

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τομέας Εργών Υπολομής και Αγροτικής Αναπτυξής

Εργαστήριο Δομικής Μηχανικής και Στοιχείων Τεχνικών Εργών

Πειραματική και θεωρητική διερεύνηση της ρηγμάτωσης και της εγκάρσιας μετατόπισης των δοκών με οπλισμό FRP

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΚΑΡΑΜΠΕΚΙΟΣ

Επιβλέπων: Καττής Μαρίνος Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

AOHNA 2009

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κύριο Μαρίνο Καττή για την ανάθεση και επίβλεψη της διπλωματικής εργασίας, καθώς και για τις καίριες διορθώσεις και τη βοήθεια του.

Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον υποψήφιο διδάκτορα Βασίλη Καρατζαφέρη, για την βοήθεια, την υποστήριξη και την καθοδήγηση που μου πρόσφερε σε όλη την διάρκεια εκπόνησης της παρούσης εργασίας, όπως επίσης για τον άπλετο και πολύτιμο χρόνο που μου διέθεσε. Η συμβολή του ήταν καταλυτική για την περάτωση της διπλωματικής.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συνάδελφο, συμφοιτητή και φίλο Ξάνθο Παπανικολάου για την σημαντική του βοήθεια στην εργασία μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή1				
Περίληψη				
Κεφάλαιο 1	Θεωρητικά μοντέλα για τον υπολογισμό του βέλους κάμψης και του εύρους ρωγμών			
1.1 1.2	Θεωρητικά μοντέλα για τον υπολογισμό του βέλους κάμψης5 Καμπτική Ρηγμάτωση12			
Κεφάλαιο 2	Το πειραματικό πρόγραμμα			
2.1 2.2 2.3 Κεφάλαιο 3	Κατασκευή πειραματικών δοκιμίων			
2.1	Faurié 21			
5.1 2.2	$1 \text{ EVIK}(\alpha) \qquad \qquad$			
3.2	1 πολογισμός με ραση το μοντελό του AC1			
3.5	Αναλούη της σόκου η με τροκολοτημένα μοντελα			
3.4	Ανάλυση της δοκού ΙΙ με τοοποποιημένα μοντέλα			
3.6	Υπολογισμός του εύρους ρωγμών της δοκού ΙΙ			
Κεφάλαιο 4	Παρατηρήσεις - Συμπεράσματα53			
Βιβλιογραφία				

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διάβρωση των ράβδων του χάλυβα που χρησιμοποιούνται ως οπλισμός σε κατασκευές από σκυρόδεμα αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα των κατασκευών αυτών. Το πρόβλημα αυτό είναι ιδιαίτερα έντονο στην Αμερική, όπου οι χιονοπτώσεις δημιουργούν στις κατασκευές αυτές συνθήκες υψηλής υγρασίας. Συνεπώς στην περίπτωση της χρησιμοποίησης του οπλισμού αυτού σε κατασκευές που βρίσκονται σε περιοχές με μεγάλη υγρασία, το κόστος της συντήρησής τους είναι τεράστιο.

Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος έχει προταθεί η αντικατάσταση του χάλυβα με ράβδους από FRP. Ο όρος FRP περιγράφει μια ομάδα υλικών τα οποία κατασκευάζονται από συνθετικές και οργανικές ίνες συγκολλημένα με ρητίνη. Οι πιο συνηθισμένες κατηγορίες είναι τα FRP από άνθρακα (CFRP), τα FRP από αραμίδιο (AFRP), και τα FRP από γυαλί (GFRP). Τα συγκεκριμένα υλικά παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές στις ιδιότητές τους αναφορικά με τον χάλυβα συνεπώς για την αποδοχή τους στο χώρο των κατασκευών είναι απαραίτητη η περαιτέρω έρευνα για τον έλεγχο της ανθεκτικότητάς τους κάτω από όλες τις πιθανές χημικές και φυσικές καταπονήσεις, τις οποίες ενδέχεται να αντιμετωπίσει μια κατασκευή.

Τα FRP προσφέρουν έναν εξαιρετικό συνδυασμό ιδιοτήτων, όπως είναι το μικρό βάρος, η μεγάλη αντίσταση στη διάβρωση, και η υψηλή μηχανική τους αντοχή. Εξαιτίας της υψηλής αντοχής και, σε μερικές περιπτώσεις, του χαμηλού μέτρου ελαστικότητας, οι κατασκευές που είναι οπλισμένες με ράβδους FRP παρουσιάζουν μικρότερη ακαμψία από αυτές που είναι οπλισμένες με ράβδους χάλυβα.

Από την άλλη όμως πλευρά, στα πλαίσια της μελέτης της συμπεριφοράς των υλικών αυτών, έχουν εντοπιστεί ορισμένα μειονεκτήματα, που ενδεχομένως να δημιουργήσουν σημαντικά προβλήματα στις κατασκευές. Χαρακτηριστικό αυτών των συνθετικών υλικών είναι το χαμηλό μέτρο ελαστικότητας και το γραμμικό διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων μέχρι τη θραύση, με μη διακριτό σημείο θραύσης και με

διαφορετική αντοχή συνάφειας, ανάλογα με τον τύπο του FRP. Σαν αποτέλεσμα, η μηχανική συμπεριφορά αυτών των στοιχείων περιγράφεται από την υψηλή τους παραμορφωσιμότητα, τα μεγάλα βέλη κάμψης, και τα μεγάλα ανοίγματα ρωγμών. Επίσης, προβληματική μπορεί να θεωρηθεί και η συνάφεια των ράβδων οπλισμού από FRP ως προς το σκυρόδεμα που τα περιβάλλει. Το σίγουρο πάντως είναι ότι, στις περιπτώσεις του σχεδιασμού κατασκευαστικών στοιχείων από FRP, οι μεγάλες παραμορφώσεις απαιτούν τον ενδελεχή έλεγχο της λειτουργικότητας των κατασκευών αυτών, κάτι που δεν κρινόταν τόσο απαραίτητο στην περίπτωση του χάλυβα.

Η μηχανική συμπεριφορά των κατασκευών με οπλισμό ράβδους FRP έχει αναλυθεί με τις διαδικασίες και τις μεθοδολογίες, οι οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί στο χάλυβα. Παρόλα αυτά, στην ανάλυση της λειτουργικότητας, η οποία εδώ είναι βασική, η παραδοσιακή προσέγγιση που χρησιμοποιείται για τον χάλυβα δεν δύναται να παρέχει συνεπή και αξιόπιστα αποτελέσματα, αφού οι φυσικές και μηχανικές ιδιότητες των FRP διαφέρουν σημαντικά από αυτές του χάλυβα. Αυτές οι διαφορές προκύπτουν τόσο από τις ιδιότητες των υλικών των FRP, όσο και από τους μηχανισμούς αλληλεπίδρασης τους με το σκυρόδεμα.

Παρόλο που η έρευνα στο πεδίο των FRP είναι πολύ πρόσφατη, η πρώτη γενιά οδηγιών σχεδιασμού έχει ήδη αναπτυχθεί στην Ιαπωνία, στον Καναδά, στην Αμερική αλλά και στην Ευρώπη. Όλες οι παραπάνω οδηγίες στηρίζονται σε ήδη υπάρχοντες κανονισμούς που αφορούν τον χάλυβα. Έτσι, η μελέτη της παραμορφωσιμότητας των δομικών στοιχείων βασίζεται σε μια γραμμική ελαστική ανάλυση, όπου εισάγεται μια μετασχηματισμένη τιμή της ροπής αδρανείας της διατομής.

Στην εργασία αυτήν παρουσιάζονται ορισμένα πειραματικά και θεωρητικά αποτελέσματα, τα οποία αποκτήθηκαν στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων του εργαστηρίου Δομικής Μηχανικής και Στοιχείων Τεχνικών Έργων της ΣΑΤΜ του ΕΜΠ, πάνω στην μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων με οπλισμό FRP. Συγκεκριμένα, στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής εργασίας, διεξήχθη ένα πειραματικό πρόγραμμα για τον προσδιορισμό της κατακόρυφης βύθισης και του εύρους ρωγμών σε δοκούς οπλισμένες με ράβδους FRP υπό μονότονη φόρτιση. Στην συνέχεια, έγινε μία σύγκριση των πειραματικών τιμών με αυτές που προκύπτουν από τα θεωρητικά μοντέλα που υπάρχουν μέχρι σήμερα

Η δομή της διπλωματικής εργασίας έχει ως ακολούθως: Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση των μεθόδων υπολογισμού της κατακόρυφης βύθισης και του εύρους ρωγμών σε δοκούς με οπλισμό FRP. Στο δεύτερο κεφάλαιο, περιγράφεται το πειραματικό πρόγραμμα που έγινε στα πλαίσια της παρούσης εργασίας, και παρουσιάζονται πειραματικά αποτελέσματα που αποκτήθηκαν για τα βέλη κάμψης και το εύρος ρωγμών με οπλισμό FRP. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται υπολογισμός της κατακόρυφης βύθισης και του εύρους ρωγμών σύμφωνα με το μοντέλο του Αμερικάνικου κώδικα ACI 440.IR-01, καθώς και με τα διάφορα τροποποιημένα μοντέλα που αναφέρονται στην παράγραφο αυτή. Στο κεφάλαιο 4 περιέχονται τα συμπεράσματα της παρούσης εργασίας.

ABSTRACT

Στην εργασία αυτήν παρουσιάζονται ορισμένα πειραματικά και θεωρητικά αποτελέσματα, τα οποία αποκτήθηκαν στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων του εργαστηρίου Δομικής Μηχανικής και Στοιχείων Τεχνικών Έργων της ΣΑΤΜ του ΕΜΠ, πάνω στην μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων με οπλισμό FRP. Συγκεκριμένα, στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής εργασίας, διεξήχθη ένα πειραματικό πρόγραμμα για τον προσδιορισμό της κατακόρυφης βύθισης και του εύρους ρωγμών σε δοκούς οπλισμένες με ράβδους FRP υπό μονότονη φόρτιση. Στην συνέχεια, έγινε μία σύγκριση των πειραματικών τιμών με αυτές που προκύπτουν από τα θεωρητικά μοντέλα που υπάρχουν μέχρι σήμερα

In this diploma thesis, both experimental and theoretical results are presented, which were obtained during a research program executed at the Structural Mechanics Lab of the National Technical University of Athens concerning the study of mechanical behavior of concrete beams reinforced with CFRP bars. Specifically, for the determination of the deflection and crack width, two concrete beams were tested. Next, comparison of the experimental values with those derived from already existing theoretical models was made.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΒΕΛΟΥΣ ΚΑΜΨΗΣ ΚΑΙ ΕΥΡΟΥΣ ΡΩΓΜΩΝ

1.1 Θεωρητικά μοντέλα για τον υπολογισμό του βέλους κάμψης

Οι κανονισμοί του Αμερικάνικου Ινστιτούτου Σκυροδέματος (ACI 1999) και της Καναδικής Ένωσης Προτυποποίησης (CSA 1998) πρότειναν τη χρήση της ισοδύναμης ροπής αδράνειας I_e για τον υπολογισμό της κατακόρυφης μετατόπισης των ρηγματωμένων μελών από σκυρόδεμα με οπλισμό από χάλυβα. Η διαδικασία απαιτεί τον υπολογισμό μιας ομοιόμορφης ροπής αδράνειας σε όλο το μήκος της δοκού, και τη χρήση των εξισώσεων της κατακόρυφης μετατόπισης που προέρχονται από τη γραμμική ελαστική ανάλυση.

Ο υπολογισμός της ισοδύναμης ροπής αδράνειας I_e βασίζεται σε ημι-εμπειρικές μεθόδους, και παρά τις όποιες αμφιβολίες που υπάρχουν για τη δυνατότητα εφαρμογής τους στα συμβατικά οπλισμένα στοιχεία σκυροδέματος που υποβάλλονται σε σύνθετες φορτίσεις και συνοριακές συνθήκες, έχει δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές στη διάρκεια που εφαρμόζεται. Στους κώδικες της Βόρειας Αμερικής ο υπολογισμός της κατακόρυφης μετατόπισης καμπτόμενων μελών βασίζεται κυρίως, στις εξισώσεις που προέρχονται από τη γραμμική ελαστική ανάλυση, χρησιμοποιώντας την ισοδύναμη ροπή αδράνειας I_e που δίνεται από τον τύπο του Branson (1965)

$$I_e = \left[\left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr}^* \le I_g \quad , \tag{1.1}$$

όπου M_{cr} είναι η ροπή ρηγμάτωσης, M_a η αναπτυσσόμενη καμπτική ροπή στο δομικό στοιχείο, I_g η ροπή αδράνειας της συμπαγούς διατομής, I_{cr} η ροπή αδράνειας ρηγματωμένης διατομής, και I_e η ισοδύναμη ροπή αδράνειας.

Μετά από μία σειρά δοκιμών που έγιναν σε διάφορους τύπους δοκών και με διαφορετικές συνθήκες φόρτισης (Yu και Winter, 1960; Branson, 1977; Nawy και Neuworth, 1977) αποδείχθηκε ότι ο παραπάνω τύπος εξαρτάται από το είδος της φόρτισης, την τιμή του λόγου I_g/I_{cr} και του ποσοστού οπλισμού ρ. Η εξίσωση του Branson παρέχει μια αξιόπιστη εκτίμηση της κατακόρυφης μετατόπισης για δοκούς οπλισμένες με τυπικές ποσότητες χάλυβα. Αυτό δεν προκαλεί έκπληξη καθώς η έκφρασή της ισοδύναμης ροπής αδράνειας Ιe προήλθε από πειραματικές μετρήσεις δοκών που οπλίζονταν από χάλυβα. Τα περισσότερα από αυτά τα δοκάρια ήταν αμφιέρειστα με ορθογώνια διατομή που είχαν ένα ποσοστό οπλισμού ρ ίσο με 1.65% και ένα αντίστοιχο λόγο ακαμψιών I_g / I_{cr} ίσο με 2.2 (Washa και Fluck, 1952; Branson, 1965). Η σύγκριση των κατακόρυφων μετατοπίσεων έγινε για ένα φορτίο που ήταν περίπου ίσο με 2.5 φορές αυτό της ρηγμάτωσης. Στην ανάλυση συμπεριελήφθησαν επίσης κάποια συνεχή δοκάρια καθώς και μερικά τύπου T με I_g / *I_{cr}* ίσο με 3 (Yu και Winter, 1960). Όλα τα δοκάρια φορτίστηκαν ομοιόμορφα. Στη συνέχεια ο Branson (1977) πραγματοποίησε μια παραμετρική μελέτη για δοκάρια των οποίων οι τιμές του I_g / I_{cr} ήταν μεταξύ των τιμών 1.5 και 4.0. Αυτό αντιστοιχεί σε ποσοστά οπλισμού χάλυβα που ξεκινάν από 2.2% και μειώνονται μέχρι 0.6% για ένα ορθογώνιο δοκάρι με σκυρόδεμα θλιπτικής αντοχής 35 Mpa. Η αναπτυσσόμενη ροπή (M_a) σε αυτήν την περίπτωση κυμαίνεται από μία υψηλή τιμή, περίπου ίση με 4 ή 5 φορές την ροπή της ρηγμάτωσης M_{cr}, σε μία μικρότερη ίση με δύο φορές την ροπή της ρηγμάτωσης M_{cr} , όταν ο λόγος οπλισμού μειώνεται από 2.2% σε 0.6%.

Κατά καιρούς έγιναν αρκετές προσπάθειες από πολλούς μελετητές για την δημιουργία ενός τύπου που θα έδινε ακριβή αποτελέσματα της ισοδύναμης ροπής αδράνειας για δοκούς οπλισμένες με FRP. Θεωρήθηκε από τους περισσότερους ότι η μορφή θα πρέπει να είναι παρόμοια με αυτήν της εξίσωσης του Branson, επειδή είναι πολύ εύχρηστη και οι μελετητές είναι εξοικειωμένοι με αυτήν.

Μια από τις πρώτες δημοσιεύσεις, που ασχολήθηκε με την σύγκριση και κριτική της προτεινόμενης από το ACI μεθόδου, ήταν αυτή του Alsayed (1998). Στη δημοσίευση αυτή, με βάση τα καταγεγραμμένα αποτελέσματα των ερευνών πάνω στο συγκεκριμένο θέμα, συμπεραίνεται ότι, η συμπεριφορά των δοκών με οπλισμό FRP είναι διαφορετική σε μεγάλο βαθμό από αυτή των αντίστοιχων δοκών με οπλισμό χάλυβα. Η μελέτη παρουσιάζει τα συγκριτικά αποτελέσματα μεταξύ των πειραματικών αποτελεσμάτων που προέκυψαν από δοκιμές σε εννέα δοκούς με οπλισμό GFRP και σε τρεις δοκούς με οπλισμό χάλυβα, και των αριθμητικών αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή του τύπου του ACI, του τροποποιημένου τύπου του GangaRao (1992), και ενός μοντέλου που κατασκευάστηκε λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες των ράβδων FRP του πειράματος (Alsayed, 1998).

Με την αντικατάσταση της ισοδύναμης ροπής αδράνειας I_e από την μέση ροπή αδράνειας I_m (GangaRao και Faza, 1992) ο Alsayed βρήκε πειραματικά αποτελέσματα πολύ κοντά στα προβλεπόμενα από την τροποποιημένη εξίσωσης. Τα βασικότερα συμπεράσματα του άρθρου αυτού είναι:

- Η αστοχία στις δοκούς με οπλισμό GFRP συμβαίνει πρώτα στην θλιβόμενη ζώνη λόγο της θλιπτικής αστοχίας του σκυροδέματος, και όχι στις ράβδους οπλισμού από την αστοχία αυτών σε εφελκυσμό.
- Το μοντέλο που προτείνει το ACI υποεκτιμά την παραμόρφωση των GFRP, και το λάθος στην πρόβλεψη του φορτίου λειτουργίας ανέρχεται στο 70%. Στην περίπτωση που αντικατασταθεί η ισοδύναμη ροπή αδρανείας της εξίσωσης του ACI με την τροποποιημένη του GangaRao, το λάθος στην πρόβλεψη πέφτει στο 15%. Το γεγονός αυτό δεν σημαίνει ότι δεν είναι αναγκαίες οι τροποποιήσεις για τα διάφορα είδη φόρτισης, με διαφορετικές διατάξεις οπλισμού και διαφορετικά είδη ράβδων FRP.
- Για τις δοκούς με οπλισμό GFRP, που έχουν σχεδιαστεί να αστοχεί το σκυρόδεμα, η φέρουσα καμπτική ικανότητα της δοκού μπορεί εύκολα να υπολογιστεί με χρήση της μεθόδου οριακής αντοχής, για υπέροπλισμένες διατομές. Παρόλα αυτά, η παραμόρφωση στο φορτίο λειτουργίας για τέτοιες δοκούς μπορεί να καθορίζει τον σχεδιασμό και για πολλούς τύπους κατασκευών από FRP. Ο μέσος λόγος της καμπτικής παραμόρφωσης που μετράται στο φορτίο λειτουργίας δοκών με οπλισμό GFRP ως προς δοκούς με οπλισμό χάλυβα, της ίδιας φέρουσας καμπτικής οριακής ικανότητας και των ίδιων διαστάσεων είναι ίσος προς 2.

 Με συντελεστή ασφαλείας 1.5 έναντι αστοχίας σε εφελκυσμό των οπλισμών GFRP, διασφαλίζεται η αστοχία των δοκών από θλίψη σκυροδέματος.

Ο Benmokrane (1996) ύστερα από πειραματική έρευνα πρότεινε ότι η εξίσωση του Branson θα έπρεπε να τροποποιηθεί περαιτέρω εισάγοντας δύο εμπειρικές σταθερές προκειμένου να προσαρμοστεί για την περίπτωση των ράβδων GFRP. Η τροποποιημένη εξίσωση που πρότεινε ο Benmokrane ήταν η εξής:

$$I_e = aI_{cr} + \left(\frac{I_g}{\beta} - aI_{cr}\right) \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 \le I_g, \qquad (1.2)$$

όπου τα α και β προσδιορίστηκαν ίσα με 0.84 και 7.0, αντίστοιχα.

Οι Brown και Bartholomew (1996) πρότειναν ότι θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί η βασική μορφή της εξίσωσης (1.1) με μία λογική ακρίβεια για τον υπολογισμό της κατακόρυφη μετατόπισης των δοκών σκυροδέματος οπλισμένων με ράβδους FRP, εάν χρησιμοποιηθεί μια εξίσωση πέμπτης δύναμης αντί αυτής με τρίτη που προϋπήρχε. Η τροποποιημένη εξίσωση είναι η ακόλουθη:

$$I_{e} = \left[\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{5} \right] I_{g} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{5} \right] I_{cr} \le I_{g}$$

$$(1.3)$$

Ο Gao (1998) εισήγαγε στον τύπο του Branson μια διορθωτική παράμετρο β για την καλύτερη προσαρμογή των πειραματικών δεδομένων. Η τροποποιημένη σχέση του Branson που προτάθηκε είναι η εξής:

$$I_{e} = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^{m} \cdot \beta_{b} I_{g} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^{m}\right] I_{cr} \le I_{g}$$
(1.4)

όπου m=3 για ράβδους FRP από γυαλί και β_b είναι διορθωτική παράμετρος. Η επιτροπή ACI 440 (ACI 2003) και η ISIS (2001) πρότειναν μία τροποποιημένη έκφραση για το β_b , η οποία υπολογίζεται από τον τύπο :

$$\beta_b = a_b \left[\frac{E_f}{E_s} + 1 \right] \tag{1.5}$$

όπου E_f είναι το μέτρο ελαστικότητας του οπλισμού FRP, E_S το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα, a_b είναι συντελεστής συνάφειας (μέχρι να διατεθούν περισσότερα στοιχεία $a_b = 0.5$). Πρέπει να σημειωθεί ότι ο συντελεστής β_b ισούται με 0.6 για ράβδους FRP από γυαλί με ακαμψία 40GPa.

Η επιτροπή του Αμερικάνικου Ινστιτούτου Σκυροδέματος ACI 440 (2004) πρότεινε επίσης αναθεωρήσεις στην εξίσωση σχεδιασμού της ACI 440.1R-03 (ACI 2003). Η εξίσωση της ισοδύναμης ροπής αδράνειας έχει διατηρήσει την ίδια μορφή με αυτήν της εξίσωσης (1.4) εντούτοις, η μορφή του συντελεστή β άλλαξε. Ο νέος συντελεστής μείωσης β άλλαξε τη βασική μεταβλητή από το μέτρο ελαστικότητας στον σχετικό λόγο οπλισμού, όπως φαίνεται στην ακόλουθη σχέση:

$$\beta = \frac{1}{5} \left(\frac{\rho_{FRP}}{\rho_{bal}} \right) \le 1.0 \tag{1.6}$$

Ο Yost (2003) έλαβε υπόψη την επιρροή της αναλογίας οπλισμού με τον συντελεστή:

$$\alpha_b = 0.064 \left(\frac{\rho}{\rho_{bal}}\right) + 0.13 \tag{1.7}$$

όπου ρ_{bal} είναι το ποσοστό οπλισμού της ισορροπημένης διατομής, ρ είναι το ποσοστό οπλισμού. Στην περίπτωση που ο λόγος ρ / ρ_{bal} είναι ανάμεσα στα όρια

$$1.20 < \rho/\rho_{bal} < 2.70$$

μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια μέση τιμή του *a_b* ίση με 0.25. Η απόκλιση που παρατηρείται στην αναμενόμενη συμπεριφορά και η αδυναμία σωστής πρόβλεψης της κατακόρυφης μετατόπισης δοκών σκυροδέματος οπλισμένων με ράβδους FRP έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση διαφορών στα χαρακτηριστικα συνάφειας, στις συμπεριφορές ρηγμάτωσης καθώς επίσης και στην εμφάνιση μιας χαμηλότερης ακαμψίας οπλισμού (ACI 2003). Ο Yost (2003) αντιλήφθηκε επίσης τη σημασία της αναλογίας οπλισμού στην προβλεπόμενη συμπεριφορά όπως σημειώθηκε παραπάνω.

Οι Toutanji και Saafi (2000) μελέτησαν πειραματικά την καμπτική παραμόρφωση δοκών οπλισμένων με ράβδους GFRP και πρότειναν εμπειρικές σχέσεις προσαρμοσμένες κατά τον καλύτερο τρόπο στα πειραματικά τους αποτελέσματα. Η σχέση που πρότειναν για την ισοδύναμη ροπή αδράνειας είναι η εξής:

$$I_{e} = \left[\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{m} \right] I_{g} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{m} \right] I_{cr} \le I_{g}$$

$$(1.8)$$

όπου $m = 6 - 10 \frac{E_{FRP}}{E_S} \rho_{FRP}$, εάν $\frac{E_{FRP}}{E_S} \rho_{FRP} \rangle 0.3$

διαφορετικά m=3, όπου ρ_{FRP} είναι το ποσοστό οπλισμού,

Η επιτροπή του Καναδά ISIS Design Manual M03-01 (Rizkalla και Mufti 2001) πρότεινε την χρήση μιας αρκετά διαφορετικής εξίσωσης για τον υπολογισμό της ισοδύναμης ροπής αδράνειας, η οποία προτάθηκε από τον Chali (2001). Η εξίσωση αυτή έχει την μορφή που η μορφή:

$$I_e = \frac{I_g I_{cr}}{I_{cr} + \left(1 - \gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^2\right) \left(I_g - I_{cr}\right)} \le I_g , \quad \mu\epsilon \quad \gamma=0.5$$

$$(1.9)$$

Η εξίσωση αυτή προέρχεται από την σχέση καμπυλότητας που προβλέπεται στον κανονισμό CEB-FIP (1990) και CEB-FIP (1993) η οποία αρχικά αναφερόταν σε συνεχή ή επαναλαμβανόμενη φόρτιση.

Ο Scanlon (2004) επισήμανε ότι η εξίσωση (1.1) του Branson υπερεκτιμά τη μέση ακαμψία οπλισμένων φορέων σκυροδέματος που περιέχουν σχετικά μικρό ποσοστό χάλυβα, όταν το $\rho = A_{st}$ /bd είναι μικρότερο από 1% και για τα πολύ ελαφρώς οπλισμένα στοιχεία όπου I_g / I_{cr} είναι μεγάλο, και γενικά υποεκτιμά τις άμεσες κατακόρυφες μετατοπίσεις. Η κατάσταση είναι ακόμα χειρότερη για στοιχεία που είναι οπλισμένα με ράβδους FRP όπου έτσι και αλλιώς ο λόγος I_g / I_{cr} είναι πολύ μεγάλος. Σαν βελτίωση, ο Scanlon πρότεινε την ακόλουθη εξίσωση :

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \beta_c \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)} = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2}, \quad \mu\epsilon \quad \eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_{unc}}$$
(1.10)

όπου I_{unc} είναι η ροπή αδράνειας του αρηγμάτωτου τμήματος, η οποία είναι περίπου ίση με I_g για τα ελαφρώς οπλισμένα στοιχεία.

Η μέθοδος ροπών-καμπυλοτήτων για τον υπολογισμό της κατακόρυφης μετατόπισης είναι βασισμένη στις βασικές αρχές της στατικής των κατασκευών. Όταν ένα διάγραμμα ροπής-καμπυλότητας είναι γνωστό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας πρακτικός τρόπος υπολογισμού της κατακόρυφης μετατόπισης δομικών στοιχείων κάτω από οποιαδήποτε φόρτιση, με βάση τον τύπο:

$$\delta = \int_0^L m \frac{M}{EI} dx \tag{1.11}$$

όπου L είναι το άνοιγμα της δοκού, *M/EI* η καμπυλότητα του τμήματος, και *m* η ροπή κάμψης λόγω μοναδιαίας φόρτισης που εφαρμόστηκε στο σημείο όπου πρόκειται να υπολογιστεί η κατακόρυφη μετατόπιση.

Μια μέθοδος υπολογισμού της κατακόρυφης μετατόπισης μέσω του διαγράμματος ροπής-καμπυλότητας υιοθετήθηκε από τους Faza και GangaRao (1992), οι οποίοι υπολόγισαν την κατακόρυφη μετατόπιση στο μέσο του ανοίγματος της δοκού, που υπόκειται σε κάμψη τεσσάρων σημείων, μέσω της ολοκλήρωσης ενός υποτιθέμενου διαγράμματος ροπής-καμπυλότητας. Οι Faza και GangaRao (1992) έκαναν την υπόθεση ότι για την κάμψη τεσσάρων σημείων, η δοκός ρηγματώνεται πλήρως μεταξύ των σημείων εφαρμογής των φορτίων και μερικώς οπουδήποτε αλλού. Έτσι θα μπορούσε να παραχθεί ένας τύπος υπολογισμού της κατακόρυφης μετατόπισης με την υπόθεση ότι η ροπή αδράνειας μεταξύ των σημείων φόρτισης είναι η ροπή αδράνειας της ρηγμάτωμένης διατομής, και ότι η ροπή αδράνειας οπουδήποτε αλλού είναι η ισοδύναμη ροπή αδράνειας που καθορίζεται από την εξίσωση (1.1). Μέσω της ολοκλήρωσης της καμπύλης ροπής-καμπυλότητας που προτάθηκε από τους Faza και GangaRao (1992), η μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση για την κάμψη τεσσάρων σημείων υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση :

$$\delta_{\max} = \frac{Pa}{24E_c I_e I_{cr}} (8a^2 I_{cr} + 3L^2 I_e - 12a^2 I_e)$$
(1.12)

όπου α είναι διατμητικό άνοιγμα.

Η εξίσωση (1.12) έχει περιορισμένη χρήση επειδή δεν είναι σαφείς οι υποθέσεις που πρέπει να γίνουν για την εφαρμογή της ισοδύναμης ροπής αδράνειας σε άλλες περιπτώσεις φορτίσεων. Εντούτοις, είχε πολύ καλά αποτελέσματα στην πρόβλεψη της κατακόρυφης μετατόπισης των δοκαριών που δοκιμάστηκαν από τους Faza και GangaRao (1992).

Ο κανονισμός του Καναδά (CSA S806-02) πρότεινε ότι η μέθοδος υπολογισμού της κατακόρυφης μετατόπισης μέσω του διαγράμματος της ροπής-καμπυλότητας είναι συμβατή με τα στοιχειά που είναι οπλισμένα από ράβδους FRP, επειδή το διάγραμμα

της ροπής-καμπυλότητας μπορεί να προσεγγιστεί από δύο γραμμικές περιοχές, μία πριν το σκυρόδεμα παρουσιάσει ρωγμές, και μία δεύτερη μετά την εμφάνιση της πρώτης ρωγμής (Razaqpur, 2000). Επομένως, δεν χρειάζεται ο υπολογισμός της καμπυλότητας στα διάφορα τμήματα κατά μήκος της δοκού όπως συμβαίνει για το σκυρόδεμα που οπλίζεται από χάλυβα. Υπάρχουν μόνο τρία ζευγάρια ροπών με αντίστοιχες καμπυλότητες που καθορίζουν ολόκληρο το διάγραμμα ροπήςκαμπυλότητας (κατά την ρηγμάτωση, αμέσως μετά την ρηγμάτωση, και στο τέλος). Έχοντας αυτό υπόψη, παρήχθησαν απλοί τύποι για τον υπολογισμό της κατακόρυφης μετατόπισης των αμφιέρειστων δοκών οπλισμένων με ράβδους FRP που υιοθετήθηκαν από τον κανονισμό CSA S806-02 (CSA 2002). Η κατακόρυφη μετατόπιση λόγω κάμψης τεσσάρων σημείων υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

$$\delta_{\max} = \frac{Pa}{24E_c I_{cr}} \left[3L^2 - 4a^2 - 8\left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 a^2 \right]$$
(1.13)

1.2 Καμπτική Ρηγμάτωση

Η ροπή ρηγμάτωσης δομικών στοιχείων M_{cr} υπολογίζεται με βάση τις ιδιότητες της συμπαγούς διατομής χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η συνεισφορά του οπλισμού (Benmokrane et al 1996).

Σε αντίθεση με ότι συμβαίνει στον χάλυβα, στην περίπτωση του οπλισμού FRP, το ποσοστό οπλισμού έχει παρατηρηθεί ότι έχει αμελητέα επίδραση στην απόσταση των ρωγμών (Masmoudi et al 1998, Theriault et al 1998). Αντίθετα οι Toutanji και Saafi (1999) παρατήρησαν ότι η απόσταση ρωγμών μειώνεται με την αύξηση του ποσοστού οπλισμού. Επίσης παρατηρήθηκε ότι η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος δεν επηρεάζει την απόσταση των ρωγμών.

Το εύρος ρωγμών, σε αντίθεση με την απόσταση των ρωγμών έχει παρατηρηθεί ότι αυξάνεται με την αύξηση της θλιπτικής αντοχής (Theriault et al 1998), το οποίο όμως έρχεται σε αντίθεση με τις παρατηρήσεις των GangaRao και Faza (1991). Η αύξηση του ποσοστού οπλισμού οδήγησε σε μείωση του εύρους ρωγμών (Theriault et al 1998, Toutanji και Saafi 1999). Οι Masmoudi et al 1998 ανέφεραν ότι τα εύρη ρωγμών που παρουσιάζονται σε δοκούς με οπλισμό FRP είναι τρεις με τέσσερις φορές αυτών που παρουσιάζονται στην περίπτωση του χάλυβα. Πρότειναν ο υπολογισμός του εύρους ρωγμών να γίνεται με την εξίσωση

$$w = K_g f_f \beta_J^3 / d_c A \tag{1.14}$$

η οποία είναι μια τροποποιημένη εξίσωση των Gergely-Lutz. Η σταθερά K_g προσδιορίστηκε ίση με $41 \times 10^{-6} mm^2 / N$ για την σειρά δοκιμίων που εξέτασαν. Τα αποτελέσματα αυτού του μοντέλου ήταν σε συμφωνία με τα αποτελέσματα των πειραμάτων που πραγματοποίησαν οι Theriault et al 1998.

Οι GangaRao και Faza (1993) ξεκαθάρισαν ότι το εύρος ρωγμών των δομικών στοιχείων οπλισμένων με FRP πρέπει να διαφοροποιείται από αυτόν του χάλυβα λόγω των διαφορών στα μέτρα ελαστικότητας και στις συνθήκες συνάφειας. Τονίστηκε η ανάγκη να ληφθεί υπόψιν η ενεργή αντοχή συνάφειας των ράβδων FRP στον υπολογισμό του εύρους ρωγμών. Προτάθηκε ο παρακάτω τύπος υπολογισμού, ο οποίος όμως δεν έδωσε αποδεκτά αποτελέσματα στην περίπτωση των GFRP με επιφάνεια που έχει υποστεί αμμοβολή (sand coated) λόγω της υψηλής αντοχής συνάφειας που έχουν.

$$W_{\max} = l\varepsilon_f \tag{1.15}$$

$$l = \frac{(2f'_t A)}{\mu_m \pi D}, \text{ psi } \mu \text{ov} \acute{a}\delta\epsilon\varsigma$$
(1.16)

όπου

l η απόσταση των ρωγμών

 f_t η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος

 μ_m η μέγιστη αντοχή συνάφειας

Α η ενεργή περιοχή εφελκυσμού του σκυροδέματος που περιβάλλει την ράβδο διαιρεμένη με τον αριθμό των ράβδων

D η διάμετρος της ράβδου

 ε_{f} η μέγιστη παραμόρφωση του FRP σε συνθήκες λειτουργίας

Σε μια διαφορετική προσέγγιση οι GangaRao και Faza (1993) πρότειναν την εξίσωση των Gergely-Lutz, αντικαθιστώντας την παραμόρφωση του χάλυβα με αυτή του FRP

$$w = 0.076\beta \frac{E_s}{E_f} f_f \beta \sqrt[3]{d_c A} \text{ ksi } \mu \text{ov} \acute{\alpha} \delta \varepsilon \varsigma$$
(1.17)

όπου f_f/F_f είναι η παραμόρφωση του οπλισμού FRP.

Τονίζεται πάλι, ότι η εξίσωση (1.17) έχει εφαρμογή μόνο στην περίπτωση που οι οπλισμοί FRP και χάλυβα έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά συνάφειας. Το εύρος ρωγμής που προβλέφθηκε από αυτή την εξίσωση δεν ήταν σε συμφωνία με τα πειράματα που περιείχαν ράβδους sand-coated υψηλής συνάφειας. Παρόλα αυτά η ίδια εξίσωση οδήγησε σε καλές προβλέψεις του εύρους ρωγμής σε πειράματα των Alkhrdaji et al (2000)

Ο Zhao και οι συνεργάτες του (1997, 1999) πραγματοποίησαν πειράματα και προέβλεψαν το εύρος ρωγμών με την προσέγγιση του BSI (1985). Οι προβλέψεις αυτές παρατηρήθηκε ότι ήταν μη συντηρητικές κατά 20% με 40%. Οι συγγραφείς επισήμαναν την ανάγκη τροποποίησης του κώδικα λαμβάνοντας υπόψιν τα χαρακτηριστικά του σκυροδέματος, τις υψηλές παραμορφώσεις, του οπλισμού FRP και την φύση της συνάφειας σκυροδέματος με την ράβδο FRP. Επίσης παρατήρησαν ότι οι προβλέψεις του εύρους ρωγμής με τον Ευροκώδικα 2 (CEN 1992) είναι ικανοποιητικές.

Οι Ombres και οι συνεργάτες του (2000) πρότειναν για τον υπολογισμό του εύρους ρωγμών και της βύθισης μια αριθμητική διαδικασία που βασίζεται στον νόμο της τάσης συνάφειας-ολίσθησης. Οι προβλέψεις του συμφωνούσαν με τα πειραματικά αποτελέσματα ειδικά σε συνθήκες λειτουργίας που αντιστοιχούν σε ένα επίπεδο φόρτισης μικρότερο από το 50% του οριακού φορτίου.

Οδηγίες του ACI για τον υπολογισμό του εύρους ρωγμών

Η επιτροπή ACI 440R-96 (ACI Committee 440 1996) αναφέρει ότι το εύρος ρωγμών επηρεάζεται από τα χαρακτηριστικά συνάφειας και το μέτρο ελαστικότητας του οπλισμού FRP. Η επιτροπή αναφέρεται μόνο στον οπλισμό GFRP χωρίς καμιά οδηγία για τα υπόλοιπα είδη οπλισμού FRP. Η επιτροπή υιοθετεί την δουλειά των GangaRao και Faza (1993) με την προτεινόμενη εξίσωση (1.15). Η επιτροπή ACI 440R-96 (ACI Committee 440 1996) αναφέρει ότι το πλάτος ρωγμής είναι ανάλογο με την παραμόρφωση του οπλισμού (περισσότερο σε σχέση με την τάση) και υιοθετεί μια τροποποιημένη μορφή της εξίσωσης των Gergely-Lutz

$$w = \frac{2.2}{E_f} \beta k_b f_f \sqrt[3]{dcA}$$
(1.18)

Ο όρος k_b έχει εισαχθεί για να ληφθεί υπόψιν η συνάφεια οπλισμού FRPσκυροδέματος και πρέπει να προσδιοριστεί πειραματικά. Αν οι συνθήκες συνάφειας είναι όμοιες με αυτές του χάλυβα τότε ο όρος k_b είναι ίσος με την μονάδα. Αν οι συνθήκες συνάφειας είναι πιο υποβαθμισμένες από αυτές του χάλυβα τότε ο όρος k_b έχει τιμή μεγαλύτερη από την μονάδα. Αν η τιμή του όρου είναι άγνωστη προτείνεται η τιμή 1.2.

Ο κανονισμός ISIS του Καναδά (ISIS Canada 2001) υιοθετεί την εξίσωση του ACI και τονίζει την ανάγκη προσδιορισμού του k_b . Ο καναδικός κανονισμός για τον σχεδιασμό κτιρίων με οπλισμό FRP (CAN/CSA-5806-02) 2002 υιοθετεί επίσης την εξίσωση του ACI αλλά επεξεργάζεται με μια έμμεση ποσότητα (z) που προέρχεται από την εξίσωση του εύρους ρωγμών.

Η επιτροπή ACI 440.IR-06 (ACI Committee 440 1996) τροποποιεί περισσότερο την εξίσωση του εύρους ρωγμών. Το εύρος ρωγμών συνδέεται με την επικάλυψη του σκυροδέματος d_c και την απόσταση μεταξύ των ράβδων s που βασίζεται στην πρόταση του Forsch (1999).

$$w = 2\frac{f_f}{E_f}\beta k_b \sqrt{d_c^2 + (\frac{s}{2})^2}$$
(1.19)

Αν δεν προσδιοριστεί πειραματικά, η τιμή που προτείνεται για τον όρο k_b είναι ίση με 1.4.

Οδηγίες του Istructe για τον υπολογισμό του εύρους ρωγμών

Σε αντίθεση με το ACI και το ISIS Canada, η Istructe (1999) θεωρεί ότι τα εύρη των ρωγμών δομικών στοιχείων με οπλισμό FRP, μπορούν να προβλεφθούν από τις υπάρχουσες εξισώσεις που υπάρχουν για τον χάλυβα. Το συμπέρασμα αυτό βασίζεται στην σύγκριση πολλών τιμών εύρων ρωγμών με τις αντίστοιχες προβλέψεις του BSI. Τα μετρούμενα εύρη ήταν περίπου 40% μεγαλύτερα από τα προβλεπόμενα. Αυτό όμως συμβαίνει και στον χάλυβα σε ποσοστό 20%. Έτσι καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η προσέγγιση του BSI είναι κατάλληλη ή μπορεί να βελτιωθεί με ένα τροποποιητικό συντελεστή περίπου ίσο με 1.2.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

2.1 Κατασκευή πειραματικών δοκιμίων

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας εκτελέσθηκαν δύο πειραματικές δοκιμές δοκού με σκοπό τον πειραματικό προσδιορισμό της κατακόρυφης μετατόπισης δοκών σκυροδέματος με οπλισμό FRP, και την διερεύνηση της καμπτικής ρηγμάτωσή τους. Η διερεύνηση της ρηγμάτωσης των δοκών εστιάζει στην μέτρηση του εύρους ρωγμών των δοκών και της απόστασης τους. Τα πειράματα διεξήχθησαν στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής της σχολής ΣΑΤΜ του ΕΜΠ και περιελάμβαναν:

- Την κατασκευή των καλουπιών των πειραματικών δοκών
- Την προετοιμασία των ράβδων οπλισμού FRP
- Την παρασκευή σκυροδέματος συγκεκριμένης αντοχής
- Την τοποθέτηση του σκυροδέματος στο καλούπι με τον οπλισμό
- Την λήψη κυβικών δοκιμίων σκυροδέματος για τον έλεγχο της θλιπτικής αντοχής του
- Καταπόνηση της δοκού στη μηχανή κάμψης του εργαστηρίου μέχρι την αστοχία της και καταγραφή, των κατακόρυφων βυθίσεων στο μέσο της δοκού, των επιμηκύνσεων των ράβδων οπλισμού με οπτικούς και συμβατικούς αισθητήρες, του πλάτους των εμφανιζόμενων ρωγμών με οπτικό μικροσκόπιο και όργανο DEMEC και της απόστασης των ρωγμών κατά την εξέλιξη του πειράματος.

Ο κύριος οπλισμός της πρώτης πειραματικής δοκού ήταν δύο ράβδοι CFRP διαμέτρου 12.7 mm, ενώ της δεύτερης δύο ράβδοι CFRP διαμέτρου 7.8 mm. Ο κύριος αυτός οπλισμός είχε τοποθετηθεί στο κάτω μέρος της δοκού, σε απόσταση 1 cm από την επιφάνεια. Ο δευτερεύων οπλισμός της δοκού είχε τοποθετηθεί σε όλο το μήκος της δοκού εκτός από το κεντρικό τμήμα της μήκους 40 cm. Το τμήμα αυτό έχει σχεδιαστεί, να μην περιέχει δευτερεύοντα οπλισμό, ώστε σε συνδυασμό με τον τρόπο επιβολής της φόρτισης, να δημιουργηθούν σε αυτό συνθήκες καθαρής κάμψης, όπως

θα περιγραφεί αναλυτικότερα παρακάτω. Οι συνδετήρες είχαν διάμετρο 8 mm και τοποθετήθηκαν ανά 7 cm (Σχήμα 2.1α). Τα καλούπια που έγινε η σκυροδέτηση δείχνονται στο Σχήμα 2.1β. Οι διαστάσεις των δοκών, που δείχνονται στο Σχήμα 2.3, ήταν 15cm x 20cm x 140cm.

Στον Πίνακα 2.1 παρουσιάζονται τα βασικά μηχανικά χαρακτηριστικά των ράβδων CFRP που χρησιμοποιήθηκαν. Σε κάθε δοκίμιο, στην μία από τις δύο ράβδους οπλισμού επικολλήθηκαν πέντε μηκυνσιόμετρα. Στην δεύτερη ράβδο, στο δοκίμιο με ράβδο οπλισμού διαμέτρου 12.7 mm ενσωματώθηκε μια οπτική ίνα με αισθητήρες FBG, ενώ στο δοκίμιο με ράβδο διαμέτρου 7.8 mm επικωλλήθηκε ένα μηκυνσιόμετρο στο μέσο της ράβδου. Η τοποθέτηση των αισθητήρων αυτών έγινε για την μέτρηση της παραμόρφωσης των ράβδων οπλισμού.(Σχήμα 2.2α).



(α)

(β)

Σχήμα 2.1α κύριος και δευτερεύον οπλισμός του δοκιμίου με ράβδο CFRP διαμέτρου 12.7 mm. Διακρίνεται το καλώδιο εξόδου της οπτικής ίνας από τον οπλισμό, και 2.1β ο οπλισμός τοποθετημένος στα καλούπια των δοκών

Ακολούθησε η σκυροδέτηση των δοκιμίων. Τα δοκίμια παρέμειναν στα καλούπια για χρονικό διάστημα 28 ημερών και καταβρεχόταν με νερό, έτσι ώστε το σκυρόδεμα να αποκτήσει την ολική αντοχή του. Οι συνθήκες που επικρατούσαν στο εργαστήριο εκτιμάται ότι ήταν 20 °C με υγρασία που δεν ξεπερνούσε το 90 %.

Η σύνθεση του σκυροδέματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.2. Τα ειδικά βάρη για το τσιμέντο, την άμμο και τα χαλίκια που χρησιμοποιήθηκαν είναι 31.5 KN/m³, 62.4

KN/m³ και 27.2 KN/m³, αντίστοιχα. Επιπλέον, εκτιμήθηκε ότι στο σκυρόδεμα εμπεριέχεται εγκλωβισμένος αέρας σε ποσοστό 2%, και ο λόγος νερού προς τσιμέντο ήταν w/c = 0.5

	Ονομαστική Διάμετρος (mm)	7.5	12.7
CFRP	Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2300	2068
	Μέτρο ελαστικότητας εφελκυσμού (GPa)	130	124
	Μέγιστη αξονική δύναμη (N)	101200	261900
	Οριακή παραμόρφωση %	1.8	1.8

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1 Μηχανικά χαρακτηριστικά ράβδων CFRP



(α)

Σχήμα 2.2 Τα επικολλημένα μηκυνσιόμετρα στην μία ράβδο CFRP, ενώ στην άλλη ράβδο φαίνεται η ενσωματωμένη οπτική ίνα

Για το σκυρόδεμα αυτό λήφθηκαν δύο κυβικά δοκίμια διαστάσεων 15×15×15 cm προκειμένου να προσδιοριστεί πειραματικά η θλιπτική αντοχή του. Μετά την παρέλευση 28 ημερών, τα δοκίμια αυτά υποβλήθηκαν σε θλίψη στην μηχανή θλίψης του εργαστηρίου. Οι θλιπτικές αντοχές που καταγράφηκαν για τα



Σχήμα 2.3 Η πειραματική δοκός που κατασκευάστηκε (όψη, διατομή)

Υλικά	Ποσότητα	Μονάδες Μέτρησης
Νερό	118	kg
Τσιμέντο	236	kg
Άμμος	919	kg
Χαλίκια	1249	kg
Αέρας	2	%

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2 Σύνθεση σκυροδέματος

δοκίμια αυτά ήταν 39 MPa και 41 MPa. Συνεπώς, η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος της δοκού εκτιμήθηκε ίση με $f_{ck} = (39/41) = 40MPa$. Στις φωτογραφίες του Σχήματος (2.4) δείχνεται το δοκίμιο κατά την διάρκεια της δοκιμής θλίψης στην μηχανή του εργαστηρίου καθώς και μετά την δοκιμή θλίψης.

2.2 Επιβολή της φόρτισης στα πειραματικά δοκίμια

Μετά από 28 μέρες, εκτελέστηκαν οι πειραματικές δοκιμές στο εργαστήριο της Σ.Α.Τ.Μ. του Ε.Μ.Π. Η δοκός τοποθετήθηκε σε μηχανή κάμψης τεσσάρων σημείων. Οι δύο στηρίξεις της δοκού απείχαν δέκα εκατοστά από τα άκρα της. Στο μέσον της δοκού τοποθετήθηκε ένα LVDT, με σκοπό να μετρηθεί το βέλος κάμψης που θα προκληθεί στη δοκό καθώς αυτή παραμορφώνεται με την επιβολή φορτίου. Η λήψη



(α)



(β)

Σχήμα 2.4 (α) Το κυβικό δοκίμιο σκυροδέματος τοποθετημένο στην μηχανή θλίψης, (β) τα κυβικά δοκίμια μετά την θράση τους

μετρήσεων από την οπτική ίνα έγινε με την χρήση ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή, του αναλυτή φάσματος καθώς και του κατάλληλου λογισμικού. Μέσω της μηχανής κάμψης του εργαστηρίου επεβλήθησαν δύο συγκεντρωμένα φορτία σε απόσταση 20 cm το καθένα από το μέσο της δοκού (Σχήμα 2.3). Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνονται συνθήκες καθαρής κάμψης στο μεσαίο τμήμα της δοκού μήκους 40 cm. Η φόρτιση αυξανόταν βαθμιαία μέχρι να αστοχήσει η δοκός.



(α)



(β)

Σχήμα 2.5 (α) το οπτικό μικροσκόπιο και (β) το όργανο DEMEC

Σε ορισμένα επίπεδα φόρτισης της δοκού, η φόρτιση σταματούσε και καταγραφόταν η εξέλιξη της ρηγμάτωσης της δοκού, μετριόταν το εύρος των σχηματιζόμενων

ρωγμών (νέων ή υπαρχόντων από προηγούμενα επίπεδα φόρτιση), καθώς επίσης και η απόσταση των ρωγμών. Το εύρος ρωγμών μετριόταν με οπτικό μικροσκόπιο και όργανο DEMEC (Σχήμα (2.5).

2.3 Πειραματικά αποτελέσματα

• Δοκός με οπλισμό CFRP διαμέτρου 12.7 mm (Δοκός 1)

Η δοκός με οπλισμό CFRP διαμέτρου 12.7 mm υποβλήθηκε στην φόρτιση που περιγράψαμε παραπάνω, μέχρι την αστοχία της (Σχήμα 2.6). Η δοκός, καθώς το επιβαλλόμενο φορτίο αυξανόταν άρχισε να ρηγματώνεται, κάτι το οποίο αποτελούσε



Σχήμα 2.6 Η πειραματική δοκό κατά την επιβολή της φόρτισης στην μηχανή κάμψης.

ένδειξη ότι θα επακολουθούσε αστοχία. Οι ρωγμές που δημιουργήθηκαν ήταν συμμετρικές ως προς το μέσον της. Η δοκός αστόχησε σε φορτίο ίσο με 49.2 KN. Στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται το διάγραμμα του βέλους κάμψης της δοκού σε συνάρτηση με την φόρτιση *P*, και του βέλους κάμψης σε συνάρτηση με την μέγιστη ροπή κάμψης.







Σχήμα 2.7 (α) διάγραμμα φορτίου-βέλους κάμψης (β) διάγραμμα μέγιστης ροπής-βέλους κάμψης.

Η επιβολή της φόρτισης σταμάτησε στις τιμές 7.5 KN, 15 KN, 22.5 KN, 32.5 KN και 37.5 KN, για την μέτρηση του εύρους και της απόστασης των ρωγμών (Σχήμα 2.8). Στο Σχήμα 2.10 δείχνεται η ανάπτυξη των ρωγμών σε κάθε επίπεδο φόρτισης για το τμήμα της δοκού που εξετάζουμε και στο οποίο έχουμε καθαρή κάμψη. Οι ρωγμές με την ένδειξη Ι εμφανίσθηκαν πρώτες ενώ οι ρωγμές ΙΙ εμφανίσθηκαν μετά.



Σχήμα 2.8 (α) καταγραφή της ρηγμάτωσης του δοκιμίου και μέτρηση του εύρους ρωγμών με όργανο DEMEC, (β) καταγραφή του εύρους ρωγμής με οπτικό μικροσκόπιο



Σχήμα 2.9. Η ρηγμάτωση της κάτω πλευράς της δοκού μετά την αστοχία

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η σταδιακή δημιουργία των ρωγμών στην δοκό. Όπως φαίνεται ξεκάθαρα αρχικά σχηματίζονται οι ρωγμές Ια, Ιβ και Ιγ ενώ στην συνέχεια οι Ιδ και Ιε. Για P= 37.5 KNt απεικονίζεται η τελική μορφή των ρωγμών πάνω στην ράβδο.



Σχήμα 2.10 Η ανάπτυξη των ρωγμών στα διάφορα επίπεδα φόρτισης



Στο σχήμα 2.11 δείχνονται τα διαγράμματα του φορτίου με το εύρος ρωγμής για κάθε ρωγμή της δοκού που εμφανίζεται στο τμήμα που υφίσταται καθαρή κάμψη.

Σχήμα 2.11 Τα διαγράμματα του εύρος ρωγμών σε συνάρτηση με το επιβαλλόμενο φορτίο

• Δοκός με οπλισμό CFRP διαμέτρου 7.8 mm (Δοκός 2)

Η δοκός με οπλισμό CFRP διαμέτρου 7.8 mm υποβλήθηκε στην ίδια φόρτιση, μέχρι την αστοχία της (Σχήμα 2.12). Η δοκός αστόχησε σε φορτίο ίσο με 39.85 KN. Στο Σχήμα 2.13 παρουσιάζεται το διάγραμμα του βέλους κάμψης της δοκού σε συνάρτηση με την φόρτιση *P* και του βέλους κάμψης σε συνάρτηση με την μέγιστη ροπή κάμψης.



Σχήμα 2.12 Η δοκός κατά την επιβολή της φόρτισης

Η επιβολή της φόρτισης σταματούσε στις τιμές 10 KN, 17.5 KN, 25 KN, 30 KN και 37.5 KN, για την μέτρηση του εύρους και της απόστασης των ρωγμών. Στο Σχήμα 2.14 φαίνεται σε κάθε επίπεδο φόρτισης η ανάπτυξη των ρωγμών για το μεσαίο τμήμα της δοκού που εξετάζουμε και στο Σχήμα 2.15 τα εύρη ρωγμών σε συνάρτηση με την φόρτιση.

Στο Σχήμα 2.14 απεικονίζεται η σταδιακή δημιουργία των ρωγμών στην δοκό. Όπως φαίνεται ξεκάθαρα αρχικά σχηματίζονται οι ρωγμές Ια, Ιβ και Ιγ ενώ στην συνέχεια η Ιδ. Για P= 37.5 KN απεικονίζεται η τελική μορφή των ρωγμών πάνω στην ράβδο.



Σχήμα 2.13 (α) διάγραμμα φορτίου-βέλους κάμψης (β) διάγραμμα μέγιστης ροπής-βέλους κάμψης.



Σχήμα 2.14 Η ανάπτυξη των ρωγμών στα διάφορα επίπεδα φόρτισης.



Σχήμα 2.15 Τα διαγράμματα του εύρος ρωγμών σε συνάρτηση με το επιβαλλόμενο φορτίο



Σχήμα 2.16 Η ρηγμάτωση της κάτω πλευράς της δοκού μετά την αστοχία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΜΕ ΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΥ ΑCΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

3.1 Γενικά

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει ένας θεωρητικός υπολογισμός της κατακόρυφης μετατόπισης της πειραματικής δοκού χρησιμοποιώντας τα μοντέλο του ACI καθώς και τα τροποποιημένα μοντέλα που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 1 για τα FRP. Ο σκοπός αυτής της ανάλυσης είναι:

- να ελεγχθεί η δυνατότητα του προτεινόμενου μοντέλου, που έχει αναπτυχθεί για οπλισμό από χάλυβα, να προβλέπουν την κατακόρυφη μετατόπιση δοκών οπλισμένων με FRP
- να γίνει η σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων που παρέχουν τα μοντέλα αυτά, και τέλος
- να προταθούν, οι κατάλληλες τροποποιήσεις για την επέκταση των μοντέλων αυτών στην περίπτωση του οπλισμού FRP.

3.2 Υπολογισμός της κατακόρυφης μετατόπισης της δοκού με βάση το μοντέλο του ACI



Η δοκός που θα αναλυθεί θεωρητικά δείχνεται στο Σχήμα 3.1

Σχήμα 3.1 Η δοκός του πειράματος σε όψη και διατομή

Τα γεωμετρικά στοιχεία της δοκού φαίνονται στο σχήμα 3.1. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2 το σκυρόδεμα έχει θλιπτική αντοχή 40 MPa. Για το σκυρόδεμα αυτό θα υιοθετηθεί η καμπύλη τάσεων παραμορφώσεων του σχήματος.



Σχήμα 3.2 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων

Δοκός Ι με οπλισμό 12.7 mm

Το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος E_c προσδιορίζεται από την ακόλουθη σχέση που προτείνεται από το ACI:

$$E_c = 4560 \sqrt{f_c'}$$

Από τα κυβικά δοκίμια σκυροδέματος η τιμή της θλιπτικής αντοχής του βρέθηκε ίση με $f'_c = 40 \text{ MPa}$

$$E_c = 4560\sqrt{40} = 28840 \text{ MPa}$$

Η τάση διαρροής του σκυροδέματος f_r δίνεται από τη σχέση:

$$f_r = 0.6\sqrt{f_c'}$$

Συνεπώς για $f_c' = 40$ MPa έχουμε: $f_r = 0.6\sqrt{40} = 3.8$ MPa

Αν η απόσταση της εφελκυόμενης ίνας από το κέντρο βάρους της διατομής είναι y_t και η ροπή της δοκού που αντιστοιχεί στην εμφάνιση της πρώτης ρωγμής είναι M_{cr} , τότε από τον γνωστό τύπο κάμψης της δοκού προκύπτει ότι:

$$M_{cr} = \frac{I_g f_r}{y_t}$$

Για την δοκό που εξετάζουμε έχουμε b=15cm, h=20cm και ισχύει ότι

$$y_{t} = \frac{h}{2} = \frac{200}{2} = 100mm$$
$$I_{g} = \frac{bh^{3}}{12} = 10^{8} \text{ mm}^{4} = 10^{-4} m^{4}$$
$$M_{cr} = 3.8KNm$$

Η θέση του ουδέτερου άξονα βρίσκεται από την σχέση

$$kd = \left(\sqrt{\left(\rho n\right)^2 + 2\rho n} - \rho n\right)d$$

Στην σχέση αυτή

d=17.6*cm*=176*mm*, $\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2.54}{15 \cdot 17.6} = 9.62 \cdot 10^{-3}$, $n = \frac{E_f}{E_c} = \frac{124000}{28840} = 4.3$

Από τα παραπάνω έχουμε k=0.24923 και kd=4.386 cm=43.86 mm



Σχήμα 3.3 Η παραμόρφωση και οι τάσεις στην ρηγματωμένη διατομή για ελαστική απόκριση υλικών

Η ροπή αδρανείας $I_{\it cr}$ λαμβάνεται από τη σχέση

$$I_{cr} = \frac{bd^{3}}{3}k^{3} + nA_{s}d^{2}(1-k)^{2} = 12.85 \cdot 10^{6} mm^{4} = 12.85 \cdot 10^{-6} m^{4},$$

όπου ο όρος $(bd^3)k^3/3$ υποδηλώνει την ροπή αδρανείας της περιοχής θλίψης bkdαπό τον ουδέτερο άξονα, που είναι, η βάση του θλιβόμενου ορθογωνίου, όταν αγνοηθεί η εφελκυόμενη περιοχή της διατομής που βρίσκεται κάτω από τον ουδέτερο άξονα. Το εμβαδό του οπλισμού A_s πολλαπλασιάζεται με n με σκοπό να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο εμβαδόν διατομής σκυροδέματος για να ληφθεί υπόψη η συνεισφορά του οπλισμού στην ακαμψία της διατομής. Η ροπή αδρανείας του χάλυβα ως προς τον άξονά του διαγράφεται ως αμελητέα. Η ισοδύναμη ροπή αδρανείας δίνεται από τη σχέση:

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \left(I_g - I_{cr}\right)$$

από όπου

$$I_e = \left(12.85 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{M}\right)^3 \left(10^{-4} - 12.85 \cdot 10^{-6}\right)\right)$$

Η κατακόρυφη μετατόπιση συναρτήσει του φορτίου Ρ από ελαστική ανάλυση είναι:

$$\Delta = \frac{Pl^{2}\alpha}{24E_{c}I_{e}}(3-4\alpha^{2}) \Rightarrow$$

$$\Delta = \frac{Pl^{2}\alpha}{24E_{c}\left(12.85 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{P_{cr} \cdot 0.5}\right)^{3}\left(10^{-4} - 12.85 \cdot 10^{-6}\right)\right)}(3-4\alpha^{2})$$

$$\Delta = \frac{P \cdot 0.5 \cdot 2 \cdot 1.4^{2}}{24 \cdot 28840 \cdot 10^{3}\left(12.85 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{P \cdot 0.5}\right)^{3}\left(10^{-4} - 12.85 \cdot 10^{-6}\right)\right)}10^{3}$$

Επίσης, η κατακόρυφη μετατόπιση συναρτήσει της μέγιστης ροπής M δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta = \frac{Pl^2 \alpha}{24E_c I_e} (3 - 4\alpha^2) \Rightarrow ,$$

$$\Delta = \frac{M \cdot 2 \cdot 1.4^2}{24 \cdot 28840 \cdot 10^3 \left(12.85 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{M}\right)^3 \left(10^{-4} - 12.85 \cdot 10^{-6}\right) \right)} 10^3$$

Από τις σχέσεις αυτές κατασκευάζεται το διάγραμμα φορτίου-κατακόρυφης μετατόπισης (Σχήμα 3.4 (α)), καθώς και το διάγραμμα μέγιστης εφαρμοσμένης ροπής – κατακόρυφης μετατόπισης (Σχήμα 3.4(β)). Η σύγκριση των θεωρητικών

αυτών διαγραμμάτων με τα αντίστοιχα των τιμών του πειράματος δείχνεται στο Σχήμα 3.5 (α), (β).



(α)



(β)

Σχήμα 3.4 Θεωρητικές σχέσεις κατά ΑCI (α) Ρ-Δ, (β) Μ-Δ







Σχήμα 3.5 Σύγκριση πειραματικών – θεωρητικών τιμών (α) Ρ-Δ, (β) Μ-Δ

3.3 Ανάλυση της δοκού Ι με τροποποιημένα μοντέλα

Από την θεωρητική ανάλυση που προηγήθηκε και την σύγκρισή της με τα πειραματικά αποτελέσματα , παρατηρήσαμε ότι η τιμή της προβλεπόμενης τιμής της κατακόρυφης παραμόρφωσης είναι πολύ μικρότερη από την πειραματική. Αυτό είναι κάτι το αναμενόμενο καθώς χρησιμοποιήσαμε τον τύπο του Branson στον υπολογισμό της ισοδύναμης ροπής αδράνειας (*I*_e), ο οποίος δεν δίνει ακριβή αποτελέσματα για δοκίμια που είναι οπλισμένα με ράβδους FRP, το μέτρο ελαστικότητας των οποίων διαφέρει κατά πολύ από αυτό του χάλυβα. Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 1, πολλοί μελετητές έκαναν προσπάθειες ώστε να παράγουν έναν τύπο της ισοδύναμης ροπής αδράνειας, που θα πλησίαζε τα πειραματικά αποτελέσματα. Επειδή οι τύποι των FRP ποικίλουν, με τον καθένα να έχει διαφορετικό μέτρο ελαστικότητας, οι διάφορες μέθοδοι που αναπτύχθηκαν αναφέρονται σε κάθε έναν ξεχωριστά και δεν είναι γενικοί. Παρακάτω υπολογίζονται οι τιμές της κατακόρυφης μετατόπισης της δοκού του πειράματος βάσει κάποιων από τις βασικές τροποποιήσεις στον τύπο του Branson.

Σύμφωνα με το μοντέλο του Benmokrane η ισοδύναμη ροπή αδράνειας είναι

$$I_{e} = 0.84I_{cr} + \left(\frac{I_{g}}{7} - 0.84I_{cr}\right) \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^{2}$$

Η αντικατάσταση των τιμών του πειράματος οδηγεί σε ισοδύναμη ροπή αδρανείας ίση με

$$I_e = 10.8 \cdot 10^6 \, mm^4$$
,

οπότε, η μετατόπιση είναι :

$$\Delta = \frac{Pl^{2}\alpha}{24E_{c}I_{e}}(3 - 4\alpha^{2}) = 12.89mm$$

Σύμφωνα με το μοντέλο των Brown και Bartholomew ο τύπος της ισοδύναμης ροπής αδράνειας είναι

$$I_{e} = \left[\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{5} \right] \cdot I_{g} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{5} \right] \cdot I_{cr}$$

έτσι για τα δεδομένα τις δοκού που εξετάζεται έχουμε:

$$I_e = 12.86 \cdot 10^6 mm^4$$

οπότε, η μετατόπιση είναι :

$$\Delta = \frac{Pl^{2}\alpha}{24E_{c}I_{e}}(3 - 4\alpha^{2}) = 10.83 \text{ mm}$$

Σύμφωνα με το μοντέλο του Gao ο τύπος της ισοδύναμης ροπής αδράνειας είναι

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 \cdot \beta_b I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g, \quad \text{órov} \quad \beta_b = a_b \left[\frac{E_f}{E_s} + 1\right].$$

Έχουμε E_{f} =124 Gpa και E_{s} = 200 Gpa , α_{b} = 0.5 , έτσι για τον β_{b} ισχύει: β_{b} = 0.81

$$I_e = 13.1 \cdot 10^6 \, mm^4$$

που οδηγεί σε κατακόρυφη μετατόπιση ίση με :

$$\Delta = \frac{\mathrm{Pl}^2 \alpha}{24 \mathrm{E_c I_e}} (3 - 4\alpha^2) = 10.6 \ mm$$

η οποία δεν διαφέρει ουσιαστικά από αυτήν της σχέσης του Branson.

Σύμφωνα με το μοντέλο των Toutanji και Saafi, ο τύπος της ισοδύναμης ροπής

αδράνειας για
$$\frac{E_f}{E_s} \rho_f < 0.3$$
 είναι:
$$I_e = \left[\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right]^{6-\frac{10\rho_f E_f}{E_s}} I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^{6-\frac{10\rho_f E_f}{E_s}}\right] I_{cr} \le I_g$$

όπου το ρ_f είναι το ποσοστό οπλισμού της ράβδου του FRP ($\rho_f = A_f / bd$).

$$A_f = 254 mm^2$$
, $\Rightarrow \rho_f = 0.009 \Rightarrow \frac{E_f}{E_s} \rho_f < 0.3$

Η εφαρμογή της σχέσης στα συγκεκριμένα πειραματικά στοιχεία δίνει για την ισοδύναμη ροπή αδρανείας την τιμή:

$$I_e = 12.85 \cdot 10^6 \, mm^4 \le I_g$$
,

ενώ η κατακόρυφη μετατόπιση θα είναι αντίστοιχα:

$$\Delta = \frac{\mathrm{Pl}^2 \alpha}{24\mathrm{E_cI_e}} (3 - 4\alpha^2) = 10.84 \ mm$$

Η επιτροπή ISIS Canada πρότεινε τη σχέση:

$$I_e = \frac{I_g \cdot I_{cr}}{I_{cr} + \left(1 - 0.5 \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^2\right) \cdot \left(I_g - I_{cr}\right)},$$

η οποία για τα δεδομένα στοιχεία της δοκού που εξετάζεται δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή:

$$I_e = 12.99 \cdot 10^6 \, mm^4 \le I_g$$

και μετατόπιση

$$\Delta = \frac{Pl^{2}\alpha}{24E_{c}I_{e}}(3 - 4\alpha^{2}) = 10.72 \text{ mm}$$

O Scanlon (2004) πρότεινε την ακόλουθη σχέση για τον υπολογισμό της ισοδύναμης ροπής αδράνειας.

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2}, \quad \mu\epsilon \quad \eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g}$$

η οποία για τα δεδομένα στοιχεία της δοκού που εξετάζεται δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή:

$$I_e = 13.12 \cdot 10^6 mm^4 \le I_g$$
,

και μετατόπιση

$$\Delta = \frac{Pl^2 \alpha}{24E_c I_e} (3 - 4\alpha^2) = 10.61 \ mm$$

Τα αποτελέσματα που δίνουν τα παραπάνω τροποποιημένα μοντέλα, για την ισοδύναμη ροπή αδράνειας (I_e) και την κατακόρυφη βύθιση Δ, παρουσιάζονται στον πίνακα 3.2.

Πίνακας 3.2 Οι τιμές της ισοδύναμης ροπής αδράνειας και της κατακόρυφης βύθισης για τα διάφορα τροποποιημένα μοντέλα

Τροποποιημένα Μοντέλα	Ισοδύναμη ροπή αδράνειας (mm ⁴)	Κατακόρυφη βύθιση (mm)	
Benmokrane	$10.8*10^{6}$	12.89	
Brown και Bartholomew	$12.86*10^{6}$	10.83	
Gao	$13.1*10^{6}$	10.6	
Toutanji και Saafi	$12.85*10^{6}$	10.84	
ISIS Canada	12.99*10 ⁶	10.72	
Scanlon	$13.12*10^{6}$	10.61	

Η πειραματική τιμή της βύθισης ήταν 17.7 mm

Από όλα όσα αναφέρθηκαν, καθίσταται σαφές ότι τα μοντέλα που προτάθηκαν από τους μελετητές ως τροποποιήσεις της σχέσης του Branson για τον χάλυβα θα πρέπει να διερευνηθούν περαιτέρω επειδή δεν εφαρμόζονται και δεν προσαρμόζονται πλήρως στο σύνολο των περιπτώσεων οπλισμού FRP.

