



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ**

**Μόνιμη και μη-μόνιμη ροή με ελεύθερη επιφάνεια σε διώρυγες
ορθογωνικής και κυκλικής διατομής.**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

Ηλιάνας-Γεωργίας Γεωργακάκου

**Επιβλέπων: Δημήτρης Παπαντώνης
Καθηγητής ΕΜΠ**

Αθήνα, Φεβρουάριος 2010



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ**

**Μόνιμη και μη-μόνιμη ροή με ελεύθερη επιφάνεια σε διώρυγες
ορθογωνικής και κυκλικής διατομής.**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

Ηλιάνας-Γεωργίας Γεωργακάκου

**Επιβλέπων: Δημήτρης Παπαντώνης
Καθηγητής ΕΜΠ**

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 23^η Φεβρουαρίου 2010

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....
Δημήτρης Παπαντώνης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Σωκράτης Τσαγγάρης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ιωάννης Αναγνωστόπουλος
Επ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2010

Περιεχόμενα

	Σελ.
Περίληψη	1
Summary	3
Εισαγωγή	4
1. Βασικές Έννοιες	5
2. Μόνιμη Ροή	13
2.1 Ομοιόμορφη ροή	13
2.2 Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή	17
2.3 Ανάλυση κώδικα επίλυσης βαθμιαία μεταβαλλόμενης ροής	19
2.4 Αποτελέσματα	21
2.4.1 Αγωγός κυκλικής διατομής	21
2.4.2 Αγωγός ορθογωνικής διατομής	26
3. Μη-Μόνιμη Ροή	30
3.1 Ορθογωνικοί αγωγοί	30
3.1.1 Εξισώσεις ροής	30
3.1.2 Μέθοδοι Επίλυσης	33
3.1.3 Ανάλυση κώδικα υπολογισμού	36
3.1.4 Αποτελέσματα	38
3.2 Κυλινδρικοί Αγωγοί	44
3.2.1 Αγωγοί χωρίς εξαερισμό	44
3.2.2 Αγωγοί με δυνατότητα εξαερισμού	47
Παράρτημα	51
Βιβλιογραφία	68

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται μέθοδοι επίλυσης μόνιμης και μη-μόνιμης ροής με ελεύθερη επιφάνεια σε ανοιχτό αγωγό. Συγκεκριμένα εξετάζονται ένας αγωγός κυκλικής διατομής ως κύκλωμα ψύξης θερμοηλεκτρικού σταθμού και ένας αγωγός ορθογωνικής διατομής ως τμήμα της διώρυγας προσαγωγής σε αντλιοστάσιο όμβριων υδάτων.

Αρχικά, αναλύεται η ομοιόμορφη ροή με ελεύθερη επιφάνεια και ειδικότερα στους αγωγούς κυκλικής διατομής. Στη συνέχεια επιλύεται η μόνιμη ροή με τη θεωρία της βαθμιαίας μεταβαλλόμενης ροής και με τη μέθοδο Euler βάση της οποίας δημιουργήθηκε κώδικας Fortran. Προτού προχωρήσουμε στην επίλυση υπολογίζουμε τη μέγιστη παροχή ώστε η ροή να παραμένει υποκρίσιμη με ελεύθερη επιφάνεια σε όλο το μήκος του αγωγού. Οι δύο περιπτώσεις που επιλύθηκαν είχαν τα ακόλουθα κοινά χαρακτηριστικά: οι αγωγοί αποτελούνταν από δύο τμήματα με διαφορετική κλίση πυθμένα και η μία οριακή συνθήκη προέβλεπε σταθερή στάθμη στο ανάντι άκρο.

Για τον αγωγό κυκλικής διατομής προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- στην ομοιόμορφη ροή η μέγιστη παροχή αντιστοιχεί σε βάθος ροής 0,94d και η μέγιστη ταχύτητα σε βάθος ροής 0,81d.
- η αλλαγή στην κλίση του πυθμένα επηρεάζει το βάθος ροής, στο τμήμα με τη μεγαλύτερη κλίση αυξάνεται, ενώ στο τμήμα που ακολουθεί μειώνεται και η ροή επιταχύνεται.
- στη μόνιμη κατάσταση η γραμμή ενέργειας είναι σχεδόν παράλληλη με τη γραμμή της υδραυλικής στάθμης όπως συμβαίνει στην ομοιόμορφη ροή μιας και η διακύμανση του βάθους ροής δεν είναι τόσο μεγάλη.
- παραμετρική διερεύνηση με μεταβλητή την παροχή ψύξης έδειξε ότι μικρότερη παροχή οδηγεί σε αύξηση του βάθους της ροής στο δεύτερο τμήμα. Μετά από μια οριακή τιμή παροχής η ροή είναι επιβραδυνόμενη με αυξανόμενο βάθος ροής σε όλο τον αγωγό.
- αύξηση του συντελεστή τραχύτητας συνεπάγεται μείωση του βάθους ροής.

Για τη μόνιμη ροή στον αγωγό ορθογωνικής διατομής παρατηρήθηκαν τα εξής:

- η ροή είναι επιβραδυνόμενη σε όλο το μήκος του αγωγού με διαφορετικό ρυθμό μεταβολής του βάθους ροής στα τμήματα του αγωγού, λόγω διαφορετικής κλίσης πυθμένα.
- αύξηση του συντελεστή τραχύτητας συνεπάγεται μείωση του βάθους ροής.

Για τη μελέτη της μη μόνιμης ροής θεωρήσαμε γραμμικό κλείσιμο ενός θυροφράγματος στο κατάντι άκρο του αγωγού ορθογωνικής διατομής. Για την επίλυση της ροής χρησιμοποιήθηκε συνδυασμός μεθόδων. Οι ακραίοι κόμβοι προσεγγίστηκαν με τη μέθοδο των χαρακτηριστικών (MOC) και οι ενδιάμεσοι με την αναλυτική μέθοδο (explicit method) όπως αυτή εφαρμόζεται μέσα από το σχήμα του Lax. Με βάση τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των παραπάνω διαπιστώθηκε ότι η μεταβολή του βάθους ροής είναι μια αποσβενυμένη ταλάντωση. Όσο πιο κοντά στο κατάντι άκρο είναι ένας κόμβος η διακύμανση του βάθους ροής αρχίζει γρηγορότερα και το εύρος της μεταβολής είναι μεγαλύτερο. Ο χρόνος κλεισίματος του θυροφράγματος δεν επηρεάζει το εύρος ή την περίοδο της ταλάντωσης γιατί η περίοδος του φαινομένου είναι μεγάλη.

Η παραπάνω μέθοδος επίλυσης δεν εφαρμόζεται σε αγωγούς κυκλικής διατομής, καθώς εάν ο αγωγός γεμίσει τότε τμήμα της ροής περιγράφεται από τις εξισώσεις της ροής υπό πίεση. Για αυτή την περίπτωση έχουν αναπτυχθεί πολλά αριθμητικά και πειραματικά μοντέλα. Τα ακριβέστερα και πιο διαδεδομένα αυτών καταγράφονται και αναλύονται στο τελευταίο κεφάλαιο.

Steady and Unsteady Free-Surface Flow in Rectangular and Circular Open Channels.

Summary

The objective of this thesis is to study methods of solution of free-surface flow in open channels. Thus, the case study consists of two parts: a closed conduit which is a cooling circuit of a thermoelectrical power plant and a rectangular open channel as part of the adduction canal to a pumping station for rainwater.

First of all the analysis of uniform flow takes place with special references to circular pipes. Afterwards the approach of steady flow with the theory of gradually varied flow is presented. There were built two computer programs so that both of the above types of flow are solved with the request for subcritical flow.

After the examination of the results of these programs we reached the following conclusions:

- in a closed conduit if the flow is uniform and the value of roughness coefficient (n) is constant, both the discharge and velocity curves show maximum values which occur at about $0.94d$ and $0.81d$ respectively.
- change in bottom slope provokes different rate of fluid depth. For small changes energy grade line is almost parallel to the hydraulic grade line, although the flow under the set of the boundary and initial conditions we assumed is not uniform.
- increase of n causes decrease of fluid depth due to higher frictional resistance.

In order to study unsteady flow and transient flow in open channels we assumed a sluiceway to the downstream end of the rectangular channel. A combination of methods was used to solve the new problem. Boundary nodes were approached by the Method of Characteristics (MOC) and interior nodes were approached by the explicit method and more precisely by the Lax diffusive scheme. To apply this combination a new computer program was built and its output proves that the variation of fluid depth is a damped oscillation. The range of the oscillation is bigger for nodes that are closer to the downstream end. On the contrary velocity varies less for those nodes. The time needed for total closure of the sluiceway does not affect the amplitude of the wave since the celerity is small.

Finally, there is a detailed description of several models which have been developed to simulate transient flow in closed conduits. These models deal with the transition from free-surface flow to pressurized flow as the conduit primes.

Εισαγωγή

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι να μελετηθεί και να λυθεί η ροή με ελεύθερη επιφάνεια σε ανοιχτό αγωγό. Συγκεκριμένα, εξετάζονται δύο είδη αγωγών, αγωγοί με ορθογωνική διατομή και αγωγοί με κυκλική διατομή.

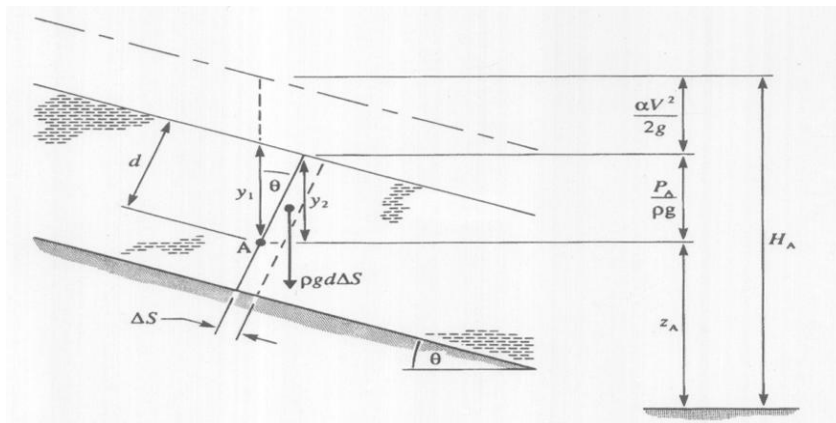
Η εργασία χωρίζεται σε τρία μέρη. Το πρώτο μέρος περιλαμβάνει ορισμούς για τα διάφορα είδη ροών σε ανοικτούς αγωγούς και των μεγεθών που τις περιγράφουν όπως επίσης για τα χαρακτηριστικά των αγωγών που πραγματευόμαστε.

Το δεύτερο μέρος αφορά στη μόνιμη ροή με ελεύθερη επιφάνεια. Πρώτα αναλύεται η ομοιόμορφη ροή. Ειδικότερα παρουσιάζονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ομοιόμορφης ροής σε διώρυγες κυκλικής διατομής. Ακολουθεί η διατυπώση των εξισώσεων της βαθμιαίας μεταβαλλόμενης ροής που χρησιμοποιούνται για την επίλυση της μόνιμης ροής. Στη συνέχεια, αναλύεται ο κώδικας που δημιουργήθηκε για την επίλυση ο οποίος περιλαμβάνει και τη διαδικασία εύρεσης της μέγιστης παροχής που μπορεί να εξασφαλίσει υποκρίσιμη ροή με ελεύθερη επιφάνεια στον αγωγό. Ακολούθως, μετά την περιγραφή των δύο περιπτώσεων ροής σε ανοιχτό αγωγό που μελετήθηκαν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης και παραμετρικής διερεύνησής τους.

Το τρίτο μέρος αντιστοιχεί στην εξέταση μη-μόνιμης ροής με ελεύθερη επιφάνεια. Για τον αγωγό ορθογωνικής διατομής γίνεται πλήρης επίλυση, ενώ για τα μεταβατικά φαινόμενα που μπορεί να εμφανιστούν σε αγωγό κυκλικής διατομής γίνεται παρουσίαση διαφόρων μεθόδων υπολογισμού των μεγεθών της ροής.

Τέλος, στο παράρτημα της εργασίας παρατίθενται οι κώδικες σε Fortran που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση της ροής στους αγωγούς που εξετάσαμε.

$$H = y + \frac{\alpha V^2}{2g} + z$$



Σχήμα 1 Εξίσωση Bernoulli σε ανοιχτούς αγωγούς.

1. Βασικές Έννοιες

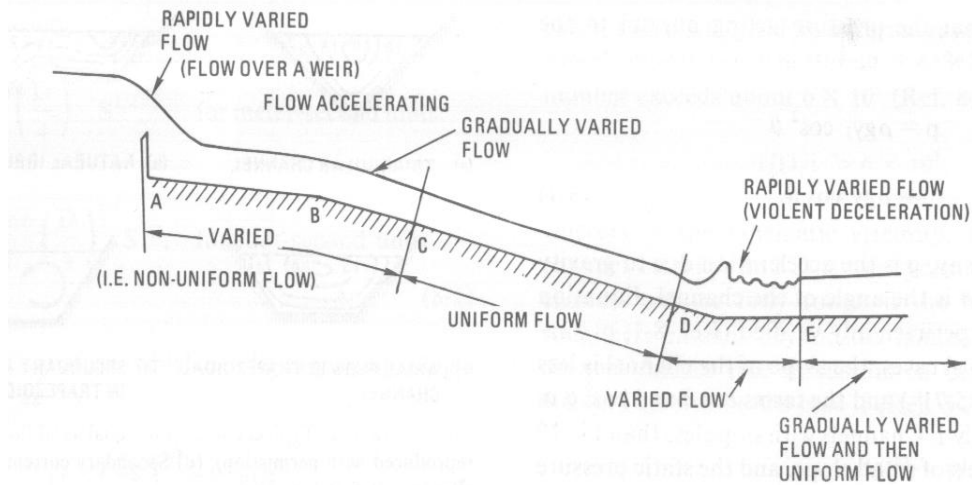
Ανοικτός αγωγός θεωρείται ο αγωγός μέσα στον οποίο το ρευστό ρέει με ελεύθερη επιφάνεια στην οποία επικρατεί σταθερή πίεση, ίση με την ατμοσφαιρική. Η ροή οφείλεται στη δύναμη της βαρύτητας, ενώ επιβράδυνση της ροής προκαλείται από τις τριβές κατά μήκος των τοιχωμάτων του αγωγού και την ιξώδη διάτμηση.

Οι ανοικτοί αγωγοί μπορεί να είναι φυσικοί οι τεχνητοί. Φυσικοί αγωγοί είναι οι ποταμοί, οι χείμαρροι και τα διάφορα φυσικά ρεύματα. Οι τεχνητοί ανοικτοί αγωγοί τυγχάνουν ευρείας εφαρμογής, από έργα ύδρευσης και άρδευσης μέχρι αγωγούς προσαγωγής και απορροής υδροηλεκτρικών έργων και κυκλώματα ψύξης θερμοηλεκτρικών σταθμών. Συχνά ο τεχνητός ανοικτός αγωγός ταυτίζεται με τον όρο κανάλι ή διώρυγα. Στη συνέχεια της εργασίας η αναφορά του όρου ανοικτός αγωγός αντιστοιχεί σε τεχνητό ανοικτό αγωγό.

Ομοιόμορφη ροή ονομάζεται η ροή κατά την οποία η μέση ταχύτητα δεν μεταβάλλεται ως προς το μέτρο και τη διεύθυνση. Επομένως, για τους ανοικτούς αγωγούς ομοιόμορφη ροή έχουμε για σταθερές τιμές του βάθους, της ταχύτητας και της κλίσης του πυθμένα και κατά συνέπεια της διατομής κατά μήκος δεδομένου του αγωγού. Τότε η γραμμή ενέργειας είναι παράλληλη στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Το βάθος της ομοιόμορφης ροής καλείται y_n .

Εάν η ταχύτητα της ροής μεταβάλλεται κατά μήκος του αγωγού, έχουμε ανομοιόμορφη ροή. Η ανομοιόμορφη ροή μπορεί να είναι μόνιμη ή μη μόνιμη. Ανάλογα με το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας η ροή μπορεί να είναι βαθμιαία μεταβαλλόμενη ή απότομα μεταβαλλόμενη. Στη βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή ο βαθμός ανομοιομορφίας είναι μικρός και η μεταβολή στις συνθήκες ροής επεκτείνεται σε σχετικά μεγάλη απόσταση. Οι τριβές στα τοιχώματα είναι σχετικά μεγάλες και λαμβάνονται υπόψη. Στην απότομα μεταβαλλόμενη ροή παρατηρείται μια πολύ γρήγορη μεταβολή των συνθηκών ροής σε μικρή απόσταση και έτσι οι απώλειες τριβής σχετικά με τις απώλειες λόγω στροβιλισμών και τύρβης είναι αμελητέες[6].

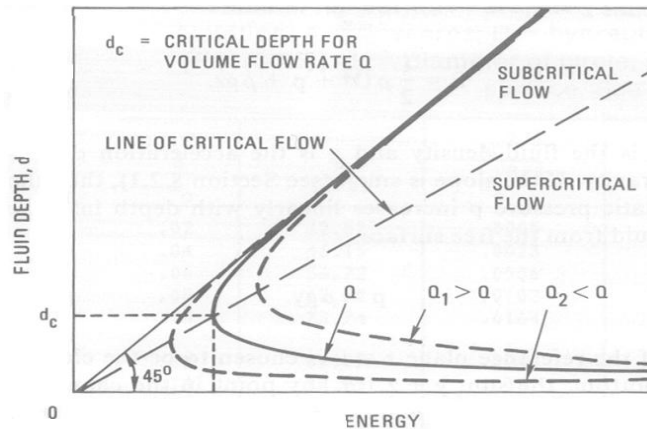
Μεταβατική ροή καλείται η ροή κατά το ενδιάμεσο στάδιο της μετάβασης από συνθήκες μόνιμης ροής σε μία άλλη κατάσταση ισορροπίας. Όταν μεταβάλλεται η παροχή ή το βάθος της ροής σε μία διατομή προκαλούνται διαταραχές, οι οποίες αποσβένονται περιοδικά λόγω δυνάμεων τριβών και συνεκτικότητας. Οι διαταραχές μπορεί να οφείλονται είτε σε φυσικά αίτια είτε σε τεχνικά. Παραδείγματα είναι οι υπερχειλίσεις ποταμών εξαιτίας πλημμύρων, η πλήρωση αγωγών όμβριων υδάτων λόγω βροχόπτωσης μεγαλύτερης του σημείου σχεδίασης, η αστοχία ενός φράγματος, το άνοιγμα ή το κλείσιμο ενός θυροφράγματος ή μιας βάννας, η έναρξη ή η διακοπή λειτουργίας μιας αντλίας και οι μεταβολές στα φορτία ισχύος και συνεπώς στη λειτουργία ενός στροβίλου. Τα μεταβατικά φαινόμενα μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το ρυθμό που εμφανίζονται: βαθμιαία, όπως είναι ο κυματισμός λόγω πλημμύρων σε ποταμούς και γρήγορα, όπως είναι οι διαταραχές στους αγωγούς απορροής σε υδροηλεκτρικά εργοστάσια. Εάν το μέτωπο της διαταραχής είναι απότομο τότε ονομάζεται κύμα (bore) [10].



Σχήμα 1.1 Ροή σε ανοιχτούς αγωγούς.

Ειδική ενέργεια ορίζεται το μέγεθος $E=y+(V^2/2g)$ και εκφράζει την ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού σε μια διατομή του αγωγού από τον πυθμένα του.

Κρίσιμη ροή ονομάζεται η ροή η οποία για δεδομένη ειδική παροχή q έχει την ελάχιστη ειδική ενέργεια ή τη μέγιστη ειδική παροχή για μια ορισμένη τιμή της ειδικής ενέργειας. Στο διάγραμμα βάθους-ειδικής ενέργειας (Σχήμα 1.2) για σταθερή παροχή σε κάθε τιμή του E αντιστοιχούν δύο εναλλακτικές τιμές για το βάθος εκτός από την E_{min} όπου αντιστοιχεί το κρίσιμο βάθος y_c . Επίσης, όταν η ροή είναι κρίσιμη η κλίση της γραμμής ενέργειας S_f είναι ίση με την κλίση του πυθμένα S_o .



Σχήμα 1.2 Διάγραμμα βάθους- ειδικής ενέργειας.

Υποκρίσιμη καλείται η ροή όταν η ταχύτητα του ρευστού είναι μικρότερη της ταχύτητας μετάδοσης κύματος $V=\sqrt{gy}$ και υπερκρίσιμη όταν είναι μεγαλύτερη αυτής. Όταν το βάθος είναι μεγαλύτερο του κρίσιμου μια μικρή μεταβολή κατάντι δεν μπορεί να μεταδοθεί ανάντι αντίθετα με ό,τι συμβαίνει στις υποκρίσιμες ροές. Καταλήγουμε, λοιπόν, στο συμπέρασμα ότι οι υποκρίσιμες διατομές ελέγχονται από τα κατάντι και οι υπερκρίσιμες από τα ανάντι. Η μετάβαση από υπερκρίσιμη ροή σε υποκρίσιμη γίνεται με

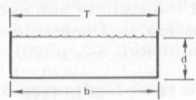
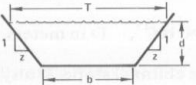
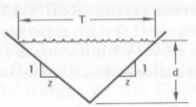
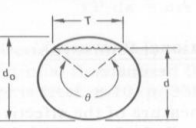
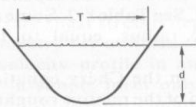
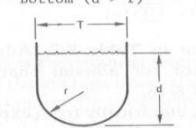
υδραυλικό άλμα το οποίο συνίσταται από απότομη αύξηση του βάθους κατά την κατεύθυνση της ροής και σημαντικές υδραυλικές απώλειες.

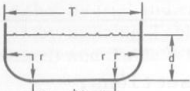
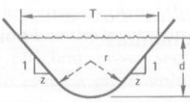
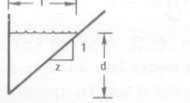
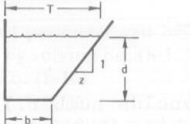
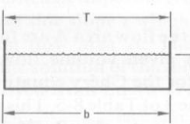
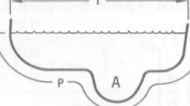
Ο αδιάστατος αριθμός Froude ορίζεται $Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}}$ για ορθογωνικές διατομές και

για μη ορθογωνικές διατομές $Fr = V/\sqrt{gD}$, όπου $D=A/B$ το υδραυλικό βάθος. Προκύπτει, λοιπόν, ότι για $Fr=1$ η ροή είναι κρίσιμη και θεωρείται υποκρίσιμη για $Fr<1$ και υπερκρίσιμη για $Fr>1$. Η χρήση του αριθμού Fr είναι συνηθισμένη γιατί κάνει πολλές φορές πιο απλή τη μορφή των εξισώσεων.

Τα χαρακτηριστικά του αγωγού που συμμετέχουν στην επίλυση των εξισώσεων ροής είναι η γεωμετρία της διατομής, η τραχύτητα των τοιχωμάτων και η κλίση του πυθμένα.

Στον Πίνακα 1.1 συγκεντρώνονται οι ιδιότητες των κυριότερων διατομών μιας διώρυγας.

Section	Area (A), Hydraulic Diameter (D), and Width of Free Surface (T)	Hydraulic Depth (d_h) and Section Factor for Critical Flow ($Ad_h^{1/2}$)
1. Rectangle 	$A = bd$ $D = \frac{4bd}{b + 2d}$	$d_h = d$ $Ad_h^{1/2} = bd^{3/2}$
2. Trapezoid 	$A = (b + zd)d$ $D = \frac{4(b + zd)d}{b + 2d(1 + z^2)^{1/2}}$ $T = b + 2zd$	$d_h = \frac{(b + zd)d}{b + 2zd}$ $Ad_h^{1/2} = \frac{[(b + zd)d]^{3/2}}{(b + 2zd)^{1/2}}$
3. Triangle 	$A = zd^2$ $D = \frac{2zd}{(1 + z^2)^{1/2}}$ $T = 2zd$	$d_h = \frac{d}{2}$ $Ad_h^{1/2} = \frac{dz^{5/2}}{2^{1/2}}$
4. Circle 	$A = (\theta - \sin \theta) \frac{d_o^2}{8}$ $D = d_o \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right)$ $d = d_o \sin^2 (\theta/4)$ $T = d_o \sin (\theta/2)$ $= 2[(d_o - d)]^{1/2}$	$d_h = \frac{1}{8} \left[\frac{\theta - \sin \theta}{\sin (\theta/2)} \right] d_o$ $Ad_h^{1/2} = \frac{2^{1/2}}{32} \frac{(\theta - \sin \theta)^{3/2}}{[\sin (\theta/2)]^{1/2}} d_o^{5/2}$
5. Parabola 	$A = 2Td/3$ $D = 2T \left(1 + x^2 \right) + \frac{1}{x} \log_e [x + (1 + x^2)^{1/2}]$ $\approx 8 Td^2 / (3T^3 + 8d^2)$ $x = 4d/T$ (approximate expression valid for $0 < x \leq 1$)	$d_h = \frac{2}{3} d$ $Ad_h^{1/2} = \frac{24^{1/2}}{9} Td^{3/2}$
6. Trough with Round Bottom ($d > r$) 	$A = \left(\frac{\pi}{2} - 2 \right) r^2 + 2rd$ $D = \frac{4 \left[\left(\frac{\pi}{2} - 2 \right) r^2 + 2rd \right]}{(\pi - 2)r + 2d}$	$d_h = \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right) r + d$ $Ad_h^{1/2} = \frac{\left[\left(\frac{\pi}{2} - 2 \right) r^2 + 2rd \right]^{3/2}}{(2r)^{1/2}}$

<p>7. Round-Cornered Rectangle ($d > r$)</p> 	$A = \left(\frac{\pi}{2} - 2\right) r^2 + (b + 2r)d$ $D = \frac{(2\pi - 8)r^2 + 4(b + 2r)d}{(\pi - 2)r + b + 2d}$ $T = b + 2r$	$d_h = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - 2\right) r^2}{b + 2r} + d$ $Ad_h^{1/2} = \frac{\left[\left(\frac{\pi}{2} - 2\right)r^2 + (b + 2r)d\right]^{5/2}}{(b + 2r)^{1/2}}$
<p>8. Rounded-Bottom Triangle ($d > r$)</p> 	$A = \frac{T^2}{4z} - \frac{r^2}{z} (1 - z \cot^{-1} z)$ $D = \frac{4A}{\frac{T}{z}(1 + z^2)^{1/2} - \frac{2r}{z}(1 - z \cot^{-1} z)}$ $T = 2[z(y - r) + r(1 + z^2)^{1/2}]$	$d_h = \frac{A}{T}$ $Ad_h^{1/2} = \frac{A^{3/2}}{T^{1/2}}$
<p>9. Asymmetric Triangle</p> 	$A = zd^2/2$ $D = \frac{2zd^2}{y[1 + (1 + z^2)^{1/2}]}$ $T = zd$	$d_h = \frac{d}{2}$ $Ad_h^{1/2} = \frac{zd^{5/2}}{2^{3/2}}$
<p>10. Quadrilateral With One Vertical Side</p> 	$A = bd + zd^2/2$ $D = \frac{4(bd + zd^2/2)}{b + d + d(1 + z^2)^{1/2}}$ $T = b + zy$	$d_h = \frac{bd + zd^2/2}{b + zd}$ $Ad_h^{1/2} = \frac{(bd + zd^2/2)^{3/2}}{(b + zd)^{1/2}}$
<p>11. Rectangle of Great Width ($b \gg d$)</p> 	$A = bd$ $D = 4d$ $T = b$	$d_h = d$ $Ad_h^{1/2} = bd^{3/2}$
<p>12. Arbitrary Section</p> 	$D = \frac{4A}{P}$ <p>$A = \text{flow area}$ $P = \text{wetted perimeter}$</p>	$d_h = \frac{A}{T}$ $Ad_h^{1/2} = \frac{A^{3/2}}{T^{1/2}}$

Πίνακας 1.1 Ιδιότητες διατομών διώρυγας.

