης, σε συμφωνία με τη μορφή της καμπύλης  $\langle C_D \rangle - A/D$  (Σχήμα 12).



**Σχήμα 28:** Οπτικές απεικονίσεις της ροής (ισοϋψείς καμπύλες της στροβιλότητας) για  $Re = 200$ ,  $F = 1$  και για τις αναφερόμενες τιμές του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης.





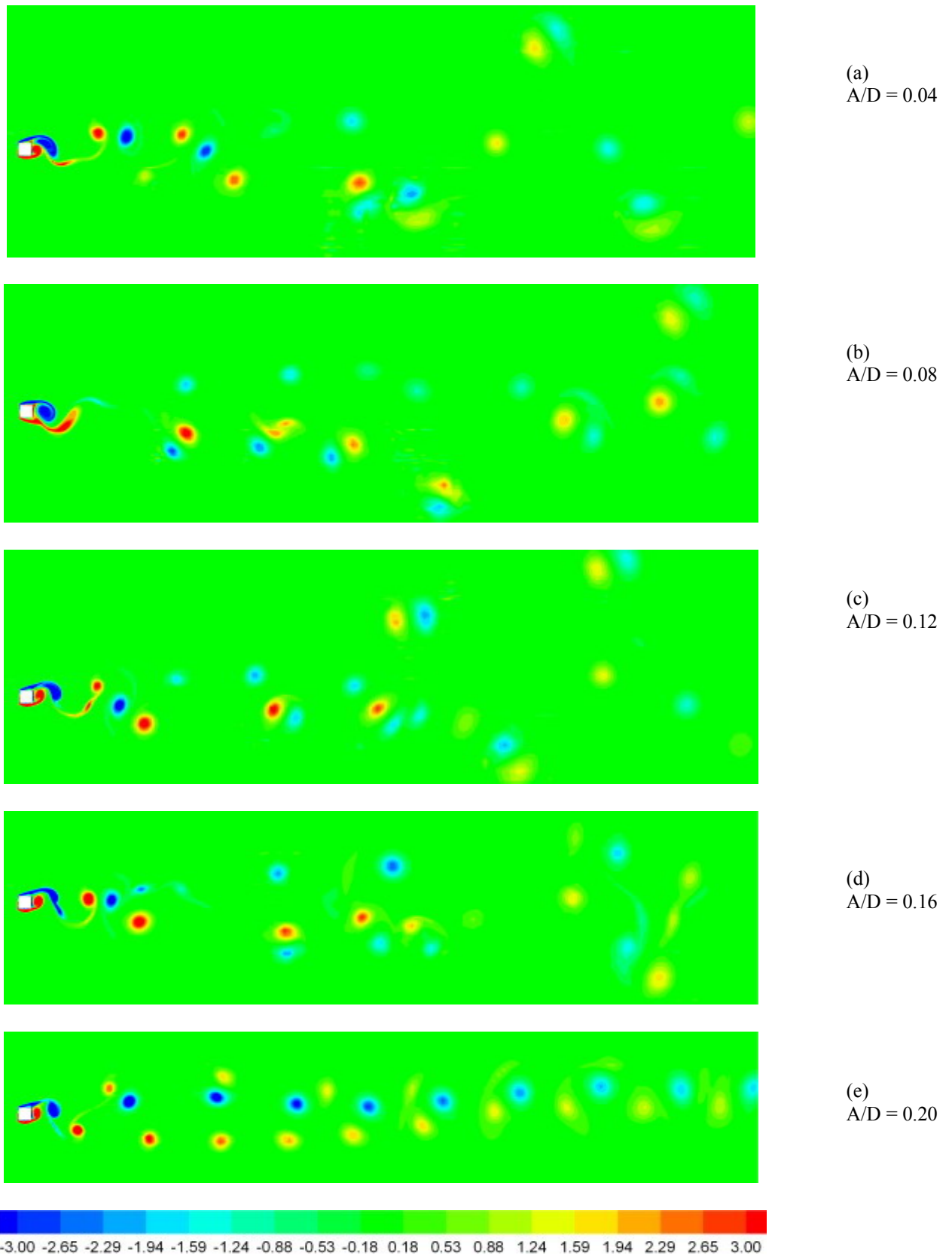
**Σχήμα 29:** Οπτικές απεικονίσεις της ροής (ισοϋψείς καμπύλες της στροβιλότητας) για  $Re = 200$ ,  $F = 1$  και για τις αναφερόμενες τιμές του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης.

### V.2.3 ΟΠΤΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ REYNOLDS $Re = 400$

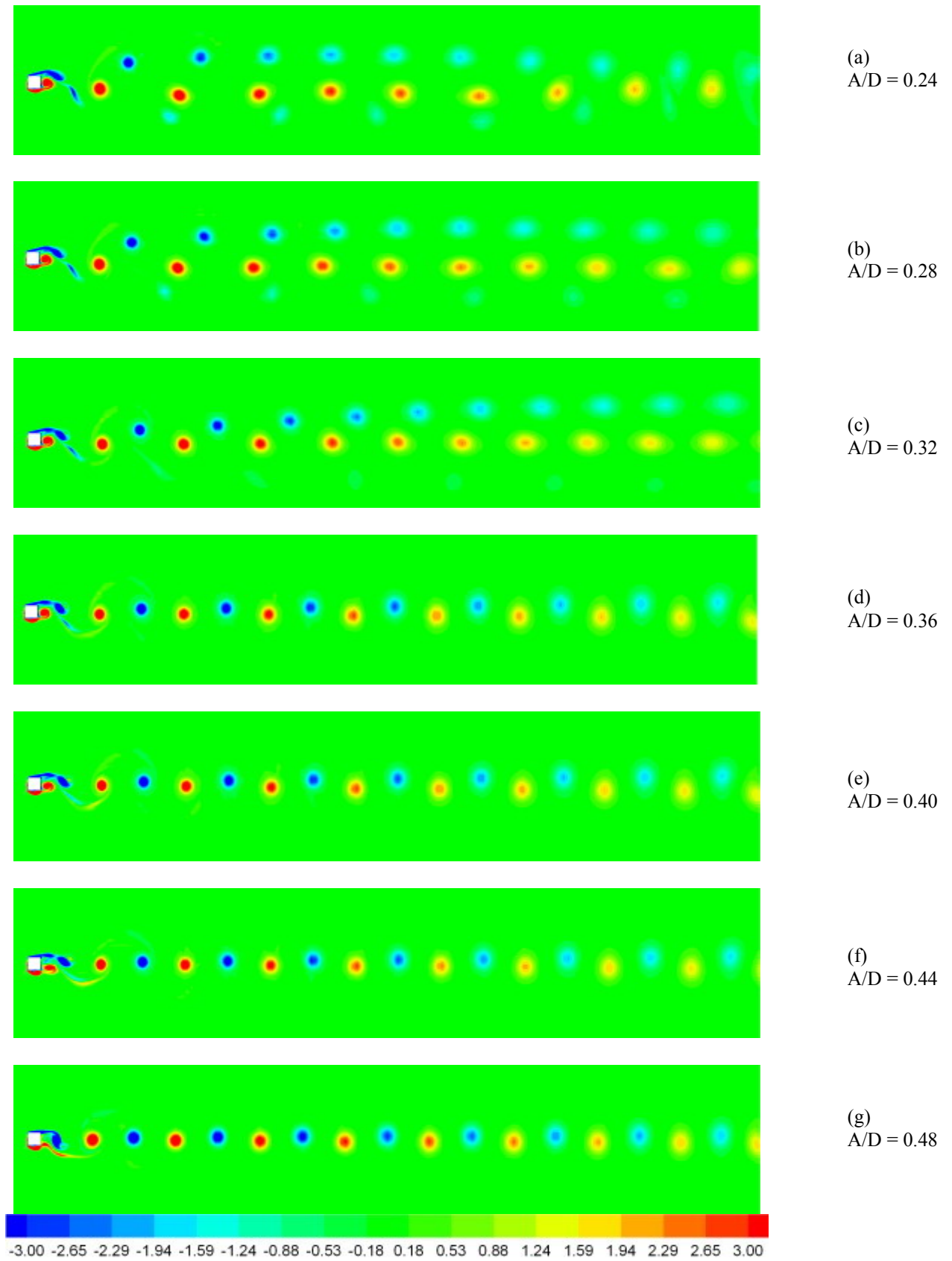
Οι οπτικές απεικονίσεις της ροής για αριθμό Reynolds  $Re = 400$  φαίνονται στα Σχήματα 30(a)-(e) και στα Σχήματα 31(a)-(g), και αντιστοιχούν στις εξής τιμές του αδιάστατου εύρους ταλάντωσης  $A/D$ : 0.04, 0.08, 0.12, 0.16, 0.20 για το Σχήμα 30, και 0.24, 0.28, 0.32, 0.36, 0.40, 0.44, 0.48 για το Σχήμα 31. **Από τις εξεταζόμενες περιπτώσεις συμπεραίνουμε ότι, για μικρά εύρη ταλάντωσης, έχουμε μία ροή με χαοτικό χαρακτήρα, ο οποίος αποτυπώνεται στην περίπλοκη και ακανόνιστη μορφή των δινών στον ομόρρου του πρίσματος τετραγωνικής διατομής. Όμως, με την επιβολή και τη σταδιακή αύξηση του εύρους της ταλάντωσης, η πολυπλοκότητα της ροής ελαττώνεται, και οι δίνες στον ομόρρου τείνουν να αποκτήσουν τυποποιημένες μορφές.**

Αναλυτικότερα, στην περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους  $A/D = 0.04-0.20$ , η ροή έχει χαοτικό χαρακτήρα, και, στον ομόρρου του πρίσματος, οι δίνες έχουν ακανόνιστους και πολύπλοκους σχηματισμούς, που φαίνονται στα Σχήματα 30(a)-(d). Με την περαιτέρω αύξηση του εύρους ταλάντωσης και πιο συγκεκριμένα **στην περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους  $A/D = 0.20-0.32$ , έχουμε την εμφάνιση ενός τύπου ομόρρου, που μπορεί να χαρακτηριστεί ως τύπος “partial S+P”**. Τα χαρακτηριστικά αυτού του τύπου ομόρρου, που φαίνονται στο Σχήμα 30(e) και στα Σχήματα 31(a)-(c), είναι ότι στη μία πλευρά του ομόρρου εμφανίζονται ζευγάρια δινών, ενώ στην άλλη πλευρά (στην κάτω πλευρά στη συγκεκριμένη περίπτωση) υπάρχουν μονές δίνες. Αυτός ο σχηματισμός δινών είναι πολύ πιο περίπλοκος και μπορεί να κατανοηθεί καλύτερα μέσω κινούμενων καρέ (βίντεο) της ροής. Από τα κινούμενα καρέ, διαπιστώνουμε ότι σε κάθε κύκλο, η δίνη στη μία πλευρά (πάνω ή κάτω, σε σχέση με τον κύλινδρο) διαχωρίζεται σε δύο δίνες, και η μικρότερη από τις δύο πηγαίνει στην άλλη πλευρά, ενώ η μεγαλύτερη παραμένει στην αρχική πλευρά. Κατόπιν, η μικρότερη δίνη επιταχύνεται από το επαγόμενο πεδίο ταχυτήτων των μεγαλύτερων και αντιθέτου πρόσημου δινών, τις οποίες προσπερνάει διαδοχικά. Τελικά, αφού διανύσει κάποιο διάστημα, ενώνεται με μια ομόστροφη της δίνη και επανέρχεται στην κάτω πλευρά του ομόρρου, ο οποίος παραμένει μη συμμετρικός. **Συνεπώς, ο τύπος ομόρρου “partial S+P” είναι στην ουσία ένας τροποποιημένος τύπος ομόρρου “2S”, στον οποίο εμφανίζεται το φαινόμενο του διαχωρισμού των δινών (vortex splitting).**

Στην περιοχή τιμών του αδιάστατου εύρους  $A/D = 0.36-0.48$ , η μορφή των δινών αλλάζει, και έχουμε ομόρρου τύπου “2S”. Από τα Σχήματα 31(d)-(f), προκύπτει ότι έχουμε στενότερη περιοχή ομόρρου (narrower wake) για το σύνολο τιμών  $A/D = 0.36-0.44$ , οπότε δικαιολογείται και η μείωση της χρονικά-μέσης τιμής του συντελεστή της συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$ . Όμως, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 31(g), για  $A/D = 0.48$  η περιοχή του ομόρρου αρχίζει απότομα να διευρύνεται (broader wake), και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της χρονικά-μέσης τιμής του συντελεστή της συνολικής αντίστασης  $\langle C_D \rangle$ .



**Σχήμα 30:** Οπτικές απεικονίσεις της ροής (ισοϋψείς καμπύλες της στροβιλότητας) για  $Re = 400$ ,  $F = 1$  και για τις αναφερόμενες τιμές του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης.



**Σχήμα 31:** Οπτικές απεικονίσεις της ροής (ισοϋψείς καμπύλες της στροβιλότητας) για  $Re = 400$ ,  $F = 1$  και για τις αναφερόμενες τιμές του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης.

## VI. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΙΣΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

### VI.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο πλαίσιο αυτής της Διπλωματικής Εργασίας, ασχοληθήκαμε με την αριθμητική προσομοίωση διδιάστατης ροής γύρω από ένα πρίσμα τετραγωνικής διατομής. Το πρίσμα εκτελεί εγκάρσια ταλάντωση ως προς ένα ρεύμα σταθερής ταχύτητας. Η προσομοίωση έγινε για τιμές του αριθμού Reynolds  $Re = 200$  και  $Re = 400$ . Στην πρώτη περίπτωση ( $Re = 200$ ), η συχνότητα της ταλάντωσης ήταν ίση με τη φυσική συχνότητα του δρόμου δινών του ακίνητου πρίσματος, ενώ στη δεύτερη περίπτωση ( $Re = 400$ ), η συχνότητα της ταλάντωσης ήταν ίση με την κυρίαρχη συχνότητα, όπως αυτή προκύπτει από το φάσμα του συντελεστή άνωσης, για ροή γύρω από ακίνητο πρίσμα.

Και στις δύο περιπτώσεις, διατηρώντας τις τιμές  $F = 1$  (λόγος της συχνότητας ταλάντωσης προς τη φυσική συχνότητα του δρόμου δινών) και την τιμή του αριθμού Reynolds, η δυναμική της ροής (και επομένως και οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων), εξαρτάται μόνο από την τιμή του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ). Μετά από κατάλληλη στατιστική επεξεργασία των αριθμητικών σημάτων των συντελεστών άνωσης και αντίστασης, προέκυψαν οι τιμές των συντελεστών των δυνάμεων για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης. Επιπλέον, τα αποτελέσματα συσχετίστηκαν με τη δομή της ροής, με χρήση οπτικής απεικόνισης (visualization) του πεδίου της στροβιλότητας.

**Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, καταλήξαμε στα ακόλουθα τρία βασικά συμπεράσματα:**

A) Για τις εξετασθείσες τιμές του αριθμού Reynolds,  $Re = 200$  και  $Re = 400$ , ο συντελεστής της δύναμης διέγερσης  $C_{L_v}$  παίρνει αρνητικές τιμές για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης. Συνεπώς, σε όλες τις περιπτώσεις έχουμε μεταφορά ισχύος από το πρίσμα στη ροή του ρευστού, και ποτέ το αντίθετο. Η παραπάνω διαπίστωση είναι ιδιαίτερα σημαντική, γιατί πρακτικά σημαίνει ότι **μια κατασκευή με διαμόρφωση πρίσματος τετραγωνικής διατομής δεν μπορεί να διεγερθεί κατά την εγκάρσια κατεύθυνση, ευρισκόμενη σε ρεύμα σταθερής ταχύτητας.**

B) Για αριθμό Reynolds  $Re = 200$  οι συντελεστές των δυνάμεων μεταβάλλονται ομαλά συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ), εκτός από μία μικρή περιοχή τιμών (για περίπου  $A/D = 0.30-0.40$ ). **Η δυναμική της ροής με αριθμό Reynolds  $Re = 200$  για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, καθώς και για την περίπτωση του ακίνητου πρίσματος, είναι ιδιαίτερα απλή, και το φαινόμενο πάντα περιοδικό. Σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, η μορφή των δινών στον ομόρρου είναι του τύπου “2S” (δημιουργία δύο δινών ανά περίοδο).**

Γ) Για αριθμό Reynolds  $Re = 400$  οι συντελεστές των δυνάμεων δεν μεταβάλλονται ομαλά συναρτήσει του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ). Οι απότομες και σημαντικές μεταβολές στις τιμές των συντελεστών των δυνάμεων οφείλονται στην αλλαγή της μορφής των δινών στον ομόρρου, η οποία επέρχεται με την αύξηση του εύρους της ταλάντωσης. **Για ροή με αριθμό Reynolds  $Re = 400$ , όταν δεν υπάρχει ταλάντωση, έχουμε μία ροή με χαοτικό χαρακτήρα, ο οποίος αποτυπώνεται στην περίπλοκη και ακανόνιστη μορφή των δινών στον ομόρρου του πρίσματος τετραγωνικής διατομής. Η παρουσία της ταλάντωσης τείνει να μειώσει την**

**πολυπλοκότητα της ροής: με τη σταδιακή αύξηση του εύρους της ταλάντωσης, έχουμε αρχικά την εμφάνιση ενός τύπου ομόρρου, που μπορεί να χαρακτηριστεί ως τύπος “partial S+P”, και κατόπιν, η μορφή των δινών αλλάζει και έχουμε ομόρρου τύπου “2S” .**

Εκτός από τα παραπάνω βασικά συμπεράσματα, μπορούμε να αναφέρουμε και τα ακόλουθα εξαγόμενα, που παρουσιάζουν επίσης ενδιαφέρον :

A) Για αριθμούς Reynolds  $Re = 200$  και  $Re = 400$ , για όλα τα εξεταζόμενα εύρη ταλάντωσης, οι δυνάμεις αντίστασης και άνωσης λόγω πίεσης είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες λόγω συνεκτικότητας.

B) Για  $Re = 200$  και  $Re = 400$ , για πολύ μικρές τιμές του εύρους ταλάντωσης, ο συντελεστής της αδρανειακής δύναμης  $C_M$  παίρνει αρκετά υψηλές αρνητικές τιμές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για πολύ μικρές τιμές του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ), υπάρχει μία πεπερασμένη δύναμη που βρίσκεται στην ίδια φάση με την επιτάχυνση, και της οποίας το εύρος είναι σχεδόν σταθερό και όχι ανάλογο με την επιτάχυνση του πρίσματος. Συνεπώς, η συσχέτιση της αδρανειακής δύναμης με τη δυναμική πίεση μέσω του συντελεστή  $C_{La}$ , δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από την αντίστοιχη συσχέτιση με την επιτάχυνση του πρίσματος μέσω του συντελεστή  $C_M$ .

Γ) Για  $Re = 400$  και για ορισμένες τιμές του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ), παρατηρήσαμε την εμφάνιση ομόρρου τύπου “partial S+P”. Τα χαρακτηριστικά αυτού του τύπου ομόρρου είναι ότι στη μία πλευρά του εμφανίζονται ζεύγη δινών, ενώ στην άλλη πλευρά (έστω στην κάτω σε σχέση με το πρίσμα) υπάρχουν διακριτές δίνες. Σε κάθε περίοδο, η αρχικά σχηματιζόμενη δίνη στην κάτω πλευρά διαχωρίζεται σε δύο δίνες, και η μικρότερη από τις δύο διεισδύει στην πάνω πλευρά, ενώ η μεγαλύτερη παραμένει στην κάτω πλευρά. Κατόπιν, η μικρότερη δίνη επιταχύνεται από το επαγόμενο πεδίο ταχυτήτων των μεγαλύτερων και αντιθέτου πρόσημου δινών, τις οποίες προσπερνάει διαδοχικά. Τελικά, αφού διανύσει κάποιο διάστημα, ενώνεται με μια ομόστροφη της δίνη, και επανέρχεται στην κάτω πλευρά του ομόρρου, ο οποίος παραμένει μη συμμετρικός. Συνεπώς, ο τύπος ομόρρου “partial S+P” είναι στην ουσία ένας τροποποιημένος τύπος ομόρρου “2S”, στον οποίο εμφανίζεται το φαινόμενο του διαχωρισμού των δινών (vortex splitting). Ο συγκεκριμένος τύπος ομόρρου δεν αναφέρεται στον γνωστό «χάρτη» των Williamson και Roshko (ο οποίος παρατίθεται στο Θεωρητικό Μέρος - Σχήματα 5.3α και 5.3β). Συνεπώς, ενδείκνυται η επαλήθευση του τύπου ομόρρου “partial S+P” σε μελλοντικές εργασίες με χρήση τρισδιάστατης προσομοίωσης, για τις ίδιες τιμές της συχνότητας της ταλάντωσης και για τα ίδια αδιάστατα εύρη ταλάντωσης.

