καὶ ὁλοκληροῦντες ἔχομεν:

$$\frac{p}{\varrho}+gz+\frac{v^2}{2}=\text{σταθ.}$$

Διαιροῦντες δὲ διὰ g καὶ θέτοντες $\varrho . g=\Pi$ εἰδικῷ βάρει, τὴν δὲ νέαν σταθερὰν ἴσην πρὸς Η ἔχομεν:

$$z+\frac{p}{\Pi}+\frac{v^2}{2g}=H \quad \text{ὅ. ἔ. δ.}$$

II) Δευτέρα ἀπόδειξις ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ῥύμης. Τῷόντι ἐὰν καλέσωμεν z_0 τὴν συντεταγμένην ὑγροῦ τινος στοιχείου καὶ z τὴν τῆς νέας αὐτοῦ θέσεως μετὰ χρόνου dt, πρὸς δὲ p_0 καὶ p τὰς ἀντιστοίχους πιέσεις, καὶ v, v_0 τὰς ἀντιστοίχους ταχύτητας, θὰ ἔχωμεν $mg(z-z_0)+(p_0-p)\frac{mg}{\Pi}=$ ἔργῳ τῆς βαρύτητος καὶ τῶν πιέσεων. Ἐκ τῆς ἰσοδυναμίας ἔργου καὶ ῥύμης ἔχομεν λοιπόν:

$$mg(z-z_0)+(p_0-p)\frac{mg}{\Pi}=\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2),$$

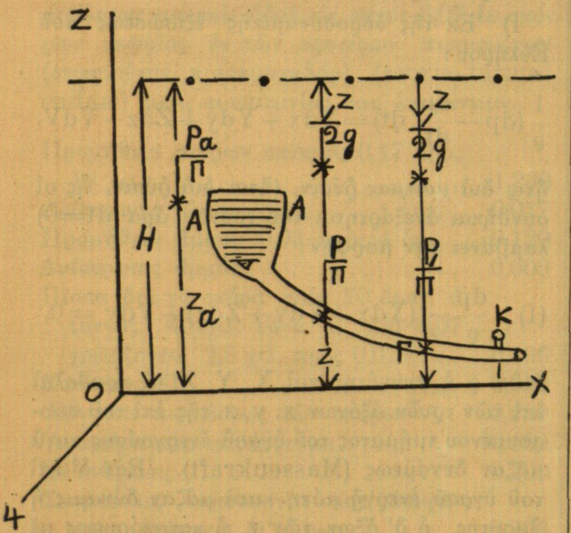
ἤτοι:

$$z+\frac{p}{\Pi}+\frac{v^2}{2g}=z_0+\frac{p_0}{\Pi}+\frac{v_0^2}{2g}=\text{σταθ.}=H$$

ὅ. ἔ. δ.

Ἐκτὸς τῶν δύο τούτων ἀποδείξεων ἰδοὺ καὶ τρίτη, συντομωτέρα, νομίζομεν δὲ καὶ εὐκρινεστέρα· τὴν ἀπόδειξιν ταύτην ἡμεῖς τοὐλάχιστον δὲν ἠδυνήθημεν νὰ ἀνεύρωμεν ἐν βιβλίῳ τινι.

