



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

## **Οπτικές Τηλεπικοινωνίες μεταξύ Δορυφορικών Συστημάτων και Αεροσκαφών.**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μαρία, Βασιλείου Συργιάννη

**Επιβλέπων :** Φίλιππος, Κωνσταντίνου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2009





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

## Οπτικές Τηλεπικοινωνίες μεταξύ Δορυφορικών Συστημάτων και Αεροσκαφών.

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μαρία, Βασιλείου Συργιάννη

Επιβλέπων : Φίλιππος Κωνσταντίνου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 17<sup>η</sup> Φεβρουαρίου 2009.

.....  
Φίλιππος Κωνσταντίνου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Χρήστος Καψάλης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Νικόλαος Ουζούνογλου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2009

.....  
Μαρία , Βασιλείου, Συργιάννη.

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Μαρία, Συργιάννη, 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

Ολοένα και αυξανόμενο είναι το ενδιαφέρον για τη μελέτη και υλοποίηση Πλατφόρμων Μεγάλου Ύψομέτρου, HAPs (High Altitude Platforms), λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών από τα οποία διακρίνονται, εξασφαλίζοντας σε αυτό το νεό τηλεπικοινωνιακό σύστημα πρωταγωνιστικό ρόλο στο χώρο των τηλεπικοινωνιών.

Οι πλατφόρμες συνδυάζουν όλα τα σημαντικά πλεονεκτήματα ενός δορυφορικού αναμεταδότη, υπερπηδώντας όμως παράλληλα τα περιοριστικά μειονεκτήματά του. Πιό συγκεκριμένα οι οπτικές τηλεπικοινωνίες των συστημάτων αυτών παρέχουν τη δυνατότητα αξιόπιστων και ελεύθερων από παρεμβολές τηλεπικοινωνιών υψηλής ταχύτητας διάδοσης σε πολύ μεγάλες αποστάσεις, ενώ ταυτόχρονα έχουν πολύ μικρότερο κόστος υποδομής και συντήρησης από εκείνο των δορυφορικών συστημάτων, γρήγορη και ευέλικτη ανάπτυξη, μία ιδιαίτερα ευέλικτη αρχιτεκτονική συστήματος και μικρότερη καθυστέρηση λόγω απόστασης.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής είναι η μελέτη των οπτικών χαρακτηριστικών της δέσμης του laser, η συμπεριφορά της οποίας εξαρτάται από το περιβάλλον του προστατευτικού κελύφους της κεραίας, το οποίο θα είναι στο πρώτο μέρος της εργασίας ένα πεπλατυσμένο ελλειψοειδές και στο δεύτερο μία σφαίρα. Το περιβάλλον της κεραίας περιγράφεται από την πυκνότητα της ροής του ρευστού γύρω από αυτή. Η πυκνότητα της ροής διαμορφώνεται ανάλογα με το υψόμετρο, την ταχύτητα της σφαίρας/ελλειψοειδούς, τη σύνθεση του παρεμβαλλόμενου μεταξύ πομπού και δέκτη ρευστού και τη θέρμανση ή ψύξη της γήινης επιφάνειας που με τον πρόσθετο παράγοντα του ανέμου μετατρέπουν την ατμόσφαιρα σε ταραχώδη.

Συγκεκριμένα για την περίπτωση του πεπλατυσμένου ελλειψοειδούς εφαρμόζουμε προσεγγιστικά τη θεωρία της σφαίρας και απεικονίζουμε με τη βοήθεια του Matlab οπτικά μεγέθη (όπως το μήκος οπτικού μονοπατιού, το σφάλμα κλίσης, τον Strehl ratio και τα πολυώνυμα Zernike) τα οποία είναι απαραίτητα για την μελέτη της οπτικής ζεύξης. Για το δεύτερο μέρος όπου ασχολούμαστε με τη σφαίρα έχουμε τα δεδομένα για την πυκνότητα της ροής από το πρόγραμμα προσομοίωσης ροής ρευστών Tecplot για συγκεκριμένες τιμές ταχυτήτων της σφαίρας και για δύο περιπτώσεις συνθηκών, οι οποίες είναι συνθήκες STP και πραγματικές συνθήκες σε υψόμετρο 20 km. Τα δεδομένα αυτά τα επεξεργαζόμαστε στο Matlab και συγκρίνουμε τα χαρακτηριστικά της ζεύξης σε κάθε μία από τις περιπτώσεις που έχουμε από το Tecplot.

## Λέξεις κλειδιά

οπτική ζεύξη, πυκνότητα ροής, πολυώνυμα Zernike, γωνία ανύψωσης, μέτωπο κύματος, μήκος οπτικού μονοπατιού.



## **Abstract**

Increasing is the interest in the study and implementation of High Altitude Platforms, HAPs, due to their inique characteristics of which they differ, ensuring in that new telecommunication system a leading role in the telecommunications.

The platforms combine all the important advantages of a satellite transponder, overcoming at the same time it's restrictive disadvantages. In particular, the optical telecommunications systems provide reliable and free from interference telecommunications of high-speed propagation in very long distances, while having much lower infrastructure and maintenance cost than the satellite systems, fast and flexible development, a highly flexible architecture system and less delay due to distance.

The aim of this diploma is the study of the optical characteristics of the laser beam, the behavior of which depends on the environment of the antenna's protective shell, which is in the first part of the paper a flattened ellipsoid and in the second part a sphere. The antenna's environment is described by the density of the fluid flow around the sphere. The density of the flow is formed depending on the altitude, the speed of the sphere / ellipsoid, the composition of the fluid between transmitter and receiver and the heating or cooling of the earth's surface which with the additional factor of the wind turns the atmosphere into a turbulent one.

Specifically in the case of flattened ellipsoid we apply approximately the sphere's theory and display, with Matlab's help, visual parameters (such as the optical path difference, the tilt error, the Strehl ratio and the Zernike polynomials) which are necessary for the study of the optical link . For the second part where we deal with the sphere, we have the data on flow's density from the fluid flow simulator, Tecplot, for specific speed values of the sphere and at two types of conditions, at STP conditions and at actual conditions for 20 km altitude. These data are being processed in Matlab and finally we compare the characteristics of the link for each case that we have from the Tecplot.

## **Key words**

optical link, density flow, Zernike polynomials, elevation angle, wavefronts, optical path length.





## **Ευχαριστίες.**

Κατ'αρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου κο. Φίλιππο Κωνσταντίνου για την καθοδήγησή του σε κάθε φάση της δημιουργίας της. Επίσης τον κο. Γεώργιο Μπεργελέ, καθηγητή του Ε.Μ.Π. για την πολύ σημαντική συνεργασία του. Ακόμη τον κο. Φώτη Σταθόπουλο για τη βοήθειά του και τις κατάλληλες οδηγίες για τη διεκπεραίωση της διπλωματικής. Τέλος τους Λέκτορες του City University London, κο. Γαβαΐση Μανώλη και κο. Γιανναδάκη Μανώλη, για τη συνεργασία τους, παρέχοντάς μου τα δεδομένα προσομοίωσης στο Tecplot. Θέλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου και τους φίλους μου για την ακούραστη υποστήριξή τους.

Μαρία Β. Συργιάννη,  
Αθήνα, 17<sup>η</sup> Φεβρουαρίου 2009.



## Περιεχόμενα

Περίληψη .....	5,7
Λέξεις κλειδιά.....	5,7
Ευχαριστίες.....	9
Περιεχόμενα.....	11
Σχήματα .....	14
Πίνακες.....	19
<b>1 Εισαγωγή .....</b>	<b>21</b>
1.1 Σκοπός της εργασίας.....	21
1.2 Παρακίνηση της εργασίας .....	21
1.3 Σύνοψη της εργασίας.....	22
<b>2 Ατμοσφαιρικές συνθήκες .....</b>	<b>23</b>
2.1 Η επίδραση των Ατμοσφαιρικών διαταραχών .....	23
2.2 Συντελεστής πίεσης - Pressure Coefficient.....	24
2.3 Αριθμός Mach.....	23
2.4 Δείκτης διάθλασης.....	25
2.5 Αριθμός Reynolds (Re).....	26
2.6 Πυκνότητα ροής ατμοσφαιρικού αέρα .....	28
2.7 Μοντέλα περιγραφής των Ατμοσφαιρικών Συνθηκών.....	29
2.7.1 Μοντέλο Σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας (STP).....	29
2.7.2 Βαρομετρική μέθοδος.....	30
2.8 Ταχύτητα Αέρα .....	33
<b>3 Ρευστοδυναμική-Αεροδυναμική.....</b>	<b>34</b>
3.1 Εισαγωγή .....	34
3.2 Νευτώνια ρευστά .....	34
3.3 Η προέλευση των εφαπτομενικών δυνάμεων .....	34
3.4 Οριακό Στρώμα.....	35
3.5 Γραμμές Ροής- Streamlines .....	37
3.6 Τύποι ροών .....	37
3.6.1 Γραμμική ή ταραχώδης ροή.....	37
3.6.2 Σταθερή ή ασταθής ροή.....	38
3.6.3 Συμπιεσμένη ή ασυμπιεστή ροή .....	38
3.6.4 Ιξώδης ή μη-ιξώδης ροή .....	39
3.6.5 Ροή Stokes.....	39
<b>4 Βασικές αρχές Ρευστοδυναμικής.....</b>	<b>41</b>
4.1 Τέλειος Νόμος Αερίων - Ideal Gas Law .....	41
4.2 Αδιαβατικός νόμος.....	41
4.3 Η Αρχή του Bernoulli και η εξίσωση Bernoulli .....	42
4.4 Εξισώσεις Navier – Stokes .....	42
<b>5 Ελλειψοειδές.....</b>	<b>45</b>
5.1 Εισαγωγή .....	45
5.2 Μαθηματικό μοντέλο Έλλειψης .....	45
5.3 Μέθοδος υπολογισμού.....	46
5.4 Διαφορά Οπτικού μονοπατιού (OPD) .....	53
5.5 Σφάλμα Μετώπου Κύματος – Wavefront error .....	56
5.6 Μέση Κλίση μετώπου κύματος – Mean Wavefront Tilt .....	61

5.6.1	Μέση κλίση ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	62
5.6.2	Μέση κλίση ως προς τον αριθμό Mach.....	64
5.6.3	Μέση κλίση ως προς το υψόμετρο λειτουργίας.....	65
5.7	Πολυώνυμα Zernike.....	65
5.8	Root Mean Square Error.....	76
5.9	Strehl Ratio.....	78
<b>6</b>	<b>Περίπτωση σφαίρας.....</b>	<b>83</b>
6.1	Εισαγωγή.....	83
6.2	Πυκνότητα.....	83
<b>7</b>	<b>Ροή γύρω από σφαίρα.....</b>	<b>91</b>
7.1	Εισαγωγή.....	91
7.2	Διαφορά Οπτικού Μονοπατιού (OPD).....	91
7.2.1	OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	94
7.2.2	OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , συνθήκες STP.....	97
7.2.3	OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=180^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	98
7.2.4	OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=180^\circ$ , συνθήκες STP.....	100
7.2.5	OPD για γωνίες $\theta=-90^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	102
7.2.6	OPD για γωνίες $\theta=-90^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , συνθήκες STP.....	104
7.2.7	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	106
7.2.8	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , συνθήκες STP.....	107
7.2.9	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=45^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	109
7.2.10	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=45^\circ$ , συνθήκες STP.....	110
7.2.11	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=90^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	112
7.2.12	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=90^\circ$ , συνθήκες STP.....	113
7.2.13	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=135^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	115
7.2.14	OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=135^\circ$ , συνθήκες STP.....	116
7.2.15	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	118
7.2.16	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , συνθήκες STP.....	119
7.2.17	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=45^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	120
7.2.18	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=45^\circ$ , συνθήκες STP.....	122
7.2.19	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=90^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	123
7.2.20	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=90^\circ$ , συνθήκες STP.....	124
7.2.21	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=135^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.....	126
7.2.22	OPD για γωνίες $\theta=60^\circ$ και $\varphi=90^\circ$ , συνθήκες STP.....	127
7.3	Πολυώνυμα Zernike.....	129
7.3.1	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $0^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	129
7.3.2	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $0^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	131
7.3.3	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $0^\circ$ , $\varphi$ ίση με $180^\circ$ .....	132
7.3.4	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $0^\circ$ , $\varphi$ ίση με $180^\circ$ .....	134
7.3.5	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $-90^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	135
7.3.6	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $-90^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	137
7.3.7	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	138

7.3.8	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	140
7.3.9	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $45^\circ$ .....	141
7.3.10	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $45^\circ$ .....	143
7.3.11	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $90^\circ$ .....	144
7.3.12	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $90^\circ$ .....	146
7.3.13	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $135^\circ$ .....	147
7.3.14	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $135^\circ$ .....	149
7.3.15	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	150
7.3.16	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$ .....	152
7.3.17	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $45^\circ$ .....	153
7.3.18	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $45^\circ$ .....	155
7.3.19	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $90^\circ$ .....	156
7.3.20	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $90^\circ$ .....	158
7.3.21	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $135^\circ$ .....	159
7.3.22	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $135^\circ$ .....	161
<b>8</b>	<b>Συμπεράσματα.....</b>	<b>163</b>
8.1	Συνεισφορά.....	163
8.2	Μελλοντική έρευνα.....	163
8.3	Τρέχοντα συστήματα και προτάσεις.....	164
	<b>Σύμβολα.....</b>	<b>167</b>
	<b>Συντομογραφίες.....</b>	<b>169</b>
	<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>170</b>

## Σχήματα

2.1	Παραμόρφωση του μετώπου κύματος κατά τη διάδοσή του στην ατμόσφαιρα.....	23
2.2	Γεωμετρία ελλειψοειδούς κελύφους κεραίας.....	28
2.3	Ο δείκτης ανάκλασης ως προς το μήκος κύματος για το μοντέλο STP.....	29
2.4	Η πίεση ως προς το ύψος για τη Βαρομετρική μέθοδο.....	31
2.5	Η πυκνότητα ως προς το ύψος για τη Βαρομετρική μέθοδο.....	32
2.6	Η θερμοκρασία ως προς το ύψος για τη Βαρομετρική μέθοδο.....	32
2.7	Μεταβολή ταχύτητας αέρα ως προς το υψόμετρο.....	33
3.1	Σύγκρουση μορίων ενός αέριου μέσου.....	34
3.2	Ταχύτητα στο οριακό στρώμα.....	35
3.3	Το Οριακό Στρώμα και η μετάβαση από γραμμική σε ταραχώδη ροή.....	36
5.1	Διάγραμμα ροής μεθόδου υπολογισμού παραμέτρων ροής ελλειψης.....	46
5.2	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων ίσο με 1, περίπτωση σφαίρας.....	47
5.3	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 1.3.....	47
5.4	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 1.5.....	48
5.5	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 1.7.....	48
5.6	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 2.....	49
5.7	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 2.5.....	49
5.8	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 3.....	50
5.9	Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 4.....	50
5.10	Μεταβολή του συντελεστή πίεσης γύρω από το ελλειψοειδές.....	51
5.11	Πίεση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 2.....	51
5.12	Αριθμός Mach γύρω από ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2.....	52
5.13	Πυκνότητα γύρω από ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1,5.....	52
5.14	Ορισμός γωνίας ανύψωσης.....	53
5.15	OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης $0^\circ$ .....	54
5.16	OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης $30^\circ$ .....	54
5.17	OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης $60^\circ$ .....	55
5.18	OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης $90^\circ$ .....	55
5.19	Πραγματικό και Ιδεατό μέτωπο κύματος.....	56
5.20	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον x-άξονα για $0^\circ$ .....	57
5.21	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον x-άξονα για $30^\circ$ .....	58
5.22	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον x-άξονα για $60^\circ$ .....	58
5.23	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον x-άξονα για $90^\circ$ .....	59
5.24	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για $0^\circ$ .....	59
5.25	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για $30^\circ$ .....	60
5.26	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για $60^\circ$ .....	60
5.27	Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για $90^\circ$ .....	61
5.28	Κλίση ως προς γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, λόγος διαμέτρου κεραίας προς μικρό ημιάξονα ελλειψοειδούς 0.3/2.....	62
5.29	Κλίση ως προς γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, λόγος διαμέτρου κεραίας προς μικρό ημιάξονα ελλειψοειδούς 0.6/2.....	62
5.30	Κλίση ως προς γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, 60 cm, 1m, 2m.....	63
5.31	Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς την ταχύτητα για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, γωνία ανύψωσης $30^\circ$ .....	64

5.32	Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς την ταχύτητα για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, γωνία ανύψωσης 0°, 30°, 45°, 60°, 80°.....	64
5.33	Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς το υψόμετρο για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, γωνία ανύψωσης 0°, 30°, 45°, 60°, 80°.....	65
5.34	Τα 16 πρώτα πολυώνυμα Zernike.....	70
5.35	Οι έξι πρώτοι συντελεστές Zernike για γωνίες ανύψωσης 0°, 15°, 30°, 45°, 75°, 80° και 90°.....	71
5.36	Οι έξι πρώτοι συντελεστές Zernike κατά μήκος της γωνίας ανύψωσης για Mach number 0.3, STP συνθήκες και διάμετρο κεραίας 30 cm.....	72
5.37	Τα έξι πρώτα Zernike πολυώνυμα ως προς την ταχύτητα, δηλαδή τον αριθμό Mach, σε συνθήκες STP, γωνία ανύψωσης 45° και διάμετρο κεραίας 30 cm...	73
5.38	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike ως προς το υψόμετρο για γωνία ανύψωσης 45°, συνθήκες STP και διάμετρο κεραίας 30 cm.....	74
5.39	Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike ως προς το λόγο της διαμέτρου της κεραίας προς τη μικρή διάμετρο του ελλειψοειδούς, για γωνία ανύψωσης 45°, συνθήκες STP και ταχύτητα 0.3 M.....	75
5.40	Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς τη γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και ταχύτητα 0.3 Mach.....	76
5.41	Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς την ταχύτητα (Mach number), για γωνία ανύψωσης 45°, συνθήκες STP και διάμετρο κεραίας 30 cm.....	77
5.42	Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς το υψόμετρο, για γωνία ανύψωσης 45°, ταχύτητα 0.3 Mach και συνθήκες STP.....	77
5.43	Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς το λόγο της διαμέτρου της κεραίας προς τη μικρή διάμετρο του ελλειψοειδούς, για γωνία ανύψωσης 45°, ταχύτητα 0.3 Mach και συνθήκες STP.....	78
5.44	Strehl Ratio ως προς τη γωνία ανύψωσης, για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και ταχύτητα 0.3 Mach.....	79
5.45	Strehl Ratio ως προς την ταχύτητα, για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και γωνία ανύψωσης 45°.....	80
5.46	Strehl Ratio ως προς το υψόμετρο, για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και γωνία ανύψωσης 45°.....	80
5.47	Strehl ratio ως προς το λόγο της διαμέτρου της κεραίας προς τη μικρή διάμετρο του ελλειψοειδούς, για γωνία ανύψωσης 45°, ταχύτητα 0.3 Mach και συνθήκες STP.....	81
6.1	Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.....	84
6.2	Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.....	84
6.3	Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.....	84
6.4	Διαταραχή ιξώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km..	84
6.5	Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.....	85
6.6	Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.....	85
6.7	Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.....	85
6.8	Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.....	85
6.9	Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.....	86
6.10	Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.....	86
6.11	Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.....	86
6.12	Διαταραχή ιξώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP....	86
6.13	Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.....	86
6.14	Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.....	87
6.15	Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.....	87
6.16	Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km.....	87

6.17	Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20km .....	87
6.18	Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP .....	88
6.19	Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP .....	88
6.20	Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP .....	88
6.21	Διαταραχή ιξώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP .....	88
6.22	Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP .....	88
6.23	Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km .....	89
6.24	Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km .....	89
6.25	Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km .....	89
6.26	Διαταραχή ιξώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km .....	89
6.27	Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km .....	89
7.1	Τρισδιάστατη σχηματική αναπαράσταση γεωμετρίας .....	92
7.2	Οι γωνίες $\theta$ και $\varphi$ κατά τις οποίες στρέφουμε την κεραία, προκειμένου να προσανατολιστεί κάθε φορά σε διαφορετική κατεύθυνση .....	93
7.3	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0$ , $\varphi=0$ , x εως 20m .....	94
7.4	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0$ , $\varphi=0$ , x εως 5m .....	94
7.5	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0$ , $\varphi=0$ , x εως 3m .....	95
7.6	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0$ , $\varphi=0$ , x εως 3m .....	95
7.7	OPD για 54 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0$ , $\varphi=0$ , x εως 3m .....	96
7.8	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	97
7.9	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	97
7.10	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	98
7.11	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	99
7.12	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	99
7.13	OPD για 54 m/s, συνθήκες των 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	100
7.14	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	100
7.15	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ , x εως 3m .....	101
7.16	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ , x εως 5m .....	101
7.17	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	102
7.18	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	102
7.19	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	103
7.20	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	103
7.21	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	104
7.22	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	104
7.23	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	105
7.24	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	106
7.25	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	106
7.26	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	107
7.27	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	107
7.28	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	108
7.29	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	108
7.30	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	109
7.31	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	109
7.32	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	110
7.33	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	110
7.34	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	111
7.35	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	111
7.36	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	112
7.37	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	112
7.38	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	113



7.39	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	113
7.40	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	114
7.41	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	114
7.42	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	115
7.43	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	115
7.44	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	116
7.45	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	116
7.46	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	117
7.47	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	117
7.48	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	118
7.49	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	118
7.50	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	119
7.51	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	119
7.52	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	120
7.53	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	120
7.54	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	121
7.55	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	121
7.56	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	122
7.57	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=45^\circ$ .....	122
7.58	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	123
7.59	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	123
7.60	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	124
7.61	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	124
7.62	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	125
7.63	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=90^\circ$ .....	125
7.64	OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	126
7.65	OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	126
7.66	OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	127
7.67	OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	127
7.68	OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	128
7.69	OPD για 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=60^\circ$ , $\varphi=135^\circ$ .....	128
7.70	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	129
7.71	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	130
7.72	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	130
7.73	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	131
7.74	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	131
7.75	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	132
7.76	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	132
7.77	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	133
7.78	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	133
7.79	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	134
7.80	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	134
7.81	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=0^\circ$ , $\varphi=180^\circ$ .....	135
7.82	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	135
7.83	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	136
7.84	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	136
7.85	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	137
7.86	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	137
7.87	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP, $\theta=-90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	138
7.88	Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km, $\theta=30^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ .....	138



## Πίνακες

2.1	Τύποι ροής γύρω από έναν σφαιρικό κύλινδρο .....	27
2.2	Η Βαρομετρική μέθοδος .....	30
5.1	Μετασχηματισμός δεικτών πολυωνύμων Zernike.....	67
5.2	Πυραμίδα Zernike .....	67
5.3	Τα 16 πρώτα Πολυώνυμα Zernike.....	68
6.1	Ταχύτητες κίνησης σφαίρας.....	83
8.1	Σύγκριση μεταξύ επίγειου, δορυφορικού και HAP τηλεπικοινωνιακού συστήματος .....	166



# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός αυτής της διπλωματικής είναι να υπολογίσουμε την παραμόρφωση της κυματομορφής της διαδιδόμενης δέσμης laser, οι οποία δημιουργείται λόγω της ροής του αέρα γύρω από το υπό μελέτη ιπτάμενο αντικείμενο, το οποίο στην διπλωματική μας θα είναι αρχικά ένα πεπλατυσμένο ελλειψοειδές και στο δεύτερο μέρος της εργασίας μας μία σφαίρα μικρής διαμέτρου.

Το παρεμβαλλόμενο μεταξύ πομπού και δέκτη ρευστό είναι ατμοσφαιρικός αέρας. Η κίνηση οποιουδήποτε αντικειμένου μέσα σε αυτόν σε συνεργασία με άλλους παράγοντες όπως είναι η θέρμανση ή η ψύξη της γήινης επιφάνειας, με τον επιπρόσθετο παράγοντα του ανέμου έχουν ως αποτέλεσμα τη μετατροπή της ατμόσφαιρας σε ταραχώδη. Η κεραία βρίσκεται μέσα σε ένα προστατευτικό κέλυφος η γεωμετρία του οποίου διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο στο είδος της ροής του ρευστού που θα δημιουργηθεί γύρω από αυτό, σε άμεση εξάρτηση από την ταχύτητα με την οποία θα κινείται. Γνωρίζοντας τον τύπο της ροής του ρευστού μέσου, για δεδομένη ταχύτητα και υψόμετρο λειτουργίας της πλατφόρμας, είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τις ιδιότητες του ρευστού και ακολούθως τα οπτικά χαρακτηριστικά της ζεύξης.

Η μελέτη αυτή στοχεύει τελικά στην δημιουργία κατάλληλων κεραιών για την επίτευξη τηλεπικοινωνιακής ζεύξης μεταξύ της πλατφόρμας και των ήδη υπάρχοντων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

## 1.2 Παρακίνηση για την εργασία

Στη σημερινή εποχή η ανάγκη για υπηρεσίες υψηλής ποιότητας γίνεται όλο και πιο έντονη. Περιοριστικοί παράγοντες είναι το δεδομένο εύρος συχνοτήτων και το κόστος. Οι νέες πλατφόρμες αποτελούν ένα σταθμό αναμετάδοσης της πληροφορίας, ο οποίος όμως συνδιάζει μοναδικές ιδιότητες μετατρέποντάς τον έτσι σε ένα πρωτοποριακό σύστημα.

Θα είναι δυνατή η παροχή τηλεπικοινωνιών υψηλής χωρητικότητας σε μητροπολιτικές περιοχές με κόστος πολύ χαμηλότερο από εκείνο των υπάρχοντων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων τόσο από την άποψη της κατασκευής ενός τετοιου συστήματος όσο και από την πλευρά της συντήρησής του. Οι εφαρμογές των HAPs συμπεριλαμβάνουν ακόμη παρακολούθηση της ατμόσφαιρας (για μετεωρολογικούς σκοπούς), κυκλοφοριακό έλεγχο, κινητή τηλεπικοινωνία και υπηρεσίες τηλεόρασης.

Όλες αυτές οι εφαρμογές σε συνδυασμό με την πολύ ευέλικτη αρχιτεκτονική συστήματος αποτελούν σημαντικό έναυσμα για την μελέτη του περιβάλλοντος της πλατφόρμας, το οποίο καθορίζει την ποιότητα της ζεύξης. Το περιβάλλον της πλατφόρμας διαμορφώνεται από τον τρόπο με τον οποίο έχει επηρεαστεί η πυκνότητα του ατμοσφαιρικού αέρα. Αυτό καθορίζει τον τύπο της ροής που έχουμε γύρω από το ελλειψοειδές/σφαίρα (που κάθε φορά μελετάμε) και κατά συνέπεια τη συμπεριφορά της δέσμης του laser η οποία διέρχεται από το ρευστό αυτό μέσο.

## 1.3 Σύνοψη της εργασίας

Η δομή των κεφαλαίων που ακολουθούν είναι η ακόλουθη :

- Κεφάλαιο 2.** Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα θεμελιώδη μεγέθη που περιγράφουν ακριβώς την ατμόσφαιρα.
- Κεφάλαιο 3.** Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι τύποι ροών της ατμόσφαιρας και κάποιοι μηχανισμοί της Ρευστοδυναμικής / Αεροδυναμικής
- Κεφάλαιο 4.** Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται κάποιες βασικές αρχές της ρευστοδυναμικής.
- Κεφάλαιο 5.** Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η μέθοδος υπολογισμού όλων των ιδιοτήτων της ροής του ατμοσφαιρικού αέρα γύρω από το ελλειψοειδές.
- Κεφάλαιο 6.** Στο κεφάλαιο αυτό απεικονίζονται ιδιότητες της σφαίρας για τις ζητούμενες ταχύτητες και συνθήκες.
- Κεφάλαιο 7.** Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η μέθοδος υπολογισμού του OPD για την περίπτωση της σφαίρας παίρνοντας τα δεδομένα από το πρόγραμμα προσομοίωσης ροής ρευστών Tecplot.
- Κεφάλαιο 8.** Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για την κάθε περίπτωση δεδομένων που έχουμε από το Tecplot.

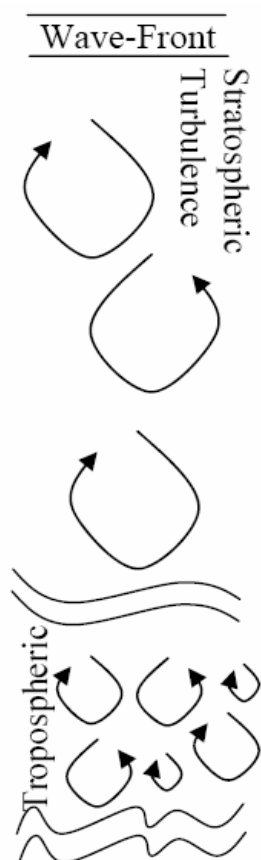
## 2 Ατμοσφαιρικές συνθήκες

### 2.1 Η επίδραση των Ατμοσφαιρικών διαταραχών

Πολλοί παράγοντες στη γη, όπως φυσικές διαδικασίες και μορφολογικά χαρακτηριστικά του εδάφους, επηρεάζουν σημαντικά την ατμόσφαιρα. Ωστόσο, ο κύριος παράγοντας διαταραχής είναι η άνιση θέρμανση της γήινης επιφάνειας από τον ήλιο. Η άνιση αυτή θέρμανση δημιουργεί διαδιδόμενα ρεύματα και άνεμο προκαλώντας κυκλικά ρεύματα, στοβιλισμούς (δίνες), οι οποίοι παγιδεύουν μεταβαλλόμενες θερμοκρασίες μέσα στην ατμόσφαιρα, προκαλώντας μεταβολή του δείκτη διάθλασης, διαταράσσοντας κατά συνέπεια το μέτωπο κύματος.

Οι εφαρμογές των HAPs αφορούν τα δύο πρώτα κύρια (σε μέγεθος) επίπεδα της ατμόσφαιρας, την τροπόσφαιρα και την στρατόσφαιρα, που περιλαμβάνουν το 99.9% της γήινης ατμόσφαιρας. Η διαταραχή αυτών των δύο επιπέδων ευθύνεται για την πλειονότητα των οπτικών παραμορφώσεων.

Έτσι τα αποτελέσματα των πηγών διαταραχών της ατμόσφαιρας, όπως είναι η μέση μεταβολή της θερμοκρασίας, η διάτμηση ανέμων (shearing winds), το έδαφος και φυσικές διαδικασίες συνδιάζονται ώστε να παραμορφώνουν το μέτωπο κύματος καθώς διαδίδεται μέσα από διαφορετικά επίπεδα θερμοκρασίας στη γήινη ατμόσφαιρα.



Μια καθαρότερη εικόνα για το πώς παραμορφώνεται το μέτωπο κύματος φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το μέτωπο κύματος δεν παραμορφώνεται πολύ καθώς περνά μέσα από την στρατόσφαιρα, καθώς σπάνια συμβαίνει διακύμανση της θερμοκρασίας σε αυτό το επίπεδο. Ωστόσο η τροπόσφαιρα παραμορφώνει πάρα πολύ το μέτωπο κύματος λόγω των πολυάριθμων πηγών στροβιλισμών.

Λόγω, λοιπόν, των μεταβολών της θερμοκρασίας, ο δείκτης διάθλασης αλλάζει ανάλογα με το υψόμετρο.

Προκειμένου να δούμε το μέγεθος της παραμόρφωσης του μετώπου κύματος χρησιμοποιούμε, όπως θα δούμε και στη συνέχεια, τα πολυώνυμα Zernike.

**Σχήμα 2.1:** Παραμόρφωση του μετώπου κύματος κατά τη διάδοσή του στην ατμόσφαιρα.[1]

## 2.2 Συντελεστής πίεσης - Pressure Coefficient

Ο συντελεστής πίεσης είναι ένας αδιάστατος αριθμός, μικρότερος της μονάδας, ο οποίος περιγράφει τις σχετικές πιέσεις μέσα σε ένα πεδίο ρευστών. Κάθε σημείο μέσα σε ένα ρευστό έχει τον δικό του μοναδικό συντελεστή πίεσης ( $C_p$ ). [2]

Σε πολλές περιπτώσεις στη ρευστοδυναμική και την αεροδυναμική ο συντελεστής πίεσης σε ένα σημείο κοντά στο αντικείμενο/σώμα είναι ανεξάρτητος του σχήματος του σώματος. Συνεπώς ένα μηχανικό μοντέλο μπορεί να δοκιμαστεί σε ένα τούνελ νερού ή αέρα και οι συντελεστές πίεσης μπορούν να καθοριστούν σε κρίσιμες περιοχές γύρω από το μοντέλο. Αυτοί οι συντελεστές μπορούν να χρησιμοποιηθούν με βεβαιότητα για να προβλέψουμε την πίεση σε αυτές τις κρίσιμες περιοχές γύρω από ένα πλήρων διαστάσεων αεροσκάφος.

Έτσι το πώς ένα ρευστό συμπεριφέρεται γύρω από ένα αντικείμενο θα μελετηθεί μέσω των μεταβολών των ιδιοτήτων του ρευστού, και πολύ ευκολότερα μέσω της πίεσης. Η πίεση θα εκφραστεί μέσω του συντελεστή πίεσης ο οποίος δείχνει την απόκλιση της πίεσης από την free-stream πίεση-δηλαδή την πίεση στην περιοχή μακριά από οποιαδήποτε διαταραχή ( $p_\infty$ ) γύρω από το αντικείμενο. Ορίζεται ως :

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty \cdot U^2} \quad (2.1)$$

Όπου :

- $p$  είναι η πίεση σε σημείο που έχει υπολογιστεί ο  $C_p$  .
- $p_\infty$  είναι η πίεση στην free-stream περιοχή (μακριά από οποιαδήποτε διαταραχή) .
- $\rho$  είναι η πυκνότητα του ρευστού .
- $U_\infty$  είναι η free-stream ταχύτητα .
- $U$  είναι η ταχύτητα σε ένα σημείο .

Για σταθερές ροές ισχύει :  $\partial\Phi/\partial t = 0$ , οπότε ο συντελεστής πίεσης ισούται με :

$$C_p = \frac{p - p_\infty / \rho_\infty}{\frac{1}{2} \cdot U_\infty^2} = \frac{\frac{1}{2}(U_\infty^2 - U^2)}{\frac{1}{2} \cdot U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{U}{U_\infty}\right)^2 \quad (2.2)$$

## 2.3 Αριθμός Mach

Ο αριθμός Mach είναι ένα αδιάστατο μέγεθος, ορίζεται ως ο λόγος της ταχύτητας του αντικειμένου  $U$  προς την ταχύτητα του ήχου του αέρα σε εκείνο το σημείο . [2]

$$M = \frac{U}{\alpha} \quad (2.3)$$

Όπου,  $U$  είναι η ταχύτητα του αντικειμένου και  $\alpha$  είναι η ταχύτητα του ήχου στο ρευστό μέσο.



Ο ορισμός της ταχύτητας του αέρα  $\alpha$  είναι :

$$\alpha^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (2.4)$$

Από τον αδιαβατικό νόμο και το νόμο τελείων αερίων η ταχύτητα του αέρα εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία :

$$\alpha = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T} \quad (2.5)$$

Όπου  $T$  είναι η θερμοκρασία σε  $^{\circ}\text{K}$ ,  $\gamma$  είναι μία αδιάστατη σταθερά,  $\bar{R}$  είναι σε  $\text{J}/(\text{kg} \times \text{K})$  και οπότε το  $(\alpha)$  είναι σε  $\text{m/s}$ .

Ο αριθμός Mach για δύο σημεία  $A, B$  βρίσκεται αν θέσουμε  $M_A = M$  και  $M_B = M_{\infty}$  ( το οποίο είναι γνωστο, για να έχει η εξίσωσή μας μόνο έναν άγνωστο και να μπορεί να προσδιοριστεί ο αριθμός Mach για ροή με δεδομένο συντελεστή πίεσης). Οπότε καταλήγουμε στην εξίσωση ως προς  $M$  :

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \cdot \left[ \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{\infty}^2}{\left(1 + \frac{\gamma}{2} \cdot M_{\infty}^2 \cdot C_p\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} - 1 \right]} \quad (2.6)$$

## 2.4 Δείκτης διάθλασης

Σε αυτή την ενότητα θα μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά του αέρα όπου κάνουμε την προσομοίωσή μας. Ο δείκτης διάθλασης είναι εκείνη η μεταβλητή που καθορίζει τις μεταβολές του μετώπου της δέσμης του laser. Ο δείκτης διάθλασης ενός μέσου είναι ένα μέτρο του κατά πόσο μειώνεται η ταχύτητα του φωτός μέσα σε αυτό το μέσο, και ορίζεται ως ο λόγος της ταχύτητας του κύματος στο κενό προς την ταχύτητα του κύματος στο μέσο. [2]

$$n = \frac{c}{U_p} \quad (2.7)$$

Σχετίζεται με την πυκνότητα, και οπότε με τις υπόλοιπες ιδιότητες του μέσου, μέσω της σχέσης Gladstone – Dale :

$$G = \frac{n-1}{\rho} \rightarrow n = 1 + \rho \cdot G \quad (2.8)$$

όπου  $G$  είναι η Gladstone – Dale σταθερά και  $\rho$  είναι η πυκνότητα το μεσου.

Το μήκος κύματος εξαρτάται από την σταθερα Gladstone – Dale, σύμφωνα με τη σχέση :

$$G(\lambda) = \left( 2.192539 + \frac{0.01785076}{\lambda^2} \right) \times 10^{-4} \quad (2.9)$$

## 2.5 Αριθμός Reynolds (Re)

Ο Reynolds ήταν ο πρώτος που έδειξε πειραματικά ότι η ροή ενός ρευστού δεν γίνεται πάντοτε κατά τρόπο ομοιόμορφο. Όταν η ταχύτητα του ρευστού είναι μικρή η ροή γίνεται κατά κάποιο τρόπο γραμμική, δηλαδή το ρευστό κινείται κατά παράλληλες γραμμές. Η γραμμική αυτή ροή επιτυγχάνεται γιατί μέσα στο ρευστό δεν αναπτύσσονται ακόμα δυνάμεις τριβής ικανές να προκαλέσουν τη διαταραχή του. Όταν όμως η ταχύτητα του ρευστού γίνει μεγάλη, τότε οι γραμμές της ροής διαταράσσονται και αναπτύσσονται στρόβιλοι μέσα σε αυτό. Η στροβιλώδης αυτή ροή είναι αποτέλεσμα της ανάπτυξης δυνάμεων τριβής μέσα στο ρευστό που δεν του επιτρέπουν πια να κινείται ελεύθερα. Υπάρχει λοιπόν μια κρίσιμη ταχύτητα ροής που οριοθετεί κατά κάποιο τρόπο τους δύο τύπους ροής, τη γραμμική (μικρότερη από την κρίσιμη) από τη στροβιλώδη (μεγαλύτερη από την κρίσιμη) και η ταχύτητα αυτή εξαρτάται από το ιξώδες του κινούμενου ρευστού. Ο Reynolds υπολόγισε την κρίσιμη ταχύτητα ροής σε κλειστούς και σε ανοιχτούς (κανάλια) αγωγούς και έδειξε ότι υπάρχει μια σταθερά (Re) που οι τιμές της ανταποκρίνονται σ' αυτή. Η σταθερά αυτή είναι γνωστή ως Αριθμός Reynolds (Re), είναι καθαρός αριθμός και ορίζεται ως ο λόγος των αδρανειακών δυνάμεων προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας που ασκούνται στο αντικείμενο μέσα στο ρευστό.

$$Re = \frac{\text{Inertial forces}}{\text{Viscous forces}} = \frac{\rho \cdot U^2 / L_c}{\mu \cdot U / L_c} = \frac{\rho \cdot U \cdot L_c}{\mu} = \frac{U \cdot L_c}{\nu} \quad (2.10)$$

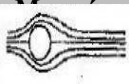







Όπου,  $\rho$  είναι η πυκνότητα του ρευστού ( $\text{kg/m}^3$ ),  $U$  είναι η ταχύτητά του ( $\text{m/s}$ ),  $L_c$  είναι το χαρακτηριστικό μήκος ( $\text{m}$ ),  $\mu$  είναι το απόλυτο ή δυναμικό ιξώδες ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ), και  $\nu$  είναι το κινηματικό ιξώδες ( $\text{m}^2/\text{s}$ ), όπου  $\nu = \mu / \rho$ .

Ο αριθμός Reynolds εκφράζει το πόσο επιδρά κάθε είδους δύναμη στην κίνηση του ρευστού. Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει τόσο ισχυρότερες είναι οι συνέπειες στις ιδιότητες του ρευστού.

Υψηλές τιμές της σταθεράς αυτής δείχνουν ότι οι δυνάμεις συνεκτικότητας είναι μικρές οπότε μπορούν να αγνοηθούν στις εκφράσεις των εξισώσεων διατήρησης ορμής, δηλαδή στις εξισώσεις Navier-Stokes, οπότε και προκύπτουν οι εξισώσεις διατήρησης ορμής του μη συνεκτικού ρευστού, οι εξισώσεις του Euler. Σε αυτή την περίπτωση η ροή χαρακτηρίζεται ως μη ιξώδης και οι εξισώσεις του Euler μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μοντελοποιήσουμε τη ροή. Αντιθέτως χαμηλές τιμές του αριθμού Reynolds δείχνουν ότι οι δυνάμεις συνεκτικότητας πρέπει να ληφθούν υπόψιν. Ακόμη καθώς η ταχύτητα του αντικειμένου αυξάνεται ή οι διαστάσεις του υπό μελέτη αντικειμένου μεγαλώνουν (το χαρακτηριστικό μήκος) ο αριθμός Reynolds επίσης αυξάνεται. Αυτό φαίνεται απευθείας από τον ορισμό του αριθμού Reynolds ο οποίος είναι ευθέως ανάλογος του χαρακτηριστικού μήκους του αντικειμένου και της ταχύτητάς του. Επιπλέον εξαρτάται από το είδος του ρευστού και το ιξώδες του.

Αποδεικνύεται, επίσης, στη Ρευστομηχανική ότι για μεγάλους αριθμούς Reynolds, οι οποίοι και βρίσκονται στις αεροδυναμικές ροές, η επίδραση της

συνεκτικότητας είναι πολύ μικρή ως προς τους όρους των δυνάμεων πίεσης και αδράνειας οπότε σε αυτή την περίπτωση έχουμε την παραδοχή του ατριβούς ρευστού.

Περιοχή του Reynolds number	Περιοχή της Ροής		Ροή	Drag coefficient $C_D$	Separation angle $\theta_s$
$Re \rightarrow 0$	Creeping Flow		Σταθερή, χωρίς διαταραχή	–	–
$3-4 < Re < 30-40$	Ζεύγη vortex σε διαταραχή		Σταθερή, συμμετρικός διαχωρισμός	$1.59 < C_D < 4.42$ $Re=30$ , $Re=40$	$130^0 < \theta_s < 180^0$ $Re=35$ $Re=5$
$30-40 < Re < 80-90$	Onset of Karman vortex streets		Γραμμική, ασταθής διαταραχή	$1.17 < C_D < 1.59$ $Re=100, Re=30$	$115^0 < \theta_s < 130^0$ $Re=90$ $Re=35$
$80-90 < Re < 150-300$	Pure Karman vortex streets		Karman vortex street	–	–
$150-300 < Re < 10^5 - 1.3 \cdot 10^5$	Subcritical περιοχή		Γραμμική με vortex street αστάθειες	$C_D \approx 1.2$	$\theta_s \approx 80^0$
$10 - 1.3 \cdot 10^5 < Re < 3.5 \cdot 10^5$	(critical regime) Κρίσιμη περιοχή		Γραμμικός διαχωρισμός, ταραχώδης επανασύνδεση-διαταραχή	$0.2 < C_D < 1.2$	$80^0 < \theta_s < 140^0$
$Re > 3.5 \cdot 10^5$	Super critical regime (transcritical)		Turbulence separation Ταραχώδης διαχωρισμός	$C_D \approx 0.6$	$\theta_s \approx 115^0$

Πίνακας 2.1 : Τύποι ροής γύρω από έναν σφαιρικό κύλινδρο .[3]

## 2.6 Πυκνότητα ροής ατμοσφαιρικού αέρα

Η ατμοσφαιρική πυκνότητα είναι ένα μέγεθος το οποίο μεταβάλλεται καθώς η πίεση και η θερμοκρασία αλλάζουν με το ύψος. Ορίζεται από την ακόλουθη γενική σχέση :

$$\rho = \left( \frac{P_d}{R_d \cdot T} \right) + \left( \frac{P_v}{R_v \cdot T} \right) \quad (2.11)$$

Όπου :

$\rho$  είναι η πυκνότητα, σε  $kg/m^3$

$P_d$  είναι η πίεση ξηρού αέρα

$P_v$  είναι η πίεση υδρατμού

$R_d$  είναι η σταθερά αερίου, σε  $J/kg \cdot deg K = 287.05$  για ξηρό αέρα

$R_v$  είναι η σταθερά υδρατμών, σε  $J/kg \cdot deg K = 461.495$

$T$  είναι η θερμοκρασία, σε βαθμούς Kelvin

Σημαντικό μέγεθος για τον ορισμό της είναι η ατμοσφαιρική πίεση. Η συνολική μετρούμενη ατμοσφαιρική πίεση είναι το άθροισμα της πίεσης του ξηρού αέρα και της πίεσης υδρατμού (vapor pressure).[2]

$$P = P_d + P_v \quad (2.12)$$

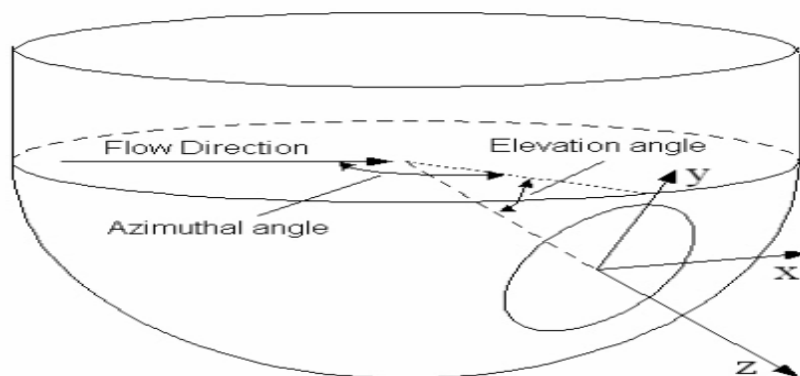
Όπου :

$P$  είναι η συνολική ατμοσφαιρική πίεση, σε Pascals

$P_d$  είναι η πίεση ξηρού αέρα

$P_v$  είναι η πίεση υδρατμού

Στην παρούσα διπλωματική μελετάμε την περίπτωση του ξηρού αέρα και η κεραία βρίσκεται μέσα σε ένα προστατευτικό κέλυφος που έχει τη γεωμετρία ενός ελλειψοειδούς.



Σχήμα 2.2 : Γεωμετρία ελλειψοειδούς κελύφους κεραίας.[4]

Από τον αδιαβατικό νόμο και τον λόγο πιέσεων έχουμε τον λόγο πυκνοτήτων :

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \left( \frac{p_A}{p_B} \right)^{1/\gamma} = \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.13)$$

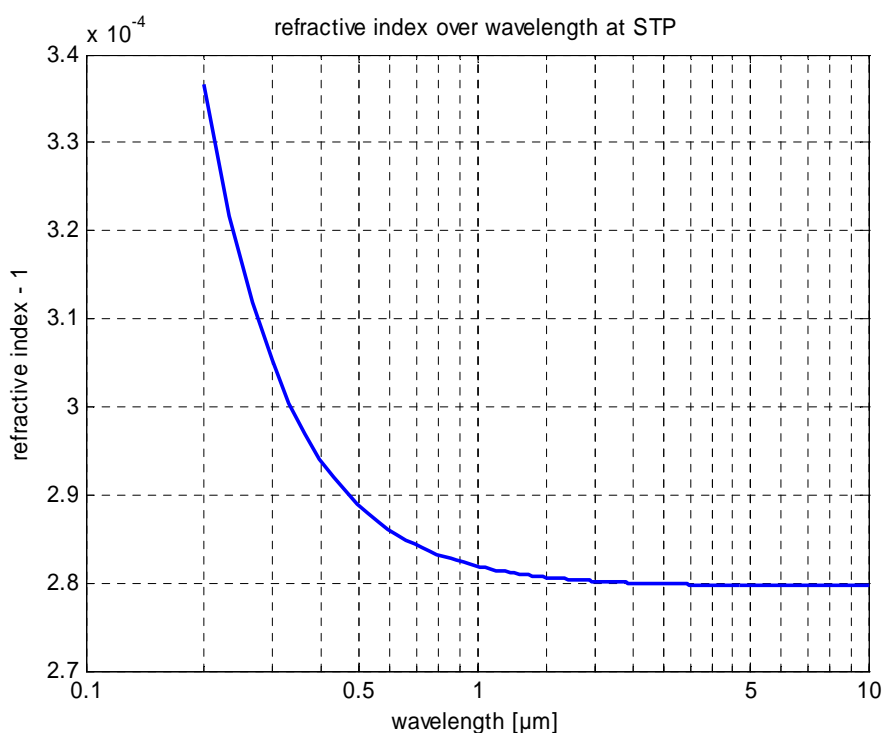
## 2.7 Μοντέλα περιγραφής των Ατμοσφαιρικών Συνθηκών

Τα μοντέλα που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να περιγράψουμε τις συνθήκες που επικρατούν στο εξωτερικό περιβάλλον του αεροσκάφους μας είναι, τα εξής : [2]

### 2.7.1 Μοντέλο Σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας (STP)

Το μοντέλο σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας (STP) είναι ένα σταθερό σύνολο συνθηκών τις οποίες μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σε πειραματικές μετρήσεις προκειμένου να συγκρίνουμε σύνολα δεδομένων μεταξύ τους. Οι τιμές των δύο αυτών σταθερών είναι :

- Για την πίεση 1 bar ( $10^5$  Pa).
- Για την θερμοκρασία 273.15 K (0 °C) –  
στην επιφάνεια της θάλασσας.
- Σε αυτή την περίπτωση η πυκνότητα  
είναι ίση με  $1.2754 \text{ kg/m}^3$ .



**Σχήμα 2.3 :** Ο δείκτης ανάκλασης ως προς το μήκος κύματος για το μοντέλο STP

## 2.7.2 Βαρομετρική μέθοδος

Η Βαρομετρική μέθοδος, η οποία συχνά καλείται εκθετική ατμόσφαιρα ή ισοθερμική ατμόσφαιρα, χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσουμε το πώς η πίεση ( ή η πυκνότητα ) του αέρα αλλάζει με το ύψος.

Ύψος (km)	Θερμοκρασία (°K)	Πίεση (pa)	Ρυθμός μείωσης θερμοκρασίας (K/m)	Πυκνότητα (kg/m <sup>3</sup> )
0	288.15	101325	-0.0065	1.225
11	216.65	22632	0	0.36391
20	216.65	5474.9	0.001	0.08803
32	228.65	868.02	0.0028	0.01322
47	270.65	110.91	0	0.00143
51	270.65	66.939	-0.0028	0.00086
71	214.65	3.9564	-0.002	0.000064

**Πίνακας 2.2 :** Η Βαρομετρική μέθοδος.[2]

Έχουμε δύο διαφορετικές εξισώσεις για να υπολογίσουμε την πίεση σε διάφορα ύψη, κάτω των 86 km (ή 278,400 feet). Όταν ο ρυθμός μείωσης της θερμοκρασίας,  $L_b$ , είναι διάφορος του μηδενός έχουμε την ακόλουθη εξίσωση :

$$P = P_b \cdot \left[ \frac{T_b}{T_b + L_b \cdot (h - h_b)} \right]^{\frac{g_0 \cdot M}{R^* \cdot L_b}} \quad (2.14)$$

Ενώ όταν ισούται με το μηδέν ισχύει :

$$P = P_b \cdot \exp \left[ \frac{-g_0 \cdot M \cdot (h - h_b)}{R^* \cdot T_b} \right] \quad (2.15)$$

Όπου :

$P$  = Στατική πίεση (pascals)

$T$  = Σταθερή θερμοκρασία (kelvins)

$L$  = Σταθερός ρυθμός σφάλματος θερμοκρασίας (kelvins per meter)

$h$  = Ύψος πάνω από το επίπεδο της θάλασσας (meters)

$R^*$  = Παγκόσμια σταθερά αερίων : 8.31432 N·m / (mol·K)

$g_0$  = Βαρυντική επιτάχυνση (9.80665 m/s<sup>2</sup>)

$M$  = Μοριακή μάζα του αέρα της Γης (0.0289644 kg/mol)

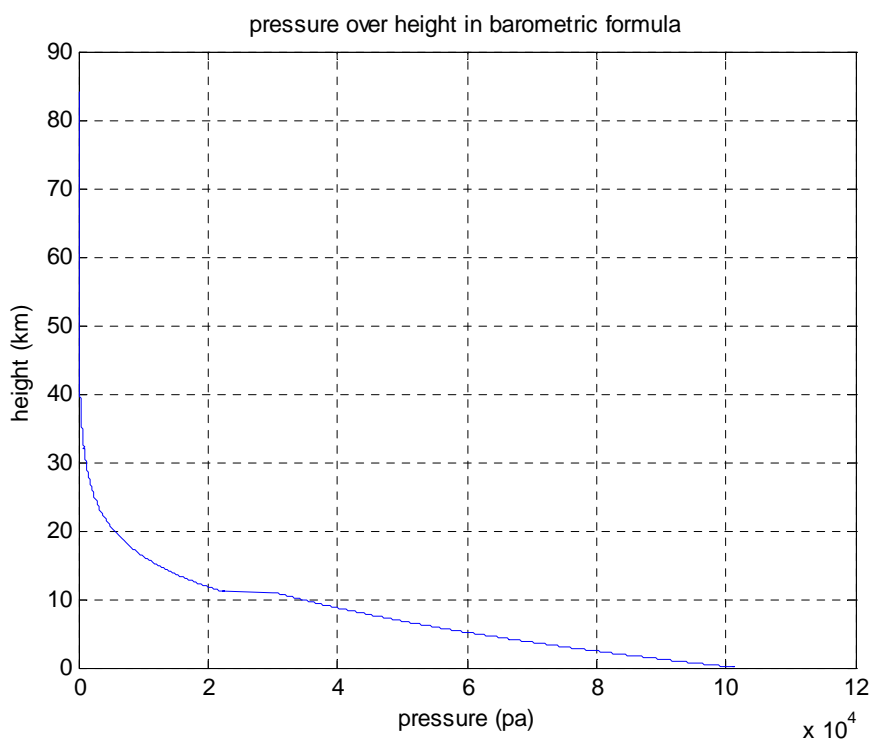
Οι εξισώσεις για την πυκνότητα είναι όμοιες με εκείνες της πίεσης, οπότε έχουμε για ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας,  $L_b$ , διάφορο του μηδενός [2]:

$$\rho = \rho_b \left[ \frac{T_b}{T_b + L_b \cdot (h - h_b)} \right]^{\frac{g_0 \cdot M}{R \cdot L_b}} \quad (2.16)$$

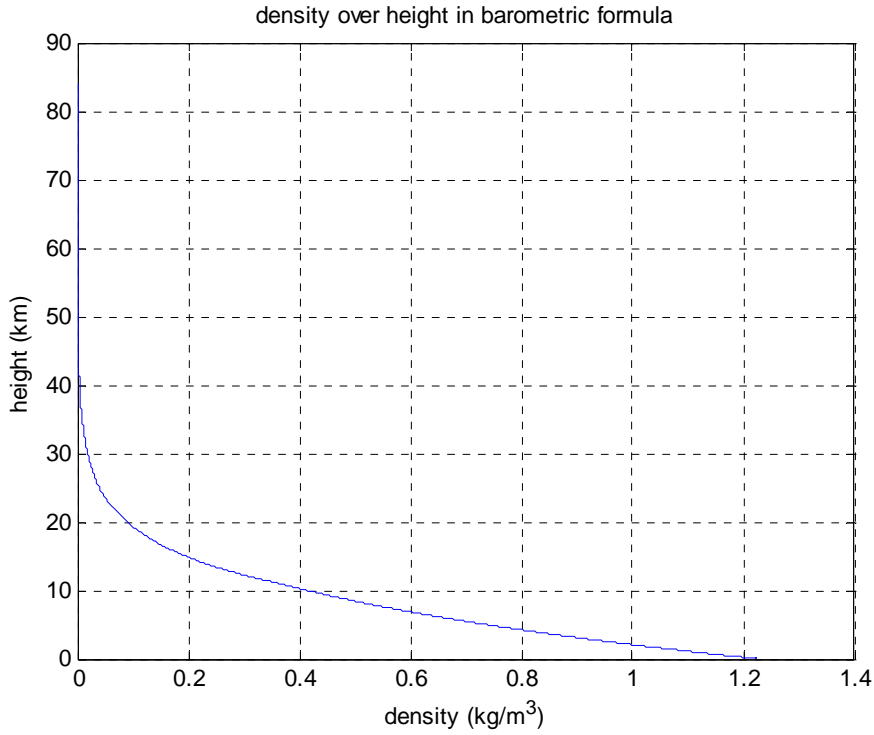
Και όταν ισούται με το μηδέν ισχύει :

$$\rho = \rho_b \cdot \exp \left[ \frac{g_0 \cdot M \cdot (h - h_b)}{R \cdot T_b} \right] \quad (2.17)$$

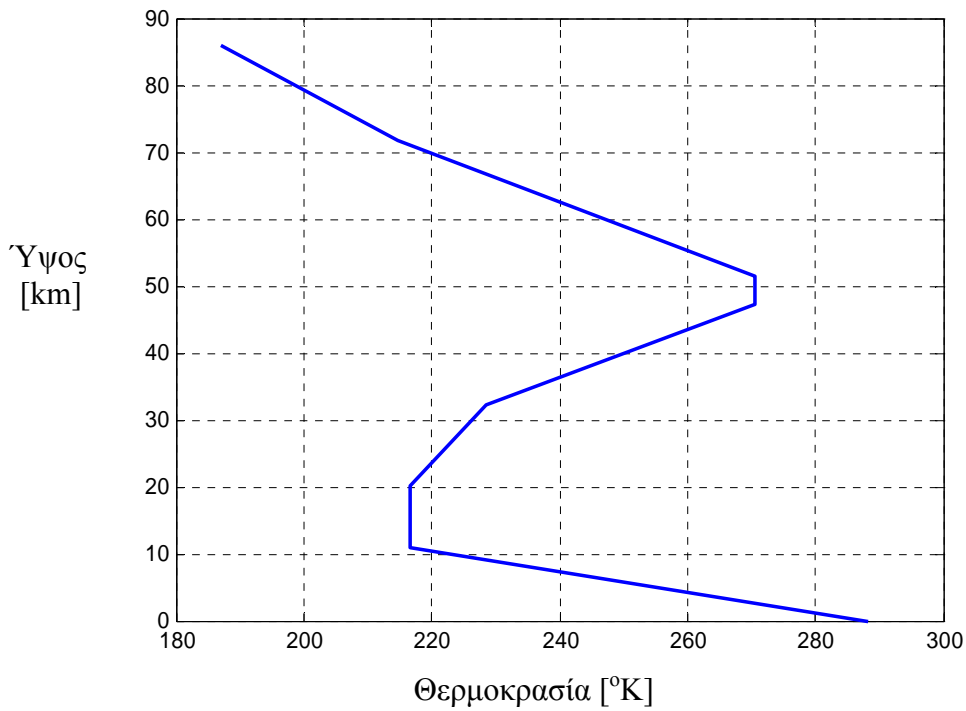
Στα ακόλουθα διαγράμματα βλέπουμε το πώς μεταβάλλονται η πίεση, η πυκνότητα και η θερμοκρασία συναρτήσει του ύψους όπου βρίσκεται η κεραία.



**Σχήμα 2.4 :** Η πίεση ως προς το ύψος για τη Βαρομετρική μέθοδο.



**Σχήμα 2.5 :** Η πυκνότητα ως προς το ύψος για τη Βαρομετρική μέθοδο.



**Σχήμα 2.6 :** Η θερμοκρασία ως προς το ύψος για τη Βαρομετρική μέθοδο.[3]

Το Βαρομετρικό μοντέλο είναι περισσότερο ακριβές από το STP, οπότε είναι εκείνο που θα χρησιμοποιήσουμε στη μέθοδό μας .[3]

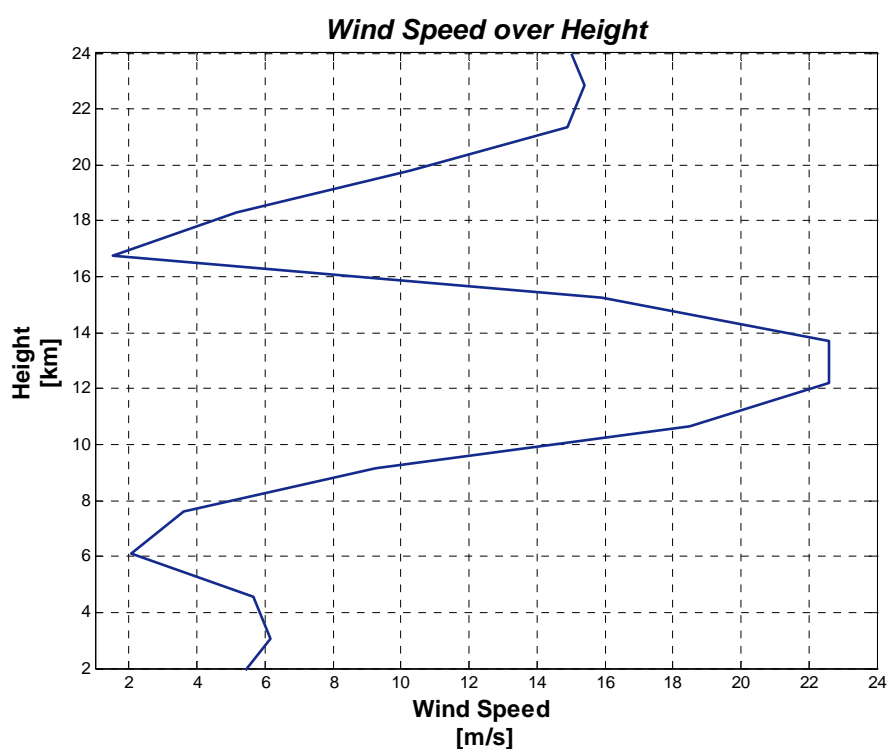


## 2.8 Ταχύτητα Αέρα

Το γιατί επιλέξαμε τα HAPs να λειτουργούν στα 20-22km υψόμετρο οφείλεται στους ακόλουθους λόγους :

- Στο υψόμετρο αυτό οι πλατφόρμες βρίσκονται πάνω από τα υπόλοιπα αεροσκάφη, της πολιτικής αεροπορίας και έτσι δεν υπάρχει κίνδυνος εναέριων ατυχημάτων.
- Οι άνεμοι είναι σχετικά ήπιοι, αν και εξαρτάται επίσης τόσο από την περιοχή όσο και από την εποχή. Συνεπώς έχουμε μικρότερη διαταραχή-turbulence.[1]

Το διάγραμμα της μεταβολής της ταχύτητας του αέρα ως προς το υψόμετρο είναι το ακόλουθο :



Σχήμα 2.7 : Μεταβολή ταχύτητας αέρα ως προς το υψόμετρο.

## 3 Ρευστοδυναμική-Αεροδυναμική

### 3.1 Εισαγωγή

Εφόσον το μέσο μέσα στο οποίο διαδίδεται η δέσμη του laser επηρεάζει τη συμπεριφορά της δέσμης και κατά συνέπεια την ποιότητα της οπτικής ζεύξης πρέπει να προσδιορίσουμε επακριβώς το περιβάλλον του αεροσκάφους. Αυτό θα γίνει γνωρίζοντας τον τύπο της ροής του αέρα, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις ισχύουσες εξισώσεις για δεδομένο τύπο ροής και τελικά να εκτιμήσουμε τις ιδιότητες του ρευστού μέσου. Είναι λοιπόν απαραίτητη μια εισαγωγή στη ρευστοδυναμική.

Η αεροδυναμική εξετάζει τη ροή γύρω από αεροδυναμικής μορφής σώματα καθώς και τις δυνάμεις που αναπτύσσονται πάνω σε αυτά. Τα σώματα είναι αεροδυναμικής μορφής, που σημαίνει ότι παρουσιάζουν μικρή επιφάνεια κάθετα προς την κύρια κατεύθυνση της ροής, δηλαδή έχουν τη μία τους διάσταση, που είναι κάθετη στην κύρια ροή, μικρή ως προς τις άλλες διαστάσεις του σώματος. Ο λόγος για τον οποίο επιδιώκεται τα σώματα αυτά να έχουν τέτοια μορφή είναι για να μην εμφανίζεται αποκόλληση της ροής από την επιφάνειά τους, όπως θα συνέβαινε αν η επιφάνειά τους είχε οξείες ακμές. Συνεπώς, η λειότητα της επιφάνειας και η μικρή μετωπική επιφάνεια είναι τα χαρακτηριστικά των Αεροδυναμικών σωμάτων.

Οι ταχύτητες του ρευστού γύρω από αεροδυναμικής μορφής σώματα είναι μεγάλες και το μέγεθος που καθορίζει τον τύπο της ροής είναι ο αριθμός Reynolds (Re).[5]

### 3.2 Νευτώνια ρευστά

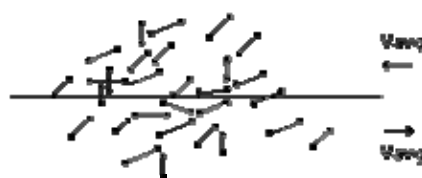
Γενικότερα ένα ρευστό καλείται Νευτώνιο όταν έχει συνεχή ροή ανεξάρτητη των ασκούμενων σε αυτό δυνάμεων. Ένα ρευστό ορίζεται ως Νευτώνιο ή όχι από την τιμή που έχει το ιξώδες του. Τα Νευτώνια ρευστά έχουν σταθερό ιξώδες, ρέουν πρακτικά με τον ίδιο τρόπο που ρέει το νερό και ισχύει η ακόλουθη εξίσωση [5]:

$$\tau = \mu \frac{du}{dx} \quad (3.1)$$

Όπου,  $\tau$  είναι οι δυνάμεις διάτμησης εξερχόμενες από το ρευστό,  $\mu$  είναι το απόλυτο ή δυναμικό ιξώδες του ρευστού και  $(du/dx)$  είναι η κλίση της ταχύτητας κάθετη στην διεύθυνση των δυνάμεων διάτμησης. Όταν το ιξώδες έχει μεγάλη τιμή η (3.1) δεν ισχύει οπότε το ρευστό θεωρείται μη Νευτώνιο. Σε αυτή τη διπλωματική θα ασχοληθούμε με Νευτώνια ρευστά .

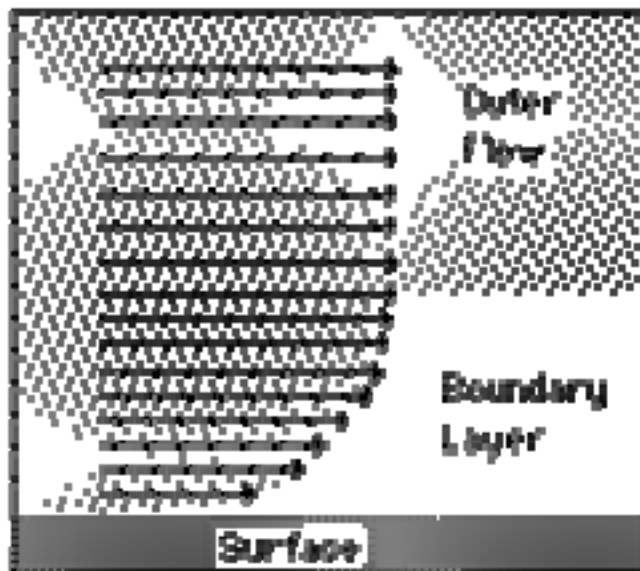
### 3.3 Η προέλευση των εφαπτομενικών δυνάμεων

Τα μόρια των γειτονικών επιπέδων σε ένα αέριο μέσο έχουν διαφορετικές ταχύτητες, οπότε καθώς συγκρούονται μεταφέρουν ορμή μεταξύ των επιπέδων. Ο ρυθμός αλλαγής της ορμής παράγει στο ρευστό μια εφαπτομενική δύναμη[1].



Σχήμα 3.1 : Σύγκρουση μορίων ενός αέριου μέσου.[1]

Επιπλέον, όταν τα μόρια χτυπούν την επιφάνεια του αντικειμένου ταλαντεύονται με τα μόρια της επιφάνειας και τελικά απομακρύνονται από την επιφάνεια με μια εφαπτομενική ταχύτητα η οποία είναι κατά μέσο όρο ίση με εκείνη της επιφάνειας. Και εφόσον η ταχύτητα στο Οριακό Στρώμα είναι μηδενική (επειδή το Οριακό Στρώμα αποτελείται από αργά κινούμενο ρευστό) η κατάσταση αυτή καλείται no-slip, δηλαδή χωρίς ολίσθηση.



