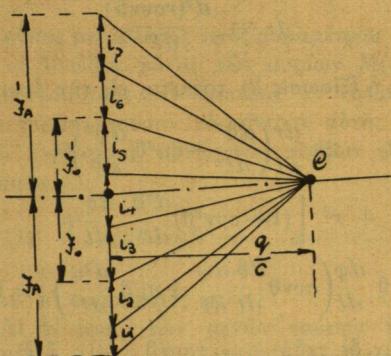
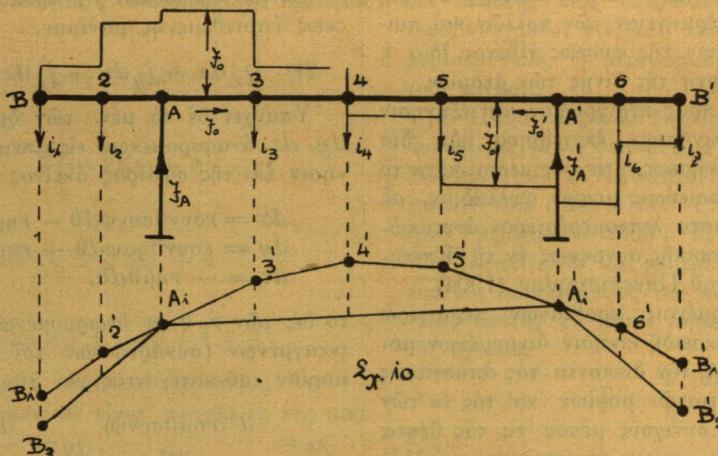


ἄκρων Α' καὶ Β' τουτέστι καὶ πρὸς τὰς τελευταίας εὐθείας  $C_1d$  καὶ  $C_2d$  ἀγόμεναι παράλ-

ληλοι αἴτινες τέμνονται κατά τι σημεῖον  $M''$  δίδουσιν ἡμῖν τὴν νέαν κλείουσαν.



Σχ. 10a

Περίπτωσις σύνθετος, ἀρχετοῦ δὲ ἐνδιαφέροντος δύναται νὰ θεωρηῇ ἡ ἐν τῷ σχήματι (10) ἀπεικονίζομένη, καθ' ἥν ἀγωγός τις  $BB'$  τροφοδοτεῖται ἀπὸ διαφόρων σημείων  $A$  καὶ  $A'$ . Ἡ γραφοστατική διερεύνησις τῶν κατὰ μῆκος αὐτοῦ πτώσεων τάσεως, ὅσον καὶ τῆς ἐπ' αὐτοῦ διανομῆς τοῦ διεύματος, δύναται νὰ γίνῃ πάλιν διὰ κατασκευῆς τοῦ σχετικοῦ πολυγώνου τῶν διευμάτων ( $q = \text{σταθερὸν}$ ) ἀπό τινος πόλου  $C$  (Σχ. 10a) καὶ τῶν ἀντιστοίχων σχοινοειδῶν διὰ τὰ τμήματα  $AB - AA' - A'B'$ . Ἐν τῷ σχοινοειδεῖ τούτῳ διακρίνομεν τρεῖς κλεισύσας, τὴν ἐνούσαν τὰ σημεῖα  $A_1$  καὶ  $A'_1$ , τὴν  $A'_1 B_1$  παράλληλον πρὸς τὴν πλευρὰν  $C_1$  τοῦ πολυγώνου τῶν διευμάτων, καὶ τὴν  $A'_1 B'_1$  παράλληλον πρὸς τὴν πλευρὰν  $C_2$  τοῦ αὐτοῦ πολυγώνου τῶν διευμάτων.

