

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ**

*Χρήση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων και Τεχνικών  
Δειγματοληψίας στη Βελτιστοποίηση Αεροτομών*

Διπλωματική Εργασία  
**Δημητρίου Κ. Τσακμακίδη**

Επιβλέπων: **Κ. Χ. Γιαννάκογλου**  
Αναπλ. Καθηγητής ΕΜΠ

**Αθήνα, Ιούλιος 2008**



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ**

*Χρήση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων και Τεχνικών Δειγματοληψίας  
στη Βελτιστοποίηση Αεροτομών*

Διπλωματική Εργασία: Δημητρίου Κ. Τσακμακίδη  
Επιβλέπων: Κ. Χ. Γιαννάκογλου, Αναπλ. Καθηγητής ΕΜΠ

**Αθήνα, Ιούλιος 2008**

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η θεμελίωση, ο προγραμματισμός και η εφαρμογή μιας χαμηλού υπολογιστικού κόστους μεθόδου βελτιστοποίησης, η οποία θα είναι ικανή να αντιμετωπίσει προβλήματα αεροδυναμικού σχεδιασμού ενός ή περισσότερων στόχων. Η βελτιστοποίηση στηρίζεται στους εξελικτικούς αλγορίθμους. Με κριτήριο το χαμηλό υπολογιστικό κόστος αποφασίστηκε η χρήση μεταπροτύπου ως λογισμικού αξιολόγησης και συγκεκριμένα ενός εκπαιδευμένου τεχνητού νευρωνικού δικτύου τύπου συναρτήσεων ακτινικής βάσης. Σε αντίθεση με τις τεχνικές on-line εκπαίδευσης και χρήσης μεταπροτύπων στο πλαίσιο εξελικτικών αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται κατά παράδοση στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ, εδώ δοκιμάστηκε η χρήση off-line εκπαιδευόμενων μεταπροτύπων.

Η μέθοδος βασίζεται στη λογική της δημιουργίας μιας βάσης δεδομένων με τεχνικές δειγματοληψίας, η οποία αποθηκεύεται και χρησιμοποιείται, μία και μόνη φορά, στην εκπαίδευση του μεταπροτύπου. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των δικτύων ακτινικής βάσης, η εκπαίδευση αυτή είναι μηδαμινού υπολογιστικού κόστους, αντίθετα με άλλου τύπου νευρωνικά δίκτυα. Η βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται με χρήση λογισμικού εξελικτικού αλγορίθμου, το οποίο βασίζεται αποκλειστικά στο εκπαιδευμένο μεταπρότυπο για τις αξιολογήσεις των υποψήφιων λύσεων και για το λόγο αυτό είναι χαμηλού υπολογιστικού κόστους. Η παραπάνω διαδικασία είναι επαναληπτική και σε κάθε κύκλο της γίνεται έλεγχος των προβλέψεων-αξιολογήσεων του μεταπροτύπου σε σχέση με το (υψηλής πιστότητας και κόστους) λογισμικό αξιολόγησης (κώδικας υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, εδώ κώδικας επίλυσης των ολοκληρωματικών εξισώσεων των οριακών στρωμάτων). Με κριτήριο την αποδοτικότητα του μεταπροτύπου καθορίζεται ο περαιτέρω εμπλουτισμός ή όχι της βάσης δεδομένων εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου.

Στη μέθοδο που αναπτύχθηκε, σημαντικός ήταν ο ρόλος των τεχνικών Πειραματικού Σχεδιασμού, στις οποίες βασίστηκε η επιλογή των δειγμάτων εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου. Έμφαση δόθηκε στις τεχνικές και κατ' επέκταση στους πίνακες που προτάθηκαν από τον Taguchi, όσον αφορά τη δειγματοληψία.

Η Μέθοδος εφαρμόστηκε σε προβλήματα βελτιστοποίησης αεροτομών ενός αλλά και δύο στόχων. Στο πρόβλημα ενός στόχου επιδιώχθηκε η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης, ενώ στο πρόβλημα δύο στόχων επιδιώχθηκε τόσο η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης, όσο και η ελαχιστοποίηση του συντελεστή οπισθέλκουσας. Από τις διάφορες εφαρμογές και τα σενάρια που δοκιμάστηκαν αποκτήθηκε εμπειρία ως προς τις συνθήκες χρήσης της παραπάνω μεθόδου και αναγνωρίστηκαν οι δυσκολίες που ενδεχομένως θα παρουσιαστούν σε μελλοντικές εφαρμογές της.



**NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS  
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING  
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES**

***Use of Artificial Neural Networks and Sampling Techniques in Airfoil  
Optimization***

Diploma Thesis: **Dimitris K. Tsakmakidis**

Supervisor: **K. C. Giannakoglou, Associate Professor of NTUA**

**Athens, July 2008**

The objective of this diploma thesis is the development, programming and implementation-assessment of a low-cost optimization method, which is able to cope with a single- or multi-objective aerodynamic optimization-design problems. The optimization tool used is an evolutionary algorithm (EA). To keep the computational cost as low as possible, metamodels, and in particular radial basis function (RBF) networks, are used as evaluation tools within the evolutionary algorithm. In contrast to the existing (in the Laboratory of Thermal Turbomachine of NTUA) EA which is assisted by on-line trained metamodels, this diploma thesis focuses on EAs assisted by off-line trained metamodels.

This method starts by creating a database based on sampling techniques, used to collect a pool of candidate solutions along with their responses. This database is stored and used to train a global metamodel. Especially in case of RBF networks, this training is of negligible computational cost, unlike other types of neural networks.

The optimization is achieved through the use of EA software with evaluations based exclusively on the trained metamodel and is thus of low CPU cost. This is an iterative process and, at the end of each cycle, the metamodel based predictions are compared with the outcome of evaluations based on the exact and expensive problem-specific analysis tool. Depending on the error of the metamodel based prediction, it is decided whether an enrichment of the neural network's training database should be carried out (before repeating the same steps) or not.

In the developed method, Design of the Experiments was a major factor in selecting the training samples of the neural network. Taguchi techniques and the corresponding matrices are used for the sampling.

The method was applied to single- and multi-objective airfoil optimization problems. In the single-objective problems, the target function was the maximisation of the lift coefficient while in the multi-objective optimization problem we aimed at maximising the lift and minimising the drag coefficient. Throughout the various applications and test-case scenarios tested, there was an experience benefit in the use of the aforementioned method, as well as acknowledgement of the potential difficulties in future use.



## Περιεχόμενα

1	Πρόλογος .....	1-1
2	Εισαγωγή .....	2-1
2.1	Το αντικείμενο της εργασίας .....	2-1
2.2	Η δομή της εργασίας.....	2-2
3	Παραμετροποίηση αεροτομών.....	3-1
3.1	Παραμετροποίηση Parsec 11 .....	3-1
3.2	Άλλες παραμετροποιήσεις της οικογένειας Parsec.....	3-4
4	Σχεδιασμός Πειραμάτων.....	4-1
4.1	Στρατηγικές πειραματισμού.....	4-4
4.1.1	Στρατηγική Καλύτερης Πρόβλεψης .....	4-4
4.1.2	Στρατηγική Αλλαγής Ενός Παράγοντα Κάθε Φορά.....	4-4
4.2	Παραγοντικός Σχεδιασμός.....	4-8
4.2.1	Πλήρες Παραγοντικό Πείραμα .....	4-8
4.2.2	Κλασματικό Παραγοντικό Πείραμα .....	4-9
4.3	Οι Τεχνικές Σχεδιασμού που προτείνει ο Taguchi .....	4-11
4.3.1	Δημιουργία πολυεπίπεδης στήλης .....	4-11
4.3.2	Τεχνική εικονικών επιπέδων.....	4-12
4.3.3	Επιλέγοντας τα επίπεδα παραγόντων .....	4-12
4.3.4	Πίνακας Taguchi.....	4-13
5	Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα.....	5-1
5.1	Μοντέλο Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου .....	5-2
5.2	Αρχιτεκτονική Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων.....	5-6
5.2.1	Είδη Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων.....	5-6
5.3	Εκπαίδευση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων .....	5-8
5.3.1	Κανόνες Νευρωνικής Εκπαίδευσης.....	5-9
5.3.2	Βασικοί τύποι Νευρωνικής Εκπαίδευσης.....	5-11
5.4	Νευρωνικά Δίκτυα Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης .....	5-13
5.4.1	Γενικά.....	5-13
5.4.2	Δομή και Λειτουργία των RBF.....	5-14
5.4.3	Δίκτυα RBF Παρεμβολής Δεδομένων .....	5-16
5.4.4	Διαδικασία εκπαίδευσης Δικτύων RBF .....	5-17
6	Εξελικτικοί αλγόριθμοι.....	6-1
6.1	Χαρακτηριστικά του Εξελικτικού Αλγορίθμου.....	6-2
6.2	Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου .....	6-3
6.3	Κωδικοποίηση Μεταβλητών.....	6-5
6.3.1	Δυαδική κωδικοποίηση.....	6-5
6.3.2	Δυαδική κωδικοποίηση με μετασχηματισμό Gray .....	6-5
6.3.3	Πραγματική κωδικοποίηση.....	6-6
6.3.4	Πραγματική κωδικοποίηση με παραμέτρους εξέλιξης .....	6-6
6.4	Τελεστές.....	6-6
6.4.1	Τελεστές Επιλογής Γονέων.....	6-6
6.4.2	Τελεστές Διασταύρωσης.....	6-7
6.4.3	Τελεστές Μετάλλαξης .....	6-8
6.5	Προβλήματα Πολλών Στόχων .....	6-8
6.6	Σύζευξη Εξελικτικών Αλγορίθμων – Νευρωνικών Δικτύων.....	6-9
6.6.1	On-line Σύζευξη.....	6-10
6.6.2	Off-line Σύζευξη .....	6-10
7	Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση.....	7-1
7.1	Γενικά.....	7-1
7.2	Πρόβλημα Ενός Στόχου.....	7-4

## Περιεχόμενα

7.2.1	Βελτιστοποίηση χωρίς Περιορισμούς.....	7-5
7.2.2	Βελτιστοποίηση με Περιορισμούς.....	7-15
7.3	Πρόβλημα Δύο Στόχων.....	7-20
7.4	Συμπεράσματα .....	7-32
8	Ανακεφαλαίωση- Συζήτηση .....	8-1
9	Παράρτημα Α.....	9-1
10	Βιβλιογραφία- Πηγές στο Διαδίκτυο .....	10-1



## **1 Πρόλογος**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή Κ. Χ. Γιαννάκογλου, που μου έδωσε την ευκαιρία να εκπονήσω τη διπλωματική μου εργασία, υπό την επίβλεψή του, στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) πάνω σε ένα πολύ ενδιαφέρον θέμα, για τη βοήθεια που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας, το πολύτιμο χρόνο που μου αφιέρωσε καθώς και για τις συμβουλές, τις παρατηρήσεις και τις γνώσεις που μου μετέδωσε τόσο πάνω στο αντικείμενο της εργασίας όσο και γενικά στη μηχανολογία.

Νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω θερμά τον υποψήφιο διδάκτορα Ι. Καμπόλη για το χρόνο που μου αφιέρωσε επεξηγώντας τους κώδικες του εργαστηρίου, για τις παρατηρήσεις και τις διορθώσεις του, καθώς και για το ευχάριστο κλίμα και την άριστη συνεργασία που αναπτύχθηκε σε όλη τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω όλη την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών για το φιλικό περιβάλλον και τις συμβουλές τους.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στους φίλους μου Δ. Παπαδόπουλο, Κ. Φραγκούδη και Τ. Θεοδώρου για τις παρατηρήσεις τους πάνω στη διπλωματική εργασία και γενικά όλους τους φίλους μου για τη διαρκή υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια.

## 2 Εισαγωγή

### 2.1 Το αντικείμενο της εργασίας

Στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (ΕΜΠ), όπου και πραγματοποιήθηκε αυτή η διπλωματική εργασία, αναπτύσσονται και χρησιμοποιούνται αποδοτικές μέθοδοι και εύχρηστο λογισμικό για τη βελτιστοποίηση ενός σχεδιασμού, αλλά και οιασδήποτε μηχανολογικής συνιστώσας, με μειωμένο υπολογιστικό κόστος. Για το σκοπό αυτό γίνεται χρήση στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης, κυρίως Εξελικτικών Αλγορίθμων (ΕΑ), και μεταπροτύπων ως ελεγχόμενο υποκατάστατο λογισμικό αξιολόγησης. Τα τελευταία θεωρούνται υποκατάστατα (μικρότερης ακρίβειας και μικρότερου υπολογιστικού κόστους) από το ακριβές και ακριβό λογισμικό αξιολόγησης (που, συνήθως, είναι κώδικες υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, για τις εφαρμογές που μας ενδιαφέρουν – θα χαρακτηρίζεται ως «υψηλής πιστότητας» λογισμικό, σε αντιδιαστολή με το «χαμηλής πιστότητας» που είναι τα μεταπρότυπα). Στις ήδη αναπτυχθείσες μεθόδους ως μεταπρότυπα χρησιμοποιούνται Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ΤΝΔ) τοπικής ισχύος, τα οποία εκπαιδεύονται από ένα μικρό αριθμό γειτονικών ατόμων μιας βάσης δεδομένων. Η βάση δεδομένων που προαναφέρθηκε αποτελείται από όσα άτομα έτυχε να αξιολογηθούν ή να επαναξιολογηθούν με το «υψηλής ακρίβειας» λογισμικό. Στην περίπτωση που τα μεταπρότυπα είναι τοπικής ισχύος και εκπαιδεύονται On-line, χρησιμοποιούνται για την προσεγγιστική προ-αξιολόγηση των μελών κάθε γενιάς. Τα καλύτερα από τα άτομα του πληθυσμού (σύμφωνα με το μεταπρότυπο) επαναξιολογούνται με το «υψηλής πιστότητας» λογισμικό. Ο αλγόριθμος που περιγράφηκε σε συντομία θα ονομάζεται Εξελικτικός Αλγόριθμος Υποστηριζόμενος από On-line Εκπαιδευόμενα Μεταπρότυπα και, χάριν συντομίας, θα συμβολίζεται με EAM\_On. ([11],[15],[22],[23],[26]) .

Στην παρούσα διπλωματική εργασία υιοθετείται και υλοποιείται μια εντελώς διαφορετική χρήση των μεταπροτύπων στον ΕΑ. Το μεταπρότυπο που χρησιμοποιείται (εδώ ΤΝΔ Ακτινικής Βάσης) εκπαιδεύεται πριν και ξεχωριστά από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης και είναι καθολικής ισχύος. Άρα, χρησιμοποιείται ως το αποκλειστικό λογισμικό αξιολόγησης σε όλο το χώρο έρευνας και καθ' όλη τη βελτιστοποίηση. Για τη συλλογή των δειγμάτων εκπαίδευσης του μεταπροτύπου εφαρμόστηκαν τεχνικές δειγματοληψίας βασισμένες σε Μεθόδους Πειραματικού Σχεδιασμού ([1],[2]) και έγινε χρήση πινάκων που προτάθηκαν από τον Taguchi ([3],[4]). Το εκπαιδευμένο ΤΝΔ χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση όλων των υποψηφίων λύσεων που ανακύπτουν από την εξέλιξη του ΕΑ, ενώ οι βέλτιστες λύσεις οι οποίες προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση που αποκλειστικά στηρίχτηκε στο μεταπρότυπο, αξιολογούνται και με το «υψηλής πιστότητας» λογισμικό ώστε να αφενός να εξασφαλιστεί η ποιότητά τους και αφετέρου να προστεθούν στη βάση δεδομένων για περαιτέρω εκπαίδευση του μεταπροτύπου. Ο νέος αλγόριθμος που μόλις περιγράφηκε θα ονομάζεται Εξελικτικός Αλγόριθμος Υποστηριζόμενος από Off-line Εκπαιδευόμενα Μεταπρότυπα και, χάριν συντομίας, θα συμβολίζεται με EAM\_Off ([11],[15]).

Στόχο της διπλωματικής εργασίας αποτέλεσε η υλοποίηση της παραπάνω μεθόδου σε αλγοριθμικό επίπεδο, η δημιουργία μιας αρχικής βάσης για την περαιτέρω διερεύνηση και επέκταση της μεθόδου καθώς και η εφαρμοσιμότητά της σε προβλήματα βελτιστοποίησης.

Η παραπάνω μέθοδος δοκιμάστηκε στο πρόβλημα της βελτιστοποίησης μεμονωμένης αεροτομής. Η βελτιστοποίηση επικεντρώθηκε αρχικά στο πρόβλημα ενός στόχου: αύξηση του συντελεστή άνωσης  $C_L$ , ενώ στη συνέχεια δοκιμάστηκε και σε πρόβλημα δύο στόχων: αύξηση του συντελεστή άνωσης  $C_L$  και μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Η δε παραμετροποίηση της αεροτομής έγινε με τη μέθοδο Parsec\_11 ([14],[18],[19]).

## 2.2 Η δομή της εργασίας

Το Κεφάλαιο 3 περιγράφει την παραμετροποίηση Parsec 11, τη μαθηματική της θεμελίωση και τη χρησιμότητά της στο συγκεκριμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Γίνεται περιγραφή επιπρόσθετων μορφών της οικογένειας και γράφεται ο γενικός τύπος μιας οποιασδήποτε παραμετροποίησης κατά Parsec-XX.

Το Κεφάλαιο 4 θα γίνει αναφορά των μεθόδων Πειραματικού Σχεδιασμού (Design of Experiments) και θα περιγραφούν μερικές από αυτές. Θα επικεντρωθούμε στους κλασματικούς σχεδιασμούς και στις τεχνικές σχεδιασμού που πρότεινε ο Taguchi. Θα περιγραφεί ο σχηματισμός των ορθογώνιων πινάκων καθώς και του πίνακα που χρησιμοποιήθηκε στη διπλωματική εργασία οι οποίοι προέκυψαν από την εφαρμογή τέτοιων τεχνικών. Μέσα από το κεφάλαιο αυτό διαφαίνεται η χρησιμότητα του πειραματικού σχεδιασμού στο αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας και συγκεκριμένα στη δημιουργία της αρχικής βάσης δεδομένων του ΤΝΔ

Στο Κεφάλαιο 5 θα γίνει λόγος για τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (Artificial Neural Networks), θα οριστεί τι είναι ένα νευρωνικό δίκτυο, θα αναφερθούν τα είδη και οι κατηγορίες εκπαίδευσης τους καθώς και θα δειχθεί γιατί θεωρήθηκε απαραίτητη η χρήση του στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Ο τύπος των νευρωνικών δικτύων Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης, που χρησιμοποιήθηκε στη μέθοδο ως λογισμικό αξιολόγησης θα περιγραφεί σε ξεχωριστή ενότητα του κεφαλαίου.

Στο Κεφάλαιο 6 περιγράφονται οι εξελικτικοί αλγόριθμοι και πως χρησιμοποιούνται στη διαδικασία της βελτιστοποίησης προβλημάτων τόσο ενός στόχου όσο και δύο στόχων. Στο πρόβλημα δύο στόχων περιγράφεται το μέτωπο Pareto και η διαδικασία εύρεσής του. Αναλύεται η λειτουργία του χρησιμοποιούμενου λογισμικού Easy v2.0, καθώς και το πώς γίνεται η σύζευξη του εξελικτικού αλγόριθμου με το νευρωνικό δίκτυο, που χρησιμοποιείται ως χαμηλού κόστους λογισμικό αξιολόγησης.

Στο Κεφάλαιο 7 γίνεται εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων και λογισμικού στα προβλήματα βελτιστοποίησης αεροτομής πτέρυγας αεροσκάφους όσον αφορά τόσο το συντελεστή άνωσης (πρόβλημα ενός στόχου),όσο και το συντελεστή άνωσης και οπισθέλκουσας (πρόβλημα δύο στόχων). Γίνεται εκτενής περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθήθηκε, καθώς και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα διαγράμματα και τα συμπεράσματα που προέκυψαν.

Το Κεφάλαιο 8 αποτελείται από γενικά συμπεράσματα και τις παρατηρήσεις όλων των παραπάνω στο αντικείμενο που μελετήθηκε. Γίνεται λόγος για τους τομείς της μεθόδου στους οποίους θα πρέπει να δοθεί προσοχή κατά την εφαρμογή της, τι επιτεύχθηκε και τι θα μπορούσε να αποτελέσει μελλοντική μελέτη και διερεύνηση πάνω στη μέθοδο.

### 3 Παραμετροποίηση αεροτομών

Ένα από τα σημαντικότερα βήματα στη διαδικασία της βελτιστοποίησης είναι η επιλογή των παραμέτρων ή, αλλιώς, των ελεύθερων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν για να περιγράψουν την προς βελτιστοποίηση αεροτομή. Παραμετροποίηση σημαίνει κωδικοποίηση της γραφικής απεικόνισης ενός αντικειμένου σε μεταβλητές. Με άλλα λόγια, παραμετροποιώντας, γίνεται μετατροπή ενός μηχανολογικού προβλήματος σε μαθηματικό. Σε μια αεροτομή, οι παράμετροι που τίθενται καθορίζουν τόσο το σχήμα της, όσο, κατά συνέπεια, την αεροδυναμική της συμπεριφορά στις εκάστοτε ροϊκές συνθήκες. Έτσι, αλλάζοντας την παραμετροποίηση, διαφοροποιείται ολόκληρο το πρόβλημα που τίθεται προς βελτιστοποίηση. Η σωστή παραμετροποίηση αποτελεί μια ιδανική βάση για την επερχόμενη βελτιστοποίηση, αφού πάνω σε αυτή θα στηριχτούν οποιεσδήποτε υποθέσεις για το χρησιμοποιούμενο μοντέλο, διορθώσεις και παρεμβάσεις.

Υπάρχουν διάφορα μοντέλα παραμετροποίησης στο τομέα της αεροδυναμικής. Παραδείγματα τέτοιων μοντέλων που χρησιμοποιούνται ευρέως είναι οι κυβικές B-Splines, ο μετασχηματισμός Joukowski, τα πολυώνυμα Bezier-Bernstein και άλλα. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε η παραμετροποίηση **Parsec 11** ([10],[18],[19]).

#### 3.1 Παραμετροποίηση Parsec 11

Η παραμετροποίηση **Parsec 11** είναι μια πιο ειδική και ταυτόχρονα χρηστική μέθοδος η οποία βρίσκει εφαρμογή στο σχεδιασμό τόσο διδιάστατων όσο και τριδιάστατων αεροτομών πτερυγίων, αλλά και, σε ειδικές μορφές της, πτερυγίων στροβιλομηχανών. Στηρίζεται σε πολυωνυμικές εκφράσεις για τις δύο πλευρές της αεροτομής και το κυριότερο πλεονέκτημά της είναι ότι χρησιμοποιεί μικρό αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού. Αυτό το χαρακτηριστικό της είναι ιδιαίτερα σημαντικό και μπορεί να αποτελέσει μεγάλη διευκόλυνση στη διαδικασία της βελτιστοποίησης, ιδιαίτερα όταν απαιτείται η αξιολόγηση μεγάλου αριθμού αεροτομών.

Με την τεχνική *Parsec 11* κάθε πλευρά μιας αεροτομής μοντελοποιείται χωριστά. Έτσι, για παράδειγμα, το μοντέλο *Parsec 11* για την πλευρά υπερπίεσης μιας αεροτομής γράφεται:

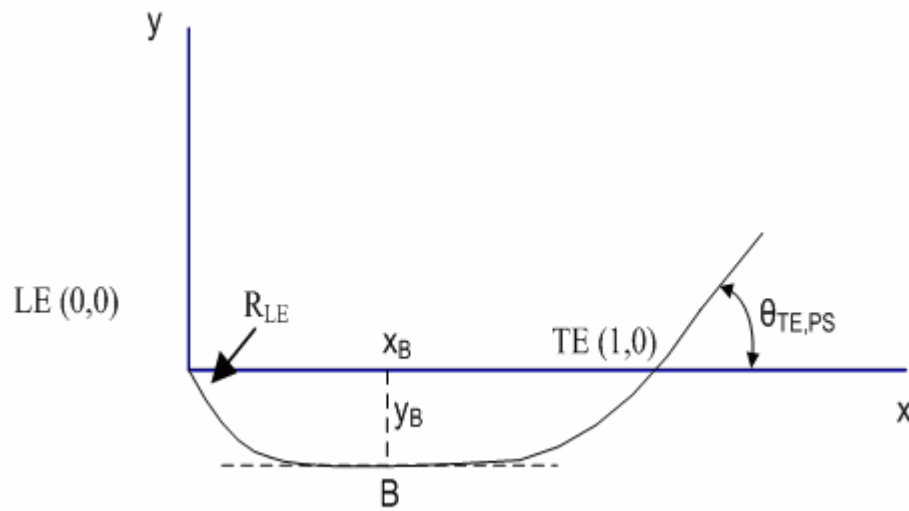
$$(3.1) \quad y(x) = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot x^{i-1/2},$$

Όπου  $a_i, i=1, \dots, 6$  είναι οι βαθμοί ελευθερίας της πλευράς αυτής. Η αεροτομή μοντελοποιείται αδιάστατα, έτσι είναι τυπικό να θεωρήσουμε ότι το σημείο πρόσπτωσης (δείκτης LE) είναι στο (0,0) και το σημείο εκφυγής (δείκτης TE) στο (1,0).

Το σχήμα 3.1 δείχνει την παραμετροποίηση για την πλευρά υποπίεσης μιας μεμονομένης αεροτομής. Οι ελεύθερες μεταβλητές για την πλευρά αυτή είναι η κλίση του περιγράμματος της αεροτομής στο TE, δηλαδή η γωνία  $\theta_{TE,PS}$ , οι συντεταγμένες  $(x_B, y_B)$  του σημείου B με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή, η δεύτερη παράγωγος

## Παραμετροποίηση αεροτομών

του  $y$  στη θέση  $B$ , η οποία συμβολίζεται με  $S_B$  και η ακτίνα καμπυλότητας  $R_{LE}$  στο σημείο πρόσπτωσης  $LE$ .



Εικόνα 3.1

Η παραμετροποίηση Parsec 11 για την πλευρά υπερπίεσης μιας μεμονωμένης αεροτομής

Με βάση την εξίσωση (3.1) προκύπτει:

$$y(1) = 0$$

$$\tan(\theta_{TE,PS}) = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=1} = \sum_{i=1}^6 \left( i - \frac{1}{2} \right) \cdot a_i$$

$$y_B = y(x_B) = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot x_B^{i-\frac{1}{2}}$$

$$0 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=x_B} = \sum_{i=1}^6 \left( i - \frac{1}{2} \right) \cdot a_i \cdot x_B^{i-\frac{3}{2}}$$

$$S_B = \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)_{x=x_B} = \sum_{i=1}^6 \left( i - \frac{1}{2} \right) \cdot \left( i - \frac{3}{2} \right) \cdot a_i \cdot x_B^{i-\frac{5}{2}}$$

$$R_{LE} = \left[ \frac{d^2y/dx^2}{\left( 1 + (dy/dx)^2 \right)^{3/2}} \right]_{x=x_B} = \frac{a_1^2}{2}$$

## Παραμετροποίηση αεροτομών

Οι παραπάνω εξισώσεις δείχνουν ότι η ποσότητα  $a_1$  μπορεί να υπολογιστεί άμεσα και, στη συνέχεια, να απομείνουν οι πέντε άγνωστες ποσότητες  $a_2$  ως και  $a_6$ , οι τιμές των οποίων προκύπτουν από την επίλυση του γραμμικού συστήματος:

$$(3.2) \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_B^{3/2} & x_B^{5/2} & x_B^{7/2} & x_B^{9/2} & x_B^{11/2} \\ 3/2 & 5/2 & 7/2 & 9/2 & 11/2 \\ \frac{3}{2} \cdot x_B^{1/2} & \frac{5}{2} \cdot x_B^{3/2} & \frac{7}{2} \cdot x_B^{5/2} & \frac{9}{2} \cdot x_B^{7/2} & \frac{11}{2} \cdot x_B^{9/2} \\ \frac{3}{4} \cdot x_B^{-1/2} & \frac{15}{4} \cdot x_B^{1/2} & \frac{35}{4} \cdot x_B^{3/2} & \frac{63}{4} \cdot x_B^{5/2} & \frac{99}{4} \cdot x_B^{7/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ y_B - a_1 \cdot x_B^{1/2} \\ \tan(\theta_{TE,PS}) - \frac{1}{2} \cdot a_1 \\ -\frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot x_B^{-1/2} \\ S_B + \frac{1}{4} \cdot a_1 \cdot x_B^{-3/2} \end{bmatrix}$$

Αντίστοιχο γραμμικό σύστημα διατυπώνεται και για την πλευρά υποπίεσης (SS) της αεροτομής. Το σύστημα 3.2 εύκολα γενικεύεται καλύπτοντας περιπτώσεις με μη μοναδιαίο μήκος χορδής και όπου το σημείο TE δεν έχει  $y=0$ . Ωστόσο, στην παρούσα διπλωματική εργασία επιλέχθηκε μοναδιαίο μήκος χορδής με  $y=0$  στο σημείο TE. Τα όρια των 11 μεταβλητών (εκ των οποίων δύο θα κρατηθούν σταθερά) αποφασίστηκαν να είναι τα:

- (i).  $R_{LE} : [0.0050, 0.0075]$
- (ii).  $x_{PS} : [0.3, 0.4]$
- (iii).  $y_{PS} : [-0.1, -0.04]$
- (iv).  $S_{PS} : [0.7, 0.9]$
- (v).  $\theta_{TE,PS} : [-4.0, 4.0] \text{ (deg)}$
- (vi).  $x_{SS} : [0.4, 0.5]$
- (vii).  $y_{SS} : [0.055, 0.070]$
- (viii).  $S_{SS} : [-0.35, -0.25]$
- (ix).  $\theta_{TE,SS} : [-14.0, -6.0] \text{ (deg)}$
- (x).  $c=1$  (μήκος χορδής)
- (xi).  $Stagger = 0$

## Παραμετροποίηση αεροτομών

Η γωνία κλίσης της αεροτομής (stagger) θεωρήθηκε μηδενική δεδομένου ότι μελετάμε περιπτώσεις εξωτερικής αεροδυναμικής. Η χορδή της αεροτομής ( $c$ ) κρατήθηκε σταθερή σε όλους τους υπολογισμούς σε μοναδιαίο μήκος.

Οι δείκτες PS και SS αναφέρονται στην πλευρά υπερπίεσης (Pressure Side) και υποπίεσης (Suction Side) αντίστοιχα.

### 3.2 Άλλες παραμετροποιήσεις της οικογένειας Parsec

Η ικανότητα της παραμετροποίησης Parsec να περιγράφει, με μικρό αριθμό παραμέτρων, σχεδιασμούς αεροτομών, χρησιμοποιώντας απλές τεχνικές λεπτομέρειες, όπως η ακτίνα καμπυλότητας και το πάχος της αεροτομής, δικαιολογεί την εφαρμογή της στα προβλήματα βελτιστοποίησης. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα να επεκταθεί ο αριθμός των παραμέτρων, δίνοντας μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο σχεδιασμό. Έτσι, προκύπτουν πιο σύνθετες παραμετροποιήσεις, όπως αυτή της Parsec 14 ([18].[19]), η οποία εφαρμόζεται ιδιαίτερα στις Στροβιλομηχανές, και έχει τύπο:

$$(3.3) \quad y(x) = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot x^{i-\frac{1}{2}} + \sum_{i=1}^3 b_i \cdot x^i$$

Όπως φαίνεται, η εξίσωση 3.3 είναι ίδια με την 3.1 με έναν επιπλέον όρο (ένα ακόμα άθροισμα). Ο δεύτερος όρος αφορά την καμπυλότητα της αεροτομής και συγκεκριμένα την κυρτότητα της μέσης γραμμής της. Οι συντελεστές  $b_i$  υπολογίζονται εισάγοντας 2 επιπλέον παραμέτρους: τις συντεταγμένες του υψηλότερου σημείου της καμπυλότητας ( $x_{camber}$ ,  $y_{camber}$ ). Για αυτές τις παραμέτρους ισχύουν οι επιπλέον εξισώσεις:

$$(3.4) \quad y(x_{TE}) = y_{TE}$$

$$(3.5) \quad y(x_{camber}) = y_{camber}$$

$$(3.6) \quad \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=x_{camber}} = 0$$

και προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

$$(3.7) \quad \begin{bmatrix} x_{TE} & x_{TE}^2 & x_{TE}^2 \\ x_{camber} & x_{camber}^2 & x_{camber}^2 \\ 1 & 2 \cdot x_{camber} & 3 \cdot x_{camber}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{TE} \\ y_{camber} \\ 0 \end{bmatrix}$$

## Παραμετροποίηση αεροτομών

Ο αριθμός των παραμέτρων, που προκύπτει από την παραμετροποίηση, είναι 14. Γενικά, ο αριθμός δίπλα από το όνομα της παραμετροποίησης δηλώνει τον αριθμό των παραμέτρων του προβλήματος.

Ένας πιο γενικός τύπος της παραμετροποίησης Parsec 14 που δίνεται στη βιβλιογραφία ([19]) είναι:

$$(3.8) \quad Z_{Parsec} = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot x^{i-\frac{1}{2}} + \sum_{i=1}^3 b_i \cdot x^i + \Delta Z_{\Delta TE} + \sum_{i=1}^2 Z_{bump}$$

Ο τρίτος και τέταρτος όρος αφορούν αντίστοιχα ένα παράγοντα της κυρτότητας και ένα παράγοντα συμπίεσης και εκτόνωσης της κυρτότητας της αεροτομής.



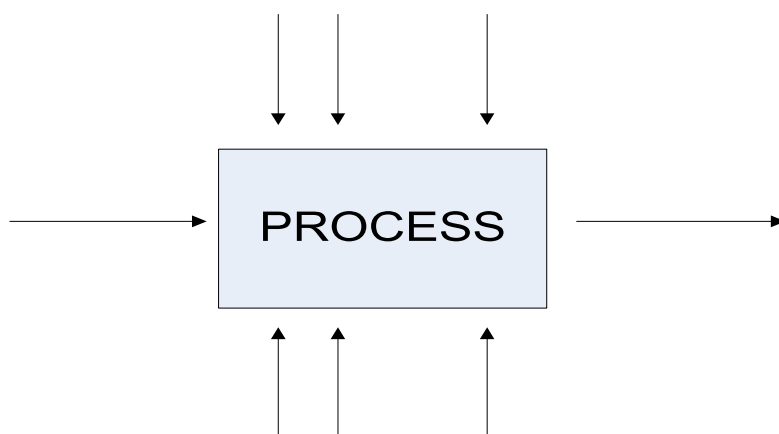
## 4 Σχεδιασμός Πειραμάτων

«Πειράματα πραγματοποιούνται από ερευνητές σε σχεδόν όλα τα πεδία της έρευνας, συνήθως για να ανακαλυφθεί κάτι σε σχέση με μια συγκεκριμένη διαδικασία ή σύστημα. Ορίζουμε ένα πείραμα ως ένα τεστ ή μια σειρά από τεστ στα οποία γίνονται σκόπιμες αλλαγές στις μεταβλητές εισόδου του συστήματος ή της διαδικασίας, ώστε να μπορέσουμε να παρατηρήσουμε και να αναγνωρίσουμε τους λόγους στους οποίους οφείλονται οποιεσδήποτε αλλαγές στην απόκριση (μεταβλητή εξόδου)» [2].

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, ως «πείραμα» θεωρούμε μία υποψήφια λύση στο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Οπότε, «Σχεδιασμός Πειραμάτων» νοείται η δειγματοληψία του χώρου ανίχνευσης στοχεύοντας στην εύρεση εκείνων των υποψήφιων λύσεων- δειγμάτων που, αφού αξιολογηθούν, συνιστούν μία αντιπροσωπευτική βάση δεδομένων (δηλαδή ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα) του χώρου ανίχνευσης. Η αξία του «Σχεδιασμού Πειραμάτων» έγκειται στο γεγονός ότι καλείται να βρει το μικρότερο ουσιαστικά αριθμό δειγμάτων που αντιπροσωπεύουν ικανοποιητικά το χώρο των μεταβλητών σχεδιασμού. Η «οικονομία» στο πλήθος των δειγμάτων είναι ουσιώδης, δεδομένου του ότι όλα τα «πειράματα» που θα επιλεγούν, πρέπει να αξιολογηθούν με το λογισμικό αξιολόγησης (το υψηλής πιστότητας αν υπάρχουν περισσότερα από ένα) και αυτό συνεπάγεται υπολογιστικό κόστος.

Σε κάθε πείραμα, τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγουμε εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από το τρόπο με τον οποίο έχουν συλλεχθεί τα δεδομένα. Ο τρόπος αυτός καθορίζεται από το **Σχεδιασμό Πειραμάτων** (*Design of the Experiments*).

Γενικά, τα πειράματα σχεδιάζονται για να μελετούν τις επιδόσεις μιας διαδικασίας ή συστήματος. Η διαδικασία ή το σύστημα μπορούν να αναπαρασταθούν με το μοντέλο του σχήματος 4.1



Εικόνα 4.1 Γενικό μοντέλο μιας διαδικασίας ή συστήματος

## Σχεδιασμός Πειραμάτων

Μια διαδικασία μπορούμε να τη φανταστούμε συνήθως ως ένα συνδυασμό από εργαλεία, μεθόδους και άλλα μέσα τα οποία μετατρέπουν τα δεδομένα εισόδου σε εξόδου, που μπορεί να έχει μία ή και παραπάνω αποκρίσεις. Μερικές από τις μεταβλητές της διαδικασίας  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , είναι ελεγχόμενες, ενώ άλλες  $z_1, z_2, \dots, z_q$  είναι μη ελεγχόμενες (ωστόσο μπορεί να είναι ελεγχόμενες κατά τη διάρκεια του υπολογισμού-τεστ).

Οι ελεγχόμενες μεταβλητές είναι ουσιαστικά οι ελεύθερες μεταβλητές- παράμετροι του προβλήματος βελτιστοποίησης όπως αποφασίστηκαν με βάση την παραμετροποίηση Parsec 11 (Κεφάλαιο 3). Οι δε μη ελεγχόμενες είναι οι συνθήκες ροής του προβλήματος, οι οποίες θεωρήθηκαν σταθερές για τις ανάγκες των υπολογισμών (όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 7).