Σχήμα 3.2 : Ταχύτητα στο οριακό στρώμα.[6]

Το ιξώδες του ρευστού στο Οριακό Στρώμα προκαλεί μια μεταβολή στην ταχύτητα του ρευστού ακριβώς πάνω από την επιφάνεια του αντικειμένου. Έτσι καθώς η ορμή μεταφέρεται από τα μόρια του αέρα στην επιφάνεια του αντικειμένου, παράγεται η δύναμη διάτμησης η οποία σχετίζεται με το ιξώδες και το παραγοντικό της ταχύτητας με τη σχέση :

$$\tau = \mu \cdot dU/dy \quad (3.2)$$

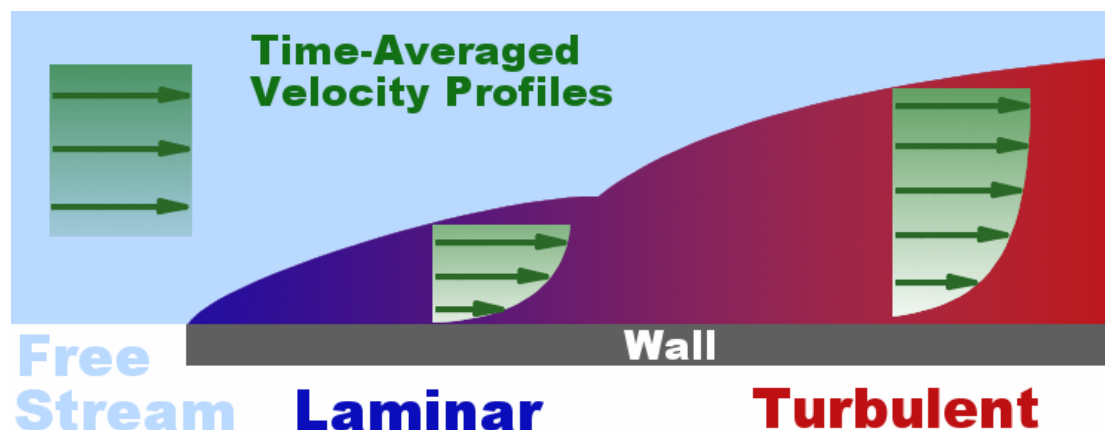
### 3.4 Οριακό Στρώμα

Καθώς ένα αντικείμενο κινείται μέσα σε ένα ρευστό μεσο, ή καθώς το ρευστό κινείται προς το αντικείμενο τα στοιχειώδη σωματίδια του ρευστού που βρίσκονται κοντά στο αντικείμενο διαταράσσονται και κινούνται γύρω από αυτό. Αεροδυναμικές δυνάμεις δημιουργούνται μεταξύ του ρευστού και του αντικειμένου, η ένταση των οποίων εξαρτάται από το σχήμα του αντικειμένου, τη μάζα του ρευστού που περνά γύρω το αντικείμενο και απο δύο πολύ σημαντικές ιδιότητες του ρευστού, το ιξώδες και τη συμπιεσιμότητά του.

Για να μοντελοποιήσουμε κατάλληλα το σύστημά μας χρησιμοποιούμε λόγους δυνάμεων οι οποίες επιδρούν στο ιπτάμενο αντικείμενο που μελετάμε.

Οι αεροδυναμικές δυνάμεις εξαρτώνται κατά ένα σύνθετο τρόπο από το ιξώδες. Καθώς το ρευστό κινείται προς το αντικείμενο τα μόρια γύρω από αυτό κολλούν στην επιφάνειά του. Τα μόρια αυτά ακριβώς πάνω στην επιφάνεια επιβραδύνονται κατά τη

διάρκεια των μεταξύ τους συγκρούσεων με αποτέλεσμα η ροή ακριβώς πάνω από αυτά να επιβραδύνεται. Όσο περισσότερο κάποιο από αυτά τα στοιχειώδη σωματίδια απομακρύνεται από την επιφάνεια του αντικειμένου τόσο λιγότερο οι συγκρούσεις επηρεάζονται από την επιφάνεια του αντικειμένου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός λεπτού στρώματος ρευστού κοντά στην επιφάνεια του αντικειμένου. Μέσα σε αυτό το λεπτό στρώμα η ταχύτητα είναι μηδενική και απομακρυνόμενοι από αυτό αυξάνεται έως ότου πάρει την τελική της τιμή στην περιοχή μακριά από οποιαδήποτε διαταραχή (free stream value). Καλούμε αυτό το στρώμα Οριακό Στρώμα.[7]



**Σχήμα 3.3 :** Το Οριακό Στρώμα και η μετάβαση από γραμμική σε ταραχώδη ροή. [7]

Το Οριακό Στρώμα μπορεί να είναι γραμμικό ή ταραχώδες. Ένας απλός τρόπος εκτίμησης του σε ποιά από τις δύο καταστάσεις βρισκόμαστε είναι με τον υπολογισμό του αριθμού Reynolds. Το σημείο κατά το οποίο το Οριακό Στρώμα μεταπίπτει από γραμμικό σε ταραχώδες καλείται σημείο μετάβασης. Καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αντικειμένου ή η γωνία πρόσπτωσης το σημείο μετάβασης μεταφέρεται προς το μπροστινό άκρο του αντικειμένου ή αλλιώς στο leading edge.

Η μετάβαση αυτή δεν είναι μια απλή διαδικασία. Μεσολαμβάνουν 6 στάδια από τη γραμμική ροή μέχρι την ταραχώδη. Το σημείο μετάβασης βρίσκεται μεταξύ του 5<sup>ου</sup> και του 6<sup>ου</sup> σταδίου. Ο τύπος της ροής που έχουμε σε κάθε στάδιο είναι [3]:

1. σταθερή, γραμμική ροή
2. ασταθή Tollmien-Schlichting κύματα
3. τρισδιάστατα κύματα και σχηματισμοί vortex (Λ -δομές)
4. vortex decay
5. δημιουργία ταραχώδων κυλίδων
6. πλήρης ταραχώδης ροή

### 3.5 Γραμμές Ροής- Streamlines

Το πώς ένα ρευστό ρέει περιγράφεται από τις γραμμές ροής οι οποίες είναι μια οικογένεια καμπυλών εφαπτόμενες στο διάνυσμα της ταχύτητας της ροής σε κάθε σημείο . Οι Γραμμές Ροής ορίζονται ως εξής :

$$dx/ds = u(x) \quad (3.3)$$

Αν  $u,v,w$  είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας ( $\vec{u}$ ), τότε το διάνυσμα της ταχύτητας είναι :

$$u(x) = (u,v,w) \quad (3.4)$$

Κατά μήκος μιας γραμμής ροής ισχύει η ακόλουθη σχέση :

$$dx/u = dy/v = dz/w \quad \Rightarrow \quad (3.5)$$

$$u \cdot dy - v \cdot dx = v \cdot dz - w \cdot dy = w \cdot dx - u \cdot dz = 0 \quad (3.6)$$

Το οποίο δείχνει ότι οι καμπύλες είναι παράλληλες στον παράγοντα της ταχύτητας . Εφόσον οι γραμμές ροής υπολογίζονται μέσα στο ρευστό στιγμιαία, δεν υπάρχει χρονική εξάρτηση στην άνω σχέση. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση Bernoulli για να συσχετίσουμε την ταχύτητα και την πίεση κατά μήκος μιας γραμμής ροής.

### 3.6 Τύποι ροών

Γνωρίζοντας τον τύπο της ροής μπορούμε να βρούμε τις εξισώσεις που ισχύουν στη συγκεκριμένη ροή και να υπολογίσουμε τις άγνωστες ιδιότητες του ρευστού. Οπότε τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τις διαταραχές στη διαδιδόμενη δέσμη μέσα στο ρευστό. Οι βασικές κατηγορίες τύπων ροών είναι οι ακόλουθες :

#### 3.6.1 Γραμμική ή ταραχώδης ροή

Η ποσότητα που καθορίζει το ποιό από τις δύο ροές έχουμε είναι ο αριθμός Reynolds. Ο κρίσιμος αριθμός όπου γίνεται η μετάβαση από τη μία ροή στην άλλη εξαρτάται από την ταχύτητα του αεροσκάφους, το σχήμα του και την γωνία πρόσπτωσης (angle of attack) .[2]

Η γραμμική ροή περιγράφεται από παράλληλες γραμμές ροής χωρίς καμιά διαταραχή μεταξύ τους. Αυτό συνάδει με τις γραμμικές εξισώσεις. Υπάρχει υψηλή στιγμιαία διάχυση και χαμηλή στιγμιαία μεταφορά θερμότητας. Οι εξισώσεις της γραμμικής ροής αποτελούν απλοποιήσεις των εξισώσεων Navier-Stokes. Αντιθέτως στην περίπτωση της ταραχώδους ροής έχουμε χαοτική, στοχαστική μεταβολή των ιδιοτήτων του ρευστού με χαμηλή στιγμιαία διάχυση και υψηλή στιγμιαία μεταφορά θερμότητας. Είναι δύσκολο να καθορίσουμε ξεκάθαρα τα επίπεδα στην ταραχώδη

ροή εφόσον δεν υπάρχει τρόπος να καθορίσουμε τα όριά τους, λόγω των τυχαίων αλλαγών. Θεωρείται ότι οι εξισώσεις Navier-Stokes είναι έγγυρες και για την ταραχώδη ροή, αλλά δεν έχουν αποδειχθεί ακόμη.

### 3.6.2 Σταθερή ή ασταθής ροή

Σταθερή είναι εκείνη η ροή η οποία καθ'όλη τη χρονική διάρκεια δεν αλλάζει. Είναι, λοιπόν, ανεξάρτητη του χρόνου, οπότε η μερική παράγωγος ως προς τον χρόνο είναι μηδενική και περιγράφεται από την εξίσωση [2]:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad (3.7)$$

Έτσι οποιαδήποτε χρονική στιγμή παρατηρήσουμε τη ροή θα δούμε την ίδια ροή. Όταν γίνει από σταθερή ασταθής εξακολουθεί να είναι γραμμική, αλλά τότε ο αριθμός Reynolds είναι τόσο μεγάλος που από γραμμική μεταπίπτει σε ταραχώδη.

### 3.6.3 Συμπιεσμένη ή ασυμπίεστη ροή

Το αν έχουμε συμπιεσμένη ή ασυμπίεστη ροή καθορίζεται από το κατά πόσο οι διαταραχές στην πίεση, λόγω πτήσης, επιφέρουν αλλαγές στην πυκνότητα του ρευστού. Αν όντως έχουμε αλλαγές στην πυκνότητα τότε η ροή χαρακτηρίζεται ως συμπιεσμένη. Αντιθέτως όταν οι αλλαγές δεν είναι σημαντικές θεωρούμε τη ροή ασυμπίεστη. Επομένως το μέγεθος που κατηγοριοποιεί τη ροή σε συμπιεσμένη ή όχι είναι η ταχύτητα του υπό μελέτη ιπτάμενου αντικειμένου. Η ταχύτητα μετράται σε Mach και αν είναι μεγαλύτερη των 0.3 Mach έχουμε συμπιεσμένη ροή, ειδικά έχουμε ασυμπίεστη. Επιπλέον όταν ο αριθμός Mach είναι μικρότερος του 8 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη γενική μορφή των εξισώσεων. Όταν όμως είναι μεγαλύτερος του 8 ο Νόμος Τέλειων Αερίων δεν ισχύει, κατά συνέπεια το όλο πρόβλημα της ροής αλλάζει, μιάς και το ρευστό δεν είναι πλέον ιδανικό.[2]

Για τα προβλήματα συμπιεσμένης ροής μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις Navier-Stokes. Ενώ για ασυμπίεστη ροή η εξίσωση Navier-Stokes έχουν τη μορφή :

$$\nabla T = \mu \nabla^2 U \quad (3.8)$$

Όπου η παραπάνω εξίσωση ισούται με :

$$\rho \left( \frac{\partial V}{\partial t} + U \cdot \nabla U \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 U + f \quad (3.9)$$

Και εφόσον η πυκνότητα σε ασυμπίεστη ροή είναι σταθερή από την εξίσωση συνέχειας η προηγούμενη εξίσωση παίρνει την ακόλουθη μορφή :

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (3.10)$$

### 3.6.4 Ιξώδης ή μη-ιξώδης ροή

Το ποιά από τις δύο ροές έχουμε καθορίζεται από την τιμή που έχει ο αριθμός Reynolds. Όταν παρατηρείται επίδραση του ιξώδους στο σύστημά μας, δηλαδή οι δυνάμεις συνεκτικότητας είναι πολύ μεγαλύτερες των αδρανειακών η ροή είναι Ιξώδης. Ενώ όταν οι αδρανειακές είναι πολύ μεγαλύτερες των δυνάμεων συνεκτικότητας, και ο αριθμός Reynolds είναι πολύ μεγαλύτερος της μονάδας ( $Re \gg 1$ ) έχουμε μη – ιξώδη ροή (inviscid flow). Σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε ένα διανυσματικό μέγεθος το οποίο καλείται στροβιλότητα ( $\omega$ ) του πεδίου ροής το οποίο έχει μηδενική τιμή, με αποτέλεσμα οι εξισώσεις Navier-Stokes να απλοποιούνται στις εξισώσεις Euler. Εφόσον  $\omega = 0$  η ροή καλείται αστρόβιλη (irrotational).[2]

Η στροβιλότητα καθορίζει την περιστροφή του ρευστού και ορίζεται :

$$\omega = \nabla \times U \quad (3.11)$$

### 3.6.5 Ροή Stokes

Σε αυτή την περίπτωση οι αδρανειακές δυνάμεις είναι πολύ μικρότερες εκείνων της συνεκτικότητας, οπότε ο αριθμός Reynolds είναι μικρός ( $Re \ll 1$ ) και μπορούμε να απλοποιήσουμε τις εξισώσεις Navier-Stokes στις εξισώσεις Euler :

$$\nabla p = \mu \nabla U \quad (3.12)$$





## 4 Βασικές αρχές Ρευστοδυναμικής

Εδώ θα παραθέσουμε μερικές χρήσιμες εξισώσεις της θερμοδυναμικής και της ρευστοδυναμικής, τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε στην διπλωματική .[8]

### 4.1 Τέλειος Νόμος Αερίων - Ideal Gas Law

Ο νόμος τέλειων αερίων είναι η εξίσωση κατάστασης ενός υποθετικού ιδανικού αερίου . Ορίζεται από την ακόλουθη σχέση :

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (4.1)$$

Όπου,  $p$  είναι η πίεση (pa),  $V$  είναι ο όγκος που καταλαμβάνει το αέριο ( $m^3$ ),  $n$  είναι τα moles του αερίου (mol),  $R_g$  είναι η σταθερά του αερίου ( $R_g = 8.31432 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ), και  $T$  η θερμοκρασία (K),

Η συμπεριλαμβάνοντας την πυκνότητα :

$$p = \rho \cdot \bar{R} \cdot T \quad (4.2)$$

όπου  $\bar{R}$  είναι η χαρακτηριστική σταθερά αερίου, η οποία ισούται με :  $\bar{R} = R_g / \text{Moll}$ , όπου  $\text{Moll}$  είναι η μοριακή μάζα .

Για ξηρό αέρα (dry air), ο οποίος θα είναι το μέσο για το οποίο θα δουλέψουμε στη διπλωματική αυτή, η μοριακή μάζα είναι :

$$\text{Moll} = 287.05 \text{ [J}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \quad (4.3)$$

Η σταθερά αερίου,  $R_g$ , ισούται με τη διαφορά μεταξύ της θερμικής χωρητικότητας (heat capacity) ( $c$ ), για σταθερή πίεση και για σταθερό όγκο του αερίου.

$$R_g = c_p - c_v \quad (4.4)$$

Ο λόγος της θερμικής χωρητικότητας για σταθερή πίεση και σταθερό όγκο αερίου καλείται αδιαβατικός δείκτης, ο οποίος είναι αδιάστατος και θεωρούμε ότι για τον αέρα έχει την τιμή  $\gamma = 1,4$ . Ορίζεται από τη σχέση :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (4.5)$$

### 4.2 Αδιαβατικός νόμος

Αδιαβατική καλείται μια θερμοδυναμική διαδικασία στην οποία δεν έχουμε μεταφορά θερμότητας από και προς το ρευστό. Η σχέση που περιγράφει τον αδιαβατικό νόμο είναι η :

$$p \cdot V^\gamma = \text{const.} \quad (4.6)$$

Όπου,  $V$  είναι ο όγκος, και  $\gamma$  είναι ο αδιαβατικός δείκτης.  
Εφόσον η μάζα είναι επίσης σταθερή, έχουμε :

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = const. \quad (4.7)$$

### 4.3 Η Αρχή του Bernoulli και η εξίσωση Bernoulli

Η αρχή του Bernoulli λέει ότι σε ένα ιδανικό ρευστό ( ο νόμος τέλειων αερίων ισχύει) εφόσον δεν υπάρχει μεταφορά/επαγωγή θερμότητας, όταν η ταχύτητα αυξάνεται η πίεση μειώνεται. Η απλή μορφή της αρχής του Bernoulli ισχύει για ασυμπίεστες ροές και για συμπιεσμένες μόνο σε χαμηλές τιμές του Mach number. Πιο πολύπλοκες μορφές της μπορούν να εφαρμοστούν σε περιπτώσεις συμπιεσμένης ροής σε υψηλές τιμές της ταχύτητας . Έχει πολλές εφαρμογές και η πιο γνωστή είναι η πτήση αεροσκαφών. Η αρχή του Bernoulli περιγράφεται από την εξίσωση:

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_t = const. \quad (4.8)$$

Όπου,  $p$  είναι η πίεση,  $\rho$  είναι η πυκνότητα και  $V$  είναι η ταχύτητα. Δηλαδή :

$$\text{Στατική πίεση} + \text{δυναμική πίεση} = \text{ολική πίεση} \quad (4.9)$$

Όπου,  $p$  είναι η στατική πίεση,  $(1/2) \rho V^2$  είναι η δυναμική πίεση και  $P_t$  είναι η ολική πίεση η οποία είναι σταθερή για ιδανικά ρευστά.[2]

### 4.4 Εξισώσεις Navier – Stokes

Οι εξισώσεις Navier – Stokes περιγράφουν τη ροή ενός συνεχούς Νευτώνιου ρευστού και εκφράζουν τις σχέσεις που ισχύουν μεταξύ της ταχύτητας, της πίεσης, της πυκνότητας, της θερμοκρασίας και του ιξώδους. Είναι προέκταση των εξισώσεων του Euler, οι οποίες δεν συμπεριλαμβάνουν το ιξώδες. Η πιο γενική μορφή αυτών των εξισώσεων είναι η ακόλουθη :

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot T + f \quad (4.10)$$

Όπου,  $t$  είναι ο χρόνος,  $U$  είναι η ταχύτητα,  $\rho$  είναι η πυκνότητα,  $\nabla p$  είναι η κλίση της πίεσης,  $\nabla \cdot T$  αναπαριστά τις δυνάμεις διάτμησης και το  $f$  αναπαριστά όλες τις άλλες δυνάμεις ( για παράδειγμα τη βαρύτητα ),  $\frac{DU}{Dt}$  είναι το παραγοντικό της ταχύτητας :

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla)U \quad (4.11)$$

Οι λύσεις των πλήρων εξισώσεων Navier-Stokes δείχνουν την έναρξη της ταραχώδους ροής, την αλληλεπίδραση των επιπέδων, και σχεδόν όλα τα ενδιαφέροντα αεροδυναμικά φαινόμενα. Δυστυχώς όμως, οι εξισώσεις είναι πολύ δύσκολο να επιλυθούν. Καθώς ο αριθμός Reynolds αυξάνεται, η λίστα των ενδιαφέροντων δυνάμεων γίνεται μικρότερη και οι περισσότερες από τις λύσεις των πλήρων εξισώσεων γίνονται για αριθμούς Reynolds από 1 έως 1000. Μία από τις πιο πρόσφατες λύσεις για το οριακό στρώμα είναι εκείνη ενός επίπεδου πιάτου, η οποία ώθησε τους υπολογισμούς σε αριθμό Reynolds 1410, βασιζόμενη στην πυκνότητα του οριακού στρώματος. Αυτοί οι υπολογισμοί διήρκησαν εκατοντάδες ώρες στον υπολογιστή Cray της NASA.



## 5 Ελλειψοειδές

### 5.1 Εισαγωγή

Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε τη γεωμετρία του προστατευτικού κελύφους μέσα στο οποίο βρίσκεται η κεραία μας. Αυτό επειδή η γεωμετρία του αεροσκάφους επηρεάζει τη ροή της πυκνότητας του αέρα και κατά συνέπεια το πόσο η δέσμη του laser παρεκκλίνει από την πορεία διάδοσης που θα ακολουθούσε υπό συνθήκες κενού αέρα. Από προηγούμενες μελέτες, γνωρίζουμε ότι η απόσταση μέχρι την οποία έχουμε μεταβολή της ροής ισούται με  $5*L$ , όπου  $L$  είναι το χαρακτηριστικό μήκος της γεωμετρίας μας. Πέρα από αυτή την απόσταση δεν υπάρχει μεταβολή του περιβάλλοντος της κεραίας και θεωρούμε ότι είναι η free-stream περιοχή. Το χαρακτηριστικό μήκος της περίπτωσης ενός ελλειψοειδούς εξαρτάται από την υποπερίπτωση ελλειψοειδούς. Στην παρούσα διπλωματική θεωρούμε ότι έχουμε ένα ελλειψοειδές με τους ημιάξονες  $y$  και  $z$  ίσους και τον ημιάξονα  $x$  διαφορετικού και μεγαλύτερου μήκους από τους άλλους δύο. Τότε το χαρακτηριστικό μήκος δίνεται από το λόγο του μεγάλου ( $x$ ) προς τον μικρό ( $y$ ) ημιάξονα.

$$L = \frac{x}{y} \quad (5.1)$$

### 5.2 Μαθηματικό μοντέλο Έλλειψης

Στο πρώτο μέρος της διπλωματικής θα ασχοληθούμε με το πώς επιδρά στην δέσμη της διαδιδόμενης δέσμης του laser το περιβάλλον ενός ελλειψοειδούς. Στην περίπτωση μας χρησιμοποιούμε το πεπλατυσμένο ελλειψοειδές, το οποίο περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση :

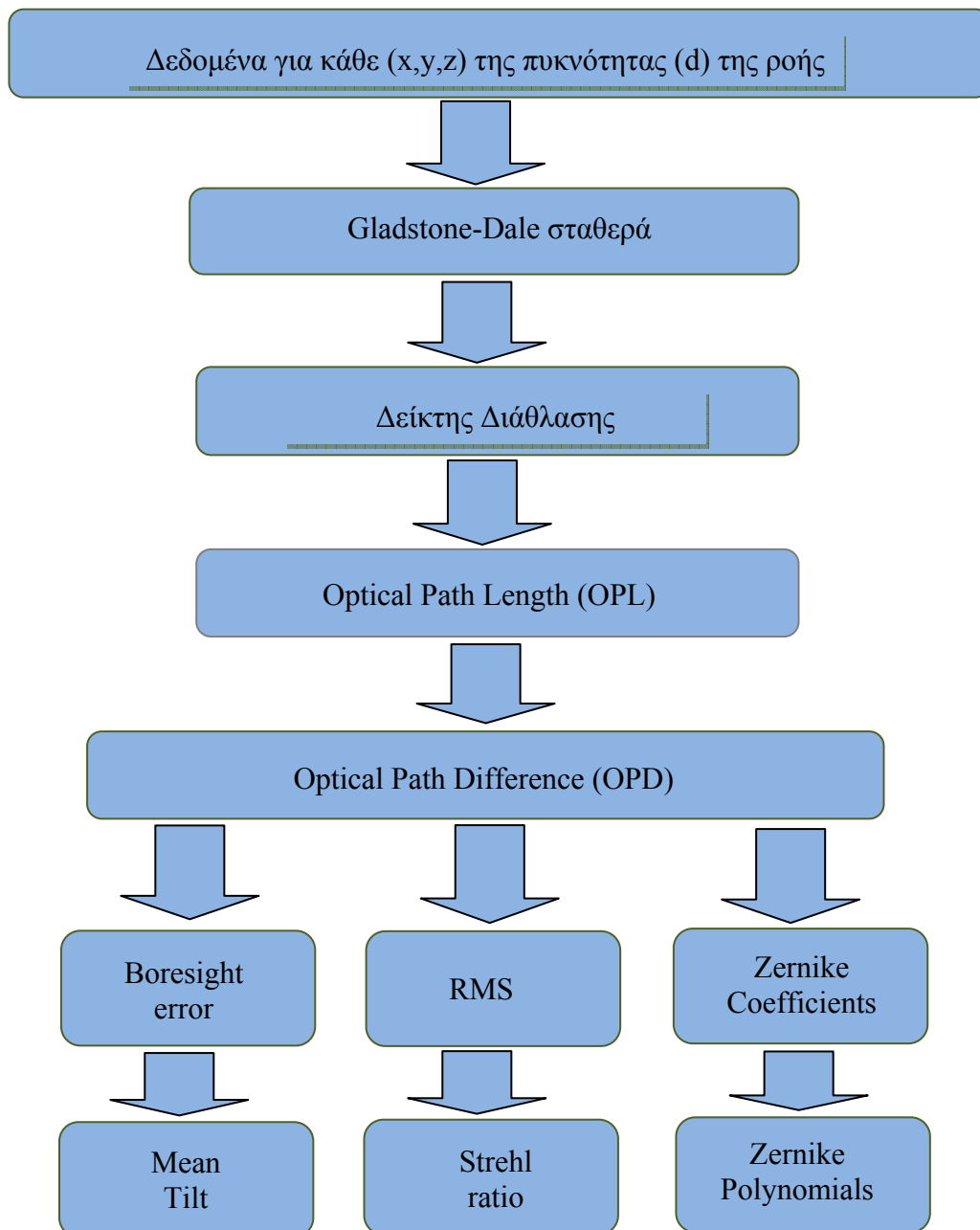
$$r^2 = \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 \quad (5.2)$$

Όπου  $x,y,z$  είναι οι τρεις άξονες της γεωμετρίας μας, και πιο συγκεκριμένα  $x$  είναι ο μεγάλος ημιάξονας,  $y$  είναι ο μικρός οριζόντιος ημιάξονας και  $z$  είναι ο τρίτος, κάθετος στο  $xy$  επίπεδο, ημιάξονας. Λόγω συμμετρίας ως προς το  $xy$ -επίπεδο θα προσομοιάσουμε το πρόβλημά μας στις δύο διαστάσεις κατά το  $xy$ -επίπεδο. Θα θεωρήσουμε, λοιπόν, ότι οι άξονες  $y,z$  είναι ίσοι με τον  $x$  να είναι ο μεγάλος ημιάξονας με έναν λόγο μεγάλου προς μικρού ημιάξονα ίσο με δύο.

Ακόμη, επειδή θα δουλέψουμε για πολύ χαμηλές ταχύτητες (ο Mach number έχει την τιμή 0,3) , θα χρησιμοποιήσουμε προσεγγιστικά το θεωρητικό υπόβαθρο της σφαίρας.

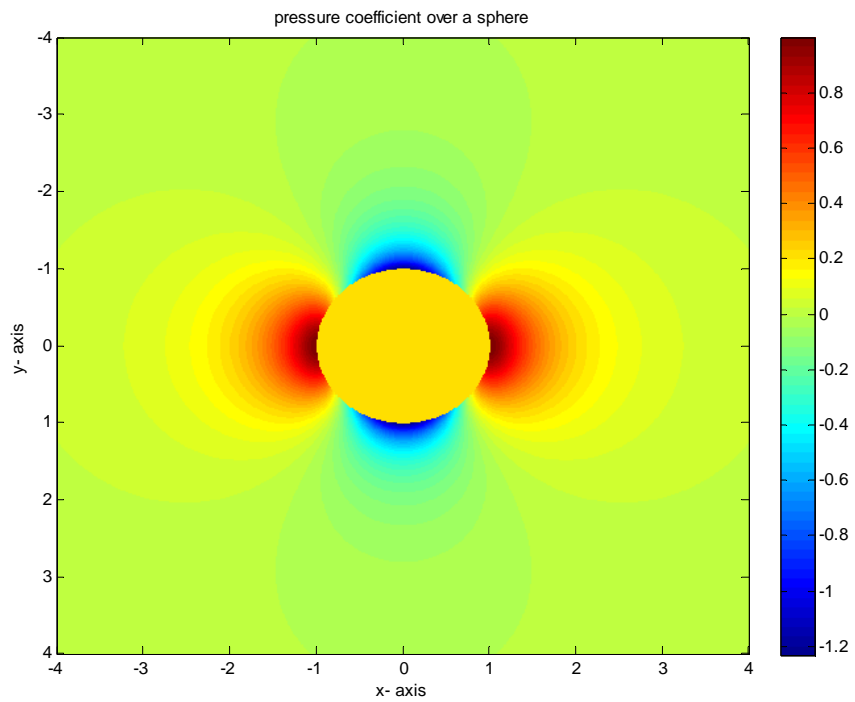
### 5.3 Μέθοδος υπολογισμού.

Στην ενότητα αυτή θα δούμε τη μέθοδο υπολογισμού εκείνων των μεγεθών που περιγράφουν το περιβάλλον της έλλειψης. Η μέθοδος υπολογισμού φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα :

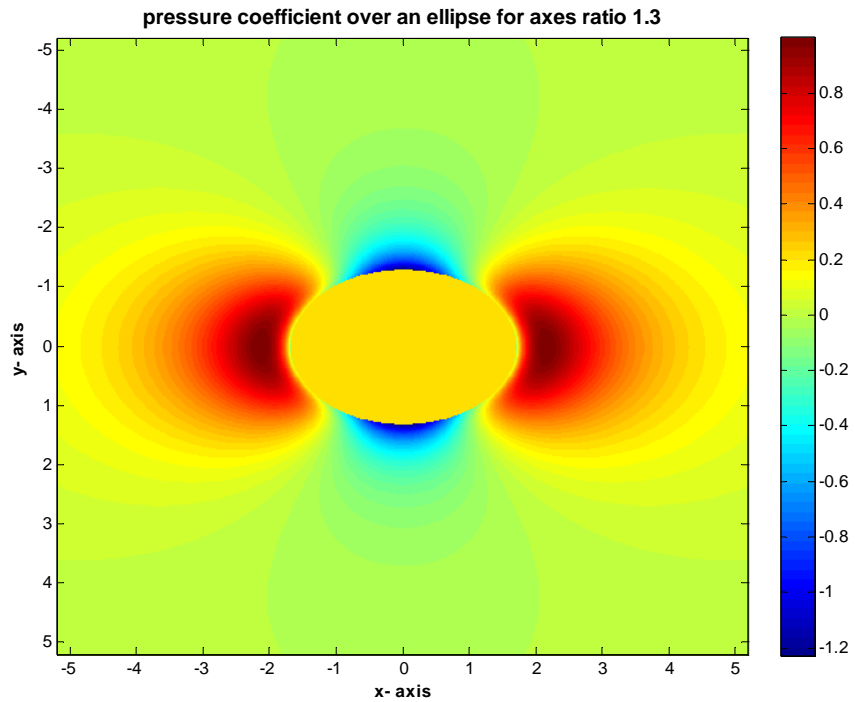


Σχήμα 5.1 : Διάγραμμα ροής μεθόδου υπολογισμού παραμέτρων ροής έλλειψης.

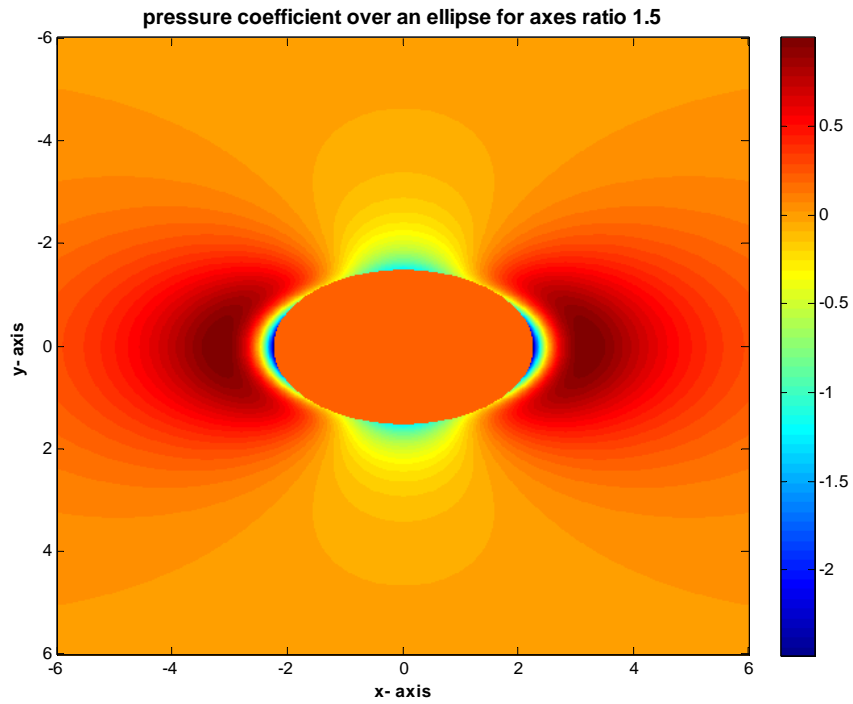
- ❖ Ο συντελεστής πίεσης γύρω από μία έλλειψη για διάφορους λόγους μεγάλου προς μικρό ημιάξονα είναι :



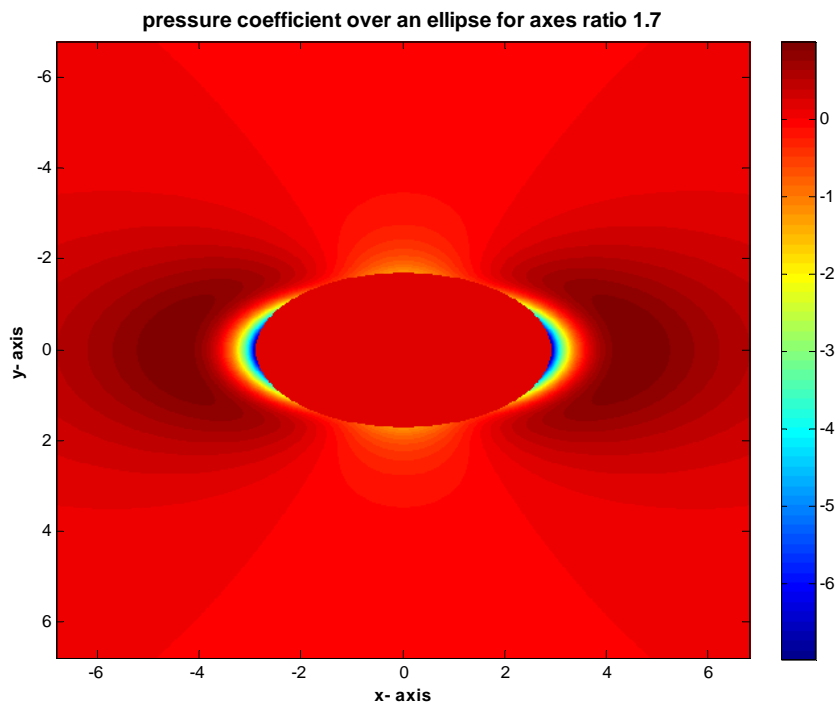
Σχήμα 5.2 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων ίσο με 1, περίπτωση σφαίρας.



Σχήμα 5.3 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 1.3.

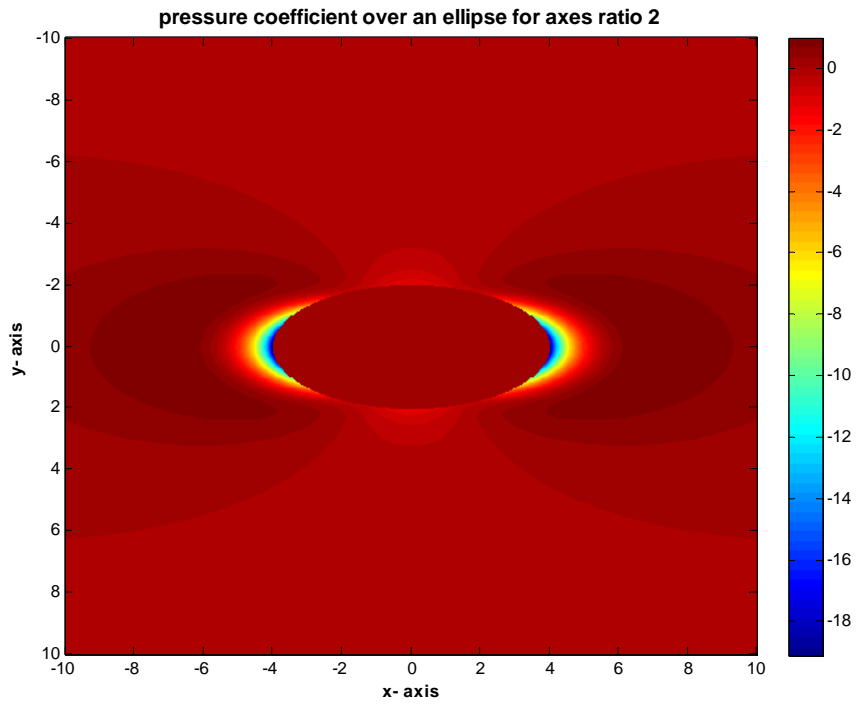


Σχήμα 5.4 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 1.5.

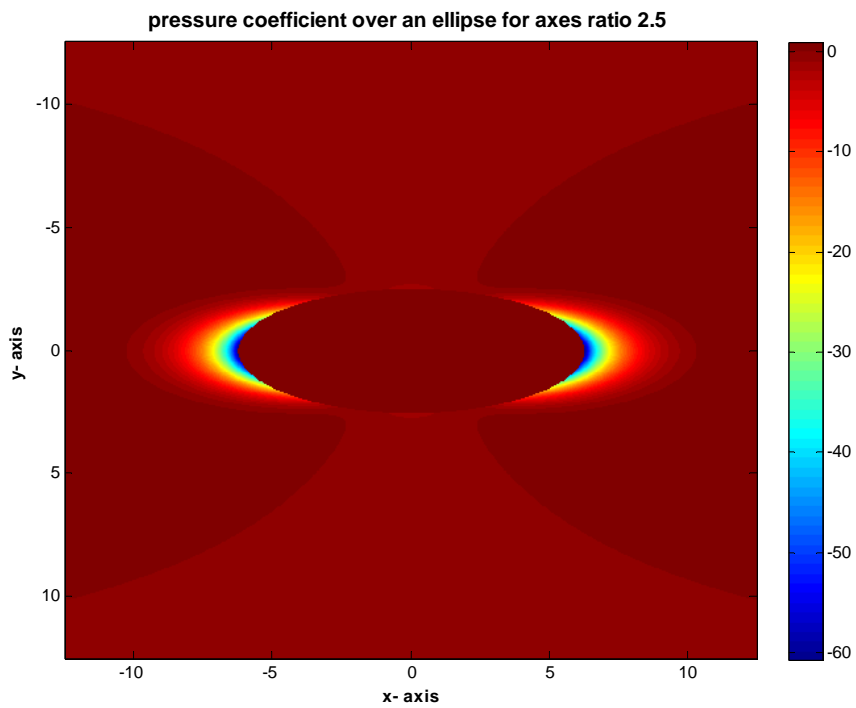


Σχήμα 5.5 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 1.7.

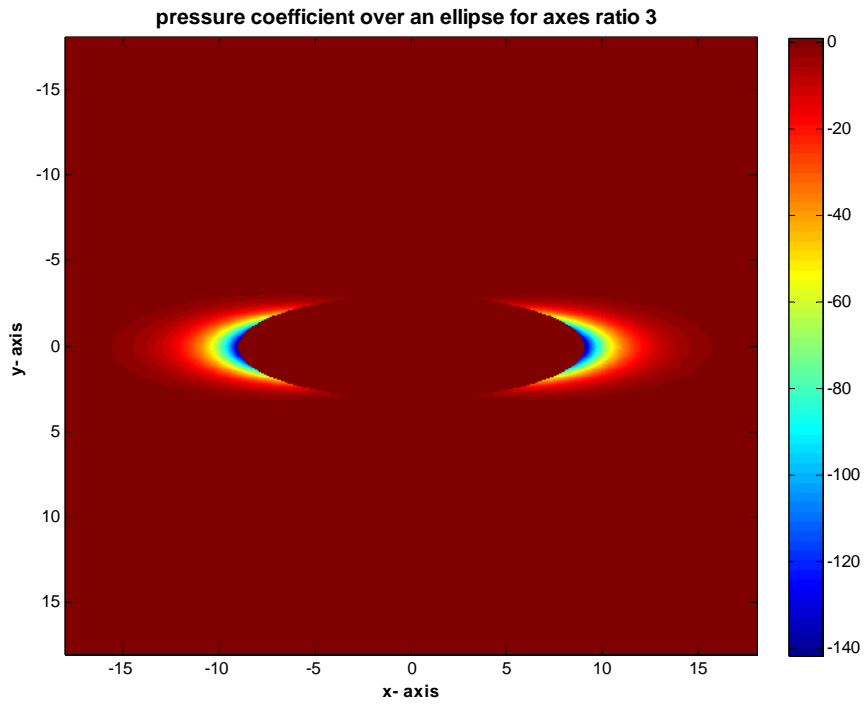




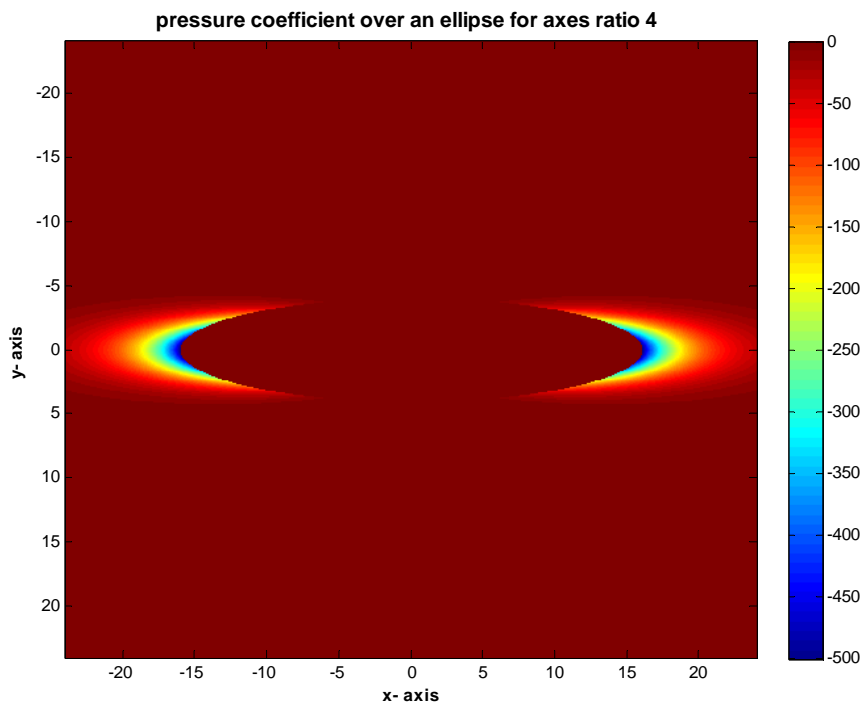
Σχήμα 5.6 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 2.



Σχήμα 5.7 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 2.5.

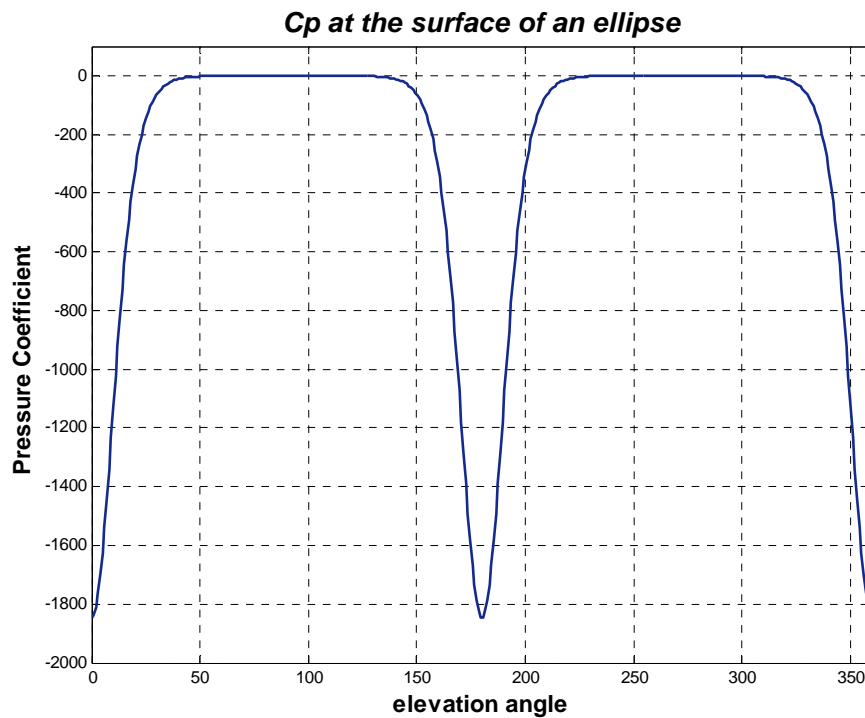


Σχήμα 5.8 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 3.



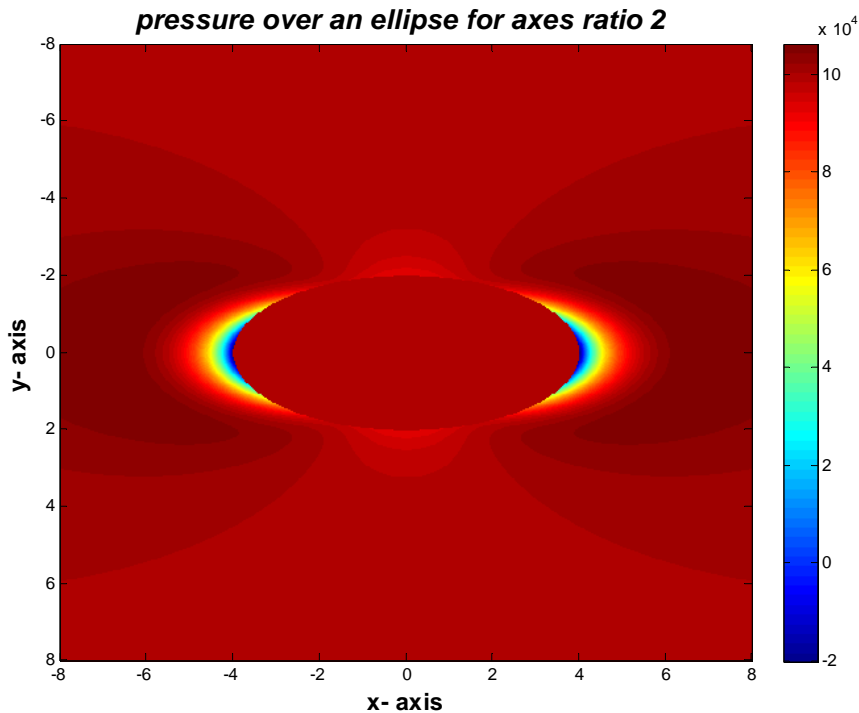
Σχήμα 5.9 : Συντελεστής πίεσης για λόγο ημιαξόνων έλλειψης ίσο με 4.

Ο συντελεστής πίεσης, καθώς η γωνία μεταβάλλεται από μηδέν μέχρι τις 360° έχει την ακόλουθη συμπεριφορά γύρω από το ελλειψοειδές :

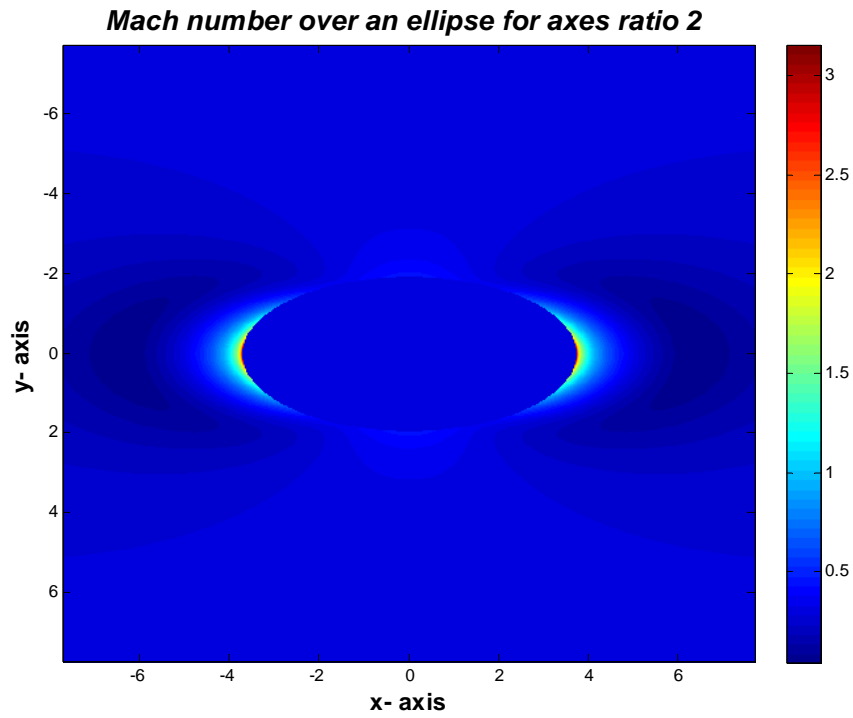


Σχήμα 5.10 : Μεταβολή του συντελεστή πίεσης γύρω από το ελλειψοειδές.

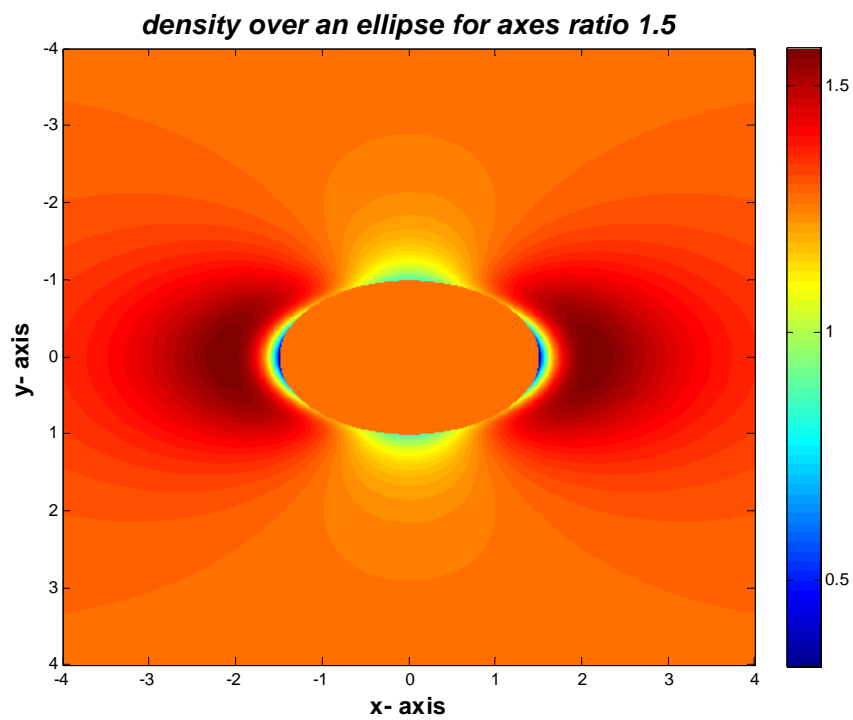
Η πίεση μεταβάλλεται με τον ίδιο τρόπο που μεταβάλλεται και ο συντελεστής πίεσης, και για λόγο μεγάλου προς μικρό ημιάξονα είναι :



Σχήμα 5.11 : Πίεση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 2.



**Σχήμα 5.12 :** Αριθμός Mach γύρω από ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2.



**Σχήμα 5.13 :** Πυκνότητα γύρω από ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1,5.

## 5.4 Διαφορά Οπτικού μονοπατιού (OPD)

Το μήκος οπτικού μονοπατιού (OPL-Optical Path Length) είναι η απόσταση που διανύει το φως μέσα σε ένα σύστημα. Για τοπικό δείκτη διάθλασης  $n(x,y,z)$  σε κάθε σημείο του χώρου, το μήκος οπτικού μονοπατιού δίνεται από τη σχέση :

$$OPL(x, y, z) = \int_0^y n(x, y, z) dy \quad (5.3)$$

Όπου ο δείκτης διάθλασης είναι συνάρτηση της απόστασης,  $s$ .

Το μήκος οπτικού μονοπατιού (OPL) είναι ανάλογο της στροφής φάσης που υφίσταται η δέσμη φωτός κατά μήκος ενός μονοπατιού.

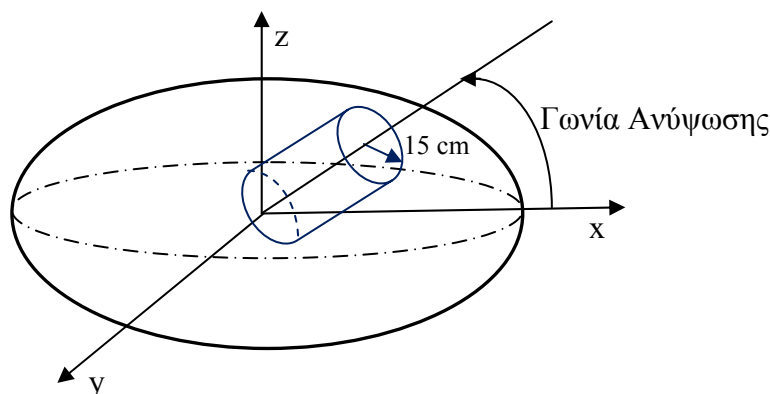
Η διαφορά μεταξύ δύο OPL καλείται **optical path difference** (OPD), διαφορά οπτικών μονοπατιών. Το OPL είναι σημαντικό γιατί καθορίζει τη φάση του φωτός ελέγχει την παρεμβολή και την περίθλαση του φωτός καθώς αυτό διαδίδεται.

Ο δείκτης διάθλασης μπορεί να υπολογιστεί, θεωρητικά, όταν γνωρίζουμε το λόγο πυκνοτήτων και τις ιδιότητες στην free-stream περιοχή, έχοντας εν συνεχεία τη δυνατότητα να υπολογίσουμε το OPL και το OPD, με τη σχέση :

$$OPD = OPL - OPL_{\min} \quad (5.4)$$

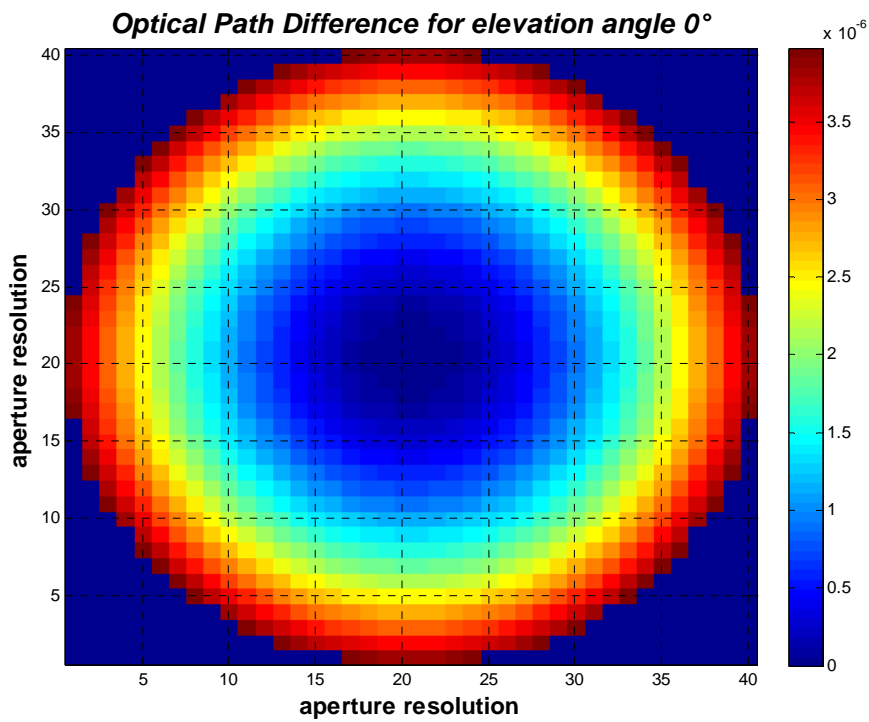
Οι συνθήκες στις οποίες μελετάμε το σύστημά μας είναι :

- Το μήκος κύματος ισούται με 1550 nm .
- Το ιπτάμενο αντικείμενο που μελετάμε είναι πεπλατυσμένο ελλειψοειδές (λόγος ημιαξόνων 2).
- Υποθέτουμε ότι η κεραία είναι κυκλικός δίσκος ακτίνας 15 cm.
- Θεωρούμε ότι το ελλειψοειδές κινείται κατά τον x-άξονα και ότι βρίσκεται στην αρχή των αξόνων  $(x,y,z) = (0,0,0)$ .
- Θεωρούμε ότι έχουμε συνθήκες σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας ( STP ).
- Το ελλειψοειδές κινείται με πολύ μικρή ταχύτητα ( 0.3 Mach, όπου έχουμε ασυμπίεστη ροή).
- Παρατηρούμε τη συμπεριφορά του OPD για τη μεταβολή της γωνίας ανύψωσης ( elevation angle ), η οποία μετράται από τον ορίζοντα και προς τα πάνω. Μια σχηματική αναπαράσταση της γεωμετρίας είναι η ακόλουθη :

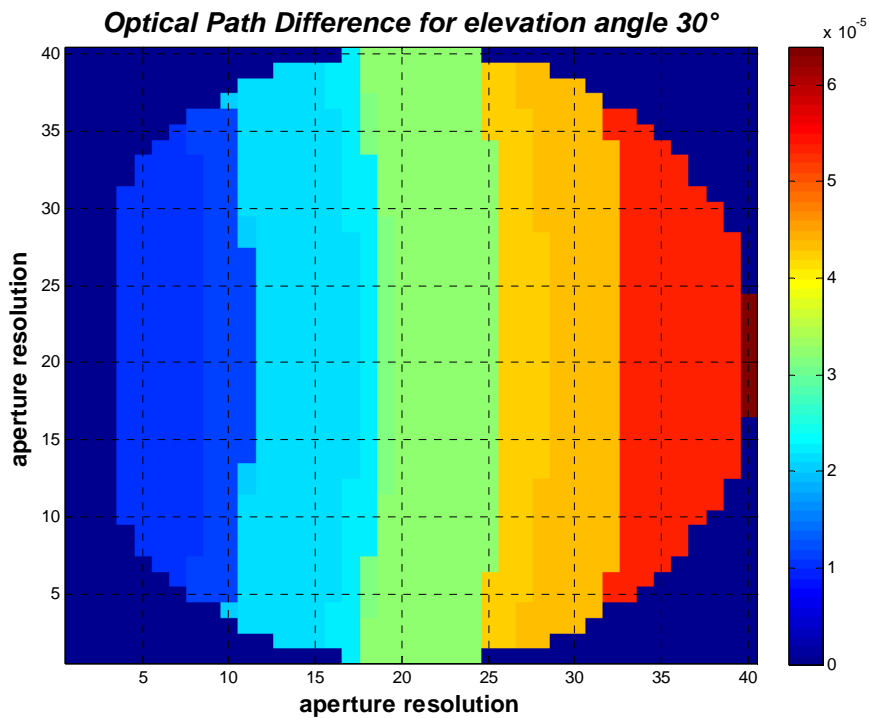


Σχήμα 5.14 : Ορισμός γωνίας ανύψωσης.

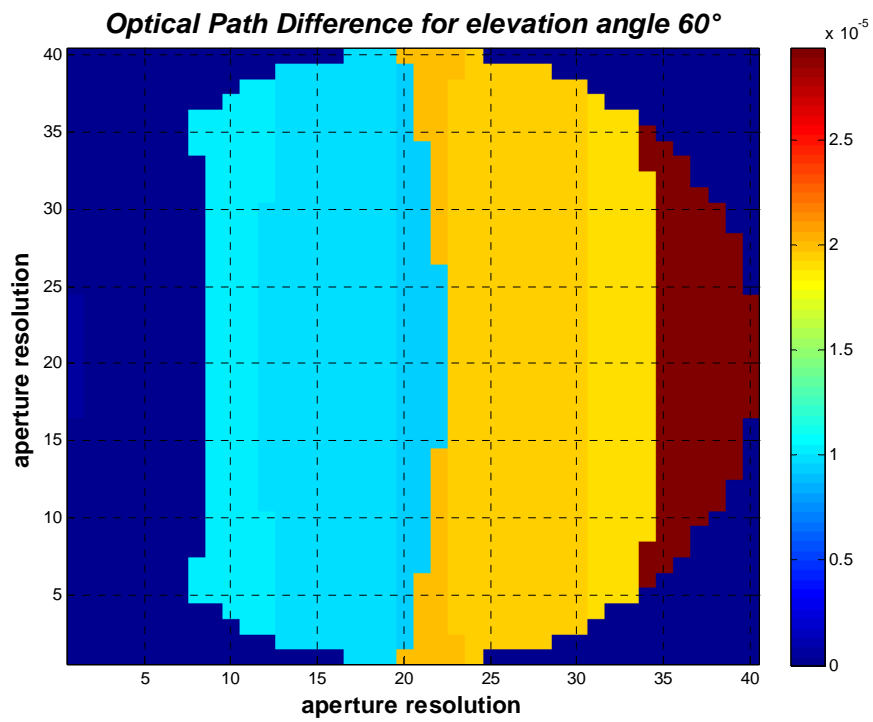
Ακολουθούν τα σχήματα μεταβολής του OPD για γωνία ανύψωσης από  $0^\circ$  μέχρι  $90^\circ$ , λόγω της συμμετρίας που υπάρχει κατά τον  $y$ -άξονα, εφόσον χρησιμοποιούμε την προσέγγιση με τη θεωρία για ένα σφαιρικό αντικείμενο.



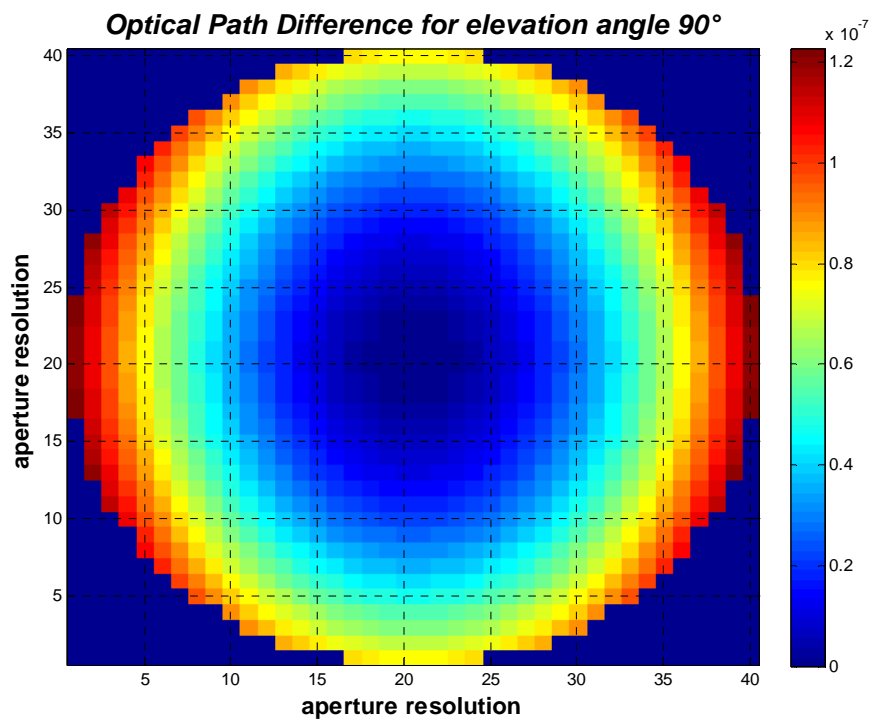
Σχήμα 5.15 : OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης  $0^\circ$ .



Σχήμα 5.16 : OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης  $30^\circ$ .



Σχήμα 5.17 : OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης  $60^\circ$ .



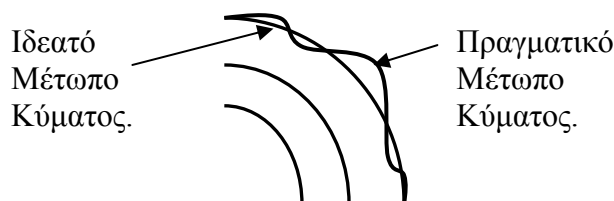
Σχήμα 5.18: OPD ελλειψοειδούς για γωνία ανύψωσης  $90^\circ$ .

## 5.5 Σφάλμα Μετώπου Κύματος – Wavefront error

Το σφάλμα μετώπου κύματος είναι η διαταραχή του σφαιρικού μετώπου κύματος. Οι διακυμάνσεις αυτές προκαλούνται, όσον αφορά την τροπόσφαιρα, από την κατακόρυφη κίνηση του αέρα λόγω της κίνησης θερμότερου αέρα προς τα πάνω και την ανάμειξή του με τον ψυχρό αέρα που βρίσκεται εκεί, καθώς και από ανέμους του ανώτερου επιπέδου που μεταφέρουν αυτή τη σχετικά αργά μεταβαλλόμενη τυρβώδη δομή. Η πρώτη είναι η κύρια πηγή της τραχύτητας του μετώπου κύματος, ενώ η δεύτερη προκαλεί κίνηση της εικόνας στο σύνολό της (wavefront tilt). Παραμορφώσεις του μετώπου κύματος που προκαλούνται από την ατμοσφαιρική αναταραχή είναι πάντα παρούσες και διαφέρουν μόνο στο πλάτος.

Έτσι το πραγματικό μέτωπο κύματος έχει μία απόκλιση ως προς το ιδανικό/ιδεατό μέτωπο κύματος. Πιο συγκεκριμένα, το πραγματικό μέτωπο κύματος χαρακτηρίζεται από περιοχές που ονομάζονται κορυφές και κοιλάδες ( peak and valley) σε σχέση με το ιδανικό μέτωπο κύματος.

Ορίζονται δύο σφάλματα μετώπου κύματος. Το πρώτο είναι το P-V σφάλμα μετώπου κύματος ( Peak-to-Valley wavefront error ), το οποίο ορίζεται ως η μέγιστη διαφορά κορυφή-κοιλάδας μεταξύ του πραγματικού και του ιδανικού μετώπου κύματος, και συχνά καλείται ολικό σφάλμα μετώπου κύματος.



Σχήμα 5.19 : Πραγματικό και Ιδεατό μέτωπο κύματος.

Το δεύτερο είναι το RMS σφάλμα μετώπου κύματος, το οποίο είναι οι απόκλισεις μεταξύ του πραγματικού και του ιδανικού μετώπου κύματος. Αυτές οι αποκλίσεις χαρακτηρίζονται από διακύμανση και τυπική απόκλιση.

