



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΤΙΤΛΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: «ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ
ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ
ΟΡΜΗΣ ΓΙΑ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ»**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΒΟΥΤΣΙΝΑΣ ΣΠΥΡΙΔΩΝ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΥΠΕΥΘΥΝΟΥ ΣΠΟΥΔΑΣΤΗ: ΞΗΡΟΣ ΜΑΡΙΟΣ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ ΥΠΕΥΘΥΝΟΥ ΣΠΟΥΔΑΣΤΗ: 02106687

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία διατυπώνεται η γενικευμένη θεωρία δίσκου ορμής για ανεμογεννήτριες σε αναθεωρημένη μορφή. Τα πρωτότυπα στοιχεία σε αυτήν την νέα διατύπωση είναι ότι πρώτον, γίνεται χρήση της ολοκληρωματικής εξίσωσης για την αξονική ορμή και όχι της αντίστοιχης διαφορικής και ότι δεύτερον, διερευνώνται διεξοδικά οι διάφορες πηγές ενεργειακών απωλειών με βάση την ροή ενέργειας διαμέσου του δίσκου. Στην συνέχεια, με βάση τα αποτελέσματα της εν λόγω θεωρίας, δίνοντας ορισμένες συγκεκριμένες τιμές στις διάφορες σχετιζόμενες παραμέτρους και σε συνδυασμό με την θεωρία στοιχείων περύγωσης προκύπτει μία σχεδίαση δρομέα αναφοράς. Τέλος, για αυτήν την σχεδίαση αναφοράς γίνεται μία αρκετά λεπτομερειακή σύγκριση των προβλέψεων της παρούσας θεωρίας δίσκου με τις αντίστοιχες προβλέψεις της αρκετά ακριβέστερης θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας.

Λέξεις κλειδιά: ανεμογεννήτρια, αεροδυναμική σχεδίαση, θεωρία δίσκου ορμής, ομόρρους, περιστροφή ομόρρου, διαστολή ομόρρου, θεωρία στοιχείων στροβιλότητας

ABSTRACT

In the present work the general momentum theory of the actuator disc for wind turbines is reformulated. The main differences of this reformulation from the corresponding older actuator disc theories is that firstly, the integral form of the axial momentum equation is used, instead of the differential one and secondly, the energy losses are analyzed in detail on the basis of the energy flux through the disc. In the sequel, using the results of this theory, by giving some specific values to the miscellaneous related parameters and in conjunction with the blade element theory a specific rotor design results. Finally, for this specific design an in detail comparison is made between the results of the present actuator disc theory and the corresponding results of the more accurate vortex particle theory.

Keywords: wind turbine, aerodynamic design, actuator disc momentum theory, wake, wake rotation, wake expansion, vortex particle theory

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1	ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΙΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ	2
1.2	ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ	3
1.3	ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	5
2	ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ	7
2.1	ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ	8
2.2	ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ	8
2.3	ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	12
2.4	ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗΣ-ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ	15
2.5	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ	17
2.6	ΣΧΟΛΙΑ ΚΑΙ ΚΡΙΤΙΚΗ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΣΚΟΥ	18
3	ΕΛΕΓΧΟΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΓΙΑ ΜΙΑ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ	20
3.1	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	21
3.2	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΙΣΧΥΟΣ, ΩΣΗΣ ΚΑΙ ΡΟΠΗΣ	22
3.3	ΑΚΤΙΝΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ	27
4	ΕΠΙΛΟΓΟΣ	33
4.1	ΣΥΝΟΨΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	34
4.2	ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ	35
5	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	37

ΛΙΣΤΑ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

A) ΑΓΓΛΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ

- α : τοπική γωνία πρόσπτωσης σε τυχαία ακτινική θέση r
 α : συντελεστής αξονικής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου

$$\alpha = \frac{(U_{\infty} - u_z|_{z=0})}{U_{\infty}}$$

- α' : συντελεστής περιφερειακής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου και σε τυχαία ακτινική θέση r

$$\alpha' = \frac{u_{\varphi}(r)|_{z=0}}{\Omega r}$$

- α'_t : συντελεστής περιφερειακής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου και στην ακτινική θέση του ακροπτερυγίου R

$$\alpha'_t = \frac{u_{\varphi}(r = R)|_{z=0}}{\Omega R}$$

- b : συντελεστής αξονικής επαγωγής στον μακρινό ομόρρου

$$b = \frac{(U_{\infty} - u_z|_{z=\infty})}{U_{\infty}}$$

- b' : συντελεστής περιφερειακής επαγωγής στον μακρινό ομόρρου και σε τυχαία ακτινική θέση r_w

$$b' = \frac{u_{\varphi}(r_w)|_{z=\infty}}{2\Omega r_w}$$

- b'_t : συντελεστής περιφερειακής επαγωγής στον μακρινό ομόρρου και στην ακτινική θέση του συνόρου του ομόρρου στον μακρινό ομόρρου R_w

$$b'_t = \frac{u_{\varphi}(r_w = R_w)|_{z=\infty}}{2\Omega R_w}$$

- CL : τοπικός συντελεστής αεροδυναμικής άνωσης αεροτομής τυχαίας ακτινικής θέσης r
 C_{mr} : τοπικός συντελεστής ροπής τυχαίας ακτινικής θέσης r

$$C_{mr} = \frac{\Delta M}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (2\pi r \Delta r) r \right\}}$$

- C_{mo} : ολικός συντελεστής ροπής

$$C_{mo} = \frac{M}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (\pi R^2) R \right\}}$$

C_{pr} : τοπικός συντελεστής ισχύος σε τυχαία ακτινική θέση r

$$C_{pr} = \frac{\Delta N}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (U_{\infty} 2\pi r \Delta r) \right\}}$$

C_{po} : ολικός συντελεστής ισχύος

$$C_{po} = \frac{N}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (U_{\infty} \pi R^2) \right\}}$$

C_{tr} : τοπικός συντελεστής ώσης σε τυχαία ακτινική θέση r

$$C_{tr} = \frac{\Delta F_z}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (2\pi r \Delta r) \right\}}$$

C_{to} : ολικός συντελεστής ώσης

$$C_{to} = \frac{F_z}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (\pi R^2) \right\}}$$

- F_z : ολική αξονική δύναμη που ασκείται στον δρομέα από την επίδραση του αέρα
 i : αύξων αριθμός κάποιου από τα στοιχεία περύγωσης στα οποία διαχωρίζεται ο δρομέας με σειρά από την ρίζα του πτερυγίου προς το ακροπτερύγιο
 M : ολική αναπτυσσόμενη ροπή στον άξονα του δρομέα από την επίδραση του αέρα
 N : ολική αποδιδόμενη ισχύς στον άξονα του δρομέα
 n : συνολικός αριθμός των στοιχείων περύγωσης στα οποία διαχωρίζεται ο δρομέας
 p_{∞} : απόλυτη στατική πίεση του αδιατάρακτου από την παρουσία του δρομέα ρεύματος
 p^+ : απόλυτη στατική πίεση ελάχιστα πριν τον δίσκο και σε τυχαία ακτινική θέση r
 p^- : απόλυτη στατική πίεση ελάχιστα μετά τον δίσκο και σε τυχαία ακτινική θέση r
 Δp_d : διαφορά στατικής πίεσης πριν και μετά τον δίσκο σε τυχαία ακτινική θέση r

$$\Delta p_d = (p^+ - p^-)$$

- p_w : απόλυτη στατική πίεση στον μακρινό ομόρρου και σε τυχαία ακτινική θέση r_w
 r : τυχαία ακτινική θέση στο επίπεδο του δίσκου
 r_i : μέση ακτινική απόσταση του στοιχείου περύγωσης i
 Δr_i : ακτινικό εύρος του στοιχείου περύγωσης i
 r_w : τυχαία ακτινική θέση στον μακρινό ομόρρου
 R : ακτίνα του ακροπτερυγίου του δρομέα
 R_w : ακτινική θέση του συνόρου του ομόρρου στον μακρινό ομόρρου
 U_{∞} : ταχύτητα του αδιατάρακτου από την παρουσία του δρομέα ρεύματος
 u : συνισταμένο διάνυσμα της ταχύτητας του αέρα σε τυχαία θέση του πεδίου ροής
 u_z : αξονική συνιστώσα της ταχύτητας του αέρα σε τυχαία θέση του πεδίου ροής
 u_{ϕ} : περιφερειακή συνιστώσα της ταχύτητας του αέρα σε τυχαία θέση του πεδίου ροής
 u_r : ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας του αέρα σε τυχαία θέση του πεδίου ροής
 w : ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας του αέρα στο επίπεδο του δίσκου και σε τυχαία ακτινική θέση r

B) ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ

λ : αδιάστατος λόγος της ταχύτητας του ακροπτερυγίου (παράμετρος λειτουργίας)

$$\lambda = \frac{\Omega R}{U_\infty}$$

ρ : πυκνότητα του αέρα

Ω : γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του άξονα του δρομέα

1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.1	ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΙΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ	2
1.2	ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ	3
1.3	ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	5

1.1 ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΙΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ

Η κινητική ενέργεια του ανέμου αποτελεί μία ενδιαφέρουσα πηγή ενέργειας, η οποία ονομάζεται αιολική ενέργεια. Η αιολική ενέργεια ανήκει στις ήπιες ή ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, δεδομένου ότι αφ' ενός δεν ρυπαίνει το περιβάλλον (ήπια ως προς το περιβάλλον) και αφ' ετέρου είναι θεωρητικά ανεξάντλητη (ανανεώνεται συνεχώς).

Η αιολική ενέργεια προέρχεται από μετατροπή ενός μικρού ποσοστού (περίπου 0,2%) της ηλιακής ενέργειας, που φθάνει στο έδαφος του πλανήτη μας, σε κινητική ενέργεια του ανέμου. Η ισχύς του ανέμου σε ολόκληρο τον πλανήτη μας εκτιμάται σε $3,6 \times 10^9$ MW, ενώ σύμφωνα με εκτιμήσεις του Παγκόσμιου Οργανισμού Μετεωρολογίας, ποσοστό περίπου 1% της αιολικής ενέργειας, που ανέρχεται σε 175×10^{12} kWh είναι διαθέσιμο για ενεργειακή αξιοποίηση σε διάφορα μέρη του κόσμου.

Τα τελευταία τριάντα χρόνια, ιδιαίτερα μετά τις διαδοχικές ενεργειακές κρίσεις και σε συνδυασμό με τα οξυμένα περιβαλλοντικά προβλήματα, οι άνθρωποι έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την αξιοποίηση της αιολικής ενέργειας. Αξίζει να σημειώσουμε στο σημείο αυτό, ότι από τεχνικοοικονομικής απόψεως η αιολική ενέργεια αποτελεί σήμερα την πλέον συμφέρουσα ανανεώσιμη πηγή ενέργειας, δεδομένου ότι ήδη το κόστος της παραγόμενης αιολικής kWh συναγωνίζεται το κόστος της συμβατικής kWh, χωρίς μάλιστα να συμπεριληφθεί το κοινωνικό και περιβαλλοντικό κόστος από την παραγωγή ενέργειας. Για τον λόγο αυτό τα τελευταία χρόνια γίνονται σοβαρές επενδύσεις στον τομέα της αιολικής ενέργειας τόσο από δημόσιους όσο και από ιδιωτικούς φορείς, κυρίως στις πιο ανεπτυγμένες χώρες του πλανήτη μας.

Βέβαια από την άλλη πλευρά αντιπαρατίθεται το γεγονός ότι η αιολική ενέργεια δεν είναι ακριβώς προβλέψιμη ούτε και συνεχής, ενώ παράλληλα είναι μία μορφή ενέργειας χαμηλής πυκνότητας («αραιή» μορφή ενέργειας), γεγονός που μας υποχρεώνει σε μεγάλες κατασκευές.

Ειδικά για την περίπτωση της Ελλάδας, σχετική ενεργειακή μελέτη αποδεικνύει ότι η χώρα μας μπορεί να καλύψει με 500 μεγάλες ανεμογεννήτριες τουλάχιστον το 10% των ενεργειακών της αναγκών, ενώ τα νησιά του Αιγαίου πελάγους τα οποία έχουν πολύ υψηλό αιολικό δυναμικό αν διασυνδεθούν με το εθνικό ηλεκτρικό δίκτυο μπορούν να αποτελέσουν αιολικούς σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας αντίστοιχους με τους θερμοηλεκτρικούς της ενδοχώρας.

Η αξιοποίηση της αιολικής ενέργειας επιτυγχάνεται με τις ανεμογεννήτριες. Υπάρχει ένα πλήθος προτεινόμενων τύπων ανεμογεννητριών που αναφέρονται στην βιβλιογραφία. Γενικά οι ανεμογεννήτριες χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες και συγκεκριμένα σε ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα, όταν ο άξονας περιστροφής τους είναι παράλληλος στην επιφάνεια του εδάφους και σε ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα, όταν ο άξονας περιστροφής τους είναι κάθετος στην επιφάνεια του εδάφους.

Τα κύρια μέρη μίας ανεμογεννήτριας είναι η πτερωτή, η πλήμνη, η άτρακτος της πτερωτής, το σύστημα μετάδοσης κίνησης, ή κιβώτιο αύξησης στροφών, οι ενδιάμεσοι άτρακτοι (στην περίπτωση διβάθμιου και παραπάνω κιβωτίου), η άτρακτος της ηλεκτρογεννήτριας, το σύστημα πέδησης, οι ελαστικοί σύνδεσμοι, το σύστημα προσανατολισμού, η ηλεκτρική γεννήτρια, τα συστήματα αυτοματισμού και το προστατευτικό κέλυφος.

Όταν πρόκειται να σχεδιαστεί μία νέα ανεμογεννήτρια λαμβάνονται υπόψιν διάφορες επιμέρους παράμετροι, όπως είναι η ενεργειακή παραγωγή, τα μέγιστα στατικά φορτία και τα μέγιστα κοπωτικά φορτία στα οποία πρέπει να αντέχει η κατασκευή, αλλά επίσης και το οικονομικό κόστος των επιμέρους εξαρτημάτων της ανεμογεννήτριας. Ο τελικός στόχος είναι το χαμηλότερο δυνατό κόστος ανά kWh παραγόμενης ενέργειας.

Τον τελευταίο καιρό υπάρχει σχετικά αυξημένο ενδιαφέρον για την σχεδίαση δρομέων ανεμογεννητριών με βελτιωμένη αεροδυναμική απόδοση. Αυτό οφείλεται κυρίως στην απαίτηση για αύξηση της παραγόμενης ηλεκτρικής ενέργειας ανά μονάδα επιφάνειας δρομέα, κάτι το οποίο

είναι σημαντικό όταν σχεδιάζονται αιολικά πάρκα, όπου υφίστανται περιορισμοί σχετικά με τον αριθμό των ανεμογεννητριών.

Η παρούσα εργασία φιλοδοξεί ακριβώς στο να συμβάλλει, έστω και λίγο, στον προσδιορισμό της κατάλληλης γεωμετρίας του δρομέα, έτσι ώστε αυτός να έχει βελτιωμένη αεροδυναμική απόδοση. Στην μεθεπόμενη παράγραφο αναφέρεται σχετικά σύντομα η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται στην εργασία αυτή, έτσι ώστε να επιτευχθεί κάτι τέτοιο. Πρόκειται για μία αρκετά προσεγγιστική, όπως επίσης και αρκετά παλαιά, μεθοδολογία, που όμως εδώ παρουσιάζεται αναθεωρημένη και σε καινούργια μορφή. Πριν αναφερθούν περισσότερες λεπτομέρειες για την εν λόγω μεθοδολογία, κρίθηκε σκόπιμο πρώτα, στην αμέσως επόμενη παράγραφο, να παρουσιαστούν γενικά οι βασικότερες μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται σήμερα για την αεροδυναμική ανάλυση των ανεμογεννητριών.

1.2 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ

Οι μέθοδοι αεροδυναμικής ανάλυσης ανεμογεννητριών διαχωρίζονται γενικά σε τρεις μεγάλες κατηγορίες.

Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τις μεθόδους που βασίζονται στην συνδυασμένη θεωρία δίσκου-στοιχείων πτερύγωσης. Αυτές οι μέθοδοι είναι σχετικά απλές και δεν έχουν μεγάλες απαιτήσεις σε μνήμη και ταχύτητα υπολογιστή, όμως, από την άλλη πλευρά, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων που παρέχουν είναι περιορισμένη και επίσης παρέχουν απλά και μόνο μία χονδρική εικόνα για το πεδίο ροής γύρω από μία ανεμογεννήτρια. Ακόμη, πρέπει να σημειωθεί ότι προϋποθέτουν μη συνεκτική ροή και άπειρο αριθμό πτερυγίων. Σε μερικές περιπτώσεις εισάγονται εκ των υστέρων ημιμειρικές διορθώσεις, έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψιν προσεγγιστικά, τόσο η συνεκτικότητα, όσο και ο πεπερασμένος αριθμός των πτερυγίων και να βελτιώνονται κατ' αυτόν τον τρόπο οι προβλέψεις του εν λόγω μοντέλου.

Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει τις μεθόδους που βασίζονται στην υπόθεση της μη συνεκτικής ροής. Η κατηγορία αυτή μπορεί επιπλέον να διαχωριστεί στις ακόλουθες τρεις υποκατηγορίες.