3.4 Υπολογισμός του εύρους ρωγμών της δοκού 1 (12.7 mm)

Εξίσωση που προτείνει ο ACI 440R-96 (τροποποιημένη εξίσωση των Gergely-Lutz)

$$w = \frac{2.2}{E_f} \beta k_b f_f \sqrt[3]{dcA}$$

Η τάση στον οπλισμό FRP f_f σύμφωνα με την εξίσωση που έχει προτείνει η επιτροπή ACI 440.1R-01 είναι ίση με

$$f_f = M_s \frac{n_f d(1-k)}{I_{cr}}$$

Από τους υπολογισμούς στην παράγραφο 3.1 προκύπτει:

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} = 4.3$$
, $k = 0.24923$ kai $I_{cr} = 12.85 \times 10^6 \text{ mm}^4$

Άρα
$$f_f = M_s \frac{4.3 \cdot 176 \cdot (1 - 0.24923)}{12.85 \cdot 10^6} = 44.22 \cdot 10^{-6} M$$

Επίσης $A = (1-k)db/2 = 9910.1mm^2$, $\beta = I$ (χαμηλή συνάφεια) και $k_b = 1.2$

Συνεπώς το εύρος ρωγμών είναι ίσο με:

$$w = \frac{2.2}{E_{f}} \beta k_{b} f_{f} \sqrt[3]{dcA} = 0.058 \cdot 10^{-6} M$$

Το εύρος ρωγμών σε συνάρτηση με το φορτίο Ρ δίνεται από την σχέση:

 $w = 0.058 \cdot 10^{-6} \, P \cdot 500$

Εξίσωση που προτείνει ο ACI 440IR-06:

$$w = 2\frac{f_{f}}{E_{f}}\beta k_{b}\sqrt{d_{c}^{2} + (\frac{s}{2})^{2}}$$

s = 102mm

$$w = 2\frac{44.22 \cdot 10^{-6} M}{124000} 1 \cdot 1.4 \sqrt{(24)^2 + (\frac{102}{2})^2} = 0.056 \cdot 10^{-6} M$$

Το εύρος ρωγμών σε συνάρτηση με το φορτίο

 $w = 0.056 \cdot 10^{-6} \, P \cdot 500$





Διαγράμματα εύρους Ιβ ρωγμής (α) κατά ACI 440R-96 (τροποποιημένη εξίσωση των Gergely-Lutz) και (β) κατά ACI 440IR-06

Δοκός ΙΙ με οπλισμό 7.8 mm

Το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος E_c προσδιορίζεται από την ακόλουθη σχέση που προτείνεται από το ACI:

$$E_c = 4560\sqrt{f_c'}$$

Από τα κυβικά δοκίμια σκυροδέματος η τιμή της θλιπτικής αντοχής του βρέθηκε ίση με $f'_c = 40 \text{ MPa}$

$$E_c = 4560\sqrt{40} = 28840 \text{ MPa}$$

Η τάση διαρροής του σκυροδέματος f_r δίνεται από τη σχέση:

$$f_r = 0.6\sqrt{f_c'}$$

Συνεπώς για $f_c' = 40$ MPa έχουμε: $f_r = 0.6\sqrt{40} = 3.8$ MPa

Αν η απόσταση της εφελκυόμενης ίνας από το κέντρο βάρους της διατομής είναι y_t και η ροπή της δοκού που αντιστοιχεί στην εμφάνιση της πρώτης ρωγμής είναι M_{cr} , τότε από τον γνωστό τύπο κάμψης της δοκού προκύπτει ότι:

$$M_{cr} = \frac{I_g f_r}{y_t}$$

Για την δοκό που εξετάζουμε έχουμε b=15cm, h=20cm και ισχύει ότι

$$y_{t} = \frac{h}{2} = \frac{200}{2} = 100mm$$
$$I_{g} = \frac{bh^{3}}{12} = 10^{8} \text{ mm}^{4} = 10^{-4} m^{4}$$
$$M_{er} = 3.8KNm$$

Η θέση του ουδέτερου άξονα βρίσκεται από την σχέση

$$kd = \left(\sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n} - \rho n\right)d$$

Στην σχέση αυτή

d=17.4*cm*=174*mm*,
$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{0.96}{15 \cdot 17.4} = 3.64 \cdot 10^{-3}$$
, $n = \frac{E_f}{E_c} = \frac{130000}{28840} = 4.5$

Από τα παραπάνω έχουμε k=0.17 και kd=2.95 cm=29.5 mm

Η ροπή αδρανείας $I_{\it cr}$ λαμβάνεται από τη σχέση

$$I_{cr} = \frac{bd^3}{3}k^3 + nA_s d^2 (1-k)^2 = 10.32 \cdot 10^6 \,\text{mm}^4 = 10.32 \cdot 10^{-6} \,\text{m}^4,$$

όπου ο όρος $(bd^3)k^3/3$ υποδηλώνει την ροπή αδρανείας της περιοχής θλίψης bkdαπό τον ουδέτερο άξονα, που είναι, η βάση του θλιβόμενου ορθογωνίου, όταν αγνοηθεί η εφελκυόμενη περιοχή της διατομής που βρίσκεται κάτω από τον ουδέτερο άξονα. Το εμβαδό του οπλισμού A_s πολλαπλασιάζεται με n με σκοπό να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο εμβαδόν διατομής σκυροδέματος για να ληφθεί υπόψη η συνεισφορά του οπλισμού στην ακαμψία της διατομής. Η ροπή αδρανείας του χάλυβα ως προς τον άξονά του διαγράφεται ως αμελητέα. Η ισοδύναμη ροπή αδρανείας δίνεται από τη σχέση:

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \left(I_g - I_{cr}\right)$$

από όπου

$$I_{e} = \left(10.32 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{M}\right)^{3} \left(10^{-4} - 10.32 \cdot 10^{-6}\right)\right)$$

Η κατακόρυφη μετατόπιση συναρτήσει του φορτίου Ρ από ελαστική ανάλυση είναι:

$$\Delta = \frac{\mathrm{Pl}^2 \alpha}{24 \mathrm{E_c I_e}} (3 - 4\alpha^2) \Longrightarrow$$

$$\Delta = \frac{Pl^2 \alpha}{24E_c \left(10.32 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{P_{cr} \cdot 0.5}\right)^3 \left(10^{-4} - 10.32 \cdot 10^{-6}\right)\right)} (3 - 4\alpha^2)$$
$$\Delta = \frac{P \cdot 0.5 \cdot 2 \cdot 1.4^2}{24 \cdot 28840 \cdot 10^3 \left(10.32 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{P \cdot 0.5}\right)^3 \left(10^{-4} - 10.32 \cdot 10^{-6}\right)\right)} 10^3$$

Επίσης, η κατακόρυφη μετατόπιση συναρτήσει της μέγιστης ροπής M δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta = \frac{Pl^2 \alpha}{24E_c I_e} (3 - 4\alpha^2) \Rightarrow ,$$

$$\Delta = \frac{M \cdot 2 \cdot 1.4^2}{24 \cdot 28840 \cdot 10^3 \left(10.32 \cdot 10^{-6} + \left(\frac{3.8}{M}\right)^3 \left(10^{-4} - 10.32 \cdot 10^{-6}\right) \right)} 10^3$$

Από τις σχέσεις αυτές κατασκευάζεται το διάγραμμα φορτίου-κατακόρυφης μετατόπισης (Σχήμα 3.6 (α)), καθώς και το διάγραμμα μέγιστης εφαρμοσμένης ροπής – κατακόρυφης μετατόπισης (Σχήμα 3.6(β)). Η σύγκριση των θεωρητικών αυτών διαγραμμάτων με τα αντίστοιχα των τιμών του πειράματος δείχνεται στο Σχήμα 3.7 (α), (β).





Σχήμα 3.6 Θεωρητικές σχέσεις κατά ΑCI (α) Ρ-Δ, (β) Μ-Δ







Σχήμα 3.7 Σύγκριση πειραματικών – θεωρητικών τιμών (α) Ρ-Δ, (β) Μ-Δ

3.5 Ανάλυση της δοκού ΙΙ με τροποποιημένα μοντέλα

Από την θεωρητική ανάλυση που προηγήθηκε και την σύγκρισή της με τα πειραματικά αποτελέσματα, παρατηρήσαμε ότι η τιμή της προβλεπόμενης τιμής της κατακόρυφης παραμόρφωσης είναι πολύ μικρότερη από την πειραματική. Αυτό είναι κάτι το αναμενόμενο καθώς χρησιμοποιήσαμε τον τύπο του Branson στον υπολογισμό της ισοδύναμης ροπής αδράνειας (*I*_e), ο οποίος δεν δίνει ακριβή αποτελέσματα για δοκίμια που είναι οπλισμένα με ράβδους FRP, το μέτρο ελαστικότητας των οποίων διαφέρει κατά πολύ από αυτό του χάλυβα. Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 1, πολλοί μελετητές έκαναν προσπάθειες ώστε να παράγουν έναν τύπο της ισοδύναμης ροπής αδράνειας, που θα πλησίαζε τα πειραματικά αποτελέσματα. Επειδή οι τύποι των FRP ποικίλουν, με τον καθένα να έχει διαφορετικό μέτρο ελαστικότητας, οι διάφορες μέθοδοι που αναπτύχθηκαν αναφέρονται σε κάθε έναν ξεχωριστά και δεν είναι γενικοί. Παρακάτω υπολογίζονται οι τιμές της κατακόρυφης μετατόπισης της δοκού του πειράματος βάσει κάποιων από τις βασικές τροποπουήσεις στον τύπο του Branson.

Σύμφωνα με το μοντέλο του Benmokrane η ισοδύναμη ροπή αδράνειας είναι

$$I_{e} = 0.84I_{cr} + \left(\frac{I_{g}}{7} - 0.84I_{cr}\right) \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^{3}$$

Η αντικατάσταση των τιμών του πειράματος οδηγεί σε ισοδύναμη ροπή αδρανείας ίση με

$$I_e = 8 \cdot 10^6 \, mm^4$$

οπότε, η μετατόπιση είναι :

$$\Delta = \frac{Pl^{2}\alpha}{24E_{c}I_{e}}(3 - 4\alpha^{2}) = 17.4 \text{ mm}$$

Σύμφωνα με το μοντέλο των Brown και Bartholomew ο τύπος της ισοδύναμης ροπής αδράνειας είναι

$$I_{e} = \left[\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{5} \right] \cdot I_{g} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^{5} \right] \cdot I_{cr}$$

έτσι για τα δεδομένα τις δοκού που εξετάζεται έχουμε:

$$I_e = 10.29 \cdot 10^6 \, \text{mm}^4$$

οπότε, η μετατόπιση είναι :

$$\Delta = \frac{\mathrm{Pl}^2 \alpha}{24\mathrm{E_e I_e}} (3 - 4\alpha^2) = 13.54 \ mm$$

Σύμφωνα με το μοντέλο του Gao ο τύπος της ισοδύναμης ροπής αδράνειας είναι

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 \cdot \beta_b I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g, \quad \text{órov} \quad \beta_b = a_b \left[\frac{E_f}{E_s} + 1\right].$$

Έχουμε $E_{\!f}\!\!=\!\!130$ Gpa και $E_{s}\!=200$ Gpa , $\alpha_{b}\!=0.5$, έτσι για τον β $_{\rm b}$ ισχύει: β_{b} = 0.81

$$I_e = 10.54 \cdot 10^6 \, \text{mm}^4$$

που οδηγεί σε κατακόρυφη μετατόπιση ίση με :

$$\Delta = \frac{\mathrm{Pl}^2 \alpha}{24 \mathrm{E_c I_e}} (3 - 4\alpha^2) = 13.22 \ mm$$

η οποία δεν διαφέρει ουσιαστικά από αυτήν της σχέσης του Branson.

Σύμφωνα με το μοντέλο των Toutanji και Saafi, ο τύπος της ισοδύναμης ροπής αδράνειας για $\frac{E_f}{E_s} \rho_f < 0.3$ είναι:

$$I_{e} = \left[\frac{M_{cr}}{M_{\max}}\right]^{6 - \frac{10\rho_{f}E_{f}}{E_{s}}} I_{g} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}}\right)^{6 - \frac{10\rho_{f}E_{f}}{E_{s}}}\right] I_{cr} \le I_{g}$$

όπου το ρ_f είναι το ποσοστό οπλισμού της ράβδου του FRP ($\rho_f = A_f / bd$).

$$A_f = 96mm^2$$
, $\Rightarrow \rho_f = 0.004 \Rightarrow \frac{E_f}{E_s}\rho_f < 0.3$

Η εφαρμογή της σχέσης στα συγκεκριμένα πειραματικά στοιχεία δίνει για την ισοδύναμη ροπή αδρανείας την τιμή:

$$I_e = 10.28 \cdot 10^6 \,\mathrm{mm}^4 \le I_g$$

ενώ η κατακόρυφη μετατόπιση θα είναι αντίστοιχα:

$$\Delta = \frac{Pl^{2}\alpha}{24E_{c}I_{e}}(3 - 4\alpha^{2}) = 13.55 mm$$

Η επιτροπή ISIS Canada πρότεινε τη σχέση:

$$I_e = \frac{I_g \cdot I_{cr}}{I_{cr} + \left(1 - 0.5 \left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}}\right)^2\right) \cdot \left(I_g - I_{cr}\right)},$$

η οποία για τα δεδομένα στοιχεία της δοκού που εξετάζεται δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή:

$$I_e = 10.39 \cdot 10^6 \, \text{mm}^4 \le I_g$$

και μετατόπιση

$$\Delta = \frac{Pl^2 \alpha}{24E_c I_e} (3 - 4\alpha^2) = 13.40 \text{ mm}$$

O Scanlon (2004) πρότεινε την ακόλουθη σχέση για τον υπολογισμό της ισοδύναμης ροπής αδράνειας.

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2}, \quad \mu\epsilon \quad \eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g}$$

η οποία για τα δεδομένα στοιχεία της δοκού που εξετάζεται δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή:

$$I_e = 10.51 \cdot 10^6 \, \text{mm}^4 \le I_g$$
,

και μετατόπιση

$$\Delta = \frac{\mathrm{Pl}^2 \alpha}{24\mathrm{E_c I_e}} (3 - 4\alpha^2) = 13.25 \ mm$$

Τα αποτελέσματα που δίνουν τα παραπάνω τροποποιημένα μοντέλα, για την ισοδύναμη ροπή αδράνειας (I_e) και την κατακόρυφη βύθιση Δ, παρουσιάζονται στον πίνακα 3.2.

Πίνακας 3.3 Οι τιμές της ισοδύναμης ροπής αδράνειας και της κατακόρυφης βύθισης για τα διάφορα τροποποιημένα μοντέλα

Τροποποιημένα Μοντέλα	Ισοδύναμη ροπή αδράνειας (mm ⁴)	Κατακόρυφη βύθιση (mm)
Benmokrane	$8*10^{6}$	17.4
Brown και Bartholomew	$10.29*10^{6}$	13.54
Gao	$10.54*10^{6}$	13.22
Toutanji και Saafi	$10.28*10^{6}$	13.55
ISIS Canada	10.39*10 ⁶	13.40
Scanlon	$10.51*10^{6}$	13.25

Η πειραματική τιμή της βύθισης ήταν 20.3 mm

3.6 Υπολογισμός του εύρους ρωγμών της δοκού ΙΙ (7.8 mm)

Εξίσωση που προτείνει ο ACI 440R-96 (τροποποιημένη εξίσωση των Gergely-Lutz)

$$w = \frac{2.2}{E_f} \beta k_b f_f \sqrt[3]{dcA}$$

Η τάση στον οπλισμό FRP f_f σύμφωνα με την εξίσωση που έχει προτείνει η επιτροπή ACI 440.1R-01 είναι ίση με

$$f_f = M_s \frac{n_f d(1-k)}{I_{cr}}$$

Από τους υπολογισμούς στην παράγραφο 3.1 προκύπτει:

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} = 4.3$$
, $k = 0.13$ kai $I_{cr} = 10.32 \times 10^6 \text{ mm}^4$

Άρα
$$f_f = M_s \frac{4.3 \cdot 174 \cdot (1 - 0.13)}{10.32 \cdot 10^6} = 63.32 \cdot 10^{-6} M$$

$$A = (1-k)db/2 = 11353.5mm^2$$
, $\beta = I$ (χαμηλή συνάφεια) και $k_b = 1.2$

Συνεπώς το εύρος ρωγμών είναι ίσο με:

$$w = \frac{2.2}{E_{f}} \beta k_{b} f_{f} \sqrt[3]{dcA} = 0.08 \cdot 10^{-6} M$$

To eúros rwgmán se sunárthst me to jortío P dínetai apó thn scésh: $w = 0.08 \cdot 10^{-6} \, P \cdot 500$

Εξίσωση που προτείνει ο ACI 440R-96:

$$w = 2\frac{f_f}{E_f}\beta k_b \sqrt{d_c^2 + (\frac{s}{2})^2}$$

s = 106mm

w =
$$2\frac{63.32 \cdot 10^{-6} \text{ M}}{130000} 1 \cdot 1.4 \sqrt{(22)^2 + (\frac{106}{2})^2} = 0.078 \cdot 10^{-6} \text{ M}$$

Το εύρος ρωγμών σε συνάρτηση με το φορτίο

 $w = 0.078 \cdot 10^{-6} \, P \cdot 500$



(α)



Διαγράμματα εύρους Ιβ ρωγμής (α) κατά ACI 440R-96 (τροποποιημένη εξίσωση των Gergely-Lutz) και (β) κατά ACI 440IR-06

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας διεξήχθη στο Εργαστήριο Δομικής Μηχανικής της Σχολής ΣΑΤΜ του ΕΜΠ, πειραματικό πρόγραμμα που περιελάμβανε την κατασκευή δοκών σκυροδέματος με οπλισμό FRP. Για τα δεδομένα των υλικών που προσδιορίσθηκαν στο εργαστήριο, τη συγκεκριμένη γεωμετρία των δοκών, και τα δεδομένα της ιστορίας της φόρτισης που επιβλήθηκε στις δοκούς στο εργαστήριο, υπολογίζεται η κατακόρυφη μετατόπιση και τα εύρη των καμπτικών ρωγμών που προκύπτουν, με την εφαρμογή των υπαρχόντων μοντέλων υπολογισμού που υπάρχουν για δομικά στοιχεία σκυροδέματος με οπλισμό FRP. Οι τιμές που προέκυψαν συγκρίθηκαν με την βύθιση των πειραματικών δοκών και τα εύρη των ρωγμών που μετρήθηκαν.
- Σε σχέση με την βύθιση διαπιστώνεται σημαντική απόκλιση της βύθισης της πειραματικής δοκού με όλα τα μοντέλα που υπάρχουν στην βιβλιογραφία. Το γεγονός αυτό οφείλεται κατά κύριο λόγο στο ότι στην περίπτωση των δοκών με οπλισμό FRP μετά από ένα επίπεδο της φόρτισης χάνεται η συνάφεια του οπλισμού με το σκυρόδεμα. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε σημαντική αύξηση της κατακόρυφης μετατόπισης. Τα μοντέλα υπολογισμού της μετατόπισης θεωρούν ότι υπάρχει τέλεια σύνδεση της ράβδου με το σκυρόδεμα. Για τον λόγο αυτόν προβλέπεται μικρότερη μετατόπιση από την πραγματική.
- Σε σχέση με την πρόβλεψη του εύρους ρωγμών διαπιστώνεται και σε αυτή την περίπτωση απόκλιση μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα θεωρητικά μοντέλα που υπάρχουν, έχουν προκύψει από τροποποίηση αυτών που υπήρχαν για τον χάλυβα. Λόγω της μικρής πειραματικής ερευνητικής δραστηριότητας στο συγκεκριμένο θέμα για οπλισμό FRP, τα μοντέλα αυτά απαιτείται να βελτιωθούν και προσαρμοστούν στις διαφορετικές συνθήκες που

εμφανίζονται στις δοκούς με οπλισμό FRP, όπως αναφέραμε και στην προηγούμενη παράγραφο.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Alsayed S.H. Flexural Behavior of concrete Beams Reinforced with GFRP Bars. Journal of Cement and Concrete Composites, V. 20, 1998, pp. 1-11.

American Concrete Institute (ACI). (1999). "Building code requirements for structural concrete." Standard pp 318-99, ACI, Farmington Hills, Mich.

American Concrete Institute (ACI). (2003). *Guide for the design and construction of concrete reinforced with FRP bars, 440.1R-03*, ACI Committee 440, Farmington Hills, Mich., 42.

American Concrete Institute (ACI). (2004). *Guide for the design and construction of concrete reinforced with FRP bars*, Proposed revisions, ACI Committee 440, Farmington Hills, Mich, 35.

Benmokrane, B., Chaallal, O., and Masmoudi, R. (1996). "Flexural response of concrete beams reinforced with FRP reinforcing bars." *ACI Struct. J.*, 91(2), pp 46–55.

Branson, D. E. (1965). "Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced beams." *HPR Rep. No. 7, Part 1*, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, Montgomery, Ala.

Branson, D. E. (1977). Deformation of concrete structures, McGraw-Hill, New York

Brown, V. L., and Bartholomew, C. L. (1996). "Long-term deflections of GFRP-reinforced concrete beams." *Proc., ICCI*, Tucson, Ariz., pp 389–400.

Canadian Standars Associatiom (CSA). (1998). Concrete design hand-book: Canadian Standard A23.3-94, 2nd Ed., CSA, Rexdale, Ont., Canada.

Canadian Standards Association (CSA). (2002). "Design and construction of building components with fibre-reinforced polymers." *Concrete design handbook: Canadian Standard S806-02*, CSA, Toronto, 177.

Faza, S. S., and GangaRao, H. V. S. (1992). "Pre- and postcracking deflection behaviour of concrete beams reinforced with fibre-reinforced plastic rebars." *Advanced Composite Materials in Bridges and Structures*, K. W. Neale and P. Labossiere, eds., Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, Quebec, pp 151–160.

Gao, D., Benmokrane, B., and Masmoudi, R. (1998). "A calculating method of flexural properties of FRP-reinforced concrete beam: Part 1: Crack width and deflection." *Tech. Rep.*, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Sherbrooke, Quebec, Canada.

ISIS Canada (2001). Design Manual 3. Reinforcing concrete structures with fiber reinforced polymers. The Canadian Network of Centers of Excellence on Intelligent Sensing for Innovative Structures, University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba, Canada, September 2001. 207 p.

Nawy, E. G., and Neuwerth, G. E. (1977). "Fiberglass reinforced concrete slabs and beams." *J. Struct. Div. ASCE*, 103(2), pp 421–440.

Razaqpur, A. G., Svecova, D., and Cheung, M. S. (2000). "Rational method for calculating deflection of fiber-reinforced polymer reinforced beams." *ACI Struct. J.*, 97(1), pp 175–184.

Rizkalla, S., and Mufti, A. (2001). *Reinforcing concrete structures with fibre reinforced polymers—Design manual No. 3*, ISIS Canada, Winnipeg, Man., Canada.

Scanlon, A., Lee, J. C., and Bischoff, P. H. (2004). "Tension stiffening models for analysis of concrete structures with steel and FRP reinforcement." *5th Structural Specialty Conf. of the Canadian Society for Civil Engineering* (CD-Rom), CSCE, Saskatoon, Canada, ST 049 pp 1-8.

Toutanji, H. A., and Saafi, M. (2000). "Flexural behavior of concrete beams reinforced with glass fiber-reinforced polymer (GFRP) bars." *ACI Struct. J.*, 97(5), pp 712–719.

Washa, G. W., and Fluck, P. G. (1952). "Effect of compressive reinforcement on the plastic flow of reinforced concrete beams." *ACI J.*, 49(8), pp 89–108.

Yost, J. R., Gross, S. P., and Dinehart, D. W. (2003). "Effective moment of inertia for glass fiber-reinforced polymer-reinforced concrete beams." *ACI Struct. J.*, 100(6), pp 732–739.

Yu, W.-W., and Winter, G. (1960). "Instantaneous and long-time deflections of reinforced concrete under working loads." *ACI J.*, 57(1), pp 29-50.

.