ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΡΓΩΝ ΥΠΟΔΟΜΗΣ ΚΑΙ ΑΓΡΟΤΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΟΜΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΣΕ ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μαγκανάρη Σοφία

Επιβλέπων: Καττής Μαρίνος
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2008

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 2
ΠΕΡΙΛΗΨΗ 3
ABSTRACT 4
ΕΙΣΑΓΩΓΗ 5
1. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΓΙΑ ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΑ ΜΗ ΡΗΓΜΑΤΩΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ 7
1.2 Ελαστικά μοντέλα με μη-γραμμική διεπιφάνεια 12
1.3 Ανελαστικά μοντέλα με μη γραμμική διεπιφάνεια 19
2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΓΙΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΡΗΓΜΑΤΩΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ 29
2.1 Βασικές έννοιες 29
2.2 Η ανάπτυξη της ρηγμάτωσης 35
2.3 Σταθεροποίηση ρηγμάτωσης 38
2.4 Εφελκυστική Ακαμψία 39
3. Η ΑΠΟΣΧΙΣΗ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΣΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ 45
3.1 Μερική και ολική απόσχιση 45
3.2 Τοπικές σχέσεις τάσης-συνάφειας-ολίσθησης 48
3.3 Μοντέλα που βασίζονται στις επιδράσεις του εγκάρσιου οπλισμού και της περίσφιξης του σκυροδέματος 51
3.4 Ικανότητα της αγκύρωσης μετά από τη απόσχιση της επικάλυψης 59
3.5 Έλεγχος ρωγμής απόσχισης 61
3.6 Ανάλογο Υδραυλικής Πίεσης 63
3.6.1 Φύση του προβλήματος και βιβλιογραφική ανασκόπηση 63
3.6.2 Ελαστικό μοντέλο ρηγμάτωσης 64
3.6.3 Ελαστικό-Μοντέλο Συνοχής 67
3.6.4 Ελαστικό-Πλαστικό-Συνεκτικό Μοντέλο 70
3.6.5 Εφαρμογές 73
3.6.6 Συμπερασματικά Σχόλια 77
4. ΕΙΔΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ 79
4.1 Μοντέλα στρωμάτων 80
4.2 Μοντέλα Μηχανικής της Θραύσης 85
4.3 Καθιερωμένα πεπερασμένα στοιχεία 87
4.4 Μοντέλα Μηχανικής των Καταστροφών 91
4.5 Διαδεδομένα/καθιερωμένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων ρωγμών 92
4.6 Μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων βασισμένα στην Μικρομηχανική 94
4.7 Μοντέλο ρωγμών με ενσωματωμένα στοιχεία – Εσωτερική Softening Ζώνη 95
4.8 Δομικά Μοντέλα 98
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ 101
6. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ SHOOTING TECHNIQUE ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΤΩΝ ΡΑΒΔΩΝ FRP. – ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ 104
6.2 Αριθμητική επίλυση 108
6.3 Ανάλυση του προβλήματος με πεπερασμένα στοιχεία 109
6.4 Αριθμητικά αποτελέσματα 111
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 118

ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΣΕ ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στη διπλωματική αυτή εργασία γίνεται μία συστηματική και κριτική παρουσίαση των θεωρητικών μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια για να περιγράψουν τη μηχανική συμπεριφορά της διεπιφάνειας ράβδων οπλισμού χάλυβα και σκυροδέματος σε δομικά στοιχεία κατασκευών από οπλισμένο σκυρόδεμα. Τα θεωρητικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί κατατάσσονται σε τέσσερις κατηγορίες:

Στην πρώτη κατηγορία κατατάσσονται τα μοντέλα που θεωρούν το σκυρόδεμα και το χάλυβα ως συνεχή μέσα με τη διεπιφάνεια να αντιπροσωπεύει με ένα συνεχή τρόπο τη μικρολεπτομέρεια της σύνδεσης μέσω ενός κατασκευαστικού νόμου που ενσωματώνει τη μακροσκοπική συμπεριφορά του συστήματος ράβδου οπλισμού – σύνδεση – σκυρόδεμα.

Στη δεύτερη κατηγορία τοποθετούνται τα μοντέλα εκείνα που διαπραγματεύονται μεν τα υλικά ως συνεχή μέσα, αλλά παίρνουν υπόψη τις εγκάρσιες ρωγμές που δημιουργούνται στα μέσα αυτά ως αποτέλεσμα της εντατικής κατάστασης που αναπτύσσεται στα μέσα αυτών. Με τα μοντέλα αυτά μελετάται ο μηχανισμός δημιουργίας των εγκάρσιων ρωγμών κάμψης στα δομικά στοιχεία και η επίδραση των ρωγμών αυτών στη συνολική μηχανική συμπεριφορά των δομικών στοιχείων.

Στην τρίτη κατηγορία εντάσσονται τα μοντέλα στα οποία θεωρείται η επίδραση των ρωγμών απόσχισης στη συνάφεια, καθώς επίσης και οι τρόποι με τους οποίους μπορεί να παρεμποδισθεί ο μηχανισμός ανάπτυξης των ρωγμών απόσχισης σε ένα δομικό στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος. Ένας αποτελεσματικός τρόπος είναι η περίσφιξη των στοιχείων με συνδετήρες τοποθετημένα εγκάρσια στον οπλισμό.

Στην τέταρτη και τελευταία κατηγορία ανήκουν τα μοντέλα που θεωρούν την τριδιάστατη φύση του προβλήματος, όπου η ανάλυση γίνεται με πεπερασμένα στοιχεία. Οι υπολογιστικές δυνατότητες που υπάρχουν σήμερα επιτρέπουν την τριδιάστατη προσομοίωση του προβλήματος, καθώς επίσης και τη διαπραγμάτευση του προβλήματος με τις θεωρίες της μηχανικής των θραύσεων και της μηχανικής των καταστροφών.

Τα μοντέλα συνάφειας που παρουσιάστηκαν παραπάνω αφορούν τον οπλισμό του χάλυβα. Η συζήτηση των ερευνητικών αποτελεσμάτων, τα οποία έχουν αναπτυχθεί πάνω στη συνάφεια χρησιμοποιώντας τα μοντέλα αυτά, έχει σκοπό να διερευνήσει τη δυνατότητα της

επέκτασής τους στην περίπτωση οπλισμού από FRP. Στην κατεύθυνση αυτή στο τελευταίο κεφάλαιο γίνεται θεωρητική διερεύνηση των τάσεων συνάφειας.

THEORETICAL MODELS IN ANALYSING THE MECHANICAL BEHAVIOUR OF THE BOND IN REINFORCED CONCRETE MEMBERS

ABSTRACT

In this diploma thesis, the theoretical models, which have been developed to describe the mechanical behavior of the bonding between the steel reinforcing bars and concrete in reinforced concrete member and have been published in the open literature during the last three decades, are classified into four categories. The first category includes the models which consider steel and concrete as two continuous media bonded together with a spring-type bonding. The second category contains the models which consider the two materials as in the first category, and, in addition, the cracking in the structural member is taking into account. The third category includes the models which take into account the effect of the splitting cracks on the bond behavior, and examine the development of the splitting cracks in a reinforced concrete member. The fourth and last category includes the models in which the 3D dimension geometry of the relative mechanical problems is considered. In analyzing these models, the finite element method is used in conjunction with the fracture and damage mechanics theories.

The bond models presented above are referred to steel reinforcement of concrete structural members. In the last chapter, the mechanical behavior of the bonding between FRP reinforcing bar and concrete is theoretically investigated using the models developed for steel reinforcement. The results obtained, as expected, show that the interface of FRP bars-concrete exhibits qualitatively the same behavior as in the case of the steel reinforcing bars, when they are without lugs and they are stressed in the elastic region. The complete absence of plastic behavior of the FRP bars does not allow the use of the concept of the development length in FRP reinforcement, as well as the cracking models developed for the case of steel reinforcement. However, the computational techniques, which have been developed for the case of the steel reinforcement, can be applied for the case of FRP reinforcement.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που έχει καταγραφεί στο χώρο των κατασκευών από οπλισμένο σκυρόδεμα την τελευταία δεκαετία, αποτελεί η συνεχόμενη διάβρωση του οπλισμού χάλυβα. Στην προσπάθεια αναζήτησης μιας αποτελεσματικής λύσης οι ερευνητές έστρεψαν το ενδιαφέρον τους στα σύνθετα υλικά υψηλής τεχνολογίας Fiber Reinforced Plastics (FRPs).

Στη διπλωματική αυτή εργασία γίνεται μία συστηματική και κριτική παρουσίαση των θεωρητικών μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια για να περιγράψουν τη μηχανική συμπεριφορά της διεπιφάνειας ράβδων οπλισμού χάλυβα και σκυροδέματος σε δομικά στοιχεία κατασκευών από οπλισμένο σκυρόδεμα. Σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση της δυνατότητας της επέκτασης των μοντέλων αυτών στην περίπτωση οπλισμού από FRP.

Τα θεωρητικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί κατατάσσονται σε τέσσερις κατηγορίες: Στην πρώτη κατηγορία κατατάσσονται τα μοντέλα που θεωρούν το σκυρόδεμα και το χάλυβα ως συνεχή μέσα με τη διεπιφάνεια να αντιπροσωπεύει με ένα συνεχή τρόπο τη μικρολεπτομέρεια της σύνδεσης μέσω ενός κατασκευαστικού νόμου που ενσωματώνει τη μακροσκοπική συμπεριφορά του συστήματος ράβδου οπλισμού-σύνδεση-σκυρόδεμα.

Στη δεύτερη κατηγορία τοποθετούνται τα μοντέλα εκείνα που διαπραγματεύονται μεν τα υλικά ως συνεχή μέσα, αλλά παίρνουν υπόψη τις εγκάρσιες ρωγμές που δημιουργούνται στα μέσα αυτά ως αποτέλεσμα της εντατικής κατάστασης που αναπτύσσεται στα μέσα αυτών. Με τα μοντέλα αυτά μελετάται ο μηχανισμός δημιουργίας των εγκάρσιων ρωγμών κάμψης στα δομικά στοιχεία και η επίδραση των ρωγμών αυτών στη συνολική μηχανική συμπεριφορά των δομικών στοιχείων.

Στην τρίτη κατηγορία εντάσσονται τα μοντέλα στα οποία θεωρείται η επίδραση των ρωγμών απόσχισης στη συνάφεια, καθώς επίσης και οι τρόποι με τους οποίους μπορεί να παρεμποδισθεί ο μηχανισμός ανάπτυξης των ρωγμών απόσχισης σε ένα δομικό στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος. Ένας αποτελεσματικός τρόπος είναι η περίσφιξη των στοιχείων με συνδετήρες τοποθετημένα εγκάρσια στον οπλισμό.

Στην τέταρτη και τελευταία κατηγορία ανήκουν τα μοντέλα που θεωρούν την τριδιάστατη φύση του προβλήματος, όπου η ανάλυση γίνεται με πεπερασμένα στοιχεία. Οι υπολογιστικές δυνατότητες που υπάρχουν σήμερα επιτρέπουν την τριδιάστατη προσομοίωση

του προβλήματος, καθώς επίσης και τη διαπραγμάτευση του προβλήματος με τις θεωρίες της μηχανικής των θραύσεων και της μηχανικής των καταστροφών.

Τα μοντέλα συνάφειας που παρουσιάστηκαν παραπάνω αφορούν τον οπλισμό του χάλυβα. Στο τελευταίο κεφάλαιο γίνεται θεωρητική διερεύνηση των τάσεων συνάφειας με χρήση των ερευνητικών αποτελεσμάτων, τα οποία έχουν αναπτυχθεί πάνω στη συνάφεια χρησιμοποιώντας τα μοντέλα αυτά, με σκοπό να διερευνηθεί η δυνατότητα επέκτασής τους στην περίπτωση οπλισμού από FRP.

Στο τελευταίο κεφάλαιο γίνεται διερεύνηση της εντατικής κατάστασης του προβλήματος εξόλκευσης μιας ράβδου FRP από ένα στοιχείο σκυροδέματος. Η ανάλυση που γίνεται βασίζεται στην shooting technique χρησιμοποιώντας τη μονοδιάστατη προσέγγιση του προβλήματος και στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας το γνωστό λογισμικό πακέτο ANSYS. Με την shooting τεχνική επιλύεται η μονοδιάστατη μη γραμμική διαφορική εξίσωση του προβλήματος, μέσω μιας επαναληπτικής αριθμητικής διαδικασίας, προκειμένου να ικανοποιηθούν οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Μέσω διαγραμμάτων που συντάσσονται διερευνάται η επίδραση της διαμέτρου της ράβδου και τα μήκη έμπηξης στην αναπτυσσόμενη συνάφεια, στην ορθή τάση και στην ολίσθηση της ράβδου. Με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων διερευνάται η εντατική κατάσταση και η διεπιφάνεια ολίσθησης της ράβδου, παίρνοντας υπόψη την τριδιάστατη φύση του προβλήματος. Η μη γραμμική συμπεριφορά της διεπιφάνειας προσομοιώνεται με ένα γενικό διεπιφανειακό στρώμα με μη γραμμική συμπεριφορά.

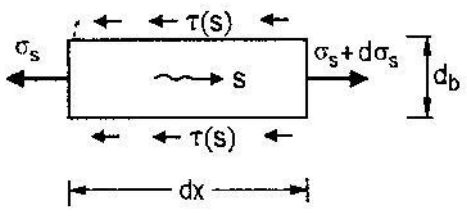
Τα αποτελέσματα που προκύπτουν, όπως αναμενόταν, δείχνουν ότι η διεπιφάνεια των ράβδων οπλισμού-σκυροδέματος επιδεικνύει ποιοτικά την ίδια συμπεριφορά με αυτήν του οπλισμού από χάλυβα χωρίς νευρώσεις, για την περίπτωση που ο χάλυβας βρίσκεται στην ελαστική περιοχή. Όμως, η ελαστική γραμμική συμπεριφορά του οπλισμού FRP μέχρι τη θραύση του, η παντελής έλλειψη πλαστικής συμπεριφοράς στον οπλισμό αυτό, δεν επιτρέπει την εφαρμογή της έννοιας του μήκους έμπηξης και των σεναρίων της διαδοχικής ανάπτυξης της ρηγμάτωσης του σκυροδέματος, όπως γίνεται στην περίπτωση του χάλυβα. Όμως, οι υπολογιστικές τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί για την περίπτωση του οπλισμού από χάλυβα μπορούν να εφαρμοστούν στην περίπτωση του οπλισμού από FRP.

1. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΓΙΑ ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΑ ΜΗ ΡΗΓΜΑΤΩΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ

1.1 Βασικές παραδοχές και εξισώσεις

Οι κεκλιμένες δυνάμεις θλίψης, που αναπτύσσονται ακτινικά και σε δακτυλίους γύρω από μία ράβδο με νευρώσεις σε ένα δομικό στοιχείο σκυροδέματος οπλισμένο με ράβδους χάλυβα εξισορροπούνται από τις εφελκυστικές τάσεις του σκυροδέματος που περιβάλλει την ράβδο (Tepfers, 1979). Η αστοχία των δακτυλίων αυτών σε εφελκυσμό, δημιουργεί τη διαμήκη ρηγμάτωση του δομικού στοιχείου (ρωγμές απόσχισης). Όταν η επικάλυψη του σκυροδέματος είναι μεγάλη και όταν εφαρμόζεται μία έντονη δράση περίσφιξης στο σκυρόδεμα που περιβάλλει τη ράβδο, οι ρωγμές απόσχισης δεν φτάνουν στην επιφάνεια του σκυροδέματος, και έτσι δεν υπάρχει αστοχία απόσχισης. Συνεπώς, το σκυρόδεμα εμφανίζεται μακροσκοπικά μη-ρηγματωμένο, έως ότου έχουμε αστοχία συνάφειας λόγω εξόλκευσης της ράβδου, που οφείλεται στη διατμητική αστοχία των τμημάτων του σκυροδέματος μεταξύ των νευρώσεων της ράβδου.

Οι αγκυρωμένες ράβδοι σε εσωτερικούς κόμβους δοκού-υποστυλώματος είναι ένα τυπικό παράδειγμα έντονης περίσφιξης, εξαιτίας της ενεργής δράσης περίσφιξης που εξασφαλίζεται από το επάνω μέρος του υποστυλώματος και της παθητικής δράσης περίσφιξης που εξασφαλίζεται από τον κάθετο οπλισμό, καθώς και από τις δοκούς που ενεργούν κάθετα στο επίπεδο του κόμβου.



Σχήμα 1.1 – Τάσεις που επενεργούν σε ένα στοιχειώδες μήκος dx της ράβδου οπλισμού.

Υπό αυτές τις συνθήκες, η συνάφεια μπορεί να μοντελοποιηθεί, θεωρώντας το σκυρόδεμα ως ένα συνεχές μέσο και εισάγοντας μία σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης στη διεπιφάνεια.

Οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν τη συμπεριφορά μιας μόνο ράβδου, εμπηγμένης στο σκυρόδεμα, παρουσιάζονται παρακάτω, υποθέτοντας αξονική συμμετρία σε σχέση με τον άξονα της ράβδου, και αγνοώντας την ακτινική διάσταση.

- Ισορροπία ράβδου-οπλισμού (Σχήμα 1.1):

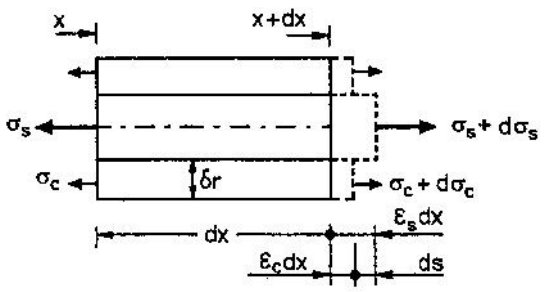
$$\mathrm{A}_s \frac{d\sigma_s}{dx} = -\Sigma_0 \tau(s) \ , \qquad (1.1)$$

όπου A_s = διατομή ράβδου, Σ_0 = περίμετρος ράβδου οπλισμού, σ_s = τάση χάλυβα και $\tau(s)$ η τάση συνάφειας, ως συνάρτηση της σχετικής ολίσθησης s.

- Σχέση παραμόρφωσης-μετατόπισης (Σχήμα 1.2):

$$\varepsilon_s - \varepsilon_c = -\frac{ds}{dx} = -s' \ , \qquad (1.2)$$

όπου ε_s = παραμόρφωση χάλυβα, ε_c = μέση παραμόρφωση στο εμπηγμένο σκυρόδεμα (οι παραμορφώσεις που προκαλούνται από επιμήκυνση είναι θετικές).



Σχήμα 1.2 –Τάσεις και παραμορφώσεις στη ράβδο και στο στρώμα σκυροδέματος που την περιβάλλει, κατά μήκος του οπλισμού.

- Ισορροπία οπλισμένου σκυροδέματος, ή μεταφορά τάσης από τον χάλυβα στο σκυρόδεμα (Σχήμα 1.3):

$$\mathrm{A}_c \frac{d\sigma_{cm}}{dx} = -\mathrm{A}_s \frac{d\sigma_s}{dx} \ , \qquad (1.3)$$

όπου A_e = διατομή σκυροδέματος και σ_{cm} = η μέση τάση στην διατομή A_c του σκυροδέματος.

- Σχέση τάσης-παραμόρφωσης (ή καταστατική εξίσωση) για τον χάλυβα:

$$\sigma_s = \sigma_s(\varepsilon_s) \tag{1.4}$$

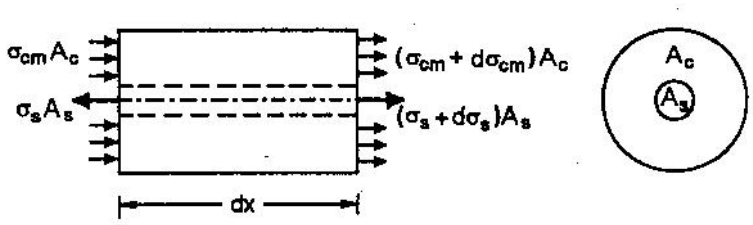
- Σχέση τάσης- παραμόρφωσης (ή καταστατική εξίσωση) για το σκυρόδεμα:

$$\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c) \tag{1.5}$$

όπου σ_c, ε_c = τάση και παραμόρφωση του εμπηγμένου σκυροδέματος.

- Τοπική σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης :

$$\tau = \tau[s(x)] \tag{1.6}$$



Σχήμα 1.3- Δυνάμεις που ενεργούν σε ένα στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος

Θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι η σχέση τάσης-ολίσθησης (εξίσωση 1.6) είναι καθαρά μη-γραμμική και για μονότονη φόρτιση. Συνεπώς, μη-γραμμικές εμπειρικές εκφράσεις έχουν προταθεί από διάφορους συγγραφείς (Balázs, 1987):

1) Rehm (1961)

$$\tau = f_{c,cub} \cdot \left(\phi \cdot s^{\alpha} \pm \psi \cdot s\right) , \tag{1.7}$$

όπου $f_{c,cub}$ είναι η κυβική αντοχή του σκυροδέματος και φ, ψ και α είναι θεωρητικές ή πειραματικές σταθερές.

2) Nilson (1968)

$$\tau = 998.4 \cdot s - 584 \cdot 10^2 \cdot s^2 + 852.2 \cdot 10^3 \cdot s^3 \ , \qquad (1.8)$$

3) Mirza – Houde (1979)

$$\tau = 539.8 \cdot s - 256.1 \cdot 10^2 \cdot s^2 + 592.2 \cdot 10^3 \cdot s^3 - 557.4 \cdot 10^4 \cdot s^4 \ , \qquad (1.9)$$

4) Martin (1973)

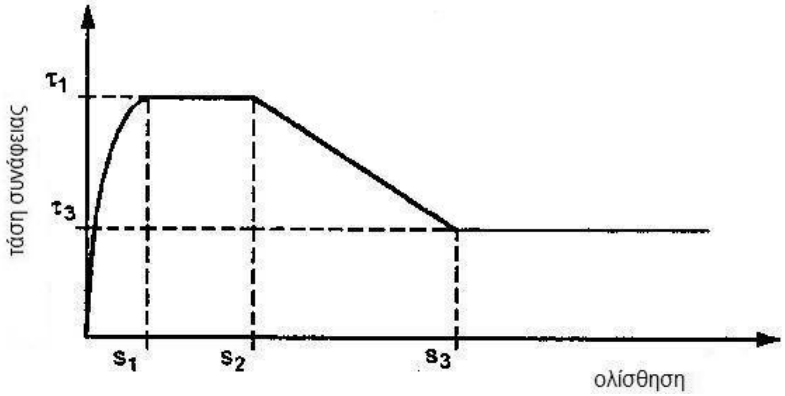
$$\tau = \tau_0 + c \cdot s^b \ , \qquad (1.10)$$

όπου τ_0 είναι η τάση πρόσφυσης και *c* και *b* είναι πειραματικές σταθερές.

5) Ciampi – Eligehausen – Bertero – Popov (1981, Σχήμα 1.4, μονότονη φόρτιση)

$$\tau = \tau_1 \cdot \left(\frac{s}{s_1} \right)^{\alpha} \qquad 0 \le s \le s_1 \qquad (1.11)$$

που ακολουθείται από ένα σταθερό κλάδο $\tau = \tau_1$ για $s_1 \le s \le s_2$ και από ένα φθίνων γραμμικό κλάδο, που αρχίζει από το σημείο τ_2-s_2 και οδηγεί στην τιμή της υπόλοιπης αντίστασης συνάφειας τ_3, με μία τιμή ολίσθησης s_3.



Σχήμα 1.4 – Αναλυτικό μοντέλο της τοπικής σχέσης τάσης συνάφειας-ολίσθησης (Ciampi και συνεργάτες, 1981, Eligenhausen και συνεργάτες, 1983), μονότονη φόρτιση.

Σύμφωνα με το MC90 (ράβδοι με νευρώσεις, καλές συνθήκες συνάφειας):

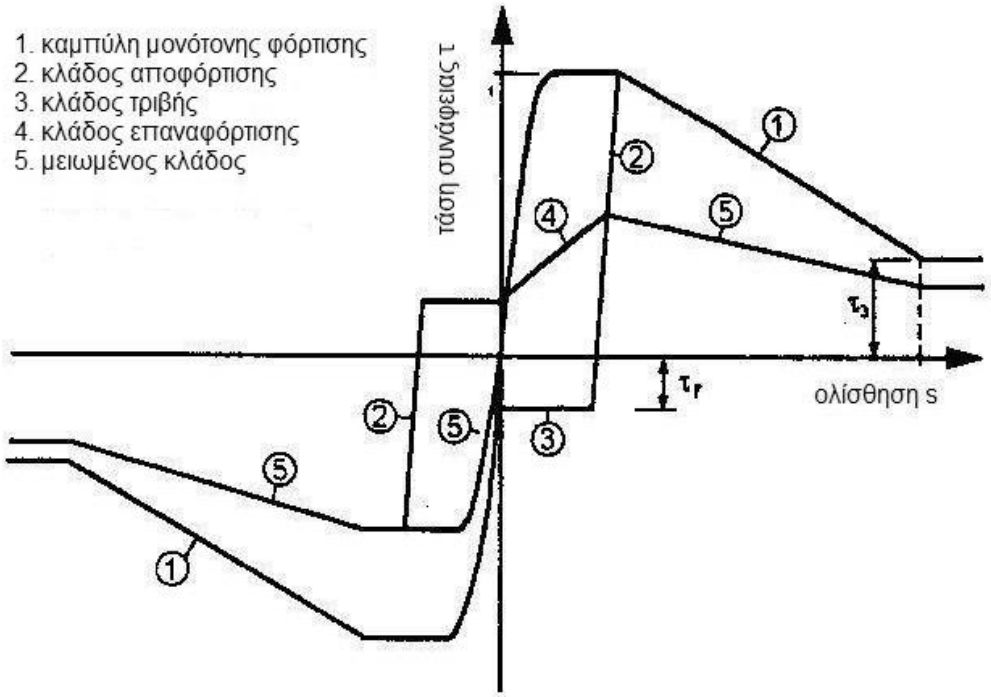
- <u>Περισφιγμένο σκυρόδεμα</u>: $s_1 = 1mm$, $s_2 = 3mm$, $s_3 =$ καθαρό διάστημα μεταξύ νευρώσεων

  $\tau_1 = 2.5 \cdot f_{ck}^{1/2}$, $\tau_3 = f_{ck}^{1/2}$, $\alpha = 0.4$.

- <u>Μη περισφιγμένο σκυρόδεμα</u>: $s_1 = s_2 = 0.6mm$, $s_3 = 10mm$,

  $\tau_1 = 2.0 \cdot f_{ck}^{1/2}$, $\tau_3 = 0.3 \cdot f_{ck}^{1/2}$, $\alpha = 0.4$.

Οι παραπάνω αναφερόμενοι νόμοι συνάφειας- τάσης-ολίσθησης, δεν αφορούν αναγκαστικά μη-ρηγματωμένο σκυρόδεμα. Συνεπώς, έχουν και μία γενικότερη ισχύ, εκτός από αυτή που αναφέρεται εδώ. Επιπλέον, η τοπική σχέση συνάφειας-ολίσθησης είναι μία συνάρτηση του ιστορικού φόρτισης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5, σύμφωνα με το μοντέλο που προτείνεται από τον Eligehausen και τους συνεργάτες του (1983), και αργότερα βελτιώνεται από τον Filippou και τους συνεργάτες του (1983β).



Σχήμα 1.5 – Υστερητικό μοντέλο τάσης συνάφειας-ολίσθησης

6) Shima-Chou-Okamura (1987β)

$$\tau = f_c \frac{0.73\left[\ln\left(1+5000\frac{s}{d_b}\right)\right]^3}{1+\varepsilon_s \cdot 10^5} \ . \qquad (1.12)$$

Το μοντέλο αυτό βρίσκεται ένα βήμα μπροστά, καθώς εφαρμόζει και την μετα-ελαστική περιοχή, εξαιτίας της εισαγωγής και της τοπικής παραμόρφωσης του χάλυβα ε_s.

1.2 Ελαστικά μοντέλα με μη-γραμμική διεπιφάνεια

Όταν ο χάλυβας βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, η εξίσωση 1.4. γίνεται:

$$\sigma_s = \mathrm{E}_s \cdot \varepsilon_s \, , \qquad (1.13\alpha)$$

όπου το E_s είναι το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα.

Η σχετική ολίσθηση ράβδου-σκυροδέματος περιλαμβάνει τις ελαστικές και τις πλαστικές παραμορφώσεις του σκυροδέματος κάτω από τις νευρώσεις. Η συμβολή της ελαστικής παραμόρφωσης είναι μάλλον αμελητέα (Rehm, 1961). Εντούτοις, δεδομένου ότι η ανάλυση αναφέρεται σε ολόκληρο τον κύλινδρο της περιοχής $\mathrm{A_c}$ (Σχήμα 1.3) του οποίου η συμπεριφορά είναι κυρίως ελαστική, η σχέση μέσης τάσης-παραμόρφωσης για το σκυρόδεμα στη διαμήκη κατεύθυνση προσωρινά υποτίθεται ότι είναι γραμμική και η εξίσωση 1.5 έχει την ακόλουθη γραμμική μορφή:

$$\sigma_c = \mathrm{E}_c \cdot \varepsilon_c \qquad (1.13\beta)$$

όπου το $\mathrm{E_c}$ είναι το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος.

Δεν ξέρουμε αρκετά για το μέγεθος της φορτιζόμενης περιοχής A_c και για τη διανομή των τάσεων (Rehm, 1961). Εντούτοις, ο λόγος της μέσης τάσης σ_{cm} προς τη μέγιστη τάση σκυροδέματος, στη στρώση του σκυροδέματος που βρίσκεται κοντά στη ράβδο σ_c, μπορεί να οριστεί (Edwards και Picard, 1972) από την εξίσωση 1.14:

$$\psi = \frac{\int_{\mathrm{A}_c} \sigma_c(r) d\mathrm{A}_c}{\mathrm{A}_c \sigma_{cm}} \qquad (1.14)$$

όπου r = απόσταση από τον άξονα της ράβδου. Θεωρώντας ότι το ψ είναι ανεξάρτητο του x (Edwards και Picard, 1972, Jiang και συνεργάτες, 1984), η εξίσωση 1.3 μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\psi \cdot \mathrm{A}_c \frac{d\sigma_c}{dx} = -\mathrm{A}_s \frac{d\sigma_s}{dx} \tag{1.15}$$

Σε διάφορες προσεγγίσεις (Viwathanatepa και συνεργάτες, 1979; Ciampi και συνεργάτες, 1982; Tassios και Yannopoulos, 1981; Filippou και συνεργάτες, 1983α, 1983β), οι μη γραμμικές εξισώσεις που αντιπροσωπεύουν την ισορροπία και τη συμβιβαστότητα λύνονται αριθμητικά λαμβάνοντας υπόψη τις συνοριακές συνθήκες. Δεδομένου ότι οι συνοριακές συνθήκες καθορίζονται γενικά μόνο στο ένα άκρο της αγκυρωμένης ράβδου, συχνά υιοθετείται μια επαναληπτική διαδικασία (shooting technique), επειδή η άγνωστη συνοριακή συνθήκη στο ένα άκρο θα πρέπει να υποτεθεί (Ciampi και συνεργάτες, 1981,1982), προκειμένου να τηρηθεί (μετά από μερικές επαναλήψεις) η γνωστή συνοριακή συνθήκη στο άλλο άκρο. Σε όλες τις περιπτώσεις, η λύση επιτυγχάνεται με την υποδιαίρεση της ράβδου σε έναν αριθμό γραμμικών στοιχείων και ικανοποιώντας επαναληπτικά και την ισορροπία και τη συμβιβαστότητα σε κάθε κόμβο.

Η παραγώγιση της εξίσωσης 1.2, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 1.1 και 1.3, παρέχει:

$$s'' - \chi \cdot \tau[s(x)] = 0 \tag{1.16}$$

$s'' = d^2 s / dx^2$ και

$$\chi = (1+\xi) \cdot \frac{\Sigma_0}{\mathrm{A}_s \cdot \mathrm{E}_s} \ . \tag{1.17}$$

$$\xi = \frac{n \cdot \rho}{\psi} \ , \quad n = \frac{\mathrm{E}_s}{\mathrm{E}_c} \ , \quad \rho = \frac{\mathrm{A}_s}{\mathrm{A}_c} \tag{1.18, 1.19, 1.20}$$

Η διαφορική εξίσωση της συνάφειας (εξίσωση 1.16), είναι πολύ γενική και μπορεί να λυθεί με οποιοδήποτε τοπικό νόμο τάσης συνάφειας-ολίσθησης. Επιπλέον όταν ένα τοπικό μοντέλο συνάφειας αποτελείται από διάφορους κλάδους (Σχήμα 1.4), θα πρέπει να

δοκιμασθούν διάφορες λύσεις, που καθεμία αναφέρεται σε μια και μόνη σχέση που αντιπροσωπεύει έναν κλάδο. Για μια γραμμική ή σταθερή σχέση τ-s, η λύση της εξίσωσης 1.16 είναι πολύ απλή. Εντούτοις η εξίσωση 1.11 είναι η καταλληλότερη για τον πρώτο μονοτονικό κλάδο, μέχρι τη μέγιστη τιμή της τάσης συνάφειας. Ως εκ τούτου, παρακάτω έχει χρησιμοποιηθεί στην ακόλουθη εξίσωση 1.21, και το πρώτο ολοκλήρωμα της εξίσωσης 1.16 είναι:

$$s' = \mp\sqrt{2 \cdot \left(\gamma \cdot s^{1+\alpha} + C\right)} \qquad (1.21)$$

όπου το «μείον» αντιπροσωπεύει μια εφελκυστική παραμόρφωση στο χάλυβα, το *C* είναι μια σταθερά ολοκλήρωσης, και το *γ* έχει την ακόλουθη έκφραση:

$$\gamma = \chi \cdot \frac{\tau_1}{(1+\alpha) \cdot s_1^{\alpha}} \qquad (1.22)$$

Μια αρχική πρόταση (Rehm, 1961) που δεν λαμβάνει υπόψη τη συμβολή του σκυροδέματος *(ε_c=0)* παρέχει τη λύση από τη γραφική ολοκλήρωση του πρώτου ολοκληρώματος της εξίσωσης 1.16, που εκφράζεται από την εξίσωση 1.21. Η παράμετρος *γ* είναι μια θεμελιώδης παράμετρος του προβλήματος της συνάφειας, που μπορεί να οριστεί ως «παράμετρος συνάφειας». Λαμβάνει υπόψη τα μηχανικά και γεωμετρικά μακρο-χαρακτηριστικά των υλικών που επηρεάζουν τη διανομή τάσης συνάφειας κατά μήκος της ράβδου *(χ)*, και τα μικρο-χαρακτηριστικά, δηλαδή τη γεωμετρία των επιφανειακών παραμορφώσεων, που επηρεάζουν την συμπεριφορά της τοπικής συνάφειας *(τ_1, s_1, α)*.

Η ολοκλήρωση της εξίσωσης 1.21 έχει παρουσιαστεί με συγκεκριμένες μορφές (π.χ. Noakowski, 1980), με στόχο την έκφραση της ολίσθησης με μία ρητή συγκεκριμένη μορφή, ως συνάρτηση του *x: s=s(x) ή x=x(s)*. Η αναλυτική λύση που δίνεται από τον Russo και τους συνεργάτες του, (1990) είναι η εξής:

$$x = \mathrm{B} \mp \frac{1}{\sqrt{2 \cdot C}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} \cdot \left(\frac{\gamma}{C}\right)^k \cdot \frac{s^{1+k\cdot(1+\alpha)}}{1+k\cdot(1+\alpha)}\ , \qquad (1.23)$$

για $-\left|\frac{C}{\gamma}\right|^{1/(1+\alpha)} < s \le \left|\frac{C}{\gamma}\right|^{1/(1+\alpha)}$

$$x = \mathrm{B} \mp \frac{1}{\sqrt{2\cdot\gamma}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} \cdot \left(\frac{C}{\gamma}\right)^{k} \cdot \frac{s^{\frac{1-\alpha}{2}-k\cdot(1+\alpha)}}{\frac{1-\alpha}{2}-k\cdot(1+\alpha)} \tag{1.24}$$

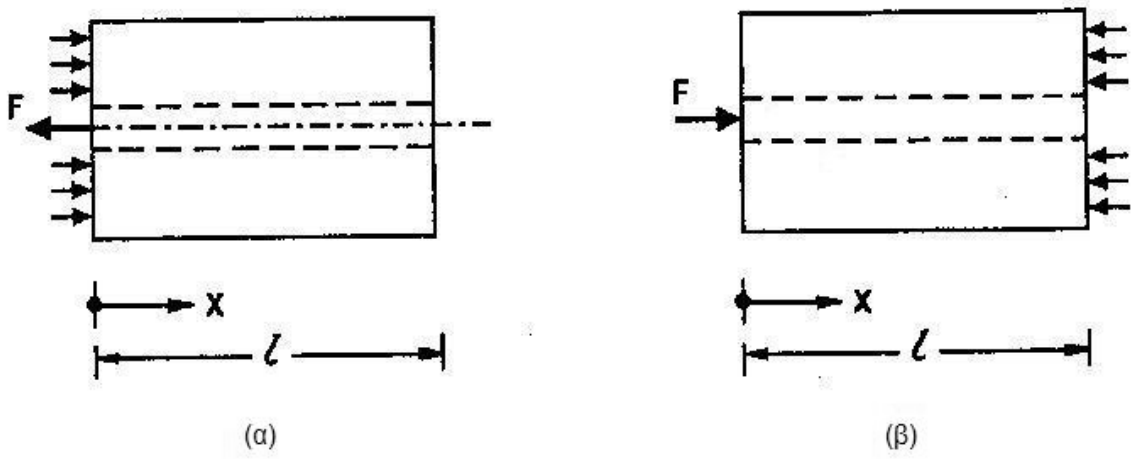
για $\left|\frac{C}{\gamma}\right|^{1/(1+\alpha)} \leq s$ ή $s < -\left|\frac{C}{\gamma}\right|^{1/(1+\alpha)}$

όπου *B* είναι μια σταθερά ολοκλήρωσης.

Παρατηρούμε ότι, εάν η σταθερά ολοκλήρωσης C είναι μηδέν, η λύση της διαφορικής εξίσωσης 1.21 μπορεί να γραφτεί σε μια κλειστή μορφή (Russo και συνεργάτες, 1989):

$$s = \left[\mp \frac{1-\alpha}{2} \cdot \sqrt{2\cdot\gamma} \cdot (x - \mathrm{B})\right]^{\frac{2}{1-\alpha}} \tag{1.25}$$

Αυτή η περίπτωση εμφανίζεται όταν η συνάρτηση *s(x)* εμφανίζει ένα σημείο με *s = 0* και *s΄ = 0*.



Σχήμα 1.6 - (α) Εξόλκευση ράβδου με το σκυρόδεμα υπό θλίψη (β) Ώθηση ράβδου.

Η εξίσωση 1.23 αντιπροσωπεύει δύο κυρτές συναρτήσεις *s(x)*, με την πρώτη (αρνητικό πρόσημο) να είναι μια φθίνουσα συνάρτηση, και τη δεύτερη (θετικό πρόσημο), μια αύξουσα συνάρτηση. Το ίδιο ισχύει για τις εξισώσεις 1.24 και 1.25, που και οι δύο συναρτήσεις αντιπροσωπεύουν κοίλες συναρτήσεις.

Με τη βοήθεια των εξισώσεων 1.13, 1.18, 1.19 και 1.20, η ολοκλήρωση της εξίσωσης 1.15 παρέχει την παραμόρφωση του σκυροδέματος:

$$\varepsilon_c = -\xi \cdot \varepsilon_s + D \qquad (1.26)$$

όπου το D είναι μια σταθερά ολοκλήρωσης.

Όλα τα προβλήματα συνάφειας που βασίζονται στην υπόθεση της τέλειας ελαστικότητας και του οπλισμού και του σκυροδέματος, μπορούν να λυθούν με τη βοήθεια των προηγούμενων εξισώσεων και μπορούν να δώσουν και τις διανομές διαφόρων παραμέτρων κατά μήκος της ράβδου (ολίσθηση ράβδου, παραμορφώσεις και τάσεις σκυροδέματος και χάλυβα). Οι σταθερές ολοκλήρωσης B, C και D εξαρτώνται από το συγκεκριμένο πρόβλημα, το οποίο καθορίζεται επακριβώς μόλις ορισθούν οι συνοριακές συνθήκες που αφορούν τον χάλυβα και το σκυρόδεμα.

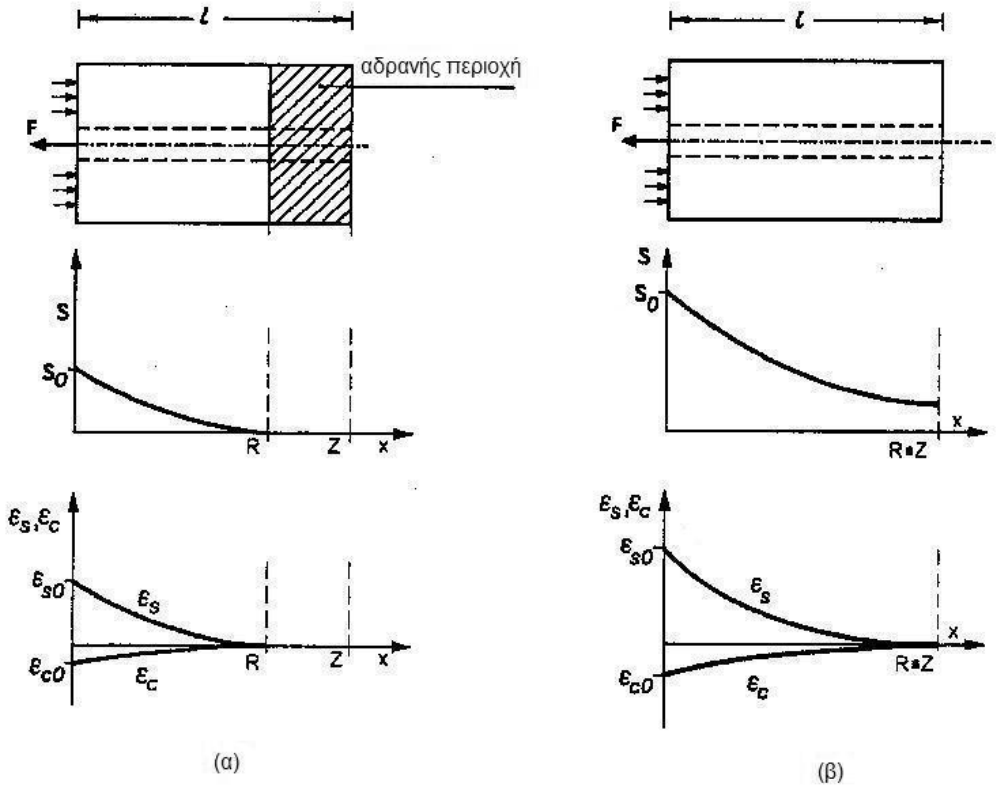
Η γνώση των δυνάμεων που εφαρμόζονται στις ακραίες διατομές του χάλυβα και του σκυροδέματος, και της ολίσθησης ή των παραμορφώσεων ή των παραγώγων ολίσθησης σε μερικές διατομές, μπορεί να οδηγήσει στη λύση $s(x)$ με τη χρησιμοποίηση μιας ή περισσότερων από τις έξι προαναφερθείσες εξισώσεις (εξισώσεις 1.23, 1.24 και 1.25).

Προκειμένου να αναλυθεί ένα στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος σε μια τυπική κατάσταση φόρτισης, πρέπει να γίνει μια ποιοτική πρόβλεψη όσον αφορά την πιθανή συμπεριφορά σε σχέση με την ολίσθηση της ράβδου και τις διανομές της παραμόρφωσης του χάλυβα και του σκυροδέματος κατά μήκος του στοιχείου. Συγκεκριμένα, πρέπει να εξακριβωθεί η ύπαρξη ενός σημείου ή μιας περιοχής με $s'=0$ (R ή RV, αντίστοιχα, Σχήματα 1.7, 1.8, 2.4, και RS, Σχήμα 2.6), δεδομένου ότι σε αυτήν την περίπτωση, λόγω της εξίσωσης 1.2, η παραμόρφωση του χάλυβα και η παραμόρφωση του σκυροδέματος εμφανίζουν την ίδια τιμή. Επίσης, πρέπει να εξακριβωθεί εάν υπάρχει ένα σημείο, ή μία περιοχή χωρίς ολίσθηση $(s=0)$. Η περίπτωση μιας περιοχής όπου $s=s'=0$ επιτρέπει τη χρήση μιας λύσης κλειστής μορφής (εξίσωση 1.25). Κατά αυτόν τον τρόπο, μπορεί να κατανοηθεί το ποια συνάρτηση ή ποιο ζευγάρι συναρτήσεων (εξισώσεις 1.23, 1.24, 1.25) συμβάλλουν στην εξεύρεση της λύσης. Η διατύπωση έχει αναπτυχθεί για τα ακόλουθα τυπικά προβλήματα συνάφειας: (α) ράβδος εξόλκευσης, με το χάλυβα να φορτίζεται στο ένα άκρο και το σκυρόδεμα σε θλίψη στο ίδιο άκρο, (Σχήμα 1.6α), (β) η ράβδος ωθείται προς τα μέσα, με το χάλυβα και το σκυρόδεμα να φορτίζονται στα αντίθετα άκρα (Σχήμα 1.6β). Η ράβδος θεωρείται ελαστική.

Για κάθε πρόβλημα συνάφειας, είναι δυνατές δύο τυπικές συμπεριφορές, που σχετίζονται συνήθως με το μέγεθος των εξωτερικών δυνάμεων και το μήκος των στοιχείων: (α) συμπεριφορά μακρών στοιχείων , και (β) συμπεριφορά κοντών στοιχείων.

Σύμφωνα με τη συμπεριφορά των μακρών στοιχείων, ένα μέρος της αγκύρωσης είναι αδρανές (Σχήμα.1.7α), λόγω της απουσίας ολίσθησης. Σε αυτήν την περίπτωση, η διανομή της ολίσθησης παρέχεται σε κλειστή μορφή, από τη μία, ή και από τις δύο εξισώσεις 1.25.

Σύμφωνα με τη συμπεριφορά κοντών στοιχείων (Σχήμα 1.7β), μια πεπερασμένη ολίσθηση εμφανίζεται σε οποιοδήποτε σημείο της ράβδου οπλισμού. Σε αυτήν την περίπτωση η λύση λαμβάνεται με τη βοήθεια συναρτήσεων σειράς (εξισώσεις 1.23 και 1.24).



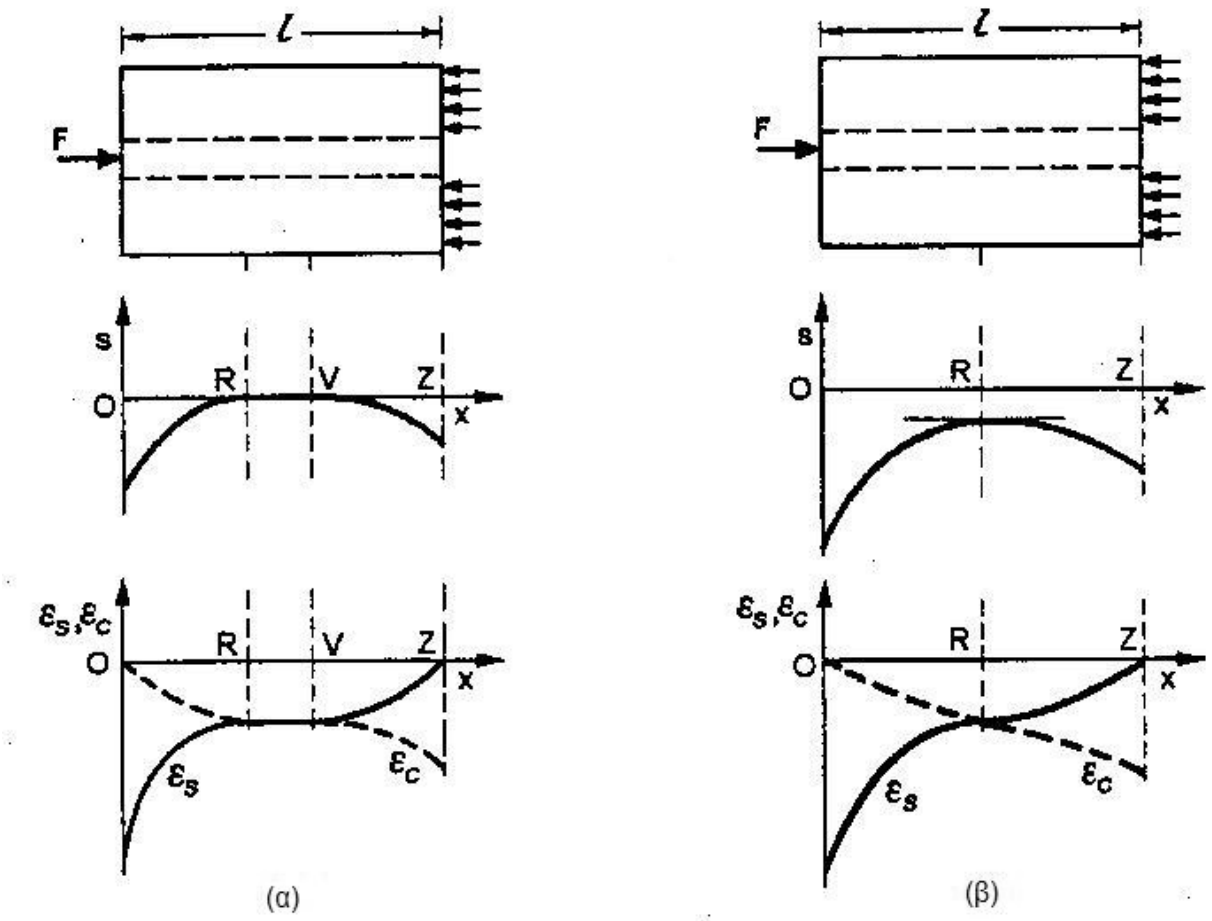
Σχήμα 1.7 - Χαρακτηριστικές διανομές ολίσθησης και παραμόρφωσης για (α) τη συμπεριφορά μακρών στοιχείων και (β) για τη συμπεριφορά κοντών στοιχείων, στην εξόλκευση της ράβδου με το σκυρόδεμα σε θλίψη (Russo και συνεργάτες, 1989α).

Για το πρώτο πρόβλημα συνάφειας, η τυπική ολίσθηση και η διανομή των παραμορφώσεων του χάλυβα και του σκυροδέματος παρουσιάζονται στα Σχήματα 1.7α και 1.7β, το κάθε ένα από τα οποία αναφέρεται και σε μια πιθανή συμπεριφορά. Μπορεί κανείς να

παρατηρήσει ότι οι συμπεριφορές και των κοντών και των μακρών στοιχείων, εμφανίζουν ένα σημείο *R* με *s΄ = 0*.

Όσον αφορά τη συμπεριφορά μακρών στοιχείων (Σχήμα 1.7α), η λύση δίνεται από την εξίσωση 1.25, ενώ για τη συμπεριφορά κοντών στοιχείων η λύση δίδεται από την εξίσωση 1.24, και τα δύο με το αρνητικό πρόσημο.

Για το δεύτερο πρόβλημα συνάφειας, η τυπική ολίσθηση και οι διανομές της παραμόρφωσης για το χάλυβα και το σκυρόδεμα παρουσιάζονται στο Σχήμα 1.8.



Σχήμα 1.8 – Τυπικές διανομές ολίσθησης και παραμόρφωσης για (α) τη συμπεριφορά μακρών στοιχείων και (β) τη συμπεριφορά κοντών στοιχείων, στην ώθηση μιας ράβδου (Russo και Romano, 1991).

Η λύση για τη συμπεριφορά των μακρών στοιχείων (Σχήμα 1.8α) δίδεται από την εξίσωση 1.25 με το αρνητικό πρόσημο στην περιοχή *OR* (Σχήμα 1.8α) κοντά στο φορτιζόμενο

άκρο της ράβδου, και από την εξίσωση 1.25 με το θετικό πρόσημο στην περιοχή *VZ* (Σχήμα 1.8α) κοντά στο αφόρτιστο άκρο της ράβδου.