Ο σχεδιασμός του πειράματος περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

### **-Στόχος του πειράματος-Περιορισμοί**

Ο στόχος του πειράματος είναι η δειγματοληψία κάποιων αξιολογημένων λύσεων με σκοπό το σχηματισμό της βάσης δεδομένων από την οποία θα εκπαιδευτεί το TND RBF. Αυτή η βάση δεδομένων θα πρέπει να αποτελέσει μια ικανοποιητική αρχική εκπαίδευση του δικτύου, ώστε το σφάλμα πρόβλεψης του δικτύου να είναι το μικρότερο δυνατό. Ωστόσο, το μέγεθός της οφείλει να είναι μικρό, ώστε να μην χρειάζεται υπερβολικό υπολογιστικό κόστος και χρόνο για το σχηματισμό της. Τα δείγματα τα οποία περιλαμβάνει αποτελούνται από το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού της αεροτομής και την αντίστοιχη τιμή της αξιολόγησης με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας» (MSES).

### **-Επιλογή μεταβλητών σχεδιασμού επιπέδων και εύρους**

Η επιλογή των μεταβλητών σχεδιασμού- παραμέτρων του προβλήματος έγινε με βάση τη παραμετροποίηση Parsec 11 (Κεφάλαιο 3). Το εύρος των μεταβλητών επιλέχθηκε με βάση την ήδη υπάρχουσα εμπειρία σε τέτοιου είδους προβλήματα, ωστόσο οι μεταβλητές αδιαστατοποιήθηκαν στο εύρος [0,1]. Τα επίπεδα των μεταβλητών αποφασίστηκαν χρησιμοποιώντας τις μεθόδους πειραματικού σχεδιασμού, όπως θα αναλυθεί παρακάτω.

### **-Επιλογή μεταβλητής απόκρισης**

Η απόκριση του προβλήματος είναι η τιμή που προέκυψε από το λογισμικό «ακριβούς» αξιολόγησης. Στο πρόβλημα ενός στόχου η απόκριση είναι ο συντελεστής άνωσης (μία απόκριση), ενώ στο πρόβλημα δύο στόχων είναι ο συντελεστής άνωσης και ο συντελεστής οπισθέλκουσας (δύο αποκρίσεις). Για τα δύο αυτά προβλήματα χρησιμοποιήθηκε το ίδιο λογισμικό αξιολόγησης.

### **-Επιλογή λογισμικού αξιολόγησης**

Στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών έχει αναπτυχθεί λογισμικό «υψηλής πιστότητας»: λογισμικό MSES, το οποίο βασίζεται σε ολοκληρωματικές μεθόδους υπολογισμού οριακών στρωμάτων ([16],[24],[25]) και χρησιμοποιεί έναν επιλύτη Euler για τον υπολογισμό της ροής. Το λογισμικό αυτό έχει σχεδιασθεί και για την επίλυση της ροής σε πτερυγώσεις στροβιλομηχανών, ωστόσο στην παρούσα

διπλωματική εργασία έγινε χρήση του για την επίλυση της ροής γύρω από μεμονωμένη αεροτομή πτέρυγας αεροσκάφους. Ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται (ενός ή δύο στόχων) υπάρχει η δυνατότητα από το ίδιο λογισμικό να προκύπτουν μία ή δύο αποκρίσεις. Έχει αναφερθεί, ότι το MSES θα αποτελέσει το λογισμικό αξιολόγησης «υψηλής ακρίβειας» και με τη χρήση του στα δείγματα που θα επιλεγούν με βάση τις τεχνικές δειγματοληψίας θα σχηματιστεί η βάση δεδομένων του νευρωνικού δικτύου. Θα πρέπει, εδώ, να ειπωθεί, ότι θα μπορούσε να γίνει χρήση λογισμικού βασισμένο στην επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes. Κάτι τέτοιο ωστόσο δεν κρίθηκε απαραίτητο στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας.

### **-Επιλογή πειραματικού σχεδιασμού**

Ο πειραματικός σχεδιασμός αφορά την (Off-line) εκπαίδευση του ΤΝΔ RBF: Με βάση τις μεθόδους που θα αναλυθούν παρακάτω, έγινε επιλογή των τιμών των ελευθέρων μεταβλητών που θα αξιολογηθούν με το λογισμικό MSES και θα αποτελέσουν τη βάση δεδομένων εκπαίδευσης του δικτύου. Το ΤΝΔ εκπαιδεύεται πριν την έναρξη της βελτιστοποίησης με τεχνικές δειγματοληψίας βασισμένες σε πίνακες προτεινόμενους από τον Taguchi.

### **-Πραγματοποίηση του πειράματος**

Μετά την επιλογή του Πειραματικού σχεδιασμού, γίνεται κλίση του λογισμικού «υψηλής ακρίβειας» MSES για κάθε επιλεγμένη λύση, οπότε και σχηματίζεται η βάση δεδομένων του ΤΝΔ RBF. Στη συνέχεια αρχίζει η διαδικασία της βελτιστοποίησης με τη χρήση του λογισμικού EAM\_Off. Κατ' αυτό τον τρόπο γίνεται ουσιαστικά μια «αξιολόγηση» της βάσης δεδομένων του δικτύου με βάση τα αποτελέσματα που ανακύπτουν από την εξέλιξη της διαδικασίας. Πρέπει να τονιστεί ότι μετά την αρχική εκπαίδευση, το ΤΝΔ συνεχίζει να εκπαιδεύεται προσθέτοντας στη βάση δεδομένων του παραπάνω δείγματα. Αυτά προκύπτουν από επαναξιολογήσεις με το λογισμικό MSES εκείνων των βέλτιστων λύσεων που αξιολογήθηκαν αρχικά από το λογισμικό «χαμηλής πιστότητας» (ΤΝΔ RBF).

### **-Στατιστική ανάλυση των δεδομένων**

Μετά το πέρας της διαδικασίας της βελτιστοποίησης κατασκευάζονται διαγράμματα και πίνακες τα οποία δείχνουν τόσο την εξέλιξη της βελτιστοποίησης του εκάστοτε στόχου του προβλήματος, όσο και το σφάλμα της πρόβλεψης του μεταπροτύπου σε σχέση με το «υψηλής πιστότητας» λογισμικό.

### **-Συμπεράσματα**

Με την παρουσίαση των αποτελεσμάτων μπορούν να διατυπωθούν συμπεράσματα για την εξέλιξη της διαδικασίας αλλά και την εφαρμογή της στα συγκεκριμένα προβλήματα αεροδυναμικής.

### 4.1 Στρατηγικές πειραματισμού

Όπως ήδη αναφέρθηκε, οι μέθοδοι πειραματικού σχεδιασμού θα εφαρμοστούν στην κατασκευή της αρχικής βάσης δεδομένων εκπαίδευσης του ΤΝΔ. Βέβαια, μια βάση δεδομένων που αποτελείται από πολλά δεδομένα εισόδου, συνεπάγεται πολλές αξιολογήσεις με το «υψηλής πιστότητας» λογισμικό. Αυτό είναι απαγορευτικό αναλογίζοντας το υπολογιστικό κόστος και χρόνο που χρειάζεται για μια τέτοια εκπαίδευση. Ακόμα, η εκπαίδευση του ΤΝΔ σε χώρο λύσεων που δεν αναζητείται η βέλτιστη λύση στερείται νοήματος. Γι' αυτό το λόγο αναζητήθηκαν «στρατηγικές» με τις οποίες θα ελαχιστοποιηθεί το μέγεθος της βάσης δεδομένων. Ο σχεδιασμός και η εκτέλεση ενός πειράματος, το οποίο θα οδηγήσει στη δειγματοληψία, με αυτό το στόχο λέγεται **Στρατηγική Πειραματισμού (strategy of experimentation)**.

#### 4.1.1 Στρατηγική Καλύτερης Πρόβλεψης

Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές πειραματισμού όπως αυτή της καλύτερης πρόβλεψης, κατά την οποία ο ερευνητής μετά από κάθε αξιολόγηση αλλάζει έναν ή δύο παράγοντες (παραμέτρους, ελεύθερες μεταβλητές) κρατώντας τους υπόλοιπους στα ίδια επίπεδα, βασισμένος στο αποτέλεσμα της προηγούμενης αξιολόγησης. Ουσιαστικά, πρόκειται για μια «χειροκίνητη βελτιστοποίηση» κατά την οποία ο μηχανικός αλλάζει κατά βούληση τις παραμέτρους του προβλήματος, βασισμένος στη δική του εμπνευση και κρίση, χωρίς χρήση κάποιου λογισμικού βελτιστοποίησης (όπως ΕΑ). Αυτή η στρατηγική εφαρμόζεται συχνά στη πράξη και φέρνει πολλές φορές αποτέλεσμα, το οποίο όμως οφείλεται κυρίως στην τεχνική και θεωρητική γνώση που έχουν οι ερευνητές-μηχανικοί πάνω στο αντικείμενό τους. Ωστόσο, είναι εμφανή τουλάχιστον δύο μειονεκτήματα της συγκεκριμένης στρατηγικής. Πρώτον, αν υποθέσουμε ότι μια καλύτερη πρόβλεψη (επιλογή των ελευθέρων μεταβλητών) δεν αποφέρει αποδεκτό αποτέλεσμα. Σε αυτή τη περίπτωση, ο ερευνητής πρέπει να κάνει μια νέα πρόβλεψη όσον αφορά το συνδυασμό των επιπέδων της κάθε μεταβλητής. Αυτή η διαδικασία θα μπορούσε να συνεχιστεί για ένα αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα χωρίς εγγύηση της επιτυχίας και με κόστος το χάσιμο πολύτιμου χρόνου. Δεύτερον, αν υποθέσουμε ότι μια καλύτερη πρόβλεψη αποφέρει ένα αποδεκτό αποτέλεσμα. Τώρα ο ερευνητής μπαίνει σε πειρασμό να σταματήσει τη βελτιστοποίηση, παρόλο που δεν υπάρχει η εγγύηση της εύρεσης της **βέλτιστης λύσης**.

#### 4.1.2 Στρατηγική Αλλαγής Ενός Παράγοντα Κάθε Φορά

Μια άλλη στρατηγική πειραματισμού που χρησιμοποιείται ευρέως είναι αυτή της αλλαγής ενός παράγοντα κάθε φορά. Αυτή η μέθοδος αποτελείται από την επιλογή ενός αρχικού επιπέδου αναφοράς για κάθε παράγοντα-μεταβλητή και ύστερα, τη μεταβολή κάθε παράγοντα μέσα στο εύρος του κρατώντας τους υπόλοιπους παράγοντες σταθερούς στο επίπεδο αναφοράς. Η μέθοδος αυτή οφείλει τη δημοτικότητά της κυρίως στην απλότητά της. Ο πίνακας 4.1 δείχνει την εφαρμογή αυτής της μεθόδου στη δειγματοληψία 7 μεταβλητών σχεδιασμού, κάθε μία διακριτοποιημένη σε 2 επίπεδα. Ως επίπεδο 1 νοείται το κάτω όριο της μεταβλητής σχεδιασμού και ως επίπεδο 2 το άνω όριο. Ο μηχανικός-ερευνητής πραγματοποιεί τη

## Σχεδιασμός Πειραμάτων

δειγματοληψία αλλάζοντας το επίπεδο μόνο ενός παράγοντα (από τους A,B,...,G) σε κάθε αξιολόγηση. Ωστόσο η εμφανής απλότητα αυτής της μεθόδου όπως διαπιστώνεται οδηγεί σε αναξιόπιστα αποτελέσματα.

Αξιολογήσεις	A	B	C	D	E	F	G
Εκδοχή 1							
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	1	1	1	1	1	1
3	1	2	1	1	1	1	1
4	1	1	2	1	1	1	1
5	1	1	1	2	1	1	1
6	1	1	1	1	2	1	1
7	1	1	1	1	1	2	1
8	1	1	1	1	1	1	2
Εκδοχή 2							
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	1	1	1	1	1	1
3	2	2	1	1	1	1	1
4	2	2	2	1	1	1	1
5	2	2	2	2	1	1	1
6	2	2	2	2	2	1	1
7	2	2	2	2	2	2	1
8	2	2	2	2	2	2	2

**Πίνακας 4.1 Εκδοχές τις μεθόδου του «ενός παράγοντα κάθε φορά»**

Για παράδειγμα, η διαφορά των αποτελεσμάτων ανάμεσα στις δύο πρώτες αξιολογήσεις του Πίνακα 4.1 μας παρέχει μια εκτίμηση της επίδρασης (επιρροής) του A (της συμβολής του A στη βελτιστοποίηση-απόκριση), χρησιμοποιώντας μόνο δεδομένα που πήραμε, αφού διατηρήσαμε όλους τους άλλους παράγοντες B,...,G σταθερούς (στην περίπτωση αυτή στο επίπεδο 1). Άσχετα από την ακρίβεια της εκτίμησης της επίδρασης, αυτή θα είναι σωστή μόνο στην περίπτωση που όλοι οι άλλοι παράγοντες θα βρίσκονται στα σταθερά επίπεδά τους (επίπεδο 1). Δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι το A θα έχει την ίδια επίδραση όταν οι συνθήκες των άλλων παραγόντων αλλάζουν. Έτσι, το μεγαλύτερο μειονέκτημα της στρατηγικής *αλλαγής ενός παράγοντα κάθε φορά* είναι ότι αποτυγχάνει να συνυπολογίσει την πιθανή αλληλεπίδραση των παραγόντων μεταξύ τους.

**Αλληλεπίδραση (interaction)** είναι η αποτυχία ενός παράγοντα να επηρεάσει με τον ίδιο τρόπο την απόκριση στα διαφορετικά επίπεδα ενός ή περισσότερων παραγόντων. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ παραγόντων είναι πολύ συχνές και όταν συμβαίνουν, η στρατηγική *αλλαγής ενός παράγοντα κάθε φορά* θα δώσει συχνά αναξιόπιστα αποτελέσματα.

Αντιστοιχίζοντας κατά σειρά τους παράγοντες A,B,...,G στις ελεύθερες μεταβλητές της παραμετροποίησης Parsec 11 (Κεφάλαιο 3), εξαιρώντας το  $y_{PS}$  και το  $S_{PS}$  τα οποία κρατήθηκαν σταθερά στο επίπεδο 2 ( $y_{PS}=-0.04$  ,  $S_{PS}=0.9$  ) , θα δειχθεί ένα παράδειγμα αλληλεπίδρασης των παραγόντων A και B. Κάθε αξιολόγηση έγινε με

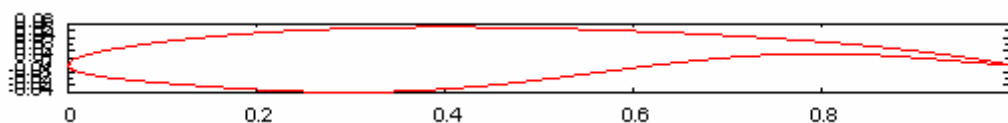
## Σχεδιασμός Πειραμάτων

κλίση του λογισμικού MSES με αποκρίσεις το συντελεστή άνωσης ( $C_L$ ) και το συντελεστή οπισθέλκουσας ( $C_D$ ).

Ο παράγοντας A αντιστοιχεί στην ακτίνα καμπυλότητας στο σημείο πρόσπτωσης (LE)  $R_{LE}$  και ο παράγοντας B στο σημείο της πλευράς υπερπίεσης της αεροτομής με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή  $x_{PS}$ .

Για την αξιολόγηση «1», όπου τα όρια όλων των μεταβλητών διατηρήθηκαν στο χαμηλό επίπεδο (επίπεδο 1), δηλαδή:  $R_{LE}=0,0075$  και  $x_{PS}=0,3$ , μετά την αξιολόγηση με το «υψηλής πιστότητας» λογισμικό (MSES) τα αποτελέσματα των αεροδυναμικών συντελεστών είναι:

$$C_L = 0,76640 \text{ και } C_D = 0,012156$$



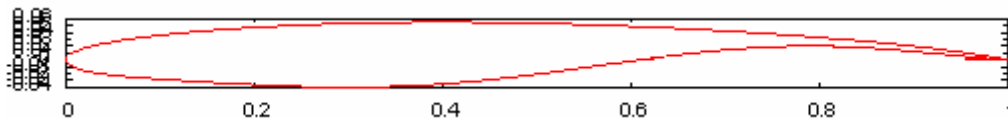
Εικόνα 4.2

Αεροτομή με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας» με τα επίπεδα όλων των παραγόντων στο 1

Αν ο παράγοντας  $A = R_{LE}$  αλλάξει σε επίπεδο 2 ( $R_{LE}=0,0075$ ) και ο B διατηρηθεί στο επίπεδο 1 (εκδοχή «1», αξιολόγηση «2»), τότε προκύπτει ότι:

$$C_L = 0,78829 \text{ και } C_D = 0,012396$$

Όπως φαίνεται, από τη μεταβολή του παράγοντα A επηρεάστηκε το  $C_L$  κατά 3% και το  $C_D$  κατά 2% (σε σχέση με την πρώτη αξιολόγηση).



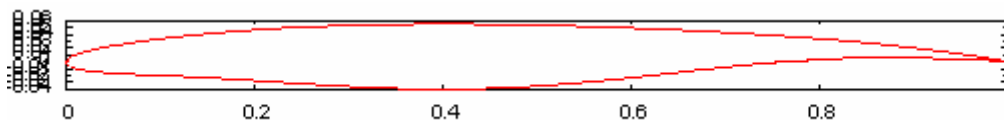
Εικόνα 4.3

Αξιολόγηση με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας» με τον παράγοντα A στο επίπεδο 2 και τον B στο επίπεδο 1

Αν ο παράγοντας  $B = x_{PS}$  αλλάξει σε επίπεδο 2 ( $x_{PS}=0,4$ ) και ο A διατηρηθεί στο επίπεδο 1 (εκδοχή «1», αξιολόγηση «3»), τότε προκύπτει ότι:

$$C_L = 0,675791 \text{ και } C_D = 0,01185$$

Το  $C_L$  επηρεάστηκε κατά 12% και το  $C_D$  κατά 2,5% από τη μεταβολή του παράγοντα B (σε σχέση με την πρώτη αξιολόγηση).



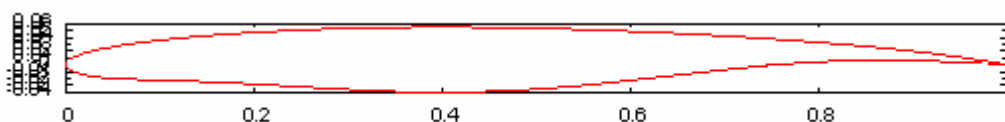
Εικόνα 4.4

Αξιολόγηση με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας» με τον παράγοντα B στο επίπεδο 2 και τον A στο επίπεδο 1

Αν αλλάξουν ταυτόχρονα οι δύο παράγοντες στο επίπεδο 2 (εκδοχή «2», αξιολόγηση «2»), προκύπτει, ότι:

$$C_L = 0,679707 \text{ και } C_D = 0,011977$$

Το  $C_L$  επηρεάστηκε κατά 11% και το  $C_D$  κατά 1,5% (σε σχέση με την πρώτη αξιολόγηση), πράγμα αναμενόμενο, αφού ο παράγοντας B (δηλαδή η τεταμένη του σημείου τις πλευράς υπερπίεσης με την μεγαλύτερη απόσταση από τη χορδή) επηρεάζει πολύ περισσότερο από τον παράγοντα A (καμυλότητα στο σημείο πρόσπτωσης) την μεταβλητότητα των  $C_L$  και  $C_D$ .



Εικόνα 4.5

Αξιολόγηση με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας» με τους παράγοντες A και B στο επίπεδο 2

Ωστόσο, αυτό που πρέπει να παρατηρηθεί είναι ότι, ενώ ο παράγοντας A επηρεάζει την πρώτη αξιολόγηση (όπου όλοι οι παράγοντες είναι σταθεροί στο επίπεδο 1) κατά 3% το  $C_L$  και κατά 2% το  $C_D$ , αν μεταβληθεί και ο παράγοντας B στο επίπεδο 2, τότε ο παράγοντας A επηρεάζει κατά 6% το  $C_L$  και κατά 1% το  $C_D$ . Όπως διαπιστώνεται, η αλλαγή ενός παράγοντα μόνο, διπλασίασε την επιρροή του παράγοντα A στο  $C_L$  και υποδιπλασίασε την επιρροή του στο  $C_D$ .

Επιπρόσθετα, εκπαιδύοντας το μεταπρότυπο με μια τέτοιας μορφής βάση δεδομένων, δοκιμάστηκε βελτιστοποίηση (με το λογισμικό EAM\_Off) στο πρόβλημα ενός στόχου (μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης). Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της διαδικασίας, διαπιστώθηκε ένα πολύ μεγάλο σφάλμα στην πρόβλεψη-αξιολόγηση της βέλτιστης λύσης με το μεταπρότυπο συγκριτικά με την («ακριβή») αξιολόγηση με το λογισμικό MSES. Η αξιολόγηση με το μεταπρότυπο έδωσε τιμή συνάρτησης στόχου:

$$C_L = 1.047$$

σε αντίθεση με την αξιολόγηση με το λογισμικό MSES, που απόδωσε αντίστοιχη τιμή βέλτιστης λύσης:

$$C_L = 0.592$$

Το σφάλμα είναι: **76,9%**

Τονίζεται, ωστόσο, ότι στο χώρο λύσεων των μεταβλητών σχεδιασμού  $R^7$  η δειγματοληψία ήταν φτωχή, αν γίνει αντιληπτό ότι το νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύτηκε με μόλις 8 δείγματα. Μια τέτοια, λοιπόν, «αποτυχία» είναι αναμενόμενη.

«Πρέπει κανείς να πειραματίζεται με την κατανόηση του γεγονότος ότι η πραγματικότητα σπάνια επιτρέπει το χειρισμό ενός μόνο παράγοντα. Ένα αποτέλεσμα είναι αξιόπιστο μόνο αν είναι αποτέλεσμα υψηλής αναπαραγωγιμότητας, δηλαδή μόνο όταν η επιρροή ενός παράγοντα στις τιμές του πειράματος παραμένει σταθερή ακόμα και αν αλλάξουν οι συνθήκες των άλλων παραγόντων»[2].

### 4.2 Παραγοντικός Σχεδιασμός

Η σωστή προσέγγιση για να αντιμετωπίσουμε πολλούς παράγοντες είναι να κατασκευάσουμε ένα *παραγοντικό πείραμα (factorial experiment)* [1]. Αυτό είναι μια στρατηγική πειραματισμού κατά την οποία οι παράγοντες μεταβάλλονται ταυτόχρονα, αντί ο καθένας μόνος του. Αυτού του είδους οι πειραματικοί σχεδιασμοί εκμεταλλεύονται πιο αποτελεσματικά τα δεδομένα.

#### 4.2.1 Πλήρες Παραγοντικό Πείραμα

Στην περίπτωση του *πλήρους παραγοντικού πειράματος*, για το σχεδιασμό του απαιτείται η καταγραφή κάθε πιθανού συνδυασμού των επιπέδων κάθε μεταβλητής και να πραγματοποιηθούν οι αντίστοιχες αξιολογήσεις. Προϋπόθεση είναι, ο αριθμός των ελευθέρων μεταβλητών και των επιπέδων τους να είναι μικρός, ώστε να μην τίθεται ζήτημα χρόνου και υπολογιστικού κόστους στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Ωστόσο, στην πλειοψηφία των προβλημάτων βελτιστοποίησης (όπως και αυτά που μελετώνται) είναι απαραίτητη η χρήση κλασματικών σχεδιασμών. Είναι γεγονός, ότι η παραμετροποίηση αεροτομών περιλαμβάνει αρκετές μεταβλητές, ανάλογα με τον τύπο παραμετροποίησης που αποφασίζεται. Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε παραμετροποίηση με τη μέθοδο Parsec 11, όπου και προκύπτουν 9 μεταβλητές σχεδιασμού ως παράμετροι (δύο κρατήθηκαν σταθερές). Αν γινόταν εφαρμογή κάποιας άλλης παραμετροποίησης, όπως Bezier ή B-Splines, είναι πιθανό να προέκυπταν περισσότερες παράμετροι. Όπως γίνεται αντιληπτό, ο σχεδιασμός ενός παραγοντικού πειράματος θα απαιτούσε μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων.

Τονίζεται ότι ο όρος «παράγοντας» είναι ισοδύναμος με τον όρο «μεταβλητή σχεδιασμού» ή «παράμετρος». Γενικά, αν υπάρχουν  $k$  παράγοντες, ο καθένας σε  $m$  επίπεδα, ο παραγοντικός σχεδιασμός απαιτεί  $m^k$  αξιολογήσεις.

Σαφώς, όσο αυξάνεται ο αριθμός των παραγόντων ή των επιπέδων, ο αριθμός των απαιτούμενων αξιολογήσεων αυξάνει ραγδαία. Για παράδειγμα, για ένα πείραμα στο οποίο έχουμε 7 παράγοντες ο καθένας χωρισμένος σε 2 επίπεδα, για την πραγματοποίηση ενός *πλήρους παραγοντικού πειράματος* απαιτούνται  $2^7=128$  αξιολογήσεις. Αυτό είναι μη πρακτικό τόσο από πλευρά μέσων όσο και από πλευρά χρόνου.



4.2.2 Κλασματικό Παραγοντικό Πείραμα

Αν υπάρχουν αρκετοί παράγοντες δεν είναι απαραίτητο να γίνει σχεδιασμός ενός πλήρους παραγοντικού πειράματος, δηλαδή να γίνουν όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί των επιπέδων των παραγόντων και οι αξιολογήσεις τους. Ένα κλασματικό παραγοντικό πείραμα (fractional factorial experiment)[1] είναι μια παραλλαγή του βασικού παραγοντικού πειράματος το οποίο απαιτεί τις αξιολογήσεις ενός μόνο μέρους του συνόλου των αξιολογήσεων ενός πλήρους παραγοντικού. Ένα παράδειγμα με κλασματικό παραγοντικό, αντίστοιχο του Πίνακα 4.1, φαίνεται στον Πίνακα 4.2.

Αξιολογήσεις	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

**Πίνακας 4.2**  
Μια ικανοποιητικότερη εναλλακτική λύση από το σχεδιασμό του "ενός παράγοντα κάθε φορά"

Ο Πίνακας 4.2 αποτελείται από 8 αξιολογήσεις των 7 ήδη επιλεχθέντων μεταβλητών σχεδιασμού, με κάθε μεταβλητή διακριτοποιημένη σε δύο επίπεδα Σύμφωνα με το σχεδιασμό του Πίνακα 4.2 ορισμένοι παράγοντες άλλαξαν ταυτόχρονα πολλές φορές σε μια αξιολόγηση, κατά τρόπο συστηματικό, παρέχοντας έτσι τον καλύτερο δυνατό τρόπο για τον προσδιορισμό των μέσων επιδράσεων που προκύπτουν καθώς αλλάζουν οι παράμετροι. Χαρακτηριστικό του σχεδιασμού αυτού είναι, ότι κάθε επίπεδο ενός παράγοντα εμφανίζεται με κάθε επίπεδο όλων των άλλων παραγόντων ίσες φορές. Με αυτόν το τρόπο επιτυγχάνεται η απολαβή πιο αξιόπιστων και στατιστικά έγκυρων αποτελεσμάτων με το ελάχιστο υπολογιστικό κόστος.

Γενικά, αν ένα πλήρες παραγοντικό πείραμα απαιτεί  $m^k$  αξιολογήσεις, ένα κλασματικό παραγοντικό πείραμα είναι ένα κλάσμα του πλήρους παραγοντικού και θα απαιτεί  $m^{k-p}$  αξιολογήσεις, όπου  $\frac{1}{m^p}$  είναι το κλάσμα του πλήρους παραγοντικού ( $k > p$ ). Στη βιβλιογραφία ([1], [2], [3], [4]) αναφέρεται ότι το  $p$  είναι το πλήθος των αλληλεπιδράσεων των παραγόντων.

Για λόγους σύγκρισης των δύο μεθόδων «Πειραματικού Σχεδιασμού» στο σχηματισμό της βάσης δεδομένων του ΤΝΔ, πραγματοποιήθηκε βελτιστοποίηση με το λογισμικό EAM\_Off στο πρόβλημα ενός στόχου (μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης). Η εκπαίδευση του μεταπρότυπου με μια τέτοιας μορφής βάση δεδομένων και η χρήση του ως λογισμικό αξιολόγησης στη βελτιστοποίηση απέφερε πολύ ικανοποιητικότερα αποτελέσματα. Με το πέρας της διαδικασίας, η βέλτιστη λύση αξιολογημένη με το μεταπρότυπο (ΤΝΔ) προέκυψε:

**$C_L=0.809$**

## Σχεδιασμός Πειραμάτων

Ενώ με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας» (MSES):

$C_L=0.858$

Το σφάλμα είναι μόλις: 5,7%.

Όπως φαίνεται η εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου με δείγματα τα οποία προέρχονται με εφαρμογή της μεθόδου των κλασματικών παραγοντικών αποφέρουν πολύ πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα. Έτσι, παρόλο που η δειγματοληψία παραμένει φτωχή (εκπαίδευση του ΤΝΔ με μόλις 8 δείγματα), είναι εμφανής η σημασία της επιλογής των δειγμάτων προς εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου.

Γενικά τα κλασματικά παραγοντικά έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Ισορροπία: τα επίπεδα κάθε παράγοντα εμφανίζονται με την ίδια συχνότητα
- Υπολογισιμότητα: κάθε παραγοντική επίδραση μπορεί να υπολογίζεται
- Ορθογωνιότητα: ικανότητα να εξάγονται και να διαχωρίζονται οι επιδράσεις διαφορετικών παραγόντων. Η ιδιότητα αυτή μπορεί να ικανοποιηθεί αν, για παράδειγμα, για κάθε ζεύγος παραγόντων κάθε συνδυασμός επιπέδων παραγόντων υπάρχει και εμφανίζεται με την ίδια συχνότητα.

Ένας ορθογώνιος σχεδιασμός συμβολίζεται ως: ,

$$OA_n(m^k)$$

,όπου με **OA** δηλώνεται η *ορθογώνια διάταξη (orthogonal array)*, k είναι οι παράγοντες-παράμετροι του προβλήματος, m ο αριθμός των επιπέδων των παραγόντων και n ο αριθμός των αξιολογήσεων που απαιτούνται.

Για παράδειγμα, ο πίνακας 4.2 αντιπροσωπεύει ένα (κλασματικό)  $2^{7-4}$  ή, αλλιώς, ένα  $\frac{1}{16}$  κλάσμα του πλήρους ( $2^7$ ) παραγοντικού.

Υπάρχουν διάφοροι κλασματικοί σχεδιασμοί που εφαρμόζονται ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται σε κάθε περίπτωση. Πολλοί προκατασκευασμένοι σχεδιασμοί, επαρκείς για την πλειοψηφία των προβλημάτων, είναι άμεσα διαθέσιμοι στη βιβλιογραφία καθώς και στο διαδίκτυο, ενώ, στην περίπτωση που κάποιος σχεδιασμός δεν είναι διαθέσιμος διατίθενται τεχνικές οικοδόμησής τους ([1], [2], [3], [4]). Μερικές από τις πιο γνωστές αυτές τεχνικές είναι των Λατινικών και Ελληνολατινικών Τετραγώνων, των Plackett και Burman καθώς και εκείνες που έχουν προταθεί από τον Taguchi ([1],[2],[3],[17]).

Στη διπλωματική αυτή εργασία χρησιμοποιήθηκαν πίνακες βασισμένοι στις τεχνικές του Taguchi, οι οποίες θα περιγραφούν στην παρακάτω ενότητα. Χαρακτηριστικό των τεχνικών αυτών είναι η κατασκευή πινάκων (πάνω στους οποίους και βασίστηκε η δειγματοληψία), οι οποίοι περιέχουν πολυεπίπεδους παράγοντες, δηλαδή παράγοντες διακριτοποιημένους σε πολλά επίπεδα. Αυτό είναι θεμιτό, αν ληφθεί υπόψη ότι η περισσότερο λεπτομερής διακριτοποίηση των μεταβλητών σχεδιασμού,

οδηγεί στην πληρέστερη πληροφόρηση του μεταπροτύπου στο χώρο των λύσεων και συνεπώς στην καλύτερη εκπαίδευση του μεταπροτύπου.

Ο πίνακας Taguchi που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο  $OA_{64}(8^9)$  και δίνεται στο Παράρτημα.

### 4.3 Οι Τεχνικές Σχεδιασμού που προτείνει ο Taguchi

Οι ορθογωνικές διατάξεις (ΟΑ) δύο επιπέδων και τριών που προτείνει ο Taguchi ([3]) είναι παρόμοιες με τους σχεδιασμούς δύο και τριών επιπέδων των Plackett και Burman [17]. Προσαρμόζοντας κατάλληλα αυτούς τους τυπικούς σχεδιασμούς, μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη μελέτη πολυεπίπεδων παραγόντων. Με βάση τις τεχνικές και ορισμένες διατάξεις που συνιστά ο Taguchi, είναι εφικτό να διαμορφωθεί οποιοδήποτε τύπου κλασματικό παραγοντικό πείραμα.

#### 4.3.1 Δημιουργία πολυεπίπεδης στήλης

Μπορεί κανείς να μελετήσει τους πολυεπίπεδους παράγοντες δημιουργώντας πρώτα τις κατάλληλες πολυεπίπεδες στήλες στις διατάξεις των δύο ή τριών επιπέδων. Αυτό γενικά επιτυγχάνεται «θυσιάζοντας» δύο στήλες, που αντικαθίστανται από μια νέα, τα επίπεδα της οποίας αντιστοιχούν ευθέως σε κάθε συνδυασμό επιπέδων των αρχικών δύο στηλών. Για παράδειγμα σε μια διάταξη δύο επιπέδων ισχύει η ακόλουθη αντιστοιχία:

Συνδυασμός		Επίπεδα της νέας στήλης
1,1	→	1
1,2	→	2
2,1	→	3
2,2	→	4

ενώ σε διάταξη τριών επιπέδων:

Συνδυασμός		Νέα επίπεδα
1,1	→	1
1,2	→	2
1,3	→	3
2,1	→	4
2,2	→	5
2,3	→	6
3,1	→	7
3,2	→	8
3,3	→	9

## Σχεδιασμός Πειραμάτων

το μόνο που απαιτείται για τη δημιουργία των πολυεπίπεδων στηλών με αυτόν τον τρόπο είναι να υπάρχει η στήλη αλληλεπίδρασης των δύο «θυσιασμένων» στηλών· αυτή επίσης απαλείφεται. Συνεπώς, η δημιουργία πολυεπίπεδων στηλών μπορεί να γίνει μόνο σε διατάξεις, οι οποίες επιτρέπουν αρχικά τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων, όπως είναι οι  $OA_8$ ,  $OA_{16}$ , κλπ ([2]).

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο οποιεσδήποτε στήλες και η αλληλεπίδρασή τους. Γενικά για τη δημιουργία μιας στήλης  $k$  επιπέδων, πρέπει να «θυσιάσουμε» αρκετές στήλες για να απελευθερώσουμε  $k-1$  βαθμούς ελευθερίας.

### 4.3.2 Τεχνική εικονικών επιπέδων

Ένας παράγοντας  $k$  επιπέδων μπορεί να τοποθετηθεί σε μια στήλη που να επιτρέπει περισσότερα από  $k$  επίπεδα, ας πούμε  $m$  επίπεδα, όπου  $m > k$ .

Αυτό επιτυγχάνεται επαναλαμβάνοντας απλώς ένα ή περισσότερα από τα επίπεδα του παράγοντα, όσες φορές χρειαστεί, στη θέση των επιπλέον επιπέδων στη στήλη. Αυτή ονομάζεται *τεχνική εικονικού επιπέδου ή ψευδοεπίπεδου*.

Από στατιστική άποψη, ο νέος σχεδιασμός διατηρεί ακόμα την πλέον επιθυμητή ιδιότητα των ορθογώνιων διατάξεων, δηλαδή, η επίδραση του παράγοντα που είναι τοποθετημένος σε μια στήλη που δημιουργήθηκε με αυτόν τον τρόπο, θα παραμείνει ασυσχέτιστη με όλες τις άλλες επιδράσεις των άλλων παραγόντων (ώστε να μην υπάρχει σύγχυση στους υπολογισμούς). Αυτό συμβαίνει λόγω του κριτηρίου *ανάλογων συχνοτήτων*. Σύμφωνα με αυτό το κριτήριο, αναγκαία και ικανή συνθήκη για να είναι ασυσχέτιστοι οι εκτιμητές δύο κυρίων επιδράσεων (των παραγόντων, ας πούμε  $A$  και  $B$ ) είναι να εμφανίζονται τα επίπεδα του ενός παράγοντα με καθένα από τα επίπεδα των άλλων παραγόντων με ανάλογες συχνότητες, δηλαδή να ισχύει:

$$n_{ij} = \frac{n_i \times n_j}{n} \quad i = 1, \dots, r \quad j = 1, \dots, s$$

Όπου  $n$  είναι ο συνολικός αριθμός των πειραματικών δοκιμών,  $n_i$  είναι ο αριθμός των περιπτώσεων που εμφανίζεται στο  $i$ -οστό επίπεδο του  $r$  επιπέδου παράγοντα  $A$ ,  $n_j$  είναι ο αριθμός των περιπτώσεων που εμφανίζεται το  $j$ -οστό επίπεδο του  $s$  επιπέδου παράγοντα  $B$ , και  $n_{ij}$  είναι ο αριθμός των περιπτώσεων που εμφανίζεται στο  $i$ -οστό επίπεδο του παράγοντα  $A$  ταυτόχρονα με το  $j$ -οστό επίπεδο του παράγοντα  $B$ .

Η διαμόρφωση πολυεπίπεδων στηλών μπορεί να συνδυαστεί με την τεχνική του εικονικού επιπέδου για να προσαρμοστεί στις διάφορες απαιτήσεις των πειραμάτων.