- Η πρώτη από αυτές περιλαμβάνει τις στροβιλές μεθοδολογίες (vortex methods). Στις μεθοδολογίες αυτές τοποθετούνται δίνες στην θέση των πτερυγίων (προσδεμένες δίνες) και στον ομόρρου των πτερυγίων, με τις εντάσεις των δινών του ομόρρου των πτερυγίων να προσδιορίζονται από τις αντίστοιχες εντάσεις των προσδεμένων δινών με βάση το θεώρημα Kelvin. Σε αυτές τις μεθοδολογίες ανήκει η μεθοδολογία της γραμμής άνωσης (lifting line), στην οποία το περύγιο σε κάθε ακτινική θέση αντικαθίσταται από έναν προσδεμένο στρόβιλο, όπως επίσης και οι μεθοδολογίες της επιφάνειας άνωσης (lifting surface) και των στροβιλοπλεγμάτων (vortex lattice), στις οποίες οι αεροτομές στις διάφορες ακτινικές θέσεις αντικαθίστανται από μία διανομή δινών κατά μήκος της μέσης γραμμής κυρτότητας τους. Στις τελευταίες δύο μεθοδολογίες πολλές φορές εισάγεται επίσης και μία διανομή πηγών στα περύγια, έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψιν η επίδραση του πάχους των πτερυγίων. Το συνολικό πεδίο ταχυτήτων προκύπτει από την υπέρθεση των ταχυτήτων που επάγουν όλες οι ιδιομορφίες (δηλαδή όλες οι δίνες και όλες οι πηγές). Όλες οι εν λόγω μεθοδολογίες διαχωρίζονται επίσης σε αυτές που χαρακτηρίζονται ως προδιαγεγραμμένου ομόρρου (prescribed wake), όταν η γεωμετρία του ομόρρου θεωρείται δεδομένη και σε αυτές που χαρακτηρίζονται ως ελεύθερου ομόρρου (free wake), όταν η γεωμετρία του ομόρρου δεν θεωρείται δεδομένη, αλλά προκύπτει σταδιακά κατά την επίλυση του προβλήματος. Σε ορισμένες περιπτώσεις λαμβάνεται εκ των υστέρων υπόψιν και η συνεκτικότητα, με βάση κάποια γωνία πρόσπτωσης αναφοράς και με τρόπο ανάλογο με αυτόν της θεωρίας στοιχείων πτερύγωσης. Οι προβλέψεις των εν λόγω μεθοδολογιών είναι γενικά καλύτερες από τις αντίστοιχες προβλέψεις της συνδυασμένης

μεθοδολογίας δίσκου-στοιχείων περύγωσης, παρέχοντας επιπλέον ταυτόχρονα περισσότερες λεπτομέρειες για το πεδίο ροής γύρω από μία ανεμογεννήτρια. Από την άλλη πλευρά, σε ορισμένες περιπτώσεις η υπόθεση της μη συνεκτικής ροής μπορεί να οδηγήσει σε αποτελέσματα που απέχουν σημαντικά από την πραγματικότητα. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι κάποιες φορές έχουν παρατηρηθεί αριθμητικές αστάθειες κατά την εφαρμογή αυτών των μεθόδων, που οδηγούν σε δυσκολίες στην σύγκλισή τους, ή, ακόμα και σε απόκλιση τους.

- Η δεύτερη από αυτές περιλαμβάνει τις μεθοδολογίες των στοιχείων στροβιλότητας (vortex particle methods). Οι μεθοδολογίες αυτές είναι σε κάποιο βαθμό παρόμοιες με τις στροβιλές μεθοδολογίες, αλλά έχουν την ακόλουθη βασική διαφορά από αυτές. Στο μεγαλύτερο τμήμα του ομόρρου η στροβιλότητα δεν θεωρείται ότι περιορίζεται σε κάποια φύλλα (επιφάνειες) στροβιλότητας, αλλά αντίθετα θεωρείται ότι η στροβιλότητα είναι διανεμημένη με συνεχή τρόπο σε ολόκληρο τον ομόρρο. Αυτό επιτυγχάνεται με την εισαγωγή ενός μηχανισμού διάχυσης αντίστοιχο του συνεκτικού ρευστού. Όπως και στις μεθοδολογίες δίνης, σε ορισμένες περιπτώσεις λαμβάνεται εκ των υστέρων υπόψιν και η συνεκτικότητα με βάση κάποια γωνία πρόσπτωσης αναφοράς και με τρόπο ανάλογο με αυτόν της θεωρίας στοιχείων περύγωσης. Οι προβλέψεις των εν λόγω μεθοδολογιών είναι γενικά καλύτερες από τις αντίστοιχες προβλέψεις της συνδυασμένης μεθοδολογίας δίσκου-στοιχείων περύγωσης, παρέχοντας επιπλέον ταυτόχρονα περισσότερες λεπτομέρειες για το πεδίο ροής γύρω από μία ανεμογεννήτρια, ενώ επίσης είναι περισσότερο ευσταθείς αριθμητικά σε σχέση με τις αντίστοιχες μεθοδολογίες δίνης. Πρέπει να σημειωθεί και εδώ ότι σε ορισμένες περιπτώσεις η υπόθεση της μη συνεκτικής ροής μπορεί να οδηγήσει σε αποτελέσματα που απέχουν σημαντικά από την πραγματικότητα.
- Η τρίτη από αυτές περιλαμβάνει τις μεθοδολογίες αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων Euler. Οι εξισώσεις Euler, ως γνωστόν, προκύπτουν από τις πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes, εάν στις τελευταίες αμεληθούν οι συνεκτικοί όροι. Για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Euler χρησιμοποιούνται καμπυλόγραμμα πλέγματα, κατάλληλα προσαρμοσμένα στις επιφάνειες των πτερυγίων. Οι εν λόγω μεθοδολογίες παρέχουν αρκετές λεπτομέρειες για το πεδίο ροής γύρω από μία ανεμογεννήτρια, όμως, από την άλλη πλευρά, οι προβλέψεις τους δεν είναι κοντά στην πραγματικότητα, όταν οι επιδράσεις των συνεκτικών φαινομένων είναι σημαντικές. Επιπλέον, πρέπει να σημειωθεί ότι οι απαιτήσεις σε μνήμη και ταχύτητα υπολογιστή αυτών των μεθοδολογιών είναι σημαντικά μεγαλύτερες σε σχέση με όλες τις άλλες προαναφερόμενες μεθοδολογίες, αλλά, από την άλλη πλευρά, οπωσδήποτε σημαντικά μικρότερες από τις αντίστοιχες απαιτήσεις σε μνήμη και ταχύτητα της αριθμητικής επίλυσης των πλήρων εξισώσεων Navier-Stokes.

Τέλος, η τρίτη κατηγορία περιλαμβάνει τις μεθοδολογίες που βασίζονται στην αριθμητική επίλυση των πλήρων εξισώσεων Navier-Stokes. Η αριθμητική επίλυση των πλήρων εξισώσεων Navier-Stokes σε όλες τις κλίμακες χρόνου και χώρου με άμεση αριθμητική προσομοίωση (Direct Numerical Simulation) έχει μέχρι σήμερα γίνει σε πολύ λίγες περιπτώσεις. Πρέπει να σημειωθεί ότι σχεδόν όλες αυτές οι περιπτώσεις αφορούν απλές γεωμετρίες, χαμηλούς σχετικά αριθμούς Reynolds και τέλος μικρές σχετικά διαστάσεις των χωρίων όπου γίνεται η αριθμητική επίλυση της ροής, έτσι ώστε η απαιτούμενη μνήμη και ταχύτητα υπολογιστή να είναι εντός των δυνατοτήτων της σύγχρονης τεχνολογίας. Ειδικά για την περίπτωση των ανεμογεννητριών, όπου οι προαναφερόμενες προϋποθέσεις δεν υφίστανται (τουλάχιστον για ανεμογεννήτριες αξιόλογης ονομαστικής ισχύος), δεν είναι προς το παρόν εφικτή η εν λόγω άμεση αριθμητική επίλυση. Για τον λόγο αυτόν, οι μέχρι σήμερα σχετικές εργασίες βασίζονται στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes της μέσης, χρονικά, ροής, με την χρησιμοποίηση ταυτόχρονα κάποιου μαθηματικού μοντέλου για την τύρβη (δηλαδή για τις ακανόνιστες διακυμάνσεις της ροής). Υπάρχουν περιπτώσεις που με τέτοιες μεθόδους έχουν γίνει προβλέψεις εξαιρετικά επιτυχείς για ροές γύρω από ανεμογεννήτριες. Όμως, η πλειονότητα των περιπτώσεων αυτών αφορά καλά

σχεδιασμένες ανεμογεννήτριες και συνθήκες λειτουργίας κοντά στα σημεία σχεδιασμού. Σε συνθήκες λειτουργίας μακριά από τα σημεία σχεδιασμού, η μέχρι τώρα εμπειρία έχει δείξει ότι, λόγω της πολυπλοκότητας των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα τότε, ακόμα και οι πλέον προχωρημένες μεθοδολογίες αυτής της κατηγορίας είναι αμφίβολο εάν προλέγουν την ροή σωστά. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι οι απαιτήσεις σε μνήμη και ταχύτητα υπολογιστή των συγκεκριμένων μεθοδολογιών είναι σημαντικά μεγαλύτερες σε σχέση με όλες τις υπόλοιπες μεθοδολογίες και μάλιστα σε ορισμένες περιπτώσεις είναι απαγορευτικές με βάση τα σημερινά δεδομένα.

1.3 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ένας από τους παράγοντες που επηρεάζουν το οικονομικό κόστος μίας ανεμογεννήτριας ανά kWh παραγόμενης ενέργειας από αυτήν είναι η αεροδυναμική απόδοση του δρομέα. Η παρούσα εργασία αποσκοπεί ακριβώς στο να συμβάλλει, στο μέτρο του δυνατού, στην επίτευξη βελτιωμένης αεροδυναμικής απόδοσης του δρομέα. Η μεθοδολογία που ακολουθείται για τον σκοπό αυτόν είναι η συνδυασμένη μεθοδολογία δίσκου-στοιχείων περύγωσης.

Η αεροδυναμική σχεδίαση δρομέων ανεμογεννητριών με την συνδυασμένη μεθοδολογία δίσκου-στοιχείων περύγωσης, με βάση την απλή θεωρία δίσκου αξονικής ορμής του Betz, γίνεται από αρκετά παλαιά και τα αποτελέσματά της είναι ήδη γνωστά. Ανάμεσα στις πολλές παραδοχές της εν λόγω θεωρίας περιλαμβάνεται και η παραδοχή του ότι η περιστροφή του αέρα μετά την ανεμογεννήτρια είναι γενικά μικρή και μπορεί να αμεληθεί, χωρίς σημαντικό σφάλμα στα τελικά αποτελέσματα. Γενικά επίσης, έχει υποστηριχθεί ότι η περιστροφή του αέρα μετά τον δρομέα έχει ως τελικό αποτέλεσμα να μειώνει την αεροδυναμική απόδοση σε σχέση με την αντίστοιχη αεροδυναμική απόδοση που προβλέπει η απλή θεωρία αξονικής ορμής του Betz.

Από την άλλη πλευρά, έχει δημοσιευτεί στο παρελθόν μία γενικευμένη θεωρία δίσκου, που λαμβάνει υπόψιν της και την περιστροφή του αέρα μετά τον δρομέα, η οποία έχει δείξει ότι υπάρχει περίπτωση να μπορεί να επιτευχθεί μία μικρή βελτίωση στην αεροδυναμική απόδοση, εξαιτίας ακριβώς της περιστροφής του αέρα μετά τον δρομέα. Ανάμεσα στις επίσης πολλές παραδοχές της εν λόγω θεωρίας, περιλαμβάνεται και η παραδοχή του ότι οι στοιχειώδεις δακτυλιοειδείς σωλήνες ροής, οι οποίοι στο σύνολό τους απαρτίζουν το ρεύμα του αέρα που περνάει διαμέσου της επιφάνειας του δίσκου, δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Όμως, οι εν λόγω δακτυλιοειδείς σωλήνες ροής αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, λόγω της ακτινικής κλίσης πίεσης που υφίστανται στον ομόρρο, η οποία οφείλεται κυρίως στην περιστροφή του αέρα μετά τον δρομέα. Το τελικό αποτέλεσμα του γεγονότος αυτού είναι να αυξάνεται η αξονική δύναμη επάνω στον δρομέα, που έχει ως επακόλουθο να μειώνεται αντίστοιχα η αξονική ορμή και η αξονική, μεταφορική κινητική ενέργεια στον μακρινό ομόρρο και έτσι κατ' αναλογία να αυξάνεται η αποδιδόμενη ισχύς της ανεμογεννήτριας. Όταν η διαστολή του ομόρρου είναι μεγάλη, η αλληλεπίδραση μεταξύ των δακτυλιοειδών σωλήνων ροής είναι έντονη και οι συνέπειες της αλληλεπίδρασης αυτής ενδέχεται να είναι σημαντικές.

Στην παρούσα εργασία διατυπώνεται μία παραλλαγή της γενικευμένης θεωρίας δίσκου, η οποία λαμβάνει υπόψιν της την αλληλεπίδραση μεταξύ των δακτυλιοειδών σωλήνων ροής και εξετάζει τις συνέπειες της αλληλεπίδρασης αυτής. Επιπλέον, στην παρούσα εργασία εξετάζεται εάν τελικά η περιστροφή του αέρα μετά τον δρομέα αυξάνει ή μειώνει την αεροδυναμική απόδοση. Με βάση την σχετική ανάλυση και σε συνδυασμό με την θεωρία στοιχείων περύγωσης προκύπτει μία γεωμετρία δρομέα και για την γεωμετρία αυτήν οι προβλέψεις της προτεινόμενης, γενικευμένης, θεωρίας δίσκου συγκρίνονται με τις αντίστοιχες προβλέψεις της ακριβέστερης θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας.

Σημειώνεται ότι η προτεινόμενη γεωμετρία δεν είναι η βέλτιστη δυνατή, από άποψη αεροδυναμικής απόδοσης, ακόμα και με βάση την προτεινόμενη απλή θεωρία δίσκου. Απλά και

μόνο μέσω κάποιων δοκιμών βρέθηκε ότι για την εν λόγω γεωμετρία οι προβλέψεις της προτεινόμενης θεωρίας δίσκου είναι σχετικά κοντά στις αντίστοιχες προβλέψεις της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας. Πρέπει επίσης να αναφερθεί, ότι μέσω της προτεινόμενης θεωρίας δίσκου προκύπτει σε γενικές γραμμές μόνο και όχι με λεπτομέρεια η μορφή της γεωμετρίας του δρομέα για βέλτιστη αεροδυναμική απόδοση. Η ακριβής γεωμετρία του δρομέα για βέλτιστη αεροδυναμική απόδοση και η ακριβής τιμή της βέλτιστης αεροδυναμικής απόδοσης αποτελεί ένα αρκετά σύνθετο πρόβλημα αεροδυναμικής βελτιστοποίησης, το οποίο μπορεί να επιλυθεί μόνο ύστερα από την εφαρμογή πιο σύγχρονων και ακριβέστερων μεθοδολογιών. Τέλος, σημειώνεται ότι, εκτός από την βέλτιστη αεροδυναμική απόδοση, για την τελική μορφή του δρομέα πρέπει να ληφθούν υπόψιν επιπλέον, όπως άλλωστε αναφέραμε και παραπάνω, το βάρος του δρομέα, τα φορτία στα οποία πρέπει να αντέχει ο δρομέας, το οικονομικό κόστος του δρομέα, η κατασκευαστική πολυπλοκότητα του δρομέα και άλλοι παράγοντες, έτσι ώστε τελικά το οικονομικό κόστος του δρομέα ανά kWh παραγόμενης ενέργειας από αυτόν να είναι το χαμηλότερο δυνατό.

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

2.1	ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ	8
2.2	ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ	8
2.3	ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	12
2.4	ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗΣ - ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ	15
2.5	ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ	17
2.6	ΣΧΟΛΙΑ ΚΑΙ ΚΡΙΤΙΚΗ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΣΚΟΥ	18

2.1 ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ

Οι βασικότερες υποθέσεις της θεωρίας δίσκου ορμής είναι οι ακόλουθες.

- Άπειρος αριθμός πολύ λεπτών πτερυγίων, υπόθεση που έχει ως άμεση συνέπεια την περιφερειακή ομοιομορφία στο πεδίο ροής. Η κυκλοφορία κάθε πτερυγίου είναι απειροστά μικρή, όμως η συνολική κυκλοφορία από όλα τα πτερύγια, σε κάποια συγκεκριμένη ακτινική θέση, είναι πεπερασμένη.
- Η επιφάνεια που σαρώνουν τα πτερύγια κατά την περιστροφή τους αποτελεί την επιφάνεια του δίσκου και η επιφάνεια αυτή αποτελεί επιφάνεια ασυνέχειας της στατικής πίεσης, αλλά συνέχειας της αξονικής ταχύτητας και επίσης ασυνέχειας της περιφερειακής ταχύτητας.
- Μόνο ο αέρας που περνάει διαμέσου της επιφάνειας του δίσκου επηρεάζεται από αυτόν και ο αέρας αυτός παραμένει διαχωρισμένος από τον υπόλοιπο αέρα που δεν περνάει διαμέσου της επιφάνειας του δίσκου. Το σύνορο που μπορεί να σχεδιαστεί και που περικλείει τον αέρα που περνάει διαμέσου του δίσκου, αποτελεί μία επιφάνεια διαμέσου της οποίας δεν ρέει αέρας, επομένως αποτελεί επιφάνεια ροής. Ο αέρας που περνάει διαμέσου του δίσκου αποτελεί ένα ρεύμα ολίσθησης (slipstream) και η συνοριακή του επιφάνεια αποτελεί επιφάνεια ασυνέχειας ταχύτητας.
- Η ροή υποτίθεται ότι είναι αστρόβιλη σε όλο το πεδίο εκτός από την συνοριακή επιφάνεια του ομόρρου και από την γραμμή κατά μήκος του άξονα του δίσκου.
- Η εναλλαγή ενέργειας μεταξύ του αέρα και του ανεμοκινητήρα γίνεται χωρίς απώλειες. Έτσι, η ενέργεια του αέρα ελάχιστα πριν το δίσκο διαφέρει από την αντίστοιχη ενέργεια ελάχιστα μετά τον δίσκο μόνο κατά το ποσό της ενέργειας που απορρόφησε ο ανεμοκινητήρας.

Οι κύριες διαφορές της παρούσας γενικευμένης θεωρίας δίσκου, από τις αντίστοιχες γενικευμένες θεωρίες δίσκου που έχουν διατυπωθεί στο παρελθόν, είναι οι ακόλουθες.

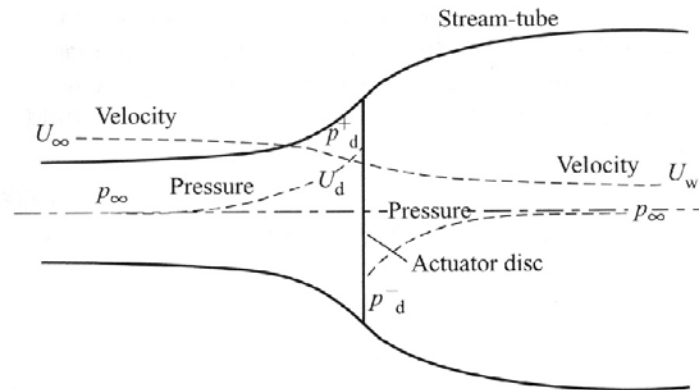
- Γίνεται χρήση της ολοκληρωτικής εξίσωσης για την αξονική ορμή και όχι της αντίστοιχης διαφορικής εξίσωσης.
- Διερευνώνται οι διάφορες πηγές ενεργειακών απωλειών και εξετάζεται εάν η περιστροφή του αέρα μετά τον ανεμοκινητήρα αυξάνει ή μειώνει τον συντελεστή ισχύος του.

