



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΥΝΔΕΤΗΡΩΝ ΣΕ ΔΟΚΟ
ΑΠΟ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ ΥΠΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΨΥΛΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

Επιβλέπων: ΒΑΔΑΛΟΥΚΑ Β.Γ.

Επικ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π

Μέλη: ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ Γ.Α.

Καθηγητής Ε.Μ.Π

ΜΑΝΩΛΑΚΟΣ Δ.

Καθηγητής Ε.Μ.Π

ΑΘΗΝΑ 2009

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε στον Τομέα Μηχανικής του Ε.Μ. Πολυτεχνείου. Η υπόδειξη του θέματος έγινε από την Επίκ. Καθ. κα. Β. Γ. Βαδαλούκα, την οποία και ευχαριστώ θερμά για την καθοδήγηση, την επίβλεψη και την άριστη συνεργασία που είχαμε, καθώς επίσης και τον Καθηγητή κο. Γ. Α. Παπαδόπουλο, τους οποίους εκτιμώ βαθύτατα και τους ευχαριστώ για την ευκαιρία που μου έδωσαν να ασχοληθώ με τον συγκεκριμένο τομέα έρευνας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ.....	2
1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ.....	2
1.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	12
1.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΟΣ ΒΑΘΜΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ.....	13
1.4 ΟΙ ΦΥΣΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΩΝ ΔΟΚΩΝ ΥΠΟ ΚΑΜΠΤΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ.....	25
1.5 ΟΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ (ΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ REYLEIGH ΚΑΙ REYLEIGH-RITZ).....	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (STRAIN GAGES).....	38
2.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	38
2.2 Η ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΩΝ STRAIN GAGES.....	39
2.3 ΤΑ STRAIN GAGES ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ.....	42
2.4 ΟΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΣΤΑ STRAIN GAGES.....	43
2.5 Η ΓΕΦΥΡΑ WHEATSTONE.....	44
2.6 ΑΛΛΑ ΕΙΔΗ ΜΕΤΡΗΤΗ ΕΠΙΜΗΚΥΝΣΕΩΝ.....	46
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΟΥ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΟΡΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΝΤΟΧΗΣ ΑΠΟ ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΔΥΝΑΜΗ.....	48
3.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	48
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	56
4.1 ΜΟΡΦΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ.....	56
4.2 ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΧΑΛΥΒΔΙΝΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ ΟΠΛΙΣΜΟΥ.....	58
4.3 ΣΚΥΡΟΔΕΤΗΣΗ.....	63
4.4 ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ.....	68
4.5 ΜΕΤΡΗΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ.....	71
4.6 ΕΞΑΓΩΓΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.....	72

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	95
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	95
5.2 ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	95
5.3 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ – ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ.....	103
5.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	131
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	133

ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΛΗΨΗ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΥΝΔΕΤΗΡΩΝ ΣΕ ΔΟΚΟ ΑΠΟ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ ΥΠΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

Στην εργασία αυτή θα γίνει μελέτη της πειραματικής απόκρισης συνδετήρων σε δοκό από οπλισμένο σκυρόδεμα υπό δυναμική φόρτιση. Η δοκός αποτελεί μέρος ενός στοιχείου υποστυλώματος –προβόλου δοκού. Τα εφαρμοζόμενα φορτία ασκούνται στο άκρο της δοκού και μεταβάλλονται τόσο κατά εύρος όσο και κατά συχνότητα.

Συγκεκριμένα:

Έγινε αρχικά η κατασκευή των δοκιμίων, που ήταν σε σχεδόν πραγματική κλίμακα. Τα κυρίως δοκίμια αποτελούνταν από υποστύλωμα και δοκό διατομής 250mm x 250mm και μήκους τουλάχιστον 1500 mm. Αυτά οπλίστηκαν με χάλυβα S500s και κλωβούς συνδετήρων. Επί των κλωβών τοποθετήθηκαν ηλεκτρικοί μετρητές παραμορφώσεων (strain gages) κατάλληλοι για μέταλλα. Επίσης ηλεκτρικοί μετρητές παραμορφώσεων κατάλληλοι για σκυρόδεμα, τοποθετήθηκαν σε αντίστοιχες θέσεις της επιφάνειας σκυροδέματος, όπου με την εγκατάσταση των απαιτούμενων οργάνων και του λογισμικού είναι δυνατή η ταχεία λήψη, αποθήκευση και επεξεργασία αποτελεσμάτων.

Στη συνέχεια, τα κυρίως δοκίμια υποβλήθηκαν σε κρουστικά φορτία και εναλλασσόμενα φορτία συχνότητας 5-15 Hz, με αυξανόμενη ένταση έως τη τελική θραύση τους. Η όλη διαδικασία μαγνητοσκοπήθηκε ηλεκτρονικά και ταυτόχρονα υπήρξε συνεχής καταγραφή της απόκρισης των ηλεκτρικών μηκυνσιομέτρων.

Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων της εργασίας αυτής αφορά μετρήσεις μικρής έντασης φορτίου, επομένως απέχουν από την ρηγμάτωση του δοκιμίου που πραγματοποιήθηκε σε μεγαλύτερα φορτία. Η αντίστοιχη επεξεργασία θα γίνει από άλλους ερευνητές.

Τέλος σημειώνεται ότι υπάρχει πολύ περιορισμένος αριθμός βιβλιογραφικών αναφορών σε πειραματικές μελέτες που αφορούν τη διάδοση κύματος στον εγκάρσιο οπλισμό, καθώς και την απόκριση του σε υψηλές συχνότητες, όπως πειράματα στο Πανεπιστήμιο της California [1,2], που έχουν γίνει σε σπειροειδή εγκάρσιο οπλισμό. Αναφέρονται επίσης αντίστοιχες πειραματικές διαδικασίες για την συμπεριφορά του οπλισμού σε ειδικές περιπτώσεις όπως για παράδειγμα τον βαθμό περίσφιξης [3] ή την κατανομή των τάσεων σε υπερκάλυψη [4].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Ταλαντώσεις Κατασκευών

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ

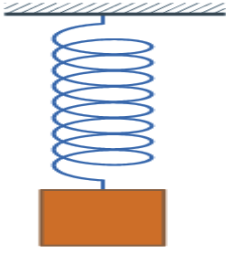
Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται διάφοροι χρήσιμοι ορισμοί σε πολύ απλή μορφή. Σκοπός της παραγράφου 1.5 είναι η εύκολη και γρήγορη κατανόηση των βασικών θεωρητικών στοιχείων από οποιονδήποτε αναγνώστη, ανεξαρτήτως του βαθμού εξοικείωσης του σε θέματα μηχανικής.

Ταλάντωση

Στη [Φυσική](#) με τον όρο ταλάντωση χαρακτηρίζεται οποιαδήποτε παλινδρομική [κίνηση](#) γύρω από συγκεκριμένη [θέση ισορροπίας](#) [5,6].

Για παράδειγμα το [εκκρεμές](#), όταν αιωρείται, εκτελεί ταλάντωση. Αυτό σημαίνει πως παλινδρομεί (πηγαινοέρχεται) γύρω από την ίδια συγκεκριμένη θέση. Συνεπώς ταλάντωση μπορεί να είναι και η περιοδική μεταβολή οποιουδήποτε μεγέθους π.χ. του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού ρεύματος σε ένα κύκλωμα ανάμεσα στη μέγιστη και ελάχιστη τιμή του.

Εν προκειμένω και με τον όρο δονήσεις χαρακτηρίζονται οι γρήγορες ταλαντώσεις μικρού όμως πλάτους. Για παράδειγμα δονήσεις εκτελεί μια τεντωμένη [χορδή](#) όταν αφήνεται ελεύθερη.



Σχήμα 1.1 Ένα πακτωμένο σύστημα μάζας-ελατηρίου που εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις

Απλά συστήματα

Το απλούστερο μηχανικό σύστημα ταλάντωσης είναι μια μάζα συνδεδεμένη σε ένα ιδανικό [ελατήριο](#) που δεν εφαρμόζει πάνω του καμιά άλλη δύναμη (εκτός της θέσης ισορροπίας, το σύστημα αυτό είναι ισοδύναμο με κάποιο που εφαρμόζει πάνω του μια σταθερή [δύναμη](#), όπως η δύναμη [βαρύτητας](#)). Ένα τέτοιο σύστημα μπορεί να προσομοιωθεί με προσέγγιση στον αέρα ή πάνω στον πάγο. Το σύστημα είναι σε θέση [ισορροπίας](#) όταν το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος. Αν το σύστημα απομακρυνθεί από την θέση ισορροπίας του (δηλαδή το ελατήριο τεντωθεί ή συσπειρωθεί), τότε δρα μια [δύναμη επαναφοράς](#) στη μάζα που τείνει να την επαναφέρει στη θέση ισορροπίας. Όμως, κινούμενη η μάζα πίσω στη θέση ισορροπίας αποκτά [ορμή](#), η οποία την κάνει να συνεχίσει να κινείται και πέρα από τη θέση ισορροπίας, και έτσι εμφανίζεται μια νέα δύναμη επαναφοράς που τείνει να επαναφέρει τη μάζα στη θέση ισορροπίας. Ο χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρωθεί μια πλήρης ταλάντωση ονομάζεται [περίοδος της ταλάντωσης](#).

Απλή αρμονική ταλάντωση

Το σύστημα ελατηρίου-μάζας αποτελεί παράδειγμα αρμονικού ταλαντωτή.

Απλή (γραμμική) αρμονική ταλάντωση ονομάζεται η [ταλάντωση](#) κατά την οποία η [τροχιά](#) είναι ευθύγραμμη (απλή) και η απομάκρυνση του κινητού από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονοειδής (αρμονική) συνάρτηση του χρόνου.

Παραδείγματα απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι το σύστημα ιδανικού ελατηρίου - μάζας και το απλό [εκκρεμές](#) για μικρές γωνίες εκτροπής, και με την προϋπόθεση και για τα δύο παραδείγματα ότι δεν υπάρχουν απώλειες μηχανικής ενέργειας, όπως λόγω τριβών.

Χαρακτηριστικά μεγέθη της ταλάντωσης

Έστω ένα υλικό σημείο το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον άξονα x' με θέση ισορροπίας ($x = 0$) την αρχή του άξονα. Τα χαρακτηριστικά μεγέθη αυτής της κίνησης είναι η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας, το πλάτος της ταλάντωσης A , η στιγμιαία φάση, η αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης, η κυκλική συχνότητα ω , η περίοδος T και η συχνότητα f της ταλάντωσης.

- **Απομάκρυνση x :** Είναι η αλγεβρική τιμή του διανύσματος \vec{x} από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Μονάδα στο S.I. είναι το [μέτρο](#) (m).
- **Πλάτος A :** Είναι η απόλυτη τιμή της μέγιστης απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας.
- **Στιγμιαία φάση:** Είναι η γωνία η οποία καθορίζει κάθε στιγμή μέσω του ημιτόνου τη στιγμιαία τιμή της απομάκρυνσης. Μετράται σε rad.
- **Αρχική φάση φ_0 :** Είναι η τιμή της στιγμιαίας φάσης την αρχή της μέτρησης του χρόνου, και συνεπώς καθορίζει την απομάκρυνση

του κινητού εκείνη τη στιγμή. Έχει εύρος τιμών $0 \leq \phi_0 < 2\pi$.

- **Κυκλική συχνότητα ω :** Εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της στιγμιαίας

φάσης ως προς τον χρόνο, $\omega = \frac{d\phi}{dt}$. Συνδέεται με την περίοδο με

τη σχέση $\omega = \frac{2\pi}{T}$ και με τη συχνότητα με την σχέση $\omega = 2\pi f$.

- **Περίοδος T :** Είναι το χρονικό διάστημα στο οποίο εκτελείται μια πλήρη ταλάντωση, δηλαδή είναι ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μεταβάσεων του κινητού από την ίδια θέση και με την ίδια φορά. Μετράται σε δευτερόλεπτα (s) στο S.I.

- **Συχνότητα f :** Είναι το πλήθος των επαναλήψεων που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου, δηλαδή $f = \frac{N}{t}$, όπου N είναι το πλήθος των επαναλήψεων και t είναι ο χρόνος. Είναι μέγεθος αντίστροφο της περιόδου και έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το Hz ή s^{-1} .

Κινηματική της απλής αρμονικής ταλάντωσης

Η [απομάκρυνση](#) στην απλή αρμονική ταλάντωση δίνεται από τον γενικό τύπο $x = A \sin(\omega t + \phi_0)$. Στην περίπτωση που το κινητό βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική φορά την χρονική στιγμή $t = 0$ τότε η αρχική φάση ϕ_0 είναι μηδέν και η παραπάνω εξίσωση γίνεται $x = A \sin(\omega t)$

Η [ταχύτητα](#) είναι ο ρυθμός μεταβολής της απομάκρυνσης

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(A \sin(\omega t + \phi_0))}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi_0)$$

. Ο παράγοντας ωA συμβολίζεται με v_{max} και αποτελεί τη μέγιστη τιμή της ταχύτητας (πλάτος ταχύτητας) στην ταλάντωση, που αποκτάται στη θέση ισορροπίας.

Η [επιτάχυνση](#) είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega A \cos(\omega t + \phi_0))}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi_0)$$

. Ο παράγοντας

$\omega^2 A$ συμβολίζεται με α_{max} και αποτελεί τη μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης (πλάτος επιτάχυνσης) στην ταλάντωση, που αποκτάται στις ακραίες θέσεις ταλάντωσης. Η επιτάχυνση χρησιμοποιώντας την εξίσωση απομάκρυνσης μπορεί να γραφεί $\alpha = -\omega^2 x$.

Αποδεικνύονται επίσης οι εξής σχέσεις: $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ και $\alpha = \pm\omega\sqrt{v_{max}^2 - v^2}$.

Φθίνουσες και εξαναγκασμένες ταλαντώσεις

Στα πραγματικά συστήματα, σύμφωνα με τον [δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο](#) υπάρχει μια συνεχής και αναπόφευκτη μετατροπή ενέργειας που απελευθερώνεται ως [θερμότητα](#) στο περιβάλλον. Ως εκ τούτου, όλες οι ταλαντώσεις τείνουν να φθίνουν με την πάροδο του χρόνου (*φθίνουσες ταλαντώσεις*), εκτός αν υπάρχει μια πηγή που προσφέρει ενέργεια στο σύστημα σε αξιοποιήσιμη μορφή. Επίσης σε ένα ταλαντούμενο σύστημα μπορεί να εφαρμόζει μια εξωτερική δύναμη (συχνά [ημιτονοειδής](#)), όπως όταν ένα σύστημα πηνίου-πυκνωτή συνδεθεί με μια εξωτερική πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος. Οι ταλαντώσεις αυτές ονομάζονται *εξαναγκασμένες*.

Σύνθεση ταλαντώσεων

Ο αρμονικός ταλαντωτής και τα συστήματα τα οποία περιγράφει έχουν ένα απλό [βαθμό ελευθερίας](#). Πιο πολύπλοκα συστήματα έχουν περισσότερους βαθμούς ελευθερίας, για παράδειγμα δύο μάζες και τρία ελατήρια (με κάθε μάζα πακτωμένη σε σταθερά σημεία και συνδεδεμένες μεταξύ τους). Σε τέτοιες περιπτώσεις, η συμπεριφορά κάθε μεταβλητής επηρεάζει τη συμπεριφορά της άλλης. Αυτό οδηγεί σε μια *σύνθεση των ταλαντώσεων* και των βαθμών ελευθερίας κάθε μίας. Για παράδειγμα δύο ρολόγια με εκκρεμή που τα έχουμε κρεμάσει στον ίδιο τοίχο τείνουν να συγχρονίζονται.

Κύμα

Εκτός από τα [κύματα](#) της θάλασσας που κλυδωνίζονται τα [πλοία](#) και τα γνωστά "κλιματολογικά" ψύχους και καύσωνα υπάρχουν πολλά ακόμη είδη κυμάτων που όλα όμως έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό: μεταφέρουν [ενέργεια](#). Ιδιαίτερα τα φωτεινά και ηχητικά κύματα επιτρέπουν ακόμα και την [επικοινωνία](#) σε μεγάλες αποστάσεις.

Ορισμός

Στη [Φυσική](#) ο όρος Κύμα (wave) (εκ του αρχαίο ελληνικού ρήματος "κύω" = φουσκώνομαι) χαρακτηρίζει τη μεταφορά [ενέργειας](#) διαμέσου ενός [υλικού](#) ή ακόμη και στο [κενό](#). Η μεταφορά αυτή (μετάδοση) γίνεται ως παλμική κίνηση από [μόριο](#) σε μόριο.

Για παράδειγμα ένα κύμα που κινείται στην επιφάνεια της θάλασσας αναγκάζει κάθε σώμα που επιπλέει να ανεβοκατεβαίνει. Τούτο συμβαίνει από την ενέργεια που μεταφέρει το κύμα και η οποία τελικά προκαλεί ταλαντώσεις στο σώμα που επιπλέει. Το ίδιο συμβαίνει και στον αέρα. Όταν ένα ηχητικό κύμα "ταξιδεύει" τα μόρια του αέρα ταλαντώνονται.

Κύρια χαρακτηριστικά

- **Όρος ή Κορυφή κύματος ονομάζεται το ανώτερο σημείο μετατόπισης που μπορεί να βρεθεί το σημείο ενός υλικού σε ορισμένη χρονική στιγμή. (Δηλαδή για παράδειγμα, το ανώτερο σημείο που μπορεί να βρεθεί μια λέμβος σε συγκεκριμένο υφιστάμενο κυματισμό).**
- **Κοιλία κύματος ονομάζεται το ακριβώς αντίθετο του όρους ή της κορυφής του κύματος, δηλαδή το κατώτερο σημείο μετατόπισης που μπορεί να βρεθεί το σημείο ενός υλικού σε ορισμένη χρονική στιγμή. (Δηλαδή στο παράδειγμα το κατώτερο σημείο που μπορεί να βρεθεί η λέμβος στο συγκεκριμένο υφιστάμενο κυματισμό).**

Άλλα χαρακτηριστικά ενός κύματος είναι:

- το [πλάτος κύματος](#),
- το [μήκος κύματος](#),
- η [Συχνότητα](#),
- η [Κυματομορφή](#) και
- η [Φάση κύματος](#).

Είδη κυμάτων

- [Διαμήκη κύματα](#)
- [Εγκάρσια κύματα](#)
- [Αρμονικά κύματα](#)
- [Στάσιμα κύματα](#)
- [Τετραγωνικά κύματα](#)
- [Εκρηκτικά κύματα](#)
- [Ηλεκτρομαγνητικά κύματα](#)
- [Ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας](#)
- [Θαλάσσια κύματα](#)
- [Παλιρροιακά κύματα](#)

Σημειώσεις

- Η μεταφερόμενη ενέργεια των κυμάτων εκτός από κινητική ή δυναμική μπορεί να είναι και ηλεκτρική ή μαγνητική ή και συνδυασμός αυτών.

Κυματική

Η Κυματική αποτελεί ιδιαίτερο κλάδο της [Φυσικής](#) που κύριο αντικείμενο έρευνας έχει την μεταφορά [ενέργειας](#) σε μορφή [κύματος](#).

Συνεπώς η Κυματική προσδιορίζει και εξετάζει όλα τα χαρακτηριστικά ενός κύματος καθώς επίσης και τα είδη αυτών. Ανάλογα με το είδος αυτών των

κυμάτων λαμβάνει και ακόμη ποιό ιδιαίτερη ονομασία όπως κυματική ηλεκτρομαγνητική, κυματική οπτική, πυρηνική κυματική κλπ.

Πλάτος κύματος

Ως Πλάτος κύματος χαρακτηρίζεται η καθ' ύψος μέγιστη μετατόπιση ενός σημείου, από το σημείο ισορροπίας του κατα τη διέλευση ενός [κύματος](#).

Για παράδειγμα οι ισχυροί άνεμοι δημιουργούν υψηλό κυματισμό είτε στις θάλασσες είτε στις λίμνες. Πλάτος του θαλάσσιου κύματος ονομάζεται το ύψος του όρους ή της κορυφής ή και το βάθος της κοιλίας του (κύματος), μετρούμενα πάντα από την κανονική στάθμη ή μέση κανονική στάθμη.

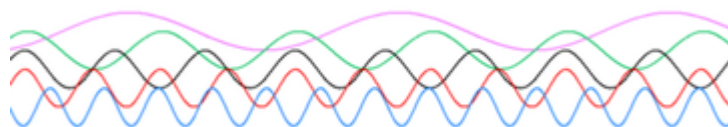
Συνεπώς όσο μεγαλύτερο πλάτος παρουσιάζει ένα κύμα τόσο μεγαλύτερη [ενέργεια](#) μεταφέρει.

Τα ηχητικά κύματα μεγάλου πλάτους ακούγονται ποιό δυνατά από εκείνα με μικρό πλάτος.

Αν θεωρηθεί πως ο όρος μετατόπιση σημαίνει απομάκρυνση ενός σημείου του χώρου από την θέση του, ή από την θέση ισορροπίας του, τότε το πλάτος κύματος αποτελεί τη μέγιστη τιμή της μετατόπισης.

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Συχνότητα



Σχήμα 1.2 Πέντε [Κύματα](#) διαφόρων συχνοτήτων

Συχνότητα ονομάζουμε τον αριθμό των επαναλήψεων ενός γεγονότος στη μονάδα του [χρόνου](#).

Μονάδα μέτρησης

Στο σύστημα SI η συχνότητα μετριέται σε Hertz (Χερτζ), απο το όνομα του Γερμανού φυσικού Χάινριχ Χερτζ (Heinrich Rudolf Hertz), ή σε κύκλους. Η συχνότητα ενός (1) Hz (Hertz), ή ενός κύκλου, ισοδυναμεί με μία ταλάντωση ανά δευτερόλεπτο. Πολλαπλάσιες μονάδες αυτού είναι το κιλοχέρτζ kHz ή χιλιοκύκλος (=1000 Hz) και το μεγαχέρτζ MHz ή megacyklos που ισούται με 1.000.000 Hz.

Υπολογισμός συχνότητας

Μια μεθοδος για να υπολογίσουμε την συχνότητα (f) είναι με τη βοήθεια της τιμής της περιόδου ενός γεγονότος. Η σχέση που συνδέει τη συχνότητα με την περίοδο είναι η ακόλουθη:

$$f = \frac{1}{T}$$

όπου T είναι η περίοδος.

Συχνότητα των κυμάτων

Γνωρίζοντας τη συχνότητα κάποιου κύματος (π.χ. του ήχου ή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων - ραδιοφωνικά κύματα και φως), μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των μηκών κύματος που θα περάσουν από ένα συγκεκριμένο σημείο του χώρου στη μονάδα του χρόνου.

Η συχνότητα όπως γίνεται φανερό παραπάνω, σχετίζεται και με το μήκος κύματος. Σε ένα κύμα, η συχνότητα f είναι ανάλογη της ταχύτητας v του κύματος και αντιστρόφως ανάλογη του μήκους λ του κύματος:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Αν αναφερόμαστε σε ηλεκτρομαγνητικά κύματα που διαδίδονται στο [κενό](#), η ταχύτητα είναι $v = c$, όπου c η ταχύτητα του φωτός :

Ταχύτητα

Ως ταχύτητα ενός σώματος ορίζεται ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του ως προς το χρόνο, όπως αυτή μετράται σε ένα δεδομένο [σύστημα συντεταγμένων](#). Στην [κινηματική](#), είναι μέγεθος [διανυσματικό](#), δηλαδή χαρακτηρίζεται τόσο από το μέτρο (μέγεθος) της, όσο και από τη φορά (κατεύθυνση) της.

Συμβολισμός

Έχει καθιερωθεί να συμβολίζεται η ταχύτητα στην κινηματική με το λατινικό γράμμα "v", ενώ στα ελληνικά χρησιμοποιείται αρκετές φορές αντίστοιχα το γράμμα "[υ](#)"

Φυσική έκφραση (ή περιγραφή)

Εκφράζει φυσικά (ή περιγράφει) τον ρυθμό μεταβολής της θέσης ενός σώματος, δηλαδή το πόσο διάστημα διανύει στη μονάδα του χρόνου. Η ταχύτητα διακρίνεται σε μέση ταχύτητα και σε στιγμιαία ταχύτητα. Ως μέση ταχύτητα (v) ενός σώματος κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος ορίζεται το πηλίκο της απόστασης (d) που διανύθηκε προς το χρονικό διάστημα (t) που χρειάστηκε για τη μετατόπιση, ενώ ως φορά της ταχύτητας ορίζεται η φορά αυτής της μετατόπισης:

$$v = \frac{d}{t}$$

Η στιγμιαία ταχύτητα θεωρείται ως η ταχύτητα ενός σώματος σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Ορίζεται ως το [όριο](#) της μέσης ταχύτητας του σώματος σε χρονικά διαστήματα ολοένα και πιο μικρά γύρω από τη δεδομένη χρονική

στιγμή. Καθώς το χρονικό διάστημα τείνει στο μηδέν, η ταχύτητα τείνει σε μια τιμή που ορίζεται ως η στιγμιαία ταχύτητα κατά τη χρονική στιγμή t .

Η ταχύτητα ενός σώματος μεταβάλλεται όταν μεταβάλλεται είτε το μέτρο της ταχύτητας (το σώμα κινείται γρηγορότερα ή αργότερα) είτε η φορά της (το σώμα "στρίβει" και αλλάζει κατεύθυνση). Λέμε τότε ότι το σώμα επιταχύνεται.

Σύμφωνα με την αρχή της αδράνειας, η ταχύτητα ενός σώματος που δεν δέχεται καμιά επίδραση παραμένει σταθερή, δηλαδή ευθύγραμμη και ισοταχής.

Μαθηματική περιγραφή

Κατά τη μελέτη της κινηματικής, θεωρούμε το σώμα υλικό σημείο, δηλαδή υποθέτουμε ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις διαστάσεις του στην περιγραφή της κίνησής του. Η θέση του σώματος τότε δίνεται από το διάνυσμα θέσης $x(t)$ του σημείου κατά τη χρονική στιγμή t . Καθώς το σημείο διαγράφει την τροχιά του, το διάνυσμα θέσης μεταβάλλεται κατά Δx σε χρονικό διάστημα Δt . Το όριο του πηλίκου $\Delta x/\Delta t$, καθώς το Δt τείνει στο μηδέν ορίζεται ως η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος κατά τη χρονική στιγμή t :

$$v = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Σύμφωνα με τη μαθηματική ορολογία, λέμε ότι η ταχύτητα είναι η παράγωγος του διανύσματος θέσης ως προς το χρόνο. Αν παραστήσουμε γεωμετρικά την τροχιά ως καμπύλη στο χώρο, το διάνυσμα της ταχύτητας είναι εφαπτόμενο στην τροχιά στο δεδομένο σημείο.

Αντίστοιχα, η μεταβολή του διανύσματος της ταχύτητας με το χρόνο μας δίνει το διάνυσμα της επιτάχυνσης a του υλικού σημείου:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}$$

Μονάδα Μέτρησης

Στο σύστημα μονάδων [S.I.](#), η [μονάδα μέτρησης](#) της ταχύτητας είναι το 1 μέτρο/δευτερόλεπτο, που συμβολίζεται:

1 m / sec (= 1 meter / second)

1.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η δυναμική συμπεριφορά των κατασκευών στη πράξη είναι πολύ πολύπλοκη. Επομένως, για τη μελέτη αυτής είναι απαραίτητο να γίνουν απλοποιήσεις και να εξετασθούν οι βασικές αρχές των ταλαντώσεων απλών συστημάτων [7]. Κάθε δυναμικό σύστημα έχει ορισμένα

πολλαπλότητα βαθμών ελευθερίας. Η πολλαπλότητα των βαθμών ελευθερίας ισούται προς τον αριθμό των ανεξαρτήτων συντεταγμένων, των απαιτούμενων για τον πλήρη καθορισμό της μετατόπισης του συστήματος. Ούτω, στερεό σώμα κινούμενο επί του επιπέδου $\chi\gamma$ έχει τριπλό βαθμό ελευθερίας, διότι για τον καθορισμό της μετατόπισης του πρέπει να είναι γνωστές οι μετακινήσεις του κατά τους άξονες χ και γ , καθώς και η τυχόν περιστροφή του περί τον άξονα ζ , κάθετων επί του επιπέδου $\chi\gamma$. Εξ' άλλου, η μετατόπιση ελαστικού σώματος είναι απαραίτητο να καθορισθεί σε κάθε σημείο του σώματος με τη βοήθεια κάποιας συνεχούς εξίσωσης, και επομένως το ελαστικό σώμα έχει άπειρο αριθμό βαθμών ελευθερίας. Στα προβλήματα ταλαντώσεων ο αριθμός των τρόπων ταλάντωσης, κατά τους οποίους η κατασκευή δύναται να διεγερθεί ισούται προς τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας της.

Στο κεφάλαιο αυτό, αφού αναπτυχθούν τα σχετικά με την ταλάντωση συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας, θα μελετηθούν οι καμπτικές ταλαντώσεις δοκών, και εν συνεχεία οι ταλαντώσεις σε πλάκα και απλά κελύφη. Η μελέτη των καμπτικών ταλαντώσεων των δοκών θα περιορισθεί μόνον στην περίπτωση λεπτών δοκών, παραμορφωμένων στην ελαστική περιοχή, στην οποία η επίδραση της διατμητικής παραμόρφωσης και της αδρανείας περιστροφής των δύναται να θεωρηθεί ως ασήμαντη. Επιπλέον γίνεται παραδεκτό ότι μόνο αρμονικές δυνάμεις, επιβαλλόμενες σε κάποια σημεία της δοκού, επενεργούν, και η απόσβεση της ταλάντωσης του συστήματος είναι αμελητέα. Η μελέτη της ταλάντωσης πλακών και κελυφών περιορίζεται και πάλι μόνον σε ελαστικές παραμορφώσεις των κατασκευών και ειδικώς μελετώνται ορθογώνιοι και κυκλικοί πλάκες και κυλινδρικά κελύφη.

1.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΟΣ ΒΑΘΜΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

Στη στοιχειώδη θεωρία των αρμονικών ταλαντώσεων, η μετατόπιση u σώματος m εξισορροπείται υπό αβαρές και ελαστικό ελατήριο

σταθεράς k , και απόσβεση της ταλάντωσης δεν υπάρχει, εκ της εφαρμογής του βασικού νόμου της μηχανικής (νόμου του Νεύτωνα) ισχύει η σχέση:

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + ku = 0 \quad (1.1)$$

Η διαφορική αυτή εξίσωση έχει δύο ανεξάρτητες λύσεις, οι οποίες λαμβάνονται από την πρόσθεση συναρτήσεων της μορφής $u=ae^{bt}$. Από την αντικατάσταση της τιμής αυτής της συνάρτησης u στη σχέση (1.1) βρίσκεται η τιμή της σταθεράς b ίση προς:

$$b = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.2)$$

Εάν θέσουμε τη ρίζα της σχέσης (1.2) ως ω_0

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.3)$$

η σχέση (1.2) γίνεται:

$$b = \pm i \omega_0 \quad (1.4)$$

και το μέγεθος ω καλείται κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.

Προσθέτοντας δύο λύσεις της μορφής $u=ae^{bt}$, λαμβάνουμε την κάτωθι λύση της διαφορικής εξίσωσης (1.1):

$$u = a_1 e^{i\omega_0 t} + a_2 e^{-i\omega_0 t} \quad (1.5)$$

Εισάγοντας στη σχέση (1.5) την τιμή:

$$e^{\pm i\omega_0 t} = \cos \omega_0 t \pm i \sin \omega_0 t$$

και ανακατατάσσοντας τους όρους της λαμβάνουμε:

$$u = C \cos \omega_0 t + D \sin \omega_0 t \quad (1.6)$$

όπου οι σταθερές δίδονται υπό των σχέσεων $C = (a_1 + a_2)$ και $D = i(a_1 - a_2)$. Οι σταθερές C και D είναι δυνατόν να προσδιορισθούν από τις αρχικές συνθήκες

του προβλήματος. Εάν, κατά την έναρξη της ταλάντωσης ($t = 0$), η μετατόπιση είναι $u = 0$, ισχύει ότι $C = 0$ και η σχέση (1.6) γίνεται:

$$u = u_0 \sin \omega_0 t \quad (1.7)$$

όπου u_0 είναι το εύρος της ταλάντωσης. Ο απαιτούμενος χρόνος τ για μία πλήρη ταλάντωση καλείται περίοδος και ισούται προς:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.8)$$

Από τη σχέση αυτή συνάγεται ότι η κυκλική συχνότητα ω_0 ισούται με τον αριθμό των ταλαντώσεων σε χρόνο ίσο προς 2π .

Η εξετασθείσα ταλάντωση ανήκει στην απλή περίπτωση, όπου το ελατήριο ελαστικής σταθεράς k , θεωρείται αβαρές και επομένως δύναται να πασαλειφθεί η αδράνεια του. Έτσι, η απλή αυτή σχέση δύναται να εφαρμοσθεί με ικανοποιητική ακρίβεια στην περίπτωση κινήσεως μεγάλων φορτίων προσδεμένων σε ελαφρές ελαστικές ράβδους. Οπότε, εάν ελαστικό στέλεχος μήκους l , σταθεράς διατομής S , και μέτρου ελαστικότητας E , χρησιμοποιηθεί για την εξάρτηση του βάρους μάζας m , ισχύει ότι $k = ES/l$ και επομένως η περίοδος τ δίδεται από τη σχέση:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{ES}}$$

Εάν λεπτή κυλινδρική ράβδος διαμέτρου $2R$, μήκους l , και μέτρου διατμήσεως G , υποβληθεί σε ταλάντωση στρέψεως, η σταθερά k λαμβάνει την τιμήν:

$$k = \frac{\pi GR^4}{2l}$$

και η περίοδος τ γίνεται:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{2ml}{\pi GR^4}}$$

Τέλος, για την λεπτή αμφιέριστη δοκό, μήκους l , και καμπτικής δυσκαμψίας EI , φέρουσα ταλαντωμένο βάρος στο μέσον της, ισχύει ότι:

$$k = \frac{48EI}{l^3}$$

και

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{ml^3}{48EI}}$$

Οι δύο τελευταίες σχέσεις περιγράφουν προσεγγιστικά τον χαμηλότερο τρόπο ταλαντώσεως αφόρτιστης λεπτής αμφιέριστης δοκού, μάζας m .

Η απλή εξίσωση (1.1) τροποποιείται στην περίπτωση κατά την οποία υπάρχουν δυνάμεις τριβής, οι οποίες αντιτίθενται στην κίνηση του σώματος. Στην περίπτωση αυτή οι ταλαντώσεις αποσβένονται και η ενέργεια ταλαντώσεων προοδευτικώς μεταβάλλεται σε θερμότητα. Εάν, αυτές οι δυνάμεις θεωρηθούν τριβής τέτοιες ώστε να αναπτυχθεί γραμμική, ιξώδους μορφής, απόσβεση, κατά την οποία η δύναμη τριβής είναι ανάλογη της ταχύτητας du/dt , η σχέση (1.1) γράφεται ως:

$$m \frac{d^2u}{dt^2} + a \frac{du}{dt} + \beta u = 0 \quad (1.9)$$

όπου ο συντελεστής a μετράει το μέγεθος της αποσβέσεως. Λύνοντας αυτή την διαφορική εξίσωση κατά αυτόν τον τρόπον όπως και προηγουμένως, λαμβάνουμε:

$$m\phi^2 + a\phi + \beta = 0 \quad (1.10)$$

όπου:

$$\phi = -\frac{a}{2m} \pm i \left(\frac{\beta}{m} - \frac{a^2}{4m^2} \right)^{1/2} \quad (1.11)$$

Εάν η απόσβεση είναι μικρή, δηλαδή εάν $a^2/4m^2 \ll \beta/m$, η επίλυση δύναται να συνεχισθεί όπως και η απλή περίπτωση χωρίς τριβές, και η λύση της διαφορικής εξισώσεως (12.9) λαμβάνει την μορφή:

$$u = e^{-at/2m} \cdot (C\sin\omega t + D\cos\omega t) \quad (1.12)$$

όπου οι σταθερές C και D καθορίζονται από τις αρχικές συνθήκες τού προβλήματος, και η κυκλική συχνότητα ω δίδεται από τη σχέση:

$$\omega = \left[\frac{\beta}{m} - \frac{a^2}{4m^2} \right]^{1/2} \quad (1.13)$$

Από τη σχέση αυτή συνάγεται ότι η συχνότητα των αρμονικών αυτών ταλαντώσεων ελαφρώς μειώνεται από την έλξη των τριβών, και το εύρος των ταλαντώσεων σταθερώς ελαττώνεται λόγω της υπάρξεως του εκθετικού παράγοντα $e^{-at/2m}$ στη σχέση (1.12). Το σχήμα 1.1 δείχνει την μορφή της ταλαντώσεως για την περίπτωση μηδενικής αποσβέσεως (α) και θετικής αποσβέσεως (β). Η ελάττωση της ταλάντωσης συνήθως μετρείται από τη λογαριθμική απώλεια, η οποία δίνεται από τη σχέση:

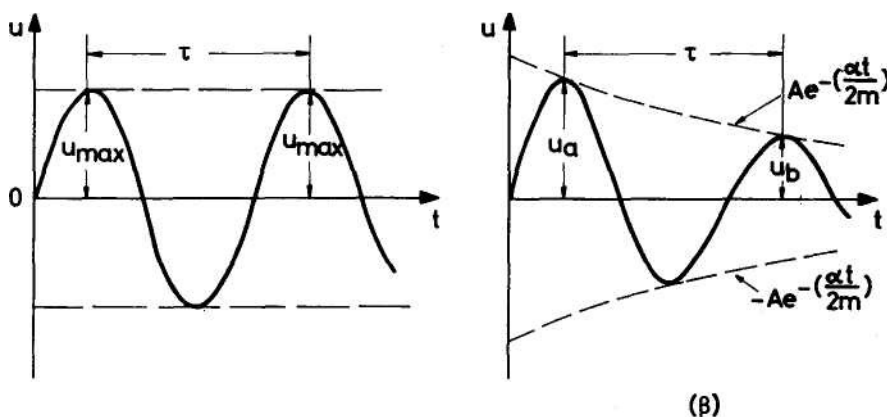
$$\delta = \ln \frac{u_a}{u_b} = \frac{\alpha \tau}{2m} = \frac{\pi \alpha}{m \omega} \quad (1.14)$$

όπου τα μεγέθη u_a , u_b και τα δίνονται στο σχήμα 1.1 (β).

Η σχέση (1.12) δύναται να γραφεί στη μορφή:

$$u = Ae^{-at/2m} \sin(\omega t + c) \quad (1.15)$$

Η σχέση αυτή χαράχθηκε στο σχήμα 1.1(β), όπου η μετατόπιση u μεταβάλλεται μεταξύ των περιβαλλουσών καμπύλων $\pm Ae^{-at/2m}$.



Σχήμα 1.3 Μορφή ταλάντωσης για (α) μηδενική απόσβεση και (β) θετική απόσβεση

Στην περίπτωση όπου η απόσβεση είναι μεγάλη, η ταλάντωση δεν είναι πλέον ούτε προσεγγιστικά ημιτονοειδής και εάν $(a^2 / 4m^2) > (\beta / m)$, η ταλάντωση γίνεται απεριοδική. Η εξίσωση (1.1) λαμβάνει στην περίπτωση αυτή την μορφή:

$$\phi_1 = -\frac{a}{2m} + \left[\frac{a^2}{4m^2} - \frac{\beta}{m} \right]^{1/2} \quad (1.16)$$

$$\phi_2 = -\frac{a}{2m} - \left[\frac{a^2}{4m^2} - \frac{\beta}{m} \right]^{1/2}$$

και επομένως το εύρος της ταλαντώσεως δίδεται από τη σχέση:

$$u = A_1 e^{\beta_1 t} + A_2 e^{\beta_2 t} \quad (1.17)$$

Η σχέση αυτή δεν παριστά ταλάντωση, αλλά εκθετικώς φθίνουσα καμπύλη μορφής ερπυσμού, την οποία ακολουθεί η μετατοπισθείσα μάζα m μέχρι την επάνοδο της στην ισορροπία, για την οποία ισχύει ότι $u = 0$.

Η κρίσιμη απόσβεση αντιστοιχεί στην τιμήν του συντελεστή αποσβέσεως, κατά την οποία η ερπυστική κίνηση του σώματος μεταπίπτει στην αποσβενόμενη ταλάντωση. Κατά την κρίσιμη απόσβεση ισχύει ότι $\omega = 0$, και επομένως:

$$\left(\frac{a^2}{4m^2} \right) = \frac{\beta}{m}$$

ή

$$a^2 = 4\beta m \quad (1.18)$$

Η σχέση (12.18) αντιστοιχεί στην περίπτωση ίσων ριζών της

δευτεροβάθμιας εξίσωσης ως προς φ (σχέση (12.10)). Η σχέση αυτή δύναται να γραφεί ως κάτωθι, εάν κληθεί a_0 ο συντελεστής a , ο οποίος αντιστοιχεί στην κρίσιμη απόσβεση, δηλαδή:

$$a_o = 2\sqrt{\beta m} \quad (1.19)$$

Αλλά, από τη σχέση (12.3) η συχνότητα ω_0 της μη αποσβενόμενης ταλαντώσεως ($\beta = k$) δίδεται ως:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{\beta}{m}}$$

Άρα, η σχέση (12.10) γράφεται:

$$a_o = 2m\omega_o = \frac{2\beta}{\omega_o} \quad (1.20)$$

Εάν εισάγουμε την τιμή της συχνότητας ω_0 , για την περίπτωση μη αποσβενόμενων ταλαντώσεων, στη συχνότητα ω των αποσβενόμενων ταλαντώσεων, λαμβάνουμε:

$$\omega^2 = \left(\frac{\beta}{m} - \frac{a^2}{4m^2} \right)$$

ή

$$\omega^2 = \left(\omega_o^2 - \frac{\gamma^2 a_o^2}{4m^2} \right)$$

όπου το γ εκφράζει τον παράγοντα αποσβέσεως δηλαδή:

$$\gamma = \frac{a}{a_o} \quad (1.21)$$

Εάν στην έκφραση της ω_0 εισαχθεί η τιμή του α_0 από τη σχέση (1.20), συνάγεται ότι:

$$\omega = \omega_0 (1 - \gamma^2)^{1/2} \quad (1.22)$$

Στην πράξη ισχύει γενικώς ότι $\omega \approx \omega_0$, εκτός των περιπτώσεων όπου ισχυρή απόσβεση έχει προστεθεί στο ταλαντωμένο σύστημα και επομένως οι τιμές του παράγοντα αποσβέσεως γ είναι μικρές, κυμαινόμενοι μεταξύ 0 και 0,2. Στις κατασκευές η τιμή του γ εξαρτάται από το υλικό και τον τρόπο συνδέσεως των συνδέσμων. Έτσι, π.χ. χαλαρή σύνδεση ράβδων σε κάποια κατασκευή συνεπάγεται αύξηση της αποσβέσεως της κατασκευής. Χαρακτηριστική τιμή του παράγοντα γ για μεταλλικές κατασκευές είναι η τιμή $\gamma = 0,03$. Για τιμές αποσβέσεως που συναντιούνται στην πράξη, η συχνότητα των ελεύθερων από αποσβέσεις ταλαντώσεων ισούται, με την φυσική συχνότητα των ελευθέρων ταλαντώσεων του συστήματος.

Εισάγοντας την σχέση (1.22) στην σχέση που εκφράζει την λογαριθμική απώλεια (σχέση 1.14) λαμβάνουμε:

$$\delta = 2\pi\gamma(1 - \gamma^2)^{-1/2} \quad (1.23)$$

Στην πράξη, και διά τους ανωτέρω λόγους, ισχύει η σχέση:

$$\delta \approx 2\pi\gamma \quad (1.24)$$

Η σχέση (1.23) συνδέει την λογαριθμική απώλεια δ , η οποία υπολογίζεται εύκολα στην πράξη, κατά την ελεύθερη ταλάντωση της κατασκευής, από τη μέτρηση διαδοχικών μεγίστων των εύρων ταλαντώσεων, και του παράγοντα αποσβέσεως γ , ο οποίος αποτελεί χαρακτηριστική παράμετρο για την μελέτη των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων των κατασκευών.

Η σχέση (1.18) δίνει τον βέλτιστο βαθμό αποσβέσεως για τις διάφορες εξαρτήσεις οργάνων και χρησιμοποιείται ιδιαίτερα στα γαλβανόμετρα. Η μεγαλύτερη τιμή της βέλτιστης αποσβέσεως λόγω

μεγάλων τριβών καθυστερεί την επιστροφή του οργάνου στην αρχική του κατάσταση ισορροπίας, η δε μικρότερη τιμή της αποσβέσεως επιτρέπει την ταλάντωση του δείκτη περί τη θέση ισορροπίας κατά πολλές περιόδους.

Τα ελαστικά συστήματα διατηρούνται πολλάκις σε εξαναγκασμένη ταλάντωση υπό την εφαρμογή περιοδικών εξωτερικών δυνάμεων. Η απλούστερη μορφή των εξωτερικών αυτών δυνάμεων δύναται να παρασταθεί από την ημιτονοειδή σχέση $P_0 \cos \omega t$, οπότε η διαφορική εξίσωση ταλάντωσης με απόσβεση (12.9) γράφεται ως ακολούθως:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + a \frac{du}{dt} + \beta u = P_0 \cos \omega t \quad (1.25)$$

Η πλήρης λύση της εξίσωσης (1.35) συνίσταται από την συμπληρωματική συνάρτηση και από την ειδική λύση. Η συμπληρωματική συνάρτηση δίνεται από τη λύση της ομογενούς της εξίσωσης (1.25). Η λύση αυτή αντιστοιχεί στη λύση της εξίσωσης (1.9), η οποία έχει ήδη δοθεί προηγουμένως. Για την ειδική λύση λαμβάνεται η σχέση $u = A \cos \omega t + B \sin \omega t$. Εισάγοντας την σχέση αυτή στην εξίσωση (1.25) και εξισώνοντας τους συντελεστές των $\cos \omega t$ και $\sin \omega t$ χωριστά λαμβάνουμε:

$$P_0 = -m\omega^2 A + \alpha\omega B + \beta A$$

και

$$0 = -m\omega^2 B + \alpha\omega A + \beta B$$

Από αυτό το σύστημα των δύο εξισώσεων είναι δυνατόν να καθαρισθούν οι τιμές των συντελεστών A και B. Από τη λύση αυτή συνάγεται ότι:

$$u = \frac{P_0 \cos(\omega t - \varphi)}{\left[(\beta - m\omega^2)^2 + \alpha^2 \omega^2 \right]^{1/2}} \quad (1.26)$$

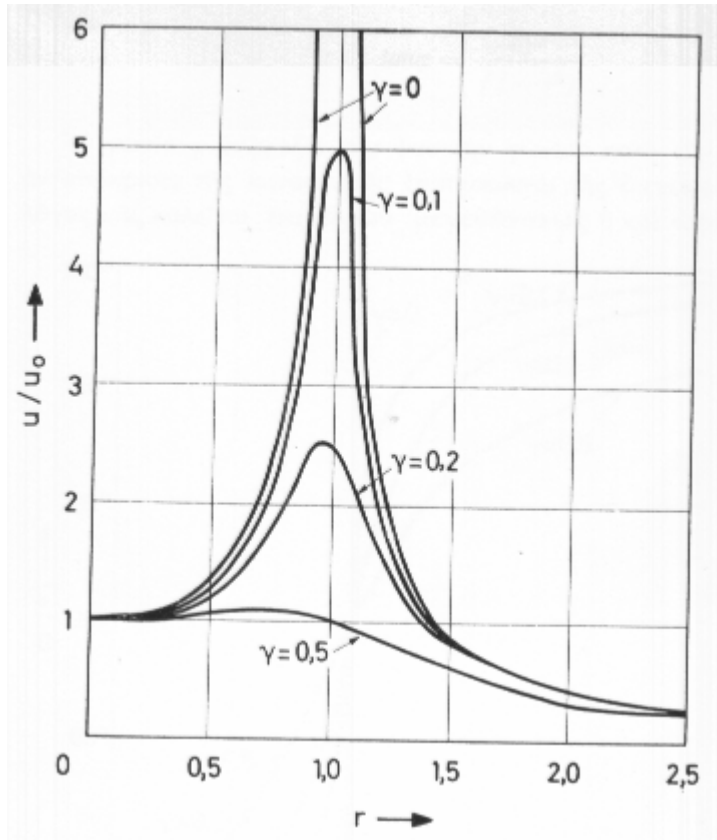
και

$$\tan \phi = \frac{a\omega}{(\beta - m\omega^2)}$$

Η πλήρης λύση της εξίσωσης (12.25) προκύπτει από το άθροισμα των σχέσεων (12.12) και (12.26) επομένως:

$$u = e^{-\frac{at}{2m}} (C\sin\omega t + D\cos\omega t) + \frac{P_o \cos(\omega t - \phi)}{[(\beta - m\omega^2)^2 + a^2\omega^2]^{1/2}} \quad (1.27)$$

Όπως και προηγουμένα, οι σταθερές C και D προσδιορίζονται από τις αρχικές συνθήκες. Από φυσικής πλευράς η πλήρης συμπεριφορά της κατασκευής σε κάποια εξαναγκασμένη ταλάντωση αποτελείται από το άθροισμα της μεταβατικής καταστάσεως, η οποία εμφανίζεται κατά την έναρξη των ταλαντώσεων και η οποία αποσβένεται εκθετικά, και της μόνιμης καταστάσεως ταλαντώσεων. Εάν η ταλάντωση κατά την έναρξη είναι η πλέον ενδιαφέρουσα, τότε πρέπει να μελετηθεί η εξίσωση (1.27). Αλλά στα περισσότερα προβλήματα ενδιαφέρει η συμπεριφορά της κατασκευής μετά την μεταβατική περίοδο κατά την έναρξη των ταλαντώσεων, όταν αυτές έχουν ήδη τελείως αποσβεσθεί, ούτως ώστε η μόνιμη κατάσταση ταλάντωσης της κατασκευής να αποτελεί ουσιαστικά την ταλάντωση. Αυτή η κατάσταση περιγράφεται από την εξίσωση (1.26).



