

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΡΕΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ	7
1.1 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ	7
1.2 ΡΕΟΛΟΓΙΑ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ	10
1.2.1 Νευτώνικά και μη νευτώνικά ρευστά	10
1.2.1.1 Εισαγωγή	10
1.2.1.2 Νευτώνικά ρευστά	11
1.2.1.3 Μη νευτώνικά ρευστά	13
1.2.2 Ψευδοπλαστικά ρευστά	15
1.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΠΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΩΛΗΝΩΝ	18
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 1	20
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ ΣΤΗ ΡΟΗ ΠΟΛΥΜΕΡΙΚΟΥ ΤΗΓΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ TAGUCHI	21
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ-ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ	21
2.2 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ-ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ	25
2.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ (ANOVA)	36
2.3.1 Μελέτη για το προφίλ της ταχύτητας στην έξοδο	36
2.3.1.1 Εισαγωγή	36
2.3.1.2 Επιλογή του μέτρου απόδοσης θορύβου (NPM)	40
2.3.1.3 Η μέθοδος ανάλυσης της διασποράς	56
Α.ΟΛΙΚΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ NPM ΑΠΟ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥΣ (OAT) :	57
Β1.ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ NPM ΑΠΟ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥΣ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ P ₁ (ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ) (AT _P) :	58
Β2.ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ P ₁ (ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ) :	60
Γ1.ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ NPM ΑΠΟ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥΣ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ T ₁ (ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΕΙΣΟΔΟΥ) (AT _T) :	65
Γ2.ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ T ₁ (ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΕΙΣΟΔΟΥ) :	67
Δ.ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ	72
Ε. ΥΠΟΛΟΙΠΟ	76
ΣΤ. ΠΙΝΑΚΑΣ ANOVA	78
2.3.2 ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ	103
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 2	106
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	107

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2.1:Οι εξεταζόμενοι παράγοντες και τα επίπεδά τους.....	23
Πίνακας 2.2:Εφαρμογή της ορθογώνιας διάταξης OA_9 στον πειραματικό σχεδιασμό του συγκεκριμένου προβλήματος	24
Πίνακας 2.3:Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή μετρήσεις που προέκυψαν για S_U και $(S_U)^2$	38
Πίνακας 2.4:Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή μετρήσεις που προέκυψαν για S_U και U_m	43
Πίνακας 2.5:Πίνακας κατανομής student για εύρεση t_{cr} στο Α' στατιστικό τεστ	50
Πίνακας 2.6:Πίνακας κατανομής student για εύρεση t_{cr} στο Β' στατιστικό τεστ	53
Πίνακας 2.7:Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή μετρήσεις που προέκυψαν για το επιλεγμένο NPM.	55
Πίνακας 2.8:Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων (γραμμικού-τετραγωνικού) για παράγοντα 3 επιπέδων.	62
Πίνακας 2.9:Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων	63
Πίνακας 2.10:Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων (γραμμικού- τετραγωνικού) για παράγοντα 3 επιπέδων.	69
Πίνακας 2.11:Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων	70
Πίνακας 2.12:Γενικός πίνακας ANOVA για κύριες επιδράσεις 2 παραγόντων και τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση.	78
Πίνακας 2.13:Χρησιμοποιούμενος πίνακας ANOVA για κύριες επιδράσεις 2 παραγόντων P_1 και T_1	79
Πίνακας 2.14:Αποτελέσματα επεξεργασίας στον πίνακα ANOVA για κύριες επιδράσεις 2 παραγόντων P_1 και T_1	80
Πίνακας 2.15:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Γ' στατιστικό τεστ για $\alpha=5\%$	84
Πίνακας 2.16:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Γ' στατιστικό τεστ για $\alpha=1\%$	86
Πίνακας 2.17:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Δ' στατιστικό τεστ για $\alpha=5\%$	89
Πίνακας 2.18:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Δ' στατιστικό τεστ για $\alpha=1\%$	91
Πίνακας 2.19 : Σημαντικότητες επιδράσεων.....	92
Πίνακας 2.20:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Ε' στατιστικό τεστ για $\alpha=5\%$	95
Πίνακας 2.21:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Ε' στατιστικό τεστ για $\alpha=1\%$	97
Πίνακας 2.22:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο ΣΤ' στατιστικό τεστ για $\alpha=5\%$	100
Πίνακας 2.23:Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο ΣΤ' στατιστικό τεστ για $\alpha=1\%$	102

*Πίνακας 2.24:Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή
μετρήσεις που προέκυψαν για το επιλεγμένο NPM και η επιλογή βέλτιστων
επιπέδων.....104*

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ-ΕΙΚΟΝΩΝ

Σχήμα 1.1: Καμπύλη ροής νευτωνικού ρευστού : (α) σε απλό διάγραμμα και (β) σε λογαριθμικό διάγραμμα	12
Σχήμα 1.2 : (α) Καμπύλη ροής και (β) εξάρτηση του φαινόμενου ιξώδους ψευδοπλαστικού ρευστού από το ρυθμό διάτμησης του.	17
Σχήμα 1.3 : Μήτρα εκβολής πολυμερούς	19
Σχήμα 2.1 : Αποτελέσματα μετά την εκτέλεση της δοκιμής ένα.	26
Σχήμα 2.2 : Ιδιότητες μη νευτωνικού ρευστού.....	27
Σχήμα 2.3 : Θερμικές ιδιότητες του ρευστού στο πρόβλημα	27
Σχήμα 2.4 : Προσδιορισμός θερμοκρασίας εισόδου για την δοκιμή ένα.	28
Σχήμα 2.5 : Προσδιορισμός πίεσης εισόδου για την δοκιμή ένα.	29
Σχήμα 2.6 : Προσδιορισμός πίεσης εξόδου για την δοκιμή ένα..... (μανομετρικές πιέσεις, δηλαδή σχετικές ως προς την ατμοσφαιρική)	29
Σχήμα 2.7 : Εφαρμογή συνθήκης μη ολίσθησης	30
Σχήμα 2.8 : Καθορισμός σταθεράς θερμοκρασίας εισόδου για την δοκιμή ένα.	31
Σχήμα 2.9 : Καθορισμός πλέγματος για την δοκιμή ένα	31
Σχήμα 2.10 : Καθορισμός παραμέτρων πεπερασμένων στοιχείων.	33
Σχήμα 2.11 : Προσδιορισμός του προφίλ στην ταχύτητα στην έξοδο.	35
Σχήμα 2.12 :Γραμμική συσχέτιση μεταξύ μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης ταχύτητας εξόδου-Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.....	44
Σχήμα 2.13 :Γραμμική και τετραγωνική επίδραση του παράγοντα P_1	60
Σχήμα 2.14 :Γραμμική και τετραγωνική επίδραση του παράγοντα T_1	67

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΡΕΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ

1.1 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ

Τα υλικά συνήθως διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- Μέταλλα και κράματα
- Μη μεταλλικά υλικά. Τα πολυμερή είναι οργανικά υλικά που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία.

Ως πολυμερές θεωρούμε κάθε ουσία που τα μόριά της χαρακτηρίζονται από την επανάληψη ενός ή περισσότερων ειδών ατόμων ή ομάδων, που αποκαλούνται δομικές μονάδες (constitutional units). Αυτές οι δομικές μονάδες είναι ενωμένες μεταξύ τους με ομοιοπολικό δεσμό και είναι τόσες ώστε η ουσία να παρουσιάζει ένα σύνολο ιδιοτήτων που δεν μεταβάλλεται πρακτικά με την προσθήκη ή την αφαίρεση μιας ή περισσότερων τέτοιων μονάδων. Οι απλές χημικές ενώσεις που χρησιμοποιούνται για την δημιουργία των πολυμερών ονομάζονται μονομερή. Η επαναλαμβανόμενη χημική αντίδραση με την οποία τα μόρια ενός ή περισσότερων μονομερών ενώνονται προς το σχηματισμό του μορίου του πολυμερούς καλείται πολυμερισμός (polymerization). Ο αριθμός n των δομικών μονάδων που συμμετέχουν στη δομή του μορίου του πολυμερούς

δηλαδή στην πολυμερική αλυσίδα καλείται βαθμός πολυμερισμού DP (degree of polymerization).

Τα πολυμερή διακρίνονται σε γραμμικά (linear), διακλαδωμένα (branched) και δικτυωτά ή διασταυρωμένα (cross-linked). Στα γραμμικά πολυμερή τα μόρια τους έχουν την μορφή απλής αλυσίδας και αναπτύσσονται σε μια διάσταση του χώρου. Στα διακλαδωμένα πολυμερή τα μόριά τους έχουν την μορφή κλάδων δένδρου και αποτελούνται από μια βασική αλυσίδα. Τέλος, στα δικτυωτά (ή διασταυρωμένα) πολυμερή τα μόριά τους αποτελούνται από αλυσίδες που συνδέονται μεταξύ τους με διασταυρούμενες συνδέσεις σχηματίζοντας πλέγμα.

Τα πολυμερή ανάλογα με τον τρόπο κατεργασίας τους διακρίνονται σε θερμοπλαστικά, θερμοσκληρυνόμενα και ελαστομερή.

Τα θερμοπλαστικά πολυμερή αποτελούνται συνήθως από γραμμικά μακρομόρια. Με θέρμανση μετατρέπονται σε ρευστά διότι χαλαρώνουν οι μοριακοί τους δεσμοί, παραμένουν σ' αυτήν την μορφή όσο διαρκεί η επίδραση της θερμότητας και στη συνέχεια με άσκηση υψηλών πιέσεων εύκολα μπορούν να μορφοποιηθούν. Η ακολουθούσα απόψυξη αποδίδει στερεό υλικό και η όλη διεργασία είναι αντιστρεπτή. Τα θερμοπλαστικά διατίθενται σε υγρή ή στέρεα μορφή. Είναι ευαίσθητα στη θερμοκρασία και τους διαλύτες και παράγονται με πολυμερισμό προσθήκης ή συμπύκνωσης. Τυπικά θερμοπλαστικά πολυμερή είναι: Το πολυαιθυλένιο (PP), το πολυστυρένιο (PS), τα πολυαμίδια (Nylon) κ.α. Το πολυαιθυλένιο είναι το πολυμερές με το οποίο θα ασχοληθούμε στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή αποτελούνται από μη γραμμικά και σχετικά μικρά μακρομόρια. Με θέρμανση ή υπό πίεση αρχικά μαλακώνουν και μορφοποιούνται, αλλά με περαιτέρω κατεργασία αποκτούν πυκνή δικτυωτή δομή και μετατρέπονται σε σκληρά στερεά. Πρόκειται για μία μη αντιστρεπτή διεργασία. Τα θερμοσκληρυνόμενα πλαστικά είναι άμορφα, σκληρά, στερεά, άτηκτα και δεν επιδέχονται περαιτέρω κατεργασία και

παράγονται με πολυμερισμό συμπύκνωσης. Στα προαναφερθέντα πολυμερή συχνά παρατηρείται το φαινόμενο της διόγκωσης.

Τα ελαστομερή είναι συνήθως γραμμικά πολυμερή με διακλαδισμένες αλυσίδες. Τα παραπάνω στον εφελκυσμό επιδέχονται πολύ μεγάλη επιμήκυνση και κατά την αποφόρτιση ταχύτατη πλήρη επαναφορά, διότι παρουσιάζουν την ιδιότητα της υπερπλαστικότητας. Σε πολλά ελαστομερή η διατήρηση της υπερελαστικής συμπεριφοράς διατηρείται σε ένα μεγάλο εύρος αλλαγών θερμοκρασίας και συνθηκών περιβάλλοντος.

1.2 ΡΕΟΛΟΓΙΑ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ

1.2.1 Νευτώνικά και μη νευτώνικά ρευστά

1.2.1.1 Εισαγωγή

Η ρεολογία είναι το πεδίο της επιστήμης που μελετά τη ροϊκή συμπεριφορά ενός υλικού και την επαγόμενη από τη ροή παραμόρφωση. Τα τήγματα των πολυμερών υπόκεινται σε διατμητική παραμόρφωση, είναι ελαστικά και κολλώδη και οι παράμετροι ροής τους είναι άμεσα εξαρτώμενες από τη θερμοκρασία. Στην πλειοψηφία των διαδικασιών εκβολής πολυμερών κυριαρχεί η εμφάνιση διατμητικών τάσεων. Οι διατμητικές τάσεις συνδέονται άμεσα με το ιξώδες.

Το ιξώδες είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη παράμετρος κατά το προσδιορισμό της συμπεριφοράς των πολυμερών σε μια διαδικασία εκβολής. Το ιξώδες του τήγματος μετράται συνήθως με διατάξεις υπολογισμού διατμητικών παραμορφώσεων. Το ιξώδες αποτελεί την χαρακτηριστική ιδιότητα ενός ρευστού που αντιπροσωπεύει την αντίσταση του στη ροή.

Είναι γνωστό ότι τα ρευστά παραμορφώνονται συνεχώς όταν υφίστανται την επίδραση των διατμητικών τάσεων. Οι σχέσεις που συνδέουν τις ιξώδεις τάσεις με τους αντίστοιχους ρυθμούς παραμόρφωσης των ρευστών ονομάζονται υλικές σχέσεις. Γενικά οι υλικές σχέσεις των ρευστών είναι αρκετά πολύπλοκες αλλά για τα συνήθη ρευστά είναι σχετικά απλές. Με βάση τη μορφή της υλικής σχέσης, τα ρευστά ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες:

- Νευτώνικά Ρευστά
- Μη Νευτώνικά Ρευστά.

1.2.1.2 Νευτώνικά ρευστά

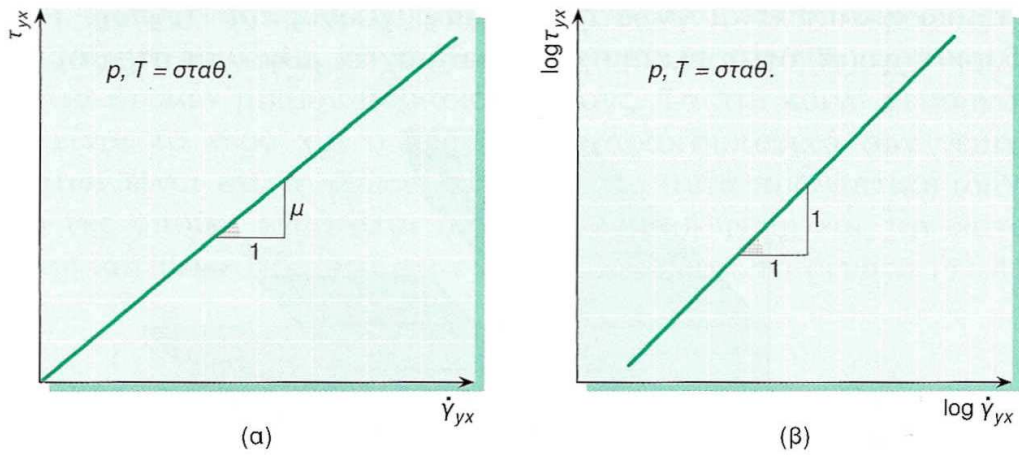
Νευτώνικά ονομάζονται τα ρευστά εκείνα στα οποία η εξάρτηση της ιξώδους τάσης από το ρυθμό παραμόρφωσης του ρευστού είναι γραμμική. Η απλούστερη μορφή υλικής σχέσης στην οποία υπακούουν τα νευτώνικά ρευστά είναι ο νόμος ιξώδους του Newton από όπου προέρχεται και η ονομασία τους. Γενικά νευτώνική συμπεριφορά εμφανίζουν τα αέρια, τα περισσότερα από τα συνήθη υγρά και τα διαλύματα ουσιών μικρού μοριακού βάρους. Τα πιο κοινά νευτώνικά ρευστά είναι το νερό και ο αέρας. Το χαρακτηριστικό των νευτώνικών ρευστών είναι ότι το ιξώδες αποτελεί για αυτά πραγματική ιδιότητα, η τιμή της οποίας εξαρτάται από τη μοριακή φύση και την κατάσταση, δηλαδή πίεση και θερμοκρασία στην οποία βρίσκεται το ρευστό.

Νόμος ιξώδους του Newton ονομάζεται η υλική σχέση η οποία περιγράφει τη ρεολογική συμπεριφορά των νευτώνικών ρευστών στην περίπτωση στρωτής μονοδιάστατης ροής, στην οποία και θα αναφερθούμε. Πειραματικά έχει διαπιστωθεί ότι στην περίπτωση αυτή ο λόγος της ιξώδους διατμητικής τάσης που αναπτύσσεται σε ένα σημείο του πεδίου ροής προς τον αντίστοιχο ρυθμό γωνιακής παραμόρφωσης είναι ίσος με το δυναμικό ιξώδες του ρευστού:

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{σχέση 1.1})$$

Η καμπύλη γραμμή που παριστάνει την εξάρτηση της διατμητικής τάσης από το ρυθμό γωνιακής παραμόρφωσης ονομάζεται καμπύλη ροής και το διάγραμμα “διατμητικής τάσης-ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης” βασικό ρεολογικό διάγραμμα. Η καμπύλη ροής ενός νευτώνικού ρευστού (σε σταθερή θερμοκρασία και πίεση) είναι ευθεία γραμμή και διέρχεται από την αρχή των αξόνων τ_{yx} και $\partial u / \partial y$. Η κλίση της γραμμής αυτής είναι ίση με

το ιξώδες μ του ρευστού (στις δεδομένες συνθήκες P και T). Ο Stokes επέκτεινε τα όρια της σχέσης 1.1 και σε τρισδιάστατη ροή.



Σχήμα 1.1: Καμπύλη ροής νευτωνικού ρευστού : (α) σε απλό διάγραμμα και (β) σε λογαριθμικό διάγραμμα

1.2.1.3 Μη νευτωνικά ρευστά

Μη νευτωνικά ρευστά ονομάζονται τα ρευστά εκείνα στα οποία η εξάρτηση της ιξώδους τάσης από το ρυθμό παραμόρφωσης του ρευστού είναι μη γραμμική. Συνεπώς η καμπύλη ροής των μη νευτωνικών ρευστών δεν είναι ευθεία γραμμή. Αυτό σημαίνει ότι η κλίση της (η οποία στα νευτωνικά ρευστά είναι σταθερή, ίση με το ιξώδες του ρευστού) εξαρτάται, εκτός από τη θερμοκρασία και την πίεση και από τον ρυθμό γωνιακής παραμόρφωσης (ή ρυθμό διάτμησης) του ρευστού. Σε ορισμένα μη νευτωνικά ρευστά η κλίση της καμπύλης ροής εξαρτάται και από άλλους παράγοντες όπως για παράδειγμα το χρόνο διάτμησης του ρευστού ή ακόμη και την γεωμετρία του χώρου όπου βρίσκεται το διατεμνόμενο ρευστό. Έτσι το ιξώδες ως έννοια δεν έχει νόημα στην περίπτωση των μη νευτωνικών ρευστών, έχει νόημα μόνον όταν συνδέεται με κάποιο συγκεκριμένο ρυθμό διάτμησης. Για τον λόγο αυτό εισάγεται η έννοια του φαινομένου ιξώδους μ_ϕ , το οποίο ορίζεται ως ο λόγος της διατμητικής τάσης, τ_{yx} , προς τον αντίστοιχο ρυθμό διάτμησης $\dot{\gamma}_{yx}$ του ρευστού:

$$\mu_\phi = \frac{\tau_{yx}}{\dot{\gamma}_{yx}} \quad (\text{σχέση 1.2})$$

Για λόγους απλούστευσης στις σχέσεις που ακολουθούν θα παραλείπονται οι δείκτες x και y και η σχέση παίρνει την απλοποιημένη μορφή:

$$\mu_\phi = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{σχέση 1.3})$$

Μη νευτωνικά ρευστά συναντώνται σε πολλές τεχνικές εφαρμογές και σε μεγάλο αριθμό χημικών βιομηχανιών. Μπορούμε να αναφέρουμε ως παραδείγματα τις βιομηχανίες τροφίμων, φαρμάκων, καλλυντικών και πλαστικών, όπου τα χρησιμοποιούμενα ρευστά είναι ως επί το πλείστον μη

νευτωνικά. Η ρεολογική συμπεριφορά των μη νευτωνικών ρευστών εξετάζεται από ιδιαίτερο κλάδο της ρευστομηχανικής, ο οποίος ονομάζεται ρεολογία. Η ρεολογία ασχολείται με τη μελέτη των υλικών σχέσεων όλων των υλικών σωμάτων αρχίζοντας από τα ελαστικά κατά Hooke στερεά και φθάνοντας μέχρι τα νευτωνικά και μη νευτωνικά ρευστά.

Με βάση τη ρεολογική συμπεριφορά τους, τα μη νευτωνικά ρευστά ταξινομούνται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

- μη νευτωνικά ρευστά ανεξάρτητα του χρόνου
- μη νευτωνικά ρευστά εξαρτώμενα από το χρόνο
- ιξωδοελαστικά ρευστά

Στα μη νευτωνικά ρευστά ανεξάρτητα του χρόνου ο ρυθμός διατμήσης του ρευστού εξαρτάται μόνον από το μέγεθος της διατμητικής τάσης. Το χαρακτηριστικό γνώρισμα των μη νευτωνικών ρευστών που εξαρτώνται από το χρόνο είναι ότι η ρεολογική συμπεριφορά τους, εκτός από τον ρυθμό διάτμησης, εξαρτάται και από την κατάστασή τους σε προηγούμενους χρόνους. Τέλος τα υλικά που ανήκουν στην κατηγορία των ιξωδοελαστικών ρευστών, εκτός από χαρακτηριστικά ρευστών, εμφανίζουν και χαρακτηριστικά στερεών. Η κατανομή της ταχύτητας ενός μη νευτωνικού ρευστού εξαρτάται από την “μη νευτωνική συμπεριφορά” του.

1.2.2 Ψευδοπλαστικά ρευστά

Στη συγκεκριμένη μελέτη μας απασχολεί η ρεολογική συμπεριφορά των **ψευδοπλαστικών ρευστών**. Ψευδοπλαστικά ρευστά ονομάζονται τα μη νευτώνικά ρευστά των οποίων το φαινόμενο ιξώδες μειώνεται με την αύξηση του ρυθμού διάτμησης. Η τάση ροής των ρευστών αυτών είναι μηδέν. Για το λόγο αυτό χαρακτηρίζονται ως ψευδοπλαστικά ρευστά προς διάκριση από τα πραγματικά πλαστικά ρευστά, η τάση διαρροής των οποίων είναι διάφορη του μηδενός. Τα ψευδοπλαστικά ρευστά αποτελούν τη μεγαλύτερη κατηγορία μη νευτώνικών ρευστών. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν το αίμα, οι χυμοί φρούτων, οι φυσικές κόλλες, ο καρτοπολτός, **τα τήγματα πλαστικών**, τα κολλοειδή διαλύματα, τα γαλακτώματα κ.α.

Ο πρώτος ερευνητής που μελέτησε συστηματικά τη ρεολογική συμπεριφορά των ψευδοπλαστικών ρευστών ήταν ο Osstwald. Ο Osstwald διαπίστωσε ότι η καμπύλη ροής των ψευδοπλαστικών ρευστών αποτελείται από τρία επιμέρους τμήματα, δύο ευθύγραμμα και ένα καμπύλο. Τα δυο ευθύγραμμα τμήματα υποδηλώνουν νευτώνική συμπεριφορά του ρευστού. Το πρώτο εμφανίζεται σε πολύ χαμηλούς και το δεύτερο σε πολύ υψηλούς ρυθμούς διάτμησης. Στην κάτω νευτώνική περιοχή το ρευστό έχει ιξώδες μ_0 και στην επάνω μ_∞ . Στην ενδιάμεση μη νευτώνική περιοχή, το φαινόμενο ιξώδες του ρευστού μειώνεται με την αύξηση του ρυθμού διάτμησης. Η συμπεριφορά αυτή των ψευδοπλαστικών ρευστών βρίσκει σημαντικές πρακτικές εφαρμογές, για παράδειγμα, στα λιπαντικά.

Η μορφή της καμπύλης ροής των ψευδοπλαστικών ρευστών δυσκολεύει σημαντικά τη μαθηματική περιγραφή της. Για την περιγραφή της συμπεριφοράς των ψευδοπλαστικών ρευστών ο Osstwald πρότεινε την ακόλουθη εμπειρική σχέση:

$$\tau = m \cdot \dot{\gamma}^n \text{ (σχέση 1.4)}$$

όπου τα μεγέθη m και n είναι σταθερές οι τιμές των οποίων εξαρτώνται από τη φύση του ρευστού. Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή ως **εκθετικός νόμος (power law) των Osstwald – de Waele**. Ο νόμος αυτός δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα στην περιοχή ρυθμών διάτμησης από 1 έως 30 s^{-1} . Στην πράξη ρυθμοί διάτμησης μικρότεροι από 1 s^{-1} σπάνια συναντώνται.

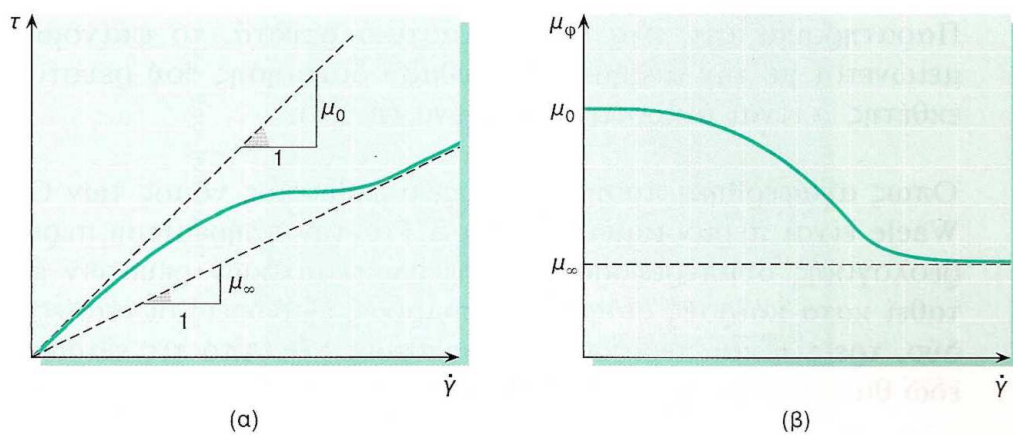
Ο συντελεστής m ονομάζεται δείκτης συνοχής (ή ρεολογική σταθερά) του ρευστού. Ο δείκτης συνοχής αποτελεί μέτρο ευστάθειας του ψευδοπλαστικού ρευστού. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη m τόσο πιο ιξώδες είναι το ρευστό. Ο δείκτης συνοχής των νευτωνικών ρευστών είναι ίσος με το ιξώδες τους ($m=\mu$).

Ο εκθέτης n είναι αδιάστατο μέγεθος και ονομάζεται δείκτης ρεολογικής συμπεριφοράς του ρευστού. Ο δείκτης n λαμβάνει θετικές τιμές μικρότερες του ένα ($0 < n < 1$). Για τα νευτωνικά ρευστά ισχύει $n=1$. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση του δείκτη n από την μονάδα τόσο πιο έντονη είναι η μη νευτωνική συμπεριφορά του ρευστού. Θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας πώς ο δείκτης n δεν έχει την ίδια τιμή σε όλες τις πιθανές περιοχές ρυθμού διάτμησης του ρευστού. Επομένως ο δείκτης ρεολογικής συμπεριφοράς δεν είναι πραγματική σταθερά, χαρακτηριστική του ρευστού. Ωστόσο στις διάφορες εφαρμογές ενδιαφέρει η μορφή της υλικής σχέσης που περιγράφει τη συμπεριφορά του ρευστού σε μια συγκεκριμένη περιοχή διάτμησης, η οποία απασχολεί τον μελετητή σε συγκεκριμένο πρόβλημα ροής. Σε μια τέτοια περιοχή, ο δείκτης n μπορεί να θεωρηθεί σαν σταθερά, η οποία χαρακτηρίζει την συμπεριφορά του ρευστού στην περιοχή αυτή.

Το φαινόμενο ιξώδες των ψευδοπλαστικών ρευστών τα οποία περιγράφονται από την υλική σχέση 1.4 υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\mu_{\phi} = m \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \text{ (σχέση 1.5)}$$

Παρατηρούμε ότι στα ψευδοπλαστικά ρευστά, το φαινόμενο ιξώδες μειώνεται με την αύξηση του ρυθμού διάτμησης του ρευστού, αφού ο δείκτης n είναι μικρότερος της μονάδας ($n < 1$). Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως ο εκθετικός νόμος των Osstwald – de Waele είναι περιορισμένης ισχύος. Για την πληρέστερη περιγραφή της ρεολογικής συμπεριφοράς των ψευδοπλαστικών ρευστών έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορες εμπειρικές εξισώσεις οι οποίες περιέχουν δύο, τρεις ή και περισσότερες σταθερές.



Σχήμα 1.2 : (α) Καμπύλη ροής και (β) εξάρτηση του φαινομένου ιξώδους ψευδοπλαστικού ρευστού από το ρυθμό διάτμησης του.

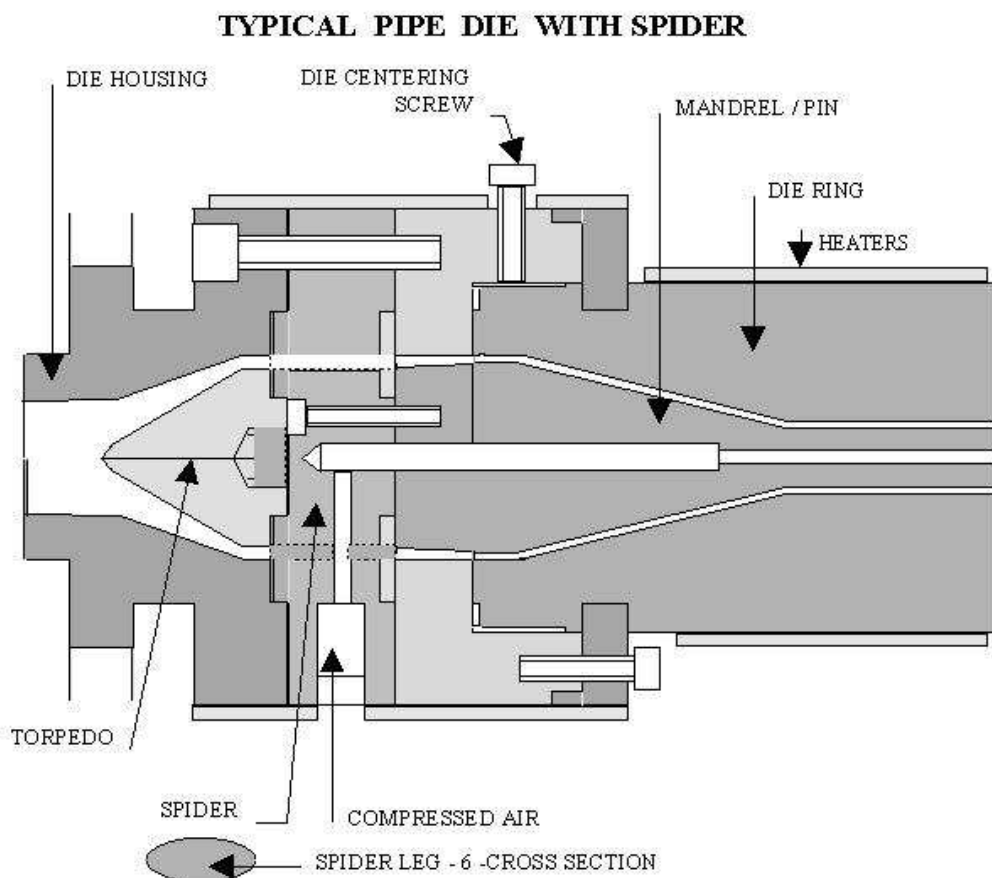
1.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΠΛΑΣΤΙΚΩΝ ΣΩΛΗΝΩΝ

Πλαστικοί και εύκαμπτοι σωλήνες για φυσικό αέριο, νερό και άλλες βιομηχανικές χρήσεις συχνά παράγονται από διέλαση ρευστοποιημένων πολυμερών μέσα από μια δακτυλιοειδή μήτρα. Η κατασκευή μιας τέτοιας μήτρας γίνεται με τη σύνδεση ενός εσωτερικού πυρήνα ή άξονα με το εξωτερικό κέλυφος της μήτρας με τη βοήθεια δομικών στοιχείων-συνδέσμων που είναι γνωστά ως «αράχνες». Εξαιτίας της παρουσίας αυτών των συνδέσμων (αράχνες) η ροή του πολυμερούς διαχωρίζεται. Αυτό δημιουργεί γραμμές συγκόλλησης στα τοιχώματα του πλαστικού σωλήνα όταν τα δύο διαχωρισμένα ρεύματα ροής του πολυμερούς επανενώνονται σε ένα, οι οποίες διατρέχουν όλο το μήκος του σωλήνα. Οι γραμμές συγκόλλησης δεν έχουν μόνο σαν επακόλουθο τις αποκλίσεις στο πάχος των τοιχωμάτων του σωλήνα αλλά κυρίως τη δημιουργία μιας περιοχής ελαττωμένων μηχανικών ιδιοτήτων και επομένως μειωμένης μηχανικής αντοχής στον προερχόμενο από διέλαση σωλήνα.

Μια από τις σημαντικές μηχανικές ιδιότητες του πολυμερούς είναι η διάρκεια ζωής σε κόπωση. Η κόπωση είναι μια καταπόνηση που προκαλείται από φορτίσεις (γενικευμένες δυνάμεις) χρονικά-περιοδικά μεταβαλλόμενες. Μπορεί επίσης να προκαλέσει πρόωμη αστοχία και θραύση για εκπληκτικά χαμηλές φορτίσεις, συνήθως πολύ χαμηλότερες του ορίου διαρροής. Η μεταφορά συμπιεσμένου αερίου και νερού υπό πίεση μέσω σωλήνων και η φόρτιση των υπογείων σωλήνων σε δρόμους εξαιτίας της διέλευσης οχημάτων είναι περιοδικές φορτίσεις, οπότε και η μελέτη της παραμόρφωσης και αντοχής σε θραύση και γενικά η απόκριση της κατασκευής στις περιοδικά μεταβαλλόμενες τάσεις και τα μεταβλητά φορτία που τις προκαλούν αποτελούν αντικείμενο ιδιαίτερου ενδιαφέροντος. Τα τελευταία χρόνια μια συνεχώς αυξανόμενη ποσότητα πολυμερών υλικών έχει χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογές όπου η αντοχή σε φόρτιση και επομένως η δυνατότητα της κατασκευής να φέρει φορτία αποτελεί κρίσιμο παράγοντα.

Επομένως καθίσταται επιτακτική η ανάγκη να διασφαλίσουμε το ότι αυτά τα καταπονούμενα τμήματα της κατασκευής (π.χ. σωλήνας) αντέχουν τόσο όσο τουλάχιστον είναι η προδιαγραφόμενη διάρκεια ζωής τους.

Ουσιαστικά το παραπάνω επιτυγχάνεται εάν η ροή του πολυμερούς παραμένει όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη, τουλάχιστον στην έξοδο του ροϊκού σωλήνα-καλουπιού. Με αυτόν τον τρόπο εξαλείφεται η επίδραση των γραμμών συγκόλλησης, που ουσιαστικά αποτελούν περιοχές του τηγμένου πολυμερούς με διαφορετικές ταχύτητες ροής. Στην παρούσα εργασία, για δεδομένη γεωμετρική μορφή της μήτρας και εντός προδιαγραφόμενων ορίων προσπαθούμε να βρούμε το βέλτιστο συνδυασμό των τιμών της πίεσης εισόδου και της θερμοκρασίας εισόδου, ώστε η ταχύτητα εξόδου να είναι όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη και να εξαληφθούν οι επιδράσεις των γραμμών συγκόλλησης.



Σχήμα 1.3 : Μήτρα εκβολής πολυμερούς

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 1

1. Δ.Μανωλάκος, Σημειώσεις για το μάθημα «Εφαρμογές Προηγμένων Υλικών».
2. Α.Θ.Παπαϊωάννου, «Μηχανική των ρευστών», Εκδόσεις 2002
3. Ε.Μητσούλης, «Βασικές Αρχές Μορφοποίησης Πολυμερών», Εκδόσεις ΕΜΠ, 2006
4. Y.Huang and P.Prentice, «Polymer Engineering and Science», September 1998, Vol.38, No.9
5. Chung-Ching Huang, «Polymer Engineering and Science», April 1998, Vol.38, No.4
6. F.M.White, «Viscous Fluid Flow», McGraw-Hill, New York 1974
7. W.Michaeli, «Extrusion Dies for Plastics and Rubber: Design and Engineering Computation (2nd edition)», Hanser, Munich (1992)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ ΣΤΗ ΡΟΗ ΠΟΛΥΜΕΡΙΚΟΥ ΤΗΓΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ TAGUCHI

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ-ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μελέτη των μεταβολών στο προφίλ της ταχύτητας του τηγμένου πολυμερούς στην έξοδο του ροϊκού σωλήνα του προαναφερθέντος καλουπιού και εξετάζεται το κατά πόσο αυτές οι μεταβολές προκαλούνται εξαιτίας συγκεκριμένων αλλαγών στην πίεση και τη θερμοκρασία εισόδου. Οι τυπικές οριακές τιμές που τίθενται για την πίεση κατά την εκβολή πλαστικού σωλήνα είναι από 100 bar έως 300 bar. Έχουν επιβληθεί το μεν κάτω όριο με σκοπό να επιτυγχάνεται η απρόσκοπτη ροή του πολυμερούς εντός του ροϊκού σωλήνα υπερνικώντας σε κάθε περίπτωση τις απώλειες τριβών, το δε άνω όριο με σκοπό την ασφαλή λειτουργία του καλουπιού, του οποίου τα τοιχώματα έχουν συγκεκριμένη μηχανική αντοχή σε εφελκυσμό προκαλούμενο από την εσωτερική πίεση. Οι τυπικές τιμές που τίθενται για τη θερμοκρασία κατά την εκβολή πλαστικού σωλήνα είναι από 190 °c (463 K) έως 230 °c (503 K) . Παρατηρούμε ότι το εύρος είναι μικρότερο από το εύρος των τιμών της πίεσης.

Επομένως θεωρούμε σε πρώτη προσέγγιση τρεις χαρακτηριστικές τιμές της πίεσης εισόδου, τις δύο ακραίες 100 και 300 bar και τη μεσαία τιμή 200 bar, και τρεις χαρακτηριστικές τιμές της θερμοκρασίας, τις δύο ακραίες

190 °c (463 K) και 230 °c (503 K) και τη μεσαία τιμή 210 °c (483 K). Θα μελετήσουμε την επίδραση δύο παραγόντων τριών επιπέδων στο προφίλ της ταχύτητας στην έξοδο.

Ο πιο «κλασσικός» και ευρέως διαδεδομένος τρόπος να μελετήσουμε τις προκαλούμενες επιδράσεις θα ήταν η μεταβολή ενός παράγοντα κάθε φορά (π.χ. πίεση εισόδου) κρατώντας όλους τους άλλους σταθερούς (π.χ. θερμοκρασία εισόδου). Άσχετα όμως από την ακρίβεια εκτίμησης της επίδρασης για παράδειγμα της πίεσης, αυτή θα είναι σωστή μόνο εάν όλοι οι άλλοι παράγοντες (στη συγκεκριμένη περίπτωση η θερμοκρασία) βρίσκονται στην θεωρούμενη σταθερή τιμή τους. Επομένως δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι η πίεση θα έχει την ίδια επίδραση όταν αλλάξουν οι τιμές της θερμοκρασίας εισόδου.

Όμως, επιδίωξή μας είναι να επιτύχουμε ένα αξιόπιστο αποτέλεσμα, δηλαδή ένα αποτέλεσμα με υψηλή επαναληψιμότητα, που σημαίνει ότι η τελική επιρροή του παράγοντα στα συνολικά αποτελέσματα θα παραμένει ίδια ακόμα και αν αλλάξουν οι συνθήκες των άλλων παραγόντων. Οπότε το αξιόπιστο αποτέλεσμα μπορεί να επιτευχθεί μόνο μέσω ενός σχεδιασμού δοκιμών που επιτρέπει τον προσδιορισμό των παραγοντικών επιδράσεων όταν οι συνθήκες μεταβάλλονται και όχι όταν παραμένουν σταθερές.

Για να επιτύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα ας αζώμαστε τη φιλοσοφία του Taguchi, που οι βασικές αρχές της αναπτύσσονται παρακάτω σε συνδιασμό με την εφαρμογή τους στη συγκεκριμένη μελέτη. Ο σκοπός των υπολογιστικών δοκιμών δεν είναι η συμμόρφωση προς τις προδιαγραφές, αλλά η εντός των τιθέμενων ορίων ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας στο προφίλ της ταχύτητας εξόδου. Αλλά και στις δοκιμές γίνεται ταυτόχρονη μεταβολή πολλών παραγόντων με τη χρήση τεχνικών του στατιστικού πειραματικού σχεδιασμού, όπως προτείνει ο Taguchi. Τέλος, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η μελέτη των επιδράσεων πίεσης και θερμοκρασίας εισόδου στην παραγωγή τελικά αποδεκτών σωλήνων με ικανοποιητική μηχανική αντοχή γίνεται στο στάδιο του σχεδιασμού μέσω

υπολογιστικών προσομοιώσεων και όχι δειγματοληπτικά μετά την παραγωγή. Με αυτόν τον τρόπο κερδίζουμε σε κόστος και χρόνο.

Επίσης προτιμούμε την εκτέλεση υπολογιστικών προσομοιώσεων από τη διεξαγωγή πειραμάτων. Πράγματι για την εκτέλεση ενός πειράματος απαιτείται εργαστηριακός εξοπλισμός, διαμόρφωση κατάλληλων συνθηκών και ενίοτε κατασκευαστικές αλλαγές όταν επιδιώκουμε βελτιστοποίηση μιας διαδικασίας, τα οποία συνεπάγονται κόστος και χρόνο. Από την άλλη πλευρά το αρνητικό σε μία υπολογιστική προσομοίωση είναι το ότι θέτουμε εμείς τις οριακές συνθήκες και υποθέτουμε μοντέλα περιγραφής φαινομένων τα οποία άλλοτε προσεγγίζουν την πραγματικότητα και άλλοτε όχι. Επομένως ορισμένες φορές δεν επιτρέπεται ο εντοπισμός ιδιαίτερων φαινομένων και δεν λαμβάνονται υπόψιν όλοι οι παράγοντες που υπεισέρχονται κατά την εμφάνιση ενός φαινομένου.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα θεωρούμε τρία επίπεδα για την πίεση εισόδου και τρία επίπεδα για τη θερμοκρασία εισόδου, τα οποία παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα. Πρέπει να τονιστεί ιδιαίτερος το γεγονός ότι τα συμπεράσματα που θα προκύψουν μετά την εκτέλεση των υπολογιστικών προσομοιώσεων θα αφορούν μόνο τα υπό μελέτη επίπεδα και δεν μπορούν να περιγράψουν τη συμπεριφορά του πολυμερούς για κάθε πίεση και θερμοκρασία εισόδου που βρίσκεται εκτός των προκαθορισμένων διαστημάτων 100-300 bar για την πίεση και 190-230 °C για τη θερμοκρασία.

ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΑ		
	1	2	3
P₁ :Μανομετρική πίεση (σε bar) στην είσοδο του ροϊκού σωλήνα	100	200	300
T₁ :Θερμοκρασία (σε K) στην είσοδο του ροϊκού σωλήνα	463	483	503

Πίνακας 2.1:Οι εξεταζόμενοι παράγοντες και τα επίπεδά τους

Ο πειραματικός σχεδιασμός που χρησιμοποιείται είναι η ορθογώνια διάταξη OA_9 και παρουσιάζεται στον πίνακα 2.2 . Πρόκειται για ένα κλασματικό σχεδιασμό, διότι χρησιμοποιεί μόνο 9 από τους $3^4=81$ συνδυασμούς επιπέδων. Χρησιμοποιείται για τη μελέτη δύο παραγόντων τριών επιπέδων και της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης. Διαπιστώνουμε ότι είναι ισορροπημένος, διότι τα επίπεδα κάθε παράγοντα εμφανίζονται με την ίδια συχνότητα, και ορθογώνιος, διότι για το ζεύγος των παραγόντων κάθε συνδυασμός των επιπέδων τους υπάρχει και εμφανίζεται με την ίδια συχνότητα. Επομένως είναι δυνατός ο διαχωρισμός των επιδράσεων διαφορετικών παραγόντων.

ΔΟΚΙΜΗ	ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ			
	P₁	T₁	P₁×T₁	
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

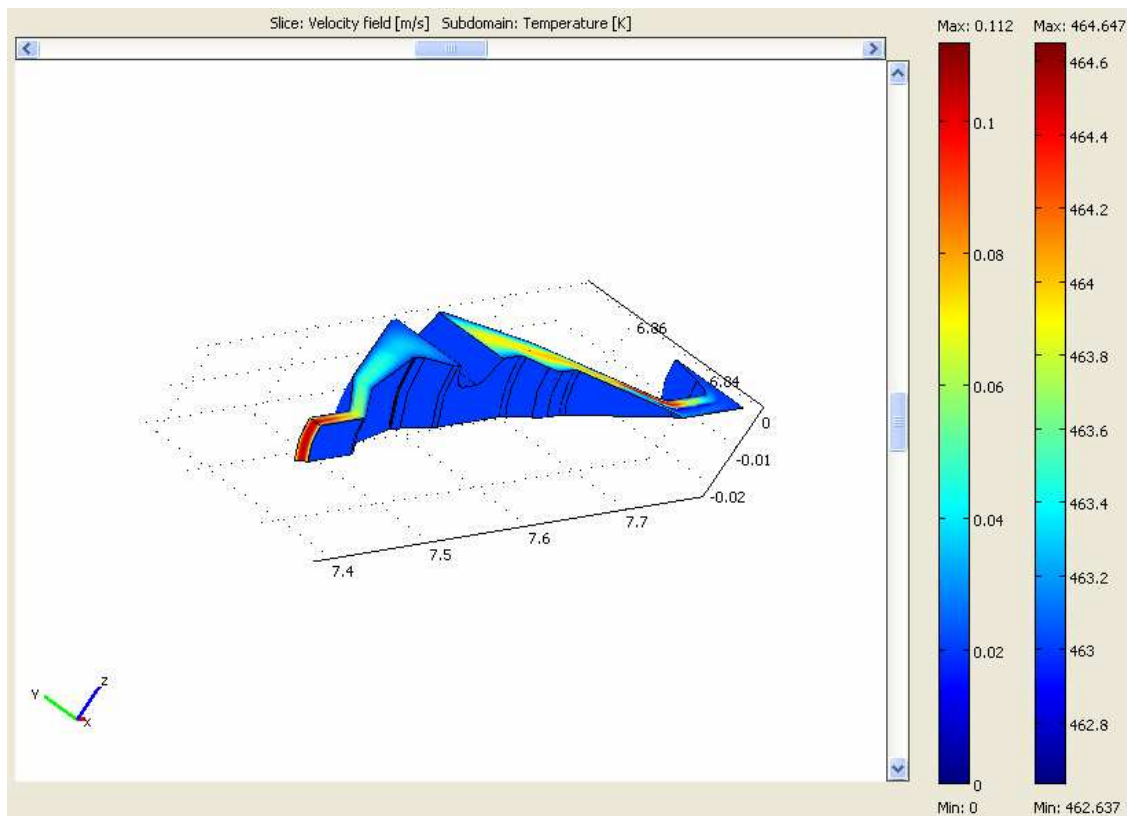
Πίνακας 2.2:Εφαρμογή της ορθογώνιας διάταξης OA_9 στον πειραματικό σχεδιασμό του συγκεκριμένου προβλήματος

2.2 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ-ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ

Για να προχωρήσουμε στη στατιστική επεξεργασία και στη διερεύνηση των αποτελεσμάτων της πρέπει να εκτελέσουμε τις απαιτούμενες από τον πειραματικό σχεδιασμό δοκιμές. Οι τιμές των συνθηκών εισόδου για την πίεση και τη θερμοκρασία καθορίζονται μέσω του πειραματικού σχεδιασμού και είναι ίσες με τις τιμές των αντίστοιχων σε κάθε δοκιμή επιπέδων.

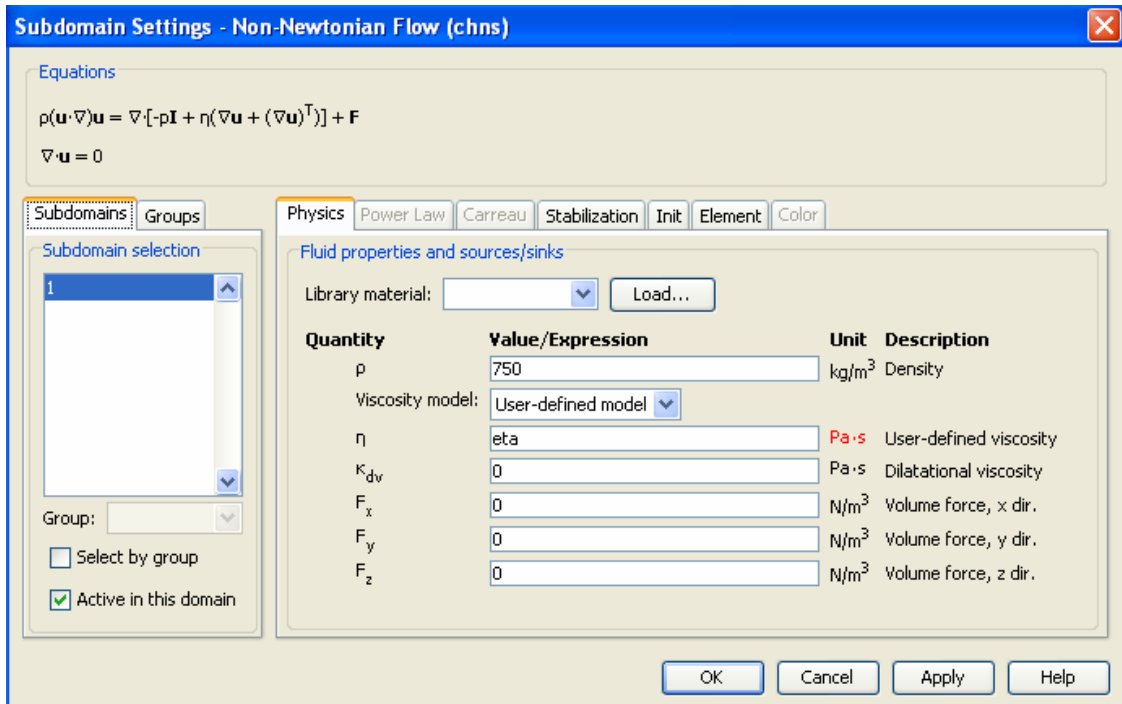
Οι δοκιμές είναι υπολογιστικές προσομοιώσεις, δηλαδή «μοντέλα» που εκτελούνται σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Για την κατασκευή και την εκτέλεσή τους χρησιμοποιείται στην παρούσα μελέτη το υπολογιστικό πακέτο COMSOL Multiphysics 3.5. Με το COMSOL είναι δυνατόν να επιλυθούν προβλήματα φαινομένων μεταφοράς (ρεολογίας-μεταφοράς ορμής, μεταφοράς θερμότητας και μεταφοράς μάζας), προβλήματα ηλεκτρομαγνητισμού και οπτικής, προβλήματα στατικής και δυναμικής των κατασκευών και ακουστικής, προβλήματα χημικού μηχανικού αλλά και σύνθετα προβλήματα αλληλεπίδρασης ρευστών με κατασκευές, ακόμα και προβλήματα που αφορούν μικρο-νανο-συστήματα. Στην ουσία το COMSOL επιλύει τις μερικές διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν ένα συγκεκριμένο φαινόμενο για τις συγκεκριμένες αρχικές-οριακές συνθήκες που έχουμε θέσει. Για την επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων χρησιμοποιείται η αριθμητική μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή επιλύεται ένα πρόβλημα φαινομένων μεταφοράς. Παρακάτω περιγράφεται η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την εκτέλεση των δοκιμών.

Στο ακόλουθο σχήμα παρατηρούμε τη μορφή του ροϊκού σωλήνα και την κατανομή πιέσεων και θερμοκρασιών μετά την επίλυση του μοντέλου που αντιστοιχεί στη δοκιμή 1 (100 bar και 463 K). Στην παρούσα επίλυση έχουμε εκμεταλλευτεί το γεγονός ότι τα 6 «πόδια αράχνης» (6 υποστηρίγματα) είναι συμμετρικά τοποθετημένα στον ροϊκό σωλήνα και έχουν συμμετρία στη μορφή. Η επίλυση έγινε επομένως για γωνία 30° ($\frac{360^\circ}{6 \cdot 2}$).

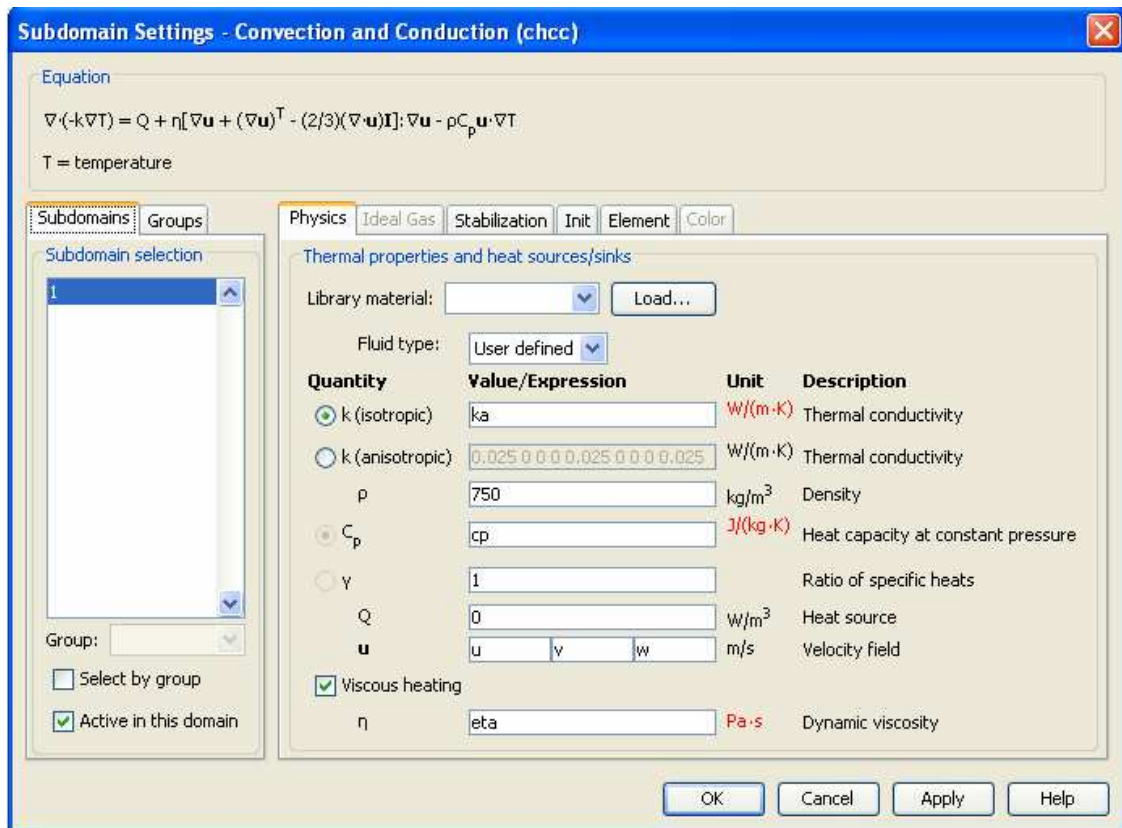


Σχήμα 2.1 : Αποτελέσματα μετά την εκτέλεση της δοκιμής ένα.

Στη συνέχεια γίνεται ο καθορισμός των ιδιοτήτων του πολυμερικού τμήματος, το οποίο θεωρείται μη νευτωνικό ρευστό. Ο καθορισμός των ιδιοτήτων αφορά τόσο τις ιδιότητες του ρευστού όσο και αυτές του θερμικού προβλήματος.

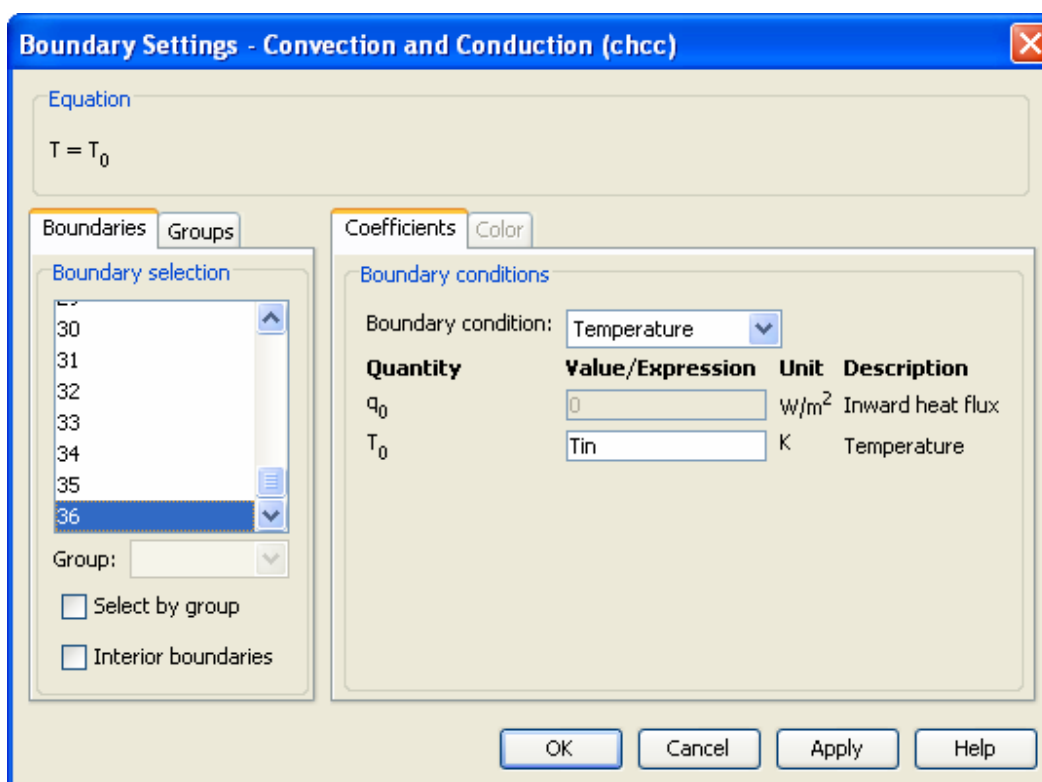


Σχήμα 2.2 : Ιδιότητες μη νευτωνικού ρευστού

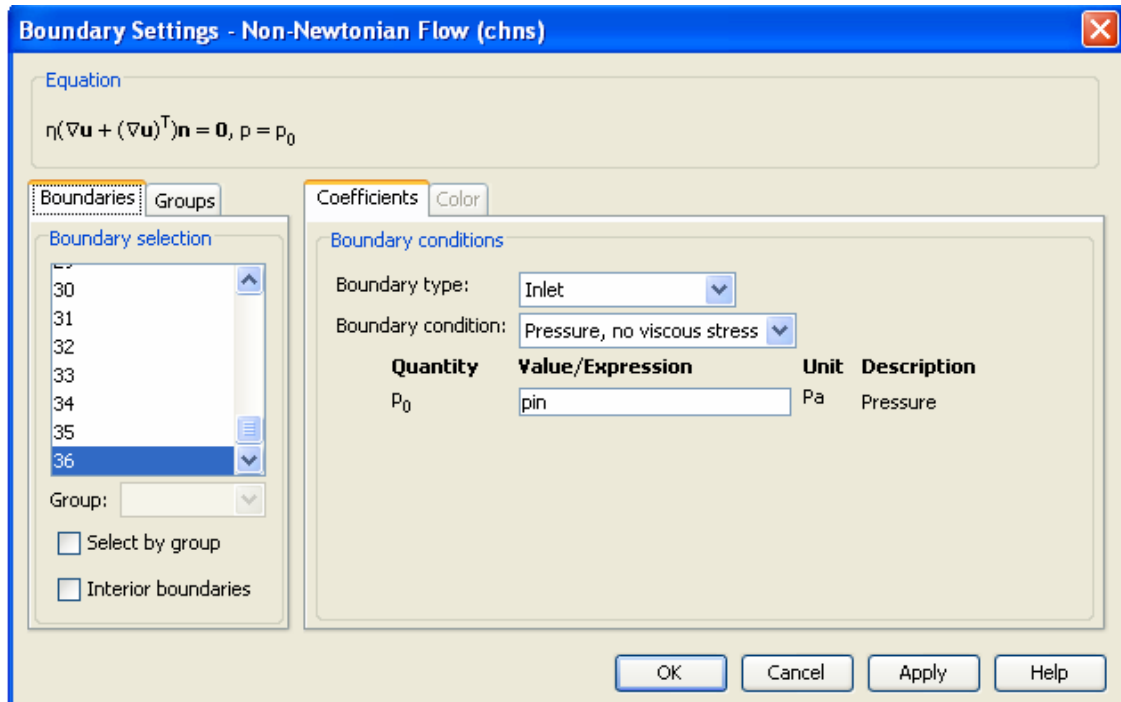


Σχήμα 2.3 : Θερμικές ιδιότητες του ρευστού στο πρόβλημα

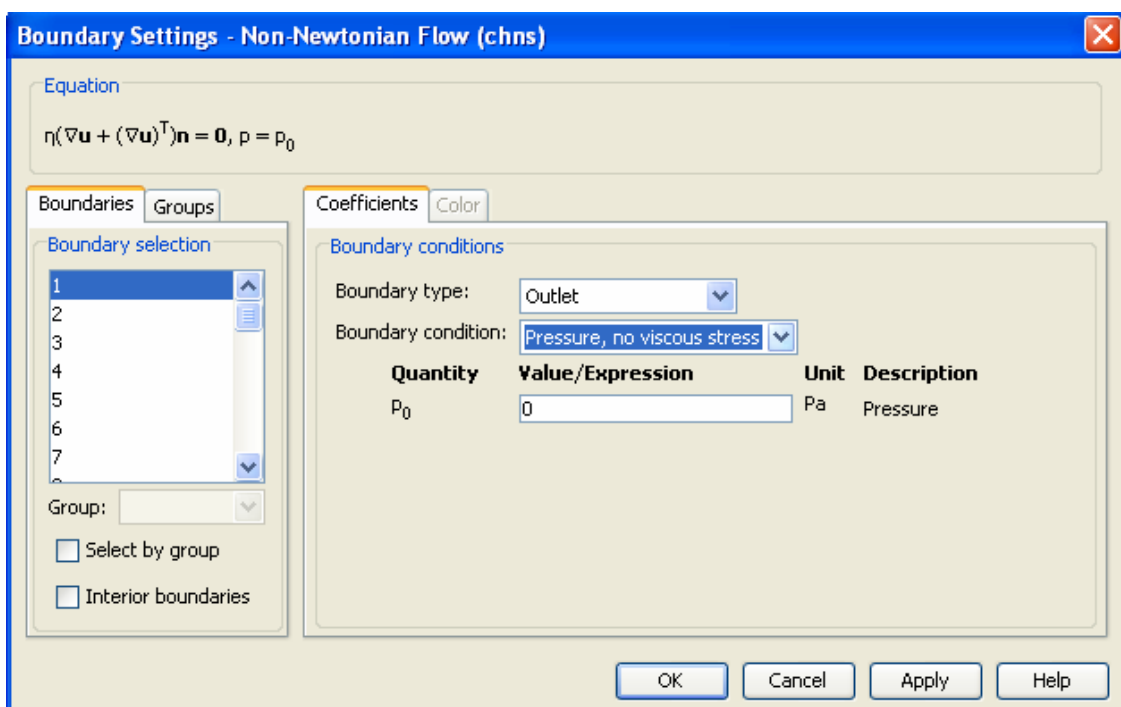
Παρακάτω παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο τίθενται οι οριακές συνθήκες με παράδειγμα τη θερμοκρασία εισόδου και την πίεση εισόδου και εξόδου. Μια σημαντική οριακή συνθήκη είναι το γεγονός ότι η ταχύτητα ενός ρευστού κοντά σε στερεό τοίχωμα είναι ίση με την ταχύτητα του τοιχώματος. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, επειδή το τοίχωμα είναι ακίνητο (τοιχώμα μήτρας) η ταχύτητα είναι μηδέν πάνω στα τοιχώματα (συνθήκη μη ολίσθησης – no slip).



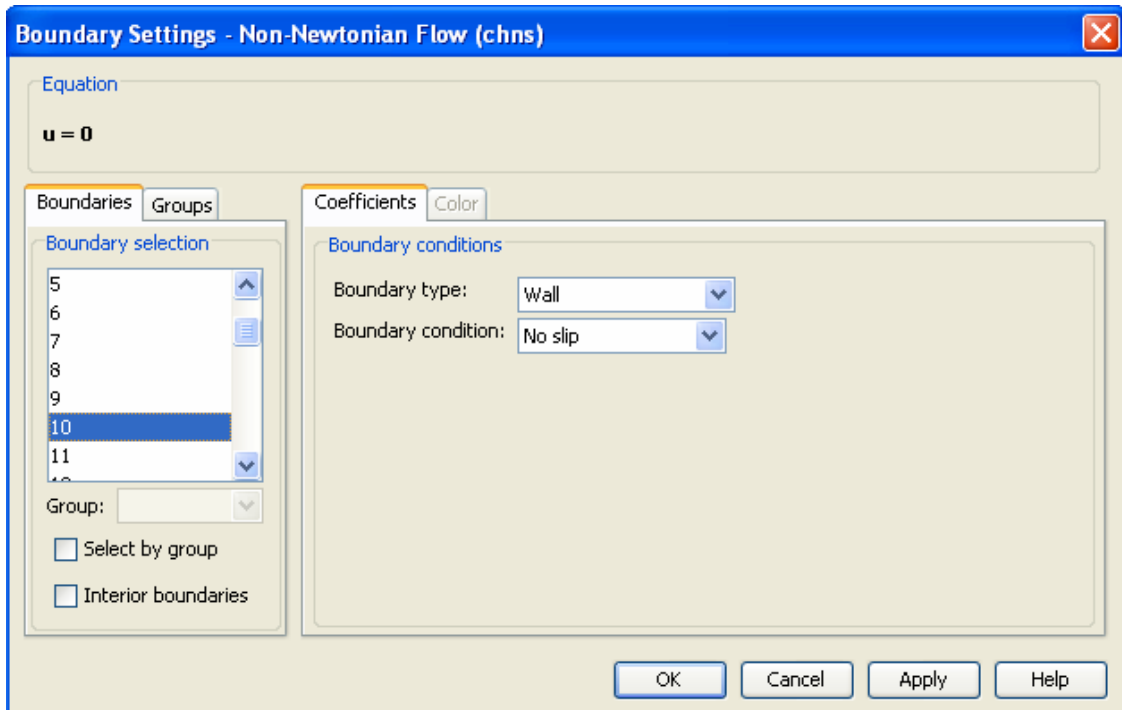
Σχήμα 2.4 : Προσδιορισμός θερμοκρασίας εισόδου για την δοκιμή ένα.



Σχήμα 2.5 : Προσδιορισμός πίεσης εισόδου για την δοκιμή ένα.



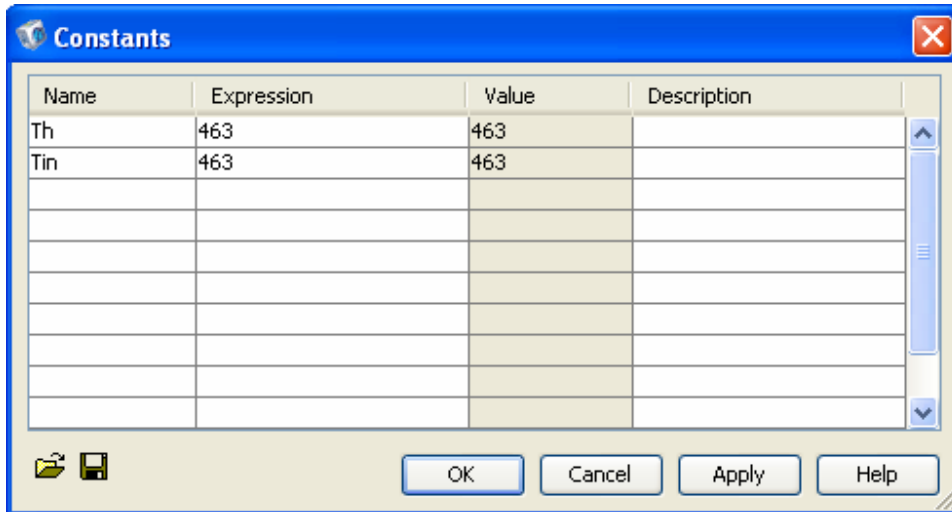
Σχήμα 2.6 : Προσδιορισμός πίεσης εξόδου για την δοκιμή ένα (μανομετρικές πιέσεις, δηλαδή σχετικές ως προς την ατμοσφαιρική)



Σχήμα 2.7 : Εφαρμογή συνθήκης μη ολίσθησης

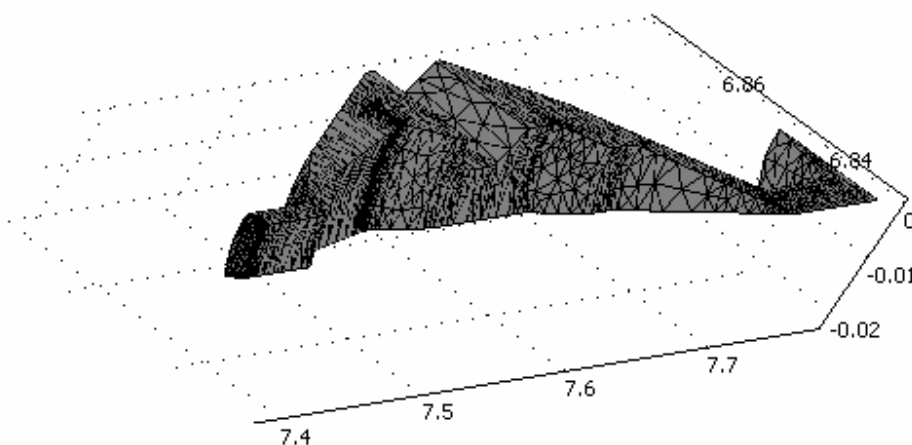
Καθορίζουμε επίσης και ορισμένες σταθερές του προβλήματος, είτε ως αριθμούς, όπως η θερμοκρασία στην είσοδο, είτε με μαθηματικές εκφράσεις που τις περιγράφουν, όπως το ιξώδες ή η ειδική θερμοχωρητικότητα του ρευστού υπό σταθερή πίεση (c_p) και η ειδική αγωγιμότητα (k_a). Οι δύο τελευταίες θερμικές σταθερές καθορίζονται ως πολυώνυμα της θερμοκρασίας, ενώ το ιξώδες (η , όπως το έχουμε ορίσει στο σχήμα 2.2) ακολουθεί το μοντέλο των Carreau και όχι τον εκθετικό νόμο. Σύμφωνα με το συγκεκριμένο μοντέλο το ιξώδες του υλικού (πολυαιθυλένιο) υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση (όπου $\mu_\infty=0$):

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \cdot (1 + \lambda \cdot \dot{\gamma})^{\frac{\mu-1}{2}} = \mu_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \dot{\gamma})^{\frac{\mu-1}{2}} \text{ (σχέση 2.1)}$$



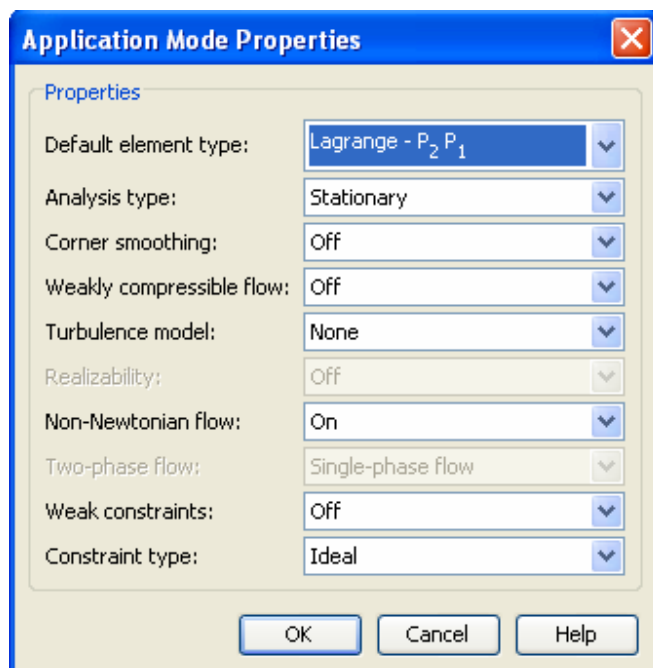
Σχήμα 2.8 : Καθορισμός σταθεράς θερμοκρασίας εισόδου για την δοκιμή ένα.

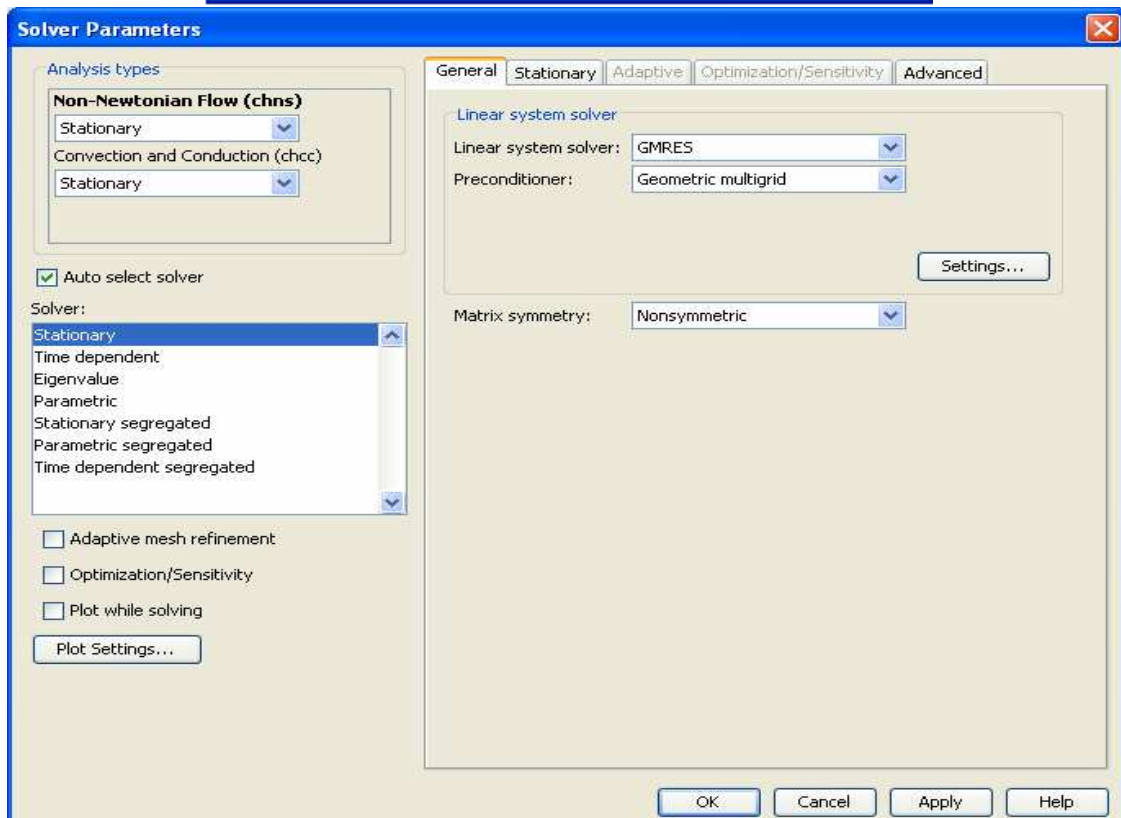
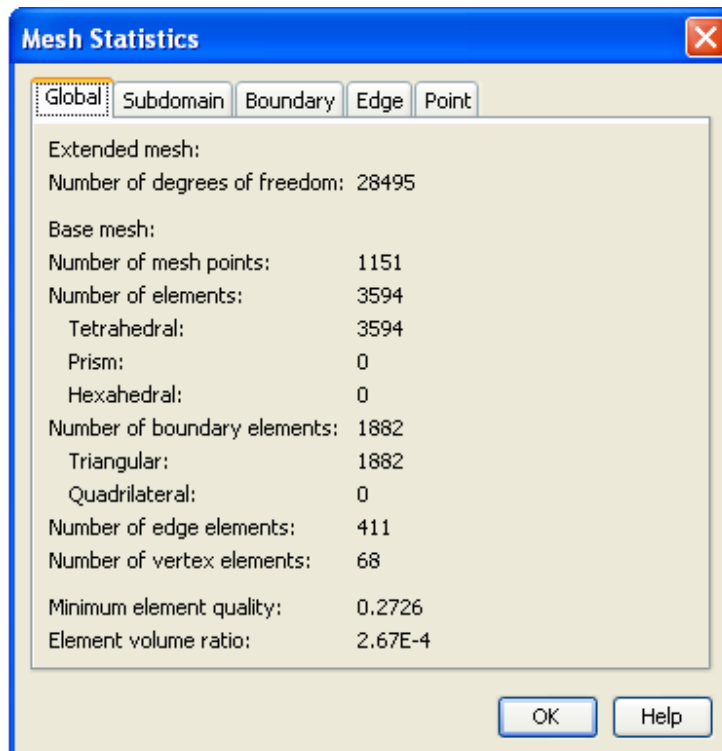
Στη συνέχεια παρατίθεται το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων που δημιουργήθηκε για την επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν τη ροή του πολυμερούς.



Σχήμα 2.9 : Καθορισμός πλέγματος για την δοκιμή ένα

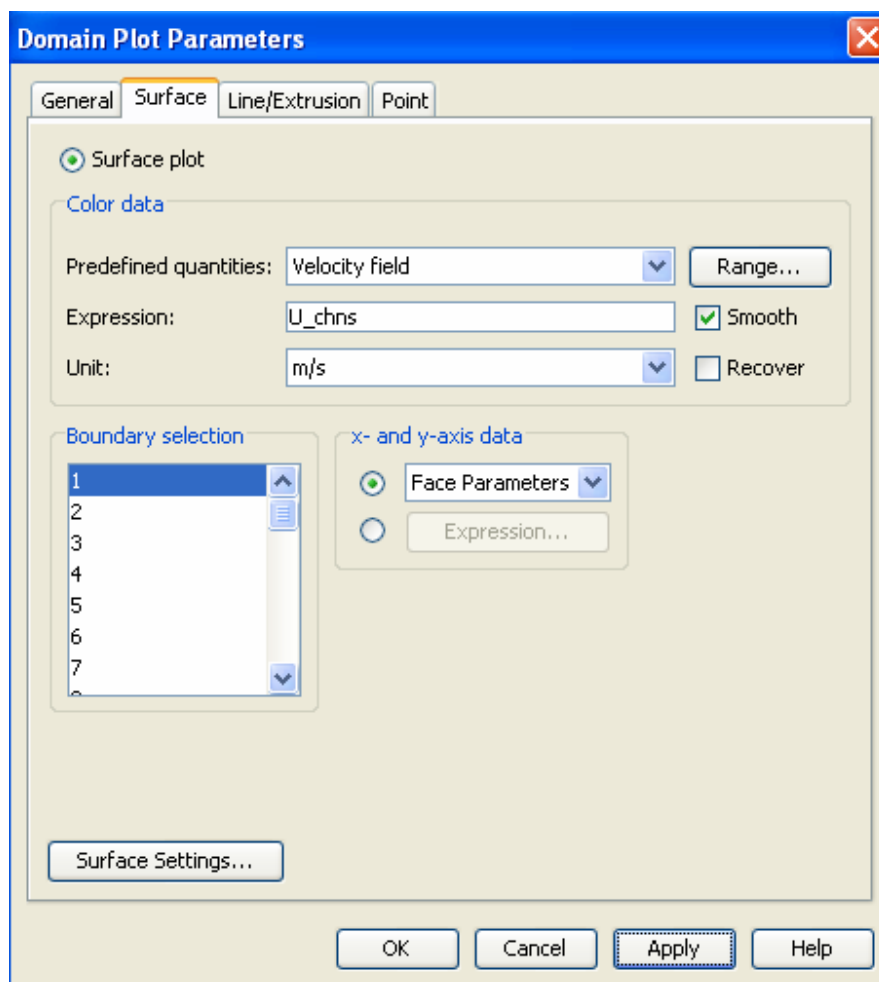
Στις επόμενες εικόνες αναλύεται ο τρόπος ορισμού των πεπερασμένων στοιχείων, το είδος που χρησιμοποιήθηκε (Lagrange - P₂ P₁, τετραεδρικά) και ο αλγόριθμος (GMRES – επίλυση αραιών μητρώων) που ακολουθήθηκε για την επίλυση των αλγεβρικών συστημάτων που προέκυψαν κατά την εφαρμογή της μεθόδου των ΠΣ.

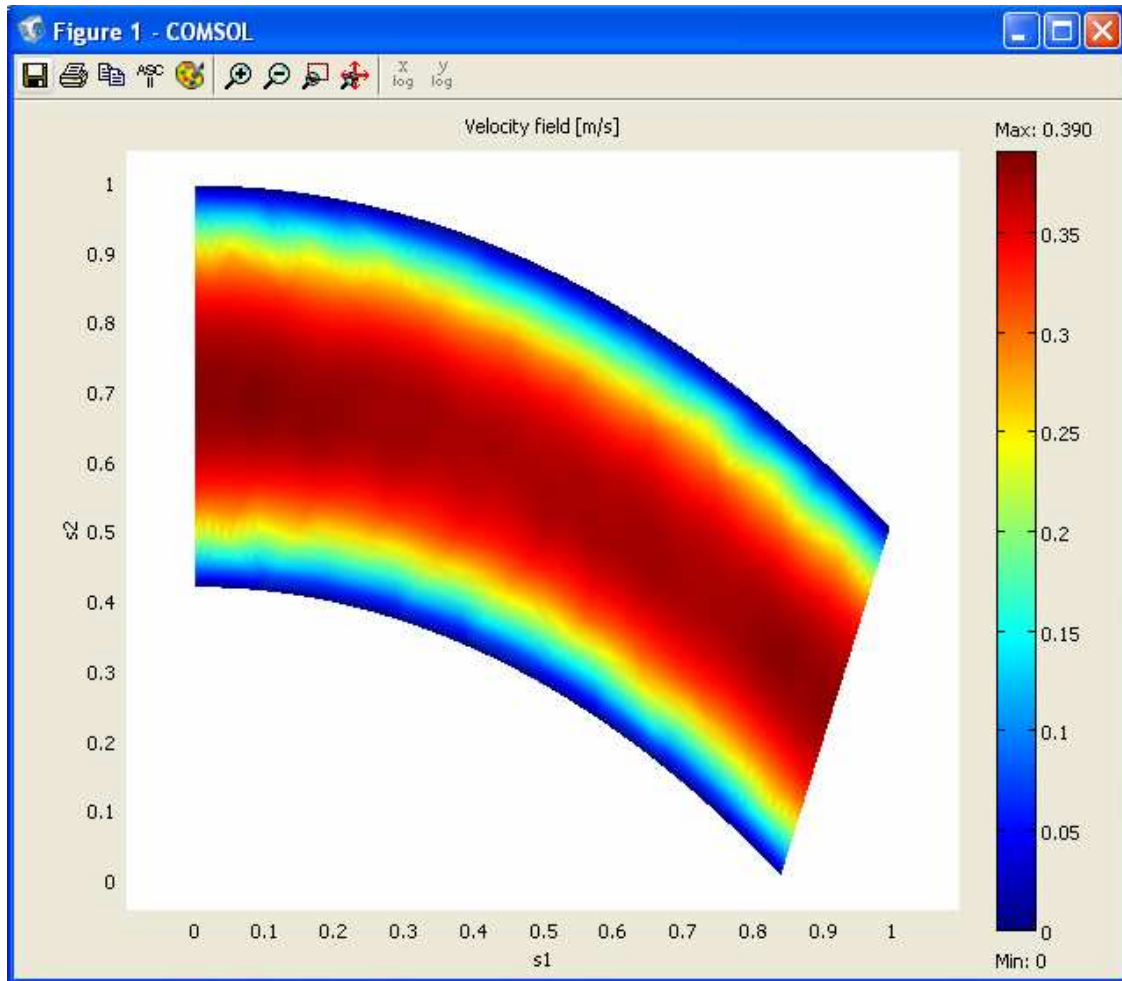




Σχήμα 2.10 : Καθορισμός παραμέτρων πεπερασμένων στοιχείων.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο τρόπος εξαγωγής των αποτελεσμάτων που μας ενδιαφέρουν, δηλαδή το προφίλ της ταχύτητας εξόδου. Με την βοήθεια της εντολής domain plot parameters επιτυγχάνουμε τα παρακάτω.





Σχήμα 2.11 : Προσδιορισμός του προφίλ στην ταχύτητα στην έξοδο.

2.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ (ΑΝΟΝΑ)

2.3.1 Μελέτη για το προφίλ της ταχύτητας στην έξοδο

2.3.1.1 Εισαγωγή

Η επίλυση του προβλήματος των μερικών διαφορικών εξισώσεων μάζας, ορμής, ενέργειας-θερμότητας, του τηγμένου πολυαιθυλενίου (μη νευτώνειο ρευστό) έγινε με τη βοήθεια του υπολογιστικού πακέτου COMSOL. Τελικά έχουμε στη διάθεση μας ένα σύνολο τιμών που περιγράφουν το πεδίο ταχυτήτων στους κόμβους των πεπερασμένων στοιχείων στην έξοδο του ροϊκού σωλήνα. Αυτό που κυρίως μας ενδιαφέρει στο προφίλ της ταχύτητας είναι η όσο το δυνατόν περισσότερο ομοιόμορφη κατανομή του στην έξοδο. Ο λόγος, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι η αποφυγή δημιουργίας περιοχών εντός του ρευστοποιημένου πολυμερούς με διαφορετική ταχύτητα ροής, που έχει ως αποτέλεσμα στα όρια των συγκεκριμένων περιοχών να μειώνεται αισθητά η μηχανική αντοχή του πολυμερούς-πλαστικού. Επομένως ο βέλτιστος συνδυασμός των επιπέδων πίεσης εισόδου και θερμοκρασίας εισόδου είναι αυτός που θα μας δώσει τη μεγαλύτερη ομοιομορφία στις τιμές της ταχύτητας εξόδου.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται η τυπική απόκλιση των τιμών του δείγματος της ταχύτητας εξόδου σε κάθε δοκιμή. Οι τιμές της ταχύτητας που υπολογίστηκαν με το COMSOL θεωρούνται δείγμα, διότι υπολογίστηκαν σε συγκεκριμένους κόμβους πεπερασμένων στοιχείων και όχι σε ολόκληρη τη διατομή εξόδου ώστε να αποτελούν πληθυσμό.

Επομένως η τυπική απόκλιση δίνεται από τη σχέση:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_1^v (X_i - \bar{X})^2}{N-1}} \quad (\text{σχέση 2.2α})$$

όπου s : τυπική απόκλιση του δείγματος

X_i : τιμές του δείγματος

\bar{X} : μέση τιμή του δείγματος

N : μέγεθος του δείγματος (αριθμός παρατηρήσεων)

και **όχι** από τη σχέση που αναφέρεται σε πληθυσμό:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^v (X_i - \mu)^2}{N}} \quad (\text{σχέση 2.2β})$$

όπου σ : τυπική απόκλιση του πληθυσμού

X_i : τιμές του δείγματος

μ : μέση τιμή του πληθυσμού

N : μέγεθος του πληθυσμού

ΔΟΚΙΜΗ	ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ				ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	
	P₁	T₁	P₁×T₁		S_υ (m/s)	(S_υ)² (m ² /s ²)
1	1	1	1	1	0.0100	0.00010021
2	1	2	2	2	0.0133	0.00017664
3	1	3	3	3	0.0172	0.00029756
4	2	1	2	3	0.0398	0.00158227
5	2	2	3	1	0.0527	0.00277927
6	2	3	1	2	0.0683	0.00466674
7	3	1	3	2	0.1183	0.01400016
8	3	2	1	3	0.1565	0.02449299
9	3	3	2	1	0.2025	0.04099168

Πίνακας 2.3:Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή μετρήσεις που προέκυψαν για S_υ και (S_υ)².

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

A)Οι τιμές της ταχύτητας είναι της τάξεως των cm/s (όπως παρατηρούμε από τον πίνακα οι ταχύτητες κυμαίνονται από 1 cm/s έως 20 cm/s) γεγονός αναμενόμενο, αφού ανάλογα αποτελέσματα προκύπτουν και από μετρήσεις κατά την εκβολή πολυμερούς από καλούπια σε βιομηχανικούς και εργαστηριακούς χώρους. (Συνήθως μετράται η παροχή σε συγκεκριμένο χρόνο και, γνωρίζοντας τη διατομή, υπολογίζουμε την ταχύτητα εξόδου). Στις τιμές του **(S_υ)²** ελήφθησαν υπόψιν αρκετά δεκαδικά ψηφία επειδή αποτελούν ενδιάμεσα και όχι τελικά αποτελέσματα και κάποιου είδους στρογγυλοποίηση θα μπορούσε να οδηγήσει σε υποβάθμιση του ρόλου κάποιου παράγοντα και λάθος συμπεράσματα.

Β)Ως παράγοντες επηρεασμού της ταχύτητας εξόδου θεωρήθηκαν στην παρούσα μελέτη η πίεση και η θερμοκρασία εισόδου. Μετά την αριθμητική επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν τη ροή μέσω του COMSOL εμφανίζεται ένα ακόμα σφάλμα που επηρεάζει την ταχύτητα εξόδου. Αυτό είναι το αριθμητικό σφάλμα που παράγεται κατά την εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων κατά την επίλυση. Στη συγκεκριμένη εργασία χρησιμοποιήσαμε σε όλες τις δοκιμές το ίδιο είδος πεπερασμένων στοιχείων (Τετραεδρικά Lagrange-P1P2), προσπαθώντας να περιορίσουμε κατά το δυνατόν την επίδραση του συγκεκριμένου σφάλματος. Εξάλλου, όπως θα διαπιστώσουμε παρακάτω ο συγκεκριμένος πειραματικός σχεδιασμός με μία μόνο τιμή της τυπικής απόκλισης της ταχύτητας εξόδου ανά δοκιμή (χωρίς επαναλήψεις) δεν επαρκεί όχι μόνο για τη μελέτη περισσότερων των δύο παραγόντων, αλλά ούτε και για την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων ως προς την αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο παραγόντων. Επομένως δεν μπορεί να μελετηθεί και ο παράγοντας επιλογή πεπερασμένου στοιχείου. Ωστόσο είναι ικανοποιητικός ο ανωτέρω πειραματικός σχεδιασμός για τη συγκεκριμένη μελέτη, η οποία θέλουμε να περιοριστεί στην εξέταση των φυσικών παραμέτρων του προβλήματος.

2.3.1.2 Επιλογή του μέτρου απόδοσης θορύβου (NPM)

Έχει ήδη αναφερθεί ότι ο βέλτιστος συνδυασμός των επιπέδων πίεσης εισόδου και θερμοκρασίας εισόδου είναι αυτός που θα μας δώσει τη μεγαλύτερη ομοιομορφία στις τιμές της ταχύτητας εξόδου και επομένως αυτό είναι το ζητούμενο. Μεγαλύτερη ομοιομορφία όμως δεν συνεπάγεται απαραίτητα και μικρότερη τυπική απόκλιση ή μικρότερη διασπορά (τυπική απόκλιση στο τετράγωνο) σε σχέση με τις υπόλοιπες από τις άλλες δοκιμές, διότι μπορεί να υπάρχει εξάρτηση της διασποράς από τη μέση τιμή. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι μία μεγάλη τιμή της διασποράς σε μία δοκιμή σε σχέση με τις άλλες μπορεί να οφείλεται σε μια μεγάλη τιμή της μέσης τιμής στη συγκεκριμένη δοκιμή και όχι σε μεγάλες διαφορές μεταξύ των τιμών της ταχύτητας από κόμβο σε κόμβο. Επομένως πρέπει να εξετάσουμε εάν υπάρχει εξάρτηση της διασποράς από τη μέση τιμή ώστε να επιλέξουμε ένα αντικειμενικό μέτρο της «ομοιομορφίας» του προφίλ της ταχύτητας.

Επειδή αναζητούμε ένα μέτρο ελέγχου και ελαχιστοποίησης της μεταβλητότητας, ουσιαστικά προσπαθούμε να επιλέξουμε ένα μέτρο απόδοσης θορύβου (NPM-Noise Performance Measure). Ο Taguchi προτείνει διάφορα μέτρα απόδοσης θορύβου, τα οποία αναφέρονται στη συνέχεια.

Για την περίπτωση που πρέπει να επιτευχθεί συγκεκριμένος στόχος ο Taguchi συνιστά τη χρήση του λόγου σήματος προς θόρυβο (SNR-Signal to Noise Ratio):

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\bar{X}^2}{S^2} \right) \text{ (σχέση 2.3)}$$

Αντιθέτως, αν ο στόχος είναι της μορφής «όσο λιγότερο τόσο καλύτερο» για το υπό μελέτη χαρακτηριστικό, τότε ο Taguchi προτείνει:

$$NPM = -10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{N} \cdot \sum X^2 \right) \quad (\text{σχέση 2.4})$$

Όμως από τη σχέση που μας δίνει την τυπική απόκλιση (σχέση 2.1) παρατηρούμε ότι:

$$\frac{1}{N} \cdot \sum X^2 = \bar{X}^2 + \frac{N-1}{N} \cdot s^2 \quad (\text{σχέση 2.5})$$

Η παραπάνω σχέση δείχνει την ακαταλληλότητα του συγκεκριμένου μέσου απόδοσης, καθώς συγχέει τις επιδράσεις που προκύπτουν από αλλαγές στη μέση τιμή \bar{X} με τις επιδράσεις οι οποίες προκύπτουν από αλλαγές στη διασπορά s^2 . Επομένως για την παρούσα μελέτη που ενδιαφερόμαστε για ελαχιστοποίηση μόνο της μεταβλητότητας θέλουμε ένα μέτρο που να μην επηρεάζεται από τη μέση τιμή.

Τέλος, αν ο στόχος είναι της μορφής «όσο περισσότερο τόσο καλύτερο» για το υπό μελέτη χαρακτηριστικό, τότε ο Taguchi προτείνει:

$$NPM = -10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{N} \sum X^{-2} \right) \quad (\text{σχέση 2.6})$$

Και σε αυτό το μέτρο υπάρχει μεροληψία λόγω σύγκυσης των επιδράσεων, όπως αποδεικνύεται από την παρακάτω σχέση:

$$\frac{1}{N} \cdot \sum X^{-2} \approx 3 \cdot \frac{s^2}{\bar{X}^4} + \frac{1}{\bar{X}^2} \quad (\text{σχέση 2.7})$$

Παρακάτω προτείνεται ένας τρόπος προσδιορισμού της πιθανής εξάρτησης μεταξύ μέσης τιμής και διασποράς και ο καθορισμός ενός αντικειμενικού κατά το δυνατόν μέτρου απόδοσης που να οδηγεί στον βέλτιστο συνδιασμό επιπέδων για την πιο ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας εξόδου. Ως μέτρο απόδοσης θορύβου στη γενική του μορφή ορίζεται το ακόλουθο [1]:

$$NPM = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\bar{X}^b}{s} \right)^2 \quad (\text{σχέση 2.8})$$

όπου ο συντελεστής b είναι η κλίση της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων που περιγράφεται από την επόμενη σχέση:

$$\log(s_i) = a + b \cdot \log(\bar{X}_i) \quad (\text{σχέση 2.9})$$

Πράγματι η εξίσωση 2.9 περιγράφει μία ευθεία της μορφής $Y_{\text{μετ},i} = a + b \cdot X_{\text{μετ},i}$, όπου τα $Y_{\text{μετ},i}$ (Y μετασχηματισμένο) και $X_{\text{μετ},i}$ (X μετασχηματισμένο) δίνονται από τους παρακάτω μετασχηματισμούς $Y_{\text{μετ},i} = \log(s_i)$ και $X_{\text{μετ},i} = \log(\bar{X}_i)$. Οπότε με βάση τις μετρήσεις που πήραμε από την εκτέλεση των δοκιμών για τη μέση τιμή της ταχύτητας και τη διασπορά θα χαράξουμε την παραπάνω ευθεία, ώστε να βρούμε την τιμή του b . Τα s_i είναι οι τιμές της στήλης **Su** του παρακάτω πίνακα και τα \bar{X}_i είναι οι τιμές της στήλης **Um**.

ΔΟΚΙΜΗ	ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ				ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	
	P₁	T₁	P₁×T₁		S_U (m/s)	U_m (m/s)
1	1	1	1	1	0.0100	0.0213
2	1	2	2	2	0.0133	0.0283
3	1	3	3	3	0.0172	0.0367
4	2	1	2	3	0.0398	0.0877
5	2	2	3	1	0.0527	0.1163
6	2	3	1	2	0.0683	0.1507
7	3	1	3	2	0.1183	0.2623
8	3	2	1	3	0.1565	0.3471
9	3	3	2	1	0.2025	0.4491

Πίνακας 2.4: Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή μετρήσεις που προέκυψαν για S_U και U_m .

Οι συντελεστές a και b της ευθείας των ελαχίστων τετραγώνων υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις, όπου n ο αριθμός των παρατηρήσεων-ζευγών μεταβλητότητας και μέσης τιμής (στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι όσες και οι δοκιμές, δηλαδή 9):

$$b = \frac{n \cdot \sum (X_{\mu\epsilon\tau,i} \cdot Y_{\mu\epsilon\tau,i}) - \sum Y_{\mu\epsilon\tau,i} \cdot \sum X_{\mu\epsilon\tau,i}}{n \cdot \sum X_{\mu\epsilon\tau,i}^2 - (\sum X_{\mu\epsilon\tau,i})^2} = \frac{\sum \left[(X_{\mu\epsilon\tau,i} - \bar{X}_{\mu\epsilon\tau}) \cdot (Y_{\mu\epsilon\tau,i} - \bar{Y}_{\mu\epsilon\tau}) \right]}{\sum (X_{\mu\epsilon\tau,i} - \bar{X}_{\mu\epsilon\tau})^2}$$

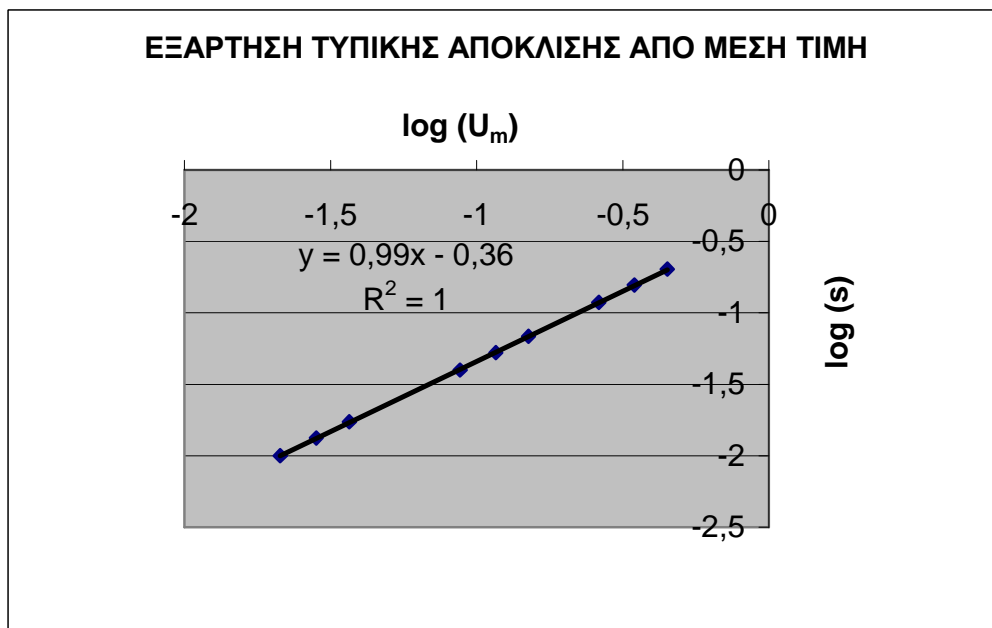
(σχέση 2.10)

$$\alpha = \bar{Y}_{\mu\epsilon\tau} - b \cdot \bar{X}_{\mu\epsilon\tau} \quad (\text{σχέση 2.11})$$

όπου $Y_{\mu\epsilon\tau,i} = \log(s_i)$ και $X_{\mu\epsilon\tau,i} = \log(\bar{X}_i)$. Μία πιο εύχρηστη για υπολογισμούς σε H/Y σχέση από την οποία προκύπτει το b είναι η ακόλουθη:

$$b = \frac{\sum(X_{\mu\epsilon\tau,i} \cdot Y_{\mu\epsilon\tau,i}) - n \cdot \bar{X}_{\mu\epsilon\tau} \cdot \bar{Y}_{\mu\epsilon\tau}}{\sum X_{\mu\epsilon\tau}^2 - n \cdot \bar{X}_{\mu\epsilon\tau}^2} \quad (\text{σχέση 2.12})$$

Αποτέλεσμα των παραπάνω υπολογισμών είναι η παρακάτω ευθεία ελαχίστων τετραγώνων:



Σχήμα 2.12 :Γραμμική συσχέτιση μεταξύ μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης ταχύτητας εξόδου-Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.

Η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων είναι η: $Y=0.99X-0,36$. Επομένως $b=0.99$ και $a=-0.36$. Δεν πρέπει όμως να αγνοηθεί το γεγονός ότι οι παραπάνω τιμές προέκυψαν από στατιστική επεξεργασία και επομένως πρέπει να διαπιστωθεί εάν είναι δυνατή η γενίκευσή τους. Ένας πρώτος τρόπος είναι η γραφική παράσταση των σημείων και της ευθείας αναδρομής και ο έλεγχος «με το μάτι». Στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι δυνατόν να διαπιστωθεί ότι υπάρχει γραμμική εξάρτηση. Δεν είναι όμως γενικός τρόπος επίλυσης και σπανίως μας δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα.

Άλλος ένας τρόπος έμμεσης διαπίστωσης εάν η τιμή του b είναι 1 είναι και ο υπολογισμός του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης r από την παρακάτω σχέση:

$$r = \frac{\sum \left[\left(X_{\mu\epsilon\tau,i} - \bar{X}_{\mu\epsilon\tau} \right) \cdot \left(Y_{\mu\epsilon\tau,i} - \bar{Y}_{\mu\epsilon\tau} \right) \right]}{\sqrt{\sum \left(X_{\mu\epsilon\tau,i} - \bar{X}_{\mu\epsilon\tau} \right)^2 \cdot \sum \left(Y_{\mu\epsilon\tau,i} - \bar{Y}_{\mu\epsilon\tau} \right)^2}} \quad (\text{σχέση 2.15})$$

Ο r παίρνει τιμές στο διάστημα -1 έως 1 . Εάν $r=0$, τότε θεωρούμε ότι οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται γραμμικά, δηλαδή δεν υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ τους. Όσο η απόλυτη τιμή του r πλησιάζει τη μονάδα, τόσο υψηλότερη είναι η συσχέτιση, ενώ όσο πλησιάζει το μηδέν, είναι χαμηλότερη. Όταν $|r|=1$ όλα τα πειραματικά σημεία βρίσκονται πάνω στην ευθεία αναδρομής και, εάν $r=1$ η ευθεία έχει θετική κλίση, αλλιώς αν $r=-1$ η ευθεία έχει αρνητική κλίση. Εκτελώντας τους υπολογισμούς που απαιτεί η σχέση 2.15 προκύπτει $r \approx 1$, που αποτελεί ισχυρή ένδειξη ότι υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης.

Ωστόσο επειδή ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης υπολογίζεται μέσω στατιστικών δεδομένων πρέπει να ελεγχθεί η αξιοπιστία του. Άρα είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθεί στατιστικό τεστ που θα καταδείξει εάν μπορούμε να γενικεύσουμε τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου δείγματος.

Ο πιο αξιόπιστος τρόπος είναι να υπολογιστεί το σφάλμα που συνοδεύει το συντελεστή b , ο οποίος μας ενδιαφέρει, και στη συνέχεια να πραγματοποιηθεί στατιστικό τεστ που να ελέγχει το κατά πόσον η τιμή του b είναι 0 ή 1 ή 2 κ.τ.λ.. Παρόλο που το $b=0.99$ είναι πολύ κοντά στο $b=1$ δεν είναι απίθανο να προκύψει για παράδειγμα $b=0$ εάν το σφάλμα που συνοδεύει το b είναι πολύ μεγάλο.

Εάν προκύψει $b=0$ τότε η ευθεία γράφεται στη μορφή $\mathbf{Y}=\mathbf{a}$. Αυτό σημαίνει ότι το $Y_{\text{μετ},i} = \log(s_i)$ έχει μια σταθερή τιμή για οποιαδήποτε τιμή του $X_{\text{μετ},i} = \log(\bar{X}_i)$. Άρα το $Y_{\text{μετ},i}$ και κατ'επέκταση το \mathbf{S}_U (τυπική απόκλιση της ταχύτητας εξόδου) είναι ανεξάρτητο του $X_{\text{μετ},i}$ και κατ'επέκταση της μέσης τιμής της ταχύτητας εξόδου $\mathbf{U}_m (\bar{X}_i)$. Τότε το μέτρο απόδοσης θορύβου γίνεται:

$$NPM = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\bar{X}^0}{s} \right)^2 = -10 \cdot \log_{10} (s^2) \quad (\text{σχέση 2.13})$$

Εάν προκύψει $b=1$ τότε διαπιστώνεται εξάρτηση μεταξύ του \mathbf{S}_U και του $\mathbf{U}_m (\bar{X}_i)$ και το μέτρο απόδοσης θορύβου γίνεται:

$$NPM = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\bar{X}^1}{s} \right)^2 \quad (\text{σχέση 2.14})$$

Παρακάτω υπολογίζουμε το τυπικό σφάλμα του b και στη συνέχεια ελέγχουμε εάν η τιμή του b μπορεί να θεωρηθεί στατιστικά ίση με την τιμή που υποθέτουμε, μέσω ενός στατιστικού τεστ. Το εκτιμώμενο τυπικό σφάλμα της κλίσεως b της ευθείας αναδρομής δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$se(b) = \frac{s_{\text{αναδ}}}{\sqrt{\sum (X_{\text{μετ},i} - \bar{X}_{\text{μετ}})^2}} = \frac{s_{\text{αναδ}}}{\sqrt{\sum X_{\text{μετ},i}^2 - n \cdot \bar{X}_{\text{μετ}}^2}} \quad (\text{σχέση 2.16})$$

όπου $s_{\text{αναδ}}$ είναι η τυπική απόκλιση της αναδρομής και δίνεται από τη σχέση:

$$s_{\text{αναδ}} = \sqrt{\frac{\sum (Y_{\text{μετ},i} - \hat{Y}_{\text{μετ},i})^2}{n-2}} \quad (\text{σχέση 2.17})$$

Στην τελευταία σχέση με $Y_{\text{μετ},i}$ συμβολίζεται η τεταγμένη του πειραματικού σημείου i , ενώ με $\hat{Y}_{\text{μετ},i}$ η τεταγμένη σημείου της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων που έχει ίδια τετμημένη με αυτήν του σημείου i .

Α' ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

(υποθέτω ότι δεν υπάρχει γραμμική εξάρτηση και άρα $b=0$)

Μηδενική υπόθεση, $H_0: b = 0$

Εναλλακτική υπόθεση, $H_1: b \neq 0$

Ανηγγεμένη μεταβλητή προς σύγκριση t_0 (ακολουθεί τη βοηθητική κατανομή student) :

$$t_0 = \frac{b-0}{se(b)} \text{ (σχέση 2.18)}$$

Κρίσιμη μεταβλητή t_{cr} (από πίνακες κατανομής student σε κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης για $n-2$ βαθμούς ελευθερίας).

Στο υπό μελέτη πρόβλημα έχουν υπολογιστεί τα:

$b = 0.99$ (από σχέσεις αναδρομής 2.10 ή 2.12)

$se(b) = 0.005$ (από σχέση 2.16)

Επομένως : $t_0 = \frac{0.99-0}{0.005} = 198$

Επίσης έχουν πραγματοποιηθεί 9 δοκιμές με μία παρατήρηση ανά δοκιμή.

Άρα: παρατηρήσεις-μετρήσεις: $n = 9$

βαθμοί ελευθερίας για υπολογισμό t_{cr} : $\beta.ε. = n - 2 = 9 - 2 = 7$

Πρόκειται για δίπλευρο τεστ, όπως διαπιστώνουμε από τη μορφή της εναλλακτικής υπόθεσης που δεν μας περιορίζει στο να είναι το b μεγαλύτερο ή μικρότερο μιας συγκεκριμένης τιμής, αλλά απλά διάφορο αυτής της τιμής. Επομένως η κρίσιμη τιμή της μεταβλητής θα υπολογιστεί

για πιθανότητα $P=1-\frac{\alpha}{2}$, όπου α είναι το επίπεδο σημαντικότητας που θεωρούμε κάθε φορά.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) :

$$P=1-\frac{\alpha}{2}=1-\frac{0.05}{2}=0.975$$

$t_{cr}=t_{P,n-2}=t_{0.975,7}=2.365$ (από πίνακα κατανομής student ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $t_0 > t_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται στο επίπεδο σημαντικότητας 5% και εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 95% η πραγματική τιμή του b δεν είναι μηδέν, άρα υπάρχει εξάρτηση.

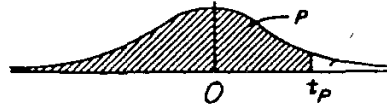
Σε επίπεδο σημαντικότητας 1% (επίπεδο εμπιστοσύνης 99%) :

$$P=1-\frac{\alpha}{2}=1-\frac{0.01}{2}=0.995$$

$t_{cr}=t_{P,n-2}=t_{0.995,7}=3.499$ (από πίνακα κατανομής student ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $t_0 > t_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και στο επίπεδο σημαντικότητας 1%. Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 99% η πραγματική τιμή του b δεν είναι μηδέν, άρα υπάρχει εξάρτηση. (Η μηδενική υπόθεση ότι δεν υπάρχει εξάρτηση έχει απορριφθεί στο σύνολό της).

Τιμές της μεταβλητής t του Student συναρτήσει των βαθμών ελευθερίας (ν) και του εμβαδού P {8}.



ν	$t_{.90}$	$t_{.70}$	$t_{.50}$	$t_{.30}$	$t_{.10}$	$t_{.05}$	$t_{.025}$	$t_{.01}$
1	.325	.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	.289	.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	.277	.584	.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	.271	.569	.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	.267	.559	.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	.265	.553	.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	.263	.549	.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	.262	.546	.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	.261	.543	.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	.260	.542	.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	.260	.540	.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	.259	.539	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	.259	.538	.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	.258	.537	.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	.258	.536	.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	.258	.535	.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	.257	.534	.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	.257	.534	.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	.257	.533	.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	.257	.533	.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	.257	.532	.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	.256	.532	.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	.256	.532	.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	.256	.531	.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	.256	.531	.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	.256	.531	.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	.256	.531	.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	.256	.530	.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	.256	.530	.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	.256	.530	.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	.255	.529	.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	.254	.527	.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	.254	.526	.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	.253	.524	.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Πίνακας 2.5: Πίνακας κατανομής student για εύρεση t_{cr} στο Α' στατιστικό τεστ

Β' ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

(υποθέτω ότι υπάρχει γραμμική εξάρτηση και $b=1$)

Μηδενική υπόθεση, $H_0: b = 1$

Εναλλακτική υπόθεση, $H_1: b \neq 1$

Ανηγγεμένη μεταβλητή προς σύγκριση t_0 (ακολουθεί τη βοηθητική κατανομή student) :

$$t_0 = \frac{b-1}{se(b)} \text{ (σχέση 2.19)}$$

Κρίσιμη μεταβλητή t_{cr} (από πίνακες κατανομής student σε κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης για $n-2$ βαθμούς ελευθερίας).

Στο υπό μελέτη πρόβλημα έχουν υπολογιστεί τα:

$b = 0.99$ (από σχέσεις αναδρομής 2.10 ή 2.12)

$se(b) = 0.005$ (από σχέση 2.16)

Επομένως : $t_0 = \frac{0.99-1}{0.005} = -2$

Επίσης έχουν πραγματοποιηθεί 9 δοκιμές με μία παρατήρηση ανά δοκιμή.

Άρα: παρατηρήσεις-μετρήσεις: $n = 9$

βαθμοί ελευθερίας για υπολογισμό t_{cr} : $\beta.ε. = n - 2 = 9 - 2 = 7$

Πρόκειται για δίπλευρο τεστ, όπως διαπιστώνουμε από τη μορφή της εναλλακτικής υπόθεσης που δεν μας περιορίζει στο να είναι το b μεγαλύτερο ή μικρότερο μιας συγκεκριμένης τιμής, αλλά απλά διάφορο αυτής της τιμής. Επομένως η κρίσιμη τιμή της μεταβλητής θα υπολογιστεί

για πιθανότητα $P=1-\frac{\alpha}{2}$, όπου α είναι το επίπεδο σημαντικότητας που θεωρούμε κάθε φορά. Επίσης, επειδή η κατανομή student είναι συμμετρική μπορούμε να εξετάσουμε το $|t_0|=2$ και τα αποτελέσματα και συμπεράσματα που θα εξάγουμε θα είναι ίδια με αυτά που θα προέκυπταν εάν χρησιμοποιούσαμε το $t_0=-2$.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) :

$$P=1-\frac{\alpha}{2}=1-\frac{0.05}{2}=0.975$$

$t_{cr}=t_{P,n-2}=t_{0.975,7}=2.365$ (από πίνακα κατανομής student ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $|t_0|<t_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση γίνεται αποδεκτή στο επίπεδο σημαντικότητας 5% και εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 95% η πραγματική τιμή του b είναι 1.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 1% (επίπεδο εμπιστοσύνης 99%) :

$$P=1-\frac{\alpha}{2}=1-\frac{0.01}{2}=0.995$$

$t_{cr}=t_{P,n-2}=t_{0.995,7}=3.499$ (από πίνακα κατανομής student ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $|t_0|<t_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση γίνεται αποδεκτή και στο επίπεδο σημαντικότητας 1%. Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 99% η πραγματική τιμή του b είναι 1 και υπάρχει γραμμική εξάρτηση. (Η μηδενική υπόθεση ότι $b=1$ έχει γίνει αποδεκτή στο σύνολό της).

Τιμές της μεταβλητής t του Student συναρτήσει των βαθμών ελευθερίας (ν) και του εμβαδού P { θ }.



ν	$t_{.90}$	$t_{.70}$	$t_{.50}$	$t_{.30}$	$t_{.10}$	$t_{.05}$	$t_{.025}$	$t_{.01}$
1	.325	.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	.289	.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	.277	.584	.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	.271	.569	.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	.267	.559	.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	.265	.553	.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	.263	.549	.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	.262	.546	.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	.261	.543	.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	.260	.542	.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	.260	.540	.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	.259	.539	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	.259	.538	.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	.258	.537	.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	.258	.536	.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	.258	.535	.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	.257	.534	.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	.257	.534	.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	.257	.533	.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	.257	.533	.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	.257	.532	.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	.256	.532	.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	.256	.532	.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	.256	.531	.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	.256	.531	.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	.256	.531	.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	.256	.531	.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	.256	.530	.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	.256	.530	.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	.256	.530	.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	.255	.529	.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	.254	.527	.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	.254	.526	.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	.253	.524	.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Πίνακας 2.6: Πίνακας κατανομής student για εύρεση t_{cr} στο Β' στατιστικό τεστ

Αφού γίνεται αποδεκτή η υπόθεση ότι $b=1$, οι τιμές μεταξύ των οποίων μπορεί να κυμανθεί η τιμή του b , δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$b \pm t_{\frac{1+P}{2}, n-2} \cdot se(b) \quad (\text{σχέση 2.20})$$

Για επίπεδο εμπιστοσύνης $P=95\%$ έχουμε:

- άνω όριο τιμής του b :

$$b + t_{\frac{1+P}{2}, n-2} \cdot se(b) = 1 + t_{0.975, 7} \cdot se(b) = 1 + 2.365 \cdot 0.005 = 1.012$$

- κάτω όριο τιμής του b :

$$b - t_{\frac{1+P}{2}, n-2} \cdot se(b) = 1 - t_{0.975, 7} \cdot se(b) = 1 - 2.365 \cdot 0.005 = 0.988$$

- **διάστημα τιμών του b : [0.988 , 1.012]**

Για επίπεδο εμπιστοσύνης $P=99\%$ έχουμε:

- άνω όριο τιμής του b :

$$b + t_{\frac{1+P}{2}, n-2} \cdot se(b) = 1 + t_{0.995, 7} \cdot se(b) = 1 + 3.499 \cdot 0.005 = 1.017$$

- κάτω όριο τιμής του b :

$$b - t_{\frac{1+P}{2}, n-2} \cdot se(b) = 1 - t_{0.995, 7} \cdot se(b) = 1 - 3.499 \cdot 0.005 = 0.983$$

- **διάστημα τιμών του b : [0.983 , 1.017]**

Επομένως δεν χρειάζεται να πραγματοποιηθεί στατιστικό τεστ ώστε να εξετασθούν οι υποθέσεις $b=2$, $b=3$... διότι με τις παραπάνω σχέσεις γνωρίζουμε το διάστημα που κυμαίνονται οι τιμές του b και παρατηρούμε ότι οι υποθέσεις $b=2$, $b=3$... απορρίπτονται. Άρα δεχόμαστε ότι $b=1$ και υιοθετούμε το παρακάτω μέτρο απόδοσης θορύβου:

$$NPM = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\bar{X}^1}{s} \right)^2 \quad (\text{σχέση 2.21})$$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο απόδοσης θορύβου που επιλέχθηκε ταυτίζεται με το λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR-Signal to Noise Ratio) που προτείνει ο Taguchi.

Στον παρακάτω πίνακα έχει υπολογιστεί το παραπάνω μέτρο απόδοσης θορύβου για τις 9 δοκιμές:

ΔΟΚΙΜΗ	ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ				ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ
	P₁	T₁	P₁×T₁		NPM
1	1	1	1	1	6.5517
2	1	2	2	2	6.5519
3	1	3	3	3	6.5521
4	2	1	2	3	6.8721
5	2	2	3	1	6.8734
6	2	3	1	2	6.8748
7	3	1	3	2	6.9152
8	3	2	1	3	6.9176
9	3	3	2	1	6.9199

Πίνακας 2.7: Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή μετρήσεις που προέκυψαν για το επιλεγμένο NPM.

2.3.1.3 Η μέθοδος ανάλυσης της διασποράς

Στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος της **ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ (ANALYSIS OF VARIANCE – ANOVA)**. Σκοπός είναι ο προσδιορισμός της επιρροής κάθε παράγοντα από τους προαναφερθέντες στον πίνακα στο προφίλ της ταχύτητας εξόδου και η εύρεση του βέλτιστου συνδιασμού επιπέδων τους. Επειδή επιδίωξή μας είναι η ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας, τα βέλτιστα επίπεδα θα είναι αυτά που οδηγούν σε μεγιστοποίηση του NPM, διότι παρατηρώντας τη σχέση υπολογισμού του NPM (σχέση 2.21) διαπιστώνουμε ότι η μεταβλητότητα s^2 βρίσκεται στον παρονομαστή του ορίσματος του λογαρίθμου.

Με την ανάλυση της διασποράς (ANOVA) επιτυγχάνουμε το διαχωρισμό της ολικής μεταβλητότητας των αποτελεσμάτων των δοκιμών σε συστατικά διασποράς και στη συνέχεια τον προσδιορισμό της σημαντικότητάς τους. Συστατικά διασποράς ονομάζουμε αυτά που συνδέονται με τις κύριες επιδράσεις των παραγόντων, τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παραγόντων και την τυχαία διασπορά (υπόλοιπο όπως συνήθως λέγεται). Το «υπόλοιπο» τελικά εκφράζει το μέγεθος της διασποράς που δεν οφείλεται σε κάποιον από τους εξεταζόμενους παράγοντες και τις θεωρούμενες αλληλεπιδράσεις τους. Για να προσδιορίσουμε τη σημαντικότητα των συστατικών της διασποράς που συνδέονται με επιδράσεις των παραγόντων τις συγκρίνουμε με το υπόλοιπο πραγματοποιώντας ένα στατιστικό τεστ σύγκρισης διασπορών (F τεστ).

Από τα παραπάνω προκύπτει το λογικό συμπέρασμα ότι η ολική διασπορά ισούται με το άθροισμα της διασποράς εξαιτίας επιδράσεων των παραγόντων με την τυχαία διασπορά (υπόλοιπο). Εάν παρατηρήσουμε τις σχέσεις που υπολογίζουν μεταβλητότητες καταλήγουμε στο γεγονός ότι η μεταβλητότητα σχετίζεται άμεσα με το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων που παρουσιάζουν οι μετρήσεις από τη μέση τιμή τους. Επομένως μπορούμε τελικά να υπολογίζουμε το άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων των παρατηρήσεων από τη μέση τιμή, αντί των διασπορών.

- **Α.ΟΛΙΚΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΝΡΜ ΑΠΟ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥΣ (ΟΑΤ) :**

$$\text{ΟΑΤ} = \sum (X_i - \bar{X})^2 = \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \quad (\text{σχέση 2.22})$$

όπου οι τιμές X για το υπόλοιπο κομμάτι της ανάλυσης αναφέρονται στο ΝΡΜ κάθε δοκιμής και $n=9$. Το n εκφράζει τον αριθμό των παρατηρήσεων-τιμών του ΝΡΜ, που είναι ίσος με τον αριθμό των δοκιμών, αφού δεν γίνονται επαναλήψεις της ίδιας ακριβώς δοκιμής. Ο

όρος $\frac{(\sum X_i)^2}{n}$ ονομάζεται *διορθωτικός παράγοντας (ΔΠ)*. Οπότε:

$$\Delta\Pi = \frac{(\sum X_i)^2}{n} = \frac{(61.0288)^2}{9} = 413,8354 \quad (\text{σχέση 2.23})$$

και:

$$\text{ΟΑΤ} = \sum X_i^2 - \Delta\Pi = 0.23906 \quad (\text{σχέση 2.24})$$

Οι *ολικοί βαθμοί ελευθερίας* (βαθμοί ελευθερίας που σχετίζονται με το ολικό άθροισμα τετραγώνων) δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\beta\varepsilon_{ολ.} = n - 1 = 9 - 1 = 8 \quad (\text{σχέση 2.25})$$

- **B1.ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ NPM ΑΠΟ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥΣ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ P_1 (ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ) (ΔT_p) :**

$$\Delta T_p = \frac{P_{1,1}^2}{m_1} + \frac{P_{1,2}^2}{m_2} + \frac{P_{1,3}^2}{m_3} - \Delta \Pi = 0.23904 \text{ (σχέση 2.26),}$$

όπου:

Με $P_{1,a}$ συμβολίζεται το άθροισμα των τιμών του NPM που υπολογίσθηκαν όταν η πίεση εισόδου είχε τιμή ίση με την τιμή που έχει ορισθεί ως επίπεδο a για τον συγκεκριμένο παράγοντα. Για παράδειγμα $P_{1,1}$ είναι το άθροισμα των τιμών του NPM των τριών πρώτων δοκιμών, κατά τις οποίες η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 (έχει τιμή 100 bar). Αντιστοίχως $P_{1,2}$ είναι το άθροισμα των τιμών του NPM των δοκιμών 4, 5, 6, κατά τις οποίες η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 2 (έχει τιμή 200 bar) και $P_{1,3}$ είναι το άθροισμα των τιμών του NPM των δοκιμών 7, 8, 9, κατά τις οποίες η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 (έχει τιμή 300 bar).

Με m_a συμβολίζεται ο αριθμός των τιμών του NPM που υπολογίσθηκαν όταν η πίεση εισόδου βρισκόταν στο επίπεδο a . Παρατηρείται ότι $m_1=m_2=m_3=3$ (έχουμε τρεις τιμές του NPM ανά επίπεδο).

Οι βαθμοί ελευθερίας για την κύρια επίδραση του παράγοντα \mathbf{P}_1 δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\beta\varepsilon_p = \kappa_p - 1 = 3 - 1 = 2 \text{ (σχέση 2.27)}$$

όπου κ_p είναι ο αριθμός των επιπέδων του παράγοντα \mathbf{P}_1 , δηλαδή $\kappa_p=3$.

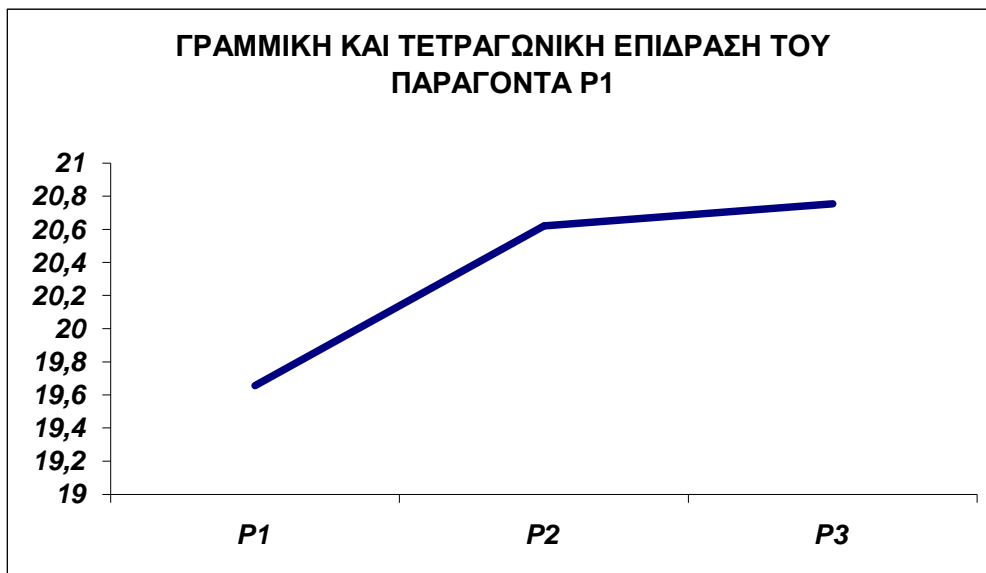
Στη συνέχεια υπολογίζεται και το μέσο άθροισμα τετραγώνων του παράγοντα \mathbf{P}_1 (\mathbf{MAT}_p):

$$\mathbf{MAT}_p = \frac{AT_p}{\beta\varepsilon_p} = \frac{0.23904}{2} = 0.11952 \text{ (σχέση 2.28)}$$

Το \mathbf{MAT}_p δίνει μια εκτίμηση για το μέγεθος της μεταβλητότητας που οφείλεται στον παράγοντα πίεση εισόδου \mathbf{P}_1 .

• **B2.ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ P_1 (ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ) :**

Επειδή ο συγκεκριμένος παράγοντας P_1 μελετάται σε τρία επίπεδα ίσης απόστασης είναι δυνατόν να διερευνήσουμε πέρα από τις γραμμικές και μη-γραμμικές επιδράσεις (τετραγωνικές επιδράσεις) ή αλλιώς την «καμπυλότητα». Αυτό πραγματοποιείται με τη βοήθεια του παρακάτω διαγράμματος:



Σχήμα 2.13 :Γραμμική και τετραγωνική επίδραση του παράγοντα P_1 .

όπου P_1 είναι η τιμή του P_1 για το επίπεδο 1, δηλαδή 100 bar, P_2 είναι η τιμή του P_1 για το επίπεδο 2, δηλαδή 200 bar και P_3 είναι η τιμή του P_1 για το επίπεδο 3, δηλαδή 300 bar, ενώ στον άξονα y εμφανίζεται η «απόκριση», δηλαδή το άθροισμα των τιμών του NPM σε κάθε επίπεδο πίεσης εισόδου ($P_{1,1}$, $P_{1,2}$ και $P_{1,3}$ αντίστοιχα). Από τα τρία ζεύγη τιμών που προκύπτουν ενώνονται με ευθείες γραμμές το πρώτο με το δεύτερο και το δεύτερο με το τρίτο.

Αν ο παράγοντας \mathbf{P}_1 παράγει γραμμική απόκριση, τότε η ολική γραμμική επίδραση από P1 έως P2 είναι δυνατόν να υπολογιστεί από τη διαφορά ($P_{1,2} - P_{1,1}$), ενώ η ολική γραμμική επίδραση από P2 έως P3 υπολογίζεται από τη διαφορά ($P_{1,3} - P_{1,2}$). Οπότε η ολική γραμμική επιρροή, δηλαδή η γραμμική συνιστώσα του παράγοντα πίεση εισόδου \mathbf{P}_1 υπολογίζεται με τη βοήθεια της παρακάτω σχέσης:

$$P_{1L} = (P_{1,2} - P_{1,1}) + (P_{1,3} - P_{1,2}) = P_{1,3} - P_{1,1} \text{ (σχέση 2.29)}$$

Όπως παρατηρούμε από το σχήμα 2.2 η κλίση της ευθείας μεταξύ P2 και P1 είναι διαφορετική από την κλίση της ευθείας μεταξύ P2 και P3. Αυτό το γεγονός οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο παράγοντας \mathbf{P}_1 έχει τετραγωνική επίδραση στην απόκριση. Η διαφορά των κλίσεων παρέχει μια εκτίμηση της τετραγωνικής επίδρασης για τον παράγοντα \mathbf{P}_1 (τετραγωνική συνιστώσα). Οπότε ισχύει:

$$P_{1Q} = (P_{1,3} - P_{1,2}) - (P_{1,2} - P_{1,1}) = P_{1,3} - 2 \cdot P_{1,2} + P_{1,1} \text{ (σχέση 2.30)}$$

Όπως υπολογίσαμε προηγουμένως το άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών του NPM από τη μέση τιμή τους εξαιτίας της κύριας συνολικής επίδρασης του παράγοντα \mathbf{P}_1 (\mathbf{AT}_P) υπολογίζουμε και τα αντίστοιχα αθροίσματα της γραμμικής (linear) επίδρασης [$\mathbf{AT}(\mathbf{P}_{1L})$] και της τετραγωνικής (quadratic) [$\mathbf{AT}(\mathbf{P}_{1Q})$] επίδρασης του παράγοντα \mathbf{P}_1 . Για την κάθε μία από τις δύο συνιστώσες χρησιμοποιούμε την ακόλουθη σχέση:

$$AT(\text{συνιστώσα}) = \frac{(W_1 \cdot P_{1,1} + W_2 \cdot P_{1,2} + W_3 \cdot P_{1,3})^2}{S \cdot r} \text{ (σχέση 2.31)}$$

όπου r είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων-τιμών του NPM σε κάθε επίπεδο του παράγοντα. W_i είναι οι συντελεστές των ορθογωνικών πολυωνύμων για κάθε συνιστώσα και δίνονται από τον πίνακα της επόμενης σελίδας. Τέλος με S συμβολίζεται το άθροισμα των τετραγώνων των συντελεστών W_i : $S = \sum_{i=1}^k W_i^2$, ενώ τα $P_{1,1}$, $P_{1,2}$ και $P_{1,3}$ συμβολίζουν το άθροισμα των τιμών του NPM σε κάθε επίπεδο του παράγοντα \mathbf{P}_1 .

Στην περίπτωση της πίεσης εισόδου, που είναι ένας παράγοντας τριών επιπέδων ($k=3$), ισχύουν τα παρακάτω για τους συντελεστές κάθε μίας συνιστώσας:

	ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ	ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ
W_1	-1	1
W_2	0	-2
W_3	1	1
S	2	6

Πίνακας 2.8: Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων (γραμμικού-τετραγωνικού) για παράγοντα 3 επιπέδων.

Οπότε τα αθροίσματα τετραγώνων αποκλίσεων για κάθε συνιστώσα δίνονται παρακάτω. Για τη μεν γραμμική συνιστώσα είναι:

$$AT(P_{1L}) = \frac{(-P_{1,1} + P_{1,3})^2}{2 \cdot r} = 0.20056 \text{ (σχέση 2.32)}$$

όπου $r=3$. Για τη δε τετραγωνική συνιστώσα είναι:

$$AT(P_{1Q}) = \frac{(P_{1,1} - 2 \cdot P_{1,2} + P_{1,3})^2}{6 \cdot r} = 0.03848 \text{ (σχέση 2.33)}$$

Συντελεστές για ορθογωνικά πολυώνυμα

Αριθμός επιπέδων		Συντελεστές										$\sum_i W_i^2 = \mathbf{S}$
K	Συντελεστές	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8	W_9	W_{10}	
2	Linear	-1	1									2
3	Linear	-1	0	1								2
	Quadratic	1	-2	1								6
4	Linear	-3	-1	1	3							20
	Quadratic	1	-1	-1	1							4
	Cubic	-1	3	-3	1							20
5	Linear	-2	-1	0	1	2						10
	Quadratic	2	-1	-2	-1	2						14
	Cubic	-1	2	0	-2	1						10
	Quartic	1	-4	6	-4	1						70
6	Linear	-5	-3	-1	1	3	5					70
	Quadratic	5	-1	-4	-4	-1	5					84
	Cubic	-5	7	4	-4	-7	5					180
	Quartic	1	-3	2	2	-3	1					28
7	Linear	-3	-2	-1	0	1	2	3				28
	Quadratic	5	0	-3	-4	-3	0	5				84
	Cubic	-1	1	1	0	-1	-1	1				6
	Quartic	3	-7	1	6	1	-7	3				154
8	Linear	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7			168
	Quadratic	7	1	-3	-5	-5	-3	1	7			168
	Cubic	-7	5	7	3	-3	-7	-5	7			264
	Quartic	7	-13	-3	9	9	-3	-13	7			616
	Quintic	-7	23	-17	-15	15	17	-23	7			2184
9	Linear	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4		60
	Quadratic	28	7	-8	-17	-20	-17	-8	7	28		2772
	Cubic	-14	7	13	9	0	-9	-13	-7	14		990
	Quartic	14	-21	-11	9	18	9	-11	-21	14		2002
	Quintic	-4	11	-4	-9	0	9	4	-11	4		468
10	Linear	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	330
	Quadratic	6	2	-1	-3	-4	-4	-3	-1	2	6	132
	Cubic	-42	14	35	31	12	-12	-31	-35	-14	42	8580
	Quartic	18	-22	-17	3	18	18	3	-17	-22	18	2860
	Quintic	-6	14	-1	-11	-6	6	11	1	-14	6	780

Επεξήγηση: Linear = γραμμικό (1ου βαθμού)
 Quadratic = τετραγωνικό (2ου βαθμού)
 Cubic = κυβικό (3ου βαθμού)
 Quartic = τετάρτου βαθμού
 Quintic = πέμπτου βαθμού

Πίνακας 2.9: Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων

Παρατηρούμε ότι :

$$AT_p = AT(P_{1L}) + AT(P_{1Q}) \text{ (σχέση 2.34)}$$

Τόσο η γραμμική όσο και η τετραγωνική συνιστώσα έχουν από 1 βαθμο ελευθερίας έκαστη. Επομένως μπορεί να υπολογιστεί και το μέσο άθροισμα τετραγώνων της γραμμικής συνιστώσας του παράγοντα \mathbf{P}_1 **[MAT(P_{1L})]** όπως και το μέσο άθροισμα τετραγώνων της τετραγωνικής επίδρασης του παράγοντα \mathbf{P}_1 **[MAT(P_{1Q})]**. Οπότε:

$$MAT(P_{1L}) = \frac{AT(P_{1L})}{\beta\varepsilon(P_{1L})} = \frac{0.20056}{1} = 0.20056 \text{ (σχέση 2.35)}$$

$$MAT(P_{1Q}) = \frac{AT(P_{1Q})}{\beta\varepsilon(P_{1Q})} = \frac{0.03848}{1} = 0.03848 \text{ (σχέση 2.36)}$$

Τα **MAT(P_{1L})** και **MAT(P_{1Q})** δίνουν μια εκτίμηση για το μέγεθος της μεταβλητότητας που οφείλεται στη γραμμική και στην τετραγωνική επίδραση αντίστοιχα του παράγοντα πίεση εισόδου \mathbf{P}_1 .

- **Γ1.ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ NPM ΑΠΟ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥΣ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ T_1 (ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΕΙΣΟΔΟΥ) (ΔT_T) :**

$$\Delta T_T = \frac{T_{1,1}^2}{m_1} + \frac{T_{1,2}^2}{m_2} + \frac{T_{1,3}^2}{m_3} - \Delta \Pi = 0.000012 \text{ (σχέση 2.37),}$$

όπου:

Με $T_{1,a}$ συμβολίζεται το άθροισμα των τιμών του NPM που υπολογίστηκαν όταν η θερμοκρασία εισόδου είχε τιμή ίση με την τιμή που έχει ορισθεί ως επίπεδο a για τον συγκεκριμένο παράγοντα. Για παράδειγμα $T_{1,1}$ είναι το άθροισμα των τιμών του NPM των δοκιμών 1, 4, 7, κατά τις οποίες η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 [έχει τιμή 463 K (190 °C)]. Αντιστοίχως $T_{1,2}$ είναι το άθροισμα των τιμών του NPM των δοκιμών 2, 5, 8, κατά τις οποίες η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 2 (έχει τιμή 483 K (210 °C)) και $T_{1,3}$ είναι το άθροισμα των τιμών του NPM των δοκιμών 3, 6, 9, κατά τις οποίες η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 (έχει τιμή 503 K (230 °C)).

Με m_a συμβολίζεται ο αριθμός των τιμών του NPM που υπολογίστηκαν όταν η θερμοκρασία εισόδου βρισκόταν στο επίπεδο a. Παρατηρείται ότι $m_1=m_2=m_3=3$ (έχουμε τρεις τιμές του NPM ανά επίπεδο).

Οι βαθμοί ελευθερίας για την κύρια επίδραση του παράγοντα T_1 δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\beta_{\varepsilon_T} = \kappa_T - 1 = 3 - 1 = 2 \text{ (σχέση 2.38)}$$

όπου κ_T είναι ο αριθμός των επιπέδων του παράγοντα T_1 , δηλαδή $\kappa_T=3$.

Στη συνέχεια υπολογίζεται και το μέσο άθροισμα τετραγώνων του παράγοντα T_1 (MAT_T):

$$MAT_T = \frac{AT_T}{\beta_{\varepsilon_T}} = \frac{0.000012}{2} = 0.000006 \text{ (σχέση 2.39)}$$

Το MAT_T δίνει μια εκτίμηση για το μέγεθος της μεταβλητότητας που οφείλεται στον παράγοντα θερμοκρασία εισόδου T_1 .

Εντύπωση ίσως προκαλούν τα ιδιαίτερος μικρά νούμερα που εμφανίζονται κατά τους υπολογισμούς όταν μελετάμε την επίδραση της θερμοκρασίας σε σχέση με αυτά που εμφανίζονται όταν μελετάμε την επίδραση της πίεσης. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι τελικά μελετάμε πολύ μικρές μεταβολές της θερμοκρασίας σε σχέση με τις μεταβολές της πίεσης. Το ένα επίπεδο της θερμοκρασίας σε σχέση με το αμέσως επόμενο ή προηγούμενο διαφέρει μόνο κατά 20 °c, με αποτέλεσμα να μην εκδηλώνεται τόσο έντονα η επίδραση της θερμοκρασίας όσο η επίδραση της πίεσης, όπου η διαφορά μεταξύ δύο επιπέδων είναι 100 bar.

• **Γ2.ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ T_1 (ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΕΙΣΟΔΟΥ) :**

Επειδή ο συγκεκριμένος παράγοντας T_1 μελετάται σε τρία επίπεδα ίσης απόστασης είναι δυνατόν να διερευνήσουμε πέρα από τις γραμμικές και μη-γραμμικές επιδράσεις (τετραγωνικές επιδράσεις) ή αλλιώς την «καμπυλότητα». Αυτό πραγματοποιείται με τη βοήθεια του παρακάτω διαγράμματος:



Σχήμα 2.14 :Γραμμική και τετραγωνική επίδραση του παράγοντα T_1 .

όπου T_1 είναι η τιμή του T_1 που αντιστοιχεί στο επίπεδο 1, δηλαδή 463 K (190 °C), T_2 είναι η τιμή του T_1 για το επίπεδο 2, δηλαδή 483 K (210 °C) και T_3 είναι η τιμή του T_1 για το επίπεδο 3, δηλαδή 503 K (230 °C), ενώ στον άξονα y εμφανίζεται η «απόκριση», δηλαδή το άθροισμα των τιμών του NPM σε κάθε επίπεδο θερμοκρασίας εισόδου ($T_{1,1}$, $T_{1,2}$ και $T_{1,3}$ αντίστοιχα). Από τα τρία ζεύγη τιμών που προκύπτουν ενώνονται με ευθείες γραμμές το πρώτο με το δεύτερο και το δεύτερο με το τρίτο.

Είναι φανερό από το διάγραμμα ότι ο παράγοντας \mathbf{T}_1 παράγει γραμμική απόκριση. Η ολική γραμμική επίδραση από T1 έως T2 είναι δυνατόν να υπολογιστεί από τη διαφορά $(T_{1,2} - T_{1,1})$, ενώ η ολική γραμμική επίδραση από T2 έως T3 υπολογίζεται από τη διαφορά $(T_{1,3} - T_{1,2})$. Οπότε η ολική γραμμική επιρροή, δηλαδή η γραμμική συνιστώσα του παράγοντα θερμοκρασία εισόδου \mathbf{T}_1 υπολογίζεται με τη βοήθεια της επόμενης σχέσης:

$$T_{1L} = (T_{1,2} - T_{1,1}) + (T_{1,3} - T_{1,2}) = T_{1,3} - T_{1,1} \quad (\text{σχέση 2.40})$$

Αν ο παράγοντας \mathbf{T}_1 έχει τετραγωνική επίδραση στην απόκριση, τότε η διαφορά της κλίσης της ευθείας μεταξύ T2 και T1 από την κλίση της ευθείας μεταξύ T2 και T3 μπορεί να δώσει μια εκτίμηση της τετραγωνικής επίδρασης για τον παράγοντα \mathbf{T}_1 (τετραγωνική συνιστώσα). Οπότε ισχύει:

$$T_{1Q} = (T_{1,3} - T_{1,2}) - (T_{1,2} - T_{1,1}) = T_{1,3} - 2 \cdot T_{1,2} + T_{1,1} \quad (\text{σχέση 2.41})$$

Όπως υπολογίσαμε προηγουμένως το άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών του NPM από τη μέση τιμή τους εξαιτίας της κύριας συνολικής επίδρασης του παράγοντα \mathbf{T}_1 (\mathbf{AT}_T) υπολογίζουμε και τα αντίστοιχα αθροίσματα της γραμμικής επίδρασης $[\mathbf{AT}(\mathbf{T}_{1L})]$ και της τετραγωνικής επίδρασης $[\mathbf{AT}(\mathbf{T}_{1Q})]$ του παράγοντα \mathbf{T}_1 . Για την κάθε μία από τις δύο συνιστώσες χρησιμοποιούμε την ακόλουθη σχέση:

$$AT(\text{συνιστώσα}) = \frac{(W_1 \cdot T_{1,1} + W_2 \cdot T_{1,2} + W_3 \cdot T_{1,3})^2}{S \cdot r} \quad (\text{σχέση 2.42})$$

όπου r είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων-τιμών του NPM σε κάθε επίπεδο του παράγοντα και στο υπό μελέτη πρόβλημα είναι $r=3$. W_i είναι οι συντελεστές των ορθογωνικών πολυωνύμων για κάθε συνιστώσα και δίνονται από τον πίνακα της επόμενης σελίδας. Τέλος με S συμβολίζεται το άθροισμα των τετραγώνων των συντελεστών W_i : $S = \sum_{i=1}^{\kappa} W_i^2$, ενώ τα $T_{1,1}$, $T_{1,2}$ και $T_{1,3}$ συμβολίζουν το άθροισμα των τιμών του NPM σε κάθε επίπεδο του παράγοντα \mathbf{T}_1 .

Στην περίπτωση της θερμοκρασίας εισόδου, που είναι ένας παράγοντας τριών επιπέδων ($\kappa=3$), ισχύουν τα παρακάτω για τους συντελεστές κάθε μίας συνιστώσας:

	ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ	ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ
W_1	-1	1
W_2	0	-2
W_3	1	1
S	2	6

Πίνακας 2.10: Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων (γραμμικού-τετραγωνικού) για παράγοντα 3 επιπέδων.

Οπότε τα αθροίσματα τετραγώνων αποκλίσεων για κάθε συνιστώσα δίνονται παρακάτω. Για τη γραμμική συνιστώσα είναι:

$$AT(T_{1L}) = \frac{(-T_{1,1} + T_{1,3})^2}{2 \cdot r} = 0.000011 \text{ (σχέση 2.43)}$$

Για τη τετραγωνική συνιστώσα είναι:

$$AT(T_{1Q}) = \frac{(T_{1,1} - 2 \cdot T_{1,2} + T_{1,3})^2}{6 \cdot r} = 0.000001 \text{ (σχέση 2.44)}$$

Συντελεστές για ορθογωνικά πολυώνυμα

Αριθμός επιπέδων	K	Συντελεστές	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8	W_9	W_{10}	$\sum_i W_i^2 = S$
2	Linear	-1	1										2
3	Linear	-1	0	1									2
	Quadratic	1	-2	1									6
4	Linear	-3	-1	1	3								20
	Quadratic	1	-1	-1	1								4
	Cubic	-1	3	-3	1								20
5	Linear	-2	-1	0	1	2							10
	Quadratic	2	-1	-2	-1	2							14
	Cubic	-1	2	0	-2	1							10
	Quartic	1	-4	6	-4	1							70
6	Linear	-5	-3	-1	1	3	5						70
	Quadratic	5	-1	-4	-4	-1	5						84
	Cubic	-5	7	4	-4	-7	5						180
	Quartic	1	-3	2	2	-3	1						28
7	Linear	-3	-2	-1	0	1	2	3					28
	Quadratic	5	0	-3	-4	-3	0	5					84
	Cubic	-1	1	1	0	-1	-1	1					6
	Quartic	3	-7	1	6	1	-7	3					154
8	Linear	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7				168
	Quadratic	7	1	-3	-5	-5	-3	1	7				168
	Cubic	-7	5	7	3	-3	-7	-5	7				264
	Quartic	7	-13	-3	9	9	-3	-13	7				616
	Quintic	-7	23	-17	-15	15	17	-23	7				2184
9	Linear	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4			60
	Quadratic	28	7	-8	-17	-20	-17	-8	7	28			2772
	Cubic	-14	7	13	9	0	-9	-13	-7	14			990
	Quartic	14	-21	-11	9	18	9	-11	-21	14			2002
	Quintic	-4	11	-4	-9	0	9	4	-11	4			468
10	Linear	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9		330
	Quadratic	6	2	-1	-3	-4	-4	-3	-1	2	6		132
	Cubic	-42	14	35	31	12	-12	-31	-35	-14	42		8580
	Quartic	18	-22	-17	3	18	18	3	-17	-22	18		2860
	Quintic	-6	14	-1	-11	-6	6	11	1	-14	6		780

Επεξήγηση: Linear = γραμμικό (1ου βαθμού)
 Quadratic = τετραγωνικό (2ου βαθμού)
 Cubic = κυβικό (3ου βαθμού)
 Quartic = τετάρτου βαθμού
 Quintic = πέμπτου βαθμού

Πίνακας 2.11: Συντελεστές ορθογωνίων πολυωνύμων

Παρατηρούμε ότι :

$$AT_T = AT(T_{1L}) + AT(T_{1Q}) \text{ (σχέση 2.45)}$$

Τόσο η γραμμική όσο και η τετραγωνική συνιστώσα έχουν από 1 βαθμο ελευθερίας έκαστη. Επομένως μπορεί να υπολογιστεί και το μέσο άθροισμα τετραγώνων της γραμμικής συνιστώσας του παράγοντα \mathbf{T}_1 **[MAT(T_{1L})]** όπως και το μέσο άθροισμα τετραγώνων της τετραγωνικής επίδρασης του παράγοντα \mathbf{T}_1 **[MAT(T_{1Q})]**. Οπότε:

$$MAT(T_{1L}) = \frac{AT(T_{1L})}{\beta\varepsilon(T_{1L})} = \frac{0.000011}{1} = 0.000011 \text{ (σχέση 2.46)}$$

$$MAT(T_{1Q}) = \frac{AT(T_{1Q})}{\beta\varepsilon(T_{1Q})} = \frac{0.000001}{1} = 0.000001 \text{ (σχέση 2.47)}$$

Τα **MAT(T_{1L})** και **MAT(T_{1Q})** δίνουν μια εκτίμηση για το μέγεθος της μεταβλητότητας που οφείλεται στη γραμμική και στην τετραγωνική επίδραση αντίστοιχα του παράγοντα θερμοκρασία εισόδου \mathbf{T}_1 .

• Δ.ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

Στη συγκεκριμένη ενότητα θα αναφερθούμε στην επιρροή της αλληλεπίδρασης μεταξύ πίεσης εισόδου \mathbf{P}_1 και θερμοκρασίας εισόδου \mathbf{T}_1 , η οποία συμβολίζεται ως $\mathbf{P}_1 \times \mathbf{T}_1$. Το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών του NPM από τη μέση τιμή τους εξαιτίας της αλληλεπίδρασης του παράγοντα \mathbf{P}_1 με τον παράγοντα \mathbf{T}_1 ($AT_{\mathbf{P} \times \mathbf{T}}$) υπολογίζεται ως εξής:

$$AT_{\mathbf{P} \times \mathbf{T}} = \frac{(P_{1,1}T_{1,1})^2}{m_{11}} + \frac{(P_{1,1}T_{1,2})^2}{m_{12}} + \frac{(P_{1,1}T_{1,3})^2}{m_{13}} + \frac{(P_{1,2}T_{1,1})^2}{m_{21}} + \frac{(P_{1,2}T_{1,2})^2}{m_{22}} + \frac{(P_{1,2}T_{1,3})^2}{m_{23}} + \frac{(P_{1,3}T_{1,1})^2}{m_{31}} + \frac{(P_{1,3}T_{1,2})^2}{m_{32}} + \frac{(P_{1,3}T_{1,3})^2}{m_{33}} - AT_P - AT_T - \Delta\Pi = 0.000005$$

(σχέση 2.48)

όπου:

Με $P_{1,a}$ και $T_{1,b}$ συμβολίζονται αντίστοιχα το άθροισμα των τιμών του NPM που υπολογίστηκαν όταν η πίεση εισόδου είχε τιμή ίση με την τιμή που έχει ορισθεί ως επίπεδο α για τον παράγοντα \mathbf{P}_1 και η θερμοκρασία εισόδου είχε τιμή ίση με την τιμή που έχει ορισθεί ως επίπεδο β για τον παράγοντα \mathbf{T}_1 . Όμως δεν μελετώνται περισσότεροι από αυτούς τους δύο παράγοντες και κάθε συνδιασμός επιπέδων των δύο παραγόντων έχει εκτελεστεί μόνο μία φορά (δεν έχει επαναληφθεί καμία δοκιμή). Επομένως κάθε ζεύγος $P_{1,a}$ και $T_{1,b}$ αντιστοιχεί τελικά σε μία μόνο δοκιμή και άρα σε μία τιμή του NPM. Για παράδειγμα $P_{1,1} T_{1,1}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 1, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 (έχει τιμή 100 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 [έχει τιμή 463 K (190 °C)], $P_{1,1} T_{1,2}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 2, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 (έχει τιμή 100 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο

επίπεδο 2 [έχει τιμή 483 K (210 °C)] και $P_{1,1} T_{1,3}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 3, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 (έχει τιμή 100 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 [έχει τιμή 503 K (230 °C)] . Αντιστοίχως $P_{1,2} T_{1,1}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 4, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 2 (έχει τιμή 200 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 [έχει τιμή 463 K (190 °C)], $P_{1,2} T_{1,2}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 5, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 2 (έχει τιμή 200 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 2 [έχει τιμή 483 K (210 °C)] και $P_{1,2} T_{1,3}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 3, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 2 (έχει τιμή 200 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 [έχει τιμή 503 K (230 °C)]. Τέλος $P_{1,3} T_{1,1}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 7, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 (έχει τιμή 300 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 1 [έχει τιμή 463 K (190 °C)], $P_{1,3} T_{1,2}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 8, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 (έχει τιμή 300 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 2 [έχει τιμή 483 K (210 °C)] και $P_{1,3} T_{1,3}$ είναι η τιμή του NPM της δοκιμής 9, κατά την οποία η πίεση εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 (έχει τιμή 300 bar) και η θερμοκρασία εισόδου βρίσκεται στο επίπεδο 3 [έχει τιμή 503 K (230 °C)].

Με $m_{\alpha\beta}$ συμβολίζεται ο αριθμός των τιμών του NPM που υπολογίσθηκαν όταν η πίεση εισόδου βρισκόταν στο επίπεδο α και η θερμοκρασία εισόδου βρισκόταν στο επίπεδο β . Όπως παρατηρήθηκε και προηγουμένως $m_{11}=m_{12}=m_{13}=m_{21}=m_{22}=m_{23}=m_{31}=m_{32}=m_{33}=1$ (έχουμε μία τιμή του NPM ανά δοκιμή, δηλαδή ανά συνδυασμό επιπέδων παραγόντων).

Οι βαθμοί ελευθερίας που σχετίζονται με κάποιο αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης είναι το γινόμενο των βαθμών ελευθερίας των παραγόντων που εμπλέκονται στην αλληλεπίδραση. Για παράδειγμα στη συγκεκριμένη μελέτη ο παράγοντας πίεση εισόδου \mathbf{P}_1 εκφράζεται σε τρία επίπεδα ($\kappa_p=3$) και ο παράγοντας θερμοκρασία εισόδου \mathbf{T}_1 είναι επίσης παράγοντας τριών επιπέδων ($\kappa_t=3$). Επειδή οι βαθμοί ελευθερίας τους δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\beta\varepsilon_p = \kappa_p - 1 \text{ (σχέση 2.49)}$$

$$\beta\varepsilon_t = \kappa_t - 1 \text{ (σχέση 2.50)}$$

οι βαθμοί ελευθερίας της αλληλεπίδρασης μεταξύ των παραγόντων \mathbf{P}_1 και \mathbf{T}_1 , $\mathbf{P}_1 \times \mathbf{T}_1$ δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\beta\varepsilon_{p \times t} = (\kappa_p - 1) \cdot (\kappa_t - 1) = (3 - 1) \cdot (3 - 1) = 2 \cdot 2 = 4 \text{ (σχέση 2.51)}$$

Επομένως πρέπει να αποδοθούν 4 βαθμοί ελευθερίας στην αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο παραγόντων τριών επιπέδων. Οπότε για να είναι δυνατόν με τη βοήθεια ενός ορθογωνίου μετασχηματισμού να μελετηθούν δύο παράγοντες τριών επιπέδων πρέπει να μένουν ελεύθερες (χωρίς καταχωρημένους παράγοντες σε αυτές) δύο στήλες τριών επιπέδων, καθώς η κάθε μία σχετίζεται με 2 βαθμούς ελευθερίας. Για αυτό το λόγο οι πίνακες αλληλεπίδρασης για σχεδιασμούς τριών επιπέδων υποδεικνύουν δύο στήλες για μελέτη αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο παραγόντων τριών επιπέδων.

Στη συνέχεια υπολογίζεται και το μέσο άθροισμα τετραγώνων της αλληλεπίδρασης των παραγόντων $\mathbf{P_1 \times T_1}$ ($MAT_{P \times T}$):

$$MAT_{P \times T} = \frac{AT_{P \times T}}{\beta \varepsilon_{P \times T}} = \frac{0.000005}{2} = 0.00000125 \text{ (σχέση 2.52)}$$

Το $MAT_{P \times T}$ δίνει μια εκτίμηση για το μέγεθος της μεταβλητότητας που οφείλεται στην αλληλεπίδραση των παραγόντων πίεση εισόδου $\mathbf{P_1}$ και θερμοκρασία εισόδου $\mathbf{T_1}$.

• Ε. ΥΠΟΛΟΙΠΟ

Το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών του NPM από τη μέση τιμή τους που δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε σε ποιον παράγοντα ή αλληλεπίδραση παραγόντων οφείλεται το χαρακτηρίζουμε ως άθροισμα τετραγώνων του υπολοίπου ή αλλιώς άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων **AT_σ**. Ο τρόπος υπολογισμού του είναι έμμεσος. Από το ολικό άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών του NPM από τη μέση τιμή τους αφαιρούμε τα αθροίσματα εκείνα που οφείλονται σε κύριες επιδράσεις παραγόντων και μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, όπως περιγράφεται και στην παρακάτω σχέση:

$$AT_{\sigma} = OAT - AT_P - AT_T - AT_{P \times T} \quad (\text{σχέση 2.53})$$

Με την ίδια λογική οι βαθμοί ελευθερίας του υπολοίπου υπολογίζονται αφαιρώντας από τους ολικούς βαθμούς ελευθερίας τους βαθμούς ελευθερίας που αντιστοιχούν σε κύριες επιδράσεις και σε αλληλεπιδράσεις παραγόντων. Οπότε:

$$\beta\varepsilon_{\sigma} = \beta\varepsilon_{ολ} - \beta\varepsilon_P - \beta\varepsilon_T - \beta\varepsilon_{P \times T} \quad (\text{σχέση 2.54})$$

Όμως παρατηρούμε ότι **β_εσ=8-2-2-4=0!** το οποίο ως αποτέλεσμα χρειάζεται ερμηνεία. Όταν οι βαθμοί ελευθερίας του υπολοίπου είναι μηδέν σημαίνει ότι η συνιστώσα της διασποράς που οφείλεται στην «τυχασιότητα», δηλαδή στο υπόλοιπο, δεν είναι ανακτήσιμη. Αυτό εμφανίζεται όταν υπάρχει μόνο μία παρατήρηση ανά δοκιμή. Πράγματι, το μέσο άθροισμα τετραγώνων του υπολοίπου **MAT_σ** που είναι και αυτό ίσο με το λόγο του **AT_σ** προς τους βαθμούς ελευθερίας του υπολοίπου **β_εσ** , αντιπροσωπεύει το μέγεθος της μεταβλητότητας που παραμένει ανεξήγητο, αφού ερμηνευθούν τα συστατικά διασποράς που οφείλονται

σε κύριες επιδράσεις και αλληλεπιδράσεις παραγόντων. Ουσιαστικά αντιστοιχεί στη διασπορά που εμφανίζεται μεταξύ των επαναλήψεων κάθε δοκιμής. Σε τελική ανάλυση η διασπορά του υπολοίπου είναι το τετράγωνο της διαφοράς ανάμεσα σε κάθε επανάληψη και το μέσο όρο της δοκιμής της αθροισμένο επί όλων των δοκιμών. Στη συγκεκριμένη όμως μελέτη έχουμε μηδέν επαναλήψεις ανά δοκιμή και επομένως για αυτό το λόγο δεν προσδιορίζεται η διασπορά του υπολοίπου. Ο λόγος που δεν προχωρήσαμε σε εκτέλεση επαναλήψεων των ίδιων υπολογιστικών προσομοιώσεων ανά δοκιμή είναι το γεγονός ότι η όλη διαδικασία είναι πλήρως ελέγξιμη χωρίς στοχαστικότητες και επομένως δεν θα προέκυπτε διαφορετικό αποτέλεσμα ανά δοκιμή. (Ήδη έχει προσδιοριστεί το βέλτιστο πλέγμα ώστε να προκύπτουν αποτελέσματα χωρίς σημαντική απόκλιση-με αποδεκτό σφάλμα.)

• **ΣΤ. ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΝΟΒΑ**

Παρακάτω παρουσιάζεται η συνήθης μορφή ενός πίνακα ANOVA για τη στατιστική μελέτη των κυρίων επιδράσεων δύο παραγόντων και της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης :

ΠΗΓΗ (ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ)	ΒΑΘΜΟΙ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	ΜΕΣΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	F- ΛΟΓΟΣ
A	$\beta\epsilon_A$	AT_A	$MAT_A = \frac{AT_A}{\beta\epsilon_A}$	$\frac{MAT_A}{MAT_\sigma}$
B	$\beta\epsilon_B$	AT_B	$MAT_B = \frac{AT_B}{\beta\epsilon_B}$	$\frac{MAT_B}{MAT_\sigma}$
AxB	$\beta\epsilon_{AxB}$	AT_{AxB}	$MAT_{AxB} = \frac{AT_{AxB}}{\beta\epsilon_{AxB}}$	$\frac{MAT_{AxB}}{MAT_\sigma}$
ΥΠΟΛΟΙΠΟ	$\beta\epsilon_\sigma$	AT_σ	$MAT_\sigma = \frac{AT_\sigma}{\beta\epsilon_\sigma}$	
ΣΥΝΟΛΟ	$\beta\epsilon_{ολ}$	OAT		

Πίνακας 2.12:Γενικός πίνακας ANOVA για κύριες επιδράσεις 2 παραγόντων και τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση.

Ωστόσο ο παραπάνω πίνακας δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη συγκεκριμένη μελέτη, διότι, όπως αποδείξαμε στην προηγούμενη ενότητα, δεν είναι ανακτήσιμη η διασπορά που οφείλεται στο υπόλοιπο, επειδή διατίθεται μόνο μία παρατήρηση ανά δοκιμή. Σε τέτοιες περιπτώσεις θεωρείται ότι δεν υπάρχει μια αλληλεπίδραση ανώτερης τάξης και το άθροισμα των τετραγώνων της αποδίδεται στο άθροισμα τετραγώνων του υπολοίπου. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η μοναδική αλληλεπίδραση που υπάρχει είναι μεταξύ των παραγόντων πίεση

εισόδου P_1 και θερμοκρασία εισόδου T_1 ($P_1 \times T_1$). Επομένως αυτή θα αγνοηθεί και θα θεωρηθεί ως υπόλοιπο. Αυτό έχει σαν συνέπεια να είναι αδύνατον υπό αυτές τις συνθήκες να μελετηθεί η σημαντικότητα της αλληλεπίδρασης των δύο παραγόντων. Για να αξιολογηθεί η αλληλεπίδραση πρέπει να κάνουμε επαναλήψεις κάθε δοκιμής, ώστε να προκύψει συνιστώσα του υπολοίπου.

Παρακάτω δίνονται οι πίνακες ANOVA που τελικά χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη των κυρίων επιδράσεων των παραγόντων:

ΠΗΓΗ (ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ)	ΒΑΘΜΟΙ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	ΜΕΣΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	F- ΛΟΓΟΣ
P_1	β_{EP}	AT_P	$MAT_P = \frac{AT_P}{\beta_{EP}}$	$\frac{MAT_P}{MAT_{P \times T}}$
T_1	β_{ET}	AT_T	$MAT_T = \frac{AT_T}{\beta_{ET}}$	$\frac{MAT_T}{MAT_{P \times T}}$
$P_1 \times T_1$	$\beta_{E_{P \times T}}$	$AT_{P \times T}$	$MAT_{P \times T} = \frac{AT_{P \times T}}{\beta_{E_{P \times T}}}$	
ΥΠΟΛΟΙΠΟ	0	Μη ανακτιήσιμο	Μη ανακτιήσιμο	
ΣΥΝΟΛΟ	$\beta_{E_{OL}}$	OAT		

Πίνακας 2.13: Χρησιμοποιούμενος πίνακας ANOVA για κύριες επιδράσεις 2 παραγόντων P_1 και T_1 .

ΠΗΓΗ (ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ)	ΒΑΘΜΟΙ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	ΜΕΣΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	F- ΛΟΓΟΣ
P₁	2	0.23904	0.11952	95616
T₁	2	0.000012	0.000006	4.8
P₁×T₁	4	0.000005	0.00000125	
ΥΠΟΛΟΙΠΟ	0	Μη ανακτήσιμο	Μη ανακτήσιμο	
ΣΥΝΟΛΟ	8	0.23906		

Πίνακας 2.14: Αποτελέσματα επεξεργασίας στον πίνακα ANOVA για κύριες επιδράσεις 2 παραγόντων P₁ και T₁.

Παρατηρούμε ότι η τελευταία στήλη του πίνακα ANOVA είναι η στήλη των F-λόγων. Αυτοί οι λόγοι θα χρησιμοποιηθούν για να γίνει η σύγκριση ανάμεσα στη διασπορά που αποδίδεται σε μια συγκεκριμένη κύρια παραγοντική επιρροή και στη διασπορά που αποδίδεται στην τυχαιότητα. Στην παρούσα μελέτη, όπως έχει ήδη αναφερθεί, επειδή δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί η διασπορά του υπολοίπου, αγνοήσαμε την αλληλεπίδραση των παραγόντων και τη θεωρήσαμε ως υπόλοιπο. Με τις παραπάνω συγκρίσεις μπορούμε να εκτιμήσουμε τη σημαντικότητα κάθε μιας από τις δύο κύριες επιδράσεις. Αν ο F-λόγος είναι μεγαλύτερος από μία κρίσιμη τιμή τότε το αποτέλεσμα είναι σημαντικό, οπότε η διασπορά που προκαλεί δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη. Αυτή η κρίσιμη τιμή δίνεται από πίνακες και εξαρτάται από τους βαθμούς ελευθερίας των δύο προς σύγκριση διασπορών και από το επίπεδο εμπιστοσύνης που εμείς καθορίζουμε ώστε να αποδεχτούμε ή όχι τη σημαντικότητα ενός αποτελέσματος.

Μία τελευταία σημαντική παρατήρηση αφορά το γεγονός ότι σε στατιστικά τεστ σύγκρισης διασπορών συνήθως χρησιμοποιούνται οι

διασπορές των δειγμάτων. Αντιθέτως στα στατιστικά τεστ που αφορούν τον πίνακα ANOVA χρησιμοποιούνται τα μέσα αθροίσματα τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών του NPM από τη μέση τιμή τους λόγω των κυρίων επιδράσεων σε σύγκριση με αυτό του υπολοίπου ή στην περίπτωση μας αυτό της αλληλεπίδρασης. Ωστόσο έχουμε ήδη αναφέρει ότι αυτά τα μέσα αθροίσματα δίνουν μια ασφαλή εκτίμηση για το μέγεθος της μεταβλητότητας που οφείλεται σε κάθε παράγοντα.

Ακολουθούν τα στατιστικά τεστ σύγκρισης διασπορών (*F-TEST*) στις επόμενες σελίδες και τα αποτελέσματά τους.

Γ' ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

(ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΗΝ ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ P_1)

Μηδενική υπόθεση, $H_0: \sigma_p^2 - \sigma_{pXT}^2 = 0$

Εναλλακτική υπόθεση, $H_1: \sigma_p^2 - \sigma_{pXT}^2 > 0$

Ανηγγεμένη μεταβλητή προς σύγκριση F_0 (ακολουθεί τη βοηθητική κατανομή F) :

$$F_0 = \frac{MAT_p}{MAT_{pXT}} \text{ (σχέση 2.55)}$$

Κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} (από πίνακες κατανομής F σε κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης, για βαθμούς ελευθερίας αριθμητή= $\beta_{εP}$ και για βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή= $\beta_{εPXT}$).

Στο υπό μελέτη πρόβλημα έχουν υπολογιστεί τα:

$$MAT_p = 0.11952 \text{ (από πίνακα ANOVA)}$$

$$MAT_{pXT} = 0.00000125 \text{ (από πίνακα ANOVA)}$$

$$\text{Επομένως : } F_0 = \frac{MAT_p}{MAT_{pXT}} = \frac{0.11952}{0.00000125} = 95616$$

Για την κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} έχουμε:

βαθμούς ελευθερίας αριθμητή= $\beta_{\varepsilon_P}=2$

βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή= $\beta_{\varepsilon_{PXT}}=4$

Πρόκειται για μονόπλευρο τεστ, όπως διαπιστώνουμε από τη μορφή της εναλλακτικής υπόθεσης που μας περιορίζει στο να είναι η διαφορά $\sigma_P^2 - \sigma_{PXT}^2$ μεγαλύτερη του μηδενός. Επομένως η κρίσιμη τιμή της μεταβλητής θα υπολογιστεί για πιθανότητα $P=1-a$, όπου a είναι το επίπεδο σημαντικότητας που θεωρούμε κάθε φορά.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) :

$$P=1-a=1-0.05=0.95$$

$F_{cr} = F_P(\beta_{\varepsilon_P}, \beta_{\varepsilon_{PXT}}) = F_{0.95}(2, 4) = 6.94$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F}_0 > \mathbf{F}_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται στο επίπεδο σημαντικότητας 5% και εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 95% η διασπορά που οφείλεται στην πίεση εισόδου \mathbf{P}_1 δεν είναι ίση με τη διασπορά της τυχειότητας, δηλαδή δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση, αλλά μεγαλύτερη και επομένως σημαντική.

Τιμές της παραμέτρου F_p (ν_1, ν_2) της κατανομής F . (8)
(συνέχεια)

F.95

ν_1 : Βαθμιά ελευθερίας αριθμητού

$\nu_1 \backslash \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	1199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.47	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.65	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.19	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.75	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.62	1.62	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

ν_2 : Βαθμιά ελευθερίας παρονομαστή

Πίνακας 2.15: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Γ' στατιστικό test για $\alpha=5\%$

Σε επίπεδο σημαντικότητας 1% (επίπεδο εμπιστοσύνης 99%) :

$$P = 1 - \alpha = 1 - 0.01 = 0.99$$

$F_{cr} = F_p(\beta_{\varepsilon_p}, \beta_{\varepsilon_{pXT}}) = F_{0.99}(2, 4) = 18.00$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F}_0 > \mathbf{F}_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και στο επίπεδο σημαντικότητας 1%. Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 99% η διασπορά που οφείλεται στην πίεση εισόδου \mathbf{P}_1 δεν είναι ίση με τη διασπορά της τυχαιότητας, δηλαδή δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση, αλλά μεγαλύτερη και επομένως σημαντική. (Η μηδενική υπόθεση ότι μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση η επίδραση της πίεσης εισόδου και άρα δεν είναι σημαντική έχει απορριφθεί στο σύνολό της).

Τιμές της παραμέτρου F_r (ν_1, ν_2) της κατανομής F. (8)
(συνέχεια)

ν_1 : βαθμός ελευθερίας αριθμητού $F_{.99}$

ν_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4995	5403	5695	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	9850	9900	9917	9925	9928	9930	9932	9933	9934	9935	9936	9937	9938	9939	9940	9941	9942	9943	9944
3	3412	3082	2946	2871	2824	2791	2767	2749	2733	2723	2715	2708	2702	2697	2692	2687	2682	2677	2673
4	2120	1800	1669	1598	1552	1521	1499	1486	1476	1468	1463	1458	1454	1450	1447	1444	1441	1438	1436
5	1626	1327	1206	1139	1097	1067	1045	1029	1016	1005	999	994	989	985	982	980	978	976	975
6	1375	1092	978	915	875	847	828	810	798	787	777	772	768	765	763	761	760	759	758
7	1225	955	845	785	746	719	699	684	672	662	654	648	644	641	639	637	636	635	634
8	1126	865	759	701	663	637	618	603	591	581	574	568	564	561	559	557	556	555	554
9	1056	802	699	642	606	580	561	547	535	525	518	513	509	506	504	503	502	501	500
10	1004	756	655	599	564	539	520	506	494	485	477	472	468	465	463	462	461	460	459
11	965	721	622	567	532	507	488	474	463	454	446	441	438	435	434	433	432	431	430
12	933	693	595	541	506	481	462	448	437	428	420	415	412	409	408	407	406	405	404
13	907	670	574	521	486	461	442	428	417	408	400	395	392	389	388	387	386	385	384
14	886	651	556	504	469	444	425	411	400	391	383	378	375	372	371	370	369	368	367
15	868	636	542	490	455	430	411	397	386	377	369	364	361	358	357	356	355	354	353
16	853	623	529	477	442	417	398	384	373	364	356	351	348	345	344	343	342	341	340
17	840	611	518	466	431	406	387	373	362	353	345	340	337	334	333	332	331	330	329
18	829	601	508	456	421	396	377	363	352	343	335	330	327	324	323	322	321	320	319
19	818	596	504	452	417	392	373	359	348	339	331	326	323	320	319	318	317	316	315
20	808	585	494	442	407	382	363	349	338	329	321	316	313	310	309	308	307	306	305
21	800	578	487	435	400	375	356	342	331	322	314	309	306	303	302	301	300	299	298
22	793	572	482	430	395	370	351	337	326	317	309	304	301	298	297	296	295	294	293
23	788	566	476	424	389	364	345	331	320	311	303	298	295	292	291	290	289	288	287
24	782	561	472	420	385	360	341	327	316	307	299	294	291	288	287	286	285	284	283
25	777	557	468	416	381	356	337	323	312	303	295	290	287	284	283	282	281	280	279
26	772	553	464	412	377	352	333	319	308	299	291	286	283	280	279	278	277	276	275
27	768	549	460	408	373	348	329	315	304	295	287	282	279	276	275	274	273	272	271
28	764	546	457	405	370	345	326	312	301	292	284	279	276	273	272	271	270	269	268
29	760	542	454	402	367	342	323	309	298	289	281	276	273	270	269	268	267	266	265
30	756	539	451	400	365	340	321	307	296	287	279	274	271	268	267	266	265	264	263
40	731	518	431	380	345	320	301	287	276	267	259	254	251	248	247	246	245	244	243
60	709	498	411	360	325	300	281	267	256	247	239	234	231	228	227	226	225	224	223
120	685	479	392	342	307	282	263	249	238	229	221	216	213	210	209	208	207	206	205
∞	663	461	374	324	289	264	245	231	220	211	203	198	195	192	191	190	189	188	187

ν_2 : Βαθμός ελευθερίας παρονομαστή

Πίνακας 2.16: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Γ' στατιστικό test για $\alpha=1\%$

Δ' ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

(ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΗΝ
ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΕΙΣΟΔΟΥ T_1)

Μηδενική υπόθεση, $H_0: \sigma_T^2 - \sigma_{PXT}^2 = 0$

Εναλλακτική υπόθεση, $H_1: \sigma_T^2 - \sigma_{PXT}^2 > 0$

Ανηγγεμένη μεταβλητή προς σύγκριση F_0 (ακολουθεί τη βοηθητική κατανομή F) :

$$F_0 = \frac{MAT_T}{MAT_{PXT}} \text{ (σχέση 2.56)}$$

Κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} (από πίνακες κατανομής F σε κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης, για βαθμούς ελευθερίας αριθμητή=βε_T και για βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή=βε_{PXT}).

Στο υπό μελέτη πρόβλημα έχουν υπολογιστεί τα:

$$MAT_T = 0.000006 \text{ (από πίνακα ANOVA)}$$

$$MAT_{PXT} = 0.00000125 \text{ (από πίνακα ANOVA)}$$

$$\text{Επομένως : } F_0 = \frac{MAT_T}{MAT_{PXT}} = \frac{0.000006}{0.00000125} = 4.8$$

Για την κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} έχουμε:

βαθμούς ελευθερίας αριθμητή= $\beta_{\epsilon_T}=2$

βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή= $\beta_{\epsilon_{PXT}}=4$

Πρόκειται για μονόπλευρο τεστ, όπως διαπιστώνουμε από τη μορφή της εναλλακτικής υπόθεσης που μας περιορίζει στο να είναι η διαφορά $\sigma_T^2 - \sigma_{PXT}^2$ μεγαλύτερη του μηδενός. Επομένως η κρίσιμη τιμή της μεταβλητής θα υπολογιστεί για πιθανότητα $P=1-a$, όπου a είναι το επίπεδο σημαντικότητας που θεωρούμε κάθε φορά.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) :

$$P=1-a=1-0.05=0.95$$

$F_{cr} = F_P(\beta_{\epsilon_P}, \beta_{\epsilon_{PXT}}) = F_{0.95}(2,4) = 6.94$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F_0} < \mathbf{F_{cr}}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση γίνεται δεκτή στο επίπεδο σημαντικότητας 5% και εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 95% η διασπορά που οφείλεται στην θερμοκρασία εισόδου $\mathbf{T_1}$ είναι ίση με τη διασπορά της τυχαιότητας, δηλαδή μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση, και επομένως δεν είναι σημαντική.

Τιμές της παραμέτρου F_p (v_1, v_2) της κατανομής F . (8)
(συνέχεια)

v_1 : Βαθμιά ελευθερίας αριθμητού

F.95

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	1199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.47	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.62	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.15	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.65	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.96	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.95	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.94	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.92	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.08	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.62	1.62	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

v_2 : Βαθμιά ελευθερίας παρονομαστού

Πίνακας 2.17: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Δ στατιστικό test για $\alpha=5\%$

Σε επίπεδο σημαντικότητας 1% (επίπεδο εμπιστοσύνης 99%) :

$$P = 1 - \alpha = 1 - 0.01 = 0.99$$

$F_{cr} = F_p(\beta_{\varepsilon_p}, \beta_{\varepsilon_{pXT}}) = F_{0.99}(2, 4) = 18.00$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F}_0 < \mathbf{F}_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και στο επίπεδο σημαντικότητας 1%. Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 99% η διασπορά που οφείλεται στην θερμοκρασία εισόδου \mathbf{T}_1 είναι ίση με τη διασπορά της τυχαιότητας, δηλαδή μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση και επομένως δεν είναι σημαντική. (Η μηδενική υπόθεση ότι μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση η επίδραση της θερμοκρασίας εισόδου και άρα δεν είναι σημαντική έχει γίνει δεκτή στο σύνολό της).

Τιμές της παραμέτρου $F_r (v_1, v_2)$ της κατανομής F . (8)
(συνέχεια)

v_1 : βαθμός ελευθερίας αριθμητού F.99

$v_2 \setminus v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4995	5403	5695	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	5850	5900	5917	5925	5930	5933	5935	5937	5938	5940	5942	5943	5944	5945	5946	5947	5948	5949	5950
3	6412	6422	6428	6431	6433	6434	6435	6436	6437	6438	6439	6440	6441	6442	6443	6444	6445	6446	6447
4	6820	6825	6828	6830	6831	6832	6833	6834	6835	6836	6837	6838	6839	6840	6841	6842	6843	6844	6845
5	7182	7187	7190	7192	7193	7194	7195	7196	7197	7198	7199	7200	7201	7202	7203	7204	7205	7206	7207
6	7502	7507	7510	7512	7513	7514	7515	7516	7517	7518	7519	7520	7521	7522	7523	7524	7525	7526	7527
7	7782	7787	7790	7792	7793	7794	7795	7796	7797	7798	7799	7800	7801	7802	7803	7804	7805	7806	7807
8	8032	8037	8040	8042	8043	8044	8045	8046	8047	8048	8049	8050	8051	8052	8053	8054	8055	8056	8057
9	8262	8267	8270	8272	8273	8274	8275	8276	8277	8278	8279	8280	8281	8282	8283	8284	8285	8286	8287
10	8472	8477	8480	8482	8483	8484	8485	8486	8487	8488	8489	8490	8491	8492	8493	8494	8495	8496	8497
11	8662	8667	8670	8672	8673	8674	8675	8676	8677	8678	8679	8680	8681	8682	8683	8684	8685	8686	8687
12	8832	8837	8840	8842	8843	8844	8845	8846	8847	8848	8849	8850	8851	8852	8853	8854	8855	8856	8857
13	8982	8987	8990	8992	8993	8994	8995	8996	8997	8998	8999	9000	9001	9002	9003	9004	9005	9006	9007
14	9122	9127	9130	9132	9133	9134	9135	9136	9137	9138	9139	9140	9141	9142	9143	9144	9145	9146	9147
15	9252	9257	9260	9262	9263	9264	9265	9266	9267	9268	9269	9270	9271	9272	9273	9274	9275	9276	9277
16	9372	9377	9380	9382	9383	9384	9385	9386	9387	9388	9389	9390	9391	9392	9393	9394	9395	9396	9397
17	9482	9487	9490	9492	9493	9494	9495	9496	9497	9498	9499	9500	9501	9502	9503	9504	9505	9506	9507
18	9582	9587	9590	9592	9593	9594	9595	9596	9597	9598	9599	9600	9601	9602	9603	9604	9605	9606	9607
19	9672	9677	9680	9682	9683	9684	9685	9686	9687	9688	9689	9690	9691	9692	9693	9694	9695	9696	9697
20	9752	9757	9760	9762	9763	9764	9765	9766	9767	9768	9769	9770	9771	9772	9773	9774	9775	9776	9777
21	9832	9837	9840	9842	9843	9844	9845	9846	9847	9848	9849	9850	9851	9852	9853	9854	9855	9856	9857
22	9902	9907	9910	9912	9913	9914	9915	9916	9917	9918	9919	9920	9921	9922	9923	9924	9925	9926	9927
23	9962	9967	9970	9972	9973	9974	9975	9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9983	9984	9985	9986	9987
24	9992	9997	10000	10002	10003	10004	10005	10006	10007	10008	10009	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017
25	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
26	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
27	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
28	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
29	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
30	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
40	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
120	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025
∞	10000	10005	10008	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025

v_2 : βαθμός ελευθερίας παρονομαστή

Πίνακας 2.18: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο Δ στατιστικό test για $\alpha=1\%$

Τα συμπεράσματα που προήλθαν από την παραπάνω στατιστική ανάλυση συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

ΠΗΓΗ (ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ)	F-ΛΟΓΟΣ	ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ
P₁	95616	σημαντική κατά α=1%
T₁	4.8	

Πίνακας 2.19 : Σημαντικότητες επιδράσεων.