2.2 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΟΡΜΗΣ

Εξίσωση διατήρησης της μάζας για ασυμπιέστη ροή:

$$U_{\infty}(1-a)2\pi r dr = U_{\infty}(1-b)2\pi r_w dr_w \quad (1.1)$$

Λαμβάνεται όγκος ελέγχου ο οποίος ταυτίζεται με το ρεύμα ολίσθησης, όπως φαίνεται παραστατικά στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 1.1: Ο θεωρούμενος όγκος ελέγχου και τυπικές διανομές της αξονικής ταχύτητας και της στατικής πίεσης με την απόσταση από την επιφάνεια του δίσκου ενέργειας ¹. (Stream-tube = ροϊκός σωλήνας, Actuator disc = δίσκος ενέργειας, Pressure = στατική πίεση, Velocity = αξονική ταχύτητα)

Εξίσωση αξονικής ορμής για τον εν λόγω όγκο ελέγχου:

$$\int_0^R \Delta p_d 2\pi r dr - \int_0^{R_w} (p_\infty - p_w) 2\pi r_w dr_w = \int_0^{R_w} (bU_\infty) [\rho U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w] \quad (1.2)$$

Για να προκύψει η τελευταία εξίσωση πρέπει να υποτεθεί ότι η πίεση στην παράπλευρη επιφάνεια του όγκου ελέγχου είναι ίση με την p_∞ . Στην πραγματικότητα η πίεση στην εν λόγω επιφάνεια δεν είναι ίση με p_∞ , όμως μπορεί να αποδειχθεί ότι η συνεισφορά που έχει η πίεση στην παράπλευρη επιφάνεια του όγκου ελέγχου στην εξίσωση της αξονικής ορμής, είναι ίδια με αυτήν που υπάρχει όταν στην παράπλευρη επιφάνεια του όγκου ελέγχου η πίεση υποτεθεί ίση με p_∞ .

Η απόδειξη μπορεί να γίνει για παράδειγμα ως εξής. Λαμβάνεται ένας όγκος ελέγχου ο οποίος περικλείεται μεταξύ της συνοριακής επιφάνειας του ρεύματος ολίσθησης και μίας κυλινδρικής επιφάνειας με πολύ μεγάλη ακτίνα. Η συνολική εισροή αξονικής ορμής στον εν λόγω όγκο ελέγχου ισούται με την συνολική εκροή αξονικής ορμής από αυτόν, εφόσον σε όλες τις θέσεις στις οποίες εισέρχεται και εξέρχεται ρευστό η αξονική ταχύτητα είναι U_∞ . Λόγω του γεγονότος αυτού η συνολική (συνισταμένη) αξονική δύναμη από τις πιέσεις στις συνοριακές επιφάνειες αυτού του όγκου ελέγχου πρέπει να είναι επίσης μηδέν. Επειδή η πίεση πολύ πριν τον δίσκο αλλά και πολύ μετά τον δίσκο (εκτός της περιοχής του ομόρρου) είναι παντού ίση με p_∞ , μπορεί κανείς εύκολα να δει, ότι η συνεισφορά που έχει η πίεση στην παράπλευρη επιφάνεια του όγκου ελέγχου, είναι ίδια με αυτήν που υπάρχει όταν στην παράπλευρη επιφάνεια του όγκου ελέγχου η πίεση υποτεθεί ίση με p_∞ . Εκτός από την απόδειξη αυτή σε πρόσφατη βιβλιογραφική πηγή αναφέρεται και αυστηρότερη απόδειξη².

Εξίσωση Bernoulli πριν τον δίσκο:

$$p_\infty + \frac{\rho}{2} U_\infty^2 = p^+ + \frac{\rho}{2} U_\infty^2 (1-a)^2 + \frac{\rho}{2} w^2 \quad (1.3)$$

Εξίσωση Bernoulli μετά τον δίσκο:

¹ Σελίδα 43 από: 'Wind energy handbook', Burton T, Sharpe D, Jenkins N, Bossanyi E, John Wiley and Sons/ Ltd, 2001.

² Σελίδα 402 από: 'On the simple actuator disk', Spalart PR, J. Fluid Mech., 2003: Vol. 494, pp. 399-405.

$$p^- + \frac{\rho}{2} U_\infty^2 (1-a)^2 + \frac{\rho}{2} (2a'\Omega r)^2 + \frac{\rho}{2} w^2 = p_w(r_w) + \frac{\rho}{2} U_\infty^2 (1-b)^2 + \frac{\rho}{2} (2b'\Omega r_w)^2 \quad (1.4)$$

Διατήρηση στροφορμής μετά τον δίσκο:

$$(2a'\Omega r)r = (2b'\Omega r_w)r_w \quad (1.5)$$

Εξίσωση Bernoulli πριν και μετά τον δίσκο ως προς στρεφόμενο σύστημα αναφοράς με γωνιακή ταχύτητα Ω :

$$p^+ + \frac{\rho}{2} U_\infty^2 (1-a)^2 + \frac{\rho}{2} (\Omega r)^2 + \frac{\rho}{2} w^2 = p^- + \frac{\rho}{2} U_\infty^2 (1-a)^2 + \frac{\rho}{2} [(1+2a')\Omega r]^2 + \frac{\rho}{2} w^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p_d = (p^+ - p^-) = 2\rho\Omega^2 (1+a')a'r^2 \quad (1.6)$$

Λόγω της υπόθεσης της αστρόβιλης ροής η κυκλοφορία είναι ακτινικά ομοιόμορφη, επομένως ακτινικά ομοιόμορφη είναι και η στροφορμή ανά μονάδα παροχής μάζας, άρα ισχύει ότι:

$$(2a'\Omega r)r = (2b'\Omega r_w)r_w = \text{const} \tan t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a'_i R^2 = a'r^2 = b'r_w^2 = b'_i R_w^2 = \text{const} \tan t \quad (1.7)$$

Στον μακρινό ομόρρου η ακτινική κλίση πίεσης εξισορροπεί την φυγόκεντρη δύναμη, άρα ισχύει ότι:

$$\frac{dp_w}{dr_w} = \rho(2\Omega b')^2 r_w \quad (1.8)$$

Από τις εξισώσεις (1.3), (1.4), (1.5), (1.6) και (1.7) προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση.

$$p^- - p_{w(r_w)} = \frac{\rho}{2} [4\Omega^2 (1+b')b'r_w^2 - U_\infty^2 (2-b)b] \quad (1.9)$$

Με διαφορίση της εξίσωσης (1.9) ως προς r_w και με χρήση της εξίσωσης (1.8) προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση.

$$2\Omega^2 (1+2b') \frac{d}{dr_w} (b'r_w^2) = U_\infty^2 (1-b) \frac{db}{dr_w} \quad (1.10)$$

Από τις εξισώσεις (1.10) και (1.7) προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο **συντελεστής αξονικής επαγωγής στον ομόρρου b** είναι **ακτινικά ομοιόμορφος**.

Αυτό ήταν αναμενόμενο διότι στον μακρινό ομόρρου η ροή έχει διαμορφωθεί και έτσι η ακτινική συνιστώσα ταχύτητας είναι μηδέν, επομένως για μηδενική συνιστώσα στροβιλότητας κατά την περιφερειακή διεύθυνση πρέπει η αξονική συνιστώσα ταχύτητας να είναι ακτινικά ομοιόμορφη, άρα πρέπει και ο συντελεστής αξονικής επαγωγής στον ομόρρου b να είναι ακτινικά ομοιόμορφος.

Η ακτινική ταχύτητα πολύ πριν τον δίσκο είναι μηδέν. Πάνω στο επίπεδο του δίσκου (εκτός από το σημείο πάνω στον άξονα του ανεμοκινητήρα) η ακτινική ταχύτητα είναι διάφορη από το μηδέν λόγω της διαστολής του ρεύματος ολίσθησης. Επίσης, πολύ μετά τον δίσκο η ακτινική ταχύτητα

είναι μηδέν. Επομένως, πάνω στο επίπεδο του δίσκου η ακτινική ταχύτητα εμφανίζει την μέγιστη τιμή της, άρα η παράγωγος της ακτινικής ταχύτητας κατά την αξονική διεύθυνση στο επίπεδο του δίσκου είναι μηδέν. Έτσι, από την υπόθεση της αστρόβιλης ροής προκύπτει ότι:

$$\nabla \times \vec{u} = \vec{0} \Rightarrow \left. \frac{\partial u_z}{\partial r} \right|_{z=0} - \left. \frac{\partial u_r}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial u_z}{\partial r} \right|_{z=0} = 0 \Rightarrow a = \text{const} \quad (1.10)$$

δηλαδή ο συντελεστής αξονικής επαγωγής πάνω στον δίσκο a είναι ακτινικά ομοιόμορφος.

Για σταθερά a και b από τις εξισώσεις (1.1) και (1.7) προκύπτει ότι:

$$\frac{r_w dr_w}{r dr} = \frac{1-a}{1-b} = \frac{R_w^2}{R^2} = \frac{r_w^2}{r^2} = \frac{a'}{b'} \quad (1.11)$$

Από τις εξισώσεις (1.6), (1.9), (1.7) και (1.2) προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} (\text{ΑΞΟΝΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΟΥ ΔΡΑ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΔΙΣΚΟ}) &= \int_0^R \Delta p_d 2\pi r dr = \\ &= 2\rho\Omega^2 a' R^2 \left[\pi r^2 \right]_{r=0}^{r=R} + 4\pi\rho\Omega^2 (a' R^2)^2 \int_0^R \frac{dr}{r} = \\ &= 2\rho\Omega^2 a' R^2 \left[\pi r_w^2 \right]_{r_w=0}^{r_w=R_w} + 4\pi\rho\Omega^2 (a' R^2)^2 \int_0^{R_w} \frac{dr_w}{r_w} - \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 b^2 \left[\pi r_w^2 \right]_{r_w=0}^{r_w=R_w} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Από τις εξισώσεις (1.12), (1.11) και από τον ορισμό του λ προκύπτει ότι:

$$\left[2 \left(\frac{1-b}{1-a} \right) \ln \left(\sqrt{\frac{1-b}{1-a}} \right) \right] a_i'^2 - \left(\frac{b-a}{1-a} \right) a_i' + \left(\frac{b^2}{4\lambda^2} \right) = 0 \quad (1.13)$$

Η τελευταία δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς a_i' έχει δύο ρίζες, από τις οποίες η μία είναι πάντοτε αρνητική και απορρίπτεται διότι αντιστοιχεί σε αρνητική ροπή του ανεμοκινητήρα, δηλαδή στην περίπτωση αυτή ο ανεμοκινητήρας προσδίδει ενέργεια στον αέρα αντί να απορροφά ενέργεια από αυτόν.

Η άλλη ρίζα, η οποία είναι πάντοτε θετική είναι:

$$a_i' = \frac{\left(\frac{b-a}{1-a} \right) - \sqrt{\left(\frac{b-a}{1-a} \right)^2 - 2 \left(\frac{1-b}{1-a} \right) \left(\frac{b}{\lambda} \right)^2 \ln \left(\sqrt{\frac{1-b}{1-a}} \right)}}{4 \left(\frac{1-b}{1-a} \right) \ln \left(\sqrt{\frac{1-b}{1-a}} \right)} \quad (1.14)$$

Εφαρμόζεται η οριακή συνθήκη: $p_w(r=R_w) = p_\infty$. Έτσι, από τις εξισώσεις (1.9) και (1.7), προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση.

$$\left[4 \left(\frac{1-b}{1-a} \right) \right] a_i'^2 + 4a_i' - \left[\frac{(2-b)b}{\lambda^2} \right] = 0 \quad (1.15)$$

Η τελευταία δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς a' έχει δύο ρίζες, από τις οποίες η μία είναι πάντοτε αρνητική και απορρίπτεται διότι αντιστοιχεί σε αρνητική ροπή του ανεμοκινητήρα, δηλαδή στην περίπτωση αυτή ο ανεμοκινητήρας προσδίδει ενέργεια στον αέρα αντί να απορροφά ενέργεια από αυτόν.

Η άλλη ρίζα, η οποία είναι πάντοτε θετική είναι:

$$a'_i = \frac{\sqrt{1 + \frac{(1-b)(2-b)b}{(1-a)\lambda^2}} - 1}{2\left(\frac{1-b}{1-a}\right)} \quad (1.16)$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (1.14) και (1.16) προκύπτει η ακόλουθη σχέση μεταξύ b και a .

$$b = 2(1-a) \left[\sqrt{1 + \frac{(1-b)(2-b)b}{(1-a)\lambda^2}} - 1 \right] \ln \left(\sqrt{\frac{1-b}{1-a}} \right) + (1-a) \sqrt{\left(\frac{b-a}{1-a}\right)^2 - 2\left(\frac{1-b}{1-a}\right)\left(\frac{b}{\lambda}\right)^2} \ln \left(\sqrt{\frac{1-b}{1-a}} \right) + a \quad (1.17)$$

Η σχέση (1.17) με κάποια επαναληπτική μέθοδο της αριθμητικής ανάλυσης μπορεί να επιλυθεί για διάφορες τιμές της παραμέτρου λειτουργίας λ και έτσι να προκύψει η συσχέτιση μεταξύ των παραμέτρων a και b . Με έναν τέτοιο τρόπο προκύπτουν, για οποιεσδήποτε τιμές της παραμέτρου a στο διάστημα $(0,1)$ και για οποιεσδήποτε τιμές της παραμέτρου λειτουργίας λ , οι ακόλουθες δύο λύσεις για το b , επίσης στο διάστημα $(0,1)$:

$$b = a \quad \text{και} \quad b \rightarrow 1.$$

Τονίζεται ότι η δεύτερη λύση αντιστοιχεί σε τιμή του b που τείνει στην μονάδα, αλλά δεν είναι ίση με την μονάδα, καθώς για τιμή του b ακριβώς ίση με την μονάδα στην σχέση (1.17) ορισμένες εκφράσεις που περιέχουν λογάριθμους απειρίζονται. Όμως, καθώς το b τείνει στην μονάδα η σχέση (1.17) ικανοποιείται.

Από τις δύο αυτές λύσεις η πρώτη μάλλον πρέπει να απορριφθεί διότι μία τέτοια περίπτωση δεν έχει παρατηρηθεί ποτέ στην πράξη, αλλά και διότι δεν υποστηρίζεται και από αριθμητικά αποτελέσματα επίλυσης της ροής, που βασίζονται στο μοντέλο της θεωρίας δίσκου και που προκύπτουν με μεθοδολογίες δίνης (vortex methods). Πρέπει να σημειωθεί επίσης ότι σε ορισμένες περιπτώσεις αυτή η λύση αντιστοιχεί σε πρόσδοση ενέργειας από τον ανεμοκινητήρα στο ρεύμα αέρα και όχι σε απορρόφηση ενέργειας από αυτό, οπότε η εν λόγω λύση πρέπει να απορριφθεί και για αυτόν τον λόγο.

Η δεύτερη από τις δύο παραπάνω λύσεις επίσης δεν έχει παρατηρηθεί ποτέ στην πράξη, όμως ως οριακή περίπτωση είναι ίσως περισσότερο αποδεκτή από την πρώτη λύση. Επιπλέον είναι ενδιαφέρουσα για τον λόγο ότι τότε, τόσο η μεταφορική κινητική ενέργεια, όσο και η κινητική ενέργεια περιστροφής στον μακρινό ομόρροτο μηδενίζονται και επειδή αυτές αποτελούν ενεργειακές απώλειες του συστήματος, σε μία τέτοια περίπτωση η απορρόφηση ενέργειας από τον ανεμοκινητήρα μπορεί να είναι μεγάλη.

2.3 ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Για να φανούν καλύτερα οι διάφορες πηγές ενεργειακών απωλειών και να εξεταστεί εάν η περιστροφή του αέρα μετά τον ανεμοκινητήρα μειώνει ή αυξάνει τον συντελεστή ισχύος αυτού,

κρίνεται σκόπιμο σε αυτό το σημείο να αναλυθεί λεπτομερέστερα η ροή ενέργειας πολύ πριν τον ανεμοκινητήρα, όπως επίσης η ροή ενέργειας πολύ μετά από αυτόν, αντίστοιχα.

Από τις εξισώσεις (1.8) και (1.7) προκύπτει ότι:

$$\frac{dp_w}{dr_w} = \rho 4\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{r_w^3} \Rightarrow p_w = \rho(-2)\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{r_w^2} + C,$$

όπου C είναι μία σταθερά.