Σχήμα 1.4 Ο παράγων μεγέθυνσης σε σχέση με τον λόγο συχνοτήτων για διάφορες τιμές του παράγοντα απόσβεσης

Εάν θέσουμε U το εύρος της μόνιμης εξαναγκασμένης ταλαντώσεως, δηλαδή $u = U \cos(\omega t - \phi)$ και u_σ την μετατόπιση λόγω του στατικού φορτίου P έχουμε:

$$\frac{u}{u_\sigma} = \frac{1}{\left[(1 - \omega^2 / \omega_0^2) + (a\omega / \beta)^2 \right]^{1/2}}$$

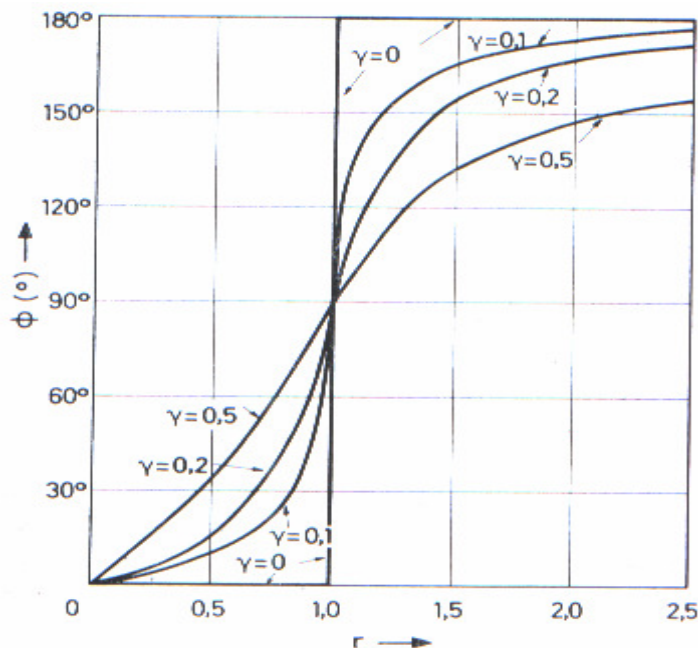
Αλλά, εισάγοντας τις σχέσεις (1.20) και (1.21) στην ανωτέρω εξίσωση και ορίζοντας r τον λόγο των συχνοτήτων ω και ω_0 , δηλαδή τον λόγο της συχνότητας της διεγερούσης δύναμης προς την φυσική συχνότητα του συστήματος (δηλαδή $r = \omega / \omega_0$), λαμβάνουμε:

$$\frac{u}{u_\sigma} = \frac{1}{\left[(1 - r^2)^2 + (2\gamma r)^2 \right]^{1/2}} \quad (1.28)$$

και

$$\tan\phi = \frac{2\gamma r}{1-r^2} \quad (1.29)$$

Η γωνία ϕ εκφράζει την φασική γωνιών κατά την οποία η δυναμική ανταπόκριση της κατασκευής εκπορεύεται από τη διεγείρουσα δύναμη. Ο λόγος u/u_0 καλείται παράγων μεγεθύνσεως ή και ωφέλεια.



Σχήμα 1.5 Η φασική γωνία σε σχέση με τον λόγο συχνοτήτων για διάφορες τιμές του παράγοντα απόσβεσης

Οι εξισώσεις (1.29) εκφράζουν τον παράγοντα μεγεθύνσεως και την φασική γωνία ως προς τον λόγο συχνοτήτων r και τον λόγο αποσβέσεως γ . Οι σχέσεις αυτές εκφράζονται γραφικώς στα σχήματα 1.2 και 1.3 αντιστοίχως, όπου ο παράγων μεγεθύνσεως και η φασική γωνία χαραχτήκαν συναρτήσεσι του λόγου συχνοτήτων, για διάφορες παραμετρικές τιμές του παράγοντα απόσβεσης. Τα σχήματα αυτά απεικονίζουν το φαινόμενο του συντονισμού. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται όταν η συχνότητα της διεγείρουσας δυνάμεως ισούται στην συχνότητα της κατασκευής, οπότε το εύρος της εξαναγκασμένης ταλαντώσεως είναι μεγάλο σε σύγκριση προς πρακτικές τιμές της αποσβέσεως. Η τιμή του λόγου r για την οποία ο λόγος u/u_0 καθίσταται μέγιστος για κάποια τιμή του γ , βρίσκεται με τον καθορισμό της παραγώγου $d(u/u_0)/dr$ και της εξισώσεως της προς το μηδέν, δηλαδή:

$$r^2 = (1 - 2\gamma^2) \quad (1.30)$$

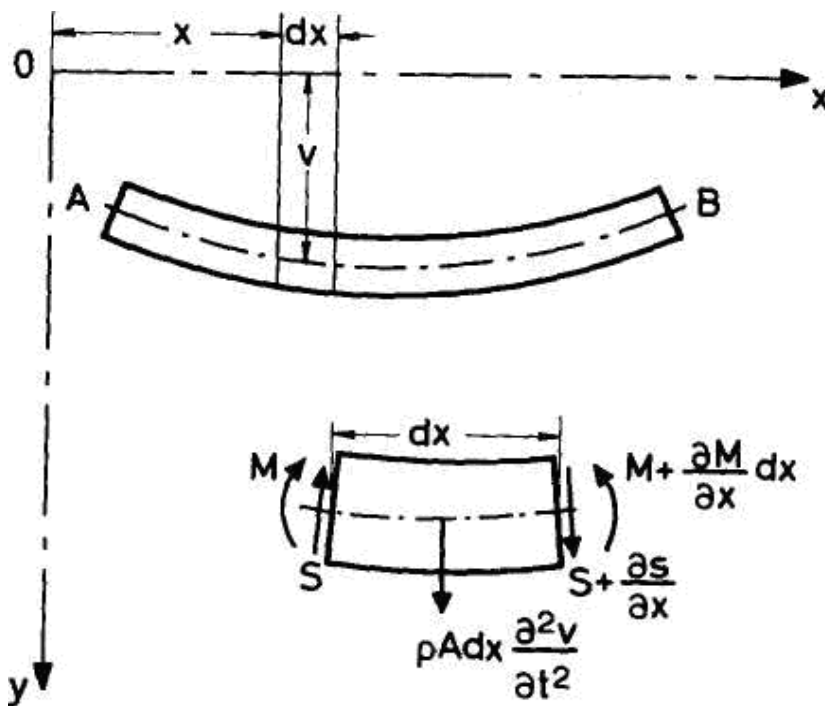
Για πρακτικές τιμές της απόσβεσης ο συντελεστής μεγεθύνσεως καθίσταται μέγιστος όταν ο λόγος συχνοτήτων είναι λίγο μικρότερος της μονάδος. Για $\gamma = 0,02$ η μέγιστη ωφέλεια συμβαίνει για $r = 0,96$. Για $r = 1$ ο λόγος u/u_0 γίνεται:

$$\frac{u}{u_0} = \frac{1}{2\gamma} \quad (1.31)$$

Για μικρές τιμές αποσβέσεως το μέγιστο εύρος εξαναγκασμένης ταλαντώσεως δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση (1.31). Είναι δυνατόν να δειχθεί ότι το σφάλμα στην προσέγγιση αυτή, με την παραδοχή ότι η μέγιστη τιμή της ωφελείας λαμβάνει χώρα για $r = 1$, αντί της πραγματικής τιμής της διδομένης από τη σχέση (1.31), είναι μικρότερη του 2% για τιμές του γ μικρότερες του 0,2. Έτσι, εάν η συχνότητα της διεγερούσης δυνάμεως ισούται με τη φυσική συχνότητα της κατασκευής, το εύρος τείνει προς κάποια μέγιστη τιμή, η οποία είναι αντιστρόφως ανάλογη προς τον παράγοντα αποσβέσεως. Εάν μεγάλα εύρη είναι ανεπιθύμητα, η συχνότητα της διεγερούσης δυνάμεως πρέπει να πλησιάζει την φυσική συχνότητα του συστήματος. Ασχέτως με την τιμή της αποσβέσεως, το εύρος εξαναγκασμένης ταλάντωσης πλησιάζει την στατική μετατόπιση για $\omega_0 \gg \omega$. Το εύρος της εξαναγκασμένης ταλαντώσεως καθίσταται πολύ μικρό για $\omega \gg \omega_0$. Για τιμές αποσβέσεων στην πράξη, η φασική γωνία στην γειτονία της συνθήκης συντονισμού είναι πολύ ευαίσθητη στην τιμήν του r . Για κάθε τιμή της αποσβέσεως η φασική γωνία ισούται προς $\pi/2$ για $r = 1$.

1.4 ΟΙ ΦΥΣΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΩΝ ΔΟΚΩΝ ΥΠΟ ΚΑΜΠΤΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Για τον σχηματισμό της εξίσωσης της περιγραφόμενης με ή χωρίς απόσβεση ταλάντωσης κάμψεως δοκών γίνεται παραδεκτό ότι η ταλάντωση λαμβάνει χώρα σε ένα εκ των κυρίων επιπέδων της δοκού, και ότι οι επιδράσεις της αδράνειας περιστροφής και της εγκάρσιας διατμητικής παραμορφώσεως είναι αμελητέες. Στο σχήμα 1.4 παρίσταται δοκός με την ουδέτερή της γραμμή, η οποία ταλαντώνεται σε κάμψη. Η μετατόπιση τυχαίας διατομής της δοκού όσο απομακρυνόμαστε από την αρχή, απόσταση x , σε χρόνο t , παρίσταται με v . Δεδομένου ότι οι δυνάμεις βαρύτητας είναι αμελητέες, μπορούμε να μετράμε τις μετατοπίσεις από την θέση της στατικής ισορροπίας της δοκού. Οι δυνάμεις και οι ροπές που ενεργούν επί του στοιχείου dx της δοκού σε κάποια στιγμή ισορροπούν. Λαμβάνοντας τις ροπές ως προς το κέντρο του στοιχείου της δοκού έχουμε:



Σχήμα 1.6 Κάμψη ταλαντούμενης δοκού

$$Sdx + M - \left(M + \frac{\partial M}{\partial x} dx \right) = 0$$

ή

$$S = \frac{\partial S}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial x}$$

Επίσης, οι προβολές των δυνάμεων ως προς τον άξονα των y δίνουν:

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

όπου ρ η πυκνότητα του υλικού της δοκού και A η διατομή της.

Εξ' άλλου, είναι γνωστό από τη θεωρία των καμπτόμενων δοκών ότι:

$$M = -EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

όπου E είναι το μέτρον ελαστικότητας του υλικού της δοκού και I η ροπή αδρανείας της διατομής της δοκού ως προς άξονα διερχόμενο από το κέντρο βάρους της διατομής και κάθετο στο επίπεδο κάμψεως. Συνδυάζοντας τις τρεις αυτές εξισώσεις λαμβάνεται η σχέση:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.32)$$

Η εξίσωση (1.32) ισχύει τόσο για ομοιόμορφους όσον και για ανομοιόμορφους δοκούς. Για τις τελευταίες, η καμπτική δυσκαμψία EI και η μάζα ανά μονάδα μήκους της δοκού, ρA , είναι συναρτήσεις της τετμημένης x . Για δοκό ομοιόμορφης διατομής, η σχέση (1.32) λαμβάνει την μορφή:

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1.33)$$

Για ελεύθερες ταλαντώσεις, η μετατόπιση $u(x, t)$ είναι αρμονική

συνάρτηση του χρόνου, δηλαδή:

$$u(x,t)=V(x) \sin(\omega t + \alpha) \quad (1.34)$$

Εισάγοντας την σχέση (1.34) στην (1.33) λαμβάνουμε:

$$\frac{d^4 V}{dx^4} - \frac{\rho A \omega^2}{EI} V = 0 \quad (1.35)$$

Επειδή η εξίσωση (1.35) είναι τέταρτης τάξης, η γενική της λύση περιέχει τέσσερις σταθερές, και είναι αυτής τής μορφής:

$$V = B_1 \sin \lambda x + B_2 \cos \lambda x + B_3 \sinh \lambda x + B_4 \cosh \lambda x \quad (1.36)$$

όπου,

$$\lambda^4 = \frac{\rho A \omega^2}{EI}$$

Οι τέσσερις σταθερές της εξισώσεως (1.36) καθορίζονται από τις συνθήκες στα όρια της δοκού. Θα εξετάσουμε στη συνέχεια τους τρεις κύριους τρόπους στηρίξεως της δοκού, δηλαδή την απλή στήριξη, την πάκτωση και την περίπτωση ελεύθερης στηρίξεως. Για τον πρώτο τρόπο στηρίξεως οι μετατοπίσεις στα σημεία στηρίξεως της δοκού είναι μηδενικές, για τον δεύτερο τρόπο στηρίξεως, δηλαδή την πάκτωση, οι μετατοπίσεις και οι κλίσεις στα σημεία στηρίξεως παραμένουν σταθερές, ενώ για το ελεύθερο άκρο της δοκού, η ροπή κάμψης και η διάτμηση είναι μηδενικές. Επομένως, ισχύουν οι κάτωθι συνθήκες:

i. **Απλή στήριξη:** $V=0, \frac{d^2 V}{dx^2} = 0$ (1.37)

ii. **Ελεύθερο άκρο:** $\frac{d^2 V}{dx^2} = 0, \frac{d^3 V}{dx^3} = 0$
(1.38)

iii. **Πάκτωση:** $V=0, \frac{dV}{dx} = 0$ (1.39)

Οι φυσικές συχνότητες ή ιδιοσυχνότητες της δοκού στηριζομένης με μια από τους τρεις βασικούς τρόπους στήριξης υπολογίζονται ως εξής:

α) Αμφιέριστη δοκός: Για αυτή την δοκό ισχύουν οι συνθήκες:

$$\text{Για } x=0 \text{ και } x=l \text{ είναι } V=0 \text{ και } \frac{d^2V}{dx^2} = 0$$

Εισάγοντας της συνθήκες αυτές για $x=0$ στην εξίσωση (1.36) βρίσκουμε:

$$B_2 + B_4 = 0$$

και

$$-\lambda^2 B_2 + \lambda^2 B_4 = 0$$

από τις σχέσεις αυτές δε συνάγεται, επειδή $\lambda \neq 0$, ότι $B_2 = B_4 = 0$.

Ομοίως για $x = l$ βρίσκουμε ότι:

$$B_1 \sin \lambda l + B_3 \sinh \lambda l = 0$$

Η μόνη σημαντική λύση αυτού του συστήματος είναι η κάτωθι:

$$B_3 = 0 \quad \text{και} \quad \sin \lambda l = 0$$

Η τελευταία από αυτές τις συνθήκες οδηγεί στη σχέση:

$$\lambda l = n\pi$$

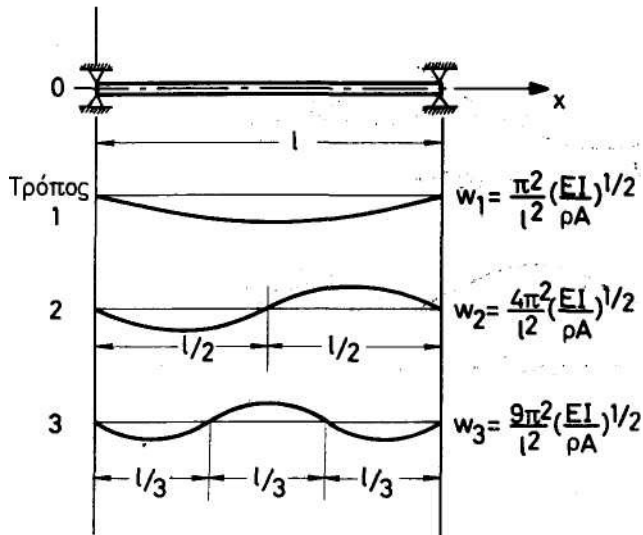
όπου n ακέραιος θετικός αριθμός. Η τελευταία αυτή σχέση δίνει:

$$\omega_n^2 = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \cdot \frac{EI}{\rho A} \quad (1.40)$$

Από αυτή τη συνθήκη συνάγεται ότι, για την αμφιέριστη δοκό, οι τρόποι ταλαντώσεως της δίδονται από τη σχέση:

$$u(x,t) = B_n \sin \frac{n\pi x}{l} \sin(\omega_n t + a_n) \quad (1.41)$$

με ιδιοσυχνότητες $\omega_n/2\pi$, από την εξίσωση (1.40). Οι τρεις πρώτοι τρόποι ταλάντωσης της αμφιέριστης δοκού δίδονται στο σχήμα 1.5. Στο σχήμα αυτό δίνονται και οι τιμές των αντιστοίχων ιδιοσυχνοτήτων.



Σχήμα 1.7 Τρόποι ταλάντωσης αμφιέρειστης δοκού με τις τιμές των αντίστοιχων ιδιοσυχνοτήτων

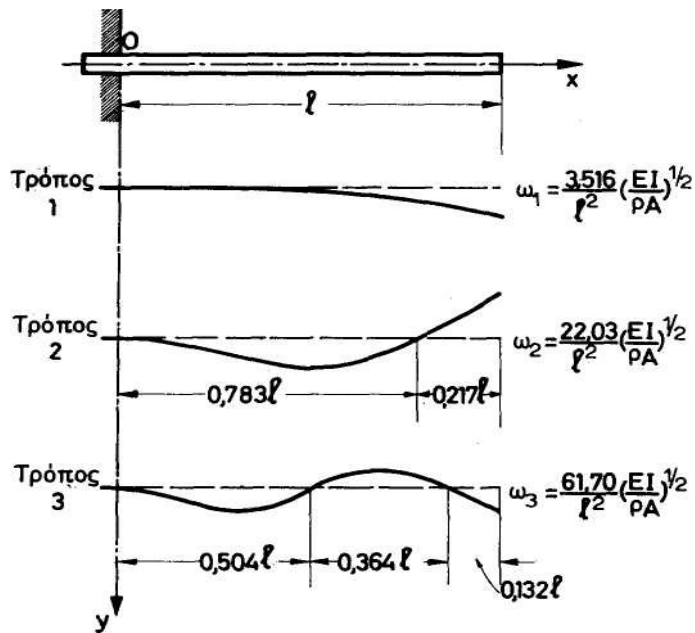
β) Πακτωμένη δοκός: Εάν ληφθεί η αρχή των αξόνων συμπίπτουσα με το σημείο πακτώσεως, όπως το σχήμα 12.6, και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (12.38) και (12.39), λαμβάνουμε τις κάτωθι συνθήκες στα όρια:

Για $x = 0$, $V = 0$, τότε $B_2 + B_4 = 0$

και $dV/dx = 0$, τότε $\lambda B_1 + \lambda B_3 = 0$

Για $x = l$, $d^2V/dx^2 = 0$ τότε:

$$-\lambda^2 B_1 \sin \lambda l - \lambda^2 B_2 \cos \lambda l + \lambda^2 B_3 \sinh \lambda l + \lambda^2 B_4 \cosh \lambda l = 0$$



Σχήμα 1.8 Τρόποι ταλάντωσης πακτωμένης δοκού με τις τιμές των αντίστοιχων ιδιοσυχνοτήτων

και $d^3V/dx^3 = 0$ ΤΟΤΕ:

$$-\lambda^3 B_1 \cos \lambda l + \lambda^3 B_2 \sin \lambda l + \lambda^3 B_3 \cosh \lambda l + \lambda^3 B_4 \sinh \lambda l = 0$$

$$B_1 (\sin \lambda l + \sinh \lambda l) + B_2 (\cos \lambda l + \cosh \lambda l) = 0$$

$$B_1 (\cos \lambda l + \cosh \lambda l) - B_2 (\sin \lambda l + \sinh \lambda l) = 0$$

Απαλείφοντας τον λόγο B_1/B_2 από τις δύο τελευταίες σχέσεις λαμβάνουμε την εξίσωση συχνότητας:

$$(\sinh^2 \lambda l - \sin^2 \lambda l) - (\cos \lambda l + \cosh \lambda l)^2 = 0$$

Δηλαδή:

$$(\cos \lambda l \cdot \cosh \lambda l + 1) = 0 \tag{1.52}$$

Οι διαδοχικές ρίζες $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ της εξίσωσης (1.42), από τις οποίες λαμβάνουμε τις ιδιοσυχνότητες της δοκού, δίνονται από τις τιμές:

$$\lambda_1 l = 1,875$$

$$\lambda_2 l = 4,694$$

$$\lambda_3 l = 7,855$$

.....

$$\lambda_r l \approx (r - 1/2)\pi \quad \text{για } r \geq 4$$

Αντίστοιχα, οι ιδιοσυχνότητες ω_n δίνονται από τη συνθήκη:

$$\omega_n = \lambda_n^2 \left[\frac{EI}{\rho A} \right]^{1/2}$$

Η μορφή του r-τρόπου ταλαντώσεως, κατά προσέγγιση αυθαιρέτου σταθερού παράγοντα C_r , δίνεται από τις σχέσεις:

$$V_r(x) = C_r [\cosh \lambda_r x - \cos \lambda_r x - K_r (\sinh \lambda_r x - \sin \lambda_r x)]$$

$$\text{όπου, } K_r = \frac{\cos \lambda_r l + \cosh \lambda_r l}{\sin \lambda_r l + \sinh \lambda_r l}, \quad r = 1, 2, 3, \text{ κ.λπ.}$$

(1.43)

Οι τρεις πρώτοι τρόποι ταλαντώσεως της πακτωμένης δοκού και οι αντίστοιχες προς αυτούς ιδιοσυχνότητες δίνονται στο σχήμα 1.6.

γ) Αμφίπακτη δοκός : Ακλουθώντας την ίδια με τα ανωτέρω πορεία και χρησιμοποιώντας τις καταλλήλες συνθήκες στα άκρα της δοκού, βρίσκουμε ότι η εξίσωση συχνοτήτων για την περίπτωση αμφίπακτης δοκού είναι η ακόλουθη:

$$(\cos \lambda l \cdot \cosh \lambda l - 1) = 0 \quad (1.44)$$

Η εξίσωση αυτή έχει τις κάτωθι ρίζες:

$$\lambda_1 l = 4,730$$

$$\lambda_2 l = 7,853$$

.....

$$\lambda_r l \approx \left(r + \frac{1}{2} \right) \pi \quad \text{για } r \geq 3$$

Για την ταλάντωση δοκών υπό συνθήκες στηρίξεως είτε για ανωτέρω απλές περιπτώσεις, είτε και για οιονδήποτε συνδυασμό των συνθηκών αυτών, οι ιδιοσυχνότητες, καθώς και οι μορφές των τρόπων ταλαντώσεως των δοκών τουλάχιστον για τους αρχικούς τρόπους, δίδονται σε μορφή πινάκων σε διάφορα μνημόνια.

1.5 ΟΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ (ΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ REYLEIGH ΚΑΙ REYLEIGH-RITZ)

Στο προηγούμενο μέρος καθαρίσθηκαν οι ιδιοσυχνότητες και οι μορφές των τρόπων ταλαντώσεως ομοιομόρφων δοκών ταλαντωμένων σε κάμψη για ορισμένες συνθήκες στα άκρα τους, οπότε με εισαγωγή των συνθηκών αυτών στην εξίσωση (1.36) και στους παραγώγους της, η εξίσωση συχνοτήτων για οποιαδήποτε μορφή στηρίξεως είναι δυνατόν να προσδιορισθεί. Για ανομοιόμορφους δοκούς, των οποίων οι διαστάσεις των εγκαρσίων διατομών τους είναι συναρτήσεις της συντεταγμένης x , η εξίσωση (1.32) και οι κατάλληλες συνθήκες στα άκρα των δοκών πρέπει να ικανοποιούνται. Εν τούτοις, εκτός εξαιρέσεων ειδικών περιπτώσεων, λύσεις της εξίσωσης (1.32) δεν υπάρχουν, και προσεγγιστικές μέθοδοι απαιτούνται για τον καθορισμό των ιδιοσυχνοτήτων, οι οποίες χρειάζονται για τους υπολογισμούς της δυναμικής συμπεριφοράς των δοκών.

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι προσεγγιστικού υπολογισμού των ιδιοσυχνοτήτων. Παρόλα αυτά θα ασχοληθούμε μόνον με τις μεθόδους Rayleigh και Rayleigh-Ritz.

ί) Μέθοδος Rayleigh: Στην περίπτωση ελεύθερου και χωρίς απόσβεση ταλαντωμένου συστήματος, η κινητική ενέργεια και η ενέργεια παραμορφώσεων σε οποιαδήποτε στιγμή είναι σταθερές. Για δοκό μήκους l , της οποίας οι μετατοπίσεις u δίδονται από τη σχέση:

$$u(x, t) = V(x) \sin(\omega t + \alpha)$$

η ενέργεια παραμορφώσεων εκφράζεται ως ακολούθως :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{EI} dx$$

όπου ροπή κάμψεως M δίδεται από τη σχέση:

$$M = -EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -EI \frac{d^2 V}{dx^2} \sin(\omega t + \alpha)$$

Έτσι, η ενέργεια παραμορφώσεων λαμβάνει την μορφή:

$$U = \frac{1}{2} \sin^2(\omega t + \alpha) \int_0^l EI \left(\frac{d^2 V}{dx^2} \right)^2 dx \quad (1.45)$$

Εάν η δοκός έχει διανεμημένη μάζα ίση προς $\rho A(x)$ ανά μονάδα μήκους και περιλαμβάνει επίσης και συγκεντρωμένες μάζες m_1, m_2, \dots, m_n αποστάσεις x_1, x_2, \dots, x_n από την αρχή αντιστοίχως, η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_0^l \rho A(x) \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^n m_r \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{x=x_r} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 \cos^2(\omega t + \alpha) \left[\int_0^l \rho A(x) V^2 dx + \sum_{r=1}^n m_r \{V(x_r)\}^2 \right] \end{aligned} \quad (1.46)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατηρήσεως της ενέργειας στο ελεύθερο και χωρίς απόσβεση ταλαντωμένο σύστημα λαμβάνουμε:

$$T + U = C$$

όπου C είναι σταθερά.

Γράφοντας τις τιμές των T και U υπό τις μορφές:

$$T = \frac{1}{2} \omega^2 \cos^2(\omega t + a) I_\tau$$

$$U = \frac{1}{2} \sin^2(\omega t + a) I_\nu$$

όπου I_x είναι η εντός αγκυλών παράσταση της σχέσης (1.46) και I_ν το ολοκλήρωμα της εξισώσεως (1.45), λαμβάνουμε την σχέση:

$$\frac{1}{2} \omega^2 \cos^2(\omega t + a) I_\tau + \frac{1}{2} \sin^2(\omega t + a) I_\nu = C$$

Αλλά, εάν $(\omega t + a) = 0, \pi, 2\pi, \dots$, ισχύει η σχέση:

$$\frac{1}{2} \omega^2 I_\tau = C$$

και εάν $(\omega t + a) = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$, ισχύει η σχέση:

$$\frac{1}{2} I_\nu = C$$

Από τις σχέσεις αυτές συνάγεται ότι η κινητική ενέργεια στη μέση θέση $(1/2 \omega^2 I_\tau)$ ισούται με την ενέργεια παραμορφώσεων στη θέση της μεγίστης μετατόπισης $(1/2 I_\nu)$. Έτσι, $\omega^2 = I_\nu / I_\tau$. Επομένως συνάγεται, μετά τη αντικατάσταση, η σχέση:

$$\omega^2 = \frac{\int_0^l EI (d^2V/dx^2)^2 dx}{\left[\int_0^l \rho AV^2 dx + \sum_{r=1}^v m_r V_r^2 \right]} \quad (1.47)$$

Εάν, για κάποιον ειδικό τρόπο ταλάντωσης, η τιμή του $V(x)$ είναι γνωστή, ή εξίσωση (1.47) δίνει την ακριβή τιμή της ιδιοσυχνότητας. Η αρχή του Rayleigh καθορίζει ότι είναι δυνατόν να βρεθεί ικανοποιητική προσέγγιση της ιδιοσυχνότητας της δοκού εάν η λογική μορφή των ταλαντώσεων θεωρηθεί πως ικανοποιεί όσα τουλάχιστον θεωρούν οι συνθήκες βελών κάμψεως και κλίσεων της δοκού στα σημεία στηρίξεως της. Εάν η διαφορά μεταξύ της θεωρούμενης μορφής του τρόπου ταλαντώσεως της δοκού και της πραγματικής μορφής είναι μικρή, η διαφορά μεταξύ της ιδιοσυχνότητάς της, η οποία προκύπτει από τη σχέση (1.47) και της ακριβούς τιμής της είναι και αυτή πολύ μικρή. Περαιτέρω, εάν η θεωρούμενη μορφή του τρόπου ταλαντώσεως της δοκού είναι προσέγγιση του βασικού τρόπου ταλαντώσεως της, η ιδιοσυχνότητα η οποία καθορίζετε από τη σχέση (1.47) είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από την ακριβή τιμή της.

Εάν ο θεωρούμενος τρόπος ταλάντωσης της δοκού είναι προσέγγιση του k -τρόπου ταλαντώσεως και είναι ορθογώνιος προς όλους τους κατωτέρω τρόπους $1, 2, \dots, (k-1)$, η εξίσωση (1.47) δίνει συχνότητα υψηλότερη της ακριβούς τιμής της k - ιδιοσυχνότητας. Η υπόθεση κάποιας προσεγγιστικής μορφής τρόπου ταλαντώσεως δύναται να εξηγηθεί φυσικώς ότι ισοδυναμεί με την εισαγωγή πρόσθετων περιορισμών στο ταλαντωμένο σύστημα. Αυτή η εισαγωγή έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση των συχνοτήτων, δηλαδή, οι προσδιοριζόμενες συχνότητες από υποθετικές μορφές των τρόπων ταλαντώσεως πρέπει να είναι υψηλότερες από τις αντίστοιχες πραγματικές τιμές.

ii) Μέθοδος Rayleigh-Ritz: Η μέθοδος Rayleigh δύναται να επεκταθεί και η ακρίβειά της να αυξηθεί, με την παραδοχή ότι η συνάρτηση $V(x)$ δύναται να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$V(x) = \sum_{s=1}^{\nu} B_s V_s(x) \quad (1.48)$$

στην οποία κάθε μια από τις εισαγόμενες συναρτήσεις $V(x)$ ικανοποιεί τις συνθήκες βελών και κλίσεων στα σημεία στηρίξεως της δοκού, και οι παράμετροι B_s λαμβάνουν αυθαίρετες τιμές. Για την

ελάττωση των επιδράσεων των προσθέτων περιορισμών κατά το δυνατόν περισσότερο εκλέγονται οι παράμετροι B_s κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να καθιστούν τις συχνότητες τις καθοριζόμενες από τη σχέση (1.47) ελάχιστες. Από αυτή τη συνθήκη συνάγεται το σύστημα των εξισώσεων:

$$\frac{\partial(\omega^2)}{\partial B_s} = 0 \quad , \text{ για } s = 1, 2, 3, \dots, n$$

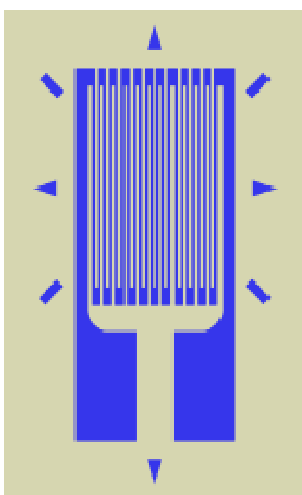
Απάλειψη των περιμέτρων B_s οδηγεί σε διακρίνουσα n -τάξεως ως προς ω^2 , οι ρίζες της οποίας δίνουν προσεγγιστικές τιμές για τις n πρώτες ίδιο-συχνότητες του συστήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Αισθητήρες παραμόρφωσης (Strain gages)

2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Ένας αισθητήρας παραμόρφωσης ή αλλιώς όργανο μέτρησης επιμήκυνσης (εναλλακτικές ονομασίες: strain gage ή strain gauge) είναι μια συσκευή που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της επιμήκυνσης ενός αντικείμενου [8,9]. Εφευρέθηκε από [Edward E. Simmons](#) και [Arthur C. Ruge to](#) 1938. Ο πιο κοινός τύπος του οργάνου μέτρησης επιμήκυνσης αποτελείται από εύκαμπτο [μονωτικό](#) που υποστηρίζει ένα μοτίβο μεταλλικού φύλλου, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.1. Το όργανο μέτρησης επιμήκυνσης είναι προσαρτημένο στο αντικείμενο από κατάλληλη κολλητική ταινία, όπως [superglue](#). Καθώς το αντικείμενο παραμορφώνεται, το μοτίβο μεταλλικού φύλλου παραμορφώνεται επίσης, προκαλώντας την αλλαγή στην [ηλεκτρική αντίσταση](#). Αυτή η αλλαγή της αντίστασης, που συνήθως μετριέται με χρησιμοποιώντας μια [γέφυρα Wheatstone](#), συνδέεται με το στέλεχος από την ποσότητα γνωστή ως μετρητής παράγοντα.



Σχήμα 2.1 Τυπική μορφή όργανο μέτρησης επιμήκυνσης (strain gage)

Το όργανο μέτρησης επιμήκυνσης (strain gage) είναι πολύ πιο ευαίσθητο σε στέλεχος σε κατακόρυφη διεύθυνση από ότι στην οριζόντια διεύθυνση. Τα σημάδια έξω από την

ενεργητική περιοχή βοηθούν στην ευθυγράμμιση του μετρητή επιμήκυνσης κατά τη διάρκεια της εγκατάστασης του στο εκάστοτε αντικείμενο.

2.2 Η ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΩΝ STRAIN GAGES

Ένα όργανο μέτρησης της επιμήκυνσης εκμεταλλεύεται την [ηλεκτρική αγωγιμότητα](#), η οποία αποτελεί φυσική ιδιότητα των υλικών. Η [ηλεκτρική αγωγιμότητα](#), δεν εξαρτάται μόνο από το υλικό του αγωγού, αλλά και από τη γεωμετρία του αγωγού. Όταν ένα ηλεκτρικός αγωγός τεντωθεί εντός των ορίων της [ελαστικότητας](#) του έτσι ώστε να μην σπάσει ή παραμορφωθεί μόνιμα και γίνει λεπτότερος και μακρύτερος, οι αλλαγές αυτές του αυξάνουν την ηλεκτρική αντίσταση από άκρο σε άκρο. Αντίθετα, όταν ένας ηλεκτρικός αγωγός συμπιεστεί έτσι ώστε να μειωθεί το μήκος του χωρίς όμως να παραμορφωθεί μόνιμα, οι αλλαγές αυτές μειώνουν την ηλεκτρική αντίσταση από άκρο σε άκρο. Από τη μετρούμενη [ηλεκτρική αντίσταση](#) του οργάνου μέτρησης επιμήκυνσης, μπορεί να μετρηθεί και το ποσό της εφαρμοσμένης επιμήκυνσης. Ένα τυπικό όργανο μέτρησης επιμήκυνσης έχει τη μορφή ενός μακρού και λεπτού αγώγιμου καλωδίου σε διαμόρφωση ζικ-ζακ (βλ. σχήμα) παράλληλων γραμμών, έτσι ώστε μια μικρή παραμόρφωση στη κατεύθυνση του προσανατολισμού των παράλληλων γραμμών να επιφέρει πολύ μεγαλύτερη παραμόρφωση στον αγωγό του οργάνου μέτρησης επιμήκυνσης και κατά συνέπεια μια πολύ μεγαλύτερη αλλαγή στην αντίσταση-από ό, τι θα πρέπει να εμφανιζόταν αν χρησιμοποιούσαν το καλώδιο σε μία ευθεία γραμμή.

Τα αισθητήρια όργανα διακρίνονται βασικά σε δύο κατηγορίες αναλόγως το είδος του ηλεκτρικού σήματος που παρέχουν στην έξοδο τους :Αισθητήρια αναλογικής εξόδου, όπου σήμα στην έξοδο είναι αναλογικό (analog) με την έννοια του συνεχούς και αισθητήρια ψηφιακής εξόδου, όπου το σήμα στην έξοδο είναι ψηφιακό δηλαδή παίρνει διακριτές τιμές . Η πληροφορία για το μέγεθος του μετρούμενου μεγέθους είναι υπό μορφή δυαδικού αριθμού ή σειράς παλμών.

Σε όλες τις πρακτικές εφαρμογές η μέτρηση της δύναμης γίνεται έμμεσα, μετρώντας

δηλαδή την παραμόρφωση την οποία αυτή προκαλεί όταν επενεργεί σε κατάλληλα διαλεγμένα μηχανικά στοιχεία (μια ράβδος ή ένα διάφραγμα ή ένα ελατήριο) . Η παραμόρφωση - που όταν είναι μικρή, είναι σύμφωνα με τον νόμο του Hook, ανάλογη της δύναμης - μετριέται στη συνέχεια με κάποιο αισθητήριο θέσης ή παραμόρφωσης. Συνήθως χρησιμοποιείται το μηκυσιόμετρο ή μετρητής παραμόρφωσης (strain gauge) σπανιότερα δε το LVDT .

Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε όταν πρόκειται να μετρήσουμε δύναμη με τον παραπάνω τρόπο, είναι ότι το μέγεθος των παραμορφώσεων είναι απειροελάχιστο - της τάξης μεγέθους μερικών μικρών πολύ συχνά . Γι' αυτόν ακριβώς τον λόγο έχουν αναπτυχθεί ειδικές διατάξεις μέτρησης των παραμορφώσεων .

Ο πιο γνωστός αισθητήρας παραμόρφωσης είναι το μηκυσιόμετρο ενσωματωμένου συρματιδίου (bonded wire strain gauge) . Η λειτουργία του στηρίζεται στο γεγονός ότι η ηλεκτρική αντίσταση ενός συρματιδίου εξαρτάται εκτός των άλλων και από το μήκος και από τη διατομή του . Όταν το συρματίδιο παραμορφώνεται υπό την επίδραση κάποιας δύναμης, τότε μεταβάλλεται και το μήκος και η διατομή του, άρα και η ηλεκτρική του αντίσταση .

Αποδεικνύεται ότι στην απλή περίπτωση της επιμήκυνσης, η μεταβολή της αντίστασης του συρματιδίου είναι

$$\frac{\Delta R}{R} = \varepsilon \cdot k \quad (2.1)$$

όπου :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (2.2)$$

η επιμήκυνση για την οποία στην ελαστική περιοχή ,όπου ισχύει ο νόμος του Hook έχουμε:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (2.3)$$

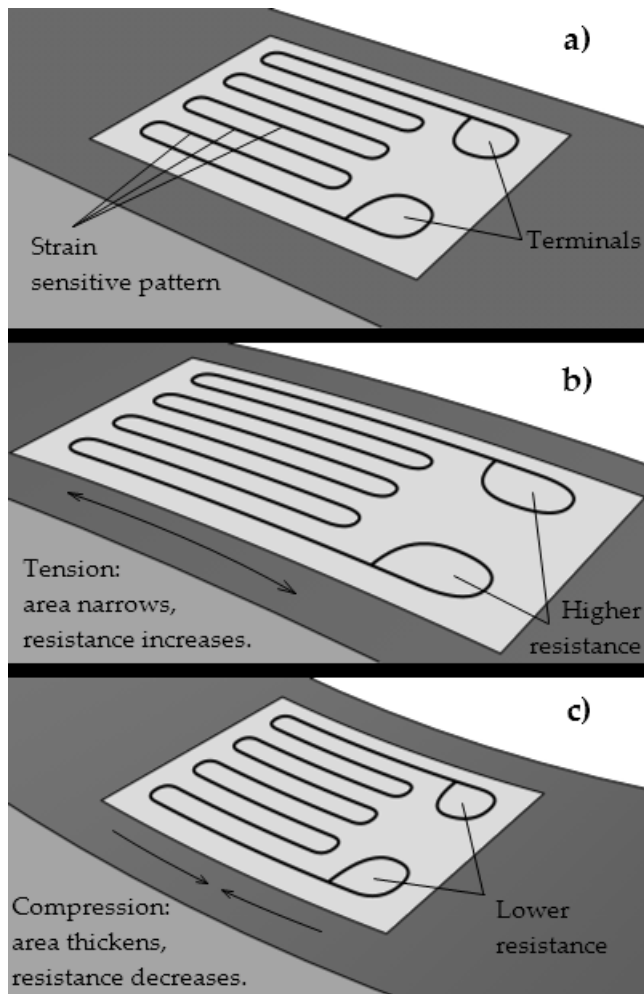
σ , η τάση του συρματιδίου

E, το μέτρο ελαστικότητας του Joung

K, ο συντελεστής μέτρησης

Για το συρματίδιο που συνήθως χρησιμοποιείται, ο συντελεστής έχει την τιμή $k = 2.052$. Με ένα τέτοιο υλικό έχουμε την δυνατότητα να μετρήσουμε παραμορφώσεις της τάξης του $1\mu\text{m}/\text{m}$. Πραγματικά αυτή η παραμόρφωση επιφέρει μια αύξηση στην αντίσταση της τάξης των 2×10^{-6} . Αυτή η απειροελάχιστη αύξηση της αντίστασης είναι μετρήσιμη - με γέφυρα και ενισχυτή. Την παραμόρφωση αυτή θα αποκτήσει ένα συρματίδιο διατομής 1mm όταν σ' αυτό επενεργήσει δύναμη μερικών γραμμαρίων .

2.3 ΤΑ STRAIN GAGES ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ



Σχήμα 2.2 Λειτουργία κατά την κάμψη

Το Σχήμα 2.2 αποτελεί την οπτικοποίηση της βασικής ιδέας στην οποία στηρίζεται η λειτουργία του οργάνου μέτρησης επιμήκυνσης σε δοκό υπό υπερβολική κάμψη.

Τα οργάνου μέτρησης επιμήκυνσης χρησιμοποιούνται σε πολλές περιπτώσεις και διαφορετικές εφαρμογές, οι οποίες επιφέρουν διαφορετικές απαιτήσεις σχετικά με το μετρητή. Στις περισσότερες περιπτώσεις, ο προσανατολισμός του οργάνου μέτρησης επιμήκυνσης είναι σημαντική.

Το όργανο μέτρησης επιμήκυνσης επικολλούνται συνήθως σε αντικείμενα, τα οποία καταπονούνται με φορτία, τα οποία αναμένονται να παραμείνουν σταθερά σε βάθος χρόνου, αν όχι για δεκαετίες. Υπάρχουν επίσης αυτά που χρησιμοποιούνται για την μέτρηση της αντίδρασης σε μια δυναμικά πειράματα, τα οποία μπορεί να χρειαστεί να παραμένει επικολλημένα με το αντικείμενο για λίγες μέρες, ενεργοποιούνται σε λιγότερο από μία ώρα, και αποκρίνονται σε λιγότερο από ένα δευτερόλεπτο.

2.4 ΟΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΣΤΑ STRAIN GAGES

Οι διακυμάνσεις της θερμοκρασίας σίγουρα θα προκαλέσουν μια πληθώρα επιπτώσεων στα strain gages. Το αντικείμενο θα αλλάξει μέγεθος από τη θερμική διαστολή, η οποία θα διαπιστώνεται ως επιμήκυνση από το μετρητή. Η αντίσταση του μετρητή και η αντίσταση των καλωδίων σύνδεσης θα αλλάξουν.

Τα περισσότερα από τα strain gages είναι κατασκευασμένα από κράμα. Διάφορα κράματα έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε οι συνέπειες από τις αλλαγές της θερμοκρασίας να εξαλείφονται, έτσι ώστε να μην επηρεάζονται οι μετρήσεις του αντικειμένου υπό δοκιμή. Because different materials have different amounts of thermal expansion, self-temperature compensation (STC) requires selecting a particular alloy matched to the material of the object under test. Διότι διαφορετικά υλικά έχουν διαφορετικές ποσότητες θερμικής διαστολής απαιτείται η επιλογή ενός συγκεκριμένου κράματος, το οποίο να ταιριάζει με το υλικό του υπό δοκιμή αντικειμένου.

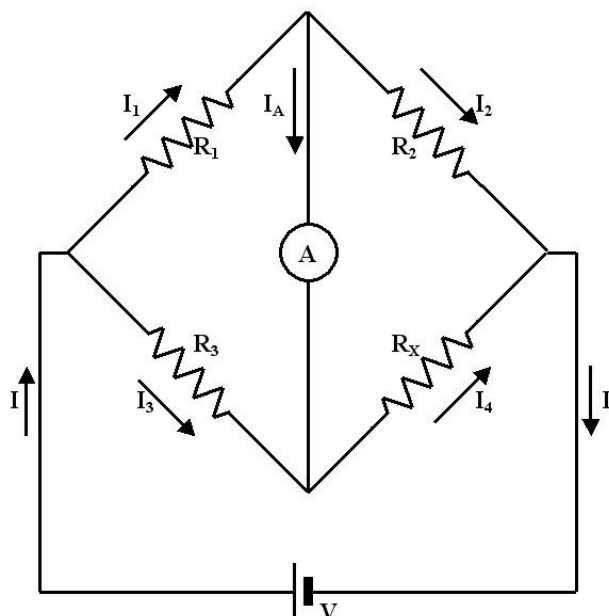
Μια [γέφυρα Wheatstone](#) είναι δυνατό να αντισταθμίσει τις αλλαγές στη θερμοκρασία του δείγματος υπό δοκιμή και το strain gage. Για να γίνει αυτό σε μια γέφυρα Wheatstone που αποτελείται από τέσσερα strain gages, δύο strain gages είναι επισυναπτόμενα με το δοκίμιο, και δύο αφήνονται ελεύθερα και στην ίδια θερμοκρασία με το δοκίμιο που επισυνάπτεται και τα όργανα μέτρησης

Θερμοκρασιακές συνέπειες στα σύρματα μπορούν να απαλειφθούν από τη χρήση "Γέφυρας τριών καλωδίων" ή " Ωμικού κυκλώματος τεσσάρων καλωδίων " (4-wire Ohm circuit" or "4-wire [Kelvin connection](#)")

2.5 Η ΓΕΦΥΡΑ WHEATSTONE

Η γέφυρα Wheatstone [10,11] αποτελεί – σχεδόν αποκλειστική – διάταξη ακριβούς μέτρησης αντιστάσεων. Η λειτουργία της βασίζεται στη δυνατότητα μεταβολής της τιμής μιας εκ των τεσσάρων αντιστάσεων του κυκλώματος και τον προσδιορισμό μίας

άλλης που είναι άγνωστης. Στο σχήμα 1 απεικονίζεται γέφυρα Wheatstone για τη μέτρηση άγνωστης αντίστασης R_x και έστω η R_3 μεταβλητή αντίσταση.