## VI.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΙΣΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Σε συνέχεια της παρούσας εργασίας, προτείνονται τα ακόλουθα για περαιτέρω μελέτη της ροής γύρω από ταλαντούμενο πρίσμα τετραγωνικής διατομής:

A) Προσομοίωση της ροής, για ταυτόχρονη ταλάντωση του πρίσματος τόσο κατά τον εγκάρσιο, όσο και κατά τον διαμήκη άξονα.

B) Προσομοίωση της ροής για περισσότερο πολύπλοκες κινήσεις του πρίσματος, όπως περιστροφικές κινήσεις (κίνηση galloping).

Γ) Προσομοίωση της ροής για υψηλότερες τιμές του αριθμού Reynolds.

Δ) Προσομοίωση για τις ίδιες τιμές του αριθμού Reynolds, και διαφορετικές τιμές συχνότητας της ταλάντωσης (ισοδύναμα, διαφορετικές τιμές του λόγου  $F$ ).

E) Τρισδιάστατη αριθμητική προσομοίωση της ροής για τις ίδιες τιμές του αριθμού Reynolds, του αδιάστατου εύρους της ταλάντωσης ( $A/D$ ) και της συχνότητας της ταλάντωσης (δηλαδή, για  $F = 1$ ). Έτσι μπορούν να ελεγχθούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν για διδιάστατη αριθμητική προσομοίωση, και να επαληθευτεί η δομή του ομόρρου, π.χ. η ύπαρξη του ομόρρου τύπου “partial S+P”.

## VII. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΟΓΚΟΥ

### A) ΓΕΝΙΚΑ

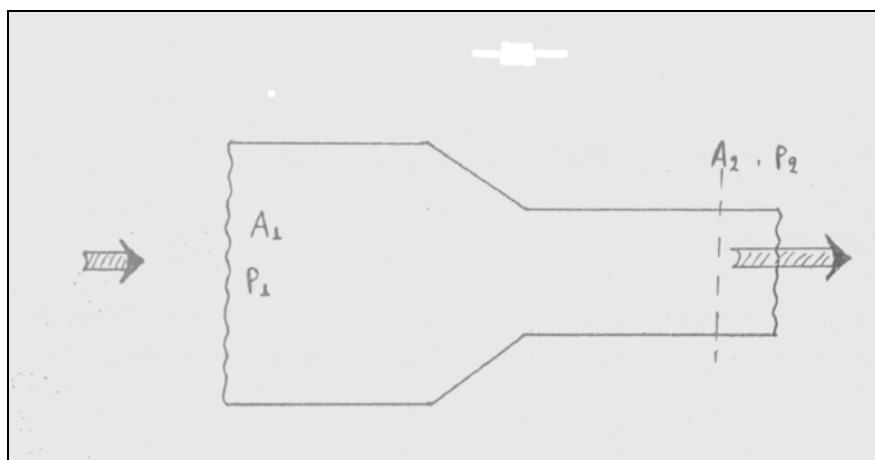
Η μέτρηση παροχής ρευστού, δηλαδή του όγκου του ρευστού ανά μονάδα χρόνου, είναι από τις πιο βασικές μετρήσεις στη Μηχανική των Ρευστών. Η μεγάλη πλειοψηφία των οργάνων μέτρησης παροχής, βασίζεται στην μέτρηση της διαφοράς πίεσης ανάμεσα σε δύο κατάλληλα επιλεγμένα σημεία ενός αγωγού. Μέχρι πρόσφατα, όργανα αυτού του τύπου ήταν οι μόνες σχετικά φθηνές μετρητικές συσκευές που προσέφεραν ικανοποιητική ακρίβεια και μεγάλη διάρκεια ζωής. Έτσι, είναι ακόμα ευρέως διαδεδομένα στην βιομηχανία και υπάρχει ανά τον κόσμο τεράστια εμπειρία πάνω στην κατασκευή τους, στα λειτουργικά χαρακτηριστικά και στον τρόπο τοποθέτησής τους σε σωλήνες.

Εκτός από την παραπάνω κατηγορία οργάνων μέτρησης παροχής, την οποία θα αναλύσουμε εκτενώς, θα αναφερθούμε και σε άλλες μεθόδους οι οποίες χρησιμοποιούνται παγκοσμίως, αλλά μη δίνοντας έμφαση σε μεθόδους είτε ιδιαίτερα πολύπλοκες για να εφαρμοστούν είτε πολύ δαπανηρές.

### B) ΜΕΤΡΗΤΕΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΙΕΣΗΣ

Στην κατηγορία των μετρητών παροχής που αξιοποιούν μια διαφορά πίεσης, ανήκουν οι ακόλουθοι τρεις χαρακτηριστικοί τύποι:

- α) Οι μετρητές διαφράγματος.
- β) Τα ακροφύσια.
- γ) Οι μετρητές Venturi.



Σχήμα 1: Στένωση σε αγωγό (Γούλας [6]).



Ο υπολογισμός της παροχής από την μέτρηση της διαφοράς πίεσης ανάμεσα σε δύο σημεία γίνεται με βάση τον νόμο του Bernoulli. Στο Σχήμα 1 δείχνεται ένας αγωγός, μέσω του οποίου ρέει κάποιο ρευστό σταθερής πυκνότητας. Στον αγωγό αυτό και στο σημείο (2), υπάρχει μια στένωση και η διατομή του αγωγού ελαττώνεται από  $A_1$  σε  $A_2$ . Η παροχή του όγκου του ρευστού είναι  $Q$  και η μέση ταχύτητά του, στην διατομή  $A_1$  θα είναι:

$$V_1 = Q/A_1$$

ενώ στην διατομή  $A_2$  θα είναι:

$$V_2 = Q/A_2$$

Η ταχύτητα  $V_2$  είναι προφανώς μεγαλύτερη από την  $V_1$  και επομένως η στατική πίεση στο (2),  $p_2$  θα είναι μικρότερη από εκείνη στο (1),  $p_1$ . Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli ανάμεσα στις διατομές (1) και (2) θα έχουμε:

$$p_1 + 1/2\rho V_1^2 = p_2 + 1/2\rho V_2^2$$

Βασική προϋπόθεση βέβαια για την εφαρμογή της άνω εξίσωσης είναι ότι η πυκνότητα παραμένει σταθερή και το ρευστό είναι ιδανικό, χωρίς απώλειες. Στην περίπτωση αυτή συνδυάζοντας τις προηγούμενες εξισώσεις παίρνουμε τη σχέση που δίνει την θεωρητική παροχή  $Q_{\text{θεωρ.}}$  σαν συνάρτηση της διαφοράς πίεσης και της γεωμετρίας του συστήματος:

$$Q_{\text{θεωρ.}} = \frac{A_2}{\left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} [2(p_1 - p_2) / \rho]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

Για πραγματικά ρευστά βέβαια πρέπει να ληφθούν υπόψιν οι απώλειες ενέργειας, που και αυτές είναι συνάρτηση της ταχύτητας και επομένως της παροχής. Επομένως, η πραγματική παροχή  $Q$ , που περνάει μέσα από ένα αγωγό που έχει μια δεδομένη γεωμετρία θα είναι:

$$Q = c_D Q_{\text{θεωρ.}} = c_D \frac{A_2}{(1 - m^2)^{\frac{1}{2}}} (2\Delta p / \rho)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

όπου  $m$  είναι ο λόγος των εμβαδών των διατομών, δηλαδή:

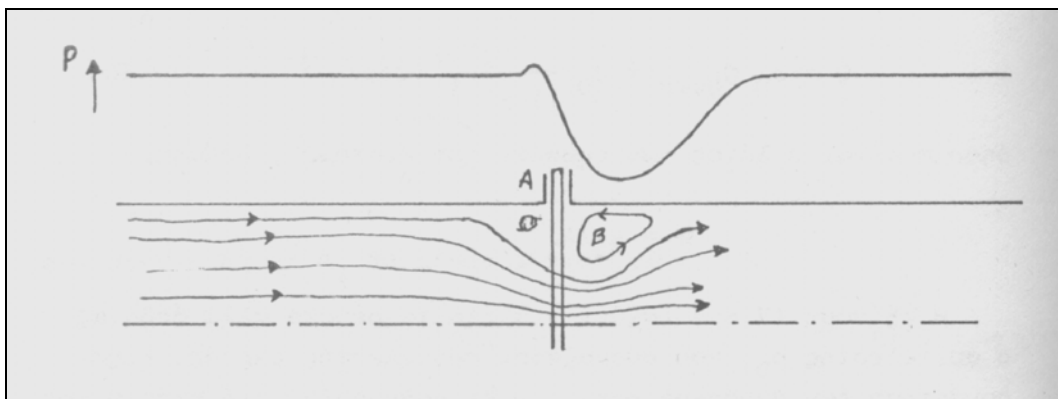
$$m = A_2/A_1$$

Η εξίσωση (1) ισχύει για όλα τα ρευστά αλλά βεβαίως ο συντελεστής  $c_D$ , που ονομάζεται συντελεστής εκροής, είναι συνάρτηση των συνθηκών ροής των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων του ρευστού και της γεωμετρίας του συστήματος.

## B1) ΜΕΤΡΗΤΗΣ ΔΙΑΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

Ο μετρητής διαφράγματος είναι ο πιο κοινός από τους μετρητές ροής που βασίζονται στη μέτρηση της διαφοράς πίεσης. Αποτελείται από μια μεταλλική πλάκα που τοποθετείται κάθετα στη ροή σ' ένα σωλήνα, διαμέτρου  $D$  και φέρει μια τρύπα διαμέτρου  $d$ , όπου φυσικά είναι  $d < D$ .

Η γεωμετρία του διαφράγματος και η τεχνική της μέτρησης καλύπτονται από διεθνείς προδιαγραφές όπως τις αγγλικές προδιαγραφές BS 1042, την ISO 5167 καθώς και από τους οργανισμούς DIN, ASME, AGA. Τρεις είναι οι περιοχές που καλύπτονται συνήθως από διεθνείς προδιαγραφές, η γεωμετρία του διαφράγματος, οι συνθήκες τοποθέτησης, καθώς και οι σχέσεις που συνδέουν την παροχή με τη διαφορά πίεσης.

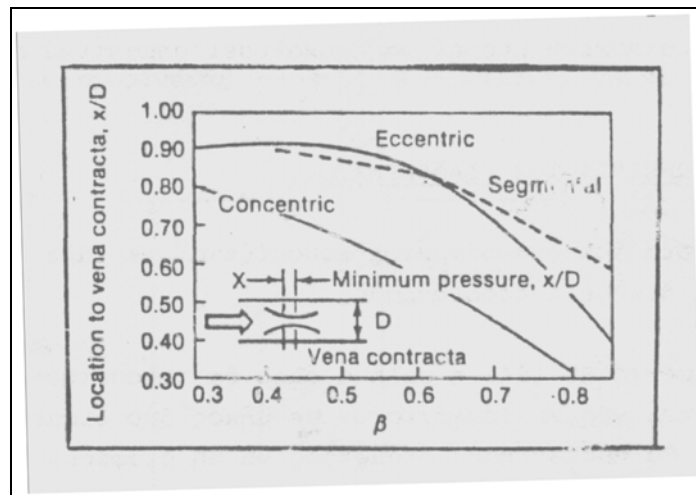


**Σχήμα 2:** Κατανομή της πίεσης αγωγού στην περιοχή του μετρητή διαφράγματος. (Γούλας [6])

Στο Σχήμα 2 δείχνεται η κατανομή της πίεσης στο τοίχωμα ενός αγωγού στην περιοχή του μετρητή διαφράγματος. Μακριά από τον μετρητή η κλίση πίεσης είναι σταθερή. Πριν ακριβώς από τον μετρητή καθώς οι γραμμές ροής συγκλίνουν, παρουσιάζεται στη γωνία διαφράγματος-σωλήνα μία δίνη με μορφή δακτυλίου, δίνη A, με αποτέλεσμα να υπάρχει μια μικρή αύξηση πίεσης.

Το ρευστό επιταχύνεται μέσα από την τρύπα του διαφράγματος δημιουργώντας παράλληλα μια ελάχιστη διατομή (μέγιστη ταχύτητα) που είναι γνωστή σαν vena-contracta. Στο σημείο αυτό η στατική πίεση στο τοίχωμα γίνεται ελάχιστη. Στη συνέχεια η δέσμη του ρευστού διαχέεται και καταλαμβάνει πάλι όλη τη διατομή του σωλήνα. Η διάχυση αυτή συνοδεύεται από ανάκτηση πίεσης.

Πίσω ακριβώς από το διάφραγμα και ανάμεσα στη δέσμη του ρευστού, και το τοίχωμα, δημιουργείται μια δίνη που λόγω συμμετρίας έχει δακτυλιοειδή μορφή, δίνη B. Το μέγεθος της δίνης αυτής εξαρτάται από την φύση του ρευστού, κυρίως από το ιξώδες, τον λόγο των διαμέτρων  $d/D$  και την γεωμετρία της ακμής του διαφράγματος. Στο Σχήμα 3 δίνεται διαγραμματικά η απόσταση  $x$  ανάμεσα στο διάφραγμα και το σημείο ελάχιστης πίεσης (vena-contracta) σαν συνάρτηση του συντελεστή  $\beta = d/D$  και του τύπου του διαφράγματος. Για συμμετρικό διάφραγμα η θέση του vena-contracta είναι μεταξύ  $0,35$  και  $0,9 D$ , ανάλογα με την τιμή του  $\beta$ . Στο ίδιο διάγραμμα δίνεται και η τιμή του  $x/D$  για έκκεντρη τοποθέτηση της οπής του διαφράγματος. Προκειμένου για συμπιεστά ρευστά η απόσταση  $x$  αυξάνει αυξανομένης της παροχής.



**Σχήμα 3:** Απόσταση ανάμεσα στο διάφραγμα και το σημείο ελάχιστης πίεσης. (Γούλας [6])

Το ακριβές μέγεθος του λαιμού (vena-contracta) εξαρτάται από το ιξώδες του ρευστού και την γεωμετρία της ακμής. Αυξανόμενου του ιξώδους η διάμετρος του λαιμού (ελάχιστη διάμετρος) αυξάνει με αποτέλεσμα η μετρούμενη διαφορά πίεσης να είναι μικρότερη. Θεωρητικά έχειδειχθεί ότι η μορφή και το μέγεθος της δίνης στην περιοχή επανακόλλησης, δίνη B, εξαρτάται από την στροβιλότητα στο σημείο αποκόλλησης, ακμή του διαφράγματος. Η στροβιλότητα είναι ανάλογη του ιξώδους και συνάρτηση της κλίσης της ταχύτητας στο ίδιο σημείο. Μικρές μεταβολές της γεωμετρίας της ακμής προκαλούν σημαντικές μεταβολές που με τη σειρά της επηρεάζει όπως προαναφέρθηκε, τη δίνη B και συνεπώς τη διαφορά πίεσης πριν και μετά το διάφραγμα.

Αυτός είναι κυρίως ο λόγος που η γεωμετρία της ακμής του διαφράγματος καθορίζεται επακριβώς από τους κανονισμούς και επιπλέον για μεγαλύτερη ακρίβεια χρειάζεται βαθμονόμηση του οργάνου. Επίσης, κάθε ανωμαλία στη γεωμετρία της ακμής από χτύπημα ή κακή κατασκευή μπορεί να προκαλέσει σημαντικά σφάλματα μέτρησης.

Η γεωμετρία του διαφράγματος καθορίζεται με κάθε λεπτομέρεια από τις διεθνείς προδιαγραφές. Σύμφωνα με το BS 1042 η σωλήνα όπου θα τοποθετηθεί θα πρέπει να είναι κυλινδρική τουλάχιστον σε μήκος δύο διαμέτρων και συγκεκριμένα θα πρέπει κάθε διάμετρος να μη διαφέρει κατά 0,3% από την μέση τιμή του  $D$ . Στο Σχήμα 4 δίνεται με λεπτομέρεια η γεωμετρία. Το κύριο χαρακτηριστικό είναι η διάμετρος  $d$  της οπής του διαφράγματος.

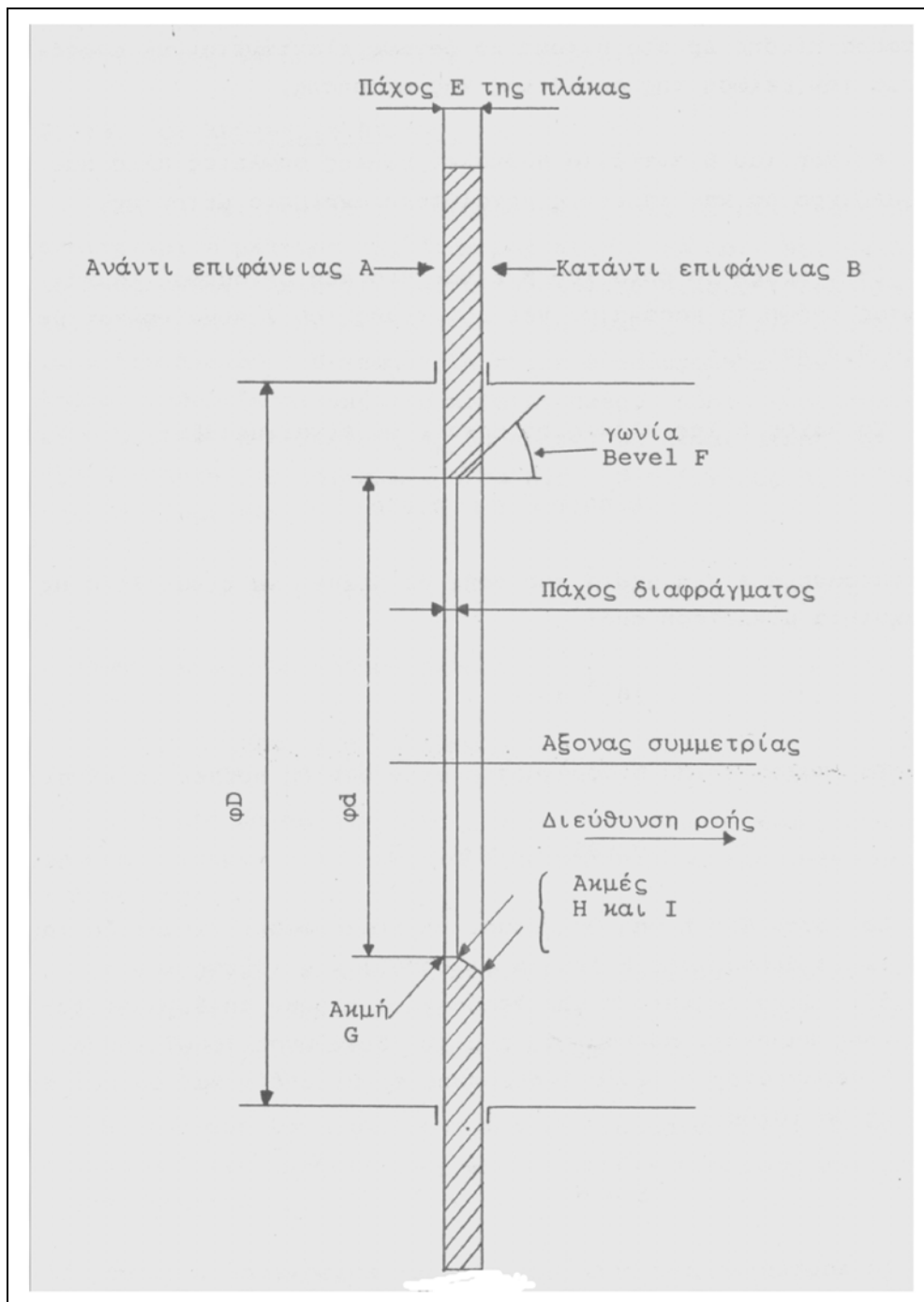
Οι Βρετανικές προδιαγραφές BS 1042 ορίζουν τα όρια του  $\beta = d/D$ , ανάλογα με τον τρόπο μέτρησης της διαφοράς πίεσης, σαν:

$$0,2 < \beta < 0,75$$

Η τελική επιλογή του  $\beta$  καθορίζεται από τη διαφορά πίεσης που μπορεί να μετρηθεί με τα υπάρχοντα όργανα, τις απώλειες πίεσης που προκαλούνται στο σύστημα και τις κατασκευαστικές δυνατότητες.