Λόγω της οριακής συνθήκης: $p_w(r = R_w) = p_\infty$, από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ότι:

$$p_\infty = \rho(-2)\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{R_w^2} + C \Rightarrow C = p_\infty + \rho 2\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{R_w^2}.$$

Έτσι, με βάση τις τελευταίες δύο σχέσεις, η κατανομή πίεσης κατά την ακτινική διεύθυνση στον μακρινό ομόρροο δίνεται από την ακόλουθη σχέση.

$$p_w = p_\infty + 2\rho\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{R_w^2} - 2\rho\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{r_w^2}$$

Συνεπώς, η ολική ροή ενέργειας (δηλαδή του αθροίσματος της αξονικής, μεταφορικής κινητικής ενέργειας, της κινητικής ενέργειας περιστροφής και της ενέργειας πίεσης) στον μακρινό ομόρροο προκύπτει ότι είναι ίση με:

$$\begin{aligned} (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΜΑΚΡΙΝΟ ΟΜΟΡΡΟΟ}) &= \int_0^{R_w} p_w U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \\ &+ \int_0^{R_w} \left(\frac{\rho}{2}\right) [U_\infty (1-b)]^2 U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \int_0^{R_w} \left(\frac{\rho}{2}\right) (2b'\Omega r_w)^2 U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w \end{aligned}$$

Από την τελευταία εξίσωση, λόγω της σχέσης (1.7), προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΜΑΚΡΙΝΟ ΟΜΟΡΡΟΟ}) &= \int_0^{R_w} p_\infty U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \\ &+ \int_0^{R_w} 2\rho\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{R_w^2} U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w - \int_0^{R_w} 2\rho\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{r_w^2} U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \\ &+ \int_0^{R_w} \left(\frac{\rho}{2}\right) [U_\infty (1-b)]^2 U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \int_0^{R_w} 2\rho\Omega^2 \frac{(a'_i R^2)^2}{r_w^2} U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w \end{aligned}$$

Ο τρίτος και ο πέμπτος όρος της τελευταίας εξίσωσης είναι ίσοι κατά απόλυτη τιμή, αλλά έχουν αντίθετο πρόσημο, επομένως αλληλοαναιρούνται. Έτσι, προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}
& (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΜΑΚΡΙΝΟ ΟΜΟΡΡΟΥ}) = \int_0^{R_w} p_\infty U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \\
& + \int_0^{R_w} \left(\frac{\rho}{2}\right) [U_\infty (1-b)]^2 U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \int_0^{R_w} 2\rho\Omega^2 \frac{(a'R^2)^2}{R_w^2} U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w \Rightarrow \\
& \Rightarrow (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΜΑΚΡΙΝΟ ΟΜΟΡΡΟΥ}) = p_\infty U_\infty (1-b) [\pi r_w^2]_0^{R_w} + \\
& + \left(\frac{\rho}{2}\right) [U_\infty (1-b)]^2 U_\infty (1-b) [\pi r_w^2]_0^{R_w} + 2\rho\Omega^2 \frac{(a'R^2)^2}{R_w^2} U_\infty (1-b) [\pi r_w^2]_0^{R_w}
\end{aligned}$$

Αντίστοιχα, η ολική ροή ενέργειας πολύ πριν τον δίσκο δίνεται από την ακόλουθη σχέση.

$$\begin{aligned}
& (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΟΛΥ ΠΡΙΝ ΤΟΝ ΔΙΣΚΟ}) = \int_0^{R_w} p_\infty U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w + \\
& + \int_0^{R_w} \left(\frac{\rho}{2}\right) U_\infty^2 U_\infty (1-b) 2\pi r_w dr_w \Rightarrow \\
& \Rightarrow (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΟΛΥ ΠΡΙΝ ΤΟΝ ΔΙΣΚΟ}) = p_\infty U_\infty (1-b) [\pi r_w^2]_0^{R_w} + \left(\frac{\rho}{2}\right) U_\infty^2 U_\infty (1-b) [\pi r_w^2]_0^{R_w}
\end{aligned}$$

Έτσι, με αφαίρεση κατά μέλη των δύο τελευταίων εξισώσεων προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}
& (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΟΛΥ ΠΡΙΝ ΤΟΝ ΔΙΣΚΟ}) - (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΜΑΚΡΙΝΟ ΟΜΟΡΡΟΥ}) = \\
& = \left[\left(\frac{\rho}{2}\right) U_\infty^2 - \left(\frac{\rho}{2}\right) [U_\infty (1-b)]^2 \right] U_\infty (1-b) [\pi r_w^2]_0^{R_w} - 2\rho\Omega^2 \frac{(a'R^2)^2}{R_w^2} U_\infty (1-b) [\pi r_w^2]_0^{R_w}
\end{aligned}$$

Από την τελευταία εξίσωση, με χρήση των εξισώσεων (1.1) και (1.7) προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}
& (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΟΛΥ ΠΡΙΝ ΤΟΝ ΔΙΣΚΟ}) - (\text{ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΜΑΚΡΙΝΟ ΟΜΟΡΡΟΥ}) = \\
& = \left\{ \left(\frac{\rho}{2}\right) U_\infty^2 - \left(\frac{\rho}{2}\right) [U_\infty (1-b)]^2 \right\} U_\infty (1-a) [\pi r^2]_0^R - \left[\left(\frac{\rho}{2}\right) (2b_i' \Omega R_w)^2 \right] U_\infty (1-a) [\pi r^2]_0^R = \\
& = \left\{ \left(\frac{\rho}{2}\right) U_\infty^2 - \left(\frac{\rho}{2}\right) [U_\infty (1-b)]^2 - \left(\frac{\rho}{2}\right) (2b_i' \Omega R_w)^2 \right\} [U_\infty (1-a) \pi R^2]
\end{aligned}$$

Με βάση την τελευταία αυτή σχέση μπορούμε να διακρίνουμε τις ακόλουθες πηγές ενεργειακών απωλειών. Σημειώνεται ότι ο όρος μέσα στις αγκύλες πρέπει να είναι πάντα θετικός προκειμένου να έχουμε απορρόφηση ενέργειας από το ρεύμα αέρα και όχι πρόσδοση ενέργειας σε αυτό.

- Η πρώτη πηγή ενεργειακών απωλειών προέρχεται από τον όρο που βρίσκεται έξω από την αγκύλη της τελευταίας σχέσης και που σχετίζεται με την παροχή μάζας που δεν περνάει διαμέσου του δίσκου, δηλαδή τον παρακάμπει. Το ποσοστό της παροχής που παρακάμπει τον δίσκο ισούται με τον συντελεστή αξονικής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου a . Επομένως, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του a , τόσο μικραίνει η απορροφώμενη ισχύς από τον ανεμοκινητήρα.
- Η δεύτερη πηγή ενεργειακών απωλειών προέρχεται από τον δεύτερο όρο που βρίσκεται μέσα στην αγκύλη της τελευταίας σχέσης και που σχετίζεται με την αξονική μεταφορική κινητική ενέργεια του αέρα στον μακρινό ομόρρο. Οι ενεργειακές αυτές απώλειες είναι τόσο μεγαλύτερες, όσο μικρότερη είναι η τιμή του συντελεστή αξονικής επαγωγής στον μακρινό

ομόρρου b . Επομένως, όσο μικρότερη είναι η τιμή του b , τόσο μικραίνει η απορροφώμενη ισχύς από τον ανεμοκινητήρα.

- Η τρίτη πηγή ενεργειακών απωλειών προέρχεται από τον τρίτο όρο που βρίσκεται μέσα στην αγκύλη της τελευταίας σχέσης και που σχετίζεται με την κινητική ενέργεια περιστροφής στον μακρινό ομόρρου. Πρέπει να τονιστεί ότι δεν αποτελεί ολόκληρη η κινητική ενέργεια περιστροφής στον μακρινό ομόρρου ενεργειακή απώλεια για τον ανεμοκινητήρα. Μόνο η κινητική ενέργεια περιστροφής του συνόρου του ρεύματος ολίσθησης, στον μακρινό ομόρρου, αποτελεί πραγματική ενεργειακή απώλεια για τον ανεμοκινητήρα. Μπορεί επίσης με απλή εκτέλεση πράξεων να διαπιστωθεί ότι η εν λόγω ενεργειακή απώλεια αντιστοιχεί σε περιστροφή απόλυτα στερεού σώματος του αέρα στον μακρινό ομόρρου, κάτι που αναφέρεται και σε πρόσφατη σχετική βιβλιογραφική πηγή³.

Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω, θα μπορούσε κάποιος να υποστηρίξει ότι η περιστροφή του αέρα μετά τον ανεμοκινητήρα μειώνει την αποδιδόμενη ισχύ του ανεμοκινητήρα, αφού η διαφοροποίηση σε σχέση με την απλή θεωρία δίσκου αξονικής ορμής σχετίζεται με τον τρίτο όρο που βρίσκεται μέσα στην αγκύλη της τελευταίας σχέσης, ο οποίος πάντοτε μειώνει την αποδιδόμενη ισχύ του ανεμοκινητήρα. Κάτι τέτοιο θα ήταν σωστό εάν η σχέση μεταξύ των συντελεστών επαγωγής b και a ήταν: $b=2a$. Όμως, όπως έχουμε αναφέρει παραπάνω, η αξονική δύναμη στο δίσκο είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτήν της απλής θεωρίας δίσκου αξονικής ορμής, αλλά και από αυτήν της γενικευμένης θεωρίας δίσκου που βασίζεται στην διαφορική έκφραση του θεωρήματος αξονικής ορμής. Επειδή ακριβώς η αξονική δύναμη είναι μεγαλύτερη ο συντελεστής b παίρνει μεγαλύτερες τιμές, διότι αυτός σχετίζεται άμεσα με το έλλειμμα αξονικής ορμής στον μακρινό ομόρρου, οπότε τελικά η αποδιδόμενη ισχύς του ανεμοκινητήρα, με βάση την τελευταία σχέση, μπορεί να αυξάνει και φυσικά αντίστοιχα να αυξάνει και ο συντελεστής ισχύος του.

2.4 ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗΣ - ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ

Η κύρια διαφορά της παρούσας θεωρίας με την γενικευμένη θεωρία δίσκου ορμής, η οποία βασίζεται στην χρήση της αντίστοιχης διαφορικής έκφρασης για το θεώρημα της αξονικής ορμής, είναι ότι τελικά η αξονική δύναμη που δρα πάνω στον δίσκο προκύπτει μεγαλύτερη. Η επιπλέον αξονική δύναμη οφείλεται στην ακτινική κλίση πίεσης στον ομόρρου και στην διαστολή του. Είναι εύκολο να αποδειχθεί με βάση την εξίσωση (1.12) της παρούσας ανάλυσης καθώς επίσης και σχετικές βιβλιογραφικές πηγές⁴⁵⁶ ότι η εν λόγω επιπλέον αξονική δύναμη ισούται με:

$$4\pi\rho\Omega^2(a'R^2)^2 \ln\left(\frac{R_w}{R}\right).$$

³ Σελίδα 56 από: 'Wind energy handbook', Burton T, Sharpe D, Jenkins N, Bossanyi E, John Wiley and Sons/ Ltd, 2001.

⁴ Σελίδα 194 από: 'Airplane propellers', Glauert H, In Aerodynamic Theory, Durand WF (ed.), vol. IV, div. L. Ch. III, pp 191–201, Durand Reprinting Committee, California Inst. of Technology (CIT), 1943.

⁵ Σελίδα 181 από: 'A general momentum theory applied to an energy-extracting actuator disc', Sharpe DJ, Wind Energ., 2004: 7: 177–188.

⁶ Σελίδα 100 από: 'Remarks on Wind Turbine Power Absorption Increase by Including the Axial Force due to the Radial Pressure Gradient in the General Momentum Theory', Xiros MI, Xiros NI, Wind Energ., 2007: 10: 99-102.

Η επιπλέον αυτή αξονική δύναμη είναι μηδέν για: $R_w = R$, κάτι που είναι λογικό διότι η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε ομόρρου κυλινδρικό, δηλαδή σταθερής ακτίνας. Οποιαδήποτε ακτινική κλίση πίεσης σε αυτήν την περίπτωση δεν μπορεί να παράγει αξονική δύναμη και η δύναμη λόγω της ακτινικής κλίσης πίεσης έχει αποκλειστικά και μόνο ακτινική συνιστώσα.

Επίσης, η επιπλέον αυτή αξονική δύναμη τείνει στο ∞ για: $R_w \rightarrow \infty$, διότι η παράπλευρη επιφάνεια του ομόρρου τείνει στο άπειρο. Επομένως, σε αυτήν την περίπτωση η αξονική συνιστώσα της δύναμης που παράγεται από την ακτινική κλίση πίεσης εφαρμόζεται πάνω σε άπειρη επιφάνεια, οπότε προκύπτει άπειρη αντίστοιχη δύναμη.

Στο σημείο αυτό κρίνεται απαραίτητο να αναλυθεί με περισσότερη λεπτομέρεια γιατί στην γενικευμένη θεωρία δίσκου ορμής, στην οποία γίνεται χρήση της ολοκληρωματικής έκφρασης για το θεώρημα αξονικής ορμής, πρέπει το ένα από τα δύο όρια ολοκλήρωσης να θεωρηθεί το: $r = 0$ (και αντίστοιχα το: $r_w = 0$) και όχι το: $r \rightarrow 0$ (και αντίστοιχα το: $r_w \rightarrow 0$).

Καταρχήν λοιπόν σημειώνουμε ότι από την υπόθεση της αξονοσυμμετρικής ροής προκύπτει η οριακή συνθήκη: $r_w = 0$ για: $r = 0$. Η σημασία και η συνέπεια αυτής της οριακής συνθήκης είναι ότι σε κάθε σημείο πάνω στον άξονα του ανεμοκινητήρα, που αποτελεί ταυτόχρονα και τον άξονα συμμετρίας του προβλήματος, η ακτινική ταχύτητα είναι μηδέν. Συνεπώς, ο άξονας του ανεμοκινητήρα είναι γραμμή ροής. Αντίθετα, για: $r \rightarrow 0$ και: $r_w \rightarrow 0$, ισχύει ότι: $r_w \neq r$ και τα r_w και r συνδέονται μεταξύ τους με την εξίσωση διατήρησης της μάζας.

Στην συνέχεια σημειώνουμε ότι η ασυνέχεια πίεσης στην επιφάνεια του δίσκου πρέπει να υφίσταται και για: $r = 0$, δηλαδή ο δίσκος ενέργειας περιλαμβάνει και το $r = 0$. Αν αυτό δεν ίσχυε, το έλλειμμα αξονικής ορμής (και το έλλειμμα αξονικής ταχύτητας, όπως επίσης και το έλλειμμα στατικής πίεσης) στον μακρινό ομόρρου, από κάποια τιμή που θα είχε για: $r_w \rightarrow 0$, θα μηδενίζονταν απότομα για: $r_w = 0$. Αυτό σε καμία περίπτωση δεν υποστηρίζεται από τις υποθέσεις της γενικευμένης θεωρίας δίσκου. Επομένως, σύμφωνα με τις υποθέσεις της γενικευμένης θεωρίας δίσκου, η φόρτιση του δίσκου για $r = 0$ δεν μπορεί να είναι μηδενική και έτσι το αντίστοιχο έλλειμμα αξονικής ορμής (και το έλλειμμα αξονικής ταχύτητας, όπως επίσης και το έλλειμμα στατικής πίεσης) στον μακρινό ομόρρου δεν θα είναι μηδενικό.

Επίσης, σημειώνουμε ότι εάν ληφθεί ένας όγκος ελέγχου που περικλείεται από το σύνορο του ρεύματος ολίσθησης και από μία οποιαδήποτε επιφάνεια ροής (δηλαδή επιφάνεια με γενέτειρες γραμμές ροής) με: $r \rightarrow 0$ και: $r_w \rightarrow 0$, τότε στην εν λόγω επιφάνεια ροής εφαρμόζεται θετική και πεπερασμένη αξονική δύναμη, η οποία οφείλεται στις άπειρες αρνητικές πιέσεις στον ομόρρου. Η πίεση στον ομόρρου, όπως μπορεί να εκτιμηθεί σύμφωνα με την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου, καθώς το $r_w \rightarrow 0$ τείνει στο $-\infty$ ανάλογα περίπου με το $\frac{1}{r_w^2}$, ενώ η προβολή της

επιφάνειας ροής που αναφέραμε παραπάνω στην κάθετη στην αξονική διεύθυνση τείνει στο μηδέν ανάλογα περίπου με το r_w^2 και έτσι προκύπτει θετική πεπερασμένη αξονική δύναμη. Καθώς το b αυξάνει η εν λόγω αξονική δύναμη αυξάνει επίσης, εξαιτίας της αύξησης στην διαστολή του ομόρρου και μάλιστα για: $b \rightarrow 1$ η αξονική αυτή δύναμη από πεπερασμένη τείνει να γίνει άπειρη. Ο ακριβής υπολογισμός της εν λόγω αξονικής δύναμης είναι εξαιρετικά δύσκολος και έτσι προτιμάται ένας όγκος ελέγχου όπου: $r_w = 0$ και: $r = 0$, στον οποίο δεν εμφανίζεται αυτή η αξονική δύναμη.

2.5 ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Η στοιχειώδης ροπή dM , η οποία αναπτύσσεται σε έναν στοιχειώδη δακτύλιο $2\pi r dr$ της επιφάνειας του δίσκου είναι:

$$dM = (\text{Ρυθμός μεταβολής στροφορμής}) = (\text{Ροή μάζας}) \cdot (\text{Περιφερειακή ταχύτητα εξόδου}) \cdot (\text{Ακτίνα}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dM = [\rho U_{\infty} (1-a) 2\pi r dr] (2a' \Omega r) r \quad (1.18)$$

Η απορροφώμενη ισχύς dN από έναν στοιχειώδη δακτύλιο $2\pi r dr$ της επιφάνειας του δίσκου δίνεται από την σχέση:

$$dN = (\text{Γωνιακή ταχύτητα}) \cdot (\text{Στοιχειώδης Ροπή}) \Rightarrow dN = \Omega dM \quad (1.19)$$

Η συνολικά απορροφώμενη ισχύς από τον δίσκο N προκύπτει με ολοκλήρωση της εξίσωσης (1.19), εάν ληφθούν επιπλέον υπόψιν οι εξισώσεις (1.18) και (1.7). Έτσι, προκύπτει τελικά ότι:

$$N = [\rho U_{\infty} (1-a) \pi R^2] [2a' \Omega^2 R^2] \quad (1.20)$$

Η σχέση ορισμού του συντελεστή ισχύος C_p είναι η ακόλουθη.

$$C_p = \frac{N}{\left[(U_{\infty} \pi R^2) \left(\frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 \right) \right]} \quad (1.21)$$

Με βάση τις εξισώσεις (1.21) και (1.20) και από την εξίσωση ορισμού του λ προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για τον συντελεστή ισχύος C_p .

$$C_p = 4a' \lambda^2 (1-a) \quad (1.22)$$

Η λύση της εξίσωσης (1.17), η οποία είναι περισσότερο αποδεκτή αλλά ταυτόχρονα και η πλέον επιθυμητή, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω είναι η: $b \rightarrow 1$ και αυτή η λύση προκύπτει για κάθε τιμή της παραμέτρου a στο διάστημα $(0,1)$ και επίσης για κάθε τιμή της παραμέτρου λ .

Για: $b \rightarrow 1$ η τιμή που αντιστοιχεί στην παράμετρο a' , για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου λ , είναι η: $\frac{1}{4\lambda^2}$.

