ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΜΗΝΙΑΙΟΝ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΝ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ

ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΟΥ

Ετος ΙΑ΄. ΑΘΗΝΑΙ, Απριλιος 1911 Αριθ. 12.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΟΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΙΣΜΟΙ

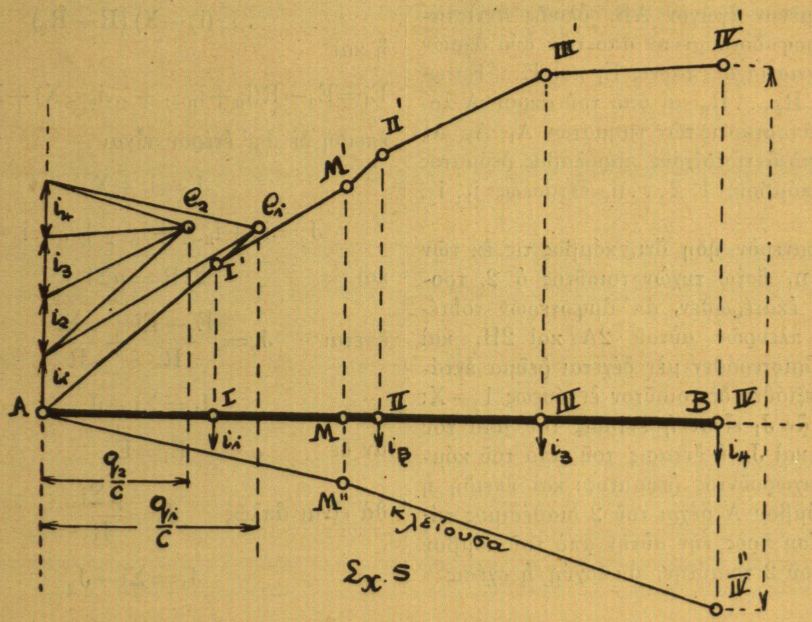
(Συνέχεια ἐκ τοῦ προηγουμένου.)

Ὅσον ἀφορᾷ τὰς κλίμακας παρατηροῦμεν ὅτι, ἂν $\frac{1}{\nu}$ εἶναι ἡ κλῖμαξ παραστάσεως τοῦ μεγέθους $\frac{q}{c}$, $\frac{1}{\mu}$ ἡ κλῖμαξ παραστάσεως τῶν μηκῶν l, καὶ $\frac{1}{\xi}$ ἡ κλῖμαξ παραστάσεως τῶν ῥευμάτων, ἡ κλῖμαξ τῆς πτώσεως τάσεως ε θὰ εἶναι:

$$\frac{1}{\nu} = \frac{\frac{1}{\nu}}{\frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{\xi}}$$

Ἡ μέθοδος αὕτη τοῦ γραφικοῦ προσδιορισμοῦ τῆς πτώσεως τάσεως ἐν δεδομένῳ ἀγωγῷ, δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ἐκείνην ἀκόμη, καθ' ἣν ἡ διατομὴ αὐτοῦ δὲν εἶναι σταθερά.

Ἂν δῆλα δὴ ὑποτεθῇ ὅτι ὁ ἀγωγὸς ΑΒ (Σχ. 5) κέκτηται ἀπὸ Α—Γ διατομὴν q_1 καὶ ἀπὸ Γ—Β διατομὴν q_2, εἶναι προφανὲς ὅτι