Ἔστω δοχεῖον πλῆρες ὑγροῦ μετὰ σωλῆνος



φέροντος κρουνὸν Κ. Ἔστω δὲ ΑΑ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος. Ἐὰν λάβωμεν τρεῖς ἄξονας ὀρθογωνίους x, y, z μὲ z κατακόρυφον, καλέσωμεν δὲ z_α τὴν ἀντίστ. συντεταγμένην τῆς στάθμης ΑΑ καὶ p_α τὴν ἐπ' αὐτῆς πίεσιν, εἶνε προφανὲς ὅτι ἡ ὑπεροχὴ ἐνεργείας ἢ δυναμικοῦ, ἣν ἔχουσι τὰ ὑγρὰ μόρια τῆς στάθμης ΑΑ σχετικῶς πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν xy, εἶνε ἰσοδύναμος πρὸς $z_\alpha+\frac{p_\alpha}{\Pi}$, ἔνθα $\Pi=$ εἰδικῷ βάρει τοῦ ὑγροῦ. Ἐὰν θέσωμεν $z_\alpha+\frac{p_\alpha}{\Pi}=H$, τότε Η θὰ εἶνε ἡ κατηγμένη τοῦ *ἐπιπέδου τοῦ φορτίου*. Ἡ ἐνέργεια αὕτη $z_\alpha+\frac{p_\alpha}{\Pi}=H$ εἶνε *δυνητική*, ἐνόσῳ ὁ κρουνὸς Κ εἶνε κεκλεισμένος, ὅταν ὅμως ἀνοιχθῇ, τότε παράγεται κίνησις τῶν μορίων τῆς στάθμης ΑΑ, ὧν μέρος τῆς *δυνητικῆς* ἐνεργείας μεταβάλλεται εἰς *κινητικήν*. Μετὰ χρόνον τινὰ τὰ ὑγρὰ μόρια ἐκκινοῦντα ἐκ τῆς στάθμης ΑΑ μεταβαίνουσιν εἰς τὸ σημεῖον Β ἔχον κατηγμένην z, πίεσιν p καὶ ταχύτητα v. Συνεπῶς ἡ ἐν τῷ σημείῳ Β δυνητικὴ ἐνέργεια εἶνε $z+\frac{p}{\Pi}$, ἡ δὲ κινητικὴ εἶνε $\frac{v^2}{2g}$. Κατὰ δὲ τὴν ἀρχὴν τοῦ R. Mayer περὶ τηρήσεως τῆς ἐνεργείας, δέον ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων τῆς στάθμης ΑΑ νὰ εἶνε ἀναλλοίωτος καὶ ἐν τῷ σημείῳ Β, ἐν ᾧ ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια ἰσοῦται πρὸς δυνητικὴν $+$ κινητικῇ $=$ $z+\frac{p}{\Pi}+\frac{v^2}{2g}$. Τὰ αὐτὰ ῥητέον καὶ περὶ τοῦ σημείου Γ.

Οὕτω λοιπὸν θέτοντες εἰς ἐξίσωσιν τὴν ἀρχὴν τοῦ R. Mayer ἔχομεν:

Ἐνέργεια ἐν ΑΑ $=$ Ἐνεργεία ἐν Β ἤτοι

$$z_\alpha+\frac{p_\alpha}{\Pi}=z+\frac{p}{\Pi}+\frac{v^2}{2g}=H, \qquad \text{ὅ. ἔ. δ.}$$

ΑΡ. Φ. ΚΟΥΣΙΔΗΣ

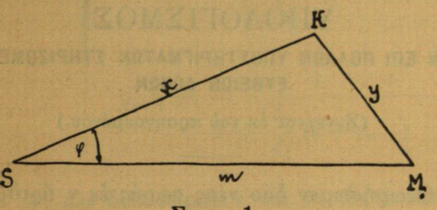
ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΙΣ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΒΟΛΗΣ ΚΑΤΑ ΘΑΛΑΣΣΑΝ.

Ἡ μέθοδος αὕτη στηρίζεται ἐπὶ τῆς μεταδόσεως τοῦ ἤχου ἐν τῷ ὕδατι [1].

1. Ὁ τύπος ὅστις παρέχει τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου ἐν τοῖς ὑγροῖς εἶνε $v=\sqrt{\frac{gmr}{DH}}$ ἔνθα g εἶνε ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος, m τὸ βάρος τῆς μονάδος ὄγκου τοῦ ἀέρος εἰς 0^0, r ὁ συντελεστὴς συμπιέσεως τοῦ ὑγροῦ ὑπὸ πίεσιν Η καὶ D ἡ πυκνότης του.