Οι αγωγοί που έχουν σταθερές την κλίση του πυθμένα και τη διατομή κατά το μήκος τους ονομάζονται πρισματικοί. Πρισματικοί, λοιπόν, είναι οι ορθογωνικοί, οι τραπεζοειδής, οι τριγωνικοί, οι παραβολικοί αγωγοί αλλά και οι αγωγοί κυκλικής διατομής.

Η εύρεση της βέλτιστης διατομής για δεδομένη παροχή και κλίση πυθμένα βοηθά στον υπολογισμό κατάλληλων διαστάσεων μιας διώρυγας για τη μέγιστη υδραυλική απόδοση και τελικά στον περιορισμό του κόστους των υλικών και εκσκαφών που απαιτούνται για την κατασκευή της. Η βέλτιστη διατομή ελαχιστοποιεί την απαιτούμενη κλίση για να μεταφερθεί δεδομένη παροχή.

Η αντίσταση της τριβής σε μια διατομή είναι ανάλογη της βρεχόμενης περιμέτρου και η παροχή όγκου ανάλογη της υγρής διατομής. Επομένως η βέλτιστη διατομή είναι αυτή με τη μικρότερη βρεχόμενη περίμετρο ανά μονάδα υγρής διατομής.

Θεωρητικά η βέλτιστη διατομή είναι η ημικυκλική διατομή γιατί σύμφωνα με τον Πίνακα 1.1 έχει τη μικρότερη βρεχόμενη διάμετρο. Οι υπόλοιπες βέλτιστες διατομές προσεγγίζουν την ημικυκλική. Παρόλα αυτά είναι μερικές φορές ανέφικτο ή ασύμφορο να κατασκευαστούν και να διατηρηθούν οι βέλτιστες διατομές [8].

Στα επόμενα κεφάλαια θα ασχοληθούμε ειδικά με την επίλυση ροής σε αγωγούς κυκλικής διατομής και ορθογωνικής διατομής.

Έστω αγωγός με κυκλική διατομή διαμέτρου d_o για τον οποίο τα χαρακτηριστικά μεγέθη υπολογίζονται με βάση την κεντρική γωνία θ ως εξής:

Βάθος ροής: $y = d_o \sin^2(\theta/4)$

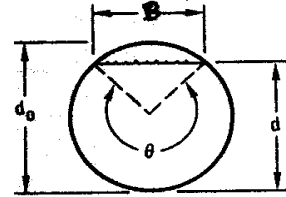
Πλάτος διατομής στην ελεύθερη επιφάνεια: $B = d_o \sin(\theta/2)$

Εμβαδόν υγρής διατομής: $A = (\theta - \sin\theta) \frac{d_o^2}{8}$

Βρεχόμενη περίμετρος της διατομής: $P = \theta d_o/2$

Υδραυλική διάμετρος: $D = 4A/P = d_o (1 - \sin\theta/\theta)$

Βέλτιστη διατομή για $y=d_o/2$



Σχήμα 1. 3
Διατομή κυλινδρικού αγωγού.

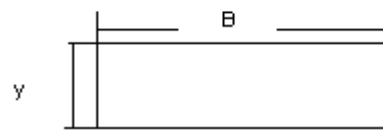
Για αγωγό ορθογωνικής διατομής πλάτους B τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά είναι:

Εμβαδόν υγρής διατομής: $A=By$

Βρεχόμενη περίμετρος της διατομής: $P=2y+B$

Υδραυλική διάμετρος: $D = \frac{4By}{B + 2y}$

Βέλτιστη διατομή για $y=B/2$



Σχήμα 1. 4
Διατομή ορθογωνικού αγωγού.

Η επιλογή εξέτασης αυτών των δύο τύπων αγωγού έγινε με βάση τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν και τη συχνότητα που απαντώνται σε δίκτυα και υδροδυναμικές εγκαταστάσεις.

Η ορθογωνική διατομή είναι η πλέον εύκολη να κατασκευαστεί και αποτελεί προσφιλή λύση σε περιπτώσεις που το μήκος της απαιτούμενης διώρυγας είναι μεγάλο. Τέτοιες περιπτώσεις είναι οι διώρυγες προσαγωγής ενός υδροηλεκτρικού σταθμού ή οι εγκαταστάσεις υδροδότησης μιας μεγαλούπολης από απομακρυσμένες λίμνες ή ποτάμια.

Οι κυλινδρικοί αγωγοί παρουσιάζουν μια σειρά πλεονεκτημάτων που αφορούν κυρίως στην ομοιόμορφη κατανομή των τάσεων στα τοιχώματα. Το κόστος της εγκατάστασης αυξάνεται όσο αυξάνεται η ονομαστική διάμετρος του αγωγού, αλλά αυτό είναι μια εκ των παραμέτρων που συνυπολογίζονται σε μια οικονομοτεχνική μελέτη αγωγών. Ροή με ελεύθερη επιφάνεια σε αγωγούς κυκλικής διατομής έχουμε συνήθως στους αγωγούς προσαγωγής που ακολουθούν τη δεξαμενή φόρτισης ενός υδροηλεκτρικού έργου. Τα κυκλώματα ψύξης θερμοηλεκτρικών σταθμών και τα δίκτυα όμβριων υδάτων είναι οι δύο άλλες μεγάλες κατηγορίες εμφάνισης ροής με ελεύθερη επιφάνεια σε κυλινδρικούς αγωγούς.

Ο συντελεστής τραχύτητας του αγωγού (n) έχει επικρατήσει να υπολογίζεται εμπειρικά από τη μέθοδο του Manning για αυτό αναφέρεται και ως συντελεστής Manning. Υπάρχουν πίνακες που δίνουν την τιμή του n [s^3/\sqrt{m}] η οποία είναι ανεξάρτητη του αριθμού Re . Το εύρος τιμών του είναι από 0,008 για λείες επιφάνειες

μέχρι 0,5 για πολύ τραχείες επιφάνειες και με παρουσία ξένων σωμάτων μέσα στο ρευστό και εξαρτάται από το βάθος της ροής καθώς όσο αυτό αυξάνεται, μειώνεται η σχετική τραχύτητα (ϵ/D) [2],[8],[9]. Ο Πίνακας 1.2 περιέχει ενδεικτικές τιμές του συντελεστή Manning για τις περισσότερες περιπτώσεις ανοιχτών αγωγών.

Type of channel and description	Minimum	Normal	Maximum	Type of channel and description	Minimum	Normal	Maximum
A. CLOSED CONDUITS FLOWING PARTLY FULL							
A-1. Metal				c. Concrete			
a. Brass, smooth	0.009	0.010	0.013	1. Trowel finish	0.011	0.013	0.015
b. Steel				2. Float finish	0.013	0.015	0.016
1. Lockbar and welded	0.010	0.012	0.014	3. Finished, with gravel on bottom	0.015	0.017	0.020
2. Riveted and spiral	0.013	0.016	0.017	4. Unfinished	0.014	0.017	0.020
c. Cast iron				5. Gunite, good section	0.016	0.019	0.023
1. Coated	0.010	0.013	0.014	6. Gunite, wavy section	0.018	0.022	0.025
2. Uncoated	0.011	0.014	0.016	7. On good excavated rock	0.017	0.020	
d. Wrought iron				8. On irregular excavated rock	0.022	0.027	
1. Black	0.012	0.014	0.015	d. Concrete bottom float finished with sides of			
2. Galvanized	0.013	0.016	0.017	1. Dressed stone in mortar	0.015	0.017	0.020
e. Corrugated metal				2. Random stone in mortar	0.017	0.020	0.024
1. Subdrain	0.017	0.019	0.021	3. Cement rubble masonry, plastered	0.016	0.020	0.024
2. Storm drain	0.021	0.024	0.030	4. Cement rubble masonry	0.020	0.025	0.030
A-2. Nonmetal				5. Dry rubble or riprap	0.020	0.030	0.035
a. Lucite	0.008	0.009	0.010	e. Gravel bottom with sides of			
b. Glass	0.009	0.010	0.013	1. Formed concrete	0.017	0.020	0.025
c. Cement				2. Random stone in mortar	0.020	0.023	0.026
1. Neat, surface	0.010	0.011	0.013	3. Dry rubble or riprap	0.023	0.033	0.036
2. Mortar	0.011	0.013	0.015	f. Brick			
d. Concrete				1. Glazed	0.011	0.013	0.015
1. Culvert, straight and free of debris	0.010	0.011	0.013	2. In cement mortar	0.012	0.015	0.018
2. Culvert with bends, connections, and some debris	0.011	0.013	0.014	g. Masonry			
3. Finished	0.011	0.012	0.014	1. Cemented rubble	0.017	0.025	0.030
4. Sewer with manholes, inlet, etc., straight	0.013	0.015	0.017	2. Dry rubble	0.023	0.032	0.035
5. Unfinished, steel form	0.012	0.013	0.014	h. Dressed ashlar	0.013	0.015	0.017
6. Unfinished, smooth wood form	0.012	0.014	0.016	i. Asphalt			
7. Unfinished, rough wood form	0.015	0.017	0.020	1. Smooth	0.013	0.013	
e. Wood				2. Rough	0.016	0.016	
1. Stave	0.010	0.012	0.014	j. Vegetal lining	0.030	0.500
2. Laminated, treated	0.015	0.017	0.020	C. EXCAVATED OR DREDGED			
f. Clay				a. Earth, straight and uniform			
1. Common drainage tile	0.011	0.013	0.017	1. Clean, recently completed	0.016	0.018	0.020
2. Vitrified sewer	0.011	0.014	0.017	2. Clean, after weathering	0.018	0.022	0.025
3. Vitrified sewer with manholes, inlet, etc.	0.013	0.015	0.017	3. Gravel, uniform section, clean	0.022	0.025	0.030
4. Vitrified subdrain with open joint	0.014	0.016	0.018	4. With short grass, few weeds	0.022	0.027	0.033
g. Brickwork				b. Earth, winding and sluggish			
1. Glazed	0.011	0.013	0.015	1. No vegetation	0.023	0.025	0.030
2. Lined with cement mortar	0.012	0.015	0.017	2. Grass, some weeds	0.025	0.030	0.033
h. Sanitary sewers coated with sewage slimes, with bends and connections	0.012	0.013	0.016	3. Dense weeds or aquatic plants in deep channels	0.030	0.035	0.040
i. Paved invert, sewer, smooth bottom	0.016	0.019	0.020	4. Earth bottom and rubble sides	0.028	0.030	0.035
j. Rubble masonry, cemented	0.018	0.025	0.030	5. Stony bottom and weedy banks	0.025	0.035	0.040
				6. Cobble bottom and clean sides	0.030	0.040	0.050
				c. Dragline-excavated or dredged			
				1. No vegetation	0.025	0.028	0.033
				2. Light brush on banks	0.035	0.050	0.060
				d. Rock cuts			
				1. Smooth and uniform	0.025	0.035	0.040
				2. Jagged and irregular	0.035	0.040	0.050
				e. Channels not maintained, weeds and brush uncut			
				1. Dense weeds, high as flow depth	0.050	0.080	0.120
				2. Clean bottom, brush on sides	0.040	0.050	0.080
				3. Same, highest stage of flow	0.045	0.070	0.110
				4. Dense brush, high stage	0.080	0.100	0.140
B. LINED OR BUILT-UP CHANNELS							
B-1. Metal							
a. Smooth steel surface							
1. Unpainted	0.011	0.012	0.014				
2. Painted	0.012	0.013	0.017				
b. Corrugated	0.021	0.025	0.030				
B-2. Nonmetal							
a. Cement							
1. Neat, surface	0.010	0.011	0.013				
2. Mortar	0.011	0.013	0.015				
b. Wood							
1. Planed, untreated	0.010	0.012	0.014				
2. Planed, creosoted	0.011	0.012	0.015				
3. Unplaned	0.011	0.013	0.015				
4. Plank with battens	0.012	0.015	0.018				
5. Lined with roofing paper	0.010	0.014	0.017				

Πίνακας 1.2 Συντελεστής Manning για ανοιχτούς αγωγούς.

Η κλίση του πυθμένα του αγωγού S_o δίνεται από τον τύπο $S_o = \frac{z_1 - z_2}{L} = \sin \theta$

όπου z η κατακόρυφη απόσταση από τη στάθμη αναφοράς και L το μήκος του αγωγού. Ορίζεται η κρίσιμη κλίση $S_c = 12,64n^2q^{-2/9}$.

Ο χαρακτηρισμός της κλίσης εξαρτάται από την τραχύτητα και από την παροχή. Η κλίση του αγωγού μπορεί να χαρακτηριστεί ήπια ($S_o < S_c$) όταν η ομοιόμορφη ροή σε αγωγό με δεδομένη τραχύτητα και διατομή είναι υποκρίσιμη και απότομη ($S_o > S_c$) όταν είναι υπερκρίσιμη. Μια απότομη κλίση για συγκεκριμένο αγωγό με λεία επικάλυψη δύναται να είναι ήπια για την ίδια ροή σε αγωγό με τραχεία επικάλυψη. Επίσης, για μικρή παροχή μια κλίση που μπορεί να είναι ήπια για δεδομένο αγωγό μπορεί να γίνει απότομη για μεγαλύτερη παροχή. Οι τιμές που έχει η κλίση του πυθμένα συνήθως είναι της τάξης του 0,5-3‰, ενώ πολύ σπάνια και για μικρές αποστάσεις συναντάται αρνητική κλίση [5],[6].

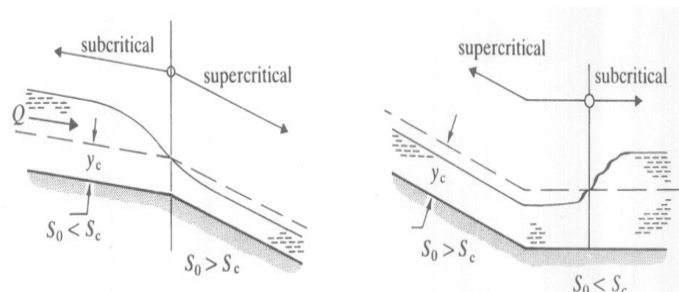
Με βάση την κλίση του αγωγού η ελεύθερη επιφάνεια μπορεί να καταταχθεί σε μία από τις παρακάτω κατηγορίες:

- **H** (Horizontal): για οριζόντιο αγωγό $S_o = 0$
- **M** (Mild): για ήπια κλίση του αγωγού $0 < S_o < S_c$
- **C** (Critical): για κρίσιμη κλίση του αγωγού $0 < S_o = S_c$
- **S** (Supercritical): για απότομη κλίση του αγωγού $S_o > S_c$
- **A** (Adverse): για αντίστροφη κλίση του αγωγού $S_o < 0$

Περαιτέρω διαχωρισμός των κατηγοριών αυτών γίνεται με τη σχέση του βάθους ροής y με τα βάθη y_c και y_n :

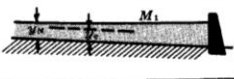
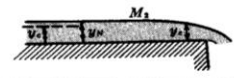
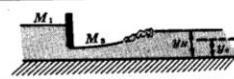
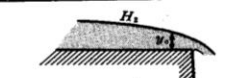
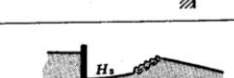


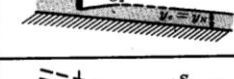
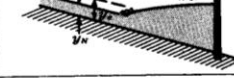

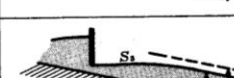


- Ο αριθμός 1 αντιστοιχεί στη ροή όπου το βάθος y είναι μεταξύ του απείρου και ενός από τα δύο άλλα βάθη.
- Ο αριθμός 2 αντιστοιχεί στη ροή όπου το βάθος y είναι μεταξύ y_c και y_n .
- Ο αριθμός 3 αντιστοιχεί στη ροή όπου το βάθος y είναι μεταξύ του πυθμένα και ενός από τα δύο άλλα βάθη.

Συχνά οι ανοιχτοί αγωγοί μπορεί να μην έχουν ίδια κλίση πυθμένα σε όλο το μήκος τους. Τότε είναι πιθανό να συμβεί μετάβαση της ροής από υποκρίσιμη σε υπερκρίσιμη ή το αντίστροφο. Στο σχήμα 1.5 παρουσιάζονται δύο τέτοιες περιπτώσεις.



Σχήμα 1.5 Αλλαγή της ροής εξαιτίας της αλλαγής στην κλίση πυθμένα.

Στον Πίνακα 1.3 παρουσιάζονται συνοπτικά οι κατηγορίες της ελεύθερης επιφάνειας και των χαρακτηριστικών που τις συνοδεύουν.

Κλίση αγωγού	Σχέση βαθών	$\left(\frac{dy}{dL}\right)$	Τύπος ελεύθερης επιφάνειας	Συμβολισμός	Είδος ροής	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας
Ήπια ή υποκρίσιμη $0 < S < S_c$	$y > y_N > y_c$	+	υπερύψωση	M_1	υποκρίσιμη	
	$y_N > y > y_c$	-	κατάπτωση	M_2	υποκρίσιμη	
	$y_N > y_c > y$	+	υπερύψωση	M_3	υπερκρίσιμη	
Οριζόντια $S = 0$ $y_N = \infty$	$y > y_c$	-	κατάπτωση	H_2	υποκρίσιμη	
	$y_c > y$	+	υπερύψωση	H_3	υπερκρίσιμη	
Κρίσιμη $S_N = S_c$ $y_N = y_c$	$y > y_c = y_N$	+	υπερύψωση	C_1	υποκρίσιμη	
	$y_c = y = y_N$		παράλληλη προς τον πυθμένα	C_2	ομοιόμορφη, κρίσιμη	
	$y_c = y_N > y$	+	υπερύψωση	C_3	υπερκρίσιμη	
Απότομη ή υπερκρίσιμη $S > S_c > 0$	$y > y_c > y_N$	+	υπερύψωση	S_1	υποκρίσιμη	
	$y_c > y > y_N$	-	κατάπτωση	S_2	υπερκρίσιμη	
	$y_c > y_N > y$	+	υπερύψωση	S_3	υπερκρίσιμη	
Ανάστροφη $S < 0$ $y_N = \infty$	$y > y_c$	-	κατάπτωση	A_2	υποκρίσιμη	
	$y_c > y$	+	υπερύψωση	A_3	υπερκρίσιμη	

Πίνακας 1.3 Κατηγορίες ελεύθερης επιφάνειας.

2. Μόνιμη Ροή

2.1 Ομοιόμορφη Ροή

Εξισώσεις ροής

Η εξίσωση ενέργειας μεταξύ δύο διατομών 1 και 2 όπου το ρευστό ρέει από τη διατομή 1 στη διατομή 2 γράφεται:

$$z_1 = z_2 + \lambda \frac{L}{D_h} \frac{V^2}{2g} \quad (2.1)$$

όπου: z_1 και z_2 το υψόμετρο του πυθμένα στις αντίστοιχες θέσεις των διατομών

L η απόσταση των δύο διατομών και

λ ο συντελεστής απωλειών τριβής.

Όμως η κλίση του πυθμένα είναι: $S_o = \frac{z_1 - z_2}{L} = \sin \theta$

Οπότε η ταχύτητα ροής προκύπτει $V = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{S_o R} = C \sqrt{S_o R}$,

όπου R η υδραυλική ακτίνα.

Αντικαθιστώντας τη σταθερά C από τη σχέση του Manning $C = \frac{1}{n} R^{1/6}$

προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις για την ταχύτητα του ρευστού και την παροχή της ομοιόμορφης ροής.

$$V = \frac{R^{1/6}}{n} \sqrt{RS_o} = \frac{R^{2/3}}{n} \sqrt{S_o} \quad (2.2)$$

και

$$Q = VA = \frac{(A/P)^{2/3}}{n} \sqrt{S_o} A = \frac{A^{5/3}}{nP^{2/3}} \sqrt{S_o} \quad (2.3)$$

Από τη σχέση 2.3 προκύπτει ότι για τους πρισματικούς αγωγούς αύξηση της παροχής ομοιόμορφης ροής Q_n σημαίνει και αύξηση του βάθους ομοιόμορφης ροής y_n . Όμως στους αγωγούς κυκλικής διατομής παρουσιάζονται ορισμένες ιδιαιτερότητες καθώς το βάθος ροής μπορεί να αυξάνει μόνο μέχρι να γίνει ίσο με τη διάμετρο του αγωγού άρα υπάρχει και μια μέγιστη παροχή.

Εύρεση μέγιστης παροχής Q_n σε διώρυγα κυκλικής διατομής

Η εύρεση της μέγιστης δυνατής παροχής σε αγωγό κυκλικής διατομής που εξασφαλίζει ροή με ελεύθερη επιφάνεια είναι ένα πολύ σημαντικό ζήτημα. Για αυτό δημιουργήθηκε ο κώδικας UNIFORMCIRC.FOR.

Τα δεδομένα στο πρόγραμμα αυτό είναι η διάμετρος του αγωγού (DIN), ο συντελεστής Manning (AMAN) που θεωρείται σταθερός στη διατομή του αγωγού και η κλίση του πυθμένα του αγωγού (AKLI). Τα δεδομένα αυτά βρίσκονται στο αρχείο INFREE.

Ορίζεται η στοιχειώδης μετατόπιση DY κατά την κατεύθυνση του βάθους ροής. Με επαναληπτική διαδικασία το βάθος ροής αυξάνεται κατά DY μέχρι να γίνει ίσο με τη διάμετρο. Για κάθε τιμή του βάθους ροής υπολογίζονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής:

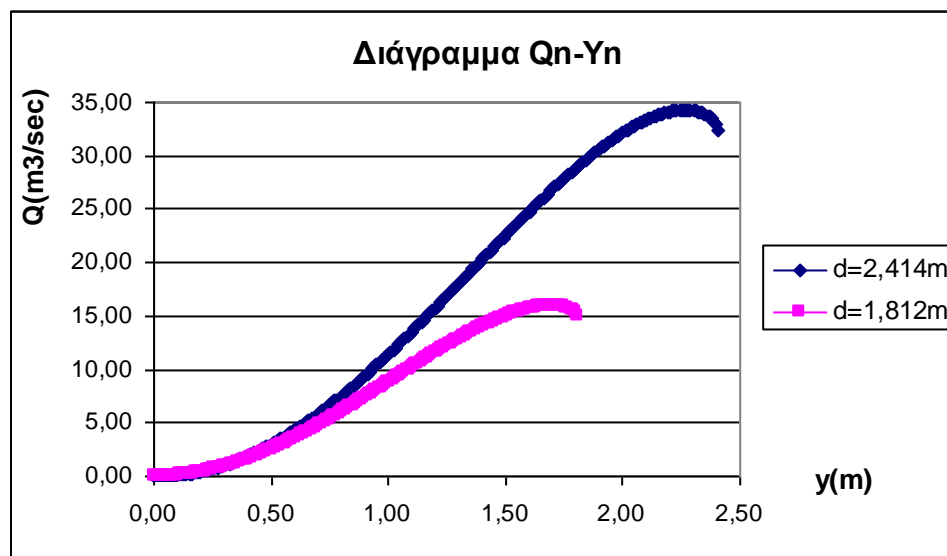
- η κεντρική γωνία TH
- η υγρή διατομή A
- η υδραυλική ακτίνα R
- η βρεχόμενη περίμετρος P

Από τις τιμές αυτές σύμφωνα τις εξισώσεις 2.2 και 2.3 υπολογίζονται η ταχύτητα $C(I)$ και η παροχή της ομοιόμορφης ροής $QC(I)$ για το βάθος ροής $YC(I)$. Επιπλέον, υπολογίζεται και ο αριθμός $FR(I)$. Επίσης, κρίθηκε σκόπιμο να οριστεί το αδιάστατο βάθος ροής y/d ($PHLIKO=YC(I)/DIN$), η αδιάστατη ταχύτητα C/C_o ($TAX=C(I)/C(NC)$) και η αδιάστατη παροχή Q/Q_o ($PAROXH=QC(I)/QC(NC)$). Η παροχή Q_o και η ταχύτητα του ρευστού C_o αντιστοιχούν στο πλήρες γέμισμα του αγωγού.

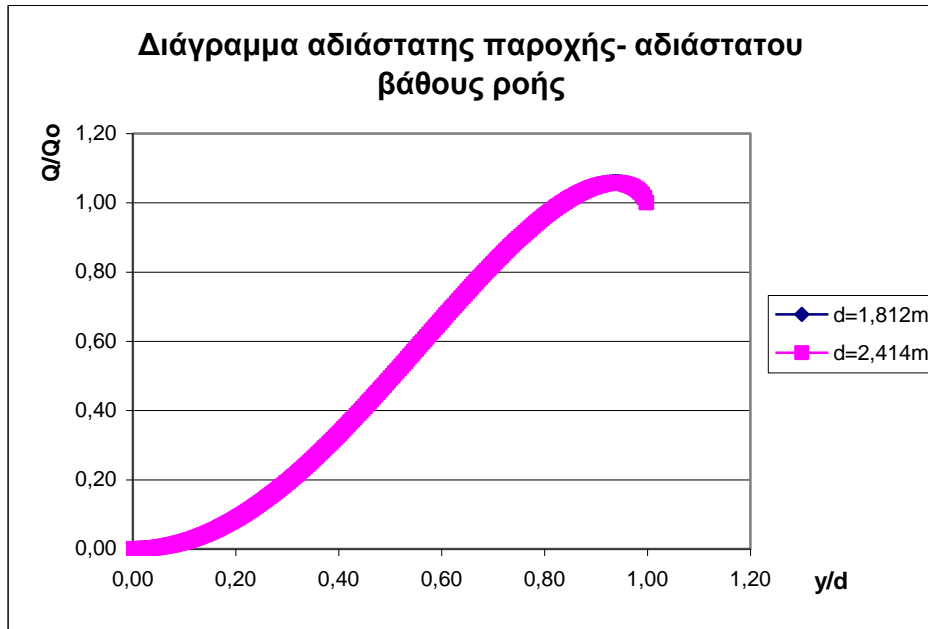
Στο αρχείο **OUTFREE** αποθηκεύονται για κάθε τιμή του βάθους ροής η παροχή $QC(I)$ και η ταχύτητα $C(I)$ και τα αδιάστατα μεγέθη **PHLIKO**, **PAROXH**, **TAX**.

Τέλος, το πρόγραμμα παρέχει τη δυνατότητα μέσω γραμμικής παρεμβολής των σημείων $YC(I), QC(I)$, που έχουν υπολογιστεί, να εμφανίσει το ομοιόμορφο βάθος ροής για την τιμή της παροχής που θα ορίσουμε.