Αύξηση του  $\beta$  προκαλεί μικρότερες απώλειες πίεσης αλλά η διαφορά πίεσης  $\Delta p$  στο μετρητικό όργανο ελαττώνεται με αποτέλεσμα την μείωση της ακρίβειας της μέτρησης. Μείωση του  $\beta$  αντίθετα προκαλεί υψηλές απώλειες αλλά και μεγαλύτερο  $\Delta p$  και επομένως μεγαλύτερη ακρίβεια μέτρησης. Στην πράξη τα όρια του  $\beta$  είναι πιο

περιορισμένα, λαμβάνοντας υπόψη τα παρακάτω και οι τιμές του  $\beta$  κυμαίνονται μεταξύ 0,4 και 0,6.



**Σχήμα 4:** Γεωμετρία του διαφράγματος (Γούλας [6]).

Το πάχος E της πλάκας θα πρέπει να είναι μεταξύ:

$$0,005D \leq E \leq 0,05D$$

Η επιφάνεια A στη μεριά της ροής θα πρέπει να είναι λεία με τραχύτητα μικρότερη από:

$$10^{-4} d$$

Το πάχος  $e$  του διαφράγματος στην οπή θα πρέπει να είναι:

$$0,005 \leq e \leq 0,02D$$

Εφ' όσον  $E > e$  η οπή θα πρέπει να διαμορφωθεί σχηματίζοντας μια γωνία διεύρυνσης  $F$  (angle of Bevel) της τάξεως των  $30^\circ$  με  $45^\circ$ . Στην περίπτωση που θέλουμε να έχουμε τη δυνατότητα μέτρησης παροχής, ανεξάρτητα από τη διεύθυνση τοποθέτησης του διαφράγματος η γωνία διεύρυνσης είναι μηδέν και θα πρέπει επίσης να ισχύει:

$$E = e$$

Το εσωτερικό της οπής και όλες οι επιφάνειες για τους λόγους που προαναφέρθηκαν θα πρέπει να είναι λείες και οι ακμές καθαρές χωρίς ανωμαλίες. Η ακμή  $G$  που ουσιαστικά καθορίζει τη στροβιλότητα του πεδίου ροής μετά το διάφραγμα θα πρέπει να είναι οξεία και η ακτίνα της να μην υπερβαίνει το  $0,0004d$ .

Για τη λειτουργία του διαφράγματος σαν μετρητή παροχής απαιτείται η μέτρηση της διαφοράς πίεσης  $\Delta p$  πριν και μετά το διάφραγμα. Αυτό γίνεται με απολήψεις πίεσης (pressure tappings) που είναι ουσιαστικά οπές μικρής διαμέτρου στο τοίχωμα του αγωγού. Η γεωμετρία και η διαμόρφωση αυτών των απολήψεων καθορίζεται από τις προδιαγραφές. Κύριο χαρακτηριστικό είναι ότι η διάμετρος  $d_h$  θα πρέπει να είναι μικρή, με τον άξονα κάθετο στο τοίχωμα του σωλήνα. Η διάμετρος  $d_h$  θα πρέπει να είναι για:

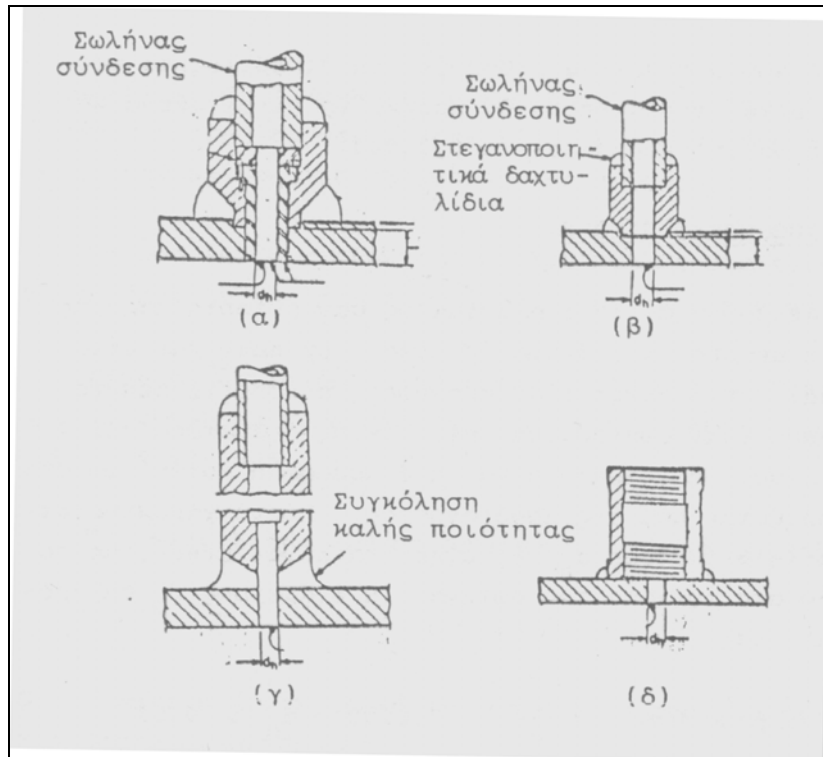
$$\beta \leq 0,65 \rightarrow 0,005D \leq d_h \leq 0,03D$$

ή προκειμένου για καθαρά ρευστά:

$$1\text{mm} \leq d_h \leq 10\text{mm}$$

Οι ακμές θα πρέπει επίσης να είναι καθαρές χωρίς παραμορφώσεις ή γρέζια γιατί επηρεάζεται η ακρίβεια της ανάγνωσης της πίεσης. Στο Σχήμα 5 δίνεται η διαμόρφωση γύρω και πάνω από την απόληψη ώστε να δημιουργηθεί ένας σωλήνας στον οποίο μπορεί στη συνέχεια να συνδεθεί κάποιο μανόμετρο. Η απόσταση των απολήψεων από το διάφραγμα καθορίζεται επίσης από τις προδιαγραφές και επηρεάζει προφανώς την τιμή του συντελεστή  $c_D$ . Συνήθως οι απολήψεις τοποθετούνται μια διάμετρο  $D$  πριν από το διάφραγμα και μισή,  $D/2$ , μετά από αυτό.

Βεβαίως υπάρχει και η δυνατότητα να μετρηθεί η πίεση αμέσως πριν και μετά από το διάφραγμα οπότε έχουμε τις λεγόμενες γωνιακές απολήψεις πίεσης (corner pressure tappings). Οι τελευταίες χρησιμοποιούνται από τους κατασκευαστές όταν το ροόμετρο τύπου διαφράγματος πουλιέται σαν πακέτο μαζί με όλο το μετρητικό του σύστημα καθώς και στην περίπτωση που η τοποθέτηση του διαφράγματος απαιτείται να είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης της ροής. Επιπλέον, υπάρχει και η δυνατότητα απολήψεων πίεσης στη φλάντζα (flange pressure tappings) που κρατούν το διάφραγμα και βρίσκονται σε απόσταση  $25,4\text{ mm}$  η κάθε μία από την αντίστοιχη επιφάνεια του διαφράγματος.



**Σχήμα 5:** Διαμόρφωση γύρω και πάνω από την απόληψη.  
(Γούλας [6])

Η σχέση που συνδέει την διαφορά πίεσης  $\Delta p$  με την παροχή μάζας σε μετρητές διαφράγματος είναι η ακόλουθη:

$$\dot{m} = c_D E \varepsilon \frac{\pi}{4} d^2 (2\rho \Delta p)^{1/2}$$

όπου:

$$E = (1 - \beta^4)^{-1/2} = \frac{D^2}{(D^4 - d^4)^{1/2}}$$

$\varepsilon$ : ο συντελεστής εκτόνωσης

$c_D$ : ο συντελεστής εκροής

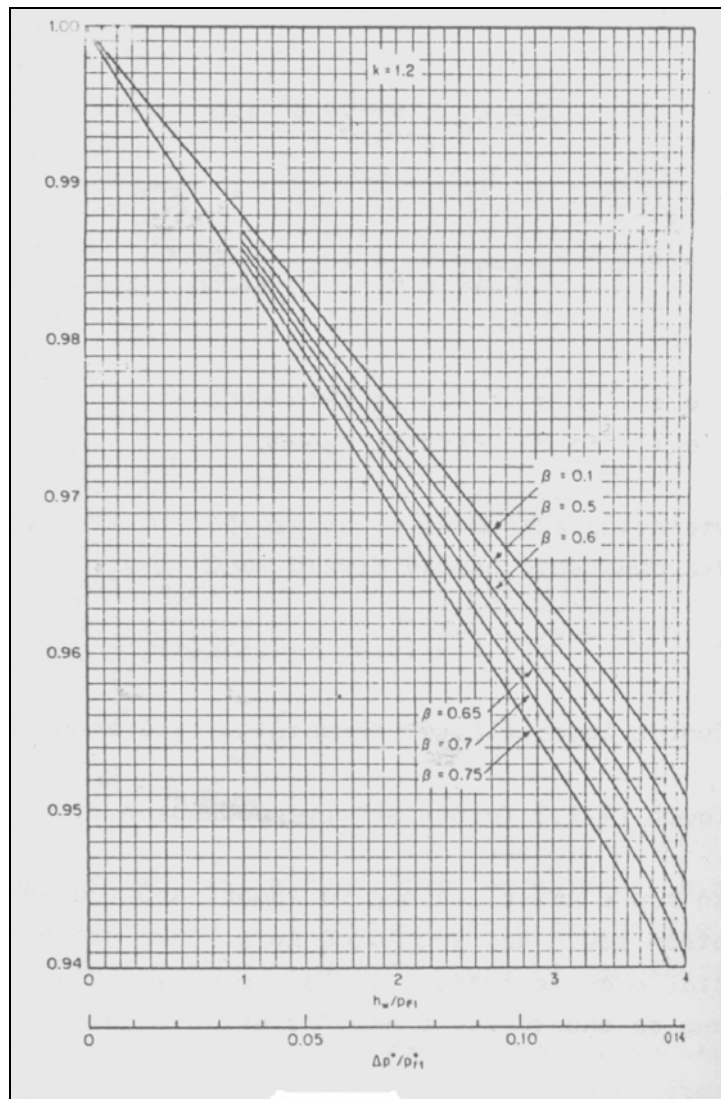
Ο συντελεστής εκτόνωσης είναι μονάδα για ασυμπέστα ρευστά ενώ για συμπιεστά ρευστά δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon = 1 - (0,41 + 0,35\beta^4) \frac{\Delta p}{p_1} \quad (2)$$

όπου  $\gamma$  είναι ο λόγος ειδικών θερμοτήτων, για αέρα  $\gamma = 1,4$

Η εξίσωση (2) ισχύει με την προϋπόθεση ότι  $p_2/p_1 \geq 0,75$

Η τιμή του  $e$  μπορεί επίσης να ληφθεί από νομογραφήματα σαν συνάρτηση του  $\beta$  και του λόγου  $\Delta p/p_1$  όπως στο Σχήμα 6, όπου δίνεται ο συντελεστής  $e$  για αέριο με  $\gamma=1,2$  και για απολήψεις πίεσης σε αποστάσεις  $D$  και  $D/2$  αντίστοιχα.



Σχήμα 6: Συντελεστής  $e$  για αέριο με  $\gamma = 1,2$  (Γούλας [6]).

Ο συντελεστής εκροής  $c_D$  δίνεται από την εξίσωση του Stolz:

$$c_D = 0,5959 + 0,312\beta^{2,1} - 0,184\beta^8 + 0,0029\beta^{2,5} \left(\frac{10^6}{Re_D}\right)^{0,75} + c_4 L_1\beta^4 (1-\beta^4)^{-1} - 0,0337 L_2\beta^3$$

όπου  $L_1=l_1/D$  η αδιάστατη απόσταση της απόληξης πίεσης από την μπροστινή επιφάνεια του διαφράγματος  
και  $L_2=l_2/D$  η αδιάστατη απόσταση της δεύτερης απόληξης πίεσης από την πίσω επιφάνεια του διαφράγματος.

Για απολήψεις πίεσης στις γωνίες (corner pressure tappings):

$$L_1 = L_2' = 0$$

ενώ για απολήψεις στις αποστάσεις  $D$  και  $D/2$  θα έχουμε:

$$L_1 = 1, \quad L_2' = 0,47$$

Πρέπει πάντως να υπογραμμισθεί ότι δεν πρέπει να βάλει κανένας στην παραπάνω εξίσωση ζευγάρια τιμών του  $L_1$  και  $L_2'$  που δεν προβλέπονται από τους κανονισμούς. Ο συντελεστής  $c_4$  παίρνει τις ακόλουθες τιμές:

$$c_4 = 0,090 \quad \text{για} \quad L_1 < 0,4333$$

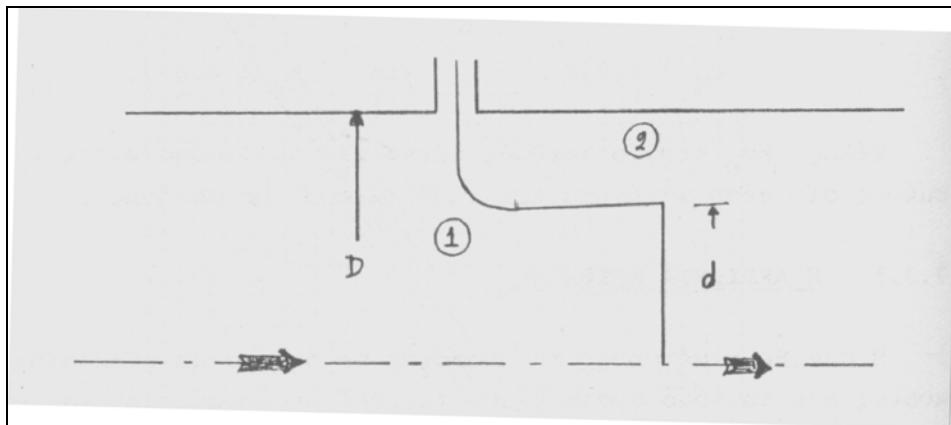
$$c_4 = 0,039 \quad \text{για} \quad L_2' \geq 0,4333$$

Τέλος,  $Re_D$  είναι ο αριθμός Reynolds του διαφράγματος βασισμένος στη μέση ταχύτητα και τη διάμετρο της σωλήνας  $D$ .

Η ακρίβεια μέτρησης της παροχής με διάφραγμα εξαρτάται κυρίως από το πόσο σωστά έχουν τηρηθεί οι κανονισμοί και αν όλοι οι παράγοντες που επηρεάζουν την ροή και τους διάφορους συντελεστές έχουν ληφθεί υπόψιν. Η ακρίβεια του οργάνου είναι μεταξύ 0,5% και 5%. Βεβαίως σημαντικό ρόλο στο ακριβές μέγεθος παίζει και η τοποθέτηση του διαφράγματος στην σωλήνα, καθώς και η διάταξη της σωλήνωσης κυρίως πριν από το ροόμετρο.

## B2) ΜΕΤΡΗΤΗΣ ΑΚΡΟΦΥΣΙΟΥ

Τα κύρια προβλήματα των μετρητών διαφράγματος είναι η μεγάλη πτώση πίεσης (απώλεια) που δημιουργείται στο δίκτυο, καθώς και το γεγονός ότι η θέση της ελάχιστης διατομής (vena-contracta) αλλάζει σαν συνάρτηση της παροχής και του ρευστού και οπωσδήποτε δεν συμπίπτει υποχρεωτικά με το σημείο μέτρησης της πίεσης μετά το διάφραγμα. Το τελευταίο έχει συνέπειες στην ακρίβεια της μέτρησης. Βελτίωση στα παραπάνω προβλήματα του μετρητή διαφράγματος αποτελεί ο μετρητής ακροφυσίου.



Σχήμα 7: Τυπικό ακροφύσιο (Γούλας [6]).



Το ακροφύσιο αποτελείται από ένα συγκλίνον μέρος όπου η αρχική διάμετρος του σωλήνα  $D$  μειώνεται σε μια μικρότερη  $d$  και ακολουθείται από ένα μικρό ευθύγραμμο αγωγό διαμέτρου  $d$  (Σχήμα 7).

Το ρευστό στην περιοχή του συγκλίνοντος ακροφυσίου, περιοχή (1), επιταχύνεται. Στην έξοδο (2) έχει σχεδόν ομοιόμορφη διανομή ταχύτητας και εκρέει σαν δέσμη που στη συνέχεια διαχέεται για να φθάσει και να καλύψει πάλι την επιφάνεια του σωλήνα διαμέτρου  $D$ . Στην περιοχή (2) δημιουργείται πάλι μία δίνη, το μέγεθος της όμως τουλάχιστον στην ακτινική διεύθυνση είναι σταθερό και δεδομένο, ίσο με  $d$ .

Η παροχή μάζας του ρευστού μέσα από το ακροφύσιο δίνεται από μια σχέση όμοια με αυτήν του μετρητή διαφράγματος:

$$\dot{m} = c_D E e \frac{\pi}{4} d^2 (2\Delta p \rho)^{1/2}$$

όπου  $E$  είναι ο συντελεστής γεωμετρίας του ακροφυσίου ίσος με:

$$E = (1 - \beta^4)^{-1/2} = \frac{D^2}{(D^4 - d^4)^{1/2}}$$

$$\beta = d / D$$

Οι συντελεστές  $e$  και  $c_D$  είναι συνάρτηση της ακριβούς γεωμετρίας του ακροφυσίου και θα δοθούν παρακάτω. Οι μετρητές ακροφυσίου χωρίζονται σε δύο τύπους, αυτούς που ακολουθούν το ISA 1932 και τα λεγόμενα ακροφύσια μακράς ακτίνας (long radius nozzle).

Η γεωμετρία του ακροφυσίου ISA 1932 δίνεται στο Σχήμα 8. Δίνονται δύο τύποι ένα για διάμετρο οπής  $d < 2/3 D$  και ένα δεύτερο για  $d > 2/3 D$  ενώ παράλληλα δίνεται και η διάταξη των σημείων απόληξης πίεσης από τις γωνίες του ακροφυσίου. Η ακριβής γεωμετρία του ακροφυσίου δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις.

Υπάρχει το επίπεδο τμήμα που καθορίζεται από την περιφέρεια ακτίνας  $1,5d$  και την διάμετρο  $D$  του σωλήνα.

Το τμήμα  $B$  είναι μέρος ενός κύκλου ακτίνας:

$$R_1 = 0,2d \pm 10\% \quad \text{για } \beta < 0,5$$

$$R_1 = 0,2d \pm 3\% \quad \text{για } \beta > 0,5$$

με το κέντρο του σε απόσταση  $z = 0,2d$

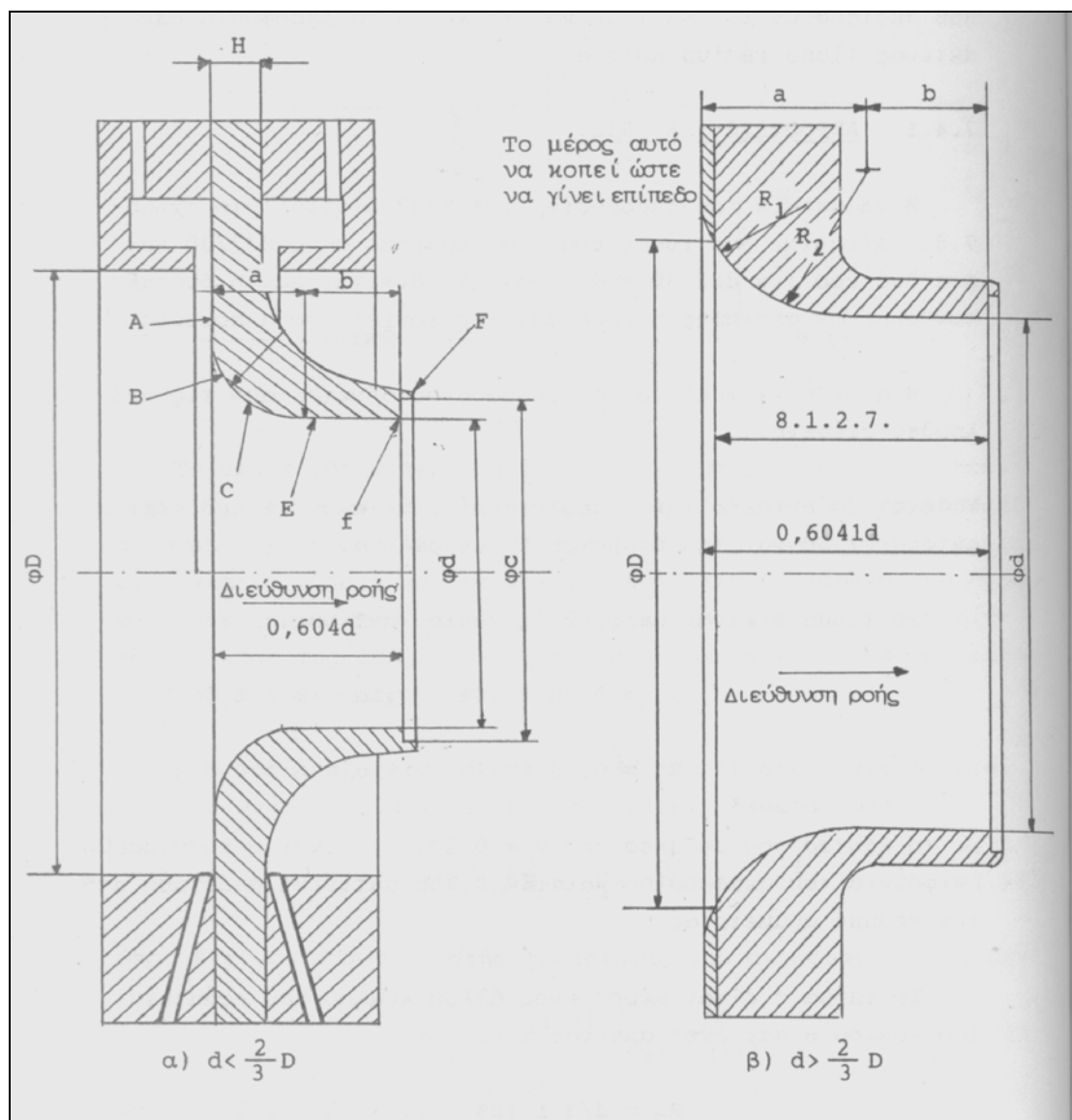
$z$  : η ευθύγραμμη επιφάνεια του ακροφυσίου

$r = 0,75d$  : η ακτινική απόσταση από την γραμμή συμμετρίας

Το τμήμα  $c$  είναι μέρος ενός άλλου κύκλου που εφάπτεται του κύκλου  $B$  και έχει ακτίνα:

$$R_2 = d/3 \pm 10\% \quad \text{για } \beta < 0,5$$

$$R_2 = d/3 \pm 3\% \quad \text{για } \beta \geq 0,5$$



Σχήμα 8: Γεωμετρία ακροφυσίου ISA 1932 (Γούλας [6]).

