



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

**Μια νέα Διεπίπεδη Μέθοδος Πολυκριτηριακής
Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική, βασισμένη σε
Εξελικτικούς Αλγόριθμους και την Παράγωγο της Συνάρτησης
Κυριαρχίας**

Διπλωματική Εργασία:
Εμμανουήλ Σ. Δουλγεράκης

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2009



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

**Μια νέα Διεπίπεδη Μέθοδος Πολυκριτηριακής Βελτιστοποίησης στην
Αεροδυναμική, βασισμένη σε Εξελικτικούς Αλγόριθμους και την Παράγωγο
της Συνάρτησης Κυριαρχίας**

του **Εμμανουήλ Σ. Δουλγεράκη**

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2009

Περίληψη:

Η παρούσα διπλωματική εργασία εντάσσεται στην περιοχή της πολυκριτηριακής αεροδυναμικής βελτιστοποίησης μορφών, μέσω του υβριδισμού των εξελικτικών αλγορίθμων με αιτιοκρατικές μεθόδους τοπικής βελτίωσης των «καλύτερων» μελών του τρέχοντος πληθυσμού. Έτσι, μια ιδέα- ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης που ήδη εφαρμόζεται επιτυχημένα σε μονοκριτηριακά προβλήματα επεκτείνεται και σε πολυκριτηριακά. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης απαιτούν τον υπολογισμό παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων και αυτό υλοποιείται μέσω των συζυγών (adjoint) τεχνικών. Ιδιαίτερος στόχος της εργασίας είναι να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή οικονομία σε υπολογιστικό κόστος, ειδικά σε προβλήματα πολλών στόχων, μέσω «έξυπνης» διαχείρισης των κλήσεων προς το λογισμικό των συζυγών μεθόδων.

Για την πραγματοποίηση των παραπάνω προτείνεται, προγραμματίζεται και αξιολογείται μια υβριδική μέθοδος διεπίπεδης πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Ως αιτιοκρατική μέθοδος ανίχνευσης χρησιμοποιείται, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ο ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός (SQP). Η πρωτοτυπία της εργασίας αυτής είναι ότι, για λόγους οικονομίας σε υπολογιστικό χρόνο, αντί να υπολογιστούν ξεχωριστά οι παράγωγοι όλων των συναρτήσεων-στόχων ($\nabla F_1, \nabla F_2$, κλπ.) υπολογίζεται απευθείας η παράγωγος της συνάρτησης κόστους Φ η οποία ποσοτικοποιεί την κυριαρχία και γειτνίαση των μελών του τρέχοντος πληθυσμού, στη λογική του μετώπου Pareto στην οποία βασίζεται ο εξελικτικός αλγόριθμος. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το $\nabla \Phi$ παραγωγίζοντας τη συνάρτηση κόστους της γνωστής μεθόδου SPEA2, αφού πρώτα η βηματική αυτή συνάρτηση προσεγγισθεί με μια συνεχή. Χρησιμοποιώντας «παγωμένη πληροφορία» για το Φ , απαιτείται τελικά μόνο μια κλήση της συζυγούς μεθόδου

(αντί των K , για K στόχους), γεγονός που επαυξάνει την οικονομία (που ήδη προσφέρει η χρήση υβριδικής μεθόδου).

Αρχικά, η προτεινόμενη υβριδική μέθοδος εφαρμόστηκε σε μία αριθμητική εφαρμογή και σε μια απλοποιημένη εφαρμογή βελτιστοποίησης αεροσκάφους, για να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητά της και να προσδιοριστούν κάποιες παράμετροι που οδηγούν στην καλύτερη λειτουργία της. Τέλος, εφαρμόστηκε σε δύο «πραγματικά» αεροδυναμικά προβλήματα. Το πρώτο αφορά στη βελτιστοποίηση της μορφής μιας μεμονωμένης αεροτομής και το δεύτερο στη βελτιστοποίηση της αεροτομής μιας σταθερής πτερύγωσης συμπίεστη.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
DEPARTMENT OF FLUIDS
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES

**A new Two Level Multi-Objective Optimization Method in Aerodynamics,
Based on Evolutionary Algorithms and the Derivative of the Utility Function**

of Emmanouil S. Doulgerakis

Advisor: Kyriakos C. Giannakoglou, Associate Professor NTUA

Athens, October 2009

Abstract:

This diploma thesis belongs to the area of multi-objective optimization aerodynamic problems, through hybridization of evolutionary algorithms with deterministic methods in order to improve locally the “best” members of the current population. Thus, an idea- an optimization algorithm, which is already applied in single-objective problems, is also extended to multi-objective problems. The deterministic optimization methods require the calculation of the derivatives of the objective functions, which is materialized by adjoint methods. This thesis is particularly focused on achieving maximum economy in computational cost, especially to problems with many objectives, through managing “smartly” the calls to the software of adjoint methods.

To achieve the above goals, a hybrid two-level multi-objective optimization method is proposed, planned and evaluated. As a deterministic method is used the sequential quadratic programming (SQP), without harming the generality. The originality of this work is that instead of being calculating separately the derivatives of each objective ($\nabla F_1, \nabla F_2$, etc.), for low computational cost reasons, the derivative of the utility function Φ is directly calculated, which quantifies the dominance and proximity of the members of the current population. This is the logic of Pareto front on which the evolutionary algorithm is based. Specifically, the Heaviside function is approached by a constant and then the $\nabla\Phi$ is estimated by computing the derivative of the SPEA2 utility function. Using “frozen information” on function Φ , there is the need of only one call of the adjoint method (instead of K for K objectives), which increases the economy further (as hybrid methods is characterized by that).

Firstly, the proposed hybrid method is applied to a numerical problem and a simple optimization problem of an aircraft in order to determine its effectiveness and to define certain parameters that lead to better functioning of the method. Finally, the new method is applied to two aerodynamic problems. The first one is to optimize the form of a single airfoil and the second one concerns the optimization of a fixed airfoil in a compressor.

Ευχαριστίες...

Ολοκληρώνοντας τις σπουδές μου στη σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ με την παρούσα διπλωματική εργασία, θα ήθελα να ευχαριστήσω από αυτή τη θέση όλους όσους με στήριξαν για την περάτωσή της και επίσης όλους που συνδράμουν για να διατηρηθεί υψηλό το επίπεδο σπουδών στο ΕΜΠ.

Ιδιαίτερα, ευχαριστώ τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Κ.Χ. Γιαννάκογλου για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε δίνοντάς μου την ευκαιρία να εκπονήσω ένα πολύ ενδιαφέρον θέμα, υπό την επίβλεψή του και επίσης για τον πολύτιμο χρόνο που μου διέθεσε, παρέχοντάς μου συμβουλές και επιπλέον γνώσεις. Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον διδάκτορα Ι. Καμπόλη για την πολύτιμη βοήθειά του στα θέματα βελτιστοποίησης καθώς και για την άριστη συνεργασία που είχαμε. Ακόμα, ευχαριστώ όλη την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών για την προθυμία βοήθειας σε οποιαδήποτε απορία.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τις θυσίες που έχουν κάνει και τη διαρκή υποστήριξη όλα αυτά τα χρόνια της φοιτητικής μου πορείας, όπως επίσης και τους φίλους μου για τη συμπαράστασή τους.

Δουλγεράκης Εμμανουήλ
Οκτώβριος 2009

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή:	11
Κεφάλαιο 2 – Εξελικτικοί Αλγόριθμοι και Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση:	13
2.1 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι.....	13
2.2 Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση.....	19
2.2.1 Η Μέθοδος SPEA.....	20
2.2.2 Η Μέθοδος SPEA2.....	22
Κεφάλαιο 3 – Sequential Quadratic Programming:	25
3.1 Η Μέθοδος SQP.....	25
Κεφάλαιο 4 – Η Συζυγής Μέθοδος:	28
4.1 Γενική Περιγραφή Συζυγών Εξισώσεων.....	28
4.2 Η Διακριτή Συζυγής Μέθοδος.....	29
Κεφάλαιο 5 - Περιγραφή της Πολυκριτηριακής Μεθόδου Βελτιστοποίησης που Χρησιμοποιεί την Παράγωγο της SPEA2:	32
5.1 Πολυεπίπεδη Βελτιστοποίηση.....	32
5.2 Εύρεση της παραγώγου των συναρτήσεων-στόχων και παραγωγή της SPEA2.....	34
5.3 Σύνθεση μίας ενιαίας συνάρτησης κόστους.....	37
5.4 Περιγραφή αλγορίθμου της προτεινόμενης υβριδικής μεθόδου.....	39
5.5 Συνδυασμός κώδικα αξιολόγησης και του λογισμικού βελτιστοποίησης EASY.....	43

Κεφάλαιο 6 – Εφαρμογές – Πιστοποίηση της Μεθόδου:	45
6.1 Αριθμητική εφαρμογή στη ZDT3.....	45
6.2 Απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης πτήσης αεροσκάφους.....	53
6.3 Βελτιστοποίηση μορφής μεμονωμένης αεροτομής.....	64
6.4 Βελτιστοποίηση αεροτομής σταθερής περύγωσης συμπίεστη.....	74
Κεφάλαιο 7 – Συμπεράσματα:	82
Παράρτημα 1 - Διάγραμμα Ροής της Προτεινόμενης Μεθόδου:	84
Π.1.1 Γενικό διάγραμμα ροής για κάθε επίπεδο.....	85
Π.1.2 Διάγραμμα ροής για το υψηλό επίπεδο (1) – Σπάταλη παραγωγή.....	88
Π.1.3 Διάγραμμα ροής για το χαμηλό επίπεδο (2) – Σπάταλη παραγωγή.....	89
Π.1.4 Διάγραμμα ροής για το υψηλό επίπεδο (1) – Οικονομική παράγωγος.....	90
Π.1.5 Διάγραμμα ροής για το χαμηλό επίπεδο (2) – Οικονομική παράγωγος.....	91
Βιβλιογραφία:	92

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Με την πάροδο του χρόνου, η απαίτηση για μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, αλλά ταυτόχρονα και τη μείωση του υπολογιστικού κόστους σε προβλήματα ρευστοδυναμικής (ερευνητική περιοχή που συμπεριλαμβάνει και προβλήματα σχεδιασμού στις στροβιλομηχανές), ολοένα και αυξάνεται.

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με τον «έξυπνο» υβριδισμό των εξελικτικών αλγορίθμων με αιτιοκρατικές μεθόδους τοπικής βελτίωσης των «καλύτερων» μελών του τρέχοντος πληθυσμού, προτείνοντας μια αποδοτική μέθοδο αεροδυναμικής βελτιστοποίησης για πολυκριτηριακά προβλήματα. Ο προτεινόμενος διεπίπεδος αλγόριθμος βελτιστοποίησης, ως ιδέα (concept) δεν θα ήταν ασφαλώς νέος αν εφαρμόζονταν στη μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση [2, 17, 22, 23, 24]. Η νέα ιδέα αφορά στο πως ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης που ήδη εφαρμόζεται επιτυχημένα σε μονοκριτηριακά προβλήματα μπορεί να εφαρμοστεί εξίσου αποδοτικά και σε πολυκριτηριακά. Με την οπτική αυτή αντιμετωπίζεται η ανάγκη να γίνει η μέγιστη δυνατή οικονομία στον αριθμό κλήσεων στο λογισμικό που υπολογίζει παραγώγους των συναρτήσεων στόχων. Υπενθυμίζεται ότι οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης απαιτούν τον υπολογισμό παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων και αυτό υλοποιείται μέσω των συζυγών (adjoint) τεχνικών.

Για να επιτευχθεί το ελάχιστο δυνατό υπολογιστικό κόστος προτείνεται, προγραμματίζεται και αξιολογείται μια υβριδική μέθοδος διεπίπεδης πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Σε συνδυασμό με τους εξελικτικούς αλγορίθμους λειτουργεί και μία αιτιοκρατική μέθοδος ανίχνευσης. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, έχει επιλεγεί ο ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός (SQP).

Η πρωτοτυπία της εργασίας αυτής είναι ότι, για λόγους οικονομίας σε υπολογιστικό χρόνο, αντί να υπολογιστούν ξεχωριστά οι παράγωγοι όλων των συναρτήσεων-στόχων ($\nabla F_1, \nabla F_2$, κλπ.) υπολογίζεται απευθείας η παράγωγος της συνάρτησης κόστους Φ , η οποία ποσοτικοποιεί την κυριαρχία και τη γειτνίαση των μελών του τρέχοντος πληθυσμού, στη λογική του μετώπου Pareto στην οποία βασίζεται ο εξελικτικός αλγόριθμος. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζεται το $\nabla\Phi$ παραγωγίζοντας τη συνάρτηση κυριαρχίας και γειτνίασης της γνωστής μεθόδου SPEA2, αφού πρώτα η βηματική αυτή συνάρτηση προσεγγισθεί με μια συνεχή. Η

ιδέα της παραγωγή της συνάρτησης κόστους της μεθόδου SPEA2 περιγράφεται από τον I. Καμπόλη [2] και έτσι δίνεται η δυνατότητα σύνθεσης μιας ενιαίας συνάρτησης-στόχου. Χρησιμοποιώντας «παγωμένη πληροφορία» για το Φ , απαιτείται τελικά μόνο μια κλήση της συζυγούς μεθόδου. Αντί, να απαιτούνται K κλήσεις της συζυγούς μεθόδου για τους K στόχους του προβλήματος, τελικώς χρειάζεται μόνο μία ανεξάρτητα από το πλήθος των στόχων, γεγονός που επαυξάνει την οικονομία, που ήδη προσφέρει η χρήση υβριδικών μεθόδων.

Στη συνέχεια, η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται σε τέσσερα προβλήματα για να πιστοποιήσουμε την αποτελεσματικότητά της. Η πρώτη εφαρμογή γίνεται στο αριθμητικό πρόβλημα της ZDT3, η οποία είναι μαθηματικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων-στόχων. Η δεύτερη εφαρμογή αφορά σε ένα πολύ απλό μοντέλο πτήσης υποηχητικού αεροσκάφους (εξίσωση Breguet) με στόχους την αύξηση του βεληνεκούς πτήσεως και την ελαχιστοποίηση του βάρους απογείωσης του αεροσκάφους. Το πρόβλημα υπολογίζει τις παραγώγους αναλυτικά και όχι με τη συζυγή μέθοδο, αλλά το υπολογιστικό κόστος καταλογίζεται ως να πραγματοποιείται η διαδικασία της συζυγούς μεθόδου. Ο σκοπός της εφαρμογής αυτής ήταν περισσότερο διερευνητικός κατά το πόσο επηρεάζονται οι λύσεις των προβλημάτων από τη διαφορά στην τάξη μεγέθους των τιμών των δύο συναρτήσεων-στόχων. Επίσης, διερευνήθηκε η επιρροή του συνυπολογισμού της μεταξύ τους απόστασης των λύσεων για τον υπολογισμό της παραγώγου της SPEA2. Ο λόγος είναι ότι η συνάρτηση κυριαρχίας της μεθόδου SPEA2 περιέχει και ένα όρο για την πύκνωση των ατόμων του πληθυσμού, που τροποποιεί την τιμή της συνάρτησης κυριαρχίας που λαμβάνουν τα άτομα και κατ' επέκταση επηρεάζει και τις παραγώγους της. Ως τρίτη εφαρμογή, βελτιστοποιούμε τη μορφή μιας μεμονωμένης αεροτομής με στόχους την ελαχιστοποίηση του συντελεστή οπισθέλκουσας c_D και τη διατήρηση του συντελεστή άνωση σε συγκεκριμένη τιμή $c_{L,tar} = 0.5$. Τέλος, η τέταρτη εφαρμογή αφορά αεροτομή σταθερής 2Δ περύγωσης συμπίεστη που βελτιστοποιείται ως προς την πτώση της ολικής πίεσης και με περιορισμούς ως προς την ελάχιστη επιτρεπόμενη στροφή της ροής.

Όλες οι εφαρμογές επιλύονται με χρήση της προτεινόμενης υβριδικής μεθόδου που θα περιγραφεί στα επόμενα κεφάλαια και χρησιμοποιεί δύο επίπεδα βελτιστοποίησης. Το χαμηλό επίπεδο χειρίζεται έναν εξελικτικό αλγόριθμο, ενώ στο υψηλό επίπεδο λειτουργεί η αιτιοκρατική μέθοδος SQP, που βασική της λειτουργία είναι η επίσπευση της σύγκλισης των ατόμων του πληθυσμού του εξελικτικού αλγορίθμου.

Κεφάλαιο 2

Εξελικτικοί Αλγόριθμοι και Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση

Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουμε στη ρευστομηχανική, και ειδικότερα στις στροβιλομηχανές, είναι συχνά προβλήματα πολλών στόχων. Για την επίλυση αυτών των εφαρμογών θα χρησιμοποιήσουμε και τη μέθοδο των εξελικτικών αλγορίθμων, την οποία θα αναλύσουμε ακολούθως. Στη συνέχεια, λόγω της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης δεν υπάρχει μία βέλτιστη λύση για το κάθε πρόβλημα, αλλά μία σειρά από μη-κυριαρχούμενες λύσεις. Οι λύσεις αυτές δεν μπορούν να συγκριθούν μεταξύ τους, διότι η μία υπερτερεί της άλλης ως προς κάποιο στόχο ή στόχους και όχι ως προς το σύνολο των στόχων του προβλήματος. Επομένως, δημιουργείται το πρόβλημα κατάταξης των λύσεων που λύνεται με τη χρήση μεθόδων όπως είναι η SPEA και η NSGA.

2. 1 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Από τις δεκαετίες του 1950 και του 1960, αρκετοί επιστήμονες μελέτησαν διάφορα συστήματα εξέλιξης, καθώς θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο βελτιστοποίησης σε μηχανολογικά προβλήματα. Η κοινή ιδέα όλων αυτών των συστημάτων είναι η εξέλιξη ενός πληθυσμού υποψήφιων λύσεων ενός προβλήματος, χρησιμοποιώντας εργαλεία εμπνευσμένα από τη φυσική γενετική ποικιλομορφία και τη φυσική επιλογή.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (evolutionary algorithms, EA) [3,4] εφευρέθηκαν τη δεκαετία του 1960 από τον John Holland και τους συνεργάτες του. Σε αντίθεση με τις μέχρι τότε μεθόδους βελτιστοποίησης, ο στόχος τους δεν ήταν η δημιουργία αλγορίθμων που λύνουν συγκεκριμένα προβλήματα, αλλά να μελετήσουν το φαινόμενο της εξέλιξης όπως αυτό συμβαίνει στη φύση και να αναπτύξουν μηχανισμούς που θα το προσομοιώνουν και θα μπορούσαν να εισαχθούν σε υπολογιστικά συστήματα. Κυρίως από τη δεκαετία του 1990, η χρήση τέτοιων στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης ολοένα αυξανόταν. Αυτό οφειλόταν στο γεγονός ότι αυξήθηκε η υπολογιστική ισχύς των ηλεκτρονικών υπολογιστών και μειώθηκε παράλληλα το κόστος τους.

Σύμφωνα με τη θεωρία του Δαρβίνου, τα άτομα ενός πληθυσμού ανταγωνίζονται για την απόκτηση πόρων όπως στέγη, τροφή καθώς και για την προσέλκυση

συντρόφου. Τα επιτυχημένα άτομα έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να οδηγηθούν σε αναπαραγωγή και να διαιωνισθούν. Αυτή η φυσική επιλογή έχει ως επακόλουθο τα γονίδια των επιτυχημένων ατόμων ή των ατόμων που έχουν προσαρμοστεί καλύτερα στο περιβάλλον να επιβιώνουν, και με την πάροδο των γενεών τα χαρακτηριστικά τους να μεταφέρονται σε μεγαλύτερο αριθμό απογόνων. Ο συνδυασμός καλών χαρακτηριστικών από επιτυχημένους γονείς μπορεί να παράγει, ενδεχομένως, απογόνους με χαρακτηριστικά καλύτερα από αυτά των γονέων. Με τον τρόπο αυτό, οι φυσικοί πληθυσμοί εξελίσσονται και προσαρμόζονται στο εκάστοτε περιβάλλον.

Για παράδειγμα, οι γενετικοί αλγόριθμοι εξελίσσουν πληθυσμούς υποψηφίων λύσεων και όχι μια μεμονωμένη λύση σε κάθε επανάληψη, όπως συμβαίνει σε άλλες στοχαστικές μεθόδους βελτιστοποίησης (εξελικτικές στρατηγικές). Επίσης, η εξέλιξη του πληθυσμού από γενιά σε γενιά θα πρέπει να καθορίζεται από την τιμή καταλληλότητας (προβλήματα μεγιστοποίησης) ή την τιμή κόστους των ατόμων (προβλήματα ελαχιστοποίησης) με βάση τη συνάρτηση-στόχο. Ένα ακόμα χαρακτηριστικό είναι ότι πρέπει να υπάρχει δυναμική διαδοχή πληθυσμών, με τη δημιουργία νέων ατόμων και εξαφάνιση άλλων με βάση την τιμή καταλληλότητάς τους. Τέλος, κατά την εξέλιξη από γενιά σε γενιά, πρέπει να υπάρχει κληρονομικότητα χαρακτηριστικών από τους γονείς στους απογόνους, αλλά και στοχαστική εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών.

Τα πλεονεκτήματα των εξελικτικών αλγορίθμων είναι η δυνατότητά τους να μην εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα και η προσαρμοστικότητά τους σε κάθε νέο πρόβλημα, με την προϋπόθεση ότι υπάρχει λογισμικό αξιολόγησης για κάθε υποψήφια λύση. Επίσης, η εφαρμογή τους σε ένα νέο πρόβλημα είναι άμεση, χωρίς να απαιτούνται παρεμβάσεις στην διαδικασία βελτιστοποίησης, όπως συμβαίνει στις αιτιοκρατικές μεθόδους. Παρόλα αυτά, για τον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης χρειάζεται μεγάλος αριθμός αξιολογήσεων, που είναι και το βασικό τους μειονέκτημα.

Οι **γενετικοί αλγόριθμοι** (genetic algorithms, ΓΑ) [1,3,4] αποτελούν μάλλον την πιο διαδεδομένη κατηγορία εξελικτικών αλγορίθμων, όπου διερευνάται η λύση του προβλήματος σε μορφή συμβολοσειράς αριθμών. Ως δεύτερη κατηγορία, αρκετά διαφορετική από την προηγούμενη είναι ο **γενετικός προγραμματισμός** (genetic programming) [1,3], όπου οι λύσεις είναι στην μορφή προγραμμάτων υπολογιστή και η καταλληλότητά τους αποφασίζεται από την ικανότητα τους να επιλύουν ή να προσεγγίζουν ένα υπολογιστικό πρόβλημα. Μία ακόμα παραλλαγή είναι ο **εξελικτικός προγραμματισμός** (evolutionary programming) [1,3]. Όπως στον γενετικό προγραμματισμό γίνεται χρήση προγραμμάτων που φτιάχνεται μόνο η δομή τους και μπορούν να εξελιχθούν οι αριθμητικές τους παράμετροι. Οι **εξελικτικές στρατηγικές** (evolutionary strategies, ΣΕ) [1,3] είναι μια λιγότερο χρησιμοποιούμενη τεχνική και λειτουργεί με διανύσματα πραγματικών αριθμών

σαν αναπαραστάσεις λύσεων και τυπικά χρησιμοποιεί αυτό-προσαρμοζόμενα ποσοστά μετάλλαξης.

Η κάθε κατηγορία των εξελικτικών αλγορίθμων έχει τα δικά της ξεχωριστά γνωρίσματα, αλλά η αυστηρή διαφοροποίησή τους δεν είναι εφικτή γιατί η σύγχρονοι εξελικτικοί αλγόριθμοι αλληλοδανείζονται στοιχεία όπως τρόπο κωδικοποίησης ή τελεστές εξέλιξης, ανάλογα με την καταλληλότητά τους στην κάθε εφαρμογή. Η χρήση τους αρχικά έγινε σε προβλήματα ενός στόχου, αλλά μπορούν να εφαρμοστούν και σε προβλήματα πολλών στόχων, που σ' αυτή την περίπτωση υπερτερούν λόγω διαχειρισμού του συνόλου των λύσεων της κάθε γενιάς.

Παρ' όλο που οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι απλοί στην περιγραφή και στον προγραμματισμό, η συμπεριφορά τους μπορεί να είναι αρκετά περίπλοκη. Η παραδοσιακή θεωρία των γενετικών αλγορίθμων αναφέρει, σε μία πολύ γενική περιγραφή, ότι η αρχή λειτουργίας τους βασίζεται στην αναζήτηση, πριμοδότηση και ανασυνδυασμό καλών πακέτων λύσεων ή αλλιώς χρωμοσωμάτων χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη ορολογία της βιολογίας. Ως χρωμόσωμα ορίζουμε μια αλληλουχία δυαδικών αριθμών που προκύπτει από την συνένωση των δυαδικών συστοιχιών όλων των μεταβλητών που περιγράφουν μία υποψήφια λύση. Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα με τρεις μεταβλητές x_1 , x_2 και x_3 το χρωμόσωμα θα είχε την μορφή:

$$\underbrace{1001011011010011}_{x_1} \underbrace{}_{x_2} \underbrace{}_{x_3}$$

Αν \bar{x} είναι το διάνυσμα των ελεύθερων μεταβλητών με N συνιστώσες, η δυαδική κωδικοποίηση, με τον τρόπο που χρησιμοποιείται στο γενετικούς αλγόριθμους απαιτεί τον καθορισμό ενός κατώτατου $x_{i,L}$, ενός ανώτατου ορίου $x_{i,U}$ και του πλήθους n_i δυαδικών ψηφίων ανά μεταβλητή. Το πλήθος n_i καθορίζει την ακρίβεια διακριτοποίησης της i -ιοστής μεταβλητής, που δίνεται από τη σχέση:

$$\delta x_i = \frac{x_{i,U} - x_{i,L}}{2^{n_i} - 1} \quad (2.1)$$

Κατά την εξέλιξη που είναι η κύρια διαδικασία αναζήτησης της βέλτιστης λύσης, ένας πληθυσμός μ υποψηφίων λύσεων (γονείς) εξελίσσεται στον πληθυσμό των λ απογόνων. Αυτοί οι απόγονοι είναι οι νέες λύσεις, που προκύπτουν από τους μ γονείς, έχοντας ενδεχομένως καλύτερα χαρακτηριστικά, το οποίο θα διαπιστωθεί αξιολογώντας τον νέο πληθυσμό. Για την επόμενη γενιά οι γονείς επιλέγονται βάσει την καταλληλότητά τους από τους απογόνους της προηγούμενης γενιάς. Αυτή η επαναληπτική ουσιαστικά διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί

κάποιο κριτήριο σύγκλισης. Τέτοιου είδους κριτήρια είναι να μην υπάρχει βελτίωση της λύσης για κάποιον αριθμό γενιών, να έχει ομογενοποιηθεί ο πληθυσμός ή να επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός αξιολογήσεων που έχει οριστεί από τον χρήστη.

Αναλυτικότερα, η διαδικασία εξέλιξης σε έναν εξελικτικό αλγόριθμο θα περιγραφεί παρακάτω και θα συμπεριλαμβάνει τρία διακριτά σύνολα ατόμων: τον πληθυσμό των γονέων με μ μέλη, τον πληθυσμό των απογόνων με λ μέλη και τον πληθυσμό των επιλέκτων ή ελίτ ατόμων. Το σύνολο των επιλέκτων αποθηκεύει τα καλύτερα άτομα που εμφανίζονται στον πληθυσμό κατά τη διάρκεια της εξέλιξης στην κάθε γενιά. Με αυτό τον τρόπο, επιτυγχάνεται η διατήρηση των βέλτιστων λύσεων οποτεδήποτε και αν σταματήσει η διαδικασία της εξέλιξης και επιπλέον χρησιμοποιείται αυτή η πληροφορία για την ενίσχυση των καλών χαρακτηριστικών των ατόμων της νέας γενιάς.

Σε προβλήματα ενός στόχου το σύνολο των επιλέκτων θα μπορούσε να αποτελείται από ένα μόνο άτομο καθώς ψάχνουμε μία βέλτιστη λύση. Αντίθετα σε προβλήματα πολλών στόχων η διατήρηση ενός μόνο ατόμου δεν επαρκεί καθώς οι βέλτιστες λύσεις είναι περισσότερες.

Πριν την έναρξη του αλγόριθμου επιλέγονται βασικές παράμετροι της μεθόδου, όπως είναι το μέγεθος των πληθυσμών των γονέων και των απογόνων. Στη μηδενική γενιά επιλέγονται τυχαία οι τιμές των μεταβλητών του κάθε ατόμου μέσα στο πεδίο ορισμού τους, για να αποτελέσουν τα μέλη του αρχικού πληθυσμού. Στη συνέχεια, αξιολογούνται τα λ άτομα του συνόλου των απογόνων καλώντας τον αντίστοιχο λογισμικό και ανανεώνεται το σύνολο των επιλέκτων με όσα μέλη είναι κατάλληλα, με κριτήριο την τιμή της συνάρτησης-στόχου τους. Στην περίπτωση που κάποιο άτομο κριθεί καλύτερο από κάποιο που ήδη υπάρχει στο σύνολο των ελίτ, εισάγεται αυτό στο σύνολο και διαγράφεται το χειρότερο στην κατάταξη. Η διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται με τη χρήση του τελεστή εντοπισμού των επιλέκτων μελών. Στα προβλήματα ενός στόχου εμφανίζεται η πιο απλή εκδοχή του τελεστή καθώς εντοπίζει το ένα καλύτερο άτομο από τα δύο σύνολα που επεξεργάζεται. Όταν τα προβλήματα έχουν παραπάνω από ένα στόχους χρησιμοποιούνται τεχνικές για την ταξινόμηση των ατόμων της κάθε γενιάς προσδίδοντάς τους ένα επιπλέον χαρακτηριστικό (μία τιμή) ανάλογα με τη θέση στην οποία βρίσκονται μέσα στο πληθυσμό. Τέτοιου είδους μέθοδοι είναι η SPEA και η SPEA2 που θα αναλυθούν σε επόμενο κεφάλαιο.

Ακολουθώς, εφαρμόζεται προαιρετικά ο τελεστής επιλεκτικότητας ή ελιτισμού, με τον οποίο τυχαία συνήθως επιλεγόμενα άτομα από το σύνολο των επιλέκτων αντικαθιστούν άτομα του συνόλου των απογόνων της τρέχουσας γενιάς. Η τιμή της συνάρτησης-στόχου είναι το κριτήριο με το οποίο διαλέγονται τα άτομα τα οποία θα αντικατασταθούν, δηλαδή τα χειρότερα αν και μέρος αυτών μπορεί να

επιλεγεί τυχαία. Έτσι, αποφεύγεται μια νέα γενιά να δώσει βέλτιστη λύση χειρότερη από την προηγούμενη. Έπειτα, γίνεται η επιλογή του πληθυσμού των γονέων με τη βοήθεια του αντίστοιχου τελεστή και για το σχηματισμό του χρησιμοποιούνται οι τρέχοντες πληθυσμοί γονέων και απογόνων. Ο τελεστής αυτός ουσιαστικά πριμοδοτεί τις καλύτερες λύσεις να έχουν μεγαλύτερες πιθανότητες συμμετοχής στο νέο πληθυσμό. Τέλος, για τη δημιουργία του πληθυσμού απογόνων της νέας γενιάς εφαρμόζονται διάφοροι τελεστές, όπως είναι ο τελεστής διασταύρωσης ή ανασυνδυασμού και ο τελεστής μετάλλαξης.

Για τη δυαδική κωδικοποίηση, ο τελεστής διασταύρωσης συνδυάζει δύο τυχαία επιλεγμένους γονείς για να δημιουργήσει ισόποσους απογόνους. Γενικότερα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και παραπάνω από δύο γονείς στη διασταύρωση.

Στη δυαδική κωδικοποίηση, η λεγόμενη διασταύρωση απλού σημείου αρχικά επιλέγει τυχαία μια θέση μεταξύ δύο διαδοχικών ψηφίων του χρωμοσώματος. Στη συνέχεια, επιλέγει τυχαία δύο γονείς και τους διασταυρώνει, δηλαδή εναλλάσσει τα δύο μέρη εκατέρωθεν της θέσης διασταύρωσης, παράγοντας έτσι δύο απογόνους.

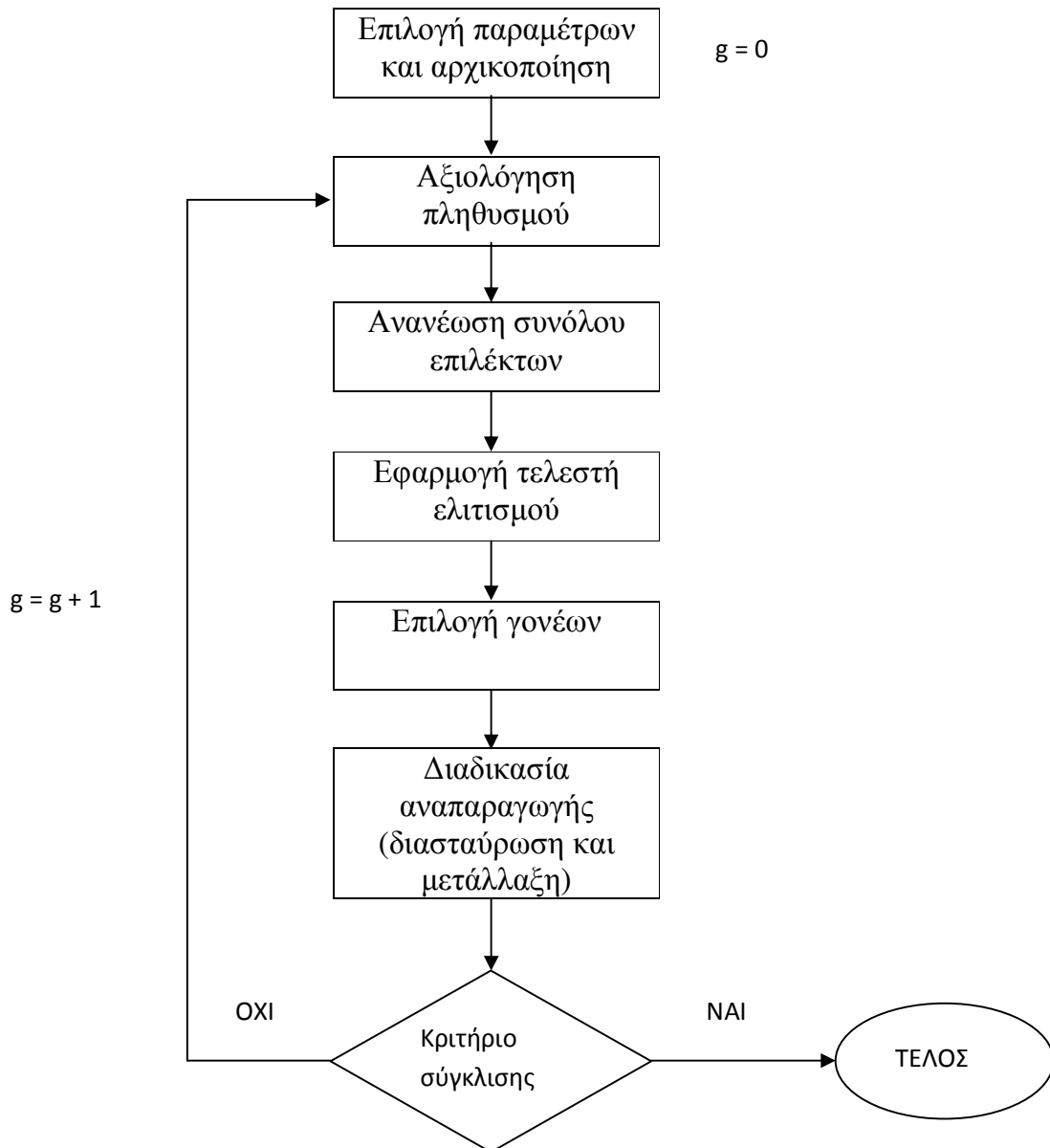
$$\begin{array}{ccc} 101100110000 & \longrightarrow & 10110011 \mid 0000 \\ 000110110111 & & 00011011 \mid 0111 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} 101100110111 \\ 000110110000 \end{array}$$

Επίσης, άλλα είδη διασταύρωσης είναι η διασταύρωση δύο σημείων και η διασταύρωση ενός σημείου ανά μεταβλητή.

Έπειτα από τον τελεστή διασταύρωσης, εφαρμόζεται ο τελεστής μετάλλαξης σε κάθε νέο απόγονο που προέκυψε. Η μετάλλαξη στοχεύει στην εισαγωγή νέου γενετικού υλικού στον πληθυσμό των απογόνων, με μία πιθανότητα P_m πολύ μικρή (ενδεικτικά $P_m=0.01$). Στη δυαδική κωδικοποίηση, η μετάλλαξη επιτρέπει να αντιστραφεί το δυαδικό ψηφίο που θα επιλεγεί από 0 να γίνει 1 και αντιστρόφως. Πρακτικά, για όλα τα δυαδικά ψηφία κάθε απογόνου, γεννάται ένας τυχαίος αριθμός που αν είναι μικρότερος του P_m ενεργοποιείται το κριτήριο για τη μετάλλαξη.

Τέλος, ολοκληρώνοντας την εξελικτική διαδικασία μιας γενιάς, για να εξακριβωθεί αν η μέθοδος έχει συγκλίνει, ελέγχεται με το κριτήριο σύγκλισης. Στην περίπτωση που δεν ικανοποιείται ξεκινάει μια ίδια διαδικασία για τη νέα γενιά.