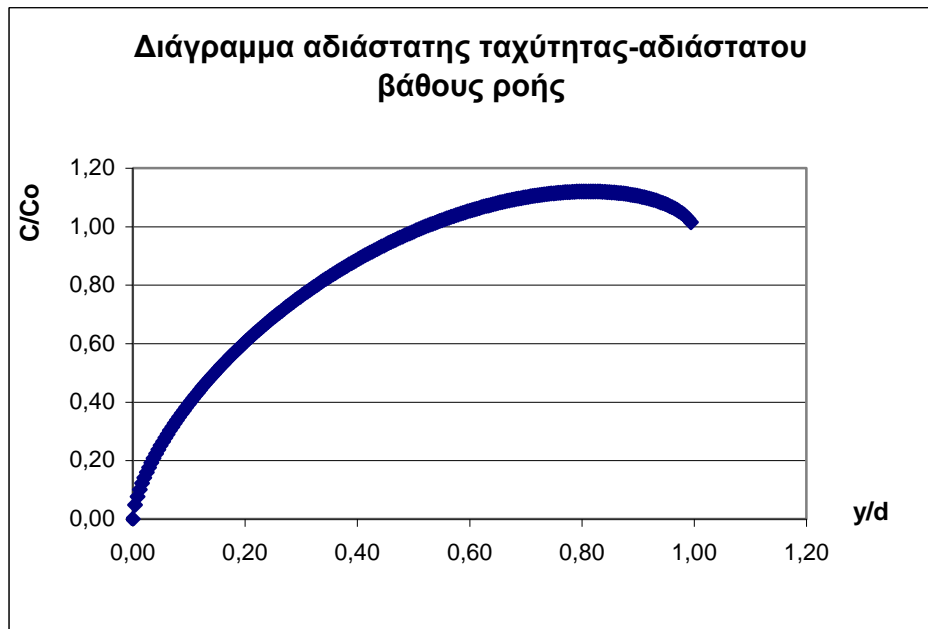
Τα διαγράμματα που ακολουθούν προέκυψαν από την εκτέλεση του προγράμματος **UNIFORMCIRC.FOR** για δύο ενδεικτικές τιμές εσωτερικής διαμέτρου του αγωγού. Τα συμπεράσματα επικεντρώνονται στη σχέση μεταξύ των αδιάστατων μεγεθών.



Σχήμα 2.1 Διάγραμμα βάθους ροής-παροχής για ομοιόμορφη ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής.



Σχήμα 2.2 Διάγραμμα αδιάστατης παροχής - αδιάστατου βάθους ροής για ομοιόμορφη ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής.



Σχήμα 2.3 Διάγραμμα αδιάστατης ταχύτητας-αδιάστατου βάθους ροής για ομοιόμορφη ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής.

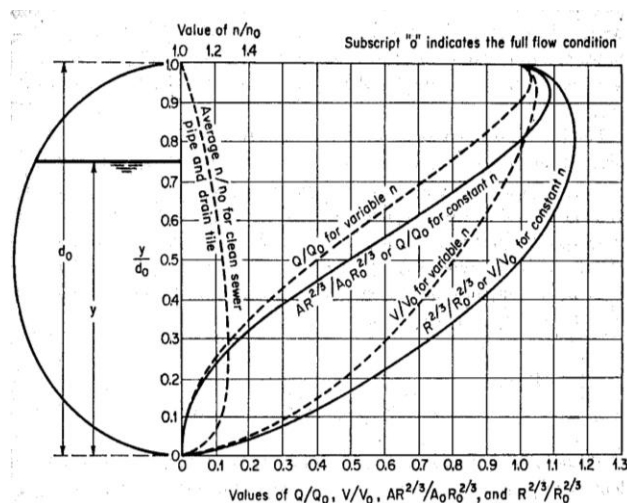
Παρατηρήσεις - Συμπεράσματα

1. Από τα διαγράμματα του σχήματος 2.1 προκύπτει ότι η μέγιστη παροχή δεν αντιστοιχεί στο μέγιστο βάθος ροής. Όσο μεγαλύτερη είναι η διάμετρος του αγωγού τόσο μεγαλύτερες είναι και οι τιμές παροχής Q_n .

2. Από διάγραμμα του σχήματος 2.2 είναι εμφανές ότι η τιμή της διάμετρου του αγωγού δεν επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης αδιάστατης παροχής - αδιάστατου βάθους ροής. Ο ρυθμός αύξησης της παροχής είναι μικρός για μικρές τιμές του βάθους ροής, περίπου μέχρι 0,1d, και για μεγαλύτερες αυξάνεται. Μεταξύ των τιμών 0,30d και 0,81d ρυθμός αύξησης της αδιάστατης παροχής είναι σταθερός. Η μέγιστη παροχή αντιστοιχεί σε βάθος ροής 0,94d. Επίσης, για τιμές του βάθους ροής που είναι μεγαλύτερες του 0,82d είναι πιθανό σε μία τιμή της παροχής να αντιστοιχούν δύο τιμές του βάθους ροής.

3. Η κατανομή της ταχύτητας προφανώς δεν ακολουθεί τη μορφή της κατανομής της παροχής. Ο ρυθμός αύξησης της ταχύτητας είναι μεγαλύτερος στα πολύ χαμηλά βάθη ροής. Η μέγιστη ταχύτητα αντιστοιχεί σε βάθος ροής 0,81d. Από αυτή την τιμή και μετά η ταχύτητα μειώνεται. Σύμφωνα με τα σχήματα 2.2 και 2.3 αυτή η μείωση αντιστοιχεί σε άμεση μείωση του ρυθμού μεταβολής της αδιάστατης παροχής αλλά όχι και της Q_n . Επίσης, για τιμές του βάθους ροής που είναι μεγαλύτερες του 0,50d η ίδια τιμή ταχύτητας μπορεί να υπάρξει για δύο τιμές του βάθους ροής.

Τα αποτελέσματα του κώδικα και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από αυτά επιβεβαιώνονται από τη βιβλιογραφία [9]. Εκεί μπορεί κανείς να συναντήσει και πίνακες εκτός από νομογραφήματα που δίνουν την παροχή για κλειστό αγωγό διαμέτρου d , με σταθερό n , συναρτήσει του αδιάστατου βάθους ροής y/d .



Σχήμα 2.4 Χαρακτηριστικά ροής σε αγωγό κυκλικής διατομής σύμφωνα με τον V.T.Chow.

2.2 Βαθμιαία Μεταβαλλόμενη Ροή

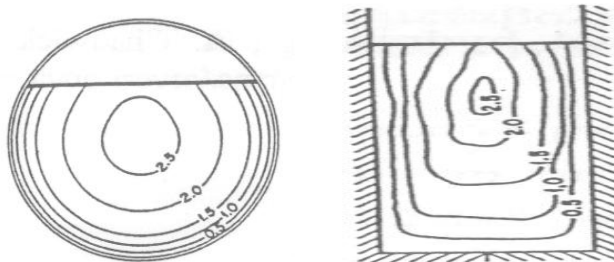
Εξισώσεις ροής

Αρχικά πρέπει να αναφερθούν οι παραδοχές που έγιναν κατά τη διατύπωση των εξισώσεων:

- 1.το υγρό είναι ασυμπίεστο, ομογενές και νευτώνιο συνεπώς έχει σταθερή πυκνότητα
- 2.ο αγωγός είναι πρισματικός και ανελαστικός
- 3.η επίδραση της επιφανειακής τάσης στην ελεύθερη επιφάνεια είναι αμελητέα
- 4.οι ταχύτητες του ρευστού που αναπτύσσονται είναι σημαντικά μικρότερες της ταχύτητας του ήχου μέσα στο υγρό
- 5.η στατική πίεση στη ροή υπακούει στο νόμο της υδροστατικής πίεσης το οποίο ισχύει λόγω της μικρής καμπύλωσης της ελεύθερης επιφάνειας της ροής
- 6.ο συντελεστής Manning είναι σταθερός
- 7.η κλίση του πυθμένα του αγωγού θ είναι μικρή ώστε $\sin\theta=\tan\theta=\theta$ και $\cos\theta=1$
- 8.η ροή θεωρείται μονοδιάστατη.

Αναφορικά με την κατανομή της ταχύτητας στη διατομή του αγωγού ισχύουν:

- 1.η συνθήκη μη ολίσθησης στα τοιχώματα του αγωγού ($V=0$)
- 2.η μέγιστη ταχύτητα της διατομής παρατηρείται στον άξονα συμμετρίας, για συμμετρικές διατομές
- 3.η κατανομή της ταχύτητας είναι δεδομένη και ομοιόμορφη.



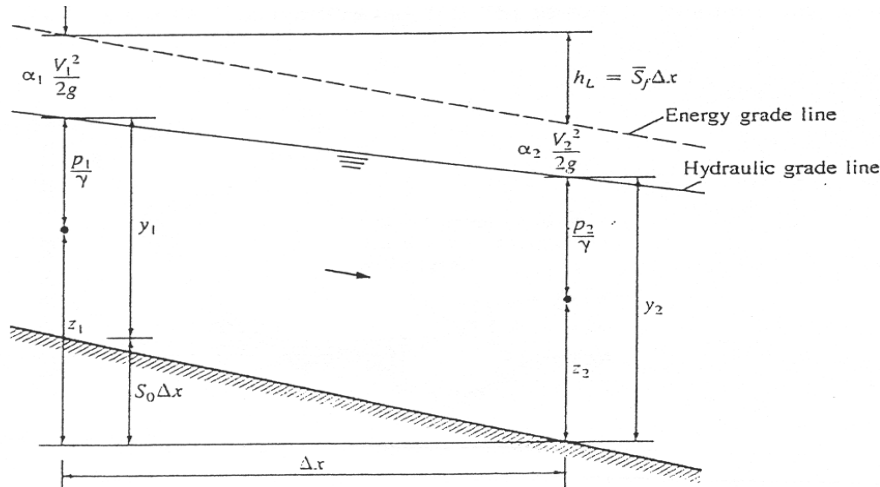
Σχήμα 2.5 Ισοϋψείς ταχυτήτων σε αγωγό κυκλικής και ορθογωνικής διατομής.

Στη συνέχεια θα θεμελιωθούν και θα καταγραφούν οι εξισώσεις που περιγράφουν την προσέγγιση της μόνιμης ροής που έγινε με τη θεωρία της βαθμιαία μεταβαλλόμενης ροής για τον στοιχειώδη όγκο ελέγχου του σχήματος 2.6.

Η εξίσωση ενέργειας είναι:

$$\frac{p_1}{\gamma} + a_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + a_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f \quad (2.4)$$

όπου: z η στάθμη του πυθμένα από μια επιφάνεια αναφοράς
 $h_f = S_f \Delta x$ οι υδραυλικές απώλειες μεταξύ των δύο διατομών
 $\gamma = \rho g$ το ειδικό βάρος του υγρού
 $V = Q/A$ η μέση ταχύτητα του αγωγού στη διατομή
ο διορθωτικός συντελεστής α ισούται με τη μονάδα επειδή η ταχύτητα είναι ομοιόμορφη ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$).
 g η επιτάχυνση της βαρύτητας



Σχήμα 2.6 Στοιχειώδης όγκος ελέγχου ανοιχτού αγωγού.

Επίσης έχουμε $\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = y_1 + S_o \Delta x$, όπου S_o η κλίση του πυθμένα (θετική)

και $\frac{p_2}{\gamma} + z_2 = y_2$

οπότε η 2.4 γράφεται

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + S_o \Delta x = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (2.5)$$

Η εξίσωση της συνέχειας είναι: $A_1 V_1 = A_2 V_2$ (2.6)

Ορίζοντας $\Delta y = y_2 - y_1$ και $\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \Delta x$

η εξίσωση 2.5 γίνεται:

$$\Delta y = S_o \Delta x - S_f \Delta x - \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \Delta x$$

ή ισοδύναμα με διαίρεση της με Δx :
$$\frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = S_o - S_f \quad (2.7)$$

Αν γράψουμε το όρο $\frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = \left[\frac{d}{dy} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \right] \frac{dy}{dx}$ και αντικαταστήσουμε στη 2.7 έχουμε:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 + \frac{d}{dy} \left(\frac{V^2}{2g} \right)} \quad (2.8)$$

παραγωγίζοντας έχουμε: $\frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = \frac{-2Q}{2gA^3} \frac{dA}{dy}$

όμως $B = \frac{dA}{dy}$ το πλάτος της ελεύθερης επιφάνειας άρα τελικά η 2.8 γράφεται:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 + \frac{BQ^2}{gA^3}} \quad (2.9)$$

Η εξίσωση 2.9 αποτελεί τη γενική διαφορική εξίσωση της βαθμιαία μεταβαλλόμενης ροής για πρισματικό αγωγό.

Η κλίση των υδραυλικών απωλειών S_f δίνεται από τη σχέση του Manning:

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}} \quad (2.10)$$

Η οριακή συνθήκη του προβλήματος αφορά στο ανάντι άκρο όπου το βάθος ροής y_1 είναι σταθερό.

2.3 Ανάλυση κώδικα επίλυσης βαθμιαίας μεταβαλλόμενης ροής

Δεδομένα εισόδου

- Δεδομένα εισόδου τα οποία εισάγονται από το αρχείο INPUT είναι:
- η διάμετρος του αγωγού κυκλικής διατομής (D1) ή το πλάτος του αγωγού ορθογωνικής διατομής (B0). Οι τιμές αυτές είναι σταθερές σε όλο το μήκος του αγωγού.
 - η στάθμη της ροής στο ανάντι άκρο ZCA από την οποία προκύπτει το βάθος ροής Y1
 - ο συντελεστής Manning MN
 - το πλήθος των κόμβων (N+1) για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων.

```

C  ARXEO DEDOMENON GIA ROH SE KYLINDRIKO AGWGO
D1(M) ESWT.DIAMETROS AGWGOU = 2.414
ZCA(M) ARXIKH STATMH ARXHS = 10.828
MN(-) SYNTELESTHS MANNING = 0.015
N(-) PLHTHOS DIAKRITOPHSHS= 800

```

Σχήμα 2.7 Αρχείο INPUT για τον κώδικα FREESURFPIPE.FOR.

Το αρχείο INGEOM περιέχει τη θέση XC και τις απαιτούμενες αποστάσεις αναφοράς ZC στις αρχικές διατομές ελέγχου. Το μήκος του αγωγού L είναι η θέση της τελευταίας διατομής ελέγχου. Έτσι ορίζεται το βήμα $dx=L/ N$ της διακριτοποίησης.

```

C AGWGOS me klissh pythmena 0.2%->0.1%
3
1      0.0      9.0
2     100.0     8.8
3     400.0     8.5

```

Σχήμα 2.8 Αρχείο INGEOM για τον κώδικα FREESURFPIPE.FOR.

Ο αγωγός που θα εξετάσουμε είναι σύνθετος μιας και αποτελείται από δύο τμήματα με διαφορετική κλίση πυθμένα και μήκος. Για τον υπολογισμό της κλίσης S_0 ως δεδομένα απαιτούνται οι αποστάσεις αναφοράς (ZC) μόνο για το πρώτο και το τελευταίο σημείο του κάθε τμήματος από τα οποία προκύπτουν και οι τιμές της στάθμης (ZOC) για τα ενδιάμεσα σημεία όπου υπάρχουν διατομές ελέγχου μέσω γραμμικής παρεμβολής. Εάν η κλίση του πυθμένα ήταν ενιαία θα χρειαζόνταν στοιχεία μόνο για τους δύο ακραίους κόμβους. Η κλίση S_0 υπολογίζεται στην αρχή του προγράμματος και αποθηκεύεται στο αρχείο SO.DAT.

Υπολογισμοί στο Σημείο Ανάντι του αγωγού

Επειδή το πρώτο σημείο του αγωγού (κόμβος 1) έχει σταθερό βάθος ροής τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του, πλάτος διατομής στην ελεύθερη επιφάνεια BOC(1) και εμβαδόν υγρής διατομής AS(1), υπολογίζονται πρώτα από όλα και χρησιμοποιούνται χωρίς να μεταβάλλονται στους επόμενους υπολογισμούς.

Εύρεση Q_{max}

Πριν ξεκινήσουν οι υπολογισμοί για τη μόνιμη ροή υπολογίζεται η μέγιστη παροχή που μπορεί να περάσει από τον αγωγό πριν αυτός πληρωθεί, στην περίπτωση της κυκλικής διατομής, και χωρίς να γίνει η ροή υπερκρίσιμη. Η ροή θέλουμε να είναι υποκρίσιμη ώστε να μην υπάρχει το ενδεχόμενο να αναπτυχθεί υδραυλικό άλμα στα κατάντι του αγωγού.

Η διαδικασία είναι επαναληπτική και ξεκινά με τον υπολογισμό της παροχής ομοιόμορφης ροής (Q_n) που αντιστοιχεί στο βάθος y_1 το οποίο όπως έχει προαναφερθεί είναι σταθερό. Η ροή επιλύεται με τη μέθοδο Euler, η οποία αναλύεται στη συνέχεια, αυξάνοντας την παροχή κατά 2% έως ότου σταματήσουν να ικανοποιούνται οι συνθήκες που θέσαμε. Εφόσον η Q_{max} είναι γνωστή εισάγεται σαν δεδομένο η παροχή Q_{IN} μικρότερη της Q_{max} .

Μέθοδος Euler

Για τους κόμβους 2 έως N+1 η επίλυση έγινε σύμφωνα με τη βελτιωμένη μέθοδο του Euler όπως αυτή αναλύεται παρακάτω.

Για τον προηγούμενο κόμβο (I-1) υπολογίζονται τα μεγέθη:

- AS1 η υγρή διατομή
- R1 η υδραυλική ακτίνα
- BO1 το πλάτος διατομής στην ελεύθερη επιφάνεια
- SF1 η κλίση των υδραυλικών απωλειών από τον τύπο 2.10
- DY1 από την εξίσωση της βαθμιαίας μεταβαλλόμενης ροής 2.9

Στη συνέχεια ορίζεται $Y2=Y(I-1) + DY1$. Για αυτό το βάθος υπολογίζονται τα μεγέθη που υπολογίστηκαν και για τον κόμβο I-1 (AS2, R2, BO2, SF2, DY2).

Τελικά το βάθος ροής για τον κάθε κόμβο είναι:

$$Y(I)= Y(I-1)+ 0,5(DY1+DY2)$$

Από αυτή την τιμή του βάθους ροής προκύπτουν στον κάθε κόμβο:

- τα γεωμετρικά μεγέθη της διατομής AS(I), BOC(I)
- η ταχύτητα $V(I)=QIN/ AS(I)$

Τα μεγέθη ροής βάθος ροής και ταχύτητα του ρευστού σε κάθε διατομή ελέγχου αποθηκεύονται στο αρχείο STATHMH.DAT και TAX.DAT αντίστοιχα. Το μέγεθος SF1 είναι κλίση των υδραυλικών απωλειών Sf και αποθηκεύεται στο αρχείο KLSH.DAT.

2.4 Αποτελέσματα

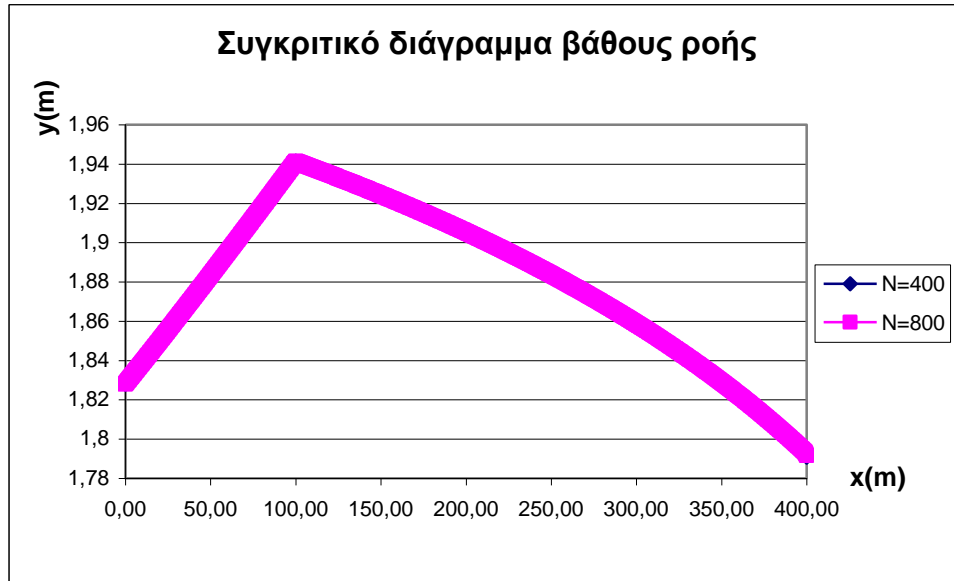
2.4.1 Αγωγός κυκλικής διατομής

Το πρόβλημα αφορά σε έναν κυλινδρικό αγωγό διαμέτρου $D=2,414\text{m}$ και συνολικού μήκους $L=400\text{m}$. Πρόκειται για τον αγωγό απαγωγής του θαλασσινού νερού στο κύκλωμα ψύξης του σταθμού της ΔΕΗ στο Αλιβέρι ο οποίος για κατασκευαστικούς λόγους αποτελείται από δύο τμήματα. Το πρώτο έχει μήκος $L_1=100\text{m}$ και κλίση πυθμένα $S_1=0,2\%$ και το δεύτερο μήκος $L_2=300\text{m}$ και κλίση $S_2=0,1\%$.

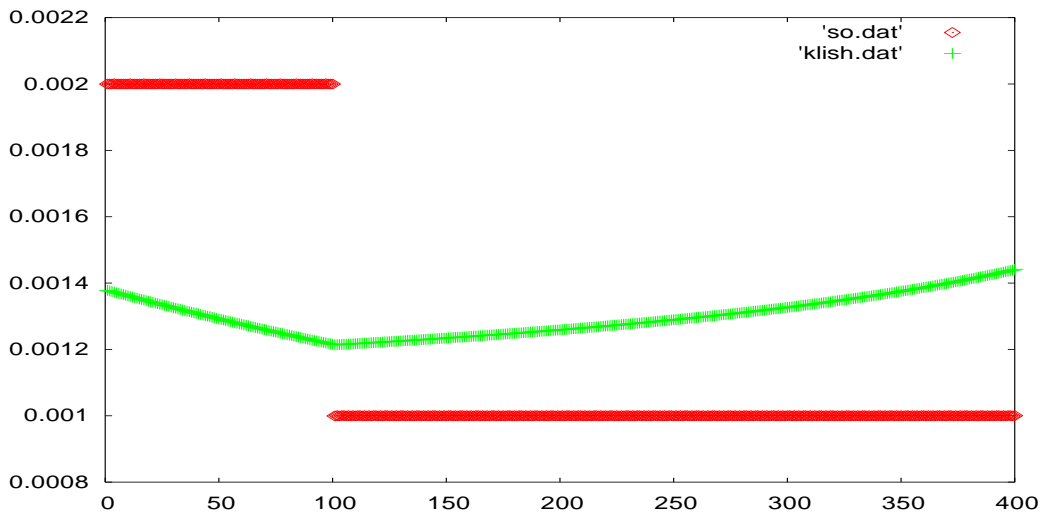
Για την αρχική μόνιμη κατάσταση το βάθος στα ανάντι καθορίζεται $Y1=1,828\text{m}$. Ο συντελεστής Manning θεωρήθηκε $n =0,011\text{s}/\sqrt{\text{m}}$ για καθαρό αγωγό σύμφωνα με τον Πίνακα 1.2.

Η μέγιστη παροχή προέκυψε $Q_{\max} = 10,89 \text{ m}^3/\text{sec}$ και είναι μεγαλύτερη από την ονομαστική παροχή ψύξης που είναι $Q= 36.600\text{m}^3/\text{h}=10,17\text{m}^3/\text{sec}$. Από το σχήμα 2.1 μπορούμε να δούμε ότι για αυτή την παροχή η ροή μέσα στον αγωγό θα ήταν ομοιόμορφη για $Y1=0,9364 \text{ m}$. Οπότε αναμένουμε η ροή να είναι ανομοιόμορφη.

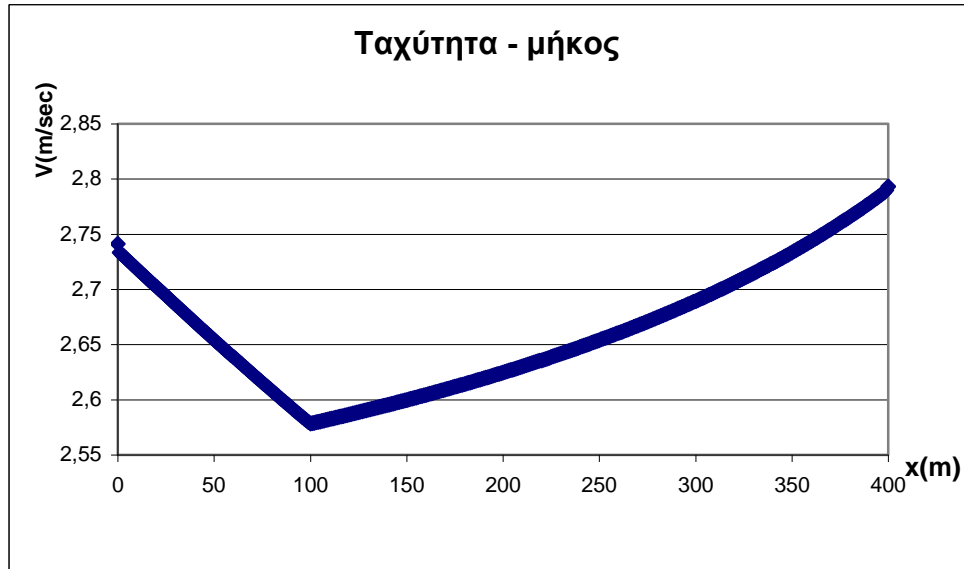
Ακολουθούν τα διαγράμματα και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τους υπολογισμούς των μεγεθών της ροής που έγιναν σύμφωνα με το πρόγραμμα FREESURFPIPE.FOR. Ειδικά στο διάγραμμα 2.12 απεικονίζονται η υδραυλική στάθμη: $y + S_0\Delta x$ και η γραμμή ενέργειας που είναι το άθροισμα : $y + S_0\Delta x + V^2/2g$.