Εφόσον γνωρίζουμε το OPD, μέσω του σφάλματος φάσης μετώπου κύματος ( wavefront phase error ),  $e(x,y)$ , θα υπολογίσουμε το Boresight error,  $a(x,y)$ . Όπου :

$$e(x,y) = k_0 \cdot OPD(x,y) \quad (5.5)$$

$$a(x,y) = -\frac{\partial}{\partial(x,y)} \cdot \varphi(x,y) = -\frac{\lambda}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\partial}{\partial(x,y)} \cdot e(x,y) \quad (5.6)$$

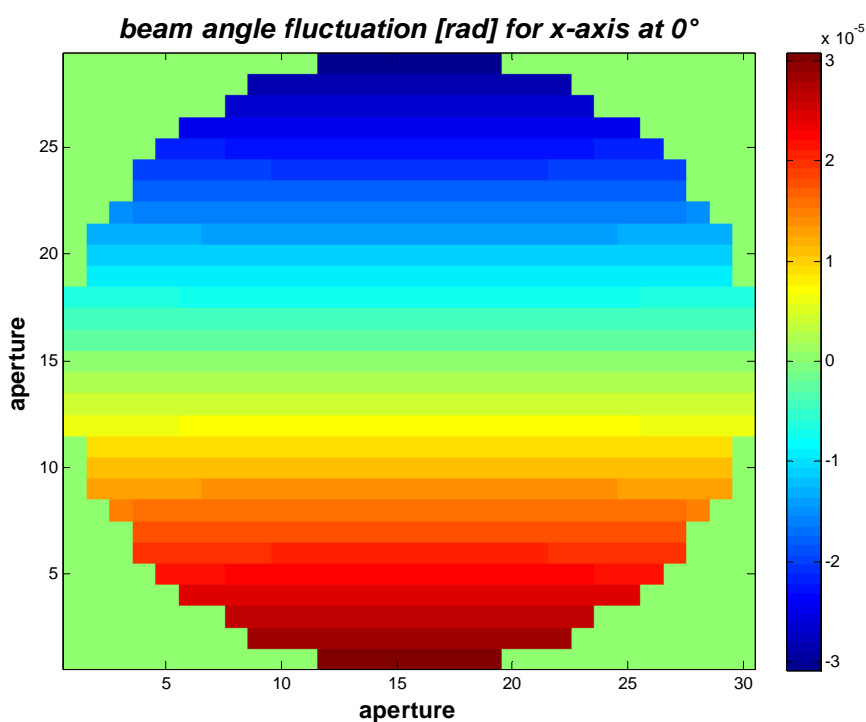
$$k_0 = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad (5.7)$$



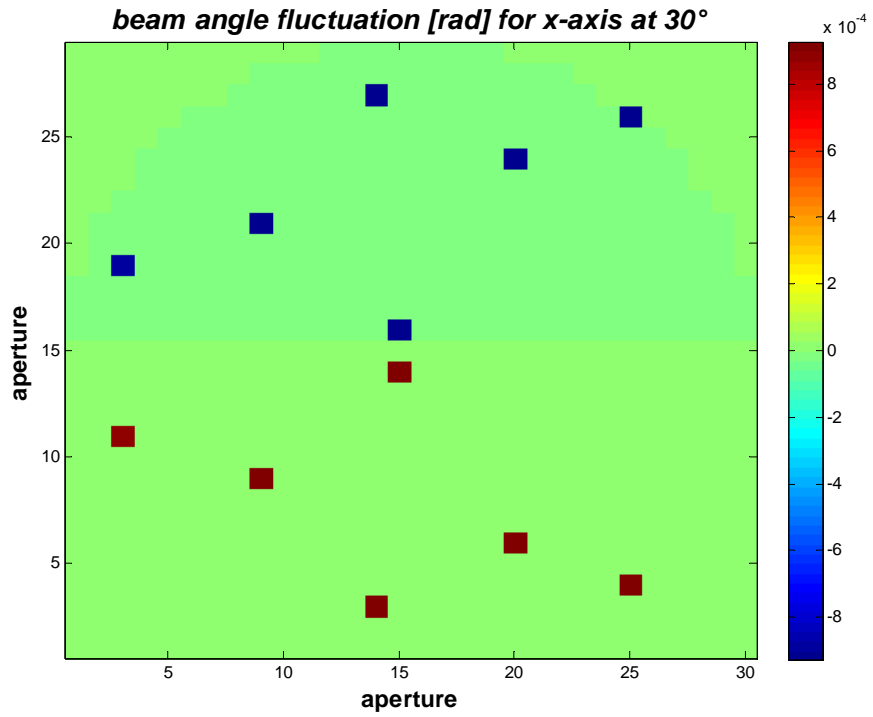
Όπου,  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος,  $k_0$  ο κυματικός αριθμός.

Θα μελετήσουμε το σφάλμα που υπεισέρχεται και για τις δύο διαστάσεις του μετώπου κύματος, την  $x$  και την  $y$  με βάση τους προηγούμενους ορισμούς, για γωνίες  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  και  $90^\circ$ .

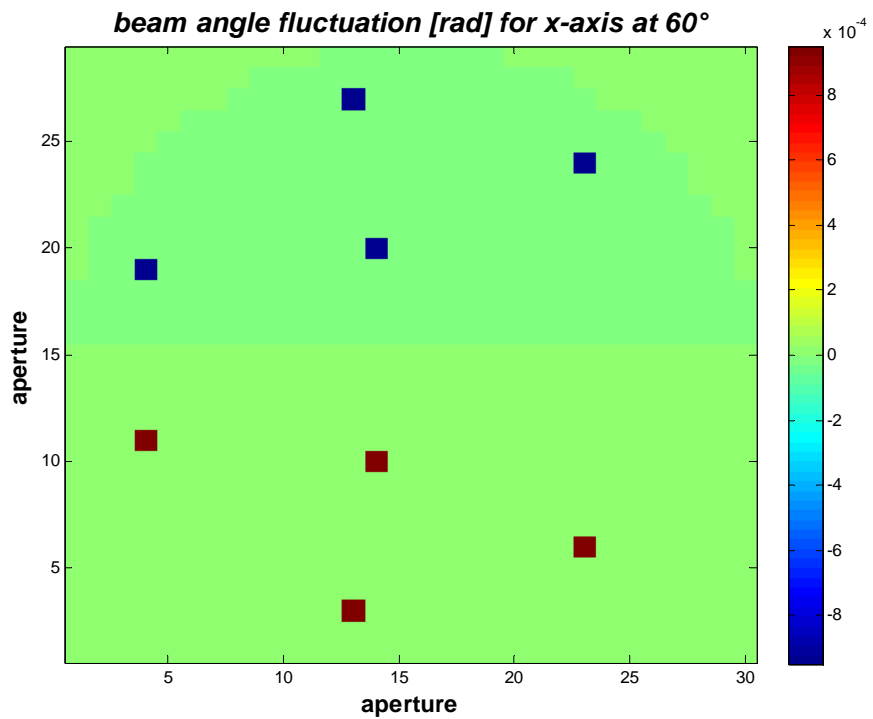
Από την απεικόνιση του σφάλματος που ακολουθεί παρατηρούμε ότι όσον αφορά τον  $x$ -άξονα για γωνίες  $0^\circ$  και  $90^\circ$  το σφάλμα είναι ίδιο και μέγιστο για το κάτω μισό της κυκλικής κεραίας, ενώ για τις γωνίες  $30^\circ$  και  $60^\circ$  είναι μηδενικό αν εξαιρέσουμε κάποια σημεία όπου παρουσιάζονται μερικές ακραίες τιμές. Για τον  $y$ -άξονα, για τις γωνίες  $0^\circ$  και  $90^\circ$  η απόκλιση είναι μεγαλύτερη για το αριστερό μισό της κεραίας, ενώ για  $30^\circ$  και  $60^\circ$ , σε αντίθεση με τον  $x$ -άξονα παρουσιάζεται μεγάλη απόκλιση σε όλη το επίπεδο της κεραίας με εξαίρεση κάποιες ζώνες όπου η κλίση είναι σχεδόν μηδενική.



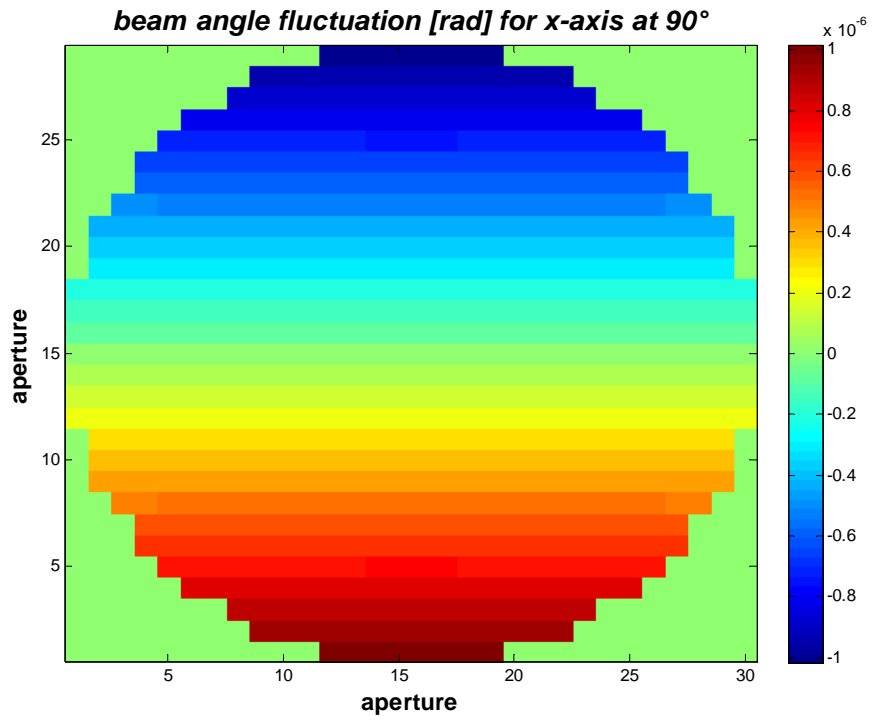
**Σχήμα 5.20 :** Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον  $x$ -άξονα για  $0^\circ$ .



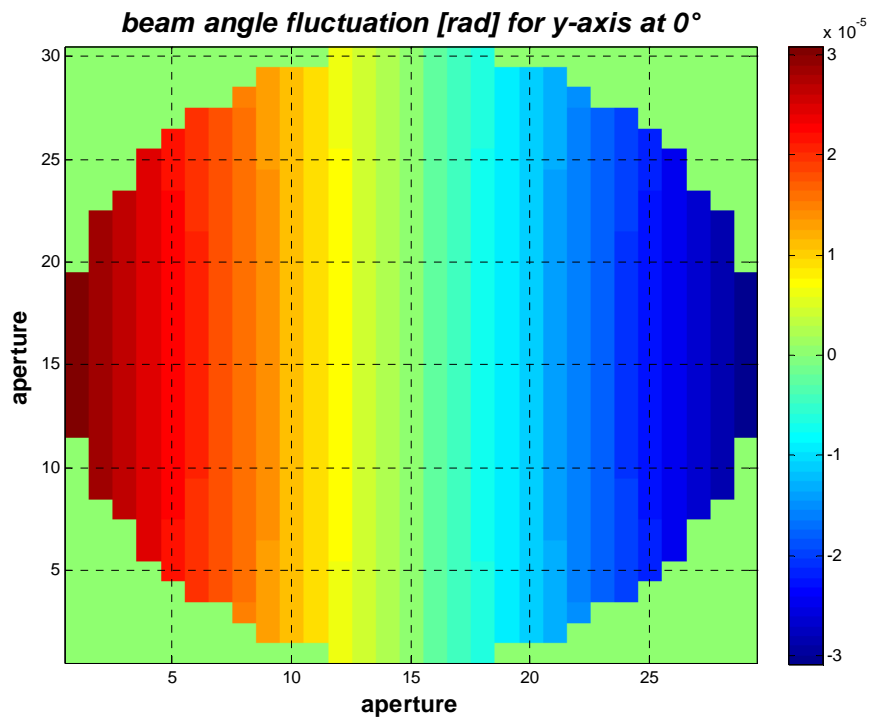
Σχήμα 5.21 : Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον x-άξονα για 30°.



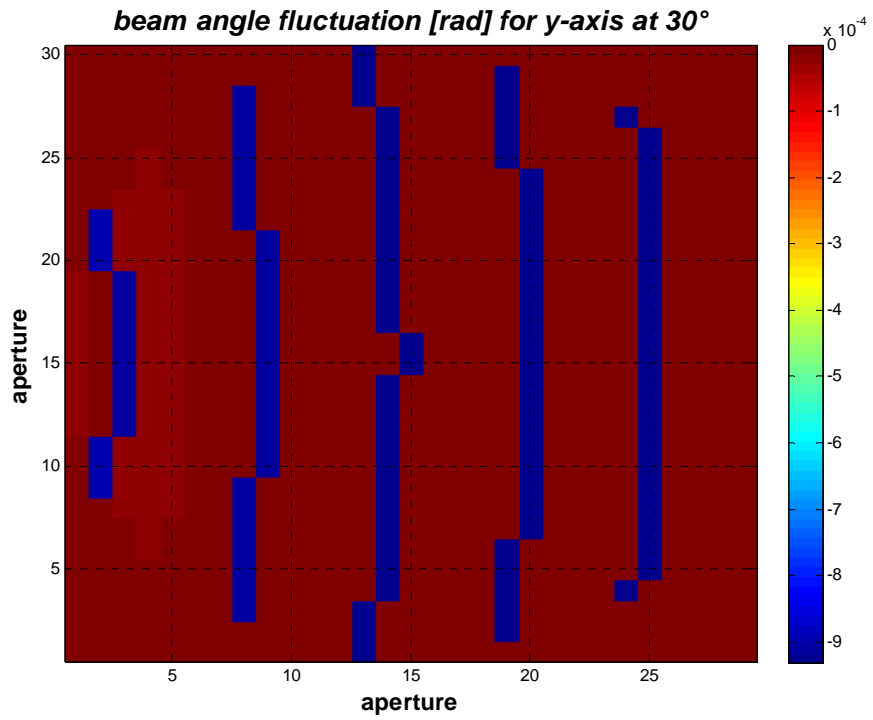
Σχήμα 5.22 : Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον x-άξονα για 60°.



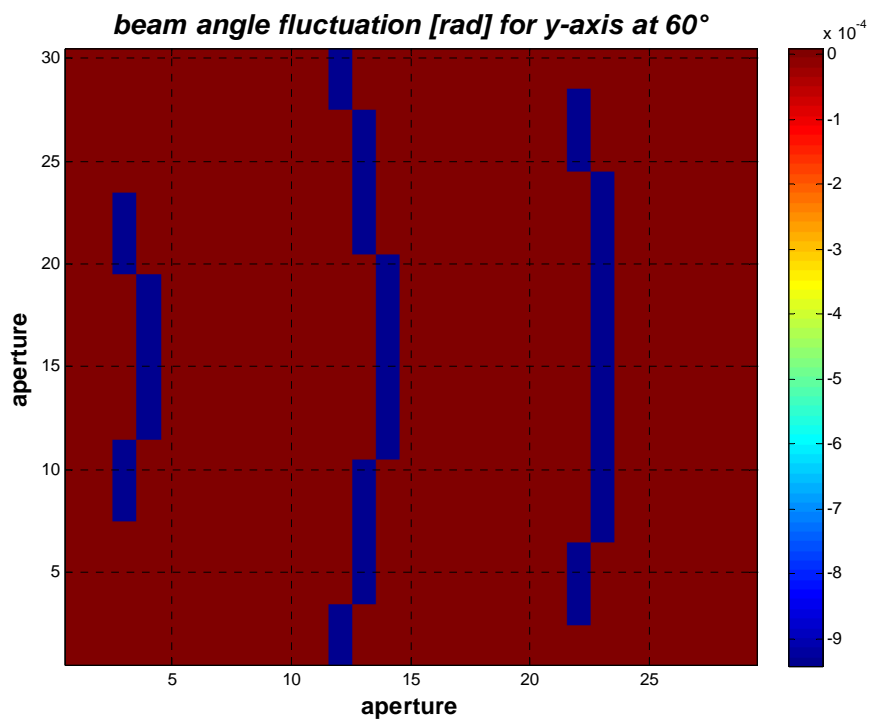
Σχήμα 5.23 : Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον x-άξονα για 90°.



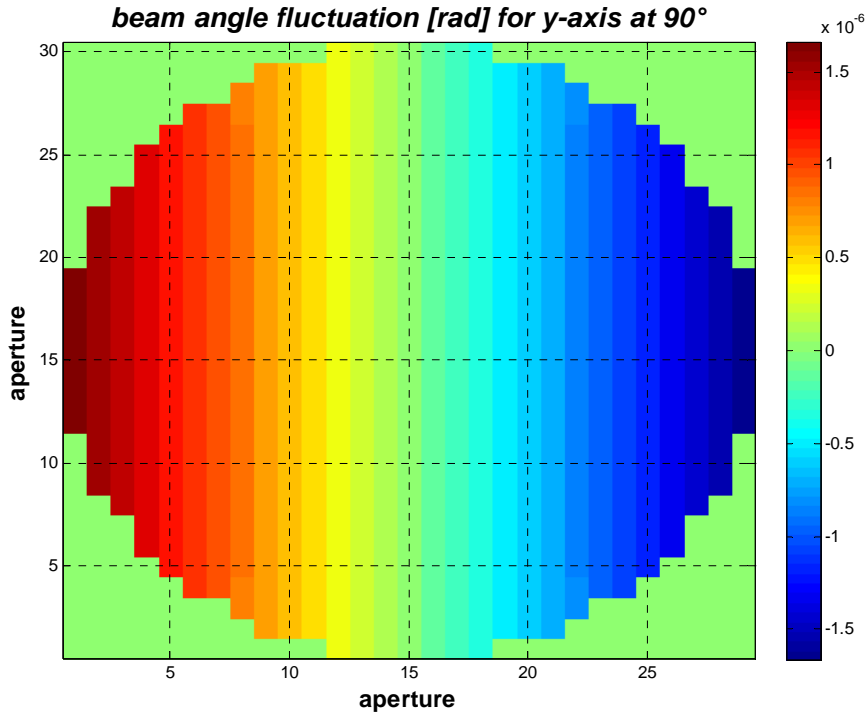
Σχήμα 5.24 : Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για 0°.



Σχήμα 5.25 : Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για  $30^\circ$ .



Σχήμα 5.26 : Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για  $60^\circ$ .



Σχήμα 5.27 : Σφάλμα φάσης μετώπου κύματος κατά τον y-άξονα για 90°.

## 5.6 Μέση Κλίση μετώπου κύματος – Mean Wavefront Tilt

Στην οπτική ο όρος κλίση (tilt) είναι η απόκλιση στην κατεύθυνση που η δέσμη του laser διαδίδεται. Το tilt ποσοτικοποιεί την μέση απόκλιση τόσο κατά την x, όσο κατά την y διεύθυνση του μετώπου κύματος, δηλαδή το προφίλ της φάσης πάνω στην κεραία. Όπως θα δούμε και αργότερα στα πολυώνυμα Zernike, η κλίση κατά τους άξονες x,y μοντελοποιείται με το δεύτερο και τρίτο πολυώνυμο Zernike.

Γνωρίζοντας την απόκλιση/σφάλμα κατά τους άξονες x,y του μετώπου κύματος μπορούμε να υπολογίσουμε εν συνεχεία τη μέση κλίση του μετώπου κύματος, η οποία υπολογίζεται ως εξής :

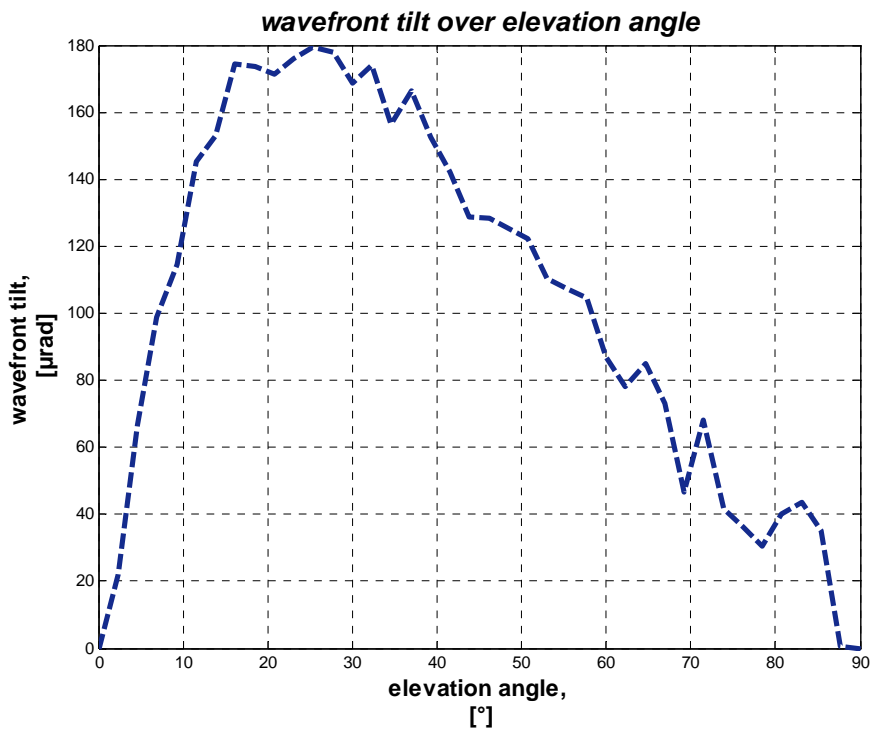
$$\bar{a} = \sqrt{(\bar{a}_x)^2 + (\bar{a}_y)^2} \quad (5.8)$$

Η κλίση επηρεάζεται από τους εξής παράγοντες :

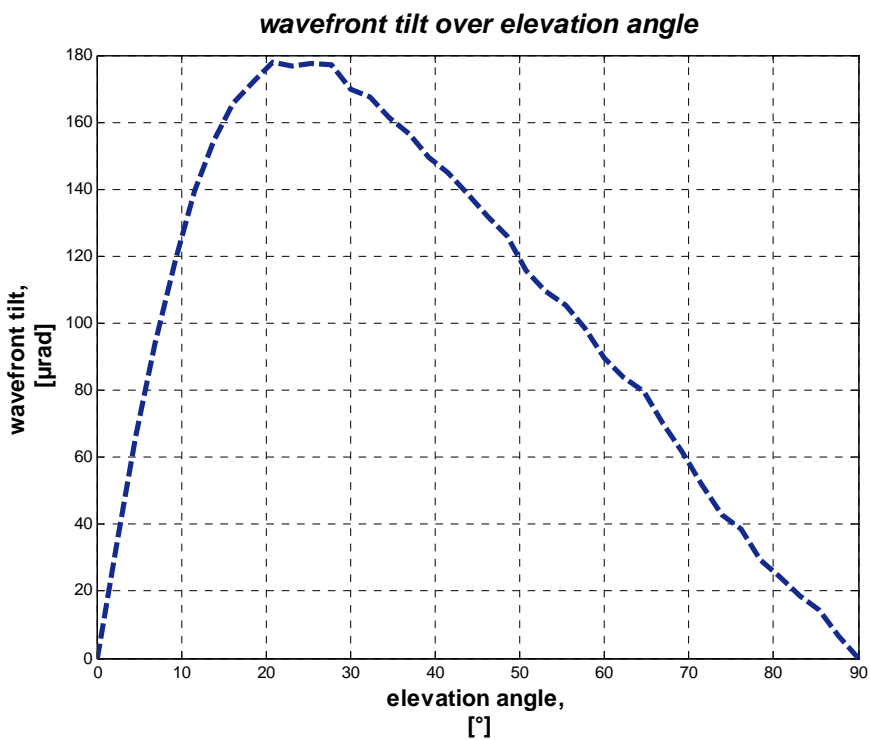
- Την γωνία ανύψωσης.
- Την ταχύτητα, δηλαδή τον αριθμό Mach.
- Το υψόμετρο λειτουργίας της πλατφόρμας.
- Την ποσοτική αναλογία της διαμέτρου της κεραίας ως προς τις διαστάσεις του προστατευτικού κελύφους, στην περίπτωση μας το ελλειψοειδές.

Για κάθε μια από αυτές τις περιπτώσεις θα μελετήσουμε τον τρόπο εξάρτησής τους.

### 5.6.1 Μέση κλίση ως προς τη γωνία ανύψωσης.

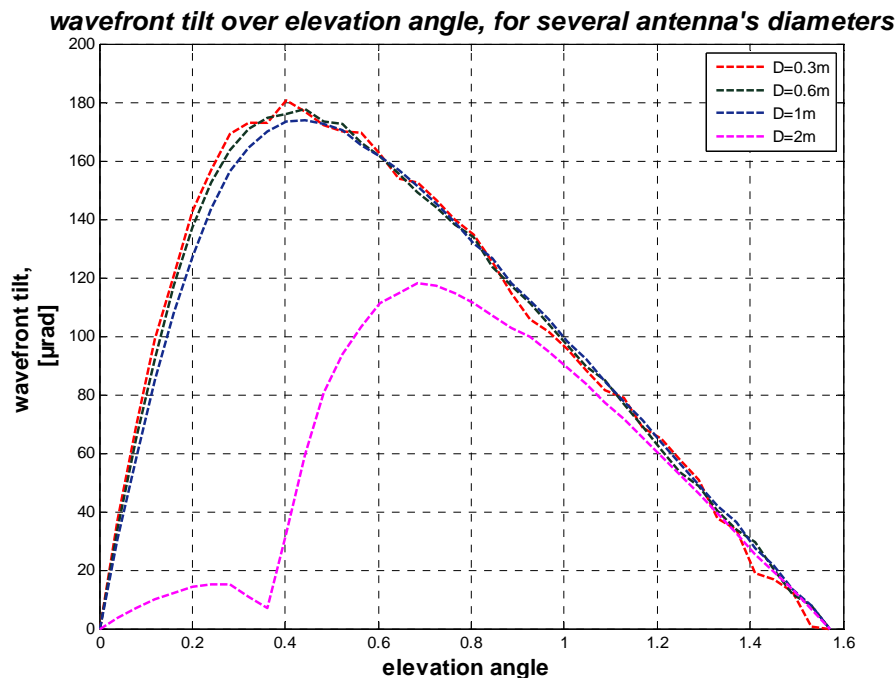


Σχήμα 5.28 : Κλίση ως προς γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, λόγος διαμέτρου κεραίας προς μικρό ημιάξονα ελλειψοειδούς 0.3/2.



Σχήμα 5.29 : Κλίση ως προς γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, λόγος διαμέτρου κεραίας προς μικρό ημιάξονα ελλειψοειδούς 0.6/2.

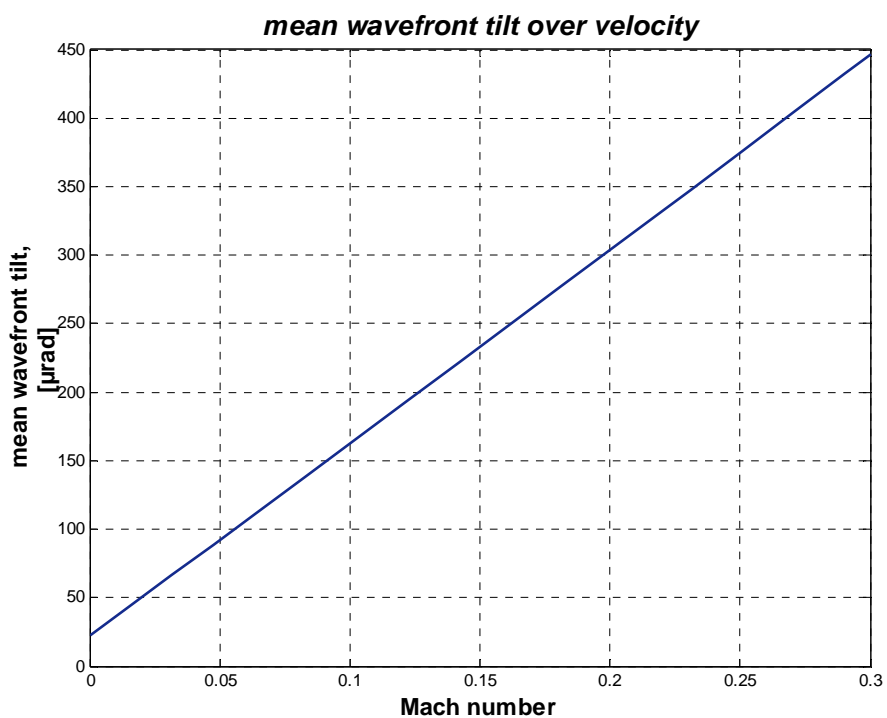
Στο ακόλουθο σχήμα έχουμε την εξάρτηση της κλίσης ως προς την γωνία ανύψωσης για διάμετρο κεραίας 0.3m, 0.6m, 1m και 2m.



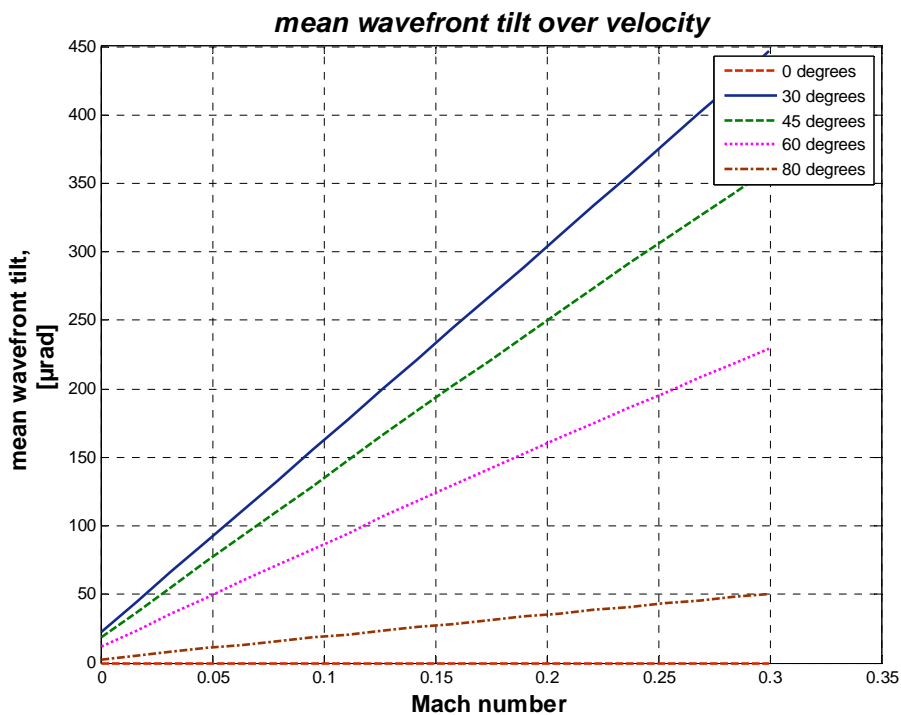
**Σχήμα 5.30 :** Κλίση ως προς γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, 60 cm, 1m, 2m.

Όταν αναφερόμαστε σε ένα οπτικό σύστημα τηλεπικοινωνιών το μέγεθος του ανοίγματος της κεραίας (aperture size) περιορίζει την ανάλυση του συστήματος, αναφερόμενοι στο ότι η διάθλαση περιορίζεται. Τότε η ατμοσφαιρική διαταραχή αντικαθιστά το μέγεθος του ανοίγματος της κεραίας, ως περιοριστικός παράγοντας της οπτικής απόδοσης για συστήματα μεγάλου ανοίγματος, για τη διάδοση μέσα από την γήινη ατμόσφαιρα. Καθώς η ακτίνα του laser ταξιδεύει μέσα από αυτή την ταραχώδη ατμόσφαιρα, η διαταραχή θα προκαλέσει διαφορετικά τμήματα του μετώπου κύματος να διανύσουν διαφορετικά μήκη οπτικού μονοπατιού. Η διαφορά οπτικού μονοπατιού θα προκαλέσει την κύρτωση του μετώπου κύματος συντελώντας στην διατάραξη του οπτικού πεδίου. Αυτές οι τυχαίες μεταβολές του οπτικού πεδίου μπορούν να προκαλέσουν σημαντικό άπλωμα (spreading) του μετώπου της δέσμης του laser, καθώς μεταδίδεται κατά μήκος μεγάλων αποστάσεων μέσα στην ατμόσφαιρα, μειώνοντας σημαντικά την ισχύ της δέσμης στο στόχο.[1]

## 5.6.2 Μέση κλίση ως προς τον αριθμό Mach.



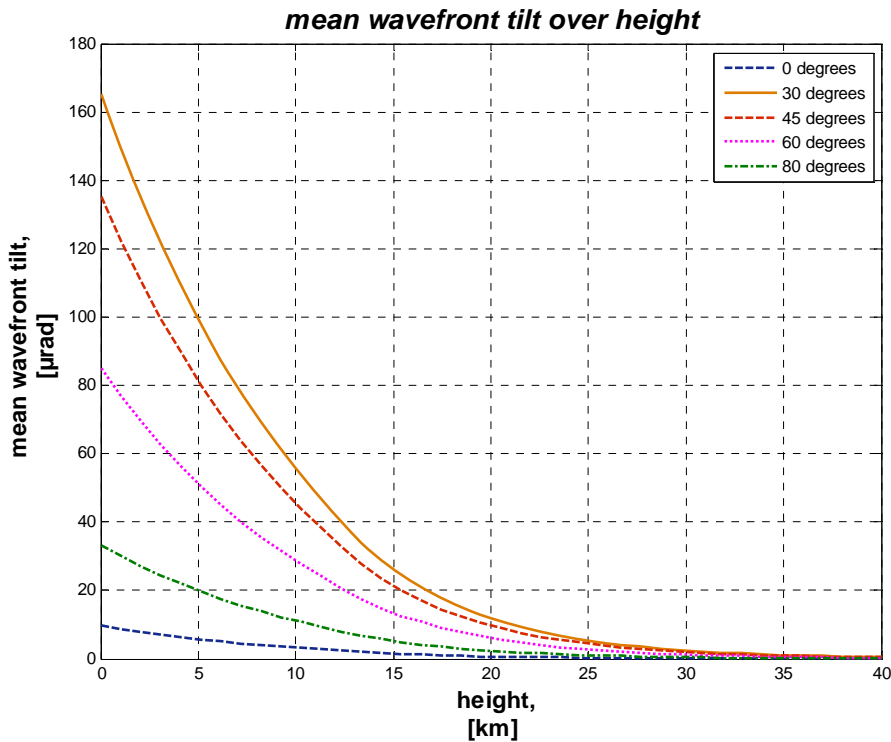
Σχήμα 5.31 : Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς την ταχύτητα για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, γωνία ανύψωσης  $30^\circ$ .



Σχήμα 5.32 : Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς την ταχύτητα για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, γωνία ανύψωσης  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$ .



### 5.6.3 Μέση κλίση ως προς το υψόμετρο λειτουργίας.



Σχήμα 5.33 : Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς το υψόμετρο για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm, γωνία ανύψωσης 0°, 30°, 45°, 60°, 80°.

## 5.7 Πολυώνυμα Zernike

Τα πολυώνυμα Zernike χρησιμοποιούνται πολύ συχνά για την αναπαράσταση μεγεθών της οπτικής, μιάς και είναι βολικό να εκφράσουμε το μέτωπο κύματος σε μορφή πολυωνύμου. Εφόσον, λοιπόν, τα πολυώνυμα Zernike έχουν δημιουργηθεί σε όρους της ίδιας μορφής με τις μορφές αποκλίσεων οι οποίες συχνά παρατηρούνται στα τεστ/δοκιμές οπτικής.[1]

Τα πολυώνυμα Zernike έχουν κάποιες πολύ σημαντικές ιδιότητες :

- Είναι ένα ολοκληρωμένο σύνολο άπειρων πολυωνύμων σε δύο πραγματικές μεταβλητές,  $\rho$  και  $\theta'$ , και είναι ορθογώνια στην περιοχή του μοναδιαίου κύκλου. Όμως δεν διατηρούν την ορθογωνιότητά τους για ένα σύνολο διακριτών σημείων στον μοναδιαίο κύκλο.
- Έχουν απλές ιδιότητες συμμετρίας περιστροφής οι οποίες οδηγούν σε ένα αποτέλεσμα της μορφής :

$$R(\rho) * G(\theta') \quad (5.9)$$

Όπου  $G(\theta')$  είναι μια συνεχής συνάρτηση, η οποία επαναλαμβάνεται κάθε  $2\pi$  και ικανοποιεί τις απαιτήσεις περιστροφής του συστήματος συντεταγμένων κατά μία γωνία  $\alpha$ , χωρίς να αλλάζει η μορφή του πολυώνυμου. Δηλαδή :

$$G(\theta'+\alpha) = G(\theta') \cdot G(\alpha) \quad (5.10)$$

- Τα ακτινικά πολυώνυμα μπορούν να θεωρηθούν ως ειδική περίπτωση των πολυωνύμων Jacobi, τα οποία συνοψίζονται ως εξής :

$$\int_0^1 R_n^m(\rho) \cdot R_n^m(\rho) \cdot \rho \cdot d\rho = \frac{1}{2 \cdot (n+1)} \cdot \delta_{mm}, \quad (5.11)$$

Έτσι τα πολυώνυμα Zernike καθορίζονται στις πολικές συντεταγμένες  $(\rho, \theta)$ , όπου  $\rho$  είναι η ακτινική συντεταγμένη με τιμές μεταξύ του μηδέν και του ένα, και  $\theta$  είναι η συνιστώσα αζιμουθίου με τιμές από μηδέν έως  $2\pi$ . Κάθε ένα από τα πολυώνυμα Zernike αποτελείται από τρεις συνιστώσες δηλαδή έναν παράγοντα κανονικοποίησης, μια ακτινικά εξαρτώμενη συνιστώσα (η οποία είναι ένα πολυώνυμο) και μια αζιμουθιακά εξαρτώμενη συνιστώσα (η οποία έχει ημιτονοειδή εξάρτηση). Για να περιγράψουμε αυτές τις συναρτήσεις χρειαζόμαστε δύο δείκτες, έναν για την τάξη του πολυωνύμου, τον  $n$ , και έναν για την αζιμουθιακή συχνότητα του ημιτονικού περιεχομένου, τον  $m$ . Υπό αυτές τις υποθέσεις ένα πολυώνυμο Zernike περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση :

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} N_n^m \cdot R_n^{|m|}(\rho) \cdot \cos m\theta, & \text{για } m \geq 0 \\ -N_n^m \cdot R_n^{|m|}(\rho) \cdot \sin m\theta, & \text{για } m < 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

Όπου  $N_n^m$  είναι ο κανονικοποιημένος παράγοντας, ο οποίος περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση :

$$N_n^m = \sqrt{\frac{2 \cdot (n+1)}{1 + \delta_{m0}}} \quad (5.13)$$

Όπου  $\delta_{m0}$  είναι η Kronecker δέλτα συνάρτηση και παίρνει τις ακόλουθες τιμές :

$$\delta_{m0} = \begin{cases} 1, & \text{για } m = 0 \\ 0, & \text{για } m \neq 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

Η ακτινική συνιστώσα δίνεται από την ακόλουθη σχέση :

$$R_n^{|m|}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s \cdot (n-s)!}{s! \cdot [0.5 \cdot (n+|m|-s)]! \cdot [0.5 \cdot (n-|m|-s)]!} \cdot \rho^{n-2s} \quad (5.15)$$

Για να περάσουμε από μία περιγραφή των πολωνύμων Zernike με δύο δείκτες σε μια αναπαράσταση με ένα μόνο δείκτη, ( και αυτό για να δούμε τους ζητούμενους συντελεστές σε ένα γράφημα με μπάρες όπως τα ακόλουθα) χρησιμοποιούμε τους ακόλουθους μετασχηματισμούς :

$j = \frac{n \cdot (n + 2) + m}{2}$	Mode number
$n = \text{roundup} \left[ \frac{-3 + \sqrt{9 + 8j}}{2} \right]$	Radial order
$m = 2 \cdot j - n \cdot (n + 2)$	Angular frequency

**Πίνακας 5.1 :** Μετασχηματισμός δεικτών πολωνύμων Zernike.

Για να καταλάβουμε καλύτερα τη σχέση μεταξύ των τριών δεικτών βλέπουμε την πυραμίδα Zernike, όπου οι γραμμές αντιστοιχούν στην τάξη του πολωνύμου, n , και οι στήλες στην ημιτονική συχνότητα, m. Είσοδος του πίνακα είναι ο δείκτης j ο οποίος μεταβάλλεται όπως δείχνουν τα βέλη στον πίνακα.

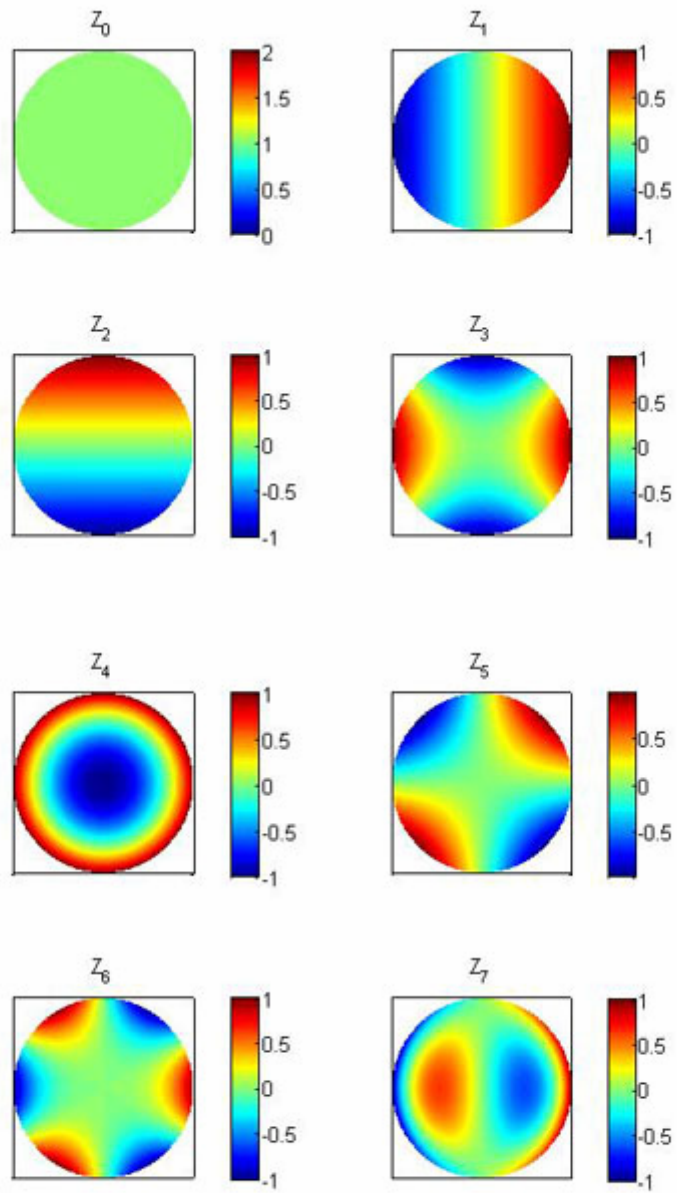
n/m	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						J=0					
1					1		2				
2				3		4		5			
3			6		7		8		9		
4		10		11		12		13		14	
5	15		16		17		18		19		20

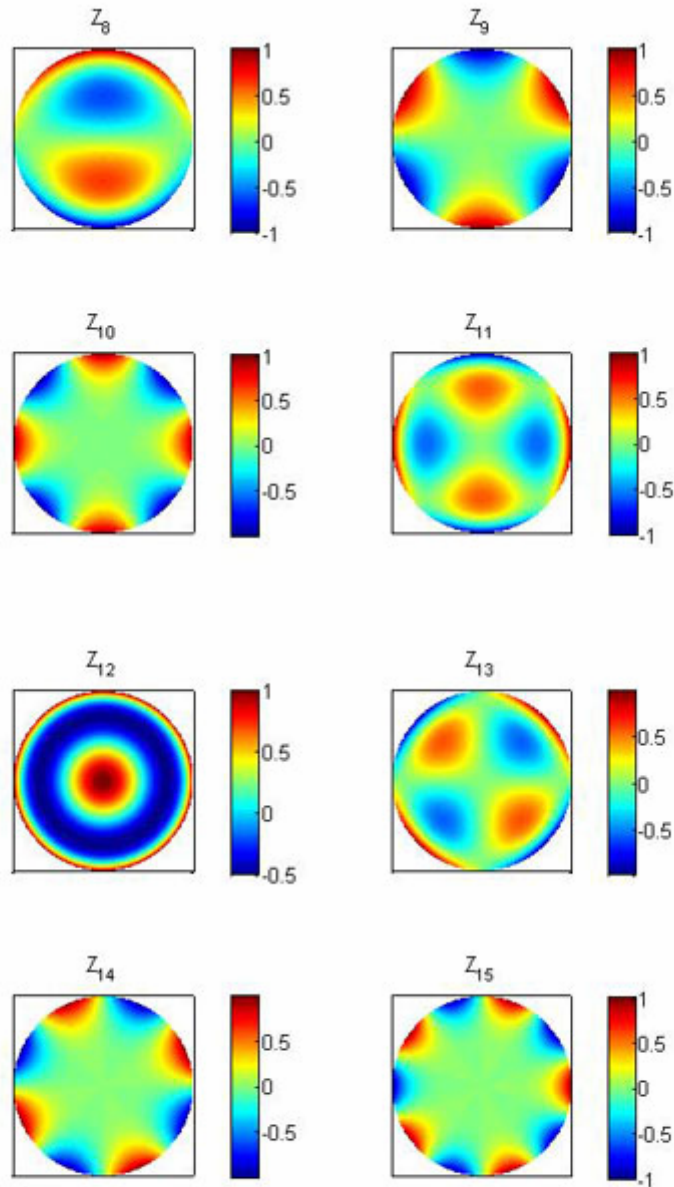
**Πίνακας 5.2 :** Πυραμίδα Zernike. [2]

Zi	Ni	Ri	Ji	όνομα
Z1	1	1	1	Σταθερό
Z2	2	r	$\cos \theta$	x-tilt
Z3	2	r	$\sin \theta$	y-tilt
Z4	$\sqrt{3}$	$2 \cdot r^2 - 1$	1	Defocus
Z5	$\sqrt{6}$	$r^2$	$\cos 2\theta$	Astigmatism,
Z6	$\sqrt{6}$	$r^2$	$\sin 2\theta$	(3rd order)
Z7	$\sqrt{8}$	$3 \cdot r^2 - 2 \cdot r$	$\cos \theta$	Coma,
Z8	$\sqrt{8}$	$3 \cdot r^2 - 2 \cdot r$	$\sin \theta$	(3rd order)
Z9	$\sqrt{5}$	$6 \cdot r^4 - 6 \cdot r^2 + 1$	1	Spherical (3rd order)
Z10	$\sqrt{8}$	$r^3$	$\cos 3\theta$	–
Z11	$\sqrt{8}$	$r^3$	$\sin 3\theta$	–
Z12	$\sqrt{10}$	$4 \cdot r^4 - 3 \cdot r^2$	$\cos 2\theta$	–
Z13	$\sqrt{10}$	$4 \cdot r^4 - 3 \cdot r^2$	$\sin 2\theta$	–
Z14	$\sqrt{12}$	$10 \cdot r^5 - 12 \cdot r^3 + 3 \cdot r$	$\cos \theta$	–
Z15	$\sqrt{12}$	$10 \cdot r^5 - 12 \cdot r^3 + 3 \cdot r$	$\sin \theta$	–
Z16	$\sqrt{7}$	$20 \cdot r^6 - 30 \cdot r^4 + 12 \cdot r^2 - 1$	1	Spherical, (5th order)

Πίνακας 5.3 : Τα 16 πρώτα Πολυώνυμα Zernike.

Τα Zernike πολυώνυμα ορίστηκαν στους παραπάνω πίνακες και τα πρώτα 16 φαίνονται στα ακόλουθα σχήματα :

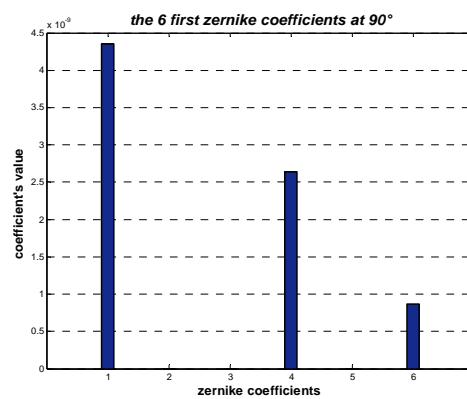
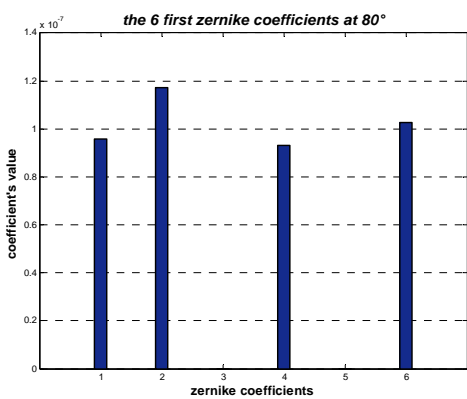
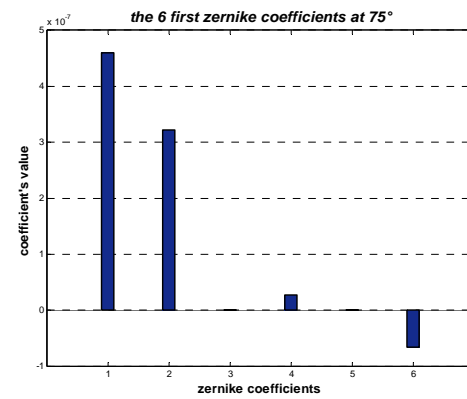
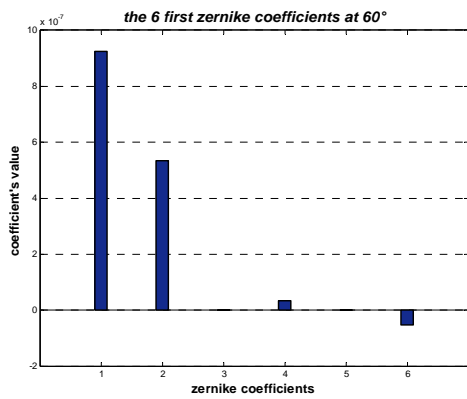
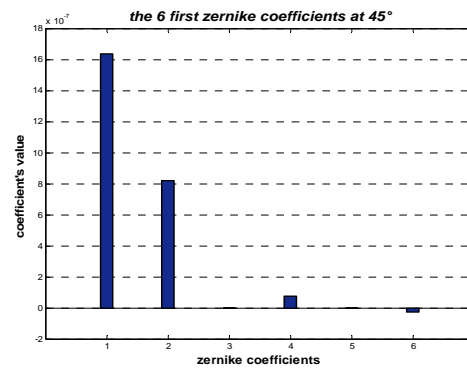
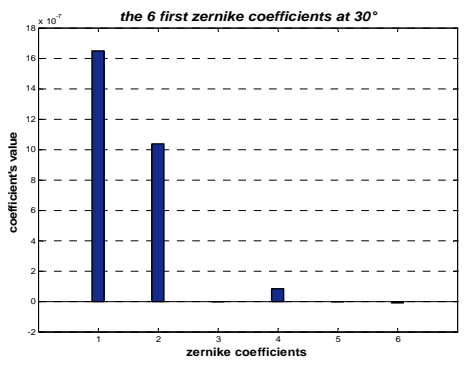
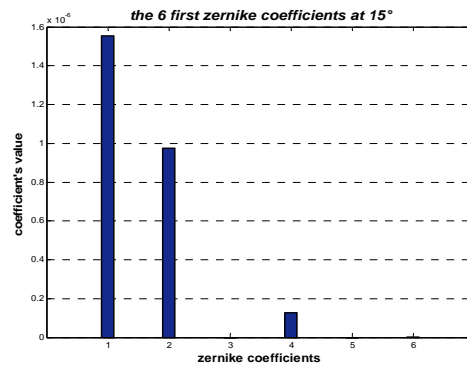
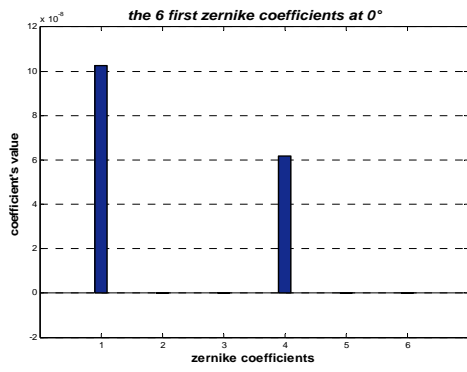




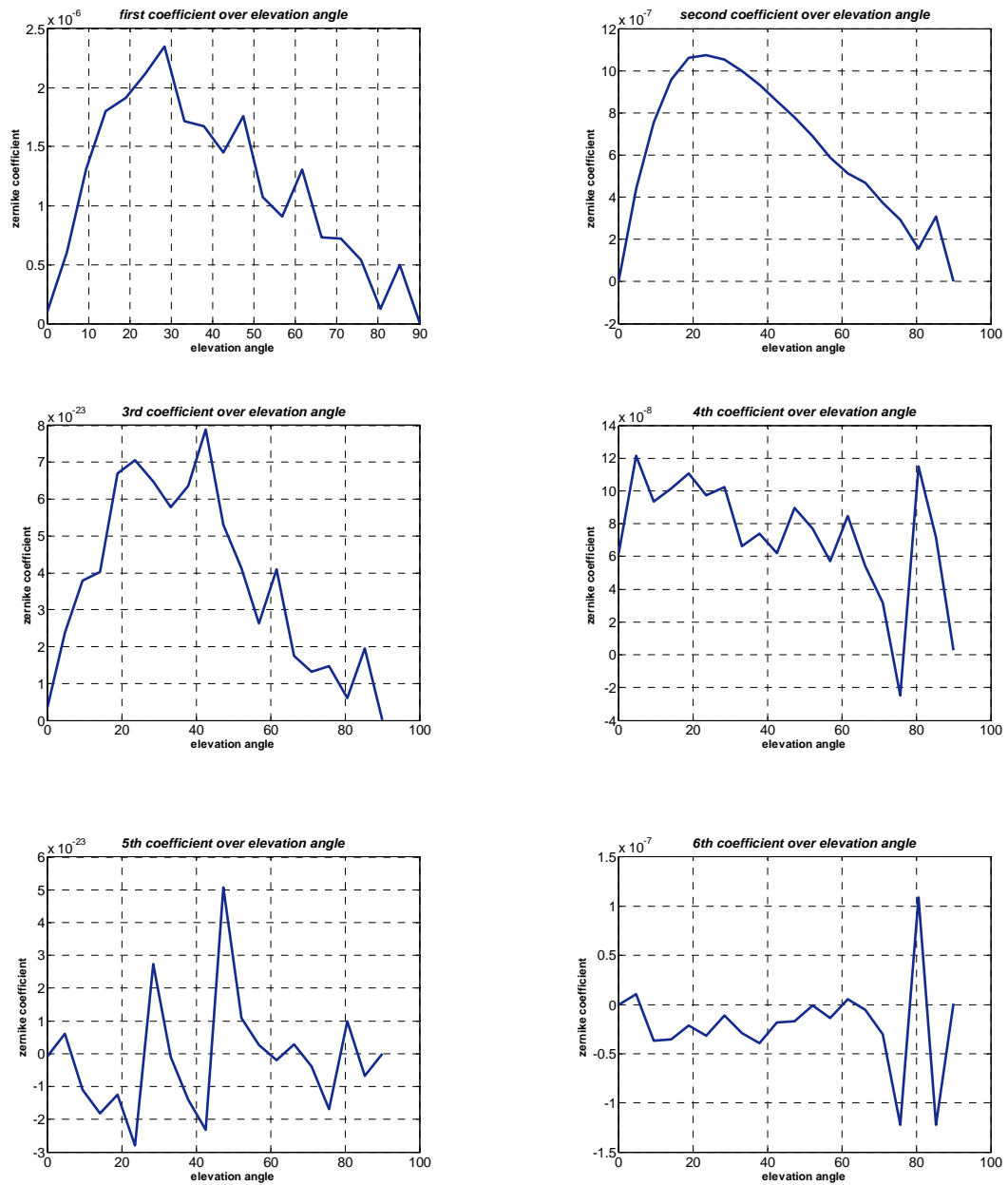
**Σχήμα 5.34 :** Τα 16 πρώτα πολυώνυμα Zernike.

Όμοια με την προηγούμενη παράγραφο θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά των συντελεστών των πολυωνύμων Zernike για την περίπτωση της ροής γύρω από το ελλεισοειδές, και αυτό γιατί, όπως ήδη αναφέραμε, τα πολυώνυμα Zernike είναι ένας άλλος τρόπος αναπαράστασης / περιγραφής του μετώπου κύματος. Έτσι θα δούμε την εξάρτησή του από τη γωνία ανύψωσης, την ταχύτητα, το υψόμετρο και την αναλογία διαμέτρων της κεραίας και του μικρού ημιάξονα του ελλεισοειδούς.

Αρχικά βλέπουμε τους πρώτους έξι συντελεστές Zernike για γωνίες ανύψωσης  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  και  $90^\circ$ .

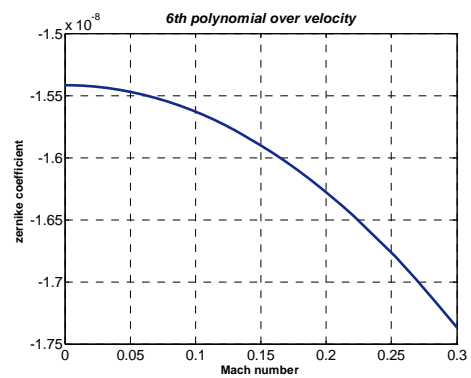
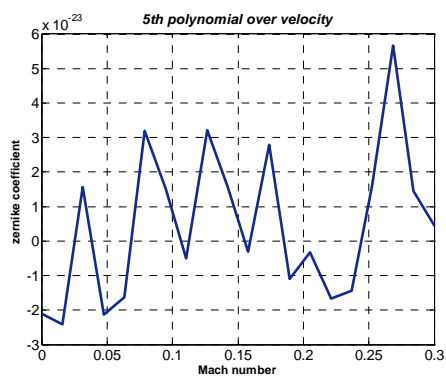
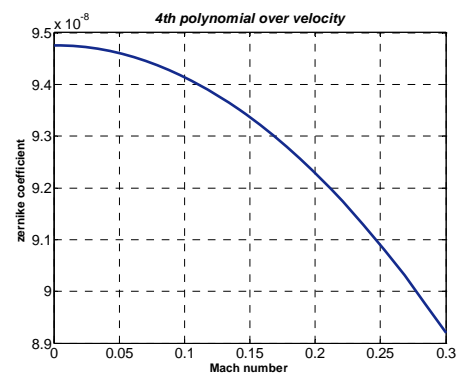
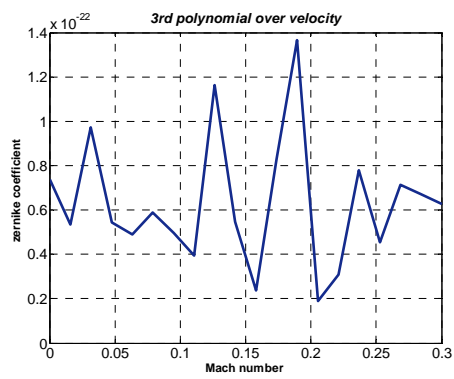
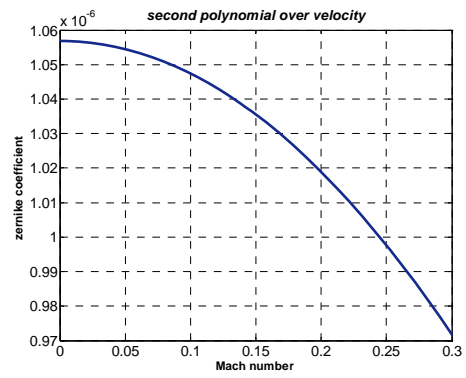
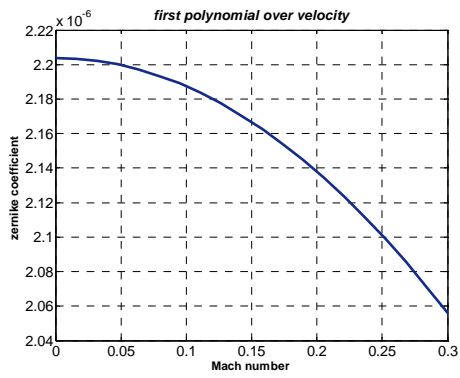


Σχήμα 5.35 : Οι έξι πρώτοι συντελεστές Zernike για γωνίες ανύψωσης 0°, 15°, 30°, 45°, 75°, 80° και 90°.

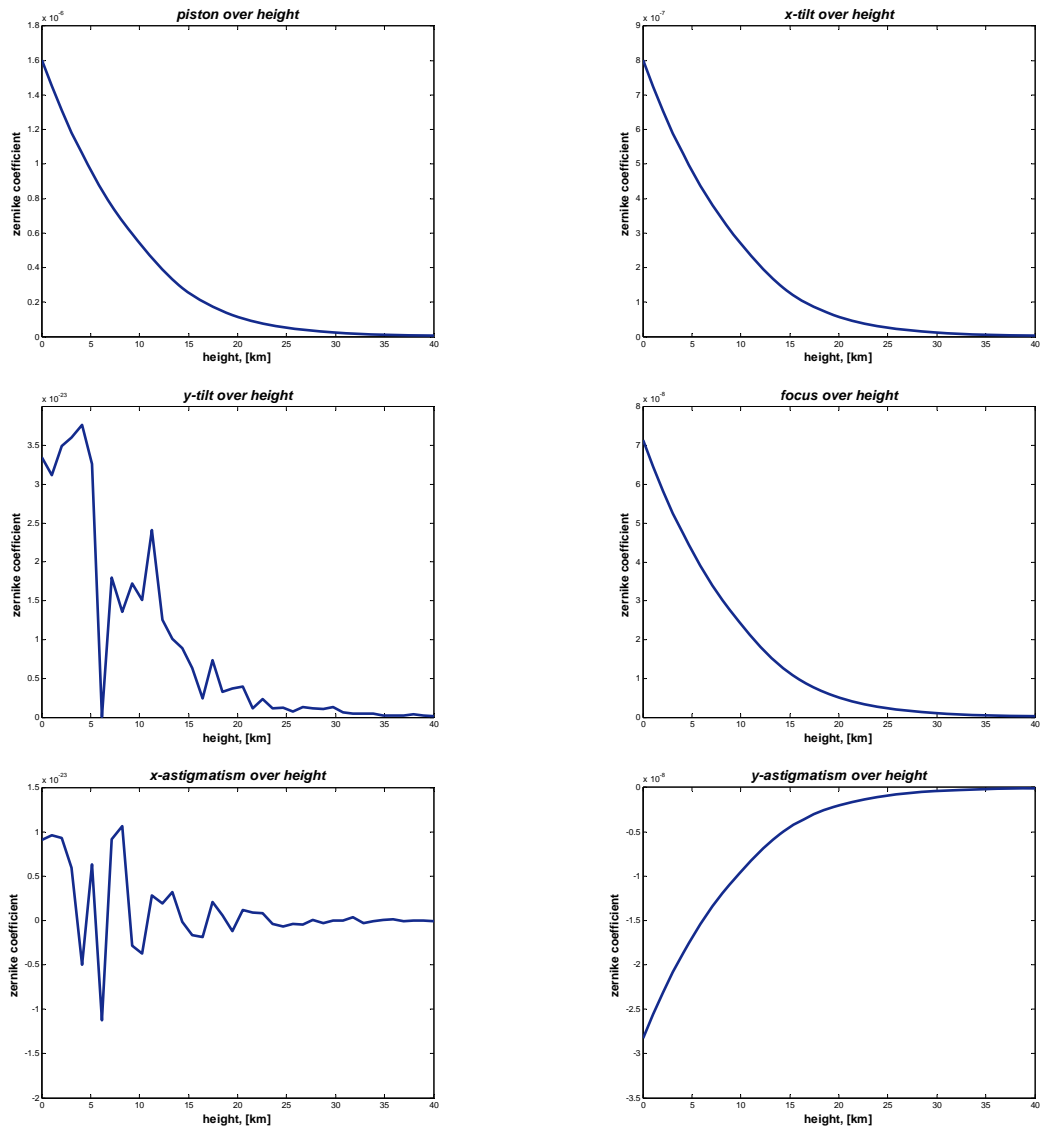


**Σχήμα 5.36 :** Οι έξι πρώτοι συντελεστές Zernike κατά μήκος της γωνίας ανύψωσης για Mach number 0.3, STP συνθήκες και διάμετρο κεραίας 30 cm.

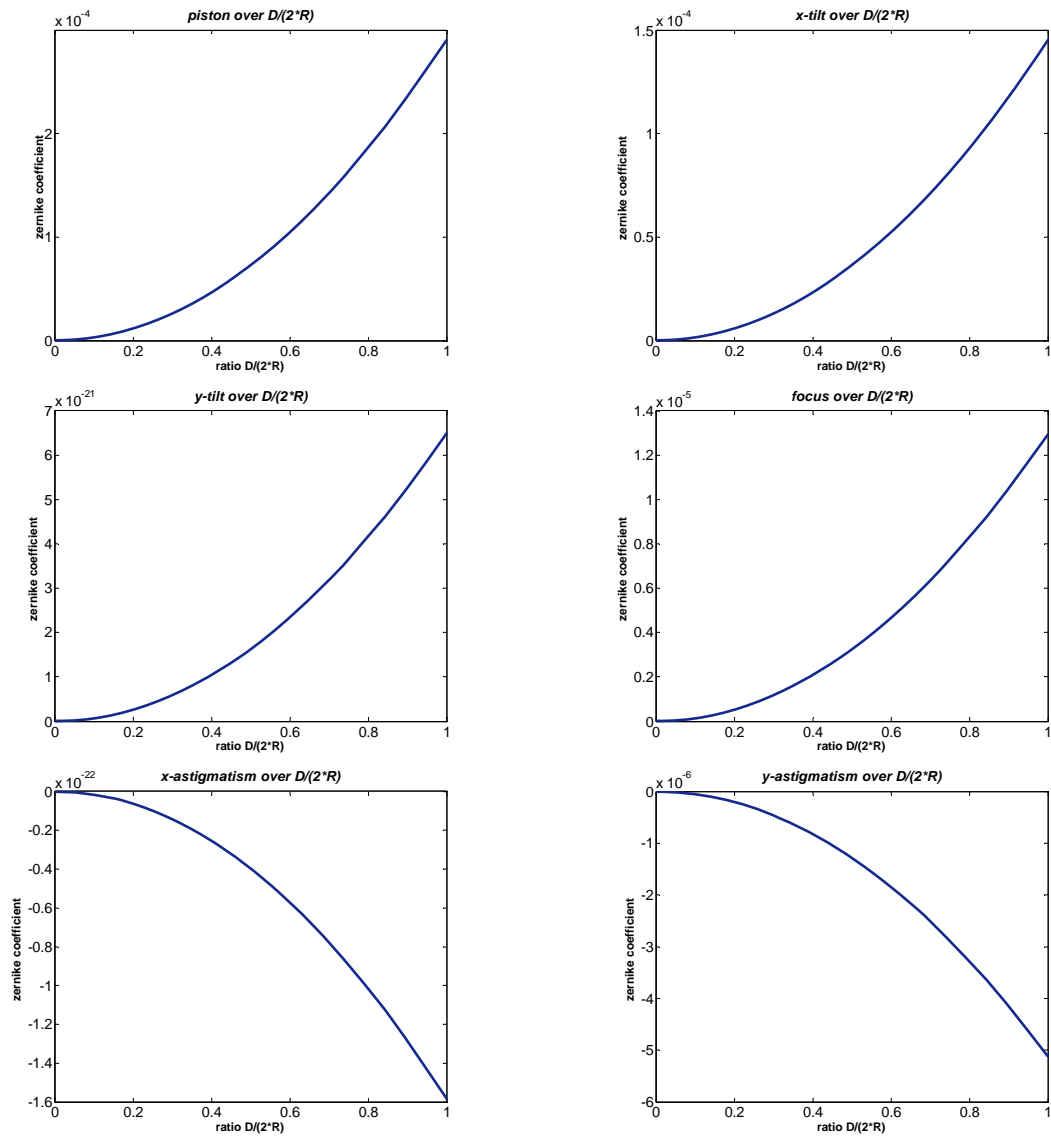




**Σχήμα 5.37 :** Τα έξι πρώτα Zernike πολυώνυμα ως προς την ταχύτητα, δηλαδή τον αριθμό Mach, σε συνθήκες STP, γωνία ανύψωσης  $45^\circ$  και διάμετρο κεραίας 30 cm.



**Σχήμα 5.38 :** Τα έξι πρώτα πολώνυμα Zernike ως προς το υψόμετρο για γωνία ανύψωσης  $45^\circ$ , συνθήκες STP και διάμετρο κεραίας 30 cm.

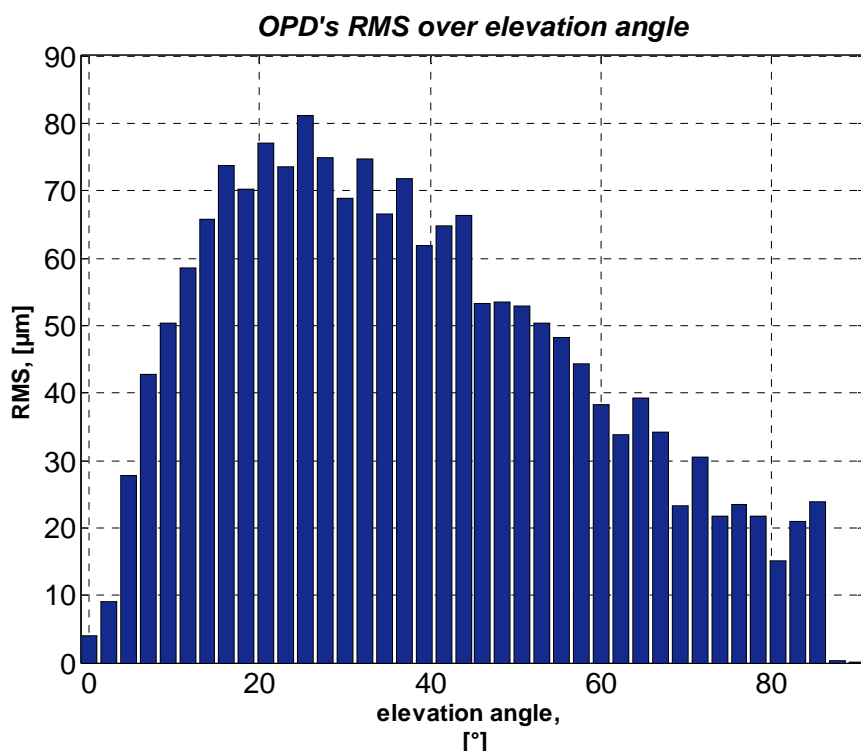


**Σχήμα 5.39 :** Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike ως προς το λόγο της διαμέτρου της κεραίας προς τη μικρή διάμετρο του ελλεισοειδούς, για γωνία ανύψωσης  $45^\circ$ , συνθήκες STP και ταχύτητα 0.3 M.

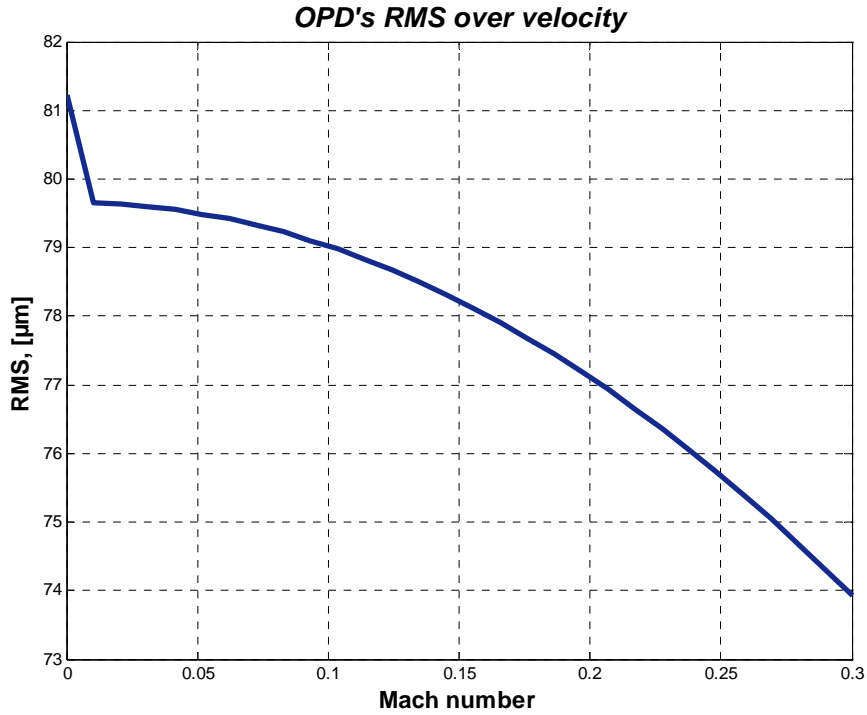
## 5.8 Root Mean Square error

Η έκταση της φθοράς της εικόνας που προκαλείται από τις παραμορφώσεις του μετώπου κύματος, καθορίζεται από την απόκλισή του από το σφαιρικό μέτωπο κύματος, κατά μέσο όρο για το σύνολό του. Είναι το root-mean-square (RMS) σφάλμα μετώπου κύματος, συνήθως εκφραζόμενο σε μονάδες μηκών κύματος του φωτός. Ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της διαφοράς μεταξύ του μέσου όρου των ορθογωνοποιημένων αποκλίσεων του μετώπου κύματος και του τετραγώνου του μέσου όρου της απόκλισης του μετώπου κύματος. Αποτελεί μία ένδειξη της μέσης απόκλισης του οπτικού μονοπατιού κατά μήκος όλου του μετώπου κύματος. Ακόμη συνδέεται άμεσα με την αθροιστική απώλεια φάσης στο κέντρο του μοτίβου περιθλασης και κατά συνέπεια με τη μέγιστη τιμή του μοτίβου.[1]

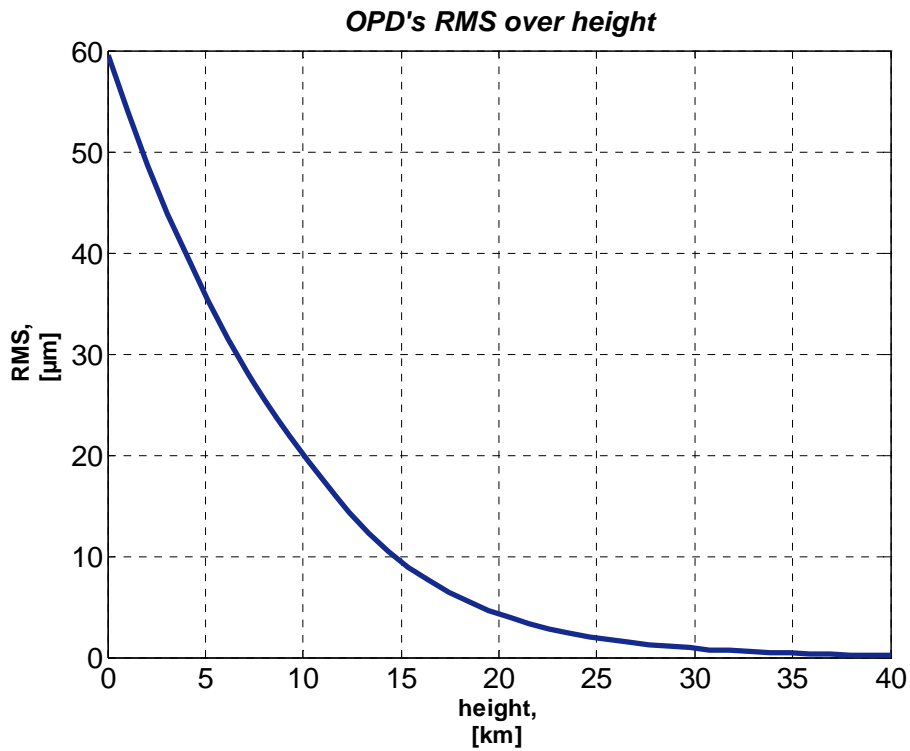
Δεδομένου ότι το φασικά εξαρτώμενο αποτέλεσμα των αποκλίσεων του μετώπου κύματος, ως προς το σφαιρικό, δεν αλλάζει με την ύπαρξη του Peak-to-Valley (P-V) σφάλμα μετώπου κύματος, το RMS σφάλμα είναι ανεξάρτητο των P-V αποκλίσεων του μετώπου κύματος. Επομένως έχει πάντα θετική τιμή.



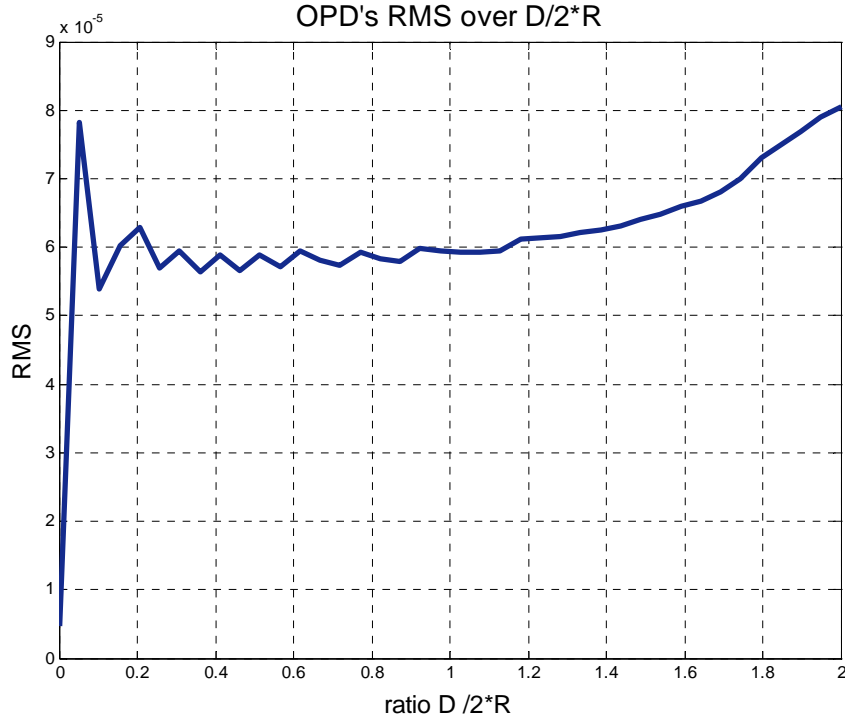
Σχήμα 5.40: Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς τη γωνία ανύψωσης για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και ταχύτητα 0.3 Mach.



**Σχήμα 5.41 :** Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς την ταχύτητα (Mach number), για γωνία ανύψωσης  $45^\circ$ , συνθήκες STP και διάμετρο κεραίας 30 cm.



**Σχήμα 5.42 :** Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς το υψόμετρο, για γωνία ανύψωσης  $45^\circ$ , ταχύτητα 0.3 Mach και συνθήκες STP.



**Σχήμα 5.43:** Μέση τετραγωνική ρίζα του OPD ως προς το λόγο της διαμέτρου της κεραίας προς τη μικρή διάμετρο του ελλειψοειδούς, για γωνία ανύψωσης 45°, ταχύτητα 0.3 Mach και συνθήκες STP.

## 5.9 Strehl Ratio

Ο Strehl ratio είναι ο απλούστερος τρόπος για να εκφράσουμε την επίδραση των μεταβολών του μετώπου κύματος στην ποιότητα μιάς εικόνας. Είναι ο λόγος της μέγιστης έντασης διάθλασης αποκλίνοντας προς τέλειου μετώπου κύματος. Χρησιμοποιείται για να καθορίσουμε ένα μέγιστο αποδεκτό όριο απόκλισης του μετώπου κύματος, το αποκαλούμενο επίπεδο περιορισμένης διάθλασης (diffraction-limited level). Οι αποκλίσεις μετώπου κύματος από το τέλειο σφαιρικό σχετίζονται άμεσα με το μέγεθος του σφάλματος φάσης σε όλα τα σημεία της παρεμβολής κύματος τα οποία διαμορφώνουν το πρότυπο/σχήμα διάθλασης. Το πώς κατανέμεται κατά μέσο όρο η απόκλιση σε όλο το μέτωπο κύματος εκφράζεται από το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (root-mean-square error), δηλαδή το RMS wavefront error. Αυτή η μέση μεταβολή του μετώπου κύματος καθορίζει τη μέγιστη ένταση του μοντέλου διάθλασης και, κατά συνέπεια την αριθμητική τιμή του Strehl ratio. Ο υπολογισμός του πραγματικού Strehl απαιτεί πολύπλοκα μαθηματικά, για αυτό χρησιμοποιούμε την εμπειρική έκφραση του Mahajan, η οποία δίνει μία πολύ καλή προσέγγιση του λόγου Strehl ως προς το RMS wavefront error, η οποία είναι η ακόλουθη: [1]

$$s \sim e^{-(2\pi\omega)^2} \sim 1/e^{(2\pi\omega)^2} \quad (5.16)$$

Όπου :  $\omega$  είναι το RMS wavefront error σε μονάδες μήκους κύματος.

Αυτή η προσέγγιση είναι ακριβής για σφάλματα RMS της τάξης 1/10 wave με τη διαφορά να γίνεται ασύμαντη για μικρότερα σφάλματα. Αυτή η διαφορά από την ακριβή τιμή Strehl αυξάνεται σταδιακά με το σφάλμα RMS, αλλά ακόμη και όταν  $S \sim 0.3$  δεν ξεπερνάει το 10%. Υπερεκτιμά το πραγματικό Strehl για ισοροπημένες αρχικές μεταβολές/αποκλίσεις, και το υποεκτιμά για κλασσικές μεταβολές.

Για μικρά σφάλματα RMS ( $\sim 1/15$  wave or less ) μια πιο απλή προσέγγιση δίνεται από τη σχέση :

$$S \sim 1 - (2\pi\sigma)^2, \text{ ή } S \sim 1 - 39.5\sigma^2 \quad (5.17)$$

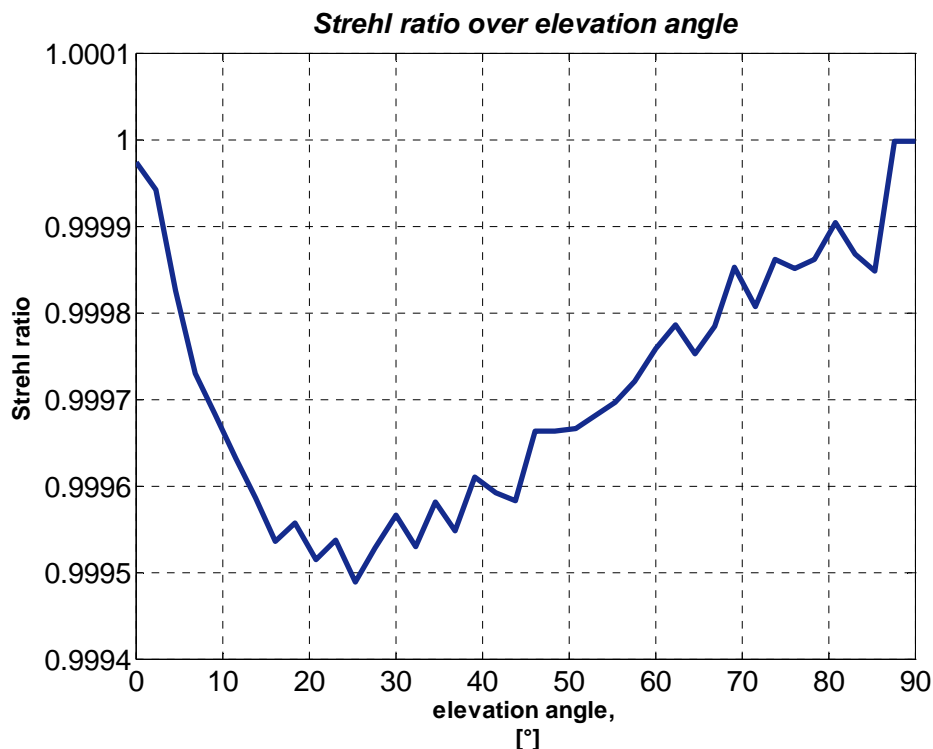
Η σχέση αυτή είναι επίσης έγγυρη, όμως είναι ιδιαίτερα ανακριβής για μεγαλύτερα RMS σφάλματα.

Μια άλλη προσέγγιση του υπολογισμού του Strehl Ratio είναι η ακόλουθη:

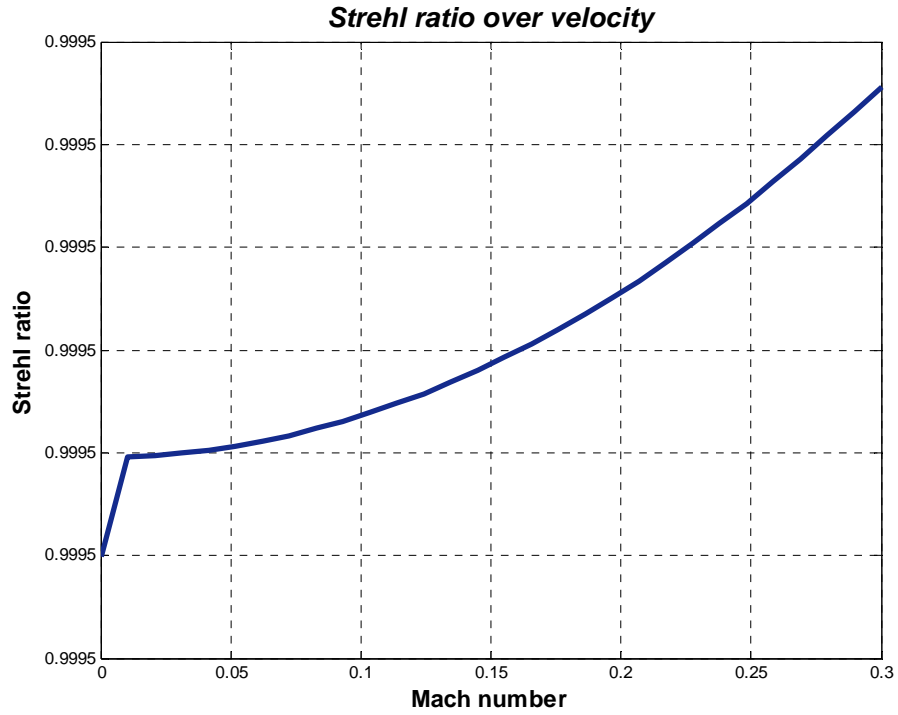
$$SR = \exp(-(4\pi\sigma/L)^2) \quad (5.18)$$

Όπου, L είναι το μήκος κύματος αναφοράς,  $\sigma$  είναι το surface RMS.

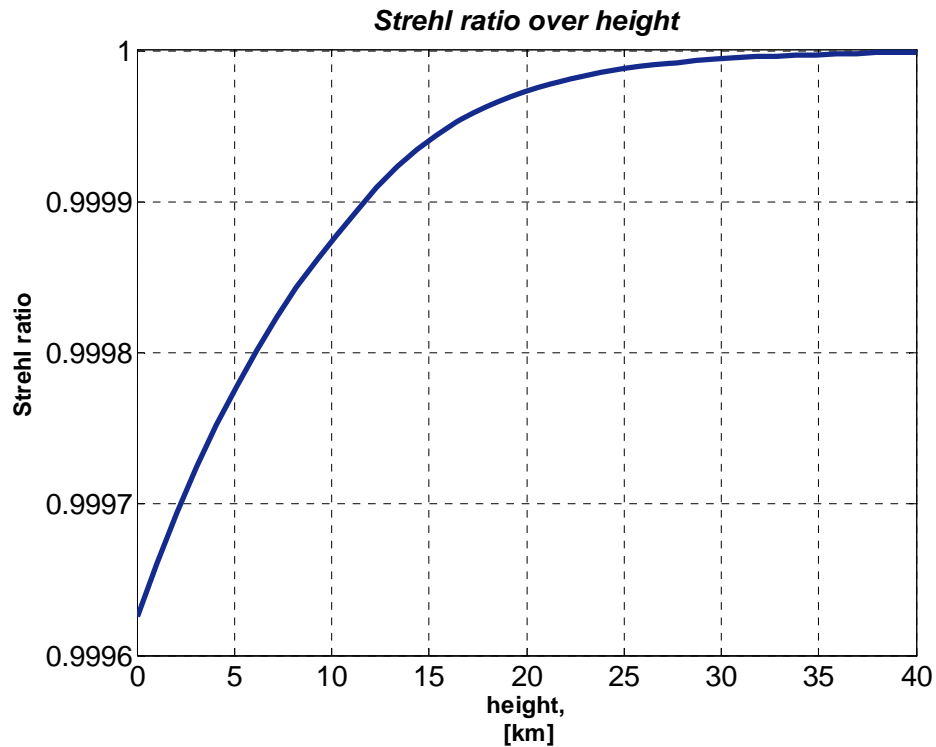
Ακολουθούν τα σχήματα για τη μεταβολή του Strehl Ratio συναρτήσει της γωνίας ανύψωσης, της ταχύτητας, του υψομέτρου και του λόγου της διαμέτρου της κεραίας προς τη μικρή διάμετρο του ελλειψοειδούς, εφαρμόζοντας τον πρώτο τύπο.



**Σχήμα 5.44:** Strehl Ratio ως προς τη γωνία ανύψωσης, για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και ταχύτητα 0.3 Mach.

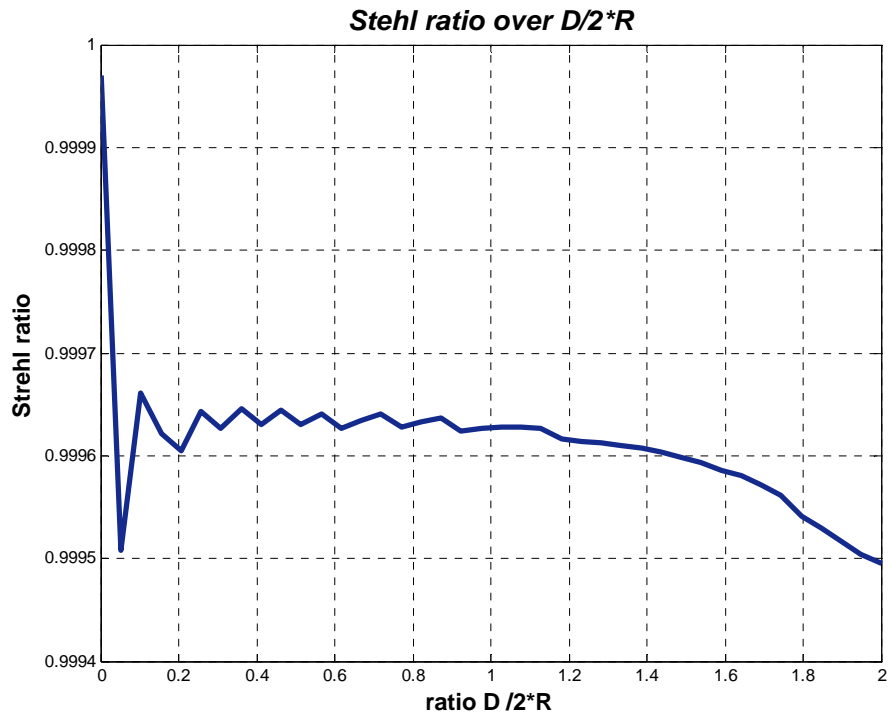


**Σχήμα 5.45 :** Strehl Ratio ως προς την ταχύτητα, για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και γωνία ανύψωσης 45°.



**Σχήμα 5.46 :** Strehl Ratio ως προς το υψόμετρο, για συνθήκες STP, διάμετρο κεραίας 30 cm και γωνία ανύψωσης 45°.





**Σχήμα 5.47 :** Strehl ratio ως προς το λόγο της διαμέτρου της κεραίας προς τη μικρή διάμετρο του ελλειψοειδούς, για γωνία ανύψωσης  $45^\circ$ , ταχύτητα 0.3 Mach και συνθήκες STP.



## 6 Περίπτωση σφαίρας

### 6.1 Εισαγωγή

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά των μεγεθών που δείχνουν την ποιότητα της ζεύξης μας, όσον αφορά το πού έχουμε τη χειρότερη συμπεριφορά της δέσμης μας λόγω της διαταραχής του περιβάλλοντος της σφαίρας από την κίνησή της.

Μελετάμε τις περιπτώσεις που η σφαίρα (προστατευτικό κέλυφος κεραίας) κινείται με ταχύτητες :

Ταχύτητα (m/s)
0.3
19.5
35.7
54

Πίνακας 6.1 : Ταχύτητες κίνησης σφαίρας.

Και για κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις έχουμε την υποπερίπτωση συνθηκών σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας (STP) ή πραγματικών συνθηκών των 20 km υψόμετρου, με εξαίρεση την περίπτωση των 0.3 m/s όπου έχουμε μόνο την περίπτωση των STP συνθηκών.

### 6.2 Πυκνότητα

Η ατμοσφαιρική πυκνότητα είναι ένα μέγεθος το οποίο μεταβάλλεται καθώς η πίεση και η θερμοκρασία αλλάζουν με το ύψος. Ορίζεται από την ακόλουθη γενική σχέση :

$$\rho = \left( \frac{P_d}{R_d \cdot T} \right) + \left( \frac{P_v}{R_v \cdot T} \right) \quad (6.1)$$

Όπου :

$\rho$  είναι η πυκνότητα, σε  $kg/m^3$

$P_d$  είναι η πίεση ξηρού αέρα

$P_v$  είναι η πίεση υδρατμού

$R_d$  είναι η σταθερά αερίου, σε  $J/kg \cdot deg K = 287.05$  για ξηρό αέρα

$R_v$  είναι η σταθερά υδρατμών, σε  $J/kg \cdot deg K = 461.495$

$T$  είναι η θερμοκρασία, σε βαθμούς Kelvin

Σημαντικό μέγεθος για τον ορισμό της είναι η ατμοσφαιρική πίεση. Η συνολική μετρούμενη ατμοσφαιρική πίεση είναι το άθροισμα της πίεσης του ξηρού αέρα και της πίεσης υδρατμού (vapor pressure) :

$$P = P_d + P_v \quad (6.2)$$

Όπου :

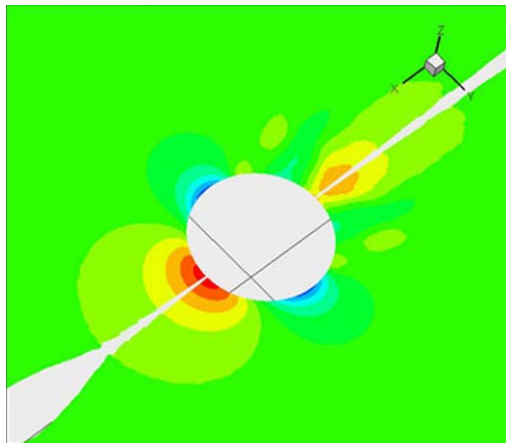
$P$  είναι η η συνολική ατμοσφαιρική πίεση, σε Pascals

$P_d$  είναι η πίεση ξηρού αέρα

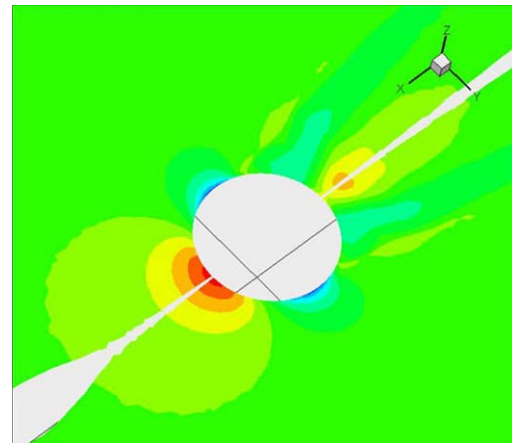
$P_v$  είναι η πίεση υδρατμού

Στην παρούσα διπλωματική μελετάμε την περίπτωση του ξηρού αέρα.

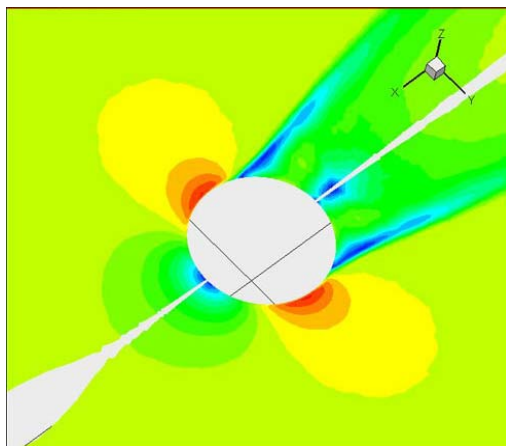
Ακολουθούν η πίεση, η πυκνότητα, ο Mach number και η διαταραχή ιζώδους, στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.



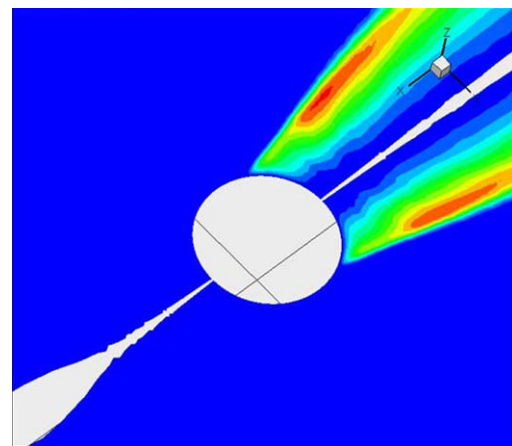
**Σχήμα 6.1:** Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.



**Σχήμα 6.2:** Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.

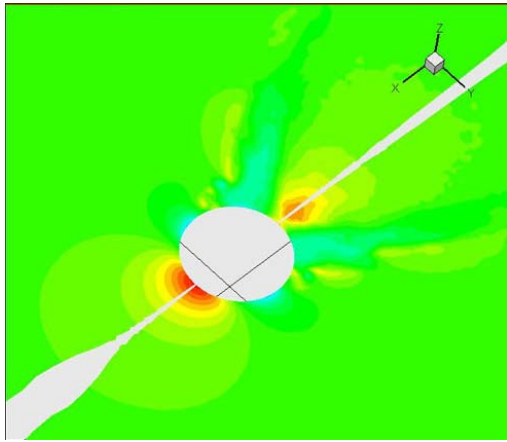


**Σχήμα 6.3:** Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.

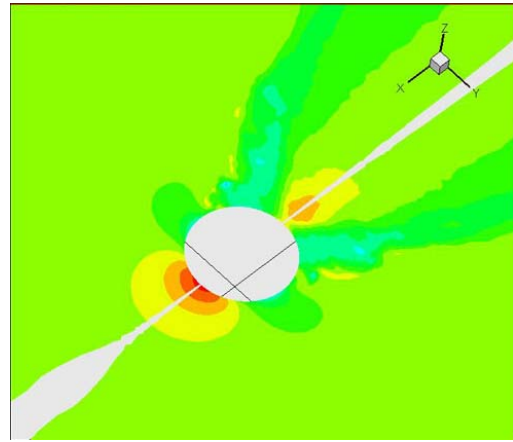


**Σχήμα 6.4:** Διαταραχή ιζώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km.

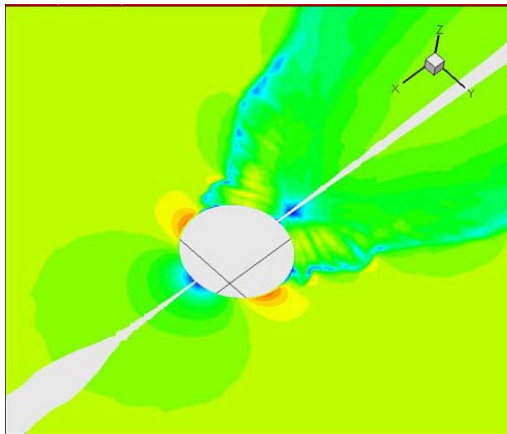
Ακολουθούν η πίεση, η πυκνότητα, ο Mach number και η θερμοκρασία, στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s και συνθήκες STP.



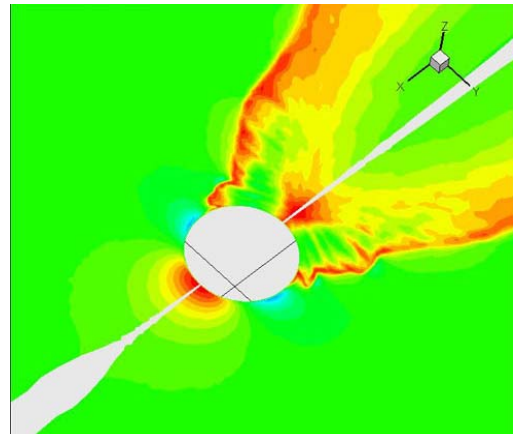
**Σχήμα 6.5:** Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.



**Σχήμα 6.6:** Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.

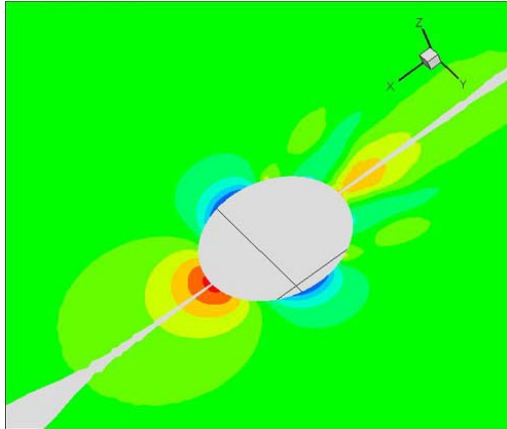


**Σχήμα 6.7:** Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.

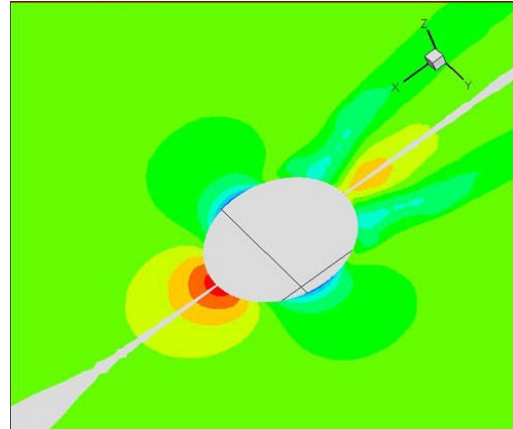


**Σχήμα 6.8:** Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP.

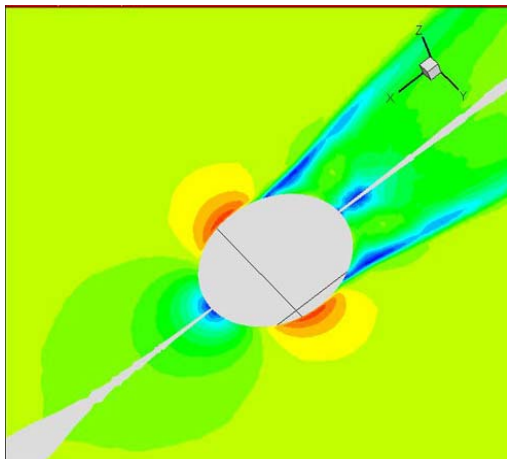
Ακολουθούν η πίεση, η πυκνότητα, ο Mach number, η διαταραχή ιξώδους και η θερμοκρασία, στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.



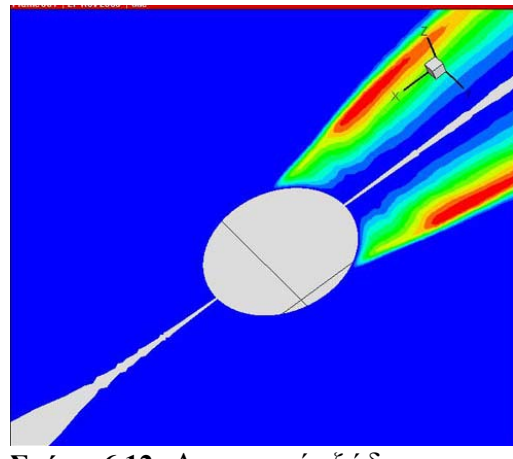
**Σχήμα 6.9:** Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.



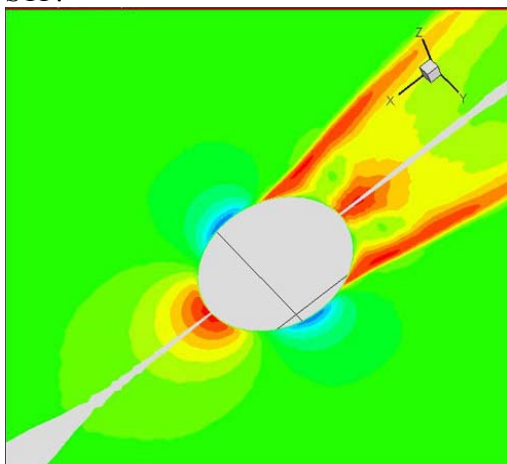
**Σχήμα 6.10:** Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.



**Σχήμα 6.11:** Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.

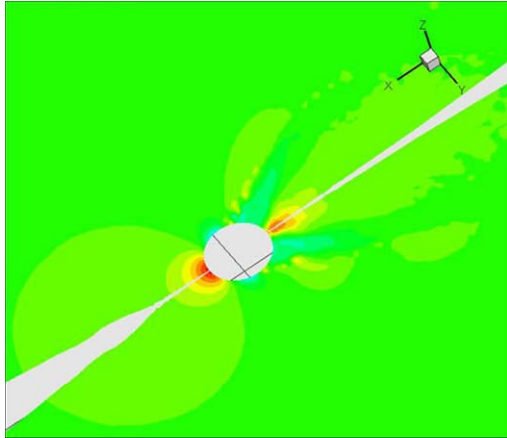


**Σχήμα 6.12:** Διαταραχή ιξώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.

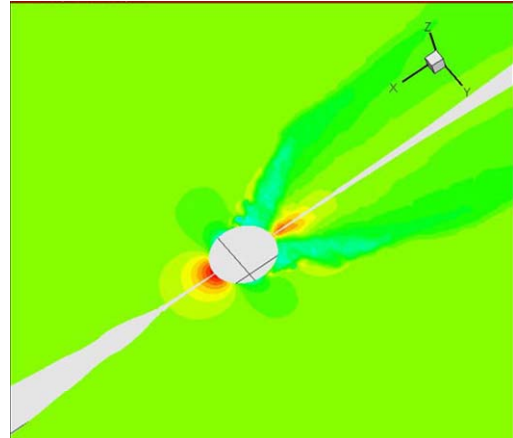


**Σχήμα 6.13:** Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP.

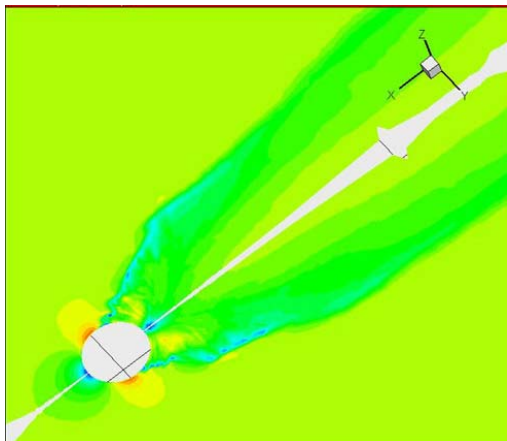
Ακολουθούν η πίεση, η πυκνότητα, ο Mach number και η θερμοκρασία, στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km.



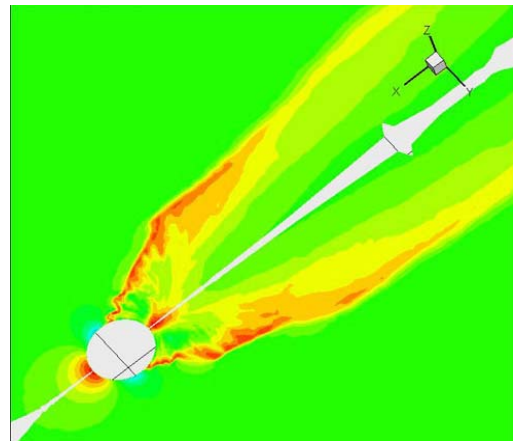
**Σχήμα 6.14:** Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km.



**Σχήμα 6.15:** Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km.

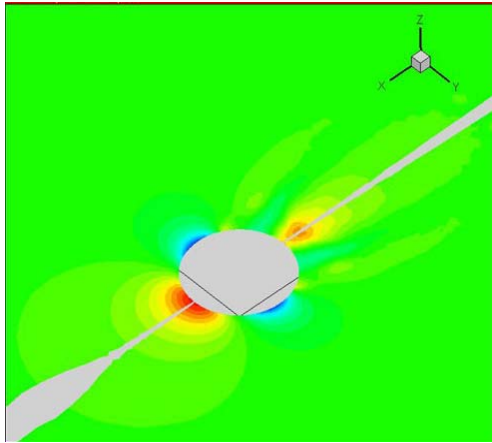


**Σχήμα 6.16:** Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km.

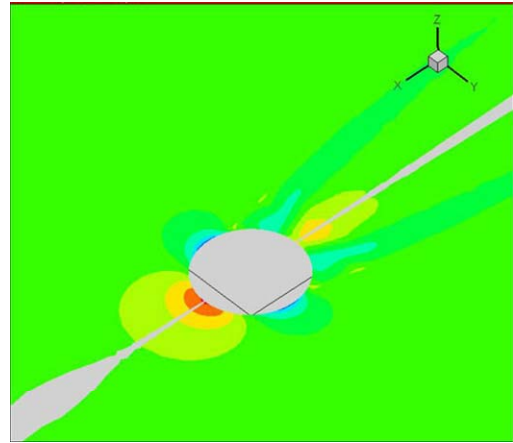


**Σχήμα 6.17 :** Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20km.

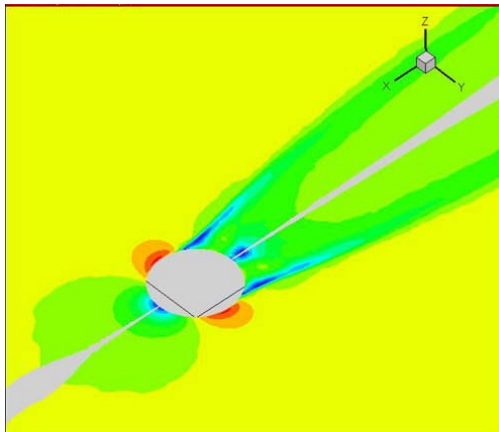
Ακολουθούν η πίεση, η πυκνότητα, ο Mach number , η διαταραχή ιξώδους και η θερμοκρασία, στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP



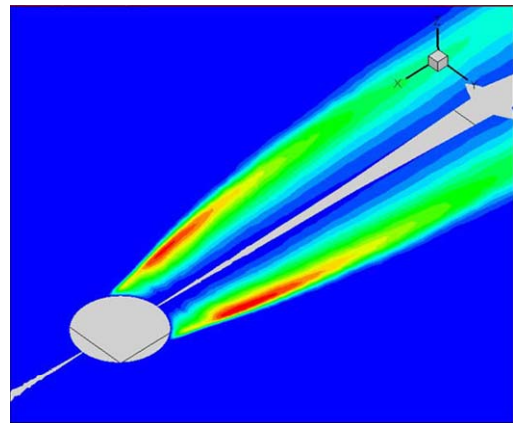
**Σχήμα 6.18** : Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP.



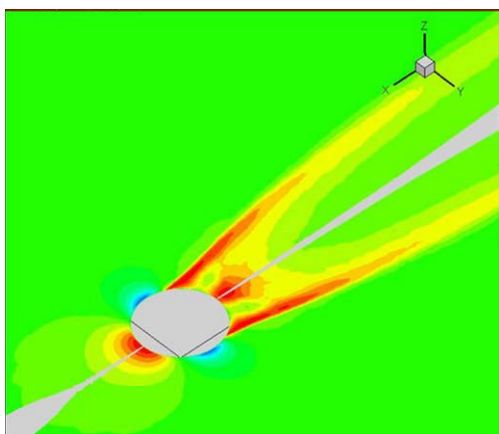
**Σχήμα 6.19** : Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP.



**Σχήμα 6.20** : Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP.



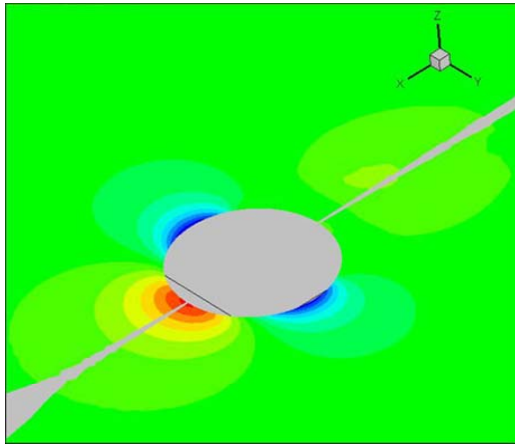
**Σχήμα 6.21** : Διαταραχή ιξώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP.



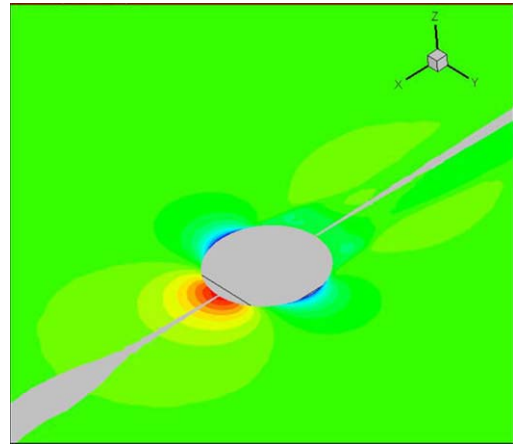
**Σχήμα 6.22** : Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP



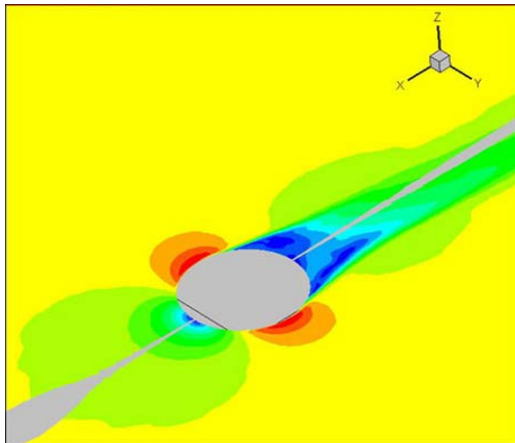
Ακολουθούν η πίεση, η πυκνότητα, ο Mach number , η διαταραχή ιξώδους και η θερμοκρασία, στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km.



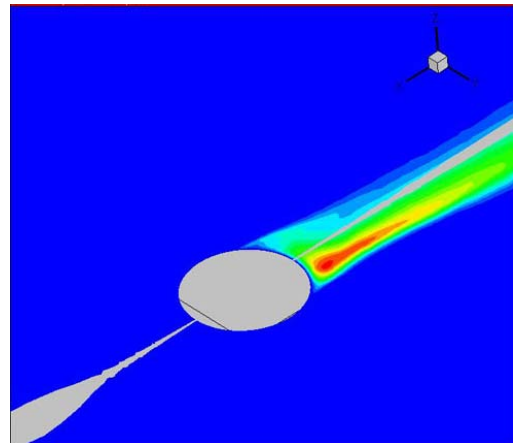
**Σχήμα 6.23 :** Πίεση στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km.



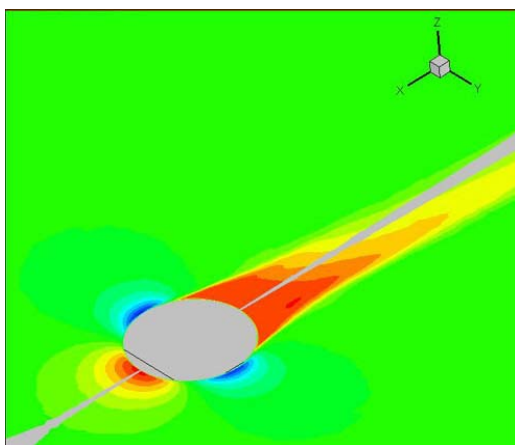
**Σχήμα 6.24 :** Πυκνότητα στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km.



**Σχήμα 6.25 :** Mach number στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km.



**Σχήμα 6.26 :** Διαταραχή ιξώδους στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km.



**Σχήμα 6.27 :** Θερμοκρασία στο xy επίπεδο για ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km.



## 7 Ροή γύρω από σφαίρα .

### 7.1 Εισαγωγή

Σε αυτή την παράγραφο θα υπολογίσουμε τη διαφορά οπτικού μονοπατιού (OPD) για σφαίρα κινούμενη με τις ταχύτητες που προαναφέραμε. Αρχικά πρέπει να γίνει ο υπολογισμός του δείκτη διάθλασης για κάθε σημείο στο χώρο γύρω από τη σφαίρα μέσω της πυκνότητας. Αυτό θα γίνει χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.8) μέσω της σταθεράς Gladstone-Dale. Το μήκος κύματος είναι 1550 nm.

Λόγω του μεγάλου πλήθους δεδομένων, από το Tecplot, για κάθε περίπτωση ταχύτητας, δεν ήταν δυνατή η χρήση έτοιμων συναρτήσεων του Matlab για τη δημιουργία τρισδιάστατου χώρου του περιβάλλοντος της σφαίρας (για παράδειγμα meshgrid). Έτσι πριν τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης δημιουργήσαμε συναρτήσεις, στο Matlab, με τις οποίες ουσιαστικά περνάμε από έναν απλό πίνακα με σκόρπια δεδομένα σε μία τρισδιάστατη αναπαράσταση του πίνακα αυτού. Από εδώ και πέρα απλά εφαρμόζουμε τον τύπο για τον υπολογισμό του OPD μέσω του Μήκους Οπτικού Μονοπατιού (OPL).

### 7.2 Διαφορά Οπτικού Μονοπατιού (OPD)

Το μήκος οπτικού μονοπατιού (OPL) είναι το η απόσταση που διανύει το φως μέσα σε ένα σύστημα. Για τοπικό δείκτη διάθλασης  $n(x,y,z)$  σε κάθε σημείο του χώρου, το μήκος οπτικού μονοπατιού δίνεται από τη σχέση :

$$OPL(x, y, z) = \int_0^y n(x, y, z) dy \quad (7.1)$$

Όπου ο δείκτης διάθλασης είναι συνάρτηση της απόστασης,  $s$ .

Το μήκος οπτικού μονοπατιού(OPL) είναι ανάλογο της στροφής φάσης που υφίσταται η δέσμη φωτός κατά μήκος ενός μονοπατιού.

Η διαφορά μεταξύ δύο OPL καλείται **optical path difference** (OPD), διαφορά οπτικών μονοπατιών. Το OPL είναι σημαντικό γιατί καθορίζει τη φάση του φωτός ελέγχει την παρεμβολή και την περίθλαση του φωτός καθώς αυτό διαδίδεται.

Ο δείκτης ανάκλασης μπορεί να υπολογιστεί, θεωρητικά, όταν γνωρίζουμε το λόγο πυκνοτήτων και τις ιδιότητες στην free-stream περιοχή ( δηλαδή την περιοχή που είναι ανεπηρέαστη από την κίνηση της σφαίρας, με την πυκνότητα της ροής να διατηρεί μια σταθερή τιμή σε αυτή την περιοχή). Εν συνεχεία έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίσουμε το OPD από το OPL, χρησιμοποιώντας τη σχέση :

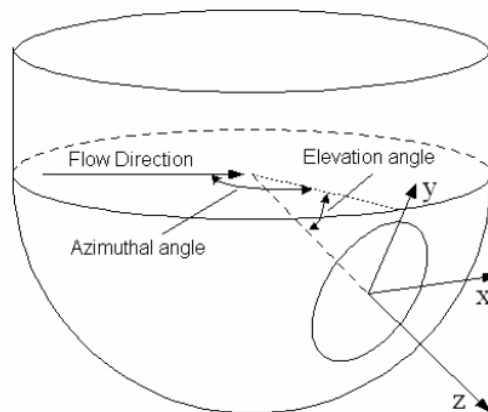
$$OPD = OPL - OPL_{\min} \quad (7.2)$$

Οι συνθήκες στις οποίες μελετάμε το σύστημά μας είναι :

- Το μήκος κύματος ισούται με 1550 nm .
- Το ιπτάμενο αντικείμενο που μελετάμε είναι σφαίρα (διαμέτρου 1m).

- Θεωρούμε ότι η σφαίρα μας κινείται κατά τον x-άξονα και ότι βρίσκεται στην αρχή των αξόνων  $(x,y,z) = (0,0,0)$ .
- Υψόμετρο λειτουργίας έχουμε τα 20km από την επιφάνεια της γης (τροπόσφαιρα).
- Η σφαίρα μας κινείται με διάφορες ταχύτητες από τα 0,3 m/s έως τα 54 m/s .
- Για κάθε περίπτωση ταχύτητας μελετάμε το σύστημα για δύο περιπτώσεις συνθηκών :
  - Στα 20 km πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Οι σταθερές παράμετροι και οι τιμές τους είναι οι ακόλουθες :
    - Θερμοκρασία (T) : 216.65°K
    - Πίεση (p) : 5474.9 pascal
    - Πυκνότητα (ρ) : 0.08803 kg/m<sup>3</sup>
    - Κινηματικό ιξώδες (ν) : 1.6148·10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>/s
    - Δυναμικό ιξώδες (μ) : 1.4216·10<sup>-5</sup> m<sup>2</sup>/s
    - Reynolds number : μεταβλητό
  - Σε συνθήκες σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας :
    - T=273,15 K
    - P=1 atm = 10<sup>5</sup> pascal

Μια τρισδιάστατη σχηματική αναπαράσταση του προστατευτικού κελύφους (σφαίρα) και του ανοίγματος της κεραίας στραμμένο υπό ορισμένη γωνία ανύψωσης. είναι η ακόλουθη :

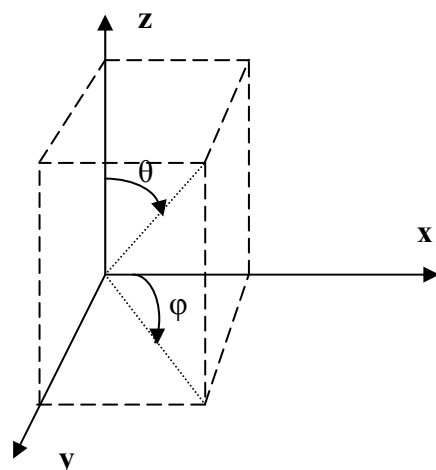


**Σχήμα 7.1** : Τρισδιάστατη σχηματική αναπαράσταση γεωμετρίας.

Η παράμετρος που μεταβάλλεται και καθορίζει το είδος της ροής που κάθε φορά έχουμε είναι ο αριθμός Reynolds. Καθώς το μέγεθος αυτό αλλάζει από τον ορισμό του βλέπουμε ότι η παράμετρος που επηρεάζεται άμεσα είναι η ταχύτητα του αεροσκάφους, η οποία είναι ευθέως ανάλογη του αριθμού Reynolds. Έτσι για διαφορετικές ταχύτητες του αεροσκάφους θα έχουμε και διαφορετική πυκνότητα του αέριου μέσου γύρω από αυτό και τελικά διαφορετικό τύπο ροής. Καθώς η σφαίρα κινείται με διαφορετική κάθε φορά ταχύτητα η πυκνότητα της ροής μεταβάλλεται, ο δείκτης διάθλασης μεταβάλλεται με διαφορετικό ρυθμό/τρόπο και η δέσμη του laser ακολουθεί διαφορετική διαδρομή διάδοσης στο δυναμικό αυτό ρευστό, δεδομένου ότι

από το νόμο του Fermat, το φως ακολουθεί μεταξύ δύο σημείων εκείνο το μονοπάτι που χαρακτηρίζεται από ελάχιστο μήκος οπτικού μονοπατιού.

Για την κάθε ταχύτητα σφαίρας (τις οποίες αναφέραμε παραπάνω), και για τις δύο περιπτώσεις συνθηκών θα μελετήσουμε τις παραμέτρους που περιγράφουν τη συμπεριφορά της δέσμης του laser για ορισμένες γωνίες ανύψωσης του ανοίγματος της κεραίας. Στην παράγραφο αυτή θα δούμε το Optical Path Difference. Με αυτόν τον τρόπο θα έχουμε τελικά μία συνολική εικόνα του πώς επηρεάζεται η δέσμη του laser γύρω από όλη τη σφαίρα για τις δεδομένες κατευθύνσεις κεραίας και δέσμης.



**Σχήμα 7.2 :** Οι γωνίες  $\theta$  και  $\varphi$  κατά τις οποίες στρέφουμε την κεραία, προκειμένου να προσανατολιστεί κάθε φορά σε διαφορετική κατεύθυνση.

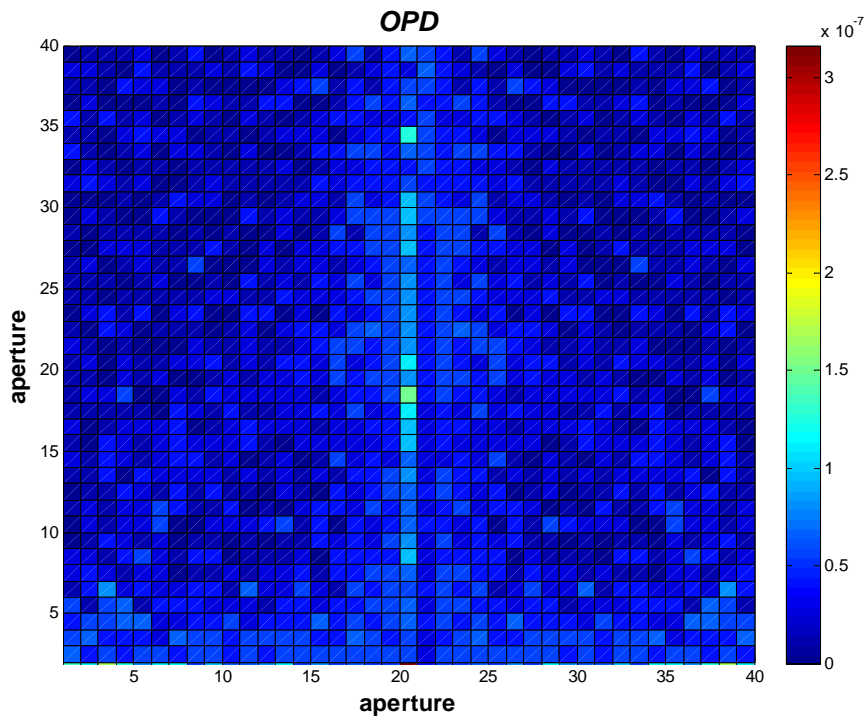
Οι γωνίες υπό τις οποίες θα μελετήσουμε τη διάταξη είναι :  $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  και για κάθε μία από αυτές θα έχουμε τις  $\varphi=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ .

Αρχικά θα δούμε το πώς μεταβάλλεται το OPD πάνω στην κεραία με την μεταβολή της χαρακτηριστικής απόστασης που λαμβάνουμε στους υπολογισμούς μας. Όπου χαρακτηριστική απόσταση είναι εκείνη μέχρι την οποία παρατηρούνται αλλαγές στην πυκνότητα της ροής του ρευστού μέσου λόγω της κίνησης της σφαίρας. Αναμενόμενο είναι ότι καθώς μειώνεται το χαρακτηριστικό μήκος, και λόγω της μεθόδου υπολογισμού του OPD στο χώρο γύρω από τη σφαίρα, η έντονη διακύμανση της πυκνότητας της ροής κοντά στη σφαίρα θα γίνεται επικρατέστερη των χαμηλών τιμών της πυκνότητας της ροής καθώς απομακρυνόμαστε από αυτήν.

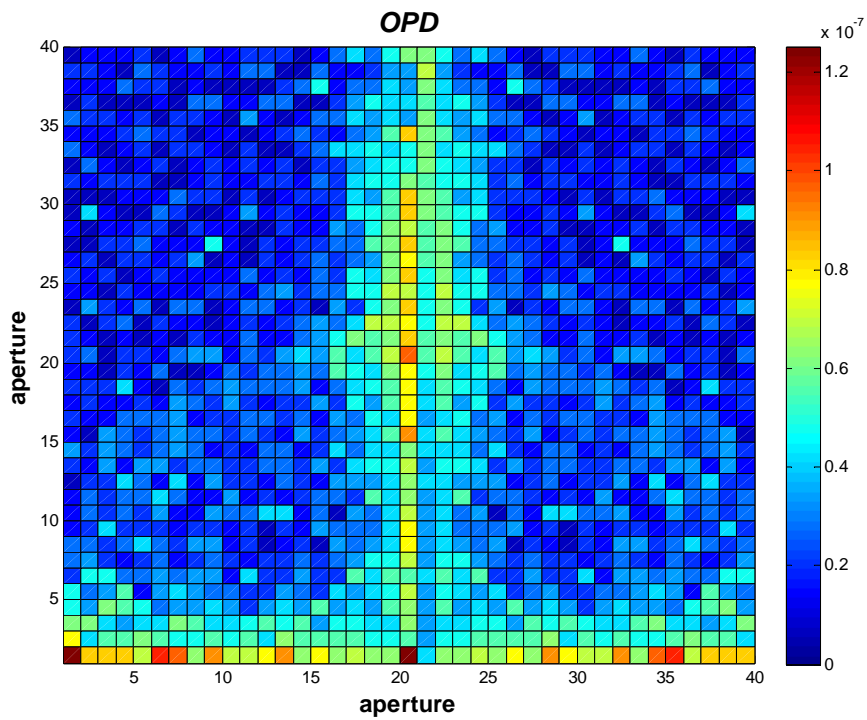
Έτσι για γωνίες  $\theta$  ίση με  $0^\circ$  και  $\varphi$  ίση με  $0^\circ$  παρατηρούμε όντως τη συμπεριφορά αυτή του OPD εξαιτίας της άμεσης εξάρτησής του από τον δείκτη διάθλασης ( $n$ ), ο οποίος υπολογίζεται από μία γραμμική σχέση ως προς την πυκνότητα.

Επειδή εκείνο που μας ενδιαφέρει είναι το πώς επιδρά η αλλαγή της πυκνότητας της ροής γύρω από τη σφαίρα στα οπτικά χαρακτηριστικά της δέσμης του laser, και εφόσον στην απόσταση μέχρι 3m γίνονται πιο ευδιάκριτη αυτή η συμπεριφορά θεωρούμε στους υπολογισμούς μας τα 3m ως χαρακτηριστική απόσταση.

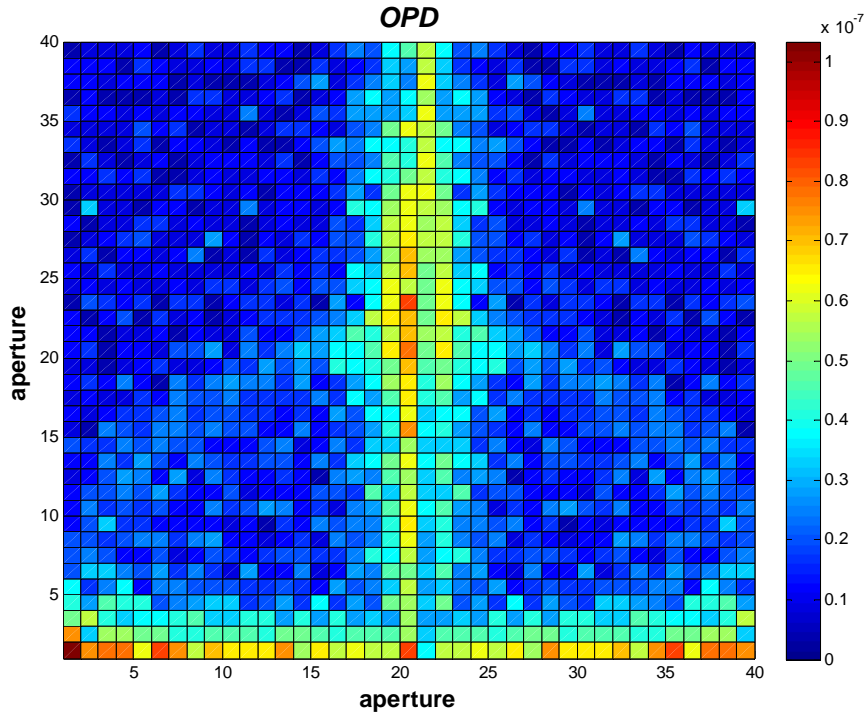
### 7.2.1 OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες



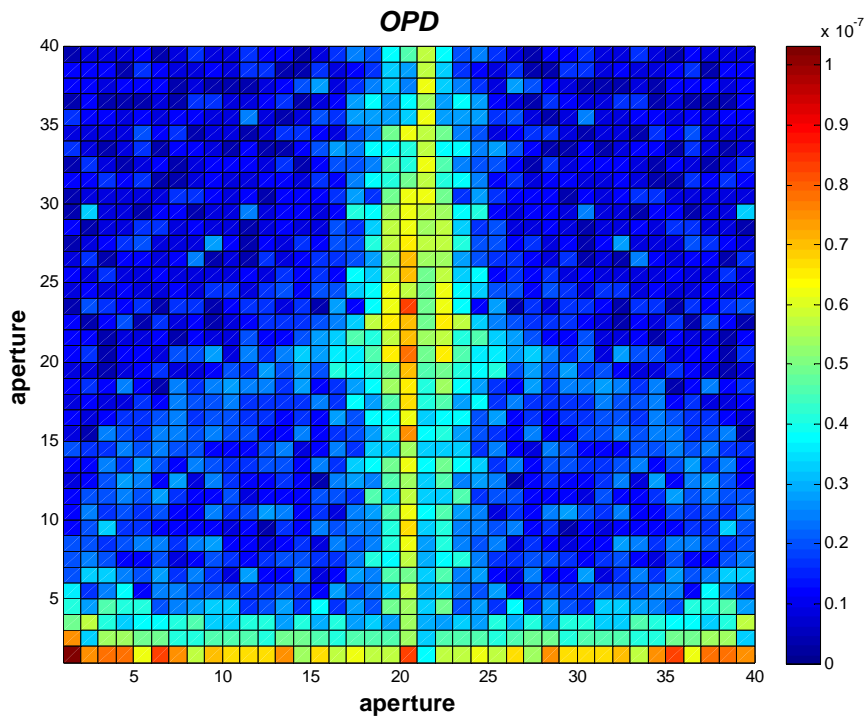
Σχήμα 7.3 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0$ ,  $\varphi=0$ , x εως 20m.



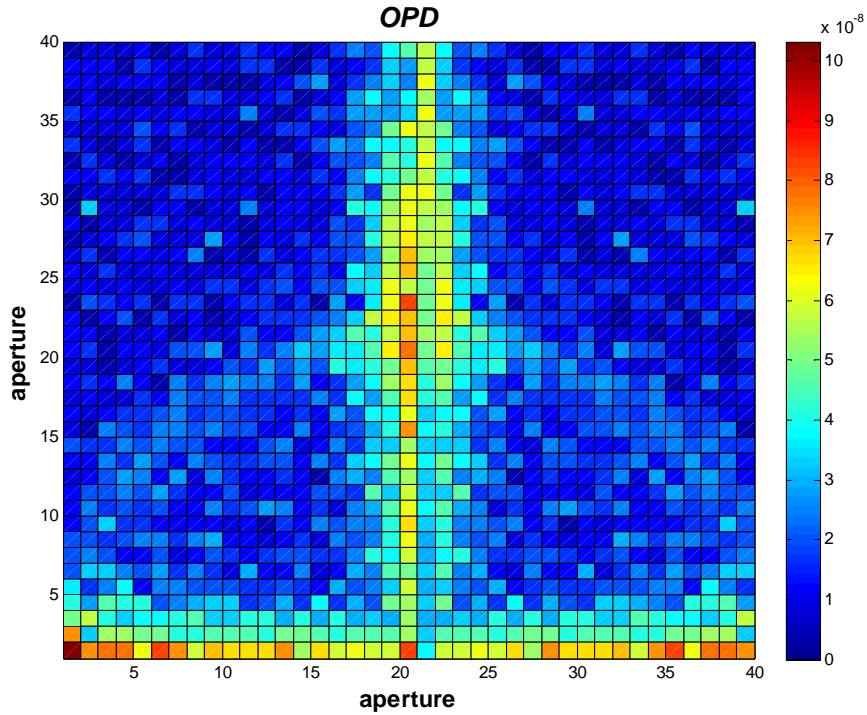
Σχήμα 7.4: OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0$ ,  $\varphi=0$ , x εως 5m.



Σχήμα 7.5 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0$ ,  $\varphi=0$ , x εως 3m.



Σχήμα 7.6 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0$ ,  $\varphi=0$ , x εως 3m.

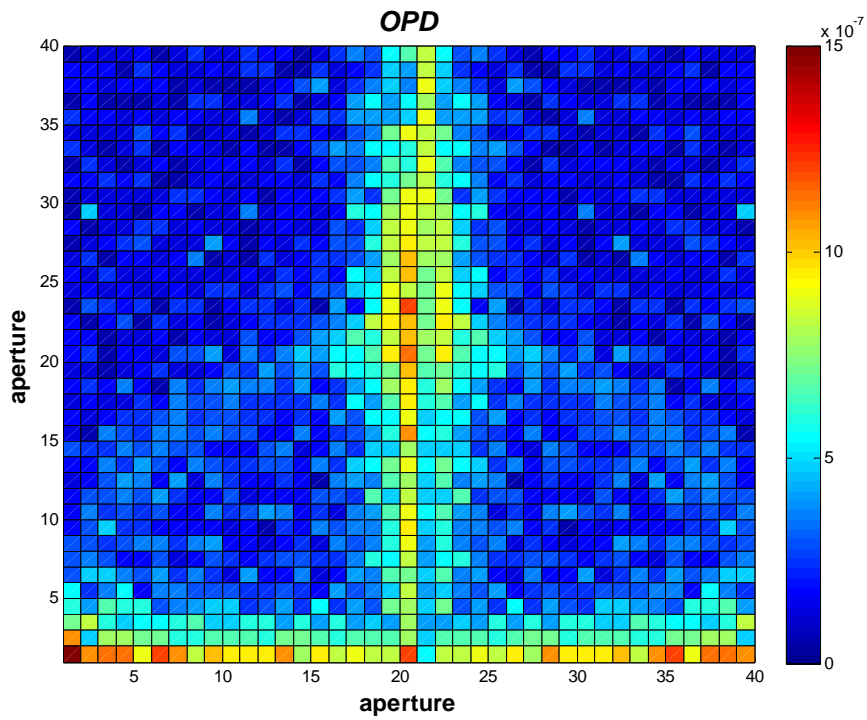


**Σχήμα 7.7 :** OPD για 54 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0$ ,  $\varphi=0$ ,  $x$  έως 3m.

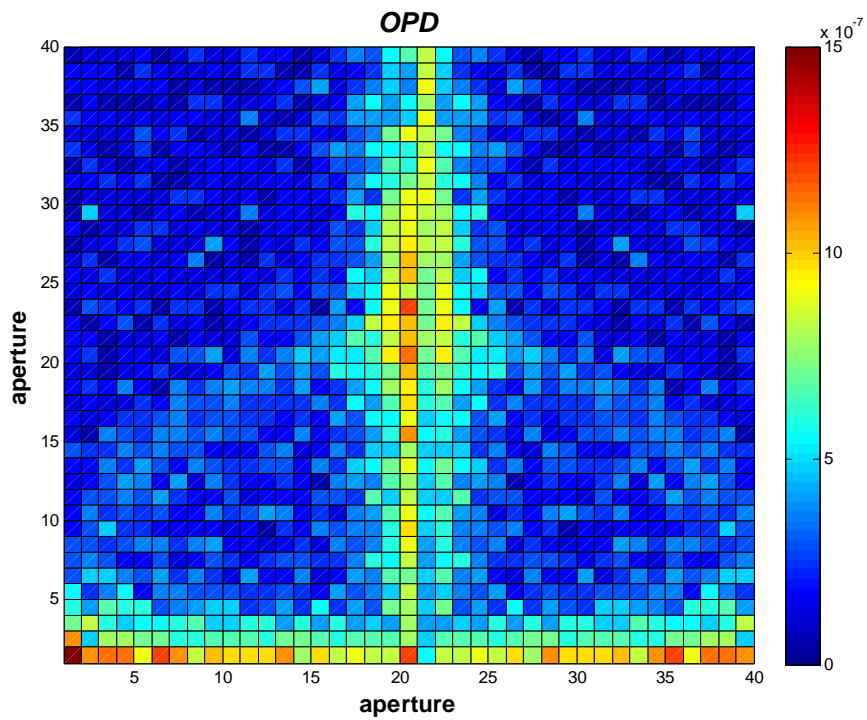
Παρόλο που η ταχύτητα αυξάνεται δεν παρατηρείται έντονη μεταβολή στην εικόνα του OPD, με τη διαφορά του ότι για την ταχύτητα σφαίρας 54 m/s το OPD είναι μικρότερο κατά μία τάξη μεγέθους, και ότι στα 19.5 m/s (η πιο μικρή από τις τρεις ταχύτητες ) στο κέντρο της κεραίας παρατηρούνται πιο έντονες τιμές του OPD, ως προς τις άλλες δύο τιμές ταχυτήτων. Αυτό οφείλεται στο ότι για την κεραία στραμμένη υπό αυτόν τον συνδυασμό γωνιών, με το επίπεδό της κάθετο στον  $x$ -άξονα και πάνω στο  $yz$ -επίπεδο, η πυκνότητα της ροής στο μπροστινό μέρος της σφαίρας είναι και για τις τρεις ταχύτητες παρόμοια.



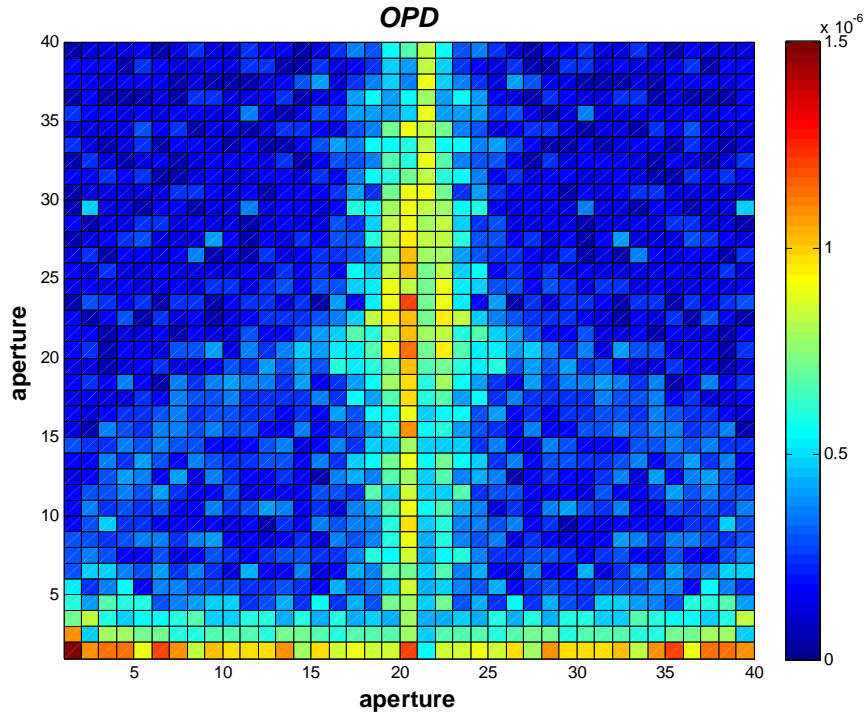
### 7.2.2 OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , συνθήκες STP



Σχήμα 7.8 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .



Σχήμα 7.9 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

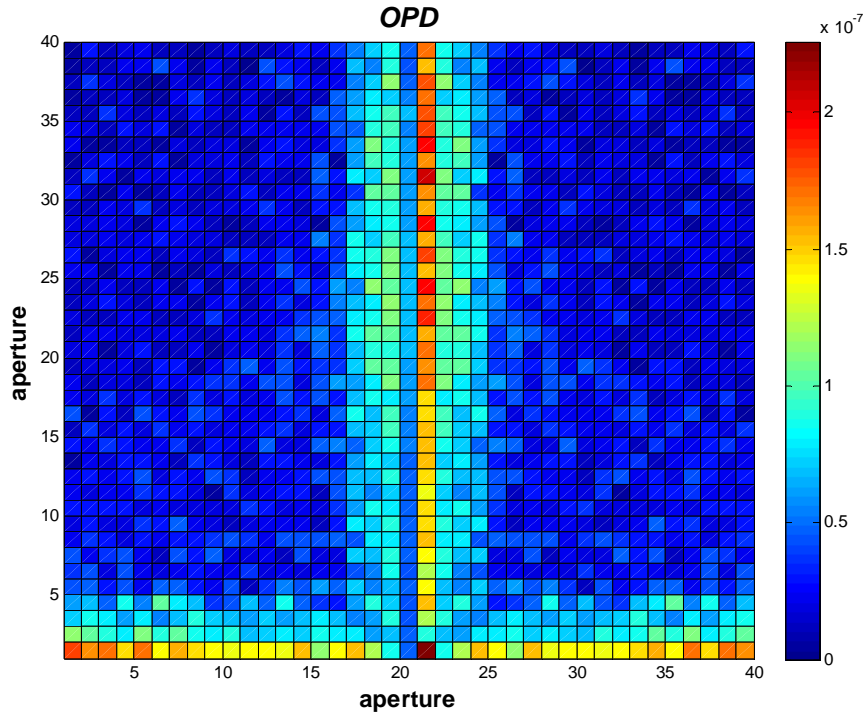


**Σχήμα 7.10** : OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

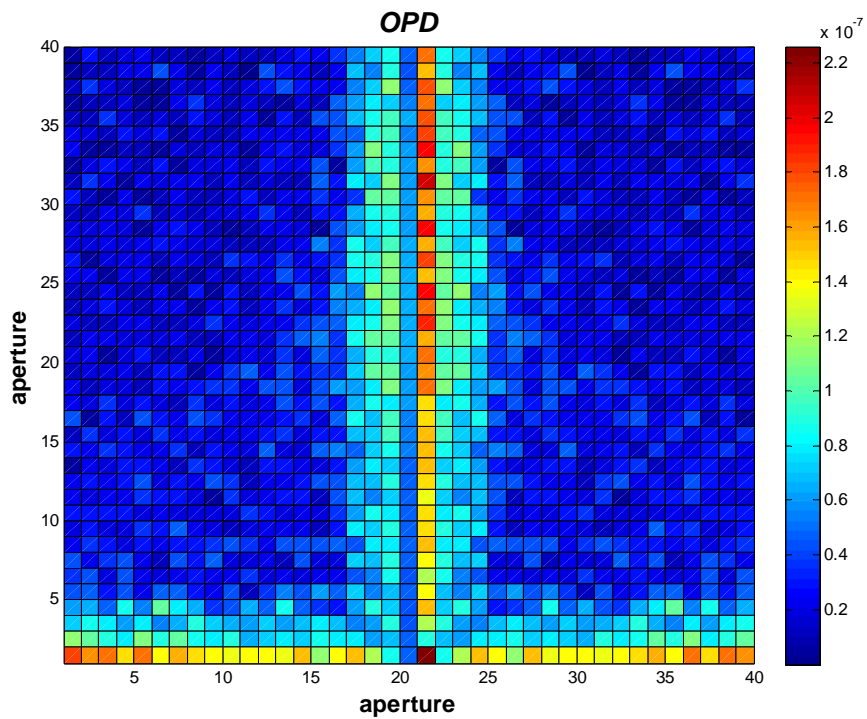
Στις STP συνθήκες δεν παρατηρείται σαφής διαφορά του OPD με την αύξηση της ταχύτητας παρά μόνο στα 54 m/s όπου πέφτει η τιμή του OPD κατά μία τάξη μεγέθους.

### 7.2.3 OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=180^\circ$ , πραγματικές συνθήκες.

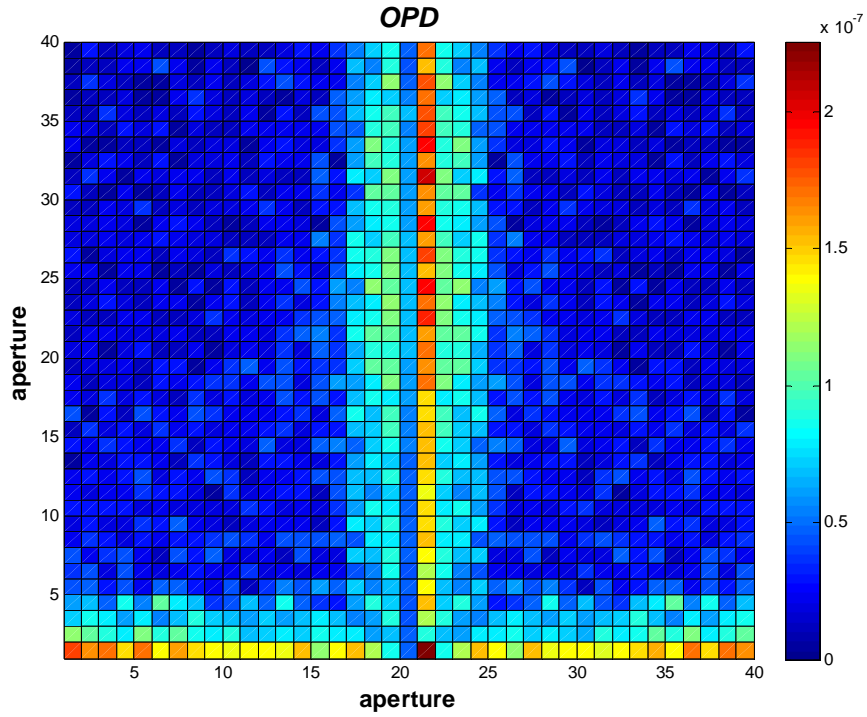
Όμοια για την πρώτη περίπτωση γωνιών,  $\theta$  ίση με  $0^\circ$  και  $\varphi$  ίση με  $180^\circ$ , θα δούμε ότι τα 5m χαρακτηριστικής απόστασης μας δίνουν την καλύτερη προσέγγιση των μεταβολών του OPD, σε σχέση με τα μεγαλύτερα χαρακτηριστικά μήκη όπου η πληροφορία για τη ροή γύρω από τη σφαίρα χάνεται. Εδώ παίρνουμε μεγαλύτερη χαρακτηριστική απόσταση επειδή η γωνία αυτή αναφέρεται στο πίσω μέρος της κεραίας, όπου παρατηρούνται έντονότεροι στροβιλισμοί με την αύξηση της ταχύτητας. Η κεραία βρίσκεται με το επίπεδό της κάθετο στον αρνητικό x-άξονα και πάνω στο yz-επίπεδο.



Σχήμα 7.11 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=180^\circ$ .

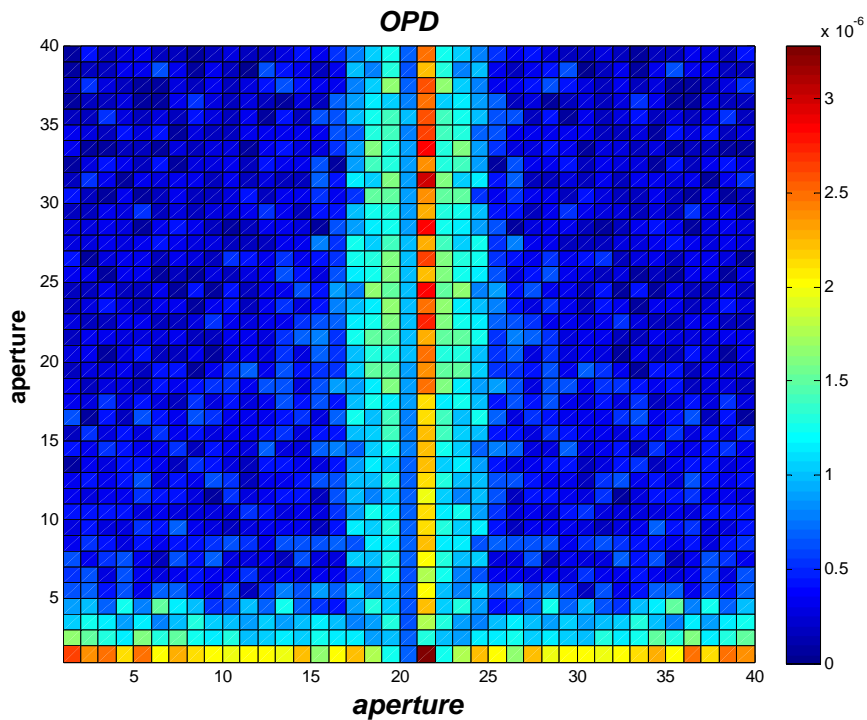


Σχήμα 7.12 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=180^\circ$ .

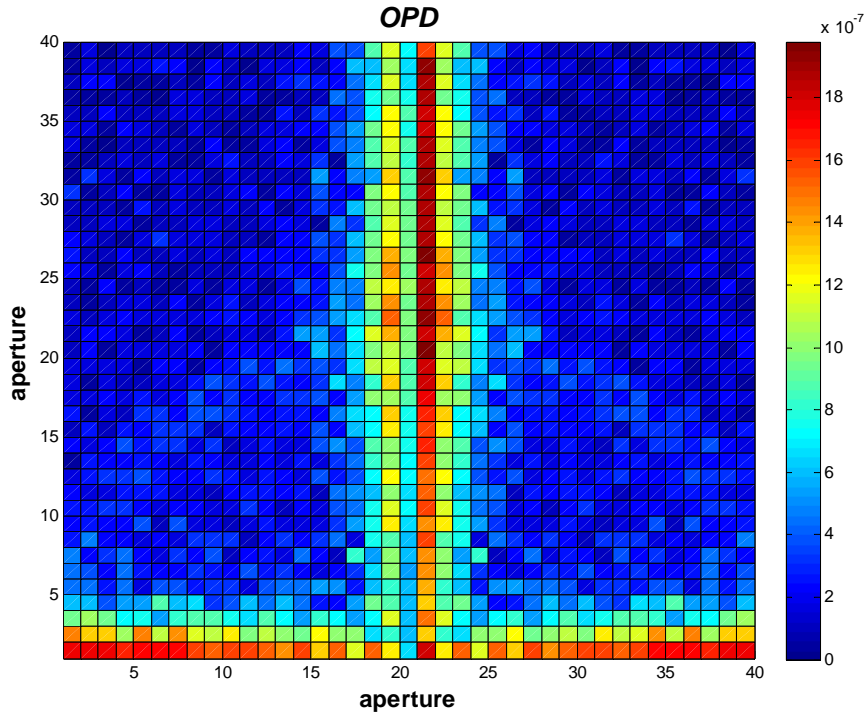


Σχήμα 7.13 : OPD για 54 m/s, συνθήκες των 20 km,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=180^\circ$ .

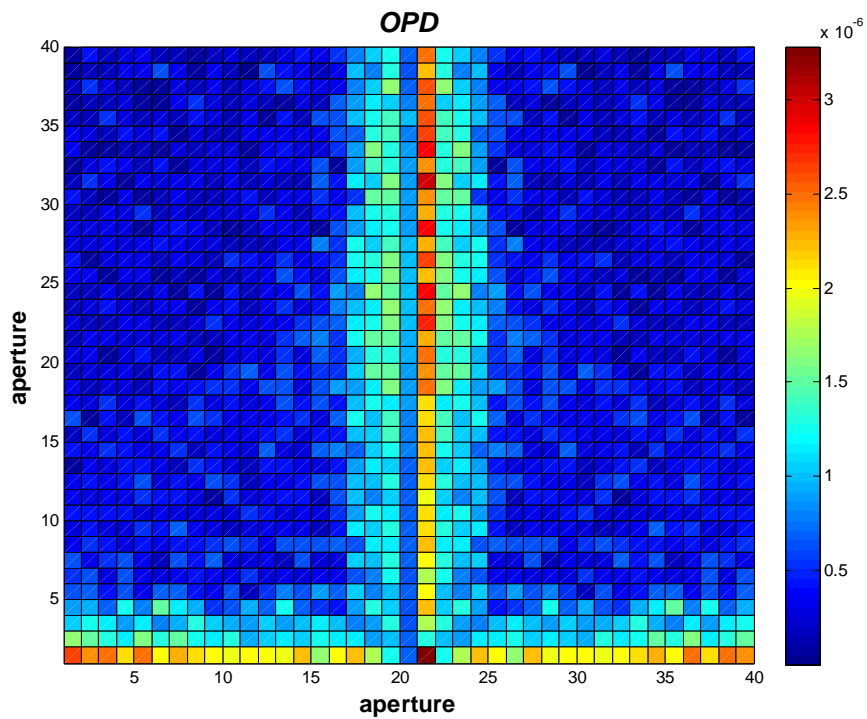
#### 7.2.4 OPD για γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\varphi=180^\circ$ , συνθήκες STP .



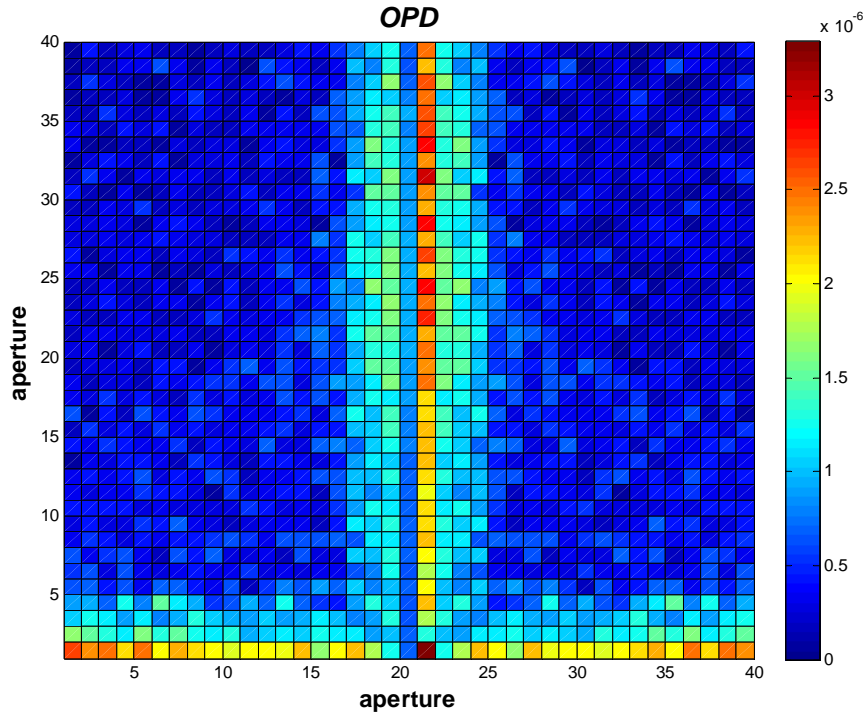
Σχήμα 7.14 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=180^\circ$ .



**Σχήμα 7.15 :** OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=180^\circ$ , x εως 3m.



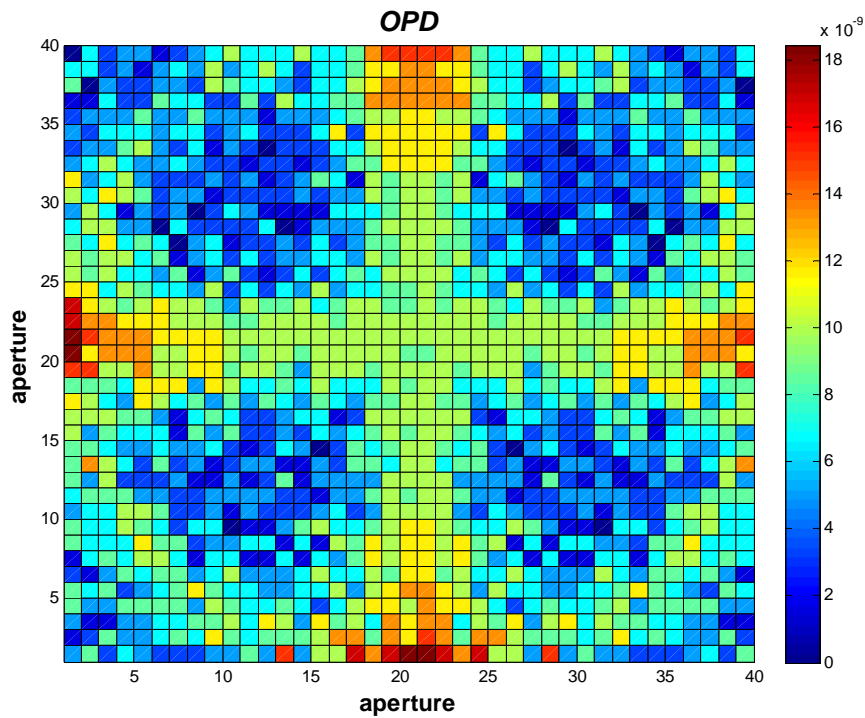
**Σχήμα 7.16 :** OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=180^\circ$ , x εως 5m.



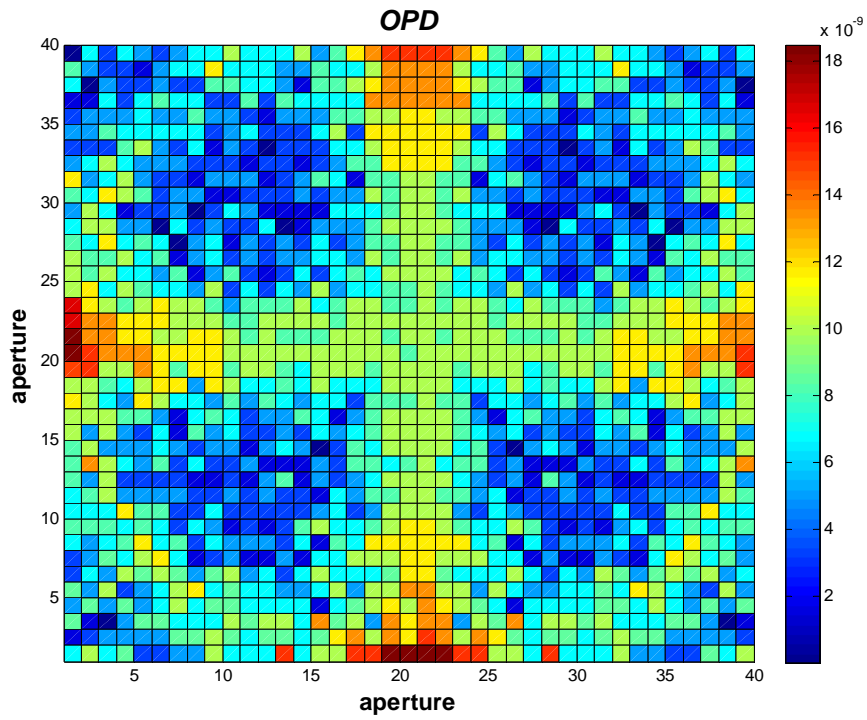
Σχήμα 7.17 : OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=180^\circ$ .

### 7.2.5 OPD για γωνίες $\theta=-90^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες

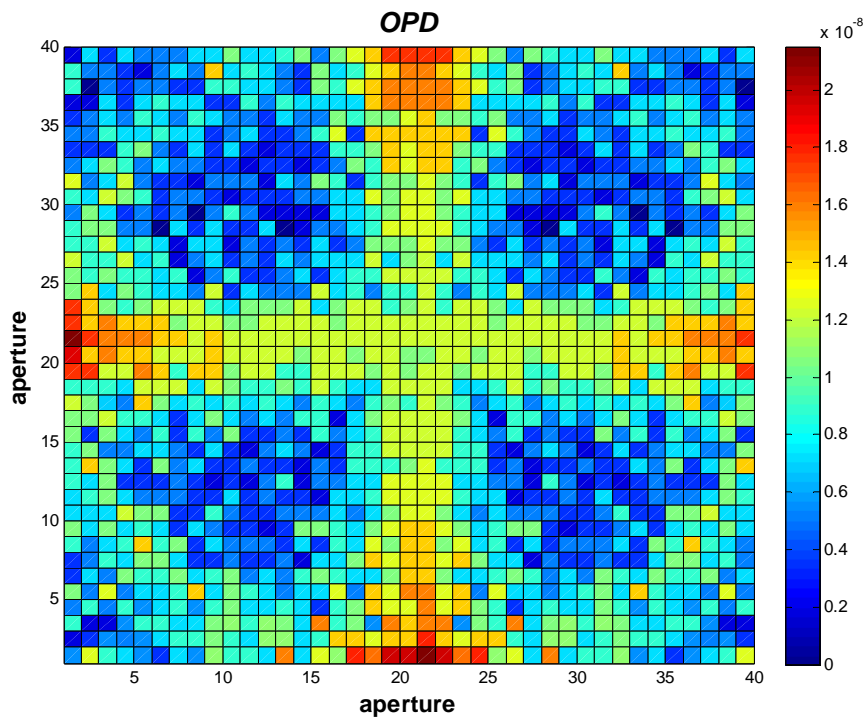
Στη συνέχεια θα δούμε τη διαφορά οπτικού μονοπατιού για την κεραία στραμμένη κατά γωνίες  $\theta$  ίση με  $-90^\circ$  και  $\varphi$  ίση με  $0^\circ$ . Το επίπεδο της κεραίας, δηλαδή, βρίσκεται κάθετο στον z-άξονα και πάνω στο xy-επίπεδο.



Σχήμα 7.18 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=-90^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

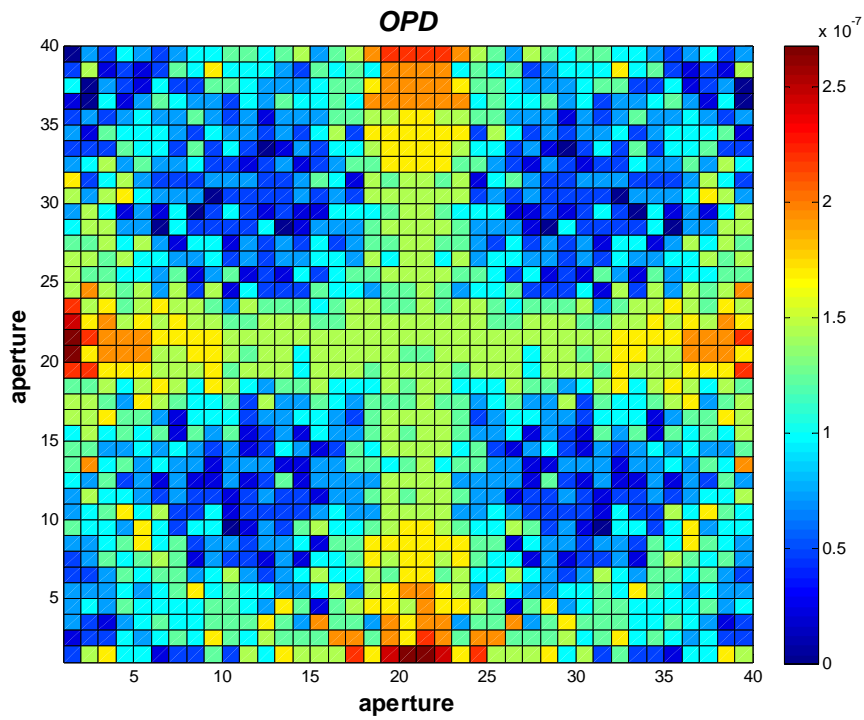


Σχήμα 7.19 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=-90^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

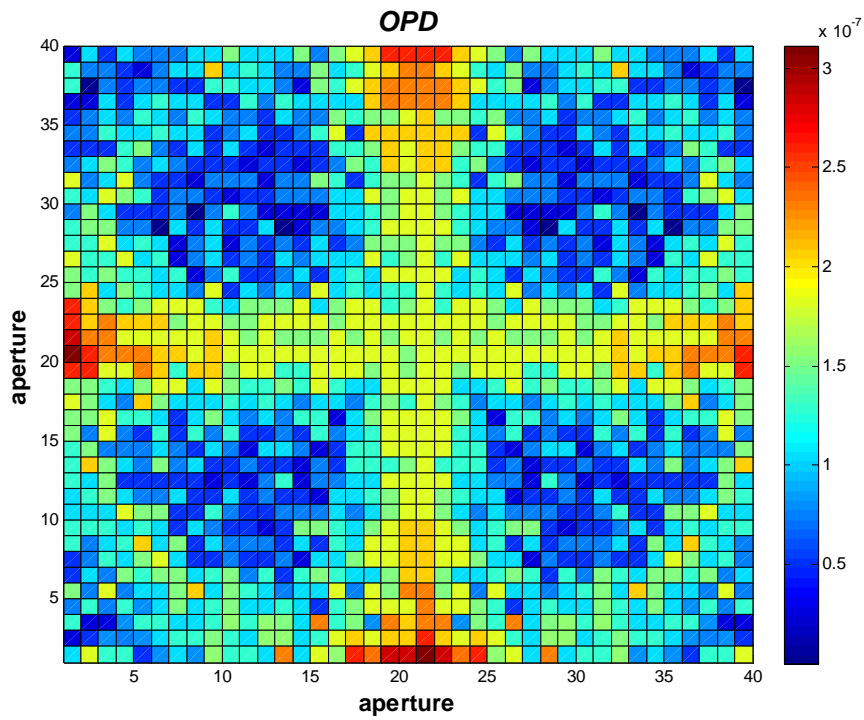


Σχήμα 7.20 : OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=-90^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

### 7.2.6 OPD για γωνίες $\theta = -90^\circ$ και $\varphi = 0^\circ$ , συνθήκες STP

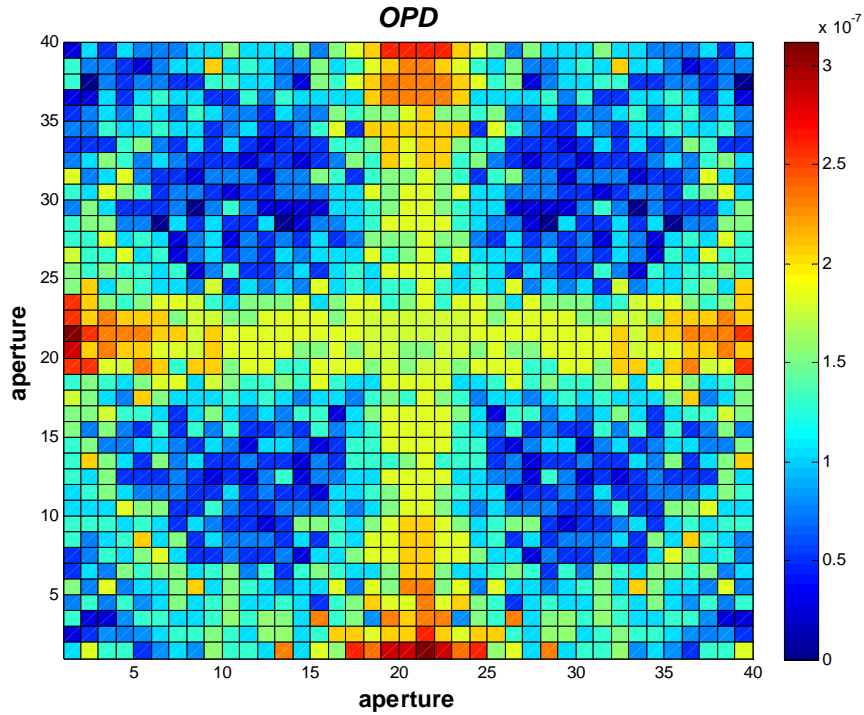


Σχήμα 7.21: OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta = -90^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ .



Σχήμα 7.22 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta = -90^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ .

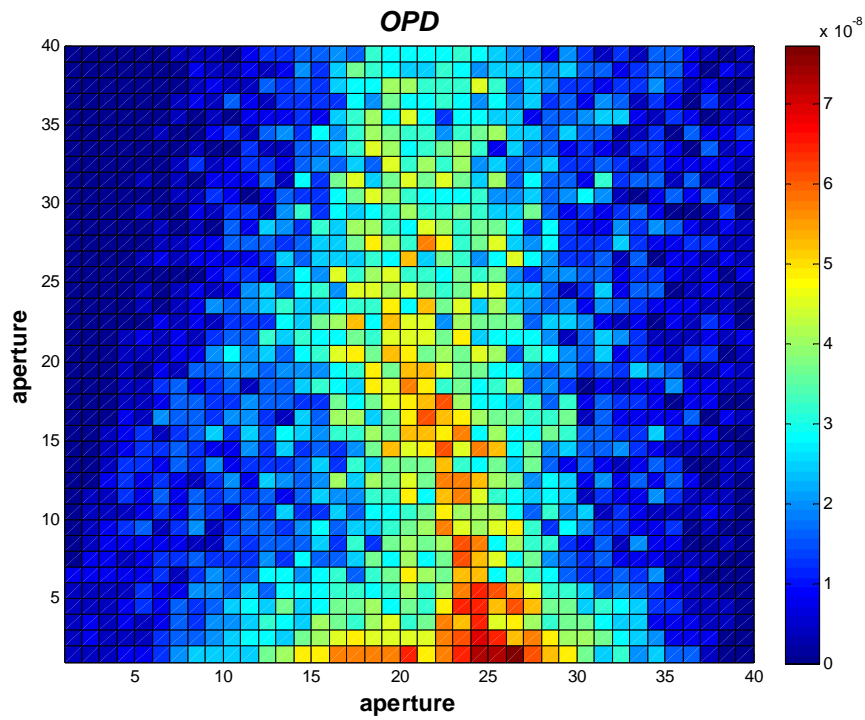




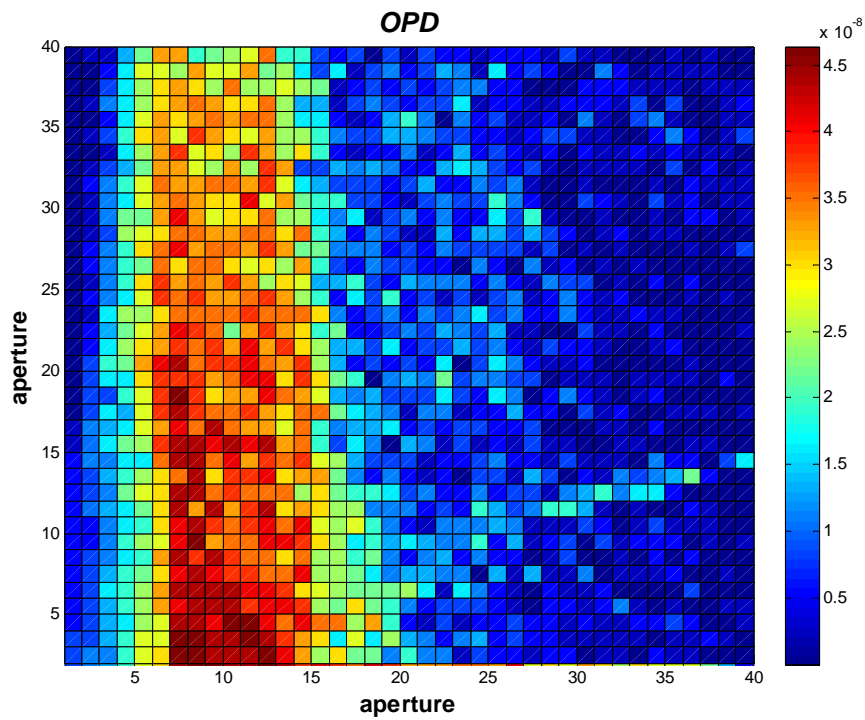
**Σχήμα 7.23 :** OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=-90^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

Από τα προηγούμενα σχήματα βλέπουμε μία ιδιαίτερη συμπεριφορά του OPD πάνω στην κεραία. Στα μέσα των άκρων της κεραίας το OPD παίρνει ακραίες τιμές με πολύ χαμηλές τιμές στο κέντρο του κάθε ενός από τα κέντρα των τεσσάρων τεταρτημορίων της. Ενώ στο κέντρο της κεραίας, και πιο συγκεκριμένα πάνω στο σχήμα «συν» που σχηματίζεται, καθώς η ταχύτητα αυξάνεται, τόσο στις συνθήκες STP όσο και στις πραγματικές συνθήκες των 20 km υψόμετρο, το OPD μειώνεται. Τέλος η διαφορά μεταξύ των δύο συνθηκών είναι ότι στις STP συνθήκες το OPD έχει αυξηθεί κατά μία έως και 2 τάξεις μεγέθους.

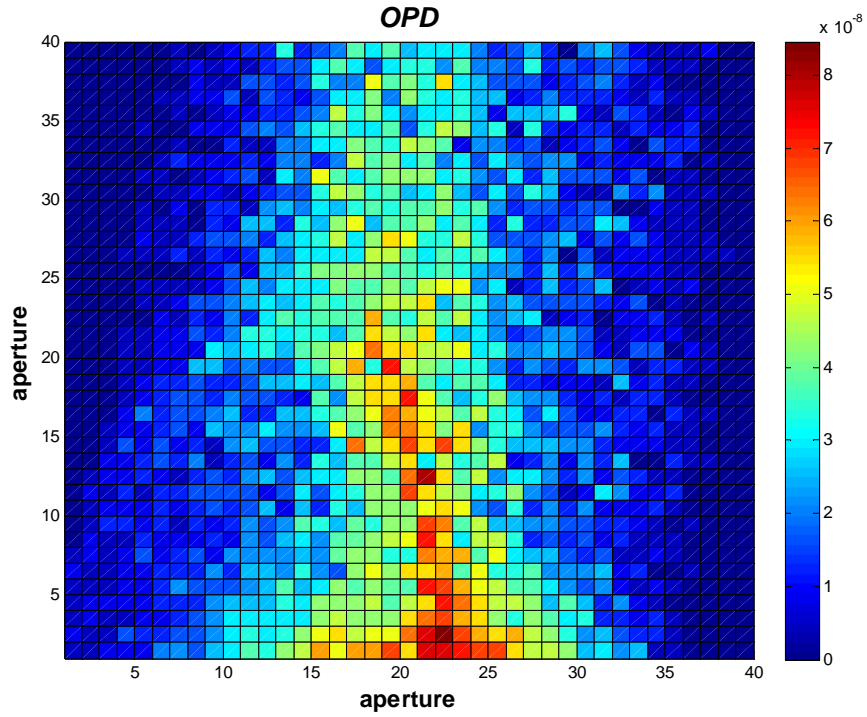
### 7.2.7 OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες



Σχήμα 7.24 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

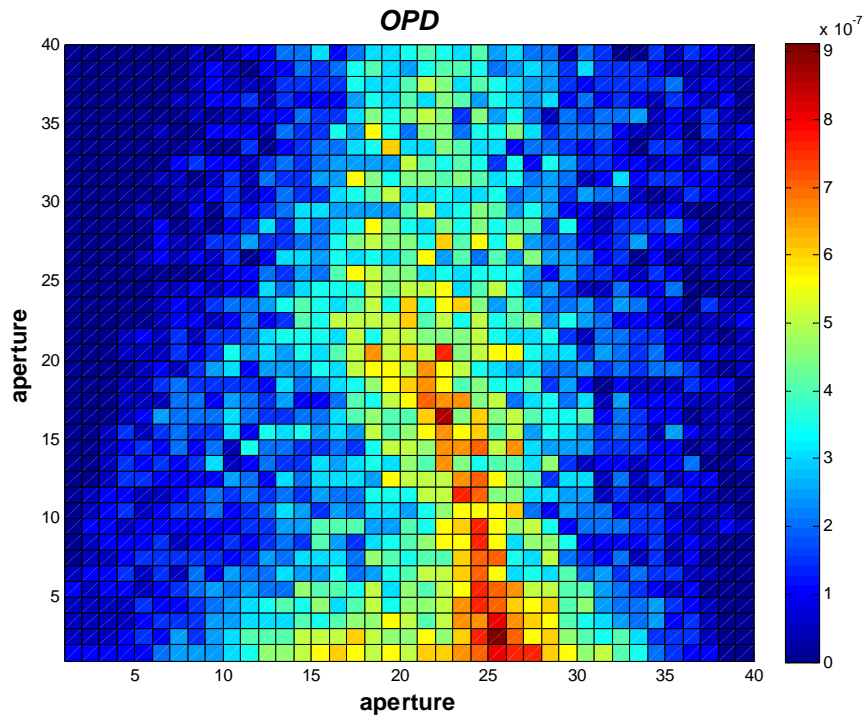


Σχήμα 7.25 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

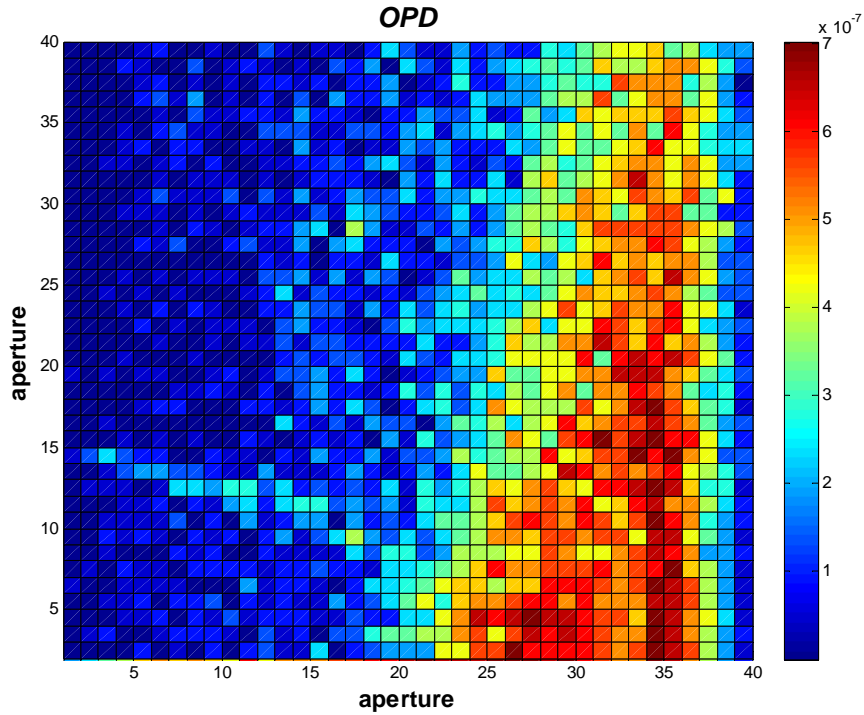


Σχήμα 7.26 : OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

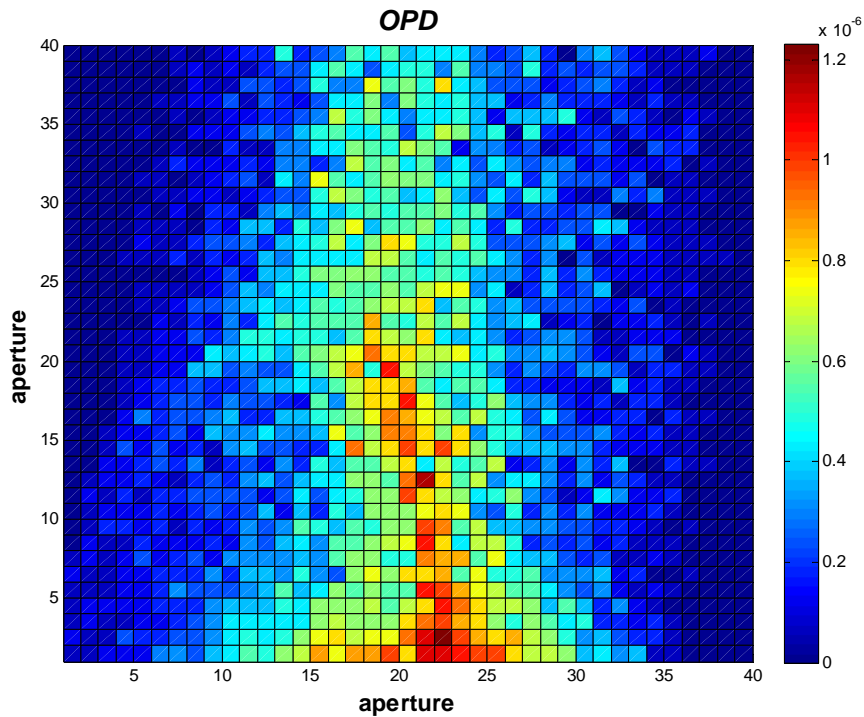
### 7.2.8 OPD για γωνίες $\theta=30^\circ$ και $\varphi=0^\circ$ , συνθήκες STP



Σχήμα 7.27 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .



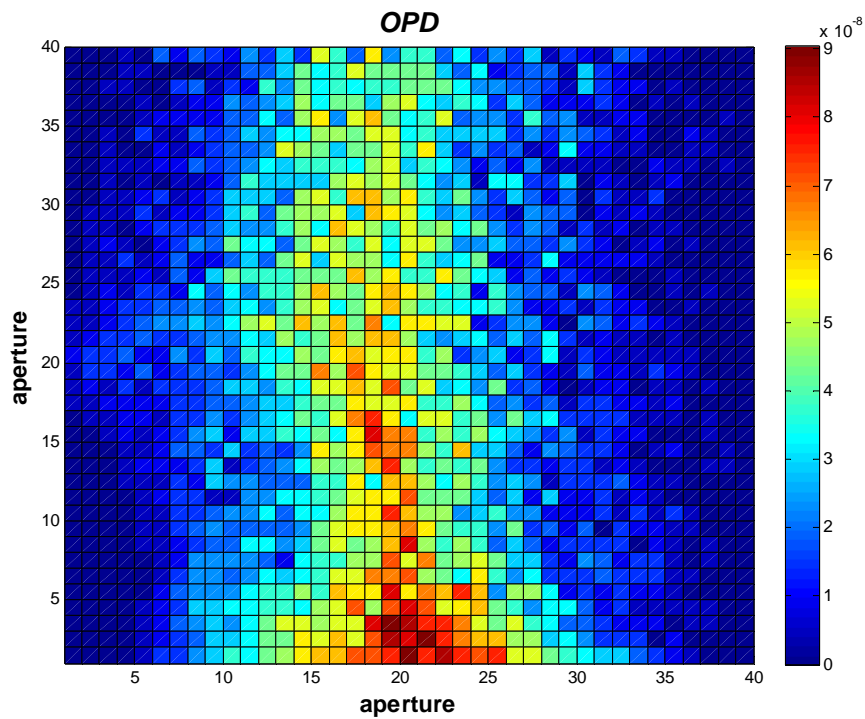
Σχήμα 7.28 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .



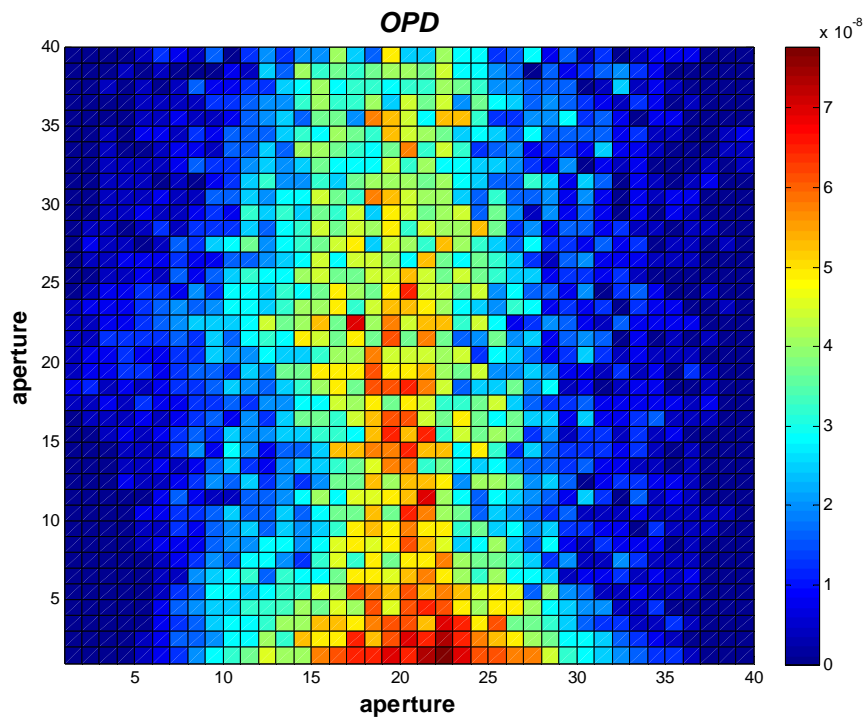
Σχήμα 7.29 : OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

Το OPD είναι μεγαλύτερο κατά μία τάξη μεγέθους στις ταχύτητες 19.5 m/s και 37.5 m/s, στις συνθήκες STP, ως προς τις πραγματικές συνθήκες των 20 km υψόμετρο. Ενώ για 54 m/s ταχύτητα είναι μεγαλύτερο κατά δύο τάξεις μεγέθους στις STP. Ακραία συμπεριφορά έχουμε στα 37.5 m/s και στις δύο περιπτώσεις συνθηκών.

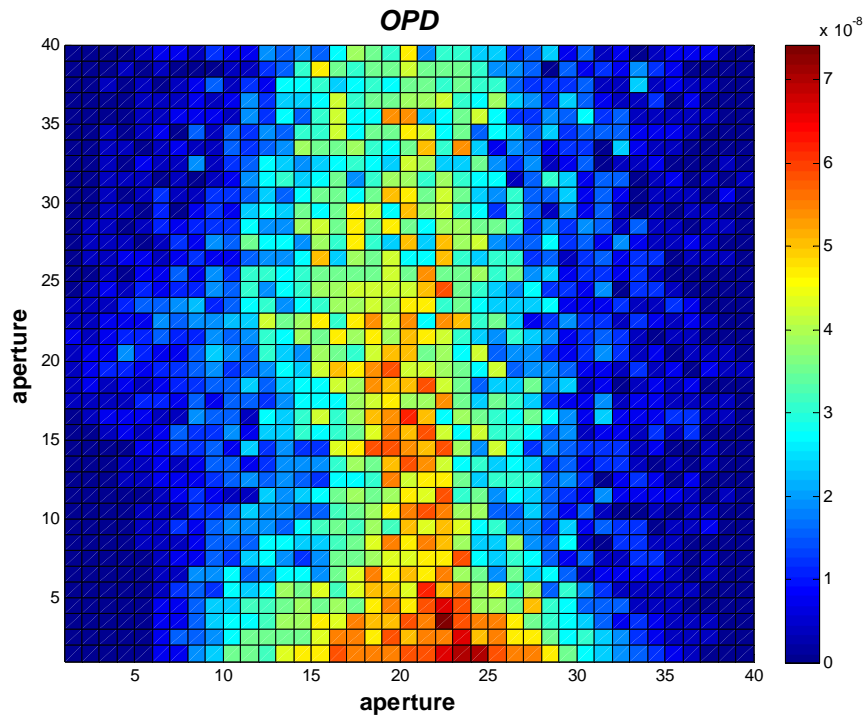
### 7.2.9 OPD για γωνίες $\theta = 30^\circ$ και $\varphi = 45^\circ$ , πραγματικές συνθήκες



Σχήμα 7.30 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

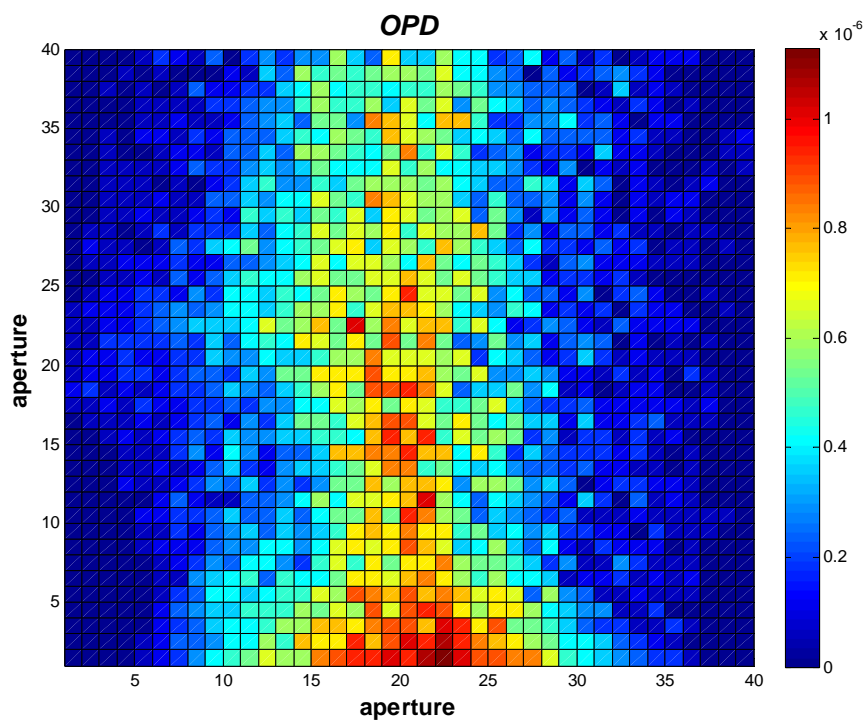


Σχήμα 7.31 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

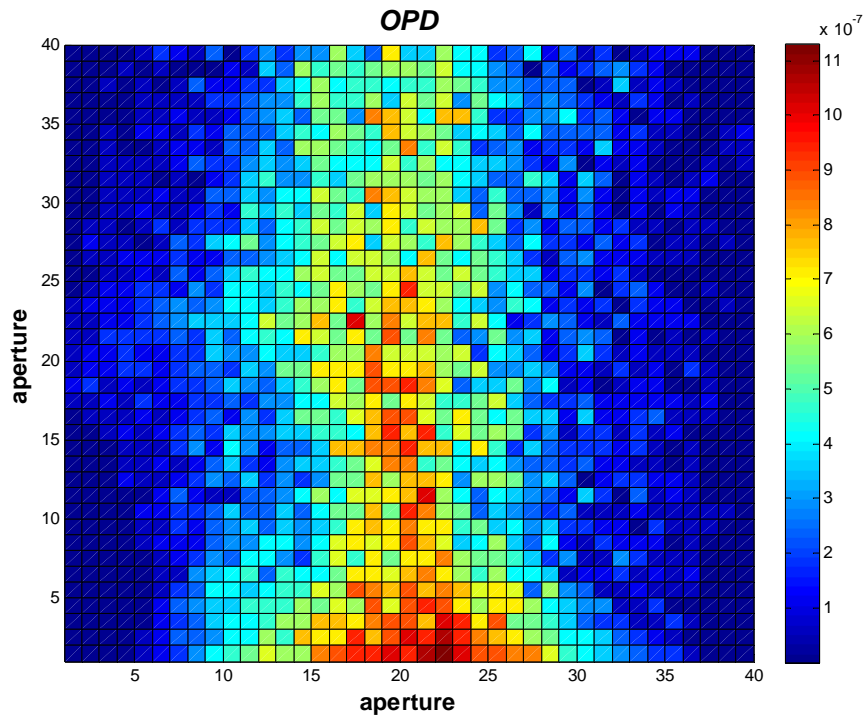


Σχήμα 7.32 : OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

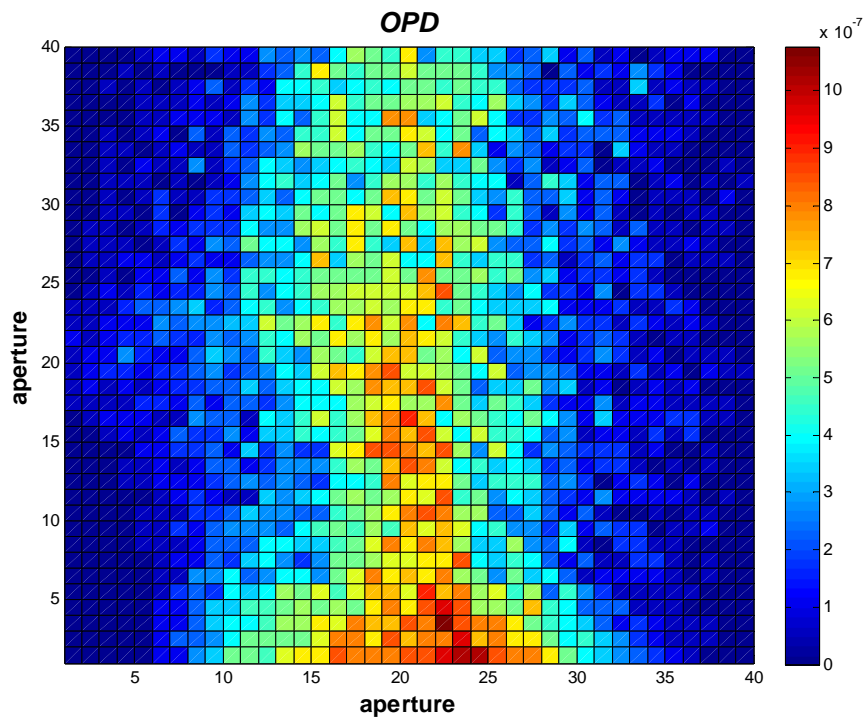
### 7.2.10 OPD για γωνίες $\theta = 30^\circ$ και $\varphi = 45^\circ$ , συνθήκες STP.



Σχήμα 7.33 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

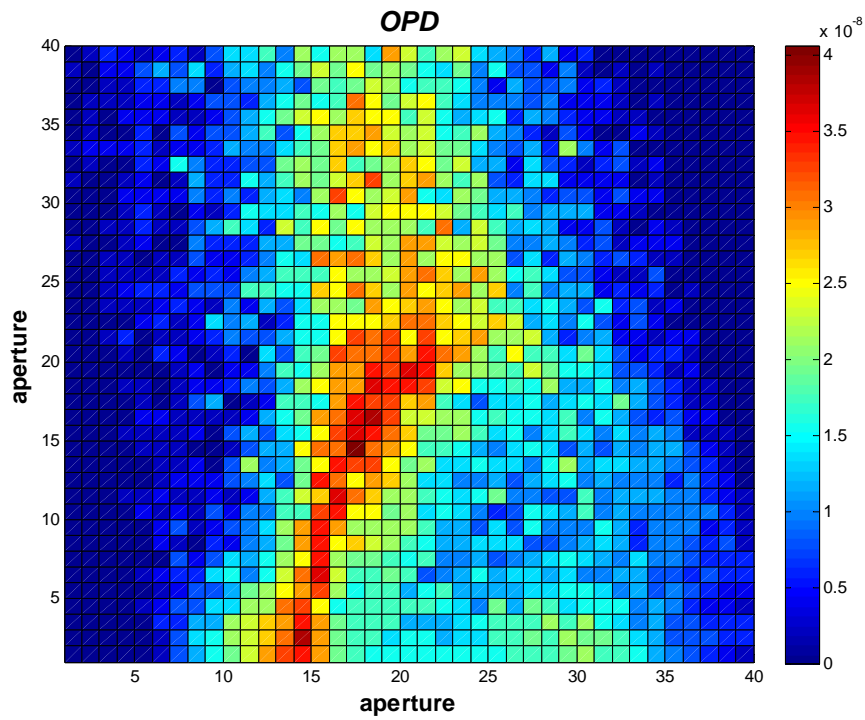


Σχήμα 7.34 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

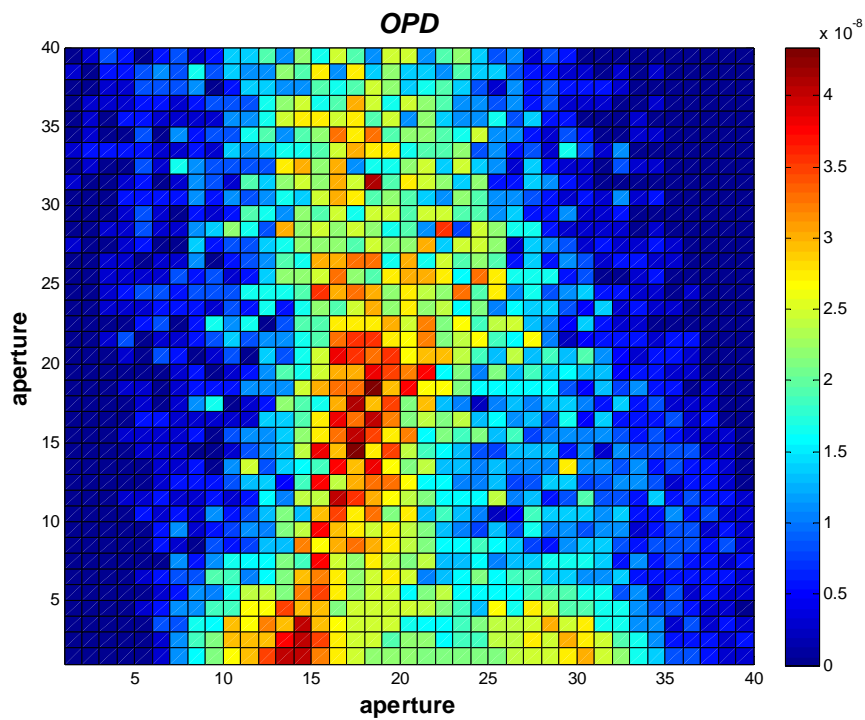


Σχήμα 7.35 : OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

### 7.2.11 OPD για γωνίες $\theta = 30^\circ$ και $\varphi = 90^\circ$ , πραγματικές συνθήκες

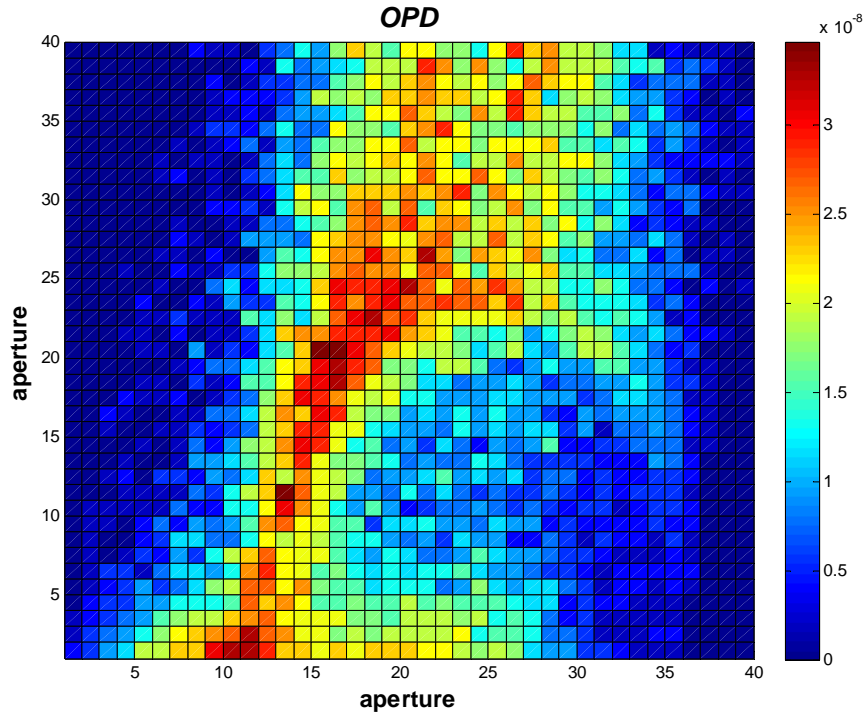


Σχήμα 7.36 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .



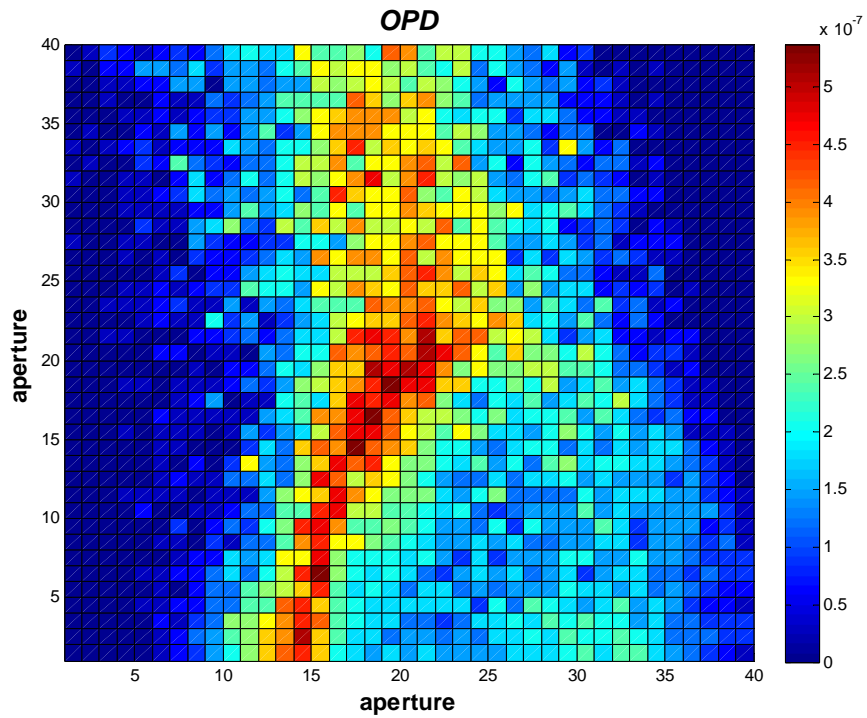
Σχήμα 7.37 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .



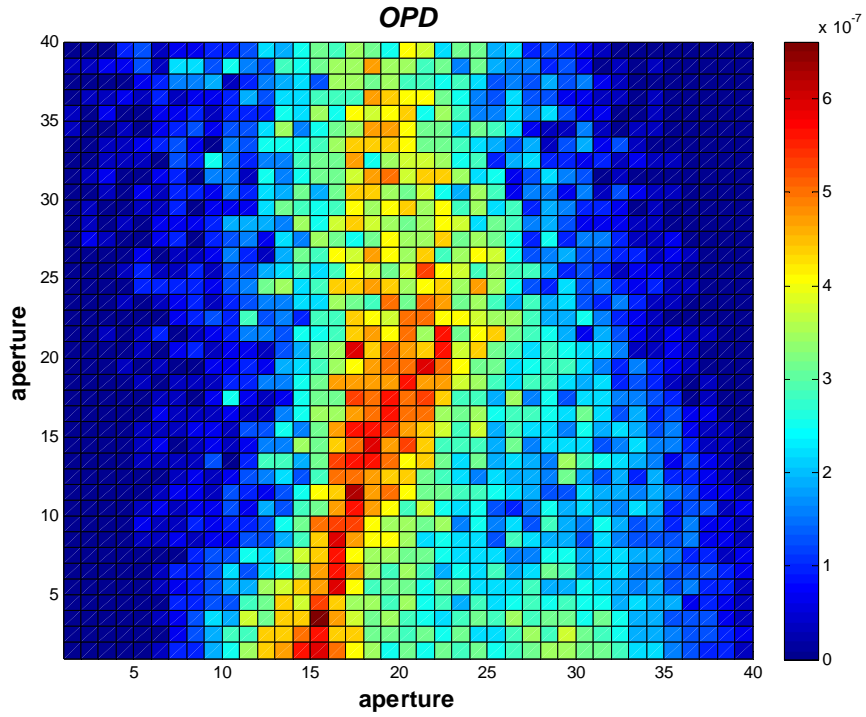


Σχήμα 7.38 : OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

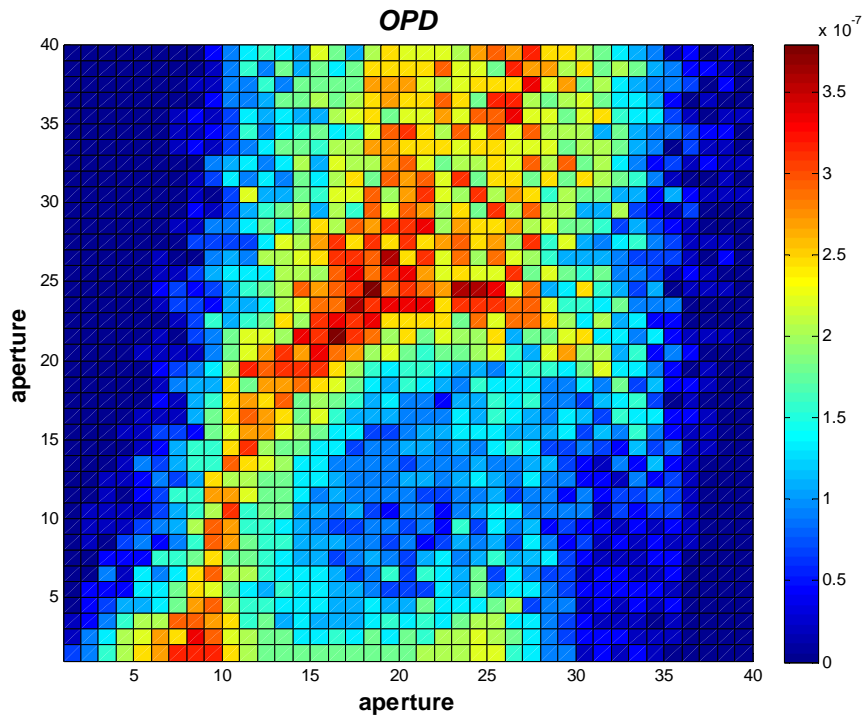
### 7.2.12 OPD για γωνίες $\theta = 30^\circ$ και $\varphi = 90^\circ$ , συνθήκες STP



Σχήμα 7.39 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

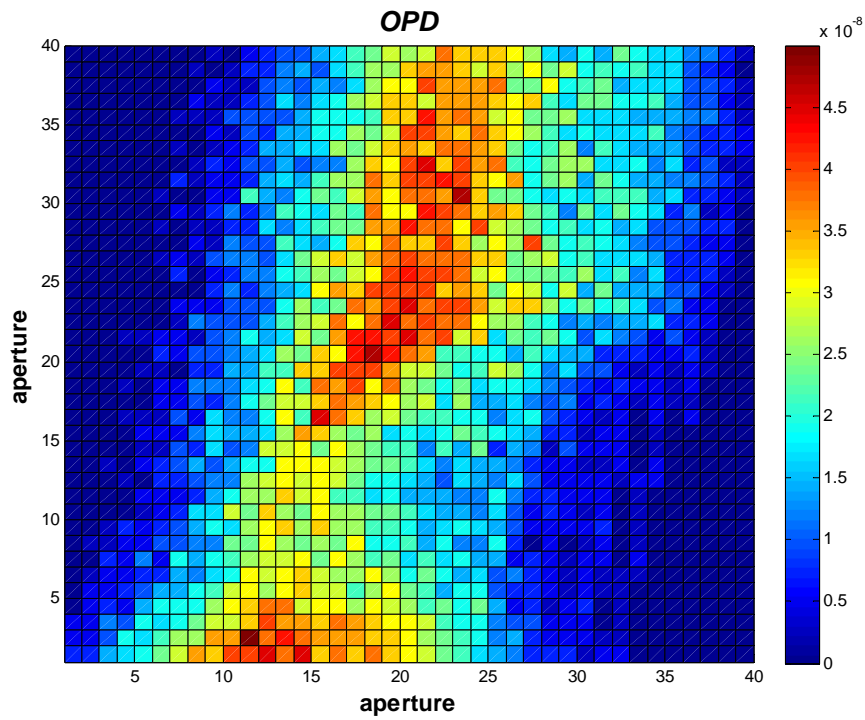


Σχήμα 7.40 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

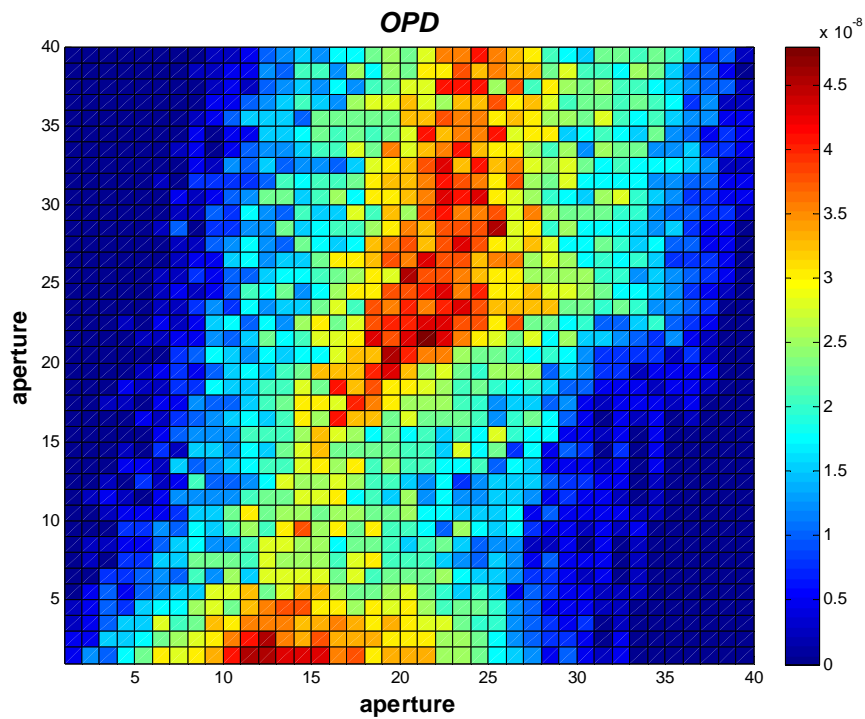


Σχήμα 7.41 : OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

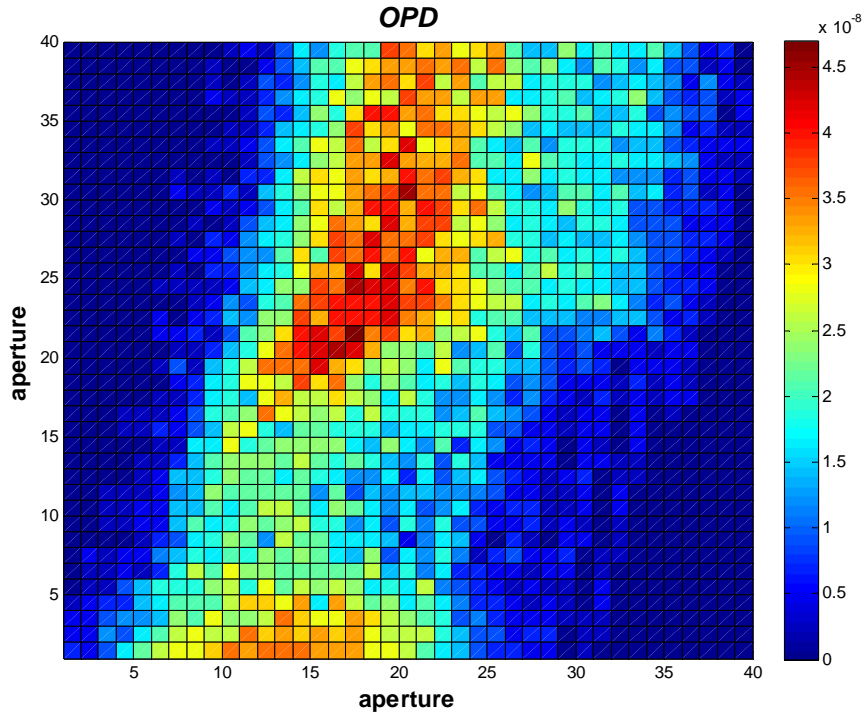
### 7.2.13 OPD για γωνίες $\theta = 30^\circ$ και $\varphi = 135^\circ$ , πραγματικές συνθήκες



Σχήμα 7.42 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

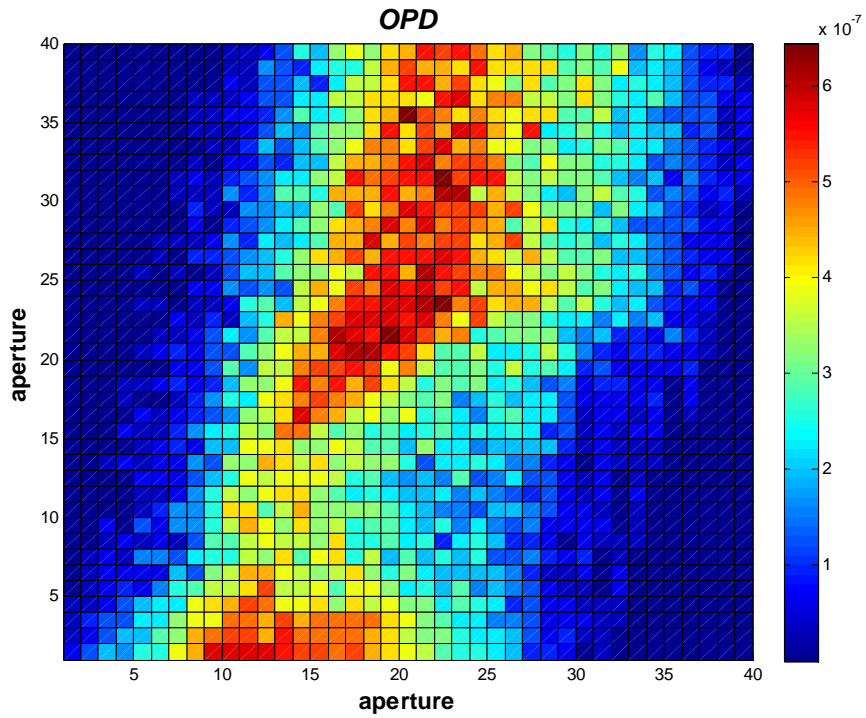


Σχήμα 7.43 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

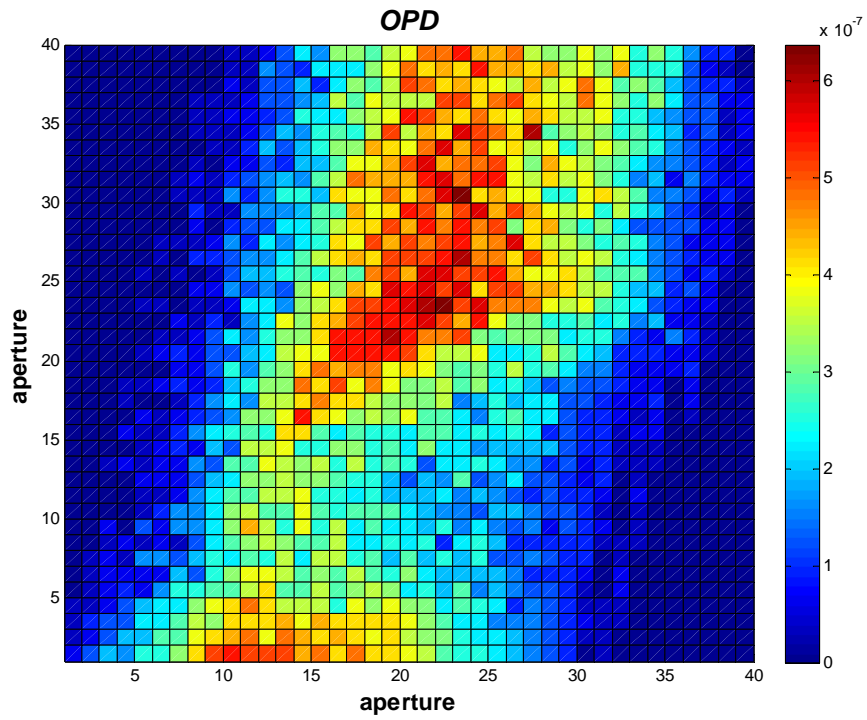


Σχήμα 7.44 : OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

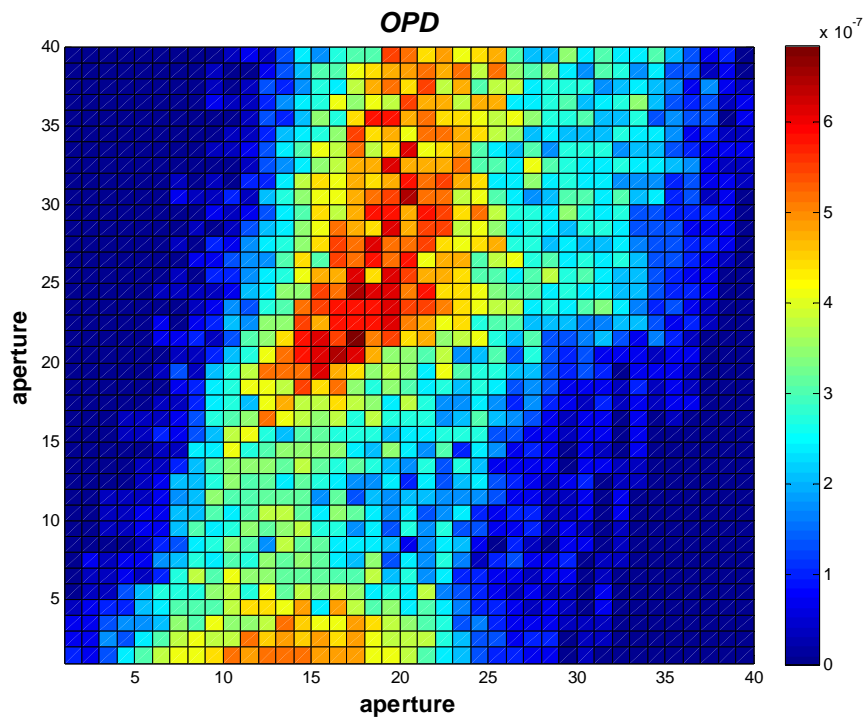
#### 7.2.14 OPD για γωνίες $\theta = 30^\circ$ και $\varphi = 135^\circ$ , συνθήκες STP



Σχήμα 7.45 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

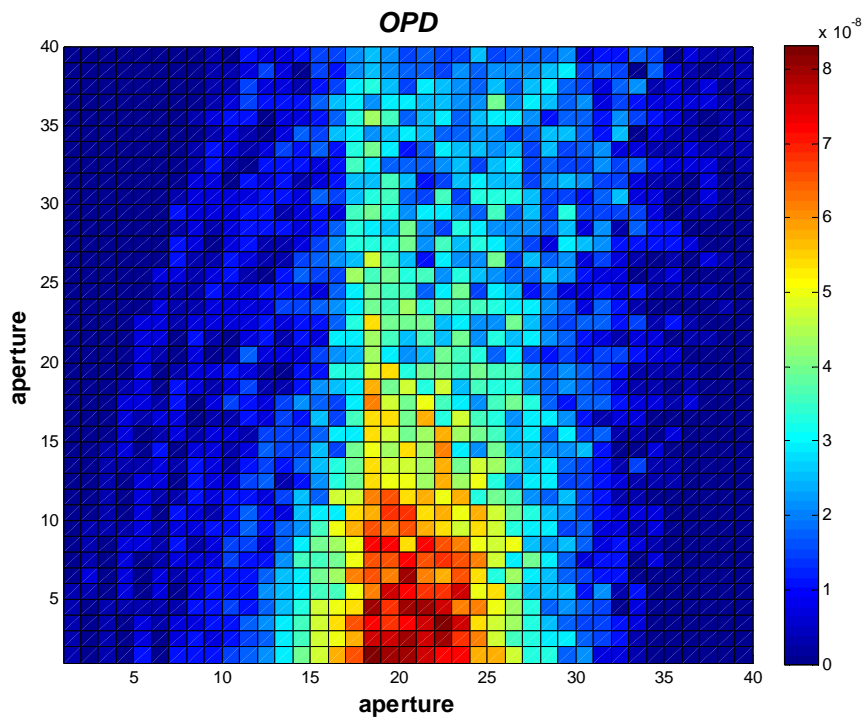


**Σχήμα 7.46 :** OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

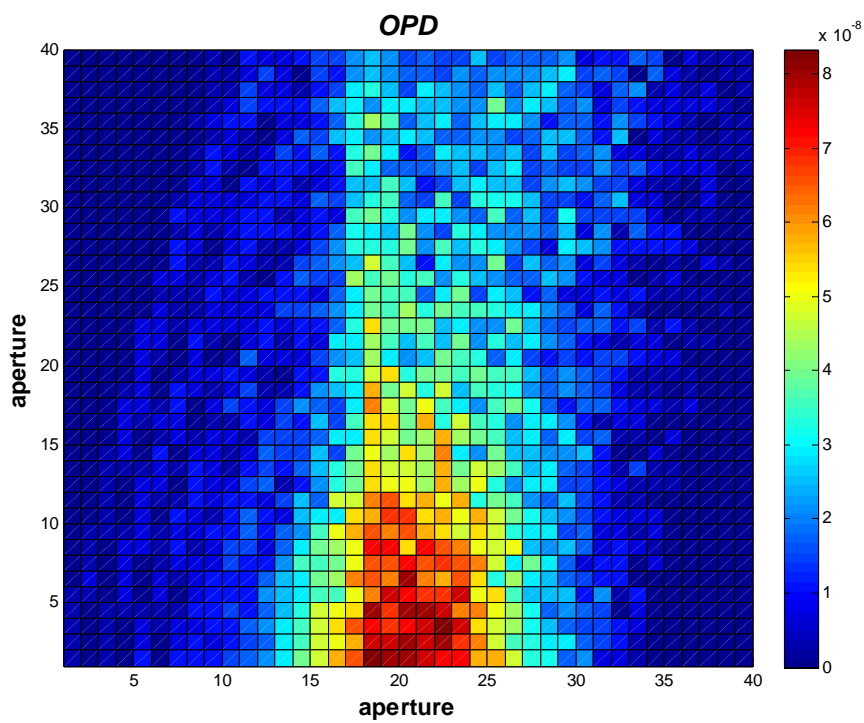


**Σχήμα 7.47 :** OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

### 7.2.15 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 0^\circ$ , πραγματικές συνθήκες

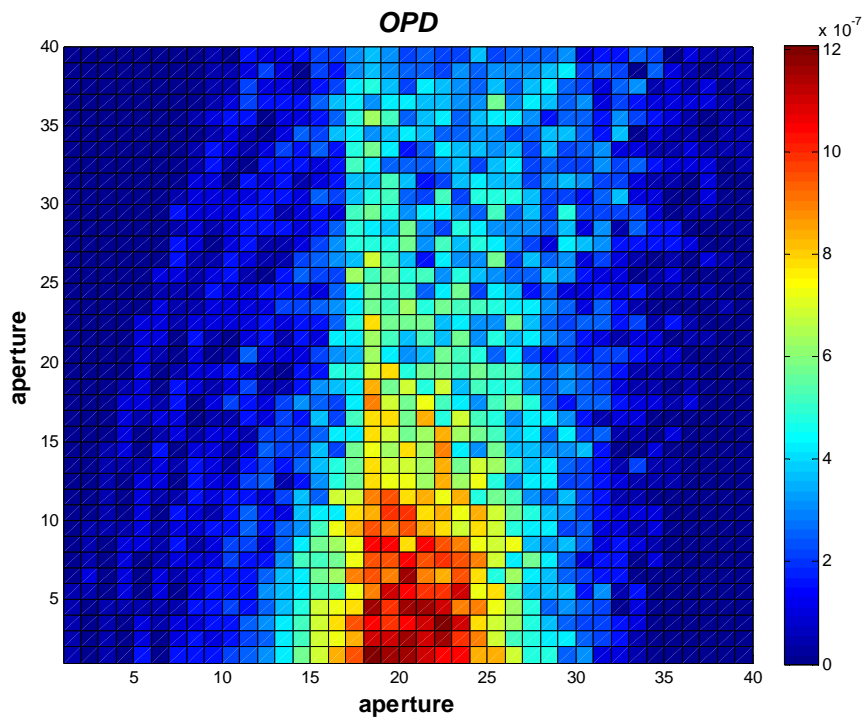


Σχήμα 7.48 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

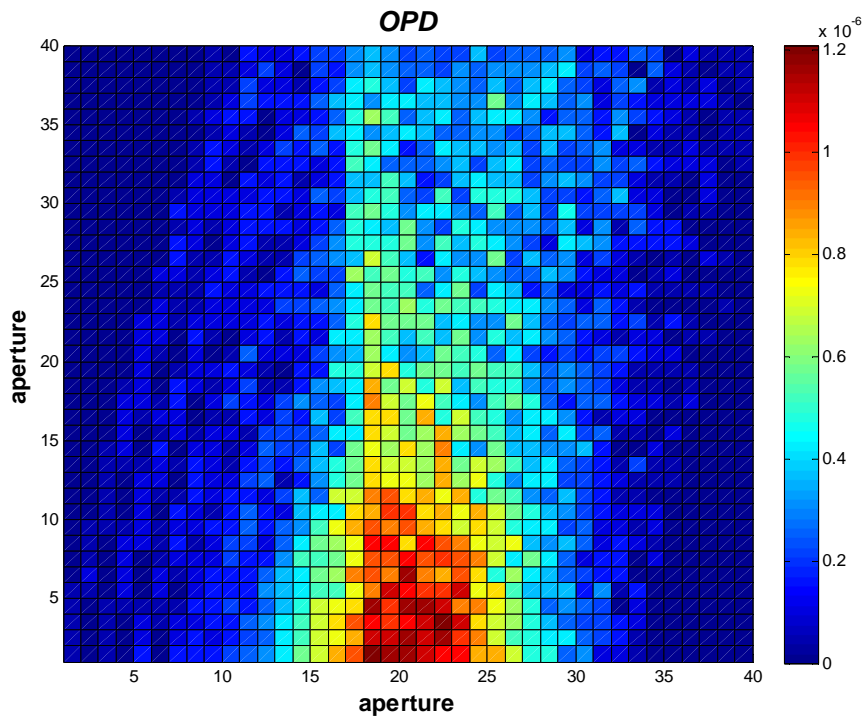


Σχήμα 7.49 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

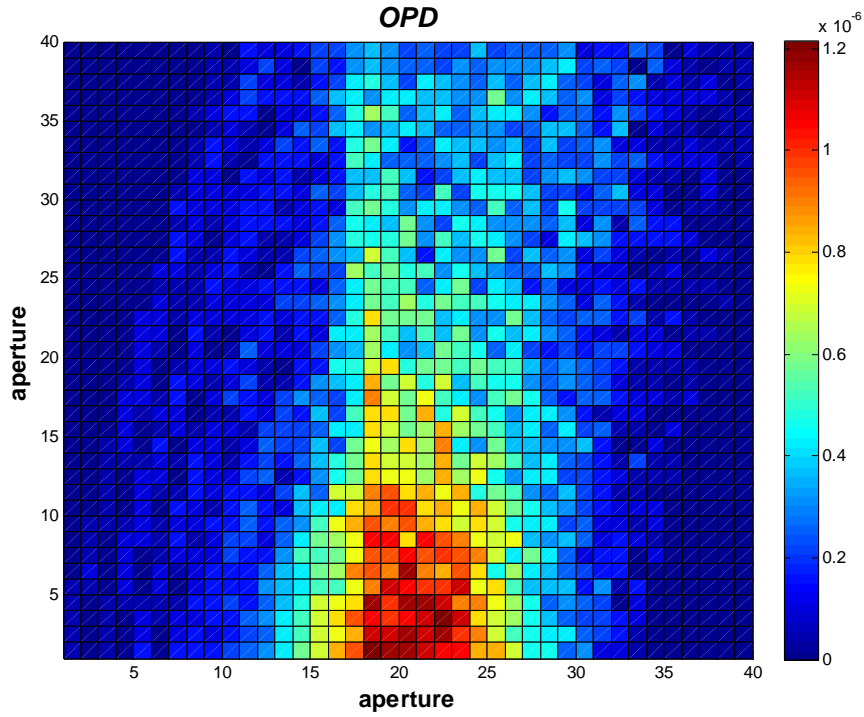
### 7.2.16 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 0^\circ$ και συνθήκες STP



Σχήμα 7.50 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

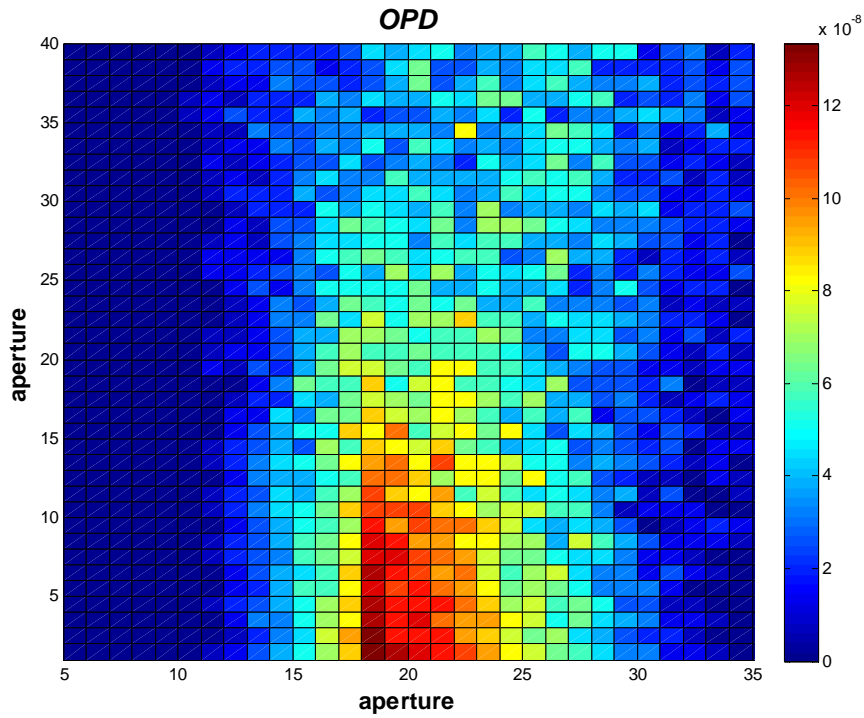


Σχήμα 7.51 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .



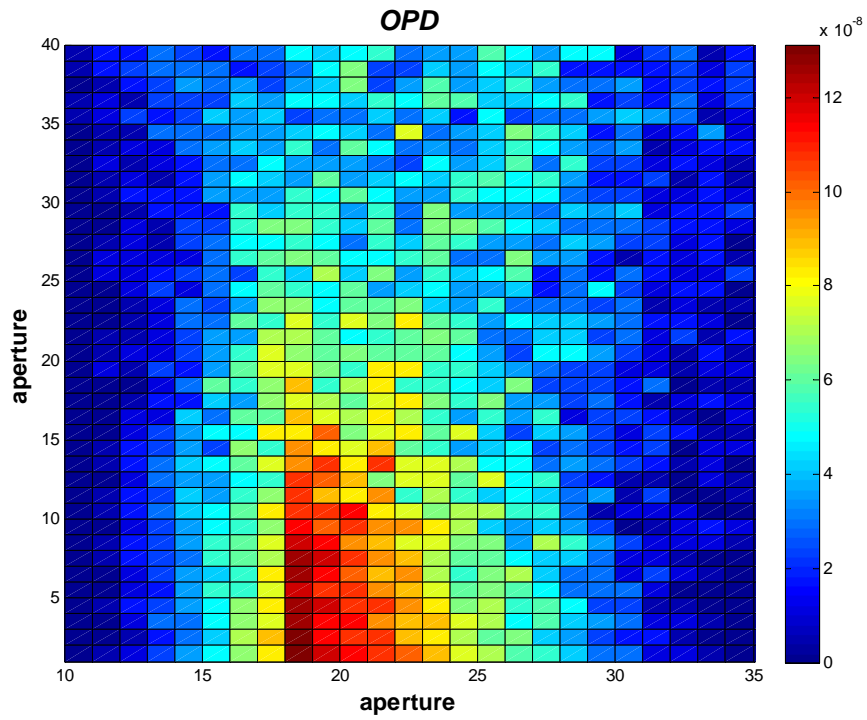
**Σχήμα 7.52 :** OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

### 7.2.17 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 45^\circ$ , πραγματικές συνθήκες

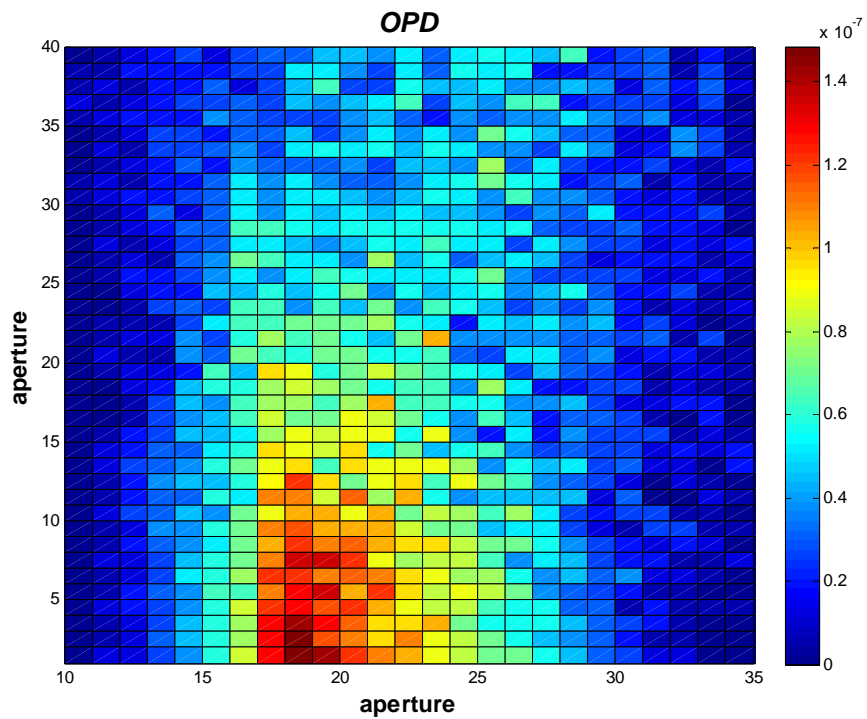


**Σχήμα 7.53 :** OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .



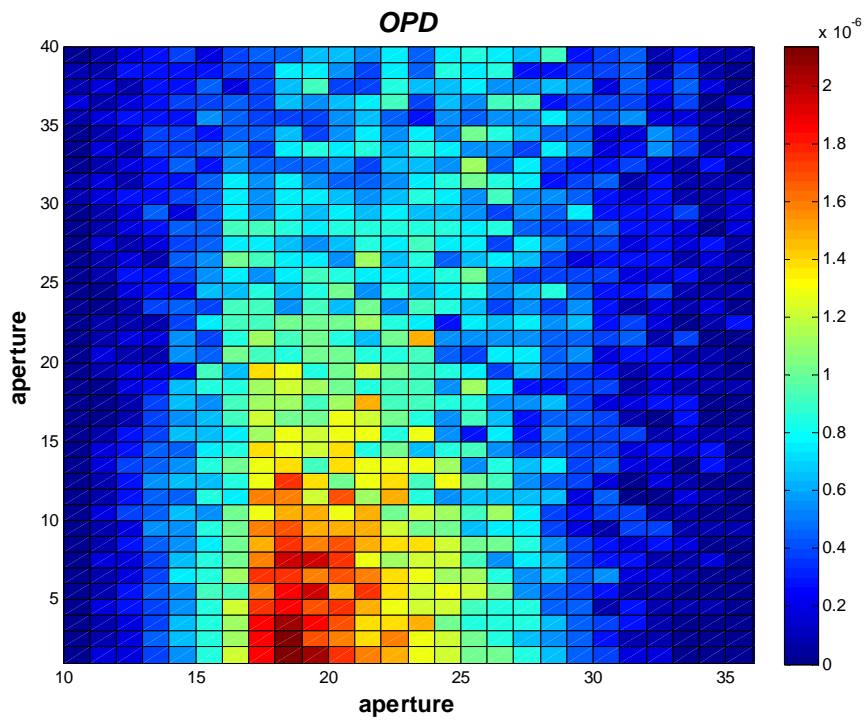


**Σχήμα 7.54 :** OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

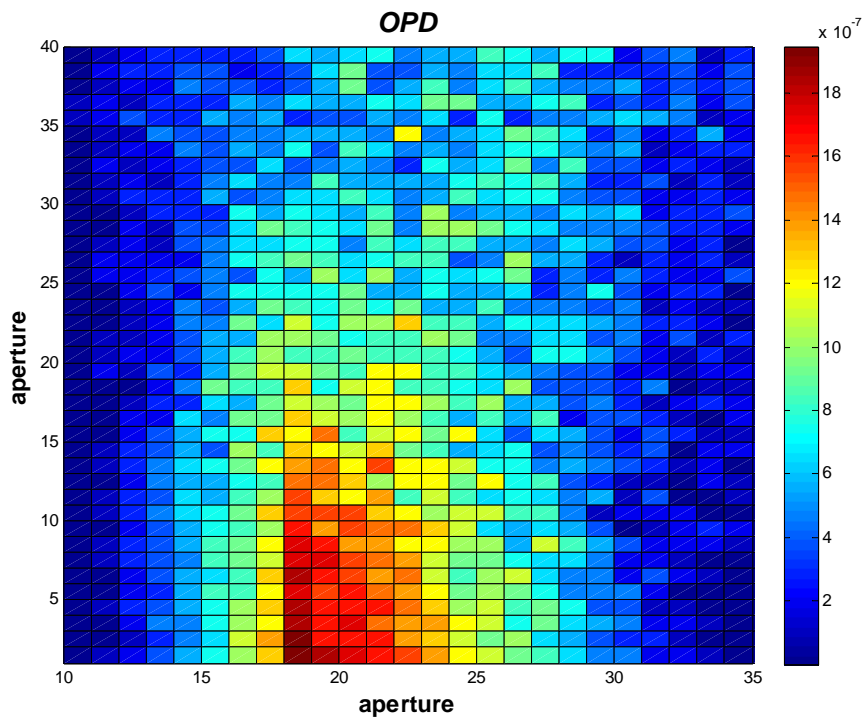


**Σχήμα 7.55 :** OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

### 7.2.18 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 45^\circ$ και συνθήκες STP

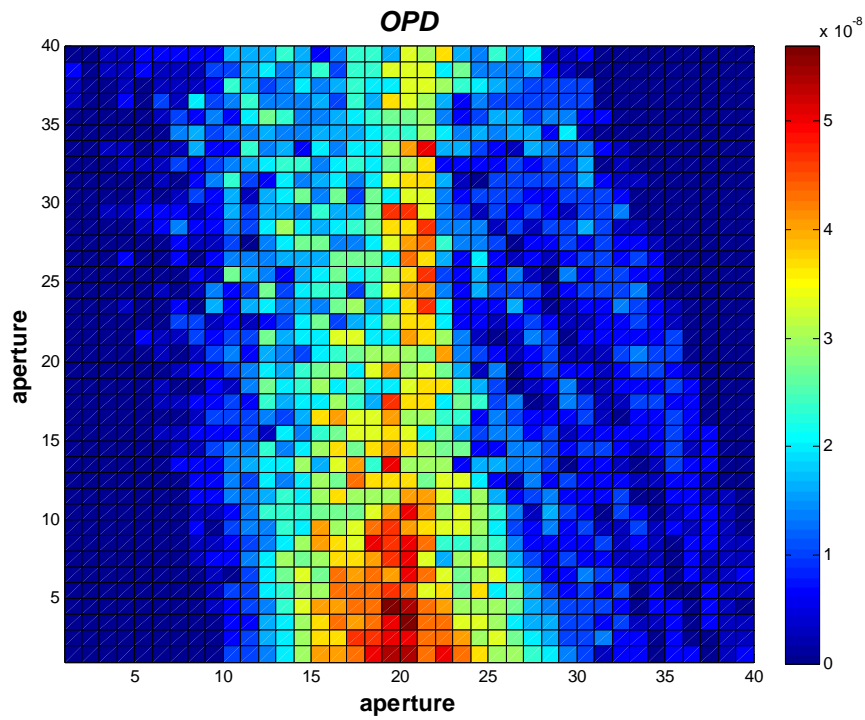


Σχήμα 7.56 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

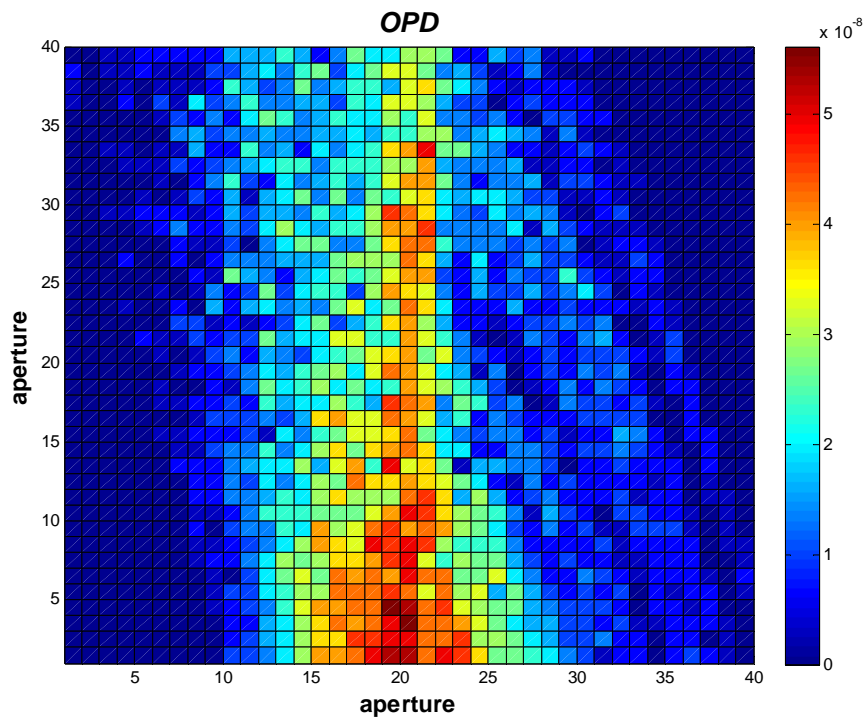


Σχήμα 7.57 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

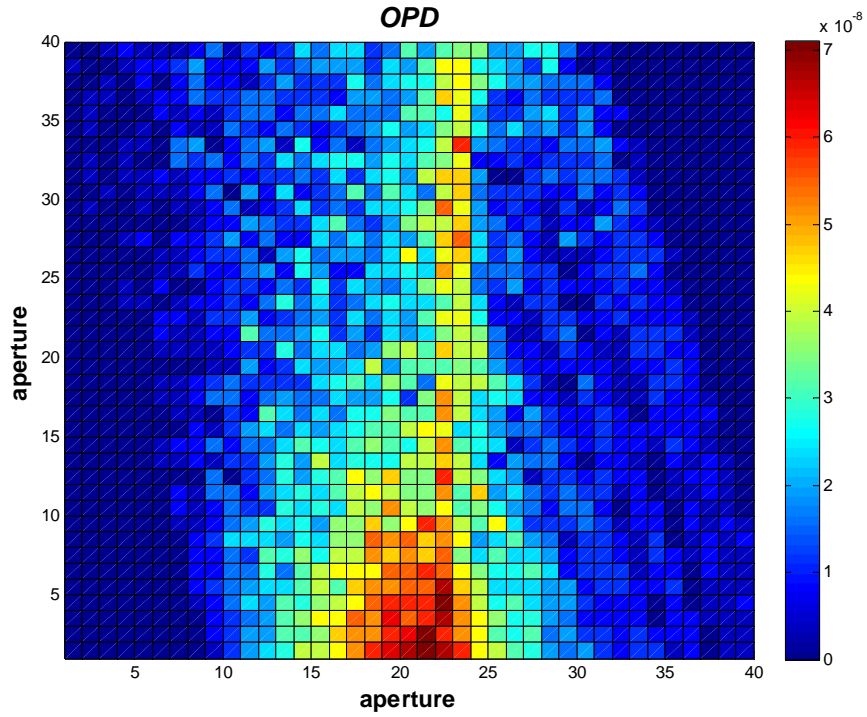
### 7.2.19 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 90^\circ$ , πραγματικές συνθήκες



Σχήμα 7.58 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

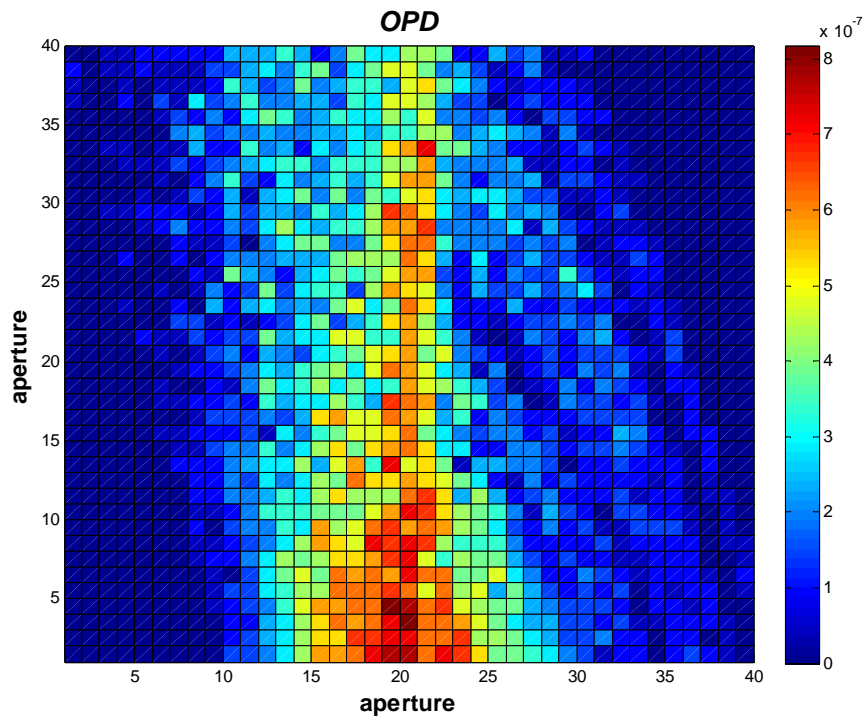


Σχήμα 7.59 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

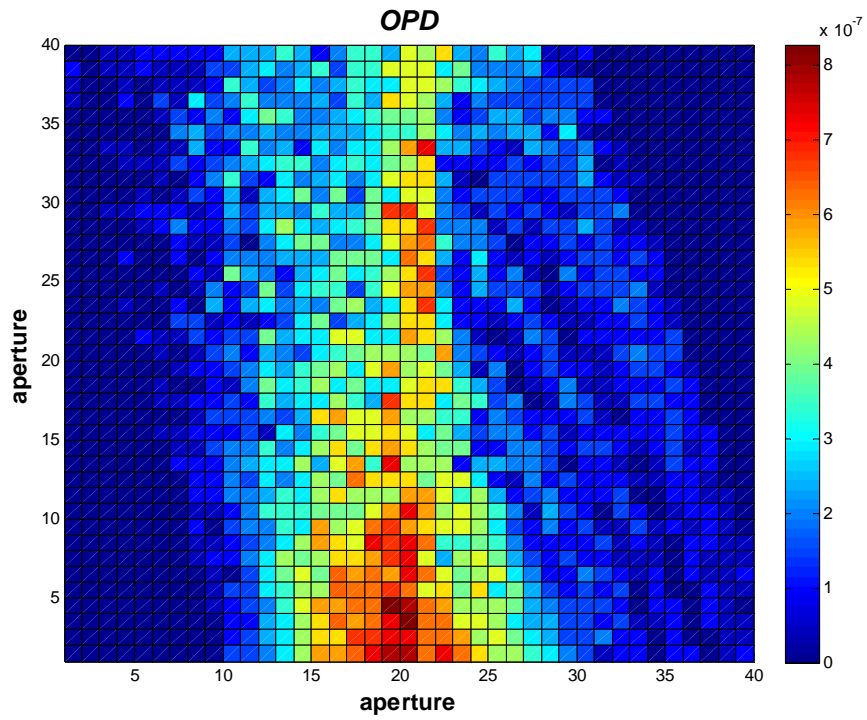


Σχήμα 7.60 : OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

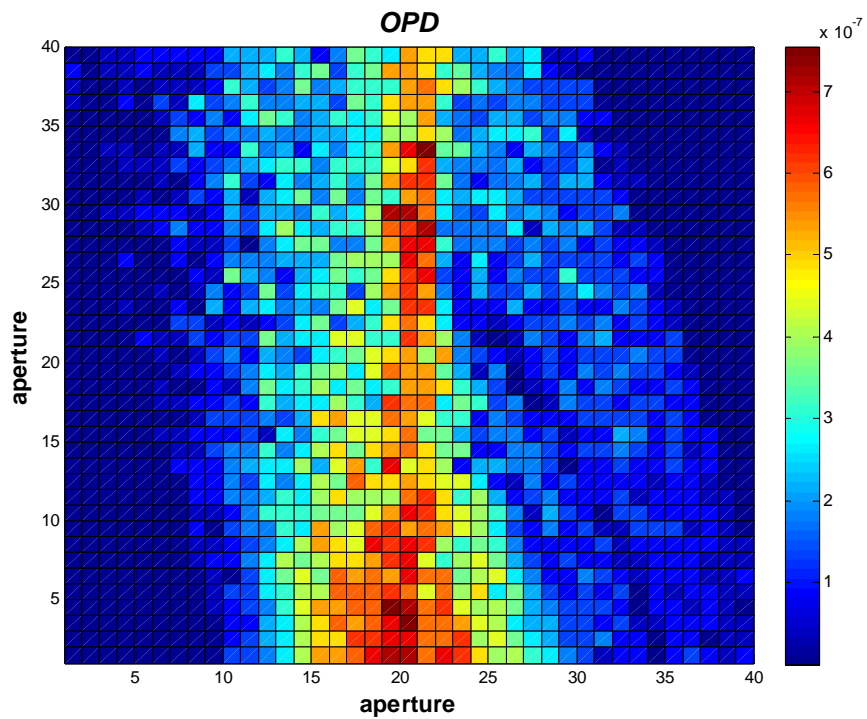
### 7.2.20 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 90^\circ$ , συνθήκες STP



Σχήμα 7.61 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

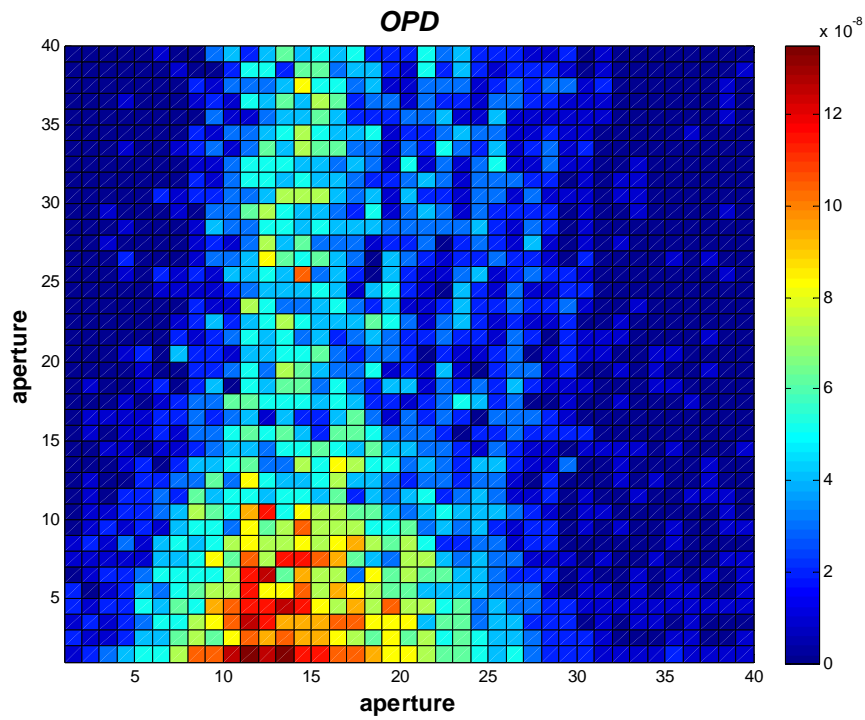


Σχήμα 7.62 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

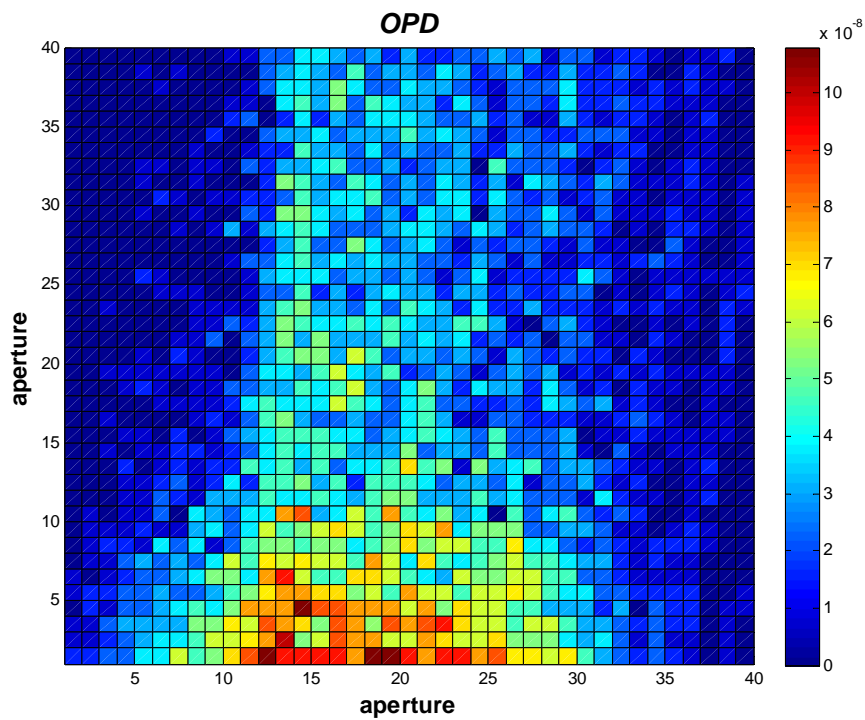


Σχήμα 7.63 : OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

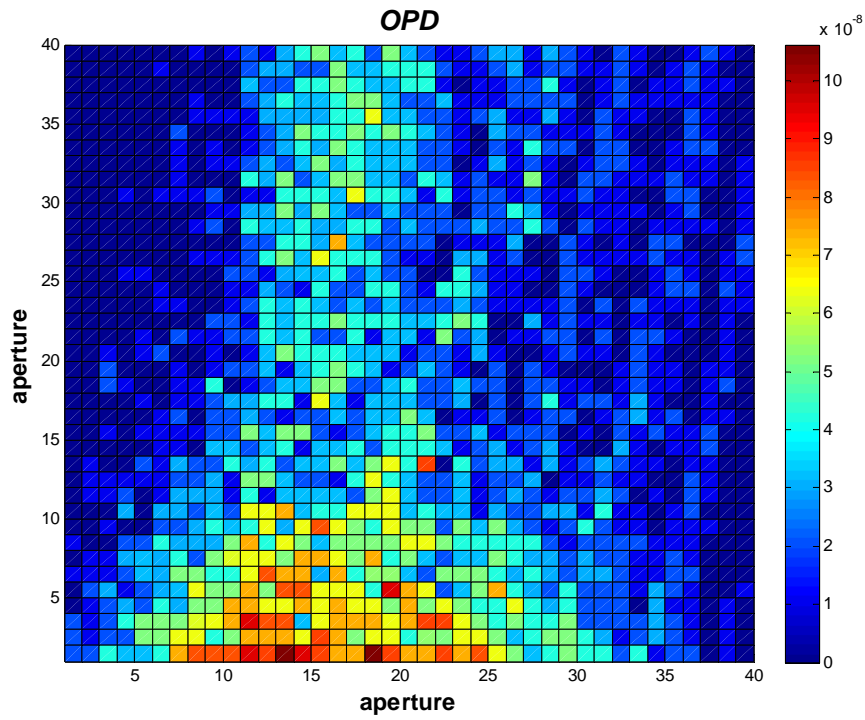
### 7.2.21 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 135^\circ$ , πραγματικές συνθήκες



Σχήμα 7.64 : OPD για 19.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

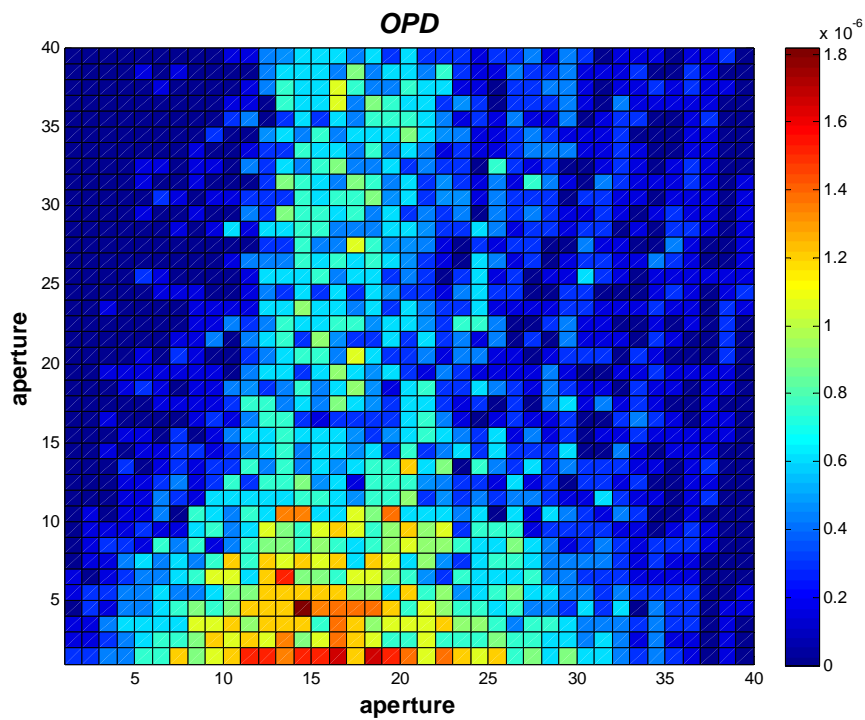


Σχήμα 7.65 : OPD για 37.5 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

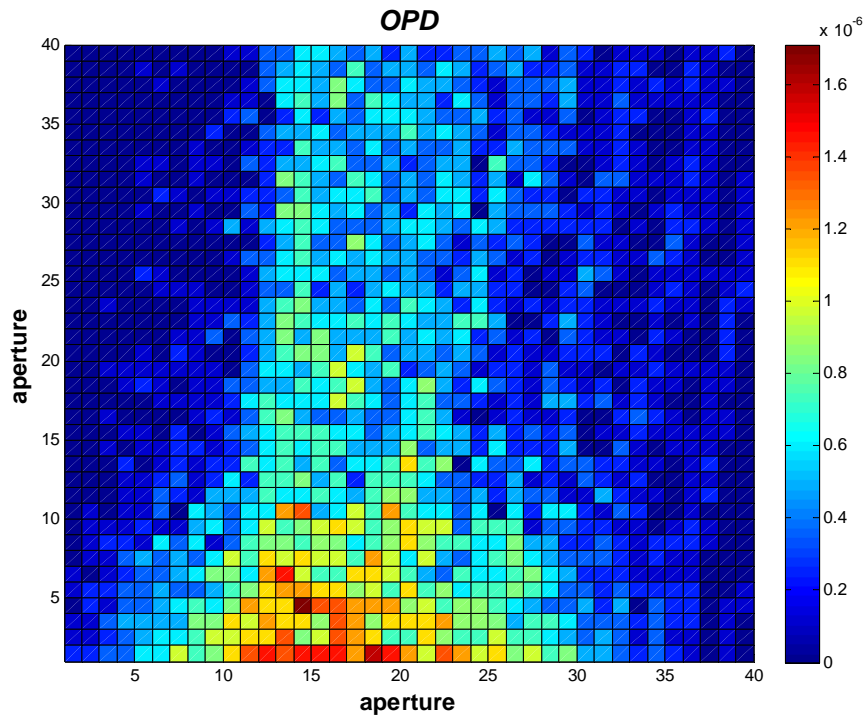


Σχήμα 7.66 : OPD για 54 m/s, πραγματικές συνθήκες,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

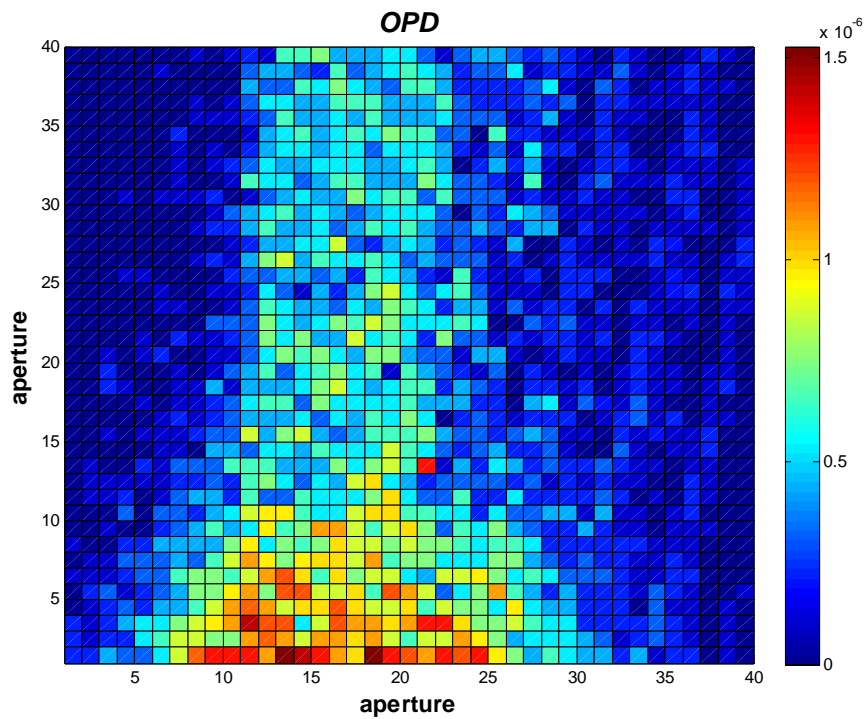
### 7.2.22 OPD για γωνίες $\theta = 60^\circ$ και $\varphi = 90^\circ$ , συνθήκες STP



Σχήμα 7.67 : OPD για 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .



Σχήμα 7.68 : OPD για 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .



Σχήμα 7.69 : OPD για 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

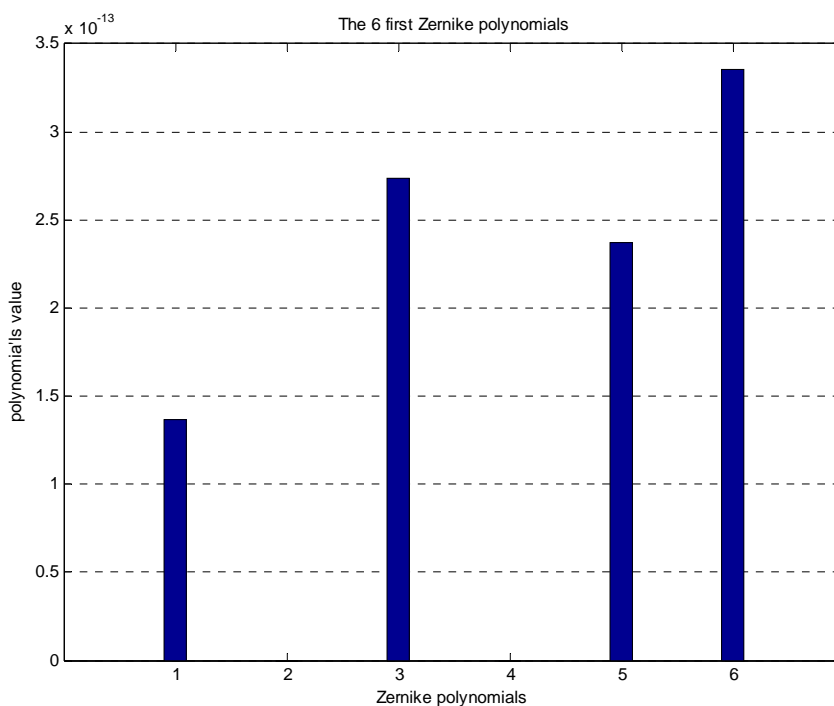


## 7.3 Πολυώνυμα Zernike

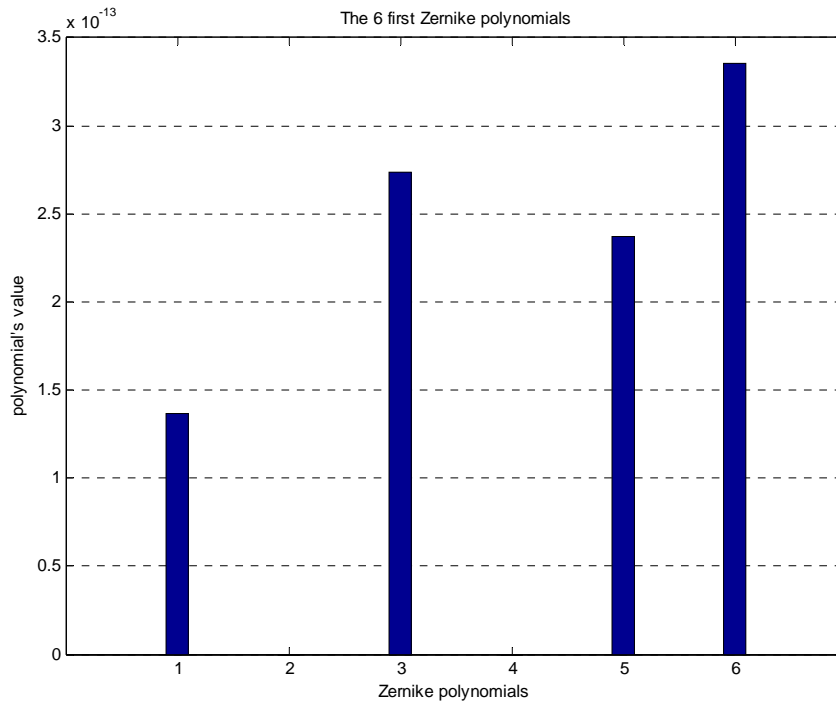
Στην παράγραφο αυτή θα ασχοληθούμε με τα πολυώνυμα Zernike για κάθε μια από τις προηγούμενες περιπτώσεις γωνιών, των οποίων είδαμε το Optical Path Difference. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, με τα πολυώνυμα Zernike μπορούμε να εκφράσουμε το μέτωπο κύματος σε μορφή πολυωνύμου, και για το λόγο αυτό τα χρησιμοποιούμε στην παρούσα παράγραφο. Ιδιαίτερα μας ενδιαφέρουν το δεύτερο και τρίτο πολυώνυμο Zernike, τα οποία είναι το y-tilt και x-tilt αντίστοιχα.

Έχοντας υπόψιν τον ορισμό των γωνιών  $\theta$  και  $\varphi$  που αναφέραμε στην παράγραφο 7.2 για μηδενικές γωνίες  $\theta$  και  $\varphi$  τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike, για κάθε περίπτωση ταχύτητας και συνθηκών φαίνονται στα ακόλουθα σχήματα :

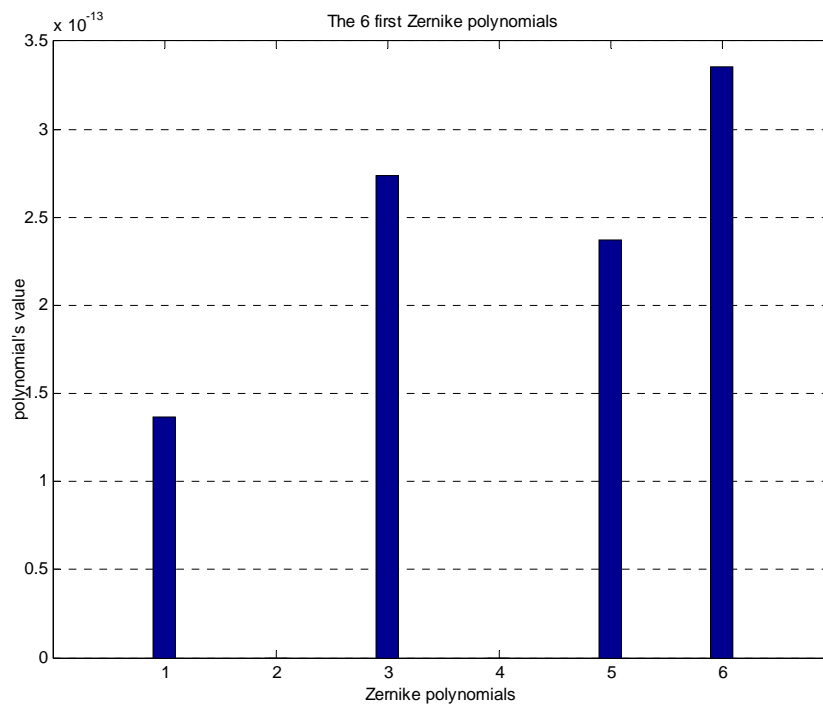
### 7.3.1 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $0^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$



Σχήμα 7.70 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

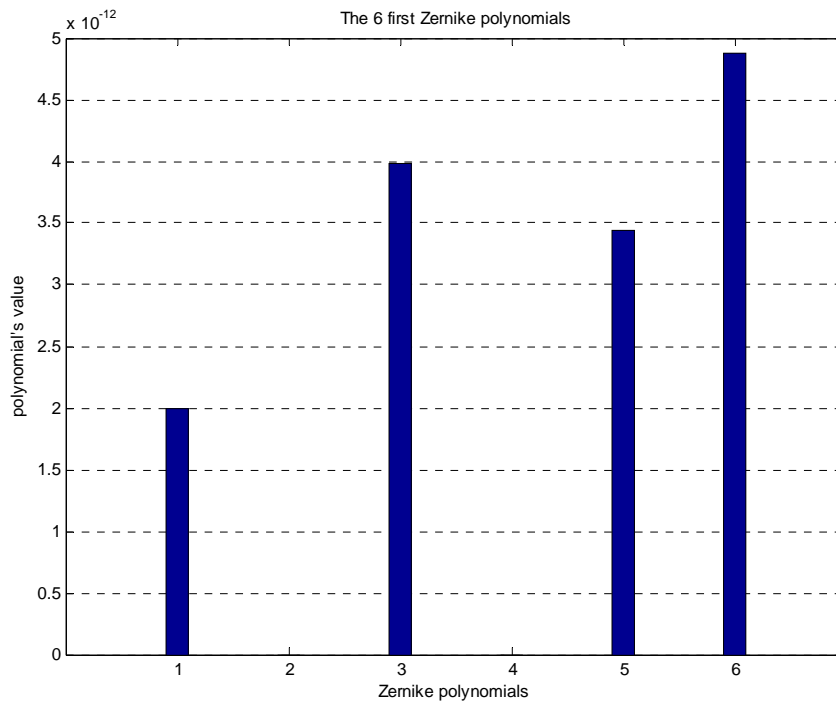


Σχήμα 7.71 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ$ .

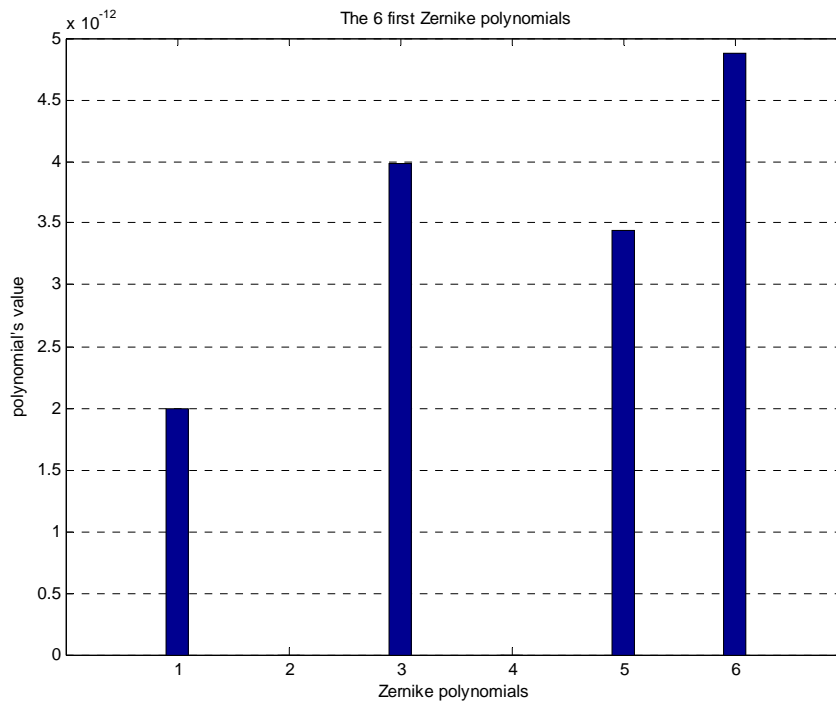


Σχήμα 7.72 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ$ .

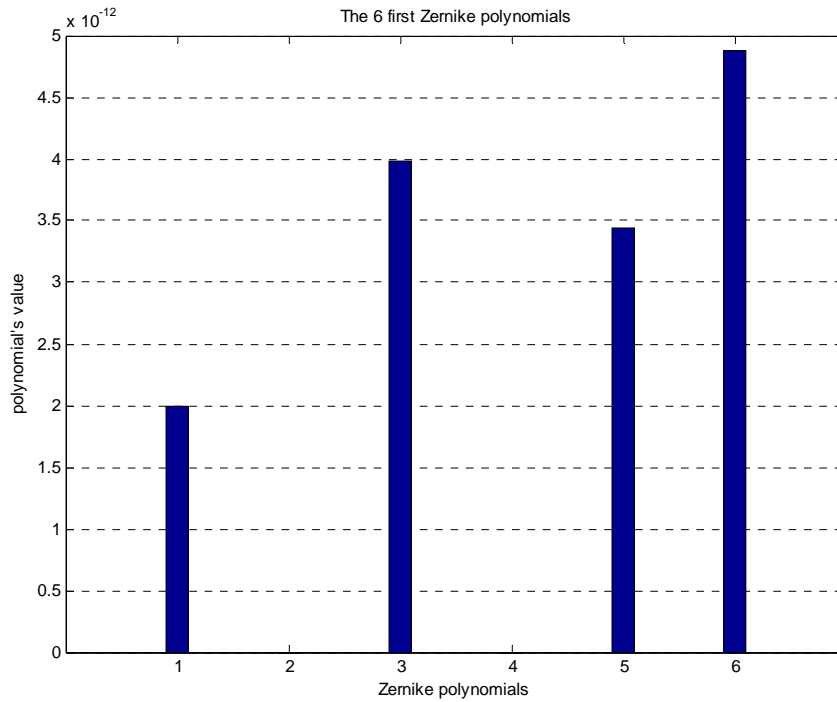
### 7.3.2 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $0^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$



Σχήμα 7.73 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ$ .

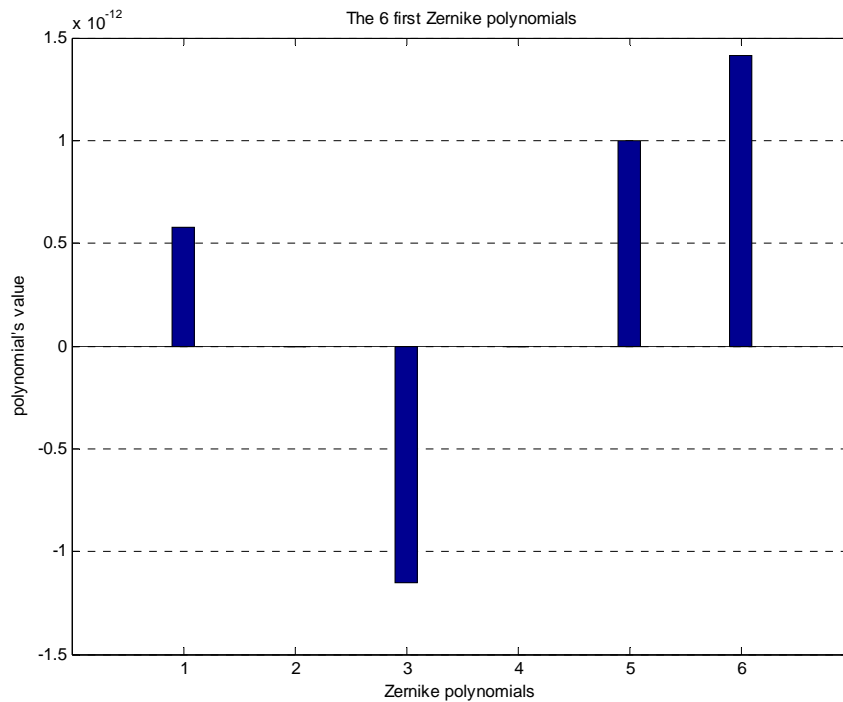


Σχήμα 7.74 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ$ .

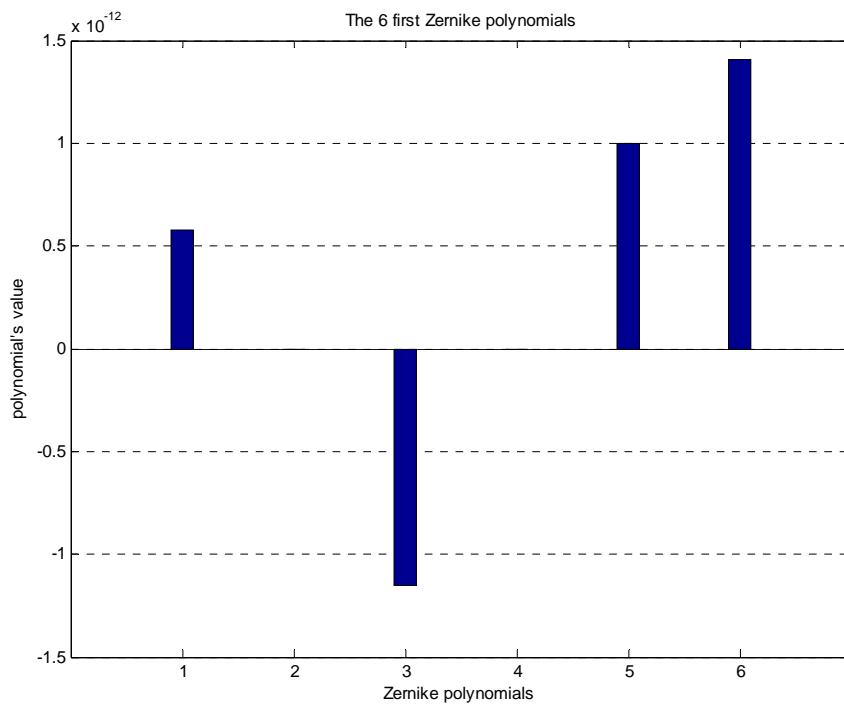


Σχήμα 7.75 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ$ .

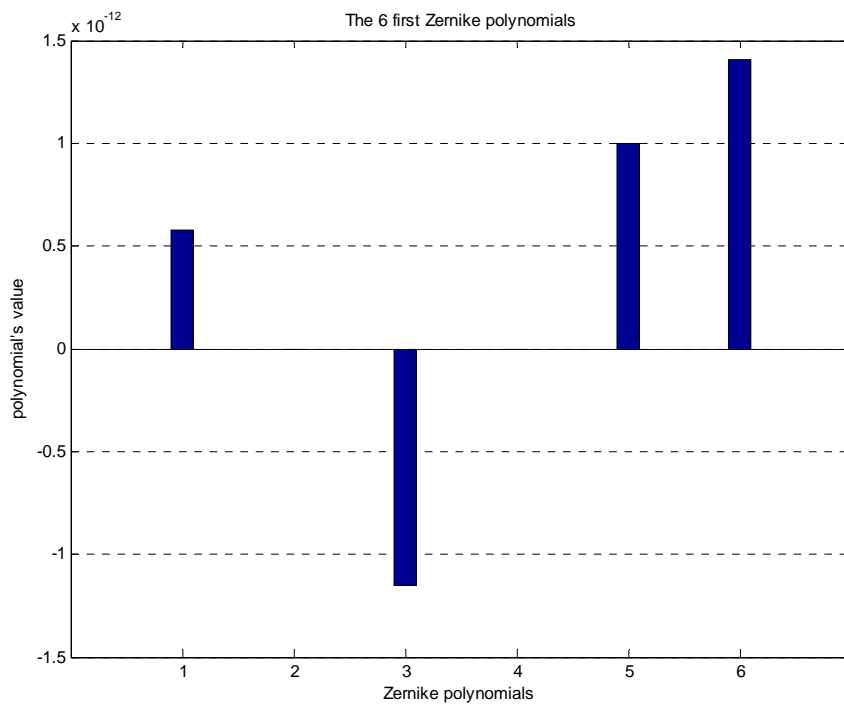
### 7.3.3 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $0^\circ$ , $\varphi$ ίση με $180^\circ$



Σχήμα 7.76 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=0^\circ, \varphi=180^\circ$ .

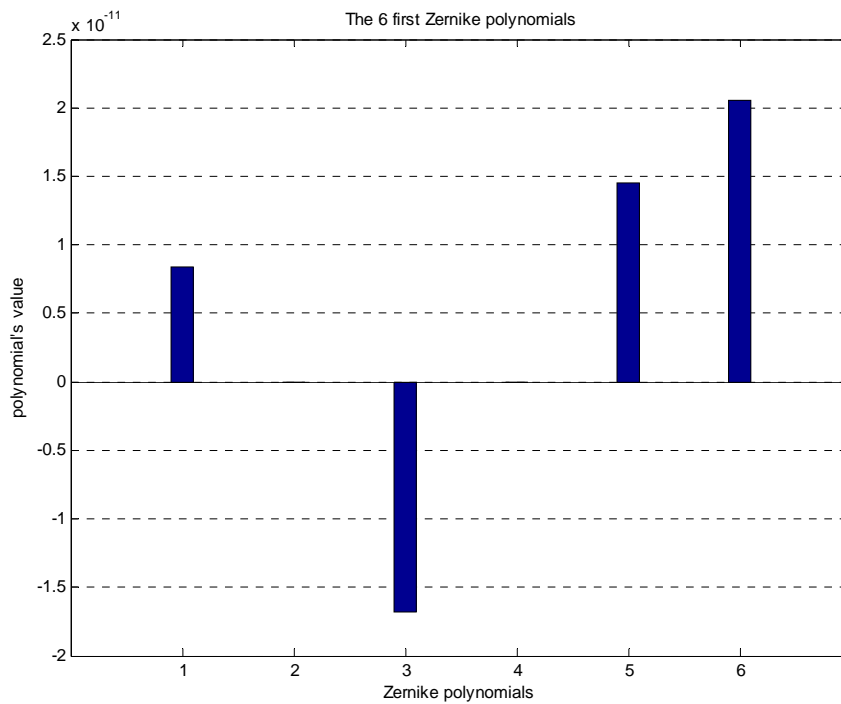


**Σχήμα 7.77** : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=0^\circ, \varphi=180^\circ$ .

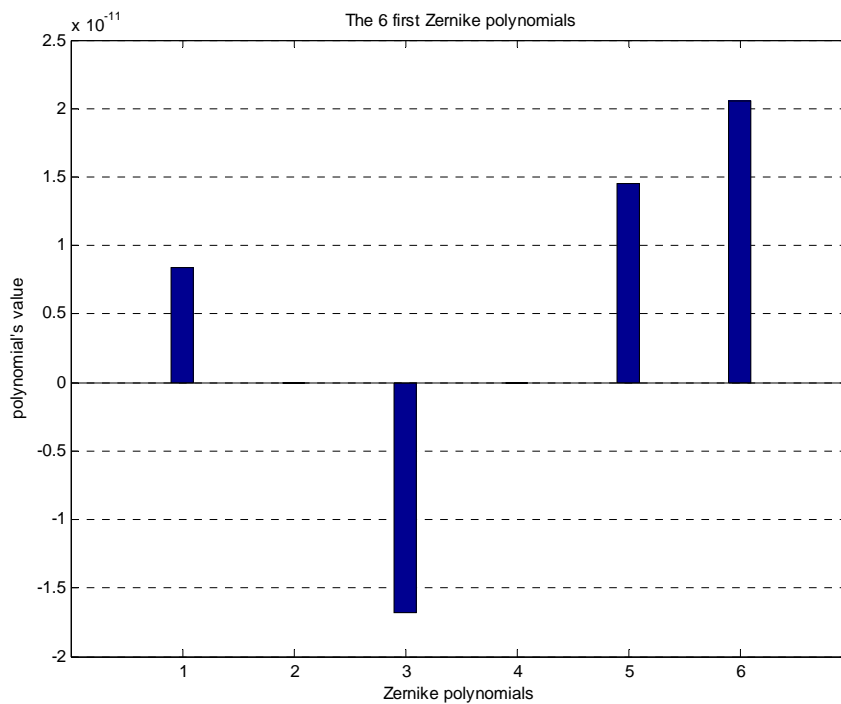


**Σχήμα 7.78** : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=0^\circ, \varphi=180^\circ$ .

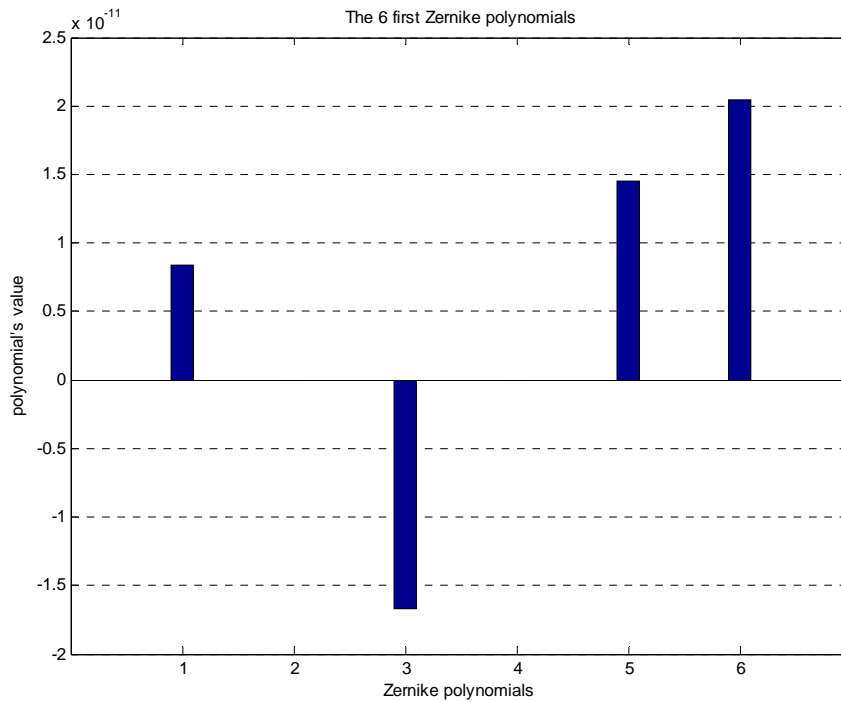
**7.3.4 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες  $\theta$  ίση με  $0^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $180^\circ$**



**Σχήμα 7.79 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ, \varphi=180^\circ$ .

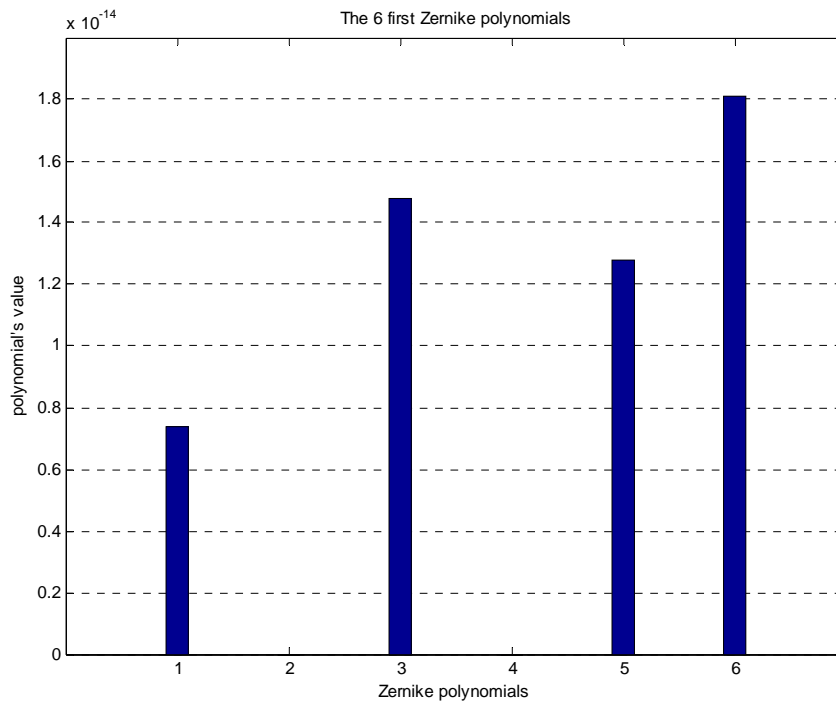


**Σχήμα 7.80 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ, \varphi=180^\circ$ .

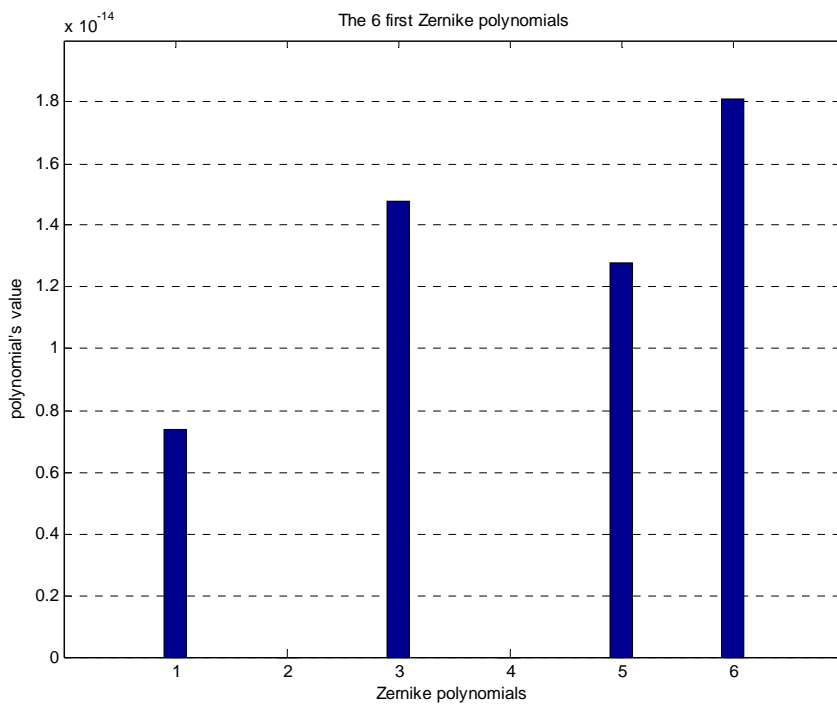


Σχήμα 7.81 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=0^\circ, \varphi=180^\circ$ .

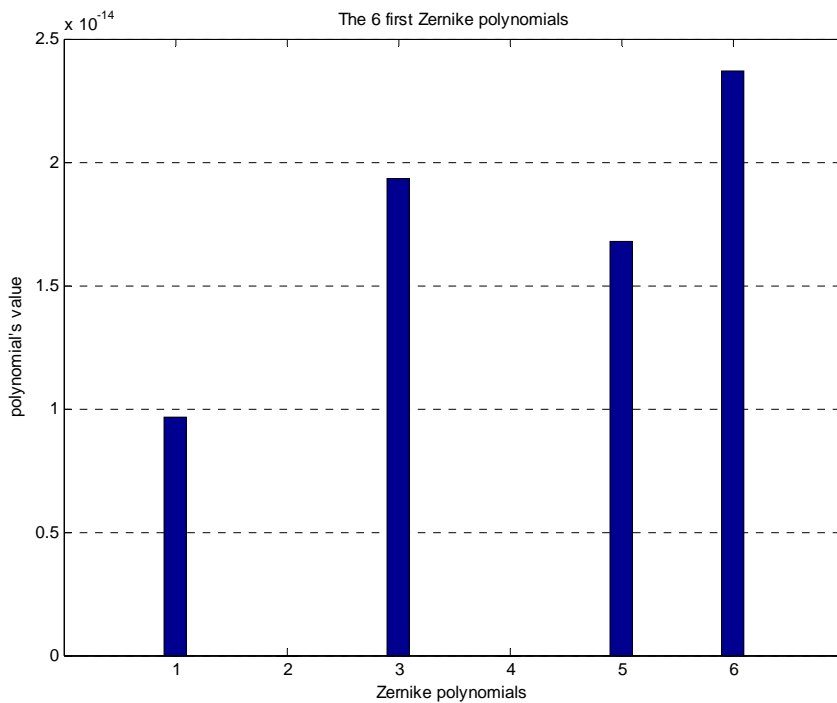
### 7.3.5 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $-90^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$



Σχήμα 7.82 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=-90^\circ, \varphi=0^\circ$ .



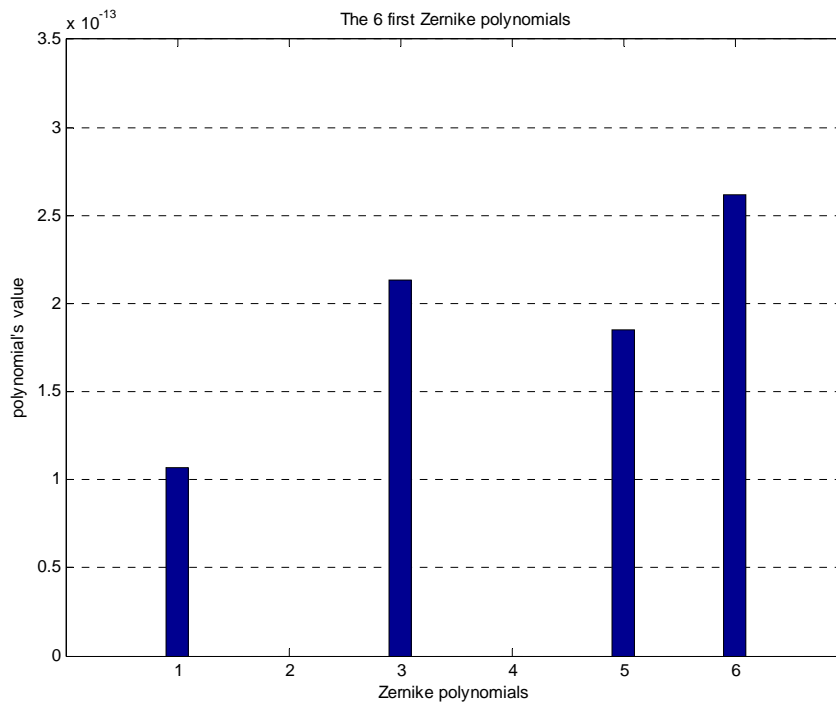
**Σχήμα 7.83 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=-90^\circ, \varphi=0^\circ$ .



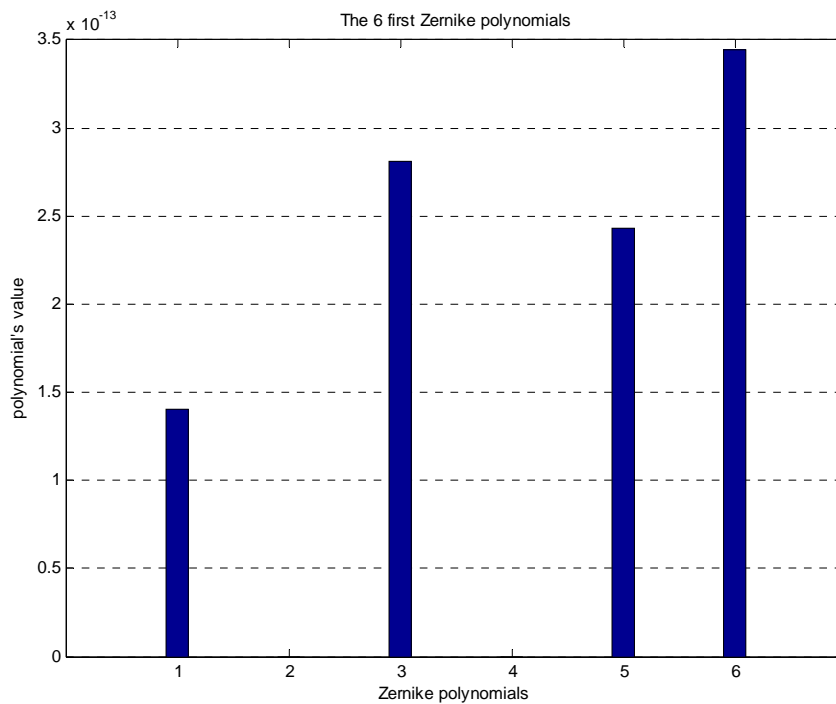
**Σχήμα 7.84 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=-90^\circ, \varphi=0^\circ$ .



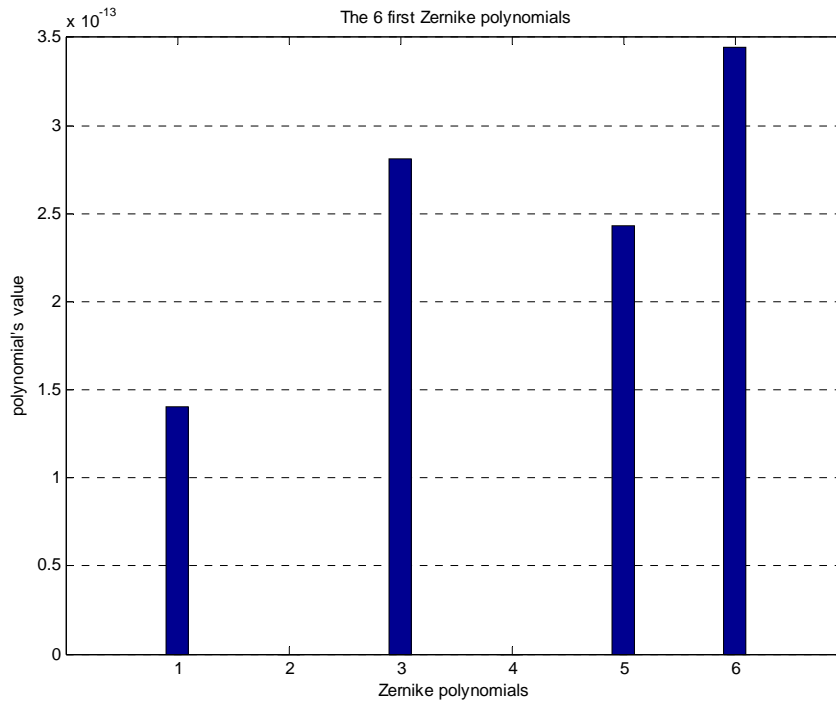
### 7.3.6 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $-90^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$



Σχήμα 7.85 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=-90^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

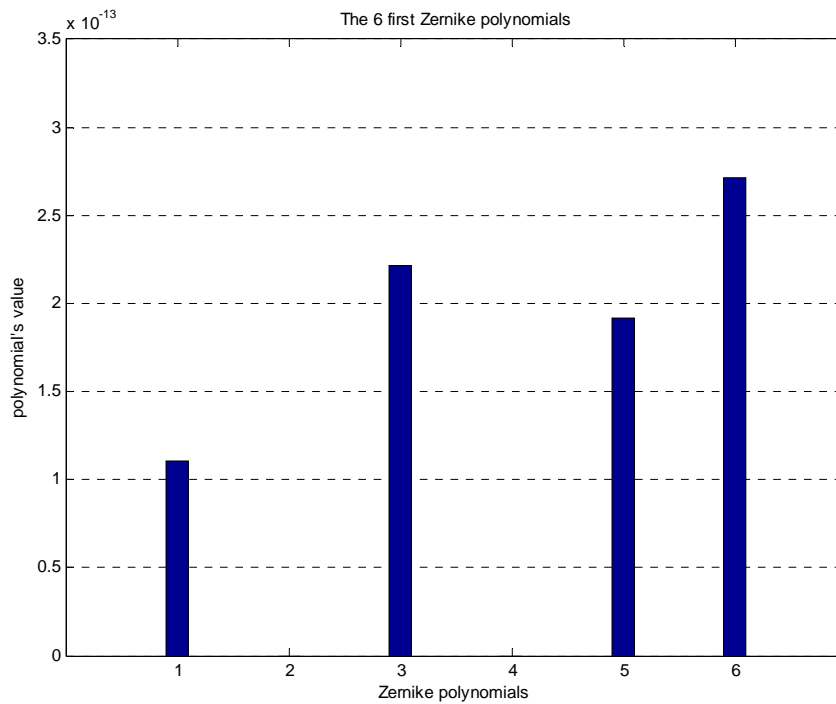


Σχήμα 7.86 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=-90^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

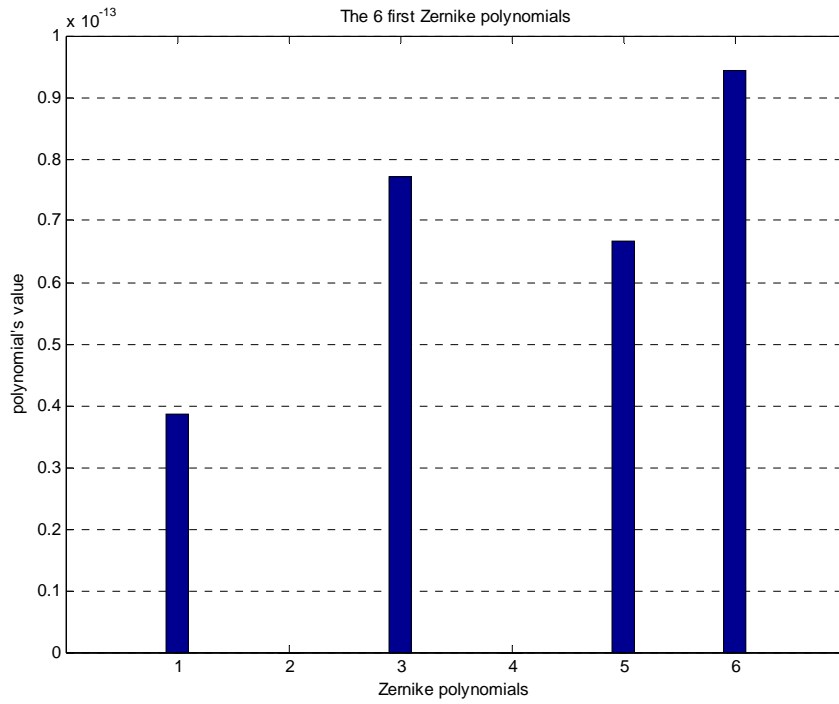


Σχήμα 7.87 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=-90^\circ, \varphi=0^\circ$ .

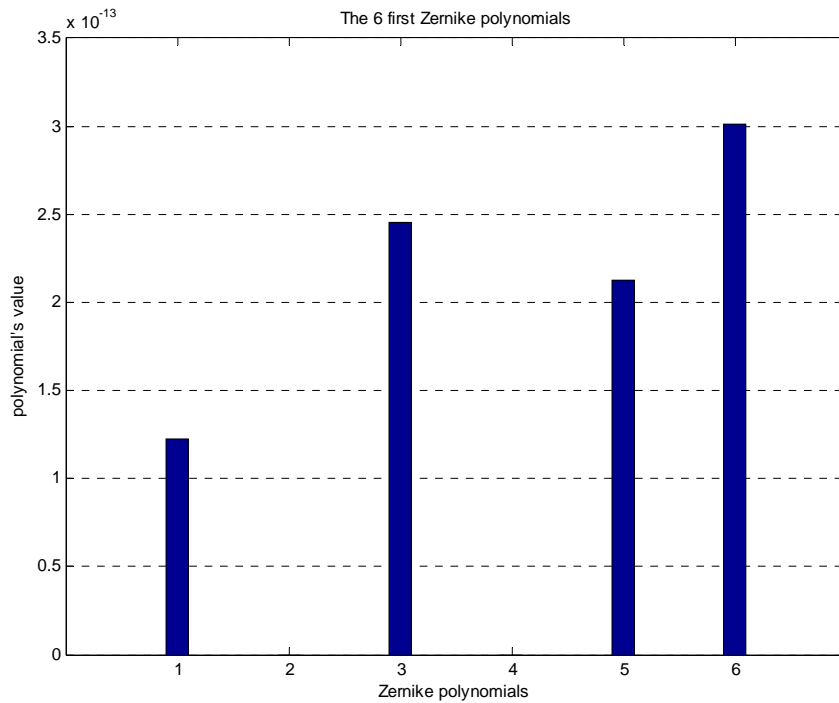
### 7.3.7 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$



Σχήμα 7.88 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ, \varphi=0^\circ$ .

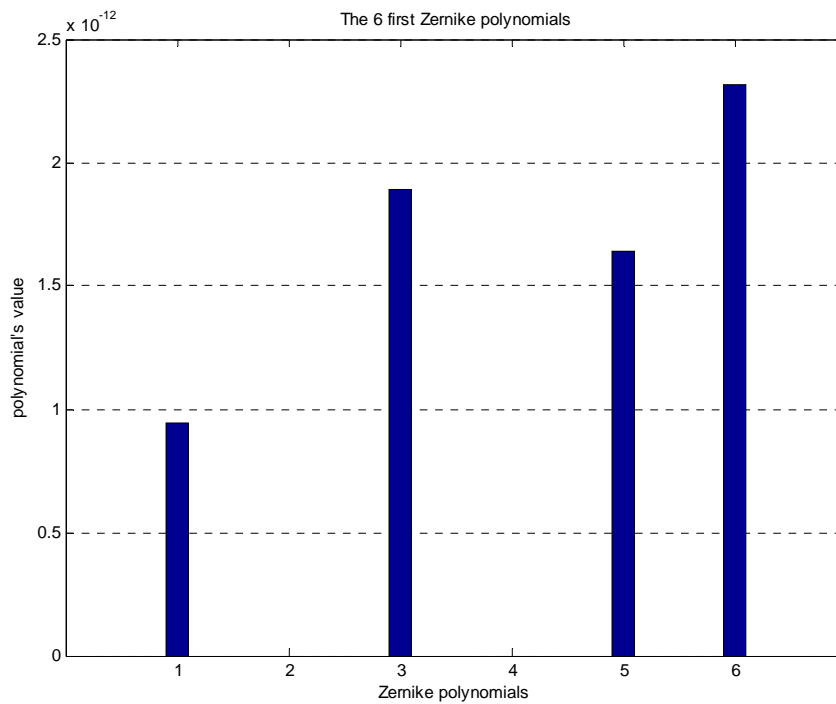


Σχήμα 7.89 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

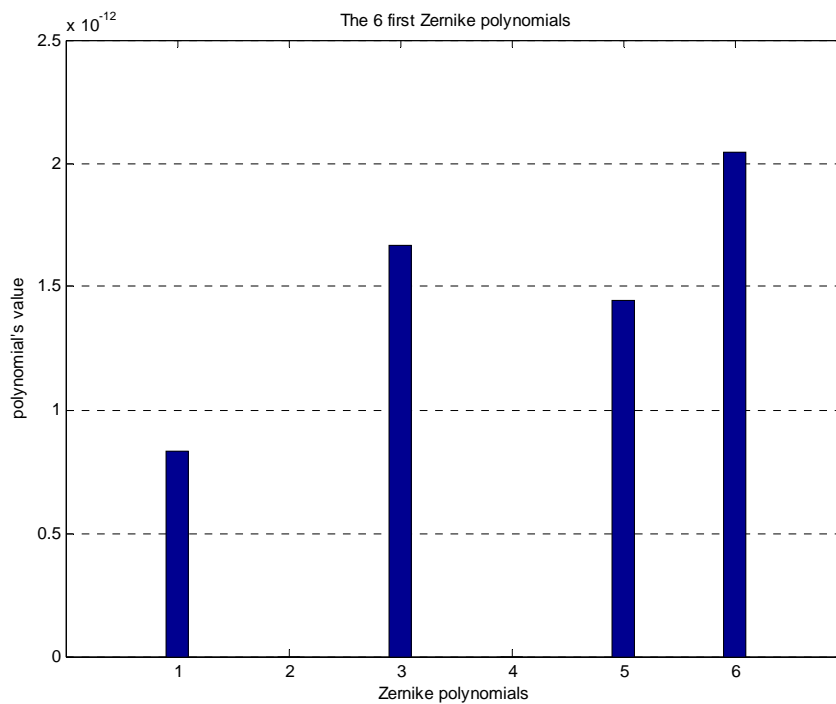


Σχήμα 7.90 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

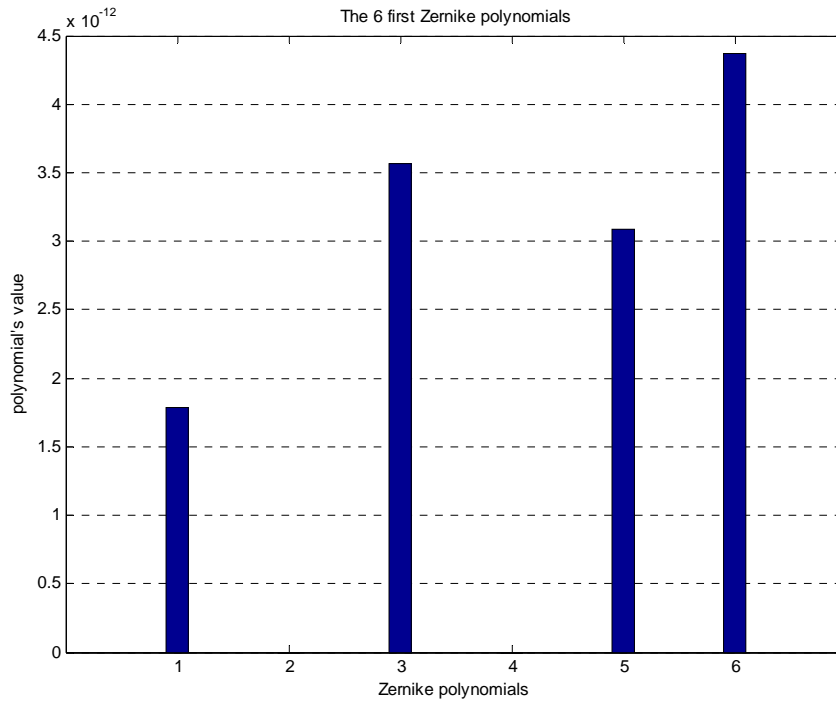
### 7.3.8 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$



Σχήμα 7.91 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

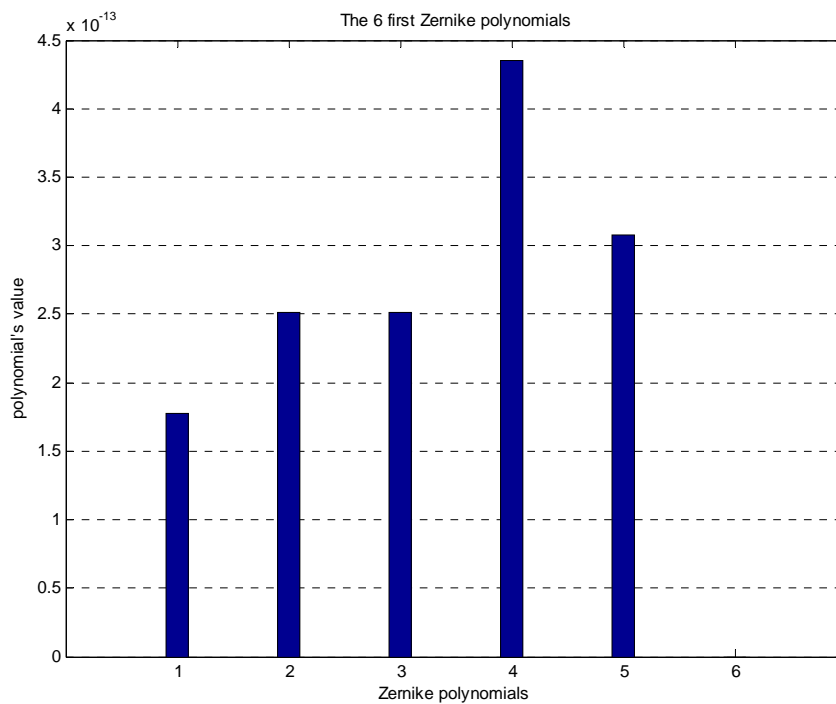


Σχήμα 7.92 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

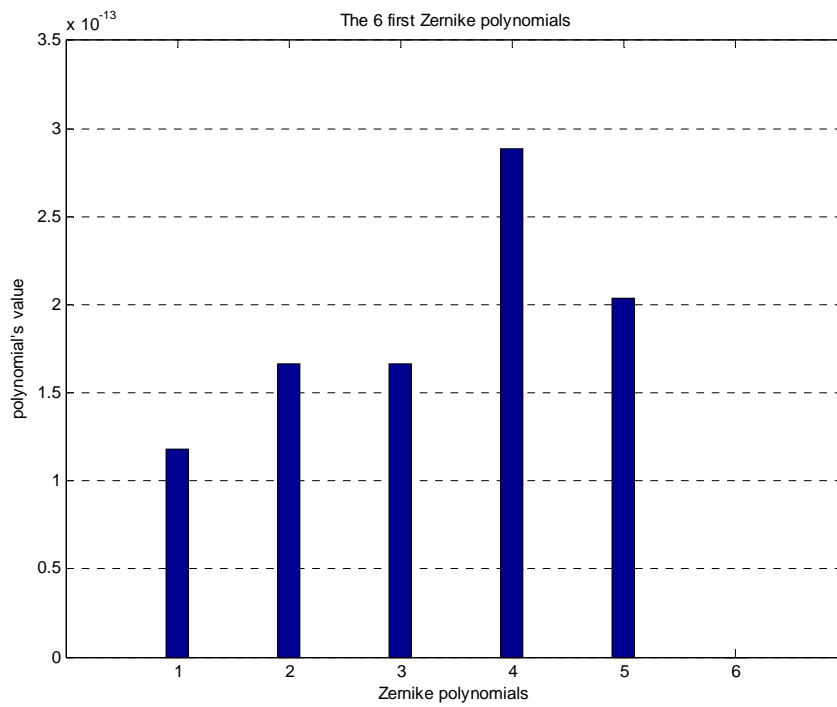


Σχήμα 7.93 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ .

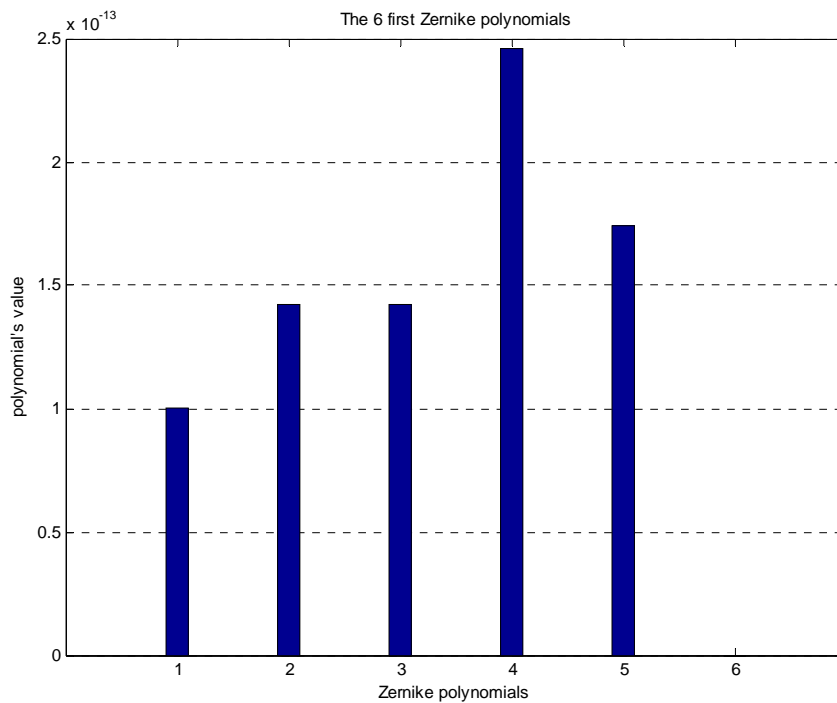
### 7.3.9 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $45^\circ$



Σχήμα 7.94 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

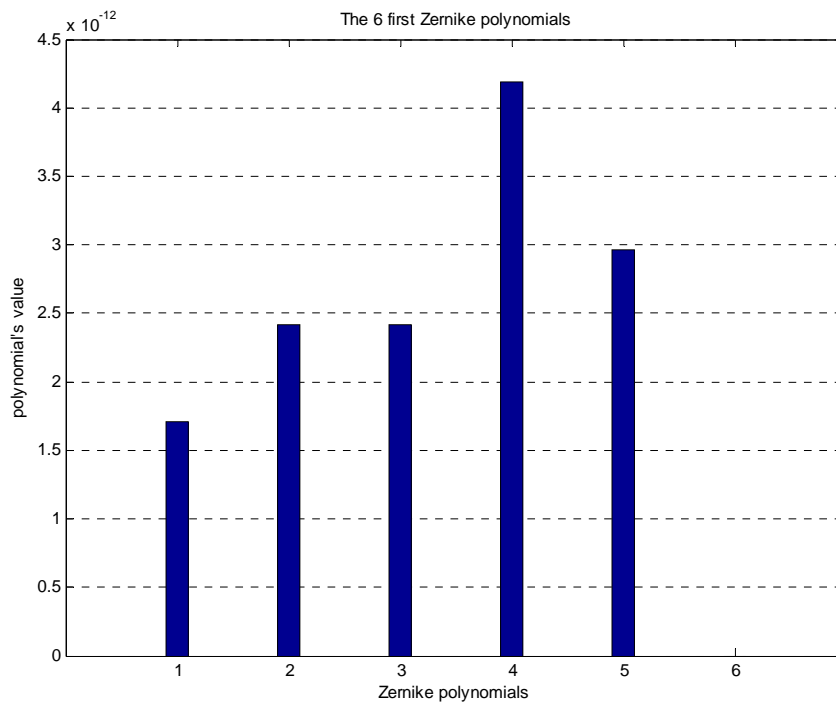


**Σχήμα 7.95 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

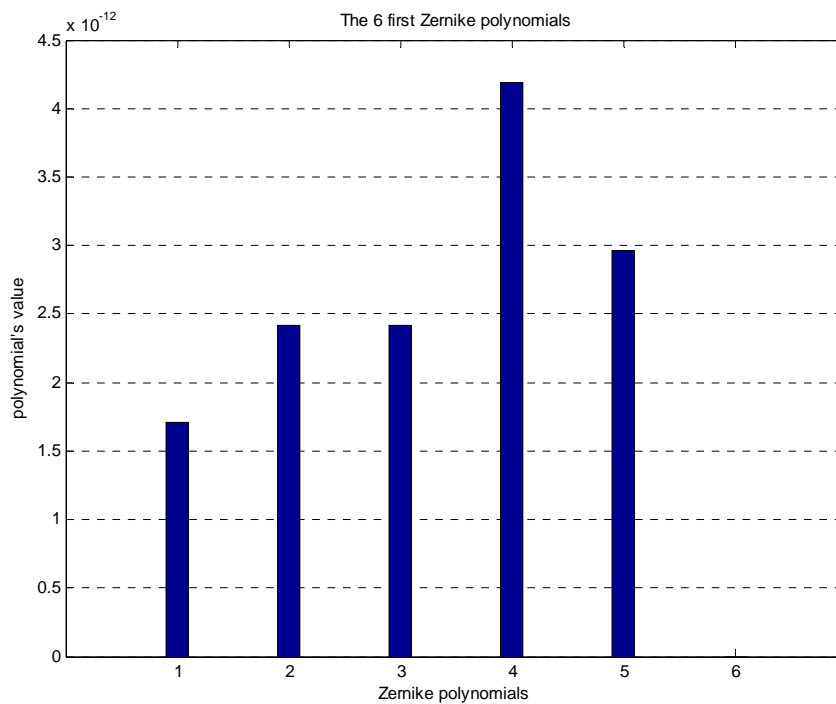


**Σχήμα 7.96 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

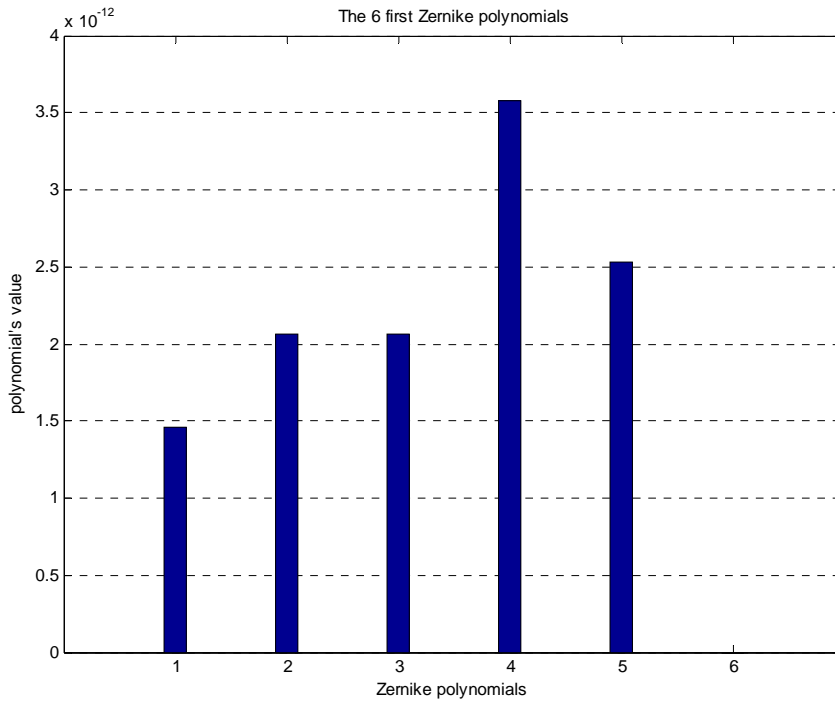
**7.3.10 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες  $\theta$  ίση με  $30^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $45^\circ$**



**Σχήμα 7.97 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ, \varphi=45^\circ$ .

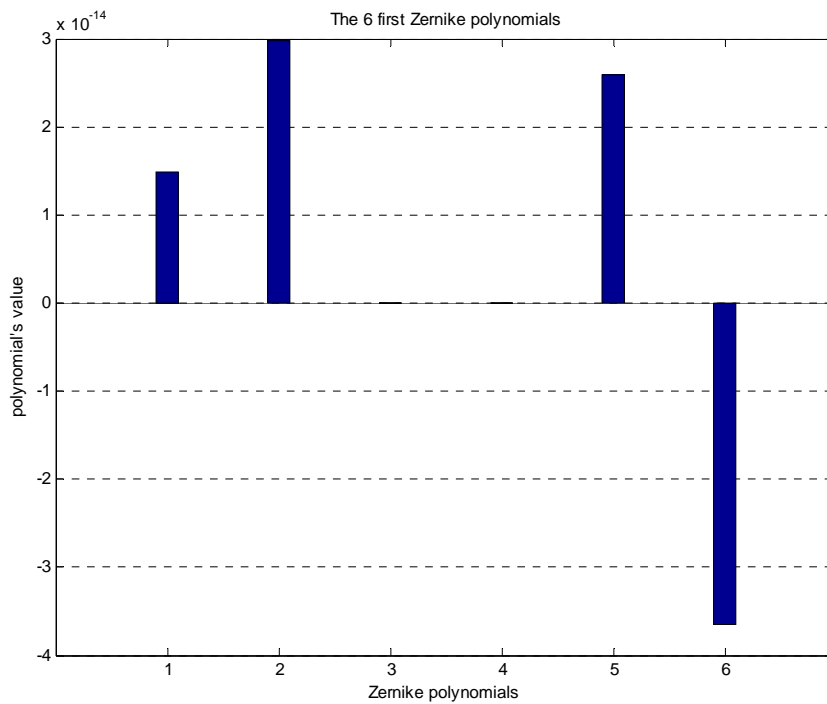


**Σχήμα 7.98 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ, \varphi=45^\circ$ .



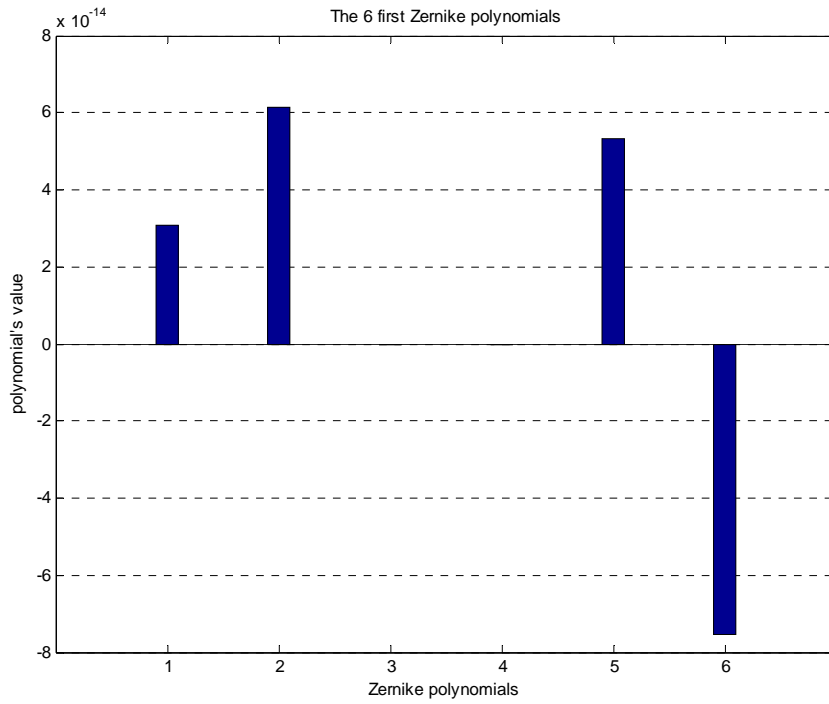
Σχήμα 7.99 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ, \varphi=45^\circ$ .

### 7.3.11 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $90^\circ$

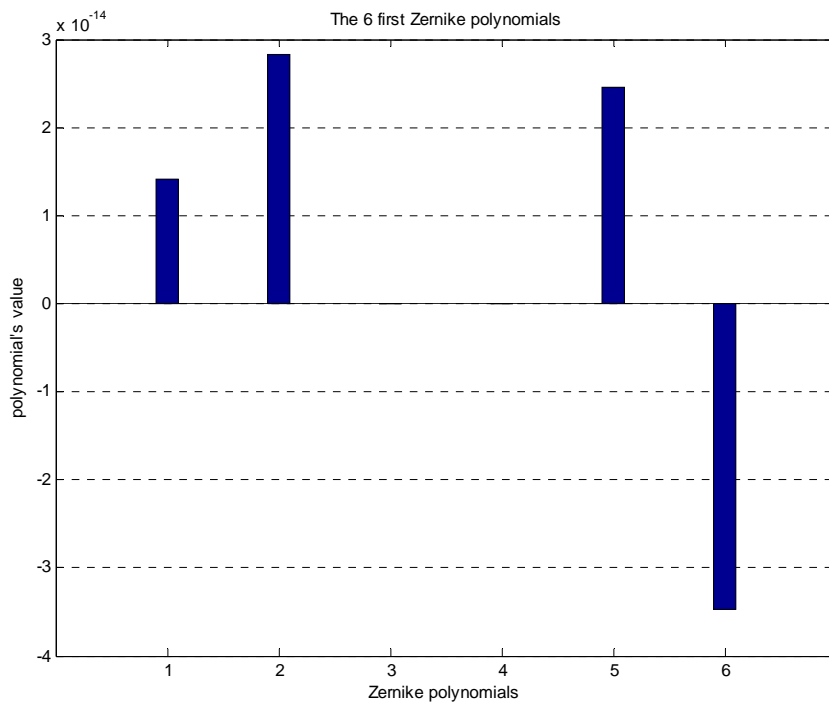


Σχήμα 7.100 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ, \varphi=90^\circ$ .



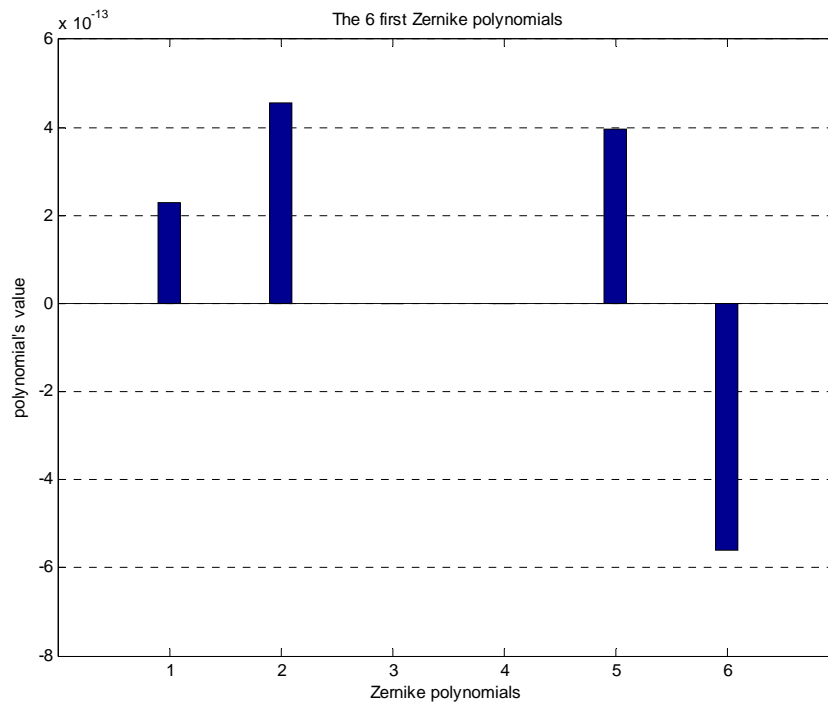


**Σχήμα 7.101 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ, \varphi=90^\circ$ .

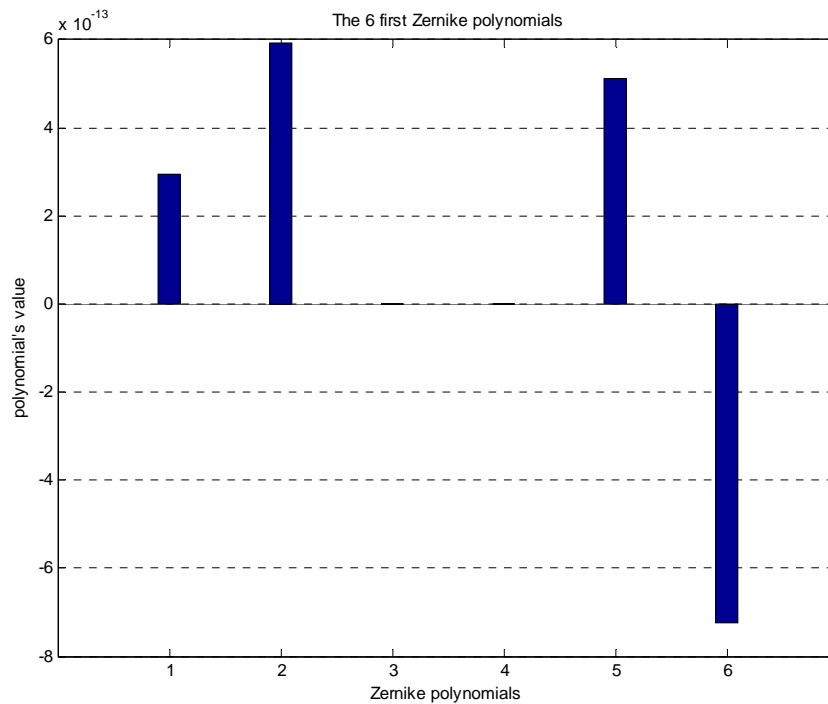


**Σχήμα 7.102 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ, \varphi=90^\circ$ .

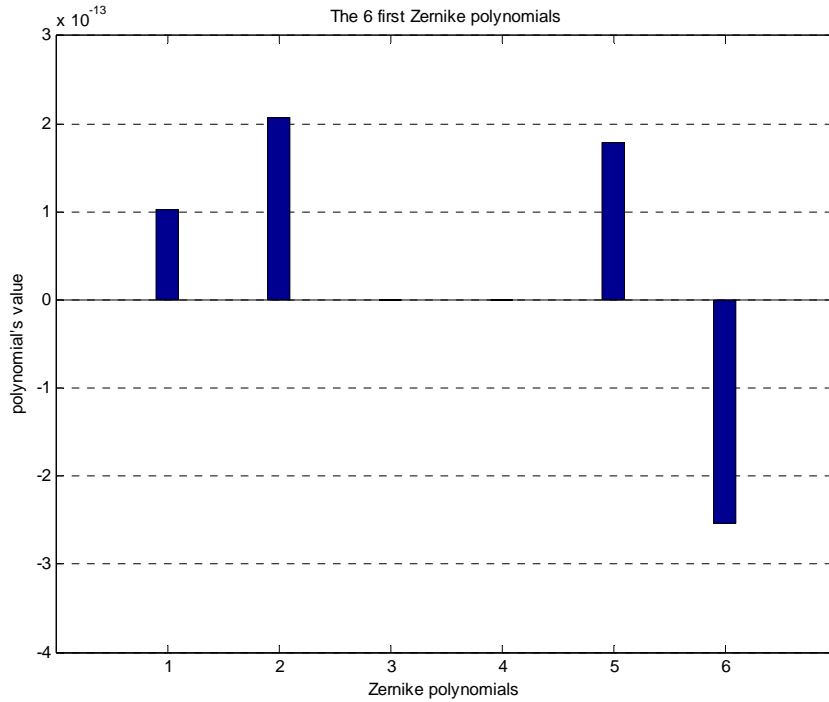
**7.3.12 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες  $\theta$  ίση με  $30^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $90^\circ$**



**Σχήμα 7.103 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

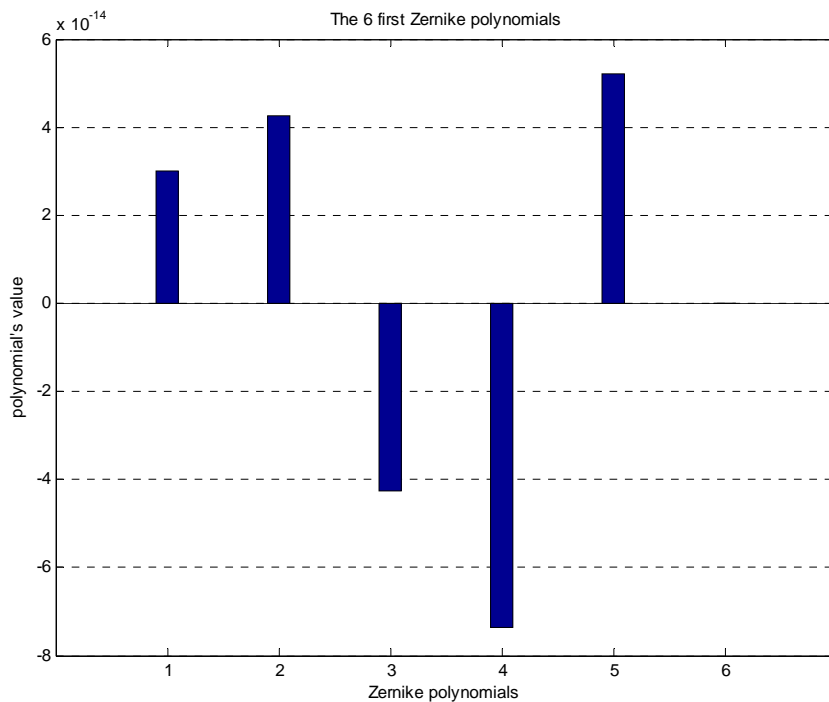


**Σχήμα 7.104 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

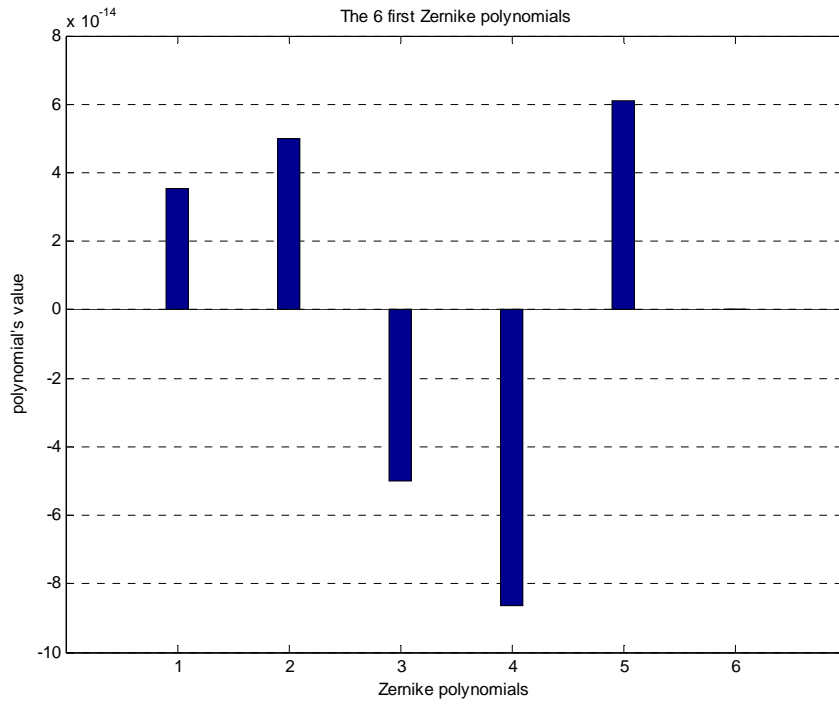


Σχήμα 7.105 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

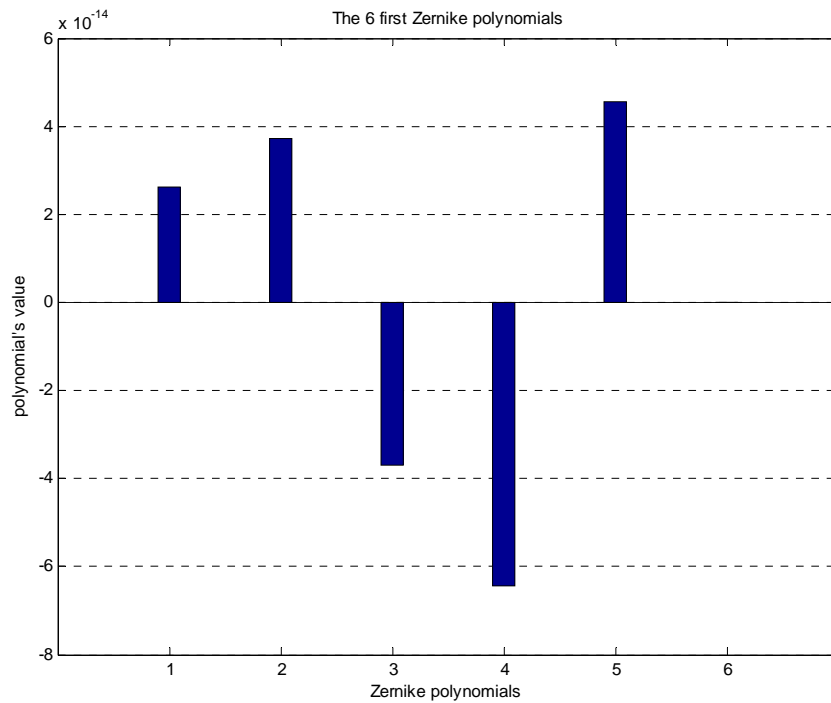
### 7.3.13 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $30^\circ$ , $\varphi$ ίση με $135^\circ$



Σχήμα 7.106 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

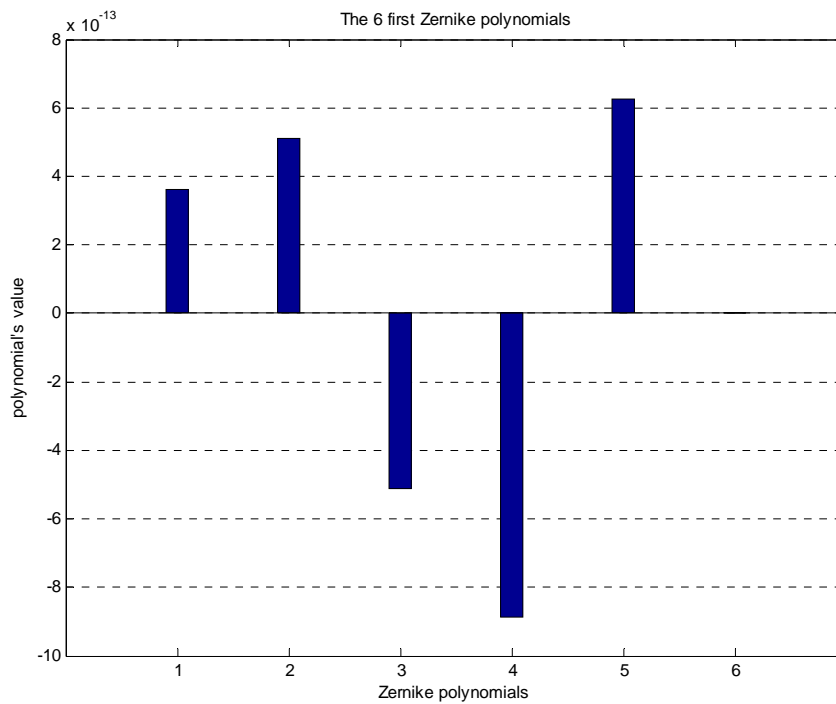


**Σχήμα 7.107** : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ, \varphi=135^\circ$ .

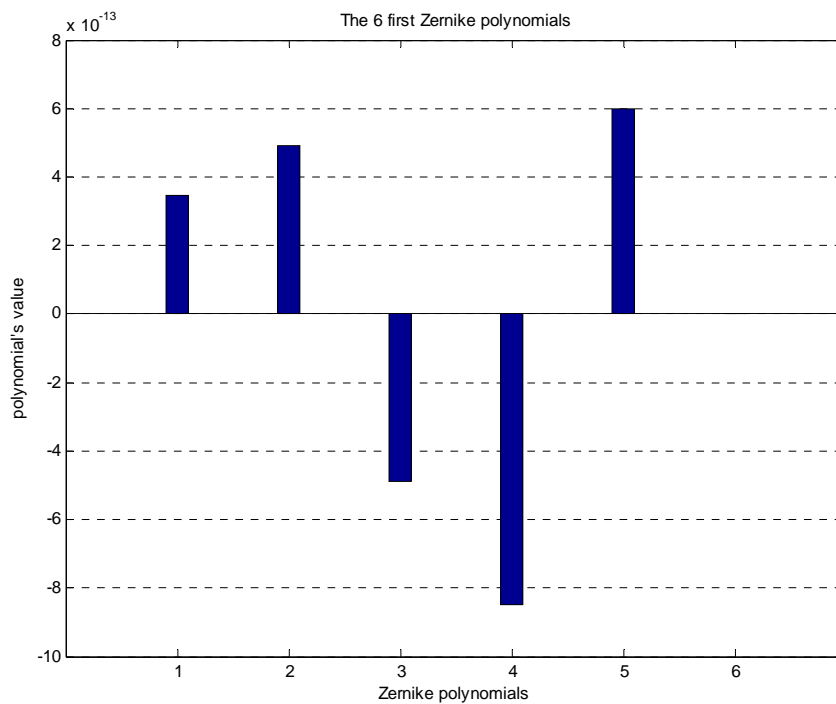


**Σχήμα 7.108** : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=30^\circ, \varphi=135^\circ$ .

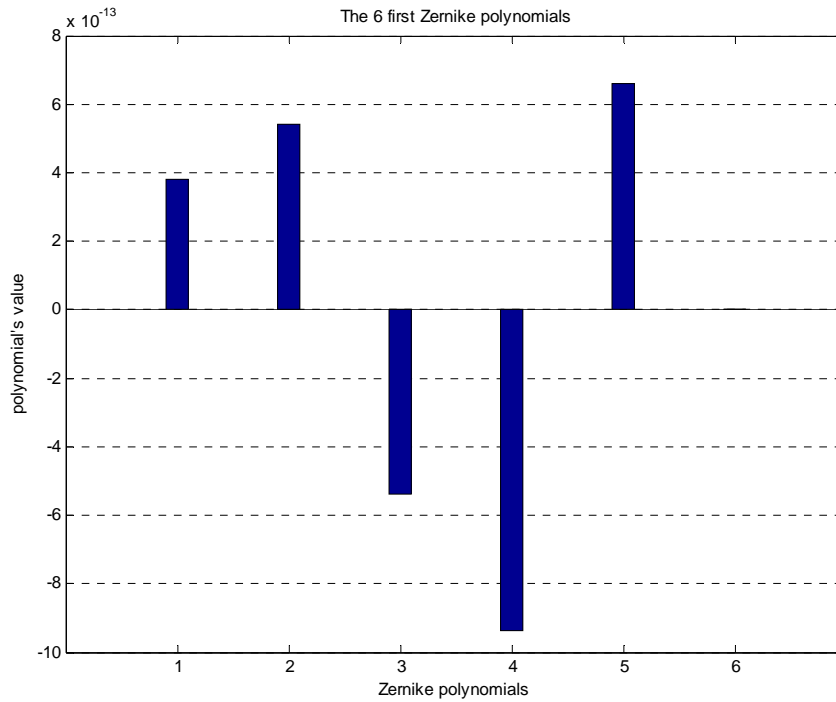
**7.3.14 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες  $\theta$  ίση με  $30^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $135^\circ$**



**Σχήμα 7.109 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ, \varphi=135^\circ$ .

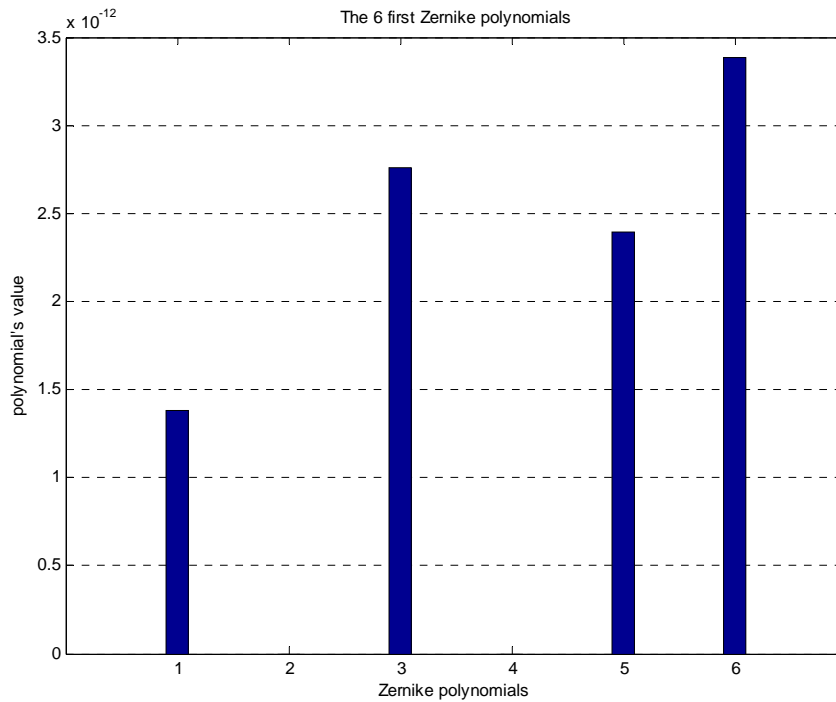


**Σχήμα 7.110 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ, \varphi=135^\circ$ .

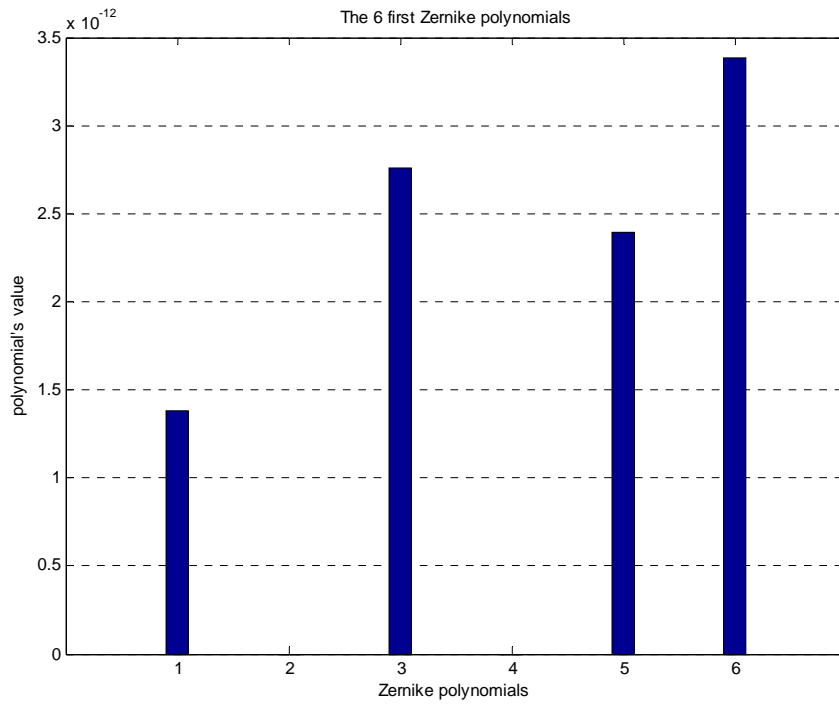


Σχήμα 7.111 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=30^\circ, \varphi=135^\circ$ .