Σχήμα 2.3 Γέφυρα Wheatstone

Με εφαρμογή του νόμου του Kirchhoff (Παράρτημα 1) καταλήγουμε ότι, όταν με την κατάλληλη εκλογή της τιμής της μεταβλητής αντίστασης R_3 το ρεύμα I_A μηδενίζεται, οι αντιστάσεις συνδέονται με τη σχέση (2.4)

$$R_x = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (2.4)$$

Συνεπώς, εάν στη γέφυρα επιλέξουμε την τιμή της μεταβλητής αντίστασης, R_3 , τέτοια ώστε το ρεύμα που διαρρέει το αμπερόμετρο να μηδενιστεί, τότε η τιμή της άγνωστης αντίστασης υπολογίζεται από τη σχέση (2.4).

Υπάρχουν πολύμετρα με δυνατότητα μέτρησης αντιστάσεων. Ωστόσο, η διάταξη της γέφυρας Wheatstone επιτρέπει τη μέτρηση αντιστάσεων χωρίς τη χρήση αμπερομέτρου, στη θέση του οποίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας λαμπτήρας (μικρής αντίστασης), ο οποίος σβήνει όταν η τιμή του ρεύματος I_A μηδενίζεται.

Γέφυρα *Wheatstone* με Χορδή

Μια παραλλαγή της γέφυρας *Wheatstone* είναι η γέφυρα *Wheatstone* με χορδή (Σχ.

4.3). Στη γέφυρα αυτή οι αντιστάσεις R_2 και R_4 έχουν αντικατασταθεί από μια χορδή, πάνω στην οποία ολισθαίνει ένας δρομέας. Η αντίσταση της χορδής μεταξύ των σημείων α και δ , με μήκος L_2 , αποτελεί την R_2 . Η αντίσταση της χορδής μεταξύ των σημείων δ και γ , με μήκος L_4 , αποτελεί την R_4 . Η χορδή είναι κατασκευασμένη από ομοιόμορφο μεταλλικό υλικό, έτσι ώστε να ισχύει:

$$\frac{L_2}{L_4} = \frac{R_2}{R_4} \quad (2.5)$$

Επομένως, προκύπτει ότι:

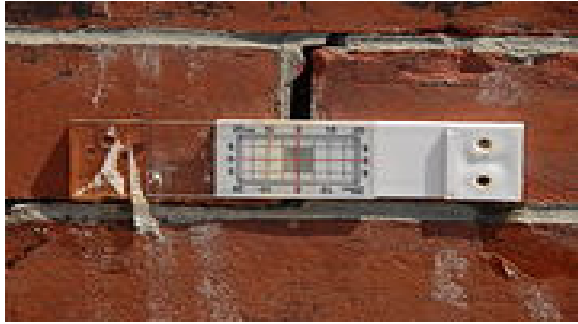
$$R_x = \frac{L_2}{L_4} \cdot R_3 \quad (2.6)$$

Στις πρακτικές γέφυρες Wheatstone με χορδή, η τιμή της αντίστασης R_3 επιλέγεται στην ίδια τάξη μεγέθους με την άγνωστη αντίσταση και ο μηδενισμός του ρεύματος στο γαλβανόμετρο επιτυγχάνεται με την ολίσθηση του δρομέα πάνω στη χορδή. Ο λόγος L_2/L_4 διαβάζεται απευθείας από μια βαθμολογημένη κλίμακα δίπλα στη χορδή.

2.6 ΑΛΛΑ ΕΙΔΗ ΜΕΤΡΗΤΗ ΕΠΙΜΗΚΥΝΣΕΩΝ

Για μετρήσεις μικρών επιμηκύνσεων, όργανα μέτρησης επιμήκυνσης ημιαγωγών, οι λεγόμενοι πιεζοαντιστάτες (piezoresistors), συχνά είναι προτιμότεροι από τα κλασσικά όργανα μέτρησης επιμήκυνσης (strain gages). Ένα όργανο μέτρησης επιμήκυνσης ημιαγωγών, συνήθως έχει μεγαλύτερο εύρος από ένα strain gage, είναι πιο ακριβό, πιο ευαίσθητο στις μεταβολές της θερμοκρασίας, και είναι πιο εύθραυστο από το strain gage.

Σε βιολογικές μετρήσεις, ιδιαίτερα σε μετρήσεις της ροής του αίματος και οίδημα ιστών, χρησιμοποιείται μια παραλλαγή που ονομάζεται υδράργυρος σε ελαστικό strain gage. Αυτό το είδος strain gage αποτελείται από μια μικρή ποσότητα υγρού υδραργύρου που περικλείεται σε μια μικρή σωλήνα από καουτσούκ, το οποίο εφαρμόζεται γύρω από π.χ. ένα δάχτυλο του ποδιού ή του ποδιού. Διόγκωση ενός μέρους του σώματος οδηγεί σε επιμήκυνση του σωλήνα, κάνοντας το μακρύτερο και λεπτότερο, το οποία αυξάνει την ηλεκτρική αντίσταση.



Σχήμα 2.4 Μηχανικό strain gage

Μηχανικά strain gages χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της ανάπτυξης ενός ρήγματος στον τοίχο κτισμάτων. Στο σχήμα 2.4 παρουσιάζεται το Μηχανικό strain gage που είναι εγκατεστημένο στον [Hudson-Αθήνα Φάρος](#)

Απλά μηχανικά είδη (όπως φαίνεται και εδώ) χρησιμοποιούνται από [πολιτικούς μηχανικούς](#) για τη μέτρηση της κίνησης κτιρίων, και άλλων κατασκευών. Στην απεικονιζόμενο παράδειγμα, τα δύο μισά της συσκευής έχουν συνδεθεί στον τοίχο σε αντίθετες πλευρές της ρωγμής. Τόσο η οριζόντια και η κατακόρυφη κίνηση μπορεί να παρακολουθείται σε βάθος χρόνου. Σε αυτή την εικόνα, η ρωγμή μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει διευρυνθεί κατά περίπου 0,3 χιλιοστά από τη στιγμή που το όργανο μέτρησης είχε εγκατασταθεί.

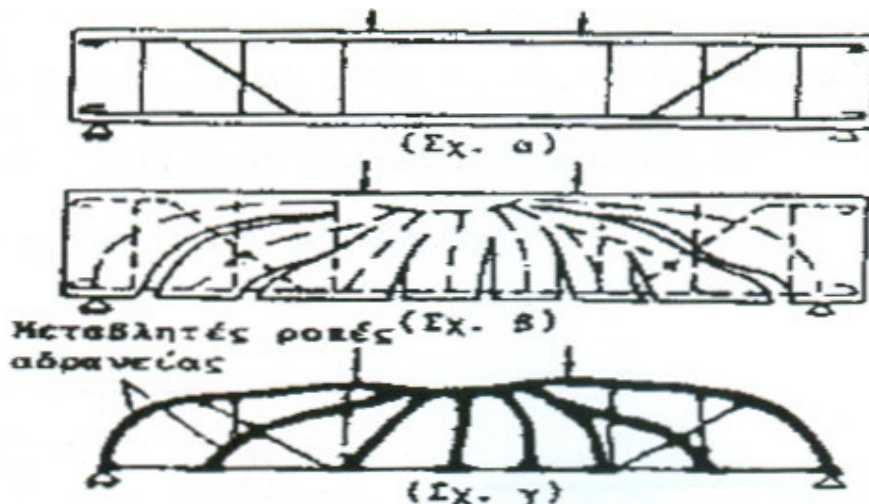
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Μέθοδοι υπολογισμού της αντοχής του οπλισμένου σκυροδέματος στην οριακή κατάσταση αντοχής από τέμνουσα δύναμη

3.1 ΓΕΝΙΚΑ

Οι θεωρίες που έχουν αναπτυχθεί για τον σχεδιασμό έναντι τέμνουσας δύναμης είναι κυρίως τέσσερις. Οι τρεις πρώτες αφορούν την κλασσική θεωρία δικτύωματος Moersch καλύπτουν αδυναμίες της αρχικής θεωρίας, ενώ η τέταρτη είναι η θεωρία της τροχιάς της θλιπτικής δύναμης.

Πρώτος (1899-1900) αναπτύχθηκε η κλασσική θεωρία του Moersch – Rither [12,13], στην οποία ο σχεδιασμός έναντι τέμνουσας δύναμης. Αυτή βασίζονταν στο δικτύωμα το οποίο φανταζόμασταν ότι εμφάνιζε παντού διαγώνιους υπό γωνία 45°. Οι επιλύσεις των δυνάμεων των σχεδιαζόμενων διαγωνίων και ορθοστατών που προέκυπταν από αυτή την μορφή του ιδεατού δικτύωματος, όριζαν τις διατομές των λοβών οπλισμών και των συνδετήρων αντίστοιχα, οι οποίοι αναλάμβαναν όλη την τέμνουσα δύναμη.



Σχήμα 3.1 Δικτύωμα Moersch

Προέκταση αυτής της θεωρίας του απλού δικτύωματος έγινε από τον J.Schlaich "Strut and tie" [14] και κατόπιν από τον Καναδό M. Collins "Compression Field Theory" [15]

στην οποία έγιναν προσπάθειες να καλυφθούν οι αδυναμίες της κλασικής θεωρίας του δικτυώματος Moersch.

Όμως παρατηρήθηκε ότι το δικτύωμα γενικά δεν σχηματιζόταν πάντοτε και όταν σχηματιζόταν δεν ήταν ακριβώς "τύπου Moersch".

Εξάλλου, όταν το δικτύωμα σχηματιζόνταν, είναι πολλαπλώς υπερσταστικό, και πρέπει κατά την επίλυση του να ληφθεί υπόψη και η ακαμψία των θλιπτικών ράβδων του κορμού και του ζυγώματος, ώστε να εξασφαλιστεί η συμβατότητα των παραμορφώσεων.

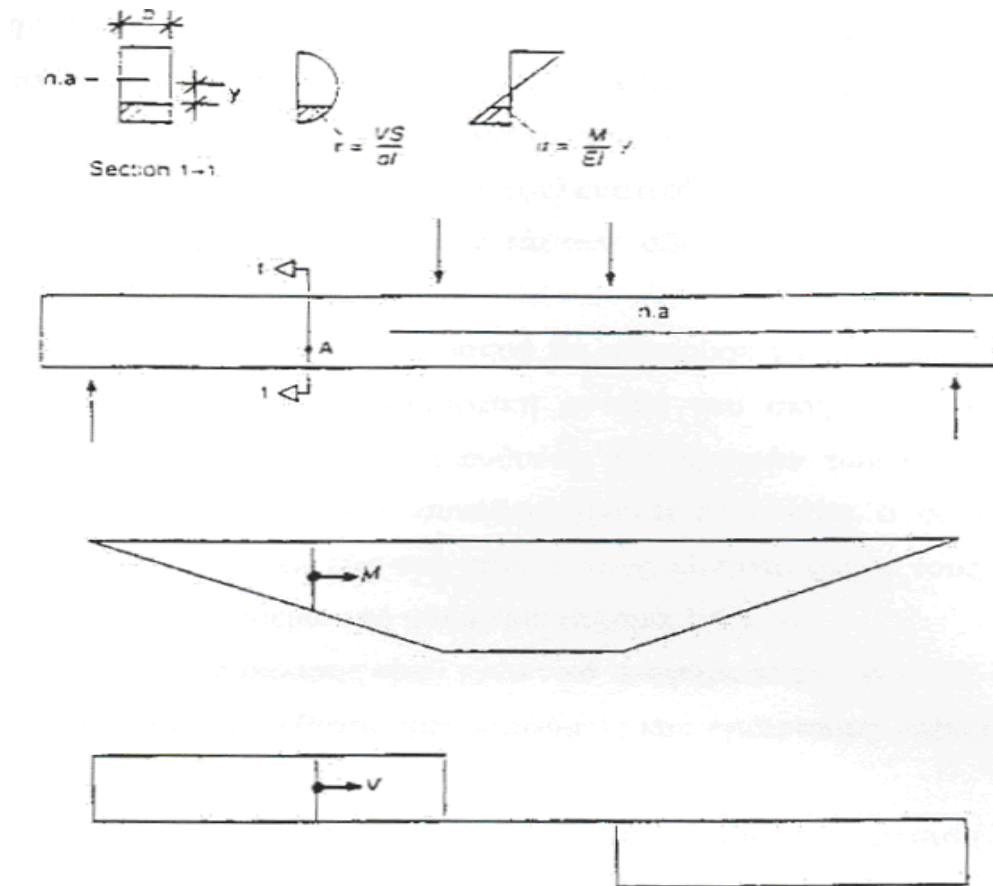
Σύμφωνα με την απλουστευμένη θεωρία της " γραμμικής ελαστικής δοκού", η εντατική κατάσταση ενός δομικού στοιχείου (όπως π.χ. μιας αμφιερέιστου δοκού με ορθογωνική διατομή, η οποία υπόκειται είτε σε μονό, είτε σε διπλό σημειακό φορτίο, συμμετρικά διατεταγμένο ως προς την μεσαία διατομή της δοκού) μπορεί εύκολα να προσδιοριστεί χρησιμοποιώντας τα διαγράμματα των ροπών κάμψης και των τεμνουσών δυνάμεων.

Η επίπεδη εντατική κατάσταση (τάση παραμόρφωση, σ , τ) σε οποιαδήποτε σημείο A της δοκού, μπορεί να υπολογιστεί από τις παρακάτω σχέσεις :

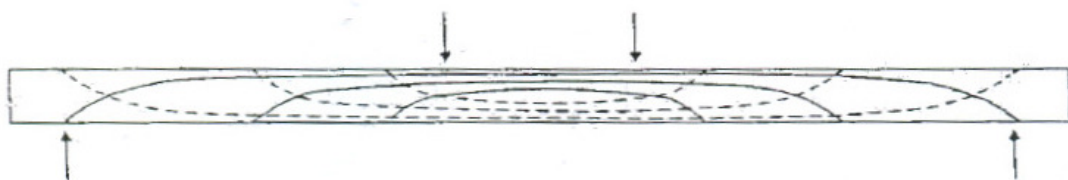
$$\sigma = (M/EI)y \quad \text{και} \quad \tau = (VS/bI)$$

Όπου M η καμπτική ροπή και V η τέμνουσα δύναμη στην διατομή που διέρχεται από το σημείο A, με μέτρο ελαστικότητας του γραμμοσκιασμένου τμήματος της διατομής S, y η απόσταση του σημείου A από την ουδέτερη γραμμή και b το πλάτος της διατομής στο σημείο A (Σχήμα 3.2).

Εκφράζοντας την εντατική κατάσταση (σ, τ) με τη μορφή των κυρίων τάσεων (σ_1, σ_2) και υπολογίζοντας τις κύριες τάσεις σε ικανό αριθμό σημείων της δοκού, μπορούμε να οδηγηθούμε στην κατασκευή των τροχιών των κυρίων τάσεων (Σχήμα 3.3) όπου οι συνεχείς και οι διακεκομμένες καμπύλες παριστάνουν τις τροχιές των θλιπτικών και των θλιπτικών τάσεων, αντίστοιχα.



Σχήμα 3.2 Αμφιέριστη δοκός υπό διπλό σημειακό φορτίο συμμετρικό ως προς την μεσαία διατομή: διανομές ορθών (σ) και διατμητικών (τ) τάσεων σε διάτμηση 1-1 της δοκού



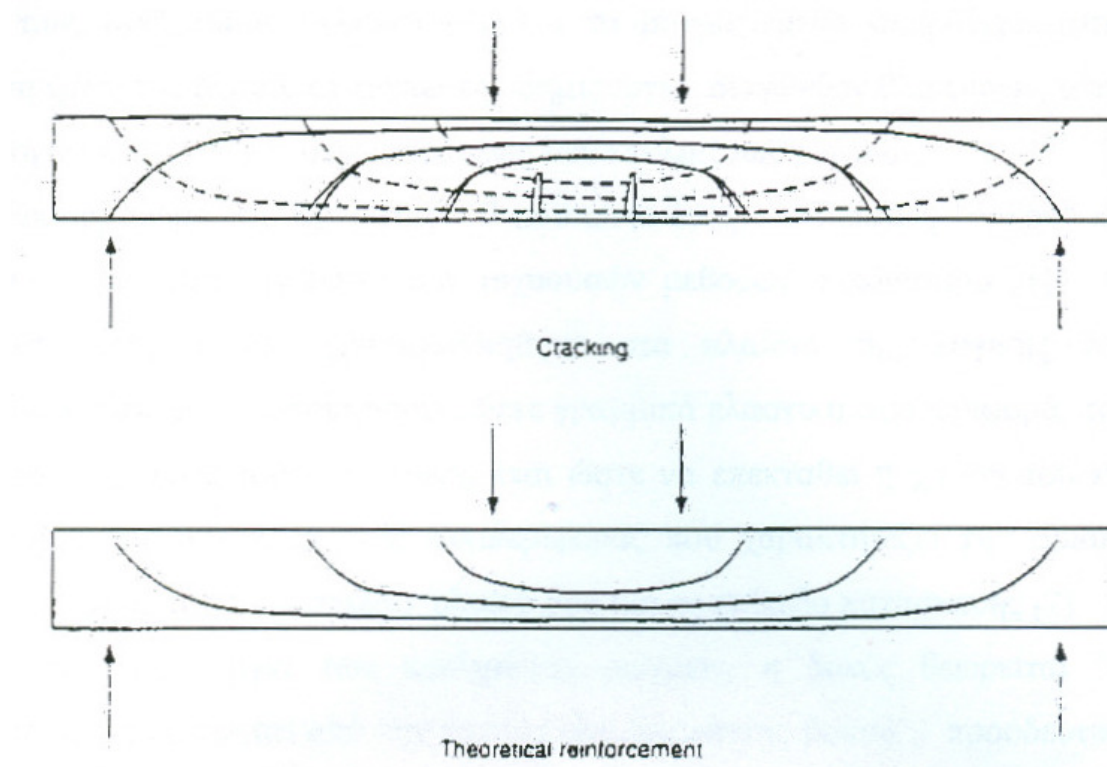
Σχήμα 3.3. Σχηματική απεικόνιση τροχιών θλιπτικών (συνεχείς γραμμές) και εφελκυστικών (διακεκομμένες γραμμές) τάσεων που αναπτύσσονται στην δοκό του Σχήματος 3.2

Για την περίπτωση δοκού από σκυρόδεμα, λόγω της μικρής εφελκυστικής αντοχής του σκυροδέματος, η δοκός θα ρηγματώθει στις περιοχές όπου η τιμή των εφελκυστικών τάσεων υπερβαίνει την αντοχή του υλικού. Οι ρωγμές αυτές θα σχηματιστούν κάθετα στην διεύθυνση των εφελκυστικών τάσεων, ακολουθώντας την διεύθυνση των τροχιών των θλιπτικών τάσεων, οδηγώντας έτσι την δοκό σε αστοχία.

Όμως η φέρουσα ικανότητα της δοκού θα μπορούσε να υπερβεί κατά πολύ την τιμή που της υπαγορεύει η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος με την τοποθέτηση ράβδων χάλυβα κατά την διεύθυνση των τροχιών των εφελκυστικών τάσεων. Η τοποθέτηση των ράβδων συνήθως γίνεται έτσι ώστε ο οπλισμός να αναλάβει τις εφελκυστικές τάσεις είτε στο σύνολο τους, είτε στο τμήμα τους που δεν μπορεί να αναλάβει το σκυρόδεμα από μόνο του. (Σχήμα 3.4)

Ο παραπάνω τρόπος όπλισης είναι πρακτικά ανεφάρμοστος και αντί αυτού η όπλιση γίνεται συνήθως με ευθύγραμμες διαμήκειες και εγκάρσιους ράβδους από χάλυβα (Σχήμα 3.5)

Οι διαμήκειες ράβδοι συνήθως τοποθετούνται σε μικρή απόσταση από το εφελκόμενο πέλμα της δοκού και αναλαμβάνουν την συνολική εφελκυστική δύναμη που αναπτύσσεται λόγω της καμπτικής ροπής. Αντίθετα, οι εγκάρσιες ράβδοι διανέμονται στα "διατμητικά μήκη" της δοκού και αναλαμβάνουν τις εγκάρσιες συνιστώσες των εφελκυστικών δράσεων, που αντιστοιχούν στο τμήμα της δρώσας τέμνουσας δύναμης (υπερβαίνοντας την τιμή που μπορεί από μόνο του να παραλάβει το σκυρόδεμα).

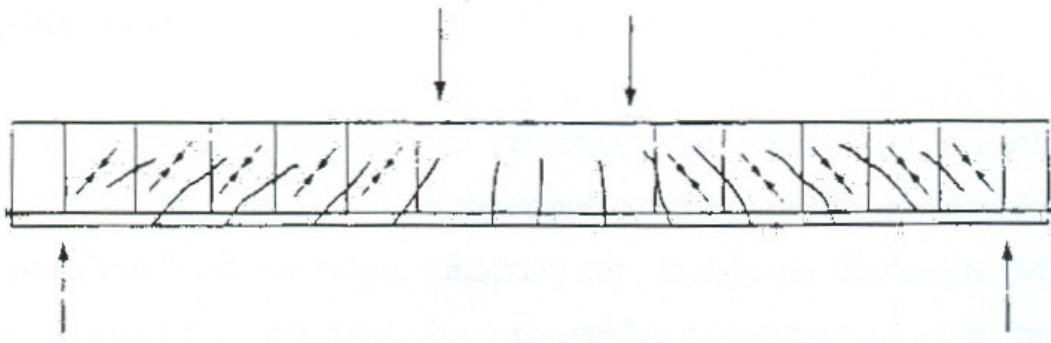


Σχήμα 3.4. Σχηματική απεικόνιση ρηγμάτωσης (cracking)

(α) Αμφειερείστου δοκού από σκυρόδεμα και

(β) θεωρητική διάταξη οπλισμού από ράβδους χάλυβα για την αποτροπή

απώλειας της φέρουσας ικανότητας λόγω εφελκυστικής αστοχίας του σκυροδέματος.

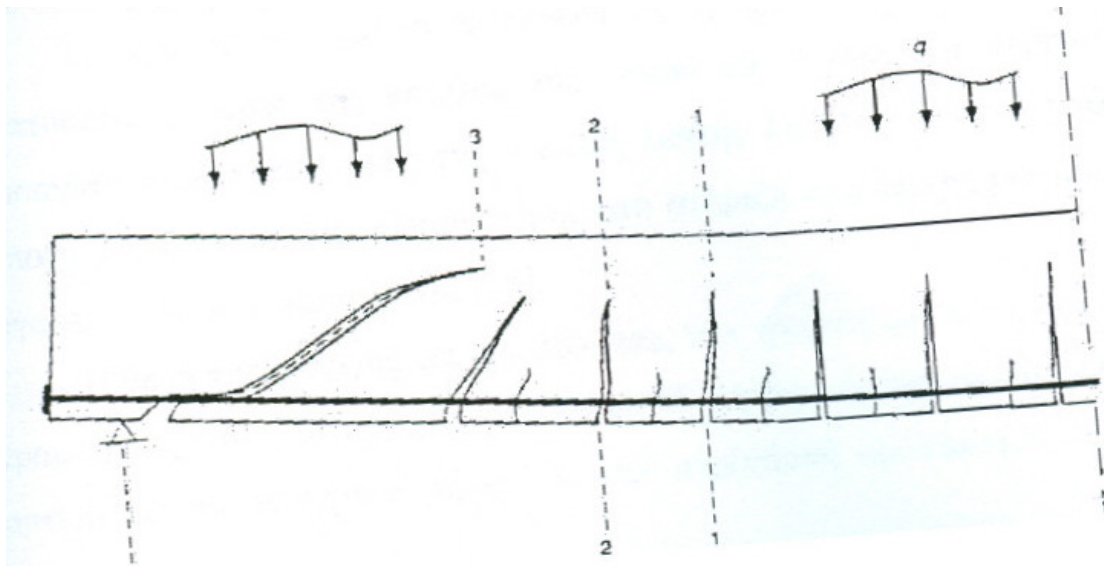


Σχήμα 3.5. Συνήθης διάταξη οπλισμού αμφιερείστου δοκού από οπλισμένο σκυρόδεμα

Το προσομοίωμα του σχήματος 3.5 που είναι ένας συνδυασμός "δοκού" και "δικτύωματος" αποτελεί την βάση των ισχυουσών μεθόδων σχεδιασμού. Το προσομοίωμα αυτό, αρχικά χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της λογικής των "επιτρεπόμενων τάσεων", η οποία προϋπόθετε γραμμικά ελαστική συμπεριφορά των υλικών. Αργότερα, όμως τροποποιήθηκε, έτσι ώστε να επεκταθεί η χρήση του και στην περίπτωση της μη- γραμμικής συμπεριφοράς που χαρακτηρίζει την οριακή κατάσταση αστοχίας, τόσο σε επίπεδο υλικού όσο και σε επίπεδο κατασκευής.

Πριν τη δημιουργία των κεκλιμένων ρωγμών, η δοκός θεωρείται ότι λειτουργεί όπως περιγράφεται από την θεωρία της "ελαστικής δοκού", προοδευτικά όμως με τον σχηματισμό των κεκλιμένων ρωγμών στα "διατμητικά μήκη", η λειτουργία της γίνεται συνθετότερη, με τα "διατμητικά μήκη" να λειτουργούν σαν δικτύωμα, ενώ το τμήμα μεταξύ των σημειακών φορτίων εξακολουθεί να συμπεριφέρεται όπως έχουμε προηγούμενα περιγράψει.

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε παραπάνω και όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.6 το σκυρόδεμα παραμένει ουσιαστικά αρηγμάτωτο μόνο σε ένα σχετικά μικρό τμήμα της δοκού [16,17]. Το τμήμα αυτό περιλαμβάνει αφενός μεν τις ακραίες περιοχές της δοκού, μέχρι τη βαθιά κεκλιμένη ρωγμή που σχηματίζεται πλησιέστερα στις στηρίξεις, αφετέρου δε μια λεπτή σχετικά ζώνη, μεταβλητού πάχους, που σχηματίζεται μεταξύ των κορυφών των ρωγμών και του άνω πέλματος και ενώνει τις παραπάνω αρηγμάτωτες ακραίες περιοχές.



Σχήμα 3.6 Σχηματική απεικόνιση ρηγμάτωσης και παραμόρφώσεων σχήματος

Η φέρουσα ικανότητα της δοκού οφείλεται στον διαμήκη οπλισμό και στο αρηγμάτωτο σκυρόδεμα μέσω του οποίου το εξωτερικό φορτίο μεταφέρεται στις στηρίξεις. Τόσο η φέρουσα ικανότητα όσο και η δυσκαμψία του ρηγματωμένου σκυροδέματος δεν μπορεί παρά να είναι μόνο ένα μικρό ποσοστό της φέρουσας ικανότητας και δυσκαμψίας του αρηγμάτωτου σκυροδέματος στη φέρουσα ικανότητα δεν μπορεί παρά να είναι αμελητέα [18].

Παρ' όλα αυτά όμως το ρηγματωμένο σκυρόδεμα μέσω της "κάμψης των προβόλων" δημιουργεί ένα μηχανισμό που του επιτρέπει να κάνει μια σημαντική συμβολή στη μεταφορά του εξωτερικού φορτίου, μέσω του αρηγμάτωτου τμήματος, από τα σημεία εφαρμογής του στις στηρίξεις.

Το σκυρόδεμα αστοχεί πάντα σε εφελκυσμό. Αστοχία της δοκού

προκαλείται από την ανάπτυξη εφελκυστικών τάσεων στο αρηγμάτωτο σκυρόδεμα, που είναι εγκάρσιες στη διεύθυνση της τροχιάς των θλιπτικών τάσεων που αναπτύσσονται λόγω της κάμψης της δοκού. Συνεπώς, η αναζήτηση των αιτιών αστοχίας του αρηγμάτωτου σκυροδέματος της δοκού θα πρέπει να επικεντρωθεί στις περιοχές εκείνες της θλιβόμενης ζώνης της δοκού όπου είναι δυνατό να αναπτυχθούν εφελκυστικές δυνάμεις, δηλαδή σε περιοχές:

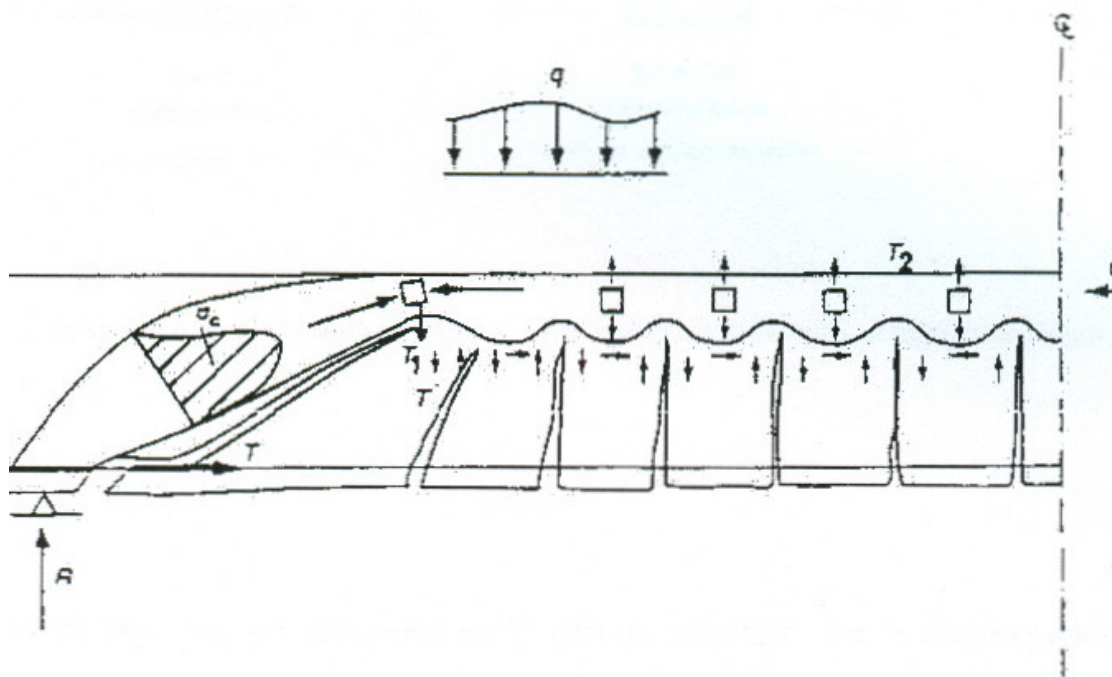
α) Αλλαγής της διεύθυνσης της τροχιάς της συνισταμένης των θλιπτικών τάσεων.

β) παράπλευρες στις διατομές όπου υπάρχουν κύριες καμπτικές ή κεκλιμένες ρωγμές

γ) σημειακών φορτιών

δ)στη διεπιφάνεια μεταξύ αρηγμάτωτου και ρηγματωμένου σκυροδέματος.

Οι πιθανές αυτές θέσεις ανάπτυξης εγκάρσιων εφελκυστικών τάσεων φαίνονται στο Σχήμα 3.7.



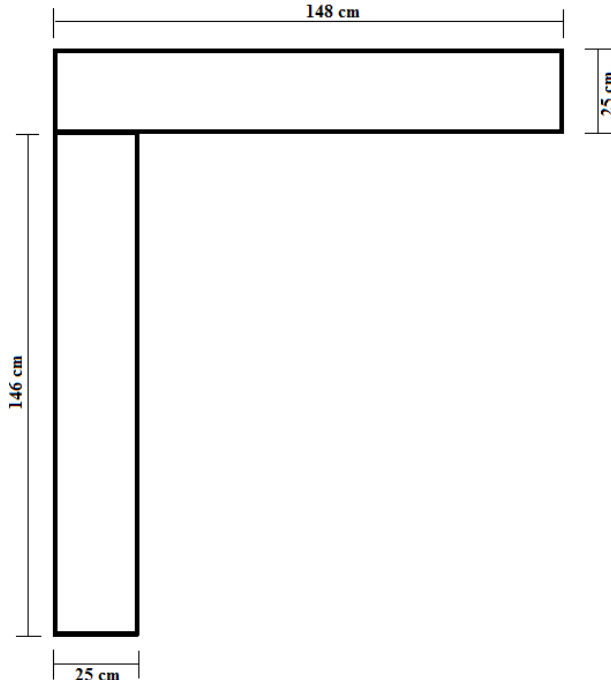
Σχήμα 3.7 Αρηγμάτωτο τμήμα αμφιερείστου δοκού (υπό την δράση του εγκάρσιου φορτίου και των εσωτερικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στην διεπιφάνεια του με το ρηγματωμένο τμήμα της δοκού) στο οποίο έχουν σημειωθεί πιθανές θέσεις ανάπτυξης εγκάρσιων εφελκυστικών τάσεων

Πειραματικό Μέρος

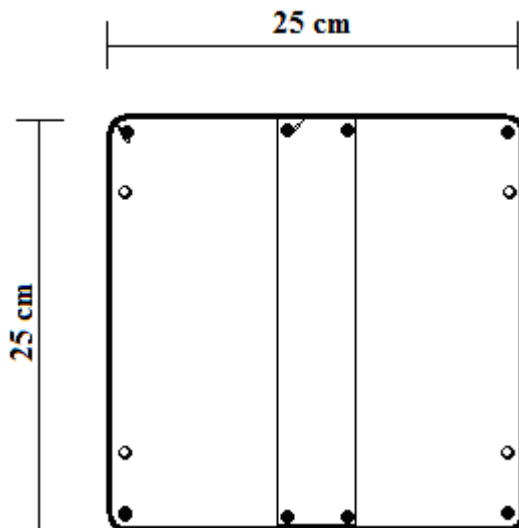
4.1 ΜΟΡΦΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Τα κυρίως δοκίμια αποτελούνταν από δοκό και υποστύλωμα διατομής 250mm x 250mm και τα δύο, ενώ είχαν μήκος 1480 mm και 1460 mm αντίστοιχα. Αυτά οπλίστηκαν με χάλυβα S500s και κλωβούς συνδετήρων. Επί των κλωβών τοποθετήθηκαν ηλεκτρικοί μετρητές παραμορφώσεων (strain gages) κατάλληλοι για μέταλλα. Επίσης ηλεκτρικοί μετρητές παραμορφώσεων κατάλληλοι για σκυρόδεμα, τοποθετήθηκαν σε αντίστοιχες θέσεις της επιφάνειας σκυροδέματος, όπου με την εγκατάσταση των απαιτούμενων οργάνων και του λογισμικού ήταν δυνατή η ταχεία λήψη, αποθήκευση και επεξεργασία αποτελεσμάτων.

Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται το σκαρίφημα του δοκιμίου, υποστύλωμα και πρόβολος, όπου όπως φαίνεται είναι σε μορφή Γ. Επίσης, στο σχήμα 4.2 παρουσιάζεται το σκαρίφημα του συνδετήρα της δοκού.

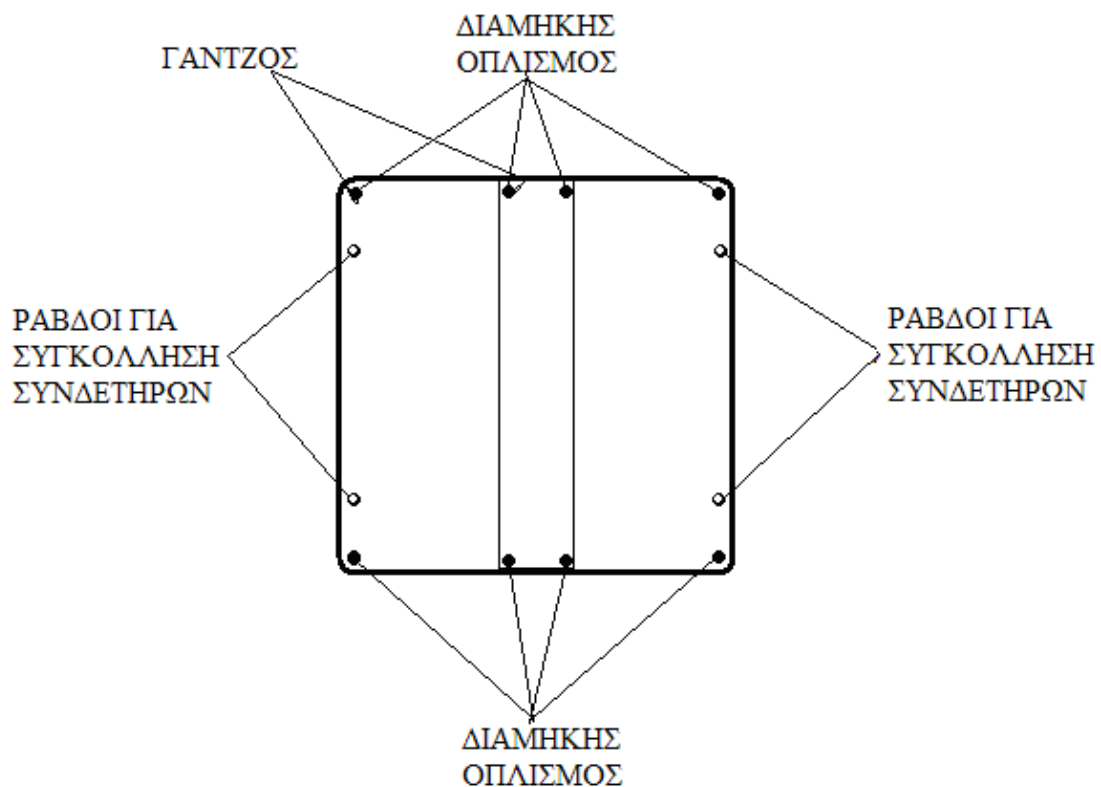


Σχήμα 4.1 Υποστύλωμα-Δοκός



Σχήμα 4.2 Συνδετήρας δοκού - Διαστάσεις

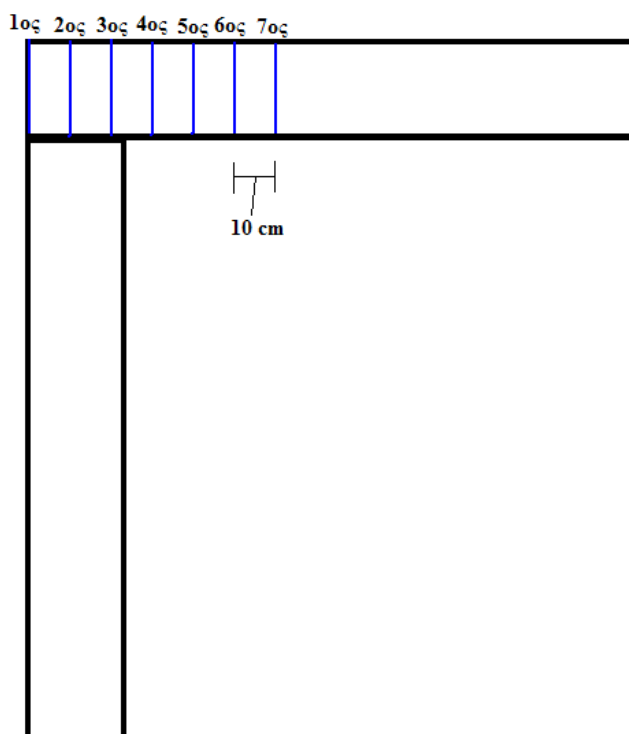
Στο Σχήμα 4.3 γίνεται αναλυτική παρουσίαση του συνδετήρα της δοκού. Στο σχήμα αυτό παρουσιάζονται ο διαμήκης οπλισμός, ο οπλισμός για τη συγκόλληση των συνδετήρων καθώς επίσης και οι γάντζοι.



Σχήμα 4.3 Συνδετήρας δοκού - Στοιχεία συνδετήρα

Στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζεται η θέση των συνδετήρων στη δοκό. Οι συνδετήρες έχουν απόσταση 100 mm μεταξύ τους και η αρίθμηση τους ξεκινάει από τη γωνία δοκού-

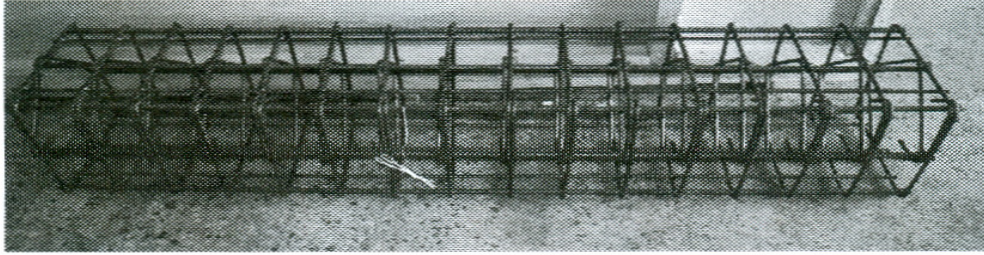
κολώνας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.4.



Σχήμα 4.4 Θέση συνδετήρων στη δοκό

4.2 ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΧΑΛΥΒΔΙΝΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ ΟΠΛΙΣΜΟΥ

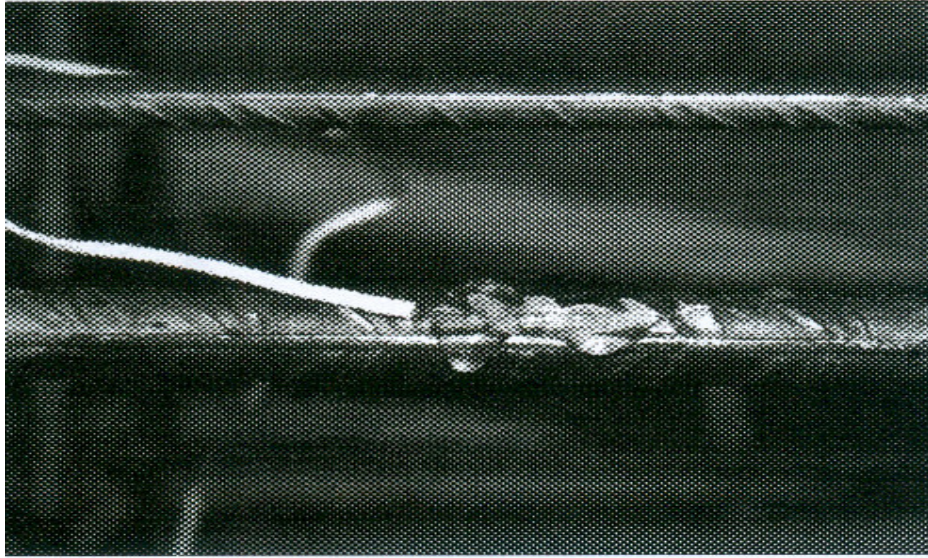
Αρχικά, στον οπλισμό των στύλων, για στατικές δοκιμές καταπόνησης, χρησιμοποιήθηκαν 2 βιομηχανοποιημένα χαλύβδινα δοκίμια. Κάθε ένα από αυτά έφερε περιμετρικά 8 χαλύβδινες ράβδους διαμήκους οπλισμού, διαμέτρου διατομής 12 mm και συνδετήρες εγκαρσίου οπλισμού, διαμέτρου διατομής 8 mm, συγκολλημένους σε 4 διαμήκεις ράβδους διαμέτρου 8 mm. Οι συνδετήρες ήταν συγκολλημένοι στα μεν πρώτο δοκίμιο ανά 10cm, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.5, στο δε δεύτερο, ανά 20 cm καθ' ύψος. Οι διατάσεις ήταν 164cm x 34cm x 34cm και 160cm x 34cm x 34cm αντίστοιχα. Στο σχήμα 4.5 φαίνεται το χαλύβδινο βιομηχανοποιημένο δοκίμιο.



Σχήμα 4.5 Χαλύβδινο βιομηχανοποιημένο δοκίμιο

Για το δοκίμιο του πειράματος της δυναμικής καταπόνησης που γίνεται η παρούσα μελέτη χρησιμοποιήθηκαν βιομηχανοποιημένοι κλωβοί οπλισμού. Οι βιομηχανοποιημένοι αυτοί κλωβοί είχαν μορφή μονόστηλου με μια δοκό εν πρόβολο, συνδεδεμένη με αγκύρωση από τη έξω πλευρά του κόμβου. Ο κάθε κλωβός έφερε ως διαμήκη οπλισμό 8 ράβδους $\Phi 12$ και εγκάρσιο οπλισμό $\Phi 8$ διατεταγμένο ανά 8cm περίπου και συγκολλημένο με 4 διαμήκεις ράβδους $\Phi 8$. Οι διαστάσεις του στύλου ήταν 146cm x 25cm x 25cm και της δοκού 148cm x 25cm x 25cm. Οι κλωβοί αυτοί χρησιμοποιήθηκαν ως οπλισμός στα δοκίμια σκυροδέματος που υποβλήθηκαν σε δυναμική φόρτιση.

Επί του κλωβού επιλέχθηκαν τα σημεία που θα τοποθετηθούν οι ηλεκτρικοί μετρητές της παραμόρφωσης (strain gauges). Τα σημεία αυτά καλύπτουν την περιοχή του στύλου και της δοκού, με πύκνωση στη περιοχή του κόμβου. Αφού επιλέχθηκαν τα σημεία, ακολούθησε η επιφανειακή λείανση τους ώστε να εξαλειφθούν από τα σημεία αυτά οι νευρώσεις, χωρίς επίπτωση στην αντοχή του οπλισμού και κατόπιν έγινε η συγκόλληση των μετρητών παραμόρφωσης (Σχήμα 4.6 και 4.7). Στη συνέχεια οι ηλεκτρικοί μετρητές μονώθηκαν και στεγανοποιήθηκαν με σιλικόνη για να προστατευτούν κατά την διαδικασία της σκυροδέτησης και τέλος αριθμήθηκαν. Τοποθετήθηκαν συνολικά 40 μετρητές της παραμόρφωσης (strain gauges) εκ των οποίων 21 στους συνδετήρες, (13 στην δοκό και 8 στον στύλο), 15 στον διαμήκη οπλισμό (9 στην δοκό και 6 στον στύλο), 2 επί των γάντζων των οπλισμών και 2 επί των οπλισμών της συγκόλλησης.