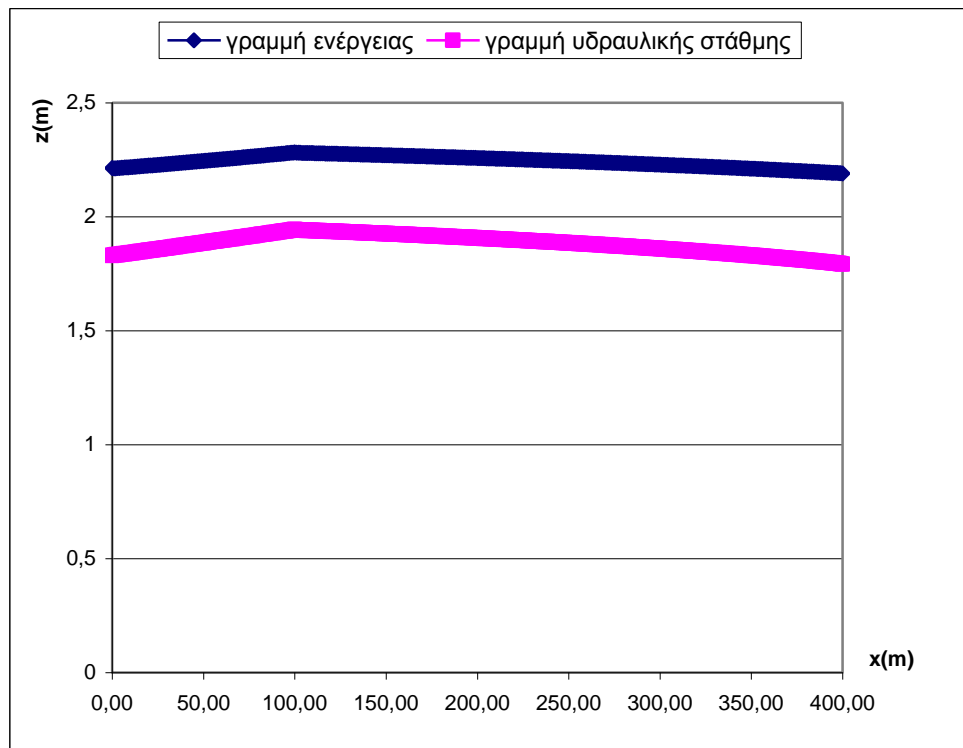
Σχήμα 2.9 Συγκριτικό διάγραμμα βάθους ροής - μήκους (y-x) για διάφορες τιμές του N.



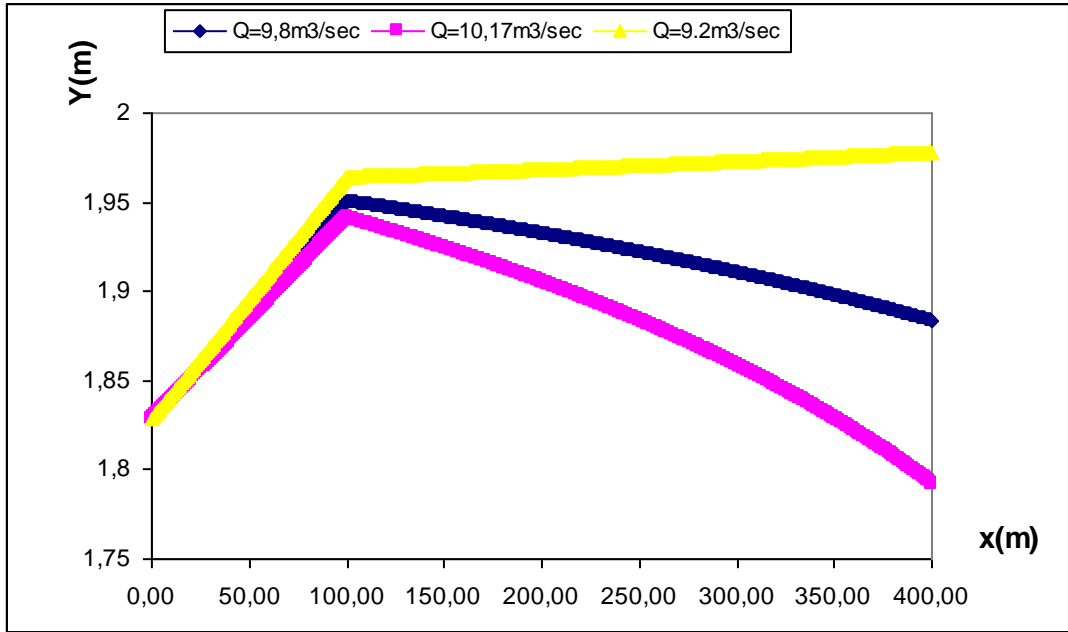
Σχήμα 2.10 Διάγραμμα κλίσεων S_0 και S_f - μήκους.



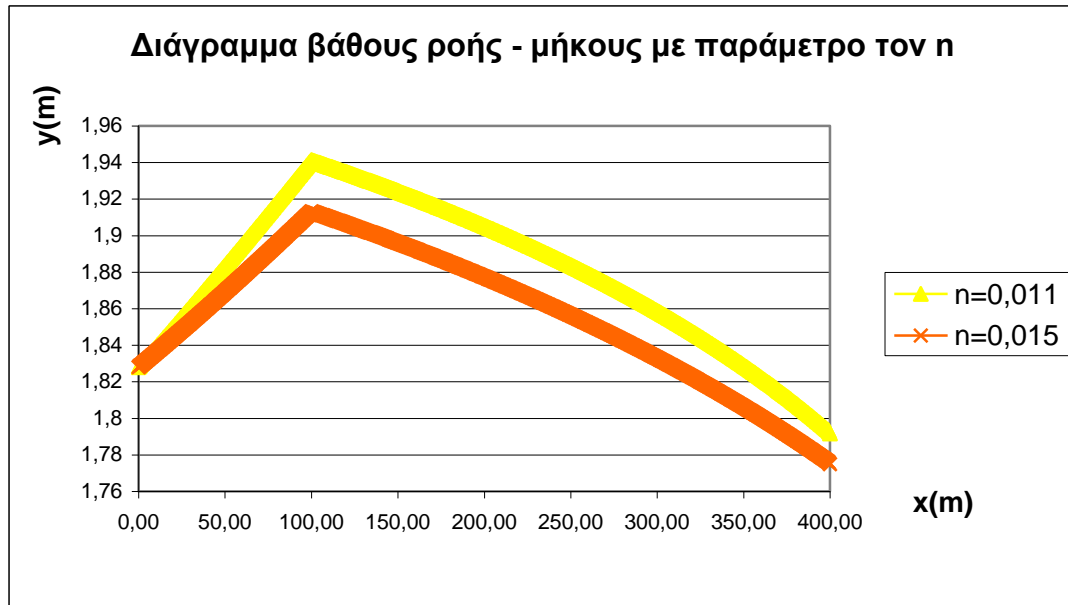
Σχήμα 2.11 Διάγραμμα ταχύτητας - μήκους (V-x).



Σχήμα 2.12 Γραμμή ενέργειας και υδραυλικής στάθμης κατά μήκος του αγωγού.



Σχήμα 2.13 Διάγραμμα βάθους ροής-μήκους για διάφορες τιμές της παροχής.



Σχήμα 2.14 Παραμετρικό διάγραμμα βάθους ροής-μήκους για $Q=10,17\text{m}^3/\text{sec}$ με μεταβλητή τον συντελεστή Manning.

Παρατηρήσεις – Συμπεράσματα

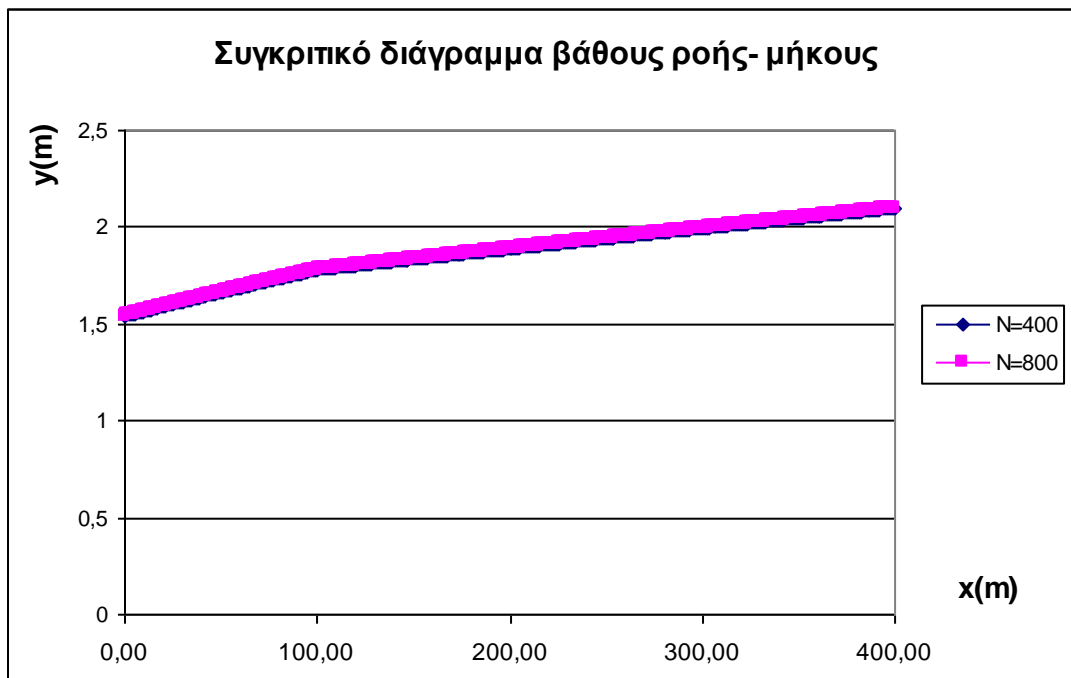
1. Το πρόγραμμα εκτελέστηκε για διάφορες τιμές του πλήθους των σημείων διακριτοποίησης ($N=400$ και $N=800$) και όπως φαίνεται και από το συγκριτικό διάγραμμα του σχήματος 2.9 τα αποτελέσματα για $N=400$ και για $N=800$ συμπίπτουν. Επομένως το βήμα της διακριτοποίησης $dx=0.5m$ κρίνεται ικανοποιητικό. Τα διαγράμματα που παρατίθενται με τα μεγέθη της ροής προέκυψαν για $N=800$ πλήθος κόμβων που εξασφαλίζει ανεξαρτησία πλέγματος. Η τιμή της μέγιστης παροχής είναι ανεξάρτητη του πλήθους των κόμβων.
2. Η ροή είναι μόνιμη αλλά όχι ομοιόμορφη κατά μήκος του αγωγού. Το βάθος της ροής αυξάνεται στο πρώτο τμήμα του αγωγού με μήκος $L_1=100m$ και κλίση πυθμένα $S_1=0,2\%$, ενώ κατά μήκος του δεύτερου τμήματος μειώνεται με αποτέλεσμα η ροή να επιταχύνεται. Η μεταβολή που παρατηρείται ήταν αναμενόμενη δεδομένης της μεταβολής της κλίσης του πυθμένα. Επειδή όμως η διακύμανση του βάθους δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη η γραμμή ενέργειας είναι σχεδόν παράλληλη στην υδραυλική στάθμη σύμφωνα και με το διάγραμμα 2.12.
3. Η κλίση των υδραυλικών απωλειών S_f είναι τάξης μεγέθους $0,0014$ ακολουθεί τη μεταβολή της ταχύτητας και η κατανομή της παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.10.
4. Παραμετρική διερεύνηση που έγινε με μεταβλητή την παροχή ψύξης σε περίπτωση μεταβολών του φορτίου και η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.13 έδειξε ότι όσο μικρότερη είναι η παροχή της Q_{max} , τόσο η κλίση του βάθους ροής αυξάνεται. Ειδικά στο δεύτερο τμήμα του αγωγού το βάθος της ροής αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό. Μάλιστα μετά από μια οριακή τιμή ($Q=9,1 m^3/sec$) η ροή γίνεται επιβραδυνόμενη και στο δεύτερο τμήμα και το βάθος ροής αυξάνεται σε όλο το μήκος του αγωγού με διαφορετικό βέβαια ρυθμό σε κάθε τμήμα.
5. Ο συντελεστής Manning είναι ένα βασικό χαρακτηριστικό του αγωγού. Η τιμή του μπορεί να αλλάξει καθώς με το πέρασμα του χρόνου δημιουργούνται επικαθίσεις στα τοιχώματα του αγωγού. Για αυτό η ροή στον αγωγό επιλύθηκε για τις ίδιες αρχικές συνθήκες αλλά με $n=0,015 s^{1/3}/m$ που αντιστοιχεί σε ακάθαρμο αγωγό. Από το σχήμα 2.14 μπορεί να διαπιστωθεί ότι με μεγαλύτερο συντελεστή τραχύτητας το βάθος της ροής είναι μικρότερο σε όλο το μήκος του αγωγού και αυτό οφείλεται στην αύξηση της κλίσης των υδραυλικών απωλειών. Η τιμή της Q_{max} δεν επηρεάζεται από την αλλαγή στην τιμή του n .

2.4.2 Αγωγός ορθογωνικής διατομής

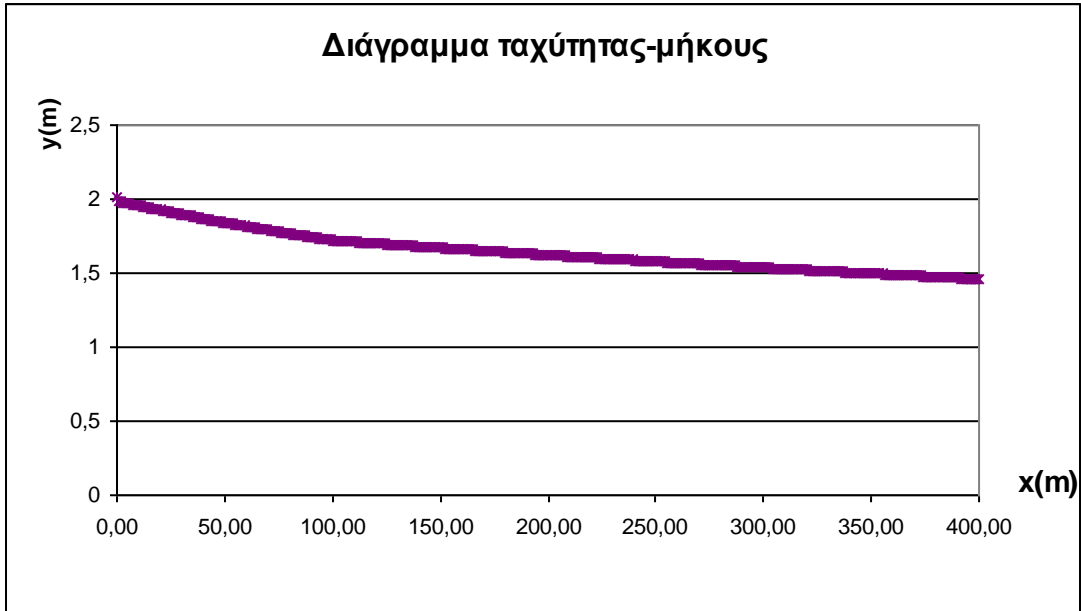
Η διώρυγα ορθογωνικής διατομής με την οποία θα ασχοληθούμε στη συνέχεια θα μπορούσε να είναι ο αγωγός προσαγωγής ενός αντλιοστασίου ομβρίων υδάτων. Το πλάτος της διώρυγας είναι $B= 1,810\text{m}$ και το βάθος ροής στον πρώτο κόμβο $Y1=1,542\text{m}$. Το μήκος της διώρυγας είναι $L= 400\text{ m}$ ενώ και αυτή χωρίζεται σε δύο τμήματα μήκους $L_1=100\text{m}$ και $L_2=300\text{m}$ και κλίσεις πυθμένα $S_1=0,2\%$ και $S_2=0,1\%$ αντίστοιχα. Ο συντελεστής Manning από τον Πίνακα 1.2 θεωρήθηκε $n=0,011\text{s}/\sqrt{m}$ για καθαρό αγωγό.

Για την επίλυση συντάχθηκε το πρόγραμμα TRANSIENTCHANNEL.FOR το οποίο λύνει αρχικά τη μόνιμη ροή σύμφωνα με τη μέθοδο του Euler όπως περιγράφηκε στην ενότητα 2.2 και στη συνέχεια τη μη-μόνιμη ροή όπως θα περιγραφεί στο τρίτο κεφάλαιο.

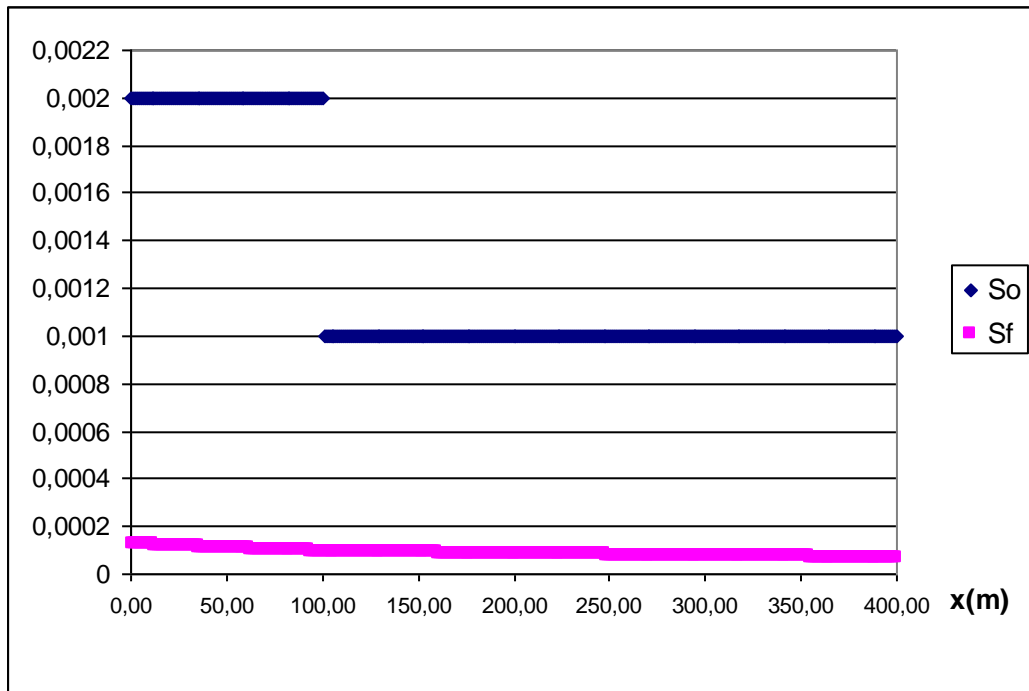
Από αυτό το πρόγραμμα προσδιορίστηκε η τιμή της Q_{\max} ίση με $10,53\text{m}^3/\text{sec}$ και καλύπτει την τυπική τιμή της παροχής για την περίπτωση που εξετάζουμε που είναι $Q=5,55\text{ m}^3/\text{sec}$. Στη συνέχεια παρατίθενται τα διαγράμματα που παρουσιάζουν την εξέλιξη των χαρακτηριστικών μεγεθών της ροής.



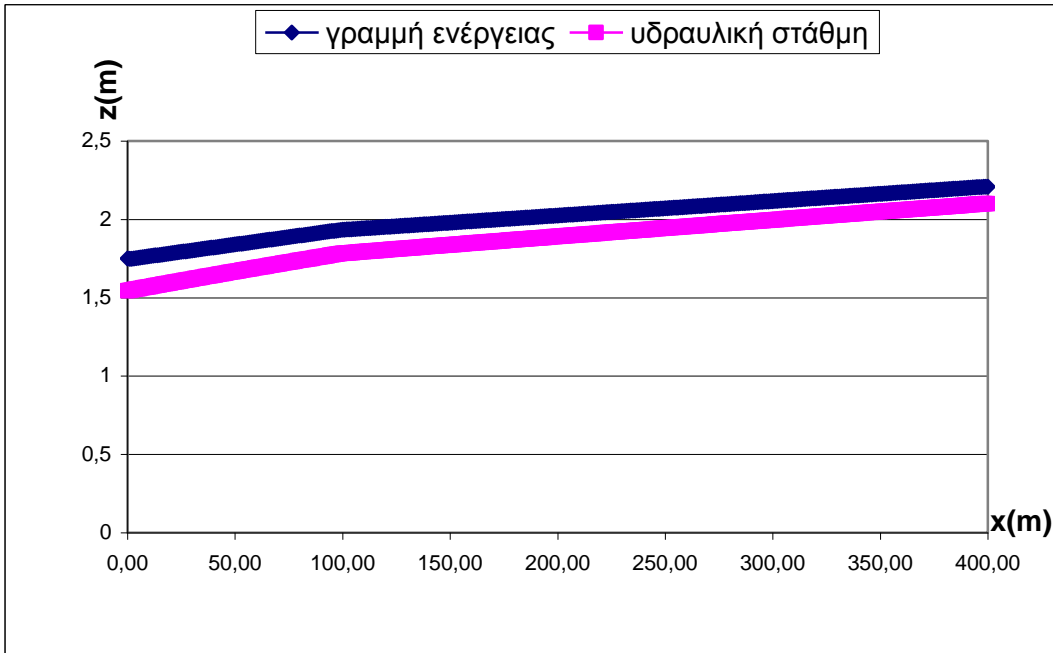
Σχήμα 2.15 Διάγραμμα βάθους ροής – μήκους.



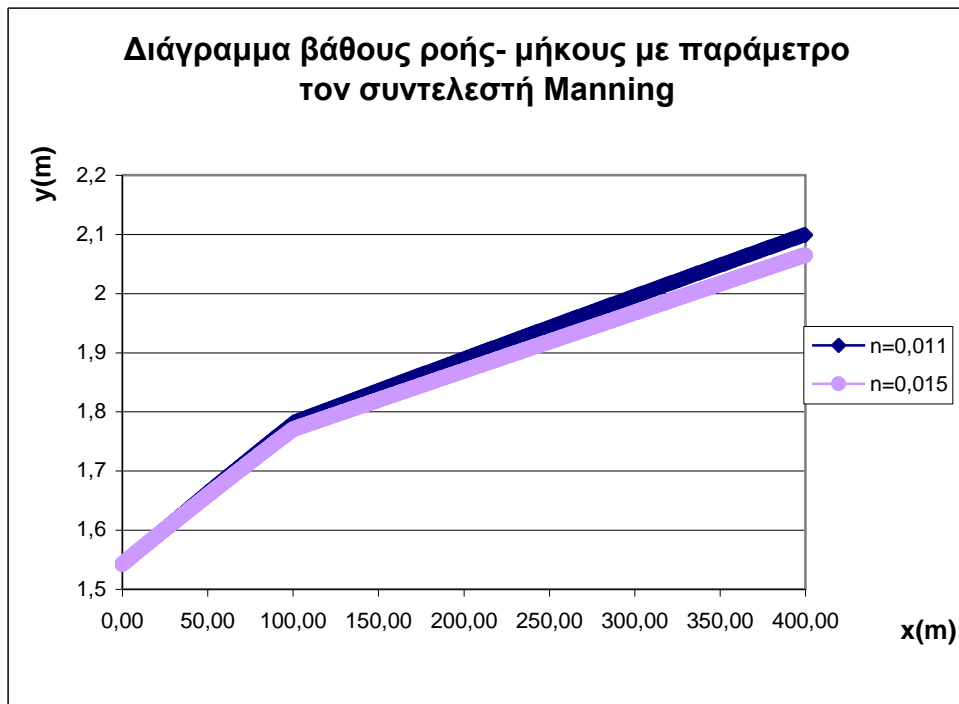
Σχήμα 2.16 Διάγραμμα ταχύτητας – μήκους.



Σχήμα 2.17 Διάγραμμα κλίσεων S_o και S_f – μήκους.



Σχήμα 2.18 Γραμμή ενέργειας και υδραυλικής στάθμης κατά μήκος του αγωγού.



Σχήμα 2.19 Παραμετρικό διάγραμμα βάθους ροής-μήκους για $Q=5.55 \text{ m}^3/\text{sec}$ με μεταβλητή τον συντελεστή Manning.

Παρατηρήσεις – Συμπεράσματα

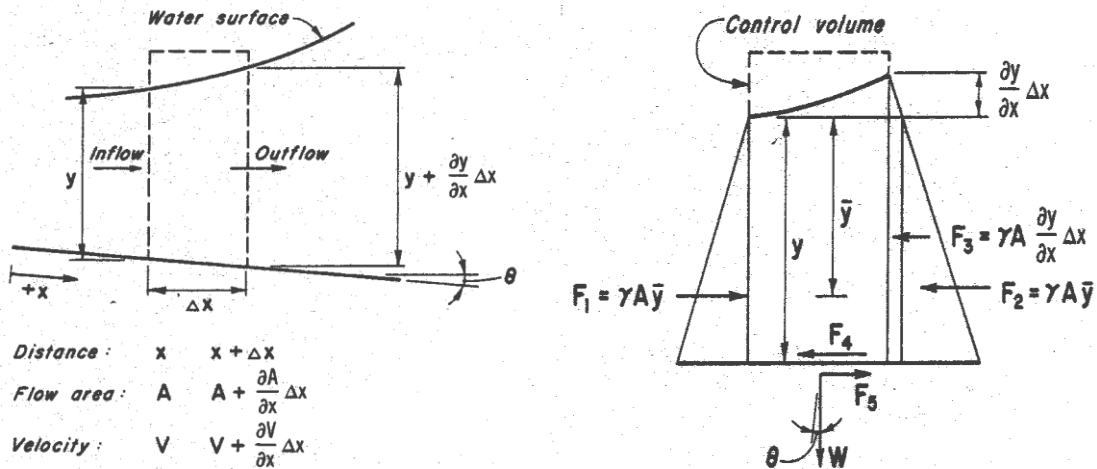
1. Το πρόγραμμα εκτελέστηκε για διάφορες τιμές του πλήθους των σημείων διακριτοποίησης ($N=400$ και $N=800$) και όπως φαίνεται και από το συγκριτικό διάγραμμα του Σχήματος 2.16 η ανεξαρτησία πλέγματος εξασφαλίζεται για $N=800$. Η τιμή της Q_{\max} είναι ανεξάρτητη του αριθμού N και για τον αγωγό ορθογωνικής διατομής.
2. Η ροή είναι επιβραδυνόμενη σε όλο το μήκος του αγωγού. Σε κάθε τμήμα του αγωγού ο ρυθμός της μεταβολής του βάθους ροής είναι διαφορετικός επειδή αλλάζει η κλίση του πυθμένα. Η ροή είναι ανομοιόμορφη και η γραμμή ενέργειας δεν είναι παράλληλη στην υδραυλική στάθμη όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.18.
3. Η κλίση των υδραυλικών απωλειών S_f ακολουθεί τη μεταβολή της ταχύτητας και η κατανομή της παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.17.
4. Στο Σχήμα 2.19 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παραμετρικής επίλυσης της ροής με μεταβλητή τον συντελεστή τραχύτητας. Η μέγιστη παροχή που εξασφαλίζει υποκρίσιμη ροή είναι ελαφρώς αυξημένη καθώς υπολογίστηκε $10,60 \text{ m}^3/\text{sec}$. Όπως και για τον αγωγό κυκλικής διατομής, το βάθος ροής για μεγαλύτερο συντελεστή τραχύτητας είναι μικρότερο σε όλο το μήκος του αγωγού. Όμως στην ορθογωνική διώρυγα φαίνεται η επίδραση του n στη διαμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας της ροής να είναι μικρότερη καθώς παρατηρούνται μικρότερες διαφορές στις τιμές του βάθους ροής για τις δύο περιπτώσεις.

