



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Τομέας Ναυτικής Μηχανολογίας

Διπλωματική Εργασία

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Βασιλική Αλεξία Βαλλιάνου

Επιβλέπων

Χρίστος Α. Φραγκόπουλος, Καθηγητής

Αθήνα, Μάρτιος 2009

Πρόλογος

Η Διπλωματική Εργασία αφορά στη δυναμική βελτιστοποίηση ενεργειακού συστήματος δίνοντας παράλληλα έμφαση στα μεταβατικά φαινόμενα που διέπουν τη λειτουργία του. Το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται δεν είναι πρόβλημα σχεδιασμού, αφού το σύστημα είναι εγκατεστημένο, αλλά πρόβλημα λειτουργίας. Οι μεταβλητές λειτουργίας του συστήματος μεταβάλλονται με το χρόνο καθιστώντας το, κατά συνέπεια, πρόβλημα δυναμικής βελτιστοποίησης.

Αντικείμενο της εργασίας είναι η προσομοίωση των μεταβατικών φαινομένων της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης του ενεργειακού συστήματος του Ιδρύματος Ιατροβιολογικών Ερευνών της Ακαδημίας Αθηνών (I.I.B.E.A.A.) και η ανάπτυξη λογισμικού για τον προσδιορισμό του τεχνικοοικονομικά βέλτιστου σημείου λειτουργίας του για ένα σύνολο τεχνικών και οικονομικών παραμέτρων, δεδομένου του σχεδιασμού και της επιλογής των μηχανημάτων του συστήματος.

Η Εισαγωγή (1^ο Κεφάλαιο) βοηθάει τον αναγνώστη να αποκτήσει μια σφαιρική εικόνα του θέματος.

Ο σκοπός του 2^{ου} Κεφαλαίου είναι η εξοικείωσή του με το ενεργειακό σύστημα του I.I.B.E.A.A.

Το 3^ο Κεφάλαιο αφιερώνεται στην αναλυτική παράθεση των εξισώσεων του συστήματος και της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος βελτιστοποίησης. Πραγματοποιείται, δηλαδή, η θερμοδυναμική και η οικονομική ανάλυσή του.

Το κύριο αντικείμενο του 4^{ου} Κεφαλαίου είναι η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Στη συνέχεια καταστρώνεται η μέθοδος επίλυσης του προβλήματος της τεχνικοοικονομικής βελτιστοποίησης λειτουργίας.

Το 5^ο Κεφάλαιο έχει ως αντικείμενο την καταγραφή των αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων που προκύπτουν. Επιπλέον της παρουσίασης των αποτελεσμάτων του προβλήματος βελτιστοποίησης και της οικονομικής αξιολόγησης της εγκατάστασης από άποψη συνεισφοράς στη μείωση του ετήσιου κόστους κάλυψης των ενεργειακών αναγκών του κτιρίου, πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας ως προς σημαντικές οικονομικές και τεχνικές παραμέτρους.

Το 6^ο Κεφάλαιο καταγράφει γενικά συμπεράσματα και προτείνει σημεία που κρίνεται ότι θα μπορούσαν να διερευνηθούν, προκειμένου να βελτιωθούν και να εξελιχθούν τόσο η μεθοδολογία όσο και τα αποτελέσματα της μελέτης.

Στα παραρτήματα που παρατίθενται στο τέλος της εργασίας αναπτύσσεται η απαραίτητη θεωρία για την μελέτη και επίλυση προβλημάτων δυναμικής βελτιστοποίησης.

Πιο συγκεκριμένα, στο Παράρτημα Α' παρατίθεται συνοπτικά η απαραίτητη θεωρία βελτιστοποίησης και επεξηγούνται θεμελιώδεις έννοιες που χρησιμοποιούνται στην εργασία.

Το Παράρτημα Β' περιγράφει τις βασικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης δυναμικών συστημάτων. Γίνεται μια σύγκριση ως προς τις ομοιότητες και διαφορές της μεθόδου Λογισμού των Μεταβολών και Δυναμικού Προγραμματισμού και αναλύεται σε ποιες περιπτώσεις είναι καταλληλότερο να χρησιμοποιείται η κάθε μια.

Το Παράρτημα Γ' με τη σειρά του πραγματεύεται τη μέθοδο άμεσης επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης δυναμικών συστημάτων. Πιο συγκεκριμένα, περιγράφει τις διαδικασίες επιλογής ανεξαρτήτων μεταβλητών ενός συνεχούς προβλήματος δυναμικού συστήματος, οι οποίες οδηγούν σε απλούστερη επίλυση των προβλημάτων μέσω εφαρμογής αλγορίθμων βελτιστοποίησης.

Το Παράρτημα Δ' αναφέρεται στην αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων, θεωρία ιδιαίτερα χρήσιμη κατά τη βελτιστοποίηση δυναμικών συστημάτων.

Το Παράρτημα Ε' επικεντρώνεται στη συνάρτηση Gompertz, η οποία χρησιμοποιήθηκε για την περιγραφή των μεταβατικών φαινομένων.

Τέλος, στο Παράρτημα ΣΤ' παρατίθενται πίνακες με ενδεικτικά αποτελέσματα της βελτιστοποίησης που πραγματοποιήθηκε.

Ολοκληρώνοντας την εισαγωγή αυτή, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή, κύριο Χρίστο Α. Φραγκόπουλο για την πολύτιμη καθοδήγηση και υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας, καθώς και για το χρόνο που διέθεσε οποτεδήποτε χρειάστηκε.

Επίσης, ουσιαστική υπήρξε η συνεισφορά του υποψηφίου διδάκτορα Γεωργίου Δημόπουλου σχετικά με τα υπολογιστικά θέματα, και του διπλωματούχου της σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών Παντελή Στυλιανόπουλου όσον αφορά στην κατανόηση του λογισμικού βελτιστοποίησης, τους οποίους και ευχαριστώ θερμά.

Περίεχόμενα

	ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ	7
1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	11
2.	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ Ι.ΙΒ.Ε.Α.Α.	13
2.1	Περιγραφή του Ενεργειακού Συστήματος του Ιδρύματος ΙΒ.Ε.Α.Α.	13
2.1.1	Εισαγωγή	13
2.1.2	Βασικός Εξοπλισμός	13
2.1.2.1	<i>Μηχανή εσωτερικής καύσης</i>	15
2.1.2.2	<i>Γεννήτρια</i>	16
2.1.2.3	<i>Εναλλάκτης θερμότητας καυσαερίων</i>	16
2.1.2.4	<i>Πλακοειδής εναλλάκτης θερμότητας</i>	17
2.1.2.5	<i>Δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας</i>	17
2.1.2.6	<i>Ψυκτική μονάδα απορρόφησης</i>	19
2.1.3	Συμπληρωματικός Εξοπλισμός	21
2.1.3.1	<i>Λέβητες</i>	21
2.1.3.2	<i>Ψυκτική μονάδα συμπίεσης</i>	21
2.1.3.3	<i>Δοχείο αδράνειας ψύξης</i>	22
2.2	Καταγραφή Απαιτήσεων Κτιριακού Συγκροτήματος Ι.ΙΒ.Ε.Α.Α.	23
3.	ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	27
3.1	Θερμοδυναμική Ανάλυση και Προσομοίωση του Συστήματος	27
3.1.1	Μονάδα συμπαραγωγής	27
3.1.2	Λέβητες	28
3.1.3	Δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας	28
3.1.3.1	<i>Υπολογισμός του γινομένου UA δεξαμενής αποθήκευσης θερμότητας</i>	29
3.1.4	Ψυκτική μονάδα απορρόφησης	30
3.1.4.1	<i>Εισαγωγή</i>	30
3.1.4.2	<i>Επεξεργασία της συνάρτησης Gompertz</i>	31
3.1.4.3	<i>Προσδιορισμός παραμέτρων - Εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων</i>	33
3.1.4.4	<i>Καταναλισκόμενη θερμική ισχύς</i>	35
3.1.5	Δοχείο αδράνειας ψύξης	35
3.1.5.1	<i>Υπολογισμός γινομένου UA δοχείου αδράνειας ψύξης</i>	36
3.1.6	Ψυκτική μονάδα συμπίεσης	37
3.1.7	Ισοζύγιο ηλεκτρικής ισχύος	38
3.1.8	Θερμοκρασία περιβάλλοντος	38
3.2	Οικονομική Ανάλυση	41
3.2.1	Κόστος κεφαλαίου	41
3.2.2	Κόστος καυσίμου	42
3.2.3	Κόστος ηλεκτρικής ενέργειας	43

3.2.4	Έσοδα πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας	43
3.2.5	Κόστος συντήρησης	43
3.2.6	Κόστος προσωπικού	44
4.	ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	45
4.1	Περιγραφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης	45
4.1.1	Διατύπωση του προβλήματος για την επίλυσή του με δυναμικό προγραμματισμό	46
4.2	Διατύπωση του Μαθηματικού Προβλήματος Βελτιστοποίησης (Αντικειμενική συνάρτηση, ανεξάρτητες μεταβλητές, βασικοί περιορισμοί)	48
4.2.1	Διατύπωση αντικειμενικής συνάρτησης	48
4.2.2	Επιλογή διακριτοποίησης προβλήματος	49
4.2.3	Επιλογή ανεξαρτήτων μεταβλητών και εφαρμογή στο πρόβλημα	49
	4.2.3.1 <i>Επιλογή ανεξαρτήτων μεταβλητών</i>	49
	4.2.3.2 <i>Εφαρμογή στο πρόβλημα</i>	51
4.2.4	Όρια Μεταβλητών	54
4.3	Μέθοδος Επίλυσης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης	55
4.4	Συνοπτική Περιγραφή του Κώδικα Αριθμητικής Επίλυσης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης	61
4.4.1	Εισαγωγή	61
4.4.2	Επεξήγηση μεθόδου αναζήτησης βέλτιστου σημείου μέσω αλγορίθμου βελτιστοποίησης	61
4.4.3	Μορφοποίηση προβλήματος βελτιστοποίησης για την επίλυση με το λογισμικό SNOPT	63
4.4.4	Μεθοδολογία καταχώρησης παραγώγων	63
4.4.5	Περιγραφή του κώδικα αριθμητικής επίλυσης	64
4.4.6	Ξεχωριστά σημεία μοντελοποίησης του υπό μελέτη προβλήματος	66
	4.4.6.1 <i>Αντιμετώπιση της δυναμικής διάστασης λόγω μοντελοποίησης των μεταβατικών φαινομένων</i>	66
	4.4.6.2 <i>Παρατηρήσεις για το υπο μελέτη πρόβλημα</i>	66
4.5	Διάγραμμα Ροής Προβλήματος	68
5.	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ I.I.B.E.A.A.	69
5.1	Εισαγωγή	69
5.2	Βέλτιστο Σημείο Λειτουργίας για το Ονομαστικό σύνολο Τιμών των Παραμέτρων	70
5.3	Έλεγχος του Αποτελέσματος του Κώδικα Βελτιστοποίησης	85
5.4	Σχολιασμός Αποτελεσμάτων και Συμπεράσματα από τη Βελτιστοποίηση του Συστήματος	86
5.4.1	Ανάλυση τυπικής εργάσιμης ημέρας Ιανουαρίου	86
5.4.2	Ανάλυση τυπικής εργάσιμης ημέρας Ιουνίου	94

5.5	Ανάλυση Ευαισθησίας	101
5.5.1	Εισαγωγή	101
5.5.2	Τιμή φυσικού αερίου και ηλεκτρικής ενέργειας	101
5.5.2.1	Τιμή φυσικού αερίου	102
5.5.2.2	Τιμή ηλεκτρικής ενέργειας	104
5.5.3	Επιτόκιο αγοράς	105
5.5.4	Κόστος μονάδας συμπαραγωγής	108
5.5.5	Κόστος ψυκτικής μονάδας απορρόφησης	110
5.5.6	Επίδραση του συντελεστή συμπεριφοράς της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης	111
6.	ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΙΣΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	113
6.1	Γενικά Συμπεράσματα και Προτάσεις	113
6.2	Προτεινόμενα Θέματα για Συνέχιση της Διπλωματικής Εργασίας	114
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α΄: ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	115
A.1	Εισαγωγή	115
A.2	Θεωρία Βελτιστοποίησης	115
A.2.1	Έννοιες - Ορισμός του Προβλήματος	115
A.2.2	Συναρτήσεις μιας μεταβλητής χωρίς περιορισμούς	117
A.2.3	Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών χωρίς περιορισμούς	117
A.2.4	Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών με ισοτικούς περιορισμούς (θεωρία Lagrange)	119
A.3	Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων	120
A.3.1	Εισαγωγή	120
A.3.2	Εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων σε πολυωνμικές συναρτήσεις	120
A.3.3	Εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων σε μη πολυωνμικές συναρτήσεις	122
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄:ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	123
B.1	Εισαγωγή	123
B.2	Λογισμός Μεταβολών	124
B.2.1	Η σχέση Euler-Lagrange	124
B.2.2	Η εξίσωση Euler-Lagrange για βελτιστοποίηση δεσμευμένων συναρτήσεων	126
B.3	Δυναμικός Προγραμματισμός	127
B.3.1	Έννοιες – Ορισμοί	127
B.3.2	Διατύπωση της αναδρομικής εξίσωσης Δυναμικού Προγραμματισμού στη γενική περίπτωση μονοδιάστατης πολυσταδιακής διαδικασίας	127
B.3.3	Διατύπωση της αναδρομικής εξίσωσης Δυναμικού Προγραμματισμού στη γενική περίπτωση πολυδιάστατης πολυσταδιακής διαδικασίας	131

B.3.4	Επίδραση μεταβατικών φαινομένων στη βελτιστοποίηση λειτουργίας συστήματος συμπαραγωγής: Εφαρμογή δυναμικού προγραμματισμού	132
B.3.4.1	Κατάστρωση του προβλήματος βελτιστοποίησης	132
B.3.4.2	Διαδικασία επίλυσης με εφαρμογή δυναμικού προγραμματισμού	133
B.3.4.3	Μείωση των υποψηφίων για την on/ off κατάσταση	135
B.4	Εφαρμογές	136
B.4.1	Παράδειγμα 1	136
B.4.2	Παράδειγμα 2	138
B.4.3	Παράδειγμα 3	142
B.5	Συμπεράσματα	147
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ΄: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΜΕΣΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ		149
Γ.1	Εισαγωγή	149
Γ.2	Έννοιες – Ορισμός του Προβλήματος	149
Γ.3	Μαθηματική Ανάλυση - Θεωρία Βελτιστοποίησης Συνεχών Δυναμικών Συστημάτων	150
Γ.4	Θεωρία Βελτιστοποίησης Διακριτών Δυναμικών (Πολυσταδιακών) Συστημάτων	153
Γ.5	Μεθοδολογίες Διακριτοποίησης Μεταβλητών	157
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ΄: ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ		159
Δ.1	Εισαγωγή	159
Δ.2	Μονοβηματικές Μέθοδοι Taylor και Runge-Kutta	160
Δ.2.1	Μέθοδοι Taylor	160
Δ.2.1.1	Εφαρμογές για $m=1$ και $m=2$	161
Δ.2.2	Μέθοδοι Runge – Kutta	161
Δ.2.2.1	Μέθοδοι Runge-Kutta βαθμού και τάξης $m = p$ ($h_k = h$)	163
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε΄: ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ GOMPERTZ		167
E.1	Εισαγωγή	167
E.2	Εφαρμογή της Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων στο Μοντέλο Gompertz	168
E.3	Επιλογή Αρχικών Τιμών για τις Παραμέτρους του Μοντέλου Gompertz	171
E.4	Αναλυτική Ολοκλήρωση Σιγμοειδούς Συνάρτησης: Αποτελέσματα και Σχόλια	174
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ΄: ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ		179
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		205

Ονοματολογία

P_e^K	Ηλεκτρική ισχύς που απαιτείται για την κάλυψη των αναγκών σε ηλεκτρισμό του κτιριακού συγκροτήματος του I.IB.E.A.A. (<i>WE</i>)*
$P_{e,min}^K$	Ελάχιστη απαίτηση ηλεκτρικής ισχύος του κτιριακού συγκροτήματος
Q_{th}^K	Θερμική ισχύς που απαιτείται για την κάλυψη των θερμικών αναγκών του κτιριακού συγκροτήματος (<i>QTH</i>)
Q_{ch}^K	Ψυκτική ισχύς που απαιτείται για την κάλυψη των αναγκών σε ψύξη του συγκροτήματος του I.IB.E.A.A. (<i>QCH</i>)
$Q_{CH,MIN}$	Ελάχιστη τιμή ψυκτικών κτιριακών απαιτήσεων
P_G	Ισχύς γεννήτριας της μονάδας συμπαραγωγής (<i>WG</i>)
P_{GN}	Ονομαστική ισχύς γεννήτριας (<i>WGMAX</i>)
W_G	Συνολική μηνιαία ενέργεια γεννήτριας (<i>MAWG</i>)
$Q_{th}^{M\Sigma}$	Αποδιδόμενη θερμική ισχύς από τη μονάδα συμπαραγωγής (<i>QTHE</i>)
$Q_{the,remain}$	Περιθώριο θερμικής ισχύος από τη λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής για την τροφοδότηση της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης
$Q_{the,max}$	Μέγιστη αποδιδόμενη θερμική ισχύς μονάδας συμπαραγωγής
$Q_f^{M\Sigma}$	Καταναλισκόμενη θερμική ισχύς καυσίμου στη μονάδα συμπαραγωγής (<i>HFE</i>)
$H_f^{M\Sigma}$	Κατανάλωση ενέργειας καυσίμου από τη μονάδα συμπαραγωγής
Q_{th}^{Λ}	Συνολική θερμική ικανότητα των λεβήτων (<i>QTHBTOTAL</i>)
$Q_{th}^{\Lambda E}$	Θερμική ικανότητα των λεβήτων (<i>QTHB</i>)
$Q_{th}^{\Lambda \Delta \Lambda}$	Θερμική ικανότητα του καυστήρα της δεξαμενής αποθήκευσης (<i>QTHBT</i>)
Q_f^{Λ}	Απαιτούμενη ισχύς καυσίμου για τη λειτουργία των λεβήτων (<i>Q</i>)
η_{Λ}	Βαθμός απόδοσης των λεβήτων
H_f^{Λ}	Κατανάλωση ενέργειας καυσίμου από τους λέβητες
Q_{abs}	Ψυκτική ισχύς μονάδας απορρόφησης (<i>QABS</i>)
$Q_{abs,total}$	Συνολική αποδιδόμενη ψυκτική ισχύς από τη μονάδα απορρόφησης (<i>QABSTOTAL</i>)
$Q_{abs,N}$	Ονομαστική ψυκτική ισχύς μονάδας απορρόφησης (<i>QABSN</i>)
$Q_{th,abs}$	Καταναλισκόμενη θερμική ισχύς στη μονάδα απορρόφησης (<i>QTHABS</i>)
$Q_{thabs,N}$	Ονομαστική καταναλισκόμενη θερμική ισχύς στη μονάδα απορρόφησης (<i>QTHABSN</i>)
COP_{abs}	Συντελεστής συμπεριφοράς ψυκτικής μονάδας απορρόφησης

* Σε παρένθεση γράφεται το σύμβολο που χρησιμοποιήθηκε στο πρόγραμμα H/Y.

$COP_{abs,N}$	Ονομαστικός συντελεστής συμπεριφοράς ψυκτικής μονάδας απορρόφησης
$Q_{ch,el}$	Αποδιδόμενη ισχύς από την ψυκτική μονάδα συμπίεσης ($QCHEL$)
$W_{chel,min}$	Ελάχιστη απαιτούμενη ισχύς για τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας συμπίεσης
$COP_{ch,el}$	Συντελεστής συμπεριφοράς ψυκτικής μονάδας συμπίεσης (COPCHEL)
P_{el}	Απαιτούμενη ηλεκτρική ισχύς για τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας συμπίεσης (WCHEL)
P_{eb}	Παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύς από το δίκτυο στο σύστημα (WEG)
P_{es}	Παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύς από το σύστημα στο δίκτυο (WES)
W_{eb}	Παρεχόμενη ηλεκτρική ενέργεια από το δίκτυο
W_{es}	Συνολική μηνιαία παρεχόμενη ηλεκτρική ενέργεια προς το δίκτυο (WES)
T	Θερμοκρασία του νερού της δεξαμενής
T_{ch}	Θερμοκρασία του νερού του δοχείου (TCH)
T_0	Θερμοκρασία του περιβάλλοντος (TA)
c_p	Ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού (CP)
U	Ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας
A	Εξωτερική επιφάνεια της δεξαμενής
m	Μάζα του νερού της δεξαμενής (MA)
m_{ch}	Μάζα του νερού του δοχείου αδράνειας (MACH)
C_i	Κόστος κεφαλαίου της μονάδας i
c_i	Μοναδιαίο κόστος κεφαλαίου της μονάδας i
CRF	Συντελεστής ανάκτησης κεφαλαίου
$W_{max,i}$	Ονομαστική ισχύς της μονάδας i
W_i	Μηνιαία αποδιδόμενη ενέργεια από τη μονάδα i
H	Ώρες λειτουργίας ανά έτος
δ_i	Διαθεσιμότητα της μονάδας i (b)
d	Επιτόκιο αγοράς
N	Διάρκεια ζωής της μονάδας
K_K	Συνολικό κόστος κεφαλαίου του συστήματος (CC)
H_f	Συνολική κατανάλωση ενέργειας καυσίμου (HF)
DSC	Ποσοστό έκπτωσης επί της τιμής του φυσικού αερίου
p_f	Τιμή καυσίμου
$p_{f,N}$	Ονομαστική τιμή καυσίμου
$p_{f,crit}$	Κρίσιμη τιμή καυσίμου
K_f	Συνολικό κόστος καυσίμου (KF)
K_{el}	Κόστος ηλεκτρικής ενέργειας (KH)
p_{el}	Κόστος αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας από το δίκτυο
ΦΠΑ	Φόρος προστιθέμενης αξίας (FPA)

$K_{el,s}$	Κέρδος πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας
$p_{el,s}$	Τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας
K_m	Κόστος συντήρησης
c_m	Μοναδιαίο κόστος συντήρησης
K_{pers}	Κόστος προσωπικού
c_{pers}	Κόστος υπερωριών
$c_{M\Sigma}$	Μοναδιαίο κόστος κεφαλαίου μονάδας συμπαραγωγής
c_{Λ}	Μοναδιαίο κόστος κεφαλαίου βασικής μονάδας λεβήτων
$c_{ch,el}$	Μοναδιαίο κόστος κεφαλαίου ψυκτικής μονάδας συμπίεσης
c_{abs}	Μοναδιαίο κόστος κεφαλαίου ψυκτικής μονάδας απορρόφησης
$C_{M\Sigma}$	Κόστος κεφαλαίου μονάδας συμπαραγωγής
$C_{\Lambda\Delta\Delta}$	Κόστος κεφαλαίου βοηθητικού λέβητα
$C_{ch,el}$	Κόστος κεφαλαίου των ψυκτών συμπίεσης
C_{abs}	Κόστος κεφαλαίου της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης
δC	Διαφορικό κόστους
$C_{chel,op}$	Κόστος λειτουργίας των ψυκτών συμπίεσης
$C_{abs,op}$	Κόστος λειτουργίας της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης.

1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα συστήματα συμπαραγωγής, ως μια από τις τεχνολογίες για την αποδοτική χρήση ενέργειας, έχουν υψηλές δυνατότητες όσον αφορά στην εξοικονόμηση ενέργειας και χρηματικών πόρων και η εγκατάστασή τους έχει αρχίσει να επεκτείνεται επιτυχώς τα τελευταία χρόνια σε κτιριακά συγκροτήματα. Για να γίνει σωστή εκμετάλλευση των δυνατοτήτων αυτών, δεν αρκεί μονάχα η εγκατάσταση των συστημάτων συμπαραγωγής, αλλά πρέπει να ληφθούν σοβαρά υπόψη και ο σχεδιασμός και η λειτουργία τους.

Μέχρι στιγμής, στους αλγορίθμους βελτιστοποίησης που είχαν ως αντικείμενο την ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους των συστημάτων συμπαραγωγής, δε λαμβάνονταν υπόψη τα δυναμικά χαρακτηριστικά του εξοπλισμού κατά τον σχεδιασμό. Γενικά, το πλάνο λειτουργίας του εκάστοτε συστήματος καθοριζόταν στατικά (steady-state) και ανεξάρτητα σε κάθε χρονικό διάστημα που έχει οριστεί για να απεικονίζει τις μεταβολές των ενεργειακών απαιτήσεων, επιδιώκοντας υψηλή αποδοτικότητα στη μέγιστη φόρτιση (full load).

Πιο συγκεκριμένα, δε λαμβάνεται υπόψη πως η προσφερόμενη από τον εξοπλισμό ενέργεια σε ένα διάστημα δεν εξαρτάται μόνο από την απαιτούμενη τροφοδότηση ενέργειας σε αυτό το διάστημα αλλά και από τις τροφοδοτήσεις των προηγούμενων ή και των επομένων διαστημάτων. Δηλαδή δεν εξετάζεται ο συσχετισμός της στρατηγικής λειτουργίας σε διαφορετικά διαστήματα. Όμως, η διαδικασία εκκίνησης και παύσης της λειτουργίας ενός συστήματος είναι φαινόμενα που παρουσιάζονται αρκετά συχνά. Ο έλεγχος των μεταβατικών καταστάσεων, λοιπόν, είναι πολύ σημαντικός.

Στο Ίδρυμα Ιατροβιολογικών Ερευνών της Ακαδημίας Αθηνών (I.I.B.E.A.A.) υπάρχει εγκατεστημένη μονάδα συμπαραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας και θερμότητας με μηχανή εσωτερικής καύσεως φυσικού αερίου. Η θερμότητα που παράγεται από τη μονάδα συμπαραγωγής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξυπηρέτηση θερμικών φορτίων (θέρμανση χώρων και ζεστού νερού χρήσης) ή/και ψυκτικών φορτίων (κλιματισμός χώρων) μέσω ψυκτικής μονάδας τύπου απορρόφησης. Σε κάθε περίπτωση, η θερμότητα που παράγεται από τη μονάδα με μορφή θερμού νερού κατευθύνεται σε ειδική δεξαμενή προτού τροφοδοτήσει την ψυκτική μηχανή απορρόφησης ή/και τα κυκλώματα θέρμανσης χώρων και ζεστού νερού χρήσης. Φυσικά, σε συνδυασμό με το σύστημα συμπαραγωγής υπάρχουν εγκατεστημένες συμβατικές μονάδες παραγωγής θερμού νερού (λέβητες), οι οποίες είναι σε θέση να καλύψουν το σύνολο των θερμικών φορτίων του ιδρύματος. Αντίστοιχα, εκτός της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης, το ενεργειακό σύστημα διαθέτει και ψυκτική μονάδα συμπίεσης, ικανή να καλύψει τα ψυκτικά φορτία του συγκροτήματος στο σύνολό τους. Η ψυκτική ενέργεια που παράγεται από τη μονάδα με μορφή ψυχρού νερού κατευθύνεται στο δοχείο αδράνειας προτού τροφοδοτήσει τις καταναλώσεις.

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία πραγματοποιείται δυναμική βελτιστοποίηση λειτουργίας του ενεργειακού συστήματος που είναι εγκατεστημένο στο Ίδρυμα Ιατροβιολογικών Ερευνών της Ακαδημίας Αθηνών, προσομοιώνοντας παράλληλα τα έντονα μεταβατικά φαινόμενα που διέπουν τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης. Η μελέτη διεξάγεται με τη δημιουργία κατάλληλου κώδικα σε περιβάλλον FORTRAN και χρησιμοποιώντας το λογισμικό βελτιστοποίησης SNOPT.

2

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ Ι.ΙΒ.Ε.Α.Α.

2.1 Περιγραφή του Ενεργειακού Συστήματος του Ιδρύματος ΙΒ.Ε.Α.Α.

2.1.1 Εισαγωγή

Αντικείμενο της ενότητας είναι η τεχνική περιγραφή του συστήματος συμπαραγωγής ηλεκτρικής, θερμικής και ψυκτικής ενέργειας του Ιδρύματος Ιατροβιολογικών Ερευνών της Ακαδημίας Αθηνών (Ι.ΙΒ.Ε.Α.Α.) και η παρουσίαση των λειτουργικών χαρακτηριστικών του.

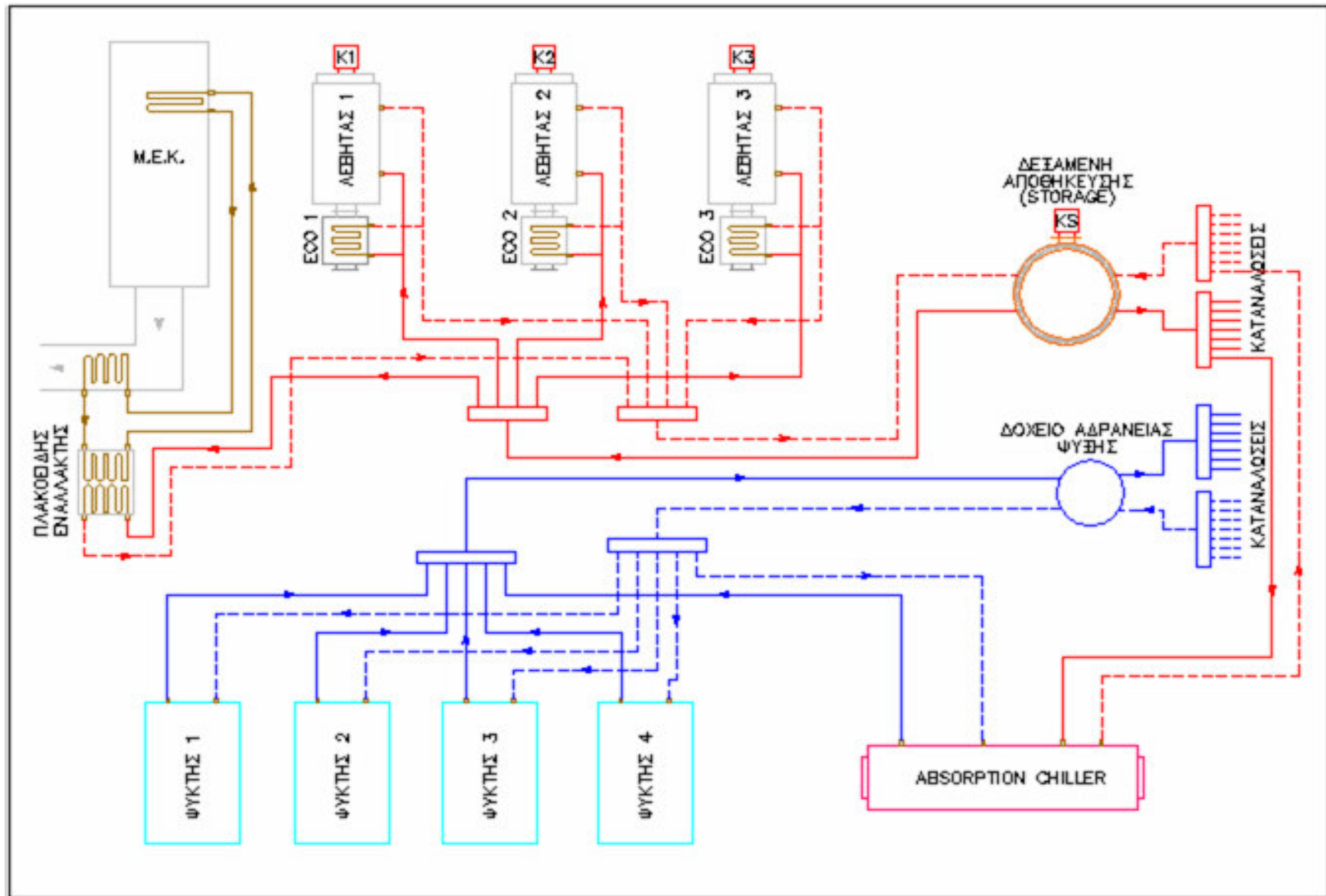
Το σύστημα συμπαραγωγής - σε συνδυασμό και με μία ψυκτική μονάδα τύπου απορρόφησης - έχει εγκατασταθεί με σκοπό την οικονομικότερη κάλυψη των αναγκών του ιδρύματος σε ψύξη, θέρμανση και ηλεκτρισμό. Εκτός του συστήματος, υπάρχουν εγκατεστημένοι τρεις (3) λέβητες φυσικού αερίου και τέσσερις (4) ψυκτικές μονάδες συμπίεσης που έχουν τη δυνατότητα να καλύψουν εξ ολοκλήρου τα θερμικά και ψυκτικά φορτία, αντίστοιχα, του Ιδρύματος.

Οι πίνακες με τα τεχνικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά των μονάδων του συστήματος που παρατίθενται στο κεφάλαιο αυτό, είναι βασισμένοι στη μεταπτυχιακή εργασία του Π. Βαρβούνη (2005).

2.1.2 Βασικός Εξοπλισμός

Ο βασικός εξοπλισμός του ενεργειακού συστήματος του ιδρύματος αποτελείται από τις εξής μονάδες:

- Μηχανή εσωτερικής καύσης φυσικού αερίου
- Σύγχρονη γεννήτρια
- Εναλλάκτη καυσαερίων
- Πλακοειδή εναλλάκτη
- Δεξαμενή αποθήκευσης και διανομής ζεστού νερού
- Ψυκτική μονάδα απορρόφησης (absorption chiller) σε συνεργασία με πύργο ψύξης.



Σχήμα 2.1 Γενική διάταξη της εγκατάστασης [Βαρβούνης (2005)].

2.1.2.1 Μηχανή εσωτερικής καύσης

Αποτελεί την ‘καρδιά’ του συστήματος συμπαραγωγής. Η μηχανή εσωτερικής καύσης (για λόγους συντομίας αναφέρεται και ως Μ.Ε.Κ.), είναι η βασική συνιστώσα του συστήματος, αφού ‘τροφοδοτεί’ τη γεννήτρια και τον εναλλάκτη καυσαερίων με αποτέλεσμα την παραγωγή ηλεκτρικής και θερμικής ενέργειας αντίστοιχα -εξ ου και σύστημα συμπαραγωγής-.

Οι επόμενοι πίνακες συγκεντρώνουν τεχνικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά της μηχανής, καθώς και στοιχεία για το ενεργειακό ισοζύγιο της μονάδας συμπαραγωγής.

Πίνακας 2.1 Τεχνικά χαρακτηριστικά ΜΕΚ.

Τύπος κινητήρα	DEUTZ MWM TBG 616 V16
Ονομαστική μηχανική ισχύς [kW]	560
Ταχύτητα περιστροφής [RPM]	1500
Διάμετρος εμβόλου [mm]	132
Διαδρομή εμβόλου [mm]	160
Όγκος εμβολισμού [lt]	35
Λόγος συμπίεσης	12:1
Μέση ταχύτητα εμβόλου [m/sec]	8

Πίνακας 2.2 Λειτουργικά χαρακτηριστικά ΜΕΚ σε διάφορα φορτία.

Χαρακτηριστικό	Φορτίο (%)		
	100	75	50
Μηχανική ισχύς [kW]	560	420	280
Μέση ενδεικνύμενη πίεση [bar]	12.8	9.6	6.4
Θερμοκρασία καυσαερίων [°C]	424	436	443
Παροχή υγρού αέρα [kg/h]	3.198	2.386	1.649
Παροχή αέρα καύσης [kg/h]	3.089	2.303	1.590

Πίνακας 2.3 Ενεργειακό ισοζύγιο της μονάδας συμπαραγωγής.

Χαρακτηριστικό [kW]	Φορτίο (%)		
	100	75	50
Ηλεκτρική ισχύς	540	407	270
Θερμική ισχύς νερού ψύξης	458	338	250
Θερμική ισχύς εναλλάκτη καυσαερίων	301	235	166
Ισχύς ακτινοβολίας κινητήρα	40	40	40
Ισχύς ακτινοβολίας γεννήτριας	18	13	10
Θερμική ισχύς καυσίμου	1492	1133	804

2.1.2.2 Γεννήτρια

Η σύγχρονη γεννήτρια του συστήματος συνδέεται με τη Μ.Ε.Κ., με την οποία βρίσκεται σε κοινή βάση, για την παραγωγή εναλλασσόμενου ηλεκτρικού ρεύματος. Μετατρέπει, δηλαδή, τη μηχανική ισχύ που διατίθεται από τη Μ.Ε.Κ. σε ηλεκτρική.

Η εγκατεστημένη γεννήτρια λειτουργεί με κατώτατο όριο φόρτισης ίσο με 180 kW. Για τιμή μικρότερη της ελάχιστης αυτής ισχύος, δηλαδή, η λειτουργία της γεννήτριας διακόπτεται.

Τα τεχνικά χαρακτηριστικά και η μεταβολή του βαθμού απόδοσής της συγκεντρώνονται στους Πίνακες 2.4 και 2.5.

Πίνακας 2.4 Τεχνικά χαρακτηριστικά της γεννήτριας.

Κατασκευαστής	LEROY SOMER
Τύπος	LSAC 50 L7-4P
Ονομαστική ισχύς [kVA]	832
Τάση [V]	400
Συχνότητα [HZ]	50

Πίνακας 2.5 Βαθμός απόδοσης της γεννήτριας συναρτήσει της φόρτισης.

Φόρτιση (%)	110	100	75	50	25
Βαθμός απόδοσης	96.9	96.9	96.8	96.3	93.8

2.1.2.3 Εναλλάκτης θερμότητας καυσαερίων

Όπως προδίδεται από την ονομασία, ο εναλλάκτης αυτός χρησιμοποιείται για την εκμετάλλευση της θερμικής ισχύος των καυσαερίων, κατά την έξοδό τους από τον υπερπληρωτή της Μ.Ε.Κ., πράγμα που επιτυγχάνει σε μεγάλο βαθμό.

Τα καυσαέρια κατευθύνονται στον εναλλάκτη, όπου θερμαίνουν το νερό ψύξης της Μ.Ε.Κ., το οποίο ήδη εν μέρει έχει θερμανθεί κατά τη διέλευση του από το σώμα της μηχανής.

Στον Πίνακα 2.6 αναφέρονται συνοπτικά τα τεχνικά χαρακτηριστικά του.

Πίνακας 2.6 Τεχνικά χαρακτηριστικά εναλλάκτη καυσαερίων.

Κατασκευαστής	ETB	
Τύπος	WGW 18L250A1123	
Περιεκτικότητα νερού [lt]	164	
Θερμοκρασία λειτουργίας [°C]	100-460	
Ονομαστική ισχύς [kW]	301	
Θερμοκρασία καυσαερίων [°C]	Είσοδος	436
	Έξοδος	120
Θερμοκρασία νερού [°C]	Είσοδος	90
	Έξοδος	99

2.1.2.4 Πλακοειδής εναλλάκτης θερμότητας

Το νερό ψύξης, μετά τη διέλευσή του από τον εναλλάκτη καυσαερίων, προκειμένου να αποδώσει τη θερμική ισχύ που 'απέκτησε' κατά τη διαδρομή του αρχικά από το σώμα της μηχανής και στη συνέχεια από τον εναλλάκτη καυσαερίων, διοχετεύεται στον πλακοειδή εναλλάκτη του συστήματος, όπου και θερμαίνει ποσότητα νερού που κατευθύνεται προς τη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας- με σκοπό την κάλυψη θερμικών αναγκών του κτιριακού συγκροτήματος-. Έτσι, εξυπηρετούμε διπλό σκοπό:

1. Επιτυγχάνεται επαναφορά του νερού ψύξης στην αρχική θερμοκρασία του, ούτως ώστε να μπορεί να παραλάβει ξανά θερμότητα από τη Μ.Ε.Κ. και έπειτα από τα εξερχόμενα καυσαέρια
2. Καλύπτεται μέρος των θερμικών αναγκών του συγκροτήματος.

Ο Πίνακας 2.7 συγκεντρώνει τα τεχνικά χαρακτηριστικά του.

Πίνακας 2.7 Τεχνικά χαρακτηριστικά πλακοειδούς εναλλάκτη.

Κατασκευαστής	SWEP	
Τύπος	GX-042-P	
Περιεκτικότητα νερού [lt]	39.9	
Μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας [°C]	150	
Ονομαστική ισχύς [kW]	752	
Θερμοκρασία θερμού ρευστού [°C]	Είσοδος	99
	Έξοδος	78
Θερμοκρασία ψυχρού ρευστού [°C]	Είσοδος	70
	Έξοδος	90

2.1.2.5 Δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας

Η δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας κατέχει κεντρικό ρόλο στη συλλογή, αποθήκευση, και διανομή ζεστού νερού, και κατά συνέπεια θερμικής ισχύος στο σύστημα.

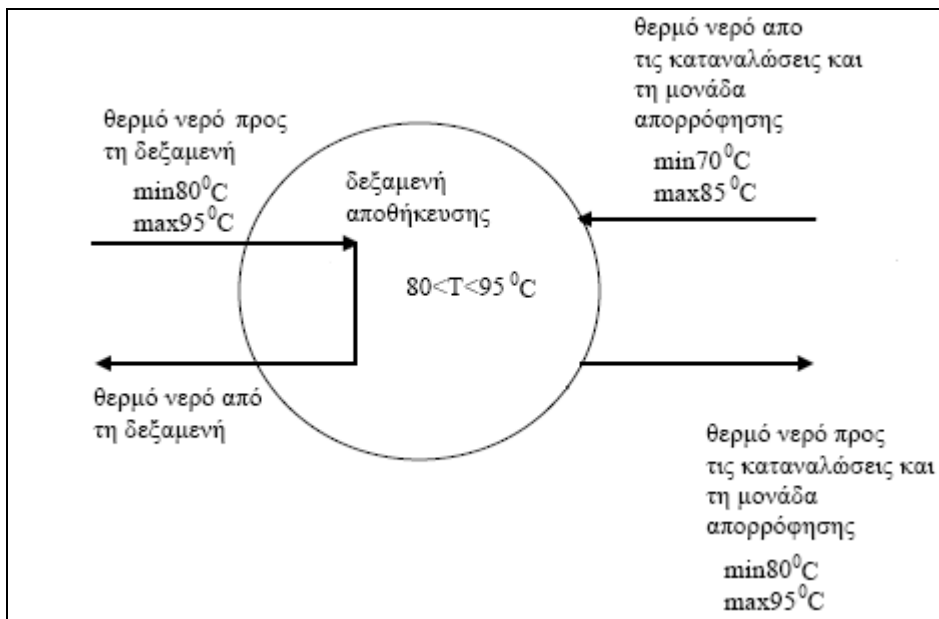
Η θερμοκρασία της δεξαμενής διατηρείται μεταξύ 80 και 95 °C λόγω του κλειστού κυκλώματος νερού που διέρχεται από τον πλακοειδή εναλλάκτη της μονάδας συμπαραγωγής και τους λέβητες και στη συνέχεια από τη δεξαμενή αποθήκευσης, όπου και αποδίδει τη θερμική ισχύ που αποκτά, αλλά και μέσω του καυστήρα ελέγχου θερμοκρασίας που διαθέτει.

Η δεξαμενή αποθήκευσης, είναι στην πραγματικότητα ένα κυλινδρικό δοχείο διαστάσεων $D=1.95$ m και $h=3.6$ m (διάμετρος x ύψος), με ωφέλιμο όγκο ίσο με 12.3 m³. Είναι κατασκευασμένη από ελάσματα πάχους 6 mm για τον κορμό και 8 mm για τη βάση. Εξωτερικά φέρει ισχυρή μόνωση πολυουραιθάνης, πάχους 5 cm, με επένδυση από αλουμίνιο. Τα χαρακτηριστικά της μόνωσης είναι $\theta < 120^{\circ}\text{C}$, $P < 1.0$ kP/cm², $k = 0.023\text{W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}$.

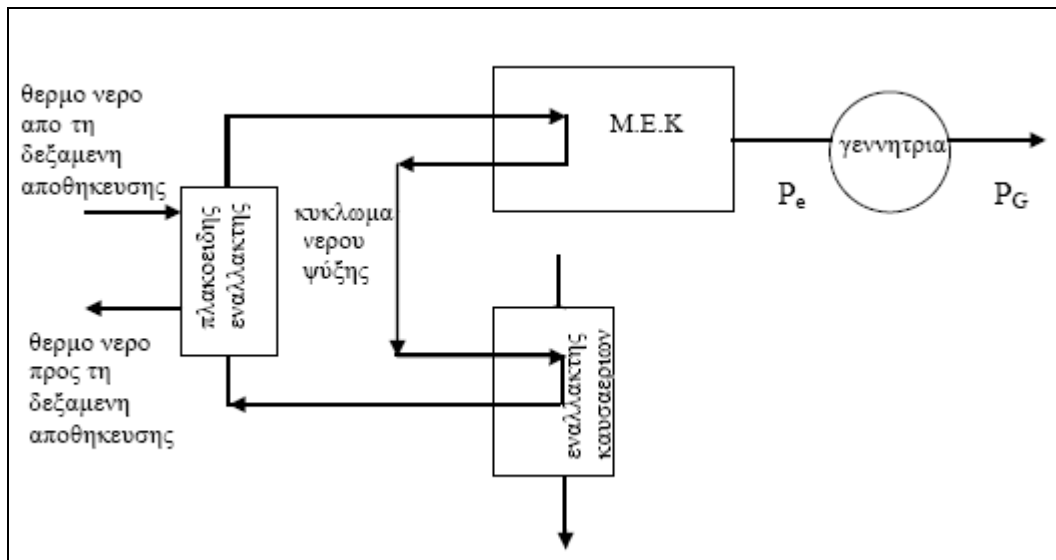
Συνοπτικά, τα τεχνικά χαρακτηριστικά της δίνονται στον Πίνακα 2.8.

Πίνακας 2.8 Τεχνικά χαρακτηριστικά δεξαμενής αποθήκευσης.

Ωφέλιμος όγκος [m ³]	12.3	
Πίεση λειτουργίας [bar]	6	
Καυστήρας		
Τύπος	WEISHAUPΤ	
Βαθμός απόδοσης	0.91	
Θερμική ισχύς [kW]	min	80
	max	550
Θερμοκρασίες νερού		
Από λέβητες και MEK προς δοχείο [°C]	min	80
	max	95
Από δοχείο προς λέβητες και MEK [°C]	min	70
	max	85
Από δοχείο προς καταναλώσεις [°C]	min	80
	max	95
Από καταναλώσεις προς δοχείο [°C]	min	70
	max	85



Σχήμα 2.2 Δεξαμενή αποθήκευσης [Στυλιανόπουλος (2005)].



Σχήμα 2.3 Μονάδα Συμπαράγωγής [Στυλιανόπουλος (2005)].

2.1.2.6 Ψυκτική μονάδα απορρόφησης

Η ψυκτική μονάδα απορρόφησης τροφοδοτείται με ζεστό νερό μέσω της δεξαμενής αποθήκευσης θερμότητας και αποδίδει ψυκτική ισχύ για την κάλυψη των αναγκών του κτιριακού συγκροτήματος.