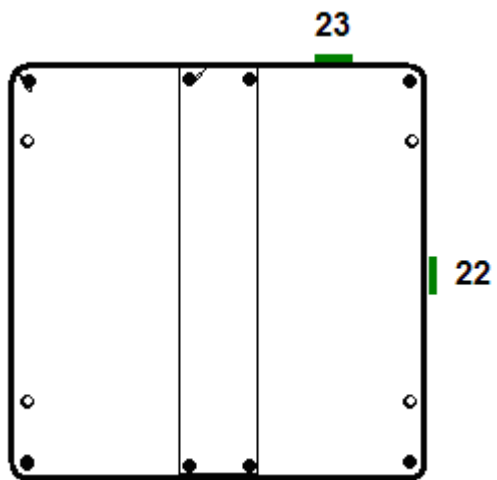


Σχήμα 4.6 Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού

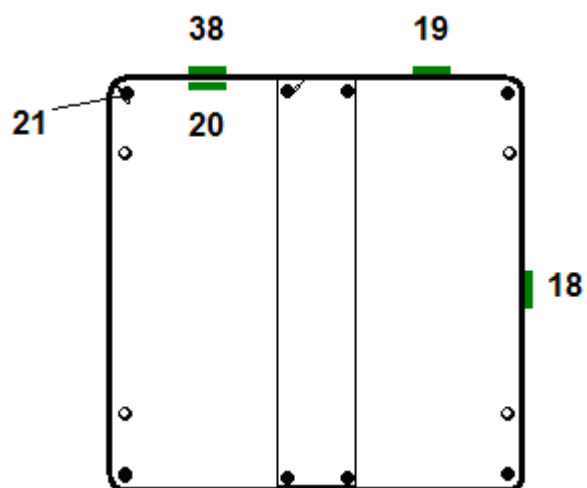


Σχήμα 4.7 Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού

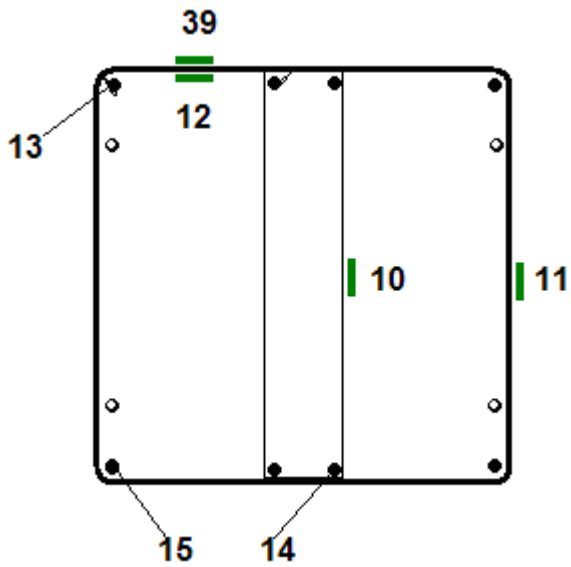
Στα Σχήματα 4.8 έως 4.11 γίνεται η παρουσίαση των τεσσάρων συνδετήρων με τα επί αυτών τοποθετημένα strain gages. Η αρίθμηση των strain gages είναι και αυτή που υπήρχε κατά την εκτέλεση του πειράματος και υπάρχει και στα παρακάτω σχήματα, για να είναι εύκολη η αντιστοιχία των strain gages με τους πίνακες που ακολουθούν.



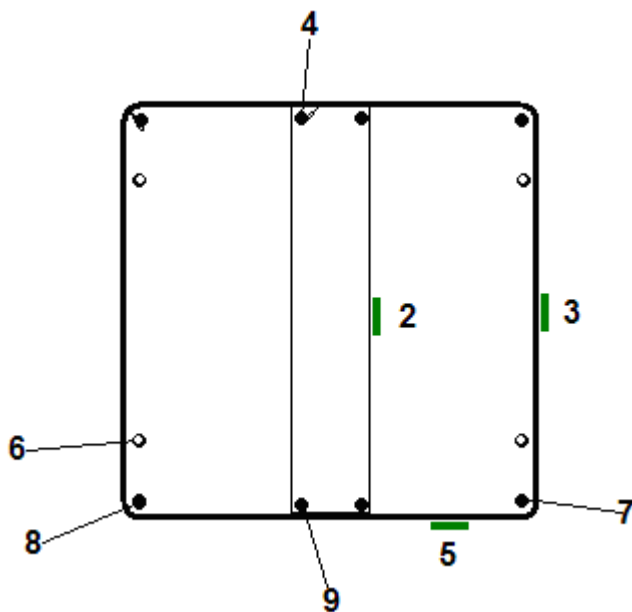
Σχήμα 4.8 1^{ος} Συνδετήρας



Σχήμα 4.9 3^{ος} Συνδετήρας



Σχήμα 4.10 5^{ος} Συνδετήρας

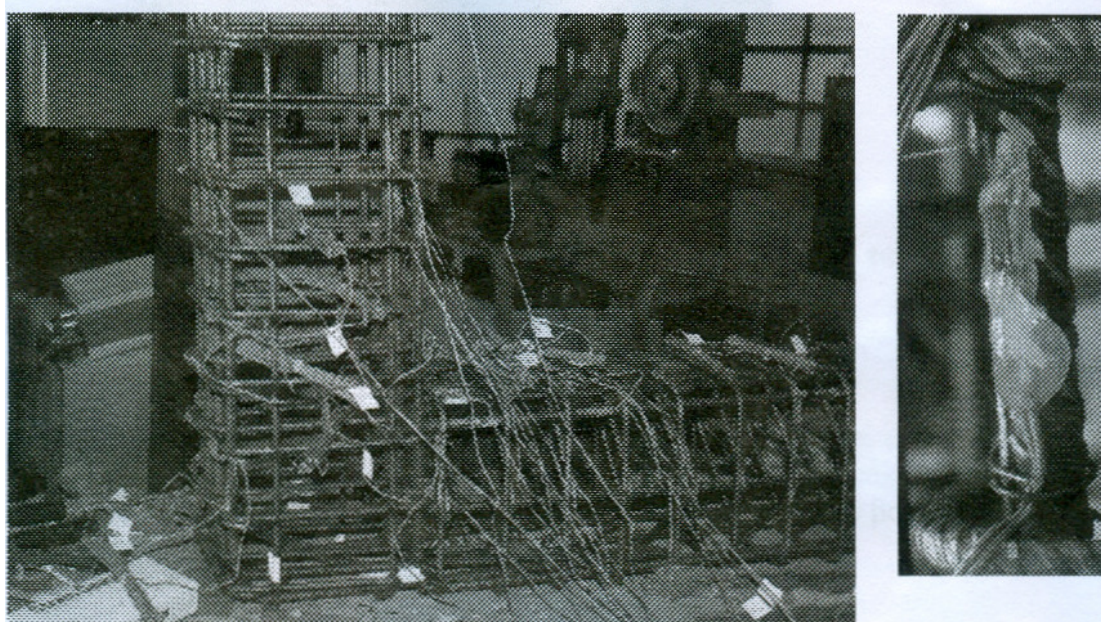


Σχήμα 4.11 7^{ος} Συνδετήρας

Στο σχήμα 4.12 παρουσιάζεται τμήμα του κλωβού (περιοχή του κόμβου), με τους μετρητές παραμόρφωσης.

Οι ηλεκτρικοί μετρητές παραμόρφωσης που επικολλήθηκαν ήταν τύπου FLA – 5-11-

5L της TML.



Σχήμα 4.12 Ο κλωβός οπλισμού με τους μετρητές παραμόρφωσης

4.3 ΣΚΥΡΟΔΕΤΗΣΗ

Ο κλωβός με τους συγκολλημένους μετρητές παραμόρφωσης τοποθετήθηκε σε ανάλογο καλούπι και σκυροδετήθηκε προσεκτικά. Κάποιες από τις φάσεις της σκυροδέτησης φαίνονται στα σχήματα 4.13 έως 4.15

Μετά 7 ημέρες το δοκίμιο σκυροδέματος με τη βοήθεια γερανού μεταφέρθηκε στον χώρο που έγινε το πείραμα και τοποθετήθηκε σε νέο καλούπι-βάση στήριξης που σκυροδετήθηκε επίσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.16.

Για τη σκυροδέτηση φτιάχτηκε το τσιμέντο με την εξής σύσταση:

Σύσταση σκυροδέματος:

- Άμμος: 110 kg
- Χαλίκι: 108 kg
- Τσιμέντο: 32 kg
- Νερό: 22 kg

Επίσης για την αντοχή του πάρθηκαν κυλινδρικά δοκίμια με διατομή $d=15\text{ cm}$ και ύψος $h=30.3\text{ cm}$, αντοχής B90, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.17. Στα Σχήματα 4.18 και 4.19 φαίνεται το αρχικό και το τελικό στάδιο της επιβολής θλιπτικού φορτίου στο κυλινδρικό δοκίμιο ελέγχου αντοχής.



Σχήμα 4.13 Καλούπωμα δοκιμίου



Σχήμα 4.14 Σκυροδέτηση δοκιμίου



Σχήμα 4.15 Περάτωση της δημιουργίας του δοκιμίου



**Σχήμα 4.16 Το δοκίμιο οπλισμένου σκυροδέματος στη βάση στήριξής
του**



Σχήμα 4.17 Κυλινδρικά δοκίμια για έλεγχο αντοχής



Σχήμα 4.18 Έλεγχος αντοχής



Σχήμα 4.19 Έλεγχος αντοχής

4.4 ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Ο κλωβός πριν σκυροδετηθεί υπέστη κρουστικές καταπονήσεις σε διάφορα σημεία του, τόσο στο στύλο όσο και στη δοκό, είτε με την βοήθεια σφύρας, είτε πίπτοντος βάρους. Για κάθε κρουστική καταπόνηση, συλλέγονταν μέσω του συστήματος ταχείας λήψης και αποθηκεύτηκαν στον ηλεκτρονικό υπολογιστή οι μετρήσεις με την μορφή κυματομορφής, για κάθε ένα από τους 40 συγκολλημένους μετρητές παραμόρφωσης (η επεξεργασία αυτών των μετρήσεων δεν γίνεται στη παρούσα εργασία).

Επί του κλωβού οπλισμού τοποθετήθηκαν συνολικά 40 ηλεκτρικοί μετρητές παραμόρφωσης, και επί της εξωτερικής επιφάνειας του δοκιμίου τοποθετήθηκαν επίσης 8 ηλεκτρικοί μετρητές παραμόρφωσης, κατάλληλοι για σκυρόδεμα τύπου FLA-30-11-5L της TML. (από 1 διαμήκως της άνω-εφελκυσόμενης και κάτω-θλιβόμενης περιοχής του προβόλου, από 1 διαμήκως της έξω-εφελκυσόμενης και έσω-θλιβόμενης περιοχής του στύλου, από 1 διαμήκως της άνω και κάτω παρειάς του προβόλου περίπου 3cm από την άνω και κάτω ίνα αντίστοιχα και 2 υπό γωνία 45⁰ επί του κόμβου). Οι ηλεκτρικοί μετρητές παραμόρφωσης συνδέθηκαν με το πολυκαναλικό μετρητικό σύστημα ταχείας λήψης, καταγραφής και αποθήκευσης δεδομένων, (Data Acquisition System Model 6035 της PACIFIC INSTRUMENTS).

Η βάση του στύλου πακτώθηκε σε βάση από σκυρόδεμα διαστάσεων περίπου 100cm x 100cm x 20cm, όπως φαίνεται στα Σχήματα 4.16 και 4.20. Ο στύλος αγκυρώθηκε με την βάση, από τις πλευρές του που θα καταπονούνταν σε εφελκυσμό-θλίψη. Τέλος, η βάση πακτώθηκε με βύσματα επί του δαπέδου, ώστε να επιτύχουμε την ταλάντωση μόνο του προβόλου και όχι ολόκληρου του συστήματος.

Η μηχανή τύπου MTS καταπόνησε το δοκίμιο με θλιπτικά εναλλασσόμενα φορτία που επιβλήθηκαν στο άκρο της δοκού. Το δοκίμιο και η πειραματική διάταξη φαίνονται στο σχήμα 4.20. Στο αριστερό τμήμα της μεγάλης φωτογραφίας καθώς και στην μικρή, φαίνεται το έμβολο της μηχανής, που επιβάλλει τα θλιπτικά εναλλασσόμενα φορτία. Κάτω δεξιά φαίνεται η πακτωμένη στο δάπεδο βάση. Στο βάθος φαίνεται το μετρητικό σύστημα με τα καλώδια των μετρητών παραμόρφωσης.



Σχήμα 4.20 Η πειραματική διάταξη

Το δοκίμιο προσαρμόστηκε στην μηχανή έτσι ώστε το φορτίο να επιβάλλεται στο άκρο του προβόλου και τα εναλλασσόμενα φορτία να είναι μόνιμα θλιπτικά, ώστε να μην δημιουργηθούν εφελκυστικές τάσεις στην έσω γωνία του κόμβου όπου δεν υπήρχε αγκύρωση.

Στο δοκίμιο επιβλήθηκε δυναμική φόρτιση που αντιστοιχούσε σε ταλάντωση του προβόλου με συχνότητα 8Hz και αυξανόμενο εύρος ταλάντωσης από 1mm ελάχιστο σε 5.2mm μέγιστο εύρος ταλάντωσης. Καθώς τα φορτία ήταν μόνιμα θλιπτικά, το εύρος της ταλάντωσης αποτελεί ταυτόχρονα και την μέγιστη βύθιση του προβόλου στην θέση επιβολής του φορτίου. Με το μετρητικό σύστημα ταχείας λήψης και αποθήκευσης δεδομένων, καταγράφηκαν οι 48 κυματομορφές, που αντιστοιχούν στις 40 θέσεις επί του οπλισμού και 8 επί της εξωτερικής επιφάνειας του δοκιμίου, που είχαν τοποθετηθεί οι ηλεκτρικοί μετρητές παραμόρφωσης.

Στην συνέχεια στο δοκίμιο επιβλήθηκε δυναμική φόρτιση που αντιστοιχούσε σε ταλάντωση του προβόλου με συχνότητα 4Hz και αυξανόμενο εύρος ταλάντωσης από 2mm ελάχιστο σε 6.5mm μέγιστο εύρος ταλάντωσης και καταγράφηκαν επίσης οι 48 κυματομορφές. Η ίδια διαδικασία επανελήφθη για ταλάντωση συχνότητας 2Hz και αυξανόμενο εύρος ταλάντωσης από 3mm ελάχιστο σε 9.8mm μέγιστο εύρος ταλάντωσης.

Η ταλάντωση του δοκιμίου συνεχίστηκε με φθίνουσες τιμές συχνότητας και αυξανόμενο εύρος ταλάντωσης, ώστε να επιτευχθεί αστοχία του δοκιμίου. Πρέπει να σημειωθεί ότι για τιμές συχνότητας μικρότερες του 1Hz παρατηρήθηκε μικρή κάμψη του όλου φορέα, (και της κολώνας). Προκειμένου να εντοπισθεί η συνεισφορά της κάμψης αυτής στην βύθιση του προβόλου, τοποθετήθηκαν βελόμετρα επί της κολώνας και του προβόλου. Το αποτέλεσμα ήταν ότι για τις τιμές αυτές, η μέγιστη βύθιση δεν αντιστοιχεί ακριβώς στο εύρος ταλάντωσης, αλλά στο 80% περίπου του εύρους ταλάντωσης.

Στην ταλάντωση με συχνότητα 0.2Hz και βύθιση 3.5cm παρουσιάστηκε τριχιδής ρηγμάτωση στον κόμβο. Στην ταλάντωση με συχνότητα 0.1Hz και ίδια βύθιση η ρωγμή αναπτύχθηκε, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.21.

Οι μετρήσεις που θα ακολουθήσουν αφορούν μικρές τιμές από εύρους ταλάντωσης και έτσι τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται είναι μακράν της ρηγμάτωσης.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΑΔΙΚΤΥΟΥ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΕΡΙΧΕΙΡΣΗΣ ΚΑΙ ΕΚΜΟΝΗΣ ΕΡΓΩΝ

4.5 ΜΕΤΡΗΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

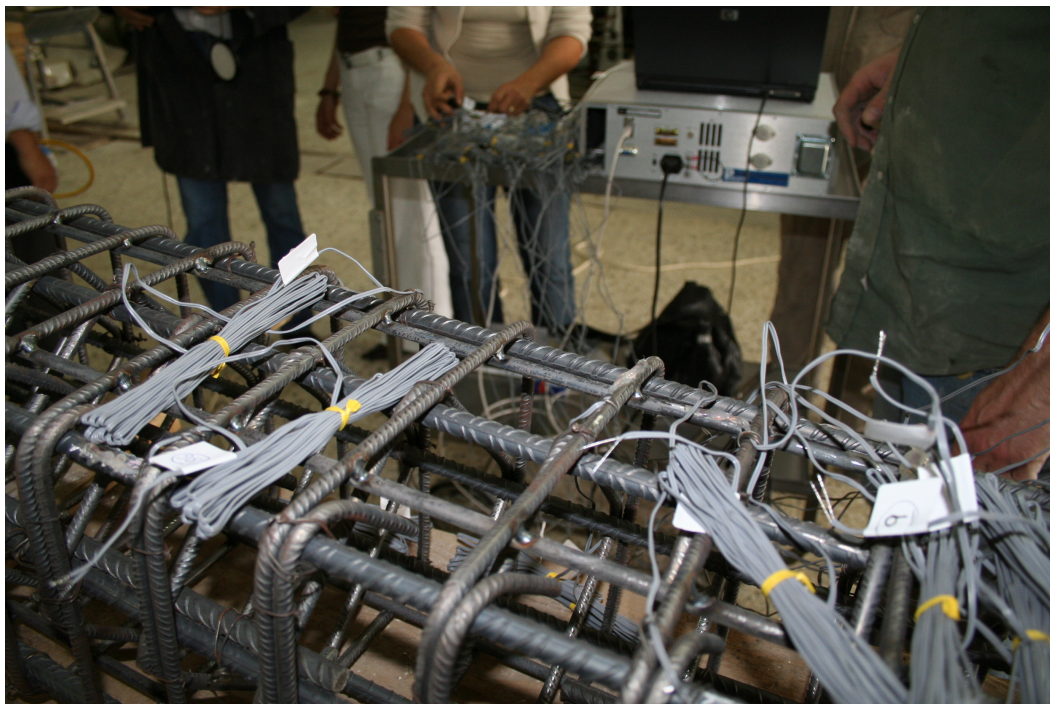
Το μετρητικό σύστημα που χρησιμοποιήθηκε είναι ένα πολυκαναλικό σύστημα ταχείας λήψης, καταγραφής και αποθήκευσης δεδομένων, (Data Acquisition System Model 6035της Pacific Instruments). Το σύστημα αυτό αποτελείται από:

- 1. Κεντρική μονάδα βυσματούμενων καρτών συλλογής δεδομένων, δυνατότητας 4 υποδοχών των 8 καναλιών, με θύρα USB.**
- 2. Δυο 8 – καναλικές βυσματούμενες μονάδες –ψηφιοποιητές .**
- 3. Λογισμικό αποθήκευσης, επεξεργασίας και παρουσίασης δεδομένων μέσω Η/Υ.**
- 4. Φορητός Η/Υ/.**

Το σύστημα έχει για κάθε κανάλι, δυνατότητα 10.000 λήψεων ανά δευτερόλεπτο. Στα Σχήμα 4.22 και 4.23 φαίνεται τμήμα του συστήματος κατά την διαδικασία της συνδεσμολογίας των μετρητών παραμόρφωσης.



Σχήμα 4.22 Συνδεσμολογία μετρητών παραμόρφωσης με το σύστημα

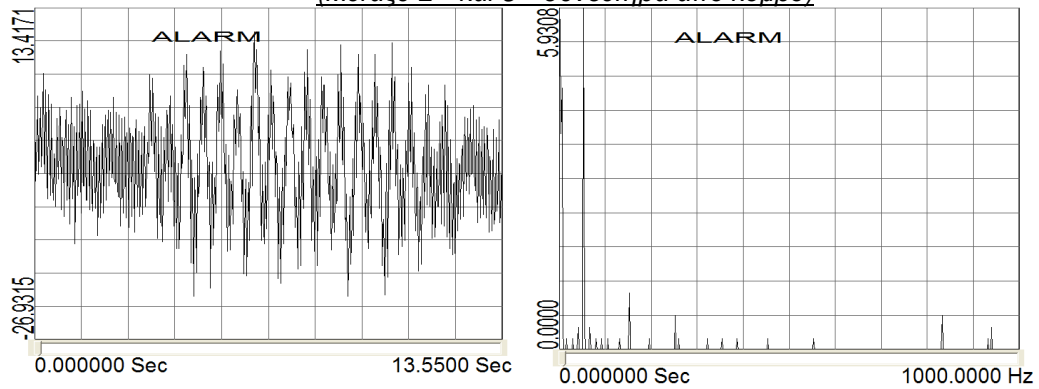


Σχήμα 4.23 Συνδεσμολογία μετρητών παραμόρφωσης με το σύστημα

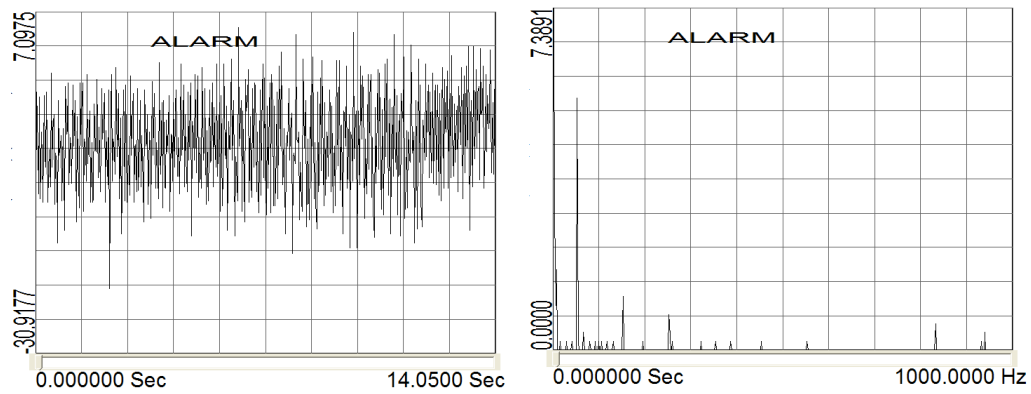
4.7 ΕΞΑΓΩΓΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Με τη χρήση του μετρητικού συστήματος και του λογισμικού PI660-6000, προέκυψαν τα παρακάτω διαγράμματα. Στην αριστερή στήλη φαίνονται τα διαγράμματα των κυματομορφών, ενώ στην δεξιά στήλη φαίνονται τα αντίστοιχα φάσματα (διαγράμματα συχνοτήτων).

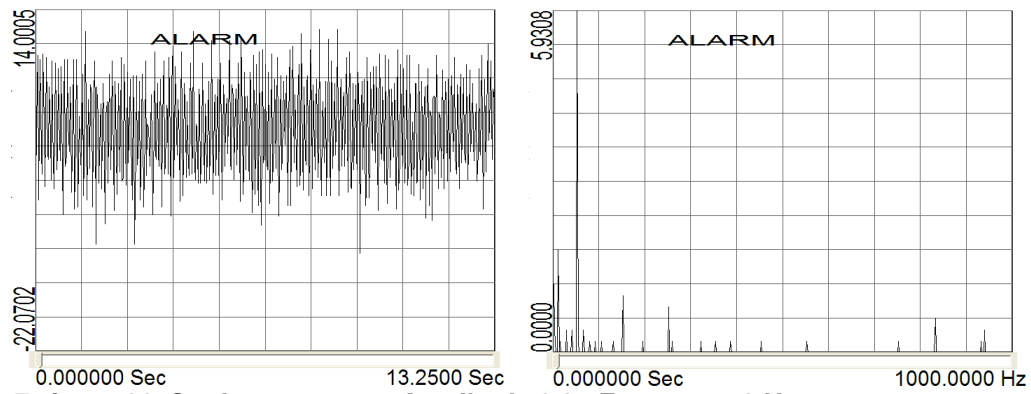
Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού
(Μεταξύ 2^{ου} και 3^{ου} συνδετήρα από κόμβο)



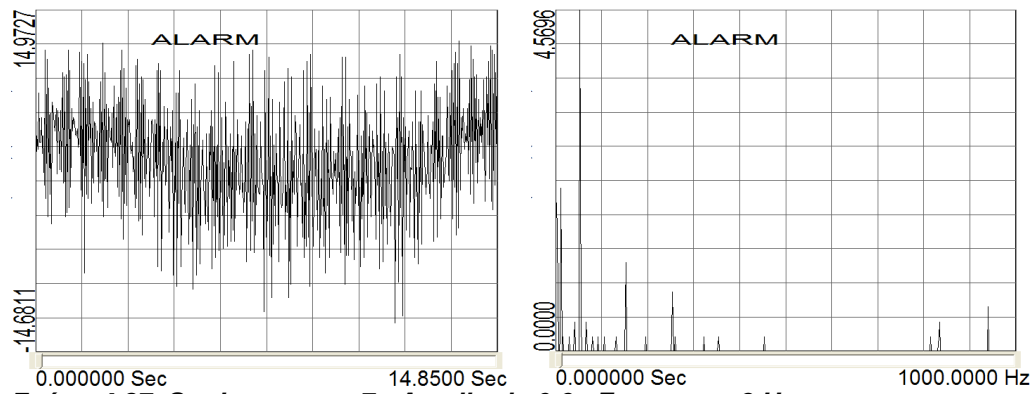
Σχήμα 4.24 Strain gage no.7 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.25 Strain gage no.7 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

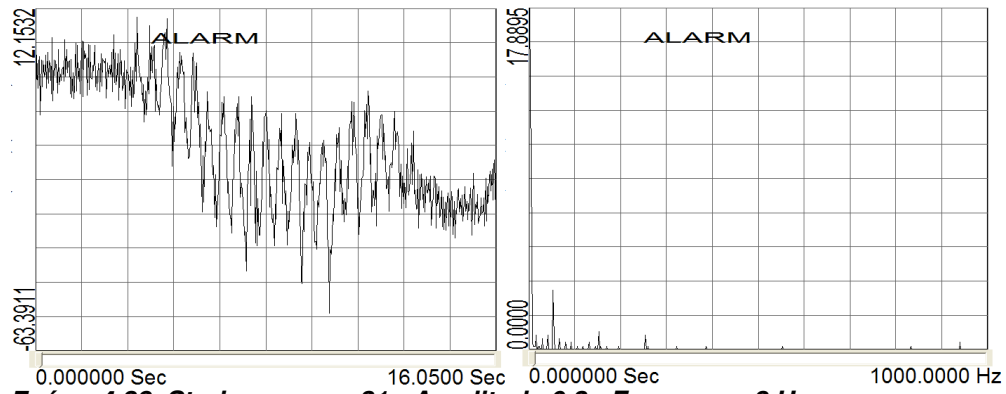


Σχήμα 4.26 Strain gage no.7 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

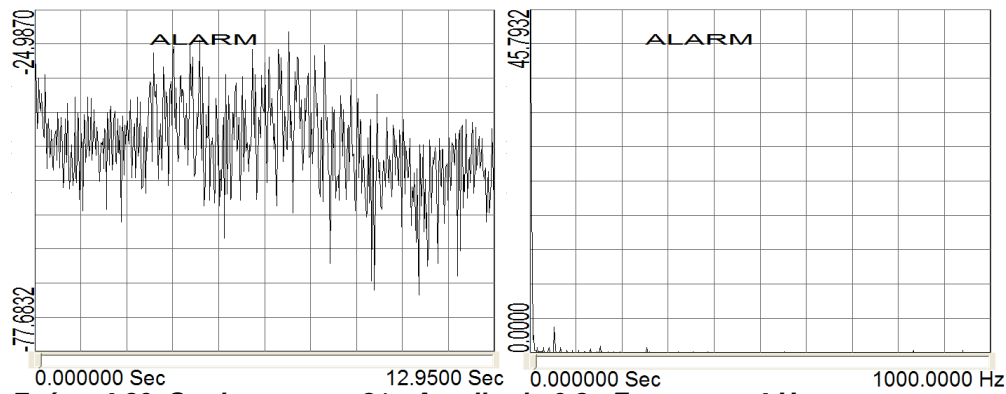


Σχήμα 4.27 Strain gage no.7 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

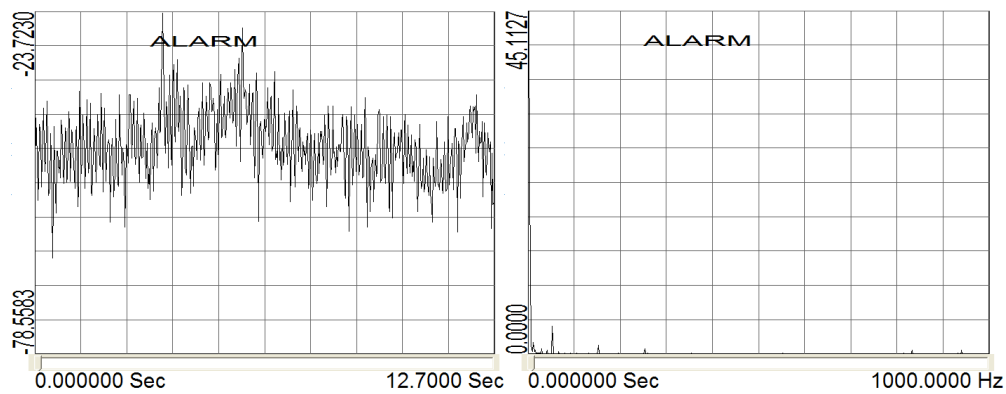
Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού
(Μεταξύ 4^{ου} και 5^{ου} συνδετήρα από κόμβο)



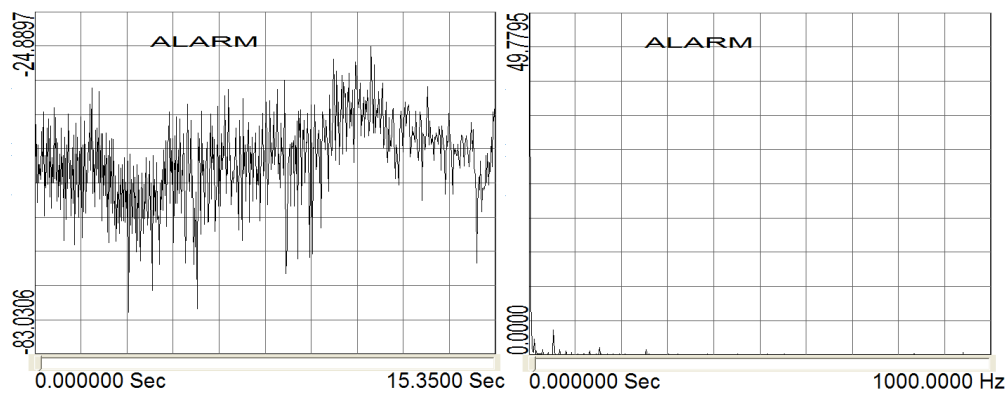
Σχήμα 4.28 Strain gage no.31 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.29 Strain gage no.31 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

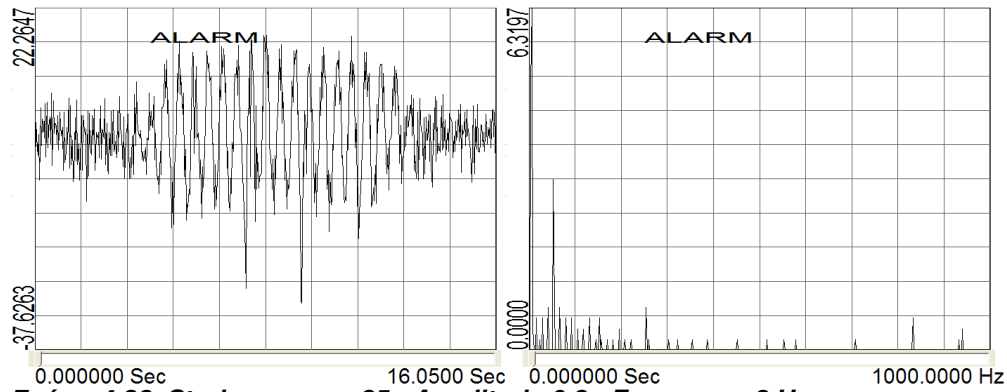


Σχήμα 4.30 Strain gage no.31 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

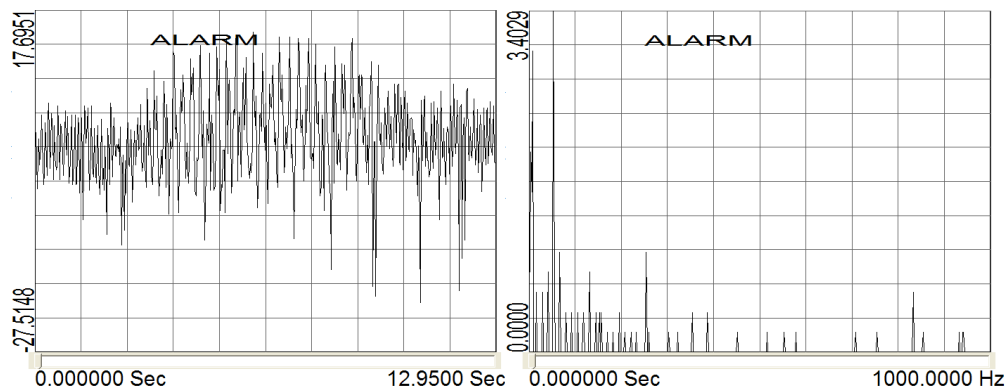


Σχήμα 4.31 Strain gage no.31 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

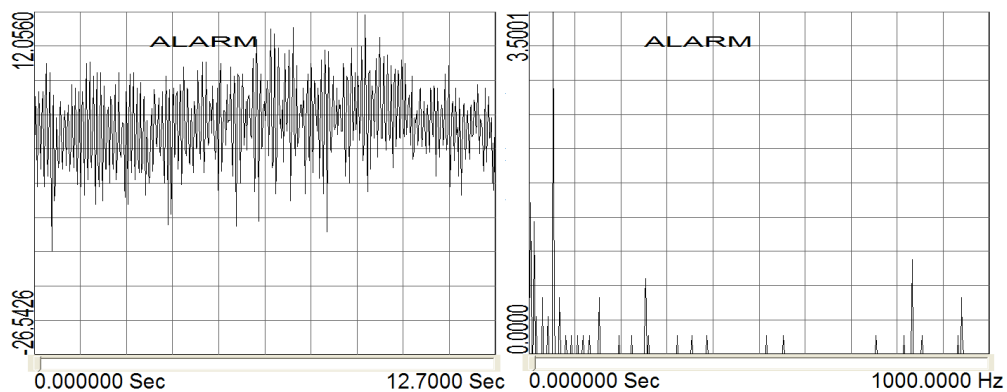
Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού
(Μεταξύ 4^{ου} και 5^{ου} συνδετήρα από κόμβο)



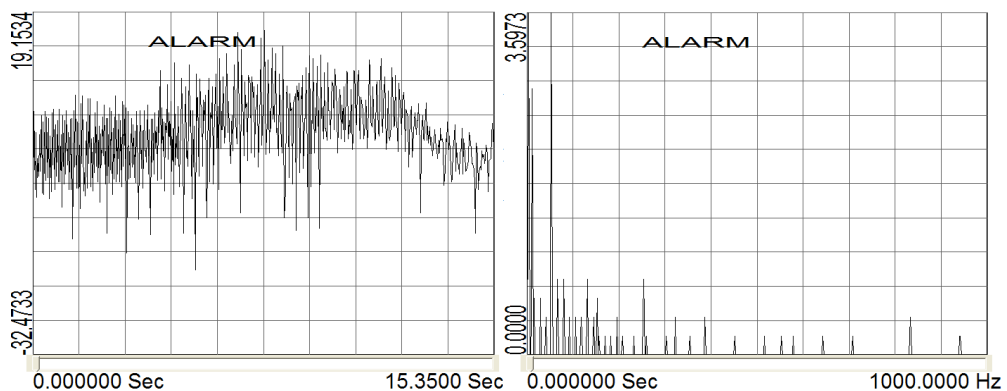
Σχήμα 4.32 Strain gage no.25 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.33 Strain gage no.25 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

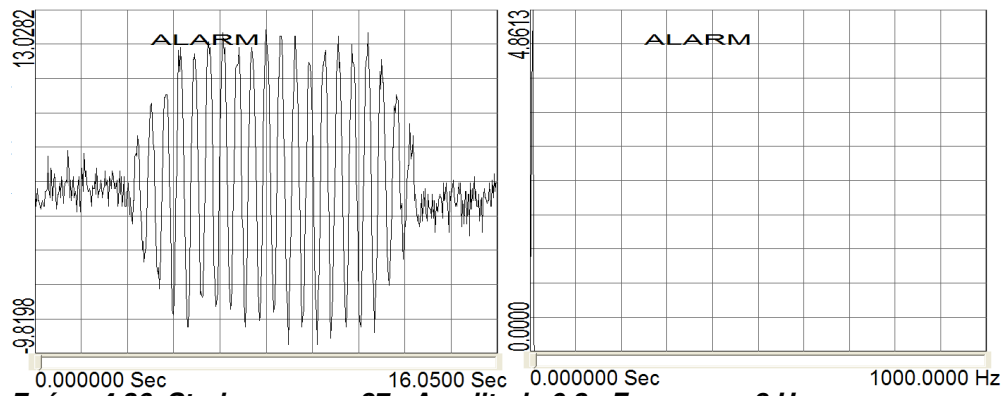


Σχήμα 4.34 Strain gage no.25 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

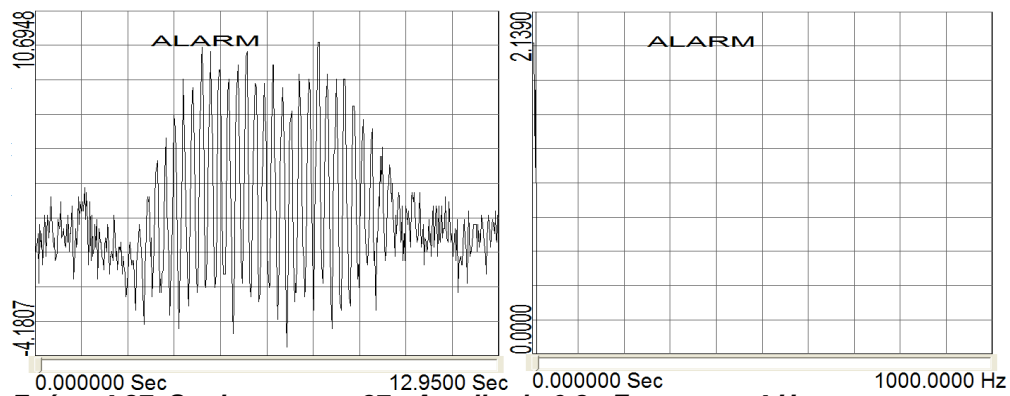


Σχήμα 4.35 Strain gage no.25 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

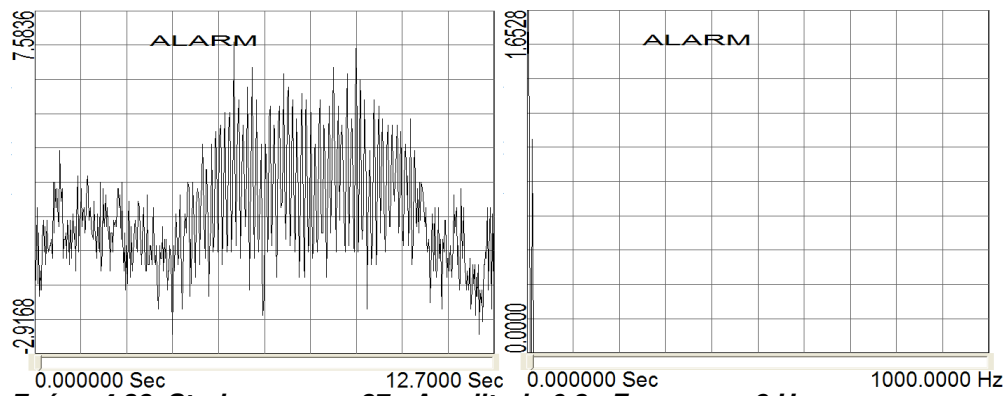
Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού
(Μεταξύ 6^{ου} και 7^{ου} συνδετήρα από κόμβο)



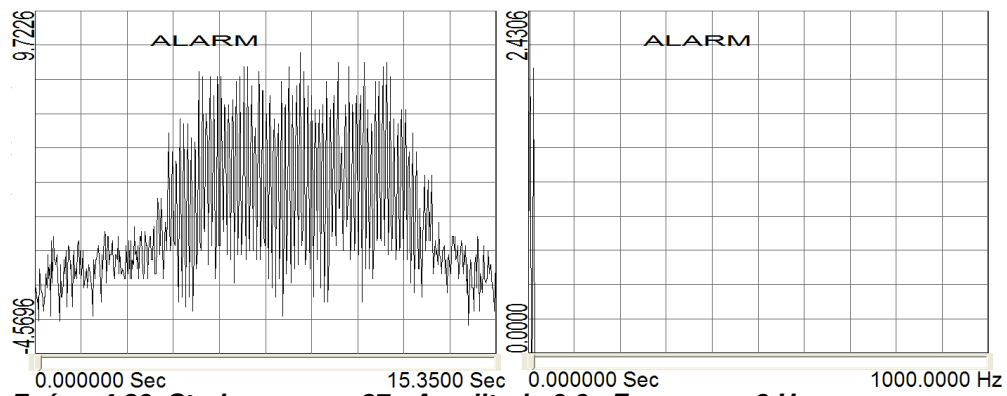
Σχήμα 4.36 Strain gage no.27 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.37 Strain gage no.27 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

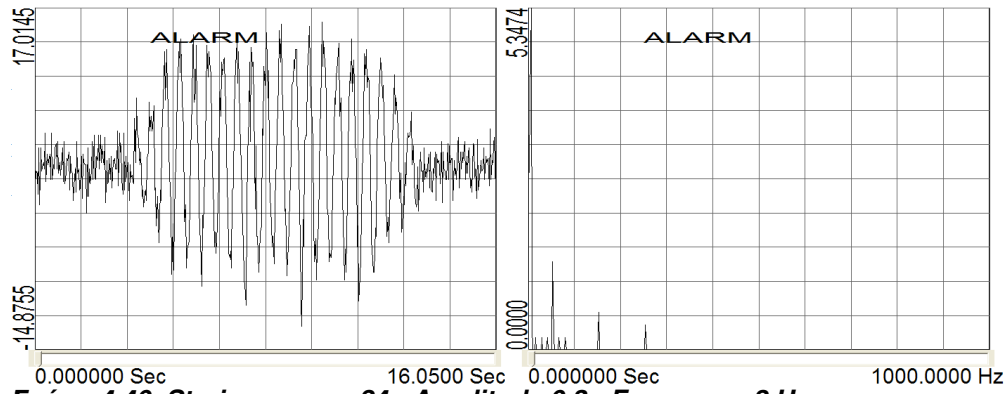


Σχήμα 4.38 Strain gage no.27 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

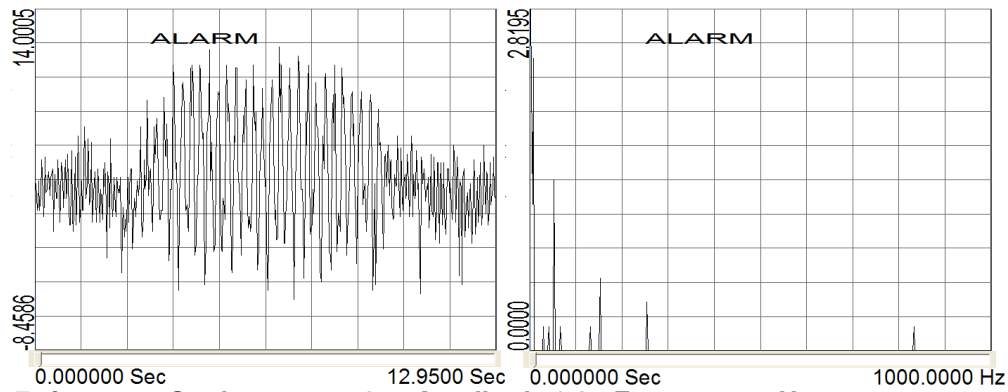


Σχήμα 4.39 Strain gage no.27 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

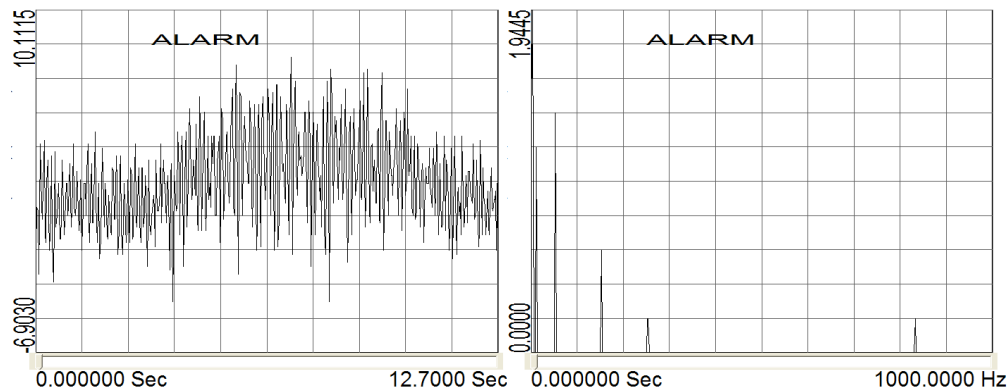
*Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού
(Μεταξύ 6^{ου} και 7^{ου} συνδετήρα από κόμβο)*



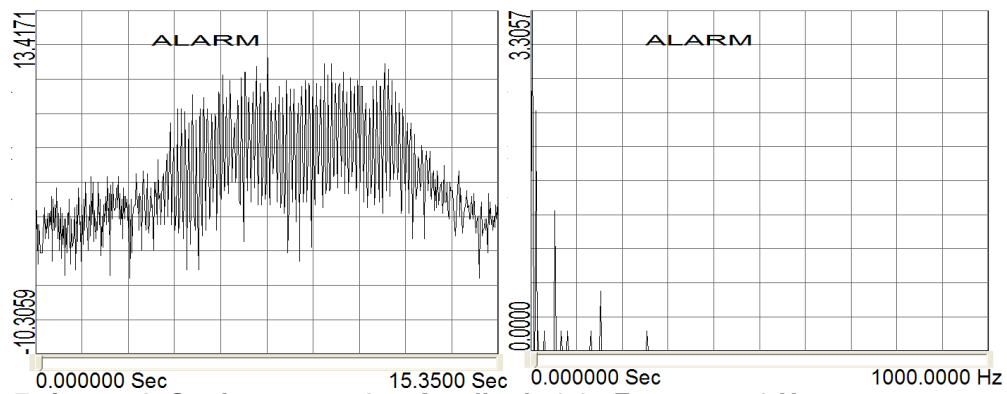
Σχήμα 4.40 Strain gage no.24 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.41 Strain gage no.24 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

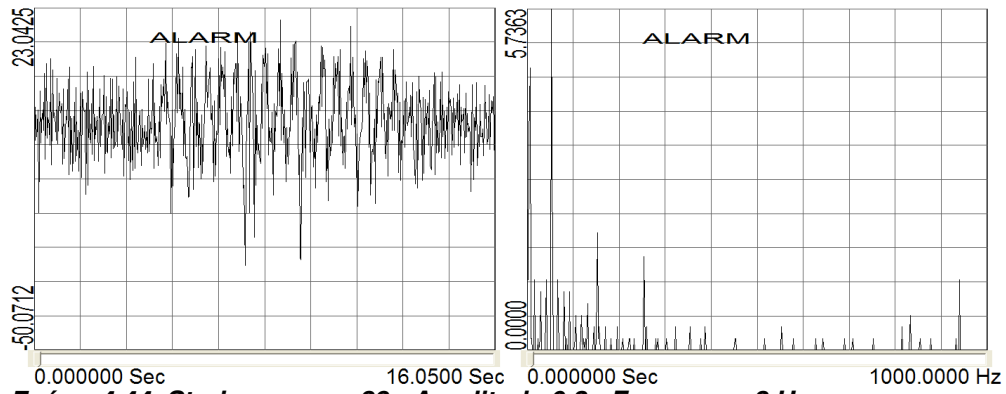


Σχήμα 4.42 Strain gage no.24 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

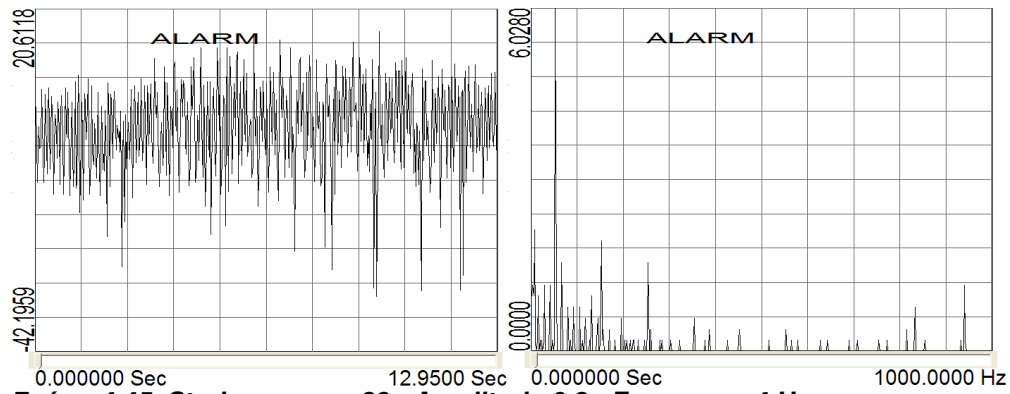


Σχήμα 4.43 Strain gage no.24 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