3. Μη-μόνιμη Ροή

3.1 Ορθογωνικοί αγωγοί

3.1.1 Εξισώσεις ροής

Για τη διατύπωση των εξισώσεων ροής της μη-μόνιμης ροής σε ανοιχτό αγωγό θεωρούμε τις παραδοχές που έγιναν και για τη μόνιμη ροή οπότε έχουμε τον όγκο ελέγχου του Σχήματος 3.1.



Σχήμα 3.1 Όγκος ελέγχου ρευστού και διάγραμμα ελεύθερου σώματος για μη-μόνιμη ροή.

Στον άξονα x αντιστοιχεί ο πυθμένας του αγωγού και στον άξονα y το βάθος ροής που είναι κάθετο στον πυθμένα. Οι άξονες δεν είναι ορθογώνιοι αλλά επειδή η κλίση του πυθμένα θεωρήθηκε πολύ μικρή η παράβλεψη αυτού του γεγονότος δεν εισάγει σημαντικά λάθη στην επίλυση.

Εξίσωση Συνέχειας

Η παροχή μάζας που εισέρχεται στον όγκο ελέγχου είναι: $\frac{\gamma}{g} AV$

Η παροχή μάζας που εξέρχεται από τον όγκο ελέγχου είναι: $\frac{\gamma}{g} \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} \Delta x \right) \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x \right)$

Η καθαρή παροχή μάζας είναι: $\frac{\gamma}{g} AV - \frac{\gamma}{g} \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} \Delta x \right) \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x \right)$

Αγνοώντας τους όρους δεύτερης τάξης προκύπτει η καθαρή παροχή μάζας:

$$-\frac{\gamma}{g}V \frac{\partial A}{\partial x} \Delta x - \frac{\gamma}{g}A \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x \quad (3.1.1)$$

ο ρυθμός αύξησης της παροχής μάζας στον όγκο ελέγχου είναι: $\frac{\gamma}{g} \frac{\partial A}{\partial t} \Delta x$ (3.1.2)

Εξισώνοντας τις 3.1.1 και 3.1.2 και διαιρώντας με γ/g προκύπτει

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.1.3)$$

Εφόσον ο αγωγός είναι πρισματικός είναι $A=A(y)$ και ειδικότερα $A=By$ οι μερικές

παράγωγοι $\frac{\partial A}{\partial t}$ και $\frac{\partial A}{\partial x}$ γράφονται

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{dA}{dy} \frac{\partial y}{\partial t} = B \frac{\partial y}{\partial x} \frac{dA}{dy} \frac{\partial y}{\partial t} = B \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{dA}{dy} \frac{\partial y}{\partial x} = B \frac{\partial y}{\partial x}$$

Αντικαθιστώντας αυτές τις εκφράσεις στην 3.1.3 προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + D \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (3.1.4)$$

όπου $D=A/B$.

Δυναμική Εξίσωση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον όγκο ελέγχου είναι σύμφωνα με το σχήμα 3.1 οι εξής:

Δύναμη της πίεσης ανάντι του όγκου: $F_1 = \gamma A \bar{y}$

Δύναμη της πίεσης κατάντι του όγκου με συνιστώσες: $F_2 = \gamma A \bar{y}$ και $F_3 = \gamma A \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x$

Δύναμη τριβής: $F_4 = \gamma A S_f \Delta x$

Δύναμη βαρύτητας: $F_5 = \gamma A S_o \Delta x$

Επομένως η συνισταμένη δύναμη κατά τον άξονα x είναι:

$$F = \Sigma F = F_1 - F_2 - F_3 - F_4 + F_5 \Rightarrow$$

$$F = -\gamma A \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x + \gamma A S_o \Delta x - \gamma A S_f \Delta x \quad (3.1.5)$$

Η ορμή στην είσοδο του όγκου ελέγχου είναι: $\frac{\gamma}{g} A V^2$

Η ορμή στην έξοδο του όγκου ελέγχου είναι: $\frac{\gamma}{g} \left(A V^2 + \frac{\partial}{\partial x} (A V^2) \Delta x \right)$

Οπότε η μεταβολή της ορμής στον όγκο ελέγχου είναι: $\frac{\gamma}{g} \left(\frac{\partial}{\partial x} (AV^2) \Delta x \right)$

Και ο ρυθμός αύξησης της ορμής: $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\gamma}{g} AV \Delta x \right)$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής ο ρυθμός αύξησης της ορμής πρέπει να ισούται με το άθροισμα της μεταβολής της ορμής και των δυνάμεων που ασκούνται στον όγκο ελέγχου, δηλαδή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\gamma}{g} AV \Delta x \right) = - \frac{\gamma}{g} \left(\frac{\partial}{\partial x} (AV^2) \Delta x \right) - \gamma A \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x + \gamma AS_o \Delta x - \gamma AS_f \Delta x \quad (3.1.6)$$

Διαιρώντας με $(\gamma/g)\Delta x$ η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$\frac{\partial}{\partial t} (AV) + \left(\frac{\partial}{\partial x} (AV^2) \right) + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA (S_o - S_f) \quad (3.1.7)$$

Αναλύοντας τα διαφορικά του αριστερού μέλους της εξίσωσης 3.1.7 και αναδιατάσσοντας τους όρους προκύπτει η ακόλουθη μορφή για την εξίσωση:

$$g \frac{\partial y}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} \right) = g(S_o - S_f) \quad (3.1.8)$$

Από την εξίσωση της συνέχειας όπως αυτή περιγράφεται με τη εξίσωση 3.1.3 ο όρος μέσα στην παρένθεση της εξίσωσης 3.1.8 μηδενίζεται οπότε τελικά έχουμε:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial y}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} = g (S_o - S_f) \quad (3.1.9)$$

Στην παραπάνω εξίσωση κάθε όρος αντιστοιχεί σε ένα είδος ροής. Ειδικότερα είναι:

$S_o = S_f \rightarrow$ μόνιμη ροή

$-\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \rightarrow$ μόνιμη, ανομοιόμορφη ροή

$-\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \rightarrow$ μη-μόνιμη, ανομοιόμορφη ροή

Οι εξισώσεις 3.1.4 και 3.1.9 ονομάζονται εξισώσεις Saint-Venant.

3.1.2 Μέθοδοι Επίλυσης

Για την επίλυση των εξισώσεων Saint-Venant διάφορες αριθμητικές μέθοδοι έχουν προταθεί εκ των οποίων οι πλέον διαδεδομένες και χρησιμοποιούμενες είναι η μέθοδος των χαρακτηριστικών, η αναλυτική μέθοδος (explicit method) και η πεπλεγμένη μέθοδος (implicit method). Αν και τα σχήματα που χρησιμοποιούνται στην πεπλεγμένη μέθοδο είναι συνήθως αφ'εαυτού σταθερά η μέθοδος δεν έχει χρησιμοποιηθεί και εξελιχθεί ιδιαίτερα γιατί έχει σημαντικά μεγαλύτερες υπολογιστικές απαιτήσεις.

Μέθοδος των χαρακτηριστικών

Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιεί ένα σχήμα πεπερασμένων διαφορών για την επίλυση των εξισώσεων St.Venant οι οποίες έχουν πρώτα διαμορφωθεί σε χαρακτηριστικές εξισώσεις.

Αν πολλαπλασιάσουμε την εξίσωση 3.1.4 με ένα άγνωστο λ και την προσθέσουμε στην 3.1.9 έχουμε:

$$\left[\frac{\partial V}{\partial x} + (V + \lambda D) \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \lambda \left[\frac{\partial y}{\partial t} + \left(V + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = g (S_o - S_f) \quad (3.1.10)$$

Ορίζουμε τον συντελεστή λ ώστε $V + \lambda D = dx/dt = V + g/\lambda$ οπότε έχουμε $\lambda = \pm \sqrt{\frac{gB}{A}}$

Η ταχύτητα ενός κύματος σε ροές με ελεύθερη επιφάνεια (celerity) δίνεται από τη σχέση:

$$c = \sqrt{\frac{gA}{B}} \quad (3.1.11)$$

Άρα εάν $\lambda = g/c$ η παράγωγος dx/dt μπορεί να γραφεί: $\frac{dt}{dx} = V + c$

Και η εξίσωση 3.1.10 μετατρέπεται στην ακόλουθη

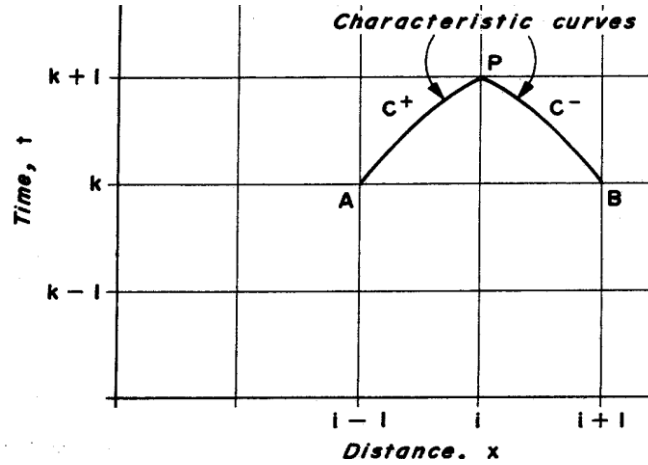
$$\frac{dV}{dx} + \frac{g}{c} \frac{dy}{dt} = g (S_o - S_f) \quad (3.1.12)$$

Εάν $\lambda = -g/c$ η παράγωγος dx/dt μπορεί να γραφεί: $\frac{dt}{dx} = V - c$

οπότε η εξίσωση 3.1.10 μετατρέπεται στην ακόλουθη

$$\frac{dV}{dx} - \frac{g}{c} \frac{dy}{dt} = g (S_o - S_f) \quad (3.1.13)$$

Η εξίσωση 3.1.12 αποτελεί την θετική χαρακτηριστική C^+ και η 3.1.13 την αρνητική C^- στο επίπεδο $x-t$. Στο σχήμα που ακολουθεί βρίσκεται το πλέγμα επίλυσης. Ο δείκτης i αντιστοιχεί στον άξονα x και ο δείκτης k στον χρόνο.



Σχήμα 3.2 Πλέγμα επίλυσης για τη μέθοδο των χαρακτηριστικών.

Πολλαπλασιάζοντας τις 3.1.12 και 3.1.13 με dt και ολοκληρώνοντας κατά μήκος των AP και BP έχουμε:

$$\int_A^P dV + \int_A^P \frac{g}{c} dy = \int_A^P g(S_o - S_f) dt \quad (3.1.14)$$

$$\text{και} \int_B^P dV - \int_B^P \frac{g}{c} dy = \int_B^P g(S_o - S_f) dt \quad (3.1.15)$$

Για να υπολογίσουμε τα ολοκληρώματα πρέπει να γνωρίζουμε τη μεταβολή των V και y κατά μήκος των χαρακτηριστικών όμως τα V και y είναι και οι άγνωστοι που θέλουμε να υπολογίσουμε. Επομένως, γίνεται μία προσέγγιση υποθέτοντας ότι τα μεγέθη c και S_f παραμένουν σταθερά μεταξύ των σημείων A και P και B και P και τα οποία υπολογίζονται με τις γνωστές τιμές των V και y από το προηγούμενο χρονικό βήμα. Οπότε οι εξισώσεις 3.1.14 και 3.1.15 μετατρέπονται με βάση τις τιμές στα σημεία του πλέγματος ως εξής:

$$V_P - V_A + \left(\frac{g}{c} \right)_A (y_P - y_A) = g(S_o - S_f) \Delta t \quad (3.1.16)$$

$$V_P - V_B - \left(\frac{g}{c} \right)_B (y_P - y_B) = g(S_o - S_f) \Delta t \quad (3.1.17)$$

Εξαιτίας της σύγκλισης των χαρακτηριστικών εξισώσεων η συγκεκριμένη μέθοδος δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην επίλυση ροών σε εγκαταστάσεις με πολλές γεωμετρικές αλλαγές ή όταν εμφανιστεί κύμα. Με αυτές τις εξισώσεις προσεγγίζουμε συνήθως τους ακραίους κόμβους.

Αναλυτική Μέθοδος (Explicit Method)

Στην βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές μέθοδοι που εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία. Η πιο διαδεδομένη χάρη στην ευκολία που παρουσιάζει στο να μετατραπεί σε κώδικα παρέχοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα είναι το σχήμα του Lax. Χρησιμοποιείται για τους εσωτερικούς κόμβους και στην περίπτωση που σχηματιστεί κύμα αυτό δεν χρειάζεται να απομονωθεί στους υπολογισμούς.

Οι μερικές παράγωγοι των εξισώσεων 3.1.4 και 3.1.9 έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned}\frac{\partial y}{\partial t} &= \frac{y_i^{k+1} - y_i^*}{\Delta t} \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{V_i^{k+1} - V_i^*}{\Delta t} \\ \frac{\partial y}{\partial x} &= \frac{y_{i+1}^k - y_{i-1}^k}{2\Delta x} \\ \frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{V_{i+1}^k - V_{i-1}^k}{2\Delta x}\end{aligned}$$

$$\text{όπου } y_i^* = 0,5(y_{i-1}^k + y_{i+1}^k)$$

$$\text{και } V_i^* = 0,5(V_{i-1}^k + V_{i+1}^k)$$

$$\text{Επίσης η κλίση των απωλειών δίνεται από τη σχέση } S_{fi}^* = 0,5(S_{fi-1}^k + S_{fi+1}^k)$$

$$\text{Και ο συντελεστής D είναι: } D_i^* = 0,5(D_{i-1}^k + D_{i+1}^k)$$

Το σχήμα του Lax για τη διακριτοποίηση στο χώρο αντικαθιστά τις μερικές παραγώγους με κεντρικές διαφορές ακρίβειας τάξης Δx^2 , ενώ για τη διακριτοποίηση του χρόνου χρησιμοποιείται ένα πεπλεγμένο σχήμα ακρίβειας τάξης Δt .

Με βάση τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν οι εξισώσεις που δίνουν το βάθος ροής και την ταχύτητα στην επόμενη χρονική στιγμή:

$$y_i^{k+1} = y_i^* - 0,5rD_i^*(V_{i+1}^k - V_{i-1}^k) - 0,5rV_i^*(y_{i+1}^k - y_{i-1}^k) \quad (3.1.18)$$

$$V_i^{k+1} = V_i^* - 0,5rg(y_{i+1}^k - y_{i-1}^k) - 0,5rV_i^*(V_{i+1}^k - V_{i-1}^k) + g\Delta t(S_o - S_f) \quad (3.1.19)$$

$$\text{όπου } r = \Delta t/\Delta x.$$

Για να είναι ευσταθές αυτό το υπολογιστικό σχήμα πρέπει να ικανοποιείται το κριτήριο του Courant $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|V| \pm c}$ (3.1.20)

Το χρονικό βήμα Δt καθορίζεται έτσι ώστε να ισχύει η σχέση 3.1.20 σε κάθε χρονική στιγμή. Αν δεν ισχύει τότε μειώνουμε την τιμή του (συνήθως κατά 25%) και τα μεγέθη της ροής υπολογίζονται εκ νέου με την προϋπόθεση να ικανοποιείται πάντα η σχέση 3.1.20.

3.1.3 Ανάλυση κώδικα υπολογισμού

Δεδομένα εισόδου

Στο αρχείο INPUT του κώδικα TRANSIENTCHANNEL.FOR περιλαμβάνονται ορισμένα επιπλέον δεδομένα. Αυτά είναι:

- ο χρόνος κλεισίματος του θυροφράγματος που βρίσκεται στο κατάντι άκρο, TS σε sec.
- ο μέγιστος χρόνος μέχρι τον οποίο εξελίσσονται οι υπολογισμοί TMAX σε sec.
- ο αριθμός NWRITE. Μέχρι το πλήρες κλείσιμο του θυροφράγματος οι τιμές του βάθους ροής και της ταχύτητας αποθηκεύονται σε κάθε χρονικό βήμα. Για να αποθηκευτούν οι τιμές των μεγεθών που υπολογίζει το πρόγραμμα τις επόμενες χρονικές στιγμές πρέπει σε μια χρονική στιγμή τα πολλαπλάσια του χρονικού βήματος (DT) να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του αριθμού NWRITE.

```
C  ARXEO DEDOMENON GIA ROH SE KANALI ORTHOGONIKHS DIATOMHS
BO(M) PLATOS DIATOMHS      = 1.810
ZCA(M) ARXIKH STATHMH ARXHS = 10.542
MN(-) SYNTELESTHS MANNING  = 0.011
N(-) PLHTHOS DIAKRITOIHSHS= 800
TS(SEC) XRONOS KLEISIMATOS = 10.0
TMAX(SEC) MAX. XRONOS TREXIM= 7200.
NWRITE GRAPSIMO ANA EPANALHP= 40
□
```

Σχήμα 3.3 Αρχείο INPUT του κώδικα TRANSIENTCHANNEL.FOR.

Σχήμα Επίλυσης

Τα μεγέθη της ροής στη μόνιμη κατάσταση αποτελούν τα απαραίτητα δεδομένα εισόδου για την εκκίνηση της επίλυσης της μη-μόνιμης ροής.

Με δεδομένη την αρχική μόνιμη κατάσταση υπολογίζεται η μέση τιμή για το βάθος ροής YM και την ταχύτητα VM. Για την τιμή του YM προσδιορίζεται η αντίστοιχη υγρή διατομή. Με αυτά τα δεδομένα μπορεί να βρεθεί μια πρώτη 'μέση' τιμή για την ταχύτητα C και στη συνέχεια για το χρονικό βήμα $DT=DX/(VM+C)$ που είναι απαραίτητα για την εκκίνηση της διαδικασίας επίλυσης του μεταβατικού φαινομένου.

Τα μεγέθη που προσδιορίζονται σε κάθε χρονική μέχρι τον μέγιστο χρόνο τρεξίματος του προγράμματος TMAX είναι το βάθος ροής YP(I), η ταχύτητα VP(I) και η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας ZFP(I).

Όπως ήδη αναφέρθηκε για τον πρώτο και τον τελευταίο κόμβο χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των χαρακτηριστικών. Για ευκολότερο προγραμματισμό ορίζουμε τα μεγέθη:

$$C_p = V_{i-1}^k + C_{ai-1} + g(S_o - S_f)_{i-1} \Delta t$$

$$C_n = V_{i+1}^k - C_{ai+1} + g(S_o - S_f)_{i+1} \Delta t$$

$$C_a = g/c$$

Έτσι η C^+ γράφεται:
$$V_i^{k+1} = C_p - C_{ai-1} y_i^{k+1}$$

και η C^- :
$$V_i^{k+1} = C_n + C_{ai+1} y_i^{k+1}$$

Για τον κόμβο 1 η πληροφορία έρχεται από τα κατάντι οπότε ανήκει στην C^- ενώ αντίθετα ο κόμβος N+1 ανήκει στην C^+ γιατί η πληροφορία έρχεται από τα ανάντι.

Επιπλέον, στο κατάντι άκρο ($x=L$) προστίθεται μια νέα οριακή συνθήκη με το γραμμικό κλείσιμο ενός θυροφράγματος σε χρόνο TS οπότε η ταχύτητα του κόμβου N1 μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $VP(N1) = VIN(N1)(1 - (T/TS))$.

Για τους εσωτερικούς κόμβους χρησιμοποιούνται οι σχέσεις 3.1.18 και 3.1.19.

Για να καλυφθούν οι απαιτήσεις της ευστάθειας σε κάθε χρονική στιγμή και για κάθε κόμβο προσδιορίζεται το $DTN1 = DX / |VP(I) + C1|$. Εάν το μικρότερο αυτών είναι μικρότερο της μονάδας τότε ορίζεται αυτό ως νέο DTN1, διαφορετικά τίθεται $DTN1 = 1$. Η διαδικασία επίλυσης συνεχίζεται στην επόμενη χρονική στιγμή εάν $DTN1 > DT$ αλλιώς επαναλαμβάνονται για την τελευταία χρονική στιγμή με $DT = DTN1$.

Αποθήκευση Αποτελεσμάτων

Ο όγκος των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την επίλυση της μη-μόνιμης ροής είναι μεγάλος καθώς το χρονικό βήμα επίλυσης είναι μικρό και ο χρόνος TMAX που αφήνουμε το φαινόμενο να εξελιχθεί πολύ μεγαλύτερός του. Για αυτό η αποθήκευση πρέπει να είναι επιλεκτική. Εκτός από την αποθήκευση σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές με τη χρήση του NWRITE γίνεται και επιλογή και σε συγκεκριμένες θέσεις του αγωγού. Οι πιο ενδιαφέρουσες θέσεις είναι το σημείο που αλλάζει η κλίση του πυθμένα του αγωγού και φυσικά τα δύο άκρα του αγωγού. Για να μπορεί να σχηματιστεί όμως μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για το τι συμβαίνει κατά την εξέλιξη του μεταβατικού φαινομένου κατά μήκος του αγωγού απαιτούνται περισσότερες διατομές ελέγχου.

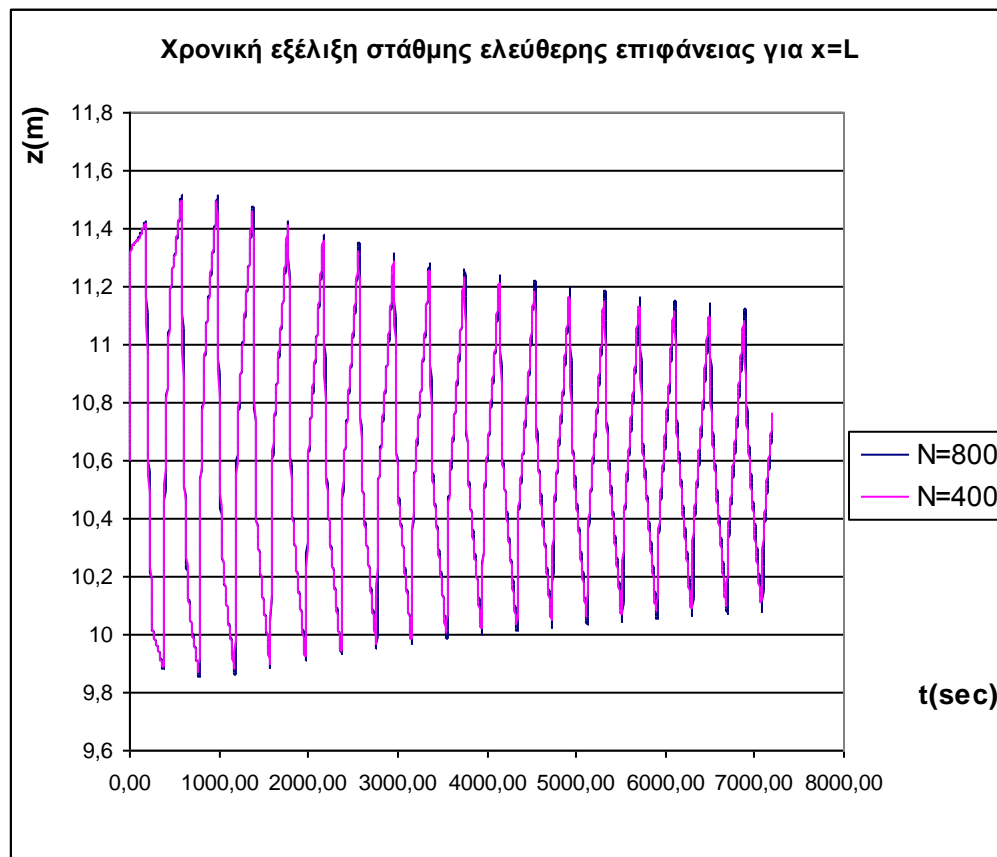
Έτσι, για τις χρονικές στιγμές που μπορεί να γίνει αποθήκευση, στο αρχείο LAX.DAT καταγράφονται τα μεγέθη της ροής (YP(I), VP(I)) στις θέσεις: $x=0, x=1, x=5, x=20, x=50, x=100, x=150, x=200, x=250, x=300, x=350, x=380, x=399, x=L$.

Επίσης, δημιουργείται το αρχείο ZT.DAT όπου αποθηκεύονται σε κάθε χρονική στιγμή η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας ZFP στους ακραίους κόμβους και στο σημείο αλλαγής της κλίσης του πυθμένα. Αντίστοιχα, οι ταχύτητες στις θέσεις αυτές αποθηκεύονται στο αρχείο VT.DAT.

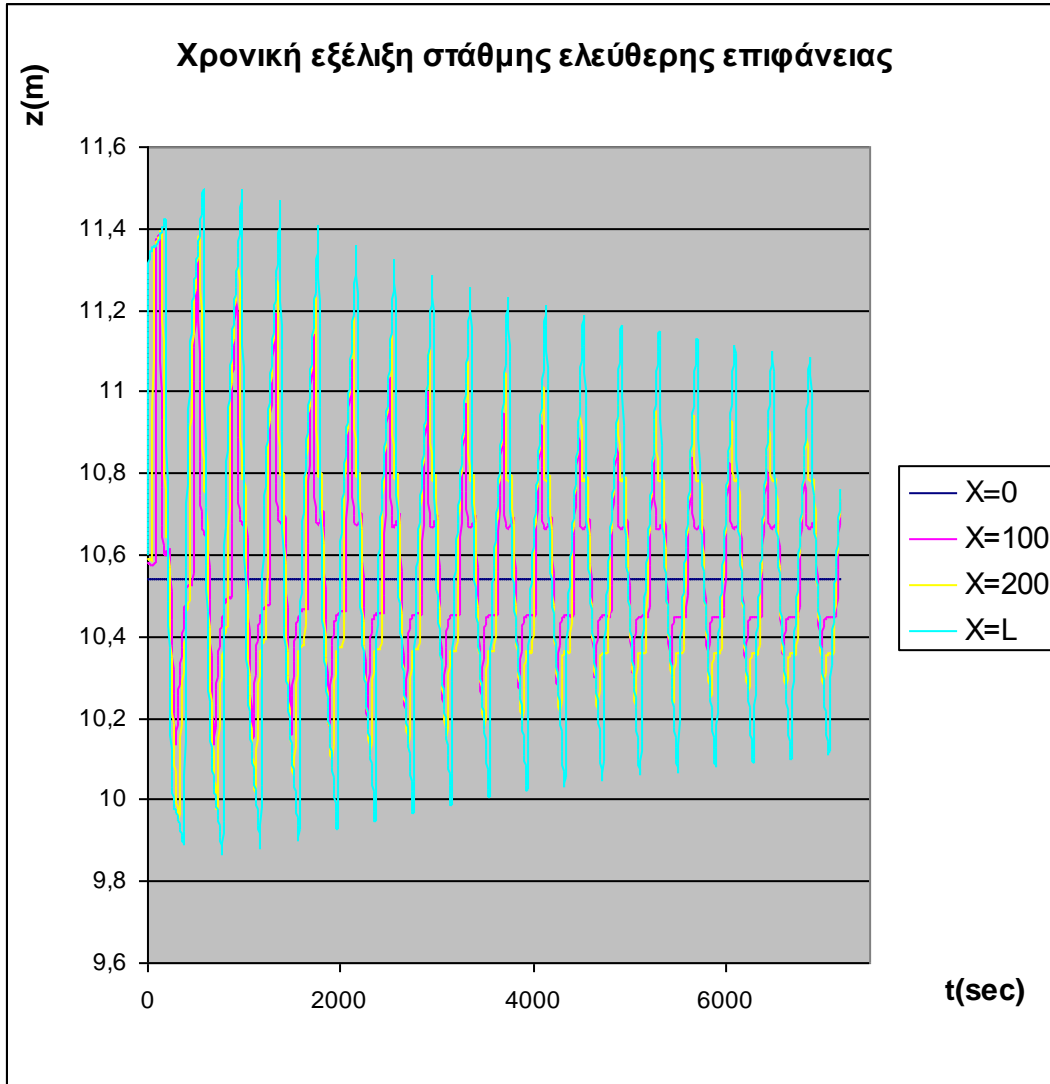
Τέλος, στο αρχείο STATMH.DAT αποθηκεύονται για όλους τους κόμβους του αγωγού οι τιμές της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας στη μόνιμη κατάσταση ZF(I) και η ZFP(I) όπως αυτή είναι την τελευταία χρονική στιγμή που εκτελέστηκε το πρόγραμμα.