Οι ψύκτες απορρόφησης περιέχουν ένα χημικό διάλυμα και ένα ψυκτικό μέσο. Το χημικό διάλυμα στη μονάδα του I.B.E.A.A. αποτελείται από τις ενώσεις λιθίου, βρωμίου (Li-Br) και παίζει ακριβώς τον αντίστοιχο ρόλο του συμπιεστή στους ηλεκτρικά κινούμενους ψύκτες, εδώ πρόκειται δηλαδή για έναν 'χημικό συμπιεστή'. Το ψυκτικό μέσο είναι το νερό.

Το νερό δια μέσου της εξάτμισής του απορροφά τη θερμότητα (εξατμιστής) από τον χώρο που ψύχεται, ενώ στην συνέχεια αποδίδει τη θερμότητα αυτή στο περιβάλλον (μέσω του συμπυκνωτή). Αυτή η διαδικασία αποβολής θερμότητας κάνει το εξατμιζόμενο νερό να ξαναγίνει υγρό και να συνεχίσει τον κύκλο παραγωγής ψύξης.

Το χημικό διάλυμα λιθίου-βρωμίου εκτελεί και αυτό τον δικό του κύκλο. Το διάλυμα αυτό έχει την τάση να απορροφά (στο τμήμα του απορροφητή - εξ ου οι ψύκτες αυτού του τύπου ονομάζονται ψύκτες απορρόφησης) τους ατμούς του ψυκτικού μέσου, του νερού δηλαδή, κατά τη φάση της εξάτμισής του, ώστε να υπάρχει 'χώρος' για άλλους ατμούς να πάρουν την θέση τους και έτσι για να συνεχιστεί ο κύκλος παραγωγής ψύξης. Όταν κορεσθεί το διάλυμα από την απορρόφηση ατμών, τότε απαιτείται μια πηγή θερμότητας (αναγεννητής) για να 'στεγνώσει' ξανά το διάλυμα αυτό, ώστε να συνεχίσει τον κύκλο του απορροφώντας και άλλους ατμούς νερού.

Τα μόνα μηχανικά μέρη του ψύκτη απορρόφησης είναι οι δύο (2) ηλεκτροκίνητες αντλίες που κυκλοφορούν η μεν πρώτη το ψυκτικό μέσο -νερό- η δε δεύτερη το διάλυμα λιθίου-βρωμίου. Η καταναλισκόμενη ηλεκτρική ενέργεια των δύο αυτών αντλιών είναι πολύ λιγότερη από την αντίστοιχη ενός ηλεκτρικά κινούμενου συμπιεστή. Επομένως, το κόστος λειτουργίας αλλά και συντήρησης είναι εξαιρετικά μικρότερο.

Ο Πίνακας 2.9 συγκεντρώνει τα τεχνικά χαρακτηριστικά της μονάδας απορρόφησης που είναι εγκαταστημένη στο I.B.E.A.A.

2.1.3 Συμπληρωματικός Εξοπλισμός

Εκτός του συστήματος συμπαραγωγής υπάρχουν εγκατεστημένα:

- Λέβητες με δυνατότητα λειτουργίας τόσο με φυσικό αέριο όσο και με πετρέλαιο
- Δοχείο αδράνειας ψυχρού νερού για το σύστημα κλιματισμού
- Μονάδες παραγωγής ψυχρού νερού (ψύκτες), οι οποίες λειτουργούν με ηλεκτρική ενέργεια.

Η υπόλοιπη ενότητα επικεντρώνεται στην παρουσίαση των μονάδων αυτών.

2.1.3.1 Λέβητες

Ο λόγος της εγκατάστασης των λεβήτων στο ενεργειακό σύστημα του κτιρίου είναι η κάλυψη των θερμικών αναγκών με τη μορφή ζεστού νερού χρήσης και θέρμανσης στα διαστήματα που η μονάδα συμπαραγωγής βρίσκεται εκτός λειτουργίας, ή δεν επαρκεί η θερμότητα που αυτή προσφέρει.

Για το σκοπό αυτό, λοιπόν, υπάρχουν εγκατεστημένοι τρεις όμοιοι λέβητες, με δυνατότητα να καλύπτουν το σύνολο των θερμικών απαιτήσεων του συγκροτήματος, τα χαρακτηριστικά των οποίων δίνονται στον Πίνακα 2.10:

Πίνακας 2.10 Χαρακτηριστικά λεβήτων.

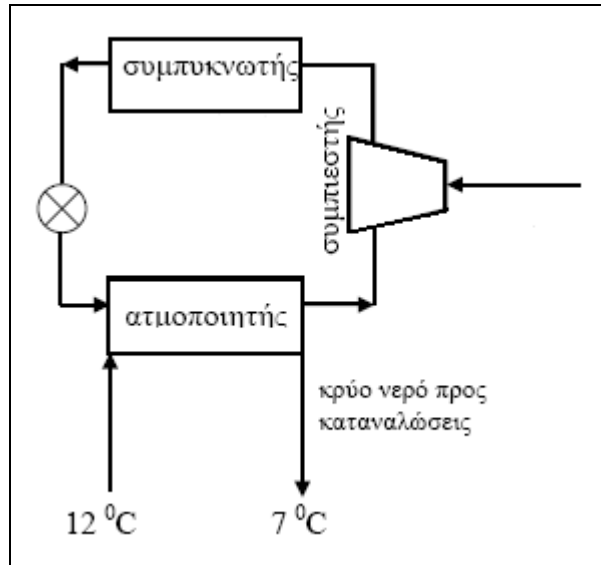
Κατασκευαστής	NICHOLSON	
Ονομαστική θερμική ισχύς [kCal/h]	1100000	
Βαθμός απόδοσης	0.91	
Θερμοκρασία νερού [°C]	Είσοδος	70
	Έξοδος	90
Θερμική ισχύς καυστήρα [kW]	min	500
	max	1630

2.1.3.2 Ψυκτική μονάδα συμπίεσης

Οι ψύκτες συμπίεσης του συστήματος λειτουργούν συμπληρωματικά ως προς την ψυκτική μονάδα απορρόφησης. Καλύπτουν, δηλαδή, τα ψυκτικά φορτία του συγκροτήματος που δεν μπορεί να αναλάβει η μονάδα απορρόφησης. Επίσης, 'καλούνται' να καλύψουν τυχόν ψυκτικές απαιτήσεις, όταν το σύστημα συμπαραγωγής βρίσκεται εκτός λειτουργίας.

Η εγκατάσταση αυτή αποτελείται από τέσσερις όμοιους ψύκτες που λειτουργούν βάσει του συμβατικού ψυκτικού κύκλου συμπίεσης ατμών, καταναλώνοντας ηλεκτρική ενέργεια.

Η θερμοκρασία εξόδου του νερού προς το δοχείο αδράνειας ψύξης ανέρχεται στους 7°C, και επιστρέφει στον ατμοποιητή με θερμοκρασία 12 °C.



Σχήμα 2.5 Ψυκτική μονάδα συμπίεσης [Στυλιανόπουλος (2005)].

Πίνακας 2.11 Χαρακτηριστικά ψυκτικής μονάδας συμπίεσης.

Κατασκευαστής		YORK
Τύπος		YCAJ 99XW9 G51500
Θερμοκρασία εξόδου ψυχρού νερού [°C]	min	4.5
	max	12
Διαφορά θερμοκρασίας εισόδου/ εξόδου νερού [°C]	min	3.3
	max	89
Παροχή νερού στο ψυκτικό συγκρότημα [l/s]	min	15.8
	max	50.7
Ψυκτικό μέσο		Freon 22 (R22)

2.1.3.3 Δοχείο αδράνειας ψύξης

Η χρησιμότητα του δοχείου αδράνειας ψύξης στο σύστημα είναι αντίστοιχη της δεξαμενής αποθήκευσης θερμότητας και συνοψίζεται στα εξής:

- Εξασφαλίζει αποθήκευση του ψυχρού νερού προερχόμενου από την ψυκτική μονάδα απορρόφησης και από τους ψύκτες συμπίεσης, άρα ψυκτικής ισχύος
- Λειτουργεί ως συλλέκτης και διανομέας του νερού επιστροφής και προσαγωγής αντίστοιχα.

Η περιγραφή του δοχείου αδράνειας συνοψίζεται παρακάτω:

Έχει κυλινδρικό σχήμα, και ο ωφέλιμος όγκος του είναι ίσος με 5000 lt. Το δοχείο διαθέτει ισχυρή μόνωση υαλοβάμβακα, με συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας $k = 0.041 \text{ W/m} \cdot \text{K}$.

Το εξωτερικό ύψος $H_{εξ}$ –μαζί με τη μόνωση- είναι 3.6 m ενώ η εξωτερική περιμέτρος $\Pi_{εξ}$ ισούται με 4.6 m. Η μόνωση της παράπλευρης κυλινδρικής επιφάνειας έχει πάχος a_{π} ίσο με 2 cm, ενώ το πάχος της στις βάσεις a_{β} ανέρχεται στα 3 cm.

Η θερμοκρασία στο δοχείο μεταβάλλεται από 7 έως 12 °C, όπως φαίνεται στον Πίνακα 2.12.

Πίνακας 2.12 Τιμές θερμοκρασίας χαρακτηριστικών σημείων κυκλώματος δοχείου αδράνειας ψύξης.

Σημείο κυκλώματος	Θερμοκρασία[°C]
Προσαγωγή από ψυκτικές μονάδες προς δοχείο	7
Επιστροφή από δοχείο προς ψυκτικές μονάδες	12
Προσαγωγή από δοχείο σε ψυκτικά κυκλώματα	7
Επιστροφή από ψυκτικά κυκλώματα σε δοχείο	12

2.2 Καταγραφή Απαιτήσεων Κτιριακού Συγκροτήματος I.IB.E.A.A.

Ο Πίνακας 2.13 που παρουσιάζει τις απαιτήσεις ισχύος σε θέρμανση, ψύξη και ηλεκτρισμό του κτιριακού συγκροτήματος κατά τη διάρκεια μιας τυπικής ημέρας κάθε μήνα [Βαρβούνης (2005)]. Κάθε ώρα της ημέρας αντιστοιχεί και σε ένα διάστημα, για να επιτυγχάνεται η απαραίτητη συνέχεια του τελευταίου διαστήματος μιας ημέρας με το πρώτο διάστημα της επόμενης κάθε μήνα. Θεωρείται ότι το σύστημα δε λειτουργεί κατά το χρονικό διάστημα 20.00-06.00. Επίσης, δε λειτουργεί και κατά τη διάρκεια των σαββατοκύριακων και στο πρώτο δεκαπενθήμερο του Αυγούστου (από 1 έως 15 Αυγούστου πραγματοποιείται συντήρηση του συστήματος).

Πίνακας 2.13 Ενεργειακές απαιτήσεις κτιριακού συγκροτήματος.

Διάστημα i	Χρονικό διάστημα	Q_{th}^K (i)	P_e^K (i)	Q_{ch}^K (i)	Q_{th}^K (i)	P_e^K (i)	Q_{ch}^K (i)
		[kW]					
		Ιανουάριος			Φεβρουάριος		
1	00.00-01.00	0	0	0	0	0	0
2	01.00-02.00	0	0	0	0	0	0
3	02.00-03.00	0	0	0	0	0	0
4	03.00-04.00	0	0	0	0	0	0
5	04.00-05.00	0	0	0	0	0	0
6	05.00-06.00	0	0	0	0	0	0
7	06.00-07.00	1380	455	700	1290	455	700
8	07.00-08.00	1380	455	700	1290	455	700
9	08.00-09.00	1690	580	700	1540	580	700
10	09.00-10.00	1690	580	700	1540	580	700
11	10.00-11.00	1530	625	700	1330	625	700
12	11.00-12.00	1530	625	700	1330	625	700
13	12.00-13.00	1360	650	700	1170	650	700
14	13.00-14.00	1360	650	700	1170	650	700
15	14.00-15.00	1320	635	700	1150	635	700
16	15.00-16.00	1320	635	700	1150	635	700
17	16.00-17.00	1420	605	700	1260	605	700
18	17.00-18.00	1420	605	700	1260	605	700
19	18.00-19.00	1210	465	700	1100	465	700
20	19.00-20.00	1210	465	700	1100	465	700
21	20.00-21.00	0	0	0	0	0	0
22	21.00-22.00	0	0	0	0	0	0
23	22.00-23.00	0	0	0	0	0	0
24	23.00-24.00	0	0	0	0	0	0
		Μάρτιος			Απρίλιος		
1	00.00-01.00	0	0	0	0	0	0
2	01.00-02.00	0	0	0	0	0	0
3	02.00-03.00	0	0	0	0	0	0
4	03.00-04.00	0	0	0	0	0	0
5	04.00-05.00	0	0	0	0	0	0
6	05.00-06.00	0	0	0	0	0	0
7	06.00-07.00	1180	455	700	1010	455	700
8	07.00-08.00	1180	455	700	1010	455	700
9	08.00-09.00	1380	580	700	1080	580	700
10	09.00-10.00	1380	580	700	1080	580	700
11	10.00-11.00	1230	625	700	900	625	950
12	11.00-12.00	1230	625	700	900	625	950
13	12.00-13.00	1140	650	700	780	650	1340
14	13.00-14.00	1140	650	700	780	650	1340
15	14.00-15.00	1150	635	700	780	635	1490
16	15.00-16.00	1150	635	700	780	635	1490
17	16.00-17.00	1240	605	700	860	605	1380
18	17.00-18.00	1240	605	700	860	605	1380
19	18.00-19.00	1070	465	700	830	465	900
20	19.00-20.00	1070	465	700	830	465	900
21	20.00-21.00	0	0	0	0	0	0
22	21.00-22.00	0	0	0	0	0	0
23	22.00-23.00	0	0	0	0	0	0
24	23.00-24.00	0	0	0	0	0	0
		Μάιος			Ιούνιος		
1	00.00-01.00	0	0	0	0	0	0
2	01.00-02.00	0	0	0	0	0	0

Διάστημα i	Χρονικό διάστημα	Q_{th}^K (i)	P_e^K (i)	Q_{ch}^K (i)	Q_{th}^K (i)	P_e^K (i)	Q_{ch}^K (i)	
		[kW]						
3	02.00-03.00	0	0	0	0	0	0	
4	03.00-04.00	0	0	0	0	0	0	
5	04.00-05.00	0	0	0	0	0	0	
6	05.00-06.00	0	0	0	0	0	0	
7	06.00-07.00	640	455	700	465	455	910	
8	07.00-08.00	640	455	700	465	455	910	
9	08.00-09.00	550	580	890	465	580	1415	
10	09.00-10.00	550	580	890	465	580	1415	
11	10.00-11.00	465	625	1250	465	625	1810	
12	11.00-12.00	465	625	1250	465	625	1810	
13	12.00-13.00	465	650	1575	465	650	2170	
14	13.00-14.00	465	650	1575	465	650	2170	
15	14.00-15.00	465	635	1730	465	635	2320	
16	15.00-16.00	465	635	1730	465	635	2320	
17	16.00-17.00	465	605	1630	465	605	2230	
18	17.00-18.00	465	605	1630	465	605	2230	
19	18.00-19.00	500	465	1240	465	465	1820	
20	19.00-20.00	500	465	1240	465	465	1820	
21	20.00-21.00	0	0	0	0	0	0	
22	21.00-22.00	0	0	0	0	0	0	
23	22.00-23.00	0	0	0	0	0	0	
24	23.00-24.00	0	0	0	0	0	0	
		Ιούλιος				Αύγουστος		
1	00.00-01.00	0	0	0	0	0	0	
2	01.00-02.00	0	0	0	0	0	0	
3	02.00-03.00	0	0	0	0	0	0	
4	03.00-04.00	0	0	0	0	0	0	
5	04.00-05.00	0	0	0	0	0	0	
6	05.00-06.00	0	0	0	0	0	0	
7	06.00-07.00	465	455	1130	465	455	990	
8	07.00-08.00	465	455	1130	465	455	990	
9	08.00-09.00	465	580	1650	465	580	1505	
10	09.00-10.00	465	580	1650	465	580	1505	
11	10.00-11.00	465	625	2060	465	625	1900	
12	11.00-12.00	465	625	2060	465	625	1900	
13	12.00-13.00	465	650	2430	465	650	2250	
14	13.00-14.00	465	650	2430	465	650	2250	
15	14.00-15.00	465	635	2620	465	635	2400	
16	15.00-16.00	465	635	2620	465	635	2400	
17	16.00-17.00	465	605	2490	465	605	2300	
18	17.00-18.00	465	605	2490	465	605	2300	
19	18.00-19.00	465	465	2070	465	465	1900	
20	19.00-20.00	465	465	2070	465	465	1900	
21	20.00-21.00	0	0	0	0	0	0	
22	21.00-22.00	0	0	0	0	0	0	
23	22.00-23.00	0	0	0	0	0	0	
24	23.00-24.00	0	0	0	0	0	0	
		Σεπτέμβριος				Οκτώβριος		
1	00.00-01.00	0	0	0	0	0	0	
2	01.00-02.00	0	0	0	0	0	0	
3	02.00-03.00	0	0	0	0	0	0	
4	03.00-04.00	0	0	0	0	0	0	
5	04.00-05.00	0	0	0	0	0	0	
6	05.00-06.00	0	0	0	0	0	0	
7	06.00-07.00	520	455	760	920	455	700	

Διάστημα i	Χρονικό διάστημα	Q_{th}^K (i)	P_e^K (i)	Q_{ch}^K (i)	Q_{th}^K (i)	P_e^K (i)	Q_{ch}^K (i)
		[kW]					
8	07.00-08.00	520	455	760	920	455	700
9	08.00-09.00	480	580	1060	970	580	700
10	09.00-10.00	480	580	1060	970	580	700
11	10.00-11.00	465	625	1410	730	625	700
12	11.00-12.00	465	625	1410	730	625	700
13	12.00-13.00	465	650	1740	600	650	700
14	13.00-14.00	465	650	1740	600	650	700
15	14.00-15.00	465	635	1895	620	635	700
16	15.00-16.00	465	635	1895	620	635	700
17	16.00-17.00	465	605	1795	760	605	700
18	17.00-18.00	465	605	1795	760	605	700
19	18.00-19.00	465	465	1400	760	465	700
20	19.00-20.00	465	465	1400	760	465	700
21	20.00-21.00	0	0	0	0	0	0
22	21.00-22.00	0	0	0	0	0	0
23	22.00-23.00	0	0	0	0	0	0
24	23.00-24.00	0	0	0	0	0	0
		Νοέμβριος			Δεκέμβριος		
1	00.00-01.00	0	0	0	0	0	0
2	01.00-02.00	0	0	0	0	0	0
3	02.00-03.00	0	0	0	0	0	0
4	03.00-04.00	0	0	0	0	0	0
5	04.00-05.00	0	0	0	0	0	0
6	05.00-06.00	0	0	0	0	0	0
7	06.00-07.00	1150	455	700	1340	455	700
8	07.00-08.00	1150	455	700	1340	455	700
9	08.00-09.00	1400	580	700	1660	580	700
10	09.00-10.00	1400	580	700	1660	580	700
11	10.00-11.00	1270	625	700	1540	625	700
12	11.00-12.00	1270	625	700	1540	625	700
13	12.00-13.00	1170	650	700	1450	650	700
14	13.00-14.00	1170	650	700	1450	650	700
15	14.00-15.00	1200	635	700	1460	635	700
16	15.00-16.00	1200	635	700	1460	635	700
17	16.00-17.00	1315	605	700	1530	605	700
18	17.00-18.00	1315	605	700	1530	605	700
19	18.00-19.00	1120	465	700	1240	465	700
20	19.00-20.00	1120	465	700	1240	465	700
21	20.00-21.00	0	0	0	0	0	0
22	21.00-22.00	0	0	0	0	0	0
23	22.00-23.00	0	0	0	0	0	0
24	23.00-24.00	0	0	0	0	0	0

3

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Το κεφάλαιο αυτό συγκεντρώνει τις εξισώσεις που διέπουν τη λειτουργία του συστήματος και παραθέτει οικονομική ανάλυση, βάσει των οποίων θα πραγματοποιηθεί η κατάστρωση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

3.1 Θερμοδυναμική Ανάλυση και Προσομοίωση του Συστήματος

3.1.1 Μονάδα συμπαραγωγής

Θερμική ισχύς

Η προσφερόμενη θερμότητα, $Q_{th}^{M\Sigma}$ [kW], από τη μονάδα συμπαραγωγής στο κύκλωμα νερού μεταβάλλεται με την ισχύ της γεννήτριας, P_G [kW], σύμφωνα με τη σχέση [Στυλιανόπουλος (2005)]:

$$Q_{th}^{M\Sigma} = 0.0508 \cdot \left(\frac{100 \cdot P_G}{832} \right)^2 + 5.4936 \cdot \left(\frac{100 \cdot P_G}{832} \right) + 189.38 \quad (3.1)$$

Καταναλισκόμενη θερμική ισχύς καυσίμου

Η απαιτούμενη θερμική ισχύς καυσίμου, $Q_f^{M\Sigma}$ [kW], για την παραγωγή θερμικής ισχύος $Q_{th}^{M\Sigma}$ εκφράζεται μέσω της σχέσης [Στυλιανόπουλος (2005)]:

$$Q_f^{M\Sigma} = 0.0723 \cdot \left(\frac{100 \cdot P_G}{1000} \right)^2 + 19.27 \cdot \left(\frac{100 \cdot P_G}{1000} \right) + 242.33 \quad (3.2)$$

Η ισχύς P_G αντικαθίσταται και σε αυτή τη σχέση σε kW.

Οι Εξ. (3.1) και (3.2) ισχύουν για λειτουργία της γεννήτριας εντός των ορίων της, δηλαδή για $180 \text{ kW} \leq P_G \leq 540 \text{ kW}$. Σε διαφορετική περίπτωση η λειτουργία της γεννήτριας τερματίζεται, οπότε οι Εξ. (3.1), (3.2) λαμβάνουν μηδενική τιμή.

Δηλαδή, για $P_G < 180 \text{ kW}$ ή $P_G > 540 \text{ kW}$ ισχύει:

$$Q_{th}^{M\Sigma} = 0$$

και

$$Q_f^{M\Sigma} = 0$$

3.1.2 Λέβητες

Ο βαθμός απόδοσης των λεβήτων, η_{Λ} , θεωρείται ίσος με 0.91.

Η συνολική θερμική ικανότητα των λεβήτων, Q_{th}^{Λ} , συνδέεται με την απαιτούμενη ισχύ καυσίμου για τη λειτουργία τους, Q_f^{Λ} , μέσω της σχέσης:

$$\eta_{\Lambda} = \frac{Q_{th}^{\Lambda}}{Q_f^{\Lambda}} \quad (3.3)$$

με:

$$Q_{th}^{\Lambda} = Q_{th}^{\Lambda E} + Q_{th}^{\Lambda \Delta \Delta} \quad (3.4)$$

όπου:

$Q_{th}^{\Lambda E}$ η θερμική ικανότητα των λεβήτων

$Q_{th}^{\Lambda \Delta \Delta}$ η θερμική ικανότητα του καυστήρα της δεξαμενής αποθήκευσης.

Για λόγους συντομίας, στη συνέχεια του κεφαλαίου το άθροισμα των θερμικών ικανοτήτων των λεβήτων και του καυστήρα της δεξαμενής αποθήκευσης θα αντιμετωπίζεται ως μία μεταβλητή (Q_{th}^{Λ}).

3.1.3 Δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος για τη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας λαμβάνει τη μορφή:

$$m \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = Q_{th}^{MS} + Q_{th}^{\Lambda} - Q_{th,abs} - Q_{th}^K - U \cdot A \cdot (T - T_a) \quad (3.5)$$

όπου:

m η μάζα του νερού της δεξαμενής

c_p η ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού

T η θερμοκρασία του νερού της δεξαμενής

T_a η θερμοκρασία του περιβάλλοντος χώρου

$Q_{th,abs}$ η καταναλισκόμενη θερμική ισχύς στην ψυκτική μονάδα απορρόφησης

Q_{th}^K η θερμική ισχύς που απαιτείται για την κάλυψη των θερμικών αναγκών του κτιριακού συγκροτήματος

U ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας

A η εξωτερική επιφάνεια της δεξαμενής.

3.1.3.1 Υπολογισμός του γινομένου UA δεξαμενής αποθήκευσης θερμότητας

Η ολική αντίσταση μεταφοράς θερμότητας της δεξαμενής R_θ , υπολογισμένη βάσει της παραδοχής της ομοιόμορφης θερμοκρασίας του νερού στη δεξαμενή και αγνοώντας τη θερμική αντίσταση του υλικού της δεξαμενής, που καθώς είναι αλουμίνιο είναι ελάχιστη, και τη θερμική αντίσταση μεταξύ του νερού και της μεταλλικής επιφάνειας, προκύπτει βάσει της σχέσης [Στυλιανόπουλος (2005)]:

$$R_\theta = \frac{1}{U_0} = 2.32872 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W} \quad (3.6)$$

όπου U_0 ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας.

Η εξωτερική επιφάνεια της δεξαμενής A_0 είναι ίση με:

$$A_0 = 2 \cdot \pi \cdot r_0 \cdot h + \pi \cdot r_0^2 = 26.47216 \text{ m}^2 \quad (3.7)$$

όπου:

$r_0=1.025$ m η εξωτερική ακτίνα του δοχείου
 $h=3.6$ m το ύψος του.

Συνεπώς, οι θερμικές απώλειες ανά μονάδα διαφοράς θερμοκρασίας του περιβάλλοντος χώρου από το νερό της δεξαμενής θα είναι:

$$\frac{Q_w}{T_{\text{νερού δεξαμενής}} - T_{\text{περιβάλλοντος}}} = U_0 \cdot A_0 = 11.3677 \cdot 10^{-3} \text{ kW}/\text{K} \quad (3.8)$$

3.1.4 Ψυκτική μονάδα απορρόφησης

3.1.4.1 Εισαγωγή

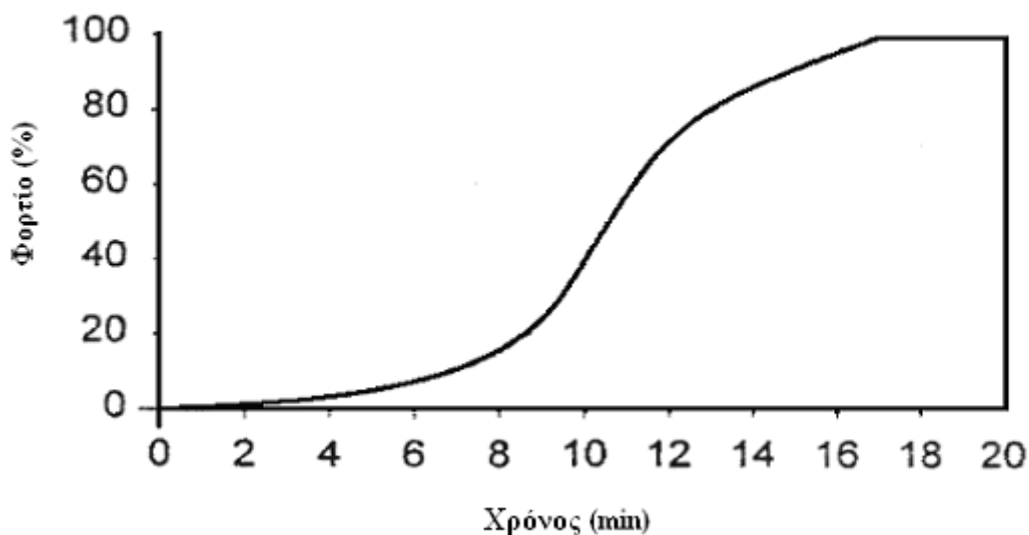
Στην παρούσα διπλωματική εργασία δίνεται έμφαση στα μεταβατικά φαινόμενα που διέπουν τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης.

Είναι γεγονός πως μεταβατικά φαινόμενα συναντώνται σε κάθε μονάδα της εγκατάστασης, και όχι μόνο στην μονάδα απορρόφησης. Αυτό που μας ωθεί να ασχοληθούμε περαιτέρω μαζί της, είναι η έντονη παρουσία τους στο συγκεκριμένο σύστημα και ο μεγάλος χρόνος απόκρισης σε μεταβολή του φορτίου. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε πως, για να μπορέσει να φορτιστεί η ψυκτική μονάδα απορρόφησης έως το ονομαστικό της φορτίο ξεκινώντας από μηδενική βάση απαιτείται χρονικό διάστημα της τάξης των 20 λεπτών, διόλου αμελητέο αν λάβει κανείς υπόψη του πως τα διαστήματα στα οποία αναμένεται να χωριστεί το εικοσιτετράωρο είναι διάρκειας μιας ώρας ή αλλιώς 60 λεπτών.

Αντίστοιχης τάξης μεγέθη ισχύουν και κατά την αποφόρτιση, όπου μετά το σβήσιμό της, η μονάδα απορρόφησης συνεχίζει να διανέμει ψυκτική ισχύ για χρονικό διάστημα της τάξεως των 10 λεπτών.

Η προσομοίωση των μεταβατικών φαινομένων θα γίνει μέσω της συνάρτησης Gompertz. Η σιγμοειδής καμπύλη θα αντιπροσωπεύει τη φόρτιση (σε ποσοστό επί του ονομαστικής ισχύος της μονάδας) συναρτήσει του χρόνου (min).

Στα επόμενα εδάφια, γίνεται κατάλληλη διαμόρφωση της συνάρτησης και περιγράφεται η μεθοδολογία προσδιορισμού των παραμέτρων της για την εφαρμογή της στη ψυκτική μονάδα απορρόφησης.



Σχήμα 3.1 Τυπική αναπαράσταση φόρτισης Ψ.Μ.Α.

3.1.4.2 Επεξεργασία της συνάρτησης Gompertz

Μοντελοποίηση φόρτισης

Η συνάρτηση Gompertz, είναι ευρέως γνωστή με τη μορφή:

$$y(t) = a \cdot b^{c^t} \quad (3.9)$$

Όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς, η σιγμοειδής καμπύλη που αναπαριστάται βάσει αυτής της συνάρτησης δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων t-y. Πράγματι, θέτοντας στη συνάρτηση $t = 0$ προκύπτει:

$$y(0) = a \cdot b^{c^0} = a \cdot b^1 = a \cdot b \quad (3.10)$$

Στην περίπτωση που εξετάζουμε, θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση αυτή διαμορφωμένη έτσι, ώστε να διέρχεται από το σημείο (0,0), αφού για $t = 0 \text{ min}$ έχουμε μηδενική φόρτιση ($y = 0$).

Έστω:

$$y(t) = a \cdot b^{c^t} + k \quad (3.11)$$

Απαραίτητη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιεί η Εξ. (3.11) για την εφαρμογή της κατά την προσομοίωση της φόρτισης της μονάδας απορρόφησης είναι η:

$$y(0) = 0 \quad (3.12)$$

Συνεπώς, αντικαθιστώντας την Εξ. (3.12) στην Εξ. (3.11) προκύπτει:

$$y(0) = a \cdot b^{c^0} + k = 0 \Rightarrow a \cdot b^1 + k = 0 \Rightarrow k = -a \cdot b \quad (3.13)$$

Άρα, η ‘διαμορφωμένη’ συνάρτηση Gompertz που θα εφαρμόζεται από εδώ και στο εξής θα είναι της μορφής:

$$y(t) = a \cdot b^{c^t} + k = a \cdot b^{c^t} - a \cdot b$$

$$\boxed{y(t) = a \cdot b^{c^t} - a \cdot b} \quad (3.14)$$

όπου το y θα αντιπροσωπεύει το βαθμό φόρτισης της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης (σε ποσοστό επί της ονομαστικής ισχύος) συναρτήσει του χρόνου t [min].

Αποφόρτιση ψυκτικής μονάδας απορρόφησης

Σε αντίθεση με τη φόρτιση, όσον αφορά στο φαινόμενο της αποφόρτισης δεν υπάρχουν αρκετά δημοσιευμένα στοιχεία που να περιγράφουν την μορφή της. Η μόνη γνωστή πληροφορία έχει σχέση με τον χρόνο που απαιτείται για την αποφόρτιση από ονομαστικό φορτίο έως το μηδέν: Γνωρίζουμε ότι η αποφόρτιση από ποσοστό φόρτισης 100 % έως 0 % διεξάγεται εντός χρονικού διαστήματος της τάξης των δέκα (10) λεπτών, περίπου το μισό της φόρτισης. Αρχικά, λοιπόν, θα βρούμε τη γενική αναπαράσταση της αποφόρτισης και στη συνέχεια θα εισάγουμε κατάλληλο συντελεστή για να την 'παραμορφώσουμε' κατά τον χρονικό άξονα, ούτως ώστε να αξιοποιήσουμε την πληροφορία που έχουμε στη διάθεσή μας.

Είναι γνωστό πως η αποφόρτιση ως φαινόμενο είναι αντίθετο του φαινομένου της φόρτισης. Συνεπώς, η συνάρτηση που προσομοιώνει την αποφόρτιση της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης θα προκύπτει α) 'κατοπτρικά' ως προς τον άξονα των y και έπειτα β) με παράλληλη μετατόπιση κατά k στον άξονα του χρόνου (t) της συνάρτησης φόρτισης.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, λοιπόν, θα ισχύει:

$$y(t) = k - (a \cdot b^{c^t} - a \cdot b) \quad (3.15)$$

Το k υπολογίζεται βάσει της οριακής συνθήκης:

$$y_{off}(t=0) = y(t=20 \text{ min}) = 1$$

$$y_{off}(0) = 1 \quad (3.16)$$

Άρα:

$$y_{off}(0) = 1 \Rightarrow k - (a \cdot b^{c^0} - a \cdot b) = 1$$

$$k = 1 \quad (3.17)$$

Συνεπώς, η συνάρτηση αποφόρτισης $y_{off}(t)$ θα έχει τη μορφή:

$$y_{off}(t) = 1 - (a \cdot b^{c^t} - a \cdot b)$$

ή

$$y_{off}(t) = 1 + a \cdot b - a \cdot b^{c^t} \quad (3.18)$$

Τώρα απομένει να καταλήξουμε σε κατάλληλο συντελεστή, έστω ζ , ούτως ώστε η αποφόρτιση από το μέγιστο φορτίο έως το μηδενικό να ολοκληρώνεται εντός περίπου δέκα λεπτών.

Ο συντελεστής ζ εισάγεται ως εξής στην Εξ. (3.18):

$$y_{off}(t) = 1 + a \cdot b - a \cdot b^{c^{\zeta t}} \quad (3.19)$$

Κατόπιν δοκιμών (διατηρώντας σταθερές τις τιμές των a, b, c) καταλήγουμε στην τιμή:

$$\zeta = 1.75 \quad (3.20)$$

Άρα η σιγμοειδής καμπύλη αναπαράστασης της αποφόρτισης θα δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{y_{off}(t) = 1 + a \cdot b - a \cdot b^{c^{1.75t}}} \quad (3.21)$$

Οι παράμετροι a, b, c θα έχουν κατά συνέπεια την ίδια τιμή και στις δύο περιπτώσεις. Η επόμενη ενότητα είναι αφιερωμένη στον προσδιορισμό τους.

3.1.4.3 Προσδιορισμός παραμέτρων - Εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων

Θα προσδιορίσουμε τις παραμέτρους a, b, c εφαρμόζοντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων στη συνάρτηση φόρτισης της μονάδας.

Ισχύει, σύμφωνα με την Εξ. (3.14):

$$y(t) = a \cdot b^{c^t} - a \cdot b$$

Η μερική παραγωγή της συνάρτησης ως προς a, b και c αντίστοιχα οδηγεί στις επόμενες σχέσεις:

$$\frac{\partial y}{\partial a} = \frac{\partial(a \cdot b^{c^t} - a \cdot b)}{\partial a} = \frac{\partial(a \cdot b^{c^t})}{\partial a} - \frac{\partial(a \cdot b)}{\partial a} = b^{c^t} - b$$

$$\frac{\partial y}{\partial a} = b^{c^t} - b \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial y}{\partial b} = \frac{\partial(a \cdot b^{c^t} - a \cdot b)}{\partial b} = \frac{\partial[a \cdot (b^{c^t} - b)]}{\partial b} = a \cdot \frac{\partial(b^{c^t} - b)}{\partial b} = a \cdot \left[\frac{\partial(b^{c^t})}{\partial b} - \frac{\partial b}{\partial b} \right]$$

$$\frac{\partial y}{\partial b} = a \cdot \left[\frac{\partial(e^{c^t \cdot \ln b})}{\partial b} - 1 \right] = a \cdot \left[e^{c^t \cdot \ln b} \cdot \frac{\partial(c^t \cdot \ln b)}{\partial b} - 1 \right]$$

$$\frac{\partial y}{\partial b} = a \cdot \left(b^{c^t} \cdot \frac{c^t}{b} - 1 \right) \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial y}{\partial c} = \frac{\partial(a \cdot b^{c^t} - a \cdot b)}{\partial c} = \frac{\partial(a \cdot b^{c^t})}{\partial c} = a \cdot \frac{\partial(b^{c^t})}{\partial c} = a \cdot \frac{\partial(e^{c^t \cdot \ln b})}{\partial c} = a \cdot e^{c^t \cdot \ln b} \cdot \frac{\partial(c^t \cdot \ln b)}{\partial c}$$

$$\frac{\partial y}{\partial c} = a \cdot b^{c^t} \cdot \ln b \cdot c^t \cdot \frac{t}{c} \quad (3.24)$$

Σύμφωνα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, πρέπει να επιλυθεί το πρόβλημα:

$\min Q$, με

$$Q = \sum_{i=1}^m [y(t_i)_{Gompertz} - y_{i,real}]^2 = \sum_{i=1}^m [(a \cdot b^{c^{t_i}} - a \cdot b) - y_i]^2 \quad (3.25)$$

Αναγκαίες συνθήκες για ελάχιστο είναι:

$$\frac{\partial Q}{\partial \delta} = 0 \quad (3.26)$$

και

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \delta^2} > 0 \quad (3.27)$$

$$\text{με } \delta = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Οι όροι b και c, όμως, δεν εμφανίζονται ως συντελεστές στη συνάρτηση, συνεπώς δεν είναι δυνατός ο αναλυτικός υπολογισμός τους.

Οι παράμετροι υπολογίστηκαν εν τέλει με χρήση του αριθμητικού πακέτου βελτιστοποίησης SNOPT. Πολύ κοντινά αποτελέσματα προέκυψαν και με τη βοήθεια του προγράμματος Excel και της εντολής βελτιστοποίησης solver.

Ανακεφαλαιώνοντας, λοιπόν, οι συναρτήσεις φόρτισης και αποφόρτισης δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$y(t) = a \cdot b^{c^t} - a \cdot b$$

$$y_{off}(t) = 1 + a \cdot b - a \cdot b^{c^{1.75 \cdot t}}$$

όπου:

$$a = 1.320359$$

$$b = 0.003382$$

$$c = 0.846336$$

3.1.4.4 Καταναλισκόμενη θερμική ισχύς

Η απαιτούμενη θερμική ισχύς, $Q_{th,abs}$, προκύπτει συναρτήσει της ψυκτικής ισχύος, Q_{abs} , μέσω της σχέσης [Βαρβούνης (2005)]:

$$Q_{th,abs} = \sigma \cdot \left[0.16 \cdot \left(\frac{Q_{abs}}{Q_{abs,N}} \right)^2 + 0.7618 \cdot \left(\frac{Q_{abs}}{Q_{abs,N}} \right) + 0.076244 \right] \cdot Q_{th,abs,N} \quad (3.29)$$

όπου:

$Q_{th,abs,N}$ η ονομαστική κατανάλωση θερμότητας της μονάδας απορρόφησης
 $Q_{abs,N}$ η ονομαστική ψυκτική ικανότητα της μονάδας
 σ διορθωτικός συντελεστής.

Η Εξ. (3.29) με $\sigma = 1$ ισχύει για θερμοκρασία εισερχόμενου θερμού νερού στην ψυκτική μονάδα απορρόφησης 107 με 115 °C, κάτι που δε συμβαίνει στο υπό εξέταση σύστημα. Η εν λόγω θερμοκρασία για το σύστημα του I.IB.E.A.A. είναι 85 °C. Προκειμένου να ληφθεί υπόψη αυτή η διαφοροποίηση και ελλείψει άλλων στοιχείων γίνεται χρήση του συντελεστή διόρθωσης $\sigma = 1.6246$.

Η Εξ. (3.29) ισχύει για λειτουργία της μονάδας απορρόφησης εντός των ορίων της, δηλαδή για $144 \text{ kW} \leq Q_{abs} \leq 1442 \text{ kW}$. Σε κάθε άλλη περίπτωση η λειτουργία της μονάδας τερματίζεται.

Δηλαδή, για $Q_{abs} < 144.2 \text{ kW}$ ή $Q_{abs} > 1442 \text{ kW}$ θα ισχύει:

$$Q_{th,abs} = 0.$$

3.1.5 Δοχείο αδράνειας ψύξης

Κατά την εφαρμογή του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου στο δοχείο αδράνειας ψύξης, κατ' αναλογία με τη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας καταλήγουμε στην επόμενη σχέση:

$$m_{ch} \cdot c_p \cdot \frac{dT_{ch}}{dt} + UA_{ch} \cdot T_{ch} = Q_{ch}^K + UA_{ch} \cdot T_a - Q_{abs,total} - Q_{ch,el}$$

ή αλλιώς:

$$m_{ch} \cdot c_p \cdot \frac{dT_{ch}}{dt} = Q_{ch}^K - Q_{abs,total} - Q_{ch,el} - UA_{ch} \cdot (T_{ch} - T_a) \quad (3.30)$$

όπου:

m_{ch} η μάζα του νερού του δοχείου αδράνειας
 c_p η ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού

T_{ch}	η θερμοκρασία του νερού του δοχείου
T_a	η θερμοκρασία του περιβάλλοντος χώρου
$Q_{abs,total}$	η αποδιδόμενη ψυκτική ισχύς από τη μονάδα απορρόφησης (περισσότερα στοιχεία για τον υπολογισμό της συνολικής αποδιδόμενης ψυκτικής ισχύος από τη μονάδα απορρόφησης θα δοθούν στην Ενότητα 4.3)
$Q_{ch,el}$	η ισχύς που αποδίδεται από την ψυκτική μονάδα συμπίεσης
Q_{ch}^K	η ψυκτική ισχύς που απαιτείται για την κάλυψη των αναγκών σε ψύξη του κτιριακού συγκροτήματος του I.IB.E.A.A.

3.1.5.1 Υπολογισμός γινομένου UA δοχείου αδράνειας ψύξης

Η θερμική αντίσταση R του δοχείου θα υπολογιστεί λαμβάνοντας υπόψη μόνο τη θερμική αντίσταση της μόνωσης. Αμελείται δηλαδή η θερμική αντίσταση του υλικού από το οποίο αποτελείται το κέλυφός του, αφού έχουμε ελλιπή στοιχεία όσον αφορά στο πάχος του και εφόσον το υλικό από το οποίο αποτελείται είναι αλουμίνιο γεγονός που συνεπάγεται ελάχιστη θερμική αντίσταση. Επίσης, ισχύει η παραδοχή της ομοιόμορφης θερμοκρασίας του νερού του δοχείου. Βάσει των παραπάνω απλουστεύσεων θα υπολογίσουμε τις αναπόφευκτες θερμικές απώλειες που υπάρχουν.

Το πρώτο βήμα στο οποίο θα προβούμε είναι ο υπολογισμός της εξωτερικής επιφάνειας του δοχείου αδράνειας ψύξης. Για να γίνει αυτό θα αξιοποιήσουμε τα στοιχεία που έχουμε στη διάθεσή μας από το I.IB.E.A.A.:

Το εξωτερικό ύψος $H_{εξ}$ –μαζί με τη μόνωση– είναι 3.6 m ενώ η εξωτερική περίμετρος $\Pi_{εξ}$ ισούται με 4.6 m. Η μόνωση της παράπλευρης κυλινδρικής επιφάνειας έχει πάχος a_{π} ίσο με 2 cm, ενώ το πάχος της στις βάσεις a_{β} ανέρχεται στα 3 cm.

Συνεπώς, το εσωτερικό ύψος θα είναι ίσο με:

$$H_{εσωτερικό} = H_{εξωτερικό} - 2 \cdot a_{\beta} = 3.6 - 2 \cdot 0.03 = 3.54 \text{ m} \quad (3.31)$$

Η εξωτερική ακτίνα υπολογίζεται βάσει της γνωστής, δεδομένης τιμής της εξωτερικής περιμέτρου και ισούται με:

$$r_{εξωτερικό} = \Pi_{εξωτερική} / (2 \cdot \pi) = 4.6 / (2 \cdot \pi) = 0.732112738 \cong 0.732 \text{ m} \quad (3.32)$$

και κατά συνέπεια η εσωτερική ακτίνα προκύπτει:

$$r_{εσωτερική} = r_{εξωτερική} - a_{\pi} = 0.732 - 0.02 = 0.712 \text{ m} \quad (3.33)$$

Για την εξωτερική επιφάνεια κυλίνδρου –με τη θεώρηση μιας βάσης μονάχα– ισχύει:

$$A_{εξωτερική} = A_{παράπλευρη} + A_{βάσης} = \Pi_{εξωτερική} \cdot H_{εξωτερικό} + \pi \cdot r_{εξωτερική}^2 = 4.6 \cdot 3.6 + \pi \cdot 0.732^2 = 18.2438593 \cong 18.24386 \text{ m}^2 \quad (3.34)$$

Για τη θερμική αντίσταση του δοχείου ισχύει η σχέση:

$$R = \frac{1}{U} = \frac{1}{h} + \frac{r_{\text{εξωτερική}}}{k} \cdot \ln\left(\frac{r_{\text{εξωτερική}}}{r_{\text{εσωτερική}}}\right) \quad (3.35)$$

όπου U η θερμική διαπερατότητα βάσει της εξωτερικής κυλινδρικής επιφάνειας και h τον συντελεστή θερμικής συναγωγιμότητας του αέρα

με:

$$h = 10 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

$$k = 0.041 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

Το δοχείο διαθέτει ισχυρή μόνωση υαλοβάμβακα.

Αντικαθιστούμε τις υπολογισθείσες τιμές των διαστάσεων που απαιτούνται στην Εξ. (3.35) και προκύπτει:

$$R = \frac{1}{10} + \frac{0.732}{0.041} \cdot \ln\left(\frac{0.732}{0.712}\right) = 0.1 + 0.494591741 = 0.594591741 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W} = \frac{1}{U}$$

$$U = \frac{1}{0.594591741} = 1.681826251 \cong 1.68183 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad (3.36)$$

Συνεπώς, το γινόμενο $U \cdot A$ που ορίζεται από την σχέση:

$$\frac{Q_{\text{νερού}}}{T_{\text{αποθηκευμένου νερού}} - T_{\text{περιβάλλοντος}}} = \frac{Q}{\Delta T} \quad (3.37)$$

και εκφράζει τις απώλειες ανά μεταβολή της θερμοκρασίας του νερού του δοχείου συγκριτικά με τη θερμοκρασία περιβάλλοντος, προκύπτει ίσο με:

$$U \cdot A = 1.68183 \cdot 18.24386 = 30.68300149 \cong 30.683 \text{ W/K} = 30.683 \cdot 10^{-3} \text{ kW/K} \quad (3.38)$$

3.1.6 Ψυκτική μονάδα συμπίεσης

Για θερμοκρασία εξόδου του νερού ψύξης 7°C , ο συντελεστής συμπεριφοράς, COP_{ch} , της μονάδας μεταβάλλεται με την εξωτερική θερμοκρασία, για εύρος εξωτερικών θερμοκρασιών $25^\circ\text{C} - 45^\circ\text{C}$ (η προσομοίωση της συνάρτησης έχει γίνει για θερμοκρασία αέρα ψύξης του αερόψυκτου συμπυκνωτή της τάξης των 25°C), σύμφωνα με τη σχέση [Βαρβούνης (2005)]:

$$COP_{ch} = 0.0005 \cdot T_0^2 - 0.1024 \cdot T_0 + 6.4583 \quad (3.39)$$

με T_0 τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος [$^\circ\text{C}$].