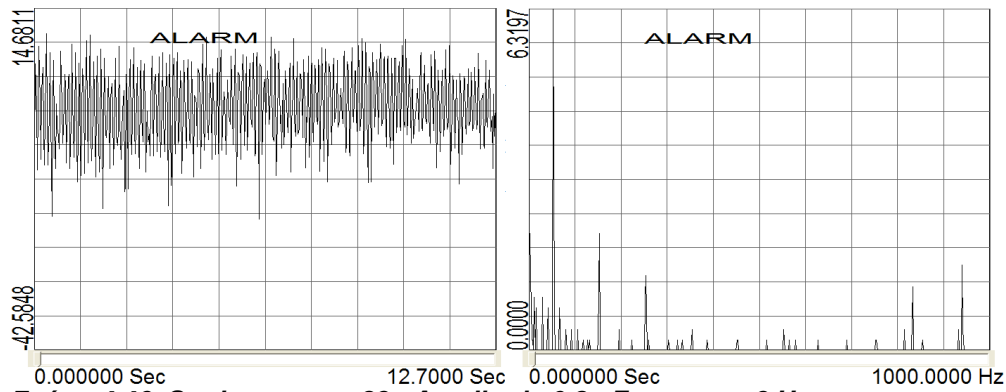
*Strain gage επί του διαμήκους οπλισμού
(Μεταξύ 6^{ου} και 7^{ου} συνδετήρα από κόμβο)*



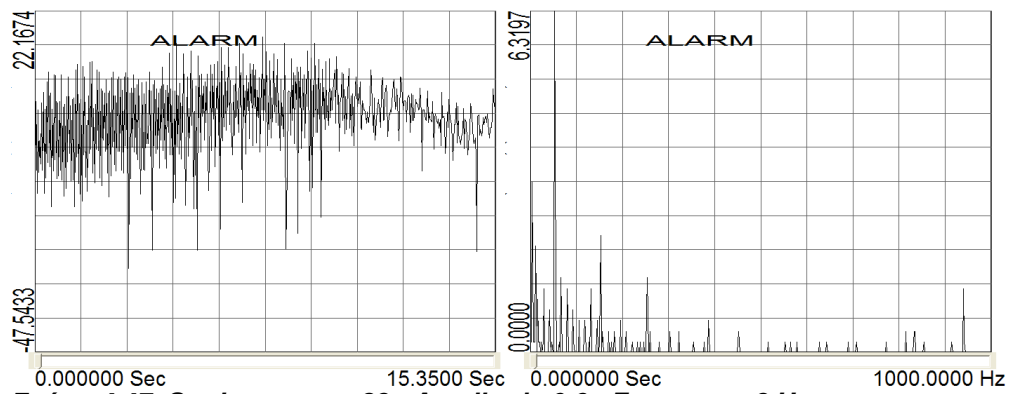
Σχήμα 4.44 Strain gage no.28 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



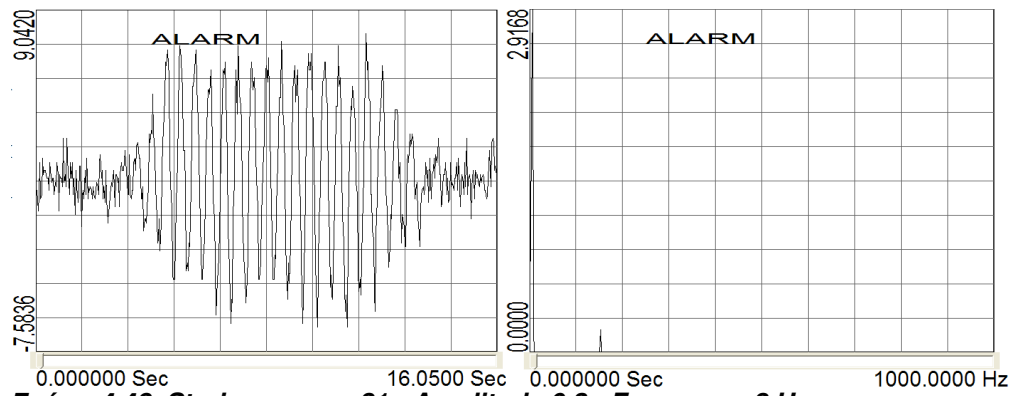
Σχήμα 4.45 Strain gage no.28 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz



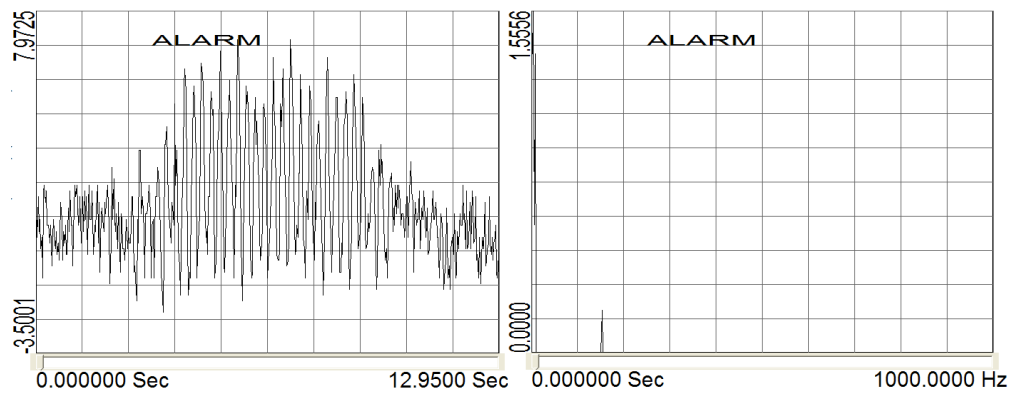
Σχήμα 4.46 Strain gage no.28 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz



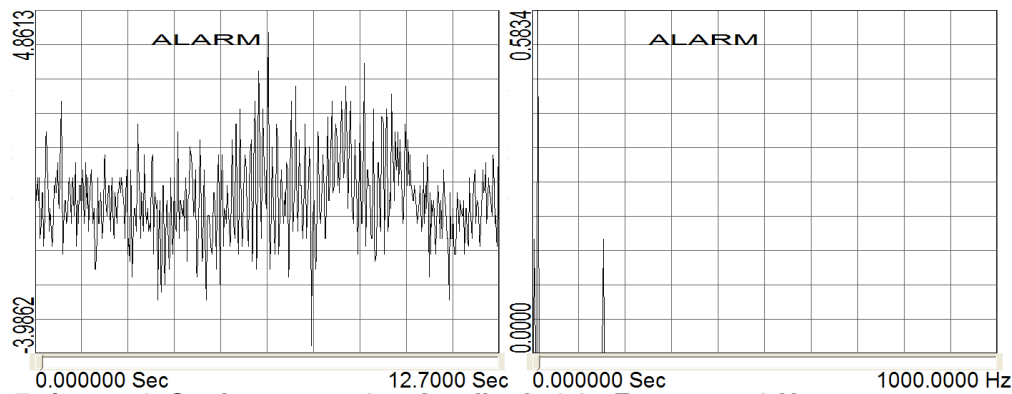
Σχήμα 4.47 Strain gage no.28 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz
*Strain gage επί τον σπλισμό της συγκόλλησης
 (7^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



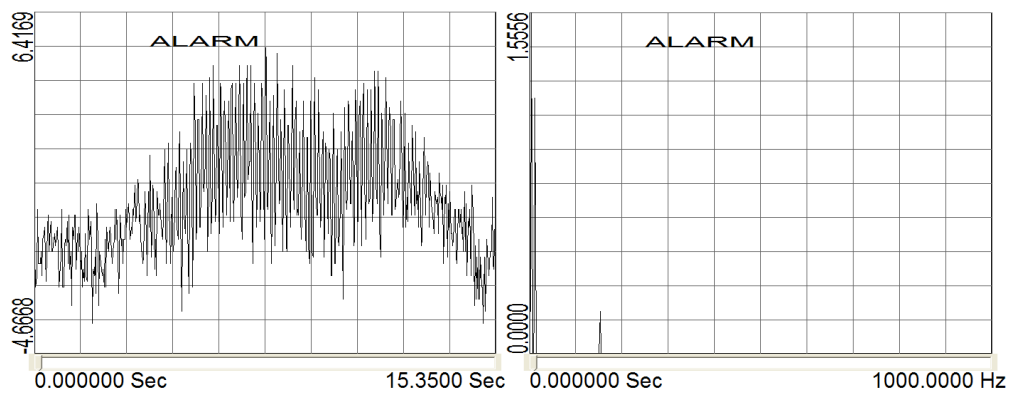
Σχήμα 4.48 Strain gage no.21 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.49 Strain gage no.21 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

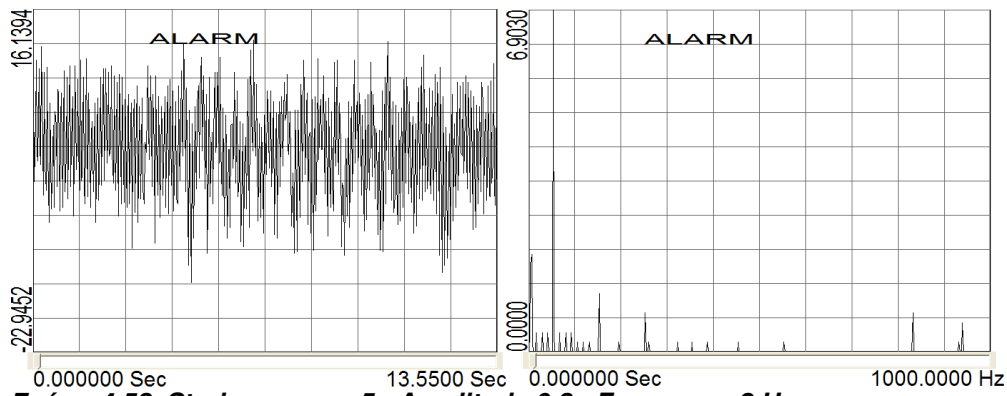


Σχήμα 4.50 Strain gage no.21 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

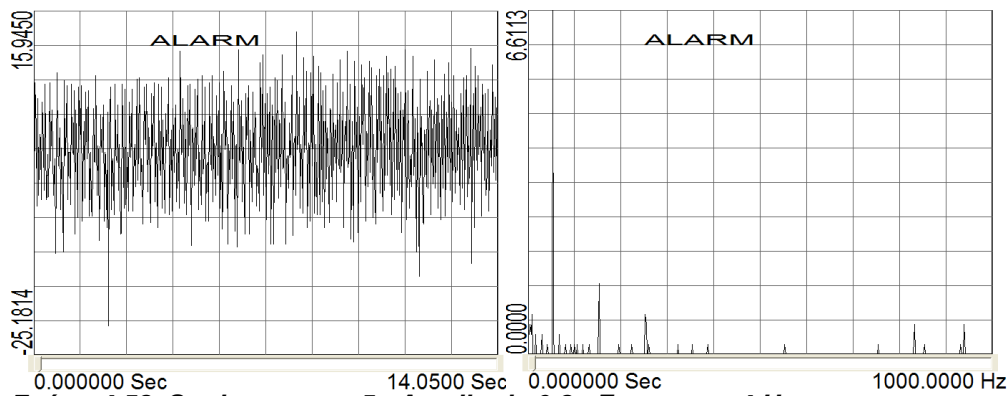


Σχήμα 4.51 Strain gage no.21 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

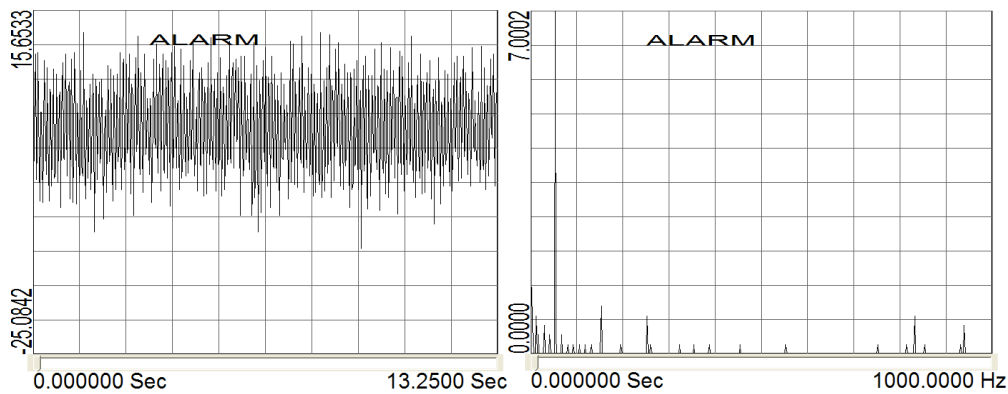
Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(1^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



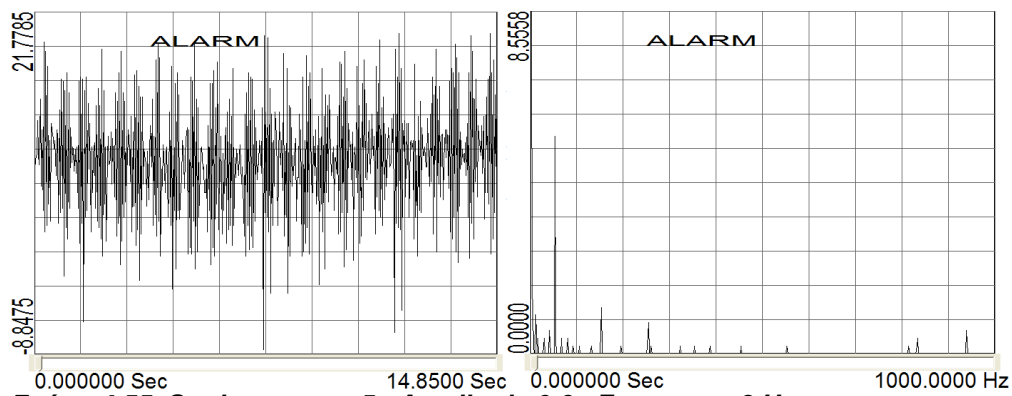
Σχήμα 4.52 Strain gage no.5 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.53 Strain gage no.5 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

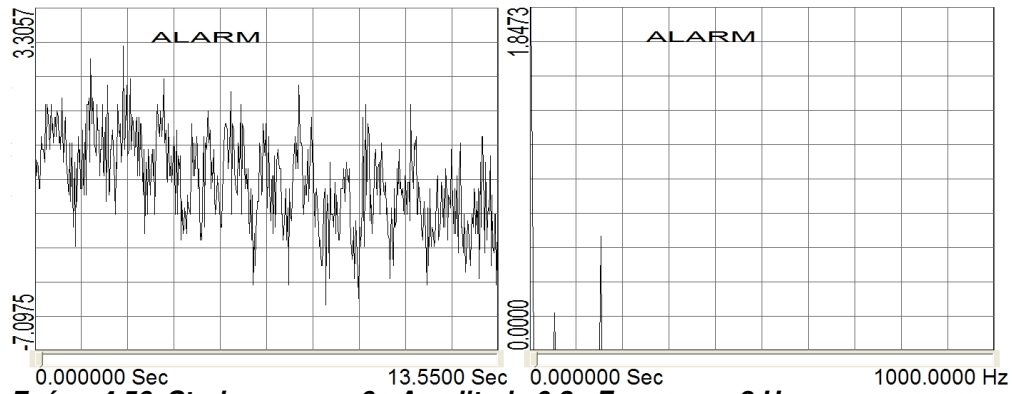


Σχήμα 4.54 Strain gage no.5 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

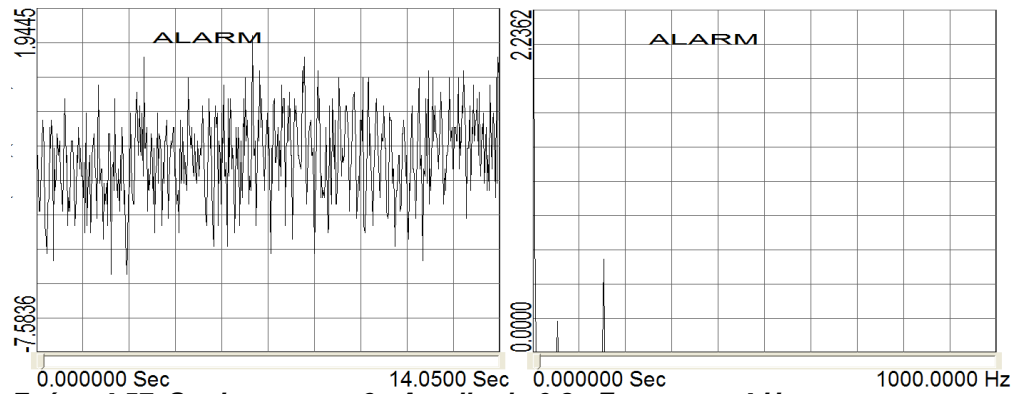


Σχήμα 4.55 Strain gage no.5 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

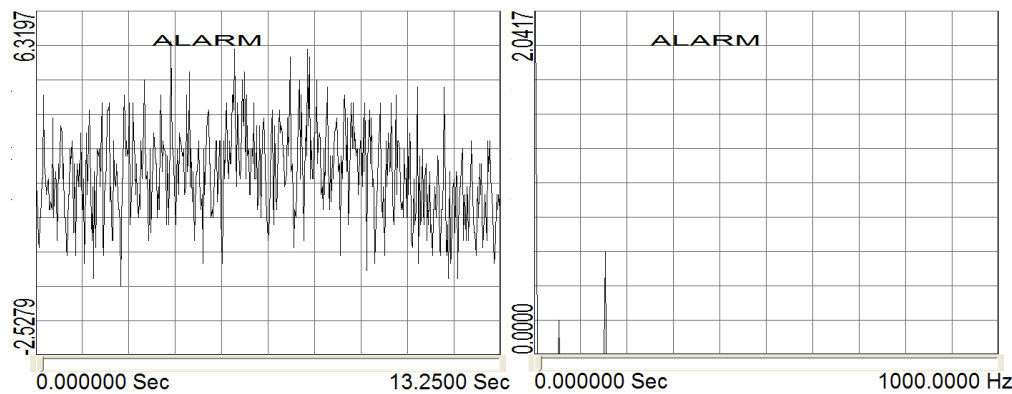
*Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(1^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



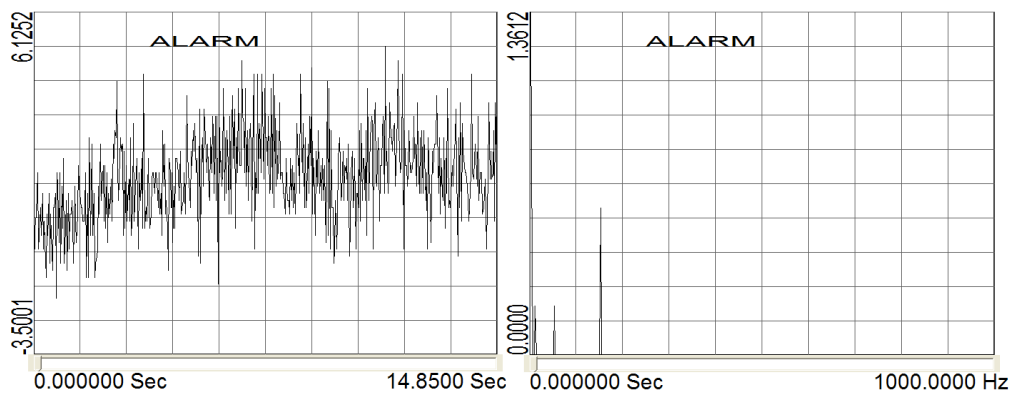
Σχήμα 4.56 Strain gage no.6 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.57 Strain gage no.6 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

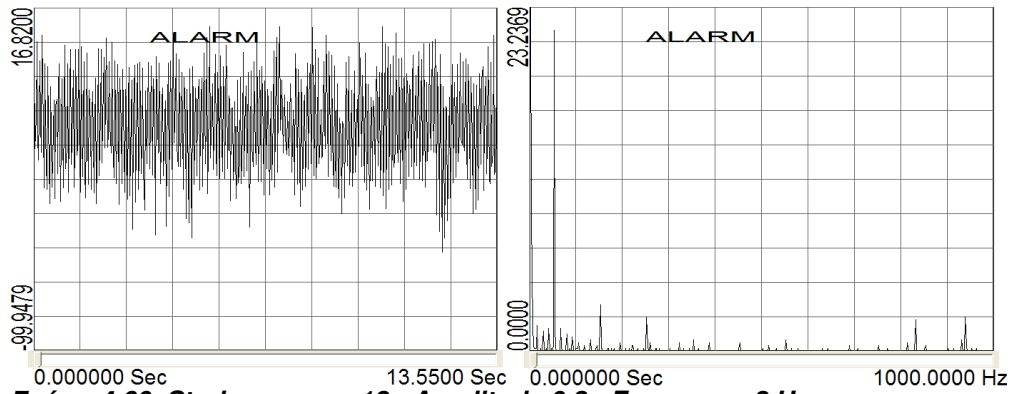


Σχήμα 4.58 Strain gage no.6 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

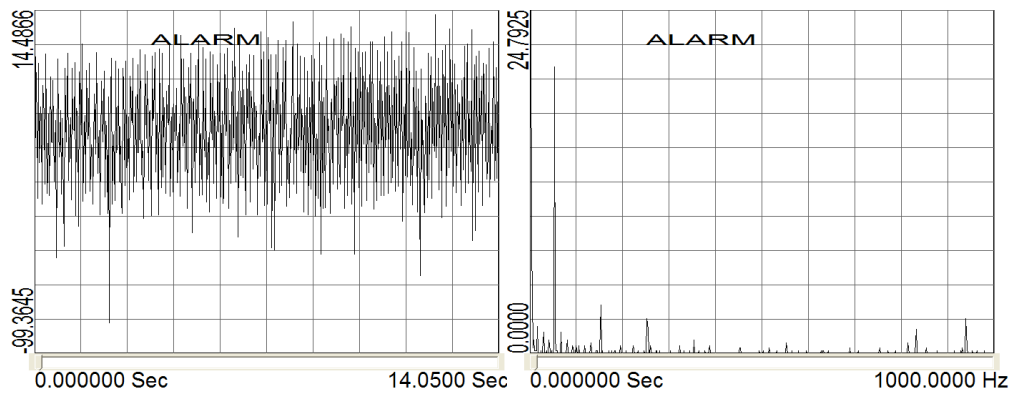


Σχήμα 4.59 Strain gage no.6 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

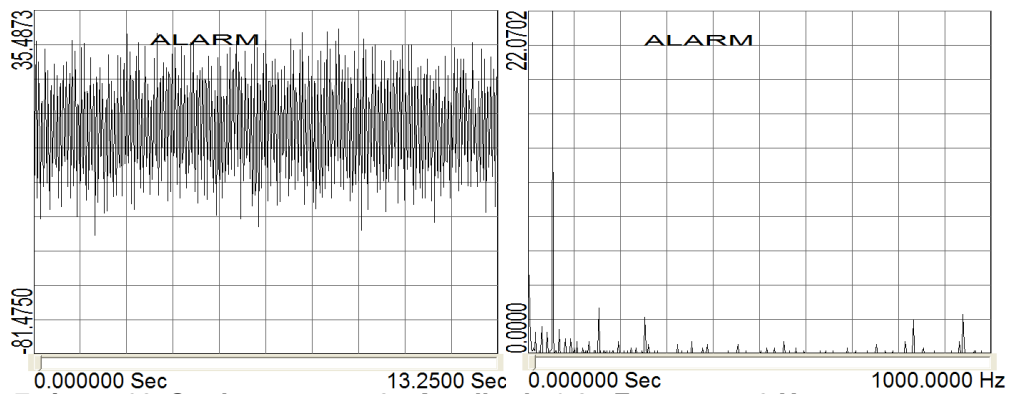
*Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(3^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



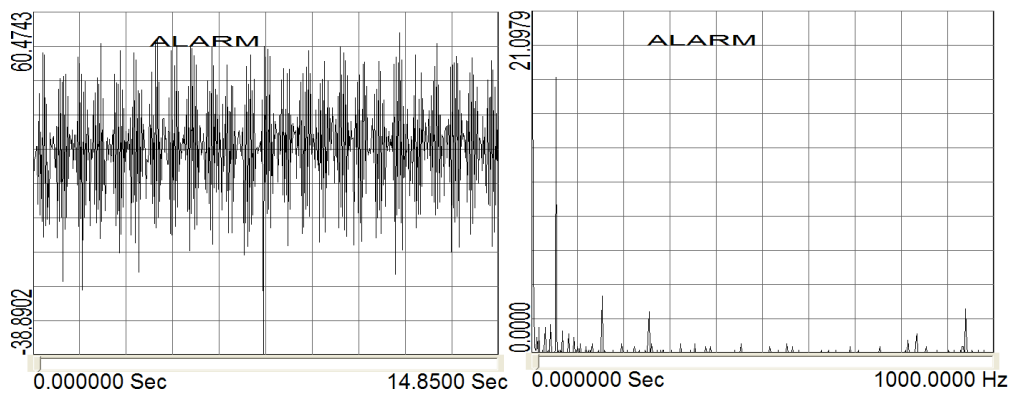
Σχήμα 4.60 Strain gage no.12 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.61 Strain gage no.12 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

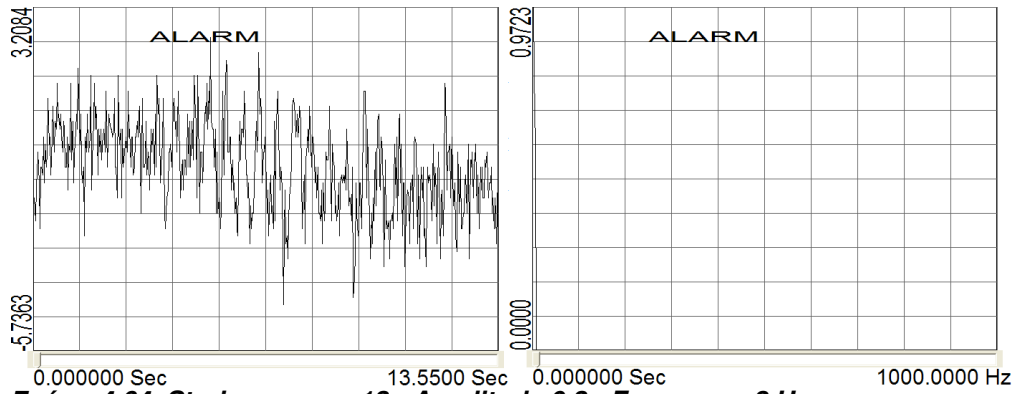


Σχήμα 4.62 Strain gage no.12 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

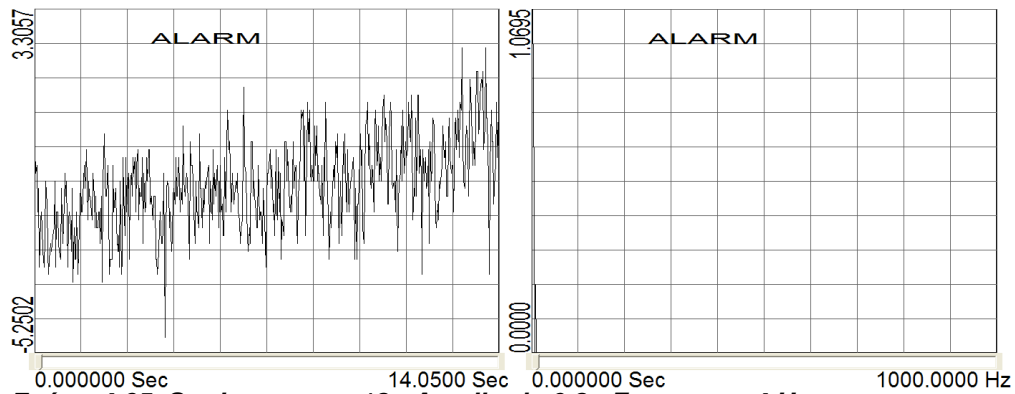


Σχήμα 4.63 Strain gage no.12 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

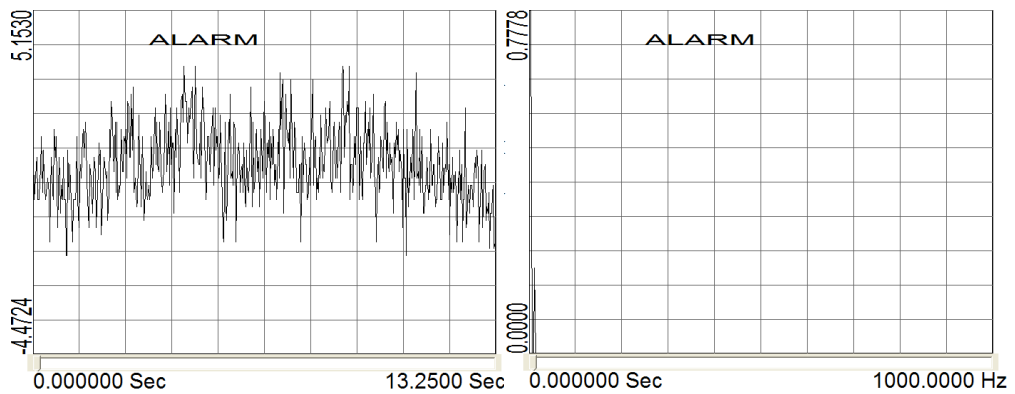
*Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(3^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



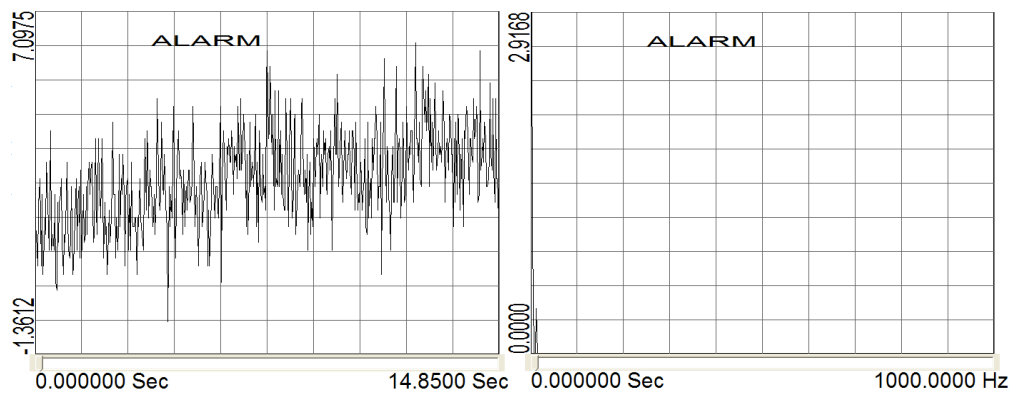
Σχήμα 4.64 Strain gage no.13 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.65 Strain gage no.13 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

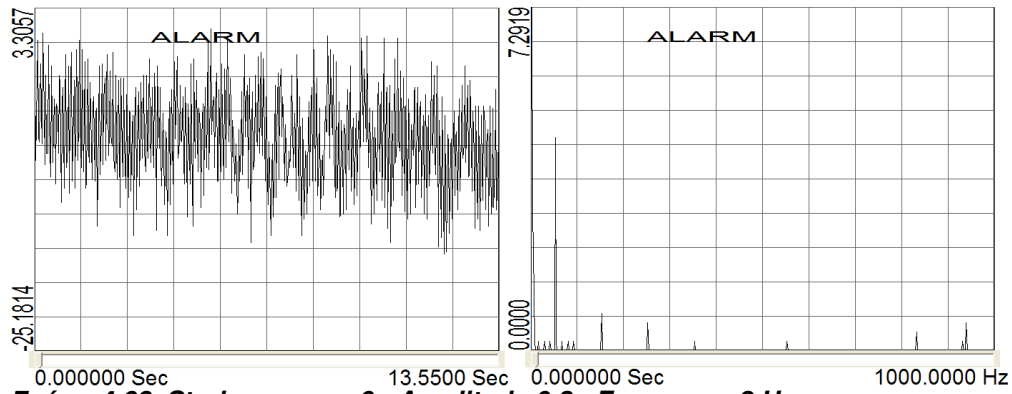


Σχήμα 4.66 Strain gage no.13 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

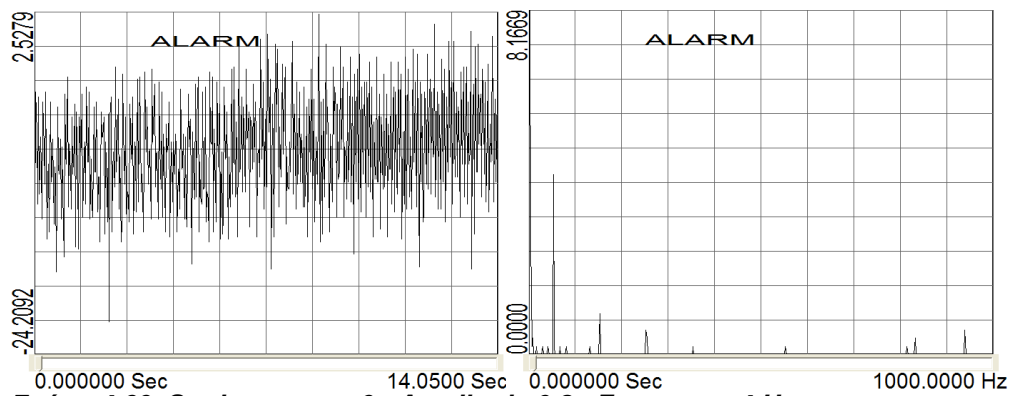


Σχήμα 4.67 Strain gage no.13 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

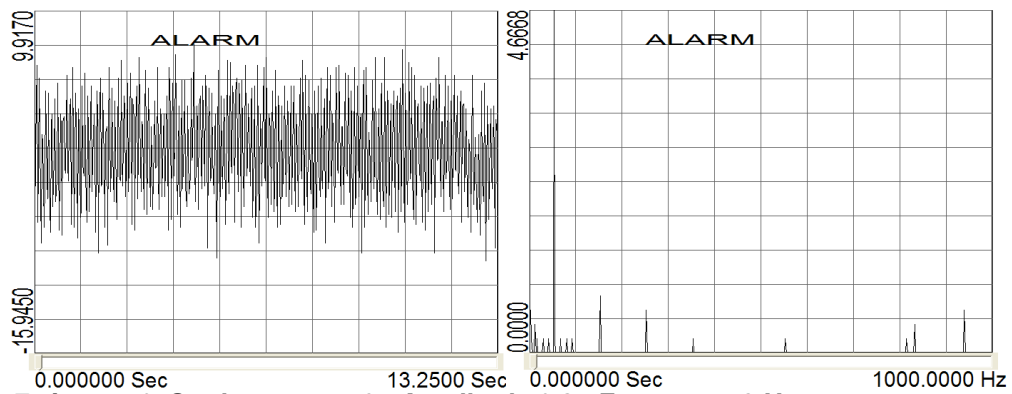
Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(3^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



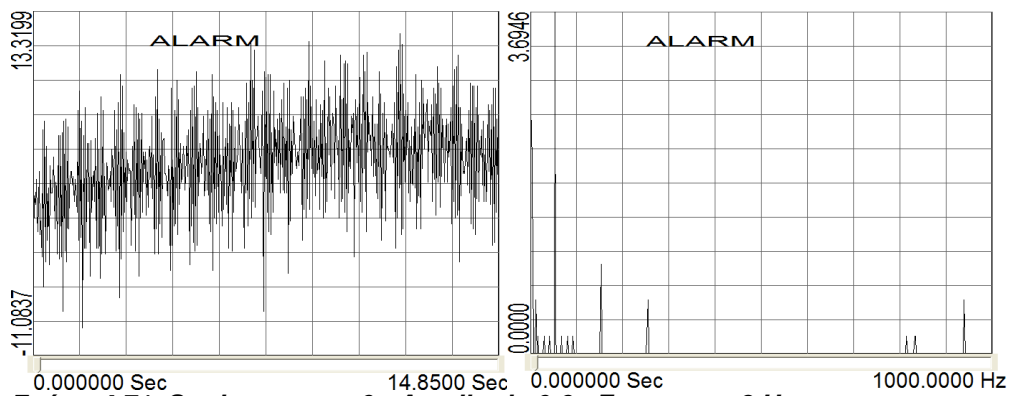
Σχήμα 4.68 Strain gage no.9 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.69 Strain gage no.9 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

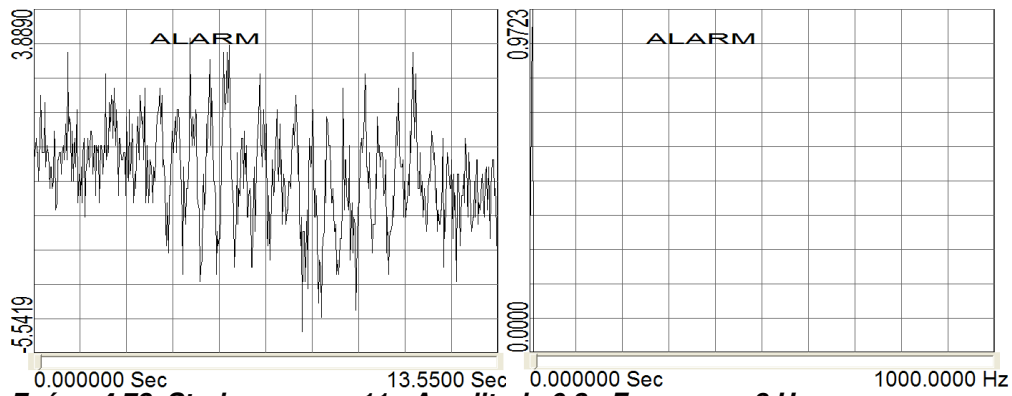


Σχήμα 4.70 Strain gage no.9 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

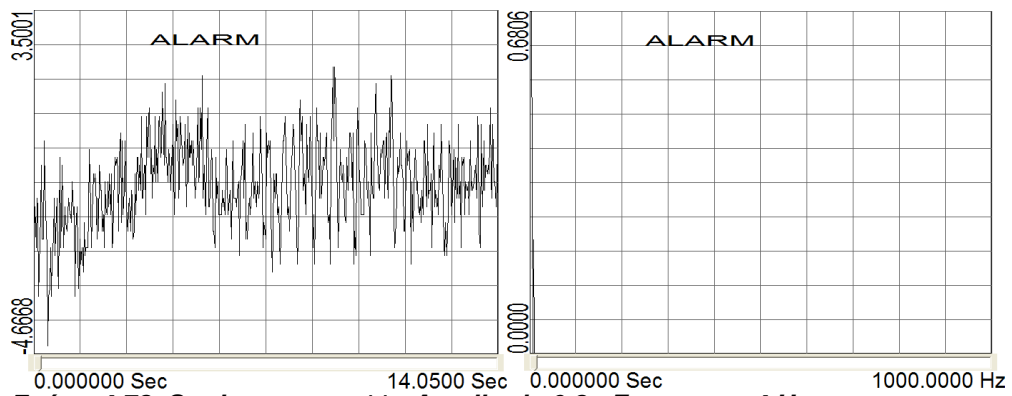


Σχήμα 4.71 Strain gage no.9 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

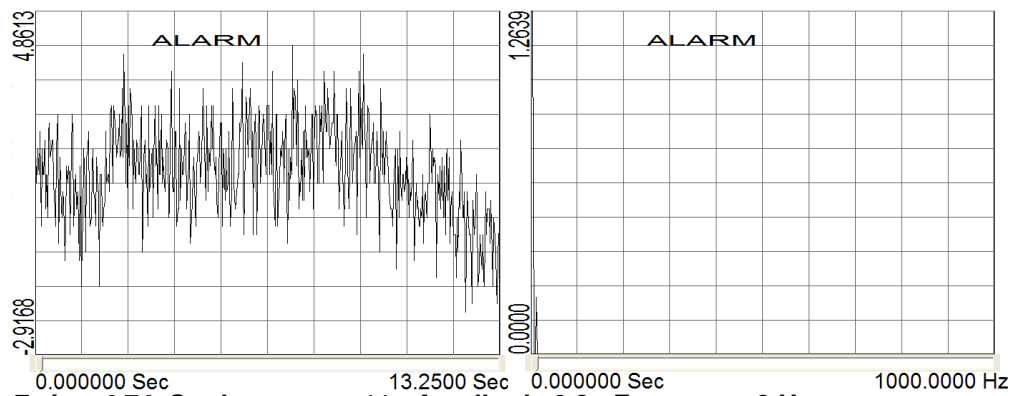
*Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(3^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



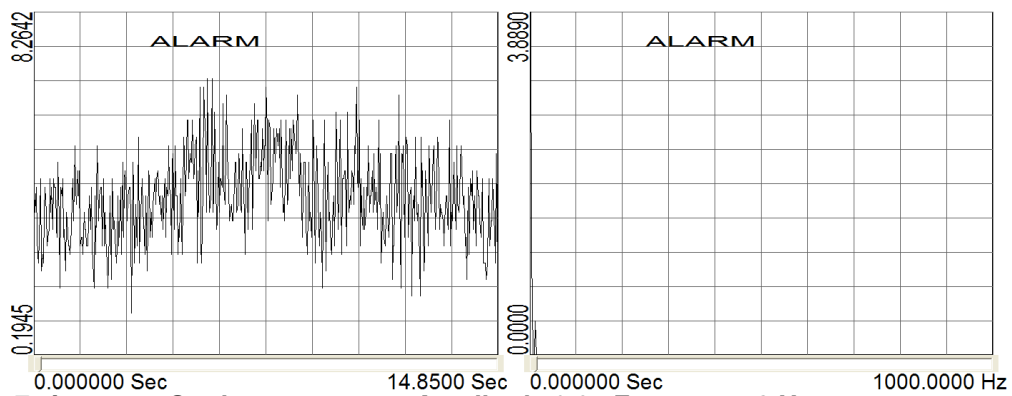
Σχήμα 4.72 Strain gage no.11 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.73 Strain gage no.11 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

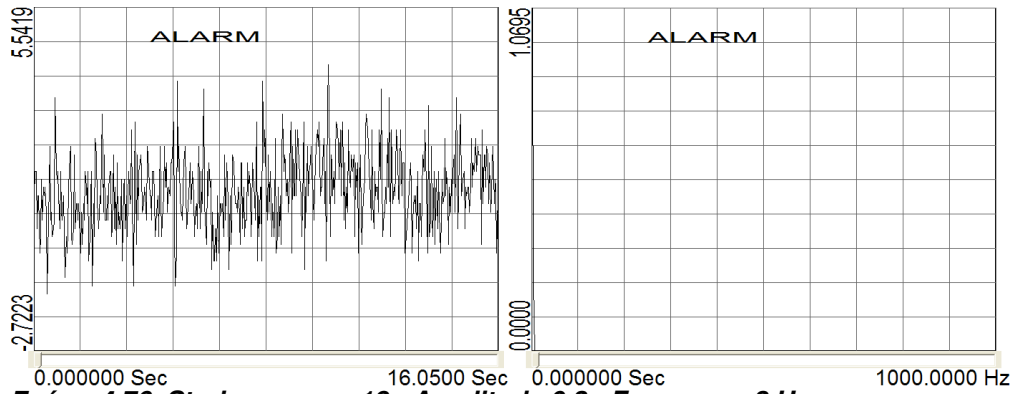


Σχήμα 4.74 Strain gage no.11 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

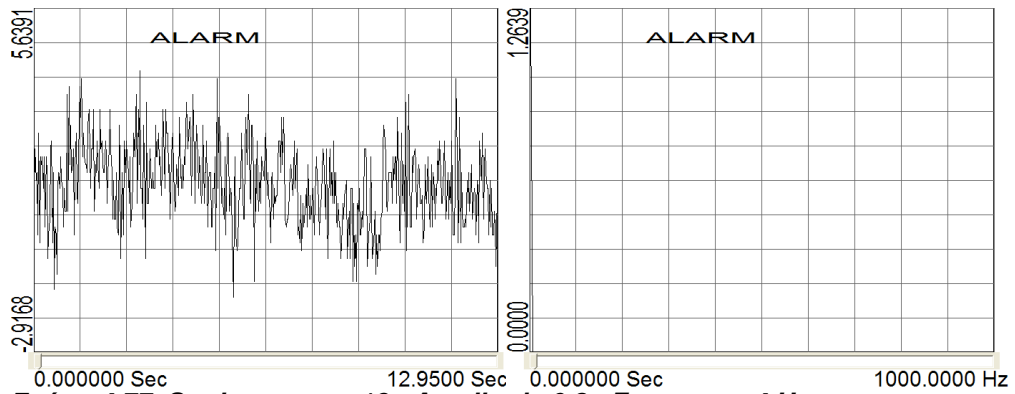


Σχήμα 4.75 Strain gage no.11 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

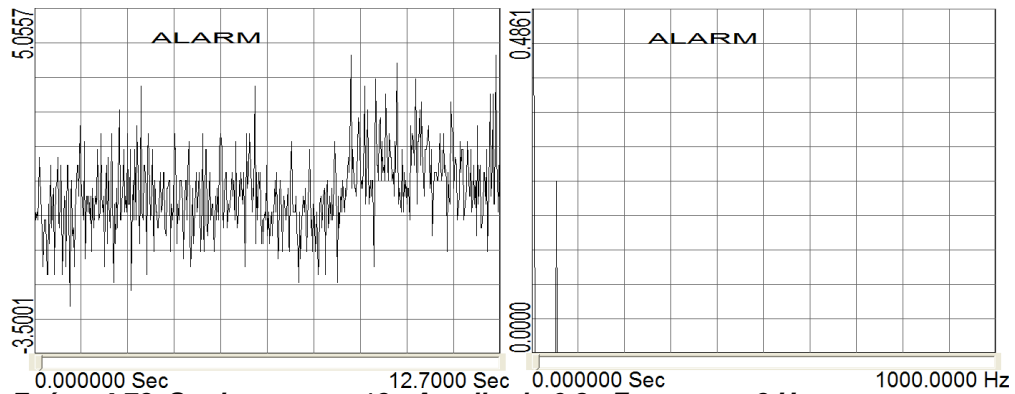
*Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(5^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



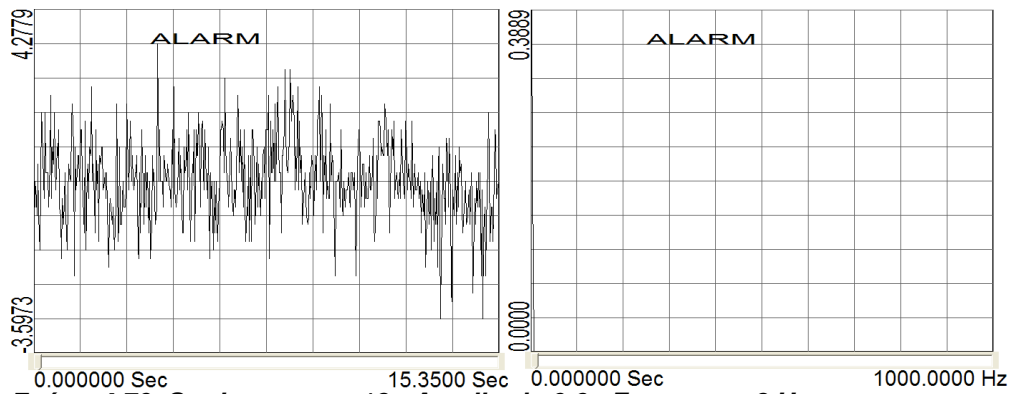
Σχήμα 4.76 Strain gage no.18 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.77 Strain gage no.18 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