ενώ το κέντρο του βρίσκεται σε:

$$z = 0,3041 d \quad \text{και} \quad r = 5 d/6$$

Τέλος, ο λαιμός του ακροφυσίου είναι κυλινδρικός με διάμετρο  $d$  και μήκος  $b=0,3d$ . Στην άκρη το ακροφύσιο είναι διαμορφωμένο με μια εγκοπή διαμέτρου  $1,06d$  και μέγιστο μήκος  $0,03d$  ενώ η ακμή  $f$  πρέπει να είναι οξεία. Η όλη κατασκευή πρέπει να είναι λεία και οι διάφορες γραμμές να είναι εφαπτόμενες χωρίς να σχηματίζουν πατούρες. Οι απολήψεις πίεσης θα πρέπει να είναι οπωσδήποτε γωνιακή για την μέτρηση πριν το ακροφύσιο και γωνιακή ή σε απόσταση, αξονική το πολύ:

$$z = 0,15d \quad \text{για} \quad \beta \leq 0,67$$

$$\text{ή} \quad z = 0,2d \quad \text{για} \quad \beta > 0,67$$

Ακροφύσιο αυτής της κατασκευής μπορεί να χρησιμοποιηθεί σύμφωνα με τους Βρετανικούς κανονισμούς για διαμέτρους σωλήνα D μεταξύ:

$$50 \leq D \leq 500 \text{ mm}$$

και για παροχές που δίνουν αριθμό Reynolds:

$$\text{για } 0,3 \leq \beta < 0,44 \quad 70.000 \leq \text{Re}_D \leq 10^7$$

$$\text{για } 0,44 \leq \beta \leq 0,8 \quad 20.000 \leq \text{Re}_D \leq 10^7$$

Ο συντελεστής εκροής  $c_D$  δίνεται από τη σχέση:

$$c_D = 0,990 - 0,2262\beta^{4,1} + (0,000215 - 0,001125\beta + 0,00249\beta^{4,7}) \left( \frac{10^6}{\text{Re}_D} \right)^{1,15}$$

Για αέρια ο συντελεστής εκτόνωσης  $\varepsilon$  είναι συνάρτηση του λόγου πιέσεων  $\tau = p_2/p_1$  και δίνονται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \left[ \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \tau^{2/\gamma} \right) \left( \frac{1 - \beta^4}{1 - \beta^4 \tau^{2/\gamma}} \right) \left( \frac{1 - \tau^{(\gamma-1)/\gamma}}{1 - \tau} \right) \right]^{1/2} \quad (3)$$

Η σχέση (3) ισχύει με την προϋπόθεση ότι ο λόγος πιέσεων  $\tau$  είναι μεγαλύτερος από 0,75 και έχει ελεγχθεί πειραματικά για αέρα, ατμό και φυσικό αέριο, μπορεί όμως να χρησιμοποιηθεί και για άλλα αέρια εφ' όσον ο  $\gamma$  είναι γνωστός. Για καλά κατασκευασμένο ακροφύσιο το σφάλμα μέτρησης μπορεί να περιορισθεί στο 0,8%, με την προϋπόθεση βέβαια ότι η μέτρηση πίεσης  $\Delta p$  θα είναι ακριβής.

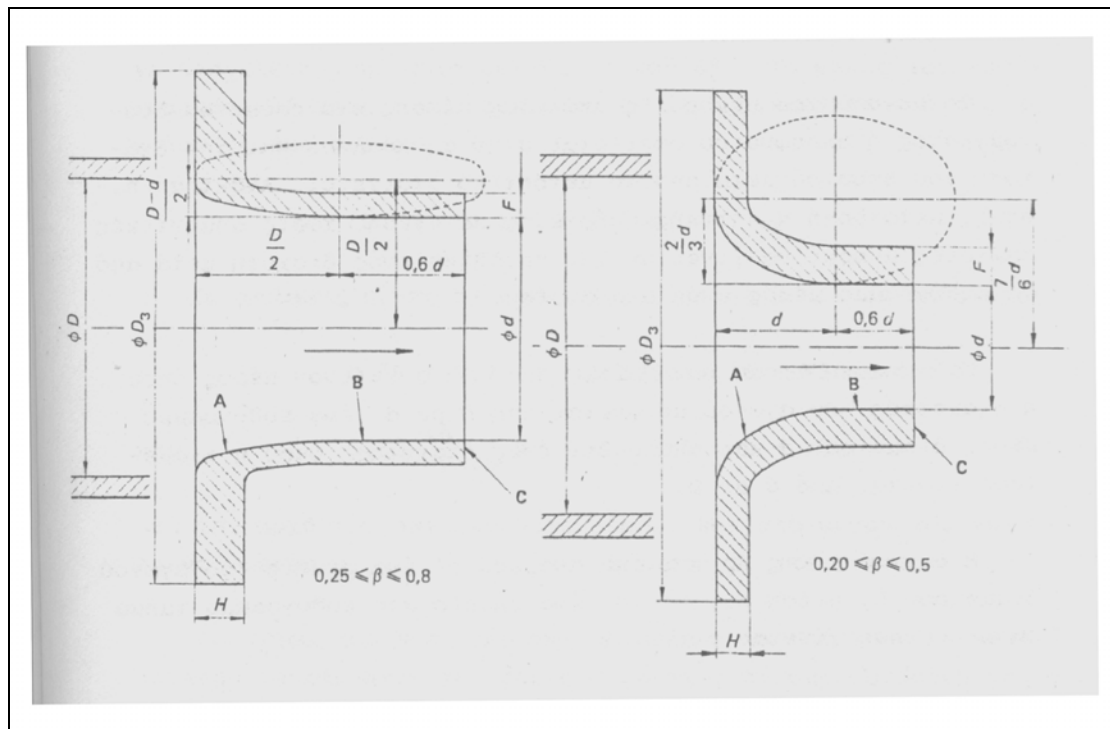
Τα ακροφύσια μακράς ακτίνας χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι το συγκλίνον μέρος τους αποτελείται από το τμήμα μιας έλλειψης, η γεωμετρία της οποίας εξαρτάται από τον λόγο  $\beta = d/D$ . Το κύριο πλεονέκτημα τους σε σχέση με τα ακροφύσια ISA 1932 είναι ότι τα όρια λειτουργίας τους είναι μεγαλύτερα. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τις βρετανικές προδιαγραφές τα ακροφύσια μακράς ακτίνας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για διαμέτρους σωλήνα D:

$$50 \text{ mm} \leq D \leq 630 \text{ mm}$$

και για αριθμό  $\text{Re}_D$  που είναι σημαντικά χαμηλότερος δηλαδή:

$$10^4 \leq \text{Re}_D \leq 10^7$$

Στο Σχήμα 9 δίνεται η γεωμετρία των ανωτέρω ακροφύσιων καθώς και οι διαστάσεις τους σαν συνάρτηση των διαμέτρων D του σωλήνα και d του ακροφυσίου για μικρές και μεγάλες τιμές του  $\beta$ . Οι απολήψεις πίεσης θα πρέπει να είναι πριν από το ακροφύσιο σε απόσταση  $D \begin{smallmatrix} +0,2 \\ -0,1 \end{smallmatrix}$  και μετά από την επίπεδη επιφάνεια του ακροφυσίου σε απόσταση  $D/2 \pm 0,01D$  και θα πρέπει οπωσδήποτε να είναι πριν από την έξοδο του ακροφυσίου.



Σχήμα 9: Γεωμετρία ακροφυσίου μακράς ακτίνας (Γούλας [6]).

Για τα ακροφύσια μακράς ακτίνας ο συντελεστής εκροής δίνεται από τη σχέση:

$$c_D = 0,9965 - 0,00653 \beta^{0,5} \left[ \frac{10^6}{Re_D} \right]^{0,5}$$

Για αέρια ο συντελεστής εκτόνωσης δίνεται από τη σχέση (3) και με την προϋπόθεση πάντοτε ότι ο λόγος πιέσεων  $p_2/p_1 > 0,75$ .

### B3) ΜΕΤΡΗΤΗΣ VENTURI

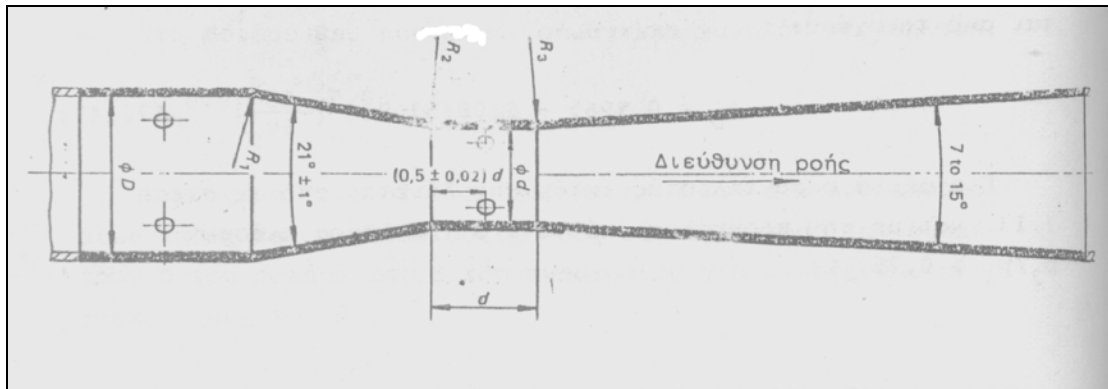
Το μεγαλύτερο μέρος της απώλειας πίεσης στα ροόμετρα διαφράγματος ή ακροφυσίου οφείλεται στην αποκόλληση και την διάχυση του ρευστού μετά από το μετρητικό στοιχείο. Ανάκτηση πίεσης, μετατροπή κινητικής ενέργειας σε πίεση, χωρίς σημαντικές απώλειες μπορεί να γίνει με την προσθήκη ενός διαχύτη μετά από το ευθύγραμμο μέρος ενός ακροφυσίου.

Το ροόμετρο Venturi αποτελείται από ένα συγκλίνον μέρος όπου η διάμετρος του αγωγού μειώνεται από  $D$  σε  $d$ , ένα ευθύγραμμο μέρος διαμέτρου  $d$  και ακολουθεί ένας διαχύτης όπου η διάμετρος γίνεται από  $d$  σε  $D$ . Η διαφορά πίεσης  $\Delta p$  μετριέται ανάμεσα σ' ένα σημείο του αγωγού διαμέτρου  $D$ , πίεση  $p_1$ , και σ' ένα σημείο στο ευθύγραμμο τμήμα όπου η πίεση γίνεται  $p_2$ .

Στο Σχήμα 10 δίνεται η γεωμετρία του ροόμετρου Venturi. Το συγκλίνον μέρος είναι ένας κώνος με γωνία  $21^\circ \pm 1^\circ$  που συνδέεται στο ευθύγραμμο μέρος του αγωγού που έχει διάμετρο  $D$ . Η μικρή διάμετρος του κώνου  $d$  συνδέεται στο κυλινδρικό τμήμα, μήκους  $d$  και διαμέτρου επίσης  $d$ . Το αποκλίνον τμήμα του ροόμετρου αποτελείται πάλι από ένα κώνο με περικλεισμένη γωνία μεταξύ  $7^\circ$  και  $8^\circ$ . Το μήκος

του ευθύγραμμου τμήματος Α θα πρέπει να είναι η μικρότερη από τις ακόλουθες δύο τιμές:

$$1D \quad \text{ή} \quad 0,25D + 250\text{mm}$$



Σχήμα 10: Γεωμετρία ροόμετρου Venturi (Γούλας [6]).

Οι απολήψεις πίεσης θα είναι στη διάμετρο D και σε απόσταση:

$$0,5D \pm 0,25D \quad \text{για} \quad 100\text{mm} < D < 150\text{mm}$$

$$0,5D \begin{matrix} +0 \\ -3,25 \end{matrix} D \quad \text{για} \quad 150\text{mm} < D < 800\text{mm}$$

από την αρχή του συγκλίνοντος μέρους και στο μέσον του κυλινδρικού μέρους c.

Για λόγους ακρίβειας μέτρησης θα πρέπει να υπάρχουν σε κάθε επίπεδο τουλάχιστον τέσσερις απολήψεις πίεσης συνδεδεμένες παράλληλα.

Η παροχή μάζας του ροόμετρου Venturi δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{m} = c_D E e \frac{\pi}{4} d^2 (2\Delta p \rho)^{1/2}$$

Οι συντελεστές E και e, για αέρια δίνονται αντίστοιχα από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$E = (1 - \beta^4)^{-1/2} = \frac{D^2}{(D^4 - d^4)^{1/2}}$$

$$e = \left[ \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \tau^{2/\gamma} \right) \left( \frac{1 - \beta^4}{1 - \beta^4 \tau^{2/\gamma}} \right) \left( \frac{1 - \tau^{(\gamma-1)/\gamma}}{1 - \tau} \right) \right]^{1/2}$$

Ο συντελεστής εκροής καθώς και τα γεωμετρικά στοιχεία που αφορούν τις ακτίνες  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  είναι συνάρτηση της κατασκευής του ροόμετρου. Για κατασκευή του ροόμετρου, κυρίως το συγκλίνον μέρος, από χυτό, ο συντελεστής εκροής, είναι:

$$c_D = 0,984$$

Τα όρια λειτουργίας του ροόμετρου Venturi είναι για αριθμό  $Re_D$  που πληρεί τη σχέση:

$$2 \times 10^5 < Re_D < 2 \times 10^6$$

$$100\text{mm} \leq D \leq 800\text{mm}$$

και οι ακτίνες θα είναι αντίστοιχα:

$$R_1 = 1375 D$$

$$R_2 = 3625 d$$

$$R_3 \geq d / 6$$

Για κατασκευή όπου το συγκλίνον μέρος είναι κατασκευασμένο με εργαλειομηχανή ο συντελεστής εκροής θα είναι:

$$c_D = 0,995$$

Τα όρια λειτουργίας του ροόμετρου Venturi θα είναι για τον αριθμό Reynolds και την διάμετρο  $D$  ως εξής:

$$1 \times 10^5 \leq Re_D \leq 1 \times 10^6$$

$$50\text{mm} \leq D \leq 250\text{mm}$$

και οι αντίστοιχες ακτίνες θα είναι:

$$R_1 = 0,25 D$$

$$R_2 = 0,25 d$$

$$R_3 = 0,25 d$$

Τέλος για ροόμετρο Venturi που κατασκευάζεται από φύλλο λαμαρίνας και είναι συγκολλητό θα ισχύουν τα εξής:

$$c_D = 0,985$$

$$2 \times 10^5 \leq Re_D \leq 2 \times 10^6$$

$$200\text{mm} \leq D \leq 1200\text{mm}$$

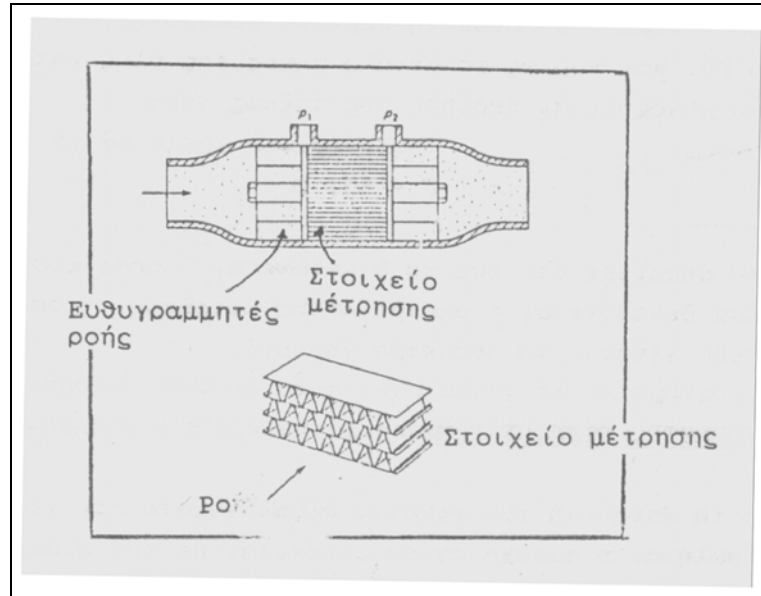
Η γενική πάντως παρατήρηση για τα ροόμετρα τύπου Venturi είναι η σχετικά περιορισμένη περιοχή εφαρμογής, στενά όρια αριθμού  $Re$  και κυρίως το μεγάλο μήκος της όλης κατασκευής. Το ολικό μήκος είναι περίπου της τάξεως του:

$$l = (10 - 9\beta) D$$

Αυτό σημαίνει ότι όσο το  $\beta$  μειώνεται, οπότε φυσικά αυξάνει το  $\Delta p$  άρα βελτιώνεται η ακρίβεια της μέτρησης, τόσο πιο μακρύ και ακριβό γίνεται το ροόμετρο Venturi.

#### B4) ΡΟΟΜΕΤΡΟ ΣΤΡΩΤΗΣ ΡΟΗΣ

Στην κατηγορία ροόμετρων που χρησιμοποιούν μια διαφορά πίεσης για να υπολογίσουν την παροχή, θα μπορούσαμε να προσθέσουμε πέραν των βασικών κατηγοριών που προαναφέρθηκαν, και τα ροόμετρα στρωτής ροής.



Σχήμα 11: Τυπικό ροόμετρο στρωτής ροής (Γούλας [6]).

Από τη Μηχανική Ρευστών είναι γνωστό ότι για στρωτή ροή σε σωλήνα, η παροχή όγκου συνδέεται με τη διαφορά πίεσης με τη σχέση:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu l} (p_1 - p_2) \quad (4)$$

όπου R είναι η ακτίνα του σωλήνα, l είναι η απόσταση ανάμεσα στα δυο σημεία 1 και 2 όπου μετράται η διαφορά πίεσης και  $\mu$  είναι το ιξώδες του ρευστού.

Για στρωτή ροή επομένως, μέτρηση της  $\Delta p = p_1 - p_2$  δίνει από την εξίσωση (4) την παροχή. Με την προϋπόθεση επομένως ότι:

$$Re_D < 2.000$$

ένας ευθύγραμμος σωλήνας μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν μετρητής παροχής με το σημαντικό πλεονέκτημα ότι η σχέση ανάμεσα στην πίεση και την παροχή είναι γραμμική. Όργανα που έχουν γραμμική συμπεριφορά είναι κατάλληλα για μετρήσεις μη μόνιμης ροής.