Όσον αφορά τη συμπεριφορά των κοντών στοιχείων, η λύση δίδεται από την εξίσωση 1.24 με το αρνητικό πρόσημο στην περιοχή *OR* (Σχήμα 1.8β) κοντά στο φορτιζόμενο άκρο της ράβδου και από την εξίσωση 1.24 με το θετικό πρόσημο στην υπόλοιπη περιοχή (*RZ* στο Σχήμα 1.8β).

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι, για μακροσκοπικά μη-ρηγματωμένο σκυρόδεμα (μέχρι την αστοχία της συνάφειας), τα μήκη αγκύρωσης ορίζονται από τους περισσότερους κώδικες με τη θεώρηση ότι η ανελαστική συμπεριφορά της ράβδου προηγείται της αστοχίας εξόλκευσης ή προώθησης.

1.3 Ανελαστικά μοντέλα με μη γραμμική διεπιφάνεια

Όταν ο χάλυβας υπερβεί το όριο διαρροής, η ολίσθηση τείνει να αυξηθεί απότομα (εξίσωση 1.2), οπότε η ράβδος πλαστικοποιείται, ακόμα περισσότερο δεδομένου ότι η διατομή της ράβδου «συρρικνώνεται» ακτινικά, εξαιτίας του φαινομένου Poisson, και η δράση περίσφιξης του σκυροδέματος μειώνεται. Υποθέτοντας μια διγραμμική καταστατική σχέση για τον οπλισμό (Σχήμα 1.9), η εξίσωση 1.4 γίνεται:

$$\sigma_s = \mathrm{E}_s \cdot \varepsilon_s \qquad \text{για} \qquad 0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_y \tag{1.27}$$

$$\sigma_s = \sigma_y + \mathrm{E}_{sh} \cdot \left(\varepsilon_s - \varepsilon_y\right) \qquad \text{για} \qquad \varepsilon_y \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{su} \tag{1.28}$$

όπου E_{sh} = μέσο μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα οπλισμού στην ανελαστική περιοχή, σ_y και ε_y = τάση διαρροής και αντίστοιχη παραμόρφωση του χάλυβα, αντίστοιχα και ε_{su} = παραμόρφωση χάλυβα στη μέγιστη τάση («οριακή παραμόρφωση»).

Όσον αφορά τις περιοχές όπου η εξίσωση 1.28 εφαρμόζεται για να περιγράψει τη συμπεριφορά του χάλυβα, η εξίσωση 1.16 ισχύει ακόμα, όπως και το πρώτο ολοκλήρωμά της (εξίσωση 1.21) και η λύση της (εξισώσεις 1.23, 1.24 και 1.25), αλλά τα χ και γ πρέπει να αντικατασταθούν με:

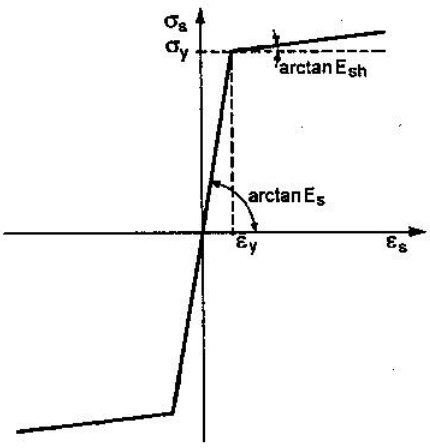
$$\chi_h = (1+\xi_h)\cdot \frac{\Sigma_0}{A_s \cdot E_{sh}} \qquad (1.29)$$

$$\gamma_h = \chi_h \cdot \frac{\tau_1}{(1+\alpha)\cdot s_1^{\alpha}} \qquad (1.30)$$

όπου

$$\xi_h = \frac{n_h \cdot \rho}{\psi}\ , \qquad n_h = \frac{E_{sh}}{E_C} \qquad (1.31, 1.32)$$

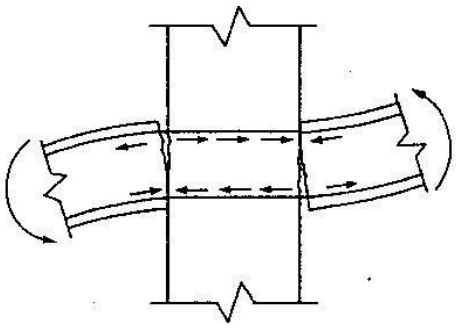
Οι τιμές χ και γ (εξισώσεις 1.17 και 1.22) πρόκειται να χρησιμοποιηθούν στην περιοχή όπου η ράβδος είναι ελαστική *(E_s)*, ενώ οι χ_h και γ_h (εξισώσεις 1.29 και 1.30) θα χρησιμοποιηθούν στην περιοχή όπου ο χάλυβας υπερβαίνει το όριο διαρροής, όταν ο συντελεστής κράτυνσης (E_{sh}) ενεργοποιηθεί. Φυσικά, η τελευταία περιοχή, εάν υπάρχει, είναι κοντά στο φορτιζόμενο άκρο της ράβδου.



Σχήμα 1.9 - Διγραμμική καταστατική σχέση για τον οπλισμό.

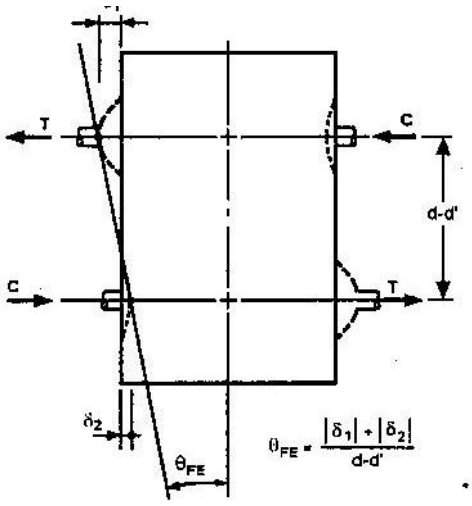
Το σημαντικότερο πρόβλημα συνάφειας, όπου το σκυρόδεμα εμφανίζεται μακροσκοπικά μη ρηγματωμένο και ο χάλυβας φτάνει την ανελαστική περιοχή, εμφανίζεται κατά μήκος της αγκύρωσης των ράβδων δοκού μέσα σε εσωτερικό κόμβο δοκού-υποστυλώματος που υποβάλλεται σε σεισμική φόρτιση. Λόγω της ανακυκλιζόμενης κάμψης (Σχήμα 1.10) οι δοκοί που συνδέονται με το υποστύλωμα ενδέχεται να υποστούν εγκάρσια

ρηγμάτωση στις διατομές που γειτονεύουν με το υποστύλωμα, αλλά η περιοχή που επηρεάζεται από τη δράση συνάφειας αποδεικνύεται ότι είναι μακροσκοπικά μη ρηγματωμένη, εξαιτίας της δράσης περίσφιξης που ασκείται από το υποστύλωμα και τις δοκούς που εκτείνονται στην εγκάρσια κατεύθυνση.



Σχήμα 1.10 – Εσωτερικός κόμβος δοκού-υποστυλώματος πακτωμένων άκρων.

Οι ρωγμές στη διεπιφάνεια δοκού-υποστυλώματος μεγαλώνουν κατά τη διάρκεια ισχυρής σεισμικής φόρτισης, λόγω της κυκλικής υποβάθμισης της συνάφειας, με την εμφάνιση στροφών μεταξύ του υποστυλώματος και των συνδεδεμένων δοκών (Filippou, 1986). Αυτές οι στροφές προκαλούνται από την ολίσθηση στις διεπιφάνειες δοκού-υποστυλώματος (Σχήμα 1.11) και μπορούν να ευθύνονται μέχρι και για το 50% των συνολικών αποκλίσεων ενός κόμβου δοκού-υποστυλώματος (Soleimani και συνεργάτες, 1979).



Σχήμα 1.11 – Στροφή υπό σεισμική δράση(Viwathanatepa και συνεργάτες,1979)

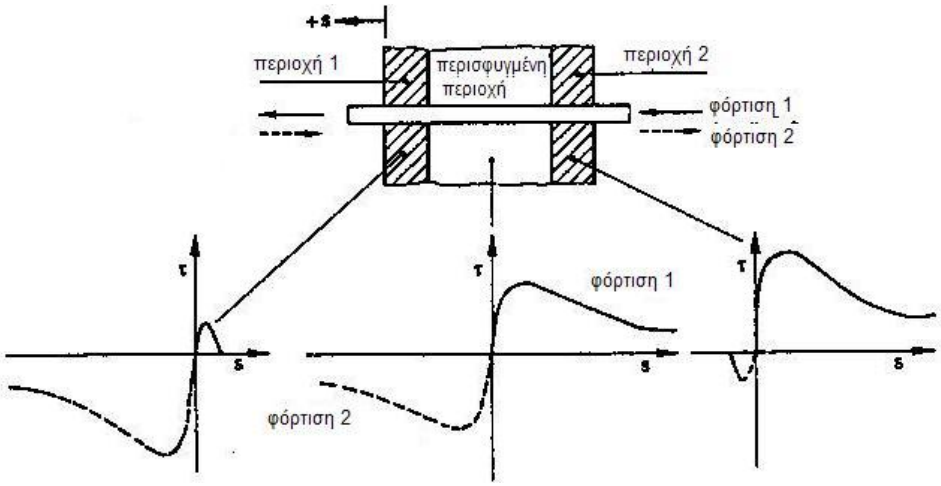
Οι προτάσεις της Επιτροπής ACI-ASCE 352 (1985) αναφέρουν ότι κατά τη μοντελοποίηση μιας πλαισιωτής κατασκευής για ανελαστική δυναμική ανάλυση, θα έπρεπε να ληφθεί υπόψη η ολίσθηση των ράβδων οπλισμού στους εσωτερικούς κόμβους. Κατά συνέπεια εμφανίζεται το πρόβλημα της συνάφειας μιας ράβδου που διατρέχει ένα υποστύλωμα και υφίσταται ανακυκλιζόμενη φόρτιση κατά την οποία έλκεται από το ένα άκρο της και ωθείται από το άλλο.

Δεδομένου ότι είναι πιθανό να εμφανιστούν μεγάλες ανελαστικές παραμορφώσεις, η συμβολή της παραμόρφωσης του σκυροδέματος στη σχετική ολίσθηση είναι αμελητέα (Ciampi και συνεργάτες, 1981; 1982 Filippou και συνεργάτες, 1983α; 1983β; 1985; 1986). Κατά συνέπεια η εξίσωση 1.2 γίνεται:

$$\varepsilon_s = -\frac{ds}{dx} = -s'(x) \qquad (1.33)$$

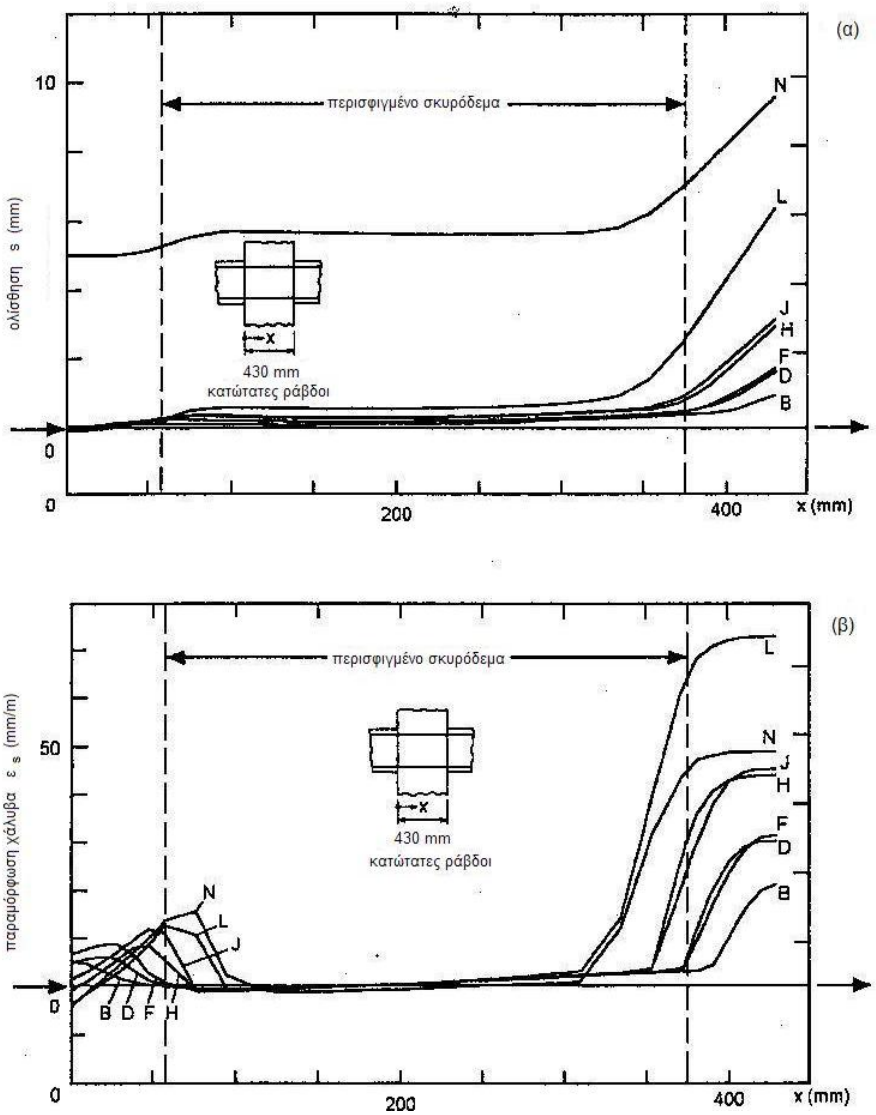
Η εξίσωση 1.33 είναι βασισμένη στην υπόθεση ότι το σκυρόδεμα είναι ένα εντελώς άκαμπτο υλικό, το οποίο μπορεί να διαβιβάσει τάσεις συνάφειας χωρίς παραμορφώσεις *(ε_c = 0, $E_c = \infty$)*.

Εντός του κόμβου, οι συνθήκες συνάφειας του οπλισμού της δοκού ποικίλλουν κατά μήκος του μήκους έμπηξης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.12 (διαφορετικές σχέσεις τάσης συνάφειας-ολίσθησης, ανάλογα με την αποτελεσματικότητα της ενεργής περίσφιξης). Το σκυρόδεμα υπόκειται σε εφελκυσμό στην περιοχή 1 και σε θλίψη στην περιοχή 2.



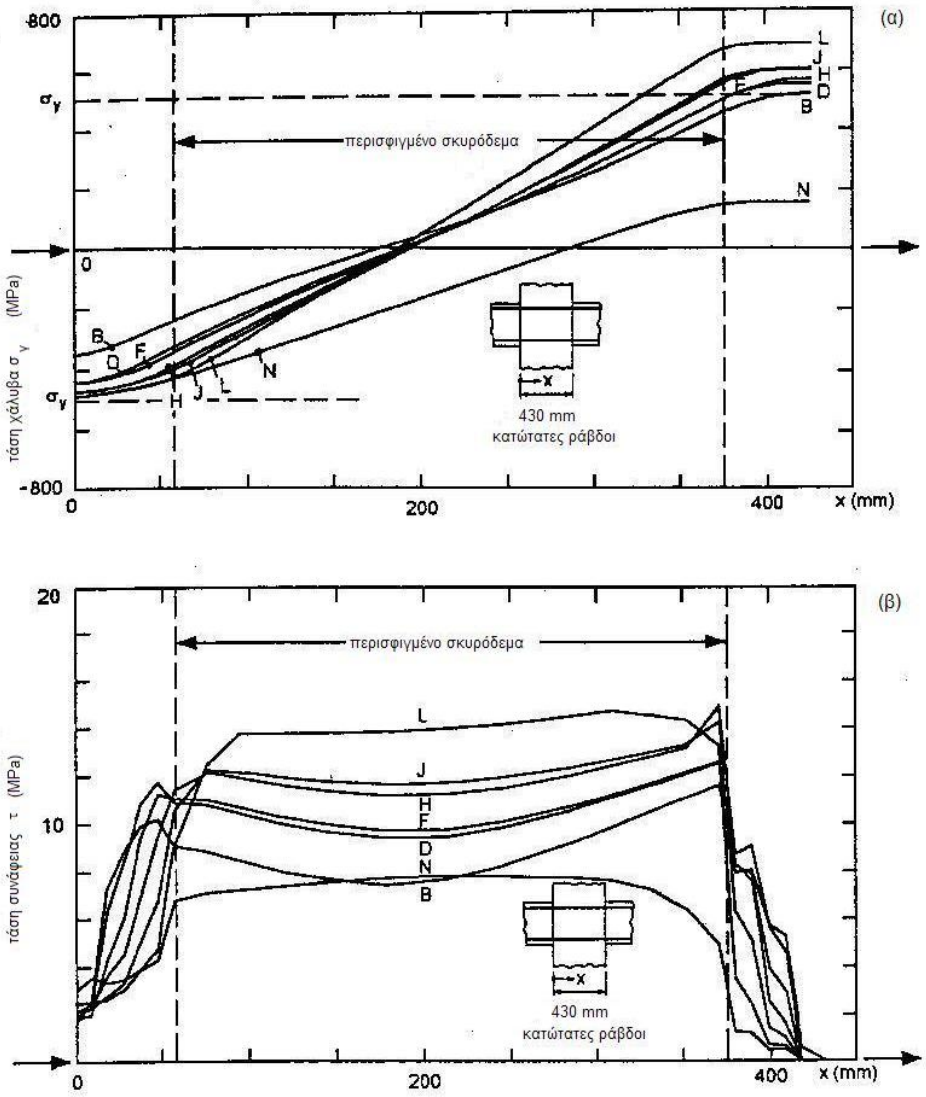
Σχήμα 1.12 - Σχέσεις τάσης συνάφειας-ολίσθησης υπό μονότονη φόρτιση για διαφορετικές περιοχές ενός κόμβου (Eligehausen και συνεργάτες, 1983).

Εντούτοις, κάτω από γενικευμένη κυκλική φόρτιση, η σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης για μη-περισφιγμένο σκυρόδεμα παραμένει ένα ανοικτό ζήτημα και από διάφορους ερευνητές υιοθετείται μια γραμμική κατανομή τάσης συνάφειας-ολίσθησης (Filippou, 1986). Αυτή η προσέγγιση παρακάμπτει το πρόβλημα του προσδιορισμού μιας υστερητικής σχέσης τάσης συνάφειας-ολίσθησης για μη-περισφιγμένο σκυρόδεμα και συμφωνεί απόλυτα με τις λύσεις πεπερασμένων στοιχείων (Filippou 1986).



Σχήμα 1.13 - Κατανομή (α) της σχετικής ολίσθησης και (β) παραμόρφωσης χάλυβα κατά μήκος των κατώτατων ράβδων ενός κόμβου, με αυξανόμενο το μέγεθος της ολίσθησης του άκρου (Filippou και συνεργάτες, 1983α). Οι ράβδοι έλκονται στο δεξί άκρο και ωθούνται στο αριστερό.

Κάτω από κυκλική φόρτιση, η συνάφεια υποβαθμίζεται και η σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης που χρησιμοποιείται εξαρτάται από τη συσσωρευμένη βλάβη (Eligehausen και συνεργάτες, 1983), π.χ. από το ιστορικό τοπικής ολίσθησης. Συγχρόνως, οι μέγιστες αντοχές συνάφειας και οι αντοχές τριβής (Σχήμα 1.5) μειώνονται καθώς η μέγιστη ολίσθηση αυξάνεται κατά τη διάρκεια της ανακυκλιζόμενης φόρτισης. Εντούτοις, για οποιαδήποτε περιοχή κατά μήκος της αγκύρωσης, ο τοπικός νόμος μπορεί να εκφραστεί (Σχήμα 1.5) από μη γραμμικούς (εξίσωση 1.11), γραμμικούς ή σταθερούς τοπικούς νόμους συνάφειας, με την μη γραμμική περίπτωση να είναι η πιο σύνθετη.



Σχήμα 1.14 - Κατανομή (α) της τάσης του χάλυβα και (β) της τάσης συνάφειας κατά μήκος των κατώτατων ράβδων ενός κόμβου, με αυξανόμενο μέγεθος την ολίσθηση του άκρου (Filippou και συνεργάτες, 1983α).

Η συμπεριφορά του χάλυβα οπλισμού υπό ανακυκλιζόμενη φόρτιση μπορεί να μοντελοποιηθεί (Filippou και συνεργάτες, 1983α), όπως προτείνεται από τους Menegotto και Pinto (1973). Η γενικότερη συμπεριφορά μιας αγκυρωμένης ράβδου δεν επηρεάζεται σημαντικά από το φαινόμενο Baushinger, αλλά εξαρτάται πρώτιστα και από την τάση διαρροής και από την κλίση του κλάδου (Ciampi και συνεργάτες, 1982). Επομένως, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα διγραμμικό μοντέλο για το χάλυβα (Filippou και συνεργάτες, 1986).

Οι μη γραμμικοί νόμοι χάλυβα και τάσης συνάφειας-ολίσθησης οδηγούν σε μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας και συμβιβαστότητας (εξισώσεις 1.1, 1.2, 1.6) οι οποίες μπορούν να επιλυθούν με τη βοήθεια των πεπερασμένων διαφορών (Viwathanatepa και συνεργάτες, 1979 Ciampi και συνεργάτες, 1981, 1982), ή πεπερασμένων στοιχείων (Filippou και συνεργάτες, 1983α, 1983β). Άλλες προσεγγίσεις χρησιμοποιούν μια τμηματικά γραμμική προσέγγιση της κατανομής της τάσης συνάφειας (Filippou, 1985; 1986 Mukaddam και Kasti, 1986), ή αναλυτικές λύσεις (Russo και συνεργάτες, 1990) ή ακόμα και μια τεχνική προσομοίωσης βασισμένη σε διακριτά ελατήρια (Soroushian και συνεργάτες, 1991). Γενικά, χρησιμοποιείται μια επαναληπτική τεχνική προκειμένου να ικανοποιηθούν οι συνοριακές συνθήκες.

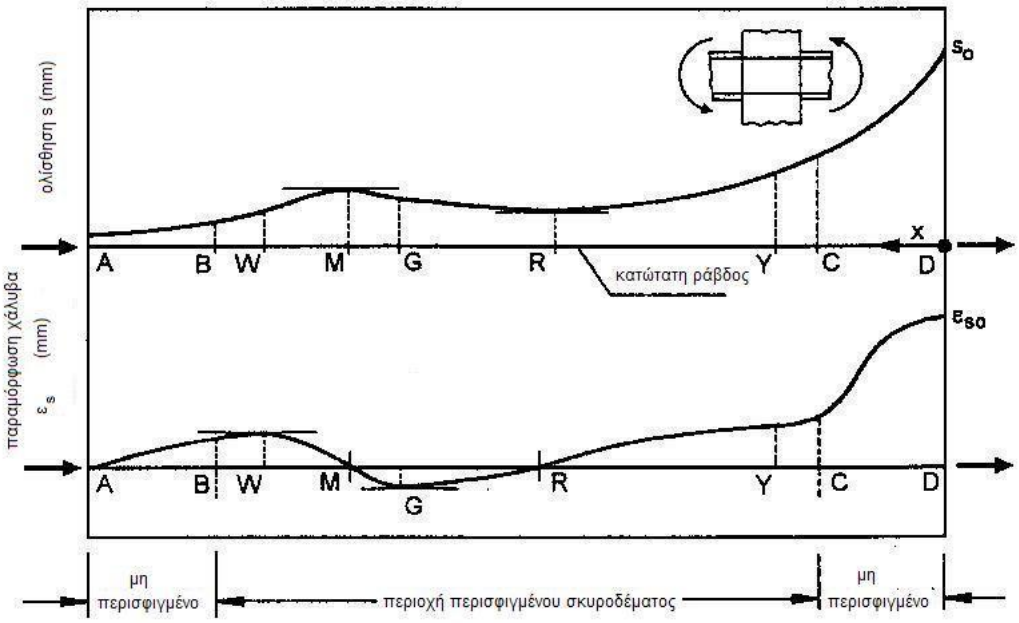
Ένα παράδειγμα των σύνθετων κατανομών των κύριων μεταβλητών στο πρόβλημα συνάφειας (σχετική ολίσθηση, παραμόρφωση χάλυβα, τάση χάλυβα και τάση συνάφειας) παρουσιάζεται στα Σχήματα 1.13 και 1.14, τα οποία αναφέρονται στις κατώτατες ράβδους ενός κόμβου, που υποβάλλεται σε ισχυρή αντιστρεφόμενη φόρτιση.

Οι καμπύλες στα Σχήματα 1.13 και 1.14 εξήχθησαν από τον Filippou και συνεργάτες, (1983α) για την αξιολόγηση των επιπτώσεων που έχει η ολίσθηση της ράβδου οπλισμού, στην απόκριση ενός κόμβου δοκού-υποστυλώματος, που υποβάλλεται σε μεγάλο αριθμό αντιστρεφόμενων φορτίσεων, με σταδιακά αυξανόμενες παραμορφώσεις μέχρι την αστοχία της αγκύρωσης (θέση φορτίου N στα Σχήματα 1.13 και 1.14). Η θεωρητική απόκριση που προκύπτει από αυτήν την έρευνα είναι σε συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Το μοντέλο που βασίζεται στη μέθοδο των μετατοπίσεων (Soroushian και συνεργάτες, 1991) περιλαμβάνει (α) την προκαταρκτική διακριτοποίηση της δοκού, τη διαμόρφωση του εφαπτομενικού μητρώου ακαμψίας, ξεκινώντας με την ακαμψία των ελατηρίων που προσομειώνουν τη συνάφεια και το χάλυβα (β) τη χρήση ενός επαυξητικού αλγορίθμου επίλυσης, χωρίς επαναλήψεις σε κάθε βήμα φόρτισης, αλλά με πολλά μικρά βήματα.

Το μοντέλο που βασίζεται στην αναλυτική λύση του Russo και των συνεργατών του (1990) απαιτεί μία επαναληπτική διαδικασία (shooting technique) για την ικανοποίηση των συνοριακών συνθηκών, αλλά δεν περιλαμβάνει οποιαδήποτε προκαταρκτική διακριτοποίηση.

Ο Eligehausen και οι συνεργάτες του (1983) έχουν δείξει ότι: (α) κατά τη διάρκεια κυκλικής φόρτισης, η αντοχή της συνάφειας και η υποβάθμιση της ακαμψίας, εξαρτώνται πρώτιστα από τη μέγιστη τιμή της ολίσθησης που πραγματοποιείται στους προηγούμενους κύκλους και στις δύο κατευθύνσεις. (β) Η εφαρμογή ενός περιορισμένου αριθμού κύκλων (μέχρι δέκα) με τάσεις συνάφειας μικρότερες από 80% της μέγιστης αντοχής συνάφειας (τ_1 στο Σχήμα 1.5), δεν επηρεάζει σημαντικά τη συμπεριφορά τάσης συνάφειας-ολίσθησης σε μεγαλύτερες τιμές ολίσθησης. Ακολουθεί το ότι όταν η φόρτιση στα άκρα της ράβδου είναι μεγαλύτερη από εκείνη των προηγούμενων κύκλων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μονοτονική σχέση $\tau(s)$, στο τμήμα της ράβδου, όπου το s είναι χαμηλότερο από $s(0.8\ \tau_1)$ στη μεσαία περιοχή του κόμβου, ενώ κάποια υποδιαίρεση θα πρέπει να γίνει για το τμήμα της ράβδου κοντά στις πλευρές του υποστυλώματος, όπου η ολίσθηση που επιτεύχθηκε στους προηγούμενους κύκλους είναι $s>s(0.8\ \tau_1)$.



Σχήμα 1.15 - Ποιοτική κατανομή της ολίσθησης ράβδου-σκυροδέματος και της παραμόρφωσης του χάλυβα κατά μήκος μιας ράβδου οπλισμού σε έναν κόμβο, στο τέλος ενός αριθμού αντιστρεφόμενων μεγάλων παραμορφώσεων (Russo και συνεργάτες, 1990).

Αξίζει να σημειωθεί ότι με τη χρήση της προσέγγισης που εισήχθηκε από τον Filippou (1986) για μη-περισφιγμένο σκυρόδεμα, η αναλυτική λύση (Russo και συνεργάτες, 1990) δεν περιλαμβάνει συνήθως την υποδιαίρεση της ράβδου. Η διαδικασία για τη λύση του

προβλήματος συνάφειας διατυπώνεται όπως σε ένα πρόβλημα «αρχικών τιμών», χρησιμοποιώντας γνωστές τιμές για την παραμόρφωση και την ολίσθηση στο φορτιζόμενο άκρο (εφελκυσμός) και αξιολογώντας τις τιμές της ολίσθησης με τη βοήθεια μιας επαναληπτικής διαδικασίας. Η προσέγγιση του Filippou (1986) οδηγεί στην ακόλουθη διατύπωση:

$$\tau(x) = \tau_C \cdot \frac{x}{x_C} \tag{1.34}$$

όπου C είναι το μεταβατικό σημείο μεταξύ του μη-περισφιγμένου και του περισφιγμένου σκυροδέματος (Σχήμα 1.15).

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 1.34 στην εξίσωση 1.16, το πρώτο ολοκλήρωμά τους δίνει τη σχέση $\varepsilon_s(\tau_C, x)$ για το μη-περισφιγμένο σκυρόδεμα και το δεύτερο ολοκλήρωμα δίνει τη σχέση $s(\tau_C, x)$ σε κλειστή μορφή (Russo και συνεργάτες, 1989α). Οι δύο σταθερές ολοκλήρωσης παρέχονται από τις αρχικές συνθήκες ε_{s0} και s_0 (Σχήμα 1.15). Έπειτα, η τιμή τ_C λαμβάνεται εφαρμόζοντας την στατική συμβιβαστότητα στο κοινό σημείο μεταξύ του μη-περισφιγμένου και περισφιγμένου σκυροδέματος, δηλαδή με την εισαγωγή της εξίσωσης 1.11 με $s=s_C$ στη σχέση $s(\tau_C, x)$ γραμμένη ως $s=s_C$ και $x=x_C$. Οι τιμές $\varepsilon_s(x_C)$ και το $s(x_C)$ είναι οι αρχικές τιμές για το περισφιγμένο σκυρόδεμα.

Η εξίσωση 1.24 (με το αρνητικό πρόσημο) θα χρησιμοποιηθεί για το τμήμα αγκύρωσης όπου η ολίσθηση μειώνεται από τη μέγιστη τιμή από εφελκυσμό στο σημείο C (Σχήμα 1.15) σε μία ελάχιστη τιμή s_R (το R είναι το σημείο όπου το $s(x)$ είναι σταθερό). Οπουδήποτε το $\varepsilon_{sC}>\varepsilon_y$ η εξίσωση 1.24 πρέπει να γραφτεί και για το ανελαστικό τμήμα της ράβδου οπλισμού (με τη χρήση του χ_h) και για το ελαστικό τμήμα αυτής (με τη χρήση του χ). Ομοίως, η εξίσωση 1.21 πρέπει να γραφτεί δύο φορές, με χ_h και χ.

Η εξίσωση 1.24 (με το θετικό πρόσημο) θα χρησιμοποιηθεί για το τμήμα της αγκύρωσης, όπου η ολίσθηση αυξάνεται από την ελάχιστη τιμή s_R μέχρι το σημείο G που ορίζει το τμήμα GB της ράβδου στο περισφιγμένο σκυρόδεμα, όπου το όριο διαρροής έχει ξεπεραστεί στον προηγούμενο μισό κύκλο. Σε αυτό το τμήμα, η τάση και η παραμόρφωση του χάλυβα έχουν διαφορετικό πρόσημο και η αναλυτική λύση συνδέεται με τη συμπεριφορά του χάλυβα σε κυκλική φόρτιση (Russo και συνεργάτες, 1990).

Οι σταθερές ολοκλήρωσης που εμφανίζονται στη σχέση $s(x)$ καθορίζονται από τις αρχικές συνθήκες και αυτές – με τη σειρά τους – λαμβάνονται συνδέοντας τα διάφορα πεδία

μετατοπίσεων, και εφαρμόζοντας την κινηματική συμβιβαστότητα στα κοινά σημεία ($\varepsilon_{left} = \varepsilon_{right}$, s_{left}, s_{right}).

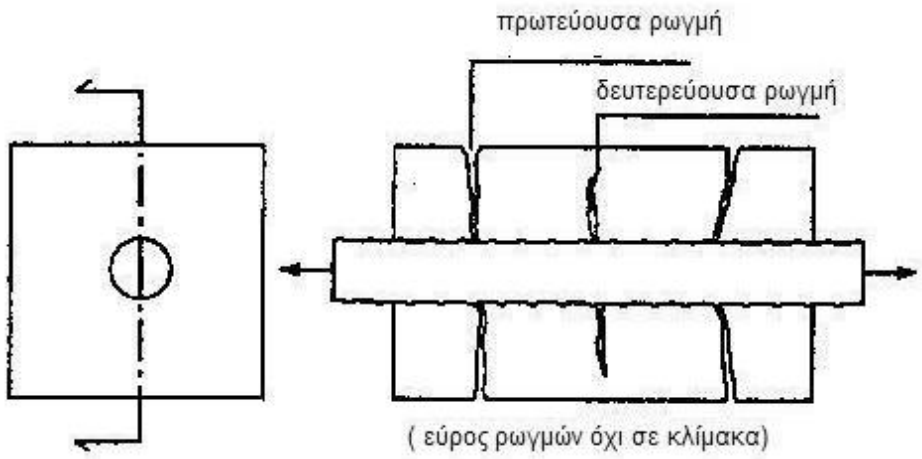
Μία απλουστευμένη προσέγγιση έχει προταθεί για την μονότονη (Alsiwat και Saatcioglu, 1992) αλλά και για την κυκλική φόρτιση (Saatcioglu και συνεργάτες, 1992). Η ολίσθηση του άκρου της αγκύρωσης υπολογίζεται ως αποτέλεσμα της επιμήκυνσης της ράβδου και της ολίσθησης της διεπιφάνειας. Η επιμήκυνση του οπλισμού είναι το αποτέλεσμα της συσσωρευμένης παραμόρφωσης κατά μήκος της ράβδου. Μία τμηματικά γραμμική κατανομή παραμόρφωσης υιοθετείται κατά μήκος της εμπηγμένης ράβδου, με διαφορετικές κλίσεις στις ελαστικές, και στις πλαστικές περιοχές. Υιοθετείται μία σταθερή τάση συνάφειας κατά μήκος του ελαστικού μήκους και μια σταθερή τάση τριβής κατά μήκος του πλαστικού μήκους. Σε μία ράβδο οπλισμού που φορτίζεται μόνο στο ένα της άκρο, η ολίσθηση του άκαμπτου σώματος εμφανίζεται όταν το μήκος έμπηξης της ράβδου δεν είναι επαρκές για να συγκρατήσει την παραμόρφωση στο μηδέν. Σε μία ράβδο οπλισμού που φορτίζεται και στα δύο της άκρα, η θλιπτική δύναμη συμβάλλει στην ολίσθηση της ράβδου. Και στις δύο περιπτώσεις, η συνιστώσα της ολίσθησης καθορίζεται από την τιμή της τάσης συνάφειας σε μια μη γραμμική σχέση, ανάλογης με την εξίσωση 1.11, η οποία είναι μια τροποποιημένη μορφή της σχέσης του Ciampi (Ciampi και συνεργάτες, 1981).

2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΓΙΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΡΗΓΜΑΤΩΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ

2.1 Βασικές έννοιες

Σε στοιχεία οπλισμένου σκυροδέματος που ενεργούν εφελκυστικές δυνάμεις, όταν η τάση σκυροδέματος φθάσει την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος f_{ct} εμφανίζονται οι πρώτες ρωγμές (Σχήμα 1.1), περίπου σε ορθή γωνία με τον άξονα του στοιχείου (εγκάρσια ρηγμάτωση). Οι εφελκυστικές τάσεις στο σκυρόδεμα δημιουργούνται από τη μεταφορά των δυνάμεων από το χάλυβα στο σκυρόδεμα, μέσω της συνάφειας.

Επειδή η παραμόρφωση του σκυροδέματος ε_c εξαρτάται από την παραμόρφωση του χάλυβα μέσω της σχετικής ολίσθησης ράβδου-σκυροδέματος (εξίσωση 1.2), η ανάλυση της εγκάρσιας ρηγμάτωσης στο σκυρόδεμα πρέπει να βασιστεί στη μοντελοποίηση της συνάφειας, εκμεταλλευόμενη τα μοντέλα που αναφέρθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους (εξισώσεις 1.1 έως 1.6 και 1.11 έως 1.32) και στον έλεγχο της παραμόρφωσης του σκυροδέματος σε εφελκυσμό.

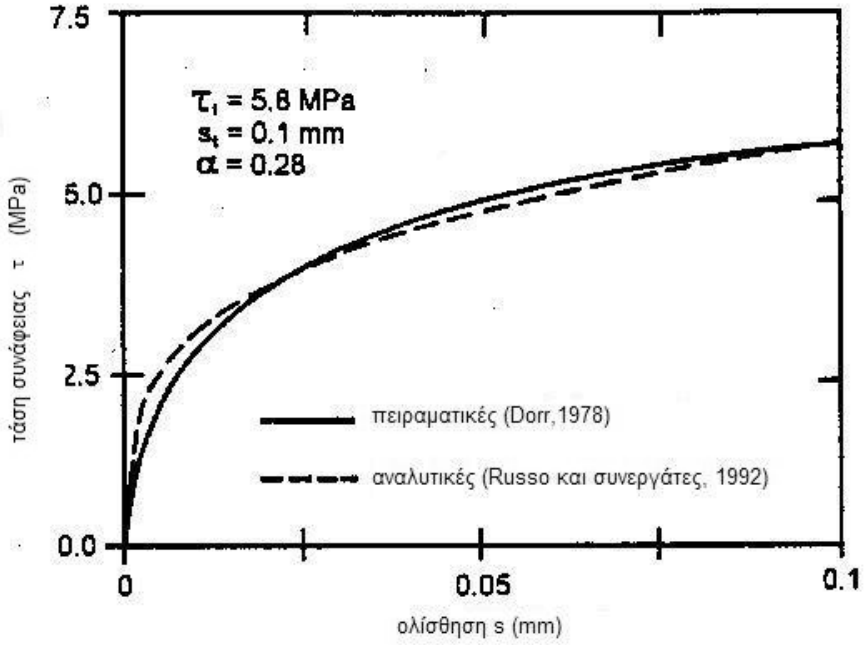


Σχήμα 2.1–Πρωτεύοντες και δευτεύοντες ρωγμές σε ένα στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος σε εφελκυσμό (ACI, 1986)

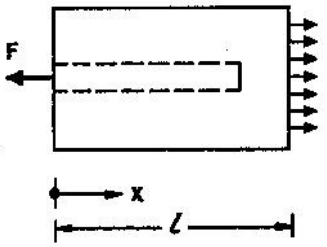
Όπως ήδη έχει αναφερθεί, η τοπική σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης για στοιχεία Ο/Σ, όπου το σκυρόδεμα υπόκειται σε εφελκυσμό, επιδεικνύει μια πολύ χαμηλότερη αντοχή συνάφειας απ' ό,τι στην περίπτωση του σκυροδέματος που βρίσκεται σε θλίψη, και το ίδιο ισχύει και για την τιμή ολίσθησης που αντιστοιχεί στη μέγιστη τάση. Εντούτοις, η τοπική

συμπεριφορά τάσης συνάφειας-ολίσθησης σε εφελκυσμό (Dorr, 1978) μπορεί να εκφραστεί με τη βοήθεια μιας μη γραμμικής σχέσης με την ίδια μορφή όπως στην εξίσωση 1.11 (Russo και Romano, 1992), όπου οι τιμές τ_1 και s_1 (Σχήμα 1.2) είναι χαμηλότερες από αυτές που αντιστοιχούν σε δοκιμές εξόλκευσης με το σκυρόδεμα σε θλίψη.

Ένα χαρακτηριστικό πρόβλημα όπου το σκυρόδεμα εφελκύεται αντιπροσωπεύεται από εξόλκευση ράβδου με το χάλυβα και το σκυρόδεμα να φορτίζονται σε εφελκυσμό σε αντίθετα άκρα και με το αφόρτιστο άκρο της ράβδου να αγκυρώνεται πλήρως στο σκυρόδεμα (Σχήμα 1.3). Η πρόσφυση μεταξύ του σκυροδέματος και του αγκυρωμένου άκρου της ράβδου αγνοείται.



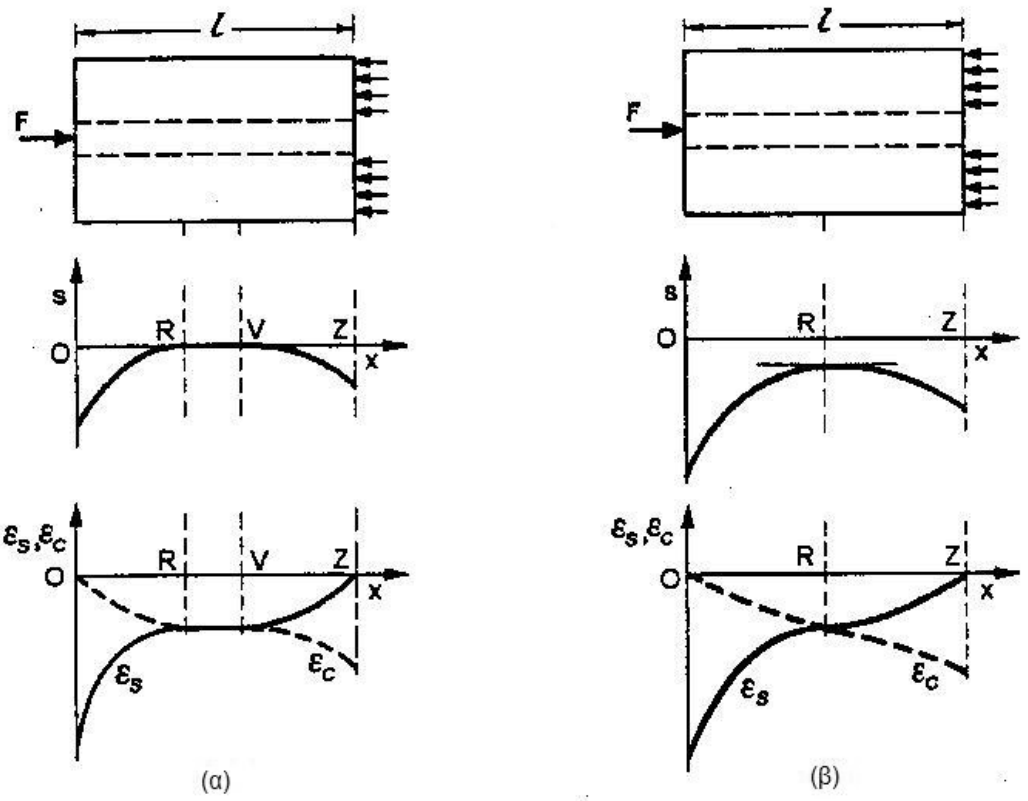
Σχήμα 2.2 - Πειραματικές και αναλυτικές σχέσεις τάσης συνάφειας-ολίσθησης για τη δοκιμή εφελκυσμού (Russo και Romano, 1992)



Σχήμα 2.3 - Εξόλκευση ράβδου με σκυρόδεμα σε εφελκυσμό.

Αυτό το πρόβλημα συνάφειας είναι παρόμοιο με το πρόβλημα συνάφειας που δείχνεται στο Σχήμα 1.6β, δεδομένου ότι οι συνοριακές συνθήκες, όσον αφορά τα άκρα της ράβδου, είναι οι ίδιες, ενώ τα πρόσημα είναι διαφορετικά (Russo και συνεργάτες, 1991). Η λύση μεταβάλλεται αναλόγως.

Η τυπική ολίσθηση και οι τυπικές κατανομές παραμορφώσεων χάλυβα και σκυροδέματος, παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.4. Το ελεύθερο άκρο της ράβδου προκαλεί την έναρξη ρηγμάτωσης πέρα από την ζώνη εφελκυσμού (Park και Paulay, 1975) και εδώ (σημείο Z, Σχήμα 2.4) η ε_c φθάνει στη μέγιστη τιμή της, οποιαδήποτε κι αν είναι η συμπεριφορά του στοιχείου. Όταν $\varepsilon_c = \varepsilon_{ct}$, όπου ε_{ct} είναι η παραμόρφωση του ρηγματωμένου σκυροδέματος, μια εγκάρσια ρωγμή εμφανίζεται αλλά επειδή η ρηγμάτωση δεν ελέγχεται, η διαδικασία θραύσης απλώνεται απότομα σε όλη τη διατομή.



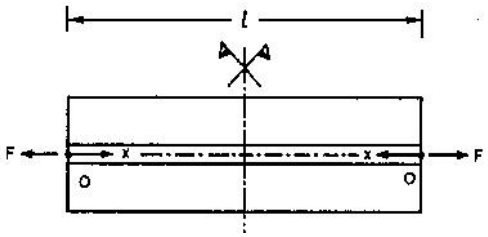
Σχήμα 2.4 – Τυπικές κατανομές ολίσθησης και παραμόρφωσης για (α) μακρά στοιχεία και (β) κοντά στοιχεία, σε εξόλκευση ράβδου με σκυρόδεμα σε εφελκυσμό (Russo και Romano, 1991).

Το πιο συνηθισμένο πρόβλημα, όπου το σκυρόδεμα εμφανίζεται εγκάρσια ρηγματωμένο, αντιπροσωπεύεται από ένα στοιχείο Ο/Σ που υπόκειται σε μονοαξονικό εφελκυσμό (Σχήμα 2.5). Λόγω συμμετρίας μελετάται η μισή δοκός.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, για ένα στοιχείο Ο/Σ που υπόκειται σε εφελκυσμό (Σχήμα 2.5), δύο χαρακτηριστικές συμπεριφορές αναφέρονται στη βιβλιογραφία (μη ρηγματωμένο στάδιο): συμπεριφορά μακρών στοιχείων και συμπεριφορά κοντών στοιχείων (Σχήμα 2.6).

Στην πρώτη περίπτωση, η αποτελεσματικότητα της συνάφειας και το μήκος της αγκύρωσης ευνοούν τη μεταφορά δυνάμεων μεταξύ της ράβδου και του σκυροδέματος, με το σχηματισμό μιας εκτεταμένης περιοχής που χαρακτηρίζεται από τις ομοιόμορφες και ίσες παραμορφώσεις του χάλυβα και του σκυροδέματος, χωρίς ολίσθηση της ράβδου (περιοχή *RS*, Σχήμα 2.6α). Αντίθετα, στα κοντά στοιχεία, οι παραμορφώσεις στη ράβδο και στο σκυρόδεμα δεν είναι ποτέ οι ίδιες *($\varepsilon_s > \varepsilon_c$)*, και η ολίσθηση της ράβδου είναι μηδέν μόνο στη μεσαία διατομή λόγω συμμετρίας.

Με την προϋπόθεση ότι ο άξονας αναφοράς επιλέγεται όπως στο Σχήμα 2.5 και θεωρώντας, χάριν απλότητος, ότι η ράβδος παραμένει ελαστική, η λύση για τα μακρά στοιχεία παρέχεται σε κλειστή μορφή από την εξίσωση 1.25 με το αρνητικό πρόσημο.



Σχήμα 2.5 –Στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος που υπόκειται σε μονοαξονικό εφελκυσμό.

Η ολίσθηση του φορτιζόμενου άκρου, s_0 δίνεται από την εξίσωση (Russo και Romano, 1992):

$$s_0 = \left(\frac{\varepsilon_{s_0}^2}{2 \cdot \gamma} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \qquad (2.1)$$

όπου ε_{s0} είναι η παραμόρφωση του χάλυβα στο φορτιζόμενο άκρο.

Η τετμημένη του σημείου με $s = 0$ και $s' = ds/dx = 0$ (*R*, Σχήμα 2.6α) είναι:

$$x_R = \frac{2}{1-\alpha} \cdot \left[\varepsilon_{s_0} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \gamma} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}} \tag{2.2}$$

Το μήκος έμπηξης x_R που απαιτείται για την ικανοποίηση της συνθήκης ισότητας μεταξύ της παραμόρφωσης του χάλυβα και του σκυροδέματος, έχει ονομασθεί «μήκος μεταφοράς» (Transfer length, L_t) από τους Somayaji και Shah (1981). Στη διατομή R (Σχήμα 2.6α), η μέγιστη παραμόρφωση του σκυροδέματος ενός μακρού στοιχείου είναι:

$$\varepsilon_{c\max,l} = \frac{\xi}{1+\xi} \cdot \varepsilon_{s_0} \ . \tag{2.3}$$

Το φορτίο *(P_{tran})* που μεταφέρεται από το χάλυβα στο σκυρόδεμα σε όλο το μήκος x_R είναι:

$$P_{tran} = A_c E_c \psi \varepsilon_{c\max,l} \ . \tag{2.4}$$

Το P_{tran} μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση του φορτίου που εφαρμόζεται στο άκρο της ράβδου, με τη βοήθεια της εξίσωσης 2.3.

Προκειμένου να έχουμε τη συμπεριφορά ενός μακρού στοιχείου, η παραμόρφωση του χάλυβα στο φορτιζόμενο άκρο, θα πρέπει να εκπληρώνει τη συνθήκη $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_{s0l}$. Για $x_R = l/2$, η εξίσωση 2.2 παρέχει το ανώτατο όριο της παραμόρφωσης του χάλυβα στο φορτιζόμενο άκρο, ε_{s0l}, πέρα από το οποίο προκύπτει η συμπεριφορά ενός «κοντού στοιχείου»:

$$\varepsilon_{s_0 l} = (2 \cdot \gamma)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left[\frac{(1-\alpha) \cdot l}{4} \right]^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \ . \tag{2.5}$$

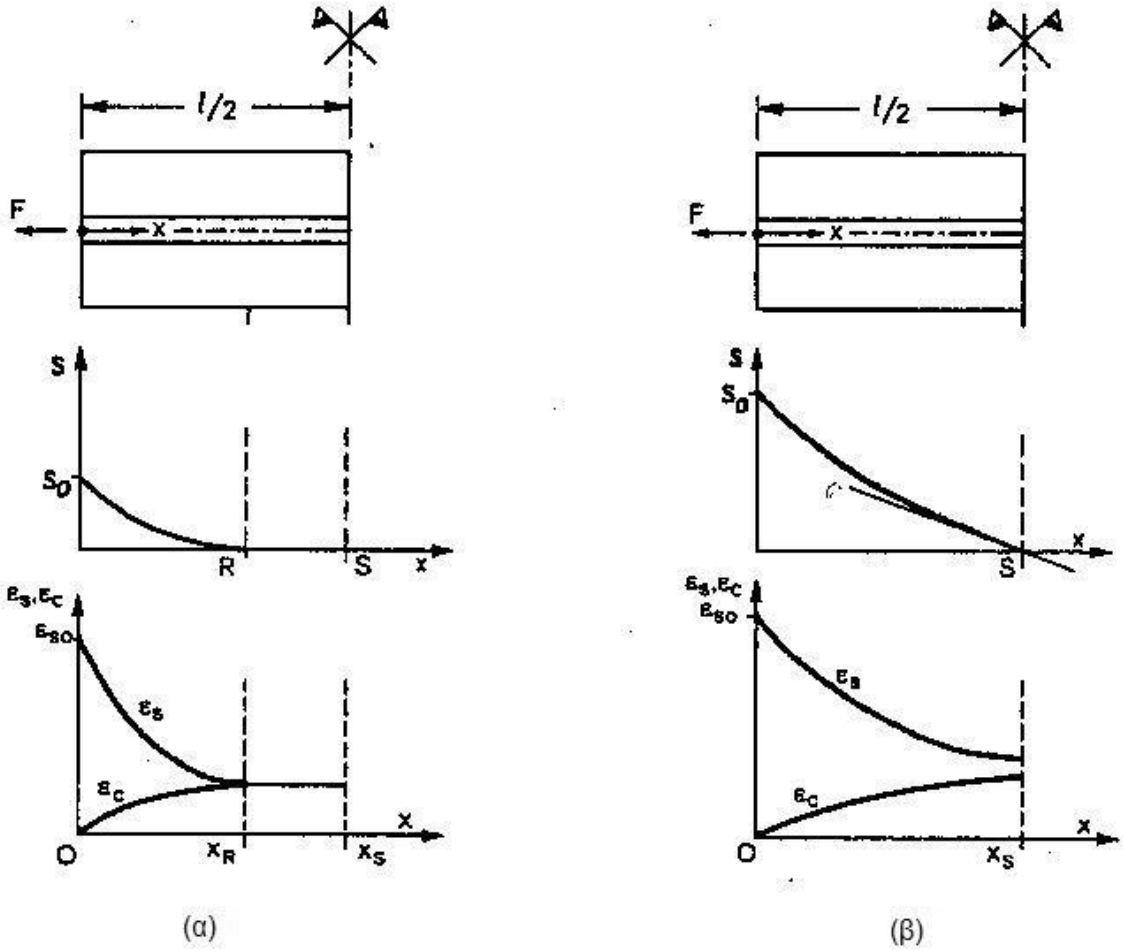
Στα κοντά στοιχεία, η κατανομή της ολίσθησης λαμβάνεται με τη βοήθεια της εξίσωσης 2.23 με το αρνητικό πρόσημο (περίπτωση α), όταν το s εκπληρώνει την ακόλουθη συνθήκη:

$$s < \left(\frac{C}{\gamma}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad , \qquad \text{για} \quad 0 \le x \le \frac{l}{2} \quad , \tag{2.6}$$

ή με τη βοήθεια των εξισώσεων 1.23 και 1.24 (με το αρνητικό πρόσημο, περίπτωση α), όταν οι τιμές της ολίσθησης δεν ικανοποιούν τον περιορισμό της εξίσωσης 2.6 κατά μήκος του στοιχείου.