Η απαιτούμενη ηλεκτρική ισχύς, P_{el} , για τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας συμπίεσης δίνεται από τη σχέση:

$$P_{el} = \frac{Q_{ch,el}}{COP_{ch}} \quad (3.40)$$

όπου:

$Q_{ch,el}$ η παραγόμενη ψυκτική ισχύς από τη μονάδα συμπίεσης.

3.1.7 Ισοζύγιο ηλεκτρικής ισχύος

Πριν την κατάστρωση του ισοζυγίου ηλεκτρικής ισχύος, επισημαίνεται πως το σύστημα έχει τη δυνατότητα πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας στο δίκτυο. Αυτό σημαίνει πως όταν η παραγόμενη ηλεκτρική ισχύς από το σύστημα συμπαραγωγής ξεπερνά τις απαιτήσεις κατανάλωσης, δηλαδή όταν υπάρχει περίσσεια ηλεκτρικής ισχύος, τότε αυτή εκμεταλλεύεται οικονομικά.

Το ισοζύγιο ηλεκτρικής ισχύος γράφεται ως εξής:

$$P_{eb} = P_{el} + P_e^K - P_G \text{ αν } P_G < P_{el} + P_e^K \quad (3.41)$$

$$P_{es} = P_G - P_{el} - P_e^K \text{ αν } P_G > P_{el} + P_e^K \quad (3.42)$$

όπου:

P_{eb} η παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύς από το δίκτυο στο σύστημα

P_{es} η παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύς από το σύστημα στο δίκτυο

P_e^K η ηλεκτρική ισχύς που απαιτείται για την κάλυψη των αναγκών σε ηλεκτρισμό του κτιριακού συγκροτήματος του I.IB.E.A.A.

3.1.8 Θερμοκρασία περιβάλλοντος

Η ημερήσια μεταβολή της θερμοκρασίας εξωτερικού περιβάλλοντος T_0 , για μια περιοχή μπορεί να εκτιμηθεί σύμφωνα με το μοντέλο που προτείνει η ASHRAE, αν είναι γνωστή η μέγιστη θερμοκρασία ημέρας και η ημερήσια θερμοκρασιακή διακύμανση. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, η θερμοκρασία κάθε ώρας της ημέρας υπολογίζεται αφαιρώντας από τη μέγιστη θερμοκρασία ημέρας το ποσοστό της ημερήσιας διακύμανσης για αυτή.

Η ημερήσια μεταβολή της θερμοκρασίας T_0 [°C] μοντελοποιήθηκε μέσω της παρακάτω σχέσης [Αντωνόπουλος (2007)]:

$$T_0(H) = M + \sum_{j=1}^3 C_j \cos \left[j \cdot \frac{360}{24} \cdot (i - 0.5) \right] + \sum_{j=1}^3 S_j \sin \left[j \cdot \frac{360}{24} \cdot (i - 0.5) \right] \quad (3.43)$$

όπου:

i η ώρα της ημέρας (1 - 24)
 M, C_j, S_j συντελεστές που δίνονται στον Πίνακα 3.1

Πίνακας 3.1 Τιμές των συντελεστών M, C_i, S_i για τον κάθε μήνα τυπικού έτους [Αντωνόπουλος (2007)].

DAY	M	C1	C2	C3	S1	S2	S3
21 JAN	9,384	-1,673	0,711	0,0085	-1,723	0,524	-0,241
21 FEB	10,984	-2,15	0,785	-0,107	-1,75	0,578	-0,0724
21 MAR	11,955	-1,898	0,651	-0,0097	-1,084	0,256	-0,0093
21 APR	15,072	-2,668	0,727	0,269	-1,763	0,243	0,212
21 MAY	20,724	-2,796	0,759	0,0926	-1,344	0,119	0,308
21 JUN	26,192	-3,393	1,115	0,156	-2,196	-0,139	0,157
21 JUL	28,08	-3,359	0,811	0,272	-2,077	0,134	0,14
21 AUG	27,88	-3,113	0,884	0,067	-1,978	0,486	0,361
21 SEP	23,236	-3,31	1,035	-0,0495	-1,696	0,477	0,221
21 OCT	18,144	-2,63	1,085	-0,144	-1,427	0,604	0,138
21 NOV	11,968	-1,3	0,616	-0,252	-0,317	0,629	-0,049
21 DEC	9,264	-1,11	0,521	-0,152	-0,881	0,333	0,008

Ο Πίνακας 3.2 που παρατίθεται στην επόμενη σελίδα, παρουσιάζει τη θερμοκρασία της Αθήνας καθ' όλη τη διάρκεια τυπικής ημέρας για κάθε μήνα του έτους.

Πίνακας 3.2 Θερμοκρασία Αθήνας συναρτήσει της ώρας τυπικής ημέρας κάθε μήνα του έτους.

HRS/MONTH	JAN 21	FEB 21	MAR 21	APR 21	MAY 21	JUN 21	JUL 21	AUG 21	SEP 21	OCT 21	NOV 21	DEC 21
1	8,3	9,5	10,7	13	18,5	23,6	25,3	25,5	20,9	16,6	11,4	8,6
2	8,1	9,3	10,5	12,6	18,2	22,9	24,9	25,2	20,6	16,4	11,5	8,5
3	7,7	9	10,2	12,3	18	22,3	24,5	24,9	20,3	16,1	11,5	8,3
4	7,3	8,6	10	12,1	17,9	22	24,3	24,7	20,1	15,7	11,4	8,1
5	7	8,4	10	12,1	18	22	24,4	24,6	20	15,5	11,2	7,9
6	6,9	8,4	10,1	12,3	18,3	22,5	24,8	24,8	20,2	15,5	11,1	7,8
7	7,1	8,6	10,4	12,9	19	23,4	25,6	25,3	20,9	15,9	11,1	7,9
8	7,6	9,2	11	13,8	19,9	24,8	26,8	26,3	21,9	16,6	11,3	8,3
9	8,3	10,1	11,8	14,9	21	26,4	28,1	27,5	23,2	17,7	11,7	8,8
10	9,3	11,3	12,7	16,1	22,2	28	29,6	28,9	24,6	19,1	12,4	9,4
11	10,4	12,4	13,5	17,2	23,2	29,4	30,9	30,3	26	20,4	13	10,1
12	11,4	13,5	14,2	18,1	24	30,4	31,9	31,4	27,2	21,5	13,6	10,7
13	12,1	14,2	14,6	18,7	24,4	30,9	32,5	32,2	27,9	22,1	14,1	11,1
14	12,5	14,6	14,7	18,9	24,4	30,9	32,6	32,5	28	22,3	14,2	11,2
15	12,4	14,5	14,5	18,7	24,1	30,4	32,4	32,3	27,6	22	14	11,1
16	12,1	14	14	18,1	23,4	29,6	31,7	31,6	26,8	21,2	13,5	10,8
17	11,5	13,3	13,4	17,4	22,6	28,6	30,8	30,6	25,7	20,1	12,8	10,4
18	10,8	12,4	12,7	16,5	21,7	27,7	29,8	29,5	24,5	19	12	9,9
19	10,1	11,5	12,1	15,7	20,9	26,9	28,9	28,5	23,4	18	11,4	9,4
20	9,5	10,8	11,6	15	20,3	26,2	28,1	27,6	22,5	17,3	10,9	9,1
21	9	10,3	11,3	14,4	19,8	25,7	27,4	26,9	21,8	16,8	10,7	8,8
22	8,8	10	11,1	14	19,4	25,3	26,8	26,4	21,5	16,6	10,7	8,7
23	8,6	9,8	10,9	13,6	19,1	24,8	26,3	26	21,2	16,6	10,9	8,7
24	8,5	9,7	10,8	13,3	18,8	24,2	25,8	25,8	21,1	16,6	11,1	8,7

3.2 Οικονομική Ανάλυση

3.2.1 Κόστος κεφαλαίου

Το κόστος κεφαλαίου, C_i , της κάθε μονάδας i θεωρείται πως ‘καταναλίσκεται’ αναλογικά με τη λειτουργία της. Συνεπώς, η κατανάλωση κεφαλαίου ανα kWh, έστω c_i , θα ισούται με:

$$c_i = \frac{C_i \cdot CRF}{P_{\max,i} \cdot H \cdot \delta_i} \quad (3.44)$$

όπου:

CRF ο συντελεστής ανάκτησης κεφαλαίου (ή συντελεστής τοκοχρεωλυτικής απόσβεσης), ο οποίος είναι χρήσιμος στον προσδιορισμό του ετήσιου κόστους κεφαλαίου μιας επένδυσης

$P_{\max,i}$ η ονομαστική ισχύς της μονάδας i

H οι ώρες ανά έτος

δ_i η διαθεσιμότητα της μονάδας i .

Είναι:

$$CRF = \frac{d \cdot (1+d)^N}{(1+d)^N - 1} \quad (3.45)$$

όπου:

d το επιτόκιο

N η διάρκεια ζωής της μονάδας (έτη).

Λαμβάνουμε:

$$H = 365 \text{ ημέρες/έτος} \cdot 24 \text{ ώρες/ημέρα} = 8760 \text{ ώρες/έτος} \quad (3.46)$$

$$\delta_i = 0.9 \quad (3.47)$$

Βάσει των παραπάνω, το συνολικό κόστος κεφαλαίου του συστήματος, K_K , θα προκύπτει από τη σχέση:

$$K_K = \sum_{i=1}^n c_i \cdot W_i = \sum_{i=1}^n \frac{C_i \cdot CRF}{P_{\max,i} \cdot H \cdot \delta_i} \cdot W_i \quad (3.48)$$

όπου W_i η μηνιαία αποδιδόμενη ενέργεια από τη μονάδα i .

Ο Πίνακας 3.3 παρουσιάζει τις ονομαστικές τιμές του κόστους αγοράς των μονάδων του ενεργειακού συστήματος του κτιρίου.

Πίνακας 3.3 Κόστος αγοράς μονάδων συστήματος.

Κόστος αγοράς (Ευρώ)	Συμβολισμός	Ονομαστική τιμή
Σύστημα συμπαραγωγής	$C_{\text{ΜΣ}}$	700000
Λέβητες παραγωγής θερμού νερού	$C_{\text{ΛΕ}}$	30000
Καυστήρας δεξαμενής αποθήκευσης	$C_{\text{ΛΔΑ}}$	70500
Ψυκτική μονάδα απορρόφησης	C_{abs}	180000
Ψυκτική μονάδα συμπίεσης	$C_{\text{ch,el}}$	85000

3.2.2 Κόστος καυσίμου

Έστω H_f η συνολική κατανάλωση ενέργειας καυσίμου, με:

$$H_f = H_f^{\Lambda} + H_f^{\text{ΜΣ}} \quad (3.49)$$

όπου:

H_f^{Λ} η κατανάλωση ενέργειας καυσίμου από τους λέβητες

$H_f^{\text{ΜΣ}}$ η κατανάλωση ενέργειας καυσίμου από τη μονάδα συμπαραγωγής.

Το μηνιαίο κόστος καυσίμου διαφοροποιείται ανάλογα με την τιμή της H_f .

Αν $H_f \leq 110000 \text{ kWh} / \text{μήνα}$ το κόστος καυσίμου δίνεται από τη σχέση [Στυλιανόπουλος (2005)]:

$$K_f = H_f \cdot p_{f1} \cdot \left(1 - \frac{DSC}{100}\right) \cdot (1 + \text{ΦΠΑ}) \quad (3.50)$$

ενώ, αν $H_f > 110000 \text{ kWh} / \text{μήνα}$ το κόστος καυσίμου θα δίνεται από τη σχέση [Στυλιανόπουλος (2005)]:

$$K_f = \left(110000 \cdot p_{f1} + (H_f - 110000) \cdot p_{f2}\right) \cdot \left(1 - \frac{DSC}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{\text{ΦΠΑ}}{100}\right) \quad (3.51)$$

όπου:

$$p_{f1} = 0.03348 \text{ Ευρώ/kWh} \quad (3.52)$$

$$p_{f2} = 0.0321 \text{ Ευρώ/kWh} \quad (3.53)$$

(Το έτος ισχύος των τιμών αυτών είναι το 2005).

DSC το ποσοστό έκπτωσης επί της τιμής του φυσικού αερίου, με:

$$DSC = 0.25 \quad (3.54)$$

3.2.3 Κόστος ηλεκτρικής ενέργειας

Το κόστος ηλεκτρικής ενέργειας ορίζεται βάσει της συνολικής παρεχόμενης ενέργειας από το δίκτυο, έστω W_{eb} .

Το μηνιαίο κόστος θα δίνεται από τη σχέση:

$$K_{el} = (p_{el} \cdot W_{eb}) \cdot (1 + \Phi\text{ΠΑ}) \quad (3.55)$$

όπου:

$$p_{el} = 0.07166 \text{ Ευρώ/kWh} \quad (3.56)$$

$$\Phi\text{ΠΑ} = 0.08 \quad (3.57)$$

3.2.4 Έσοδα πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας

Ορίζουμε W_{es} τη συνολική μηνιαία παρεχόμενη ηλεκτρική ενέργεια προς το δίκτυο.

Το κέρδος πώλησής της, $K_{el,s}$, θα ισούται με:

$$K_{el,s} = p_{el,s} \cdot W_{es} \quad (3.58)$$

όπου:

$$p_{el,s} = 0.04407 \text{ Ευρώ/kWh} \quad (3.59)$$

η τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας (το έτος ισχύος της τιμής αυτής είναι το 2005).

Ο Νόμος 3468/2006 ορίζει την τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας από μονάδες συμπαραγωγής υψηλής απόδοσης ίση με 0.073 Ευρώ/kWh. Η τιμή αυτή αναπροσαρμόζεται κατά καιρούς.

3.2.5 Κόστος συντήρησης

Το κόστος συντήρησης, K_{maint} , θεωρείται ανάλογο της συνολικής μηνιαίας ενέργειας της γεννήτριας. Πιο συγκεκριμένα, το κόστος συντήρησης δίνεται από τη σχέση:

$$K_{maint} = c_{maint} \cdot W_G \quad (3.60)$$

$$\text{όπου } c_{maint} = 0.006 \text{ Ευρώ/kWh} \quad (3.61)$$

3.2.6 Κόστος προσωπικού

Τέλος, το κόστος προσωπικού εξαρτάται από τον αριθμό των ωρών που λειτουργεί η γεννήτρια εντός του χρονικού διαστήματος 16.00 μ.μ. - 08.00 π.μ. Η εξήγηση είναι απλή:

Το χρονικό διάστημα 08.00-16.00 αποτελεί το καθημερινό εργασιακό ωράριο των εργαζομένων του Ι.Β.Ε.Α.Α. Η λειτουργία του συστήματος συμπαραγωγής βρίσκεται υπό την επιτήρηση των ήδη ευρισκόμενων στο χώρο εργαζόμενων, συνεπώς δεν χρεώνεται επιπλέον η παρουσία τους. Για κάθε ώρα πέρα του συγκεκριμένου διαστήματος, η επιτήρηση χρεώνεται υπερωριακά. Κάθε ώρα υπερωρίας αντιστοιχεί στο ποσό των 15 Ευρώ. Συνεπώς, το κόστος προσωπικού θα ισούται με:

$$K_{pers} = c_{pers} \cdot \sum DT \quad (3.62)$$

$$\text{όπου } c_{pers} = 15 \text{ Ευρώ/h} \cdot \text{άτομο} \quad (3.63)$$

Ο Πίνακας 3.4 συγκεντρώνει τις ονομαστικές τιμές των τεχνικοοικονομικών παραμέτρων του προβλήματος.

Πίνακας 3.4 Ονομαστικές τιμές τεχνικοοικονομικών παραμέτρων.

Μέγεθος	Μονάδα	Συμβολισμός	Ονομαστική τιμή
Επιτόκιο αγοράς	-	d	0.08
Τιμή καυσίμου (για κατανάλωση μικρότερη ή ίση με 110000 kWh)	$\frac{\text{Ευρώ}}{\text{kWh}}$	P_{f1}	0.03348
Τιμή καυσίμου (για κατανάλωση μεγαλύτερη των 110000 kWh)	$\frac{\text{Ευρώ}}{\text{kWh}}$	P_{f2}	0.0321
Ποσοστό έκπτωσης επί της τιμής του φυσικού αερίου	-	DSC	0.25
Τιμή αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας από δίκτυο	$\frac{\text{Ευρώ}}{\text{kWh}}$	P_{el}	0.07166
Φόρος προστιθέμενης αξίας	-	ΦΠΑ	0.08
Τιμή πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας	$\frac{\text{Ευρώ}}{\text{kWh}}$	$P_{el,s}$	0.04407
Μοναδιαίο κόστος συντήρησης	$\frac{\text{Ευρώ}}{\text{kWh}}$	c_{maint}	0.006
Κόστος υπερωρίας	$\frac{\text{Ευρώ}}{\text{h} \cdot \text{άτομο}}$	c_{pers}	15
Διάρκεια ζωής συστήματος	Έτη	N	10
Ωρες λειτουργίας ανά έτος	Ωρες (h)	H	8760
Διαθεσιμότητα μονάδων	-	δ	0.9

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

4.1 Περιγραφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

Επιθυμείται η εύρεση της οικονομικότερης λύσης για την κάλυψη των ενεργειακών αναγκών του ιδρύματος. Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα έγκειται στον προσδιορισμό των μεταβλητών ελέγχου που ελαχιστοποιούν το μηνιαίο κόστος λειτουργίας του συστήματος.

Το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται εδώ δεν είναι πρόβλημα σχεδιασμού, αφού το ενεργειακό σύστημα είναι (ήδη σχεδιασμένο και) εγκατεστημένο, αλλά πρόβλημα λειτουργίας. Ο τρόπος λειτουργίας του συστήματος θα προσδιορισθεί με λύση κατάλληλα διατυπωμένου προβλήματος βελτιστοποίησης.

Οι λέβητες και οι ψυκτικές μονάδες συμπίεσης μπορούν να καλύψουν εξ ολοκλήρου τα φορτία θέρμανσης και ψύξης αντίστοιχα, δυνατότητα που δεν έχει το σύστημα συμπαραγωγής λόγω περιορισμένης μηχανικής ισχύος της Μ.Ε.Κ. Παρ' όλα αυτά, η λειτουργία του συστήματος συμπαραγωγής με την ταυτόχρονη παραγωγή θερμικής και ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί να αποδειχθεί συμφέρουσα, αφού επιτυγχάνεται με τη χρήση μίας πηγής τροφοδότησης / κόστους (φυσικό αέριο). Επίσης, η λειτουργία των ψυκτικών μονάδων συμπίεσης μπορεί να αντικατασταθεί από τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης, μειώνοντας, έτσι την κατανάλωση ηλεκτρικού ρεύματος, αλλά με το ανάλογο κόστος για την παροχή θερμού νερού στη μονάδα.

Ένα γεγονός που εισάγει τον δυναμικό παράγοντα στο πρόβλημα βελτιστοποίησης, είναι η δυνατότητα αποθήκευσης θερμικής και ψυκτικής ενέργειας και το ότι η αποθηκευμένη θερμότητα στη δεξαμενή και ψυκτική ενέργεια στο δοχείο αδράνειας ψύξης πρέπει να βρίσκονται μεταξύ ορισμένων ορίων κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του συστήματος.

Ο όρος 'δυναμικός' μας παραπέμπει στην έννοια του χρόνου. Ξεφεύγουμε, δηλαδή από την έννοια του στατικού συστήματος και αντιμετωπίζουμε, πλέον, ένα σύστημα του οποίου οι μεταβλητές λειτουργίας μεταβάλλονται με το χρόνο και επιπλέον οι τιμές αυτών σε δεδομένη στιγμή επηρεάζονται από και επηρεάζουν τις τιμές πριν και μετά τη στιγμή αυτή. Κατά συνέπεια και η αντικειμενική 'συνάρτηση' είναι 'συναρτησιακό' (functional).

Στις μέχρι τώρα προσεγγίσεις βελτιστοποίησης του συστήματος πραγματοποιήθηκε η γεφύρωση από τη στατική θεώρηση της λειτουργίας του στη δυναμική θεώρηση, μέσω του χωρισμού της περιόδου λειτουργίας σε διαστήματα και βάσει της θεώρησης ότι η λειτουργία σε κάθε διάστημα είναι σταθερή. Με τη μέθοδο αυτή οι μεταβατικές καταστάσεις αμελούνται, κάτι το οποίο δικαιολογείται από τη μικρή χρονική διάρκειά τους σε σύγκριση με την υπόλοιπη περίοδο λειτουργίας. Τι γίνεται όμως στην περίπτωση που κάποια μονάδα ενεργειακού συστήματος παρουσιάζει διόλου αμελητέα χρονικά, μεταβατικά φαινόμενα;

Στην παρούσα διπλωματική εργασία δίνεται έμφαση στα μεταβατικά φαινόμενα που διέπουν τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης. Είναι γεγονός πως μεταβατικά φαινόμενα συναντώνται σε κάθε μονάδα της εγκατάστασης και όχι μόνο στην μονάδα απορρόφησης. Αυτό που μας ωθεί να ασχοληθούμε περαιτέρω μαζί της είναι η έντονη παρουσία τους στη συγκεκριμένη μονάδα. Η θεώρηση των μεταβατικών φαινομένων αποτελεί μία ακόμη 'δυναμική' διάσταση του προβλήματος.

Τα προβλήματα αυτά αντιμετωπίζονται με λογισμό μεταβολών ή με δυναμικό προγραμματισμό. Σε ορισμένες περιπτώσεις είναι και πάλι δυνατός ο χωρισμός της περιόδου

σε επιμέρους χρονικά διαστήματα, όπως συμβαίνει και στο υπό μελέτη πρόβλημα, οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί και πάλι μέθοδος μαθηματικού προγραμματισμού.

Η Παράγραφος 4.1.1 αποτελεί μια εισαγωγή στη μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων αυτής της κατηγορίας με δυναμικό προγραμματισμό, για λόγους πληρότητας.

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται μια γενική μέθοδος για επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων: Το μοντέλο δυναμικού φαινομένου, αποτελούμενο από συνήθεις διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης και αλγεβρικές εξισώσεις, διακριτοποιείται στο πεδίο του χρόνου κάνοντας χρήση καλά δομημένων, αναγνωρισμένων μεθόδων για επίλυση συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Γι' αυτό το λόγο, το συνεχές πρόβλημα δυναμικής βελτιστοποίησης μετασχηματίζεται σε πρόβλημα βελτιστοποίησης μη γραμμικών παραμέτρων μεγάλης κλίμακας. Τέτοια προβλήματα βελτιστοποίησης μπορούν να επιλυθούν με κατάλληλες μεθόδους διαδοχικού τετραγωνικού προγραμματισμού (SQP) που έχουν γίνει διαθέσιμες τα τελευταία χρόνια.

4.1.1 Διατύπωση του προβλήματος για την επίλυσή του με δυναμικό προγραμματισμό

Όταν ένα τμήμα του εξοπλισμού ξεκινά ή παύει να λειτουργεί, καταναλώνει επιπλέον ενέργεια μέχρι να προσεγγίσει μια σταθερή κατάσταση, γεγονός που οδηγεί σε αυξημένο κόστος κατά τη μετάβαση αυτή.

Για να αντιμετωπιστούν τα μειονεκτήματα της συμβατικής/απλοποιημένης μεθόδου βελτιστοποίησης λειτουργίας όπου αμελούνται τα δυναμικά φαινόμενα, οι Iyer και Grossmann (1995) πρότειναν μια νέα μέθοδο ενσωματώνοντας το κόστος πόρων κατά τα μεταβατικά φαινόμενα έναρξης και παύσης λειτουργίας στο συνολικό λειτουργικό κόστος που επιζητούμε να ελαχιστοποιήσουμε.

Το πρόβλημα της επιλογής της στρατηγικής λειτουργίας ενός ενεργειακού συστήματος έγκειται στον καθορισμό του τρόπου λειτουργίας του επιμέρους εξοπλισμού, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το λειτουργικό κόστος και να ικανοποιούνται οι ενεργειακές απαιτήσεις που αναμένονται για το χρονικό διάστημα T . Ως αρχή λαμβάνεται μια χρονική στιγμή, στην οποία η κατάσταση λειτουργίας είναι γνωστή. Η τελική κατάσταση λειτουργίας θεωρείται χωρίς περιορισμούς.

Εφαρμόζοντας αυτή τη μέθοδο σε ένα 'θεωρητικό' σύστημα, οι απαιτήσεις ενέργειας και η τακτική λειτουργίας θα επαναλαμβάνονται με την πάροδο του χρόνου.

Για την κατάστρωση του προβλήματος βελτιστοποίησης, η χρονική περίοδος T θα χωριστεί σε K ίσα διαστήματα Δt , δηλαδή:

$$\Delta t = \frac{T}{K} \quad (4.1)$$

Στην ακόλουθη μορφοποίηση, ένα μέγεθος που αντιστοιχεί στο k -οστο διάστημα λειτουργίας, δηλώνεται μέσω του δείκτη k , με $k = 0, 1, \dots, K$ (π.χ. το αρχικό διάστημα δηλώνεται με το δείκτη $k = 0$).

Στη στρατηγική λειτουργίας, χρησιμοποιούνται τα διανύσματα x_k των συνεχών και y_k των δυαδικών μεταβλητών, που εκφράζουν το επίπεδο φόρτισης και την κατάσταση λειτουργίας των συνιστωσών του μηχανολογικού εξοπλισμού, αντίστοιχα. Κάνοντας χρήση αυτών των διανυσμάτων μεταβλητών, τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του εξοπλισμού και οι ενεργειακοί ισολογισμοί εκφράζονται ως εξής:

$$h_k(x_k, y_k) = 0, \quad (k = 0, 1, \dots, K) \quad (4.2)$$

όπου τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του εξοπλισμού εκφράζονται στη συγκεκριμένη μελέτη προσεγγιστικά μέσω γραμμικών εξισώσεων ως προς x_k και y_k , και κατά συνέπεια η h_k αποτελεί μια γραμμική συνάρτηση ως προς x_k, y_k . Το ωριαίο κόστος παροχής ενέργειας μπορεί να εκφραστεί μέσω γραμμικής εξίσωσης με μοναδική ανεξάρτητη μεταβλητή το x_k . Πάντως, αφού το κόστος παροχής ενέργειας πρέπει να ικανοποιεί την Εξ. (4.2) εκφράζεται ως $f_k(x_k, y_k)$.

Είναι δύσκολο να μοντελοποιηθεί το κόστος έναρξης (on) - παύσης (off) λειτουργίας κάθε μονάδας του ενεργειακού συστήματος με ακρίβεια, **κι αυτό γιατί εξαρτάται από το ιστορικό λειτουργίας του**, όπως π.χ. αν λειτουργεί για πρώτη φορά ή όχι. Στην παρούσα φάση, το κόστος έναρξης - παύσης λειτουργίας κάθε μονάδας προσεγγίζεται και εκφράζεται τελικά ως συνάρτηση με μοναδική ανεξάρτητη μεταβλητή την on/off κατάσταση σε δύο προσκείμενα μεταξύ τους διαστήματα λειτουργίας δηλαδή $g_k(y_{k-1}, y_k)$. Δεν εισάγει δηλαδή τον παράγοντα του ιστορικού λειτουργίας των μονάδων, λόγω δυσκολίας μοντελοποίησης.

Μια δυνατή μορφή της g_k έχει ως εξής:

$$\mathbf{g}_k(\mathbf{y}_{k-1}, \mathbf{y}_k) = \mathbf{c}^T \mathbf{u}_k + \mathbf{d}^T \mathbf{v}_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4.3)$$

όπου τα \mathbf{c}, \mathbf{d} αποτελούν διανύσματα-στήλες που χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν το κόστος έναρξης και παύσης λειτουργίας του συστήματος αντίστοιχα (και των οποίων τα στοιχεία είναι τα κόστη έναρξης και παύσης λειτουργίας κάθε μονάδας του εξοπλισμού). Ο εκθέτης T αντιπροσωπεύει την αντιμετάθεση του εκάστοτε διανύσματος. Τα διανύσματα $\mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k$ εκφράζουν τη κατάσταση λειτουργίας της κάθε μονάδας του συστήματος. Αναφερόμενοι στα στοιχεία των $\mathbf{y}_{k-1}, \mathbf{y}_k$, κάθε στοιχείο των διανυσμάτων $\mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k$, εκφράζεται με την ακόλουθη έκφραση:

$$u_{kj} = \begin{cases} 1 & (y_{k-1,j} = 0, y_{kj} = 1) \\ 0 & (\text{σε κάθε άλλη περίπτωση}) \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, K; j=1, 2, \dots, N) \quad (4.4)$$

$$v_{kj} = \begin{cases} 1 & (y_{k-1,j} = 1, y_{kj} = 0) \\ 0 & (\text{σε κάθε άλλη περίπτωση}) \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, K; j=1, 2, \dots, N) \quad (4.5)$$

όπου N ο αριθμός των εγκατεστημένων μονάδων της μηχανολογικής εγκατάστασης.

Η προσέγγιση του προβλήματος που τέθηκε παραπάνω καταλήγει στο ακόλουθο πρόβλημα :

$$\left. \begin{aligned} \min J &= \sum_{k=1}^K \{f_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) \cdot \Delta t + g_k(\mathbf{y}_{k-1}, \mathbf{y}_k)\} \\ \text{sub to } h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) &= 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ y_0 &= Y \\ \mathbf{x}_k &\geq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ \mathbf{y}_k &\in \{0,1\}^N \quad (k = 1, 2, \dots, K) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

με Y το διάνυσμα της κατάστασης λειτουργίας (on/off) των μηχανημάτων στην χρονική στιγμή έναρξης. Η τελευταία εξίσωση στην Εξ. (4.6) δηλώνει πως ο πίνακας y_k είναι ένα

διάνυσμα δυαδικών μεταβλητών με διάσταση ίση με N . Αυτό το πρόβλημα μπορεί να μετατραπεί σε πρόβλημα βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας όσο αυξάνεται η τιμή των N , K .

Όπως διαπιστώνεται, με τη μέθοδο αυτή τα μεταβατικά φαινόμενα εισάγονται στο πρόβλημα μόνο μέσω του κόστους έναρξης – παύσης λειτουργίας. Δεν είναι δυνατή η ακριβής μοντελοποίηση της πραγματικής αποδιδόμενης ενέργειας των μονάδων κατά τα φαινόμενα αυτά, γεγονός που συνεπάγεται μειωμένη ακρίβεια. Για το λόγο αυτό προτιμήθηκε η επίλυση του προβλήματος με μαθηματικό προγραμματισμό. Παρ' όλα αυτά, η διατύπωση αυτή του προβλήματος είναι ακριβέστερη από τη θεώρηση του προβλήματος χωρίς την εισαγωγή των μεταβατικών φαινομένων, και αποτελεί ένα σημαντικό βήμα στην εξέλιξη της μοντελοποίησης των ενεργειακών συστημάτων γι' αυτό και παρουσιάστηκε εδώ. Περισσότερες πληροφορίες επί του θέματος παρατίθενται στο Παράρτημα Β', όπου και μπορεί να ανατρέξει ο αναγνώστης.

4.2 Διατύπωση του Μαθηματικού Προβλήματος Βελτιστοποίησης (Αντικειμενική συνάρτηση, ανεξάρτητες μεταβλητές, βασικοί περιορισμοί)

Για την επίλυση ενός προβλήματος τεχνικοοικονομικής βελτιστοποίησης λειτουργίας ακολουθείται συνήθως συγκεκριμένη διαδικασία, η οποία αποβλέπει στον όσο το δυνατό σαφέστερο ορισμό του προβλήματος και στη μείωση του χρόνου και του μεγέθους της προετοιμασίας και της επίλυσης.

Η διατύπωση του προβλήματος βασίζεται στον ορισμό της αντικειμενικής συνάρτησης, την επιλογή των ανεξάρτητων μεταβλητών και την εφαρμογή των περιορισμών. Εφαρμόζοντας τη διαδικασία προκύπτουν τα αποτελέσματα για χαρακτηριστικές τιμές των οικονομικών παραμέτρων.

4.2.1 Διατύπωση αντικειμενικής συνάρτησης

Η επιλογή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι κρίσιμης σημασίας και εξαρτάται από την εφαρμογή. Μερικά παραδείγματα, κατάλληλα για την περίπτωση μελέτης ενεργειακών συστημάτων, είναι:

- Βαθμός απόδοσης
- Κατανάλωση καυσίμου
- Συγκέντρωση ισχύος
- Εκπεμπόμενοι ρύποι
- Κόστος κύκλου ζωής
- Εσωτερικός βαθμός απόδοσης της επένδυσης
- Περίοδος αποπληρωμής.

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι το μηνιαίο συνολικό κόστος του I.B.E.A.A. για την κάλυψη των ενεργειακών αναγκών σε ψύξη, θέρμανση και ηλεκτρισμό του κτιριακού συγκροτήματος:

$$K_m = K_K + K_f + K_{el} + K_{pers} + K_{maint} - K_{el,s} \quad (4.7)$$

όπου:

K_m το συνολικό μηνιαίο κόστος

- K_K το κόστος κεφαλαίου
- K_f το κόστος καυσίμου
- K_{el} το κόστος ηλεκτρικής ενέργειας
- K_{pers} το κόστος προσωπικού
- K_{maint} το κόστος συντήρησης
- $K_{el,s}$ το κέρδος από την πώληση ηλεκτρικής ενέργειας, εάν υπάρχει.

Η επιλογή αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι η εγκατάσταση του συστήματος έχει ήδη πραγματοποιηθεί, που σημαίνει πως το πρόβλημα δεν εστιάζεται στην αξιολόγηση της οικονομικής βιωσιμότητας του συστήματος συμπαράγωγής αλλά στο επίπεδο που πρέπει να λειτουργεί ώστε να εξασφαλίζεται μέγιστη εκμετάλλευσή του από οικονομικής και ενεργειακής άποψης.

4.2.2 Επιλογή διακριτοποίησης προβλήματος

Σε κάθε έναν από τους 12 μήνες του έτους που εξετάζεται, αντιστοιχεί μια τυπική καθημερινή ημέρα, για την οποία είναι γνωστή η ζήτηση του κτιρίου για ηλεκτρική, θερμική και ψυκτική ισχύ συναρτήσει του χρόνου, όπως παρουσιάζεται και στην Ενότητα 2.2. Η ζήτηση κάθε μορφής ενέργειας εκφράζεται σε σταθερές τιμές, οι οποίες αντιστοιχούν σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα της ημέρας. Έτσι ο κάθε μήνας χωρίζεται σε L διαστήματα ($i = 1, \dots, L$), με

$$L = k \cdot N \tag{4.8}$$

όπου:

- k ο αριθμός των διαστημάτων διακριτοποίησης της τυπικής ημέρας
- N ο αριθμός των ημερών του μήνα που εξετάζεται.

4.2.3 Επιλογή ανεξαρτήτων μεταβλητών και εφαρμογή στο πρόβλημα

4.2.3.1 Επιλογή ανεξαρτήτων μεταβλητών

Η επιλογή των ανεξαρτήτων μεταβλητών του προβλήματος δεν είναι τετριμμένη υπόθεση. Για την ακρίβεια επηρεάζει πολύ την ταχύτητα επίλυσης του προβλήματος και την ακρίβεια του αποτελέσματος. Ένα θέμα που πρέπει να συζητηθεί είναι το ακόλουθο: Σε ποιες περιπτώσεις πρέπει να εφαρμόζεται η ‘ανεξαρτητοποίηση’ των μεταβλητών κατάστασης;

Ας επικεντρώσουμε τη συζήτηση στην ανεξαρτητοποίηση των μεταβλητών κατάστασης που μεταβάλλονται με διαφορετικό τρόπο. Εάν δεν ανεξαρτητοποιηθούν οι μεταβλητές αυτές στα προβλήματα που αφορούν ενεργειακά συστήματα με πολλές εξισώσεις και στάδια διακριτοποίησης, ο χρόνος εύρεσης ενός βέλτιστου διανύσματος από ένα αρχικό πολλαπλασιάζεται.

Έστω η διαφορική εξίσωση:

$$\frac{ds}{dt} = f(\mathbf{s}, \mathbf{x}; t) \quad (4.9)$$

όπου:

\mathbf{x} το διάνυσμα των μεταβλητών ελέγχου, m διάστασης
 \mathbf{s} το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης, n διάστασης.

Αν δεν επιλεγεί η ανεξαρτητοποίηση των μεταβλητών κατάστασης, τότε το διάνυσμα των εξαρτημένων μεταβλητών στο $i + 1$ στάδιο θα δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{s}(i + 1) = \mathbf{s}(i) + f[\mathbf{s}(i), \mathbf{x}(i); i] \cdot \Delta \mathbf{t}(i) \quad (4.10)$$

Το διάνυσμα $\mathbf{s}(i)$ εξαρτάται από όλες τις μεταβλητές ελέγχου $\mathbf{x}(i)$ ως το στάδιο i , που ανέρχονται σε $m \times i$ τον αριθμό, όπως προκύπτει εάν γράψουμε επαναληπτικά την εξίσωση. Έτσι το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης $\mathbf{s}(i + 1)$ εξαρτάται από $m \times (i + 1)$ μεταβλητές! Κατά συνέπεια, όταν εμφανιστεί κάποιο από τα στοιχεία του διανύσματος αυτού σε έναν περιορισμό τότε ο αλγόριθμος θα κάνει $m \times (i + 1)$ παραγωγίσεις μόνο γι' αυτό το στοιχείο.

Ας θεωρήσουμε την απλοποιημένη περίπτωση, κατά την οποία έχουμε μία μεταβλητή ελέγχου και μία μεταβλητή κατάσταση, δηλαδή $m = 1$ και $n = 1$. Ο αριθμός των σταδίων λαμβάνεται ίσος με L ($i = 1, \dots, L$) και θεωρούμε πως η μεταβλητή κατάσταση στην αρχή του πρώτου διαστήματος είναι γνωστή (όπως ισχύει και στο υπό μελέτη πρόβλημα).

Ισχύει:

$$i = 1$$

$$\mathbf{s}(1) = \text{const} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{s}(2) = \mathbf{s}(1) + f[\mathbf{s}(1), \mathbf{x}(1); 1] \cdot \Delta \mathbf{t}(1) \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{s}(2)}{\partial \mathbf{x}(1)} = \frac{\partial \mathbf{s}(1)}{\partial \mathbf{x}(1)} + \frac{\partial f[\mathbf{s}(1), \mathbf{x}(1); 1] \cdot \Delta \mathbf{t}(1)}{\partial \mathbf{x}(1)} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{s}(2)}{\partial \mathbf{x}(1)} = \frac{\partial f[\mathbf{s}(1), \mathbf{x}(1); 1]}{\partial \mathbf{x}(1)} \cdot \Delta \mathbf{t}(1) \quad (4.14)$$

⋮
⋮
⋮

$$i = L$$

$$\mathbf{s}(L+1) = \mathbf{s}(L) + f[\mathbf{s}(L), \mathbf{x}(L); L] \cdot \Delta \mathbf{t}(L) \quad (4.15)$$

⋮

$$\frac{\partial \mathbf{s}(L+1)}{\partial \mathbf{x}(L-1)} = \frac{\partial \mathbf{s}(L)}{\partial \mathbf{x}(L-1)} + \frac{\partial f[\mathbf{s}(L), \mathbf{x}(L); L]}{\partial \mathbf{s}(L)} \cdot \frac{\partial \mathbf{s}(L)}{\partial \mathbf{x}(L-1)} \cdot \Delta \mathbf{t}(L) \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{s}(L+1)}{\partial \mathbf{x}(L)} = \frac{\partial f[\mathbf{s}(L), \mathbf{x}(L); L]}{\partial \mathbf{x}(L)} \cdot \Delta \mathbf{t}(L) \quad (4.17)$$

Εάν όμως ορίσουμε και το διάνυσμα \mathbf{s} ως ανεξάρτητη μεταβλητή του προβλήματος τότε το $\mathbf{s}(i+1)$ εξαρτάται από το $\mathbf{s}(i)$ και το $\mathbf{x}(i)$ μόνο. Αυτό σημαίνει πως κάθε στοιχείο του έχει $m+n$ μη μηδενικές παραγώγους, αριθμός πολύ μικρότερος του $m \times (i+1)$.

Παρ' όλα αυτά δεν συνιστάται η εφαρμογή ανεξαρτητοποίησης των μεταβλητών κατάστασης όταν αυτές εμπεριέχονται σε μεγάλο αριθμό περιορισμών που διέπουν το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Στην περίπτωση αυτή ο αλγόριθμος εκτός από την αναζήτηση των βέλτιστων τιμών των ανεξάρτητων μεταβλητών που έχουν οριστεί από το χρήστη, αναζητεί 'βέλτιστες' τιμές και για τις μεταβλητές κατάστασης. Οι τιμές αυτές στην πραγματικότητα θα πρέπει να αντιστοιχούν στις τιμές που προκύπτουν βάσει των ισοτικών περιορισμών, δεν υπάρχει δηλαδή περιθώριο βελτιστοποίησης γι' αυτές. Η ιδέα αυτή 'υλοποιείται' αρκετά καλά στην απλοποιημένη περίπτωση μίας μεταβλητής κατάστασης. Όσο αυξάνεται, όμως, η κλίμακα του προβλήματος, τα οφέλη που αποκομίζονται από αυτή τη μεθοδολογία εξανεμίζονται μπροστά στην επιβάρυνση της αναζήτησης του προγράμματος. Το πρόγραμμα κινδυνεύει να μην μπορέσει να προχωρήσει πέραν του αρχικού σημείου που δίνεται από το χρήστη, πόσο μάλλον να καταλήξει στο βέλτιστο σημείο του προβλήματος που αποτελεί και τον απώτερο στόχο.

Αν μία από τις συνιστώσες μιας μεταβλητής κατάστασης που θα τεθεί από το πρόγραμμα σαν βέλτιστη αποκλίνει έστω και λίγο από την τιμή που θα έπρεπε να έχει βάσει περιορισμού, και κατά συνέπεια αποκλίνει από τα όρια που έχουν τεθεί από τον χρήστη (ο οποίος θεωρεί πως θα ικανοποιηθεί απόλυτα ο περιορισμός), τότε το πρόγραμμα θα οδηγηθεί σε πεδίο αναζήτησης όπου δεν είναι δυνατή η ικανοποίηση όλων των περιορισμών (infeasible problem), με αποτέλεσμα την αποτυχημένη έκβαση της αναζήτησης.

Στο υπό μελέτη πρόβλημα χρησιμοποιήθηκαν και οι δύο μεθοδολογίες, χωρίς την αντιμετώπιση προβλημάτων. Το αδιαμφισβήτητο γεγονός είναι πως η 'ανεξαρτητοποίηση' των μεταβλητών κατάστασης μας οδήγησε στα ίδια αποτελέσματα με την άλλη μεθοδολογία σε σημαντικά μειωμένο χρονικό διάστημα.

4.2.3.2 Εφαρμογή στο πρόβλημα

Για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης καταστρώνεται ένα σύστημα εξισώσεων, στο οποίο εμφανίζονται όλες οι μεταβλητές που διαμορφώνουν την τιμή της. Η διαφορά του συνολικού αριθμού των εξισώσεων του συστήματος από τον συνολικό αριθμό των μεταβλητών καθορίζει τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών.

Στη συνέχεια καταγράφονται οι εξισώσεις βάσει των οποίων θα επιλεγούν οι ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος.

Μονάδα συμπαραγωγής

Παρατηρείται πως τόσο η προσφερόμενη θερμότητα στο κύκλωμα νερού, $Q_{th}^{M\Sigma}$, όσο και η θερμική ισχύς του καυσίμου, $Q_f^{M\Sigma}$, εκφράζονται ως συναρτήσεις της ηλεκτρικής ισχύος της γεννήτριας, P_G , μέσω των Εξ. (3.1) και Εξ. (3.2) αντίστοιχα. Επιλέγουμε, λοιπόν, να ορίσουμε την ηλεκτρική ισχύ της γεννήτριας ως ανεξάρτητη μεταβλητή του προβλήματος. Η θεώρηση αυτή μας διευκολύνει στον άμεσο υπολογισμό πολλών μεγεθών συσχετιζόμενων με τη μεταβλητή P_G (με απλή αντικατάσταση στις ήδη γνωστές σχέσεις που έχουμε στη διάθεσή μας).

Ψυκτική μονάδα απορρόφησης

Η συνολική αποδιδόμενη ψυκτική ενέργεια από τη μονάδα απορρόφησης, όπως και η αντίστοιχη απαιτούμενη θερμική ενέργεια για τη λειτουργία της, αποτελούν συνάρτηση του αρχικού και του τελικού φορτίου της μονάδας σε κάθε διάστημα i .

Δηλαδή:

$$W_{abs,total}(i) = f(Q_{abs}(i), Q_{abs}(i+1)) \quad (4.18)$$

και

$$W_{th,abs}(i) = g(Q_{abs}(i), Q_{abs}(i+1)) \quad (4.19)$$

Αναλυτική επεξήγηση περί των υπολογισμών αυτών θα δοθούν στην Ενότητα 4.3.

Η ψυκτική φόρτιση της μονάδας απορρόφησης, Q_{abs} , θα οριστεί ακόμα ως ανεξάρτητη μεταβλητή, αφού αποτελεί τη βάση στην εισαγωγή των μεταβατικών φαινομένων στο πρόβλημα. Δεν ενδείκνυται η μη θεώρηση αυτή, λόγω της μαθηματικής πολυπλοκότητας που θα προκύψει.

Δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος για τη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας εκφράζεται μέσω της Εξ. (3.5). Η διαφορική αυτή εξίσωση κατά την εφαρμογή της στο διακριτοποιημένο πρόβλημα υπό θεώρηση λαμβάνει τη μορφή:

$$m \cdot c_p \cdot \frac{dT(i)}{dt} = Q_{th}^{M\Sigma}(i) + Q_{th}^{\Lambda}(i) - Q_{th,abs}(i) - Q_{th}^K(i) - UA \cdot (T(i) - T_a(i))$$

ή αλλιώς

$$m \cdot c_p \cdot \frac{dT(i)}{dt} = Q_{th}^{M\Sigma}(i) + Q_{th}^{\Lambda E}(i) + Q_{th}^{\Lambda \Delta \Lambda}(i) - Q_{th,abs}(i) - Q_{th}^K(i) - UA \cdot (T(i) - T_a(i)) \quad (4.20)$$

όπου:

$Q_{th}^{\Delta E}$ η θερμική ικανότητα των λεβήτων

$Q_{th}^{\Delta\Delta A}$ η θερμική ικανότητα του καυστήρα της δεξαμενής αποθήκευσης.

