

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΕΡΓΩΝ ΥΠΟΔΟΜΗΣ & ΑΓΡΟΤΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

# Ανἁπτυξη λογισμικοὑ σε περιβἁλλον C++ για τον προσδιορισμό της κρίσιμης επιφἁνειας αστοχίας πρανών κατἁ Sarma & Tan

Ραΐση Ευφροσύνη – Ορσα

Επιβλέπων Καθηγητής: Μιχαήλ Σακελλαρίου

Αθήνα, 2009

Ευχαριστώ θερμά Καθηγητή τον Μιχαήλ Σακελλαρίου για την βοήθεια και καθοδήγησή του καθώς και την Έλενα Καπογιάννη για YΔ тην πολύτιμη βοήθεια και τον χρόνο που μου αφιέρωσε. Επίσης θέλω va ευχαριστήσω τους φίλους και την οικογένειἁ για тην μου συμπαράστασή τους ката тην διάρκεια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας.

#### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύσσεται λογισμικό, σε γλώσσα προγραμματισμού C++, για τον προσδιορισμό της κρίσιμης επιφάνειας αστοχίας ομογενούς πρανούς χωρίς την παρουσία νερού, κατά την μέθοδο των Sarma και Tan.

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το πρανές χωρίζεται σε επιμέρους τμήματα με γνωστό βήμα με στόχο την δημιουργία πολυγωνικής επιφάνειας αστοχίας ξεκινώντας από τα κατάντη προς τα ανάντη. Ως δεδομένα στο λογισμικό εισάγονται τα στοιχεία του πρανούς (γεωμετρία και μηχανικά χαρακτηριστικά), το σημείο αρχής της επιφάνειας ολίσθησης, η αρχική επιτάχυνση με την οποία θα ξεκινήσουν οι υπολογισμοί και το βήμα σύμφωνα με το οποίο θα χωριστεί το πρανές σε επιμέρους τμήματα. Ξεκινώντας από τα κατάντη προς τα ανάντη το πρόγραμμα επιλύει σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων γιά κάθε ένα τμήμα που έχει δημιουργηθεί, δημιουργώντας μία πολυγωνική γραμμή που αναπαριστά την επιφάνεια ολίσθησης. Το σύστημα των μη γραμμικών εξισώσεων ικανοποιεί την απαίτηση οριακής ισορροπίας του κάθε τμήματος, ένα κριτήριο αποδοχής των τάσεων και ένα κινηματικό κριτήριο αποδοχής. Κατά την επίλυση των τελευταίων δύο τμημάτων εισάγεται εκτός από τη γεωμετρία της επιφάνειας αστοχίας και τις αναπτυσσόμενες δυνάμεις μεταξύ αυτών και η κρίσιμη επιτάχυνση ως άγνωστη παράμετρος. Μόλις η κρίσιμη επιτάχυνση των δύο τελευταίων τμημάτων ταυτιστεί με αυτή του υπόλοιπου πρανούς, προσδιορίζεται η κρίσιμη επιτάχυνση ολόκληρου του πρανούς και κατά συνέπεια και η κρίσιμη επιφάνεια αστοχίας του.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται παραδείγματα εφαρμογής του λογισμικού που έχει αναπτυχθεί σε πρανή με διάφορα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά όπου και προσδιορίζεται η κρίσιμη επιφάνεια αστοχίας τους. Τέλος, πραγματοποιείται σύγκριση της κρίσιμης επιτάχυνσης που

υπολογίζεται στα ανωτέρω παραδείγματα με την αντίστοιχη κρίσιμη επιτάχυνση που προκύπτει από άλλες μεθόδους.

#### ABSTRACT

The purpose of this diploma thesis is to develop a software, with the use of C++ language, which determines the critical slip surface of homogeneous slopes with no pore water pressure, according to Sarma and Tan method.

According to this method, the slope is divided into a predefined number of slices, and a polygonal slip surface is produced, slice by slice from downwards to upwards. As data input are used the geometric and mechanical characteristics of the slope, the initial point of the slip surface, the initial assumed critical acceleration and the increment that will be used to divide the slope into slices. The programme resolves a system of non-linear equations slice by slice from downwards to upwards, producing the slip surface. The system of non-linear equations satisfies the limit equilibrium of every slice, the stress acceptability criterion and the kinematical acceptability criterion. For the last two slices, besides the geometry of the slip surface and the forces acting on the slices, the critical acceleration is assumed unknown. The critical acceleration is determined when the acceleration of the last two slices converges to the one acting on the rest of the slope and the slip surface that has been produced is the critical slip surface of the slope.

Additionally, examples of slopes with different geometrical and mechanical characteristics are represented along with their produced critical slip surfaces. Finally, the results are compared with correspondent ones from other methods such as Hoek and Bray diagramms and Sah method.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
1.1. Σεισμοί	7
1.2. Πρανή	
1.3. Συντελεστής ασφαλείας και η κρίσιμη επιτάχυνση α	στην ανἁλυση
της ευστἁθειας των πρανών	9
1.4. Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.ΟΙ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ	
2.1. Εισαγωγή	
2.2. Ανάλυση της μεθόδου	
2.2.1. Γεωμετρικοί ἁγνωστοι	
2.2.2. Άγνωστοι δυνἁμεων	
2.2.3. Τα κριτήρια αποδοχής	15
2.3. Η ανάλυση του πρώτου τμήματος	
2.4. Η ανάλυση των δὑο τελευταἰων τμημἀτων	19
2.4.1. Η γεωμετρία των δύο τελευταίων τμημάτων και οι δυ	νἁμεις που
ασκούνται σε αυτά	20
2.5. Παρατηρήσεις για τις εξισώσεις	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	23
3.1. Η Βιβλιοθήκη Library.h	23
3.1.1. Η συνἀρτηση <i>degtorad</i>	23
3.1.2. Н συνἁρτηση <i>radtodeg</i>	23
3.1.3. Н συνάρτηση <i>LineLen</i>	24
3.1.4 <i>.</i> Н συνἁρτηση <i>ypol_xg</i>	24
3.1.5. Η συνάρτηση <i>ypol_yg</i>	24
3.1.6. Η συνάρτηση <i>ypol_xs</i>	24
3.1.7. Η συνἁρτηση <i>ypol_ys</i>	25
3.1.8. Η συνἁρτηση <i>emvadon</i>	25
3.2. То про̀ураµµа	25
3.2.1. Αρχικές διαδικασίες για το στήσιμο του προγράμματο	ς και βοηθητικοί
υπολογισμοί	26
3.2.2. Επίλυση του πρώτου τμήματος του πρανούς	

3.2.3. Επίλυση των τμημάτων από 2 έως και (n-2) του πρανούς32
3.2.4. Επίλυση των τμημάτων (n-1) και n του πρανούς37
3.2.5. Παρουσίαση αποτελεσμάτων και τερματισμός προγράμματος43

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ	
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ	4
4.1. Νομογραφήματα Hoek & Bray4	4
4.2. Υπολογισμός συντελεστή ασφαλείας κατά Sah	6
4.3. Σχέση συντελεστή ασφαλείας και κρίσιμης επιτάχυνσης4	6
4.4. Εφαρμογές4	6
4.4.1. Παράδειγμα 14	7
4.4.2. Παράδειγμα 25	3
4.4.3. Παράδειγμα 35	8
4.5. Συμπεράσματα6	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ.6	6
ПАРАРТНМА1.LIBRARY6	8
ПАРАРТНМА2.ПРОГРАММА7	0

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ

#### 1.1. Σεισμοί

"Οι σεισμοί είναι μία δόνηση του εδάφους που προκαλείται από τη διάδοση των σεισμικών κυμάτων. Αυτά διαδίδονται μέσω των πετρωμάτων και η πηγή τους είναι η εστία του σεισμού. Ο σεισμός είναι μία ἐκκληση ενέργειας που ἐχει συσσωρευτεί στα πετρώματα με τη μορφή της 'ἐλαστικής' ενέργειας." (Σακελλαρίου Μ., 2008).

Η Ελλάδα βρίσκεται σε μία εξαιρετικά σεισμοπαθή περιοχή του πλανήτη και στην ιστορία της έχουν καταγραφεί σημαντικοί σεισμοί που έχουν καταστροφές, προκαλέσει μεγάλες ακόμα каі σε ολόκληρους πολιτισμούς, όπως ο Μινωικός, που έχει συνδεθεί με το μύθο της Ατλαντίδας. Ένας άλλος καταστροφικός συνέβη το 464 π.Χ. στη Σπάρτη με 20.000 θύματα, αποτελεί το σεισμό με τα περισσότερα θύματα για τον οποίο υπάρχουν γραπτές αναφορές. Σύμφωνα με δημοσίευση στο περιοδικό Nature τον Μάρτιο του 2008 μία ομάδα ερευνητών, στην οποία Καθηγητής N.N. Αμβρἁζης, ανακοίνωσε συμμετείχε каі 0 та αποτελέσματα έρευνας σύμφωνα με την οποία το 365 μ.Χ. έγινε μεγάλος σεισμός στην Βόρεια Κρήτη που κατέστρεψε πόλεις και προκάλεσε χιλιάδες θανάτους από τον Νείλο έως το Ντουμπρόβνικ και προκάλεσε επίσης την ανύψωση των δυτικών ακτών της Κρήτης κατά 10m. Οι σεισμοί συνεχίζονται και στη νεότερη ιστορία της Ελλάδας. Το 1881 σημειώθηκε ισχυρός σεισμός στη Χίο με 3.500 θύματα. Το 1984 το ρήγμα της Αταλάντης προκάλεσε καταστροφικούς σεισμούς με περίπου 250 νεκρούς και επιφανειακή ρηγμάτωση μήκους 55km. Το 1953 συνέβη καταστροφικός σεισμός στα νησιά του Ιονίου με περίπου 500 θύματα κυρίως στην Κεφαλονιά, την Ιθάκη και τη Ζάκυνθο. Το 1978 στην περιοχή της Βόλβης συνέβη σεισμός που έπληξε τη Θεσσαλονίκη και είχε 45 θύματα. Ακολούθησε ο σεισμός του 1981 που έπληξε την Αθήνα και του 1986 την Καλαμάτα με 20 θύματα ο καθένας. Το 1995 υπήρχαν 15

νεκροί από σεισμό στο Αίγιο, ενώ το 1999 ισχυρός σεισμός έπληξε την Αθήνα προξενώντας θύματα και εκτεταμένες υλικές ζημιές.

## 1.2. Πρανή

Οι κεκλιμένοι φυσικοί ή τεχνητοί σχηματισμοί εδάφους ή βράχου ονομάζονται πρανή. Η κλίση που έχουν τα πρανή τα καθιστούν ασταθή λόγω της παρουσίας διατμητικών τάσεων. Η ευστάθεια ακόμα και των φυσικών πρανών δεν είναι εξασφαλισμένη αφού διάφοροι παράγοντες, όπως οι σεισμοί, μπορεί να τα οδηγήσουν σε αστοχία. Η αστοχία ενός πρανούς, ανάλογα με την περιοχή στην οποία βρίσκεται, μπορεί να έχει επιδράσεις στο κοινωνικό σύνολο προκαλώντας υλικές καταστροφές ή ακόμα και απώλεια ανθρώπινων ζωών. Γι' αυτό το λόγο, τα φυσικά πρανή πρέπει να ενισχύονται, όπου αυτό είναι απαραίτητο, ενώ τα τεχνητά να υλοποιούνται με κάποιες προδιαγραφές.

Τα τεχνητά πρανή που προκύπτουν από την εκσκαφή του φυσικού εδάφους ονομάζονται πρανή ορυγμάτων, ενώ αυτά που προκύπτουν από την εναπόθεση εδαφικού υλικού πρανή επιχωμάτων. Και τα δύο αυτά είδη χρησιμοποιούνται στην κατασκευή διαφόρων τεχνικών έργων όπως συγκοινωνιακά έργα, φράγματα και άλλα.

Η ευστάθεια των πρανών εξαρτάται από τη γεωμετρία τούς και τα υλικά από τα οποία αποτελούνται. Όμως η χρήση κατάλληλου υλικού έχει να κάνει μόνο με τα πρανή επιχωμάτων αφού στα πρανή ορυγμάτων τα υλικά είναι δεδομένα. Η ευστάθεια των πρανών μπορεί να ενισχυθεί με την χρήση έργων αντιστήριξης όπως είναι οι τοίχοι αντιστήριξης, η οπλισμένη γη και άλλα.

# 1.3. Συντελεστής ασφαλείας και η κρίσιμη επιτάχυνση στην ανάλυση της ευστάθειας των πρανών

Ο συντελεστής ασφαλείας ενός πρανούς ορίζεται ως ο λόγος μεταξύ της διαθέσιμης και της απαιτούμενης αντοχής σε μία κατάσταση πιθανής αστοχίας κατά μήκος μίας πιθανής επιφάνειας ολίσθησης. Σε όρους της αρχής της οριακής ισορροπίας, ένας συντελεστής ασφαλείας μικρότερος της μονάδας αντιπροσωπεύει αστοχία στο πρανές. Αυτό σημαίνει ότι όταν ο συντελεστής ασφαλείας είναι μικρότερος της μονάδας, ένα τμήμα του πρανούς θα ολισθήσει στην επιφάνεια αστοχίας και θα σταματήσει μόνο όταν έρθει σε τέτοια θέση όπου οι νέες τάσεις δε θα υπερβαίνουν τη διαθέσιμη αντοχή, λόγω της αλλαγής της γεωμετρίας και των εδαφικών χαρακτηριστικών. Έτσι είναι προφανές ότι συντελεστής ασφαλείας μικρότερος της μονάδας δε μπορεί να γίνει αποδεκτός σε στατικές συνθήκες.

Στην ανάλυση της ευστάθειας πρανούς με σεισμό, μία συνήθης μέθοδος που υιοθετείται είναι η ψευδοστατική προσέγγιση, όπου θεωρείται ότι η επιτάχυνση που εφαρμόζεται είναι σταθερή σε όλο το πρανές και δρα σε κατευθυνση. Η κατακόρυφη συνιστώσα της οριζόντια σεισμικής επιτάχυνσης μπορεί εύκολα να συμπεριληφθεί αλλάζοντας το ειδικό βάρος του υλικού έτσι ώστε να αντισταθμίζει την επιπλέον κατακόρυφη επιτάχυνση. Αφού υπολογιστεί η κρίσιμη οριζόντια επιτάχυνση για το διαφοροποιημένο ειδικό βάρος με την αντίστροφη διαδικασία υπολογίζεται η πραγματική κρίσιμη επιτάχυνση. Εάν υπάρχει και νερό στο πρανές, το ειδικό βάρος του νερού πρέπει και αυτό να διαφοροποιηθεί καταλλήλως.

Στην ψευδοστατική ανάλυση ο συντελεστής μπορεί να οριστεί όπως και στην στατική ανάλυση. Όμως, η κρίσιμη επιτάχυνση είναι καταλληλότερη για να περιγράψει τη σεισμική ασφάλεια του πρανούς. Η κρίσιμη επιτάχυνση ορίζεται ως η επιτάχυνση που όταν εφαρμόζεται στη μάζα, μεταξύ της επιφάνειας ολίσθησης και αυτής του πρανούς δημιουργείται

μία κατάσταση οριακής αστοχίας στην επιφάνεια αυτή. Η έννοια της κρίσιμης επιτάχυνσης στην ανάλυση της ευστάθειας των πρανών με σεισμό είναι ότι εάν η εφαρμοζόμενη επιτάχυνση είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη, τότε το πρανές θα αστοχήσει κατά μήκος της επιφάνειας ολίσθησης.

Να σημειωθεί ότι ο συντελεστής ασφαλείας (ή η κρίσιμη επιτάχυνση) υπολογίζεται για συγκεκριμένη επιφάνεια ολίσθησης, ενώ ο ελάχιστος συντελεστής ασφαλείας (ή η κρίσιμη επιτάχυνση) είναι χαρακτηριστικός του πρανούς.

## 1.4. Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός

Ο Αντισεισμικός Κανονισμός είναι το βασικό εργαλείο για τη μελέτη και κατασκευή τεχνικών έργων, που τα καθιστά ικανά να δέχονται με ασφάλεια τις ισχυρές καταπονήσεις που προκαλεί ο σεισμός. Ο πρώτος Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός (ΕΑΚ) θεσμοθετήθηκε το 1959.

Σύμφωνα με τον ΕΑΚ η Ελλάδα χωρίζεται σε τρεις ζώνες σεισμικής επικινδυνότητας, που φαίνονται στο Σχήμα 1.1. Η Ζώνη Ι έχει επιτάχυνση σχεδιασμού 1.6, η Ζώνη ΙΙ 0.24 και η Ζώνη ΙΙΙ 0.36.



Σχήμα 1.1: Ζώνες σεισμικής επικινδυνότητας σύμφωνα με τον Ε.Α.Κ. 2003

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.ΟΙ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Η μέθοδος των S. K. Sarma και D. Tan για τον προσδιρισμό της κρίσιμης επιφάνειας αστοχίας των πρανών βασίζεται στην τεχνική της Οριακής Ισορροπίας, ενώ έχει προστεθεί ένα κριτήριο αποδοχής των τάσεων που προκύπτουν, που βασίζεται στην περιορισμένη αντοχή του εδάφους, και ένα κινηματικό κριτήριο αποδοχής.

## 2.1. Εισαγωγή

Η μέθοδος αναπτύχθηκε για να προσδιορίζει την επιφάνεια ολίσθησης ενός πρανούς μαζί με την κρίσιμη επιτάχυνσή του. Αρχικά διατυπώθηκε για ομογενή πρανή και μετά εξελίχθηκε για να μπορεί να λειτουργήσει και σε μη ομογενή πρανή και με την παρουσία νερού σε αυτά. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η μέθοδος αναπτύχθηκε στα πλαίσια της τεχνικής της Οριακής Ισορροπίας, ικανοποιώντας κριτήρια που αφορούν στην κινηματική και στις τάσεις που αναπτύσσονται στα πρανή κατά την διάρκεια της ολίσθησης.

# 2.2. Ανάλυση της μεθόδου

Σε αντίθεση με άλλες μεθόδους, η μορφή αστοχίας του πρανούς δεν έχει συγκεκριμμένη μορφή, πχ. κυκλική, αλλά χωρίζει το πρανές σε επιμέρους τμήματα ξεκινώντας από τα κατάντη προς τα ανάντη, δημιουργώντας μία πολυγωνική γραμμή. Το σημείο αρχής της πολυγωνικής αυτής γραμμής ορίζεται από τον μελετητή. Για κάθε τμήμα του πρανούς καταστρώνεται ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων. Οι εξισώσεις αυτές ορίζουν την επιφάνεια αστοχίας και τα όρια του κάθε τμήματος μέσα στο πρανές ικανοποιώντας την οριακή ισορροπία τους και τα κριτήρια αποδοχής που έχουν συμπεριληφθεί.

Γνωρίζοντας την γεωμετρία και την σύνθεση του πρανούς, θέτουμε ένα αρχικό σημείο Ο (Σχήμα 2.1) από το οποίο ξεκινάει η επιφάνεια ολίσθησης, ένα βήμα Δsx και μία επιτάχυνση k<sub>c</sub>g με την οποία ξεκινούν οι υπολογισμοί. Η επιτάχυνση αυτή θεωρείται κρίσιμη αφού οι δυνάμεις που ασκούνται στην επιφάνεια ολίσθησης βρίσκονται σε ισορροπία. Εαν θεωρήσουμε ότι η επιφάνεια ολίσθησης από το σημείο Ο μέχρι το σημείο Α έχει βρεθεί, το εσωτερικό όριο του κομματιού είναι το AD και οι δυνάμεις που ασκούνται στην επιφάνεια ολίσθησης και το εσωτερικό όριο είναι γνωστές μέχρι και το σημείο Α. Για να βρεθεί το επόμενο σημείο της επιφάνειας ολίσθησης υπάρχουν πολλοί άγνωστοι και γι'αυτό πρέπει να γίνουν κάποιες υποθέσεις έτσι ώστε το πρόβλημα να λύνεται μαθηματικά.