Τυπικό παράδειγμα ροόμετρου στρωτής ροής δίνεται στο Σχήμα 11. Το μετρητικό στοιχείο αποτελείται από μία σειρά λεπτών σωλήνων διαμέτρου d όπου ο αριθμός Reynolds βασισμένος στη διάμετρο αυτή είναι πολύ μικρότερος του 2000 ώστε η ροή μέσα σε κάθε στοιχείο να είναι στρωτή. Η διαφορά πίεσης  $\Delta p = p_1 - p_2$  μετριέται στην είσοδο και έξοδο των σωλήνων.

Το ροόμετρο αυτό έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς για μέτρηση πολύ μικρών παροχών και κάτω από συνθήκες ασταθούς ροής όπου λόγω της γραμμικότητας μπορεί κανείς να υπολογίσει σωστά τη μέση παροχή.

## Γ) ΡΟΟΜΕΤΡΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

Οι μετρητές παροχής που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια έχουν σαν κοινό χαρακτηριστικό ότι η γεωμετρία είναι σταθερή και μεταβολές παροχής προκαλούν μεταβολές πίεσης. Υπάρχει όμως και μια άλλη δυνατότητα: η διαφορά πίεσης να παραμένει σταθερή και να αλλάζει η γεωμετρία του μετρητικού στοιχείου. Από την σχέση που έχουμε ήδη αναπτύξει στο κεφάλαιο Β για την θεωρητική παροχή  $Q_{\text{θεωρ.}}$  έχουμε ότι:

$$Q_{\text{θεωρ.}} = \frac{A_2}{\left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} [2(p_1 - p_2) / \rho]^{\frac{1}{2}}$$

(I)

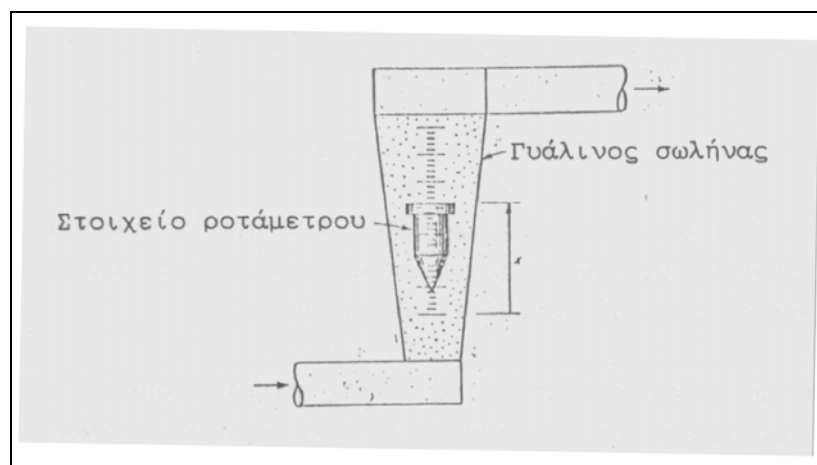
(II)

Φαίνεται ότι αν ο όρος (II) κρατηθεί σταθερός ή αμελητέος, τότε η παροχή γίνεται ανάλογη της επιφάνειας  $A_2$  και επομένως η σχέση ανάμεσα στα δύο μεγέθη είναι γραμμική. Η ιδέα των ροόμετρων σταθερής πίεσης είναι επομένως να μετρηθεί η μεταβολή της επιφάνειας  $A_2$  για να υπολογιστεί η παροχή  $Q$ .

Τυπικά παραδείγματα τέτοιου τύπου ροόμετρων είναι το ροτάμετρο και άλλα μηχανικά ροόμετρα μεταβαλλόμενης επιφάνειας.

### Γ1) ΡΟΤΑΜΕΤΡΟ

Το ροτάμετρο αποτελείται από ένα κάθετο σωλήνα, η εσωτερική διάμετρος του οποίου είναι κωνική, με τη μικρή διάμετρο στο κάτω μέρος. Μέσα στον σωλήνα υπάρχει σώμα (float) – Σχήμα 12. Το ρευστό που ρέει από κάτω προς τα επάνω παρασύρει το σώμα το οποίο ισορροπεί σε μία θέση όπου το άθροισμα των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του είναι μηδέν.



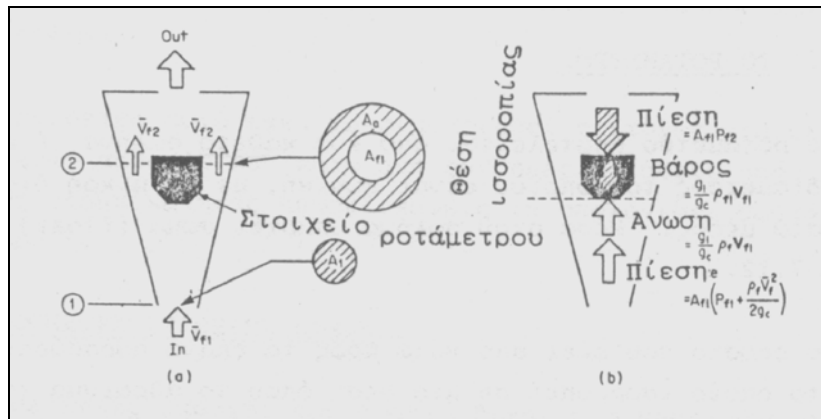
Σχήμα 12: Τυπικό ροτάμετρο (Γούλας [6]).



Για το σώμα μέσα στη ροή οι δυνάμεις που εμφανίζονται είναι κυρίως:

- δυνάμεις πίεσης
- βαρύτητα
- άνωση
- δυνάμεις ιξώδους

Στο Σχήμα 13 δείχνεται διαγραμματικά η ισορροπία του σώματος στο ροτάμετρο.



Σχήμα 13: Ισορροπία του σώματος σε ροτάμετρο (Γούλας [6]).

Το ρευστό μπαίνει στη βάση με ταχύτητα  $V_1$  επιταχύνεται γύρω από το σώμα αποκτώντας μια μέση ταχύτητα  $V_2$  με αντίστοιχη πίεση στη βάση  $p_2$ . Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli από το (1) μέχρι το (2) και αμελώντας τη διαφορά υψομέτρου θα έχουμε:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} \quad \acute{\eta}$$

$$p_1 - p_2 = \rho/2 (V_2^2 - V_1^2)$$

Υποθέτοντας ότι στο κάτω μέρος του σώματος, επιφάνεια  $A_f$  ασκείται προς τα επάνω η ολική πίεση:

$$p_o = p_1 + \frac{\rho}{2} V_1^2$$

ενώ στη βάση ασκείται η στατική πίεση  $p_2$ .

Το βάρος του σώματος είναι  $\rho g Q_f$  ενώ η άνωση είναι  $\rho g Q_f$  όπου  $Q_f$  είναι ο όγκος του σώματος. Η ισορροπία του σώματος απαιτεί να πληρείται η παρακάτω εξίσωση:

$$A_f (p_1 + \frac{\rho}{2} V_1^2) + \rho g Q_f = \rho g Q_f + A_f p_2$$

Σε συνδυασμό με την εξίσωση της συνέχειας, όπου:

$$A_a V_2 = A_1 V_1$$

καταλήγει κανείς στη σχέση ότι η παροχή δίνεται από τη σχέση:

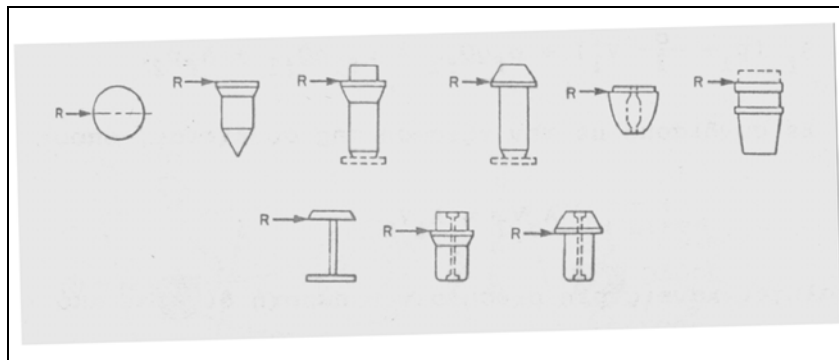
$$Q = k \left( \frac{2gQ_{fl}}{A_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{fl}}{\rho_f} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} A_a \quad (5)$$

όπου  $A_a$  είναι η δακτυλιοειδής επιφάνεια ανάμεσα στο σώμα και το τοίχωμα,  $\rho_{fl}$  η πυκνότητα του σώματος και  $\rho_f$  η πυκνότητα του ρευστού.

Ο συντελεστής  $k$  που υπάρχει στην εξίσωση (5) καλύπτει τους παράγοντες που δεν ελήφθησαν υπ' όψιν στην ανάπτυξη της εξίσωσης (5). Επομένως, στο ροόμετρο, η θέση του σώματος συνδέεται άμεσα με την τιμή της επιφάνειας  $A_a$  και άρα την παροχή. Κατάλληλη λοιπόν βαθμονόμηση της θέσης του σώματος θα δώσει την παροχή. Η ένδειξη μπορεί να γίνει γραμμική αν το εσωτερικό του σωλήνα είναι κωνικό, όπως προαναφέραμε.

Τα ροτάμετρα έχουν εύρος λειτουργίας, λόγος μέγιστης προς ελάχιστη παροχή 10:1, ενώ η ακρίβεια τους είναι της τάξης του 2% της πλήρους απόκλισης. Η ανάγνωση της θέσης του σώματος μπορεί να είναι είτε οπτική είτε μαγνητική.

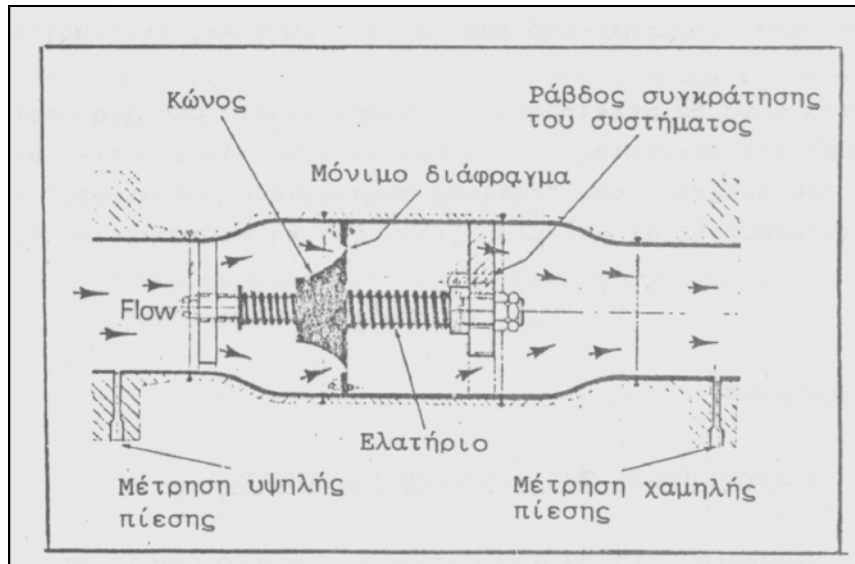
Ένα από τα βασικά προβλήματα σε ροτάμετρα είναι η επίδραση του ιξώδους που είναι δύσκολο να μελετηθεί θεωρητικά. Πρακτικά το πρόβλημα έχει αντιμετωπιστεί με τη σχεδίαση διαφόρων τύπων σωμάτων, συλλογή των οποίων φαίνεται στο Σχήμα 14 και τα οποία δεν είναι τόσο ευαίσθητα στο ιξώδες σε σύγκριση για παράδειγμα με τη σφαίρα



**Σχήμα 14:** Σχεδίαση διαφόρων τύπων σωμάτων (Γούλας [6]).

## Γ2) ΡΟΟΜΕΤΡΑ ΜΕ ΕΛΑΤΗΡΙΑ

Στο Σχήμα 15 δείχνεται ένας εμπορικός τύπος ροόμετρου το ροόμετρο “Gilflo” το οποίο λειτουργεί βασικά σαν ροτάμετρο με τη διαφορά ότι η δύναμη της βαρύτητας έχει υποκατασταθεί από τη δύναμη που ασκούν δύο ελατήρια.



Σχήμα 15: Ροόμετρο “Gilflo” (Γούλας [6]).

Η ροή ασκεί μια δύναμη που τείνει να μετακινήσει το σώμα στη διεύθυνση της ροής και η οποία αντισταθμίζεται από το ελατήριο αποκαλύπτοντας παράλληλα μία, μεταβαλλόμενη επιφάνεια, δακτυλιοειδή διατομή.

## Δ) ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΣΕ ΡΟΟΜΕΤΡΑ

Η ανάπτυξη που έγινε στα προηγούμενα κεφάλαια των σχέσεων που συνδέουν την παροχή με την πτώση πίεσης για κάθε ροόμετρο ισχύει εφ’ όσον η τοποθέτησή του γίνεται σύμφωνα με τις προδιαγραφές. Το κύριο στοιχείο που μπορεί να επηρεάσει την ακρίβεια του οργάνου είναι κυρίως η διανομή της ταχύτητας στην είσοδο του οργάνου και η παρουσία ή όχι συστροφής.

Υπάρχουν δύο τρόποι αντιμετώπισης του προβλήματος, ο ένας είναι να βαθμονομηθεί το όργανο κάτω από τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας, οπότε οποιαδήποτε απόκλιση από τις «κανονικές» συνθήκες λειτουργίας καλύπτεται αυτόματα. Ο δεύτερος είναι να επιβάλλει κανείς στη ροή με τη βοήθεια καταλλήλων διατάξεων την «σωστή» διανομή ταχύτητας. Εμείς θα αναφερθούμε στη δεύτερη αντιμετώπιση του προβλήματος δεδομένου ότι δεν είναι πάντοτε εφικτή η βαθμονόμηση ροόμετρου υπό πραγματικές συνθήκες λειτουργίας.

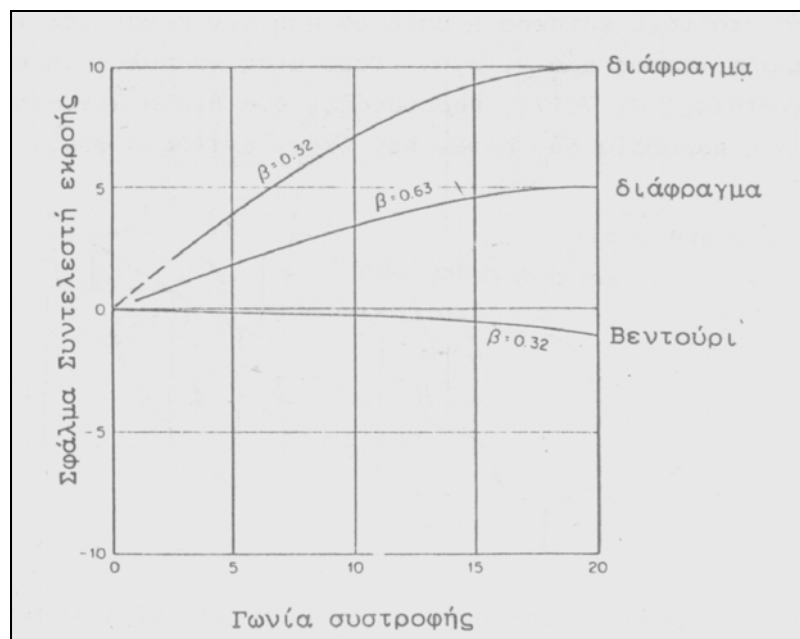
Πρώτα από όλα θα μελετηθούν οι συνθήκες κάτω από τις οποίες η διανομή της ταχύτητας σ’ ένα σωλήνα είναι διαφορετική από εκείνη που ορίζεται σαν «τελείως αναπτυγμένη ροή αγωγού» και που αντιπροσωπεύεται από μία αξιsymμετρική κατανομή του τύπου χωρίς συστροφή:

$$V = V_{\max} \left(1 - \frac{r}{D/2}\right)^{1/2}$$

Υπάρχουν συνθήκες, κάτω από τις οποίες, η διανομή της ταχύτητας σ' ένα αγωγό διαφέρει από την παραπάνω «κανονική» κατανομή, καθώς επηρεάζεται από όλα τα στοιχεία που απαιτούνται σ' ένα δίκτυο αγωγών, όπως γωνίες, διαχύτες, ευθυγραμμητές ροής, συγκλίνοντα μέρη, ακροφύσια, διακόπτες, βαλβίδες κ.λ.π. Ο συνδυασμός όλων αυτών των στοιχείων μπορεί να προκαλέσει άπειρο αριθμό διανομών ταχύτητας που είναι δύσκολο να προβλεφθούν.

Οι παραμορφώσεις της κατανομής της ταχύτητας μπορούν να χωριστούν σε τέσσερις κατηγορίες:

- α) Συστροφή με κέντρο τον άξονα του αγωγού.
- β) Δευτερογενής ροή με τη μορφή δινών σε επίπεδο κάθετο συνήθως στον άξονα του αγωγού.
- γ) Μη συμμετρική κατανομή όπου το μέγιστο της ταχύτητας βρίσκεται κοντά στα τοιχώματα.
- δ) Συμμετρικό προφίλ ταχύτητας όπου όμως η ταχύτητα στο κέντρο είναι πολύ υψηλή, όπως μετά από ένα συγκλίνον ακροφύσιο.



**Σχήμα 16:** Επίδραση της συστροφής σε μετρητές διαφράγματος και Venturi. (Γούλας [6])

Η επίδραση που έχει η συστροφή σε μετρητές διαφράγματος και Venturi φαίνεται στο Σχήμα 16. Η τεταγμένη του διαγράμματος είναι η γωνία της συστροφής  $\psi$  σε μοίρες που ισούται με:

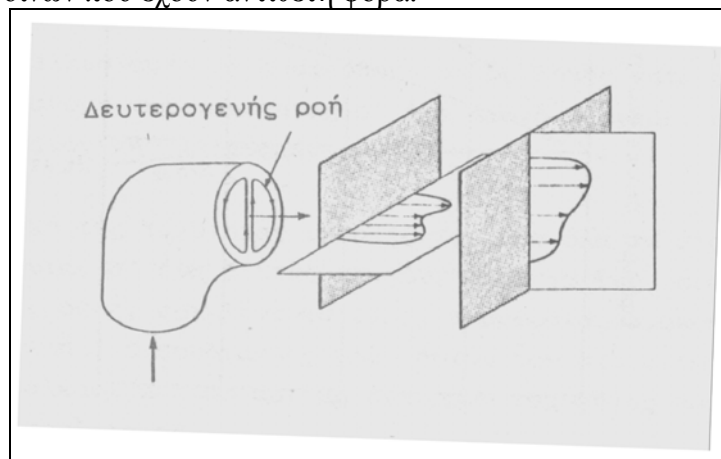
$$\tan \psi = V_u / V_z$$

όπου  $V_u$  η περιφερειακή και  $V_z$  η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας του ρευστού. Η τεταγμένη του ίδιου διαγράμματος είναι το επί τοις εκατό σφάλμα του συντελεστή εκροής. Από το διάγραμμα φαίνεται ότι το ροόμετρο Venturi είναι λιγότερο ευαίσθητο απ' ότι ο μετρητής διαφράγματος.

Για τον τελευταίο όσο μικραίνει το  $\beta$ , άρα το  $d$  είναι μικρό, τόσο πιο μεγάλο είναι το σφάλμα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για λόγους διατήρησης της στροφορμής ( $rV_u$ ) μικρότερο  $r(=d/2)$  προκαλεί μεγαλύτερη περιφερειακή συνιστώσα  $V_u$  στην ακμή του διαφράγματος αλλάζοντας σημαντικά τη στροβιλότητα στο σημείο αυτό και επομένως το πεδίο ροής στην έξοδο του μετρητή διαφράγματος.