### 4.3.3 Επιλέγοντας τα επίπεδα παραγόντων

Για την επίτευξη ενός σωστά σχεδιασμένου πειράματος και κατά συνέπεια για την απολαβή αξιόπιστων αποτελεσμάτων, η κατάλληλη επιλογή των επιπέδων του κάθε παράγοντα είναι μείζονος σημασίας. Στη βελτιστοποίηση, με τη σωστή επιλογή των

επιπέδων αυξάνεται τόσο η ακρίβεια όσο και η αξιοπιστία της διαδικασίας. Για το σκοπό αυτό απαραίτητη είναι η εξέταση του εύρους του κάθε παράγοντα-μεταβλητής καθώς και αν αυτό διαφέρει ανάλογα με τα επίπεδα κάποιου άλλου παράγοντα. Ο παράγοντας γνώση-εμπειρία στα παραπάνω παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο. Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφηκε η παραμετροποίηση Parsec 11, με την οποία αποφασίστηκαν οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν για την παραμετροποίηση του προβλήματος καθώς και το εύρος της κάθε μιας. Η διαφορετικότητα του εύρους της μιας μεταβλητής από την άλλη οδήγησε στην αναγκαία αδιαστατοποίηση των μεταβλητών στο εύρος [0,1] με στόχο την ομοιομορφία τους.

Ο Taguchi προτείνει κατά το σχεδιασμό των πειραμάτων να δίνεται έμφαση στις κύριες επιδράσεις και ότι η προηγούμενη μηχανική εμπειρία, σε όσο το δυνατό μεγαλύτερη έκταση, να παίζει ρόλο στην επιλογή χαρακτηριστικών με τις ελάχιστες αλληλεπιδράσεις. Για παράδειγμα οι σχεδιασμοί  $OA_{12}$ ,  $OA_{18}$ ,  $OA_{36}$  στη βιβλιογραφία ([2],[3],[4]) είναι μεταξύ ειδικά σχεδιασμένων διατάξεων, στις οποίες οι αλληλεπιδράσεις κατανέμονται ομοιόμορφα σε όλο τον πίνακα, με απόρροια την εστίαση του ερευνητή στις κύριες επιδράσεις.

### 4.3.4 Πίνακας Taguchi

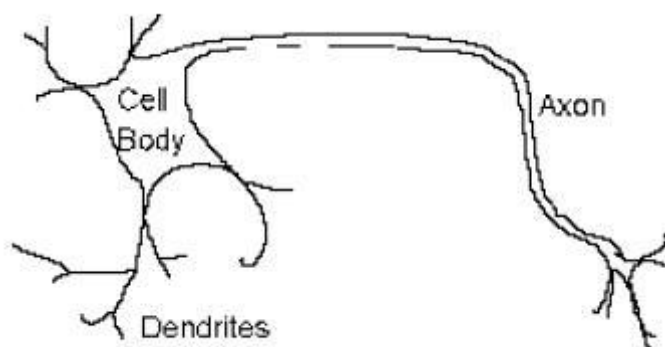
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο πίνακας Taguchi που χρησιμοποιήθηκε για τη δειγματοληψία ήταν ο  $OA_{64}(8^9)$  και δίνεται στο παράρτημα. Αυτή η μορφή της γραφής του υποδηλώνει ότι ο κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός έγινε για 9 μεταβλητές-παράγοντες διακριτοποιημένες σε 8 επίπεδα η κάθε μία και περιλαμβάνει 64 μόλις αξιολογήσεις. Αυτό σημαίνει ότι αντιπροσωπεύει το  $\frac{1}{8^7}$  κλάσμα από το πλήρες  $(8^9)$  παραγοντικό πείραμα.

Κάθε στήλη του αντιπροσωπεύει μία μεταβλητή σχεδιασμού και κάθε γραμμή του μία αξιολόγηση. Παρατηρείται, ότι σε κάθε στήλη του κάθε επίπεδο εμφανίζεται ίσες φορές με τα υπόλοιπα επίπεδα και, ταυτόχρονα, ο αριθμός εμφάνισης ενός επιπέδου σε μία στήλη είναι ο ίδιος και σε κάθε άλλη στήλη. Η ιδιότητα αυτή χαρακτηρίζεται ως «ισορροπία». Ακόμα, ένα άλλο χαρακτηριστικό του πίνακα είναι η «ορθογωνιότητα», κατά την οποία: αν συγκριθούν δύο οποιεσδήποτε στήλες του πίνακα, θα παρατηρηθεί ότι το πλήθος των συνδυασμών των επιπέδων εμφανίζεται ίσες φορές στις δύο στήλες και ταυτόχρονα το πλήθος εμφάνισης ενός συνδυασμού επιπέδων σε δύο στήλες εμφανίζεται ίσες φορές και σε οποιοδήποτε άλλο ζεύγος στηλών.

## 5 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Τα **τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ΤΝΔ)** χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία ως ένα χαμηλού υπολογιστικού κόστους λογισμικό αξιολόγησης. Υιοθετήθηκε η ορολογία του «χαμηλής πιστότητας» λογισμικού, από το γεγονός ότι για την αξιολόγηση των υποψηφίων λύσεων πραγματοποιούν προβλέψεις βασισμένες στην εκπαίδευσή τους και, αντίθετα με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας», δεν χρησιμοποιούν μεθόδους επίλυσης της ροής. Επομένως, η ακρίβεια στις προβλέψεις των ΤΝΔ εξαρτάται κυρίως από τα δείγματα με τα οποία εκπαιδεύτηκαν και συνεπώς από τη δειγματοληψία.

Τα νευρωνικά δίκτυα είναι συστήματα επεξεργασίας της πληροφορίας, τα οποία βασίζονται στη λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου([6],[7],[8],[9]).



Εικόνα 5.1 Δομή τυπικού βιολογικού νευρονίου

Είναι ουσιαστικά μαθηματικά μοντέλα της ανθρώπινης εκμάθησης και τα διέπουν οι αρχές των βιολογικών νευρωνικών δικτύων. Η αρχή λειτουργίας του ΤΝΔ είναι η εξής:

- Η επεξεργασία της πληροφορίας λαμβάνει χώρα στους *νευρώνες*, οι οποίοι είναι μη γραμμικοί επεξεργαστές ειδικού τύπου.
- Τα σήματα μεταβιβάζονται μεταξύ των νευρώνων με τη βοήθεια των *συνάψεων*, δηλαδή των κλάδων διασύνδεσης των νευρώνων.
- Σε κάθε σύναψη αναλογεί ένας συντελεστής, το *βάρος*, το οποίο είναι ουσιαστικά ένας πολλαπλασιαστής σήματος στα τυπικά νευρωνικά δίκτυα
- Τα σήματα εισόδου, πολλαπλασιασμένα με τα βάρη, αθροίζονται και στη συνέχεια εισάγονται ως δεδομένα στη *συνάρτηση ενεργοποίησης*, το αποτέλεσμα της οποίας λαμβάνεται ως σήμα εξόδου του ΤΝΔ.

Ένα νευρωνικό δίκτυο χαρακτηρίζεται από:

- (i). Τα στρώματα διασυνδέσεων μεταξύ των νευρώνων, την αποκαλούμενη αρχιτεκτονική του ΤΝΔ,

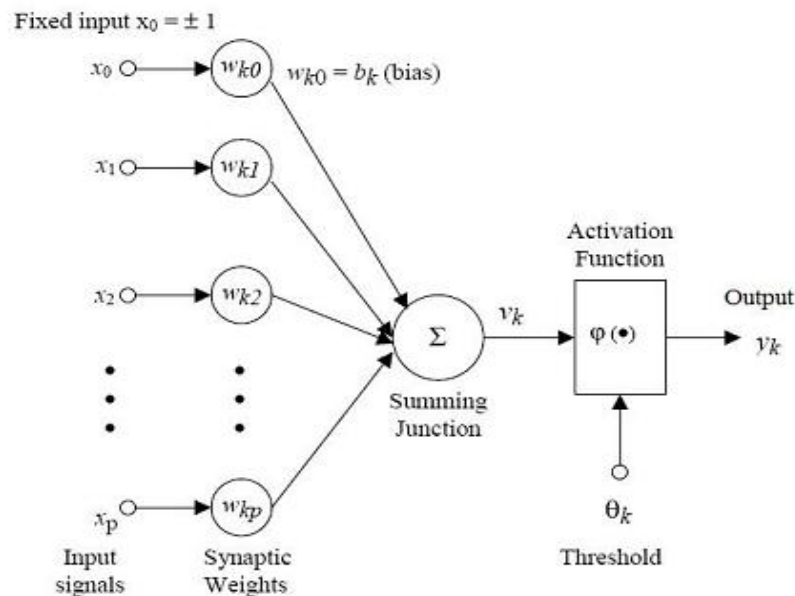
- (ii). Τη μέθοδο καθορισμού της τιμής των βαρών στις συνάψεις, που αποκαλείται αλγόριθμος εκπαίδευσης ή εκμάθησης, και
- (iii). Τη συνάρτηση ενεργοποίησης

Ένα νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό απλών επεξεργαστών, τους νευρώνες. Κάθε νευρώνας συνδέεται απευθείας με τους άλλους νευρώνες με διαύλους επικοινωνίας, τις συνάψεις, κάθε μία συνδεδεμένη με ένα βάρος. Τα βάρη αναλογούν σε πληροφορία, που χρησιμοποιείται από το δίκτυο για την επίλυση του εκάστοτε προβλήματος. Ένας νευρώνας έχει μια εσωτερική κατάσταση, την ενεργοποίηση, η οποία είναι μια συνάρτηση των δεδομένων εισόδου που έχει λάβει. Συνήθως, ένας νευρώνας στέλνει την ενεργοποίηση του σαν σήμα σε διάφορους άλλους νευρώνες. Ωστόσο, ένας νευρώνας μπορεί να στείλει μόνο ένα σήμα κάθε στιγμή, παρόλο που αυτό το σήμα μπορεί να αναμεταδίδεται σε διάφορους άλλους νευρώνες.

### 5.1 Μοντέλο Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου

Ένα τυπικό μοντέλο ενός τεχνητού νευρώνα απεικονίζεται στο σχήμα 5.2. Όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα, μπορούν να διακριθούν τρία στοιχεία από τα οποία αποτελείται:

- Ένα σύνολο κλάδων διασύνδεσης (συνάψεις)
- Έναν κόμβο άθροισης (γραμμική άθροιση)
- Μια συνάρτηση ενεργοποίησης (συνήθως μη γραμμική)



Εικόνα 5.2 Τυπικό Μοντέλο Τεχνητού Νευρώνα

Κάθε κλάδος διασύνδεσης έχει ένα βάρος, το οποίο είναι θετικό εάν η σύναψη είναι ‘διεγερτικού τύπου’ και αρνητικό εάν η σύναψη είναι ‘απαγορευτικού τύπου’. Ο κόμβος άθροισης αθροίζει τα σήματα εισόδου πολλαπλασιαζόμενα με τα αντίστοιχα βάρη των συνάψεων. Τέλος, η συνάρτηση ενεργοποίησης περιορίζει το επιτρεπόμενο πλάτος του σήματος εξόδου σε κάποια πεπερασμένη τιμή. Το μοντέλο του νευρώνα περιέχει, επίσης, ένα κατώφλι,  $\theta$ , που εφαρμόζεται εξωτερικά και πρακτικά υποβιβάζει την καθαρή είσοδο στη συνάρτηση ενεργοποίησης. Οι εξισώσεις που περιγράφουν το παραπάνω μοντέλο είναι:

$$(5.1) \quad u_k = \sum_{i=1}^p w_{k,i} \cdot x_i$$

$$(5.2) \quad y_k = \varphi(u_k - \theta_k), \quad \theta > 0$$

Όπου  $x_i$ ,  $i=1, \dots, p$  τα σήματα εισόδου,  $w_{k,i}$  τα συναπτικά βάρη,  $u_k$  η είσοδος του γραμμικού συνδυαστή,  $\theta_k$  το κατώφλι,  $\varphi(\cdot)$  η συνάρτηση ενεργοποίησης και  $y_k$  είναι το σήμα εξόδου του νευρώνα  $k$ .

Η συνάρτηση ενεργοποίησης εφαρμόζεται στο σήμα:

$$(5.3) \quad v_k = u_k - \theta_k, \quad \theta > 0$$

Θέτοντας  $x_0 = -1$  και  $w_0 = \theta$  και με τη βοήθεια της 6.3, οι σχέσεις 6.1 και 6.2 γίνονται:

$$(5.4) \quad v_k = \sum_{i=0}^p w_{k,i} \cdot x_i$$

$$(5.5) \quad y_k = \varphi(v_k), \quad \theta > 0$$

Όσον αφορά τη **συνάρτηση ενεργοποίησης**, ευθύνεται σε μεγάλο βαθμό για τη συμπεριφορά του νευρώνα για αυτό και η επιλογή της μορφής της είναι μείζονος σημασίας. Συνήθως, χρησιμοποιείται η ίδια συνάρτηση ενεργοποίησης για όλους τους νευρώνες σε όλα τα επίπεδα του ΤΝΔ, παρόλο που δεν είναι υποχρεωτικό κάτι τέτοιο. Στις περισσότερες περιπτώσεις, χρησιμοποιούνται μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης.

Παρακάτω θα αναλυθούν συνοπτικά μερικοί τύποι συναρτήσεων ενεργοποίησης ([6],[7],[8],[13]):

### - Ταυτοτική Συνάρτηση

Η ταυτοτική συνάρτηση (identity function) περιγράφεται από την εξίσωση:

$$(5.6) \quad \varphi(v) = x, \quad \forall x$$



### **- Βηματική Συνάρτηση**

Είναι το γνωστό μοντέλο νευρώνα που έχει προταθεί από τους Mc Culloch-Pitts ([13]). Η βηματική συνάρτηση (binary function), γνωστή και ως συνάρτηση κατωφλίου ή συνάρτηση Heaviside, περιγράφεται από τη σχέση:

$$(5.7) \quad \varphi(v) = \begin{cases} 1, & v \geq 0 \\ 0, & v < 0 \end{cases}$$

Ο αντίστοιχος νευρώνας έχει τις εξισώσεις:

$$(5.8) \quad v = \sum_{i=1}^p (w_i \cdot x_i - \theta)$$

$$(5.9) \quad y = \begin{cases} 1, & v \geq 0 \\ 0, & v < 0 \end{cases}$$

Στη συνάρτηση αυτή, το σήμα εξόδου μπορεί να είναι, εκτός από δυαδικό (0,1), και διπολικό (-1,+1). Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση που διέπει τη συνάρτηση (bipolar function) γράφεται:

$$(5.10) \quad \varphi(v) = \begin{cases} -1, & v < 0 \\ 0, & v = 0 \\ +1, & v > 0 \end{cases}$$

### **- Κατά τμήματα Γραμμική Συνάρτηση**

Η κατά τμήματα γραμμική συνάρτηση (piecewise linear function) αυτή παριστά ένα γραμμικό ενισχυτή με κορεσμό και μεταπίπτει στη βηματική συνάρτηση, εάν η ενίσχυση γίνει πάρα πολύ μεγάλη (άπειρη θεωρητικά).

Δίνεται από τη σχέση:

$$(5.11) \quad \varphi(v) = \begin{cases} 0, & v \leq -\frac{1}{2} \\ v, & -\frac{1}{2} < v < \frac{1}{2} \\ 1, & v \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Για την περίπτωση που το σήμα εξόδου παίρνει τιμές στο διάστημα [-1,+1] η εξίσωση της συνάρτησης γράφεται:

$$(5.12) \quad \varphi(v) = \begin{cases} -1, & v \leq -1 \\ v, & -1 < v < 1 \\ +1, & v \geq +1 \end{cases}$$

**- Σιγμοειδής Συνάρτηση**

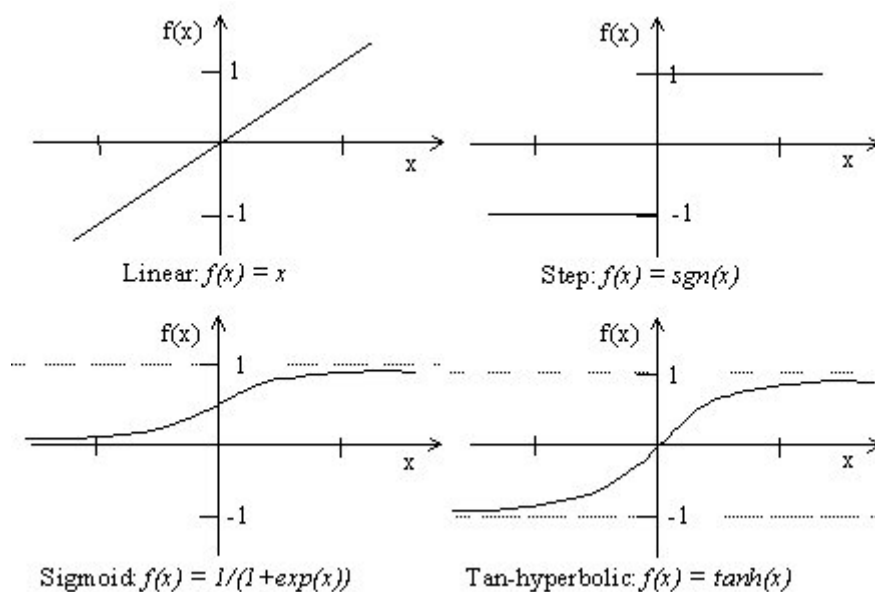
Χρησιμοποιείται ευρύτατα ως συνάρτηση ενεργοποίησης, κι αυτό λόγω του χαρακτηριστικού που έχει να συνδυάζει τόσο γραμμική όσο και μη γραμμική συμπεριφορά. Το όνομά της οφείλεται στο ότι η γραφική της απεικόνιση ομοιάζει με το λατινικό γράμμα *s*. Μπορεί να οριστεί με πολλούς τρόπους ένας από τους οποίους είναι με τη λογιστική συνάρτηση στο διάστημα [0,1]:

$$(5.13) \quad \varphi(v) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda \cdot v}}$$

,όπου  $\lambda$  είναι η ‘παράμετρος κλίσης’ της σιγμοειδούς συνάρτησης. Η κλίση της συνάρτησης για την τιμή  $v=0$  είναι  $\lambda/4$ , ενώ όταν αυτή τείνει στο άπειρο η συνάρτηση εκφυλίζεται στη βηματική.

Για να τονιστεί το εύρος των τιμών της συνάρτησης [0,1], η συνάρτηση αναφέρεται και ως *δυναδική σιγμοειδής (binary sigmoid function)*. Στο διάστημα [-1,+1] η συνάρτηση λέγεται *διπολική σιγμοειδής συνάρτηση (bipolar sigmoid function)* και έχει τύπο:

$$(5.14) \quad \varphi(v) = \tanh(v)$$



Εικόνα 5.3 Γραφικές παραστάσεις τυπικών συναρτήσεων ενεργοποίησης

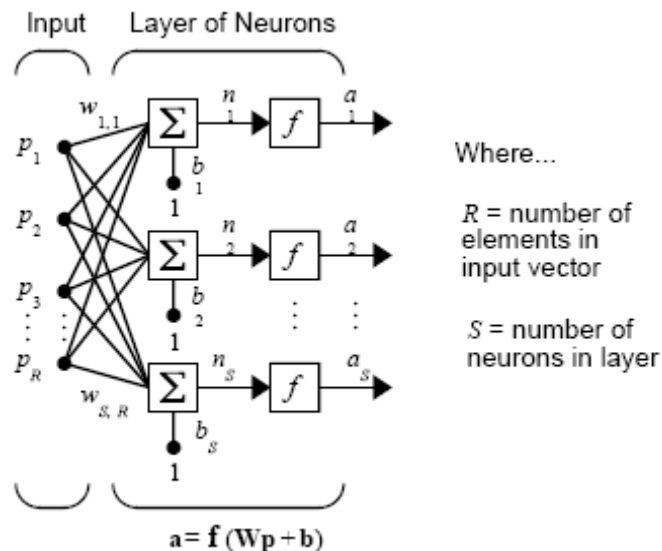
## 5.2 Αρχιτεκτονική Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Είναι σύνηθες, ένας νευρώνας να θεωρείται ότι είναι διατεταγμένος σε στρώματα (ή επίπεδα). Οι νευρώνες που θεωρείται ότι βρίσκονται στο ίδιο στρώμα συμπεριφέρονται με τον ίδιο τρόπο. Οι παράγοντες που καθορίζουν τη συμπεριφορά ενός νευρώνα είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης τους και οι συνάψεις με τα ανάλογα βάρη, διαμέσου των οποίων μεταδίδεται το σήμα. Σε ένα στρώμα, οι νευρώνες συνηθίζεται να έχουν την ίδια συνάρτηση ενεργοποίησης και τις ίδιες συνάψεις μεταξύ τους. Βασικά, οι νευρώνες ενός στρώματος είτε διασυνδέονται όλοι με όλους είτε κανένας. Αυτή η διάταξη των νευρώνων σε στρώματα και οι διασυνδέσεις μεταξύ τους ονομάζεται *αρχιτεκτονική των ΤΝΔ*. Τρεις βασικές ιδιότητες που καθορίζουν την αρχιτεκτονική ενός ΤΝΔ είναι το *πλήθος των στρωμάτων*, οι *συνάψεις* και ο *αλγόριθμος εκμάθησης* που χρησιμοποιείται για την εκπαίδευσή του.

### 5.2.1 Είδη Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα, όσον αφορά το **πλήθος των στρωμάτων**, μπορούν να κατηγοριοποιηθούν στα *πολυστρωματικά* και τα *μονοστρωματικά* ΤΝΔ. Οι νευρώνες-κόμβοι εισόδου δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι ανήκουν σε στρώμα, εφ' όσον δεν κάνουν κάποιο υπολογισμό ή δεν επεξεργάζονται κάποια πληροφορία. Έτσι, ως στρώμα ενός δικτύου θεωρείται εκείνο το στρώμα, που περιέχει τις βεβαρημένες συνάψεις. Αυτό είναι λογικό γιατί τα βάρη του ΤΝΔ περιέχουν πολύ σημαντική πληροφορία.

Ένα μονοστρωματικό τεχνητό νευρωνικό δίκτυο έχει μόνο ένα στρώμα βεβαρημένων συνάψεων. Σε ένα τέτοιο δίκτυο διακρίνονται οι κόμβοι πηγής (είσοδος δικτύου), όπου παραλαμβάνονται τα σήματα από το περιβάλλον και οι κόμβοι εξόδου, από όπου παραλαμβάνεται το σήμα εξόδου (απόκριση) του.

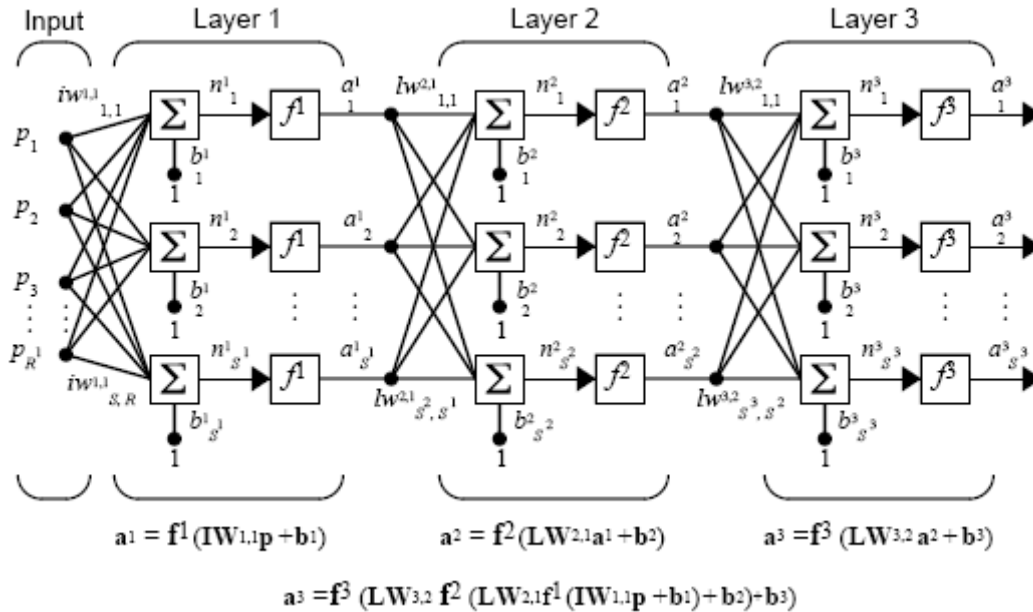


Εικόνα 5.4 Μοντέλο Μονοστρωματικού Νευρωνικού Δικτύου

## Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Τα βάρη ενός κόμβου εξόδου δεν επηρεάζουν τα βάρη άλλων κόμβων εξόδου. Γενικά στα περισσότερα ΤΝΔ ενός στρώματος οι κόμβοι εισόδου είναι συνδεδεμένοι με όλους τους κόμβους εξόδου, αλλά δεν είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους.

Σε αντίθεση με τα μονοστρωματικά νευρωνικά δίκτυα που χρησιμοποιούνται στην επίλυση σχετικά απλών προβλημάτων, τα πολυστρωματικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα διαθέτοντας περισσότερα στρώματα είναι ικανά να λύσουν πιο πολύπλοκα προβλήματα. Μεταξύ των κόμβων εισόδου και εξόδου παρεμβάλλονται ένα ή περισσότερα στρώματα (ή επίπεδα) κόμβων τα λεγόμενα *κρυφά στρώματα*. Η εκπαίδευση τέτοιων δικτύων, ωστόσο, μπορεί να είναι σχετικά δύσκολη.



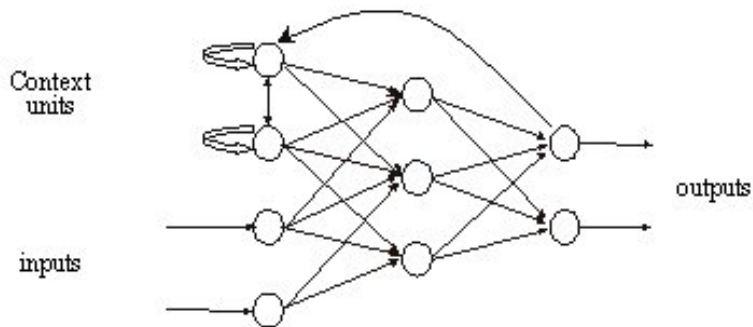
Εικόνα 5.5 Μοντέλο Πολυστρωματικού Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου

Ανάλογα με την πορεία διάδοσης του σήματος τα ΤΝΔ διακρίνονται σε πρόσω τροφοδότησης και ανατροφοδότησης.

Ένα τυπικό παράδειγμα μονοστρωματικού ΤΝΔ πρόσω τροφοδότησης είναι η γραμμική συσχετιστική μνήμη, κατά την οποία ένα διάνυσμα εξόδου αντιστοιχίζεται σε ένα διάνυσμα εισόδου και η πληροφορία αποθηκεύεται ως αλλαγές στα βάρη των συνάψεων. Στη γενική περίπτωση των πολυστρωματικών δικτύων πρόσω τροφοδότησης, οι κόμβοι πηγής παρέχουν την πληροφορία-σήμα, το τελευταίο εισάγεται στο πρώτο κρυμμένο στρώμα, η έξοδος του οποίου είναι ταυτόχρονα και είσοδος στο επόμενο στρώμα, κ.ο.κ. Το έξοδος στο τελικό στρώμα κόμβων (στρώμα εξόδου) δίνει τη συνολική απόκριση του συστήματος, δηλαδή το σήμα εξόδου.

Στα σχήματα 5.2 και 5.3 δείχνονται τα μοντέλα πρόσω τροφοδότησης για μονο- και πολύ-στρωματικά ΤΝΔ αντίστοιχα. Ακόμα, το μοντέλο του σχήματος 5.3 ονομάζεται πλήρως διασυνδεδεμένο γιατί κάθε κόμβος οποιουδήποτε στρώματος συνδέεται με όλους τους κόμβους του γειτονικού του προς τα εμπρός. Σε αντίθετη περίπτωση, αν λείπουν δηλαδή μερικές διασυνδέσεις ονομάζεται μερικώς διασυνδεδεμένο νευρωνικό δίκτυο.

Εάν ένα ΤΝΔ περιέχει τουλάχιστον ένα βρόχο ανατροφοδότησης ο οποίος ανακυκλώνει πληροφορία μέσω του ίδιου ή προηγούμενων στρωμάτων, τότε ονομάζεται *αναδρομικό νευρωνικό δίκτυο* ή *νευρωνικό δίκτυο ανατροφοδότησης*. Όταν ένα δiάνυσμα εισόδου εισέρχεται στο αναδρομικό δίκτυο, δεν παράγει ένα δiάνυσμα εξόδου σε πεπερασμένο χρονικών βημάτων, αλλά δρα με ένα κυκλικό τρόπο, όπου τα ίδια στρώματα ενεργοποιούνται επαναληπτικά. Ωστόσο, κατά την εκπαίδευση, είναι σημαντικό οι τιμές των συναπτικών βαρών να επιτρέπουν στο δίκτυο να σταθεροποιηθεί. Σε ένα ευσταθές ΤΝΔ, η έξοδός του ταλαντώνεται για κάποιο χρονικό διάστημα έως ότου οι νευρωνικές ενεργοποιήσεις σταματήσουν να μεταβάλλονται, οπότε και σταθεροποιείται η έξοδός του. Αντίθετα, σε ένα μη ευσταθές ΤΝΔ η ταλάντωση του συστήματος μπορεί να συνεχίζεται επ' άπειρον.



Εικόνα 5.6

Μοντέλο Τεχνητού «μερικώς διασυνδεδεμένου» Νευρωνικού Δικτύου με ανατροφοδότηση

### 5.3 Εκπαίδευση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Μια χαρακτηριστική ιδιότητα των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων είναι η ικανότητα να μαθαίνουν από το περιβάλλον τους και να βελτιώνουν τη συμπεριφορά τους. Η μάθηση αυτή επιτυγχάνεται μέσω της ανανέωσης των συναπτικών βαρών, η οποία είναι μια επαναληπτική διαδικασία.

Γενικά, υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι μάθησης-εκπαίδευσης στα ΤΝΔ, καθένας από τους οποίους προσφέρει έναν ξεχωριστό τρόπο ανανέωσης των συναπτικών βαρών. Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης είναι ουσιαστικά ένα προκαθορισμένο σύνολο κανόνων επίλυσης του προβλήματος εκμάθησης του ΤΝΔ. Είναι γεγονός, ότι ανάλογα με το περιβάλλον που εργάζεται ένα ΤΝΔ, θα πρέπει να επιλεγεί και το κατάλληλο μοντέλο εκμάθησης. Έτσι, ανάλογα με τη διαδικασία εκπαίδευσης, μπορούμε να διακρίνουμε τα ΤΝΔ σε:

- Επιβλεπόμενης εκπαίδευσης
- Ενισχυτικής εκπαίδευσης
- Μη επιβλεπόμενης εκπαίδευσης

### 5.3.1 Κανόνες Νευρωνικής Εκπαίδευσης

Υπάρχουν τέσσερις βασικοί κανόνες νευρωνικής εκπαίδευσης, οι οποίοι θα αναλυθούν παρακάτω.

#### A. Εκπαίδευση διόρθωσης σφάλματος πρόβλεψης

Σ' αυτόν τον τύπο εκπαίδευσης, η ανανέωση των συναπτικών βαρών επιτυγχάνεται με τη σύγκριση της προκύπτουσας, σε μια επανάληψη  $n$ , απόκρισης του δικτύου,  $y_n$ , με την επιθυμητή απόκριση,  $d_n$ , και επαναληπτικά, μεταβάλλονται τα συναπτικά βάρη στην κατεύθυνση μείωσης του σφάλματος αυτού  $e_n$ .

$$(5.15) \quad e_n = d_n - y_n$$

Έτσι, με τη βοήθεια της 5.15 μπορούμε να ορίσουμε το ακόλουθο κριτήριο, το οποίο καλείται 'κριτήριο ή συνάρτηση μέσου τετραγωνικού σφάλματος':

$$(5.16) \quad I = \frac{1}{2} \sum_k e_{k,n}^2$$

, όπου  $k$  είναι ο εκάστοτε νευρώνας.

Αν ο μόνος παράγοντας από τον οποίο εξαρτάται η απόκριση του δικτύου είναι το βάρος των συνάψεων των νευρώνων, τότε εφαρμόζοντας τη μέθοδο της απότομης καθόδου ([12]), μπορεί να ελαχιστοποιηθεί το σφάλμα ως εξής:

$$(5.17) \quad \Delta w_{k,j,n} = -\gamma \cdot \frac{\partial e_{k,n}}{\partial w_{k,j,n}}$$

, όπου  $w$  και  $\Delta w$  είναι το βάρος και η απαιτούμενη ποσότητα μεταβολής του βάρους αντίστοιχα για την  $j$ -οστή σύναψη του  $k$  νευρονίου στην  $n$ -οστή επανάληψη, ενώ  $\gamma$  είναι μια θετική σταθερά, η οποία καθορίζει το ρυθμό μάθησης. Με αυτό τον τρόπο, η νέα τιμή του βάρους στην  $n+1$  επανάληψη θα είναι:

$$(5.18) \quad w_{k,j,n+1} = w_{k,j,n} + \Delta w_{k,j,n}$$

#### B. Εββιανή (Hebbian) εκπαίδευση

Η εκπαίδευση αυτού του τύπου βασίζεται στην υπόθεση μάθησης του Hebb, σύμφωνα με την οποία: «όταν ένας άξονας ενός κυττάρου  $A$  είναι αρκετά κοντά ώστε να ερεθίσει ένα κύτταρο  $B$  και επίμονα ή επαναληπτικά συμμετέχει στην πυροδότησή του, τότε λαμβάνει χώρα κάποια διαδικασία ανάπτυξης (αύξησης) ή μεταβολικών αλλαγών σε ένα ή και τα δύο κύτταρα, έτσι ώστε η αποδοτικότητα του  $A$  ως κυττάρου που πυροδοτεί το  $B$  να αυξάνει».

Επαναδιατυπώνοντας την παραπάνω πρόταση, οι τιμές των συνάψεων μπορούν να αλλάξουν ως εξής:

## Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

- a) Το βάρος μιας σύναψης τα νευρόνια της οποίας ενεργοποιούνται ταυτόχρονα, αυξάνει επιλεκτικά
- b) Το βάρος μιας σύναψης τα νευρόνια της οποίας ενεργοποιούνται ασύγχρονα, μειώνεται ή εξαλείφεται επιλεκτικά

Τέτοιες συνάψεις ονομάζονται συνάψεις τύπου Hebb (Εββιανή σύναψη) και αυξάνει τη συναπτική αποδοτικότητα ως συνάρτηση της συσχέτισης ανάμεσα στις προσυναπτικές και μετασυναπτικές δραστηριότητες. Η μεταβολή του βάρους σύμφωνα με αυτού του τύπου την εκπαίδευση είναι της μορφής:

$$(5.19) \quad \Delta w_{k,j,n} = H(y_{k,n}, x_{j,n})$$

,όπου  $x_{j,n}$  είναι η προσυναπτική δραστηριότητα (είσοδος) της  $j$ -οστής σύναψης και  $y_{k,n}$  είναι η μετασυναπτική δραστηριότητα (έξοδος) του  $k$  νευρονίου της  $n$ -οστής επανάληψης. Σε συμφωνία με το συμβολισμό της προηγούμενης παραγράφου, μια τυπική σχέση για τη διόρθωση των συνάψεων είναι:

$$(5.20) \quad \Delta w_{k,j,n} = \gamma \cdot y_{k,n} \cdot x_{j,n}$$

### C. Ανταγωνιστική

Ο όρος ανταγωνιστική οφείλεται στο γεγονός, ότι οι νευρώνες ενός τέτοιου δικτύου ανταγωνίζονται με τους υπόλοιπους για την ενεργοποίησή τους. Έτσι, σε αντίθεση με την Εββιανή εκπαίδευση, εδώ μόνο ένας νευρώνας εξόδου μπορεί να είναι ενεργός σε κάποια χρονική στιγμή (επανάληψη). Μια τέτοιου τύπου εκμάθηση έχει την ικανότητα να εξάγει ιδιότητες από ένα δείγμα καθώς και να ταξινομεί τις διάφορες εισόδους (ερεθίσματα) επιτυχώς. Ο νευρώνας που κερδίζει στον ανταγωνισμό ονομάζεται 'νευρώνας-νικητής' ([6]). Ένα σύνηθες κριτήριο για τον ανταγωνισμό είναι η ελάχιστη απόσταση της εξόδου ενός νευρώνα από την επιθυμητή έξοδο. Τα τρία βασικά χαρακτηριστικά της ανταγωνιστικής εκπαίδευσης είναι, ότι:

- Οι νευρώνες είναι ίδιου τύπου, αλλά επειδή είναι αρχικοποιημένα με τυχαίες τιμές συναπτικών βαρών, η απόκρισή τους είναι διαφορετική στο σήμα εισόδου.
- Σε κάθε νευρώνα επιβάλλεται ένα άνω όριο βάρους
- Υπάρχει κριτήριο επιλογής για το νευρώνα-νικητής

Ο απλούστερος κανόνας ανταγωνιστικής εκπαίδευσης είναι:

$$(5.21) \quad \Delta w_{k,j} = \begin{cases} \gamma \cdot (x_j \cdot w_{k,j}), & \text{εάν ο νευρώνας } k \text{ κερδίζει} \\ 0 & , \text{εάν ο νευρώνας } k \text{ χάνει} \end{cases}$$

### D. Εκπαίδευση Boltzmann

Πρόκειται για μια στοχαστική εκπαίδευση, η οποία αναπτύχθηκε από τον Boltzmann με θερμοδυναμικές μεθόδους. Χρησιμοποιείται κυρίως στη μηχανή Boltzmann η οποία είναι κατά βάση ένα νευρωνικό δίκτυο, οι νευρώνες του οποίου λειτουργούν δυαδικά, έχουν δηλαδή δύο καταστάσεις: την ON, όπου παίρνουν την τιμή (+1) και την OFF με τιμή (-1). Οι νευρώνες της μηχανής χωρίζονται σε δύο ομάδες: στους ορατούς νευρώνες, οι οποίοι επικοινωνούν με το περιβάλλον, και τους κρυμμένους νευρώνες, που λειτουργούν πάντα ελεύθερα.