3.1.4 Αποτελέσματα

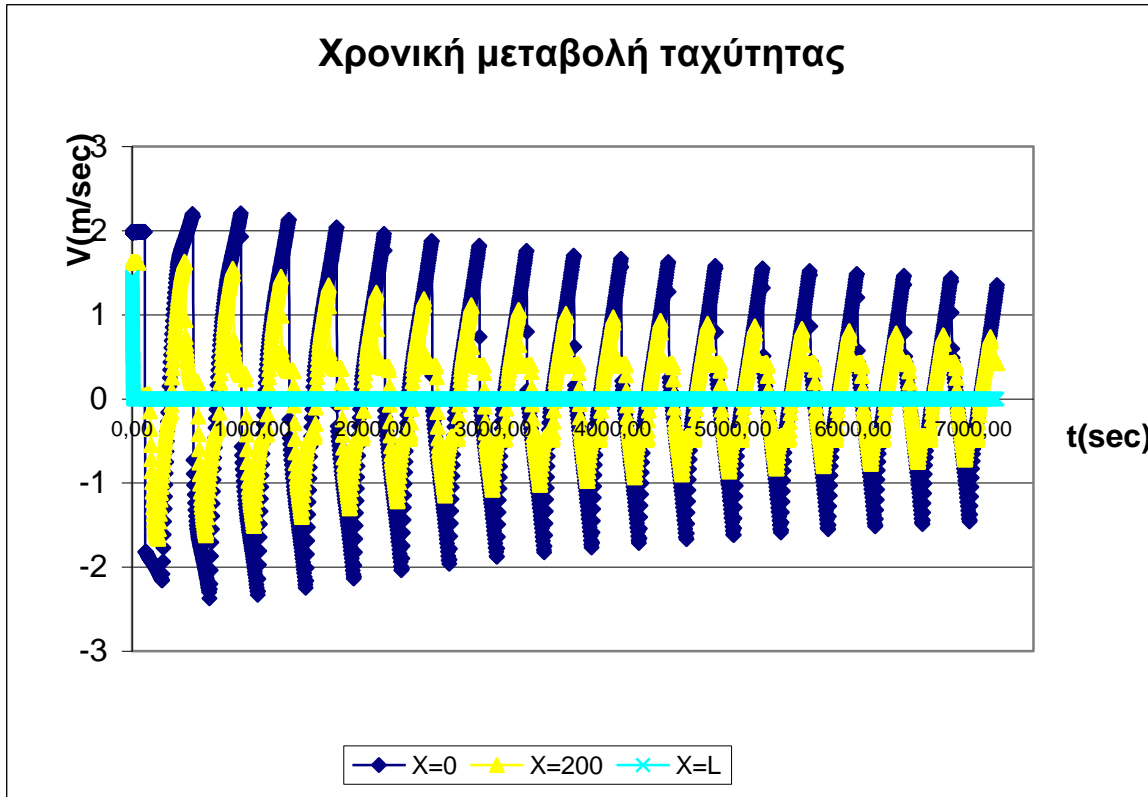
Στο κατάντι άκρο της διώρυγας που εξετάσαμε στην ενότητα 2.4.2 υπάρχει ένα θυρόφραγμα το οποίο κλείνει γραμμικά σε χρόνο $t_s=10\text{sec}$. Εκτελώντας, λοιπόν, τον κώδικα TRANSIENTCHANNEL.FOR προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα και συμπεράσματα για τη μη-μόνιμη ροή στην εν λόγω διώρυγα.



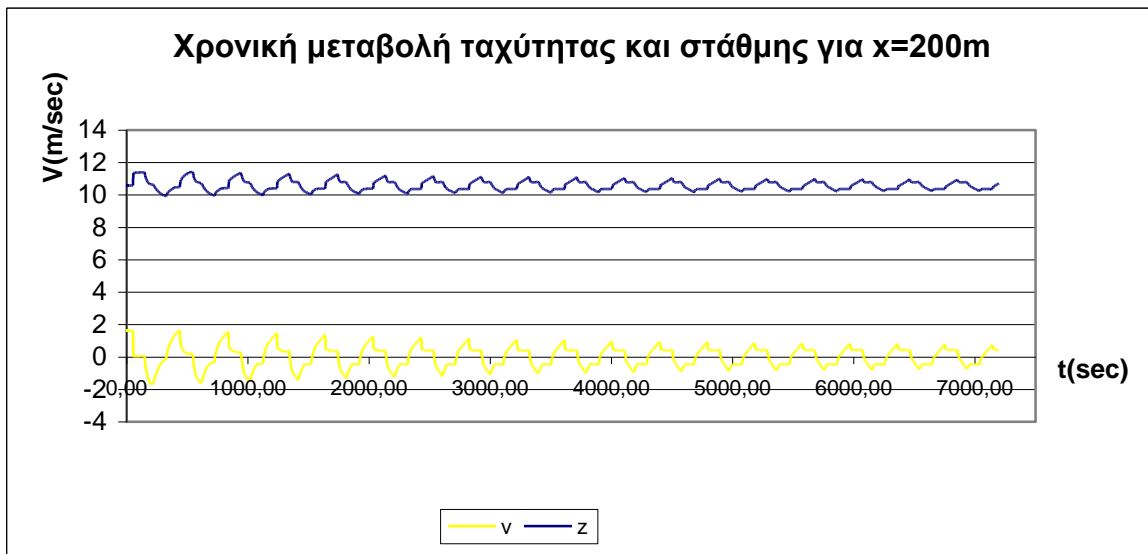
Σχήμα 3.4 Χρονική εξέλιξη στάθμης ελεύθερης επιφάνειας στον κόμβο N1.



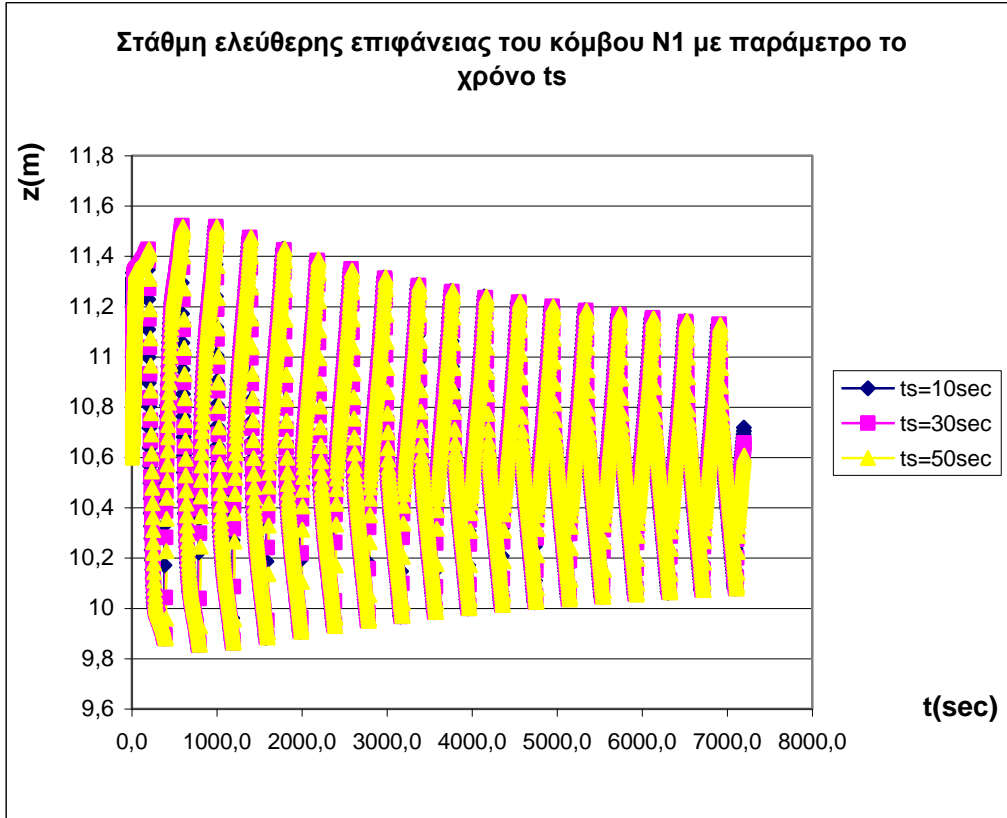
Σχήμα 3.5 Χρονική εξέλιξη στάθμης ελεύθερης επιφάνειας σε διάφορους κόμβους του αγωγού.



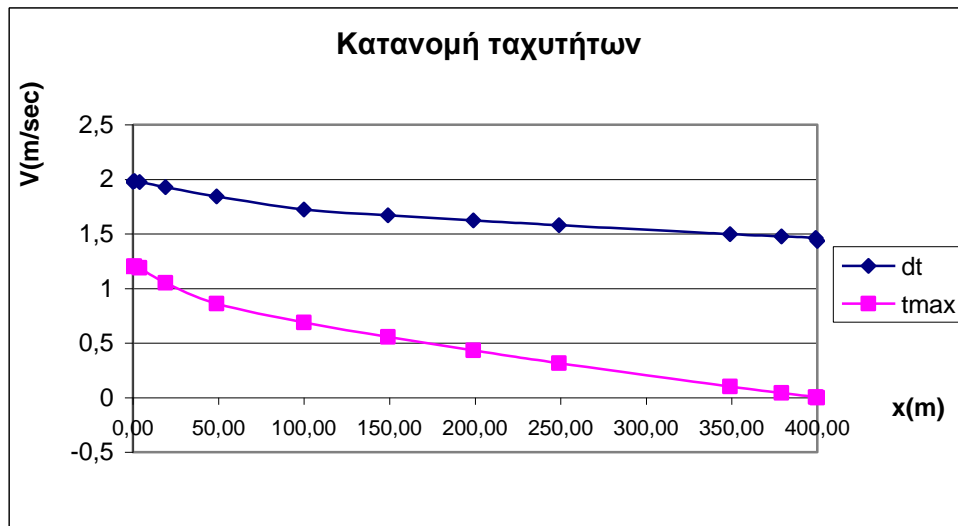
Σχήμα 3.6 Χρονική εξέλιξη ταχύτητας σε διάφορους κόμβους του αγωγού.



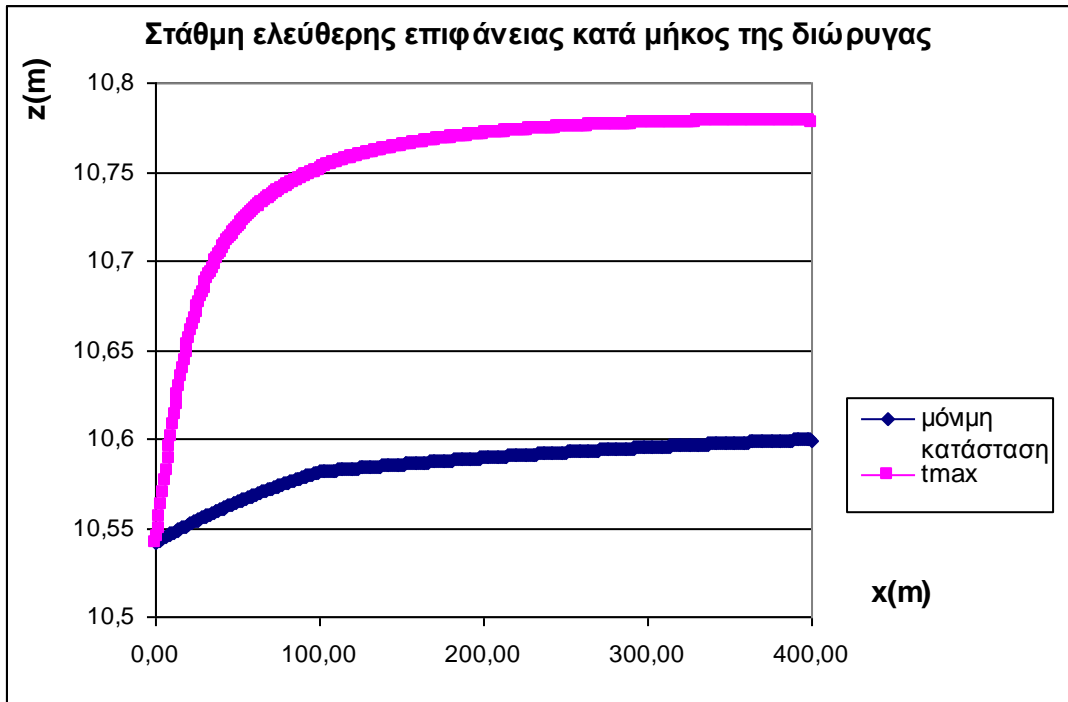
Σχήμα 3.7 Χρονική εξέλιξη ταχύτητας και στάθμης στη θέση $x=200m$.



Σχήμα 3.8 Συγκριτικό διάγραμμα της χρονικής εξέλιξης της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας στον κόμβο N1 με παράμετρο τον χρόνο κλεισίματος.



Σχήμα 3.9 Κατανομή ταχυτήτων κατά μήκος του αγωγού τη χρονική στιγμή $t=dt$ και την τελευταία χρονική στιγμή.



Σχήμα 3.10 Διάγραμμα στάθμης ελεύθερης επιφάνειας.

Παρατηρήσεις – Συμπεράσματα

1. Για να βρεθεί το πλήθος των σημείων που δίνει την ακριβέστερη λύση επιλέξαμε τον κόμβο N1 για δύο λόγους. Πρώτον είναι το σημείο του αγωγού που παρατηρείται πρώτα από όλα τα άλλα η διαταραχή και δεύτερον το πλάτος της ταλάντωσης σε αυτό το σημείο είναι το μεγαλύτερο. Στην επίλυση της μη-μόνιμης ροής αλλαγή στο dx σημαίνει και αλλαγή στο dt . Για πιο μικρό dx και περισσότερα σημεία ελέγχου υπολογίζεται πιο μικρό dt , δηλαδή αυξάνεται και η ακρίβεια στο χρόνο. Από το σχήμα 3.4 προκύπτει ότι οι διαφορές για $N=400$ και $N=800$ είναι μικρές οπότε τα επόμενα αυτού διαγράμματα περιέχουν μεγέθη που υπολογίστηκαν για $N=800$.

2. Η μεταβολή του βάθους ροής αντιστοιχεί σε αποσβενυμένη ταλάντωση. Όπως ήταν αναμενόμενο η διαταραχή διαδίδεται από τα κατάντι. Για παράδειγμα στο σημείο αλλαγής κλίσης του πυθμένα ($x=100m$) η διαταραχή εμφανίζεται τη χρονική στιγμή $t=83sec$. Οι μεγαλύτερες συνεπώς και οι μικρότερες τιμές του βάθους ροής αντιστοιχούν στο κατάντι άκρο, ενώ όσο πλησιάζουμε προς το ανάντι άκρο η διαταραχή του βάθους ροής είναι μικρότερη. Το μέγιστο εύρος της ταλάντωσης της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας που παρατηρείται στον κόμβο N1 είναι 1,6m.

3. Η μεταβολή της ταχύτητας του ρευστού αντιστοιχεί και αυτή σε αποσβενυμένη ταλάντωση. Αντίθετα με το βάθος ροής, η ταχύτητα παρουσιάζει το μέγιστο πλάτος στον πρώτο κόμβο. Το μέγιστο εύρος της ταλάντωσης της ταχύτητας είναι 4,5 m/sec. Στους υπόλοιπους κόμβους η μέγιστη τιμή της ταχύτητας είναι μικρότερη. Επίσης, από διεξοδική παρατήρηση του περιεχομένου του αρχείου LAX.DAT διαπιστώθηκε ότι

μπορεί να υπάρξουν χρονικές στιγμές που σε άλλους κόμβους η ταχύτητα να είναι θετική και σε άλλους αρνητική.

4. Η περίοδος της διαταραχής σύμφωνα με τα παραπάνω σχήματα είναι περίπου 390 sec. Η τιμή αυτή είναι μεγάλη αλλά συμβατή με τη μικρή ταχύτητα διάδοσης της διαταραχής (c) που είναι της τάξης των 4m/sec. Βασική παράμετρος του προβλήματος είναι ο χρόνος κλεισίματος. Για αυτό εξετάστηκαν και οι περιπτώσεις όπου $t_s=30\text{sec}$ και $t_s=50\text{sec}$, αν και η τελευταία τιμή είναι μεγάλη και όχι τόσο ρεαλιστική για τη συγκεκριμένη εγκατάσταση. Από τα διαγράμματα του Σχήματος 3.8 προκύπτει ότι ο χρόνος κλεισίματος (t_s) δεν επηρεάζει σημαντικά την εξέλιξη του φαινομένου, καθώς για τις δύο διαφορετικές τιμές του 10 sec και 30sec τόσο οι τιμές της περιόδου όσο και του πλάτους της ταλάντωσης διαφέρουν ελάχιστα. Όμως και για το χρόνο $t_s=50\text{sec}$ που είναι αρκετά μεγαλύτερος το πλάτος της διαταραχής είναι το ίδιο. Αυτό που παρατηρείται είναι μια καθυστέρηση της εμφάνισης της διαταραχής όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο. Η καθυστέρηση αυτή είναι πιο εμφανής αν στο Σχήμα 3.8 προσέξει κανείς τα τελευταία σημεία του διαγράμματος.

5. Κρίθηκε χρήσιμο να παρουσιαστούν στο ίδιο διάγραμμα η μεταβολή της ταχύτητας και του βάθους ροής. Ενδεικτικά επιλέχθηκε η θέση $x=200\text{m}$ και προέκυψε το Σχήμα 3.7. Σε αυτό το σχήμα βλέπουμε ότι όταν η ταχύτητα στο κόμβο γίνει αρνητική το βάθος ροής μειώνεται. Αντίστοιχα όταν αυτή ξαναγίνει θετική το βάθος ροής αυξάνει πάλι. Επίσης, φαίνεται ότι σε κάθε περίοδο υπάρχει ένα χρονικό διάστημα, διάρκειας περίπου 62 sec, όπου η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή. Το ίδιο χρονικό διάστημα παραμένει σταθερό και η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας. Το ίδιο συμβαίνει και για τους υπόλοιπους ενδιάμεσους κόμβους, όπως για παράδειγμα για τον κόμβο όπου $x=100\text{m}$ σύμφωνα με το Σχήμα 3.5.

6. Στο Σχήμα 3.10 απεικονίζονται τα στιγμιότυπα της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας για τη μόνιμη κατάσταση ($t=0$) και για τη χρονική στιγμή $t=t_{\max}=7200\text{ sec}$. Η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας ZFP είναι αισθητά μεγαλύτερη από την ZF. Ο χρόνος t_{\max} που ορίσαμε όπως φαίνεται δεν είναι αρκετός για να επέλθει ισορροπία στο ρευστό κάτι που μπορούμε να παρατηρήσουμε και από το διάγραμμα των ταχυτήτων του Σχήματος 3.9, όπου βλέπουμε ότι η ταχύτητα του ρευστού δεν έχει μηδενιστεί εκτός βέβαια από το τελευταίο σημείο.

3.2 Κυλινδρικοί αγωγοί

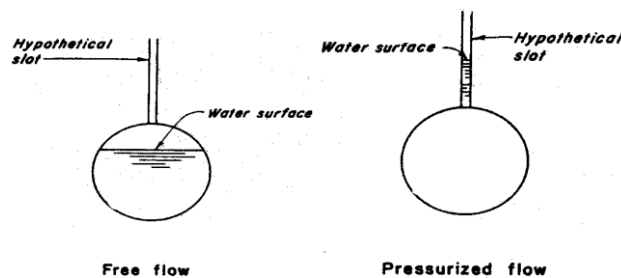
Από τα μεταβατικά φαινόμενα που μπορούν να λάβουν χώρα σε ένα κυλινδρικό αγωγό με μικρή κλίση ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι περιπτώσεις όπου προκαλείται γρήγορο γέμισμα του αγωγού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη ροή μέσα στον αγωγό διαφέρουν ανάλογα με το αν το βάθος της ροής είναι μικρότερο ή ίσο της διαμέτρου. Τότε μπορεί να εμφανιστούν ταυτόχρονα ροή με ελεύθερη επιφάνεια και ροή υπό πίεση (pressurized flow) στον αγωγό. Αυτού του είδους η ροή ονομάζεται μικτή ροή (mixed-flow). Όταν ο αγωγός γεμίσει η ταχύτητα του κύματος c απειρίζεται καθώς το βάθος ροής πλησιάζει τη διάμετρο και το πλάτος της ελεύθερης επιφάνειας μηδενίζεται.

3.2.1 Αγωγοί χωρίς εξαερισμό

Για τη μικτή ροή έχουν διεξαχθεί πολλές πειραματικές μελέτες και έχουν προταθεί αρκετά υπολογιστικά μοντέλα. Από τα τελευταία τα δύο πιο συνηθισμένα είναι η μέθοδος Priessmann Slot Method και η μέθοδος Interface Tracking Method (ITM).

3.2.1.1 Μοντελοποίηση της κατάστασης ροής είτε με ελεύθερη επιφάνεια είτε υπό πίεση (Priessmann Slot Method)

Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιεί τις εξισώσεις Saint-Venant καθόλο το μήκος της ροής και για το τμήμα της ροής υπό πίεση προβλέπει μια υποθετική στενή σχισμή στην κορυφή του αγωγού η οποία όμως δεν μεταβάλλει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής. Έχει όμως ένα βασικό μεινέκτημα: δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε συνθήκες ροής με πίεση μικρότερης της ατμοσφαιρικής, καθώς υποθέτει εξαερισμό σε ολόκληρη την εγκατάσταση. Επίσης, δεν είναι τόσο ευσταθής στην περίπτωση μεγάλης ταχύτητας του κύματος πίεσης.



Σχήμα 3.11 Υποθετική σχισμή της μεθόδου Priessmann.

Οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής για τη ροή υπό πίεση γράφονται:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (3.2.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g(S_f - S_o) = 0 \quad (3.2.2)$$

όπου: $\alpha = 1 / \sqrt{\rho \left(\frac{1}{\kappa} + \frac{D}{Ee} \right)}$ η ταχύτητα του κύματος του υδραυλικού πλήγματος
 και Η η πιεζομετρική στάθμη από τον πυθμένα του αγωγού.

Οι εξισώσεις Saint-Venant είναι:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (3.2.3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial y}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g(S_f - S_o) = 0 \quad (3.2.4)$$

Οι παραπάνω μερικές διαφορικές εξισώσεις μετατρέπονται σε τέσσερις ολικές διαφορικές εξισώσεις με χρήση της μεθόδου των χαρακτηριστικών (C^+ και C^-).

Για την ροή υπό πίεση έχουμε:

$$C_p^+ : \frac{dx}{dt} = V + a \text{ και} \\ \frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + a(S_f - S_o) = 0 \quad (3.2.5)$$

$$C_p^- : \frac{dx}{dt} = V - a \text{ και} \\ \frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} - a(S_f - S_o) = 0 \quad (3.2.6)$$

Για την ροή με ελεύθερη επιφάνεια έχουμε:

$$C_{fs}^+ : \frac{dx}{dt} = V + c \text{ και} \\ \frac{dy}{dt} + \frac{c}{g} \frac{dV}{dt} + c(S_f - S_o) = 0 \quad (3.2.7)$$

$$C_{fs}^- : \frac{dx}{dt} = V - c \text{ και} \\ \frac{dy}{dt} - \frac{c}{g} \frac{dV}{dt} - c(S_f - S_o) = 0 \quad (3.2.8)$$

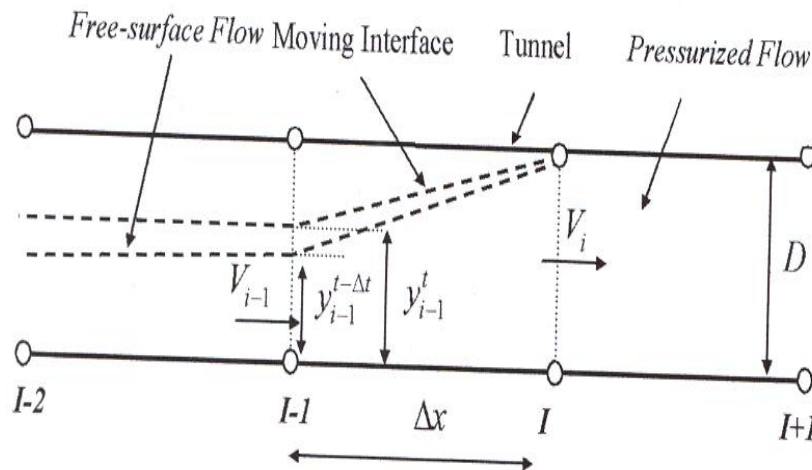
3.2.1.2 Interface Tracking Method (ITM)

Στην παρούσα μέθοδο η ροή με ελεύθερη επιφάνεια και η ροή υπό πίεση αντιμετωπίζονται σαν δύο ξεχωριστές καταστάσεις οι οποίες ενσωματώνονται με τη μεταξύ τους διεπιφάνεια η οποία και μεταδίδεται κατά μήκος του αγωγού. Η κινούμενη διεπιφάνεια προσομοιώνεται με κύμα κρούσης. Η θεωρία του κύματος κρούσης χρησιμοποιείται επίσης όταν δημιουργείται υδραυλικό άλμα. Το κυριότερο μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι απαιτείται να διατηρηθεί το υδραυλικό άλμα ακόμα και αν η ροή υπό πίεση συμβαίνει με βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή.

Ακολουθεί η παρουσίαση μιας εξελιγμένης εκδοχής της ITM η οποία παρέχει τη δυνατότητα μελέτης ροών όπου η ενέργεια δεν είναι αρκετή για να δημιουργηθεί το γνωστό υδραυλικό άλμα σε υδροδυναμικές εγκαταστάσεις χωρίς τη δυνατότητα εξαερισμού [13].

Οι συνθήκες ροής στη διεπιφάνεια αέρα νερού μπορούν να υπολογιστούν από τη θεωρία του κύματος κρούσης, όταν η ενέργεια της ροής είναι αρκετή για να δημιουργήσει ροή υπό πίεση μέσω ενός υδραυλικού άλματος.