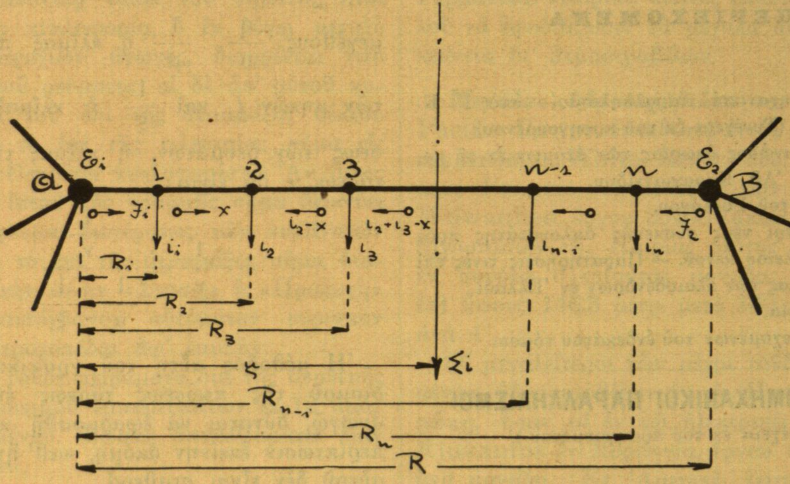


Σχ. 5

εἰς ἕκαστον τῶν ἐν λόγῳ τμημάτων θὰ ἀντιστοιχῇ ἴδιον πολύγωνον τῶν ῥευμάτων μετὰ πολικῶν ἀποστάσεων $\frac{q_1}{c}$ καὶ $\frac{q_2}{c}$.

Ἀπὸ τῶν ἐν λόγω πολυγώνων σχηματίζεται τὸ ἀντίστοιχον σχοινοειδές, ὡς ἐν τῷ σχήματι (5) φαίνεται, μετὰ κλειούσης οὐχὶ πλέον ὁριζοντίας, ὅπως καὶ ἐν τῇ προηγουμένῃ περιπτώσει, ἀλλὰ τοιαύτης τεθλασμένης (ἀφ' οὗ μετεβλήθη ἡ θέσις τῶν πόλων) ἧς αἱ πλευραὶ εἶναι παράλληλοι πρὸς τὰς ἀκτίνας $C_1 4$ καὶ $C_2 4$, τεμνόμεναι ἐπὶ τῆς διὰ τοῦ σημείου M κατακορύφου κατὰ τὸ σημεῖον M΄΄. Αἱ τεταγμέναι ἤδη τοῦ οὕτω σχηματισθέντος σχοινοειδοῦς ὡς πρὸς τὴν κλείουσαν, δίδουσιν ἡμῖν ὑπὸ τὴν ὑπολογιζομένην κλίμακα τὰς πτώσεις τάσεως κατὰ μῆκος τοῦ θεωρουμένου ἀγωγοῦ.

Περιπτώσεις μεγάλου ἐνδιαφέροντος, ἐφ' ὧν οἱ μηχανικοὶ παραλληλισμοὶ ἔχουσιν ὡς ἄμεσον ἀποτέλεσμα, τὴν ἐφαρμογὴν τῶν γνωστῶν μεθόδων τῆς γραφοστατικῆς, τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν ῥοπῶν κάμψεως καὶ τῶν ἀντιδράσεων τῶν στηριγμάτων δοκοῦ, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μεμονωμένων δυνάμεων εὑρισκομένης καὶ εἰς δύο σημεῖα στηριζομένης, εἶναι ἐκεῖναι καθ' ἃς, ὁ θεωρηθεὶς ἀγωγὸς δὲν τροφοδοτεῖται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου του, ἀλλ' ἀπ' ἀμφοτέρων μετ' ἴσων ἢ ἀνίσων τάσεων.



Σχ. 6

Θεωρήσωμεν πρὸς τοῦτο τὸν ἐν τῷ σχήματι 6 παριστάμενον ἀγωγὸν AB, ὁλικῆς ἀντιστάσεως R, τροφοδοτούμενον ἀπὸ τῶν δύο ἄκρων του ὑπὸ ἀντιστοίχους τάσεις E_1 καὶ E_2. Ἔστωσαν δὲ R_1, $R_2 \ldots R_n$ αἱ ἀπὸ τοῦ ἄκρου A λογιζόμεναι ἀποστάσεις τῶν τμημάτων A_1, A_2, $A_3 \ldots A_n$, ὑπὸ ἀντιστοίχους παραλαβὰς ῥεύματος κατὰ τοὺς κόμβους 1, 2 . . . n, ἐντάσεως i_1, i_2, $i_3 \ldots i_n$.

Εἶναι φανερὸν ἤδη ὅτι, κόμβος τις ἐκ τῶν 1, 2, 3 . . . n, ἔστω τυχὼν τοιοῦτος ὁ 2, τροφοδοτεῖται ἑκατέρωθεν, ἀπ' ἀμφοτέρων τουτέστιν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ 2A καὶ 2B, καὶ ἔστω ὅτι ἀριστερόθεν μὲν δέχεται ῥεῦμα ἐντάσεως X, δεξιόθεν δὲ τοιοῦτον ἐντάσεως i_2—X: ἑπομένως ἂν J_1 εἶναι ἡ ἔντασις τοῦ ἀπὸ τοῦ κόμβου A καὶ J_2 ἡ ἔντασις τοῦ ἀπὸ τοῦ κόμβου B ἀναχωροῦντος ῥεύματος: καὶ ἐπειδὴ ἡ ἀπὸ τοῦ κόμβου A μέχρι τοῦ 2 διαθέσιμος τάσις εἶναι ἴση πρὸς τὴν αὐτὴν ἀπὸ τοῦ κόμβου B μέχρι τοῦ 2 τοιαύτην, θὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις

$$E_1 - i_1 R_1 - X R_2 = E_2 - i_n (R - R_n) \ldots \ldots (i_2 - X)(R - R_2) \qquad (7)$$

ἢ καὶ

$$E_1 = E_2 - R(i_n + i_{n-1} + \ldots i_2 - X) + \Sigma i R \qquad (7\alpha)$$

ἐπειδὴ δὲ ἀφ' ἑτέρου εἶναι

$$J_1 = i_1 + X \qquad (8)$$

$$J_2 = i_n + i_{n-i} + i_{n-2} + \ldots i_2 - X \qquad (9)$$

καὶ $\Sigma i R = \mu \Sigma i$

ἕπεται $$J_2 = \frac{E_2 - Ei}{R} + \frac{\mu \Sigma i}{R} \qquad (10)$$

$$J_1 = \Sigma i - J_2 \qquad (11)$$

ἂν δὲ $E_i = E_2$

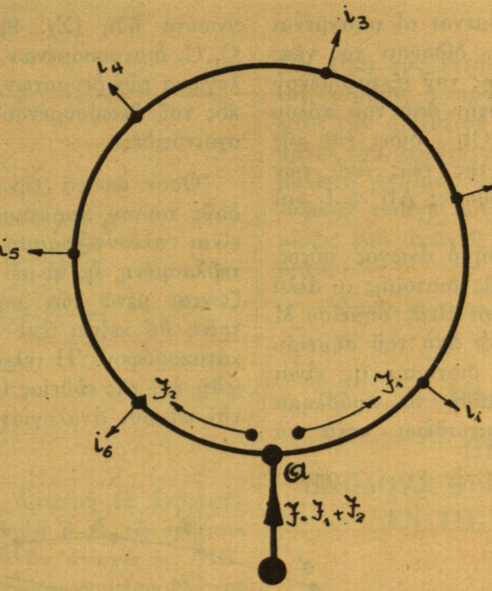
θὰ εἶναι ἁπλῶς $$J_2 = \frac{\mu \Sigma i}{R} \qquad (12)$$

$$J_1 = \Sigma i - J_2 \qquad (13)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (10) (11) παρατηροῦμεν ὅτι αἱ κατὰ τοὺς κόμβους 1 καὶ 2 ἐντάσεις τροφοδοτήσεως εἶναι ἄθροισμα δύο τοιούτων, τῆς μιᾶς $\frac{E_2 - E_1}{R}$ προερχομένης ἐκ τῆς κατὰ τοὺς κόμβους Α καὶ Β διαφορᾶς τάσεων, καὶ τῆς ἑτέρας $\frac{\mu \Sigma i}{R}$ δυναμένης νὰ θεωρηθῇ ὡς συνιστώσης τῆς ὅλης ἐντάσεως Σi κατὰ τὸν κόμβον Β.