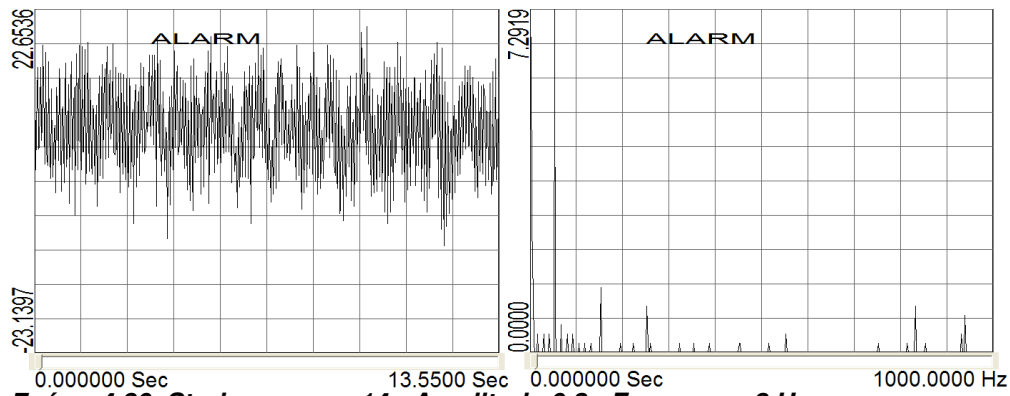


Σχήμα 4.78 Strain gage no.18 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

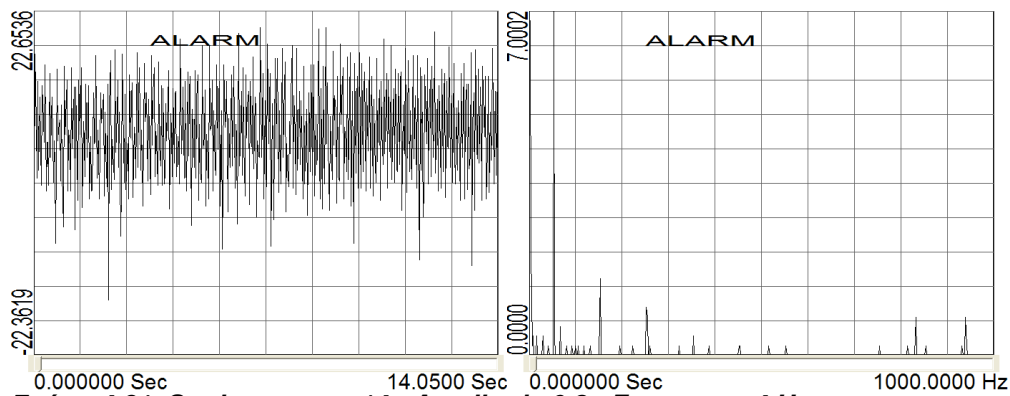


Σχήμα 4.79 Strain gage no.18 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

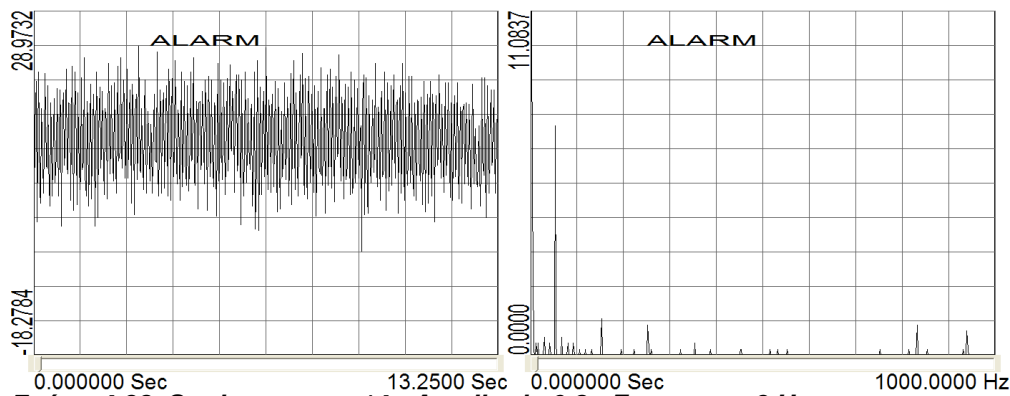
Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(5^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



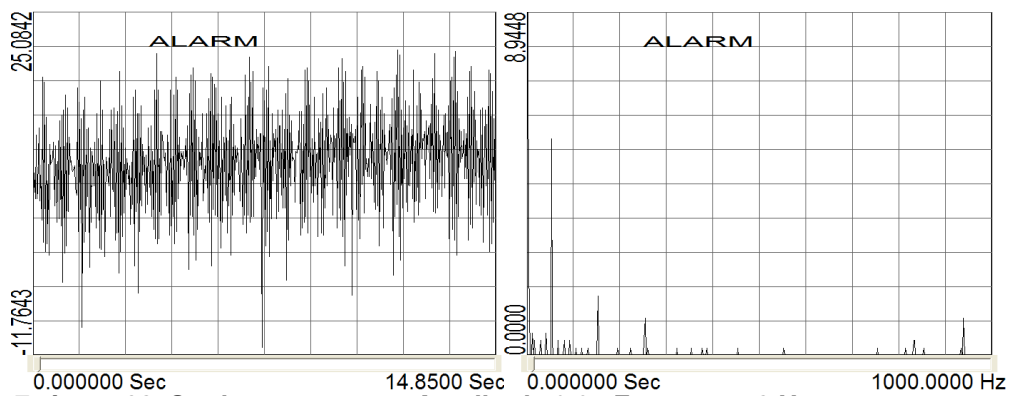
Σχήμα 4.80 Strain gage no.14 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.81 Strain gage no.14 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

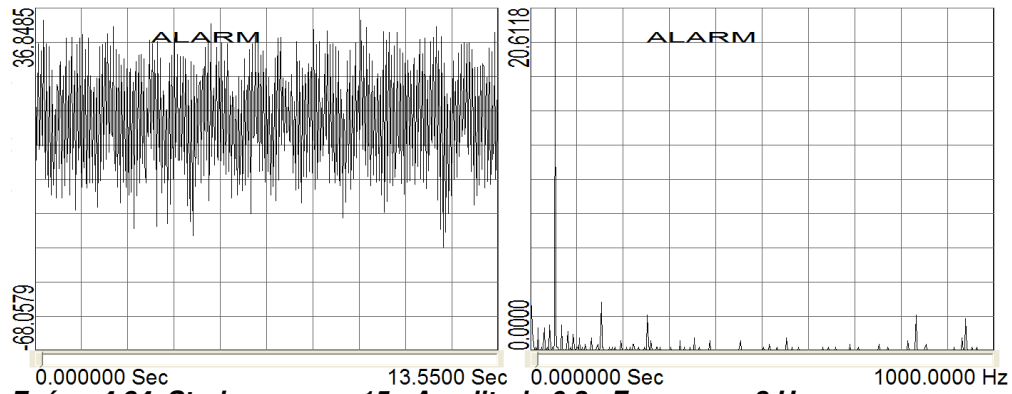


Σχήμα 4.82 Strain gage no.14 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

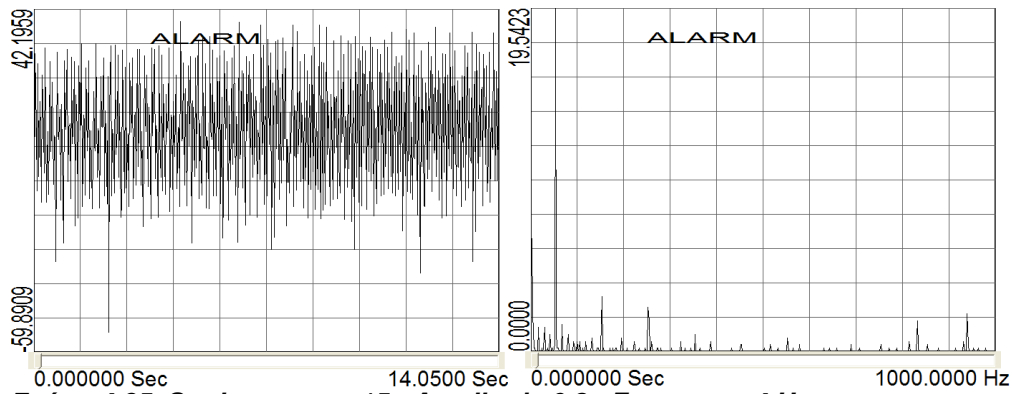


Σχήμα 4.83 Strain gage no.14 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

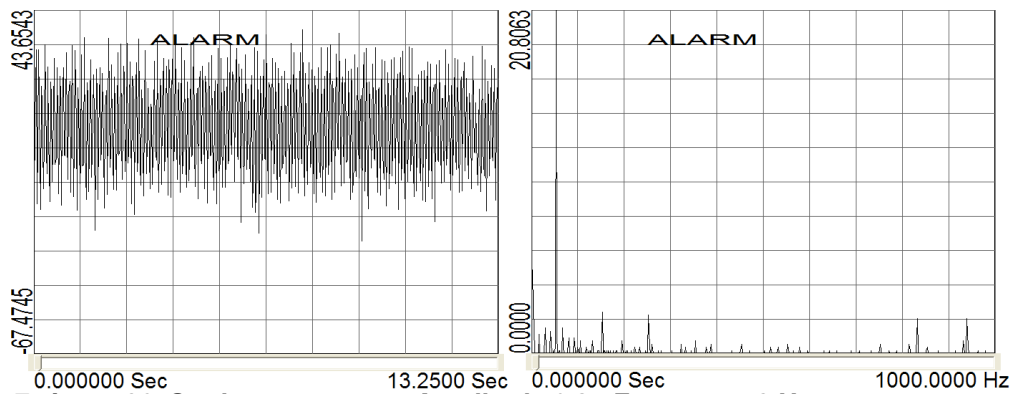
*Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(5^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



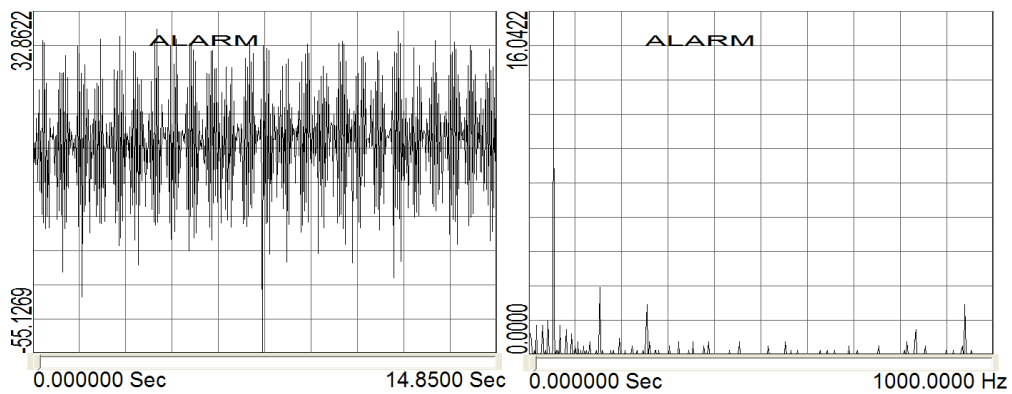
Σχήμα 4.84 Strain gage no.15 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.85 Strain gage no.15 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

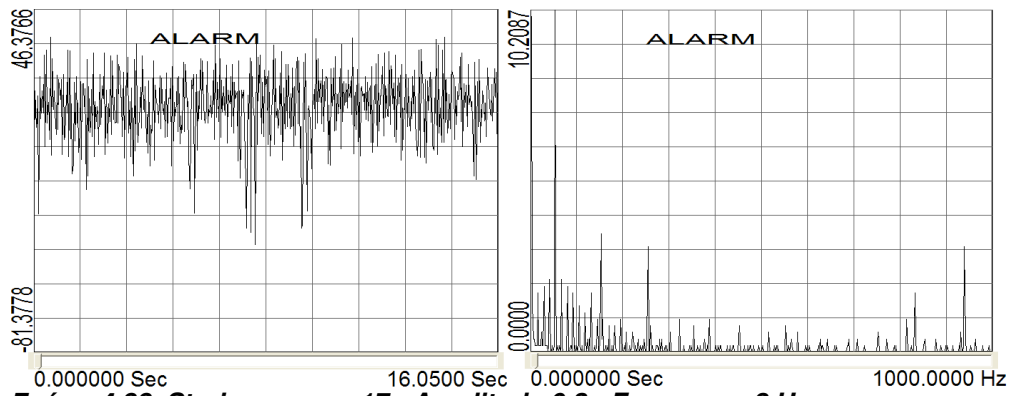


Σχήμα 4.86 Strain gage no.15 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

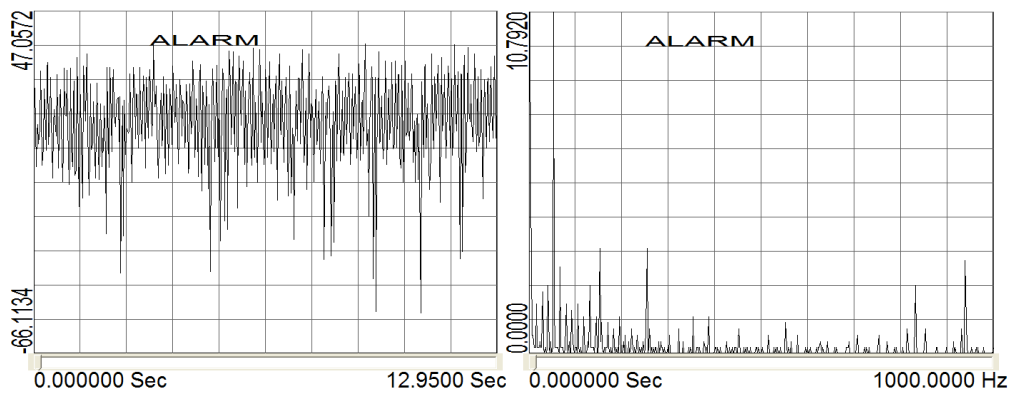


Σχήμα 4.87 Strain gage no.15 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

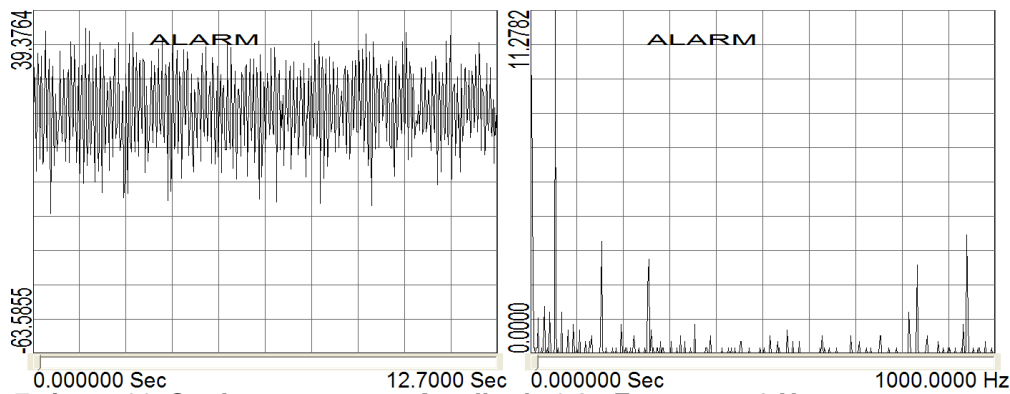
Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(5^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



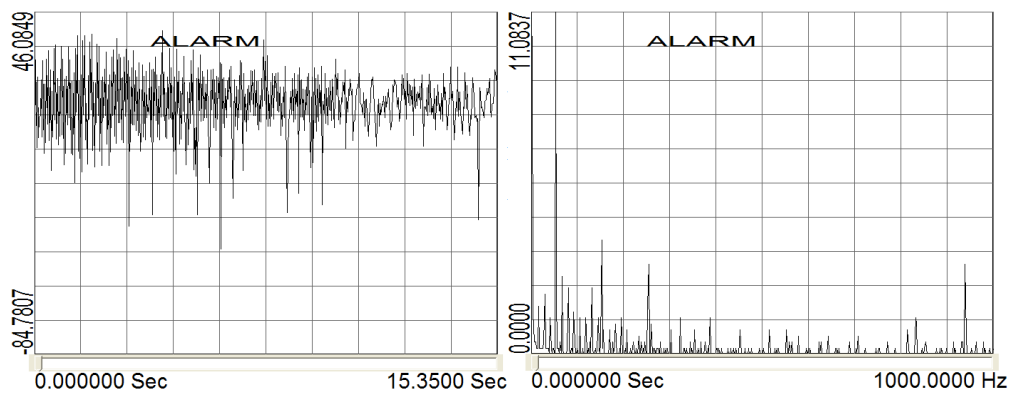
Σχήμα 4.88 Strain gage no.17 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.89 Strain gage no.17 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

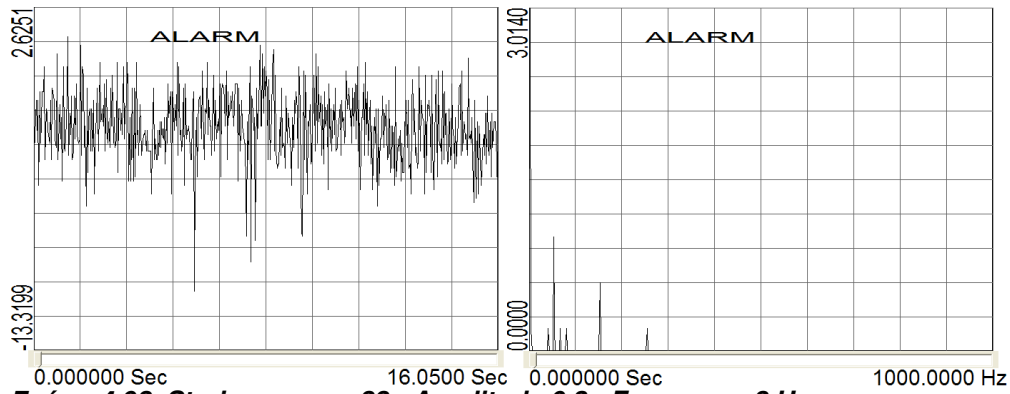


Σχήμα 4.90 Strain gage no.17 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

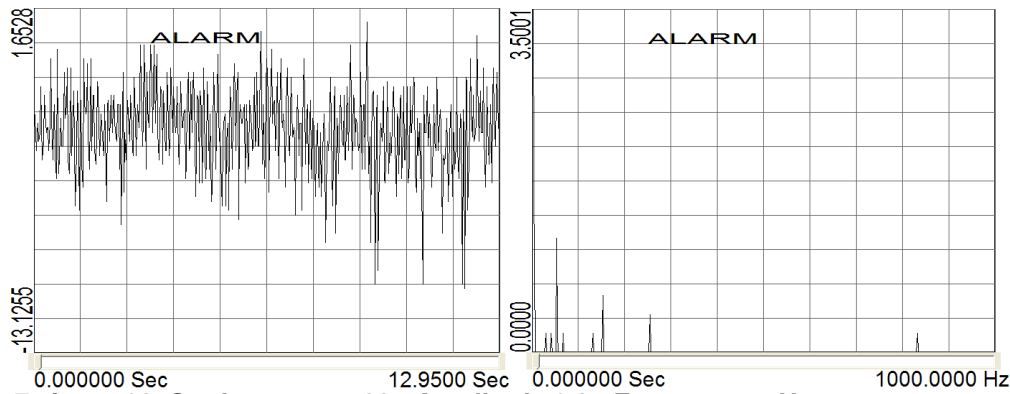


Σχήμα 4.91 Strain gage no.17 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

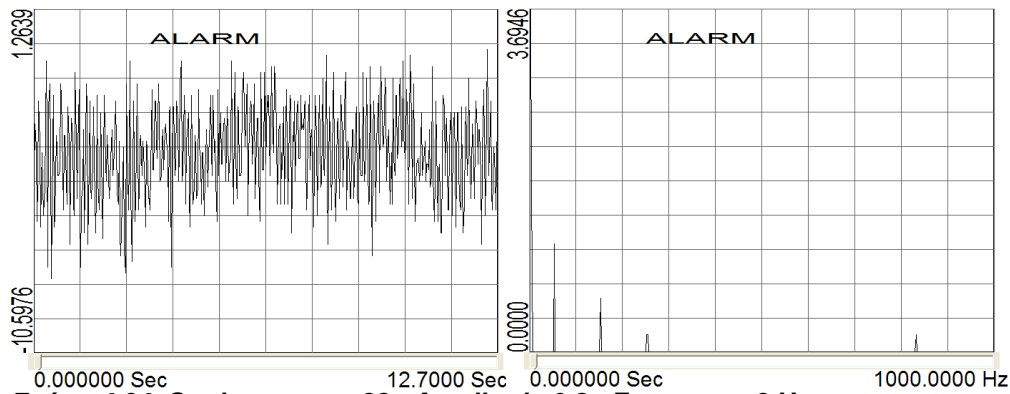
Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(7^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



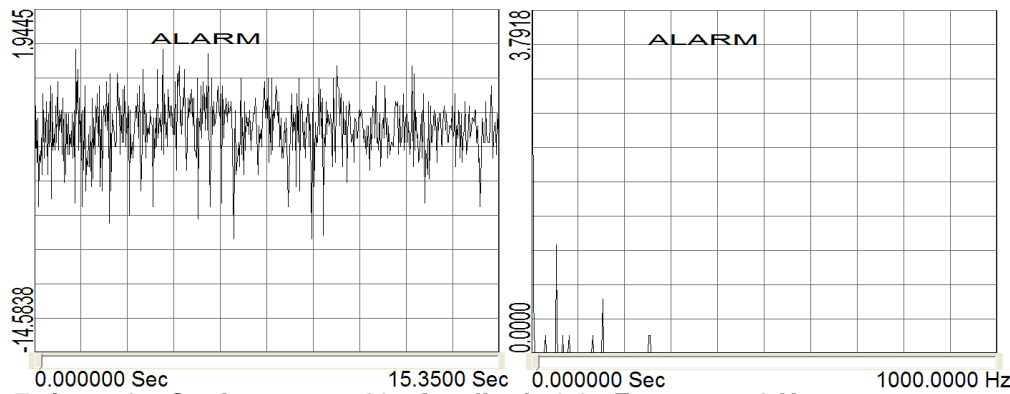
Σχήμα 4.92 Strain gage no.22 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.93 Strain gage no.22 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

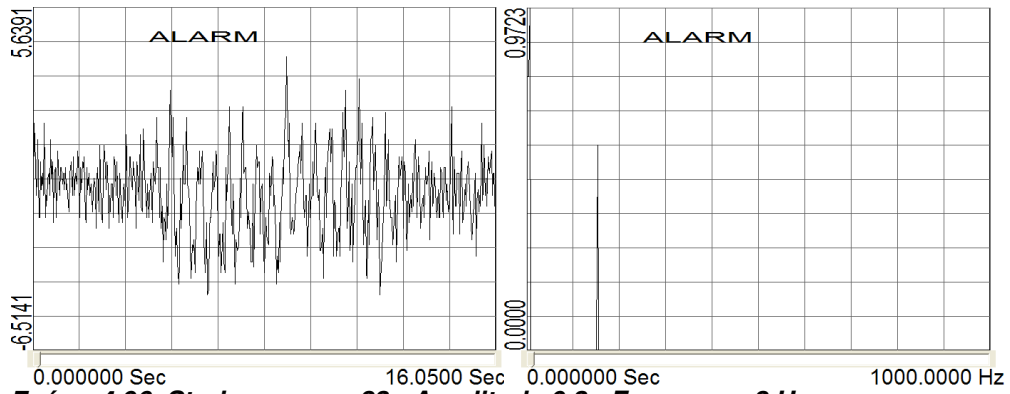


Σχήμα 4.94 Strain gage no.22 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

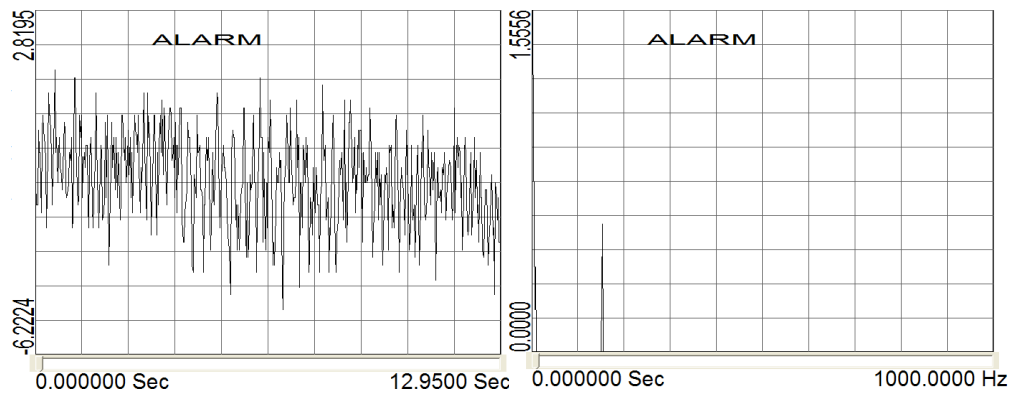


Σχήμα 4.95 Strain gage no.22 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

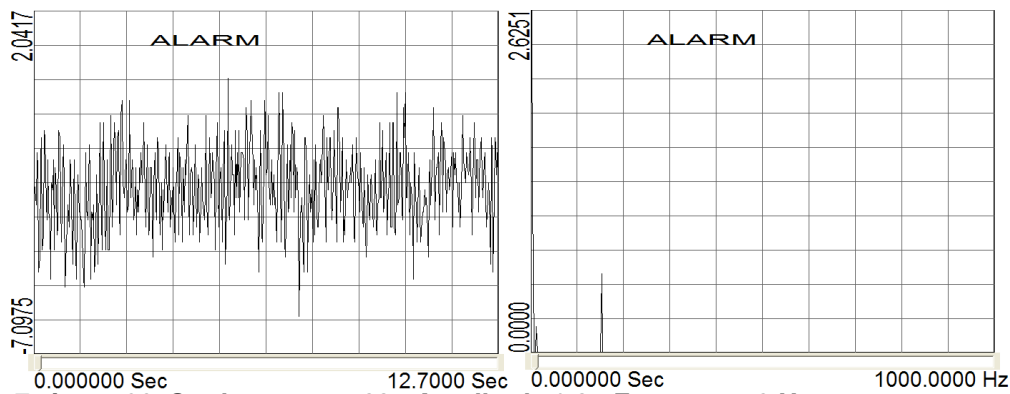
*Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(7^{ος} συνδετήρας από κόμβο)*



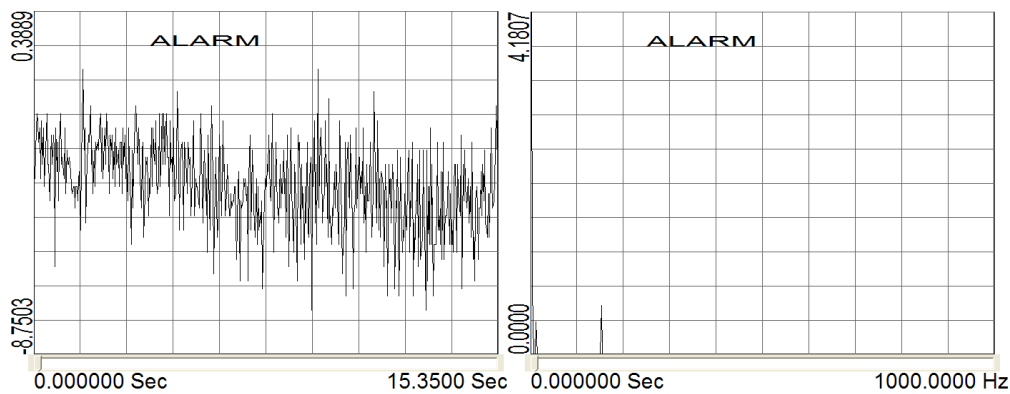
Σχήμα 4.96 Strain gage no.23 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.97 Strain gage no.23 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

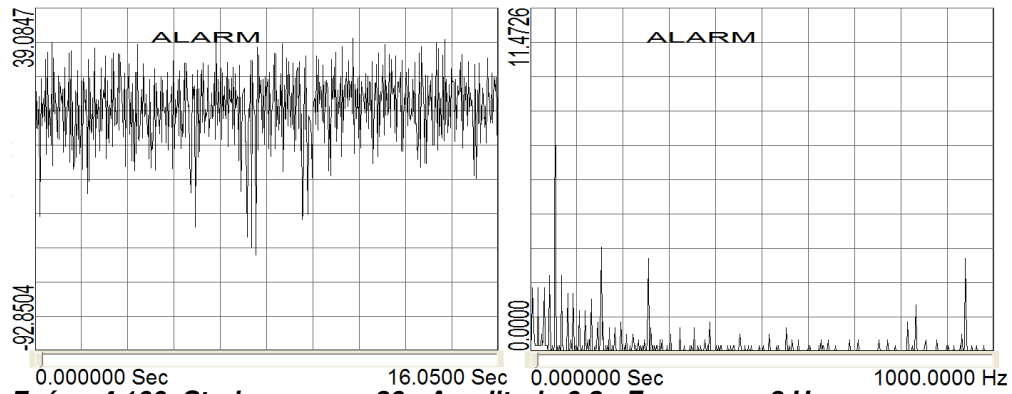


Σχήμα 4.98 Strain gage no.23 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

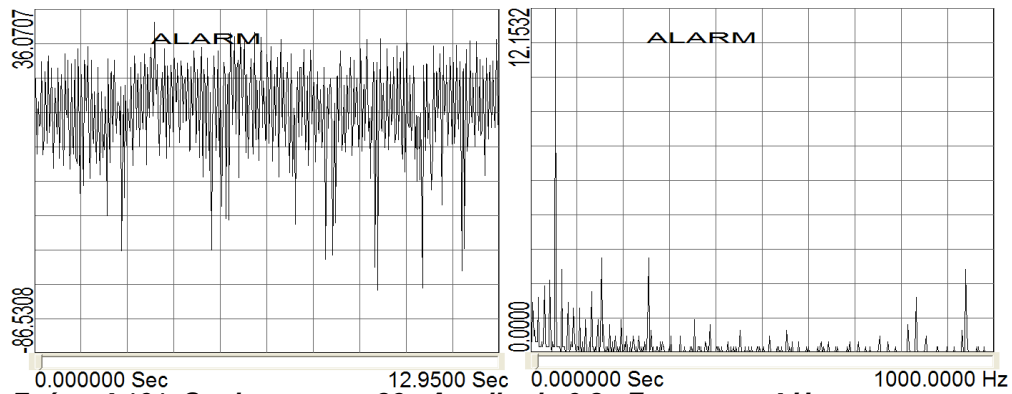


Σχήμα 4.99 Strain gage no.23 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

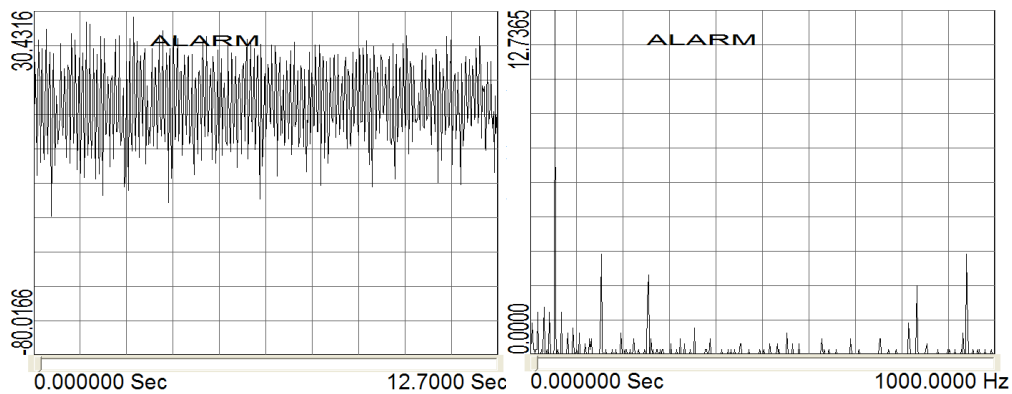
Strain gage επί τον εγκάρσιο οπλισμό
(7^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



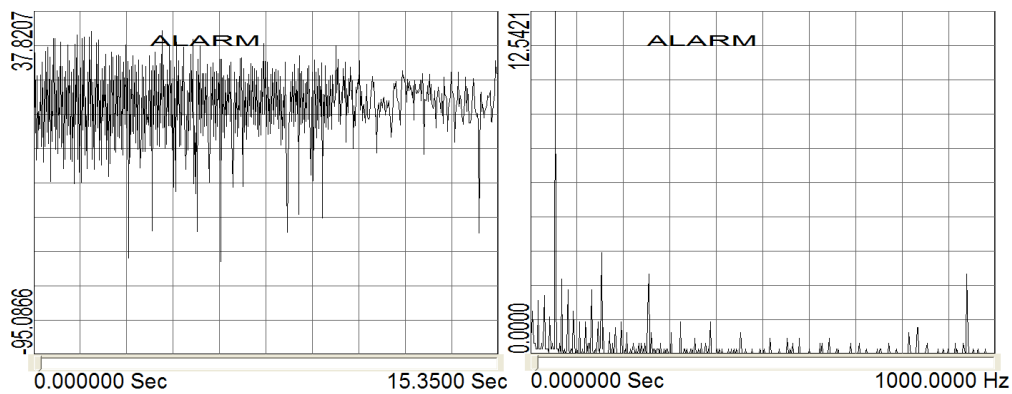
Σχήμα 4.100 Strain gage no.26 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.101 Strain gage no.26 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

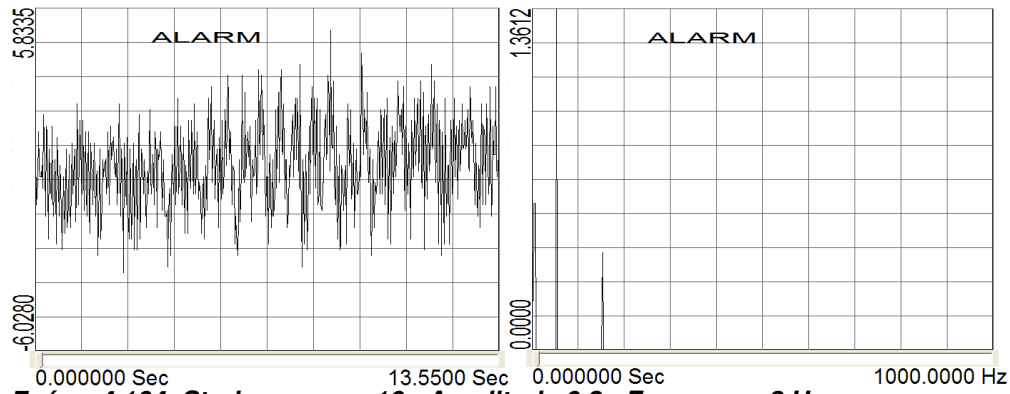


Σχήμα 4.102 Strain gage no.26 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

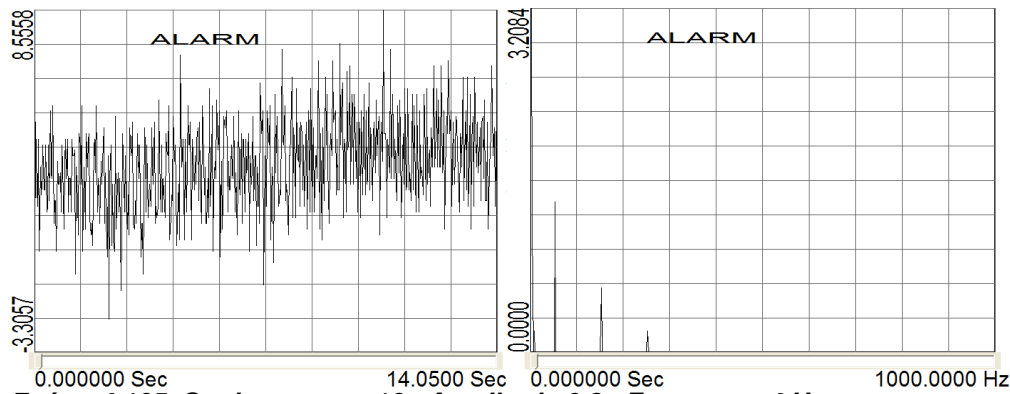


Σχήμα 4.103 Strain gage no.26 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

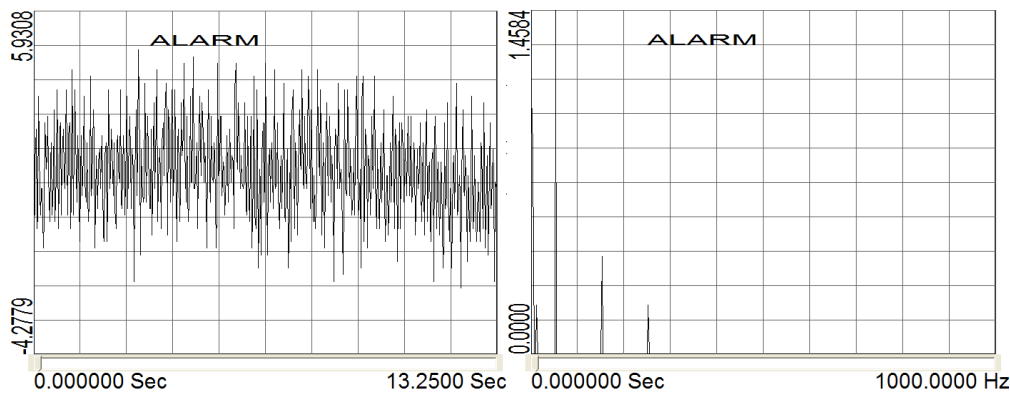
Strain gage επί το γάντζο
(5^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



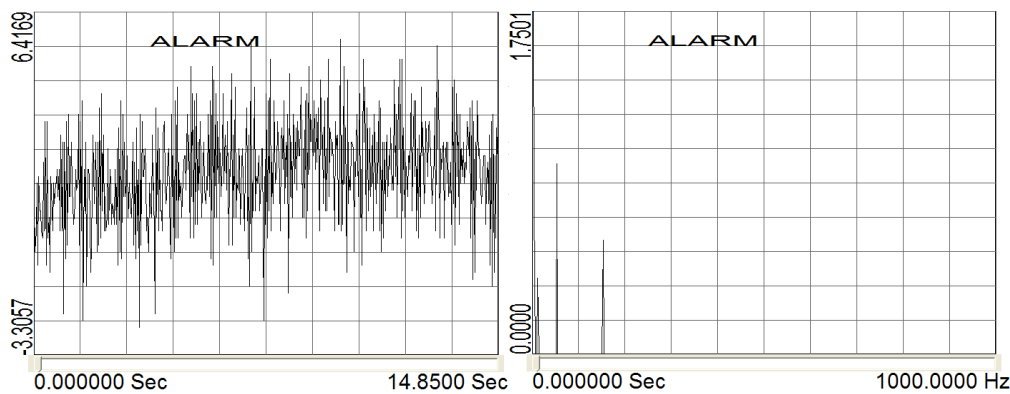
Σχήμα 4.104 Strain gage no.16 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.105 Strain gage no.16 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz

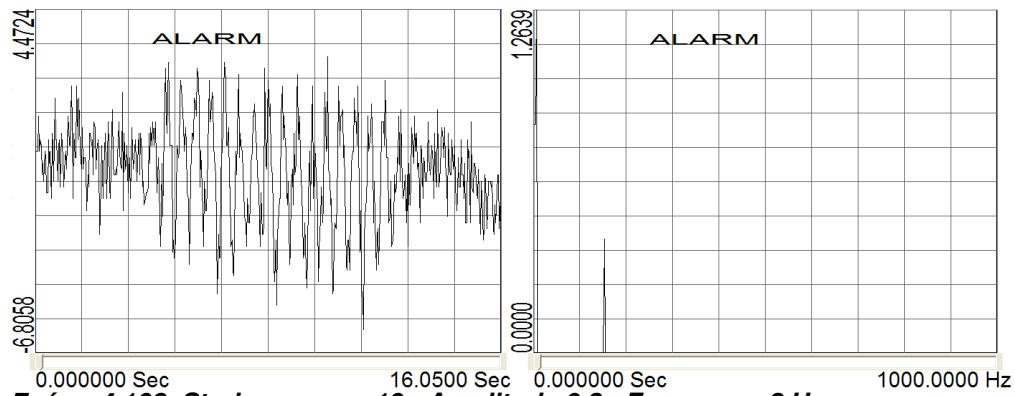


Σχήμα 4.106 Strain gage no.16 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz

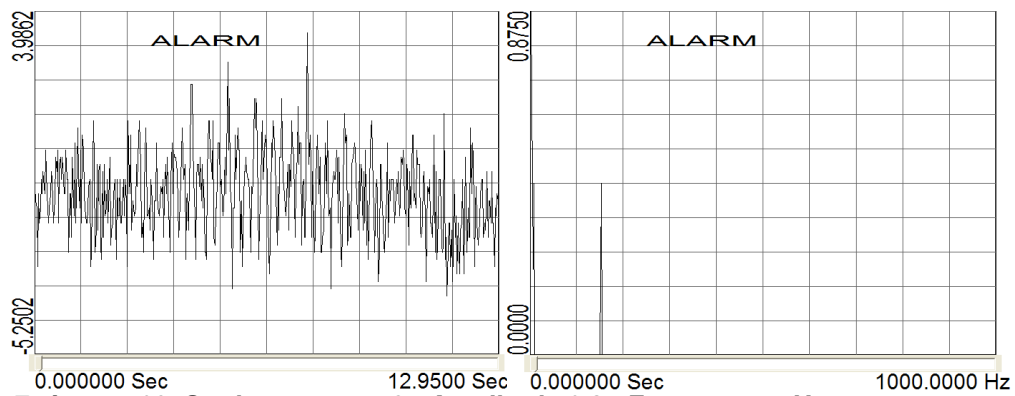


Σχήμα 4.107 Strain gage no.16 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

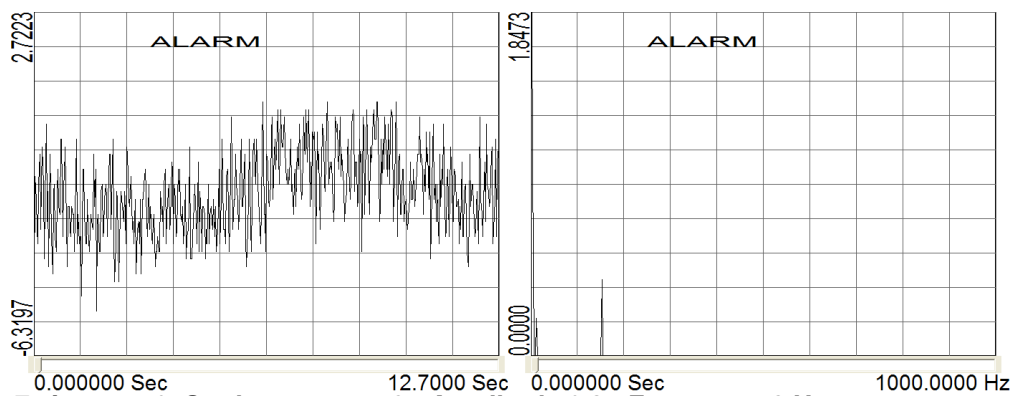
Strain gage επί το γάντζο
(7^{ος} συνδετήρας από κόμβο)



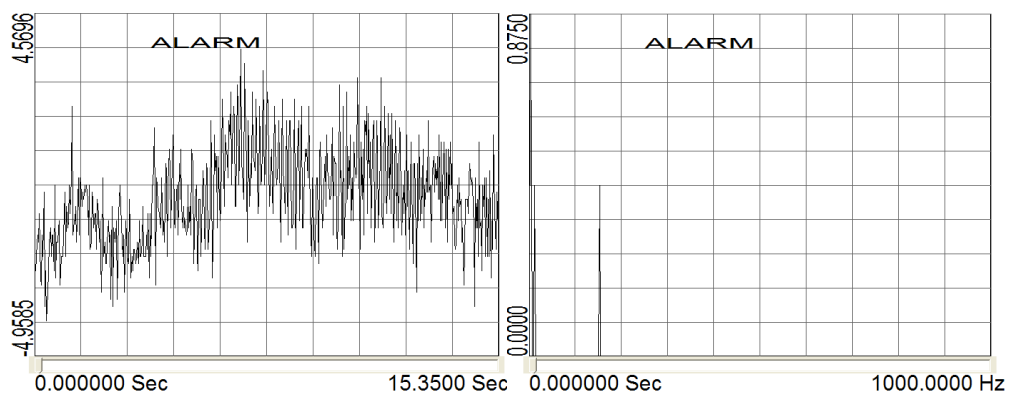
Σχήμα 4.108 Strain gage no.19 - Amplitude 0,3 - Frequency 2 Hz



Σχήμα 4.109 Strain gage no.19 - Amplitude 0,3 - Frequency 4 Hz



Σχήμα 4.110 Strain gage no.19 - Amplitude 0,3 - Frequency 8 Hz



Σχήμα 4.111 Strain gage no.19 - Amplitude 0,6 - Frequency 8 Hz

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Παρουσίαση Πειραματικών Αποτελεσμάτων

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μια αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων της «Πειραματικής μελέτης απόκρισης συνδετήρων σε δοκό από οπλισμένο σκυρόδεμα, υπό δυναμική φόρτιση».

Αναλυτικότερα, θα παρατεθούν πίνακες και διαγράμματα, τα οποία φέρουν όλες τις εξαχθείσες του πειράματος πληροφορίες. Επίσης, βάση αυτών θα πραγματοποιηθεί μια συγκριτική μελέτη της συμπεριφοράς των συνδετήρων, στις διάφορες εναλλαγές των μεταβλητών του πειράματος, όπως της συχνότητας και του εύρους της ταλάντωσης.

Όλη αυτή η προσπάθεια πραγματοποιείται έτσι ώστε να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα πάνω στην απόκριση των συνδετήρων σε δοκό από οπλισμένο σκυρόδεμα, υπό δυναμική φόρτιση.

5.2 ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στους Πίνακες 1 έως 4 παρουσιάζονται συνοπτικά τα εξαγόμενα πειραματικά αποτελέσματα. Ειδικότερα, στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πειράματος, τα οποία αφορούν τον διαμήκη οπλισμό της δοκού, στον Πίνακα 2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πειράματος, τα οποία αφορούν τον εγκάρσιο οπλισμό της δοκού, στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πειράματος, τα οποία αφορούν τις ράβδους συγκόλλησης και στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πειράματος, τα οποία αφορούν το γάντζο. Στους Πίνακες 5 έως 7 τα ίδια αποτελέσματα είναι ταξινομημένα ανά strain gage για την καλύτερη κατανόηση των μετρήσεων. Συγκεκριμένα:

- 1^η στήλη: Απόσταση του strain gage από τον κόμβο μετρημένη σε cm.
- 2^η στήλη: Η αρίθμηση του εκάστοτε strain gage κατά την εκτέλεση του πειράματος.
- 3^η στήλη: Η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση μετρημένη σε Hz.
- 4^η στήλη: Η μέγιστη σχετική παραμόρφωση μετρημένη σε mV.
- 5^η στήλη: Η εξωτερική συχνότητα ταλάντωσης μετρημένη σε Hz.
- 6^η στήλη: Το εύρος της ταλάντωσης.

- 7^η στήλη: Οι παρατηρήσεις όπου αναγράφεται η θέση στην οποία βρίσκεται το strain gage. Για λόγους εξοικονόμησης χώρου χρησιμοποιήσαμε τον παρακάτω συμβολισμό:

εφ. :συμβολίζει την άνω εφελκυόμενη θέση

θλ. :συμβολίζει την κάτω θλιβόμενη περιοχή

ακρ. :συμβολίζει την ακραία θέση

μεσ. :συμβολίζει την μεσαία θέση

εσ. : **συμβολίζει την** εσωτερική θέση

εξ. : **συμβολίζει την** εξωτερική θέση

πλ. **συμβολίζει την** πλαϊνή θέση

Για παράδειγμα συμβολίζουμε τη θέση του strain gage με αριθμό 23 ως «εφ.εξ.» στον πίνακα εννοώντας εφελκυόμενη μεσαία θέση (Σχήμα 4.8).