Ἐκ τῶν πειραμάτων τοῦ Sturm καὶ Colladon ἐν τῇ λίμνῃ Leman τῆς Γενεύης κατέστη γνωστὸν ὅτι τὰ ὑποβρύχια ἠχητικὰ κύματα μεταδίδονται ὁμοιομόρφως καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις μετὰ ἐντάσεως σταθερᾶς καὶ ταχύτητος 1435 μ. κατὰ δεύτερον λεπτὸν εἰς $+8^0$ (Phares et signaux Maritims par Ribière p. 53 et 255).

Τούτου τεθέντος ὑποθέσωμεν ὅτι πυροβόλον τι βάλλει ἔκ τινος σταθμοῦ S ἐγκαθιδρυμένου ἐπὶ τῆς ἀκτῆς ἢ ἔκ τινος πλοίου εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν m ἐξ ἄλλου σταθμοῦ



Σχημα 1.

βοηθητικοῦ M, τοῦ ἐπιπέδου βολῆς σχηματίζοντος γωνίαν τινὰ φ' μετὰ τῆς SM. Οἱ δύο σταθμοὶ εἶνε ἐφωδιασμένοι διὰ *δεκτῶν* τῶν ἠχητικῶν κυμάτων ὑποβρυχίων δυναμένων νὰ ἀνοίγωσι τὸ κύκλωμα χρονογράφου τινὸς Le Boulanger-Bréger [1] ἢ νὰ θέτωσιν εἰς λειτουργίαν χρονοσκόπιόν τι Nable [2] ἢ τέλος ταχύμετρον Dépres-Sébert. Ἐὰν εἶνε K τὸ σημεῖον τῆς πτώσεως τοῦ βλήματος x τὸ βεληνεκὲς καὶ y ἡ πλευρὰ KM τοῦ τριγώνου SKM, καὶ ἂν παραστήσωμεν διὰ t_x καὶ t_y τοὺς διαρρεύσαντας χρόνους ἀφ' ἧς στιγμῆς τὸ βλῆμα ἐξέλθῃ τοῦ στόματος τοῦ πυροβόλου μέχρις οὗ ὁ ἦχος τῆς πτώσεώς του φθάσῃ ἀντιστοίχως εἰς τὰ σημεῖα S καὶ M, θὰ ἔχωμεν

$$t_x = T + \frac{x}{v} \qquad t_y = T + \frac{y}{v} \tag{1}$$

ἔνθα διὰ τοῦ T παρίσταται ἡ διάρκεια τῆς τροχιᾶς τοῦ βλήματος καὶ διὰ v ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐν τῷ ὕδατι, ὁπότε $\frac{x}{v}$ καὶ $\frac{y}{v}$ παριστῶσι τοὺς χρόνους οὓς χρειάζεται ὁ ἦχος ἵνα φθάσῃ ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς πτώσεως μέχρι τῶν σημείων S καὶ M.

Ἐξ ἄλλου ἐν τῷ τριγώνῳ SKM ἔχομεν

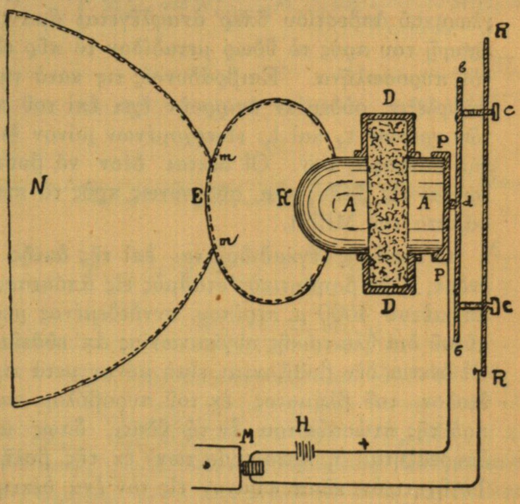
$$y^2 = x^2 t m^2 - 2xm \text{ συν } \varphi' \tag{2}$$