Ἐν τῇ ἁπλοποιουμένῃ περιπτώσει $E_1 = E_2$, αἱ ἐντάσεις J_1 καὶ J_2 δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς αἱ ἐξισώσεις (12) καὶ (13) δηλοῦσιν, ὡς συνιστῶσαι τῆς Σi κατὰ τὰ σημεῖα Α καὶ Β. Ἤτοι κατ' ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν τὰς διακλαδώσεις ἀντικαθιστωμένας ὑπὸ δυνάμεων ἐνεργουσῶν ἐπὶ δοκοῦ στηριζομένης κατὰ δύο σημεῖα Α καὶ Β, ἧς τὸ μῆκος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ὅλην Ὠμειον ἀντίστασιν τοῦ ἀγωγοῦ, ἐν ᾗ αἱ κατὰ τὰ στηρίγματα ἀντιδράσεις ἐπηυξημέναι κατὰ τὴν ποσότητα $\frac{E_1 - E_2}{R}$ δίδουσι τὰς ἀντιστοίχους ἐντάσεις τροφοδοτήσεως τῶν ἐν τῷ μεταξὺ διακλαδώσεων.

Ἡ θεωρηθεῖσα περίπτωσις τῶν ἴσων τάσεων τῶν ἄκρων ($E_1 = E_2$) ταυτίζεται πρὸς τὴν τροφοδότησιν κλειστοῦ ἀγωγοῦ (Σχ. 7) ἀφ' ἑνὸς κόμβου Α, ἀφ' οὗ οὗτος δύναται νὰ ὑποτεθῇ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἀντιστοίχων ἐντάσεων J_1, J_2 σχιζόμενος κατὰ τὸν αὐτὸν κόμβον.

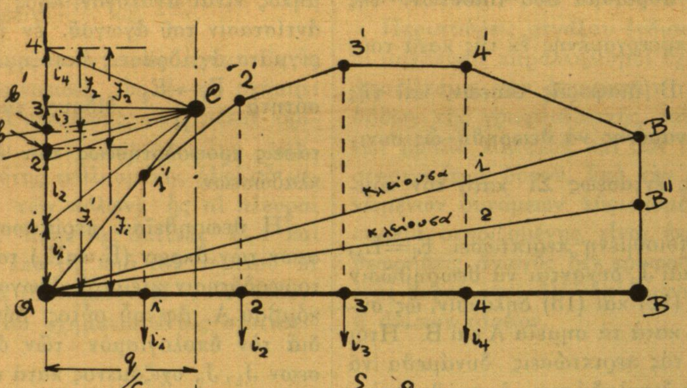


Σχ. 7

Γραφοστατικῶς τὸ πρόβλημα τοῦτο τοῦ καθορισμοῦ τῶν ἐντάσεων J_1, J_2, ὅπως καὶ ἐκεῖνο τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν πτώσεων τάσεως κατὰ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ ΑΒ δύναται νὰ λυθῇ, ἂν ἐπὶ εὐθείας (ΑΒ) (Σχ. 8) ληφθῶσιν ὑπὸ κλίμακα αἱ ἀντίστοιχοι ἀποστάσεις τῶν κόμβων διακλαδώσεως I II III IV ἀπὸ τοῦ ὡς ἀρχῆς θεωρουμένου ἄκρου τοῦ ἀγωγοῦ Α, καὶ ἐπὶ τοῦ ἀναπτύγματος ΑΒ τοῦ ἀγωγοῦ τούτου σχηματισθῇ τὸ ἀντίστοιχον σχοινοειδὲς πολύγωνον, ἐκ τοῦ πολυγώνου τῶν ῥευμάτων C i_1 i_2 i_3 i_4. Αἱ τεταγμέναι τοῦ οὕτω σχηματιζομένου σχοινοειδοῦς μέχρι τῆς κλειούσης ΑΒ δίδουσι τὰ μεγέθη τῆς πτώσεως τάσεως κατὰ μῆκος τοῦ θεωρουμένου ἀγωγοῦ, ὑπὸ τὴν ἐκ τῆς προηγουμένης σχέσεως ὑπολογιζομένην κλίμακα, ἐν ᾧ ἡ ἀπὸ τοῦ πόλου C παράλληλος πρὸς τὴν κλείουσαν ταύτην, δίδει ἐπὶ τῆς διὰ τοῦ Α κατακορύφου εἰς τὰ μεγέθη τῶν τμημάτων Ab καὶ Db τὰς ἐντάσεις ῥύσεως J_1 καὶ J_2 ἀπὸ τῶν ἄκρων Α καὶ Β τοῦ ἀγωγοῦ τούτου.