Η διαδικασία που περιγράφηκε, απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα:

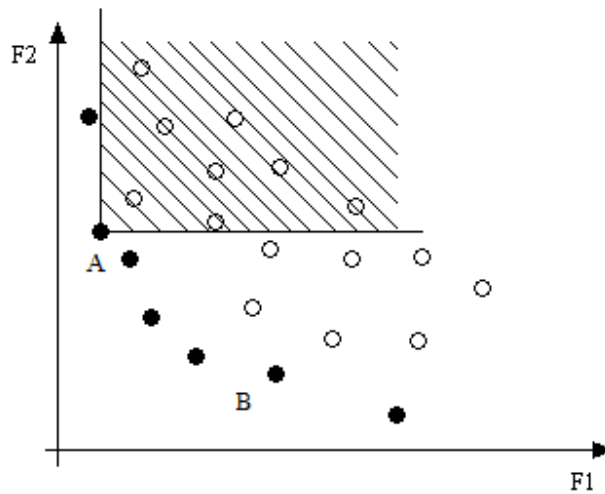


2. 2 Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση

Στην περίπτωση της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (multi-objective optimization), τα προβλήματα στοχεύουν στην ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των συνιστωσών της διανυσματικής συνάρτησης-στόχου $\vec{F}(\vec{x})$, $\vec{x} \in R^N$, $\vec{F}: R^N \rightarrow R^M$, όπου M είναι το πλήθος των στόχων. Έτσι, δημιουργείται το πρόβλημα ιεράρχησης των λύσεων βάσει των διαφορετικών στόχων που υπάρχουν. Σ' αυτές τις περιπτώσεις εισάγεται η έννοια του μετώπου Pareto ή αλλιώς του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων. Η έννοια του μετώπου Pareto οφείλεται στο Γάλλο-Ιταλό οικονομολόγο και κοινωνιολόγο Vilfredo Pareto [1,7] που, κατά κάποιο τρόπο, ολοκλήρωσε και έθεσε σε πρακτική χρήση αντίστοιχης σημασίας όρους που είχαν προταθεί από άλλους επιστήμονες.

Η κατά Pareto βέλτιστη λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης της $\vec{F}: R^N \rightarrow R^M$ είναι το διάνυσμα $\vec{x} \in \Omega$ αν και μόνο αν δεν υπάρχει άλλη λύση $\vec{y} \in \Omega$ τέτοια ώστε $F_m(\vec{y}) \leq F_m(\vec{x})$ για όλους τους στόχους ($m = 1, \dots, M$) και για έναν τουλάχιστον από αυτούς (έστω k) να ισχύει $F_k(\vec{y}) < F_k(\vec{x})$. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να ορίσουμε ως μέτωπο Pareto, το υποσύνολο των λύσεων εκείνων στις οποίες δεν κυριαρχεί καμία άλλη, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1.

Το επόμενο βήμα, είναι η ιεράρχηση των λύσεων του μετώπου Pareto, αλλά και γενικότερα η βαθμονόμηση του συνόλου των λύσεων. Αυτό πραγματοποιείται με τη χρήση μεθόδων όπως είναι η SPEA και η SPEA2 [7]. Γενικός στόχος όλων των μεθόδων αυτών είναι ο υπολογισμός μιας ενιαίας τιμής της συνάρτησης-στόχου σε προβλήματα πολλών στόχων. Για παράδειγμα, η τιμή κόστους κάθε μέλους του μετώπου Pareto είναι ανάλογη του αριθμού των λύσεων της τρέχουσας γενιάς στα οποία κυριαρχεί η υπόψη λύση. Οι ακραίες λύσεις πριμοδοτούνται σε αντίθεση με τις λύσεις που βρίσκονται στο κέντρο του μετώπου, με αποτέλεσμα να ενισχύεται η τάση της εξάπλωσης του μετώπου.



Σχήμα 2.1: Παράδειγμα κυριαρχίας λύσεων σε ένα πληθυσμό εξελικτικού αλγορίθμου ενός προβλήματος δύο στόχων, που οι λύσεις απεικονίζονται στο χώρο των συναρτήσεων-στόχων. Η λύση A κυριαρχεί ως προς τις λύσεις που βρίσκονται στο γραμμοσκιασμένο χώρο, ενώ αδυνατεί να συγκριθεί, για παράδειγμα, με τη λύση B.

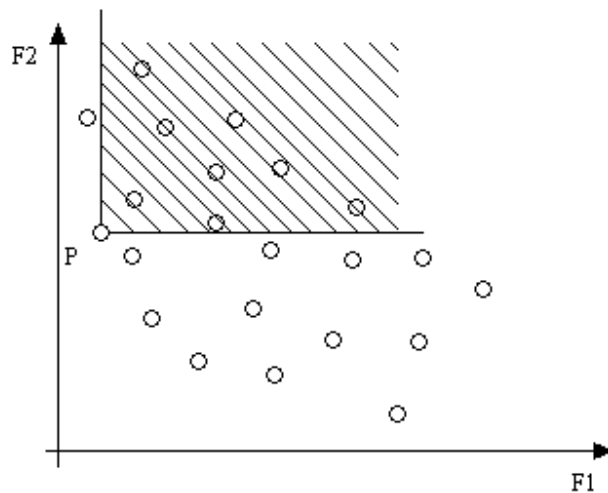
2. 2. 1 Η μέθοδος SPEA

Η μέθοδος SPEA, ακρωνύμιο των λέξεων Strength Pareto Evolutionary Algorithm προτάθηκε από τους E. Zitzler και L. Thiele, το 1999 [7]. Στόχος αυτής της ελιτιστικής τεχνικής είναι η απόδοση ενιαίας τιμής κόστους σε προβλήματα πολλών στόχων και αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της μεθόδου SPEA2.

Η SPEA χρησιμοποιεί έναν κανονικό πληθυσμό και επίσης διαθέτει και μνήμη. Ξεκινώντας με ένα αρχικό πληθυσμό και το σύνολο των μη κυριαρχούμενων λύσεων ακολουθεί τα παρακάτω βήματα σε κάθε επανάληψη. Αρχικά, όλες οι μη κυριαρχούμενες λύσεις αντιγράφονται στο σύνολο των μη κυριαρχούμενων λύσεων. Οποιαδήποτε λύση κυριαρχείται από κάποια άλλη ή επαναλαμβάνεται, διαγράφεται κατά τη διάρκεια αυτής της ενημέρωσης του συνόλου. Στην περίπτωση που το μέγεθος του συνόλου ξεπερνά κάποιο προκαθορισμένο όριο, οι επιπλέον λύσεις διαγράφονται βάσει μιας τεχνικής ομαδοποίησης, η οποία διατηρεί τα χαρακτηριστικά του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων. Έπειτα, μέσω της συνάρτησης κόστους, τα μέλη του πληθυσμού και του συνόλου των μη κυριαρχούμενων λύσεων λαμβάνουν τιμές κόστους.

Κάθε ξεχωριστό άτομο i στο σύνολο αυτό χαρακτηρίζεται από μία τιμή ισχύος (strength value) $S(i) \in [0,1)$ και η οποία ταυτόχρονα αντιπροσωπεύει την τιμή της συνάρτησης κόστους $\Phi(i)$. $S(i)$ είναι το πλήθος j των μελών του πληθυσμού που

κυριαρχούνται ή είναι ίσα με το i -οστό, όσον αφορά τις τιμές των συναρτήσεων-στόχων, διαιρούμενο από το μέγεθος του πληθυσμού προσθέτοντας ένα. Η τιμή της συνάρτησης κόστους $\Phi(j)$ για ένα άτομο j του πληθυσμού, υπολογίζεται προσθέτοντας τις τιμές $S(i)$ όλων των μελών που υπάρχουν μέσα στο σύνολο των μη κυριαρχούμενων λύσεων και κυριαρχούνται ή είναι ίσα με αυτό και επιπλέον προσθέτουμε 1 στο τέλος. Η μονάδα προστίθεται, ώστε να εξασφαλίζεται ότι μόνο τα κυρίαρχα άτομα έχουν τιμή κόστους μικρότερη της μονάδας και να ευνοούνται στη συνέχεια, κατά την επιλογή των γονέων, κατά την αναπαραγωγή.



Σχήμα 2.2: Στο διάγραμμα των δύο στόχων $F1$ και $F2$ του προβλήματος ελαχιστοποίησης, παρουσιάζονται οι υποψήφιες λύσεις και τα άτομα που κυριαρχούν όπως είναι το P . Επειδή δεν κυριαρχείται από άλλα άτομα η τιμή κόστους του υπολογίζεται από το πλήθος των ατόμων που κυριαρχεί, δηλαδή αυτά που βρίσκονται μέσα στο γραμμοσκιασμένο, που εδώ λόγου χάρη είναι 8.

Ο αλγόριθμος SPEA καλύπτει αρκετές από τις απαιτήσεις για τη βελτίωση του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων, αλλά εμφανίζει κάποια σημαντικά ελαττώματα. Πρώτον, τα κυριαρχούμενα άτομα που τυχαίνει να κυριαρχούνται από τους ίδιους επίλεκτους, βαθμολογούνται με την ίδια τιμή συνάρτησης κόστους. Επίσης με τον εφαρμοζόμενο τελεστή αραίωσης δεν εξασφαλίζεται η διατήρηση των ακραίων ατόμων του Pareto και η ρύθμιση της πυκνότητας μεταξύ των ατόμων περιορίζεται στα επίλεκτα άτομα. Για τους λόγους αυτούς οδηγήθηκαν οι δημιουργοί του στη βελτιωμένη του έκδοση, δηλαδή στον αλγόριθμο SPEA2 [7].

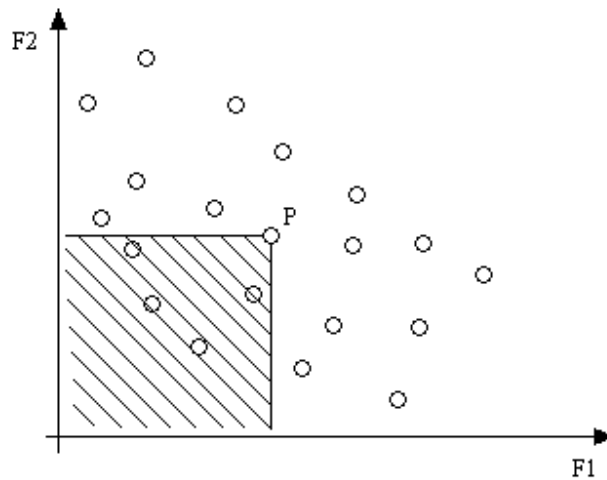
2. 2. 2 Η μέθοδος SPEA2

Σε αντίθεση με τη SPEA, η SPEA2 [7,8] στην αξιολόγηση ενός ατόμου, λαμβάνει υπόψη τα κυριαρχούμενα από αυτό άτομα και όσα το κυριαρχούν. Για τη χρήση τέτοιων μεθόδων κατάταξης των ατόμων, βασικοί βελτιστοποιητές είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι που δημιουργούν πληθυσμούς πιθανών λύσεων. Επίσης, στην ενιαία τιμή της συνάρτησης κόστους προσμετρείται η επίδραση της απόστασης μεταξύ των πιο γειτονικών ατόμων στο χώρο των λύσεων. Το μέγεθος του συνόλου που διατηρεί τη μνήμη της μεθόδου έχει συγκεκριμένο μέγεθος, με αποτέλεσμα όταν ο αριθμός των μη κυριαρχούμενων λύσεων του πληθυσμού του εξελικτικού αλγορίθμου είναι μικρότερος από τον προκαθορισμένο, τότε το αρχείο γεμίζει με κυριαρχούμενες λύσεις, ενώ με τη SPEA το μέγεθος του συνόλου αυτού μπορεί να ήταν διαφορετικό κάθε φορά. Επιπλέον, η νέα μέθοδος εγγυάται τη διατήρηση των λύσεων που βρίσκονται στα άκρα του μετώπου του Pareto [1].

Η αξιολόγηση των λύσεων με τη μέθοδο SPEA2 και για να αποφευχθεί η κατάσταση στην οποία άτομα που κυριαρχούν στα ίδια άτομα, έχουν ακριβώς την ίδια τιμή στην συνάρτηση κόστους, συνυπολογίζονται για κάθε λύση τα άτομα στα οποία κυριαρχεί και τα άτομα που την κυριαρχούν. Πιο συγκεκριμένα, σε κάθε άτομο i αντιστοιχίζεται μία τιμή καταλληλότητας που συνίσταται από δύο παράγοντες $\Phi(i) = R(i) + \frac{1}{2 + D(i)}$.

Αρχικά, σε όλα τα άτομα που ανήκουν στο υπερσύνολο γονέων μ , απογόνων λ και επιλέκτων e ($S^{g,N}$) προσδίδεται ένας αριθμός $S(i)$ (Strength) που εκφράζει το πλήθος των κυριαρχούμενων λύσεων και ερμηνεύεται ως δυναμικότητα του ατόμου λόγω της θέσης του μέσα στον πληθυσμό της τρέχουσας γενιάς, όπως ακριβώς συμβαίνει και στη μέθοδο SPEA. Έπειτα, αποδίδεται τιμή στον παράγοντα $R(i)$ ίση με το άθροισμα των ισχύων $S(k)$ όλων των λύσεων k που κυριαρχούν στο άτομο i , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3.

$$R(i) = \sum_{j \in S^{g,N}} S(j) \quad (2.2)$$



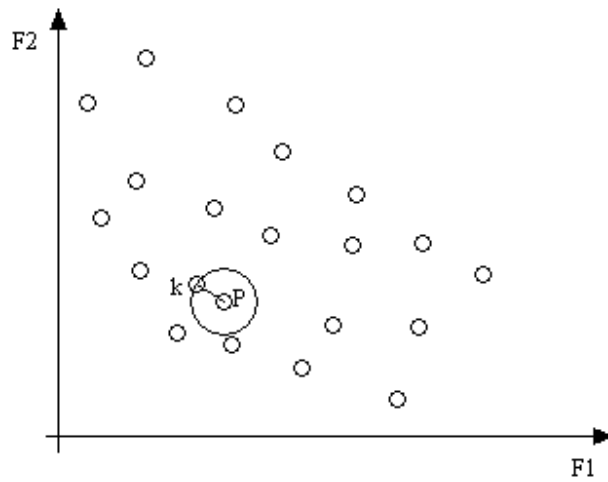
Σχήμα 2.3: Απεικόνιση στο χώρο του στόχων $F1$ και $F2$ συνόλου λύσεων της παραδείγματος και προσδιορισμός της τιμής του $R(P)$, λαμβάνοντας τιμή ίση με το άθροισμα των τιμών δυναμικότητας των ατόμων που κυριαρχούν σ' αυτό.

Για τον προσδιορισμό του παράγοντα $D(i)$, που έχει φυσική σημασία πυκνότητας των λύσεων σε ένα πεδίο τιμών των στόχων, χρησιμοποιείται η αντίστροφος της απόστασης $\sigma_k(i)$ μεταξύ του ατόμου i και του k πιο κοντινού ατόμου σ' αυτό (σχήμα 2.4). Δηλαδή, υπολογίζονται οι αποστάσεις μεταξύ των ατόμων στο χώρο των στόχων της συνάρτησης-στόχου, διατάσσονται σε αύξουσα για παράδειγμα σειρά και επιλέγεται η μικρότερη.

$$D(i) = \min_k \{dist(j, i)\}, \quad k = \sqrt{K} \quad (2.3)$$

όπου: $K = \mu + \lambda + e$

Το πεδίο ορισμού του $\frac{1}{2 + D(i)}$ είναι το $(0,1)$ και επειδή το $D(i)$ δεν αποκλείεται να μηδενίζεται, για να εξασφαλιστεί ότι η πυκνότητα θα είναι πάντα μικρότερη της μονάδας, προστίθεται στον παρονομαστή ο αριθμός 2.



Σχήμα 2.4: Στο άτομο P η συνάρτηση κόστους επιβαρύνεται με μια ποινή ίση με το αντίστροφο της απόστασης του από το κοντινότερό του άτομο k .

Στα προβλήματα ελαχιστοποίησης, ως τα άτομα που υπερτερούν θεωρούνται εκείνα τα οποία έχουν τη μικρότερη τιμή του $\Phi(i)$. Οι λύσεις με $\Phi(i) < 1$, δεν κυριαρχούνται από άλλα άτομα και ανήκουν σε περιοχή του μετώπου Pareto όπου δεν απαιτείται αραίωση.

Κεφάλαιο 3

Sequential Quadratic Programming

Ο Ακολουθιακός Τετραγωνικός Προγραμματισμός όπως αναφέρεται στα ελληνικά η μέθοδος Sequential Quadratic Programming (SQP) αποτελεί μία από τις πιο επιτυχημένες μεθόδους επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων βελτιστοποίησης με περιορισμούς. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις ανίχνευσης κατά γραμμή, αλλά και ανίχνευσης κατά περιοχές. Στη παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί την αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης, που λειτουργεί ως πρόσθετο στους εξελικτικούς αλγόριθμους για τη περαιτέρω βελτίωση κάποιων ατόμων του τρέχοντος πληθυσμού, με αποτέλεσμα να επιταχύνεται η σύγκλιση προς το μέτωπο των βέλτιστων λύσεων.

3.1 Η μέθοδος SQP

Η μέθοδος SQP [5,6,9] επιχειρεί να επιλύσει ένα μη-γραμμικό πρόβλημα απευθείας, παρά να το μετατρέψει σε μία ακολουθία από προβλήματα ελαχιστοποίησης χωρίς περιορισμούς. Βασική αρχή της μεθόδου είναι η επαναληπτική διαδικασία που ακολουθείται. Σε κάθε βήμα δημιουργείται ένα τοπικό μοντέλο του προβλήματος βελτιστοποίησης και λύνεται. Στην ελαχιστοποίηση χωρίς περιορισμούς, μόνο η συνάρτηση-στόχος πρέπει να προσεγγιστεί και το τοπικό μοντέλο είναι τετραγωνικής μορφής.

Για την παρουσίαση της μεθόδου θα χρησιμοποιήσουμε το μη-γραμμικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης $f(x)$ με περιορισμούς:

$$c_i(x) = 0 \quad (3.1)$$

όπου $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ και $c_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Η συνάρτηση-στόχος και οι συναρτήσεις των περιορισμών θα πρέπει να μοντελοποιηθούν. Η βασική ιδέα της SQP είναι να μοντελοποιεί στη τρέχουσα επανάληψη τη λύση x_k από ένα υποπρόγραμμα τετραγωνικής μορφής, το οποίο το ελαχιστοποιεί για να προσδιορίσει στην καινούρια επανάληψη το x_{k+1} . Η πρόκληση της μεθόδου είναι να δημιουργηθεί το κατάλληλο τετραγωνικό υποπρόβλημα, ώστε να αποδίδει ένα καλό βήμα για το πρωταρχικό πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς και ο συνολικός αλγόριθμος του SQP να συγκλίνει.

Είναι γνωστό ότι η συνάρτηση Lagrange αυτού του προβλήματος [9] είναι $L(x, \lambda) = f(x) - \lambda^T c(x)$, όπου λ είναι η σταθερά με την οποία επαληθεύεται η εξίσωση $\nabla f(x) = \lambda \nabla c(x)$. Χρησιμοποιούμε το $A(x)$ για να ορίσουμε τον Ιακωβιανό πίνακα των περιορισμών:

$$A(x)^T = [\nabla c_1(x), \nabla c_2(x), \dots, \nabla c_m(x)] \quad (3.2)$$

Επομένως, στην ισοδύναμη περίπτωση με περιορισμούς έχουμε ένα σύστημα με $n+m$ εξισώσεις και $n+m$ αγνώστους x και λ .

$$F(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \nabla f(x) - A(x)^T \lambda \\ c_i(x) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.3)$$

Εάν A^* είναι ένα πλήρες μητρώο, τότε κάθε λύση (x^*, λ^*) του ισοδύναμου προβλήματος με περιορισμούς 3.1 ικανοποιεί την εξίσωση 3.3. Η SQP βασίζεται στη λειτουργία της μεθόδου Newton. Άρα η Ιακωβιανή της 3.3 είναι:

$$\begin{bmatrix} W(x, \lambda) & -A(x)^T \\ A(x) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Όπου, W είναι η δεύτερη παράγωγος (Hessian) της συνάρτησης Lagrange:

$$W(x, \lambda) = \nabla_{xx}^2 L(x, \lambda) \quad (3.5)$$

Έτσι, ένα βήμα με τη μέθοδο Newton ξεκινώντας από την επανάληψη (x_k, λ_k)

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ \lambda_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_k \\ p_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Όπου τα p_k και p_λ λύνουν το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{bmatrix} W_k & -A_k^T \\ A_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_k \\ p_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla f_k + A_k^T \lambda_k \\ -c_k \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Το σύστημα είναι καλά ορισμένο όταν η διακρίνουσά του είναι μη-μηδενική.

Εναλλακτικά, οι εξισώσεις 3.6 και 3.7 λύνονται με τη μέθοδο SQP, δημιουργώντας ένα τετραγωνικό πρόβλημα:

$$\min_p \frac{1}{2} p^T W_k p + \nabla f_k^T p \quad (3.8)$$

με περιορισμό:

$$A_k p + c_k = 0 \quad (3.9)$$

Επομένως, αυτό το πρόβλημα έχει μοναδική λύση (p_k, μ_k) που ικανοποιεί:

$$W_k p_k + \nabla f_k - A_k^T \mu_k = 0 \quad (3.10)$$

$$A_k p_k + c_k = 0 \quad (3.11)$$

Αν απαλειφεί ο όρος $A_k^T \lambda_k$ και από τα δύο μέρη της εξίσωσης 3.7, τότε προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} W_k & -A_k^T \\ A_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_k \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla f_k \\ -c_k \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

και αντιστοιχεί το $p=p_k$ και $\lambda_{k+1}=\mu_k$. Με αυτό τον τρόπο η μέθοδος SQP έχει μία συσχέτιση με τη μέθοδο Newton. Η λύση των εξισώσεων 3.8 και 3.9 δίνει τις τιμές των p_k και μ_k και έτσι υπολογίζονται οι νέες τιμές:

$$x_{k+1} = x_k + p_k \quad (3.13)$$

$$\lambda_{k+1} = \mu_k \quad (3.14)$$

Με αυτό τον τρόπο, στην προτεινόμενη υβριδική μέθοδο επαναπροσδιορίζονται και εξελίσσονται κάποια άτομα από τον πληθυσμό του εξελικτικού αλγορίθμου, ενισχύοντας έτσι τη σύγκλιση. Η ακριβής διαδικασία θα περιγραφεί σε ακόλουθο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 4

Η Συζυγής Μέθοδος

Στην αεροδυναμική, για τον υπολογισμό των παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων, χρησιμοποιούμε μεθόδους που βασίζονται στην κλίση (gradient-based optimization methods) [18,19] και πιο συγκεκριμένα θα περιγράψουμε τη διακριτή συζυγή μέθοδο (discrete adjoint) που χρησιμοποιήθηκε στο υβριδικό αλγόριθμο που αναπτύσσουμε. Οι μέθοδοι αυτές, επειδή χειρίζονται κάθε φορά μία συνάρτηση για την εύρεση της παραγώγου της, είναι ικανές να υποστηρίξουν πολυκριτηριακές μεθόδους βελτιστοποίησης για τον υπολογισμό των παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων (ξεχωριστή επίλυση της κάθε συνάρτησης-στόχου). Με τον υπολογισμό της παραγώγου εξασφαλίζεται επίσης και η ικανοποίηση των βασικών εξισώσεων του προβλήματος, που εδώ είναι οι εξισώσεις ροής Navier-Stokes. Στην παρούσα όμως διπλωματική εργασία προτείνεται η επίλυση μιας μόνο συνάρτησης με τη συζυγή μέθοδο, που περιέχει όλες τις συναρτήσεις-στόχους, επιτυγχάνοντας μικρότερο υπολογιστικό κόστος.

4.1 Γενική Περιγραφή Συζυγών Εξισώσεων

Αρχικά, θεωρούμε ότι επιλύουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μορφής, για παράδειγμα σχεδιασμός μιας αεροτομής με στόχο τη βελτιστοποίηση κάποιου κριτηρίου. Η συνάρτηση-στόχος είναι της μορφής: $F = F(\vec{U}, \vec{b})$, όπου \vec{U} είναι το διάνυσμα των μεταβλητών ροής και \vec{b} οι μεταβλητές σχεδιασμού. Κάθε αλλαγή της γεωμετρίας της αεροτομής, δηλαδή μεταβολή του \vec{b} κατά $\delta\vec{b}$, προκαλεί μεταβολή δF στην τιμή της συνάρτησης-στόχου:

$$\delta F = \frac{\partial F}{\partial \vec{U}} \delta \vec{U} + \frac{\partial F}{\partial \vec{b}} \delta \vec{b} \quad (4.1)$$

Ο πρώτος όρος εκφράζει τη μεταβολή που οφείλεται στην αλλαγή του ροϊκού πεδίου που προκάλεσε η αλλαγή της γεωμετρίας της αεροτομής και ο δεύτερος όρος εκφράζει την απευθείας επίδραση της αλλαγής της γεωμετρίας στην συνάρτηση-στόχο.

Συμβολικά οι εξισώσεις που διέπουν το πεδίο ροής, όπως για παράδειγμα είναι οι εξισώσεις Navier-Stokes, γράφονται ως $\vec{R} = \vec{R}(\vec{U}, \vec{b}) = 0$ και με μεταβολή της γεωμετρίας της αεροτομής έχουμε:

$$\delta\vec{R} = \frac{\partial\vec{R}}{\partial\vec{U}}\delta\vec{U} + \frac{\partial\vec{R}}{\partial\vec{b}}\delta\vec{b} = 0 \quad (4.2)$$

Αυτό το διάνυσμα $\delta\vec{R}$ πολλαπλασιάζεται με ένα διάνυσμα γραμμής $\vec{\Psi}^T$, ίσης διάστασης και η βαθμωτή ποσότητα που προκύπτει αφαιρείται από τη μεταβολή της συνάρτησης-στόχου. Η διαδικασία αυτή δεν αλλοιώνει το στόχο μας, ο οποίος είναι η εύρεση του διανύσματος \vec{b} που μηδενίζει την κλίση δF . Με αυτό τον τρόπο δημιουργείται η επαυξημένη συνάρτηση-στόχος:

$$\delta F_{aug} = \frac{\partial F}{\partial\vec{U}}\delta\vec{U} + \frac{\partial F}{\partial\vec{b}}\delta\vec{b} - \vec{\Psi}^T \left(\frac{\partial\vec{R}}{\partial\vec{U}}\delta\vec{U} + \frac{\partial\vec{R}}{\partial\vec{b}}\delta\vec{b} \right) \quad (4.3)$$

Η βασική ιδέα της συζυγούς μεθόδου είναι να προσδιοριστεί το διάνυσμα $\vec{\Psi}^T$, ώστε να μηδενιστεί ο όρος:

$$\frac{\partial F}{\partial\vec{U}} - \vec{\Psi}^T \frac{\partial\vec{R}}{\partial\vec{U}} = 0 \quad (4.4)$$

Έτσι, η μεταβολή της συνάρτησης κόστους συναρτάται μόνο από τη μεταβολή του διανύσματος των μεταβλητών σχεδιασμού $\delta\vec{b}$ και όχι των επικείμενων μεταβολών του πεδίου ροής $\delta\vec{U}$.

Τέλος, το πεδίο των συζυγών μεταβλητών $\vec{\Psi}^T$ προκύπτει από τη λύση της συζυγούς εξίσωσης:

$$\left[\frac{\partial\vec{R}}{\partial\vec{U}} \right]^T \vec{\Psi} = \left[\frac{\partial F}{\partial\vec{U}} \right]^T \quad (4.5)$$

4.2 Η Διακριτή Συζυγής Μέθοδος

Για την περιγραφή της διακριτής συζυγούς μεθόδου (discrete adjoint method) επαναδιατυπώνουμε την εξίσωση 4.1:

$$\delta F = \frac{\partial F}{\partial\vec{U}} \frac{d\vec{U}}{d\vec{b}} \delta\vec{b} + \frac{\partial F}{\partial\vec{b}} \delta\vec{b} = \left(\frac{\partial F}{\partial\vec{U}} \frac{d\vec{U}}{d\vec{b}} + \frac{\partial F}{\partial\vec{b}} \right) \delta\vec{b} \quad (4.6)$$

Η νέα γραφή της εξίσωσης πλεονεκτεί έναντι της προηγούμενης διότι εμφανίζει στην παράστασή της την παράγωγο $\frac{d\bar{U}}{d\bar{b}}$, η οποία εκφράζει τη διακριτή επίδραση των μεταβολών της γεωμετρίας \bar{b} στις τιμές των μεγεθών της ροής στους κόμβους του πλέγματος.

Η παράγωγος που αντιστοιχεί στην απευθείας εξάρτηση της συνάρτησης-στόχου από τις μεταβλητές σχεδιασμού. Δηλαδή, η παράγωγος της F υπολογίζεται άμεσα όταν είναι γνωστή η παραμετροποίηση του προβλήματος. Έτσι, αθροίζονται όλα τα ευθύγραμμα τμήματα, που ορίζονται από τους διαδοχικούς κόμβους του πλέγματος που χρησιμοποιείται στο περίγραμμα της αεροτομής, αρκεί να βρεθούν οι παράγωγοι γεωμετρικών ποσοτήτων ως προς \bar{b} . Με αντίστοιχο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός της παραγώγου της συνάρτησης-στόχου ως προς τις εξισώσεις της ροής $\frac{\partial F}{\partial \bar{U}}$.

Επίσης, ο υπολογισμός $\frac{d\bar{U}}{d\bar{b}}$ μπορεί να επιτευχθεί με χρήση της εξίσωσης 4.2, η οποία εκφράζει ότι η διαμορφούμενη ροή μετά τη διακύμανση $\delta\bar{b}$ εξακολουθεί να ικανοποιεί τις εξισώσεις ροής. Η εξίσωση 4.2 ξαναγράφεται:

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{U}} \frac{d\bar{U}}{d\bar{b}} + \frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{b}} = 0 \Rightarrow A \frac{d\bar{U}}{d\bar{b}} + \frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{b}} = 0 \quad (4.7)$$

Επομένως, συνδυάζοντας τις σχέσεις 4.6 και 4.7 υπολογίζεται η δF είτε με την ευθεία μέθοδο είτε με τη συζυγή. Η παραλλαγή με το συζυγή τρόπο είναι ότι αρχικά απαλείφεται ο όρος $\frac{d\bar{U}}{d\bar{b}}$ από την εξίσωση 4.6 και η παράσταση $-\frac{\partial F}{\partial \bar{U}} A^{-1}$ ορίζεται ως το συζυγές πεδίο $\bar{\Psi}$, που υπολογίζεται από την επίλυση της διακριτής συζυγούς εξίσωσης:

$$A^T \bar{\Psi} = \left[\frac{\partial F}{\partial \bar{U}} \right]^T \quad (4.8)$$

Οπότε το δF προκύπτει:

$$\delta F = \left(-\bar{\Psi}^T \frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{b}} + \frac{\partial F}{\partial \bar{b}} \right) \delta \bar{b} \quad (4.9)$$

Η χρήση αυτής της μεθόδου γίνεται μέσω του κώδικα αξιολόγησης που χρησιμοποιείται από την παρούσα εργασία για την επίλυση της ροής σε μια μεμονωμένη αεροτομή. Πιο συγκεκριμένα, ο κώδικας αυτός έχει αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ [20, 21] και περιλαμβάνεται και στη διδακτορική εργασία της Β. Ασούτη, 2009 με τίτλο: «Μέθοδοι αεροδυναμικής ανάλυσης και σχεδιασμού για ροές υψηλών και χαμηλών ταχυτήτων, σε πολύ-επεξεργαστικό περιβάλλον». Επιπλέον, ο κώδικας λύνει τη ροή γύρω από μία μεμονωμένη αεροτομή με τις εξισώσεις Navier-Stokes, χρησιμοποιώντας μη-δομημένο πλέγμα τριγωνικών στοιχείων, υπολογίζει την παράγωγο των συναρτήσεων-στόχων με τη συζυγή μέθοδο και έχει τη δυνατότητα αντιμετώπισης των συναρτήσεων των στόχων ως μία ενιαία συνάρτηση, χρησιμοποιώντας συντελεστές βαρύτητας w_i .

Κεφάλαιο 5

Περιγραφή της Πολυκριτηριακής Μεθόδου Βελτιστοποίησης που Χρησιμοποιεί την Παράγωγο της SPEA2

Η χρήση κοινών εξελικτικών αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων αεροδυναμικής έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος και απαιτείται μεγάλο χρονικό διάστημα για να αξιολογηθούν όλα τα άτομα ενός πληθυσμού, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Για το λόγο αυτό, σ' αυτό το κεφάλαιο θα περιγραφεί μία μέθοδος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης που λειτουργεί σε δύο επίπεδα και μπορεί να λύνει προβλήματα πολλών στόχων με γρήγορο και αποτελεσματικό τρόπο. Τα δύο επίπεδα βελτιστοποίησης δίνουν τη δυνατότητα χρήσης δύο διαφορετικών μεθόδων που όμως επικοινωνούν μεταξύ τους ανταλλάσσοντας πληροφορίες ανά τακτά χρονικά διαστήματα, τα οποία καθορίζονται από το χρήστη. Αρχικά, αναφέρονται οι γενικές αρχές της πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης και στη συνέχεια αναλύεται η διαδικασία εύρεσης της παραγώγου της SPEA2 και ο τρόπος χρήσης της στην εξελικτική διαδικασία, που αποτελεί την παραλλαγή που οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα.

5.1 Πολυεπίπεδη Βελτιστοποίηση

Η βελτιστοποίηση είναι εφικτό να γίνει σε περισσότερα από ένα επίπεδα, χρησιμοποιώντας είτε τις ίδιες, είτε διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί μεγάλος αριθμός επιπέδων, αλλά το σύνηθες είναι η βελτιστοποίηση σε δύο επίπεδα.

Τα τρία βασικά είδη της πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης περιγράφονται παρακάτω:

(α) Πολυεπίπεδη αξιολόγηση

Σ' αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται διαφορετικό λογισμικό για την αξιολόγηση των ατόμων σε κάθε επίπεδο ξεχωριστά. Στο χαμηλό επίπεδο που επιθυμούμε οι αξιολογήσεις να είναι περισσότερες σε μεγαλύτερο εύρος χρησιμοποιούμε το λογισμικό με το μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Έτσι, στο υψηλό επίπεδο μεταναστεύουν τα καλύτερα άτομα από το χαμηλό επίπεδο και,

εφόσον είναι από τις καλύτερες μέχρι στιγμής λύσεις, επιβάλλουμε μία πιο ακριβή ή διαφορετικά μία πιο διεξοδική έρευνα στην περιοχή της λύσης αυτής. Για παράδειγμα, στην αεροδυναμική βελτιστοποίηση, θα μπορούσε το χαμηλό επίπεδο να χρησιμοποιούσε Navier-Stokes με ένα μοντέλο τύρβης low-Reynolds και το υψηλό επίπεδο Navier-Stokes με συναρτήσεις τοίχου.

(β) Πολυεπίπεδη παραμετροποίηση

Κάθε επίπεδο είναι εφοδιασμένο με διαφορετικό πακέτο μεταβλητών. Στο χαμηλό επίπεδο λύνεται ένα πρόβλημα με λιγότερες μεταβλητές σχεδίασης, ενώ στο υψηλό επίπεδο οι διαστάσεις του προβλήματος αυξάνονται. Ιδιαίτερα στην περίπτωση που λύνουμε ένα πρόβλημα με περιορισμούς, διαφορετική παραμετροποίηση θα μπορούσε να σημαίνει και διαφορετικός χειρισμός των περιορισμών αυτών. Για παράδειγμα στο χαμηλό επίπεδο θα μπορούσε να γίνεται ολοκληρωτική παράβλεψη των περιορισμών. Σε τέτοιες περιπτώσεις τα άτομα που μεταναστεύουν από το ένα επίπεδο στο άλλο πρέπει να τροποποιούνται καταλλήλως ώστε να είναι συμβατά με την παραμετροποίηση του επιπέδου που θα τα δεχθεί.

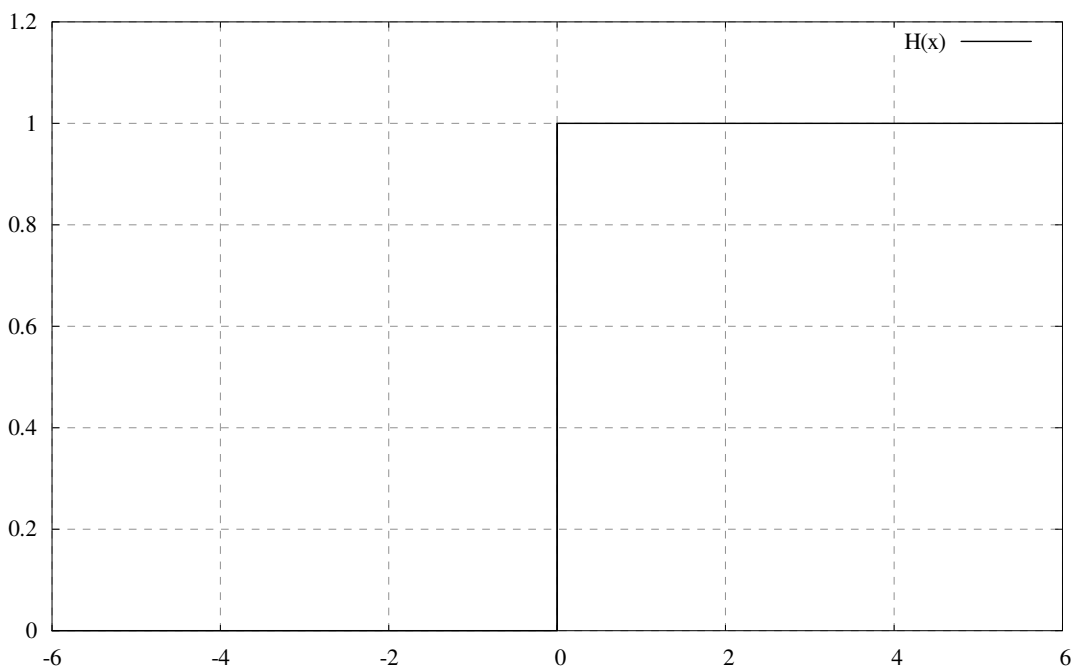
(γ) Πολυεπίπεδη ανίχνευση

Κάθε επίπεδο είναι εφοδιασμένο με διαφορετική μέθοδο βελτιστοποίησης. Τέτοιου είδους μέθοδοι είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, η μέθοδος της απότομης καθόδου και ο ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός (SQP). Οι στοχαστικές μέθοδοι είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται στα χαμηλά επίπεδα για να μπορούν να ελέγξουν μεγάλο εύρος από το πεδίο των λύσεων, αφήνοντας την περαιτέρω βελτίωση των ατόμων που παρουσιάζουν καλές λύσεις στις αιτιοκρατικές μεθόδους στο υψηλό επίπεδο. Τα επίπεδα επικοινωνούν μεταξύ τους μετά το τέλος της κάθε γενιάς. Αυτό θα μπορούσε να συμβαίνει και με διαφορετική συχνότητα αλλά είναι κάτι που ορίζεται από το χρήστη. Για παράδειγμα, αν υπήρχαν δύο επίπεδα βελτιστοποίησης, κάποιος αριθμός από τα καλύτερα άτομα του εξελικτικού αλγορίθμου μεταναστεύει στο υψηλό επίπεδο και αντίστοιχα ένας αριθμός από τα καλύτερα άτομα του υψηλού επιπέδου τροφοδοτεί το χαμηλό επίπεδο. Όταν ο εξελικτικός αλγόριθμος λαμβάνει καλύτερα άτομα από το υψηλό επίπεδο αντικαθιστά τα χειρότερα του πληθυσμού του με αυτά. Με αποτέλεσμα να βελτιώνονται οι λύσεις και να έχει ακόμα καλύτερα αποτελέσματα στην επόμενη γενιά. Η ταξινόμηση των ατόμων γίνεται με μεθόδους όπως είναι η SPEA και η SPEA2, που δίνουν μία τιμή σε κάθε άτομο ανάλογα με τη θέση του μέσα στον πληθυσμό, όπως έχει ήδη περιγραφεί.