Αἱ ἄκραι πλευραὶ τοῦ σχοινοειδοῦς εἰναι κατὰ σειρὰν ταῖς  $C_2$  καὶ  $C_7$  παράλληλοι, ἐν φῷ ἢ τῇ πορώτῃ κλεισύῃ  $A_1 A'_1$  ἀγομένη παράλληλος  $C_4$  ὁρίζει ἐπὶ τῆς κατακορύφου τῶν διευμάτων

(Σχ. 10a) τὰς ἐντάσεις τῶν διευμάτων  $J_0$  ἀπὸ τοῦ κόμβου  $A$  πρὸς τὸν κόμβον  $A'$ , καὶ  $J'_0$  κατὰ τὴν ἀντίθετον διεύθυνσιν  $A'A$ . Ἡ κατὰ μῆκος τοῦ ἀναπτύγματος τοῦ ἀγωγοῦ  $BB'$  κλιμακωτὴ γραμμή, διὰ τῶν ὧν πρὸς τὴν αὐτὴν εὐθείαν τεταγμένων τῆς δίδει ιδέαν τῆς κατὰ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ τούτου διανομῆς τοῦ ρεύματος.

(Ἐπεται συνέχεια.)

Γ. Κ. ΣΑΡΡΟΠΟΥΛΟΣ

## ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΔΙΝΩΔΟΥΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΑΤΟΜΩΝ ΕΝ ΤΗ ΚΟΣΜΟΓΟΝΙΑ

Ο ἀσχολούμενος περὶ ὑποκείμενα τῆς Κοσμογονίας καὶ παρατηρῶν μετὰ προσοχῆς τὴν τάξιν καὶ ἀρμονίαν τὴν κρατοῦσαν ἐν τῇ ἔξελιξει τῶν πολλῶν καὶ ποικίλων οὐδαίνων φαινομένων πείθεται ἀμέσως περὶ τῆς ὑπάρχεως νόμων διεπόντων τὸν Κόσμον, περὶ τῆς δυνάμεως τῶν ἀριθμῶν, οὓς οἱ Πυθαγόρειοι ὡς φύσει πρώτους ἀρχὰς ἔθεντο τῶν ὄντων. Ἡ κίνησις τῶν οὐδαίνων σωμάτων διακρίνεται εἰς τρεῖς μερικὰς κινήσεις, τὴν περιστροφικήν, τὴν περιφορικήν καὶ τὴν μεταβατικήν. Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Newton ἐξηγεῖται κυρίως μόνον ἡ περιφορικὴ κίνησις καὶ αὐτὴ κατὰ προσέγγισιν διὰ μεμονωμένα τούλαχιστον μέχρι τοῦδε σώματα. Ἡ δὲ ὑπόθεσις τοῦ Laplace περὶ Κοσμογονίας ἀπεδείχθη ὑπὸ πολλῶν κατὰ τοὺς τελευταίους τούτους χρόνους διὰ τοῦ λογισμοῦ

τῆς Μαθηματικῆς καὶ τῶν πολλῶν καὶ ποικίλων προόδων τῆς Φυσικῆς, εἰ μή τι ἄλλο, ἐλλιπής ἐν τῇ γενέσει τῶν κόσμων. Ἐν τῇ νεωτέρᾳ Φυσικῇ ὡς βάσις πρὸς ἔφιμηνειαν τῶν πολλῶν καὶ ποικίλων φαινομένων τῆς φύσεως τίθεται ἵδια ἡ Δημοκράτειος ἀρχὴ τῆς δίνης τῶν ἀτόμων.

Ἄπόπειραν πρὸς περιγραφὴν καὶ ἔξηγησιν τῶν οὐρανίων κινήσεων ἐπεχειρήσα ηδη διὰ τῆς δινόδους κινήσεως συνεχοῦς μέσου κατὰ τὸ ἔτος 1902 δημοσιεύσας μικρὸν φυλλάδιον, οὐ τινος τὰ πορίσματα λεπτομερέστερον ἀνετυπώθησαν μετὰ Ἰστορικῆς συνόψεως ἐν τῇ Ἐπετηρίδι τοῦ Ἐθνικοῦ Πανεπιστημίου (1904).

Ἐν τοῖς ἔπομένοις προβαίνων περαιτέρῳ εὑδίσκῳ τὴν ἐλικοειδῆ κίνησιν δινουμένων μορίων, τὸν νόμον τὸν διέποντα τὰς ἀποστάσεις αὐτῶν ἀπὸ κεντρικῶν μορίων καὶ τὰς ἐκ τῶν κυμάνσεων τοῦ συνεχοῦς μέσου εἰς τὰς θέσεις καὶ κινήσεις τῶν μορίων ἀναφερομένας πολλὰς καὶ ποικίλας διαταραχέεις ἡ ἀνωμαλίας.