Ταῦτα, ἐὰν βεβαίως αἱ κατὰ τὰ ἄκρα Α καὶ Β τάσεις εἶναι ἴσαι πρὸς ἀλλήλας, ἂν εἶναι τουτέστιν $E_1 = E_2$.

Ἂν ὅμως εἶναι $E_1 > E_2$, εἶναι τουτέστιν ἡ κατὰ τὸ ἄκρον Α τάσις κατὰ V Βόλτ μείζων τῆς ἀντιστοίχου ἐν τῷ σημείῳ Β, ἡ νέα κλείουσα τοῦ σχοινοειδοῦς θὰ εὑρεθῇ, ἂν ἀπὸ τοῦ σημείου Β ληφθῇ ἐπὶ τῆς δι' αὐτοῦ καταχορύφου ὑπὸ τὴν ἀντίστοιχον κλίμακα τῶν τάσεων τμῆμα τι B′B′′ ἴσον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τάσεως V, τὸ δὲ σημεῖον B′′ ἑνωθῇ δι' εὐθείας μετὰ τοῦ ἄκρου A. Ὡς πρὸς τὴν νέαν

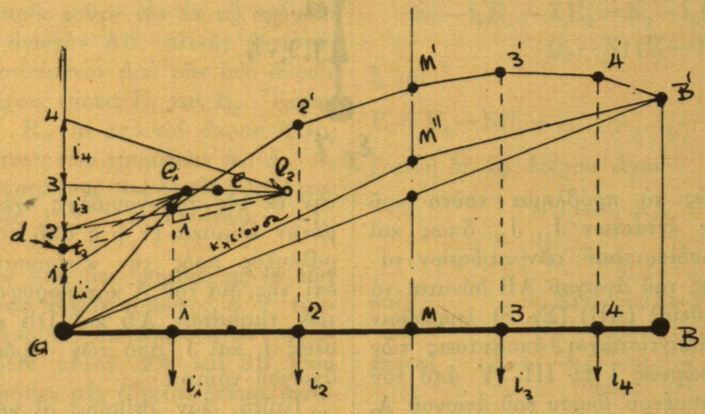


Σχ 8

ταύτην κλείουσαν σχετιζόμεναι αἱ τεταγμέναι τῆς σχοινοειδοῦς γραμμῆς, δίδουσιν τὰς νέας πτώσεις τάσεως κατὰ μῆκος τοῦ ἐξεταζομένου ἀγωγοῦ, ἐν ᾧ ἡ πρὸς ταύτην ἀπὸ τοῦ πόλου C ἀγομένη παράλληλος Cb′, δίδει ἐπὶ τῆς διὰτοῦ A κατακορύφου τὰς νέας ἀπὸ τῶν ἄκρων A καὶ B ἐντάσεις ῥύσεως $Ab' = J_1$ καὶ $b'D = J_2$.

Εἰς ἣν περίπτωσιν ἤδη ὁ ἀγωγὸς οὗτος, δὲν εἶναι τοιοῦτος σταθερᾶς διατομῆς q, ἀλλὰ ἀπὸ μὲν τοῦ ἄκρου A μέχρι τινος σημείου M κέκτηται διατομὴν q_1, ἐν ᾧ ἀπὸ τοῦ σημείου M μέχρι τοῦ B κέκτηται διατομὴν q_2, εἶναι δυνατὸν καὶ πάλιν νὰ λυθῇ τὸ πρόβλημα γραφοστατικῶς, ἂν σχηματισθῶσι κατὰ τὰ γνωστὰ ἤδη (Σχ. 9), ἀπὸ τῶν ἐπὶ εὐθείας C_1 C_2 διαταssoμένων πόλων C_1 καὶ C_2 τὰ πολύγωνα τῶν ῥευμάτων, καὶ ἀπ' αὐτῶν κατὰ μῆκος τοῦ θεωρουμένου ἀγωγοῦ τὸ ἀντίστοιχον σχοινοειδές.