Αντιμετωπίζουμε τη θερμική ικανότητα των λεβήτων και τη θερμική ικανότητα του καυστήρα της δεξαμενής αποθήκευσης ως ανεξάρτητες μεταβλητές.

Η θερμοκρασία της δεξαμενής προκύπτει από τη λύση της εξίσωσης ως εξαρτημένη μεταβλητή.

Δοχείο αδράνειας ψύξης

Με την εφαρμογή του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου στο δοχείο αδράνειας ψύξης, όπως και με τη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας, καταλήγουμε στην επόμενη σχέση βάσει της Εξ. (3.30):

$$m_{ch} \cdot c_p \cdot \frac{dT_{ch}(i)}{dt} = Q_{ch}^K(i) - Q_{abs,total}(i) - Q_{ch,el}(i) - UA_{ch} \cdot (T_{ch}(i) - T_a(i)) \quad (4.21)$$

Κατ' αντιστοιχία, θα ορίσουμε το ψυκτικό φορτίο της μονάδας συμπίεσης, $Q_{ch,el}$, ως ανεξάρτητη μεταβλητή. Η θερμοκρασία του δοχείου αδράνειας ψύξης προκύπτει ως εξαρτημένη μεταβλητή.

Ισοζύγιο ηλεκτρικής ισχύος

Βάσει των δεδομένων τιμών της αποδιδόμενης ηλεκτρικής ισχύος από τη γεννήτρια, της καταναλισκόμενης ηλεκτρικής ισχύος από τους ψύκτες συμπίεσης και των κτιριακών ηλεκτρικών απαιτήσεων, μπορούμε να εφαρμόσουμε σε κάθε διάστημα i το ισοζύγιο της ηλεκτρικής ισχύος:

- Αν $P_G(i) < P_{ch,el}(i) + P_e^K(i)$, τότε η ηλεκτρική ισχύς που παρέχεται από το δίκτυο στο ενεργειακό σύστημα του I.IB.E.A.A., $P_{eb}(i)$, υπολογίζεται βάσει της Εξ. (3.41)
- Αν $P_G(i) > P_{ch,el}(i) + P_e^K(i)$, τότε η ηλεκτρική ισχύς που πωλείται από το ενεργειακό σύστημα του I.IB.E.A.A. στο δίκτυο, $P_{es}(i)$, υπολογίζεται αντίστοιχα βάσει της Εξ. (3.42).

Συνεπώς, οι μεταβλητές P_{eb} και P_{es} , αποτελούν δύο ακόμα μεταβλητές κατάστασης του προβλήματος και προκύπτουν ως εξαρτημένες μεταβλητές από το ενεργειακό ισοζύγιο ηλεκτρισμού του συστήματος.

4.2.4 Όρια μεταβλητών

Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης λειτουργίας ενός συστήματος συμπαραγωγής είναι ένα μαθηματικό πρόβλημα, το οποίο υπόκειται σε φυσικούς περιορισμούς και επιλύεται με την εφαρμογή μαθηματικού αλγορίθμου.

Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, οι περιορισμοί που τίθενται στις ανεξάρτητες μεταβλητές οφείλονται στα τεχνικά χαρακτηριστικά του μηχανολογικού εξοπλισμού. Το τεχνικό ελάχιστο αποτελεί το κάτω όριο και το μέγεθός τους (ονομαστικές συνθήκες) διαμορφώνει το άνω. Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα τεχνικά όρια των ανεξάρτητων μεταβλητών του προβλήματος.

Πίνακας 4.1 Τεχνικά όρια ανεξάρτητων μεταβλητών [Βαρβούνης (2005)].

Ανεξάρτητη μεταβλητή	Κάτω όριο	Άνω όριο
P_G (kW)	180	540
$Q_{th}^{\Delta E}$ (kW)	500	4890
$Q_{th}^{\Delta \Delta A}$ (kW)	80	550
Q_{abs} (kW)	144.2	1442
$Q_{ch,el}$ (kW)	330	3520

Πίνακας 4.2 Όρια μεταβλητών κατάστασης [Βαρβούνης (2005)].

Μεταβλητή κατάσταση	Κάτω όριο	Άνω όριο
T (°C)	80	95
T_{ch} (°C)	7	12
P_{eb} (kW)	0	-
P_{es} (kW)	0	-

Η πραγματική ονομαστική ηλεκτρική ισχύς της γεννήτριας είναι αρκετά μεγαλύτερη (832 kW υπό $\cos \phi = 1$) από τη μέγιστη τιμή που τίθεται σαν όριο (540 kW), ωστόσο λόγω της μικρής ονομαστικής μηχανικής ισχύος της αεριομηχανής δεν είναι δυνατό να αποδοθεί. Επομένως, ως μέγιστη ηλεκτρική ισχύς της γεννήτριας θεωρείται η ηλεκτρική ισχύς που μπορεί να αποδώσει αυτή όταν στον άξονά της αποδίδεται η μέγιστη μηχανική ισχύς της αεριομηχανής.

Σημειώνεται ότι οι μηδενικές τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών είναι αποδεκτές και η κάθε μία από αυτές αναφέρεται στην περίπτωση όπου ο αντίστοιχος μηχανολογικός εξοπλισμός τίθεται εκτός λειτουργίας.

Οι εξισώσεις του συστήματος είναι μη συνεχείς, εξαιτίας του γεγονότος ότι οι μεταβλητές από τις οποίες εξαρτώνται μεταβάλλονται κατά ασυνεχή τρόπο. Οι εξισώσεις του προβλήματος που εξετάζεται μπορούν να λάβουν τιμές μεταξύ των δύο μη μηδενικών ορίων τους, μηδενίζονται για μηδενική τιμή των ανεξαρτήτων μεταβλητών, αλλά δεν ορίζονται στο πεδίο μεταξύ του μηδενός και του κάτω ορίου των μεταβλητών. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης πρέπει να κληθεί δύο φορές: Η πρώτη κλήση θα γίνει με μηδενικά κάτω όρια των ανεξάρτητων μεταβλητών. Πριν από τη δεύτερη κλήση θα απαιτηθεί ο μηδενισμός όσων μεταβλητών ξεπέρασαν το 'τεχνικής φύσης' κάτω όριό τους χωρίς να λάβουν μηδενική τιμή κατά την πρώτη κλήση. Με τον τρόπο αυτόν αντιμετωπίζεται η ασυνέχεια που υπάρχει στο πεδίο ορισμού των ανεξαρτήτων μεταβλητών.

4.3 Μέθοδος Επίλυσης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

Ακολουθεί περιγραφή της μεθόδου και των μαθηματικών σχέσεων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης.

Αριθμητική Επίλυση Διαφορικών Εξισώσεων

Οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν το σύστημα εκφράζονται μέσω των Εξ. (4.20) και Εξ. (4.21).

Η καλύτερη προοπτική θα ήταν η αναλυτική επίλυση των διαφορικών αυτών εξισώσεων, γεγονός που θα οδηγούσε στην εύρεση μιας ακριβούς έκφρασης για τη λύση, άρα και σε μεγάλη ακρίβεια του υπολογισμού των θερμοκρασιών των δεξαμενών. Δυστυχώς, δεν είναι δυνατή η υλοποίηση αυτού του σεναρίου αφού στη μελέτη που ακολουθεί τα μεγέθη $Q_{abs,total}$, $Q_{th,abs}$ είναι ισχυρά μη γραμμικές συναρτήσεις του χρόνου.

Τα γεγονότα μας οδηγούν στην αριθμητική επίλυση των διαφορικών εξισώσεων. Επιλέγεται η μέθοδος Euler, γνωστή και ως μέθοδος της εφαπτομένης για την αριθμητική επίλυση των διαφορικών εξισώσεων.

Ας επικεντρωθούμε κυρίως στο πρόβλημα αρχικών τιμών πρώτης τάξης (όπου ανήκουν και οι διαφορικές εξισώσεις που εξετάζουμε) που αποτελείται από τη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (4.22)$$

και την αρχική συνθήκη:

$$y(t_0) = y_0 \quad (4.23)$$

Εφόσον τα t_0 και y_0 είναι γνωστά, η κλίση της εφαπτομένης στη λύση στο $t = t_0$, δηλαδή $\phi'(t_0) = f(t_0, y_0)$, είναι επίσης γνωστή. Άρα μπορούμε να κατασκευάσουμε την εφαπτομένη στη λύση στο t_0 και κατόπιν να βρούμε μια προσεγγιστική τιμή y_1 της $\phi(t_1)$ κινούμενοι κατά μήκος της εφαπτομένης από το t_0 προς το t_1 . Επομένως:

$$y_1 = y_0 + \phi'(t_0)(t_1 - t_0) = y_0 + f(t_0, y_0)(t_1 - t_0) \quad (4.24)$$

Από τη στιγμή που προσδιορίζεται το y_1 , μπορούμε να υπολογίσουμε την $f_1 = f(t_1, y_1)$ και να χρησιμοποιήσουμε την τιμή ως κλίση της προσέγγισης κινούμενοι από το t_1 προς το t_2 . Έτσι προκύπτει:

$$y_2 = y_1 + f_1 \cdot (t_2 - t_1) = y_1 + f(t_1, y_1)(t_2 - t_1) \quad (4.25)$$

Ας σημειωθεί ότι το σφάλμα που προκύπτει κατά την αριθμητική διαδικασία οφείλεται στο ότι εν γένει $y_1 \neq \phi(t_1)$. Έτσι γενικά η $f(t_1, y_1)$ δεν είναι η ίδια με την $f[t_1, \phi(t_1)]$, δηλαδή την κλίση της πραγματικής λύσης στο t_1 . Συνεχίζοντας κατ' αυτόν τον τρόπο, χρησιμοποιούμε την τιμή του y υπολογισμένη σε κάθε βήμα, ώστε να προσδιορισθεί η κλίση της προσέγγισης για το επόμενο βήμα. Ο γενικός τύπος της προσέγγισης Euler είναι:

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i)(t_{i+1} - t_i) \quad (4.26)$$

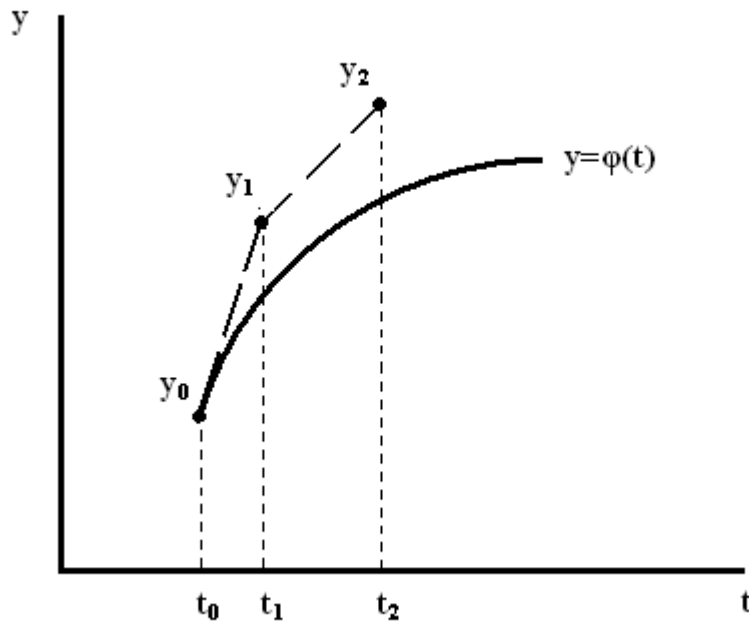
Εδώ, θεωρούμε ότι το εύρος των χρονικών διαστημάτων στα οποία χωρίζεται η κάθε ημέρα καθορίζουν το μέγεθος των βημάτων μεταξύ των σημείων t_0, t_1, t_2, \dots

Δηλαδή:

$$\Delta t(i) = t_{i+1} - t_i \quad (4.27)$$

και

$$y(i+1) = y(i) + f(i, y(i))\Delta t(i) \quad (4.28)$$



Σχήμα 4.4 Προσέγγιση με τη μέθοδο Euler.

Συνεπώς, η αριθμητική επίλυση κατά Euler των δύο διαφορικών εξισώσεων που διέπουν τη λειτουργία του ενεργειακού συστήματος, οδηγεί στις λύσεις που ακολουθούν.

Δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας:

$$T(i+1) = T(i) + \frac{[Q_{th}^{M\Sigma}(i) + Q_{th}^{\Lambda}(i) - Q_{th,abs}(i) - Q_{th}^K(i) - UA \cdot (T(i) - T_a(i))]}{m \cdot c_p} \cdot \Delta t(i) \quad (4.29)$$

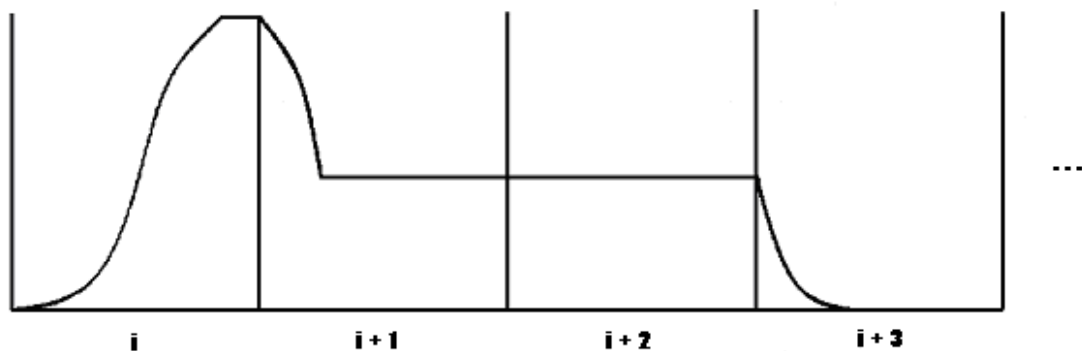
Δοχείο αδράνειας ψύξης:

$$T_{ch}(i+1) = T_{ch}(i) + \frac{[Q_{ch}^K(i) - Q_{abs,total}(i) - Q_{ch,el}(i) - UA_{ch} \cdot (T_{ch}(i) - T_a(i))]}{m_{ch} \cdot c_p} \cdot \Delta t(i) \quad (4.30)$$

Εισαγωγή μεταβατικών φαινομένων στην προσομοίωση της συμπεριφοράς της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης του ενεργειακού συστήματος του I.IB.E.A.A.

Όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 2.2 και στην Παράγραφο 4.2.2, κάθε μήνας του έτους έχει χωριστεί σε L διαστήματα για τα οποία είναι γνωστές οι ενεργειακές ανάγκες - απαιτήσεις του κτιριακού συγκροτήματος. Στις μελέτες βελτιστοποίησης του ενεργειακού συστήματος του I.IB.E.A.A. που είχαν προηγηθεί, αρκούσε ένα διάνυσμα L στοιχείων για να περιγράψει τη συμπεριφορά της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια του μήνα, κι αυτό λόγω της παραδοχής της ακαριαίας φόρτισης και αποφόρτισης της μονάδας.

Επιδιώκοντας την εισαγωγή μεταβατικών φαινομένων στην προσομοίωση της συμπεριφοράς του συστήματος, θα πρέπει να έχουμε τη δυνατότητα να καθορίσουμε το επίπεδο φόρτισης της μονάδας απορρόφησης στην αρχή και στο τέλος κάθε διαστήματος.

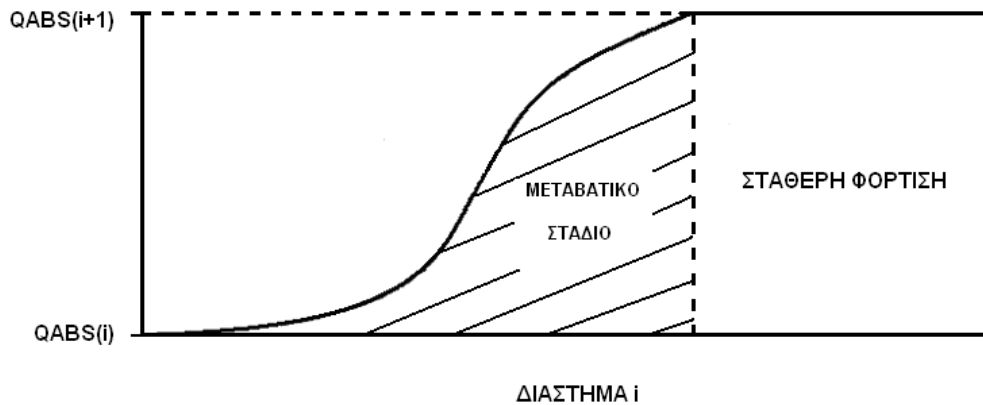


Σχήμα 4.1 Ενοποίηση διαστημάτων λειτουργίας ψυκτικής μονάδας απορρόφησης.

Συνεπώς, η εισαγωγή των μεταβατικών φαινομένων στο πρόβλημα και η ενοποίηση των διαστημάτων μάς οδηγεί στη θεώρηση ενός διανύσματος L+1 στοιχείων για την περιγραφή της φόρτισης της μονάδας απορρόφησης:

$$Q_{abs} = \begin{bmatrix} Q_{abs,1} \\ Q_{abs,2} \\ Q_{abs,3} \\ \vdots \\ Q_{abs,L} \\ Q_{abs,L+1} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Το επίπεδο φόρτισης (η ισχύς) πλέον δεν αντιπροσωπεύεται από μία σταθερή τιμή καθ' όλο το διάστημα. Η μετάβαση από την αρχική στην τελική φόρτιση 'ακολουθεί' τη σιγμοειδή καμπύλη του Gompertz. Υπάρχει φυσικά πάντα και η περίπτωση κατά την οποία το φορτίο της μονάδας διατηρείται σταθερό κατά το διάστημα. Σε αυτή την περίπτωση τα μεταβατικά φαινόμενα μηδενίζονται.



Σχήμα 4.2 Απεικόνιση μεταβατικού σταδίου κατά τη φόρτιση της μονάδας.

Το μεταβατικό φαινόμενο περιγράφεται με διαφορετική συνάρτηση στη φόρτιση και στην αποφόρτιση, συνεπώς πρωταρχική ανάγκη είναι η αναγνώριση του είδους της μετάβασης που θα πραγματοποιηθεί στο κάθε διάστημα.

Αν για οποιοδήποτε τυχαίο διάστημα i ισχύει $Q_{abs}(i) < Q_{abs}(i+1)$, σημαίνει πως πραγματοποιείται φόρτιση της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης. Αν πάλι ισχύει $Q_{abs}(i) > Q_{abs}(i+1)$, σημαίνει πως η ψυκτική μονάδα απορρόφησης αποφορτίζεται κατά το εξεταζόμενο διάστημα i .

Οι συναρτήσεις φόρτισης και αποφόρτισης (σε ποσοστό επί του ονομαστικού φορτίου) δίνονται αντίστοιχα από τις Εξ. (3.14), Εξ. (3.21):

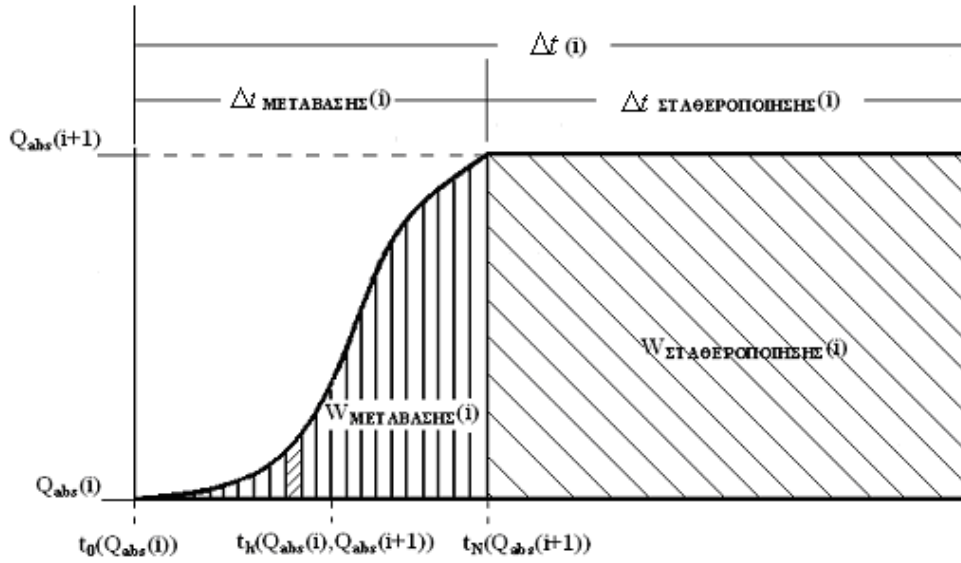
$$y(t) = a \cdot b^{c^t} - a \cdot b$$

$$y_{off}(t) = 1 + a \cdot b - a \cdot b^{c^{1.75 \cdot t}}$$

όπου a, b, c σταθερές.

Η περίπτωση κατά την οποία η φόρτιση διατηρείται σταθερή κατά το διάστημα, δηλαδή $Q_{abs}(i) = Q_{abs}(i+1)$ δε συνοδεύεται από μεταβατικά φαινόμενα.

Όπως εξηγείται αναλυτικά και στο Παράρτημα Ε', δεν είναι δυνατή η αναλυτική ολοκλήρωση της συνάρτησης Gompertz για τον υπολογισμό της αποδιδόμενης ενέργειας κατά το μεταβατικό στάδιο. Κατά συνέπεια, είναι αναγκαία η χρήση αριθμητικής μεθόδου ολοκλήρωσης.



Σχήμα 4.3 Επεξήγηση υπολογισμού αποδιδόμενης ψυκτικής ισχύος.

Η διάρκεια του μεταβατικού φαινομένου προκύπτει μέσω των φορτίσεων $Q_{abs}(i)$, $Q_{abs}(i+1)$ και της αντίστροφης συνάρτησης Gompertz. Το χρονικό σημείο έναρξης του μεταβατικού φαινομένου, t_0 , ορίζεται αποκλειστικά συναρτήσει της αρχικής ισχύος της μονάδας απορρόφησης κατά το εξεταζόμενο διάστημα i ($Q_{abs}(i)$). Αντίστοιχα, το χρονικό σημείο τερματισμού του μεταβατικού φαινομένου, t_N , καθορίζεται συναρτήσει της τελικής ισχύος στην οποία θα μεταβεί η μονάδα στο διάστημα αυτό ($Q_{abs}(i+1)$).

Κατά συνέπεια η διάρκεια της μετάβασης υπολογίζεται με τη σχέση:

$$\Delta t_{\text{ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ}}(i) = t_N(Q_{abs}(i+1)) - t_0(Q_{abs}(i)) \quad (4.32)$$

Για το χρονικό διάστημα κατά το οποίο η φόρτιση σταθεροποιείται, ο υπολογισμός της αποδιδόμενης ενέργειας είναι απλός. Όπως φαίνεται και από το σχήμα, η αποδιδόμενη ενέργεια ισούται με το γινόμενο της ισχύος $Q_{abs}(i+1)$ επί το χρονικό περιθώριο (το χρόνο που απομένει) που αντιστοιχεί στην σταθεροποίηση της φόρτισης. Το χρονικό διάστημα αυτό προκύπτει αν αφαιρέσουμε από το συνολικό χρονικό διάστημα τη χρονική διάρκεια του μεταβατικού σταδίου.

Δηλαδή:

$$\Delta t_{\text{ΣΤΑΘΕΡΟΠΟΙΗΣΗΣ}}(i) = \Delta t(i) - \Delta t_{\text{ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ}}(i) \quad (4.33)$$

Η συνολική αποδιδόμενη ενέργεια από την ψυκτική μονάδα απορρόφησης θα προκύπτει λοιπόν ως άθροισμα των δύο αυτών ποσών ενέργειας:

$$W_{\text{ΟΛΙΚΟ}}(i) = W_{\text{ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ}}(i) + W_{\text{ΣΤΑΘΕΡΟΠΟΙΗΣΗΣ}}(i) = W_{\text{abs,total}}(i) \quad (4.34)$$

Η απαιτούμενη θερμική ισχύς για τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης, $W_{th,abs}$, υπολογίζεται με ανάλογο τρόπο του υπολογισμού της ψυκτικής ισχύος, $W_{abs,total}(i)$. Η συνάρτηση που αντιπροσωπεύει την καταναλισκόμενη θερμική ισχύ είναι:

$$Q_{th,abs}(t) = \sigma \cdot \left[0.16 \cdot \left(\frac{Q_{abs}(t)}{Q_{abs,N}} \right)^2 + 0.7618 \cdot \left(\frac{Q_{abs}(t)}{Q_{abs,N}} \right) + 0.076244 \right] \cdot Q_{th,abs,N} \quad (4.35)$$

Η στιγμιαία απαίτηση ισχύος κατά το χρονικό διάστημα εξέλιξης του μεταβατικού φαινομένου σε αυτή την περίπτωση είναι η:

$$Q_{th,abs}(t) = 1.6244 \cdot \left[0.16 \cdot (y(t))^2 + 0.7618 \cdot y(t) + 0.076244 \right] \cdot Q_{th,abs,N} \Rightarrow \quad (4.36)$$

$$Q_{th,abs}(i) = g[Q_{abs}(i), Q_{abs}(i+1)]$$

όπου $y(t)$ η κατάλληλη συνάρτηση περιγραφής της μετάβασης (φόρτισης ή αποφόρτισης).

Περιγραφή βημάτων κατά τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος

Βάσει της μεθοδολογίας που προηγήθηκε (Εξ. (4.31)-(4.36)) υπολογίζεται η συνολική αποδιδόμενη ψυκτική ενέργεια και η αντίστοιχη απαιτούμενη θερμική ενέργεια για τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης.

Δεδομένης της ηλεκτρικής ισχύος την οποία αποδίδει η γεννήτρια κάθε χρονική στιγμή, η θερμική ισχύς που ανακτάται από το σύστημα συμπαραγωγής και προσδίδεται στο δοχείο αποθήκευσης θερμότητας, $Q_{th}^{M\Sigma}$, προσδιορίζεται από την Εξ. (3.1).

Η καταναλισκόμενη θερμική ισχύς καυσίμου, $Q_f^{M\Sigma}$, στην αεριομηχανή δίνεται από την Εξ. (3.2).

Η ωριαία μεταβολή της θερμοκρασίας, T_0 , για την τυπική ημέρα κάθε μήνα μοντελοποιείται με την Εξ. (3.43).

Ο συντελεστής συμπεριφοράς των ψυκτικών συγκροτημάτων συμπίεσης ατμών ψυκτικού μέσου, COP_{ch} , ορίζεται συναρτήσει της θερμοκρασίας περιβάλλοντος μέσω της Εξ. (3.39).

Δεδομένης της ψυκτικής ισχύος που αποδίδουν τα ψυκτικά συγκροτήματα συμπίεσης, $Q_{ch,el}$, και του συντελεστή συμπεριφοράς τους, COP_{ch} , η απαιτούμενη κατανάλωση ηλεκτρικής ισχύος για τη λειτουργία τους, $P_{ch,el}$, υπολογίζεται μέσω της Εξ. (3.40).

Οι θερμοκρασίες της δεξαμενής αποθήκευσης θερμότητας, T , και του δοχείου αδράνειας ψύξης, T_{ch} , προκύπτουν ως εξαρτημένες μεταβλητές από τη λύση διαφορικών εξισώσεων που αποτελούν εφαρμοσμένες εκφράσεις του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου, βάσει των Εξ. (4.29) και (4.30).

Για δεδομένη τιμή θερμικής ισχύος αποδιδόμενη από τους λέβητες του ενεργειακού συστήματος, Q_{th}^{Λ} , σε κάθε διάστημα i , η καταναλισκόμενη θερμική ισχύς καυσίμου, Q_f^{Λ} , στους λέβητες υπολογίζεται μέσω της Εξ. (3.4).

Για δεδομένες τις τιμές της αποδιδόμενης ηλεκτρικής ισχύος από τη γεννήτρια, της καταναλισκόμενης ηλεκτρικής ισχύος από τους ψύκτες συμπίεσης και των κτιριακών ηλεκτρικών απαιτήσεων, και βάσει του ισοζυγίου της ηλεκτρικής ισχύος που ορίζεται μέσω

των Εξ. (3.41) και Εξ. (3.42), υπολογίζεται η ηλεκτρική ισχύς που παρέχεται από το δίκτυο, $P_{eb}(i)$, ή στο δίκτυο, $P_{es}(i)$, αντίστοιχα.

Τα μεγέθη που μεταβάλλονται δυναμικά είναι η θερμοκρασία της δεξαμενής αποθήκευσης θερμότητας, T , η θερμοκρασία του δοχείου αδράνειας ψύξης, T_{ch} , και η αποδιδόμενη ψυκτική ισχύς της μονάδας απορρόφησης, Q_{abs} . Για λόγους συνέχειας η τιμή του τελευταίου στοιχείου (στοιχείου $L+1$) κάθε ενός εκ των προαναφερθέντων μεγεθών για κάποιο μήνα, αποτελεί την τιμή του πρώτου στοιχείου του διανύσματος του αντίστοιχου μεγέθους για τον επόμενο στη σειρά μήνα που πρόκειται να μελετηθεί.

4.4 Συνοπτική Περιγραφή του Κώδικα Αριθμητικής Επίλυσης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

4.4.1 Εισαγωγή

Στόχος της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι ο προσδιορισμός του βέλτιστου σημείου λειτουργίας για κάθε χρονικό διάστημα, ώστε να ελαχιστοποιηθεί τελικά η αντικειμενική συνάρτηση. Με δεδομένες τις τιμές των τεχνικών μεγεθών που εξαρτώνται από την κατασκευή, τη λειτουργία και τα ονομαστικά χαρακτηριστικά του συστήματος πραγματοποιούνται δοκιμές από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης για διάφορες αποδεκτές τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών, δηλαδή τιμές εντός των ορίων που δίνονται από τον χρήστη. Έτσι υπολογίζονται επαναληπτικά οι τιμές των εξαρτημένων μεταβλητών, και τελικά της αντικειμενικής συνάρτησης, μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη κατάσταση λειτουργίας για κάθε χρονική περίοδο.

Στην ενότητα αυτή περιγράφεται ο κώδικας αριθμητικής επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης. Αρχικά παρουσιάζονται οι γενικές αρχές της μεθόδου αναζήτησης βέλτιστου σημείου μέσω αλγορίθμου βελτιστοποίησης. Στη συνέχεια ο αναγνώστης εισάγεται στις βασικές αρχές που χρησιμοποιήθηκαν όσον αφορά τη μορφοποίησή του και τη μεθοδολογία καταχώρησης παραγώγων (σημαντικό κεφάλαιο στη θεωρία μη γραμμικού προγραμματισμού). Τέλος, σημειώνονται κάποια βασικά σημεία κατά την κατάστρωση του κώδικα και τη 'συνεργασία' του με το λογισμικό SNOPT.

4.4.2 Επεξήγηση μεθόδου αναζήτησης βέλτιστου σημείου μέσω αλγορίθμου βελτιστοποίησης

Σύμφωνα με όσα έχουν ήδη αναφερθεί, για να υπολογισθεί η αντικειμενική συνάρτηση απαιτείται να δοθούν τιμές στις ανεξάρτητες μεταβλητές (οι οποίες να βρίσκονται εντός των ορίων που αναφέρονται στους περιορισμούς) και εν συνεχεία να εφαρμοστούν οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν τη λειτουργία του συστήματος.

Με τη βοήθεια του μαθηματικού αλγορίθμου βελτιστοποίησης δίνονται τιμές στις ανεξάρτητες μεταβλητές και υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση. Εφαρμόζεται επαναληπτική διαδικασία ώστε να προσδιορισθεί το σύνολο ανεξάρτητων μεταβλητών που ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση και επομένως το βέλτιστο σημείο λειτουργίας του συστήματος.

Η αριθμητική διαδικασία επίλυσης του προβλήματος πραγματοποιείται στη συγκεκριμένη μελέτη με τη βοήθεια του λογισμικού βελτιστοποίησης SNOPT. Το λογισμικό αυτό έχει αναπτυχθεί στη γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN και επιλύει μη γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης με ισοτικούς και ανισοτικούς περιορισμούς.

Όλοι οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που καλούνται να επιλύσουν δύσκολα μη γραμμικά προβλήματα (SQP, GRG) αναζητούν ένα βέλτιστο διάνυσμα μεταβλητών, έστω x ,

με μια επαναληπτική διαδικασία παρόμοια με τη μέθοδο Newton. Έστω λοιπόν $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ το διάνυσμα των περιορισμών και της αντικειμενικής συνάρτησης στο \mathbf{x} . Το διάνυσμα $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ θα δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T \quad (4.37)$$

για ένα \mathbf{x}_0 κοντά στο \mathbf{x} όπου:

$\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)$ η κλίση της $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ στο \mathbf{x}_0 .

Για n αριθμό περιορισμών, συμπεριλαμβανομένης και της αντικειμενικής συνάρτησης, και m αριθμό μεταβλητών, η κλίση $\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)$ αποτελεί έναν πίνακα G διαστάσεων $m \times n$, που κάθε στοιχείο του μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$G_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \text{ με } i = 1, \dots, n \text{ και } j = 1, \dots, m \quad (4.38)$$

Έστω ότι ο στόχος μας είναι η εύρεση του βέλτιστου διανύσματος \mathbf{x} . Θα πρέπει να ισχύει $\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, συνθήκη που εξασφαλίζει την ικανοποίηση των περιορισμών και αποτελεί παράλληλα τη συνθήκη ακροτάτου της αντικειμενικής συνάρτησης.

Παραγωγίζοντας την Εξ. (4.37) προκύπτει λοιπόν:

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \nabla (\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T) \Rightarrow \\ \mathbf{x} &= \mathbf{x}_0 - \frac{\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)}{\nabla^2 \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)} \end{aligned} \quad (4.39)$$

Στη σχέση αυτή ο πίνακας $\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)$ αποτελεί τον Ιακωβιανό πίνακα του προβλήματος και ο $\nabla^2 \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)$ τον πίνακα Hess του προβλήματος.

Μέσω της Εξ. (4.39) πραγματοποιείται μια επαναληπτική διαδικασία εύρεσης ολοένα ευνοϊκότερων σημείων από την ακολουθία:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} - \frac{\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)}{\nabla^2 \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1})} \quad (4.40)$$

4.4.3 Μορφοποίηση προβλήματος βελτιστοποίησης για την επίλυση με το λογισμικό SNOPT

Έστω $F_0(\mathbf{x}) = F_{obj}(\mathbf{x})$ η αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος με n περιορισμούς $F_i(\mathbf{x})$ ($i = 1, \dots, n$). Προκύπτει έτσι ένα διάνυσμα με $n+1$ συνιστώσες με τους αντίστοιχους περιορισμούς:

$$\mathbf{l}_F \leq \begin{bmatrix} F_0(\mathbf{x}) \\ F_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ F_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \leq \mathbf{u}_F \quad (4.41)$$

όπου \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των m μεταβλητών, με τους αντίστοιχους περιορισμούς:

$$\mathbf{l}_x \leq \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \leq \mathbf{u}_x \quad (4.42)$$

όπου \mathbf{l}_x , \mathbf{u}_x είναι τα σταθερά κάτω και άνω όρια αντίστοιχα των ανεξάρτητων μεταβλητών, \mathbf{l}_F , \mathbf{u}_F είναι τα σταθερά κάτω και άνω όρια αντίστοιχα των περιορισμών, $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ είναι το διάνυσμα των ομαλών γραμμικών και μη, συναρτήσεων περιορισμών $\{F_i(\mathbf{x})\}$ και $F_0(\mathbf{x})$ είναι το στοιχείο του \mathbf{F} που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί (αντικειμενική συνάρτηση).

Τα άνω και κάτω όρια καθορίζουν τους γενικούς περιορισμούς του προβλήματος. Συνοπτικά, το πρόβλημα βελτιστοποίησης πρέπει να έχει την ακόλουθη μορφή:

$\begin{aligned} &\text{minimize } F_{obj}(\mathbf{x}) \\ &\text{Subject to } \mathbf{l}_x \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}_x, \mathbf{l}_F \leq \mathbf{F}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{u}_F \end{aligned}$	(4.43)
---	--------

4.4.4 Μεθοδολογία καταχώρησης παραγώγων

Η θεωρία μη γραμμικού προγραμματισμού βασίζεται ως επί το πλείστον στην ύπαρξη των πρώτων παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών ως προς τις μεταβλητές του προβλήματος.

Σε κάθε περίπτωση προβλήματος βελτιστοποίησης με πολλές μεταβλητές ενδείκνυται να παρέχουμε στο πρόβλημα τις μερικές παραγώγους – στοιχεία του Ιακωβιανού (Jacobian) πίνακα, κάτι που είναι δυνατό μόνο για συνεχείς συναρτήσεις. Η εισαγωγή των μερικών παραγώγων επιταχύνει τη λύση του προβλήματος, αυξάνει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων και είναι απαραίτητη στα προβλήματα δυναμικής βελτιστοποίησης με αλγορίθμους μη γραμμικού προγραμματισμού.

Ένα σημαντικό μέρος της διαδικασίας επίλυσης του προβλήματος συνιστάται στην γραφή κάθε στοιχείου του διανύσματος των περιορισμών στη μορφή:

$$f_i(x) = g_i(x) + \sum_{j=1}^m A_{ij} \cdot x_j \quad (4.44)$$

Ο πρώτος όρος της εξίσωσης περιλαμβάνει το μη γραμμικό μέρος του περιορισμού i , $g_i(x)$, και ο δεύτερος όρος περιλαμβάνει το γραμμικό μέρος, όπως φαίνεται. Πρέπει να σημειωθεί πως σε κάθε περιορισμό μια μεταβλητή x_j μπορεί να ανήκει ή στο ένα μέρος ή στο άλλο, αλλά όχι και στα δύο. Δηλαδή, αν μια μεταβλητή εμφανίζεται σε μη γραμμική μορφή έστω και σε έναν όρο του περιορισμού, τότε εντάσσεται στην κατηγορία των 'μη γραμμικών' μεταβλητών, ακόμα και αν σε άλλους όρους της συνάρτησης εισάγεται γραμμικά.

Με τον τρόπο αυτό ορίζονται δύο πίνακες που αν προστεθούν παράγουν τον Ιακωβιανό: ο πίνακας A στον οποίο καταχωρούνται οι σταθερές τιμές του Ιακωβιανού και ο πίνακας G που περιλαμβάνει τα στοιχεία του Ιακωβιανού που έχουν μεταβλητές. Ο A όμως έχει ήδη οριστεί (ορίζεται μία φορά μονάχα πριν το κάλεσμα του αλγορίθμου βελτιστοποίησης) και έτσι μειώνεται κατά πολύ ο χρόνος υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα.

Από την άλλη πλευρά το στοιχείο G_{ij} του πίνακα G είναι το $\frac{\partial g_i(x)}{\partial x_j}$ και μπορεί να

οριστεί αναλυτικά, μειώνοντας ακόμα τον χρόνο επίλυσης και αυξάνοντας την ακρίβεια του αποτελέσματος.

Η θέση που καταλαμβάνει στον Ιακωβιανό πίνακα κάθε στοιχείο δηλώνεται αυστηρά και θα πρέπει ένα μη μηδενικό στοιχείο που ανήκει στον A να αντιστοιχεί σε θέση του G που καταλαμβάνει μόνο μηδενικό στοιχείο και αντίστροφα.

Οι σχετικοί υπολογισμοί διευκολύνονται με την αύξηση των σταθερών όρων του Ιακωβιανού πίνακα. Οι σταθεροί όροι προκύπτουν είτε από γραμμικές εξισώσεις είτε από περιορισμούς που εξαρτώνται από όσο γίνεται λιγότερες μεταβλητές, οπότε η παράγωγος αυτών ως προς τις μεταβλητές που δεν εμπεριέχονται στους περιορισμούς θα είναι μηδενικές.

4.4.5 Περιγραφή του κώδικα αριθμητικής επίλυσης

Η ενότητα αυτή έχει σκοπό να συγκεντρώσει τα βασικά βήματα που απαιτούνται για την κατάστρωση του κώδικα και τη συνεργασία του με το λογισμικό βελτιστοποίησης SNOPT.

Ο χρήστης πρέπει να παρέχει στο λογισμικό τις ακόλουθες πληροφορίες για το πρόβλημα:

1. Τον αριθμό των συναρτήσεων (περιορισμών και αντικειμενικής) F που απαρτίζουν το πρόβλημα βελτιστοποίησης (με την παραμέτρο nF).
2. Τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών x του προβλήματος (με την παραμέτρο n).
3. Την εκάστοτε σειρά στην οποία καταχωρείται η αντικειμενική συνάρτηση (με την παραμέτρο $ObjRow$).
4. Τα άνω και κάτω όρια των x , F . Τα άνω και κάτω όρια της αντικειμενικής συνάρτησης θα πρέπει να επιλεγούν έτσι ώστε να μην αποκλείονται αποδεκτές λύσεις. Ειδικές τιμές χρησιμοποιούνται για να υποδηλώσουν την απουσία ορίων ($l_j = -\infty$ ή $u_j = +\infty$ για κάποιο j). Περιορισμοί που έχουν σταθερή τιμή ορίζονται θέτοντας στα άνω και κάτω όριά τους την ίδια τιμή.
5. Ένα αρχικό σημείο εκκίνησης της αναζήτησης της βέλτιστης τιμής.

6. Τον πίνακα που αποτελεί τις σταθερές τιμές του Ιακωβιανού (ορίζοντας συντεταγμένες και τιμή) ορίζεται μία φορά μονάχα πριν το κάλεσμα του λογισμικού βελτιστοποίησης και έτσι μειώνεται κατά πολύ ο χρόνος υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα (ο πίνακας A σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε στην Ενότητα 4.4.4).
7. Τον αριθμό των στοιχείων του πίνακα A.
8. Τις συντεταγμένες των στοιχείων του Ιακωβιανού που έχουν μεταβλητές (ο πίνακας G σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε στην Ενότητα 4.4.4).
9. Τον αριθμό των στοιχείων του πίνακα G.
10. Το υποπρόγραμμα (subroutine usrfun) που να καθορίζει τις τιμές και τις παραγώγους των μη γραμμικών μερών των συναρτήσεων του προβλήματος. Η ενέργεια αυτή παρέχει τη μέγιστη αξιοπιστία για τα αποτελέσματα και αντιστοιχεί στην προκαθορισμένη ρύθμιση Derivative option=1.

Επίσης, πριν από οποιαδήποτε κλήση του SNOPT, θα πρέπει να καλείται η υπορουτίνα snInit. Η υπορουτίνα snInit καθορίζει τα αρχεία PRINT και SUMMARY, τυπώνει τίτλους για τα δύο αρχεία και θέτει τον προσδιορισμό των παραμέτρων που είναι απροσδιόριστες από το χρήστη. Κάθε διεπιφάνεια SNOPT θα ελέγξει στη συνέχεια τις παραμέτρους και σε όσες δεν έχουν προσδιορισθεί θα δοθούν οι προκαθορισμένες τιμές (default values).

Εάν επιθυμείται η αλλαγή τιμών μίας ή περισσότερων παραμέτρων του SNOPTA, ο χρήστης μπορεί να καλέσει μία ή περισσότερες ρουτίνες καθορισμού επιλογών. Σε αυτή την περίπτωση, μια τυπική κλήση θα έχει την παρακάτω μορφή:

```
call snInit (iPrint,iSumm,...)
call snSpec (... )
call snSet (... )
call snoptA (Start,neF,n,...)
```

όπου το snSpec διαβάζει ένα αρχείο που περιέχει τις προκαθορισμένες τιμές των παραμέτρων και το snSet καθορίζει διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους αυτές.

Το λογισμικό βελτιστοποίησης μετατρέπει τους γενικούς περιορισμούς σε ισότητες εισάγοντας ένα σύνολο βοηθητικών μεταβλητών (slack variables) s , όπου $s = (s_1, s_2, \dots, s_m)^T$. Οι μεταβλητές μπορούν να εισάγονται στον κώδικα με οποιαδήποτε σειρά, ανεξάρτητα από το αν εμφανίζονται γραμμικά ή όχι στην αντικειμενική συνάρτηση ή στους περιορισμούς, όπως και οι περιορισμοί.

Το λογισμικό απαιτεί την περιγραφή της μορφής, ή αλλιώς την καταγραφή των θέσεων των μη μηδενικών στοιχείων του Ιακωβιανού πίνακα G, $G_{ij}(\mathbf{x})$. Αυτό παίρνει τη μορφή ενός καταλόγου των συντεταγμένων $\{i,j\}$ των στοιχείων αυτών. Το k-οστό στοιχείο καθορίζεται από τους πίνακες iGfun(k) και jGvar(k). Δηλαδή, εάν $i=iGfun(k)$ και $j=jGvar(k)$, τότε στο στοιχείο G(k) έχει καταχωρηθεί το στοιχείο $G_{ij}(\mathbf{x})$, που αποτελεί το $\{i,j\}$ -οστό στοιχείο του πίνακα $\nabla F(\mathbf{x})$. Οι συντεταγμένες των μηδενικών στοιχείων δεν είναι απαραίτητο να συμπεριληφθούν.

Ιδανικό θα ήταν ο χρήστης να παρέχει και τα στοιχεία του πίνακα G. Ως συμβιβασμό, το λογισμικό επιτρέπει στον χρήστη να εισάγει όσες παραγώγους αυτός επιθυμεί. Μη προσδιορισμένες παράγωγοι μπορούν να εκτιμηθούν μέσω πεπερασμένων διαφορών από το λογισμικό (μία από τις δυνατότητες του SNOPT που ενεργοποιείται θέτοντας την παράμετρο Derivative Option ίση με μηδέν). Στην περίπτωση που οι παράγωγοι προσεγγισθούν από το snOptA, οι συντεταγμένες των στοιχείων που καταχωρούνται στον πίνακα G μπορούν να

υπολογισθούν αυτομάτως καλώντας το υποπρόγραμμα snJac. Προτείνεται η δήλωση των συντεταγμένων του G, ακόμα και αν δε δηλωθούν οι αναλυτικές παράγωγοι.

Τα στοιχεία του G μπορούν να αποθηκευθούν με οποιαδήποτε σειρά (είτε διαβάζοντάς τα κατά σειρά, είτε κατά στήλη). Αν οι τιμές των στοιχείων του Ιακωβιανού πίνακα εισάγονται από το χρήστη στην υπορουτίνα usrfun, είναι αναγκαίο τα στοιχεία να εισαχθούν στην ίδια σειρά με την οποία εισήχθησαν και οι συντεταγμένες τους $\{i,j\}$.

4.4.6 Ξεχωριστά σημεία μοντελοποίησης του υπό μελέτη προβλήματος

Η έκταση του τελικού προγράμματος που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης ανέρχεται σε τάξη μεγέθους των 2500 γραμμών κώδικα σε προγραμματιστικό περιβάλλον FORTRAN. Στη συνέχεια καταγράφονται τα ξεχωριστά σημεία που αντιμετωπίστηκαν στο υπο μελέτη πρόβλημα και περιγράφεται η αντιμετώπισή τους.