Σχήμα 2.1: Δυνάμεις που δρούν σε ένα τμήμα (D. Tan, 2006)

## 2.2.1. Γεωμετρικοί άγνωστοι

Στο Σχήμα 2.1 φαίνεται το τμήμα i το οποίο ορίζεται από τις πλευρές AB, που είναι η πιθανή επιφάνεια αστοχίας, την CD, που είναι μέρος της ελεύθερης επιφάνειας του πρανούς, και τα εσωτερικά όρια AD και BC. Τα σημεία A και D είναι γνωστά από τον υπολογισμό του προηγούμενου τμήματος, το σημείο C υπολογίζεται εύκολα αφού το βήμα Δsx δίνεται από τον μελετητή, επομένως το μόνο άγνωστο σημείο είναι το B. Για να υπολογιστεί το σημείο αυτό οι δύο γεωμετρικοί άγνωστοι είναι οι γωνίες α<sub>i</sub>, μεταξύ της επιφάνειας ολίσθησης και της οριζόντιας διεύθυνσης από το σημείο A, και η γωνία δ<sub>i+1</sub>, μεταξύ του εσωτερικού ορίου BC και της κατακόρυφης από το σημείο B. Γνωρίζοντας αυτές τις δύο γωνίες το σημείο B μπορεί να οριστεί ως εξής:

Eἀν 
$$δ_{i+1}=0$$
, τότε  
 $x_{i+1} = xs_{i+1}$  (Εξ. 2.1)  
Εἀν  $\delta_{i+1}≠0$ , τότε

$$x_{i+1} = \frac{\frac{-xs_{i+1}}{\tan \delta_{i+1}} + x_i \tan a_i + ys_{i+1} - y_i}{\tan a_i - \frac{1}{\tan \delta_{i+1}}}$$
(Eξ. 2.2)

 $y_{i+1} = y_i + (x_{i+1} - x_i) \tan a_i$  (Eξ. 2.3)

Όπου χ, γ είναι οι συντεταγμένες των σημείων της επιφάνειας ολίσθησης και χs, ys οι συντεταγμένες των σημείων της ελεύθερης επιφάνειας του πρανούς όπως φαίνονται και στο Σχήμα 2.1.

#### 2.2.2. Άγνωστοι δυνάμεων

Εάν θεωρήσουμε ότι έχουμε όλα τα γεωμετρικά στοιχεία που απαιτούνται, οι δυνάμεις που ασκούνται στο τμήμα i φαίνονται στο Σχήμα 2.1. Αυτές είναι:

- Το βάρος του τμήματος W<sub>i</sub>, που εξαρτάται από το ειδικό βάρος του εδάφους και την γεωμετρία του κομματιού.
- Η οριζόντια συνιστώσα του βάρους k<sub>c</sub>W<sub>i</sub>, που έχει σχέση με την κρίσιμη επιτάχυνση που έχει τεθεί.
- Την ενεργό κάθετη και διατμητική τάση Ε'<sub>i</sub> και Χ<sub>i</sub>, που είναι γνωστές από τον υπολογισμό του προηγούμενου τμήματος.
- Οι δυνάμεις λόγω της παρουσίας νερού U<sub>i</sub>, PW<sub>i</sub> και PW<sub>i+1</sub>, που δρούν στην επιφάνεια ολίσθησης και στα εσωτερικά όρια αντίστοιχα και είναι γνωστές μόλις οριστούν τα όρια.
- Την ενεργό κάθετη και διατμητική τάση Ν'<sub>i</sub> και Τ<sub>i</sub>, που δρούν στην επιφάνεια ολίσθησης και είναι άγνωστες.
- Και τέλος την ενεργό κάθετη και διατμητική τάση Ε'<sub>i+1</sub> και X<sub>i+1</sub>, που δρούν στο εσωτερικό όριο BC και είναι και αυτές άγνωστες.

Έτσι έχουμε τέσσερις άγνωστες δυνάμεις οι οποίες πρέπει να υπολογιστούν. Υπό την επίδραση της κρίσιμης επιτάχυνσης k<sub>c</sub>g οι δυνάμεις που δρούν στην επιφάνεια ολίσθησης βρίσκονται σε οριακή ισορροπία και υπακούουν στο κριτήριο Mohr – Coulomb οπότε ισχύει:

$$T_i = N'_i \tan \phi'_i + c'_i L_i$$
 (E§. 2.4)

Οι δυνάμεις που δρούν στα εσωτερικά όρια του τμήματος επίσης βρίσκονται σε οριακή ισορροπία και έτσι το κριτήριο Mohr – Coulomb μας δίνει:

$$X_{i+1} = E'_{i+1} \tan \overline{\phi}'_{i+1} + \overline{c}'_i d_{i+1}$$
(Eξ. 2.5)

Ορίζοντας β=arctan(k<sub>c</sub>), από την ισορροπία του τμήματος και με την χρήση των Εξισώσεων 2.4 και 2.5:

$$E_{i+1}^{'} \sec \overline{\phi}_{i+1}^{'} \cos(\phi_{i}^{'} - a_{i} + \overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1}) = W_{i} \sec \beta \sin(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \beta) + E_{i}^{'} \sec \overline{\phi}_{i}^{'} \cos(\phi_{i}^{'} - a_{i} + \overline{\phi}_{i}^{'} - \delta_{i}) + c_{i}^{'} L_{i} \cos \phi_{i}^{'} - \overline{c}_{i}^{'} d_{i} \sin(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \delta_{i}) + \overline{c}_{i+1}^{'} d_{i+1} \sin(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \delta_{i+1}) + PW_{i} \cos(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \delta_{i}) - PW_{i+1} \cos(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \delta_{i+1}) - U_{i} \sin \phi_{i}^{'}$$
(Eξ. 2.6)

$$E_{i+1} = E_{i+1}' + PW_{i+1}$$
(E§. 2.7)

$$N_{i}^{'} \sec \phi_{i}^{'} \cos(\phi_{i}^{'} - a_{i} + \overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1}) = W_{i} \sec \beta \cos(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} + \beta) + E_{i}^{'} \sec \overline{\phi}_{i}^{'} \sin(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} + \overline{\phi}_{i}^{'} - \delta_{i}) + C_{i}^{'}L_{i} \sin(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} - a_{i}) - \overline{c}_{i}^{'}d_{i} \cos(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} + \delta_{i}) + \overline{c}_{i+1}^{'}d_{i+1} \cos \overline{\phi}_{i+1}^{'} + PW_{i} \sin(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} + \delta_{i}) - PW_{i+1} \sin \overline{\phi}_{i+1}^{'} - U_{i} \cos(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} - a_{i})$$
(Eξ. 2.8)

 $N_i = N'_i + U_i$  (Eξ. 2.9)

Όπως φαίνεται από τις παραπάνω εξισώσεις Εξ.2.4 έως Εξ.2.9 εάν είναι γνωστές οι γωνίες α<sub>i</sub> και δ<sub>i+1</sub> όλες οι δυνάμεις είναι γνωστές. Γι' αυτό τον λόγο υιοθετήθηκε το λεγόμενο "κριτήριο αποδοχής" ώστε να προκύψουν δύο ακόμα εξισώσεις με τις οποίες θα μπορέσει να επιλυθεί το σύστημα.

## 2.2.3. Τα κριτήρια αποδοχής

Για να γίνει αποδεκτή η λύση πρέπει να ικανοποιούνται τα κριτήρια αποδοχής. Τα κριτήρια αυτά είναι δύο, ένα σε όρους τάσεων και ένα που σχετίζεται με την κινηματική.

## 2.2.3.1. Κινηματικό κριτήριο αποδοχής

Όταν το πρανές αστοχήσει και αρχίσει να κινείται, η επιφάνεια ολίσθησης που θα έχει δημιουργηθεί θα πρέπει να είναι κινηματικά αποδεκτή. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η επιφάνεια αυτή να είναι κοίλη προς τα πάνω, δηλαδή να ισχύει:

 $\alpha_1 \le \alpha_2 \le \dots \le \alpha_n \tag{E\xi. 2.10}$ 

## 2.2.3.2. Κριτήριο αποδοχής τάσεων

Τα πρανή δημιουργούνται από εδαφικό υλικό, το οποίο έχει συγκεκριμένη αντοχή, γι' αυτόν τον λόγο υπάρχει το κριτήριο αποδοχής των τάσεων. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στα τμήματα του κάθε πρανούς ασκούν με τη σειρά τους τάσεις στο έδαφος, οι οποίες δεν μπορούν να υπερβαίνουν την περιορισμένη αντοχή του. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε επίπεδο μέσα στο τμήμα θα πρέπει ο συντελεστής ασφαλείας να είναι μεγαλύτερος ή ίσος με την μονάδα. Στην συγκεκριμένη μέθοδο υπάρχει οριακή ισορροπία των τάσεων μόνο στην επιφάνεια ολίσθησης και στα εσωτερικά όρια των τμημάτων, ενώ το υπόλοιπο έδαφος μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε κατάσταση πρίν την αστοχία.

Εάν χωρίσουμε το τμήμα i σε δύο επιμέρους τμήματα όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2 έχουμε το τμήμα ABD που ονομάζεται πλευρά προς την επιφάνεια ολίσθησης και το BCD που είναι η πλευρά προς το εσωτερικό όριο. Ο αντίστροφος του συντελεστή ασφαλείας σε ένα επίπεδο με γωνία θ ορίζεται ως m<sub>θ</sub>.



Σχήμα 2.2: Τα εσωτερικά μέρη του τμήματος και οι δυνάμεις που δρούν σε αυτά (D. Tan, 2006)

Σύμφωνα με τα παραπάνω το κριτήριο αποδοχής σε όρους τάσεων για τα ομογενή πρανή παρουσιάζεται στην συνέχεια. Όταν η γωνία θ=0, τότε το εσωτερικό επίπεδο είναι είτε η πλευρά ολίσθησης, είτε το εσωτερικό όριο και ισχύει m<sub>θ</sub>=1. Εάν η γωνία θ είναι θετική όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2 στο μέρος της επιφάνειας ολίσθησης ή στο μέρος του εσωτερικού ορίου, μία αποδεκτή λύση είναι να έχουμε m<sub>θ</sub>≤1. Το ίδιο ισχύει και εάν η γωνία θ πάρει αρνητικές τιμές. Έτσι το m<sub>θ</sub> μεγιστοποιείται και είναι ίσο με την μονάδα όταν θ=0. Εφαρμόζοντας αυτές τις συνθήκες στις εξισώσεις που δίνουν το m<sub>θ</sub> στις δύο πλευρές καταλήγουμε σε δύο επιπλέον εξισώσεις.

$$N_{i} + T_{i} \tan \phi_{i}^{'} - \frac{1}{2} \gamma L_{i}^{2} \sec \beta \sec \phi_{i}^{'} \sin(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \beta)$$

$$- \frac{\sigma_{i}^{'} L_{i}}{\cos(\delta_{i} + a_{i})} \sec \phi_{i}^{'} \sec \phi_{i}^{'} \cos(\phi_{i}^{'} + \phi_{ii}^{'} - a_{i} - \delta_{i})$$

$$- \frac{u_{i} L_{i}}{\cos(\delta_{i} + a_{i})} \sec \phi_{i}^{'} \cos(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \delta_{i})$$

$$+ \overline{c}_{ii}^{'} \frac{L_{i}}{\cos(\delta_{i} + a_{i})} \sec \phi_{i}^{'} \sin(\phi_{i}^{'} - a_{i} - \delta_{i}) - c_{i}^{'} L_{i} \tan(a_{i} + \delta_{i})$$

$$- \frac{u_{i} L_{i}}{2d_{i} \cos(\delta_{i} + a_{i})} L_{i} \tan \phi_{i}^{'} + \frac{1}{2} (u_{i} + u_{i+1}) L_{i} \tan(a_{i} + \delta_{i}) \tan \phi_{i}^{'} = 0$$
(E5. 2.11)

$$E_{i+1} + X_{i+1} \tan \overline{\phi}_{i+1}^{'} - \overline{c}_{i+1}^{'} d_{i+1} \tan(\delta_{i+1} + \psi) - \frac{1}{2} \gamma d_{i+1}^{2} \sec \beta \sec \overline{\phi}_{i+1}^{'} \cos(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} + \beta) + \frac{1}{2} u_{i+1} d_{i+1} \tan(\delta_{i+1} + \psi) \tan \overline{\phi}_{i+1}^{'} = 0$$
(Eξ. 2.12)

## 2.3. Η ανάλυση του πρώτου τμήματος

Στο πρώτο τμήμα του πρανούς υπάρχουν κάποιες ιδιαιτερότητες. Η γεωμετρία και οι δυνάμεις που ασκούνται σ'αυτό φαίνονται στο Σχήμα 2.3. Επειδή η πλευρά AC είναι η ελεύθερη επιφάνεια του πρανούς, δεν υπάρχουν δυνάμεις που ασκούνται στο επίπεδο AA', κάτι που το διαφοροποιεί από τα ενδιάμεσα τμήματα. Έτσι οι εξισώσεις 1.11 και 1.12 γίνονται:

$$N_{1} + T_{1} \tan \phi_{1}^{'} - \frac{1}{2} \gamma L_{1}^{2} \sec \beta \sec \phi_{1}^{'} \sin(\phi_{1}^{'} - a_{1} - \beta)$$

$$-c_{1}^{'} \frac{L_{1}}{\tan(\psi - a_{1})} + \frac{1}{2} u_{2} \frac{L_{1}}{\tan(\psi - a_{1})} \tan \phi_{1}^{'} = 0$$
(Eξ. 2.13)

каі

каі

$$E_{2} + X_{2} \tan \overline{\phi}_{2} - \overline{c}_{2} d_{2} \tan(\delta_{2} + \psi)$$
  

$$-\frac{1}{2} \gamma d_{2}^{2} \sec \beta \sec \overline{\phi}_{2} \cos(\overline{\phi}_{2} - \delta_{2} + \beta)$$
  

$$+\frac{1}{2} u_{2} d_{2} \tan(\delta_{2} + \psi) \tan \overline{\phi}_{2} = 0$$
(Eξ. 2.14)



Σχήμα 2.3:Δυνάμεις που δρούν στο πρώτο τμήμα (D. Tan, 2006)

## 2.4. Η ανάλυση των δύο τελευταίων τμημάτων

Επιλέγοντας το σημείο αρχής της επιφάνειας αστοχίας, οποιαδήποτε επιτάχυνση k<sub>c</sub>g μπορεί να δώσει μία επιφάνεια αστοχίας η οποία μπορεί να μην είναι κινηματικά αποδεκτή. Εάν επιλέξουμε μία μικρή επιτάχυνση k<sub>c</sub>g, η επιφάνεια δεν συγκλίνει προς το φρύδι του πρανούς, κάτι το οποίο είναι μη αποδεκτό κινηματικά. Από την άλλη πλευρά εάν επιλέξουμε μία μεγάλη επιτάχυνση k<sub>c</sub>g, η επιφάνεια ολίσθησης θα τελειώνει μέσα στο πρανές, που σημαίνει ότι δεν είναι η κρίσιμη επιτάχυνση.

Για να αλλάξει η επιτάχυνση, την οποία ο μελετητής έχει επιλέξει, και να βρεθεί η κρίσιμη, χρησιμοποιούνται τα δύο τελευταία τμήματα του πρανούς. Έστω ότι το πρανές είναι χωρισμένο σε η τμήματα, το τμήμα (n-1), που είναι το πρώτο που δεν είναι κινηματικά αποδεκτό, και το τμήμα η επιλύονται συγχρόνως όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.4.



Σχήμα 2.4: Η γεωμετρία και οι δυνάμεις που ασκούνται στα δύο τελευταία τμήματα (D. Tan,2006).

# 2.4.1. Η γεωμετρία των δύο τελευταίων τμημάτων και οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτά

Γίνεται η υπόθεση ότι στο τελευταίο τμήμα υπάρχει μία εφελκυστική ρωγμή με ύψος h<sub>c</sub>, έτσι εάν βρούμε τις γωνίες a<sub>n-1</sub>, δ<sub>n</sub> και a<sub>n</sub> υπολογίζονται τα δύο τελευταία κομμάτια. Οι συντεταγμένες του σημείου Β υπολογίζονται με τις εξισώσεις 2.1, 2.2 και 2.3, ενώ για το σημείο Ε ισχύει:

$$x_{n+1} = x_n + (y_{n+1} - y_n) / \tan a_n$$
(E§. 2.15)

каі

$$y_{n+1} = ys_{n+1} - h_c \tag{E\xi. 2.16}$$

Στο τμήμα (n-1), οι εξισώσεις που δίνουν τις κάθετες και διατμητικές δυνάμεις στο εσωτερικό όριο και την επιφάνεια ολίσθησης ισχύουν αντικαθιστώντας τον δείκτη i με n-1, και το β με β<sub>end</sub>, αφού στα δύο τελευταία τμήματα εφαρμόζεται διαφορετική επιτάχυνση από την αρχική. Στο τμήμα n, προκύπτει μία συνισταμένη κάθετη, ενεργός δύναμη Ε'<sub>n+1</sub> που ασκείται στην ρωγμή EF. Για να είναι αποδεκτή η κρίσιμη επιτάχυνση πρέπει η Ε'<sub>n+1</sub>=0. Έτσι στο τελευταίο τμήμα οι άγνωστες δυνάμεις είναι τρείς και όχι τέσσερις, για τις οποίες ισχύει:

$$N'_{n} \sec \phi'_{n} \cos(\phi'_{n} - a_{n}) = W_{n} \sec \beta_{end} \cos \beta_{end} + E'_{n} \sec \overline{\phi}'_{n} \sin(-\overline{\phi}'_{n} + \delta_{n}) - c'_{n} L_{n} \sin a_{n} - \overline{c}'_{n} d_{n} \cos \delta_{n} + PW_{n} \sin \delta_{n} - U_{n} \cos a_{n}$$
(Eξ. 2.17)

$$T_n = N'_n \tan \phi'_n + c'_n L_n$$
 (E§. 2.18)

$$E'_{n+1}\cos(\phi'_n - a_n) = W_n \sec \beta_{end} \sin(\phi'_n - a_n - \beta_{end}) +$$

$$E'_n \sec \overline{\phi}'_n \cos(\phi'_n - a_n + \overline{\phi}'_n - \delta_n) +$$

$$c'_n L_n \cos \phi'_n - \overline{c}'_n d_n \sin(\phi'_n - a_n - \delta_n) +$$

$$PW_n \cos(\phi'_n - a_n - \delta_n) - PW_{n+1}\cos(\phi'_n - a_n) - U_n \cos a_n$$
(Eξ. 2.19)

Από το κριτήριο αποδοχής των τάσεων οι εξισώσεις που παίρνουμε είναι οι εξής:

$$N_{n} + T_{n} \tan \phi'_{n} + \left(\frac{1}{2}\gamma L_{n}^{2} + \frac{L_{n}}{\sin a_{n}}h_{c}\right) \sec \beta_{end} \sec \phi'_{n} \sin(\phi'_{n} - a_{n} - \beta_{end})$$

$$+ c'_{n} \frac{L_{n}}{\tan a_{n}} - \frac{1}{2}(u_{n} + u_{n+1}) \frac{L_{n}}{\tan a_{n}} = 0$$
(Eξ. 2.20)

Ενώ όπως έχουμε ήδη αναφέρει ισχύει:

## 2.5. Παρατηρήσεις για τις εξισώσεις

Οι πληροφορίες και οι εξισώσεις που παρατίθενται σε αυτό το κεφάλαιο αντλήθηκαν στο μεγαλύτερο μέρος τους από την Διδακτορική Διατριβή του Ding Tan. Όμως παρατηρήθηκαν κάποια τυπογραφικά λάθη στις εξισώσεις.

Ένα από αυτά είναι στην εξίσωση που δίνει την τετμημένη (x<sub>i+1</sub>) του νέου σημείου της επιφάνειας ολίσθησης (Εξ. 2.2). Το νέο σημείο της επιφάνειας ολίσθησης είναι η τομή δύο ευθειών, η μία έχει κλίση α<sub>i</sub> και περνάει από το σημείο (x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>) και η άλλη έχει κλίση δ<sub>i+1</sub> και περνάει από το σημείο (xs<sub>i+1</sub>,ys<sub>i+1</sub>). Έτσι το σύστημα εξισώσεων έχει ως εξής:

$$y_{i+1} = \tan a_i \cdot (x_{i+1} - x_i) + y_i$$

$$y_{i+1} = \tan (90 - \delta_{i+1}) \cdot (x_{i+1} - xs_{i+1}) + ys_{i+1}$$

$$\Rightarrow y_{i+1} = \tan a_i \cdot (x_{i+1} - x_i) + y_i$$

$$tan a_i \cdot (x_{i+1} - x_i) + y_i = (x_{i+1} - xs_{i+1})/\tan \delta_{i+1} + ys_{i+1}$$

$$tan a_i \cdot (x_{i+1} - x_i) + y_i = (x_{i+1} - xs_{i+1})/\tan \delta_{i+1} + ys_{i+1}$$

$$x_{i+1}(\tan a_i - 1/\tan \delta_{i+1}) = x_i \tan a_i - y_i - xs_{i+1}/\tan \delta_{i+1} + ys_{i+1}$$

$$x_{i+1} = \frac{-xs_{i+1}/\tan \delta_{i+1} + x_i \tan a_i + ys_{i+1} - y_i}{(\tan a_i - 1/\tan \delta_{i+1})}$$

και όχι

$$x_{i+1} = \frac{\frac{-xs_{i+1}}{\tan \delta_{\iota}} + x_i \tan a_i + \mathbf{ys_i} - y_i}{\tan a_i - \frac{1}{\tan \delta_{\iota}}}$$
(Eξ. 2.22)

όπως αναφέρεται στο διδακτορικό.

Επίσης εντοπίστηκαν λάθη στις εξισώσεις που προκύπτουν από το κριτήριο αποδοχής των τάσεων. Συγκεκριμένα στην Εξ. 2.11 υπάρχουν διαφορές σε σχέση με αυτή που δίνεται στην δημοσίευση της μεθόδου στο περιοδικό Géotechnique 56, και λήφθηκε υπ' όψη η δημοσιευμένη εξίσωση. Στην άλλη εξίσωση που προκύπτει από το κριτήριο αποδοχής των τάσεων (Εξ. 2.12) περιλαμβάνεται δύο φορές ο ίδιος όρος δηλαδή είναι:

$$E_{i+1} + X_{i+1} \tan \overline{\phi}_{i+1}^{'} - \overline{c}_{i+1}^{'} d_{i+1} \tan(\delta_{i+1} + \psi) - \frac{1}{2} \gamma d_{i+1}^{2} \sec \beta \sec \overline{\phi}_{i+1}^{'} \cos(\overline{\phi}_{i+1}^{'} - \delta_{i+1} + \beta) - \overline{c}_{i+1}^{'} d_{i+1} \tan(\delta_{i+1} + \psi) + \frac{1}{2} u_{i+1} d_{i+1} \tan(\delta_{i+1} + \psi) \tan \overline{\phi}_{i+1}^{'} = 0$$
(Eξ. 2.23)

Το ίδιο λάθος έχει γίνει και στην αντίστοιχη εξίσωση για το πρώτο τμήμα (Εξ. 2.14).

Τέλος στην Εξ. 2.20 στο διδακτορικό δεν έχει αντικατασταθεί το β με β<sub>end</sub>.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Ο προγραμματισμός της μεθόδου των S. K. Sarma και D. Tan για τον προσδιορισμό της κρίσιμης επιφάνειας αστοχίας του πρανούς έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού C++.

Αρχικά δημιουργήθηκε μία βιβλιοθήκη με συναρτήσεις, οι οποίες χρησιμοποιούνται συχνά μέσα στο πρόγραμμα, με το όνομα *library.* Έπειτα δημιουργήθηκε το κυρίως πρόγραμμα.

# 3.1. Η Βιβλιοθήκη Library.h

Η βιβλιοθήκη που δημιουργήθηκε περιέχει διάφορες βοηθητικές συναρτήσεις όπως η μετατροπή γωνιών, ο υπολογισμός συντεταγμένων, μηκών και εμβαδών. Παρακάτω αναφέρονται αναλυτικά όλες οι συναρτήσεις που περιέχει η βιβλιοθήκη, ενώ βρίσκεται στο Παράρτημα 1.

# 3.1.1. Η συνἁρτηση degtorad

Η συνάρτηση αυτή έχει ως είσοδο την τιμή μίας γωνίας σε μοίρες (deg) και επιστρέφει την τιμή της γωνίας σε ακτίνια (rad). Αυτό γίνεται με τον τυπο:

$$rad = \deg \frac{\pi}{180} \tag{E\xi. 3.1}$$

# 3.1.2. Η συνἁρτηση radtodeg

Η συνάρτηση αυτή είναι η αντίστροφη της προηγούμενης, δηλαλή έχει ως είσοδο την τιμή μιας γωνίας σε ακτίνια (rad) και αφού την μετατρέψει σε μοίρες (deg) την επιστρέφει στο πρόγραμμα. Η μετατροπή γίνεται ως εξής:

$$\deg = rad \frac{180}{\pi}$$
(Eξ. 3.2)

## 3.1.3. Η συνάρτηση LineLen

Η συνάρτηση αυτή έχει ως είσοδο τις συντεταγμένες δύο σημείων  $(x_1,y_1)$ και  $(x_2,y_2)$  και ως έξοδο το μήκος (mikos) της γραμμής που σχηματίζουν.  $mikos = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  (Εξ. 3.3)

#### 3.1.4. Η συνἁρτηση ypol\_xg

Η συνάρτηση αυτή δίνει την τετμημένη (xg) του κάθε νέου σημείου στην επιφάνεια αστοχίας. Ως είσοδο έχει τις συντεταγμένες του αντίστοιχου σημείου επάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του πρανούς (xs,ys) και του προηγούμενου σημείου επάνω στην επιφάνεια αστοχίας (prev\_xg,prev\_yg) καθώς και τις γωνίες α<sub>i</sub> (a) και δ<sub>i+1</sub> (delta). Ο υπολογισμός αυτός γίνεται σύμφωνα με τις εξισώσεις 2.1 και 2.2, δηλαδή:

 $delta = 0 \rightarrow xg = xs$   $delta \neq 0 \rightarrow xg = \frac{\frac{-xs}{\tan delta} + prev xg \cdot \tan a + ys - prev yg}{\tan a - \frac{1}{\tan delta}}$ (Eξ. 3.4)

## 3.1.5. Η συνἁρτηση *ypol\_yg*

Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει την τεταγμένη (yg) κάθε νέου σημείου επάνω στην επιφάνεια αστοχίας. Ως είσοδο έχει τις συντεταγμένες του προηγούμενου σημείου πάνω στην επιφάνεια αστοχίας (prev\_xg,prev\_yg), την τετμημένη του σημείου (xg) και την γωνία α<sub>i</sub> (a). Ο υπολογισμός γίνεται σύμφωνα με την Εξίσωση 2.3:

 $yg = prev_yg + (xg - prev_xg)\tan a$ (Eξ. 3.5)

#### 3.1.6. Η συνἁρτηση *ypol\_xs*

Με την συνάρτηση αυτή γίνεται ο υπολογισμός της τετμημένης (xs) κάθε νέου σημείου επάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του πρανούς. Ως είσοδο έχει την τετμημένη του προηγούμενου σημείου της ελεύθερης επιφάνειας (prev\_xs) και το βήμα που χρησιμοποιείται (dsx). Ο υπολογισμός της τετμημένης γίνεται ως εξής:

## 3.1.7. Η συνἀρτηση *ypol\_ys*

H συνἀρτηση αυτή υπολογίζει την τεταγμένη (ys) του νέου σημείου της ελεύθερης επιφἀνειας. Ως δεδομένα εισόδου ἐχει την τετμημένη του σημείου αυτού (xs), την κλίση του πρανούς (klisi\_pranous) και τις συντεταγμένες της κορυφής του πρανούς (xk,yk). Για να γίνει πιο κατανοητός ο τρόπος υπολογισμού της τεταγμένης ys πρέπει να αναφερθεί ότι ως αρχή των αξόνων λαμβἀνεται το πόδι του πρανούς.  $0 < xs < xk \rightarrow ys = xs \cdot tan(klisi_pranous)$  $xs ≤ 0 \rightarrow ys = 0$  (Eξ. 3.7)  $xs ≥ xk \rightarrow ys = yk$ 

#### 3.1.8. Η συνάρτηση emvadon

Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει το εμβαδό (area) του κάθε τμήματος. Επειδή τα τμήματα που δημιουργούνται μέσα στο πρανές μπορεί να έχουν τρεις, τέσσερις ή πέντε κορυφές έχουν δημιουργηθεί τρεις άλλες συναρτήσεις που υπολογίζουν το εμβαδό τριγώνου (area3), τετραπλεύρου (area4) ή πενταπλεύρου (area5) αντίστοιχα. Οι συναρτήσεις αυτές έχουν ως είσοδο τις συντεταγμένες των σημείων που αποτελούν το τμήμα. Ο υπολογισμός του εμβαδού γίνεται με τον αναλυτικό τύπο που υπάρχει και είναι:

$$area = \frac{1}{2} \sum_{n}^{i=1} x_i (y_{i-1} - y_{i+1})$$
 (Eξ. 3.8)

Στην συνάρτηση *emvadon* υπάρχουν κάποιες συνθήκες για να είναι δυνατό να προσδιοριστεί το σχήμα του τμήματος και να γίνει η επιλογή της σωστής συνάρτησης.

#### 3.2. Το πρόγραμμα

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας δημιουργήθηκε το πρόγραμμα προσδιορισμού της κρίσιμης επιφάνειας αστοχίας, για ομογενή πρανή χωρίς την παρουσία νερού, με την μέθοδο των S. K. Sarma και D. Tan, που αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 2.

Το πρόγραμμα μπορεί να χωριστεί σε πέντε επιμέρους τμήματα:

- Αρχικές διαδικασίες για το στήσιμο του προγράμματος και βοηθητικοί υπολογισμοί
- Επίλυση του πρώτου τμήματος του πρανούς
- Επίλυση των τμημάτων από 2 έως και (n-2) του πρανούς
- Επίλυση των τμημάτων (n-1) και n του πρανούς

# 3.2.1. Αρχικές διαδικασίες για το στήσιμο του προγράμματος και βοηθητικοί υπολογισμοί

Αρχικά δίνεται το όνομα του αρχείου στο οποίο θα αποθηκεύονται τα αποτελέσματα. Θεωρήθηκε απαραίτητο τα αποτελέσματα να μήν εμφανίζονται απλά στην οθόνη του χρήστη αλλά να αποθηκεύονται σε ένα αρχείο με την ονομασία *outdata.txt* έτσι ώστε ο χρήστης να έχει την ευκαιρία να τα μελετήσει και να τα επεξεργαστεί.

Το επόμενο στάδιο είναι η δήλωση των μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν. Στον κώδικα που βρίσκεται στο Παράρτημα 2 φαίνεται ότι τις μεταβλητές τις έχουμε χωρίσει σε τρεις κατηγορίες. Αρχικά είναι οι μεταβλητές που σχετίζονται άμεσα με τα δεδομένα που δίνει ο χρήστης, έπειτα είναι κάποιες δυναμικές μεταβλητές και τέλος οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται σε ενδιάμεσες πράξεις και κάποιοι δείκτες που χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση του προγράμματος, κυρίως σε επαναληπτικές διαδικασίες. Οι δυναμικές μεταβλητές δημιουργήθηκαν έτσι ώστε να αποφευχθεί η άσκοπη δέσμευση μνήμης από το πρόγραμμα. Τέτοιες μεταβλητές έχουν δημιουργηθεί για τις παραμέτρους που υπάρχουν σε κάθε επιμέρους τμήμα, όπως οι συντεταγμένες των σημείων στην ελεύθερη επιφάνεια και την επιφάνεια ολίσθησης, δυνάμεις, εμβαδά, μήκη κτλ. Στη συνέχεια, ο χρήστης δίνει στο πρόγραμμα το ειδικό βάρος (g) του εδάφους από το οποίο αποτελείται το πρανές, έπειτα του ζητούνται οι παράμετροι που σχετίζονται με την αντοχή του πρανούς, δηλαδή η γωνία τριβής (f) και η συνοχή του (c), μετά πρέπει να δοθεί μία αρχική επιτάχυνση (kc) που μπορεί είτε να είναι μία επιτάχυνση που έχει προκύψει από κάποια άλλη μέθοδο, είτε μία σχετικά μεγάλη, αλλά σε λογικά πλαίσια, επιτάχυνση. Σειρά έχει η γεωμετρία του πρανούς η οποία ορίζεται από την γωνία (y) και το ύψος του(H). Τέλος δίνεται το βήμα (dsx) με το οποίο θα χωριστεί το πρανές σε τμήματα και το σημείο από όπου θα ξεκινήσει (xs1) η επιφάνεια ολίσθησης. Εδώ να υπενθυμίσουμε ότι ως αρχή των αξόνων έχει θεωρηθεί το πόδι του πρανούς.

Αφού δοθούν τα παραπάνω στοιχεία από τον χρήστη γίνονται κάποιοι αρχικοί βοηθητικοί υπολογισμοί, όπως η μετατροπή της γωνίας τριβής του πρανούς και η γωνία του από μοίρες σε ακτίνια, με τα οποία λειτουργούν οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις της C++. Έπειτα υπολογίζονται οι συντεταγμένες του φρυδιού (ή της κορυφής) του πρανούς (xk,yk)

$$(x_k, y_k) = \left(\frac{H}{\tan y}, H\right)$$
(Eξ. 3.9)

και ο αριθμός των τμημάτων τα οποία θα δημιουργηθούν.

Αφού υπολογίστηκε ο αριθμός των τμημάτων στα οποία θα χωριστεί το πρανές, οι δυναμικές μεταβλητές που είχαν προαναφερθεί παίρνουν το μέγεθος που απαιτείται.

#### 3.2.2. Επίλυση του πρώτου τμήματος του πρανούς



Σχήμα 3.1:Δυνάμεις που δρούν στο πρώτο τμήμα (D. Tan, 2006)

Το πρώτο τμήμα έχει λόγω της θέσης του κάποιες ιδιαιτερότητες και στο σχήμα αλλά και στις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται, γι' αυτό και η επίλυση του γίνεται χωριστά από τα άλλα τμήματα.

Πρώτο μας βήμα είναι να προσδιορίσουμε τις συντεταγμένες των σημείων που είναι γνωστά, αυτά είναι σύμφωνα με το Σχήμα 3.1 τα Α και C, ενώ σκοπός της επίλυσης είναι ο προσδιορισμός του σημείου B. Το σημείο Α βρίσκεται και στην ελεύθερη επιφάνεια αλλά και στην επιφάνεια ολίσθησης, αφού είναι αυτό από το οποίο ξεκινά η ολίσθηση και δίνεται από τον χρήστη. Έτσι οι συντεταγμένες του τοποθετούνται και στον πίνακα των συντεταγμένων των σημείων της ελεύθερης επιφάνειας αλλά και σε αυτά της επιφάνειας ολίσθησης, έτσι έχουμε

 $(xs[0], ys[0]) = (xs1, ypol_ys(xs[0], y, xk, yk)) = (xg[0], yg[0])$  (Εξ. 3.10) Το σημείο C είναι σημείο της ελεύθερης επιφάνειας του πρανούς και οι συντεταγμένες του υπολογίζονται ως εξής:

 $(xs[1], ys[1]) = (ypol_xs(dsx, xs[0]), ypol_ys(xs[1], y, xk, yk))$  (Εξ. 3.11) Προκειμένου να αποφευχθεί η αριθμητική μέθοδος για την επίλυση του μη-γραμμικού συστήματος εξισώσεων που απαιτείται για τον προσδιορισμό του σημείου Β χρησιμοποιείται μία επαναληπτική διαδικασία. Πιο συγκεκριμένα με δύο εντολές *for* δημιουργούνται όλοι οι συνδυασμοί για τις γωνίες  $a_1$  και  $\delta_2$ . Κάθε φορά υπολογίζονται όλα τα απαιτούμενα μεγέθη και επιλέγεται η καλύτερη λύση. Το εύρος των γωνιών είναι -89.5≤ $a_1$ ≤y και -89.5≤ $\delta_2$ ≤89.5 και αλλάζουν κάθε φορά

κατά μισή μοίρα (0.5 deg). Για κάθε συνδυασμό γωνιών τρέχει η παρακάτω διαδικασία.

Πρώτα υπολογίζονται οι συντεταγμένες του σημείου Β

 $(xg[1], yg[1]) = \begin{pmatrix} ypol xg(xs[1], ys[1], xg[0], yg[0], delta2, a1), \\ ypol yg(xs[0], ys[0], xg[1], a1) \end{pmatrix}$ (Eξ. 3.12)

έπειτα υπολογίζονται οι αποστάσεις ΑΒ και ΒC, καθώς και το βάρος του τμήματος.

$$L1 = LineLen(xg[1], yg[1], xg[0], yg[0])$$
(Eξ. 3.13)

$$d2 = LineLen(xg[1], yg[1], xs[1], ys[1])$$
(Eξ. 3.14)

$$w1 = g \cdot emvadon(xs[0], ys[0], xs[1], ys[1], xg[0], yg[0], xg[1], yg[1], xk, yk)$$
(E§. 3.15)

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι κάθετες δυνάμεις που ασκούνται στην επιφάνεια ολίσθησης Ν<sub>1</sub> και στο εσωτερικό όριο E<sub>2</sub> του τμήματος. Για την κάθε δύναμη έχουμε δύο εξισώσεις, μία που προέρχεται από την ισορροπία του κομματιού (N1e, E2e) και μία που προέρχεται από το κριτήριο αποδοχής των τάσεων (N1a,E2a).

Για τις εξισώσεις ισορροπίας χρησιμοποιούμε τις Εξ. 2.6 και Εξ. 2.8 αντικαθιστώντας το i με 1 και λύνοντας ως προς την κάθε δύναμη έχουμε:

$$E_{2e}^{'} = \frac{W_1 \sec\beta \sin(\phi - a_1 - \beta) + cd_2 \sin(\phi - a_1 - \delta_2) + cL_1 \cos\phi}{\sec\phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta_2)}$$
(Eξ. 3.16)

каі

$$N_{1e} = \frac{W_1 \sec\beta\cos(\phi - \delta_2 + \beta) + cL_1\sin(\phi - \delta_2 - a_1) + cd_2\cos\phi}{\sec\phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta_2)}$$
(Eξ. 3.17)

Ενώ για τις εξισώσεις που προέκυψαν από το κριτήριο αποδοχής των τάσεων παίρνουμε τις εξισώσεις που έχουν αναπτυχθεί για το πρώτο κομμάτι δηλαδή τις Εξ. 2.13 και 2.14 και σε αυτές αντικαθιστούμε τις διατμητικές δυνάμεις με τις εξισώσεις Εξ. 2.4 και 2.5:

$$\begin{cases} E_2 + X_2 \tan \phi - cd_2 \tan(\delta_2 + \psi) - \frac{1}{2} \gamma d_2^2 \sec \beta \sec \phi \cos(\phi - \delta_2 + \beta) = 0 \\ X_2 = E_2 \tan \phi + cd_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$E_{2a} = \frac{\frac{1}{2} \gamma d_2^2 \sec \beta \sec \phi \cos(\phi - \delta_2 + \beta) + cd_2 \tan(\delta_2 + \psi) - cd_2 \tan \phi}{1 + \tan \phi^2}$$
(Eξ. 3.18)

каі

$$\begin{cases} N_1 + T_1 \tan \phi - \frac{1}{2} \gamma L_1^2 \sec \beta \sec \phi \sin(\phi - a_1 - \beta) - c \frac{L_1}{\tan(\psi - a_1)} = 0 \\ T_1 = N_1 \tan \phi + cL_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$N_{1a} = \frac{\frac{1}{2} \gamma L_1^2 \sec \beta \sec \phi \sin(\phi - a_1 - \beta) + c \frac{L_1}{\tan(\psi - a_1)} + cL_1 \tan \phi}{1 + \tan \phi^2}$$
(Eξ. 3.19)

Έχοντας υπολογίσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο τμήμα πρέπει να βρεθεί ο καταλληλότερος συνδυασμός γωνιών αφού η επίλυση μη γραμμικού συστήματος σε περιβάλλον C++ είναι εξαιρετικά πολύπλοκη. Αυτό γίνεται βάζοντας έναν βρόγχο επιλογής όπου κάθε φορά συγκρίνει μία μεταβλητή που ονομάζεται *akriveia*, η οποία αρχικά έχει πάρει μία πολύ μεγάλη τιμή, με μία ποσότητα που σχετίζεται με την διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στις δυνάμεις. Όταν η ποσότητα αυτή είναι μικρότερη από την τιμή της *akriveia*, η μεταβλητή λαμβάνει ως τιμή την ποσότητα της διαφοράς και οι γωνίες αποθηκεύονται στην αντίστοιχη θέση των δυναμικών μεταβλητών.

Μόλις τελειώσουν οι επαναλήψεις, κατ' επέκταση και οι συνδυασμοί των γωνιών, έχει βρεθεί ο καταλληλότερος συνδυασμός γωνιών και έτσι υπολογίζονται και αποθηκεύονται οι σωστές τιμές των συντεταγμένων του σημείου Β, των μηκών L<sub>1</sub> και d<sub>2</sub>, του βάρους του κομματιού w<sub>1</sub>. Επίσης υπολογίζονται οι κάθετες δυνάμεις E<sub>2</sub> και N<sub>1</sub> και αποθηκεύεται στις αντίστοιχες δυναμικές μεταβλητές ο μέσος όρος που προκύπτει από τις δύο εξισώσεις κάθε δύναμης. Επιπλέον υπολογίζονται και αποθηκεύονται οι διατμητικές δυνάμεις X<sub>2</sub> και T<sub>1</sub> καθώς και η τάση που ασκείται στην επιφάνεια ολίσθησης που για το πρώτο τμήμα είναι:  $\sigma_1 = c \cdot \cos \phi$  (Εξ. 3.20) Επίσης αποθηκεύεται η τιμή τις μεταβλητής akriveia.

Ακολουθεί το διάγραμμα ροής για την επίλυση του πρώτου τμήματος έτσι ώστε να γίνει πιο κατανοητή η διαδικασία.



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ροής για τον υπολογισμό του πρώτου τμήματος

3.2.3. Επίλυση των τμημάτων από 2 έως και (n-2) του πρανούς

Τα τμήματα από το δεύτερο έως και το τρίτο από το τέλος επιλύονται διαδοχικά το ένα μετά το άλλο με την ίδια διαδικασία. Για να συμβεί αυτό υπάρχει ένας επαναληπτικός βρόγχος *for* μέσω του οποίου επαναλαμβάνεται η διαδικασία που θα περιγραφεί παρακάτω.



Σχήμα 3.3: Η γεωμετρία των μεσαίων τμημάτων και οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτά (D. Tan 2006).

Αρχικά για κάθε τμήμα η μεταβλητή *akriveia* παίρνει μία αρχική τιμή η οποία είναι μεγάλη καθώς είναι η μεταβλητή με την οποία θα γίνει η επιλογή του καταλληλότερου συνδυασμού γωνιών, όπως και στο πρώτο τμήμα.

Έπειτα υπολογίζονται οι συντεταγμένες του νέου σημείου στην ελεύθερη επιφάνεια του πρανούς, στο Σχήμα 3.3 είναι το σημείο C:

$$(xs[n+1], ys[n+1]) = (ypol_xs(dsx, xs[n]), ypol_ys(xs[n+1], y, xk, yk))$$
(E§. 3.21)

Στην συνέχεια υπολογίζεται η τάση που ασκείται στην επιφάνεια ολίσθησης:

$$s[n] = \frac{2 \cdot N[n-1]}{L[n-1]} - s[n-1]$$
(Eξ. 3.22)

Στην συνέχεια έχουμε τις δύο επαναληπτικές διαδικασίες με τις οποίες δημιουργούνται όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί των γωνιών α<sub>i</sub> και δ<sub>i+1</sub> με βήμα μισής μοίρας. Η γωνία α<sub>i</sub> μπορεί να πάρει τιμές από α<sub>i-1</sub>≤α<sub>1</sub>≤89.5, ενώ για την δ<sub>i+1</sub> ισχύει -89.5≤δ<sub>i+1</sub>≤89.5. Για κάθε συνδυασμό των γωνιών ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία.

Αρχικά υπολογίζονται οι συντεταγμένες του κάθε νέου σημείου της επιφάνειας ολίσθησης (σημείο Β στο Σχήμα 3.3):

$$(xg[n+1], yg[n+1]) = \begin{pmatrix} ypol \ xg(xs[n+1], ys[n+1], xg[n], yg[n], delta2, a1), \\ ypol \ yg(xg[n], yg[n], xg[n+1], a1) \end{pmatrix}$$
(Eξ. 3.23)

Οι μεταβλητές *a1* και *delta2* είναι προσωρινές και γι' αυτό μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε κάθε τμήμα.

Έπειτα υπολογίζονται και τα μήκη των πλευρών ΑΒ και ΒC καθώς και το βάρος του πρανούς:

$$L[n] = LineLen(xg[n], yg[n], xg[n+1], yg[n+1])$$
(Eξ. 3.24)

$$d[n+1] = LineLen(xg[n+1], yg[n+1], xs[n+1], ys[n+1])$$
(E§. 3.25)

$$w[n] = g \cdot emvadon(xs[n], ys[n], xs[n+1], ys[n+1], xg[n], yg[n], xg[n+1], yg[n+1], xk, yk)$$
(Eξ. 3.26)

Αφού υπολογίστηκαν τα προαπαιτούμενα μεγέθη για τον υπολογισμό των δυνάμεων υπολογίζονται οι δυνάμεις. Πρώτα υπολογίζονται οι δυνάμεις με τις εξισώσεις που προκύπτουν από την ισορροπία του τμήματος από τις Εξ. 2.6 και 2.8. Η κάθετη δύναμη στο εσωτερικό όριο του κάθε κομματιού δίνεται από την σχέση:

$$E_{2e} = \{W[n] \sec\beta\sin(\phi - a_1 - \beta) + E_n \sec\phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta[n]) + c \cdot L[n] \cdot \cos\phi - c \cdot d[n] \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta[n]) + c \cdot d[n+1] \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta_2)\} / \{\sec\phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta_2)\}$$
(Eξ. 3.27)

Η κάθετη δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια ολίσθησης δίνεται από την σχέση:

$$N_{1e} = \{W[n] \sec\beta\cos(\phi - \delta_2 + \beta) + E_n \sec\phi \cdot \sin(\phi - \delta_2 + \phi - \delta[n]) + c \cdot L[n] \cdot \sin(\phi - \delta_2 - a_1) - c \cdot d[n] \cdot \cos(\phi - \delta_2 + \delta[n]) + c \cdot d[n+1] \cdot \cos\phi\} / \{\sec\phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta_2)\}$$
(Eξ. 3.28)

Έπειτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις σύμφωνα με το κριτήριο αποδοχής των τάσεων, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 2.11 και 2.12 και αντικαθιστώντας σε αυτές τις Εξ. 2.4 και 2.5. Έτσι για την κάθετη δύναμη που ασκείται στο εσωτερικό όριο έχουμε:

$$\begin{cases} N_{1a} + T_n \tan \phi - \frac{1}{2} \gamma L_i^2 \sec \beta \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \beta) \\ - \frac{s[n] \cdot L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi \cdot + \phi - a_1 - \delta[n]) \\ + c \frac{L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta[n]) - c \cdot L[n] \cdot \tan(a_1 + \delta[n]) = 0 \\ T_n = N_{1a} \cdot \tan \phi + c \cdot L[n] \\ N_{1a} = \{-c \cdot L[n] \cdot \tan \phi + \frac{1}{2} \gamma L_i^2 \sec \beta \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \beta) \\ + \frac{s[n] \cdot L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi \cdot + \phi - a_1 - \delta[n]) \\ - c \frac{L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta[n]) + c \cdot L[n] \cdot \tan(a_1 + \delta[n]) \} \\ /\{1 + \tan^2 \phi\} \end{cases}$$
(Eξ. 3.29)

Ενώ για την κάθετη δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια ολίσθησης έχουμε:

$$\begin{cases} E_{2a} + X_{n+1} \tan \phi - c \cdot d[n+1] \cdot \tan(\delta_2 + \psi) \\ -\frac{1}{2} \gamma d[n+1]^2 \sec \beta \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi - \delta_2 + \beta) = 0 \\ X_{n+1} = E_{2a} \tan \phi + c \cdot d[n+1] \end{cases} \Rightarrow$$

$$E_{2a} = \{-c \cdot d[n+1] \cdot \tan \phi + c \cdot d[n+1] \cdot \tan(\delta_2 + \psi) \\ +\frac{1}{2} \gamma d[n+1]^2 \sec \beta \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi - \delta_2 + \beta)\} \\ /\{1 + \tan^2 \phi\} \end{cases}$$
(Eξ. 3.30)

Έχοντας υπολογίσει τις κύριες δυνάμεις με δύο τρόπους το πρόγραμμα ψάχνει να βρεί τον συνδυασμό των γωνιών που έχει την μικρότερη απόκλιση, η ισότητα των δυνάμεων ανά δύο είναι δύσκολη αφού οι γωνίες αλλάζουν με βήμα μισής μοίρας, αυτό όπως και στο πρώτο τμήμα γίνεται με μία συνθήκη που συγκρίνει την μεταβλητή *akriveia* με μία τιμή που σχετίζεται με την διαφορά των γωνιών. Πιο συγκεκριμένα εάν ισχύει:  $\sqrt{(N_{1e} - N_{1a})^2 + (E_{2e} - E_{2a})^2} < akriveia$  τότε η μεταβλητή *akriveia* παίρνει την παραπάνω τιμή και στις δυναμικές μεταβλητές των γωνιών μπαίνουν οι τιμές των γωνιών. Με αυτό τον τρόπο όταν έχουν τρέξει όλοι οι συνδυασμοί των γωνιών θα έχει μείνει στις δυναμικές μεταβλητές ο συνδυασμός των γωνιών που έχει την μικρότερη απόκλιση στις δυνάμεις.

Στο τέλος των επαναληπτικών διαδικασιών που αφορούν στις γωνίες υπολογίζονται πάλι όλα τα μεγέθη με τις επιλεγμένες γωνίες όπως και στο πρώτο τμήμα.

Τέλος γίνεται όλη η διαδικασία για κάθε τμήμα διαδοχικά μέχρι το τρίτο από το τέλος. Ακολουθεί διάγραμμα ροής για τον υπολογισμό των ενδιάμεσων τμημάτων για να γίνει πιο κατανοητό αυτό το μέρος του προγράμματος.


Σχήμα 3.4: Διάγραμμα ροής για τον υπολογισμό των κομματιών από 2 έως (n-2)

#### 3.2.4. Επίλυση των τμημάτων (n-1) και n του πρανούς

Η επίλυση των δύο τελευταίων τμημάτων του πρανούς υπολογίζονται χωριστά από τα προηγούμενα τμήματα επειδή σε αυτά εφαρμόζεται άλλη επιτάχυνση από το υπόλοιπο πρανές με σκοπό την σύγκλιση των δύο επιταχύνσεων και τον προσδιορισμό της κρίσιμης. Επίσης το τελευταίο τμήμα έχει κάποιες ιδιαιτερότητες λόγω της θέσης του.



Σχήμα 3.5: Η γεωμετρία και οι δυνάμεις που ασκούνται στα δύο τελευταία τμήματα (D. Tan,2006).

Ο υπολογισμός των δύο αυτών τμημάτων ξεκινάει με τον προσδιορισμό των σημείων τους στην ελεύθερη επιφάνεια του πρανούς, καθώς και της τάσης που υπάρχει στην επιφάνεια ολίσθησης του προ-τελευταίου τμήματος. Το σημείο της ελεύθερης επιφάνειας του τμήματος (n-1) είναι το σημείο C του σχήματος 3.5 και έχει συντεταγμένες:

 $(xs[n+1], ys[n+1]) = (ypol_xs(dsx, xs[n]), ypol_ys(xs[n+1], y, xk, yk))$ (E§. 3.31)

ενώ του τελευταίου τμήματος είναι το σημείο F του σχήματος 3.5 και έχει συντεταγμένες:

$$(xs[n+2], ys[n+2]) = (ypol_xs(dsx, xs[n+1]), ypol_ys(xs[n+2], y, xk, yk))$$
 (Εξ. 3.32)  
Η τάση που ασκείται στην πλευρά ΑΒ του σχήματος 3.5 είναι:

$$s[n] = \frac{2 \cdot N[n-1]}{L[n-1]} - s[n-1]$$
(E§. 3.33)

Η γωνία  $\delta_{n+1}$  είναι ίση με το μηδέν delta[n+2]=0, αφού στο τέλος σχηματίζεται μία εφελκυστική ρωγμή ύψους h<sub>c</sub>. Επίσης αρχικοποιείται η μεταβλητή *diafora*, η οποία θα εξηγήσουμε παρακάτω σε τι χρησιμεύει.

Για την επίλυση των δύο τελευταίων τμημάτων οι άγνωστοί μας είναι τρείς γωνίες  $a_{n-1}$ ,  $\delta_n$  και  $a_n$  καθώς και η επιτάχυνση  $k_{end}$  που ασκείται στα δύο αυτά τμήματα. Για κάθε έναν άγνωστο υπάρχει μία επαναληπτική διαδικασία έτσι ώστε αυτός ο άγνωστος κάθε φορά να αλλάζει και να έχουμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς για να βρούμε την λύση που ικανοποιεί τις εξισώσεις. Οι γωνίες έχουν το ίδιο εύρος τιμών με τα προηγούμενα τμήματα ( $a_{i-1} \le a_1 \le 89.5$ , και -89.5 $\le \delta_{i+1} \le 89.5$ ) και βήμα μισή μοίρα, ενώ η επιτάχυνση  $k_{end}$  έχει εύρος τιμών από 0.02-0.4 και βήμα 0.02. Το άνω όριο για την επιτάχυνση των τελευταίων τμημάτων επιλέχθηκε στρογγυλοποιώντας την επιτάχυνση σχεδιασμού της Ζώνης ΙΙΙ σύμφωνα με τον Ε.Α.Κ.

Για κάθε συνδυασμό γωνιών και επιτάχυνσης υπολογίζονται οι συντεταγμένες των σημείων Β και Ε του Σχήματος 3.5, αντίστοιχα:

$$(xg[n+1], yg[n+1]) = \begin{pmatrix} ypol_xg(xs[n+1], ys[n+1], xg[n], yg[n], delta2, a1), \\ ypol_yg(xg[n], yg[n], xg[n+1], a1) \end{pmatrix}$$
(Eξ. 3.34)

$$(xg[n+2], yg[n+2]) = \begin{pmatrix} ypol_xg(xs[n+2], ys[n+2], xg[n+1], yg[n+1], \\ delta[n+2], a2), \\ ypol_yg(xg[n+1], yg[n+1], xg[n+2], a2) \end{pmatrix}$$
(Eξ. 3.35)

Έπειτα τα γεωμετρικά μεγέθη και το βάρος του τμήματος (n-1): L[n] = LineLen(xg[n], yg[n], xg[n+1], yg[n+1]) (Εξ. 3.36)

$$d[n+1] = LineLen(xg[n+1], yg[n+1], xs[n+1], ys[n+1])$$
(E§. 3.37)

$$w[n] = g \cdot emvadon(xs[n], ys[n], xs[n+1], ys[n+1], xg[n], yg[n], xg[n+1], yg[n+1], xk, yk)$$
(Eξ. 3.38)

και τα γεωμετρικά μεγέθη και το βάρος του τμήματος η:
$$L[n+1] = LineLen(xg[n+1], yg[n+1], xg[n+2], yg[n+2])$$
(Eξ. 3.39)

$$d[n+2] = LineLen(xg[n+2], yg[n+2], xs[n+2], ys[n+2])$$
(Eξ. 3.40)

$$w[n+1] = g \cdot emvadon(xs[n+1], ys[n+1], xs[n+2], ys[n+2], xg[n+1], yg[n+1], xg[n+2], yg[n+2], xk, yk)$$
(Eξ. 3.41)

ενώ ισχύει:

$$h_c = d[n+2]$$
 (E§. 3.42)

Αφού έχουν υπολογιστεί τα γεωμετρικά μεγέθη και τα βάρη τμημάτων, μπορούν να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στα δύο τελευταία τμήματα. Όπως είχε αναφερθεί και στο Κεφάλαιο 2.4.1. για το τμήμα (n-1) ισχύουν οι εξισώσεις των ενδιάμεσων τμημάτων, αντικαθιστώντας το i με n-1 και το β με β<sub>end</sub>, όπου β<sub>end</sub>=atan(k<sub>end</sub>), έτσι έχουμε από την ισορροπία του τμήματος:

$$E_{2e} = \{W[n] \sec \beta_{end} \sin(\phi - a_1 - \beta_{end}) + E_n \sec \phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta[n]) + c \cdot L[n] \cdot \cos \phi - c \cdot d[n] \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta[n]) + c \cdot d[n+1] \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta_2)\} / \{\sec \phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta_2)\}$$
(Eξ. 3.43)

каі:

$$N_{1e} = \{W[n] \sec \beta_{end} \cos(\phi - \delta_2 + \beta_{end}) + E_n \sec \phi \cdot \sin(\phi - \delta_2 + \phi - \delta[n]) + c \cdot L[n] \cdot \sin(\phi - \delta_2 - a_1) - c \cdot d[n] \cdot \cos(\phi - \delta_2 + \delta[n]) + c \cdot d[n+1] \cdot \cos\phi \} / \{\sec \phi \cdot \cos(\phi - a_1 + \phi - \delta_2)\}$$
(Eξ. 3.44)

ενώ από το κριτήριο αποδοχής:

$$\begin{cases} E_{2a} + X_{n+1} \tan \phi - c \cdot d[n+1] \cdot \tan(\delta_2 + \psi) \\ -\frac{1}{2} \gamma d[n+1]^2 \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi - \delta_2 + \beta_{end}) = 0 \\ X_{n+1} = E_{2a} \tan \phi + c \cdot d[n+1] \end{cases} \Rightarrow$$

$$E_{2a} = \{-c \cdot d[n+1] \cdot \tan \phi + c \cdot d[n+1] \cdot \tan(\delta_2 + \psi) \\ +\frac{1}{2} \gamma d[n+1]^2 \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi - \delta_2 + \beta_{end})\}$$

$$/\{1 + \tan^2 \phi\}$$
(Eξ. 3.45)

каі:

$$\begin{cases} N_{1a} + T_n \tan \phi - \frac{1}{2} \gamma L_i^2 \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \beta_{end}) \\ - \frac{s[n] \cdot L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi \cdot + \phi - a_1 - \delta[n]) \\ + c \frac{L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta[n]) - c \cdot L[n] \cdot \tan(a_1 + \delta[n]) = 0 \\ T_n = N_{1a} \cdot \tan \phi + c \cdot L[n] \\ \end{cases} \Rightarrow$$

$$N_{1a} = \{-c \cdot L[n] \cdot \tan \phi + \frac{1}{2} \gamma L_i^2 \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \beta_{end}) \\ + \frac{s[n] \cdot L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sec \phi \cdot \cos(\phi \cdot + \phi - a_1 - \delta[n]) \\ - c \frac{L[n]}{\cos(\delta[n] + a_1)} \sec \phi \cdot \sin(\phi - a_1 - \delta[n]) + c \cdot L[n] \cdot \tan(a_1 + \delta[n]) \} \\ /\{1 + \tan^2 \phi\}$$

$$(E\xi. 3.46)$$

Για το τμήμα (n-1) υπολογίζεται και ο μέσος όρος των *E2* επειδή χρειάζεται στον υπολογισμό των δυνάμεων του τμήματος n. Για το τελευταίο τμήμα από την ισορροπία του σύμφωνα με τις εξισώσεις 2.17 και 2.19 έχουμε:

$$E_{3} = \{W[n+1]\sec\beta_{end}\sin(\phi - a2 - \beta_{end}) + E2 \cdot \sec\phi \cdot \cos(\phi - a2 + \phi - delta2) + c \cdot L[n+1] \cdot \cos\phi - c \cdot d[n+1] \cdot \sin(\phi - a2 - delta2)\}$$

$$(E\xi. 3.47)$$

$$/\cos(\phi - a2)$$

каі:

$$N_{2e} = \{W[n+1] + E_2 \sec \phi \cdot \sin(-\phi + delta2) - c \cdot L[n+1] \cdot \sin a2 - c \cdot d[n+1] \cdot \cos delta2\}$$

$$/\sec \phi \cdot \cos(\phi - a2)$$
(Eξ. 3.48)

ενώ από το κριτήριο αποδοχής προκύπτει:

$$\begin{cases} N_{2a} + T_n \tan \phi + \frac{1}{2} \gamma L[n+1]^2 \cdot \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a2 - \beta_{end}) \\ + \frac{L[n+1]}{\sin a2} h_c \cdot \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a2 - \beta_{end}) \\ + c \frac{L[n+1]}{\tan a2} = 0 \\ T_n = N_{2a} \cdot \tan \phi + c \cdot L[n+1] \end{cases} \Rightarrow$$

$$(E\xi. 3.50)$$

$$N_{2a} = \{-cL[n+1] \cdot \tan \phi - \frac{1}{2} \gamma L[n+1]^2 \cdot \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a2 - \beta_{end}) \\ - \frac{L[n+1]}{\sin a2} h_c \cdot \sec \beta_{end} \cdot \sec \phi \cdot \sin(\phi - a2 - \beta_{end}) \\ - c \frac{L[n+1]}{\tan a2} \Big\} / (1 + \tan^2 \phi)$$

Μετά τον υπολογισμό των δυνάμεων υπολογίζουμε την τιμή δύο μεταβλητών που θα μας βοηθήσουν να βρούμε τον καταλληλότερο συνδυασμό γωνιών όπως και στα προηγούμενα τμήματα. Για τις μεταβλητές αυτές ισχύει:

$$DE = \sqrt{\left(E_{2a} - E_{2e}\right)^2}$$
(Eξ. 3.51)

каі:

$$DN = \sqrt{\left(N_{1e} - N_{1a}\right)^2 + \left(N_{2e} - N_{2a}\right)^2}$$
(Eξ. 3.52)

Εἀν  $\sqrt{DE^2 + DN^2}$  < akriveia και |E3| <1 τότε η μεταβλητή akriveia παἰρνει την τιμή της ρίζας και αποθηκεύονται στις αντίστοιχες δυναμικές μεταβλητές οι γωνίες, σε μία μεταβλητή bkrisimo η τιμή της μεταβλητής bend και στην μεταβλητή teliko\_E3 η τιμή της δύναμης E3.

Επειδή παρατηρήσαμε ότι υπήρχαν περιπτώσεις όπου από την παραπάνω συνθήκη προέκυπτε επιτάχυνση διαφορετική με αυτή του υπόλοιπου πρανούς, ενώ για την ίδια επιτάχυνση τα αποτελέσματα ήταν εξίσου ικανοποιητικά προστέθηκε μία αντίστοιχη συνθήκη με την χρήση της μεταβλητής *diafora* για να παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα αυτά έτσι ώστε ο χρήστης να μπορεί να αποφανθεί για το αν τον ικανοποιούν. Αφού έχουν ολοκληρωθεί όλες οι επαναλήψεις έχει επιλεγεί ο συνδυασμός που καλύπτει τις συνθήκες και υπολογίζονται όλα τα μεγέθη και τοποθετούνται στις αντίστοιχες δυναμικές μεταβλητές.



Σχήμα 3.6: Διάγραμμα ροής για τον υπολογισμό των δύο τελευταίων τμημάτων.

## 3.2.5. Παρουσίαση αποτελεσμάτων και τερματισμός προγράμματος

Αφού έχουν υπολογιστεί όλα τα τμήματα του πρανούς παρουσιάζονται σε ένα αρχείο με την ονομασία *outdata.txt*. Αυτό θα γίνει μόνο στην περίπτωση που η μεταβλητή *akriveia* έχει πάρει τιμή διαφορετική από την αρχική της, δηλαδή εάν έχει προκύψει τιμή για την δύναμη |E<sub>n+1</sub>|<1. Αυτό συμβαίνει για να είναι πιο εύκολη η μελέτη των αποτελεσμάτων από τον χρήστη. Επίσης παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ίδια επιτάχυνση σε όλο το πρανές.

Αφού έχουν παρουσιαστεί όλα τα παραπάνω αποτελέσματα υπάρχει μία άλλη επαναληπτική διαδικασία *while* η οποία συγκρίνει την επιτάχυνση *kckrisimo* (δηλαδή αυτή που προέκυψε από τα δύο τελευταία κομμάτια) με την επιτάχυνση *kc* (δηλαδή αυτή που εφαρμόστηκε στο υπόλοιπο πρανές), εάν αυτές συγκλίνουν τότε το πρόγραμμα τερματίζει αλλιώς ξεκινάει τον υπολογισμό του πρανούς από την αρχή με την επιτάχυνση να παίρνει την τιμή που προκύπτει από την σχέση:

$$k_c = k_c + \frac{k_{ckrisimo} - k_c}{50}$$
(Eξ. 3.53)

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του προγράμματος για διάφορα πρανή. Επίσης γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων με τη χρήση των νομογραφημάτων Hoek & Bray και με τον τύπο του Sah.

#### 4.1. Νομογραφήματα Hoek & Bray

Οι Hoek και Bray (1977) κατασκεύασαν 5 νομογραφήματα, για διάφορες τιμές του λόγου πίεσης πόρων ύδατος (r<sub>u</sub>), που εξάγουν το συντελεστή ασφαλείας για ομογενή πρανή. Η μέθοδος αυτή είναι πολύ εύχρηστη είναι όμως και κάπως συντηρητική αφού στηρίζεται στις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Το εδαφικό υλικό από το οποίο αποτελείται το υλικό είναι ομογενές.
- Η αντοχή του εδάφους δίδεται από το κριτήριο Mohr Coulomb.
- Υπάρχει κατακόρυφη εφελκυστική ρωγμή στην επιφάνεια του πρανούς.
- Ισχύουν για κυκλική αστοχία του πρανούς.
- Τα νομογραφήματα ισχύουν για διάφορες συνθήκες υπογείου νερού (ακόρεστα εδάφη, σχετικά κορεσμένα, πλήρως κορεσμένα εδάφη).
- Η θέση της εφελκυστικής ρωγμής καθώς και η επιφάνεια αστοχίας, είναι τέτοιες ώστε, ο συντελεστής ασφαλείας που προκύπτει να είναι ο ελάχιστος.

Όπως έχει προαναφερθεί, το λογισμικό που αναπτύχθηκε λειτουργεί σε ομογενή πρανή χωρίς την παρουσία νερού, επομένως θα χρησιμοποιηθεί το πρώτο διάγραμμα (Σχήμα 4.1).



Σχήμα 4.1: Νομογράφημα Hoek & Bray για ακόρεστο πρανές.

Ο τρόπος υπολογισμού του συντελεστή ασφαλείας με τη χρήση των νομογραφημάτων είναι απλός. Πρώτα υπολογίζουμε τον λόγο  $\frac{c}{\gamma \cdot H \cdot \tan \phi}$  και βρίσκουμε την τιμή αυτή στην περιφέρεια του νομογραφήματος τραβώντας την αντίστοιχη ακτίνα. Εντοπίζεται το σημείο της τομής της ακτίνας με την καμπύλη που αντιστοιχεί στη γωνία του πρανούς και υπολογίζονται στους άξονες x και y οι λόγοι  $\frac{c}{\gamma \cdot H \cdot F}$  ή  $\frac{\tan \phi}{F}$  αντίστοιχα με όποια από τις δύο σχέσεις εξυπηρετεί καλύτερα.

Για να ελαχιστοποιηθεί ο παράγοντας του ανθρώπινου ματιού το νομογράφημα ψηφιοποιήθηκε και μετά έγιναν οι υπολογισμοί.

### 4.2. Υπολογισμός συντελεστή ασφαλείας κατά Sah

Το 1994 αναπτύχθηκε από τον Sah μία σχέση με την οποία υπολογίζεται ο συντελεστής ασφαλείας πρανούς. Οι παράγοντες της σχέσης αυτής διορθώθηκαν από τον Ματζιάρη με την εφαρμογή ελαχίστων τετραγώνων σε 49 περιπτώσεις κυκλικής αστοχίας και προέκυψε η εξίσωση:

$$F = 4.32 \left(\frac{c' \cdot \cos ec\beta}{\gamma \cdot H}\right) + 1.22 (1 - r_u) \cot \beta \cdot \tan \phi' + 0.005$$
(Eξ. 4.1)

Σε περίπτωση μη συνεκτικών εδαφών ο συντελεστής ασφαλείας δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$
(Eξ. 4.2)

### 4.3. Σχέση συντελεστή ασφαλείας και κρίσιμης επιτάχυνσης

Το 1974 αναπτύχθηκε από το Sarma μία γραμμική σχέση που συνδέει το συντελεστή ασφαλείας του πρανούς με την κρίσιμη επιτάχυνσή του. Η σχέση αυτή είναι:

 $F = 1 + b \cdot k_c \tag{E\xi. 4.3}$ 

η παράμετρος b εξαρτάται από τη γεωμετρία του πρανούς και είναι αντιστρόφως ανάλογη της κλίσης του.

Από τους Χαραλάμπους και Σγούρου αργότερα υπολογίστηκε μία σχέση για τον προσδιορισμό της παραμέτρου b η οποία μετατρέπει την παραπάνω σχέση σε:

$$k_c = \frac{F - 1}{1.18 + \frac{0.66}{\tan\beta}}$$
(Eξ. 4.4)

όπου β είναι η κλίση του πρανούς.

#### 4.4. Εφαρμογές

Για τα παραδείγματα που θα αναλυθούν εκτενέστερα παρακάτω δίνεται ο πίνακας με τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα από τις δύο μεθόδους που αναλύθηκαν παραπάνω και τα αποτελέσματα που έδωσε το πρόγραμμα.

v	Φ	с	н	ß	Hoeka	&Bray	Sa	ah	Προγρ	oaµµa
•	•			•	F	kc	F	kc	kc	F
20	35	5	10	34	1.43	0.20	1.46	0.22	0.24	1.52
20	35	5	15	34	1.33	0.15	1.40	0.19	0.18	1.39
20	35	5	20	34	1.27	0.12	1.37	0.17	0.15	1.32
20	31	5	10	30	1.42	0.18	1.49	0.21	0.22	1.51
20	31	5	15	30	1.32	0.14	1.42	0.18	0.17	1.39
20	31	5	20	30	1.26	0.11	1.38	0.16	0.14	1.33
20	41	5	10	40	1.46	0.23	1.44	0.22	0.26	1.51
20	41	5	15	40	1.35	0.18	1.38	0.19	0.20	1.39
20	41	5	20	40	1.29	0.15	1.35	0.18	0.17	1.33

Πίνακας 4.1: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων των τριών μεθόδων

### 4.4.1. Παράδειγμα 1

Στο πρώτο παράδειγμα το πρανές έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Ειδικό βάρος γ=20kN/m
- Γωνία τριβής φ=31°
- Συνοχή c=5kPa
- Κλίση πρανούς y=30°

και ελέγχεται για τρία διαφορετικά ύψη, H=10m, H=15m και H=20m.

Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τα διάφορα ύψη του παραδείγματος 1.



Σχήμα 4.2: Αποτελέσματα νομογραφήματος παραδείγματος 1 για διάφορα ύψη.

Н	c/γHtanφ	c/γHF1	tanφ/F₂	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	kc1	kc₂
10	0.0416	0.0176	0.4220	1.42	1.42	0.182	0.182
15	0.0277	0.0126	0.4557	1.33	1.32	0.141	0.137
20	0.0208	0.0099	0.4765	1.27	1.26	0.115	0.112

Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα νομογραφήματος παραδείγματος 1 για διάφορα ύψη.

Για το πρανές των 10m από το πρόγραμμα προέκυψε κρίσιμη επιτάχυνση 0.22 και τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.3 και το Σχήμα 4.3

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri- veia	E	N	X	Т
0			-0.50	0.00	-0.50	0.00					
1	-7.5	34.0	0.50	0.29	0.24	-0.10	0.10	4.35	4.13	4.94	6.21
2	10.0	26.0	1.50	0.87	1.10	0.06	0.19	9.68	10.37	10.33	10.62
3	10.0	21.0	2.50	1.44	2.03	0.22	0.09	17.08	18.48	16.82	15.80
4	13.5	17.5	3.50	2.02	3.01	0.45	0.43	24.46	24.85	22.92	19.95
5	16.0	15.0	4.50	2.60	4.00	0.74	0.36	31.41	29.79	28.50	23.08

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri- veia	E	N	X	т
6	18.0	12.5	5.50	3.18	5.03	1.07	0.53	37.62	34.75	33.37	26.31
7	19.5	10.5	6.50	3.75	6.07	1.44	0.30	43.00	38.00	37.59	28.33
8	21.5	8.5	7.50	4.33	7.13	1.86	0.34	46.92	41.35	40.69	30.53
9	23.0	6.5	8.50	4.91	8.20	2.31	0.48	49.45	43.77	42.77	32.13
10	24.5	4.5	9.50	5.48	9.29	2.81	0.69	50.47	45.29	43.75	33.17
11	26.5	2.5	10.50	6.06	10.38	3.35	0.71	49.47	46.12	43.29	33.81
12	28.0	0.5	11.50	6.64	11.48	3.94	0.11	47.04	45.77	41.79	33.70
13	29.5	-1.5	12.50	7.22	12.57	4.55	0.79	43.33	44.58	39.36	33.07
14	31.5	-4.0	13.50	7.79	13.68	5.23	0.56	37.91	43.64	35.62	32.73
15	33.5	-7.5	14.50	8.37	14.81	5.98	0.71	30.74	41.96	30.51	32.02
16	36.0	-11.5	15.50	8.95	15.94	6.80	0.55	22.10	37.37	24.24	29.39
17	38.5	-18.0	16.50	9.53	17.09	7.72	0.43	12.48	32.21	17.01	26.71
18	65.0	0.0	17.50	10.00	17.50	8.60	0.00	0.56	3.16	7.34	6.77
kcend:	0.22										

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 1 και ύψος 10m



Σχήμα 4.3: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

Για το πρανές των 15m η κρίσιμη επιτάχυνση που προέκυψε είναι 0.17 που προσεγγίζει την αντίστοιχη που προκύπτει από τον τύπο του Sah.

slice	а	delta	xs	ys	xg	Уg	akri- veia	E	Ν	X	Т
0			-1.00	0.00	-1.00	0.00	Vela				
1	-18.0	45.5	0.00	0.00	-0.25	-0.24	0.07	5.25	4.34	4.90	6.56
2	2.5	31.5	1.00	0.58	0.52	-0.21	0.23	11.48	10.49	11.52	10.14
3	3.5	25.0	2.00	1.15	1.39	-0.16	0.26	21.95	20.50	20.43	16.68
4	9.5	21.0	3.00	1.73	2.34	0.00	0.27	32.60	27.85	28.86	21.53
5	12.5	18.5	4.00	2.31	3.30	0.21	0.52	43.34	33.54	37.09	25.09
6	14.5	16.0	5.00	2.89	4.31	0.48	0.72	53.99	40.12	44.98	29.32
7	16.5	14.0	6.00	3.46	5.33	0.78	0.85	63.68	45.08	52.10	32.42
8	18.0	12.5	7.00	4.04	6.35	1.11	0.51	72.67	48.58	58.68	34.55
9	19.5	11.0	8.00	4.62	7.39	1.48	0.34	80.68	52.85	64.48	37.27
10	21.0	9.5	9.00	5.20	8.45	1.88	1.15	87.19	56.69	69.18	39.72
11	22.0	8.5	10.00	5.77	9.48	2.30	0.74	92.88	57.67	73.36	40.24
12	23.0	7.0	11.00	6.35	10.56	2.76	1.10	97.37	62.00	76.60	43.11
13	24.0	6.0	12.00	6.93	11.61	3.23	0.55	100.60	61.96	79.05	42.99
14	25.0	5.0	13.00	7.51	12.67	3.72	1.27	102.86	63.30	80.80	43.87
15	26.0	3.5	14.00	8.08	13.77	4.26	1.26	103.37	66.63	81.28	46.14
16	27.0	2.5	15.00	8.66	14.83	4.80	0.77	102.47	64.85	80.90	44.95
17	28.5	1.0	16.00	9.24	15.93	5.40	1.31	99.37	67.01	78.92	46.53
18	29.5	0.0	17.00	9.81	17.00	6.00	1.08	95.17	64.06	76.26	44.62
19	30.5	-1.5	18.00	10.39	18.10	6.65	0.02	89.69	64.58	72.63	45.18
20	31.5	-3.0	19.00	10.97	19.19	7.32	0.38	82.89	62.59	68.09	44.02
21	33.0	-4.5	20.00	11.55	20.28	8.02	0.97	74.58	59.96	62.49	42.50
22	34.0	-6.5	21.00	12.12	21.38	8.77	0.81	65.29	57.95	56.12	41.49
23	36.0	-9.0	22.00	12.70	22.50	9.58	0.75	53.98	55.04	48.26	39.94
24	37.5	-12.0	23.00	13.28	23.61	10.43	0.41	41.85	49.93	39.72	37.00
25	40.0	-16.5	24.00	13.86	24.73	11.38	0.40	28.33	44.88	29.95	34.33
26	43.0	-23.5	25.00	14.43	25.87	12.43	0.17	14.50	37.44	19.61	30.25
27	76.5	0.0	26.00	15.00	26.00	12.98	0.00	0.50	1.38	10.41	3.62
kcend:	0.16										

Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 1 και ύψος 15m



Σχήμα 4.4: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

Για το πρανές των 20m προέκυψε κρίσιμη επιτάχυνση 0.14 που σημαίνει ότι το πρανές δεν μπορεί να κατασκευαστεί στην Ελλάδα αφού δεν έχει την ελάχιστη απαιτούμενη αντοχή από τις προδιαγραφές του Ε.Α.Κ. κάτι που ήταν αναμενόμενο. Επίσης από τον Πίνακα 4.5 παρατηρούμε ότι δεν επιτεύχθηκε σύγκλιση της επιτάχυνσης που εφαρμόζεται σε όλο το πρανές με αυτή των δύο τελευταίων τμημάτων, όμως είναι αρκετά κοντά.

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri- veia	E	Ν	X	Т
0			0.00	0.00	0.00	0.00	Veru				
1	5.5	25.5	1.00	0.58	0.76	0.07	0.01	4.38	5.99	5.43	7.41
2	11.0	22.0	2.00	1.15	1.63	0.24	0.17	10.55	12.39	11.25	11.89
3	14.0	19.5	3.00	1.73	2.55	0.47	0.29	17.50	18.30	17.19	15.75
4	15.0	17.5	4.00	2.31	3.50	0.73	0.33	25.33	23.97	23.52	19.30
5	16.5	16.0	5.00	2.89	4.46	1.01	0.37	33.47	29.13	29.87	22.52
6	17.5	14.5	6.00	3.46	5.45	1.32	0.49	41.84	34.23	36.21	25.72
7	18.5	13.5	7.00	4.04	6.43	1.65	0.67	50.23	38.05	42.48	28.03
8	19.0	12.5	8.00	4.62	7.42	1.99	0.73	58.95	42.12	48.88	30.55
9	20.0	11.5	9.00	5.20	8.42	2.36	0.63	67.27	46.31	54.91	33.17
10	20.5	10.5	10.00	5.77	9.44	2.74	0.37	75.42	49.90	60.77	35.40
11	21.5	9.5	11.00	6.35	10.46	3.14	0.32	82.70	53.41	65.97	37.60
12	22.0	8.5	12.00	6.93	11.50	3.56	0.99	89.50	56.26	70.82	39.38
13	23.0	7.5	13.00	7.51	12.54	4.00	1.24	95.12	59.03	74.84	41.13

slice	а	delta	xs	ys	xg	Уg	akri- veia	E	Ν	X	т
14	24.0	7.0	14.00	8.08	13.55	4.45	0.95	99.91	59.36	78.32	41.22
15	24.5	6.0	15.00	8.66	14.61	4.93	0.70	104.16	63.22	81.33	43.78
16	25.0	5.5	16.00	9.24	15.63	5.41	1.29	107.87	62.68	84.04	43.31
17	26.0	4.5	17.00	9.81	16.69	5.93	0.90	110.16	66.46	85.69	45.84
18	26.5	4.0	18.00	10.39	17.72	6.44	1.14	111.84	65.12	87.00	44.88
19	27.0	3.0	19.00	10.97	18.79	6.98	0.94	112.69	67.99	87.66	46.84
20	28.0	2.5	20.00	11.55	19.82	7.53	1.37	112.25	66.34	87.53	45.72
21	28.5	1.5	21.00	12.12	20.90	8.12	0.55	110.99	68.58	86.74	47.30
22	29.0	0.5	22.00	12.70	21.97	8.71	1.40	108.58	68.22	85.21	47.11
23	30.0	0.0	23.00	13.28	23.00	9.31	1.36	105.27	65.29	83.12	45.21
24	30.5	-1.0	24.00	13.86	24.07	9.94	0.79	101.36	66.49	80.51	46.15
25	31.5	-2.0	25.00	14.43	25.13	10.59	0.39	95.93	65.46	76.88	45.58
26	32.5	-3.0	26.00	15.01	26.20	11.27	0.71	89.33	63.61	72.43	44.52
27	33.0	-4.0	27.00	15.59	27.25	11.95	0.73	82.44	61.09	67.76	43.02
28	34.0	-5.5	28.00	16.17	28.34	12.68	0.88	74.30	60.19	62.15	42.69
29	35.0	-7.0	29.00	16.74	29.41	13.43	0.85	65.23	56.70	55.87	40.60
30	36.5	-8.5	30.00	17.32	30.46	14.21	0.24	55.27	52.67	48.91	38.22
31	37.5	-10.5	31.00	17.90	31.53	15.03	0.60	45.11	49.03	41.68	36.18
32	39.0	-13.0	32.00	18.48	32.60	15.90	0.49	34.49	44.43	33.96	33.55
33	41.0	-16.5	33.00	19.05	33.66	16.82	0.11	23.47	39.11	25.74	30.56
34	43.0	-22.5	34.00	19.63	34.74	17.83	0.47	11.69	32.28	16.76	26.81
35	71.5	0.0	35.00	20.00	35.00	18.59	0.00	-0.05	2.21	7.00	5.35
kcend:	0.16										
34	43.5	-22.0	34.00	19.63	34.73	17.85	0.51				
35	69.5	0.0	35.00	20.00	35.00	18.58	0.51	1.46			
Kcend:	0.14										

Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 1 και ύψος 20m



Σχήμα 4.5: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

### 4.4.2. Παρἁδειγμα 2

Στο δεύτερο παράδειγμα το πρανές έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Ειδικό βάρος γ=20kN/m
- Γωνία τριβής φ=41°
- Συνοχή c=5kPa
- Κλίση πρανούς y=40°

και ελέγχεται για τρία διαφορετικά ύψη, H=10m, H=15m και H=20m.

Όπως και στο Παράδειγμα 1 παρουσιάζονται πρώτα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα νομογραφήματα Hoek και Bray.

Н	c/γHtanφ	c/γHF <sub>1</sub>	tanφ/F <sub>2</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	kc1	kc2
10	0.0288	0.0171	0.5979	1.46	1.45	0.235	0.231
15	0.0192	0.0124	0.6455	1.35	1.35	0.178	0.176
20	0.0144	0.0097	0.6765	1.29	1.28	0.150	0.145

Πίνακας 4.6: Αποτελέσματα νομογραφήματος παραδείγματος 2 για διάφορα ύψη.

Το νομογράφημα είναι ως εξής:



Σχήμα 4.6: Αποτελέσματα νομογραφήματος παραδείγματος 2 για διάφορα ύψη.

Για το πρανές των 10m το πρόγραμμα έφτασε σε σύγκλιση και τερμάτισε κανονικά. Η κρίσιμη επιτάχυνση που προέκυψε είναι 0.26 και τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri- veia	E	Ν	X	Т
0			0.00	0.00	0.00	0.00					
1	20.5	20.5	1.00	0.84	0.80	0.30	0.02	3.61	5.33	6.03	8.89
2	25.0	17.0	2.00	1.68	1.71	0.72	0.14	7.98	10.85	11.93	14.45
3	27.0	14.0	3.00	2.52	2.68	1.22	0.15	12.49	15.97	17.57	19.31
4	29.0	11.5	4.00	3.36	3.68	1.77	0.23	16.50	20.40	22.43	23.47
5	30.5	9.0	5.00	4.20	4.71	2.38	0.54	19.78	24.01	26.38	26.87
6	32.5	7.0	6.00	5.03	5.76	3.05	0.26	21.80	26.33	28.97	29.07
7	34.5	4.5	7.00	5.87	6.84	3.79	0.52	22.31	28.68	29.85	31.48
8	36.0	2.0	8.00	6.71	7.93	4.58	0.40	21.43	29.21	29.30	32.13
9	38.5	-1.0	9.00	7.55	9.04	5.46	0.63	18.58	29.23	26.59	32.51
10	40.5	-4.5	10.00	8.39	10.16	6.42	0.17	14.33	27.41	22.35	31.18
11	43.0	-10.0	11.00	9.23	11.31	7.49	0.54	8.57	24.70	16.27	29.34

slice	а	delta	XS	ys	xg	уg	akri- veia	E	Ν	X	т
12	61.0	0.0	12.00	10.00	12.00	8.74	0.00	-0.42	4.22	5.92	10.82
kcend:	0.26										

12.00 10.00 8.00 6.00 4.00 2.00 <table-cell-rows> Ελεύθερη Επιφάνεια 0.00 🕯 0.00 2.00 4.00 6.00 8.00 10.00 12.00 14.00

Πίνακας 4.7: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 2 και ύψος 10m.

Σχήμα 4.7: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

Гіа то	πρανἑς	тων	15m	каі	πάλι	то	πρόγραμμα	έφτασε	στην	επιθυμητή
σύγκλ	ιση και η	ι κρία	πμη ε	піта	χυνσ	ηп	ου προἑκυψ	ε είναι Ο	.20.	

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri- veia	E	Ν	X	Т
0			0.00	0.00	0.00	0.00					
1	20.0	21.0	1.00	0.84	0.79	0.29	0.10	3.85	5.46	6.30	8.94
2	24.5	17.5	2.00	1.68	1.69	0.70	0.22	8.84	11.36	12.82	14.83
3	26.5	15.0	3.00	2.52	2.64	1.17	0.40	14.28	16.58	19.38	19.71
4	28.0	13.0	4.00	3.36	3.62	1.69	0.48	19.82	21.35	25.78	24.09
5	29.5	11.5	5.00	4.20	4.60	2.25	0.31	25.11	25.35	31.75	27.71
6	31.0	10.0	6.00	5.03	5.62	2.86	0.59	29.80	29.26	36.96	31.34
7	32.0	8.5	7.00	5.87	6.65	3.50	0.35	33.85	32.44	41.42	34.27
8	33.0	7.0	8.00	6.71	7.69	4.18	0.38	37.04	34.96	44.97	36.61
9	34.5	5.5	9.00	7.55	8.75	4.90	0.82	38.81	37.06	47.03	38.63
10	35.5	4.0	10.00	8.39	9.81	5.66	0.72	39.50	38.17	48.01	39.71
11	37.0	2.5	11.00	9.23	10.88	6.47	0.72	38.70	38.83	47.46	40.46
12	38.0	1.0	12.00	10.07	11.95	7.31	0.45	36.94	38.52	45.92	40.29
13	39.5	-0.5	13.00	10.91	13.02	8.19	0.47	33.91	37.82	43.06	39.82

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri-	E	Ν	X	Т
							veia				
15	42.5	-5.0	15.00	12.59	15.21	10.15	0.75	24.01	35.21	33.12	38.07
16	44.0	-8.0	16.00	13.43	16.31	11.21	0.52	17.64	31.61	26.54	35.11
17	46.5	-13.0	17.00	14.26	17.43	12.39	0.21	10.01	27.74	18.33	32.26
18	65.0	0.0	18.00	15.00	18.00	13.60	0.00	0.27	3.80	7.21	10.01
kcend	: 0.20										

Πίνακας 4.8: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 2 και ύψος 15m.



Σχήμα 4.8: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

Για το πρανές των 20m επιτεύχθηκε η σύγκλιση και η κρίσιμη επιτάχυνση που προέκυψε είναι 0.17.

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri- veia	E	N	X	Т
0			0.00	0.00	0.00	0.00					
1	20.0	21.0	1.00	0.84	0.79	0.29	0.03	3.91	5.55	6.36	9.02
2	24.5	18.0	2.00	1.68	1.68	0.69	0.24	9.11	11.39	13.10	14.80
3	26.5	16.0	3.00	2.52	2.61	1.16	0.24	15.00	16.57	20.11	19.60
4	27.5	14.0	4.00	3.36	3.58	1.66	0.20	21.40	21.90	27.34	24.49
5	28.5	12.5	5.00	4.20	4.56	2.19	0.52	27.94	26.28	34.55	28.41
6	30.0	11.0	6.00	5.03	5.56	2.77	0.45	33.98	30.75	41.07	32.53
7	31.0	10.0	7.00	5.87	6.56	3.37	0.44	39.68	33.67	47.19	35.09
8	32.0	9.0	8.00	6.71	7.57	4.00	0.74	44.95	36.89	52.78	38.03
9	32.5	8.0	9.00	7.55	8.59	4.66	0.91	49.94	39.65	58.04	40.53
10	33.5	7.0	10.00	8.39	9.63	5.34	0.55	54.01	42.30	62.33	42.96

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri-	E	Ν	X	Т
							veia				
11	34.5	6.0	11.00	9.23	10.67	6.05	0.58	57.00	44.48	65.52	44.98
12	35.0	5.0	12.00	10.07	11.71	6.79	0.76	59.35	45.85	68.07	46.24
13	36.0	4.0	13.00	10.91	12.77	7.55	0.39	60.49	47.13	69.41	47.47
14	37.0	3.0	14.00	11.75	13.82	8.35	0.28	60.41	47.93	69.54	48.28
15	38.0	2.0	15.00	12.59	14.88	9.18	0.72	59.16	48.21	68.49	48.63
16	38.5	1.0	16.00	13.43	15.94	10.02	1.13	57.34	47.69	66.89	48.22
17	39.5	-0.5	17.00	14.26	17.03	10.92	0.98	54.02	48.43	63.71	49.15
18	40.5	-1.5	18.00	15.10	18.09	11.82	1.28	49.74	45.67	59.67	46.65
19	42.0	-3.0	19.00	15.94	19.17	12.79	0.68	44.09	45.14	54.11	46.50
20	43.0	-5.0	20.00	16.78	20.26	13.81	0.49	37.35	43.40	47.38	45.21
21	44.5	-7.0	21.00	17.62	21.34	14.87	0.45	29.64	39.42	39.62	41.82
22	46.0	-10.0	22.00	18.46	22.43	16.00	0.62	21.28	35.80	30.97	39.00
23	48.0	-15.0	23.00	19.30	23.55	17.24	0.11	11.52	30.79	20.65	35.11
24	68.5	0.0	24.00	20.00	24.00	18.39	0.00	-0.05	3.60	8.03	9.26
kcend	: 0.18	•	•	•	•	•	•		•	•	

Πίνακας 4.9: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 2 και ύψος 20m.



Σχήμα 4.9: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

### 4.4.3. Παρἁδειγμα 3

Στο τρίτο παράδειγμα το πρανές έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Ειδικό βάρος γ=20kN/m
- Γωνία τριβής φ=35°
- Συνοχή c=5kPa
- Κλίση πρανούς y=34°

και ελέγχεται για τρία διαφορετικά ύψη, H=10m, H=15m και H=20m.

Όπως και στα προηγούμενα παραδείγματα παρουσιάζονται πρώτα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα νομογραφήματα Hoek και Bray. Για το παράδειγμα αυτό πρώτα προσδιορίστηκε η καμπύλη που αντιστοιχεί στις 34° γωνία πρανούς.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από το νομογράφημα.



Σχήμα 4.10: Αποτελέσματα νομογραφήματος παραδείγματος 3 για διάφορα ύψη.

н	c/γHtanφ	c/γHF <sub>1</sub>	tanφ/F <sub>2</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	kc1	kc2
10	0.0357	0.0174	0.4907	1.43	1.43	0.201	0.198
15	0.0238	0.0125	0.5286	1.33	1.32	0.153	0.150
20	0.0179	0.0098	0.5536	1.27	1.26	0.126	0.123

Πίνακας 4.10: Αποτελέσματα νομογραφήματος παραδείγματος 3 για διάφορα ύψη.

## Για το πρανές των 10m η κρίσιμη επιτάχυνση που προέκυψε είναι 0.24.

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri-	E	Ν	X	Т
0			-0.50	0.00	-0.50	0.00	VCIA				
1	-3.0	33.0	0.50	0.34	0.26	-0.04	0.06	4.12	3.63	5.13	6.32
2	15.5	24.5	1.50	1.01	1.13	0.20	0.12	8.90	9.65	10.68	11.30
3	15.5	19.5	2.50	1.69	2.07	0.46	1.04	15.40	17.69	17.28	17.24
4	18.0	16.5	3.50	2.36	3.03	0.78	0.39	22.22	22.93	23.82	21.12
5	20.5	13.5	4.50	3.04	4.05	1.16	0.45	28.50	28.52	29.62	25.41
6	22.5	11.5	5.50	3.71	5.07	1.58	0.74	33.93	31.97	34.63	27.89
7	24.5	9.0	6.50	4.38	6.13	2.06	0.54	38.04	36.42	38.38	31.36
8	26.5	7.0	7.50	5.06	7.20	2.59	0.39	40.41	38.49	40.71	32.90
9	28.0	5.0	8.50	5.73	8.28	3.17	0.47	41.49	39.99	41.92	34.10
10	30.0	3.0	9.50	6.41	9.36	3.80	0.65	40.71	40.99	41.59	34.98
11	31.5	0.5	10.50	7.08	10.48	4.48	0.21	38.32	41.65	39.85	35.70
12	33.5	-2.0	11.50	7.76	11.59	5.21	0.30	34.02	40.35	36.54	34.92
13	35.5	-5.5	12.50	8.43	12.73	6.03	0.52	27.91	39.08	31.61	34.38
14	38.0	-9.5	13.50	9.11	13.87	6.92	0.49	20.10	35.20	25.17	31.85
15	41.0	-16.5	14.50	9.78	15.04	7.94	0.28	10.54	30.87	16.98	29.42
16	63.0	0.0	15.50	10.00	15.50	8.83	0.00	-0.17	2.36	5.71	6.67
kcend	: 0.24										

Πίνακας 4.11: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 3 και ύψος 10m.



Σχήμα 4.11: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

Για το πρανές των 15m επιτεύχθηκε η σύγκλιση και η κρίσιμη επιτάχυνση είναι 0.18.

slice	а	delta	xs	ys	xg	Уg	akri- veia	E	Ν	X	Т
0			0.00	0.00	0.00	0.00					
1	11.5	23.5	1.00	0.67	0.78	0.16	0.00	4.10	5.76	5.69	7.99
2	16.5	20.0	2.00	1.35	1.66	0.42	0.13	9.65	11.89	11.70	12.95
3	19.0	17.5	3.00	2.02	2.60	0.74	0.18	15.84	17.47	17.81	17.17
4	20.5	15.5	4.00	2.70	3.56	1.10	0.09	22.44	22.81	23.99	21.10
5	21.5	13.5	5.00	3.37	4.55	1.49	0.60	29.23	27.85	30.14	24.83
6	23.0	12.0	6.00	4.05	5.55	1.92	0.21	35.58	31.87	35.81	27.74
7	24.5	10.5	7.00	4.72	6.57	2.38	0.51	41.23	35.87	40.78	30.72
8	25.5	9.0	8.00	5.40	7.60	2.87	0.72	46.19	39.18	45.11	33.17
9	26.5	8.0	9.00	6.07	8.62	3.38	0.51	50.50	40.84	48.93	34.31
10	27.5	6.5	10.00	6.75	9.68	3.93	0.89	53.92	44.24	51.90	36.94
11	28.5	5.5	11.00	7.42	10.72	4.50	0.61	56.33	44.94	54.12	37.38
12	30.0	4.5	12.00	8.09	11.76	5.10	1.09	57.47	46.41	55.25	38.54
13	30.5	3.0	13.00	8.77	12.84	5.74	0.67	57.80	48.36	55.66	40.11
14	31.5	2.0	14.00	9.44	13.89	6.38	0.85	57.02	47.34	55.25	39.32
15	33.0	0.5	15.00	10.12	14.97	7.08	0.69	54.61	48.53	53.42	40.42
16	34.0	-1.0	16.00	10.79	16.05	7.81	0.55	51.00	47.56	50.63	39.81
17	35.0	-2.5	17.00	11.47	17.13	8.56	0.55	46.51	45.71	47.11	38.57
18	36.5	-4.5	18.00	12.14	18.22	9.37	0.44	40.64	44.55	42.36	37.98

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri-	E	Ν	X	Т
19	38.0	-6.5	19.00	12.82	19.30	10.21	0.25	33.78	41.32	36.75	35.78
20	39.5	-9.5	20.00	13.49	20.40	11.12	0.67	26.07	38.49	30.28	34.08
21	42.0	-13.5	21.00	14.16	21.49	12.11	0.60	17.23	34.03	22.64	31.21
22	44.5	-20.0	22.00	14.84	22.60	13.19	0.11	8.06	27.78	14.40	27.20
23	65.0	0.0	23.00	15.00	23.00	14.05	0.00	-0.46	1.71	4.41	5.94
kcend	: 0.18										

Πίνακας 4.12: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 3 και ύψος 15m.



Σχήμα 4.12: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

Για το πρανές των 20m η επιτάχυνση που προέκυψε είναι 0.15 κάτι που μας δείχνει ότι το πρανές δεν έχει την απαιτούμενη αντοχή ούτε για την Ζώνη Ι σεισμικής επικινδυνότητας.

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri-	E	Ν	X	Т
0			-0.50	0.00	-0.50	0.00	vela				
1	-13.5	45.0	0.00	0.00	-0.10	-0.10	0.05	2.17	1.22	2.21	2.93
2	9.5	33.0	0.50	0.34	0.26	-0.04	0.09	4.07	2.78	5.08	3.74
3	9.5	28.0	1.00	0.67	0.66	0.03	2.51	7.08	6.05	8.61	6.27
4	9.5	24.5	1.50	1.01	1.08	0.10	0.37	11.05	7.48	12.75	7.41
5	12.5	22.5	2.00	1.35	1.52	0.20	0.16	15.31	8.87	16.95	8.45
6	14.5	20.5	2.50	1.69	1.99	0.32	0.25	19.83	10.86	21.18	10.01
7	16.0	19.0	3.00	2.02	2.46	0.45	0.28	24.42	12.39	25.40	11.13
8	17.5	18.0	3.50	2.36	2.93	0.60	0.26	29.09	13.61	29.62	11.99

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri-	E	Ν	X	Т
9	18.5	17.0	4.00	2.70	3.41	0.76	0.31	33.91	15.18	33.87	13.16
10	19.0	16.0	4.50	3.04	3.90	0.93	0.10	38.87	16.66	38.17	14.25
11	20.0	15.0	5.00	3.37	4.39	1.11	0.41	43.65	18.17	42.27	15.37
12	21.0	14.5	5.50	3.71	4.88	1.30	0.67	48.34	18.61	46.31	15.61
13	21.5	13.5	6.00	4.05	5.39	1.50	0.59	53.05	20.84	50.26	17.35
14	22.0	13.0	6.50	4.38	5.88	1.70	0.30	57.63	20.92	54.15	17.30
15	22.5	12.5	7.00	4.72	6.37	1.90	0.71	62.36	21.94	58.11	18.04
16	23.0	12.0	7.50	5.06	6.87	2.11	0.79	67.07	23.04	62.02	18.84
17	23.5	11.5	8.00	5.40	7.38	2.33	0.75	71.67	24.09	65.82	19.61
18	24.0	11.0	8.50	5.73	7.88	2.56	0.65	76.10	25.09	69.46	20.34
19	24.5	10.5	9.00	6.07	8.39	2.79	0.52	80.31	26.04	72.92	21.03
20	25.0	10.0	9.50	6.41	8.90	3.03	0.39	84.27	26.93	76.17	21.68
21	25.5	9.5	10.00	6.75	9.42	3.27	0.31	87.95	27.75	79.18	22.29
22	26.0	9.0	10.50	7.08	9.94	3.53	0.32	91.33	28.52	81.95	22.85
23	26.5	8.5	11.00	7.42	10.46	3.79	0.43	94.39	29.23	84.47	23.37
24	26.5	8.0	11.50	7.76	10.98	4.05	0.48	97.43	29.70	86.96	23.71
25	27.0	7.5	12.00	8.09	11.50	4.31	0.56	100.13	30.32	89.18	24.17
26	27.5	7.0	12.50	8.43	12.03	4.59	0.64	102.48	30.89	91.13	24.59
27	28.0	6.5	13.00	8.77	12.56	4.87	0.73	104.46	31.39	92.78	24.97
28	28.5	6.0	13.50	9.11	13.08	5.15	0.81	106.07	31.83	94.14	25.30
29	29.0	5.5	14.00	9.44	13.62	5.45	0.88	107.31	32.20	95.21	25.58
30	29.5	5.0	14.50	9.78	14.15	5.75	0.93	108.17	32.51	95.98	25.82
31	30.0	4.5	15.00	10.12	14.68	6.06	0.97	108.66	32.76	96.45	26.01
32	30.5	4.0	15.50	10.45	15.21	6.37	0.99	108.77	32.94	96.63	26.16
33	31.0	3.5	16.00	10.79	15.75	6.69	0.99	108.52	33.05	96.52	26.26
34	31.5	3.0	16.50	11.13	16.28	7.02	0.97	107.90	33.10	96.12	26.32
35	32.0	2.5	17.00	11.47	16.82	7.36	0.93	106.93	33.09	95.44	26.33
36	32.5	2.0	17.50	11.80	17.36	7.70	0.88	105.61	33.02	94.49	26.30
37	33.0	1.5	18.00	12.14	17.89	8.05	0.81	103.96	32.88	93.28	26.22
38	33.5	1.0	18.50	12.48	18.43	8.40	0.73	101.99	32.68	91.81	26.10
39	34.0	0.5	19.00	12.82	18.96	8.76	0.65	99.72	32.42	90.10	25.93
40	34.5	0.0	19.50	13.15	19.50	9.13	0.58	97.17	32.10	88.15	25.72
41	34.5	-0.5	20.00	13.49	20.03	9.50	0.45	94.67	31.55	86.25	25.33
42	35.0	-1.0	20.50	13.83	20.57	9.87	0.38	91.91	31.16	84.14	25.08
43	35.5	-1.5	21.00	14.16	21.10	10.25	0.36	88.90	30.72	81.82	24.79
44	36.0	-2.0	21.50	14.50	21.63	10.64	0.46	85.67	30.23	79.32	24.46
45	36.5	-2.5	22.00	14.84	22.17	11.03	0.63	82.24	29.69	76.64	24.09
46	37.0	-3.0	22.50	15.18	22.70	11.43	0.83	78.62	29.10	73.80	23.69
47	37.5	-3.5	23.00	15.51	23.22	11.84	1.04	74.84	28.45	70.82	23.25

slice	а	delta	xs	ys	xg	уg	akri-	E	Ν	X	Т
							veia				
48	38.0	-4.5	23.50	15.85	23.78	12.27	0.94	70.36	29.31	67.22	24.06
49	38.5	-5.0	24.00	16.19	24.31	12.69	0.62	65.82	26.74	63.65	22.08
50	39.5	-6.0	24.50	16.53	24.86	13.14	0.60	60.70	27.24	59.52	22.64
51	40.0	-7.0	25.00	16.86	25.40	13.60	0.78	55.30	25.99	55.16	21.76
52	41.0	-8.0	25.50	17.20	25.94	14.07	0.45	49.60	24.62	50.54	20.81
53	42.0	-9.0	26.00	17.54	26.47	14.55	0.10	43.81	23.18	45.81	19.82
54	43.0	-10.5	26.50	17.87	27.02	15.06	0.62	37.70	22.54	40.71	19.53
55	44.0	-12.0	27.00	18.21	27.56	15.58	0.27	31.49	20.58	35.51	18.15
56	45.5	-14.0	27.50	18.55	28.10	16.13	0.47	25.07	19.13	30.01	17.27
57	47.0	-16.5	28.00	18.89	28.64	16.71	0.42	18.59	17.13	24.35	15.96
58	49.0	-19.5	28.50	19.22	29.17	17.32	0.29	12.25	14.57	18.67	14.24
59	51.0	-24.5	29.00	19.56	29.72	17.99	0.08	6.14	12.18	12.93	12.83
60	55.0	-32.0	29.50	19.90	30.23	18.73	3.45	0.48	8.60	7.23	10.52
61	55.0	0.0	30.00	20.00	30.00	18.40	0.00	-0.98	-2.57	7.33	0.22
kcend	: 0.14										

Πίνακας 4.13: Αποτελέσματα προγράμματος για το παράδειγμα 3 και ύψος 20m.



Σχήμα 4.13: Το πρανές και η επιφάνεια ολίσθησης

### 4.5. Συμπεράσματα

Στη διπλωματική εργασία προγραμματίστηκε η μέθοδος των Sarma και Tan για τον προσδιορισμό της κρίσιμης επιφάνειας ολίσθησης, που έχει αφετηρία συγκεκριμμένο σημείο της όψης του πρανούς. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δίνεται η δυνατότητα στον μελετητή να δώσει αυτός το σημείο από όπου θα ξεκινήσει η επιφάνεια ολίσθησης και για αυτό το δεδομένο σημείο να βρεί την κρίσιμη επιφάνεια αστοχίας. Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες ο μελετητής καλείται να ελέγξει την αντοχή του πρανούς σε χαρακτηριστικά σημεία, όπως για παράδειγμα σε ένα πρανές με αναβαθμούς όπου πρέπει να γίνεται έλεγχος σε κάθε αναβαθμό και σε ολόκληρο το πρανές. Μία άλλη περίπτωση όπου είναι σημαντικό να ορίζουμε το αρχικό σημείο από το οποίο διέρχεται η επιφάνεια αστοχίας είναι στην περίπτωση της ανάστροφης ανάλυσης, σε περίπτωση κατολίσθησης, όπου αναζητούμε τις τιμές των παραμέτρων ανοχής.

Επίσης το γεγονός ότι στην επίλυση η μέθοδος χρησιμοποιεί εκτός από την οριακή ισορροπία, το κριτήριο αποδοχής των τάσεων, κινηματικό κριτήριο αποδοχής άλλα τον σεισμό την καταστεί μία εξαιρετικά σημαντική μέθοδο.

Από τα παραδείγματα, εύκολα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η κρίσιμη επιτάχυνση που προκύπτει από τον τύπο του Sah προσεγγίζει καλύτερα τα αποτελέσματα του προγράμματος, σε σχέση με αυτή που προκύπτει από τα νομογραφήματα Hoek & Bray. Αυτό ήταν αναμενόμενο αφού όπως είχαμε αναφέρει τα νομογραφήματα δίνουν συντηρητικά αποτελέσματα.

Επίσης κατά την επίλυση των παραδειγμάτων παρατηρήθηκε σε ορισμένες περιπτώσεις αρχικά το πρόγραμμα να μην δίνει συγκεκριμένη λύση. Σε ορισμένες περιπτώσεις έδινε δύο λύσεις όπου η μία συνήθως φαινόταν ότι δεν είναι αποδεκτή με αποτέλεσμα να βρίσκεται εύκολα η ικανοποιητικότερη λύση. Σε άλλες περιπτώσεις η διαφορά ήταν στην επιτάχυνση που έδινε για τα δύο τελευταία τμήματα.

64

Αλλάζοντας την αρχική επιτάχυνση, το βήμα διαμερισμού του πρανούς ή το αρχικό σημείο της επιφάνειας ολίσθησης το πρόγραμμα στις περισσότερες περιπτώσεις έδωσε μία και μοναδική λύση. Έτσι ο χρήστης ανάλογα με τη φύση του προβλήματος που καλείται να μελετήσει μπορεί με τις κατάλληλες αλλαγές να προσδιορίσει την κρίσιμη επιφάνεια αστοχίας του πρανούς.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Το πρόγραμμα που δημιουργήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι ένα πρώτο βήμα, όμως αρκετά σημαντικό, στη δημιουργία ενός λογισμικού με πολλές δυνατότητες.

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, το πρόγραμμα υστερεί στην επίλυση του συστήματος μη-γραμμικών εξισώσεων. Το πρόγραμμα θα μπορούσε να μας δώσει πιο γρήγορα αποτελέσματα και ενδεχομένως πιο αξιόπιστα εάν είχε χρησιμοποιηθεί μία άλλη αριθμητική μέθοδος επίλυσης των συστημάτων, όπως η μέθοδος Trust-Region Dogleg, την οποία προτείνει ο Ding Tan στη διδακτορική διατριβή του όπου περιγράφεται αναλυτικά η μέθοδος.

Επιπλέον το πρόγραμμα θα μπορούσε να ελεγχθεί με εξειδικευμένα προγράμματα ευστάθιας των πρανών και όχι με προσεγγιστικές μεθόδους όπως στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Έπειτα μία άλλη προσθήκη που θα μπορούσε να ενταχθεί στο πρόγραμμα είναι ο προσδιορισμός της επιφάνειας ολίσθησης με την παρουσία νερού στο πρανές. Αυτό θα μας έδινε τη δυνατότητα να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε το πρόγραμμα σε πραγματικά τεχνικά έργα, όπου η παρουσία νερού είναι βέβαιη. Επίσης θα μπορούσε να γίνει επέκταση του προγράμματος σε μη-ομογενή πρανή, τα οποία χρησιμοποιούνται συχνά. Τα πολυόροφα πρανή είναι επίσης ένα στοιχείο που θα ήταν σημαντικό να προστεθεί στο πρόγραμμα σε μία μελλοντική εργασία.

Τέλος η ενσωμάτωση της `οπλισμένης γης' στο πρόγραμμα είναι κάτι εξίσου χρήσιμο, το οποίο όμως απαιτεί αρκετή μελέτη για να επιτευχθεί,

66

αφού δεν καλύπτεται από την μέθοδο που έχει αναπτυχθεί από τους Sarma και Tan.

### **ПАРАРТНМА1. LIBRARY**

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <new>
using namespace std;
float degtorad(float deg){
  float rad;
  const float pi=4*atan(1);
  rad=deg*pi/180;
return rad;}
float radtodeg(float rad){
  float deg;
  const float pi=4*atan(1);
  deg=rad*180/pi;
return deg;}
float LineLen (float x1, float y1, float x2, float y2){
  float mikos;
  mikos=sqrt((x1-x2)*(x1-x2)+(y1-y2)*(y1-y2));
return mikos;}
float ypol_xg (float xs, float ys, float prev_xg, float prev_yg, float delta, float a) {
  float xg;
  const float pi=4*atan(1);
  if (delta==0) {
     xg=xs;
  }
  else {
     xg=(-xs/tan(delta)+prev_xg*tan(a)+ys-prev_yg)/(tan(a)-(1/tan(delta)));
  }
return xg;}
float ypol_yg (float prev_xg, float prev_yg, float xg, float a) {
  float yg;
  yg=prev_yg+(xg-prev_xg)*tan(a);
return yg; }
float ypol_xs (float dsx, float prev_xs) {
  float xs;
  xs=prev_xs+dsx;
return xs;}
```

```
float ypol_ys (float xs, float klisi_pranous, float xk, float yk) {
  float ys;
  if ((xs>0)&&(xs<xk)) {
     ys=xs*tan(klisi_pranous);
  }
  else if (xs <= 0) {
     ys=0;
   }
  else {
     ys=yk;
  }
return ys;}
float area3 (float x1, float y1, float x2, float y2, float x3, float y3) {
  float area;
  area=0.5*(x1*(y3-y2)+x2*(y1-y3)+x3*(y2-y1));
return area; }
float area4 (float x1, float y1, float x2, float y2, float x3, float y3, float x4, float y4) {
  float area;
  area=0.5*(x1*(y4-y2)+x2*(y1-y3)+x3*(y2-y4)+x4*(y3-y1));
return area; }
float area5 (float x1, float y1, float x2, float y2, float x3, float y3, float x4, float y4,
float x5, float y5) {
  float area;
  area=0.5*(x1*(y5-y2)+x2*(y1-y3)+x3*(y2-y4)+x4*(y3-y5)+x5*(y4-y1));
return area; }
float emvadon (float xs1, float ys1, float xs2, float ys2, float xg1, float yg1, float xg2,
float yq2, float xk, float yk) {
  float area;
  if (xs1<0) {
     if (xs2 <= 0) {
        area=area4(xs1,ys1,xs2,ys2,xg2,yg2,xg1,yg1);
     }
     else {
        area=area5(xs1,ys1,0,0,xs2,ys2,xg2,yg2,xg1,yg1);
     }
  }
  else {
     if (xs2<=xk) {
        area=area4(xs1,ys1,xs2,ys2,xg2,yg2,xg1,yg1);
     }
     else {
        area=area5(xs1,ys1,xk,yk,xs2,ys2,xg2,yg2,xg1,yg1);
     }
  }
return area; }
```

### ПАРАРТНМА2. ПРОГРАММА

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <cmath>
#include <new>
#include <iomanip>
#include "library.h"
using namespace std;
ofstream outfile("outdata.txt");
int main()
{
  //dilwsi metavlitwn
  //standar metavlites
  float g, f, c, kc, y, dsx, H;
  float b, kcend, bend;
  const float pi=4*atan(1);
  //dinamikes metavlites
  float *xs, *ys, *xg, *yg, *L, *d, *w;
  float *a, *delta;
float *E, *N, *s, *T, *X;
  float *pin_akr;
  //voithitikes metavlites
  float xs1, ys1, xs2, ys2, x2, y2, xk, yk, x3, y3;
  float L1, d2, w1, E2e, E2a, E2n, E2, N1e, N1a, N2e, N2a, E3, teliko_E3, En;
  float a1, delta2, a2, delta3;
  float akriveia, DE, DN, k, nn, hc, bkrisimo, kckrisimo, klast, kc1, kc2;
  float diafora, gwnia_a1, gwnia_a2, gwnia_delta2, g;
  int slices, i, j, n, m, o;
  //eisagwgi dedomenwn
  cout<<"eidiko varos: ";</pre>
  cin>>g;
  cout<<"gwnia trivis: ";</pre>
  cin>>f;
  cout<<"sinoxi: ";</pre>
  cin>>c;
  cout<<"krisimi epitaxinsi: ";</pre>
  cin>>kc;
  cout<<"gwnia pranous se moires: ";</pre>
  cin>>y;
  cout<<"ipsos pranous: ";</pre>
  cin>>H;
  cout<<"vima: ";</pre>
  cin>>dsx;
  cout<<"apostasi prwtou simeiou epifaneias olisthisis apo to podi tou pranous: ";
  cin>>xs1;
```

```
//Ta dedomena sto arxeio
    outfile<<"eidiko_varos: "<<g<<endl;
    outfile<<"gwnia_trivis: "<<f<<endl;
    outfile<<"sinoxi: "<<c<<endl;
    outfile<<"krisimi_epitaxinsi: "<<kc<<endl;
    outfile<<"gwnia_pranous_se_moires: "<<y<endl;
    outfile<<"ipsos_pranous: "<<H<<endl;
    outfile<<"vima: "<<dsx<<endl;
    outfile<<"conductive: "<<endl;
    outfile<<"ond the second second
```

```
//arxikoi voithitikoi ypologismoi
f=degtorad(f);
y=degtorad(y);
xk=H/tan(y);
yk=H;
```