Εάν η ταχύτητα μεταβάλλεται βαθμιαία, η επιτάχυνση μεταξύ των δύο συνεχόμενων διατομών μπορεί να αμεληθεί και η ροή γύρω από τη διεπιφάνεια μπορεί να προσεγγιστεί με ισολογισμό ενέργειας και μάζας σε έναν κινούμενο όγκο ελέγχου. Στο Σχήμα 3.12 η ροή στον κόμβο I βρίσκεται υπό πίεση ενώ στον κόμβο I-1 έχουμε ελεύθερη επιφάνεια. Η μετάβαση στη ροή υπό πίεση συμβαίνει μεταξύ των κόμβων I-1 και I και η κίνηση της διεπιφάνειας αέρα νερού συνεπαγεται είτε αύξηση της στάθμης της πίεσης ή μείωση της ταχύτητας στον κόμβο I, είτε αύξηση της ταχύτητας στον κόμβο I-1. Έτσι η μετάβαση σε ροή υπό πίεση (pressurization) προχωρά ανάντι και το βάθος ροής γίνεται ίσο με τη διάμετρο στους επόμενους κόμβους διαδοχικά.



Σχήμα 3.12 Όγκος ελέγχου για τη μέθοδο ITM.

Οι εξισώσεις μάζας και ορμής στον όγκο ελέγχου μεταξύ των κόμβων I και I-1 είναι:

$$\frac{d(A_{I-1} - A_d)}{dt} \Delta x = A_I V_{I-1} - A_d V_I \quad (3.2.9)$$

$$A_I V_{I-1}^2 - A_d V_I^2 + g(\bar{y}_{I-1} A_{I-1} - (H_I - z_I - \frac{D}{2}) A_d) + \Delta x \left(\frac{A_{I-1} + A_d}{2} \right) S_o = 0 \quad (3.2.10)$$

όπου $\bar{y} = y - D/2 + C_g$ με C_g την κατακόρυφη απόσταση του κέντρου βάρους της υγρής διατομής από την ελεύθερη επιφάνεια.

Αυτές οι δύο εξισώσεις μαζί με τις C_{fs}^+ (3.2.7) και C_P^- (3.2.6) αποτελούν το σύστημα των εξισώσεων για τον υπολογισμό του βάθους ροής και της ταχύτητας στις δύο διατομές.

Η επίλυση γίνεται με σταθερό πλέγμα και προσέγγιση των παραγώγων με ακρίβεια πρώτης τάξης. Ως χρονικό βήμα επιλέγεται το μικρότερο μεταξύ του Δt που προκύπτει από το κριτήριο του Courant ($\frac{\Delta t V}{\Delta x} < 1$) και του χρόνου που απαιτείται για να δημιουργηθεί ροή υπό πίεση στον επόμενο κόμβο σύμφωνα με το IMT μοντέλο.

3.2.2 Αγωγοί με δυνατότητα εξαερισμού

Οι ανοικτοί αγωγοί με δυνατότητα εξαερισμού, κυριότερος εκπρόσωπος των οποίων είναι το δίκτυο ομβρίων υδάτων, είναι μία άλλη κατηγορία αγωγών που συναντάται συχνά και ερευνάται με προσοχή. Αυτή η περίπτωση είναι ιδιαίτερη για δύο λόγους. Πρώτον πρέπει να αποφευχθεί το φαινόμενο “geysering” κατά το οποίο εγκλωβισμένος και συμπιεσμένος όγκος αέρα ωθείται εκτός της εγκατάστασης μέσω των φρεατίων της εγκατάστασης παρασύροντας ποσότητες νερού και δεύτερον επειδή έχει παρατηρηθεί ότι μπορεί να υπάρξει αύξηση του αρχικού βάθους ροής σε σημείο του αγωγού πριν το φτάσει το κύμα που δημιουργείται κατά την εξέλιξη της πλήρωσης (pre-bore motion).

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα αριθμητικό μοντέλο που αναπτύχθηκε για την περιγραφή και διερεύνηση της επίδρασης της συμπίεσης του αέρα στη μετάβαση από τη ροή με ελεύθερη επιφάνεια στη ροή υπό πίεση. Για τη ροή με ελεύθερη επιφάνεια χρησιμοποιείται η μέθοδος των χαρακτηριστικών (MOC), ενώ το τμήμα του ρευστού που βρίσκεται υπό πίεση αντιμετωπίζεται με τη θεωρία της συμπαγούς στήλης υγρού. Όσον αφορά τον αέρα το μοντέλο προϋποθέτει ότι αλλαγές στην πυκνότητα του λόγω μεταβολής της πίεσης λαμβάνονται υπόψη, ενώ εκτιμάται ότι και παραδοχή για ασυμπίεστη ροή θα έδινε μάλλον ίδια αποτελέσματα [14].

3.2.2.1 Ροή υπό πίεση

Για συμπαγή στήλη υγρού μήκους L έχουμε από την διατήρηση της ορμής:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{g}{L} \left[LS_o + H_{fb} - \frac{D}{2} - Z \right] - \frac{V_1}{L} \left(\frac{K_{loss} |V_1|}{2} + \frac{V_1}{2} + V_{bore} \right) \quad (3.2.11)$$

Οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής για το κύμα δίνουν:

$$Z = \frac{A_{fs}}{A_{pipe}} y_{fs} + \frac{V_1(V_2 - V_1)}{g} + H_{air} \quad (3.2.12)$$

$$V_{bore} = \frac{A_{pipe} V_1 - A_{fs} V_2}{A_{pipe} - A_{fs}} \quad (3.2.13)$$

όπου: V_1 η ταχύτητα του ρευστού μέσα στην στήλη
 V_2 η ταχύτητα του ρευστού στον πρώτο κόμβο της ροής με ελεύθερη επιφάνεια
 H_{air} η πίεση του αέρα μέσα στην εγκατάσταση
 Z η στάθμη της πίεσης πίσω από το κύμα
 K_{loss} οι τοπικές απώλειες εισόδου στη στήλη
 A_{fs} η βρεχόμενη διατομή και
 y_{fs} το βάθος του κέντρου βάρους της διατομής στον πρώτο κόμβο της ροής με ελεύθερη επιφάνεια

Η διαφορική εξίσωση 3.2.11 μπορεί να λυθεί με ακρίβεια 4^{ης} τάξης με τη μέθοδο Runge-Kutta. Τα δεδομένα για την επίλυση αυτού του σχήματος είναι η V_2 και τα A_{fs} και y_{fs} που προσδιορίζονται από τη μέθοδο των χαρακτηριστικών και η πίεση του αέρα που προσδιορίζεται από το μοντέλο της αέριας φάσης που θα περιγραφεί παρακάτω. Από τον προσδιορισμό των V_1 και V_2 υπολογίζεται η V_{bore} η οποία χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της πίεσης του αέρα στο επόμενο χρονικό βήμα.

Το μήκος L μπορεί να βρεθεί από ένα απλό διαφορικό σχήμα, όπως η οριακή συνθήκη της διατήρησης της μάζας στο υπόλοιπο τμήμα της ροή χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των χαρακτηριστικών για την εύρεση της ταχύτητας ώσπου το κύμα να φτάσει το κατάντι άκρο του αγωγού $L_t = L_{t-1} + V_s \Delta t$.

Η MOC έχει μεγαλύτερο χρονικό βήμα από τη μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης. Για αυτό το χρονικό βήμα της τελευταίας ορίζεται σαν κλάσμα του χρονικού βήματος της πρώτης και έτσι σε ένα χρονικό βήμα της MOC εκτελούνται πολλά χρονικά βήματα για τη συμπαγή στήλη.

3.2.2.2 Ροή με ελεύθερη επιφάνεια

Η μέθοδος των χαρακτηριστικών έχει ήδη περιγραφεί κατά την επίλυση της μη-μόνιμης ροής σε ορθογωνικούς αγωγούς. Εκτός από τις εξισώσεις 3.1.16 και 3.1.17 στο συγκεκριμένο σχήμα επίλυσης περιλαμβάνεται και η οριακή συνθήκη στο κατάντι άκρο. Καθώς ο κυματισμός προχωρά ο αγωγός γεμίζει σε όλο και μεγαλύτερο μήκος οπότε το πλέγμα που χρησιμοποιείται μειώνεται αντίστοιχα.

3.2.2.3 Ροή αέρα

Η ροή του αέρα στον αγωγό μοντελοποιείται με την υπόθεση ότι δεν είναι στραγγαλισμένη. Σύμφωνα με τον Zhou η σχέση πίεσης-παροχής αέρα είναι:

$$Q_{air} = C_d A_{orif} Y \sqrt{2g \frac{\rho_{water}}{\rho_{air}} (H^* - H_b^*)} \quad (3.2.14)$$

όπου: Q_{air} η παροχή αέρα

C_d ο συντελεστής εξαγωγής αέρα

ρ_{air} , ρ_{water} η πυκνότητα αέρα και νερού αντίστοιχα

H^* η απόλυτη πίεση αέρα και H_b^* η ατμοσφαιρική πίεση

Y ένας συντελεστής διαστολής που είναι συνάρτηση των H_b^* , H^* και του πολυτροπικού βαθμού απόδοσης.

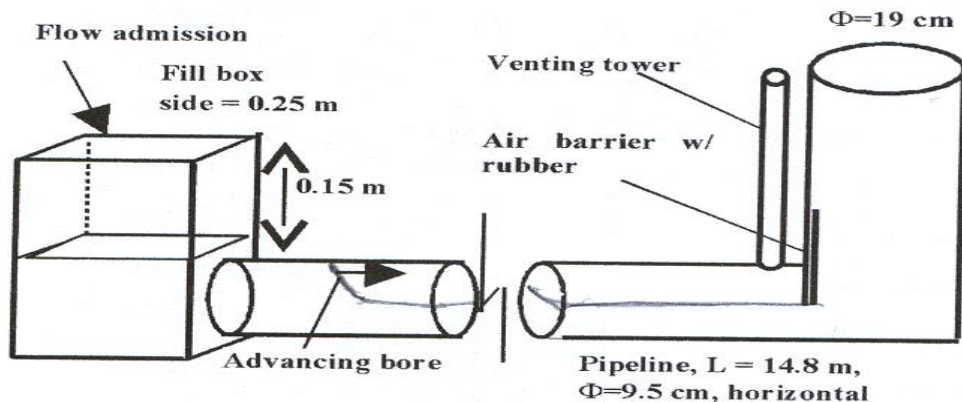
Για τη στάθμη της πίεσης εξάγεται η ακόλουθη σχέση:

$$H_{air} = \frac{1}{2} \frac{\rho_{air}}{\rho_{water}} \left[\frac{V_{bore} (A_{pipe} - A_{fs})}{C_d A_{orif} Y} \right] \quad (3.2.15)$$

όπου A_{orif} η διατομή του ανοίγματος για την εξαγωγή αέρα.

Από πειράματα που διεξήγαγαν οι S.Wright και J.G. Vasconcelos προς διερεύνηση και επιβεβαίωση αυτού του μοντέλου, σε αγωγό μέσα στον οποίο το ρευστό ήταν αρχικά σε ηρεμία, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μεταβολή στην πυκνότητα του αέρα δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα και έτσι πρακτικά ο συντελεστής Y ισούται με 1.

Η H_{air} είναι απαιτούμενη παράμετρος για την ολοκλήρωση των υπολογισμών τόσο στην ροή υπό πίεση όσο και στη ροή με ελεύθερη επιφάνεια.

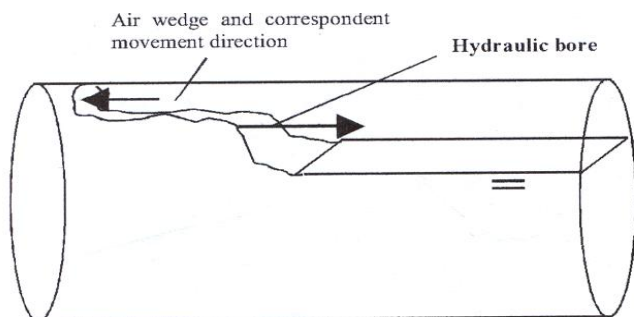


Σχήμα 3.13 Πειραματική διάταξη αγωγού με εξαερισμό.

Οι διαπιστώσεις που προέκυψαν από τα εν λόγω πειράματα είναι αρκετά χρήσιμες για την κατανόηση της δημιουργίας και εξέλιξης ενός μεταβατικού φαινομένου σε έναν αγωγό με δυνατότητα εξαέρωσης για αυτό και παρατίθενται:

- οι διακυμάνσεις του βάθους ήταν μικρότερες για μικρό αρχικό βάθος ροής.
- το βάθος ροής δεν επηρεάζει τη διαδικασία μετάβασης σε ροή υπό πίεση. Παρόλο που σε μεγαλύτερα βάθη ροής το κύμα (bore) κινείται γρηγορότερα και ο χρόνος που απαιτείται για τη διάδοση της διαταραχής στο άλλο άκρο του αγωγού είναι μικρότερος, ο όγκος που καταλαμβάνει ο αέρας είναι μικρότερος γεγονός που ισορροπεί τη διαδικασία της εξαγωγής.
- όσο μεγαλύτερη παροχή έχουμε τόσο μεγαλύτερο είναι το εύρος των προκαλούμενων ταλαντώσεων αλλά και η αύξηση της πίεσης του αέρα.
- εάν ο ρυθμός του κύματος είναι μικρός, η απόλυτη πλήρωση στον αγωγό μπορεί να συμβεί και μετά από μερικές ανακλάσεις του κύματος από τα όρια του συστήματος.

Τέλος, κατά την εκτέλεση των πειραμάτων αυτών παρατηρήθηκε αντιροή αέρα (air counter-flow) ενώ ένα υδραυλικό κύμα ήδη προέλαυνε στον αγωγό. Το φαινόμενο αυτό είχε παρατηρηθεί και παλαιότερα από ερευνητές χωρίς να έχει επικρατήσει κάποια συγκεκριμένη μέθοδος για την επίλυση της ροής που το χαρακτηρίζει. Αυτή η ροή συνίσταται από μια μάζα αέρα κινούμενη με αντίθετη φορά από τη διαταραχή του νερού. Στο μέτωπο του κύματος πλέον ασκείται μια νέα δύναμη που το εξασθενεί και έτσι το βάθος ροής μόνο αυξάνει χωρίς να γεμίζει ο αγωγός. Μικρή διατομή στο στόμιο του ανοίγματος της εγκατάστασης, μεγάλη παροχή και χαμηλό αρχικό βάθος ροής αποτελούν τις συνθήκες που μπορεί να το προκαλέσουν.



Σχήμα 3.14
Ροή σε ανοιχτό αγωγό με
αντιροή αέρα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

1) Κώδικας UNIFORMCIRC.FOR για την επίλυση της ομοιόμορφης ροής σε αγωγό κυκλικής διατομής.

```
C      PROGRAMMA UNIFORMCIRC.FOR GIA THN EPILYSH MONIMHS ROHS ME ELEYTHERH
C      EPIFANEIA SE AGOGO KYKLIKHS DIATOMHS
C
C      DIMENSION YC(300),QC(300),C(300),FR(300)
C      OPEN(7,FILE='INFREE')
C      OPEN(8,FILE='OFREE')
C
C      READ(7,*)
C      READ(7,100)DIN
C      READ(7,100)AMAN
C      READ(7,100)AKLI
C
C      PI=4.*ATAN(1.)
C      G=9.81
C      RIN=DIN/2.
C      AKLI=AKLI/100.
C
C      YC(1)=0.
C      QC(1)=.0
C      DY=0.01
C      Y=0.
C      I=1
26     Y=Y+DY
C      I=I+1
C      IF(Y.GT.DIN)GO TO 27
C
C      IF(Y.GT.RIN)GO TO 22
C      IF(Y.EQ.RIN)GO TO 23
C
C      TH=ACOS((RIN-Y)/RIN)
C      TH=2.*TH
C      THD=180.*TH/PI
C      GO TO 25
C
22     CONTINUE
C      TH=ASIN((Y-RIN)/RIN)
C      TH=2.*TH+PI
C      THD=180.*TH/PI
C      GO TO 25
23     CONTINUE
C      TH=PI
C      THD=180.*TH/PI
25     CONTINUE
C      ----- BREXOMENH EPIFANEIA, PERIMETROS, YDR. AKTINA, PAROXH
C      A=(TH-SIN(TH))*(DIN**2.)/8.
C      P=TH*DIN/2.
C      B=DIN*SIN(TH/2.)
C      RH=A/P
C      VEL=((RH**0.66666)*SQRT(AKLI))/AMAN
C      Q=(A*(RH**0.66666)*SQRT(AKLI))/AMAN
```

```

C(I)=VEL
YC(I)=Y
QC(I)=Q
FR(I)=VEL/SQRT(G*(A/B))
GO TO 26
C
27 CONTINUE
NC=I-1
C
WRITE(8,*)NC, QC(NC)
DO 33 I=1,NC
PHLIKO=YC(I)/DIN
PAROXH=QC(I)/QC(NC)
TAX=C(I)/C(NC)
WRITE(8,*) YC(I), QC(I), C(I), FR(I), PHLIKO, PAROXH, TAX
33 CONTINUE
C
28 CONTINUE
YN=NC*DY
WRITE(*,*) 'TELIKO BA8OS', YN
WRITE(*,*) 'GIVE QFLOW'
READ(*,*) QFLOW
XO=QFLOW
CALL INTER(NC, QC, YC, XO, YO, A1)
HFLOW=YO
WRITE(*,*) HFLOW, QFLOW
WRITE(*,*) 'NEO QFLOW? INEO=1'
READ(*,*) INEO
IF(INEO.EQ.1)GO TO 28
C
100 FORMAT(40X, F10.5)
101 FORMAT(I4, 6(1X, F10.4))
C
STOP
END
C
-----
SUBROUTINE INTER(NPI, X, Y, XO, YO, AA1)
-----
C
C YPOROUTINA GIA GRAMMIKES PAREMBOLES
C APO TIS TIMES X(I), Y(I) YPOLOGIZETAI H TIMH YO POY
C ANTISTOIXEI STHN YO
C GRAMMIKH PROEKTASH STA AKRA EKTOS TON ORION
C
DIMENSION X(300), Y(300)
C
NPI1=NPI-1
IF(XO.LT.X(1))GO TO 11
IF(XO.GT.X(NPI))GO TO 12
K=0
10 K=K+1
IF(XO.GT.X(K))GO TO 10
IF(K.EQ.1)GO TO 20
AA1=(Y(K)-Y(K-1))/(X(K)-X(K-1))
B1=Y(K-1)-AA1*X(K-1)
YO=AA1*XO+B1
GO TO 13
20 CONTINUE

```

```
AA1=(Y(K)-Y(K+1))/(X(K)-X(K+1))
B1=Y(K+1)-AA1*X(K+1)
YO=Y(1)
GO TO 13
```

C

```
11 AA1=(Y(2)-Y(1))/(X(2)-X(1))
    B1=Y(2)-AA1*X(2)
    YO=AA1*XO+B1
    GO TO 13
```

```
12 AA1=(Y(NPI)-Y(NPI1))/(X(NPI)-X(NPI1))
    B1=Y(NPI)-AA1*X(NPI)
    YO=AA1*XO+B1
```

```
13 CONTINUE
```

C

```
RETURN
END
```

C

2) Κώδικας FREESURFPIPE.FOR για την επίλυση της μόνιμης ροής σε αγωγό κυκλικής διατομής.

```
C          FILE FREESURFPIPE.FOR
C  KYLINDRIKOS AGWGOS ME ELEFTERH EPIFANEIA
C  - YPOLOGISMOS MEGISTHS PAROXHS GIA YPOKRISIMH ROH SE AGWGO ME
C    DEDOMENH STATHMH EISODOY
C  - KATHORISMOS ARXIKHS MONIMHS ELEFTERHS EPIFANEIAS ME DEDOMENH
C    ANANTI STATHMH
C
C  A=DIATOMH THS BREXOMENHS EPIFANEIAS
C  BOC=PLATOS THS BERXOMENHS ELEU8ERHS EPIFANEIAS
C  P=BREXOMENH PERIMETROS
C  R=YDRAULIKH AKTINA
C  Q=PAROXH OGKOY
C  MN=SYNTELESTHS MANNING
C  D1=DIAMETROS AGWGOY
C  SO=KLISH PYTHMENA DIORYGAS
C  X=KATA MHKOS DIASTASH
C  Y=BATHOS THS ROHS
C  *****
C  PARAMETER(KDIM=1500)
C  COMMON D1,G,PI
C  REAL L,MN
C  DIMENSION XC(KDIM),ZC(KDIM),ZF(KDIM),AS(KDIM),SOC(KDIM),VIN(KDIM),
1      BOC(KDIM),ZOC(KDIM),V(KDIM),TH(KDIM),X(KDIM),Y(KDIM)
C
C  XC,ZC MHKOS APO THN ARXH KAI STA8MH PYTMENA SE DEDOMENES DIATOMES
C  ZF(I) STA8MH ELEFTERHS EPIFANEIAS ARXIKOY MONIMOY SHMEIOY
C  AS(I) BREXOMENH DIATOMH
C  SOC(I)KLISH PYTMENA STIS DIATOMES ELEGXOY
C  BOC(I) PLATOS ELEFT.EPIFANEIAS STIS DIATOMES ELEGXOY
C
C  OPEN(6,FILE='INPUT')
C  OPEN(8,FILE='INGEOM')
C  OPEN(9,FILE='BATHOS.DAT')
C  OPEN(10,FILE='KLISH.DAT')
C  OPEN(12,FILE='QMAX.DAT')
C  OPEN(13,FILE='STATHMH.DAT')
C  OPEN(14,FILE='SO.DAT')
C  OPEN(15,FILE='TAX.DAT')
C  *****
C  IPRINT=0
C  READ(6,100)
C  READ(6,100)D1
C  READ(6,100)ZCA
C  READ(6,100)MN
C  READ(6,101)N
C
C  G=9.81
C  PI=ACOS(-1.0)
C  *****
C  READ(8,*)
C  READ(8,*)NC
C  DO 30 I=1,NC
C  READ(8,*)K,XC(K),ZC(K)
```

```

30 CONTINUE
C
100 FORMAT (30X,F12.4)
101 FORMAT (30X,I10)
102 FORMAT (10(1X,F10.4))
103 FORMAT (1X,I3,6(1X,F10.4))
C ***** YPOLOGISMOI GEWMETRIAS ANANTI DIATOMHS *****
N1=N+1
L=XC(NC)
DX=L/FLOAT(N)
X(1)=.0
DO 10 I=2,N1
X(I)=X(I-1)+DX
10 CONTINUE
C
Y(1)=ZCA-ZC(1)
WRITE(*,*) 'ARXIKH STATHMH',Y(1)
WRITE(9,*) X(1),Y(1)
Y1=Y(1)
YD1=SQRT(Y1/D1)
BO1=BR(YD1)
BOC(1)=BO1
ZF(1)=ZCA
AS(1)=AR(YD1)
SOC(1)=.0
ZOC(1)=ZC(1)
Z1=ZC(1)
C ***** ypologismos klisis pi8mena SOC kai sta8mhs pu8mena *****
DO 112 I=2,N1
XP=X(I)
CALL INTER(NC,XC,ZC,XP,ZCO,P1)
Z2=ZCO
SO=(Z1-Z2)/DX
SOC(I)=SO
ZOC(I)=Z2
C *****
IF(I.EQ.N1) SOC(I)=0.5*SOC(N)
IF(I.EQ.N) SOC(I)=0.75*SOC(I)
WRITE(14,*) X(I),SO
Z1=Z2
112 CONTINUE
C ***** KATHORISMOS Qn APO Yn=Y1 *****
YN=Y(1)
WRITE(*,*) 'STATHMH Yn',YN
YNORM=SQRT((2*YN)/D1)
THNORM=2*ACOS(1-YNORM)
DNORM=D1*(1.-SIN(THNORM))/THNORM
ASNORM=(THNORM-SIN(THNORM))*(D1*D1)/8.
S=(ZC(1)-ZC(NC))/XC(NC)
WRITE(*,*) 'KLISH GIA SYNOLIKO MHKOS',S
P1=ASNORM*SQRT(S)
P2=(DNORM/4.)**(2./3.)
QO=(1.486*P1*P2)/MN
WRITE(*,*) 'PAROXH OMOIOMORFHS ROHS Qn=',QO,'m3/sec'

```

```

C ***** epanaliptiki diadikasia gia Qmax *****
C ***** xrhsh methodou Euler *****
40 Q=Q0
   Q2=Q*Q
   QN2=(MN*Q)**2.
   YMAX=YN
   Z1=ZC(1)
   VIN(1)=Q/AS(1)
   DH1=AS(1)/BOC(1)
   FR=VIN(1)/SQRT(G*DH1)
   WRITE(*,*)'FR sthn ARXIKH DIATOMH:',FR
   IF (FR.GE.0.98)THEN
   WRITE(*,*)'ROH YPERKRISIMH ME Q=',Q0
   Qmax=Q/1.02
   GOTO 160
   ENDIF
C *****
DO 12 I=2,N1
C
   YD1=SQRT(Y1/D1)
   AS1=AR(YD1)
   R1=WR(YD1)
   BO1=BR(YD1)
   SF1=QN2/(AS1*AS1*(R1**1.3333))
   DY1=(SOC(I)-SF1)/(1.-(BO1*Q2)/(G*AS1**3.))
   Y2=Y1+(DY1*DX)
   YD2=SQRT(Y2/D1)
   AS2=AR(YD2)
   R2=WR(YD2)
   BO2=BR(YD2)
   SF2=QN2/(AS2*AS2*(R2**1.3333))
   DY2=(SOC(I)-SF2)/(1.-(BO2*Q2)/(G*AS2**3.))
   Y2=Y1+0.5*(DY1+DY2)*DX
C
   Y(I)=Y2
   YD22=SQRT(Y2/D1)
   AS(I)=AR(YD22)
   VIN(I)=Q/AS(I)
C ***** ypologismos tou fr elegxos yperkrisimhs rohs *****
   BOCI=BR(YD22)
   DH=AS(I)/BOCI
   FR=VIN(I)/SQRT(G*DH)
C
   WRITE(*,*)FR,I
   IF (FR.GE.0.99)THEN
   WRITE(*,*)'ROH YPERKRISIMH ME Q=',Q0
   QMAX=Q/1.02
   GOTO 160
   ENDIF
C ***** Qmax sthn periptwsh plhrwshs *****
   PHLIKO=Y(I)/D1
   IF ((D1-Y(I)).LT.0.01)THEN
   YMAX=Y(I)
   XMAX=X(I)
   FRMAX=FR
   QMAX=Q0
   WRITE(*,*)'PLK',PHLIKO
   WRITE(*,*)' THESH Ymax=',YMAX,':',XMAX