Ἀπαλειφομένων τῶν T καὶ y μεταξὺ τῶν (1) καὶ (2) λαμβάνομεν

$$x = \frac{1}{2} \; \frac{m^2 - v^2 (t_x - t_y)^2}{m \text{ συν } \varphi' - v (t_x - t_y)} \tag{3}$$

ἤτοι τύπον παρέχοντα τὸ βεληνεκὲς x συναρτήσει τῶν γνωστῶν ποσοτήτων m, v, φ' καὶ τῆς διαφορᾶς τῶν χρόνων $t_x - t_y$.

Ὁ δείκτης τῶν ὑποβρυχίων ἠχητικῶν κυμάτων τὸν ὁποῖον προτείνω περιλαμβάνει τὸν κυρίως δείκτην N κατεσκευασμένον ἐκ μετάλλου κώδωνος (5 %₀ ἀργύρου) διαμέτρου ἀπὸ $0^\mu,50$—$0^\mu,60$ οὗτινος ἡ ἐσωτερικὴ ἐπιφάνεια εἶνε παραβολοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς. Εἰς τὴν ἑστίαν F αὐτοῦ εὑρίσκεται μεταλλικὴ μεμβράνη m ἥτις ἀποτελεῖ μέρος ὑδατοστεγὲς κιβωτίου σφαιρικοῦ K διαμ. $0^\mu,45$ ὅπερ περιλαμβάνει διάλυσιν ὑπερκεκορεσμένην χλωριούχου νατρίου. Κύλινδρος ἐξ ἄνθρακος A ἔχων τὴν κεφαλὴν σφαιρικήν, εἰσέρχεται εἰς τὸ κυλινδρικὸν κιβώτιον D, πλῆρες



Σχῆμα 2.

ρινισμάτων ἄνθρακος παρεσκευασμένων κατὰ εἰδικήν τινα μέθοδον, τὴν τοῦ Runo d'Assar. Τὸ πυθμένιον P στερεοῦται ἀφ' ἑνὸς ἐπὶ τοῦ ἄνθρακος, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἐπὶ τοῦ ἐλασματίου β τῇ βοηθείᾳ κοχλίου τινος d, οὕτως ὥστε ὅταν ἠχητικόν τι κῦμα φθάνῃ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δείκτου καί, ἐνδυναμωθὲν ἐκ τῆς διαβάσεώς του διὰ μέσου τῆς διαλύσεως τοῦ χλωριούχου να–

1. Κατὰ τὰ ἀποτελέσματα τῶν πειραμάτων ἐν Gäbry ἐπὶ τῶν χρονογράφων Le Boulanger-Bréger ἐν συγκρίσει πρὸς ἐπαληθευτὰς (vérificateurs) ἡ μεγαλειτέρα διαφορὰ ἔφθασε τὰ $0^\delta,00004$, ἡ δὲ μέση ἐκ 35 βολῶν τὰ $0^\delta,000015$, διὰ τῶν ταχυμέτρων Sébert-Dépres τῶν μέσης μὴ διαφερούσης εἰμὴ μόνον κατὰ $0^\delta,000003$ διὰ 66 βολάς. Τοῦ τελικοῦ σφάλματος ἐλαττουμένου σὺν τῷ ἀριθμῷ τῶν βολῶν, τὸ συστηματικὸν σφάλμα εἶνε ἀμελητέον.

2. Τὸ χρονοσκόπιον Nable παρέχει τὸ $\frac{1}{1000000}$ τοῦ δευτέρου μετὰ ἀκριβείας $\frac{3^\delta}{1000000}$ (Artillery and Explosives by Nable 1906 p. 430 καὶ 493).