//ypologismos kommatiwn kai dimiourgia tvn dynamikwn metavlitvn

```
k=(xk-xs1)/dsx;
if (k==floor(k))
{
  slices=k;
}
else
{
  slices=floor(k)+1;
}
outfile<<"slices="<<slices<<endl;
outfile<<"(xk,yk)=("<<xk<<", "<<yk<<")"<<endl;
xs=new (nothrow) float [slices+1];
if (xs==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
ys=new (nothrow) float [slices+1];
if (ys==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
xg=new (nothrow) float [slices+1];
if (xg==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
yq=new (nothrow) float [slices+1];
if (yg==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
L=new (nothrow) float [slices];
if (L==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
d=new (nothrow) float [slices+1];
if (d==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
w=new (nothrow) float [slices];
if (w==0) cout << "Error:memory could not be allocated";
E=new (nothrow) float [slices+1];
if (E==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
N=new (nothrow) float [slices];
if (N==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
```
```
X=new (nothrow) float [slices+1];
  if (X==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
  T=new (nothrow) float [slices];
  if (T==0) cout << "Error: memory could not be allocated";
  s=new (nothrow) float [slices];
  if (s==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
  a=new (nothrow) float [slices];
  if (a==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
  delta=new (nothrow) float [slices+1];
  if (delta==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
  pin_akr=new (nothrow) float [slices];
  if (delta==0) cout<<"Error:memory could not be allocated";
  kckrisimo=kc;
  do
  {
    kc1=kc;
    kc=kc+(kckrisimo-kc)/50;
    kc2=kc;
    outfile<<"------"<<endl;
    outfile<<"-----kc="<<fixed<<setprecision(2)<<kc<<"-----
-----"<<endl;
    b=atan(kc);
    akriveia=99999999;
    //FIRST SLICE
    xs[0]=xs1;
    ys[0]=ypol_ys(xs[0],y,xk,yk);
    xs[1]=ypol_xs(dsx,xs[0]);
    ys[1]=ypol_ys(xs[1],y,xk,yk);
    xg[0]=xs[0];
    yg[0]=ys[0];
    a1=-89.5;
    for (i=1; i<(180+2*radtodeg(y)); i++)</pre>
    {
       a1=degtorad(a1);
       delta2 = -89.5;
       for (j=1; j<360; j++)
       {
         delta2=degtorad(delta2);
         xg[1]=ypol_xg(xs[1],ys[1],xg[0],yg[0],delta2,a1);
         yg[1]=ypol_yg(xs[0],ys[0],xg[1],a1);
```

```
72
```

```
L1=LineLen(xg[1],yg[1],xg[0],yg[0]);
                                                                       d2=LineLen(xg[1],yg[1],xs[1],ys[1]);
                                                                       w1=g*emvadon(xs[0],ys[0],xs[1],ys[1],xg[0],yg[0],xg[1],yg[1],xk,yk);
                                                                       N1e=(w1*cos(f-delta2+b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(b)+c*L1*sin(f-delta2-b)/cos(
a1)+c*d2*cos(f))*cos(f)/cos(2*f-a1-delta2);
                                                                        E2e=(w1*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c*d2*sin(f-a1-b)/cos(b)+c
delta2)+c*L1*cos(f))*cos(f)/cos(2*f-a1-delta2);
                                                                        N1a = (0.5 g L1 L1 sin(f-a1-b)/(cos(b) cos(f)) + c L1/tan(y-a1)-
c*L1*tan(f))/(1+tan(f)*tan(f));
                                                                       E2a = \frac{(0.5 + g + d2 + cos(f - delta2 + b)}{(cos(b) + cos(f))} + \frac{(1 + g + d2 + cos(f - delta2))}{(cos(b) + cos(f))} + \frac{(1 + g + d2)}{(cos(b) + cos(f))} +
c*d2*tan(f))/(1+tan(f)*tan(f));
                                                                       if (sqrt(((E2a-E2e)*(E2a-E2e))+((N1a-N1e)*(N1a-N1e)))<akriveia)
                                                                        {
                                                                                        akriveia=sqrt(((E2a-E2e)*(E2a-E2e))+((N1a-N1e)*(N1a-N1e)));
                                                                                        a[0]=a1;
                                                                                         delta[1]=delta2;
                                                                       }
                                                                       delta2=radtodeg(delta2)+0.5;
                                                       }
                                                     a1=radtodeg(a1)+0.5;
                                    }
                                   xg[1]=ypol_xg(xs[1],ys[1],xg[0],yg[0],delta[1],a[0]);
                                   yg[1]=ypol_yg(xg[0],yg[0],xg[1],a[0]);
                                   L[0]=LineLen(xg[0],yg[0],xg[1],yg[1]);
                                    d[1]=LineLen(xs[1],ys[1],xg[1],yg[1]);
                                   w[0]=g*emvadon(xs[0],ys[0],xs[1],ys[1],xg[0],yg[0],xg[1],yg[1],xk,yk);
                                    N1e = (w[0]*\cos(f-delta[1]+b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*\sin(f-delta[1]-b)/\cos(b)+c*L[0]*a)
a[0])+c*d[1]*cos(f))*cos(f)/cos(2*f-a[0]-delta[1]);
                                    E2e=(w[0]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(b)+c*d[1]*sin(f-a[0]-b)/cos(
delta[1])+c*L[0]*cos(f))*cos(f)/cos(2*f-a[0]-delta[1]);
                                    N1a = (0.5*g*L[0]*L[0]*sin(f-a[0]-b)/(cos(b)*cos(f))+c*L[0]/tan(y-a[0])-
c*L[0]*tan(f))/(1+tan(f)*tan(f));
                                    E2a = (0.5*q*d[1]*d[1]*cos(f-
delta[1]+b)/(cos(b)*cos(f))+c*d[1]*tan(y+delta[1])-
c*d[1]*tan(f))/(1+tan(f)*tan(f));
                                    E[1] = (E2a + E2e)/2;
                                    N[0] = (N1a + N1e)/2;
                                   T[0]=N[0]*tan(f)+c*L[0];
                                   X[1]=E[1]*tan(f)+c*d[1];
                                   s[0]=c*cos(f);
                                    pin akr[0]=akriveia;
```

```
// (N-2) SLICES
                         for (n=1; n<=(slices-3); n++ )</pre>
                          {
                                      akriveia=99999999;
                                      xs[n+1]=ypol_xs(dsx,xs[n]);
                                      ys[n+1]=ypol_ys(xs[n+1],y,xk,yk);
                                      s[n]=(2*N[n-1]/L[n-1])-s[n-1];
                                      a1=radtodeg(a[n-1]);
                                     for (i=1; i<(180-2*radtodeg(a[n-1])); i++)</pre>
                                      {
                                                  a1=degtorad(a1);
                                                  delta2 = -89.5;
                                                  for (j=1; j<360; j++)
                                                  {
                                                                delta2=degtorad(delta2);
                                                               xg[n+1]=ypol_xg(xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],delta2,a1);
                                                               yg[n+1]=ypol_yg(xg[n],yg[n],xg[n+1],a1);
                                                               L[n]=LineLen(xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1]);
                                                               d[n+1]=LineLen(xg[n+1],yg[n+1],xs[n+1],ys[n+1]);
w[n]=g*emvadon(xs[n],ys[n],xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1],xk,yk);
                                                                E2e=(w[n]*sin(f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(b)+E[n]*cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b)/cos(a1-b
delta[n])/cos(f)+c*L[n]*cos(f)-c*d[n]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a1-delta[n])
delta2))*cos(f)/cos(2*f-a1-delta2);
                                                                N1e=(w[n]*cos(f-delta2+b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-
delta2)/cos(f)+c*L[n]*sin(f-delta2-a1)-c*d[n]*cos(f-
delta2+delta[n])+c*d[n+1]*cos(f))*cos(f)/cos(2*f-a1-delta2);
                                                               E2a=(-
c*d[n+1]*tan(f)+c*d[n+1]*tan(delta2+y)+0.5*g*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(
delta2+b)/(cos(b)*cos(f)))/(1+tan(f)*tan(f));
                                                               N1a = (-c*L[n]*tan(f) + 0.5*L[n]*L[n]*sin(f-a1-)
b)/(cos(b)*cos(f))+s[n]*L[n]*cos(2*f-a1-delta[n])/(cos(f)*cos(f)*cos(delta[n]+a1))-
c*L[n]*sin(f-a1-
delta[n])/(cos(f)*cos(delta[n]+a1))+c*L[n]*tan(a1+delta[n]))/(1+tan(f)*tan(f));
                                                               if (sqrt((N1e-N1a)*(N1e-N1a)+(E2e-E2a)*(E2e-E2a))<akriveia)</pre>
                                                                {
                                                                            akriveia=sqrt((N1e-N1a)*(N1e-N1a)+(E2e-E2a)*(E2e-E2a));
                                                                            a[n]=a1;
                                                                            delta[n+1]=delta2;
                                                                }
                                                               delta2=radtodeg(delta2)+0.5;
                                                   }
                                                  a1=radtodeg(a1)+0.5;
                                      }
                                      xg[n+1]=ypol_xg(xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],delta[n+1],a[n]);
                                      yg[n+1]=ypol_yg(xg[n],yg[n],xg[n+1],a[n]);
```

```
L[n]=LineLen(xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1]);
                                               d[n+1]=LineLen(xg[n+1],yg[n+1],xs[n+1],ys[n+1]);
w[n]=g*emvadon(xs[n],ys[n],xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1],xk,yk);
                                                E2e=(w[n]*sin(f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(2*f-a[n]-b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+b)/cos(b)+E[n]+b)/cos(b)+b)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos(b)+c)/cos
delta[n])/cos(f)+c*L[n]*cos(f)-c*d[n]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]
delta[n+1]))*cos(f)/cos(2*f-a[n]-delta[n+1]);
                                               N1e=(w[n]*cos(f-delta[n+1]+b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*sin(delta[n]-b)/cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n]*cos(b)+E[n
delta[n+1])/cos(f)+c*L[n]*sin(f-delta[n+1]-a[n])-c*d[n]*cos(f-
delta[n+1]+delta[n])+c*d[n+1]*cos(f))*cos(f)/cos(2*f-a[n]-delta[n+1]);
                                               E2a=(-
c*d[n+1]*tan(f)+c*d[n+1]*tan(delta[n+1]+y)+0.5*g*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*d[n+1]*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos(f-1)*cos
delta[n+1]+b)/(cos(b)*cos(f)))/(1+tan(f)*tan(f));
                                               N1a = (-c*L[n]*tan(f) + 0.5*L[n]*L[n]*sin(f-a[n]-
b)/(cos(b)*cos(f))+s[n]*L[n]*cos(2*f-a[n]-
delta[n])/(cos(f)*cos(f)*cos(delta[n]+a[n]))-c*L[n]*sin(f-a[n]-
delta[n])/(cos(f)*cos(delta[n]+a[n]))+c*L[n]*tan(a[n]+delta[n]))/(1+tan(f)*tan(f));
                                               E[n+1] = (E2a+E2e)/2;
                                               N[n] = (N1a + N1e)/2;
                                               X[n+1] = E[n+1]*tan(f) + c*d[n+1];
                                               T[n]=N[n]*tan(f)+c*L[n];
                                               pin_akr[n]=akriveia;
                                }
                                //2 LAST SLICES
                                akriveia=9999999;
                               xs[n+1]=ypol_xs(dsx,xs[n]);
                               ys[n+1]=ypol_ys(xs[n+1],y,xk,yk);
                               s[n]=2*N[n-1]/L[n-1]-s[n-1];
                               xs[n+2]=ypol_xs(dsx,xs[n+1]);
                               ys[n+2]=ypol_ys(xs[n+2],y,xk,yk);
                                delta[n+2]=0;
                                diafora=9999999;
                                for (i=1; i<=20; i++)
                                {
                                                q=i;
                                                kcend=q/50;
                                                bend=atan(kcend);
                                                cout<<i<<" apo 20 || kcend="<<kcend<<" || bend="<<bend<<endl;
                                               a1=radtodeg(a[n-1]);
                                               for (j=1; j<(180-2*radtodeg(a[n-1])); j++)</pre>
                                                {
                                                               a1=degtorad(a1);
                                                               delta2 = -89.5;
                                                               for (m=1; m<360; m++)
                                                                {
                                                                               delta2=degtorad(delta2);
                                                                               a2=radtodeg(a1);
                                                                                for (o=1; o<(180-2*radtodeg(a1)); o++)</pre>
```

{ a2=degtorad(a2);  $xg[n+1]=ypol_xg(xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],delta2,a1);$ yg[n+1]=ypol\_yg(xg[n],yg[n],xg[n+1],a1);  $xg[n+2]=ypol_xg(xs[n+2],ys[n+2],xg[n+1],yg[n+1],delta[n+2],a2);$  $yg[n+2]=ypol_yg(xg[n+1],yg[n+1],xg[n+2],a2);$ L[n]=LineLen(xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1]);d[n+1]=LineLen(xg[n+1], yg[n+1], xs[n+1], ys[n+1]);w[n]=g\*emvadon(xs[n],ys[n],xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1],xk,yk); L[n+1]=LineLen(xg[n+1],yg[n+1],xg[n+2],yg[n+2]); d[n+2]=LineLen(xg[n+2],yg[n+2],xs[n+2],ys[n+2]);  $w[n+1]=g^{m}(n+1), y_{n+1}, y_{n+1},$ [n+2],xk,yk); hc=d[n+2];E2e=(w[n]\*sin(f-a1-bend)/cos(bend)+E[n]\*cos(2\*f-a1-bend)+E[n]\*cos(2\*f-a1-bend)+E[ndelta[n])/cos(f)+c\*L[n]\*cos(f)-c\*d[n]\*sin(f-a1-delta[n])+c\*d[n+1]\*sin(f-a1-delta[n])delta2))\*cos(f)/cos(2\*f-a1-delta2); E2a=(c\*d[n+1]\*tan(f)+c\*d[n+1]\*tan(delta2+y)+0.5\*g\*d[n+1]\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*d[n+1]\*cos(f-1)\*cos(f-1delta2+bend)/(cos(f)\*cos(bend)))/(1+tan(f)\*tan(f)); E2=(E2e+E2a)/2;N1e=(w[n]\*cos(f-delta2+bend)/cos(bend)+E[n]\*sin(delta[n]delta2)/cos(f)+c\*L[n]\*sin(f-delta2-a1)-c\*d[n]\*cos(fdelta2+delta[n])+c\*d[n+1]\*cos(f))\*cos(f)/cos(2\*f-a1-delta2);N1a = (-c\*L[n]\*tan(f) + 0.5\*L[n]\*L[n]\*sin(f-a1bend)/(cos(f)\*cos(bend))+s[n]\*L[n]\*cos(2\*f-a1delta[n])/(cos(delta[n]+a1)\*cos(f)\*cos(f))-c\*L[n]\*sin(f-a1delta[n])/(cos(delta[n]+a1)\*cos(f))+c\*L[n]\*tan(a1+delta[n]))/(1+tan(f)\*tan(f));E3=(w[n+1]\*sin(f-a2-bend)/cos(bend)+E2\*cos(2\*f-a2-bend)+E2\*cos(2\*f-a2-benddelta2)/cos(f)+c\*L[n+1]\*cos(f)-c\*d[n+1]\*sin(f-a2-delta2))/cos(f-a2);N2e = (w[n+1]+E2\*sin(delta2-f)/cos(f)-c\*L[n+1]\*sin(a2)c\*d[n+1]\*cos(delta2))\*cos(f)/cos(f-a2);N2a = (-c\*L[n+1]\*tan(f)-0.5\*g\*L[n+1]\*L[n+1]\*sin(f-a2-)bend/(cos(bend)\*cos(f))-L[n+1]\*hc\*sin(f-a2-bend)/(sin(a2)\*cos(bend)\*cos(f))c\*L[n+1]/tan(a2))/(1+tan(f)\*tan(f)); DE=sqrt((E2a-E2e)\*(E2a-E2e));DN = sqrt((N1e-N1a)\*(N1e-N1a)+(N2e-N2a)\*(N2e-N2a));if ((sqrt((DE\*DE)+(DN\*DN))<akriveia) && (fabs(E3)<1))</pre> { akriveia=sqrt((DE\*DE)+(DN\*DN)); a[n]=a1;delta[n+1]=delta2; a[n+1]=a2;bkrisimo=bend; teliko\_E3=E3; }

```
if (fabs(kc-kcend)<0.01)
                                                                                   {
                                                                                                 if (sqrt((DE*DE)+(DN*DN))<diafora)</pre>
                                                                                                 {
                                                                                                              diafora=sqrt((DE*DE)+(DN*DN));
                                                                                                              gwnia_a1=a1;
                                                                                                              gwnia_a2=a2;
                                                                                                              gwnia_delta2=delta2;
                                                                                                               En=E3;
                                                                                                               klast=kcend;
                                                                                                 }
                                                                                   }
                                                                                  a2=radtodeg(a2)+0.5;
                                                                     }
                                                                     delta2=radtodeg(delta2)+0.5;
                                                       }
                                                       a1 = radtodeg(a1) + 0.5;
                                         }
                           }
                           xg[n+1]=ypol_xg(xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],delta[n+1],a[n]);
                           yg[n+1]=ypol_yg(xg[n],yg[n],xg[n+1],a[n]);
                           xg[n+2]=ypol_xg(xs[n+2],ys[n+2],xg[n+1],yg[n+1],delta[n+2],a[n+1]);
                           yg[n+2]=ypol_yg(xg[n+1],yg[n+1],xg[n+2],a[n+1]);
                           L[n]=LineLen(xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1]);
                           d[n+1]=LineLen(xg[n+1],yg[n+1],xs[n+1],ys[n+1]);
w[n]=g*emvadon(xs[n],ys[n],xs[n+1],ys[n+1],xg[n],yg[n],xg[n+1],yg[n+1],xk,yk);
                           L[n+1]=LineLen(xg[n+1], yg[n+1], xg[n+2], yg[n+2]);
                           d[n+2]=LineLen(xg[n+2],yg[n+2],xs[n+2],ys[n+2]);
w[n+1]=g^{m}(n+1), y_{n+1}, 
[n+2],xk,yk);
                           hc=d[n+2];
                           E2e=(w[n]*sin(f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*cos(2*f-a[n]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisimo)/cos(bkrisim
delta[n])/cos(f)+c*L[n]*cos(f)-c*d[n]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]-delta[n])+c*d[n])+c*d[n+1]*sin(f-a[n]
delta[n+1]))*cos(f)/cos(2*f-a[n]-delta[n+1]);
                           E2a=(-
c*d[n+1]*tan(f)+c*d[n+1]*tan(delta[n+1]+y)+0.5*q*d[n+1]*d[n+1]*cos(f-1)
delta[n+1]+bkrisimo)/(cos(f)*cos(bkrisimo)))/(1+tan(f)*tan(f));
                           E[n+1]=(E2e+E2a)/2;
                           X[n+1] = E[n+1]*tan(f) + c*d[n+1];
                           N1e = (w[n]*cos(f-delta[n+1]+bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n]*sin(delta[n]-
delta[n+1])/cos(f)+c*L[n]*sin(f-delta[n+1]-a[n])-c*d[n]*cos(f-
delta[n+1]+delta[n])+c*d[n+1]*cos(f))*cos(f)/cos(2*f-a[n]-delta[n+1]);
                           N1a = (-c*L[n]*tan(f)+0.5*L[n]*L[n]*sin(f-a[n]-
bkrisimo)/(cos(f)*cos(bkrisimo))+s[n]*L[n]*cos(2*f-a[n]-
delta[n])/(cos(delta[n]+a[n])*cos(f)*cos(f))-c*L[n]*sin(f-a[n]-
delta[n]/(cos(delta[n]+a[n])*cos(f))+c*L[n]*tan(a[n]+delta[n])/(1+tan(f)*tan(f));
                           N[n]=(N1a+N1e)/2;
                           T[n]=N[n]*tan(f)+c*L[n];
                           N2e = (w[n+1]+E[n+1]*sin(delta[n+1]-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]*sin(a[n+1])-f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-cs(f)-c*L[n+1]+f)/cos(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(f)-cs(
c*d[n+1]*cos(delta[n+1]))*cos(f)/cos(f-a[n+1]);
```

```
N2a = (-c*L[n+1]*tan(f)-0.5*q*L[n+1]*L[n+1]*sin(f-a[n+1]-
bkrisimo)/(cos(bkrisimo)*cos(f))-L[n+1]*hc*sin(f-a[n+1]-
bkrisimo)/(sin(a[n+1])*cos(bkrisimo)*cos(f))-
c*L[n+1]/tan(a[n+1]))/(1+tan(f)*tan(f));
    N[n+1] = (N2e+N2a)/2;
    T[n+1]=N[n+1]*tan(f)+c*L[n+1];
    E[n+2]=(w[n+1]*sin(f-a[n+1]-bkrisimo)/cos(bkrisimo)+E[n+1]*cos(2*f-1))
a[n+1]-delta[n+1])/cos(f)+c*L[n+1]*cos(f)-c*d[n+1]*sin(f-a[n+1]-
delta[n+1])/cos(f-a[n+1]);
    X[n+2]=E[n+2]*tan(f)+c*d[n+2];
    pin akr[n]=akriveia;
    kckrisimo=tan(bkrisimo);
    if (akriveia!=9999999)
    {
outfile<<setw(8)<<"slice"<<setw(8)<<"delta"<<setw(7)<<"xs"<<s
etw(7)<<"ys"<<setw(7)<<"xg"<<setw(10)<<"akriveia"<<setw(9)
<<"E"<<setw(9)<<"N"<<setw(9)<<"X"<<setw(9)<<"T"<<endl;
       outfile<<setw(8)<<"0"<<"
"<<fixed<<setprecision(2)<<setw(7)<<xs[0]<<setw(7)<<ys[0]<<setw(7)<<xq[0]<
<setw(7)<yq[0]<endl;
      for (i=0; i < slices; i++)
      {
outfile<<setw(8)<<(i+1)<<fixed<<setprecision(1)<<setw(8)<<radtodeg(a[i])<<set
w(8)<<radtodeg(delta[i+1])<<setprecision(2)<<setw(7)<<xs[i+1]<<setw(7)<<ys[i
+1]<<setw(7)<<xg[i+1]<<setw(9)<<
E[i+1] < setw(9) < N[i] < setw(9) < X[i+1] < setw(9) < T[i] < endl;
      }
      outfile<<"kcend: "<<setprecision(2)<<kckrisimo<<endl;
      x2=ypol_xg(xs[i-1],ys[i-1],xg[i-2],yg[i-2],gwnia_delta2,gwnia_a1);
      y2=ypol_yg(xg[i-2],yg[i-2],xg[i-1],gwnia_a1);
      x3=ypol_xg(xs[i],ys[i],x2,y2,0,gwnia_a2);
      y3=ypol_yg(x2,y2,x3,gwnia_a2);
outfile<<setw(8)<<(i-
1)<<fixed<<setprecision(1)<<setw(8)<<radtodeg(gwnia a1)<<setw(8)<<radtodeg(
gwnia_delta2)<<setprecision(2)<<setw(7)<<xs[i-1]<<setw(7)<<ys[i-1]<
1 < setw(7) < x2 < setw(7) < y2 < setw(10) < diafora < endl;
outfile<<setw(8)<<(i)<<fixed<<setprecision(1)<<setw(8)<<radtodeg(gwnia_a2)<<
setw(8)<<radtodeg(delta[i])<<setprecision(2)<<setw(7)<<xs[i]<<setw(7)<<ys[i]<
<setw(7)<<x3<<setw(7)<<y3<<setw(10)<<diafora<<setw(9)<<En<<endl;</pre>
      outfile<<"kcend="<<setprecision(3)<<klast<<endl;</pre>
}
  }
  while ((fabs(kc-kckrisimo)>0.011));
  return 0;}
```

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Sakellariou, M., Ferentinou, M. & Charalambous, S. (2006). *An integrated GIS tool for seismic induced landslide hazard mapping,* First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Geneva, paper ID: 1365.

Sarma, S. K. & Tan, D. (2006). *Determination of critical slip surface in slope analysis,* Géotechnique **56**, No. 8, 539-550.

Stroustrup, B. (2003). Η γλώσσα προγραμματισμού C++, Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Tan, D. (2006). *Seismic slope safety – determination of critical slip surface using acceptability criteria,* PhD Thesis, Department of Civil Engineering, Imperial College, University of London.

Σακελλαρίου, Μ. (2008). Γεωτεχνική Μηχανική, ΕΜΠ.

Σακελλαρίου, Μ. (2008). Εδαφομηχανική, ΕΜΠ.

## ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

http://www.cplusplus.com (The C++ Resources Network)