4.4.6.1 Αντιμετώπιση της δυναμικής διάστασης λόγω μοντελοποίησης των μεταβατικών φαινομένων

Το λογισμικό SNOPT που χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση του προβλήματος δεν ενδείκνυται για την επίλυση δυναμικών προβλημάτων. Για το λόγο αυτό, συντάχθηκε κατάλληλη υπορουτίνα (ON/OFF_TRANSITION) προκειμένου να γίνει δυνατή η επίλυση του προβλήματος ακόμη και μετά τη μοντελοποίηση των μεταβατικών φαινομένων που εισάγουν δυναμική διάσταση στο πρόβλημα.

Το υποπρόγραμμα αυτό χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των μεγεθών που περιγράφουν τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης σε κάθε διάστημα. Μερικά από τα μεγέθη αυτά είναι ο χρόνος μετάβασης κατά τη μεταβολή φόρτισής της, η καταναλισκόμενη θερμική ενέργεια και η αποδιδόμενη ψυκτική ενέργεια κατά τα μεταβατικά φαινόμενα κ.α. Το υποπρόγραμμα 'ανταλλάσει' στοιχεία με το υποπρόγραμμα usrfun και το υποπρόγραμμα που υπολογίζει την αντικειμενική συνάρτηση.

Πιο συγκεκριμένα, η υπορουτίνα δέχεται ως είσοδο (όρισμα εισόδου) το διάνυσμα $Q_{abs}(i)$ ($L+1$ στοιχείων - ανεξάρτητων μεταβλητών). Σε κάθε διάστημα το πρόγραμμα ελέγχει αν το φορτίο διατηρείται σταθερό ή αν πραγματοποιείται φόρτιση ($Q_{abs}(i) < Q_{abs}(i+1)$) ή αποφόρτιση ($Q_{abs}(i) > Q_{abs}(i+1)$). Αν το φορτίο διατηρείται σταθερό δεν σημειώνεται μεταβατικό φαινόμενο, αλλιώς ανάλογα με την περίπτωση που σημειώνεται χρησιμοποιείται και η κατάλληλη συνάρτηση για τη μοντελοποίηση της μετάβασης του αποδιδόμενου ψυκτικού φορτίου. Βάσει αυτής υπολογίζεται με αριθμητική ολοκλήρωση η αποδιδόμενη ενέργεια, όπως και η απαιτούμενη θερμική ενέργεια για την παραγωγή της κατά το μεταβατικό φαινόμενο. Το χρονικό διάστημα που διαρκεί η μετάβαση ορίζεται μονοσήμαντα βάσει των φορτίσεων της μονάδας στην αρχή και στο τέλος του διαστήματος. Η αναλυτική περιγραφή των μαθηματικών σχέσεων που χρησιμοποιούνται για τους υπολογισμούς αυτούς καταγράφεται στην Ενότητα 4.3.

4.4.6.2 Παρατηρήσεις για το υπό μελέτη πρόβλημα

Οι ανεξάρτητες μεταβλητές του συστήματος μεταβάλλονται κατά ασυνεχή τρόπο, αφού μπορούν να λάβουν τιμές μεταξύ δύο ορίων μη μηδενικών, λαμβάνουν και τη μηδενική τιμή, αλλά δεν μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή μεταξύ του μηδενός και του κάτω ορίου (το οποίο αντιστοιχεί στο τεχνικό όριο της μονάδας που περιγράφει η ανεξάρτητη μεταβλητή), όπως αναφέρθηκε και στην Παράγραφο 4.2.4. Γι' αυτό το λόγο η υπορουτίνα

βελτιστοποίησης SNOPTA, πρέπει να κληθεί δύο φορές. Η πρώτη κλήση θα ορίζει μηδενικά κάτω όρια για τις ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος. Όσες μεταβλητές μετά τη βελτιστοποίηση έλαβαν τιμές που παραβιάζουν το κάτω όριο τους χωρίς όμως να μηδενίζονται, θα πρέπει να μηδενιστούν από το χρήστη. Αυτό θα επιτευχθεί θέτοντας το άνω όριο τους ίσο με το μηδέν. Με αυτό τον τρόπο εξισώνουμε το άνω και κάτω όριο με τη μηδενική τιμή.

Στο υπό μελέτη πρόβλημα χρειάστηκε η σύνταξη κατάλληλου υποπρογράμματος (DATASET) για την καταγραφή των ενεργειακών απαιτήσεων, της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος, της θερμοκρασίας του χώρου εγκατάστασης του ενεργειακού συστήματος του ιδρύματος και του αριθμού των διαστημάτων διακριτοποίησης στα οποία χωρίζεται ο κάθε μήνας του χρόνου.

Η αντικειμενική συνάρτηση καταγράφεται σε ξεχωριστό υποπρόγραμμα (OBJFU) που συνεργάζεται με το υποπρόγραμμα usrfun και επίσης συντάχθηκε κατάλληλο υποπρόγραμμα για τον υπολογισμό των μεγεθών που περιγράφουν τη λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης σε κάθε διάστημα, για το οποίο γίνεται ιδιαίτερη αναφορά στο Εδάφιο 4.4.6.1.

Σύμφωνα με την Παράγραφο 4.4.4, ο χρήστης πρέπει να παρέχει στο λογισμικό τον πίνακα A και τις συντεταγμένες του πίνακα G. Οι πίνακες αυτοί ορίζονται μία φορά μονάχα πριν την κλήση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης.

Είναι προφανές πως δεν είναι δυνατή η εκ των προτέρων γνώση της θέσης του μέγιστου στοιχείου ενός ανεξάρτητου διανύσματος μεταβλητών. Συνεπώς δεν ήταν δυνατή η μοντελοποίηση του κόστους της ηλεκτρικής ενέργειας βάσει του τιμολογίου της ΔΕΗ:

$$K_{el} = \left(0.07166 \cdot W_{eb} + 3.3113 \cdot \frac{\max\{P_{eb}\} \cdot 0.85}{\cos\phi} \right) \cdot \left(1 + \frac{\Phi\text{ΠΑ}}{100} \right) \quad (4.45)$$

αφού για την εισαγωγή της συγκεκριμένης συνάρτησης θα έπρεπε να είναι γνωστή η θέση του μέγιστου στοιχείου της ανεξάρτητης μεταβλητής P_{eb} για να συμπληρωθεί με ακρίβεια ο πίνακας A. Για το λόγο αυτό επιλέχθηκε η αντικατάστασή της με την Εξ. (3.55).

Ένα ακόμη θέμα που αντιμετωπίστηκε ήταν ο μεγάλος αριθμός ανεξαρτήτων μεταβλητών που προέκυπτε με τη διακριτοποίηση της κάθε ημέρας του μήνα σε 24 διαστήματα. Η αδυναμία εύρεσης βέλτιστου σημείου από το λογισμικό σε αποδεκτό χρονικό διάστημα μας οδήγησε στη διατήρηση της διακριτοποίησης της ημέρας σε 9 διαστήματα και η προσέγγιση που είχε γίνει για τον προσδιορισμό της θερμοκρασίας περιβάλλοντος, η οποία χρησιμοποιήθηκε με επιτυχία σε προηγούμενη διπλωματική εργασία [Στυλιανόπουλος (2005)]. Κατά συνέπεια δεν εφαρμόστηκε η Εξ. (3.43) για τον υπολογισμό της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος.

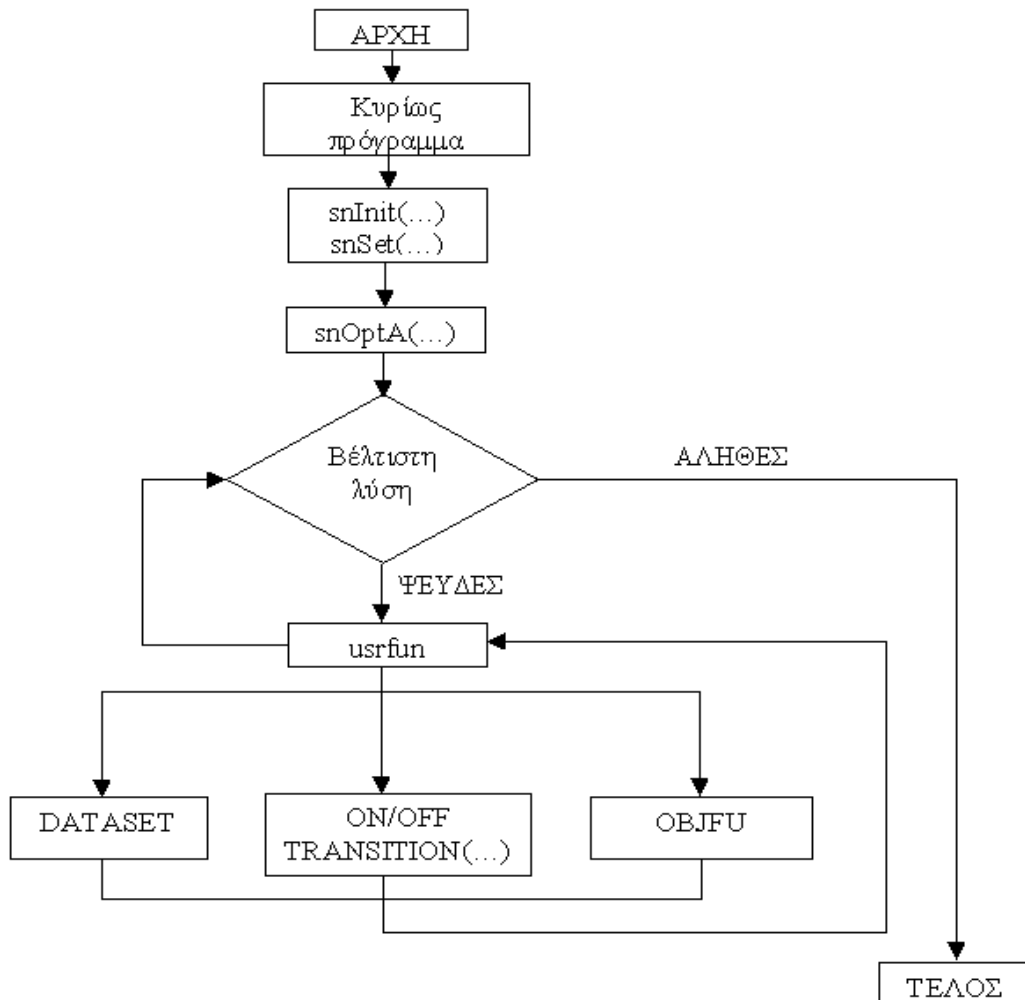
Τέλος, για να αντιμετωπισθεί η μεγάλη ασυνέχεια που εισήγαγε η Εξ. (3.29), η αρχική δευτεροβάθμια συνάρτηση περιγραφής της καταναλισκόμενης θερμικής ισχύος στη μονάδα απορρόφησης αντικαταστάθηκε με κατάλληλη συνάρτηση της μορφής:

$$Q_{th,abs} = f(Q_{abs}) = \frac{Q_{abs}}{COP(Q_{abs})} \quad (4.46)$$

Η συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζει μεγάλη ακρίβεια και δεν εισάγει ασυνέχεια στο πρόγραμμα για μηδενική τιμή της αποδιδόμενης ψυκτικής ισχύος της μονάδας απορρόφησης.

4.5 Διάγραμμα Ροής Προγράμματος

Το σχήμα που παρατίθεται στη συνέχεια παρουσιάζει τη γενική δομή του προγράμματος που καταστρώθηκε για την επίλυση του προβλήματος και ειδικότερα τη σειρά με την οποία καλούνται τα υποπρογράμματα που αναφέρθηκαν στην Ενότητα 4.4 από το κυρίως πρόγραμμα και από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης.



Σχήμα 4.4 Διάγραμμα ροής προγράμματος.

5

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ Ι.ΙΒ.Ε.Α.Α.

5.1 Εισαγωγή

Το παρόν κεφάλαιο αναλύει τα αποτελέσματα που προέκυψαν μέσω της βελτιστοποίησης.

Πιο συγκεκριμένα, η μελέτη που ακολουθεί κατατάσσει τους μήνες του έτους σε δύο κατηγορίες βάσει των θερμικών απαιτήσεων του κτιριακού συγκροτήματος. Το όριο που τίθεται για την κατηγοριοποίηση είναι η τιμή που αντιστοιχεί στη μέγιστη αποδιδόμενη θερμική ισχύ από τη μονάδα συμπαραγωγής.

Η μέγιστη θερμική ισχύς, $Q_{the,max}$, που μπορεί να αποδώσει το σύστημα συμπαραγωγής προκύπτει με αντικατάσταση του ονομαστικού φορτίου της γεννήτριας ($P_G = P_{G,N} = 539.357 \text{ kW}$) στην Εξ. (3.1) και ισούται με:

$$Q_{the,max} = 758.997 \text{ kW} \quad (5.1)$$

Οι μήνες Ιανουάριος-Μάρτιος και Νοέμβριος-Δεκέμβριος ανήκουν στην κατηγορία των μηνών με υψηλές θερμικές απαιτήσεις ($Q_{th}^K \geq Q_{the,max}$), ενώ οι υπόλοιποι μήνες κατατάσσονται στην κατηγορία των χαμηλών θερμικών απαιτήσεων.

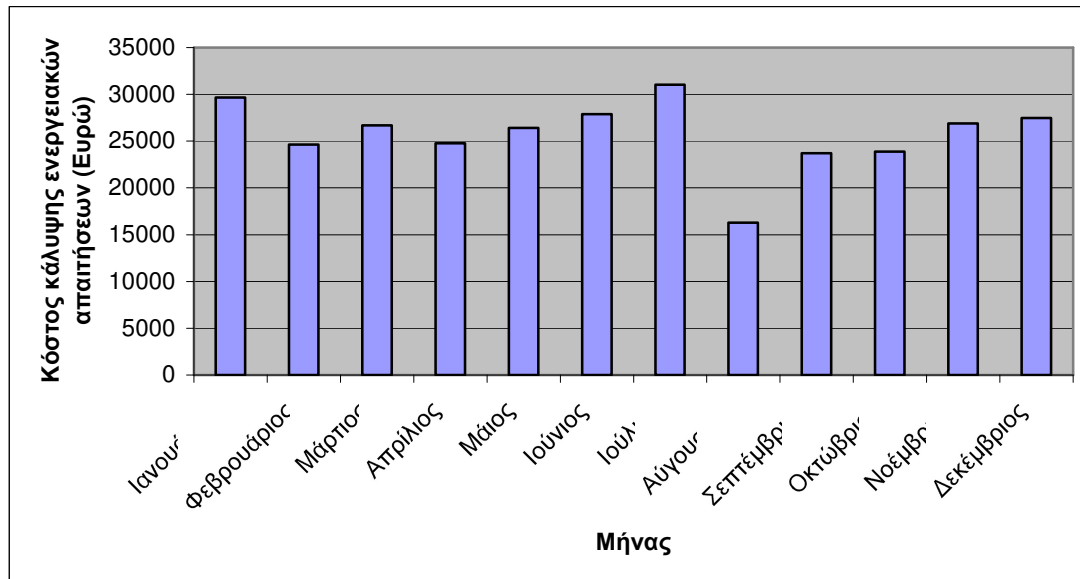
Η επόμενη ενότητα περιγράφει την κατανομή του κόστους για κάθε μήνα και παραθέτει τη γραφική απεικόνιση της κατανομής των μεταβλητών του προβλήματος κατά τη διάρκεια τυπικής εργάσιμης ημέρας κάθε μήνα του έτους. Στη συνέχεια γίνεται ένας γενικός έλεγχος του κατά πόσο η λύση που προκύπτει είναι όντως βέλτιστη, και σχολιάζονται τα αποτελέσματα ενός χαρακτηριστικού μήνα κάθε κατηγορίας. Στην τελευταία ενότητα πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας, δηλαδή μελέτη της επίδρασης που έχει στη βέλτιστη λύση η μεταβολή των τιμών χαρακτηριστικών παραμέτρων.

5.2 Βέλτιστο Σημείο Λειτουργίας για το Ονομαστικό Σύνολο Τιμών των Παραμέτρων

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος κατά την βελτιστοποίηση με το λογισμικό SNOPT.

Πίνακας 5.1 Βέλτιστο κόστος κάλυψης ενεργειακών αναγκών για ονομαστικές συνθήκες λειτουργίας.

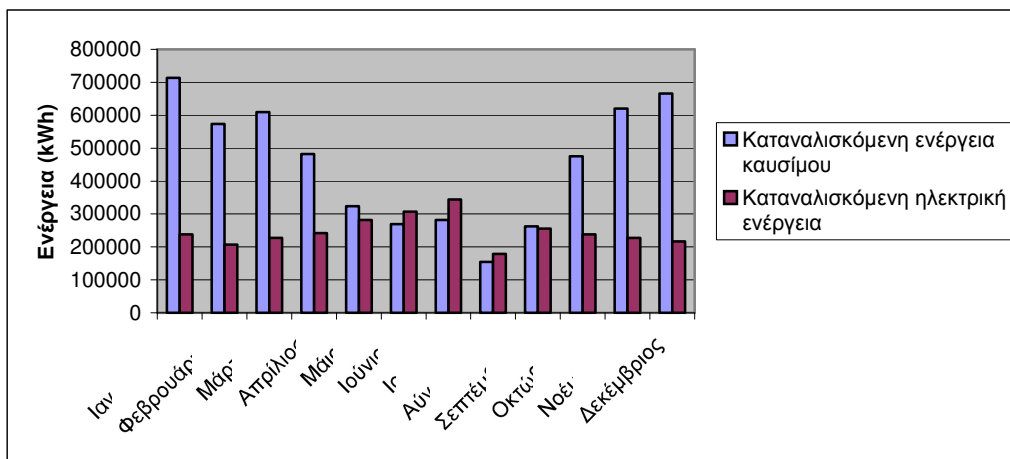
ΜΗΝΑΣ	ΚΟΣΤΟΣ (Ευρώ)						
	K_K	K_f	K_{el}	K_{maint}	K_{pers}	$K_{el,s}$	K_m
Ιανουάριος	2919,56	18677,06	4965,83	1042,04	2070,00	0,00	29674,49
Φεβρουάριος	2588,02	15035,04	4318,28	906,12	1800,00	0,00	24647,47
Μάρτιος	2996,26	15960,26	4750,13	996,73	1980,00	0,00	26683,37
Απρίλιος	2756,99	12655,09	6518,72	949,30	1890,00	0,00	24770,10
Μάιος	1979,37	8534,78	13143,37	675,32	2070,00	0,00	26402,84
Ιούνιος	1705,95	7125,49	16627,33	551,90	1890,00	0,00	27900,66
Ιούλιος	1822,61	7458,14	19208,96	578,10	1980,00	0,00	31047,80
Αύγουστος	983,97	4136,72	9759,87	316,46	1080,00	0,00	16277,02
Σεπτέμβριος	1617,45	6950,36	12788,71	540,90	1800,00	0,00	23697,42
Οκτώβριος	2781,14	12490,56	5532,21	998,13	2070,00	0,00	23872,04
Νοέμβριος	2899,84	16255,46	4749,98	996,73	1980,00	0,00	26882,01
Δεκέμβριος	2670,15	17437,25	4534,36	951,43	1890,00	0,00	27483,18
ΕΤΗΣΙΟ	27721,29	142716,20	106897,76	9503,15	22500,00	0,00	309338,40



Σχήμα 5.1 Γραφική απεικόνιση βέλτιστου μηνιαίου κόστους κάλυψης ενεργειακών αναγκών για ονομαστικές συνθήκες λειτουργίας.

Όπου:

K_m	το μηνιαίο κόστος λειτουργίας του συστήματος
K_K	το κόστος κεφαλαίου
K_f	το κόστος καυσίμου
K_{el}	το κόστος ηλεκτρικής ενέργειας
K_{maint}	το κόστος συντήρησης
K_{pers}	το κόστος υπερωριών
$K_{el,s}$	το κέρδος από την πώληση ηλεκτρικής ενέργειας.



Σχήμα 5.2 Γραφική απεικόνιση μηνιαίας κατανάλωσης ισχύος καυσίμου και ηλεκτρικής ισχύος για ονομαστικές συνθήκες λειτουργίας.

Παρατηρώντας τον πίνακα των αποτελεσμάτων καθίσταται σαφές ότι σε καμία περίπτωση λειτουργίας της μονάδας συμπαραγωγής δε διατίθεται ηλεκτρική ενέργεια στο δίκτυο, γεγονός που οφείλεται στην αυξημένη ζήτηση ηλεκτρικής ισχύος σε σχέση με τη μέγιστη δυνατή που μπορεί να αποδώσει η μονάδα συμπαραγωγής. Επομένως, υπό τις παρούσες συνθήκες, δεν υπάρχει περίπτωση διάθεσης ηλεκτρικής ενέργειας στο δίκτυο.

Σχετικά με την ψυκτική μονάδα απορρόφησης, η ονομαστική ψυκτική ισχύς είναι δραματικά μειωμένη λόγω της χαμηλής θερμοκρασίας εισόδου του θερμού νερού. Ακόμα και στις περιόδους χαμηλής θερμικής ζήτησης, όπου υπάρχει η δυνατότητα τροφοδότησής της από τη μονάδα συμπαραγωγής, δεν ενδείκνυται η λειτουργία της μηχανής στη μέγιστη ισχύ της διότι η θερμική ισχύς που θα περίσσευε, αν λειτουργούσε στις ονομαστικές συνθήκες δεν θα ήταν αρκετή ώστε να χρησιμοποιηθεί αποδοτικά στη μονάδα απορρόφησης. Τα γεγονότα αυτά καθιστούν τη λειτουργία της απαγορευτική τόσο από οικονομικής όσο και από τεχνικής απόψεως.

Η μηνιαία καταναλισκόμενη ισχύς ηλεκτρικής ενέργειας εμφανίζει σταδιακή άνοδο κατά τους θερινούς μήνες, γεγονός που οφείλεται στην αύξηση των ψυκτικών φορτίων. Η μη χρησιμοποίηση της μονάδας απορρόφησης συνεπάγεται την κάλυψη όλου του ψυκτικού φορτίου από τους ψύκτες συμπίεσης, επομένως η αύξηση της κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας είναι αναπόφευκτη.

Αντίθετα, είναι ξεκάθαρο ότι η λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής επιφέρει σημαντική εξοικονόμηση χρημάτων. Το γεγονός ότι τα ηλεκτρικά φορτία του κτιρίου είναι 14 ώρες την ημέρα υψηλότερα από το ονομαστικό της μηχανής, και επιπλέον η ύπαρξη

αυξημένων αναγκών σε θερμική ισχύ, ιδίως κατά τους χειμερινούς μήνες, καθιστούν τη λειτουργία της μηχανής συμπαραγωγής στο 100 % επιβεβλημένη, για αρκετές ώρες ημερησίως.

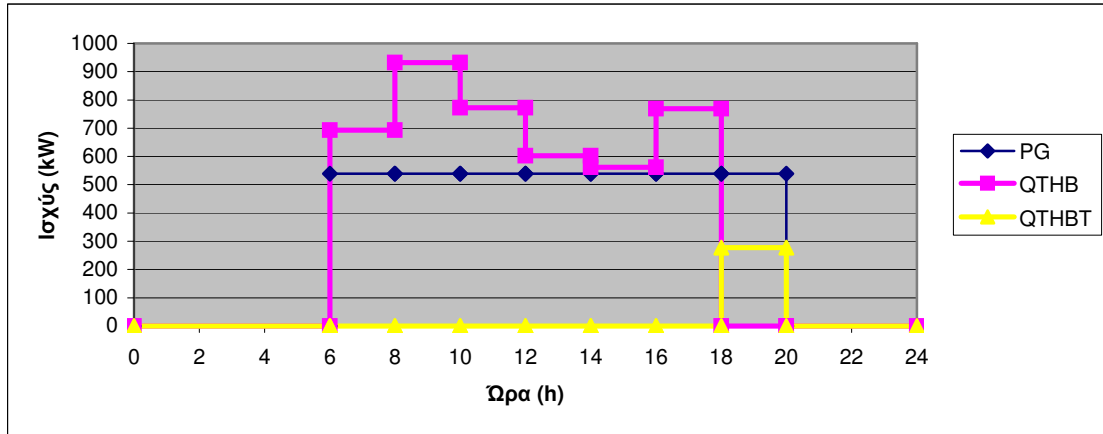
Την αντίστροφη πορεία του κόστους ηλεκτρικής ενέργειας εμφανίζει το κόστος καυσίμου, το οποίο από υψηλές τιμές στους χειμερινούς μήνες πέφτει σε χαμηλότερες κατά τους θερινούς.

Τα κόστη συντήρησης και κεφαλαίου εξαρτώνται από τις ώρες και το επίπεδο λειτουργίας της μηχανής, συνεπώς μεταβάλλονται κατά τον ίδιο τρόπο.

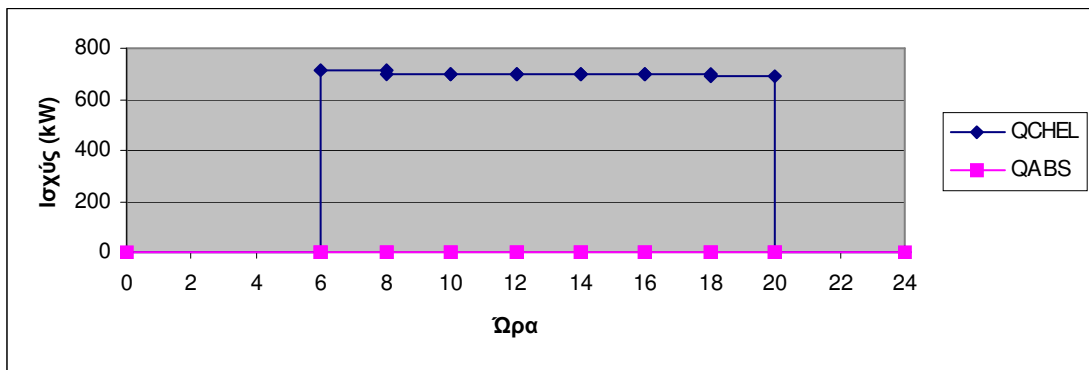
Σημειώνεται ότι το μειωμένο κόστος κάλυψης ενεργειακών αναγκών που εμφανίζει ο μήνας Αύγουστος οφείλεται στην παραδοχή ότι κατά την περίοδο αυτή το κτίριο υπολειτουργεί λόγω θερινών διακοπών.

Στη συνέχεια παρατίθεται η γραφική απεικόνιση της κατανομής των ανεξάρτητων μεταβλητών του προβλήματος, όπως και των χαρακτηριστικών εξαρτημένων μεταβλητών, δηλαδή των θερμοκρασιών του αποθηκευμένου νερού στα δοχεία αποθήκευσης θερμικής και ψυκτικής ενέργειας, για τυπική εργάσιμη ημέρα κάθε μήνα του έτους.

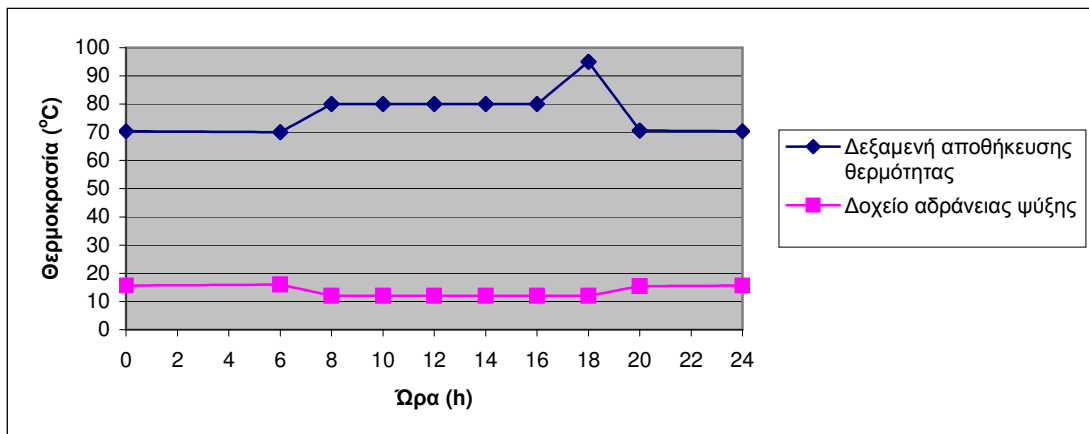
Ιανουάριος



Σχήμα 5.3: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιανουαρίου.

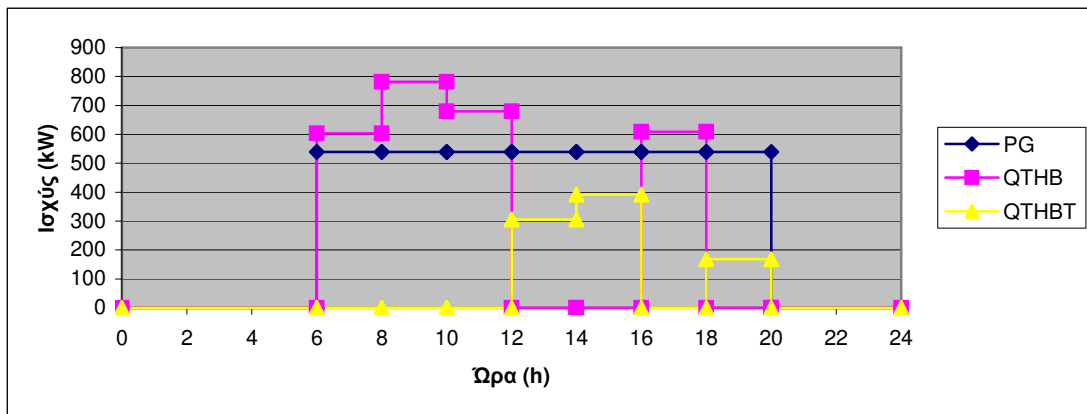


Σχήμα 5.4: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιανουαρίου.

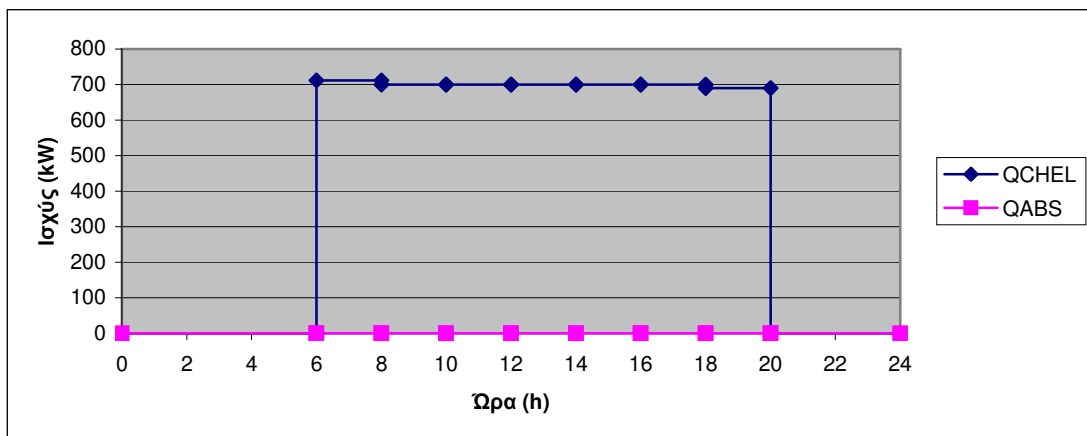


Σχήμα 5.5: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιανουαρίου.

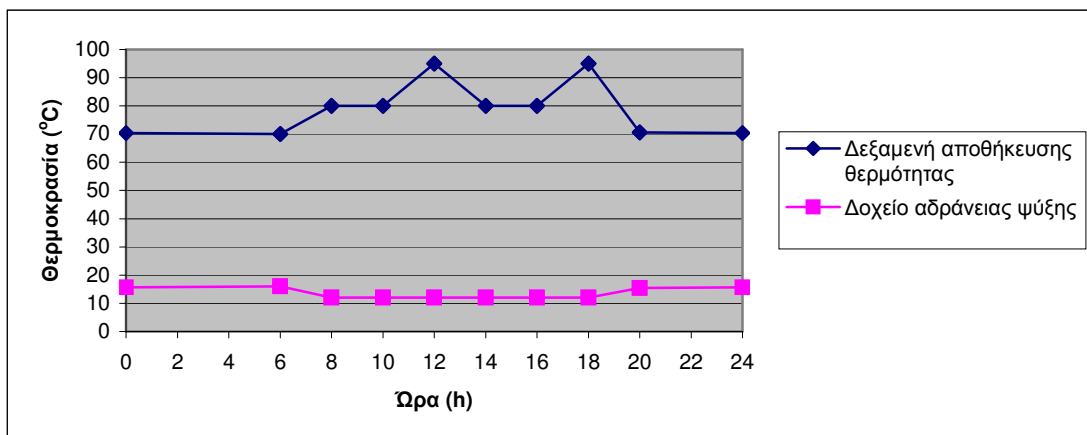
Φεβρουάριος



Σχήμα 5.6: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Φεβρουαρίου.

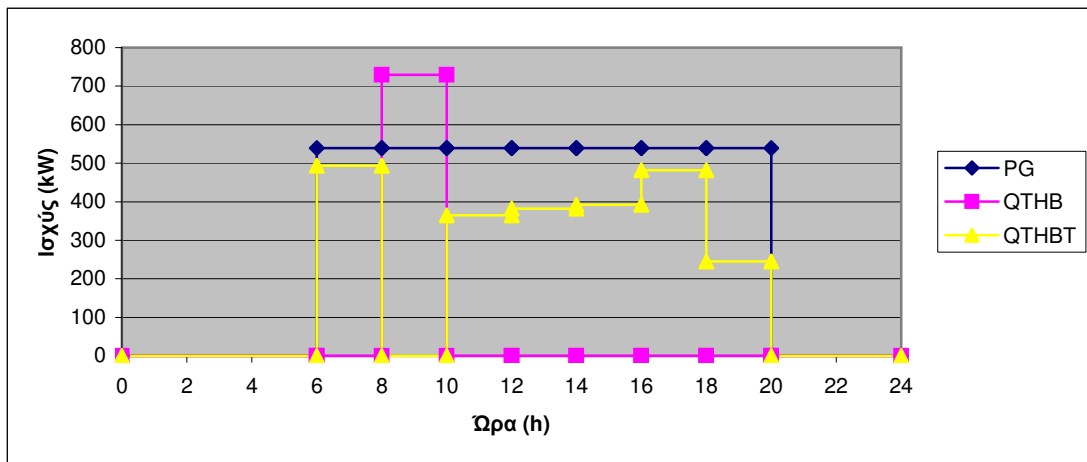


Σχήμα 5.7: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Φεβρουαρίου.

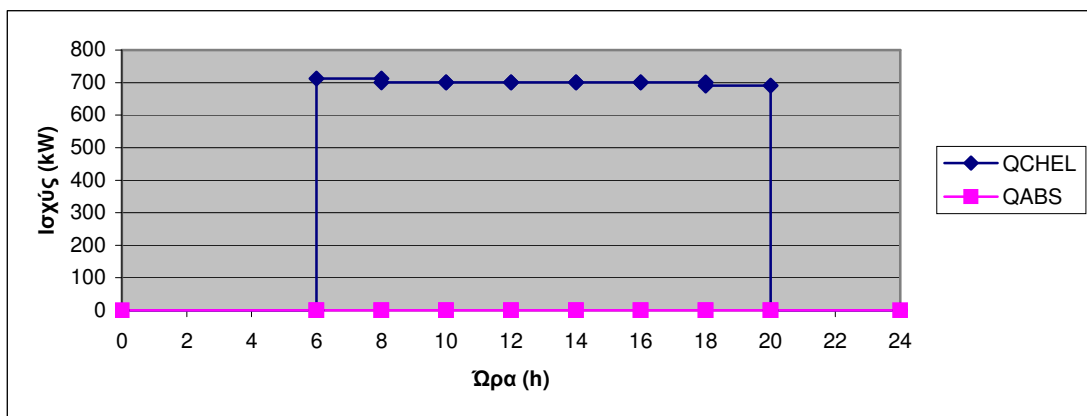


Σχήμα 5.8: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Φεβρουαρίου.

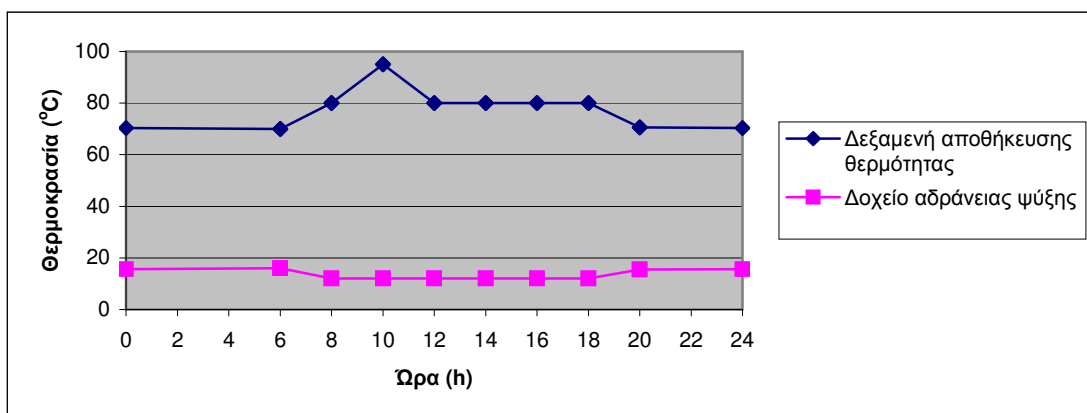
Μάρτιος



Σχήμα 5.9: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Μαρτίου.

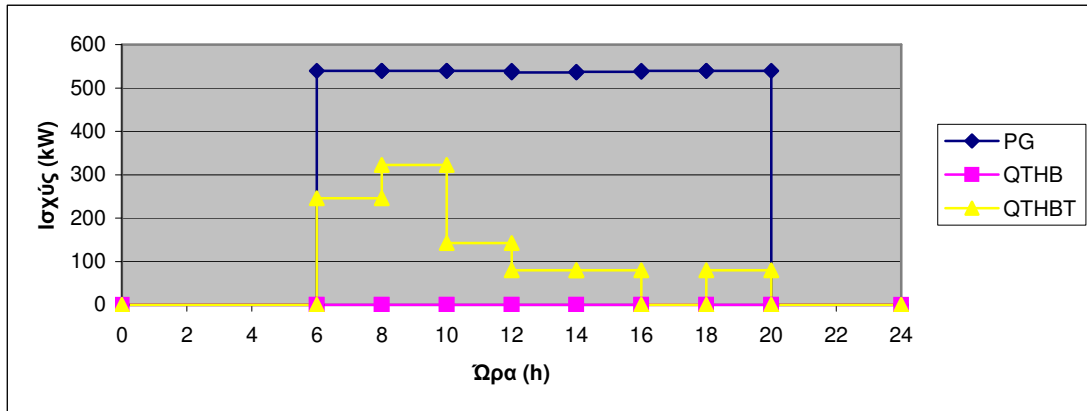


Σχήμα 5.10: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Μαρτίου.

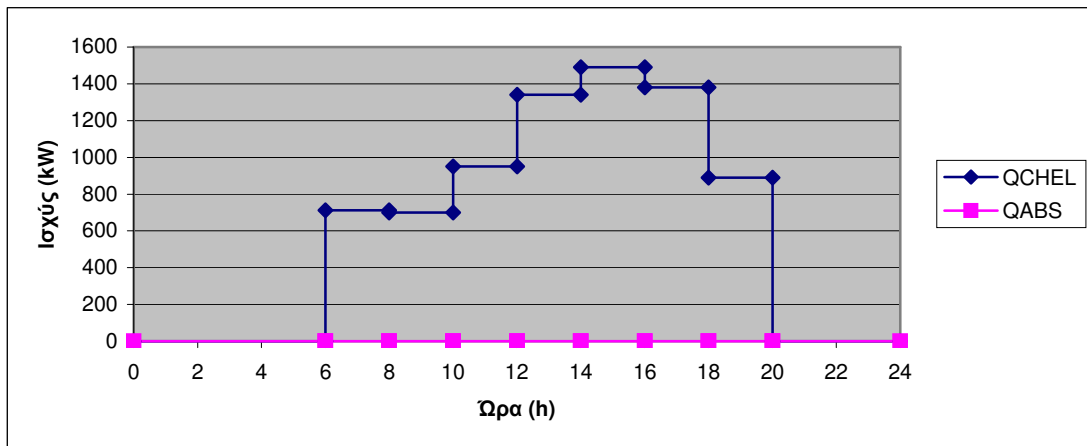


Σχήμα 5.11: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Μαρτίου.

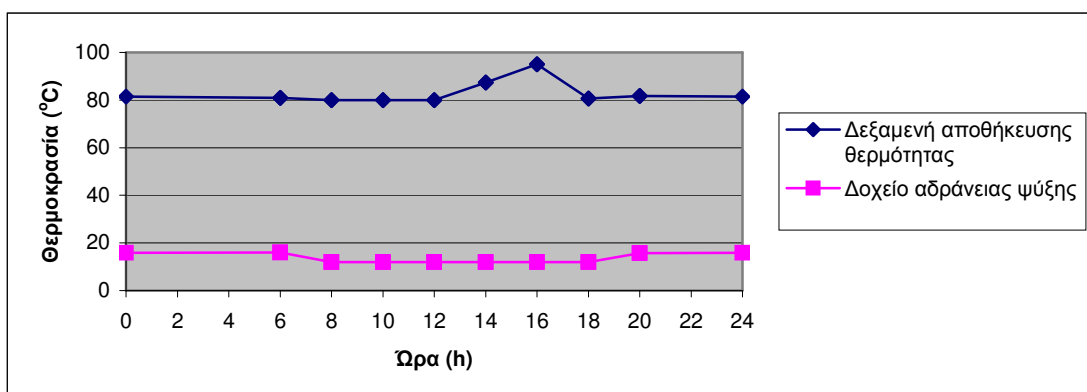
Απρίλιος



Σχήμα 5.12: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Απριλίου.

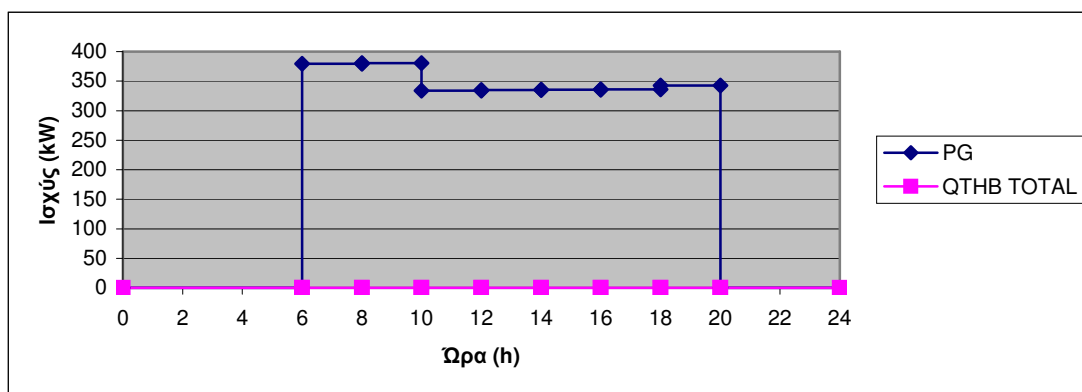


Σχήμα 5.13: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Απριλίου.

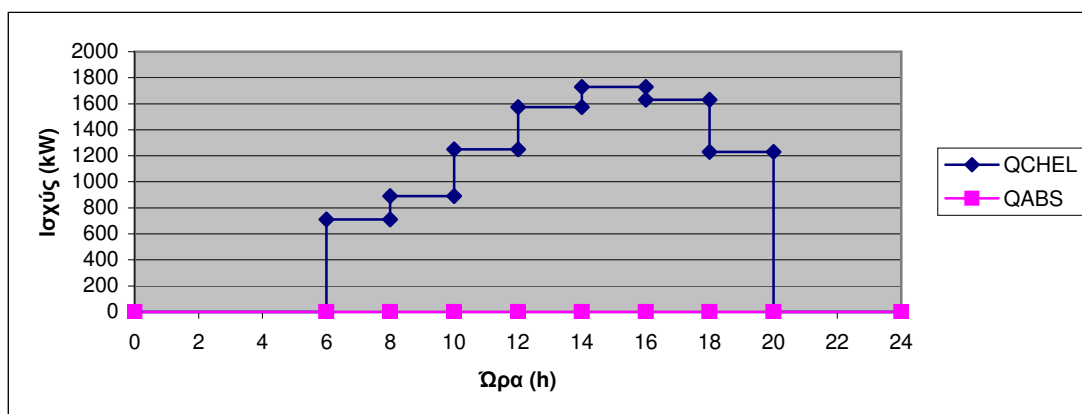


Σχήμα 5.14: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Απριλίου.

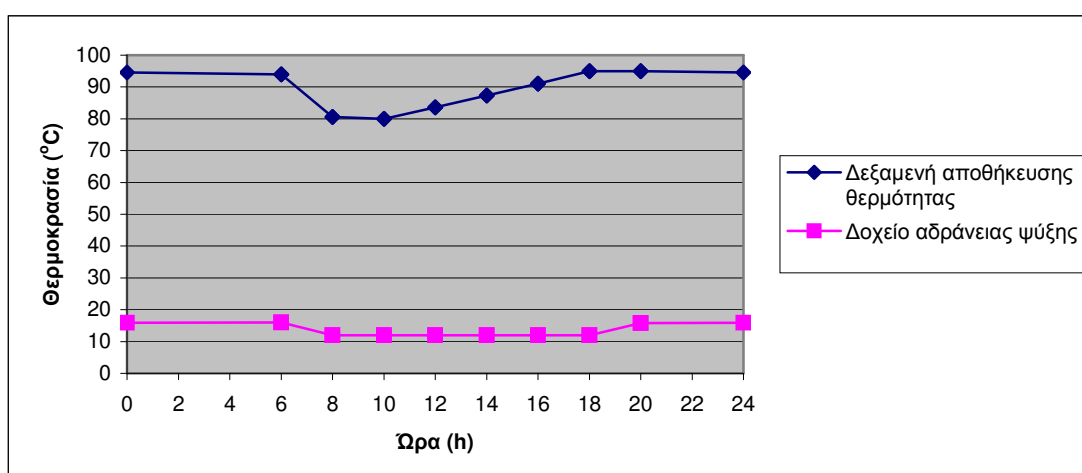
Μάϊος



Σχήμα 5.15: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Μαΐου.

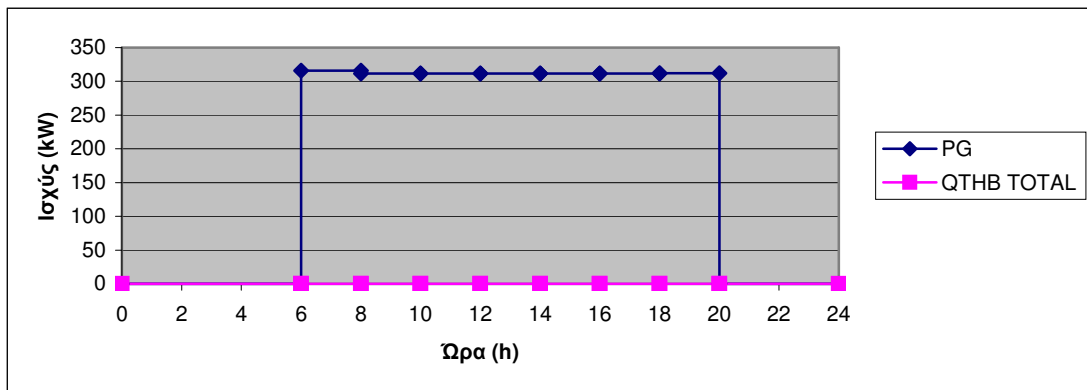


Σχήμα 5.16: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Μαΐου.