1. Αἱ γενικαὶ ἔξισώσεις τῆς κινήσεως τῶν τελείων ρευστῶν εἰσιν αἱ ἔπομεναι :

$$1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = \varrho (X - j_x) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = \varrho (Y - j_y) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \varrho (Z - j_z) \end{array} \right.$$

Ἐν ταῖς ἔξισώσεσι ταύταις  $X, Y, Z, p$ , οἱ εἶναι συναρτήσεις συνεχεῖς ὅρισμέναι καὶ πεπερασμέναι τῶν  $x, y, z, t$  καθ' ἄπασαν τὴν ἔκτασιν τοῦ ρευστοῦ. Ταῖς ἔξισώσεσι ταύταις προσθετέα ἡ χαρακτηριστικὴ τῶν ρευστῶν ἔξισώσις

$$F(p, \varrho, \tau) = 0$$

μεταξὺ τῆς πιέσεως, τῆς πυκνότητος καὶ τῆς θερμοκρασίας ἐν σχέσει πρὸς τὸ Θερμοδυναμικὸν δυναμικὸν κατὰ Duhem καὶ ἡ ἔξισώσις τῆς συνεχείας κατὰ Euler

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\varrho w)}{\partial z} = 0$$

ὅπου  $u, v, w$  αἱ συνιστῶσαι τῆς ταχύτητος  $V$ .

Ἔστωσαν  $r, \vartheta, \psi$  αἱ πολικαὶ συντεταγμέναι τοῦ μορίου  $M(x, y, z)$  καὶ τεθείσθω

$$2) \quad Pds \sin(P, V) - \frac{1}{\varrho} dp = Kd\psi$$

ὅπου  $K$  μεταβλητή τις παράμετρος καὶ  $\psi$  ἡ

καλουμένη συνάρτησις τῶν ἐπιταχύνσεων, ἥτις ἐνταῦθα εἶναι αὐτὴ ἡ γωνία  $\psi$ .

Ἐκ τῶν ἔξισώσεων 1) προκύπτει, τῆς κινήσεως ὑποτιθεμένης μονίμου,

$$2) \quad j_x dx + j_y dy + j_z dz = Kd\psi.$$

Ὑπάρχει δὲ τὸ μέν, τῶν διαφορικῶν  $dx, dy, dz$  ἀναφερομένων εἰς ἀπειροστήν μετακίνησιν ἐπὶ τῆς σφαίρας ἀκτῖνος  $r$

$$dx = r \sin \vartheta \sin \psi d\vartheta - r \sin \vartheta \cos \psi d\psi$$

$$dy = r \sin \vartheta \cos \psi d\vartheta + r \sin \vartheta \sin \psi d\psi$$

$$dz = -r \cos \vartheta d\psi$$

τὸ δέ, τῶν  $r, \vartheta, \psi$  θεωρουμένων ὡς τῶν συντεταγμένων (συναρτήσεων τοῦ χρόνου  $t$ ) τοῦ μορίου τοῦ κατέχοντος νῦν τὴν θέσιν  $M$

$$j_x = \frac{d^2(r \sin \vartheta \sin \psi)}{dt^2}, \quad j_y = \frac{d^2(r \sin \vartheta \cos \psi)}{dt^2},$$

$$j_z = \frac{d^2(r \cos \vartheta)}{dt^2}.$$

“Ωστε ἡ ἔξισώσις 2) τρέπεται εἰς τὴν ἔπομένην

$$3) \quad 2r \frac{dr}{dt} \left( \frac{d\vartheta^2}{dt^2} + \eta \mu^2 \vartheta \frac{d\psi^2}{dt^2} \right) +$$

$$+ r^2 \left[ (1 + \sigma \nu \vartheta^2) \frac{d^2\vartheta}{dt^2} \frac{d\vartheta}{dt} + \right.$$

$$\left. + \eta \mu \vartheta \frac{d\psi}{dt} \left( \sigma \nu \vartheta \frac{d\vartheta}{dt} \frac{d\psi}{dt} + \eta \mu \vartheta \frac{d^2\psi}{dt^2} \right) \right] = K \frac{d\psi}{dt}$$