τρίου, πλήσσει τὸν ἄνθρακα K, τὸ ἐλασμάτιον β τίθεται διὰ τοῦ κοχλίου cc εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὴν πλάκα R. Ἠλεκτρικόν τι ρεῦμα ἐκ στήλης ἧς ὁ εἷς πόλος εἶνε ἡ πλὰξ R καὶ ὁ ἕτερος τὸ πυθμένιον P, εἰς ἑκάστην ἐπαφὴν τοῦ ἐλασματίου β πρὸς τὸν κοχλίαν cc, ὁπλίζει τοὺς ἠλεκτρομαγνήτας τοῦ ἠλεκτρονόμου M, ὅστις ἀνοίγει τὸ κύκλωμα τῆς στήλης τοῦ χρονογράφου.

Βεβαιωθέντος ἤδη ὅτι τῇ βοηθείᾳ δεκτῶν ἧττον εὐαισθήτων ὡς π. χ. τὸ ἀνθρώπινον οὖς κολυμβητοῦ, τὰ ὄργανα Blake καὶ Koening, Millet Meulemester, ἀκόμη καὶ ἡ κίνησις τῶν κωπῶν λέμβου γίνεται ἀκουστή, ὡς ἐπίσης ἡ στροφὴ ἕλικος ἀτμοπλοίου κλπ. εἰς ἀπόστασιν πολλῶν μιλλίων, οὕτως ὥστε προτείνεται σήμερον ἡ παραδοχὴ τῶν ὑποβρυχίων δεκτῶν διὰ τὴν ἀνίχνευσιν τῆς παρουσίας τῶν ὑποβρυχίων πλοίων, δύναταί τις νὰ βεβαιωθῇ ὅτι ἡ πτῶσις τοῦ βλήματος πίπτοντος εἰς τὸ ὕδωρ μετὰ μεγάλης δρώσης δυνάμεως, θὰ γείνῃ αἰσθητὸν ὑπὸ τοῦ προτεινομένου δέκτου, κατὰ μείζονα λόγον ὄντος εὐαισθητοτέρου. Ἄλλως τε δύναταί τις νὰ προκαλέσῃ τὴν ἔκρηξιν τοῦ βλήματος ὅπερ ἐπὶ τούτῳ δέον νὰ ᾖ ἐφαπτόμενον διὰ πυροσωλῆνος εὐαισθήτου ὡς π. χ. ὁ πυροσωλὴν Desmarets. Δύναταί τις ἐπίσης νὰ μεταχειρισθῇ εἰδικῆς κατασκευῆς βλήματα ἔχοντα κοιλότητά τινα εἰς τὴν κεφαλήν, πλήρη χλωρικοῦ ἀσβεστίου ὅπερ ἀναφλέγεται ἅμα τῇ ἐπαφῇ του πρὸς τὸ ὕδωρ μεταδίδον τὸ πῦρ εἰς τὸν πυροσωλῆνα. Ἐπιβράδυνσίς τις κατὰ τὴν ἀνάφλεξιν οὐδεμίαν ἐπιρροὴν ἔχει ἐπὶ τοῦ x, τῶν χρόνων t_x καὶ t_y εἰσερχομένων μόνον διὰ τῆς διαφορᾶς των. Οἱ δέκται δέον νὰ βυθίζωνται εἰς βάθος 8 μ. συμφώνως πρὸς τὰ πειράματα τοῦ Millet.