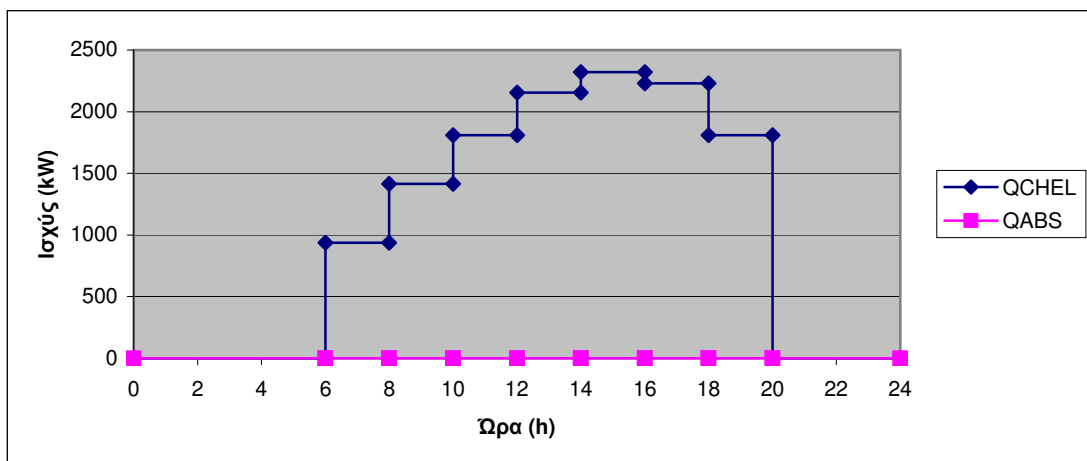


Σχήμα 5.17: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Μαΐου.

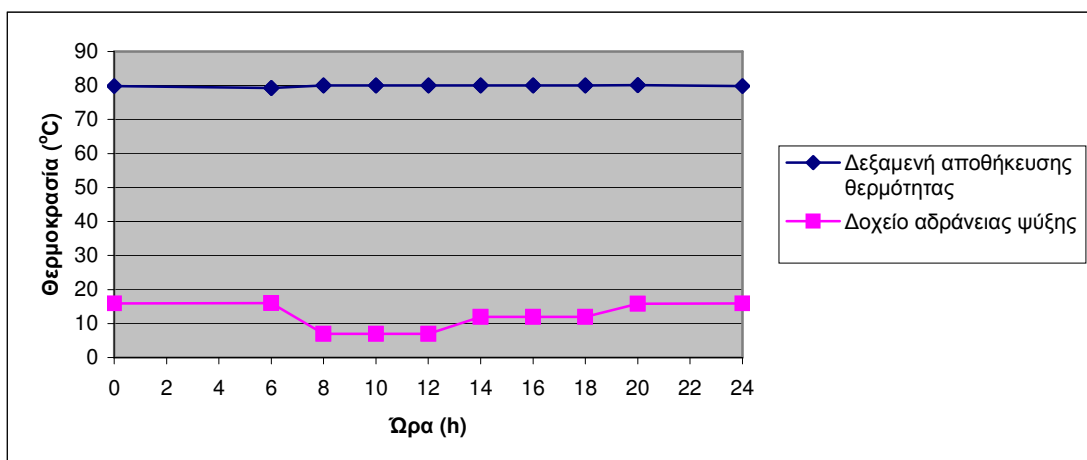
Ιούνιος



Σχήμα 5.18: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιουνίου.

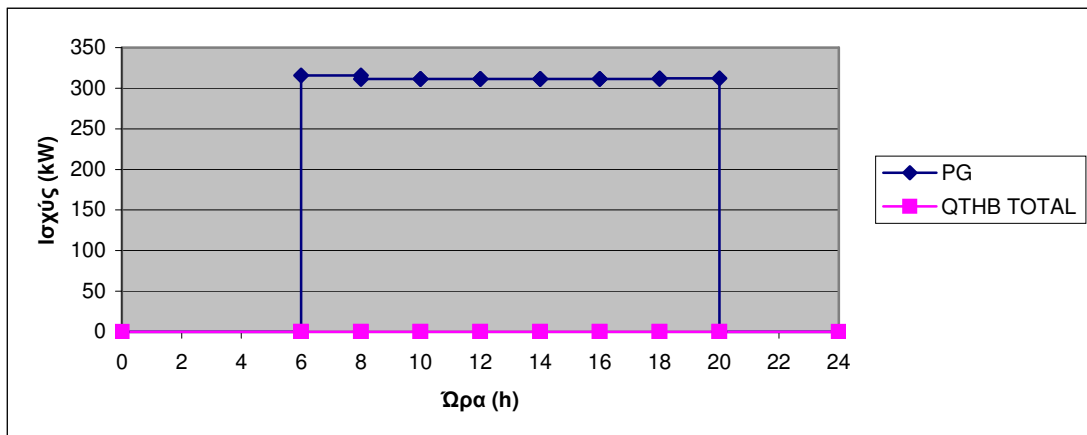


Σχήμα 5.19: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιουνίου.

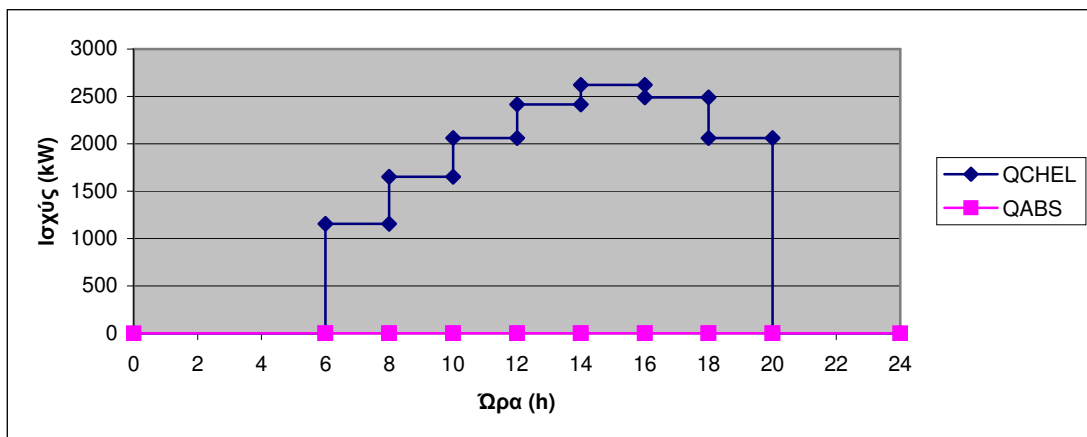


Σχήμα 5.20: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιουνίου.

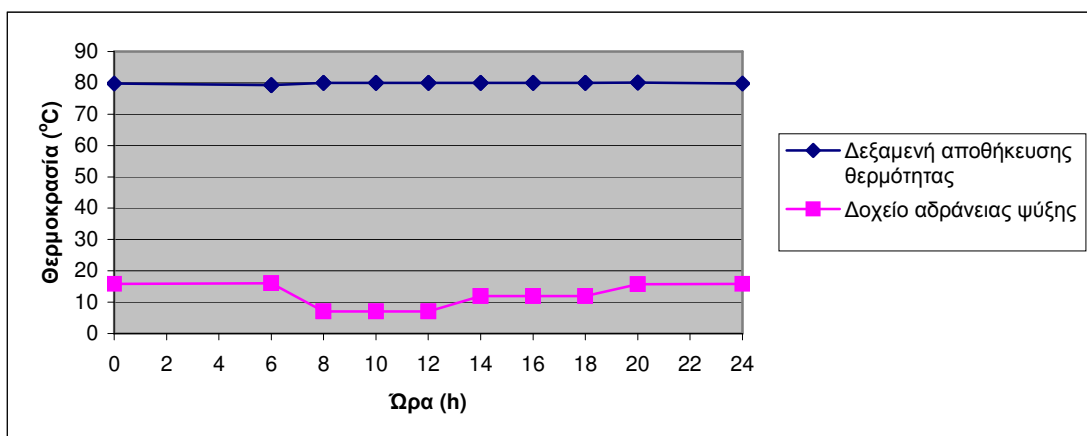
Ιούλιος



Σχήμα 5.21: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιουλίου.

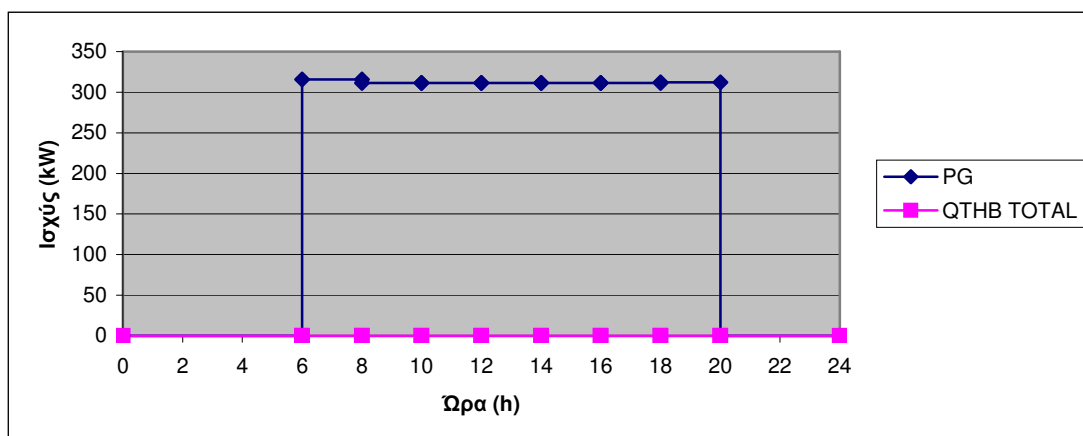


Σχήμα 5.22: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιουλίου.

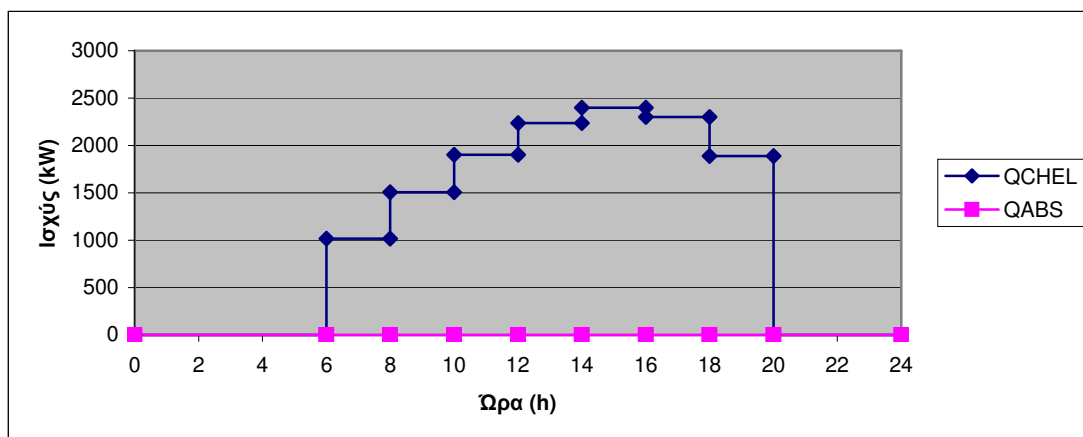


Σχήμα 5.23: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Ιουλίου.

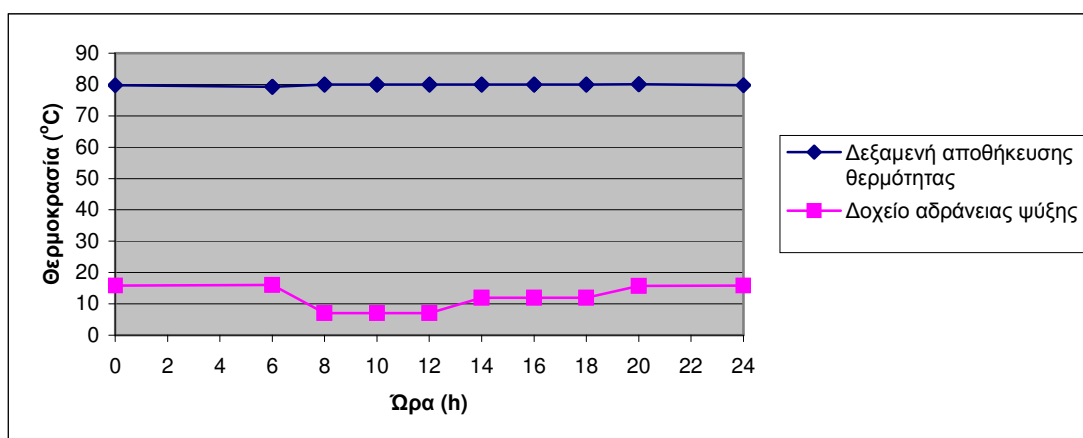
Αύγουστος



Σχήμα 5.24: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Αυγούστου.

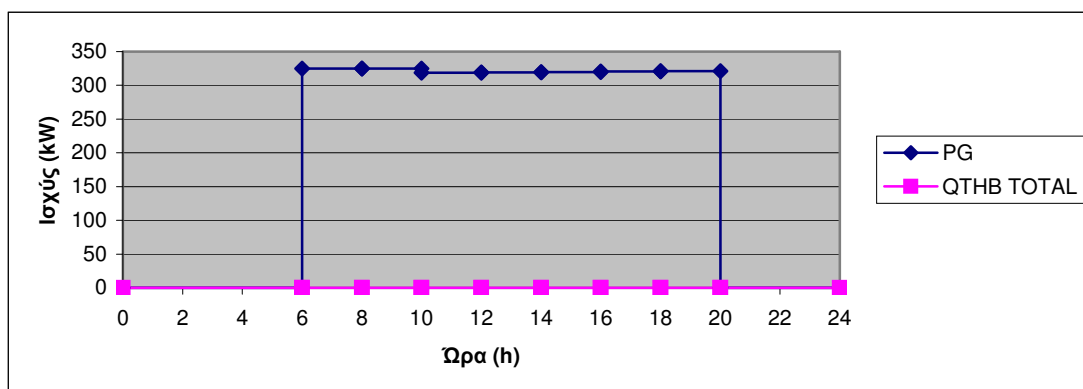


Σχήμα 5.25: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Αυγούστου.

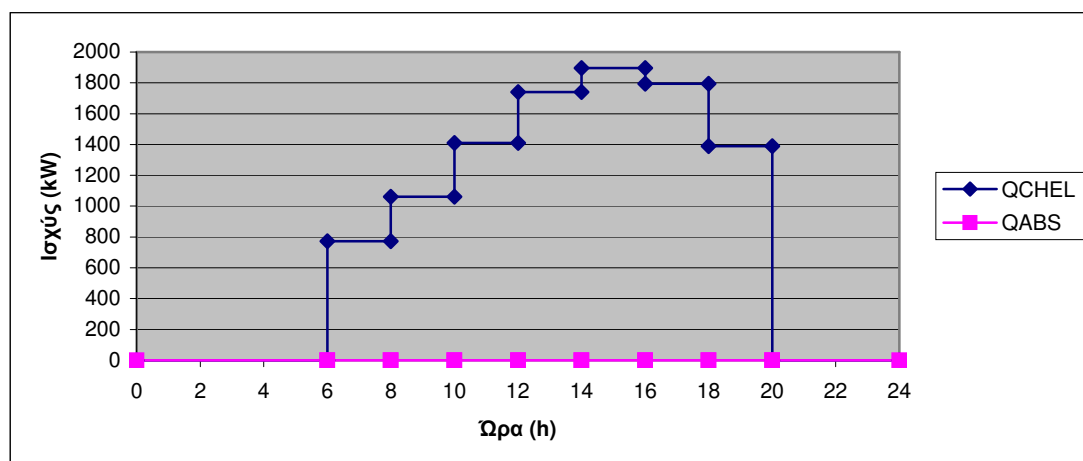


Σχήμα 5.26: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Αυγούστου.

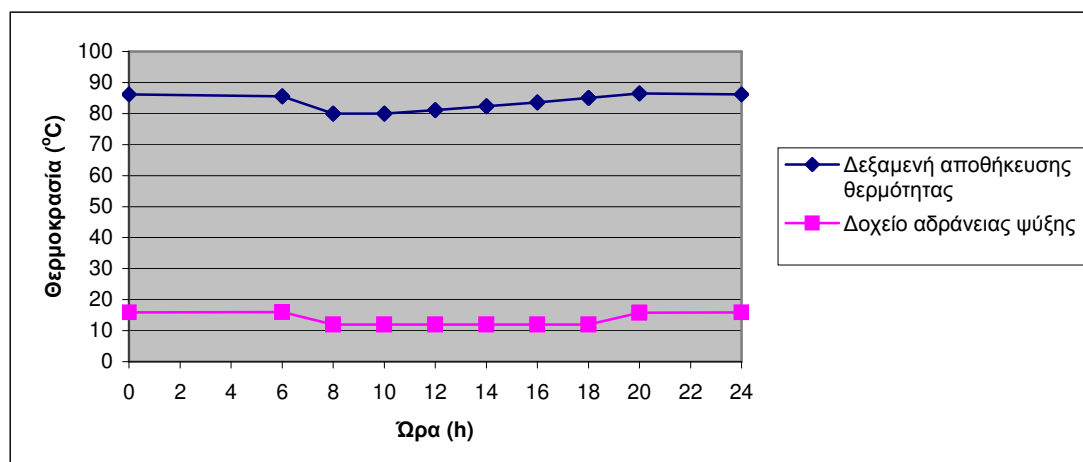
Σεπτέμβριος



Σχήμα 5.27: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Σεπτεμβρίου.

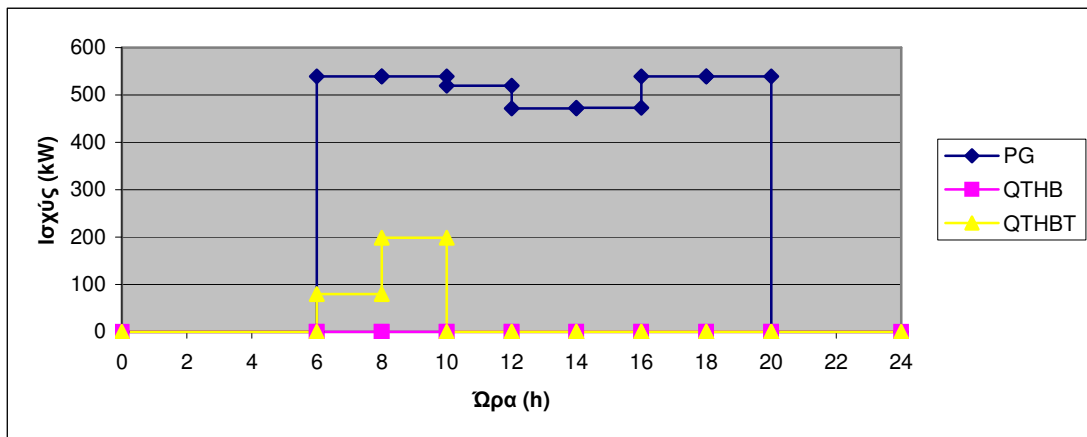


Σχήμα 5.28: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Σεπτεμβρίου.

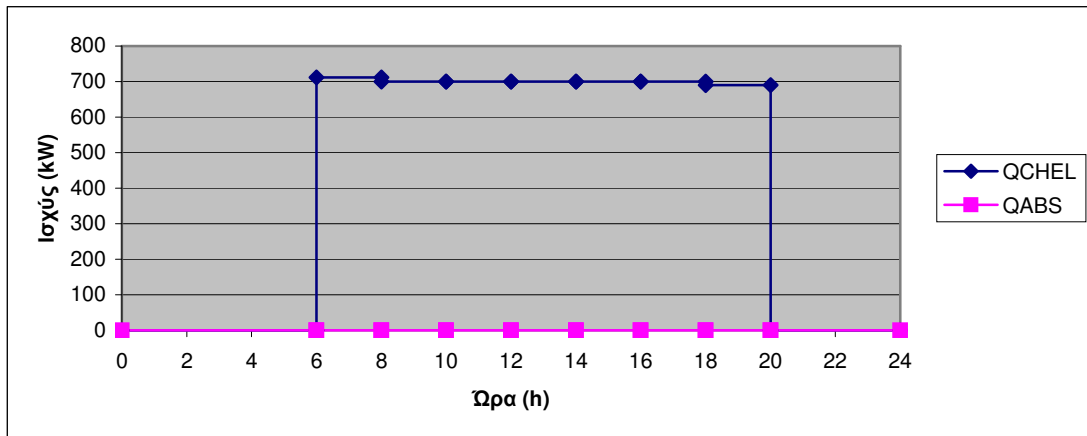


Σχήμα 5.29: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Σεπτεμβρίου.

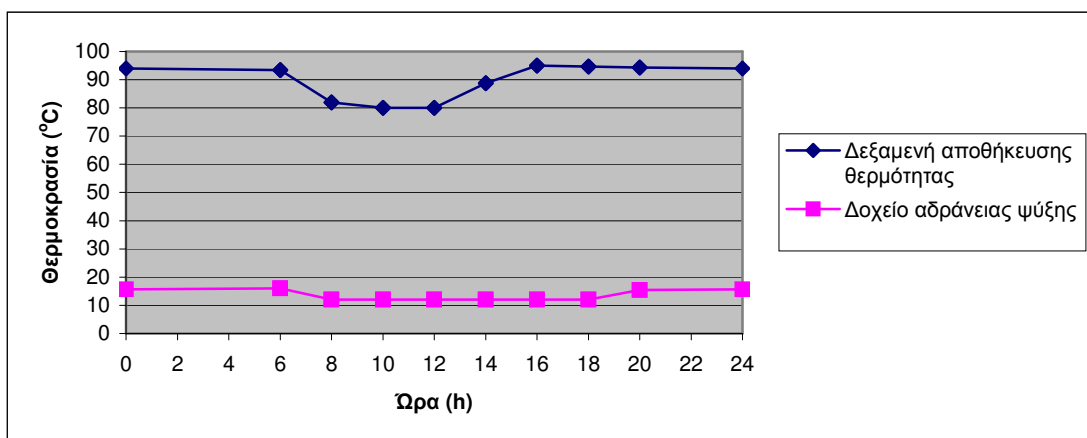
Οκτώβριος



Σχήμα 5.30: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Οκτωβρίου.

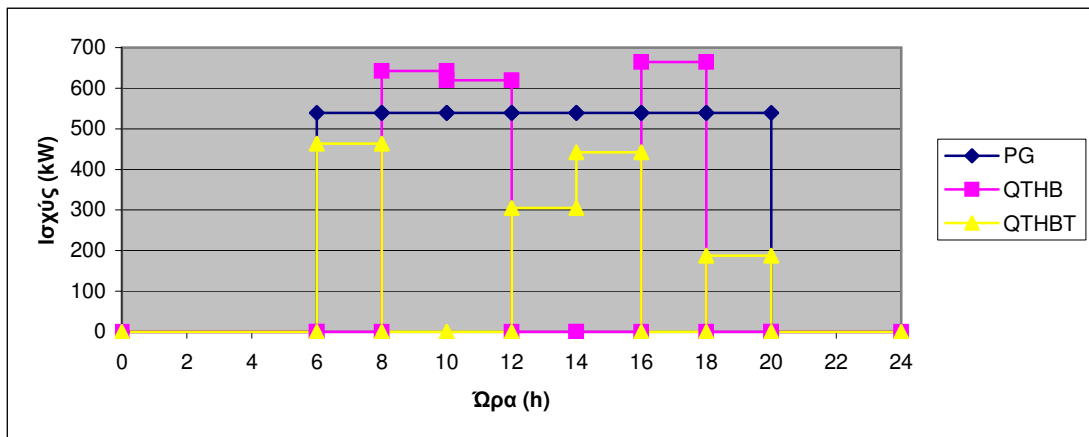


Σχήμα 5.31: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Οκτωβρίου.

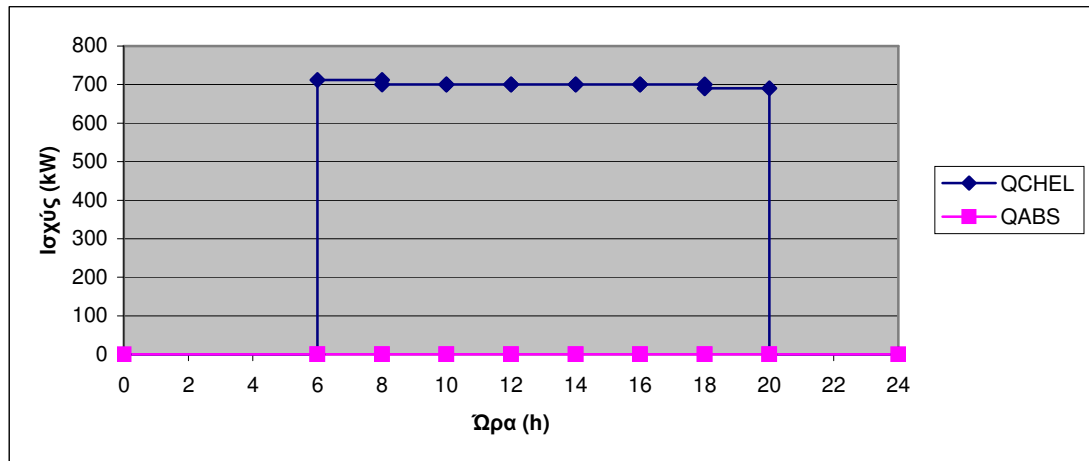


Σχήμα 5.32: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Οκτωβρίου.

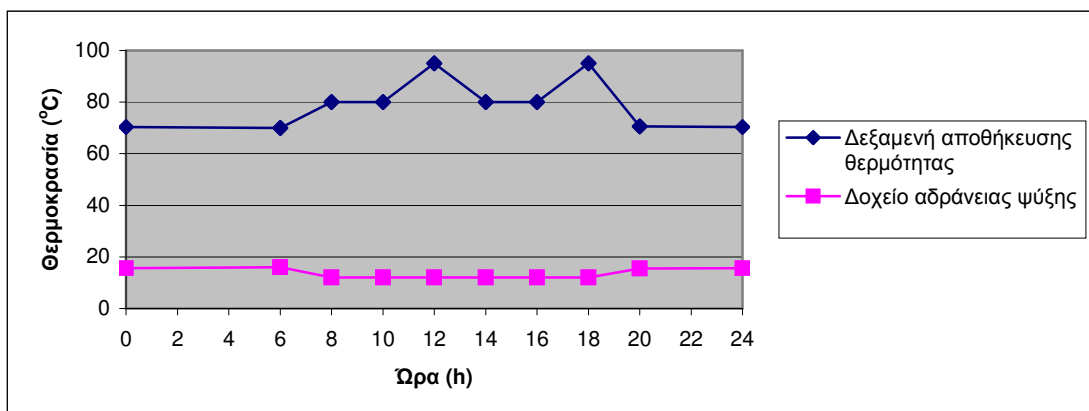
Νοέμβριος



Σχήμα 5.33: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Νοεμβρίου.

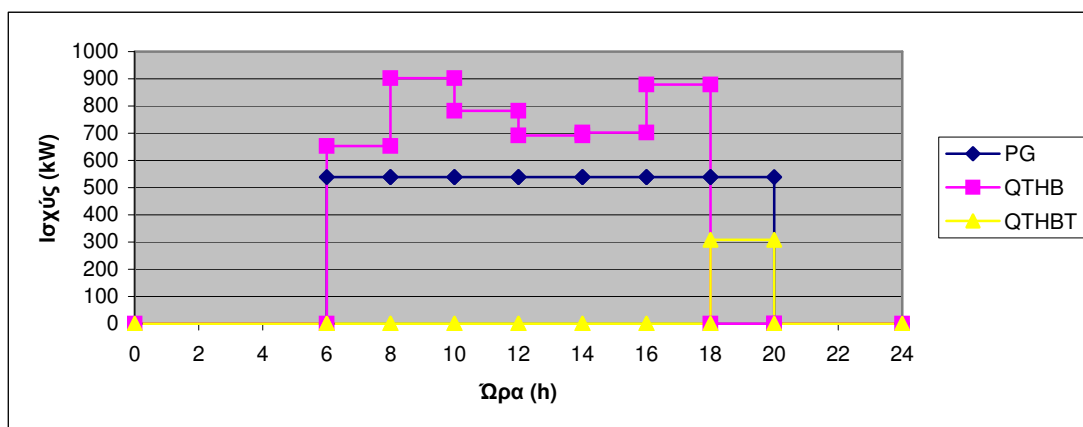


Σχήμα 5.34: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Νοεμβρίου.

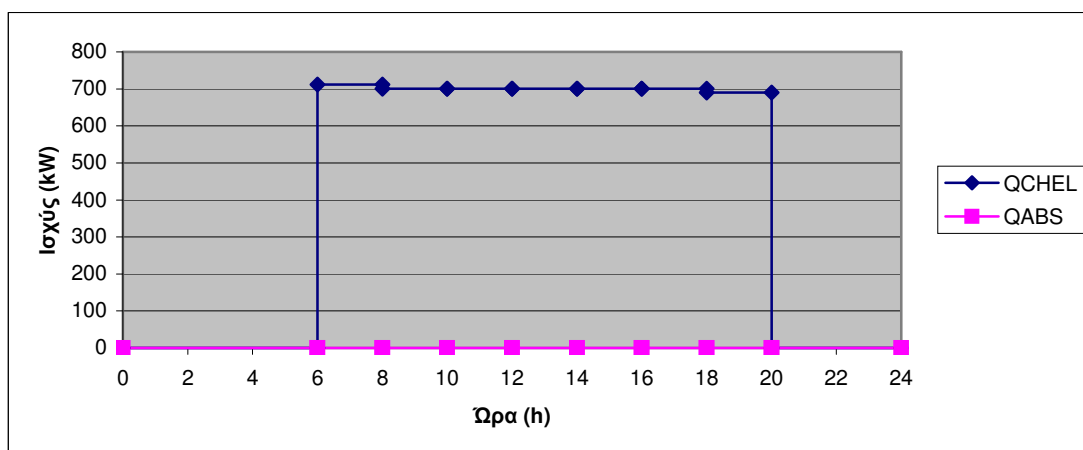


Σχήμα 5.35: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Νοεμβρίου.

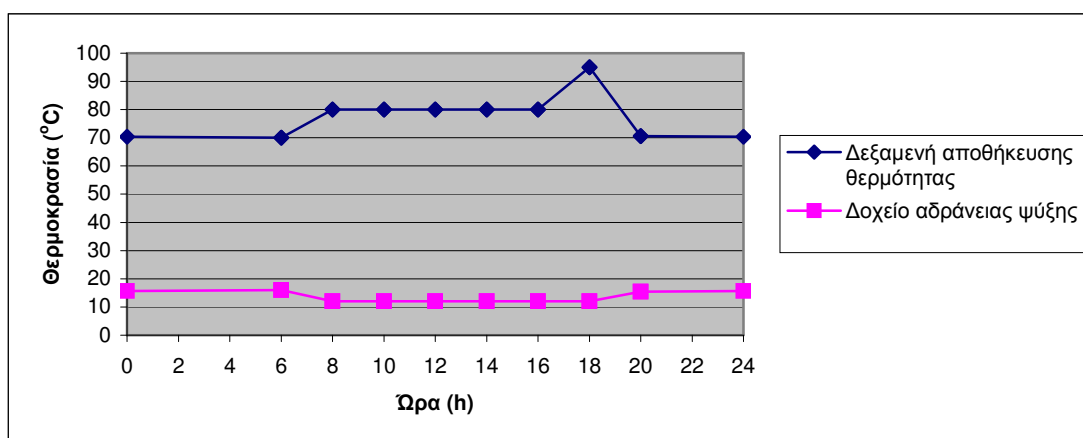
Δεκέμβριος



Σχήμα 5.36: Μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας και των λεβήτων κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Δεκεμβρίου.



Σχήμα 5.37: Μεταβολή της ισχύος των ψυκτών συμπίεσης και της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Δεκεμβρίου.



Σχήμα 5.38: Μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας και στο δοχείο αδράνειας ψύξης κατά τη διάρκεια τυπικής ημέρας του Δεκεμβρίου.

5.3 Έλεγχος του Αποτελέσματος του Κώδικα Βελτιστοποίησης

Προκειμένου να ελεγχθεί εάν πράγματι η βελτιστοποίηση είναι επιτυχής, δηλαδή μειώνει το κόστος κάλυψης των ενεργειακών αναγκών, υπολογίσθηκε το κόστος αυτό και για ορισμένους άλλους χαρακτηριστικούς τρόπους λειτουργίας του συστήματος.

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών βελτιστοποίησης λειτουργίας του συστήματος συμπαραγωγής αποδεικνύουν ότι μπορεί να επέλθει αισθητή μείωση του κόστους κάλυψης ενεργειακών αναγκών του κτιρίου από τη χρησιμοποίηση του συστήματος με τον κατάλληλο τρόπο.

- A: Λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης.
- B: Η μονάδα συμπαραγωγής και η ψυκτική μονάδα απορρόφησης τίθενται εκτός λειτουργίας.
- Γ: Η μονάδα συμπαραγωγής τίθεται εκτός λειτουργίας και η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης τίθεται σε προτεραιότητα έναντι της λειτουργίας των ψυκτών συμπίεσης.
- Δ: Η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης τίθεται σε προτεραιότητα έναντι της λειτουργίας των ψυκτών συμπίεσης.
- E: Η μονάδα συμπαραγωγής φορτίζεται στο ονομαστικό της φορτίο.

Τα αποτελέσματα, τα οποία παρουσιάζονται συγκεντρωμένα στους Πίνακες 5.2 και 5.3, δείχνουν ότι το κόστος, το οποίο επιτυγχάνεται με τη βελτιστοποίηση, σε καμία περίπτωση δεν είναι μεγαλύτερο από το κόστος άλλου τρόπου λειτουργίας, ενώ σε πολλές περιπτώσεις είναι αισθητά μικρότερο.

Πίνακας 5.2 Έλεγχος της βελτιστοποίησης.

Μήνας	Κόστος κάλυψης ενεργειακών απαιτήσεων I.IB.E.A.A.				
	A	B	Γ	Δ	E
Ιανουάριος	29674,48852	31731,07165	43361,49631	41468,70054	29674,48852
Φεβρουάριος	24647,46948	26381,23259	36495,08656	34849,17719	24647,46948
Μάρτιος	26683,37373	28439,15577	39564,44011	37753,93980	26683,37373
Απρίλιος	24770,09672	26570,31758	41881,58151	40153,37667	24776,20753
Μάιος	26402,83967	27107,67181	45729,88861	43837,09289	27090,77458
Ιούνιος	27900,66379	28311,34318	48255,89497	48525,63474	28609,95482
Ιούλιος	31047,79540	31477,62037	52430,60747	52713,19187	31790,90119
Αύγουστος	16277,02009	16516,49957	27679,80887	27833,77367	16680,07469
Σεπτέμβριος	23697,42241	24154,07107	42421,78134	42595,05568	24355,12444
Οκτώβριος	23872,03752	25726,56983	37354,74323	35461,94755	23964,19568
Νοέμβριος	26882,01167	28735,03369	39859,93478	38049,43448	26871,50145
Δεκέμβριος	27483,18238	29357,99142	39977,97312	38249,76829	27483,18238

Μέσω της βελτιστοποίησης επιτεύχθηκε μείωση του κόστους λειτουργίας έναντι αυθαίρετης επιλογής λειτουργίας μέχρι και 45%.

Πίνακας 5.3 Παρουσίαση εξοικονόμησης πόρων σε ποσοστά επί της βέλτιστης τιμής.

Μήνας	Εξοικονόμηση πόρων (% αρχικής τιμής)			
	Β	Γ	Δ	Ε
Ιανουάριος	6,48129	31,56489	28,44124	0,00000
Φεβρουάριος	6,57196	32,46359	29,27388	0,00000
Μάρτιος	6,17382	32,55718	29,32294	0,00000
Απρίλιος	6,77531	40,85683	38,31130	0,02466
Μάιος	2,60012	42,26349	39,77055	2,53937
Ιούνιος	1,45058	42,18185	42,50325	2,47918
Ιούλιος	1,36549	40,78307	41,10052	2,33748
Αύγουστος	1,44994	41,19533	41,52061	2,41638
Σεπτέμβριος	1,89057	44,13855	44,36579	2,70047
Οκτώβριος	7,20863	36,09369	32,68267	0,38457
Νοέμβριος	6,44865	32,55882	29,34977	0,00000
Δεκέμβριος	6,38603	31,25419	28,14811	0,00000

5.4 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων και Συμπεράσματα από τη Βελτιστοποίηση του Συστήματος

5.4.1 Ανάλυση τυπικής εργάσιμης ημέρας Ιανουαρίου

Ο πίνακας που παρατίθεται στη συνέχεια παρουσιάζει τις ενεργειακές απαιτήσεις του κτιριακού συγκροτήματος του ιδρύματος ΙΒ.Ε.Α.Α. κατά τη διάρκεια μιας τυπικής εργάσιμης ημέρας του Ιανουαρίου.

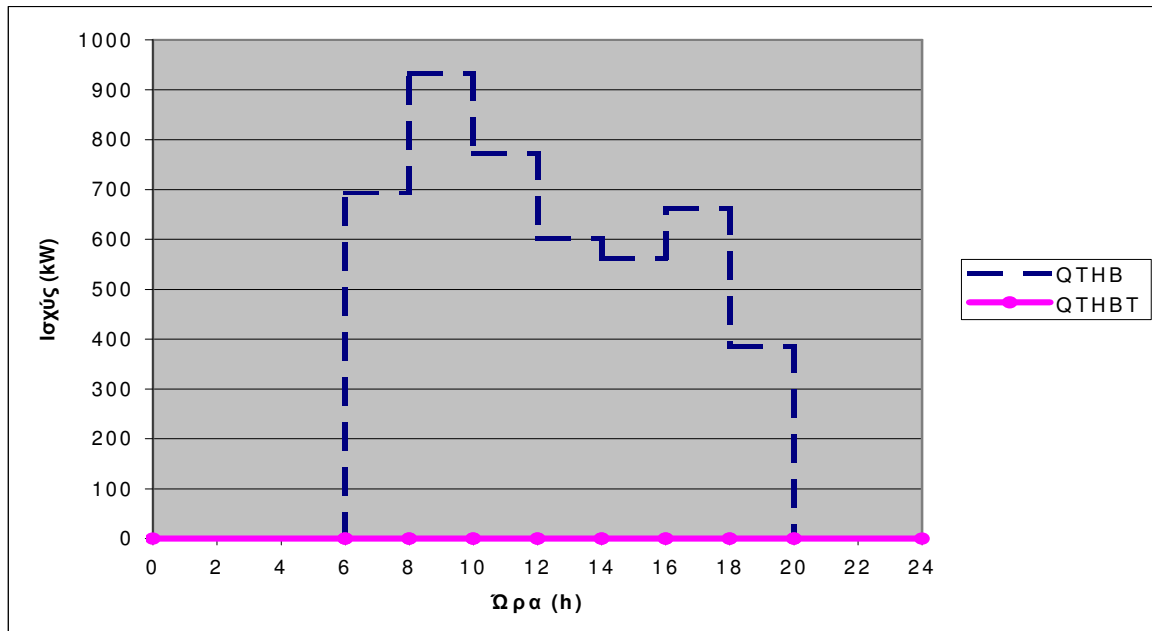
Πίνακας 5.4 Ενεργειακές απαιτήσεις κατά τη διάρκεια μιας τυπικής ημέρας του Ιανουαρίου.

-i-	INTERVAL	$Q_{th}^K(i)$ (kW)	$Q_{ch}^K(i)$ (kW)	$P_e^K(i)$ (kW)
1	00.00-06.00	0	0	0
2	06.00-08.00	1380	700	455
3	08.00-10.00	1690	700	580
4	10.00-12.00	1530	700	625
5	12.00-14.00	1360	700	650
6	14.00-16.00	1320	700	635
7	16.00-18.00	1420	700	605
8	18.00-20.00	1210	700	465
9	20.00-24.00	0	0	0

Κάλυψη θερμικών αναγκών

Όπως παρατηρείται, η ελάχιστη τιμή των κτιριακών απαιτήσεων σε θερμότητα ανέρχεται στα 1210 kW. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης και το Σχ. 5.3, η μονάδα συμπαραγωγής εμφανίζεται να λειτουργεί κατά το χρονικό διάστημα 06.00-20.00 κάθε εργάσιμης ημέρας στο μέγιστο φορτίο της. Οι λέβητες λειτουργούν συμπληρωματικά ως προς τη μονάδα συμπαραγωγής, αφού η λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής δεν αρκεί για να καλύψει τις θερμικές απαιτήσεις του κτιρίου, όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου.

Θα αναρωτηθεί κανείς το λόγο για τον οποίο ο καυστήρας της δεξαμενής αποθήκευσης τίθεται σε λειτουργία κατά το χρονικό διάστημα 18.00-20.00, τη στιγμή που όλη την υπόλοιπη ημέρα βρίσκεται εκτός λειτουργίας. Το επόμενο σχήμα απεικονίζει τη βέλτιστη φόρτιση των λεβήτων, όπως αυτή είχε προκύψει κατά την πρώτη κλήση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης.



Σχήμα 5.39 Μεταβολή της ισχύος της κύριας μονάδας λεβήτων και του βοηθητικού λέβητα κατά τη διάρκεια τυπικής εργάσιμης ημέρας του Ιανουαρίου – αποτελέσματα πρώτης κλήσης αλγορίθμου.

Παρατηρείται πως ο καυστήρας βρίσκεται εκτός λειτουργίας και η κύρια μονάδα λεβήτων αναλαμβάνει το θερμικό φορτίο που απομένει. Ανατρέχουμε στο κόστος αγοράς των δύο μονάδων: το κόστος αγοράς της κύριας μονάδας λεβήτων είναι 30000 Ευρώ, ενώ το κόστος του λέβητα της δεξαμενής ανέρχεται στα 70500 Ευρώ, γεγονός που επεξηγεί την απόφαση του αλγορίθμου κατά την πρώτη κλήση να επιλέξει σε κάθε περίπτωση τους κυρίως λέβητες.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως ο καυστήρας της δεξαμενής αποθήκευσης θερμότητας του συστήματος καλείται να συμπληρώσει τη λειτουργία της κύριας μονάδας των λεβήτων του συστήματος, σε περίπτωση που δεν αρκεί η μέγιστη ισχύς τους ή στην περίπτωση όπου το θερμικό φορτίο που καλούνται να καλύψουν οι λέβητες είναι κάτω των 500 kW (το οποίο αποτελεί το τεχνικό όριό τους). Στη δεύτερη, λοιπόν κλήση, όπου τίθενται σε εφαρμογή τα κάτω όρια των μεταβλητών, στο διάστημα 18.00-20.00, η λειτουργία των λεβήτων μηδενίζεται (αφού η τιμή σε εκείνο το διάστημα παραβιάζει το κάτω όριο λειτουργίας τους) και το φορτίο αναλαμβάνεται υποχρεωτικά από τον καυστήρα της δεξαμενής.

Κάλυψη ψυκτικών αναγκών

Όσον αφορά στις ψυκτικές απαιτήσεις του κτιρίου, όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 5.4 έχουν μια σταθερή τιμή ίση με 700 kW, ικανή να καλυφθεί εξίσου από την ψυκτική μονάδα απορρόφησης και τους ψύκτες συμπίεσης. Το ερώτημα φυσικά είναι ποια κατανομή είναι πιο συμφέρουσα.

Η ψυκτική μονάδα απορρόφησης τροφοδοτείται, όπως είναι γνωστό, με θερμική ενέργεια, ενώ οι ψύκτες συμπίεσης, λειτουργούν με ηλεκτρικό ρεύμα. Τίθεται το ερώτημα: Κατά τους μήνες όπου οι θερμικές απαιτήσεις του κτιρίου δεσμεύουν τη μέγιστη παραγόμενη θερμική ισχύ από τη μονάδα συμπαραγωγής, όπου δηλαδή η μέγιστη παραγόμενη θερμική ισχύς της μονάδας συμπαραγωγής διοχετεύεται στην κάλυψη των βασικών κτιριακών θερμικών αναγκών, υπό ποιες συνθήκες συμφέρει η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης τροφοδοτούμενη με θερμική ισχύ από τους λέβητες;

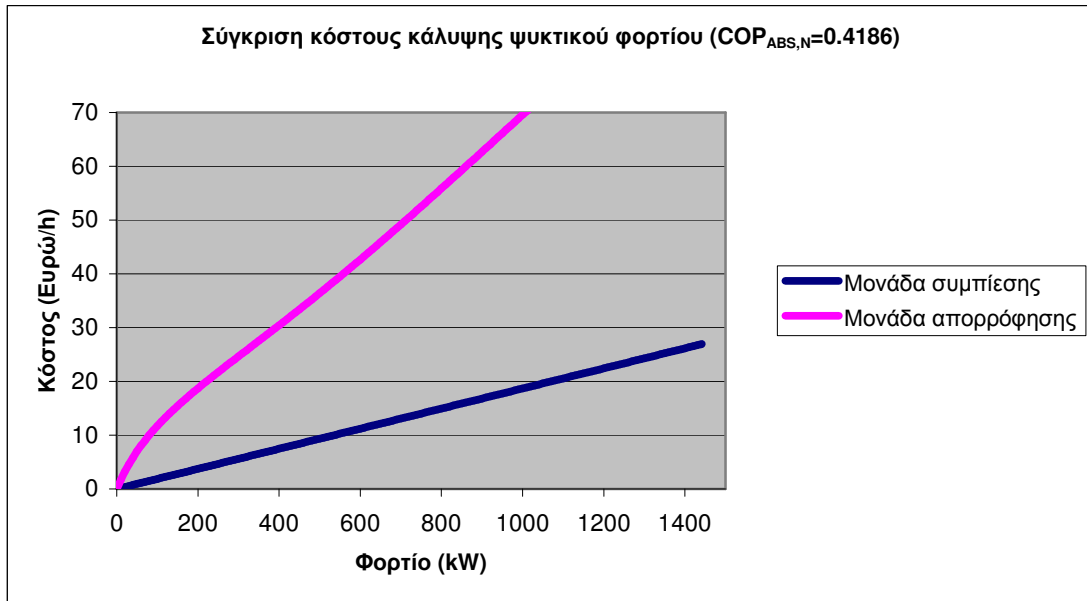
Για να συμφέρει η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης τροφοδοτούμενης μέσω των λεβήτων θα πρέπει το κόστος λειτουργίας της, $C_{abs,op}$, να είναι μικρότερο του κόστους λειτουργίας των ψυκτών συμπίεσης, $C_{chel,op}$. Θα πρέπει δηλαδή να επαληθεύεται η συνθήκη:

$$\begin{aligned} \delta C &= \overbrace{\left(\frac{P_{el}}{COP_{ch}} + c_{ch,el} \right)}^{C_{chel,op}} \cdot Q_{ch}^K - \overbrace{\left(\frac{P_f + c_{\Lambda}}{COP_{abs}(Q_{ch}^K)} + c_{abs} \right)}^{C_{abs,op}} \cdot Q_{ch}^K \geq 0 \Rightarrow \\ &\left(\frac{P_{el}}{COP_{ch}} + c_{ch,el} - \left(\frac{P_f + c_{\Lambda}}{COP_{abs}(Q_{ch}^K)} + c_{abs} \right) \right) \cdot Q_{ch}^K \geq 0 \xrightarrow{Q_{ch}^K \geq 0} \\ &\frac{P_{el}}{COP_{ch}} + c_{ch,el} - \left(\frac{P_f + c_{\Lambda}}{COP_{abs}(Q_{ch}^K)} + c_{abs} \right) \geq 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

όπου

Q_{ch}^K :	Ψυκτικές κτιριακές απαιτήσεις
P_{el} :	Τιμή ηλεκτρικής ενέργειας
P_f :	Τιμή καυσίμου
COP_{abs} :	Συντελεστής συμπεριφοράς ψυκτικής μονάδας απορρόφησης
COP_{ch} :	Συντελεστής συμπεριφοράς ψυκτών συμπίεσης
$c_{ch,el}$:	Κόστος κεφαλαίου ψυκτικής μονάδας συμπίεσης (ανηγμένο ανά μονάδα ενέργειας)
c_{Λ} :	Κόστος κεφαλαίου βασικής μονάδας λεβήτων (ανηγμένο ανά μονάδα ενέργειας)
c_{abs} :	Κόστος κεφαλαίου ψυκτικής μονάδας απορρόφησης (ανηγμένο ανά μονάδα ενέργειας).