Η μηχανή Boltzmann λειτουργεί με δύο διακριτούς τρόπους:

- Υπό συνθήκες σύσφιγξης
- Υπό συνθήκες ελεύθερης λειτουργίας

Στον πρώτο τρόπο οι ορατοί νευρώνες «συσφίγγονται σε συγκεκριμένες καταστάσεις που καθορίζονται από το περιβάλλον, ενώ στο δεύτερο όλοι οι νευρώνες λειτουργούν ελεύθερα. Ο κανόνας Boltzmann είναι ο εξής:

$$(5.22) \quad \Delta w_{\alpha,\beta} = \gamma \cdot (r_{\alpha,\beta}^+ - r_{\alpha,\beta}^-) \quad , \quad \alpha \neq \beta$$

,όπου  $r_{\alpha,\beta}^+$  είναι η συσχέτιση ανάμεσα στις καταστάσεις των νευρώνων  $\alpha$  και  $\beta$  υπό συνθήκες σύσφιγξης και  $r_{\alpha,\beta}^-$  η συσχέτιση των  $\alpha$  και  $\beta$  υπό συνθήκες ελεύθερης λειτουργίας.

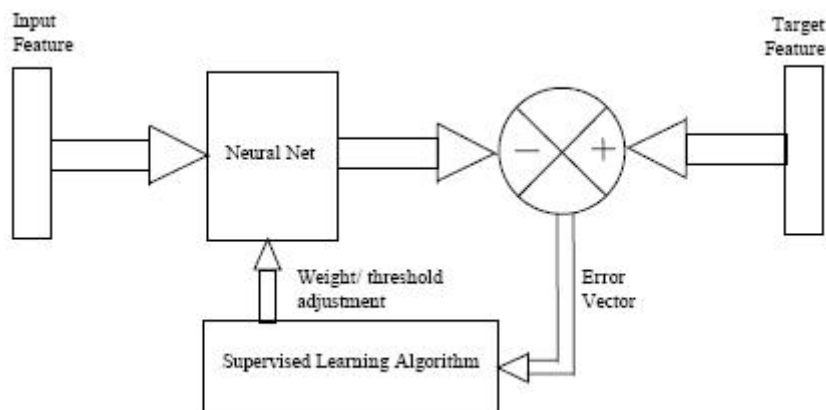
#### 5.3.2 Βασικοί τύποι Νευρωνικής Εκπαίδευσης

Όπως έχει ήδη ειπωθεί υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι εκπαίδευσης δικτύων. Αυτοί είναι η *Επιβλεπόμενη εκπαίδευση*, η *Ενισχυτική εκπαίδευση* και η *Μη-Επιβλεπόμενη εκπαίδευση*, οι οποίοι και θα αναλυθούν παρακάτω.

#### A. Εκπαίδευση με επίβλεψη

Το γενικό μοντέλο μιας τέτοιας εκπαίδευσης φαίνεται στην εικόνα 5.7. Κύριο χαρακτηριστικό της εκπαίδευσης αυτής είναι η ύπαρξη του «δασκάλου», που περιέχει τη γνώση και την εμπειρία, και με βάση αυτόν «διδάσκεται» το ΤΝΔ τις επιθυμητές εξόδους (Target Feature). Όπως φαίνεται, η απόκρισή του συγκρίνεται με την επιθυμητή έξοδο του «δασκάλου», και το σήμα σφάλματος (σύγκρισης) που προκύπτει, σε συνδυασμό με το διάνυσμα εκπαίδευσης, χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο Εκπαίδευσης με Επίβλεψη (Supervised Learning Algorithm) για να ανανεώσει τις παραμέτρους του δικτύου. Η συνεχής ανανέωση των παραμέτρων έχει ως αποτέλεσμα το δίκτυο να «μιμείται καλά το δάσκαλο» και κατά συνέπεια να κάνει ικανοποιητικές (αναμενόμενες) προβλέψεις.





Εικόνα 5.7 Μοντέλο Επιβλεπόμενης Εκπαίδευσης

### B. Ενισχυτική Εκπαίδευση

Η ενισχυτική εκπαίδευση στηρίζεται στο νόμο του Thornlike, ο οποίος παραφραζόμενος λέει: «εάν μια ενέργεια ενός συστήματος μάθησης ακολουθείται από μια ικανοποιητική κατάσταση ή συμπεριφορά, τότε η τάση του συστήματος αυτού να παράγει τη συγκεκριμένη ενέργεια ενισχύεται (ενδυναμώνεται). Διαφορετικά, η τάση του συστήματος να παράγει την ενέργεια αυτή εξασθενεί» [6].

Στον τύπο αυτής της εκπαίδευσης, το ΤΝΔ αντί να τροφοδοτείται με επιθυμητές αποκρίσεις, τροφοδοτείται με ένα ενισχυτικό σήμα, το οποίο είναι ουσιαστικά ένας δείκτης συμπεριφοράς της προκύπτουσας απόκρισης. Αυτό ανατροφοδοτείται στο δίκτυο επιβραβεύοντας ή τιμωρώντας τις ορθές και τις λανθασμένες συμπεριφορές αντίστοιχα, έως ότου οδηγηθεί το σύστημα στην επιθυμητή συμπεριφορά.

Η ενισχυτική εκπαίδευση λειτουργεί, συνοπτικά, ως εξής:

- 1) Το ΤΝΔ υπολογίζει την τρέχουσα απόκριση με τις παρούσες τιμές των βαρών.
- 2) Το σύστημα αξιολογεί την απόκριση και τροφοδοτείται στο δίκτυο το ενισχυτικό σήμα.
- 3) Τα βάρη ανανεώνονται με βάση το ενισχυτικό σήμα, αυξάνοντας ή μειώνοντας τις τιμές τους, ανάλογα με την καλή ή κακή συμπεριφορά τους αντίστοιχα.
- 4) Το ΤΝΔ αναζητά εκείνα τα βάρη, που προκαλούν μη αρνητικά ενισχυτικά σήματα.

Η διαφορά ενισχυτικής και εκπαίδευσης με επίβλεψη είναι ότι στην ενισχυτική εκπαίδευση το σύστημα βελτιώνεται χρησιμοποιώντας ένα κριτήριο συμπεριφοράς, οι τιμές του οποίου δίνονται από το περιβάλλον, ενώ στην επιβλεπόμενη το κριτήριο αυτό καθορίζεται εσωτερικά με βάση τις επιθυμητές αποκρίσεις.

### C. Εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη

Σ' αυτόν τον τύπο εκπαίδευσης, που καλείται και *αυτό-οργανούμενη μάθηση*, το ΤΝΔ αντί να εκπαιδευτεί με συγκεκριμένα ζεύγη εισόδου-εξόδου, «μαθαίνει» ένα *'ανεξάρτητο-καθηκόντων μέτρο'* της ποιότητας της παράστασης. Οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου ανανεώνονται έτσι ώστε το μέτρο αυτό να αποκτήσει τη βέλτιστη τιμή του. Το νευρωνικό δίκτυο πρέπει να ανακαλύψει τα σημαντικά χαρακτηριστικά του διανύσματος εισόδου και να δημιουργήσει εσωτερικές παραστάσεις για την κωδικοποίηση αυτών των χαρακτηριστικών. Σε αντίθεση με τα δίκτυα επιβλεπόμενης εκπαίδευσης, δεν υπάρχει εκ των προτέρων διαχωρισμός κατηγοριών στις οποίες έχουν ενταχθεί τα δεδομένα εισόδου, αλλά αυτή η κατηγοριοποίηση πρέπει να αναπτυχθεί από το ίδιο το σύστημα.

Συχνά, η εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη συνδυάζεται με την εκπαίδευση με επίβλεψη σε ένα πολυστρωματικό δίκτυο πρόσω τροφοδότησης, με σκοπό να επιταχυνθεί η διαδικασία εκπαίδευσης. Είναι γεγονός, ότι σε ένα σύστημα επιβλεπόμενης εκπαίδευσης με  $N$  εισερχόμενες νευρωνικές διασυνδέσεις και  $L$  στρώματα, απαιτούνται  $N^L$  υπολογισμοί συναπτικών βαρών. Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος εκπαίδευσης του δικτύου αυξάνει εκθετικά και η διαδικασία εκπαίδευσης μπορεί να καταστεί απαγορευτικά αργή. Χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο εκπαίδευσης χωρίς επίβλεψη με έναν ακολουθιακό τρόπο, σε ένα στρώμα κάθε φορά, η εκπαίδευση τέτοιων δικτύων προκύπτει εφικτή σε χρόνο ανάλογο με το πλήθος των στρωμάτων.

### 5.4 Νευρωνικά Δίκτυα Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης

Μετά την περιγραφή που προηγήθηκε γενικά για τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, η ενότητα αυτή επικεντρώνεται στην περιγραφή ενός από τους τύπους των ΤΝΔ, το οποίο και χρησιμοποιήθηκε ως χαμηλού υπολογιστικού κόστους λογισμικό αξιολόγησης. Το χαρακτηριστικό της απλής δομής των δικτύων ακτινικής βάσης οδηγεί στη γρήγορη εκπαίδευσή τους. Παρόλα αυτά, χαρακτηρίζεται ως «χαμηλής πιστότητας-ακρίβειας» λογισμικό και αυτό γιατί πραγματοποιεί προβλέψεις στο χώρο των λύσεων, η ποιότητα των οποίων εξαρτάται από την εκπαίδευση που έχει προηγηθεί. Αυτός είναι και ο λόγος της εφαρμογής των μεθόδων Πειραματικού Σχεδιασμού στη δειγματοληψία προς το σχηματισμό της βάσης δεδομένων. Η βάση αυτή, αφού σχηματιστεί, αποθηκεύεται και χρησιμοποιείται για όλες τις εφαρμογές της μεθόδου. Η ποιότητα των αξιολογήσεων του ΤΝΔ RBF κρίνεται με βάση το σφάλμα της πρόβλεψης του δικτύου σε σχέση με την αντίστοιχη αξιολόγηση της ίδιας προκύπτουσας λύσης με το λογισμικό MSSES. Ανάλογα με την ποιότητα των προβλέψεων κρίνεται η περαιτέρω εκπαίδευση του δικτύου, η οποία και θα περιγραφεί σε επόμενο κεφάλαιο.

#### 5.4.1 Γενικά

Τα νευρωνικά δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης (Radial Basis Function, RBF) εκπαιδεύονται με επίβλεψη και εκτελούν μη γραμμικές απεικονήσεις και γραμμικές αθροίσεις με βάρη. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι κάνουν τοπικούς μετασχηματισμούς και εκπαιδεύονται γρήγορα συγκριτικά με άλλου τύπου ΤΝΔ. Τα

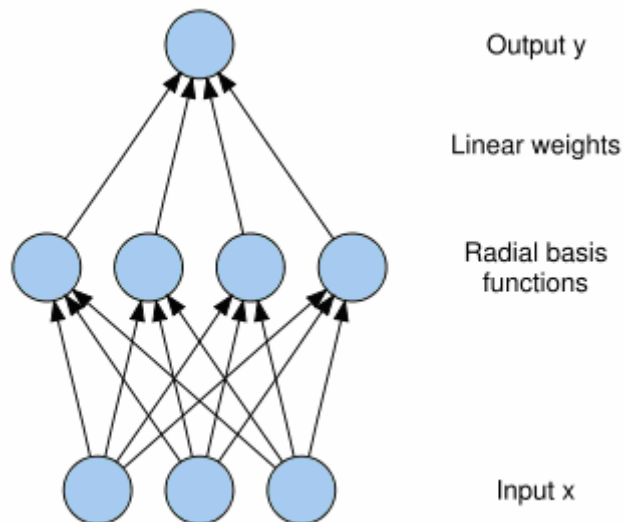
δίκτυα RBF δεν προήλθαν από κάποιο βιολογικό μοντέλο αλλά από το πεδίο της προσέγγισης μη γραμμικών συναρτήσεων και προσαρμογής υπερεπιφανειών. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούν υπερελλιψοειδή για να διαμερίσουν το χώρο των προτύπων, τα οποία ορίζονται από συναρτήσεις της μορφής:  $\Phi(\|x - y\|)$ , όπου  $\|\cdot\|$  συμβολίζει κάποιο μέτρο απόστασης. Η συνάρτηση διαχωρισμού  $s$  σε χώρο διάστασης  $k$ , η οποία διαχωρίζει το  $n$ -διάστατο χώρο, έχει  $s_k$  στοιχεία οριζόμενα ως:

$$(5.23) \quad s_k = \sum_{j=1}^m w_{jk} \cdot \Phi(\|x - c_j\|)$$

,όπου  $c_j$  είναι το  $j$  επιλεγέν κέντρο. Αυτό σημαίνει ότι το  $s_k$  είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των συναρτήσεων  $\Phi(\|x - y\|)$ , και όταν οι συναρτήσεις αυτές επιλεγούν, το μόνο που απομένει είναι ο προσδιορισμός των βαρών  $w_{ij}$ , ώστε ο διαμερισμός του χώρου να είναι σωστός. Όταν είναι διαθέσιμη μια συνάρτηση βάσης για κάθε είσοδο που πρέπει να ταξινομηθεί, το ΤΝΔ RBF εγγυάται ότι θα δώσει μια συνάρτηση που προσαρμόζεται σε όλα τα δεδομένα. Πρακτικά, οι συναρτήσεις βάσης εμφυτεύουν τα πρότυπα (εισόδους) διάσταση  $n$  σε ένα χώρο μεγαλύτερης διάστασης  $m$  ( $m > n$ ) στον οποίο είναι διαχωρίσιμα.

### 5.4.2 Δομή και Λειτουργία των RBF

Η βασική δομή ενός δικτύου ακτινικών συναρτήσεων βάσης περιλαμβάνει το στρώμα εισόδου, που αποτελείται από τους κόμβους πηγής, ένα κρυμμένο στρώμα αρκετά μεγαλύτερης διάστασης και το στρώμα εξόδου. Ο μετασχηματισμός από το χώρο των κόμβων εισόδου στο χώρο των κρυμμένων κόμβων είναι μη γραμμικός, ενώ ο μετασχηματισμός από το κρυμμένο στρώμα στο στρώμα εξόδου είναι γραμμικός. Πιο συγκεκριμένα, οι κόμβοι εισόδου διανέμουν τις τιμές στους κόμβους του κρυμμένου στρώματος ομοιόμορφα και χωρίς βάρη. Οι κρυμμένοι κόμβοι ονομάζονται 'μονάδες RBF', γιατί η συνάρτηση μεταφοράς τους είναι μια μη μονοτονική ακτινική συνάρτηση βάσης. Οι εξοδοί των κρυμμένων κόμβων, στη συνέχεια, αθροίζονται στους κόμβους εξόδου με τα κατάλληλα βάρη.



Εικόνα 5.8 Τυπικό Μοντέλο Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου RBF

Τα ΤΝΔ RBF έχουν μόνο ένα κρυμμένο στρώμα σε αντίθεση με άλλου τύπου δίκτυα (πχ ανάστροφης διάδοσης, **B**ack **P**ropagation, BP ή πολυστρωματικά αντίληπτρα, **M**ulti-**L**ayer **P**erceptron, **M**LP) και στη δομή τους αυτή οφείλεται και η ταχύτερη μάθησή τους.

Οι πιο συνηθισμένες μορφές ακτινικών βάσεων είναι οι εξής:

- Η Γκαουσιανή:

$$(5.24) \quad R_i(x) = \Phi(\|x - c_i\|) = \exp\left[\frac{-\|x - c_j\|^2}{2\sigma_i^2}\right]$$

- Η Λογιστική:

$$(5.25) \quad R_i(x) = \Phi(\|x - c_i\|) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{-\|x - c_j\|^2}{2\sigma_i^2}\right]}$$

- Τετραγωνική RBF:

$$(5.26) \quad R_i(x) = \Phi(\|x - c_i\|) = \|x - c_j\|^2$$

- Spline RBF λεπτής πλάκας:

$$(5.27) \quad R_i(x) = \Phi(\|x - c_i\|) = \|x - c_j\|^2 \cdot \log(\|x - c_j\|)$$

– Πολυτετραγωνική:

$$(5.28) \quad R_i(x) = \Phi(\|x - c_i\|) = \sqrt{\|x - c_j\|^2 + \lambda^2} \quad , \quad \lambda > 0$$

,όπου η παράμετρος  $\lambda$  είναι ουσιαστικά το πλάτος:  $\lambda = \sigma_i$

Η παράμετρος  $\sigma_i$  ονομάζεται ‘πλάτος’ και καθορίζει την απόσταση μεταξύ δύο εισόδων μέχρι την οποία ο κόμβος θα έχει κάποια σημαντική επίδραση. Η τοποθέτηση των κέντρων  $c_i$  των συναρτήσεων RBF έχει αποφασιστική σημασία για την επιτυχία μεγάλων ρυθμών μάθησης.

#### 5.4.3 Δίκτυα RBF Παρεμβολής Δεδομένων

Τα δίκτυα RBF εφαρμόζονται επιτυχώς για την επίλυση του προβλήματος παρεμβολής δεδομένων (data interpolation). Το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

Δίνεται: ένα σύνολο διακριτών σημείων  $x_i \in \mathcal{R}^n$  ,  $i=1,2,\dots,m$  και ένα αντίστοιχο σύνολο πραγματικών αριθμών  $b_i$  ,  $i=1,2,\dots,m$  .

Ζητείται: να βρεθεί μια συνάρτηση  $s(x): \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$  τέτοια ώστε να ισχύει η ακόλουθη συνθήκη παρεμβολής:

$$(5.29) \quad s(x) = b_i \quad , i=1,2,\dots,m .$$

Η συνάρτηση  $s(x)$  κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας μια έκφραση της μορφής 5.23, δηλαδή:

$$(5.30) \quad s(x) = \sum_{i=1}^m w_{ik} \cdot R_i(x)$$

,όπου  $R_i(x) = \Phi(\|x - x_i\|)$  και  $\Phi(\cdot)$  είναι η επιλεγείσα συνάρτηση βάσης. Παρατηρείται ότι κάθε συνάρτηση έχει το κέντρο της σε κάποιο από τα δεδομένα  $x_i$ . Εισάγοντας τις συνθήκες παρεμβολής 5.24 και 5.25 λαμβάνουμε ένα γραμμικό σύστημα  $m$  εξισώσεων με αγνώστους τα  $m$  βάρη ( $w_i$  ,  $i=1,2,\dots,m$ ), δηλαδή:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{b}$$

,όπου το στοιχείο (j,i)της μήτρας  $\mathbf{A}$  (που ονομάζεται *μήτρα παρεμβολής*) είναι ίσο με:

$$a_{ji} = R_i(x_j) = \Phi(\|x_j - x_i\|) \quad , \quad i,j=1,2,\dots,m \quad \text{και}$$

$$\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T, \quad \mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T$$

Χρησιμοποιώντας κάποια από τις ήδη αναφερθείσες συναρτήσεις βάσης, η μήτρα παρεμβολής  $\mathbf{A}$  που προκύπτει είναι ομαλή (αντιστρέψιμη), δηλαδή έχει ορίζουσα μη μηδενική. Κατά συνέπεια το γραμμικό σύστημα έχει τη μοναδική λύση:

$$\mathbf{w} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$$

,όπου  $\mathbf{A}^{-1}$  είναι η αντιστροφή της μήτρας  $\mathbf{A}$ .

Πρέπει να τονιστεί, ότι στη διπλωματική αυτή εργασία, τα κέντρα των ακτινικών συναρτήσεων επιλέχθηκαν να είναι από το σύνολο των μεταβλητών σχεδιασμού ( $x$ ) και για το λόγο αυτό, όπως διαπιστώνεται και στις προηγούμενες σχέσεις, το  $c$  αντικαταστάθηκε με το  $x$ . Όπως έχει περιγραφεί στο Κεφάλαιο 4, με εφαρμογή των τεχνικών δειγματοληψίας και του πίνακα Taguchi  $OA_{64}(8^9)$ , έγινε επιλογή εκείνων των διανυσμάτων των μεταβλητών σχεδιασμού (δείγματα), τα οποία θα εκπαιδεύσουν, σε πρώτη φάση, το δίκτυο RBF. Ουσιαστικά, στη συνάρτηση βάσης εισάγονται οι αποστάσεις μεταξύ των δειγμάτων εκπαίδευσης, και οι τιμές που προκύπτουν, αποτελούν τα στοιχεία της μήτρας παρεμβολής  $\mathbf{A}$ .

#### 5.4.4 Διαδικασία εκπαίδευσης Δικτύων RBF

Αρχικά διαλέγουμε τον αριθμό των κόμβων RBF ο οποίος καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την επιτυχία του δικτύου. Τα βήματα της διαδικασίας της εκπαίδευσης των δικτύων αυτών είναι τα εξής:

- **Ομαδοποίηση των εισόδων εκπαίδευσης**

Οι εισοδοί εκπαίδευσης ομαδοποιούνται σε  $M$  υποσύνολα (clusters) χρησιμοποιώντας οποιονδήποτε αλγόριθμο κατηγοριοποίησης. Τα κέντρα των ομάδων αυτών ορίζονται ως κέντρα  $\mathbf{c}_i$  των κρυμμένων  $M$  κόμβων του δικτύου. Έτσι, προκύπτουν συγκεκριμένα υποσύνολα και κέντρα διαμέρισης, και οποιοδήποτε πρότυπο εισόδου ταξινομείται σε εκείνη την κατηγορία που είναι πλησιέστερα στο κέντρο της.

- **Προσδιορισμός των πλατών  $\sigma_i$**

Ο προσδιορισμός των πλατών γίνεται συνήθως με κάποια 'ευρετική' μέθοδο. Μια συνηθισμένη μέθοδος είναι αυτή του  $p$ -πλησιέστερου γείτονα. Ωστόσο, στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε χρήση του κανόνα [13]:

$$(5.31) \quad \sigma_i = \frac{D_{\max}}{\sqrt{2 \cdot M}}$$

,όπου  $M$  ο αριθμός των κέντρων και  $D_{\max}$  η μέγιστη απόσταση μεταξύ δύο επιλεγθέντων κέντρων. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται οι μεμονωμένες ακτινικές συναρτήσεις βάσης να μην προκύπτουν ούτε απότομες ούτε επίπεδες, ώστε να

εξασφαλίζεται η ομαλότητα της συνολικής απόκρισης και συνεπώς η αξιοπιστία της παρεμβολής οποιονδήποτε προτύπων εισόδου.

▪ **Επιλογή των συναρτήσεων ενεργοποίησης**

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οποιεσδήποτε από τις συναρτήσεις που έχουν ήδη διατυπωθεί (συναρτήσεις 5.24-5.28). Στην παρούσα διπλωματική εργασία ως συνάρτηση ενεργοποίησης για τους κρυμμένους κόμβους χρησιμοποιήθηκε η *Πολυτετραγωνική συνάρτηση (Multiquadratic)*, η οποία δίνεται και παρακάτω για λόγους πληρότητας:

$$(5.32) \quad R_i(x) = \Phi(\|x - c_i\|) = \sqrt{\|x - c_j\|^2 + \sigma_i^2}$$

Όπως έχει αναφερθεί, τα κέντρα των ακτινικών συναρτήσεων ( $c_j$ ) είναι μεταβλητές σχεδιασμού και θα μπορούσε ο συμβολισμός  $c$  να αντικατασταθεί με το συμβολισμό  $x$ .

▪ **Υπολογισμός βαρών**

Ο υπολογισμός του διανύσματος των βαρών των κόμβων εξόδου γίνεται εφαρμόζοντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, όπως έχει ήδη περιγραφεί, ελαχιστοποιώντας το κριτήριο:

$$(5.33) \quad I = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^P \|y_k - a_{k,i}^T \cdot w_i\|^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{w})^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{w})$$

,όπου  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$  το διάνυσμα βάρους,  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_P]$  το διάνυσμα αποκρίσεων του ΤΝΔ και  $\mathbf{A}$  είναι η μήτρα παρεμβολής διάστασης ( $P \times M$ ) με στοιχεία  $a_{k,i}$ .

## 6 Εξελικτικοί αλγόριθμοι

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η εύρεση εκείνων των τιμών των παραμέτρων σχεδιασμού, οι οποίες δίνουν τη βέλτιστη λύση στο πρόβλημα που μελετάται. Με τον όρο βέλτιστη λύση νοείται η καλύτερη λύση που μπορεί να βρεθεί και αυτή είναι συνήθως η ελάχιστη ή η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η απόκριση του συστήματος ή, αλλιώς, το αποτέλεσμα της συνάρτησης στόχου προς βελτιστοποίηση.

Για το σκοπό αυτό έχουν αναπτυχθεί δύο μέθοδοι βελτιστοποίησης, κάθε μια με τα δικά της πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Αυτές είναι οι αιτιοκρατικές και οι στοχαστικές, μέθοδοι οι οποίες έχουν τον ίδιο στόχο αλλά τον αναζητούν με διαφορετικό τρόπο.

Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βασίζονται στην εύρεση της παραγώγου της συνάρτησης, με την οποία καθορίζεται η κατεύθυνση της αναζήτησης του ελαχίστου. Η τελευταία γίνεται με αυστηρά καθορισμένο τρόπο, αλλά επιτυγχάνεται με σχετικά γρήγορο ρυθμό. Ωστόσο για τη χρήση της μεθόδου αυτής απαραίτητος είναι, όπως είναι προφανές, ο αναλυτικός υπολογισμός της παραγώγου, πράγμα διόλου απλό ιδιαίτερα σε πολύπλοκες συναρτήσεις. Επιπλέον, όπως διαφαίνεται από τη μαθηματική τους θεμελίωση, η εύρεση ενός ελαχίστου δεν είναι αποδεικνύει την εύρεση και του ολικού ελαχίστου. Για το λόγο αυτό, κρίνεται αναγκαία η επανάληψη της μεθόδου με διαφορετική αρχική τιμή.

Αντίθετα, οι στοχαστικές μέθοδοι, έχοντας μη μαθηματικό υπόβαθρο και ταυτόχρονα έχοντας την ικανότητα να προσαρμόζονται σε κάθε νέο πρόβλημα βρήκαν γρήγορη και ευρεία εφαρμογή στη βελτιστοποίηση. Χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων και όχι μια μεμονωμένη λύση, και σε συνδυασμό με την τυχαιότητα που σαρώνουν τις λύσεις μπορούν να οδηγήσουν στην εύρεση του καθολικού ελαχίστου ή μεγίστου, χωρίς να εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα. Μεγάλο πλεονέκτημά τους είναι ότι η χρήση τους είναι γενικά άμεση, χωρίς αλγοριθμικές παρεμβάσεις στη διαδικασία βελτιστοποίησης που απαιτούν οι αιτιοκρατικές μέθοδοι, αρκεί να υπάρχει λογισμικό αξιολόγησης κάθε υποψήφιας λύσης. Παρόλα αυτά, βασικό μειονέκτημα των στοχαστικών μεθόδων είναι ο μεγάλος αριθμός αξιολογήσεων και κατ' επέκταση ο χρόνος στον οποίο θα βρεθεί η βέλτιστη λύση. Βέβαια, η γνώση του προβλήματος και η χρήση πληροφοριών από αυτό μέσω ειδικών τελεστών είναι δυνατό να επιταχύνει το ρυθμό σύγκλισης.

Οι **Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (EA)** είναι μια στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης, η οποία διαχειρίζεται το πλήθος των υποψήφιας λύσεων βασισμένη στις αρχές εξέλιξης των ειδών. Συγκεκριμένα, κάθε άτομο-υποψήφια λύση του πληθυσμού έχει κάποια χαρακτηριστικά, τα οποία είναι ουσιαστικά κάποιες τιμές των παραμέτρων του προβλήματος. Αυτά τα άτομα, αξιολογούνται και ανάλογα με το αποτέλεσμα της αντικειμενικής συνάρτησης που δίνουν, επιλέγονται ως κατάλληλες προς επιβίωση και αναπαραγωγή ή όχι. Στα άτομα που χαρακτηρίστηκαν ως κατάλληλα (γονείς) τους δίνεται μεγάλη πιθανότητα να αναπαραχθούν, αντίθετα από τα μη κατάλληλα, με σκοπό να διατηρηθούν στους απογόνους τους τα «καλά χαρακτηριστικά» των γονέων. Ο όρος «αναπαραγωγή» χρησιμοποιείται για να δηλωθεί η αλγοριθμική διαδικασία με την οποία δημιουργείται ένα νέο άτομο-λύση στον πληθυσμό (απόγονος) με χαρακτηριστικά-παραμέτρους που έχουν ληφθεί από ένα ή περισσότερα άτομα-λύσεις του προϋπάρχοντος πληθυσμού (γονείς). Με το τρόπο



αυτό, από γενιά σε γενιά τα χαρακτηριστικά των πληθυσμών βελτιώνονται έως ότου βρεθεί η βέλτιστη λύση, δηλαδή έως ότου βρεθεί εκείνο το άτομο του πληθυσμού με τα καλύτερα χαρακτηριστικά.

Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες ΕΑ όπως οι Γενετικοί Αλγόριθμοι, οι Εξελικτικές Στρατηγικές, ο Εξελικτικός Προγραμματισμός και ο Γενετικός Προγραμματισμός. Ωστόσο η αλγοριθμική δομή ενός ΕΑ συνήθως δεν ταξινομείται σε κάποια από αυτές τις κατηγορίες, κι αυτό γιατί οι ΕΑ δανείζονται στοιχεία από όλες τις κατηγορίες, ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται.

Στη μέθοδο που αναπτύχθηκε, η βελτιστοποίηση υλοποιήθηκε με, αναπτυγμένο στο ΕΘΣ, λογισμικό Εξελικτικού Αλγορίθμου (Easy v2.0) υποστηριζόμενο από Off-line μεταπρότυπο (ΤΝΔ), ως «εργαλείο» αξιολόγησης. Εν συντομία, το προαναφερθέν λογισμικό θα συμβολίζεται με EAM\_Off. Κατά τη βελτιστοποίηση, το μεταπρότυπο χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση όλων των υποψήφιων λύσεων που προκύπτουν από την εξελικτική διαδικασία, ενώ η εκπαίδευσή του γίνεται πάντα πριν την έναρξη της βελτιστοποίησης.

### **6.1 Χαρακτηριστικά του Εξελικτικού Αλγορίθμου**

Ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης μπορεί να χαρακτηριστεί ως εξελικτικός, όταν μπορούν να διακριθούν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Να χρησιμοποιούνται πληθυσμοί ατόμων, που εξελίσσονται ταυτόχρονα.
- Να χρησιμοποιείται τιμή καταλληλότητας ή τιμή κόστους, ανάλογα με το αν το πρόβλημα είναι μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης αντίστοιχα, στα άτομα κάθε γενιάς, με βάση κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση.
- Σε κάθε νέα γενιά να δημιουργούνται και να εξαφανίζονται άτομα με βάση την τιμή καταλληλότητας/κόστους τους.
- Στις νέες γενιές, τα χαρακτηριστικά των απογόνων να προκύπτουν τόσο ως «κληρονομικά» χαρακτηριστικά από τους «γονείς», όσο και ως αποτέλεσμα στοχαστικής εμφάνισής τους στον πληθυσμό.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, όντας βασισμένοι στην τυχαιότητα, η οποία είναι όμως καθοδηγούμενη όπως έχει ήδη αναφερθεί, αποφεύγουν τον εγκλωβισμό σε τοπικά ακρότατα, αλλά αυτό δεν εξασφαλίζει, θεωρητικά τουλάχιστον, και τον εντοπισμό του ολικού ακροτάτου σε σύντομο χρονικό διάστημα. Η αύξηση, βέβαια, του αριθμού των αξιολογήσεων, και άρα και του χρόνου σύγκλισης του αλγορίθμου, μεγαλώνει την πιθανότητα εύρεσης του καθολικού ακροτάτου. Επιπλέον, δεν θέτουν κανέναν περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση, όπως για παράδειγμα συνέχεια ή λειότητα, πράγμα θετικό όσον αφορά τον πλουραλισμό των διαφόρων χαρακτηριστικών των ατόμων-λύσεων, αλλά και αρνητικό στην περίπτωση αδυναμίας πρόσδοσης τιμής στην αντικειμενική συνάρτηση.

Γνώρισμά τους είναι ότι μπορούν εύκολα να προσαρμοστούν και στην αντιμετώπιση προβλημάτων πολλών στόχων, αρκεί να υπάρχει το λογισμικό αξιολόγησης των

λύσεων και η μέθοδος που να προσδίδει τιμή καταλληλότητας/κόστους σε κάθε άτομο του πληθυσμού. Το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο που χρησιμοποιήθηκε στη βελτιστοποίηση ως λογισμικό αξιολόγησης, μπορεί, χωρίς καμία προγραμματιστική παρέμβαση, να προσαρμοστεί σε τέτοιου είδους προβλήματα. Το ίδιο ισχύει και για τον κώδικα επίλυσης της ροής (MSES), ο οποίος, απαιτείται στην «υψηλής πιστότητας» αξιολόγηση των δειγμάτων εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου. Όπως είναι λογικό, για να μπορέσει να προβλέψει το δίκτυο δύο αποκρίσεις, θα πρέπει να έχει εκπαιδευτεί ανάλογα.

## 6.2 Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου

Όπως έχουμε ήδη προαναφέρει, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι συνήθως δανείζονται στοιχεία από τις υπόλοιπες κατηγορίες εξελικτικών αλγορίθμων. Παρακάτω, θα περιγραφεί η δομή του Γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου (ΓΕΑ), με χαρακτηριστικά που έχουν ληφθεί τόσο από τους Γενετικούς Αλγορίθμους (ΓΑ), όσο και από τις Στρατηγικές Εξέλιξης (ΣΕ).

Ο ΓΕΑ όπως και κάθε ΕΑ, κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, διαχειρίζεται πληθυσμούς λύσεων. Οι πληθυσμοί μπορούν να διακριτοποιηθούν σε τρία σύνολα ατόμων, τα οποία απαρτίζουν μια γενιά, έστω  $n$ , κατά τη διαδικασία. Σε κάθε γενιά  $n$ , λοιπόν, διακρίνουμε το σύνολο των γονέων  $S^{n,\mu}$  με  $\mu$  πλήθος μελών, το σύνολο των απογόνων  $S^{n,\lambda}$  με  $\lambda$  μέλη και το σύνολο των επίλεκτων ή ελίτ ατόμων  $S^{n,e}$  με  $e$  μέλη. Κατά την εξελικτική διαδικασία, οι γονείς  $\mu$  εξελίσσονται στους απογόνους  $\lambda$  από τους οποίους αποθηκεύονται στο  $S^{n,e}$  σύνολο οι  $e$  επίλεκτοι –τα άτομα δηλαδή που έχουν προκύψει με τα καλύτερα χαρακτηριστικά. Το σύνολο των επίλεκτων έχει διττή σημασία. Πρώτον, αν σταματήσει η εξέλιξη, περιέχει τις βέλτιστες λύσεις (τελική-βέλτιστη λύση), και δεύτερον, χρησιμοποιείται πληροφορία από το σύνολο αυτό για την ενίσχυση των «καλών» χαρακτηριστικών των μελών της νέας γενιάς (ελιτισμός).

Η όλη διαδικασία έχει ως εξής:

1. Επιλέγονται, τυχαία συνήθως ή με βάση την ήδη υπάρχουσα εμπειρία, ο αριθμός των γονέων  $\mu$  και ο αριθμός των απογόνων  $\lambda$  για την πρώτη γενιά ( $n=0$ ).
2. Αξιολογούνται τα  $\lambda$  άτομα του συνόλου  $S^{n,\lambda}$ . Η αξιολόγηση του κάθε ατόμου περιγράφεται μαθηματικά ως:

$$(6.1) \quad \vec{y} = F(\vec{x}), \quad \forall \vec{x} \in S^{n,\lambda}$$

Με  $\vec{x} \in \mathcal{R}^M$  συμβολίζεται το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού και με  $\vec{y} \in \mathcal{R}^K$  το διάνυσμα των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων, ενώ με  $\vec{F}$  συμβολίζεται η διαδικασία αξιολόγησης.

Σε ένα πρόβλημα αεροδυναμικής βελτιστοποίησης, όπου η αξιολόγηση γίνεται με αριθμητικές αναλύσεις του πεδίου ροής, απαιτούνται  $\lambda$  κλήσεις του κώδικα επίλυσης της ροής. Πρακτικά, το τμήμα αυτό φέρει το μεγαλύτερο

υπολογιστικό κόστος στον όλο αλγόριθμο, γι' αυτό και όταν πρέπει να γίνουν πολλές αξιολογήσεις η διαδικασία γίνεται χρονοβόρα.