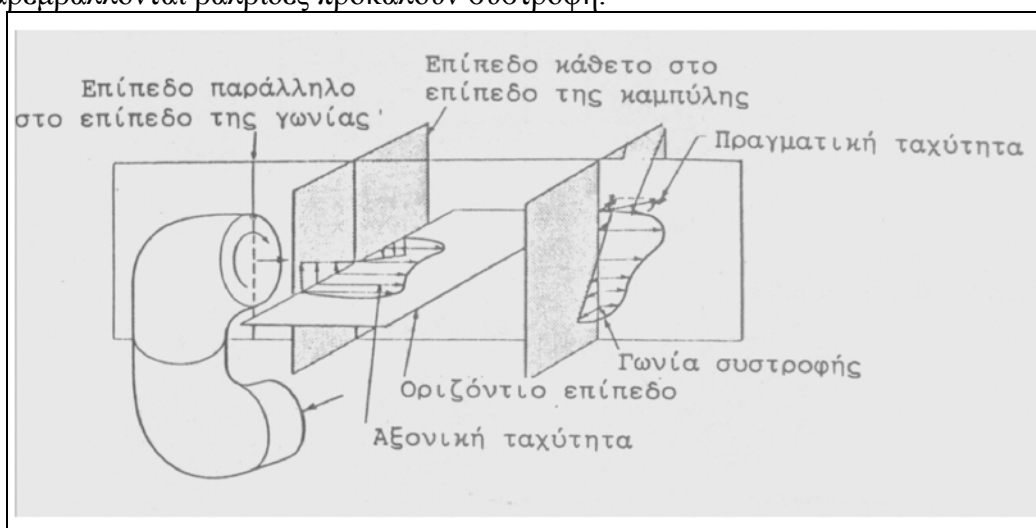
Τα διάφορα εξαρτήματα σωληνώσεων μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες. Εκείνα που προκαλούν παραμόρφωση της διανομής της αξονικής ταχύτητας αλλά λίγη συστροφή και εκείνα που προκαλούν τόσο παραμόρφωση όσο και συστροφή.

Στην πρώτη κατηγορία βρίσκονται απλές καμπύλες, δύο καμπύλες στο ίδιο επίπεδο ή βαλβίδα που δεν είναι τελείως ανοικτή. Για παράδειγμα, στην έξοδο μιας καμπύλης, η διανομή της ταχύτητας – Σχήμα 17, παρουσιάζει ένα διπλό μέγιστο με ταυτόχρονη παρουσία δύο δινών που έχουν αντίθετη φορά.



**Σχήμα 17:** Παραμόρφωση της διανομής της αξονικής ταχύτητας αλλά με λίγη συστροφή (Γούλας [6]).

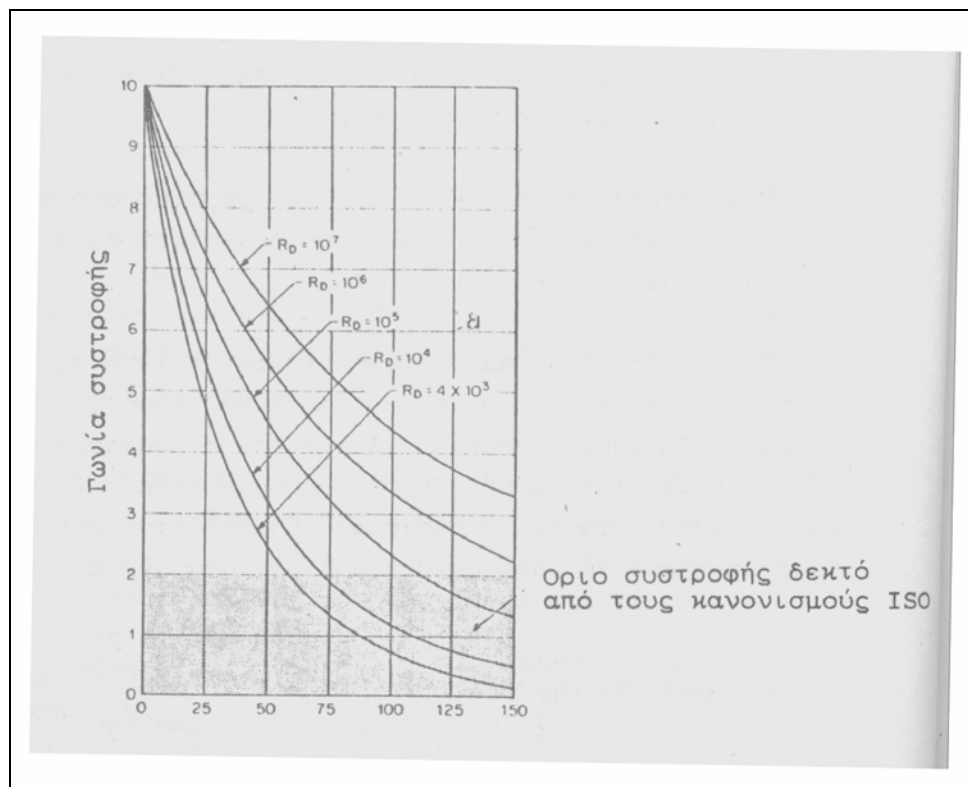
Αντίθετα, δύο καμπύλες συνεχόμενες, αλλά με τα επίπεδα τους κάθετα όπως φαίνεται στο Σχήμα 18, όχι μόνο προκαλούν παραμόρφωση της αξονικής κατανομής της ταχύτητας, αλλά προκαλούν και σημαντική συστροφή στο ρευστό. Γενικότερα, συνδυασμός καμπύλων σε διαφορετικά επίπεδα ή στο ίδιο επίπεδο αλλά όπου παρεμβάλλονται βαλβίδες προκαλούν συστροφή.



**Σχήμα 18:** Παραμόρφωση της διανομής της αξονικής ταχύτητας αλλά με σημαντική συστροφή (Γούλας [6]).

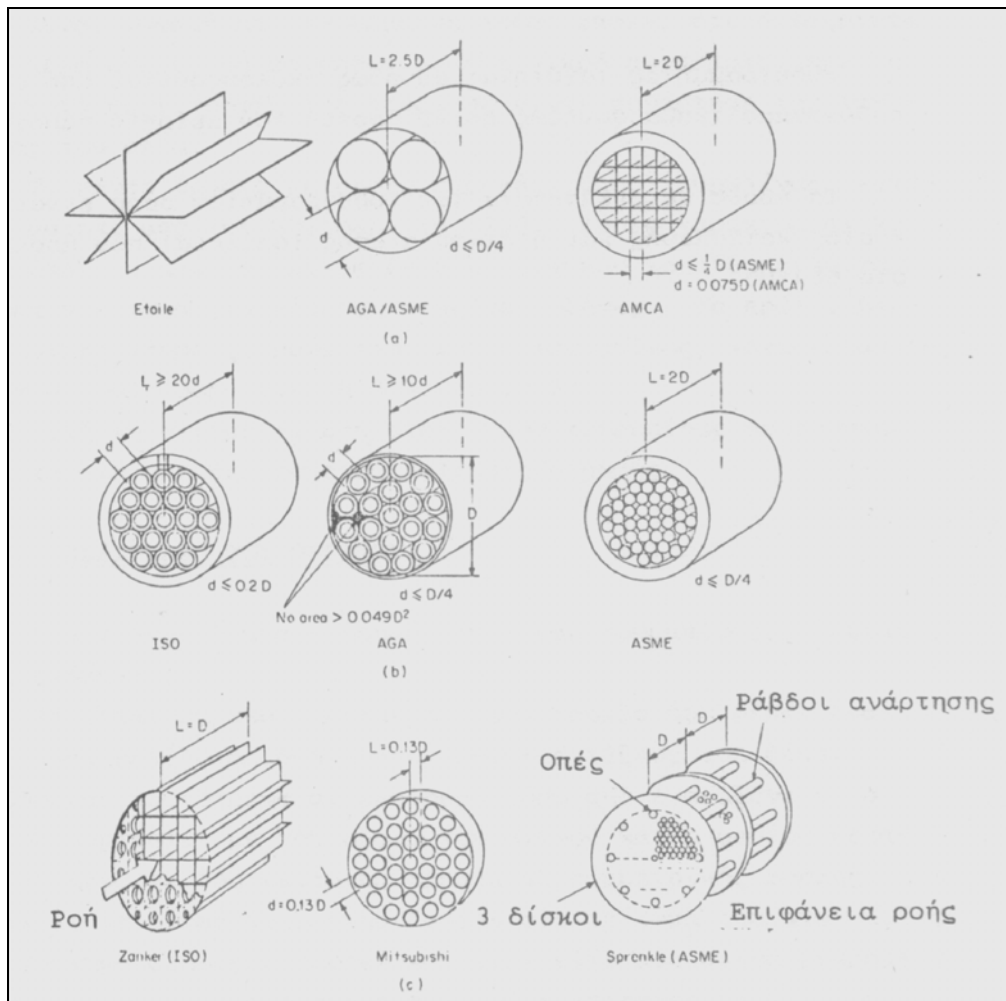
Στην πράξη, η παραμορφωμένη διανομή ταχύτητας επανέρχεται στην κανονική κατανομή με την παρεμβολή ενός σχετικά μικρού μήκους ευθύγραμμου σωλήνα. Αντίθετα, η συστροφή διατηρείται για πολύ μεγαλύτερα μήκη ευθύγραμμου σωλήνα. Σε υγρά λόγω μεγαλύτερου ιξώδους, η συστροφή εξαφανίζεται μετά από μικρότερα μήκη ευθύγραμμου σωλήνα απ' ό,τι στα αέρια.

Στο Σχήμα 19 δείχνονται τα μήκη που απαιτούνται για να ελαττωθεί μια αρχική συστροφή  $10^\circ$  σε επίπεδα αποδεκτά, της τάξης της  $1^\circ$ . Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός Reynolds τόσο μεγαλύτερο θα πρέπει να είναι το ευθύγραμμο μήκος. Σε πολλές περιπτώσεις βέβαια είναι αδύνατον να έχει κανείς το απαιτούμενο μήκος για να πετύχει την κανονική διανομή της ταχύτητας. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται ευθυγραμμητές ροής σε συνδυασμό με ένα μήκος σωλήνα.



**Σχήμα 19:** Μήκη που απαιτούνται για την ελάττωση αρχικής συστροφής  $10^\circ$  σε αποδεκτά επίπεδα (Γούλας [6]).

Στο Σχήμα 20 δίνονται διάφορες γεωμετρίες ευθυγραμμητών ροής, ανάλογα με τις συνθήκες ροής. Έτσι, οι τρεις πρώτοι τύποι είναι κατάλληλοι μόνο για την απομάκρυνση συστροφής. Οι επόμενοι τρεις (b) είναι κατάλληλοι για συστροφή και μικρή παραμόρφωση της διανομής της αξονικής ταχύτητας, ενώ τέλος οι τρεις τελευταίοι (c) είναι κατάλληλοι για συστροφή και παραμόρφωση του προφίλ ταχύτητας. Ευθυγραμμητές ταχύτητας συνήθως ακολουθούνται από ένα ευθύγραμμο τμήμα συνήθως  $L = 10D$  προτού τον μετρητή παροχής. Τα κύρια μειονεκτήματα των ευθυγραμμητών ροής είναι το κόστος κατασκευής και η πτώση πίεσης (απώλεια) που προκαλούν στο δίκτυο.



Σχήμα 20: Διάφορες γεωμετρίες ευθυγραμμισμένων ροής (Γούλας [6]).

## Ε) ΟΓΚΟΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΟΧΗΣ

Η ογκομετρική μέθοδος μέτρησης της παροχής είναι μία άμεση μέθοδος για τον υπολογισμό του μεγέθους της παροχής. Βασίζεται στον ορισμό της παροχής:

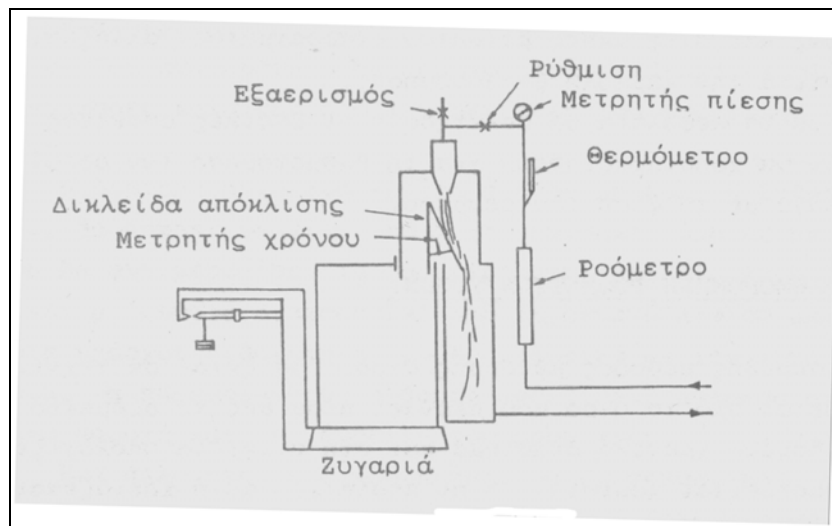
$$Q = \frac{V}{t}$$

Απλά, χρειάζονται μια δεξαμενή ζύγισης και ένα χρονόμετρο, τα οποία εφαρμοζόμενα κατάλληλα σε ένα δίκτυο, θα μας δώσουν τη δυνατότητα να προσδιορίσουμε τον χρόνο που χρειάζεται μια συγκεκριμένη ποσότητα ρευστού να περάσει μέσα από το δίκτυο.

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται πολλές φορές και για την βαθμονόμηση ροόμετρων – Σχήμα 21. Το δίκτυο αποτελείται από το σύστημα τροφοδοσίας του ρευστού που περνάει μέσα από το ροόμετρο. Αμέσως μετά το ροόμετρο, υπάρχει ένας μετρητής πίεσης και ένας θερμοκρασίας ώστε να μπορεί να υπολογιστεί σωστά η πυκνότητα του ρευστού. Στη συνέχεια το ρευστό πηγαίνει σε μια δικλείδα απόκλισης

που κατευθύνει τη ροή, είτε στη δεξαμενή ζύγισης που βρίσκεται πάνω σ' ένα ζυγιστικό σύστημα, είτε στη δεξαμενή επιστροφής όπου το ρευστό, γυρίζει πίσω στη δεξαμενή.

Η αλλαγή θέσης της δικλείδας απόκλισης ενεργοποιεί το σύστημα μέτρησης του χρόνου και θα πρέπει να γίνεται στον μικρότερο δυνατό χρόνο, της τάξης των ms, για την αποφυγή σφαλμάτων τόσο στη μέτρηση του χρόνου όσο και του πραγματικού όγκου. Μόλις γεμίσει η δεξαμενή ζύγισης, η δικλείδα απόκλισης επανέρχεται στην αρχική θέση στέλνοντας το ρευστό πάλι στη δεξαμενή επιστροφής ενώ παράλληλα σταματάει τη μέτρηση του χρόνου.



**Σχήμα 21:** Δίκτυο στατικής βαθμονόμησης ροόμετρου (Γούλας [6]).

Κατά τη ζύγιση του ρευστού στη δεξαμενή θα πρέπει να ληφθούν υπόψιν, εκτός από το αρχικό βάρος της δεξαμενής, απόβαρο και η ατμοσφαιρική άνωση που είναι της τάξεως του 0,1-0,2%, ανάλογα με τις πυκνότητες του ρευστού και του περιβάλλοντος αέρα, καθώς και του ολικού βάρους της δεξαμενής.

Για καλά σχεδιασμένα συστήματα με ακριβή μέτρηση του χρόνου, το συνολικό σφάλμα της μέτρησης είναι της τάξεως του 0,04-0,08% της πλήρους απόκλισης.

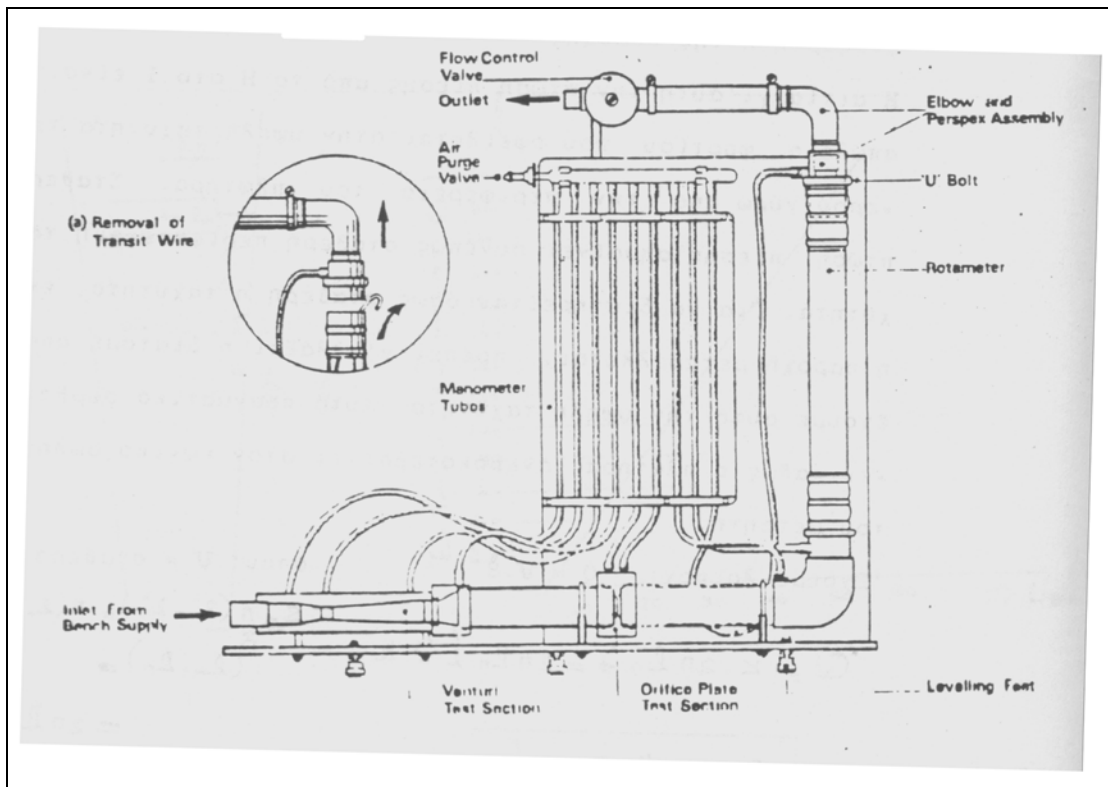
## ΣΤ) ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΟΧΗΣ

Στην πειραματική συσκευή – Σχήμα 22 – εφαρμόζονται οι πιο συνήθεις μέθοδοι μέτρησης της παροχής ενός πρακτικά ασυμπίεστου ρευστού:

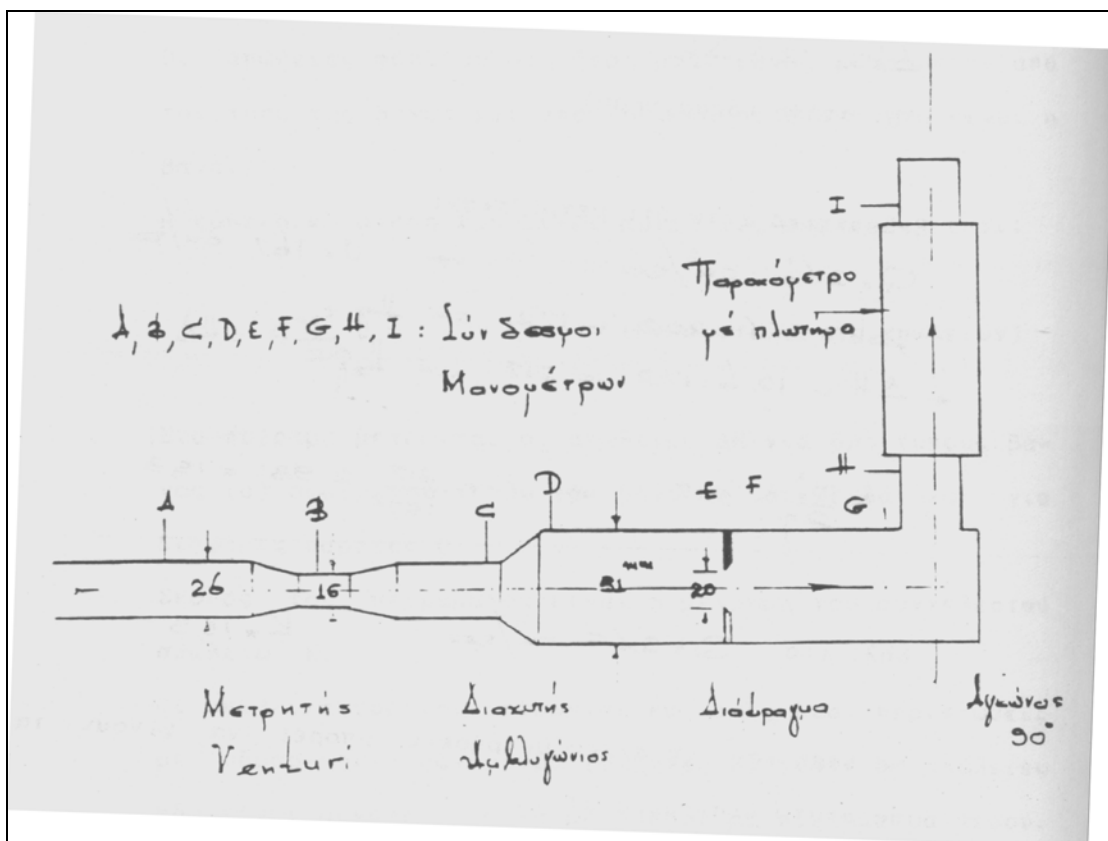
- α) Η ογκομετρική μέθοδος.
- β) Ο μετρητής Venturi.
- γ) Ο μετρητής διαφράγματος
- δ) Το παροχόμετρο με πλωτήρα (ροτάμετρο).