Η Εξ. (5.2) αποτελεί συνάρτηση του συντελεστή συμπεριφοράς της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης, ο οποίος με τη σειρά του μεταβάλλεται συναρτήσει του ψυκτικού φορτίου που καλείται να αποδώσει η μονάδα. Το διάγραμμα που ακολουθεί αναφέρεται στις υπάρχουσες συνθήκες που επικρατούν στο ενεργειακό σύστημα του I.IB.E.A.A.

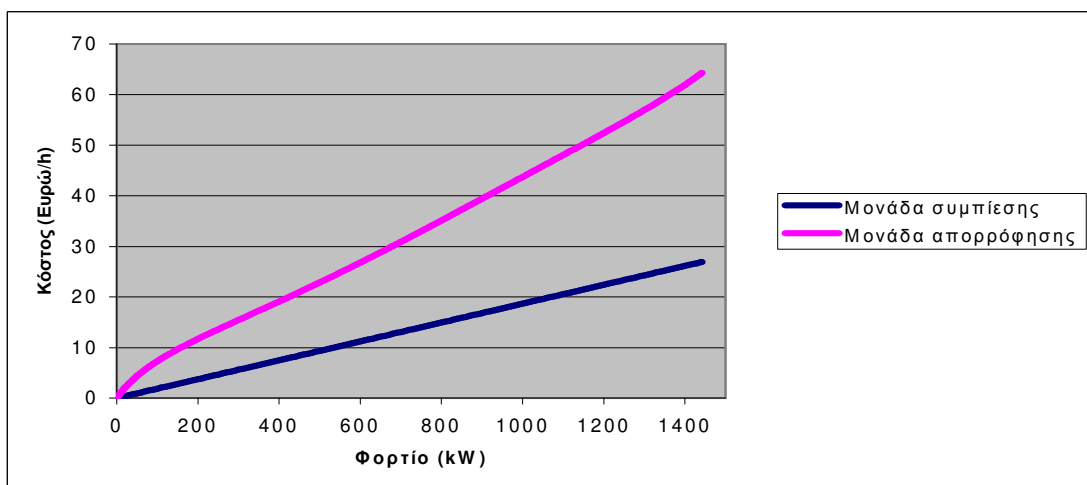


Σχήμα 5.40 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου υπό ονομαστικές συνθήκες λειτουργίας του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες.

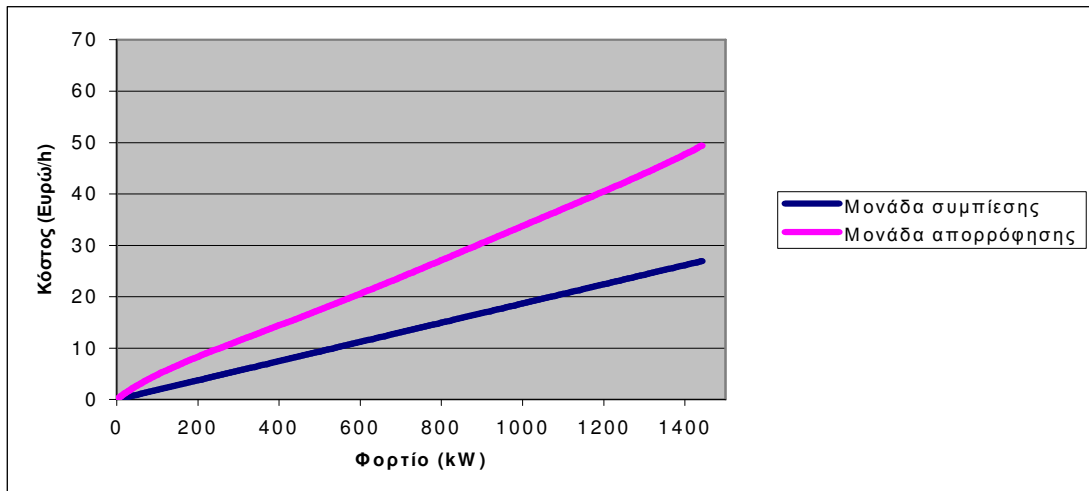
Παρατηρούμε πως καθ' όλο το πεδίο λειτουργίας της μονάδας απορρόφησης είναι ασύμφορη η κάλυψη του ψυκτικού φορτίου από την ψυκτική μονάδα απορρόφησης. Έτσι, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι ψύκτες συμπίεσης θα πρέπει να καλύψουν το φορτίο εξ ολοκλήρου.

Πράγματι, όπως προέκυψε και από το πρόγραμμα βελτιστοποίησης, σύμφωνα με το Σχ. 5.4 οι λέβητες δε 'συνεργάζονται' με την ψυκτική μονάδα απορρόφησης. Οι ψύκτες συμπίεσης 'αναλαμβάνουν' την κάλυψη των αναγκών του κτιριακού συγκροτήματος σε ψύξη.

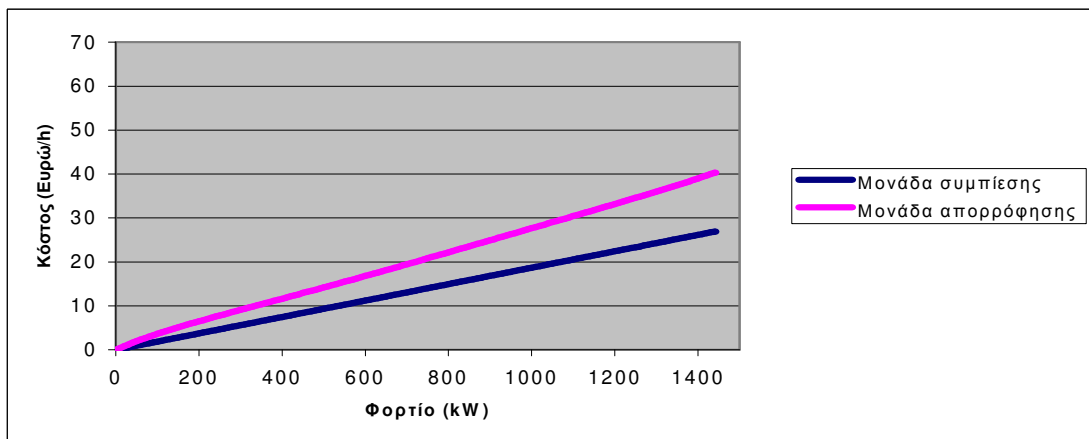
Τα διαγράμματα στη συνέχεια εξετάζουν διάφορες περιπτώσεις σύγκρισης του κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου με μεταβολή του ονομαστικού συντελεστή συμπεριφοράς της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης.



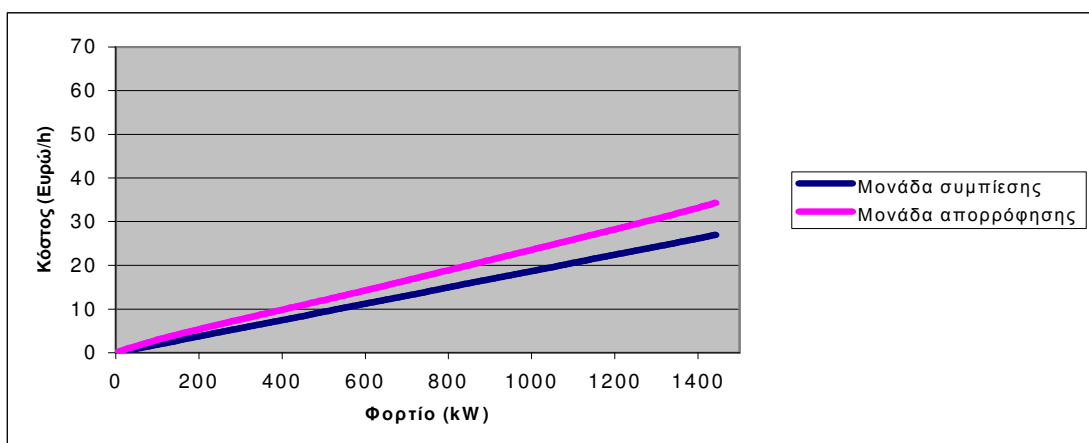
Σχήμα 5.41 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 0.68$.



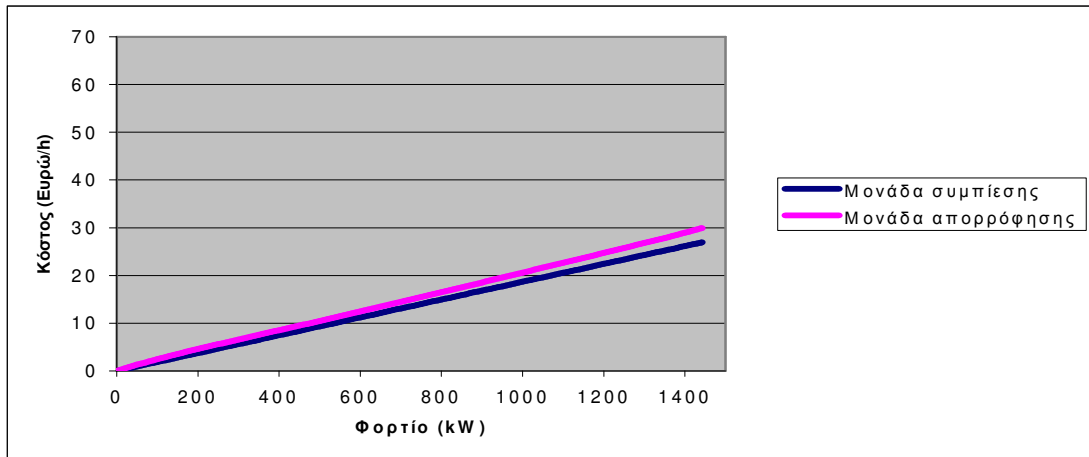
Σχήμα 5.42 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 0.90$.



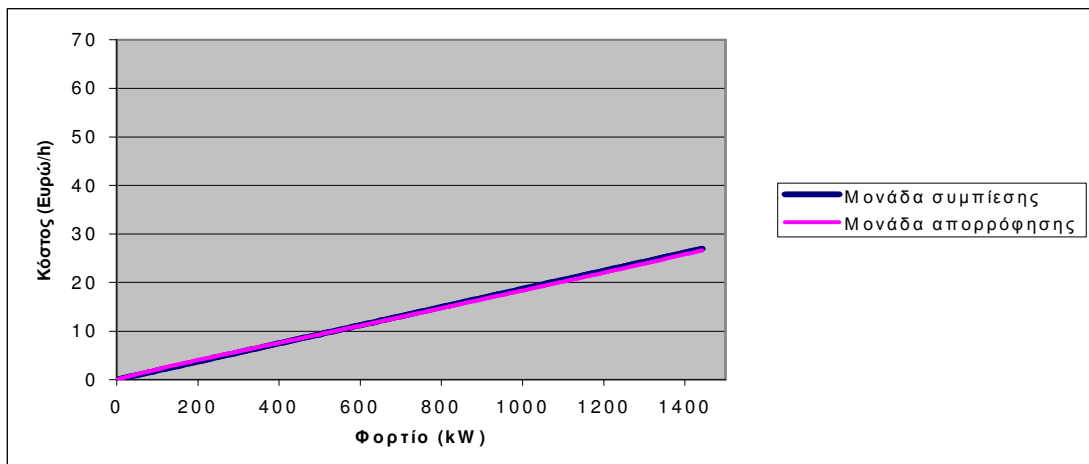
Σχήμα 5.43 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.12$.



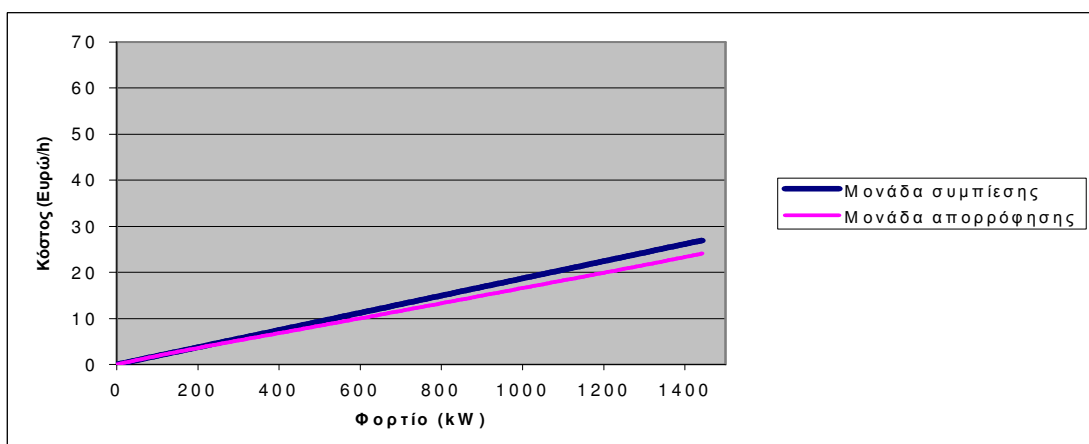
Σχήμα 5.44 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.34$.



Σχήμα 5.45 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.56$.



Σχήμα 5.46 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.78$.



Σχήμα 5.47 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους χειμερινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 2.0$.

Όπως φαίνεται και από τα διαγράμματα, η λειτουργία της μονάδας απορρόφησης σε συνεργασία με τους λέβητες αποκλειστικά αρχίζει να συμφέρει για τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς μεγαλύτερη ή ίση με 1.78.

Κάλυψη αναγκών σε ηλεκτρισμό

Στις απαιτήσεις ηλεκτρικής ενέργειας του κτιριακού συγκροτήματος προστίθεται με τη σειρά της και η τροφοδότηση των ψυκτών συμπίεσης. Για την παραγωγή 700 kW ψυκτικής ισχύος απαιτείται κατανάλωση ηλεκτρικής ισχύος της τάξης των 165 kW. Η μέγιστη παροχή ηλεκτρικής ισχύος από τη μονάδα συμπαραγωγής είναι ίση με $P_{G,N} = 539.357 \text{ kW}$.

Ισχύει, λοιπόν:

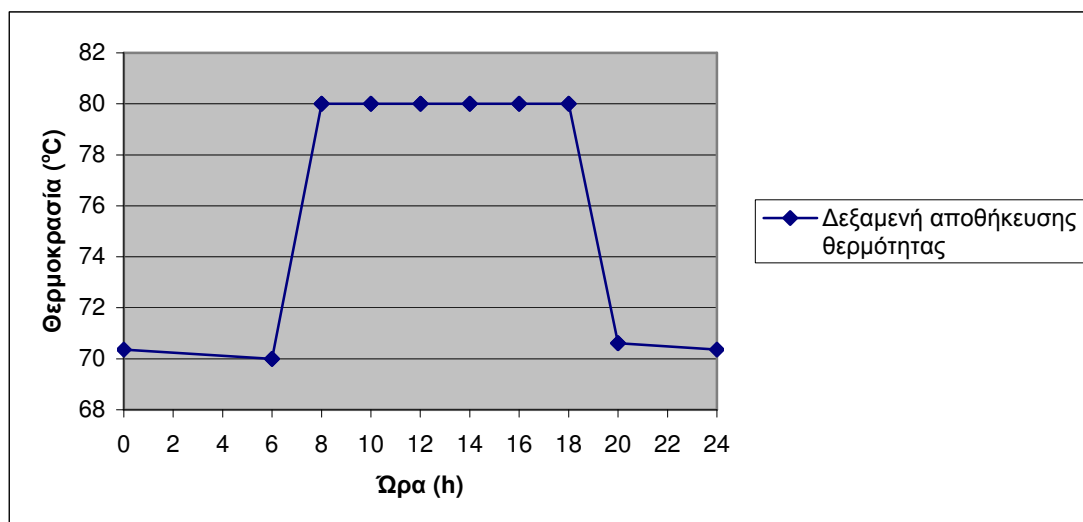
$$P_{G,N} - W_{chel,min} - P_{e,min}^K = 539.357 - 165 - 455 = -80.643 \text{ kW} < 0 \quad (5.3)$$

Συνεπώς λόγω της αυξημένης ζήτησης ηλεκτρικής ισχύος σε σχέση με τη μέγιστη δυνατή που μπορεί να αποδώσει η μονάδα συμπαραγωγής είναι αναγκαία η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας από το δίκτυο για την πλήρη κάλυψη των καταναλώσεων.

Κατανομή θερμοκρασιών

Παρατηρώντας το Σχ. 5.5, θα αναρωτηθεί κανείς το λόγο για τον οποίο κατά το διάστημα 16.00-18.00, επιλέγεται η αποθήκευση θερμότητας στη δεξαμενή, ενώ αναμενόταν κατά τη λειτουργία του συστήματος η θερμοκρασία του θερμού νερού να πέφτει στο κάτω όριο της, διότι δεν υπάρχουν περιθώρια αποθήκευσης θερμότητας, λόγω των υψηλών θερμικών απαιτήσεων.

Για την επεξήγηση της επιλογής αυτής θα ανατρέξουμε αρχικά στη λύση που κατέληξε η βελτιστοποίηση πριν την εισαγωγή των περιορισμών όσον αφορά τα τεχνικά κάτω όρια των μονάδων του ενεργειακού συστήματος (κατά την πρώτη κλήση του αλγορίθμου).

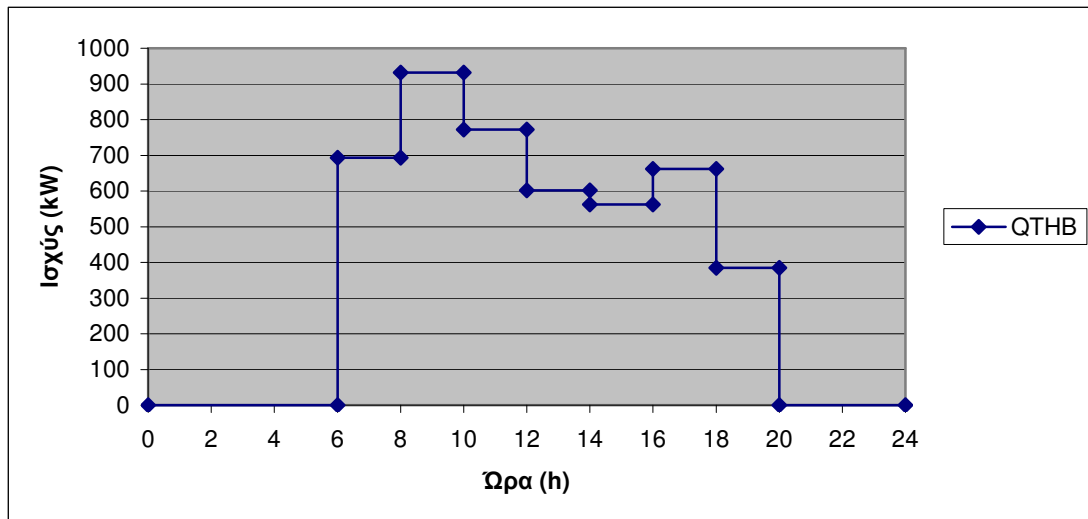


Σχήμα 5.48 Βέλτιστη κατανομή της θερμοκρασίας νερού στη δεξαμενή αποθήκευσης θερμότητας – αποτελέσματα πρώτης κλήσης αλγορίθμου.

Πράγματι, βλέπουμε πως η θερμοκρασία του θερμού νερού πέφτει στο κάτω όριο της. Αναλυτικότερα, η θερμοκρασία της δεξαμενής κατά το διάστημα 08.00-18.00 είναι στο κάτω

όριο, και μόλις το σύστημα σταματάει να λειτουργεί δε χρειαζόμαστε θερμική ενέργεια. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, στο τελευταίο στάδιο λειτουργίας του συστήματος (18.00-20.00) η αποθηκευμένη ενέργεια διοχετεύεται στο κύκλωμα. Μετά τις 20.00 η θερμοκρασία μεταβάλλεται εξαιτίας των απωλειών.

Πιο συγκεκριμένα, το επόμενο σχήμα απεικονίζει τη φόρτιση των λεβήτων κατά τη διάρκεια μιας τυπικής ημέρας του Ιανουαρίου.



Σχήμα 5.49 Μεταβολή της ισχύος λεβήτων συστήματος – αποτελέσματα πρώτης κλήσης αλγορίθμου.

Διαπιστώνουμε πως προτιμάται από τον αλγόριθμο η λειτουργία της κύριας μονάδας λεβήτων σε υψηλότερο φορτίο από ότι απαιτείται στο διάστημα 16.00-18.00 και παράλληλα η αποθήκευση της επιπλέον θερμικής ενέργειας στη δεξαμενή, για να ελαχιστοποιηθεί η φόρτιση του βοηθητικού λέβητα, μιας και αυτή κοστίζει περισσότερο λόγω υψηλότερου κόστους αγοράς, όπως επεξηγήθηκε προηγουμένως.

Όσον αφορά στη θερμοκρασία στο δοχείο αδράνειας ψύξης, παρατηρείται πως σταθεροποιείται στο άνω όριό της, δεν διαπιστώνεται δηλαδή αποθήκευση ψυκτικής ενέργειας καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας. Από τη μία η επιλογή αδρανοποίησης της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης και από την άλλη η σταθερή τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς των ψυκτών συμπίεσης καθ' όλη τη διάρκεια του μήνα οδηγούν στο αποτέλεσμα αυτό. Η απόδοση ψυκτικής ενέργειας θα 'στοιχίσει' το ίδιο με όποιον τρόπο και αν αποδοθεί στο κτιριακό συγκρότημα, οπότε η αποθήκευση ψυκτικής ενέργειας στο δοχείο αδράνειας ψύξης δεν έχει νόημα.

5.4.2 Ανάλυση τυπικής εργάσιμης ημέρας Ιουνίου

Ο πίνακας που παρατίθεται παρουσιάζει τις ενεργειακές απαιτήσεις του ιδρύματος ΙΒ.Ε.Α.Α. κατά τη διάρκεια μιας τυπικής εργάσιμης ημέρας του Ιουνίου.

Πίνακας 5.5 Ενεργειακές απαιτήσεις κατά τη διάρκεια μιας τυπικής ημέρας του Ιουνίου.

-i-	INTERVAL	$Q_{th}^K(i)$ (kW)	$Q_{ch}^K(i)$ (kW)	$P_e^K(i)$ (kW)
1	00.00-06.00	0	0	0
2	06.00-08.00	465	910	455
3	08.00-10.00	465	1415	580
4	10.00-12.00	465	1810	625
5	12.00-14.00	465	2170	650
6	14.00-16.00	465	2320	635
7	16.00-18.00	465	2230	605
8	18.00-20.00	465	1820	465
9	20.00-24.00	0	0	0

Κάλυψη ψυκτικών αναγκών

Εξετάζοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν με τη βελτιστοποίηση, παρατηρείται πως απορρίπτεται η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης. Το Σχ. 5.19 δίνει στον αναγνώστη μια σαφή εικόνα των αποτελεσμάτων.

Ο Πίνακας 5.6 περιλαμβάνει τις τιμές που λαμβάνει η θερμοκρασία του περιβάλλοντος κατά τη διάρκεια κάθε ημέρας του Ιουνίου.

Πίνακας 5.6 Μεταβολή της θερμοκρασίας περιβάλλοντος κατά τη διάρκεια μιας τυπικής ημέρας του Ιουνίου.

INTERVAL	T_0 (°C)
06.00-08.00	25,8(min)
08.00-10.00	28,8
10.00-12.00	31
12.00-14.00	32(max)
14.00-16.00	32
16.00-18.00	31
18.00-20.00	29

Σε τι μπορεί όμως να επηρεάσει αυτή η διαφοροποίηση όσον αφορά στις τιμές της θερμοκρασίας αυτής;

Ο συντελεστής συμπεριφοράς των ψυκτών συμπίεσης αποτελεί συνάρτηση της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος. Όσο μειώνεται η τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς, τόσο 'ακριβαίνει' η παραγωγή ψυκτικής ισχύος από τις μονάδες συμπίεσης. Συνεπώς, το γεγονός αυτό μπορεί να επηρεάσει την τελική επιλογή.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης και το Σχ. 5.20, βλέπουμε πως το δοχείο αδράνειας ψύξης φορτίζεται κατά το χρονικό διάστημα 06.00-08.00 έως το κάτω όριο της και παραμένει φορτισμένη μέχρι τις 12.00. Κατά το χρονικό διάστημα 12.00-14.00, όπου παρατηρείται και η μεγαλύτερη θερμοκρασία περιβάλλοντος και κατά συνέπεια ο χαμηλότερος συντελεστής συμπεριφοράς σύμφωνα με την Εξ. (3.39), επιλέγεται από τη

βελτιστοποίηση η αποφόρτιση του δοχείου αδράνειας. Με αυτές τις ενέργειες, ο αλγόριθμος μειώνει όσο το δυνατόν το φορτίο της μονάδας συμπίεσης κατά το διάστημα με τον χαμηλότερο συντελεστή συμπεριφοράς.

Συμπεραίνουμε πως η κατανομή της θερμοκρασίας του δοχείου αδράνειας ψύξης, και γενικότερα των αποθηκευτικών δοχείων ενέργειας έχει άμεση σχέση με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

Κάλυψη θερμικών αναγκών

Τα θερμικά φορτία είναι σταθερά καθ' όλη τη διάρκεια της μέρας και ίσα με 465 kW. Η μονάδα συμπαραγωγής καλύπτει εξ ολοκλήρου τις θερμικές ανάγκες του συγκροτήματος και καθιστά τη λειτουργία των λεβήτων περιττή. Το Σχ. 5.18 απεικονίζει τη μεταβολή της ισχύος της κατά τη διάρκεια μιας τυπικής καθημερινής ημέρας του Ιουνίου.

Κάλυψη αναγκών σε ηλεκτρισμό

Θα μπορούσε να αναρωτηθεί κανείς το λόγο για τον οποίο η μονάδα συμπαραγωγής δε φορτίζεται έως το ονομαστικό της φορτίο, αφού έχει το περιθώριο αυτό, και επιλέγει να προμηθεύεται την απαραίτητη ηλεκτρική ενέργεια για την κάλυψη του συνόλου των αναγκών από το δίκτυο της Δ.Ε.Η.

Θα επιχειρήσουμε να ερευνήσουμε το λόγο για τον οποίο σημειώνεται η επιλογή αυτή.

Η καταναλισκόμενη θερμική ισχύς του καυσίμου στη μονάδα συμπαραγωγής, $Q_f^{M\Sigma}$, εκφράζεται ως συνάρτηση της ισχύος της γεννήτριας, P_G , μέσω της Εξ. (3.2).

Η μεταβολή της ηλεκτρικής ισχύος της μονάδας συμπαραγωγής κατά δP_G , όταν η θερμότητα της μονάδας δεν χρησιμοποιείται, προκαλεί μεταβολή του κόστους κάλυψης της ηλεκτρικής ενέργειας κατά:

$$\delta C = \left(p_f \cdot \frac{\partial Q_f^{M\Sigma}}{\partial P_G} - p_{el} \right) \cdot \delta P_G + c_{M\Sigma} \cdot \delta P_G = \left(p_f \cdot \frac{\partial Q_f^{M\Sigma}}{\partial P_G} - p_{el} + c_{M\Sigma} \right) \cdot \delta P_G \quad (5.4)$$

όπου $c_{M\Sigma}$ το κόστος κεφαλαίου μονάδας συμπαραγωγής.

Η μεταβολή της απαιτούμενης ενέργειας καυσίμου, $\frac{\partial Q_f^{M\Sigma}}{\partial P_G}$, η οποία εμφανίζεται στην Εξ. (5.4), υπολογίζεται με παραγωγή της Εξ. (3.2), από την οποία προκύπτει:

$$\frac{\partial Q_f^{M\Sigma}}{\partial P_G} = 0.001446 \cdot P_G + 1.927 \quad (5.5)$$

Για να είναι συμφέρουσα η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από τη μονάδα συμπαραγωγής χωρίς την ταυτόχρονη χρήση της παραγόμενης θερμότητας, θα πρέπει να είναι $\delta C \leq 0$ όταν $\delta P_G > 0$, δηλαδή:

$$\frac{\delta C}{\delta P_G} \leq 0 \quad (5.6)$$

Με εφαρμογή της Εξ. (5.4) προκύπτει:

$$\frac{\delta C}{\delta P_G} = 0.0000375974 \cdot P_G - 0.01135095$$

Για $P_G > 302.81 \text{ kW}$ είναι $\frac{\delta C}{\delta P_G} > 0$,

γεγονός το οποίο εξηγεί τη μη αύξηση της ισχύος της μονάδας συμπαραγωγής χωρίς ταυτόχρονη χρήση της θερμότητας, όταν $P_G > 302.81 \text{ kW}$.

Ένα ακόμη εύλογο ερώτημα θα ήταν γιατί η μονάδα συμπαραγωγής δε λειτουργεί έως το ονομαστικό της φορτίο γεγονός που θα είχε ως αποτέλεσμα την τροφοδότηση της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης με την περίσσεια της θερμικής ενέργειας.

Στη συνέχεια θα επιχειρήσουμε να ελέγξουμε κατά πόσο συμφέρει η λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής πέρα από το όριο που σηματοδοτείται από την κάλυψη του θερμικού φορτίου του κτιρίου. Η μελέτη αφορά τη λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής στο μέγιστο φορτίο της, κι αυτό διότι συνεπάγεται τη μέγιστη διατιθέμενη θερμική ισχύ στη μονάδα απορρόφησης που οδηγεί με τη σειρά της στο βέλτιστο συντελεστή συμπεριφοράς που θα μπορούσε να έχει η μονάδα απορρόφησης βασιζόμενη μονάχα στην τροφοδότηση από τη μονάδα συμπαραγωγής.

Όπως φαίνεται και από τα διαγράμματα, για να 'παρακολουθήσει' η μονάδα το θερμικό φορτίο του κτιριακού συγκροτήματος φορτίζεται έως το επίπεδο των 311 kW. Πράγματι, θέτοντας $P_G = 311 \text{ kW}$ στη σχέση (3.1) προκύπτει $Q_{the} \approx 465 \text{ kW}$. Η φόρτιση της μονάδας συμπαραγωγής στο ονομαστικό της φορτίο, σύμφωνα με την Εξ. (5.1), προσφέρει στο σύστημα θερμική ισχύ ίση με 759 kW. Συνεπώς, η μέγιστη διατιθέμενη θερμική ισχύς από τη μονάδα συμπαραγωγής για την τροφοδότηση της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης, $Q_{the,remain}$, είναι της τάξης των:

$$Q_{the,remain} = 759 - 465 = 294 \text{ kW} \quad (5.7)$$

Η διαθέσιμη αυτή θερμική ισχύς αρκεί για την παραγωγή ψυκτικής ισχύος από τη μονάδα απορρόφησης της τάξεως των 65 kW ($\approx 65.5 \text{ kW}$). Στην παρούσα φάση, δεν θα ασχοληθούμε με τα τεχνικά όρια λειτουργίας της μονάδας απορρόφησης ($Q_{abs,min} = 180 \text{ kW}$).

Για $P_G = 311 \text{ kW}$, προκύπτει η καταναλισκόμενη θερμική ισχύς καυσίμου από την Εξ. (3.2):

$$Q_f^{M\Sigma} \Big|_{P_G=311} = 912 \text{ kW} \quad (5.8)$$

Η απαιτούμενη θερμική ισχύς καυσίμου για τη λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής στο ονομαστικό φορτίο (539.356 kW) είναι ίση με:

$$Q_f^{M\Sigma} \Big|_{P_G=P_{G,N}} = 1492 \text{ kW} \quad (5.9)$$

Συνεπώς, κατά τη μετάβαση από το φορτίο των $P_G = 311 kW$ στο ονομαστικό της φορτίο $P_G = 539.356 kW$, δηλαδή για $\delta P_G = 539.356 - 311 = 228.356 kW$, η μονάδα συμπαραγωγής απαιτεί την κατανάλωση θερμικής ισχύος καυσίμου ίσης με:

$$\delta Q_f^{M\Sigma} = 1492 - 912 = 580 kW \quad (5.10)$$

Η μεταβολή της ηλεκτρικής ισχύος της μονάδας συμπαραγωγής κατά δP_G προκαλεί μεταβολή του κόστους κάλυψης της ηλεκτρικής ενέργειας κατά

$$\begin{aligned} \delta C = p_f \cdot \delta Q_f^{M\Sigma} + c_{M\Sigma} \cdot \delta P_G - p_{el} \cdot \left(\delta P_G + \frac{\overbrace{\delta Q_{abs}}^{(Q_{the,max} - Q_{th}^K) \cdot COP(Q_{abs})}}{COP_{ch}} \right) + \\ + (c_{abs} - c_{ch,el}) \cdot \delta Q_{abs} \end{aligned} \quad (5.11)$$

όπου

$Q_{the,max}$: Μέγιστη αποδιδόμενη θερμική ισχύς μονάδας συμπαραγωγής

Q_{th}^K : Θερμικές κτιριακές απαιτήσεις

Q_{abs} : Ισχύς ψυκτικής μονάδας απορρόφησης.

Για να είναι συμφέρουσα η λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής στο ονομαστικό της φορτίο τους καλοκαιρινούς μήνες (Ιούνιο - Αύγουστο) του έτους, θα πρέπει να είναι $\delta C \leq 0$ όταν $\delta P_G > 0$, δηλαδή:

$$\frac{\delta C}{\delta P_G} \leq 0 \quad (5.12)$$

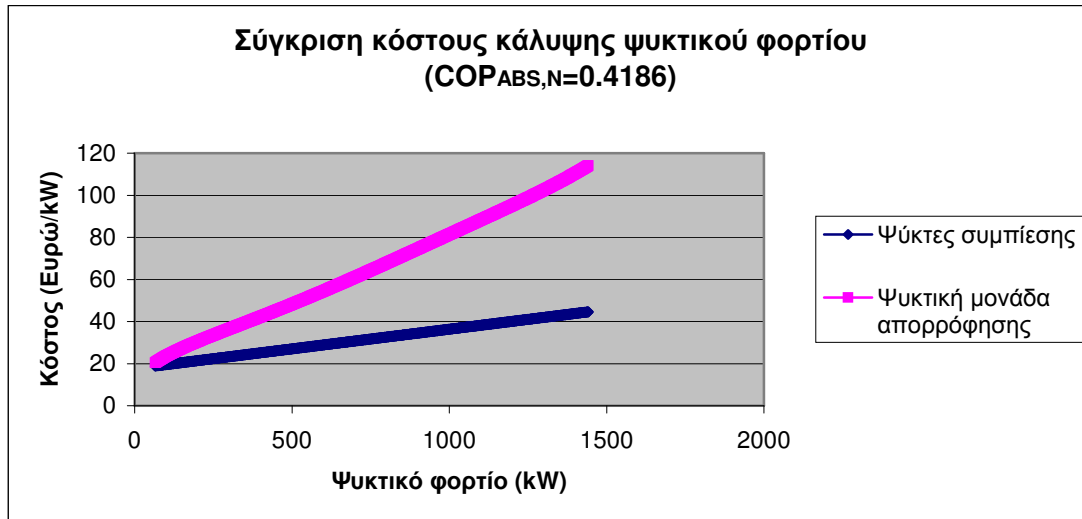
Με εφαρμογή της Εξ. (5.11) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \delta C = 0.026001 \cdot 580 + 0.015904 \cdot 228.356 - 0.0773928 \cdot \left(228.356 + \frac{65.5}{4.11288} \right) + \\ + (0.00236 - 0.000456) \cdot 65.5 \end{aligned}$$

$$\delta C = 18.91238198 - 18.89680723 > 0$$

γεγονός το οποίο εξηγεί τη μη λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής χωρίς ταυτόχρονη χρήση της θερμότητας για την τροφοδότηση της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης.

Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε επαληθεύεται και μέσω του Σχ. 5.50:



Σχήμα 5.50 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου υπό ονομαστικές συνθήκες λειτουργίας του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες.

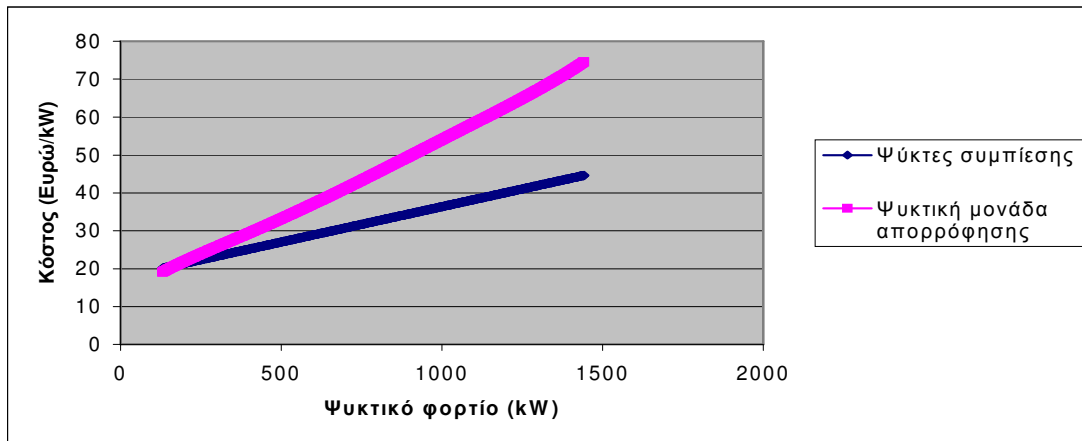
Τίθεται τώρα το ερώτημα: Υπό ποιες συνθήκες συμφέρει η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης τροφοδοτούμενη με την υπολειπόμενη θερμική ισχύ από τη μονάδα συμπαραγωγής και με συμπληρωματική ισχύ από τους λέβητες;

Για να συμφέρει η λειτουργία αυτή θα πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη:

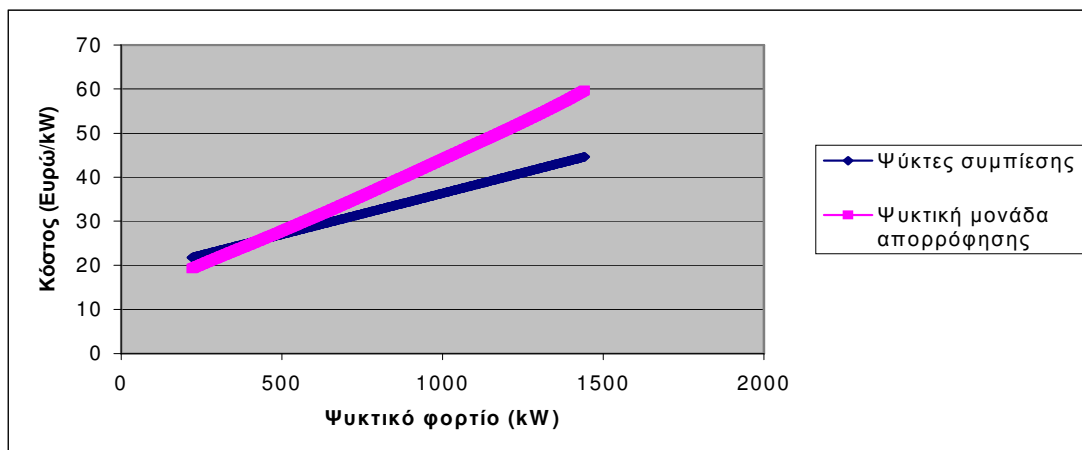
$$\left(\frac{p_{el}}{COP_{ch,el}} + c_{ch,el} \right) \cdot Q_{ch}^K + p_{el} \cdot \delta P_G - (p_f + c_{\Lambda}) \cdot \left(\frac{Q_{ch}^K}{COP_{abs}(Q_{ch})} - \delta Q_{the} \right) - c_{abs} \cdot Q_{ch}^K - c_{\mu\sigma} \cdot \delta P_G \geq 0 \quad (5.13)$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί συνάρτηση του συντελεστή συμπεριφοράς της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης, ο οποίος με τη σειρά του μεταβάλλεται συναρτήσει του ψυκτικού φορτίου που καλείται να αποδώσει η μονάδα.

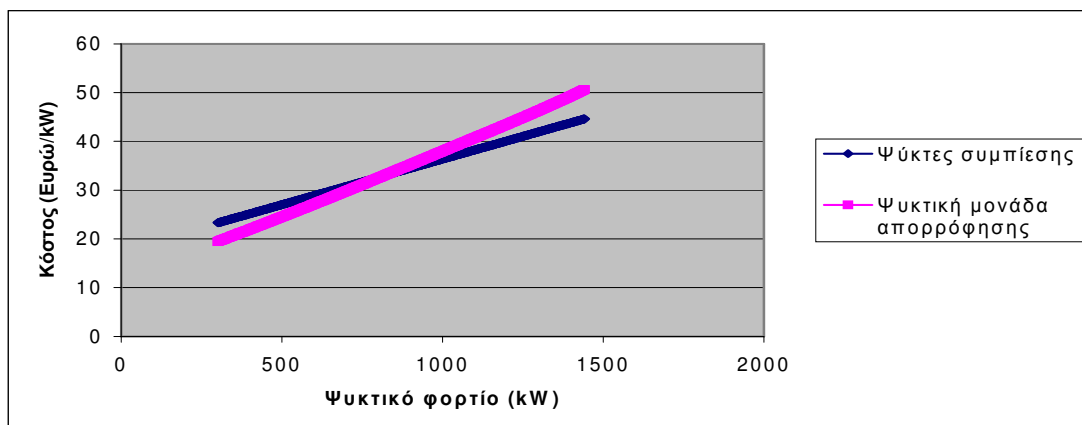
Τα διαγράμματα που παρατίθενται στη συνέχεια εξετάζουν διάφορες περιπτώσεις.



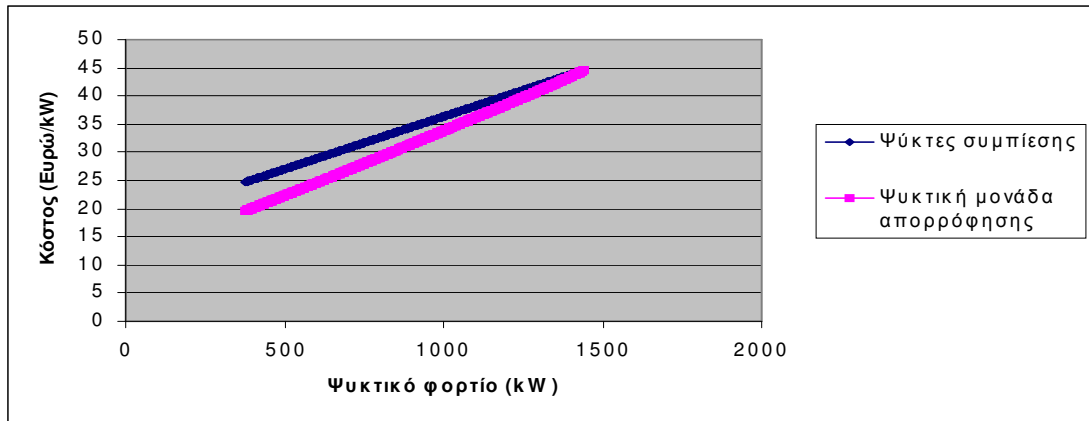
Σχήμα 5.51 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 0.68$.



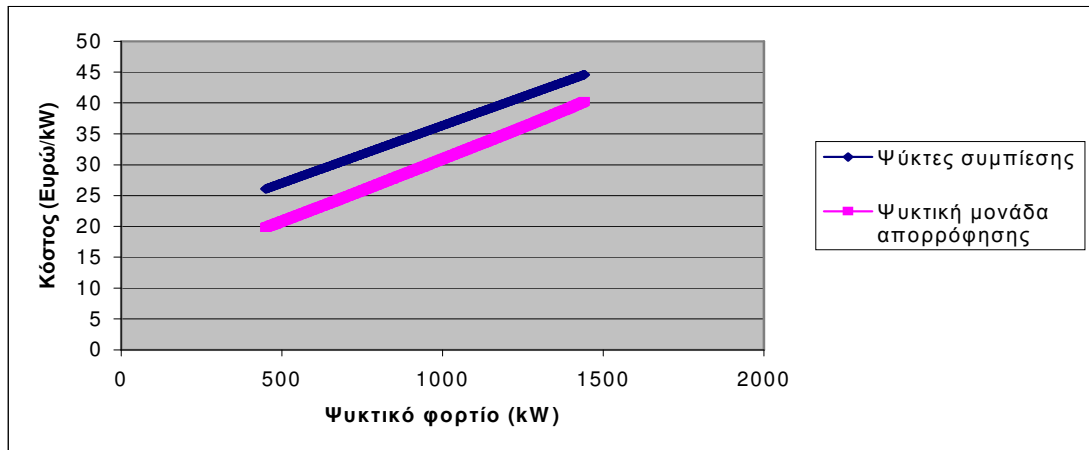
Σχήμα 5.52 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 0.90$.