Ἐὰν δὲ τεθῆ  $z = r \sin \vartheta = 0$ , ἡ ἔξισώσις αὗτη ἀνάγεται εἰς τὴν ἔπομένην

$$4) \quad 2r \frac{dr}{dt} \frac{d\psi}{dt} + r^2 \frac{d^2\psi}{dt^2} = K$$

ὅθεν

$$5) \quad r^2 \frac{d\psi}{dt} = Kt + c \quad (\text{ἔμβαθ. ταχύτης})$$

ὅπου  $c$  σταθερὰ ποσότης καὶ  $\frac{d\psi}{dt}$  ἡ γωνιακὴ ταχύτης.

Ἐν δὲ τῇ ἔξισώσει  $\alpha$ ) δυνατὰ πολλὰ ὑπόθεσεις. Ἐὰν π. χ. ὑποτεθῆ  $p = \text{σταθ. καὶ } P \text{ συν}(P, V) = \Lambda = \text{σταθ.}$ , ἔπειται ἐκ τῆς σχέσεως  $\alpha$ )

$$\frac{ds}{d\psi} = \text{σταθ.}$$

καὶ κατὰ συνέπειαν διὰ  $s = 2\pi r$  προκύπτει ἐκ τῆς ἔξισώσεως  $\beta$ ).

$$6) \quad r^3 = \lambda t^2 + \mu t + v$$

ἥτοι δὲ τρίτος νόμος τοῦ Kepler γενικώτερος

(τινων σταθερων της διοκλητωσεως μ και ν δυναμενων να ξχωσι και την τιμην 0).

Αλλα της κινησεως υποτιθεμένης μονίμου υπάρχει

$$j_x dx + j_y dy + j_z dz = \frac{1}{2} d \cdot V^2$$

και έπομενως

$$7) \quad V^2 = 2K\psi + c$$

εξ ου

$$8) \quad t = \pm \sqrt{a\psi + \epsilon}$$

και

$$9) \quad r^3 = a\psi \pm \sqrt{a\psi + \epsilon} + \beta$$

δπου α, β, a, ε σταθεραι ποσότητες.

2 Η ξέσωσις 9) είναι προφανώς της μορφής

$$10) \quad R^3 = mw$$

μ ούσης μεταβλητής τινος παραμέτρου 'Επειδή δε άι δινώδεις χωναι τῶν μορίων M(x, y, z) κέπτηνται πρὸς πᾶν ἐπίπεδον z = σταθ κυκλικήν τομήν ξχουσαν τὸ κέντρον αὐτῆς ἐπὶ τοῦ OZ, ή ξέσωσις τῶν χωνῶν τούτων είναι τῆς μορφῆς

$$11) \quad (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{m}{n} z$$

δπου n παράμετρός τις

Αι δε τομαὶ τῶν χωνῶν τούτων ύπὸ τοῦ ἐπίπεδου ZOX, μόναι προδήλως χρήσιμοι πρὸς καθορισμὸν και εὐρεσιν τοῦ νόμου τῶν ἀποστάσεων τῶν μορίων M ἀπὸ τῶν ἐπὶ τοῦ OZ κειμένων κέντρων, είναι τῆς μορφῆς

$$12) \quad z = Ax^3$$

δπου A μεταβλητή τις παράμετρος. Διὰ δὲ x = x<sub>1</sub> είναι z<sub>1</sub> = Ax<sub>1</sub><sup>3</sup>. 'Εὰν δε τεῦθι Z<sub>1</sub> = a, A = κ<sup>y</sup>, x<sub>1</sub><sup>3</sup> = a, προκύπτει δ νόμος a = ax<sup>y</sup> τῶν ἀποστάσεων τοῦ Gaußin (Comptes rendus, 1880). 'Ο δε νόμος οὗτος είναι ἀκριβέστερος τοῦ γνωστοῦ νόμου τοῦ Bode (λαμβανομένου μάλιστα ὑπ' ὅψιν, δτι οι πλανῆται δεν κείνται πάντες ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου τῆς ἐλλειπτικῆς).