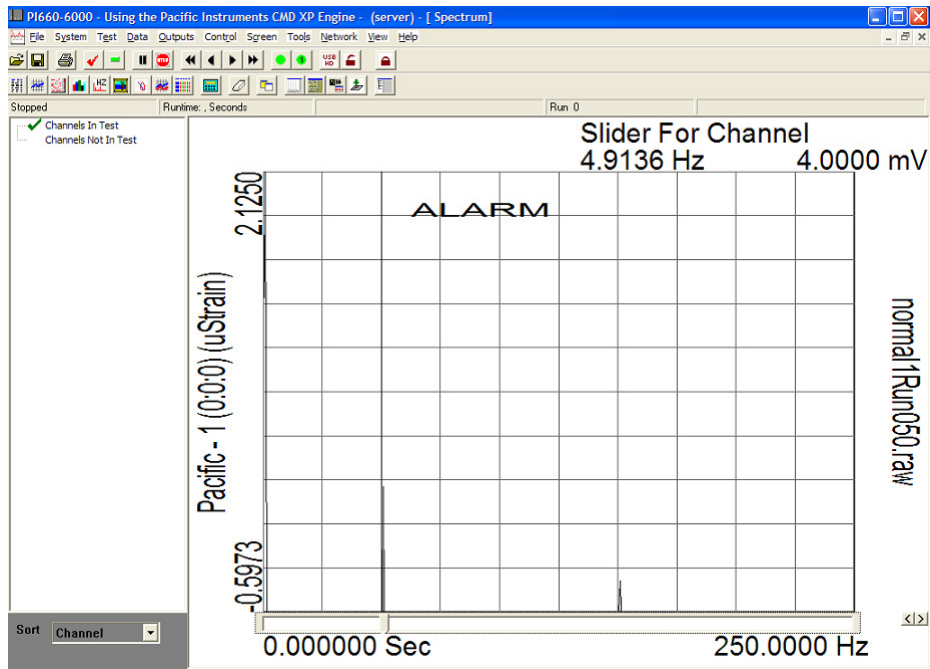
Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο οπλισμός συγκόλλησης δεν παίζει κάποιο ρόλο στην αντοχή, δηλαδή δεν παραλαμβάνει τάσεις και φορτία.

Χρησιμοποιείται μόνο για τη συγκόλληση των συνδετήρων, έτσι ώστε αυτοί να παραμένουν στη θέση τους κατά την σκυροδέτηση.

Τα αναγραφόμενα πειραματικά αποτελέσματα προέκυψαν με την παρακάτω διαδικασία:

Χρησιμοποιώντας το λογισμικό PI660-6000, επιλέγουμε το διάγραμμα του φάσματος του εκάστοτε αισθητήρα παραμόρφωσης, του οποίου η μέτρηση μας ενδιαφέρει και μετακινώντας το «κέρσορα», πάνω στη μέγιστη τιμή του διαγράμματος, αναγράφεται απευθείας η συχνότητα μέγιστης παραμόρφωσης, σε Hz, και στη συνέχεια η σχετική κλίμακα παραμόρφωσης σε mV.

Στο σχήμα 5.1, παρουσιάζεται το πρόγραμμα και ένα τυχαίο διάγραμμα φάσματος. Παρατηρώντας το διάγραμμα βλέπουμε ότι ο «κέρσορας» στη κάτω πλευρά του διαγράμματος έχει μετακινηθεί, και στη πάνω, δεξιά θέση του διαγράμματος αναγράφονται η μέγιστη σχετική παραμόρφωση καθώς επίσης και η συχνότητα στην οποία παρουσιάζεται αυτή.



Σχήμα 5.1 Το λογισμικό PI660-6000 και το διάγραμμα του φάσματος

Απόσταση από κόμβο (cm)	strain gage	Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (Hz)	Μέγιστη παραμόρφωση Σχετική κλίμακα (mV)	Εξωτερική συχνότητα	Εύρος	Παρατηρήσεις
15	21(1)	0,3440	30	2 Hz	0,3	εφ.ακρ.
35	14(2)	0,0313	28			θλ.μεσ.
	15(3)	0,0313	32			θλ.ακρ.
55	7(4)	0,0313	25			θλ.ακρ.
	8(5)	0,0313	27			θλ.ακρ.
	9(6)	0,0475	29			θλ.μεσ.
15	21(1)	0,3567	28	4 Hz	0,3	εφ.ακρ.
35	14(2)	0,0126	28			θλ.μεσ.
	15(3)	0,3280	17			θλ.ακρ.
55	7(4)	0,0126	10			θλ.ακρ.
	8(5)	0,0126	11			θλ.ακρ.
	9(6)	0,3288	31			θλ.μεσ.

15	21(1)	0,3364	30	8 Hz	0,3	εφ.ακρ.
35	14(2)	0,1240	29			θλ.μεσ.
	15(3)	0,3225	18			θλ.ακρ.
55	7(4)	0,1240	8			θλ.ακρ.
	8(5)	0,1240	10			θλ.ακρ.
	9(6)	0,3225	32	θλ.μεσ.		
15	21(1)	0,3771	23	8 Hz	0,6	εφ.ακρ.
35	14(2)	0,0150	41			θλ.μεσ.
	15(3)	0,3897	18			θλ.ακρ.
55	7(4)	0,1500	15			θλ.ακρ.
	8(5)	0,1500	17			θλ.ακρ.
	9(6)	0,3897	32			θλ.μεσ.

Πίνακας 1: Διαμήκης Οπλισμός

Απόσταση από κόμβο	strain gage	Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (Hz)	Μέγιστη παραμόρφωση (mV)	Εξωτερική συχνότητα	Εύρος	Παρατηρήσεις
0	22(1)	0,3440	35	2 Hz	0,3	πλ.εξ.
	23(2)	0,0132	7			εφ.εξ.
20	18(3)	0,3440	111			πλ.εξ.
	19(4)	0,0132	4			εφ.εξ.
	20(5)	0,3440	23			εφ.εσ.
	38(6)	0,0265	5			εφ.εξ.
40	11(7)	0,0157	1			πλ.εξ.
	12(8)	0,3440	37			εφ.εσ.
	39(9)	0,3440	106			εφ.εξ.
	10(10)	0,4075	52			πλ.εσ.
60	3(11)	0,4075	5	πλ.εξ.		
	5(12)	0,0313	5	θλ.εξ.		
	2(13)	0,0313	6	πλ.εσ.		
0	22(1)	0,3567	34	4 Hz	0,3	πλ.εξ.
	23(2)	0,0137	4	εφ.εξ.		

20	18(3)	0,3567	106	8 Hz	0,3	πλ.εξ.
	19(4)	0,0137	4			εφ.εξ.
	20(5)	0,3567	22			εφ.εσ.
	38(6)	0,0137	3			εφ.εξ.
40	11(7)	0,0126	4			πλ.εξ.
	12(8)	0,3567	36			εφ.εσ.
	39(9)	0,3567	100			εφ.εξ.
	10(10)	0,3288	55			πλ.εσ.
60	3(11)	0,0126	9			πλ.εξ.
	5(12)	0,0126	5			θλ.εξ.
	2(13)	0,0126	3			πλ.εσ.
0	22(1)	0,3364	36			πλ.εξ.
	23(2)	0,0129	7			εφ.εξ.
20	18(3)	0,3364	113	πλ.εξ.		
	19(4)	0,0129	4	εφ.εξ.		
	20(5)	0,3364	24	εφ.εσ.		
	38(6)	0,0129	6	εφ.εξ.		
40	11(7)	0,0124	2	πλ.εξ.		
	12(8)	0,3364	38	εφ.εσ.		
	39(9)	0,3364	107	εφ.εξ.		
	10(10)	0,3225	58	πλ.εσ.		
60	3(11)	0,0124	9	πλ.εξ.		
	5(12)	0,0124	6	θλ.εξ.		
	2(13)	0,0124	5	πλ.εσ.		

συνεχίζεται..

0	22(1)	0,3771	28	8 Hz	0,6	πλ.εξ.
	23(2)	0,0145	4			εφ.εξ.
20	18(3)	0,3771	87			πλ.εξ.
	19(4)	0,0145	5			εφ.εξ.
	20(5)	0,3771	19			εφ.εσ.
	38(6)	0,0145	6			εφ.εξ.
40	11(7)	0,0150	1			πλ.εξ.
	12(8)	0,3771	29			εφ.εσ.
	39(9)	0,3771	82			εφ.εξ.
	10(10)	0,3897	57			πλ.εσ.
60	3(11)	0,3897	6			πλ.εξ.
	5(12)	0,0178	24			θλ.εξ.
	2(13)	0,0150	4			πλ.εσ.

Πίνακας 2: Εγκάρσιος Οπλισμός

Απόσταση από κόμβο	strain gage	Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (Hz)	Μέγιστη παραμόρφωση Σχετική κλίμακα (mV)	Εξωτερική συχνότητα	Εύρος
60	6	0,0313	15	2 Hz	0,3
		0,0126	8	4 Hz	
		0,0620	3	8 Hz	0,6
		0,0150	8		

Πίνακας 3: Συγκόλληση

Απόσταση από κόμβο	strain gage	Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (Hz)	Μέγιστη παραμόρφωση Σχετική κλίμακα (mV)	Εξωτερική συχνότητα	Εύρος
40	13(1)	0,3440	7	2 Hz	0,3
60	4(2)	0,0313	6		
40	13(1)	0,3567	7	4 Hz	0,3
60	4(2)	0,0216	3		
40	13(1)	0,3364	7	8 Hz	0,3
60	4(2)	0,0124	5		
40	13(1)	0,3771	5	8 Hz	0,6
60	4(2)	0,0150	4		

Πίνακας 4: Γάντζος

Απόσταση από κόμβο (cm)	strain gage	Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (Hz)	Μέγιστη παραμόρφωση Σχετική κλίμακα (mV)	Εξωτερική συχνότητα	Εύρος	Παρατηρήσεις
15	21(1)	0,3440	30	2 Hz	0,3	εφ.ακρ.
		0,3567	28	4 Hz		
		0,3364	30	8 Hz	0,6	
		0,3771	23			
35	14(2)	0,0313	28	2 Hz	0,3	θλ.μεσ.
		0,0126	28	4 Hz		
		0,1240	29	8 Hz	0,6	
		0,0150	41			
35	15(3)	0,0313	32	2 Hz	0,3	θλ.ακρ
		0,3280	17	4 Hz		
		0,3225	18	8 Hz	0,6	
		0,3897	18			
55	7(4)	0,0313	25	2 Hz	0,3	θλ.ακρ
		0,0126	10	4 Hz		
		0,1240	8	8 Hz	0,6	
		0,1500	15			
55	8(5)	0,0313	27	2 Hz	0,3	θλ.ακρ

		0,0126	11	4 Hz		
		0,1240	10	8 Hz	0,6	
		0,1500	17			
55	9(6)	0,0475	29	2 Hz	0,3	θλ.μεσ.
		0,3288	31	4 Hz		
		0,3225	32	8 Hz	0,6	
		0,3897	32			

Πίνακας 5: Διαμήκης Οπλισμός (ταξινόμηση ανά strain gage)

Απόσταση από κόμβο	strain gage	Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (Hz)	Μέγιστη παραμόρφωση (mV)	Εξωτερική συχνότητα	Εύρος	Παρατηρήσεις
0	22(1)	0,3440	35	2 Hz	0,3	πλ.εξ.
		0,3567	34	4 Hz		
		0,3364	36	8 Hz	0,6	
		0,3771	28			
0	23(2)	0,0132	7	2 Hz	0,3	εφ.εξ.
		0,0137	4	4 Hz		
		0,0129	7	8 Hz	0,6	
		0,0145	4			
20	18(3)	0,3440	111	2 Hz	0,3	πλ.εξ.
		0,3567	106	4 Hz		
		0,3364	113	8 Hz	0,6	
		0,3771	87			
20	19(4)	0,0132	4	2 Hz	0,3	εφ.εξ.
		0,0137	4	4 Hz		
		0,0129	4	8 Hz	0,6	
		0,0145	5			
20	20(5)	0,3440	23	2 Hz	0,3	εφ.εσ.
		0,3567	22	4 Hz		
		0,3364	24	8 Hz	0,6	
		0,3771	19			
20	38(6)	0,0265	5	2 Hz	0,3	εφ.εξ.
		0,0137	3	4 Hz		

		0,0129	6	8 Hz		
		0,0145	6		0,6	
40	11(7)	0,0157	1	2 Hz	0,3	πλ.εξ.
		0,0126	4	4 Hz		
		0,0124	2	8 Hz	0,6	
		0,0150	1			
40	12(8)	0,3440	37	2 Hz	0,3	εφ.εσ.
		0,3567	36	4 Hz		
		0,3364	38	8 Hz	0,6	
		0,3771	29			
40	39(9)	0,3440	106	2 Hz	0,3	εφ.εξ.
		0,3567	100	4 Hz		
		0,3364	107	8 Hz	0,6	
		0,3771	82			
40	10(10)	0,4075	52	2 Hz	0,3	πλ.εσ.
		0,3288	55	4 Hz		
		0,3225	58	8 Hz	0,6	
		0,3897	57			

συνεχίζεται...

60	3(11)	0,4075	5	2 Hz	0,3	πλ.εξ.
		0,0126	9	4 Hz		
		0,0124	9	8 Hz	0,6	
		0,3897	6			
60	5(12)	0,0313	5	2 Hz	0,3	θλ.εξ.
		0,0126	5	4 Hz		
		0,0124	6	8 Hz	0,6	
		0,0178	24			
60	2(13)	0,0313	6	2 Hz	0,3	πλ.εσ.
		0,0126	3	4 Hz		
		0,0124	5	8 Hz	0,6	
		0,0150	4			

Πίνακας 6: Εγκάρσιος Οπλισμός (ταξινόμηση ανά strain gage)

Απόσταση από κόμβο	strain gage	0,0216	3	4 Hz	Εξωτερική συχνότητα	Εύρος
		Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση (Hz)	Μένιστη παραμόρφωση (mV)	8 Hz		
40	13(1)	0,3440	7	2 Hz	0,3	0,6
		0,3567	7	4 Hz		
		0,3364	7	8 Hz	0,6	
		0,3771	5			
60	4(2)	0,0313	6	2 Hz	0,3	

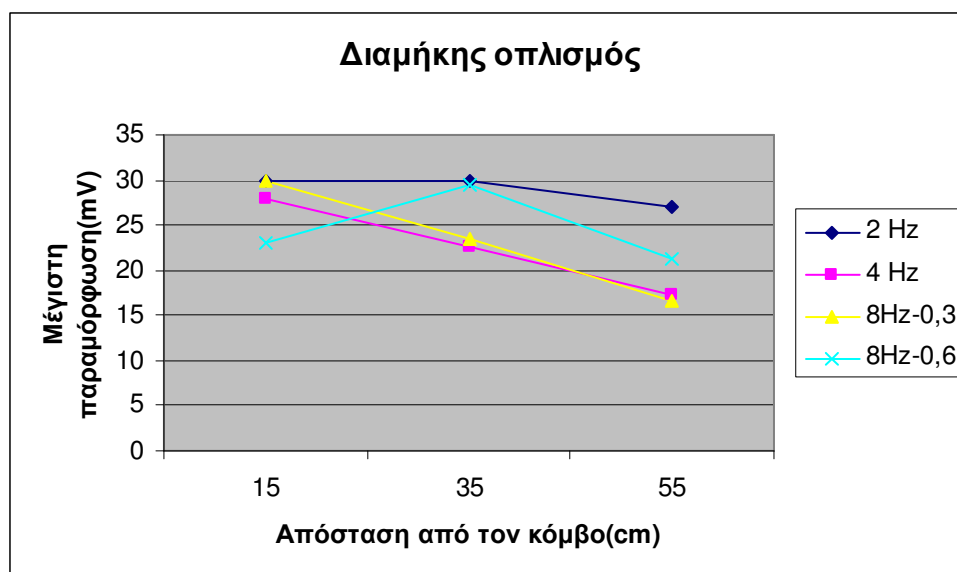
Πίνακας 7: Γάντζος (ταξινόμηση ανά strain gage)

5.3 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

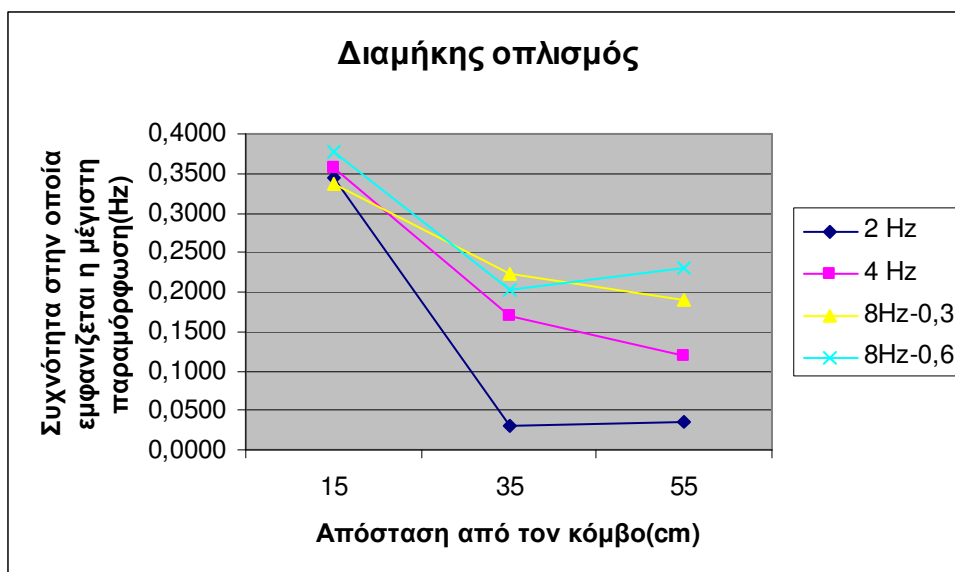
Βασιζόμενοι στα αποτελέσματα των Πινάκων 1 έως 7, προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα, τα οποία έχουν ως σκοπό την εύκολη κατανόηση της συμπεριφοράς της δοκού, καθώς επίσης και της εξαγωγής διαφόρων συμπερασμάτων, τόσο για τον διαμήκη όσο και τον εγκάρσιο σπλισμό. Τα κατωτέρω διαγράμματα μας παρουσιάζουν την συμπεριφορά τα δοκού σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τον κόμβο, την αυξομείωση του εύρους και της εξωτερικής συχνότητας ταλάντωσης.

Για να υπάρχει μια αντιστοιχία μεταξύ των strain gages που παρουσιάζονται στους πίνακες και στα διαγράμματα, χρησιμοποιείται ο α/α που βρίσκεται στην δεύτερη στήλη των πινάκων καθώς επίσης και στα διαγράμματα.

Διαμήκης σπλισμός



Σχήμα 5.2 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



Σχήμα 5.3 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας

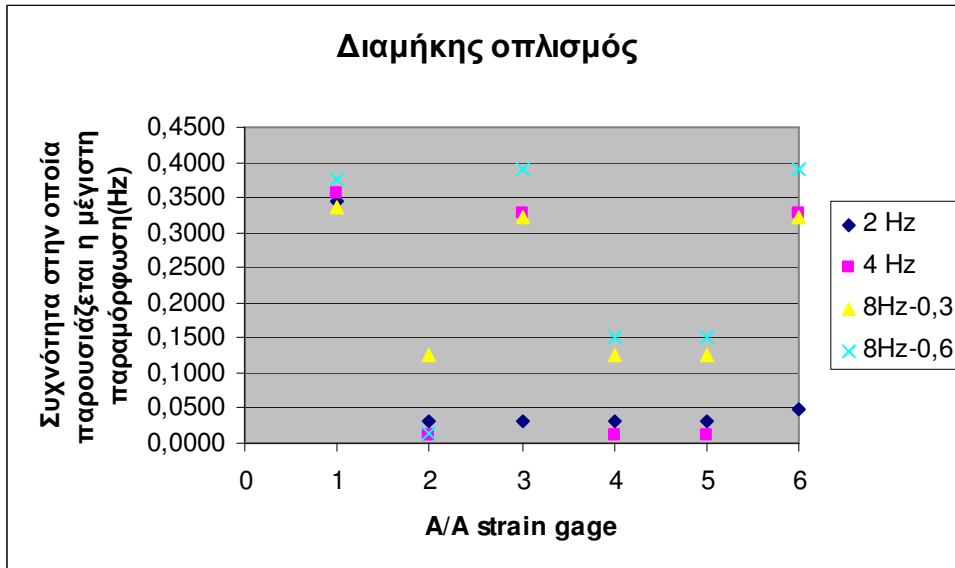
1. Παρατηρείται μια ομοιόμορφη πτώση της μέγιστης παραμόρφωσης, όσο απομακρυνόμαστε από τον κόμβο για τις συχνότητες 4 Hz και 8Hz και εύρους 0,3. Επίσης, για τις συχνότητες 2Hz και 8Hz εύρους 0,3 και 0,6 αντίστοιχα παρατηρείται αύξηση της μέγιστης παραμόρφωσης από την αρχή του κόμβου και μέχρι την απόσταση των 35 cm ενώ από τα 35 cm έως τα 55 cm παρατηρείται όμοια πτώση της μέγιστης παραμόρφωσης με αυτές των συχνοτήτων 4 Hz και 8Hz και εύρους 0,3. Τέλος, οι μέγιστες τιμές των μέγιστων παραμορφώσεων είναι και για τις τέσσερις περιπτώσεις περί των 30 mV. (Σχήμα 5.2)

Βέβαια, αυτές οι παρατηρήσεις δεν μπορεί να είναι ασφαλείς, γιατί εμπεριέχουν strain gages από διαφορετικές περιοχές του οπλισμού που συμπεριφέρονται διαφορετικά και αυτό θα φανεί από τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 5.4 και μετά).

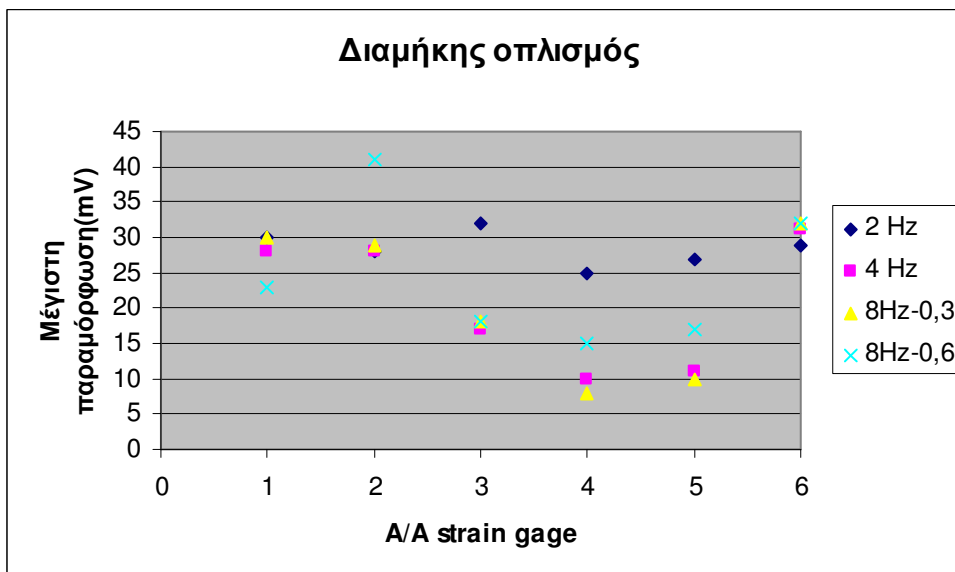
2. Η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο παρουσιάζει γενικώς όμοια συμπεριφορά και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Αξίζει να σημειωθεί πως η μέγιστη εξωτερική συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση είναι περί των 0,35 Hz για απόσταση 15 cm από τον κόμβο. Όσο απομακρυνόμαστε από αυτόν, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση μειώνεται έως και την απόσταση των 35 cm. Από τα 35 cm έως τα 55 cm και για τις συχνότητες 4 Hz και 8Hz και εύρους 0,3 ακολουθεί μικρότερη μείωση της συχνότητας στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση, ενώ για τις συχνότητες 2Hz και 8Hz εύρους 0,3 και 0,6 αντίστοιχα ακολουθεί αύξηση της συχνότητας στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση. Τέλος, παρατηρούμε ότι τη μεγαλύτερη μείωση της συχνότητας στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση όσο απομακρυνόμαστε από τον κόμβο

έχει υποστεί στα 2 Hz και εύρους 0,3 ,ενώ για τα 8 Hz είναι η ίδια και για τα δύο εύρη, 0,3 και 0,6. (Σχήμα 5.3)

Και πάλι, αυτές οι παρατηρήσεις δεν μπορεί να είναι ασφαλείς, γιατί εμπεριέχουν strain gages από διαφορετικές περιοχές του σπλισμού που συμπεριφέρονται διαφορετικά και αυτό θα φανεί από τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 5.4 και μετά).

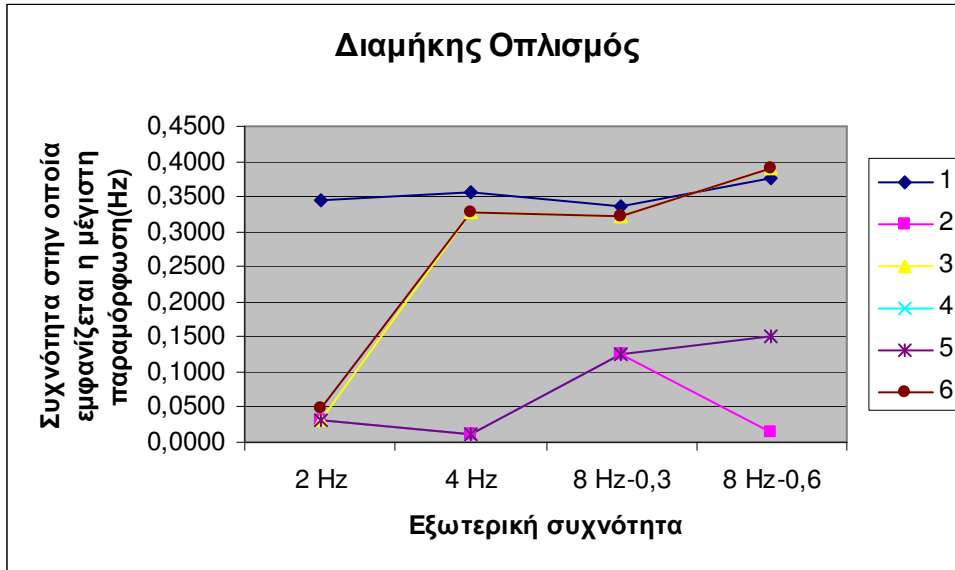


Σχήμα 5.4 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας

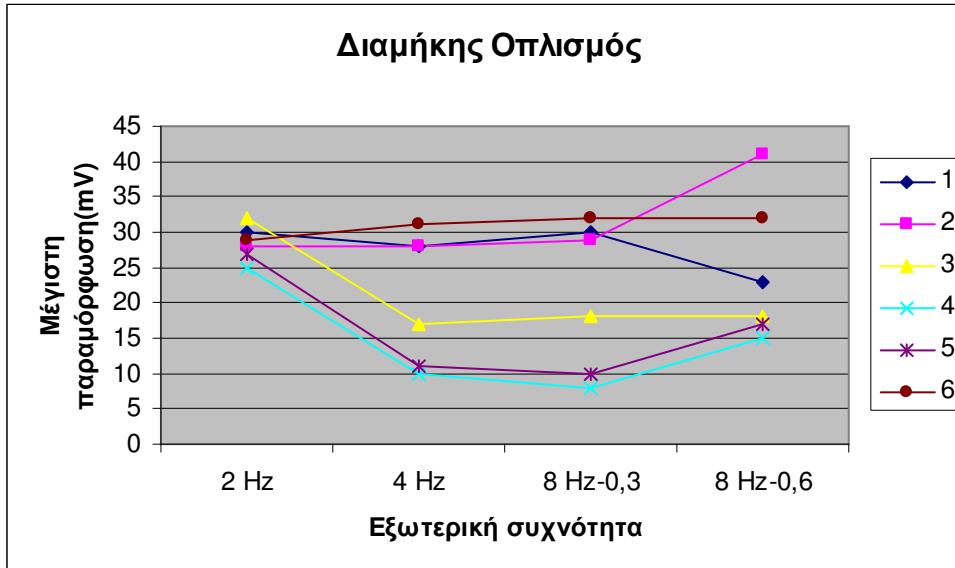


Σχήμα 5.5 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις

διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



Σχήμα 5.6 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages



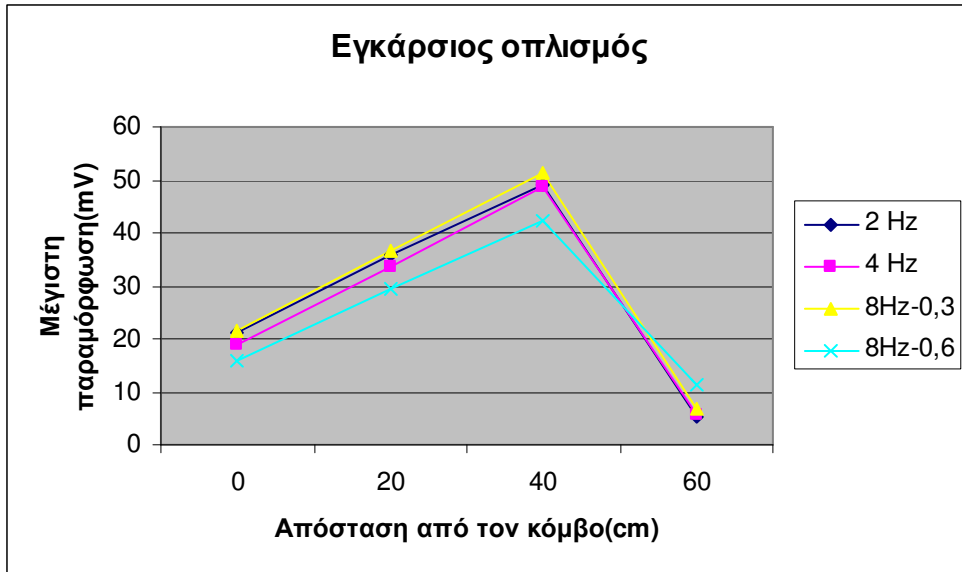
Σχήμα 5.7 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages

3. Για το strain gage 21(1), το οποίο βρίσκεται σε εφελκυστική ακραία θέση, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση είναι σχεδόν η

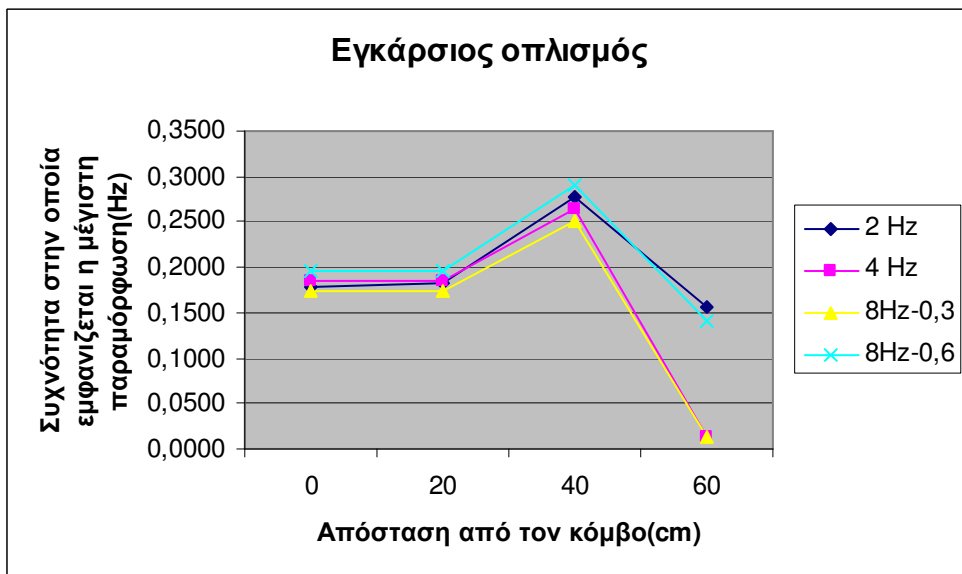
ίδια και για τις τέσσερις περιπτώσεις, ενώ για τα υπόλοιπα strain gages, τα οποία βρίσκονται σε θλιβόμενη θέση, παρουσιάζονται αποκλίσεις. Συγκεκριμένα, τα strain gages 7(4) και 8(5), τα οποία βρίσκονται σε θλιβόμενη ακραία θέση, παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά. Τα strain gages 15(3) και 9(6), τα οποία βρίσκονται σε θλιβόμενη ακραία και μεσαία θέση, παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά και πολύ μεγάλες αποκλίσεις και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Το strain gage 14(2), το οποίο βρίσκεται σε θλιβόμενη μεσαία θέση παρουσιάζει διαφορετική συμπεριφορά από όλα τα προηγούμενα. (Σχήμα 5.4 και 5.6)

4. Ομοίως, στις ίδιες παρατηρήσεις με το Συμπέρασμα 3, καταλήγουμε και όσον αφορά τη μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας. (Σχήμα 5.5 και 5.7)

Εγκάρσιος οπλισμός



Σχήμα 5.8 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



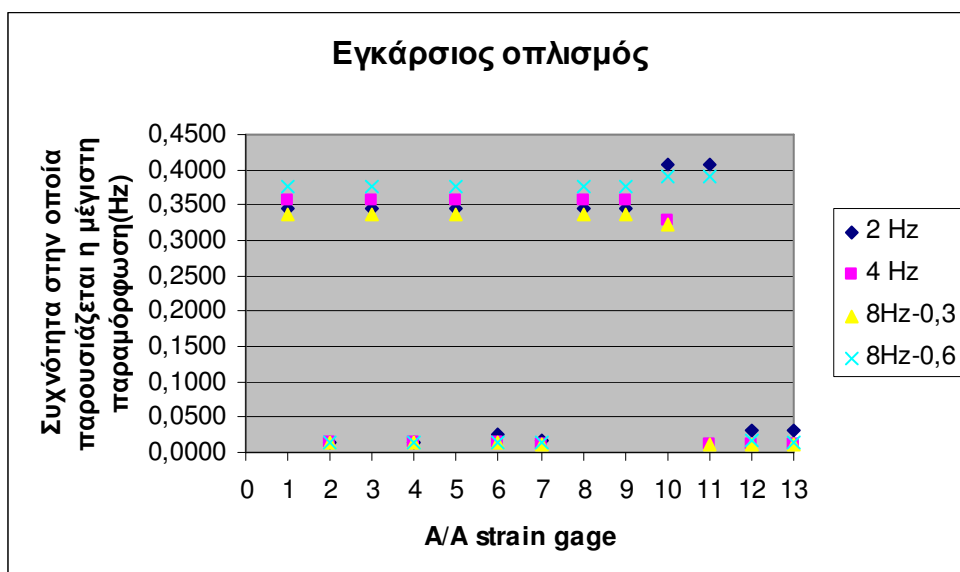
Σχήμα 5.9 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας

1. Παρατηρείται μια ομοιόμορφη αύξηση της μέγιστης παραμόρφωσης, όσο απομακρυνόμαστε από τον κόμβο έως τα 40 cm και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Αντίθετα, από τα 40 cm έως τα 60 cm παρατηρείται μια ομοιόμορφη μείωση της μέγιστης παραμόρφωσης και για τις τέσσερις περιπτώσεις. (Σχήμα 5.8)

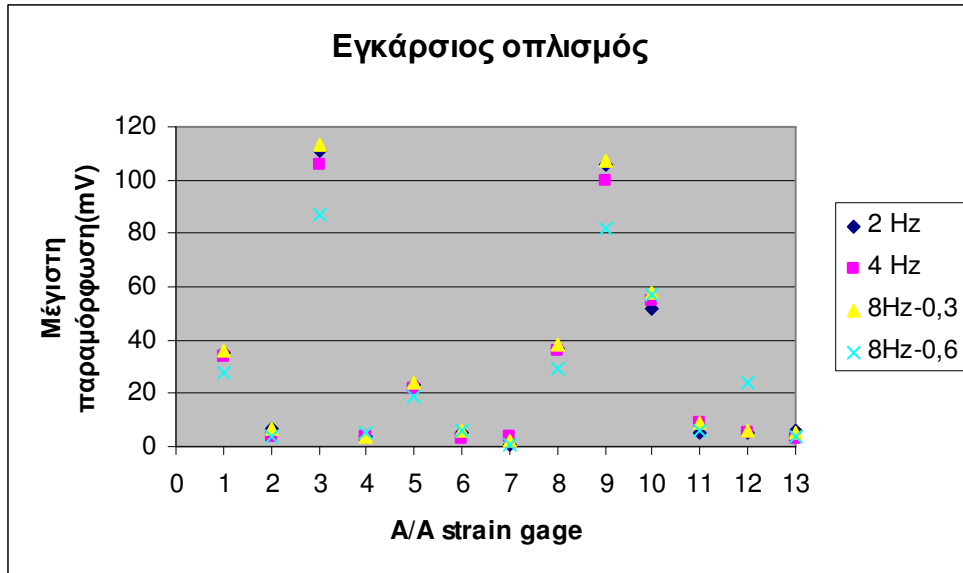
Και πάλι, αυτές οι παρατηρήσεις δεν μπορεί να είναι ασφαλείς, γιατί εμπεριέχουν strain gages από διαφορετικές περιοχές του οπλισμού που συμπεριφέρονται διαφορετικά και αυτό θα φανεί από τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 5.10 και μετά).

2. Η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο παρουσιάζει γενικώς όμοια συμπεριφορά και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Συγκεκριμένα, έως τα 20 cm η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση παραμένει η ίδια. Από τα 20 cm έως τα 40 cm παρουσιάζεται μια ομοιόμορφη αύξηση της, ενώ από τα 40 cm έως τα 60 cm παρουσιάζεται μια ομοιόμορφη μείωση της. Αξίζει να σημειωθεί ότι η συμπεριφορά που παρατηρείται στις περιπτώσεις 2Hz και 8Hz εύρους 0,3 και 0,6 αντίστοιχα είναι ακριβώς η ίδια, όπως επίσης και αυτή των 4 Hz και 8Hz και εύρους 0,3. (Σχήμα 5.9)

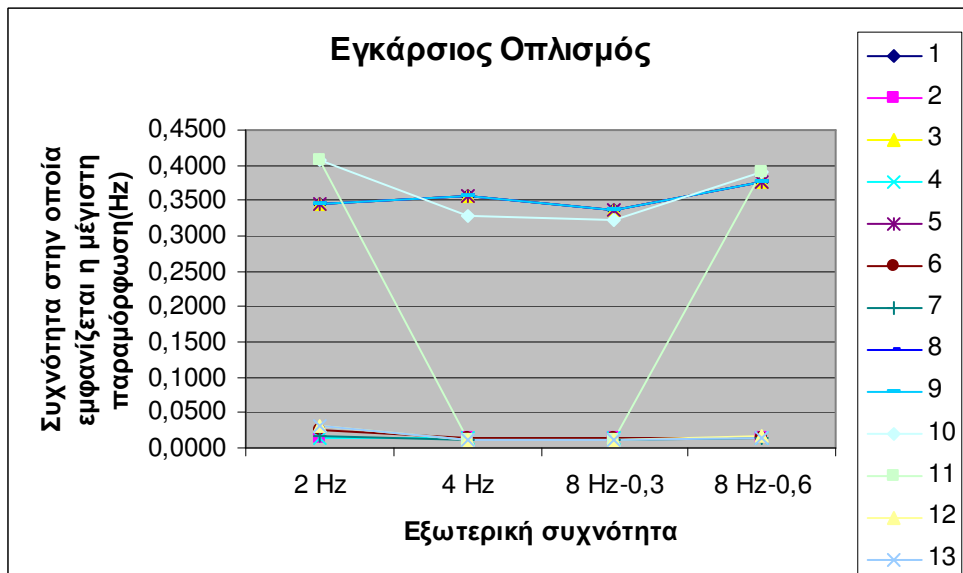
Και πάλι, αυτές οι παρατηρήσεις δεν μπορεί να είναι ασφαλείς, γιατί εμπεριέχουν strain gages από διαφορετικές περιοχές του οπλισμού που συμπεριφέρονται διαφορετικά και αυτό θα φανεί από τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 5.10 και μετά).



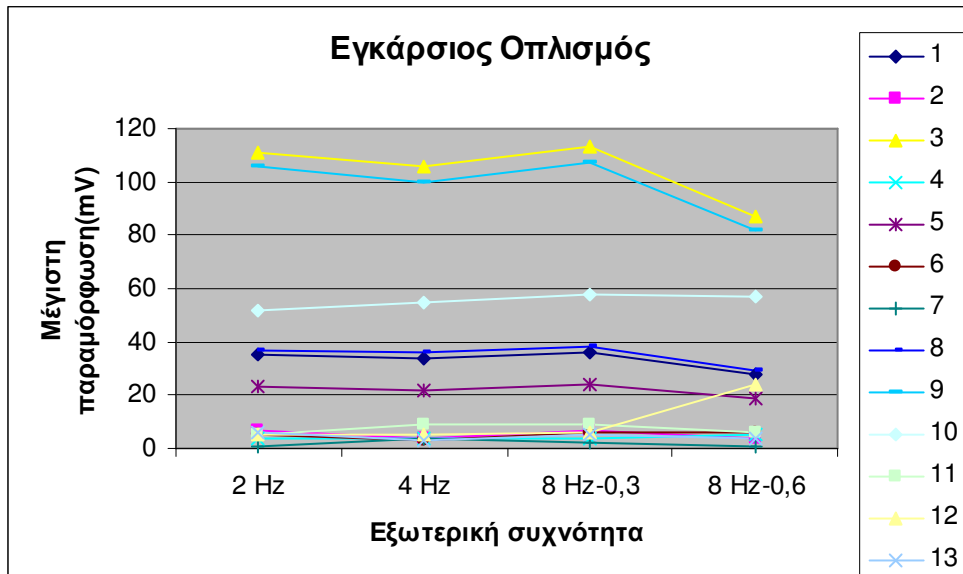
Σχήμα 5.10 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσεσι του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



Σχήμα 5.11 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσεσι του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



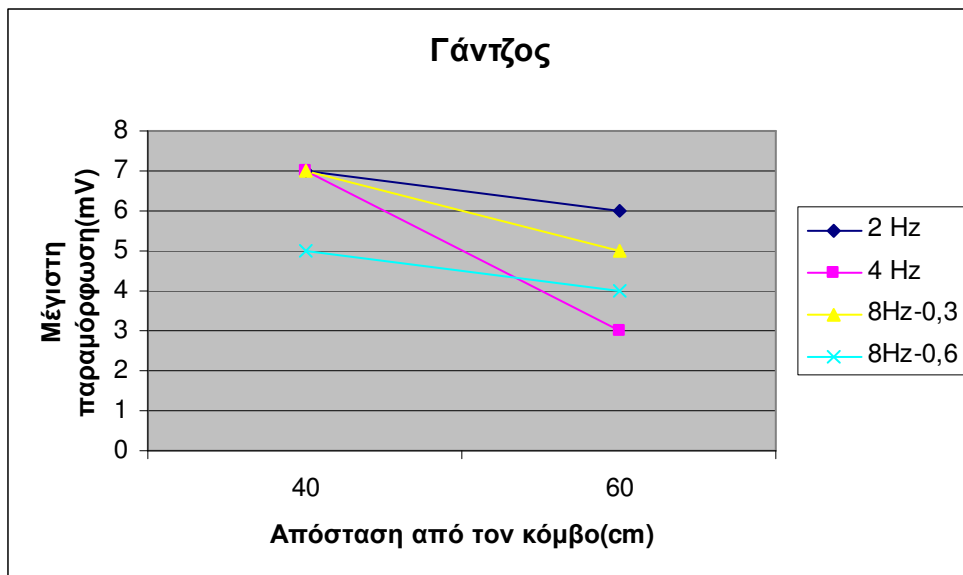
Σχήμα 5.12 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσεσι της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages



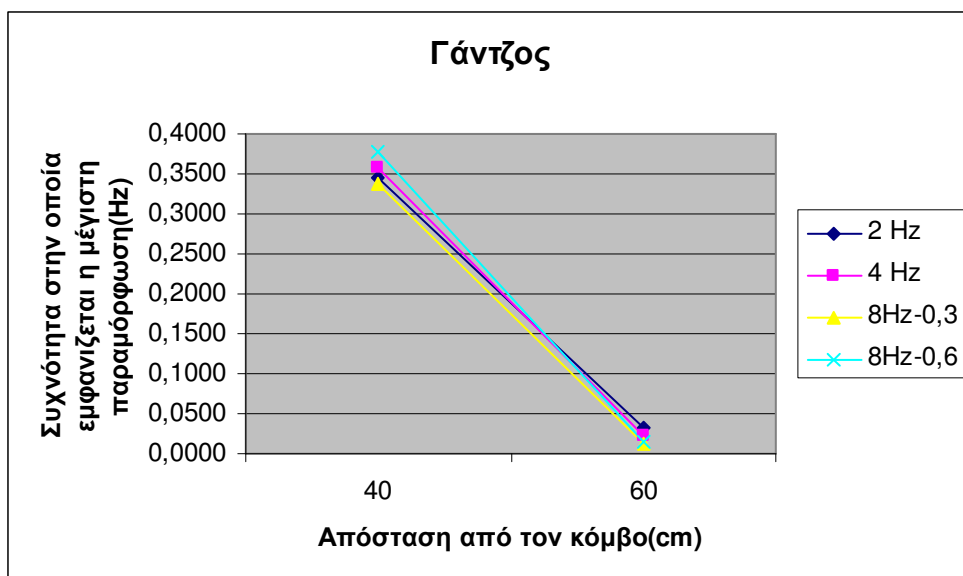
Σχήμα 5.13 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages

3. Για τα strain gages 22(1), 18(3), 20(5), 12(8), τα οποία δεν βρίσκονται όλα στην ίδια θέση, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση είναι σχεδόν η ίδια και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Το ίδιο ισχύει και για τα strain gages 23(2), 19(4), 38(6), 11(7), 5(12), 2(13). Τα strain gages 10(10) και 3(11) παρουσιάζουν αποκλίσεις στη συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση. (Σχήμα 5.10 και 5.12)
4. Ομοίως, στις ίδιες παρατηρήσεις με το Συμπέρασμα 3, καταλήγουμε και όσον αφορά τη μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας. (Σχήμα 5.11 και 5.13)