Η ολίσθηση s_0 καθορίζεται επαναληπτικά, με βάση την εξίσωση 1.23, στην περίπτωση α ή με τις εξισώσεις 1.23 και 1.24 στην περίπτωση β.

Η μέγιστη παραμόρφωση του σκυροδέματος ενός κοντού στοιχείου αναπτύσσεται στη διατομή *S* του άξονα συμμετρίας (Σχήμα 2.6β) και αποτελεί συνάρτηση της ολίσθησης s_0.

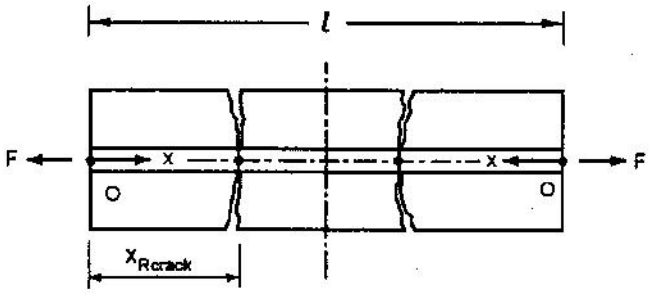


Σχήμα 2.6 – Τυπικές κατανομές ολίσθησης και παραμόρφωσης σε ένα στοιχείο Ο/Σ που υπόκειται σε μονοτονικό εφελκυσμό: (α) συμπεριφορά μακρών στοιχείων και (β) συμπεριφορά κοντών στοιχείων (Russo και Romano, 1992).

2.2 Η ανάπτυξη της ρηγμάτωσης

Στην παράγραφο αυτή αναλύεται η προοδευτική ρηγμάτωση ενός αρχικά μη ρηγματωμένου στοιχείου που υπόκειται σε μονοτονικά αυξανόμενο φορτίο.

Όταν οι τιμές του φορτίου και της παραμόρφωσης του χάλυβα στο φορτιζόμενο άκρο είναι χαμηλές *(ε_{s0})*, η ολίσθηση εξαφανίζεται πριν φθάσει στον άξονα συμμετρίας (όπως στα μακρά στοιχεία). Το στοιχείο δεν θα ρηγματωθεί, επειδή $\varepsilon_{cR} < \varepsilon_{ct}$ όπου ε_{cR} είναι η τιμή της ε_c στο σημείο R με $s' = 0$ και $\varepsilon_c = \varepsilon_{cmax}$ (Σχήμα 2.6α). Οποιαδήποτε αύξηση του φορτίου μετακινεί το σημείο R προς τον άξονα συμμετρίας και αυξάνει το ε_{cR}.



Σχήμα 2.7 – Ρηγμάτωση σε ένα μακρύ στοιχείο.

Μία περαιτέρω αύξηση του φορτίου μπορεί να προκαλέσει δύο διαφορετικά είδη αποκρίσεων των στοιχείων:

(α) Μπορεί η παραμόρφωση του σκυροδέματος να φτάσει την τιμή ρηγμάτωσης σε ένα σημείο R, με $x_R \leq l/2$. Σε αυτή την περίπτωση, $x_R = x_{Rcrack}$ όπου x_{Rcrack} είναι η απόσταση της ρωγμής από το φορτιζόμενο άκρο. Οι πρώτες ρωγμές αρχίζουν να εμφανίζονται και το στοιχείο υποδιαιρείται σε m μικρότερα μέρη (Σχήμα 2.7), με το m να είναι ο πρώτος ακέραιος αριθμός όχι χαμηλότερος από l/x_{Rcrack}. Το μήκος l_p ενός επιμέρους τμήματος (μεταξύ δύο συνεχόμενων ρωγμών, ή μεταξύ της πρώτης/τελευταίας ρωγμής και της κοντινότερης ακραίας διατομής) κυμαίνεται ανάμεσα σε ένα ελάχιστο μήκος x_{Rcrack} και ένα μέγιστο μήκος $(l/\ x_{Rcrack} - m + 1)\ x_{Rcrack}$, με το μέσο (πιθανότερο) μήκος να είναι l/m. Αυτή η περίπτωση μπορεί να οριστεί ως ρηγμάτωση ενός μακρού στοιχείου.

(β) Αντίθετα, μπορεί το σημείο R να φθάσει τον άξονα συμμετρίας $(x_R = l/2)$ με την παραμόρφωση του χάλυβα να παραμένει μικρότερη από ε_{ct}. Προκειμένου να προκληθεί ρηγμάτωση του στοιχείου, θα πρέπει να εφαρμοστεί ένα μεγαλύτερο φορτίο στο άκρο της ράβδου, ώστε να αυξηθεί η παραμόρφωση του σκυροδέματος. Με την αύξηση του φορτίου, η

μέγιστη παραμόρφωση του σκυροδέματος ε_{cmax} που εμφανίζεται στη μεσαία διατομή (Σχήμα 2.6β) θα αυξηθεί και αυτή, αφού το x_R δεν μπορεί να αυξηθεί πέραν του $l/2$ λόγω της συμμετρίας. Συνεπώς, η πρώτη ρωγμή δημιουργείται, στη συμμετρική διατομή, όταν το ε_{cmax} φτάνει την τιμή ε_{ct}. Κατά τη ρηγμάτωση, το στοιχείο διαιρείται σε δύο μέρη με μήκος $l/2$ (Σχήμα 2.8). Αυτή η περίπτωση μπορεί να οριστεί ως ρηγμάτωση ενός κοντού στοιχείου.

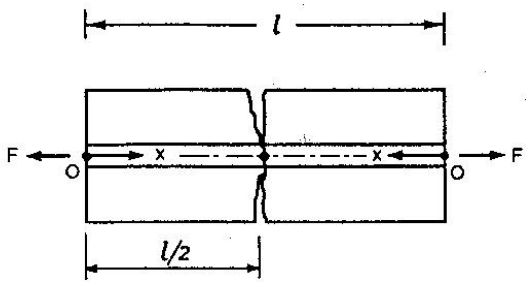
Στην περίπτωση (α), η παραμόρφωση του χάλυβα στο φορτιζόμενο άκρο που φέρνει το στοιχείο στα πρόθυρα της ρηγμάτωσης, είναι:

$$\varepsilon_{s_0 crack} = \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \cdot \varepsilon_{ct} \ . \tag{2.7}$$

Η συνθήκη

$$\varepsilon_{s_0 crack} \leq \varepsilon_{s_0 l} \ , \tag{2.8}$$

εγγυάται ότι η ρηγμάτωση, στο στοιχείο θα προκύψει, με την αύξηση του φορτίου, πριν το x_R φτάσει $l/2$.



Σχήμα 2.8 – Ρηγμάτωση ενός κοντού στοιχείου.

Σε αυτήν την περίπτωση η συμπεριφορά είναι ίδια με του μακρού στοιχείου έως την πρώτη ρηγμάτωση και το x_{Rcrack} δίδεται από τον τύπο

$$x_{Rcrack} = \frac{2}{1+\alpha} \cdot \left[(1+\xi) \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \gamma} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \varepsilon_{ct} \right]^{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}} \ . \tag{2.9}$$

Στην περίπτωση (β), όπου $\varepsilon_{s0l}>\varepsilon_{s0crack}$ η συμπεριφορά είναι ίδια με αυτή του κοντού στοιχείου, από την πρώτη ρηγμάτωση, που δημιουργεί μόνο μία ρωγμή, στη συμμετρική διατομή.

Μετά από το σχηματισμό της αρχικής πρώτης ρωγμής (ή ρωγμών), εμφανίζεται μια δεύτερη γενιά πρωτογενών ρωγμών, σε λίγο υψηλότερο επίπεδο φόρτισης. Πριν απ' αυτή τη δεύτερη γενιά ρηγμάτωσης, κάθε τμήμα είναι σε κατάσταση φόρτισης, όμοια με αυτή του αρχικού (αρηγμάτωτου) στοιχείου, αλλά με μικρότερο μήκος.

Ένα τμήμα που προέκυψε από την πρωταρχική ρηγμάτωση ενός μακρού στοιχείου, έχει μήκος l_p που ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$x_{Rcrack} \leq l_p < 2x_{Rcrack} \qquad (2.10)$$

Δεδομένου ότι το x_{Rcrack} δεν εξαρτάται από το μήκος του στοιχείου (εξίσωση 2.8), η τιμή του x_{Rcrack} σε σχέση με το τμήμα, δεν αλλάζει πια, ακόμα κι αν αυξηθεί το φορτίο. Συνεπώς, θεωρώντας ότι το ανώτατο όριο δίνεται στην εξίσωση 2.10:

$$x_{Rcrack} > \frac{l_p}{2} \qquad (2.11)$$

μπορεί να δηλωθεί ότι ένα μέρος που προέκυψε από την προηγούμενη ρηγμάτωση ενός «μακρού» στοιχείου, μπορεί να ραγίσει μόνο στη διατομή συμμετρίας του.

Αντιστρόφως, μετά από τη ρηγμάτωση στο μέσον ενός κοντού στοιχείου, τα δύο εναπομείναντα τμήματα έχουν προφανώς συμπεριφορά «κοντού στοιχείου», αφού το μήκος τους lp είναι μικρότερο από το μήκος x_{Rcrack}, το οποίο δεν εξαρτάται από το πραγματικό μήκος l του δομικού στοιχείου (εξίσωση 2.9).

Οι προηγούμενες εκτιμήσεις οδηγούν στο συμπέρασμα ότι υπό μονοτονικά αυξανόμενα φορτία, μετά από την πρώτη δημιουργία πρωτογενών ρωγμών, μπορούν να εμφανιστούν επιπλέον ρωγμές, μόνο με τη ρηγμάτωση του κάθε μέρους στη μέση του, με συνέπεια η απόσταση των πρωτογενών ρωγμών, να είναι τουλάχιστον δύο φορές μεγαλύτερη από το μήκος μεταφοράς της συνάφειας. Φυσικά αυτό ισχύει, με την προϋπόθεση ότι το υλικό είναι ομογενές, πράγμα που δεν συμβαίνει με το σκυρόδεμα, του οποίου οι φυσικές και μηχανικές ιδιότητες παρουσιάζουν μία καθόλου αμελητέα διάχυση.

2.3 Σταθεροποίηση ρηγμάτωσης

Η σταθεροποίηση της ρηγμάτωσης επιτυγχάνεται, όταν το μήκος ενός επιμέρους τμήματος δεν είναι πλέον επαρκές για να επιτρέψει στην παραμόρφωση του σκυροδέματος να φτάσει την τιμή αστοχίας σε εφελκυσμό ε_{ct} στο μεσαίο άνοιγμά του, οποιαδήποτε κι αν είναι η αύξηση της ε_{s0}.

Δεδομένου ότι η παραμόρφωση ε_{cmax} εξαρτάται από την ολίσθηση στο φορτιζόμενο άκρο s_0 (που είναι ο κύριος άγνωστος), η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των ρωγμών καθορίζεται με την ανάλυση της προοδευτικής ρηγμάτωσης του στοιχείου και την υποδιαίρεσή του σε μικρότερα μέρη.

Απ' την άλλη μεριά, λόγω της μεταβλητότητας της αντοχής εφελκυσμού κατά μήκος ενός εφελκυόμενου μέλους, δεν εμφανίζονται όλες οι ρωγμές στο ίδιο επίπεδο φορτίου (Επιτροπή ACI 224, 1986). Οι Clark και Spiers (1978) υπολόγισαν ότι η πρώτη σημαντική ρωγμή δημιουργείται στο 90% της μέσης αντοχής εφελκυσμού του σκυροδέματος και η τελευταία σημαντική ρωγμή στο 110% περίπου της μέσης αντοχής εφελκυσμού.

Επιπλέον, είναι γνωστό ότι η μονοαξονική αντοχή εφελκυσμού του σκυροδέματος επηρεάζεται από το μήκος του δοκιμίου (Kadlecek και Spetla; 1967; Komlos, 1969) και αυξάνεται όταν ο λόγος λυγιρότητας μειώνεται (Spetla και Kadlecek, 1966), εξ αιτίας της επίδρασης του μεγέθους (Walraven, 1995).

Επιπρόσθετες κύριες ρωγμές είναι πιθανό να δημιουργηθούν αργότερα, πριν φτάσουμε το φορτίο οριακής αντοχής (Broms και Lutz, 1965), έως ότου η απόσταση μεταξύ των ρωγμών γίνει περίπου η διπλάσια τους πάχους της επικάλυψης, το οποίο μετράται από το κέντρο της ράβδου οπλισμού.

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχουν στη βιβλιογραφία κι άλλες προσεγγίσεις, όσον αφορά τη μοντελοποίηση των ρωγμών σε ένα εφελκυόμενο στοιχείο, που βασίζονται (α) στα πεπερασμένα στοιχεία (Bresler και Bertero, 1968, Keuser και Mehlhom, 1987), (β) σε αναλυτικές εκφράσεις (Rehm, 1961 Edwards και Picard, 1972 Balazs, 1993), (γ) στην τμηματική γραμμικοποίηση της τοπικής σχέσης τάσης συνάφειας-ολίσθησης (Tassios και Yannopoulos, 1981 Lee και συνεργάτες, 1987 Yannopoulos και Tassios, 1991), και (δ) σε ειδικές συναρτήσεις που αντιπροσωπεύουν τη κατανομή τάσης συνάφειας-ολίσθησης (Somayaji και Shah, 1981).

2.4 Εφελκυστική Ακαμψία

Σε ένα στοιχείο οπλισμένου σκυροδέματος που υπόκειται σε εφελκυσμό, η δύναμη εφελκυσμού εξουδετερώνεται και από το χάλυβα οπλισμού και από το περιβάλλον σκυρόδεμα, καθώς οι τάσεις συνάφειας επιτρέπουν τη μεταφορά των δυνάμεων μεταξύ των ράβδων και του σκυροδέματος. Μόνο κατά μήκος μιας ρωγμής το φορτίο μεταφέρεται εξολοκλήρου από τον οπλισμό.

Συνεπώς οι παραμορφώσεις μίας ράβδου που είναι εμπηγμένη στο σκυρόδεμα, είναι μικρότερες από εκείνες που θα είχε μία ελεύθερη ράβδος σε όλα τα επίπεδα τάσης. Η μείωση της παραμόρφωσης του χάλυβα, εξαιτίας του σκυροδέματος, μπορεί να θεωρηθεί ως αύξηση της ακαμψίας του οπλισμού, σε σύγκριση με την ελεύθερη ράβδο. Επομένως, αυτό το φαινόμενο που είναι σχετικό με τη συνάφεια, καλείται «εφελκυστική ακαμψία» (π.χ. Giuriani, 1982).

Η συνολική επιμήκυνση μιας ελεύθερης ράβδου είναι:

$$\Delta l_0 = \varepsilon_{s_0} \cdot l \qquad (2.12)$$

Η συνολική επιμήκυνση μιας ράβδου εμπηγμένης σε ένα στοιχείο σκυροδέματος, που υπόκειται σε μονοαξονικό εφελκυσμό (Σχήμα 2.5) είναι:

$$\mathrm{I} = 2\int_0^{l/2} \varepsilon_s dx \qquad (2.13)$$

Χρησιμοποιώντας το παραπάνω αναλυτικό μοντέλο, η επιμήκυνση *Δl* εκφράζεται ως ακολούθως (Russo και Romano, 1992):

$$\Delta l = \frac{\xi \cdot \varepsilon_{s_0} \cdot l + 2 \cdot s_0}{1 + \xi} \qquad (2.14)$$

Ο συνολικός ισοδύναμος περιορισμός της ράβδου, εξαιτίας του σκυροδέματος *(Δlc)* είναι:

$$\Delta l_c = \Delta l_0 - \Delta l \qquad (2.15)$$

Ως εκ τούτου, η συμβολή του σκυροδέματος στην συνολική ακαμψία ενός στοιχείου, μπορεί να προσδιοριστεί (Bresler και Bertero, 1968) ως εξής:

$$\lambda = \frac{\Delta l_c}{\Delta l_0} \tag{2.16}$$

Η παράμετρος λ είναι δείκτης της αποτελεσματικότητας της εφελκυστικής ακαμψίας. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της λ, τόσο αποτελεσματικότερη γίνεται και η συνεισφορά του σκυροδέματος στην ακαμψία.

Οι εξισώσεις 2.12, 2.14, 2.15 βοηθούν στην έκφραση της λ βάσει της εξίσωσης 2.16:

$$\lambda = \frac{1}{1+\xi} \cdot \left(1 - \frac{2s_0}{\varepsilon_{s_0} \cdot l}\right) \tag{2.17}$$

Η εξίσωση 2.17 δείχνει ότι η αποτελεσματικότητα της εφελκυστικής ακαμψίας είναι: (α) μία φθίνουσα συνάρτηση του εύρους των κύριων ρωγμών ($w = 2\ s_0$, όπου s_0 είναι η ολίσθηση της ράβδου στο φορτιζόμενο άκρο), και (β) μιας αύξουσα συνάρτηση του μήκους του στοιχείου, αλλά και της πραγματικής παραμόρφωσης του χάλυβα στις ρηγματωμένες διατομές.

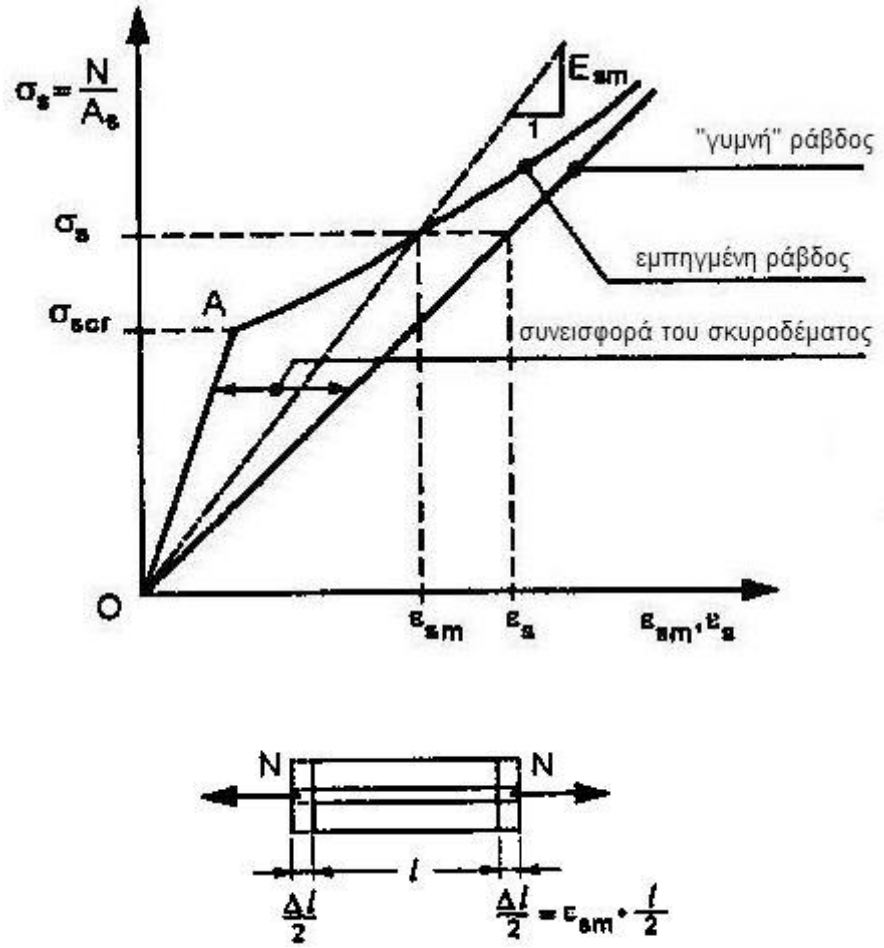
Η επίδραση της ακαμψίας του σκυροδέματος μεταξύ δύο συνεχόμενων ρωγμών, μπορεί επίσης να εξηγηθεί με την εξέταση της σχέσης μεταξύ του φορτίου και της μέσης παραμόρφωσης και στις δύο καταστάσεις ρηγμάτωσης (αρηγμάτωτο και ρηγματωμένο στάδιο). Ένα τυπικό διάγραμμα εφελκυστικής τάσης-παραμόρφωσης, παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.9, όπου ε_{sm} είναι η μέση παραμόρφωση του εμπηγμένου χάλυβα και σ_{scr} είναι η τάση του χάλυβα σε μια διατομή, όταν δημιουργείται μία κύρια ρωγμή (αρχικές ρωγμές).

Η σχετική ολίσθηση δεν λαμβάνεται υπόψη στο αρηγμάτωτο στάδιο (αρχικός γραμμικός κλάδος μέχρι την πρώτη ρωγμή), όπου η εφελκυστική δύναμη μεταφέρεται εν μέρει στον οπλισμό και εν μέρει στο σκυρόδεμα, ανάλογα με την ακαμψία τους.

Και η ολίσθηση και οι κύριες ρωγμές εισάγονται έμμεσα (μέσω της επάλειψης) στον μετέπειτα μη-γραμμικό κλάδο. Αρχίζοντας από το σημείο A, μπορεί να αναπτυχθεί μια σχέση μεταξύ της τάσης του χάλυβα και της μέσης παραμόρφωσης του εμπηγμένου οπλισμού ε_{sm} (η οποία ισούται με τη μέση παραμόρφωση του στοιχείου ε_{cm}), ως:

$$\sigma_s = \mathrm{E}_{sef} \cdot \varepsilon_{sm} \tag{2.18}$$

όπου E_{sef} είναι το ενεργό μέτρο ελαστικότητας της χαλύβδινης ράβδου (Σχήμα 2.9).



Σχήμα. 2.9 – Εφελκυστική ακαμψία: εφελκυστική τάση σε σχέση με τη (μέση) εφελκυστική παραμόρφωση.

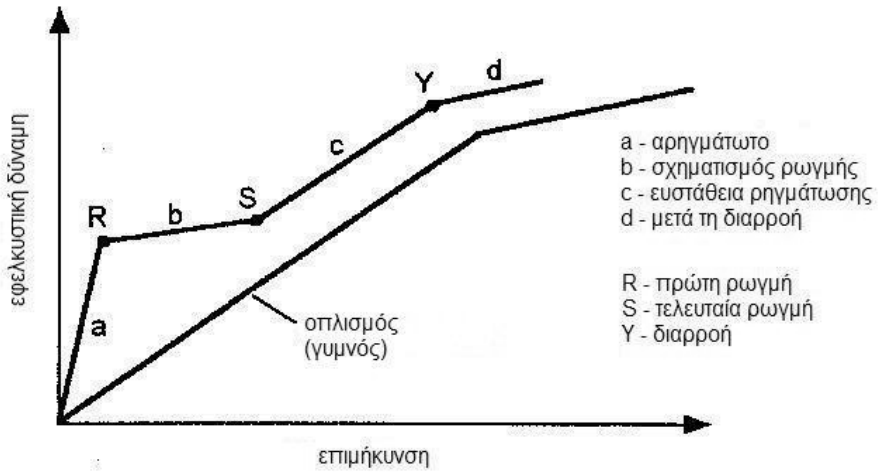
Διάφορες μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον καθορισμό του ε_{sm}. Ο Ευρωκώδικας 2 (1991) δίνει:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{\mathrm{E}_s} \cdot \left[1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{scr}}{\sigma_s} \right)^2 \right], \tag{2.19}$$

όπου β_1 και β_2 λαμβάνουν υπόψη τα χαρακτηριστικά της συνάφειας ($\beta_1=1$ για τις ράβδους με νευρώσεις, $=0.5$ για τις λείες ράβδους) και την φύση της φόρτισης ($\beta_2=1$ για βραχυπρόθεσμα φορτία, $= 0.5$ για φόρτιση μακράς διάρκειας ή επαναλαμβανόμενα φορτία).

Από τις εξισώσεις 2.18 και 2.19 έχουμε:

$$E_{sef} = \frac{E_s}{1-\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{scr}}{\sigma_s}\right)^2} \quad . \qquad (2.20)$$



Σχήμα 2.10 - Εξιδανικευμένη συμπεριφορά ενός στοιχείου οπλισμένου σκυροδέματος που υπόκειται σε εφελκυσμό (ceb-FIP 90, 1993, Shima και συνεργάτες, 1987β).

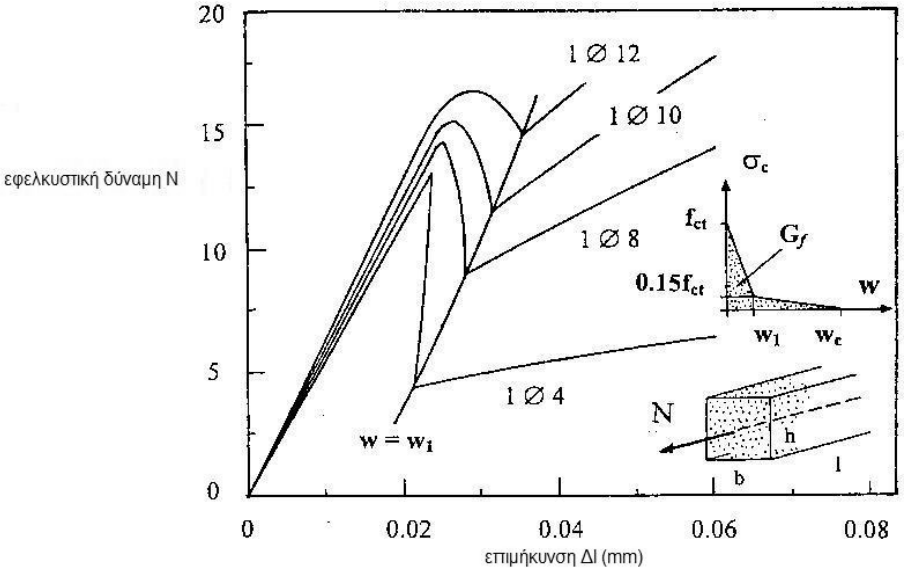
Ο κανονισμός CEB-FIP 90 (1993) ορίζει τα ακόλουθα στάδια: αρηγμάτωτο σκυρόδεμα, σχηματισμός ρηγμάτωσης, σταθεροποιημένη ρηγμάτωση (στο οποίο πραγματοποιείται μόνο διεύρυνση των ρωγμών) και μετα-ελαστικό στάδιο, Σχήμα 2.10. Αντίστοιχα, έχει προταθεί μια τροποποιημένη σχέση τάσης-παραμόρφωσης *(σ_s-ε_{sm})* του εμπηγμένου οπλισμού (Σχήμα 2.10), για τη μοντελοποίηση της επίδρασης της εφελκυστικής ακαμψίας.

Η μετάβαση από το στάδιο προ-ρηγμάτωσης (α) στο μετα-ρηγματωμένο στάδιο (β) έχει ερευνηθεί πρόσφατα από τον Fantilli και τους συνεργάτες του (1998α), οι οποίοι έστρεψαν τη προσοχή τους στον κατιόντα κλάδο μετά την πρώτη ρηγμάτωση (Σχήμα 2.11), λαμβάνοντας υπόψη τις τάσεις συνοχής στο ρηγματωμένο σκυρόδεμα. Αποδείχθηκε ότι, όσο μικρότερη είναι η διάμετρος της ράβδου, τόσο πιο απότομη κλίση έχει ο κατιών κλάδος. Οι συγγραφείς

πρότειναν επίσης ένα ελάχιστο ποσοστό οπλισμού *(ρ_{min})* προκειμένου όχι μόνο να αποφευχθούν ψαθυρές αστοχίες, αλλά επίσης, να περιοριστεί και το εύρος των ρωγμών στην κατάσταση λειτουργικότητας.

Εναλλακτικά, η Επιτροπή ACI 224 (1986) εισήγαγε την ενεργή ακαμψία ενός στοιχείου οπλισμένου σκυροδέματος, σε σχέση με το μέτρο ελαστικότητας και την ενεργή (μειωμένη) διατομή. Αυτή η προσέγγιση είναι όμοια με αυτή της «ενεργής ροπής αδράνειας», που υιοθετήθηκε από την ACI για την εκτίμηση των βυθίσεων στα στοιχεία οπλισμένου σκυροδέματος.

Η επίδραση που έχει η απόσχιση του σκυροδέματος στην εφελκυστική ακαμψία των στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος, ερευνήθηκε επίσης από τους Abrishami και Mitchell (1996). Αποδείχθηκε ότι οι επιδράσεις αυτές είναι σημαντικές, και προτάθηκε μία μέθοδος μοντελοποίησης της εφελκυστικής ακαμψίας, με την παρουσία εγκάρσιων ρωγμών και ρωγμών απόσχισης.



Σχήμα 2.11 - Μοντελοποίηση του κατιόντος κλάδου στα ελαφρώς οπλισμένα στοιχεία υπό εφελκυσμό (Fantilli και συνεργάτες, 1998 α, β). fc = 29.6 MPa, fct= 2.15 MPa, Gf= 64.1 N/m, wl = 0.037 mm, wc= 0.148 mm, Ec = 28000 Mpa, μέγεθος στοιχείου: b x h x l = 50 x 50 x 300 mm, οπλισμός, 1 ράβδος φ 4-12 mm.

Όσον αφορά την κάμψη, τα αποτελέσματα που ελήφθησαν από τα πειράματα και τη μοντελοποίηση των στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος υπό εφελκυσμό, επεκτάθηκαν

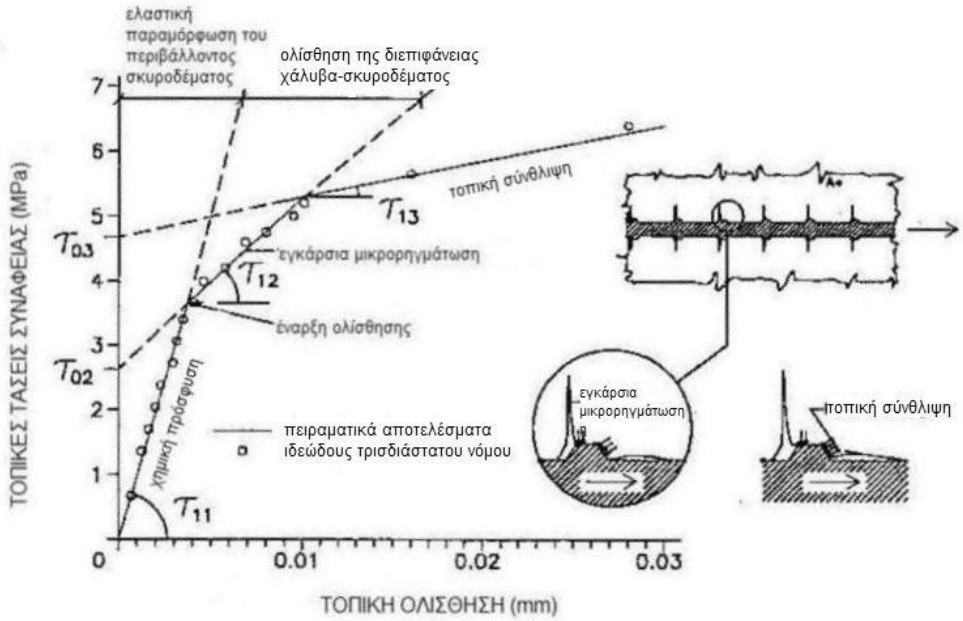
πρόσφατα και στα καμπτόμενα στοιχεία, με την επιβολή της συμβιβαστότητας των παραμορφώσεων και της ισορροπίας σε όλες τις διατομές ενός τμήματος, το οποίο βρίσκεται ανάμεσα σε δύο συνεχόμενες καμπτικές ρωγμές, υποθέτοντας ότι το άκρο της ρωγμής βρίσκεται στον ουδέτερο άξονα. Με αυτήν την υπόθεση προκύπτουν τα διαγράμματα των τοπικών και μέσων ροπών-καμπυλοτήτων, μπορώντας έτσι να υπολογίσουμε τις παραμορφώσεις των δοκών οπλισμένου σκυροδέματος (Fantilli και συνεργάτες, 1998β).

Τέλος, ο Eligehausen και οι συνεργάτες του (1998) ερεύνησαν αριθμητικά τη συμβολή του σκυροδέματος μεταξύ των ρωγμών, όταν ο οπλισμός καταπονείται πέραν του ορίου διαρροής, στις ρηγματωμένες διατομές. Η μελέτη αυτή έδειξε ότι, σε σχετικά χαμηλές τιμές της παραμόρφωσης του χάλυβα της ρηγματωμένης διατομής (1-3%), ο λόγος μεταξύ της μέσης παραμόρφωσης του χάλυβα και αυτής της ρηγματωμένης διατομής, είναι μάλλον μικρός, καθώς η συνάφεια παραμένει αποτελεσματική, ακόμα και μετά τη διαρροή της ράβδου στη ρωγμή. Υπό αυτές τις συνθήκες, η συνεισφορά της ακαμψίας του σκυροδέματος μεταξύ των ρωγμών, περιορίζει σημαντικά την ικανότητα στροφής των πλαστικών αρθρώσεων, εις βάρος της δομικής ολκιμότητας. Επομένως, η καλή συνάφεια – μολονότι είναι ικανοποιητική στο στάδιο λειτουργικότητας (μικρό εύρος ρωγμών) – μπορεί να αποδειχθεί δυσμενής στο στάδιο οριακής κατάστασης, μετά τη διαρροή του χάλυβα. Εντούτοις, για υψηλότερες τιμές παραμόρφωσης του χάλυβα στις ρηγματωμένες διατομές (>5%), εξαιτίας των συνδυασμένων επιδράσεων της κράτυνσης του χάλυβα και της υποβάθμισης της συνάφειας, η εφελκυστική ακαμψία μειώνεται, προς όφελος της δομικής ολκιμότητας.

3. Η ΑΠΟΣΧΙΣΗ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΣΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

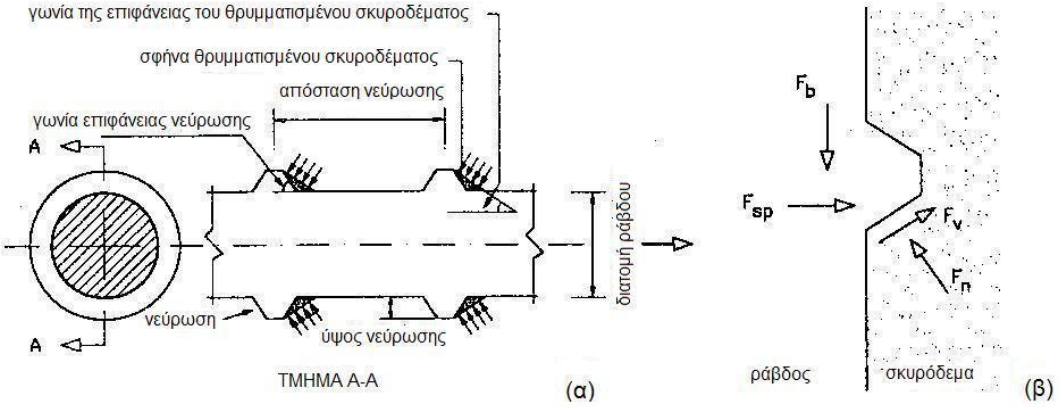
3.1 Μερική και ολική απόσχιση

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην ενότητα 1.1, η συμπεριφορά της συνάφειας εξαρτάται από πολλά και στενά συνδεδεμένα μεταξύ τους φαινόμενα, που εμφανίζονται γύρω από μία ράβδο με νευρώσεις που είναι αγκυρωμένη στο σκυρόδεμα. Μεταξύ αυτών των φαινομένων, τα παρακάτω είναι ιδιαίτερα σημαντικά: (1) εγκάρσιες μικρορωγμές που αναπτύσσονται στην αρχική φάση φόρτισης (Goto, 1971). (2) Τοπική σύνθλιψη του πορώδους στρώματος σκυροδέματος γύρω από την νεύρωση (Giuriani, 1981), η οποία ευθύνεται για το μεγαλύτερο ποσοστό της ολίσθησης μετά την αστοχία της χημικής πρόσφυσης (Σχήματα 3.1 και 3.2α). (3) Απόσχιση του περιβάλλοντος σκυροδέματος όταν οι ακτινικές τάσεις, που προκαλούνται από τη δράση βλήτρου των νευρώσεων, υπερβούν την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος (Σχήμα 3.3).



Σχήμα 3.1 – Τοπικός νόμος τάσης συνάφειας-ολίσθησης: ο ρόλος της ακτινικής μικροργηγμάτωσης και της τοπικής σύνθλιψης (Giuriani, 1981). Σε αυτό το σχήμα, η ολίσθηση αναφέρεται στην σχετική μετατόπιση μεταξύ της ράβδου και του προκαθορισμένου σημείου Α στο σκυρόδεμα, που δεν επηρεάζεται από τη ράβδο.

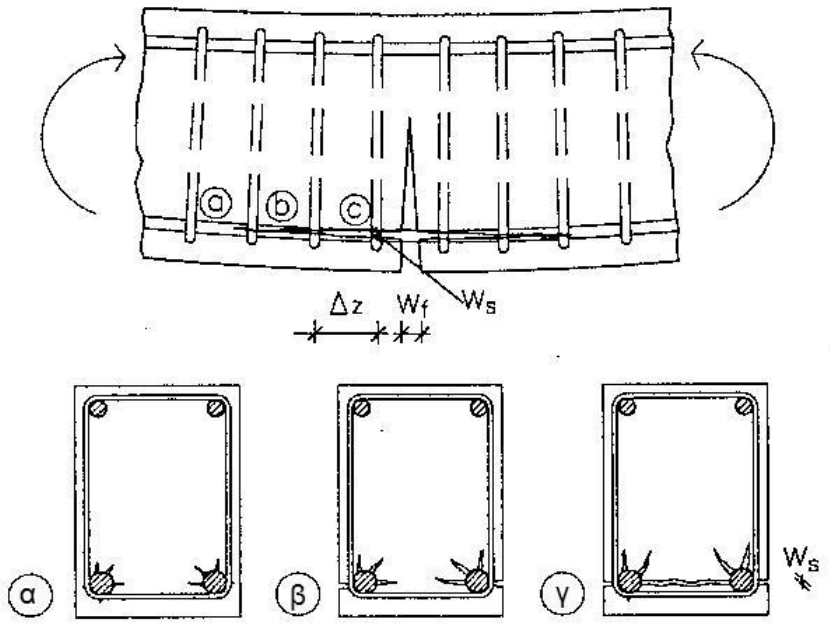
Τα φαινόμενα που περιγράφτηκαν παραπάνω, μπορεί να έχουν διαφορετική συμπεριφορά και εξαρτώνται κυρίως από τη διάμετρο της αγκυρωμένης ράβδου. Συγκεκριμένα, για ράβδους μικρής διαμέτρου *(φ < 12-14 mm)* και συνήθεις τιμές ολίσθησης *(s < 0.2 mm),* το μεγαλύτερο μέρος της ολίσθησης οφείλεται στην τοπική σύνθλιψη του πορώδους στρώματος του σκυροδέματος, μπροστά από κάθε νεύρωση (Giuiriani, 1981). Συνεπώς, ο νόμος τάσης συνάφειας-ολίσθησης εξαρτάται κυρίως από τις μηχανικές ιδιότητες του σκυροδέματος, και ιδιαίτερα από την σκληρότητα αυτού του στρώματος. Για ράβδους μεγαλύτερης διαμέτρου και υψηλότερες τιμές ολίσθησης, οι ρωγμές απόσχισης μεταδίδονται κατά μήκος της επικάλυψης του σκυροδέματος και ο νόμος τάσης συνάφειας ολίσθησης εξαρτάται σημαντικά από την περίσφιξη. Στην περίπτωση των δοκών, οι ρωγμές απόσχισης ξεκινούν από τις ρωγμές κάμψης, όπου η ολίσθηση μεταξύ ράβδου και σκυροδέματος φτάνει τη μέγιστη τιμή της και διαδίδονται κατά μήκος της αγκυρωμένης ράβδου (Plizzari και συνεργάτες, 1996α, Σχήμα 3.3).



Σχήμα 3.2 - Δράση βλήτρου των νευρώσεων μιας παραμορφωμένης ράβδου, όπως προτείνεται από τους (α) Tepfers (1979) και (β) Cairns και Jones (1995α).

Το τασικό πεδίο στο περιβάλλον σκυρόδεμα και η παρουσία απόσχισης, μπορούν να εξηγήσουν τις ασυμφωνίες μεταξύ των πειραματικών σχέσεων τάσης-ολίσθησης, που προκύπτουν από διάφορους ερευνητές. Για παράδειγμα, μια πιο άκαμπτη συμπεριφορά βρέθηκε στην περιοχή του μεσαίου ανοίγματος στοιχείων υπό εφελκυσμό (Nilson, 1972; Tassios και Koroneos; 1984 Jiang και συνεργάτες, 1984) και στα άκρα των ράβδων σε δοκιμές εξόλκευσης (Lahnert και συνεργάτες, 1986). Εάν ληφθεί υπόψη το άνοιγμα των ρωγμών απόσχισης, ο τοπικός νόμος τάσης συνάφειας-ολίσθησης, αποδεικνύεται ανεξάρτητος από τη

θέση της διατομής κατά μήκος της ράβδου, όπως στις αρηγμάτωτες ή στις μικρορηγματωμένες περιοχές (Gambarova και Giuriani, 1985).



Σχήμα 3.3 – Μετάδοση ρωγμής απόσχισης σε μία αγκύρωση: (α) αρχή, (β) μερική μετάδοση, και (γ) πλήρης μετάδοση (Giuriani και συνεργάτες, 1991).

Προκειμένου να ελεγχθεί η απόσχιση και να βελτιωθεί η ακαμψία και η αντοχή της συνάφειας, χρειάζεται μία δράση περίσφιξης κατά μήκος της αγκυρωμένης ράβδου, ώστε να εξισορροπιστεί η ακτινική πίεση, που προκαλείται από τις νευρώσεις. Στην αρχή, αυτή η δράση περίσφιξης παρέχεται από την εφελκυστική αντοχή του αρηγμάτωτου μέρους του περιβάλλοντος σκυροδέματος (Tepfers, 1973, Reinhardt και van der Veen, 1990, Balaguru και συνεργάτες, 1995), και από τις τάσεις συνοχής μεταξύ των επιφανειών των λεπτών ρωγμών απόσχισης (Plizzari και συνεργάτες, 1987). Όταν οι ρωγμές απόσχισης διαδοθούν και το εύρος τους αυξηθεί, θα πρέπει να παρασχεθεί επιπλέον δράση περίσφιξης από τον εγκάρσιο οπλισμό (Tepfers, 1973 Orangun και συνεργάτες, 1977 Morita και Fujii, 1982, Eligehausen και συνεργάτες, 1983). Εκτός από τις δύο προαναφερόμενες παθητικές δυνάμεις περίσφιξης, οι ενεργητικές δυνάμεις περίσφιξης (όπως μία εγκάρσια πίεση), βοηθούν στην βελτίωση της συνάφειας (Untrauer και Henry, 1965, Robins και Standish, 1984, Schmidt-Thrö και συνεργάτες, 1988, Modena και συνεργάτες, 1988, Ma1var, 1991).

Η δράση περίσφιξης επηρεάζει επίσης τον τρόπο αστοχίας της συνάφειας. Εάν η δράση περίσφιξης δεν είναι επαρκής, οι ρωγμές απόσχισης αναπτύσσονται απότομα κατά μήκος των

αγκυρωμένων ράβδων και μέχρι την επικάλυψη και έτσι μπορεί να συμβεί ξαφνική αστοχία της συνάφειας (αστοχία απόσχισης: Tepfers, 1973, Ferguson, 1977, Morita και Kaku, 1979, Σχήμα 1.1.4γ). Διαφορετικά, η τάση συνάφειας αυξάνει μέχρι και την θλιπτική αστοχία των τμημάτων του σκυροδέματος μεταξύ των νευρώσεων (αστοχία εξόλκευσης, Σχήματα 1.1.4α, β, Plizzari και Schumm, 1990).

3.2 Τοπικές σχέσεις τάσης-συνάφειας-ολίσθησης

Ο Rehm (1961) έδειξε ότι κατά μήκος μιας φορτιζόμενης ράβδου οπλισμού εμφανίζεται ολίσθηση και ότι η προκαλούμενη συνάφεια, είναι συνάρτηση της ολίσθησης.

Η τοπική συμπεριφορά συνάφειας έχει συχνά περιγραφεί ως τάση διάτμησης μεταξύ της επιφάνειας της ράβδου οπλισμού και του περιβάλλοντος σκυροδέματος (CEB, 1982), αλλά μια λεπτομερής μοντελοποίηση θα πρέπει να λάβει, επίσης, υπόψη της την απόσχιση, που σχετίζεται με τη δράση βλήτρου των νευρώσεων.

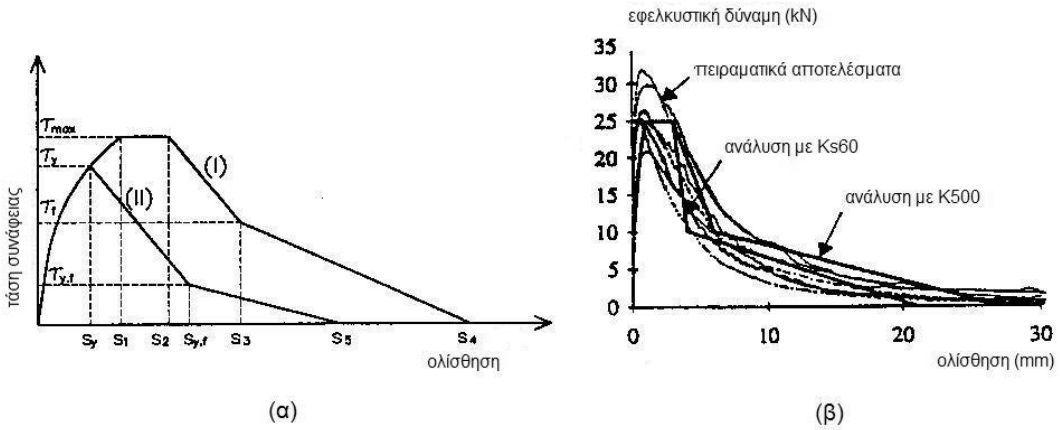
Μεταξύ των σχέσεων τάσης συνάφειας-ολίσθησης, αξίζει να υπενθυμίσουμε ότι το μοντέλο, που προτείνεται από τους Eligehausen, Bertero και Popov (1983, Σχήμα 1.4), καθώς επίσης και το σχετικό μοντέλο που υιοθετείται από το CEB-FIP MC90 (1993), διακρίνουν τις περιπτώσεις του μη περισφιγμένου σκυροδέματος (αστοχία απόσχισης) και του περισφιγμένου σκυροδέματος (αστοχία εξόλκευσης). Μετά από πολλές δοκιμές εξόλκευσης σε ράβδους με νευρώσεις *(φ = 25.4mm)* με εγκάρσιο οπλισμό και θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος $f_c \approx 30MPa$, οι ερευνητές διαπίστωσαν ότι:

- τα δοκίμια χωρίς εγκάρσιο οπλισμό αστοχούν από απόσχιση του σκυροδέματος σε ένα επίπεδο που περιλαμβάνει τον άξονα της ράβδου,
- η συνάφεια μπορεί να βελτιωθεί ελαφρά, αυξάνοντας την καθαρή απόσταση μεταξύ των ράβδων,
- για αυξανόμενες τιμές εγκάρσιας πίεσης, αυξάνεται και η ακαμψία της συνάφειας και η αντοχή της συνάφειας.

Τα παραπάνω τρία σημεία υπογραμμίζουν και πάλι την επίδραση της δράσης περίσφιξης.

Το σκυρόδεμα θεωρείται μη περισφιγμένο από την επιτροπή MC90, όταν υιοθετούνται η ελάχιστη επικάλυψη αυτού *(c=φ)* και η ελάχιστη συνολική διατομή συνδετήρων (δίτμητοι), σε μήκος ίσο με το μήκος της αγκύρωσης ($A_{st,min}=0.25\ n\ A_s$, όπου n είναι ο αριθμός των αγκυρωμένων ράβδων που περικλείονται από τους συνδετήρες και A_s είναι η διατομή μιας ράβδου).

Το σκυρόδεμα θεωρείται καλά περισφιγμένο, όταν η επικάλυψη c και η καθαρή απόσταση α είναι αρκετά μεγάλες *(c ≥ 5φ, α ≥ 10φ)*, ή όταν ο εγκάρσιος οπλισμός είναι τοποθετημένος σε πολύ κοντινά διαστήματα και διαθέτει μία επαρκώς μεγάλη συνολική διατομή *($A_{st}=nA_s$)*, ή όταν υπάρχει μια υψηλή εγκάρσια πίεση *(p ≥ 7.5MPa)*. Για τις ενδιάμεσες τιμές του εγκάρσιου οπλισμού και της εγκάρσιας πίεσης, η επιτροπή MC90 προβλέπει ότι οι τιμές για s_1, s_3, τ_{max} $(=\tau_1)$ και τ_f μπορούν να παρεμβάλλονται γραμμικά μεταξύ των τιμών του μη περισφιγμένου και του περισφιγμένου σκυροδέματος (Σχήμα 1.4). Εάν υπάρχει και εγκάρσιος οπλισμός και εγκάρσια πίεση, μπορούν να προστεθούν οι επιδράσεις τους.



Σχήμα 3.4 – Μοντέλο τοπικής τάσης συνάφειας-ολίσθησης, που προτείνεται από τους Huang, Engstrom και Magnusson (1996) για ράβδους με νευρώσεις σε καλά περισφιγμένο σκυρόδεμα: (I) χαλύβδινη ράβδος στην ελαστική περιοχή, (II) χαλύβδινη ράβδος στην πλαστική περιοχή (α). Προσαρμογή των πειραματικών αποτελεσμάτων για σκυρόδεμα κανονικής αντοχής (β).

Προκειμένου να ληφθεί υπόψη η επίδραση της διαρροής της ράβδου και σε σχέση με το καλά περισφιγμένο σκυρόδεμα, ο Engstrom και οι συνεργάτες του (Huang και συνεργάτες, 1996) πρόσφατα πρότειναν ένα μοντέλο συνάφειας, παρόμοιο με το μοντέλο MC90, που περιέχει έναν φθίνοντα κλάδο (Σχήμα 3.4α,I). Το μοντέλο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για σκυρόδεμα κανονικής αντοχής (NSC) καθώς επίσης και για υψηλής αντοχής σκυρόδεμα (HSC), υιοθετώντας διαφορετικές τιμές ολίσθησης για τα χαρακτηριστικά σημεία του. Η συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα και για το σκυρόδεμα κανονικής αντοχής, αλλά και για το σκυρόδεμα υψηλής αντοχής, είναι αρκετά ικανοποιητική (Σχήμα 3.4β).