Παρατηρούμε ότι η επίδραση της θερμοκρασίας στο προφίλ της ταχύτητας εξόδου προέκυψε αμελητέα από την παραπάνω στατιστική ανάλυση. Πρέπει να τονιστεί όμως ότι η μελέτη έγινε εντός συγκεκριμένων ορίων που τέθηκαν από τις προδιαγραφές. Αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι δεν υπάρχει επίδραση γενικώς και εκτός των παραπάνω ορίων. Το αποτέλεσμα μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι τελικά μελετάμε πολύ μικρές μεταβολές της θερμοκρασίας σε σχέση με τις μεταβολές της πίεσης. Το ένα επίπεδο της θερμοκρασίας σε σχέση με το αμέσως επόμενο ή προηγούμενο διαφέρει μόνο κατά 20 °c, με αποτέλεσμα να μην εκδηλώνεται τόσο έντονα η επίδραση της θερμοκρασίας όσο η επίδραση της πίεσης, όπου η διαφορά μεταξύ δύο επιπέδων είναι 100 bar.

Επειδή η πίεση εισόδου αναδεικνύεται ως σημαντικός παράγοντας επίδρασης στην ομοιομορφία του προφίλ της ταχύτητας εξόδου, αξίζει να προχωρήσει η ανάλυση της επίδρασης αυτής λίγο περισσότερο. Έχει ήδη αναφερθεί ότι μπορούμε να διακρίνουμε την γραμμική επίδραση της πίεσης εισόδου και την τετραγωνική επίδραση αυτής. Μπορούμε επομένως να εξετάσουμε κατά πόσον θεωρείται σημαντική τόσο η γραμμική όσο και η τετραγωνική επίδραση της πίεσης εισόδου εκτελώντας F-ΤΕΣΤ.

Ε' ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

(ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑΣ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΗΝ ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ \mathbf{P}_1)

Μηδενική υπόθεση, $H_0: \sigma_{P_L}^2 - \sigma_{P_{XT}}^2 = 0$

Εναλλακτική υπόθεση, $H_1: \sigma_{P_L}^2 - \sigma_{P_{XT}}^2 > 0$

Ανηγγεμένη μεταβλητή προς σύγκριση F_0 (ακολουθεί τη βοηθητική κατανομή F) :

$$F_0 = \frac{MAT_{P_L}}{MAT_{P_{XT}}} \text{ (σχέση 2.57)}$$

Κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} (από πίνακες κατανομής F σε κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης, για βαθμούς ελευθερίας αριθμητή= $\beta_{εPL}$ και για βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή= $\beta_{εP_{XT}}$).

Στο υπό μελέτη πρόβλημα έχουν υπολογιστεί τα:

$$MAT_{P_L} = 0.20056 \text{ (από σχέση 2.35)}$$

$$MAT_{P_{XT}} = 0.00000125 \text{ (από πίνακα ANOVA)}$$

$$\text{Επομένως : } F_0 = \frac{MAT_{P_L}}{MAT_{P_{XT}}} = \frac{0.20056}{0.00000125} = 160448$$

Για την κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} έχουμε:

βαθμούς ελευθερίας αριθμητή= $\beta_{\epsilon_{PL}}=1$

βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή= $\beta_{\epsilon_{PXT}}=4$

Πρόκειται για μονόπλευρο τεστ, όπως διαπιστώνουμε από τη μορφή της εναλλακτικής υπόθεσης που μας περιορίζει στο να είναι η διαφορά $\sigma_{P_L}^2 - \sigma_{PXT}^2$ μεγαλύτερη του μηδενός. Επομένως η κρίσιμη τιμή της μεταβλητής θα υπολογιστεί για πιθανότητα $P=1-a$, όπου a είναι το επίπεδο σημαντικότητας που θεωρούμε κάθε φορά.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) :

$$P=1-a=1-0.05=0.95$$

$F_{cr} = F_p(\beta_{\epsilon_{P_L}}, \beta_{\epsilon_{PXT}}) = F_{0.95}(1,4) = 7.71$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F}_0 > \mathbf{F}_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται στο επίπεδο σημαντικότητας 5% και εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 95% η γραμμική συνιστώσα της επίδρασης της πίεσης εισόδου \mathbf{P}_1 δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση, αλλά είναι σημαντική.

Τιμές της παραμέτρου F_p (v_1, v_2) της κατανομής F . (8)
(συνέχεια)

v_1 : Βαθμός ελευθερίας αριθμητού

F.95

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	1199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.47	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.62	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.65	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.19	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.56	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.62	1.62	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

v_2 : Βαθμός ελευθερίας παρονομαστού

Πίνακας 2.20: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο E' στατιστικό τεστ για $\alpha=5\%$

Σε επίπεδο σημαντικότητας 1% (επίπεδο εμπιστοσύνης 99%) :

$$P = 1 - \alpha = 1 - 0.01 = 0.99$$

$F_{cr} = F_P(\beta_{\varepsilon_P}, \beta_{\varepsilon_{PKT}}) = F_{0.99}(1, 4) = 21.20$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στην επόμενη σελίδα)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F}_0 > \mathbf{F}_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και στο επίπεδο σημαντικότητας 1%. Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 99% η γραμμική συνιστώσα της επίδρασης της πίεσης εισόδου \mathbf{P}_1 δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση, αλλά είναι σημαντική. (Η μηδενική υπόθεση ότι μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση η γραμμική επίδραση της πίεσης εισόδου και άρα δεν είναι σημαντική έχει απορριφθεί στο σύνολό της).

Τιμές της παραμέτρου F_p (ν_1, ν_2) της κατανομής F . (8)
(συνέχεια)

ν_1 : βαθμοί ελευθερίας αριθμητού $F_{.99}$

ν_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5929	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	96.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.35	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.28	8.14	8.02	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.24	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.32	5.22	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.81	4.63	4.48	4.36	4.27	4.13	3.98	3.83	3.75	3.67	3.59	3.51	3.42	3.33
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.61	4.43	4.28	4.16	4.07	3.93	3.78	3.63	3.55	3.47	3.39	3.31	3.22	3.13
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.44	4.26	4.11	4.00	3.91	3.77	3.62	3.47	3.39	3.31	3.23	3.15	3.06	2.97
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.54	4.29	4.11	3.96	3.85	3.76	3.62	3.47	3.32	3.24	3.16	3.08	3.00	2.91	2.82
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.42	4.17	3.99	3.84	3.73	3.64	3.50	3.35	3.20	3.12	3.04	2.96	2.88	2.79	2.70
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.32	4.07	3.89	3.74	3.63	3.54	3.40	3.25	3.10	3.02	2.94	2.86	2.78	2.69	2.60
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.23	3.98	3.80	3.65	3.54	3.45	3.31	3.16	3.01	2.93	2.85	2.77	2.69	2.60	2.51
19	8.18	5.95	5.03	4.52	4.17	3.92	3.74	3.59	3.48	3.39	3.25	3.10	2.95	2.87	2.79	2.71	2.63	2.54	2.45
20	8.10	5.85	4.93	4.42	4.07	3.82	3.64	3.49	3.38	3.29	3.15	3.00	2.85	2.77	2.69	2.61	2.53	2.44	2.35
21	8.02	5.78	4.87	4.36	4.01	3.76	3.58	3.43	3.32	3.23	3.09	2.94	2.79	2.71	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.96	3.71	3.53	3.38	3.27	3.18	3.04	2.89	2.74	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.24
23	7.88	5.66	4.76	4.25	3.90	3.65	3.47	3.32	3.21	3.12	2.98	2.83	2.68	2.60	2.52	2.44	2.36	2.27	2.18
24	7.82	5.61	4.72	4.21	3.86	3.61	3.43	3.28	3.17	3.08	2.94	2.79	2.64	2.56	2.48	2.40	2.32	2.23	2.14
25	7.77	5.57	4.68	4.17	3.82	3.57	3.39	3.24	3.13	3.04	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.36	2.28	2.19	2.10
26	7.72	5.53	4.64	4.13	3.78	3.53	3.35	3.20	3.09	2.99	2.85	2.70	2.55	2.47	2.39	2.31	2.23	2.14	2.05
27	7.68	5.49	4.60	4.09	3.74	3.49	3.31	3.16	3.05	2.96	2.82	2.67	2.52	2.44	2.36	2.28	2.20	2.11	2.02
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.72	3.47	3.29	3.14	3.03	2.94	2.80	2.65	2.50	2.42	2.34	2.26	2.18	2.09	2.00
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.70	3.45	3.27	3.12	3.01	2.92	2.78	2.63	2.48	2.40	2.32	2.24	2.16	2.07	1.98
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.68	3.43	3.25	3.10	2.99	2.90	2.76	2.61	2.46	2.38	2.30	2.22	2.14	2.05	1.96
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.50	3.25	3.07	2.92	2.81	2.72	2.58	2.43	2.28	2.20	2.12	2.04	1.96	1.87	1.78
60	7.09	4.98	4.11	3.65	3.34	3.09	2.92	2.77	2.66	2.57	2.43	2.28	2.13	2.05	1.97	1.89	1.81	1.72	1.63
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.92	2.75	2.60	2.50	2.41	2.27	2.12	1.97	1.89	1.81	1.73	1.65	1.56	1.47
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.77	2.60	2.45	2.34	2.25	2.11	1.96	1.81	1.73	1.65	1.57	1.49	1.40	1.31

ν_2 : βαθμοί ελευθερίας παρονομαστή

Πίνακας 2.21: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο E' στατιστικό τεστ για $\alpha=1\%$

ΣΤ' ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

(ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑΣ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΗΝ ΠΙΕΣΗ ΕΙΣΟΔΟΥ \mathbf{P}_1)

Μηδενική υπόθεση, $H_0: \sigma_{P_0}^2 - \sigma_{P_{XT}}^2 = 0$

Εναλλακτική υπόθεση, $H_1: \sigma_{P_0}^2 - \sigma_{P_{XT}}^2 > 0$

Ανηγγεμένη μεταβλητή προς σύγκριση F_0 (ακολουθεί τη βοηθητική κατανομή F) :

$$F_0 = \frac{MAT_{P_0}}{MAT_{P_{XT}}} \text{ (σχέση 2.58)}$$

Κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} (από πίνακες κατανομής F σε κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης, για βαθμούς ελευθερίας αριθμητή=βε_{P0} και για βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή=βε_{PXT}).

Στο υπό μελέτη πρόβλημα έχουν υπολογιστεί τα:

$$MAT_{P_0} = 0.03848 \text{ (από σχέση 2.36)}$$

$$MAT_{P_{XT}} = 0.00000125 \text{ (από πίνακα ANOVA)}$$

$$\text{Επομένως : } F_0 = \frac{MAT_{P_0}}{MAT_{P_{XT}}} = \frac{0.03848}{0.00000125} = 30784$$

Για την κρίσιμη μεταβλητή F_{cr} έχουμε:

βαθμούς ελευθερίας αριθμητή= $\beta_{ε_{PQ}}=1$

βαθμούς ελευθερίας του παρονομαστή= $\beta_{ε_{PXT}}=4$

Πρόκειται για μονόπλευρο τεστ, όπως διαπιστώνουμε από τη μορφή της εναλλακτικής υπόθεσης που μας περιορίζει στο να είναι η διαφορά $\sigma_{P_0}^2 - \sigma_{PXT}^2$ μεγαλύτερη του μηδενός. Επομένως η κρίσιμη τιμή της μεταβλητής θα υπολογιστεί για πιθανότητα $P=1-a$, όπου a είναι το επίπεδο σημαντικότητας που θεωρούμε κάθε φορά.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) :

$$P=1-a=1-0.05=0.95$$

$F_{cr} = F_p(\beta_{ε_{P_L}}, \beta_{ε_{PXT}}) = F_{0.95}(1, 4) = 7.71$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στο τέλος του τεστ)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F}_0 > \mathbf{F}_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται στο επίπεδο σημαντικότητας 5% και εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 95% η τετραγωνική συνιστώσα της επίδρασης της πίεσης εισόδου \mathbf{P}_1 δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση, αλλά είναι σημαντική.

Τιμές της παραμέτρου F_p (v_1, v_2) της κατανομής F . (8)
(συνέχεια)

v_1 : Βαθμός ελευθερίας αριθμητού

F.95

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	1199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.47	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.65	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.19	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.75	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.91	1.83	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.56	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.62	1.62	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

v_2 : Βαθμός ελευθερίας παρονομαστού

Πίνακας 2.22: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο ΣΤ' στατιστικό τεστ για $\alpha=5\%$

Σε επίπεδο σημαντικότητας 1% (επίπεδο εμπιστοσύνης 99%) :

$$P = 1 - \alpha = 1 - 0.01 = 0.99$$

$F_{cr} = F_P(\beta\varepsilon_P, \beta\varepsilon_{PXT}) = F_{0.99}(1, 4) = 21.20$ (από πίνακα κατανομής F ο οποίος παρατίθεται στο τέλος του τεστ)

Παρατηρείται ότι $\mathbf{F}_0 > \mathbf{F}_{cr}$. Επομένως η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και στο επίπεδο σημαντικότητας 1%. Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 99% η τετραγωνική συνιστώσα της επίδρασης της πίεσης εισόδου \mathbf{P}_1 δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση, αλλά είναι σημαντική. (Η μηδενική υπόθεση ότι μπορεί να αποδοθεί στην τύχη ή σε σύμπτωση η τετραγωνική επίδραση της πίεσης εισόδου και άρα δεν είναι σημαντική έχει απορριφθεί στο σύνολό της).

Τιμές της παραμέτρου F_p (ν_1, ν_2) της κατανομής F . (8)
(συνέχεια)

ν_1 : βαθμοί ελευθερίας αριθμητού F .99

ν_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5929	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	96.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.35	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.87	27.58	27.34	27.15	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.28	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	6.00	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.29	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.32	5.22	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.85	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.81	4.63	4.48	4.37	4.29	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.61	4.43	4.28	4.17	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.44	4.26	4.11	4.00	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.54	4.29	4.11	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.42	4.17	3.99	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.32	4.07	3.89	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.66
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.23	3.98	3.80	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.96	5.04	4.53	4.17	3.92	3.74	3.65	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.93	4.43	4.07	3.82	3.64	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.43
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.01	3.76	3.58	3.51	3.41	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.63	2.55	2.46	2.37
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.95	3.70	3.52	3.45	3.35	3.25	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.41	2.32
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.90	3.65	3.47	3.40	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.86	3.61	3.43	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.41	2.32	2.23
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.82	3.57	3.39	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.37	2.28	2.19
26	7.72	5.52	4.64	4.14	3.78	3.53	3.35	3.28	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.41	2.33	2.24	2.15
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.75	3.50	3.32	3.25	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.30	2.21	2.12
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.71	3.46	3.28	3.21	3.11	3.02	2.89	2.74	2.59	2.51	2.43	2.34	2.26	2.17	2.08
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.68	3.43	3.25	3.18	3.09	3.00	2.87	2.72	2.57	2.49	2.41	2.33	2.24	2.15	2.06
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.66	3.41	3.23	3.16	3.07	2.98	2.85	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.12	2.03
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.47	3.22	3.04	2.97	2.88	2.80	2.67	2.52	2.37	2.29	2.21	2.12	2.03	1.94	1.85
60	7.09	4.98	4.11	3.65	3.30	3.05	2.87	2.80	2.72	2.64	2.51	2.36	2.21	2.13	2.05	1.96	1.87	1.78	1.69
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.13	2.88	2.70	2.63	2.55	2.47	2.34	2.19	2.04	1.96	1.88	1.79	1.70	1.61	1.52
∞	6.69	4.61	3.78	3.32	3.02	2.76	2.58	2.51	2.43	2.35	2.22	2.07	1.92	1.84	1.76	1.67	1.58	1.49	1.40

ν_2 : βαθμοί ελευθερίας παρονομαστή

Πίνακας 2.23: Πίνακας κατανομής F για εύρεση F_{cr} στο ΣΤ' στατιστικό τεστ για $\alpha=1\%$

2.3.2 ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την παραπάνω στατιστική επεξεργασία συμπεραίνουμε ότι **η πίεση εισόδου στο ροϊκό σωλήνα έχει σημαντική επίδραση στο προφίλ της ταχύτητας εξόδου**, ενώ **η θερμοκρασία εισόδου δεν έχει σημαντική επίδραση εντός των προδιαγραφόμενων ορίων**. Ο στόχος, όπως έχουμε ήδη αναφέρει και αναλύσει, είναι ο βέλτιστος συνδιασμός τιμών πίεσης και θερμοκρασίας εισόδου κατά τον οποίο επιτυγχάνεται η μέγιστη ομοιομορφία στην ταχύτητα εξόδου. Επειδή, για τις συγκεκριμένες τιμές που μπορούμε να υιοθετήσουμε, δεν παίζει σημαντικό ρόλο η θερμοκρασία τελικά η αναζήτηση περιορίζεται στο βέλτιστο επίπεδο πίεσης. Η ομοιομορφία περιγράφεται από το μέτρο απόδοσης θορύβου NPM που έχει ήδη οριστεί από τη σχέση:

$$NPM = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\bar{X}^1}{s} \right)^2$$

Από τον ορισμό του NPM παρατηρείται ότι η τυπική απόκλιση βρίσκεται στον παρονομαστή και επομένως μέγιστη ομοιομορφία, δηλαδή ελάχιστη μεταβλητότητα (τυπική απόκλιση) σημαίνει μέγιστη τιμή του NPM. Επομένως, όπως διαπιστώνουμε από τον επόμενο πίνακα, **βέλτιστο επίπεδο πίεσης είναι το επίπεδο 3 (300 bar), διότι εκεί εμφανίζονται οι μέγιστες τιμές του NPM. Η θερμοκρασία δεν παίζει σημαντικό ρόλο, οπότε δεν έχει ιδιαίτερη σημασία ποιο από τα τρία επίπεδά της θα επιλέξουμε**. Ωστόσο σημειώνουμε ότι για

το επίπεδο 3 της θερμοκρασίας εισόδου και επίπεδο 3 για πίεση εισόδου έχουμε μέγιστη τιμή του NPM.

ΔΟΚΙΜΗ	ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ				ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ
	P₁	T₁	P₁×T₁		NPM
1	1	1	1	1	6.5517
2	1	2	2	2	6.5519
3	1	3	3	3	6.5521
4	2	1	2	3	6.8721
5	2	2	3	1	6.8734
6	2	3	1	2	6.8748
7	3	1	3	2	6.9152
8	3	2	1	3	6.9176
9	3	3	2	1	6.9199

Πίνακας 2.24: Ο πειραματικός σχεδιασμός και οι αντίστοιχες σε κάθε δοκιμή μετρήσεις που προέκυψαν για το επιλεγμένο NPM και η επιλογή βέλτιστων επιπέδων

Επίσης μπορούμε να υπολογίσουμε τους **ΛΟΓΟΥΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ** των παραγόντων που θεωρείται σημαντική η επίδρασή τους, στην προκειμένη περίπτωση της πίεσης εισόδου **P₁** . Ο λόγος συμβολής για την πίεση εισόδου δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\Lambda\Sigma_p = \frac{AT'_p}{AT_{ολ}} \text{ (σχέση 2.59)}$$

όπου AT'_p είναι η καθαρή διασπορά, δηλαδή η καθαρή επίδραση του P χωρίς το κομμάτι που αποδίδεται στην τυχαιότητα, που εδώ ως

τυχαιότητα θεωρήθηκε τελικά η αλληλεπίδραση πίεσης και ταχύτητας εισόδου. Πράγματι από τον ορισμό του F-λόγου έχουμε:

$$F_p = \frac{MAT_p}{MAT_{pXT}} = \frac{AT_p}{\beta \varepsilon_p \cdot MAT_{pXT}} \quad (\text{σχέση 2.60})$$

επομένως:

$$AT'_p = AT_p - \beta \varepsilon_p \cdot MAT_{pXT} \quad (\text{σχέση 2.61})$$

αφού όταν ο F-λόγος είναι κοντά στη μονάδα τότε η κύρια επίδραση της πίεσης εισόδου θεωρείται ίση με την τυχαία επίδραση. Οπότε αυτή η διαφορά αποδίδει την κύρια επίδραση που οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στην πίεση εισόδου. Ο συγκεκριμένος λόγος συμβολής είναι πάρα πολύ υψηλός (>99%)

Ακόμα μπορούμε να διαπιστώσουμε τη συμμετοχή κάθε συνιστώσας της πίεσης στη συνολική επίδραση της πίεσης. Η γραμμική συνιστώσα της πίεσης εισόδου αποτελεί το 84% της συνολικής επίδρασης της πίεσης, όπως υπολογίζεται παρακάτω:

$$\frac{AT_{pL}}{AT_p} = \frac{0.20056}{0.23904} = 0.839 \cong 84\% \quad (\text{σχέση 2.62})$$

ενώ για την τετραγωνική επίδραση:

$$\frac{AT_{pQ}}{AT_p} = \frac{0.03848}{0.23904} = 0.161 \cong 16\% \quad (\text{σχέση 2.63})$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 2

1. Ν.Λογοθέτης, «Μάνατζμεντ Ολικής Ποιότητας: Από τον Deming στον Taguchi και το SPC», Εκδόσεις TQM HELLAS INTERBOOKS, 2005
2. Σ.Σιμόπουλος, «Μετρήσεις τεχνικών μεγεθών», Εκδόσεις ΕΜΠ, 2000
3. Μ.Παπαδρακάκης, «Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2001
4. Γ.Ι.Τσαμασφύρος, Ε.Ε.Θεοτόκογλου, «Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων», τόμοι I και II, Εκδόσεις Συμμετρία, 2005
5. Χρ.Προβατίδης, Α.Κανάραχος, «Πεπερασμένα Στοιχεία στη Μηχανολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2000
6. Χρ.Προβατίδης, «Ανάλυση Μηχανολογικών Κατασκευών II», Εκδόσεις ΕΜΠ, 2004
7. Murray R. Spiegel, «Πιθανότητες και Στατιστική», McGraw-Hill, New York, ΕΣΠΙ, Αθήνα, 1977
8. P.J.Ross, «Taguchi Techniques for Quality Engineering», McGraw-Hill, Second Edition
9. R.K.Roy, «A primer on the Taguchi method», SME (Society of Manufacturing Engineers), Dearborn, Michigan
10. Vahid Nassehi, «Practical Aspects of Finite Element Modelling of Polymer Processing», John Wiley & Sons, LTD, 2002
11. O.C.Zienkiewicz, R.L.Taylor, «The Finite Element Method», Vol.1,2,3, Butterworth Heinemann
12. C.L.Tucker III, «Fundamentals of Computer Modelling for Polymer Processing», Hasner, Munich, 1989

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν κεφάλαιο συγκεντρώνονται με συντομία τα πιο σημαντικά συμπεράσματα που προέκυψαν από τη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία σχετικά με την επίδραση της πίεσης και της θερμοκρασίας εισόδου στην ταχύτητα της ροής στην έξοδο του ροϊκού σωλήνα.

Στόχος μας είναι η μικρότερη μεταβλητότητα (μεγαλύτερη ομοιομορφία) στο προφίλ της ταχύτητας εξόδου. Σε πρώτη ανάγνωση θα μπορούσε κάποιος να θεωρήσει ότι αρκεί απλά μια ελαχιστοποίηση στην τυπική απόκλιση της ταχύτητας εξόδου. Τελικά όμως αποδεικνύεται στατιστικά ότι υπάρχει εξάρτηση της τυπικής απόκλισης από τη μέση τιμή της ταχύτητας ανά δοκιμή.

Σημαντική επίδραση αποδείχθηκε στατιστικά ότι έχει η πίεση και όχι η θερμοκρασία στην ταχύτητα εξόδου, υπό προϋποθέσεις όμως. Ο πρώτος περιορισμός αφορά το διάστημα επιτρεπόμενων τιμών λόγω των προδιαγραφών που δεν μας επιτρέπει να κινηθούμε σε περιοχές πιέσεων μικρότερων των 100 bar και μεγαλύτερων των 300 και σε περιοχές θερμοκρασιών μικρότερων των 463 K και μεγαλύτερων των 503 K. Το στοιχείο όμως που δεν επιτρέπει τη γενίκευση του αποτελέσματος για την αμελητέα επίδραση της θερμοκρασίας είναι το μικρό εύρος θερμοκρασιών εντός του οποίου μπορούμε να κινηθούμε (40 K), το οποίο ίσως να μην επιτρέπει την εκδήλωση της επίδρασης της θερμοκρασίας σε τέτοιο βαθμό που να γίνεται στατιστικά αντιληπτή. Στην παρούσα όμως διπλωματική εργασία ενδιαφερόμαστε για τιμές εντός προδιαγραφόμενων ορίων και επομένως για πιο ομοιόμορφη ταχύτητα εξόδου προτείνουμε πίεση 300 bar.

Τέλος αναλύοντας τις συνιστώσες επίδρασης της πίεσης προέκυψε ότι σημαντικό ρόλο διαδραματίζει τόσο η γραμμική όσο και η τετραγωνική συνιστώσα. Αντίθετα στη θερμοκρασία φαίνεται να μην υπάρχει καθόλου τετραγωνική συνιστώσα.