Ὁ σταθμὸς ἐγκαθιδρύεται ἐπὶ τῆς ἀκτῆς ἢ ἔνδον, ὁ δὲ βοηθητικὸς σταθμὸς εἰς ἀπόστασιν ἀπ' αὐτοῦ 4000 μ. περίπου συνδεδεμένος μετ' αὐτοῦ διὰ ἠλεκτρικῆς συγκοινωνίας ἀπ' εὐθείας. Οἱ δέκται δὲν βυθίζονται εἰμὴ μόνον μετὰ τὴν ἔξοδον τοῦ βλήματος ἐκ τοῦ πυροβόλου καὶ πρὸ τῆς πτώσεώς του ἐν τῷ ὕδατι, ὅπως μὴ ἐπηρεάζηται ἡ λειτουργία των ἐκ τῆς βολῆς. Τὸ ἠχητικὸν κῦμα φθάνον εἰς τὸν ἕνα δέκτην ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ ἠλεκτρονόμου καὶ διακόπτει τὸ ρεῦμα τοῦ χρονομέτρου, ὅταν δὲ φθάσῃ καὶ εἰς τὸν ἕτερον διακόπτει τὸ ρεῦμα τῶν σημειωτῶν, λαμβανομένης οὕτω τῆς διαφορᾶς τῶν χρόνων $t_x - t_y$. Εἶνε φανερὸν ὅτι ἡ χρῆσις πλειόνων σταθμῶν καὶ χρονογράφων παρέχει πλείονας τιμὰς τῶν x, ἐξ ὧν λαμβάνεται ἡ μέση.

Ἡ μέθοδος αὕτη παρέχει τὸ πλεονέκτημα ὅτι ἀπαλλάσσει τῆς μεταφορᾶς τῶν πυροβόλων εἰς πολύγωνον ξηρᾶς, ἐπιτρέπει δὲ τὴν σύνταξιν τῶν πινάκων βολῆς τῶν πυροβόλων βαλλόντων ἀπὸ τῶν μονίμων αὐτῶν ἐγκαταστάσεων ἔνδον, τῶν οὕτω συντασσομένων πινάκων θεωρουμένων ἀκριβεστέρων. Τὸ αὐτὸ ἐπιζητεῖται διὰ τῶν μεθόδων Neesen-Krupp καὶ Pulfrich στηριζομένων εἰς τὴν στερεοματομετρίαν (Mitteil. aus dem Geb. des Leewens XII 1910).

Π. ΡΕΔΙΑΔΗΣ
ὑποπλοίαρχος τοῦ Β. Ν.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΤΩΝ ΕΠΙ ΠΟΛΛΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΗΡΙΖΟΜΕΝΩΝ ΕΥΘΕΙΩΝ ΔΟΚΩΝ

(Συνέχεια ἐκ τοῦ προηγουμένου.)

Θεωρήσωμεν δύο νέας σειρὰς ἐκ ν ἀριθμῶν, β_0 μέχρι $\beta_{\nu-1}$ καὶ γ_0 μέχρι $\gamma_{\nu-1}$, αἵτινες συνάγονται ἐκ τῶν πρώτων διὰ τῶν σχέσεων:

$$\beta_0=0, \quad \beta_1=\frac{-v_1}{v_2} \cdots \quad \beta_{\mu-1}=\frac{-v_{\mu-1}}{v_\mu} \cdots$$

$$\beta_{\nu-1}=\frac{-v_{\nu-1}}{v_\nu}$$

$$\gamma_0=0, \quad \gamma_1=\frac{-w_1}{w_2} \cdots \quad \gamma_{\nu-\mu}=\frac{-w_{\nu-\mu}}{w_{\nu-\mu+1}} \cdots$$

$$\gamma_{\nu-1}=\frac{-w_{\nu-1}}{w_\nu}$$

Ἀντικαθιστῶντες ἀντὶ τῶν v καὶ w τὰς ἐκφράσεις τὰς ληφθείσας ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) εὑρίσκομεν σχέσεις ἐπιτρεπούσας τὸν ἄμεσον ὑπολογισμὸν τῶν ἀριθμῶν β καὶ γ.

$$\beta_0 = 0$$

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{2+2\dfrac{l_1}{l_2}} \\ \beta_2 &= \frac{1}{2+\dfrac{l_2}{l_3}(2-\beta_1)} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \beta_{\mu-1} &= \frac{1}{2+\dfrac{l_{\mu-1}}{l_\mu}(2-\beta_{\mu-2})} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \beta_{\nu-1} &= \frac{1}{2+\dfrac{l_{\nu-1}}{l_\nu}(2-\beta_{\nu-2})} \end{aligned} \right.$$