Για καλές συνθήκες συνάφειας, οι συγγραφείς πρότειναν τις ακόλουθες τιμές για τις διάφορες παραμέτρους:

- Σκυρόδεμα κανονικής αντοχής

  $s_1 = 1.0\ mm$, $s_2 = 3.0\ mm$, s_3 = καθαρό διάστημα μεταξύ νευρώσεων $s_4 = 3\ s_3$,

  $\tau_{max} = 0.45\ f_{cm}$, $\tau_f = 0.4$, τ_{max}, $\alpha = 0.4$

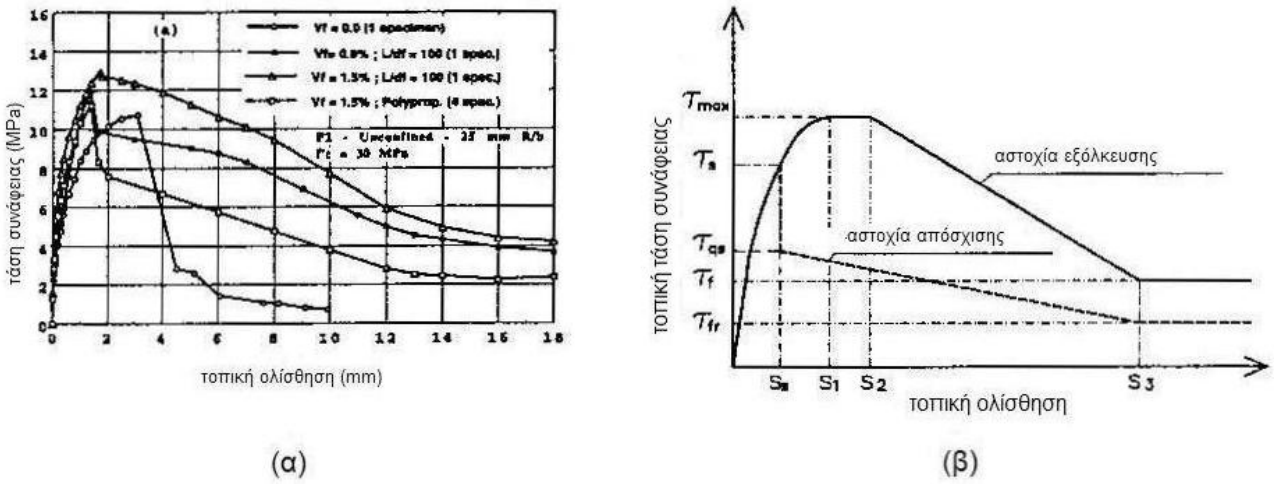
- Σκυρόδεμα υψηλής αντοχής

  $s_1 = 0.5\ mm$, $s_2 = 1.5\ mm$, s_3 = καθαρό διάστημα μεταξύ νευρώσεων, $s_4 = 3\ s_3$,

  $\tau_{max} = 0.45\ f_{cm}$, $\tau_f = 0.4$, τ_{max}, $\alpha = 0.3$

Μία γραμμική σχέση μεταξύ της συνάφειας και της θλιπτικής αντοχής για σκυρόδεμα υψηλής αντοχής, προτάθηκε από τους συγγραφείς που υποστηρίζουν ότι το μοντέλο MC90 υποεκτιμά σημαντικά την ικανότητα συνάφειας στην περίπτωση του σκυροδέματος υψηλής αντοχής.

Ο Gambarova και οι συνεργάτες του (Gambarova και Karakoç; 1982, Gambarova και συνεργάτες, 1989; Gambarova και Rosati, 1996) προσδιόρισαν εμπειρικές σχέσεις μεταξύ της τάσης συνάφειας *(τ)* και της ολίσθησης της ράβδου οπλισμού *(s)* από δοκίμια εξόλκευσης με μία προσχηματισμένη ρωγμή απόσχισης, της οποίας το εύρος διατηρήθηκε σταθερό κατά τη διάρκεια κάθε δοκιμής εξόλκευσης (τέσσερις διαφορετικές τιμές).



Σχήμα 3.5 - Καμπύλες τάσης συνάφειας-ολίσθησης από τον Harajli και τους συνεργάτες του (1995): (α) δοκιμές εξόλκευσης σε ράβδους με νευρώσεις, εμπηγμένες σε ινοπλισμένο σκυρόδεμα και (β) διάφορα προτεινόμενα μοντέλα για αστοχίες εξόλκευσης και απόσχισης.

Όσον αφορά το φαινόμενο Poisson, ο ρόλος του τείνει να αυξάνεται σε μία ράβδο με νευρώσεις, μετά την διάτμηση των τμημάτων του σκυροδέματος μεταξύ των νευρώσεων, επειδή η περιορισμένη τραχύτητα του επιπέδου ολίσθησης τείνει να αντισταθμιστεί από την πλευρική συστολή της ράβδου. Επιπλέον, όταν η παραμόρφωση του χάλυβα υπερβαίνει την

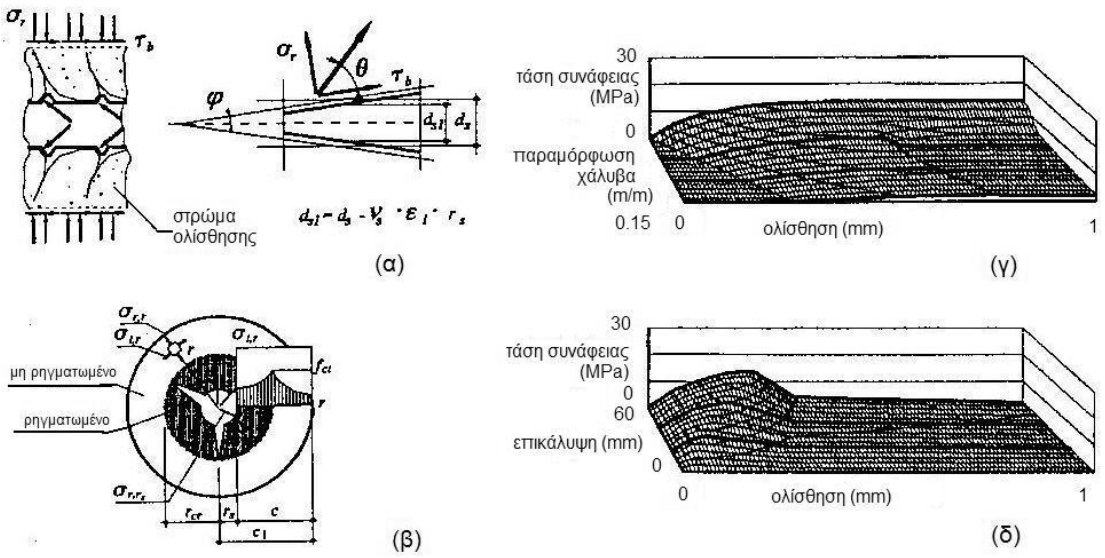
παραμόρφωση διαρροής, η πλευρική συστολή της ράβδου επηρεάζει τους μηχανισμούς τριβής, δεδομένου ότι αναμένεται μία μείωση της αλληλεμπλοκής μεταξύ των χαλύβδινων νευρώσεων και του σκυροδέματος. Ο Shima και οι συνεργάτες του (1987), ο Engstrom (1992) και ο Bigaj (1995) διαπίστωσαν ότι η τάση συνάφειας μειώνεται σημαντικά μετά τη διαρροή του χάλυβα. Όταν η παραμόρφωση του χάλυβα υπερβεί την παραμόρφωση διαρροής, ο κατιών κλάδος (ΙΙ), που φαίνεται στο Σχήμα 3.4α, αντιπροσωπεύει την πρόταση του Engstrom για σκυρόδεμα κανονικής αντοχής, με $s_{yf} = s_y + 2.5\ mm$, $s_5 = 2\ s_3$ και $\tau_{yf} = 0.2\ \tau_{max}$.

Όσον αφορά τον οπλισμό ινών, μία πειραματική μελέτη των Elzedin και Balaguru (1989) δείχνει ότι οι ίνες βελτιώνουν την αντοχή της συνάφειας μιας ράβδου με νευρώσεις, μετά την ανάπτυξη των ρωγμών απόσχισης και οδηγούν σε πολύ μεγαλύτερη αντοχή συνάφειας στην περίπτωση ανακυκλιζόμενης φόρτισης, σε σύγκριση με το απλό σκυρόδεμα. Ο Harajli και οι συνεργάτες του (1995) παρατήρησαν επίσης ότι η τοπική συμπεριφορά της συνάφειας πριν την απόσχιση του σκυροδέματος δεν επηρεάζεται από τον οπλισμό ινών. Μετά την απόσχιση του σκυροδέματος, η τάση συνάφειας μειώνεται απότομα στην αρχή και έπειτα συνεχίζει να μειώνεται σχεδόν γραμμικά. Το τελευταίο τμήμα της τοπικής σχέσης συνάφειας-ολίσθησης χαρακτηρίζεται από μία συνεχή τάση συνάφειας, όπως έχει ήδη παρατηρηθεί στο απλό σκυρόδεμα (Σχήμα 3.5α). Στο Σχήμα 3.5β φαίνεται ένα απλό μοντέλο για την τοπική σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης που προτάθηκε, το οποίο λαμβάνει υπόψη του και την αστοχία εξόλκευσης και την αστοχία απόσχισης, καθώς επίσης με τις πιο σημαντικές παραμέτρους που επηρεάζουν τη συμπεριφορά της συνάφειας στο ινοπλισμένο σκυρόδεμα.

3.3 Μοντέλα που βασίζονται στις επιδράσεις του εγκάρσιου οπλισμού και της περίσφιξης του σκυροδέματος

Μπορούν να αναπτυχθούν διάφορες θεωρητικές εκφράσεις για την αντοχή συνάφειας των ράβδων με νευρώσεις, εξισώνοντας τη δύναμη ώθησης που παράγεται από τη δράση της συνάφειας με την αντοχή απόσχισης της διατομής του σκυροδέματος (μαζί με τον τυχόν οπλισμό περίσφιξης). Η πλειοψηφία των ερευνητικών προσπαθειών έχει κατεύθυνση προς την πλευρά της εξίσωσης που αφορά την αντοχή απόσχισης. Σημαντική εργασία έχει γίνει από τους Ferguson και Briceno (1969), τον Tepfers (1973), και πολλούς άλλους ερευνητές, και υπάρχει ένας αξιόλογος αριθμός πειραματικών δεδομένων για μια ποικιλία αγκυρώσεων ματισμάτων και αγκυρώσεων μεμονομένης ράβδου. Τα αποτελέσματα αυτών των ερευνών έχουν πια ενσωματωθεί στους αντίστοιχους Κώδικες.

Η διερεύνηση της σχέσεως μεταξύ της τάσης συνάφειας και της δύναμης ώθησης, που παράγεται από τη δράση συνάφειας, δεν έχει μελετηθεί αρκετά. Έχει γενικότερα υποτεθεί ότι η συνάφεια παράγει μία ακτινική τάση *(σ_n ή σ_r)*, ανάλογη σε μέγεθος με την τάση συνάφειας: $\sigma_n = k\ \tau_b$. Επιπλέον, συχνά θεωρείται ότι αυτή η ακτινική τάση διανέμεται ομοιόμορφα κατά μήκος της διεπιφάνειας, σαν μία υδραυλική πίεση (ανάλογο υδραυλικής πίεσης). Αυτή η υπόθεση αγνοεί τις πειραματικές αποδείξεις, ότι οι ράβδοι με διάφορες γεωμετρίες ραβδώσεων, αναπτύσσουν διαφορετικές αντοχές συνάφειας σε κατά τα άλλα πανομοιότυπες συνθήκες και ότι αυτές οι γεωμετρικές ιδιότητες των νευρώσεων θα πρέπει ως εκ τούτου να επηρεάζουν την σχέση μεταξύ συνάφειας και δύναμης ώθησης (Cairns και Jones, 1995β). Αναγνωρίζεται επίσης ότι η κατάσταση της επιφάνειας μίας ράβδου μπορεί να επηρεάζει την αντοχή της συνάφειας, ένα στοιχείο που και αυτό παραμερίζεται από το ανάλογο «υδραυλικής πίεσης».



Σχήμα 3.6 – Κωνική ράβδος, που προσομοιώνει τη δράση βλήτρου μιας ράβδου με νευρώσεις (α). Μερικώς ρηγματωμένος κύλινδρος πυκνών τοιχωμάτων. (β) Σχέση τάση συνάφειας-ολίσθησης σε μία δοκιμή εξόλκευσης αστοχία εξόλκευσης. (γ) Αστοχία απόσχισης (δ) σε σκυρόδεμα κανονικής αντοχής από τους Den Uijl και Bigaj (1996).

Σαφώς, και οι δύο πλευρές της εξίσωσης ισορροπίας θα πρέπει να θεωρηθούν σε ίσο μήκος για να έχουμε μία ισορροπημένη ανάλυση της αντοχής συνάφειας.

Μία λογική προσέγγιση της διερεύνησης της τοπικής συμπεριφοράς της συνάφειας, θα πρέπει επίσης να λάβει υπ' όψιν της το άνοιγμα των ρωγμών απόσχισης, το οποίο σχετίζεται

με την δράση περίσφιξης που υπάρχει κατά μήκος της ράβδου (Gambarova και Giuriani, 1985).

Οι Den Uijl και Bigaj (1996), πρότειναν πρόσφατα ένα μοντέλο τοπικής συνάφειας, βασισμένο στη δράση περίσφιξης αποσχισμένου σκυροδέματος και στα πλαίσια προσέγγισης της μηχανικής των θραύσεων, για σκυρόδεμα κανονικής αντοχής και για σκυρόδεμα υψηλής αντοχής. Η δράση βλήτρου της χαλύβδινης ράβδου, μοντελοποιείται δίνοντας στην ράβδο κωνική μορφή (Σχήμα 3.6α). Συνεπώς, η ακτινική μετατόπιση του σκυροδέματος, στη διεπιφάνεια με την ράβδο, μπορεί εύκολα να εκφραστεί ως μία συνάρτηση της σχετικής ολίσθησης, και η σχέση μεταξύ της ακτινικής τάσης στο εμπηγμένο μήκος και της ακτινικής μετατόπισης, μπορεί να υπολογισθεί με βάση της θεωρίας του κυλίνδρου χονδρών τοιχωμάτων (Σχήμα 3.6β). Επιπλέον, αυτό το μοντέλο περιγράφει και την αστοχία εξόλκευσης (Σχήμα 3.6γ) και την αστοχία απόσχισης(Σχήμα 3.6δ) και επίσης εισάγει τις επιδράσεις της διαρροής της ράβδου. Η συνεισφορά του εγκάρσιου οπλισμού και της εξωτερικής πίεσης δεν λαμβάνονται υπόψη. Η συμφωνία των πειραματικών αποτελεσμάτων για σκυρόδεμα κανονικής αντοχής και για σκυρόδεμα υψηλής αντοχής, ήταν ιδιαίτερα επιτυχής (Bigaj και συνεργάτες, 1996), όσο αφορά την παραμόρφωση του χάλυβα και τη σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης (Σχήμα 3.7).

Το μοντέλο που προτείνεται από τους Giuriani και Plizzari (1985), το οποίο αργότερα βελτιώνεται από τον Giuriani και τους συνεργάτες του (1991), λαμβάνει υπόψη του τις δράσεις περίσφιξης και του εγκάρσιου οπλισμού, αλλά και της επικάλυψης του σκυροδέματος. Το μοντέλο έχει εφαρμογή στην περιοχή Δz ανάμεσα σε δυο συνδετήρες, όταν η απόσχιση διατρέχει όλη τη διατομή (Σχήμα 3.3γ), η οποία είναι χαρακτηριστική κατάσταση μιας δοκού με ράβδους σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους (Warren, 1969). Οι δυνάμεις ώθησης εισάγονται σύμφωνα με τις δοκιμές του Gambarova και των συνεργατών του (Gambarovaand Karakoc, 1982, Gambarova και συνεργάτες, 1989α, Gambarova και Rosati, 1996), ο οποίος παρήγαγε μία σχέση μεταξύ της τάσης συνάφειας (τ) και της πίεσης της διεπιφάνειας (= δράση βλήτρου, σ_n). Η σχέση αυτή γραμμικοποιήθηκε από τους Giuriani και Plizzari (1985):

$$\tau = \left(\frac{\tau_0}{1 + \mathrm{K}_1 \cdot w_s / \phi} \right) + \left(\frac{\tau_1}{1 + \mathrm{K}_2 \cdot w_s / \phi} \right) \cdot \sigma_n \qquad (3.1)$$

όπου η w_s είναι το εύρος της ρωγμής απόσχισης και τ_0, τ_1, K_1 και K_2 είναι παράμετροι που εξαρτώνται από τις μηχανικές ιδιότητες του σκυροδέματος και από τη γεωμετρία των

νευρώσεων. Η εξίσωση 3.1 υπόκειται στον περιορισμό $\tau \leq \tau_{m,0}$, όπου $\tau_{m,0}$ είναι η μέγιστη τάση συνάφειας που μπορεί να μεταφερθεί, όταν η ρωγμή απόσχισης διατηρείται κλειστή $(w_s=0)$.

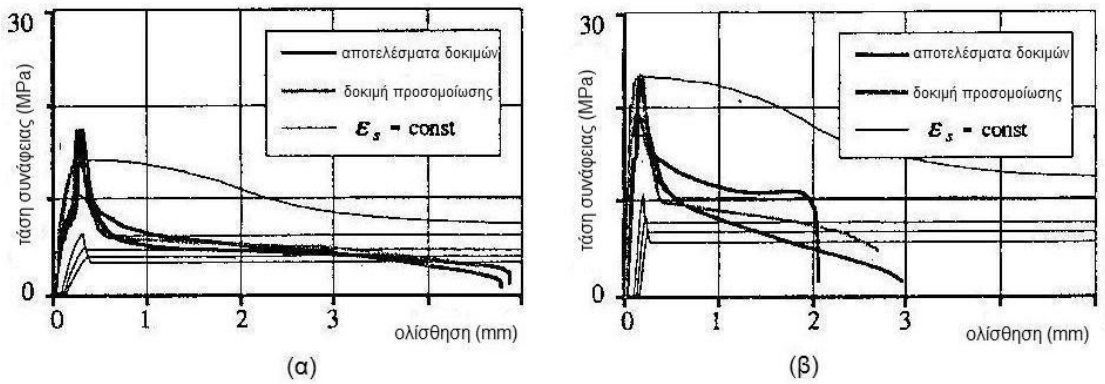
Η δράση περίσφιξης των συνδετήρων προσδιορίσθηκε πειραματικά από τον Giuriani (1981, 1982), ο οποίος πρότεινε την ακόλουθη έκφραση:

$$\sigma_{st} = \mathrm{E}_s \sqrt{\alpha_2 \left(\frac{w_s}{\alpha_s \phi_{st}} \right)^2 + \alpha_1 \left(\frac{w_s}{\alpha_s \phi_{st}} \right) + \alpha_0} \qquad (3.2)$$

όπου E_s, είναι το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα, φ_{st} είναι η διάμετρος των συνδετήρων, α_0, α_1 και α_2 είναι συντελεστές του ιδεώδους τρισδιάστατου τοπικού νόμου τάσης συνάφειας - ολίσθησης (Σχήμα 3.1), και α_s είναι ένας δείκτης που χαρακτηρίζει τη θέση της ρωγμής απόσχισης (Giuriani και Plizzari, 1985).

Όσον αφορά την δράση περίσφιξης του αποσχισμένου σκυροδέματος, το μοντέλο υιοθετεί τη σχέση που προτείνεται από τους Giuriani και Rosati (1986) μεταξύ των τάσεων συνοχής κατά μήκος της ρωγμής (σ_{rc}) και του εύρους της ρωγμής (w_s).

]

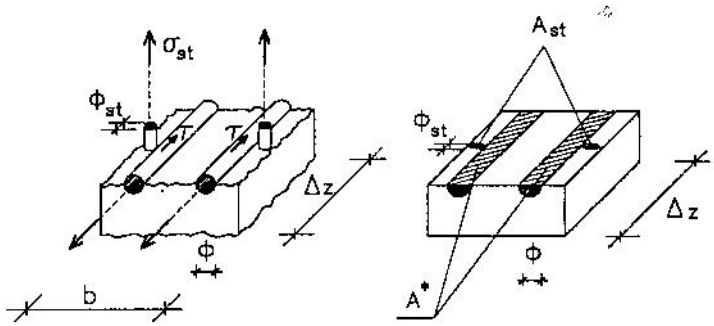


Σχήμα 3.7 – Μοντέλο των Den Uijl και Bigaj (1996): προσαρμογή των αποτελεσμάτων των δοκιμών του Bigaj (1995) για σκυρόδεμα κανονικής αντοχής (α) και για σκυρόδεμα υψηλής αντοχής (β).

Η ισορροπία απαιτεί πως η δύναμη ώθησης που παράγεται από τις αγκυρωμένες ράβδους στην περιοχή Δz, εξισορροπείται από τη συνολική δράση περίσφιξης που παράγεται από την επικάλυψη του σκυροδέματος (τάσεις συνοχής) και από τους συνδετήρες στο επίπεδο της απόσχισης (Σχήμα 3.8). Αυτό δίνει:

$$\sigma_n = \Omega\sigma_{st} + \mathrm{B}\sigma_{rc} \qquad (3.3)$$

όπου *Ω* είναι ο *Δείκτης Περίσφιξης Συνδετήρων*, ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος μεταξύ του συνολικού εμβαδού διατομής των συνδετήρων A_{st} και του εμβαδού της διατομής της κύριας ράβδου στο επίπεδο της απόσχισης A^* *(=n φ ΔZ)*, και *B* είναι ο *Δείκτης Περίσφιξης Σκυροδέματος,* ο όποιος ορίζεται ως ο λόγος μεταξύ του καθαρού εμβαδού του σκυροδέματος *(= (b-n φ) Δz)* στο επίπεδο απόσχισης και της περιοχής A^* (Σχήμα 3.8). Αυτές οι δύο παράμετροι καθορίζουν τη συμπεριφορά της συνάφειας και σχετίζονται με το σχεδιασμό. Μία παράμετρος παρόμοια με την *Ω* έχει εισαχθεί στον Κανονισμό ACI 318-95 (1995) (Plizzari και συνεργάτες, 1998).



Σχήμα 3.8 - Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ράβδων κύριου και εγκάρσιου οπλισμού.

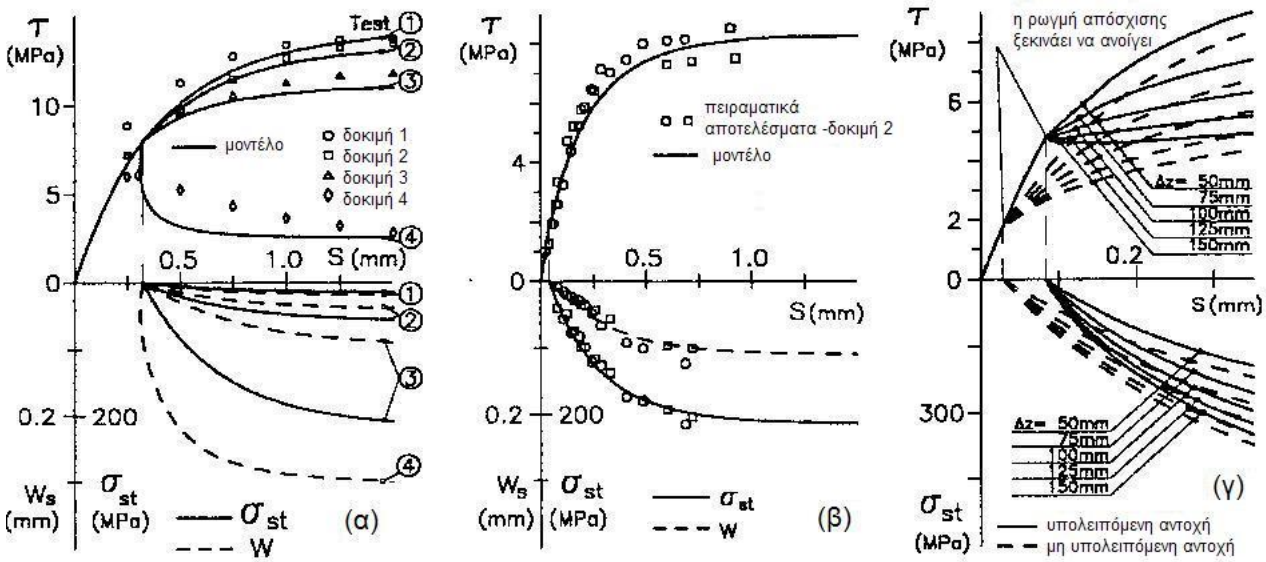
Οι Giuriani και Plizzari (1985) προσέγγισαν την πειραματική σχέση μεταξύ της τάσης συνάφειας *(τ)* και της ολίσθησης της ράβδου οπλισμού *(s)*, διατηρώντας το εύρος της ρωγμής απόσχισης σταθερό κατά τη διάρκεια κάθε δοκιμής εξόλκευσης του Gambarova και των συνεργατών του (1982, 1989α, 1996), ως ακολούθως:

$$\tau = \tau_{m,0}\left(1-\gamma_1\, w_s/\phi\right)\left(1-e^{-(\beta_1+\beta_2 w_s/\phi)(s/\phi-\gamma_2 w_s/\phi)}\right) \qquad (3.4)$$

όπου $\tau_{m,o}$, γ_1, γ_2, β_1 και β_2 είναι παράμετροι που εξαρτώνται από τις μηχανικές ιδιότητες του σκυροδέματος και από τη γεωμετρία των νευρώσεων.

Βάσει των προηγούμενων εξισώσεων, η τάση συνάφειας, η τάση των συνδετήρων και το άνοιγμα της ρωγμής απόσχισης προσδιορίζονται ως συνάρτηση της ολίσθησης της ράβδου. Η συμφωνία πολλών πειραματικών δοκιμών ήταν ιδιαίτερα καλή, όσον αφορά την απόκριση

τάσης συνάφειας-ολίσθησης ράβδου, το εύρος της ρωγμής απόσχισης, την τάση στους συνδετήρες και την αντοχή συνάφειας (Giuriani και συνεργάτες, 1991, Σχήμα 3.9α,β), ενώ πρότειναν τις τιμές των πειραματικών παραμέτρων που προσάρμοζαν καλύτερα το μοντέλο στα πειραματικά αποτελέσματα Giuriani και Plizzari (1998β).



Σχήμα 3.9 – Μοντέλο του Giuriani και των συνεργατών του (1991) για την δράση της συνάφειας σε απόσχιση, περισφιγμένο σκυρόδεμα: προσαρμογή των πειραματικών αποτελεσμάτων των δοκιμών των Giuriani και Plizzari (1985) (α), του Eligehausen και των συνεργατών του (1983) (β), της θεωρητικής πρόβλεψης για την τάση συνάφειας και τη τάση συνδετήρων σε διάφορες καταστάσεις (γ) (Giuriani και συνεργάτες, 1991).

Το Σχήμα 3.9γ παρουσιάζει τις θεωρητικές προβλέψεις για την τάση συνάφειας και την τάση των συνδετήρων (Giuriani και συνεργάτες, 1991). Υποθέτοντας μία σταθερή διάμετρο συνδετήρα, η αντοχή της συνάφειας μειώνεται, όσο το διάστημα μεταξύ των συνδετήρων αυξάνεται (και έτσι το Ω γίνεται μικρότερο). Οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τη συμπεριφορά της συνάφειας, όταν η δράση περίσφιξης του αποσχισμένου σκυροδέματος δεν λαμβάνεται υπόψιν. Η σύγκριση με τις κανονικές γραμμές υπογραμμίζει τη μεγάλη συμβολή της δράσης περίσφιξης, η οποία γίνεται ακόμα μεγαλύτερη στην περίπτωση του ινοπλισμένου σκυροδέματος (Plizzari, 1999).

Σε μια από τις λίγες θεωρητικές έρευνες για τη σχέση μεταξύ των δυνάμεων συνάφειας και ώθησης, ο Cairns (1979) ανέλυσε τις δυνάμεις που δρουν στις νευρώσεις μιας ράβδου οπλισμού. Η ανάλυση χειρίζεται την αστοχία συνάφειας σαν μία θλιπτική αστοχία του

σκυροδέματος μπροστά από τη νεύρωση. Η αστοχία θεωρείται ότι οφείλεται είτε στην ολίσθηση του κεκλιμένου επιπέδου της νεύρωσης, είτε στη διατμητική αστοχία των τμημάτων σκυροδέματος που βρίσκονται ανάμεσα στις νευρώσεις. Στη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιείται το κριτήριο αστοχίας του Mohr-Coulomb για την αξιολόγηση της διατμητικής αντοχής. Παρόμοια κριτήρια χρησιμοποιούνται και για την αξιολόγηση της τριβής ράβδου/σκυροδέματος στην πρώτη περίπτωση. Ο πιο αδύναμος από τους δύο μηχανισμούς θεωρείται ότι ελέγχει την αντοχή.

Παρόμοιες μορφές έκφρασης αναπτύσσονται και για τους δύο μηχανισμούς:

$$\tau_{bu} = \left(\sigma_{sp} + 2 f_{coh} f_R\right)\cot\phi_b \qquad (3.5)$$

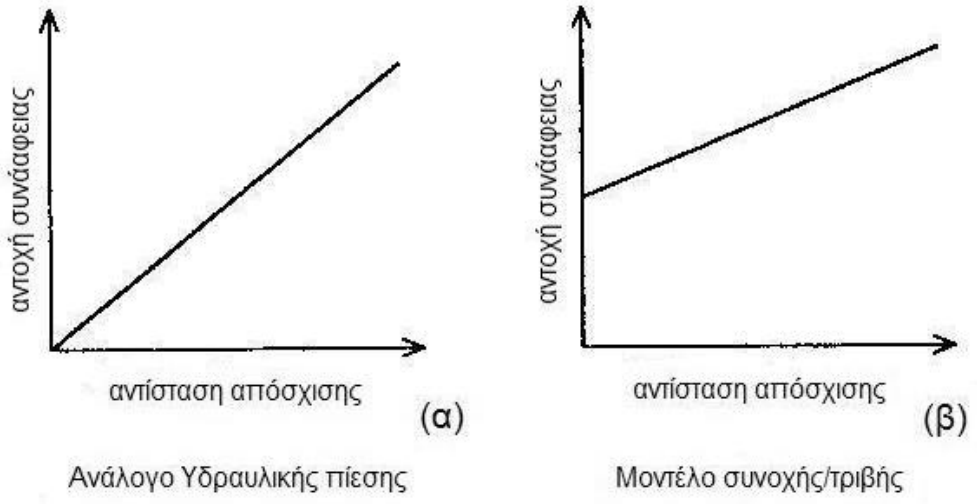
όπου τ_{bu} είναι η αντοχή συνάφειας, σ_{sp} η τάση περίσφιξης, που καθορίζεται από την αντίσταση της επικάλυψης στην απόσχιση, με οποιονδήποτε εγκάρσιο οπλισμό, f_R είναι η σχετική περιοχή της νεύρωσης της ράβδου, f_{coh} και φ_b είναι η μοναδιακή συνοχή και η γωνία της εσωτερικής τριβής του σκυροδέματος ή της διεπιφάνειας σκυροδέματος-ράβδου.

Η εξίσωση 3.5 προτείνει ότι η αντοχή της συνάφειας μιας ράβδου με νευρώσεις αποτελείται από δύο συνιστώσες, από μία που έχει σχέση με την αντοχή απόσχισης που παρέχεται από τη διατομή (Σχήμα 3.10α), την άλλη που δεν έχει σχέση με την απόσχιση (συνιστώσα μη-απόσχισης) και εξαρτάται από την τριβή της διεπιφάνειας ράβδου-σκυροδέματος (Σχήμα 3.10β). Επομένως, η «υδραυλική πίεση», που συχνά υιοθετείται στις αναλύσεις της αντοχής συνάφειας (στις οποίες η τάση ώθησης θεωρείται ότι είναι ανάλογη με την τάση συνάφειας, Σχήμα 3.10α), δεν είναι απόλυτα σωστή.

Ο Gambarova και οι συνεργάτες του (1992) παρουσίασαν τα αποτελέσματα από πειράματα σε δοκίμια συνάφειας με διαμήκη ρηγμάτωση, για να δείξουν τη σχέση μεταξύ της αντοχής συνάφειας και της δύναμης περίσφιξης. Η εξαγωγή της σχέσης, προτείνει μια συνιστώσα συνοχής της αντοχής συνάφειας σε μηδενική τάση περίσφιξης, ίση με 0.08 φορές της θλιπτικής αντοχής του σκυροδέματος. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν από τον Malvar (1992) δείχνουν ότι η συνιστώσα συνοχής είναι του ίδιου μεγέθους. Η ανάλυση και τα πειραματικά στοιχεία του Cairns επίσης δίνουν ένα παρόμοιο αποτέλεσμα, με τη συνιστώσα συνοχής να συνεισφέρει γύρω στο 70% στην αντοχή συνάφειας, σε ιδιαίτερα χαμηλά επίπεδα περίσφιξης που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα. Μία ανάλυση της αντοχής συνάφειας, που έγινε από τον Vandewalle (1992), δείχνει επίσης τη σχέση της εξίσωσης 3.5., με τη συνιστώσα

μη-απόσχισης να ανέρχεται στο 67% της αντοχής συνάφειας σε λόγο επικάλυψης/ διαμέτρου ράβδου ίσο με 1.0.

Οι κατευθύνσεις που προβλέπονται από την εξίσωση 3.5., επιβεβαιώνονται πειραματικά σε αστοχίες τύπου απόσχισης. Χρησιμοποιούνται για να εξηγήσουν την αύξηση της αντοχής συνάφειας που παρατηρήθηκε σε βαρύ εγκάρσιο οπλισμό, και την αύξηση της δομικής ικανότητας η οποία συνδέεται με τις αυξήσεις στην αντοχή του σκυροδέματος, του οπλισμού περίσφιξης και της εγκάρσιας πίεσης (Cairns και Jones, 1995b). Εξηγούν επίσης την εξάρτηση της αντοχής συνάφειας προς την κατεύθυνση των νευρώσεων με σχήμα μισοφέγγαρου, σε σχέση με το επίπεδο απόσχισης. Οι εκφράσεις δείχνουν επίσης πώς η λεία επιφάνεια μιας ράβδου με εποξειδική επικάλυψη μειώνει την αντοχή συνάφειας (Cairns και Abdullah, 1996).



Σχήμα 3.10 – Αντοχή συνάφειας σε σχέση με την αντίσταση απόσχισης με (α) ή χωρίς (β) τριβή στην διεπιφάνεια νεύρωσης-σκυροδέματος.

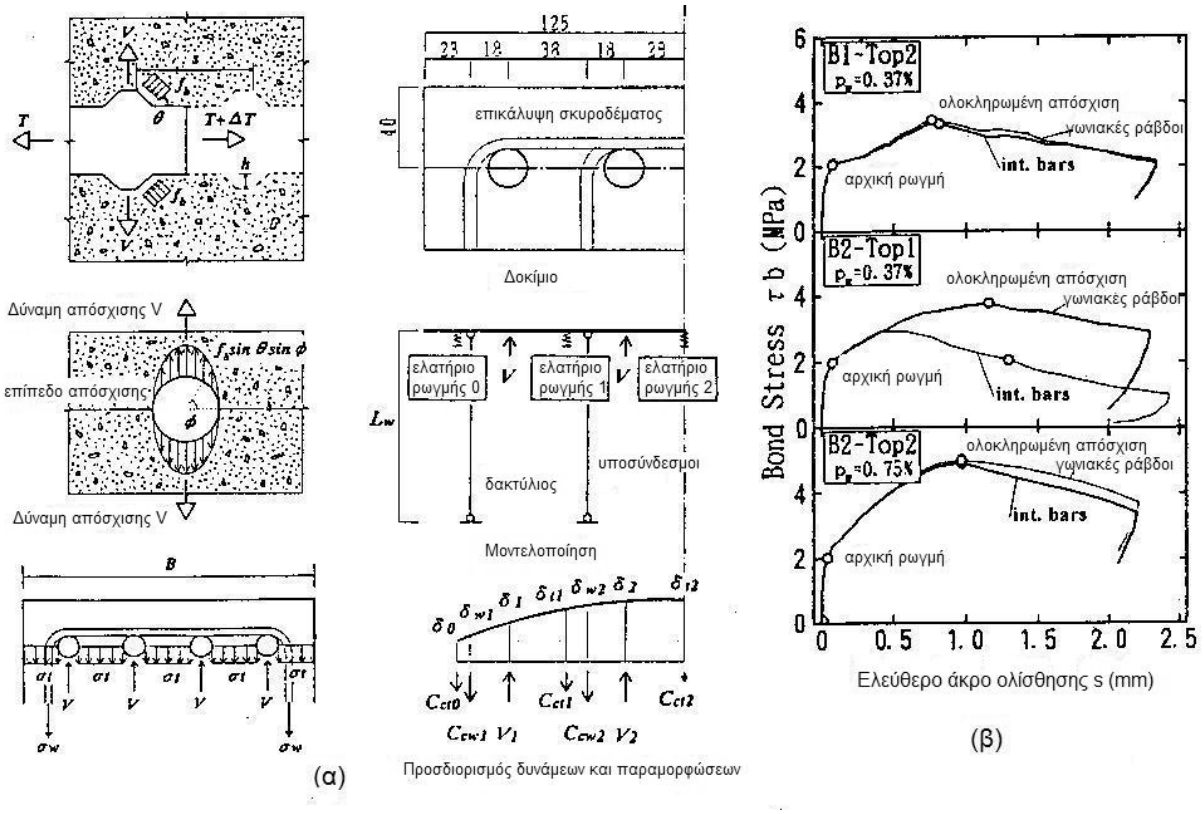
Η εξάρτηση της συνάφειας από το ανάλογο υδραυλικής πίεσης, έφερε μεγάλες δυσκολίες για την εξήγηση των παρόμοιων αντοχών συνάφειας που αναπτύχθηκαν σε αγκυρώσεις μονής ράβδου, καθώς και σε ματίσματα (Reynolds και Beeby, 1982). Το ανάλογο υδραυλικής πίεσης προτείνει ότι, όπως δύο ματισμένες ράβδοι θα αναπτύξουν διπλάσια δύναμη διάρρηξης από αυτή της μίας ράβδου, έτσι και η αντοχή συνάφειας που αναπτύσσεται από μία ματισμένη ράβδο θα είναι η μισή από αυτή που αναπτύσσεται από μία αγκύρωση μονής ράβδου, εάν η συνολική δύναμη περίσφιξης είναι σταθερή. Πειραματικά αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι υπάρχει πολύ μικρή διαφορά στην αντοχή. Εντούτοις, σύμφωνα με την

εξίσωση 3.5, η μείωση στο μισό της αντίστασης απόσχισης, θα μεταβάλει την αντοχή συνάφειας σε μικρότερη έκταση, καθώς η συνιστώσα συνοχής της αντοχής συνάφειας διατηρείται σταθερή και μόνο η συνιστώσα διάρρηξης μοιράζεται (Cairns και Jones, 1995β). Εάν, για παράδειγμα, η συνιστώσα διάρρηξης ευθύνεται για το 30% της αντοχής συνάφειας μιας αγκύρωσης μονής ράβδου και το υπόλοιπο 70% έρχεται από τη συνιστώσα συνοχής, τότε, σε έναν αντίστοιχο μάτισμα, η αντοχή συνάφειας θα είναι το άθροισμα της συνιστώσας συνοχής και του μισού της συνιστώσας διάρρηξης, δηλαδή ένα σύνολο ίσο με το 85% της αντοχής της αγκύρωσης μονής ράβδου. Οι Cairns και Jones (1995α) αναφέρουν μία διαφορά στην αντοχή συνάφειας ίση με 13% μεταξύ ματισμάτων και αγκυρώσεων μονής ράβδου.

3.4 Ικανότητα της αγκύρωσης μετά από τη απόσχιση της επικάλυψης

Μία γραμμική αύξηση της ικανότητας της αγκύρωσης με τη διατομή του εγκάρσιου οπλισμού παρατηρήθηκε από τους Morita και Fujii (1982), καθώς και από τον Kaku και τους συνεργάτες του (1988, 1989), οι οποίοι πραγματοποίησαν διάφορα πειράματα δοκών με ράβδους No. 6. Οι μελετητές παρατήρησαν επίσης διαφορετική απόκριση των γωνιακών και των εσωτερικών ράβδων, χωρίς εσωτερικούς συνδετήρες, που οφείλεται στη μεγαλύτερη ρηγμάτωση απόσχισης που συμβαίνει στην τελευταία περίπτωση. Η μειωμένη αποτελεσματικότητα των συνδετήρων στο να συγκρατήσουν τις εσωτερικές ράβδους, είχε παρατηρηθεί και προτύτερα από τον Warren (1969), ο οποίος πραγματοποίησε πειράματα με διάφορα δοκίμια, που περιείχαν από 2 έως 7 ράβδους, μέσα σε έναν απλό δίτμητο συνδετήρα. Επομένως, θα πρέπει πάντα να λαμβάνεται υπόψη η σημασία που έχει η σωστή διάταξη του συνδετήρα στην ικανότητα της αγκύρωσης, σε σχέση με την απόσχιση του σκυροδέματος. Σχετικά με αυτό, μία γραμμική εξάρτηση της ικανότητας της αγκύρωσης από το ποσοστό των συνδετήρων, παρατηρήθηκε από τον Darwin και τους συνεργάτες του (1996). Μία διγραμμική εξάρτηση είχε παρατηρηθεί προτύτερα από τον Orangun και τους συνεργάτες του (1977), και αργότερα από τον Plizzari και τους συνεργάτες του (1996β, 1998,), των οποίων τα πειράματα οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι δεν παρατηρείται μεγαλύτερη ικανότητα σε πολύ μεγάλες τιμές του δείκτου (Ω= 0.03-0.04).

Όσον αφορά τη δράση περίσφιξης του σκυροδέματος, ο Darwin και οι συνεργάτες του (1992) παρατήρησαν μία γραμμική αύξηση της ικανότητας της αγκύρωσης με την επικάλυψη του σκυροδέματος και το καθαρό διάστημα μεταξύ των ράβδων.



Σχήμα 3.11 – Δράσεις περίσφιξης που αναπτύσσονται από τους συνδετήρες: (α) αναλυτικό μοντέλο που προτείνεται από τον Maeda και τους συνεργάτες του (1995) και (β) πειραματικές καμπύλες τάσης συνάφειας-ολίσθησης για μικρό ποσοστό συνδετήρων (περιπτώσεις I και II : οι ενδιάμεσες ράβδοι συνδέονται στην περίπτωση I και είναι ασύνδετες στην περίπτωση II) και για μεγάλο ποσοστό συνδετήρων (περίπτωση III : οι μεσαίες ράβδοι είναι συνδεδεμένες)

Ο Maeda και οι συνεργάτες του (1995) μελέτησαν τη σχέση τάσης συνάφειας-τάσης περίσφιξης που θεωρεί την επικάλυψη του σκυροδέματος ως μία δοκό, που υπόκειται σε εγκάρσιες δυνάμεις (τη δράση βλήτρου των νευρώσεων) και συνδέεται και με μη γραμμικά ελατήρια (το ρηγματωμένο σκυρόδεμα), σε μερικά σταθερά σημεία (τους συνδετήρες, Σχήματα 3.11α,β). το ελατήριο θεωρείται ως τέλεια σύνδεση μέχρι οι δυνάμεις του να φτάσουν την αντοχή του σκυροδέματος σε εφελκυσμό. Στη συνέχεια επιμηκύνεται και η σχάση μεταξύ της επιμήκυνσής του και της δύναμης του ελατηρίου βασίζεται στο μοντέλο μείωσης εφελκυσμού του σκυροδέματος (Hillerborg και συνεργάτες, 1976). Το μοντέλο αυτό θεωρεί μία ανομοιόμορφη ρωγμή απόσχισης εγκάρσια της διατομής και περιγράφει τη συμπεριφορά ακαμψίας της συνάφειας των αγκυρωμένων ράβδων, που βρίσκονται εγγύτερα στα άκρα του συνδετήρα (γωνιακές ράβδοι), σε σύγκριση με τις εσωτερικές ράβδους, χωρίς υποσυνδέσμους. Τελικά ο Maeda και οι συνεργάτες του υποστήριξαν ότι το σκυρόδεμα κανονικής αντοχής δεν

συνεισφέρει στη δράση περίσφυξης στην οριακή κατάσταση αντοχής, όπως θα αναμενόταν, εξαιτίας των μικρών επικαλύψεων του σκυροδέματος και των καθαρών αποστάσεων μεταξύ των ράβδων που χρησιμοποίησαν οι συγγραφείς. Στα ίδια συμπεράσματα κατέληξαν και άλλοι μελετητές (Eligenhausen και συνεργάτες, 1983, Plizzari και συνεργάτες 1986β), που πραγματοποίησαν δοκιμές εξόλκευσης σε αγκυρώσεις μικρού μήκους με συνδετήρες. Εντούτιοις, μικρές επικαλύψεις και μικρά διαστήματα μεταξύ ράβδων, εξασφαλίζουν ικανότητα αγκύρωσης, με την προϋπόθεση ότι στο σκυρόδεμα προστίθενται ίνες από χάλυβα ακόμα και με περιορισμένη κατ' όγκο αναλογία (0.3-0.5%, Balaguru και συνεργάτες, 1995, και Plizzari, 1999)

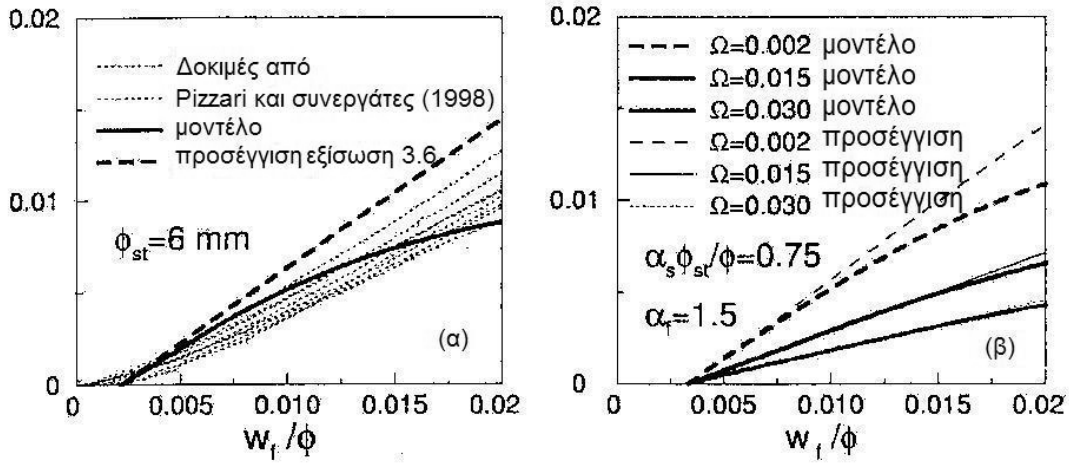
3.5 Έλεγχος ρωγμής απόσχισης

Επειδή η απόσχιση αναπτύσσεται κατά μήκος των αγκυρωμένων ράβδων, εκτεταμένα μέρη της επιφάνειας της ράβδου μπορεί να αποκαλυφθούν και συνεπώς να είναι επιρρεπή στην διάβρωση. Κατά συνέπεια, η αστοχία που προκαλείται από την απώλεια συνάφειας, μπορεί να προηγηθεί από την αστοχία κάμψης και διάτμησης, γεγονός που δεν μπορεί να γίνει αποδεκτό από το δομικό σχεδιασμό. Για την εκτίμηση της ανθεκτικότητας μίας κατασκευής, αναφορικά με τη ρηγμάτωση, θα πρέπει να αξιολογηθεί και το εύρος των ρωγμών απόσχισης. Εκμεταλλευόμενοι το αναλυτικό μοντέλο που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, οι Giuriani και Plizzari (1998α) υπολόγισαν μία σχέση μεταξύ του μέγιστου ανοίγματος μιας ρωγμής απόσχισης *(w_s)* και του εύρους μιας καμπτικής ρωγμής *(w_f)*, η οποία βασίζεται στη μέγιστη ολίσθηση *(s)* της αγκυρωμένης ράβδου (Σχήμα 3.3). Οι συγγραφείς παρήγαγαν επίσης μία απλοποιημένη έκφραση για το w_s ως συνάρτηση του w_f, κρατώντας μόνο τους όρους των σειρών που εξαρτώνται γραμμικά από το w_s και το Ω. Για το σκυρόδεμα κανονικής αντοχής, προτάθηκε η ακόλουθη απλοποιημένη εξίσωση:

$$\frac{w_s}{\phi} = \frac{\frac{1}{\alpha_f}\frac{w_f}{\phi} - 0.0022 + 0.0034 \cdot \Omega}{59.78 \cdot \Omega + 0.6703} \qquad (3.6)$$

Κατά αυτόν τον τρόπο, το εύρος μιας ρωγμής απόσχισης w_s, μπορεί εύκολα να υπολογισθεί, εξαιτίας της εξάρτησής του από το εύρος της καμπτικής ρωγμής w_f, του οποίου η σχέση με τη φόρτιση είναι γνωστή.

Το Σχήμα 3.12α παρουσιάζει την ικανοποιητική προσαρμογή των πειραματικών αποτελεσμάτων των δοκιμών του Plizzari και των συνεργατών του (1998, δοκιμές εξόλκευσης αγκυρώσεων μεγάλου μήκους με δύο ράβδους και τρίτμητους συνδετήρες,). Τα διαγράμματα του Σχήματος 3.12β είναι χρήσιμα σε πρακτικές εφαρμογές. Αφού το εύρος της ρωγμής απόσχισης σχεδιάζεται σε σχέση με το εύρος της καμπτικής ρωγμής, για οποιοδήποτε ποσοστό οπλισμού συνδετήρων (το οποίο αντιπροσωπεύεται από το δείκτη *Ω*, ο μελετητής μπορεί να περιορίσει τον κίνδυνο διάβρωσης, με βάση το εύρος της ρωγμής απόσχισης. Σημειωτέον ότι, για μικρές τιμές του Ω, το εύρος της ρωγμής απόσχισης είναι κοντά στο μισό του εύρους της καμπτικής ρωγμής. Σημειώστε επίσης ότι η εξίσωση 3.6 βρίσκεται προς την πλευρά της ασφάλειας, αφού τείνει να υπερεκτιμήσει το εύρος της ρωγμής απόσχισης (λεπτές καμπύλες στο Σχήμα 3.12β).



Σχήμα 3.12 – Εύρος ρωγμής απόσχισης (w_s) σε σχέση με το εύρος καμπτικής ρωγμής (w_f): (α) προσαρμογή των αποτελεσμάτων των δοκιμών του Plizzari και των συνεργατών του (1998) σε ένα δοκίμιο με ϕ_{st}=6mm και (β) επίδραση του ποσοστού οπλισμού συνδετήρων Ω.

Τέλος, όπως έχει ήδη παρατηρηθεί για την αποτελεσματικότητα της αγκύρωσης (παράγραφος 3.4), ακόμα και μια μικρή ποσότητα ινών μειώνει το εύρος των ρωγμών απόσχισης, προς όφελος και της αποτελεσματικότητας της συνάφειας αλλά και της δομικής ανθεκτικότητας (Plizzari, 1999).

3.6 Ανάλογο Υδραυλικής Πίεσης

3.6.1 Φύση του προβλήματος και βιβλιογραφική ανασκόπηση

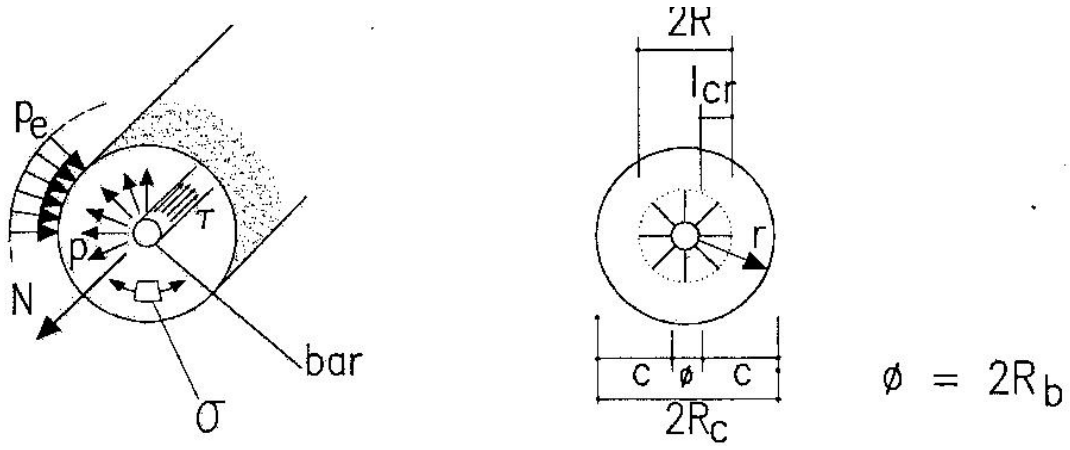
Προκειμένου να προβλεφθεί η ικανότητα μιας αγκύρωσης μικρού μήκους και για να περιγραφεί το μοντέλο των ρωγμών απόσχισης και της δράσης δακτυλίου στην επικάλυψη του σκυροδέματος, από τα μέσα της δεκαετίας του 1970 εισήχθη το αποκαλούμενο «Ανάλογο Υδραυλικής Πίεσης» (Σχήματα 3.13 και 3.14) από τον Tepfers (1973 και 1979), και κάποιοι ερευνητές βελτίωσαν πρόσφατα το μοντέλο οριακής ανάλυσης του Tepfers, λαμβάνοντας υπόψη τη φύση συνοχής των ρωγμών απόσχισης.

Συγχρόνως, χρησιμοποιήθηκαν και τυποποιημένοι κατά κάποιο τρόπο, κώδικες Πεπερασμένων Στοιχείων, για τη μελέτη της απόκρισης μιας αγκυρωμένης ράβδου και για τη μοντελοποίηση της σύνθλιψης και της ρηγμάτωσης του σκυροδέματος γύρω από μία ράβδο με νευρώσεις. Πρόσφατα, υιοθετήθηκαν και η προσέγγιση της μηχανικής της θραύσης, αλλά και της μηχανικής των καταστροφών, για διακριτές ή επαλειμμένες ρωγμές, με ή χωρίς στοιχεία σύνδεσης με ή χωρίς απόσχιση της επικάλυψης (Pukl και συνεργάτες, 1992), αλλά η προσέγγιση αντιμετωπίζει ακόμα κάποια προβλήματα ως προς τον προσδιορισμό της θέσης τους (Noghabai, 1997), η οποία μπορεί να προβλεφθεί ικανοποιητικά με τη βοήθεια της οριακής ανάλυσης.

Τα μοντέλα οριακής ανάλυσης που αναπτύχθηκαν από τους Reinhardt και Van der Veen (1990), Van der Veen (1990), Noghabai (1995α,β), Rosati και Schumm (1992), Gambarova και συνεργάτες του (1994), Bigaj και συνεργάτες του (1996), και Den Uijl και Bigaj (1996), Σχήμα 3.14, βασίζονται στο ελαστικό-ρηγματωμένο αξονο-συμμετρικό μοντέλο, που εισήχθη από τον Tepfers (Σχήμα 3.13β), αλλά περιλαμβάνουν και τη συνοχή κατά μήκος των ακτινικών ρωγμών (ρωγμές απόσχισης), οι οποίες παράγονται από την προς τα έξω πίεση p (Σχήμα 3.13α) και από την σχετική τάση δακτυλίου σ .

Μια πρόσφατη και πολλά υποσχόμενη επέκταση των μοντέλων οριακής ανάλυσης (Gambarova και συνεργάτες, 1998), προτείνει τη χρήση σκυροδέματος οπλισμένου με μεγάλες ποσότητες ινών. Τα υλικά αυτά (που αποκαλούνται συχνά Μείγματα Ινοπλισμένου Τσιμέντου Υψηλής Απόδοσης, HPFRCCs), χρησιμοποιούνται σε ειδικά στοιχεία υψηλής ολκιμότητας ή σε περιοχές υψηλών τάσεων, δεδομένου ότι οι ίνες (α) αυξάνουν την οριακή εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος, (β) προσδίδουν στο σκυρόδεμα μία ψευδοπλαστική συμπεριφορά (εξαιτίας των πολλαπλών ρωγμών, Σχήμα 3.15) και (γ) ενισχύουν την σκληρότητα του σκυροδέματος (εξαιτίας της μεγαλύτερης ικανότητας απορρόφησης ενέργειας του μείγματος).

Περιορίζοντας το τρισδιάστατο πρόβλημα συνάφειας σε δισδιάστατο, τα μοντέλα οριακής ανάλυσης που βασίζονται στο ανάλογο υδραυλικής πίεσης, αδυνατούν να λάβουν υπόψη τη διάχυση των διαμήκων τάσεων από τη ράβδο προς το σκυρόδεμα και την συνήθως μη-συμμετρική τοποθέτηση των ράβδων. Εντούτοις, παρά τους περιορισμούς αυτούς, αυτά τα μοντέλα είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για την κατανόηση των βασικών μηχανισμών συνάφειας.



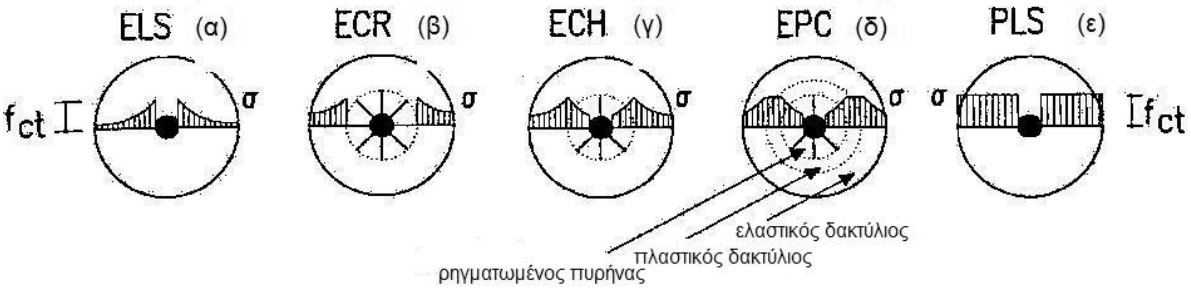
Σχήμα 3.13 - (α) Εξόλκευση ράβδου, που οφείλεται στη δράση βλήτρου της ράβδου και (β) απόσχιση σκυροδέματος, με μερικώς ρηγματωμένη επικάλυψη. l_{cr} = οριακό μήκος ρωγμής, c = επικάλυψη σκυροδέματος, ϕ = διάμετρος ράβδου και r = πολική συντεταγμένη.

Οι τρισδιάστατες επιδράσεις, αλλά και αυτές που σχετίζονται με τη διάταξη των ράβδων, μπορούν να υπαχθούν στη σχέση αντοχής συνάφειας/ακτινικής πίεσης, $\tau_u = f\ (p_{max}, ...)$, η εισαγωγή της οποίας χρειάζεται προκειμένου να υπολογισθεί η οριακή τάση συνάφειας (τ_u ή τ_{bu} στις άλλες παραγράφους, Σχήμα 3.13α). Τέλος, η συνάρτηση f θα πρέπει επίσης να περιλαμβάνει τον συντελεστή τριβής και την αρχική πρόσφυση, που και τα δύο συνδέονται με τη μορφή της επιφάνειας και το σχήμα των ράβδων.

3.6.2 Ελαστικό μοντέλο ρηγμάτωσης

Το ελαστικό μοντέλο ρηγμάτωσης για την υπολογισμό της οριακής ικανότητας μιας αγκύρωσης μικρού μήκους μιας ράβδου που είναι εμπηγμένη σε ένα ακτινικά διασπασμένο τμήμα σκυροδέματος, εισήχθη από τον Tepfers στη δεκαετία του 1970 (Σχήμα 3.13β και 3.14β).

Η συνάφεια θεωρείται ότι εξασφαλίζεται αποκλειστικά από τη μηχανική αλληλεπίδραση και συνοδεύεται από μία δράση σφήνας, με τις νευρώσεις της ράβδου να σπρώχνουν το περιβάλλον σκυρόδεμα. Λαμβάνεται υπ' όψιν μόνο η εξωτερική ακτινική συνιστώσα της πίεσης της διεπιφάνειας λαμβάνεται υπ' όψιν (*p*, Σχήμα 3.13α) και η σχέση μεταξύ τάσης συνάφειας και πίεσης περίσφιξης διατυπώνεται σε μια σχέση όμοια με απλής τριβής *(τ = kp)*. Η επικάλυψη του σκυροδέματος συμπεριφέρεται όπως ο δύο φάσεων κύλινδρος πυκνών τοιχωμάτων, με έναν εσωτερικό πυρήνα ρηγματωμένο (λεία ρηγμάτωση) και έναν εξωτερικό στέρεο (συνδετικό) δακτύλιο (τελείως ελαστικό, σύμφωνα με τον Tepfers).



Σχήμα 3.14 -Διδιάστατη οριακή ανάλυση μοντέλων για αγκύρωση μικρού μήκους που υφίστανται απόσχιση επικάλυψης: ELS = ελαστικό ECR = ελαστικό-ρηγματωμένο ECH = ελαστικό-πρόσφυσης EPC = ελαστικό-πλαστικό-πρόσφυσης και PLS = πλαστικό.

Ο Tepfers διαπίστωσε ότι η απόσχιση δεν είναι υποβαθμίζει την ικανότητα συνάφειας, αρκεί η έκταση της ρωγμής l_{cr} να είναι μικρότερη ή ίση από μία οριακή τιμή, η οποία μεγιστοποιεί την πίεση ράβδου-σκυροδέματος και την σχετική τάση συνάφειας. Στην πραγματικότητα, τα τμήματα σκυροδέματος μεταξύ των ρωγμών απόσχισης, επιτρέπουν τη μείωση της ακτινικής πίεσης:

$$p'(r) = p\frac{R_b}{r} < p$$

όπου $R_b = \phi/2$ (Σχήμα 3.13β).

Συνεπώς, η μέγιστη στατικά αποδεκτή τιμή του p $(\sigma \leq f_{ct})$ δεν ισχύει για την περίπτωση της αρηγμάτωτης επικάλυψης (χωρίς απόσχιση), αλλά για την περίπτωση της μερικής απόσχισης, με τον εξωτερικό στερεό δακτύλιο να είναι σε θέση να αντισταθεί στην πίεση p' με τη βοήθεια των τάσεων δακτυλίου (σ, Σχήμα 3.13α).

Το μοντέλο που προτάθηκε από τον Tepfers κάνει δυνατό τον υπολογισμό της ικανότητας της συνάφειας *(τ_u=k p_{max})* πριν την ασταθή διάδοση των ρωγμών απόσχισης σε όλη την επικάλυψη (τέλος της φάσης ΙΙΙ). Ένα ανώτατο και ένα κατώτατο όριο της αντοχής συνάφειας, παρέχονται από το πλήρως πλαστικό μοντέλο (Σχήμα 3.14ε) και από το πλήρως ελαστικό μοντέλο (Σχήμα 3.14α, με $l_{cr} = 0$). Για $k=1$:

- πλήρως πλαστικό μοντέλο: $\sigma = f_{ct} =$σταθερό , $\tau_u / f_{ct} = 2\dfrac{c}{\phi}$ (3.7)

- πλήρως ελαστικό μοντέλο: $\sigma_{\max} = \sigma(R_b) = f_{ct}$, $\tau_u / f_{ct} = 2\dfrac{c}{\phi}\dfrac{1 + c/\phi}{1 + 2(c/\phi) + 2(c/\phi)^2}$ (3.8)

Η λύση του Tepfers είναι:

$$l_{cr} = 0.486R_c\,,\ \tau_u / f_{ct} = p_{\max} / f_{ct} = 0.3\frac{R_c}{R_b} = 0.3\left(1 + \frac{2c}{\phi}\right) \qquad (3.9)$$

αφού $R_c = R_b + c = \phi/2 + c$.

Οι οριακές αντοχές συνάφειας που παρέχονται από το ελαστικό μοντέλο και το ελαστικό μοντέλο ρηγμάτωσης, εμφανίζονται στο Σχήμα 3.18, ως συνάρτηση του λόγου σκυροδέματος-επικάλυψης *(c/ϕ)*.

Το ελαστικό μοντέλο ρηγμάτωσης αποτέλεσε πρόσφατα το αντικείμενο δύο εργασιών (Vandewalle, 1992, και Cappellini, 1996). Στην πρώτη, ο Vandewalle εισήγαγε μία γραμμική σχέση μεταξύ της οριακής τάσης συνάφειας και της μέγιστης πίεσης της διεπιφάνειας (κριτήριο αστοχίας του Coulomb):

$$\frac{\tau_u}{f_{ct}} = \frac{1}{2\sqrt{\mathrm{K}}}\left[1 + (1 - \mathrm{K})\frac{p_{\max}}{f_{ct}}\right] \quad \text{με} \quad \mathrm{K} = \frac{f_{ct}}{f_c} \qquad (3.10)$$

Η προηγούμενη εξίσωση απεικονίζεται στο Σχήμα 3.18 (ελαστικό μοντέλο ρηγμάτωσης), με $K=0.1$ και:

$$p_{\max} \Big/ f_{ct} = 0.3\left(1 + \frac{2c}{\phi}\right). \qquad (3.11)$$

Στη δεύτερη εργασία, ο Cappellini ανέπτυξε μία προσέγγιση βασισμένη στην ενέργεια, η οποία οδηγεί στα ίδια αποτελέσματα με αυτά του Tepfers, αλλά εισάγει νέες πληροφορίες για την οριακή κατάσταση ισορροπίας, που αντιστοιχεί στη μέγιστη πίεση στη διεπιφάνεια $dp/dlcr= O,\ p=p_{max}$: η ισορροπία είναι ευσταθής. Αυτό το συμπέρασμα δεν μπορεί να προκύψει από μία καθαρώς στατική προσέγγιση.

Τέλος, θα πρέπει να θυμάται κανείς ότι πέραν του $c/\phi = 2.5\text{-}4.5$ η αστοχία συνάφειας δεν διέπεται πλέον από την απόσχιση της επικάλυψης, αλλά από την διάτμηση των τμημάτων του σκυροδέματος μεταξύ των νευρώσεων της ράβδου και από την τοπική σύνθλιψη του σκυροδέματος. Συνεπώς, η αντοχή συνάφειας θα πρέπει να διαπλατυνθεί (Σχήμα 3.20).

3.6.3 Ελαστικό-Μοντέλο Συνοχής

Το μοντέλο του Tepfers, αν και απλό και βασισμένο σε σαφείς υποθέσεις, δεν περιλαμβάνει κάποιες ουσιώδεις πτυχές της αστοχίας απόσχισης, όπως (α) η συνοχή της ρωγμής (που σχετίζεται με τον κατιώντα κλάδο του διαγράμματος εφελκυστικής τάσης-παραμόρφωσης του σκυροδέματος), (β) τον αριθμό των ρωγμών, (γ) την δισδιάστατη φύση της τάσης στη μεταβατική περιοχή μεταφοράς, μεταξύ του ρηγματωμένου πυρήνα και του στέρεου «δακτυλίου» (εφελκυσμός + θλίψη) και (δ) τις ευμενείς επιδράσεις της εξωτερικής πίεσης (Σχήμα 3.15, όπως εμφανίζεται κοντά σε μία άμεση στήριξη).

Διάφορα μοντέλα αναπτύχθηκαν τελευταία, για την εισαγωγή της συνοχής των ρωγμών, η οποία, με τη σειρά της, απαιτεί την εισαγωγή της κινηματικής και του αριθμού των ρωγμών, αφού το εύρος των ρωγμών είναι η κύρια παράμετρος οποιουδήποτε νόμου συνοχής. Ως εκ τούτου, μία στατικά αποδεκτή προσέγγιση (όπως στο μοντέλο του Tepfers), δεν είναι πλέον αρκετή, αφού θα πρέπει να εισαχθεί και μία κατάλληλη υπόθεση σχετική με την κινηματική των ρωγμών.

Όλα τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν από το 1990 (Reinhardt, Van der Veen, Noghabai και Rosati-Schumm), βασίζονται στην υπόθεση της μερικής ρηγμάτωσης της επικάλυψης και της τέλειας ελαστικότητας του εξωτερικού δακτυλίου, και των τμημάτων του σκυροδέματος, μεταξύ των ρωγμών απόσχισης.

Διάφοροι νόμοι μετατόπισης-τάσης υιοθετήθηκαν όσον αφορά την συνοχή των ρωγμών (εκθετικός, μη-γραμμικός πολυωνυμικός, γραμμικός, υπερβολικός ή γραμμικός).

Όσον αφορά την κινηματική των ρωγμών, διάφορες υποθέσεις έχουν γίνει για την περιμετρική επιμήκυνση του ρηγματωμένου πυρήνα, οι οποίες οδηγούν σε άλλες τόσες σχέσεις μεταξύ της επιμήκυνσης οποιασδήποτε περιμετρικής ίνας $(R_b \leq r < R)$ και της επιμήκυνσης της διεπιφάνειας μεταξύ του ρηγματωμένου πυρήνα και του εξωτερικού δακτυλίου $(r = R)$:

- σταθερή περιμετρική επιμήκυνση, με τις ίνες στην έναρξη του ρηγμάτωσης μεταξύ των ρωγμών απόσχισης (η ισορροπία προς την κατεύθυνση του δακτυλίου δεν ικανοποιείται στο εσωτερικό κάθε τμήματος σκυροδέματος, Reinhardt και Van der Veen, 1990).
- Σταθερή περιμετρική επιμήκυνση, με κάθε ίνα να υπόκειται στην ίδια τάση, η οποία αναπτύσσεται κατά μήκος των συνεκτικών ρωγμών απόσχισης (η ισορροπία προς την κατεύθυνση του δακτυλίου ικανοποιείται, Gambarova, Rosati, και Schumm, 1994, Noghabai, 1995).
- Μεταβλητή περιμετρική επιμήκυνση, ανάλογα με την κατανομή δακτυλίου-παραμόρφωσης μιας «ισοδύναμης» ελαστικής περίπτωσης, ή με μία υπερβολική κατανομή (Cappellini, 1996).

Με βάση την κινηματική υπόθεση που έγινε, έχουμε διάφορες κατανομές ρωγμής-εύρους: για παράδειγμα, η πρώτη διατύπωση (σταθερή περιμετρική επιμήκυνση) συνεπάγεται μία γραμμική κατανομή του εύρους της ρωγμής απόσχισης, με το μέγιστο εύρος να βρίσκεται στην διεπιφάνεια ράβδου-σκυροδέματος.

Γράφοντας την ισορροπία κατά μήκος οποιουδήποτε ακτινικού, μερικώς αποσχισμένου τμήματος, η πίεση ράβδου-σκυροδέματος μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

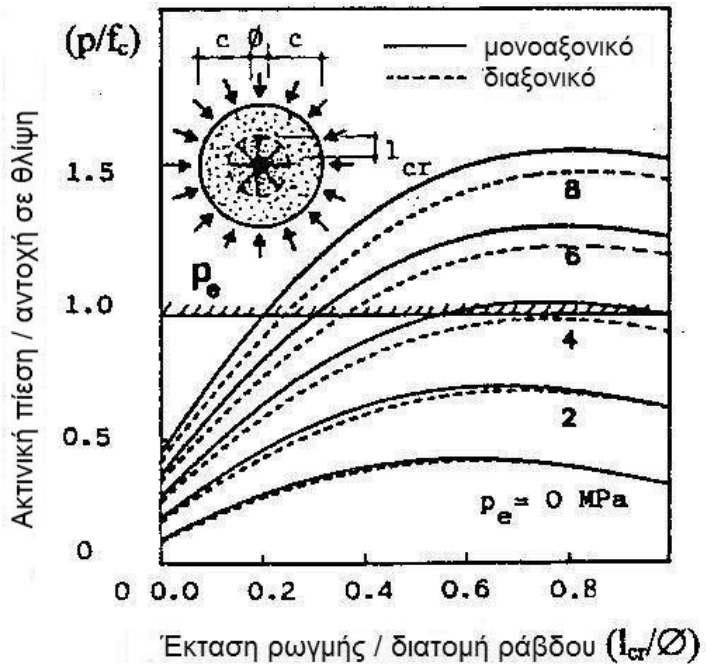
$$p\ (R_c, R_b, I_{cr}, f_{ct}, E_c, n, w_c \text{ or } G_f) \qquad (3.12)$$

Με την μεγιστοποίηση της πίεσης σε σχέση με την έκταση της ρωμής $(d_p/dl_{rc}=0)$ και αποδίδοντας στον αριθμό των ρωγμών n μία προκαθορισμένη τιμή, βρίσκουμε την αντοχή της συνάφειας (πάντα σε σχέση με p_{max}) (Reinhardt, van der Veen και Noghabai, 1990, 95).

Σύμφωνα με τους Gambarova, Rosati, Schurnrn και Cappellini (1992, 1994, 1996) ο αριθμός των ρωγμών δεν είναι a priori δεδομένος, αλλά είναι ένας από τους αγνώστους του προβλήματος. Εξ ορισμού, είναι ο αριθμός που αντιστοιχεί ταυτόχρονα στις μικρότερη τιμή της μέγιστης πίεσης και ικανοποιεί και την στατική και την κινηματική παραδοχή:

$$0 \leq \sigma(r, l_{cr}, n) \leq f_{ct} \qquad w(r, l_{cr} n) \geq 0 \qquad (3.13)$$

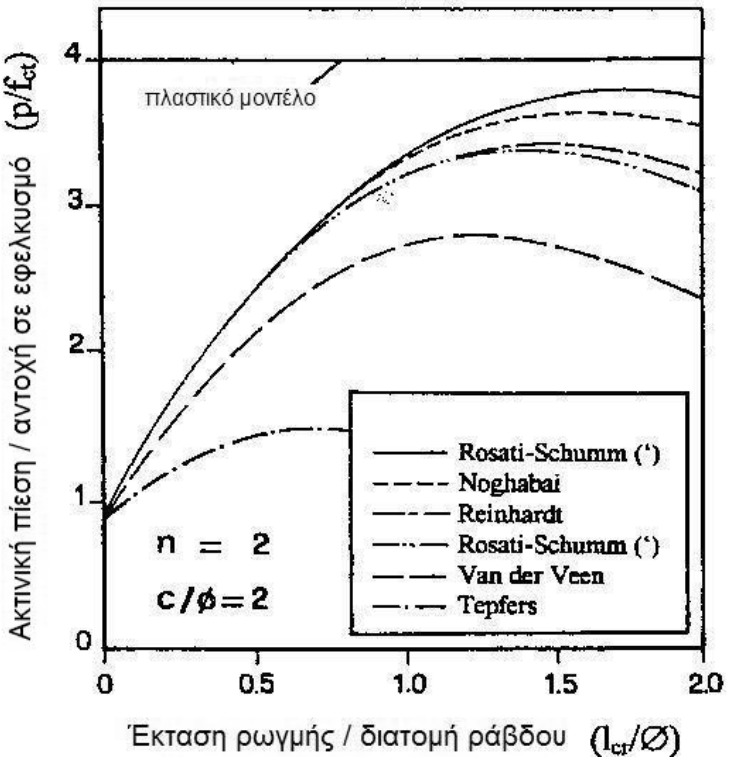
Αξίζει να σημειωθεί ότι έχουν επίσης εισαχθεί οι επιδράσεις της εξωτερικής πίεσης (Σχήμα 3.16): η αντοχή συνάφειας αυξάνεται, αλλά όχι πέραν από ένα ανώτατο όριο, το οποίο σχετίζεται με την αντοχή θλίψης του σκυροδέματος στην ακτινική κατεύθυνση. Ο αριθμός των ρωγμών, η κρίσιμη έκταση των ρωγμών και το μέγιστο εύρος μειώνονται, εξαιτίας της εξωτερικής πίεσης.



Σχήμα 3.15 – Διαγράμματα πίεσης ράβδου-σκυροδέματος (ακτινική πίεση p), ως συνάρτηση της έκτασης της ρωγμής (Gambarova και συνεργάτες, 1994), για διαφορετικές τιμές εξωτερικής πίεσης (p_e): οι κανονικές και διακεκομμένες καμπύλες αναφέρονται σε ένα μονοαξονικό και διαξονικό κριτήριο αστοχίας, αντίστοιχα. ϕ = 12mm, R_c = 42 mm, c/ϕ = 3, da = 16 mm, f_{cr}/f_c = 0.1, f_c = 45 MPα, E_c = 30 GPα, G_f = 100 J/m2, w_e (οριακό εύρος ρωγμής) = 0.2 mm και n (αριθμός ρωγμών) = 3.

Τέλος, στο Σχήμα 3.16, συγκρίνονται διάφορα μοντέλα, για n = 2, που είναι ο αριθμός των ρωγμών που παίρνουμε από το ελαστικό-ρηγματωμένο-συνεκτικό μοντέλο, το οποίο αναπτύχθηκε από τον Cappellini (1996), στα χνάρια των προγενέστερων εργασιών των Rosati και Schumm. Σημειωτέον ότι παρά τις διαφορετικές υποθέσεις, οι μέγιστες τιμές (p_{max}, π.χ. μέγιστη εκμετάλλευση συνάφειας και οριακή αντοχή συνάφειας) είναι πολύ κοντά ($p_{max}/f_{ct} \approx$ *3.4-3.8)* σε αυτές των μοντέλων που βασίζονται σε εκθετικούς, γραμμικούς ή υπερβολικούς νόμους συνοχής. Από την άλλη μεριά, το πλαστικό μοντέλο και το μοντέλο ελαστικής

ρηγμάτωσης (Tepfers) παρέχουν την ανώτερη και κατώτερη συνάφεια, αντίστοιχα. Θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι οι υψηλότερες τιμές είναι οι πιο κοντά στην «αληθινή» λύση του προβλήματος, αφού όλα τα μοντέλα βασίζονται στην στατική προσέγγιση της οριακής ανάλυσης.



Σχήμα 3.16 – Διάγραμμα ράβδου πίεσης - σκυροδέματος (ακτινική πίεση p), ως συνάρτηση της έκτασης της ρωγμής (l_{cr}) (σύμφωνα με τον Cappellini, 1996). ϕ = 19mm, R_c = 47.5 mm, c/ϕ = 2, d_a = 16 mm, f_{cr}/f_c = 0.1, f_c = 32 MPα, E_c = 30 GPα, G_f = 100 J/m2, και n (αριθμός ρωγμών) = 2. Ίδιος υπερβολικός συνεκτικός νόμος, διαφορετικές κινηματικές συνθήκες στον ρηγματωμένο πυρήνα.

3.6.4 Ελαστικό-Πλαστικό-Συνεκτικό Μοντέλο

Οι βασικές πτυχές του Ελαστικού-Πλαστικού-Συνεκτικού μοντέλου (Σχήμα 3.14δ), είναι οι εξής:

1. Η μάζα του σκυροδέματος που περιβάλλει τη ράβδο αποτελείται από υλικό τριών φάσεων, με ένα εσωτερικό, ακτινικά ρηγματωμένο και συνεκτικό πυρήνα, έναν ενδιάμεσο πλαστικό δακτύλιο και έναν εξωτερικό ελαστικό δακτύλιο. Ο ενδιάμεσος δακτύλιος είναι μία

πρόσφατη εξέλιξη, αφού η δράση του δακτυλίου αναπτύχθηκε μόνο από το ελαστικό δακτύλιο και από την συνοχή των ακτινικών ρωγμών στο αρχικό μοντέλο (Σχήμα 3.14γ).

2. Η δράση δακτυλίου στους ελαστικούς και πλαστικούς δακτύλιους (με τη βοήθεια της εξωτερικής πίεσης p_e, εάν υπάρχει, Σχήμα 3.13α), προλαμβάνει την εξόλκευση της ράβδου, αρκεί η διείσδυση των ακτινικών ρωγμών l_{cr} (Σχήμα 3.13β) να είναι μικρότερη ή ίση με μία «οριακή» τιμή, η οποία μεγιστοποιεί την πίεση p ράβδου-σκυροδέματος και κατ' επέκταση την αντοχή εξόλκευσης T. Πέραν αυτής της οριακής τιμής, η ισορροπία της ράβδου δεν είναι πλέον εφικτή, αφού οι ακτινικές ρωγμές γίνονται ασταθείς και απλώνονται σε όλη την επικάλυψη.
3. Τα στέρεα μέρη του ακτινικά ρηγματωμένου πυρήνα συμπεριφέρονται ελαστικά και υπόκεινται σε μονοαξονική θλίψη προς την ακτινική διεύθυνση (ν=0). Επιπλέον, οι παραμορφώσεις στο δακτύλιο και στις ακτινικές κατευθύνσεις υποτίθεται ότι είναι ίσες (ομοθετικές μετατοπίσεις) σε συνολικό επίπεδο, π.χ. υπολογισμός της συνεισφοράς των ρωγμών.
4. Οι ακτινικές ρωγμές έχουν μία υπολειπόμενη αντοχή σε εφελκυσμό (συνοχή ρωγμής) και μπορούν να μεταφέρουν εφελκυστικές τάσεις, όπως φαίνεται από τον κατιώντα κλάδο της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης/τάσης-μετατόπισης (Σχήμα 3.17, καμπύλη 1). Ο νόμος που υιοθετήθηκε εδώ για την αποδυνάμωση του σκυροδέματος (Giuriani και Rosati, 1986) περιέχει μερικές παραμέτρους που σχετίζονται με την θραύση του σκυροδέματος, όπως αντοχή εφελκυσμού f_{ct} σκυροδέματος και το κρίσιμο άνοιγμα ρωγμής w_c:

$$\sigma / f_{ct} = (1 - w/w_c)/(1 + k\, w/d_\alpha) \qquad (3.14)$$

όπου σ είναι συνεκτικές τάσεις εφελκυσμού, w το άνοιγμα της ρωγμής, d_a η μέγιστη διάμετρος αδρανών και k η παράμετρος που σχετίζεται με την ενέργεια θραύσης G_f. Στην περίπτωση του ινοπλισμένου σκυροδέματος και η f_{ct} και η w_c εξαρτώνται από την περιεκτικότητα σε ίνες.
5. Οι ακτινικές ρωγμές σταθεροποιούνται εάν και εφόσον οι μέγιστες τάσεις των δακτυλίων είναι ίσες με την αντοχή του σκυροδέματος υπό μονοαξονικό εφελκυσμό (μονοαξονικό κριτήριο) ή την αντοχή σε θλίψη-εφελκυσμό (διαξονικό κριτήριο): η αλληλεπίδραση εφελκυσμού-θλίψης είναι επιζήμια και για την αντοχή εφελκυσμού, αλλά και για την αντοχή θλίψης.

6. Το εύρος των ρωγμών στον πυρήνα του σκυροδέματος και η πίεση ράβδου-σκυροδέματος, μπορούν να διατυπωθούν σε σχέση με μερικές γεωμετρικές και μηχανικές παραμέτρους, γράφοντας (α) την συνθήκη ισορροπίας κατά μήκος οποιασδήποτε ακτινικά ραγισμένης διατομής, και (β) την κινηματική συνθήκη στο ρηγματωμένο πυρήνα. Αυτή η συνθήκη (η οποία μπορεί να διατυπωθεί με διάφορους τρόπους,), διέπει το σχήμα των ακτινικών ρωγμών, π.χ. την εξάρτηση του εύρους στην πολική ακτινική συντεταγμένη (r). Στην εργασία του Gambarova και των συνεργατών του, (1998), η κινηματική συνθήκη βασίστηκε στην υπόθεση ότι η περιμετρική επιμήκυνση είναι σταθερή και ίση με αυτή του εσωτερικού ορίου του πλαστικού δακτυλίου:

$$2\pi R\varepsilon_{cr} = nw(r) + 2\pi r\varepsilon_h^{sc} \qquad (3.15)$$

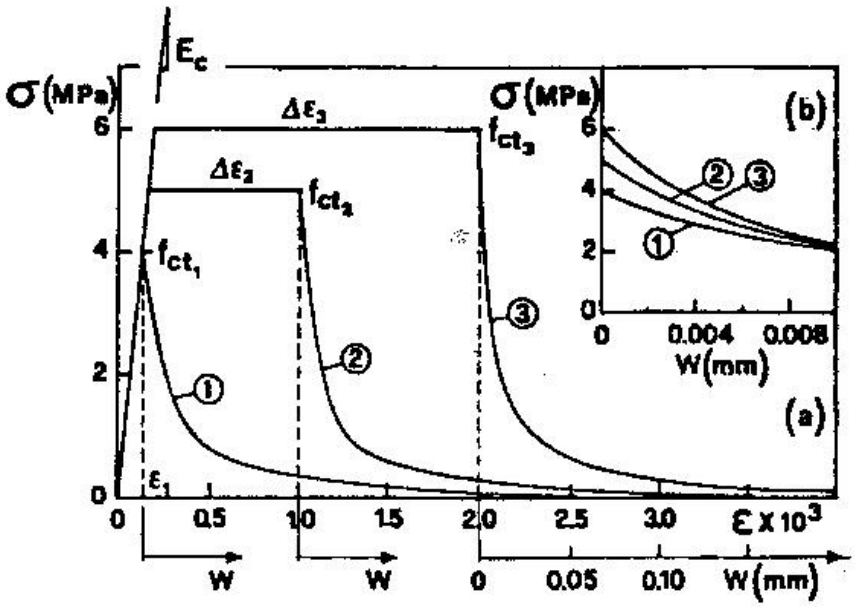
όπου $\varepsilon_{cr} = f_{cr} / E_c$, n = αριθμός ρωγμών, $w(r)$ = εύρος ρωγμών, r = πολική συντεταγμένη, $\varepsilon^{sc} = \sigma^{sc}(r) / E_c$ = παραμόρφωση δακτυλίου στο τμήμα σκυροδέματος, μεταξύ δύο συνεχόμενων ρωγμών. Στην πιο πάνω εργασία, η $\sigma^{sc}(r)$ υποτέθηκε ότι ήταν ίση με την τάση συνοχής στη διεπιφάνεια της ρωγμής: $\sigma^{sc}(r) = \sigma(w(r))$. Το εύρος της ρωγμής $w(r)$ είναι μια περίπλοκη συνάρτηση της r, και <u>όχι</u> μία γραμμική συνάρτηση, όπως υποτέθηκε από τους Reinhardt και Van der Veen (1990): $w(r)$ εξαρτάται επίσης από τον υιοθετούμενο νόμο συνοχής.
7. Στην αρηγμάτωτη περιοχή, οι παραμορφώσεις των δακτυλίων υποτίθεται ότι έχουν μία κατανομή ελαστικού τύπου, σύμφωνα με έναν ελαστικό καταστατικό νόμο, ενεργητικά ισοδύναμο με τον πραγματικό ελαστικό-πλαστικό νόμο. Εντούτοις, οι τάσεις των δακτυλίων εισάγονται σύμφωνα με την πραγματική ελαστικο-πλαστική συμπεριφορά του σκυροδέματος και έτσι εμφανίζονται στην εξίσωση ισορροπίας.
8. Η κρίσιμη έκταση της ρωγμής, που αντιπροσωπεύει την μέγιστη εκμετάλλευση της συνάφειας, επιτυγχάνεται με την μεγιστοποίηση της πίεσης p ράβδου-σκυροδέματος (Σχήμα 3.13α), όσον αφορά την έκταση της ρωγμής, για οποιονδήποτε δεδομένο αριθμό ρωγμών.
9. Ο αριθμός των ρωγμών καθορίζεται ως ο αριθμός που αντιστοιχεί στην μικρότερη από τις μέγιστες τιμές πίεσης, προς ικανοποίηση και της στατικής και της κινηματικής παραδοχής. Μικρότερος ή μεγαλύτερος αριθμός ρωγμών αν και είναι στατικά και κινηματικά αποδεκτός, εμποδίζει την μέγιστη εκμετάλλευση της συνάφειας στην πρώτη περίπτωση, ή μπορεί να προκαλέσει καταστάσεις αστάθειας, στην δεύτερη περίπτωση.

3.6.5 Εφαρμογές

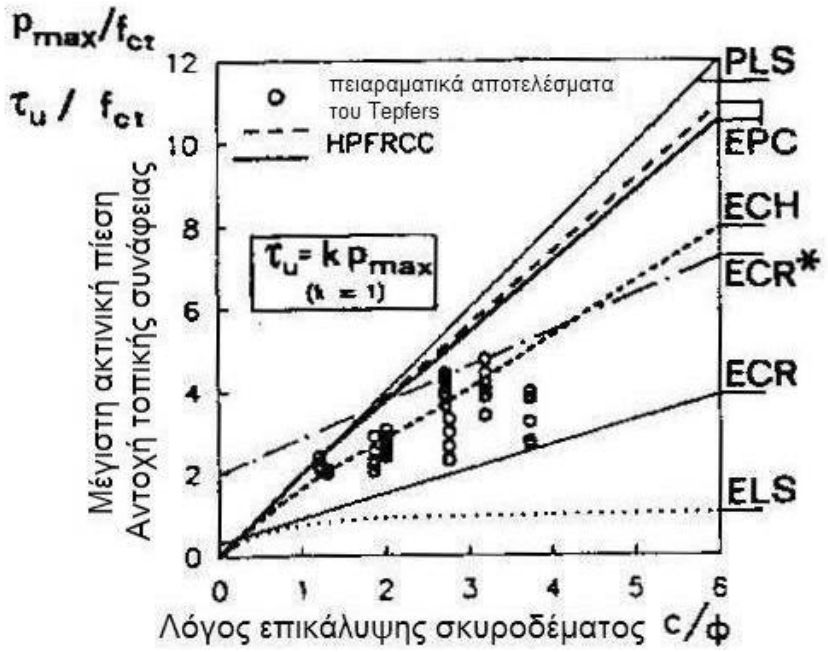
Ένα πρώτο παράδειγμα αφορά την περίπτωση μίας ράβδου, εμπηγμένης σε σύνηθες σκυρόδεμα (Σχήμα 3.17, καμπύλη 1), ή σε υψηλής κατ' όγκο περιεκτικότητας ινοπλισμένο σκυρόδεμα (Σχήμα 3.17, καμπύλες 2 και 3). Στο Σχήμα 3.17, οι καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης/τάσης-μετατόπισης δεν αναφέρονται σε κάποιο συγκεκριμένο σκυρόδεμα κανονικής αντοχής ή ινοπλισμένο σκυρόδεμα, αλλά αποτελούν τρεις δυνατούς και ρεαλιστικούς, αν και αυθαίρετους, καταστατικούς νόμους (σκυρόδεμα 1: $G_f=150J/m^2$, $w_c=0,8$ *mm*, $E_c=32$ *Gpa*, $d_a=16$ *mm*). Οι τρεις καμπύλες έχουν την ίδια αρχική κλίση (η περιεκτικότητα σε ίνες δεν μεταβάλει σημαντικά την ελαστική συμπεριφορά), ελαφρώς διαφοροποιημένες αντοχές (οι ίνες προσθέτουν κάποια αντοχή στον εφελκυσμό), διαφορετικά πλατώ (τα Μείγματα Ινοπλισμένου Σκυροδέματος Υψηλής Απόδοσης παρουσιάζουν μία αξιοσημείωτη ψευδοπλαστική συμπεριφορά, ανάλογα με την περιεκτικότητα τους σε ίνες) και ελαφρώς διαφορετικούς κλάδους σκλήρυνσης, που αντιπροσωπεύουν τη θέση της ρωγμής. Η έκταση του πλαστικού πλατώ $\Delta\varepsilon$ είναι $0,7\ \varepsilon_l$, $15\ \varepsilon_l$ αντίστοιχα (ε_l = ανώτατη παραμόρφωση στο απλό σκυρόδεμα κανονικής αντοχής = f_{ct} / E_c). Το Σχήμα 3.18 δείχνει πόσο γρήγορα η συμπεριφορά της συνάφειας τείνει να γίνει εντελώς πλαστική, εξαιτίας των ινών (η περιεκτικότητα σε ίνες θα πρέπει να ξεπερνάει το 4-5% σε όγκο). Τα Σχήματα 3.19 και 3.20 δείχνουν την εξέλιξη του αριθμού και του εύρους των ρωγμών (στην διεπιφάνεια ράβδου-σκυροδέματος) σε σχέση με την αύξηση της επικάλυψης του σκυροδέματος. Τέλος, στο Σχήμα 3.21 η κρίσιμη διείσδυση ή έκταση της ρωγμής, l_{cr}, (Σχήμα 3.13β) απεικονίζεται σε σχέση με την επικάλυψη του σκυροδέματος.

Συνοψίζοντας, υψηλές περιεκτικότητες σε ίνες (οι οποίες μετατρέπουν την συμπεριφορά υπό εφελκυσμό από ελαστική-ψαθυρή σε ελαστική-πλαστική) εγγυώνται πολύ καλύτερη συνάφεια για την ίδια επικάλυψη σκυροδέματος, καθώς επίσης και λεπτότερες και λιγότερο εκτεταμένες ρωγμές απόσχισης και τελικά, μεγαλύτερη αντοχή και ανθεκτικότητα.

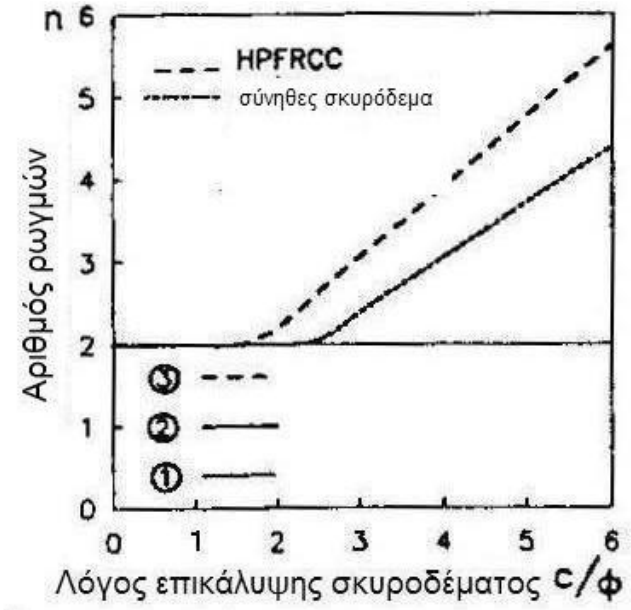
Ένα δεύτερο παράδειγμα αφορά την παθητική δράση περίσφιξης που ένα μεταλλικό κάλυμμα ή σωλήνας μπορεί να εξασκηθεί σε έναν κύλινδρο σκυροδέματος, οπλισμένο με μία μόνο ράβδο (Σχήματα 3.22α,β), για μία δεδομένη έκταση απόσχισης του σκυροδέματος γύρω από την ράβδο. Ανάλογα με την πυκνότητα *(t)* του σωλήνα *(t=0-18 mm,* $d_b=16$ *mm,* $c/d_b=4$*)* και με την έκταση ρωγμής *(r),* η πίεση στην διεπιφάνεια σκυροδέματος - ράβδου *(p)* φτάνει σε διαφορετικές τιμές. Όπως αναμενόταν, όσο πιο παχύς είναι ο συνδετικός σωλήνας, τόσο μεγαλύτερη και η πίεση, η οποία μπορεί (ή μπορεί και όχι) να εμφανίσει μία σχετική μέγιστη τιμή *(*p_{max}*)*.



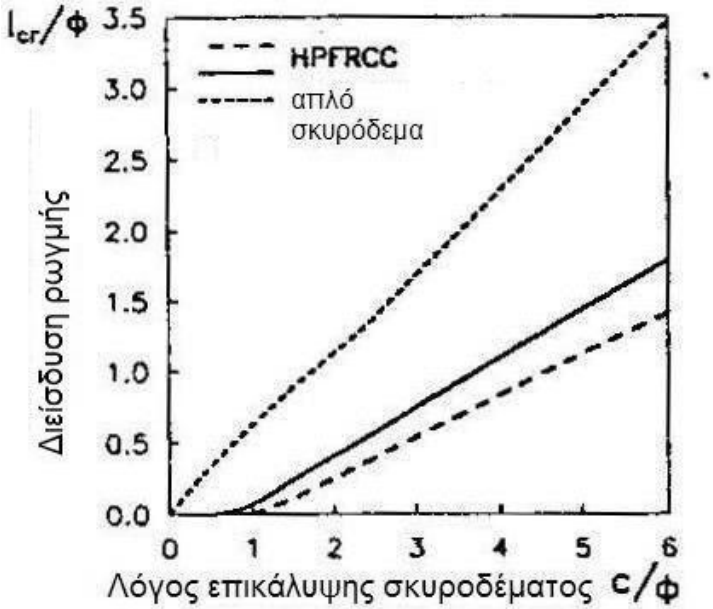
Σχήμα 3.17 – Τυπικές σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης και τάσης-μετατόπισης: (1) σύνηθες σκυρόδεμα, (2) και (3) ινοπλισμένα σκυροδέματα υψηλής κατ' όγκου περιεκτικότητας.



Σχήμα 3.18 – Διαγράμματα πίεσης ράβδου-σκυροδέματος και αντοχής συνάφειας σε σχέση με την επικάλυψη σκυροδέματος, σύμφωνα με διάφορα μοντέλα και προσαρμογή σε αυτά των πειραματικών αποτελεσμάτων. Διάμετρος ράβδου φ =16 mm, k (συντελεστής τριβής) = l.

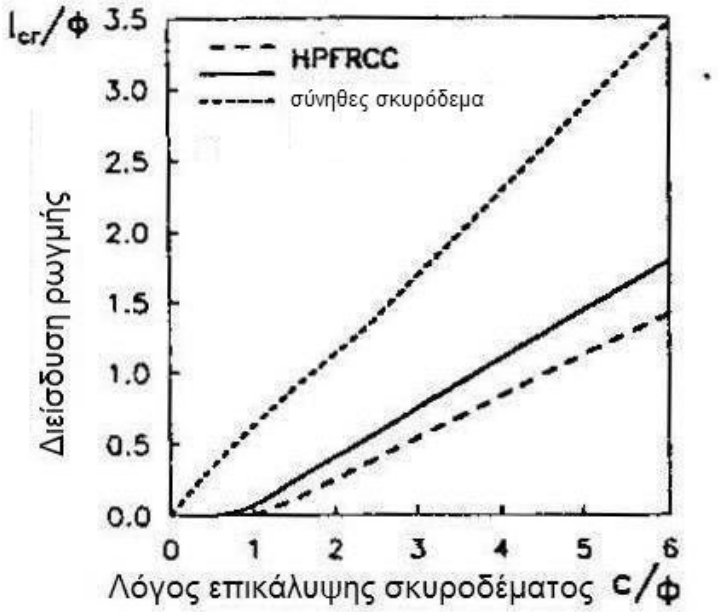


Σχήμα 3.19 – Διαγράμματα αριθμού ρωγμών σε σχέση με την επικάλυψη σκυροδέματος για συνήθη και ινοπλισμένα σκυροδέματα υψηλής κατ' όγκου περιεκτικότητας. Οι κλασματικοί αριθμού θα πρέπει να στρογγυλοποιούνται στον κοντινότερο ακέραιο αριθμό.

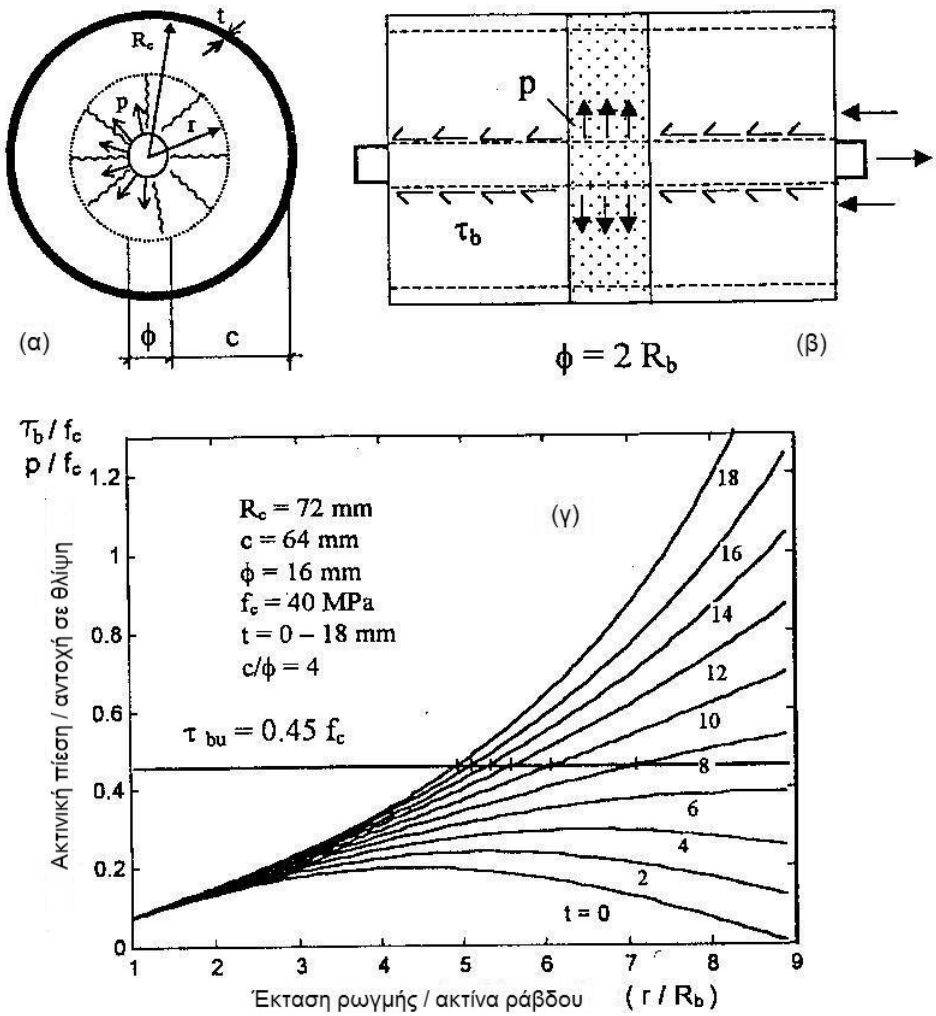


Σχήμα 3.20 – Διαγράμματα μέγιστου εύρους ρωγμής σε σχέση με την επικάλυψη σκυροδέματος.

Στο Σχήμα 3.22γ, η τιμή αναφοράς $p_{max}/f_c = 0.45$ αντιστοιχεί στη συχνά αναφερόμενη αντοχή συνάφειας $\tau_{bu} = 0.45\ f_c$, σύμφωνα με τη σχέση $\tau_{bu} = k\ p_{max}$, με $k=1$. Για $t=18\ mm$, η οριακή αντοχή $0.45\ f_c$ μπορεί να αναπτυχθεί σε συνθήκες μερικής απόσχισης (έκταση ρωγμής $r\approx 4.5$ φορές η ακτίνα της ράβδου), ενώ για $t \approx 7\ mm$, η ίδια πίεση αναπτύσσεται σε συνθήκες διαμπερούς απόσχισης ($r=9$, R_b: η επικάλυψη έχει αποσχιστεί εντελώς).Αφού η πίεση $0.45\ f_c$ αντιπροσωπεύει την οριακή αντοχή συνάφειας στο υψηλά περισφιγμένο τμήμα της αγκύρωσης ($p_{max}=\tau_{bu}/k$, Σχήμα 1.4.22β, $k=1$), για $t<7\ mm$, η συνάφεια δεν αξιοποιείται ποτέ πλήρως ($p_{max}<0.45\ f_c$). Τα διαγράμματα του Σχήματος 3.22γ παρήχθηκαν από τον Coronelli (1999), με βάση το χωρίς συνεκτικότητα ελαστικό ρηγματωμένο μοντέλο του Tepfers, επιβάλλοντας την συμβιβαστότητα μεταξύ του εξωτερικού στερεού δακτυλίου του μερικώς αποσχισμένου κυλίνδρου σκυροδέματος και του μεταλλικού σωλήνα. Τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης δείχνουν καθαρά πως η παθητική περίσφιξη μπορεί να ελέγξει την επέκταση της ακτινικής απόσχισης.



Σχήμα 3.21 – Διαγράμματα διείσδυσης ρωγμής σε σχέση με την επικάλυψη σκυροδέματος.



Σχήμα 3.22 – Διαγράμματα της ακτινικής πίεσης στην διεπιφάνεια ράβδου-σκυροδέματος, ως συνάρτηση της έκτασης των ρωγμών απόσχισης, για διαφορετικά επίπεδα παθητικής περίσφιξης. Η περίσφιξη ασκείται από έναν μεταλλικό σωλήνα (πυκνότητα t=0-18 mm, επικάλυψη σκυροδέματος c=4 ϕ , Coronelli, 1999).

3.6.6 Συμπερασματικά Σχόλια

Τα ελαστικά-πλαστικά-συνεκτικά μοντέλα που προτάθηκαν για τη συνάφεια ράβδου-σκυροδέματος, ανήκουν στα πιο διαδεδομένα μοντέλα που αναπτύχθηκαν τελευταία, τα οποία περιγράφουν τη συμπεριφορά της συνάφειας σε σχέση με την θραύση ή καταστροφή του σκυροδέματος, συμπεριλαμβανομένης και της θέσης της ρωγμής. Σχετικά με αυτό, τα προτεινόμενα μοντέλα αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο για την καλύτερη κατανόηση της μετάβασης από το στέρεο στο ακτινικά ρηγματωμένο σκυρόδεμα σε εξόλκευση αγκύρωσης, τόσο σε αστοχία απόσχισης όσο και σε πραγματικές αστοχίες εξόλκευσης.

Επιπλέον, αυτά τα μοντέλα επιτρέπουν μία αξιόπιστη εκτίμηση των πολλών παραγόντων που επηρεάζουν τη συνάφεια, όπως η αντοχή και η ακαμψία του σκυροδέματος, η ενέργεια θραύσης, η περιεκτικότητα σε ίνες, η επικάλυψη του σκυροδέματος και η διάμετρος των αδρανών, η διάμετρος της ράβδου, η εγκάρσια πίεση και οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις (Diederichs και Schneider, 1981, Morley και Royles, 1983, Shih και συνεργάτες, 1988α,β).

Λόγω της ανοικτής δομής τους, τα μοντέλα που βασίζονται στο ανάλογο υδραυλικής πίεσης (περισσότερο μοντέλα οριακής ανάλυσης), μπορούν εύκολα να τροποποιηθούν και να επεκταθούν και σε «ειδικά» υλικά, που τώρα εμφανίζονται στο προσκήνιο (σκυροδέματα υψηλής αντοχής, με ή χωρίς ίνες, ράβδοι με εποξειδική επικάλυψη, μη-μεταλλικές ράβδοι) και μπορούν να συμβάλουν στην μετατροπή των εξισώσεων, οι οποίες συμπεριλαμβάνονται στους κώδικες που ισχύουν σήμερα. Τα ευνοϊκά αποτελέσματα που η παθητική περίσφιξη (σπιράλ ή συνδετήρες) έχει στη συνάφεια, μπορούν εύκολα και αυτά να συμπεριληφθούν, εισάγοντας την συμβιβαστότητα στην κατεύθυνση του δακτυλίου, μεταξύ του στέρεου (ή ρηγματωμένου) σκυροδέματος και του οπλισμού περίσφιξης.

Καθώς αυτά τα μοντέλα επιτρέπουν την εκτίμηση της πίεσης p_{max} ράβδου-σκυροδέματος, καθώς και κάποιων ιδιοτήτων των ακτινικών ρωγμών (όπως ο αριθμός των ρωγμών n και το μέγιστο εύρος w_{max}) σε επικείμενη κατάρρευση, η εκτίμηση της αντίστοιχης οριακής τάσης συνάφειας τ_u απαιτεί την εισαγωγή μιας κατάλληλης σχέσης μεταξύ των παραπάνω αναφερόμενων παραμέτρων:

$$\tau_u = F\left(p_{\max}, w_{\max}, n, k, \tau_0, \ldots\right) \tag{3.16}$$

4. ΕΙΔΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Οι ανάγκες της μοντελοποίησης της συνάφειας, ως τρισδιάστατο ή αξονοσυμμετρικό πρόβλημα, εξετάστηκαν και ακόμα εξετάζονται, με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερεσμένων στοιχείων, έχοντας τρεις κύριους στόχους: (1) την εξέταση της συμπεριφοράς της συνάφειας σε τοπικό επίπεδο (μικροεπίπεδο), ώστε να λάβουμε υπόψη μας τους διάφορους μηχανισμούς αντίστασης, οι οποίοι ενεργοποιούνται σε αυτήν την κλίμακα (τριβή, δράση βλήτρου, ολίσθηση διεπιφάνειας), (2) τη συσχέτιση της τμηματικής συμπεριφοράς με τις δομικές παραμέτρους (κάτω και πλευρική επικάλυψη σκυροδέματος, διάμετρος ράβδου και ελεύθερο μεσοδιάστημα, καταστάσεις εξόλκευσης και ώθησης), ώστε να ελέγξουμε και πιθανώς να βελτιώσουμε τις σχετικά απλές εξισώσεις που απαιτούνται για το δομικό σχεδιασμό και (3) την αξιολόγηση της ορθότητας και της αριθμητικής επάρκειας των διαφόρων νόμων τάσης-ολίσθησης ράβδου, που έχουν προταθεί μέχρι τώρα.

Στην πραγματικότητα, η συνάφεια έχει τόσες πολλές δομικές πτυχές, ώστε δεν μπορεί να θεωρηθεί –μιλώντας αυστηρά– ως εγγενής φυσική ιδιότητα του οπλισμένου σκυροδέματος. Έστω κι αν υποτεθεί ότι το οπλισμένο σκυρόδεμα είναι ένα υλικό 3 φάσεων, αποτελούμενο από χάλυβα (ή οπλισμό) και σκυρόδεμα συν ένα ενδιάμεσο στρώμα (όπου συσσωρεύονται όλες οι ιδιότητες που συμβάλλουν στην συμπεριφορά συνάφειας), η $3^{η}$ φάση –το ενδιάμεσο στρώμα– είναι τόσο ευαίσθητο στην διάταξη των ράβδων και των συνδετήρων, καθώς και στο μέγεθος της διατομής (για να μη μιλήσουμε για την εξωτερική πίεση, αν υπάρχει), ώστε μετά βίας να μπορούν να εισαχθούν πραγματικοί καταστατικοί νόμοι. Αυτό έγινε σαφές από τις πρώτες κιόλας μελέτες επί του θέματος (π.χ. Lutz και Gergely, 1967).

Καθώς τα πεπερασμένα στοιχεία καθιστούν δυνατή τη μοντελοποίηση του περίπλοκου περιεχομένου της συνάφειας, ένα ουσιώδες ερώτημα εκκρεμεί: είναι η μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία ένα «μοντέλο»; Η απάντηση μπορεί να είναι «ναι», εάν η μοντελοποίηση προβλέπεται ως ένα σύστημα μαθηματικών και φυσικών νόμων, κανόνων, υποθέσεων και αριθμητικών διαδικασιών, που σκοπεύουν στην περιγραφή ενός φαινομένου, αλλά η απάντηση μπορεί να είναι και «όχι», εάν η μοντελοποίηση προβλέπεται ως ένα αυτοπεριεχόμενο σετ λογικών σχέσεων, που στόχο έχουν να δώσουν μία απάντηση κλειστής-μορφής, με βάση κάποιες εισερχόμενες πληροφορίες.

Δεδομένου ότι δεν υπάρχει ομόφωνη απάντηση στο πιο πάνω ερώτημα, η μοντελοποίηση της συνάφειας από τους μελετητές πεπερασμένων στοιχείων και τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, θα θεωρούνται ως συνώνυμα παρακάτω, με την $2^{η}$ έκφραση να προτιμάται, λόγω της προφανούς απλότητάς της.

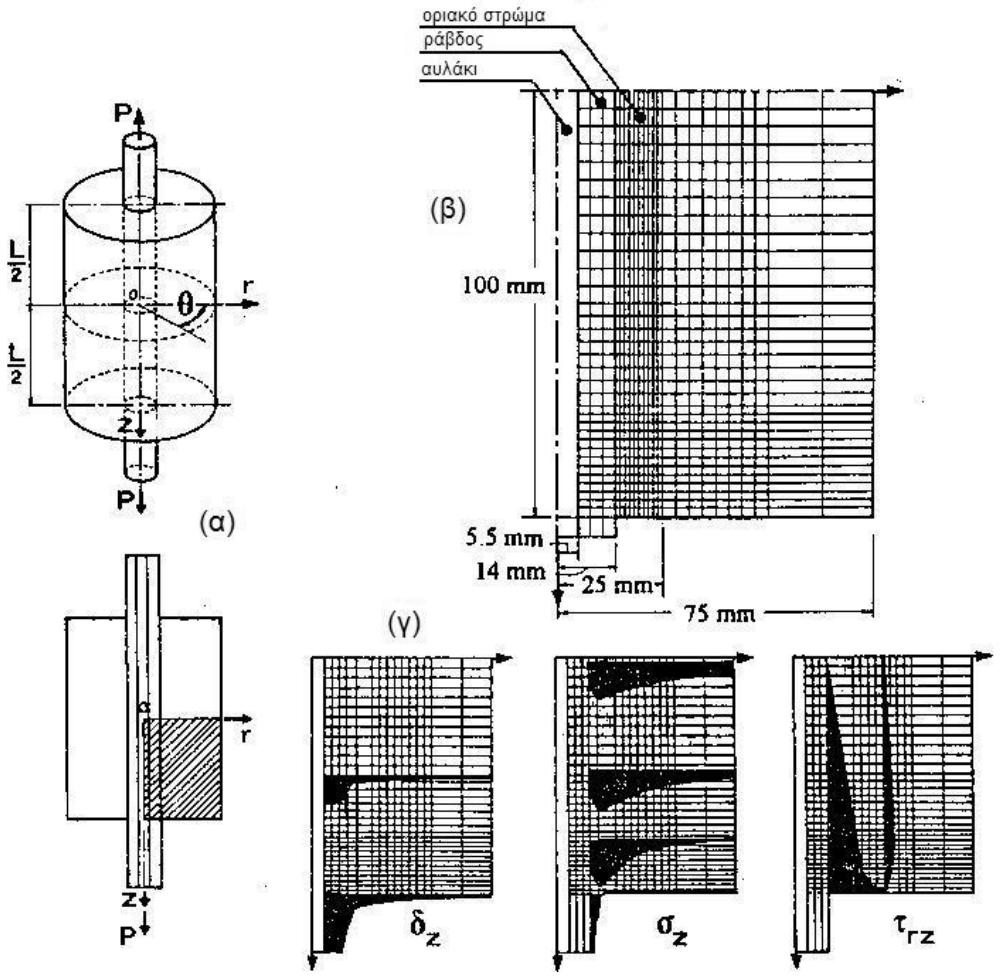
Αν και τα πρώτα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων συνάφειας-ολίσθησης της ράβδου οπλισμού προτάθηκαν από τους Ngo και Scordelis (1967), οι Bresler και Bertero (1968) και ο Nilson (1968), με την εισαγωγή γραμμικών και μη-γραμμικών ελατηρίων για τη μοντελοποίηση της συνάφειας και κατάλληλα «οριακά στρώματα», τα περισσότερα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων προβλημάτων συνάφειας, έγιναν από τα μέσα της δεκαετίας του 1980 και μετά. Εν τούτοις, οι μελέτες αυτές εκμεταλλεύτηκαν το εκπληκτικό μέγεθος της ερευνητικής δραστηριότητας στον τομέα της κατασκευής οπλισμένου σκυροδέματος, που έλαβε χώρα τη δεκαετία του 1970 και παρουσιάσθηκε στην γνωστή State-of-the-Art Report της ASCE (1982).

Κάποιες πολύτιμες συνεισφορές πρέπει να αναφερθούν, σχετικά με ποικίλα θέματα, όπως η μη-γραμμική μηχανική θραύσης (Ingraffea και συνεργάτες, 1984, Rots, 1990), η δισδιάστατη και τρισδιάστατη μη γραμμική μοντελοποίηση της αγκύρωσης του σκυροδέματος (Reinhardt και συνεργάτες, 1984, Cox και Herrmann, 1982, Ozbolt και Eligenhausen, 1992), μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων (De Groot και συνεργάτες, 1981, Filippou και συνεργάτες, 1983, Yankelewsky, 1985, Keuser και Mehlhorn, 1987, Hemmaty και συνεργάτες, 1991, Mainz, 1993, Kwak, 1997, Monti και συνεργάτες, 1997), η μηχανική της θραύσης του σκυροδέματος (Pijaudier-Cabot, και συνεργάτες, 1991), πεπερασμένα στοιχεία διακριτοποίησης ρωγμών (Yao και Murray, 1995), ειδικά μοντέλα για την διεπιφάνεια χάλυβα-σκυροδέματος (Van Mier και Vervuurt, 1995), για να μη μιλήσουμε για την προσπάθεια μοντελοποίησης της συνάφειας, με τη βοήθεια της προσέγγισης συνοριακών στοιχείων (Davi και συνεργάτες, 1994), ή με τον συνδυασμό συνοριακών και πεπερασμένων στοιχείων (La Mendola, 1997).

4.1 Μοντέλα στρωμάτων

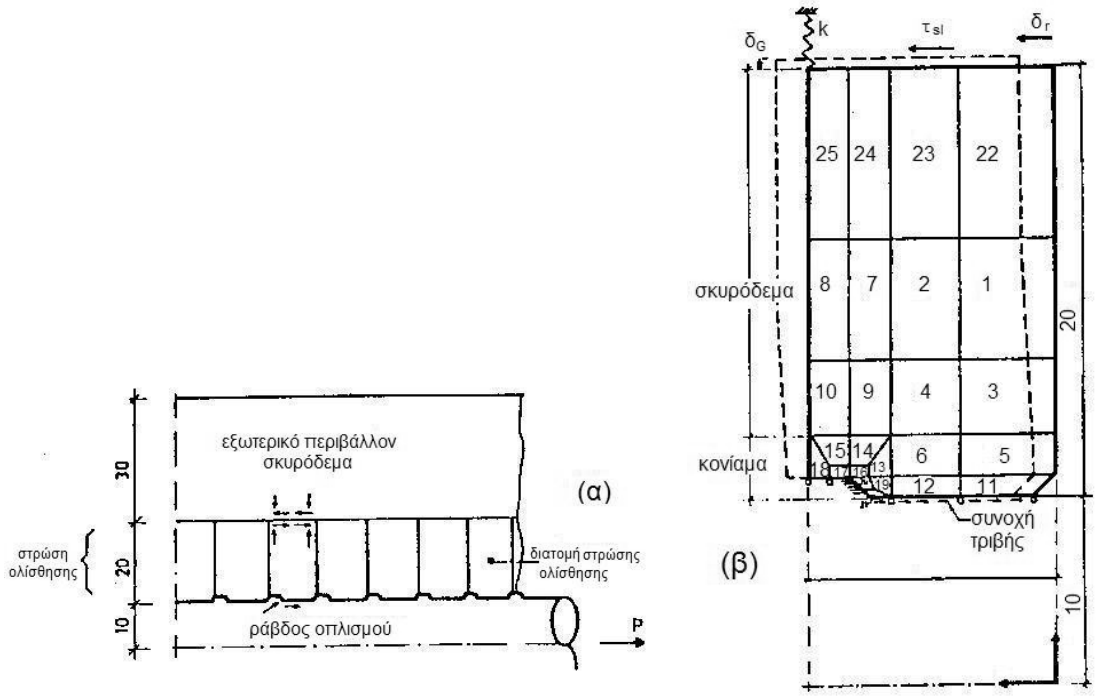
Δεδομένου ότι οι επιπτώσεις που προέρχονται από τη συνάφεια αφορούν κυρίως τα στρώματα του σκυροδέματος που είναι πιο κοντά στη ράβδο, η αξονοσυμμετρική διακριτοποιήθηκε πεπερασμένα στοιχεία του μήκους έμπηξης του σκυροδέματος υποδιαιρέθηκε από του Bresler και Bertero (1968) σε δύο περιοχές (Σχήμα 4.1): ένα εσωτερικό «οριακό στρώμα» (για να λάβει υπόψη τις ανελαστικές παραμορφώσεις και την θραύση του σκυροδέματος κοντά στη ράβδο) και έναν εξωτερικό δακτυλιοειδή κύλινδρο μη κατεστραμμένου σκυροδέματος. Και οι δύο περιοχές υποτίθεται ότι έχουν μία γραμμικά ελαστικό ισοτροπική συμπεριφορά, αλλά οι ελαστικές σταθερές του οριακού στρώματος προσαρμόστηκαν καταλλήλως ($E_{BL} = 0.06\ E_c$, ν_{BL}

$= 2.5\ v_c$). Το πάχος του οριακού στρώματος υποτέθηκε ότι ήταν ≈ *0.4* φορές τη διάμετρο της ράβδου (*11* και *28 mm*, αντίστοιχα). Αξίζει να σημειωθεί ότι το πεδίο μετατόπισης του οριακού στρώματος αναπαριστά την τοπική ολίσθηση στην διεπιφάνεια ράβδου-σκυροδέματος. Φυσικά, το οριακό στρώμα είναι μία «ομογενοποιημένη» αναπαράσταση της περίπλοκης και ιδιαίτερα «διαταραγμένης» τοπικής συμπεριφοράς της συνάφειας και οι τάσεις στο εμπηγμένο μήκος μειώνονται κατά πολύ, εξαιτίας του σχετικά «μαλακού» οριακού στρώματος.



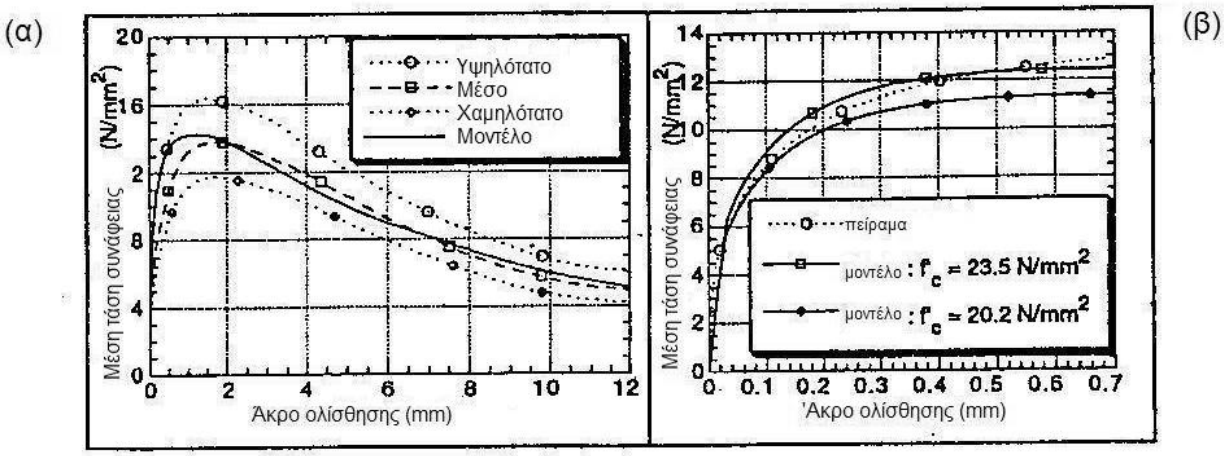
Σχήμα 4.1 - Εξιδανίκευση Πεπερασμένων Στοιχείων, σύμφωνα με τους Bresler και Bertero (1968): (α) σύστημα συντεταγμένων, (β) εξιδανίκευση πεπερασμένων στοιχείων και (γ) διαγράμματα της διαμήκους μετατόπισης και της ορθής τάσης, καθώς και της διατμητικής τάσης. Η ράβδος κόπηκε κατά μήκος και ένα αυλάκι χαράχτηκε και στα δύο μισά κομμάτια, για την τοποθέτηση ενός σετ μηκυνσιόμετρων. Έπειτα, τα δύο μισά κομμάτια ενώθηκαν μεταξύ τους.

Ένα «στρώμα ολίσθησης» χρησιμοποιήθηκε επίσης από τον Reinhardt και τους συνεργάτες του (1984), για την μοντελοποίηση των μη-γραμμικών φαινομένων, σχετικών με τη συνάφεια (Σχήμα 4.2), με αυτό το στρώμα να διαιρείται σε σπειροειδή στοιχεία, των οποίων το πάχος ήταν ίσο με τη διάμετρο της ράβδου. Και ο χάλυβας, αλλά και το εξωτερικό μέρος του σκυροδέματος θεωρήθηκαν ως ελαστικά. Τα σπειροειδή στοιχεία ταιριάζουν ακριβώς στο σχήμα των νευρώσεων και η μη-γραμμική συμπεριφορά τους περιγράφεται με τη βοήθεια ενός ελαστικού-πλαστικού νόμου υπό θλίψη, καθώς και ενός ελαστικού νόμου υπό εφελκυσμό. Η επιφάνεια αστοχίας με διακοπή εφελκυσμού του Mohr-Coulomb υιοθετήθηκε για πολυαξονική φόρτιση. Το κονίαμα που βρίσκεται σε επαφή με τη ράβδο, μπορεί να ολισθήσει (και ως εκ τούτου λαμβάνουμε υπόψη την τριβή), αλλά όχι κατά μήκος των κεκλιμένων πλευρών των προεξοχών. Αμέσως μόλις διακριβώθηκαν αυτά τα στοιχεία του στρώματος ολίσθησης, η εισαγωγή τους σε οποιονδήποτε κώδικα πεπερασμένων στοιχείων με αξονοσυμμετρικά στοιχεία, μπορεί στην ουσία να επιτρέψει την μοντελοποίηση οποιουδήποτε προβλήματος συνάφειας. Επίσης, οι επιπτώσεις της ακτινικής πίεσης και αυτές της μεγάλης μετατόπισης που εφαρμόζονται σε μία ράβδο, μπορούν και αυτές να μοντελοποιηθούν.



Σχήμα 4.2 – Αξονοσυμμετρική αναπαράσταση του στρώματος ολίσθησης (α) και του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων (β), Reinhardt και συνεργάτες, (1984).

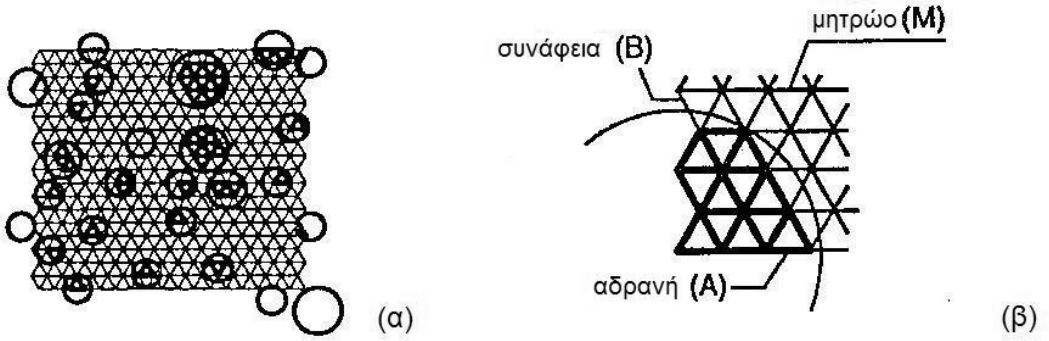
Ένα δισδιάστατο μοντέλο πλαστικότητας για τη συνάφεια αναπτύχθηκε από τους Cox και Herrmann (1992 και 1994), με βάση κάποια πειραματικά αποτελέσματα, που εξέτασαν την τάση περίσφιξης που αναπτύχθηκε από το σκυρόδεμα, κατά τη διάρκεια δοκιμών εξόλκευσης. Το μοντέλο συσχετίζει την τοπική ολίσθηση και την ακτινική διαστολή (στη ζώνη εγγύτερα της ράβδου) με την τάση συνάφειας και την τάση ακτινικής περίσφιξης, σε μία περιοχή πεπερασμένου πάχους γύρω από τη ράβδο, με το πάχος αυτής να είναι περίπου ίσο με το ύψος της νεύρωσης. Η μορφή της επιφάνειας διαρροής, οι εξελικτικοί νόμοι για τις εσωτερικές μεταβλητές και ο κανόνας ροής, αντικατοπτρίζουν ποιοτικά την μικρομηχανική της συνάφειας (σύνθλιψη, θραύση και τριβή). Το μοντέλο αυτό ενσωματώθηκε και σε έναν ερευνητικό κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Τα περισσότερα πειραματικά αποτελέσματα των Eligenhausen (Σχήμα 4.3), Gambarova, Malvar, Rehm και Shima προσεγγίστηκαν με επιτυχία.



Σχήμα 4.3 – Σύγκριση του μοντέλου που προτάθηκε από τους Cox και Herrmann (1992) με τα αποτελέσματα μονότονης φόρτισης των (α) Eligenhausen και συνεργάτες, (1983), και (β) Rehm και Eligehausen (1979).

Τέλος, μία κάπως περίεργη προσέγγιση της μοντελοποίησης του σκυροδέματος σε στρώματα εγγύτερα της ράβδου, παρουσιάστηκε από τους Mier και Vervuurt (1995), οι οποίοι εκμεταλλεύθηκαν ένα πρόσφατα αναπτυχθέν μοντέλο «δικτυωτού πλέγματος» για το σκυρόδεμα, το οποίο αποτελεί βασικά ένα μοντέλο βασισμένο στη μικρομηχανική (παράγραφος 4.6). Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, η ετερογένεια της αγκύρωσης αντιμετωπίζεται με την αντικατάσταση του σκυροδέματος με ένα συμμετρικό ή τυχαία παραγόμενο πλέγμα μικροδοκών σε εφελκυσμό / θλίψη / κάμψη (Σχήμα 4.4). Η θραύση

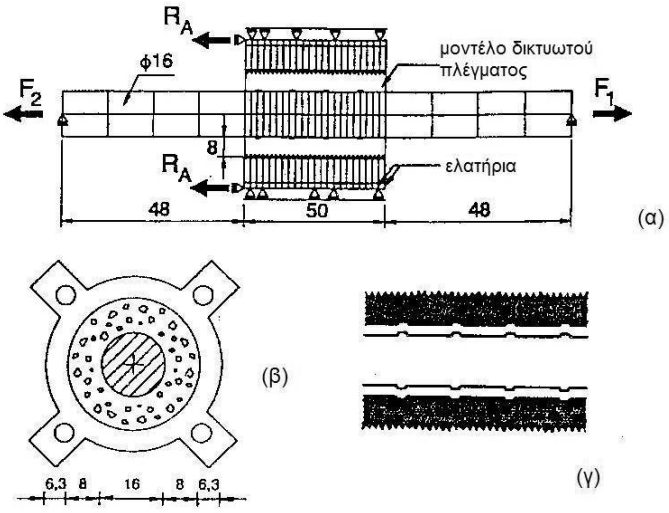
προσομοιώνεται με την αφαίρεση –σε κάθε επίπεδο φόρτισης– της μικροδοκού με την υψηλότερη τάση σε λόγο αντοχής. Παρακάτω παρατίθενται τρία παραδείγματα: τοπική ρωγμή στη ζώνη συνάφειας (εξαιτίας διαταραχών που προέρχονται από τις νευρώσεις), μία δοκιμή εφελκυσμού και μία δοκιμή εξόλκευσης φόρτισης. Η συμπεριφορά της δοκού θεωρείται ότι είναι ελαστική, έτσι η ανάλυση σε κάθε επίπεδο φορτίου είναι καθαρά ελαστική, αλλά με ένα βήμα προς βήμα μειούμενο δικτυωτό πλέγμα. Το λεπτό σημείο είναι ο τρόπος προσδιορισμού του μήκους, της διατομής και των μηχανικών ιδιοτήτων των μικροδοκών, δεδομένου ότι το δικτυωτό πλέγμα υποτίθεται ότι αντιπροσωπεύει την μικροκατασκευή, ενώ οι προαναφερθείσες παράμετροι μπορούν να υπολογιστούν μόνο βάσει μακροδοκιμών. Στο Σχήμα 4.5 φαίνεται το πλέγμα που χρησιμοποιείται στην προσομοίωση μιας δοκιμής εξόλκευσης, μαζί με κάποιες λεπτομέρειες του πραγματικού δοκιμίου. Σημειωτέον ότι το μοντέλο δικτυωτού πλέγματος χρησιμοποιείται μόνο για την περιγραφή του στρώματος του σκυροδέματος που βρίσκεται κοντά στη ράβδο, ενώ τα κανονικά στοιχεία 4 κόμβων επίπεδης τάσης χρησιμοποιούνται στην εξωτερική περιοχή (όπου είναι απίθανο να εμφανιστεί ρωγμή) και ο μεταλλικός σωλήνας μοντελοποιείται με τη βοήθεια ενός σετ ελαστικών ελατηρίων. Το πρόβλημα συνάφειας επιλύεται ως δισδιάστατο πρόβλημα, και η ολίσθηση ράβδου-σκυροδέματος οφείλεται στις εκτεταμένες μικρορωγμές στο στρώμα κοντά στη ράβδο. Το μοντέλο αυτό φαίνεται να είναι πολλά υποσχόμενο, εξαιτίας της απλότητάς του, αλλά το μέχρι ποιου σημείου το μικροδικτυωτό πλέγμα μπορεί να αντιπροσωπεύσει τη μικροκατασκευή σκυροδέματος ή κονιάματος, αποτελεί ένα ερώτημα προς συζήτηση.



Σχήμα 4.4 - (α) Επικάλυψη σωματιδίων και (β) διάφορες ιδιότητες που αποδίδονται στα στοιχεία της δοκού, που ανήκουν σε οποιαδήποτε από τις τρεις φάσεις (ράβδος+διεπιφάνεια ή συνάφεια+σκυρόδεμα), σύμφωνα με τους van Mier και Vervuurt (1995).

4.2 Μοντέλα Μηχανικής της Θραύσης

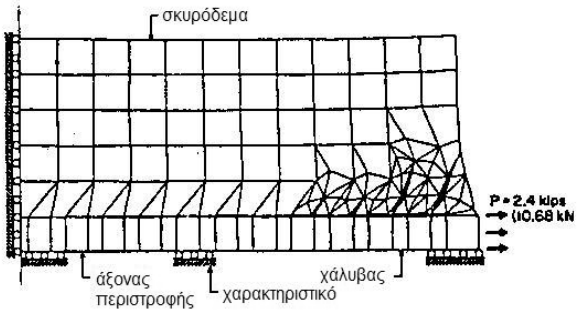
Ενώ στα μοντέλα του στρώματος ολίσθησης, η εφελκυστική ρωγμή στο σκυρόδεμα κοντά στη ράβδο αντιμετωπίζεται με τη βοήθεια μιας προσέγγισης επαλειμμένης ρωγμής (smeared-crack), ο Ingraffea και οι συνεργάτες του (1984) μοντελοποίησαν τη ρηγμάτωση διαφορετικά, με τη χρήση ενός «Κώδικα Πυρηνοποίησης και Διάδοσης Ρωγμών» και ενός μη γραμμικού σχεδίου θραυστικής μηχανικής. Με τη χρήση στοιχείων της διεπιφάνειας και τον υπολογισμό των παραγόντων τάσης-έντασης σε αυξανόμενα φορτία, καθώς και με τον εκσυγχρονισμό του πλέγματος (αναδικτύωση) περιγράφτηκαν ο σχηματισμός της ρωγμής, η διάδοση και η κατεύθυνσή της. Η μοντελοποίηση των δευτερογενών ρωγμών, (που ανοίγονται ακτινικά από την περιοχή της ράβδου, Σχήμα 4.6) με τη βοήθεια των σχέσεων μεταξύ της ορθής τάσης και της διατμητικής τάσης κατά μήκος της ρωγμής, και οι μετατοπίσεις των ρωγμών (άνοιγμα και ολίσθηση), αποτελεί τη βάση του μη-γραμμικού μοντέλου. Η διαμήκης απόσχιση και τοπική σύνθλιψη του σκυροδέματος, κάτω από τις προεξοχές δεν έχουν μελετηθεί, ενώ προβλέφθηκε η εισαγωγή ειδικών στοιχείων «μαλάκωσης του εφελκυσμού» σε κάθε διασταύρωση της ράβδου με πρωτογενή ρωγμή (καμπτική ρωγμή).



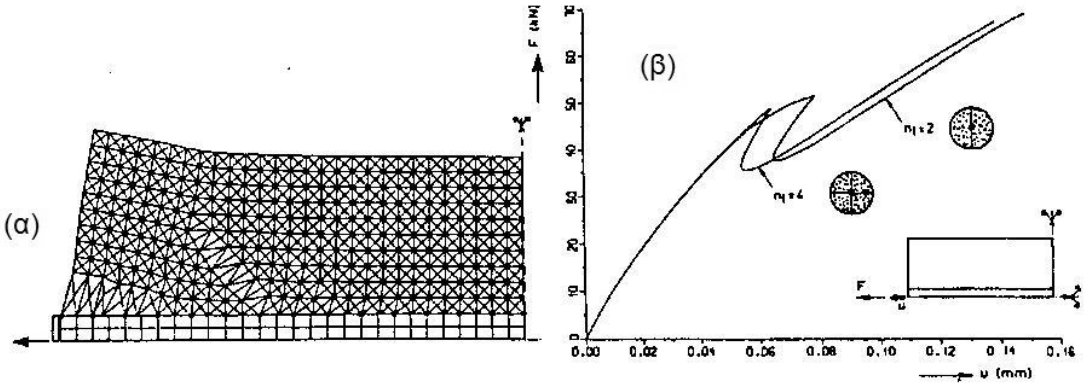
Σχήμα 4.5 - (α) Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων, (β) διατομή του πραγματικού δοκιμίου (Dragosavic και συνεργάτες, 1987), και (γ) μοντέλο δικτυωτού πλέγματος (van Mier και Vervuurt. 1995).

Στη μελέτη του Rots (1990) παρουσιάζονται δύο εφαρμογές της «εύπλαστης θραυστικής μηχανικής» σε προβλήματα συνάφειας και αγκύρωσης, , όπου τα μοντέλα

επαλειμμένων και διακριτών ρωγμών (συμπεριλαμβανομένης και της αποδυνάμωσης του εφελκυσμού) χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της συμπεριφοράς θραύσης ενός δοκιμίου εξόλκευσης και μίας αγκύρωσης. Και τα δύο προβλήματα περιλαμβάνουν αξονοσυμμετρία. Και οι πρωτογενείς και οι δευτερογενείς ρωγμές (π.χ. μερική ή διαμπερής εγκάρσια ρωγμή) είχαν τη δυνατότητα περιστροφής και ο σχηματισμός και η διάδοσή τους διέπονται από αξονοσυμμετρία (Σχήμα 4.7α), ενώ το μοντέλο ρηγμάτωσης της διαμήκους απόσχισης (π.χ. αριθμός ρωγμών και θέση τους), έπρεπε να εισαχθεί μαζί με άλλα εισερχόμενα δεδομένα. Τα αριθμητικά παραδείγματα υποστηρίζουν την επαλήθευση και επικύρωση των κανόνων έλξης-ολίσθησης που διατίθενται στην βιβλιογραφία και τα αποτελέσματα ορθώς αποκαλύπτουν ότι η ελαστική ενέργεια που αποθηκεύεται στην κατασκευή απελευθερώνεται για τη δημιουργία επιφανειών θραύσης, οι οποίες συνοδεύονται από μία ψαθυρή συμπεριφορά φορτίου-μετατόπισης (Σχήμα 4.7β).



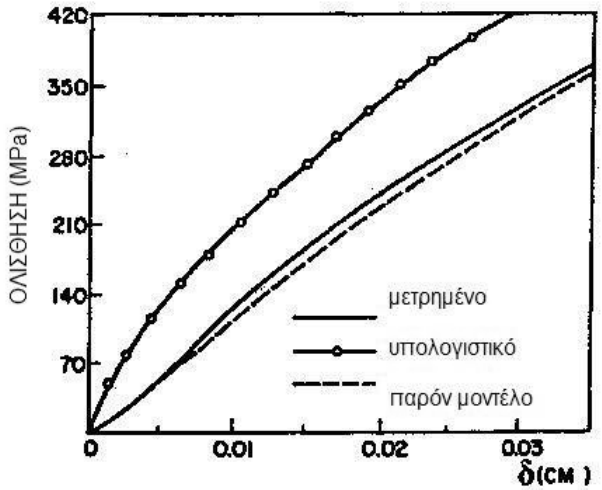
Σχήμα 4.6 – Παραμορφωμένο πλέγμα μέρους του δοκιμίου εξόλκευσης, με 4 δευτερογενείς ρωγμές (Ingraffea και συνεργάτες, 1984).



Σχήμα 4.7 – (α) Σχηματισμός δευτερογενούς ρωγμής σε ένα δοκίμιο εξόλκευσης και (β) καμπύλες συνάφειας-μετατόπισης για 2 και 4 ρωγμές απόσχισης (Rots, 1990).

4.3 Καθιερωμένα πεπερασμένα στοιχεία

Μια άλλη «σταθμισμένη» διατύπωση των διαφορικών εξισώσεων ισορροπίας και συμβιβαστότητας μιας ράβδου εμπηγμένης στο σκυρόδεμα, παρουσιάστηκε από τον Filippou και τους συνεργάτες του (1983). Η ράβδος υποδιαιρέθηκε σε έναν αριθμό γραμμικών στοιχείων και υιοθετήθηκε μία διατύπωση εφαπτομενικής ακαμψίας για την γραμμικοποίηση της τάσης συνάφειας και της τάσης του χάλυβα. Ανεξάρτητες συναρτήσεις σχήματος εισήχθησαν για την διακριτοποίηση της μετατόπισης και των πεδίων τάσης-χάλυβα στην ράβδο (μικτή διατύπωση πεπερασμένων στοιχείων). Μια γραμμική μητρωική σχέση μεταξύ των αυξανόμενων διανυσμάτων στα δύο άκρα της ράβδου (μετατοπίσεις και τάσεις) προέκυψε, η οποία στη συνέχεια εφαρμόστηκε με επιτυχία, για να δώσει τις στροφές υπό σεισμική δράση των κόμβων δοκού-υποστυλώματος.

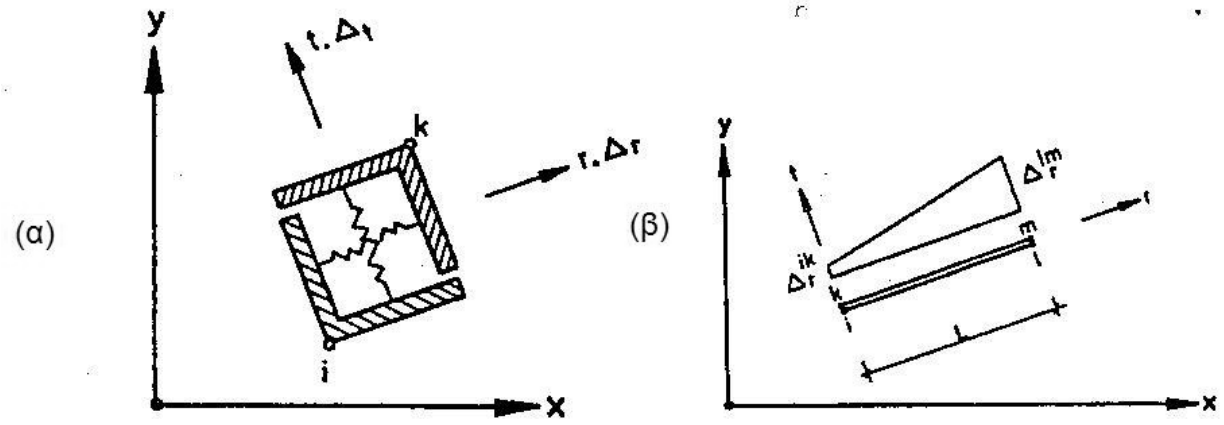


Σχήμα. 4.8 – Δοκιμές εξόλκευσης: τάση (στη ράβδο) σε σχέση με την ολίσθησης (στο φορτιζόμενο άκρο), σύμφωνα με το μοντέλο του Yankelevski (1985). (*) Πειράματα των Viwathanatepa, Popov και Bertero (1979).

Ο Yankelevsky (1985) διατύπωσε ένα μονοδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση της τάσης συνάφειας-ολίσθησης, γραμμοποιώντας τμηματικά την καμπύλη τάσης συνάφειας-ολίσθησης και επιλύοντας τη διαφορική εξίσωση ισορροπίας για κάθε έναν από τους γραμμικούς κλάδους. Αφού κατασκευάσθηκε το συνολικό μητρώο ακαμψίας ενός στοιχείου της ράβδου (διαιρεμένο σε μονοδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία), η λύση επιτυγχάνεται επαναληπτικά, όταν λαμβάνεται υπόψη η συμβιβαστότητα στα άκρα κάθε

στοιχείου. Χαρακτηριστικά αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 4.8, όπου οι κοίλοι κύκλοι προκύπτουν από τα πειραματικά στοιχεία.

Δεδομένου ότι η συνάφεια μπορεί να υποβιβασθεί σε «πρόβλημα επαφής» (υποθέτοντας για το στρώμα εγγύτερα στη ράβδο ένα αμελητέο πάχος, σε σύγκριση με το μέγεθος της ράβδου και της επικάλυψης), ειδικά στοιχεία «επαφής» (= στοιχεία που συνδέουν δύο κόμβους με πανομοιότυπες συντεταγμένες) εισήχθησαν στο παρελθόν και μία συνοπτική αλλά ιδιαίτερα χρήσιμη ανασκόπηση παρουσιάζεται από τους Keuser και Mehlhorn (1987). Το στοιχείο επαφής μπορεί να προσφέρει μία ασυνεχή ή συνεχή σύνδεση μεταξύ δύο παρακείμενων στοιχείων (πεδία γραμμικής ή υψηλού βαθμού μετατόπισης, Σχήμα 4.9). Επίσης, λήφθηκε υπόψη η ορθή τάση μεταξύ του σκυροδέματος και του οπλισμού. Το στοιχείο επαφής με μία συνάρτηση γραμμικής μετατόπισης, φαίνεται να είναι το καλύτερο, όσον αφορά την καλή προσαρμογή των πειραματικών αποτελεσμάτων και την υπολογιστική ικανότητα. Φυσικά, εκτός τις συναρτήσεις μετατόπισης, η διατύπωση μίας επαρκούς σχέσης τάσης συνάφειας-ολίσθησης ράβδου είναι ζήτημα υψίστης σημασίας, για την κατασκευή του μητρώου ακαμψίας του στοιχείου. Τέσσερις νόμοι τάσης-συνάφειας-ράβδου εξετάστηκαν από τους Keuser και Mehlhorn και παρουσιάζεται μία ενδελεχής μελέτη ενός εφελκυστικού δοκιμίου.

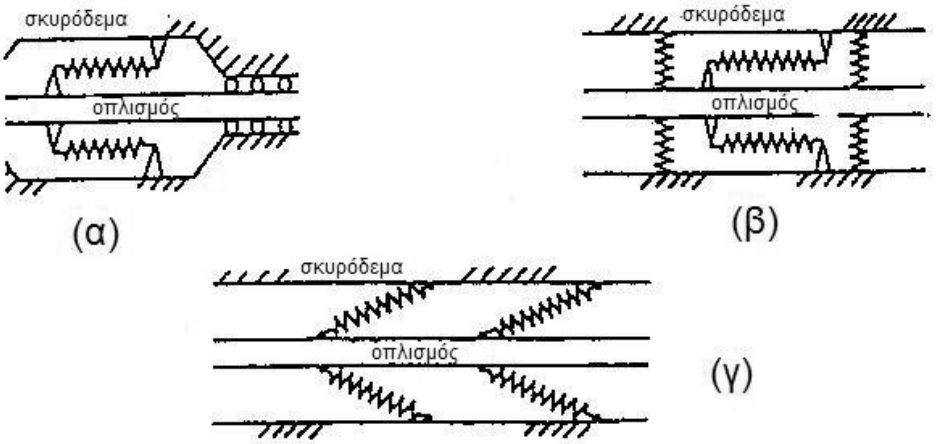


Σχήμα. 4.9 - (α) Στοιχείο δεσμού συνάφειας και (β) στοιχείο επαφής (Keuser και Mehlhom, 1988).

Μία ουσιώδης εξέταση της μοντελοποίησης συνάφειας-ολίσθησης, έγινε από τον Hemmaty και τους συνεργάτες του, (1991), με τον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, ANSYS. Κατ' αρχάς, η καμπύλη συνάφειας-ολίσθησης του Tassios εξετάζεται, μαζί με μερικές

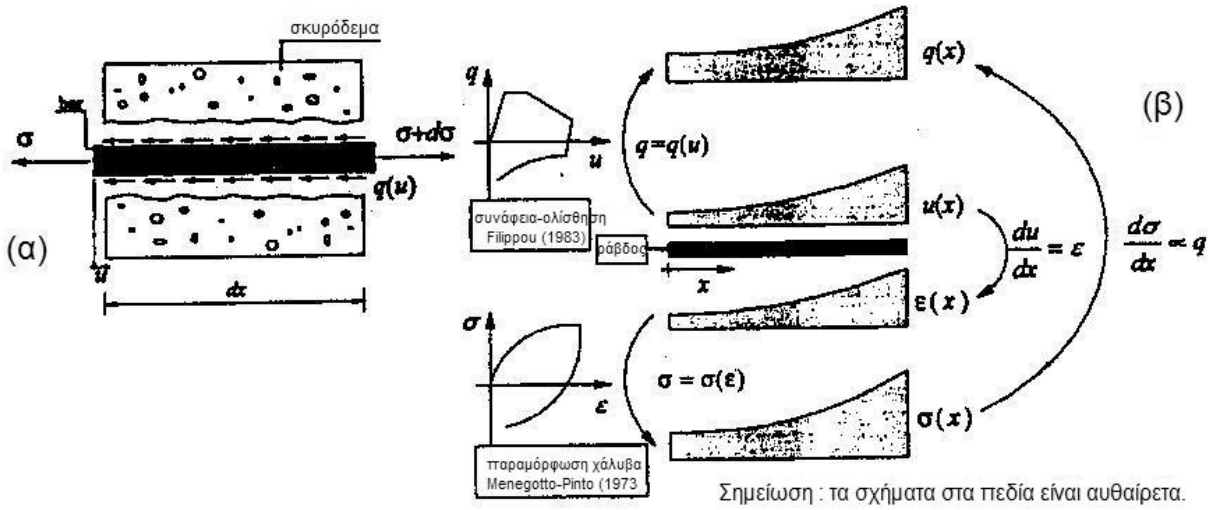
απλοποιημένες σχέσεις (άκαμπτη-πλαστική και ελαστική-πλαστική, με την τελευταία να έχει υιοθετηθεί από τον κώδικα FE, DIANA) και τη σχέση του Vandewalle, η οποία λαμβάνει υπόψη την αρχική συνεκτική συμπεριφορά της συνάφειας. Στη συνέχεια εξετάζονται τα «μοντέλα υλικών» και τα «περιφερικά μοντέλα» για τη μοντελοποίηση του σκυροδέματος που βρίσκεται εγγύτερα στη ράβδο και της διεπιφάνειας, αλλά τα πρώτα (που βασίζονται σε τεχνητά μειούμενες ιδιότητες του σκυροδέματος, για να λάβουν υπόψη τις τοπικές μικρορωγμές και τη σύνθλιψη, π.χ. Dragosavic, 1987), απορρίπτονται εξαιτίας του αυθαίρετου ορισμού των μειωμένων ιδιοτήτων. Τα περιφερειακά μοντέλα, διαιρούνται με τη σειρά τους σε «μοντέλα ζωνών συνάφειας» (όπως τα μοντέλα στρωμάτων που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 4.1, πάχος $\phi/2$ στον κώδικα FE, DIANA) και «μοντέλα ελατηρίου» ή «μοντέλα δεσμών συνάφειας» (Σχήμα 4.10).Ο Hemmaty και οι συνεργάτες του περιέγραψαν την επαφή μεταξύ της ράβδου και του σκυροδέματος με μονοαξονικά ελατηριωτά στοιχεία (Σχήμα 4.10, ANSYS στοιχείο 39), που χαρακτηρίζονται από μία μη-γραμμική γενικευμένη ικανότητα δύναμης εκτροπής.

Στοιχεία επαφών παρόμοια με αυτά που φαίνονται στο Σχήμα 4.10β, χρησιμοποιήθηκαν επίσης από τους Ichinose και Hayashi (1998), οι οποίοι μελέτησαν τα ματίσματα του οπλισμένου σκυροδέματος, λαμβάνοντας υπ' όψιν την απόσχιση του σκυροδέματος, την τριβή ράβδου-σκυροδέματος, την τοπική ρηγμάτωση μπροστά από τις νευρώσεις και την αλληλεπίδραση συνδετήρα-επικάλυψης. Συμπεριελήφθησαν διάφορα μοντέλα αστοχίας για την συμπεριφορά της συνάφειας μεταξύ δύο συνεχόμενων νευρώσεων (Mohr-Coulomb και τριβή, με ή χωρίς διαστολή).



Σχήμα 4.10 - Διάφορα πιθανά μοντέλα ελατηρίων (Hemmaty και συνεργάτες, 1991).

Ράβδοι εφελκυσμού και κόμβοι δοκού-υποστυλώματος μοντελοποιήθηκαν με επιτυχία, συμπεριλαμβάνοντας το ρηγμάτωση του σκυροδέματος, αφού το σκυρόδεμα μοντελοποιήθηκε με ειδικά στέρεα στοιχεία, λαμβάνοντας υπόψη και τη μη-γραμμικότητα και το ρηγμάτωση. Ο Kwak (1997) ανέπτυξε ένα μοντέλο «ισοδύναμου οπλισμού από χάλυβα», το οποίο περιγράφει την συνάφεια-ολίσθηση, χωρίς να εισάγει τους διπλούς κόμβους, με την συμπύκνωση των κόμβων του χάλυβα εσωτερικά. Και τα αναλυτικά και τα πειραματικά αποτελέσματα προσαρμόστηκαν με επιτυχία (διάφορες περιπτώσεις εξόλκευσης και ώθησης-έλξης, κυκλική φόρτιση).



Σχήμα 4.11 – (α) Απειροστό τμήμα μιας αγκυρωμένης ράβδου οπλισμού, και (β) σχέση μεταξύ των τεσσάρων πεδίων του προβλήματος συνάφειας (Monti και συνεργάτες, 1997).

Τέλος, τα αριθμητικά πλεονεκτήματα στον υπολογισμό των ομαλών κατανομών των τάσεων συνάφειας και χάλυβα περισσότερο –παρά των μεγάλων κλίσεων ολίσθησης– οδήγησαν τον Filippou και του συνεργάτες του (Monti και συνεργάτες, 1997), στην υιοθέτηση μίας διατύπωσης στοιχείου βασισμένου στην δύναμη, για την μοντελοποίηση μίας ράβδου οπλισμού. Δεδομένου ότι η μοντελοποίηση μίας ράβδου περιλαμβάνει τέσσερα άγνωστα πεδία (Σχήμα 4.11: τάση συνάφειας, παραμόρφωση ράβδου, τάση ράβδου και σχετική ολίσθηση), τα οποία συσχετίζονται με τις εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα τάσης-μεταβίβασης, το προτεινόμενο μοντέλο μπορεί να ληφθεί ως ένα απλό σύστημα δύο παράλληλων στοιχείων: της ράβδου και της διεπιφάνειας, με το περιβάλλον σκυρόδεμα. Στο τέλος, το μητρώο ακαμψίας του στοιχείου προσδιορίζεται αντιστρέφοντας το μητρώο ευκαμψίας του. Διάφορα

πειράματα εξόλκευσης και ώθησης-έλξης παρουσιάστηκαν αριθμητικά, εκμεταλλευόμενες λίγες σχέσεις συνάφειας-ολίσθησης και η προσαρμογή των αποτελεσμάτων ήταν ιδιαιτέρως καλή. Επίσης, διάφορες αγκυρώσεις υποκείμενες σε κυκλικό φορτίο μελετήθηκαν αριθμητικά και οι υστερητικοί κύκλοι ήταν πολύ κοντά στους πραγματικούς.

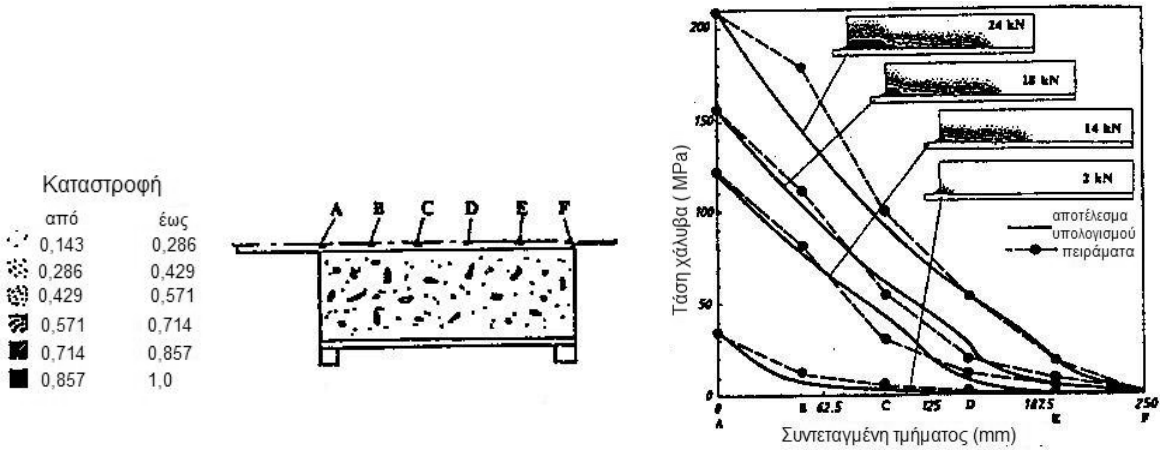
4.4 Μοντέλα Μηχανικής των Καταστροφών

Αντί της εισαγωγής στοιχείων επαφής ή διεπιφάνειας, των οποίων οι ιδιότητες πρέπει να ορισθούν και λαμβάνουν εύκολα αυθαίρετες τιμές, είναι δυνατό τα προβλήματα συνάφειας να αντιμετωπισθούν εύκολα, μοντελοποιώντας επαρκώς την μη γραμμικότητα του σκυροδέματος (συμπεριλαμβανομένων και των μικρορωγμών), μέσω της Μηχανικής των Καταστροφών. Ο Mazars, Pijaudier-Cabot και οι συνεργάτες του (1990, 1991) το έκαναν, αναπτύσσοντας ένα μοντέλο κλιμακωτών καταστροφών για υλικά που μοιάζουν με το σκυρόδεμα. Αυτό το μοντέλο διατυπώθηκε και για την τοπική, αλλά και για την μη-τοπική εκδοχή. Υπενθυμίζεται εδώ ότι η «καταστροφή» αντιπροσωπεύει την πυκνότητα των μικρορωγμών ενός φορέα, και αυτή η καταστροφή θα πρέπει να είναι μία ανυσματική μεταβλητή (αφού οι μικρορωγμές αναπτύσσονται σε συγκεκριμένα επίπεδα). Εντούτοις, η κλιμακωτή (ισοτροπική) καταστροφή αρκεί για να περιγράψει πολλά προβλήματα, όπως οδοντωτά ελάσματα και δοκίμια θραύσης εργαστηριακού τύπου. Η σχέση τάσης-παραμόρφωσης είναι:

$$\sigma_{ij} = (1-\Omega) C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \qquad (4.1)$$

όπου σ_{ij} και ε_{kl} είναι οι συνιστώσες των tensor τάσης και παραμόρφωσης, αντίστοιχα *(i, j, k, l = 1-3)* C_{ijkl} είναι το αρχικό μητρώο ακαμψίας και Ω είναι η συνάρτηση ζημίας $(0 \leq \Omega \leq 1)$.

Προκειμένου να αποφευχθούν οι ψευδείς τρόποι εντοπισμού των ρωγμών (εξαιτίας της μαλάκωσης της παραμόρφωσης), η Ω διέπεται από μία μη-τοπική μεταβλητή, η οποία βασίζεται σε μία «ισοδύναμη παραμόρφωση», που σχετίζεται με τις θετικές παραμορφώσεις. Με την εφαρμογή των καταστατικών εξισώσεων για καταστροφές σε έναν κώδικα πεπερασμένων στοιχείων (κώδικας CESAR, αξονοσυμμετρικό πλέγμα), διάφορα πειράματα εξόλκευσης αναπαρήχθησαν αριθμητικά (Σχήμα 4.12) και τα αποτελέσματα των δοκιμών προσαρμόστηκαν με επιτυχία. Επίσης, η ισχυρή επίδραση φαινομένων κλίμακας στις δοκιμές εξόλκευσης, επιβεβαιώθηκε αριθμητικά (Bazant και Desmorat, 1994).



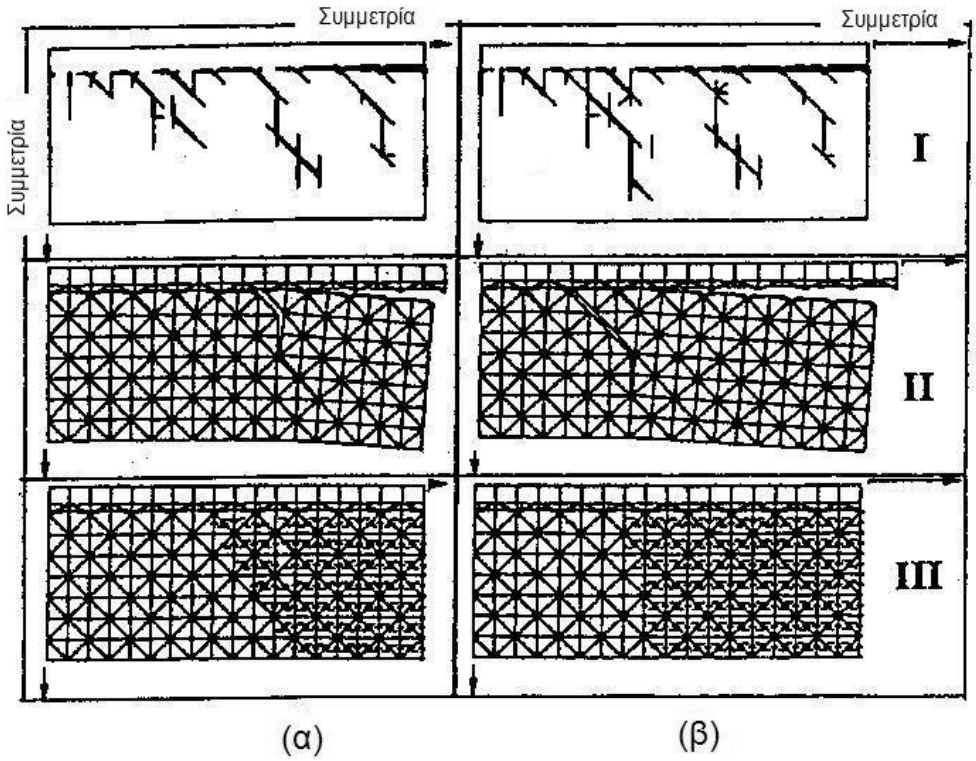
Σχήμα 4.12 - Σύγκριση των προβλεπόμενων και των πειραματικών κατανομών παραμόρφωσης (Pijaudier-Cabot και συνεργάτες, 1991 δοκιμές από τον Adrouche, 1987).

4.5 Διαδεδομένα/καθιερωμένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων ρωγμών

Με βάση την πολύ μεγάλη σημασία που οι εγκάρσιες και επιμήκεις ρωγμές έχουν στη συμπεριφορά της συνάφειας και την ολίσθηση της ράβδου, οι Yao και Murray (1995) υιοθέτησαν τριγωνικά-σπειροειδή στοιχεία για τη μοντελοποίηση της αξονοσυμμετρικής μάζας του σκυροδέματος που περιβάλλει μία ράβδο (Σχήμα 4.13).

Τα συνήθη τριγωνικά στοιχεία (με δύο γωνίες 45° και μία 90°), ταιριάζουν επακριβώς με το σχήμα των προεξοχών (Σχήμα 4.13) και καθιστούν δυνατή την αναπαραγωγή 8 διαφορετικών κατευθύνσεων των ρωγμών, για την προσομοίωση της ρηγμάτωσης του σκυροδέματος. Αμέσως μόλις η κύρια τάση εφελκυσμού φτάσει σε τιμή ίση με αυτή της εφελκυστικής αντοχής του σκυροδέματος, εντός της μάζας του σκυροδέματος, οι κόμβοι διασπώνται και δημιουργείται ρωγμή. Εντούτοις, στην επαφή με τη ράβδο, η ρωγμή αναπτύσσεται μόνο αφού έχει ξεπεραστεί μία «αντοχή συγκόλλησης». Οι διασπασμένοι κόμβοι ενώνονται με «στοιχεία ένωσης», για την προσομοίωση της αποσκλήρυνσης της ρωγμής (π.χ. συνοχή ρωγμής). Ενώ οι εγκάρσιες ρωγμές εντοπίζονται κατά μήκος ορισμένων επιπέδων (και οι εγκάρσιες ρωγμές μπορούν ακόμα και να κλείσουν), η απόσχιση σε διαμήκη επίπεδα προσομοιώνεται καταφεύγοντας σε μία προσέγγιση επαλειμμένων ρωγμών, για να τηρηθεί η αξονοσυμμετρία. Όταν η περιφερειακή τάση δακτυλίου φτάσει την τιμή της αντοχής εφελκυσμού στην αγκύρωση του σκυροδέματος σε οποιαδήποτε ακτινική απόσταση από τον

άξονα, η ακαμψία του δακτυλίου σε όλη την αντίστοιχη περιφέρεια, ορίζεται στο μηδέν. Διάφορα πειράματα (από τους Goto, Nilson και Tanner) έχουν επιτυχώς εξομοιωθεί .



Σχήμα 4.13 – Λύση για την περίπτωση 1 του Goto: τάση χάλυβα σs = 185.3 MPa (α), και σs = 211.9 MPa (β), σύμφωνα με το μοντέλο των Yao και Murray (1995). 1 = κατανομή ρωγμών l1 = εκτροπή 111 = διαμήκης απόσχιση.

Η καινοτομία της προσέγγισης των Yao και Murray είναι ότι μπορεί να περιγραφεί ολόκληρο το σύστημα ρωγμών (ρηγμάτωσης διεπιφάνειας, με το σκυρόδεμα να ανυψώνεται από την επιφάνεια της ράβδου, εγκάρσια ρηγμάτωση και διαμήκης απόσχιση του σκυροδέματος), με κάποιους περιορισμούς φυσικά, που αφορούν τον προσανατολισμό των εγκάρσιων ρωγμών και την έλλειψη εντοπισμού των αποσχιστικών ρωγμών, με το τελευταίο να είναι μάλλον σημαντικό, δεδομένου ότι το άνοιγμα των αποσχιστικών ρωγμών συνδέεται άμεσα με τον αριθμό τους (παράγραφος 3.3).

4.6 Μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων βασισμένα στην Μικρομηχανική

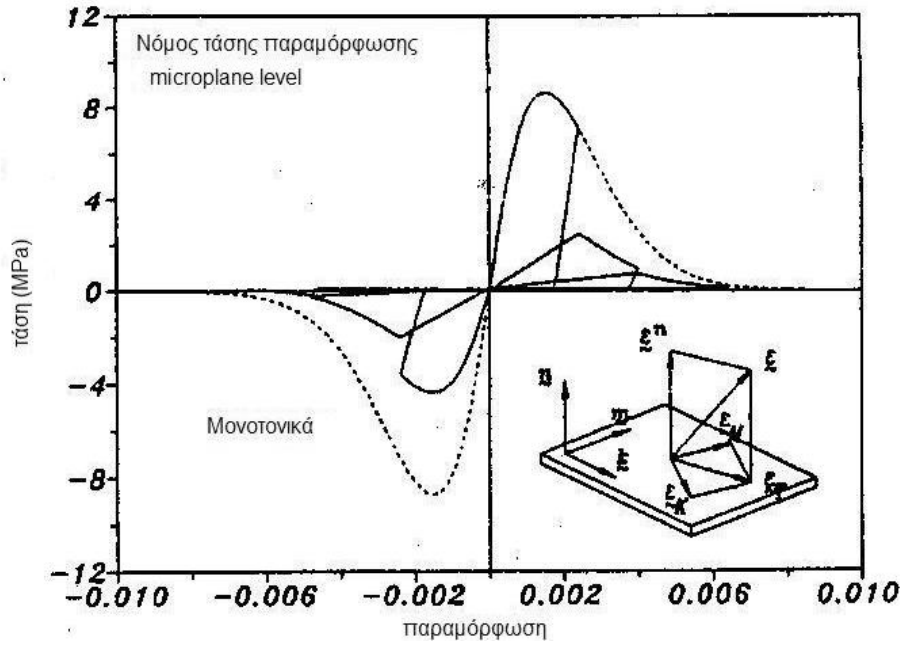
Μεταξύ των λίγων μοντέλων που αναπτύχθηκαν μέχρι τώρα και βασίζονται σε μία λίγο-πολύ απλοποιημένη μικρομηχανική αναπαράσταση του σκυροδέματος (όπως η περίπτωση –για παράδειγμα– του μοντέλου του δικτυωτού πλέγματος του Van Mier, π.χ. 4.1), ένα ιδιαίτερα επιτυχές παράδειγμα είναι το μοντέλο μικροεπιπέδου, που αναπτύχθηκε στην δεκαετία του 1980 από τον Bazant και τους συνεργάτες του, (1990) για την περιγραφή της γραμμικής συμπεριφοράς του σκυροδέματος. Το σκυρόδεμα θεωρείται ως ένα σύστημα τυχαία-προσανατολιζόμενων επιπέδων (που αντιπροσωπεύουν τέτοιες τοπικές ασυνέχειες, όπως επαφές αδρανών, μικρορωγμές, διεπιφάνειες και λεπτά στρώματα κονιάματος μεταξύ των αδρανών) των οποίων η μηχανική απόκριση αναπαριστάται μόνο από δύο διατμητικές τάσεις και παραμορφώσεις και από μία ορθή τάση και παραμόρφωση (Σχήμα 4.14). Με τη διακρίβωση, μια για πάντα, των δύο καταστατικών νόμων ενός μοναδικού «μικροεπιπέδου», μπορεί να μοντελοποιηθεί οποιοδήποτε ιστορικό φόρτισης και οποιαδήποτε κατάσταση τάσης (μονοδιάστατη, δισδιάστατη και τρισδιάστατη, μονότονη και κυκλική φόρτιση), αφού η τοπική απόκριση του σκυροδέματος προκύπτει από τις τάσεις παραμορφώσεις που επικρατούν σε κάθε μικροεπίπεδο. Η τοπική αστοχία του υλικού συμβαίνει όταν οι τάσεις παραμορφώσεις, που αφορούν τα περισσότερα από τα μικροεπίπεδα, εισέρχονται στην φάση αποσκλήρυνσης (σε εφελκυσμό, θλίψη ή διάτμηση) ή απενεργοποιούνται (αφού φτάσουν σε μία οριακή παραμόρφωση) και το υλικό (ως σύνολο) χάνει την αντοχή και την ακαμψία του. Ως αποτέλεσμα. η ρωγμή μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια των «ρηγματωμένων περιοχών» (ή ζωνών), και η βαθύτερη φιλοσοφία τείνει προς την προσέγγιση των επαλειμμένων ρωγμών.

Εκμεταλλευόμενοι το μοντέλο των μικροεπιπέδων και ενός τρισδιάστατου κώδικα, οι Ozbolt και Eligehausen (1992) διαμόρφωσαν την εξόλκευση μιας ράβδου, με τη βοήθεια αξονοσυμμετρικών πεπερασμένων στοιχείων 4 κόμβων, με 4 σημεία ολοκλήρωσης. Και η διαρροή της ράβδου, αλλά και η απόσχιση της επικάλυψης αποφεύχθηκαν, με τον σωστό σχεδιασμό της αγκύρωσης, η οποία περισφίχθηκε από ένα μεταλλικό σωλήνα. Το σχήμα της ράβδου με νευρώσεις μοντελοποιήθηκε επακριβώς, για την αναπαραγωγή μίας ρεαλιστικής κατάστασης.

Δεδομένου ότι η ανακύκλιση της συνάφειας υποβαθμίζει την αντοχή και την ακαμψία, και προς την κατεύθυνση της φόρτισης και προς την αντίθετη κατεύθυνση, η διατμητική ακαμψία του μικροεπιπέδου τροποποιήθηκε, με την εισαγωγή μίας συνάρτησης «ζημίας» d (που υιοθετήθηκε και από τον Kwak, 1997), η οποία σχετίζεται με την ενέργεια διάτμησης E, που απελευθερώνεται από κάθε μικροεπίπεδο:

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = 1 - d = e^{-1.2(E/E_0)^{1.1}} \qquad (4.2)$$

Τα αποτελέσματα συμφωνούν με τα πειράματα σε σχέση με τους υστερητικούς κύκλους, της υποβάθμισης της ακαμψίας και των μέγιστων τάσεων, αλλά η ολίσθηση σε ανώτατες τιμές φόρτισης είναι πολύ μικρότερη από αυτές που προέκυψαν από τα πειράματα. Η αριθμητική ανάλυση ήταν επίσης πολύ ευαίσθητη στην πλευρική περίσφιξη.

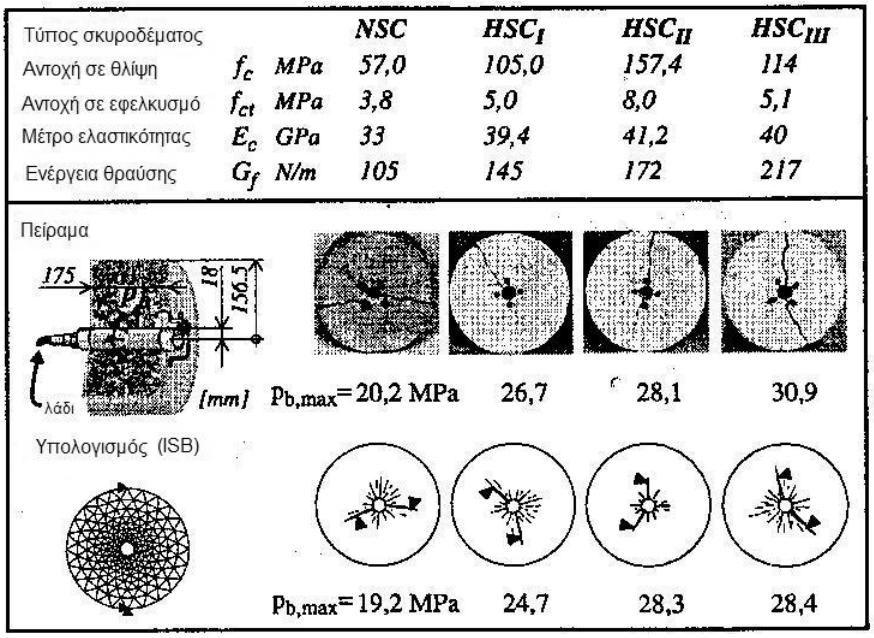


Σχήμα 4.14 – Νόμος τάσης-διατμητικής παραμόρφωσης για κάθε μικροεπιπέδου, fc = 28 MPα, fct = 1.9 MPα, Ec = 25000 MPα, vc = 0.18.

4.7 Μοντέλο ρωγμών με ενσωματωμένα στοιχεία – Εσωτερική Softening Ζώνη

Μεταξύ των πιο προηγμένων, βασισμένων σε συνεχή προσέγγιση πεπερασμένων στοιχείων για τα υλικά θραύσης, μία πιο πρόσφατη βασίζεται στο σκεπτικό της αποκαλούμενης «Εσωτερικής Ζώνης Αποσκλήρυνσης». Σε αυτή την προσέγγιση, μία ισχυρή ασυνέχεια μετατόπισης (που συνδέεται με την θραύση του σκυροδέματος), περιλαμβάνεται στην καταστατική διατύπωση κάθε στοιχείου, χωρίς ένα apriori ορισμό της θέσης και κατεύθυνσης

της ασυνέχειας. Η περαιτέρω έκταση των προηγουμένως σχηματισθέντων ρωγμών, εξαρτάται από τις τάσεις που υπάρχουν εκείνη τη στιγμή και όχι από τις ίδιες τις προηγουμένως σχηματισθείσες ρωγμές.

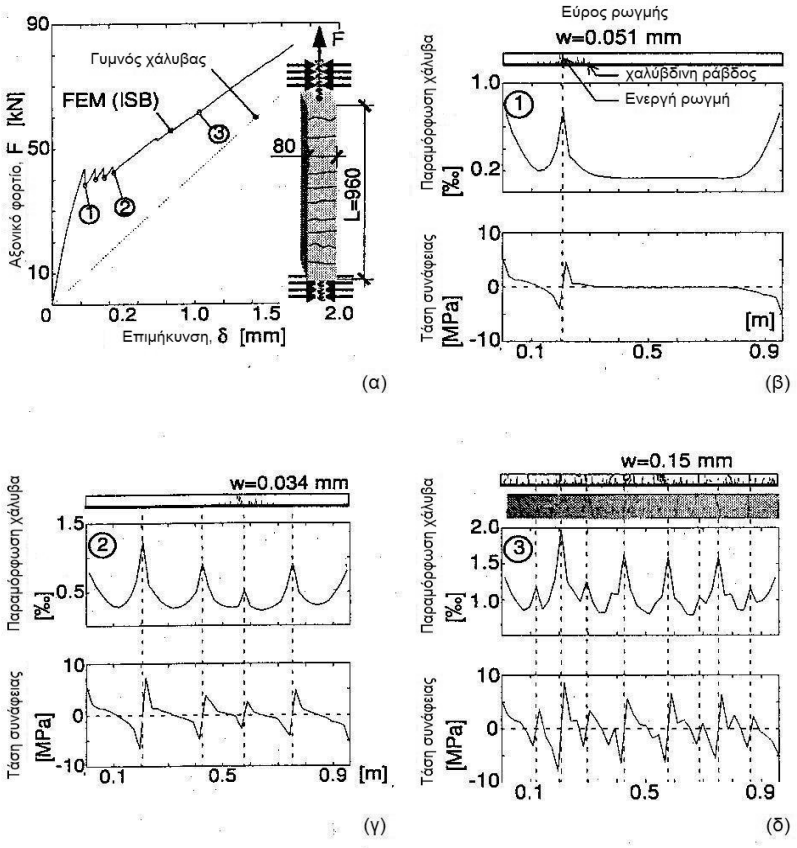


Τύπος σκυροδέματος			NSC	HSC_I	HSC_{II}	HSC_{III}
Αντοχή σε θλίψη	f_c	MPa	57,0	105,0	157,4	114
Αντοχή σε εφελκυσμό	f_{ct}	MPa	3,8	5,0	8,0	5,1
Μέτρο ελαστικότητας	E_c	GPa	33	39,4	41,2	40
Ενέργεια θραύσης	G_f	N/m	105	145	172	217

Σχήμα 4.15 – Σύγκριση μεταξύ της οριακής αντοχής πίεσης, η $p_{b,max}$ λαμβάνεται από τις δοκιμές απόσχισης σε δακτυλίους σκυροδέματος με χοντρά τοιχώματα και στο μοντέλο Εσωτερικής Ζώνης Αποσκλήρυνσης. Μία γραμμική σχέση αποσκλήρυνσης υποτέθηκε σε όλες τις περιπτώσεις. Για το μοντέλο Εσωτερικής Ζώνης Αποσκλήρυνσης, οι δείκτες υποδεικνύουν ενεργές ρωγμές, ενώ οι άλλες ρωγμές τείνουν να κλείσουν, εξαιτίας της αποφόρτισης (Noghabai, 1997).

Η προσέγγιση της Εσωτερικής Ζώνης Αποσκλήρυνσης, που παρουσιάσθηκε από τον Klisinski και τους συνεργάτες του (1991), κωδικοποιήθηκε στο πακέτο MATLAB (Ohlsson και Olofsson, 1997). Η καταστατική διατύπωση βασίζεται στην επαυξητική θεωρία της πλαστικότητας και στην αποσύνθεση των ποσοστών κομβικών μετατοπίσεων σε δύο μέρη, το πρώτο σχετιζόμενο με το συνεχές και το δεύτερο με την ζώνη αποσκλήρυνσης. Η έναρξη και ο προσανατολισμός μίας ζώνης αποσκλήρυνσης/ρωγμής διέπεται από ένα κριτήριο, βασιζόμενο στην τάση που υπάρχει εκείνη τη στιγμή στο *χώρο τάσης*. Μετά την έναρξη, η εξέλιξη της ρωγμής διέπεται από έναν καταστατικό νόμο, που εκφράζεται στο *χώρο ελκυσμού της ρωγμής*. Ο κανόνας της αποσκλήρυνσης του υλικού είναι κοντά στο σκεπτικό της εικονικής ρωγμής, που χρησιμοποιείται από το μοντέλο καθιερωμένης ρωγμής. Το κύριο πλεονέκτημα του μοντέλου έγκειται στην παροχή αξιόπιστων σχεδίων ρωγμών και πειστικών επεξηγήσεων

σχετικών με τα φαινόμενα θραύσης του σκυροδέματος. Ο κώδικας χρησιμοποιήθηκε για την μοντελοποίηση δύο δισδιάστατων προβλημάτων, που παρουσιάστηκαν από τον Noghabai (1997) και εμφανίζονται στα Σχήματα 4.15 και 4.16.



Σχήμα 4.16 - (α) Προσομοίωση της δοκιμής ώθησης-εφελκυσμού μιας ράβδου εμπηγμένης σε ένα πρίσμα σκυροδέματος και τετραγωνικής διατομής. (β) Τάση συνάφειας και παραμόρφωση του χάλυβα σε επίπεδο φορτίου 1. (γ) και (δ) Τάση συνάφειας και παραμόρφωση του χάλυβα σε επίπεδα φορτίου 2 και 3. Ένα καθιερωμένο μοντέλο χρησιμοποιείται για την διεπιφάνεια σκυροδέματος-ράβδου, ενώ το σκυρόδεμα μοντελοποιείται με στοιχεία Εσωτερικής Ζώνης Αποσκλήρυνσης. Το σχέδιο των ρωγμών λαμβάνεται με τη βοήθεια του μοντέλου Εσωτερικής Ζώνης Αποσκλήρυνης, σε πλήρη συμφωνία με τα αποτελέσματα των πειραμάτων (Noghabai, 1997).

Στο Σχήμα 4.16, μία σχέση τάσης συνάφειας-ολίσθησης, σύμφωνα με τον κανονισμό CEB-FIP 90 (1993) –και η επέκτασή της σε σκυρόδεμα υψηλής αντοχής –χρησιμοποιήθηκε ως καταστατικός νόμος για την διεπιφάνεια ράβδου-σκυροδέματος, αν και η ολίσθηση στην σχέση αυτή ενσωματώνει και την παραμόρφωση εξαιτίας της ρηγμάτωσης του σκυροδέματος.

Η περίπτωση του Σχήματος 4.16 θα πρέπει να εξεταστεί μόνο στα πλαίσια αναπαραγωγής ενός φαινομένου (μορφή της καμπύλης απόκρισης και η κατανομή της ρωγμής στο δοκίμιο). Όπως φαίνεται από τα παραδείγματα, το μοντέλο χρειάζεται μόνο λίγες παραμέτρους υλικού, οι οποίες είναι πειραματικά εφικτό να προσδιορισθούν, ενώ δεν απαιτείται καλιμπράρισμα κάποια εγγενής παράμετρος.

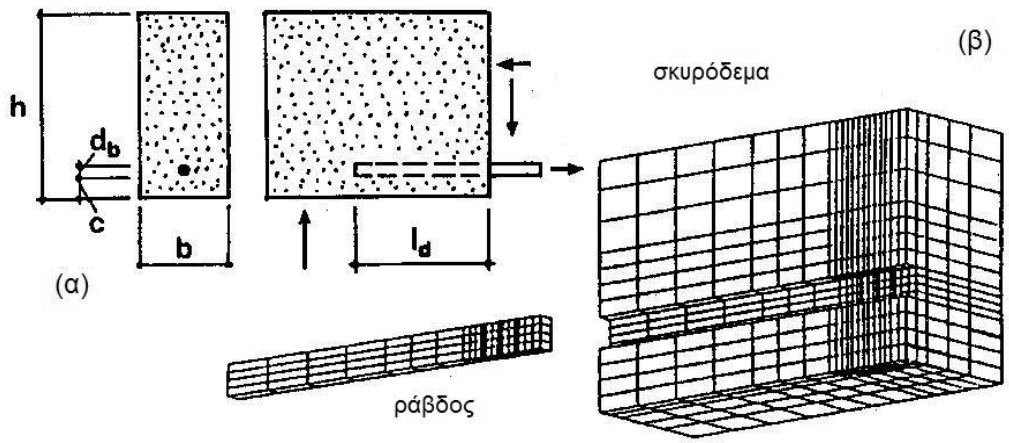
4.8 Δομικά Μοντέλα

Δεδομένου ότι η αντοχή της συνάφειας και –γενικότερα– η συμπεριφορά της συνάφειας είναι μάλλον μία δομική, παρά υλική ιδιότητα, που ρυθμίζεται και από τη γεωμετρία της κατασκευής και από τις ιδιότητες του χάλυβα και του σκυροδέματος, έχει γίνει μεγάλη προσπάθεια τελευταία για την μοντελοποίηση δοκιμίων οπλισμένου σκυροδέματος πραγματικού μεγέθους, ώστε να προσδιοριστούν οι επιπτώσεις που έχουν το σχήμα της νεύρωσης, η επικάλυψη του σκυροδέματος, το μήκος έμπηξης, ο εγκάρσιος οπλισμός, η τάση εφελκυσμού του σκυροδέματος και η ενέργεια θραύσης επάνω στην ακαμψία και την αντοχή της συνάφειας. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, οι Darwin και McCabe (Darwin και συνεργάτες, 1994), διαμόρφωσαν ένα δοκίμιο ακραίας δοκού (Σχήμα 4.17), με τη βοήθεια μιας κάπως απλοποιημένης τρισδιάστατης διάκρισης του αληθινού προβλήματος (δείτε την τετράγωνη ράβδο, Σχήμα 4.17β). Η συμμετρία θεωρήθηκε με βάση το κάθετο επίπεδο που διαπερνά τον άξονα της ράβδου, και το επίπεδο συμμετρίας θεωρήθηκε ότι είναι μία εν δυνάμει επιφάνεια θραύσης (απόσχιση δεν μπορούσε να διαμορφωθεί σε κανένα άλλο επίπεδο).

Τα τρισδιάστατα ισοπαραμετρικά στοιχεία “οπτόλινθου” που χρησιμοποιούνται στο σκυρόδεμα, συνδέονται με τους κόμβους που ανήκουν στο επίπεδο συμμετρίας, με τη βοήθεια βάκτρων, των οποίων οι ιδιότητες τάσης-μετατόπισης συνδέονται με τις ιδιότητες της θραύσης του σκυροδέματος, στα πλαίσια μίας προσέγγισης “ εικονικού μοντέλου ρηγμάτωσης”.

Η διεπιφάνεια χάλυβα-σκυροδέματος αναπαριστάται με τη χρήση ενός συνδετικού στοιχείου τρισδιάστατης διεπιφάνειας. Η διαμετωπική αντοχή ακολουθεί την επιφάνεια του Mohr-Coulomb και τα στοιχεία στη διεπιφάνεια θα βρίσκονται σε επαφή/κόλληση, σε επαφή/ολίσθηση, ή θα είναι ξεχωριστά. Στην περίπτωση επαφής/ολίσθησης, οι απομένουσες τάσεις χρησιμοποιούνται για να διορθώσουν τις τάσεις στη διεπιφάνεια, πίσω στην επιφάνεια του Mohr-Coulomb. Οι ιδιότητες της διεπιφάνειας ελέγχονται από τη συνοχή, $c = 1.7\ MPa$ και τον συντελεστή τριβής, $\mu = 0.3$ ή 0.6. Οι νευρώσεις μοντελοποιήθηκαν σε γενικές γραμμές με

τη βοήθεια πρισμάτων, με μία τριγωνική διατομή: η εμπρόσθια και οπίσθια όψη είχαν γωνία 45° και το ύψος της νεύρωσης ήταν *1.5* ή *2.3* χιλιοστά.



Σχήμα 4.17 - (α) Πείραμα δοκιμίου ακραίας δοκού και (β) υποκατασκευές από σκυρόδεμα και χάλυβα (αριθμός νευρώσεων nR = 3), b = 229 mm, ld = 305 mm, h = 178-279 mm, db = 25 mm, c = 25-76 mm, διάκενο μεταξύ νευρώσεων sR = 16 mm, nR = 1,2,3,6,12, Ec = 27.6 Gpa, ES = 200 Gpa, vc = 0.2, fct = 1,37-5.50 MPα, Gf=50-200 N/m.

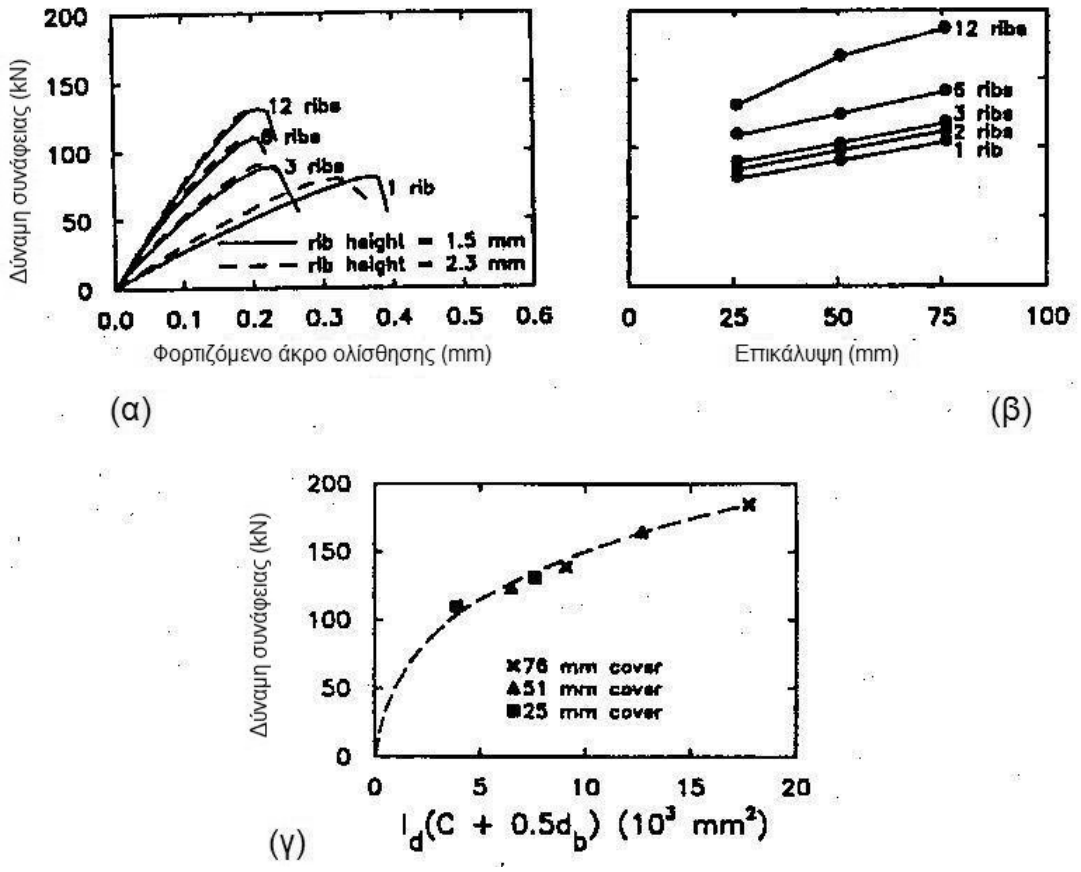
Η ανάλυση ολοκληρώνεται με τη χρήση της επαυξητικής, επαναληπτικής διαδικασίας των Newton-Raphson. Τα φορτία εφαρμόζονται με την επιβολή μικρών μετατοπίσεων στο μπροστινό άκρο της χαλύβδινης υποκατασκευής οπλισμού. Οι υλικές ιδιότητες ενημερώνονται μετά από κάθε επανάληψη και οι ανισότροπες δυνάμεις επανεφαρμόζονται στην κατασκευή μετά από κάθε επανάληψη.

Κάποια αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.18. Σημειωτέον ότι υπό συνθήκες χαμηλής περίσφιξης (Σχήμα 4.18α), η αρχική ακαμψία, αλλά όχι και το ανώτατο φορτίο, εξαρτάται από το ύψος της νεύρωσης. Το αυτό συμπέρασμα επιβεβαιώνεται από την απόκριση σε διαφορετικές τιμές της επικάλυψης (Σχήμα 4.18β), όπου οι επιπτώσεις του ύψους της νεύρωσης είναι πρακτικά μηδενικές, όπως ήδη είχε παρατηρηθεί πειραματικά.

Το Σχήμα 4.18γ συγκρίνει την οριακή αντοχή της συνάφειας με το προϊόν του μήκους της έμπηξης, l_d, και την επικάλυψη στο κέντρο της ράβδου, $c^*=c+ 1/2\ d_b$. Οι αναλύσεις επιβεβαιώνουν τις εμπειρικές εκφράσεις που περιέχονται στην βιβλιογραφία, σχετικά με την μονοτονική (αλλά λιγότερο από την γραμμική) αύξηση της αντοχής συνάφειας με το c^*. Φυσικά, για $c^*=0$ και το τ_{bu} πρέπει να είναι μηδέν.

Όσον αφορά την απόσχιση, η ανάλυση δείχνει ότι το ύψος των νευρώσεων αποτελεί έναν σημαντικό παράγοντα που ευνοεί την απόσχιση της επικάλυψης, μόνο μετά την αιχμή της καμπύλης τάσης συνάφειας-ολίσθησης, αλλά απαιτείται και περαιτέρω μελέτη (με άλλα λόγια, το ύψος της νεύρωσης έχει πολύ λίγο ή καθόλου επίπτωση στο άνοιγμα της ρωγμής, πριν η καμπύλη φτάσει στο ανώτατο σημείο της).

Παρά τη σχετική τους απλότητα, τα δομικά μοντέλα είναι ιδιαιτέρως ελπιδοφόρα, δεδομένου ότι παρέχουν μία σταθερή βάση για την καθιέρωση ορθολογικών κριτηρίων σχεδιασμού αγκυρώσεων και ενώσεων για κατασκευές οπλισμένου σκυροδέματος.



Σχήμα 4.18 - (α) Καμπύλες δύναμης συνάφειας-ολίσθησης (φορτιζόμενο άκρο) για c=25 mm, (β) δύναμη συνάφειας κατά επικάλυψης (h=1.5-2.3 mm), και (γ) δύναμη συνάφειας κατά μήκους έμπηξης-προϊόντος επικάλυψης, για nR = 6 και l2.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ

Η εξαιρετικά εκτεταμένη βάση δεδομένων που διατίθεται σήμερα σε σχεδιαστές και Ερευνητές, τους δίνει τη δυνατότητα να θεωρήσουν τα προβλήματα συνάφειας από απόψεως ορθολογικής και περιεκτικής μοντελοποίησης, κάτι που δεν έχει ακόμα επιχειρηθεί με συστηματικό τρόπο, εξαιτίας των πολλών δομικών πτυχών της συνάφειας, που φαίνονται να καθιστούν κάθε πρόβλημα συνάφειας και μία ξεχωριστή περίπτωση.

Η ορθολογική και περιεκτική μοντελοποίηση αποτελούσε πάντα –και ακόμα αποτελεί– έναν στρατηγικό στόχο, αλλά είναι εφικτή η επίτευξη αυτού του στόχου ή είναι μόνο ένας ευσεβής πόθος; Εάν η απάντηση στην πιο πάνω ερώτηση είναι «ναι», ένα άλλο ερώτημα αιωρείται: με τί όφελος, δεδομένου ότι οι περιεκτικές διατυπώσεις θα ήταν σίγουρα φορτικές και ιδιαίτερα περίπλοκες στις περισσότερες των περιπτώσεων, ενώ στις υπόλοιπες δεν θα ήταν επαρκώς αξιόπιστες.

Για να είμαστε ειλικρινείς, η απάντηση στην πιο πάνω αβεβαιότητα απόψεων, φαίνεται να είναι ότι χρειαζόμαστε διάφορα μοντέλα για να συλλάβουμε τους διαφορετικούς μηχανισμούς που χαρακτηρίζουν τη συνάφεια σε διαφορετικές οριακές καταστάσεις, ακόμα περισσότερο δεδομένου ότι η συμπεριφορά της συνάφειας δεν είναι ομοιόμορφη κατά μήκος μιας δεδομένης αγκύρωσης ή ματισμένης σύνδεσης. Σχετικά με αυτό το τελευταίο σημείο, μπορούν τα διάφορα μοντέλα να συνδυαστούν στην περίπτωση μίας μακράς αγκυρώσεως ή ενώσεως ή είναι απαραίτητο να μελετήσουμε κάθε μεμονωμένο σύστημα ως σύνολο, διαιρώντας το πρόβλημα σε κομμάτια;

Σίγουρα, η μοντελοποίηση με τη βοήθεια των μελετητών των πεπερασμένων στοιχείων, μπορεί ουσιαστικά να δώσει μιαν απάντηση, αλλά μόνο ο συνδυασμός καθιερωμένων μοντέλων και κλειστής μορφής μοντέλων μπορεί να επιτύχει την αληθινή πρόοδο, βελτιώνοντας τις εξισώσεις σχεδιασμού, σχετικές με τη συνάφεια. Για παράδειγμα οι μελετητές πεπερασμένων στοιχείων συμβάλουν στην επίλυση διαφορετικών κατηγοριών προβλημάτων (αγκυρώσεις και ενώσεις με διαφορετικά γεωμετρικά ποσοστά, διάταξη ράβδων και ενεργητική/παθητική περίσφιξη), προκειμένου να προσδιοριστεί ο μηχανισμός κύριας αντίστασης σε κάθε μία κατηγορία. Στη συνέχεια, το καταλληλότερο απλοποιημένο μοντέλο (ελαστικό, ελαστικό-θραυστικό, ελαστικό-πλαστικό-θραυστικό) θα πρέπει να υιοθετηθεί γιά κάθε κατηγορία προβλήματος και αυτό το μοντέλο μπορεί να αποτελέσει τη βάση ορθολογικών αλλά απλών σχεδιαστικών εκφράσεων.

Ο συνδυασμός εξειδικευμένων και απλών μοντέλων θα μπορούσε να αποδειχθεί πολύ χρήσιμος στη μοντελοποίηση σχεδιαστικών εκφράσεων, οι οποίες απαιτούνται από τα "νέα" υλικά που τώρα έρχονται στο προσκήνιο ή από τις ακραίες περιβαλλοντικές συνθήκες:

- Σκυρόδεμα υψηλής αποδόσεως, οι αναθυμιάσεις πυριτικού οξέος του οποίου κάνουν την ζώνη μετάβασης ράβδου-σκυροδέματος πυκνότερη, με καλύτερες ιδιότητες τοπικής συνάφειας, αλλά με λιγότερη ομοιομορφία στη κατανομή της τάσης κατά μήκος της έμπηξης και με μεγαλύτερη κλίση στις ρωγμές της επικάλυψης, εξαιτίας του μειωμένου ποσοστού αντοχής σε εφελκυσμό-θλίψη στα σκυροδέματα υψηλής αποδόσεως. Όσον αφορά την απόσχιση, ακόμα και μία σχετικά μικρή περιεκτικότητα σε ίνες, βοηθάει.
- Οπλισμός με εποξειδική επένδυση, όπου η έλλειψη χημικής συγκόλλησης αυξάνει την ολισθηρότητα της ράβδου και απαιτεί μεγαλύτερη δράση περίσφιξης στο περιβάλλον σκυρόδεμα (με μεγαλύτερο κίνδυνο απόσχισης), ενώ η έκταση της καταστροφής της επένδυσης και η ακολουθούσα οξείδωση του οπλισμού μπορούν να χειροτερέψουν την κατάσταση, εξαιτίας της επιμήκυνσης των προϊόντων της διάβρωσης.
- Μη-μεταλλικός οπλισμός, όπου η έλλειψη χημικής συγκόλλησης, το χαμηλό ποσοστό Poisson και η σχετική αδυναμία των προεξοχών, καθιστούν τη συνάφεια περισσότερο εξαρτώμενη από την περίσφιξη.
- Περιβαλλοντικές επιπτώσεις:
  - Οξείδωση ράβδου: ανάλογα με τη διείσδυση της οξείδωσης, η απόδοση της συνάφειας μπορεί ακόμα και να βελτιωθεί, αλλά γενικά δεν γίνεται αυτό, εξαιτίας των μαλακότερων προϊόντων της διάβρωσης και του μεγάλου όγκου τους, που δημιουργεί στην επικάλυψη του σκυροδέματος ρωγμές με μεγαλύτερη κλίση.
  - Υψηλή θερμοκρασία: σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες των 400° C η αντοχή της συνάφειας μειώνεται απότομα, και <u>κατά τη διάρκεια</u> αυτής της θερμοκρασίας, αλλά και <u>μετά</u> την επαναφορά της σε θερμοκρασία δωματίου («παραμένουσες» ιδιότητες συνάφειας). Αυτό ισχύει περισσότερο για στρογγυλές ράβδους μαλακού χάλυβα, παρά για παραμορφωμένες ράβδους που έχουν εν ψυχρώ διελκυσθεί και περισσότερο για πυριτικά παρά για ασβεστολιθικά σκυροδέματα.
  - Κύκλοι ψύξης: Και υπό μονότονη, αλλά και υπό αντίστροφη κυκλική φόρτιση, η αντοχή της συνάφειας μειώνεται, όσο αυξάνεται ο αριθμός των προηγούμενων κύκλων ψύξεως. Στην πραγματικότητα, οι κύκλοι ψύξεως προκαλούν καταστροφή που διαχέεται στον σκελετό του υλικού, καθώς η υγρασία που παγιδεύεται στους πόρους,

υποβάλλεται σε έναν μετασχηματισμό φάσεων, υπό περιοριστικές και μεταβατικές συνθήκες.

- Χαμηλή θερμοκρασία: Οι χαμηλές θερμοκρασίες αυξάνουν αξιοσημείωτα την αντοχή σε θλίψη των απλών και των σκυροδεμάτων υψηλής αντοχής, με λιγότερες επιπτώσεις στις αντοχές εφελκυσμού και συνάφειας, στον συντελεστή του Young και στην αναλογία Poisson. Επιπλέον, το ποσοστό αύξησης των μηχανικών ιδιοτήτων είναι μικρότερο στα σκυροδέματα υψηλής αντοχής από τα αυτά κανονικής αντοχής. Εντούτοις, και για τα δύο είδη σκυροδέματος, η αντοχή συνάφειας στους -50° C είναι 45-120% μεγαλύτερη απ' ό,τι σε θερμοκρασία δωματίου (μονότονη, παλμική και αντίστροφη φόρτιση).
- Επιπτώσεις μεγέθους: όπως συμβαίνει πάντα σε λιγότερο σκληρές συμπεριφορές, η διεπιφάνεια ράβδου-σκυροδέματος παρουσιάζει μία καταστροφή που προέρχεται από την μαλάκωση, η οποία συνιστάται από εντοπισμό μιας ασυνέχειας (ένα είδος θραύσης της διεπιφάνειας που διατρέχει τη ράβδο). Οι επιπτώσεις του μεγέθους έχουν αποδειχθεί ουσιώδεις σε λείες ράβδους, αλλά εξαφανίζονται εντελώς σε καλά περισφιγμένες παραμορφωμένες ράβδους και μόλις που αναγνωρίζονται σε αγκυρώσεις παραμορφωμένων ράβδων με μεγάλη κλίση ρωγμών. Εντούτοις, τα πειραματικά στοιχεία είναι ακόμα πενιχρά για την τελευταία αυτή περίπτωση και ως εκ τούτου η αριθμητική μοντελοποίηση και οι δοκιμές είναι απόλυτα αναγκαίες.

Συνοψίζοντας, η μοντελοποίηση της συνάφειας θα συνεχίσει να παίζει σημαντικό ρόλο, δεδομένου ότι η συνάφεια είναι ένας από τους κορυφαίους "παίκτες" στην περίπλοκη σφαίρα του Οπλισμένου Σκυροδέματος. Είναι το φαινόμενο που διέπει την απόδοση του οπλισμένου σκυροδέματος, από το ρηγμάτωση και την ικανότητα παραμόρφωσης, μέχρι την αντοχή και την ανθεκτικότητα, για να μην αναφερθούμε στον οπτικό αντίκτυπο που έχουν οι κατασκευές οπλισμένου σκυροδέματος, οι οποίες γίνονται πιο αποδεκτές όταν η ελεγχόμενη από τον οπλισμό θραύση δημιουργεί λεπτότερες και πιο ομοιόμορφες ρωγμές, εξαιτίας της καλύτερης απόδοσης της συνάφειας.

6. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ SHOOTING TECHNIQUE ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ ΤΩΝ ΡΑΒΔΩΝ FRP. – ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

6.1 Αναλυτική προσομοίωση νόμου συνάφειας-ολίσθησης ράβδων FRP σκυροδέματος

Η μέχρι τώρα έρευνα έχει δείξει ότι η σχέση μεταξύ ολίσθησης της ράβδου και της αναπτυσσόμενης διατμητικής διεπιφανειακής τάσης (συνάφειας) είναι μη γραμμική. Θεωρούμε μια ράβδο οπλισμού FRP που είναι εμπηγμένη σε σκυρόδεμα σε ένα μήκος L όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1 και πάνω της εφαρμόζεται μια τάση σ_L. Η τάση συνάφειας και η ολίσθηση δίνονται από τις σχέσεις

$$\tau = \tau(s) \ , \quad s = u_b - u_c \, , \tag{6.1}$$

όπου s είναι η σχετική μετατόπιση (ολίσθηση) των δύο επιφανειών και u_b, u_c οι μετατοπίσεις της ράβδου FRP και του σκυροδέματος, αντίστοιχα. Από την εξίσωση (6.1) βρίσκουμε τις παραμορφώσεις

$$\varepsilon_b - \varepsilon_c = \frac{du_b}{dx} - \frac{du_c}{dx} = \frac{ds}{dx} . \tag{6.2}$$

Επειδή η ράβδος FRP υπόκειται σε πολύ μεγαλύτερες παραμορφώσεις μπορούμε να θεωρήσουμε ότι

$$\varepsilon_b \cong \frac{ds}{dx} . \tag{6.3}$$

Έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι η ράβδος FRP συμπεριφέρεται γραμμικά μέχρι την αστοχία και συνεπώς η ορθή τάση στη ράβδο είναι

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b , \tag{6.4}$$

όπου E_b είναι το μέτρο ελαστικότητας της ράβδου. Οι εξισώσεις (6.1) και (6.4) είναι οι δύο καταστατικές σχέσεις για την ανάλυση του προβλήματος. Το διάγραμμα ελευθέρου σώματος της ράβδου φαίνεται στο Σχήμα 6.1(β). Ισορροπία δυνάμεων και ενεργειών δίνει

$$A_b d\sigma_b = \tau \Sigma_b dx , \tag{6.5}$$

$$\frac{1}{2}\sigma_b \varepsilon_b A_b dx = \Sigma_b dx \int_0^s \tau(s) ds , \tag{6.6}$$

όπου A_b , Σ_b είναι η διατομή και η περίμετρος της ράβδου. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (6.3) και (6.4) βρίσκουμε

$$A_b E_b \frac{d^2 s}{dx^2} = \tau(s) \Sigma_b , \tag{6.7}$$

$$\sigma_b(x) = \sqrt{\frac{8E_b}{\phi} A_\Gamma} , \tag{6.8}$$

όπου ϕ είναι η διάμετρος της ράβδου και

$$A_T = \int_0^s \tau(s) ds . \tag{6.9}$$

Η διαφορική εξίσωση (6.7) έχει ως άγνωστη την ολίσθηση $s = s(x)$. Η εξίσωση (6.7) έχει λυθεί από τον Cosenza και τους συνεργάτες του (1997) θεωρώντας ότι η ολίσθηση

μηδενίζεται για $x = 0$. Αυτό όμως ισχύει για συγκεκριμένο μήκος έμπηξης και στη γενική περίπτωση απαιτείται αριθμητική λύση της διαφορικής εξίσωσης.

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί πολλές σχέσεις για να περιγράψουν τη σχέση ανάμεσα στη τάση συνάφειας και στην ολίσθηση ράβδων FRP. Στην εργασία αυτή θα χρησιμοποιήσουμε τον καταστατικό νόμο που προτάθηκε από τους Eligehausen-Popov-Bertero (1983), όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.2. Η μη γραμμική περιοχή της καμπύλης δίνεται από τη σχέση

$$\frac{\tau}{\tau_m} = \left[\frac{s}{s_m}\right]^a, \tag{6.10}$$

όπου τ_m είναι η μέγιστη τάση συνάφειας και s_m η αντίστοιχη ολίσθηση. Ο εκθέτης α χρησιμοποιείται για να προσαρμόσει τα πειραματικά αποτελέσματα. Η γραμμική περιοχή της καμπύλης δίνεται από τη σχέση

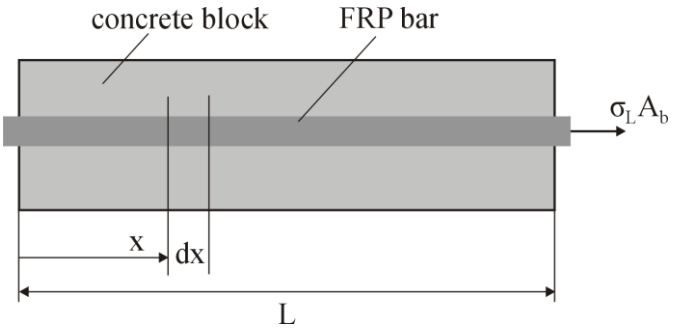
$$\frac{\tau}{\tau_m} = 1 - (s - s_m)\frac{p}{s_m}. \tag{6.11}$$

όπου p πειραματική σταθερά. Η μέγιστη δυνατή ολίσθηση προκύπτει από τη σχέση (6.11)

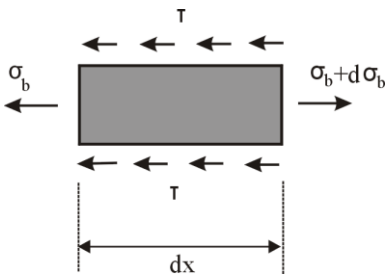
$$s_0 = s_m \frac{1+p}{p} \tag{6.12}$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (6.10) και (6.11) στις (6.8) και (6.9) βρίσκουμε

$$\sigma_b^2(x) = \begin{cases} \dfrac{8E_b\tau_m s_m}{\phi(1+\alpha)}\left[\dfrac{s}{s_m}\right]^{1+\alpha} & s \le s_m \\ \dfrac{8E_b\tau_m s_m}{\phi(1+a)} + \dfrac{8E_b\tau_m(s-s_m)}{\phi}\left[1+p-\dfrac{p(s-s_m)}{2s_m}\right] & s > s_m \end{cases} \tag{6.13}$$

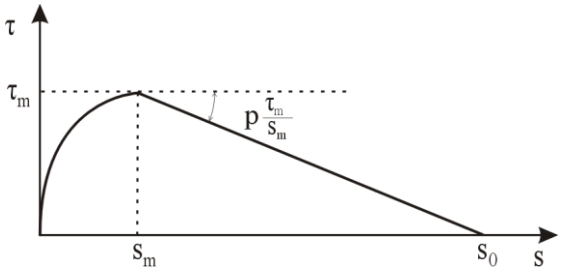


(α)



(β)

Σχήμα 6.1: - (α) Μοντέλο της ράβδου και (β) ισορροπία σε ένα στοιχειώδες στοιχείο.



Σχήμα 6.2: - Σχέση συνάφειας – ολίσθησης.

Η εξίσωση (6.13) δίνει τη σχέση ανάμεσα στην ορθή τάση και την ολίσθηση σε κάθε σημείο της ράβδου. Για $s = s_m$ και $s = s_0$ η εξίσωση (6.13) δίνει

$$\sigma_b^2(x) = \begin{cases} \dfrac{8E_b\tau_m s_m}{\phi(1+a)} & s = s_m \\ \dfrac{8E_b\tau_m s_m}{\phi(1+a)} + \dfrac{8E_b\tau_m s_m}{2\phi p} & s = s_0 \end{cases} \tag{6.14}$$

6.2 Αριθμητική επίλυση

Για την επίλυση της εξίσωσης (6.7) χρησιμοποιείται η γνωστή μέθοδος της shooting technique. Η ράβδος FRP του σχήματος 6.1(α) χωρίζεται σε n τμήματα μήκους L/n. Η μεθοδολογία παριστάνεται γραφικά στο Σχήμα 6.3. Αρχίζοντας από το τμήμα *n* και θέτοντας $\sigma_n = \sigma_L$, όπου σ_L η εφαρμοζόμενη τάση βρίσκουμε

$$\tau_n = \begin{cases} \tau_m \left[\dfrac{s_n}{s_m}\right]^a & s_n \le s_m \\ \tau_m \left[1 - (s_n - s_m)\dfrac{p}{s_m}\right] & s_n > s_m \end{cases} \tag{6.15}$$

Ισορροπία δυνάμεων στο τμήμα n δίνει

$$\sigma_{n-1} = \sigma_n - \tau_n \frac{4}{\phi}\frac{L}{n} \tag{6.16}$$

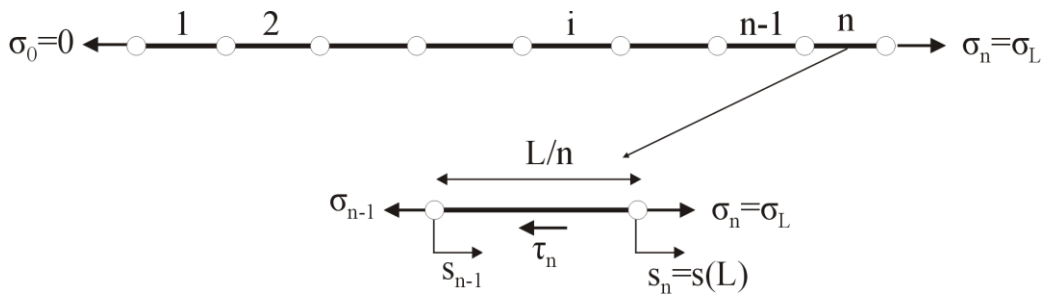
και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (6.3) και (6.4)

$$\frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{\sigma_b}{E_b} \Rightarrow s_{n-1} = s_n - \frac{\sigma_n}{E_b}\frac{L}{n} \tag{6.17}$$

Αυτή η τιμή της ολίσθησης s_{n-1} μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην εξίσωση (6.15) για να υπολογίσουμε την τ_{n-1} και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι που να υπολογίσουμε την τάση στο αριστερό άκρο της ράβδου σ_0, η οποία βρίσκεται από τη σχέση

$$\sigma_0 = \sigma_n - \frac{4}{\phi}\frac{L}{n}\sum_{i=1}^{n}\tau_i \qquad (6.18)$$

και πρέπει να είναι μηδέν. Αν γνωρίζουμε είτε την $\sigma_n = \sigma_L = \sigma_b(L)$ είτε την $s_n = s(L)$ μπορούμε να υπολογίσουμε τις τάσεις και μετατοπίσεις και σε κάθε σημείο χρησιμοποιώντας μια μέθοδο δοκιμής και λάθους. Η διαδικασία που αναφέρθηκε προγραμματίστηκε σε γλώσσα FOTRAN.

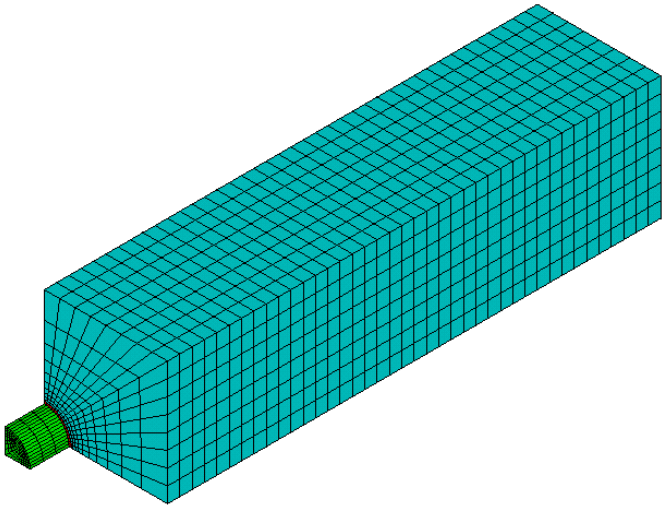


Σχήμα 6.3: - Διακριτοποίηση της ράβδου.

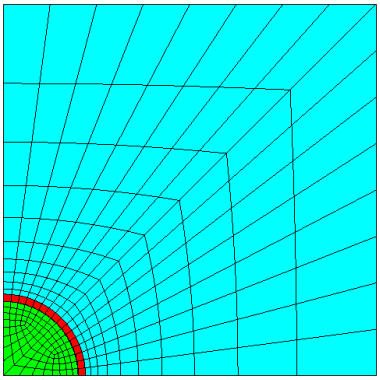
6.3 Ανάλυση του προβλήματος με πεπερασμένα στοιχεία

Η μέθοδος που αναφέρθηκε στην ενότητα 6.2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογίσουμε τις τάσεις και μετατοπίσεις σε μια απλή γεωμετρία αλλά δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πραγματικά δομικά στοιχεία όπου έχουμε σύνθετες φορτίσεις. Γι αυτό είναι αναγκαίο να αναπτυχθεί ένα τρισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Το βασικό πρόβλημα σε μια

τέτοια μοντελοποίηση είναι η διεπιφάνεια ανάμεσα στη ράβδο και το σκυρόδεμα. Η γεωμετρία που εξετάστηκε αρχικά ήταν αυτή της εξόλκευσης. Το Σχήμα 6.4 δείχνει μια τυπική διακριτοποίηση και τα τρία τμήματα, δηλαδή τη ράβδο FRP, τη διεπιφάνεια και το σκυρόδεμα. Για την μοντελοποίηση χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS.



(α)



(β)

Σχήμα 6.4: - Τριδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων: (α) κάναβος, και (β) λεπτομέρεια της διατομής

Οι ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν ήταν $E_b = 42000\,\text{MPa}$ για τη ράβδο FRP και $E_c = 25000\,\text{MPa}$ για το σκυρόδεμα. Η διεπιφάνεια μοντελοποιήθηκε με ένα μικτό

πάχος t_{int} και μη γραμμικές ιδιότητες για το υλικό της για να συμπεριφέρεται όπως περιγράφεται από τις σχέσεις (6.10) και (6.11). Θεωρώντας σταθερή διατμητική τάση κατά το πάχος της διεπιφάνειας και θέτοντας $s = \gamma t_{\text{int}}$, όπου γ η γωνιακή παραμόρφωση, οι εξισώσεις (6.10) και (6.11) γίνονται

$$\tau = \begin{cases} \tau_m \left[\dfrac{t_{\text{int}}}{s_m} \right]^{\alpha} \gamma^{\alpha} & s = \gamma t_{\text{int}} \le s_m \\ \tau_m \left[1 + p - p \dfrac{\gamma t_{\text{int}}}{s_m} \right] & s = \gamma t_{\text{int}} > s_m \end{cases} \tag{6.19}$$

Η μη γραμμική συμπεριφορά της διεπιφάνειας απαιτεί τη νηματική εφαρμογή του φορτίου. Μετά από τεστ σύγκλισης, χρησιμοποιήθηκαν τελικά 30 βήματα φόρτισης.

6.4 Αριθμητικά αποτελέσματα

Θεωρούμε αρχικά την εξόλκευση μιας ράβδου FRP με τις ακόλουθες ιδιότητες: διάμετρος $\phi = 12.7\,\text{mm}$, μέτρο ελαστικότητας $E_b = 42000\,\text{MPa}$ και αντοχή $f_u = 770$ MPa. Οι παράμετροι που καθορίζουν τον καταστατικό νόμο είναι: $s_m = 0.253\,\text{mm}$, $\tau_m = 14.65\,\text{MPa}$, $a = 0.245$, $p = 0.128$ και $s_0 = 2.23\,\text{mm}$.

Οι πρώτες αναλύσεις έγιναν για την περίπτωση που η ολίσθηση στο δεξί άκρο είναι $s_m = 0.253\,\text{mm}$ και για διάφορα μήκη έμπηξης $L/\phi = 3$, 5, 7 και $L = L_m$, όπου L_m είναι το μήκος στο οποίο η ολίσθηση στο αριστερό άκρο είναι μηδέν και βρέθηκε ότι είναι ίσο με $L_m = 100\,\text{mm}$ ($L_m/\phi = 7.9$). Η αντίστοιχη εφαρμοζόμενη τάση είναι $\sigma_L = 281$ MPa. Τα αποτελέσματα του αριθμητικού μοντέλου της ενότητας 6.2 παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.5. Η πιο σημαντική παρατήρηση είναι ότι για μικρό μήκος έμπηξης η τάση συνάφειας είναι σχεδόν σταθερή κατά μήκος της ράβδου και η ολίσθηση στο αριστερό άκρο είναι μεγάλη.

Οι επόμενες αναλύσεις θεωρούν τη μέγιστη φόρτιση που μπορεί να παραλάβει η ράβδος που αντιστοιχεί και στη μέγιστη δυνατή ολίσθηση στο δεξί άκρο της. Εξετάστηκαν πάλι διάφορα μήκη και η περίπτωση $L = L_0$, όπου L_0 είναι το μήκος έμπηξης που δίνει

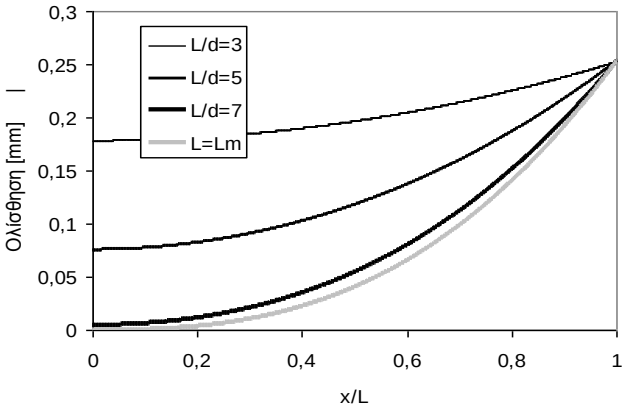
μέγιστη ολίσθηση στο δεξί άκρο ίση με $s_0 = 2.23\,\text{mm}$. Αυτό το μήκος υπολογίστηκε ίσο με $L_0 = 240\,\text{mm}$ ($L_0 / \phi = 18.9$). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.6.

Είναι ενδιαφέρον να συγκρίνουμε τις μέγιστες τιμές των τάσεων που υπολογίσαμε και αυτές που θα υπολογίζαμε αν θεωρούσαμε ότι η τάση συνάφειας είναι σταθερή κατά μήκος της ράβδου και ίση με τη μέγιστη τιμή της $\tau_m = 14.65\,\text{MPa}$. Η ισορροπία δυνάμεων στη ράβδο δίνει

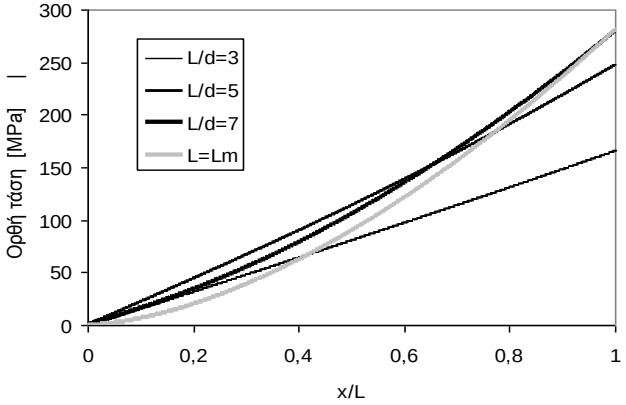
$$\sigma_{\max} = \tau_m \frac{4L}{\phi} \tag{6.20}$$

Από την εξίσωση (6.20) υπολογίζουμε $\sigma_{\max} = 176,\ 293,\ 410$ και 1107 MPa για $L/\phi = 3,\ 5,\ 7,\ 18.9$, αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές είναι πολύ κοντά στις μέγιστες τιμές που φαίνονται στο Σχήμα 6.6 για μικρές τιμές του L/ϕ.Το Σχήμα 6.7 δείχνει τη σύγκριση αυτών των τιμών με πειραματικά αποτελέσματα από τη βιβλιογραφία.

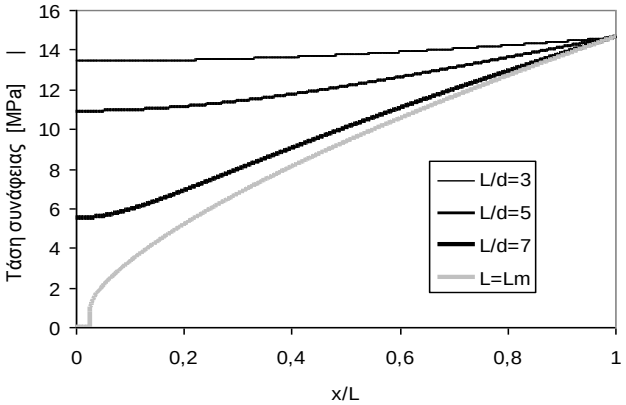
Το Σχήμα 6.8 δείχνει τυπικές κατανομές ολίσθησης, ορθής τάσης και τάσης συνάφειας από την τρισδιάστατη ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Το Σχήμα 6.9 παρουσιάζει τη σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα του αριθμητικού μοντέλου και της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για $L/\phi = 10$. Όπως αναμενόταν η ολίσθηση που υπολογίζουμε από τα πεπερασμένα στοιχεία είναι μικρότερη από την ολίσθηση του αριθμητικού μοντέλου στο οποίο θεωρούμε ότι η μετατόπιση του σκυροδέματος είναι μηδέν. Εντούτοις, η διαφορά που παρατηρούμε είναι πολύ μικρή. Σημαντική διαφορά παρατηρούμε στην τάση συνάφειας στο αριστερό άκρο της ράβδου. Αυτή η διαφορά οφείλεται κυρίως στη διακριτοποίηση των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και στην ακρίβεια της τάσης συνάφειας για μικρές τιμές της ολίσθησης, όπου όπως φαίνεται από τη σχέση (6.19) είναι πολύ μεγάλη η κλίση της καμπύλης τάσης-ολίσθησης.



(α)

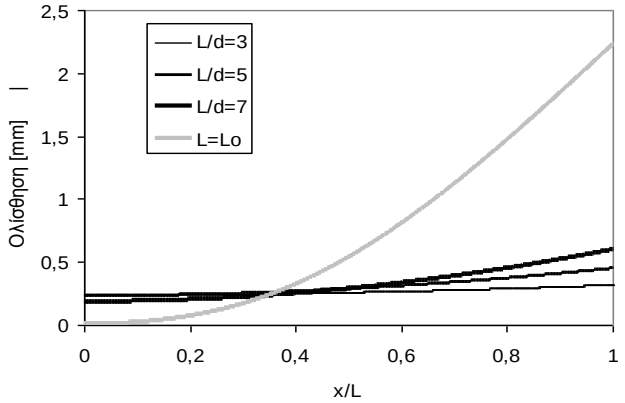


(β)

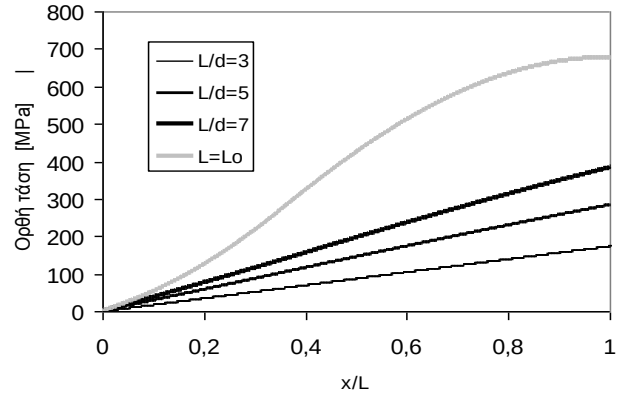


(γ)

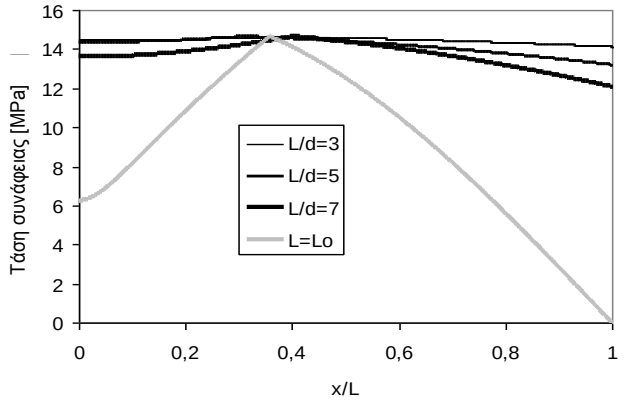
Σχήμα 6.5: - Κατανομή (α) της ολίσθησης, (β) της ορθής τάσης, και (γ) της τάσης συνάφειας κατά μήκος της ράβδου.



(α)

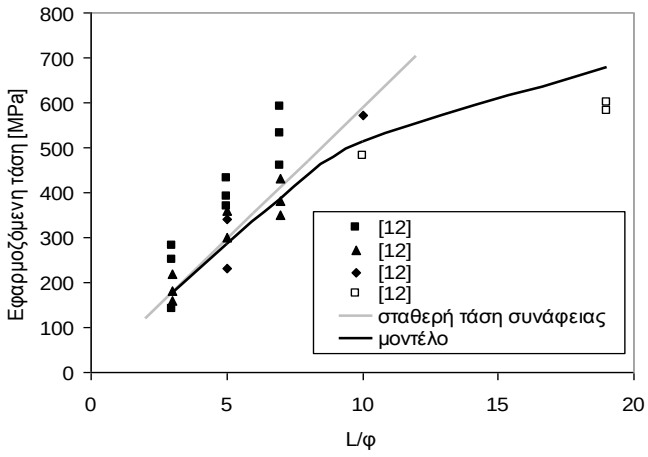


(β)

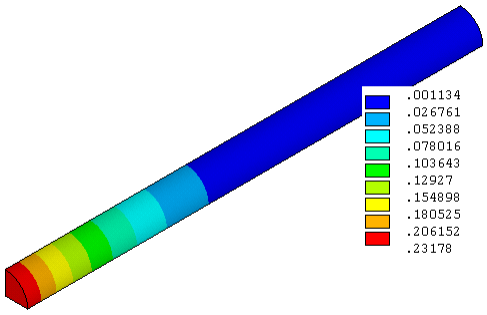


(γ)

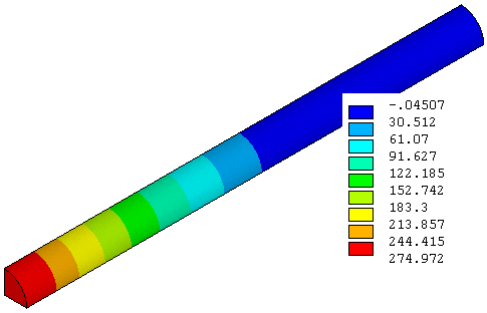
Σχήμα 6.6: - Κατανομή (α) της ολίσθησης, (β) της ορθής τάσης, και (γ) της τάσης συνάφειας κατά μήκος της ράβδου.



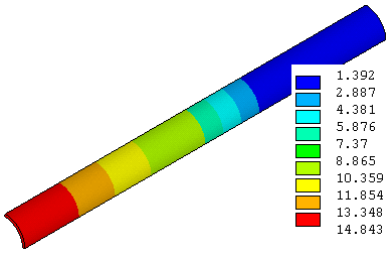
Σχήμα 6.7: - Σύγκριση θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων.



(α)

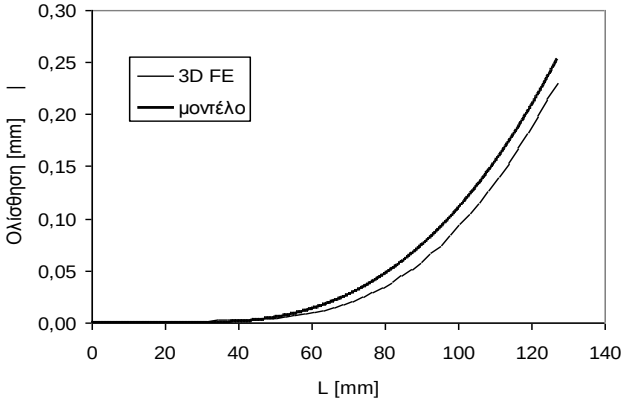


(β)

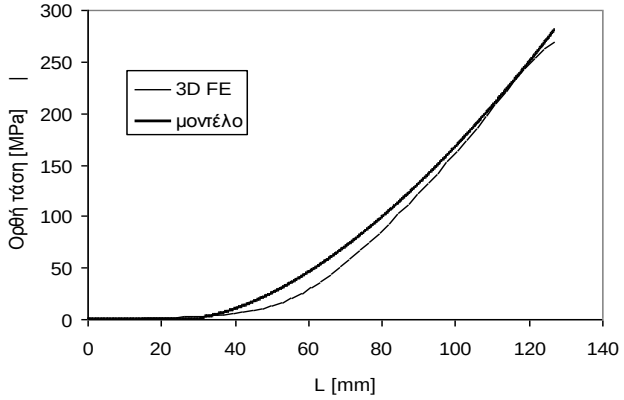


(γ)

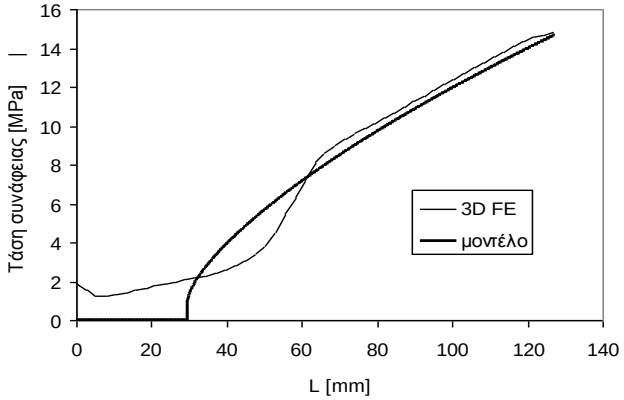
Σχήμα 6.8: - Τυπικά αποτελέσματα του τρισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων: (α) ολίσθηση, (β) ορθή τάση, και (γ) τάση συνάφειας.



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 6.9: - Σύγκριση αριθμητικού μοντέλου και ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία: (α) ολίσθηση, (β) ορθή τάση, και (γ) τάση συνάφειας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Abrishami H.H., Mitchell D., Influence of splitting cracks on tension stiffening, ACI Structural J.,1996, pp. 93(6), 703-710.

ACI 352 R-85, Recommendations for design of beam-column joints in monolithic reinforced-concrete structures, ACI Journal, 1985, pp. 82(3), 266-283.

ACI Committee 224, Cracking of concrete members in direct tension, ACI Journal, 1986, pp. 78(1), 3-19.

ACI-Committee 318, Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-95), ACI Institute, 1995.

Adrouche K-, Lorrain M., Influence des parametres constitutifs de 1'association acier-beton sur la resistance de 1'adherence aux chargements cycliques lents (Influence of the constitutive parameters for steel-concrete association on bond strength under slow cyclic loading), Materials and Structures, RILEM, 1987, pp. 20, 315-320.

Alsiwat J.M., Saatcioglu M., Reinforcement anchorage-slip under monotonic loading, ASCE, J. Struct. Engrg., 1992, pp. 118(9), 2421-2438.

ASCE - State-of-the-Art Report on "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete", Chapter 3 "Modeling of Reinforcement and Representation of Bond", Task Committee "FE Analysis of R/C Structures", Chairman Arthur H. Nilson, 1982, pp. 149-203.

Balaguru P., Gambarova P.G., Rosati G.P., Schumm C.E.: Bond of reinforcing bars and prestressing tendons in HPFRCC matrices, Second International Workshop on High-Performance Fiber-Reinforced Cement Composites, Ed. by A. Naaman and H.W. Reinhardt, Ann Arbor (Mi, USA), 1995.

Balazs G., Bond model with non-linear bond-slip law, Studi e Ricerche, School for the Design of R/C Structures, Milan University of Technology, 1987, pp. 9, 157-180.

Balazs G.: Cracking analysis based on slip and bond stresses, ACT Materials Journal , 1993, pp. 90(4), 340-348.

Bazant Z.P., Sener S., Size effects in pull-out tests, ACI Materials J.,1988, pp. 85(4), 347-351.

Bazant Z.P., Desmorat R., Size effect in fiber or bar pull-out with interface fracture and softening slip, ASCE J. Engrg. Mech., 1994, pp. 120(9), 1945-1962.

Bigaj A.J., Den Uijl J.A., Walraven J.C.: A bond model for ribbed bars in HSC and NSC: an experimental study, 4th Int. Symposium on the Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete - BHP 96, Paris, 1996, pp. 1125-1134.

Bresler B., Bertero V.V., Behavior of reinforced concrete under repeated load, ASCE, J. Struct. Div. 1968, pp. 94(6), 1567-1590.

Broms B.B., Lutz L.A., Effects of arrangement of reinforcement on crack width and spacing of reinforced concrete members, ACI Journal, 1965, pp. 62(11), 1395-1410.

Cairns J., Analysis of the ultimate strength of lapped joints of compression reinforcement, Magazine of Concrete Research, 1979, pp. 31(106), 19-27.

Cairns J., Abdullah R.: An evaluation of bond pullout tests and their relevance to structural performance, The Structural Engineer, 1995, pp. 73(1), 179-185.

Cairns I., Jones K. (a), The splitting forces generated by bond, Magazine of Concrete Research, 1995, pp. 47, 153-165.

Cairns J., Abdullah R., Bond strength of black and epoxy coated reinforcement - A theoretical approach, ACI Materials J.,1996, pp. 93(4), 362-369.

Cappellini, L., On the ultimate capacity of short anchorages embedded in elastic-cohesive cement composites (in Italian), MS Thesis, Dept. of Structural Engineering, Milan University of Technology, Milan (Italy), 1996, pp. 171.

CEB-FIP Model Code 90, Bulletin d'Information No. 213-214, 1993.

Ciampi V., Eligehausen R., Bertero V.V., Popov E.P.: Analytical model for deformed-bar bond under generalized excitations, Trans. IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft, Netherlands, 1981.

Ciampi V., Eligehausen R., Bertero V.V., Popov E.P.: Analytical model for concrete anchorages of reinforcing bars under generalized excitations, Report No. UCB/EERC 82-83, Univ. of California, Berkeley (Ca, USA), 1982.

Clark L.A., Spiers D.M., Tension stiffening in reinforced concrete beams and slabs under short-term load, Technical Report No. 42.521, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, 1978, pp. 19.

Coronelli D., Private Communication to P.G. Gambarova, Dept. of Structural Engrg., Milan Univ. of Technology, Milan (Italy), 1999.

Cosenza, E., Manfredi, G., Realfonzo, R., Behaviour and modeling of bond of FRP rebars to concrete , Journal of Composites for Constructions, Vol 1, No 2, 1997, pp. 40-51.

Cosenza, E., Manfredi, G., Realfonzo, R., Development length of FRP straight rebars, Composites PartB: engineering, Vol. 33, 2002, pp. 493-504.

Darwin D., McCabe S.L., Idun E.K., Schoenekase S.P., Development length criteria: bars not confined by transverse reinforcement, ACI Structural J., 89(6), 1992, pp. 709-720.

Darwin D., McCabe S.L., Brown C.J., Fracture analysis of steel-concrete bond, Proc. Europe-USWorkshop on Fracture and Damage in Quasibrittle Structures, Ed.

by Z.Bazant, Z.Bittnar, M.Jirasek and LMazars, Prague (Czech Republic), 1994, pp. 549-556.

Darwin D., Zuo Z., Tholen M.L., Idun E.K., Development length criteria for conventional and high relative rib-area reinforcing bars, ACI Structural Journal, 1996, pp. 93(3), 347-359.

Davi G., La Mendola L., Papia M.: Boundary element model for bond problems in reinforced concrete members, Computers and Structures, 1994, pp. 52(1), 49-59.

de Groot A.K., Kusters. G.M.A., Monnier T., Numerical modeling of bond-slip behavior, HERON, Concrete Mechanics, 26(1B), 1981, pp. 90.

Den Uijl J.A., Bigaj A.J., A bond model for ribbed bars based on concrete confinement, HERON, 1996, pp. 41(3), 201-226.

Design of R/C Structures, Milan University of Technology, 7, Milan (Italy), (in Italian) 1985, pp. 57-118.

Diederichs U., Schneider U., Bond strength at high temperature. Magazine of Concrete Research, 1981, pp. 33(115), 75-84.

Dorr K., Bond-behaviour of ribbed reinforcement under transversal pressure, Proceedings of IASS Symposium on Nonlinear Behaviour of Reinforced Concrete Spatial Structures, Darmstadt, 1, Edited by G. Mehlhorn, H. Riihle and W. Zerna, Werner-Verlag, Diisseldorf (Germany), 1978, pp. 13-24.

Dragosavic M., Modeling of bond, IABSE Colloquium Delft 1987 on Computational Mechanics of Concrete Structures - Advances and Applications, Delft, 1987, pp. 131-138.

Edwards A., Picard A., Theory of cracking in concrete members, ASCE, J. Struct. Div., 1972, pp. 98(12), 2687-2700.

Eligehausen R., Popov E.P., Bertero V.V., Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations, Report No. UCB/EERC 83-23, Univ. of California, Berkeley (Ca, USA), 1983.

Eligehausen R., Ozbolt J., Mayer U., Contribution of concrete between cracks at inelastic steel strains and conclusions for the optimization of bond, ACI-International SP-180 "Bond and Development of Reinforcement: a tribute to Dr. Peter Gergely", Ed. by R. Leon, 1998, pp. 45-80.

Elzedin E., Balaguru P.N., Bond behavior of normal- and high-strength fiber-reinforced concrete, ACI Materials J., 1989, pp. 86(5), 515-524.

Engstrom B., Ductility of tie connections in precast structures, PhD Thesis, Chalmers University of Technology, Goteborg (Sweden), 1992.

ENV 1992-1-1, Eurocode 2 - Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Prestandard, December 1991.

Fantilli A.P., Ferretti D., lori I., Vallini P. (a), Behaviour of R/C elements in bending and tension: the problem of minimum reinforcement ratio, Special Technical Publication, ESIS Technical Committee 9 on "Minimum Reinforcement in Concrete Members", ELSEVIER, 1998.

Fantilli A.P., Ferretti D., lori L, Vallini P. (b), Flexural deformability of reinforced-concrete beams, ASCE J. Struct. Engrg.,1998, pp. 124 (9), 1041-1049.

Ferguson P.M., Bond stress: the state of art, Report by ACI Committee 408, ACI Journal, 1966, pp 63(11),. 408.1-408.22.

Ferguson P.M., Briceno E.A., Tensile lap splices - Part 1: Retaining wall type, varying moment zone, Research Report 113-2, Center for Highway Research, University of Texas at Austin, 1969, pp. 31

Ferguson P.M., Small bar spacing or cover - A bond problem for the designer, ACI Journal, 1977, pp. 74(39), 435-439.

Filippou F.C., Popov E.P., Bertero V.V. (a), Effect of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints, Report No. UCB/EERC 83-19, Univ. of California, Berkeley (Ca, USA), 1983.

Filippou F.C., Popov E.P., Bertero V.V. (b): Modeling of reinforced concrete joints under cyclic excitations, ASCE, J. Struct. Engrg., 1983, pp. 109(11), 2666-2684.

Filippou F.C., A simple model for reinforcing bar anchorages under cyclic excitations. Report No UCB/EERC 85-05, Univ. of California, Berkeley (Ca, USA), 1985.

Filippou F.C., A simple model for reinforcing-bar anchorages under cyclic excitations, ASCE, J. Struct. Engrg. 112(7), 1986, pp. 1639-1659.

Gambarova P.G., Karakoc C., Shear-confinement interaction at the bar-to-concrete interface, in "Bond in Concrete", Edited by P. Bartos (Applied Science, London), 1982, pp. 82-96.

Gambarova G.P., Giuriani E., Discussion of "Study of transfer of tensile forces by bond", by D.H. Jiang, S.P. Shah, A.T. Andonian, ACI Journal, 1985, pp. 82(3), 381-383.

Gambarova P.G., Rosati G.P., Zasso B., Steel-concrete bond after concrete splitting: (I) test results; (II) constitutive laws and interface deterioration, Materials and Structures, RILEM, 1989, pp. 22, 35-47, 347-356.

Gambarova P.G., Rosati G.P., Sharif O.S., Bond and splitting in reinforced concrete, Proc. Int Conf. "Bond in Concrete: from Research to Practice", CEB-RTU (Riga Technical University), Riga (Latvia), 1992, pp. 1.48-1.57.

Gambarova, P.G., Rosati, G.P., Schumm, C.E., An elasto-cohesive model for steel-concrete bond, Proc. Europe-US Workshop on Fracture and Damage in Quasibrittle Structures, Ed. by Z.Bazant, Z.Bittnar, MJirasek and J.Mazars, Prague (Czech Republic), 1994, pp. 557-566.

Gambarova P.G., Rosati G.P., Bond and splitting in reinforced concrete: test results on bar pull-out, Materials and Structures, RILEM, 1996, pp. 29,267-276.

Gambarova P.O., Rosati G.P., Schumm C.E., Bond and splitting in R/C: a vexing question, ACI-International SP-180 "Bond and Development of Reinforcement: a tribute to Dr. Peter Gergely", Ed. by R. Leon, 1998, pp. 23-43.

Giuriani E., Experimental investigation on the bond-slip law of deformed bars in concrete, IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Final Report, Delft, The Netherlands, 1981, pp.121-142.

Giuriani E., On the effective axial stiffness of a bar in cracked concrete, in "Bond in Concrete", Edited by P. Bartos (Applied Science, London), 1982, pp. 107-126.

Giuriani E., Rosati G.P., Behaviour of concrete elements under tension after cracking, Studi e Ricerche, School for the Design of R/C Structures, Milan University of Technology, 8, Milan (Italy), 1986, pp. 65-82.

Giuriani E., Plizzari G.A., Schumm C., Role of stirrups and residual tensile strength of cracked concrete on bond, ASCE, J. Struct. Engrg., 1991, pp. 117(1), 1-18.

Giuriani E., Plizzari G.A. (a), Interrelation of splitting and flexural cracks in R.C. beams, ASCE J. Struct. Engrg., 1998, pp. 124(9), 1032-1040.

Goto Y.: Crack formed in concrete around deformed tension bars, ACI Journal 68(4), 1971, pp. 244-251.

Harajli M.H., Hout M., Jalkh W., Local bond stress-slip behaviour of reinforcing bars embedded in plain and fiber concrete, ACI Materials Journal, 1995, pp. 92(4), 343-354.

Hemmaty Y., De Roeck G., Vandewalle L., Finite Element modeling of reinforced concrete taking into consideration bond-slip, 5th ANSYS Int. Conf. (Pittsburgh, Penn, USA), 1991.

Herrmann L.R., Cox J.V., Development of a plasticity bond model for reinforced concrete – Preliminary calibration and cyclic applications, Contract Report 94.001-SHR, Naval Facilities Engrg. Service Center, Port Hueneme (CA, USA), 1994, pp. 113 pp.

Hillerborg A., Modeer M., Petersson P.E., Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, Cement and Concrete Research, 1976, pp. (6), 773-782.

Huang Z., Engstrom B., Magnusson J., Experimental and analytical studies of the bond behaviour of deformed bars in high strength concrete, 4th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete-BHP 96, Paris,1996, pp. 1115-1124.

Ichinose T., Hayashi T., Fundamental analysis of RC Lap splices, ACI-International SP-180 "Bond and Development of Reinforcement: a tribute to Dr. Peter Gergely", Ed. by R. Leon, 1998, pp. 431-457.

Ingraffea A.R., Gerstle W.H., Gergely, P., Saouma V., Fracture Mechanics of Bond in Reinforced Concrete, ASCE, J. Struct. Engrg., 1984, pp. 110(4), 871-890.

Jiang D.H., Shah S.P., Andonian A.T., Study of the transfer of tensile forces by bond, ACI Journal, 1984, pp. 81(4), 251-259.

Kadlecek V., Spetla Z., Effect of size and shape of test specimens on the direct tensile strength of concrete, RILEM Bulletin 36, Paris, 1967, pp.175-184.

Kaku T., Yamada M., Shibata M., Takahashi H., Bond splitting strength of simply-supported reinforced concrete beams, Transactions of the Japan Concrete Institute, 1988.

Kaku T., Yamada M., Gouraku M., Effect of transverse reinforcement on bond splitting strength of reinforced concrete beams, Transactions of the Japan Concrete Institute, 1989.

Keuser M., Mehlhorn G., Finite element models for bond problems, ASCE, J. Struct. Engrg., 1987, pp. 113(10), 2160-2173.

Klisinski M., Runesson K., and Sture S., Finite element with inner softening band, ASCE J. Engrg. Mech., 1991, pp. 117(2), 575-587.

Komlos K., Factors affecting the stress-strain relation of concrete in uniaxial tension, ACI Journal, 1969, pp. 66(2), 111-114.

KwakH.G., Improved numerical approach for the bond-slip behavior under cyclic loads, Struct. Engrg. And Mechanics, 1997, pp. 5(5), 663-677.

Lahnert B.J., Houde J., Gerstle K.H., Direct measurement of slip between steel and concrete, ACI Journal, 1986, pp. 83(2), 974-982.

La Mendola L., Cracking analysis of RC members by using coupled BE-FE modeling, ASCE J. Engrg. Mechanics, 1997, pp. 123(7), 758-761.

Lee S.L., Mansur M.A., Tan K.H., Kasiraju K., Cracking behavior of concrete tension members reinforced with welded wire fabric, ACI Struct. J., 1987, pp. 84(6), 481-491.

Lutz L.A., Gergely P., Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete, ACI Journal, 1967, pp. 76(1), 19-46.

Mainz J., Modeling of bond behavior of deformed bars in RC (Modellierung des Verbundtrag vernal tens von Betonrippenstahl), PhD Thesis, 3/93, Technische Universitat Miinchen (Germany), 1993, pp. 157.

Maeda M., Otani S., Aoyama H., Effect of confinement on bond splitting behavior in reinforced concrete beams. IABSE Structural Engineering International, 1995, pp. 5(3), 166-171.

Malvar R.J., Bond of reinforcement under controlled confinement, Technical Report N-1833, Naval Civil Engineering Laboratory, Port Hueneme (Ca, USA), 1991.

Malvar L.J., Bond of reinforcement under controlled confinement, ACI Materials Journal, 1992, pp. 89(6), 593-601.

Martin H., On the interrelation among surface roughness, bond and bar stiffness in the reinforcement subject to short-term loading (in German), Deutscher Ausschuss Stahlbeton (228), 1973, pp. 1-50.

Mazars J., Pijaudier-Cabot J., Clement J.L., Analysis of steel-concrete bond with damage mechanics: nonlinear behaviour and size effect, Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete, Ed. By A.Carpinteri, Elsevier Applied Science, 1990, pp. 307-311.

Menegotto M., Pinto P., Method of analysis for cyclically-loaded R/C plane frames including changes in geometry and nonelastic behavior of elements under combined normal force and bending, IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted - on by Weil-Defined Repeated Loads, Final Report, Lisbon, 1973.

MirzaS.M., Houde J., Study of bond stress-slip relationships in reinforced concrete, ACI Journal, 1979, pp. 76(1), 19-46.

Modena C., Coltro T., Rossaro G.P., A study of steel-to-concrete bond after concrete splitting: experimental results at constant confinement (in Italian), Studi e Ricerche,

School for the Design of R/C Structures, Milan University of Techonology, 10, Milan (Italy), 1988, pp. 179-218.

Monti G., Filippou F.C., Spacone E., Finite element for anchored bars under cyclic load reversals, ASCE J. Struct. Engrg., 1997, pp. 123(5), 614-623.

Morita S., KakuT., Splitting bond failures of large deformed reinforcing bars, ACI Journal, 1979, pp. 76(1) 93-110.

Morita S., Fujii S., Bond capacity of deformed bars due to splitting of surrounding concrete, in "Bond in Concrete", Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, 1982, pp. 331-341.

Morley P.O., Royles R.: Response of the bond in reinforced concrete to high temperatures, Magazine of Concrete Research, 1983, pp. 35(123), 67-74.

Mukaddam M., Kasti M.B., Reinforced-concrete joints under cyclic loading, ASCE, J. Struct. Engrg., 1986, pp. 112(4), 937-954.

Ngo D., Scordelis A.C., Finite element analysis of reinforced concrete beams, ACI Journal, 1967, pp. 64(3), 152-163.

Nilson A.H., Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method, ACI Journal, 1968, pp. 65(9), 757-766.

Nilson A.H., Internal Measurement of Bond Slip, ACI Journal, 1972, pp. 69(7), 439-441.

Noakowski P., Correct procedure for the analysis (of bond) at the extremities of prestressed elements (in German), Beton-und Stahlbetonbau (4), 1980.

Nognabai K. (a), Splitting of concrete in the anchoring zone of deformed bars: a fracture-mechanics approach to bond, PhD Thesis, Div. Struct. Engrg., Lulea Univ. of Technology, Lulea (Sweden), 1995, pp. 131.

Noghabai, K. (b), Splitting of concrete covers - A fracture mechanics approach, Proc. 2nd Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete Struct., Ed. by F.H. Wittmann, Aedificatio Pub!., Zurich (CH), 1995, pp. 1575-1584.
Noghabai K., Environmental effects on bond between deformed bars and concrete - A fracture mechanics approach, in CANMET/ACI International Conference on Durability of Concrete (ed V.M. Malhotra), Sydney , 1997, pp. 111, 189-203.

Ohlsson U. and Olofsson T., Mixed-mode fracture and anchor bolts in concrete analysis with inner softening bands, ASCE J. Engrg. Mechanics, 1997, pp. 123(10), 1027-1033.

Orangun C.O., Jirsa J.O., Breen J.E., Re-evaluation of test data on development length and splices, ACI Journal 74(3), 1977, pp. 114-122.

Ozbolt J., Eligehausen R., Simulation of cycling bond-slip behavior, Proc. 1st Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete Structures, Ed. by Z.P. Bazant, Elsevier Applied Science, Breckenridge (Co, USA), 1992, pp. 912-917.

Park R., Paulay T., Reinforced concrete structures, John Wiley and Sons, Hew York (N.Y., USA), 1975.

Pijaudier-Cabot G., Mazars J., Pulikowski J., Steel-concrete bond analysis with nonlocal continuous damage, ASCE J. Struct. Engrg., 1991, pp. 117(3), 862-882.

Plizzari G.A., Schumm C.E., Giuriani E.: The effect of residual tensile strength of cracked concrete on the local bond-slip law after splitting, Studi e Ricerche, School for the Design of R/C. Structures, Milan University of Techonology, 9, Milan (Italy), 1987, pp. 129-155.

Plizzari G.A., Schumm C.E., On bond collapse due to bar pull-out and concrete splitting, Studi e Ricerche, School for the Design of R/C. Structures, Milan University of Techonology, 12, Milan (Italy), 1990, pp. 81-116.

Plizzari G.A., Marchina E., Giuriani E. (a), Experimental study of splitting and flexural cracks in a R/C beam with overlapped splices, Materials and Structures, RILEM, 1996, pp. 29, 19-27.

Plizzari G.A., Deldossi A.M., Massimo S. (b), Experimental study on anchored bars in R/C elements with transverse reinforcement, Materials and Structures, RILEM, 1996, pp. 29, 534-542.

Plizzari G.A., Deldossi M.A., Massimo S., Transverse reinforcement effects on anchored deformed bars, Magazine of Concrete Research, 1998, pp. 50(2) 161-177.

Plizzari G., Bond and splitting crack development in normal and high-strength fiber-reinforced concrete, 13th Engrg. Mechanics Division Conference - EMD99, Baltimore (MD, USA), on CD ROM support, 1999.

Pukl R., Schlottke B., Ozbolt J., Eligehausen R., Computer simulation: splitting tests of concrete thick-walled rings, Proc. 1st Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete Structures, Ed. by Z.P. Bazant, Elsevier Applied Science, Breckenridge (Co, USA), 1992, pp. 367-372.

Rehm G., On the fundamentals of steel-concrete bond (in German), Deutscher Ausschuss fur Stahlbeton, 1961, pp. (138), 1-59.

Rehm G., Eligehausen R.: Bond of ribbed bars under high-cycle repeated loads, ACI Journal 76(2), 1979, pp. 297-309.

Reinhardt H.W., Blaauwendraad J., Vos E.: Prediction of bond between steel and concrete by numerical analysis, RILEM Materials and Structures, 1984, pp. 17(100), 311-320.

Reinhardt H.W., van der Veen C., Splitting failure of a strain-softening material due to bond stresses, Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete, Ed. by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, 1990, pp. 333-346.

Reynolds G.C., Beeby A.W., Bond strength of deformed bars, "Bond in Concrete", Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, 1982, pp. 434-445.

Robins P.J., Standish I.G., The influence of lateral pressure upon anchorage bond, Magazine of Concrete Research, 1984, pp. 36(129), 195-202.

Rots, J.G., Simulation of bond and anchorage: usefulness of softening fracture mechanics, Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete, Ed. by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, 1990, pp. 285-306.

Russo G., Zingone G., Romano F., Solution of the bond problem on the basis of a nonlinear local bond stress-slip relationship, taking into account concrete strains (in Italian), Studi e Ricerche, 10, Milan Univ. of Technology, Milan (Italy), 1989, pp. 157-177.

Russo G., Zingone G., Romano F., Analytical solution for bond-slip of reinforcing bars in R.C. joints, ASCE, J. Struct. Engrg., 1990, pp. 116(2), 336-355.

Russo G., Romano F., Bond response in a push-in/pull-out test when the rebar and the concrete are loaded at opposite ends, Studi e Ricerche, 12, Milan University of Technology, Milan (Italy), 19-44.

Russo G., Romano F., Cracking response of RC members subjected to uniaxial tension, ASCE, J. Struct. Engrg., 1992, pp. 118(5), 1172-1190.

Schmidt-Thro G., Stockl S., Kupfer H., Influence of uniaxial lateral pressure and anchorage length on the bond behavior of deformed bars in concrete (in German), Deutscher AusschuB fur Stahlbeton (D.A.f.St) , 1988, pp. 389, 99-174.

Shih T.S., Lee G.C., Chang K.C. (a), Effect of freezing cycles on bond strength of concrete, ASCE, J. Struct. Engrg., 1988, pp. 114(3), 717-726.

Shih T.S., Lee G.C., Chang K.C. (b), High strength concrete-steel bond behavior at low temperature, ASCE, J. Cold Regions Engrg., 1988, pp. 2(4), 157-168.

Shima H., Chou L.L., Okamura H. (a), Bond characteristics in post-yield range of deformed bars, Concrete Library of JSCE, 1987, pp.10, 113-124.

Shima H., Chou L.L., Okamura H. (b), Micro and macro models for bond in reinforced concrete, J. of the Faculty of Engrg., University of Tokio, 1987, pp. 39(2), 133-194.

Spetla Z., Kadlecek V., Effect of the slenderness of the direct tensile strength of concrete cylinders and prisms, RILEM Bulletin 33, Paris, 1966, pp. 403-412.

Soleimani P., Popov E.P., Bertero V.V., Hysteretic behavior of reinforced-concrete beam-column subassemblages, ACI Journal, 1979, pp. 76(11), 1179-1195.

Somayaji S., Shah S.P., Bond-stress versus slip relationship and cracking response of tension members, ACI Journal, 1981, pp. 78(3), 217-225.

Soroushian P., Obaseki K., Marikunte S., Analytical modeling of bonded bars under cyclic loads, ASCE, J. Struct. Engrg., 1991, pp. 117(1), 48-60.

Tassios T.P., Yannopoulos P.J., Analytical studies on reinforced concrete members under cyclic loading based on bond stress-slip relationships, ACI Journal, 1981, pp. 78(3), 206-216.

Tassios T.P., Koroneos E.G., Local bond-slip by means of the moire method, ACI Journal, 1984, pp. 81(4), 27-34.

Tepfers R., A theory of bond applied to overlapped tensile reinforcement splices for deformed, bars, Chalmers University of Technology, Goteborg, Publ., 1973, pp. 73/2, 328.

Tepfers R., Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars, Magazine of Concrete Research, 1979, pp. 31(106), 3-12.

Untrauer R.E., Henry R.L., Influence of normal pressure on bond strength. ACI Journal, 1965, pp. 62(5), 577-586.

van der Veen C., Cryogenic bond stress-slip relationship, Ph.D.Thesis, Delft University of Technology, 1990, pp. 111.

Vandewalle, L., Theoretical prediction of the ultimate bond strength between a reinforcement bar and concrete, Proc. Int. Conf. "Bond in Concrete: from Research to Practice", CEB-RTU (Riga Technical University), Riga (Latvia), 1992, pp. 1.1-1.8.

van Mier J.G.M., Vervuurt A., Lattice model for analysing steel-concrete interface behaviour, Mechanics of Geomateriat Interfaces, A.P.S. Salvadurai and M.J. Boulon (Editors), Elsevier Science B.V., 1995, pp. 201-225.

Viwathanatepa S., Popov E.P., Bertero V.V., Effects of generalized loadings on bond of reinforcing bars embedded in confined concrete blocks, Report No. UCB/EERC 79-22, Univ. of California, Berkeley (Ca, USA), 1979.

Walraven J.C., Size effects: their nature and their recognition in building codes, Studi e Ricerche, School for the Design of R/C Structures, Milan University of Technology, 16, Milan (Italy), 1995, pp. 113-134.

Warren G.E., Anchorage strength of tensile steel in reinforced-concrete beams, PhD Thesis, Iowa State University, Ames (IA, USA). 1969

Yankelevsky D.Z., New finite element for bond-slip analysis, ASCE J. Struct. Engrg., 1985, pp. 111(7), 1533-1542.

Yannopoulos P.J., Tassios T.P., Reinforced concrete axial elements analyzed under monotonic and cyclic actions, ACI Structural J., 1991, pp. 88(1), 3-11.

Yao B., Murray W., Study of concrete cracking and bond using a distributed discrete crack finite element model, ACT Materials J.,1995, pp. 92(1), 93-104.