Έτσι, από την σχέση (1.22) προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για τον συντελεστή ισχύος C_p και η οποία βασίζεται στην γενικευμένη θεωρία δίσκου ορμής της παρούσας εργασίας.

$$C_p = 1 - a \quad (1.23)$$

Η ερμηνεία της τελευταίας σχέσης είναι η ακόλουθη. Από την παροχή μάζας του αέρα που πραγματικά περνάει διαμέσου της επιφάνειας του δίσκου ολόκληρη η διαθέσιμη κινητική ενέργεια δεσμεύεται από τον δίσκο, δηλαδή δεν υπάρχουν καθόλου απώλειες ούτε αξονικής, μεταφορικής κινητικής ενέργειας, αλλά ούτε και απώλειες κινητικής ενέργειας περιστροφής στον μακρινό ομόρρο. Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι η συστροφή του αέρα μετά τον ανεμοκινητήρα διατηρείται, όμως ακριβώς από την εξίσωση διατήρησης της συστροφής μετά τον ανεμοκινητήρα, λόγω της άπειρης διαστολής του ομόρρου προκύπτει ότι η κινητική ενέργεια περιστροφής μηδενίζεται. Το ρεύμα του αέρα δηλαδή, με βάση την παρούσα θεωρία, στον μακρινό ομόρρο ακινητοποιείται

τελείως, ενώ η στατική πίεση του αέρα σε οποιαδήποτε ακτινική θέση στον μακρινό ομόρρου έχει αποκατασταθεί στην p_∞ .

Η μόνη απώλεια ενέργειας η οποία παραμένει σχετίζεται με την παροχή μάζας του αέρα που δεν περνάει διαμέσου της επιφάνειας του δίσκου, αλλά την παρακάμπτει. Αυτή η απώλεια ενέργειας, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω σχετίζεται με την τιμή του συντελεστή αξονικής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου a . Συγκεκριμένα, για: $a \rightarrow 0$ αυτή η απώλεια ενέργειας τείνει να μηδενιστεί, δηλαδή στην περίπτωση αυτή δεν υφίσταται τμήμα της διαθέσιμης παροχή μάζας του αέρα το οποίο να παρακάμπτει τον δίσκο, ενώ για: $a \rightarrow 1$ η εν λόγω απώλεια ενέργειας παίρνει την μέγιστή της τιμή και στην περίπτωση αυτή το σύνολο της διαθέσιμης παροχής μάζας του αέρα παρακάμπτει τον δίσκο και ο συντελεστής ισχύος και η απορροφώμενη ισχύς μηδενίζονται.

Προφανώς, ο βέλτιστος συντελεστής ισχύος C_p και η μέγιστη απορροφώμενη ισχύς N προκύπτουν για τιμή του συντελεστή αξονικής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου a που να τείνει στο μηδέν, ενώ η βέλτιστη τιμή του συντελεστή ισχύος $C_{p_{max}}$ είναι: $C_{p_{max}} = 1$.

2.6 ΣΧΟΛΙΑ ΚΑΙ ΚΡΙΤΙΚΗ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΑ ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΣΚΟΥ

Σε αυτήν την παράγραφο κρίνεται σκόπιμο να γίνουν ορισμένα σχόλια επάνω στις υποθέσεις της παρούσας γενικευμένης θεωρίας δίσκου και στα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της. Έτσι λοιπόν επισημαίνουμε τα παρακάτω.

- Δεν έχει παρατηρηθεί ποτέ σε πραγματικό δρομέα ανεμοκινητήρα κατάσταση στην οποία ο συντελεστής αξονικής επαγωγής στον μακρινό ομόρρου b να παίρνει την τιμή 1, δηλαδή το ρεύμα του αέρα να ακινητοποιείται τελείως στον μακρινό ομόρρου και ο ομόρρους αντίστοιχα να εμφανίζει άπειρη διαστολή. Από την άλλη πλευρά, μπορεί να προκύψει αρκετά μεγάλη τιμή του b με αντίστοιχη όχι και τόσο μεγάλη διαστολή του ομόρρου, λόγω του ότι στην εξίσωση διατήρησης της μάζας η παροχή είναι ανάλογη με την δεύτερη δύναμη της ακτίνας του ομόρρου. Θα μπορούσε να διερευνηθεί με μία ακριβέστερη μέθοδο κατά πόσον η διανομή του b κατά την ακτίνα στον ομόρρου πλησιάζει την τιμή 1.
- Η παρούσα θεωρία δίνει το ίδιο αποτέλεσμα για την συσχέτιση μεταξύ των συντελεστών επαγωγής b και a για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου λειτουργίας λ . Μπορεί γι' αυτόν ακριβώς τον λόγο να μην είναι ίσως χρήσιμη στην αναζήτηση εύρεσης της περιοχής εμφάνισης της βέλτιστης απόδοσης. Όμως, από την άλλη πλευρά, επειδή από αυτήν την θεωρία προκύπτει η ένδειξη ότι η αξονική δύναμη στον ανεμοκινητήρα μπορεί να αυξηθεί σημαντικά, υπάρχει περίπτωση η περιστροφή του αέρα μετά τον ανεμοκινητήρα να αυξάνει τον συντελεστή ισχύος του και αυτό θα πρέπει να διερευνηθεί και με άλλες ακριβέστερες μεθόδους.
- Η παρούσα θεωρία προβλέπει άπειρη αξονική δύναμη στον ανεμοκινητήρα, άπειρη ροή κινητικής ενέργειας περιστροφής στον ομόρρου και επίσης άπειρη αρνητική πίεση για: $r_w=0$. Η πηγή όλων αυτών των απειρισμών είναι η εμφάνιση άπειρης περιφερειακής ταχύτητας για: $r_w=0$, όπως επίσης και η μορφή της συνάρτησης της περιφερειακής ταχύτητας. Οι απειρισμοί αυτοί βέβαια στερούνται φυσικού νοήματος. Η άπειρη περιφερειακή ταχύτητα για: $r_w=0$ δεν εμφανίζεται στην πράξη καταρχήν διότι από κάποια τιμή της περιφερειακής ταχύτητας και πέρα από την εξίσωση Bernoulli προκύπτει αρνητική πίεση, ενώ επίσης, νωρίτερα, ο αριθμός Mach προκύπτει τόσο μεγάλος που η ροή δεν μπορεί να θεωρηθεί ασυμπίεστη και τέλος, ακόμη νωρίτερα, φαινόμενα συνεκτικότητας και συγκεκριμένα το φαινόμενο του ξεσπάσματος στροβίλου (vortex bursting) δεν επιτρέπει την εμφάνιση υψηλότερων περιφερειακών ταχυτήτων. Πάντως, πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω της μορφής της συνάρτησης της περιφερειακής ταχύτητας, τόσο μεγάλες τιμές της, οι οποίες οδηγούν στα προαναφερόμενα προβλήματα, εμφανίζονται σε σχετικά πολύ μικρές ακτινικές αποστάσεις.

- Σε πραγματικό ανεμοκινητήρα το πτερύγιο δεν φτάνει μέχρι $r=0$, αλλά διακόπτεται σε κάποια ακτινική θέση που αποτελεί την ρίζα του πτερυγίου. Η επίδραση που έχει ο στρόβιλος που εκφεύγει από την ρίζα του πτερυγίου στην ροή, όπως επίσης η επίδραση που έχουν στην ροή η πλήμνη του πτερυγίου, το κουβούκλιο της ανεμογεννήτριας και ο πύργος στήριξης της απαιτούν λεπτομερή διερεύνηση.
- Η παρούσα θεωρία υποθέτει ασυνεχή πτώση της φόρτισης του δίσκου στην μηδενική τιμή στο ακροπτερύγιο. Στην πραγματικότητα η φόρτιση πέφτει με απότομο ίσως αλλά οπωσδήποτε συνεχή τρόπο στην μηδενική τιμή στο ακροπτερύγιο.
- Τέλος, κρίνεται απαραίτητο να διερευνηθεί μέσω ακριβέστερων μεθόδων οι επιπτώσεις που ενδέχεται να έχουν στην ροή φυσικοί μηχανισμοί οφειλόμενοι στην συνεκτικότητα του αέρα και στην τύρβη της ροής.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΣΚΟΥ ΓΙΑ ΜΙΑ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

3.1	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	21
3.2	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΙΣΧΥΟΣ, ΩΣΗΣ ΚΑΙ ΡΟΠΗΣ	22
3.3	ΑΚΤΙΝΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ	27

3.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ

Στην παράγραφο αυτή θα περιγραφεί η συγκεκριμένη σχεδίαση και θα αναφερθούν οι τιμές που παίρνουν οι διάφορες παράμετροι στην σχεδίαση αυτή, από τις οποίες καθορίζονται τόσο η γεωμετρία της, όσο και οι συνθήκες λειτουργίας της στο σημείο σχεδιασμού.

- Η αεροτομή που επιλέχθηκε είναι μη συμμετρική αεροτομή, που εμφανίζει μέγιστο λόγο άνωσης προς αντίσταση σε γωνία πρόσπτωσης 5 μοίρες και που εμφανίζει επίσης σε αυτήν την γωνία πρόσπτωσης συντελεστή άνωσης 1,011. Η σχεδίαση έγινε έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η εν λόγω γωνία πρόσπτωσης στο σημείο σχεδίασης, σύμφωνα με την συνδυασμένη θεωρία δίσκου ορμής- στοιχείων περύγωσης, ώστε να ελαχιστοποιούνται με αυτόν τον τρόπο οι απώλειες λόγω συνεκτικότητας, ενώ η αεροτομή παραμένει ίδια σε όλες τις ακτινικές θέσεις.
- Ο αδιάστατος λόγος ταχύτητας ακροπτερυγίου λ επιλέχθηκε ίσος με 8, διότι είναι γνωστό ότι η θεωρία δίσκου είναι περισσότερο αξιόπιστη σε μεγάλες τιμές της παραμέτρου λειτουργίας λ , οπότε εξαιτίας ακριβώς αυτού επιλέχθηκε μία μεγάλη τιμή για αυτήν.
- Ο συντελεστής αξονικής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου a επιλέχθηκε ίσος με 0,3. Ο λόγος που επιλέχθηκε αυτή η τιμή είναι διότι γενικά από μία σχεδίαση που βασίζεται στην θεωρητική ανάλυση του προηγούμενου κεφαλαίου προκύπτουν δρομείς με μεγάλη τιμή της παραμέτρου στερεότητας (solidity), οπότε λόγω του ότι και η τιμή της παραμέτρου λειτουργίας λ είναι μεγάλη, αναμένονται γενικά υψηλές τιμές για τον συντελεστή αξονικής επαγωγής a . Επίσης, η τιμή αυτή του συντελεστή a είναι κοντά στην βέλτιστη, κατά την θεωρία Betz, που δίνει $a=1/3$.
- Ο αριθμός των πτερυγίων του δρομέα επιλέχθηκε ίσος με 3, διότι αυτή είναι η περισσότερο συνηθισμένη τιμή για ανεμογεννήτριες τύπου έλικας, αλλά και επίσης διότι οι ανεμογεννήτριες με 3 πτερύγια εμφανίζουν, σύμφωνα με τα μέχρι τώρα δεδομένα, καλύτερη αεροδυναμική απόδοση σε σχέση με ανεμογεννήτριες με οποιοδήποτε άλλο αριθμό πτερυγίων για τιμές $\lambda \sim 8$.
- Η ακτίνα του ακροπτερυγίου της ανεμογεννήτριας επιλέχθηκε ίση με 63m, που αντιστοιχεί σε μηχανή 4-5MW. Η συγκεκριμένη μηχανή αποτελεί την αναφορά όλων των πρόσφατων μελετών στα πλαίσια των ερευνών του IEA.
- Η ακτίνα της ρίζας του πτερυγίου της ανεμογεννήτριας επιλέχθηκε ίση με 10,7516m, που αποτελεί μία τυπική τιμή για μία ανεμογεννήτρια με ακτίνα ακροπτερυγίου 63m.
- Τέλος, γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα επιλέχθηκε ίση με 1,246rad/sec, που αποτελεί μία αντιπροσωπευτική τιμή για μία ανεμογεννήτρια ακτίνας ακροπτερυγίου 63m.

Με τα παραπάνω δεδομένα και με βάση την ανάλυση του προηγούμενου κεφαλαίου, σε συνδυασμό με την θεωρία στοιχείων περύγωσης, μπορεί να προκύψει μία γεωμετρία ενός δρομέα ανεμογεννήτριας, ενώ επίσης καθορίζονται πλήρως και οι συνθήκες λειτουργίας της στο σημείο σχεδιασμού.

Στις επόμενες παραγράφους θα γίνει σύγκριση των προβλέψεων της θεωρίας δίσκου ορμής σε σχέση με τις προβλέψεις μίας ακριβέστερης θεωρίας και συγκεκριμένα της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας. Τονίζεται ότι η σύγκριση αφορά μόνο την συγκεκριμένη γεωμετρία δρομέα και μόνο τις συνθήκες λειτουργίας του σημείου σχεδιασμού.

Η θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, με βάση την οποία γίνεται η σύγκριση, αποτελεί μία Lagrangian μεθοδολογία κατά την οποία παρακολουθούνται υλικά τα στοιχεία στροβιλότητας που εκφεύγουν από τα πτερύγια. Αποτελεί επίσης μία μεθοδολογία ελεύθερου ομόρρου (free wake), προϋποθέτει μη συνεκτική ροή, λαμβάνει υπόψη την γεωμετρία του δρομέα σε όλες τις λεπτομέρειές της και είναι ακριβής στην περίπτωση προσκολλημένης ροής όπου για αεροδυναμικές ροές μικρών σχετικά ενεργών γωνιών πρόσπτωσης οι επιδράσεις συνεκτικότητας είναι περιορισμένες, καθώς δεν περιλαμβάνει καμία επιπλέον παραδοχή πέραν εκείνης της μη συνεκτικής ροής. Ο υπολογισμός των φορτίων (δυνάμεων και ροπών) υπολογίζεται από την ολοκλήρωση των πιέσεων πάνω στην επιφάνεια των πτερυγίων. Έχοντας υπολογίσει την τιμή και

την διεύθυνσή της άνωσης σε κάθε στοιχείο περύγωσης, θεωρεί ότι η ροή προσπίπτει στα περύγια με διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση της άνωσης και έτσι υπολογίζει την γωνία πρόσπτωσης. Με βάση αυτήν την γωνία πρόσπτωσης και κάνοντας χρήση δεδομένων, πινακοποιημένων, τιμών για τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης για διδιάστατη ροή, υπολογίζει έτσι με έναν δεύτερο εναλλακτικό τρόπο τα φορτία λαμβάνοντας υπόψη την συνεκτικότητα με αυτόν τον προσεγγιστικό τρόπο.

3.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΙΣΧΥΟΣ, ΩΣΗΣ ΚΑΙ ΡΟΠΗΣ

Καταρχήν κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούν οι σχέσεις ορισμού των συντελεστών ισχύος, ώσης και ροπής.

Ο τοπικός συντελεστής ισχύος C_{pr} ορίζεται σαν ένας λόγος. Ο αριθμητής αυτού του λόγου είναι η ισχύς ΔN που απορροφάται από έναν δακτύλιο επιφάνειας $2\pi r \Delta r$, που αποτελεί τμήμα της επιφάνειας που σαρώνουν τα περύγια του δρομέα κατά την περιστροφή τους, όπου με r συμβολίζουμε μία τυχαία ακτινική απόσταση από τον άξονα του δρομέα, ενώ σημειώνεται ότι το Δr πρέπει να είναι μικρό σχετικά με το R (ακτίνα ακροπερυγίου). Ο παρονομαστής του λόγου αυτού είναι ίσος με το γινόμενο της δυναμικής πίεσης του αδιατάρακτου από την παρουσία του ανεμοκινητήρα ρεύματος, επί την επιφάνεια $2\pi r \Delta r$, επί την ταχύτητα U_∞ . Άρα:

$$C_{pr} = \frac{\Delta N}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_\infty^2 \right] (U_\infty 2\pi r \Delta r) \right\}} \quad (2.1)$$

Ο ολικός συντελεστής ισχύος C_{po} ορίζεται σαν ο λόγος της συνολικής ισχύος N που απορροφάται από τον ανεμοκινητήρα δια του γινομένου της δυναμικής πίεσης του αδιατάρακτου ρεύματος, επί του εμβαδού μίας επιφάνειας ίσου εμβαδού με την επιφάνεια που σαρώνουν τα περύγια του δρομέα κατά την περιστροφή τους (που όμως θεωρείται ότι βρίσκεται αρκετά πριν τον δρομέα), επί της ταχύτητας U_∞ , δηλαδή:

$$C_{po} = \frac{N}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_\infty^2 \right] (U_\infty \pi R^2) \right\}} \quad (2.2)$$

Σημειώνεται ότι ο παρονομαστής αυτής της σχέσης εκφράζει την κινητική ισχύ ενός ρεύματος ταχύτητας ίσης με την ταχύτητα του αδιατάρακτου, από την παρουσία του ανεμοκινητήρα, ρεύματος, που διέρχεται μέσα από μία επιφάνεια (που θεωρείται ότι βρίσκεται αρκετά πριν τον δρομέα), εμβαδού ίσου με το εμβαδόν της επιφάνειας που σαρώνουν τα περύγια του δρομέα κατά την περιστροφή τους. Είναι φανερό ότι ο ολικός συντελεστής ισχύος εκφράζει τον αεροδυναμικό βαθμό απόδοσης ενός ανεμοκινητήρα..

Ο ολικός συντελεστής ισχύος προκύπτει από τους επιμέρους τοπικούς συντελεστές ισχύος με βάση την σχέση:

$$C_{po} = \frac{2 \sum_{i=1}^{i=n} (C_{pi} r_i \Delta r_i)}{R^2} \quad (2.3)$$

Στην τελευταία σχέση όπου i είναι ο αύξων αριθμός του εκάστοτε στοιχείου περύγωσης με ακτινικό εύρος Δr_i και όπου n είναι ο συνολικός αριθμός των στοιχείων περύγωσης που απαρτίζουν το περύγιο.