Γάντζος

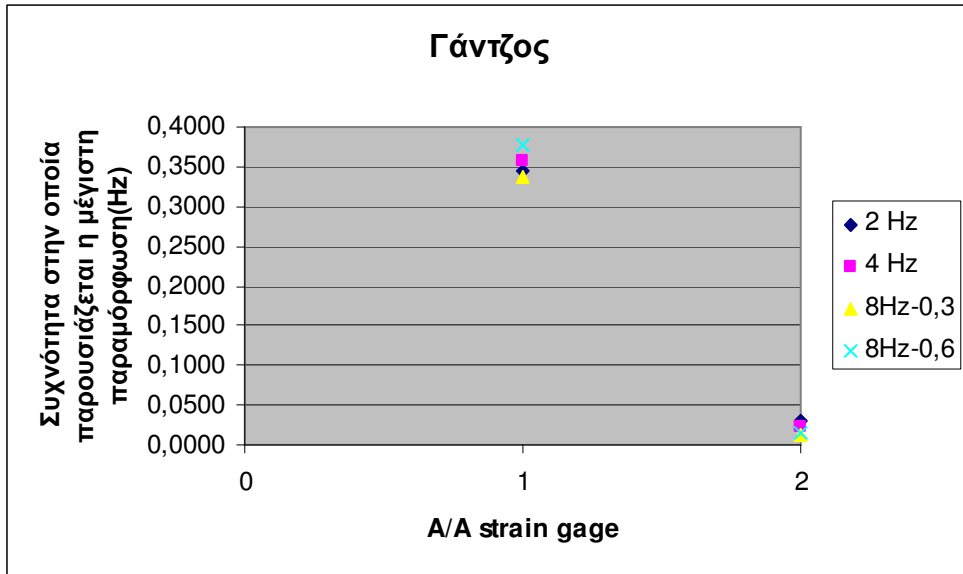


Σχήμα 5.14 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας

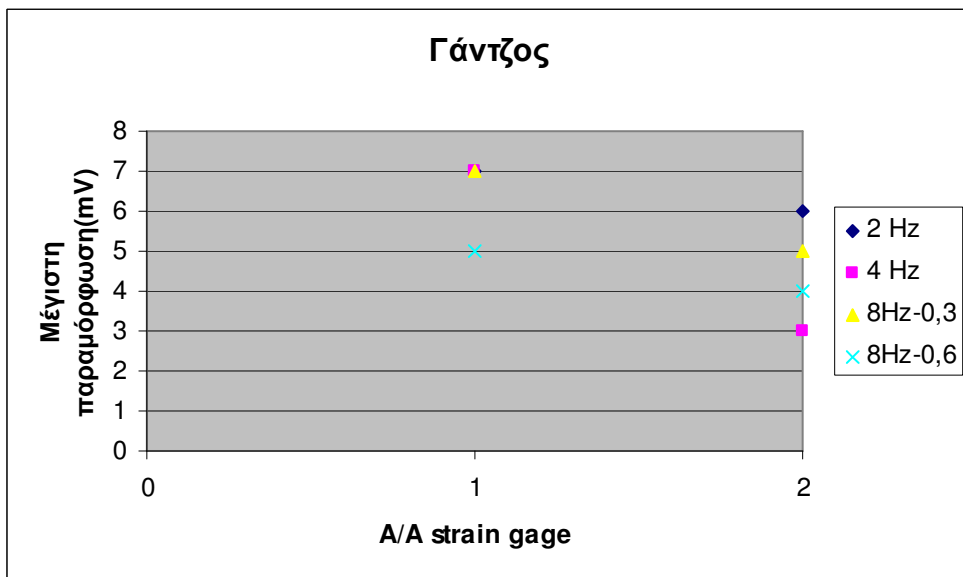


Σχήμα 5.15 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας

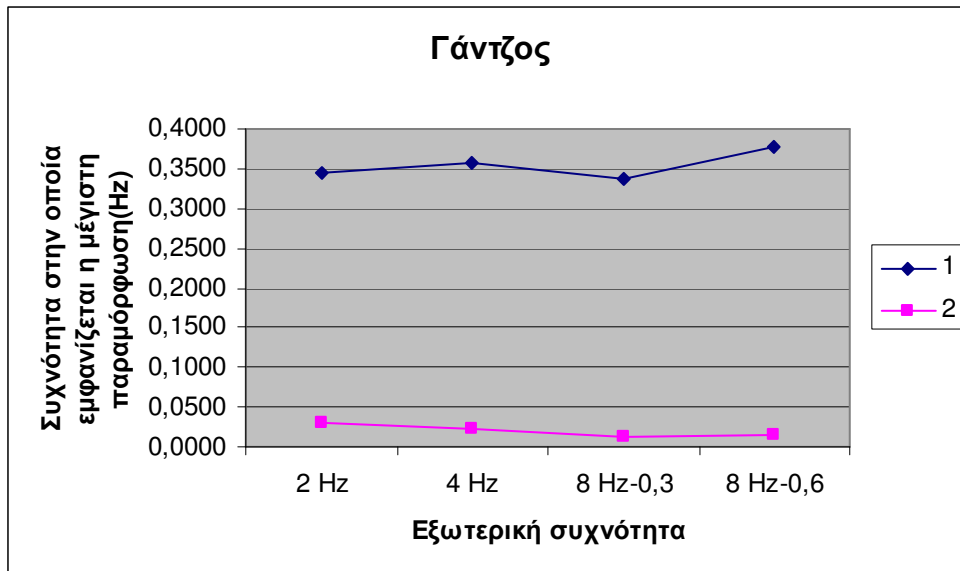
1. Παρατηρείται πτώση της μέγιστης παραμόρφωσης, όσο απομακρυνόμαστε από τον κόμβο για τις τέσσερις περιπτώσεις. Για απόσταση 40 cm εύρος 0,3 η μέγιστη παραμόρφωση είναι η ίδια, ενώ για συχνότητα 8Hz και εύρους 0,6 η μέγιστη παραμόρφωση είναι μικρότερη. Η μεγαλύτερη πτώση παραμόρφωσης παρουσιάζεται στην περίπτωση των 4 Hz και εύρους 0,3, ενώ η μικρότερη παρουσιάζεται στις περιπτώσεις 2Hz και 8Hz εύρους 0,3 και 0,6 αντίστοιχα. (Σχήμα 5.14)
2. Η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο παρουσιάζει γενικώς όμοια συμπεριφορά και για τις τέσσερις περιπτώσεις και συγκεκριμένα μεγάλη πτώση. (Σχήμα 5.15)



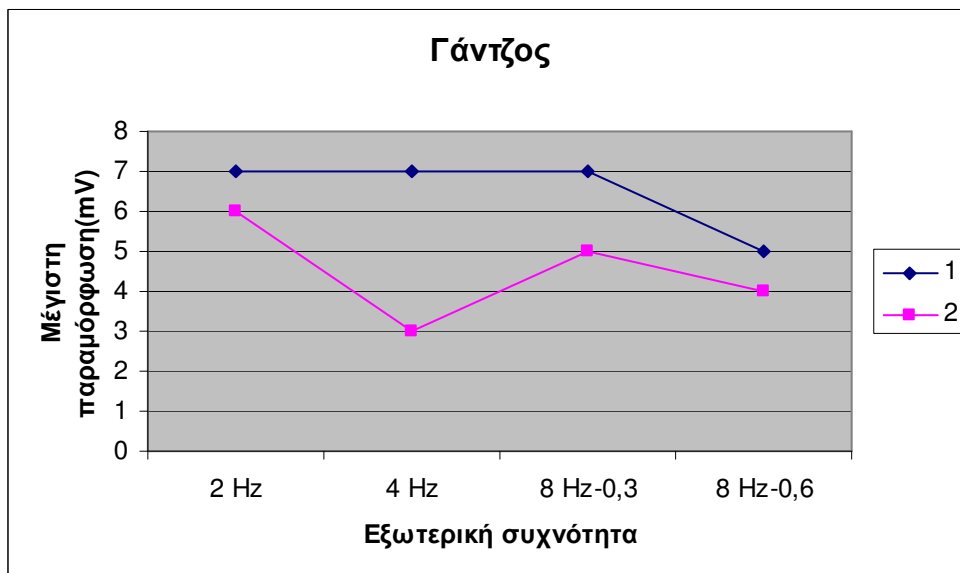
Σχήμα 5.16 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



Σχήμα 5.17 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



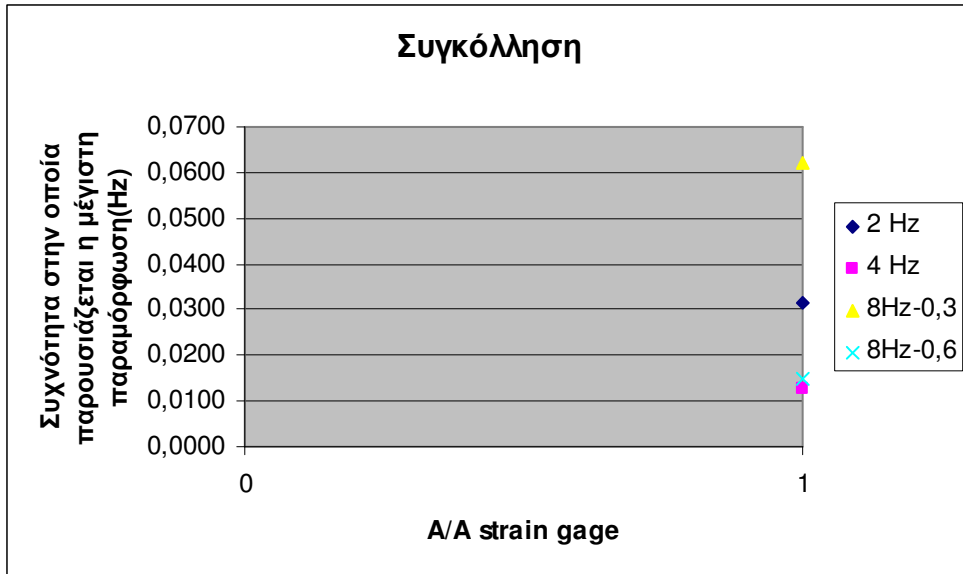
Σχήμα 5.18 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages



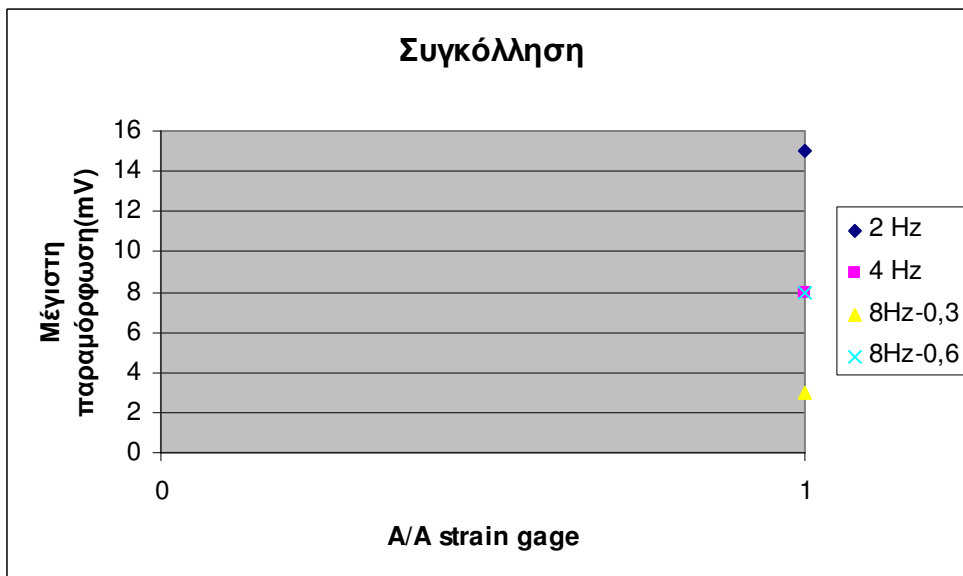
Σχήμα 5.19 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages

3. Τόσο για το strain gage 13(1) όσο και για το strain gage 4(2), η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση είναι σχεδόν η ίδια και για τις τέσσερις περιπτώσεις. (Σχήμα 5.16 και 5.18)
4. Όσον αφορά τη μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας, παρατηρούνται αυξομειώσεις στο strain gage 4(2), ενώ στο strain gage 13(1) παρατηρείται μείωση στα 8Hz και εύρους 0,6. (Σχήμα 5.17 και 5.19)

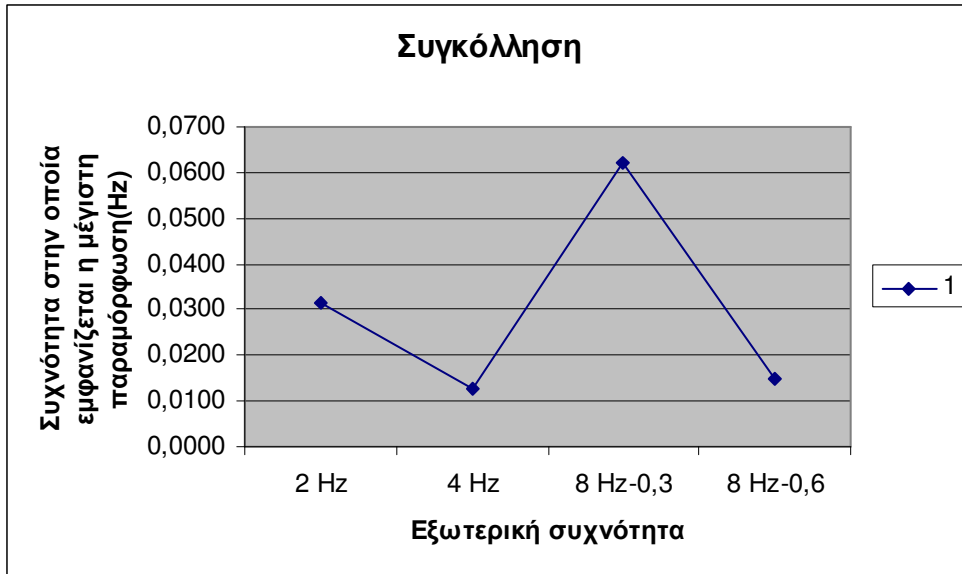
Συγκόλληση



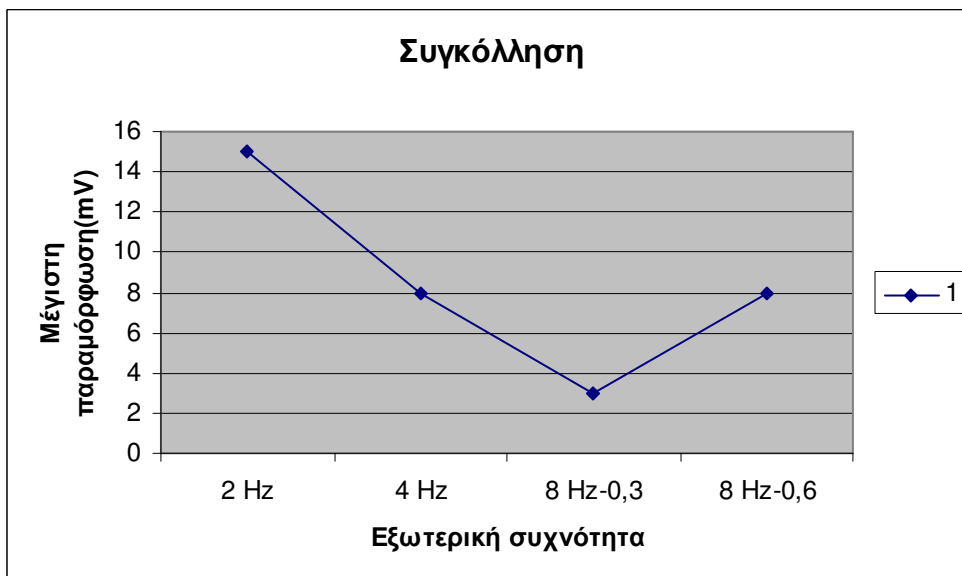
Σχήμα 5.20 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages



Σχήμα 5.21 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας



Σχήμα 5.22 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages

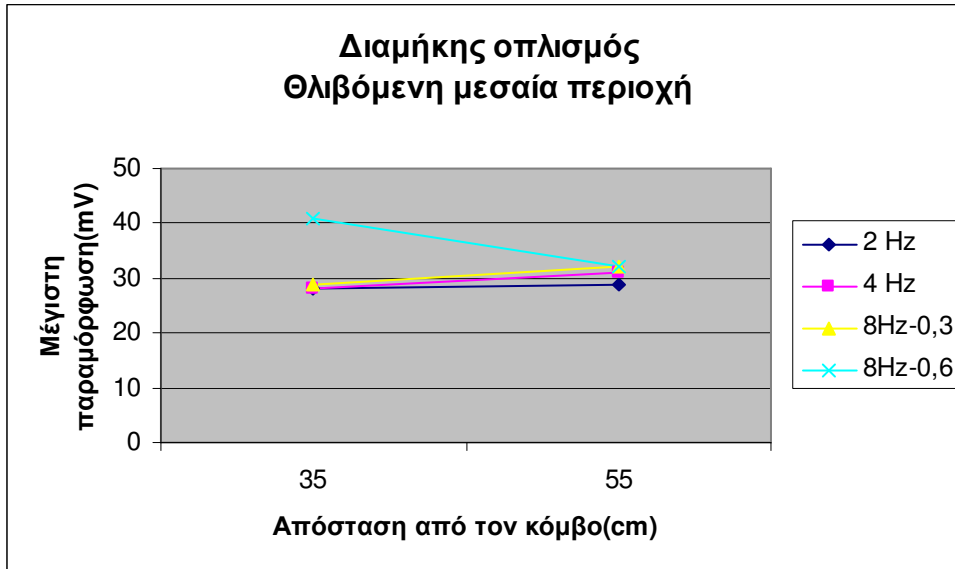


Σχήμα 5.23 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της εξωτερικής συχνότητας, για τα εκάστοτε strain gages

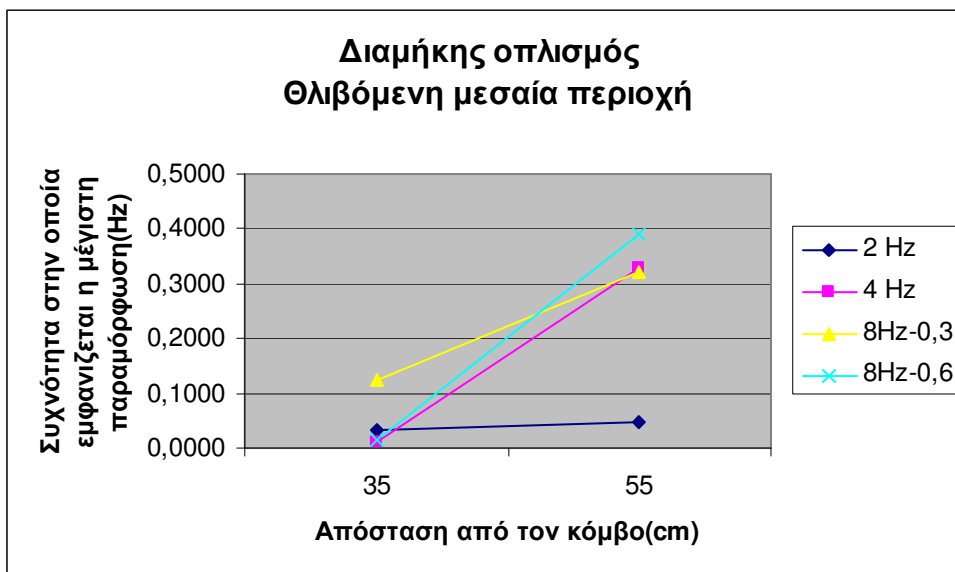
1. Όσον αφορά στο strain gage, το οποίο βρίσκεται στη συγκόλληση, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση είναι σχεδόν η ίδια για 4 Hz και 8Hz, εύρους 0,3 και 0,6 αντίστοιχα, ενώ για τις περιπτώσεις

2Hz και 8Hz εύρους 0,3 παρατηρούνται σημαντικές αποκλίσεις. (Σχήμα 5.20 και 5.22)

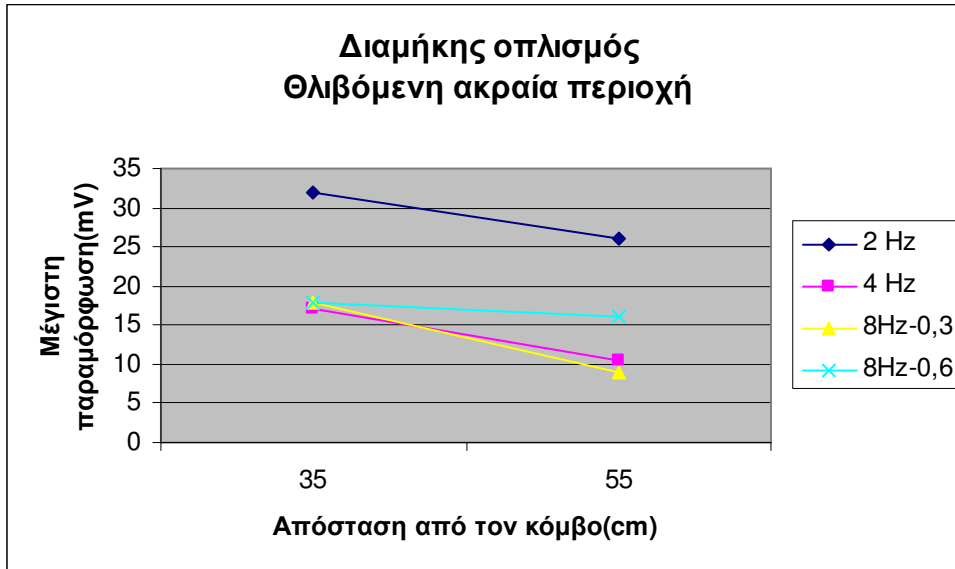
2. Ομοίως, στις ίδιες παρατηρήσεις με το Συμπέρασμα 3, καταλήγουμε και όσον αφορά τη μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει του εκάστοτε strain gage, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας. (Σχήμα 5.21 και 5.23)



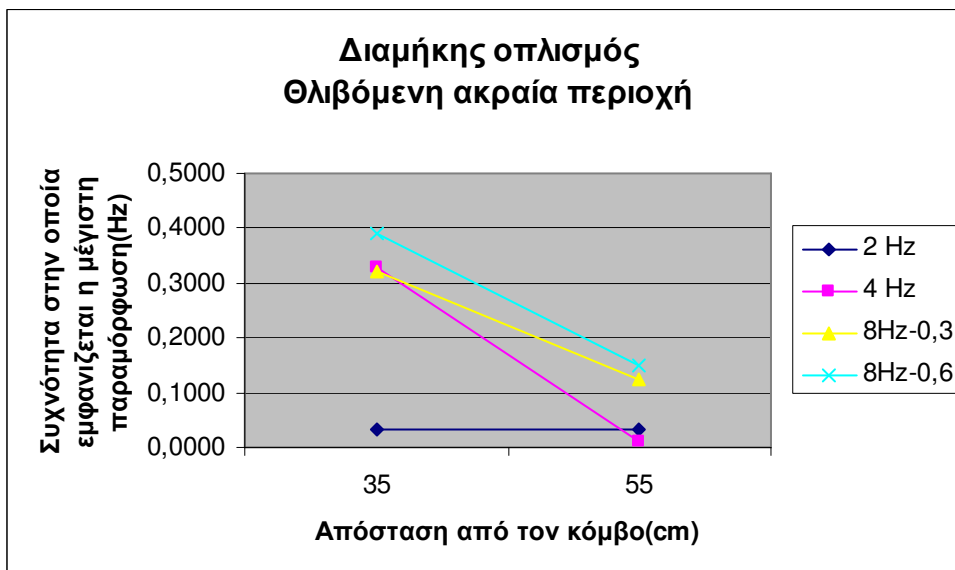
Σχήμα 5.24 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Διαμήκης οπλισμός-Θλιβόμενη μεσαία περιοχή)



Σχήμα 5.25 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Διαμήκης οπλισμός-Θλιβόμενη μεσαία περιοχή)



Σχήμα 5.26 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Διαμήκης οπλισμός-Θλιβόμενη ακραία περιοχή)

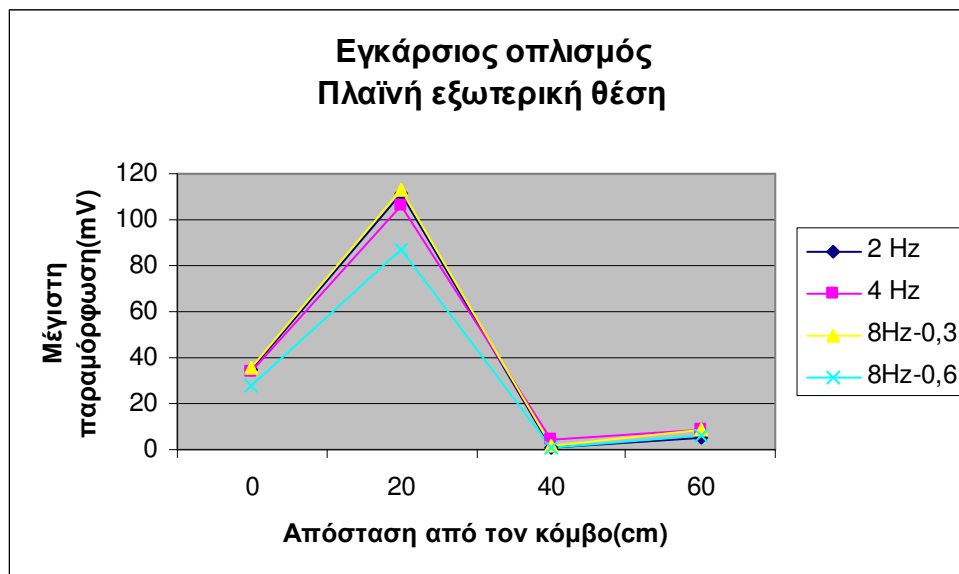


Σχήμα 5.27 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Διαμήκης οπλισμός-Θλιβόμενη ακραία περιοχή)

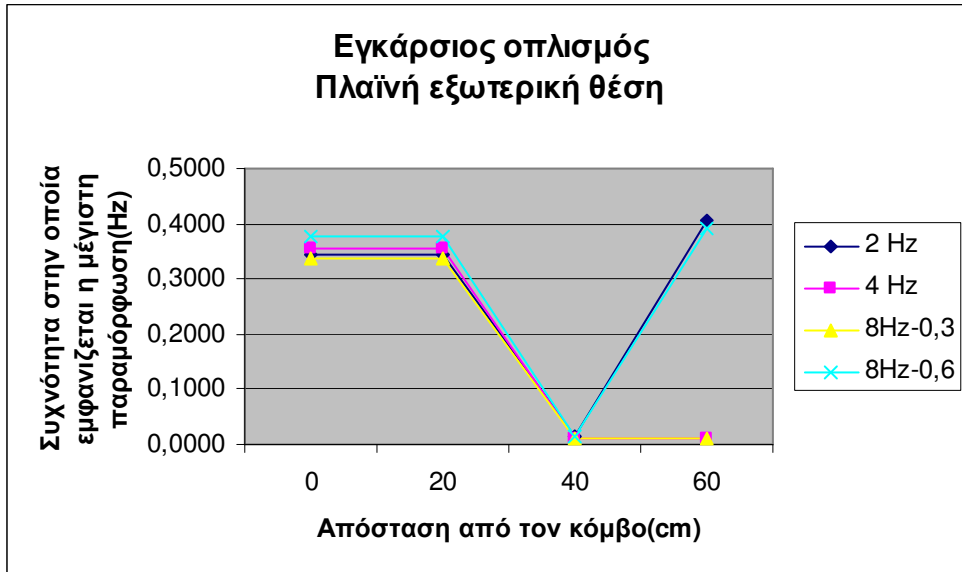
1. Στον Διαμήκη οπλισμό στη Θλιβόμενη μεσαία περιοχή, παρατηρείται μια ομοιόμορφη αύξηση της μέγιστης παραμόρφωσης, όσο απομακρυνόμαστε από τον κόμβο για τις όλες συχνότητες, εκτός αυτής των 8Hz εύρους 0,6, όπου

παρατηρείται πτώση της μέγιστης παραμόρφωσης. Πτώση της μέγιστης παραμόρφωσης παρατηρείται επίσης σε όλες τις συχνότητες και εύρη στον Διαμήκη οπλισμό στη Θλιβόμενη ακραία περιοχή. (Σχήματα 5.24 και 5.26)

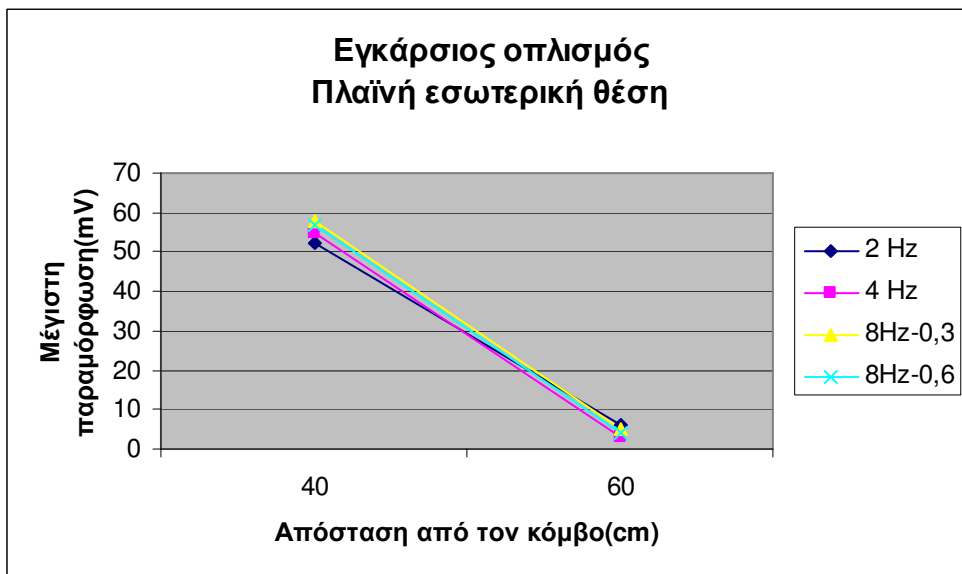
2. Στον Διαμήκη οπλισμό στη Θλιβόμενη μεσαία περιοχή, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο παρουσιάζει γενικώς όμοια αυξητική συμπεριφορά. Αντίθετα, στον Διαμήκη οπλισμό στη Θλιβόμενη ακραία περιοχή, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο παρουσιάζει γενικώς όμοια φθίνουσα συμπεριφορά. Αξίζει να σημειωθεί πως και στις δύο αυτές περιοχές και για συχνότητα 2 Hz, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο παραμένει σχεδόν σταθερή. (Σχήματα 5.24 και 5.26)



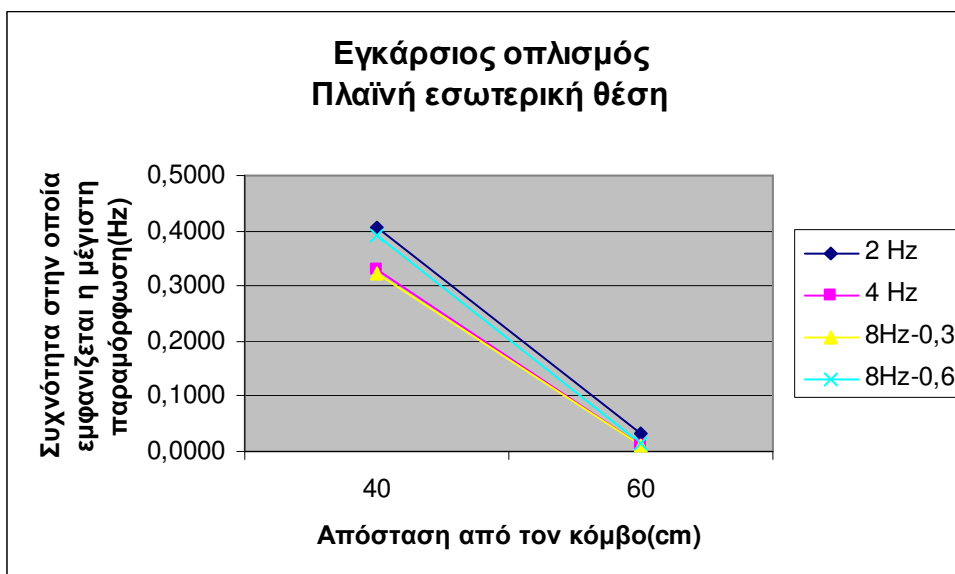
Σχήμα 5.28 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Πλαϊνή εξωτερική θέση)



Σχήμα 5.29 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Πλαϊνή εξωτερική θέση)

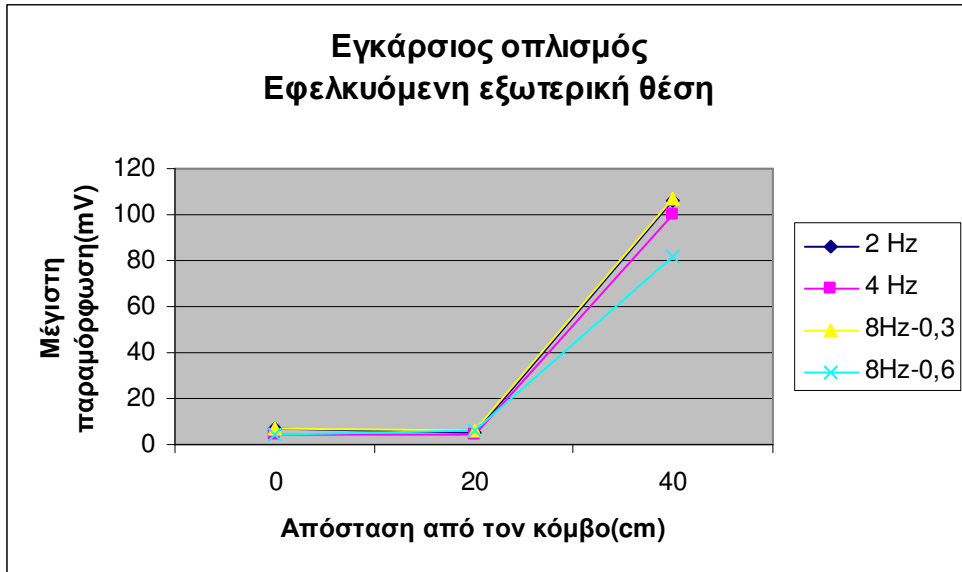


Σχήμα 5.30 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Πλαϊνή εσωτερική θέση)

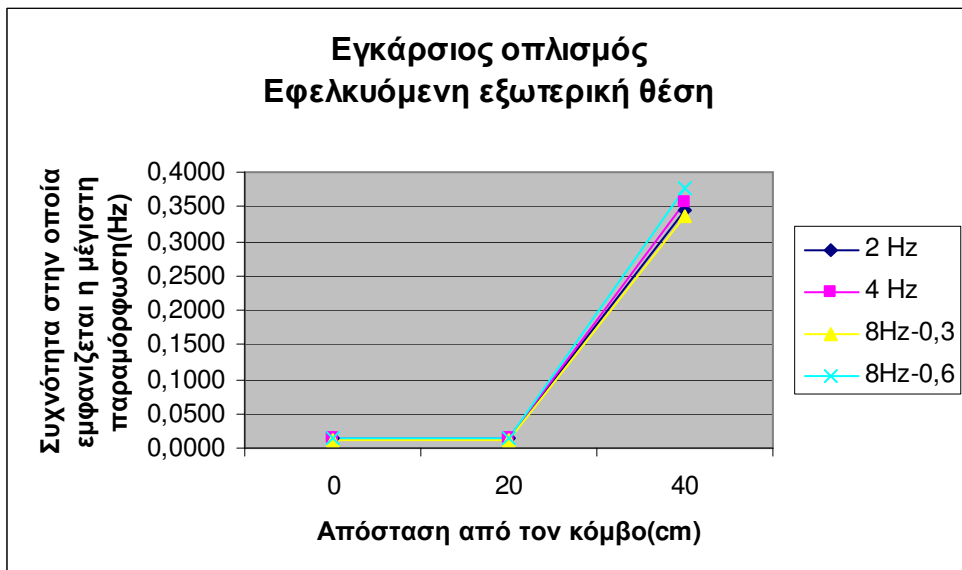


Σχήμα 5.31 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Πλαϊνή εσωτερική θέση)

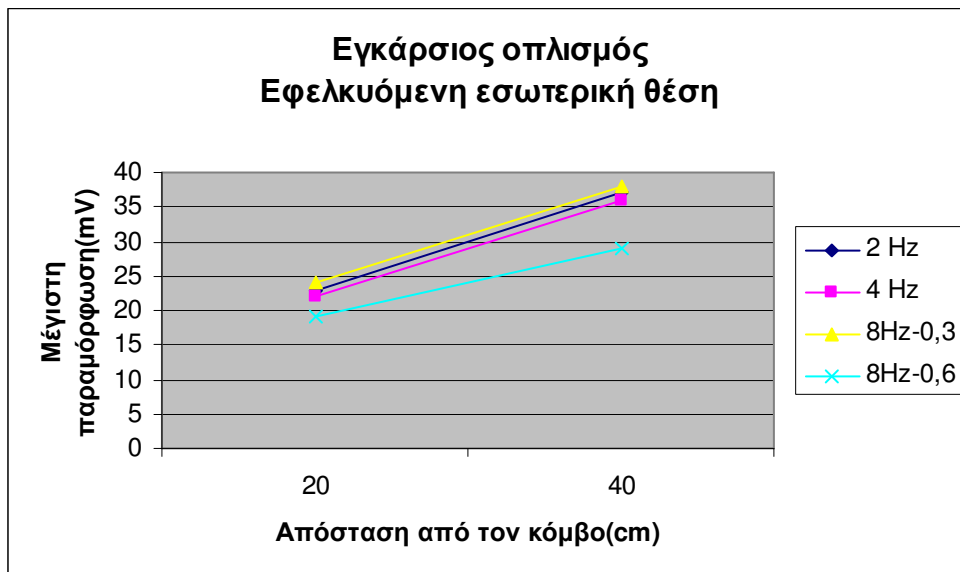
1. Στον Εγκάρσιο οπλισμό-Πλαϊνή εξωτερική θέση παρατηρείται μια ομοιόμορφη αύξηση της μέγιστης παραμόρφωσης, όσο απομακρυνόμαστε από τον κόμβο έως τα 20 cm και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Αντίθετα, από τα 20 cm έως τα 40 cm παρατηρείται μια ομοιόμορφη μείωση της μέγιστης παραμόρφωσης, ενώ από τα 40 cm έως τα 60 cm παρατηρείται μια ελαφρά αύξηση της μέγιστης παραμόρφωσης και για τις τέσσερις περιπτώσεις (Σχήμα 5.28). Σε αντίθεση, στον Εγκάρσιο οπλισμό-Πλαϊνή εσωτερική θέση από τα 40 cm έως τα 60 cm παρατηρείται μια πτώση της μέγιστης παραμόρφωσης και για τις τέσσερις περιπτώσεις. (Σχήμα 5.30)
2. Στον Εγκάρσιο οπλισμό-Πλαϊνή εξωτερική θέση ,η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο παρουσιάζει γενικώς όμοια συμπεριφορά και για τις τέσσερις περιπτώσεις. Συγκεκριμένα, έως τα 20 cm η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση παραμένει η ίδια. Από τα 20 cm έως τα 40 cm παρουσιάζεται μια ομοιόμορφη μείωσή της. Από τα 40 cm έως τα 60 cm παρουσιάζει αύξηση για 2Hz και 8Hz εύρους 0,3 και 0,6 αντίστοιχα, ενώ για 4 Hz και 8Hz και εύρους 0,3 παραμένει σταθερή (Σχήμα 5.28). Σε αντίθεση, στον Εγκάρσιο οπλισμό-Πλαϊνή εσωτερική θέση από τα 40 cm έως τα 60 cm παρατηρείται μια πτώση της συχνότητας στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο και για τις τέσσερις περιπτώσεις. (Σχήμα 5.31)



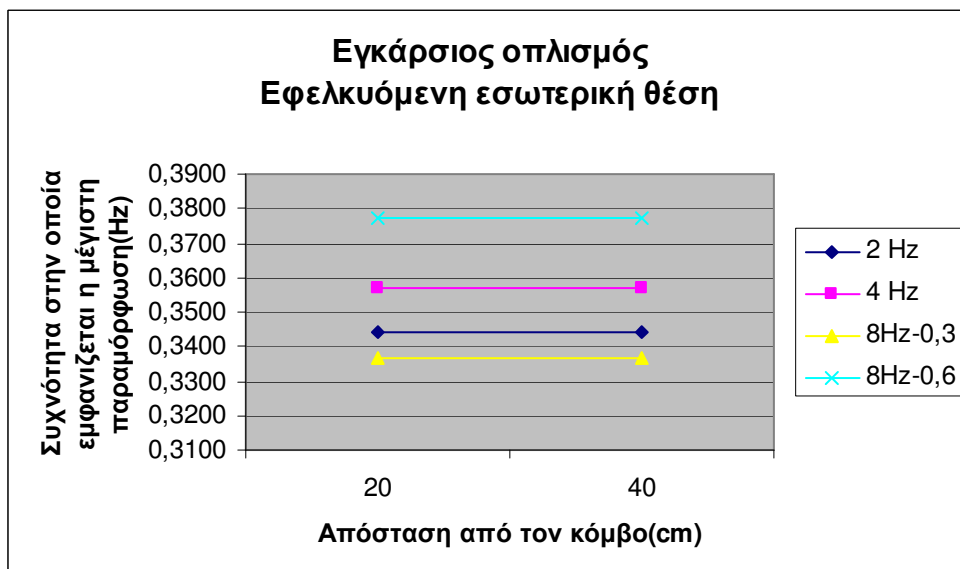
Σχήμα 5.32 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Εφελκούμενη εξωτερική θέση)



Σχήμα 5.33 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσεως της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Εφελκούμενη εξωτερική θέση)



Σχήμα 5.34 Μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσεως της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Εφελκούμενη εσωτερική θέση)



Σχήμα 5.35 Συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσεως της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας (Εγκάρσιος οπλισμός-Εφελκούμενη εσωτερική θέση)

1. Στον Εγκάρσιο οπλισμό-Εφελκυσμένη εξωτερική θέση η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας, από την αρχή του κόμβου, έως τα 20 cm παραμένει η ίδια. Από τα 20 cm έως τα 40 cm παρουσιάζεται μια ομοιόμορφη αύξηση (Σχήμα 5.32). Όμοια συμπεριφορά παρουσιάζει και η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας. (Σχήμα 5.33)
2. Στον Εγκάρσιο οπλισμό-Εφελκυσμένη εσωτερική θέση η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας, από τα 20 cm έως τα 40 cm αυξάνεται (Σχήμα 5.34). Αντίθετα, η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη παραμόρφωση συναρτήσει της απόστασης από τον κόμβο, για τις διάφορες τιμές εξωτερικής συχνότητας, παραμένει σταθερή στο διάστημα 20 cm με 40 cm. (Σχήμα 5.35)

5.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην εργασία αυτή έγινε η πειραματική μελέτη της απόκρισης συνδετήρων σε δοκό οπλισμένου σκυροδέματος υπό δυναμική φόρτιση και του διαμήκους οπλισμού της δοκού από ένα στοιχείο υποστυλώματος- προβόλου δοκού που καταπονήθηκε με μεταβαλλόμενα φορτία κατά εύρος και συχνότητα που εφαρμόζονταν στο άκρο του προβόλου.

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι οι παραπάνω μετρήσεις αφορούν μόνο τη δοκό, ενώ

παράλληλα γίνεται διπλωματική εργασία από συνάδελφο για το υποστύλωμα.

Το πείραμα που περιγράφηκε είναι μακράν της ρηγμάτωσης. Θα ακολουθήσουν άλλες εργασίες για την καταγραφή της συμπεριφοράς του δοκιμίου μέχρι τη στιγμή της ρηγμάτωσης.

Τα συμπεράσματα αυτά είναι χρήσιμα για μηχανικούς και κυρίως για Πολιτικούς Μηχανικούς, γιατί υπάρχουν λίγα πειραματικά δεδομένα στον τομέα της δυναμικής απόκρισης συνδετήρων οπλισμού.

Διαμήκης οπλισμός

1. Όσον αφορά τις μέγιστες τιμές τις παραμόρφωσης:

- Παρουσιάζουν εν γένει μεγαλύτερες τιμές για μικρότερες εξωτερικές συχνότητες, ιδιαίτερα στην κάτω θέση του οπλισμού της δοκού.
- Παρουσιάζουν μείωση των τιμών τους καθώς απομακρυνόμαστε από τον κόμβο.
- Παρουσιάστηκε μικρή απόκλιση στην ανωτέρω συμπεριφορά στη μεσαία θέση του οπλισμού.

2. Όσον αφορά τις συχνότητες στις οποίες εμφανίστηκαν μέγιστες τιμές τις παραμορφώσεις:

- Παρουσίασαν εν γένει αύξηση καθώς αυξανόταν η εξωτερική συχνότητα και το εύρος ταλάντωσης.
- Παρουσιάστηκε και πάλι διαφοροποίηση μεταξύ ακραίας και μεσαίας θέσης του οπλισμού καθώς απομακρυνόμαστε από τον κόμβο. Έτσι, έχουμε αύξηση των συχνοτήτων στις μεσαίες θέσεις και μείωση στις ακραίες θέσεις, ενώ για τα 2 Hz δεν είχαμε καμία μεταβολή σε όλες τις θέσεις.

Εγκάρσιος οπλισμός

1. Όσον αφορά τις μέγιστες τιμές τις παραμόρφωσης:

- Δεν φαίνεται να συσχετίζεται η θέση στον εγκάρσιο οπλισμό με την εξωτερική συχνότητα.
- Στις πλευρικές θέσεις υπάρχει αύξηση εντός του κόμβου και μείωση από 40 cm έως 60 cm καθώς απομακρυνόμαστε από αυτόν. Το ίδιο ισχύει και για το εσωτερικό κομμάτι του συνδετήρα. Αντίθετα, στην άνω πλευρά από πολύ μικρή τιμή εντός του κόμβου έχουμε αύξηση της παραμόρφωσης καθώς απομακρυνόμαστε από τον κόμβο.

2. Όσον αφορά τις συχνότητες στις οποίες εμφανίστηκαν μέγιστες τιμές τις παραμορφώσεις:

- Στις πλευρικές θέσεις γενικά παρατηρείται σταθερή τιμή ενός κόμβου και μείωση μετά τον κόμβο. Ομοίως και στο εσωτερικό. Υπάρχουν όμως και κάποιες διαφοροποιήσεις.

- Αντίθετα, στην πάνω θέση έχουμε πολύ μικρές τιμές στον κόμβο και αύξηση καθώς απομακρυνόμαστε από αυτόν. Υπάρχουν όμως και εδώ κάποιες διαφοροποιήσεις.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Natalie Gibson, Andre Filiatrault, Scott A. Ashford, (2002), Performance of beam to column bridge joints subjected to a large velocity pulse, PEER Report, Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley.
2. Greg L. Orozco and Scott A. Ashford (2002), Effects of Large Velocity Pulses on Reinforced Concrete Bridge Columns, PEER Report, Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley.
3. Wilson Y.M Chung and Eddie S.S Lam (2004), Confinement of columns with non-seismic detailin , ANCER Annual Meeting: Networking of young Engineering Researchers and Professionals, Honolulu, Hawaii.
4. R.H. Scott, P.A.T. Gill and R.C.B. Judge, (1990), Strain and bond stress distributions in tension lap joints in reinforced concrete, Magazine of Concrete Research : Vol.42, No. 150.
5. Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Γ' τάξη ενιαίου Λυκείου
6. el.wikipedia.org/wiki/Απλή_αρμονική_ταλάντωση
7. Π. Σ . Θεοχάρη << Πειραματική μηχανική των υλικών>>
8. <http://home.iitk.ac.in/~venkit/esa/strain-gages-circuits.pdf>
9. <http://media.paisley.ac.uk/~davison/labpage/gauges/gauges.html>

10. <http://www.sensorsonline.co.uk/pressure-measurement-glossary/wheatstone-bridge-strain-gauge.html>
11. <http://www.cooperinstruments.com/pdf/wheatstone.PDF>
12. Θ. Π. Τάσιος, Π. Ι. Γιαννόπουλος, Κ.Γ. Τρέζος, Σ. Γ. Τσουκαντάς, <<ΟΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ>>, Έκδοση Ε.Μ.Π., Αθήνα 1998.
13. Θ. Π. Τάσιος, Π. Ι. Γιαννόπουλος, Κ.Γ. Τρέζος, Σ. Γ. Τσουκαντάς, <<Σημειώσεις Οπλισμένου Σκυροδέματος>>, με βάση τον Ν.Κ.Ω.Σ., Έκδοση Ε.Μ.Π. Αθήνα 1997.
14. J. Schlaich 'Stryt and Tie', ACI Journal, Vol., No, pp.
15. M. Collinis, 'Compression build Theory', ACI Journal, Vol., No, pp.
16. Report of RILEM Committee 148 SSC
17. Kotsovos M.D., 'Consideration of triaxial stress conditions in design'. ACI Structural Journal, Vol.84, No.3, May-June 1987, pp.107-115.
18. IVAN
19. Kani G.N.J., 'The riddle of shear and its solution.' ACI Journal, 1964, pp.441-467.
20. Leonhardt. F. and Walther R., 'The Stuttgart shear tests,' CCA, Library Translation, no.111, Vol.56, No,12,1961 ,and Vol.57, Nos 2,3,6,7,8, 1962.