Η προτεινόμενη υβριδική μέθοδος που παρουσιάζεται, χρησιμοποιεί την πολυεπίπεδη ανίχνευση ως βασικό στοιχείο λειτουργίας, με δύο επίπεδα βελτιστοποίησης. Στο χαμηλό επίπεδο λειτουργεί ένας εξελικτικός αλγόριθμος και ως πρόσθετο σ' αυτό, στο υψηλό επίπεδο λειτουργεί η αιτιοκρατική μέθοδος SQP.

5.2 Εύρεση της παραγώγου των συναρτήσεων-στόχων και παραγωγή της SPEA2

Όταν αντιμετωπίζουμε προβλήματα πολλών στόχων μέσω της πολυεπίπεδης ανίχνευσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξελικτικοί αλγόριθμοι για το χαμηλό επίπεδο και κάποια αιτιοκρατική μέθοδο που βασίζεται στον υπολογισμό της παραγώγου της συνάρτησης-στόχου. Ο ρόλος της αιτιοκρατικής μεθόδου είναι να βελτιώσει κυρίως τα άτομα που βρίσκονται στο μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων της τρέχουσας γενιάς. Αυτό γίνεται εφικτό παραγωγίζοντας τη βαθμωτή συνάρτηση κόστους της μεθόδου SPEA2 [8]. Προτείνεται μία προσέγγιση για να υπολογίζει τη μη-διαφορίσιμη βηματική συνάρτηση Heaviside [2].



Σχήμα 5.1: Απεικόνιση της βηματικής συνάρτησης Heaviside $H(x)$

Έχοντας M στόχους στο πρόβλημα, η συνάρτηση-στόχος μπορεί να γραφεί:

$$\Phi = \Phi(F_1, F_2, \dots, F_M) \quad (5.1)$$

και η αντίστοιχη παράγωγος ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού

$$\nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{b}} = \frac{\partial \Phi}{\partial F_i} \frac{\partial F_i}{\partial \vec{b}} \quad (5.2)$$

Στη SPEA2, η συνάρτηση Φ εξαρτάται από τη λεγόμενη τιμή ισχύος S (strength) και από την πυκνότητα D (density) των λύσεων του τρέχοντος πληθυσμού. Η τιμή ισχύος S_j το j -οστού προσδιορίζεται από τον αδιάστατο αριθμό των λύσεων στις οποίες κυριαρχεί. Γι' αυτό το λόγο, σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης η τιμή ισχύος δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$S_j = \frac{1}{K+1} \sum_{k \in K_j} H \left(\sum_{m=1}^M H(F_m^k - F_m^j) + 0.5 - M \right) \quad (5.3)$$

όπου K είναι το μέγεθος του πληθυσμού, K_j σύνολο των μελών του πληθυσμού χωρίς το j και η βηματική συνάρτηση $H(x) = 0$ για $x \leq 0$ και $H(x) = 1$ για $x > 0$. Η συνάρτηση για την πυκνότητα των ατόμων εξαρτάται από τα κοντινά άτομα του πληθυσμού στο επίπεδο των στόχων και είναι:

$$D_j = \min_k \left(\left\| \vec{F}^j - \vec{F}^k \right\| \right), k = \sqrt{K} \quad (5.4)$$

Επομένως, η συνάρτηση κόστους Φ_j είναι το άθροισμα των τιμών πυκνώσεως και ισχύος όλων των ατόμων του πληθυσμού που κυριαρχούν σ' αυτό το άτομο.

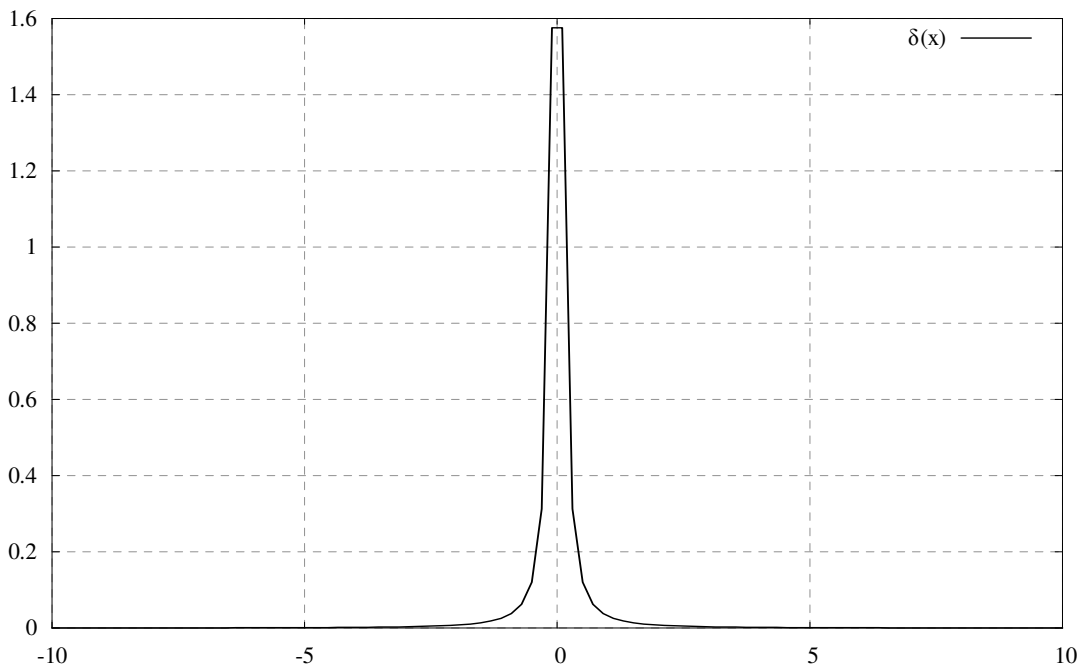
$$\Phi_j = \frac{1}{2 + D_j} + \sum_{k \in K_j} S_k H \left(\sum_{m=1}^M H(F_m^k - F_m^j) + 0.5 - M \right) \quad (5.5)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις (5.3-5.5) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την έκφραση της παραγωγού της συνάρτησης κόστους Φ της μεθόδου SPEA2 ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Το πρόβλημα που δημιουργείται είναι ότι η ακριβής παράγωγος της βηματικής συνάρτησης είναι η συνάρτηση $\delta(x)$, που λαμβάνει τιμές ∞ για $x=0$ και 0 για $x \neq 0$ και δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προφανείς λόγους. Γενικότερα, υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις της συνάρτησης $\delta(x)$ και μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε από αυτές αρκεί να μη δίνουν αρνητικές λύσεις.

Η προσέγγιση που χρησιμοποιήθηκε [2] για την προσέγγιση της παραγώγου της Heaviside είναι:

$$\tilde{\delta}(x) = \frac{\varepsilon}{\pi(x^2 + \varepsilon^2)}, 0 < \varepsilon \ll 1 \quad (5.6)$$

Στη συνέχεια, είναι θέμα μαθηματικών πράξεων για να υπολογιστούν οι παράγωγοι της συνάρτησης 5.5 και έπειτα η παράγωγος της συνάρτησης κόστους Φ . Είναι φανερό ότι απαιτείται ο υπολογισμός όλων των παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων προς όλες τις ελεύθερες μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος. Έτσι, το υπολογιστικό κόστος αυξάνεται δραματικά. Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα αεροδυναμικής θα έπρεπε να επιλυθούν M εξισώσεις της συζυγούς μεθόδου (adjoint equations), επιπλέον από την επίλυση της εξίσωσης της ροής. Ευτυχώς σε τέτοιου είδους προβλήματα το πλήθος των στόχων είναι πολύ μικρό και πρακτικά δεν αυξάνει τόσο πολύ το υπολογιστικό κόστος.



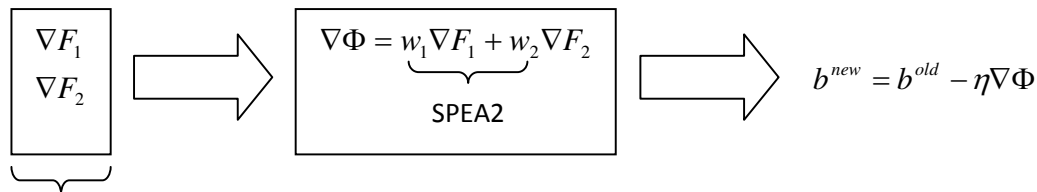
Σχήμα 5.2: Προσέγγιση της παραγώγου της συνάρτησης Heaviside από τη συνάρτηση $\delta(x)$, όπου $\varepsilon=0.1$.

Η μέθοδος SPEA2, που χρησιμοποιείται, επιτρέπει τον υπολογισμό της συνάρτησης κόστους, λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμικότητα του ατόμου μέσα στον πληθυσμό και την ποσοτικοποίηση της πυκνότητας των λύσεων. Επομένως, η μέθοδος που βασίζεται στον υπολογισμό της παραγώγου είναι ικανή να βελτιώσει το μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων κατευθύνοντάς το προς βέλτιστο μέτωπο Pareto, διατηρώντας την ποικιλομορφία του.

5.3 Σύνθεση μίας ενιαίας συνάρτησης κόστους

Σκοπός του αλγορίθμου που θα περιγραφεί είναι η μείωση του υπολογιστικού κόστους που απαιτείται για την επίλυση ενός προβλήματος πολλών στόχων στην πολυεπίπεδη ανίχνευση. Αυτό επιτυγχάνεται με τη σύνθεση μιας ενιαίας συνάρτησης κόστους χρησιμοποιώντας κάποιους συντελεστές βαρύτητας w_i για τις επί μέρους συναρτήσεις-στόχους. Οι συντελεστές αυτοί, είναι διαφορετικοί από γενιά σε γενιά και από άτομο σε άτομο, καθώς αποτελούν τις παραγώγους της συνάρτησης κόστους της μεθόδου της SPEA2. Επομένως από N συναρτήσεις-στόχους οδηγείται το πρόβλημα σε μία μόνο συνάρτηση κόστους.

Γενικότερα, όταν υπάρχει η απαίτηση να λειτουργούν και οι εξελικτικοί αλγόριθμοι και κάποια μέθοδος που βασίζεται στην κλίση, θα πρέπει να υπολογιστεί η παράγωγος κάποιας συνάρτησης F . Όμως είναι σημαντικό σε ποια συνάρτηση F γίνεται η παραγωγή. Υπό κανονικές συνθήκες, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, πρέπει να επιλυθούν M εξισώσεις και στη συνέχεια εφαρμόζοντας τη μέθοδο SPEA2 βρίσκονται τα w_i και δημιουργείται η κλίση της συνάρτησης κόστους Φ που δείχνει την κατεύθυνση κίνησης του συγκεκριμένου ατόμου του πληθυσμού.



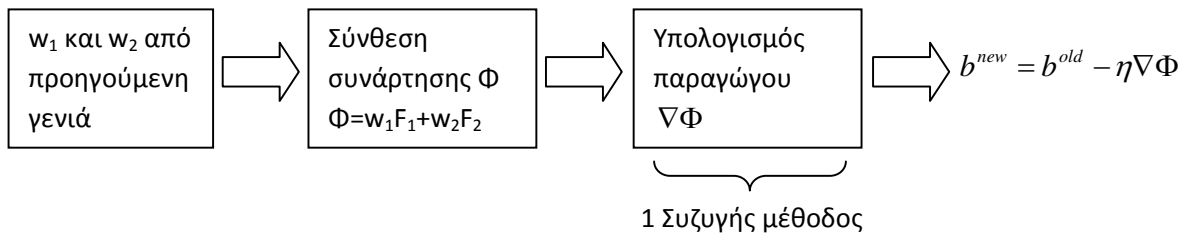
2 συζυγείς μέθοδοι

Σχήμα 5.3: Απεικόνιση της διαδικασίας εξέλιξης σε μία αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης και για να είναι πιο απλό στην παρουσίαση το πρόβλημα έχει δύο στόχους και χρησιμοποιείται η μέθοδος της απότομης καθόδου.

Αντίθετα στην παρούσα διπλωματική εργασία προτείνεται η χρήση των συντελεστών βαρύτητας w_i που υπάρχουν από την προηγούμενη γενιά του εξελικτικού αλγορίθμου. Έτσι, ουσιαστικά χρησιμοποιούμε τις παραγώγους της συνάρτησης κόστους της SPEA2 από την προηγούμενη γενιά και δίνεται η δυνατότητα σύνθεσης μίας ενιαίας συνάρτησης-στόχου πριν την απαιτούμενη παραγωγή:

$$\Phi = \sum_{i=1}^M w_i F_i \quad (5.7)$$

Με αυτό τον τρόπο, πλέον δεν χρειάζονται να επιλυθούν M εξισώσεις, για παράδειγμα της συζυγούς μεθόδου, για τον υπολογισμό των παραγώγων της αλλά μόνο μία. Επομένως, το υπολογιστικό κόστος μειώνεται σε σχέση με πριν και καθιστά αυτή τη μέθοδο αρκετά ανταγωνιστική ως προς τη μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση με εξελικτικούς αλγόριθμους. Τελικός, προκύπτει απευθείας από την παραγωγή της συνάρτησης Φ , το $\frac{\partial \Phi}{\partial b}$ που είναι και το ζητούμενο για τη λειτουργία μίας αιτιοκρατικής μεθόδου βελτιστοποίησης.



Σχήμα 5.4: Απεικόνιση της διαδικασίας εξέλιξης σε μια αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης, με τη μέθοδο που προτείνεται. Είναι προφανές ότι απαιτείται η επίλυση μόνο μίας συζυγής μεθόδου, ανεξάρτητα από το πλήθος των στόχων του προβλήματος.

Στη διαδικασία που γίνεται οι συντελεστές βαρύτητας μπορεί να είναι από την προηγούμενη γενιά και να μην αντιστοιχούν στην ακριβή απεικόνιση του τρέχοντος πληθυσμού, αλλά αποτελούν ενδεικτικές τιμές για την κατεύθυνση στην οποία πρέπει να κινηθεί η κάθε λύση για να επιτύχει το βέλτιστο μέτωπο Pareto του εκάστοτε προβλήματος.

Η παράγωγος της σύνθετης συνάρτησης που δημιουργήσαμε ως προς τις ελεύθερες μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος θα λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b} = \sum_{i=1}^M \frac{\partial \Phi}{\partial F_i} \frac{\partial F_i}{\partial b} \quad (5.8)$$

Σε ένα πρόβλημα με δύο στόχους η παραπάνω παράσταση γίνεται:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b} = \frac{\partial \Phi}{\partial F_1} \frac{\partial F_1}{\partial b} + \frac{\partial \Phi}{\partial F_2} \frac{\partial F_2}{\partial b} \quad (5.9)$$

Οι όροι $\frac{\partial \Phi}{\partial F_i}$ της συνάρτησης είναι δύο σταθερές ποσότητες, οι οποίες υπολογίζονται από την παραγωγή της SPEA2. Για λόγους αδιαστατοποίησης οι συντελεστές w_i που χρησιμοποιούνται είναι:

$$w_1 = \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1}}{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1} + \frac{\partial \Phi}{\partial F_2}} \quad (5.10)$$

$$w_2 = \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial F_2}}{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1} + \frac{\partial \Phi}{\partial F_2}} \quad (5.11)$$

Στο πρόβλημα αυτό, το κέρδος είναι σχεδόν ο χρόνος που απαιτείται για την πραγματοποίηση μίας αξιολόγησης. Ο λόγος που δεν αναφέρουμε ότι κερδίζουμε πλήρως το χρόνο μιας αξιολόγησης είναι ότι καταναλώνεται επιπλέον χρόνος στην επικοινωνία των δύο επιπέδων και στο υπολογισμό των επί μέρους παραγώγων.

5.4 Περιγραφή αλγορίθμου της προτεινόμενης υβριδικής μεθόδου

Για την εφαρμογή της μεθόδου, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό εξελικτικών αλγορίθμων EASY, ως βελτιστοποιητής και ο αξιολογητής διαφοροποιείται στα διάφορα παραδείγματα. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται σε δύο επίπεδα. Στο χαμηλό επίπεδο (low level) έχουμε ένα εξελικτικό αλγόριθμο και στο υψηλό επίπεδο (high level) μια αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης βασισμένη στην παράγωγο της συνάρτησης-στόχου. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται η μέθοδος SQP. Τα δύο αυτά επίπεδα επικοινωνούν μεταξύ τους με την ολοκλήρωση της κάθε γενιάς ανταλλάσσοντας κάποιων προκαθορισμένο αριθμό ατόμων. Έτσι, οι πληθυσμοί του EA και του SQP εμπλουτίζονται αντίστοιχα, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν καλύτερα αποτελέσματα σε λιγότερες αξιολογήσεις από την περίπτωση της μεμονωμένης εφαρμογής του EA ή του SQP.

Ακολουθώς παρουσιάζεται ο αλγόριθμος σαν να έτρεχε σειριακά:

Βήμα 1:

Αρχικοποίηση. Στη γενιά $g = 0$, αναπτύσσεται ένας αρχικός πληθυσμός του χαμηλού επιπέδου του εξελικτικού αλγορίθμου, δίνοντας στις μεταβλητές σχεδιασμού τυχαίες τιμές εντός του πεδίου ορισμού τους.

Βήμα 2:

Αξιολογούνται τα λ_2 άτομα του συνόλου, καλώντας εξωτερικά τον κώδικα αξιολόγησης. Η αξιολόγηση γίνεται ως προς όλους τους στόχους του προβλήματος, με αποτέλεσμα ένα διάνυσμα τιμών.

Βήμα 3:

Ταξινομούνται τα άτομα της τρέχουσας γενιάς με μία λογική όπως η μέθοδος SPEA2. Δηλαδή, για κάθε άτομο ξεκινά ένας γύρος σύγκρισης τους διανύσματος της συνάρτησης κόστους του, με τα αντίστοιχα διανύσματα των υπολοίπων μελών του υπερσυνόλου (γονείς, απόγονοι και επίλεκτα άτομα) και ταυτόχρονα υπολογίζονται οι αποστάσεις μεταξύ των ατόμων στο χώρο των στόχων.

Βήμα 4:

Ανανεώνεται το σύνολο των επιλέκτων και γράφεται ένα αρχείο που περιέχει τις τιμές της συνάρτησης κόστους, όπως και τις τιμές της παραγώγου της ως προς όλους τους στόχους, για όλα τα άτομα της γενιάς.

Βήμα 5:

Μετανάστευση κάποιου προκαθορισμένου αριθμού ατόμων από το χαμηλό επίπεδο στο υψηλό και επαναξιολόγησή τους για να ενταχθούν στο πληθυσμό του άλλου επιπέδου.

Βήμα 6:

Ταξινόμηση όλων των ατόμων με τη λογική της SPEA2 και ανανέωση του συνόλου των επιλέκτων.

Βήμα 7:

Επιλογή ατόμων που θα περάσουν μέσα από τη διαδικασία βελτιστοποίησης SQP και εξέλξή τους.

Βήμα 8:

Προσδιορισμός των ατόμων που θα αξιολογηθούν μέσα στο αρχείο που αναφέρθηκε στο βήμα 4 και με χρήση των παραγώγων της συνάρτησης κυριαρχίας «παγωμένες» από την προηγούμενη γενιά, συντίθεται η ενιαία συνάρτηση κόστους.

Βήμα 9:

Αξιολόγηση των ατόμων και υπολογισμός της παραγώγου της συνάρτησης κόστους με μία μόνο επίλυση με τη συζυγή μέθοδο.

Βήμα 10:

Ταξινόμηση του νέου πληθυσμού με τη μέθοδο SPEA2 και ανανέωση του συνόλου των επιλέκτων του υψηλού επιπέδου.

Βήμα 11:

Μετανάστευση κάποιου προκαθορισμένου αριθμού ατόμων από το υψηλό στο χαμηλό επίπεδο.

Βήμα 12:

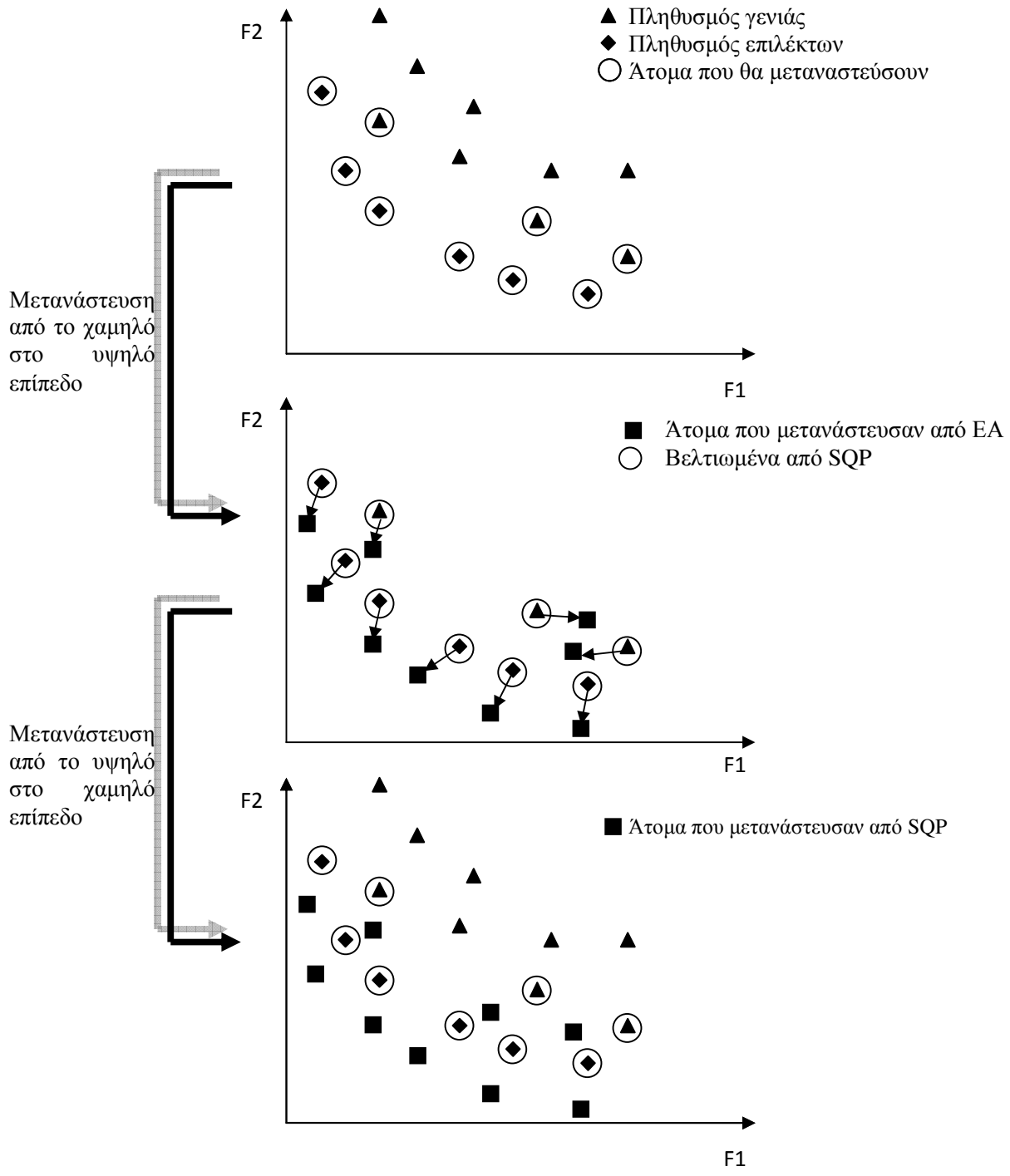
Εισαγωγή τους στο σύνολο των επιλέκτων, εφόσον καλύπτουν τις προϋποθέσεις, δηλαδή παρουσιάζουν καλύτερη τιμή στη συνάρτηση κόστους όταν ταξινομηθούν εκ νέου από τη SPEA2.

Βήμα 13:

Επιλογή γονέων στο χαμηλό επίπεδο και εφαρμογή τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης.

Στη συνέχεια, η διαδικασία συνεχίζεται επαναληπτικά από το βήμα 2, μέχρι τη στιγμή που θα ενεργοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού, όπως είναι ο μέγιστος αριθμός γενεών, αξιολογήσεων ή σύγκλισης στο βέλτιστο μέτωπο Pareto.

Αναλυτικότερα, περιγράφεται η διαδικασία της διεπίπεδης βελτιστοποίησης που ακολουθείται ξεχωριστά στο υψηλό και στο χαμηλό επίπεδο με διαγράμματα ροής στο Παράρτημα Π1.



Σχήμα 5.5: Σχηματική παρουσίαση της λειτουργίας των δύο επιπέδων βελτιστοποίησης και της μεταξύ τους ανταλλαγής πληροφοριών.

5.5 Συνδυασμός κώδικα αξιολόγησης και του λογισμικού βελτιστοποίησης EASY

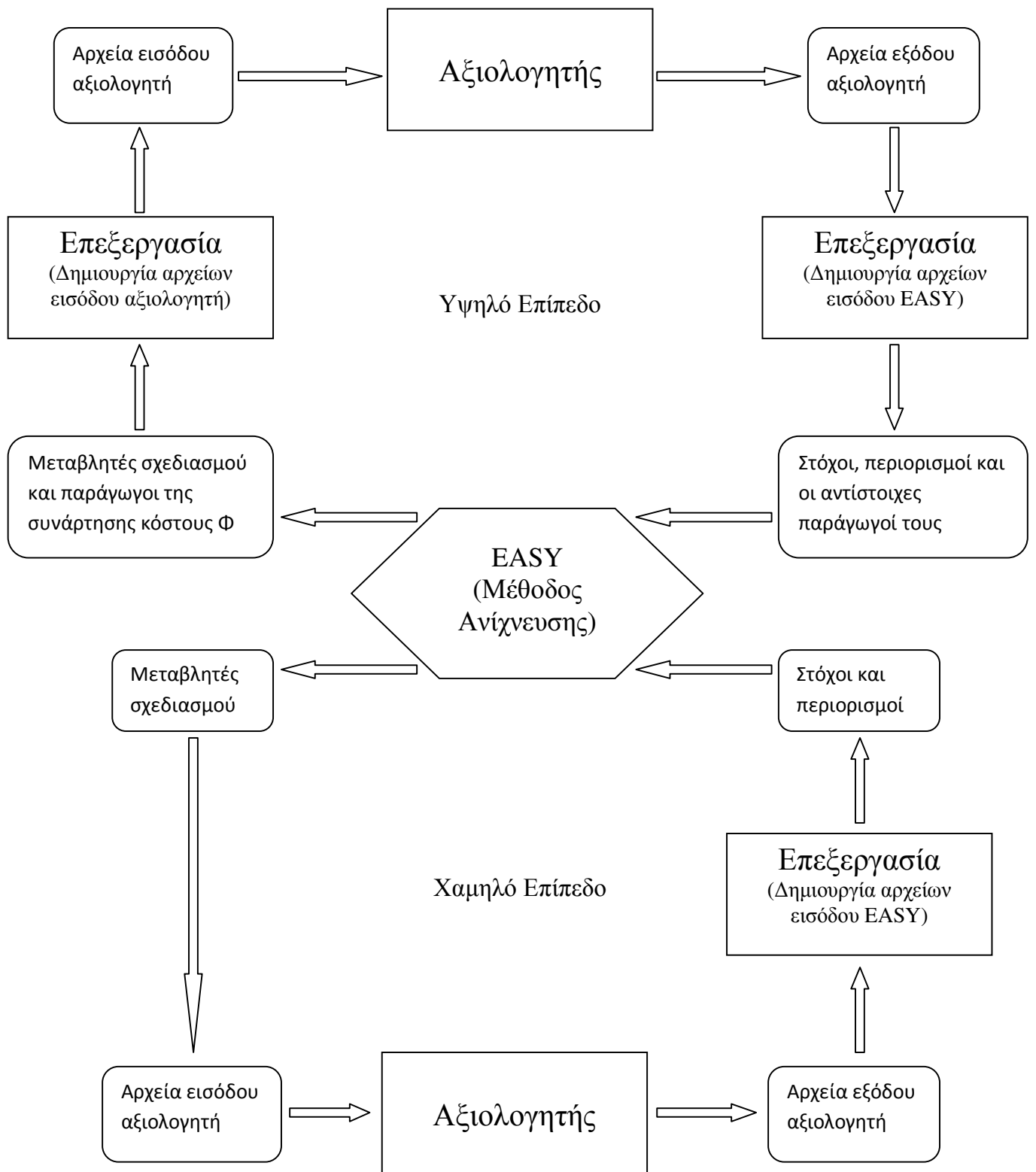
Προκειμένου να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου, συνδυάζουμε το λογισμικό βελτιστοποίησης EASY, (<http://velos0.ltt.mech.ntua.gr/research/easy.html>) που αναπτύχθηκε από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ με διάφορους αξιολογητές, ανάλογα με το πρόβλημα που θέλουμε να επιλύσουμε. Αρχικά, η μέθοδος εφαρμόζεται σε ένα αριθμητικό πρόβλημα και στη συνέχεια σε αεροδυναμικά προβλήματα. Έτσι, οι υπολογισμοί της υπολογιστικής ρευστομηχανικής ανήκουν στον αξιολογητή και τα υπόλοιπα τα αναλαμβάνει το EASY. Για τη μεταξύ τους επικοινωνία, απαιτείται να τροποποιηθεί η μορφή των αρχείων εξόδου του ενός ώστε να μετατραπούν σε οικεία αρχεία εισόδου για το άλλο. Επομένως, δημιουργήθηκαν προγράμματα επεξεργασίας πριν και μετά τη λειτουργία του αξιολογητή για το σκοπό αυτό.

Υψηλό επίπεδο:

- Η λειτουργία του προγράμματος προ-επεξεργασίας είναι να αναγνωρίσει ποιο άτομο του πληθυσμού πρόκειται να βελτιωθεί και να ταυτίσει με αυτό τις αντίστοιχες παραγώγους από το αντίστοιχο αρχείο. Το αρχείο αυτό περιέχει τις παραγώγους της συνάρτησης κόστους Φ , που αντιστοιχούν στην προηγούμενη γενιά του εξελικτικού αλγορίθμου. Στη συνέχεια, υπολογίζει τους συντελεστές βαρύτητας και δημιουργεί το αρχείο εισόδου για το κάθε πρόγραμμα αξιολόγησης.
- Το πρόγραμμα επεξεργασίας μετά τον αξιολογητή έχει την αρμοδιότητα να υπολογίσει τις επί μέρους παραγώγους των δύο στόχων, από την ολική παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης-στόχου. Επίσης, υπολογίζει τις τιμές των περιορισμών και τις αντίστοιχες παραγώγους τους.

Χαμηλό επίπεδο:

Στο χαμηλό επίπεδο δεν υπάρχει αναγκαιότητα χρήσης προγράμματος προ-επεξεργασίας καθώς ο κώδικας αξιολόγησης είναι συμβατός με το αρχείο των τιμών των μεταβλητών του προβλήματος που εξάγει το EASY. Αντίθετα, χρησιμοποιείται κώδικας επεξεργασίας των αποτελεσμάτων του αξιολογητή για τον υπολογισμό των περιορισμών του προβλήματος.



Σχήμα 5.6: Σχηματική απεικόνιση της υπολογιστικής διαδικασίας.

Κεφάλαιο 6

Εφαρμογές – Πιστοποίηση της Μεθόδου

Για να εξακριβώσουμε την αποτελεσματικότητα της μεθόδου που περιγράφηκε παραπάνω, την εφαρμόσαμε σε τέσσερα παραδείγματα. Το πρώτο ήταν μία απλή αριθμητική εφαρμογή, χρησιμοποιώντας το πρόβλημα της ZDT3. Έπειτα, εφαρμόστηκε σε ένα πρόβλημα που βελτιστοποιεί ένα αεροσκάφος έχοντας ως στόχους το βάρος απογείωσης και το βεληνεκές. Στην τρίτη περίπτωση, η μέθοδος χρησιμοποιήθηκε σε μια αεροτομή με στόχους τους συντελεστές άνωσης και οπισθέλκουσας και τέλος, εφαρμόστηκε σε ένα πτερύγιο συμπιεστή με στόχους την πτώση της ολικής πίεσης και τη γωνία εισόδου της ροής.

6.1 Αριθμητική εφαρμογή στη ZDT3

Ως πρώτη εφαρμογή χρησιμοποιήθηκε η περίπτωση της ZDT3 που παρουσιάζει αρκετά ακρότατα και θα ήταν εύκολο να εγκλωβιστούν οι λύσεις. Αυτό θα είχε ως αποτέλεσμα τη γενικότερη καθυστέρηση του αλγορίθμου για να καταλήξει στα ίδια αποτελέσματα με διαφορετικές μεθόδους. Η λύση της ZDT3 παρουσιάζεται στο διάγραμμα 6.1, μαζί με το βέλτιστο μέτωπο Pareto που επιθυμούμε να προσεγγίσουμε ταχύτερα (σε λιγότερες αξιολογήσεις) με τη νέα μέθοδο.

Η περίπτωση της ZDT3 αποτελεί ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο στόχων, με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$F_1(\vec{x}) = x_1 \quad (6.1)$$

$$F_2(\vec{x}) = g(\vec{x})h(\vec{x}) \quad (6.2)$$

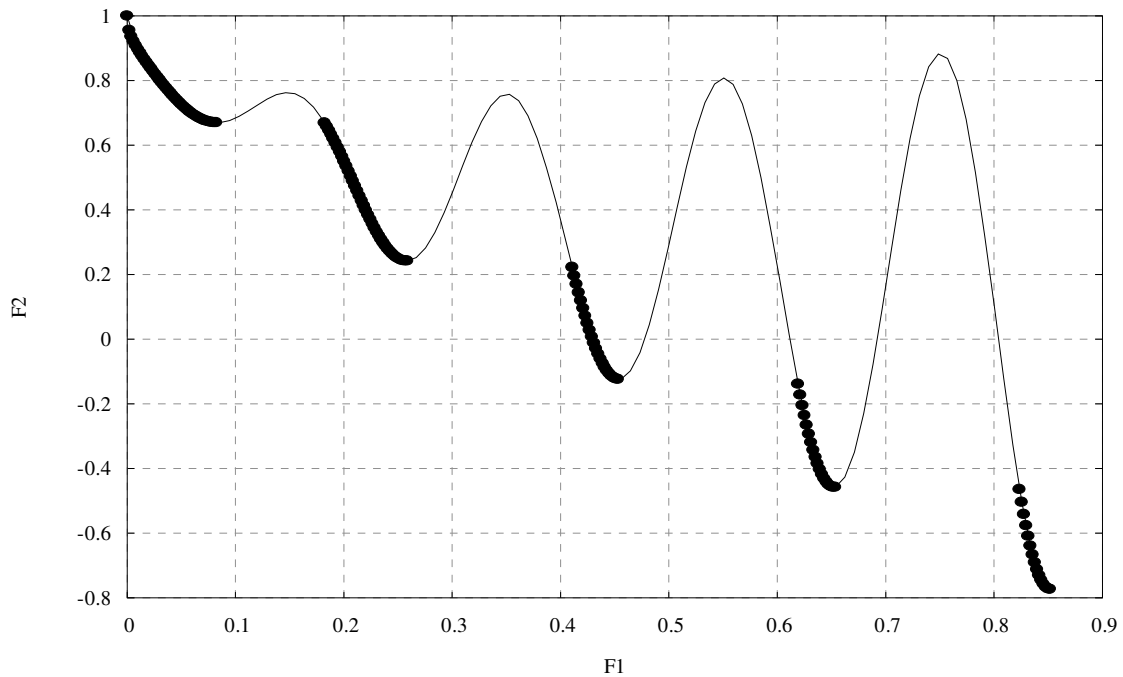
όπου:

$$g(\vec{x}) = 1 + \frac{9}{n-1} \left(\sum_{i=2}^n x_i \right) \quad (6.3)$$

$$h(\vec{x}) = \left[1 - \sqrt{\left(\frac{F_1(\vec{x})}{g(\vec{x})} \right)} - \frac{F_1(\vec{x})}{g(\vec{x})} \sin(10\pi F_1(\vec{x})) \right] \quad (6.4)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n$$

Το πλήθος των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν είναι $n = 30$ και το βέλτιστο Pareto που αντιστοιχεί στις τιμές των μεταβλητών $x_2 = x_3 = \dots = x_n = 0$, είναι ασυνεχές, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 6.1.



Διάγραμμα 6.1: Γραφική παράσταση της ZDT3 στο χώρο των στόχων της (F_1, F_2) και του αντίστοιχου ασυνεχούς βέλτιστου μετώπου Pareto.