Η αρχή λειτουργίας των παραπάνω μεθόδων, αναπτύχθηκε εκτενώς στα προηγούμενα κεφάλαια. Μπορούμε να υπενθυμίσουμε ότι οι μετρητές Venturi, διαφράγματος και πλωτήρα, βασίζονται στην εξίσωση του Bernoulli, που συνδέει τα φορτία σε δυο διατομές ενός αγωγού.





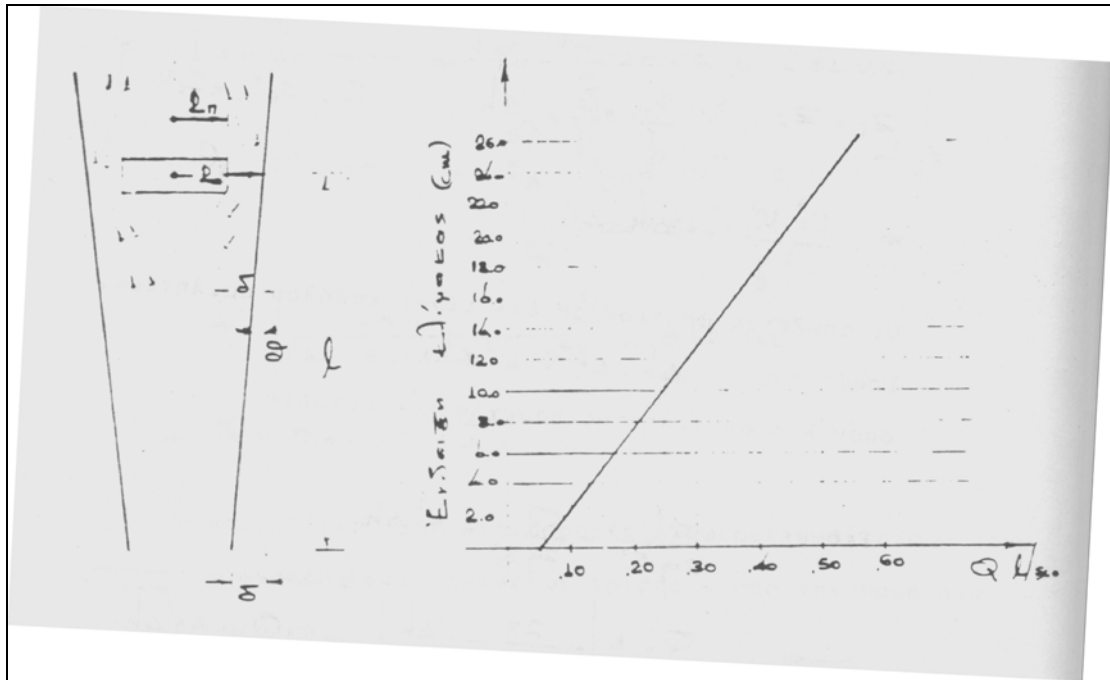
Σχήμα 22: Πειραματική συσκευή (Δημητρακόπουλος [5]).



Σχήμα 23: Διάγραμμα συσκευής (Δημητρακόπουλος [5]).

Ο μετρητής Venturi που η μορφή του απεικονίζεται στο Σχήμα 23, συνίσταται βασικά από μια τοπική στένωση που παρεμβάλλεται στον αγωγό, και δύο μανόμετρα που μετρούν την πίεση πριν και στο λαιμό της στένωσης (διατομές A και B). Η στένωση και η διεύρυνση γίνονται βαθμιαία για την αποφυγή απωλειών.

Ο μετρητής διαφράγματος αποτελείται από ένα διάφραγμα με μια οπή και δύο μανόμετρα που μετρούν την πίεση πριν και μετά το διάφραγμα (διατομές E και F). Όπως και στον μετρητή Venturi μια ορισμένη σχέση συνδέει την παροχή Q και την διαφορά πίεσης, έτσι ώστε μετρώντας την διαφορά ενδείξεων των μανομέτρων υπολογίζεται η παροχή Q.

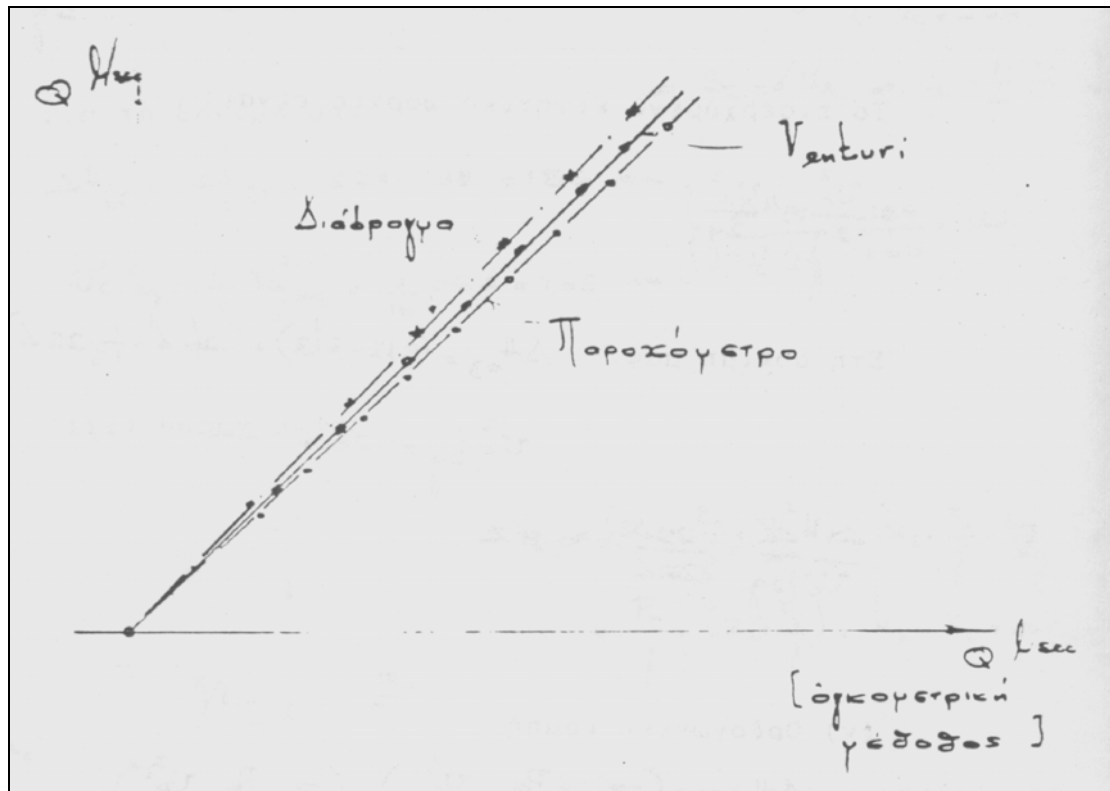


**Σχήμα 24:** Μετρητής με πλωτήρα και διάγραμμα αναγωγής της ένδειξης του σε παροχή (Δημητρακόπουλος [5]).

Ο μετρητής με πλωτήρα (ροτάμετρο) – Σχήμα 24 – αποτελείται από ένα κωνικό σωλήνα, ένα πλωτήρα και δύο μανόμετρα που μετρούν την πίεση στην είσοδο και στην έξοδο του μετρητή. Ο κωνικός σωλήνας είναι βαθμολογημένος και κάθε ένδειξη του αντιστοιχεί σε μια ορισμένη παροχή. Αφού ο πλωτήρας έχει σταθερό βάρος, απαιτείται μια ορισμένη σταθερή διαφορά πίεσης για να διατηρείται ο πλωτήρας σε ισορροπία και πράγματι η πτώση πίεσης που δείχνουν τα μανόμετρα (H) και (I) είναι πρακτικά ανεξάρτητη της παροχής. Η αιτία για αυτήν την πτώση πίεσης από το H στο I είναι η απώλεια φορτίου που οφείλεται στην υψηλή ταχύτητα του νερού γύρω από την περιφέρεια του πλωτήρα. Σταθερή πτώση πίεσης σημαίνει συνεπώς σταθερή περιφερειακή ταχύτητα. Για να διατηρείται όμως σταθερή η ταχύτητα, ενώ η παροχή μεταβάλλεται, πρέπει να αλλάξει η διατομή όπου έχουμε αυτή την υψηλή ταχύτητα. Αυτό πραγματικά συμβαίνει καθώς ο πλωτήρας ανεβοκατεβαίνει στον κωνικό σωλήνα του μετρητή.

Ο σκοπός του πειράματος είναι ο προσδιορισμός της παροχής με τους 3 μετρητές και η σύγκριση με την παροχή που μετριέται με την ογκομετρική μέθοδο. Επίσης, σκοπός είναι και ο υπολογισμός των απωλειών φορτίου σε κάθε μετρητή, καθώς και των απωλειών φορτίου σε μια απότομη διεύρυνση και μια απότομη καμπή  $90^\circ$ .

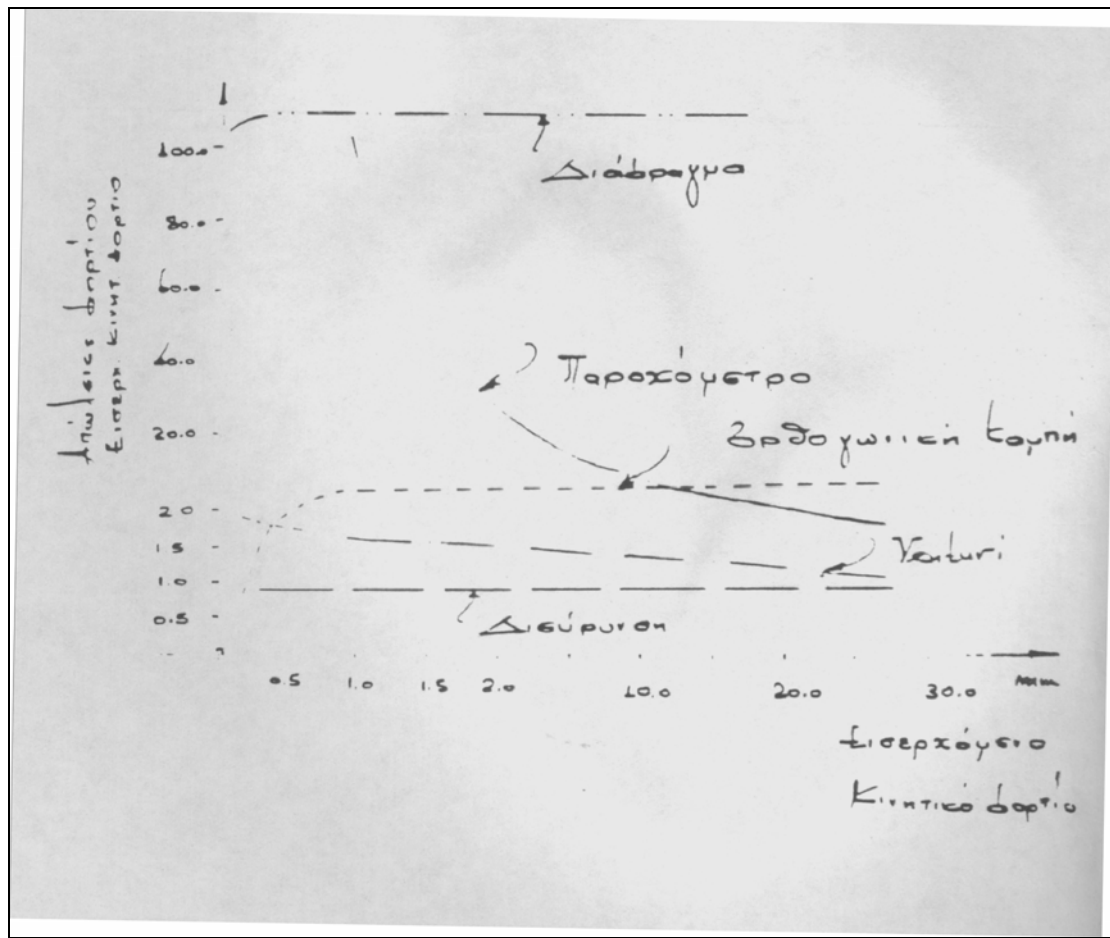
Αφού εκτελεστεί το πείραμα και παρθούν μια σειρά από μετρήσεις, αρχίζοντας από μια μέγιστη παροχή και μειώνοντας την με μια βάνα ελέγχου, είναι δυνατή η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Κατά τη διάρκεια του πειράματος, πρέπει να αναφερθεί ότι σημειώνονται οι ενδείξεις των μανομέτρων και του ροτάμετρου, το βάρος του νερού στη δεξαμενή ζύγισης και ο χρόνος συλλογής. Από τα στοιχεία αυτά είναι εύκολο να προκύψουν τα ζητούμενα μεγέθη, σε συνδυασμό βέβαια με κάποια κατασκευαστικά στοιχεία της συσκευής, όπως για παράδειγμα οι διατομές του αγωγού σε διάφορα σημεία.



**Σχήμα 25:** Συγκριτικό διάγραμμα παροχής των διαφόρων μετρητών.  
(Δημητρακόπουλος [5])

Από τα αποτελέσματα, λοιπόν, που δίνουν οι διάφοροι μετρητές παροχής, καθώς και από τις απώλειες φορτίου σε καθένα από αυτούς, μπορεί να γίνει η σύγκριση τους. Μεγάλη βοήθεια σε αυτό προσφέρουν τα διαγράμματα παροχής και απωλειών φορτίου – Σχήματα 25 και 26 αντίστοιχα. Στο διάγραμμα παροχής, απεικονίζονται οι παροχές που «δίνουν» οι διάφοροι μετρητές συναρτήσει της παροχής που υπολογίζεται από την ογκομετρική μέθοδο. Η εφαπτομένη της γωνίας κλίσης του διαγράμματος για κάθε μετρητή μας δίνει τον συντελεστή διόρθωσης:

$$c = \frac{Q_{\text{μετρ.}}}{Q_{\text{ογκ.}}}$$



**Σχήμα 26:** Συγκριτικό διάγραμμα απωλειών φορτίου των διαφόρων μετρητών.  
(Δημητρακόπουλος [5])

Το διάγραμμα απωλειών φορτίου, δίνει τις απώλειες φορτίου για κάθε μετρητή συναρτήσει του εισερχόμενου κινητικού φορτίου.

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε και οι τρεις μετρητές δίνουν παραπλήσια αποτελέσματα ως προς την παροχή, διαφέρουν όμως ως προς την απλότητα κατασκευής, την ευκολία ανάγνωσης ή αναγωγής των αποτελεσμάτων και τις απώλειες φορτίου που συνεπάγεται η εισαγωγή τους στο κύκλωμα ροής. Ειδικότερα, για τις απώλειες φορτίου μπορούμε να πούμε ότι ο μετρητής Venturi παρουσιάζει τις μικρότερες ενώ ο μετρητής διαφράγματος τις μεγαλύτερες. Τέλος, ο μετρητής με πλωτήρα παρουσιάζει τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα και ενώ για μικρό εισερχόμενο κινητικό φορτίο τείνει να έχει εφάμιλλες απώλειες με τον μετρητή διαφράγματος, με την αύξηση του εισερχόμενου κινητικού φορτίου, οι απώλειες μειώνονται με σημαντικό ρυθμό.

Επειδή, τα διαγράμματα δεν είναι ευανάγνωστα και για να είναι πληρέστερη η σύγκριση μεταξύ των διαφόρων μετρητών, θα δοθούν στον παρακάτω πίνακα τα αποτελέσματα μιας δοκιμής.

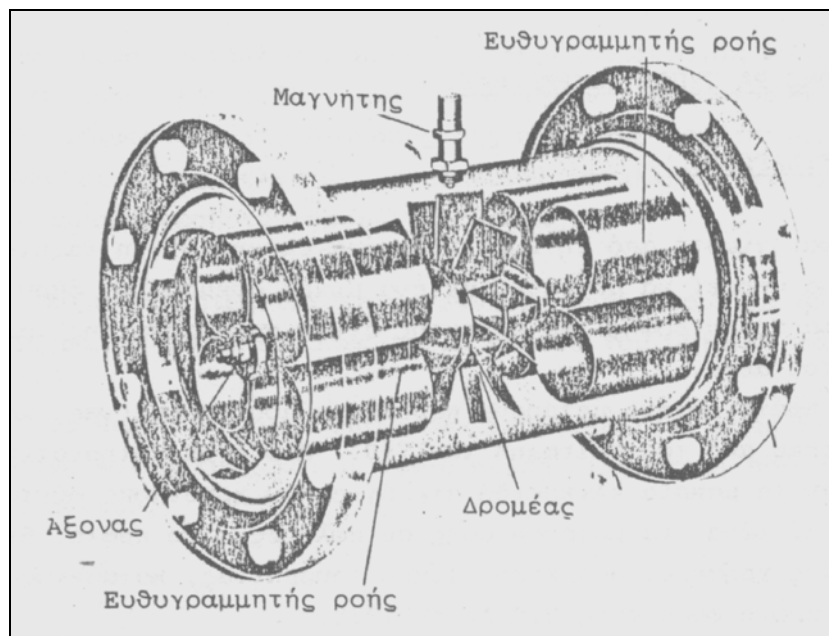
| ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΔΟΚΙΜΗ ΜΕΤΡΗΤΩΝ ΠΑΡΟΧΗΣ |         |           |           |                     |                   |
|------------------------------------|---------|-----------|-----------|---------------------|-------------------|
|                                    | Venturi | Διάφραγμα | Ροτάμετρο | Ογκομετρική Μέθοδος | Διεύρυνση - Καμπή |
| Q (l/sec)                          | 0,38    | 0,36      | 0,38      | 0,36                | -                 |
| $\frac{\Delta H}{u^2 / 2g}$        | 1,02    | 112       | 4,2       | -                   | 0,87 - 7,4        |

(Δημητρακόπουλος [5])

## Ζ) ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΟΓΚΟΥ

Εκτός από τις μεθόδους που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια αναλυτικά, θα κάνουμε αναφορά και σε άλλους μεθόδους, οι οποίες διέπονται από εντελώς διαφορετική φιλοσοφία για τον προσδιορισμό της παροχής.

Τα **ροόμετρα τύπου τουρμπίνας** θεωρούνται από τα πιο ακριβή ροόμετρα μέτρησης παροχής και χρησιμοποιούνται για βιομηχανική χρήση από το 1938. Μια τυπική διάταξη ροόμετρου τύπου τουρμπίνας απεικονίζεται στο Σχήμα 27. Το ροόμετρο αποτελείται από ένα δρομέα που φέρει ένα σχετικά μεγάλο αριθμό πτερυγίων, της τάξεως του δέκα.



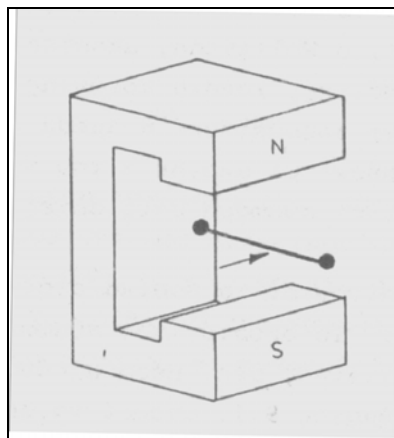
Σχήμα 27: Τυπική διάταξη ροόμετρου τύπου τουρμπίνας (Γούλας [6]).

Ο δρομέας περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από έναν άξονα ο οποίος συμπίπτει με τον άξονα του αγωγού και ο οποίος εδράζεται πάνω σε δύο κεντρικά σώματα αξισυμμετρικής μορφής. Αυτά με τη σειρά τους στηρίζονται στο τοίχωμα του αγωγού. Το σύστημα στήριξης μπορεί να είναι είτε μία σειρά μικρότερων σωλήνων όπως στο σχήμα 27 είτε επίπεδες πλάκες που τοποθετούνται παράλληλα στη

διεύθυνση της ροής. Και στις δύο περιπτώσεις, το σύστημα στήριξης βοηθάει στην εξομάλυνση της ροής και την απομάκρυνση τυχόν υπάρχουσας συστροφής προτού επηρεάσει τη ροή στον δρομέα.