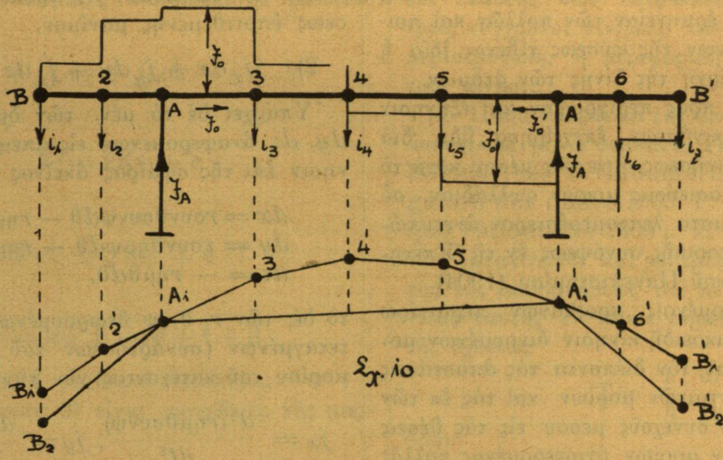
Ὅσον ἀφορᾷ τὴν κλείουσαν τοῦ σχοινοειδοῦς τούτου παρατηροῦμεν ὅτι, αὕτη δὲν θὰ εἶναι πλέον γραμμὴ εὐθεῖα, ἀλλὰ τοιαύτη τεθλασμένη, ἧς αἱ μὲν δύο κορυφαὶ θὰ ταυτίζωνται μετὰ τῶν σημείων A καὶ B′, ἡ δὲ τρίτη θὰ κεῖται ἐπὶ τῆς διὰ τοῦ σημείου M κατακορύφου. Ἡ τελευταία εὑρίσκεται ἂν ληφθῇ ἐπὶ τῆς εὐθείας C_1 C_2 σημεῖον τι C κατὰ τὴν κάτωθι ἀναλογίαν



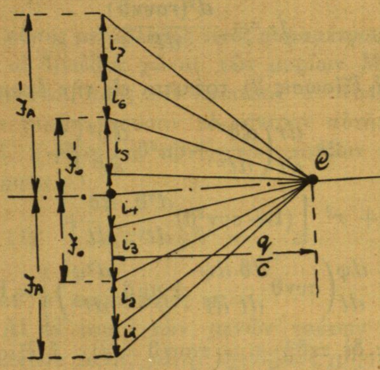
Σχ 9

$$\frac{C_1\ C_2}{C\ C_2} = \frac{q_1\ l_2}{q_2\ l_1}$$

καὶ ἀπὸ τοῦ ὡς βοηθητικοῦ πόλου θεωρουμένου σημείου C ἀχθῇ παράλληλος πρὸς τὴν εὐθείαν AB′. Αὕτη θὰ τέμνῃ τὴν ἀπὸ τοῦ A κατακόρυφον κατά τι σημεῖον d, ὅπερ δι' εὐθειῶν ἑνούμενον μετὰ τῶν πόλων C_1 ἢ C_2 δίδει τὰς διευθύνσεις τῶν πλευρῶν τῆς ζητουμένης τεθλασμένης κλειούσης. Αἱ ἀπὸ τῶν ἄκρων A′ καὶ B′ τουτέστι καὶ πρὸς τὰς τελευταίας εὐθείας $C_1 d$ καὶ $C_2 d$ ἀγόμεναι παράλληλοι αἵτινες τέμνονται κατά τι σημεῖον M′′ δίδουσιν ἡμῖν τὴν νέαν κλείουσαν.