3. Με κριτήριο την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (αξιολόγηση), εντάσσονται στο σύνολο των επίλεκτων  $S^{n+1,e}$  της νέας γενιάς όσα μέλη του συνόλου των απογόνων αξίζουν, ενώ τα επίλεκτα μέλη που δεν αξίζουν, διαγράφονται. Ο εντοπισμός των μελών αυτών επιτυγχάνεται με τον τελεστή εντοπισμού των επίλεκτων μελών,  $T_e$ . Ένα σύνολο επίλεκτων μπορεί να περιέχει παραπάνω από ένα μέλος ( $e>1$ ) είτε πρόκειται για πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός στόχου είτε πολλών στόχων, ενώ δεν είναι υποχρεωτικό σε κάθε γενιά να βελτιώνεται η λύση. Το βήμα αυτό απεικονίζεται σχηματικά ως:

$$(6.2) \quad S^{n+1,e} = T_e(S^{n,\lambda} \cup S^{n,e})$$

4. Αντικαθίστανται μέλη του συνόλου των απογόνων με κάποια, τυχαία επιλεγμένα, από το σύνολο των επίλεκτων (ελιτισμός). Συνήθως αντικαθίστανται τα χειρότερα με βάση την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, ωστόσο κάποια επιλέγονται και τυχαία. Η επιλογή των επίλεκτων μελών γίνεται με τον τελεστή επιλεκτικότητας ή ελιτισμού  $T_{e2}$ . Με τον ελιτισμό επιτυγχάνεται η βέλτιστη λύση της νέας γενιάς να μην προκύπτει χειρότερη από την ήδη υπάρχουσα. Η σχηματική απεικόνιση είναι:

$$(6.3) \quad S^{n,\lambda} = T_{e2}(S^{n,\lambda} \cup S^{n+1,e})$$

5. Επιλέγονται τα νέα μέλη  $\mu$  του συνόλου των γονέων. Για το σκοπό αυτό εφαρμόζεται ο τελεστής  $T_\mu$  με τον οποίο επιλέγονται τα μέλη μέσα από τα τρέχοντα σύνολα των γονέων  $S^{n,\mu}$  και των απογόνων  $S^{n,\lambda}$ . Αν και υπάρχουν ορισμένες συνηθισμένες διατυπώσεις όπου οι γονείς επιλέγονται μόνο από τους πρόσφατους απογόνους. Σχηματικά δείχνεται ως εξής:

$$(6.4) \quad S^{n+1,\mu} = T_\mu(S^{n,\lambda} \cup S^{n,\mu})$$

6. Δημιουργείται το σύνολο των απογόνων της νέας γενιάς  $S^{n+1,\lambda}$ . Για τη διαδικασία αυτή της αναπαραγωγής επιλέγονται τυχαία  $\rho$  γονείς από το σύνολο των γονέων της νέας γενιάς  $S^{n+1,\mu}$  και εφαρμόζονται μεταξύ τους διαδοχικά διάφοροι τελεστές, οι πιο γνωστοί από τους οποίους είναι ο τελεστής διασταύρωσης ή επανασυνδυασμού ( $T_r$ ) και ο τελεστής μετάλλαξης ( $T_m$ ). Σχηματικά έχουμε:

$$(6.5) \quad S^{n+1,\lambda} = T_m(T_r(S^{n+1,\mu} \cup S^{n+1,e}))$$

7. Ελέγχεται αν η μέθοδος έχει συγκλίνει, εφαρμόζοντας το κριτήριο που έχει οριστεί. Ως ένα τέτοιο κριτήριο μπορεί να έχει οριστεί: ο αριθμός των γενεών, ο αριθμός των αξιολογήσεων ή ακόμα και ο αριθμός των γενεών ή των αξιολογήσεων χωρίς την ανανέωση του συνόλου των επίλεκτων. Σε

περίπτωση που εντοπίζεται σύγκλιση ακολουθεί ο τερματισμός της διαδικασίας και η συλλογή των αποτελεσμάτων, σε αντίθετη περίπτωση τίθεται  $n=n+1$  και επαναλαμβάνεται η διαδικασία.

### 6.3 Κωδικοποίηση Μεταβλητών

Πριν την έναρξη της επαναληπτικής διαδικασίας του εξελικτικού αλγορίθμου, προηγείται η κωδικοποίηση των μεταβλητών. Παρακάτω θα περιγραφούν ορισμένες μέθοδοι κωδικοποίησης.

#### 6.3.1 Δυαδική κωδικοποίηση

Η κωδικοποίηση αυτή βρήκε κυρίως εφαρμογή στους Γενετικούς Αλγορίθμους (ΓΑ). Αν το διάνυσμα των μεταβλητών είναι  $\vec{x}$  με  $x_i$  συνιστώσες  $N$  στο πλήθος, στη δυαδική κωδικοποίηση απαιτείται ο καθορισμός του κατώτατου ορίου,  $x_{i,L}$ , του ανώτατου ορίου,  $x_{i,U}$  κάθε  $i$ -οστής μεταβλητής, καθώς και του πλήθους των δυαδικών ψηφίων,  $B_i$ ,  $i \in N$ , που θα αντιστοιχούν σε κάθε μεταβλητή. Ανάλογα με τον αριθμό των δυαδικών ψηφίων, καθορίζεται και η ακρίβεια της διακριτοποίησης της κάθε μεταβλητής. Η διακριτοποίηση μιας μεταβλητής  $i$  δίνεται από τη σχέση:

$$(6.6) \quad \delta x_i = \frac{x_{i,U} - x_{i,L}}{2^{B_i} - 1}$$

Τοποθετώντας στη σειρά όλες τις δυαδικές συστοιχίες των μεταβλητών, σχηματίζεται η ενιαία δυαδική συστοιχία ή αλλιώς χρωμόσωμα, με το οποίο περιγράφεται κάθε υποψήφια λύση. Η τιμή της  $i$ -οστής μεταβλητής που προκύπτει τότε, είναι:

$$(6.7) \quad x_i = x_{i,L} + \delta x_i \cdot \sum_{j=1}^{B_i} 2^{j-1} \cdot b_{i,j}$$

Όπου με  $b_{i,j}$ ,  $i \in N$ ,  $j \in B_i$  συμβολίζεται το δυαδικό ψηφίο της  $i$ -οστής μεταβλητής που βρίσκεται στη θέση  $j$ .

#### 6.3.2 Δυαδική κωδικοποίηση με μετασχηματισμό Gray

Υπάρχουν περιπτώσεις, στις οποίες ενώ στο δεκαδικό σύστημα η τιμή μιας μεταβλητής μπορεί να διαφέρει από μια άλλη πολύ λίγο, στο δυαδικό σύστημα, οι κωδικοποιημένες μορφές τους να είναι εντελώς διαφορετικές. Οι αρνητικές συνέπειες αυτού φαίνονται ιδιαίτερα στα τελευταία στάδια, όπου ο αλγόριθμος πλησιάζει στη βέλτιστη λύση. Τότε, επειδή οι τιμές των μεταβλητών διαφέρουν λίγο είναι πολύ πιθανό, η σύγκλιση να καθυστερεί. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αποφευχθεί, εφαρμόζοντας στις προς βελτιστοποίηση μεταβλητές σχεδιασμού το μετασχηματισμό Gray. Σε αυτόν, οι μεταβλητές τροποποιούνται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε δύο

συνεχόμενες αναπαραστάσεις μιας μεταβλητής να διαφέρουν κατά μόνο ένα δυαδικό ψηφίο. Αυτή, βέβαια, η κωδικοποίηση γίνεται πριν την εξελικτική διαδικασία, ενώ προτού να γίνει η αξιολόγηση, οι μεταβλητές αποκωδικοποιούνται. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου στη βελτιστοποίηση, οι μεταβλητές σχεδιασμού κωδικοποιήθηκαν με το μετασχηματισμό Gray.

### 6.3.3 Πραγματική κωδικοποίηση

Στην κωδικοποίηση αυτή οι μεταβλητές σχεδιασμού εισάγονται απευθείας στον ΕΑ και οι τιμές που μπορούν να πάρουν δεν βρίσκονται σε προκαθορισμένα όρια.. Συγκεκριμένα, επειδή οι μεταβλητές εισάγονται με τις πραγματικές τιμές τους, επεκτείνεται ο χώρος αναζήτησης λύσεων, με συνέπεια την αύξηση του αριθμού αξιολογήσεων και χρόνου σύγκλισης. Αυτό, βέβαια, μπορεί να αποφευχθεί αν οι τελεστές που χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια της αναπαραγωγής είναι προγραμματισμένοι για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος.

### 6.3.4 Πραγματική κωδικοποίηση με παραμέτρους εξέλιξης

Η κωδικοποίηση αυτή είναι επέκταση της πραγματικής κωδικοποίησης και εφαρμόζεται κυρίως στις εξελικτικές στρατηγικές. Σε αυτή, οι τελεστές διασταύρωσης είναι ίδιοι με αυτούς που χρησιμοποιούνται στην πραγματική κωδικοποίηση, αλλά εφαρμόζονται, τόσο στις μεταβλητές σχεδιασμού, όσο και στις παραμέτρους εξέλιξης. Οι παράμετροι εξέλιξης είναι ουσιαστικά τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών σχεδιασμού και συνδέονται μόνο με τον τελεστή μετάλλαξης.

## 6.4 Τελεστές

Στην ενότητα αυτή θα αναφερθούμε στους βασικότερους τελεστές που χρησιμοποιούνται στους εξελικτικούς αλγορίθμους.

### 6.4.1 Τελεστές Επιλογής Γονέων

Ο τελεστής επιλογής γονέων,  $T_\mu$ , όπως έχει ήδη αναφερθεί, επιλέγει το νέο σύνολο  $S^{n+1,\mu}$  των γονέων από τα σύνολα των απογόνων  $S^{n,\lambda}$  και των γονέων  $S^{n,\mu}$  της προηγούμενης γενιάς. Γενικά, ωστόσο, η συμμετοχή του συνόλου των γονέων της προηγούμενης γενιάς δεν είναι υποχρεωτική, κι αυτό γιατί προτιμάται οι νέοι απόγονοι να έχουν τα τελευταία, καλύτερα χαρακτηριστικά, όπως αυτά προέκυψαν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας, δηλαδή αυτά των απογόνων. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι ισχύει:

$$(6.8) \quad S^{n+1,\mu} = T_\mu(S^{n,\lambda})$$

Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων ισχύει, ότι μεγαλύτερη πιθανότητα για την επιλογή ενός ατόμου ως γονέα έχει αυτό, που του έχει αποδοθεί καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Αντίθετα, άτομα τα οποία έχουν χειρότερες τιμές

αντικειμενικής συνάρτησης, έχουν μικρότερες πιθανότητες να επιλεγούν ως γονείς. Στη Βιβλιογραφία προτείνονται διάφορα σχήματα για την επιλογή γονέων, όπως η αναλογική επιλογή, η γραμμική κατάταξη, η πιθανοτική επιλογή με διαγωνισμό, και άλλες.

### 6.4.2 Τελεστές Διασταύρωσης

Με τη χρήση του τελεστή διασταύρωσης, επιτυγχάνεται ο συνδυασμός δύο ή περισσοτέρων γονέων προς τη δημιουργία απογόνων. Ο τρόπος με το οποίο θα συνδυαστούν οι γονείς διαφέρει από κωδικοποίηση σε κωδικοποίηση και ποικίλει, ανάλογα με το σχήμα που θα αποφασίσει να εφαρμόσει ο ερευνητής-μηχανικός.

Όσον αφορά τη δυαδική κωδικοποίηση, ο τελεστής διασταύρωσης χρησιμοποιεί το κωδικοποιημένο χρωμόσωμα κάθε ατόμου. Υπάρχουν διάφορα σχήματα διαθέσιμα στη βιβλιογραφία, που μπορούν να εφαρμοστούν σε μία διασταύρωση, όπως:

- Η διασταύρωση ενός σημείου
- Η διασταύρωση δύο σημείων
- Η διασταύρωση δύο ή ενός σημείων ανά μεταβλητή
- Η διακριτή διασταύρωση
- Η ομοιόμορφη διασταύρωση

Στη δε πραγματική κωδικοποίηση, ο τελεστής διασταύρωσης χρησιμοποιεί τις πραγματικές τιμές των ατόμων για τη δημιουργία των απογόνων. Στην πραγματική κωδικοποίηση με παραμέτρους εξέλιξης, ο τελεστής διασταύρωσης χρησιμοποιεί τις παραμέτρους εξέλιξης των ατόμων. Τα σχήματα που μπορούν να εφαρμοστούν σε μια τέτοια διασταύρωση είναι τα ακόλουθα:

- Αριθμητική διασταύρωση ενός σημείου
- Αριθμητική διασταύρωση δύο σημείων
- Διακριτή διασταύρωση
- Ενδιάμεση διασταύρωση
- Γενικευμένη ενδιάμεση διασταύρωση
- Διασταύρωση BLX-a
- Προσομοιωμένη δυαδική διασταύρωση

### 6.4.3 Τελεστές Μετάλλαξης

Ο τελεστής μετάλλαξης εφαρμόζεται στους νέους απογόνους που δημιουργήθηκαν μετά τη διασταύρωση. Η πιθανότητα εφαρμογής του καθορίζεται από τον ερευνητή, αλλά συνήθως είναι αρκετά μικρή, της τάξης  $10^{-2}$ . Σκοπός της μετάλλαξης είναι η εισαγωγή νέου «γενετικού υλικού», δηλαδή εισαγωγή νέων χαρακτηριστικών στους απογόνους. Στη μεν δυαδική κωδικοποίηση, η μετάλλαξη ισοδυναμεί με την αντιστροφή ενός δυαδικού ψηφίου στο χρωμόσωμα. Στη δε πραγματική κωδικοποίηση χρησιμοποιείται η κανονική κατανομή για την αλλαγή μιας μεταβλητής σχεδιασμού. Γενικά, μετάλλαξη μπορεί να συμβεί ισοπίθανα σε οποιοδήποτε σημείο του χρωμοσώματος.

### 6.5 Προβλήματα Πολλών Στόχων

Είναι γεγονός, ότι προσαρμόζοντας έναν εξελικτικό αλγόριθμο κατάλληλα, μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί και σε περιπτώσεις όπου μελετάται ένα πρόβλημα με περισσότερους του ενός στόχους. Ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης είναι δυνατόν με κατάλληλες τεχνικές να μετασχηματιστεί σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Έτσι, χωρίς βλάβη της γενικότητας, θα περιγραφεί η προσαρμογή των ΕΑ στην επίλυση προβλημάτων πολλών στόχων της μορφής:

$$(6.9) \quad \min \vec{F}(\vec{x}), \quad \vec{F} : \mathcal{R}^N \rightarrow \mathcal{R}^M$$

Η διαχείριση των στόχων ενός τέτοιου προβλήματος επιτυγχάνεται με την εισαγωγή της έννοιας **κατά Pareto κυριαρχίας**, και της γραφικής της απεικόνισης στο **μέτωπο Pareto**.

Η κυριαρχία κατά Pareto ορίζεται ως εξής:

Ένα άτομο  $\vec{x}_1$  κυριαρχεί του ατόμου  $\vec{x}_2$ , συμβολίζοντας ως:

$$\vec{x}_1 \prec \vec{x}_2$$

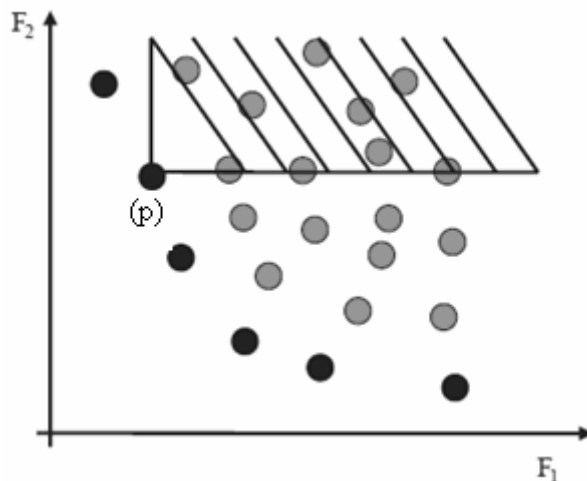
, αν και μόνο αν ισχύει:

$$F_m(\vec{x}_1) \leq F_m(\vec{x}_2)$$

για όλους τους στόχους ( $m=1, \dots, M$ ) και συγχρόνως ισχύει για τουλάχιστον ένα στόχο, έστω  $n$ , ότι:

$$F_m(\vec{x}_1) < F_m(\vec{x}_n)$$

Στην εικόνα 6.1 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα ενός μετώπου Pareto, ή αλλιώς μέτωπο των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων. Με μαύρο χρώμα, φαίνονται οι βέλτιστες λύσεις, ενώ με γκρι οι κυριαρχούμενες λύσεις.



Εικόνα 6.1 Παράδειγμα μετώπου Pareto σε ένα πρόβλημα δύο στόχων

Μια τεχνική για να αναγνωρίσουμε τις κυριαρχούμενες λύσεις είναι η εξής: Ορίζουμε ένα βοηθητικό ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων με αρχή, έστω το σημείο (p), και εντοπίζουμε εκείνα τα σημεία που εμπεριέχονται στο πρώτο τεταρτημόριο του συστήματος αυτού. Όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα το σημείο (p) κυριαρχεί όλων των σημείων που βρίσκονται στη γραμμοσκιασμένη περιοχή. Λύσεις, όπως αυτές του σημείου (p) (και γενικά όλων των μαύρων σημείων του διαγράμματος) ονομάζονται **μη κυριαρχούμενες**. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν κι άλλες μέθοδοι υπολογισμού του μετώπου Pareto εκτός από αυτή του ορθογωνίου συστήματος. Γενικά, σε προβλήματα πολλών στόχων, οι μέθοδοι που στηρίζονται στο μέτωπο Pareto, δεν βρίσκουν μία μόνο λύση αλλά υπολογίζουν πολλαπλές λύσεις.

### 6.6 Σύζευξη Εξελικτικών Αλγορίθμων – Νευρωνικών Δικτύων

Έχει ήδη περιγραφεί η χρήση των εξελικτικών αλγορίθμων ως λογισμικό βελτιστοποίησης. Όπως ειπώθηκε, η ικανότητά τους να απεγκλωβίζονται από τα τοπικά ακρότατα χάρη στο στοχαστικό τους χαρακτήρα, σε συνδυασμό με την ευκολία τους να χρησιμοποιούνται και σε προβλήματα πολλών στόχων χωρίς μεγάλες αλλαγές στον κυρίως κώδικα, δικαιολογούν την ευρεία εφαρμογή τους στο αντικείμενο της βελτιστοποίησης. Ωστόσο, βασικό τους μειονέκτημα είναι το πλήθος των αξιολογήσεων που απαιτούνται. Για κάθε υποψήφια λύση που δημιουργείται ανακαλύπτεται από τον εξελικτικό αλγόριθμο, γίνεται κλήση του λογισμικού αξιολόγησης. Αναλογιζόμενοι το πλήθος των υποψηφίων λύσεων προς αξιολόγηση καθώς και το χρόνο που απαιτείται για να αξιολογηθεί μια μεμονωμένη λύση με ένα λογισμικό «υψηλής πιστότητας», για παράδειγμα λογισμικό επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes, γίνεται αντιληπτό το απαγορευτικό κόστος CPU αλλά και χρόνου που χρειάζεται για να ολοκληρωθεί η διαδικασία της βελτιστοποίησης.

Τα τελευταία χρόνια, για τη μείωση του υπολογιστικού χρόνου-κόστους έχει γίνει ευρέως αποδεκτή η χρήση των μεταπρότυπων ως ένα λογισμικό χαμηλής μεν πιστότητας, αλλά πολύ μικρού-σχεδόν μηδαμινού- υπολογιστικού κόστους. Τα μεταπρότυπα χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση ενός συγκεκριμένου προβλήματος, και παρόλο που θεωρούνται λογισμικά χαμηλής ακρίβειας, και άρα



## Εξελικτικοί αλγόριθμοι

αξιοπιστίας, όσο καλύτερα προσαρμοστούν στο εκάστοτε πρόβλημα τόσο ακριβέστερη θα είναι και η αξιολόγησή τους. Στην παρούσα διπλωματική εργασία ως μεταπρότυπο για αξιολόγηση χρησιμοποιήθηκε το TND RBF.

Γενικά, υπάρχουν δύο τρόποι σύζευξης ενός μεταπρότυπου με τον EA, γνωστές ως: On-line και Off-line σύζευξη.

### 6.6.1 On-line Σύζευξη

Αρχικά, για κάποιες –λίγες- επαναλήψεις, ο EA δεν χρησιμοποιεί το μεταπρότυπο, ώστε το δεύτερο να εκπαιδευτεί. Μετά από αυτό το στάδιο, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί ένα ξεχωριστό μεταπρότυπο για κάθε υποψήφια λύση. Δημιουργείται, δηλαδή, σε κάθε γενιά, ένα *τοπικό μεταπρότυπο* για κάθε άτομο του πληθυσμού σύμφωνα με τα υπάρχοντα δεδομένα που είναι αποθηκευμένα στη βάση δεδομένων. Αυτό γίνεται, γιατί ένα τοπικό πρότυπο είναι πιο εξειδικευμένο και συνεπώς πιο ακριβές στις προβλέψεις του από ένα *καθολικό* πρότυπο, ενώ ο χρόνος εκπαίδευσης ενός τέτοιου πρότυπου είναι μηδαμινός. Μετά την αξιολόγηση όλων των ατόμων του πληθυσμού, εκείνα τα άτομα που τους αποδόθηκε ικανοποιητική τιμή συνάρτησης στόχου αξιολογούνται με το «υψηλής πιστότητας» πρότυπο αξιολόγησης. Οι πραγματικές (ακριβείς) τιμές των ατόμων του πληθυσμού χρησιμοποιούνται για τον εμπλουτισμό της βάσης δεδομένων με σκοπό την περαιτέρω εκπαίδευση του μεταπρότυπου. Κατά αυτό τον τρόπο, το μεταπρότυπο εκπαιδεύεται στο χώρο των λύσεων όπου εστιάζεται η βέλτιστη λύση, με αποτέλεσμα την αποδοτικότερη πρόβλεψή του στο χώρο αυτόν. Τα υπόλοιπα άτομα συνεχίζουν τη διαδικασία εξέλιξης, εφαρμόζοντας σε αυτά τους εξελικτικούς τελεστές, και σε συνδυασμό με τα υποσχόμενα μέλη του πληθυσμού θα αποτελέσουν τη νέα γενιά του EA.

### 6.6.2 Off-line Σύζευξη

Στη μέθοδο αυτή, σε αντίθεση με την On-line σύζευξη, χρησιμοποιείται ένα *καθολικό μεταπρότυπο*, το οποίο κάνει προβλέψεις σε όλο το χώρο των λύσεων. Για την εκπαίδευση ενός τέτοιου μεταπρότυπου απαιτείται μια αρχική βάση δεδομένων, η οποία αποτελείται με τιμές αξιολογημένες από το «υψηλής πιστότητας» πρότυπο. Οι αρχικές αυτές αξιολογήσεις θα πρέπει να είναι έτσι επιλεγμένες, ώστε να οδηγήσουν την κατασκευή του μεταπρότυπου με το ελάχιστο δυνατό σφάλμα. Η διαδικασία αυτή είναι αρκετά χρονοβόρα και φέρει ουσιαστικά το μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος της όλης διαδικασίας.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, έγινε Off-line σύζευξη μεταξύ του Εξελικτικού Αλγορίθμου και του Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου και η επιλογή των αρχικών δειγμάτων εκπαίδευσης ( με ακριβή αξιολόγηση) που αποτελούν τη βάση δεδομένων καθορίστηκαν με τη μέθοδο Πειραματικών Σχεδιασμών, όπως έχει ήδη περιγραφεί στο Κεφάλαιο 4.

Μετά την κατασκευή της βάσης δεδομένων μπορεί να λάβει χώρα η διαδικασία της βελτιστοποίησης. Είναι σημαντικό να τονιστεί, ότι η χρήση του μεταπρότυπου είναι μηδαμινού υπολογιστικού κόστους. Όταν ο EA συγκλίνει, οι βέλτιστες λύσεις οι οποίες προέκυψαν από την αξιολόγηση του «χαμηλής πιστότητας» μεταπρότυπου (TND RBF), αξιολογούνται και με το «υψηλής πιστότητας» πρότυπο (MSES) ώστε

## Εξελικτικοί αλγόριθμοι

να προστεθούν στη βάση δεδομένων για περαιτέρω εκπαίδευση του μεταπροτύπου. Η επαναληπτική αυτή διαδικασία συνεχίζεται μέχρι τελικής σύγκλισης του αλγορίθμου EAM\_Off, οπότε και λαμβάνουμε την ή τις τελικές βέλτιστες λύσεις, ανάλογα με τον τύπο του προβλήματος (ενός ή δύο στόχων).

## 7 Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

### 7.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα από τη δοκιμή της μεθόδου σε προβλήματα βελτιστοποίησης σχεδιασμού αεροτομών πτέρυγας αεροσκάφους. Καθ' όλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης οι ροϊκές συνθήκες κρατήθηκαν σταθερές και οι μοναδικές μεταβαλλόμενες ποσότητες ήταν οι μεταβλητές σχεδιασμού. Η μέθοδος εφαρμόστηκε σε πρόβλημα βελτιστοποίησης τόσο ενός στόχου, όσο και δύο στόχων. Οι στόχοι που τέθηκαν στα προβλήματα ήταν η αύξηση του συντελεστή άνωσης  $C_L$  ή/και η μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας  $C_D$ . Τα δύο προβλήματα διατυπώνονται ως εξής:

Πρόβλημα ενός στόχου:

$$(7.1) \quad \max C_L(\vec{x}) : \mathcal{R}^N \rightarrow \mathcal{R}$$

Πρόβλημα δύο στόχων:

$$(7.2) \quad \begin{aligned} \max C_L(\vec{x}) : \mathcal{R}^N &\rightarrow \mathcal{R} \\ \min C_D(\vec{x}) : \mathcal{R}^N &\rightarrow \mathcal{R} \end{aligned}$$

Η παραμετροποίηση της αεροτομής έγινε με τη μέθοδο Parsec 11 όπως αυτή αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 3. Οι μεταβλητές σχεδιασμού που προέκυψαν ήταν εννέα (9) σε αριθμό και για λόγους πληρότητας αναφέρονται παρακάτω:

- (i). η ακτίνα καμπυλότητας  $R_{LE}$  στο σημείο πρόσπτωσης

Στην πλευρά υπερπίεσης (PS)

- (ii). η γωνία  $\theta_{TE,PS}$  στο σημείο εκφυγής (trailing edge, TE)
- (iii). η τετμημένη  $x_{PS}$  του σημείου με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή
- (iv). η τεταγμένη  $y_{PS}$  του σημείου με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή
- (v). η δεύτερη παράγωγος  $S_{PS}$  του σημείου με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή

Στην πλευρά υποπίεσης (SS)

- (vi). η γωνία  $\theta_{TE,SS}$  στο σημείο εκφυγής (trailing edge, TE)
- (vii). η τετμημένη  $x_{SS}$  του σημείου με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή
- (viii). η τεταγμένη  $y_{SS}$  του σημείου με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή
- (ix). η δεύτερη παράγωγος  $S_{SS}$  του σημείου με τη μέγιστη απόσταση από τη χορδή

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

Τα όρια των μεταβλητών δίνονται και παρακάτω για λόγους πληρότητας:

- (i).  $R_{LE} : [0.0050, 0.0075]$
- (ii).  $x_{PS} : [0.3, 0.4]$
- (iii).  $y_{PS} : [-0.1, -0.04]$
- (iv).  $S_{PS} : [0.7, 0.9]$
- (v).  $\theta_{TE,PS} : [-4.0, 4.0] \text{ (deg)}$
- (vi).  $x_{SS} : [0.4, 0.5]$
- (vii).  $y_{SS} : [0.055, 0.070]$
- (viii).  $S_{SS} : [-0.35, -0.25]$
- (ix).  $\theta_{TE,SS} : [-14.0, -6.0] \text{ (deg)}$

Οι υπόλοιπες παράμετροι της αεροτομής κρατήθηκαν σταθερές

Καθ' όλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης οι παράμετροι του προβλήματος ήταν αδιαστατοποιημένες στο εύρος  $[0,1]$ , και η χορδή είχε μοναδιαίο μήκος.

Για αυτές τις παραμέτρους του προβλήματος επιλέχθηκε ο Πίνακας Taguchi  $OA_{64}(8^9)$ , ο οποίος και έχει αναλυθεί στο Κεφάλαιο 4. Αυτό σημαίνει ότι οι 9 μεταβλητές διακριτοποιήθηκαν σε 8 επίπεδα η κάθε μία και θα πρέπει να γίνουν 64 αξιολογήσεις «υψηλής πιστότητας». Ο πίνακας Taguchi  $OA_{64}(8^9)$  δίνεται στο παράρτημα Α.

Αν  $B_{up}$  είναι το πάνω όριο μιας μεταβλητής,  $B_{lo}$  είναι το κάτω όριο,  $X$  είναι η τιμή του πίνακα για τη συγκεκριμένη επανάληψη και  $L$  είναι τα επίπεδα ( $L=8$ ), τότε η τιμή  $M$  της μεταβλητής που αντιστοιχεί στην τιμή του Πίνακα Taguchi είναι:

$$(7.3) \quad M = B_{up} + \frac{(B_{up} - B_{lo})}{L} \cdot X$$

Με τη βοήθεια της 7.3 και του πίνακα Taguchi σχηματίστηκε ένας νέος πίνακας οι γραμμές του οποίου αποτελούν το διάνυσμα  $\bar{x}$  των μεταβλητών σχεδιασμού. Στη συνέχεια, κάθε διάνυσμα αξιολογείται με το ακριβές πρότυπο αξιολόγησης, έτσι ώστε να σχηματιστεί η βάση δεδομένων, από την οποία θα εκπαιδευτεί το Νευρωνικό Δίκτυο.

Το πρότυπο «υψηλής πιστότητας» αξιολόγησης ήταν το λογισμικό MSES, το οποίο προσαρμόστηκε για συνθήκες 'isolated' και έχοντας ως δεδομένο εισόδου τη γεωμετρία της αεροτομής, χρησιμοποιώντας ολοκληρωματικές μεθόδους επιλύει τη ροή (επιλύτης Euler) γύρω από την αεροτομή και υπολογίζει με υψηλή ακρίβεια τους αεροδυναμικούς στόχους του προβλήματος ( $C_L$  και  $C_D$ ). Οι συνθήκες στις οποίες λαμβάνει χώρα η αξιολόγηση της εκάστοτε αεροτομής είναι:

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

Mach=0.65, Re=8·10<sup>5</sup> και σημείο μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη θεωρήθηκε στο 3 % της χορδής.

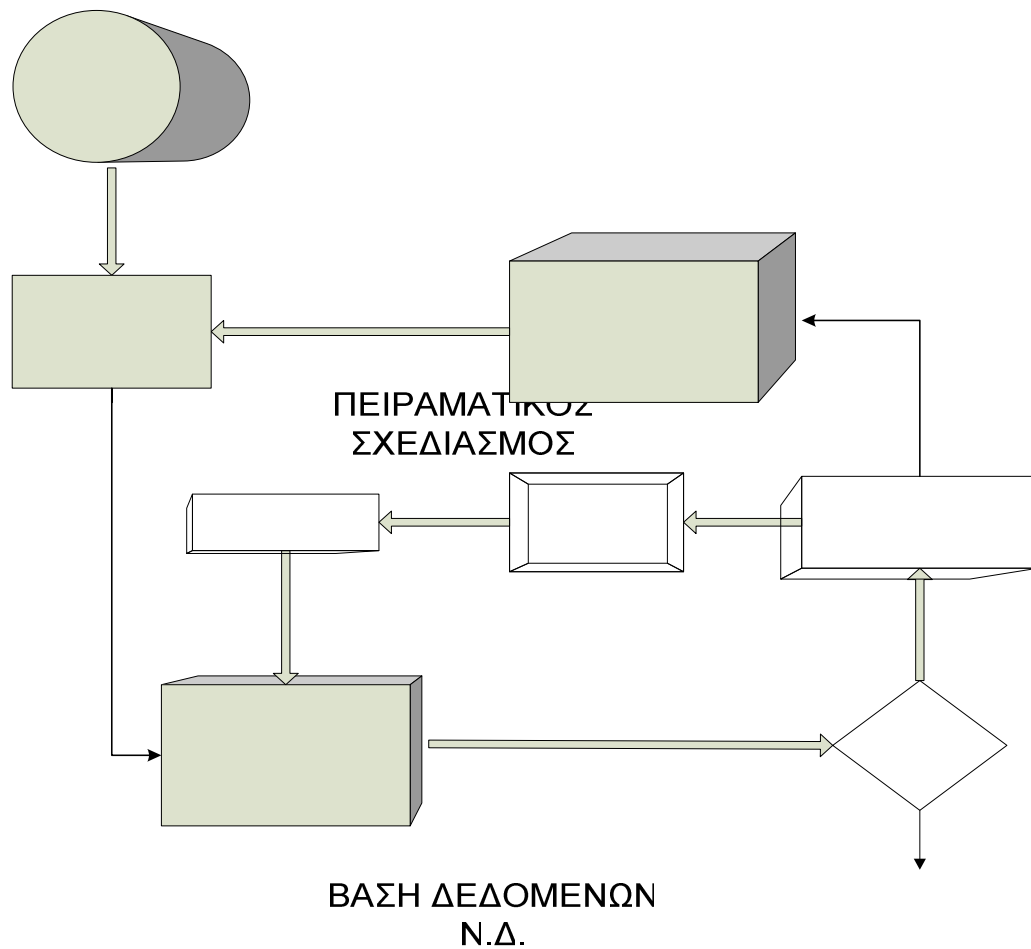
Η δε βελτιστοποίηση έγινε με το λογισμικό Εξελικτικού Αλγορίθμου Easy v2.0. Ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων, ο οποίος και κρίθηκε αρκετός, ήταν 10000, ενώ κριτήριο για παύση του αλγορίθμου αποτέλεσε και ο αριθμός γενεών στον οποίο δεν βρέθηκε νέα καλύτερη λύση και αποφασίστηκε να είναι 100 γενιές. Η κωδικοποίηση των μεταβλητών ήταν *δυαδική με μετασχηματισμό Gray* και σε κάθε μεταβλητή αντιστοιχίστηκαν 10 bits. Ο αριθμός 10.000 αξιολογήσεις, ίσως, φαίνεται πολύ μεγάλος, αλλά πρέπει να γίνει σαφές, ότι οι αξιολογήσεις με το μεταπρότυπο είναι μηδαμινού υπολογιστικού κόστους. Έτσι, το υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης το καταλογίζεται μόνο ο ΕΑ. Βέβαια, χρησιμοποιώντας ένα λογισμικό «υψηλής πιστότητας», όπως MSES ή, πολύ περισσότερο, λογισμικό επίλυσης της ροής με Navier-Stokes, ένας τέτοιος αριθμός αξιολογήσεων θα ήταν αυστηρά απαγορευτικός.

Όσον αφορά την εξελικτική διαδικασία, ένας απόγονος δημιουργείται είτε με *διασταύρωση δύο σημείων* με πιθανότητα εφαρμογής του τελεστή διασταύρωσης 0.97, είτε με *μετάλλαξη* με πιθανότητα εφαρμογής του τελεστή μετάλλαξης 0,02.

Για την αξιολόγηση των υποψηφίων λύσεων που προκύπτουν από την εξελικτική διαδικασία χρησιμοποιείται λογισμικό Νευρωνικού Δικτύου Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης χρησιμοποιήθηκε η *πολυτετραγωνική* με πλάτος  $\sigma_i = \sqrt{2}/2$ . Παρακάτω δίνεται η μορφή της συνάρτησης ενεργοποίησης για λόγους πληρότητας:

$$(7.4) \quad R_i(x) = \sqrt{\|x - c_j\|^2 + (\sqrt{2}/2)^2}$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η σύζευξη του ΤΝΔ με τον ΕΑ έγινε *off-line* και για λόγους συντομίας το λογισμικό θα συμβολίζεται με EAM\_Off. Αυτό σημαίνει ότι η όλη διαδικασία έχει ως εξής. Αφού έχει γίνει η εκπαίδευση του ΤΝΔ από τη βάση δεδομένων, χρησιμοποιείται για τις προβλέψεις-αξιολογήσεις των υποψηφίων λύσεων που προκύπτουν κατά τη διάρκεια της εξέλιξης. Αφού ολοκληρωθεί ο 'πρώτος' κύκλος βελτιστοποίησης με κλίση του EAM-Off και έχει βρεθεί η βέλτιστη λύση (ή καλύτερα το διάνυσμα των βέλτιστων λύσεων), η τελευταία αξιολογείται με το «υψηλής πιστότητας» πρότυπο αξιολόγησης (λογισμικό MSES). Στη συνέχεια, ανανεώνεται η βάση δεδομένων του ΤΝΔ με το διάνυσμα των 'προσωρινά' καλύτερων μεταβλητών σχεδιασμού και την τιμή της συνάρτησης στόχου από αξιολόγηση με το «υψηλής πιστότητας» λογισμικό. Κατ' αυτό τον τρόπο, εκπαιδεύεται το δίκτυο καλύτερα σε εκείνη την περιοχή των λύσεων όπου αναζητείται η βέλτιστη. Στο σχήμα 7.1 απεικονίζεται η διαδικασία της βελτιστοποίησης με αυτό το τρόπο.



Εικόνα 7.1 Βελτιστοποίηση με χρήση λογισμικού EAM\_Off

## 7.2 Πρόβλημα Ενός Στόχου

Το πρόβλημα ενός στόχου έχει τη μορφή:

$$(7.5) \quad \max C_L(\vec{x}) : \mathcal{R}^9 \rightarrow \mathcal{R}^1$$

ΝΕΑ  
ΓΕΝΙΑ

Το διάνυσμα  $\mathbf{x}$  των μεταβλητών περιέχει 9 στοιχεία, δεδομένου ότι προέκυψαν 9 ελεύθερες μεταβλητές από την παραμετροποίηση. Μοναδικός στόχος του προβλήματος, όπως φαίνεται, είναι η μεγιστοποίηση του συντελεστή άωσης  $C_L$ . Ωστόσο, το λογισμικό EAM\_Off δίνει μόνο προβλήματα ελαχιστοποίησης. Έτσι, θέτοντας το  $C_L$  αρνητικό, το πρόβλημα 7.1 μετατρέπεται στο ακόλουθο πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$(7.6) \quad \min -C_L(\vec{x}) : \mathcal{R}^9 \rightarrow \mathcal{R}^1$$

ΝΕΥΡΩΝΙΚΟ  
ΔΙΚΤΥΟ

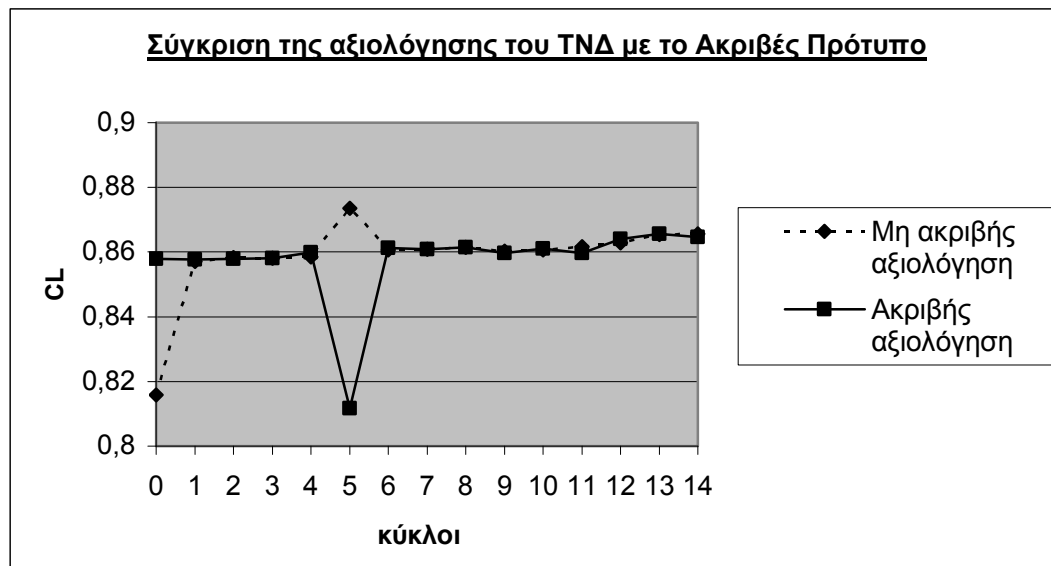
7.2.1 Βελτιστοποίηση χωρίς Περιορισμούς

Αρχικά δοκιμάστηκε η μέθοδος στη βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς. Παρακάτω δίνεται ο πίνακας που δείχνει σε κάθε κύκλο της διαδικασίας τις βέλτιστες λύσεις του  $C_L$  αξιολογημένες με το μεταπρότυπο και τις αντίστοιχες τιμές αξιολογημένες με το ακριβές πρότυπο.