3. Της κινησεως υποτιθεμένης μονίμου υπάρχει, ως γνωστόν, πλῆθος ἄπειρον ἐπιφανειῶν 11) η γενικότερον πλῆθος ἄπειρον ἐπιφανειῶν

$$13) \quad \varphi(q)(x^2 + y^2)^3 - z^2 = f(x, y, z, q) = 0,$$

δπου φ(q) συνεχής ώρισμένη και πεπερασμένη συνάρτησις της παραμέτρου q, ἐπὶ τῶν δποίων δύνανται να γραφῶσιν ἄπειρον πλῆθος γραμμῶν ρεύματος και γραμμῶν δίνης (λαμβανο-

μένης κατὰ τὸν ύπὸ Stokes δοθέντα μηχανικὸν δρισμόν). 'Εντεῦθεν δε συνάγεται, δτι ἐπὶ ἔκαστης τῶν ἐπιφανειῶν 13) τελοῦνται τρεῖς σύγχρονοι κινήσεις παντὸς μορίου M, η περιστροφική, η περιφορική και η μεταβατική κίνησις.

4. Πᾶσα ἐπιφάνεια 13) ἀποτελεῖ ἐπιφάνειαν δυνητείας (H. Poincaré, Théorie des tourbillons 1893· J. Hadamard, Sur la propagation des ondes 1903· P. Appell, Mécanique rationnelle 1909). Η ἐπιφάνεια 13) διὰ τὸ q μετακινεῖται και μεταμορφοῦται. Η ταχύτης τῆς μετακινήσεως τοῦ κύματος τῆς ἐπιφάνειας ταύτης ἐν παντὶ σημείῳ δρᾷται ύπὸ τῆς σχέσεως

$$T = \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial q}$$

δπου

$$h = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

Ἐν δὲ τῇ παρούσῃ περιπτώσει είναι

$$14) \quad T = \pm \frac{\varphi'(q) (x^2 + y^2)^3}{\sqrt{36 \varphi(q)^2 (x^2 + y^2)^6 + 4z^2}}$$

"Ομοιος δὲ λογισμὸς παρέχει και τὴν τατύτητα G τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος. Η ταχύτης τῆς μετακινήσεως τοῦ κύματος ἐν τινι σημείῳ είναι ἡ συνισταμένη τῆς ταχύτητος τῆς διαδόσεως αὐτοῦ και τῆς ταχύτητος τοῦ μέσου τῆς λογιζομένης κατὰ μῆκος τῆς καθέτου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κύματος. 'Επειδὴ δὲ δύνανται πάντοτε να ληφθῇ πᾶσα τιμὴ τοῦ q ως ἀρχική, ἀποδεικνύεται (l. c.), δτι υπάρχει γεωμετρική πρόοδος, ης λόγος  $\frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial q}$  και κατὰ συνέπειαν ἐπανευρίσκεται οὕτως δ νόμος τῶν ἀποστάσεων τοῦ Gaußin (l. c.). Οὕτω δέ, ως ἐκ τῶν εἰρημένων καταφαίνεται, δύναται τις να λαμβάνῃ ως ἀφετηρίαν δινώδη κοσμογονίαν πρὸς περιγραφὴν και ἔξηγησιν τῶν δέσεων και τῶν κινήσεων τῶν οὐρανίων σωμάτων μετὰ τῶν παρομαρτουσῶν ἀνωμαλιῶν, τῆς ἐπιφανείας ἔκαστου κεντρικοῦ σώματος δυναμένης να θεωρηθῇ ως ἐπιφανείας ἀσυνεχίας τοῦ κύματος. 'Αλλα λεπτομερείας περὶ τούτων ως και περὶ τῶν σχετικῶν μαζῶν προσεχῶς ἐν τῷ «'Αρχιμήδει».

Ἐν Ἀθήναις κατὰ Μάρτιον 1911

ΑΘ. ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΙΔΗΣ