



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Εργαστήριο Οχημάτων
Διευθυντής: DrScTech. Κων/νος Σπέντζα

Διπλωματική Εργασία

ΤΟΥ

ΒΛΑΣΣΟΠΟΥΛΟΥ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ

**«ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ
ΤΡΙΑΞΟΝΙΚΟΥ ΗΜΙ-ΡΥΜΟΥΛΚΟΥΜΕΝΟΥ ΒΥΤΙΟΦΟΡΟΥ
ΟΧΗΜΑΤΟΣ»**

Επιβλέπων Καθηγητής, DrScTech. Κων/νος Σπέντζας
Συνεπιβλέπων : Δρ. - Μηχ. Δ. Κουλοχέρης

Αθήνα 2008

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον Δρ. Δημήτριο Κουλοχέρη, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Οφείλω ευχαριστίες επίσης στον Δρ. Βασίλειο Ντερτιμάνη για τις υποδείξεις στον προγραμματισμό στο περιβάλλον του MATLAB . Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, τα αδέρφια μου και την κοπέλα μου για την αγάπη, κατανόηση και υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια. Σαν μικρή ανταπόδοση, τους αφιερώνω αυτή την εργασία.

Βλασσόπουλος Κωνσταντίνος

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία υπολογίζεται η πλευρική επιτάχυνση ενός τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου και γίνεται ο έλεγχος της ευστάθειας του οχήματος ως προς την ανατροπή. Αυτό πραγματοποιείται βάσει του κανονισμού 111 των Ηνωμένων Εθνών. Δημιουργείται μια αντικειμενική συνάρτηση που συσχετίζει την πλευρική και την κατακόρυφη επιτάχυνση και βελτιστοποιούνται με τη μέθοδο bfgs κάποιοι παράμετροι (ελαστικότητες, αποσβέσεις, αποστάσεις) του οχήματος. Οι παράμετροι βελτιστοποίησης ελέγχονται ως προς την εξάρτησή τους από τον συντελεστή βαρύτητας.

Summary

This on hand project performs the lateral acceleration of a triaxial fixed semitrailer and checks the lateral stability according to UN Regulation No.111, Rev.2/Add 110. Then optimizes some parameters (Stiffness, Damping, Distances) of the vehicle through an objective function connecting lateral and vertical acceleration. The optimized values are checked for their dependence on the weight factor of the objective function.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη	4
Summary	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
Αντικείμενο	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ-ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ.....	8
2.1 Μοντελοποίηση	8
2.2 Επεξήγηση συμβόλων.....	9
2.2.1 Μετατοπίσεις.....	9
2.2.2 Αποστάσεις	10
2.3 Δυναμική Ενέργεια	14
2.4 Ενέργεια Απόσβεσης.....	15
2.5 Κινητική Ενέργεια	16
2.6 Συνάρτηση Lagrange.....	16
2.6 Εξισώσεις Lagrange.....	16
2.6.1 Εξισώσεις Lagrange αξόνων.....	17
2.6.2 Εξισώσεις Lagrange πλαισίου	19
2.6.3 Εξισώσεις Lagrange βυτίου	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	24
3.1 Η αντικειμενική συνάρτηση.....	24
3.2 Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης.....	24
3.3 Η μέθοδος BFGS.....	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	27
4.1 Αριθμητικοί παράμετροι ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου	27
4.2 Εξαγόμενα δεδομένα από το περιβάλλον του Matlab.....	29
4.2.1 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0$	32
4.2.2 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.1$	35
4.2.3 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.2$	36
4.2.4 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.3$	38
4.2.5 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.4$	40
4.2.6 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.5$	41
4.2.7 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.6$	43
4.2.8 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.7$	46
4.2.9 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.8$	48

4.2.10 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.9$	51
4.2.11 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=1$	54
4.3 Γραφήματα συναρτήσεων του συντελεστή βαρύτητας w_{fac}	57
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	69
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	72
Παράρτημα Α	73
Κανονισμός 111 των Ηνωμένων Εθνών	73
Παράρτημα Β	96
Συναρτήσεις στο περιβάλλον του MATLAB	96
Function reg 111	96
Function newvar	100
Function semitrailer	102
Function objective_semitrailer	109
Function bfgs.....	117
Παράρτημα Γ.....	121
Επεξήγηση στις διάφορες εντολές του MATLAB	121
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	124

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Αντικείμενο

Αντικείμενο της διπλωματικής αυτής είναι ο υπολογισμός της πλευρικής επιτάχυνσης ενός τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου και ο έλεγχος της ευστάθειας του οχήματος ως προς την ανατροπή ο οποίος γίνεται με βάση τον κανονισμού 111 των Ηνωμένων Εθνών. Το ενδιαφέρον αυτής της εργασίας αφορά στην κατηγορία Ο, δηλαδή τα ρυμουλκούμενα οχήματα. Το τριαξονικό ημιρυμουλκούμενο βυτιοφόρο μοντελοποιείται και προκύπτουν οι εξισώσεις Lagrange. Δημιουργείται μια αντικειμενική συνάρτηση που συσχετίζει την πλευρική και την κατακόρυφη επιτάχυνση και γίνεται προσπάθεια να βελτιστοποιηθούν μέσω μίας μεθόδου (bfgs-μέθοδος βέλτιστης επιλογής κλίσης) κάποιοι παράμετροι του οχήματος (ελαστικότητα αναρτησης, απόσβεση αναρτησης, ελαστικότητα στήριξης βυτίου, απόσβεση, απόσταση πρώτης στήριξης -πρώτης ανάρτησης). Με βάση τα αποτελέσματα και τα γραφήματα συναρτήσεων του συντελεστή βαρύτητας, θα προκύψουν και θα αναδειχθούν κάποια συμπεράσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ-ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

2.1 Μοντελοποίηση

Το όχημα πάνω στο οποίο γίνεται η μελέτη είναι ένα τριαξονικό ημιρυμουλκούμενο βυτιοφόρο με δεμένο το βυτίο πάνω στο πλαίσιο. Το πλαίσιο θεωρείται ότι δεν δέχεται παραμορφώσεις, δηλαδή είναι άκαμπτο και στηρίζεται μέσω των αξόνων πάνω σε τρεις σειρές ελαστικοφόρων τροχών. Οι άξονες είναι εδρασμένοι ελαστικά πάνω στο πλαίσιο μέσω της ανάρτησης του οχήματος. Οι ελαστικοφόροι τροχοί είναι η κινηματική σύνδεση των αξόνων με το προφίλ του δρόμου. Όλα τα στοιχεία ελαστικότητας και απόσβεσης του ημιρυμουλκούμενου, μετά από παραδοχή, περιγράφονται από γραμμικές εξισώσεις. Επειδή οι γωνίες είναι μικρές για κάθε θ , $\sin\theta \cong \theta$. Όλες οι μη γραμμικότητες που παρουσιάζονται στα στοιχεία των στηρίξεων, των αναρτήσεων και των ελαστικοφόρων τροχών μπορούν να γραμμικοποιηθούν λόγω της μικρής ταλάντωσης του οχήματος. Το ημιρυμουλκούμενο δένεται μέσω πείρου έλξης (kingpin) στο ρυμουλκό. Το κέντρο βάρους του συνολικού ημιρυμουλκούμενου βρίσκεται σε ύψος H_g .

Το βυτίο μάζας M_t στηρίζεται στο πλαίσιο πάνω σε έξι στηρίξεις και είναι απαραμόρφωτο. Οι στηρίξεις του βυτίου είναι γραμμικά στοιχεία και έχουν ελαστικότητα και απόσβεση. Γίνεται η παραδοχή πως οι συμμετρικές, ως προς τον διαμήκη άξονα που περνά από το κέντρο βάρους του οχήματος, στηρίξεις, έχουν την ίδια σταθερά ελαστικότητας και την ίδια σταθερά απόσβεσης, ενώ το πλάτος του βυτίου είναι W . Η μάζα του βυτίου μπορεί να κινηθεί στην κάθετη κατεύθυνση, ενώ μπορεί να περιστραφεί κατά τη γωνία βήματος (pitch angle) ϕ_t με ροπή καλπασμού J_{tp} και κατά τη γωνία κύλισης (roll angle) θ_t με ροπή κύλισης J_{tr} . Το ύψος του κέντρου βάρους του βυτίου είναι H_t .

Η μάζα του πλαισίου M_c θεωρείται ότι μπορεί να κινηθεί στην κάθετη κατεύθυνση, ενώ μπορεί να περιστραφεί κατά τη γωνία βήματος (pitch angle) ϕ_c με ροπή καλπασμού J_{cp} και κατά τη γωνία κύλισης (roll angle) θ_c με ροπή κύλισης J_{cr} . Το ύψος του κέντρου βάρους του πλαισίου είναι H_c , ενώ το πλαίσιο έχει πλάτος W . Οι άξονες είναι εδρασμένοι ελαστικά πάνω στο πλαίσιο. Έχουν τη δυνατότητα κάθετης κίνησης, καθώς και τη δυνατότητα περιστροφής γύρω από τον άξονα κύλισης κατά γωνίες θ_{af} , θ_{am} , θ_{ar} . Οι αναρτήσεις του ίδιου άξονα, έχουν μετά από παραδοχή ίσες σταθερές ελαστικότητας και ίσες σταθερές απόσβεσης. Τα μεταξόνια του οχήματος είναι L_{fm} και L_{mr} για εμπρός-μεσαίο και μεσαίο-πίσω άξονα αντίστοιχα και οι αποστάσεις των αξόνων από το κέντρο βάρους του ημιρυμουλκούμενου είναι L_1, L_2, L_3 .

Οι ελαστικοφόροι τροχοί θεωρούνται πως έχουν γραμμικά στοιχεία ελαστικότητας και απόσβεσης. Τα μετατρόχια είναι TN_f, TN_m, TN_r για τον εμπρός, τον μεσαίο και τον πίσω άξονα αντίστοιχα. Οι άξονες μαζί με τους ελαστικοφόρους τροχούς αποτελούν τις μη ανηρτημένες μάζες m_{af}, m_{am}, m_{ar} . Οι ελαστικοφόροι τροχοί που βρίσκονται στον ίδιο άξονα έχουν την ίδια

ελαστικότητα και την ίδια απόσβεση. Το προφίλ του δρόμου συνδέεται κινηματικά με τους τροχούς.

2.2 Επεξήγηση συμβόλων

Για ευκολία ανάγνωσης έχουν χρησιμοποιηθεί οι παρακάτω δείκτες:

Ο δείκτης w αναφέρεται στους ελαστικοφόρους τροχούς, ο δείκτης s αναφέρεται στην ανάρτηση. Ο δείκτης c αναφέρεται στο πλαίσιο και ο t στο βυτίο. Για τους άξονες έχουμε το δείκτη a , ενώ για να δηλωθεί η θέση του άξονα στο πλαίσιο χρησιμοποιούνται οι f, m, r (για το εμπρός, για τη μέση και για το πίσω μέρος του πλαισίου αντίστοιχα). Οι r, l αναφέρονται στη δεξιά ή αριστερή πλευρά του τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου. Οι δείκτες p, r αναφέρονται στον καλπασμό (pitch) και στην κύλιση (roll). Η σειρά γραφής τους στη τυχαία μετατόπιση $X_{\alpha\beta\gamma\delta}$ είναι

α. Ο δείκτης αυτός αναφέρεται στους ελαστικοφόρους τροχούς, τους άξονες, το πλαίσιο, την ανάρτηση και το βυτίο. $\alpha = w, a, c, s$ ή t

β. Ο δείκτης αυτός δηλώνει σε ποιο άξονα του πλαισίου αναφερόμαστε (έμπροσθεν, μεσαίο, πίσω άξονα). $\beta = f, m, r$

γ. Δείχνει αν πρόκειται για καλπασμό ή κύλιση (εφόσον γίνεται αναφορά στις ροπές αδρανείας). $\gamma = p$ ή r

δ. Τέλος ο δείκτης αυτός φανερώνει τη πλευρά που εργαζόμαστε εκείνη τη στιγμή. Αναφέρεται στη δεξιά ή αριστερή πλευρά του ημιρυμουλκούμενου. $\delta = r$ ή l

2.2.1 Μετατοπίσεις

$X_{wfr}, X_{wfl}, X_{wmr}, X_{wml}, X_{wrr}, X_{wrl}$: οι μετατοπίσεις των μη αναρτημένων μαζών. Έχουμε για παράδειγμα στον μπροστά δεξιό τροχό μετατόπιση X_{wfr} , ενώ στον μεσαίο άξονα, στον αριστερό ελαστικοφόρο τροχό έχουμε μετατόπιση X_{wml} .

X_{af}, X_{am}, X_{ar} : οι μετατοπίσεις των κέντρων βάρους των αξόνων

$\theta_{af}, \theta_{am}, \theta_{ar}$: οι γωνιακές μετατοπίσεις των αξόνων

$X_{afr}, X_{afl}, X_{amr}, X_{aml}, X_{arr}, X_{arl}$: οι μετατοπίσεις των αναρτημένων μαζών. Είναι οι μετατοπίσεις που έχουν οι αναρτήσεις του εμπρός, του μεσαίου και του πίσω άξονα στη δεξιά και την αριστερή πλευρά του οχήματος αντιστοίχως. Οι μετατοπίσεις του κάθε άξονα αναλύονται ως συναρτήσεις της κατακόρυφης μετατόπισης του κέντρου βάρους του άξονα και της γωνιακής μετατόπισης του αντίστοιχου άξονα:

$$X_{afr} = \frac{1}{2}TN_f \sin\theta_{af} + X_{af} = \frac{1}{2}TN_f \theta_{af} + X_{af}, \quad X_{afl} = X_{af} - \frac{1}{2}TN_f \sin\theta_{af} = X_{af} - \frac{1}{2}TN_f \theta_{af},$$

$$X_{amr} = \frac{1}{2}TN_m \sin\theta_{am} + X_{am} = \frac{1}{2}TN_m \theta_{am} + X_{am}, \quad X_{ami} = X_{am} - \frac{1}{2}TN_m \sin\theta_{am} = X_{am} - \frac{1}{2}TN_m \theta_{am},$$

$$X_{arr} = \frac{1}{2}TN_r \sin\theta_{ar} + X_{ar} = \frac{1}{2}TN_r \theta_{ar} + X_{ar}, \quad X_{ari} = X_{ar} - \frac{1}{2}TN_r \sin\theta_{ar} = X_{ar} - \frac{1}{2}TN_r \theta_{ar}$$

όπου TN_i είναι η απόσταση τροχών(μετατρόχιο) του i άξονα, $i=f,m,r$

$X_{caf}, X_{cam}, X_{car}$ είναι η μετατόπιση που έχει το πλαίσιο πάνω από κάθε άξονα και είναι

$$X_{caf} = L_1 \sin\phi_c + X_c = L_1 \phi_c + X_c, \quad X_{cam} = L_2 \sin\phi_c + X_c = L_2 \phi_c + X_c, \quad X_{car} = L_3 \sin\phi_c + X_c = L_3 \phi_c + X_c$$

X : η μετατόπιση του κέντρου βάρους του συνολικού ημιρυμουλκούμενου

X_c : η μετατόπιση του κέντρου βάρους του πλαισίου του ημιρυμουλκούμενου

X_t : η μετατόπιση του κέντρου βάρους του βυτίου

$\theta_{\kappa\beta}, \phi_{\kappa\beta}$: οι γωνιακές μετατοπίσεις του κέντρου βάρους του συνολικού ημιρυμουλκούμενου.

ϕ_c, θ_c : οι γωνιακές μετατοπίσεις του κέντρου βάρους του πλαισίου του ημιρυμουλκούμενου.

ϕ_t, θ_t : οι γωνιακές μετατοπίσεις του κέντρου βάρους του βυτίου του οχήματος.

$X_{fr0}, X_{fl0}, X_{mr0}, X_{ml0}, X_{rr0}, X_{rl0}$: η κινηματική σύνδεση των μαζών m_{af}, m_{am}, m_{ar} με το δρόμο όπου $X_{mr0} = X_{fr0}[t - L_{fm}/v]$, $X_{ml0} = X_{fl0}[t - L_{fm}/v]$, $X_{rr0} = X_{fr0}\{t - [(L_{fm} + L_{mr})/v]\}$, $X_{rl0} = X_{fl0}\{t - [(L_{fm} + L_{mr})/v]\}$, όπου v είναι η ταχύτητα του οχήματος.

2.2.2 Αποστάσεις

Θεωρούμε ότι είναι

W : το πλάτος του πλαισίου και του βυτίου

TN_f, TN_m, TN_r : τα μετατρόχια(αποστάσεις των ελαστικών επισώτρων των αξόνων

L_{fm}, L_{mr} : τα μεταξόνια του οχήματος (απόσταση πρώτου-δεύτερου άξονα και δεύτερου-τρίτου)

L_1 : η απόσταση του 1^{ου} άξονα από το κ.β. της καρότσας

L_2 : η απόσταση του 2^{ου} άξονα από το κ.β. της καρότσας

L_3 : η απόσταση του 3^{ου} άξονα από το κ.β. της καρότσας

$LS_1, LS_2, LS_3, LS_4, LS_5$: αποστάσεις του 1^{ου} ζεύγους στηρίξεων του βυτίου από το 2^ο, του 2^{ου} από το 3^ο κτλ.

LS_0, LS_6 : αποστάσεις του 1^{ου} ζεύγους στηρίξεων του βυτίου από την αρχή του βυτίου και του 6^{ου} από το τέλος αντίστοιχα.

d : απόσταση του 1^{ου} ζεύγους στηρίξεων του βυτίου από τον 1^ο άξονα.

$L_{m1} = d - L_1$: Απόσταση 1^{ου} ζεύγους στήριξης από το κ.β του πλαισίου

$L_{m2} = d - L_1 - LS_1$: Απόσταση 2^{ου} ζεύγους στήριξης από το κ.β του πλαισίου

$L_{m3} = d - L_1 - LS_1 - LS_2$: Απόσταση 3^{ου} ζεύγους στήριξης από το κ.β του πλαισίου

$L_{m4} = d - L_1 - LS_1 - LS_2 - LS_3$: Απόσταση 4^{ου} στήριξης από το κ.β του πλαισίου

$L_{m5} = LT_1 - LS_5 + L_1 - d$: Απόσταση 5^{ου} στήριξης από το κ.β του πλαισίου

όπου $LT_1 = LS_1 + LS_2 + LS_3 + LS_4 + LS_5$

$L_{m6} = LT_1 + L_1 - d$: Απόσταση 6^{ου} στήριξης από το κ.β του πλαισίου

$L_{t1} = 0,5LT - LS_0$: Απόσταση 1^{ου} ζεύγους στήριξης από το κ.β του βυτίου

$L_{t2} = 0,5LT - LS_0 - LS_1$: Απόσταση 2^{ου} ζεύγους στήριξης από το κ.β του βυτίου

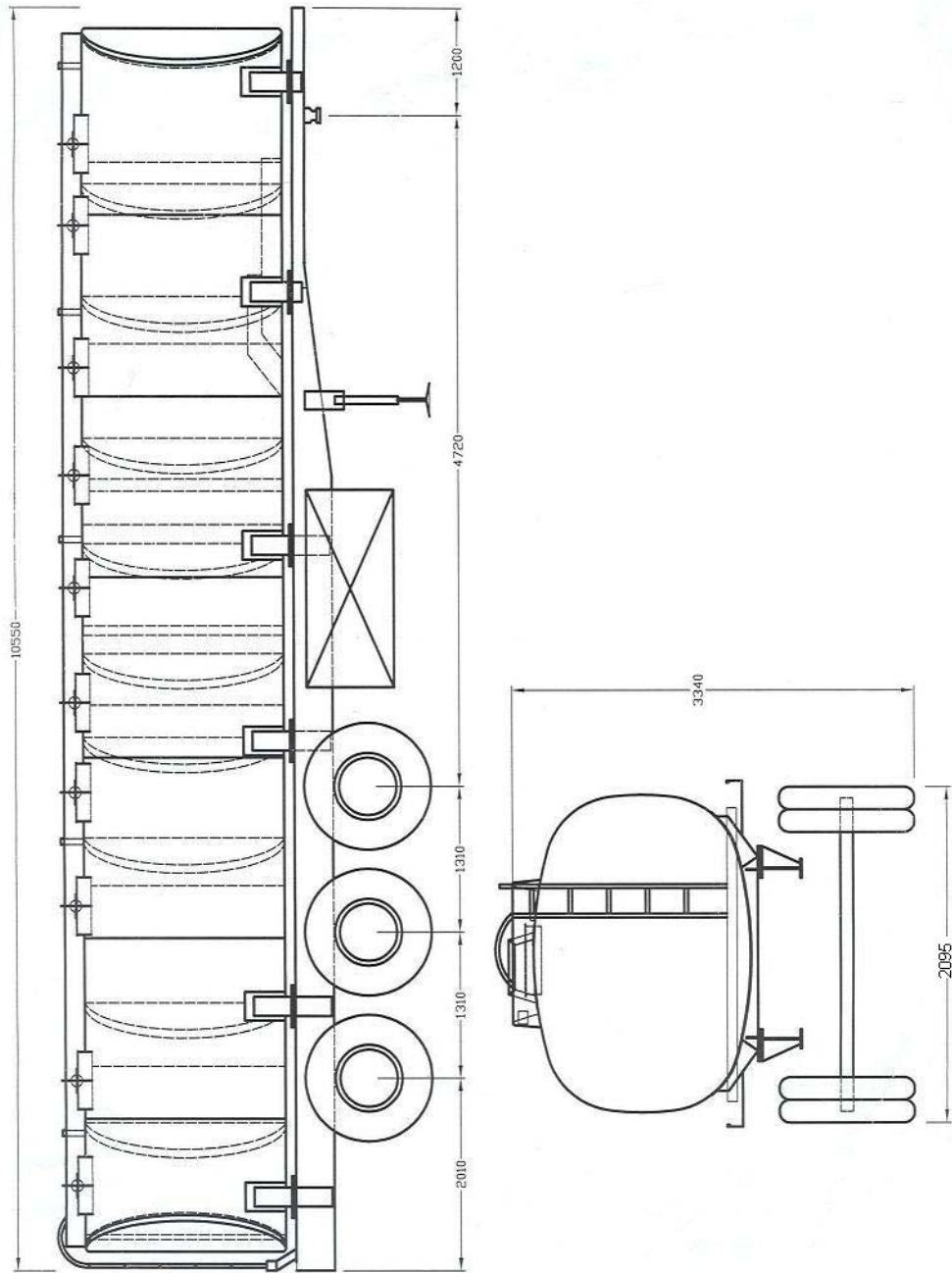
$L_{t3} = 0,5LT - LS_0 - LS_1 - LS_2$: Απόσταση 3^{ου} ζεύγους στήριξης από το κ.β του βυτίου

$L_{t4} = 0,5LT - LS_6 - LS_5 - LS_4$: Απόσταση 4^{ου} στήριξης από το κ.β του βυτίου

$L_{t5} = 0,5LT - LS_5 - LS_6$: Απόσταση 5^{ου} στήριξης από το κ.β του βυτίου

$L_{t6} = 0,5LT - LS_6$: Απόσταση 6^{ου} στήριξης από το κ.β του βυτίου

Στο σχεδιασμένο στο Εργαστήριο Οχημάτων ημιρυμουλκούμενο βυτιοφόρο που ακολουθεί, φαίνονται κάποιες διαστάσεις του οχήματος. Συγκεκριμένα έχουν σχεδιαστεί το συνολικό μήκος του πλαισίου ($L=10,550\text{m}$), τα μεταξόνια ($L_{fm}=1,31\text{m}$, $L_{mr}=1,31\text{m}$), η απόσταση του πείρου από τον πρώτο άξονα ($=4,72\text{m}$), το συνολικό ύψος του ημιρυμουλκούμενου ($=3,34\text{m}$) και τα μετατρόχια ($TN=[2,095\ 2,095\ 2,095]$). Το κέντρο βάρους του πλαισίου είναι μπροστά από τους τρεις άξονες. Βρίσκεται ανάμεσα στην 3^η και 4^η στήριξη του βυτίου. Το κέντρο βάρους του βυτίου είναι ανάμεσα στη 3^η και στη 4^η στήριξη του.



2.3 Δυναμική Ενέργεια

Η δυναμική ενέργεια U που προκύπτει για το τριαξονικό ημιρυμουλκούμενο βυτιοφόρο που μελετάται δίνεται από τη σχέση

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2}k_{wf}(X_{afr}-X_{fr0})^2 + \frac{1}{2}k_{wf}(X_{afl}-X_{fl0})^2 + \frac{1}{2}k_{wm}(X_{amr}-X_{mr0})^2 + \frac{1}{2}k_{wm}(X_{aml}-X_{ml0})^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{wr}(X_{arr}-X_{rr0})^2 + \frac{1}{2}k_{wr}(X_{arl}-X_{rl0})^2 + 2\left[\frac{1}{2}k_{sf}(X_{caf}-X_{af})^2 + \frac{1}{2}k_{sm}(X_{cam}-X_{am})^2 + \frac{1}{2}k_{sr}(X_{car}-X_{ar})^2\right] + \\
&+ 2\left[\frac{1}{2}k_{sf}(W\theta_c-W\theta_{af})^2 + \frac{1}{2}k_{sm}(W\theta_c-W\theta_{am})^2 + \frac{1}{2}k_{sr}(W\theta_c-W\theta_{ar})^2\right] + \\
&+ 2\left[\frac{1}{2}k_{t1}(W\theta_t-W\theta_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t2}(W\theta_t-W\theta_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t3}(W\theta_t-W\theta_c)^2 + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{2}k_{t4}(W\theta_t-W\theta_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t5}(W\theta_t-W\theta_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t6}(W\theta_t-W\theta_c)^2\right] + \\
&+ 2\left[\frac{1}{2}k_{t1}(X_t-L_{t1}\phi_t-X_c+L_{m1}\phi_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t2}(X_t-L_{t2}\phi_t-X_c+L_{m2}\phi_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t3}(X_t-L_{t3}\phi_t-X_c+L_{m3}\phi_c)^2 + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{2}k_{t4}(X_t+L_{t4}\phi_t-X_c+L_{m4}\phi_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t5}(X_t+L_{t5}\phi_t-X_c-L_{m5}\phi_c)^2 + \frac{1}{2}k_{t6}(X_t+L_{t6}\phi_t-X_c-L_{m6}\phi_c)^2\right] \\
&= \frac{1}{2}k_{wf}\left(\frac{1}{2}TN_r\theta_{af} + X_{af}-X_{fr0}\right)^2 + \frac{1}{2}k_{wf}\left(-\frac{1}{2}TN_r\theta_{af} + X_{af}-X_{fl0}\right)^2 + \frac{1}{2}k_{wm}\left(\frac{1}{2}TN_m\theta_{am} + X_{am}-X_{mr0}\right)^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{wm}\left(-\frac{1}{2}TN_m\theta_{am} + X_{am}-X_{ml0}\right)^2 + \frac{1}{2}k_{wr}\left(\frac{1}{2}TN_r\theta_{ar} + X_{ar}-X_{rr0}\right)^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{wr}\left(-\frac{1}{2}TN_r\theta_{ar} + X_{ar}-X_{rl0}\right)^2 + k_{sf}(L_1\sin\phi_c + X_c - X_{af})^2 + k_{sm}(L_2\sin\phi_c + X_c - X_{am})^2 + \\
&+ k_{sr}(L_3\sin\phi_c + X_c - X_{ar})^2 + k_{sf}(W\theta_c - W\theta_{af})^2 + k_{sm}(W\theta_c - W\theta_{am})^2 + k_{sr}(W\theta_c - W\theta_{ar})^2 + \\
&+ k_{t1}(W\theta_t - W\theta_c)^2 + k_{t2}(W\theta_t - W\theta_c)^2 + k_{t3}(W\theta_t - W\theta_c)^2 + \\
&+ k_{t4}(W\theta_t - W\theta_c)^2 + k_{t5}(W\theta_t - W\theta_c)^2 + k_{t6}(W\theta_t - W\theta_c)^2 + \\
&+ k_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c)^2 + k_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c)^2 + k_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c)^2 + \\
&+ k_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c)^2 + k_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c)^2 + k_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c)^2
\end{aligned}$$

2.4 Ενέργεια Απόσβεσης

Η ενέργεια απόσβεσης V του δυναμικού συστήματος προκύπτει ως εξής

$$\begin{aligned}
V = & \frac{1}{2}c_{wf}(\dot{X}_{afr}-\dot{X}_{fr0})^2 + \frac{1}{2}c_{wf}(\dot{X}_{afl}-\dot{X}_{fl0})^2 + \frac{1}{2}c_{wm}(\dot{X}_{amr}-\dot{X}_{mr0})^2 + \frac{1}{2}c_{wm}(\dot{X}_{aml}-\dot{X}_{ml0})^2 + \\
& + \frac{1}{2}c_{wr}(\dot{X}_{arr}-\dot{X}_{rr0})^2 + \frac{1}{2}c_{wr}(\dot{X}_{arl}-\dot{X}_{rl0})^2 + 2[\frac{1}{2}c_{sf}(\dot{X}_{caf}-\dot{X}_{af})^2 + \frac{1}{2}c_{sm}(\dot{X}_{cam}-\dot{X}_{am})^2 + \frac{1}{2}c_{sr}(\dot{X}_{car}-\dot{X}_{ar})^2] + \\
& + 2[\frac{1}{2}c_{sf}(W\dot{\theta}_c-W\dot{\theta}_{af})^2 + \frac{1}{2}c_{sm}(W\dot{\theta}_c-W\dot{\theta}_{am})^2 + \frac{1}{2}c_{sr}(W\dot{\theta}_c-W\dot{\theta}_{ar})^2] + \\
& + 2[\frac{1}{2}c_{t1}(W\dot{\theta}_t-W\dot{\theta}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t2}(W\dot{\theta}_t-W\dot{\theta}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t3}(W\dot{\theta}_t-W\dot{\theta}_c)^2 + \\
& + \frac{1}{2}c_{t4}(W\dot{\theta}_t-W\dot{\theta}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t5}(W\dot{\theta}_t-W\dot{\theta}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t6}(W\dot{\theta}_t-W\dot{\theta}_c)^2] + \\
& + 2[\frac{1}{2}c_{t1}(\dot{X}_t-L_{t1}\dot{\phi}_t-\dot{X}_c+L_{m1}\dot{\phi}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t2}(\dot{X}_t-L_{t2}\dot{\phi}_t-\dot{X}_c+L_{m2}\dot{\phi}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t3}(\dot{X}_t-L_{t3}\dot{\phi}_t-\dot{X}_c+L_{m3}\dot{\phi}_c)^2 + \\
& + \frac{1}{2}c_{t1}(\dot{X}_t+L_{t4}\dot{\phi}_t-\dot{X}_c+L_{m4}\dot{\phi}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t5}(\dot{X}_t+L_{t5}\dot{\phi}_t-\dot{X}_c-L_{m5}\dot{\phi}_c)^2 + \frac{1}{2}c_{t1}(\dot{X}_t+L_{t6}\dot{\phi}_t-\dot{X}_c-L_{m6}\dot{\phi}_c)^2] \\
= & \frac{1}{2}c_{wf}(\frac{1}{2}TN_f\dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af}-\dot{X}_{fr0})^2 + \frac{1}{2}c_{wf}(-\frac{1}{2}TN_f\dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af}-\dot{X}_{fl0})^2 + \frac{1}{2}c_{wm}(\frac{1}{2}TN_m\dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am}-\dot{X}_{mr0})^2 + \\
& + \frac{1}{2}c_{wm}(-\frac{1}{2}TN_m\dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am}-\dot{X}_{ml0})^2 + \frac{1}{2}c_{wr}(\frac{1}{2}TN_r\dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar}-\dot{X}_{rr0})^2 + \\
& + \frac{1}{2}c_{wr}(-\frac{1}{2}TN_r\dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar}-\dot{X}_{rl0})^2 + c_{sf}(L_1\dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{af})^2 + c_{sm}(L_2\dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{am})^2 + \\
& + c_{sr}(L_3\dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{ar})^2 + c_{sf}(W\dot{\theta}_c - W\dot{\theta}_{af})^2 + c_{sm}(W\dot{\theta}_c - W\dot{\theta}_{am})^2 + c_{sr}(W\dot{\theta}_c - W\dot{\theta}_{ar})^2 + \\
& + c_{t1}(W\dot{\theta}_t - W\dot{\theta}_c)^2 + c_{t2}(W\dot{\theta}_t - W\dot{\theta}_c)^2 + c_{t3}(W\dot{\theta}_t - W\dot{\theta}_c)^2 + \\
& + c_{t4}(W\dot{\theta}_t - W\dot{\theta}_c)^2 + c_{t5}(W\dot{\theta}_t - W\dot{\theta}_c)^2 + c_{t6}(W\dot{\theta}_t - W\dot{\theta}_c)^2 + \\
& + c_{t1}(\dot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c)^2 + c_{t2}(\dot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c)^2 + c_{t3}(\dot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c)^2 + \\
& + c_{t4}(\dot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c)^2 + c_{t5}(\dot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c)^2 + c_{t6}(\dot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c)^2
\end{aligned}$$

2.5 Κινητική Ενέργεια

Με τις παραπάνω μετατοπίσεις προκύπτει η εξίσωση της κινητικής ενέργειας

$$T = \frac{1}{2}m_{af}\dot{X}_{af}^2 + \frac{1}{2}m_{am}\dot{X}_{am}^2 + \frac{1}{2}m_{ar}\dot{X}_{ar}^2 + \frac{1}{2}J_{af}\dot{\theta}_{af}^2 + \frac{1}{2}J_{am}\dot{\theta}_{am}^2 + \frac{1}{2}J_{ar}\dot{\theta}_{ar}^2 + \frac{1}{2}J_{cp}\dot{\phi}_c^2 + \frac{1}{2}J_{cr}\dot{\theta}_c^2 + \frac{1}{2}J_{tp}\dot{\phi}_t^2 + \frac{1}{2}J_{tr}\dot{\theta}_t^2 + \frac{1}{2}M_c\dot{X}_c^2 + \frac{1}{2}M_t\dot{X}_t^2$$

2.6 Συνάρτηση Lagrange

Η συνάρτηση Lagrange L προκύπτει από την αφαίρεση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος από την αντίστοιχη κινητική ενέργεια. Έτσι έχουμε

$$L = T - U = T - \left[\frac{1}{2}m_{af}\dot{X}_{af}^2 + \frac{1}{2}m_{am}\dot{X}_{am}^2 + \frac{1}{2}m_{ar}\dot{X}_{ar}^2 + \frac{1}{2}J_{af}\dot{\theta}_{af}^2 + \frac{1}{2}J_{am}\dot{\theta}_{am}^2 + \frac{1}{2}J_{ar}\dot{\theta}_{ar}^2 + \frac{1}{2}J_{cp}\dot{\phi}_c^2 + \frac{1}{2}J_{cr}\dot{\theta}_c^2 + \frac{1}{2}J_{tp}\dot{\phi}_t^2 + \frac{1}{2}J_{tr}\dot{\theta}_t^2 + \frac{1}{2}M_c\dot{X}_c^2 + \frac{1}{2}M_t\dot{X}_t^2 - \frac{1}{2}k_{wf}\left(\frac{1}{2}TN_f\theta_{af} + X_{af} - X_{fr0}\right)^2 - \frac{1}{2}k_{wf}\left(-\frac{1}{2}TN_f\theta_{af} + X_{af} - X_{fl0}\right)^2 - \frac{1}{2}k_{wm}\left(\frac{1}{2}TN_m\theta_{am} + X_{am} - X_{mr0}\right)^2 - \frac{1}{2}k_{wm}\left(-\frac{1}{2}TN_m\theta_{am} + X_{am} - X_{ml0}\right)^2 - \frac{1}{2}k_{wr}\left(\frac{1}{2}TN_r\theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0}\right)^2 - \frac{1}{2}k_{wr}\left(-\frac{1}{2}TN_r\theta_{ar} + X_{ar} - X_{rl0}\right)^2 - k_{sf}(L_1\phi_c + X_c - X_{af})^2 - k_{sm}(L_2\phi_c + X_c - X_{am})^2 - k_{sr}(L_3\phi_c + X_c - X_{ar})^2 - k_{sf}(W\theta_c - W\theta_{af})^2 - k_{sm}(W\theta_c - W\theta_{am})^2 - k_{sr}(W\theta_c - W\theta_{ar})^2 - k_{t1}(W\theta_t - W\theta_c)^2 - k_{t2}(W\theta_t - W\theta_c)^2 - k_{t3}(W\theta_t - W\theta_c)^2 - k_{t4}(W\theta_t - W\theta_c)^2 - k_{t5}(W\theta_t - W\theta_c)^2 - k_{t6}(W\theta_t - W\theta_c)^2 + k_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c)^2 - k_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c)^2 - k_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c)^2 - k_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c)^2 - k_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c)^2 - k_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c)^2 \right]$$

2.6 Εξισώσεις Lagrange

Οι εξισώσεις Lagrange δίνονται από το γενικό τύπο

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = f_i, \text{ όπου } L \text{ είναι η συνάρτηση Lagrange, } f_i \text{ είναι οι εξωτερικές δυνάμεις και } q_i \text{ είναι οι μεταβλητές}$$

2.6.1 Εξισώσεις Lagrange αξόνων

Για την μετατόπιση του εμπρός άξονα του πλαισίου έχουμε τις σχέσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_{af}} = m_{af} \dot{X}_{af}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_{af}} \right) = m_{af} \ddot{X}_{af}$$

$$-\frac{\partial L}{\partial X_{af}} = k_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) + k_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) - 2k_{sf} (L_1 \phi_c + X_c - X_{af})$$

$$\frac{\partial V}{\partial X_{af}} = c_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) + c_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) - 2c_{sf} (L_1 \dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{af})$$

Άρα η εξίσωση Lagrange για τον πρώτο άξονα είναι

$$m_{af} \ddot{X}_{af} + k_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) + k_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) - 2k_{sf} (L_1 \phi_c + X_c - X_{af}) + c_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) + c_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) - 2c_{sf} (L_1 \dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{af}) = F_f \quad (1)$$

Στον πρώτο άξονα, όσον αφορά στη γωνιακή μετατόπιση του αντιστοιχούν οι σχέσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{af}} = J_{af} \dot{\theta}_{af}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{af}} \right) = J_{af} \ddot{\theta}_{af}$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \theta_{af}} = \frac{1}{2} TN_f k_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) - \frac{1}{2} TN_f k_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) - 2K_{sf} W^2 (\theta_c - \theta_{af})$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_{af}} = \frac{1}{2} TN_f c_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) - \frac{1}{2} TN_f c_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) - 2c_{sf} W^2 (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{af})$$

Και η εξίσωση Lagrange είναι

$$J_{af} \ddot{\theta}_{af} + \frac{1}{2} TN_f k_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) - \frac{1}{2} TN_f k_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \theta_{af} + X_{af} - X_{fr0} \right) - 2K_{sf} W^2 (\theta_c - \theta_{af}) + \frac{1}{2} TN_f c_{wf} \left(\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) - \frac{1}{2} TN_f c_{wf} \left(-\frac{1}{2} TN_f \dot{\theta}_{af} + \dot{X}_{af} - \dot{X}_{fr0} \right) - 2c_{sf} W^2 (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{af}) = F_f \quad (2)$$

Για την μετατόπιση του μεσαίου άξονα του πλαισίου έχουμε τις σχέσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_{am}} = m_{am} \dot{X}_{am}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_{am}} \right) = m_{am} \ddot{X}_{am}$$

$$- \frac{\partial L}{\partial X_{am}} = k_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) + k_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) - 2k_{sm} (L_2 \phi_c + X_c - X_{am})$$

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{X}_{amr}} = c_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) + c_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) - 2c_{sm} (L_2 \dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{am})$$

Άρα η εξίσωση Lagrange για τον πρώτο άξονα είναι

$$m_{am} \ddot{X}_{am} + k_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) + k_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) - 2k_{sm} (L_2 \phi_c + X_c - X_{am}) + c_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) + c_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) - 2c_{sm} (L_2 \dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{am}) = F_m \quad (3)$$

Στον δεύτερο άξονα, όσον αφορά στη γωνιακή μετατόπιση του αντιστοιχούν οι σχέσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_{am}} = J_{am} \dot{\theta}_{am}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{am}} \right) = J_{am} \ddot{\theta}_{am}$$

$$- \frac{\partial L}{\partial \theta_{am}} = \frac{1}{2} TN_m k_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) - \frac{1}{2} TN_m k_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) - 2K_{sm} W^2 (\theta_c - \theta_{am})$$

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{\theta}_{am}} = \frac{1}{2} TN_m c_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) - \frac{1}{2} TN_m c_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) - 2c_{sm} W^2 (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{am})$$

Και η εξίσωση Lagrange είναι

$$J_{am} \ddot{\theta}_{am} + \frac{1}{2} TN_m k_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) - \frac{1}{2} TN_m k_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \theta_{am} + X_{am} - X_{mr0} \right) -$$

$$- 2K_{sm} W^2 (\theta_c - \theta_{am}) + \frac{1}{2} TN_m c_{wm} \left(\frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) - \frac{1}{2} TN_m c_{wm} \left(- \frac{1}{2} TN_m \dot{\theta}_{am} + \dot{X}_{am} - \dot{X}_{mr0} \right) -$$

$$- 2c_{sm} W^2 (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{am}) = F_m \quad (4)$$

Για την μετατόπιση του οπίσθιου άξονα του πλαισίου έχουμε τις σχέσεις

$$\frac{\partial L}{\partial X_{ar}} = m_{ar} \dot{X}_{ar}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_{ar}} \right) = m_{ar} \ddot{X}_{ar}$$

$$- \frac{\partial L}{\partial X_{ar}} = k_{wr} \left(\frac{1}{2} TN_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) + k_{wr} \left(- \frac{1}{2} TN_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) - 2k_{sr} (L_1 \phi_c + X_c - X_{ar})$$

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{X}_{arr}} = c_{wr} \left(\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) + c_{wr} \left(-\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) - 2c_{sr} (L_1 \dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{ar})$$

Άρα η εξίσωση Lagrange για τον τρίτο άξονα είναι

$$m_{ar} \ddot{X}_{ar} + k_{wr} \left(\frac{1}{2} T N_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) + k_{wr} \left(-\frac{1}{2} T N_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) - 2k_{sr} (L_1 \phi_c + X_c - X_{ar}) + c_{wr} \left(\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) + c_{wr} \left(-\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) - 2c_{sr} (L_1 \dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{ar}) = F_r \quad (5)$$

Στον τρίτο άξονα, όσον αφορά στη γωνιακή μετατόπιση του αντιστοιχούν οι σχέσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{ar}} = J_{ar} \dot{\theta}_{ar}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{ar}} \right) = J_{ar} \ddot{\theta}_{ar}$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \theta_{am}} = \frac{1}{2} T N_r k_{wr} \left(\frac{1}{2} T N_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) - \frac{1}{2} T N_r k_{wr} \left(-\frac{1}{2} T N_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) - 2K_{sr} W^2 (\theta_c - \theta_{ar})$$

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{\theta}_{ar}} = \frac{1}{2} T N_r c_{wr} \left(\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) - \frac{1}{2} T N_r c_{wr} \left(-\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) - 2c_{sr} W^2 (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ar})$$

Και η εξίσωση Lagrange είναι

$$J_{ar} \ddot{\theta}_{ar} + \frac{1}{2} T N_r k_{wr} \left(\frac{1}{2} T N_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) - \frac{1}{2} T N_r k_{wr} \left(-\frac{1}{2} T N_r \theta_{ar} + X_{ar} - X_{rr0} \right) - 2K_{sr} W^2 (\theta_c - \theta_{ar}) + \frac{1}{2} T N_r c_{wr} \left(\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) - \frac{1}{2} T N_r c_{wr} \left(-\frac{1}{2} T N_r \dot{\theta}_{ar} + \dot{X}_{ar} - \dot{X}_{rr0} \right) - 2c_{sr} W^2 (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ar}) = F_r \quad (6)$$

2.6.2 Εξισώσεις Lagrange πλαισίου

Η μετατόπιση του κέντρου βάρους του πλαισίου δίνεται από τις κάτωθι εξισώσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_c} = m_c \dot{X}_c$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_c} \right) = m_c \ddot{X}_c$$

$$-\frac{\partial L}{\partial X_c} = 2k_{sf} (L_1 \phi_c + X_c - X_{af}) + 2k_{sm} (L_2 \phi_c + X_c - X_{am}) + 2k_{sr} (L_3 \phi_c + X_c - X_{ar}) - 2k_{t1} (X_t - L_{t1} \phi_t - X_c + L_{m1} \phi_c) -$$

$$-2k_{t2} (X_t - L_{t2} \phi_t - X_c + L_{m2} \phi_c) - 2k_{t3} (X_t - L_{t3} \phi_t - X_c + L_{m3} \phi_c) - 2k_{t4} (X_t + L_{t4} \phi_t - X_c + L_{m4} \phi_c) -$$

$$-2k_{t5} (X_t + L_{t5} \phi_t - X_c - L_{m5} \phi_c) - 2k_{t6} (X_t + L_{t6} \phi_t - X_c - L_{m6} \phi_c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \ddot{X}_c} = & 2C_{sf}(L_1\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{af}) + 2C_{sm}(L_2\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{am}) + 2C_{sr}(L_3\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{ar}) - 2C_{t1}(\ddot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c) - \\ & - 2C_{t2}(\ddot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c) - 2C_{t3}(\ddot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c) - 2C_{t4}(\ddot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c) - \\ & - 2C_{t5}(\ddot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c) - 2C_{t6}(\ddot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c) \end{aligned}$$

Άρα η εξίσωση Lagrange για την μετατόπιση του κ.β του πλαισίου είναι

$$\begin{aligned} m_c \ddot{X}_c + 2k_{sf}(L_1\phi_c + X_c - X_{af}) + 2k_{sm}(L_2\phi_c + X_c - X_{am}) + 2k_{sr}(L_3\phi_c + X_c - X_{ar}) - \\ - 2k_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c) - 2k_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c) - 2k_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c) - \\ - 2k_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c) - 2k_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c) - 2k_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c) \\ + 2C_{sf}(L_1\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{af}) + 2C_{sm}(L_2\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{am}) + 2C_{sr}(L_3\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{ar}) - 2C_{t1}(\ddot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c) - \\ - 2C_{t2}(\ddot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c) - 2C_{t3}(\ddot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c) - 2C_{t4}(\ddot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c) - \\ - 2C_{t5}(\ddot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c) - 2C_{t6}(\ddot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c) \\ = 0 \quad (7) \end{aligned}$$

Η γωνιακή μετατόπιση (pitch) του πλαισίου περιγράφεται από τις εξισώσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_c} = J_{cp} \dot{\phi}_c$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_c} \right) = J_{cp} \ddot{\phi}_c$$

$$\begin{aligned} - \frac{\partial L}{\partial \phi_c} = & 2k_{sf}L_1(L_1\phi_c + X_c - X_{af}) + 2k_{sm}L_2(L_2\phi_c + X_c - X_{am}) + 2k_{sr}L_3(L_3\phi_c + X_c - X_{ar}) + \\ & + 2k_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c) + 2k_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c) + 2k_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c) + \\ & + 2k_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c) - 2k_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c) - 2k_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c) \\ \frac{\partial V}{\partial \phi_c} = & 2C_{sf}L_1(L_1\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{af}) + 2C_{sm}L_2(L_2\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{am}) + 2C_{sr}L_3(L_3\dot{\phi}_c + \ddot{X}_c - \ddot{X}_{ar}) + \\ & + 2C_{t1}(\ddot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c) + 2C_{t2}(\ddot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c) + 2C_{t3}(\ddot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c) + \\ & + 2C_{t4}(\ddot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c) - 2C_{t5}(\ddot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c) - 2C_{t6}(\ddot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \ddot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c) \end{aligned}$$

Άρα η εξίσωση Lagrange για την μετατόπιση του κ.β του πλαισίου είναι

$$\begin{aligned}
 & J_{cp}\ddot{\phi}_c + 2k_{sf}L_1(L_1\phi_c + X_c - X_{af}) + 2k_{sm}L_2(L_2\phi_c + X_c - X_{am}) + 2k_{sr}L_3(L_3\phi_c + X_c - X_{ar}) + \\
 & + 2k_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c) + 2k_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c) + 2k_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c) + \\
 & + 2k_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c) - 2k_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c) - 2k_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c) + \\
 & + 2c_{sf}L_1(L_1\dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{af}) + 2c_{sm}L_2(L_2\dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{am}) + 2c_{sr}L_3(L_3\dot{\phi}_c + \dot{X}_c - \dot{X}_{ar}) + \\
 & + 2c_{t1}(\dot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c) + 2c_{t2}(\dot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c) + 2c_{t3}(\dot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c) + \\
 & + 2c_{t4}(\dot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c) - 2c_{t5}(\dot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c) - 2c_{t6}(\dot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c) = 0 \quad (8)
 \end{aligned}$$

Για τη γωνιακή μετατόπιση του πλαισίου(roll) έχουμε

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \theta_c} &= J_{cr}\dot{\theta}_c \\
 \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_c}\right) &= J_{cr}\ddot{\theta}_c \\
 -\frac{\partial L}{\partial \theta_c} &= 2k_{sf}W^2(\theta_c - \theta_{af}) + k_{sm}W^2(\theta_c - \theta_{am}) + 2k_{sr}W^2(\theta_c - \theta_{ar}) - \\
 & - 2(k_{t1} + k_{t2} + k_{t3} + k_{t4} + k_{t5} + k_{t6})W^2(\theta_t - \theta_c) \\
 \frac{\partial V}{\partial \dot{\theta}_c} &= 2c_{sf}W^2(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{af}) + 2c_{sm}W^2(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{am}) + 2c_{sr}W^2(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ar}) + \\
 & + 2(c_{t1} + c_{t2} + c_{t3} + c_{t4} + c_{t5} + c_{t6})W^2(\dot{\theta}_t - \dot{\theta}_c)
 \end{aligned}$$

Και η εξίσωση Lagrange είναι

$$\begin{aligned}
 & J_{cr}\ddot{\theta}_c + 2k_{sf}W^2(\theta_c - \theta_{af}) + k_{sm}W^2(\theta_c - \theta_{am}) + 2k_{sr}W^2(\theta_c - \theta_{ar}) - \\
 & - 2(k_{t1} + k_{t2} + k_{t3} + k_{t4} + k_{t5} + k_{t6})W^2(\theta_t - \theta_c) + 2c_{sf}W^2(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{af}) + 2c_{sm}W^2(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{am}) + \\
 & + 2c_{sr}W^2(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ar}) + 2(c_{t1} + c_{t2} + c_{t3} + c_{t4} + c_{t5} + c_{t6})W^2(\dot{\theta}_t - \dot{\theta}_c) = 0 \quad (9)
 \end{aligned}$$

2.6.3 Εξισώσεις Lagrange βυτίου

Για την κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου βάρους του βυτίου έχουμε

$$\frac{\partial L}{\partial \ddot{X}_t} = m_t \ddot{X}_t$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}_t} \right) = m_t \dot{X}_t$$

$$-\frac{\partial L}{\partial X_t} = 2k_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c) + 2k_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c) + 2k_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c) +$$

$$+ 2k_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c) + 2k_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c) + 2k_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{X}_t} = 2c_{t1}(\dot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c) + 2c_{t2}(\dot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c) + 2c_{t3}(\dot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c) +$$

$$2c_{t4}(\dot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c) + 2c_{t5}(\dot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c) + 2c_{t6}(\dot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c)$$

Άρα η εξίσωση Lagrange για την μετατόπιση του κ.β του βυτίου είναι

$$M_t \ddot{X}_t + 2k_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c) + 2k_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c) + 2k_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c) +$$

$$+ 2k_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c) + 2k_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c) + 2k_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c)$$

$$+ 2c_{t1}(\dot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c) + 2c_{t2}(\dot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c) + 2c_{t3}(\dot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c) +$$

$$2c_{t4}(\dot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c) + 2c_{t5}(\dot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c) + 2c_{t6}(\dot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c) = 0 \quad (10)$$

Η γωνιακή μετατόπιση (pitch) του βυτίου περιγράφεται από τις εξισώσεις

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_t} = J_{tp} \dot{\phi}_t$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_t} \right) = J_{tp} \ddot{\phi}_t$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \phi_t} = -2k_{t1}L_{t1}(X_t - L_{t1}\phi_t - X_c + L_{m1}\phi_c) - 2k_{t2}L_{t2}(X_t - L_{t2}\phi_t - X_c + L_{m2}\phi_c) -$$

$$- 2k_{t3}L_{t3}(X_t - L_{t3}\phi_t - X_c + L_{m3}\phi_c) + 2k_{t4}L_{t4}(X_t + L_{t4}\phi_t - X_c + L_{m4}\phi_c) +$$

$$+ 2k_{t5}L_{t5}(X_t + L_{t5}\phi_t - X_c - L_{m5}\phi_c) + 2k_{t6}L_{t6}(X_t + L_{t6}\phi_t - X_c - L_{m6}\phi_c)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_c} = -2c_{t1}L_{t1}(\dot{X}_t - L_{t1}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m1}\dot{\phi}_c) - 2c_{t2}L_{t2}(\dot{X}_t - L_{t2}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m2}\dot{\phi}_c) - 2c_{t3}L_{t3}(\dot{X}_t - L_{t3}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m3}\dot{\phi}_c) +$$

$$+ 2c_{t4}L_{t4}(\dot{X}_t + L_{t4}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c + L_{m4}\dot{\phi}_c) + 2c_{t5}L_{t5}(\dot{X}_t + L_{t5}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m5}\dot{\phi}_c) + 2c_{t6}L_{t6}(\dot{X}_t + L_{t6}\dot{\phi}_t - \dot{X}_c - L_{m6}\dot{\phi}_c)$$

Προκύπτει λοιπόν η εξίσωση Lagrange

$$\begin{aligned}
 & J_{tr}\ddot{\varphi}_t - 2k_{t1}L_{t1}(X_t - L_{t1}\dot{\varphi}_t - X_c + L_{m1}\dot{\varphi}_c) - 2k_{t2}L_{t2}(X_t - L_{t2}\dot{\varphi}_t - X_c + L_{m2}\dot{\varphi}_c) - \\
 & - 2k_{t3}L_{t3}(X_t - L_{t3}\dot{\varphi}_t - X_c + L_{m3}\dot{\varphi}_c) + 2k_{t4}L_{t4}(X_t + L_{t4}\dot{\varphi}_t - X_c + L_{m4}\dot{\varphi}_c) + 2k_{t5}L_{t5}(X_t + L_{t5}\dot{\varphi}_t - X_c - L_{m5}\dot{\varphi}_c) + \\
 & + 2k_{t6}L_{t6}(X_t + L_{t6}\dot{\varphi}_t - X_c - L_{m6}\dot{\varphi}_c) - 2c_{t1}L_{t1}(\dot{X}_t - L_{t1}\ddot{\varphi}_t - \dot{X}_c + L_{m1}\ddot{\varphi}_c) - 2c_{t2}L_{t2}(\dot{X}_t - L_{t2}\ddot{\varphi}_t - \dot{X}_c + L_{m2}\ddot{\varphi}_c) - \\
 & - 2c_{t3}L_{t3}(\dot{X}_t - L_{t3}\ddot{\varphi}_t - \dot{X}_c + L_{m3}\ddot{\varphi}_c) + 2c_{t4}L_{t4}(\dot{X}_t + L_{t4}\ddot{\varphi}_t - \dot{X}_c + L_{m4}\ddot{\varphi}_c) + 2c_{t5}L_{t5}(\dot{X}_t + L_{t5}\ddot{\varphi}_t - \dot{X}_c - L_{m5}\ddot{\varphi}_c) + \\
 & + 2c_{t6}L_{t6}(\dot{X}_t + L_{t6}\ddot{\varphi}_t - \dot{X}_c - L_{m6}\ddot{\varphi}_c) = 0 \quad (11)
 \end{aligned}$$

Για τη γωνιακή μετατόπιση του βυτίου(roll) είναι

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_t} = J_{tr}\dot{\theta}_t$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_t} \right) = J_{tr}\ddot{\theta}_t$$

$$- \frac{\partial L}{\partial \theta_c} = 2(k_{t1} + k_{t2} + k_{t3} + k_{t4} + k_{t5} + k_{t6})W^2(\theta_t - \theta_c)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{\theta}_c} = 2(c_{t1} + c_{t2} + c_{t3} + c_{t4} + c_{t5} + c_{t6})W^2(\dot{\theta}_t - \dot{\theta}_c)$$

Και η εξίσωση Lagrange είναι

$$J_{tr}\ddot{\theta}_t + 2(k_{t1} + k_{t2} + k_{t3} + k_{t4} + k_{t5} + k_{t6})W^2(\theta_t - \theta_c) + 2(c_{t1} + c_{t2} + c_{t3} + c_{t4} + c_{t5} + c_{t6})W^2(\dot{\theta}_t - \dot{\theta}_c) = 0 \quad (12)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

3.1 Η αντικειμενική συνάρτηση

Έστω q_c η πλευρική επιτάχυνση του κέντρου βάρους του ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου, η οποία υπολογίζεται από τον Κανονισμό 111 των Ηνωμένων Εθνών και την αντίστοιχη συνάρτηση `reg111.m` που δημιουργήθηκε στο περιβάλλον του Matlab. Έστω ακόμη η κατακόρυφη επιτάχυνση του κέντρου βάρους του οχήματος, η οποία υπολογίζεται από τη συνάρτηση `objective_semitrailer.m` στο περιβάλλον του Matlab.

Θεωρώ την συνάρτηση $obj_f = w_{fac} * q_z + (1 - w_{fac}) * (-q_c)$, όπου w_{fac} ο συντελεστής βαρύτητας. Η συγκεκριμένη συνάρτηση διατελεί ως αντικειμενική συνάρτηση για τη βελτιστοποίηση της κατακόρυφης και της πλευρικής δυναμικής του τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου με μη αποσπώμενο βυτίο το οποίο εξετάζεται και που παριστάνεται από τη συνάρτηση `semitrailer.m`. Η αντικειμενική συνάρτηση δέχεται κάποιους γεωμετρικούς και κατασκευαστικούς περιορισμούς που θα εξεταστούν παρακάτω. Ο συντελεστής βαρύτητας w_{fac} παίρνει τιμές από 0 έως 1 με βήμα 0,1.

3.2 Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης

Με τον όρο βελτιστοποίηση γίνεται αναφορά στην επιθυμητή μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης αριθμητικών μεταβλητών που υπόκεινται σε περιορισμούς.

Στη βελτιστοποίηση του δυναμικού συστήματος μέσω της επιλογής των τιμών των ελεύθερων παραμέτρων, των παραμέτρων δηλαδή που μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας θα μεταβάλλονται, γίνεται προσπάθεια για την καλύτερη απόκριση του συστήματος. Δεν γίνεται αλλαγή όλων των μεταβλητών του δυναμικού συστήματος για να μπορεί να ελέγχεται το σύστημα ως προς τη βελτιστοποίηση του και για να μπορούν να βγουν κάποια συμπεράσματα, τα οποία θα οπτικοποιηθούν μέσω γραφικών παραστάσεων.

Στην εργασία αυτή θα κρατηθούν σταθερές οι ισοδύναμες σταθερές ελαστικότητας και απόσβεσης των ελαστικοφόρων τροχών. Αντίθετα μεταβάλλονται οι σταθερές ελαστικότητας και απόσβεσης των στηρίξεων του βυτίου και οι σταθερές ελαστικότητας και απόσβεσης της ανάρτησης του πλαισίου. Ακόμα μεταβάλλεται η απόσταση του πρώτου ζεύγους στήριξης του βυτίου από τη ανάρτηση του πρώτου άξονα. Αναλυτικά φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Σύνολο παραμέτρων δυναμικού συστήματος	
Αμετάβλητες παράμετροι	Ελεύθεροι παράμετροι
Μάζα πλαισίου M_c	Σταθερές ελαστικότητας βυτίου $K_{t1}, K_{t2}, K_{t3}, K_{t4}, K_{t5}, K_{t6}$
Μάζα βυτίου M_t	Σταθερές απόσβεσης βυτίου $C_{t1}, C_{t2}, C_{t3}, C_{t4}, C_{t5}, C_{t6}$
Μάζες αξόνων M_a	Σταθερές ελαστικότητας ανάρτησης K_{sf}, K_{sm}, K_{sr}
Ισοδύναμες σταθερές ελαστικότητας τροχών $K_{wfr}, K_{wfl}, K_{wmr}, K_{wml}, K_{wrr}, K_{wrl}$	Σταθερές απόσβεσης ανάρτησης C_{sf}, C_{sm}, C_{sr}
Ισοδύναμες σταθερές απόσβεσης τροχών $C_{wfr}, C_{wfl}, C_{wmr}, C_{wml}, C_{wrr}, C_{wrl}$	Απόσταση πρώτης στήριξης από την πρώτη ανάρτηση d
Αποστάσεις στηρίξεων $L_{s1}, L_{s2}, L_{s3}, L_{s4}, L_{s5}$	
Ροπές αδρανείας βυτίου/πλαισίου/αξόνων	
Μεταξόνια και Μετατρόχια	
Ύψη κέντρων βάρους	

3.3 Η μέθοδος BFGS

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί για τη βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η BFGS. Η αντίστοιχη συνάρτηση στο περιβάλλον του Matlab είναι η `bfgs.m`. Η BFGS είναι μία από τις δύο πιο εξελιγμένες από τις σχεδόν νευτώνιες (Quasi-Newton) μεθόδους (η άλλη είναι η DFP (Davidon-Fletcher-Powell)). Η μέθοδος BFGS πήρε το όνομα της από τα αρχικά των Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno είναι γνωστή και ως μέθοδος βελτιστής επιλογής κλίσης. Θεωρείται ως η καλύτερη γενικής χρήσης μέθοδος βελτιστοποίησης. Υπερτερεί έναντι των άλλων γιατί συγκλίνει σε λιγότερα βήματα.

Κάθε νέα Εσοιανή (Hessian) συνάρτηση $\nabla^2 f$ δίνεται από τον τύπο

$$H_{k+1} = (I - \rho_k \cdot S_k \cdot \gamma_k^T) \cdot H_k \cdot (I - \rho_k \cdot \gamma_k \cdot S_k^T) + \rho_k \cdot S_k \cdot S_k^T \text{ όπου είναι}$$

$$\rho_k = 1 / \gamma_k^T \cdot S_k, \quad S_k = x_{k+1} - x_k, \quad \gamma_k = \nabla f_{k+1} - \nabla f_k$$

x_1 το αρχικό διάνυσμα παραμέτρων, x_k με $k > 1$ βελτιστοποιημένο διάνυσμα μετά από $k-1$ επαναλήψεις της μεθόδου βελτιστοποίησης των παραμέτρων. Η αρχική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης δίνεται από τη σχέση $f_{x1} = wfac \cdot qz + (1 - wfac) \cdot (-qc)$.

Κάθε επανάληψη της μεθόδου υπολογίζει μία διαδρομή p_k που οδηγεί το δυνατόν πιο κοντά στο τοπικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης, επιλέγοντας μετά το πόσο μακριά θέλει να βρεθεί. Η επανάληψη δίνεται από τη σχέση $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$ με α να είναι το μήκος βήματος και $p = -H^{-1} \nabla f_1$

Αν αρχική τιμή της αντικειμενικής συναρτησης είναι $f(x_1)$ η αρχική κλίση ∇f_1 είναι

$$\nabla f_1 = \frac{f(x_1 + e_1) - f(x_1)}{e_1} \quad \text{και} \quad H_0 = e_3 * |(f(x_1))| * I \quad \text{η αρχική Εσσιανή.}$$

Στη συνάρτηση του Matlab `bfgs.m` χρησιμοποιούνται κάποιες αριθμητικές παράμετροι-σταθερές που βοηθούν στον έλεγχο της μεθόδου βελτιστοποίησης. Αυτές οι παράμετροι παρουσιάζονται παρακάτω.

e_1 : Είναι η πεπερασμένη διαφορά. Θεωρείται $e_1 = 10^{-3}$

e_2 : Κριτήριο τερματισμού της νόρμας της κλίσης $\|\nabla\|$. Λαμβάνεται ως 10^{-11}

e_3 : Πολλαπλασιάζει την αρχική Εσσιανή. Είναι της τάξης μεγέθους του scaling των μεταβλητών. Λαμβάνεται ως $e_3 = 10^2$

e_4 : Πολλαπλασιάζει το αρχικό βήμα α της σχέσης $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$. Λαμβάνεται ως 10^{-1}

e_5 : Τερματισμός της φθίνουσας πορείας αν $\alpha < e_5$. Η τιμή της σταθεράς αυτής θεωρείται ότι είναι 10^{-5}

`max_iter` : Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων. Λαμβάνεται ως 10.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

4.1 Αριθμητικοί παράμετροι ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου

Για την εύρεση της πλευρικής και της κατακόρυφης επιτάχυνσης του βυτιοφόρου, της πλευρικής ευστάθειας του ημιρυμουλκούμενου, της αντικειμενικής συνάρτησης προς βελτιστοποίηση και της μεθόδου βελτιστοποίησης που θα προτιμηθεί χρησιμοποιούνται συναρτήσεις που επιλύονται στο περιβάλλον του Matlab. Για την επίλυση και αποκωδικοποίηση των συναρτήσεων αυτών θα χρησιμοποιηθούν κάποιες αριθμητικοί παράμετροι. Οι παράμετροι αυτοί φαίνονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2: Αριθμητικοί παράμετροι ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου

Παράμετροι	Συμβολισμός	Τιμή	Μονάδα
Μάζες			
Μάζα πλαισίου	M_c	1750	kg
Μάζα δεξαμενής(πληρωμένης με υγρό)	M_t	28780	kg
Μη ανηρτημένες μάζες	m_{af}, m_{am}, m_{ar}	490	kg
Συνολική μάζα	M_{tot}	32000	kg
Κατανομή μάζας πλαισίου:πείρος/σύστημα αξόνων	M_k/M_{dis_a}	430/2790	kg
Ικανότητα αξόνων		9000	kg
Ικανότητα πείρου έλξης		12000	kg
Αδράνειες			
Αδράνειες πλαισίου (pitch/roll)	J_{cp}, J_{cr}	8000/290	kg/m ²
Αδράνειες δεξαμενής (pitch/roll)	J_{tp}, J_{tr}	266850/22477	kg/m ²
Αποστάσεις αξόνων			
Απόσταση αξόνων(Μεταξόνια)	L_{fm}, L_{mr}	1,310	m
Απόσταση 1 ^{ου} άξονα από το κέντρο βάρους του πλαισίου	L_1	0,645	m
Απόσταση 2 ^{ου} άξονα από το κέντρο βάρους του πλαισίου	L_2	1,955	m
Απόσταση 3 ^{ου} άξονα από το κέντρο βάρους του πλαισίου	L_3	3,265	m
Απόσταση εμπρόσθιου άξονα-πείρου έλξης	L_{ak}	4,720	m
Μετατρόχια αξόνων	TN_f, TN_m, TN_r	2,095	m

Αποστάσεις στηρίξεων			
Απόσταση 1ου ζεύγους στήριξης του βυτίου από την αρχή της δεξαμενής	Ls0	0,500	m
Απόσταση 2ου ζεύγους στήριξης του βυτίου από το 1ο ζεύγος στήριξης	Ls1	1,900	m
Απόσταση 3ου ζεύγους στήριξης του βυτίου από το 2ο ζεύγος στήριξης	Ls2	2,150	m
Απόσταση 4ου ζεύγους στήριξης του βυτίου από το 3ο ζεύγος στήριξης	Ls3	1,950	m
Απόσταση 5ου ζεύγους στήριξης του βυτίου από το 4ο ζεύγος στήριξης	Ls4	1,850	m
Απόσταση 6ου ζεύγους στήριξης του βυτίου από το 5ο ζεύγος στήριξης	Ls5	1,450	m
Απόσταση 6ου ζεύγους στήριξης του βυτίου από το τέλος της δεξαμενής	Ls6	0,700	m
Πλάτος πλαισίου	W	1,400	m
Πλάτος βυτίου	W	1,400	m
Συνολικό μήκος πλαισίου	L	10,550	m
Συνολικό μήκος δεξαμενής	LT	10,50	m
Απόσταση κέντρου βάρους δεξαμενής από την αρχή του πλαισίου(αρχικά)	b1	5,28	m
Ύψη			
Ονομαστικά ύψη κύλισης αναρτήσεων	m	0,597	m
Ύψος κέντρου βάρους πλαισίου από το έδαφος	H _c	0,700	m
Ύψος δεξαμενής	H _t	1,800	m
Ισοδύναμες σταθερές ελαστικοφόρων τροχών			
Ελαστικότητα επισώτρων	K _{wf} , K _{wm} , K _{wr}	800000	N/m
Απόσβεση επισώτρων	C _{wf} , C _{wm} , C _{wr}	9080	Nsec/m

Στον πίνακα 3 επισημαίνονται οι γεωμετρικοί και κατασκευαστικοί περιορισμοί της ελαστικότητας και της απόσβεσης των αναρτήσεων, τα όρια ελαστικότητας και απόσβεσης των στηρίξεων του βυτίου, το όριο διαδομής των αναρτήσεων από τη θέση ισορροπίας και η ελάχιστη πλευρική επιτάχυνση του βυτιοφόρου. Οι τιμές αυτές θα χρησιμοποιηθούν στη βελτιστοποίηση, αφενός για την εύρεση της αρχικής (μέσης) τιμής των παραμέτρων αυτών, αφετέρου για να ελέγχεται αν η βελτιστοποίηση των παραμέτρων αυτών βρίσκεται εντός πεδίου τιμών.

Πίνακας 3:Κατασκευαστικοί και γεωμετρικοί περιορισμοί του οχήματος

Παράμετροι	Συμβολισμός	Τιμή	Μονάδα
Ελαστικότητα αναρτήσεων	K_{sf}, K_{sm}, K_{sr}	10000 -500000	N/m
Μέση τιμή ελαστικότητας αναρτήσεων	K_{sf}, K_{sm}, K_{sr}	255000	N/m
Απόσβεση αναρτήσεων	C_{sf}, C_{sm}, C_{sr}	1000 -50000	Ns/m
Μέση τιμή απόσβεσης αναρτήσεων	C_{sf}, C_{sm}, C_{sr}	25500	Ns/m
Ελαστικότητα στηρίξεων	$K_{t1}, K_{t2}, K_{t3}, K_{t1}, K_{t2}, K_{t3}$	1000 -50000	N/m
Μέση τιμή ελαστικότητας στηρίξεων	$K_{t1}, K_{t2}, K_{t3}, K_{t1}, K_{t2}, K_{t3}$	25500	N/m
Απόσβεση στηρίξεων	$C_{t1}, C_{t2}, C_{t3}, C_{t1}, C_{t2}, C_{t3}$	100 -5000	Ns/m
Μέση τιμή απόσβεσης στηρίξεων	$C_{t1}, C_{t2}, C_{t3}, C_{t1}, C_{t2}, C_{t3}$	2550	Ns/m
Όρια διαδρομής αναρτήσεων (από τη θέση ισορροπίας)		$\pm 0,4$	m
Πλευρική επιτάχυνση επικαθήμενου	q_c	4	m/s^2

4.2 Εξαγόμενα δεδομένα από το περιβάλλον του Matlab

Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις `reg111.m`, `semitrailer.m`, `objective_semitrailer.m`, `changevar.m` και `bfgs.m` που κατασκευάστηκαν στο Matlab και καλώντας τις με τα αριθμητικά δεδομένα ,έχουμε

Πριν τη βελτιστοποίηση με τη μέθοδο `bfgs` έχουμε

ΑΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Ελαστικότητα ανάρτησης εμπρός άξονα (N/m) : 255000

Απόσβεση ανάρτησης εμπρός άξονα (Ns/m): 25500

Ελαστικότητα ανάρτησης μεσαίου άξονα(N/m) : 255000

Απόσβεση ανάρτησης μεσαίου άξονα (Ns/m): 25500

Ελαστικότητα ανάρτησης πίσω άξονα (N/m) : 255000

Απόσβεση ανάρτησης πίσω άξονα (Ns/m): 25500

ΣΤΗΡΙΞΕΙΣ

Ελαστικότητα εμπρός στήριξης (N/m) : 25500

Απόσβεση εμπρός στήριξης (Ns/m): 2550

Ελαστικότητα δεύτερης στήριξης (N/m) : 25500

Απόσβεση δεύτερης στήριξης (Ns/m): 2550

Ελαστικότητα τρίτης στήριξης (N/m) : 25500

Απόσβεση τρίτης στήριξης (Ns/m): 2550

Ελαστικότητα τέταρτης στήριξης (N/m) : 25500

Απόσβεση τέταρτης στήριξης (Ns/m): 2550

Ελαστικότητα πέμπτης στήριξης (N/m) : 25500

Απόσβεση πέμπτης στήριξης (Ns/m): 2550

Ελαστικότητα έκτης στήριξης (N/m) : 25500

Απόσβεση έκτης στήριξης (Ns/m): 2550

Απόσταση πρώτης στήριξης-εμπρόσθιου άξονα (m): 5.295

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟ ΤΩΝ Η.Ε. REG ECE R111

Ονομαστικό ύψος ημιρυμουλκούμενου TN=2.095 2.095 2.095

Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς T=2.095 2.095
2.095

Δυσκαμψία περιστροφής άξονα C_dr=1755.61 1755.61 1755.61kNm/rad

Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
αναφοράς(εδαφος)C_dgm=4039.9901 4039.9892 4039.9865kNm/rad

Σύνθετη δυσκαμψια περιστροφής ανάρτησης στο επιπεδο
αναφοράς(εδαφος)C_dres=1223.7986 1223.7985 1223.7982kNm/rad

Ψευδογωνία κύλισης οχήματος όταν ανασηκώνεται το ελαστικό επίσωτρο $\theta_{\text{thita}}=0.057747$
 $0.057747 \quad 0.057747\text{rad}$

Πλάτος βυτιοφόρου $T_k=2.095\text{m}$

Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο $C_{\text{dresk}}=388.4054\text{kNm/rad}$

Συνολικό βάρος οχήματος $A_t=299.4993\text{kN}$

Φορτίο πείρου(kingpin) $A_k=97.1013\text{kN}$

Συνολικό μη ανηρτημένο βάρος $U_t=14.4207\text{kN}$

Ενεργό πλάτος οχήματος $T_t=2.095\text{m}$

Η συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος) $C_{\text{drest}}=4059.8006\text{kNm/rad}$

Ο άξονας q έχει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και τη μικρότερη ψευδογωνία περιστροφής $q=1$

Αν άλλος άξονας έχει ίση δυσκαμψία, ο q είναι ο πρώτος που συναντάμε

Φορτίο άξονα q , με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία $A_m=67.466\text{kN}$

Μη αναρτημένο βάρος του άξονα q $U_m=4.8069\text{kN}$

Πλάτος του άξονα q $T_m=2.095\text{m}$

Δυσκαμψία άξονα q $C_{\text{dresm}}=1223.7983\text{kNm/rad}$

Ο συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα είναι $F_e=0.30144$

Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασηκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου άξονα) $q_m=0.40721\text{g}$

Η βέλτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή είναι $q_{\text{theor}}=0.54492\text{g}$

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -5.0413

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :245

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

445740 308660 435030 16127 12203 2173.6 12212 12212

Στήλες 9 έως 16

4620.1 4620.1 4676.1 4619.9 2187.1 2187.1 2187.1 2995.6

Στήλες 17 ως 19

2187.1 2187.1 4.67

Άρα για wfac=0 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs έχουμε

$K_{sf}=445740$ N/m $K_{sm}=308660$ N/m $K_{sr}=435030$ N/m

$C_{sf}=16127$ Ns/m $C_{sm}=12203$ Ns/m $C_{sr}=2173.6$ Ns/m

$K_{t1}=12212$ N/m $K_{t2}=12212$ N/m $K_{t3}=4620.1$ N/m

$K_{t4}=4620.1$ N/m $K_{t5}=4676.1$ N/m $K_{t6}=4619.9$ N/m

$C_{t1}=2187.1$ N/m $C_{t2}=2187.1$ N/m $C_{t3}=2187.1$ N/m

$C_{t4}=2995.6$ N/m $C_{t5}=2187.1$ N/m $C_{t6}=2187.1$ N/m

d=4.67m

4.2.2 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.1$

bfgs([25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5...)

25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 5.295],1e-3,1e-11,1e+2,1e-1,1e-5,0.1,10)

Μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου βελτιστοποίησης και με συντελεστή $w_{fac}=0.1$ έχουμε

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 1.1375 Οριζόντια
θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.919 Κατακόρυφη θέση του
κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad)
:1746.3739

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου
αξονα(kNm/rad):1746.3739

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad):
1746.3737

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.93377

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.1

Επανάληψη υπ αριθμό : 10 Τιμή

αντικειμενικής συνάρτησης : -4.4438 Εκτίμηση

αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :241

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 έως 8

385410 314580 479700 40667 46908 46016 1386.8 1397.9

Στήλες 9 έως 16

1666.7 17280 1120.9 1828.5 684.53 2925.1 3021.7 3564.9

Στήλες 17 έως 19

1985.5 1168.4 5.69

Άρα για wfac=0.1 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bfgs έχουμε

$K_{sf}=385410 \text{ N/m}$ $K_{sm}=314580 \text{ N/m}$ $K_{sr}=479700 \text{ N/m}$

$C_{sf}=40667 \text{ Ns/m}$ $C_{sm}=46908 \text{ Ns/m}$ $C_{sr}=46016 \text{ Ns/m}$

$K_{t1}=1386.8 \text{ N/m}$ $K_{t2}=1397.9 \text{ N/m}$ $K_{t3}=1666.7 \text{ N/m}$

$K_{t4}=17280 \text{ N/m}$ $K_{t5}=1120.9 \text{ N/m}$ $K_{t6}=1828.5 \text{ N/m}$

$C_{t1}=684.53 \text{ N/m}$ $C_{t2}=2925.1 \text{ N/m}$ $C_{t3}=3021.7 \text{ N/m}$

$C_{t4}=3564.9 \text{ N/m}$ $C_{t5}=1985.5 \text{ N/m}$ $C_{t6}=1168.4 \text{ N/m}$

$d=5.69 \text{ m}$

4.2.3 Συντελεστής βαρύτητας wfac=0.2

bfgs([25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5...
25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 5.295],1e-3,1e-11,1e+2,1e-1,1e-5,0.2,10)

Επαναλαμβάνοντας την μέθοδο bfgs, με αριθμό επαναλήψεων max_iter=10

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad):1746.3612

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου αξονα(kNm/rad):1746.361

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad):1746.3608

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.92711

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.2

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -3.8476

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :242

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

188610 302760 300810 47968 36472 25665 1045.1 1087

Στήλες 9 ως 16

1573.1 45257 1206.3 2520.6 100.41 134.11 2843.1 272.07

Στήλες 17 ως 19

547.03 1223.9 5.5328

Άρα για wfac=0.2 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs έχουμε

$K_{sf}= 188610 \text{ N/m}$ $K_{sm}=302760 \text{ N/m}$ $K_{sr}=300810 \text{ N/m}$

$C_{sf}=47968 \text{ Ns/m}$ $C_{sm}=36472 \text{ Ns/m}$ $C_{sr}=25665 \text{ Ns/m}$

$K_{t1}=1045.1 \text{ N/m}$ $K_{t2}=1087 \text{ N/m}$ $K_{t3}=1573.1 \text{ N/m}$

$K_{t4}=45257 \text{ N/m}$ $K_{t5}=1206.3 \text{ N/m}$ $K_{t6}=2520.6 \text{ N/m}$
 $C_{t1}=100.41 \text{ N/m}$ $C_{t2}=134.11 \text{ N/m}$ $C_{t3}=2843.1 \text{ N/m}$
 $C_{t4}=272.7 \text{ N/m}$ $C_{t5}=547.03 \text{ N/m}$ $C_{t6}=1223.9 \text{ N/m}$
 $d=5.5328\text{m}$

4.2.4 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.3$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο bfgs με 10 επαναλήψεις είναι

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.4816

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.23416

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad)
:1746.3729

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου
αξονα(kNm/rad):1746.3728

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad):
1746.3727

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.92946

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.3

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -3.2501

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :238

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

415790 340350 401640 44048 38475 27939 1249.6 1119.9

Στήλες 9 ως 16

1182.7 16369 1003.5 1017.3 341.43 1431.5 1199.4 3844.4

Στήλες 17 ως 19

1213.8 1837.6 4.928

Άρα για wfac=0.3 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs έχουμε

$K_{sf}=415790\text{N/m}$ $K_{sm}=340350\text{ N/m}$ $K_{sr}=401640\text{ N/m}$

$C_{sf}=44048\text{ Ns/m}$ $C_{sm}=38475\text{ Ns/m}$ $C_{sr}=27939\text{ Ns/m}$

$K_{t1}=1249.6\text{ N/m}$ $K_{t2}=1119.9\text{ N/m}$ $K_{t3}=1182.7\text{ N/m}$

$K_{t4}=16369\text{ N/m}$ $K_{t5}=1003.5\text{ N/m}$ $K_{t6}=1017.3\text{ N/m}$

$C_{t1}=341.43\text{ N/m}$ $C_{t2}=1431.5\text{N/m}$ $C_{t3}=1199.4\text{N/m}$

$C_{t4}=3844.4\text{ N/m}$ $C_{t5}=1213.8\text{ N/m}$ $C_{t6}=1837.6\text{ N/m}$

$d=4.928\text{m}$

4.2.5 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.4$

Με 10 επαναλήψεις της bfgs βρίσκουμε

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.99677

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.78568

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad): 1746.3821

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου αξονα(kNm/rad): 1746.382

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad): 1746.3818

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.93288

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.4

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -2.6516

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό : 237

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...

C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

212450 237720 278220 48792 26109 36813 1428.3 1542.8

Στήλες 9 ως 16

1370.2 9242.3 1463.4 1200.6 295.9 1152.5 4274.1 2539.7

Στήλες 17 ως 19

1847.4 2644.2 5.54

Άρα για wfac=0.4 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs έχουμε

$K_{sf}=212450\text{N/m}$ $K_{sm}=237720\text{ N/m}$ $K_{sr}=278220\text{ N/m}$

$C_{sf}=48792\text{ Ns/m}$ $C_{sm}=26109\text{ Ns/m}$ $C_{sr}=36813\text{ Ns/m}$

$K_{t1}=1428.3\text{ N/m}$ $K_{t2}=1542.8\text{ N/m}$ $K_{t3}=1370.2\text{ N/m}$

$K_{t4}=9242.3\text{ N/m}$ $K_{t5}=1463.4\text{ N/m}$ $K_{t6}=1200.6\text{ N/m}$

$C_{t1}=295.9\text{ N/m}$ $C_{t2}=1152.5\text{N/m}$ $C_{t3}=4274.1\text{ N/m}$

$C_{t4}=2539.7\text{ N/m}$ $C_{t5}=1847.4\text{N/m}$ $C_{t6}=2644.2\text{N/m}$

$d=5.54\text{m}$

4.2.6 Συντελεστής βαρύτητας wfac=0.5

bgfs([25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5...]

25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 5.295],1e-3,1e-11,1e+2,1e-1,1e-5,0.5,10)

Μετά από 10 επαναληψεις(wfac=0.5)

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.84601

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.62303

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad): 1746.3647

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου αξονα(kNm/rad): 1746.3646

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad): 1746.3643

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.9328

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.5

Υπενθυμίζεται ότι είναι τριαξονικό ημιρυμουλκούμενο βυτιοφόρο, με βυτίο δεμένο μεσω 12 στηρίξεων.

Βασική αξίωση της συνάρτησης είναι οτι οι αναρτήσεις και οι στηρίξεις του τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου είναι ίδιες εκατέρωθεν του πλαισίου. Έχει θεωρηθεί ότι το κέντρο βάρους του βυτίο βρίσκεται στο γεωμετρικό του κέντρο.

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -2.0543

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό : 244

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

224120 201240 252510 40299 23725 44425 1009.1 1307.7

Στήλες 9 ως 16

2296.9 45250 1609.7 1751.4 381.29 2602.8 3297.8 3314

Στήλες 17 ως 19

1408.2 1654.9 5.3582

Επομένως για $wfac=0.5$ και 10 επαναλήψεις της bgfs βρίσκουμε

$K_{sf}=224120$ N/m $K_{sm}=201240$ N/m $K_{sr}=252510$ N/m

$C_{sf}=40299$ Ns/m $C_{sm}=23725$ Ns/m $C_{sr}=44425$ Ns/m

$K_{t1}=1009.1$ N/m $K_{t2}=1307.7$ N/m $K_{t3}=2296.9$ N/m

$K_{t4}=45250$ N/m $K_{t5}=1609.7$ N/m $K_{t6}=1751.4$ N/m

$C_{t1}=381.29$ N/m $C_{t2}=2602.8$ N/m $C_{t3}=3297.8$ N/m

$C_{t4}=3314$ N/m $C_{t5}=1408.2$ N/m $C_{t6}=1654.9$ N/m

$d=5.3582$ m

4.2.7 Συντελεστής βαρύτητας $wfac=0.6$

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ
ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟ ΤΩΝ Η.Ε. REG ECE R111

Όνομαστικό ύψος ημιρυμουλκούμενου $TN=2.095$ 2.095 2.095
Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς $T=2.095$
2.095 2.095

Δυσκαμψία περιστροφής άξονα $C_{dr}=1755.61$ 1755.61 1755.61 kNm/rad
Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
αναφοράς(εδαφος) $C_{dgm}=4040.0009$ 4040.0007 4040.0002 kNm/rad

Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος) $C_{dres}=1223.7995$ 1223.7995 1223.7995kNm/rad

Ψευδογωνία κύλισης οχήματος όταν ανασηκώνεται το ελαστικό επίσωτρο $\theta_{ita}=0.057747$
0.057747 0.057747rad

Πλάτος βυτιοφόρου $T_k=2.095m$

Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο $C_{dresk}=388.4054kNm/rad$

Συνολικό βάρος οχήματος $A_t=299.4993kN$

Φορτίο πείρου(kingpin) $A_k=97.1013kN$

Συνολικό μη ανηρημένο βάρος $U_t=14.4207kN$

Ενεργό πλάτος οχήματος $T_t=2.095m$

Η συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος) $C_{drest}=4059.8039kNm/rad$

Ο άξονας q έχει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και τη μικρότερη ψευδογωνία περιστροφής $q=1$

Αν άλλος άξονας έχει ίση δυσκαμψία, ο q είναι ο πρώτος που συναντάμε

Φορτίο άξονα q , με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία $A_m=67.466kN$

Μη αναρτημένο βάρος του άξονα q $U_m=4.8069kN$

Πλάτος του άξονα q $T_m=2.095m$

Δυσκαμψία άξονα q $C_{dresm}=1223.7995kNm/rad$

Ο συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα είναι $F_e=0.30144$

Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασηκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου άξονα) $q_m=0.40721g$

Η βέλτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή είναι $q_{theor}=0.54492g$

Η ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΕΙΝΑΙ $q_c=0.5139g$

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.80906

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.58165

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664
 Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664
 Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664
 Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad): 1746.3632

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου αξονα(kNm/rad): 1746.3631

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad): 1746.3629

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.93144

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.6

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -1.4577

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό : 237

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
 C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

222820 231030 275060 26681 32003 29726 12542 8782

Στήλες 9 ως 16

5491.8 1469.4 1097 1222.4 891.36 1763.8 2422.5 1034.4

Στήλες 17 ως 19

194.04 159.68 5.3121

Έχουμε για wfac=0.6 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs

K_{sf}=222820 N/m K_{sm}=231030 N/m K_{sr}=275060 N/m

$C_{sf}=26681 \text{ Ns/m}$ $C_{sm}=32003 \text{ Ns/m}$ $C_{sr}=29726 \text{ Ns/m}$
 $K_{t1}=12542 \text{ N/m}$ $K_{t2}= 8782 \text{ N/m}$ $K_{t3}=5491.8 \text{ N/m}$
 $K_{t4}=1469.4 \text{ N/m}$ $K_{t5}=1097 \text{ N/m}$ $K_{t6}=1222.4 \text{ N/m}$
 $C_{t1}=891.36\text{N/m}$ $C_{t2}=1763.8\text{N/m}$ $C_{t3}=2422.5\text{N/m}$
 $C_{t4}=1034.4 \text{ N/m}$ $C_{t5}=194.04\text{N/m}$ $C_{t6}=159.68\text{N/m}$
 $d=5.3121\text{m}$

4.2.8 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=0.7$

Επαναλαμβάνοντας την μέθοδο βελτιστοποίησης bfgs με αριθμό επαναλήψεων $max_iter=10$ έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα

Ονομαστικό ύψος ημιρυμουλκούμενου $TN=2.095$ 2.095 2.095
 Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς $T=2.095$ 2.095
 2.095

Δυσκαμψία περιστροφής άξονα $C_dr=1755.61$ 1755.61 1755.61kNm/rad
 Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
 αναφοράς(εδαφος) $C_dgm=4039.9992$ 4039.9991 4039.9984kNm/rad
 Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
 αναφοράς(εδαφος) $C_dres=1223.7994$ 1223.7994 1223.7993kNm/rad

Ψευδογωνία κύλισης οχήματος όταν ανασκώνεται το ελαστικό επίσωτρο $thita=0.057747$
 0.057747 0.057747rad

Πλάτος βυτιοφόρου $Tk=2.095\text{m}$
 Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο $C_dresk=388.4054\text{kNm/rad}$

Συνολικό βάρος οχήματος $At=299.4993\text{kN}$
 Φορτίο πείρου(kingpin) $Ak=97.1013\text{kN}$
 Συνολικό μη ανηρτημένο βάρος $Ut=14.4207\text{kN}$

Ενεργό πλάτος οχήματος $Tt=2.095\text{m}$

Η συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος) $C_{drest}=4059.8035\text{kNm/rad}$

Ο άξονας q έχει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και τη μικρότερη ψευδογωνία περιστροφής $q=1$

Αν άλλος άξονας έχει ίση δυσκαμψία, ο q είναι ο πρώτος που συναντάμε

Φορτίο άξονα q , με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία $A_m=67.466\text{kN}$

Μη αναρτημένο βάρος του άξονα q $U_m=4.8069\text{kN}$

Πλάτος του άξονα q $T_m=2.095\text{m}$

Δυσκαμψία άξονα q $C_{dresm}=1223.7994\text{kNm/rad}$

Ο συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα είναι $F_e=0.30144$

Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου άξονα) $q_m=0.40721\text{g}$

Η βέλτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή είναι $q_{theor}=0.54492\text{g}$

Η ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΕΙΝΑΙ $q_c=0.5139\text{g}$

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.93366

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.71931

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad): 1746.3625

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου αξονα(kNm/rad): 1746.3625

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad): 1746.3621

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.92734

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.7

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -0.86326

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :238

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

265520 102630 216020 48972 38844 8662.6 1072.3 1066.1

Στήλες 9 ως 16

1005.7 24873 1001.9 1089.3 102 335.89 2596.5 117.03

Στήλες 17 ως 19

2386.9 211.63 5.4656

Άρα για wfac=0.7 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs έχουμε

$K_{sf}=265520\text{N/m}$ $K_{sm}=102630\text{ N/m}$ $K_{sr}=216020\text{ N/m}$

$C_{sf}=48972\text{ Ns/m}$ $C_{sm}=38844\text{ Ns/m}$ $C_{sr}=8662.6\text{ Ns/m}$

$K_{t1}=1072.3\text{ N/m}$ $K_{t2}=1066.1\text{ N/m}$ $K_{t3}=1005.7\text{ N/m}$

$K_{t4}=24873\text{ N/m}$ $K_{t5}=1001.9\text{ N/m}$ $K_{t6}=1089.3\text{ N/m}$

$C_{t1}=102\text{ N/m}$ $C_{t2}=335.89\text{N/m}$ $C_{t3}=2596.5\text{ N/m}$

$C_{t4}=117.03\text{ N/m}$ $C_{t5}=2386.9\text{N/m}$ $C_{t6}=211.63\text{ N/m}$

$d=5.4656\text{m}$

4.2.9 Συντελεστής βαρύτητας wfac=0.8

Με 10 επαναλήψεις της bfgs έχουμε

Ονομαστικό ύψος ημιρυμουλκούμενου $TN=2.095$ 2.095 2.095

Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς $T=2.095$ 2.095

2.095

Δυσκαμψία περιστροφής άξονα C_dr=1755.61 1755.61 1755.61kNm/rad
Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
αναφοράς(εδαφος)C_dgm=4039.9957 4039.9955 4039.995kNm/rad
Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
αναφοράς(εδαφος)C_dres=1223.7991 1223.7991 1223.799kNm/rad

Ψευδογωνία κύλισης οχήματος όταν ανασηκώνεται το ελαστικό επίσωτρο $\theta_{\text{ita}}=0.057747$
0.057747 0.057747rad

Πλάτος βυτιοφόρου Tk=2.095m

Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο C_dresk=388.4054kNm/rad

Συνολικό βάρος οχήματος At=299.4993kN
Φορτίο πείρου(kingrin) Ak=97.1013kN
Συνολικό μη ανηρτημένο βάρος Ut=14.4207kN

Ενεργό πλάτος οχήματος Tt=2.095m

Η συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο
αναφοράς(εδαφος)C_drest=4059.8025kNm/rad

Ο άξονας q έχει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και τη μικρότερη ψευδογωνία περιστροφής
 $q=1$
Αν άλλος άξονας έχει ίση δυσκαμψία, ο q είναι ο πρώτος που συναντάμε

Φορτίο άξονα q, με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία Am=67.466kN
Μη αναρτημένο βάρος του άξονα q Um=4.8069kN

Πλάτος του άξονα q Tm=2.095m

Δυσκαμψία άξονα q C_dresm=1223.7991kNm/rad

Ο συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα είναι Fe=0.30144
Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασηκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου
άξονα)q_m=0.40721g
Η βέλτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή είναι q_theor=0.54492 g

Η ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΕΙΝΑΙ $a_c = 0.5139g$

Το όχημα συνάδει με τον κανονισμό των Η.Ε. ECE REG111.

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.88585

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.66724

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad): 1746.361

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου αξονα(kNm/rad): 1746.3609

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad): 1746.3607

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.92855

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.8

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : -0.26542

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό : 233

par=[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

246080 248200 298110 40690 23416 18472 1309.7 1859.5

Στήλες 9 ως 16

3589.7 24555 1547.9 2081.1 108.99 768.29 650.74 2675.5

Στήλες 17 ως 19

115.41 747.6 5.4075

Άρα για wfac=0.8 και 10 επαναλήψεις της μεθόδου bfgs έχουμε

$K_{sf}=246080 \text{ N/m}$ $K_{sm}=248200 \text{ N/m}$ $K_{sr}=298110 \text{ N/m}$
 $C_{sf}=40690 \text{ Ns/m}$ $C_{sm}=23416 \text{ Ns/m}$ $C_{sr}=18472 \text{ Ns/m}$
 $K_{t1}=1309.7 \text{ N/m}$ $K_{t2}=1859.5 \text{ N/m}$ $K_{t3}=3589.7 \text{ N/m}$
 $K_{t4}=24555 \text{ N/m}$ $K_{t5}=1547.9 \text{ N/m}$ $K_{t6}=2081.1 \text{ N/m}$
 $C_{t1}=108.99 \text{ N/m}$ $C_{t2}=768.29 \text{ N/m}$ $C_{t3}=650.74 \text{ N/m}$
 $C_{t4}=2675.5 \text{ N/m}$ $C_{t5}=115.41 \text{ N/m}$ $C_{t6}=747.6 \text{ N/m}$
 $d=5.4075 \text{ m}$

4.2.10 Συντελεστής βαρύτητας wfac=0.9

bfgs([25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5...
 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 25.5 5.295],1e-3,1e-11,1e+2,1e-1,1e-5,0.9,10)

Επαναλαμβάνοντας 10 φορές τη bfgs έχουμε

Ονομαστικό ύψος ημιρυμουλκούμενου $TN=2.095$ 2.095 2.095
 Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς $T=2.095$
 2.095 2.095

Δυσκαμψία περιστροφής άξονα $C_{dr}=1755.61$ 1755.61 1755.61 kNm/rad
 Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
 αναφοράς(εδαφος) $C_{dgm}=4040.0326$ 4040.0324 4040.0319 kNm/rad
 Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
 αναφοράς(εδαφος) $C_{dres}=1223.8025$ 1223.8024 1223.8024 kNm/rad

Ψευδογωνία κύλισης οχήματος όταν ανασηκώνεται το ελαστικό επίσωτρο $\theta=0.057747$
 0.057747 0.057747 rad

Πλάτος βυτιοφόρου $T_k=2.095\text{m}$

Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο $C_{dresk}=388.4054\text{kNm/rad}$

Συνολικό βάρος οχήματος $A_t=299.4993\text{kN}$

Φορτίο πείρου(kingpin) $A_k=97.1013\text{kN}$

Συνολικό μη ανηρτημένο βάρος $U_t=14.4207\text{kN}$

Ενεργό πλάτος οχήματος $T_t=2.095\text{m}$

Η συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος) $C_{drest}=4059.8127\text{kNm/rad}$

Ο άξονας α έχει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και τη μικρότερη ψευδογωνία περιστροφής $\alpha=1$

Αν άλλος άξονας έχει ίση δυσκαμψία, ο α είναι ο πρώτος που συναντάμε

Φορτίο άξονα α , με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία $A_m=67.466\text{kN}$

Μη αναρτημένο βάρος του άξονα α $U_m=4.8069\text{kN}$

Πλάτος του άξονα α $T_m=2.095\text{m}$

Δυσκαμψία άξονα α $C_{dresm}=1223.8025\text{kNm/rad}$

Ο συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα είναι $F_e=0.30144$

Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασηκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου άξονα) $\alpha_m=0.40721\text{g}$

Η βέλτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή είναι $\alpha_{theor}=0.54492\text{g}$

Η ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΕΙΝΑΙ $\alpha_c =0.5139\text{g}$

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.79132

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.56173

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad)
:1746.3769

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου
αξονα(kNm/rad):1746.3769

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad):
1746.3766

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.93471

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 0.9

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 0.33711

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :239

par =[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]=

Στήλες 1 ως 8

224860 220720 261850 27693 22465 24360 3971.5 1066.9

Στήλες 9 ως 16

1896.6 1309.3 3715.3 6232.2 1230.7 1383.8 1431 1650.5

Στήλες 17 ως 19

1857.9 2053.2 5.2899

Άρα για wfac=0.9 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs έχουμε

$K_{sf}=224860$ N/m $K_{sm}=220720$ N/m $K_{sr}=261850$ N/m

$C_{sf}=27693$ Ns/m $C_{sm}=22465$ Ns/m $C_{sr}=24360$ Ns/m

$K_{t1}=3971.5 \text{ N/m}$ $K_{t2}=1066.9 \text{ N/m}$ $K_{t3}=1896.6 \text{ N/m}$
 $K_{t4}=1309.3 \text{ N/m}$ $K_{t5}=3715.3 \text{ N/m}$ $K_{t6}=6232.2 \text{ N/m}$
 $C_{t1}=1230.7 \text{ N/m}$ $C_{t2}=1383.8 \text{ N/m}$ $C_{t3}=1431 \text{ N/m}$
 $C_{t4}=1650.5 \text{ N/m}$ $C_{t5}=1857.9 \text{ N/m}$ $C_{t6}=2053.2 \text{ N/m}$
 $d=5.2899 \text{ m}$

4.2.11 Συντελεστής βαρύτητας $w_{fac}=1$

Με 10 επαναλήψεις έχουμε για συντελεστή $w_{fac}=1$

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟ ΤΩΝ Η.Ε. REG ECE R111

Ονομαστικό ύψος ημιρυμουλκούμενου $TN=2.095$ 2.095 2.095
 Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς $T=2.095$ 2.095
 2.095
 Δυσκαμψία περιστροφής άξονα $C_{dr}=1755.61$ 1755.61 1755.61 kNm/rad
 Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
 αναφοράς(εδαφος) $C_{dgm}=4040.0235$ 4040.0233 4040.0227 kNm/rad
 Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο
 αναφοράς(εδαφος) $C_{dres}=1223.8016$ 1223.8016 1223.8015 kNm/rad
 Ψευδογωνία κύλισης οχήματος όταν ανασηκώνεται το ελαστικό επίσωτρο $\theta=0.057747$
 0.057747 0.057747 rad

Πλάτος βυτιοφόρου $T_k=2.095 \text{ m}$

Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο $C_{dresk}=388.4054 \text{ kNm/rad}$

Συνολικό βάρος οχήματος $A_t=299.4993 \text{ kN}$

Φορτίο πείρου(kingpin) $A_k=97.1013 \text{ kN}$

Συνολικό μη ανηρημένο βάρος $U_t=14.4207 \text{ kN}$

Ενεργό πλάτος οχήματος $T_t=2.095 \text{ m}$

Η συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο
 αναφοράς(εδαφος) $C_{drest}=4059.8102 \text{ kNm/rad}$

Ο άξονας q έχει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και τη μικρότερη ψευδογωνία περιστροφής $q=1$

Αν άλλος άξονας έχει ίση δυσκαμψία, ο q είναι ο πρώτος που συναντάμε

Φορτίο άξονα q , με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία $A_m=67.466\text{kN}$

Μη αναρτημένο βάρος του άξονα q $U_m=4.8069\text{kN}$

Πλάτος του άξονα q $T_m=2.095\text{m}$

Δυσκαμψία άξονα q $C_{dresm}=1223.8016\text{kNm/rad}$

Ο συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα είναι $F_e=0.30144$

Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου άξονα) $q_m=0.40721\text{g}$

Η βέλτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή είναι $q_{theor}=0.54492\text{g}$

Η ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΕΙΝΑΙ $q_c=0.5139\text{g}$

Το όχημα συνάδει με τον κανονισμό των Η.Ε. ECE REG111.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): 0.82038

Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 0.59436

Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): 1.6893

Φορτίο εμπρός άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πίσω άξονα (kg): 6877.2664

Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): 9898.2007

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός αξονα(kNm/rad): 1746.373

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου αξονα(kNm/rad): 1746.3729

Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω αξονα(kNm/rad): 1746.3727

Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec²): 0.93219

Πλευρική επιτάχυνση (m/sec²): 5.0413

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Συντελεστής βαρύτητας: 1

Επανάληψη υπ αριθμό : 10

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 0.93219

Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :239

par =

Στήλες 1 ως 8

222440 213750 272620 25180 25887 18575 7917.8 3390.7

Στήλες 9 ως 16

2144.3 1019 1468.7 1321.3 1123.7 1807.4 1631.9 1046.6

Στήλες 17 ως 19

633.79 531.38 5.3262

Άρα για wfac=1 μετά από 10 επαναλήψεις της μεθόδου bgfs έχουμε

$K_{sf}=272370$ N/m $K_{sm}=213750$ ω N/m $K_{sr}=272620$ N/m

$C_{sf}=25180$ Ns/m $C_{sm}=25887$ Ns/m $C_{sr}=18575$ Ns/m

$K_{t1}=7917.8$ N/m $K_{t2}=3390.7$ N/m $K_{t3}=2144.3$ N/m

$K_{t4}=1019$ N/m $K_{t5}=1468.7$ N/m $K_{t6}=1321.3$ N/m

$C_{t1}=1123.7$ N/m $C_{t2}=1807.4$ N/m $C_{t3}=1631.9$ N/m

$C_{t4}=1046.6$ N/m $C_{t5}=633.79$ N/m $C_{t6}=531.38$ N/m

$d=5.3262$ m

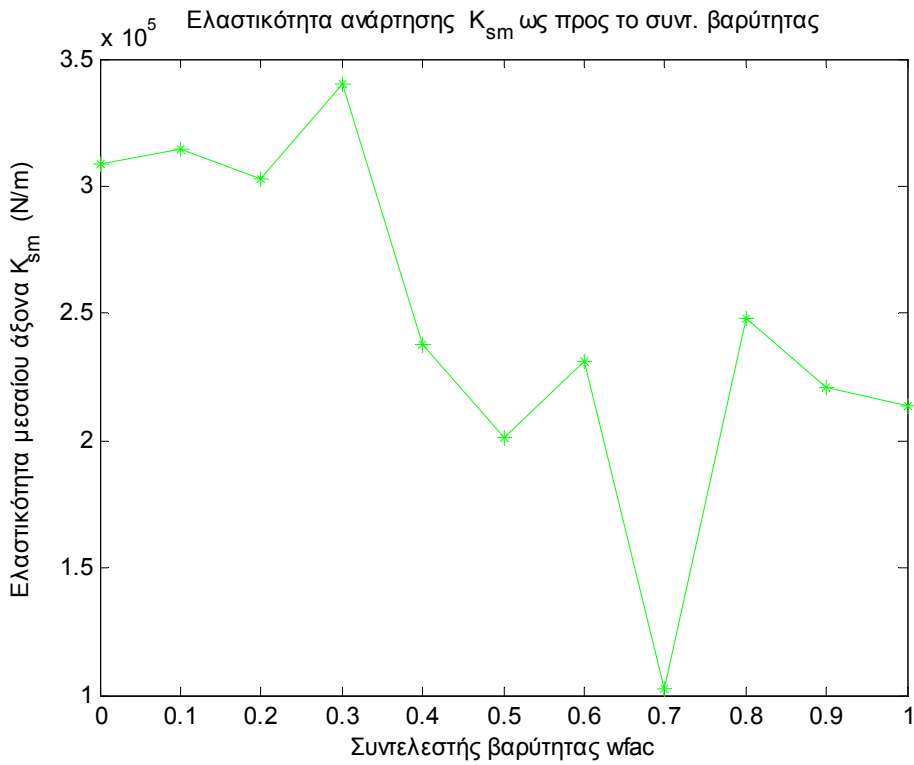
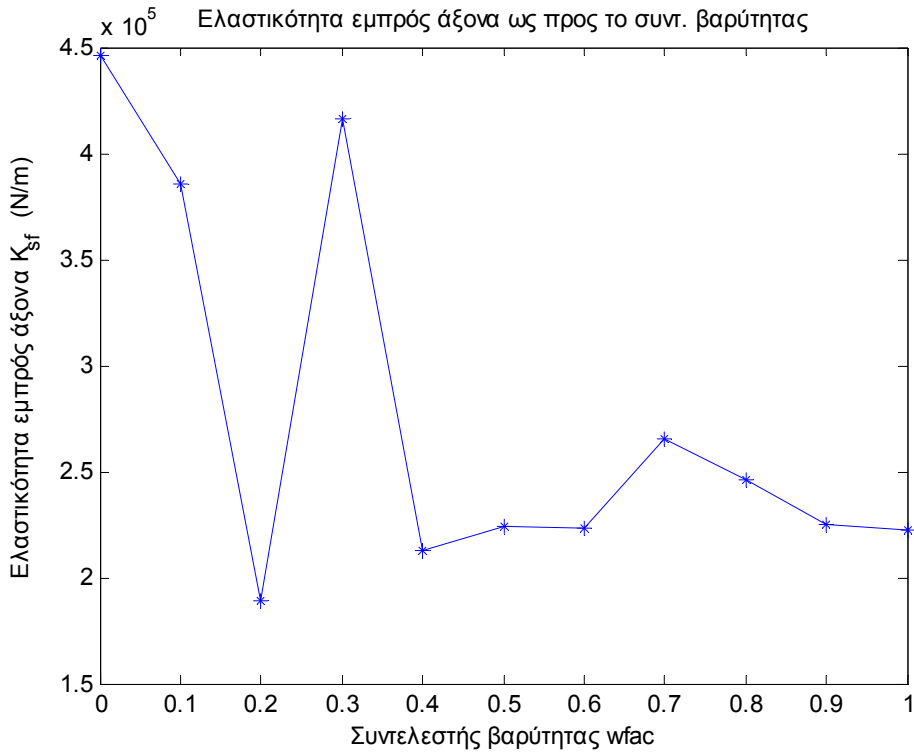
4.3 Γραφήματα συναρτήσεως του συντελεστή βαρύτητας w_{fac}

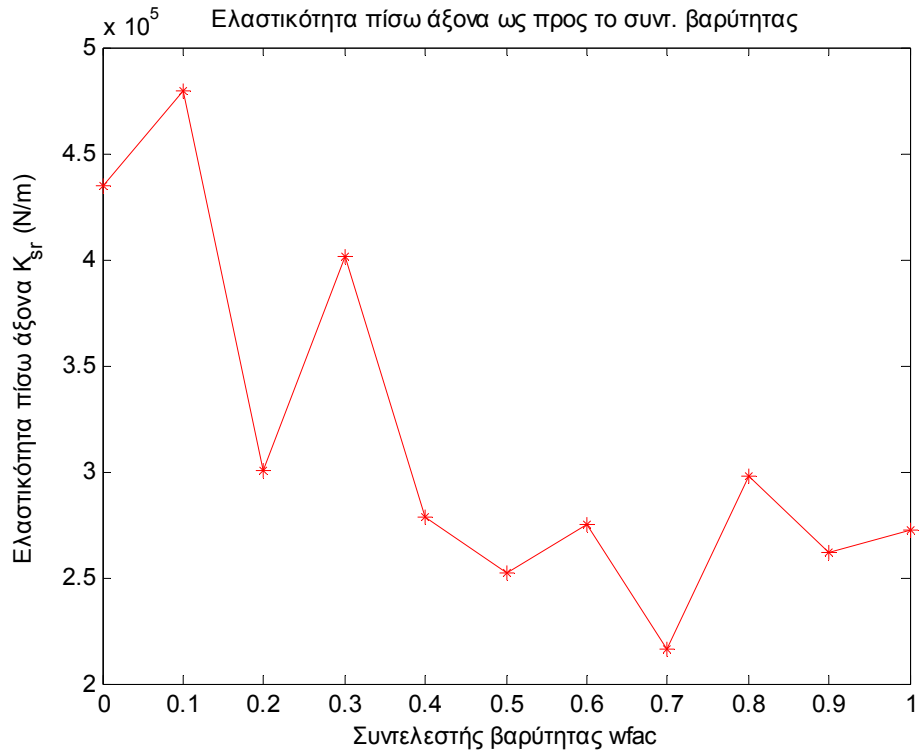
Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά οι αλλαγές των παραμέτρων προς βελτιστοποίηση σε συνάρτηση με την τιμή του συντελεστή βαρύτητας w_{fac} . Ο συντελεστής παίρνει τιμές από 0 μέχρι 1 με βήμα 0.1

Πίνακας 3: Τιμές παραμέτρων βελτιστοποίησης ως προς το συντελεστή βαρύτητας

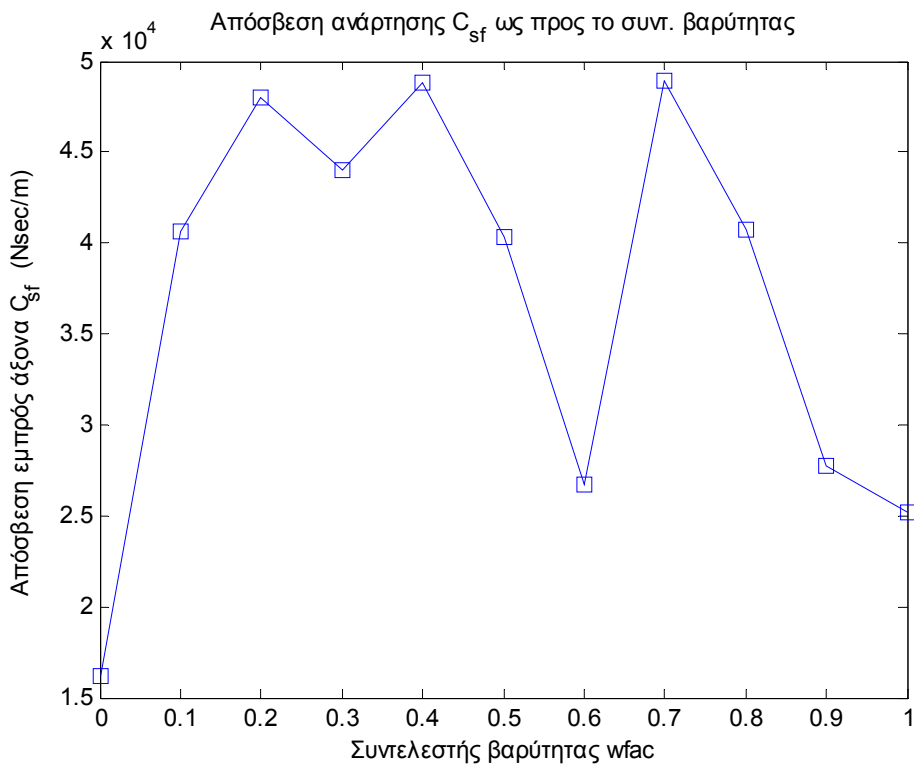
	$w_{fac}=0.0$	$w_{fac}=0.1$	$w_{fac}=0.2$	$w_{fac}=0.3$	$w_{fac}=0.4$	$w_{fac}=0.5$	$w_{fac}=0.6$	$w_{fac}=0.7$	$w_{fac}=0.8$	$w_{fac}=0.9$	$w_{fac}=1.0$
K_{sf}	445740	385410	188610	415790	212450	224120	222820	265520	246080	224860	272370
K_{sm}	308660	314580	302760	340350	237720	201240	231030	102630	248200	220720	213750
K_{sr}	435030	479700	300810	401640	278220	252510	275060	216020	298110	261850	272620
C_{sf}	16127	40667	47968	44048	48792	40299	26681	48972	40690	27693	25180
C_{sm}	12203	46908	36472	38475	26109	23725	32003	38844	23416	22465	25887
C_{sr}	2173.6	46016	25665	27939	36813	44425	29726	8662.6	18472	24360	18575
K_{t1}	4620.1	1386.8	1045.1	1249.6	1428.3	1009.1	12542	1072.3	1309.7	3971.5	7917.8
K_{t2}	4676.1	1397.9	1087	1119.9	1542.8	1307.7	8782	1066.1	1859.5	1066.9	3390.7
K_{t3}	4619.9	1666.7	1573.1	1182.7	1370.2	2296.9	5491.8	1005.7	3589.7	1896.6	2144.3
K_{t4}	4620.1	17280	45257	16369	9242.3	45250	1469.4	24873	24555	1309.3	1019
K_{t5}	4676.1	1120.9	1206.3	1003.5	1463.4	1609.7	1097	1001.9	1547.9	3715.3	1468.7
K_{t6}	4619.9	1828.5	2520.6	1017.3	1200.6	1751.4	1222.4	1089.3	2081.1	6232.2	1321.3
C_{t1}	2187.1	684.53	100.41	341.43	295.9	381.29	891.36	102	108.99	1230.7	1123.7
C_{t2}	2187.1	2925.1	134.11	1431.5	1152.5	2602.8	1763.8	335.89	768.29	1383.8	1807.4
C_{t3}	2187.1	3021.7	2843.1	1199.4	4274.1	3297.8	2422.5	2596.5	650.74	1431	1631.9
C_{t4}	2995.6	3564.9	272.7	3844.4	2539.7	3314	1034.4	117.03	2675.5	1650.5	1046.6
C_{t5}	2187.1	1985.5	547.03	1213.8	1847.4	1408.2	194.04	2386.9	115.41	1857.9	633.79
C_{t6}	2187.1	1168.4	1223.9	1837.6	2644.2	1654.9	159.68	211.63	747.6	2053.2	531.38
d	4.67	5.69	5.5328	4.928	5.54	5.3582	5.3121	5.4656	5.4075	5.2899	5.3262

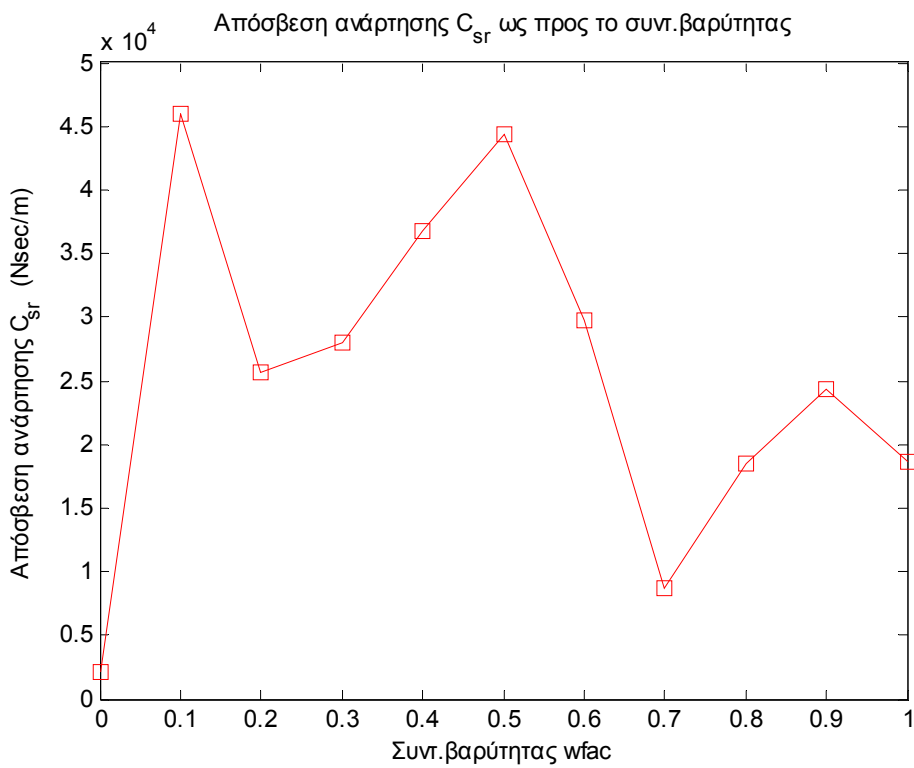
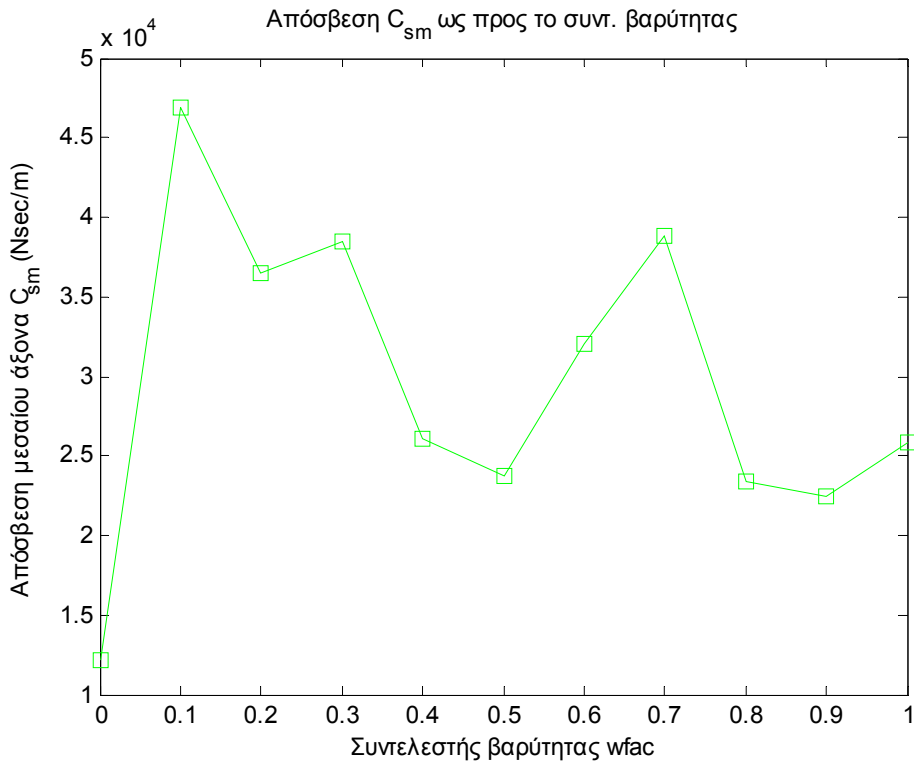
Ακολουθούν τα γραφήματα των ελαστικοτήτων της ανάρτησης (K_{sf}, K_{sm}, K_{sr}) συναρτήσεως του συντελεστή βαρύτητας (w_{fac}) με τις ανωτέρω τιμές του πίνακα



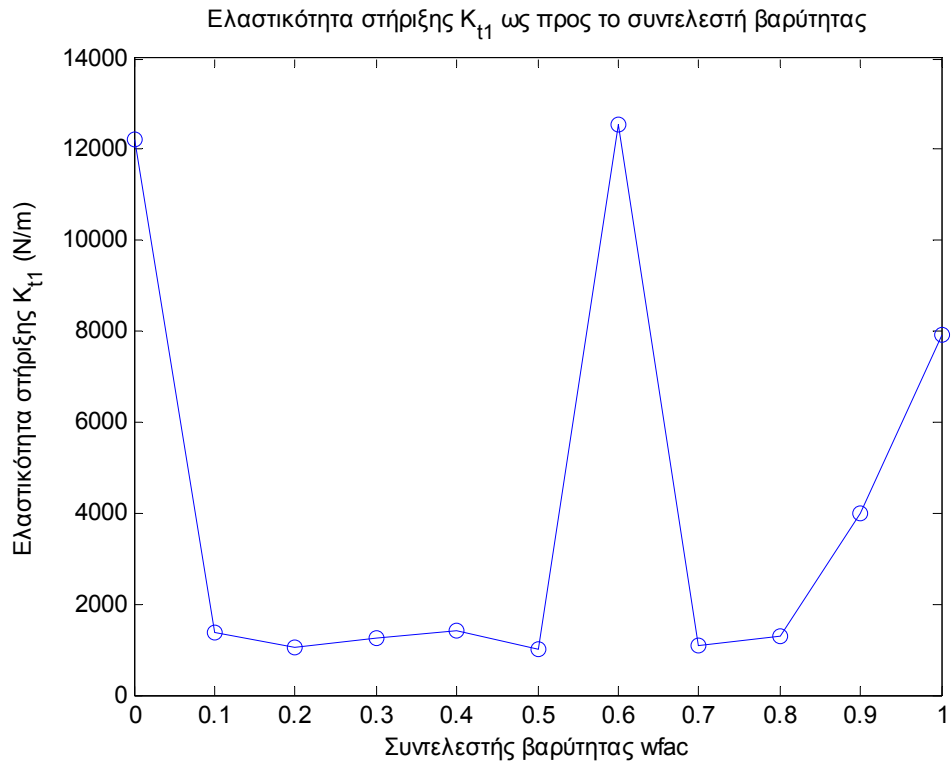


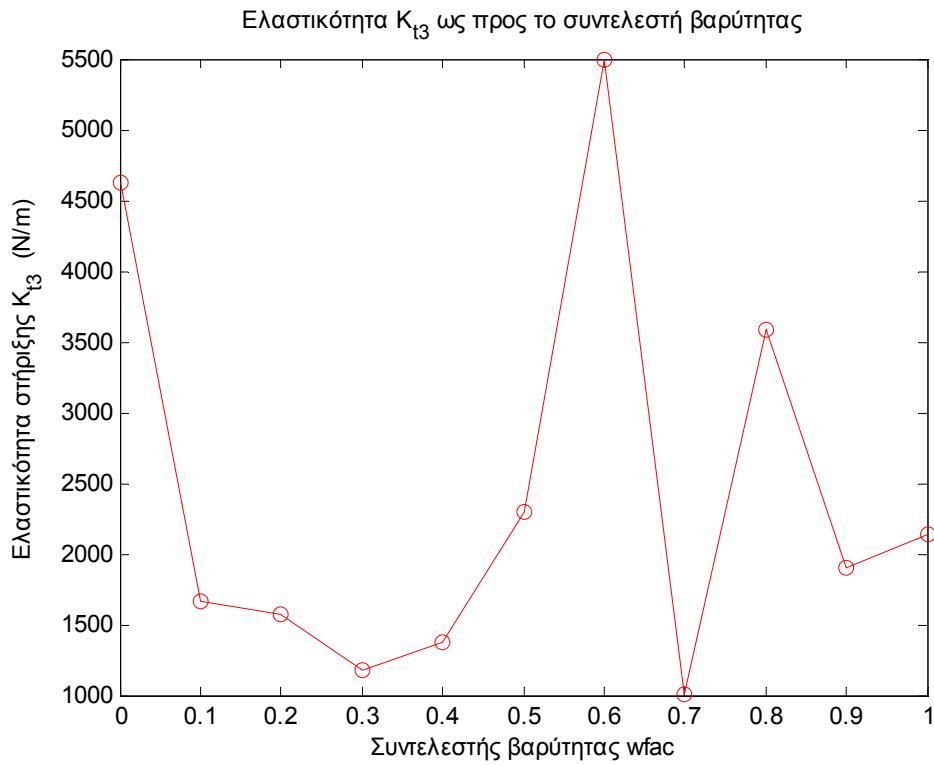
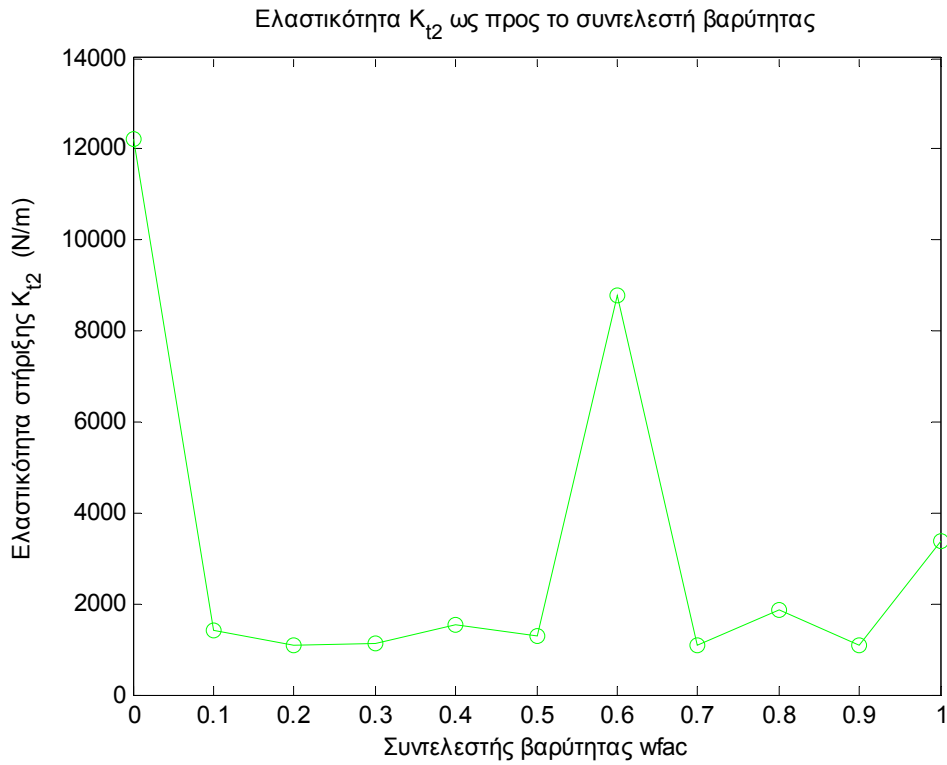
Έπονται τα γραφήματα των αποσβέσεων συναρτήσει του συντελεστή βαρύτητας με τις τιμές του πίνακα 3

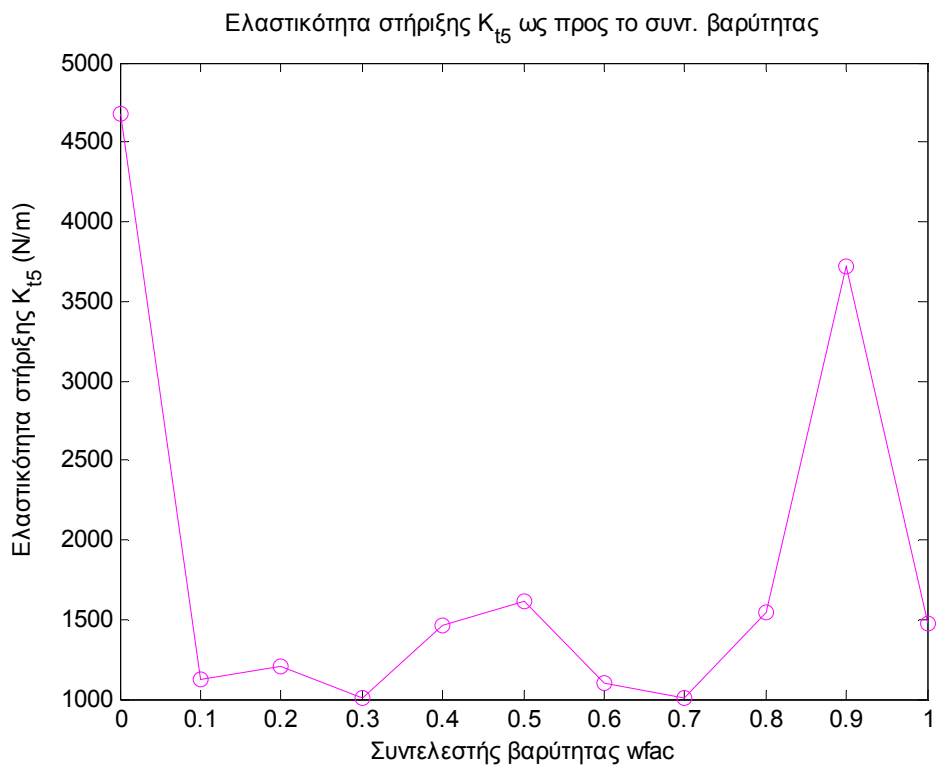
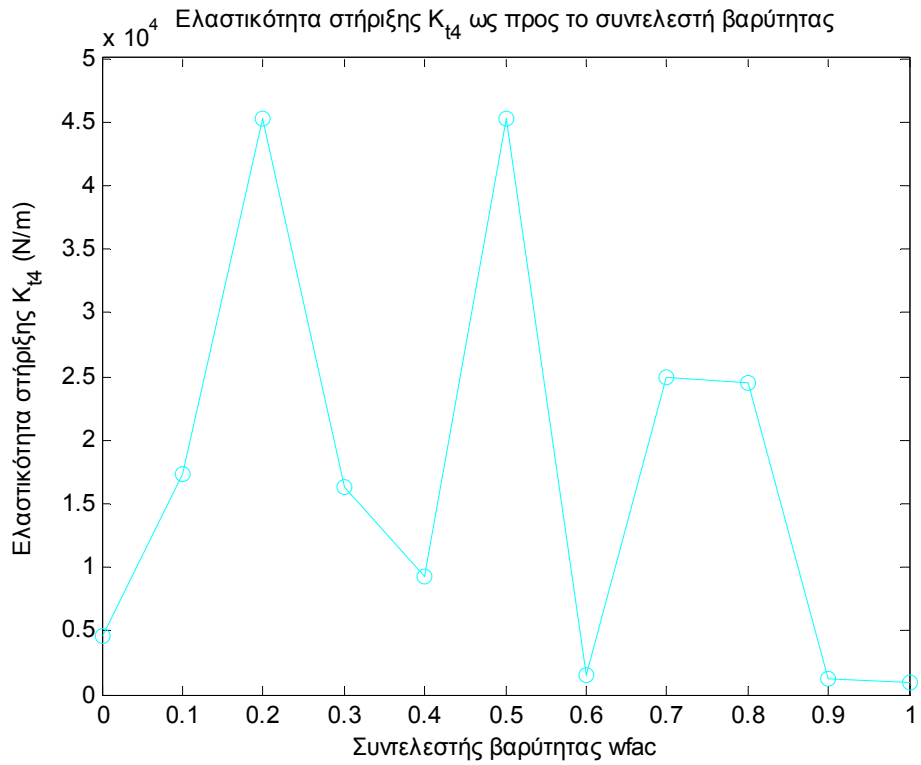


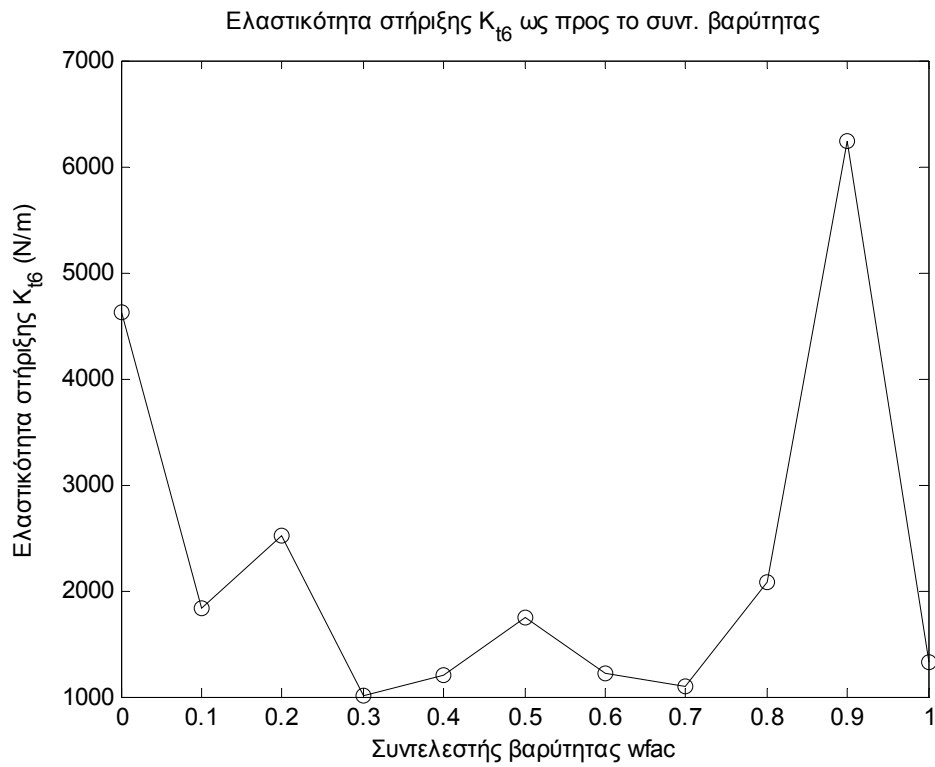


Τα επόμενα έξι γραφήματα αφορούν στη σχέση ελαστικότητας των στηρίξεων του βυτίου και του συντελεστή βαρύτητας με τις τιμές που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση και αναγράφονται στον πίνακα 3

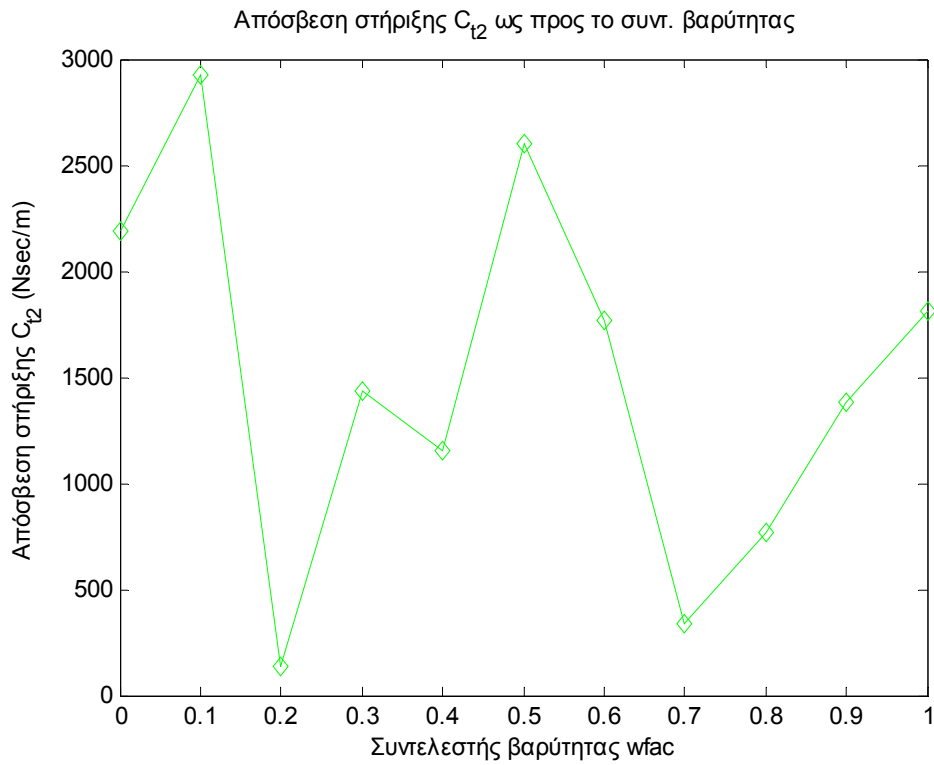
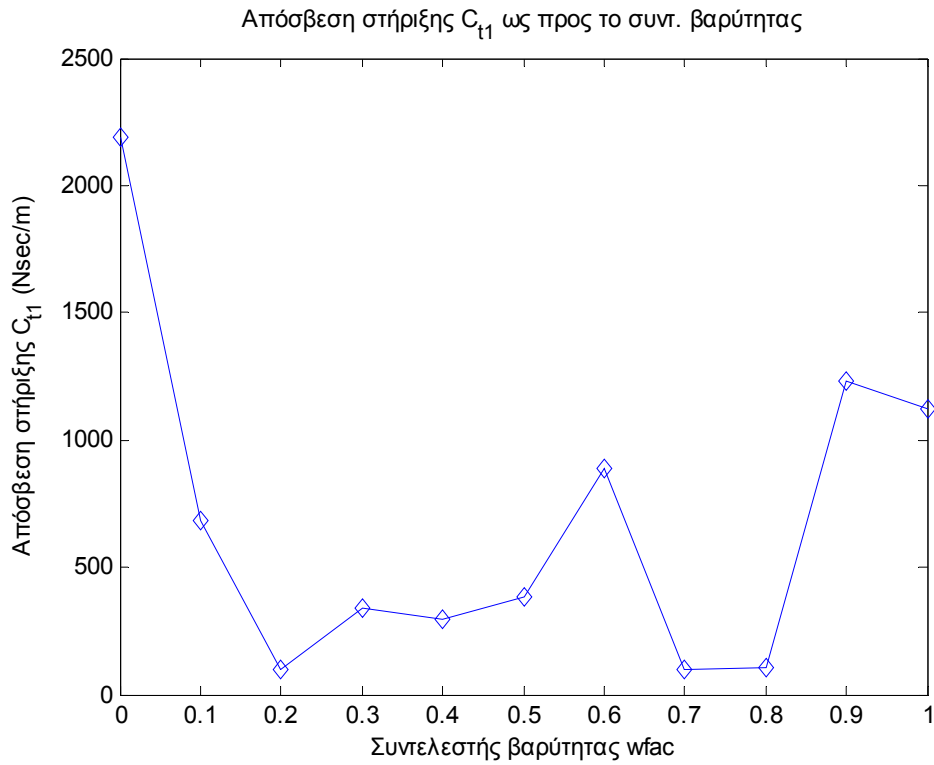


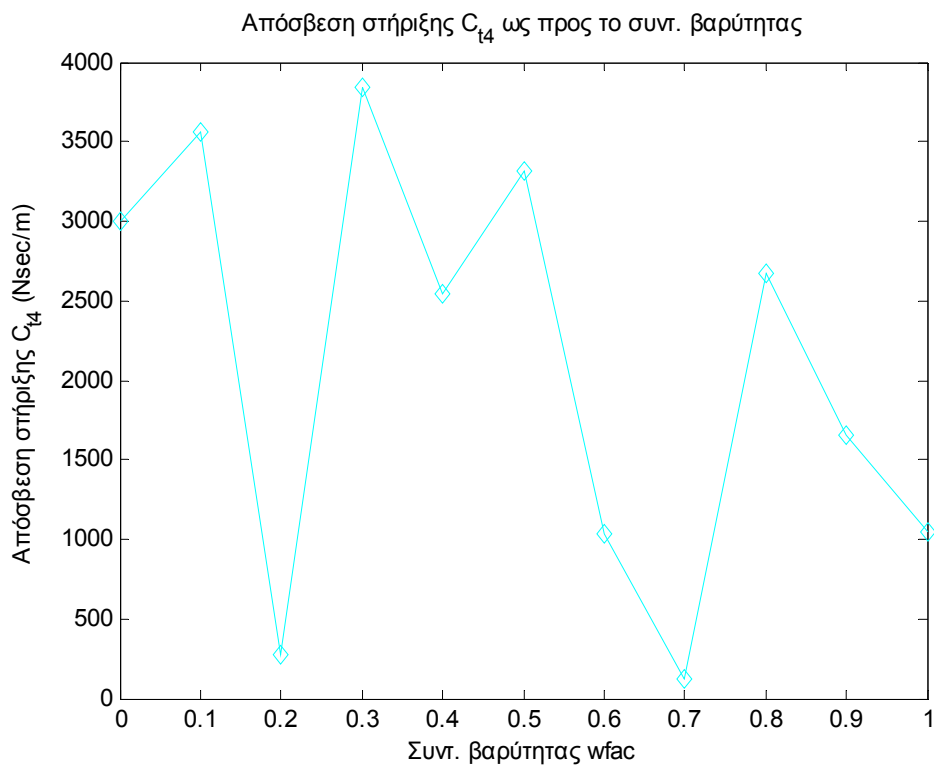
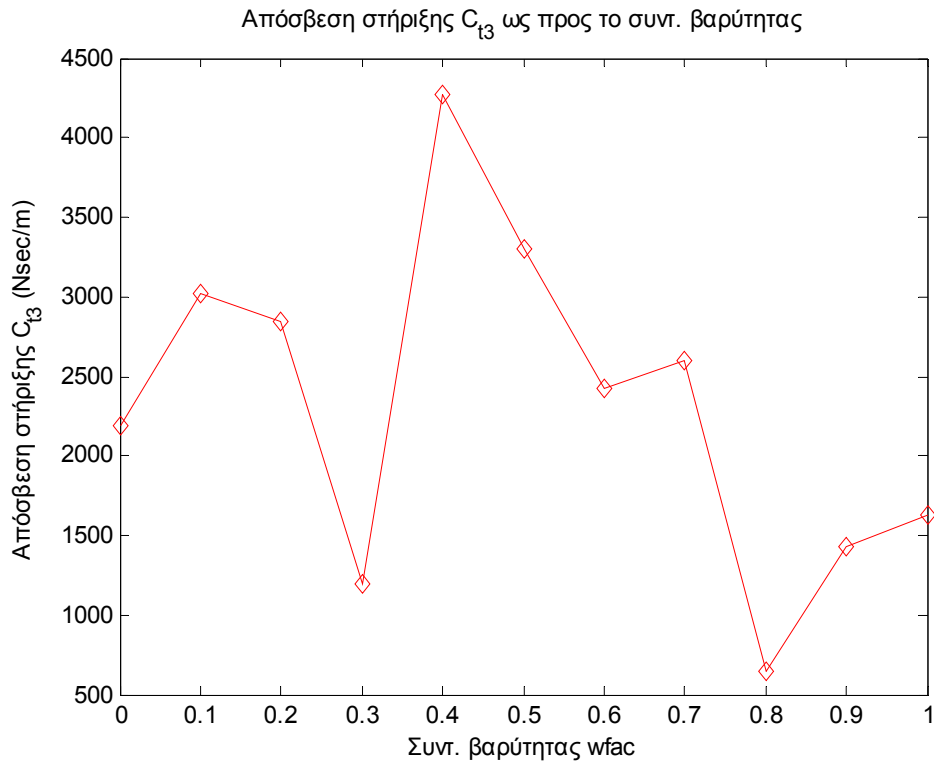


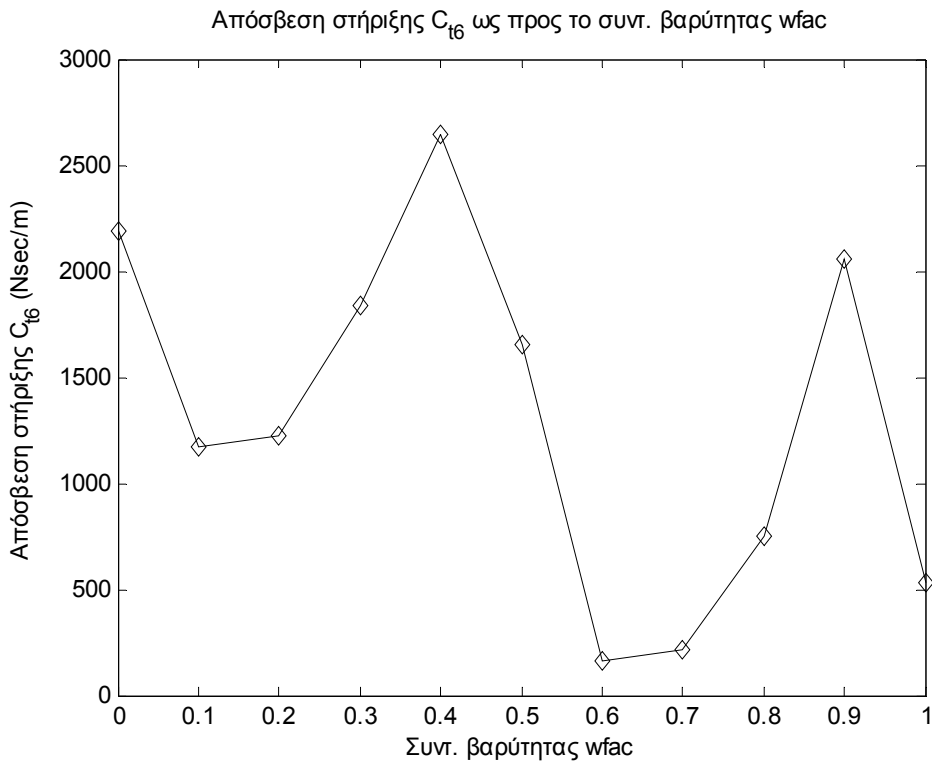
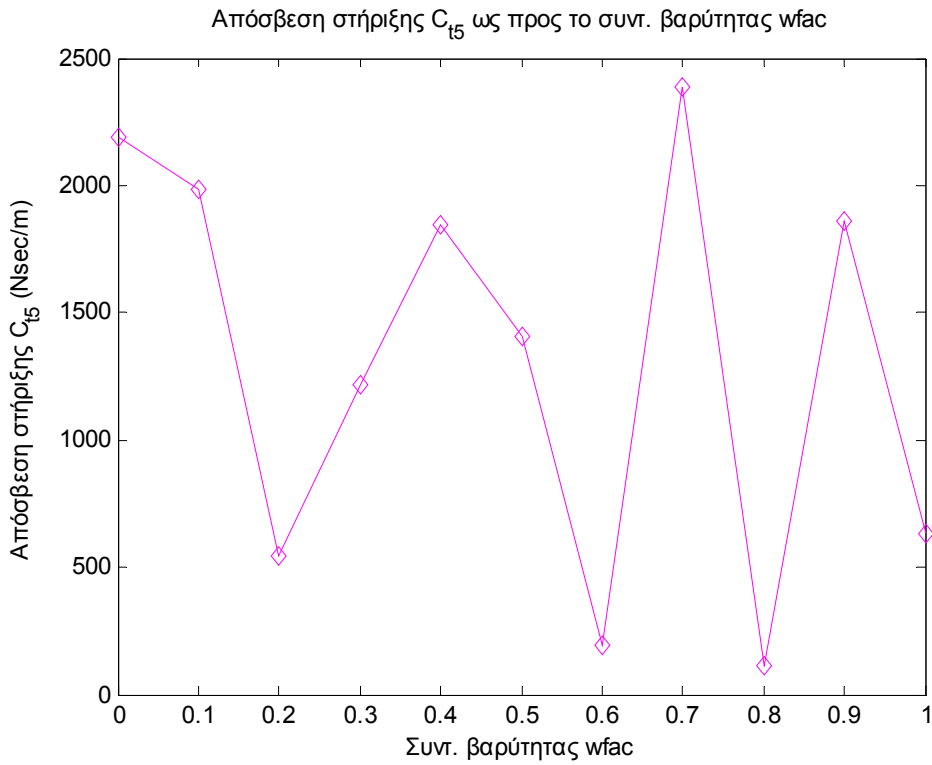




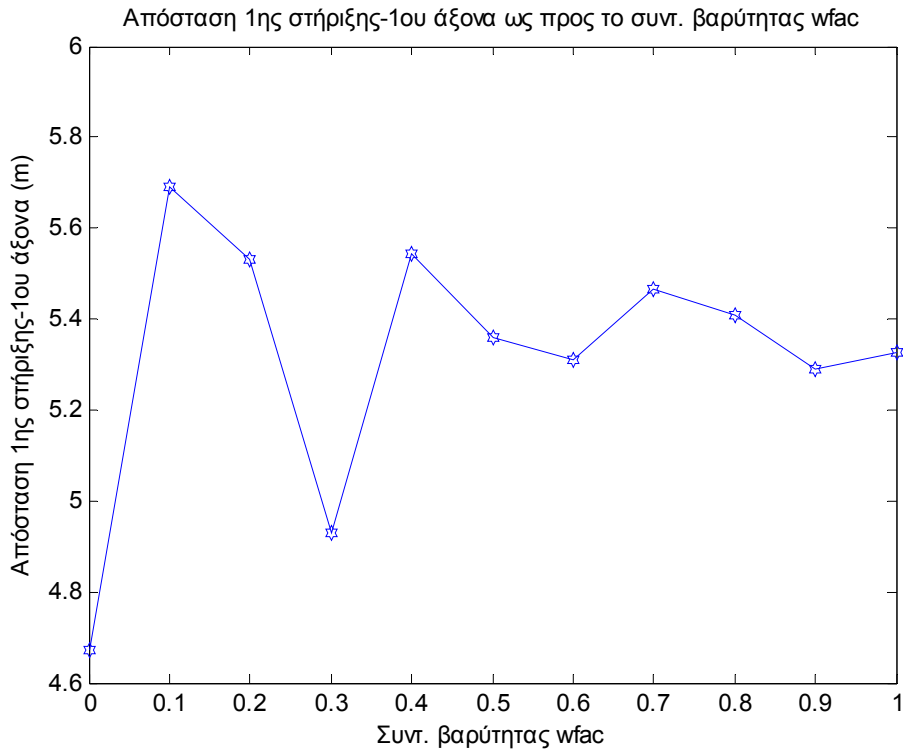
Τα ακόλουθα γραφήματα αναδεικνύουν τη σχέση της απόσβεσης στήριξης με το συντελεστή βαρύτητας w_{fac}







Τέλος, υπάρχει το γράφημα που αναδεικνύει την απόσταση της πρώτης στήριξης από τον εμπρόσθιο άξονα συναρτήσει του συντελεστή βαρύτητας. Το γραφήμα αυτό, όπως και τα προηγούμενα αντλεί τις τιμές του από τον πίνακα 3.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Βάσει των προηγούμενων αποτελεσμάτων από την επίλυση των συναρτήσεων `bfgs.m`, `objective_semitrailer.m`, `semitrailer.m`, `reg111.m` και `changevar.m` και τη σχεδίαση των γραφημάτων συναρτήσεως του συντελεστή βαρύτητας στο περιβάλλον του Matlab μπορούν να εξαχθούν κάποια χρήσιμα συμπεράσματα.

Η πρώτη στήριξη από τον εμπρόσθιο άξονα απέχουν αρχικά $d_{αρχ}=5,295m$. Αν εξαρτάται η τιμή της αντοκειμενικής συνάρτησης από την κατακόρυφη επιτάχυνση ($wfac \neq 0$), η απόσταση αυτή πρέπει να μεγαλώσει το ελάχιστο $0,0171m$ για $wfac=0,6$ και το μέγιστο $0,395m$, για $wfac=0,1$. Δηλαδή το βυτίο να μπει πιο μπροστά πάνω στο πλαίσιο. Για $wfac=0,3$ έχουμε τη μέγιστη μετατόπιση του βυτίου προ τα πίσω $0,367m$ και για $wfac=0,9$ την ελάχιστη μετατόπιση προ τα πίσω $0,0051$. Όταν δεν υπάρχει εξάρτηση από την κατακόρυφη επιτάχυνση ($wfac=0$) η αρχική απόσταση ($4,67m$) δεν αλλάζει. Μέση τιμή για την απόσταση της πρώτης στήριξης από τον πρώτο άξονα είναι $5,32m$.

Η ελαστικότητα του εμπρόσθιου άξονα παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή της, $445740 N/m$ όταν δεν υπάρχει εξάρτηση από τη τιμή της κατακόρυφης επιτάχυνσης, αλλά υπάρχει εξάρτηση μόνο από τη τιμή της πλευρικής επιτάχυνσης ($wfac=0$). Η μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή $K_{sf}=188610 N/m$ είναι όταν υπάρχει μεγάλη εξάρτηση της αντικειμενικής συνάρτησης από την πλευρική και μικρή εξάρτηση από την κατακόρυφη επιτάχυνση ($wfac=0,2$). Όταν δεν υπάρχει εξάρτηση από τη πλευρική επιτάχυνση, $K_{sf}=272370 N/m$. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της ανάρτησης του εμπρόσθιου άξονα είναι $282160,91 N/m$.

Η βελτιστοποιημένη ελαστικότητα του μεσαίου άξονα παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή της $340350 N/m$, όταν ο συντελεστής βαρύτητας της αντικειμενικής γίνει $wfac=0,3$ (μεγάλη εξάρτηση από τη πλευρική επιτάχυνση). Η μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή $K_{sm}=102630 N/m$ είναι όταν υπάρχει μικρή εξάρτηση της αντικειμενικής συνάρτησης από την πλευρική και μεγάλη εξάρτηση από την κατακόρυφη επιτάχυνση ($wfac=0,7$). Στη περίπτωση $wfac=0$ τότε $K_{sm}=308660 N/m$ και στη περίπτωση $wfac=1$ τότε $K_{sm}=213750 N/m$. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της ανάρτησης του μεσαίου άξονα είναι $247420 N/m$.

Η βελτιστοποιημένη ελαστικότητα του οπίσθιου άξονα παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή της $479700 N/m$, όταν ο συντελεστής βαρύτητας της αντικειμενικής γίνει $wfac=0,1$. Η μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή είναι όταν υπάρχει μικρή εξάρτηση της αντικειμενικής συνάρτησης από την πλευρική και μεγαλύτερη εξάρτηση από την κατακόρυφη επιτάχυνση ($wfac=0,7$), $216020 N/m$. Στη περίπτωση που $wfac=0$ τότε $K_{sr}=435030 N/m$ και στη περίπτωση που $wfac=1$ τότε $K_{sr}=272620 N/m$. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της ανάρτησης του πίσω άξονα είναι $315570 N/m$.

Και οι τρεις άξονες λοιπόν όταν στην τιμή της αντικειμενικής υπάρχει μεγάλη παρουσία της πλευρικής επιτάχυνσης και μικρή της κατακόρυφης χρειάζονται μεγαλύτερη ελαστικότητα.

Στις αποσβέσεις της ανάρτησης, ο πρώτος άξονας παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 16127Nsec/m όταν έχει η επίπτωση στη τιμή της obj_f μόνο η πλευρική επιτάχυνση ,wfac=0.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 48972 Nsec/m την παίρνει όταν wfac=0,7. Η μέση τιμή για την απόσβεση της ανάρτησης του εμπρός άξονα είναι 37011 Nsec/m.

Ο δεύτερος άξονας παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 12203Nsec/m όταν έχει η επίπτωση στη τιμή της obj_f μόνο η πλευρική επιτάχυνση ,wfac=0.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 46908 Nsec/m την παίρνει όταν wfac=0,1. Η μέση τιμή για την απόσβεση της ανάρτησης του εμπρός άξονα είναι 29682 Nsec/m.

Ο τρίτος άξονας παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 2173,6Nsec/m όταν έχει η επίπτωση στη τιμή της obj_f μόνο η πλευρική επιτάχυνση ,wfac=0.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 46016 Nsec/m την παίρνει όταν wfac=0,1. Η μέση τιμή για την απόσβεση της ανάρτησης του εμπρός άξονα είναι 25712 Nsec/m.

Και οι τρεις άξονες παίρνουν την ελαχιστη βελτιστοποιημένη τιμή για wfac=0.

Η πρώτη ελαστικότητα στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 1009,1N/m όταν wfac=0,5.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 12542 N/m την παίρνει όταν wfac=0,6. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της πρώτης στήριξης του βυτίου είναι 4104 N/m.

Η ελαστικότητα της 2^{ης} στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 1066,1N/m όταν wfac=0,7.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 12212 N/m την παίρνει όταν wfac=0. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της 2^{ης} στήριξης του βυτίου είναι 3166,6 N/m.

Η ελαστικότητα της 3^{ης} στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 1005,7N/m όταν wfac=0,7.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 5491,8 N/m την παίρνει όταν wfac=0,6. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της 3^{ης} στήριξης του βυτίου είναι 2439,8 N/m.

Η ελαστικότητα της τέταρτης στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 1019 N/m όταν wfac=1.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 45257 N/m την παίρνει όταν wfac=0,2. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της τέταρτης στήριξης του βυτίου είναι 17386 N/m.

Η ελαστικότητα της 5^{ης} στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 1001,9N/m όταν wfac=0,7.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 4676,1 N/m την παίρνει όταν wfac=0. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της πρώτης στήριξης του βυτίου είναι 1810,1 N/m.

Η ελαστικότητα της έκτης στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 10017,3N/m όταν wfac=0,3.Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 6232,2 N/m την

παίρνει όταν $wfac=0,9$. Η μέση τιμή για την ελαστικότητα της πρώτης στήριξης του βυτίου είναι 2262,2 N/m.

Η πρώτη απόσβεση στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 100,41Nsec/m όταν $wfac=0,2$. Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 2187,1Nsec/m την παίρνει όταν $wfac=0$. Η μέση τιμή για την απόσβεση της πρώτης στήριξης του βυτίου είναι 677,04 Nsec/m.

Η δεύτερη απόσβεση στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 134,11Nsec/m όταν $wfac=0,2$. Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 2925,1Nsec/m την παίρνει όταν $wfac=0,1$. Η μέση τιμή για την απόσβεση της δεύτερης στήριξης του βυτίου είναι 1499,3 Nsec/m.

Η τρίτη απόσβεση στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 650,74Nsec/m όταν $wfac=0,8$. Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 4274,1 Nsec/m την παίρνει όταν $wfac=0,4$. Η μέση τιμή για την απόσβεση της τρίτης στήριξης του βυτίου είναι 2323,3 Nsec/m.

Η τέταρτη απόσβεση στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 117,03Nsec/m όταν $wfac=0,7$. Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 3844,4 Nsec/m την παίρνει όταν $wfac=0,3$. Η μέση τιμή για την απόσβεση της τέταρτης στήριξης του βυτίου είναι 2095,9 Nsec/m.

Η 5η απόσβεση στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 115,41Nsec/m όταν $wfac=0,8$. Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 2386,9 Nsec/m την παίρνει όταν $wfac=0,7$. Η μέση τιμή για την απόσβεση της πρώτης στήριξης του βυτίου είναι 1307 Nsec/m.

Η έκτη απόσβεση στηρίξης παίρνει τη μικρότερη βελτιστοποιημένη τιμή 159,68Nsec/m όταν $wfac=0,6$. Την μεγαλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή 2644,2 Nsec/m την παίρνει όταν $wfac=0,4$. Η μέση τιμή για την απόσβεση της πρώτης στήριξης του βυτίου είναι 1310,9 Nsec/m.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παράρτημα Α

Κανονισμός 111 των Ηνωμένων Εθνών

E/ECE/324 }
E/ECE/TRANS/505 } Rev.2/Add.110

7 March 2001

AGREEMENT

CONCERNING THE ADOPTION OF UNIFORM TECHNICAL PRESCRIPTIONS
FOR WHEELED VEHICLES, EQUIPMENT AND PARTS WHICH CAN BE FITTED AND/OR
BE USED ON WHEELED VEHICLES AND THE CONDITIONS FOR RECIPROCAL RECOGNITION
OF APPROVALS GRANTED ON THE BASIS OF THESE PRESCRIPTIONS */

(Revision 2, including the amendments entered into force on 16 October 1995)

Addendum 110: Regulation No. 111

Date of entry into force: 28 December 2000

UNIFORM PROVISIONS CONCERNING THE APPROVAL OF TANK VEHICLES
OF CATEGORIES N AND O WITH REGARD TO ROLLOVER STABILITY



UNITED NATIONS

Regulation No. 111

UNIFORM PROVISIONS CONCERNING THE APPROVAL OF TANK VEHICLES
OF CATEGORIES N AND O WITH REGARD TO ROLLOVER STABILITY

CONTENTS

REGULATION	<u>Page</u>
1. Scope.....	4
2. Definitions.....	4
3. Application for approval.....	5
4. Approval.....	5
5. Specifications and tests.....	7
6. Modification of the vehicle type and extension of approval.....	8
7. Conformity of production.....	8
8. Penalties for non-conformity of production.....	8
9. Production definitely discontinued.....	9
10. Names and addresses of technical services responsible for conducting approval tests, and of administrative departments.....	9
ANNEXES	
<u>Annex 1</u> - Communication concerning the approval or extension or refusal or withdrawal of approval or production definitely discontinued of a vehicle type with regard to static/steady-state rollover stability pursuant to Regulation No. 111	
<u>Annex 2</u> - Arrangements of the approval mark	
<u>Annex 3</u> - Tilt table test procedure	
<u>Annex 4</u> - Lateral stability calculation	
<u>Appendix</u> - Calculation report	

* * *

1. SCOPE

This Regulation applies to the rollover stability of tank vehicles of category N2, N3, O3 and O4 1/ intended for the carriage of dangerous goods as defined in the ADR agreements. 2/

2. DEFINITIONS

For the purposes of this Regulation:

- 2.1. "Approval of a vehicle" means approval of a vehicle type with regard to rollover stability;
- 2.2. "Vehicle type" means a category of vehicle which does not differ in such essential respects as:
- 2.2.1. vehicle category, (see paragraph 1. above) and type (truck, full trailer, semi-trailer, centre-axle trailer) 3/;
- 2.2.2. maximum mass, as defined in paragraph 2.4. below;
- 2.2.3. cross-section profile of the tank (circular, elliptical, maxi-volume);
- 2.2.4. maximum height of the centre of gravity of the laden vehicle;
- 2.2.5. distribution of mass among the axles (including fifth wheel);
- 2.2.6. number and arrangement of the axles (including axle spacing);
- 2.2.7. suspension arrangements in relation to roll characteristics;
- 2.2.8. tyre size and structure (radial ply, diagonal ply or bias belted);
- 2.2.9. track width;
- 2.2.10. wheel base.
- 2.3. "Laden vehicle", except where otherwise stated, means a vehicle so laden as to attain its "maximum mass";

1/ Categories N and O as defined in annex 7 to the Consolidated Resolution on the Construction of Vehicles (R.E.3) (document TRANS/WP.29/78/Rev.1/Amend.2).

2/ European Agreement concerning the International Carriage of Dangerous Goods by Road (ADR).

3/ Category of vehicle as defined in annex 7 to the Consolidated Resolution on the Construction of Vehicles (R.E.3) (document TRANS/WP.29/78/Rev.1/Amend.2).

- 2.4. "Maximum mass" means the technically permissible maximum mass stated by the vehicle manufacturer (this mass may be higher than the "permissible maximum mass" laid down by the national administration);
- 2.5. "The distribution of mass among the axles" means the proportion of the maximum permissible mass borne by each axle, as declared by the vehicle manufacturer;
- 2.6. "Suspension trim height" means the distance between the wheel centre and a fixed point on the chassis as declared by the vehicle manufacturer.
3. APPLICATION FOR APPROVAL
- 3.1. The application for approval of a vehicle type with regard to rollover stability shall be submitted by the vehicle manufacturer 4/ or by his duly accredited representative.
- 3.2. It shall be accompanied by the undermentioned documents in triplicate and the following particulars:
- 3.2.1. a detailed description of the vehicle type with regard to the items specified in paragraph 2.2. above. The numbers and/or symbols identifying the vehicle type shall be specified;
- 3.2.2. photographs and/or diagrams and drawings of the vehicle showing the vehicle type in front, side, and rear elevation;
- 3.2.3. particulars of the vehicle's mass as defined by paragraph 2.4. above.
- 3.3. A vehicle, representative of the vehicle type to be approved, shall be submitted to the Technical Service conducting the approval tests.
4. APPROVAL
- 4.1. If the vehicle type submitted for approval pursuant to this Regulation meets the requirements of paragraph 5 below, approval of that vehicle type shall be granted.
- 4.2. An approval number shall be assigned to each type approved. Its first two digits (currently 00 for the Regulation in its original form) shall indicate the series of amendments incorporating the most recent major technical amendments made to the Regulation at the time of issue of the approval. The same Contracting Party shall not assign the same approval number to another vehicle type.

4/ Manufacturer of the base vehicle or the final assembler of the tank vehicle.

- 4.3. Notice of approval or of extension or of refusal or of approval withdrawn or of production definitely discontinued of a vehicle type pursuant to this Regulation shall be communicated by the Parties to the Agreement applying this Regulation by means of a form conforming to the model in annex 1 to this Regulation together with photographs and/or diagrams and drawings supplied by the applicant for approval, in a format not exceeding A4 (210 x 297 mm) or folded to that format and on an appropriate scale.
- 4.4. There shall be affixed to every vehicle conforming to a vehicle type approved under this Regulation, conspicuously and in a readily accessible place specified on the approval form, an international approval mark consisting of:
- 4.4.1. a circle surrounding the letter "E" followed by the distinguishing number of the country which has granted approval, 5/ and
- 4.4.2. the number of this Regulation, followed by the letter "R", a dash and the approval number, to the right of the circle prescribed in paragraph 4.4.1.
- 4.5. If the vehicle conforms to a vehicle type approved, under one or more other Regulations annexed to the Agreement, in the country which has granted approval under this Regulation, the symbol prescribed in paragraph 4.4.1. need not be repeated; in this case the Regulation and approval numbers and the additional symbols of all the Regulations under which approval has been granted in the country which has granted approval under this Regulation shall be placed in vertical columns to the right of the symbol prescribed in paragraph 4.4.1.
- 4.6. The approval mark shall be clearly legible and be indelible.
- 4.7. The approval mark shall be placed close to or on the vehicle data

5/ 1 for Germany, 2 for France, 3 for Italy, 4 for the Netherlands, 5 for Sweden, 6 for Belgium, 7 for Hungary, 8 for the Czech Republic, 9 for Spain, 10 for Yugoslavia, 11 for the United Kingdom, 12 for Austria, 13 for Luxembourg, 14 for Switzerland, 15 (vacant), 16 for Norway, 17 for Finland, 18 for Denmark, 19 for Romania, 20 for Poland, 21 for Portugal, 22 for the Russian Federation, 23 for Greece, 24 for Ireland, 25 for Croatia, 26 for Slovenia, 27 for Slovakia, 28 for Belarus, 29 for Estonia, 30 (vacant), 31 for Bosnia and Herzegovina, 32 for Latvia, 33 (vacant), 34 for Bulgaria, 35-36 (vacant), 37 for Turkey, 38-39 (vacant), 40 for The former Yugoslav Republic of Macedonia, 41 (vacant), 42 for the European Community (Approvals are granted by its Member States using their respective ECE symbol), 43 for Japan, 44 (vacant), 45 for Australia and 46 for Ukraine. Subsequent numbers shall be assigned to other countries in the chronological order in which they ratify or accede to the Agreement Concerning the Adoption of Uniform Technical Prescriptions for Wheeled Vehicles, Equipment and Parts which can be Fitted and/or be Used on Wheeled Vehicles and the Conditions for Reciprocal Recognition of Approvals Granted on the Basis of these Prescriptions, and the numbers thus assigned shall be communicated by the Secretary-General of the United Nations to the Contracting Parties to the Agreement.

plate.

4.8. Annex 2 to this Regulation gives examples of approval marks.

5. SPECIFICATIONS AND TESTS

5.1. The vehicle shall undergo:

5.1.1. a tilt table test in accordance with annex 3 to this Regulation, which simulates a non-vibratory steady-state turn, or

5.1.2. as an alternative a calculation method in accordance with annex 4 to this Regulation. If there is any doubt or dispute a tilt table test shall be used.

5.2. The result of the tilt table test or the calculation method shall be considered satisfactory if the conditions set out in paragraphs 5.3. and 5.4. below are satisfied.

5.3. Stability criteria

5.3.1. The criteria, using the corresponding annex (3 or 4) to this Regulation, must fulfil one of the following conditions, subject to paragraph 5.1.2.:

5.3.1.1. Tilt table test:

The static rollover stability of the vehicle shall be such that the point at which overturning occurs would not be passed if a tilt table angle of 23° has been reached for all tests in both tilt directions.

If the vehicle fails in one of the three tests for a specific direction (right or left), it is allowed to do one consecutive (re)test.

5.3.1.2. Calculation method:

The rollover stability of the vehicle shall be such that the point at which overturning occurs would not be passed if a lateral acceleration of 4 m/s² has been reached.

5.4. Particular requirements

No contact between parts of the vehicle shall occur which are not intended to come into contact during normal use.

6. MODIFICATION OF THE VEHICLE TYPE AND EXTENSION OF APPROVAL

6.1. Every modification which affects the vehicle type as defined in paragraph 2.2 above (for instance the chassis, body, suspension, axle configuration, etc.) shall be notified to the administrative department which approved the vehicle type. The department may then either:

- 6.1.1. Consider that the modifications made are unlikely to have an appreciable adverse effect and that in any case the vehicle still complies with the requirements, or
- 6.1.2. Require a further test report from the Technical Service responsible for conducting the tests.
- 6.2. Confirmation or refusal of approval, specifying the alterations, shall be communicated by the procedure specified in paragraph 4.3. above to the Contracting Parties to the Agreement which apply this Regulation.
- 6.3. The competent authority issuing an extension of approval shall assign a series number to each communication form drawn up for such an extension and inform thereof the other Contracting Parties to the 1958 Agreement by means of a communication form conforming to the model in annex 2 to this Regulation.
7. CONFORMITY OF PRODUCTION
- The conformity of production procedures shall comply with those set out in the Agreement, appendix 2 (E/ECE/324-E/ECE/TRANS/505/Rev.2), with the following requirements:
- 7.1. A vehicle approved to this Regulation shall be so manufactured as to conform to the type approved by meeting the requirements set forth in paragraph 5 above.
- 7.2. The authority which has granted type approval may at any time verify the conformity control methods applied in each production facility. The normal frequency of these verifications shall be once every two years.
8. PENALTIES FOR NON-CONFORMITY OF PRODUCTION
- 8.1. The approval granted in respect of a vehicle type, pursuant to this Regulation, may be withdrawn if the requirement laid down in paragraph 7.1. above is not complied with, or if the vehicle or vehicles selected have failed to pass the checks prescribed in paragraph 7.2. above.
- 8.2. If a Contracting Party to the Agreement applying this Regulation withdraws an approval it has previously granted, it shall forthwith so notify the other Contracting Parties applying this Regulation by means of a communication form conforming to the model in annex 1 to this Regulation.
9. PRODUCTION DEFINITELY DISCONTINUED
- If the holder of the approval completely ceases to manufacture a type of vehicle approved in accordance with this Regulation, he shall so inform the authority which granted the approval. Upon receiving the relevant communication, that authority shall inform thereof the other Parties to the 1958 Agreement applying this

Regulation by means of a communication form conforming to the model in annex 1 to this Regulation.

10. NAMES AND ADDRESSES OF TECHNICAL SERVICES RESPONSIBLE FOR CONDUCTING APPROVAL TESTS, AND OF ADMINISTRATIVE DEPARTMENTS

The Contracting Parties to the Agreement applying this Regulation shall communicate to the United Nations secretariat the names and addresses of the technical services responsible for conducting approval tests, and of the administrative departments which grant approval and to which forms certifying approval or extension, or refusal or withdrawal of approval, issued in other countries, are to be sent.

Annex 1

(maximum format: A4 (210 x 297 mm))

COMMUNICATION



issued by: Name of administration:
.....
.....
.....

concerning: 2/ APPROVAL GRANTED
APPROVAL EXTENDED
APPROVAL REFUSED
APPROVAL WITHDRAWN
PRODUCTION DEFINITELY DISCONTINUED

of a vehicle type with regard to static/steady-state rollover stability
pursuant to Regulation No. 111

Approval No. ...

Extension No. ...

1. Trade name or mark of the vehicle:.....
2. Vehicle category: N2/N3/O3/O4 2/
3. Vehicle type:.....
- 3.1. chassis; make, model, type:.....
- 3.2. tank; make, model:.....
- 3.3. monocoque tank construction: Yes/No 2/
4. Manufacturer's name and address:.....
.....
5. If applicable, name and address of manufacturer's representative:
.....
6. Mass of vehicle:
 - 6.1. maximum mass of vehicle:.....
 - 6.2. mass of laden tank:.....
 - 6.3. distribution of the maximum mass among the axles:.....

- 6.4. in case of a semi-trailer or centre-axle trailer, the static load on the fifth wheel/front coupling.....
- 7. Cross-section of the tank: circular/elliptical/maxi-volume 2/
- 8. Centre of gravity height of the laden vehicle:.....
- 9. Axles:
 - 9.1. number and arrangement of the axles (including axle spacing):
 - 9.2. suspension arrangements in relation to roll characteristics:
 - 9.3. suspension trim height and datum location 3/:.....
 - 9.4. tyre size and structure: radial ply/diagonal ply/bias belted 2/
 - 9.5. track width of each axle:.....
- 10. Wheel base:.....
- 11. Test conditions
 - 11.1. mass of vehicle when tested:

Axle No.	Load (kg)
TOTAL	
 - 11.2 load imposed on towing vehicle fifth wheel coupling or centre axle trailer coupling:.....
 - 11.3. filling factor of the test load (% fill of the tank):.....
 - 11.4. test load (water, etc.):.....
- 12. Vehicle submitted for approval on:.....
- 13. Technical service responsible for conducting approval tests:
- 14. Date of report issued by that service:.....
- 15. Number of report issued by that service:.....
- 16. Tilt table test/calculation method. 2/
- 17. Approval granted/refused/extended/withdrawn. 2/

18. Position of approval mark on the vehicle:.....
19. Place:.....
20. Date:.....
21. Signature:.....
22. The list of documents deposited with the Administrative Service which has granted approval is annexed to this communication and may be obtained on request.

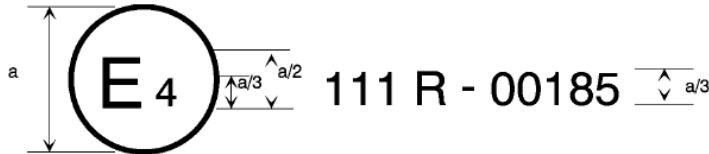
-
- 1/ Distinguishing number of the country which has granted/extended/refused/withdrawn approval (see approval provisions in the Regulation) .
 - 2/ Strike out what does not apply.
 - 3/ In case of height-levelling devices, please specify.

Annex 2

ARRANGEMENTS OF THE APPROVAL MARK

Model A

(See paragraph 4.5. of this Regulation)

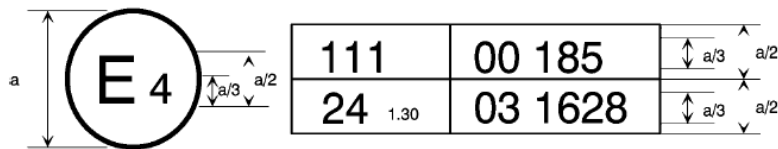


$a \geq 8 \text{ mm min}$

The above approval mark affixed to a vehicle shows that the vehicle type concerned has, with regard to the rollover stability, been approved in the Netherlands (E4) pursuant to Regulation No. 111. The first two digits of the approval number indicate that when the approval was granted Regulation No. 111 was in its original form.

Model B

(See paragraph 4.6. of this Regulation)



$a \geq 8 \text{ mm min}$

The above approval mark affixed to a vehicle shows that the vehicle type concerned has been approved in the Netherlands (E4) pursuant to Regulations Nos. 111 and 24 */. (In the case of the latter Regulation, the additional symbol which follows the Regulation number indicates that the corrected absorption co-efficient is 1.30 m⁻¹). The first two digits of the approval number indicate that, at the date when the respective approvals were granted, Regulation 111 was in its original form and Regulation No. 24 incorporated the 03 series of amendments.

*/ The latter number is given only as an example.

Annex 3

TILT TABLE TEST PROCEDURE

1. DEFINITIONS

For the purposes of this test:

"Rollover threshold" means the instant when all the wheels on one side of the vehicle have lost contact with the tilt table surface.

2. GENERAL CONDITIONS

2.1. The tilt table

A rigid surface should be used. The tyres may rest against a safety block or step during the test to prevent sideways slipping, provided that the safety block does not influence the test result.

2.2. Wind conditions

If the tilt table test rig is placed outside, the lateral wind velocity shall not exceed 3 m/s and the total wind velocity shall not exceed 5 m/s.

2.3. Tyres

The tyres shall be inflated to pressures as specified by the vehicle manufacturer for the test vehicle at the laden condition. The tolerance for the inflation pressure in a cold state is ± 2 per cent.

2.4. Operating components

2.4.1. All operating components likely to influence the results of this test (e.g. condition and setting of springs and other suspension components and suspension geometry) shall be as specified by the manufacturer.

2.4.2. Height-levelling systems should be deactivated (held at static values) during the actual tilt to avoid inflation/deflation of suspension during the tilt. Cross-coupling from side to side may need to be deactivated. An exception can be made for levelling systems with very short response time of less than one second.

3. MEASURING ACCURACY

3.1. The tilt table angle shall be measured with an accuracy of better than 0.3°

4. NON POWER-DRIVEN VEHICLES

- 4.1. If the vehicle is a centre-axle trailer, the vehicle may be tested with a power-driven vehicle. Any power-driven vehicle, substitute or support which has the appropriate coupling system and height may be used, as this will not influence the results.
- 4.2. If the vehicle is a semi-trailer, the vehicle shall be tested with a tractor or a substitute. The tractor/substitute will influence the results and therefore a [reference tractor/substitute] shall be used.

5. VEHICLE LOADING CONDITION

The standard test condition is the maximum loaded condition; the laden vehicle. In this maximum loading condition, the tank vehicle shall be fully loaded, without exceeding the maximum authorized mass and maximum authorized axle loads.

If the normal load to be carried by the tank vehicle is classified as being of a dangerous type, it may be replaced by water or another non-dangerous test load. If the standard test conditions, (a) fully laden or (b) maximum mass, cannot be fulfilled with this test load then:

- (a) a filling factor of the tank between 100 per cent and 70 per cent is acceptable. If at the minimum filling factor of 70 per cent the total mass and/or axle loads still exceed the maximum authorized mass and maximum authorized axle loads, a test load with a lower density shall be used. The distribution of mass of the tank (including the test load) among the axles shall be proportional to the maximum loaded condition. Tanks provided with compartments shall be differentially loaded so that the centre of gravity height at each axle or axle group is as close as possible to the real centre of gravity height.
- (b) a calculation shall be issued by the vehicle manufacturer ^{1/} to provide a new required maximum tilt table angle for the lighter test load.

6. SAFETY

Restraints shall be used to prevent final rollover but these shall be arranged so as not to interfere with the test.

^{1/} Manufacturer of the base vehicle or the final assembler of the tank vehicle.

7. TEST PROCEDURE

This procedure consists of a very gradual increase in the tilt table angle up to the required maximum angle or the rollover threshold. The vehicle shall be tested with all units in a straight line parallel to the tilt table axis such that no axle longitudinal centre line is off line by more than 25 mm.

All steerable axles of the vehicle shall be locked to prevent axle lateral movement and/or turning of the wheels in a steering direction. Also the vehicle shall be fixed in the longitudinal direction to prevent forward and rearward movement, provided that the method of fixing does not influence the test result.

The vehicle shall be tilted at very low rates of 0.25 °/s or less. The vehicle shall be gradually tilted three times each to the right and left of the vehicle longitudinal centre line. Due to the influences of stick-slip in the vehicle's suspension systems and coupling components, the vehicle shall be removed from the table between the tests and driven around to "randomize" and "equalize" the influences of stick-slip and hysteresis.

Annex 4

LATERAL STABILITY CALCULATION

1. GENERAL

The lateral stability of tank vehicles is calculated by simulation of a steady state circular test (constant radius, constant speed and consequently constant lateral acceleration). The calculation method take into account the main factors which influence the stability, such as the height of the centre of gravity, the track width and all factors which result in a lateral shift of the centre of gravity (axle roll stiffness, suspension roll stiffness, etc.). In case of semi-trailers the tractor will be simulated with a reference kingpin roll stiffness.

The specifications of the calculation method are:

1. axle roll centre is at ground level;
2. vehicle structure is assumed to be rigid;
3. vehicle is symmetrical about its centreline;
4. tyre and suspension deflections are linear;
5. lateral deflection of suspensions is zero.

2. DEFINITIONS

For the purposes of this calculation:

"Bogie" means an axle group with compensatory load distribution, in which zero load is attained on all wheels on a given side simultaneously.

3. SYMBOLS (see also Figure 1)

i	(-)	=	axle/bogie index ($i = 1 - n$, front to - axle/bogie; $i = T$, all axles/bogies; $i = M$, stiffest axle/bogie; and for semi-trailers only $i = K$, kingpin)
m_i	(n)	=	nominal suspension roll axis height
A_i	(kN)	=	axle/bogie load
C_{DGi}	(kNm/rad)	=	suspension roll stiffness at axle roll axis
C_{DGMi}	(kNm/rad)	=	equivalent suspension roll stiffness at ground level
C_{DRi}	(kNm/rad)	=	axle/bogie roll stiffness
C_{DREGi}	(kNm/rad)	=	resolved combined suspension roll stiffness at ground level

F_{RVi}	(kN/m)	=	vertical tyre rate for each axle/bogie (inclusive the double effect of twin tyres)
U_i	(kN)	=	unsprung weight
T_{Ni}	(m)	=	nominal track width
T_i	(m)	=	theoretical track width for axle/bogie with twin tyres
F_R	(-)	=	effective mass factor of stiffest axle/bogie
H_C	(m)	=	centre of gravity height of complete vehicle
H_W	(m)	=	centre of gravity height of sprung mass
MA	(m)	=	twin tyre width
q_c	g	=	corrected lateral acceleration at overturn
q_M	g	=	lateral acceleration at first wheel lift
q_T	g	=	maximum optimal lateral acceleration at overturn
g	(m/s ²)	=	acceleration due to gravity; g = 9.81 m/s ²
θ_i	(rad)	=	vehicle pseudo-roll angle at wheel lift
δ	(deg)	=	equivalent tilt table angle

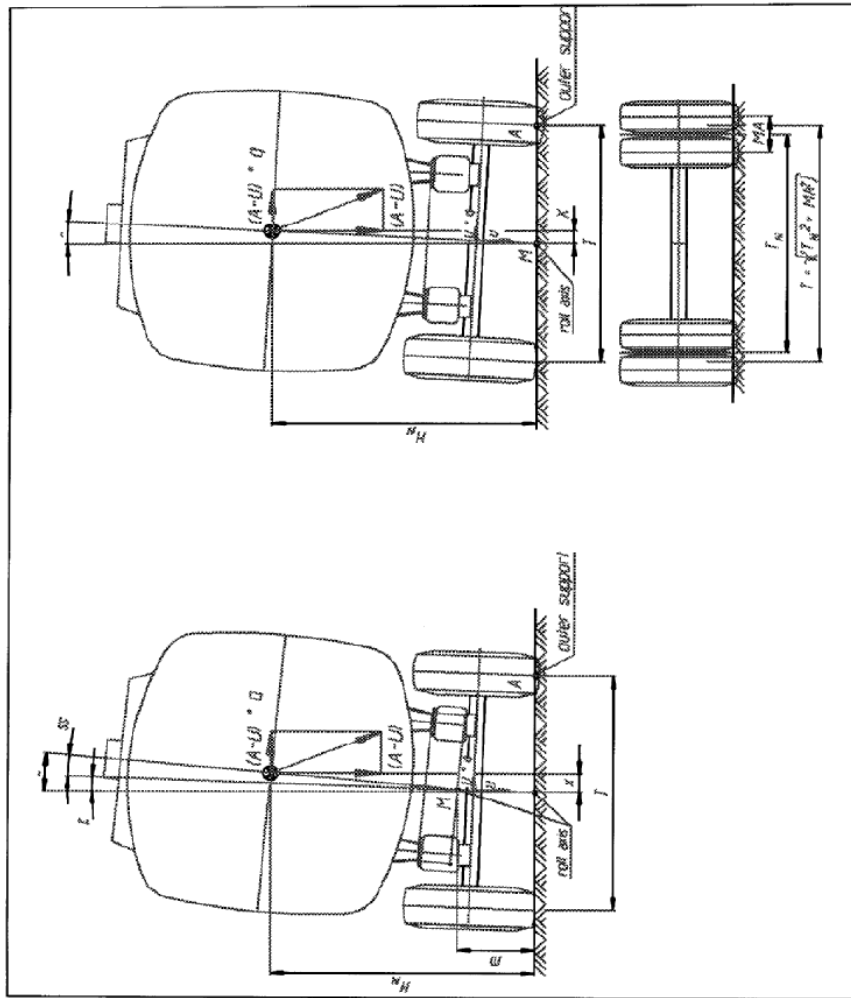


Figure 1: Cross section of a tank vehicle

4. GENERAL CONDITIONS

Height-levelling systems are not taken into account (held at static values).

5. TRAILERS

5.1. If the trailer is a full trailer or a central axle trailer the calculation does not have to include the coupling with the towing vehicle.

5.2. If the trailer is a semi-trailer, the tractor will be simulated with a reference kingpin roll stiffness, which represents the tractor suspension, tyres, chassis & fifth wheel flexibility at ground level.

6. VEHICLE LOADING CONDITION

The test condition is the maximum loaded condition; laden vehicle. In this maximum loading condition, the tank vehicle shall be fully loaded, without exceeding the maximum authorized mass and maximum authorized wheel loads.

7. CALCULATION METHOD

7.1. Calculation of the combined roll stiffness and the pseudo vehicle roll angle at wheel lift of each axle/bogie with the formulae:

7.1.1. axles/bogie with single tyres:

axle/bogie roll stiffness:
$$C_{DRi} = \frac{F_{RVi} \times T_{Ni}^2}{2}$$

equivalent suspension roll stiffness ground level:
$$C_{DGMi} = C_{DGi} \times \left[\frac{H_N}{H_N - m} \right]^2$$

combined roll stiffness to simulate lateral CG shift:
$$C_{DRESi} = \frac{C_{DGMi} \times C_{DRi}}{C_{DGMi} + C_{DRi}}$$

pseudo vehicle roll angle at wheel lift:
$$\theta_i = \frac{A_i \times T_{Ni}}{2 \times C_{DRESi}}$$

7.1.2. axles/bogie with twin tyres:

theoretical track width for twin tyres:

$$T_i = \sqrt{T_{Ni}^2 + MA^2}$$

axle/bogie roll stiffness:

$$C_{DRi} = \frac{F_{Rvi} \times T_i^2}{2}$$

equivalent suspension roll stiffness ground level:

$$C_{DGMi} = C_{DGi} \times \left[\frac{H_N}{H_N - m} \right]^2$$

combined roll stiffness to simulate lateral CG shift:

$$C_{DRESi} = \frac{C_{DGMi} \times C_{DRi}}{C_{DGMi} + C_{DRi}}$$

vehicle pseudo-roll angle at wheel lift:

$$\theta_i = \frac{A_i \times T_i}{2 \times C_{DRESi}}$$

7.2. In case of semi-trailers, calculation of the kingpin effects with the following formulae:

track width:

$$T_k = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n}$$

roll stiffness: 1/

$$C_{DRESK} = A_K \times 4$$

7.3. After the resolved combined stiffness and pseudo roll angle for each axle/bogie are calculated the totals for the complete vehicle are determined:

total vehicle weight 2/ :

$$A_T = \sum_{i=1}^n A_i + A_K$$

1/ Factor 4 is expressed in m/rad.

2/ Use second part of the formula only for semi-trailers.

total unsprung weight:
$$U_T = \sum_{i=1}^n U_i$$

effective track width \underline{z} /:
$$T_T = \frac{\sum_{i=1}^n (T_i \times A_i)}{A_T} + \frac{T_K \times A_K}{A_T}$$

total roll stiffness \underline{z} /:
$$C_{DREST} = \sum_{i=1}^n C_{DRESi} + C_{DRESK}$$

7.4. Select the axle/bogie with the lowest value of θ , for this indicates that first wheel lift will occur. To distinguish this axle/bogie from the other axles/bogies, allocate the following:

- A_M = axle load of axle/bogie with lowest θ
- U_M = Unsprung weight of axle/bogie with lowest θ
- T_M = Track width of axle/bogie with lowest θ
- C_{DRESM} = roll stiffness axle of axle/bogie with lowest θ

7.5. Lateral stability calculation

7.5.1. The effective mass factor of the stiffest axle/bogie F_E :

$$F_E = \frac{C_{DRESM}}{C_{DREST}}$$

7.5.2. The lateral acceleration at first wheel lift q_M :

$$q_M = \frac{A_M \times T_M}{2 \times \left[(F_E \times A_T \times H_G) + \frac{((A_T - U_T) \times F_E \times H_N)^2}{C_{DRESM} - (A_T \times F_E \times H_N)} \right]}$$

7.5.3. The maximum optimal theoretical lateral acceleration at overturn q_T :

$$q_T = \frac{A_T \times T_T}{2 \times \left[(A_T \times H_G) + \frac{((A_T - U_T) \times H_N)^2}{C_{DREST} - (A_T \times H_N)} \right]}$$

7.5.4. Linear interpolation between the lateral acceleration at first wheel lift and the maximum theoretical lateral acceleration gives the correlated lateral acceleration at overturn q_c :

$$q_c = q_T - (q_T - q_M) \times \frac{A_M}{A_T}$$

Annex 4 - Appendix

CALCULATION REPORT

1. Trade name or mark of the vehicle:
2. Vehicle type:
3. Manufacturer:
4. Height of the centre of gravity of the sprung mass:
5. Unsprung weight of all axles:
6. Nominal suspension roll axis height of all axles:
7. Suspension roll stiffness of all axles:
8. Vertical tyre rate (inclusive double effect of twin tyres):
9. In case of twin tyres, the twin tyre width:
10. Calculation result, $q_c =$
11. Technical Service which carried out the calculation:
12. Date:
13. Signature:

Παράρτημα Β

Συναρτήσεις στο περιβάλλον του MATLAB

Function reg 111

```
function qc=reg111(n,m,A,Ak,Cdg,Frv,U,TN,Hg,Hn,MA)
```

```
% REG111
% Πρόγραμμα υπολογισμού της πλευρικής ευστάθειας βάσει του κανονισμού
% των Ηνωμένων Εθνών(UN Regulation No.111, Rev.2/Add 110)
% Η συνάρτηση qc=reg111(n,m,A,Ak,Cdg,Frv,U,TN,Hg,Hn,MA)
% επιστρέφει τη πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή που πρέπει να
% είναι μεγαλύτερη από 0.4 g,για το εξεταζόμενο τριαξονικό
% ημιρυμουλκούμενο βυτιοφόρο
%
% n :αριθμός αξόνων οχήματος
% m : ονομαστικό ύψος κύλισης ανάρτησης σε m
% A : Φορτίο άξονα σε kN
% Ak : Φορτίο πείρου(kingpin)σε kN
% Cdg : Δυσκαμψία κύλισης ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του
% άξονα σε kNm/rad
% Frv :κατακόρυφη αντίδραση του εδάφους στους τροχούς του άξονα σε kN/m
% U :μη αναρτημένο βάρος αξονα σε kN
% TN :ονομαστικό πλάτος του οχήματος στον άξονα σε m
% Hg :ύψος κ.β. από το έδαφος του συνολικού οχήματος [m]
% Hn :Ύψος κέντρου βαρύτητας από την αναρτημένη μάζα σε m
% MA : πλάτος των διπλών ελαστικών επίσωτρων σε m
%
%
if length(m)~=n
error('Λάθος δεδομένα ονομαστικού ύψους άξονα κύλισης ανάρτησης.')
```

```
elseif length(A)~=n
error('Λάθος δεδομένα για το φορτίο άξονα.')
```

```
elseif length(Cdg)~=n
error('Λάθος δεδομένα δυσκαμψίας κύλισης ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του
άξονα.')
```

```
elseif length(Frv)~=n
error('Λάθος δεδομένα κατακόρυφης αντίδρασης του εδάφους στους τροχούς του
άξονα.')
```

```
elseif length(U)~=n
error('Λάθος δεδομένα για τις μη ανηρτημένες μάζες.')
```



```

elseif length(TN)~=n
    error('Λάθος δεδομένα για το πλάτος του οχήματος.')
```

```

elseif length(MA)~=n
    error('Λάθος δεδομένα για το πλάτος των διπλών ελαστικών.')
```

```

end
```

```

C_dresk=Ak*4 ;      %Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο
```

```

xx=cumsum(A);
%Συνολικό βάρος οχήματος
At=xx(n)+Ak;
```

```

yy=cumsum(U);
%Το συνολικό,μη αναρτημένο σε ελατήρια βάρος του οχήματος σε kN
Ut=yy(n);
```

```

%Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς
T=sqrt(TN.^2+MA.^2);
zz=cumsum(T);
%Mέσο πλάτος οχήματος
Tk=zz(n)/n;
pp=cumsum(A.*T);
%Ενεργό πλάτος οχήματος
Tt=(pp(n)+Tk*Ak)/At ;
%Δυσκαμψία περιστροφής άξονα
C_dr=(Frv.*(T.^2))/2;
%Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος)
C_dgm=Cdg.*((Hn./(Hn-m)).^2);
%Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος)
C_dres=(C_dgm.*C_dr)/(C_dgm+C_dr);
ww=cumsum(C_dres);
%Ψευδογωνία κύλισης οχηματος όταν ανασηκώνεται το ελαστικό επίσωτρο
%του αντίστοιχου άξονα
thita=A.*T./(2*C_dres);
```

```

%Συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος)
```

```

C_drest=ww(n)+C_dresk ;
```

%ο q δίνει τον άξονα (απο μπροστά) με τη μικρότερη ψευδογωνία

```
[thita_m,q]=min(thita);
```

```
Am=A(q);
```

```
Um=U(q);
```

```
Tm=T(q);
```

```
C_dresm=C_dres(q);
```

Fe=C_dresm/C_drest ; %Συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα

%Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασηκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου άξονα)

```
q_m=(Am*Tm)/(2*((Fe*At*Hg)+(((At-Ut)*Fe*Hn)^2/(C_dresm-(At*Fe*Hn)))));
```

%Βελτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή

%(Βασικό μέτρο εκτίμησης της ευσταθειας περιστροφής)

```
q_theor=(At*Tt)/(2*((At*Hg)+(((At-Ut)*Hn)^2/(C_drest-(At*Hn)))));
```

%Πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή

```
qc=q_theor-(q_theor-q_m)*Am/At;
```

```
disp('ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ')
```

```
disp('ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟ ΤΩΝ Η.Ε. REG ECE R111')
```

```
disp(' ')
```

```
disp(' ')
```

```
disp(['Όνομαστικό ύψος ημιρυμουλκούμενου TN=',num2str(TN)])
```

```
disp(['Θεωρητικό πλάτος φορτηγού για διπλούς ελαστικοφόρους τροχούς T=',num2str(T)])
```

```
disp(['Δυσκαμψία περιστροφής άξονα C_dr=',num2str(C_dr),'kNm/rad'])
```

```
disp(['Ισοδύναμη δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος)C_dgm=',num2str(C_dgm),'kNm/rad'])
```

```
disp(['Σύνθετη δυσκαμψια περιστροφής ανάρτησης στο επιπεδο αναφοράς(εδαφος)C_dres=',num2str(C_dres),'kNm/rad'])
```

```
disp(['Ψευδογωνία κύλισης οχήματος όταν ανασηκώνεται το ελαστικό επίσωτρο thita=',num2str(thita),'rad'])
```

```
disp(' ')
```

```
disp(' ')
```

```
disp(['Πλάτος βυτιοφόρου Tk=',num2str(Tk),'m'])
```

```
disp(['Σύνθετη δυσκαμψία περιστροφής στον πείρο C_dresk=',num2str(C_dresk),'kNm/rad'])
```

```
disp(' ')
```

```
disp(' ')
```

```
disp(['Συνολικό βάρος οχήματος At=',num2str(At),'kN'])
```

```
disp(['Φορτίο πείρου(kingpin) Ak=',num2str(Ak),'kN'])
```

```

disp(['Συνολικό μη ανηρτημένο βάρος Ut=',num2str(Ut),'kN'])
disp(['Ενεργό πλάτος οχήματος Tt=',num2str(Tt),'m'])
disp(['Η συνολική σύνθετη δυσκαμψία ανάρτησης στο επίπεδο αναφοράς(εδαφος)C_drest=',num2str(C_drest),'kNm/rad'])
disp(' ')
disp(['Ο άξονας q έχει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και τη μικρότερη ψευδογωνία περιστροφής q=',num2str(q)])
disp('Αν άλλος άξονας έχει ίση δυσκαμψία,ο q είναι ο πρώτος που συναντάμε')
disp(' ')
disp(['Φορτίο άξονα q, με τη μεγαλύτερη δυσκαμψία Am=',num2str(Am),'kN'])
disp(['Μη αναρτημένο βάρος του άξονα q Um=',num2str(Um),'kN'])
disp(['Πλάτος του άξονα q Tm=',num2str(Tm),'m'])
disp(['Δυσκαμψία άξονα q C_dresm=',num2str(C_dresm),'kNm/rad'])
disp(' ')
disp(' ')
disp(['Ο συντελεστής ενεργής μάζας του πιο άκαμπτου άξονα είναι Fe=',num2str(Fe)])
disp(['Πλευρική επιτάχυνση όταν ανασηκώνεται η πρώτη ρόδα(του πιο άκαμπτου άξονα)q_m=',num2str(q_m),'g'])
disp(['Η βέλτιστη θεωρητική πλευρική επιτάχυνση στην ανατροπή είναι q_theor=',num2str(q_theor),'g'])
disp(' ')
disp(' ')
disp(['Η ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΕΙΝΑΙ qc =',num2str(qc),'g'])
disp(' ')
if qc>0.4
    disp('Το όχημα συνάδει με τον κανονισμό των Η.Ε. ECE REG111.')
elseif qc<=0.4
    disp('Το όχημα δεν συνάδει με τον κανονισμό των Η.Ε. ECE REG111')
end

```

Function newvar

```
function newvar=changevar(flag,var,bounds)
```

```
% CHANGEVAR
```

```
%
```

```
% Πραγματοποιεί αριθμητικές αλλαγές σε μεταβλητές.
```

```
%
```

```
% Για το διάνυσμα var μεγέθους n, κάθε είσοδος έχει άνω και κάτω
```

```
% όρια,προκαθορισμένα από την αντίστοιχη στήλη του [2xn] πίνακα
```

```
% ορίων με το πάνω όριο να αναφέρεται στη πρώτη γραμμή και το κάτω
```

```
% όριο στη δεύτερη γραμμή.Αν η μεταβλητή var είναι πίνακας mxn,η
```

```
% συνάρτηση διεκπεραιώνεται σε κάθε στήλη για τα ίδια όρια.
```

```
% Η μεταβλητή FLAG δέχεται δύο τιμές,straight και reversed
```

```
% Η συνάρτηση newvar=changevar('straight',var,bounds)
```

```
% μετατρέπει το διάνυσμα var στο διάνυσμα newvar σύμφωνα με τη σχέση
```

```
%
```

```
%  $newvar(i)=asin(sqrt((var(i)-bounds(2,i))/(bounds(1,i)-bounds(2,i))))$ 
```

```
%
```

```
% Όλες οι τιμές της μεταβλητής newvar δείχνουν ότι το αρχικό διάνυσμα
```

```
% εμπίπτει στα προκαθορισμένα όρια των ορισμάτων.
```

```
% Αυτό πιστοποιείται από την αντίστροφη διαδικασία που προκύπτει από τη
```

```
% συνάρτηση var=changevar('reversed',newvar,bounds) που μετατρέπει το
```

```
% διάνυσμα newvar στο διάνυσμα var σύμφωνα με τη σχέση
```

```
%
```

```
%  $var(i)=bounds(2,i)+(bounds(1,i)-bounds(2,i))*(sin(newvar(i)))^2$ 
```

```
% για τα ίδια όρια.
```

```
if size(bounds,2)~=length(var)
```

```
    error('ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΠΙΝΑΚΑ var ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΑ ΟΡΙΩΝ.')
```

```
end
```

```
if any(bounds(1,:)>bounds(2,:))==0
```

```
    error('ΤΑ ΑΝΩ ΟΡΙΑ ΤΩΝ ΟΡΙΣΜΑΤΩΝ ΣΤΗ ΠΡΩΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΟΡΙΩΝ.')
```

```
end
```

```
[m,n]=size(var);
```

```
newvar=zeros(m,n);
```

```
switch flag
```

```
    case 'straight'
```

```
for i=1:m
  for j=1:n
    newvar(i,j)=asin(sqrt((var(i,j)-bounds(2,j))/(bounds(1,j)...
      -bounds(2,j))));
  end
end

case 'reversed'

for i=1:m
  for j=1:n
    newvar(i,j)=bounds(2,j)+(bounds(1,j)-bounds(2,j))*(sin(var(i,j)))^2;
    newvar=real(newvar);
  end
end

otherwise

  error('Η ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ FLAG ΠΑΙΡΝΕΙ ΩΣ ΤΙΜΕΣ ΜΟΝΟ straight ΚΑΙ reversed')

end
```

Function semitrailer

`function[sys_ss,varargout]=`

`semitrailer(Ma,Ja,Mc,Jc,Mt,Jt,Kw,Cw,Ks,Cs,Kt,Ct,Wbase,Lcog,W,TN,Ls,d,V)`

`% SEMITRAILER`

`%`

`% Η συνάρτηση παριστάνει το γραμμικό σύστημα ανάρτησης ενός τριαξονικού
% ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου, με βυτίο δεμένο μέσω 12 στηρίξεων στο
% πλαίσιο του ημιρυμουλκούμενου αυτού.`

`% Η συνάρτηση βγάζει το σύστημα στο χώρο κατάστασης.`

`% Βασική αξίωση της συνάρτησης είναι ότι οι αναρτήσεις και οι στηρίξεις`

`% του τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου είναι ίδιες εκατέρωθεν`

`% του πλαισίου.`

`% sys_ss=semitrailer(Ma,Ja,Mc,Jc,Mt,Jt,Kw,Cw,Ks,Cs,Kt,Ct,Wbase,Lcog,W,TN,Ls,d,V)`

`%`

`% ΣΗΜΕΙΩΣΗ:`

`% Ο δείκτης w αναφέρεται στους ελαστικοφόρους τροχούς`

`% Ο δείκτης s αναφέρεται στην ανάρτηση`

`% Ο δείκτης αναφέρεται στο πλαίσιο`

`% Ο δείκτης t αναφέρεται στο βυτίο`

`% Ο δείκτης a αναφέρεται στους άξονες,`

`% Οι δείκτης f,m,r υποδηλώνουν τη θέση του άξονα στο πλαίσιο`

`% (μπροστά,στη μέση,στο πίσω μέρος)`

`% Οι δείκτες r,l αναφέρονται στη δεξιά η αριστερή πλευρά`

`% του τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου.`

`% Οι δείκτες p,r αναφέρονται στον καλπασμό(pitch) και στην κύλιση(roll)`

`%`

`% Επομένως είναι για παράδειγμα: m_af η μάζα του μπροστινού άξονα,`

`% c_wf η ισοδύναμη σταθερά απόσβεσης των μπροστινών τροχών και`

`% k_sr η ισοδύναμη σταθερά ελαστικότητας της ανάρτησης των πίσω τροχών`

`%`

`% Ma [1x3] : Μάζες αξόνων [m_af m_am m_ar] (Kgr)`

`% Ja [1x3] : Ροπές αδράνειας των αξόνων [J_af J_am J_ar] (Kgr*m^2)`

`% Mc : Μάζα πλαισίου (Kgr)`

`% Jc [1x2] : Ροπές αδράνειας του πλαισίου [J_cp J_cr] (Kgr*m^2)`

`% Mt : Μάζα βυτίου (Kgr)`

`% Jt [1x2] : Ροπές αδράνειας του βυτίου [J_tp J_tr] (Kgr*m^2)`

`% Kw [1x3] : Ισοδύναμες σταθερές ελαστικότητας των ελαστικοφόρων τροχών`

`% [k_wf k_wm k_wr] (N/m)`

`% Cw [1x3] : Ισοδύναμες σταθερές απόσβεσης των ελαστικοφόρων τροχών`

```

% [c_wf c_wm c_wr] (N*sec/m)
% Ks [1x3] : Ισοδύναμες σταθερές ελαστικότητας της ανάρτησης
% του πλαισιου του ημιρυμουλκούμενου [k_sf k_sm k_sr] (N/m)
% Cs [1x3] : Ισοδύναμες σταθερές απόσβεσης της ανάρτησης του πλαισίου
% [c_sf c_sm c_sr] (N*sec/m)
% Kt [1x6] :Ισοδύναμες σταθερές ελαστικότητας των στηριξεων του βυτίου
% [k_t1 k_t2 k_t3 k_t4 k_t5 k_t6] (N/m)
% Ct [1x6] : Ισοδύναμες σταθερές απόσβεσης των στηριξεων του βυτίου
% [c_t1 c_t2 c_t3 c_t4 c_t5 c_t6] (N*sec/m)
% Wbase [1x2]: Τα δύο μεταξόνια:απόσταση εμπρός-μεσαίου άξονα
% και μεσαίου-πίσω άξονα [L_fm L_mr] (m)
% Lcog [1x3] : Απόσταση κάθε άξονα από το κέντρο βάρους του
% πλαισίου[L1 L2 L3] (m)
% W : Πλάτος πλαισίου (m)
% TN [1x3] : Απόσταση αριστερού-δεξιού ελαστικοφόρου τροχού σε κάθε
% άξονα[TNf TNm TNr] (m)
% Ls [1x7] : Αποστασεις μεταξύ στηριξεων
% [Ls0 Ls1 Ls2 Ls3 Ls4 Ls5 Ls6] (m)
% d : Απόσταση ανάμεσα στη πρώτη στήριξη και την ανάρτηση
% του πρώτου άξονα (m)
% V :Η ταχύτητα του οχήματος(m/sec)
%
% ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ :
%
% Το τριαξονικό ημιρυμουλκούμενο έχει μοντελοποιηθεί σαν γραμμικό
% σύστημα με 12 βαθμούς ελευθερίας.Κάθε μη ανηρτημένη μάζα έχει 2
% βαθμούς ελευθερίας(2 κατακόρυφες μετατοπίσεις): Xwfr,Xwfl,Xwmr,Xwml,Xwrr,
% Xwrl.Το πλαίσιο έχει 3 βαθμούς ελευθερίας:Xc,phi_c,thita_c όσους έχει
% και το βυτίο:Xt,phi_t,thita_t.Η κινηματική συνδεση των μαζών Ma
% με το δρόμο έχει προφιλ Xfr0,Xfl0,Xmr0,Xml0,Xrr0,Xrl0
%
% Το διάνυσμα μετατοπίσεων είναι,
% X=[Xwfr Xwfl Xwmr Xwml Xwrr Xwrl Xc phi_c thita_c Xt phi_t thita_t]
%
% το διάνυσμα των δυνάμεων είναι
% forces=[F_fr F_fl F_mr F_ml F_rr F_rl]
%
% και το διάνυσμα των διεγέρσεων από το δρόμο είναι:
%
% excitations=[X_fr0 X_fl0 X_mr0 X_ml0 X_rr0 X_rl0]=
% =[F_fr./k_wf F_fl./k_wf F_mr./k_wm F_ml./k_wm F_rr./k_wr F_rl./k_wr]

```

```
%
% Η αναπαράσταση στο χώρο κατάστασης έχει σαν είσοδο το διάνυσμα κατάστασης
%
% Xi=[X dX/dt]'
%
% και σαν εξοδο το διάνυσμα
%
% γ=[X dX/dt ddX/ddt]'
%
% [sys_ss,M,C,K,P]=semitrailer..., δίνει σαν έξοδο τα μητρώα της μάζας,
% της αποσβεσης,της ελαστικότητας και των συντεταγμενων των δυνάμεων του
% γραμμικού συστήματος με 12 βαθμούς ελευθερίας.
% [sys_ss,M,C,K,P,sys_tf]=semitraler...,επιστρέφει το σύστημα σαν
% συνάρτηση μεταφοράς
```

```
if nargin==0; error('Η συνάρτηση πρέπει να βγάζει μεταβλητές εξόδου');
end
if nargin~=19; error('Λάθος αριθμός δεδομένων');
end
if length(Ma)~=3 || length(Ja)~=3 || length(Jc)~=2 || length(Jt)~=2 ...
|| length(Kw)~=3 || length(Cw)~=3 || length(Ks)~=3 || length(Cs)~=3 ...
|| length(Kt)~=6 || length(Ct)~=6 ||length(Wbase)~=2 || length(Lcog)~=3 ...
||(length(TN)~=3 || length(Ls)~=7)
error('Ελεγξε τα δεδομένα')
end
```

% ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

```
% Μη ανηρτημένες μάζες και ροπές αδράνειας
m_af=Ma(1);m_am=Ma(2);m_ar=Ma(3);
J_af=Ja(1);J_am=Ja(2);J_ar=Ja(3);
% Ροπές αδράνειας πλαισίου
J_cp=Jc(1);J_cr=Jc(2); % καλπασμός και κύλιση αντίστοιχα
% Ροπές αδράνειας βυτίου
J_tp=Jt(1);J_tr=Jt(2); % καλπασμός και κύλιση αντίστοιχα
% Ισοδύναμη ελαστικότητα των ελαστικοφορων τροχών
k_wf=Kw(1);k_wm=Kw(2);k_wr=Kw(3);
% Ισοδύναμη απόσβεση των ελαστικοφορων τροχών
c_wf=Cw(1);c_wm=Cw(2);c_wr=Cw(3);
```


% Ελαστικότητα της ανάρτησης

k_sf=Ks(1);k_sm=Ks(2);k_sr=Ks(3);

% Απόσβεση της ανάρτησης

c_sf=Cs(1);c_sm=Cs(2);c_sr=Cs(3);

% Ελαστικότητα της στήριξης του βυτίου

k_t1=Kt(1);k_t2=Kt(2);k_t3=Kt(3);k_t4=Kt(4);k_t5=Kt(5);k_t6=Kt(6);

% Απόσβεση της στήριξης του βυτίου

c_t1=Ct(1);c_t2=Ct(2);c_t3=Ct(3);c_t4=Ct(4);c_t5=Ct(5);c_t6=Ct(6);

% Αποστάσεις

L_fm=Wbase(1);L_mr=Wbase(2);

L1=Lcog(1);L2=Lcog(2);L3=Lcog(3);

TNf=TN(1);TNm=TN(2);TNr=TN(3);

Ls0=Ls(1);Ls1=Ls(2);Ls2=Ls(3);Ls3=Ls(4);Ls4=Ls(5);

Ls5=Ls(6);Ls6=Ls(7);

%Αποστάσεις στηρίξεων βυτίου από το κέντρο βαρους του πλαισίου

Lm1=L1-d;Lm2=d+Ls1-L1;Lm3=d+Ls1+Ls2-L1;Lm4=d+Ls1+Ls2+Ls3-L1;

Lm5=d+Ls1+Ls2+Ls3+Ls4-L1;Lm6=d+Ls1+Ls2+Ls3+Ls4+Ls5-L1;

LT=sum(Ls); % Μήκος δεξαμενής

%Αποστάσεις στηρίξεων βυτίου από το κ.β του βυτίου

Lt1=0.5*LT-Ls0;Lt2=0.5*LT-Ls0-Ls1;Lt3=0.5*LT-Ls4-Ls3;Lt4=0.5*LT-Ls4;

Lt5=0.5*LT-Ls5-Ls6;Lt6=0.5*LT-Ls6;

%Εχουμε λοιπον

% ΜΗΤΡΩΟ ΜΑΖΑΣ Mass

Mass=diag([m_af J_af m_am J_am m_ar J_ar Mc J_cp J_cr Mt J_tp J_tr]);

% ΜΗΤΡΩΟ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ C

Damping=zeros(12);

Damping(1,1)=2*(c_wf+c_sf);Damping(1,7)=-2*c_sf;Damping(1,8)=-2*L1*c_sf;

Damping(2,2)=2*(W^2)*c_sf+0.5*(TNf^2)*c_wf;Damping(2,9)=-2*(W^2)*c_sf;

Damping(3,3)=2*(c_wm+c_sm);Damping(3,7)=-2*c_sm;Damping(3,8)=-2*L2*c_sm;

Damping(4,4)=2*(W^2)*c_sm+0.5*(TNm^2)*c_wm;Damping(4,9)=-2*(W^2)*c_sm;

Damping(5,5)=2*(c_wr+c_sr);Damping(5,7)=-2*c_sr;Damping(5,8)=-2*L3*c_sr;

Damping(6,6)=2*(W^2)*c_sr+0.5*(TNr^2)*c_wr;Damping(6,9)=-2*(W^2)*c_sr;

Damping(7,1)=-2*c_sf;Damping(7,3)=-2*c_sm;Damping(7,5)=-2*c_sr;

Damping(7,7)=2*(sum(Cs)+sum(Ct));

```

Damping(7,8)=2*(L1*c_sf+L2*c_sm+L3*c_sr-Lm1*c_t1-Lm2*c_t2-Lm3*c_t3-...
    Lm4*c_t4+Lm5*c_t5+Lm6*c_t6);
Damping(7,10)=-2*sum(Ct);Damping(7,11)=2*(Lt1*c_t1+Lt2*c_t2+Lt3*c_t3-...
    Lt4*c_t4-Lt5*c_t5-Lt6*c_t6);
Damping(8,1)=-2*L1*c_sf;Damping(8,3)=-2*L2*c_sm;Damping(8,5)=-2*L3*c_sr;
Damping(8,7)=2*(L1*c_sf+L2*c_sm+L3*c_sr-Lm1*c_t1-Lm2*c_t2-Lm3*c_t3-...
    Lm4*c_t4+Lm5*c_t5+Lm6*c_t6);
Damping(8,8)=2*((L1^2)*c_sf+(L2^2)*c_sm+(L3^2)*c_sr+(Lm1^2)*c_t1+...
    (Lm2^2)*c_t2+(Lm3^2)*c_t3+(Lm4^2)*c_t4+(Lm5^2)*c_t5+(Lm6^2)*c_t6);
Damping(8,10)=2*(Lm1*c_t1+Lm2*c_t2+Lm3*c_t3+Lm4*c_t4-Lm5*c_t5-Lm6*c_t6);
Damping(8,11)=2*(-Lm1*Lt1*c_t1-Lm2*Lt2*c_t2-Lm3*Lt3*c_t3+...
    Lm4*Lt4*c_t4-Lm5*Lt5*c_t5-Lm6*Lt6*c_t6);
Damping(9,2)=-2*(W^2)*c_sf;Damping(9,4)=-2*(W^2)*c_sm;
Damping(9,6)=-2*(W^2)*c_sr;Damping(9,9)=2*(W^2)*(sum(Cs)+sum(Ct));
Damping(9,12)=-2*(W^2)*sum(Ct);
Damping(10,7)=-2*sum(Ct);
Damping(10,8)=2*(Lm1*c_t1+Lm2*c_t2+Lm3*c_t3+Lm4*c_t4-Lm5*c_t5-Lm6*c_t6);
Damping(10,10)=2*sum(Ct);
Damping(10,11)=2*(-Lt1*c_t1-Lt2*c_t2-Lt3*c_t3+Lt4*c_t4+Lt5*c_t5+Lt6*c_t6);
Damping(11,7)=2*(Lt1*c_t1+Lt2*c_t2+Lt3*c_t3-Lt4*c_t4-Lt5*c_t5-Lt6*c_t6);
Damping(11,8)=2*(-Lm1*Lt1*c_t1-Lm2*Lt2*c_t2-Lm3*Lt3*c_t3+...
    Lm4*Lt4*c_t4-Lm5*Lt5*c_t5-Lm6*Lt6*c_t6);
Damping(11,10)=2*(-Lt1*c_t1-Lt2*c_t2-Lt3*c_t3+Lt4*c_t4+Lt5*c_t5+Lt6*c_t6);
Damping(11,11)=2*((Lt1^2)*c_t1+(Lt2^2)*c_t2+(Lt3^2)*c_t3+(Lt4^2)*c_t4...
    +(Lt5^2)*c_t5+(Lt6^2)*c_t6);
Damping(12,9)=-2*(W^2)*sum(Ct);Damping(12,12)=2*(W^2)*sum(Ct);

```

% ΜΗΤΡΩΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ Stiffness

```

Stiffness=zeros(12);
Stiffness(1,1)=2*(k_wf+k_sf);Stiffness(1,7)=-2*k_sf;
Stiffness(1,8)=-2*L1*k_sf;
Stiffness(2,2)=2*(W^2)*k_sf+0.5*(TNf^2)*k_wf;
Stiffness(2,9)=-2*(W^2)*k_sf;
Stiffness(3,3)=2*(k_wm+k_sm);Stiffness(3,7)=-2*k_sm;
Stiffness(3,8)=-2*L2*k_sm;
Stiffness(4,4)=2*(W^2)*k_sm+0.5*(TNm^2)*k_wm;
Stiffness(4,9)=-2*(W^2)*k_sm;
Stiffness(5,5)=2*(k_wr+k_sr);Stiffness(5,7)=-2*k_sr;
Stiffness(5,8)=-2*L3*k_sr;
Stiffness(6,6)=2*(W^2)*k_sr+0.5*(TNR^2)*k_wr;

```

```

Stiffness(6,9)=-2*(W^2)*k_sr;
Stiffness(7,1)=-2*k_sf;Stiffness(7,3)=-2*k_sm;Stiffness(7,5)=-2*k_sr;
Stiffness(7,7)=2*(sum(Ks)+sum(Kt));
Stiffness(7,8)=2*(L1*k_sf+L2*k_sm+L3*k_sr-Lm1*k_t1-Lm2*k_t2-Lm3*k_t3-...
    Lm4*k_t4+Lm5*k_t5+Lm6*k_t6);
Stiffness(7,10)=-2*sum(Kt);Stiffness(7,11)=2*(Lt1*k_t1+Lt2*k_t2+Lt3*k_t3-...
    Lt4*k_t4-Lt5*k_t5-Lt6*k_t6);
Stiffness(8,1)=-2*L1*k_sf;Stiffness(8,3)=-2*L2*k_sm;
Stiffness(8,5)=-2*L3*k_sr;
Stiffness(8,7)=2*(L1*k_sf+L2*k_sm+L3*k_sr-Lm1*k_t1-Lm2*k_t2-Lm3*k_t3-...
    Lm4*k_t4+Lm5*k_t5+Lm6*k_t6);
Stiffness(8,8)=2*((L1^2)*k_sf+(L2^2)*k_sm+(L3^2)*k_sr+(Lm1^2)*k_t1+...
    (Lm2^2)*k_t2+(Lm3^2)*k_t3+(Lm4^2)*k_t4+(Lm5^2)*k_t5+(Lm6^2)*k_t6);
Stiffness(8,10)=2*(Lm1*k_t1+Lm2*k_t2+Lm3*k_t3+Lm4*k_t4-Lm5*k_t5-Lm6*k_t6);
Stiffness(8,11)=2*(-Lm1*Lt1*k_t1-Lm2*Lt2*k_t2-Lm3*Lt3*k_t3+...
    Lm4*Lt4*k_t4-Lm5*Lt5*k_t5-Lm6*Lt6*k_t6);
Stiffness(9,2)=-2*(W^2)*k_sf;Stiffness(9,4)=-2*(W^2)*k_sm;
Stiffness(9,6)=-2*(W^2)*k_sr;Stiffness(9,9)=2*(W^2)*(sum(Ks)+sum(Kt));
Stiffness(9,12)=-2*(W^2)*sum(Kt);
Stiffness(10,7)=-2*sum(Kt);
Stiffness(10,8)=2*(Lm1*k_t1+Lm2*k_t2+Lm3*k_t3+Lm4*k_t4-Lm5*k_t5-Lm6*k_t6);
Stiffness(10,10)=2*sum(Kt);
Stiffness(10,11)=2*(-Lt1*k_t1-Lt2*k_t2-Lt3*k_t3+Lt4*k_t4+...
    Lt5*k_t5+Lt6*k_t6);
Stiffness(11,7)=2*(Lt1*k_t1+Lt2*k_t2+Lt3*k_t3-Lt4*k_t4-Lt5*k_t5-Lt6*k_t6);
Stiffness(11,8)=2*(-Lm1*Lt1*k_t1-Lm2*Lt2*k_t2-Lm3*Lt3*k_t3+...
    Lm4*Lt4*k_t4-Lm5*Lt5*k_t5-Lm6*Lt6*k_t6);
Stiffness(11,10)=2*(-Lt1*k_t1-Lt2*k_t2-Lt3*k_t3+Lt4*k_t4+Lt5*k_t5+Lt6*k_t6);
Stiffness(11,11)=2*((Lt1^2)*k_t1+(Lt2^2)*k_t2+(Lt3^2)*k_t3+(Lt4^2)*k_t4...
    +(Lt5^2)*k_t5+(Lt6^2)*k_t6);
Stiffness(12,9)=-2*(W^2)*sum(Kt);Stiffness(12,12)=2*(W^2)*sum(Kt);

```

% ΜΗΤΡΩΟ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

```

P=zeros(12,6);
P(1,1)=1;P(1,2)=1;P(2,1)=-0.5*TNf;P(2,2)=0.5*TNf;
P(3,3)=1;P(3,4)=1;P(4,3)=-0.5*TNm;P(4,4)=0.5*TNm;
P(5,5)=1;P(5,6)=1;P(6,5)=-0.5*TNr;P(6,6)=0.5*TNr;

```

%ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

% ΜΗΤΡΩΟ A

```

A=[zeros(12) eye(12);-inv(Mass)*Stiffness -inv(Mass)*Damping];
% ΜΗΤΡΩΟ Β
B=[zeros(12,6);inv(Mass)*P];
% ΜΗΤΡΩΟ C
C=[eye(24);-inv(Mass)*Stiffness -inv(Mass)*Damping];
% ΜΗΤΡΩΟ D
D=[zeros(24,6);inv(Mass)*P];
%Τα μητρώα αυτά είναι για τις εξισώσεις dx/dt=Ax+Bu,y=Cx+Dy

% X=[Xwfr Xwfl Xwmr Xwml Xwrr Xwrl Xc phi_c thita_c Xt phi_t thita_t]
% excitations=['X_fr0' 'X_fl0' 'X_mr0' 'X_ml0' 'X_rr0' 'X_rl0']

% Οι τιμές του διανύσματος Xi=[x dx/dt] έχουν ονομασίες
states={'Xaf' 'thita_af' 'Xam' 'thita_am' 'Xar' 'thita_ar' ...
        'Xc' 'phi_c' 'thita_c' 'Xt' 'phi_t' 'thita_t' ...
        'd{Xaf}' 'd{thita_af}' 'd{Xam}' 'd{thita_am}' 'd{Xar}'...
        'd{thita_ar}' 'd{Xc}' 'd{phi_c}' 'd{thita_c}' ...
        'd{Xt}' 'd{phi_t}' 'd{thita_t}'};
%Οι τιμές των εισερχόμενων διεγέρσεων απο το δρόμο ονομάζονται ως
inputs={'X_fr0' 'X_fl0' 'X_mr0' 'X_ml0' 'X_rr0' 'X_rl0'};
%Οι τιμές του διανύσματος γ=[x dx/dt ddx/ddt] ονομάζονται ως
outputs={'Xaf' 'thita_af' 'Xam' 'thita_am' 'Xar' 'thita_ar' ...
         'Xc' 'phi_c' 'thita_c' 'Xt' 'phi_t' 'thita_t' ...
         'd{Xaf}' 'd{thita_af}' 'd{Xam}' 'd{thita_am}' 'd{Xar}'...
         'd{thita_ar}' 'd{Xc}' 'd{phi_c}' 'd{thita_c}' ...
         'd{Xt}' 'd{phi_t}' 'd{thita_t}'...
         'd2{Xaf}' 'd2{thita_af}' 'd2{Xam}' 'd2{thita_am}' 'd2{Xar}'...
         'd2{thita_ar}' 'd2{Xc}' 'd2{phi_c}' 'd2{thita_c}' 'd2{Xt}'...
         'd2{phi_t}' 'd2{thita_t}'};

sys_ss=ss(A,B,C,D,'statename',states,'inputname',inputs,'outputname',...
          outputs);
%Καθυστέρηση για την είσοδο των μετατοπίσεων στο μεσαίο και πίσω άξονα
sys_ss.InputDelay=[0 0 L_fm/V L_fm/V (L_fm+L_mr)/V (L_fm+L_mr)/V];

% ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ
sys_poles=pole(sys_ss);
if max(real(sys_poles))>=0
    disp(' ')
    disp('Το σύστημα είναι ασταθές');
end

```

```

% ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΝ ΕΙΝΑΙ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟΙ ΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ
mc=Mass-Mass';
if mc~=zeros(12);
    disp('Το μητρώο μάζας δεν είναι συμμετρικό');
end
cc=Damping-Damping';
if cc~=zeros(12);
    disp('Το μητρώο απόσβεσης δεν είναι συμμετρικό');
end
kc=Stiffness-Stiffness';
if kc~=zeros(12);
    disp('Το μητρώο ελαστικότητας δεν είναι συμμετρικό');
end

% Επιπλέον έξοδοι
varargout(1)={Mass};
varargout(2)={Damping};
varargout(3)={Stiffness};
varargout(4)={P};
if nargout==6
    sys_tf=tf(sys_ss);
    varargout(5)=sys_tf;
end

```

Function objective_semitrailer

```
function [obj_f,varargout]=objective_semitrailer(par,wfac,data,varargin)
```

```

% OBJECTIVE_SEMITRAILER
%
% Διατελεί ως αντικειμενική συνάρτηση για τη βελτιστοποίηση
% της κατακόρυφης και της πλευρικής δυναμικής ενός τριαξονικού
% ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου με μη αποσπώμενο βυτίο, που παριστάνεται
% από τη συνάρτηση semitrailer. Η εξίσωση της αντικειμενικής συνάρτησης
%
% είναι  $obj\_f = wfac * qz + (1 - wfac) * (-qc)$ 
%
% όπου qz και qc είναι η κατακόρυφη και η πλευρική επιτάχυνση
% του κέντρου βαρύτητας CG του βυτιοφόρου, wfac ο συντελεστής βαρύτητας
%

```

```

%
% Η συνάρτηση obj_f=objective_semitrailer(par,w_fac,data)
%
% επιστρέφει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το διάνυσμα par,
% χωρίς περιορισμούς και με προεπιλεγμένες τιμές για συγκεκριμένους
% παραμέτρους του ημιρυμουλκούμενου(μάζες,ροπές αδρανείας κ.α).
%
% par: το διάνυσμα παραμετρων
%
% par=[K_sf K_sm K_sr C_sf C_sm C_sr K_t1 K_t2 K_t3 K_t4 K_t5 K_t6...
% C_t1 C_t2 C_t3 C_t4 C_t5 C_t6 d]
%
% data [Nx7] :Δεδομένα εισόδου της μορφής[forces t]
% forces [Nx6] :Διεγέρσεις δυνάμεων σε κάθε ελαστικοφόρο τροχό
% excitations[Nx6]:Διεγέρσεις οδοστρώματος σε κάθε ελαστικοφόρο
% τροχό=(Διεγέρσεις δυνάμεων)/(Ελαστικότητα τροχών)=forces/Kw
% t [Nx1] : Διάνυσμα χρόνων προσομοίωσης
%
%
% Η συνάρτηση obj_f=(par,w_fac,data,cus_val)
%
% δίνει τιμές(όχι απαραίτητα τις προκαθορισμένες)για συγκεκριμένες
% παραμέτρους,όπως:
%
% 1.Wbase 2.Lcog 3.W 4.Ls 5.TN 6.Hc 7.Ht 8.m 9.MA
% 10.Ma 11.Mc 12.Mt 13.Ja 14.Jc 15.Jt 16.Kw 17.Cw 18.n 19.V
%
% ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ SEMITRAILER και REG111 .
% Το όρισμα cus_val είναι [1x19] μήτρα πίνακα
% με τη παραπάνω σειρά (1-19).Αν είναι άδειο (cus_val={}),
% χρησιμοποιούνται οι προκαθορισμένες τιμές των παραμέτρων.
%
% Η συνάρτηση obj_f=objective_semitrailer(par,w_fac,data,cus_val,constraints)
%
% προσδιορίζει περιορισμούς(όρια)στις τιμές των παραμέτρων για τη
% διεργασία βελτιστοποίησης.Είναι:
%
% 1. Όρια ελαστικότητας ανάρτησης [2x1] (N/m) [υψηλό όριο;χαμηλό όριο]
% 2. Όρια απόσβεσης ανάρτησης [2x1] (N.sec/m)
% 3. Όρια ελαστικότητας στήριξης [2x1] (N/m)
% 4. Όρια απόσβεσης στήριξης [2x1] (N.sec/m)

```

```

% 5. Όρια θέσης βυτίου (d) [2x1] (m)
% 6. Εργαζόμενος χώρος ανάρτησης [1x1] (m)
% 7. Φορτίο αξόνων [3x1] (kg)
% 8. Scaling [5x1]
%
%
% Το όρισμα constraints είναι [8x1] μήτρα πίνακα με την παραπάνω σειρά (1-8).
% Στη περίπτωση αυτή, η συνάρτηση OBJECTIVE_SEMITRAILER πραγματοποιεί
% αλλαγές στις τιμές των πέντε πρώτων μεταβλητών ώστε να ικανοποιούνται
% εκ των προτέρων. Μετά την αλλαγή των τιμών των μεταβλητών, κάθε είσοδος
% του διανύσματος παραμέτρων par πολλαπλασιάζεται με την αντίστοιχη τιμή από
% τον πίνακα Scaling (η πρώτη τιμή του πίνακα scaling πολλαπλασιάζεται με
% τα όρια ελαστικότητας ανάρτησης, η δεύτερη είσοδος του πίνακα με τα όρια
% απόσβεσης ανάρτησης, η τρίτη είσοδος με τα όρια ελαστικότητας στήριξης κτλ

% Να σημειωθεί ότι οι περιορισμοί όσον αφορά την πλευρική επιτάχυνση qc
% είναι πάντα παρόντες. Το αυτό ισχύει και για την ευστάθεια του συστήματος.
%

if nargin<3
    error('Μικρότερος από τον απαιτούμενο αριθμός δεδομένων')
end
if size(data,2)~=3
    error('Λάθος αριθμός στηλών για τον πίνακα data')
else
    forces=[data(:,1) data(:,2) data(:,1) data(:,2) data(:,1) data(:,2)];

    t=data(:,end);
end

if nargin==3 || (nargin==4 && isempty(varargin{1})==1) || (nargin==5 &&...
    isempty(varargin{1})==1)

    % ΠΡΟΚΑΘΟΡΙΣΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ

    %Μεταξόνια(αποστάσεις εμπροσθεν-μεσαίου άξονα και μεσαίου με πίσω άξονα
    Wbase=[1.31 1.31];
    %Απόσταση κάθε άξονα από το κέντρο βάρους του πλαισίου[L1 L2 L3]
    Lcog=[0.645 1.955 3.265];
    W=1.4;%Πλάτος πλαισίου (m)

```

```

Ls=[0.5 1.9 2.15 1.95 1.85 1.45 0.70]; %Αποστάσεις στηρίξεων
% Απόσταση αριστερού-δεξιού ελαστικοφόρου τροχού σε κάθε άξονα
TN=[2.095 2.095 2.095];
% [T_FN T_MN T_RN] (m)
Hc=0.7;
Ht=1.80 ;
m=[0.597 0.597 0.597];% Ονομαστικό ύψος άξονα περιστροφής ανάρτησης
MA=[0 0 0]; %Πλάτος διπλών ελαστικών
Ma=[490 490 490];%Μάζες αξόνων [m_af m_am m_ar] (Kgr)
Mc=1750;%Μάζα πλαισίου (Kgr)
Mt=28780; % Μάζα βυτίου (Kgr)
%Ροπές αδρανείας των αξόνων [J_af J_am J_ar] (Kgr*m^2)
Ja=Ma.*(0.5*TN-ones(1,3)).^2;
%Ροπές αδρανείας του πλαισίου [J_cp J_cr] (Kgr*m^2)
Jc=[8000 290];
% Ροπές αδρανείας του βυτίου [J_tp J_tr] (Kgr*m^2)
Jt=[266850 22477] ;
%Ισοδύναμες σταθερές ελαστικότητας των ελαστικοφόρων τροχών
Kw=[800000 800000 800000];%[k_wf k_wm k_wr] (N/m)
% Ισοδύναμες σταθερές απόσβεσης των ελαστικοφόρων τροχών
Cw=[9080 9080 9080]; % [c_wf c_wm c_wr] (N*sec/m)
n=3; %Αριθμός αξόνων οχήματος
V=11.11; % Ταχύτητα οχήματος(m/sec)

end
if nargin>3 && isempty(varargin{1})==0
    if iscell(varargin{1})==0 || length(varargin{1})~=19
        error('Οι επιθυμητές τιμές εισάγονται σαν [19x1] μήτρα πίνακα.')
    else
        % Καθορισμός των παραμέτρων
        cus_val=varargin{1};
        Wbase=cus_val{1}; Lcog=cus_val{2};
        W=cus_val{3} ; Ls=cus_val{4} ;
        TN=cus_val{5} ; Hc=cus_val{6} ;
        Ht=cus_val{7} ; m=cus_val{8} ;
        MA=cus_val{9} ; Ma=cus_val{10} ;
        Mc=cus_val{11} ; Mt=cus_val{12} ;
        Ja=cus_val{13} ; Jc=cus_val{14} ;
        Jt=cus_val{15} ; Kw=cus_val{16} ;
        Cw=cus_val{17} ;
        n=cus_val{18} ; V=cus_val{19} ;
    end
end

```



```

end
end
% Περιορισμοί
if nargin==3 || nargin==4
    Ks=[par(1) par(2) par(3)];
    Cs=[par(4) par(5) par(6)];
    Kt=[par(7) par(8) par(9) par(10) par(11) par(12)];
    Ct=[par(13) par(14) par(15) par(16) par(17) par(18)];
    d=par(19);
elseif nargin==5
    if iscell(varargin{2})==0 || length(varargin{2})~=8
        error('Οι περιορισμοί εισάγονται σαν [8x1] μήτρα πίνακα.')
    else
        % Καθορισμός περιορισμών
        constraints=varargin{2};
        Ks_bounds=constraints{1};
        Cs_bounds=constraints{2};
        Kt_bounds=constraints{3};
        Ct_bounds=constraints{4};
        d_bounds=constraints{5};
        Susp_bound=constraints{6};
        Axle_bound=constraints{7};
        scaling=constraints{8};
        % Αλλαγή μεταβλητών
        Ks=scaling(1)*changevar('reversed',par(1:3),[Ks_bounds...
            Ks_bounds Ks_bounds]);
        Cs=scaling(2)*changevar('reversed',par(4:6),[Cs_bounds...
            Cs_bounds Cs_bounds]);
        Kt=scaling(3)*changevar('reversed',par(7:12),[Kt_bounds...
            Kt_bounds Kt_bounds Kt_bounds Kt_bounds Kt_bounds]);
        Ct=scaling(4)*changevar('reversed',par(13:18),[Ct_bounds...
            Ct_bounds Ct_bounds Ct_bounds Ct_bounds Ct_bounds]);
        d=scaling(5)*changevar('reversed',par(end),d_bounds) ;

    end
end
% Πρόσθετα δεδομένα
L1=Lcog(1);L2=Lcog(2);L3=Lcog(3);
Ls0=Ls(1);
%Απόσταση πείρου έλξης-πρώτου άξονα
Lak=4.72;

```

```

%Απόσταση πείρου έλξης-κέντρου βάρους πλαισίου
Lk=Lak-L1;
LT=sum(Ls);
%Κατανομή μάζας πλαισίου στον πείρο και στους άξονες
Mk=430;Mdis_a=2790;
M=Mk+Mdis_a;
m_af=Ma(1);m_am=Ma(2);m_ar=Ma(3);
% Υπολογισμός κέντρου βαρύτητας οχήματος
xg=(M*L1+(-0.5*LT+Ls0+d)*Mt)/32000;
yg=(M*Hc+Mt*Ht)/32000;

% Υπολογισμός κέντρου βαρύτητας αναρτημένης μάζας
Hn=(yg*(32000/(32000-sum(Ma)))-(0.576*m_af/(32000-sum(Ma)))-...
    (0.576*m_am/(32000-sum(Ma)))-(0.576*m_ar/(32000-sum(Ma)));
% Υπολογισμός φορτίου αξόνων
Af=(Mc+Mt)*Lk/(3*(L2+Lk));
Am=(Mc+Mt)*Lk/(3*(L2+Lk));
Ar=(Mc+Mt)*Lk/(3*(L2+Lk));
Ak=(Mc+Mt)*L2/(L2+Lk);
% Υπολογισμός κατακόρυφης δυναμικής
sys_ss=semitrailer(Ma,Ja,Mc,Jc,Mt,Jt,Kw,Cw,Ks,Cs,Kt,Ct,Wbase,Lcog,W,TN,...
    Ls,d,V);
% Προσομοίωση
excitations=[forces(:,1)./Kw(1) forces(:,2)./Kw(1) forces(:,3)./Kw(2)...
    forces(:,4)./Kw(2) forces(:,5)./Kw(3) forces(:,6)./Kw(3)];

y=lsim(sys_ss,forces,t);
% Υπολογισμός κατακόρυφης επιτάχυνσης του κέντρου βαρύτητας

ddX_M=y(:,31);
ddX_T=y(:,34);
qz=(M*ddX_M+Mt*ddX_T)/32000;

% Υπολογισμός Cdg
Cdgf=(1/1000)*mean((excitations(:,1).*Kw(1)*0.5*TN(1)-
excitations(:,2).*Kw(1)*0.5*TN(1))...
    /mean(y(:,2)));
Cdgm=(1/1000)*mean((excitations(:,3).*Kw(2)*0.5*TN(2)-
excitations(:,4).*Kw(2)*0.5*TN(2))...
    /mean(y(:,4)));

```

```

Cdgr=(1/1000)*mean((excitations(:,5).*Kw(3)*0.5*TN(3)-
excitations(:,6).*Kw(3)*0.5*TN(3)))...
    /mean(y(:,6));
Cdg=abs([Cdgf Cdgm Cdgr]);

% Υπολογισμός πλευρικής επιτάχυνσης
qc=-9.81*reg111(n,m,(9.81/1000)*[Af Am Ar],[9.81/1000)*Ak,Cdg,(1/1000)*Kw,...
    (9.81/1000)*Ma,TN,yg,Hn,MA);
% Περιορισμοί ευστάθειας
sys_stab=max(real(pole(sys_ss)));

if nargin<5
    obj_f=wfac*max(abs(qz))+(1-wfac)*qc;
    if max(sys_stab)>=0 || qc>-4
        obj_f=obj_f+100*sum([max(sys_stab) -qc]);
    end

    elseif nargin==5
        % Υπολογισμός εργαζόμενου διαστήματος ανάρτησης
        WS_fs_left=(y(:,1)-W*y(:,2))-(y(:,7)-L1*y(:,8)-W*y(:,9));
        WS_fs_right=(y(:,1)+W*y(:,2))-(y(:,7)-L1*y(:,8)+W*y(:,9));
        WS_ms_left=(y(:,3)-W*y(:,4))-(y(:,7)-L2*y(:,8)-W*y(:,9));
        WS_ms_right=(y(:,3)+W*y(:,4))-(y(:,7)-L2*y(:,8)+W*y(:,9));
        WS_rs_left=(y(:,5)-W*y(:,6))-(y(:,7)-L3*y(:,8)-W*y(:,9));
        WS_rs_right=(y(:,5)+W*y(:,6))-(y(:,7)-L3*y(:,8)+W*y(:,9));
        susp_ws=max(abs([WS_fs_left WS_fs_right WS_ms_left WS_ms_right...
            WS_rs_left WS_rs_right]));
        obj_f=wfac*max(abs(qz))+(1-wfac)*qc;

        if (max(sys_stab)>=0 || qc>-4) || (Af>Axle_bound(1) ...
            || Ar>Axle_bound(3)) || max(susp_ws)>Susp_bound
            obj_f=obj_f+100*sum([max(sys_stab) -qc max(susp_ws)]);
        end
    end
end
% Επιπλέον εξερχόμενα δεδομένα
varargout(1)={y};
varargout(2)={sys_ss};
varargout(3)={Cdg};
varargout(4)={qc} ;

```

```

disp(' ')
disp('ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ')
disp(' ')
disp('ΑΝΑΡΤΗΣΕΙΣ')
disp(' ')
disp(['Ελαστικότητα ανάρτησης εμπρός άξονα (N/m) : ',num2str(par(1))])
disp(['Απόσβεση ανάρτησης εμπρός άξονα (Ns/m): ',num2str(par(4))])
disp(['Ελαστικότητα ανάρτησης μεσαίου άξονα(N/m) : ',num2str(par(2))])
disp(['Απόσβεση ανάρτησης μεσαίου άξονα (Ns/m): ',num2str(par(5))])
disp(['Ελαστικότητα ανάρτησης πίσω άξονα (N/m) : ',num2str(par(3))])
disp(['Απόσβεση ανάρτησης πίσω άξονα (Ns/m): ',num2str(par(6))])
disp(' ')
disp('ΣΤΗΡΙΞΕΙΣ')
disp(' ')
disp(['Ελαστικότητα εμπρός στήριξης (N/m) : ',num2str(par(7))])
disp(['Απόσβεση εμπρός στήριξης (Ns/m): ',num2str(par(13))])
disp(['Ελαστικότητα δεύτερης στήριξης (N/m) : ',num2str(par(8))])
disp(['Απόσβεση δεύτερης στήριξης (Ns/m): ',num2str(par(14))])
disp(['Ελαστικότητα τρίτης στήριξης (N/m) : ',num2str(par(9))])
disp(['Απόσβεση τρίτης στήριξης (Ns/m): ',num2str(par(15))])
disp(['Ελαστικότητα τέταρτης στήριξης (N/m) : ',num2str(par(10))])
disp(['Απόσβεση τέταρτης στήριξης (Ns/m): ',num2str(par(16))])
disp(['Ελαστικότητα πέμπτης στήριξης (N/m) : ',num2str(par(11))])
disp(['Απόσβεση πέμπτης στήριξης (Ns/m): ',num2str(par(17))])
disp(['Ελαστικότητα έκτης στήριξης (N/m) : ',num2str(par(12))])
disp(['Απόσβεση έκτης στήριξης (Ns/m): ',num2str(par(18))])
disp(' ')
disp('ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ')
disp(' ')
disp(['Απόσταση 1ου άξονα και πρώτης στήριξης (m): ',num2str(par(end))])
disp(['Οριζόντια θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): ',num2str(xg)])
disp(['Κατακόρυφη θέση του κέντρου βαρύτητας του πλήρους οχήματος(m): ',num2str(yg)])
disp(' ')
disp(' ')
disp(['Φορτίο εμπρός άξονα (kg): ',num2str(Af)])
disp(['Φορτίο μεσαίου άξονα (kg): ',num2str(Am)])
disp(['Φορτίο πίσω άξονα (kg): ',num2str(Ar)])
disp(['Φορτίο πείρου(kingpin) (kg): ',num2str(Ak)])

```

```

disp(['Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του εμπρός
αξονα(kNm/rad) :',num2str(Cdg(1))])
disp(['Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του μεσαίου
αξονα(kNm/rad):',num2str(Cdg(2))])
disp(['Δυσκαμψία περιστροφής ανάρτησης στον άξονα περιστροφής του πίσω
αξονα(kNm/rad): ',num2str(Cdg(3))])
disp(['Μέγιστη κατακόρυφη επιτάχυνση (m/sec2): ',num2str(max(abs(qz)))]])
disp(['Πλευρική επιτάχυνση (m/sec2): ',num2str(-qc)])
disp(' ')
disp(' ')
disp('ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ')
disp(' ')
disp(['Συντελεστής βαρύτητας: ',num2str(wfac)])
disp('τριαξονικό ημιρυμουλκούμενο βυτιοφόρο,με βυτίο δεμένο μεσω 12 στηρίξεων.')
disp('Βασική αξίωση της συνάρτησης είναι οτι οι αναρτήσεις και οι στηρίξεις')
disp('του τριαξονικού ημιρυμουλκούμενου βυτιοφόρου είναι ίδιες εκατέρωθεν του
πλαisiού')
disp('Έχει θεωρηθεί ότι το κέντρο βάρους του βυτίο βρίσκεται στο γεωμετρικό του
κέντρο.')
```

Function bfgs

```
function [newpar,detobj_f,obj_ftimes,iter]=bfgs(par,e1,e2,e3,e4,e5,wfac,max_iter)
```

```

% BFGS
% Ημινευτώνια μέθοδος για τοπική βελτιστοποίηση.
% Πλήρως παραμετροποιημένη εκδοχή.Εξαναγκασμένη φθίνουσα πορεία αντί της
% χρήσης των συνθηκών Wolfe.
% Το σύστημα χαρακτήρων και συμβόλων του βιβλίου "Numerical Optimization"
% των J.Nocedal & S.Wright έχει διατηρηθεί.
%
% [detobj_f,newpar,obj_ftimes,iter]=bfgs(par,e1,e2,e3,e4,e5,max_iter);
%
% par : Το αρχικό άνυσμα παραμέτρων
% e1: Πεπερασμένη διαφορά
% e2: Κριτήριο τερματισμού νόρμας κλίσης .
% e3: Πολλαπλασιάζει την αρχική Εσσιανή(Hessian).
% e4: Πολλαπλασιάζει το αρχικό βήμα a
% e5: Η φθίνουσα πορεία σταματα αν a<e5
% max_iter: Μέγιστος αριθμός επαναληψεων της μεθόδου βελτιστοποίησης
```

```
%
% newpar : Το νέο-βελτιστοποιημένο άνυσμα παραμέτρων
% detobj_f : Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης obj_f στο άνυσμα newpar.
% obj_ftimes: Ο αριθμός εκτιμήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης.
% iter : Ο αριθμός επαναλήψεων της μεθόδου βελτιστοποίησης
%

clc
cd C:\
    diary('C:\bfgs_report.m')
x1=par;
load data.mat
load cus_val.mat
load constraints.mat
load bounds.mat

x1=changevar('straight',x1,bounds);

if size(x1,2)~=1; x1=x1'; end
nn=length(x1);
% Αρχική τιμή της αντικειμενικής συναρτησης
iter=0;
fx1=objective_semitrailer(x1,wfac,data,cus_val,constraints);

obj_ftimes=1;
disp(' ')
disp(['Επανάληψη υπ αριθμό          : ',num2str(iter)])
disp(['Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : ',num2str(fx1)])
disp(['Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό:',num2str(obj_ftimes)])
disp(' ')
% Υπολογισμός χώρου R^n
ei=eye(nn);
% Αρχική κλίση
for i=1:nn
    gradient1(i,1)=(objective_semitrailer((x1+e1*ei(:,i)),wfac,data,cus_val,constraints)-
fx1)/e1;

end

obj_ftimes=obj_ftimes+nn;
```

```

%Αρχική Εσσιανή(Hessian)
H=e3*abs(fx1)*eye(nn);
%Έναρξη επαναλήψεων
keyboard
while norm(gradient1)>e2 && iter<max_iter
    iter=iter+1;
    if iter==1
        p=-H*gradient1/norm(H*gradient1);
    else
        p=-H*gradient1;
    end
    a=1;
    x2=x1+a*p;
    fx2=objective_semitrailer(x2,wfac,data,cus_val,constraints);
    obj_ftimes=obj_ftimes+1;
    %Εξαναγκασμένη φθίνουσα πορεία
    while fx2>fx1
        a=a*e4;
        if a<e5
            newpar=x1';

            newpar=changevar('reversed',newpar,bounds);

newpar=[1e+4 1e+4 1e+4 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+2 1e+2 1e+2
1e+2 1e+2 1e+2 1e0].*newpar;

detobj_f=fx1;
        obj_ftimes=obj_ftimes;
        iter=iter;
        disp('Returned from line search')

    end
    x2=x1+a*p;
    fx2=objective_semitrailer(x2',wfac,data,cus_val,constraints);

    obj_ftimes=obj_ftimes+1;
end
% Νέα κλίση
for i=1:nn
    gradient2(i,1)=(objective_semitrailer((x2+e1*ei(:,i)),wfac,data,cus_val,constraints)-
fx2)/e1;

```

```
end
obj_ftimes=obj_ftimes+nn;
% Νέα Εσσιανή συνάρτηση.Ανανέωση της BFGS
s=x2-x1;
γ=gradient2-gradient1;
r=1/(γ'*s);
H=(eye(nn,nn)-r*s*γ')*H*(eye(nn,nn)-r*γ*s')+r*s*s';
% Ετοιμασία επόμενης επανάληψης
x1=x2;
fx1=fx2;
gradient1=gradient2;
disp(' ')
disp(['Επανάληψη υπ αριθμό      :',num2str(iter)])
disp(['Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης      :',num2str(fx1)])
disp(['Εκτίμηση αντικειμενικής συνάρτησης υπ αριθμό :',num2str(obj_ftimes)])
disp(' ')
end

newpar=x1';

newpar=changevar('reversed',newpar,bounds);

newpar=[1e+4 1e+4 1e+4 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+3 1e+2 1e+2 1e+2
1e+2 1e+2 1e+2 1e0].*newpar;
detobj_f=fx1;
obj_ftimes=obj_ftimes;
iter=iter;

diary off
```


Παράρτημα Γ

Επεξήγηση στις διάφορες εντολές του MATLAB

Παρακάτω παρατίθενται επεξηγήσεις στις εντολές του προγράμματος MATLAB που χρησιμοποιήθηκαν στις συναρτήσεις `semitrailer`, `objective_semitrailer`, `changevar`, `reg111`, `bfgs`.

Nargin/Nargout: Ο αριθμός των εισαγόμενων/εξαγόμενων δηλωμένων ορισμάτων που χρειάζονται για να κληθούν συναρτήσεις σχεδιασμένες από το χρήστη.

Varargin/Varargout: Μεταβάλλει τον αριθμό των εισερχόμενων/εξερχόμενων ορισμάτων μίας συνάρτησης. Είναι ένας πίνακας που περιέχει τα προαιρετικά ορίσματα της συνάρτησης και πρέπει να δηλωθεί ως τελευταίο εισερχόμενο/εξερχόμενο όρισμα αυτής.

Isempty: Η εντολή `isempty(X)` επιστρέφει δύο τιμές. Την τιμή 1 αν ο πίνακας X είναι άδειος και 0 διαφορετικά.

Iscell: Η εντολή `iscell(X)` επιστρέφει 2 τιμές. Την τιμή 1 αν X είναι μήτρα (cell array) και τη τιμή 0 διαφορετικά.

Lsim: Προσομοιώνει τη χρονική απόκριση των μοντέλων LTI σε τυχαία δεδομένα. `Lsim(X,U,T)` δίνει τη χρονική απόκριση του LTI (γραμμικού-σταθερού χρόνου) μοντέλου X στο σήμα που λαμβάνει από τα δεδομένα των U,T. Ο πίνακας στήλη (διάνυσμα) χρόνου T αποτελείται από ισαπέχοντα χρονικά δείγματα και ο πίνακας U αποτελείται από τόσες στήλες όσες και οι είσοδοι. Η i-οστή του γραμμή υποδεικνύει τη τιμή εισόδου για τη χρονική στιγμή T(i).

Mean: Δίνει τη μέση τιμή. Για πίνακες στήλη X, `mean(X)` δίνει τη μέση τιμή των στοιχείων του X. Για πίνακες X `mean(X)` δίνει πίνακα γραμμή που περιέχει τις μέσες τιμές κάθε στήλης.

Max/min: Η εντολή αυτή για διανύσματα X δίνει το μέγιστο/ελάχιστο στοιχείο στον X. Για X πίνακα, `max(X)` δίνει πίνακα γραμμή με το μέγιστο/ελάχιστο στοιχείο κάθε στήλης. `[Y,I] = Max(X)` ή `min(X)` επιστρέφει τους δείκτες της μέγιστης/ελάχιστης τιμής στο διάνυσμα I. Αν υπάρχουν πάνω από ένα μέγιστα/ελάχιστα ο δείκτης αναφέρεται στη πρώτη τιμή που συναντά.

Real: Η εντολή `Real(X)` παρέχει το πραγματικό μέρος του μιγαδικού X.

Pole: `P=pole(X)` υπολογίζει τους πόλους του LTI μοντέλου X (P πίνακας στήλη).

Diary: Σώζει κείμενα από εκτελέσεις του MATLAB. `DIARY` και μετά το όνομα του αρχείου (πχ `diary semitrailer`) δημιουργεί αντίγραφο των ακολουθούμενων δεδομένων στο παράθυρο εκτέλεσης εντολών (command window) και των επακόλουθων εξαγόμενων δεδομένων να αποθηκεύονται στο επιλεγμένο αρχείο. Αν δεν διευκρινίζεται όνομα αρχείου σώζεται στο

αρχείο "diary". Η εντολή DIARY OFF σταματά προσωρινά την εντολή diary. DIARY ON επαναφέρει την εντολή diary.

Num2str: Αλλάζει αριθμητικά δεδομένα σε αλφαριθμητική σειρά χαρακτήρων.

T = NUM2STR(X,N) αλλάζει τον πίνακα X σε αλφαριθμητική απεικόνιση T με N το πολύ ψηφία και έναν εκθέτη αν απαιτείται. Αυτό είναι χρήσιμο για να βάζεις ετικέτες στις γραφικές αναπαραστάσεις των εντολών TITLE, XLABEL, YLABEL και TEXT.

Cumsum: Αθροιστική εντολή στοιχείων. Για διανύσματα X, cumsum(X) είναι διάνυσμα (πίνακας στήλη) που περιέχει το συσσωρευτικό άθροισμα των στοιχείων του X. Για πίνακες η εντολή cumsum(X) δίνει πίνακα ίδιου μεγέθους με τον X και περιέχει το συσσωρευτικό άθροισμα σε κάθε στήλη.

Ss: Προσδιορίζει μοντέλα χώρου κατάστασης ή μετατρέπει ένα μοντέλο LTI σε μοντέλο χώρου κατάστασης. Η εντολή sys_ss(A,B,C,D,'PropertyName1','PropertyValue1'...) δημιουργεί μοντέλο χώρου κατάστασης συνεχούς χρόνου με έξοδο στο χώρο κατάστασης και παράλληλα δίνει τις επιθυμητές ιδιότητες της εντολής

Tf: Δημιουργεί συναρτήσεις μεταφοράς ή μετατρέπει το σύστημα σε συνάρτηση μεταφοράς. Η εντολή SYS = TF(NUM,DEN) δημιουργεί μια χρονικά μεταβλητή συναρτηση μεταφοράς SYS με αριθμητή NUM και παρονομαστή DEN. Η έξοδος SYS είναι συνάρτηση μεταφοράς.

Switch: Τοποθετείται σαν διακόπτης σε μία συνάρτηση ανάμεσα σε κάποιες λειτουργίες που βασίζονται σε εκφράσεις. Η γενική μορφή του είναι:

Switch (όνομα διακόπτη)

Case (όνομα περίπτωσης 1)

Εντολές περίπτωσης 1

Case (όνομα περίπτωσης 2)

Εντολές περίπτωσης 2

...

Otherwise

Εντολές τελικής περίπτωσης

End

Norm: NORM(X) ή NORM(X,2) είναι η $\|X\|_2$ ή «ευκλείδεια νόρμα». Είναι η μέγιστη τιμή της ανάλυσης στα συστατικά του X, max(svd(X)). ([U,S,V] = SVD(X) δημιουργεί διαγώνιο πίνακα

S , ίδιων διαστάσεων με το X και με μη αρνητικά μειούμενα στοιχεία και μοναδιαίους πίνακες U και V τέτοιους ώστε

$$X = U * S * V'.$$

$NORM(X,1)$ είναι η $\|X\|_1$. Δίνει το $\max(\text{sum}(\text{abs}(X)))$.

$NORM(X,\text{inf})$ είναι η $\|X\|_\infty$ και δίνει το $\max(\text{sum}(\text{abs}(X')))$.

Return: Η εντολή RETURN επιστρέφει απο το πληκτρολόγιο στην λειτουργούσα συνάρτηση ή από την εν λειτουργία συναρτηση δίνει πρόσβαση στο πληκτρολόγιο. Η εντολή return τερματίζει ακόμη την εντολή keyboard.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Θεωρία Κινήσεως Τροχοφόρων Οχημάτων (Miroslav Demic-Κωνσταντίνου Ν. Σπέντζα)
2. Σπέντζα
3. Δυναμική Οχημάτων (Κωνσταντίνου Ν. Σπέντζα)
4. Δυναμική Μηχανών (Α.Κανάραχου-Ι.Αντωνιάδη)
5. Handbook of Vehicle-Road Interaction (David Cebon)
6. Rollover of Heavy Commercial Vehicles (Christopher B. Winkler-Daniel F Blower-Robert D.Ervin-Rao M.Chalasan)
7. Numerical Optimization (Jorge Nocedal-Steppen J.Wright)
8. <http://www.wikipedia.org/>
9. <http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po.html>