Ο τοπικός συντελεστής ώσεως C_{tr} ορίζεται ως κλάσμα με αριθμητή την αξονική δύναμη ΔF_Z που ασκείται σε έναν δακτύλιο επιφάνειας $2\pi r \Delta r$, που αποτελεί τμήμα της επιφάνειας που σαρώνουν τα περύγια του δρομέα κατά την περιστροφή τους, όπου με r συμβολίζουμε μία τυχαία ακτινική απόσταση από τον άξονα του δρομέα, ενώ σημειώνεται ότι το Δr πρέπει να είναι μικρό σχετικά με το R . Ο παρονομαστής του κλάσματος είναι ίσος με την δυναμική πίεση του αδιατάρακτου από την παρουσία του ανεμοκινητήρα ρεύματος επί της επιφάνειας $2\pi r \Delta r$. Άρα:

$$C_{tr} = \frac{\Delta F_Z}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_\infty^2 \right] (2\pi r \Delta r) \right\}} \quad (2.4)$$

Ο ολικός συντελεστής ώσεως C_{to} ορίζεται σαν ο λόγος της συνολικής δύναμης F_Z που ασκείται στον ανεμοκινητήρα δια του γινομένου της δυναμικής πίεσης του αδιατάρακτου ρεύματος, επί του εμβαδού μίας επιφάνειας ίσου εμβαδού με την επιφάνεια που σαρώνουν τα περύγια του δρομέα κατά την περιστροφή τους (που όμως θεωρείται ότι βρίσκεται αρκετά πριν τον δρομέα), δηλαδή:

$$C_{to} = \frac{F_Z}{\left\{ \left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_\infty^2 \right] (\pi R^2) \right\}} \quad (2.5)$$

Ο ολικός συντελεστής ώσης προκύπτει από τους επιμέρους τοπικούς συντελεστές με βάση την σχέση:

$$C_{to} = \frac{2 \sum_{i=1}^{i=n} (C_{ti} r_i \Delta r_i)}{R^2} \quad (2.6)$$

Στην τελευταία σχέση όπου i είναι ο αύξων αριθμός του εκάστοτε στοιχείου περύγωσης με ακτινικό εύρος Δr_i και όπου n είναι ο συνολικός αριθμός των στοιχείων περύγωσης που απαρτίζουν το περύγιο.

Ο τοπικός συντελεστής ροπής C_{mr} ορίζεται σαν ένας λόγος. Ο αριθμητής αυτού του λόγου είναι η ροπή ΔM που ασκείται σε έναν δακτύλιο επιφάνειας $2\pi r \Delta r$, που αποτελεί τμήμα της επιφάνειας που σαρώνουν τα περύγια του δρομέα κατά την περιστροφή τους, όπου με r συμβολίζουμε μία

τυχαία ακτινική απόσταση από τον άξονα του δρομέα, ενώ σημειώνεται ότι το Δr πρέπει να είναι μικρό σχετικά με το R . Ο παρονομαστής του λόγου αυτού είναι ίσος με το γινόμενο της δυναμικής πίεσης του αδιατάρακτου από την παρουσία του ανεμοκινητήρα ρεύματος, επί την επιφάνεια $2\pi r \Delta r$, επί την ακτινική απόσταση r . Άρα:

$$C_{mr} = \frac{\Delta M}{\left[\left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (2\pi r \Delta r) r \right]} \quad (2.7)$$

Ο ολικός συντελεστής ροπής C_{mo} ορίζεται σαν ο λόγος της συνολικής ροπής M που ασκείται στον ανεμοκινητήρα, δια του γινομένου της δυναμικής πίεσης του αδιατάρακτου ρεύματος, επί το εμβαδόν μίας επιφάνειας ίσου εμβαδού με την επιφάνεια που σαρώνουν τα πτερύγια του δρομέα κατά την περιστροφή τους, επί την ακτίνα του ακροπτερυγίου R , δηλαδή:

$$C_{mo} = \frac{M}{\left[\left[\left(\frac{\rho}{2} \right) U_{\infty}^2 \right] (\pi R^2) R \right]} \quad (2.8)$$

Στον παρακάτω πίνακα παραθέτουμε τις τιμές που προκύπτουν για τους ολικούς συντελεστές ισχύος, ώσης και ροπής, όπως αυτοί προκύπτουν για την συγκεκριμένη σχεδίαση και τις συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας, με βάση την θεωρία δίσκου ορμής και αντίστοιχα με βάση την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, τόσο χωρίς τις διορθώσεις συνεκτικότητας, όσο και με τις διορθώσεις συνεκτικότητας.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ			
	ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΣΚΟΥ	ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΧΩΡΙΣ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ	ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ
C_{po}	0,6796	0,5496	0,5409
C_{to}	0,9847	0,8514	0,8969
C_{mo}	0,08495	0,06871	0,06762

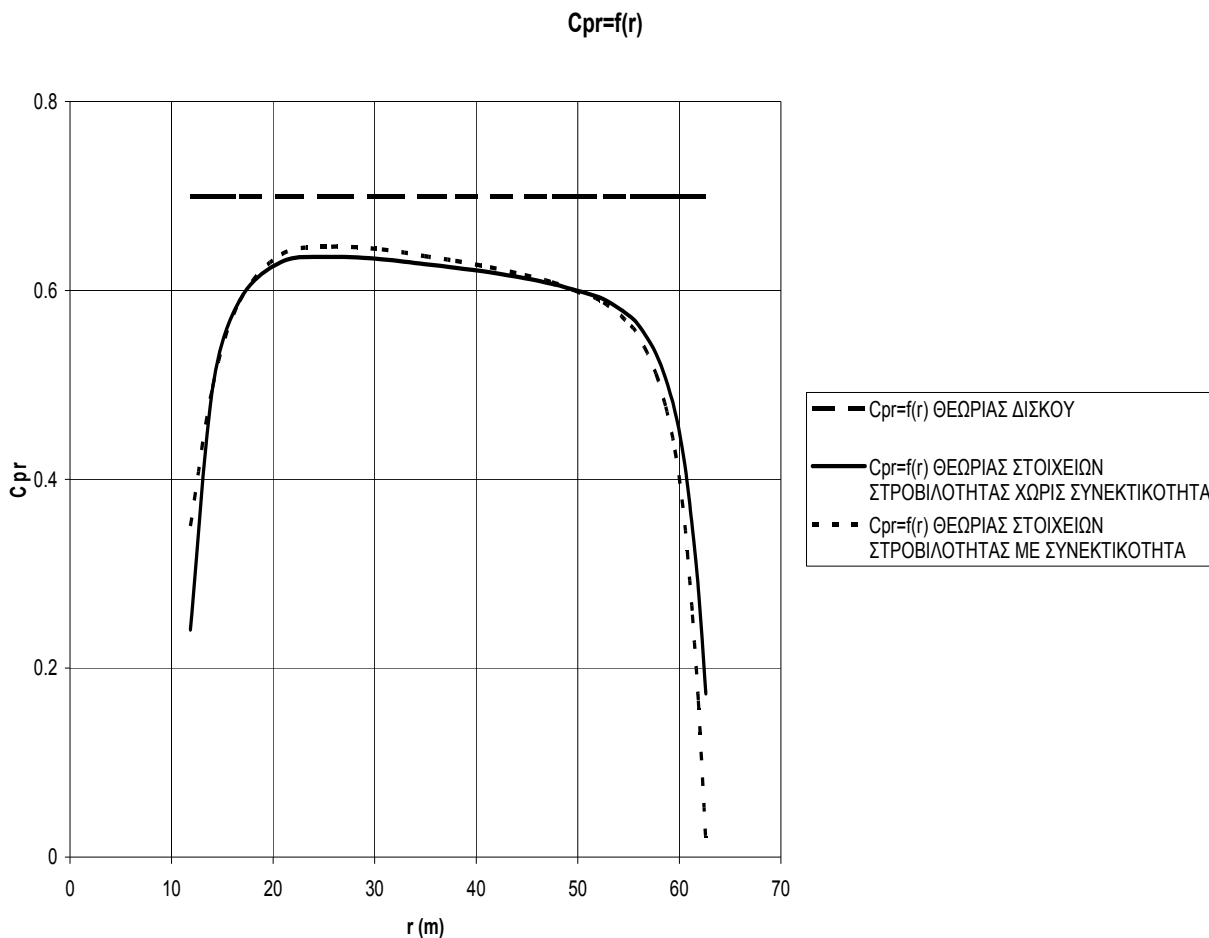
Σχετικά με τις τιμές του παραπάνω πίνακα πρέπει να επισημανθούν τα ακόλουθα.

- Παρά το γεγονός ότι, σύμφωνα με την θεωρία δίσκου, ο τοπικός συντελεστής ισχύος είναι σταθερός κατά την ακτίνα και ίσος με 0,7, ο ολικός συντελεστής ισχύος είναι μικρότερος κατά 2% περίπου και αυτό οφείλεται στο ότι τα πτερύγια του δρομέα δεν φτάνουν μέχρι τον άξονά του, αλλά σταματούν στην ρίζα του. Η πραγματική τιμή του ολικού συντελεστή ισχύος (σύμφωνα πάντα με την θεωρία δίσκου) που παραθέτουμε στον παραπάνω πίνακα προκύπτει με εφαρμογή της σχέσης (2.3).
- Η θεωρία δίσκου προβλέπει άπειρη τιμή για τον ολικό συντελεστή ώσης, ενώ στον παραπάνω πίνακα εμείς παραθέτουμε μία πεπερασμένη τιμή. Όμως, η εν λόγω άπειρη τιμή προκύπτει εάν υποθεθεί ότι τα πτερύγια του δρομέα φτάνουν μέχρι τον άξονά του. Στην περίπτωση μας βέβαια τα πτερύγια του δρομέα σταματούν στην ρίζα του και έτσι ο ολικός συντελεστής ώσης της θεωρίας δίσκου λαμβάνει μία πεπερασμένη τιμή. Η τιμή για τον ολικό συντελεστή ώσης της

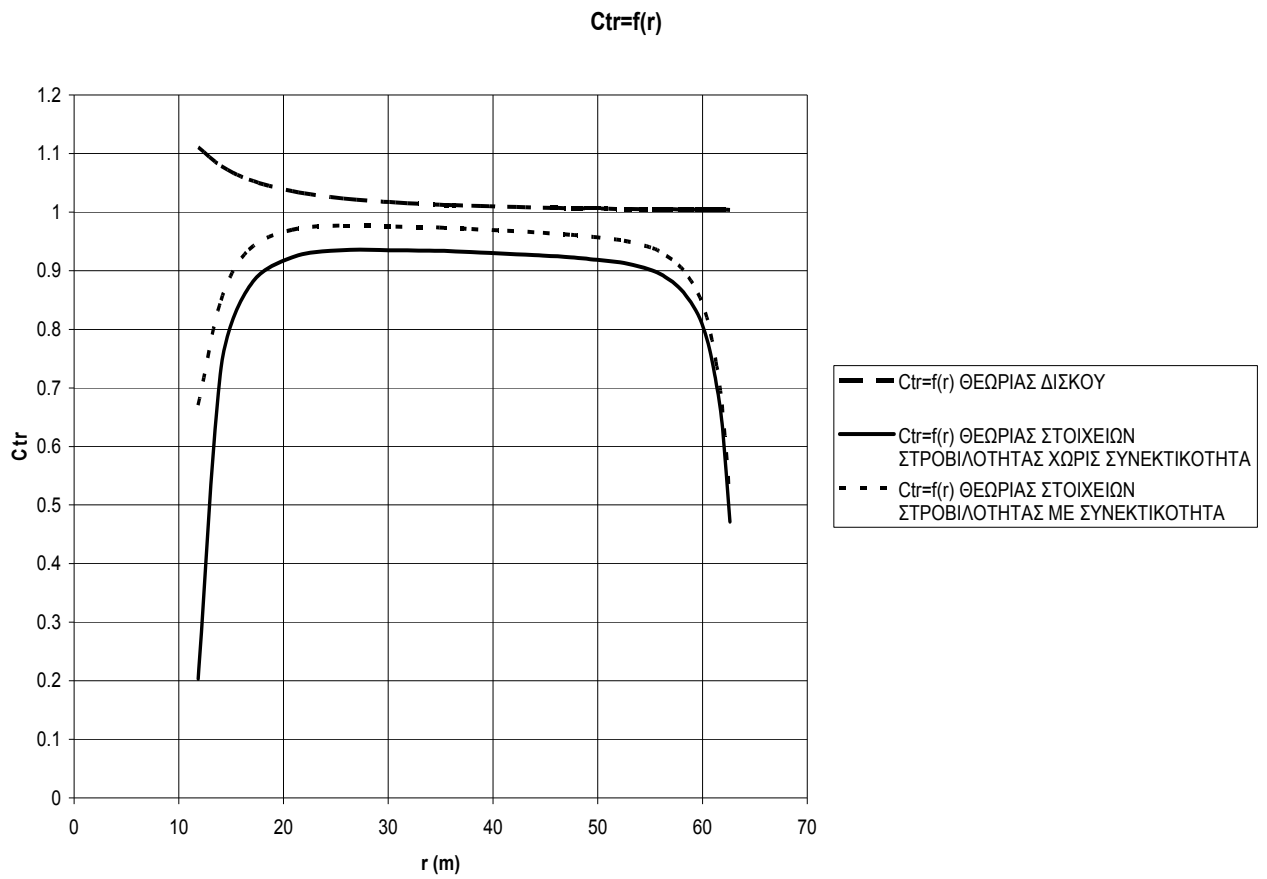
θεωρίας δίσκου ορμής στον παραπάνω πίνακα προκύπτει με βάση τους τοπικούς συντελεστές ώσης που προκύπτουν αντίστοιχα με βάση τις σχέσεις (1.6), (1.7), (2.4) και στη συνέχεια εφαρμογή της σχέσης (2.6).

- Οι τιμές όλων των ολικών συντελεστών της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας, τόσο χωρίς διορθώσεις συνεκτικότητας, όσο και με διορθώσεις συνεκτικότητας, είναι χαμηλότερες από τις αντίστοιχες τιμές των ολικών συντελεστών της θεωρίας δίσκου και αυτό οφείλεται σε διάφορες απώλειες που εμφανίζονται στον πραγματικό δρομέα και που δεν λαμβάνονται υπόψη στην θεωρία δίσκου.
- Σύγκριση μεταξύ των τιμών των ολικών συντελεστών της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας χωρίς τις διορθώσεις συνεκτικότητας, σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές των ολικών συντελεστών της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας με τις διορθώσεις συνεκτικότητας, δείχνει ότι η συνεκτικότητα μειώνει τους ολικούς συντελεστές ισχύος και ροπής και αυξάνει αντίστοιχα τον ολικό συντελεστή ώσης. Αυτό ήταν αναμενόμενο με βάση την κλασική θεωρία.

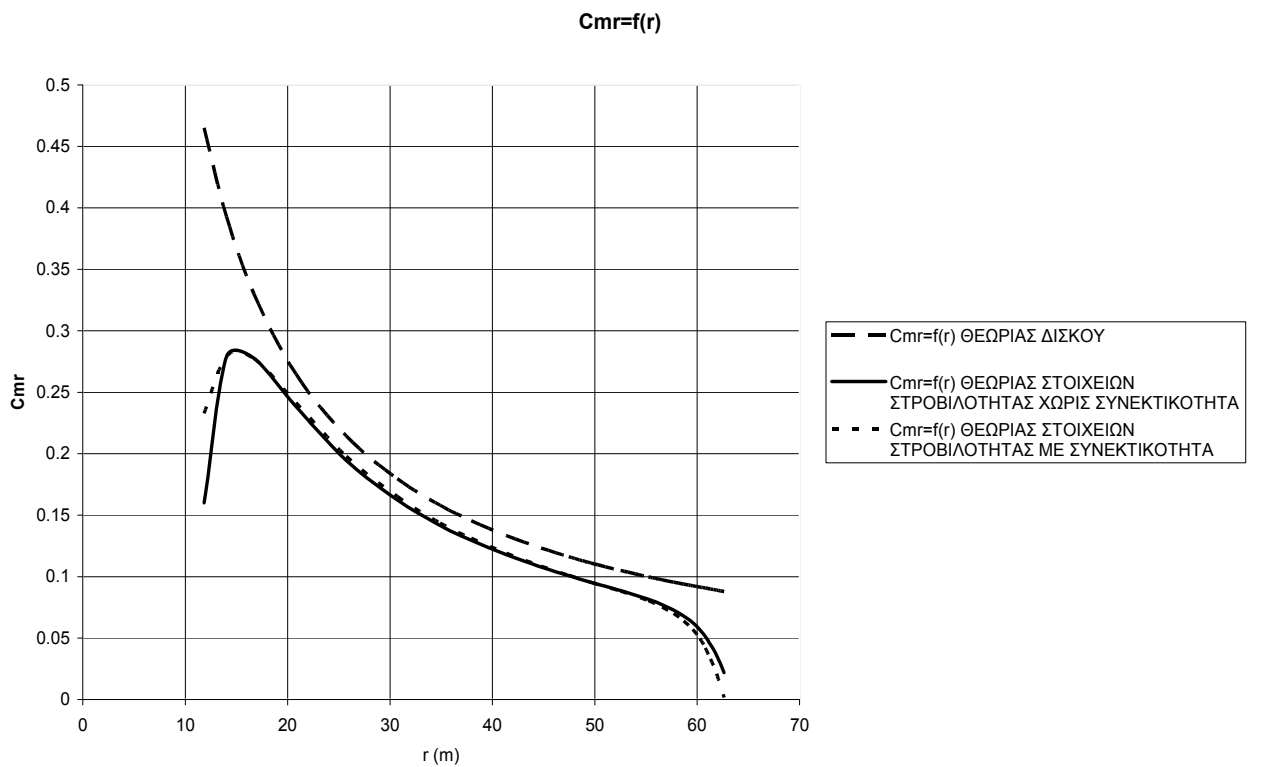
Στα παρακάτω τρία διαγράμματα παραθέτουμε τις ακτινικές κατανομές των τοπικών συντελεστών ισχύος, ώσης και ροπής, όπως αυτοί προκύπτουν για την συγκεκριμένη σχεδίαση και τις συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας, με βάση την θεωρία δίσκου και αντίστοιχα με βάση την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, τόσο χωρίς τις διορθώσεις συνεκτικότητας, όσο και με τις διορθώσεις συνεκτικότητας.