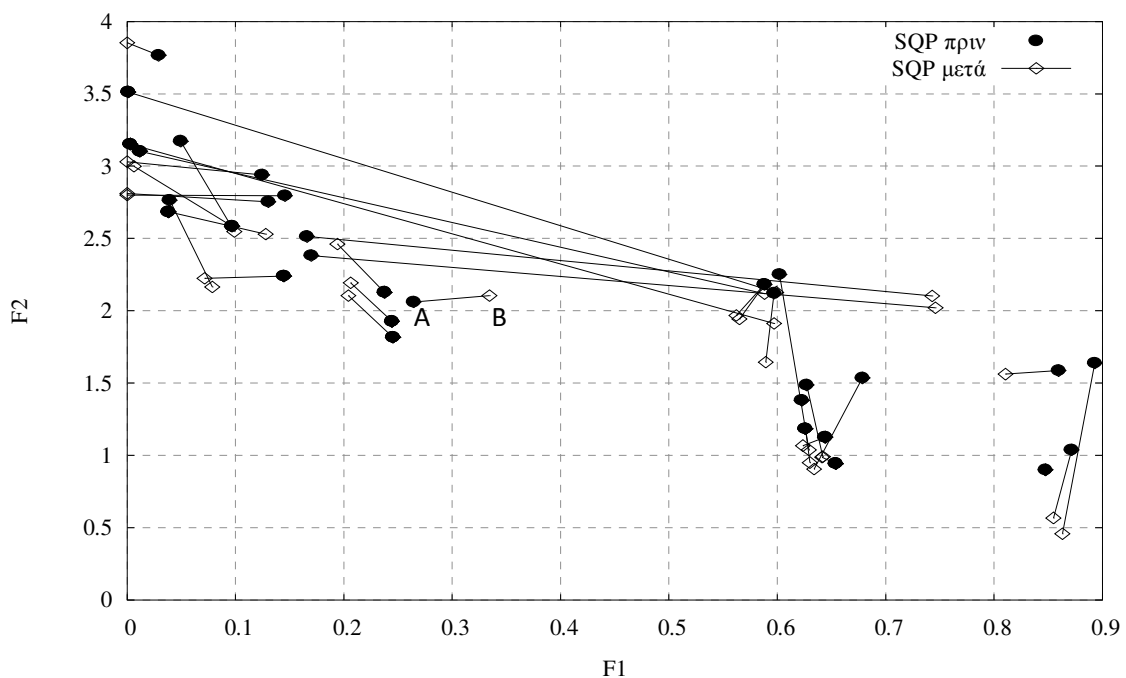
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως η διαδικασία βελτιστοποίησης που ακολουθείται ανήκει στην κατηγορία της πολυεπίπεδη ανίχνευσης, με δύο επίπεδα. Το υψηλό επίπεδο χρησιμοποιεί τη μέθοδο ανίχνευσης κατά περιοχές SQP και το χαμηλό επίπεδο βασίστηκε στους εξελικτικούς αλγορίθμους.

Για τη λύση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν και περιορισμοί που ήταν τα όρια των ελεύθερων μεταβλητών σχεδιασμού. Η επικοινωνία των δύο επιπέδων γινόταν ανά μία γενιά και μετανάστευαν δέκα άτομα από και προς κάθε επίπεδο. Το σύνολο των γονέων περιείχε τριάντα (30) άτομα από τα οποία προέκυπταν σε κάθε γενιά εξελικτικού αλγορίθμου ογδόντα (80) απόγονοι. Επίσης, το σύνολο των επιλέκτων διατηρούσε τα πενήντα (50) καλύτερα άτομα. Τέλος, η βαθμωτή ποσότητα η , η οποία ρυθμίζει το μήκος του βήματος που κάνει το SQP ορίστηκε με $\eta = 0.01$.

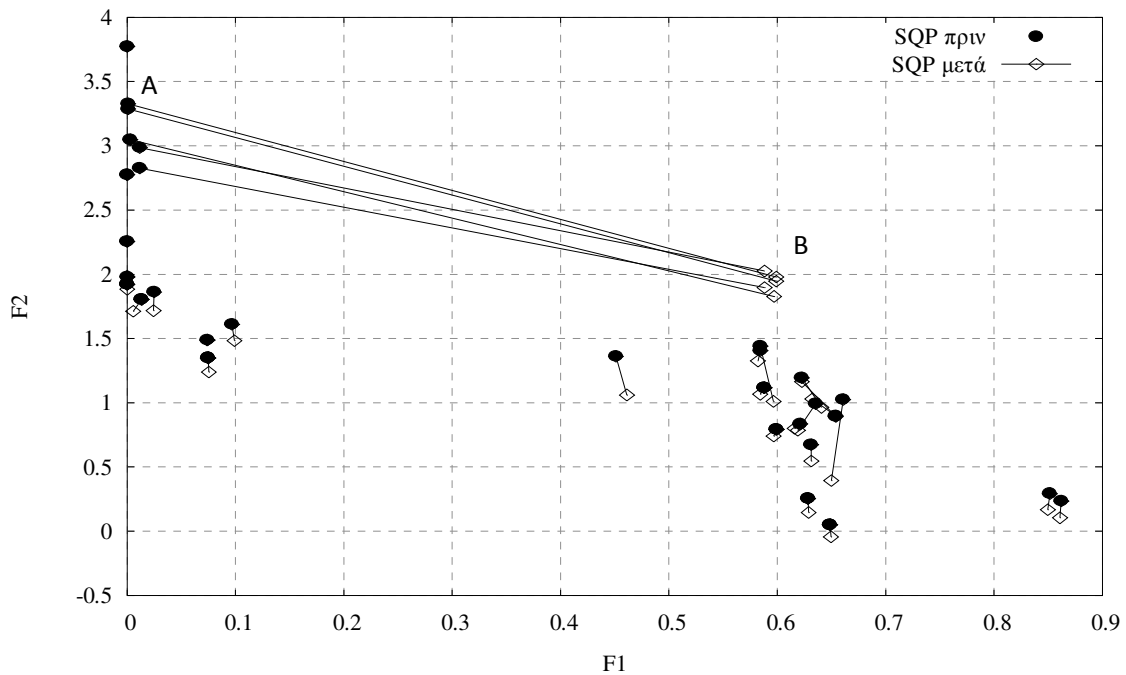
Η προσομοίωση της σύνθεσης μιας ενιαίας συνάρτησης-στόχου για την εύρεση της ενιαίας παραγώγου της αρχικά και έπειτα τον επιμερισμό της βάσει της διαδικασίας που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4, έγινε παραγωγίζοντας τον ενιαίο

πλέον τύπο της εξίσωσης και αντικαθιστώντας τις αντίστοιχες τιμές των μεταβλητών κάθε φορά. Παρ' όλα αυτά, όπως θα γινόταν αν έπρεπε να χρησιμοποιηθεί η συζυγής μέθοδος για την εύρεση της παραγώγου, το υπολογιστικό κόστος θεωρήθηκε ως το κόστος που απαιτείται για να γίνει μία αξιολόγηση. Επομένως, κάθε αξιολόγηση του υψηλού επιπέδου αντιστοιχεί σε δύο αξιολογήσεις του χαμηλού επιπέδου, καθώς είναι μία μονάδα υπολογιστικού κόστους η αξιολόγηση των συναρτήσεων-στόχων και άλλη μία η εύρεση της παραγώγου της ενιαίας συνάρτησης. Υπό διαφορετικές συνθήκες θα απαιτείτο ο υπολογισμός και των δύο παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων του προβλήματος με αποτέλεσμα το υπολογιστικό κόστος του υψηλού επιπέδου να αντιστοιχεί σε τρεις αξιολογήσεις του χαμηλού επιπέδου.

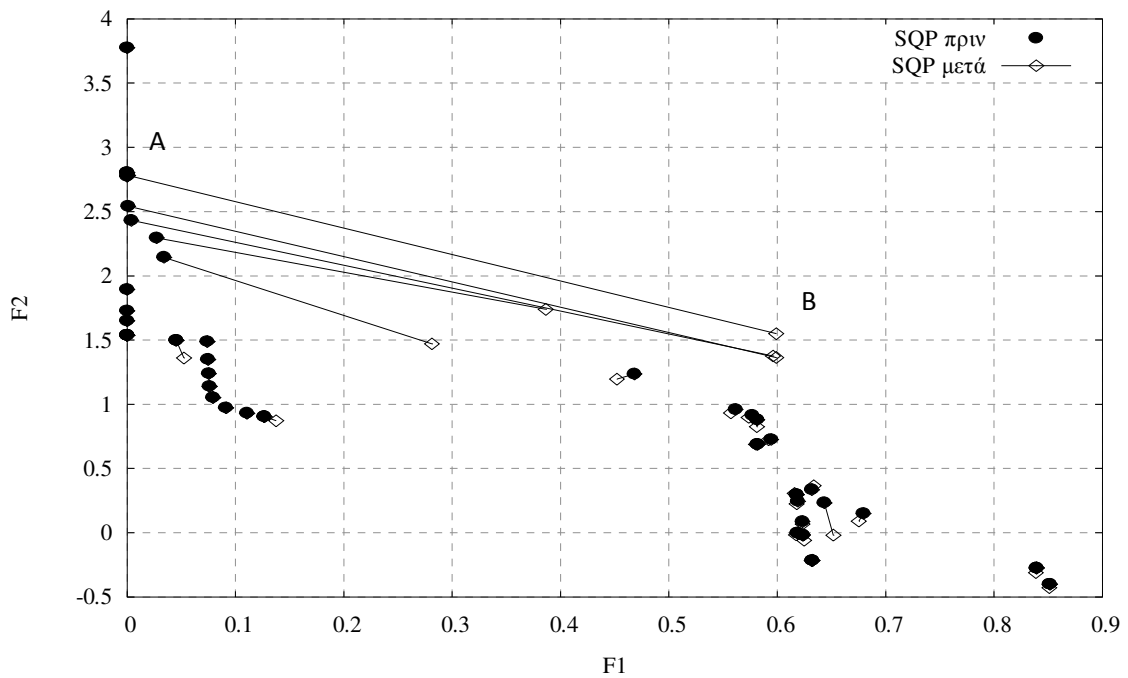
Ακολουθώς, απεικονίζονται ενδεικτικά οι μετακινήσεις των ατόμων του πληθυσμού του SQP σε διάφορες γενιές κατά την πορεία εξέλιξης του αλγορίθμου.



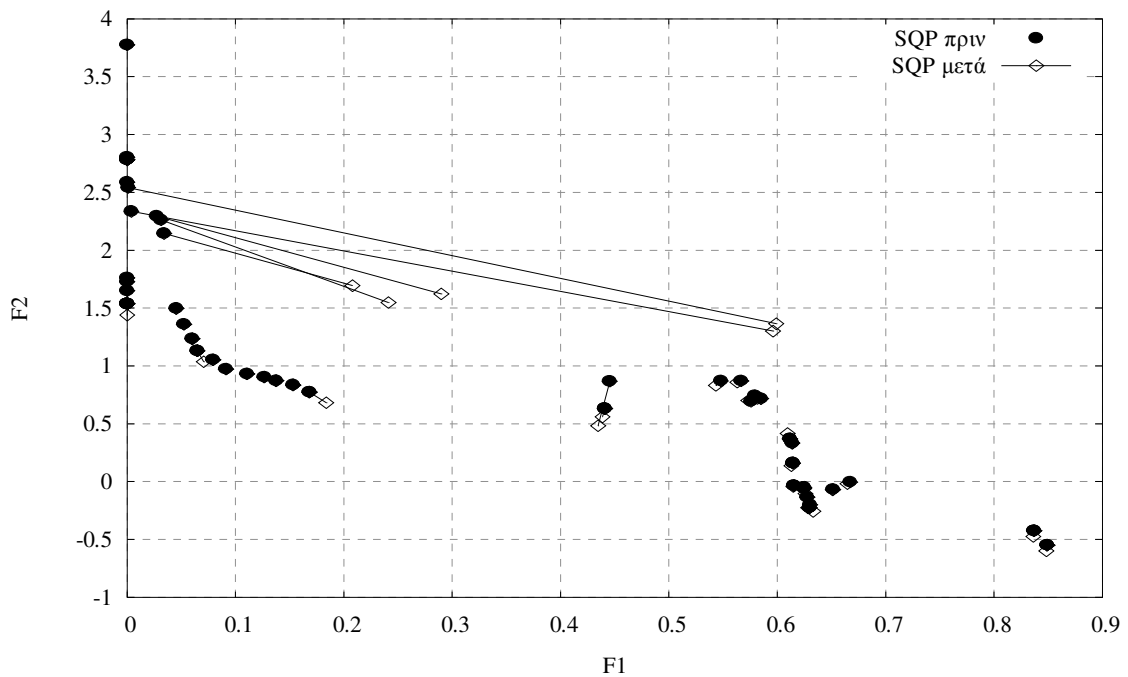
Διάγραμμα 6.2: Απεικόνιση του πληθυσμού του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την εφαρμογή της μεθόδου βελτιστοποίησης SQP στη 2^η γενιά. Τα άτομα που είναι σημειωμένα με πλήρη κύκλο ● αποτελούν τον πληθυσμό πριν την λειτουργία της μεθόδου, ενώ τα υπόλοιπα είναι τα άτομα της νέας γενιάς. Η μη μετακίνηση του ατόμου A προς το βέλτιστο μέτωπο Pareto, οφείλεται είτε στην παράγωγο της SPEA2 είτε κάποια μεταβλητή σχεδιασμού ξεπέρασε τα όρια και το άτομο τιμωρήθηκε με κάποια προσαύξηση των τιμών των συναρτήσεων-στόχων της.



Διάγραμμα 6.3: Απεικόνιση του πληθυσμού του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την εφαρμογή της μεθόδου βελτιστοποίησης στην 5^η γενιά. Η λύση A, όπως και οι γειτονικές της βρίσκονται στο όριο της μεταβλητής x_1 καθώς είναι ο ένας στόχος του προβλήματος της ZDT3($F_1=x_1$) και μπορεί να λάβει τιμές από 0 έως 1. Οι μετακινήσεις που φαίνονται από το σημείο A στο B δεν αποτελούν τη μετακίνηση των ατόμων αυτών λόγω της μεθόδου SQP και των παραγώγων της. Πιθανότατα τα άτομα αυτά ξέφυγαν από τα όρια των μεταβλητών σχεδιασμού και τιμωρήθηκαν. Όμως επειδή οι μετακινήσεις είναι όλες προς την ίδια κατεύθυνση οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι όλα τα άτομα παρουσίασαν την ίδια συμπεριφορά και ίσως ξέφυγαν από τα όρια οι ίδιες μεταβλητές σχεδιασμού. Στα διαγράμματα απεικονίζεται η κατάσταση πριν και μετά την εφαρμογή της αιτιοκρατικής μεθόδου και έτσι δεν αποτελούν όλες οι μετακινήσεις των ατόμων την πραγματική κατεύθυνση της παραγώγου της συνάρτησης-στόχου του προβλήματος $\nabla\Phi$.



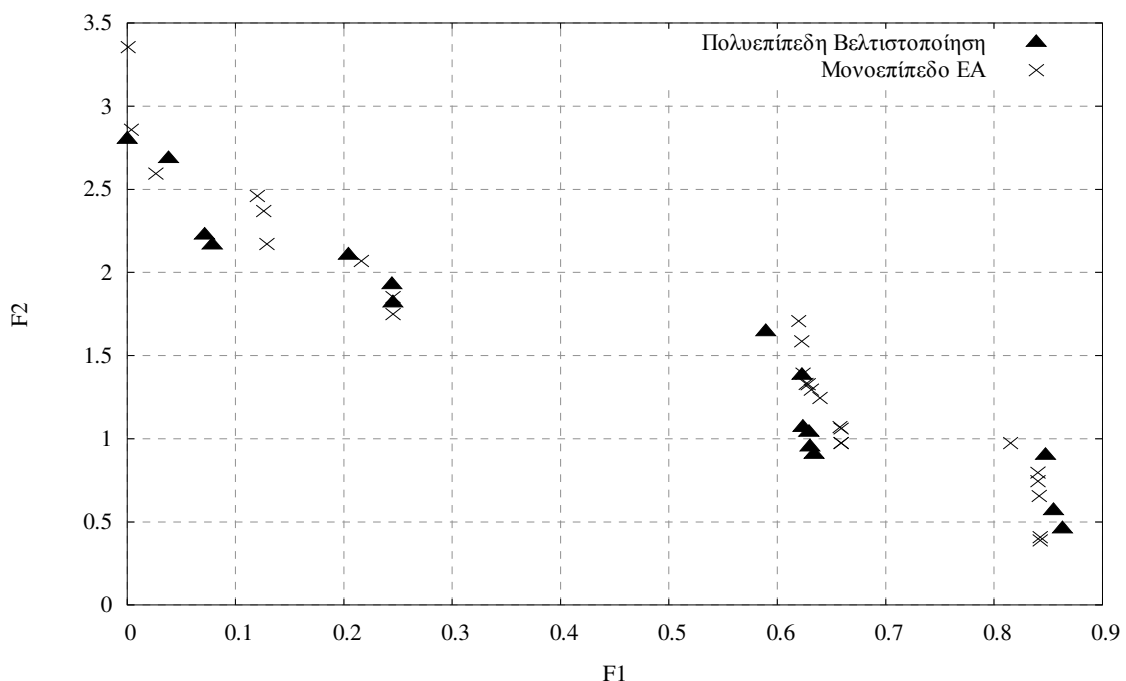
Διάγραμμα 6.4: Απεικόνιση του πληθυσμού του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την εφαρμογή της μεθόδου βελτιστοποίησης στην 11^η γενιά. Τα άτομα από την περιοχή A που τιμωρούνται και καταλήγουν στην περιοχή B, έχουν ελαττωθεί σε σχέση με το διάγραμμα 6.3 στην 5^η γενιά.



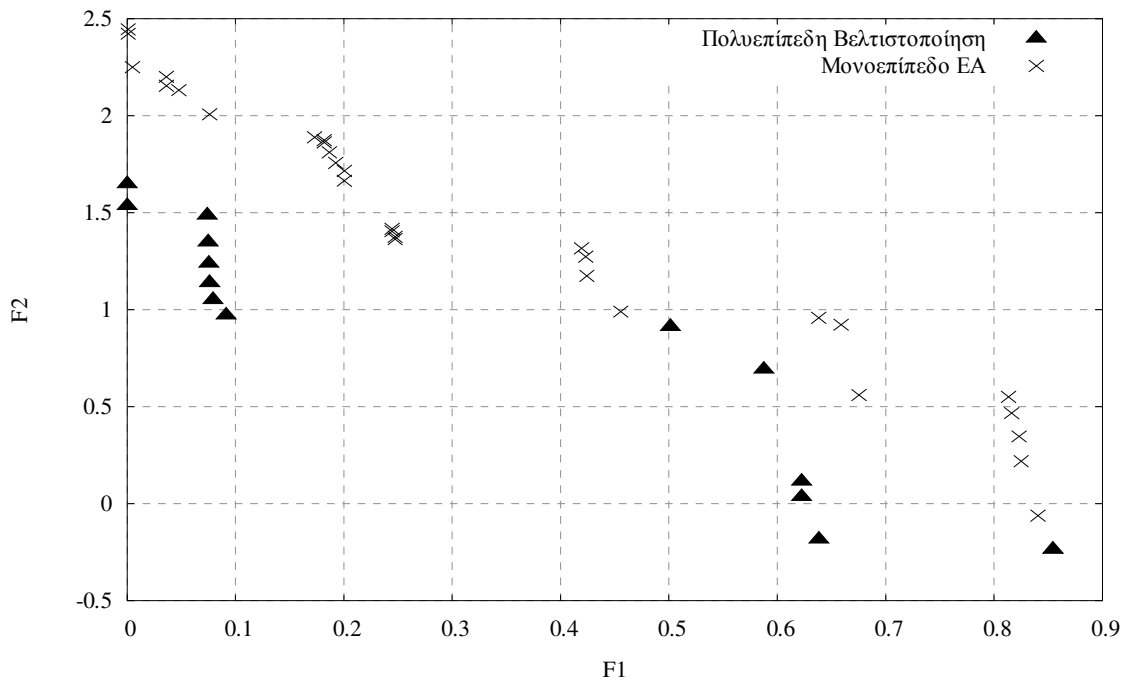
Διάγραμμα 6.5: Απεικόνιση του πληθυσμού του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την εφαρμογή της μεθόδου βελτιστοποίησης στην 14^η γενιά.

Όπως παρατηρούμε, η πλειοψηφία των ατόμων βελτιώνεται. Οι έντονες κινήσεις των ατόμων που βρίσκονται στο αριστερό τμήμα του πληθυσμού, οφείλονται στο γεγονός ότι είναι στα όρια των μεταβλητών (ο στόχος F_1 είναι η μεταβλητή σχεδιασμού x_1 που παίρνει τιμές από 0 έως 1) και ξεπερνώντας τα, τιμωρούνται με κάποια ποινή που χειροτερεύει τις τιμές των συναρτήσεων-στόχων τους. Με αυτό τον τρόπο δε θα έχουν μεγάλες πιθανότητες να συμπεριληφθούν στο σύνολο των γονέων της νέας γενιάς του EA ή στο σύνολο των ατόμων που επιλέγονται για το SQP. Επίσης, είναι φανερό ότι όσο προχωράει η διαδικασία της βελτιστοποίησης, στις μεγαλύτερες γενιές το πλήθος των ατόμων που έχουν τέτοια συμπεριφορά μειώνεται.

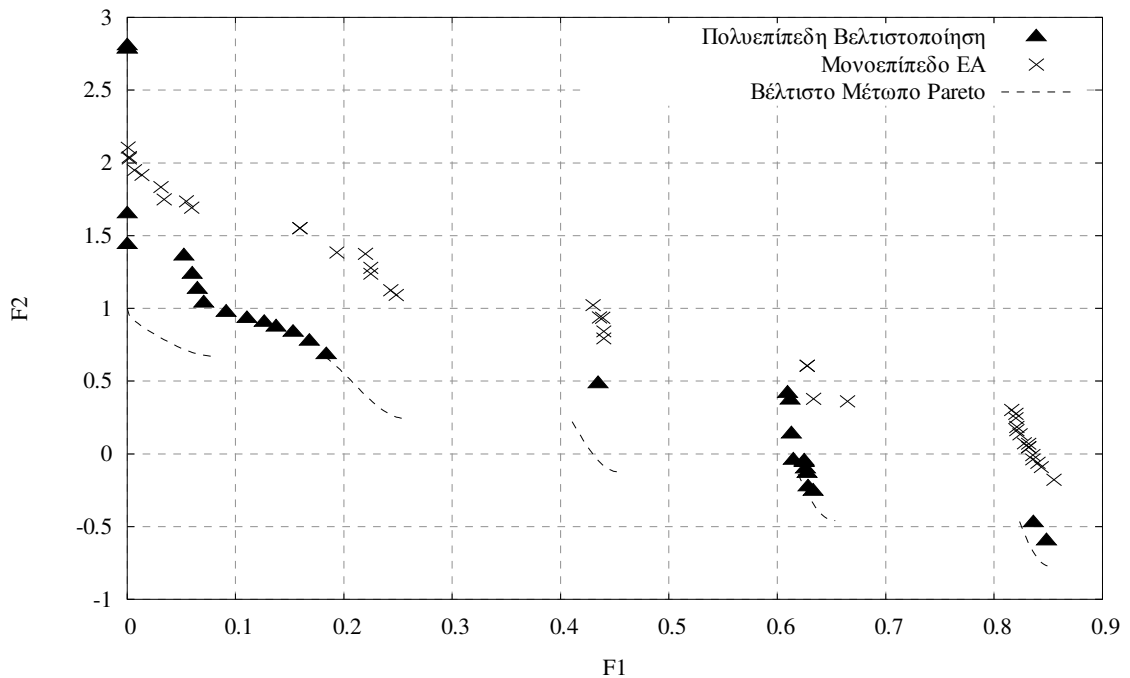
Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η σύγκριση των μετώπων των μη κυριαρχούμενων λύσεων μεταξύ της διεπίπεδης μεθόδου που χρησιμοποιήσαμε και ενός μονοεπίπεδου εξελικτικού αλγορίθμου. Οι συγκρίσεις αυτές γίνονται για τον ίδιο αριθμό αξιολογήσεων (ίδιο δηλαδή υπολογιστικό χρόνο) και καταμετρώνται όπως έχει ήδη αναφερθεί. Δηλαδή, θεωρούμε ότι οι αξιολογήσεις του υψηλού επιπέδου κοστίζουν δύο υπολογιστικές μονάδες και οι αξιολογήσεις του χαμηλού επιπέδου (εξελικτικός αλγόριθμος), μία υπολογιστική μονάδα. Επίσης, αυτές οι δύο περιπτώσεις συγκρίνονται και με το βέλτιστο μέτωπο Pareto της ZDT3.



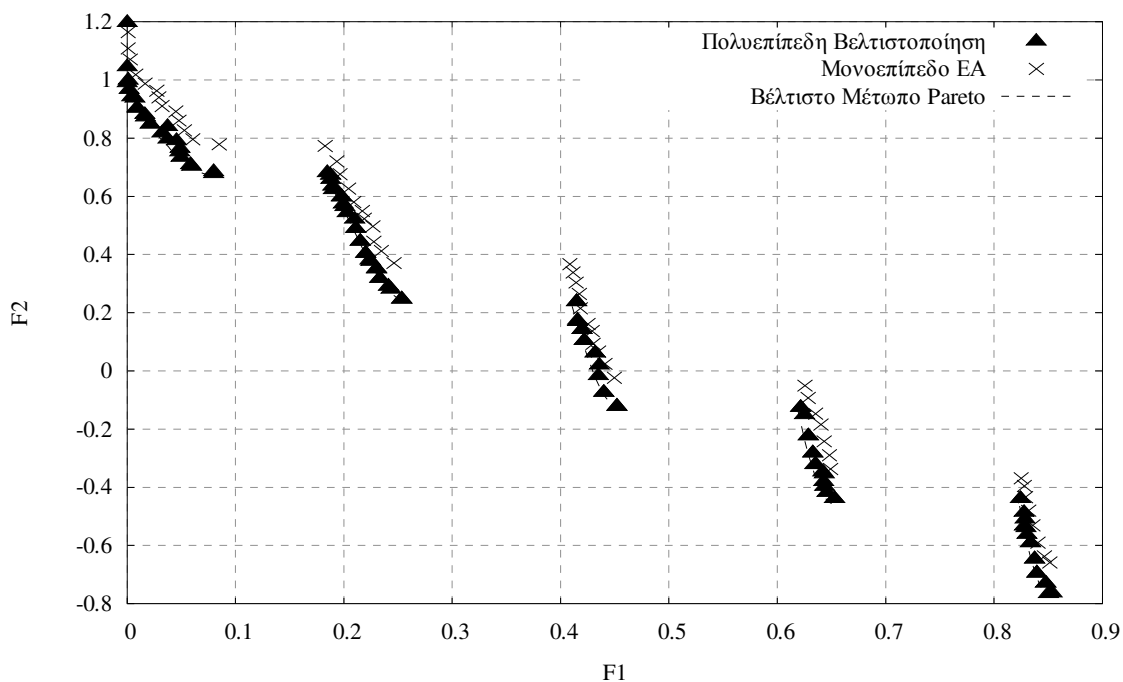
Διάγραμμα 6.6: Σύγκριση των μετώπων μη κυριαρχούμενων λύσεων των δύο μεθόδων στις 400 αξιολογήσεις.



Διάγραμμα 6.7: Σύγκριση των δύο μετώπων της πολυεπίπεδης έρευνας και του EA στις 1250 αξιολογήσεις.



Διάγραμμα 6.8: Σύγκριση των δύο μετώπων στις 2100 αξιολογήσεις μαζί με το βέλτιστο μέτωπο Pareto της ZDT3.



Διάγραμμα 6.9: Σύγκριση του μετώπου της πολυεπίπεδης έρευνας, του μετώπου του EA και του βέλτιστου της ZDT3, στις 10000 αξιολογήσεις.

Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι με τη μέθοδο της πολυεπίπεδης έρευνας και πιο συγκεκριμένα με τη χρήση της σύνθετης συνάρτησης για τον υπολογισμό της παραγώγου, επιτυγχάνεται η πιο αποτελεσματική σύγκλιση του προβλήματος, σε λιγότερες αξιολογήσεις και άρα απαιτείται λιγότερος χρόνος για την επίλυσή του.

Στις πρώτες γενιές, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 6.6, οι λύσεις που δίνει ο εξελικτικός αλγόριθμος όταν χρησιμοποιείται σε μονοεπίπεδο, είναι αρκετά συγκρίσιμες με τις λύσεις του πολυεπίπεδου και μάλιστα σε κάποια σημεία του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων υπερτερεί. Στη συνέχεια όμως, οι διαφορές μεγαλώνουν και το πολυεπίπεδο με τη βοήθεια του SQP επιταχύνεται προς τις αναλυτικά γνωστές βέλτιστες λύσεις. Το γεγονός ότι στην αρχή, ο εξελικτικός αλγόριθμος έχει καλά αποτελέσματα σε σχέση με την άλλη μέθοδο, μπορεί να οφείλεται στο ότι καταναλώνονται αρχικά αξιολογήσεις στο υψηλό επίπεδο, χρησιμοποιώντας λύσεις του χαμηλού επιπέδου λόγω μετανάστευσης, που όμως στις πρώτες γενιές δεν είναι και τόσο αξιόπιστες. Επομένως, ίσως είναι προτιμότερο στην αρχή να λειτουργεί μόνο το χαμηλό επίπεδο για δύο ή τρεις γενιές και έπειτα να ενεργοποιείται και το υψηλό επίπεδο που είναι πιο ακριβό από θέμα υπολογιστικού κόστους.

Τέλος, στο διάγραμμα 6.9 παρατηρούμε ότι η μέθοδος που εφαρμόστηκε με τα δύο επίπεδα βελτιστοποίησης προσέγγισε το βέλτιστο μέτωπο Pareto της ZDT3 επιτυχώς. Στα περισσότερα σημεία τα δύο μέτωπα ταυτίζονται, ενώ στις ίδιες αξιολογήσεις η χρήση μόνο εξελικτικού αλγορίθμου υστερεί αισθητά.

6.2 Απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης πτήσης αεροσκάφους

Στο δεύτερο παράδειγμα, βελτιστοποιείται ένα αεροσκάφος που έχει δύο στόχους. Πρώτον το βεληνεκές (μέγιστο) και το βάρος καυσίμου που επιδιώκεται να γίνει ελάχιστο.

Έτσι, οι στόχοι του προβλήματος ελαχιστοποίησης που επιλύεται είναι:

$$F_1 = \frac{1}{R} \quad (6.5)$$

και

$$F_2 = \frac{w_{fuel}}{R} \quad (6.6)$$

Το βεληνεκές R σε m υπολογίζεται από τον τύπο του Breguet:

$$R = kV \ln \left(\frac{w_{ac} + w_{fuel}}{w_{ac}} \right) \quad (6.7)$$

Όπου η τιμή της σταθεράς k είναι:

$$k = \frac{1}{g \cdot SFC} \frac{c_L}{c_D} \quad (6.8)$$

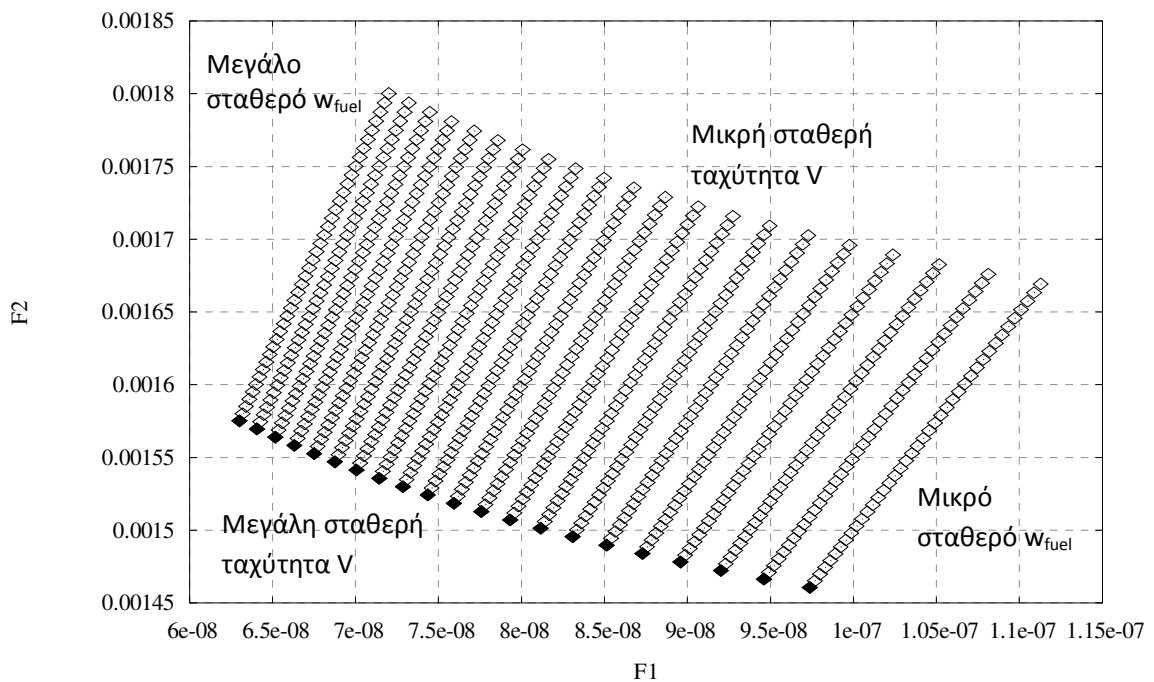
SFC είναι η ειδική κατανάλωση καυσίμου (Specific Fuel Consumption), την οποία ορίσαμε $SFC = 2.5 \cdot 10^{-5}$ kg/N/s. Ο λόγος των συντελεστών άνωσης και οπισθέλκουσας είναι $\frac{c_L}{c_D} = 30$, το βάρος της ατράκτου του αεροσκάφους είναι $w_{ac} = 50000$ kg και $g = 9.81$ m/s η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Το πρόβλημα αφορά υποηχητικό αεροσκάφος και οι δυο ελεύθερες μεταβλητές που υπάρχουν είναι η ταχύτητα πτήσεως που κυμαίνεται από 280m/s μέχρι 320m/s και το βάρος καυσίμου κατά την απογείωση που κυμαίνεται από 15 tn μέχρι 25 tn. Η εφαρμογή αποτελεί ένα πολύ απλοϊκό πρόβλημα, διότι χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο της μεθόδου πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης σε συγκεκριμένες παραλλαγές, οπότε χρειαζόταν η γρήγορη σύγκλιση του προβλήματος και η μικρή διάρκεια της κάθε αξιολόγησης.

Ο σκοπός αυτής της εφαρμογής είναι να ελεγχθεί κατά πόσο επηρεάζονται οι λύσεις, που προκύπτουν από τη μέθοδο που εφαρμόζουμε, στην περίπτωση που υπάρχει μεγάλη διαφορά στην τάξη μεγέθους μεταξύ των δύο στόχων. Επιπλέον, ελέγχεται και η επιρροή που έχει στην παράγωγο της συνάρτησης κόστους της SPEA2, ο συνυπολογισμός της πύκνωσης των ατόμων μέσα στον πληθυσμό (niching), δηλαδή του παράγοντα $D(i)$ όπως αναφέρθηκε στο αντίστοιχο κεφάλαιο.

Το πεδίο που σαρώνεται και το αντίστοιχο βέλτιστο μέτωπο Pareto παρουσιάζονται στο διάγραμμα 6.10 στο επίπεδο των δύο στόχων.

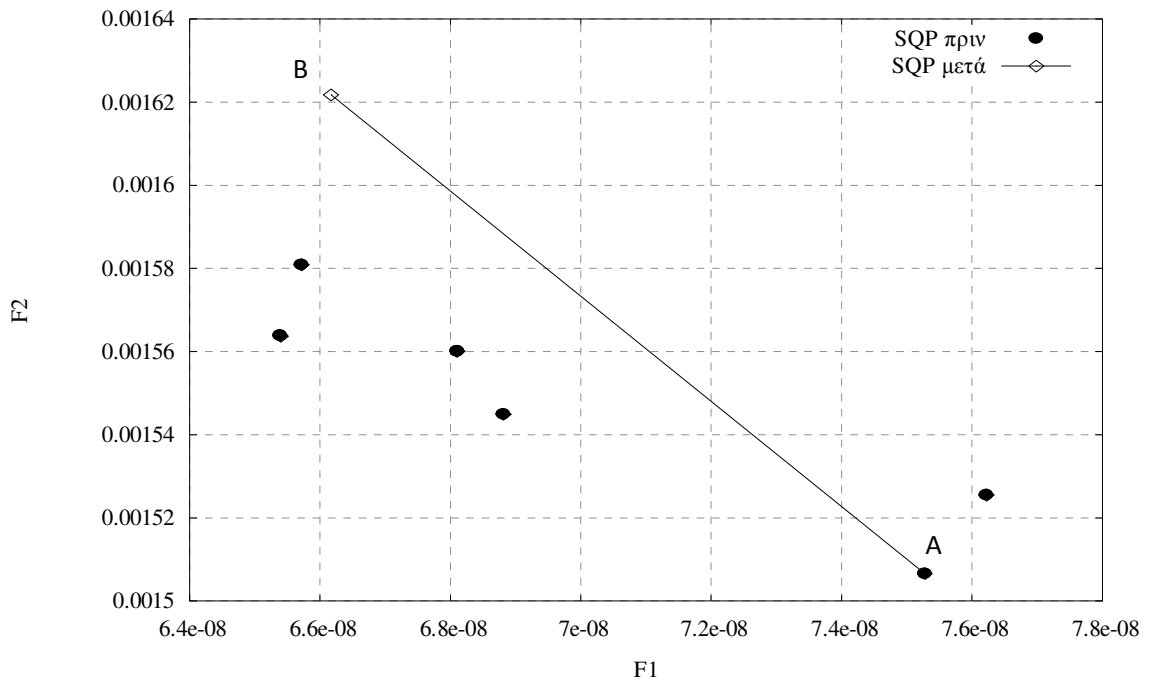
Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση χρησιμοποιούνται δύο επίπεδα βελτιστοποίησης, το υψηλό είναι το SQP και το χαμηλό είναι εξελικτικός αλγόριθμος με δέκα (10) γονείς και δέκα (10) παιδιά. Το υψηλό επίπεδο εξελίσσει 5 άτομα σε κάθε γενιά και μεταναστεύουν 2 άτομα στο τέλος της κάθε γενιάς. Ο λόγος που επιλέχθηκαν τόσοι μικροί πληθυσμοί είναι για να είναι ευδιάκριτες οι επιδράσεις των παρεμβάσεών μας στον αλγόριθμο, καθώς το πρόβλημα συγκλίνει πολύ γρήγορα.



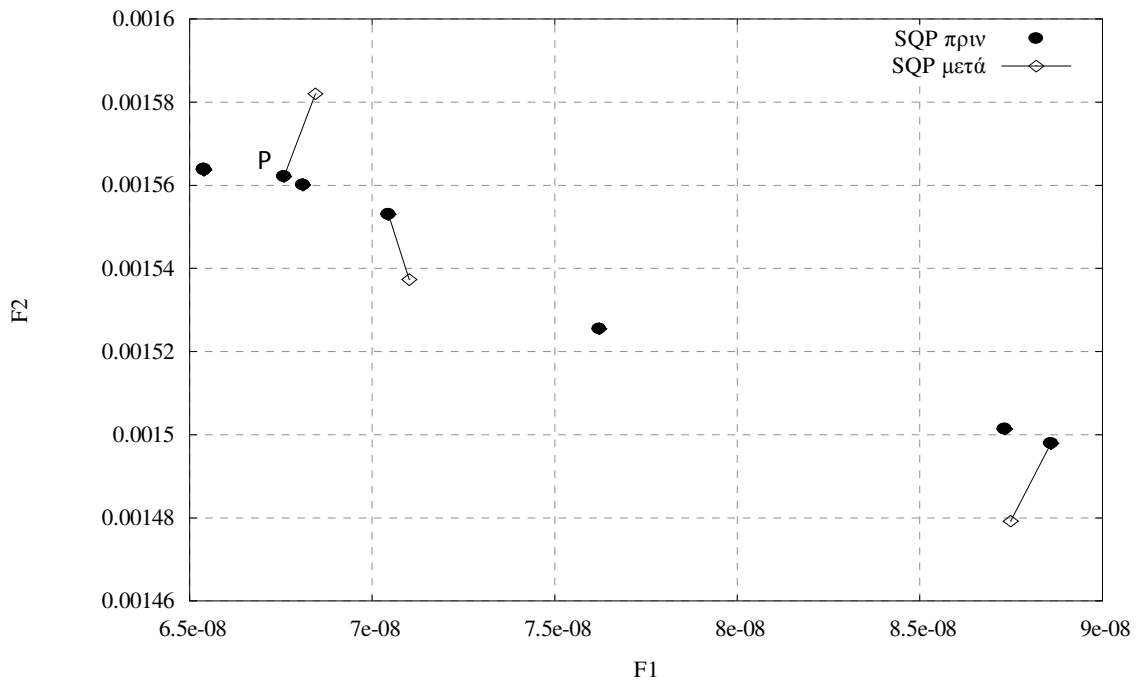
Διάγραμμα 6.10: Απεικόνιση του πεδίου σάρωσης του προβλήματος στο επίπεδο των στόχων και του βέλτιστου μετώπου Pareto.

Αρχικά, συγκρίνουμε το κανονικό πρόβλημα μαζί με δύο παραλλαγές, που στη μία ο ένας στόχος είναι πολλαπλασιασμένος με ένα συντελεστή 10^4 και στη δεύτερη ο συντελεστής αυτός λαμβάνει την τιμή 10^8 . Με αντίστοιχους σταθερούς συντελεστές είναι πολλαπλασιασμένες και οι παράγωγοι των συναρτήσεων-στόχων. Όλες οι υπόλοιπες παράμετροι του προβλήματος ελαχιστοποίησης παραμένουν αμετάβλητες, ώστε να διαπιστωθούν οι αλλαγές που επιφέρει στη συμπεριφορά του αλγορίθμου, η συγκεκριμένη τροποποίηση στην τάξη μεγέθους των τιμών των συναρτήσεων-στόχων.

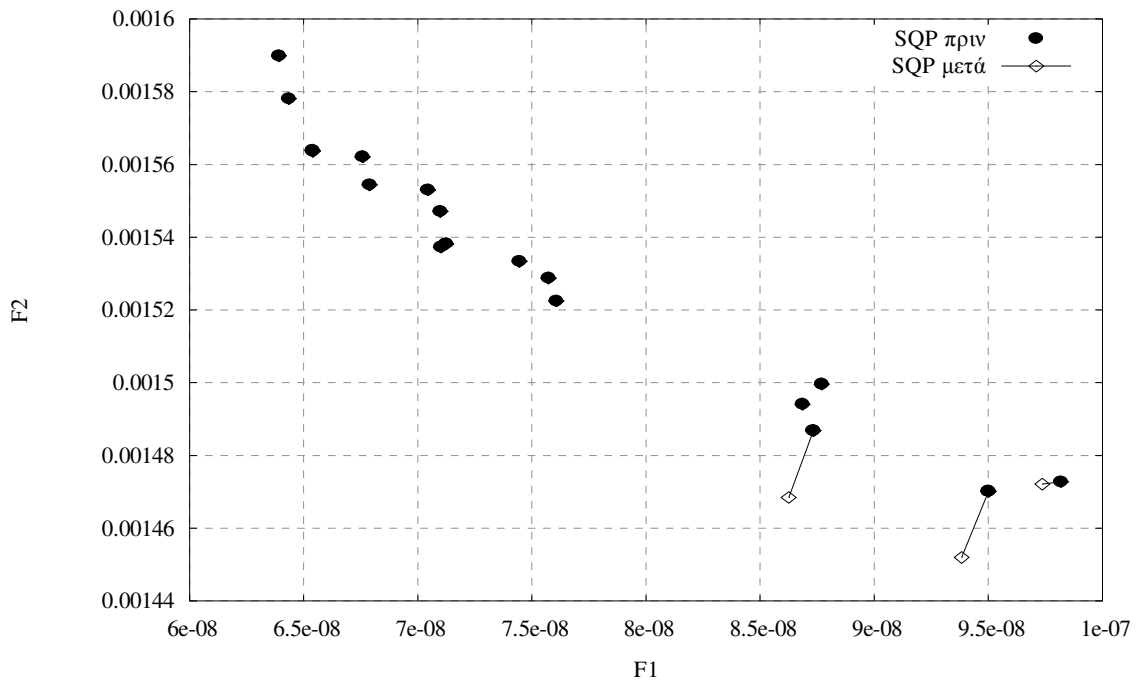
Τα διαγράμματα 6.11, 6.12 και 6.13 ανήκουν στην περίπτωση που ο δεύτερος στόχος υπολογίζεται από τον τύπο $F_2 = w_{fuel}/R$. Τα επόμενα τρία διαγράμματα αφορούν την περίπτωση που ο στόχος αυτός είναι πολλαπλασιασμένος με 10^4 και τέλος στα διαγράμματα 6.17, 6.18 και 6.19, ο στόχος πολλαπλασιάζεται με 10^8 .



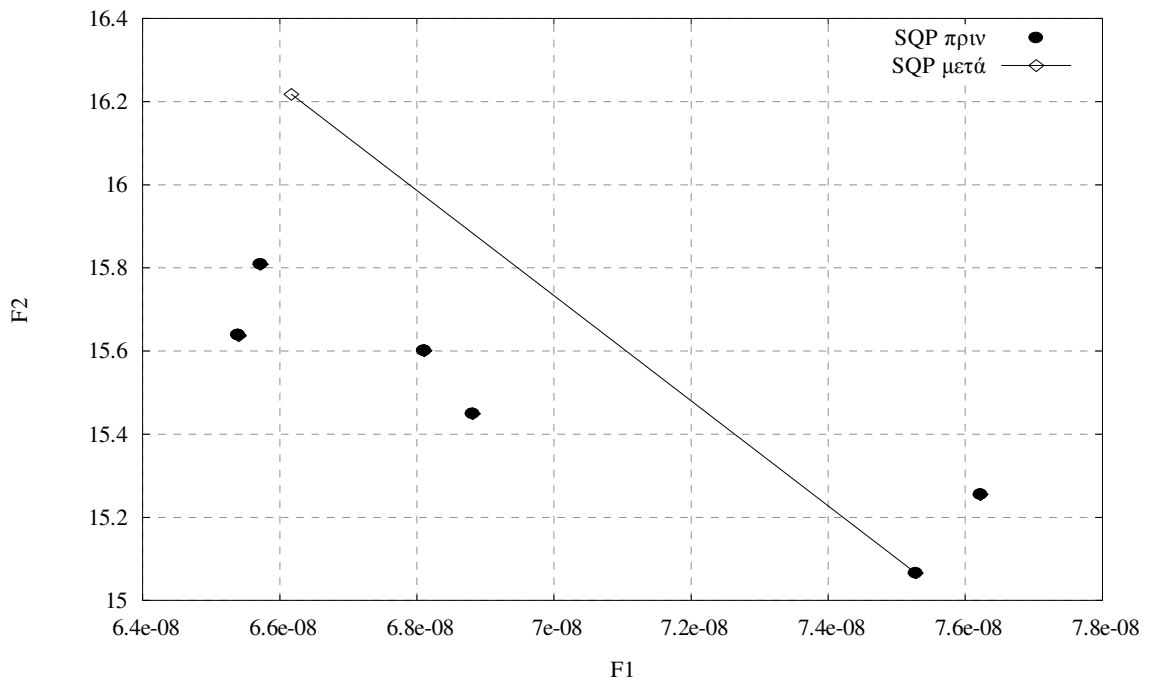
Διάγραμμα 6.11: Απεικόνιση του πληθυσμού της 2^{ης} γενιάς στο επίπεδο των στόχων, με $F_2 = w_{\text{fuel}}/R$. Η μετακίνηση του ατόμου A στη θέση B είναι πολύ μεγάλη για να είναι μετακίνηση λόγω της παραγωγού της συνάρτησης-στόχου, καθώς υπάρχει περιορισμός στο μήκος του διανύσματος πάνω στο οποίο μετακινείται μια λύση. Το άτομο βρέθηκε εκεί διότι τιμωρήθηκε αν κάποια μεταβλητή ξεπέρασε τα όρια. Επίσης στην περίπτωση που η μεταβλητές σχεδιασμού ξεπεράσουν κατά πολύ τα όρια (το οποίο καθορίζεται από το χρήστη) μπορεί να αντικατασταθούν τυχαία από κάποιο άλλο άτομο της γενιάς για να μην εγκλωβιστεί η εξελικτική διαδικασία.



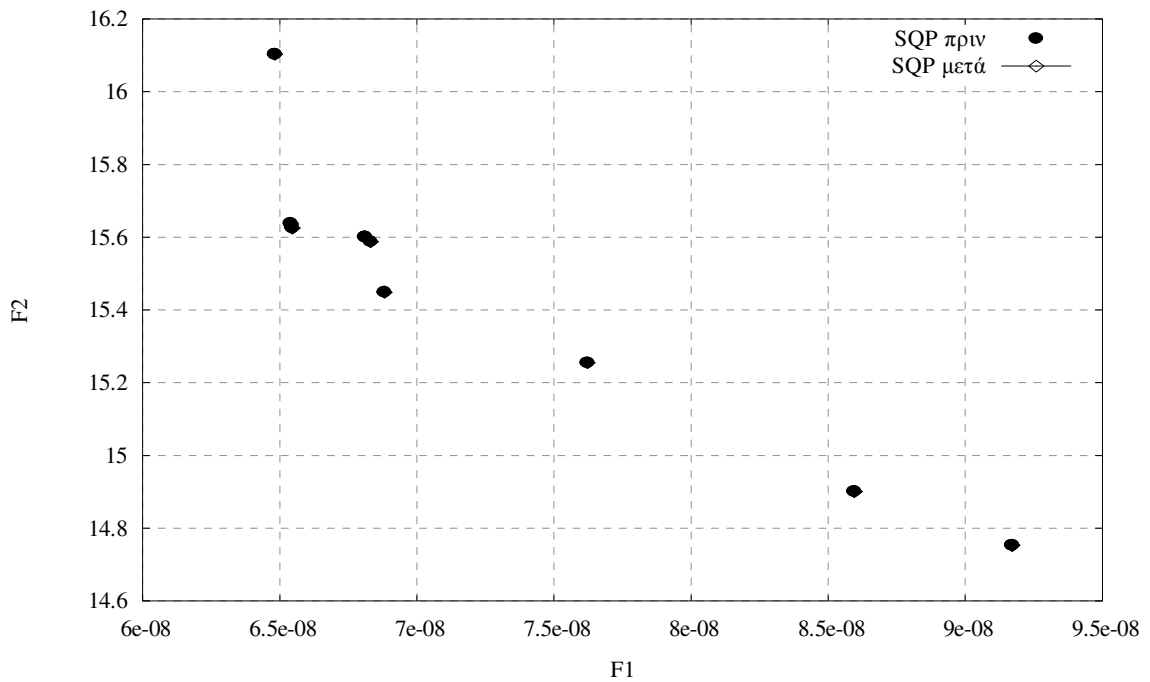
Διάγραμμα 6.12: Απεικόνιση του πληθυσμού της 4^{ης} γενιάς στο επίπεδο των στόχων, με $F_2 = w_{\text{fuel}}/R$. Η μετακίνηση του ατόμου P σ' αυτή τη γενιά μπορεί να οφείλεται σε κάποια τιμωρία του ατόμου, όπως αναφέρθηκε πριν, αλλά επειδή η μετακίνησή του δεν είναι πολύ μεγάλη μπορεί να φταίνε η παράγωγοι της συνάρτησης της SPEA2, καθώς υπάρχει γειτονικό άτομο κοντά και επηρεάζει τη συνάρτηση κόστους της SPEA2 λόγω πύκνωσης.



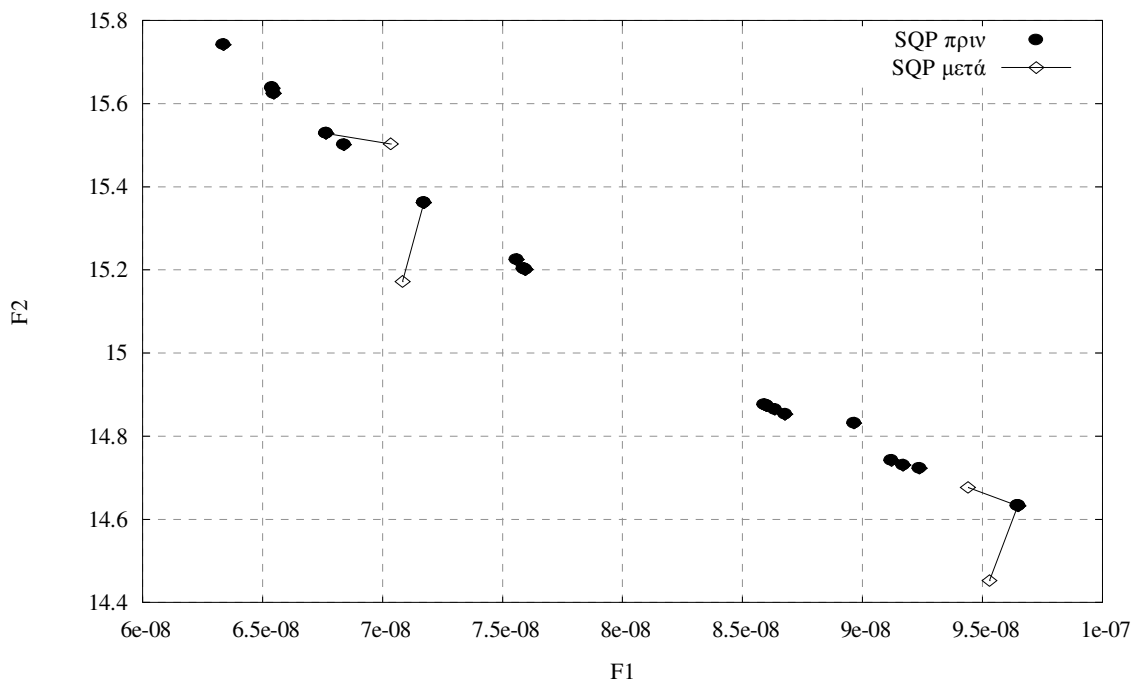
Διάγραμμα 6.13: Απεικόνιση του πληθυσμού της 10^{15} γενιάς στο επίπεδο των στόχων, με $F_2 = w_{fuel}/R$. Η εξελικτική διαδικασία έχει ομαλοποιηθεί και δεν υπάρχουν πλέον άτομα που εξελίσσονται αρνητικά, δηλαδή δεν μετακινούνται σε καλύτερες λύσεις.



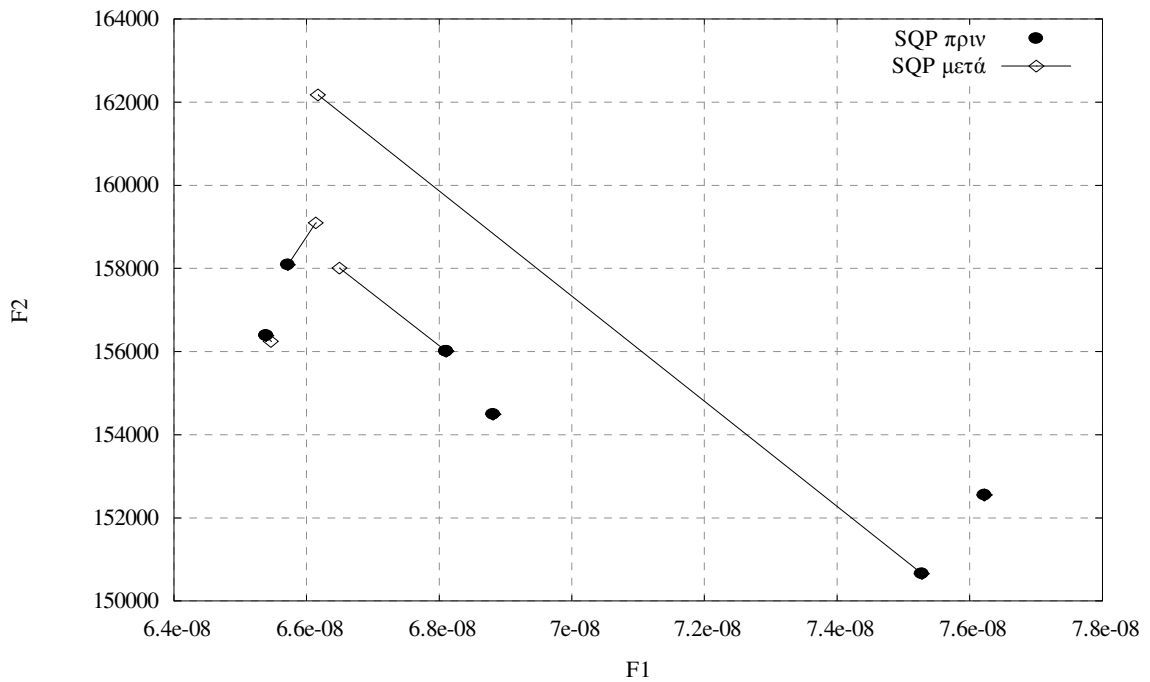
Διάγραμμα 6.14: Απεικόνιση του πληθυσμού της 2^{15} γενιάς στο επίπεδο των δύο στόχων, με $F_2 = w_{fuel} \cdot 10^4/R$.



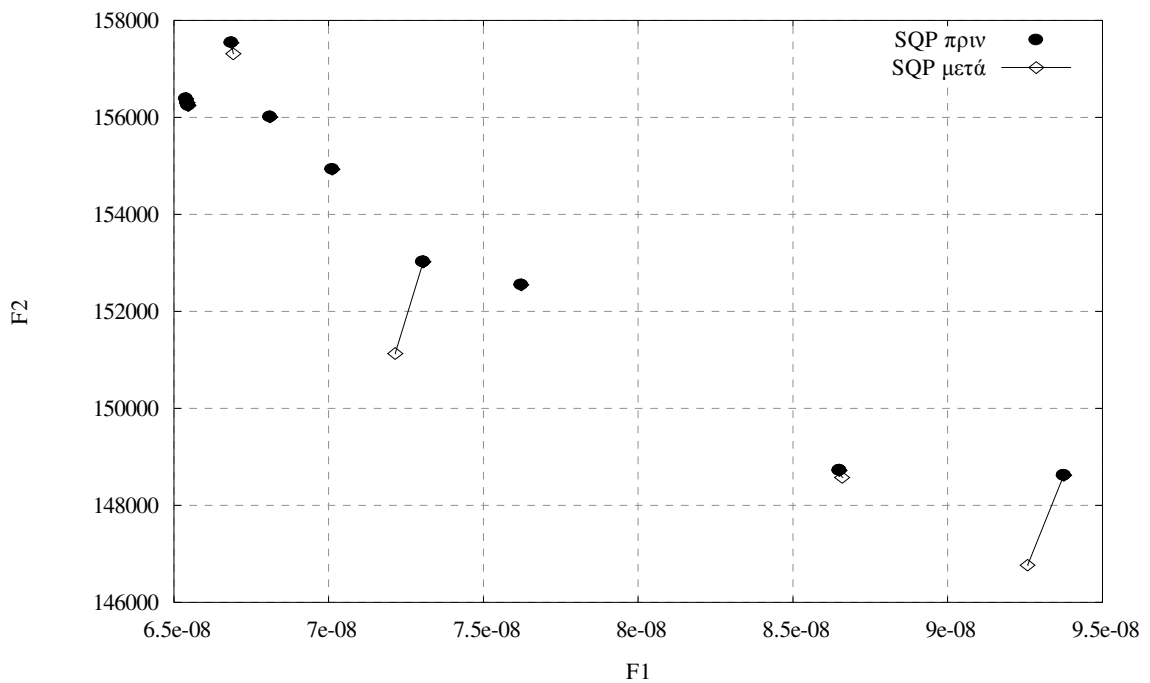
Διάγραμμα 6.15: Απεικόνιση του πληθυσμού της 4^{ης} γενιάς στο επίπεδο των δύο στόχων, με $F_2 = w_{fuel} \cdot 10^4 / R$.



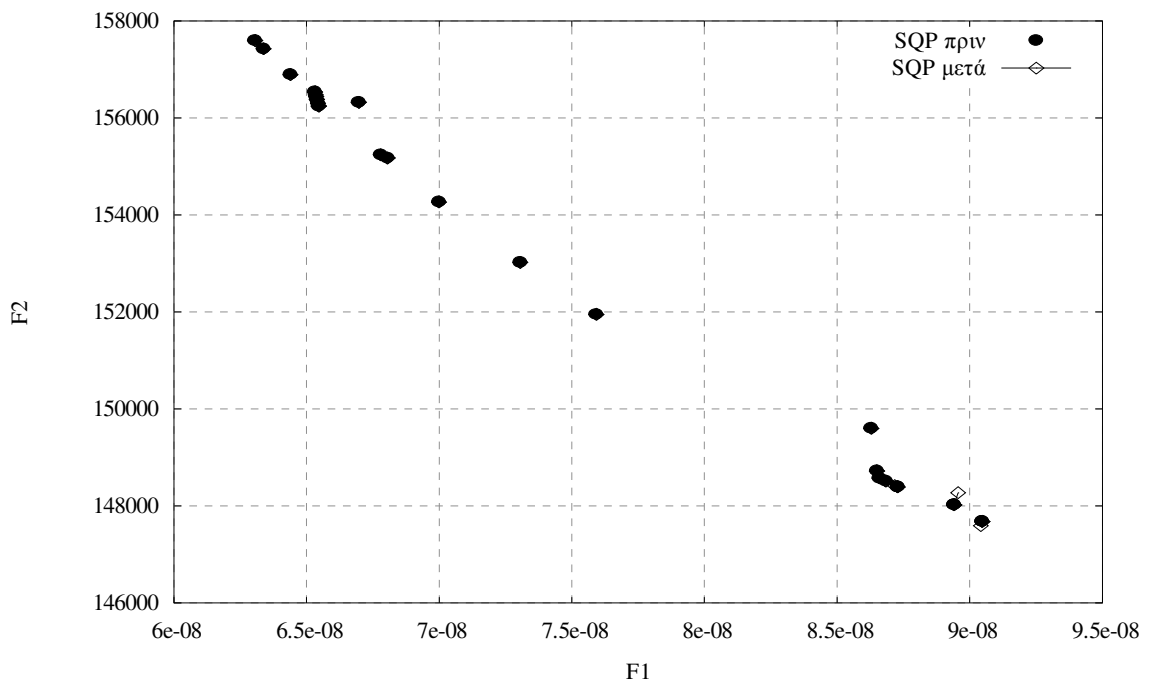
Διάγραμμα 6.16: Απεικόνιση του πληθυσμού της 10^{ης} γενιάς στο επίπεδο των δύο στόχων με $F_2 = w_{fuel} \cdot 10^4 / R$.



Διάγραμμα 6.17: Απεικόνιση του πληθυσμού της 2^{ης} γενιάς στο επίπεδο των δύο στόχων, με $F_2 = w_{fuel} \cdot 10^8 / R$.



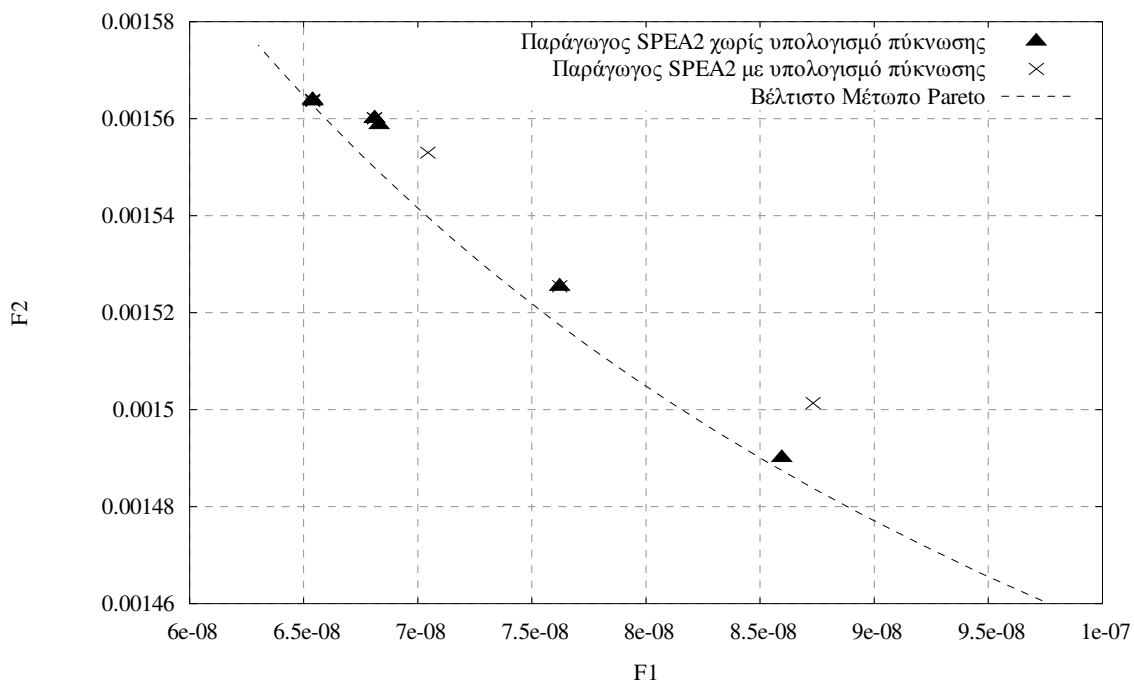
Διάγραμμα 6.18: Απεικόνιση του πληθυσμού της 4^{ης} γενιάς στο επίπεδο των δύο στόχων, με $F_2 = w_{fuel} \cdot 10^8 / R$.



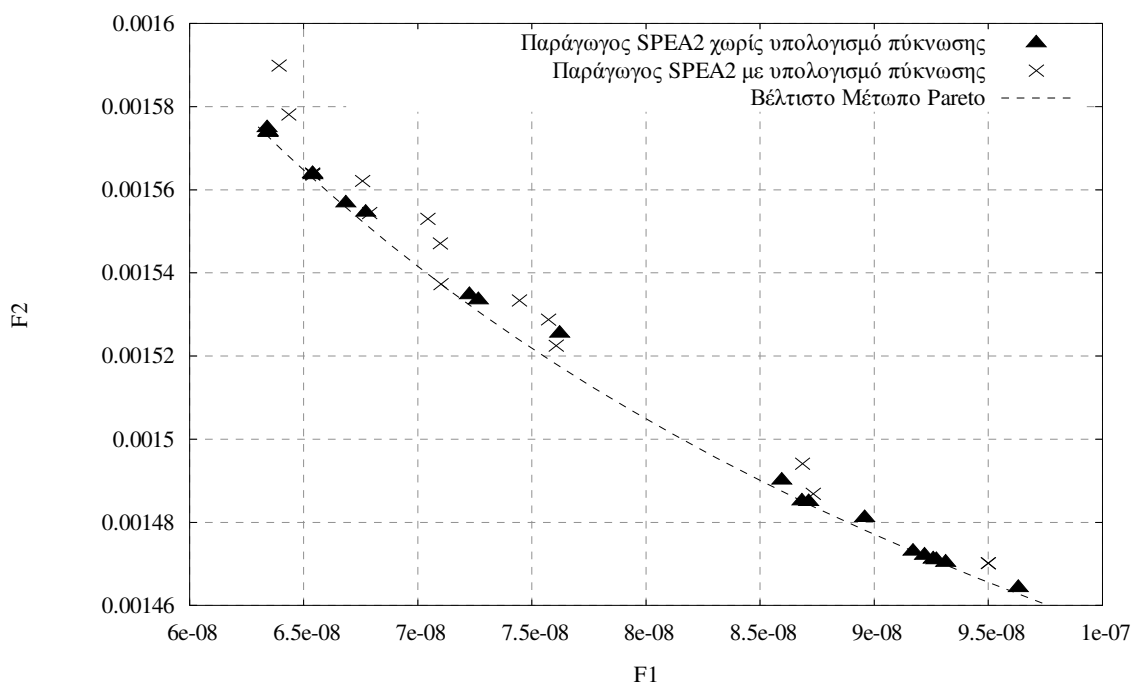
Διάγραμμα 6.19: Απεικόνιση του πληθυσμού της 10^8 γενιάς στο επίπεδο των δύο στόχων, με $F_2 = w_{fuel} \cdot 10^8 / R$.

Όπως παρατηρούμε, η διαφορά στις τάξεις μεγέθους των συναρτήσεων-στόχων επηρεάζει και τη συμπεριφορά του αλγορίθμου από ένα σημείο και πέρα. Για παράδειγμα, όταν οι διαφορές των τάξεων μεγέθους είναι 5 και 9, στις αρχικές γενιές η εξέλιξη του αλγορίθμου είναι πανομοιότυπη (διαγράμματα 6.11 και 6.14). Ενώ όσο προχωρούν οι γενιές διαφοροποιείται. Πολλαπλασιάζοντας με ένα σταθερό όρο τον ένα στόχο, δηλαδή αυξάνοντας τη διαφορά στην τάξη μεγέθους τους, οι μετακινήσεις των ατόμων του πληθυσμού είναι πιο έντονες, με αποτέλεσμα να μην είναι και τόσο αξιόπιστες οι λύσεις, καθώς υπάρχει μεγαλύτερος κίνδυνος να βρίσκονται εκτός ορίων των μεταβλητών ή των περιορισμών. Επιπρόσθετα, όταν η διαφορά δεν είναι πολύ μεγάλη, που αυτό μπορεί να ποικίλει από πρόβλημα σε πρόβλημα, η συμπεριφορά του αλγορίθμου παρουσιάζει μία σταθερότητα, δηλαδή ίδιες μετακινήσεις ατόμων.

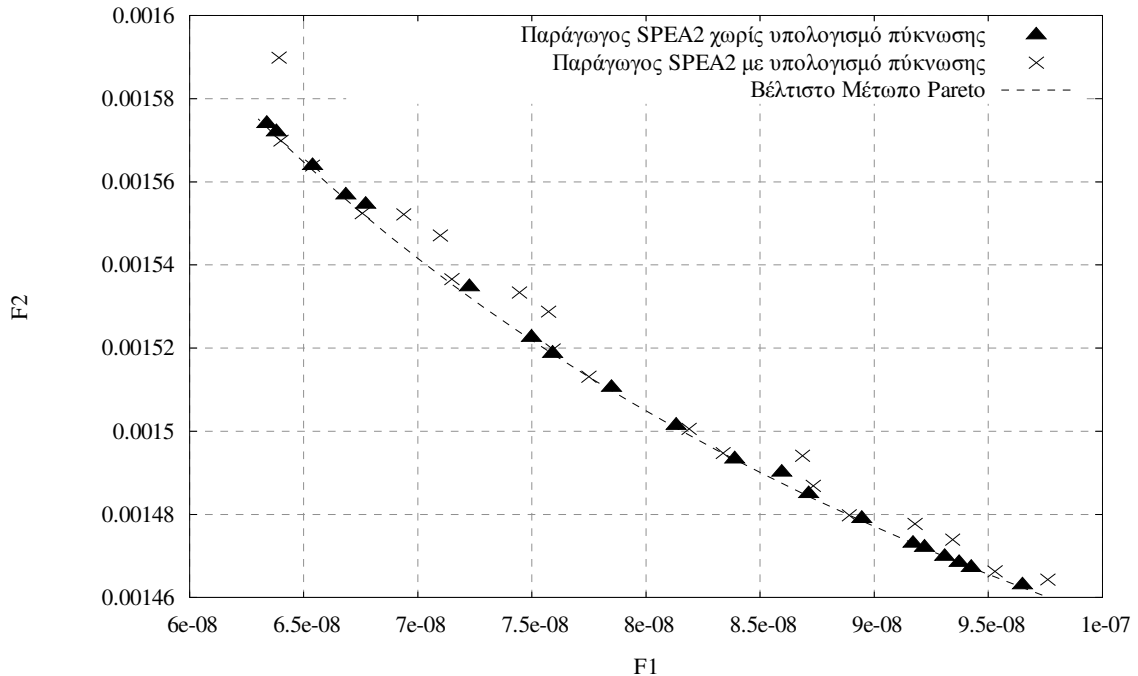
Στη συνέχεια, συγκρίνουμε τα μέτωπα μη κυριαρχούμενων λύσεων σε διάφορες γενιές με και χωρίς τον συνυπολογισμό της γεινίασης (πύκνωσης) των ατόμων στη συνάρτηση κόστους της SPEA2. Οι έλεγχοι γίνονται στο αρχικό πρόβλημα που διατυπώθηκε.



Διάγραμμα 6.20: Απεικόνιση των μετώπων των μη κυριαρχούμενων λύσεων με και χωρίς τον υπολογισμό του παράγοντα πύκνωσης στην παράγωγο της SPEA2, στις 70 αξιολογήσεις.



Διάγραμμα 6.21: Απεικόνιση των μετώπων των μη κυριαρχούμενων λύσεων με και χωρίς τον υπολογισμό του παράγοντα πυκνώσης στην παράγωγο της SPEA2, στις 190 αξιολογήσεις.



Διάγραμμα 6.22: Απεικόνιση των μετώπων των μη κυριαρχούμενων λύσεων με και χωρίς τον υπολογισμό του παράγοντα πυκνώσης στην παράγωγο της SPEA2, στις 350 αξιολογήσεις.

Είναι φανερό ότι στην περίπτωση που δεν συνυπολογίζεται ο παράγοντας πυκνώσης για την εύρεση της παραγώγου της συναρτήσεως κόστους της SPEA2, ο αλγόριθμος επιτυγχάνει καλύτερες λύσεις σε λιγότερες αξιολογήσεις. Επιπλέον, χωρίς αυτόν τον επιπλέον υπολογισμό επιταχύνεται η διαδικασία. Από την αρχή της εξελικτικής διαδικασίας η παραλλαγή που δεν συμπεριλαμβάνει τον παράγοντα πυκνώσης κατευθύνεται πιο επιθετικά προς το βέλτιστο μέτωπο Pareto, ενώ η άλλη περίπτωση σπαταλά αξιολογήσεις για να απλώσει το μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων της. Αυτή τη δουλειά μπορεί να την κάνει με επιτυχία σε ικανοποιητικό βαθμό το χαμηλό επίπεδο, γιατί είναι ακριβό για το υψηλό επίπεδο. Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 6.22 οι περισσότερες λύσεις χωρίς τον συνυπολογισμό των αποστάσεων από τα γειτονικά τους άτομα, έχουν ταυτιστεί με το βέλτιστο μέτωπο Pareto του προβλήματος, ενώ οι λύσεις της άλλης περίπτωσης διαφοροποιούνται αισθητά σε κάποια σημεία.

6.3 Βελτιστοποίηση μορφής μεμονωμένης αεροτομής

Σ' αυτή την τρίτη περίπτωση εφαρμόζεται η μέθοδος σε μία αεροτομή και μάλιστα χωρίς να συνυπολογίζεται ο παράγοντας πύκνωσης στον υπολογισμό της παραγώγου της συνάρτησης κόστους της SPEA2, εφόσον έτσι παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα όπως προέκυψε στην εφαρμογή 6.2. Βελτιστοποιείται η αεροτομή με στόχους την ελαχιστοποίηση των:

$$F_1 = (c_L - c_{L,tar})^2 \quad (6.9)$$

και

$$F_2 = c_D^2 \quad (6.10)$$

όπου ο στόχος του συντελεστή άνωσης έχει οριστεί $c_{L,tar} = 0.5$. Ουσιαστικά θέλουμε να επιτύχουμε τη μείωση των απωλειών, δηλαδή του συντελεστή οπισθέλκουσας c_D , με ταυτόχρονη διατήρηση του συντελεστή άνωσης στη τιμή 0.5.

Οι συνθήκες της ροής στο άπειρο για τις οποίες γίνεται η βελτιστοποίηση έχουν τις ακόλουθες τιμές:

- ο αριθμός Mach είναι 0.4
- η γωνία της επ' άπειρο ταχύτητας είναι 3°
- και ο αριθμός Reynolds είναι $3 \cdot 10^6$

Το ρευστό θεωρείται συνεκτικό και το μοντέλο τύρβης με το οποίο έγιναν οι υπολογισμοί είναι το μοντέλο των Spalart–Allmaras. Το μοντέλο τύρβης Spalart–Allmaras [10, 11] είναι μοντέλο μιας διαφορικής εξίσωσης. Η υπολογιστική του σταθερότητα είναι πολύ ικανοποιητική και αρκετά ανταγωνιστική με μοντέλα που χρησιμοποιούν δύο ή και τέσσερις διαφορικές εξισώσεις στο υπολογισμό της τύρβης.

Ο αξιολογητής που χρησιμοποιήθηκε έχει δημιουργηθεί από κώδικα του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ και για την αριθμητική επίλυση της ροής γύρω από την αεροτομή χρησιμοποιεί μη δομημένο πλέγμα. Επίσης, ο υπολογισμός της παραγώγου της σύνθετης πλέον συνάρτησης των συναρτήσεων-στόχων που δημιουργείται χρησιμοποιώντας τους συντελεστές βαρύτητας από την παραγωγή της SPEA2, γίνεται με τη συζυγή μέθοδο.

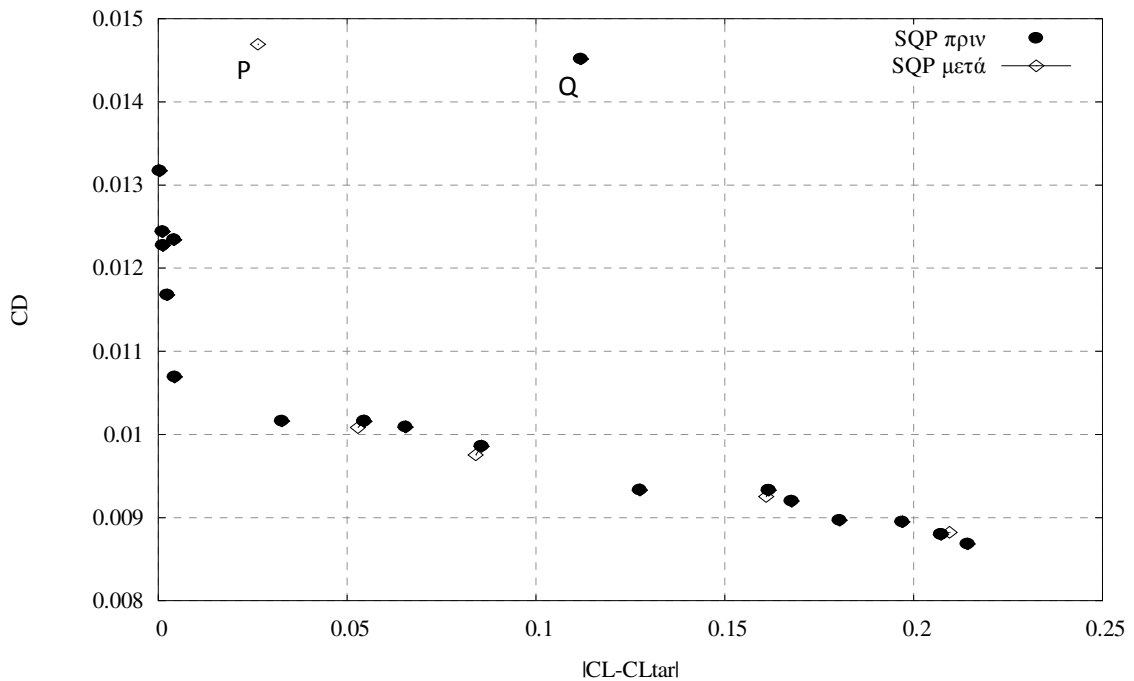
Η επίλυση του προβλήματος, όπως και στα προηγούμενα παραδείγματα, χρησιμοποιεί στο χαμηλό επίπεδο ένα εξελικτικό αλγόριθμο και στο υψηλό την αιτιοκρατική μέθοδο SQP. Τα δύο επίπεδα επικοινωνούν σε κάθε γενιά. Το υψηλό επίπεδο λαμβάνει 10 άτομα ενώ το χαμηλό επίπεδο δέχεται 8 άτομα. Επιπρόσθετα, σε κάθε γενιά ο εξελικτικός αλγόριθμος από 15 γονείς δημιουργεί 24 απογόνους και το υψηλό επίπεδο εξελίσσει 8 άτομα.

Υπό κανονικές συνθήκες θα χρειαζόταν να βρεθεί η παράγωγος για τον κάθε στόχο ξεχωριστά, για τη λειτουργία του υψηλού επιπέδου. Όμως με τη χρήση των συντελεστών βαρύτητας, που προαναφέρθηκαν συνθέτουμε μία συνάρτηση και τελικώς επιλύουμε μία φορά τη συζυγή μέθοδο για την εύρεση των απαιτούμενων παραγώγων. Η μορφή της σύνθετης συνάρτησης που χρησιμοποιείται είναι:

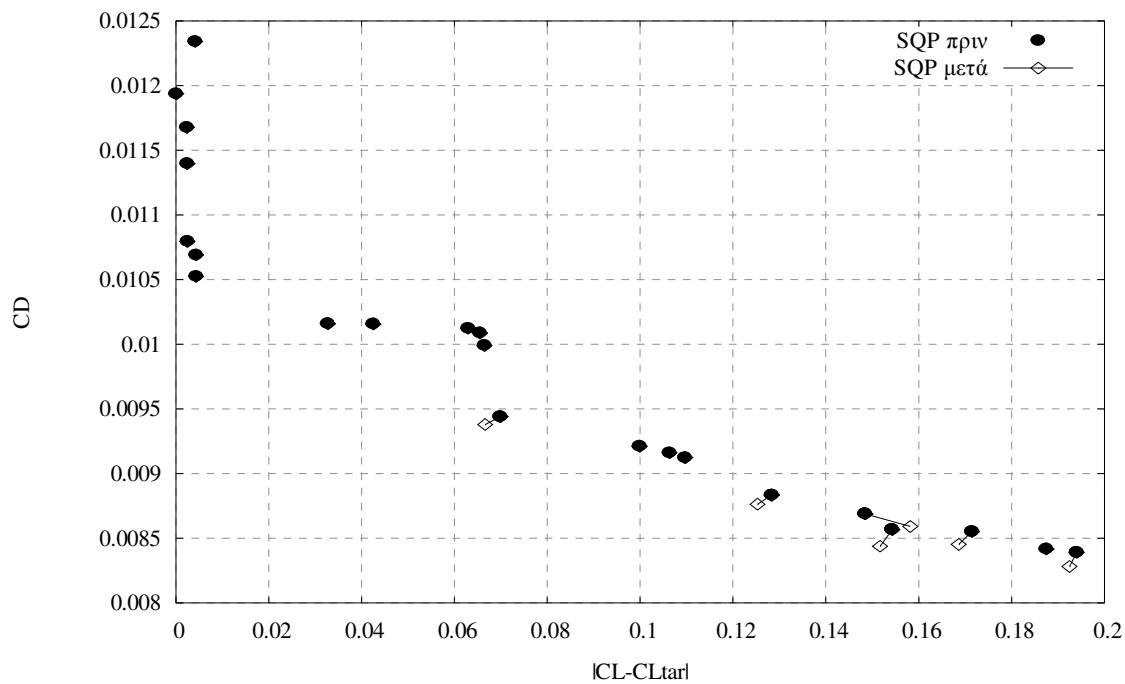
$$\Phi = \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1}}{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1} + \frac{\partial \Phi}{\partial F_2}} (c_L - c_{L,tar})^2 + \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial F_2}}{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1} + \frac{\partial \Phi}{\partial F_2}} c_D^2 \quad (6.11)$$

Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν επίσης περιορισμοί, τα όρια των ελεύθερων μεταβλητών σχεδιασμού. Οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου (control points) για τη δημιουργία του σχήματος της αεροτομής και κάποιες άλλες παράμετροι. Το πρόβλημα έχει 46 μεταβλητές σχεδιασμού εκ των οποίων οι 42 είναι οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου για τη δημιουργία του περιγράμματος της αεροτομής, που αποτελείται από 321 σημεία. Παρ' όλα αυτά οι ελεύθερες μεταβλητές σχεδιασμού είναι 24 και κατ' επέκταση οι περιορισμοί 48.

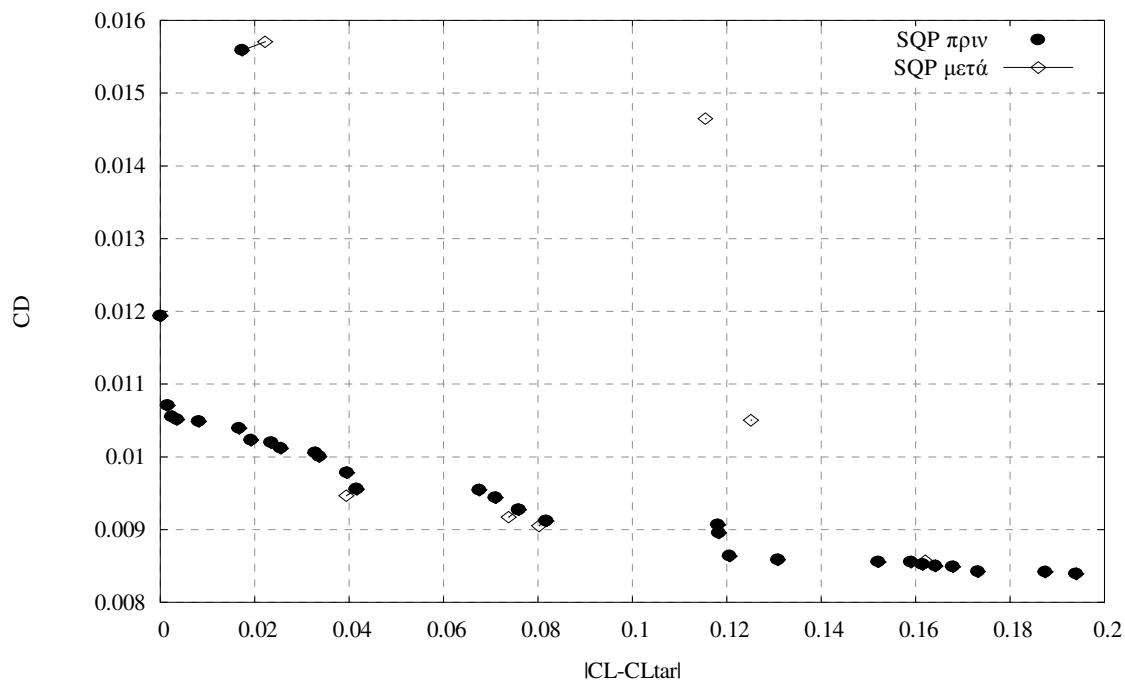
Ακολούθως, θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της εφαρμογής αυτής, σε διαγράμματα $|c_L - c_{L,tar}| - c_D$ και όχι στο επίπεδο των στόχων, καθώς είναι πιο εύκολη η εποπτεία τους. Εκτός από την παρουσίαση των αποτελεσμάτων ενδεικτικά σε κάποιες γενιές, θα συγκριθούν επίσης και με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που λαμβάνονται από τη χρήση μόνο εξελικτικού αλγορίθμου. Τέλος, απεικονίζονται τρεις λύσεις από το μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων και συγκρίνονται μεταξύ τους.



Διάγραμμα 6.23: Απεικόνιση του πληθυσμού της 17^{ης} γενιάς του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την εφαρμογή της ντετερμινιστικής μεθόδου βελτιστοποίησης (SQP). Το άτομο P αποτελεί λύση (βελτίωση) κάποιου ατόμου της γενιάς που βρίσκεται στο άπειρο, ενώ το άτομο Q τιμωρήθηκε και μετακινήθηκε στο άπειρο. Οι μετακινήσεις δεν είναι εμφανής διότι δε θα ήταν ευδιάκριτα τα υπόλοιπα άτομα της γενιάς. Τα υπόλοιπα άτομα της γενιάς που βελτιώθηκαν ανήκουν στο μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων ή τουλάχιστον πολύ κοντά σε αυτό και συνδράμουν στην επιτάχυνση της σύγκλισης του προβλήματος προς το βέλτιστο μέτωπο Pareto.



Διάγραμμα 6.24: Απεικόνιση του πληθυσμού της 25^{ης} γενιάς του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την εφαρμογή του SQP.

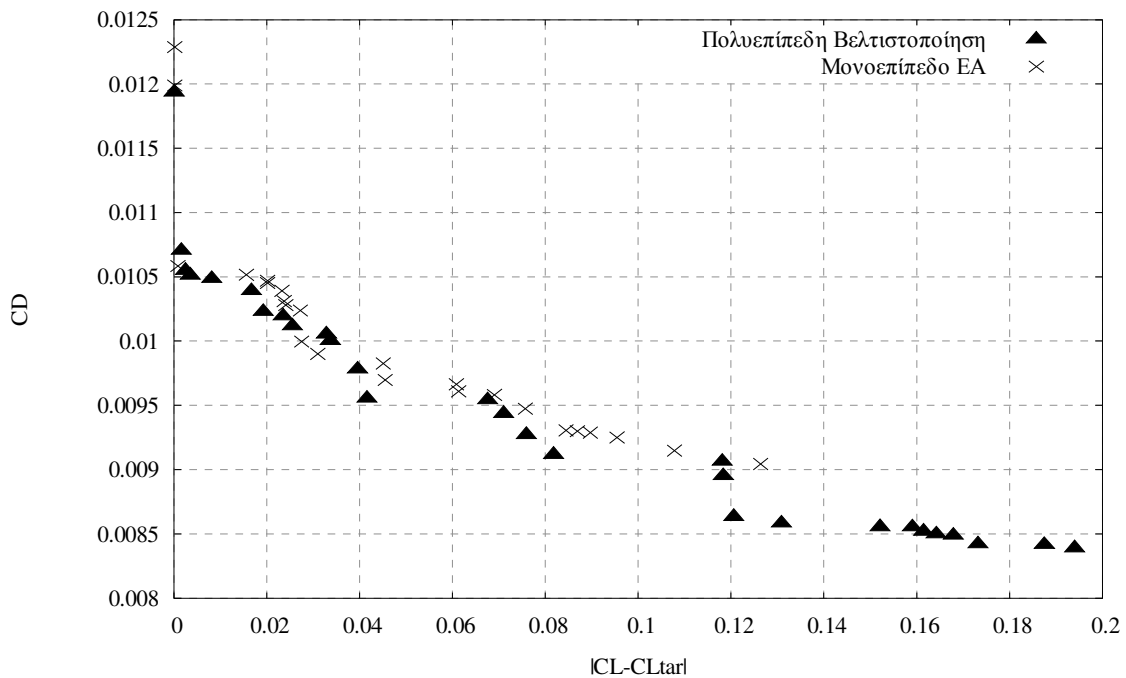


Διάγραμμα 6.25: Απεικόνιση του πληθυσμού της 34^{ης} γενιάς του υψηλού επιπέδου (περίπου 1000 αξιολογήσεις) πριν και μετά την εφαρμογή της τετρατεταρμιακής μεθόδου βελτιστοποίησης.

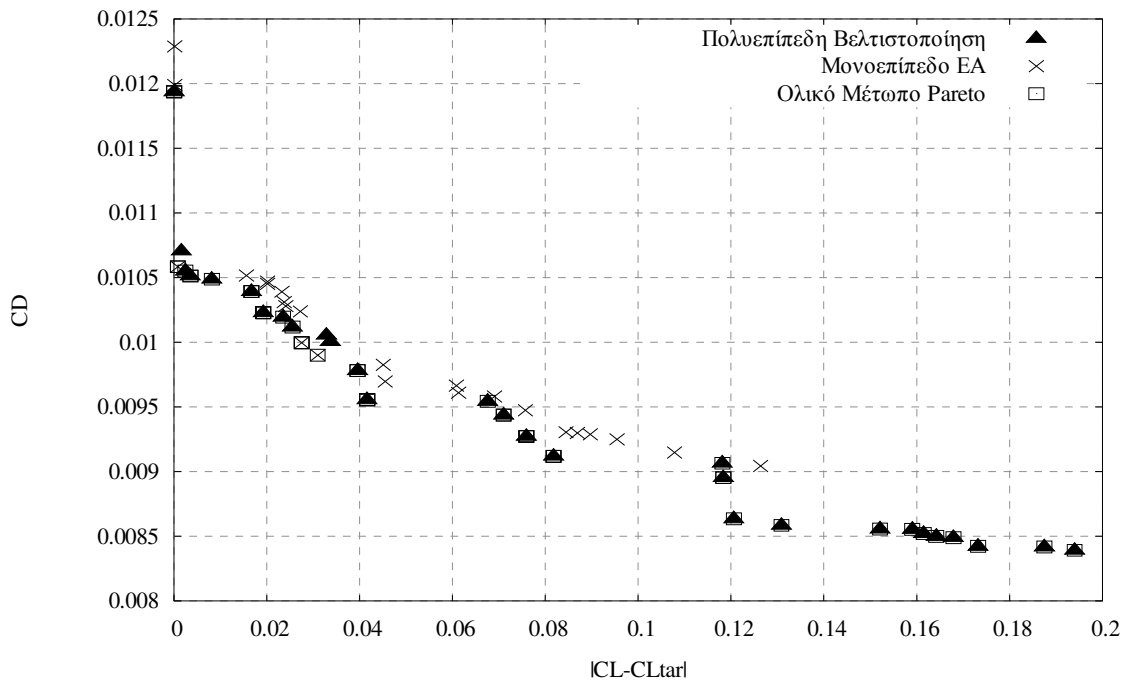
Παρατηρώντας τους πληθυσμούς του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την λειτουργία του SQP, διαπιστώνουμε ότι αρκετές λύσεις βρίσκονται πολύ κοντά στο $c_L = 0.5$ που είναι και ο στόχος, για διάφορες τιμές του c_D . Αυτό οφείλεται, στο γεγονός ότι προς τα εκεί θέλουμε να κατευθύνουμε τον αλγόριθμο. Επίσης, κάποια άτομα που εμφανίζονται στον πληθυσμό χωρίς να φαίνεται ότι έχουν κάποια άμεση σχέση με άλλα άτομα είναι διότι το σημείο από το οποίο ξεκίνησαν εντοπίζεται στο θεωρητικό άπειρο, το οποίο δεν μπορούσε να απεικονιστεί στα διαγράμματα.

Στην περίπτωση που συνοπλογοιζόταν και ο παράγοντας πυκνώσης για την εύρεση της παραγώγου της συνάρτησης κόστους της SPEA2, πιθανότατα ο πληθυσμός θα ήταν πιο ομοιόμορφος και δεν θα παρουσίαζε πυκνώματα και αραιώματα όπως συμβαίνει εδώ. Παρ' όλα αυτά, όπως αποδείχθηκε στην προηγούμενη εφαρμογή, με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνονται καλύτερες λύσεις ταχύτερα.

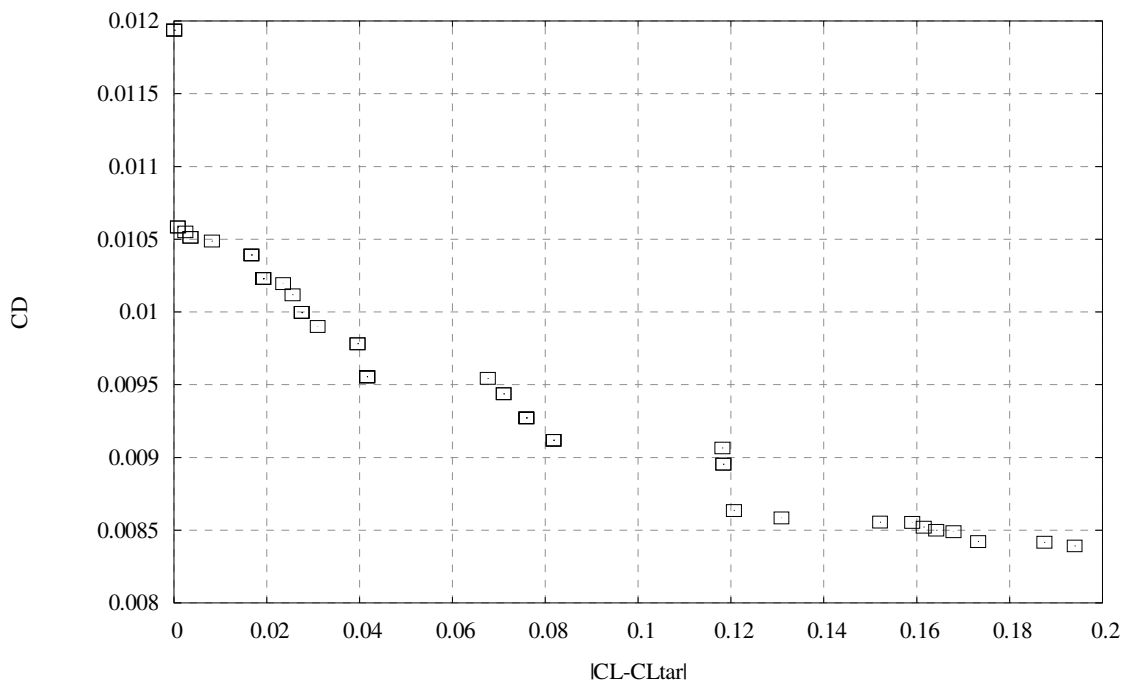
Στη συνέχεια, συγκρίνουμε τα μέτωπα των μη κυριαρχούμενων λύσεων του διεπιπέδου και του μονοεπιπέδου και συνθέτουμε ένα ολικό μέτωπο Pareto από αυτά τα δύο.



Διάγραμμα 6.26: Σύγκριση των μετώπων μη κυριαρχούμενων λύσεων της μονοεπίπεδης βελτιστοποίησης με EA και της πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης με EA και SQP στις 1000 περίπου αξιολογήσεις και τα δύο.



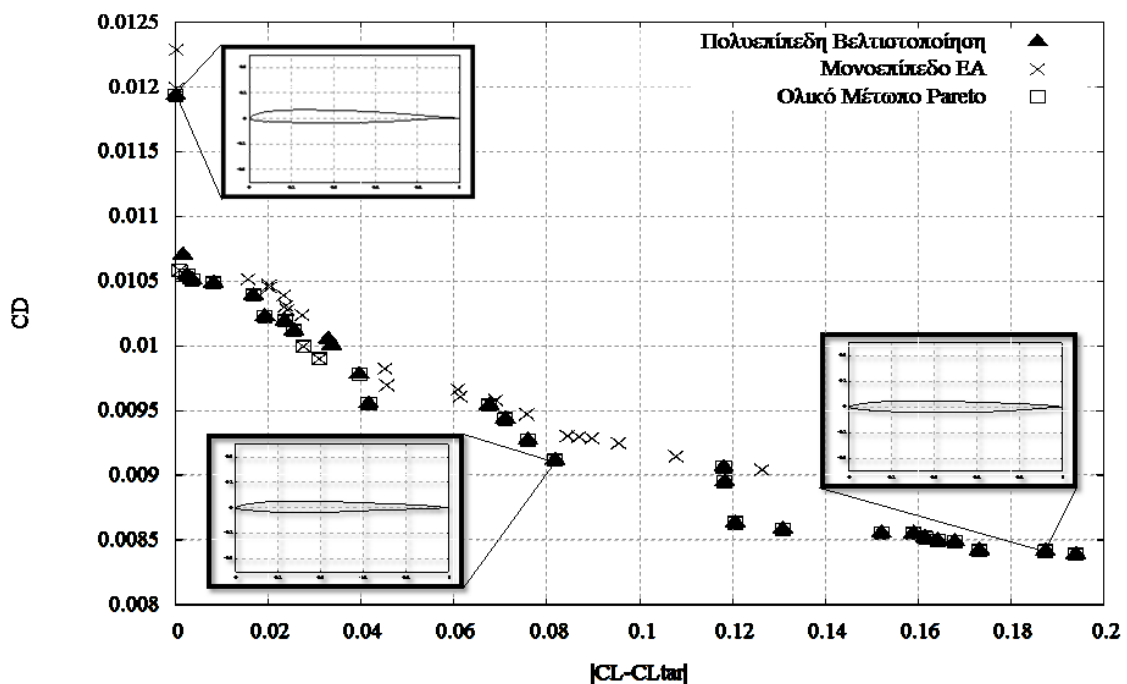
Διάγραμμα 6.27: Τα δύο μέτωπα Pareto και η σύνθεση ενός ολικού μετώπου μη κυριαρχούμενων λύσεων από τα άλλα δύο.



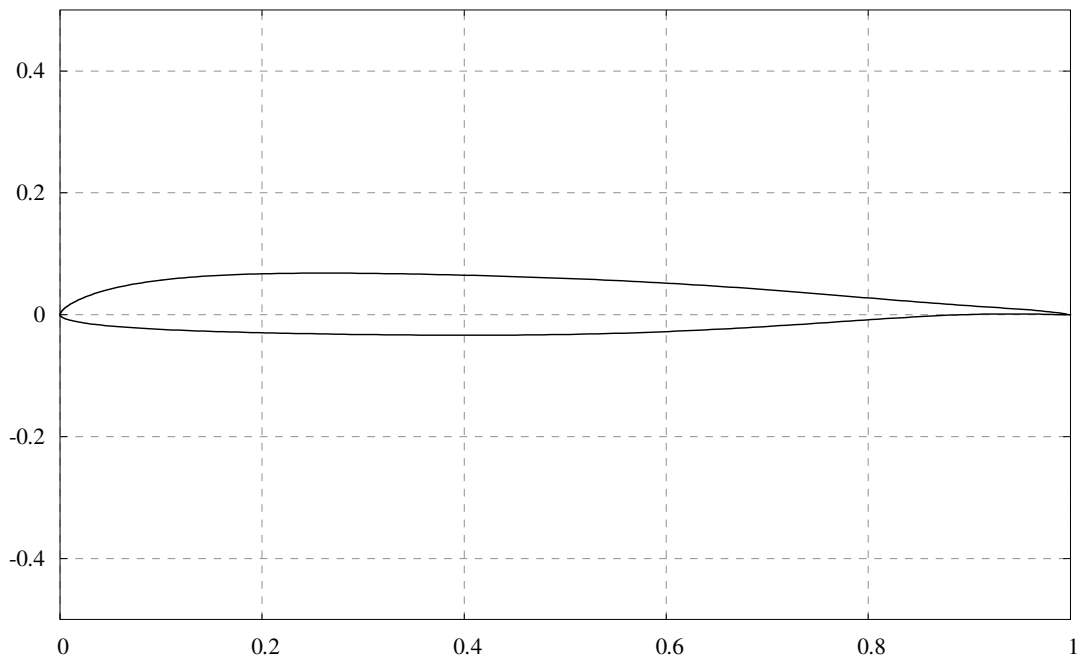
Διάγραμμα 6.28: Το μέτωπο Pareto που προκύπτει από το συνδυασμό των μετώπων του ΕΑ με συμμετοχή 3 ατόμων και του πολυεπίπεδου με συμμετοχή 26 ατόμων.

Επομένως, γίνεται φανερό από τα παραπάνω διαγράμματα ότι στις 1000 περίπου αξιολογήσεις, η πολυεπίπεδη έρευνα υπερτερεί σε σχέση με την περίπτωση λύσης του προβλήματος με εξελικτικούς αλγορίθμους. Στο διάγραμμα 6.26, το μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων του διεπιπέδου έχει μεγαλύτερο εύρος τιμών. Έχει επιτύχει πολύ καλές τιμές για το συντελεστή οπισθέλκουσας, σε βάρος βέβαια του συντελεστή άνωσης που αποκλίνει αρκετά από το επιθυμητό, δηλαδή $c_{L,tar} = 0.5$. Όμως, σε ένα πρόβλημα πολλών στόχων η βέλτιστη λύση επιλέγεται μέσα από το τελικό μέτωπο Pareto, γι' αυτό και είναι επιθυμητή η όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ποικιλία επιλογών. Αντίθετα, το μονοεπίπεδο πιθανότατα εγκλωβίστηκε σε λύσεις που πλησιάζουν περισσότερο τον $c_{L,tar}$. Έτσι, με περιορισμένο το πεδίο στο οποίο έψαχνε λύσεις (με πιο συγκεντρωμένο πληθυσμό), είχε τη δυνατότητα να εξελίξει κάποιες καλύτερα από το διεπίπεδο, οι οποίες όμως ήταν μόνο τρεις που κατάφεραν να συμπεριληφθούν στο συνδυασμένο Pareto. Γενικότερα, το νέο Pareto αποτελείται κατά 89.66% από το μέτωπο Pareto του διεπιπέδου και κατά 10.34% από το μέτωπο του ΕΑ.

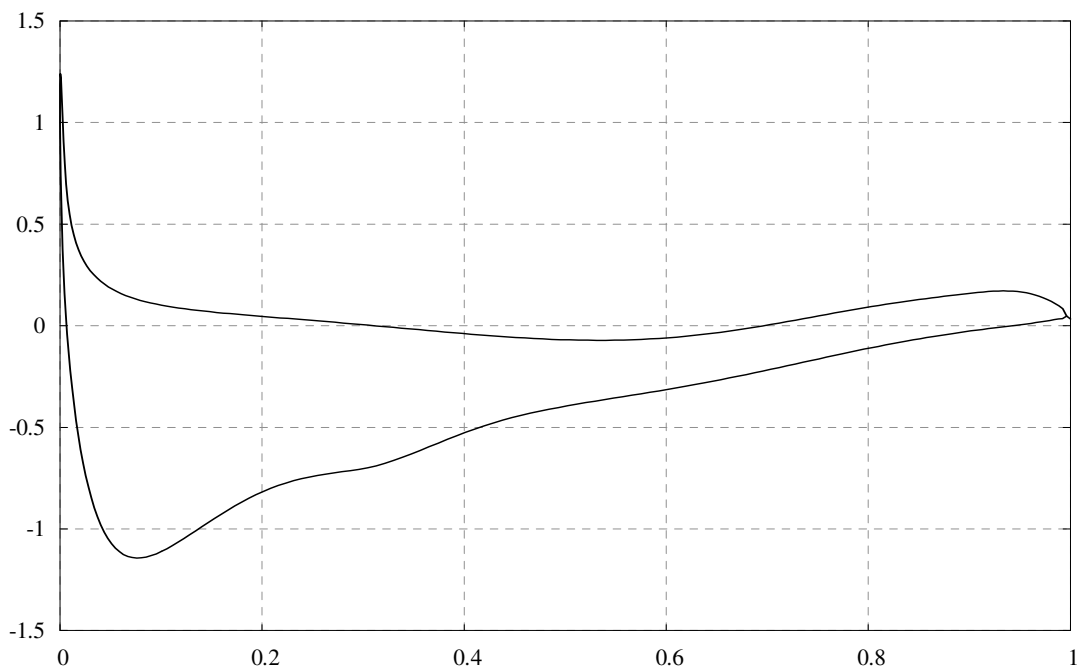
Έπειτα, επιλέγουμε τρεις λύσεις από το συνδυασμένο μέτωπο Pareto και τις συγκρίνουμε ως προς το σχήμα της αεροτομής και την κατανομή του συντελεστή πίεσης c_p πάνω στην αεροτομή.



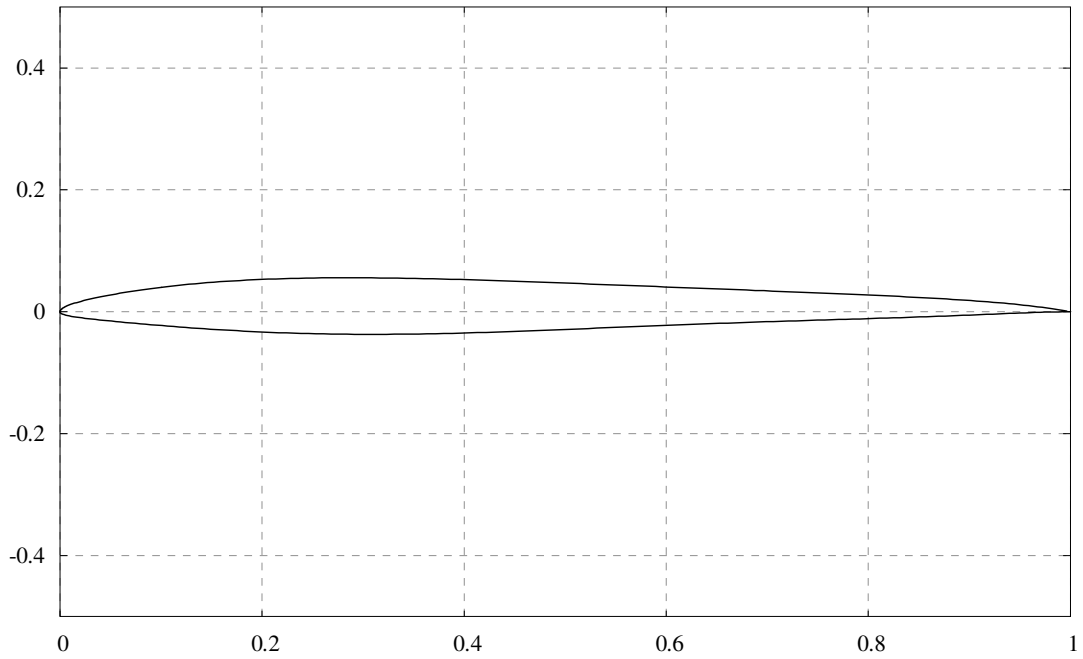
Διάγραμμα 6.29: Επιλογή τριών ενδεικτικών ατόμων για την απεικόνιση του σχήματος της αεροτομής.



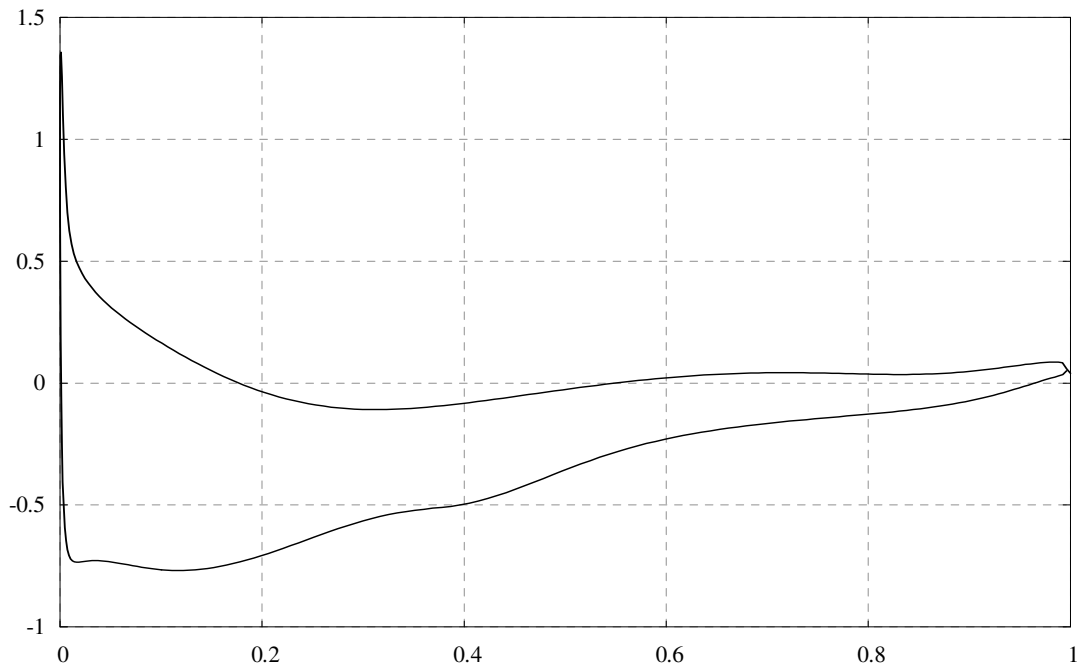
Διάγραμμα 6.30: Απεικόνιση του σχήματος της πρώτης αεροτομής.



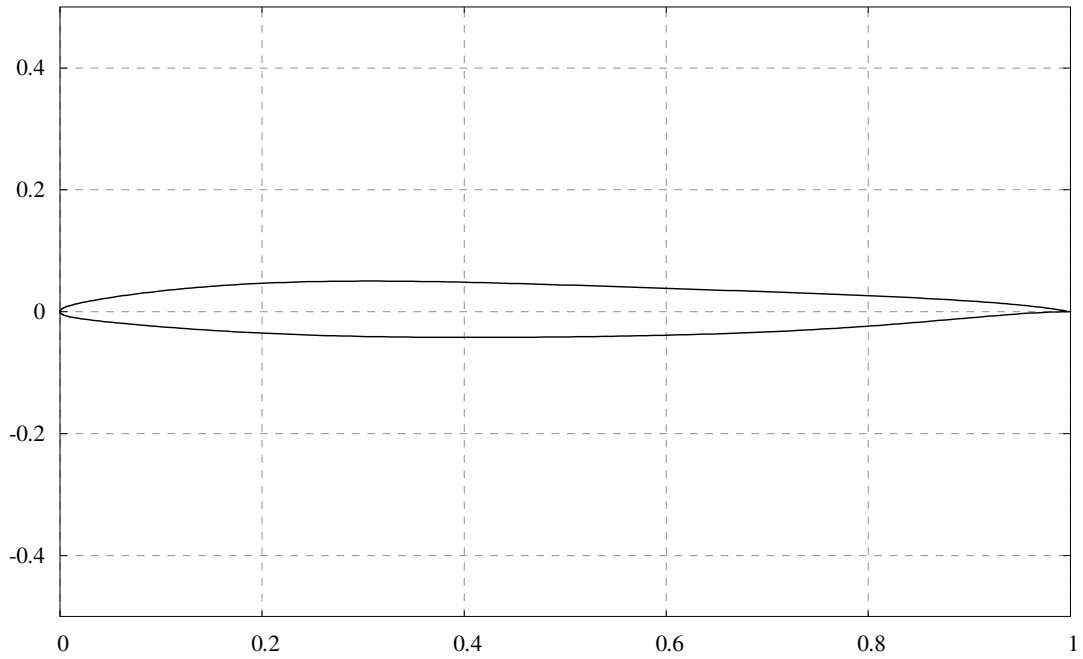
Διάγραμμα 6.31: Η κατανομή του c_p κατά μήκος της πρώτης αεροτομής.



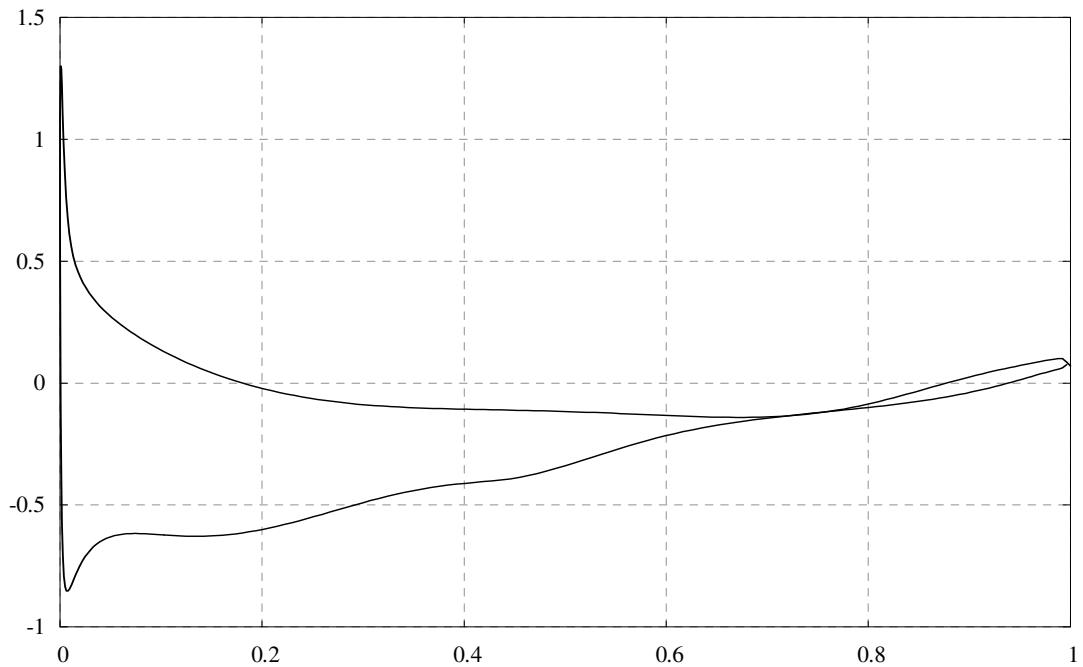
Διάγραμμα 6.32: Απεικόνιση του σχήματος της 17^{ης} λύσης που ανήκει στο μέτωπο Pareto.



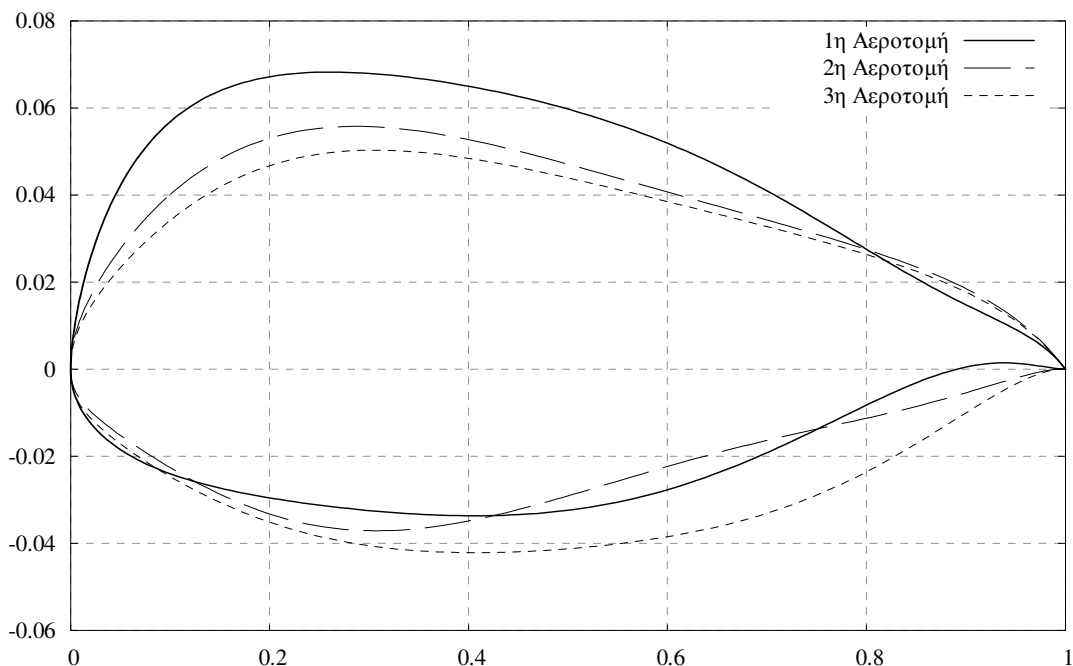
Διάγραμμα 6.33: Η κατανομή του c_p κατά μήκος της 17^{ης} λύσης του μετώπου Pareto.



Διάγραμμα 6.34: Απεικόνιση του σχήματος της 28^{ης} λύσης που ανήκει στο μέτωπο Pareto.



Διάγραμμα 6.35: Η κατανομή του c_p κατά μήκος της 28^{ης} λύσης του μετώπου Pareto.



Διάγραμμα 6.36: Σύγκριση της μορφής των τριών αεροτομών χωρίς κλίμακα.

Συγκρίνοντας τα παραπάνω διαγράμματα, παρατηρούμε ότι η μορφή της πρώτης αεροτομής που έχει και το μεγαλύτερο συντελεστή οπισθέλκουσας είναι η πιο ογκώδης από τις τρεις. Αντίθετα, η αεροτομή με το μικρότερο συντελεστή οπισθέλκουσας c_D , αλλά και τη μεγαλύτερη απόκλιση από το επιθυμητή τιμή για το συντελεστή άνωσης $c_{L,tar} = 0.5$, είναι πιο μικρή στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής. Απ' ό,τι φαίνεται για να μειωθεί ο συντελεστής οπισθέλκουσας πρέπει να λεπτύνει η αεροτομή από την πλευρά της υποπίεσης.

Επίσης, η πρώτη αεροτομή έχει τις μεγαλύτερες διαφορές πιέσεων μεταξύ πλευράς υπερπίεσης και υποπίεσης. Το γεγονός αυτό είναι λογικό, καθώς έχουν και το μεγαλύτερο συντελεστή άνωσης που πλησιάζει πολύ το $c_{L,tar}$. Ενώ η τρίτη αεροτομή, παρουσιάζει τη μικρότερη διαφορά πίεσης, ειδικά λίγο πριν την εκφυγή της ροής από τη γεωμετρία της, που είναι ακόμα και μηδενική. Αυτό δικαιολογεί και το ότι έχει το μικρότερο συντελεστή άνωσης.

Έτσι, η δεύτερη αεροτομή που αναλύθηκε, παρουσιάζει χαρακτηριστικά και από τις δύο άλλες αεροτομές, αφού βρίσκεται στο μέσο του μετώπου Pareto των λύσεων του προβλήματος. Η πλευρά της υποπίεσης πλησιάζει τη μορφή της τρίτης αεροτομής καθώς έχουν και κοντινότερους συντελεστές οπισθέλκουσας, ενώ για να παρουσιάζει μεγαλύτερο συντελεστή άνωσης η πλευρά υπερπίεσής της προσεγγίζει τη μορφή της πρώτης αεροτομής που έχει πιο ομαλή καμπύλη απ' ότι στην τρίτη αεροτομή.

6.4 Βελτιστοποίηση αεροτομής σταθερής περύγωσης συμπίεστη

Στο τελευταίο αυτό παράδειγμα, βελτιστοποιείται η μορφή μιας αεροτομής σταθερής 2Δ περύγωσης συμπίεστη. Οι στόχοι αυτού του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση των:

$$F_1 = p_{t,in} - p_{t,out} \quad (6.12)$$

και

$$F_2 = \frac{1}{2}(a_2 - a_1)^2 \quad (6.13)$$

Οι υπολογισμοί αφορούν ουσιαστικά τη μέση ολική πίεση και τη μέση γωνία εξόδου της ροής. Δηλαδή, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της πτώσης της ολικής πίεσης και η επίτευξη γωνίας εξόδου της ροής $\alpha_t = 26.2^\circ$. Επιπλέον, οι συνθήκες της ροής στο άπειρο παίρνουν τις τιμές: η γωνία εισόδου της ροής είναι 47° , ο αριθμός Reynolds είναι 10^6 και ο αριθμός Mach στην έξοδο είναι 0.4557.

Η επίλυση του προβλήματος, όπως και στις προηγούμενες εφαρμογές γίνεται με χρήση της πολυεπίπεδης έρευνας, με δύο επίπεδα βελτιστοποίησης. Στο υψηλό επίπεδο έχουμε την αιτιοκρατική μέθοδο SQP και στο χαμηλό επίπεδο ένα εξελικτικό αλγόριθμο. Τα δύο επίπεδα επικοινωνούν μεταξύ τους ανά μία γενιά, λαμβάνοντας 10 και 7 άτομα αντιστοίχως το υψηλό και το χαμηλό επίπεδο.

Το πρόβλημα έχει 32 μεταβλητές σχεδιασμού, εκ των οποίων έξι είναι ελεύθερες και ακόμα έχει ως περιορισμούς τα όρια των μεταβλητών αυτών. Ο εξελικτικός αλγόριθμος από 20 γονείς σε κάθε γενιά δημιουργεί 60 απογόνους και το υψηλό επίπεδο εξελίσσει 10 άτομα.

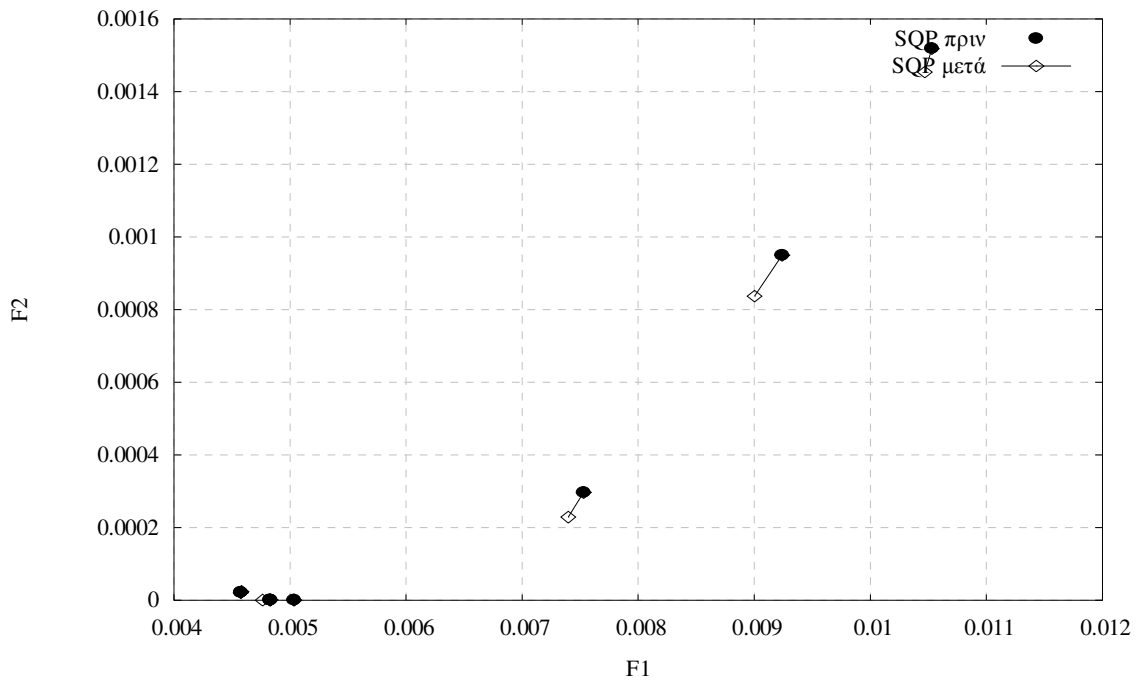
Ο αξιολογητής που αναπτύχθηκε από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ, δημιουργεί και λύνει τη ροή σε ένα μη δομημένο πλέγμα τριγωνικών στοιχείων και χρησιμοποιεί το μοντέλο τύρβης Spalart-Allmaras. Επίσης, ακολουθείται η ίδια διαδικασία για τον υπολογισμό των παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων, συνθέτοντας τις δύο αυτές συναρτήσεις σε μία, με τη βοήθεια των συντελεστών βαρύτητας που προκύπτουν από την παραγωγή της συνάρτησης κόστους της μεθόδου SPEA2.

Η μορφή της σύνθετης συνάρτησης Φ που προκύπτει από την ένωση των δύο συναρτήσεων-στόχων του προβλήματος με τη βοήθεια των συντελεστών βαρύτητας της προηγούμενης γενιάς του ΕΑ είναι:

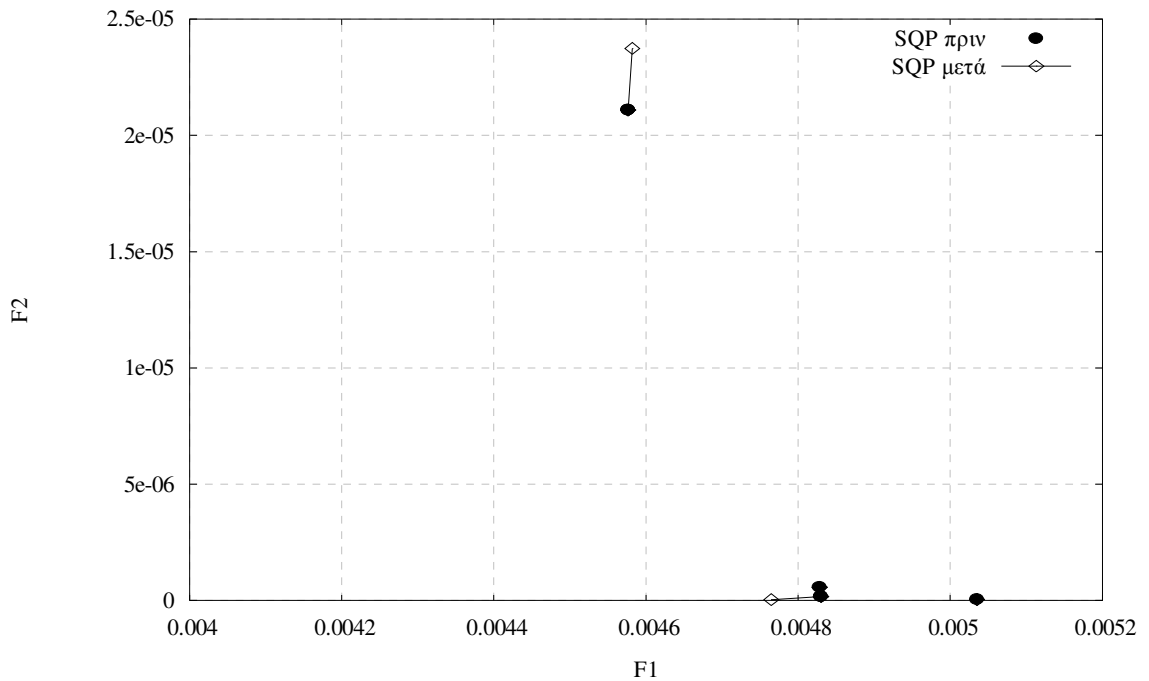
$$\Phi = \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1}}{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1} + \frac{\partial \Phi}{\partial F_2}} (p_{t.in} - p_{t.out}) + \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial F_2}}{\frac{\partial \Phi}{\partial F_1} + \frac{\partial \Phi}{\partial F_2}} \frac{1}{2} (a_2 - a_t)^2 \quad (6.14)$$

Στην παρούσα εφαρμογή, θα ελεγχθούν οι μετακινήσεις των ατόμων που εξελίσσονται στο υψηλό επίπεδο και πόσα από αυτά επηρεάζουν την πορεία του χαμηλού επιπέδου μετά τη μετανάστευσή τους. Δεν γίνονται όλα τα άτομα αποδεκτά από το χαμηλό επίπεδο καθ' ότι επαναξιολογούνται πριν ενταχθούν στον πληθυσμό του.

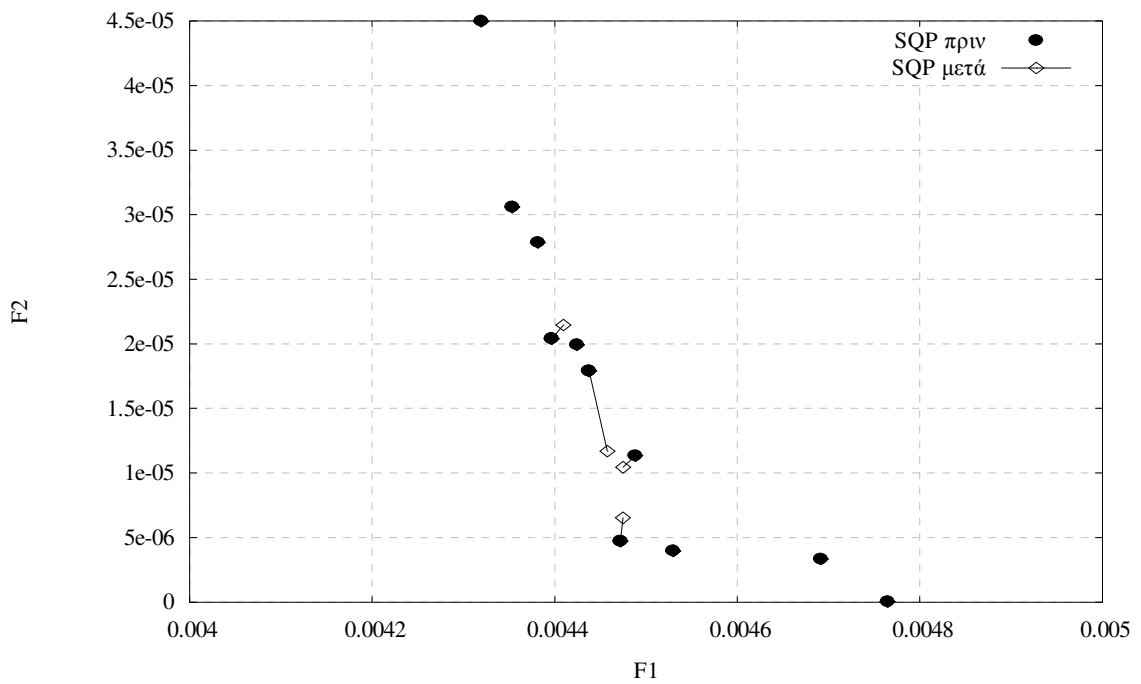
Αρχικά, παρουσιάζεται η εξέλιξη των ατόμων του υψηλού επιπέδου σε διάφορες γενιές που όμως είναι οριοθετημένος ο άξονας των x να παίρνει τιμές από το 0.004 έως το 0.005. Γίνονται και εξελίξεις ατόμων εκτός των ορίων αυτών, αλλά επειδή είναι σε πολύ μεγάλη απόσταση από τα υπόλοιπα άτομα της γενιάς δεν δίνουν τη δυνατότητα να είναι ευδιάκριτες οι μετακινήσεις των πιο καλών λύσεων. Ενδεικτικά παρουσιάζουμε τον πληθυσμό της 4^{ης} γενιάς και με τις παραλλαγές του διαγράμματος.



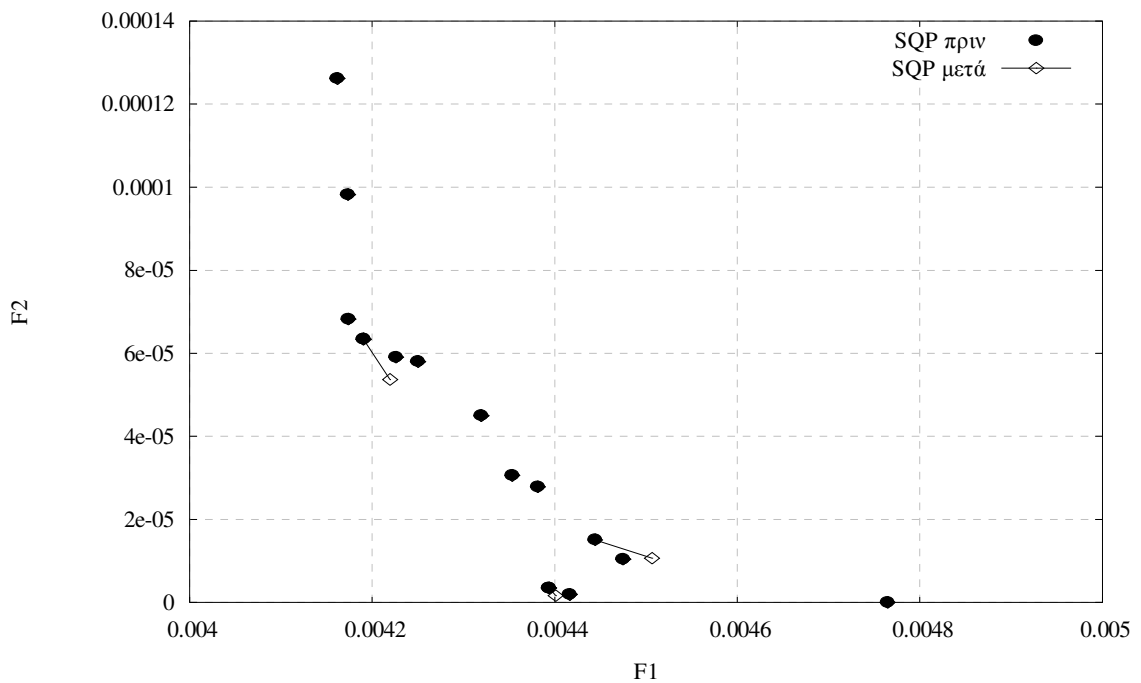
Διάγραμμα 6.37: Απεικόνιση της 4^{ης} γενιάς του υψηλού επιπέδου πριν και μετά την εφαρμογή του SQP.



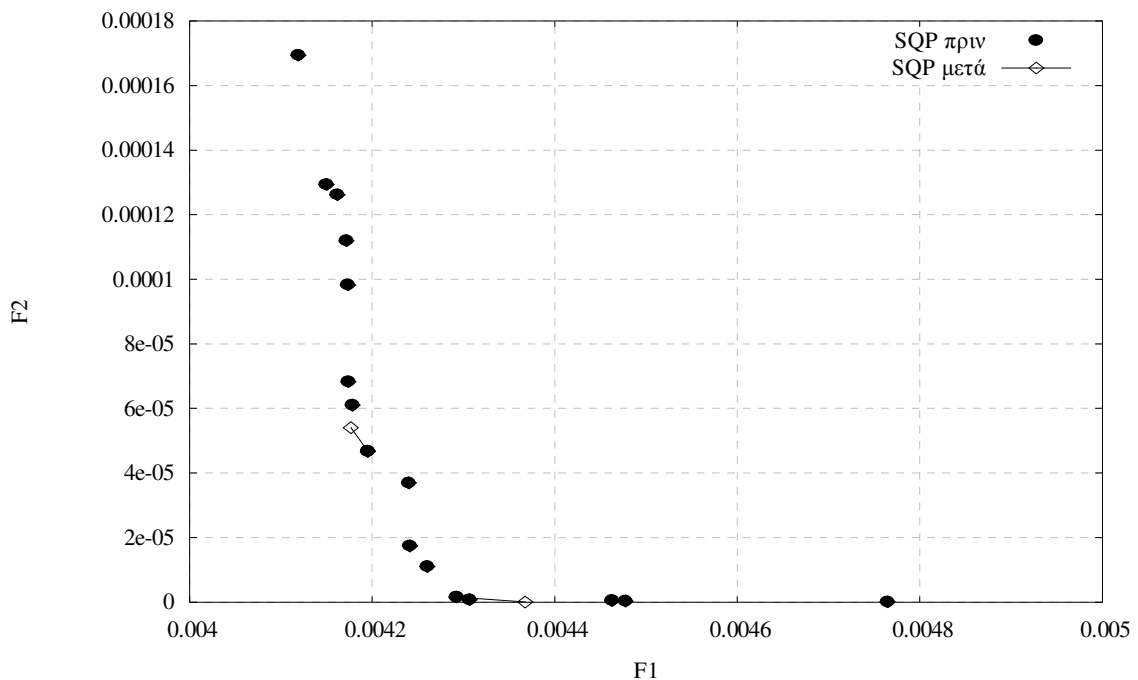
Διάγραμμα 6.38: Κοντινότερη απεικόνιση του διαγράμματος 6.37.



Διάγραμμα 6.39: Απεικόνιση της $8^{ης}$ γενιάς του SQP, πριν και μετά την εφαρμογή του.



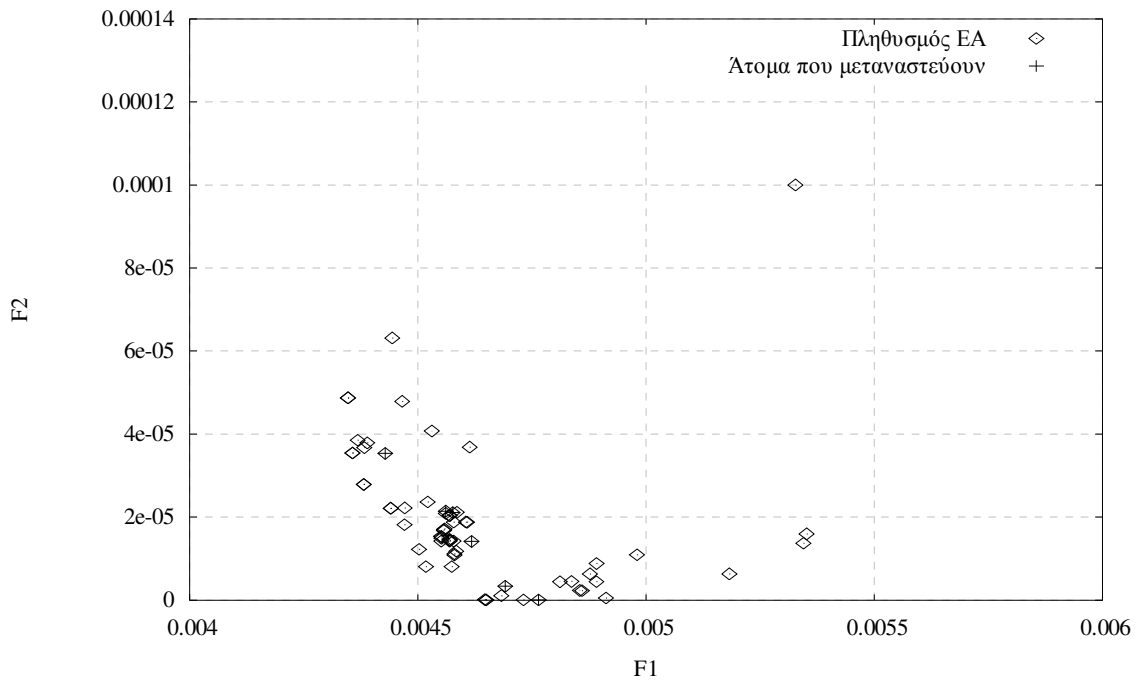
Διάγραμμα 6.40: Απεικόνιση της $10^{ης}$ γενιάς του υψηλού επιπέδου.



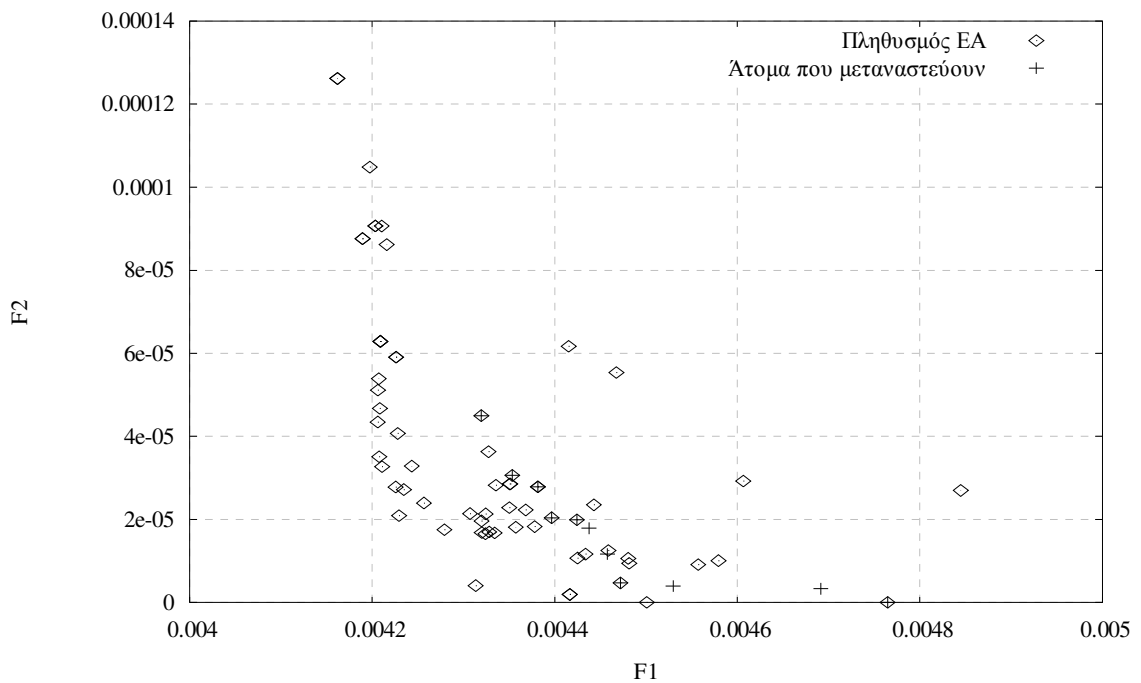
Διάγραμμα 6.41: Απεικόνιση της 20^{ης} γενιάς του SQP.

Όπως παρατηρούμε το πρόβλημα έχει επιτύχει αρκετά γρήγορα καλές λύσεις και όσο εξελίσσονται οι γενιές επεκτείνει κυρίως το εύρος του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων. Κάποιες λύσεις φαίνεται να χειροτερεύουν είτε ως προς τον ένα στόχο είτε και ως προς τους δύο. Το γεγονός αυτό μπορεί να οφείλεται στις παραγώγους των συναρτήσεων-στόχων ή μπορεί να ξεπερνούν τα όρια των μεταβλητών και να τιμωρούνται. Στα διαγράμματα αυτά απεικονίζονται οι αρχικές και οι τελικές θέσεις των ατόμων σε κάθε γενιά.

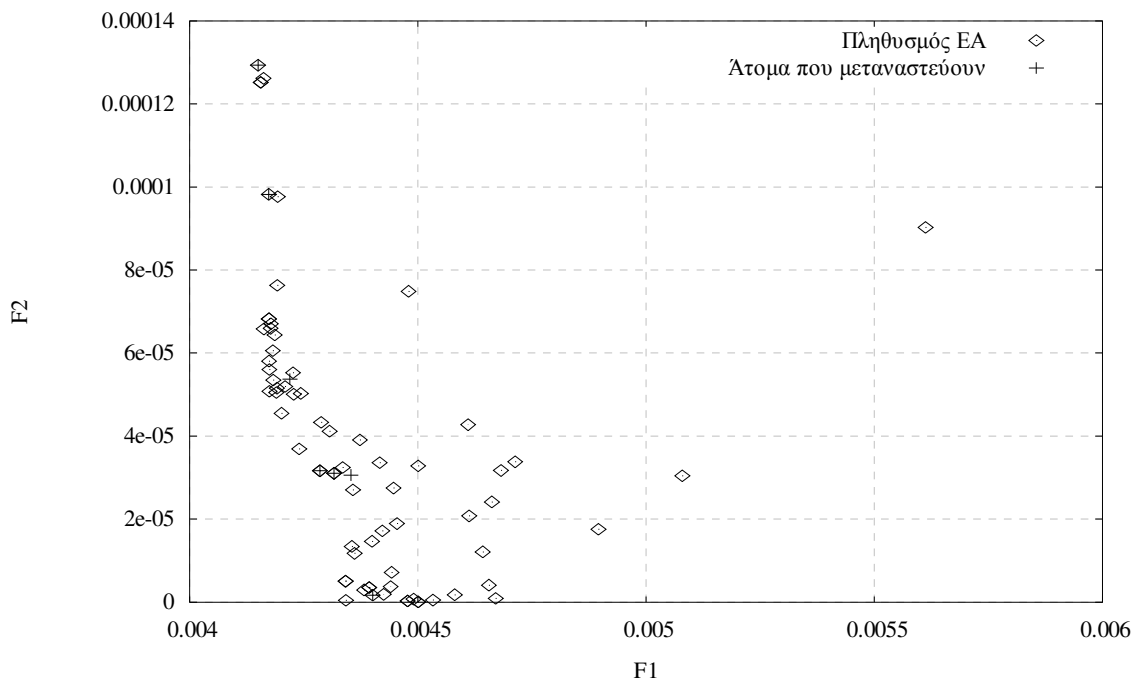
Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τα άτομα που συμπεριλαμβάνονται στον πληθυσμό του εξελικτικού αλγορίθμου σε κάθε γενιά και προέρχονται από τη μετανάστευση από το υψηλό επίπεδο.



Διάγραμμα 6.42: Απεικόνιση του πληθυσμού του EA και των ατόμων που έλαβε από το υψηλό επίπεδο μετά το πέρας της 7^{ης} γενιάς.



Διάγραμμα 6.43: Απεικόνιση του πληθυσμού του EA και των ατόμων που έλαβε από το υψηλό επίπεδο μετά το πέρας της 10^{ης} γενιάς.



Διάγραμμα 6.44: Απεικόνιση του πληθυσμού του EA και των ατόμων που έλαβε από το υψηλό επίπεδο μετά το πέρας της 13^{ης} γενιάς.

Το χαμηλό επίπεδο υπάρχει περίπτωση να μην αποδεχτεί όλα τα άτομα που στέλνονται από το υψηλό επίπεδο και αυτό γίνεται φανερό στα παραπάνω διαγράμματα, όπου είναι διπλά στιγματισμένα τα άτομα που έχουν ενσωματωθεί στον πληθυσμό του εξελικτικού αλγορίθμου. Αντιθέτως, τα άτομα που είναι μαρκαρισμένα μόνο με ένα σταυρό, είναι αυτά τα οποία στάλθηκαν από το υψηλό επίπεδο (SQP), αλλά μετά την επαναξιολόγησή τους από το χαμηλό επίπεδο δεν έγιναν αποδεκτά. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για να διαδραματίσουν ρόλο στο πληθυσμό του γενετικού αλγορίθμου, θα πρέπει να αντικαταστήσουν άτομα που βρίσκονται στο σύνολο των επιλέκτων του $S_{e,2}$, διαφορετικά φαίνεται ότι απορρίπτονται από τον EA.

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, προτείνεται, προγραμματίζεται και αξιολογείται μια υβριδική μέθοδος διεπίπεδης πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, που βασίζεται στους εξελικτικούς αλγορίθμους και ως αιτιοκρατική μέθοδο ανίχνευσης χρησιμοποιείται, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ο ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός (SQP). Η λειτουργία του εξελικτικού αλγορίθμου ενισχύεται από τη χρήση της τεχνικής που βασίζεται στην κλίση, βελτιώνοντας μέλη του τρέχοντος πληθυσμού και έτσι ενισχύεται η σύγκλιση. Η πρωτοτυπία της εργασίας είναι ότι, για λόγους οικονομίας σε υπολογιστικό κόστος, αντί να υπολογιστούν ξεχωριστά οι παράγωγοι των συναρτήσεων στόχων, υπολογίζεται απευθείας η παράγωγος της συνάρτησης κόστους Φ , η οποία ποσοτικοποιεί την κυριαρχία και τη γειτνίαση των μελών του τρέχοντος πληθυσμού. Για να γίνει αυτό εφικτό, παραγωγίζεται η συνάρτηση κόστους της μεθόδου SPEA2, αφού πρώτα προσεγγιστεί η παράγωγος της βηματικής συνάρτησης. Έτσι, τελικά επιτυγχάνεται, χρησιμοποιώντας «παγωμένη πληροφορία» για το Φ , η κλήση της συζυγούς μεθόδου μόνο μία φορά ανεξαρτήτως του πλήθους των συναρτήσεων-στόχων του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Όπως φάνηκε από τα αποτελέσματα, η προτεινόμενη υβριδική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζει πολύ καλά αποτελέσματα στις εφαρμογές που έγιναν. Παρ' όλο που λαμβάνει ως συντελεστές βαρύτητας τις «παγωμένες» παραγώγους της SPEA2, δηλαδή αυτές που αντιστοιχούν στον προηγούμενο πληθυσμό, το τελικό αποτέλεσμα είναι βελτιωμένο αρκετά σε σχέση με τη λειτουργία μόνο του εξελικτικού αλγορίθμου.

Επιπρόσθετα, αυτό που διαπιστώθηκε από τη μελέτη αυτής της υβριδικής μεθόδου είναι ότι παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά, δηλαδή πιο γρήγορη μετακίνηση των ατόμων προς το βέλτιστο Pareto του προβλήματος, όταν για τον υπολογισμό της παραγώγου της SPEA2 δεν συμπεριλαμβάνεται στη συνάρτηση κόστους και ο όρος για την πύκνωση των ατόμων. Ο λόγος είναι ότι δίνεται περισσότερη βαρύτητα στο να απομακρυνθούν τα άτομα μεταξύ τους και χάνεται ο απώτερός μας στόχος που είναι να εμφανίσουν γρηγορότερα καλύτερες λύσεις. Ο όρος της πύκνωσης συμπεριλαμβάνεται στη συνάρτηση κόστους της SPEA2, που λειτουργεί ικανοποιητικά στο επίπεδο του εξελικτικού αλγορίθμου και ταυτόχρονα δεν επηρεάζει άμεσα την εξελικτική διαδικασία του SQP.

Επιπλέον, στα προβλήματα πολλών στόχων, είναι προτιμότερο, όπως διαπιστώθηκε, οι συναρτήσεις-στόχοι να λαμβάνουν τιμές που να είναι περίπου στην ίδια τάξη μεγέθους ή τουλάχιστον να μην έχουν πολλές τάξεις μεγέθους διαφορά. Αυτό κυρίως εξαρτάται και από το πρόβλημα το οποίο επιλύεται. Σε διαφορετική περίπτωση πρέπει να πολλαπλασιαστεί ο ένας από τους δύο στόχους με κατάλληλο συντελεστή, ώστε να μειωθεί η μεγάλη διαφορά στην τάξη μεγέθους των τιμών των στόχων. Η διπλωματική αυτή εργασία περιορίστηκε στον έλεγχο αυτού του ενδεχομένου, σε περίπτωση που δημιουργεί επιπλοκές στη εύρυθμη λειτουργία του αλγορίθμου και όχι στη βέλτιστη ρύθμιση αυτού του παράγοντα.

Χρησιμοποιώντας την αποκτηθείσα γνώση από τις παραπάνω εφαρμογές, εφαρμόστηκε η υβριδική αυτή μέθοδος και σε δύο προβλήματα αεροδυναμικής, όπως αναλύθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Επειδή, σκοπός μας ήταν ο έλεγχος της μεθόδου και καθώς τα προβλήματα αυτά είναι πολύ απαιτητικά σε υπολογιστικό κόστος, τέθηκε ως όριο της βελτιστοποίησης οι 1000 αξιολογήσεις για την κάθε εφαρμογή, που παρέχουν μια πολύ καλή εποπτεία για την πορεία της προτεινόμενης υβριδικής μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε. Το όριο των 1000 αξιολογήσεων ταυτόχρονα γίνεται και σε αποδεκτό χρονικό διάστημα, χρησιμοποιώντας κατάλληλη συστοιχία υπολογιστών (cluster), που διαθέτει το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ.

Παρόλα αυτά, ως μειονέκτημα της προτεινόμενης υβριδικής μεθόδου μπορεί να θεωρηθεί ότι δε μπορεί να λειτουργήσει όταν δεν μπορούν να συνδυαστούν οι στόχοι του προβλήματος βελτιστοποίησης. Για παράδειγμα, αν η βελτιστοποίηση γίνεται σε διαφορετικές αρχικές συνθήκες της ροής, αναγκαστικά θα πρέπει να επιλυθούν οι συναρτήσεις-στόχοι και να βρεθεί η παράγωγός τους με διαφορετικές κλήσεις της συζυγούς μεθόδου. Επιπλέον, στην περίπτωση που δεν υπάρχει δυνατότητα χρήσης της συζυγούς μεθόδου, η υβριδική μέθοδος αυτή είναι δύσκολο να εφαρμοστεί και ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που αφορούν εμπορικό κώδικα, καθώς απαιτούνται παρεμβάσεις στον κώδικα αξιολόγησης για να μπορεί να λειτουργήσει.

Τέλος, με βάση τα παραπάνω, αναδεικνύεται ότι οι υβριδικές μέθοδοι βελτιστοποίησης μπορούν να υιοθετήσουν τα πλεονεκτήματα των επί μέρους μεθόδων και να αποδίδουν καλύτερα στις διάφορες εφαρμογές τους. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος που περιγράφηκε δίνει τη δυνατότητα μείωσης του υπολογιστικού κόστους σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης με πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Παράρτημα 1

Διάγραμμα Ροής της Προτεινόμενης Μεθόδου

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης που προτάθηκε, προγραμματίστηκε και δοκιμάστηκε. Δίνονται διαγράμματα ροής και για τα δύο επίπεδα βελτιστοποίησης που χρησιμοποιεί η προτεινόμενη υβριδική μέθοδος, με έμφαση στην επικοινωνία τους.

Αρχικά, παρουσιάζεται ένα γενικό διάγραμμα ροής το οποίο ισχύει για κάθε επίπεδο βελτιστοποίησης. Σημειώνεται ότι, οποιαδήποτε παρέκκλιση από το διάγραμμα αυτό δεν θα ήταν τεχνικά εφικτή, λόγω της απόφασης να χρησιμοποιηθεί το λογισμικό EASY (<http://147.102.55.162/EASY/>) του ΕΘΣ/ΕΜΠ ως το πλαίσιο ανάπτυξης της διπλωματικής αυτής. Άρα, το διάγραμμα ροής που προαναφέρθηκε είναι, πρακτικά, το διάγραμμα ροής του EASY όταν αυτός χρησιμοποιείται με πολυεπίπεδο τρόπο (multilevel mode). Αυτό δεν σημαίνει κατ' ανάγκη ότι αυτός είναι ο καλύτερος τρόπος να υλοποιηθεί η προτεινόμενη μέθοδος, σημαίνει όμως ότι η υλοποίησή της θα χρησιμοποιούσε στο μέγιστο βαθμό «έτοιμες» και δοκιμασμένες υποδομές που εμπεριέχονται στον EASY. Εξάλλου, το να υλοποιηθεί η μέθοδος με τον ίδιο τρόπο που θα χρησιμοποιούσε ένας μηχανικός της βιομηχανίας και χρήστης του EASY ήταν απόφαση που ελήφθη ξεκινώντας τη διπλωματική αυτή εργασία.

Στη συνέχεια, αναλύονται τα βήματα λειτουργίας του υψηλού (βασισμένου στην αιτιοκρατική μέθοδο – θα συμβολίζεται με 1) και του χαμηλού (βασισμένου στον EA – θα συμβολίζεται με 2) επιπέδου, σύμφωνα με το «σπάταλο» τρόπο διαχείρισης πολυκριτηριακών προβλημάτων βελτιστοποίησης (με υβριδική-πολυεπίπεδη μεν μέθοδο, αλλά με M κλήσεις της συζυγούς μεθόδου για την εύρεση των παραγώγων των M συναρτήσεων-στόχων, ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος).

Το παράρτημα ολοκληρώνεται παρουσιάζοντας (στη βάση των προηγούμενων, αν μη τι άλλο με σκοπό την ευκολία στη σύγκριση των αλγορίθμων και την εύκολη κατανόηση των διαφορών τους) τον οικονομικό αλγόριθμο που προτείνεται και υλοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Το σύνολο του περιεχομένου αυτού του παραρτήματος αναφέρεται στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, με M συναρτήσεις στόχους F_i . Προφανώς, μπορεί «προσεκτικά» να καλύψει και μονοκριτηριακά προβλήματα, αλλά το θέμα δεν αφορά την παρούσα διπλωματική εργασία. Επίσης, υποθέτουμε ότι για τον υπολογισμό των M συναρτήσεων F_i χρειάζεται μια κλήση στο λογισμικό λ.χ.

επίλυσης ενός πεδίου ροής. Για παράδειγμα, μια κλήση στο λογισμικό επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes, για συγκεκριμένες συνθήκες ροής, θα δώσει όλα τα F_i (άνωση, οπισθέλκουσα και κάθε άλλο μέγεθος που λ.χ. αποτελεί τους στόχους στην εξωτερική αεροδυναμική – ή τη στροφή της ροής και τις απώλειες ολικής πίεσης αν αναφερόμαστε σε πτερυγώσεις στροβιλομηχανών).

Με άλλα λόγια, η προτεινόμενη μέθοδος, στην τρέχουσα μορφή της, δεν καλύπτει λ.χ. το πρόβλημα αεροδυναμικού σχεδιασμού σε πολλά σημεία λειτουργίας, όπου για κάθε σημείο λειτουργίας (για κάθε σύνολο συνθηκών ροής) θα έπρεπε να καλείται εκ νέου ο επιλύτης της ροής.

Όπως συνηθίζεται, το υπολογιστικό κόστος μετράται σε ισοδύναμες αξιολογήσεις, δηλαδή σε αριθμό κλήσεων του λογισμικού επίλυσης των εξισώσεων ροής ή των συζυγών τους. Και τα δύο αυτά θεωρούνται ότι έχουν το ίδιο κόστος.

Π.1.1 Γενικό διάγραμμα ροής για κάθε επίπεδο (i)

Στη γενική μορφή του διαγράμματος ροής για κάθε επίπεδο (δείκτης i) χρησιμοποιούνται οι συμβολισμοί $S_{\mu,i}$ για το σύνολο των γονέων (του επιπέδου), $S_{\lambda,i}$ για το σύνολο των απογόνων (του επιπέδου) και $S_{e,i}$ το σύνολο των επιλέκτων (του επιπέδου – υπενθυμίζεται ότι το πόσους επίλεκτους συγκρατεί και αρχειοθετεί κάθε επίπεδο καθορίζεται από το χρήστη). Αν το επίπεδο χρησιμοποιεί EA, η έννοια και η χρήση των παραπάνω είναι προφανής. Αν το επίπεδο χρησιμοποιεί μια αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης (εδώ SQP, γενικά όμως οποιαδήποτε μέθοδο της κατηγορίας αυτής), ως απογόνους χαρακτηρίζουμε τα άτομα που βελτιώνονται τοπικά για να υπάρχει παραλληλισμός με την ορολογία των εξελικτικών αλγορίθμων.

Μηδενικό βήμα της βελτιστοποίησης είναι η αρχικοποίηση του πληθυσμού. Δίνονται τυχαίες τιμές στις μεταβλητές σχεδιασμού των λ_i απογόνων από το πεδίο ορισμού τους και αυτές αντιστοιχούν στη λεγόμενη μηδενική γενιά του αλγορίθμου (δείκτης $g=0$).

Στο πρώτο βήμα, αξιολογούνται τα λ_i άτομα, επιλύοντας λ.χ. αριθμητικά τις εξισώσεις Navier-Stokes σε ένα αεροδυναμικό πρόβλημα και υπολογίζοντας για καθένα τις M τιμές των συναρτήσεων στόχων του πολυκριτηριακού προβλήματος. Αν το επίπεδο χρησιμοποιεί αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης, στην αξιολόγηση περιλαμβάνεται και η διαδικασία υπολογισμού των παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων με κλήση του λογισμικού της συζυγούς μεθόδου. Αν υποτεθεί ότι τα λ_i άτομα είναι διαφορετικά μεταξύ τους και κανένα από αυτά δεν μπορεί να βρεθεί στην πάντα συντηρούμενη βάση δεδομένων (BD με τις

προηγούμενως αξιολογηθέντα άτομα), τότε αυτό το βήμα στοιχίζει λ_i αξιολογήσεις (για ΕΑ) ή $2\lambda_i$ ισοδύναμες αξιολογήσεις (για αιτιοκρατική μέθοδο).

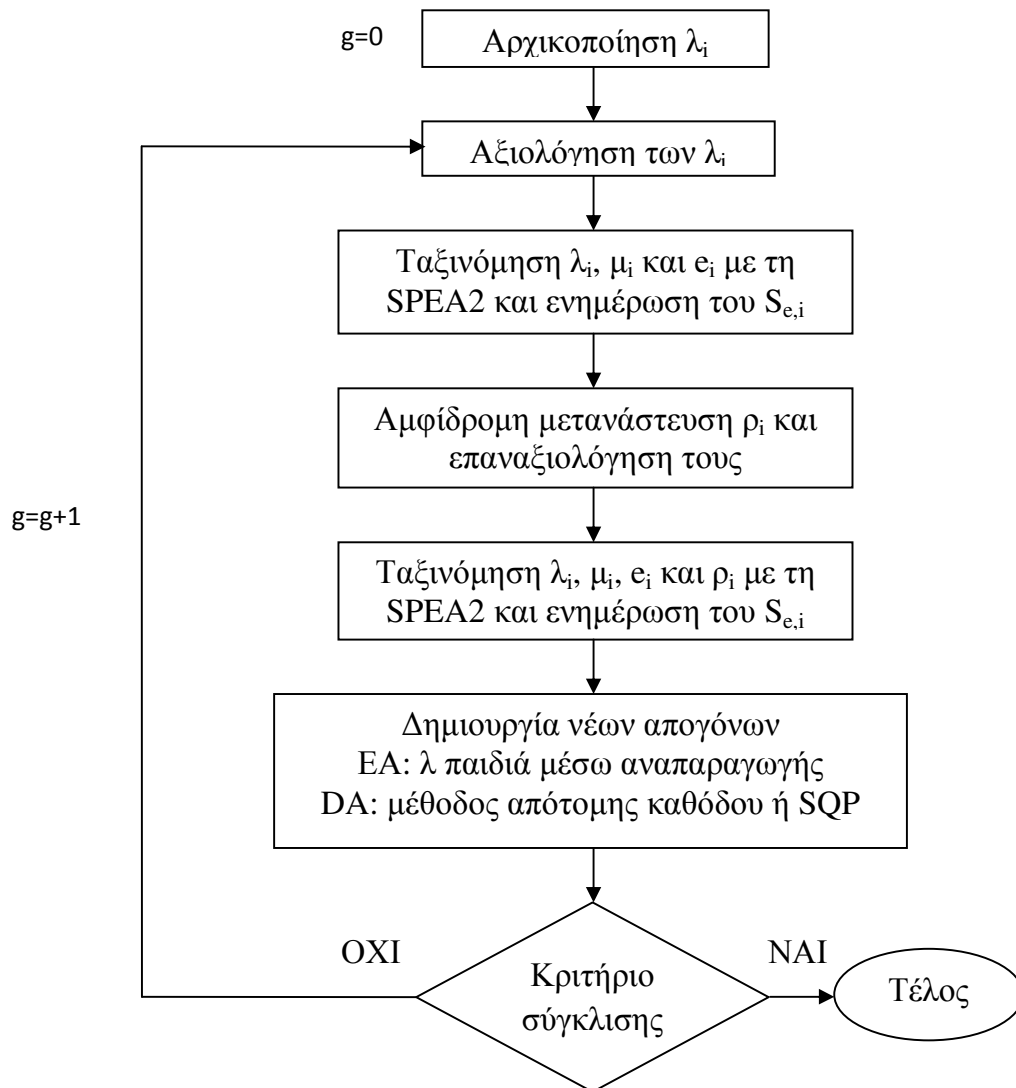
Στο δεύτερο βήμα, τα λ_i αξιολογημένα άτομα μαζί με τα άτομα του συνόλου των επιλέκτων $S_{e,i}$ και με τα άτομα του συνόλου των γονέων $S_{\mu,i}$ κατατάσσονται με τη μέθοδο SPEA2 και ανανεώνεται το $S_{e,i}$. Με την ολοκλήρωση του βήματος αυτού, σε κάθε άτομο που συμμετείχε στη διαδικασία της SPEA2 έχει ανατεθεί μια τιμή της βαθμωτής συνάρτησης κόστους Φ_i .

Στο τρίτο βήμα, πραγματοποιείται αμφίδρομη μετανάστευση μεταξύ των επιπέδων. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, ας υποθεθεί ότι υπάρχουν μόνο δύο επίπεδα, όπως εξάλλου γίνεται πάντα στην παρούσα εργασία. Η επιλογή των ατόμων ρ_i που αποστέλλονται στο άλλο επίπεδο γίνεται από το τρέχον σύνολο των επιλέκτων $S_{e,i}$. Την ίδια στιγμή, όσα άτομα φτάνουν στο τρέχον επίπεδο i , επαναξιολογούνται (συμπεριλαμβάνοντας και την εύρεση της παραγώγου για τις αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης, με κλήση της συζυγούς μεθόδου). Η επαναξιολόγηση δεν είναι απαραίτητη στο επίπεδο του εξελικτικού αλγορίθμου αφού ο αλγόριθμος του υψηλού επιπέδου, μαζί με τις τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού, στέλνει και τις αντίστοιχες τιμές των συναρτήσεων-στόχων.

Στο τέταρτο βήμα, με τη μέθοδο SPEA2, κατατάσσονται όλα τα αξιολογημένα άτομα (δηλαδή $S_{\lambda,i}$, $S_{\mu,i}$, $S_{e,i}$ και τα ρ_i που μόλις ήρθαν και αξιολογήθηκαν) στη λογική του μετώπου Pareto, ανανεώνεται για δεύτερη φορά το $S_{e,i}$ και υπολογίζονται νέες τιμές της συνάρτησης κόστους Φ .

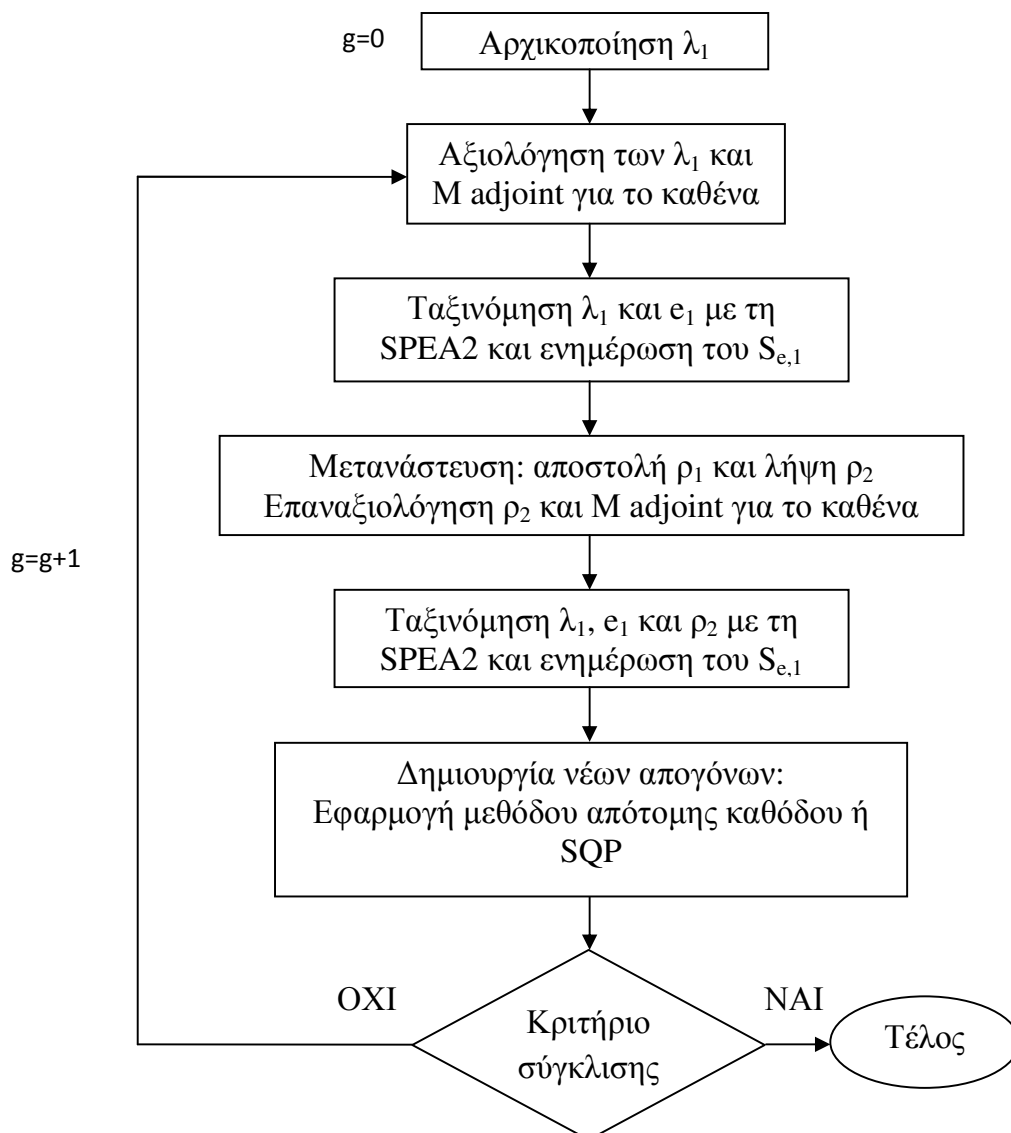
Στο πέμπτο και τελευταίο βήμα, αν στο επίπεδο χρησιμοποιείται ΕΑ, επιλέγονται τα άτομα που θα αποτελέσουν το σύνολο των γονέων $S_{\mu,i}$ για την επόμενη γενιά. Αυτά μπορούν να προέρχονται από τα σύνολα των απογόνων $S_{\lambda,i}$, των επιλέκτων $S_{e,i}$ και το σύνολο των προηγούμενων γονέων $S_{\mu,i}$. Με διαθέσιμο το σύνολο γονέων, ενεργοποιείται η διαδικασία δημιουργίας νέων απογόνων. Αυτό μεταφράζεται, για τον ΕΑ, ως η διαδικασία αναπαραγωγής (διασταύρωση, μετάλλαξη, κτλ.), ενώ για την αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης αντιστοιχεί στην εφαρμογή της μεθόδου της καθόδου (SQP, steepest descent κλπ, που θα επιλέξει ο χρήστης – ο ίδιος ο χρήστης θα επιλέξει πόσα βήματα της μεθόδου καθόδου, ανά άτομο, πρέπει να γίνουν). Για την αιτιοκρατική μέθοδο βελτιστοποίησης, βελτιώνονται τοπικά λ_i άτομα. Το βήμα αυτό δεν χρειάζεται επιλύσεις ροής ή κλήσεις της συζυγούς μεθόδου γιατί, με βάση τα προηγούμενα, για κάθε άτομο έχουν αποθηκευτεί και οι τιμές F_i και οι παράγωγοι $\text{grad}(F_i)$.

Ο αλγόριθμος εξέλιξης που περιγράφηκε συνεχίζει επαναληπτικά τη διαδικασία από το πρώτο βήμα της αξιολόγησης των ατόμων του συνόλου $S_{\lambda,i}$, μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης, όπως να επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός αξιολογήσεων που έχει οριστεί από το χρήστη.



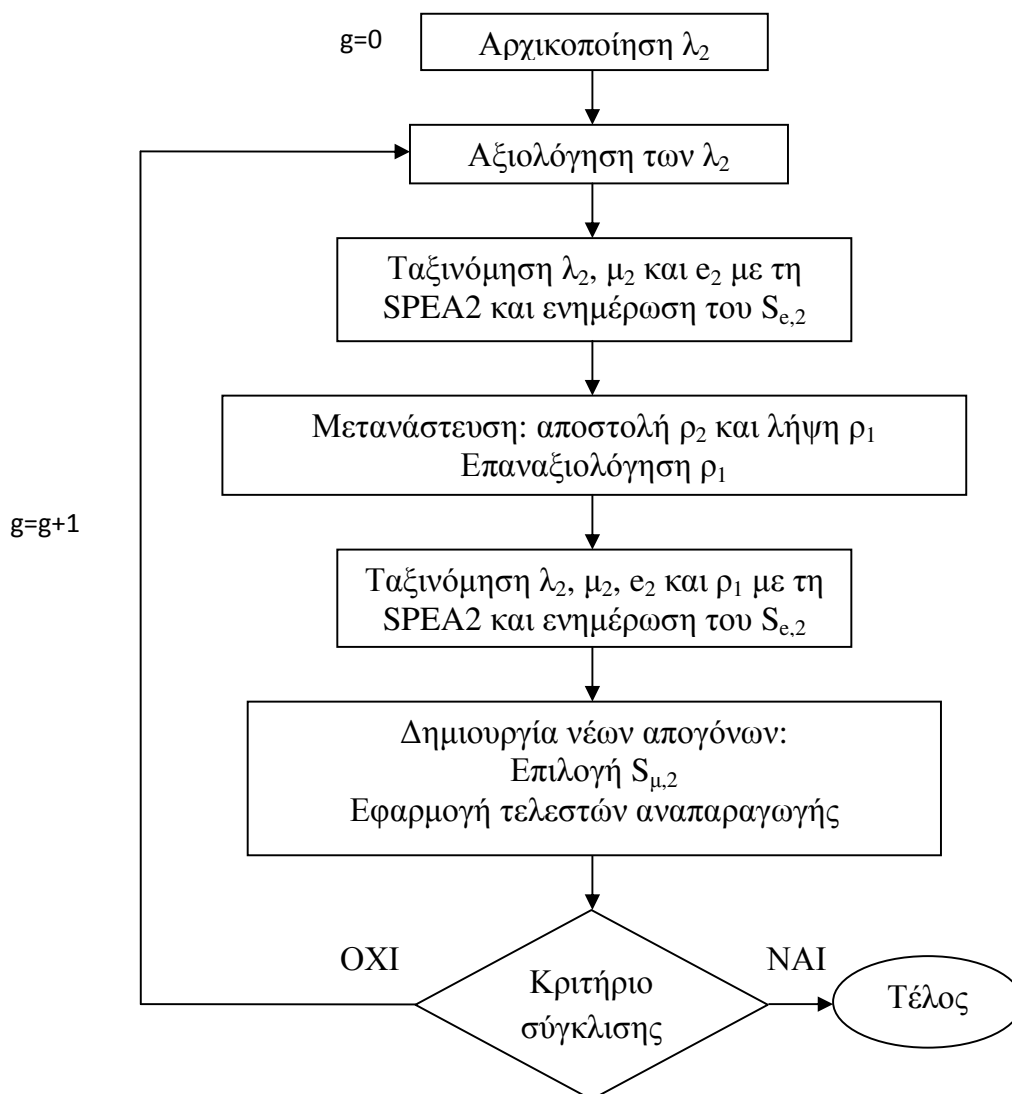
Π.1.2 Διάγραμμα ροής για το υψηλό επίπεδο (1) – «Σπάταλη» παραγωγή

Η μόνη διαφορά με τη γενική περιγραφή που έγινε παραπάνω είναι ότι στην αξιολόγηση των ατόμων περιλαμβάνεται και ο υπολογισμός των παραγώγων των συναρτήσεων στόχων. Δηλαδή για M στόχους καλείται M φορές το λογισμικό της συζυγούς μεθόδου (adjoint method). Επίσης κατά τη διάρκεια της μετανάστευσης αποστέλλονται ρ_1 άτομα και λαμβάνονται ρ_2 (το πλήθος τους ορίζεται από το χρήστη), τα οποία επαναξιολογούνται.



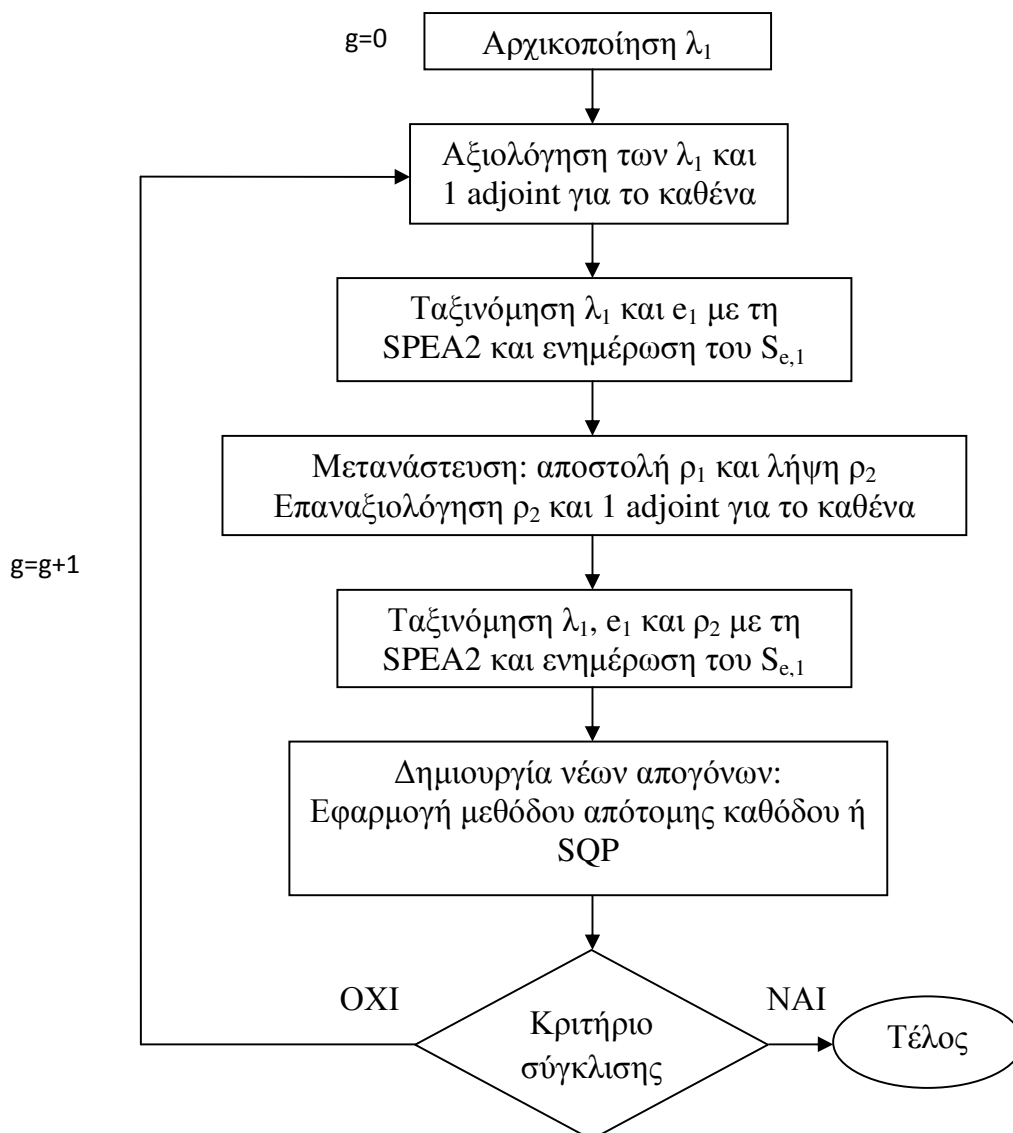
Π.1.3 Διάγραμμα ροής για το χαμηλό επίπεδο (2) – Σπάταλη παραγωγή

Στο χαμηλό επίπεδο υλοποιείται ένας ΕΑ. Λαμβάνει ρ_1 άτομα από το υψηλό επίπεδο και αποστέλλει ρ_2 . Στην περίπτωση που ο αλγόριθμος διατηρεί μνήμη των τιμών των συναρτήσεων-στόχων και τα αποστέλλει μαζί με τις μεταβλητές σχεδιασμού του συνόλου $S_{\rho,1}$, τότε δεν απαιτείται η επαναξιολόγηση των ατόμων αυτών. Ο μόνος τρόπος για να διαδραματίσουν ρόλο στην δημιουργία του νέου πληθυσμού τα άτομα που λήφθηκαν από το υψηλό επίπεδο είναι να αντικαταστήσουν άτομα από το σύνολο των επιλέκτων $S_{e,2}$ του τρέχοντος πληθυσμού του ΕΑ.



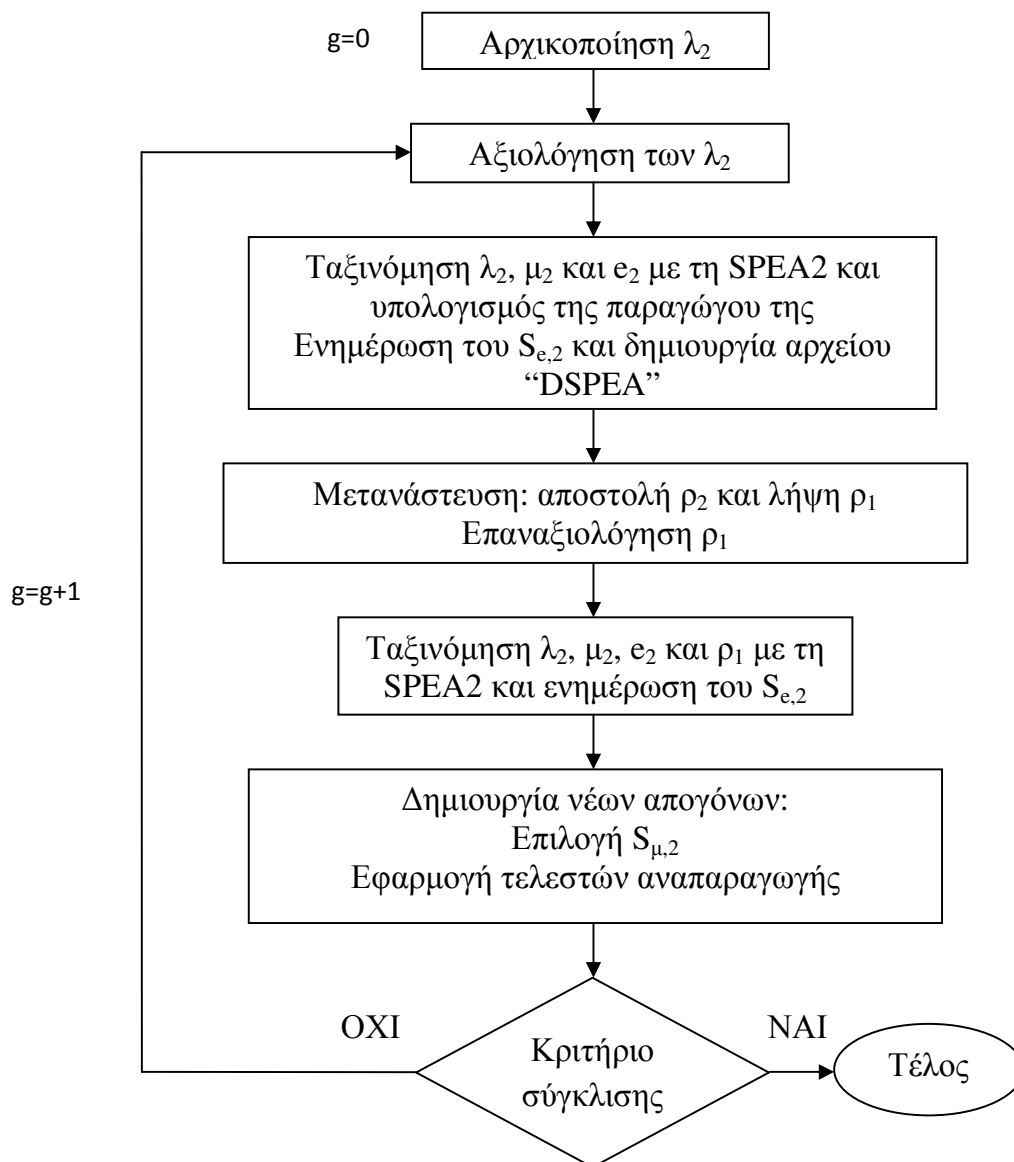
Π.1.4 Διάγραμμα ροής για το υψηλό επίπεδο (1) – Οικονομική παράγωγος

Στον προτεινόμενο αλγόριθμο, αντί για M κλήσεις της συζυγούς μεθόδου, πραγματοποιείται μόνο μία κλήση για κάθε άτομα που αξιολογείται, χρησιμοποιώντας «παγωμένους συντελεστές» της παραγωγού της συνάρτησης κόστους του SPEA2, που αφορά όμως τον πληθυσμό του EA. Οι συντελεστές αυτοί προκύπτουν από τον πληθυσμό του χαμηλού επιπέδου και χρησιμοποιούνται για τη σύνθεση μία συνάρτησης κόστους, η οποία παραγωγίζεται στη συνέχεια με μία κλήση της συζυγούς μεθόδου. Μπορεί οι συντελεστές να μην αντιπροσωπεύουν πλήρως τον τρέχοντα πληθυσμό του υψηλού επιπέδου αλλά αποτελούν μια πολύ καλή προσέγγιση.



Π.1.5 Διάγραμμα ροής για το χαμηλό επίπεδο (2) – Οικονομική παράγωγος

Η διαφοροποίηση που παρουσιάζει το χαμηλό επίπεδο σ' αυτόν το νέο υβριδικό αλγόριθμο είναι ότι καταγράφονται σε ένα αρχείο (για παράδειγμα "DSPEA") οι τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού μαζί με τις αντίστοιχες τιμές της παραγωγού της SPEA2 αφού πρώτα υπολογιστούν, όλων των ατόμων του τρέχοντος πληθυσμού του EA ($S_{\lambda,2}$ και $S_{e,2}$).



Βιβλιογραφία

- [1] Κ.Χ. Γιαννάκογλου: “Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική”, 4^η Έκδοση, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ, 2006.
- [2] I.C. Karpolis, K.C. Giannakoglou: “A multilevel Approach to Single- and Multiobjective Aerodynamic Optimization”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, Issues 33-40, 1 June 2008, pp. 2963-2975.
- [3] M. Mitchell: “An Introduction to Genetic Algorithms”, MIT Press, 1996.
- [4] David E. Goldberg: “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, Addison-Wesley, 1989, (ISBN 0-201-15767-5).
- [5] Mark S. Gockenbach: “Introduction to sequential quadratic programming”, <http://www.math.mtu.edu/~msgocken/ma5630spring2003/lectures/sqp1/sqp1.pdf>.
- [6] Paul T. Boggs, Jon W. Tolle: “Sequential Quadratic Programming for Large-Scale Nonlinear Optimization”, *Computational and Applied Mathematics*, Vol. 124, pp. 123-137, 2000.
- [7] E. Zitzler, M. Laumanns, L. Thiele: SPEA2: “Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, for multiobjective optimization”, in: *Eurogen 2001, Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems*, CIMNE, Barcelona, 2002, pp. 19-26.
- [8] E. Zitzler, L. Thiele: “Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach”, *IEEE Trans. Evolut. Comput.*, Vol. 3 (4), pp. 257-271, 1999.
- [9] J. Nocedal, S.J. Wright: “Numerical Optimization”, Springer - Verlag, 1999, (ISBN 0-387-98793-2).
- [10] P.R. Spalart, S.R. Allmaras: “A one-equation turbulence model for aerodynamic flows”, *Comp. Phys.*, Vol. 43 (2), pp. 357-372, 1981.
- [11] P.R. Spalart: “Strategies for turbulence modeling and simulations”, *International Journal of Heat and Flow*, Vol. 21, pp. 252-263, 2000.
- [12] A.P. Giotis, K.C. Giannakoglou: “An Unstructured Grid Partitioning Method Based on Genetic Algorithms”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 29, No. 2, pp. 129-138, 1998.

- [13] K.C. Giannakoglou, A.P. Giotis, M.K. Karakasis: "Low-Cost Genetic Optimization Based on Inexact Pre-evaluations and the Sensitivity Analysis of Design Parameters", *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 9, pp. 389-412, 2001.
- [14] K.C. Giannakoglou: "Design of Optimal Aerodynamic Shapes using Stochastic Optimization Methods and Computational Intelligence", *International Review Journal Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 38, pp. 43-76, 2002.
- [15] I.C. Kampolis, D.I. Papadimitriou, K.C. Giannakoglou: "Evolutionary Optimization Using a New Radial Basis Function Network and the Adjoint Formulation", *Journal of Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol.14, No. 4, pp. 397-410, 2006.
- [16] K.C. Giannakoglou, D.I. Papadimitriou, I.C. Kampolis: "Aerodynamic Shape Design Using Evolutionary Algorithms and New Gradient-Assisted Metamodels", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 6312-6329, 2006.
- [17] C.A. Georgopoulou, K.C. Giannakoglou: "A Multi-Objective Metamodel-Assisted Memetic Algorithm with Strength-based Local Refinement", *Engineering Optimization*, Vol. 41, No. 10, pp. 909-923, 2009.
- [18] D.I. Papadimitriou, K.C. Giannakoglou: "A Continuous Adjoint Method with Objective Function Derivatives Based on Boundary Integrals for Inviscid and Viscous Flows", *Computers and Fluids*, Vol. 36, pp. 325-341, 2007.
- [19] D.I. Papadimitriou, K.C. Giannakoglou: "Computation of the Hessian Matrix in Aerodynamic Inverse Design using Continuous Adjoint Formulations", *Computers and Fluids*, Vol. 37, pp. 1029-1039.
- [20] G.I. Tsourakis, D.G. Koubogiannis, K.C. Giannakoglou: "Transition and Heat Transfer Predictions in a Turbine Cascade at Various Free-stream Turbulence Intensities through a One-Equation Turbulence Model", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 38, pp. 1091-1110, 2002.
- [21] D.G. Koubogiannis, A.N. Athanassiadis, K.C. Giannakoglou: "One- and Two-Equation Turbulence Models for the Prediction of Complex Cascade Flows Using Unstructured Grids", *Computers & Fluids*, Vol. 32, pp. 403-430, 2003.
- [22] M. Emmerich, K.C. Giannakoglou, B. Naujoks: "Single- and Multi-objective Evolutionary Optimization Assisted by Gaussian Random Field Metamodels", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 10, No. 4, pp. 421-439, 2006.

[23] M.A. El-Bletagy, A.J. Keane: “A comparison of Various Optimization Algorithms on a Multilevel Problem”, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 12, pp. 639-654, 1999.

[24] P.K. Gudla, R. Ganguli: “An Automated Hybrid Genetic-Conjugate Gradient Algorithm for Multimodal Optimization Problems”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 167, pp. 1457-1474, 2005.