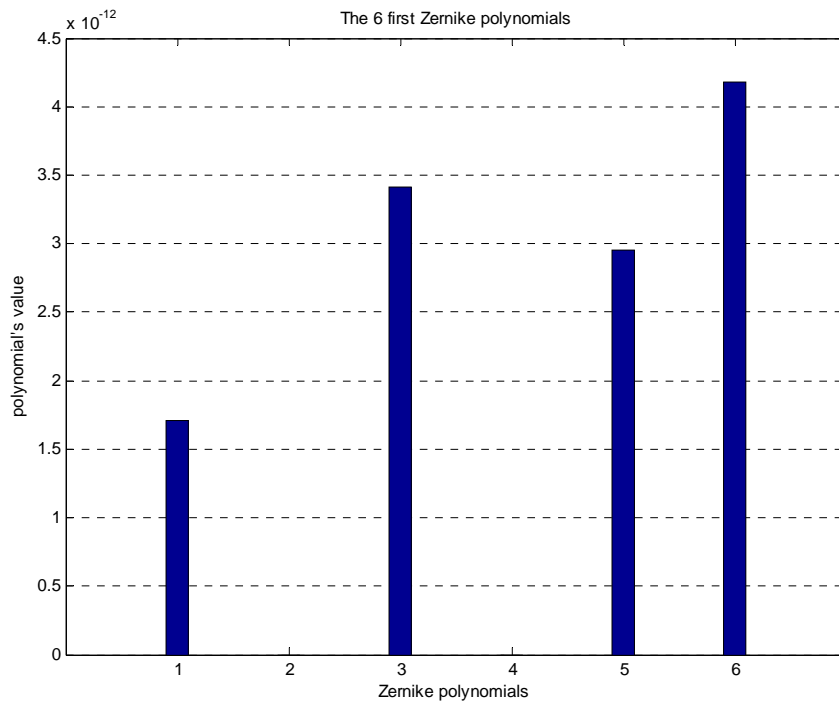
### 7.3.15 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$



Σχήμα 7.112 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=0^\circ$ .

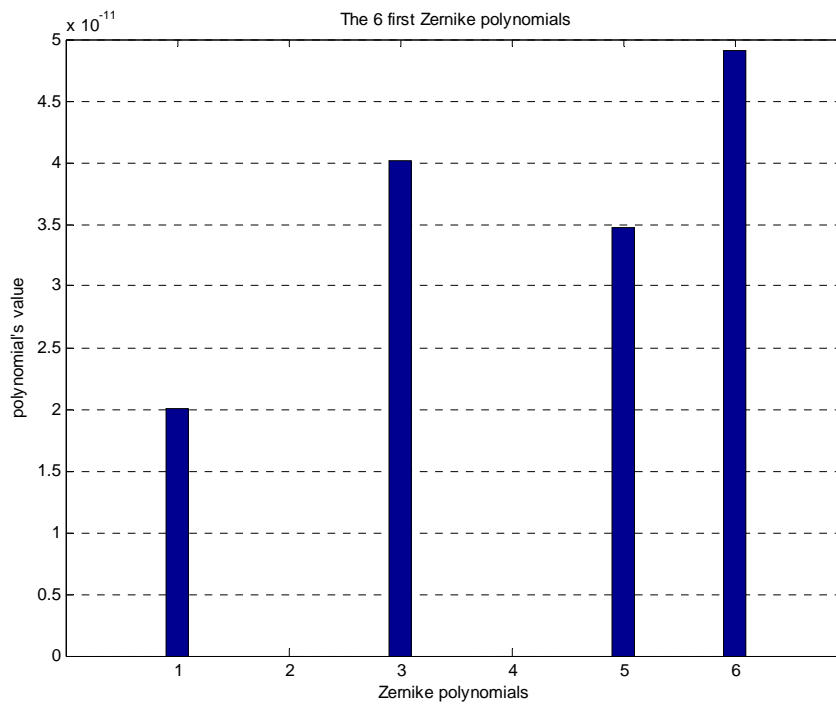


**Σχήμα 7.113 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=0^\circ$ .

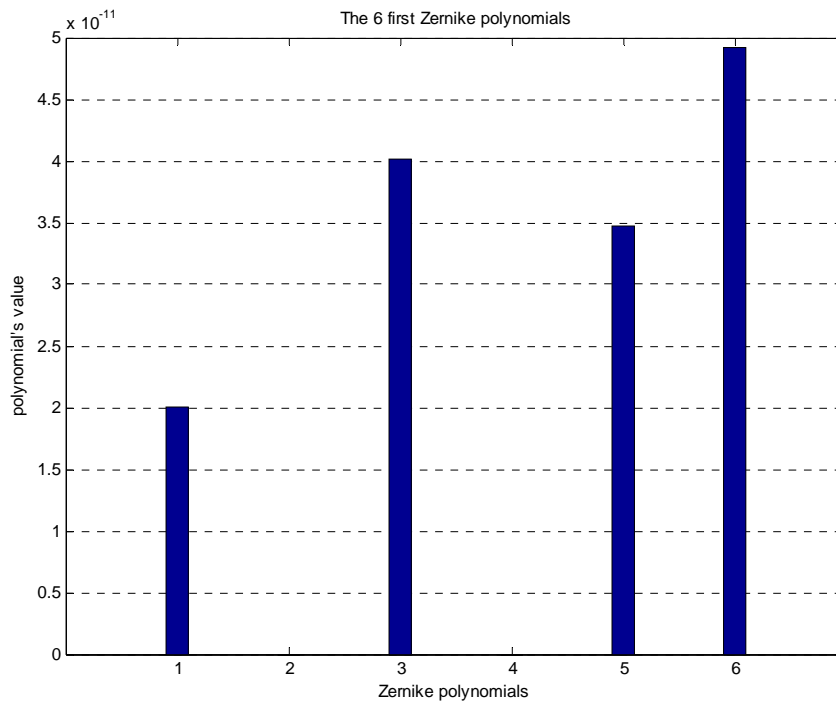


**Σχήμα 7.114 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=0^\circ$ .

### 7.3.16 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $0^\circ$

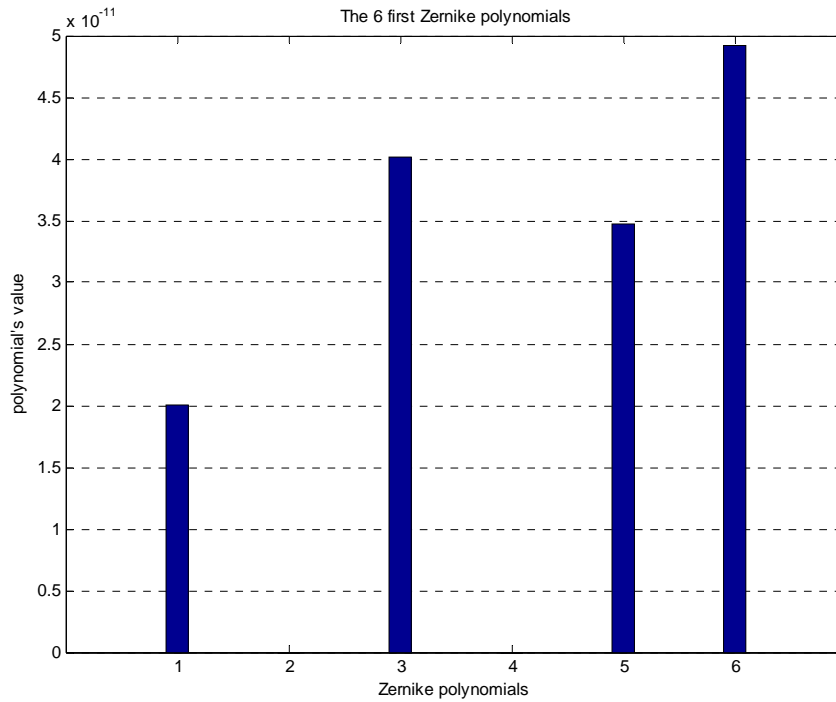


Σχήμα 7.115 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ, \varphi=0^\circ$ .



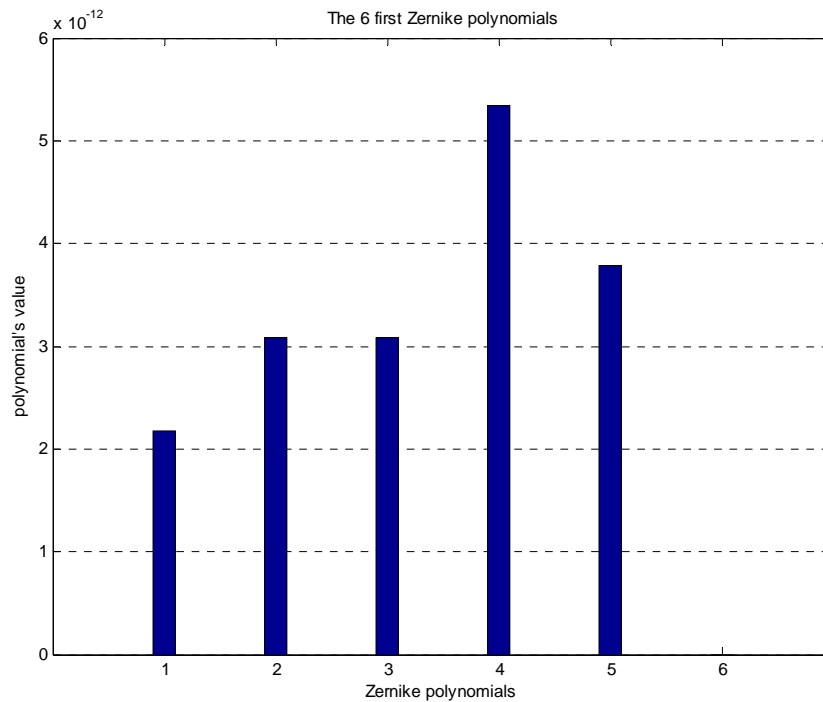
Σχήμα 7.116 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ, \varphi=0^\circ$ .



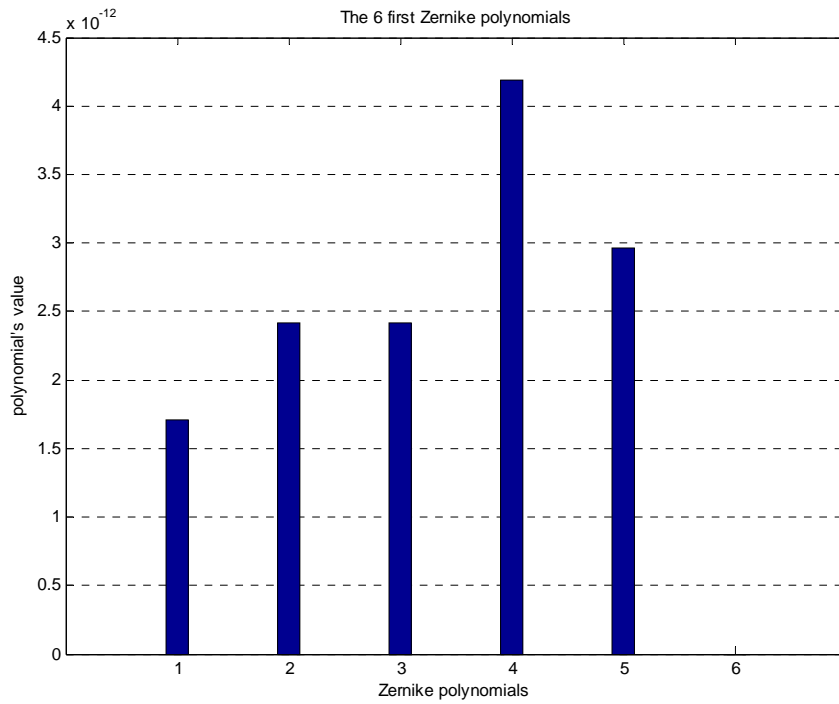


Σχήμα 7.117 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ, \varphi=0^\circ$ .

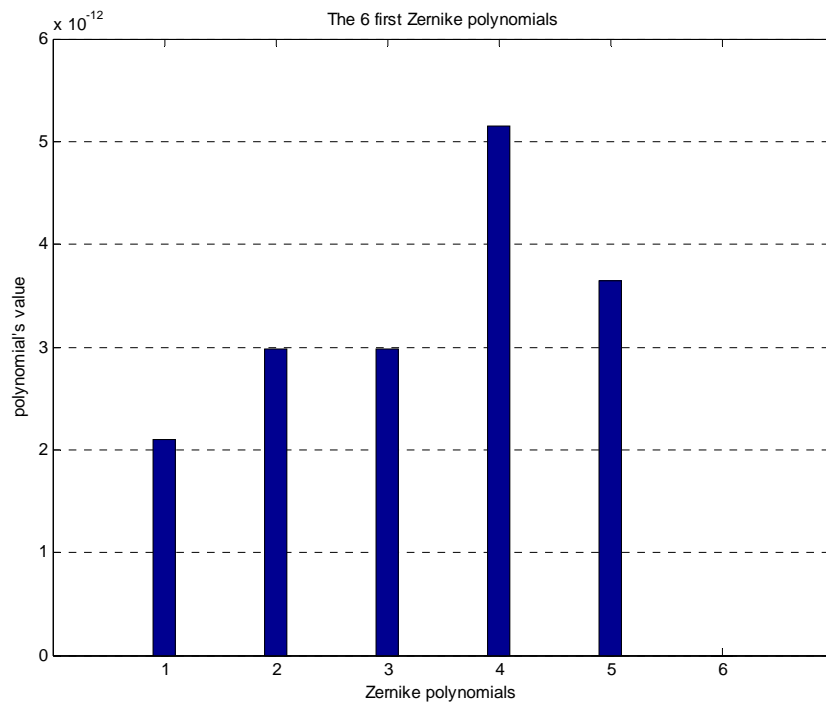
### 7.3.17 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $45^\circ$



Σχήμα 7.118 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=45^\circ$ .

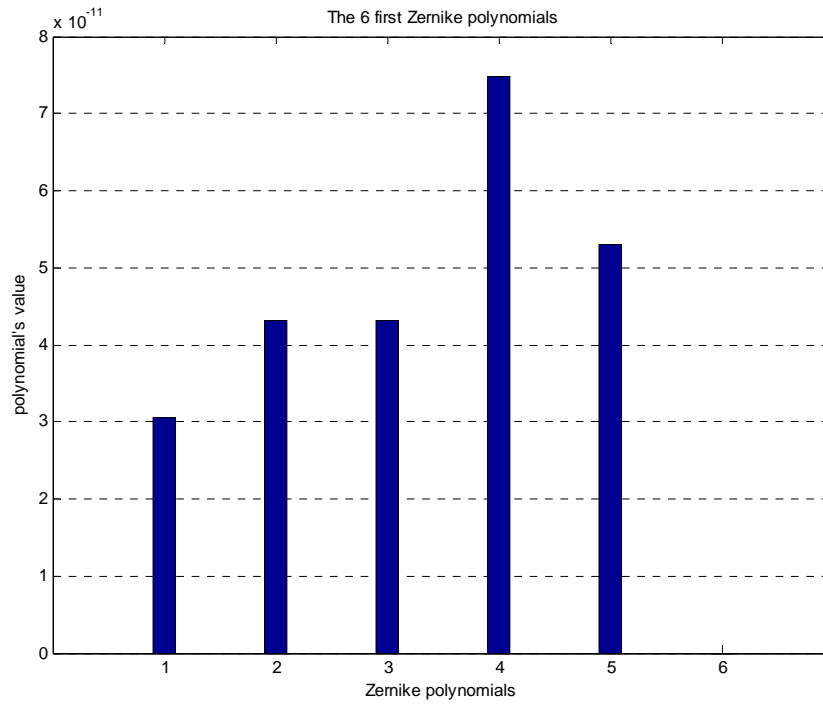


**Σχήμα 7.119 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=45^\circ$ .

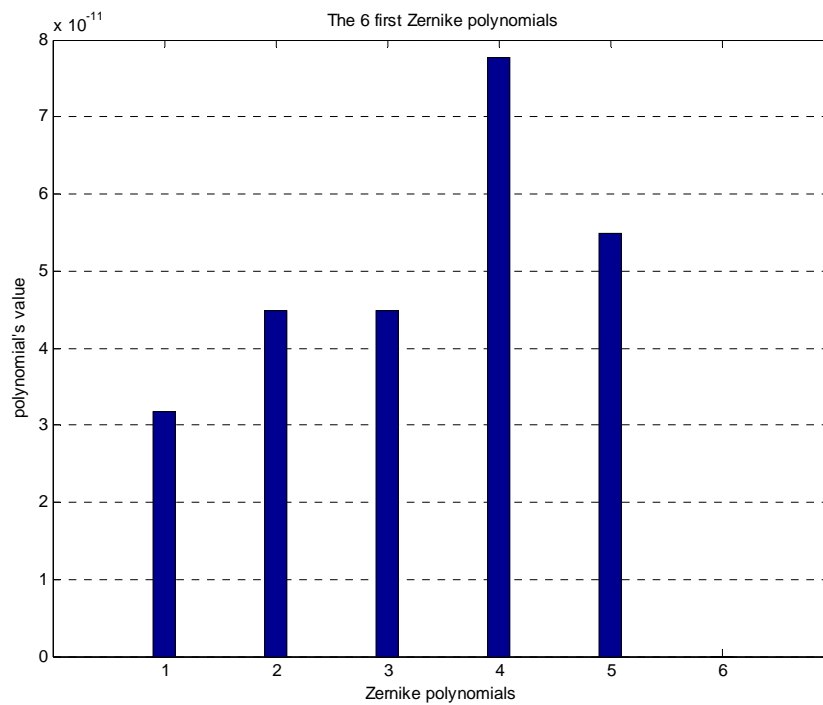


**Σχήμα 7.120 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=45^\circ$ .

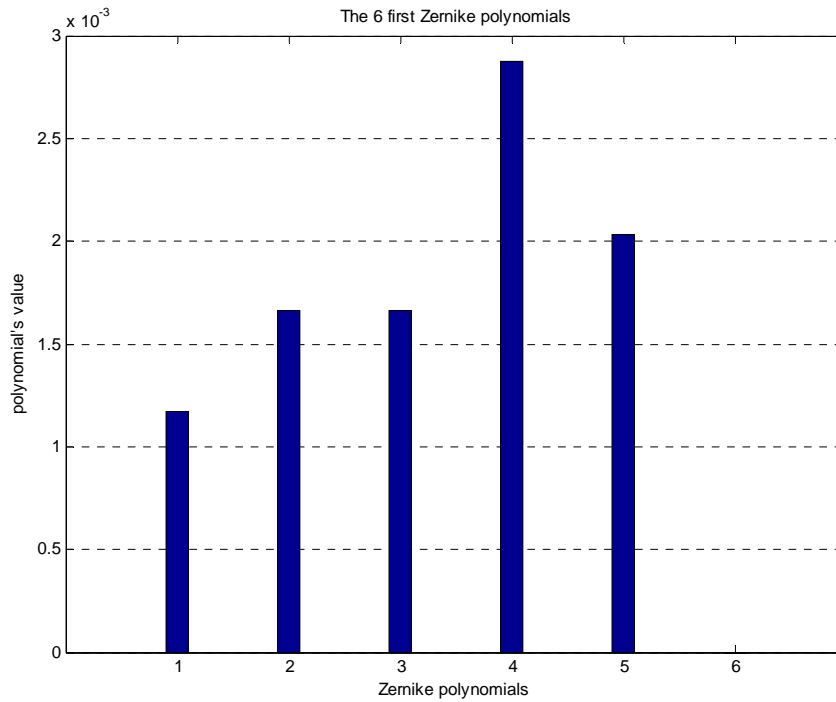
**7.3.18 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες  $\theta$  ίση με  $60^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $45^\circ$**



**Σχήμα 7.121 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

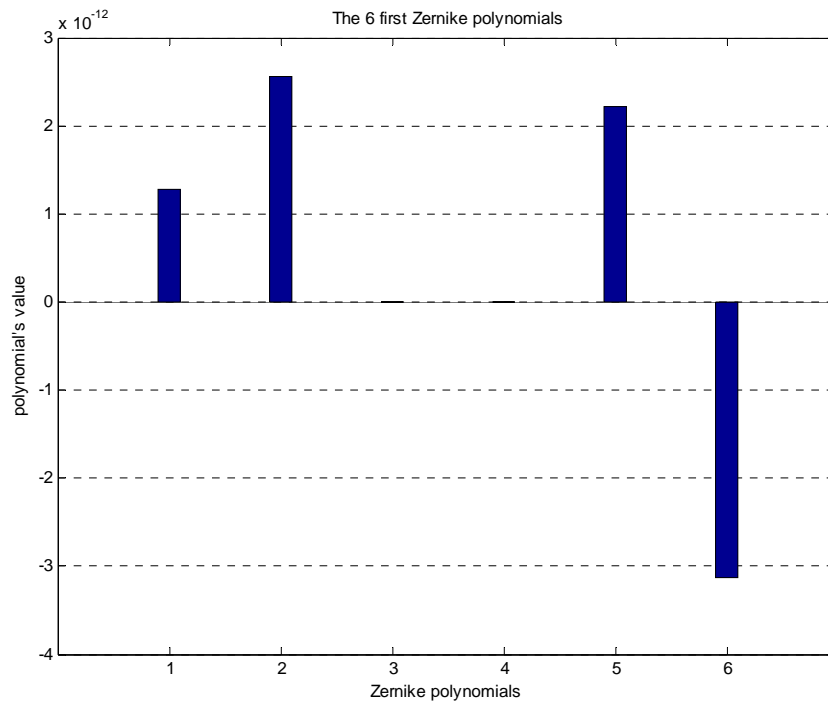


**Σχήμα 7.122 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ .

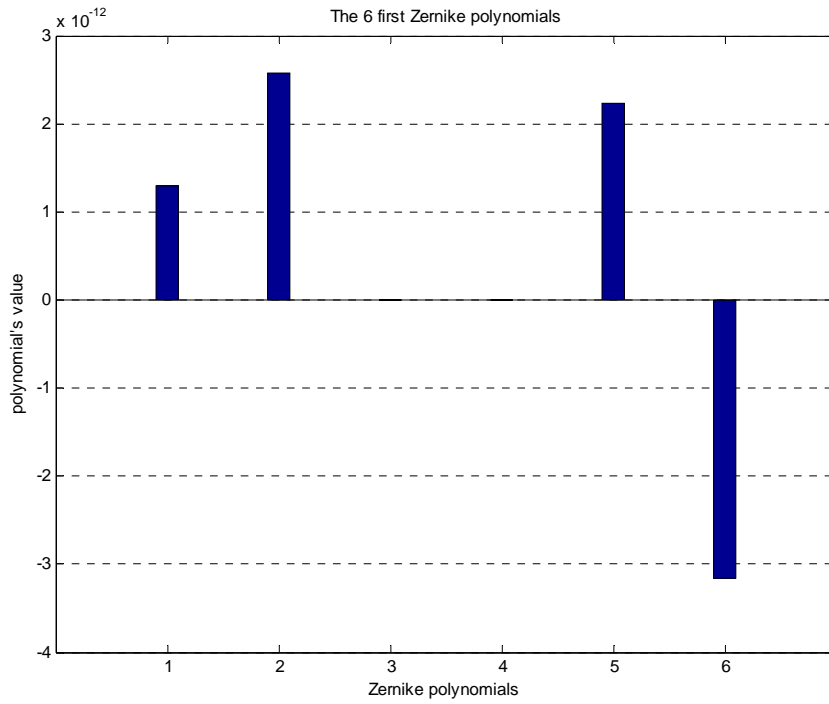


Σχήμα 7.123 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες STP,  $\theta=60^\circ, \varphi=45^\circ$ .

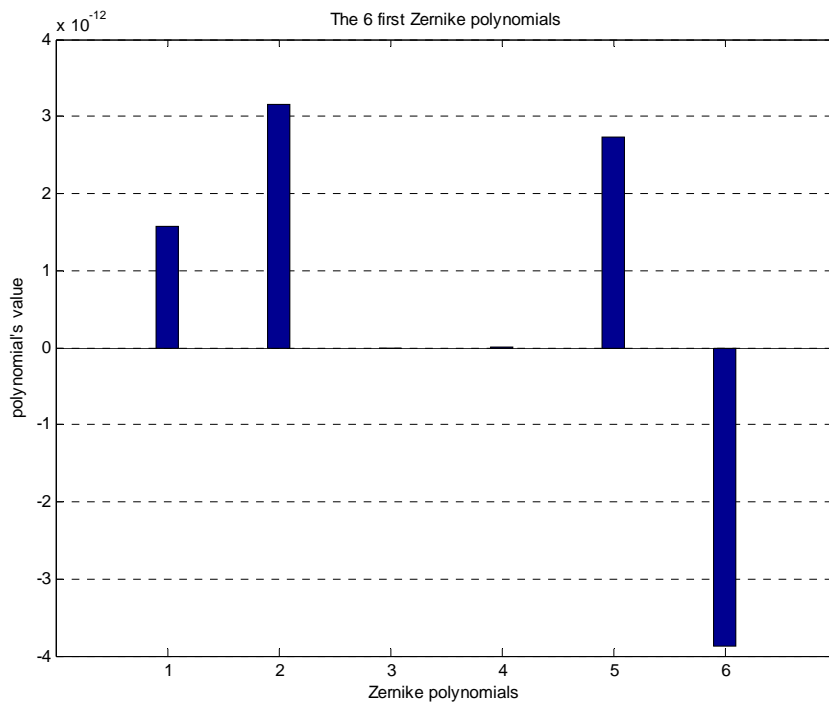
**7.3.19 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες  $\theta$  ίση με  $60^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $90^\circ$**



Σχήμα 7.124 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=90^\circ$ .

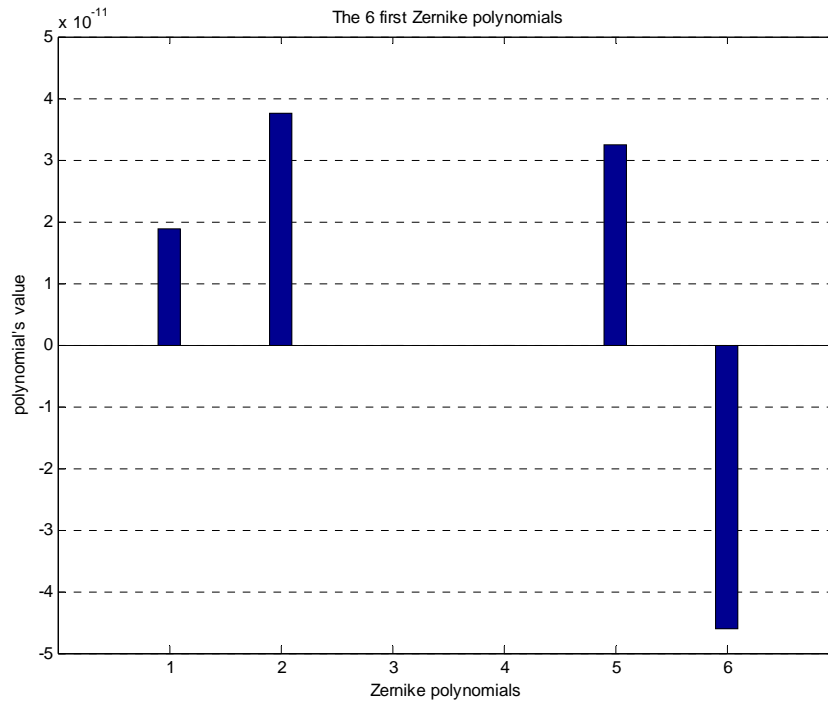


**Σχήμα 7.125 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=90^\circ$ .

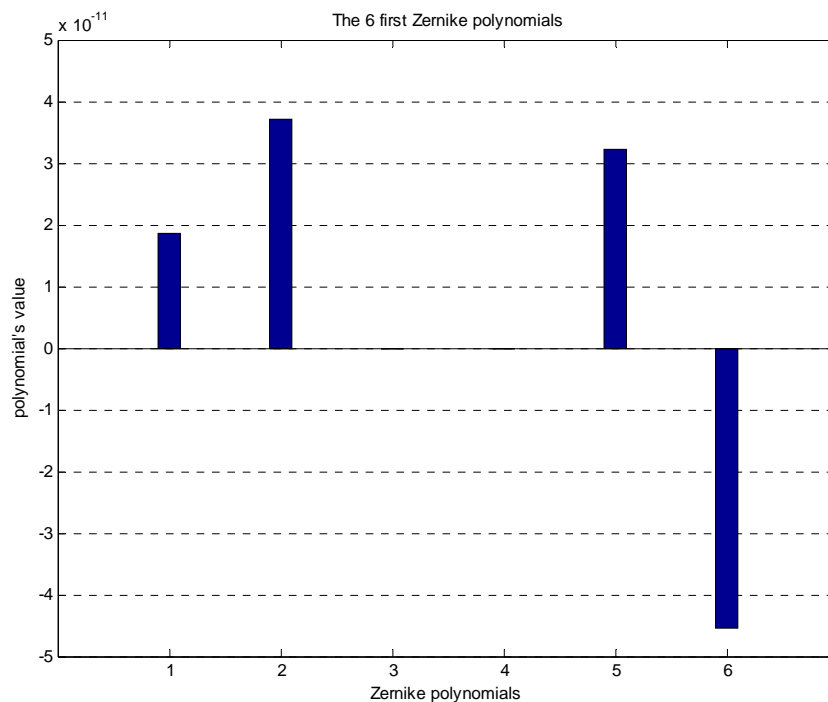


**Σχήμα 7.126 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=90^\circ$ .

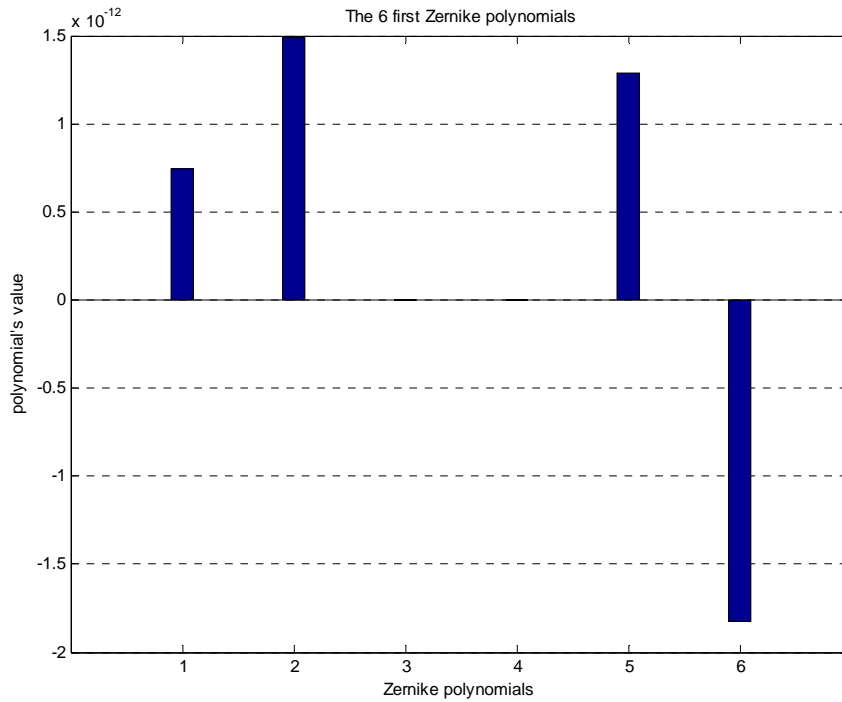
**7.3.20 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες  $\theta$  ίση με  $60^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $90^\circ$**



**Σχήμα 7.127 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=90^\circ$ .

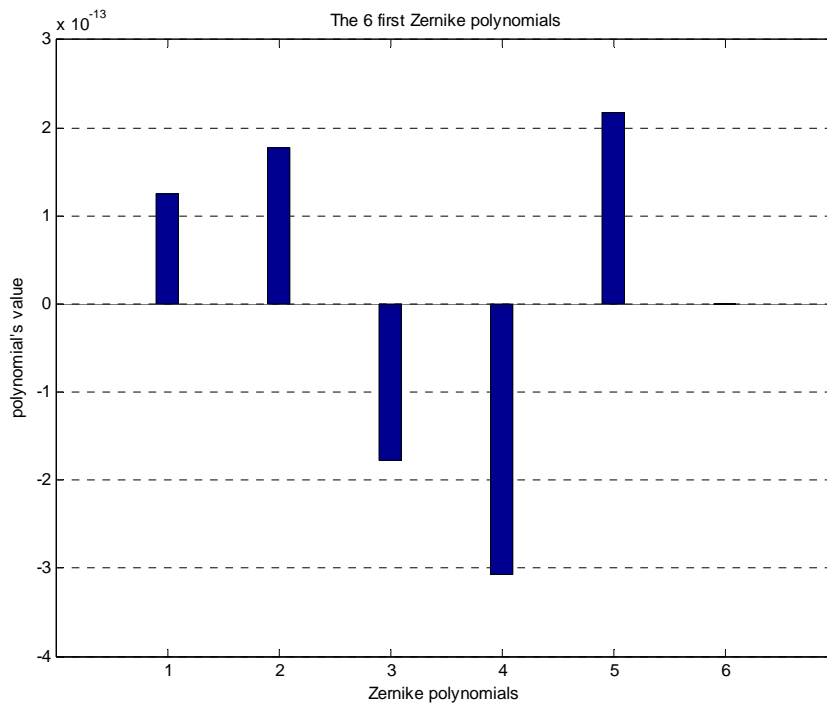


**Σχήμα 7.128 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=90^\circ$ .

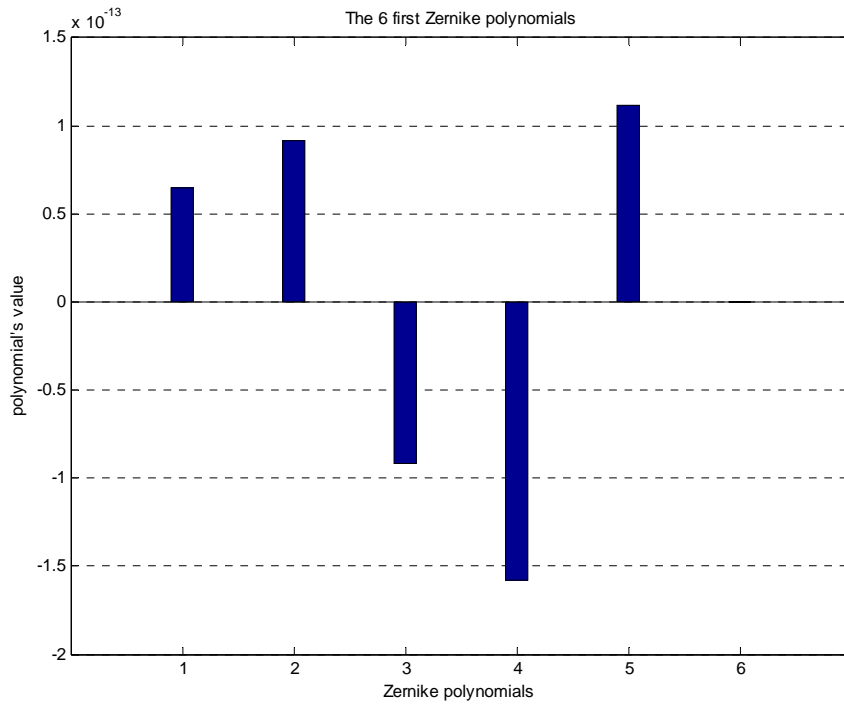


Σχήμα 7.129 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=90^\circ$ .

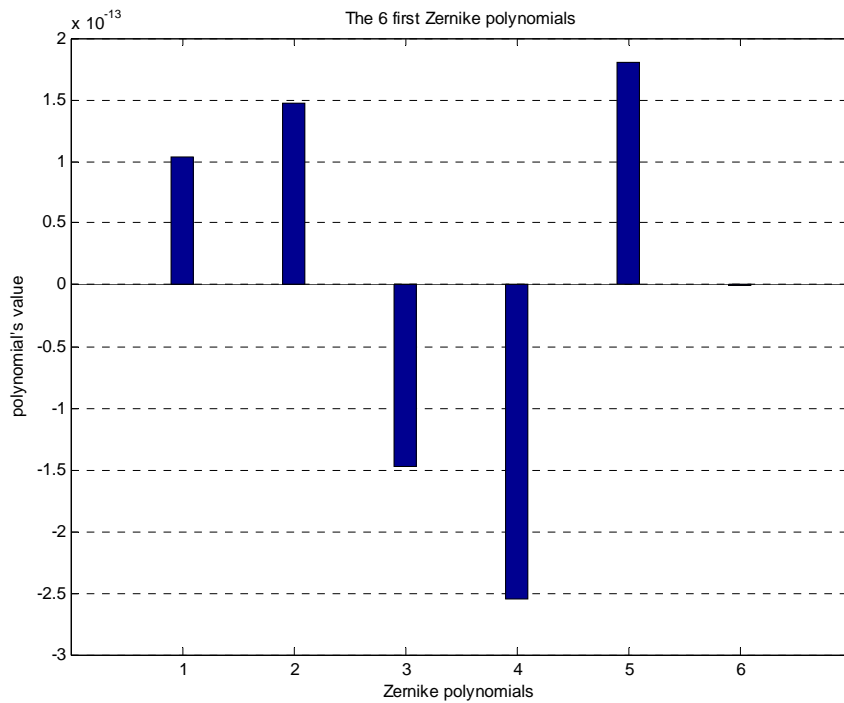
### 7.3.21 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για πραγματικές συνθήκες των 20 km και γωνίες $\theta$ ίση με $60^\circ$ , $\varphi$ ίση με $135^\circ$



Σχήμα 7.130 : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .



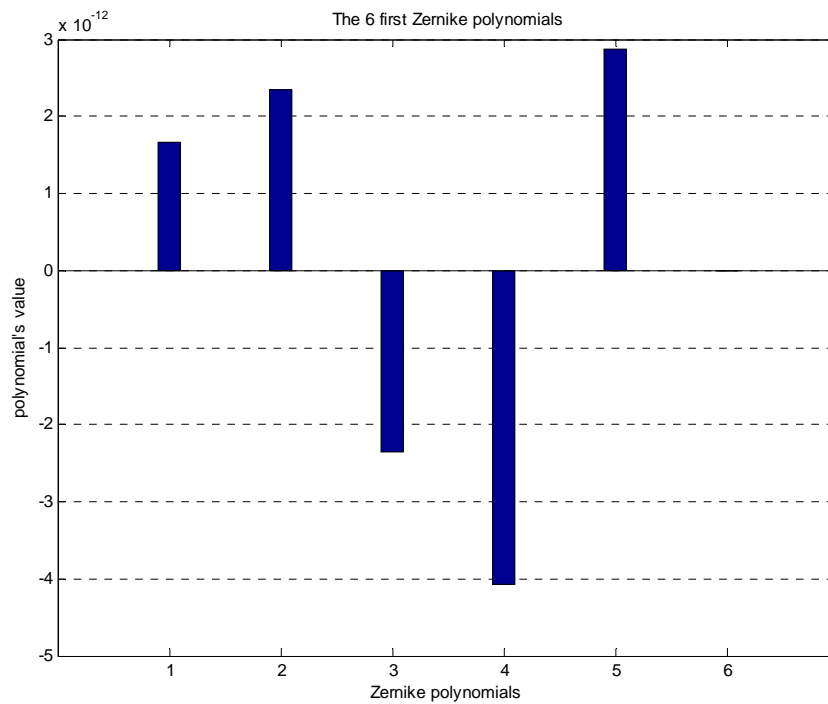
**Σχήμα 7.131 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=135^\circ$ .



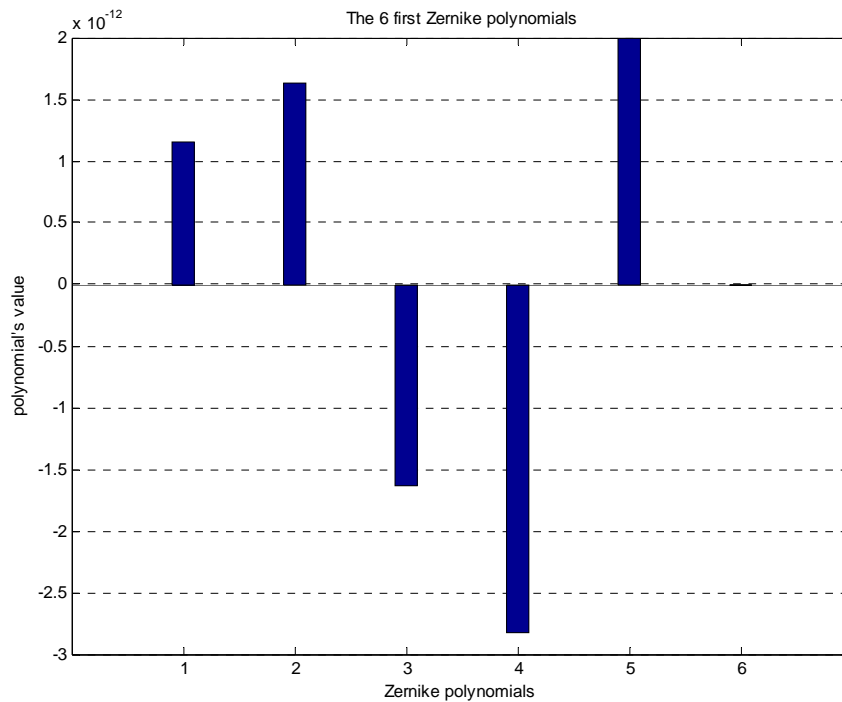
**Σχήμα 7.132 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ, \varphi=135^\circ$ .



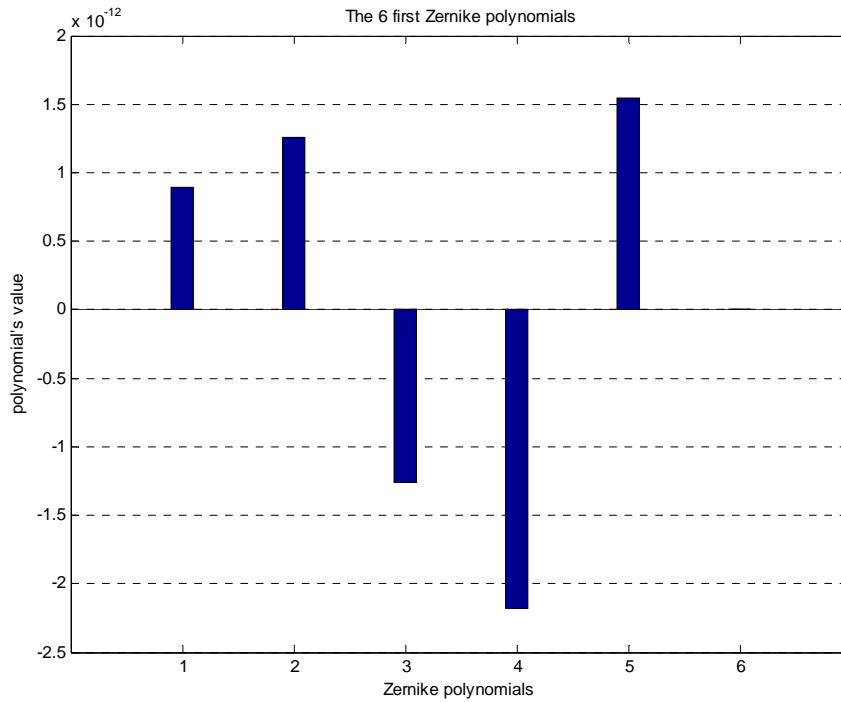
**7.3.22 Τα έξι πρώτα πολυώνυμα Zernike για συνθήκες STP και γωνίες  $\theta$  ίση με  $60^\circ$ ,  $\varphi$  ίση με  $135^\circ$**



**Σχήμα 7.133 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 19.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .



**Σχήμα 7.134 :** Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 37.5 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .



**Σχήμα 7.135** : Πολυώνυμα Zernike, ταχύτητα 54 m/s, συνθήκες 20 km,  $\theta=60^\circ$ ,  $\varphi=135^\circ$ .

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το δεύτερο και τρίτο πολυώνυμο Zernike, όπως φαίνονται στα παραπάνω σχήματα, τα οποία είναι το y-tilt και x-tilt αντίστοιχα. Ανάλογα με το συνδιασμό γωνιών, υπό τις οποίες έχει στραφεί η κεραία, καθώς αυξάνεται η ταχύτητα της σφαίρας τα πολυώνυμα Zernike αυξομειώνονται. Η συμπεριφορά αυτή φαίνεται στα παραπάνω σχήματα.

## 8 Συμπεράσματα

### 8.1 Συνεισφορά

Η συνεισφορά της εργασίας μπορεί να συνοψιστεί στα εξής :

- Μελετήθηκε για ένα πεπλατυσμένο ελλειψοειδές (με τους  $y, z$ -άξονες ίσους και τον  $x$ -άξονα διπλάσιο των άλλων δύο ) η ροή που δημιουργείται γύρω από αυτό. Χρησιμοποιήθηκε προσεγγιστικά η θεωρία ενός σφαιρικού αντικειμένου για τις ιδιότητες του ρευστού.
- Για την περίπτωση ενός σφαιρικού αντικειμένου διερευνήθηκαν τα χαρακτηριστικά της δέσμης του laser για διάφορες θέσεις της κεραίας ( συγκεκριμένες γωνίες στροφής της ως προς τους άξονες  $x$  και  $z$  ). Σημείο αναφοράς είναι κάθε φορά οι συνθήκες που θεωρούμε ότι επικρατούν και η ταχύτητα με την οποία κινείται η σφαίρα.
- Επιτεύχθηκε η τρισδιάστατη και δισδιάστατη αναπαράσταση των δεδομένων του Tecplot στο Matlab και η περαιτέρω δυνατότητα επεξεργασίας τους στο Matlab, ξεπερνώντας τον περιοριστικό παράγοντα του πολύ μεγάλου πλήθους στοιχείων για την κάθε περίπτωση ταχύτητας και συνθηκών.

### 8.2 Μελλοντική έρευνα

Οι δυνατότητες που έχουμε για περαιτέρω έρευνα στο χώρο των HAPs είναι πολλές. Επειδή το πεδίο ροής του ατμοσφαιρικού αέρα εξαρτάται τόσο από τη γεωμετρία του αντικειμένου που τη διαταράσσει, όσο και από την ταχύτητα με την οποία κινείται μέσα σε αυτόν, οι επιλογές είναι άπειρες.

Η κεραία, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, βρίσκεται μέσα σε ένα προστατευτικό κέλυφος (turret). Οπότε επηρεάζοντας η γεωμετρία του πυργίσκου το πεδίο της ροής του ατμοσφαιρικού αέρα αποτελεί καθοριστικό παράγοντα διαμόρφωσης του είδους της ροής που παράγεται.

Εκτός από το σχήμα του πυργίσκου, θεμελιώδους σημασίας είναι το ακριβές σχήμα των πτερυγίων του αεροσκάφους. Μιά γενικότερη κατηγορία πτερυγίων αποτελούν τα airfoils, η προσομοίωση του πεδίου της ροής των οποίων έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Η πραγματική πρόκληση θα ήταν η προσομοίωση του πεδίου της ροής γύρω από μία ρεαλιστική εφαρμογή, συμπεριλαμβάνοντας τον πυργίσκο της κεραίας, το σώμα του αεροσκάφους και τα πτερύγιά του σε πραγματικά μεγέθη.

Όλες αυτές οι επιλογές μπορούν να πραγματοποιηθούν με κριτήριο κάθε φορά την ταχύτητα με την οποία θα κινείται η πλατφόρμα. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει η περίπτωση που για υψηλό αριθμό Reynolds περνάμε σε τυρβώδη ροή, λόγω του πολύπλοκου μαθηματικού προβλήματος της επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes.

### 8.3 Τρέχοντα συστήματα και προτάσεις

Οι πλατφόρμες HAPs(High Altitude Platforms) ανήκουν στην κατηγορία των μη επανδρωμένων αεροσκαφών (UAV, Unmanned Air Vehicles) και αποτελούν ένα σταθμό αναμετάδοσης πληροφορίας.

Οι εφαρμογές διακρίνονται στα στρατιωτικά συστήματα, τα οποία καλούνται UAV και διαιρούνται σε τρεις βασικές κατηγορίες ανάλογα με το ύψος στο οποίο έχουν σχεδιαστεί να λειτουργούν, και στα συστήματα που αφορούν επί της ουσίας την πολιτική αεροπορία, και τα οποία καλούνται HAPs.

Στην δεύτερη κατηγορία τα τελευταία χρόνια έχει ανανεωθεί το ενδιαφέρον. Είναι ουσιαστικά μπαλόνια γεμισμένα με ήλιο. Υπάρχει ένα μεγάλο εύρος εμπορικών εφαρμογών τροφοδοτούμενο από την ανάπτυξη στα υλικά (για παράδειγμα πολύ ελαφρύς ιστός), και στα χαμηλού κόστους φωτοηλεκτρικά κύτταρα. Παροχή τηλεπικοινωνιακών υπηρεσιών με HAPs στην Ιαπωνία προβλέπεται από την SkyNet και στις ΗΠΑ από την Sky Station.

Η ITU έχει ορίσει το φάσμα των 47/48 GHz για επικοινωνίες από και προς τα HAPs (2x 300 MHz BW)παγκοσμίως και 28GHz για την Ασία, και είναι εδώ που οι ευρυζωνικές υπηρεσίες θα αναπτυχθούν. Κάποιες εταιρείες σε Ιαπωνία και ΗΠΑ προσπαθούν να αποκτήσουν άδειες λειτουργίας σε ζώνες της τάξης των μμ μήκους κύματος, ίσως σχεδιασμένες για επίγειες Local Multipoint Distribution Services.

Ο Sky Station στοχεύει για την λειτουργία αεροσκάφους μήκους 150 m, στα 20 km υψόμετρο με ωφέλιμο φορτίο μέχρι 1000 kg. Οι εφαρμογές συμπεριλαμβάνουν παρακολούθηση της ατμόσφαιρας( για μετεωρολογικούς σκοπούς ), αλλά κυρίως τηλεπικοινωνιακούς σκοπούς υψηλής χωρητικότητας σε μητροπολιτικές περιοχές. Προτείνονται υπηρεσίες Internet 10 Mbps κάτω ξεύξης και 2 Mbps άνω ξεύξης, σε συχνότητα λειτουργίας τα 47 GHz. Κύριοι κατασκευαστές είναι οι Lockheed Martin Global Telecommunications για την ολοκλήρωση των συστημάτων, και Alenia Spazio για την ανάπτυξη του ωφέλιμου φορτίου.

Η SkyNet είναι μια μεγάλη εφαρμογή χρηματοδοτούμενη από την Ιαπωνική κυβέρνηση, και σκοπεύει στην παροχή υπηρεσιών τηλεόρασης και τηλεπικοινωνιών με ένα δίκτυο των δέκα αεροσκαφών καλύπτοντας όλη την Ιαπωνία.

Οι Angel Technologies στις ΗΠΑ έχουν ήδη ένα πιλοτικό αεροσκάφος το οποίο ονομάζεται HALO σχεδιασμένο να περιστρέφεται πάνω από μία μητροπολιτική περιοχή παρέχοντας ένα εύρος τηλεπικοινωνιακών υπηρεσιών.



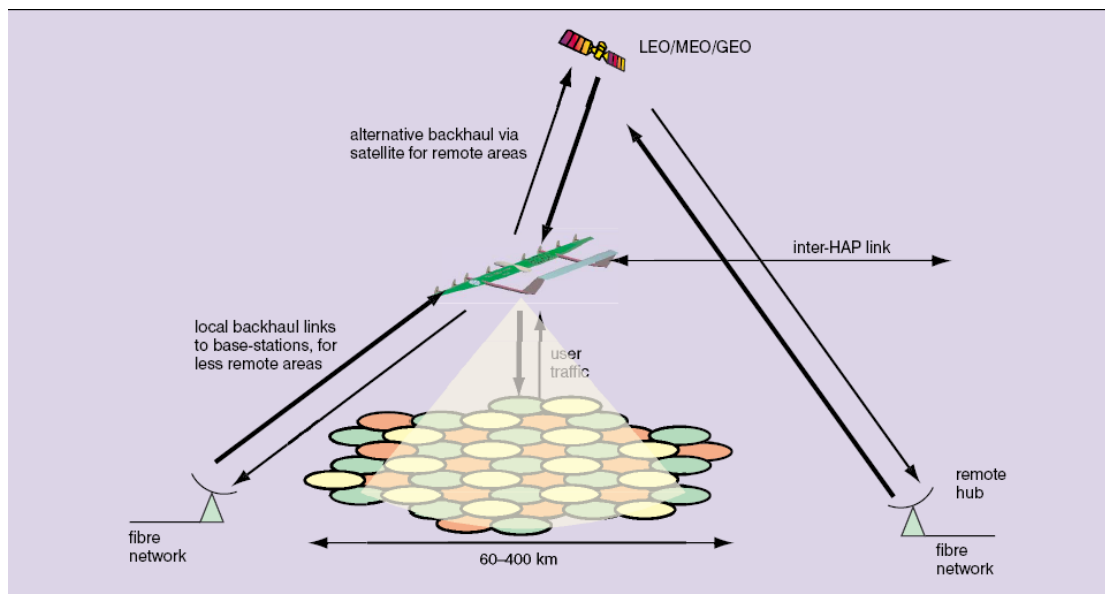
Σχήμα 8.1 : Αεροσκάφος HALO Proteus.

Άλλες δραστηριότητες συμπεριλαμβάνουν το εκπαιδευτικό πρόγραμμα της ESA ( με το HAVE, δηλαδή High Altitude Very long Endurance), το οποίο περιλαμβάνει DASA και Lindstrand Balloons, παρόλο που δεν έχει προχωρήσει σε ένα πρωτότυπο. Ακόμα το SOLITAIR (Solar Powered Aircraft for High Altitude Long Endurance) είναι μία μη επανδρωμένη ηλιακά τροφοδοτούμενη πλατφόρμα κατασκευασμένη στη Γερμανία στην DLR.

Το πρόγραμμα της NASA ERAST (Environmental Research Aircraft and Sensor Technology) καλύπτει διάφορες περιοχές έρευνας και στοχεύει σε τρεις τύπους, μεγάλης διάρκειας, πλατφόρμων (Centurion, Alliance I, and Helios).

Το Ευρωπαϊκό πρόγραμμα HeliNet αφορά ένα αεροσκάφος (Heliplat) το οποίο θα τροφοδοτείται ενεργειακά με φωτοηλεκτρικά κύτταρα, με ένα wing-span μήκους 70m και υψόμετρο λειτουργίας στα 20 km. Το αεροσκάφος θα περιστρέφεται αργά σε μια μικρή ακτίνα τροφοδοτούμενο με ενέργεια από ηλεκτρικές μηχανές και προπέλες. Η περισσευούμενη ενέργεια καθόλη τη διάρκεια της ημέρας θα αποθηκεύεται σε κυψέλες καυσίμων για χρησιμοποίησή της τη νύχτα. Ο HeliNet σχεδιάστηκε υπό την εποπτεία του European Framework V προγράμματος, συμπεριλαμβάνοντας δέκα εταιρίες. Μία βασική εφαρμογή είναι η παροχή ευρυζωνικών τηλεπικοινωνιών οδηγούμενη από το Πανεπιστήμιο του York (University of York). Άλλες εφαρμογές συμπεριλαμβάνουν επιτήρηση, καταγραφή, πλοήγηση και κυκλοφοριακό έλεγχο.

Το τηλεπικοινωνιακό σενάριο που τελικά θα υλοποιηθεί φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, όπου τα ήδη υπάρχοντα τηλεπικοινωνιακά συστήματα θα συνεργάζονται με τη νέα πλατφόρμα, με τελικό σκοπό την παροχή υπηρεσιών υψηλότερης ποιότητας.



Σχήμα 8.2 : Τελικό τηλεπικοινωνιακό μοντέλο.

Τα πλεονεκτήματα των HAPs/UAV συνοψίζονται στα ακόλουθα σημεία :

- Γρήγορη και ευέλικτη ανάπτυξη.
- Πολύ μικρότερη απόσταση από την επιφάνεια της γης σε σύγκριση με ένα δορυφόρο, με άμεσα πλεονεκτήματα το μικρότερο κόστος ζεύξης και την μικρότερη καθυστέρηση λόγω απόστασης. Εναλλακτικά επιτυγχάνουμε μικρότερη επιφάνεια κάλυψης με ένα HAP από εκείνη που είναι εφικτή με

ένα δορυφορικό σύστημα. Αυτό αποδίδει πλεονεκτήματα σε χωρητικότητα και (battery power) κατανάλωση ενέργειας.

- Τα παραπάνω διευκολύνουν την χρήση των EHF (για παράδειγμα 45 GHz) με αυξανόμενη διαθεσιμότητα του φάσματος συχνοτήτων.
- Επιτρέπουν σημαντικό LPI (δηλαδή μικρή πιθανότητα Low Probability of Intercept) συγκρινόμενο με δορυφορικά ή επίγεια συστήματα.
- Ικανότητα να διατηρήσει εύκολα, να αναβαθμίσει και να αναδιαμορφώσει το ωφέλιμο φορτίο.
- Εστιασμένη και κλιμακωτή διάταξη, χωρίς την ανάγκη της ύπαρξης εκτενών υποδομών υποστήριξης.
- Μπορεί να αντικαταστήσει τις μεγάλες και ακριβές υποδομές των σταθμών βάσης. Εφόσον :
  - Ένα μόνο HAP μπορεί να παρέχει κυψελωτές υπηρεσίες σε μια περιοχή ακτίνας των 200 km.
  - Ελαχιστοποιεί το κόστος εγκατάστασης-συντήρησης, το ρίσκο και τον περιβαλλοντικό αντίκτυπο.
  - Δεν υπάρχει ανάγκη για τοπικό επίγειο σύστημα.
- Καλύτερη διάδοση σε πολλές περιπτώσεις :
  - Ανεμπόδιση ευθεία οπτικής επαφής.
  - Μπορεί να επηρεάζεται λιγότερο από την εξασθένηση λόγω βροχής πάνω από μεγάλες περιοχές.
- Μικρό κόστος ιδιοκτησίας, απασχόλησης και λειτουργίας συγκρινόμενο με ένα δορυφορικό σύστημα ή μία επίγεια εγκατάσταση.
- Είναι περιβαλλοντικά φιλικό, εφόσον :
  - Δεν υπάρχει σύστημα εκτόξευσης.
  - Πηγή ενέργειας για την λειτουργία του HAP είναι η ηλιακή.

Στον πίνακα που ακολουθεί συγκρίνουμε τα υπάρχοντα τηλεπικοινωνιακά συστήματα ( επίγειο, δορυφορικό) με το τηλεπικοινωνιακό σύστημα των HAPs.

	Επίγειο	LEO	GEO	HAP
Κάλυψη Σταθμού (τυπική διάμετρος)	<1 km	>500 km	Μέχρι την ακτινα της γης	Μέχρι 200 km
Διάμετρος κυψέλης	0.1-1 km	50 km	Min 400 km	1-10 km
Συνολική περιοχή εξυπηρέτησης	Spot service	παγκόσμια	Σχεδόν παγκόσμια	Εθνική-τοπική
Μέγιστος ρυθμός διάδοσης ανά χρήστη	155 Mbps	<2 Mbps up , 64 Mbps down	155 Mbps	25-155 Mbps
Αρχιτεκτονική συστήματος	Πολλοί σταθμοί βάσης πριν τη χρήση	Πολλοί δορυφόροι πριν τη χρήση	Ευέλικτη, αλλά	ευέλικτη
Εκτιμώμενο κόστος υποδομής	ποικίλει	\$ 9 billion	>\$ 200 million	\$ 50 million
Έτος λειτουργίας	2000	2005	1998	200-2008?

**Πίνακας 8.1 :** Σύγκριση μεταξύ επίγειου, δορυφορικού και HAP τηλεπικοινωνιακού συστήματος.

## Σύμβολα

Σύμβολο	Ονομασία	Μονάδα(SI)
a	boresight σφάλμα	rad
$A_i$	Συντελεστής Zernike	-
c	Ταχύτητα φωτός	m/s
$c_p$	Θερμική χωρητικότητα σε σταθερή πίεση	kg
$C_p$	συντελεστής πίεσης	-
$c_v$	Θερμική χωρητικότητα σε σταθερό όγκο	kg
e	Σφάλμα φάσης	-
G	Σταθερά Gladstone-Dale	-
h	υψόμετρο	m
$k_o$	κυματαριθμός	$m^{-1}$
$L_c$	Χαρακτηριστικό μήκος	m
$L_b$	Ρυθμός μείωσης θερμοκρασίας	k/m
M	Αριθμός Mach	-
Moll	Μοριακή μάζα	kg
n	Δείκτης διάθλασης	-
$N_i$	Παράγων κανονικοποίησης	-
OPD	Διαφορά οπτικού μονοπατιού	m
OPL	Μήκος οπτικού μονοπατιού	m
p	πίεση	pascal
$P_t$	Ολική πίεση	pascal
$P_d$	πίεση ξηρού αέρα	pascal
$P_v$	πίεση υδρατμού	pascal
$R_{gas}$	Σταθερά αερίου	J/(mol x k)
Re	Αριθμός Reynolds	-
$R_d$	σταθερά αερίου ξηρού αέρα	J/kg·ded K
$R_v$	σταθερά υδρατμών	J/kg·ded K
$\bar{R}$	Ειδική σταθερά αερίου	J/(kg x k)
$R_n^m$	Ακτινικό πολυώνυμο	-
T	θερμοκρασία	K, °C
t	χρόνος	s
U	ταχύτητα	m/s
u	Συνιστώσα ταχύτητας στον x-άξονα	m/s
v	Συνιστώσα ταχύτητας στον y-άξονα	m/s

w	Συνιστώσα ταχύτητας στον z-άξονα	m/s
x	x- άξονας	-
y	y- άξονας	-
z	z- άξονας	-
Z <sub>i</sub>	Πολυώνυμα Zernike	-
α	Ταχύτητα αέρα	m/s
γ	αδιαβατική σταθερά	-
θ	Γωνία ως προς z-άξονα	°
λ	Μήκος κύματος	m
μ	Δυναμικό ιξώδες	pascal s
ν	Κινηματικό ιξώδες	pascal s
ρ	πυκνότητα	kg/m <sup>3</sup>
τ	Δύναμη διάτμησης	pascal
φ	Γωνία ως προς x-άξονα	°
ω	στροβιλότητα	-



## Συντομογραφίες

<b>ISA</b>	International Standard Atmosphere
<b>NASA</b>	National Aeronautics and Space Administration
<b>NTUA</b>	National Technical University of Athens
<b>OPD</b>	Optical Path Difference
<b>OPL</b>	Optical Path Length
<b>RMS</b>	Root Mean Square (see: $OPD_{RMS}$ )
<b>STP</b>	Standard Temperature and Pressure
<b>UAV</b>	Unman Aircraft Vehicle

## Βιβλιογραφία

- [1] Amateur Telescope Optics, <http://www.telescope-optics.net>
- [2] Wikipedia, <http://www.wikipedia.org/>
- [3] Σταθόπουλος Φ. (2007). Εφαρμογές Επικοινωνιών LASER σε Δορυφορικά Δίκτυα και Στρατοσφαιρικές Πλατφόρμες.
- [4] <http://www.nd.edu/~sgordeye/AIAA2004-2450Hard.pdf>
- [5] Μπεργελές Γ. (2005). Η αεροδυναμική του υποηχητικού αεροσκάφους
- [6] <http://www.insideracingtechnology.com/Resources/velprofile.gif>
- [7] NASA, <http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/boundlay.html>
- [8] Von Mises R. (1949). Theory of flight.