Σχήμα 2.1: Ακτινική κατανομή του τοπικού συντελεστή ισχύος



Σχήμα 2.2: Ακτινική κατανομή του τοπικού συντελεστή ώσης



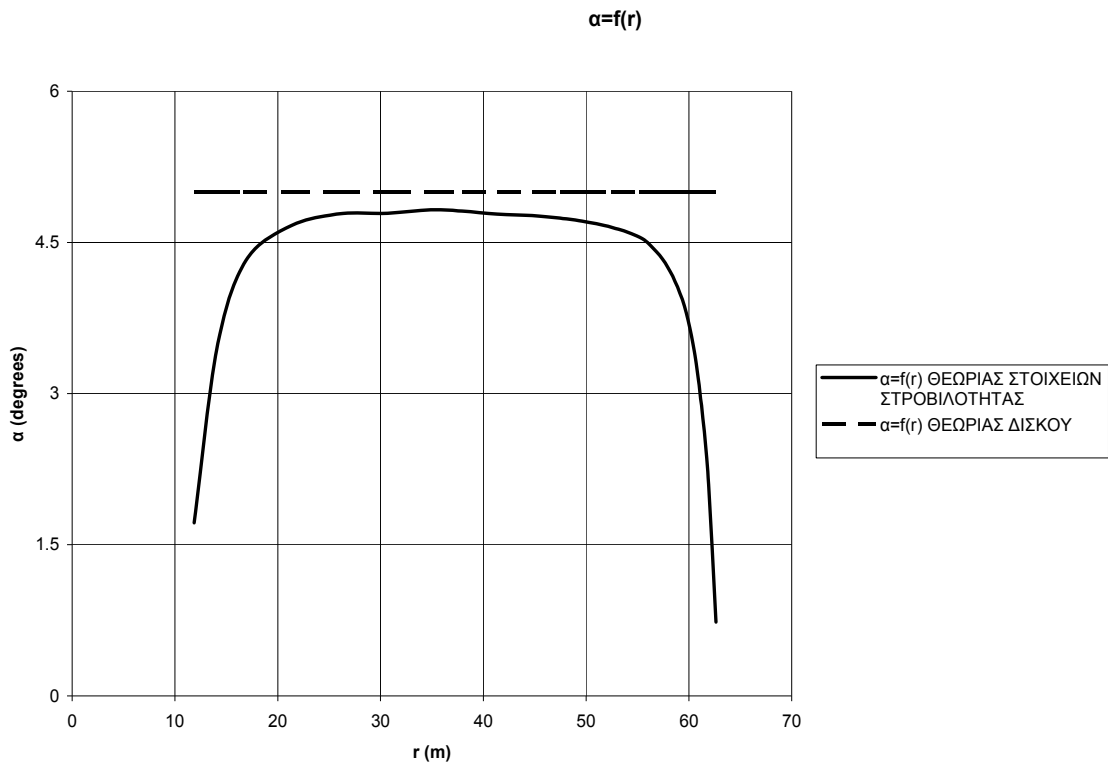
Σχήμα 2.3: Ακτινική κατανομή του τοπικού συντελεστή ροπής

Από τα παραπάνω τρία διαγράμματα προκύπτουν τα ακόλουθα:

- Οι ακτινικές κατανομές και των τριών τοπικών συντελεστών, που προκύπτουν με βάση την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, είναι κοντά στις αντίστοιχες κατανομές που προκύπτουν με βάση την θεωρία δίσκου ορμής ενώ επίσης και οι αντίστοιχες μορφές των συναρτήσεων των ακτινικών κατανομών είναι παρόμοιες, ιδιαίτερα μάλιστα στην περίπτωση του τοπικού συντελεστή ροπής. Εξαιρέσεις αποτελούν κυρίως οι περιοχές της ρίζας και του ακροπερυγίου. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι ο δρομέας λειτουργεί με τρόπο αρκετά παρόμοιο με αυτόν τον οποίο είχε σχεδιαστεί για να λειτουργεί.
- Στην περιοχή της ρίζας και στην περιοχή του ακροπερυγίου υπάρχει σημαντική απόκλιση μεταξύ των ακτινικών κατανομών της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας και των αντίστοιχων ακτινικών κατανομών της θεωρίας δίσκου. Αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς η θεωρία δίσκου προβλέπει ότι η φόρτιση πέφτει ασυνεχώς από κάποια πεπερασμένη τιμή στην μηδενική τιμή τόσο στην ρίζα, όσο και στο ακροπερύγιο, ενώ αντίθετα, στην πραγματικότητα, η φόρτιση πέφτει στην μηδενική τιμή με απότομο ίσως, αλλά οπωσδήποτε συνεχή τρόπο, στις προαναφερόμενες περιοχές.
- Οι τιμές και των τριών τοπικών συντελεστών της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας είναι σε όλες τις ακτινικές θέσεις μικρότερες από τις αντίστοιχες τιμές των τοπικών συντελεστών της θεωρίας δίσκου ορμής. Το γεγονός αυτό οφείλεται σε απώλειες τις οποίες δεν λαμβάνει υπόψιν της η θεωρία δίσκου και συγκεκριμένα στις απώλειες λόγω του πεπερασμένου αριθμού περυγίων του δρομέα και στις απώλειες λόγω συνεκτικότητας.
- Σύμφωνα με την κλασική θεωρία, από το τρίγωνο ταχυτήτων σε ένα στοιχείο περυγώσης του δρομέα, προκύπτει ότι η αεροδυναμική αντίσταση (άρα και η συνεκτικότητα) αυξάνει την ώση και μειώνει την ροπή του δρομέα. Η αύξηση της ώσης λόγω της αντίστασης φαίνεται καθαρά από το παραπάνω διάγραμμα της ακτινικής κατανομής του τοπικού συντελεστή ώσης. Όμως, από το αντίστοιχο διάγραμμα της ακτινικής κατανομής του τοπικού συντελεστή ροπής, ενώ μεν φαίνεται πράγματι μία μείωση της ροπής λόγω της αντίστασης στην περιοχή του ακροπερυγίου, από την άλλη πλευρά, εμφανίζονται και περιοχές με αύξηση της ροπής λόγω της αντίστασης. Αυτό οφείλεται στην χρήση διδιάστατων δεδομένων για τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης, που μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την υπερεκτίμηση της άνωσης σε τέτοιο βαθμό, που να υπερκαλύπτει την μείωση της ροπής λόγω της αντίστασης και έτσι τελικά να προκύπτει αύξηση της ροπής. Σημειώνεται πάντως ότι, όπως φάνηκε και στον παραπάνω πίνακα, η συνολική ροπή (και η συνολική ισχύς) με τις διορθώσεις συνεκτικότητας είναι μειωμένη σε σχέση με την αντίστοιχη συνολική ροπή (και συνολική ισχύ) χωρίς τις διορθώσεις συνεκτικότητας.

3.3 ΑΚΤΙΝΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

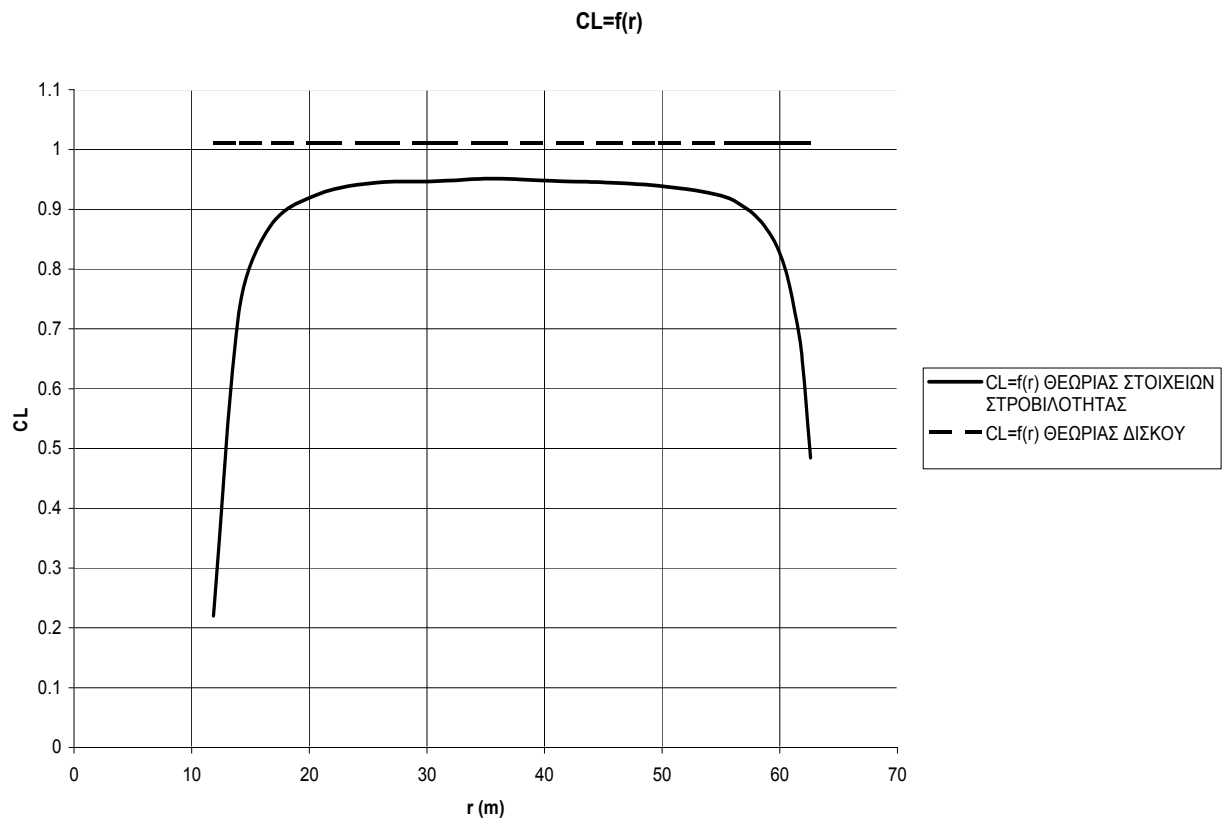
Στην συνέχεια παρουσιάζουμε την ακτινική κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης, όπως αυτή προκύπτει από την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, σε σύγκριση με την αντίστοιχη ακτινική κατανομή που προβλέπει η θεωρία δίσκου.



Σχήμα 2.4: Ακτινική κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης

Η γωνία πρόσπτωσης είναι περίπου σταθερή σε μεγάλο εύρος τιμών της ακτινικής απόστασης και είναι κοντά στην τιμή (σταθερή κατά την ακτίνα) που προβλέπει η θεωρία δίσκου ορμής. Στις περιοχές της ρίζας και του ακροπτερυγίου η γωνία πρόσπτωσης μειώνεται σημαντικά, γεγονός που οφείλεται στους στροβίλους που εκφεύγουν από την ρίζα και το ακροπτερύγιο αντίστοιχα.

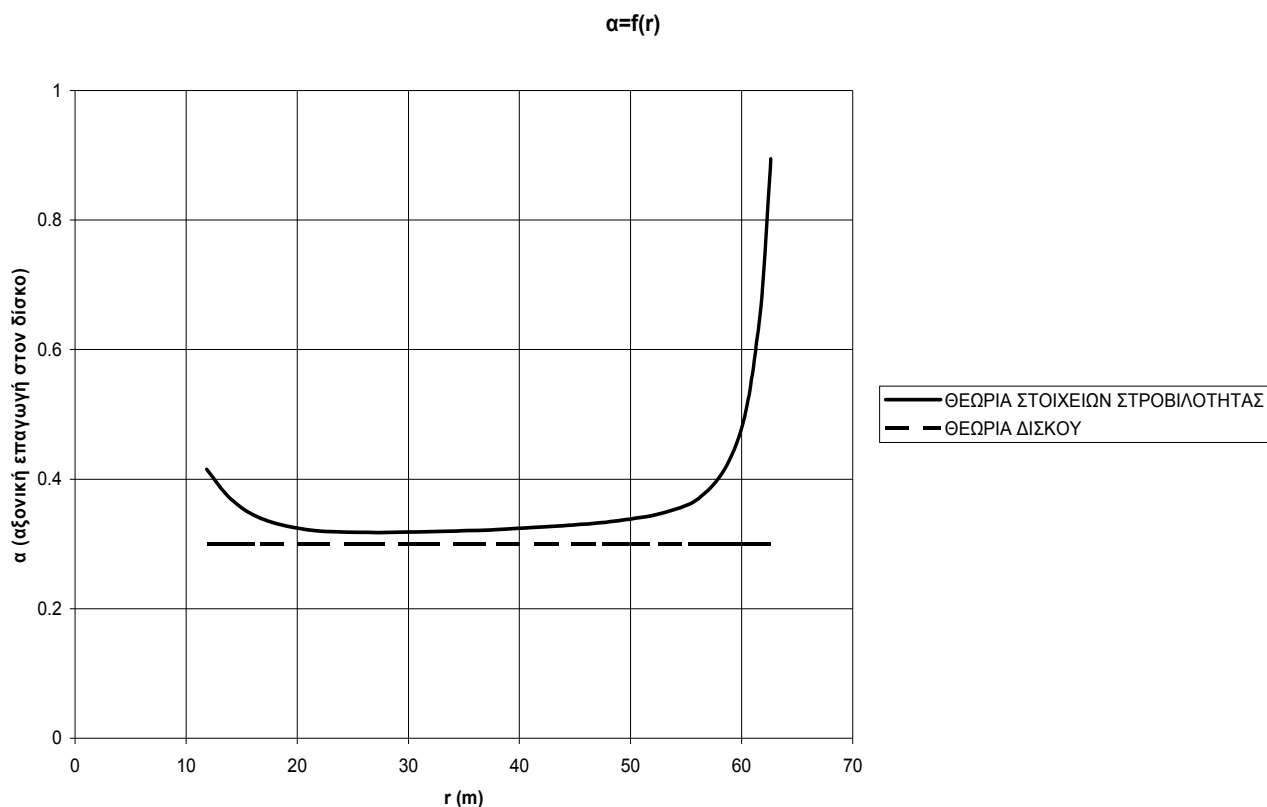
Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζουμε την ακτινική κατανομή του συντελεστή άνωσης, όπως αυτός προκύπτει από την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, σε σύγκριση με την αντίστοιχη ακτινική κατανομή που προβλέπει η θεωρία δίσκου ορμής.



Σχήμα 2.5: Ακτινική κατανομή του συντελεστή άνωσης

Ιδίες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν με εκείνες που παρατέθηκαν παραπάνω για την ακτινική κατανομή της γωνίας πρόσπτωσης.

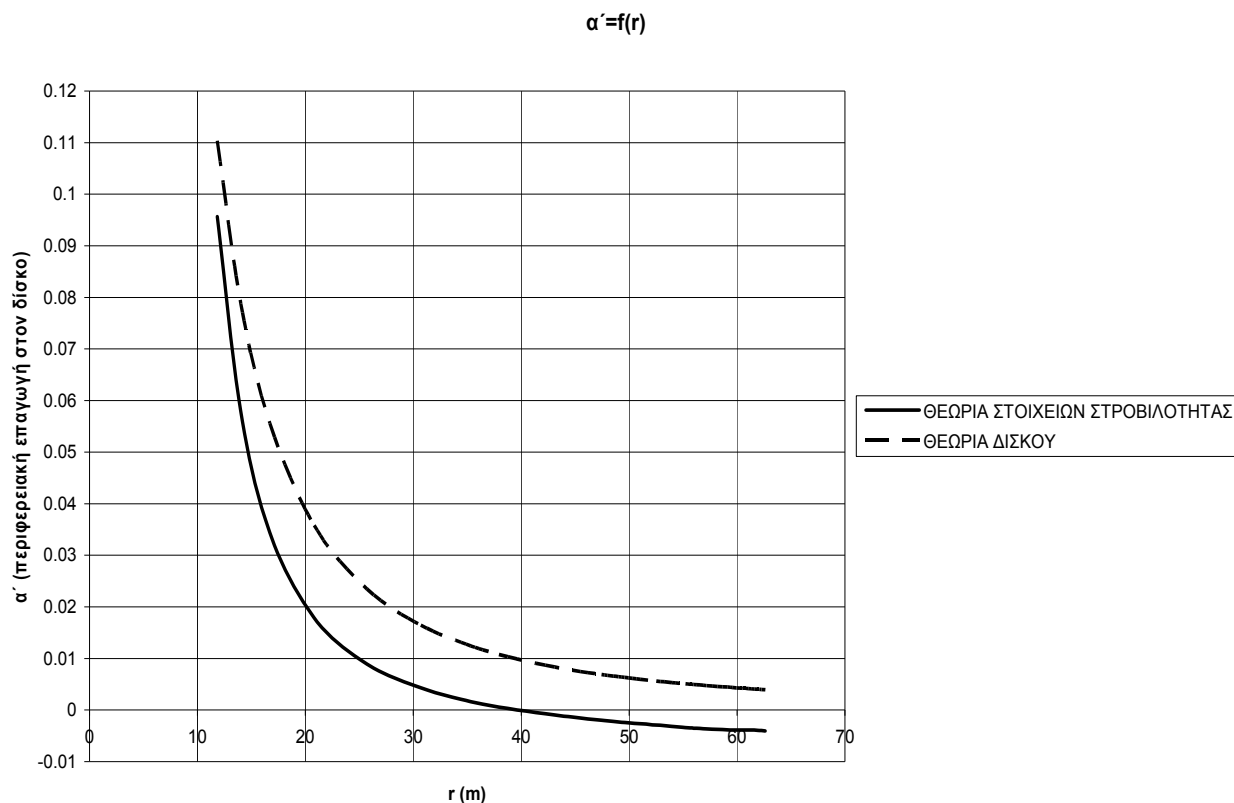
Με τα αποτελέσματα της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας, μπορεί να προκύψει η ακτινική κατανομή του συντελεστή αξονικής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου και στην αξιμουθιακή θέση που βρίσκονται τα πτερύγια. Σημειώνεται ότι στην αξιμουθιακή θέση που βρίσκονται τα πτερύγια ο συντελεστής αξονικής επαγωγής λαμβάνει την μέγιστη τιμή του, όταν βέβαια αναφερόμαστε σε μία συγκεκριμένη ακτινική θέση. Στο ακόλουθο διάγραμμα παρουσιάζουμε την εν λόγω ακτινική κατανομή του συντελεστή αξονικής επαγωγής σε σύγκριση με την αντίστοιχη ακτινική κατανομή που προβλέπει η θεωρία δίσκου.



Σχήμα 2.6: Ακτινική κατανομή του συντελεστή αξονικής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου

Στο παραπάνω διάγραμμα του συντελεστή αξονικής επαγωγής έχουμε να παρατηρήσουμε ότι ο εν λόγω συντελεστής παραμένει περίπου σταθερός σε μεγάλο εύρος τιμών της ακτινικής απόστασης και παίρνει τιμές κοντά στην τιμή (σταθερή κατά την ακτίνα) που προβλέπει η θεωρία δίσκου. Στις περιοχές της ρίζας και του ακροπτερυγίου ο συντελεστής αξονικής επαγωγής παίρνει τιμές πολύ μεγαλύτερες από την τιμή που προβλέπει η θεωρία δίσκου ορμής, γεγονός που οφείλεται στις υψηλές τιμές των ταχυτήτων που επάγουν οι ισχυροί στρόβιλοι που εμφανίζονται στις περιοχές αυτές.