```

```

WRITE (12, *) QMAX, YMAX, XMAX, FRMAX
GOTO 160
ENDIF
C WRITE (*, *) I, Y(I), 'Y', X(I), 'X'
Y1=Y2
BO1=BO2
12 CONTINUE
C ***** euresh Ymax *****
YMAX=YN
DO 35 I=1, N1
IF (Y(I).GE.YMAX) THEN
YMAX=Y(I)
XMAX=X(I)
ENDIF
35 CONTINUE
C ***** apothhkeush theshs ymax *****
WRITE (*, *) ' THESH Ymax=', YMAX, ':', XMAX
C WRITE (12, *) QO, YMAX, XMAX, FRMAX
WRITE (*, *) ' YPOKRISIMH ROH OK'
PAUSE
C
C ***** aukshsh ths paroxhs gia na petyxoume Qmax *****
IF (ABS (YMAX-D1) .LT. 0.001) THEN
GOTO 160
ELSE
QO=1.02*Q
WRITE (*, *) 'QNEW', QO
PAUSE
GOTO 40
ENDIF
160 WRITE (*, *) 'Qmax=', QMAX, 'M3/SEC'
WRITE (12, *) QO, YMAX, XMAX, FRMAX
C
C ***** ARXIKH MONIMH KATASTASH me dedomena Yin kai Q *****
WRITE (*, *) 'DWSE PAROXH ARXIKHS KATASTASHS MIKROTERH AYTHS.'
READ (*, *) QIN
PAUSE
140 Q=QIN
Q2=Q*Q
QN2=(MN*Q)**2.
WRITE (*, *) 'ARXIKH STATHMH', Y(1)
Y1=Y(1)
SUM=Y1
VIN(1)=Q/AS(1)
SUM1=VIN(1)
FR=VIN(1)/SQRT(G*DH1)
WRITE (*, *) 'FR STHN ARXIKH DIATOMH:', FR
WRITE (15, *) X(1), VIN(1), FR
Z1=ZC(1)
C *****
DO 121 I=2, N1
YD1=SQRT(Y1/D1)
AS1=AR(YD1)
R1=WR(YD1)
BO1=BR(YD1)
SF1=QN2/(AS1*AS1*(R1**1.3333))
WRITE (10, *) X(I), SF1

```

```

DY1=(SOC(I)-SF1)/(1.-(BO1*Q2)/(G*AS1**3.))
Y2=Y1+(DY1*DX)
YD2=SQRT(Y2/D1)
BO2=BR(YD2)
AS2=AR(YD2)
R2=WR(YD2)
SF2=QN2/(AS2*AS2*(R2**1.3333))
DY2=(SOC(I)-SF2)/(1.-(BO2*Q2)/(G*AS2**3.))
Y2=Y1+0.5*(DY1+DY2)*DX
C
Y(I)=Y2
SUM=SUM+Y(I)
C
YD22=SQRT(Y2/D1)
BOC(I)=BR(YD22)
AS(I)=AR(YD22)
VIN(I)=Q/AS(I)
SUM1=SUM1+VIN(I)
C
***** ypologismos tou fr elegxos yperkrisimhs rohs *****
DHI=AS(I)/BOC(I)
FR=VIN(I)/SQRT(G*DHI)
WRITE(15,*)X(I),VIN(I),FR
IF(FR.GE.0.999)THEN
WRITE(*,*)'ROH YPERKRISIMH '
PAUSE
GOTO 141
ENDIF
WRITE(9,*)X(I),Y(I)
Y1=Y2
BO1=BO2
C
ZF(I)=ZOC(I)+Y(I)
WRITE(13,*)X(I),ZF(I)
121 CONTINUE
141 PAUSE
161 CONTINUE
C
WRITE(*,*)'EPANALHPSH GIA ALLH TIMH PAROXHS?'
WRITE(*,*)'1 NAI 2 OXI'
READ(*,*)OTHERQ
IF(OTHERQ.EQ.1)THEN
GOTO 160
ELSE
GOTO 162
ENDIF
162 WRITE(*,*)'TELOS'
STOP
END
C
*****
SUBROUTINE INTER(NPI,X,Y,XO,YO,A1)
C
*****
C
YPOROYTINA GRAMMIKON PAREMBOLON,APO TIS TIMES TOY ARXEIOY INGEOM
C
YPOLOGIZETAI H TIMH TOY YO POY ANTISTOIXEI STO XO
C
GRAMMIKH PROEK BOLH STA AKRA AN TO XO EINAI EKTOS ORION
C
DIMENSION X(10),Y(10)
NPI1=NPI-1

```

```

        IF(XO.LT.X(1))GO TO 11
        IF(XO.GT.X(NPI))GO TO 12
        K=0
10      K=K+1
        IF(XO.GT.X(K))GO TO 10
        IF(K.EQ.1)GO TO 20
        A1=(Y(K)-Y(K-1))/(X(K)-X(K-1))
        B1=Y(K-1)-A1*X(K-1)
        YO=A1*XO+B1
        GO TO 13
20      CONTINUE
        A1=(Y(K)-Y(K+1))/(X(K)-X(K+1))
        B1=Y(K+1)-A1*X(K+1)
        YO=Y(1)
        GO TO 13
11      A1=(Y(2)-Y(1))/(X(2)-X(1))
        B1=Y(2)-A1*X(2)
        YO=A1*XO+B1
        GO TO 13
12      A1=(Y(NPI)-Y(NPI1))/(X(NPI)-X(NPI1))
        B1=Y(NPI)-A1*X(NPI)
        YO=A1*XO+B1
13      CONTINUE
        RETURN
        END
C      *****
C      ***** YGRH DIATOMH *****
        FUNCTION AR(YY)
        COMMON D1
        TH=4.*ASIN(YY)
        AR=(TH-SIN(TH))*(D1*D1)/8.
        RETURN
        END
C      ***** BREXOMENH PERIMETROS *****
        FUNCTION WP(YY1)
        COMMON D1
        TH=4.*ASIN(YY1)
        WP=(TH*D1)/2.
        RETURN
        END
C      ***** PLATOS ELEU8ERHS EPIFANEIAS *****
        FUNCTION BR(YY2)
        COMMON D1
        TH=4.*ASIN(YY2)
        BR=D1*SIN(TH/2.)
        RETURN
        END
C      ***** YDRAULIKH AKTINA *****
        FUNCTION WR(YY3)
        COMMON D1
        TH=4.*ASIN(YY3)
        WR=0.25*D1*(1.-(SIN(TH)/TH))
        RETURN
        END
C      *****

```

3) Κώδικας TRANSIENTCHANNEL.FOR για την επίλυση της μόνιμης και μη-μόνιμης ροής σε αγωγό ορθογωνικής διατομής.

```
C                               FILE TRANSIENTCHANNEL.FOR
C   AGWGOS OR8OGWNIKHS DIATOMHS ME ELEFTERH EPIFANEIA
C   - YPOLOGISMOS MEGISTHS PAROXHS GIA YPOKRISIMH ROH SE KANALI ME
C     DEDOMENH STATHMH EISODOY
C   - KATHORISMOS ARXIKHS MONIMHS ELEFTERHS EPIFANEIAS ME DEDOMENH
C     ANANTI STATHMH
C   - GRAMMIKO KLEISIMO STO KATANTI AKRO
C   A=DIATOMH THS BREXOMENHS EPIFANEIAS
C   BO=PLATOS THS BERXOMENHS ELEU8ERHS EPIFANEIAS
C   P=BREXOMENH PERIMETROS
C   R=YDRAULIKH AKTINA
C   Q=PAROXH OGKOY
C   MN=SYNTELESTHS MANNING
C   SO=KLISH PYTHMENA DIORYGAS
C   X=KATA MHKOS DIASTASH
C   Y=BATHOS THS ROHS
C   *****
C   PARAMETER(KDIM=1500)
C   COMMON BO,G
C   REAL L,MN
C   DIMENSION XC(KDIM),ZC(KDIM),ZF(KDIM),SOC(KDIM),ZOC(KDIM),
1     AS(KDIM),Y(KDIM),V(KDIM),FRP(KDIM)
C   DIMENSION YIN(KDIM),ZFP(KDIM),YP(KDIM),VIN(KDIM),X(KDIM),VP(KDIM)
C
C   XC,ZC MHKOS APO THN ARXH KAI STA8MH PYTMENA STIS DIATOMES ELEGXOY
C   AS(I) BREXOMENH DIATOMH
C   SOC(I)KLISH PYTMENA STIS DIATOMES ELEGXOY
C   ZFP(I) STA8MH ELEFTERHS EPIFANEIAS STHN TELEUTAIA XR.STIGMH
C
C   OPEN(6,FILE='INPUT')
C   OPEN(8,FILE='INGEOMM')
C   OPEN(9,FILE='BATHOS.DAT')
C   OPEN(10,FILE='KLISH.DAT')
C   OPEN(12,FILE='QMAX.DAT')
C   OPEN(13,FILE='STATHMH.DAT')
C   OPEN(14,FILE='SO.DAT')
C   OPEN(15,FILE='TAX.DAT')
C   OPEN(16,FILE='LAX.DAT')
C   OPEN(17,FILE='YT.DAT')
C   OPEN(18,FILE='VT.DAT')
C   *****
C   IPRINT=0
C   READ(6,100)
C   READ(6,100)BO
C   READ(6,100)ZCA
C   READ(6,100)MN
C   READ(6,101)N
C   READ(6,100)TS
C   READ(6,100)TMAX
C   READ(6,101)NWRITE
C
C   G=9.81
```

```

C      *****
      READ (8,*)
      READ (8,*)NC
      DO 30 I=1,NC
      READ (8,*)K,XC(K),ZC(K)
30     CONTINUE
C
100    FORMAT(30X,F12.4)
101    FORMAT(30X,I10)
102    FORMAT(10(1X,F10.4))
103    FORMAT(1X,I3,6(1X,F10.4))
C
C      *****   YPOLOGISMOI GEWMETRIAS ANANTI DIATOMHS   *****
      N1=N+1
      L=XC(NC)
      DX=L/FLOAT(N)
      X(1)=.0
      DO 10 I=2,N1
      X(I)=X(I-1)+DX
10     CONTINUE
C
      Y(1)=ZCA-ZC(1)
      WRITE(*,*)'ARXIKH STATHMH',Y(1)
      WRITE(9,*)X(1),Y(1)
      Y1=Y(1)
      ZF(1)=ZCA
      AS(1)=AR(Y1)
      ZOC(1)=ZC(1)
      Z1=ZC(1)
C      ***** ypologismos klisis pithmena SO *****
      DO 112 I=2,N1
      XP=X(I)
      CALL INTER(NC,XC,ZC,XP,ZCO,P1)
      Z2=ZCO
      SO=(Z1-Z2)/DX
      SOC(I)=SO
      ZOC(I)=Z2
C      *****
      IF(I.EQ.N1)SOC(I)=0.5*SOC(N)
      IF(I.EQ.N)SOC(I)=0.75*SOC(I)
      Z1=Z2
112    CONTINUE
      SOC(1)=SOC(2)
      DO 111 I=1,N1
      WRITE(14,*)X(I),SOC(I)
111    CONTINUE
C      *****   KATHORISMOS Qn APO Yn=Y1   *****
      YN=Y(1)
      WRITE(*,*)'STATHMH Yn',YN
      ASNORM=BO*YN
      DNORM=4.*(BO*YN)/(BO+(2.*YN))
      S=(ZC(1)-ZC(NC))/XC(NC)
      WRITE(*,*)'KLISH GIA SYNOLIKO MHKOS',S
      P1=ASNORM*SQRT(S)
      P2=(DNORM/4.)**(2./3.)
      QO=(1.486*P1*P2)/MN
      WRITE(*,*)'PAROXH OMOIOMORFHS ROHS Qn=',QO,'m3/sec'

```



```

C
C ***** epanaliptiki diadikasias gia Qmax *****
C ***** xrhsh methodou Euler *****
C   QO=0.5*QO
40  Q=QO
   Q2=Q*Q
   QN2=(MN*Q)**2.
   YMAX=YN
   Z1=ZC(1)
   VIN(1)=Q/AS(1)
   FR=VIN(1)/SQRT(G*Y(1))
   WRITE(*,*)'FR STHN ARXIKH DIATOMH:',FR
   IF (FR.GE.0.98)THEN
   WRITE(*,*)'ROH YPERKRISIMH ME Q=',QO
   QMAX=Q/1.02
   GOTO 160
   ENDIF
C *****
DO 12 I=2,N1
C
   AS1=AR(Y1)
   R1=WR(Y1)
   SF1=QN2/(AS1*AS1*(R1**1.3333))
   DY1=(SOC(I)-SF1)/(1.-(BO*Q2)/(G*AS1**3.))
   Y2=Y1+(DY1*DX)
   AS2=AR(Y2)
   R2=WR(Y2)
   SF2=QN2/(AS2*AS2*(R2**1.3333))
   DY2=(SOC(I)-SF2)/(1.-(BO*Q2)/(G*AS2**3.))
C   WRITE(*,*)X(I),'dy',DY2
   Y2=Y1+0.5*(DY1+DY2)*DX
C
   Y(I)=Y2
   AS(I)=AR(Y(I))
   VIN(I)=Q/AS(I)
C ***** ypologismos tou fr elegxos yperkrisimhs rohs *****
   FR=VIN(I)/SQRT(G*Y(I))
   IF (FR.GE.0.98)THEN
   WRITE(*,*)'ROH YPERKRISIMH ME Q=',QO
   QMAX=Q/1.02
   FRMAX=FR
   YMAX=Y(I)
   XMAX=X(I)
   GOTO 160
   ENDIF
C   WRITE(*,*)I,Y(I),'Y',X(I),'X'
   Y1=Y2
12  CONTINUE
C ***** aukshsh ths paroxhs gia na petyxoume Qmax *****
   QO=1.02*QO
   WRITE(*,*)'QNEW',QO
   PAUSE
   GOTO 40
160  WRITE(*,*)'Qmax=',QMAX,'M3/SEC'
C ***** apothhkeush theshs ymax *****
   WRITE(*,*)' THESH Ymax=',YMAX,':',XMAX
   WRITE(12,*) QO,YMAX,XMAX,FRMAX

```

```

C      WRITE(*,*) ' YPOKRISIMH ROH OK'
      PAUSE
C      ***** ARXIKH MONIMH KATASTASH me dedomena Yin kai Q          *****
      WRITE(*,*) 'DWSE PAROXH ARXIKHS KATASTASHS MIKROTERH AYTHS.'
      READ(*,*) QIN
      PAUSE
C
140  Q=QIN
      Q2=Q*Q
      QN2=(MN*Q)**2.
      WRITE(*,*) 'ARXIKH STATHMH',Y(1)
      Y1=Y(1)
      SUM=Y1
      VIN(1)=Q/AS(1)
      SUM1=VIN(1)
      FR=VIN(1)/SQRT(G*Y1)
      WRITE(*,*) 'FR STHN ARXIKH DIATOMH:',FR
      Z1=ZC(1)
C      *****
      DO 121 I=2,N1
      AS1=AR(Y1)
      R1=WR(Y1)
      SF1=QN2/(AS1*AS1*(R1**1.3333))
      WRITE(10,*)X(I),SF1
      DY1=(SOC(I)-SF1)/(1.-(BO*Q2)/(G*AS1**3.))
      Y2=Y1+(DY1*DX)
      AS2=AR(Y2)
      R2=WR(Y1)
      SF2=QN2/(AS2*AS2*(R2**1.3333))
      DY2=(SOC(I)-SF2)/(1.-(BO*Q2)/(G*AS2**3.))
      Y2=Y1+0.5*(DY1+DY2)*DX
C
      Y(I)=Y2
      SUM=SUM+Y(I)
      AS(I)=AR(Y(I))
      VIN(I)=Q/AS(I)
      SUM1=SUM1+VIN(I)
C      ***** ypologismos tou fr elegxos yperkrisimhs rohs          *****
      FR=VIN(I)/SQRT(G*Y(I))
      WRITE(15,*)X(I),VIN(I),FR
      IF (FR.GE.0.999)THEN
      WRITE(*,*) 'ROH YPERKRISIMH '
      GOTO 141
      ENDIF
      WRITE(9,*)X(I),Y(I)
      WRITE(*,*)I,Y(I),'Y',X(I),'X'
      Y1=Y2
      ZF(I)=ZOC(I)+Y(I)
121  CONTINUE
141  PAUSE
161  CONTINUE
      DO 50 I=1,N1
      V(I)=VIN(I)
      50  CONTINUE
C***** arxikos ypologismos c,dt apo monimi katastash          *****
      VM=SUM1/N1
      YNM=SUM/N1

```

```

A=YNM*BO
RNM= (BO*YNM) / (BO+ (2*YNM) )
C=SQRT ( (G*A) /BO)
DT=DX/ (VM+C)
C
WRITE (*, 72) VM
WRITE (*, 71) C
WRITE (*, 74) DT
71 FORMAT (' CELERITY           C (M/SEC) =', F10.3)
72 FORMAT (' IN. MEAN VELOC V (M/SEC) =', F10.3)
74 FORMAT (' XRONIKO BHMA       (SEC ) =', F10.3)
PAUSE
C
C   XRONIKH EXELIXH METABATIKOY FAINOMENOY
C
C   xrhsh methodou tw n xarakthristikwn gia tous akraious komvous
C   kai to sxhma lax gia tous eswterikous
C
T=0.0
NTIM=0
C
C   *****   xronikh metavolh   *****
70 CONTINUE
NTIM=NTIM+1
170 CONTINUE
T=T+DT
R=0.5* (DT/DX)
IF (T.GT.TMAX) GOTO 190
C   *****   ANANTI AKRO SATHERO BATHOS   Y(1) (C-) *****
SO=SOC(1)
PU=WP(Y(2))
AU=AR(Y(2))
RU=WR(Y(2))
CB=G/SQRT((G*BO)/AU)
SFB=(MN*MN*V(2)*V(2))/(RU**1.333)
CN=V(2)-CB*Y(2)+G*(SO-SFB)*DT
VP(1)=CN+CB*Y(1)
YP(1)=Y(1)
FRP(1)=ABS(VP(1)/SQRT(G*YP(1)))
C
C   *****   KATANI AKRO DEDOMENH TAXYTHTA ROHS   (C+) *****
YPN1=Y(N1)
VPN1=VIN(N1)*(1.-(T/TS))
C   VPN1=V(N1)
IF(VPN1.LT..0) VPN1=.0
C
SO=SOC(N)
PK=WP(Y(N))
AK=AR(Y(N))
RK=WR(Y(N))
CK=G/SQRT((G*BO)/AK)
SFK=(MN*MN*V(N)*V(N))/(RK**1.333)
CP=V(N)+CK*Y(N)+G*(SO-SFK)*DT
YPN1=(CP-VPN1)/CK
YP(N1)=YPN1
VP(N1)=VPN1
FRP(N1)=ABS(VP(N1)/SQRT(G*YP(N1)))

```

```

ZFN1=YPN1+ZOC(N1)
C ***** ESWTERIKOI KOMBOI *****
DO 80 I=2,N
IM1=I-1
IP1=I+1
PA=WP(Y(IM1))
AA=AR(Y(IM1))
RA=WR(Y(IM1))
DA=AA/BO
SFA=(MN*MN*V(IM1)*V(IM1))/(RA**1.333)
SOA=SOC(IM1)

C
PB=WP(Y(IP1))
AB=AR(Y(IP1))
RB=WR(Y(IP1))
DB=AB/BO
SFB=(MN*MN*V(IP1)*V(IP1))/(RB**1.333)
SOB=SOC(IP1)

C
DM=0.5*(DA+DB)
SFM=0.5*(SFA+SFB)
SO=0.5*(SOA+SOB)
VM=0.5*(V(IM1)+V(IP1))
YM=0.5*(Y(IM1)+Y(IP1))
VP(I)=VM-R*G*(Y(IP1)-Y(IM1))-R*VM*(V(IP1)-V(IM1))+
&G*DT*(SO-SFM)
YP(I)=YM-R*DM*(V(IP1)-V(IM1))-R*VM*(Y(IP1)-Y(IM1))
FRP(I)=ABS(VP(I)/SQRT(G*YP(I)))
C WRITE(*,*)I,YP(I),T,'T'
80 CONTINUE
C ***** ELEGXOS EYSTATHEIAS *****
DTN=1.
DO 81 I=1,N1
APT=AR(YP(I))
RPT=WR(YP(I))
SFPT=(MN*MN*VP(I)*VP(I))/(RPT**1.333)
C=SQRT((G*APT)/BO)
DTN1=DX/(ABS(VP(I))+C)
DTN1=AMIN1(DTN,DTN1)
81 CONTINUE
IF(DTN1.LT.DT) THEN
T=T-DT
DT=DTN1
GOTO 170
ENDIF
C ***** ANTIKATASTASH *****
DO 130 I=1,N1
V(I)=VP(I)
Y(I)=YP(I)
ZFP(I)=Y(I)+ZOC(I)
130 CONTINUE
C***** APO8HKEUSH *****

IF(T.GT.TS) THEN
IPRINT=IPRINT+1
IF(MOD(IPRINT,NWRITE).NE.0) GOTO 191
ENDIF

```

```

WRITE (16, *) T, X (1), YP (1), VP (1)
WRITE (16, *) T, X (2), YP (2), VP (2)
WRITE (16, *) T, X (5), YP (5), VP (5)
WRITE (16, *) T, X (20), YP (20), VP (20)
WRITE (16, *) T, X (50), YP (50), VP (50)
WRITE (16, *) T, X (101), YP (101), VP (101)
WRITE (16, *) T, X (150), YP (150), VP (150)
WRITE (16, *) T, X (200), YP (200), VP (200)
WRITE (16, *) T, X (250), YP (250), VP (250)
WRITE (16, *) T, X (350), YP (350), VP (350)
WRITE (16, *) T, X (380), YP (380), VP (380)
WRITE (16, *) T, X (N), YP (N), VP (N)
WRITE (16, *) T, X (N1), YP (N1), VP (N1)
WRITE (17, *) T, ZFP (1), ZFP (201), ZFP (400), ZFP (N1)
WRITE (18, *) T, VP (1), VP (201), VP (400), VP (N1)
191 CONTINUE
GOTO 70
C ***** apo8hkeush stathmhs teleutaias xronikhs stigmhs *****
190 CONTINUE
ZFP (1)=YP (1)+ZOC (1)
DO 180 I=1,N1
WRITE (13, *) X (I), ZF (I), ZFP (I)
180 CONTINUE
WRITE (*, *) 'Y1, V1', Y (1), VP (1)
WRITE (*, *) 'YN1, VN1', YP (N1), VP (N1)
PAUSE
WRITE (*, *) 'TELOS'
STOP
END
C *****
SUBROUTINE INTER (NPI, X, Y, XO, YO, A1)
C *****
C YPOROYTINA GRAMMIKON PAREMBOLON, APO TIS TIMES TOY ARXEIOY
INGEOMM
C YPOLOGIZETAI H TIMH TOY Y POY ANTISTOIXEI STO X
C GRAMMIKH PROEK BOLH STA AKRA AN TO X EINAI EKTOS ORION
C
DIMENSION X (10), Y (10)
NPI1=NPI-1
IF (XO.LT.X (1)) GO TO 11
IF (XO.GT.X (NPI)) GO TO 12
K=0
10 K=K+1
IF (XO.GT.X (K)) GO TO 10
IF (K.EQ.1) GO TO 20
A1=(Y (K)-Y (K-1))/(X (K)-X (K-1))
B1=Y (K-1)-A1*X (K-1)
YO=A1*XO+B1
GO TO 13
20 CONTINUE
A1=(Y (K)-Y (K+1))/(X (K)-X (K+1))
B1=Y (K+1)-A1*X (K+1)
YO=Y (1)
GO TO 13
C
11 A1=(Y (2)-Y (1))/(X (2)-X (1))
B1=Y (2)-A1*X (2)

```

```

        YO=A1*XO+B1
        GO TO 13
12      A1=(Y(NPI)-Y(NPI1))/(X(NPI)-X(NPI1))
        B1=Y(NPI)-A1*X(NPI)
        YO=A1*XO+B1
13      CONTINUE
        RETURN
        END
C      *****
        FUNCTION AR(YY)
        COMMON BO
        AR=BO*YY
        RETURN
        END
C      *****
        FUNCTION WP(YY1)
        COMMON BO
        WP=(2*YY1)+BO
        RETURN
        END
C      *****
        FUNCTION WR(YY2)
        COMMON BO
        WR=(BO*YY2)/(2*YY2)+BO
        RETURN
        END
C      *****

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] *Υδροδυναμικές Εγκαταστάσεις*. Δ.Παπαντώνη, εκδ. Συμεών, Αθήνα 1998.
- [2] *Μηχανική των ρευστών II (Σημειώσεις)*. Δ.Μαθιουλάκης, Αθήνα 2006.
- [3] *Μεταβατικά φαινόμενα σε ροές ανοικτής επιφάνειας εντός ανελεστικών και ελαστικών αγωγών με ασυμπίεστα και συμπιεστά ρευστά* (Υπολογιστικό θέμα). Χ.Γεωργοπούλου, Αθήνα 2004.
- [4] *Επίλυση βαθμιαίας μεταβαλλόμενης ροής σε ανοιχτούς αγωγούς με μεταβλητά γεωμετρικά χαρακτηριστικά και μεταβλητή παροχή με χρήση υπολογιστή*. Ελ. Τζανεράκη, Διπλωματική εργασία, Αθήνα 1988.
- [5] *Υδραυλική ανοικτών αγωγών*. Ι.Β.Σουλής, εκδ.Αϊβάζης, Θεσ/νίκη 1999.
- [6] *Εφαρμοσμένη Υδραυλική*. Γ.Τερζίδη, εκδ.Ζήτη, Θεσ/νίκη 1997.
- [7] *Μηχανική των Ρευστών και Υδραυλική*. Ranald V. Giles, ΕΣΠΙ, Αθήνα 1998.
- [8] *Applied Fluid Dynamics Handbook*, ch.8. Robert D. Blevins, Van Nostrand Reinhold Company 1984.
- [9] *Open channel Hydraulics (international student edition)*. V.T. Chow, Mc-Graw Hill Kogakusha.
- [10] *Applied Hydraulic Transients*. M.Hanif Chaundry, 1987.
- [11] *Hydraulic Engineering, ch12*. J.Roberson, J.Cassidy, M.Hanif Chaundry, John Wiley & Sons, INC, 1998.
- [12] *Open-channel Hydraulics*. R.H. French, Mc-Graw Hill.
- [13] *Numerical Simulation of Hydraulic Transients in Drainage Systems*. M.Politano, J.Odgaard and W.klecan, Mecanica Computational Vol.XXIV, Nov.2005.
- [14] *Surges Associated with Air Expulsion in Near-Horizontal Pipelines*. S.Wright, J.G. Vasconcelos, 4th ASME JSME Joint Fluids Engineering Conference, July 2003.
- [15] *Transient Flow in Free-Surface, Pressurized Systems*. D.Wiggert, Journal of the Hydraulic Division, 1972.
- [16] *Computational Fluid Dynamics, ch7 Solution Methods for unsteady free surface flows*. MB Abbot & DR Basco, Longman 1989.

- [17] *Mathematical Modeling of transient state Flows in Open Channels*, International Symposium on Unsteady Flow in Open Channels, 1976.
- [18] *Hydraulics in Civil and Environmental Engineering 3rd edition, ch.5*. A. Chadwick, J. Morfett. E&FN SPON, 1998.
- [19] *Open channel Flow experiment*. Ivan A. Thomson, October 2005.
- [20] *Modeling Roughness Effects in Open Channel Flows*. D.T. Souders and C.W. Hirt, Flow Science, Inc.
- [21] *Multiple states in open channel flow*, A. Defina & F.M. Susin, Department IMAGE, Padua University, Italy, February 2006.
- [22] *Various pictures of open channel flow*, Gilberto E. Urroz, November 2005.