Σχ. 10



Σχ. 10α

Περίπτωσις σύνθετος, ἀρκετοῦ δὲ ἐνδιαφέροντος δύναται νὰ θεωρηθῇ ἡ ἐν τῷ σχήματι (10) ἀπεικονιζομένη, καθ' ἣν ἀγωγός τις BB′ τροφοδοτεῖται ἀπὸ διαφόρων σημείων A καὶ A′. Ἡ γραφοστατικὴ διερεύνησις τῶν κατὰ μῆκος αὐτοῦ πτώσεων τάσεως, ὅσον καὶ τῆς ἐπ' αὐτοῦ διανομῆς τοῦ ῥεύματος, δύναται νὰ γίνῃ πάλιν διὰ κατασκευῆς τοῦ σχετικοῦ πολυγώνου τῶν ῥευμάτων ($q =$ σταθερὸν) ἀπό τινος πόλου C (Σχ. 10α) καὶ τῶν ἀντιστοίχων σχοινοειδῶν διὰ τὰ τμήματα AB — AA′ — A′B′. Ἐν τῷ σχοινοειδεῖ τούτῳ διακρίνομεν τρεῖς κλειούσας, τὴν ἑνοῦσαν τὰ σημεῖα A_1 καὶ A'_1, τὴν $A_1{}'$ B_1 παράλληλον πρὸς τὴν πλευρὰν C_1 τοῦ πολυγώνου τῶν ῥευμάτων, καὶ τὴν A'_1 B'_1 παράλληλον πρὸς τὴν πλευρὰν C_8 τοῦ αὐτοῦ πολυγώνου τῶν ῥευμάτων.

Αἱ ἄκραι πλευραὶ τοῦ σχοινοειδοῦς εἶναι κατὰ σειρὰν ταῖς C_2 καὶ C_7 παράλληλοι, ἐν ᾧ ἡ τῇ πρώτῃ κλειούσῃ A_1 A'_1 ἀγομένη παράλληλος C_4 ὁρίζει ἐπὶ τῆς κατακορύφου τῶν ῥευμάτων (Σχ. 10α) τὰς ἐντάσεις τῶν ῥευμάτων J_0 ἀπὸ τοῦ κόμβου A πρὸς τὸν κόμβον A′, καὶ J'_0 κατὰ τὴν ἀντίθετον διεύθυνσιν A′A. Ἡ κατὰ μῆκος τοῦ ἀναπτύγματος τοῦ ἀγωγοῦ BB′ κλιμακωτὴ γραμμή, διὰ τῶν ὡς πρὸς τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν τεταγμένων της δίδει ἰδέαν τῆς κατὰ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ τούτου διανομῆς τοῦ ῥεύματος.

(Ἕπεται συνέχεια.)

Γ. Κ. ΣΑΡΡΟΠΟΥΛΟΣ

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΔΙΝΩΔΟΥΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΑΤΟΜΩΝ ΕΝ ΤΗ ΚΟΣΜΟΓΟΝΙΑ

Ὁ ἀσχολούμενος περὶ ὑποκείμενα τῆς Κοσμογονίας καὶ παρατηρῶν μετὰ προσοχῆς τὴν τάξιν καὶ ἁρμονίαν τὴν κρατοῦσαν ἐν τῇ ἐξελίξει τῶν πολλῶν καὶ ποικίλων οὐρανίων φαινομένων πείθεται ἀμέσως περὶ τῆς ὑπάρξεως νόμων διεπόντων τὸν Κόσμον, περὶ τῆς δυνάμεως τῶν ἀριθμῶν, οὓς οἱ Πυθαγόρειοι ὡς φύσει πρώτους ἀρχὰς ἔθεντο τῶν ὄντων. Ἡ κίνησις τῶν οὐρανίων σωμάτων διακρίνεται εἰς τρεῖς μερικὰς κινήσεις, τὴν περιστροφικήν, τὴν περιφορικὴν καὶ τὴν μεταβατικήν. Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Newton ἐξηγεῖται κυρίως μόνον ἡ περιφορικὴ κίνησις καὶ αὕτη κατὰ προσέγγισιν διὰ μεμονωμένα τοὐλάχιστον μέχρι τοῦδε σώματα. Ἡ δὲ ὑπόθεσις τοῦ Laplace περὶ Κοσμογονίας ἀπεδείχθη ὑπὸ πολλῶν κατὰ τοὺς τελευταίους τούτους χρόνους διὰ τοῦ λογισμοῦ