Η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα, είναι συνάρτηση της παροχής και μετρείται είτε με μαγνητικό είτε με οπτικό τρόπο. Το σήμα εξόδου του ροόμετρου είναι μια σειρά από παλμούς. Αθροίζοντας τους παλμούς μπορεί κανείς να υπολογίσει τον όγκο του ρευστού που πέρασε μέσα από το ροόμετρο ενώ αντίστοιχα, η συχνότητα των παλμών θα δώσει την παροχή. Και στις δύο περιπτώσεις βέβαια, θα πρέπει να πολλαπλασιάσει κανείς τις ενδείξεις με τον συντελεστή του οργάνου για να βρει το ακριβές μέγεθος της παροχής ή του συνολικού όγκου του ρευστού.

Μια άλλη μέθοδος μέτρησης της παροχής είναι με την χρησιμοποίηση **ηλεκτρομαγνητικών ροόμετρων**. Η αρχή λειτουργίας του ηλεκτρομαγνητικού ροόμετρου βασίζεται στην εξ επαγωγής ανάπτυξη διαφοράς δυναμικού, σ' ένα αγωγό, που κινείται μέσα σ' ένα μαγνητικό πεδίο.



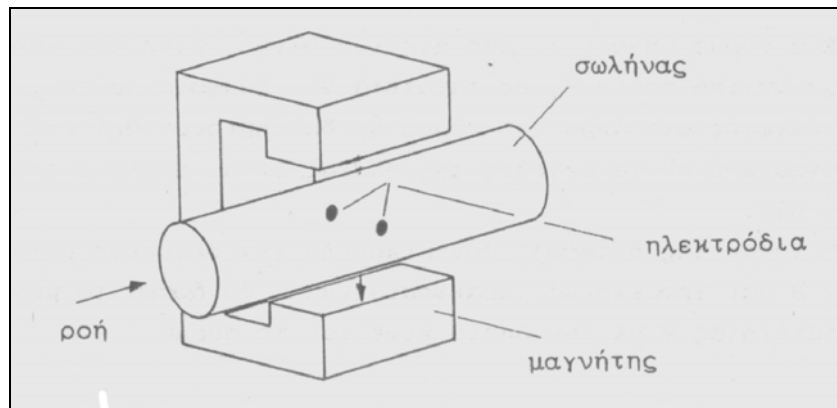
**Σχήμα 28:** Κινούμενο σύρμα σε μαγνητικό πεδίο (Γούλας [6]).

Στο Σχήμα 28 δείχνεται σχηματικά ένας μαγνήτης ανάμεσα στους πόλους του οποίου υπάρχει ένα μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ . Ένα σύρμα μήκους  $l$ , από αγώγιμο υλικό, κινείται κάθετα στο μαγνητικό πεδίο  $B$ , με ταχύτητα  $V$ . Σύμφωνα με τους νόμους της επαγωγής στα άκρα του σύρματος θα δημιουργηθεί μια διαφορά δυναμικού  $\Delta U$  το μέγεθος της οποίας θα είναι ανάλογο του γινομένου  $BVl$ . Μέτρηση της διαφοράς δυναμικού  $\Delta U$  για δεδομένο μαγνητικό πεδίο  $B$  και γεωμετρικά χαρακτηριστικά  $l$  θα δώσει το μέγεθος της ταχύτητας  $V$  με την οποία κινείται το σώμα.

Η παραπάνω αρχή μπορεί να εφαρμοστεί για τη μέτρηση της ταχύτητας και για γνωστή τη διατομή, της παροχής ρευστού μέσα σ' έναν αγωγό. Στο Σχήμα 29 φαίνονται τα βασικά στοιχεία ενός ηλεκτρομαγνητικού ροόμετρου. Το ρευστό, που σύμφωνα με τα παραπάνω θα πρέπει να είναι αγώγιμο, ρέει μέσα σ' ένα κυλινδρικό σωλήνα. Το σύρμα του Σχήματος 28 μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει αντικατασταθεί από «νήματα» ρευστού που είναι κάθετα στο μαγνητικό πεδίο και εκτείνονται από τη μια μεριά του σωλήνα στην άλλη. Στις άκρες καθενός από αυτά τα νήματα, εμφανίζεται μια στοιχειώδης διαφορά δυναμικού  $\Delta U_i$ .

Στα ηλεκτρόδια τώρα, που βρίσκονται σ' επαφή με το ρευστό, εμφανίζεται μια διαφορά δυναμικού  $\Delta U_{ολ}$  που αντιστοιχεί στην παράλληλη σύνδεση όλων των παραπάνω στοιχειωδών νημάτων ροής. Βέβαια, σ' ένα αγωγό κυκλικό, το μήκος αυτών των «νημάτων» μεταβάλλεται από μηδέν μέχρι μια μέγιστη τιμή, ίση με  $D$  ενώ

παράλληλα και η ταχύτητα του ρευστού στη διατομή για πραγματικό ρευστό μεταβάλλεται.



Σχήμα 29: Βασικά στοιχεία ηλεκτρομαγνητικού ροόμετρου (Γούλας [6]).

Η διαφορά δυναμικού λοιπόν σε κάθε στοιχειώδες «νήμα» ροής, δεν είναι η ίδια. Τα αποτελέσματα επομένως, είναι μια πολύ σύνθετη εικόνα ρευμάτων και δυναμικών μέσα στον αγωγό. Τελικά όμως η διαφορά δυναμικού στα ηλεκτρόδια  $\Delta U_0$  μπορεί να εκφραστεί σαν:

$$\Delta U_0 = BDV_m$$

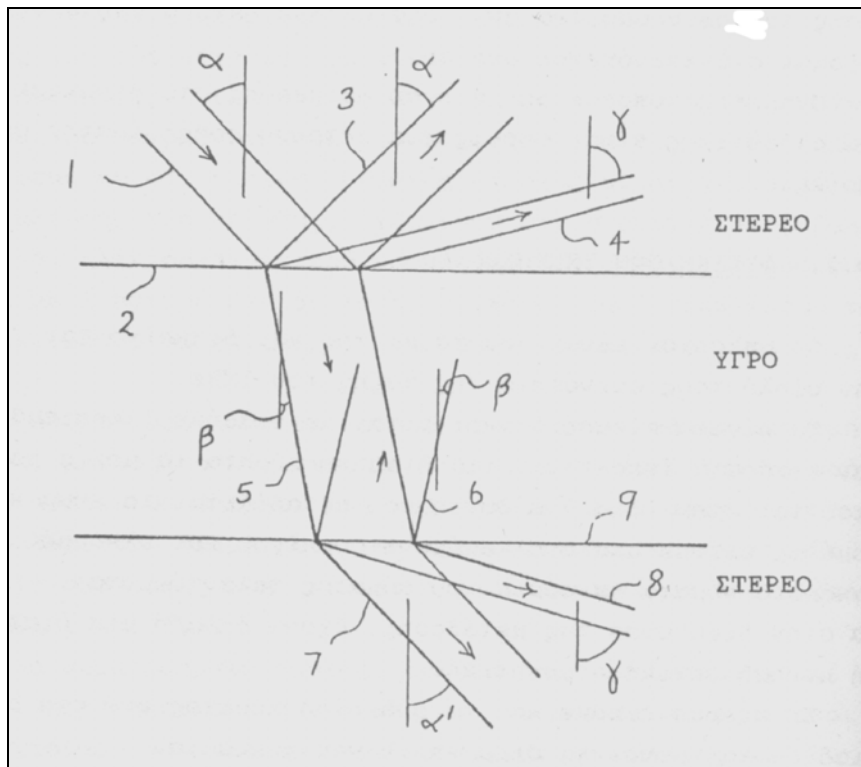
όπου  $V_m$  είναι η μέση ταχύτητα του ρευστού στον αγωγό. Η εξίσωση του ηλεκτρομαγνητικού ροόμετρου ισχύει με την προϋπόθεση ότι το μαγνητικό πεδίο είναι ομοιόμορφο και η κατανομή της ταχύτητας αξισυμμετρική.

Ένας άλλος τρόπος μέτρησης της παροχής είναι η **χρησιμοποίηση υπερήχων**. Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι ροόμετρων που χρησιμοποιούν υπερήχους. Ο ένας στηρίζεται στη μέτρηση του χρόνου μετάβασης του ήχου από ένα σημείο στο άλλο, ενώ ο δεύτερος βασίζεται στο φαινόμενο Doppler. Ο πρώτος τύπος είναι πιο συνηθισμένος στη βιομηχανία ενώ ο δεύτερος είναι κυρίως για μέτρηση ροής αίματος σε αρτηρίες και δεν θα μας απασχολήσει.

Οι υπέρηχοι είναι κύματα πίεσης και διακρίνονται για την υψηλή τους συχνότητα της τάξης του 1MHz. Τα κύματα πίεσης διακρίνονται σε διαμήκη και εγκάρσια. Στα διαμήκη κύματα τα μόρια ταλαντώνται στην ίδια διεύθυνση που μεταδίδεται το κύμα και επομένως έχουμε μια εναλλασσόμενη συμπίεση και ελκυσμό. Στα εγκάρσια κύματα τα μόρια του σώματος ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση της μετάδοσης, έχουν δηλαδή μια διατμητική κίνηση θετική ή αρνητική. Στα στερεά έχουμε και τα δύο είδη κύματος ενώ στα ρευστά διαδίδονται μόνο τα διαμήκη κύματα.

Τα ροόμετρο με υπερήχους με βάση τον χρόνο μετάβασης, μετράει τον χρόνο  $T$  που θέλει ο ήχος να ταξιδέψει κατά μήκος μιας απόστασης  $R$  μέσα στο ρευστό. Η ταχύτητα μετάδοσης του ήχου, στο συγκεκριμένο ρευστό είναι  $c$ . Επομένως, όταν το ρευστό βρίσκεται σε ηρεμία τότε ο χρόνος θα είναι:

$$T_0 = R/c \quad (6)$$



**Σχήμα 30:** Διάθλαση ηχητικών κυμάτων (Γούλας [6]).

Αν η διεύθυνση  $l$  σχηματίζει μια γωνία  $\theta$ , με τον άξονα της ροής / σωλήνα, τότε αν  $v$ , είναι η μέση ταχύτητα του ρευστού, τότε η συνισταμένη ταχύτητα στη διεύθυνση διάδοσης του ήχου θα είναι ουσιαστικά:

$$c + v \cos\theta$$

επομένως, ο χρόνος που χρειάζεται ο ήχος να διανύσει την απόσταση  $l$  θα είναι:

$$T_1 = \frac{l}{c + v \cos\theta} = \frac{l}{c} \left[ 1 - \frac{v}{c} \cos\theta + o\left(\frac{v^2}{c^2}\right) \right]$$

αναπτύσσοντας την συνάρτηση  $\frac{1}{1 + \frac{v}{c} \cos\theta}$  σε σειρά.

Ο όρος  $o\left(\frac{v^2}{c^2}\right)$  είναι κατά μία τάξη μικρότερος από τους υπόλοιπους και επομένως μπορούμε να τον αγνοήσουμε. Επομένως η μεταβολή του χρόνου  $\Delta T = T_1 - T_2$  θα είναι:

$$\Delta T = l \frac{v}{c^2} \cos\theta$$

Η μεταβολή επομένως του χρόνου  $\Delta T$ , είναι ανάλογος της ταχύτητας  $v$  και εξαρτάται από την γεωμετρία του ροόμετρου και την ταχύτητα του ήχου στο ρευστό.



Για νερό, η ταχύτητα του ήχου είναι  $c = 1500\text{m/s}$  και αν  $l = 100\text{mm}$ , τότε από την εξίσωση (6) θα έχουμε ότι  $T = 67\mu\text{s}$ .

Αν θεωρήσουμε επίσης ότι η γωνία  $\theta = 45^\circ$ , τότε για ταχύτητα του νερού ίση με  $1\text{m/s}$ , τότε η μεταβολή του χρόνου  $\Delta T$  θα είναι ίση με  $\Delta T = 32\text{ns}$ .

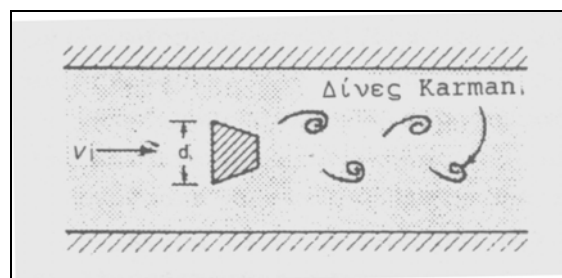
Δεδομένου ότι η ταχύτητα του ήχου στο ρευστό είναι συνάρτηση της πίεσης και της θερμοκρασίας, καθώς φυσικά και του ρευστού μπορούμε να υπολογίσουμε την κατάλληλη ταχύτητα του ήχου, μετρώντας τον χρόνο  $T$ , οπότε:

$$c = l / T$$

Επειδή η  $\Delta T$  είναι μικρή, ο πιο ακριβής τρόπος είναι να μετρηθεί η διαφορά ανάμεσα στον χρόνο που θέλει ο ήχος να ταξιδέψει στην ίδια φορά με το ρευστό και στη συνέχεια στην αντίθετη διεύθυνση, οπότε:

$$\Delta T = 2 l \frac{V}{c^2} \cos\theta$$

Για να επιτευχθεί ακρίβεια μέτρησης του ροόμετρου 1%, τότε ο χρόνος  $\Delta T$  θα πρέπει και αυτός να μετρηθεί με την ίδια ακρίβεια, δηλαδή θα πρέπει να είμαστε σε θέση να διακρίνουμε και να μετρήσουμε χρόνους μικρότερους από  $0,64\text{ns}$ .



Σχήμα 31: Σχηματισμός δινών Von Karman (Γούλας [6]).

Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στα **ροόμετρα τύπου δίνης**. Από την Μηχανική των Ρευστών, είναι γνωστό ότι όταν ένα σώμα, μη αεροδυναμικό, βρίσκεται μέσα σε ένα πεδίο ροής, τότε, στην απόρρου σχηματίζονται δίνες, οι γνωστές δίνες Von Karman – Σχήμα 31. Αυτές εμφανίζονται περιοδικά και εναλλακτικά και η συχνότητα τους είναι ανάλογη του αριθμού Strouhal, που ορίζεται σαν:

$$S = f \frac{d}{V}$$

όπου  $f$  είναι η συχνότητα εκπομπής των δινών,  $d$  μια γεωμετρική χαρακτηριστική του σώματος και  $V$  η ταχύτητα του ρευστού.

Ο αριθμός Strouhal, είναι συνάρτηση της γεωμετρίας του ρευστού και σε μερικές περιπτώσεις του αριθμού  $Re$ . Το ροόμετρο τύπου δίνης ουσιαστικά αξιοποιεί την παραπάνω σχέση. Μετρώντας την συχνότητα  $f$  των δινών Von Karman, μπορούμε να

υπολογίσουμε την ταχύτητα  $V$  του ρευστού και από αυτήν, υπολογίζουμε την παροχή  $Q$ .

Η παρουσία των τοιχωμάτων που στηρίζεται το σώμα, βοηθούν στην σταθεροποίηση των δινών που για κοντά και χοντρά σώματα γίνεται ουσιαστικά δισδιάστατη και επομένως πιο εύκολη στην ανίχνευση. Οι δίνες που εμφανίζονται στα κατάνη της ροής, διατηρούν τη μορφή τους για ένα μικρό μήκος που είναι συνάρτηση της γεωμετρίας του σώματος και στη συνέχεια, σε αλληλεπίδραση με την ροή καταστρέφονται με αύξηση πλέον της τοπικής έντασης τύρβης.

Τέλος, πρέπει να αναφέρουμε ότι σε κάποιες εφαρμογές χρειάζεται η **μέτρηση της παροχής μάζας ή η εύρεση του μεγέθους και της διεύθυνσης της ταχύτητας** μέσα σ' ένα πεδίο ροής. Εμάς όμως μας απασχολεί η **μέτρηση της παροχής όγκου** σε ένα δίκτυο, για αυτό και δεν θα επεκταθούμε σε μεθόδους προσδιορισμού των παραπάνω μεγεθών. Απλώς, μπορούμε να αναφέρουμε ότι η παροχή μάζας μπορεί να προκύψει έμμεσα από την παροχή όγκου και την πυκνότητα του ρευστού, αλλά μπορεί να υπολογιστεί άμεσα με διάφορες μεθόδους, όπως με όργανα που βασίζονται είτε στη μέτρηση της στροφορμής είτε στις δυνάμεις Coriolis είτε στη θερμική αγωγιμότητα είτε στη μέτρηση διαφοράς πίεσης.

Η δε ταχύτητα, μέγεθος απαραίτητο για την μελέτη φαινομένων ροής, προσδιορίζεται με όργανα που χωρίζονται βασικά σε δύο κατηγορίες:

α) Όργανα που μπαίνουν μέσα στο πεδίο ροής.

β) Όργανα που μετράνε από μακριά χωρίς να επηρεάζουν τη ροή.

Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν όργανα μέτρησης διαφοράς πίεσης (όπως σωλήνες Pitot ή σωλήνες Yaw) και το ανεμόμετρο θερμού σύρματος. Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν όργανα που χρησιμοποιούν ακτίνες ή ακτινοβολίες, όπως οπτικές ακτίνες, ακτίνες X ή ακτινοβολία  $\gamma$ .

## VIII. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. **Campioli T.L. – Schetz J. – Neel R.E.** : Assessment of Incompressible Formulations for Numerical Solutions of Unsteady Turbulent Flows over Bluff Bodies, 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2005-1359 (January 10-13 2005 / Reno, NV).
2. **Chung Y. – Kang S.** : A Study on the Vortex Shedding and Lock-on behind a Square Cylinder in an Oscillatory Incoming Flow, *JSME International Journal Series B*, Vol. **46**, No. **2**: 250-261 (2003).
3. **Cigada A. – Malavasi S. – Vanali M.** : Effects of a boundary wall on rectangular cylinder force coefficients, Politecnico di Milano.
4. **Delaunay Y. – Kaiktsis L.** : Control of circular cylinder wakes using base mass transpiration, *Physics of Fluids* Vol. **13**, No. **11**: 3285-3302 (2001).
5. **Δημητρακόπουλος Α.** : Υδραυλική Ι Εργαστήριο, Σημειώσεις Σχολής Τεχνολογικών Εφαρμογών του Τ.Ε.Ι. Αθήνας.
6. **Γούλας Α.Κ.** : Τεχνική μετρήσεων στη Μηχανική Ρευστών, Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούλη, Θεσσαλονίκη 1998.
7. **Hemon P. – Santi F.** : Perturbation of Vortex Induced Vibrations on a Square Section Cylinder, Flow Induced Vibration, de Langre & Axisa edition, Paris 5-9<sup>th</sup> July 2004.
8. **Hover F.S. – Miller S.N. – Triantafyllou M.S.** : Vortex-Induced vibration of marine cables: Experiments using force feedback, *Journal of Fluids and Structures* **11**: 307-326 (1997).
9. **Kaiktsis L. – Triantafyllou G.S. – Ozbas M.** : Excitation, inertia, and drag forces on a cylinder vibrating transversely to a steady flow, *Journal of Fluids and Structures* **23**: 1-21 (2007).
10. **Κακάτσιος Ξ.** : Μετάδοση Θερμότητας, Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
11. **Κορωνάκης Π.Σ.** : Μηχανική Ρευστών ΙΙ Θεωρία και Ασκήσεις, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 1998.
12. **Matsumoto M.** : Vortex Shedding Of Bluff Bodies: A Review, *Journal of Fluids and Structures* **13**: 791-811 (1999).
13. **Μητσικώστας Θ.** : Εργαστηριακές Ασκήσεις Υδροδυναμικής, Σημειώσεις τμήματος Ναυπηγικής του Τ.Ε.Ι. Αθήνας, Αθήνα 1997.
14. **Muralidhar K. – Biswas G.** : Advanced Engineering Fluid Mechanics, Published by Alpha Science, Second Edition 2005.
15. **Τσαγγάρης Σ.** : Μηχανική των Ρευστών, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 1995.
16. **Williamson C.H.K. – Govardhan R.** : Vortex-Induced Vibrations, *Annual Review of Fluid Mechanics* **36**: 413-455 (2004).
17. **Williamson C.H.K. – Roshko A.** : Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder, *Journal of Fluids and Structures* **2**: 355-381 (1988).
18. **Ziada S. – Staubli T.** (Editors) : Flow-Induced Vibration (Proceedings Of The 7<sup>th</sup> International Conference On Flow-Induced Vibration - FIV2000 / Lucerne / Switzerland / 19-22 June 2000), Published by A.A.Balkema/Rotterdam/Brookfield/2000.