Κύκλος	0	1	2	3	4	5	6	
Ακριβής Αξιολόγηση	0,8578	0,8577	0,8580	0,8581	0,8598	0,8116	0,8613	
Αξιολόγηση με ΤΝΔ	0,8157	0,8572	0,8582	0,8581	0,8584	0,8736	0,8608	
Κύκλος	7	8	9	10	11	12	13	14
Ακριβής Αξιολόγηση	0,8609	0,8615	0,8597	0,8611	0,8596	0,8640	0,8657	0,8646
Αξιολόγηση με ΤΝΔ	0,8608	0,8615	0,8602	0,8608	0,8617	0,8628	0,8655	0,8656

Πίνακας 7.1 Τιμές του  $C_L$  από ακριβή (MSES) και μη ακριβή (ΤΝΔ) αξιολόγηση σε κάθε κύκλο

Στον κύκλο «0» η αξιολόγηση του ΤΝΔ έχει γίνει με το δίκτυο να είναι εκπαιδευμένο από την αρχική βάση δεδομένων που προήλθε με την εφαρμογή του Πίνακα Taguchi (Παράρτημα Α). Σε αντίθεση με το πρώτο κύκλο, στους υπόλοιπους το ΤΝΔ εκπαιδεύεται και με τις βέλτιστες λύσεις που προκύπτουν αξιολογημένες με το «υψηλής πιστότητας» πρότυπο. Με αυτό το τρόπο, το νευρωνικό δίκτυο αποκτάει περισσότερες πληροφορίες ('εμπειρία') στην περιοχή των βέλτιστων λύσεων. Γι' αυτό και όπως φαίνεται, όσο προσεγγίζεται η βέλτιστη λύση τόσο βελτιώνεται η πρόβλεψη του μεταπροτύπου.



Διάγραμμα 7.1

Πορεία της βελτιστοποίησης του  $C_L$  και σύγκριση της αξιολόγησης του ΤΝΔ (εκπαιδευμένο με 64 δείγματα) με το Ακριβές Πρότυπο (MSES)

Το μέσο σχετικό σφάλμα που προέκυψε από την όλη διαδικασία ήταν **0,89%**. Το ακόλουθο διάγραμμα δείχνει το σχετικό σφάλμα κάθε κύκλου με την πρόοδο της διαδικασίας.

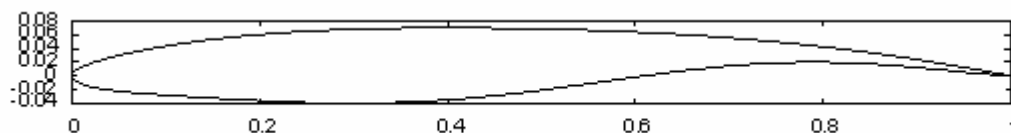


Διάγραμμα 7.2

Σχετικό σφάλμα του  $C_L$  μεταξύ του «ψηλής» (MSES) και «χαμηλής πιστότητας» (TNA, εκπαιδευμένο με 64 δείγματα) πρότυπου αξιολόγησης σε κάθε κύκλο

Το σχετικό σφάλμα, όπως φαίνεται, για όλους τους κύκλους είναι κάτω του 9% και μάλιστα για όλους τους κύκλους με εξαίρεση το πρώτο και τον πέμπτο είναι κάτω του 0,5%. Ο λόγος για το μεγάλο σφάλμα στους κύκλους «0» και «5» είναι ότι στον μεν κύκλο «0» δεν υπάρχει αρκετή πληροφορία του TNA στην περιοχή της βέλτιστης λύσης του  $C_L$ , στον δε κύκλο «5» ο ΕΑ αναζητούσε τη βέλτιστη λύση σε περιοχή όπου το μεταπρότυπο δεν είχε πληροφορία. Το τελευταίο είναι λογικό, αν ληφθεί υπόψη ότι: Το νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύεται καλύτερα στην περιοχή των βέλτιστων λύσεων, με αποτέλεσμα σε μια πιο 'απομακρυσμένη' περιοχή (όπως αυτή όπου η πραγματική τιμή του  $C_L$  είναι 0,81) να μην έχει αρκετή πληροφορία, και συνεπώς να μην κάνει ικανοποιητικές προβλέψεις.

Η αεροτομή που προέκυψε στο τέλος της βελτιστοποίησης είναι:

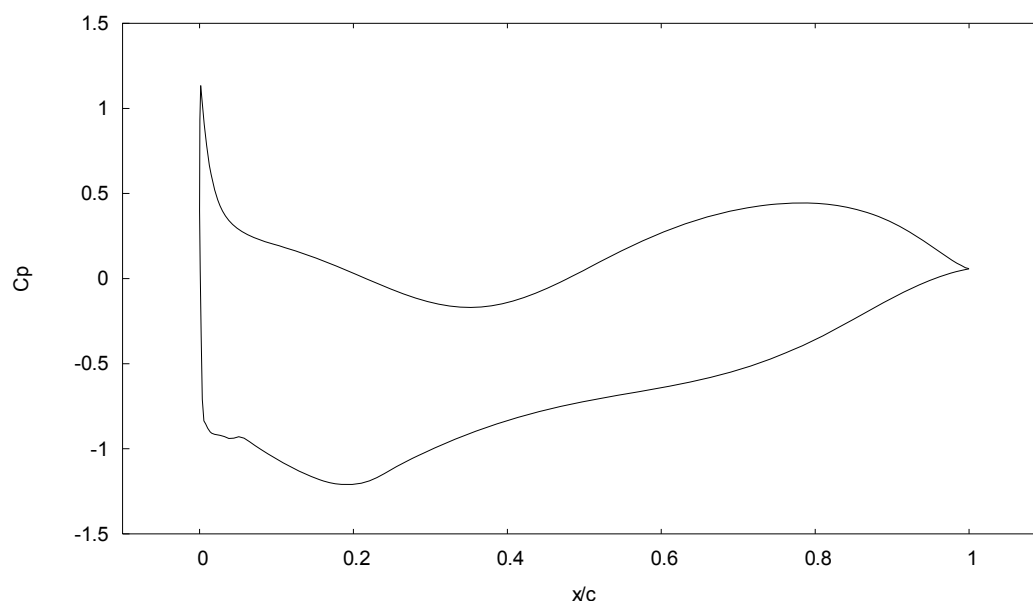


Εικόνα 7.2

Αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση ενός στόχου χωρίς περιορισμούς με αρχική εκπαίδευση του TNA με 64 δείγματα

Και η αντίστοιχη κατανομή του συντελεστή πίεσης είναι:





**Εικόνα 7.3 Κατανομή συντελεστή πίεσης της παραπάνω αεροτομής**

Σαν πρώτη δοκιμή της μεθόδου, τα αποτελέσματα προέκυψαν αρκετά ικανοποιητικά, αν ληφθεί υπόψιν το μικρό μέγεθος της βάσης δεδομένων σε σχέση με το πλήθος των μεταβλητών και τα επίπεδα στα οποία έχουν διακριτοποιηθεί. Υπενθυμίζεται, ότι ένα πλήρες παραγοντικό για εννέα (9) μεταβλητές σε οκτώ (8) επίπεδα απαιτεί:  $8^9=134.217.728$  επαναλήψεις, ενώ το ΤΝΔ εκπαιδεύτηκε με μόλις 64 δείγματα!

Το ερώτημα είναι αν μπορεί να μειωθεί κι άλλο το σχετικό σφάλμα. Στη βελτιστοποίηση αναζητείται μεν η βέλτιστη λύση με το μικρότερο δυνατό υπολογιστικό κόστος στο λιγότερο χρονικό διάστημα (γι' αυτό και η χρήση του μεταπροτύπου), αλλά προτεραιότητα έχει η αποδοτικότητα και η αποτελεσματικότητα του μεταπροτύπου. Έτσι, η ελαχιστοποίηση του σφάλματος του μεταπροτύπου, στην προκειμένη περίπτωση του νευρωνικού δικτύου, έχει το σημαντικότερο ρόλο.

Ένας τρόπος για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αυτού είναι η καλύτερη αρχική εκπαίδευση του δικτύου. Έτσι, αποφασίστηκε ο διπλασιασμός της αρχικής βάσης δεδομένων. Ο διπλασιασμός έγινε ως εξής:

Στην αρχική βάση δεδομένων, η οποία περιείχε 64 ακριβείς αξιολογήσεις, προστέθηκαν άλλες 64 οι οποίες προέκυψαν από τον πίνακα Taguchi ( $OA_{64}(8^9)_\alpha$ ) με την πρώτη του στήλη τοποθετημένη τελευταία. Ο πίνακας Taguchi ( $OA_{64}(8^9)_\beta$ ) δίνεται στο Παράρτημα Α. Τονίζεται ότι ο πίνακας  $OA_{64}(8^9)_\beta$  έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με τον αρχικό. Το γεγονός ότι, είναι δυνατό να αλλάξει η διάταξη των στηλών ή/και των γραμμών του πίνακα και αυτός να διατηρήσει τις ιδιότητές του: «ορθογωνιότητα» και «ισορροπία», είναι γνώρισμα των κλασματικών σχεδιασμών.

Επιπρόσθετα, οι τιμές των μεταβλητών υπολογίστηκαν με βάση την 7.3, όπου ωστόσο, τα όρια των μεταβλητών μειώθηκαν στο μισό. Αυτό έχει ως συνέπεια την

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

περαιτέρω πληροφόρηση του ΤΝΔ σε περιοχή που δεν είχε προηγουμένως καθόλου πληροφορία.

Εδώ πρέπει να διασαφηνιστεί το εξής: Αν θεωρηθεί ότι κάθε στοιχείο ενός 9-διάστατου διανύσματος των ελεύθερων μεταβλητών αποτελεί συντεταγμένες ενός σημείου σε έναν 9-διάστατο χώρο, δεδομένου του ότι οι μεταβλητές είναι αδιαστατοποιημένες στο εύρος [0,1], κάθε ένα από τα 64 σημεία βρίσκεται πάνω στις έδρες ενός υπερκύβου, μήκους πλευράς 1, στο χώρο αυτό. Το γεγονός αυτό διαφαίνεται από το ότι σε κάθε διάνυσμα του πίνακα Taguchi υπάρχει τουλάχιστον ένα στοιχείο με τιμή '0', δηλαδή μία τουλάχιστο μεταβλητή βρίσκεται στο κάτω όριο της και συνεπώς το σημείο θα βρίσκεται στα όρια του υπερκύβου. Αποτέλεσμα είναι να μην υπάρχουν σημεία στον εσωτερικό χώρο του υπερκύβου. Μειώνοντας τα όρια στο μισό, προκύπτουν σημεία στο εσωτερικό του, τα οποία βρίσκονται και πάλι, όπως είναι ευνόητο, στις έδρες ενός δευτέρου υπερκύβου μήκους πλευράς 0.5, εσωτερικό του πρώτου.

Κατ' αυτό το τρόπο, σχηματίστηκε μια νέα βάση δεδομένων με 128 διανύσματα εκπαίδευσης, από την οποία εκπαιδεύτηκε το ΤΝΔ. Για λόγους σύγκρισης επαναλαμβάνεται η διαδικασία της βελτιστοποίησης με τη νέα βάση δεδομένων στο πρόβλημα 7.6 χωρίς περιορισμούς. Τα αποτελέσματα δίνονται παρακάτω:

Κύκλος	0	1	2	3	4	5	6	
Ακριβής Αξιολόγηση	0,8138	0,8287	0,8452	0,8530	0,8614	0,8612	0,8638	
Αξιολόγηση με ΤΝΔ	0,7807	0,8162	0,8356	0,8494	0,8585	0,8605	0,8629	
Κύκλος	7	8	9	10	11	12	13	14
Ακριβής Αξιολόγηση	0,8642	0,8641	0,8650	0,8652	0,8653	0,8601	0,8649	0,8642
Αξιολόγηση με ΤΝΔ	0,8643	0,8639	0,8649	0,8655	0,8649	0,8666	0,8649	0,8657

Πίνακας 7.2

Τιμές του  $C_L$  από ακριβή (MSES) και μη ακριβή (ΤΝΔ, εκπαιδευμένο με 128 δείγματα) αξιολόγηση σε κάθε κύκλο

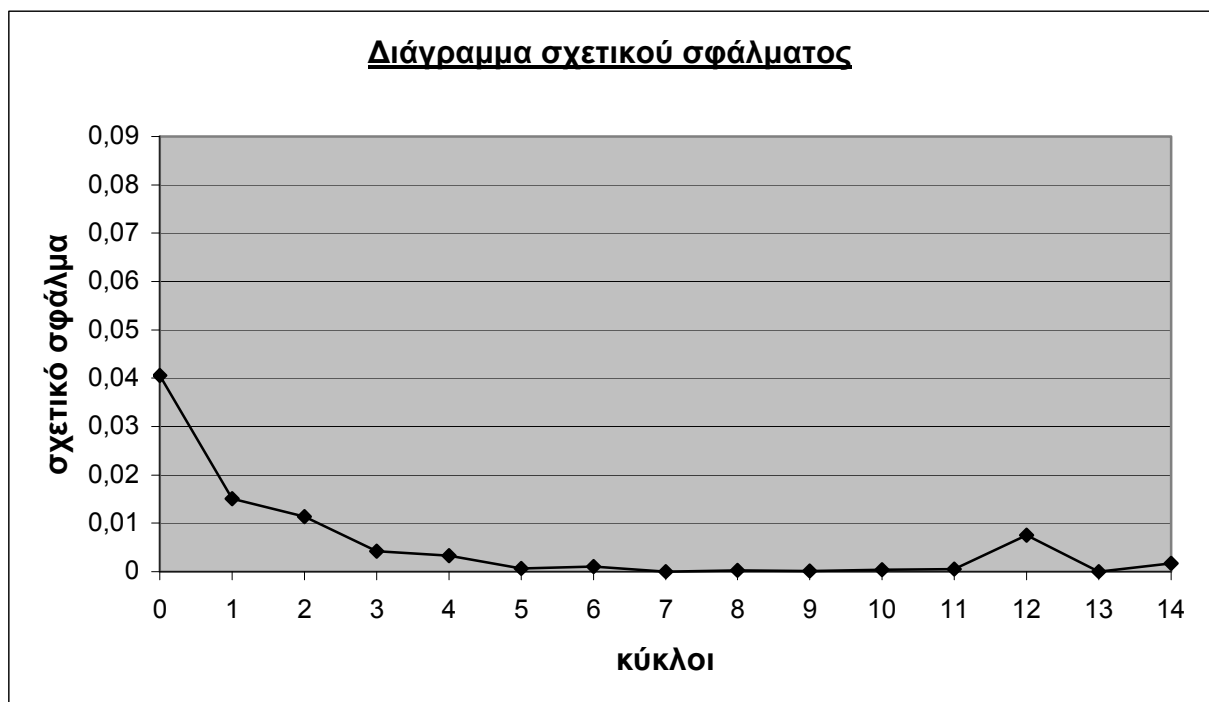
Το μέσο σχετικό σφάλμα που προέκυψε ήταν **0,58%**. Από το διάγραμμα 7.3 φαίνεται πόσο έχει μειωθεί το σχετικό σφάλμα σε κάθε κύκλο, καθώς και ότι δεν παρατηρείται, τουλάχιστον στις 15 αυτές δοκιμές, μεγάλες αποκλίσεις στις αξιολογήσεις μεταξύ του ΤΝΔ και του λογισμικού MSES..

Για την εποπτεία των ελεύθερων μεταβλητών κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης δίνονται οι τιμές τους ενδεικτικά στους κύκλους 0,3,6,9,12,14.

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

<b>Κύκλοι:</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>14</b>
$R_{LE} (10^{-3})$	7,067	7,490	7,4978	7,495	7,5	7,5
$X_{PS}$	0,323	0,305	0,300	0,300	0,3	0,300
$y_{PS} (10^{-2})$	-4	-4,005868	-4	-4	-4	-4
$S_{PS}$	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,899
$\theta_{TE,PS} (deg)$	-4,0	-3,96089928	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0
$x_{SS}$	0,4329423	0,4	0,40019550	0,4	0,4	0,4
$y_{SS} (10^{-2})$	6,730206	6,9912025	7,0	6,9956005	6,8753665	7,0
$S_{SS}$	-0,30132	-0,3026	-0,3172	-0,3256	-0,3342	-0,3335
$\theta_{TE,SS}$	-10,50	-10,42	-12,48	-13,29	-13,70	-13,62
<b>Ακριβής Αξιολ.</b>	<b>0,8137840</b>	<b>0,853005</b>	<b>0,863773</b>	<b>0,865028</b>	<b>0,860075</b>	<b>0,864208</b>
<b>Μη ακριβής Αξιολ.</b>	<b>0,7807229</b>	<b>0,849414</b>	<b>0,862905</b>	<b>0,864862</b>	<b>0,866558</b>	<b>0,865652</b>

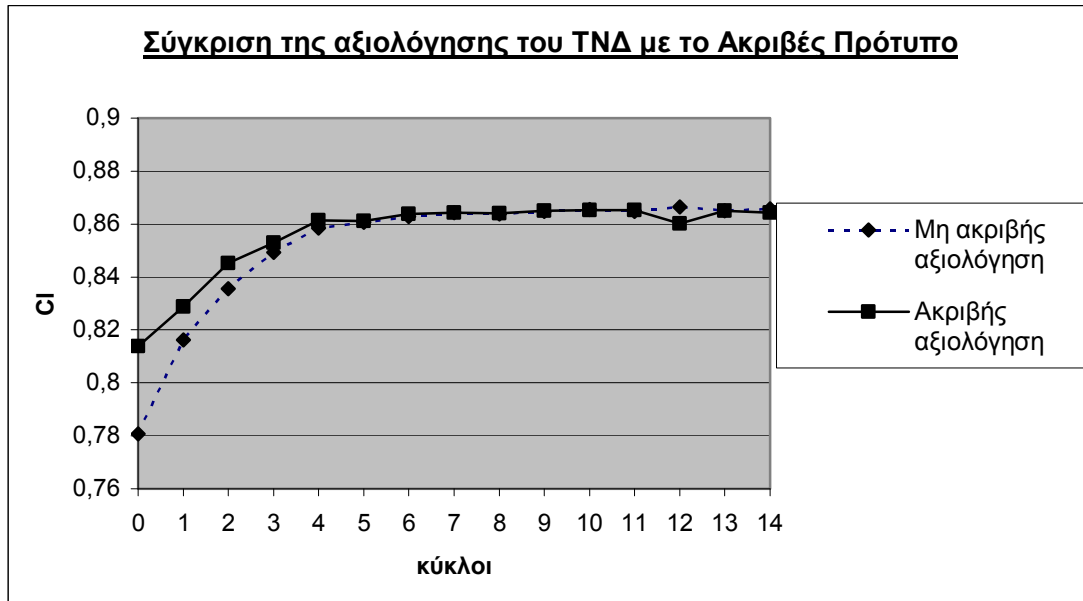
Πίνακας 7.3 Τιμές των ελευθέρων μεταβλητών και του  $C_L$  σε κάποιους ενδεικτικούς κύκλους



Διάγραμμα 7.3

Σχετικό σφάλμα του  $C_L$  μεταξύ της ακριβούς (με το MSES) και της μη ακριβούς αξιολόγησης (με το TNA, εκπαιδευμένο με 128 δείγματα) σε κάθε κύκλο

Ταυτόχρονα με το μικρό σχετικό σφάλμα παρατηρείται ότι, με την καλύτερη εκπαίδευση του TNA, η βέλτιστη λύση προσεγγίστηκε στον 4<sup>ο</sup> κύκλο σε αντίθεση με την προηγούμενη διαδικασία, όπως φαίνεται στο επόμενο διάγραμμα, αλλά και στο πίνακα 7.2.



Διάγραμμα 7.4

Πορεία της βελτιστοποίησης του  $C_L$  και σύγκριση της αξιολόγησης του TND (εκπαιδευμένο με 128 δείγματα) με το «υψηλής πιστότητας» πρότυπο

Στην πορεία της βελτιστοποίησης, οι ελεύθερες μεταβλητές παρατηρήθηκε, όπως ήταν και λογικό, να συγκλίνουν στις βέλτιστες τιμές τους. Παρακάτω θα παρατεθούν τα διαγράμματα που δείχνουν αυτήν τη σύγκλιση συναρτήσει των κύκλων.

Για την ακτίνα καμπυλότητας:



Διάγραμμα 7.5 Πορεία της σύγκλισης της Ακτίνας Καμπυλότητας κατά τη βελτιστοποίηση

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

Για τη μεταβλητή  $x_{PS}$  στην πλευρά υπερπίεσης:



Διάγραμμα 7.6 Πορεία της σύγκλισης της μεταβλητής  $X_{PS}$  κατά τη βελτιστοποίηση

Για τη μεταβλητή  $y_{PS}$  στην πλευρά υπερπίεσης:



Διάγραμμα 7.7 Πορεία της σύγκλισης της μεταβλητής  $Y_{PS}$  κατά τη βελτιστοποίηση

Για τη δεύτερη παράγωγο  $S_{PS}$  στην πλευρά υπερπίεσης:



Διάγραμμα 7.8 Πορεία της σύγκλισης της μεταβλητής  $S_{PS}$  κατά τη βελτιστοποίηση

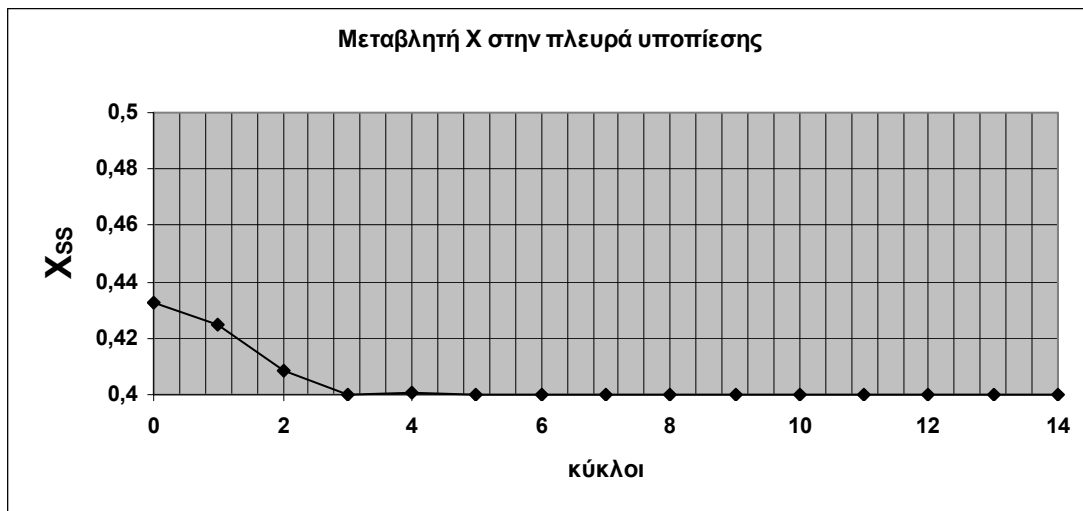
Για τη γωνία  $\theta_{TE,PS}$  στο σημείο εκφυγής για την πλευρά υπερπίεσης:



Διάγραμμα 7.9 Πορεία της σύγκλισης γωνίας  $\theta_{TE,PS}$  κατά τη βελτιστοποίηση

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

Για τη μεταβλητή  $x_{ss}$  στην πλευρά υποπίεσης:



Διάγραμμα 7.10 Πορεία της σύγκλισης της μεταβλητής  $X_{ss}$  κατά τη βελτιστοποίηση

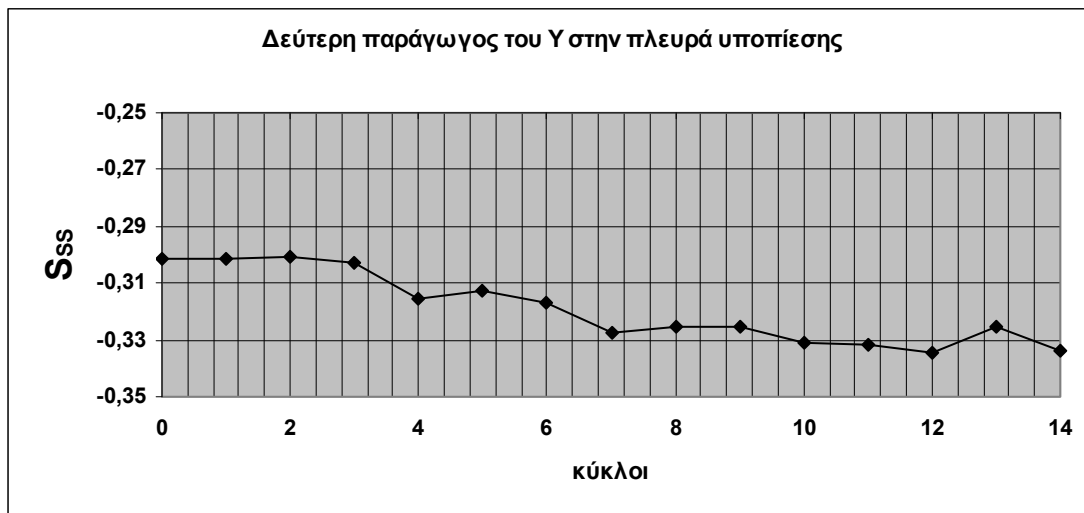
Για τη μεταβλητή  $y_{ss}$  στην πλευρά υποπίεσης:



Διάγραμμα 7.11 Πορεία της σύγκλισης της μεταβλητής  $Y_{ss}$  κατά τη βελτιστοποίηση

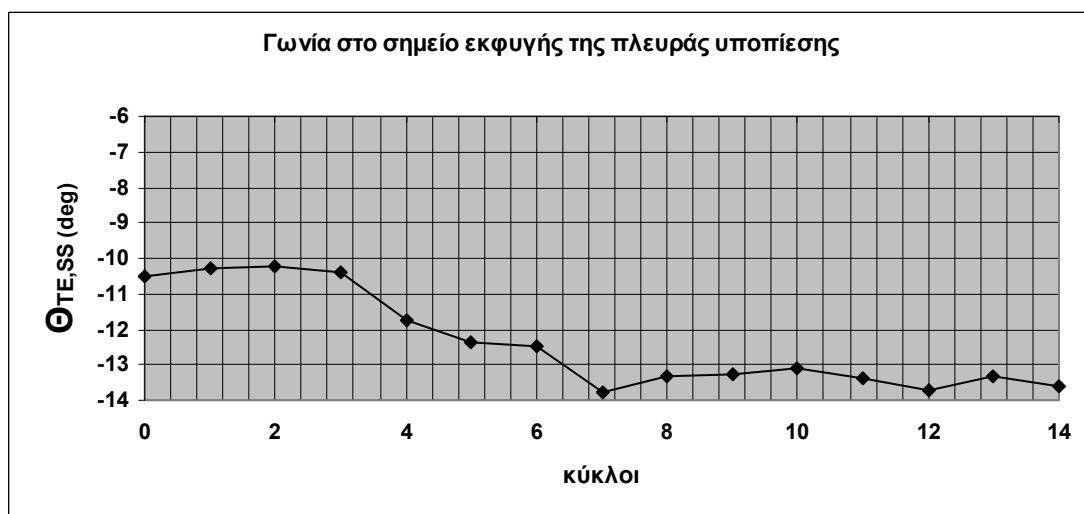
## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

Για τη δεύτερη παράγωγο  $S_{SS}$  στην πλευρά υποπίεσης:



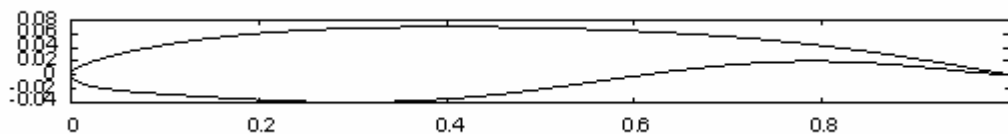
Διάγραμμα 7.12 Πορεία της σύγκλισης της μεταβλητής  $S_{SS}$  κατά τη βελτιστοποίηση

Για τη γωνία  $\theta_{TE,SS}$  στο σημείο εκφυγής για την πλευρά υποπίεσης:



Διάγραμμα 7.13 Πορεία της σύγκλισης γωνίας  $\theta_{TE,SS}$  κατά τη βελτιστοποίηση

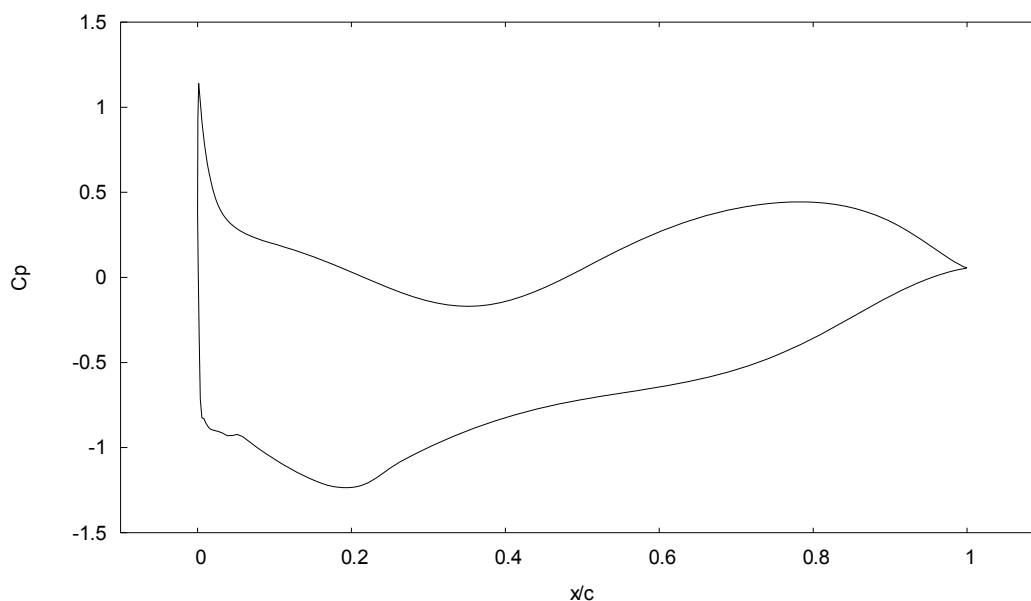
Η αεροτομή που προέκυψε με το πέρας της διαδικασίας της βελτιστοποίησης έχει  $C_L=0.8642$  και  $C_D=0.013542$  και είναι:



Εικόνα 7.4 Αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση ενός στόχου χωρίς περιορισμούς με αρχική εκπαίδευση του TNA με 128 δείγματα



Η αντίστοιχη κατανομή του συντελεστή πίεσης δίνεται παρακάτω:



Εικόνα 7.5 Κατανομή συντελεστή πίεσης της παραπάνω αεροτομής

### 7.2.2 Βελτιστοποίηση με Περιορισμούς

Μετά από τα ικανοποιητικά αποτελέσματα, αποφασίστηκε να εφαρμοστεί η ίδια διαδικασία στο πρόβλημα 7.6 αλλά με περιορισμούς. Η εκπαίδευση (αρχική) του νευρωνικού δικτύου έγινε με 128 δείγματα εκπαίδευσης. Όπως έχει αναφερθεί, οι πίνακες Taguchi ( $OA_{64}(8^9)\alpha$ ) και ( $OA_{64}(8^9)\beta$ ) που συνδυάστηκαν δίνονται στο Παράρτημα. Οι περιορισμοί του προβλήματος επικεντρώθηκαν στο πάχος της αεροτομής με **μέγιστη αποδεκτή τιμή 0,05m στο 40% και 0,015 στο 85 % της χορδής**. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω:

Κύκλος	0	1	2	3	4	5	6	
Ακριβής Αξιολόγηση	0,7036	0,7237	0,7182	0,7269	0,7098	0,7080	0,7293	
Αξιολόγηση με ΤΝΔ	0,7308	0,7098	0,7200	0,7254	0,7094	0,7089	0,7285	
Κύκλος	7	8	9	10	11	12	13	14
Ακριβής Αξιολόγηση	0,7179	0,7237	0,7019	0,7287	0,7284	0,7286	0,7290	0,7287
Αξιολόγηση με ΤΝΔ	0,7186	0,7167	0,7054	0,7313	0,7294	0,7288	0,7293	0,7287

Πίνακας 7.4 Τιμές του  $C_L$  από ακριβή (MSES) και μη ακριβή (ΤΝΔ, εκπαιδευμένο με 128 δείγματα) αξιολόγηση σε κάθε κύκλο

Το μέσο σχετικό σφάλμα που προέκυψε ήταν και σε αυτή τη διαδικασία **0,58%**. Αυτό δείχνει ότι το πρότυπο έχει ένα σταθερό μέσο σφάλμα, παρόλο που η περιοχή που αναζητείται η βέλτιστη λύση του  $C_L$  είναι διαφορετική. Στο διάγραμμα 7.5 δείχνεται το σχετικό σφάλμα κάθε κύκλου.

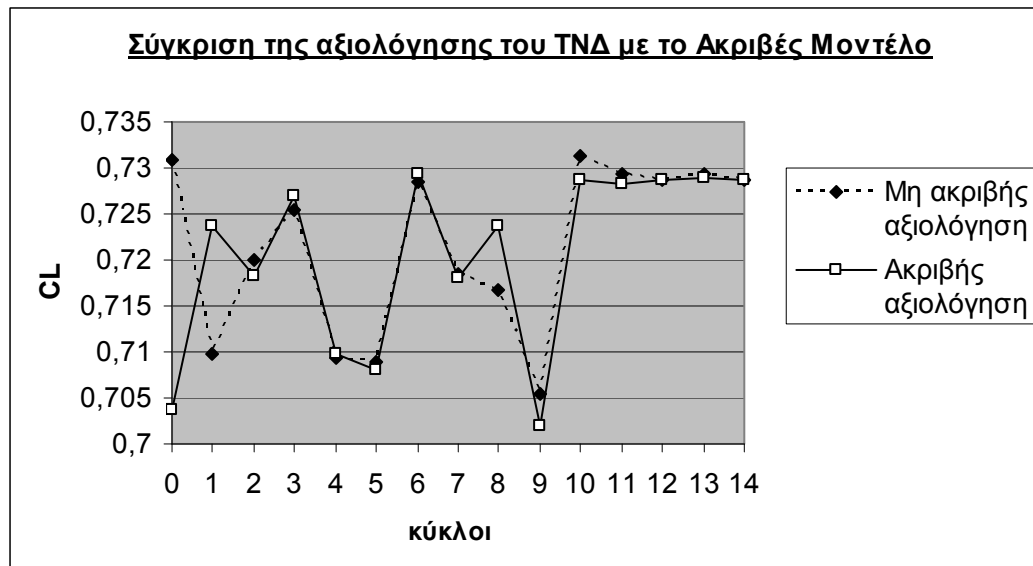


**Διάγραμμα 7.14**

Το σχετικό σφάλμα του  $C_L$  σε κάθε κύκλο της βελτιστοποίησης μεταξύ της αξιολόγησης με το «υψηλής πιστότητας» και «μη υψηλής πιστότητας» πρότυπο

Το σχετικό σφάλμα του  $C_L$  είναι από τον πρώτο κιάλας κύκλο (κύκλο «0») κάτω του 4%, ενώ από τον κύκλο «2» και μετά είναι κάτω του 0.3 % για την πλειοψηφία των κύκλων.

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 7.4, αλλά και από το διάγραμμα 7.15, οι τιμές του  $C_L$  είναι πολύ μικρότερες από τις αντίστοιχες τιμές της βελτιστοποίησης με περιορισμούς, πράγμα και αναμενόμενο.



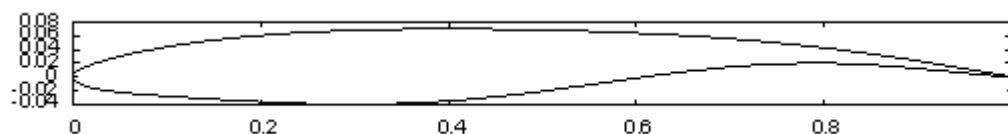
Διάγραμμα 7.15

Πορεία της βελτιστοποίησης του  $C_L$  με περιορισμούς και σύγκριση της αξιολόγησης του TNA με το «υψηλής πιστότητας» πρότυπο

Από το παραπάνω διάγραμμα φαίνεται ότι η βέλτιστη τιμή που συγκλίνει το  $C_L$  είναι κοντά στο 0.729 σε αντίθεση με την τιμή 0.865 που συγκλίνει για βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς. Η διαφορά αυτή είναι λογική, αν αναλογιστούμε ότι οι περιορισμοί δρουν αρνητικά στην τάση για αύξηση του  $C_L$ .