Με τα αποτελέσματα της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας, μπορεί επίσης να προκύψει και η ακτινική κατανομή του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου και στην αζιμουθιακή θέση που βρίσκονται τα πτερύγια. Στο ακόλουθο διάγραμμα παρουσιάζουμε την εν λόγω ακτινική κατανομή του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής σε σύγκριση με την αντίστοιχη ακτινική κατανομή που προβλέπει η θεωρία δίσκου ορμής.



Σχήμα 2.7: Ακτινική κατανομή του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής στο επίπεδο του δίσκου

Στο παραπάνω διάγραμμα της ακτινικής κατανομής του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής έχουμε να παρατηρήσουμε ότι η ακτινική κατανομή που προβλέπει η θεωρία στοιχείων στροβιλοτήτας είναι σχετικά κοντά στην αντίστοιχη ακτινική κατανομή που προβλέπει η θεωρία δίσκου, ενώ επίσης και οι αντίστοιχες μορφές των συναρτήσεων των δύο ακτινικών κατανομών είναι παρόμοιες. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε ακτινικές αποστάσεις μεγαλύτερες των 40m η θεωρία στοιχείων στροβιλοτήτας προβλέπει αρνητικές (μικρές όμως σχετικά) τιμές για τον συντελεστή περιφερειακής επαγωγής, γεγονός που θα μπορούσε να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι στις εν λόγω ακτινικές θέσεις η αναπτυσσόμενη ροπή θα έπρεπε να είναι αρνητική, ενώ το διάγραμμα του τοπικού συντελεστή ροπής της προηγούμενης παραγράφου εμφανίζει θετικές τιμές για την αναπτυσσόμενη ροπή σε αυτές τις ακτινικές θέσεις. Όμως για τον υπολογισμό της αναπτυσσόμενης ροπής απαιτείται η μέση, κατά το αζιμούθιο, τιμή του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής, η οποία, λόγω του πεπερασμένου αριθμού πτερυγίων, διαφέρει από τις τιμές που παριστάνονται στο παραπάνω διάγραμμα και οι οποίες αποτελούν τις τιμές του συντελεστή περιφερειακής επαγωγής στην αζιμουθιακή θέση που βρίσκονται τα πτερύγια.

Τέλος, με βάση το σύνολο των διαγραμμάτων της παραγράφου αυτής μπορούν να γίνουν οι ακόλουθες δύο παρατηρήσεις.

- Το γεγονός ότι και τα τέσσερα τοπικά μεγέθη που εξετάστηκαν λαμβάνουν τιμές κοντά σε αυτές που προβλέπει η θεωρία δίσκου (εάν εξαιρεθούν βέβαια οι περιοχές της ρίζας και του ακροπτερυγίου) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η ροή στην περιοχή του δίσκου είναι περίπου αστρόβιλη στο μεγαλύτερο μέρος της, με εμφάνιση συγχρόνως έντονης στροβιλοτήτας στις περιοχές της ρίζας και του ακροπτερυγίου.
- Λόγω του γεγονότος ότι οι τιμές της τοπικής γωνίας πρόσπτωσης, του τοπικού συντελεστή αξονικής επαγωγής και του τοπικού συντελεστή περιφερειακής επαγωγής είναι, στο

μεγαλύτερο μέρος του πτερυγίου, κοντά σε αυτές που προβλέπει η θεωρία δίσκου ορμής, συμπεραίνουμε ότι η εν λόγω θεωρία προλέγει με αρκετή συνέπεια τα τοπικά τρίγωνα ταχυτήτων στα πτερύγια του δρομέα. Σημειώνεται ότι, σύμφωνα με την σχετική θεωρία, για τον προσδιορισμό των τοπικών τριγώνων ταχυτήτων και των τοπικών γωνιών πρόσπτωσης, με βάση μία οποιαδήποτε στροβιλή (vortex) μεθοδολογία, απαιτούνται οι τιμές των συντελεστών επαγωγής στην αζιμουθιακή θέση του πτερυγίου και όχι οι αντίστοιχες μέσες, κατά το αζιμούθιο, τιμές των συντελεστών επαγωγής. Η διαφορά μεταξύ των δύο εν λόγω τιμών για τους συντελεστές επαγωγής οφείλεται στο πεπερασμένο πλήθος του αριθμού των πτερυγίων.

4

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

4.1	ΣΥΝΟΨΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	34
4.2	ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ	35

4.1 ΣΥΝΟΨΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στην παρούσα εργασία διατυπώθηκε μία αναθεωρημένη μορφή της γενικευμένης θεωρίας δίσκου. Τα πρωτότυπα στοιχεία αυτής της θεωρίας είναι ότι πρώτον, βασίζεται στην ολοκληρωματική έκφραση του θεωρήματος της αξονικής ορμής και όχι στην αντίστοιχη διαφορική έκφραση του θεωρήματος της αξονικής ορμής και δεύτερον ότι, με βάση υπολογισμούς για την ολική ροή ενέργειας διαμέσου του δίσκου, αναλύει με λεπτομέρεια τις διάφορες πηγές ενεργειακών απωλειών και εξετάζει επίσης εάν, στα πλαίσια της θεωρίας δίσκου, η περιστροφή του αέρα μετά τον δίσκο αυξάνει ή μειώνει την αεροδυναμική απόδοση του δρομέα. Το τελικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι, με βάση πάντα την εν λόγω θεωρία, η περιστροφή του αέρα μετά τον δίσκο ενδέχεται να αυξάνει σε ορισμένες περιπτώσεις σημαντικά την αεροδυναμική απόδοση του δρομέα. Πρέπει να σημειωθεί ότι η θεωρία δίσκου που διατυπώθηκε στην παρούσα εργασία περιλαμβάνει πολλές υποθέσεις, αρκετές από τις οποίες απέχουν πολύ από την πραγματικότητα. Έτσι, το κατά πόσον οι προβλέψεις της εν λόγω θεωρίας είναι σωστές, όπως επίσης και το σε ποιες περιπτώσεις συμβαίνει κάτι τέτοιο, στον βαθμό βέβαια που συμβαίνει, απαιτεί λεπτομερή διερεύνηση.

Με βάση την θεωρία δίσκου που διατυπώθηκε και σε συνδυασμό με την θεωρία στοιχείων περύγωσης, ύστερα από δοκιμές διάφορων τιμών για αρκετές παραμέτρους του προβλήματος, βρέθηκε μία γεωμετρία δρομέα, για την οποία αφ' ενός οι προβλέψεις της θεωρίας δίσκου ήταν σχετικά κοντά στις αντίστοιχες προβλέψεις της ακριβέστερης θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας και η οποία αφ' ετέρου εμφάνιζε, με βάση την θεωρία των στοιχείων στροβιλότητας, υψηλό αεροδυναμικό βαθμό απόδοσης. Λεπτομερέστερα, για την γεωμετρία αυτή του δρομέα και για τιμή της παραμέτρου λειτουργίας λ ίση με αυτήν του σημείου σχεδιασμού μόνο, διαπιστώθηκαν τα παρακάτω.

- Οι τιμές των ολικών συντελεστών ισχύος, ώσης και ροπής, όπως υπολογίζονται με βάση την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, απέχουν σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές που προβλέπονται από την θεωρία δίσκου. Όμως, από την άλλη πλευρά, οι διαφορές μεταξύ των δύο εν λόγω τιμών για τους ολικούς συντελεστές δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες. Οι διαφορές αυτές οφείλονται κυρίως σε φαινόμενα σχετιζόμενα με τους ισχυρούς στροβίλους που αποβάλλονται από την περιοχή της ρίζας του πτερυγίου και από την περιοχή του ακροπτερυγίου αντίστοιχα και που δεν μοντελοποιούνται σωστά με την θεωρία δίσκου.
- Οι ακτινικές κατανομές διάφορων τοπικών μεγεθών, όπως αυτές προκύπτουν με βάση την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, είναι κοντά στις αντίστοιχες ακτινικές κατανομές που προβλέπει η θεωρία δίσκου, ενώ επίσης και οι συναρτησιακές μορφές των διάφορων ακτινικών κατανομών των δύο θεωριών είναι παρόμοιες. Εξαιρέσεις βέβαια αποτελούν οι περιοχές της ρίζας του πτερυγίου και του ακροπτερυγίου αντίστοιχα, όπου οι δύο θεωρίες δίνουν πολύ διαφορετικά αποτελέσματα. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι ο δρομέας, στο μεγαλύτερο τμήμα του, εργάζεται σε συνθήκες λειτουργίας που είναι κοντά στις συνθήκες λειτουργίας που είχε σχεδιαστεί για να εργάζεται.
- Το πεδίο ροής γύρω από τον δρομέα, όπως αυτό προέκυψε με βάση την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας, είναι περίπου αστρόβιλο στο μεγαλύτερο τμήμα του, με εξαίρεση τις περιοχές της ρίζας του πτερυγίου και του ακροπτερυγίου, όπου η στροβιλότητα είναι ιδιαίτερα έντονη. Αυτό βρίσκεται σε συμφωνία με την υπόθεση της θεωρίας δίσκου ότι η ροή σε όλη την περιοχή του δίσκου είναι αστρόβιλη, με εξαίρεση την ρίζα του πτερυγίου και το ακροπτερύγιο.
- Οι προβλέψεις για τα ολικά και τα τοπικά αεροδυναμικά φορτία της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας χωρίς τις διορθώσεις συνεκτικότητας είναι πολύ κοντά στις αντίστοιχες προβλέψεις της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας με τις διορθώσεις συνεκτικότητας. Αυτό υποδηλώνει ότι η επίδραση της συνεκτικότητας είναι αμελητέα. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει κάτι τέτοιο είναι το γεγονός ότι στο μεγαλύτερο τμήμα του ο δρομέας εργάζεται υπό

γωνία πρόσπτωσης που είναι κοντά στην γωνία πρόσπτωσης σχεδιασμού και σε αυτήν την γωνία πρόσπτωσης ο λόγος της άνωσης προς την αντίσταση είναι μεγάλος και κατά συνέπεια οι απώλειες λόγω συνεκτικότητας αμελητέες.

Κλείνοντας αυτήν την παράγραφο τονίζουμε και πάλι ότι πραγματοποιήθηκε ανάλυση της συμπεριφοράς του δρομέα της συγκεκριμένης σχεδίασης μόνο για τιμή της παραμέτρου λειτουργίας λ ίση με αυτήν του σημείου σχεδιασμού. Έτσι, η συμπεριφορά του δρομέα για άλλες τιμές της παραμέτρου λειτουργίας λ παραμένει άγνωστη. Γενικά, είναι γνωστό ότι, τόσο σε μικρές, όσο και σε μεγάλες, τιμές της παραμέτρου λειτουργίας λ τα φαινόμενα συνεκτικότητας (για διαφορετικούς λόγους στην κάθε περίπτωση) είναι έντονα, οπότε οι προβλέψεις της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας (η οποία προϋποθέτει μη συνεκτική ροή) μάλλον δεν θα είναι κοντά στην πραγματικότητα. Ακόμα και για τιμές της παραμέτρου λ που είναι κοντά στην αντίστοιχη τιμή του σημείου σχεδιασμού, οι προβλέψεις για τα αεροδυναμικά φορτία της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας χωρίς τις διορθώσεις συνεκτικότητας, είναι πολύ πιθανόν να διαφέρουν σημαντικά από τις αντίστοιχες προβλέψεις της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας με τις διορθώσεις συνεκτικότητας. Εξαιτίας του λόγου αυτού και επειδή επιπλέον οι διορθώσεις συνεκτικότητας είναι ημιεμπειρικές οι προβλέψεις της εν λόγω θεωρίας θα είναι και πάλι αμφίβολο εάν θα είναι κοντά στην πραγματικότητα. Ακόμα και με επίλυση της ροής μέσω των πλήρων εξισώσεων Navier-Stokes, τουλάχιστον για τιμές της παραμέτρου λ που είναι μακριά από την αντίστοιχη τιμή του σημείου σχεδιασμού, είναι αμφίβολο, με βάση την μέχρι τώρα εμπειρία, εάν θα προκύψουν αποτελέσματα που είναι κοντά στην πραγματικότητα, ενώ επίσης σε μία τέτοια περίπτωση οι απαιτήσεις σε μνήμη και ταχύτητα υπολογιστή θα είναι πολύ μεγάλες. Η καλύτερη δυνατή ένδειξη της συμπεριφοράς του δρομέα για άλλες τιμές της παραμέτρου λειτουργίας λ θα μπορούσε να επιτευχθεί με δοκιμές κατάλληλου μοντέλου (μικρότερων διαστάσεων από τον πραγματικό δρομέα) σε αεροσήραγγα, όπου οι συνθήκες της αδιατάρακτης από τον δρομέα ροής είναι ελεγχόμενες. Εξάλλου, αυτή είναι και η πιο συνηθισμένη πρακτική που ακολουθείται σε παρόμοιες περιπτώσεις.

4.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ

Παρακάτω παραθέτουμε διάφορες προτάσεις για μελλοντικές σχετικές εργασίες, με σειρά από τις πιο απλές στις πιο σύνθετες.

- Υπάρχει ένα μεγάλο πλήθος παραμέτρων που υπεισέρχονται στην συγκεκριμένη σχεδίαση. Θα μπορούσαν να γίνουν δοκιμές διαφορετικών τιμών (όσων περισσότερων γίνεται), για διάφορες παραμέτρους (επίσης για όσες περισσότερες γίνεται) και να συγκριθούν για κάθε περίπτωση οι προβλέψεις της θεωρίας δίσκου με τις αντίστοιχες προβλέψεις της θεωρίας στοιχείων στροβιλότητας. Σκοπός μίας τέτοιας εργασίας θα είναι να βρεθεί η σχεδίαση εκείνη, για την οποία αφ' ενός οι προβλέψεις των θεωριών δίσκου και στοιχείων στροβιλότητας συγκλίνουν περισσότερο και η οποία αφ' ετέρου εμφανίζει (σύμφωνα με την θεωρία στοιχείων στροβιλότητας) βέλτιστη αεροδυναμική απόδοση. Είναι πιθανόν να προκύψουν ύστερα από μία τέτοια εργασία περισσότερες από μία ισοδύναμες (σε κάποιο βαθμό και με βάση τα προαναφερόμενα κριτήρια) σχεδιάσεις.
- Θα ήταν χρήσιμο να διερευνηθεί η συμπεριφορά του δρομέα για τιμές της παραμέτρου λειτουργίας λ διαφορετικές από την αντίστοιχη τιμή του σημείου σχεδιασμού. Όπως αναφέραμε και παραπάνω ο καλύτερος μάλλον τρόπος για να γίνει κάτι τέτοιο είναι με δοκιμή κατάλληλου μοντέλου (μικρότερων διαστάσεων από τον πραγματικό δρομέα) σε αεροσήραγγα.
- Ένα από τα βασικά μειονεκτήματα της θεωρίας δίσκου είναι ότι προβλέπει ασυνέχειες στην ταχύτητα του αέρα και στην αεροδυναμική φόρτιση του δίσκου στην ρίζα του πτερυγίου και

στο ακροπερύγιο, κάτι το οποίο δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα. Θα μπορούσε να γίνει χρήση ενός τροποποιημένου μοντέλου δίσκου, το οποίο να προβλέπει απότομες μεν, αλλά συνεχείς δε, μεταβολές των ταχυτήτων και των φορτίων στην ρίζα και στο ακροπερύγιο. Ο απλούστερος τρόπος για να γίνει αυτό είναι με την χρησιμοποίηση του συντελεστή απωλειών λόγω ρίζας και ακροπερυγίου του Prandtl F. Μία τέτοια τροποποιημένη θεωρία δίσκου θα προβλέπει μικρότερη αεροδυναμική απόδοση σε σχέση με την απλή θεωρία δίσκου, όμως για την γεωμετρία του δρομέα που θα προκύψει, οι προβλέψεις της εν λόγω τροποποιημένης θεωρίας δίσκου θα συγκλίνουν περισσότερο στις αντίστοιχες προβλέψεις της θεωρίας των στοιχείων στροβιλότητας, άρα θα είναι και πιο ρεαλιστικές.

- Θα μπορούσε κάποιος ξεκινώντας από έναν δρομέα που έχει σχεδιαστεί με βάση την απλή ή μία τροποποιημένη θεωρία δίσκου να αναζητήσει με πιο σύγχρονες και ακριβέστερες μεθόδους την βέλτιστη αεροδυναμική απόδοση και την γεωμετρία δρομέα που αντιστοιχεί σε αυτήν την βέλτιστη απόδοση.
- Τέλος, θα μπορούσε επίσης κάποιος, ξεκινώντας από έναν δρομέα που έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να επιτυγχάνει βέλτιστη απόδοση με βάση μία μόνο τιμή της παραμέτρου λειτουργίας λ , να αναζητήσει την κατάλληλη γεωμετρία δρομέα που θα εμφανίζει βέλτιστη απόδοση με βάση όλο το εύρος τιμών της παραμέτρου λειτουργίας λ στις οποίες αυτός θα εργάζεται.

5

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]: ‘A general momentum theory applied to an energy-extracting actuator disc’, Sharpe DJ, *Wind Energ.*, 2004: 7: 177-188.
- [2]: ‘Airplane propellers’, Glauert H, In *Aerodynamic Theory*, Durand WF (ed.), Vol. IV, div. L. Ch. III, pp. 191-201, Durand Reprinting Committee, California Inst. of Technology (CIT), 1943.
- [3]: ‘On the simple actuator disk’, Spalart PR, *J. Fluid Mech.*, 2003: Vol. 494, pp. 399-405.
- [4]: ‘Remarks on Wind Turbine Power Absorption Increase by Including the Axial Force due to the Radial Pressure Gradient in the General Momentum Theory’, Xiros MI, Xiros NI, *Wind Energ.*, 2007: 10: 99-102.
- [5]: ‘Wind energy handbook’, Burton T, Sharpe D, Jenkins N, Bossanyi E, John Wiley & Sons/ Ltd, 2001.