Κρίνεται χρήσιμο να δειχθούν οι αεροτομές που προέκυψαν με τις βέλτιστες λύσεις του  $C_L$  για τη βελτιστοποίηση με περιορισμούς και χωρίς.

Για τη βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς η βέλτιστη τιμή του  $C_L$  (με ακριβή αξιολόγηση) προέκυψε στον **11<sup>ο</sup> κύκλο** της διαδικασίας και ήταν **0.86527** και η αεροτομή που προκύπτει είναι:

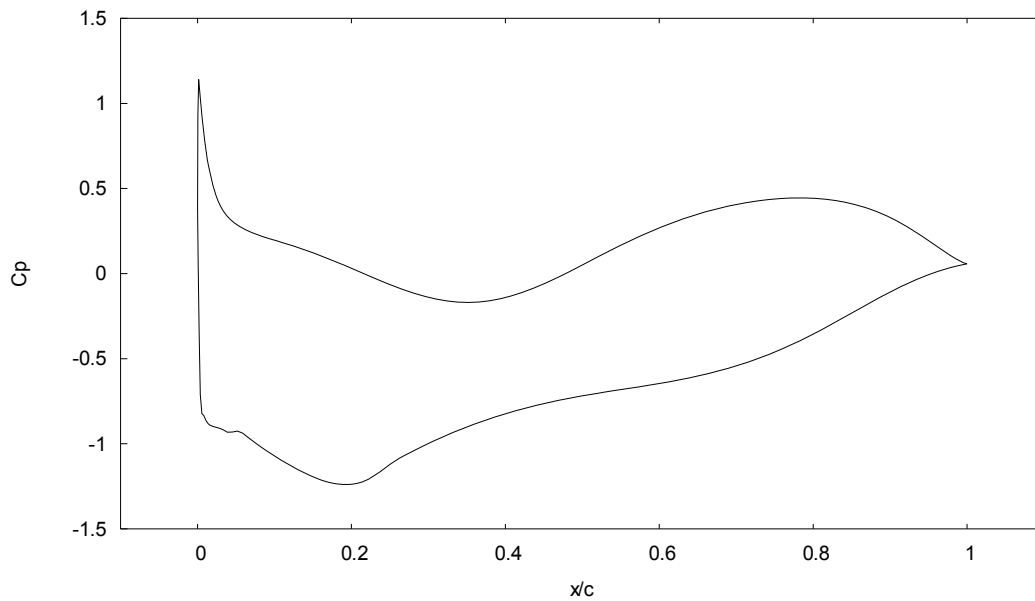


Εικόνα 7.6

Αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση του  $C_L$  (ενός στόχου) χωρίς περιορισμούς

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

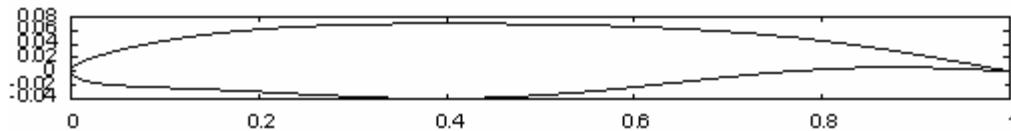
Η αντίστοιχη κατανομή του συντελεστή πίεσης είναι:



Εικόνα 7.7

Κατανομή συντελεστή πίεσης της αεροτομής που προέκυψε με βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

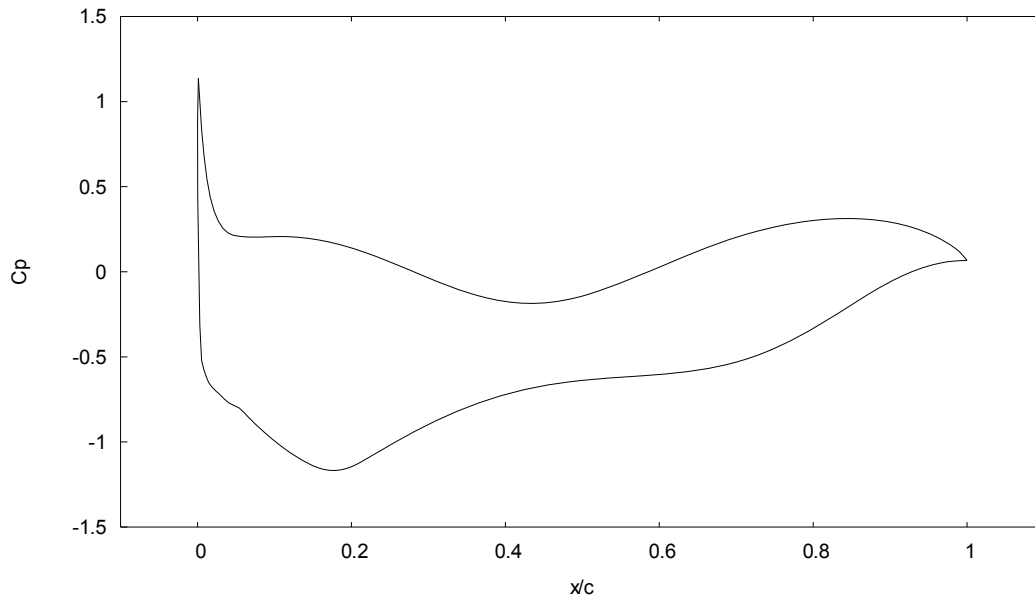
Για τη βελτιστοποίηση με περιορισμούς η βέλτιστη τιμή του  $C_L$  (με ακριβή αξιολόγηση) προέκυψε στον **6<sup>ο</sup>** κύκλο της διαδικασίας και ήταν **0,72925** και η αεροτομή που προκύπτει είναι:



Εικόνα 7.8

Αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση (ενός στόχου) του  $C_L$  με περιορισμούς

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

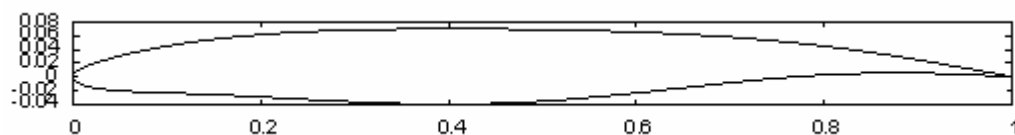


**Εικόνα 7.9**

**Κατανομή συντελεστή πίεσης της αεροτομής που προέκυψε από βελτιστοποίηση με περιορισμούς**

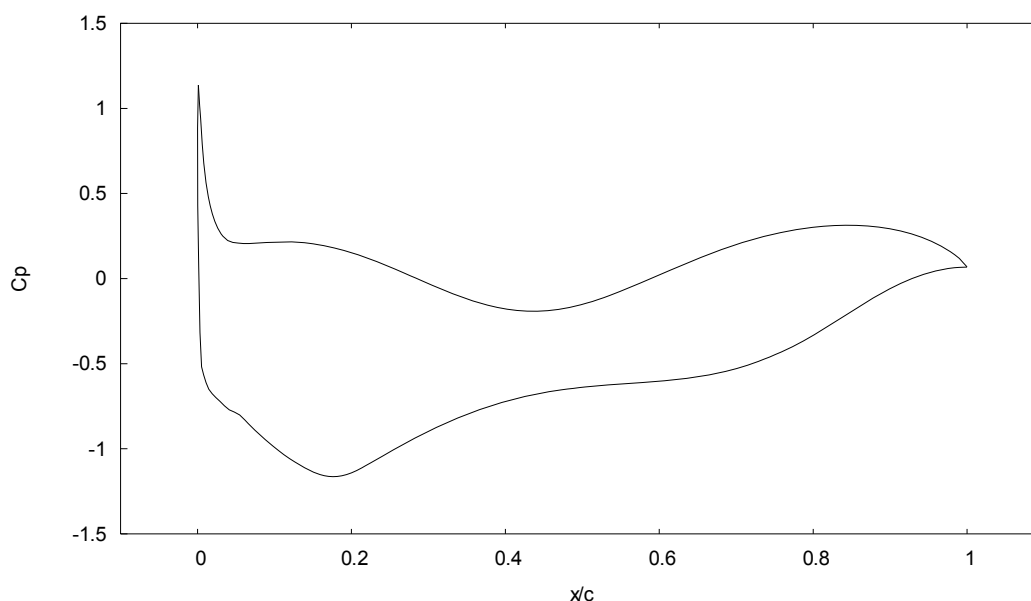
Από τη σύγκριση των δύο αεροτομών φαίνεται η διαφορά στο πίσω μέρος της αεροτομής. Στην αεροτομή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς το πάχος είναι πολύ λεπτότερο από αυτή που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση με περιορισμούς.

Η αεροτομή που προέκυψε στο τέλος της βελτιστοποίησης και η αντίστοιχη κατανομή του συντελεστή πίεσης δίνεται παρακάτω:



**Εικόνα 7.10**

**Αεροτομή που προέκυψε στο τέλος της βελτιστοποίησης με περιορισμούς και εκπαίδευση του ΤΝΔ με 128 δείγματα**



Εικόνα 7.11

Κατανομή συντελεστή πίεσης της αεροτομής που προέκυψε στο τέλος της βελτιστοποίησης με περιορισμούς και εκπαίδευση του ΤΝΔ με 128 δείγματα

### 7.3 Πρόβλημα Δύο Στόχων

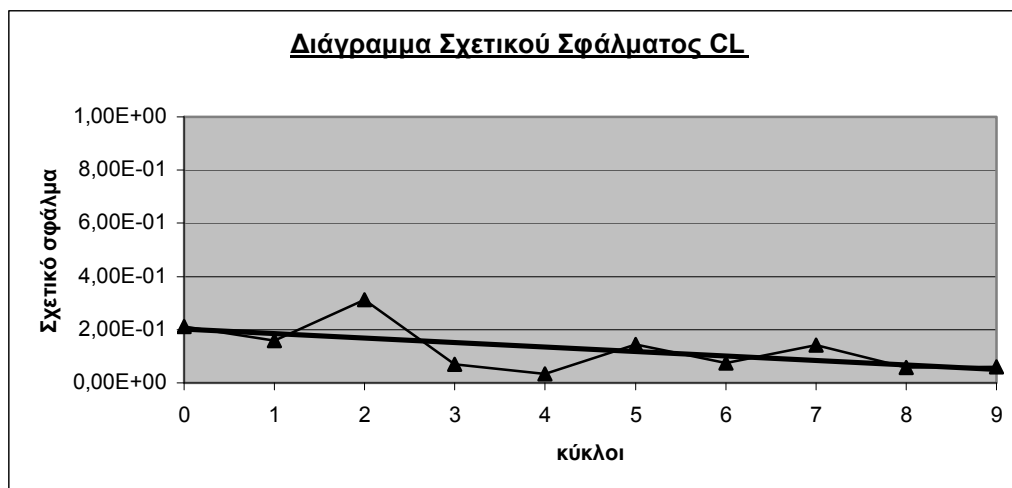
Η ίδια διαδικασία εφαρμόστηκε και για τη βελτιστοποίηση δύο στόχων με περιορισμούς. Το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$(7.7) \quad \begin{aligned} \min -C_L(\bar{x}) : \mathcal{R}^9 &\rightarrow \mathcal{R} \\ \min C_D(\bar{x}) : \mathcal{R}^9 &\rightarrow \mathcal{R} \end{aligned}$$

όπου και πάλι το πρόβλημα της μεγιστοποίησης του  $C_L$  μετατρέπεται σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης με αλλαγή προσήμου, όπως στο πρόβλημα ενός στόχου.

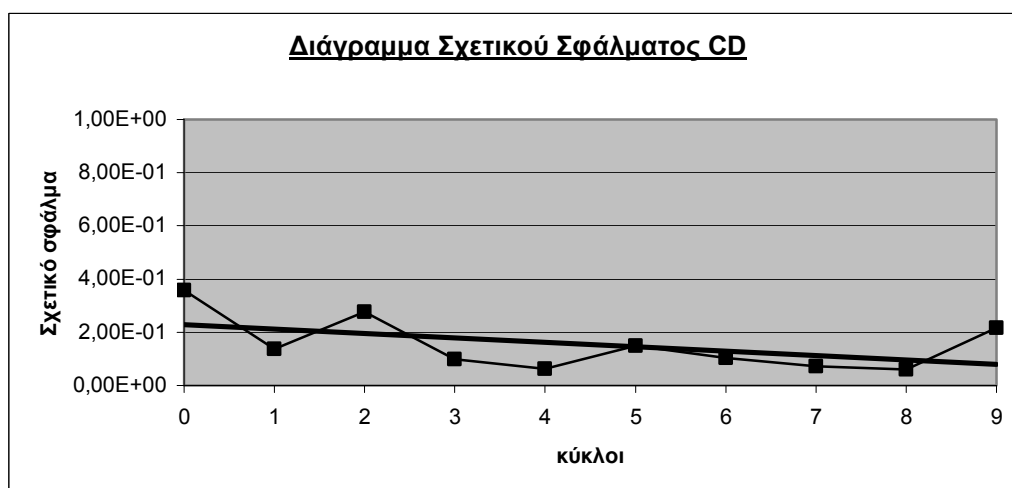
Η εκπαίδευση του δικτύου έγινε με την ίδια βάση δεδομένων που αποτελείται από τα 128 δείγματα αξιολογημένα με το ακριβές πρότυπο με τη διαφορά ότι σε κάθε διάνυμα ελευθέρων μεταβλητών αντιστοιχούν δύο αντί μιας τιμής αντικειμενικής συνάρτησης, αυτές του  $C_L$  και του  $C_D$ . Όσον αφορά τις ρυθμίσεις του ΕΑ διατηρήθηκαν ίδιες με αυτές του ενός στόχου με μόνη διαφορά ότι το λογισμικό προσαρμόζεται στην αντιμετώπιση δύο στόχων και συνεπώς δεν θα λαμβάνεται μια αλλά οκτώ (8) βέλτιστες λύσεις. Οι βέλτιστες αυτές λύσεις θα αποτελέσουν και το μέτωπο Pareto, όπως αυτό έχει αναλυθεί στην Ενότητα 6.5.

Όσον αφορά τα σφάλματα των  $C_L$  και  $C_D$  από τις αξιολογήσεις του ΤΝΔ σε σχέση με το ακριβές πρότυπο αξιολόγησης, αυτά φαίνονται στα ακόλουθα διαγράμματα:



Διάγραμμα 7.16

Σχετικό Σφάλμα του  $C_L$  συναρτήσει των κύκλων της βελτιστοποίησης δύο στόχων με περιορισμούς



Διάγραμμα 7.17

Σχετικό Σφάλμα του  $C_D$  συναρτήσει των κύκλων της βελτιστοποίησης δύο στόχων με περιορισμούς

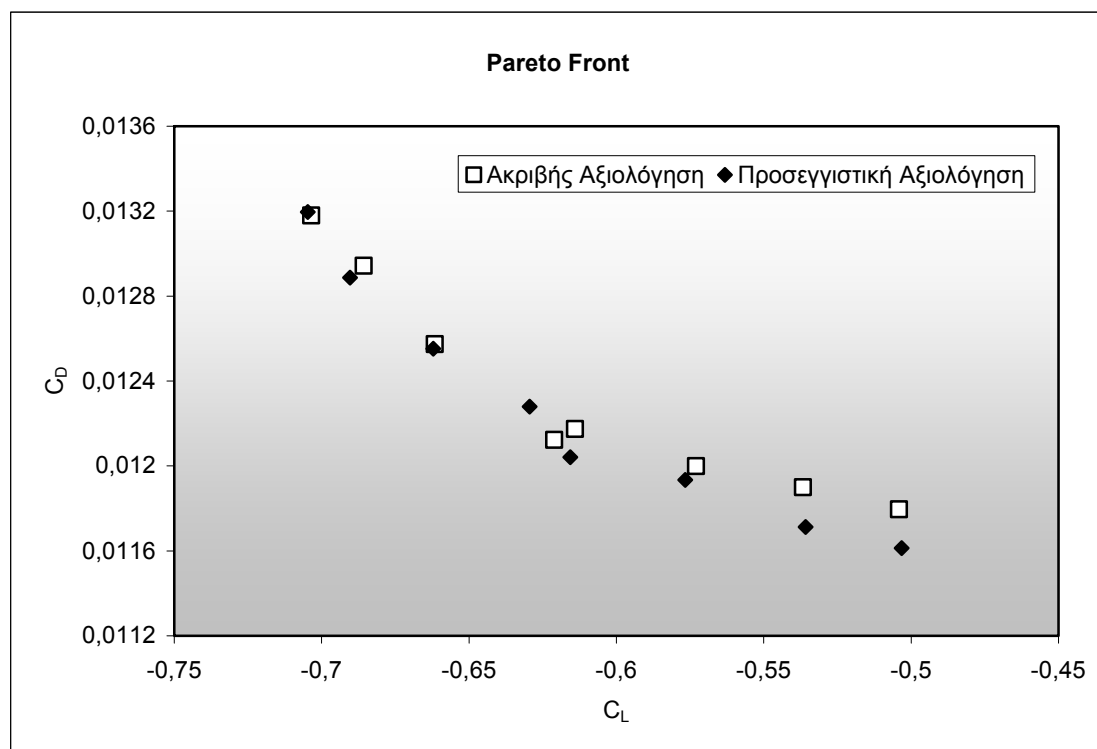
Το μέτωπο Pareto που προέκυψε από τον Easy v2.0 μέσω προσεγγιστικής αξιολόγησης με χρήση δικτύων συναρτήσεως ακτινικής βάσης (RBF) παρουσιάζεται παρακάτω με σημεία σε σχήμα ρόμβου. Ωστόσο η προσεγγιστική αξιολόγηση δεν μας δείχνει αν η λύση αυτή είναι πράγματι η καλύτερη. Γι' αυτό και οι προκύπτουσες λύσεις αξιολογούνται στη συνέχεια με λογισμικό «υψηλής πιστότητας» (MSES). Με τις τετράγωνα σημεία δείχνεται το «ακριβές» μέτωπο Pareto που αντιστοιχεί σε αυτό της αξιολόγησης με το λογισμικό MSES.

Σε κάθε κύκλο έγιναν 10.000 αξιολογήσεις και κρατήθηκαν οι οκτώ βέλτιστες λύσεις. Θεωρήθηκε ότι ο αριθμός των επαναλήψεων ήταν αρκετός ώστε με το πέρας των επαναλήψεων να έχει συγκλίνει ο εξελικτικός αλγόριθμος. Υπενθυμίζεται, ότι 10.000

## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

αξιολογήσεις με το χαμηλού υπολογιστικού κόστους νευρωνικό δίκτυο είναι αποδεκτός αριθμός.

Το επόμενο διάγραμμα αναφέρεται στον πρώτο κύκλο (κύκλος «0») της όλης διαδικασίας. Στον άξονα των x παρουσιάζονται οι τιμές του  $-C_L$  και στον άξονα των y οι τιμές του  $C_D$ . Μοναδικός λόγος που παρουσιάζονται οι αρνητικές τιμές του  $C_L$  και όχι οι θετικές είναι ώστε το μέτωπο Pareto να έχει την ίδια μορφή με αυτή της εικόνας 6.1.



Ο πίνακας δείχνει τα δεδομένα από τα οποία προήλθε το παραπάνω διάγραμμα.

<u>elites</u>	<u>Προσεγγιστική Αξιολόγηση</u>		<u>Ακριβής Αξιολόγηση</u>	
	<u><math>C_L</math></u>	<u><math>C_D</math></u>	<u><math>C_L</math></u>	<u><math>C_D</math></u>
<b>1</b>	-0,704717517	0,013196187	-0,703538	1,32E-02
<b>2</b>	-0,690359146	0,012886378	-0,68574	1,29E-02
<b>3</b>	-0,662135322	0,012551969	-0,661611	1,26E-02
<b>4</b>	-0,629456098	0,012279603	-0,621045	1,21E-02
<b>5</b>	-0,61563661	0,012041796	-0,614065	1,22E-02
<b>6</b>	-0,576647836	0,01193456	-0,572928	1,20E-02
<b>7</b>	-0,535822993	0,011712023	-0,536699	1,19E-02
<b>8</b>	-0,503259249	0,011613538	-0,504074	1,18E-02

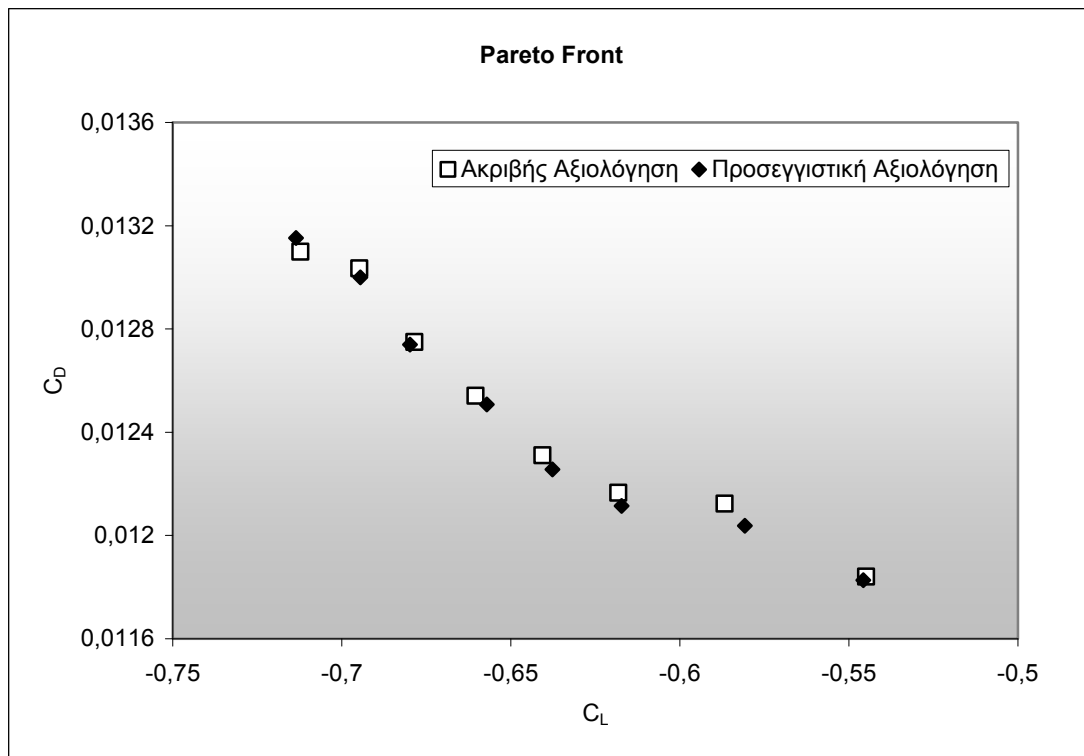


Η πρώτη στήλη δείχνει τον αριθμό των επίλεκτων μελών του μετώπου Pareto. Οι στήλες 2 και 4 δείχνουν το συντελεστή άνωσης ( $C_L$ ) η μεν για μη ακριβή (δηλαδή για αξιολόγηση με ΤΝΔ RBF) και η δε για ακριβή αξιολόγηση (λογισμικό MSES). Ανάλογα οι στήλες 3 και 5 δείχνουν το συντελεστή οπισθέλκουσας ( $C_D$ ).

Στη συνέχεια θα δειχθούν τα μέτωπα Pareto για κάθε ένα από τους κύκλους της διαδικασίας και επιλεκτικά στους κύκλους 3,5,7 και 10 οι πίνακες από τους οποίους προέκυψαν τα διαγράμματα. Από τα διαγράμματα είμαστε σε θέση να συγκρίνουμε την ακρίβεια του μεταπροτύπου που επιλέξαμε.

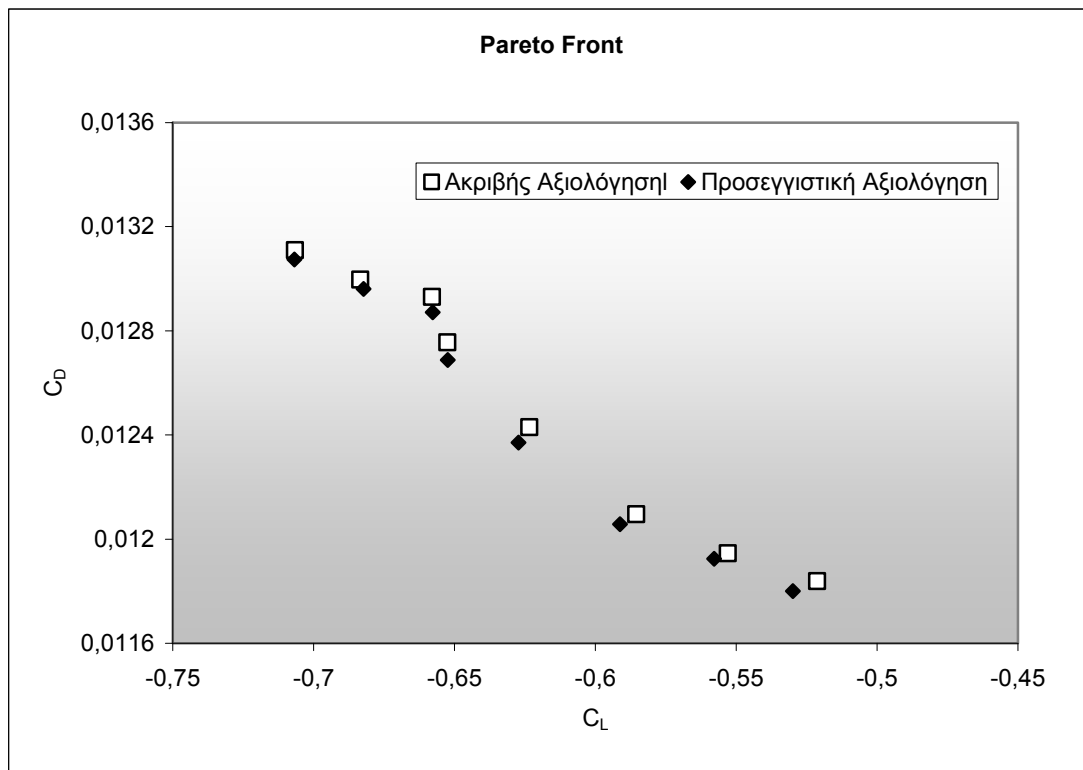
## ΚΥΚΛΟΣ 1

Το μέτωπο Pareto:



## ΚΥΚΛΟΣ 2

Το μέτωπο Pareto:

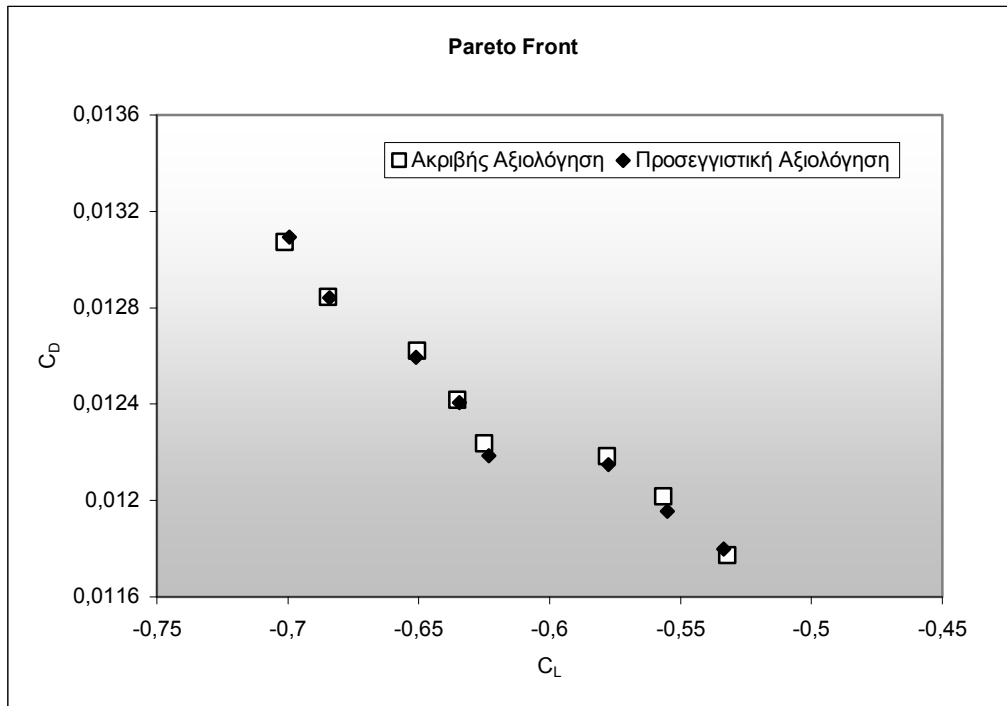


Ο πίνακας δεδομένων:

<b>Elites</b>	<b>Προσεγγιστική Αξιολόγηση</b>		<b>Ακριβής Αξιολόγηση</b>	
	<b><math>C_L</math></b>	<b><math>C_D</math></b>	<b><math>C_L</math></b>	<b><math>C_D</math></b>
<b>1</b>	-0,706767553	0,013073478	-0,706563	1,31E-02
<b>2</b>	-0,682258849	0,01296117	-0,683381	1,30E-02
<b>3</b>	-0,657676598	0,012870997	-0,652508	1,28E-02
<b>4</b>	-0,652426497	0,012688185	-0,657915	1,29E-02
<b>5</b>	-0,627274014	0,012371234	-0,623411	1,24E-02
<b>6</b>	-0,591201936	0,012057639	-0,585461	1,21E-02
<b>7</b>	-0,557879625	0,011924625	-0,552908	1,19E-02
<b>8</b>	-0,529884709	0,0118008	-0,521207	1,18E-02

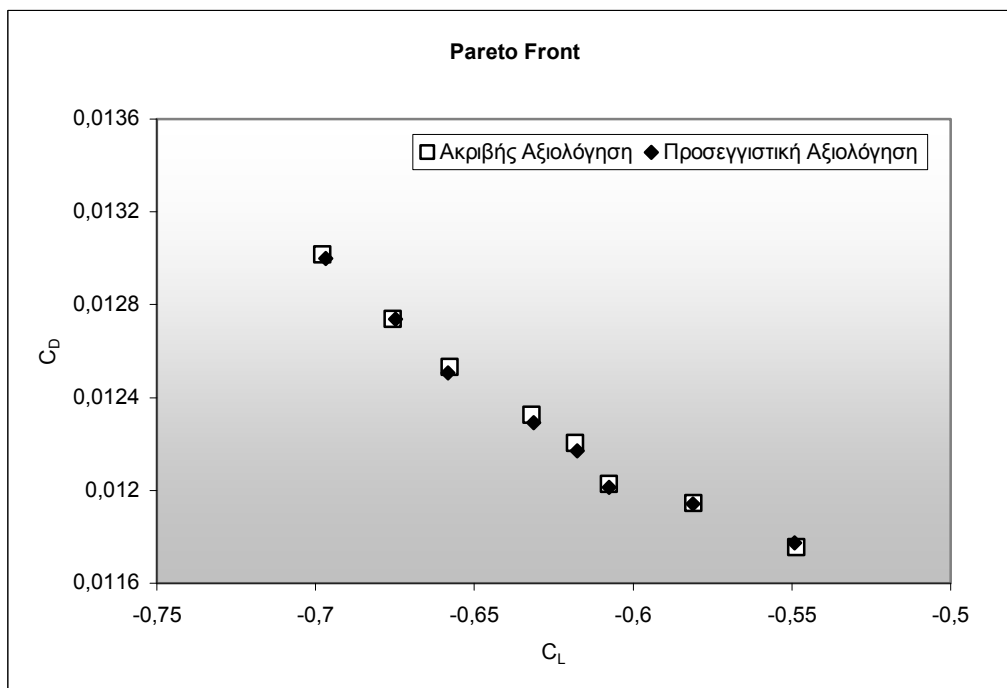
### ΚΥΚΛΟΣ 3

Το μέτωπο Pareto:



### ΚΥΚΛΟΣ 4

Το μέτωπο Pareto:



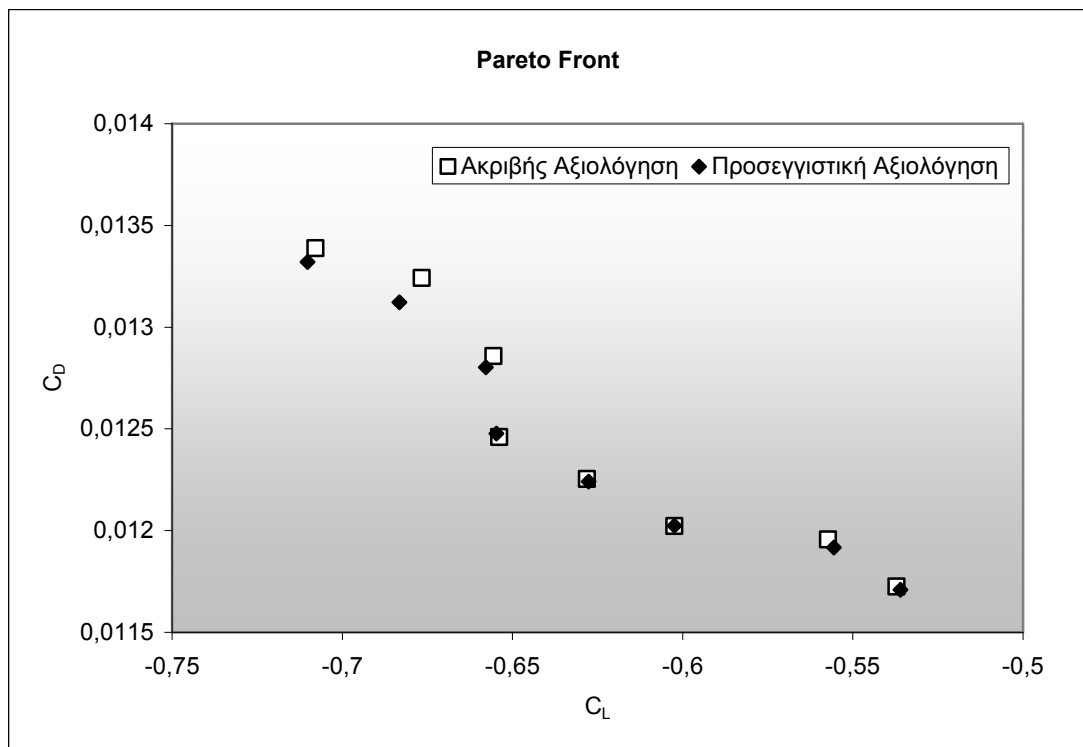
## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

Ο πίνακας δεδομένων:

<u>Elites</u>	<u>Προσεγγιστική Αξιολόγηση</u>		<u>Ακριβής Αξιολόγηση</u>	
	<u>C<sub>L</sub></u>	<u>C<sub>D</sub></u>	<u>C<sub>L</sub></u>	<u>C<sub>D</sub></u>
1	-0,696851737	0,012999528	-0,697758	1,30E-02
2	-0,67491512	0,012738917	-0,675706	1,27E-02
3	-0,65824928	0,012507405	-0,657832	1,25E-02
4	-0,631287607	0,012291232	-0,631897	1,23E-02
5	-0,617614231	0,012171171	-0,618282	1,22E-02
6	-0,607523305	0,012011962	-0,607562	1,20E-02
7	-0,581106443	0,011942374	-0,581072	1,19E-02
8	-0,549176889	0,011774174	-0,548491	1,18E-02

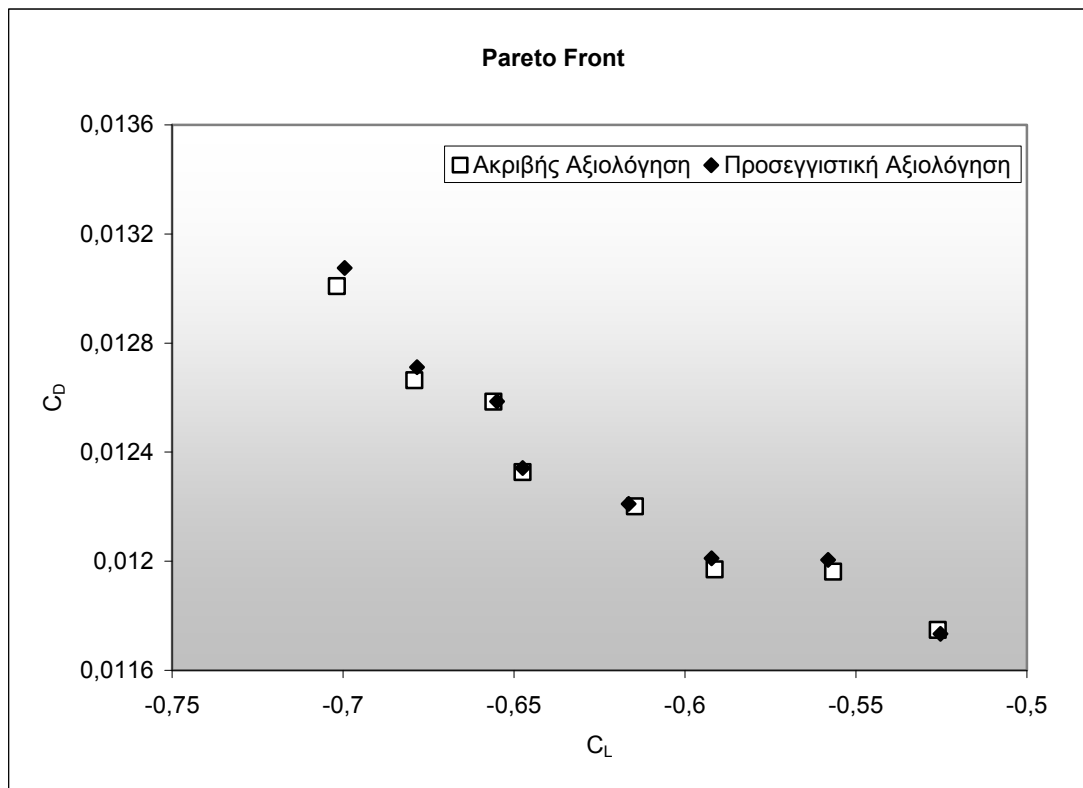
## ΚΥΚΛΟΣ 5

Το μέτωπο Pareto:



## ΚΥΚΛΟΣ 6

Το μέτωπο Pareto:

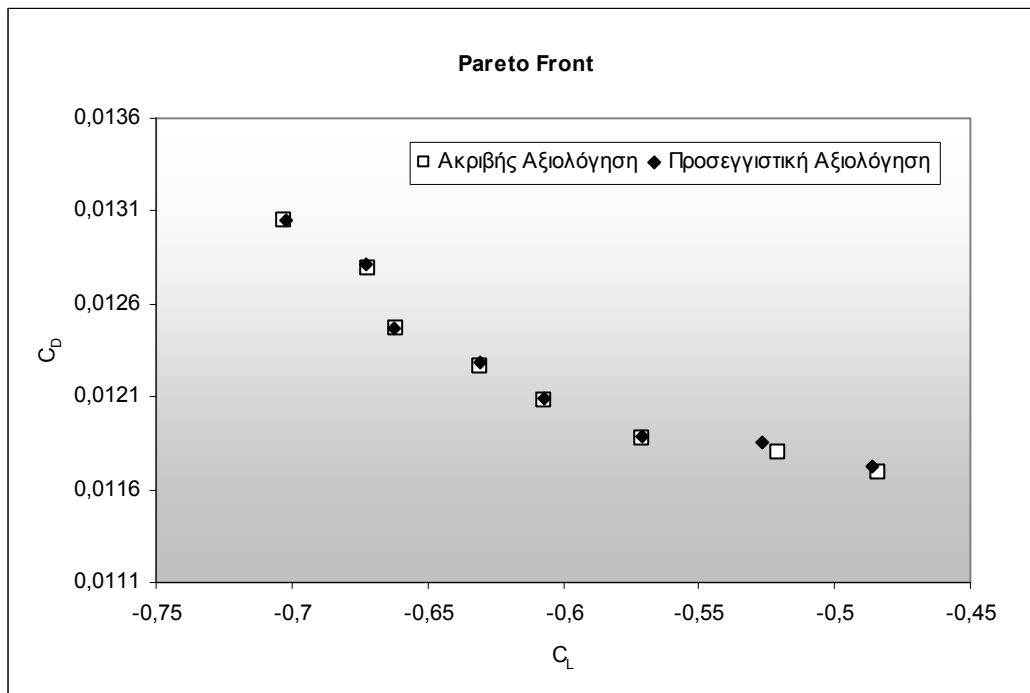


Ο πίνακας δεδομένων:

	<u>Προσεγγιστική Αξιολόγηση</u>		<u>Ακριβής Αξιολόγηση</u>	
<u>Elites</u>	<u><math>C_L</math></u>	<u><math>C_D</math></u>	<u><math>C_L</math></u>	<u><math>C_D</math></u>
<b>1</b>	-0,699506712	0,013075413	-0,701823	1,30E-02
<b>2</b>	-0,678333469	0,012711803	-0,679082	1,27E-02
<b>3</b>	-0,654925598	0,012586129	-0,65595	1,26E-02
<b>4</b>	-0,647509412	0,012342015	-0,647471	1,23E-02
<b>5</b>	-0,616503982	0,012210063	-0,614644	1,22E-02
<b>6</b>	-0,592253388	0,012010449	-0,59127	1,20E-02
<b>7</b>	-0,55819274	0,012005013	-0,55667	1,20E-02
<b>8</b>	-0,525236936	0,011733938	-0,526005	1,17E-02

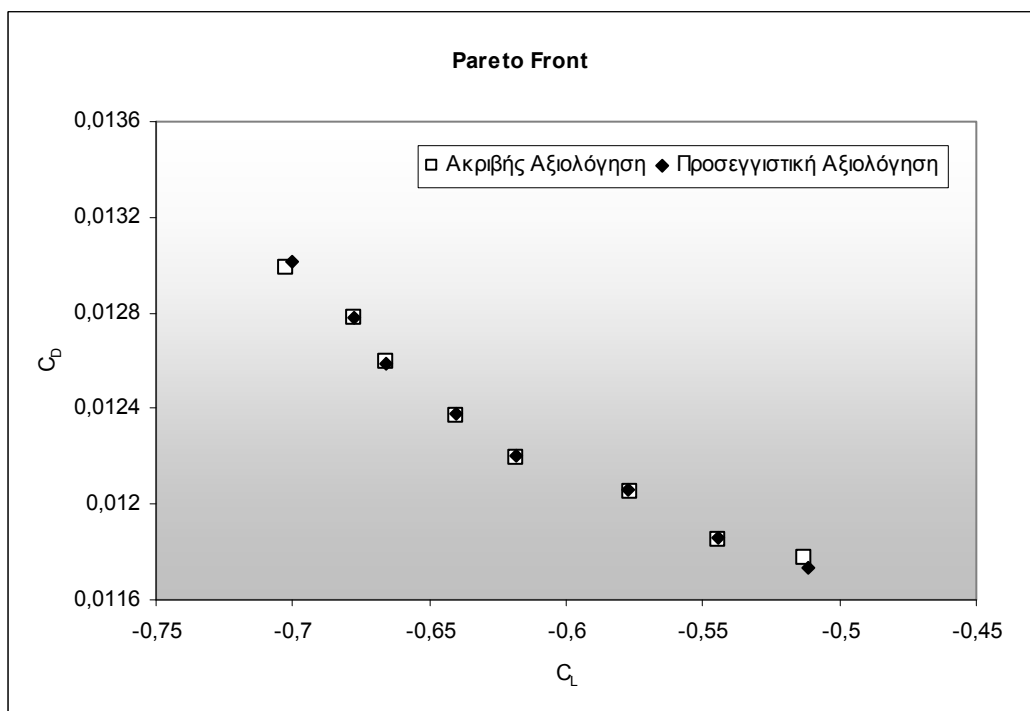
## ΚΥΚΛΟΣ 7

Το μέτωπο Pareto:



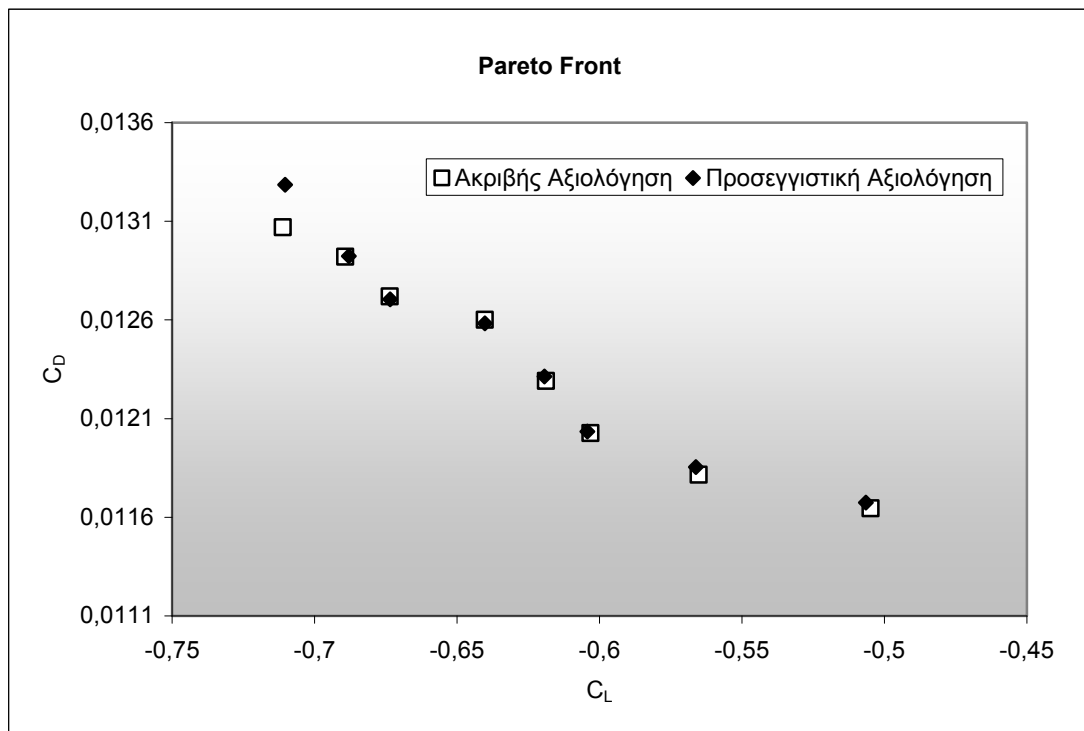
## ΚΥΚΛΟΣ 8

Το μέτωπο Pareto:



**ΚΥΚΛΟΣ 9**

Το μέτωπο Pareto:



Ο πίνακας δεδομένων:

<u>elites</u>	<u>Προσεγγιστική Αξιολόγηση</u>		<u>Ακριβής Αξιολόγηση</u>	
	<u>C<sub>L</sub></u>	<u>C<sub>D</sub></u>	<u>C<sub>L</sub></u>	<u>C<sub>D</sub></u>
<b>1</b>	-0,710356868	0,013285365	-0,711169	1,31E-02
<b>2</b>	-0,687947999	0,012924237	-0,6892	1,29E-02
<b>3</b>	-0,673480946	0,012705138	-0,673618	1,27E-02
<b>4</b>	-0,640234294	0,012583362	-0,640234	1,26E-02
<b>5</b>	-0,619336293	0,012314097	-0,618718	1,23E-02
<b>6</b>	-0,604312544	0,012034744	-0,603131	1,20E-02
<b>7</b>	-0,566186567	0,011854492	-0,565187	1,18E-02
<b>8</b>	-0,506488901	0,011673828	-0,504855	1,16E-02

Στα παραπάνω διαγράμματα παρατηρήθηκε ότι οι αξιολογήσεις με το μεταπρότυπο όσο εξελίσσεται η διαδικασία συμπίπτουν με τις τιμές της ακριβούς αξιολόγησης.

Παρακάτω δίνεται ο πίνακας που δείχνει τα σφάλματα των  $C_L$  και  $C_D$  σε κάθε κύκλο της διαδικασίας:

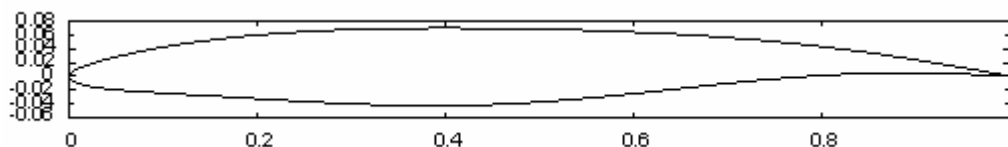
κύκλοι	Σχετικό σφάλμα $C_L$ (%)	Σχετικό σφάλμα $C_D$ (%)
0	0,21	0,36
1	0,16	0,14
2	0,31	0,28
3	0,07	0,10
4	0,03	0,06
5	0,14	0,15
6	0,08	0,10
7	0,14	0,07
8	0,06	0,06
9	0,06	0,22

Πίνακας 7.5

Σφάλμα που προκύπτει σε κάθε κύκλο μεταξύ του νευρωνικού δικτύου και του λογισμικού MSES

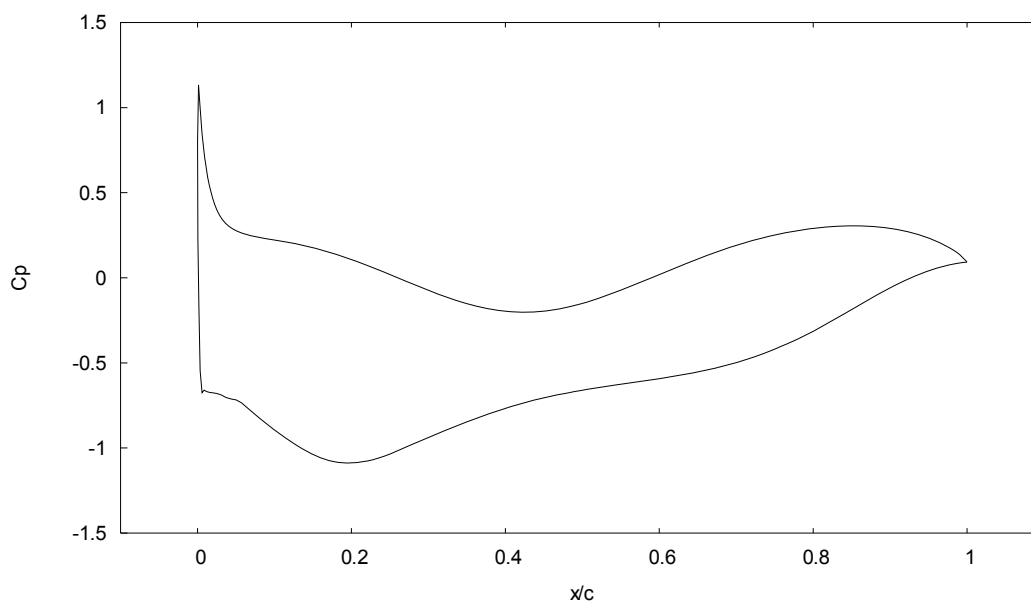
Ενδεικτικά, στην εικόνα που ακολουθεί δίνεται η αεροτομή που προέκυψε στον 9<sup>ο</sup> κύκλο με το βέλτιστο  $C_L$ . Βέβαια ταυτόχρονα με το καλύτερο  $C_L$  η αεροτομή έχει και το χειρότερο  $C_D$  αλλά αυτό που ενδιαφέρει είναι να επιβεβαιωθεί ότι το πρότυπο εφαρμόστηκε με επιτυχία στη βελτιστοποίηση και όχι να γίνει βελτιστοποίηση με το πρότυπο αυτό.

Για  $C_L=0.7112$  και  $C_D=0.0131$  προέκυψε η αεροτομή:



Εικόνα 7.12

Ενδεικτική αεροτομή που προέκυψε στον 9<sup>ο</sup> κύκλο της βελτιστοποίησης με το βέλτιστο  $C_L$

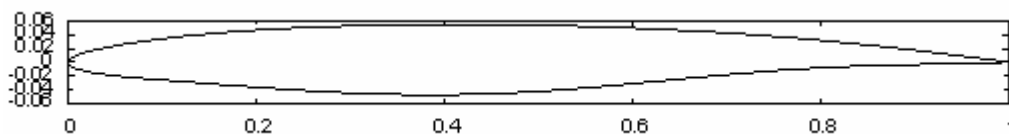


Εικόνα 7.13 Κατανομή συντελεστή πίεσης της αεροτομής με το βέλτιστο  $C_L$



## Εφαρμογές στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

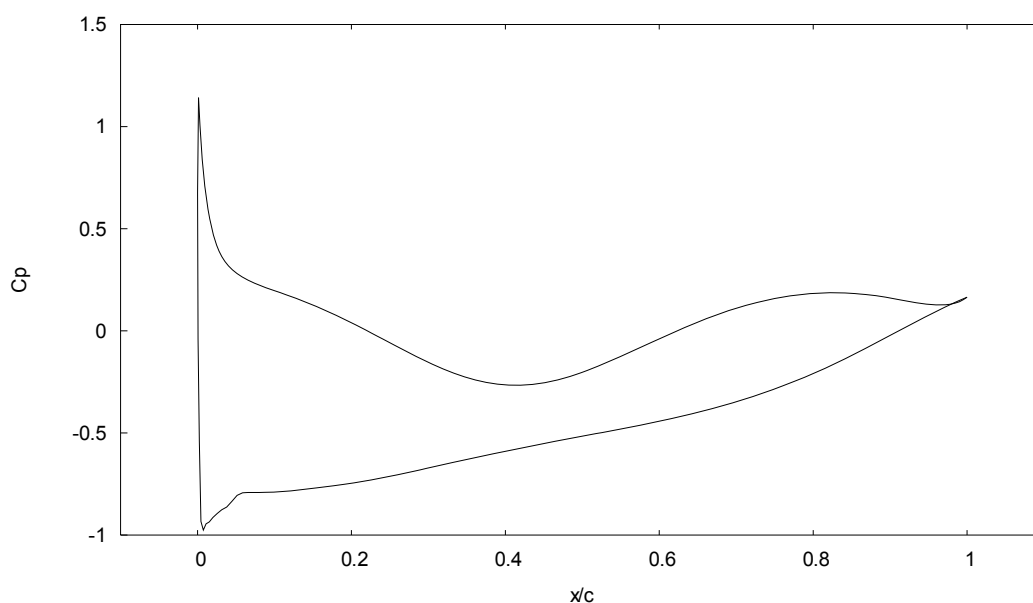
Η αεροτομή που προέκυψε στον κύκλο «9» με το καλύτερο  $C_D$  δείχνεται παρακάτω:



Εικόνα 7.14

Ενδεικτική αεροτομή που προέκυψε στον 9<sup>ο</sup> κύκλο της βελτιστοποίησης με το βέλτιστο  $C_D$

Έχει  $C_D=0.016$  και  $C_L=0.5049$



Εικόνα 7.15 Κατανομή συντελεστή πίεσης της αεροτομής με το βέλτιστο  $C_D$

Οι τιμές των παραμέτρων του προβλήματος που προκύπτουν για τις δύο περιπτώσεις φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Παράμετροι	Βέλτιστο $C_L$	Βέλτιστο $C_D$
$R_{LE}$	0.00601173	0.005237
$x_{PS}$	0.3848485	0.3848485
$y_{PS}$	-0.04304986	-0.04774192
$s_{PS}$	0.8000978	0.7999022
$\theta_{TE,PS}$ (deg)	-3.781036	3.78104
$x_{SS}$	0.401955	0.40977517
$y_{SS}$	0.07	0.055
$s_{SS}$	-0.3320137	-0.3069892
$\theta_{TE,SS}$	-13.7966768	-10.207232

Πίνακας 7.6 Οι τιμές των ελευθέρων μεταβλητών για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις

#### 7.4 Συμπεράσματα

Όπως φάνηκε από τα αποτελέσματα, παρά το μικρό μέγεθος της βάσης δεδομένων εκπαίδευσης (128 δείγματα εκπαίδευσης), το ΤΝΔ είχε μικρό σφάλμα πρόβλεψης. Προφανώς, μια μεγαλύτερη βάση δεδομένων, που σημαίνει καλύτερη εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου, θα είχε ως συνέπεια μικρότερο σφάλμα πρόβλεψής του. Ωστόσο, έμφαση πρέπει να δοθεί στην καλή απόδοση και πρόβλεψη του μεταπροτύπου συγκριτικά με τα δεδομένα εκπαίδευσής του. Κάθε δείγμα εκπαίδευσης προέκυψε ύστερα από αξιολόγηση με το λογισμικό MSES. Το λογισμικό αυτό, βασισμένο σε ολοκληρωματικές μεθόδους υπολογισμού οριακών στρωμάτων, έχει αρκετά μειωμένο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με ένα λογισμικό βασισμένο σε επιλύτη της ροής με Navier-Stokes. Για το λόγο αυτό, η δημιουργία βάσης δεδομένων εκπαίδευσης με μικρό πλήθος δειγμάτων είναι θεμιτό, ιδιαίτερα στις βιομηχανικές εφαρμογές, όπου το υπολογιστικό κόστος και ο χρόνος έχουν μεγάλη σημασία, ακόμα και αν πρόκειται για την εκπαίδευση του μεταπροτύπου.

Επιπρόσθετα, αξίζει να δοθεί σημασία στο σφάλμα του πρώτου κύκλου, δηλαδή του κύκλου «0». Στο πρόβλημα ενός στόχου, ακόμα και στη δοκιμή της μεθόδου με τα 64 διανύσματα εκπαίδευσης, το σφάλμα δεν ξεπερνάει το 8%. Από αυτό συμπεραίνεται, ότι η εκπαίδευση του ΤΝΔ παρόλο που ήταν «φτωχή», ήταν αποδοτική. Σημαντικό ρόλο σε αυτό είχε ο *Πειραματικός Σχεδιασμός* που προηγήθηκε και η σωστή επιλογή των δειγμάτων εκπαίδευσης του δικτύου. Στο Κεφάλαιο 4, δείχθηκε με ένα γρήγορο παράδειγμα η υπεροχή των παραγοντικών κλασματικών σχεδιασμών σε σχέση με μια τυχαία δειγματοληψία, ή μια δειγματοληψία η οποία δεν είναι μεν τυχαία, αλλά ταυτόχρονα δεν έχει τα χαρακτηριστικά («ορθογωνιότητα», «ισορροπία») των κλασματικών σχεδιασμών.

Βέβαια, στο πρόβλημα δύο στόχων, όπως διαπιστώνεται το σφάλμα είναι αρκετά μεγαλύτερο στον πρώτο κύκλο. Αυτό είναι αναμενόμενο, δεδομένου του ότι ένα ΤΝΔ χρειάζεται αρκετά μεγαλύτερο πλήθος δειγμάτων εκπαίδευσης για να είναι αποδοτικό στην πρόβλεψη δύο στόχων. Ο λόγος για τον οποίο δεν έγινε καλύτερη εκπαίδευση ήταν, κυρίως, η σύγκριση των απαιτήσεων που έχει ένα ΤΝΔ για την πρόβλεψη ενός στόχου, με τις απαιτήσεις, όσον αφορά την εκπαίδευση, για την πρόβλεψη δύο στόχων.

Παρά το μεγάλο σφάλμα που παρουσιάζεται στον πρώτο κύκλο της διαδικασίας, παρατηρείται ότι αυτό μειώνεται με γρήγορο ρυθμό. Ιδιαίτερα στο πρόβλημα ενός στόχου το σφάλμα του ΤΝΔ στους τελευταίους κύκλους είναι κάτω του 0.5%, ενώ στο πρόβλημα δύο στόχων το σφάλμα από 20% καταλήγει κοντά στο 5% και για τους δύο στόχους.

## 8 Ανακεφαλαίωση- Συζήτηση

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε μια διαφορετική από τις συνηθισμένες μεθόδους που χρησιμοποιούνται στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) για το σχεδιασμό βέλτιστων αεροδυναμικών σωμάτων. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε λογισμικό, αναπτυγμένο στο ΕΘΣ, Εξελικτικού Αλγορίθμου (Easy v2.0) ως λογισμικό βελτιστοποίησης υποστηριζόμενο από μεταπρότυπο, που επιλέχθηκε να είναι ένα Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης (ΤΝΔ RBF). Η διαφορετικότητα έγκειται στο γεγονός ότι έγινε off-line σύζευξη του ΕΑ με το μεταπρότυπο, σε αντίθεση με τις κατά παράδοση μεθόδους του ΕΘΣ που θέλουν τη χρήση on-line σύζευξης. Επιπροσθέτως, δοκιμάστηκε η εφαρμογή μεθόδων Πειραματικού Σχεδιασμού στη δημιουργία της βάσης δεδομένων εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου, με σκοπό όχι μόνο την καλύτερη επιλογή δειγμάτων εκπαίδευσής του, αλλά και τον ελάχιστο δυνατό αριθμό αυτών. Πρωτεύοντα ρόλο στην επιλογή αυτή είχαν οι τεχνικές και κατ' επέκταση οι πίνακες που έχει προτείνει ο Taguchi. Ωστόσο, στη βελτιστοποίηση η βέλτιστη λύση αναζητείται σε ένα συγκεκριμένο υποχώρο του συνόλου των λύσεων, για αυτό και κρίθηκε αναγκαία η επέκταση της βάσης δεδομένων εκπαίδευσης του ΤΝΔ στο χώρο αυτό. Τόσο η αρχική βάση δεδομένων του δικτύου όσο και τα δείγματα που προστίθενται σε αυτήν υπολογίζονται με ένα «υψηλής πιστότητας» λογισμικό αξιολόγησης (σε αντίθεση με το «χαμηλής πιστότητας» λογισμικό αξιολόγησης που είναι το μεταπρότυπο, ΤΝΔ), το οποίο βασίζεται σε ολοκληρωματικές μεθόδους υπολογισμού οριακών στρωμάτων (λογισμικό MSES).

Η μέθοδος εφαρμόστηκε σε προβλήματα βελτιστοποίησης μεμονωμένης αεροτομής ενός και δύο στόχων. Στην πρώτη περίπτωση, στόχος ήταν η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης, ενώ στη δεύτερη περίπτωση προστέθηκε η ελαχιστοποίηση του συντελεστή οπισθέλκουσας της αεροτομής. Παρατηρήθηκε, ότι οι προβλέψεις του ΤΝΔ παρουσίασαν μεγάλο σφάλμα σε σχέση με τις αντίστοιχες αξιολογήσεις με το λογισμικό «υψηλής πιστότητας» (MSES). Αυτό αποδόθηκε στην αρκετά μικρή βάση δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε. Για το λόγο αυτό, το μέγεθός της διπλασιάστηκε και όπως διαπιστώθηκε το σφάλμα πρόβλεψης μειώθηκε σε μεγάλο βαθμό. Είναι σημαντικό να τονιστεί, ότι ο διπλασιασμός της βάσης δεδομένων διατήρησε την ορθογωνιότητα του «πίνακα εκπαίδευσης», γεγονός πολύ σημαντικό όπως περιγράφεται στις μεθόδους Πειραματικού Σχεδιασμού. Ακόμα, το ότι η βάση δεδομένων διπλασιάστηκε, δεν οδηγεί στην υπολογιστικά μεγαλύτερου κόστους βελτιστοποίηση, αφού πρόκειται για ένα off-line μεταπρότυπο και η εκπαίδευση του γίνεται μόνο μια φορά. Αυτό σημαίνει ότι το ίδιο εκπαιδευμένο νευρωνικό δίκτυο μπορεί και χρησιμοποιείται για τις περαιτέρω δοκιμές της μεθόδου. Το γεγονός ότι το μεταπρότυπο γίνεται αποδοτικότερο είναι ένα μεγάλο πλεονέκτημα. Όπως διαπιστώθηκε, η μείωση του σφάλματος πρόβλεψης οδήγησε στην ταχύτερη προσέγγιση της βέλτιστης λύσης.

Αντίθετα με άλλου τύπου νευρωνικά δίκτυα, όπως είναι τα Πολυστρωματικά Αντίληπτρα (Multi-Layer Perceptron, MLP) ή τα δίκτυα Ανάστροφης Διάδοσης (Back Propagation, BP), η απλότητα της δομής των δικτύων Ακτινικής Βάσης οδηγεί στην ταχύτερη εκπαίδευσή τους. Στο Κεφάλαιο 5 όπου έχει γίνει η περιγραφή της Αρχιτεκτονικής και της εκπαίδευσης των ΤΝΔ RBF, αναφέρεται, ότι τα δίκτυα αυτά περιέχουν μόνο ένα κρυμμένο στρώμα. Το χαρακτηριστικό τους αυτό μπορεί να μην τα καθιστά τόσο ευέλικτα, όπως τα MLP, αλλά ούτε και τόσο δαπανηρά. Τελικά,

είναι στη κρίση του μηχανικού να επιλέξει ένα μεταπρότυπο δαπανηρό και ευέλικτο ή ένα όχι τόσο ευέλικτο αλλά διόλου δαπανηρό. Στο δίκτυο RBF, που χρησιμοποιήθηκε στη μέθοδο, βαρύτητα δόθηκε στην επιλογή της συνάρτησης ενεργοποίησης και το πλάτος της. Μετά από κάποιες δοκιμές, κατά τις οποίες συνδυάστηκαν μορφές συναρτήσεων ενεργοποίησης και πλάτη, διαπιστώθηκε ότι η πολυτετραγωνική συνάρτηση ενεργοποίησης με πλάτος  $\sqrt{2}/2$  έφερε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Με βάση τις εφαρμογές της μεθόδου διαπιστώθηκε ότι η απόδοση του συγκεκριμένου δικτύου ήταν πολύ ικανοποιητική, όσον αφορά τόσο την εκπαίδευσή του, δεδομένου του μικρού πλήθους δειγμάτων εκπαίδευσης, όσο και το χρόνο αξιολόγησης των υποψήφιων λύσεων.

Δοκιμάζοντας τη μέθοδο στα διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης, ο αλγόριθμος αφέθηκε να συγκλίνει στην καλύτερη δυνατή λύση μετά από 10.000 αξιολογήσεις. Αυτό, έστω και αν φαίνεται υπερβολικό, με τη χρήση του δικτύου RBF, του οποίου η χρήση είναι μηδαμινού υπολογιστικού κόστους, είναι ένας αποδεκτός αριθμός αξιολογήσεων και το υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης επιβαρύνεται μόνο από τον Εξελικτικό Αλγόριθμο. Βέβαια, η κατασκευή της βάσης δεδομένων του ΤΝΔ, δεδομένου του ότι κάθε δείγμα εκπαίδευσης απαιτεί αξιολόγηση με το «υψηλής πιστότητας» λογισμικό, μπορεί να θεωρηθεί υπολογιστικού κόστους διαδικασία. Ιδιαίτερα, όταν χρησιμοποιείται λογισμικό πιο «ακριβό» από αυτό του MSES (π.χ. Navier-Stokes), η «συλλογή» των δειγμάτων είναι υψηλού κόστους. Για το λόγο αυτό, δόθηκε έμφαση στην εφαρμογή τεχνικών δειγματοληψίας, ώστε η βάση δεδομένων εκπαίδευσης του μεταπρότυπου να είναι ταυτόχρονα και «πληρέστερη» και η «ελάχιστη δυνατή», ώστε να μην απαιτείται μεγάλος αριθμός δειγμάτων προς αξιολόγηση.

Η διπλωματική εργασία επικεντρώθηκε στη δημιουργία και τον προγραμματισμό μιας μεθόδου βελτιστοποίησης, η οποία, χρησιμοποιώντας εκπαιδευμένα νευρωνικά δίκτυα (RBF) με την εφαρμογή μεθόδων Πειραματικού Σχεδιασμού, είχε ως στόχο το μειωμένο υπολογιστικό κόστος. Κατά τη διάρκεια, αποκτήθηκε εμπειρία όσον αφορά τον προγραμματισμό της μεθόδου, τη χρήση ΤΝΔ ως λογισμικό αξιολόγησης και την εφαρμογή των τεχνικών δειγματοληψίας στην εκπαίδευση του μεταπρότυπου. Από την εφαρμογή της μεθόδου, διαπιστώθηκε ο σημαντικός ρόλος της δειγματοληψίας, η οποία παρόλο που εφαρμόστηκε στο συγκεκριμένο νευρωνικό δίκτυο RBF, θα μπορούσε να εφαρμοστεί και σε διαφορετικού τύπου δίκτυα ή ακόμα και διαφορετικά μεταπρότυπα τα οποία απαιτούν εκπαίδευση. Ακόμα, επιβεβαιώθηκε η ικανοποιητική εφαρμογή του ΤΝΔ RBF ως μεταπρότυπο, όσον αφορά τόσο τις προβλέψεις του, όσο και το μηδαμινό χρόνο αξιολόγησης των λύσεων.

Η μέθοδος που παρουσιάστηκε, αποτελεί μια βάση για την περαιτέρω διερεύνησή της σε διαφορετικά προβλήματα και διαφορετικές συνθήκες. Για παράδειγμα, η εφαρμογή της μεθόδου σε προβλήματα σχεδιασμού βέλτιστων συνιστωσών στροβιλομηχανών, ίσως, αποτελεί το επόμενο βήμα. Στο συγκεκριμένο, μάλιστα, πρόβλημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η ίδια παραμετροποίηση (Parsec 11), αλλά και οποιοσδήποτε άλλος τύπος παραμετροποίησης. Μια διερεύνηση της μεθόδου σε έναν διαφορετικό συνδυασμό της συνάρτησης ενεργοποίησης του δικτύου RBF και του πλάτους μπορεί να επιφέρει την ακόμα αποδοτικότερη αξιολόγηση του δικτύου, ή ακόμα και η αναζήτηση άλλου τεχνητού νευρωνικού δικτύου με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Επίσης, η χρήση διαφορετικής τεχνικής δειγματοληψίας ίσως αποτελέσει αντικείμενο για μια επόμενη διπλωματική εργασία.

## Ανακεφαλαίωση- Συζήτηση

Πολλές είναι οι μέθοδοι που μπορούν να εφαρμοστούν στα διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης, και ακόμα περισσότεροι οι τομείς της κάθε μεθόδου που πρέπει να διερευνηθούν, ωστόσο στην κρίση του μηχανικού είναι ο τρόπος με τον οποίο θα οδηγηθεί στην εύρεση της βέλτιστης λύσης.

## 9 Παράρτημα Α

Πίνακας Taguchi με σχεδιασμό  $OA_{64}(8^9)_a$ .

000000000	
011234567	523270146
022345671	532701463
033456712	547014632
044567123	550146327
055671234	561463270
066712345	574632701
077123456	606666666
101111111	615743102
110472653	627431025
124726530	634310257
137265304	643102574
142653047	651025743
156530472	660257431
165304726	672574310
173047265	707777777
202222222	713615420
214051376	726154203
220513764	731542036
235137640	745420361
241376405	754203615
253764051	762036154
267640513	770361542
276405137	
303333333	
317506241	
325062417	
330624175	
346241750	
352417506	
364175062	
371750624	
404444444	
412160735	
421607352	
436073521	
440735216	
457352160	
463521607	
475216073	
505555555	
516327014	

Παράρτημα Α

Πίνακας Taguchi OA<sub>64</sub>(8<sup>9</sup>)β  
(με μία κυκλική εναλλαγή)

000000000	501463275
112345670	614632705
223456710	746327015
334567120	066666666
445671230	157431026
556712340	274310256
667123450	343102576
771234560	431025746
011111111	510257436
104726531	602574316
247265301	725743106
372653041	077777777
426530471	136154207
565304721	261542037
653047261	315420367
730472651	454203617
022222222	542036157
140513762	620361547
205137642	703615427
351376402	
413764052	
537640512	
676405132	
764051372	
033333333	
175062413	
250624173	
306241753	
462417503	
524175063	
641750623	
717506243	
044444444	
121607354	
216073524	
360735214	
407352164	
573521604	
635216074	
752160734	
055555555	
163270145	
232701465	
327014635	
470146325	

## **10 Βιβλιογραφία- Πηγές στο Διαδίκτυο**

- [1] D. C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments - 5<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, USA 2001
- [2] Δρ. Ν.Λογοθέτης, Μάνατζμεντ Ολικής Ποιότητας-Από τον Deming στον Taguchi και στο SPC, TQM Hellas LTD, Interbooks, Αθήνα 1993
- [3] P. J. Ross, Taguchi Techniques for Quality Engineering- 2<sup>nd</sup> Edition, MNRaw- Hill Companies, Inc, New York 1988
- [4] <http://www.research.att.com/~njas/oadir/index.html>)
- [5] <http://www.learnartificialneuralnetworks.com>
- [6] Σ. Γ. Τζαφέστας, Υπολογιστική Νοημοσύνη-Τόμος Α: Μεθοδολογίες, Εκδόσεις ΕΜΠ- Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ, Αθήνα 2002
- [7] L. Fauset, Fundamentals of Neural Networks-Architectures, Algorithms and Applications, Prentice Hall, Saddle River, New Jersey, USA 1994
- [8] H. Demuth, M. Beale, Neural Network Toolbox User's Guide, The MathWorks, Inc.,2001
- [9] <http://www.stowa-nn.ihe.nl/ANN.htm#NNStructure>
- [10] Κ. Χ. Γιαννάκογλου, Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική- 3<sup>η</sup> Έκδοση, Εκδόσεις ΕΜΠ- Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Αθήνα 2005
- [11] Κ. C. Giannakoglou, I. C. Kampolis, C. A. Georgopoulou, Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithms (MAEAs), Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Application to Industrial and Societal Problems, Munich 2005
- [12] Ι. Χ. Καμπόλης, Πρωτότυπα Νευρωνικά Δίκτυα για εφαρμογές βελτιστοποίησης και αντίστροφης σχεδίασης αεροδυναμικών σωμάτων – Χρήση σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον, Διπλωματική Εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ , 2005
- [13] S. Haykin, Neural Networks- A comprehensive foundation -2<sup>nd</sup> Edition, Pearson Education, India 1999
- [14] J. Hajek, Parameterization of Airfoils and its Application in Aerodynamic Optimization WDS'07 Proceedings of Contributed Papers, Part I, 233–240, 2007
- [15] M. K. Karakasis, K. C. Giannakoglou, Metamodel- Assisted Multiobjective Evolutionary Optimization, NTUA,Greece



- [16] Κ. Χ Γιαννάκογλου, Συνεκτικές Ροές στις Στροβιλομηχανές, Εκδόσεις ΕΜΠ – Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Αθήνα 2004
- [17] R.L. Plackett and J.P. Burman, The Design of Optimum Multifactorial Experiments, *Biometrika* 33 , June 1946
- [18] H. Sobieczky, Parametric Airfoils and Wings, K.Fuji, G.S. Dulikravich (Eds), Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vol. 68, Wiesbaden: Vieweg (1998)
- [19] M. Klein, H. Sobieczky, Sensitivity of Aerodynamics Optimization to parameterized target functions, M.Tanaka, G.S. Dulikravich (Eds), Proc. Int. Symp. On Inverse Problems in Engineering Mechanics (ISIP 2001), Nagano, Japan, 06-09 February 2001
- [20] C. Darwin, The Origin of Species by means of Natural Selection, Murray, London, 1859
- [21] D.E.Goldberg, Genetic Algorithms in search, optimization & machine learning, Addison-Wesley, 1989.
- [22] K.C Giannakoglou. and M.K. Karakassis, Hierarchcal and Distributed Metamodel-Assised Evolutionary Algorithms, National Technical University of Athens, March 2006.
- [23] M.K. Karakasis and K.C Giannakoglou, On the Use of Metamodel-Assisted Multi-Objective Evolutionary Algorithms, Engineering Optimization, Vol. 38(8), pp. 941-957, 2006
- [24] M. Drela and M.B. Giles, Viscous, Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils, AIAA Journal, 25 (10): 1347-1355, 1987
- [25] Mark Drela, A User's Guide to MSES 2.95 MIT Computational Aerospace Sciences Laboratory, September 1996
- [26] K.C. Giannakoglou, A.P. Giotis and M.K. Karakasis, Low-Cost Genetic Optimization based on Inexact Pre-evaluations and the Sensitivity Analysis of Design Parameters, Inverse Problems in Engineering, Vol. 9, pp. 389-412, 2001.
- [27] I.C. Kampolis, E.I. Karangelos and K.C. Giannakoglou, Gradient-assisted Radial Basis Function Networks: Theory and Applications, Applied Mathematical Modelling, 28, pp. 197-209, 2004.