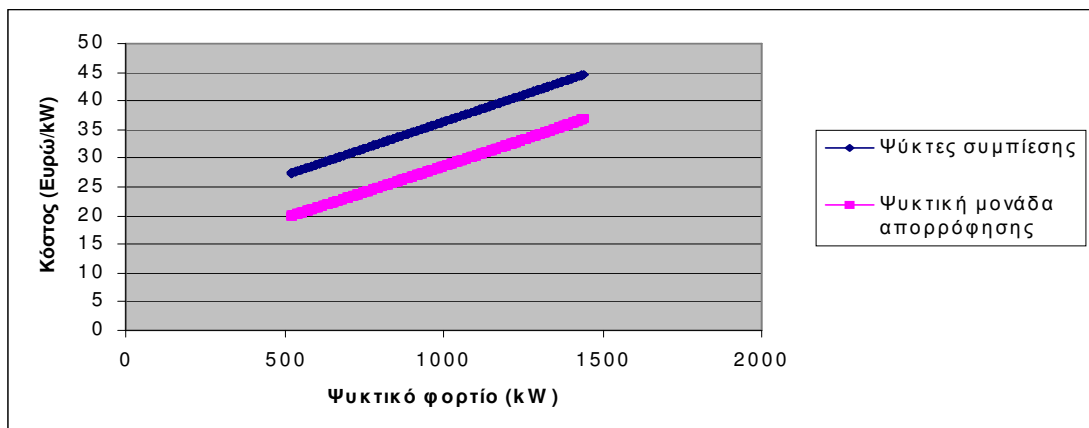
Σχήμα 5.53 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.12$.



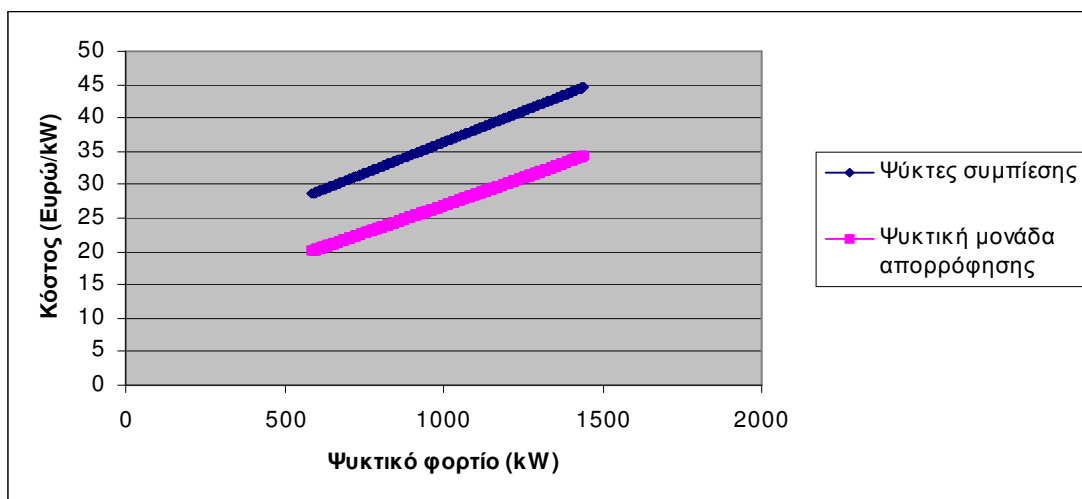
Σχήμα 5.54 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.34$.



Σχήμα 5.55 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.56$.



Σχήμα 5.56 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 1.78$.



Σχήμα 5.57 Σύγκριση κόστους κάλυψης ψυκτικού φορτίου του συστήματος κατά τους καλοκαιρινούς μήνες – $COP_{abs,N} = 2.0$.

Παρατηρείται πως η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης υπό τις προαναφερθείσες συνθήκες συμφέρει σε όλο το πεδίο λειτουργίας για συντελεστή συμπεριφοράς μεγαλύτερο του 1.34.

5.5 Ανάλυση Ευαισθησίας

5.5.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης λύνεται για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων. Όμως, οι τιμές πολλών παραμέτρων (π.χ. οικονομικών μεγεθών), δεν είναι γνωστές με απόλυτη ακρίβεια, αφού μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου και μάλιστα με αρκετά μεγάλο ρυθμό. Είναι λοιπόν απαραίτητο μετά τη λύση του προβλήματος να γίνει ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) δηλαδή μελέτη της επίδρασης που έχει στη βέλτιστη λύση η μεταβολή των τιμών των παραμέτρων.

Επειδή αυτές οι ενέργειες μπορεί να είναι κρίσιμης σημασίας για την πραγματοποίηση του συστήματος, η λεπτομερής ανάλυση ευαισθησίας είναι πολλές φορές πολυτιμότερη από την ίδια τη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

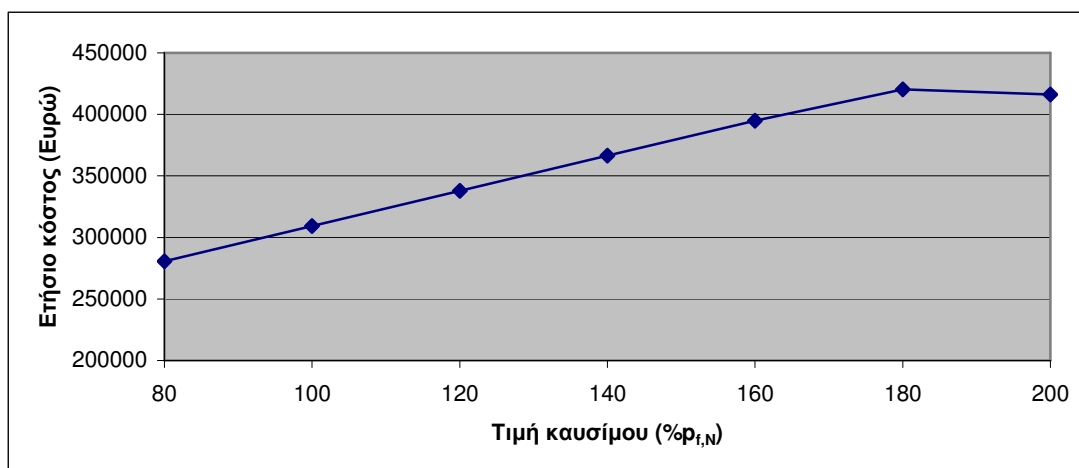
Διευκρινίζεται ότι κατά την ανάλυση ευαισθησίας οι τιμές των υπολοίπων παραμέτρων παραμένουν σταθερές και ίσες με τις ονομαστικές.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια.

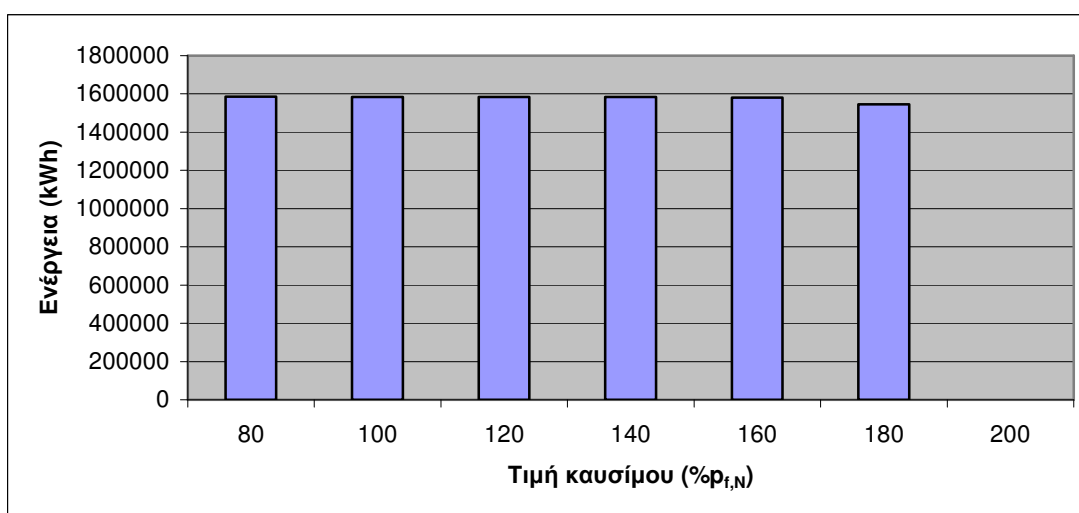
5.5.2 Τιμή φυσικού αερίου και ηλεκτρικής ενέργειας

Οι τιμές του φυσικού αερίου και της ηλεκτρικής ενέργειας μεταβάλλονται με μεγάλο ρυθμό. Για τον λόγο αυτό, εκτός από την περίπτωση των ονομαστικών συνθηκών, είναι αναγκαία η διερεύνηση των επιπτώσεων που μπορεί να έχει η μεταβολή των εν λόγω οικονομικών παραμέτρων.

5.5.2.1 Τιμή φυσικού αερίου



Σχήμα 5.58 Ετήσιο κόστος κάλυψης ενεργειακών αναγκών συναρτήσει της τιμής του καυσίμου.



Σχήμα 5.59 Ετήσια αποδιδόμενη ηλεκτρική ενέργεια από τη μονάδα συμπαραγωγής συναρτήσει της τιμής του καυσίμου.

Παρατηρείται πως για τιμή του φυσικού αερίου διπλάσια της ονομαστικής, η λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής απορρίπτεται ως μη συμφέρουσα έναντι της κάλυψης των θερμικών απαιτήσεων από τους λέβητες του συστήματος και την αγορά ηλεκτρικής ενέργειας από το δίκτυο.

Συνθήκη λειτουργίας μονάδας συμπαραγωγής έναντι λειτουργίας λεβήτων και παροχής ηλεκτρισμού από το δίκτυο

Για να θεωρηθεί συμφέρουσα η λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής έναντι της λειτουργίας λεβήτων και παροχής ηλεκτρισμού από το δίκτυο θα πρέπει να ισχύει:

$$\frac{\delta \mathcal{C}}{\delta P_G} = \frac{\partial Q_f^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G} \cdot p_f + c_{\text{M}\Sigma} - p_{el} - \frac{\partial Q_{th}^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G} \cdot (p_f + c_{\Lambda}) \leq 0 \quad (5.14)$$

Η μεταβολή της απαιτούμενης ενέργειας καυσίμου, $\frac{\partial Q_f^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G}$, η οποία εμφανίζεται στην Εξ. (5.14), υπολογίζεται με παραγωγή της Εξ. (3.2) από την οποία προκύπτει:

$$\frac{\partial Q_f^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G} = 0.0723 \cdot 2 \cdot \left(\frac{P_G}{100} \right) + 1.927 = 0.1446 \cdot \left(\frac{P_G}{100} \right) + 1.927 \quad (5.15)$$

Η μεταβολή της παραγόμενης θερμικής ενέργειας από τη μονάδα συμπαραγωγής, $\frac{\partial Q_{th}^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G}$, η οποία επίσης εμφανίζεται στην Εξ. (5.14), υπολογίζεται με παραγωγή της Εξ. (3.1) από την οποία προκύπτει:

$$\frac{\partial Q_{th}^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G} = 0.1016 \cdot P_G \cdot \left(\frac{100}{832} \right)^2 + 5.4936 \cdot \left(\frac{100}{832} \right) \quad (5.16)$$

Για $p_f = 2 \cdot p_{f,N}$ ισχύει :

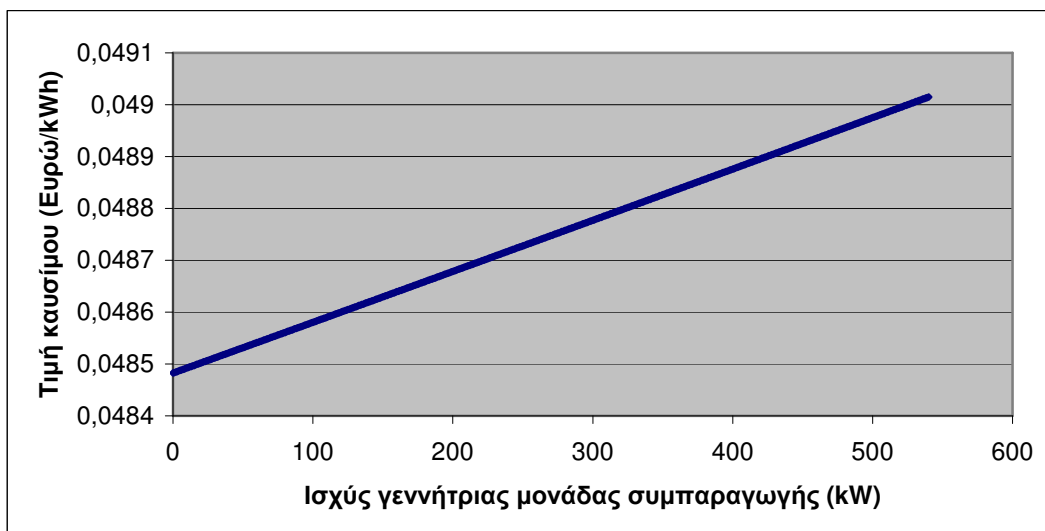
$$\frac{\delta \mathcal{C}}{\delta P_G} = -1.30037 \cdot 10^{-6} \cdot P_G + 0.004305939 \xrightarrow{P_G \leq 540} \frac{\delta \mathcal{C}}{\delta P_G} > 0 \quad (5.17)$$

Συνεπώς η βελτιστοποιητική διαδικασία σωστά κατέληξε στην απόρριψη λειτουργίας της μονάδας συμπαραγωγής.

Η κρίσιμη τιμή του φυσικού αερίου, η τιμή για την οποία τα κόστη των δύο παραπάνω περιπτώσεων εξισώνονται, εξαρτάται από το φορτίο της μονάδας συμπαραγωγής και δίνεται από τη σχέση:

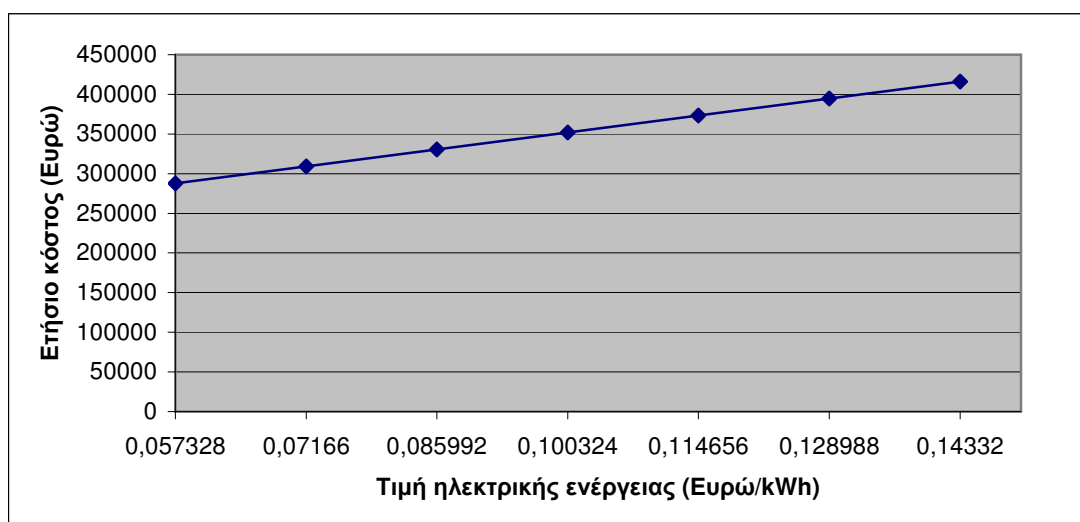
$$\frac{\delta \mathcal{C}}{\delta P_G} = \frac{\partial Q_f^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G} \cdot p_f + c_{\text{M}\Sigma} - p_{el} - \frac{\partial Q_{th}^{\text{M}\Sigma}}{\partial P_G} \cdot (p_f + c_{\Lambda}) = 0 \quad (5.18)$$

$$P_{f,crit} = \frac{p_{el} - c_{\text{M}\Sigma} + c_{\Lambda} \cdot \left(0.1016 \cdot P_G \cdot \left(\frac{100}{832} \right)^2 + 5.4936 \cdot \left(\frac{100}{832} \right) \right)}{\left[0.001446 \cdot P_G + 1.927 - \left(0.1016 \cdot P_G \cdot \left(\frac{100}{832} \right)^2 + 5.4936 \cdot \left(\frac{100}{832} \right) \right) \right]}$$



Σχήμα 5.60 Κρίσιμη τιμή καυσίμου συναρτήσει της μεταβολής της ισχύος γεννήτριας της μονάδας συμπαραγωγής.

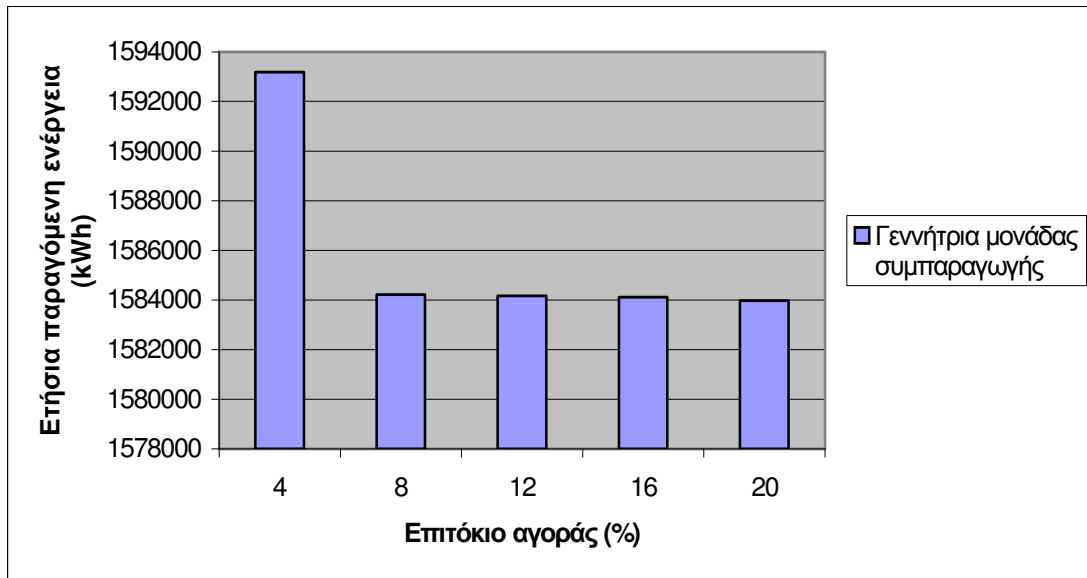
5.5.2.2 Τιμή ηλεκτρικής ενέργειας



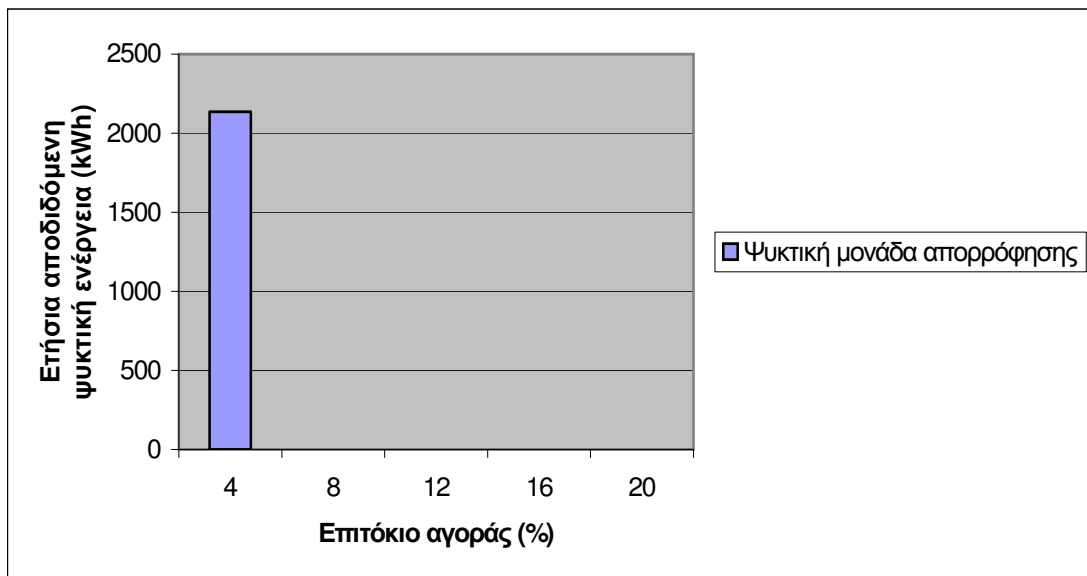
Σχήμα 5.61 Ετήσιο κόστος κάλυψης ενεργειακών αναγκών συναρτήσει της μεταβολής της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας.

Παρατηρείται γραμμική αύξηση του ετήσιου κόστους κάλυψης ενεργειακών απαιτήσεων συναρτήσει της μεταβολής της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας.

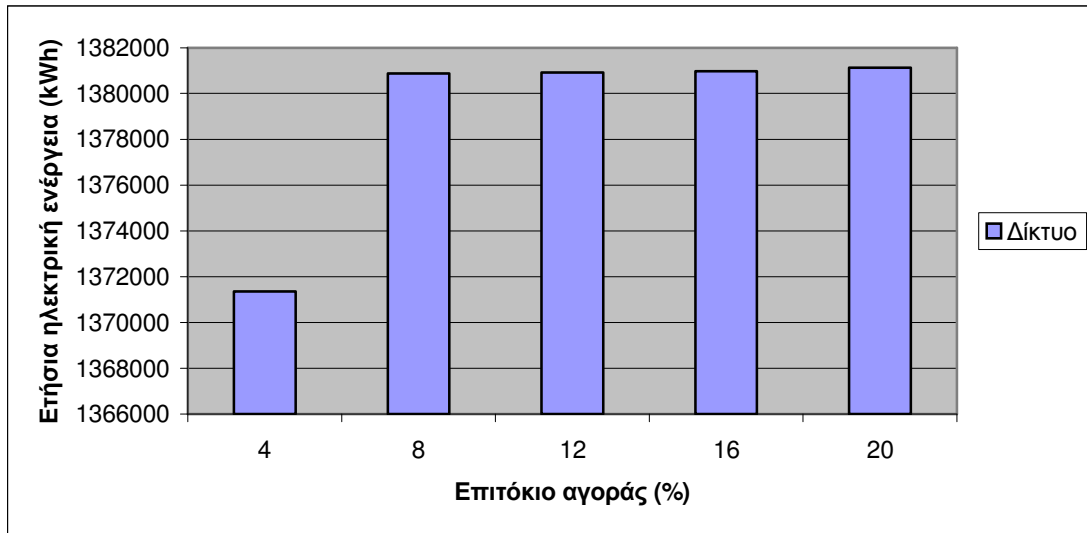
5.5.3 Επιτόκιο αγοράς



Σχήμα 5.62 Ετήσια αποδιδόμενη ηλεκτρική ενέργεια από τη μονάδα συμπαραγωγής συναρτήσει της μεταβολής της τιμής του επιτοκίου αγοράς.



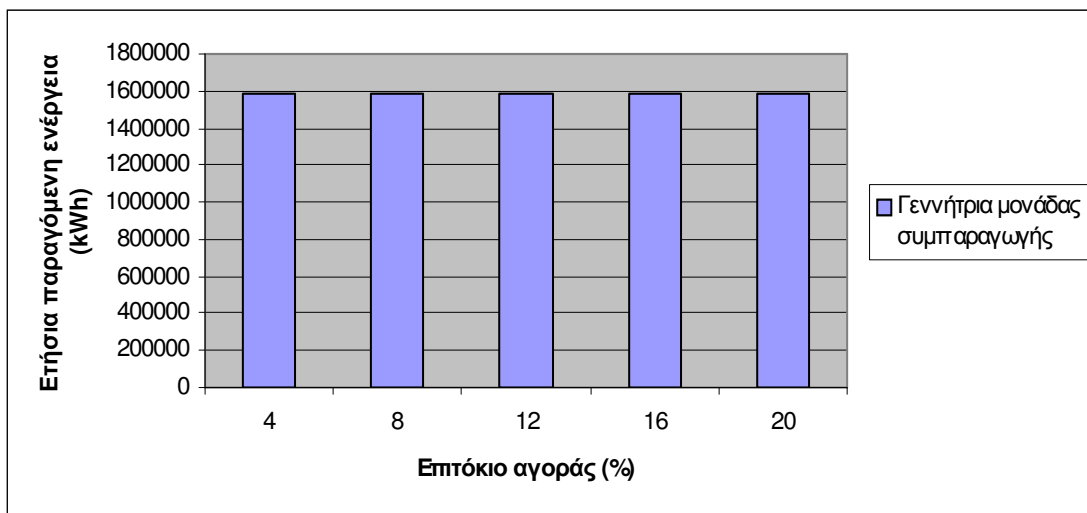
Σχήμα 5.63 Ετήσια αποδιδόμενη ψυκτική ενέργεια από τη μονάδα απορρόφησης συναρτήσει της μεταβολής της τιμής του επιτοκίου αγοράς.



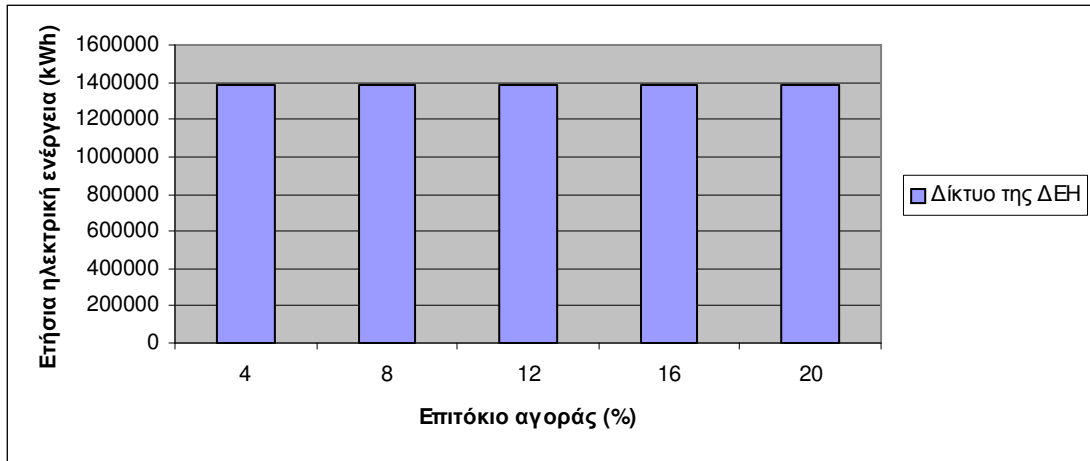
Σχήμα 5.64 Ετήσια αγορά ηλεκτρικής ενέργεια από το δίκτυο της Δ.Ε.Η. συναρτήσει της μεταβολής της τιμής του επιτοκίου αγοράς.

Για τιμή του επιτοκίου αγοράς ίση με 4% αρχίζει να συμφέρει η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης τροφοδοτούμενης από τη μονάδα συμπαραγωγής. Αποτέλεσμα αυτού, όπως φαίνεται και από το Σχ. (5.64), είναι η μείωση της απαιτούμενης ηλεκτρικής ενέργειας από το δίκτυο.

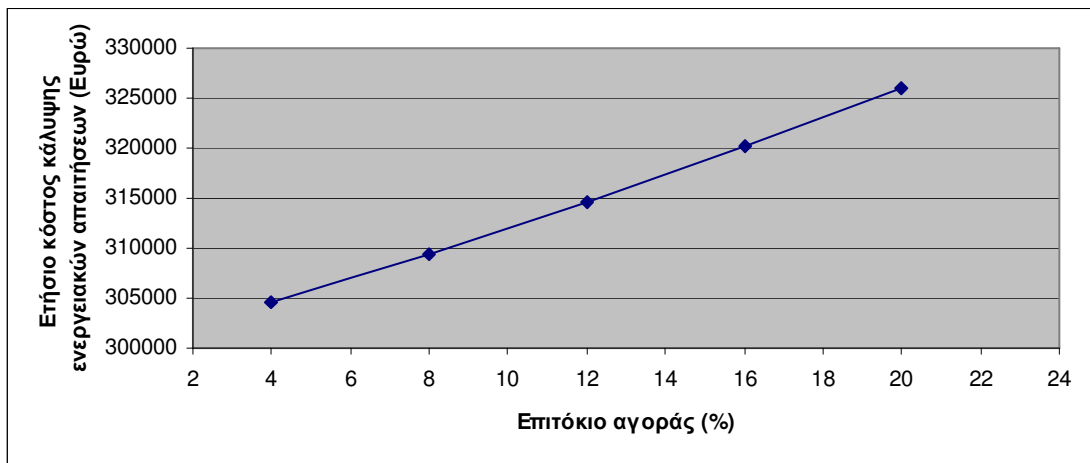
Παρ' όλα αυτά κατά την 'ενεργοποίηση' των τεχνικών ορίων στη δεύτερη κλήση του αλγορίθμου η μονάδα απορρόφησης τελικά τίθεται εκτός λειτουργίας. Τα τελικά αποτελέσματα απεικονίζονται στη συνέχεια.



Σχήμα 5.65 Ετήσια αποδιδόμενη ηλεκτρική ενέργεια από τη μονάδα συμπαραγωγής συναρτήσει της μεταβολής της τιμής του επιτοκίου αγοράς.



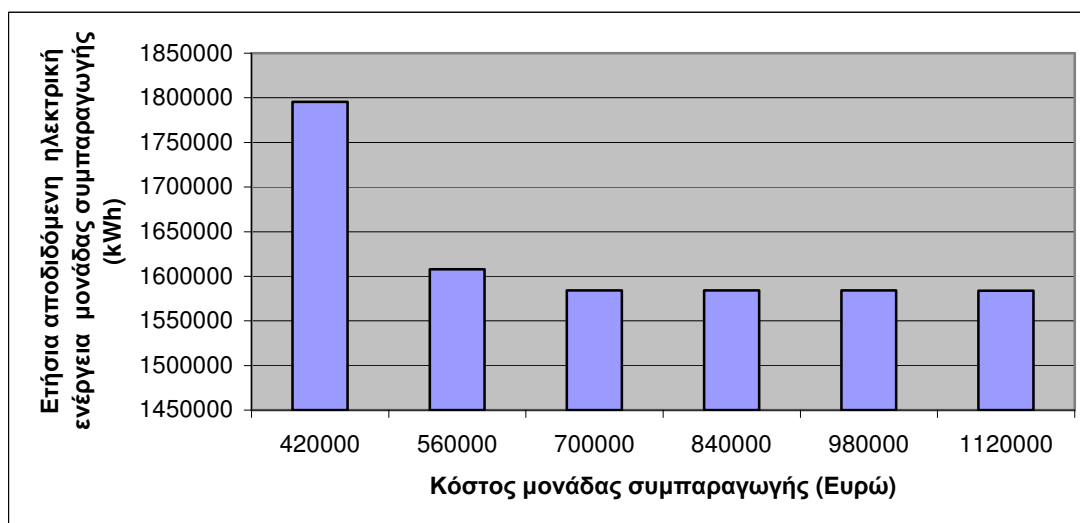
Σχήμα 5.66 Ετήσια αγορά ηλεκτρικής ενέργεια από το δίκτυο της Δ.Ε.Η. συναρτήσει της μεταβολής της τιμής του επιτοκίου αγοράς.



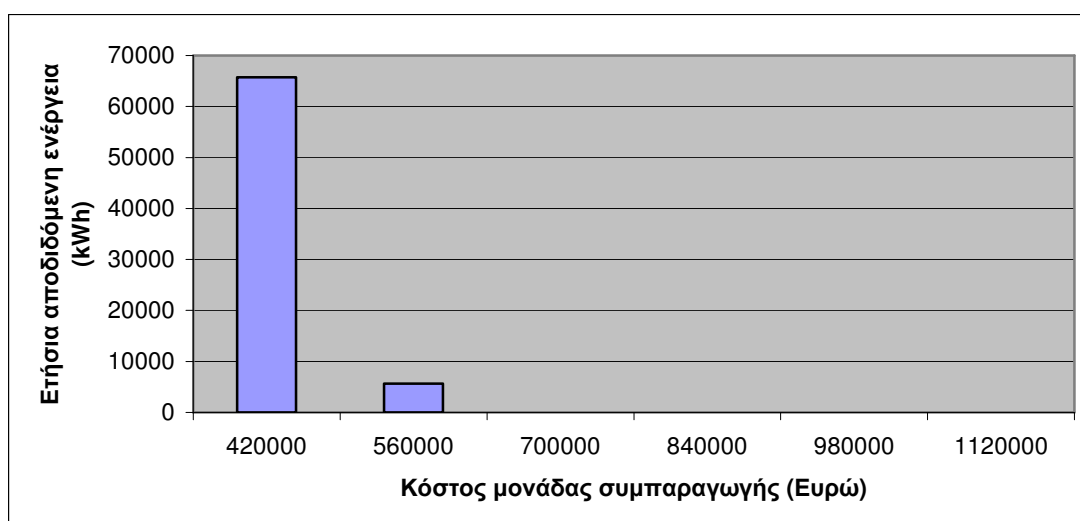
Σχήμα 5.67 Ετήσιο κόστος κάλυψης ενεργειακών αναγκών συναρτήσει της μεταβολής της τιμής του επιτοκίου αγοράς.

Παρατηρείται γραμμική αύξηση του ετήσιου κόστους κάλυψης ενεργειακών απαιτήσεων συναρτήσει της μεταβολής της τιμής του επιτοκίου αγοράς.

5.5.4 Κόστος μονάδας συμπαραγωγής



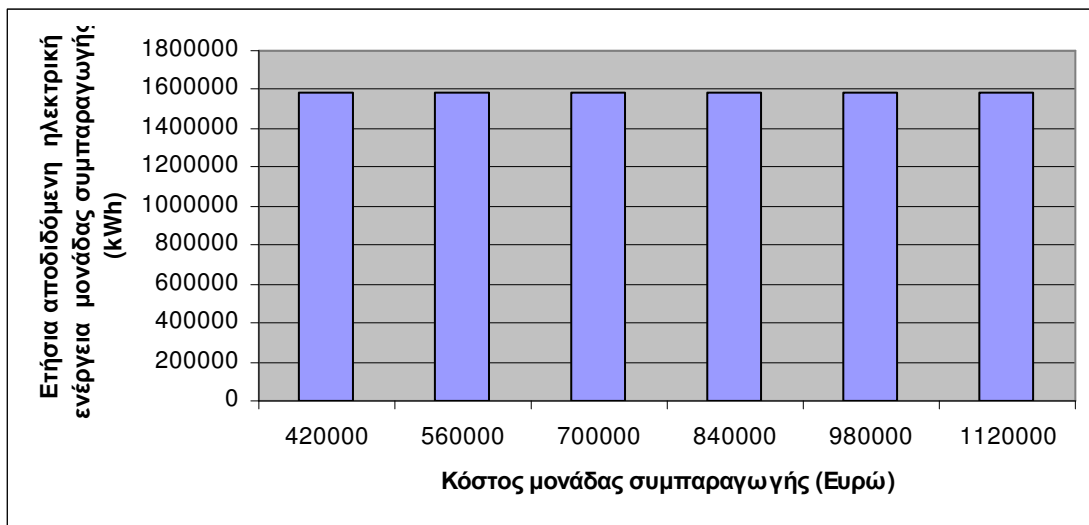
Σχήμα 5.68 Ετήσια αποδιδόμενη ηλεκτρική ενέργεια από τη μονάδα συμπαραγωγής συναρτήσει του κόστους αγοράς της.



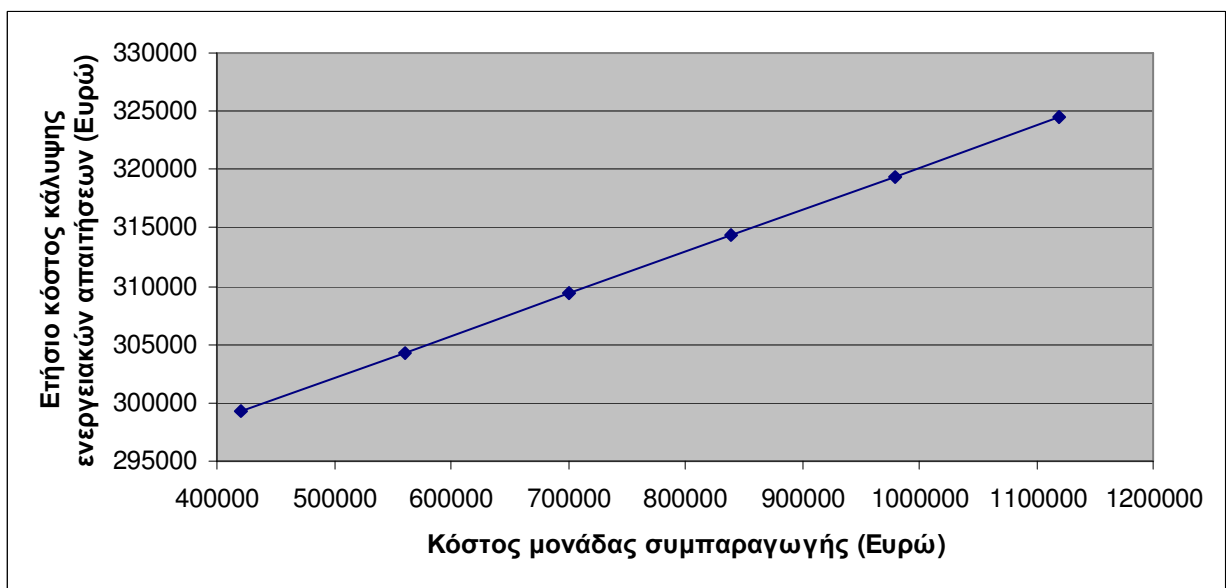
Σχήμα 5.69 Ετήσια αποδιδόμενη ψυκτική ενέργεια από τη μονάδα απορρόφησης συναρτήσει του κόστους αγοράς της μονάδας συμπαραγωγής.

Για τιμή του κόστους αγοράς της μονάδας συμπαραγωγής μικρότερη ή ίση του 80% της ονομαστικής της τιμής αρχίζει να συμφέρει η λειτουργία της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης τροφοδοτούμενης αποκλειστικά από αυτή. Αποτέλεσμα αυτού, όπως φαίνεται και από το Σχ. 5.69, είναι η αύξηση της αποδιδόμενης ηλεκτρικής ενέργειας από τη μονάδα συμπαραγωγής, ως επακόλουθο της μόνιμης φόρτισής της στο ονομαστικό φορτίο για την τροφοδότηση της μονάδας απορρόφησης με τη μέγιστη δυνατή περίσσεια θερμικής ισχύος.

Όπως παρατηρήθηκε και στην ανάλυση ευαισθησίας ως προς το επιτόκιο αγοράς, έτσι και σε αυτή την περίπτωση κατά την 'ενεργοποίηση' των τεχνικών ορίων στη δεύτερη κλήση του αλγορίθμου η μονάδα απορρόφησης τελικά τίθεται εκτός λειτουργίας. Τα τελικά αποτελέσματα απεικονίζονται στη συνέχεια:



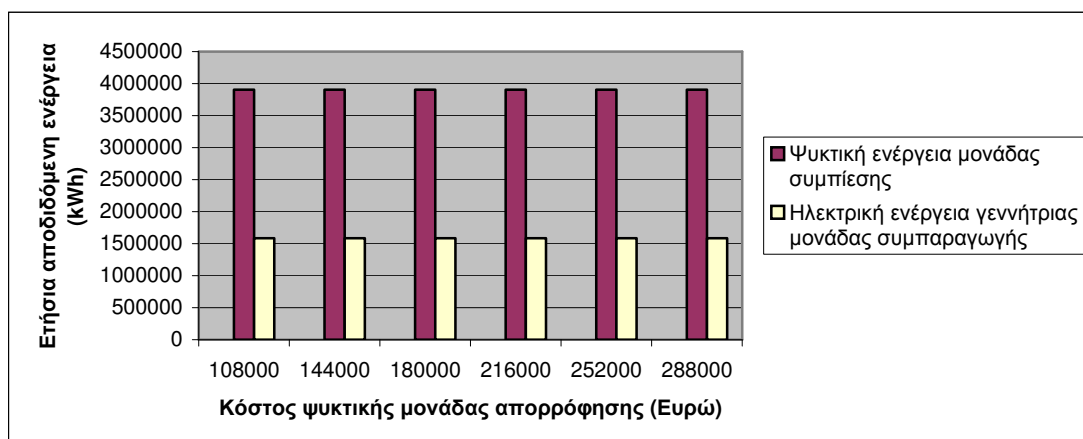
Σχήμα 5.70 Ετήσια αποδιδόμενη ηλεκτρική ενέργεια από τη μονάδα συμπαραγωγής συναρτήσει του κόστους αγοράς της.



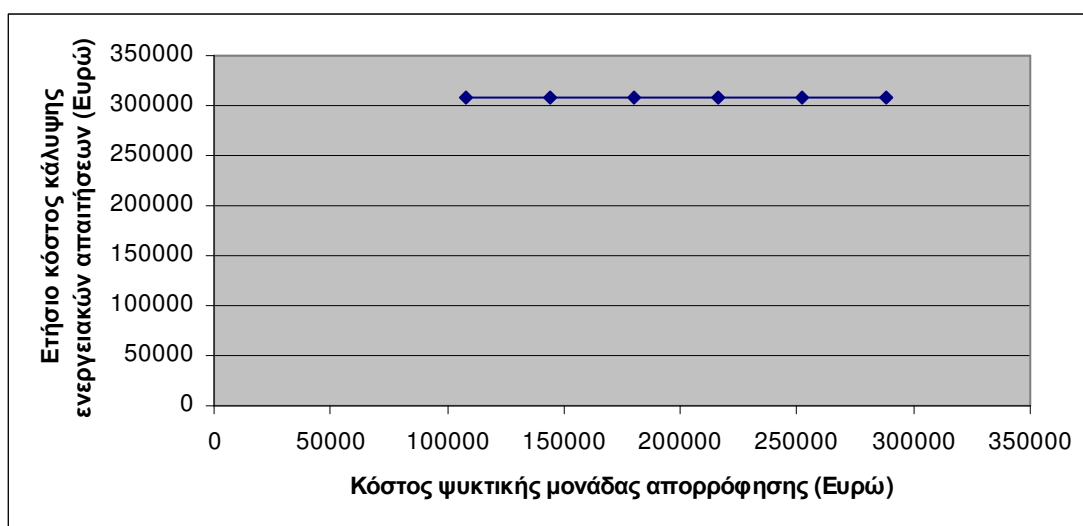
Σχήμα 5.71 Ετήσιο κόστος κάλυψης ενεργειακών αναγκών συναρτήσει της μεταβολής του κόστους αγοράς της μονάδας συμπαραγωγής.

Το ετήσιο κόστος κάλυψης ενεργειακών απαιτήσεων μεταβάλλεται γραμμικά συναρτήσει της μεταβολής της τιμής της μονάδας συμπαραγωγής, όπως φαίνεται στο Σχ. 5.71.

5.5.5 Κόστος ψυκτικής μονάδας απορρόφησης



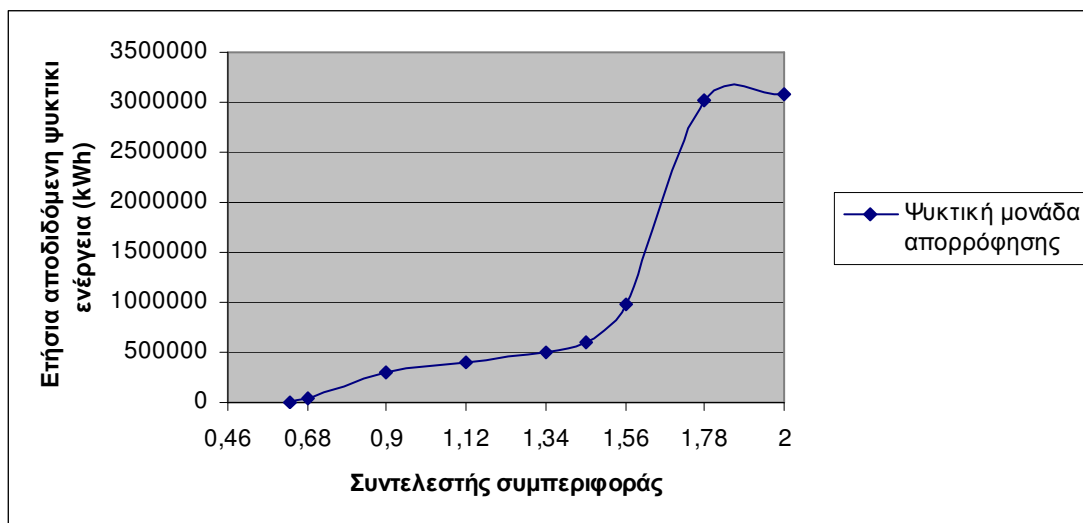
Σχήμα 5.72 Μεταβολή ετήσιας αποδιδόμενης ενέργειας από τους ψύκτες συμπίεσης και τη μονάδα συμπαραγωγής συναρτήσει της μεταβολής του κόστους αγοράς της μονάδας απορρόφησης.



Σχήμα 5.73 Ετήσιο κόστος κάλυψης ενεργειακών αναγκών συναρτήσει της μεταβολής του κόστους αγοράς της μονάδας απορρόφησης.

Διαπιστώνεται από το Σχ. (5.72) πως η λειτουργία της μονάδας απορρόφησης δε συμφέρει ακόμα και για πτώση του κόστους αγοράς της στο 60% υπό τις συνθήκες που ορίζονται από τις υπόλοιπες ονομαστικές τιμές των παραμέτρων. Γι' αυτό το λόγο άλλωστε το ετήσιο κόστος κάλυψης των ενεργειακών αναγκών παραμένει σταθερό.

5.5.6 Επίδραση του συντελεστή συμπεριφοράς της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης



Σχήμα 5.74 Ετήσια αποδιδόμενη ψυκτική ενέργεια από τη μονάδα απορρόφησης συναρτήσσει της τιμής του ονομαστικού συντελεστή συμπεριφοράς της.

Η μονάδα απορρόφησης σύμφωνα με το Σχ. (5.74) αρχίζει να χρησιμοποιείται από το σύστημα για ονομαστικό συντελεστή συμπεριφοράς μεγαλύτερο του 0.63.

Το σχήμα παρουσιάζει δύο σημεία καμψής: Το πρώτο εμφανίζεται για συντελεστή συμπεριφοράς ίσο με 1.34 και το δεύτερο για τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς ίσο με 1.78. Πράγματι, σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε, για συντελεστή συμπεριφοράς μεγαλύτερο του 1.34 και κατά τους μήνες όπου υπάρχει περίσσεια θερμικής ισχύος για την τροφοδότηση της μονάδας απορρόφησης από τη μονάδα συμπαραγωγής, τίθενται σε λειτουργία και οι λέβητες για την επίτευξη δυνατότητας φόρτισής της σε πιο αποδοτικό σημείο. Για τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς μεγαλύτερη του 1.78, η λειτουργία της μονάδας απορρόφησης τροφοδοτούμενη αποκλειστικά από τους λέβητες είναι πλέον συμφέρουσα, γι' αυτό και από εκείνο το σημείο και πέρα η μονάδα απορρόφησης λειτουργεί και κατά τους χειμερινούς μήνες (κατά τους οποίους δεν περισεύει θερμική ισχύς από τη λειτουργία της μονάδας συμπαραγωγής). Σε αυτή την αλλαγή οφείλεται και η απότομη αύξηση της ετήσιας αποδιδόμενης ψυκτικής ισχύος, αφού η μονάδα απορρόφησης τίθεται πλέον σε προτεραιότητα έναντι της λειτουργίας των ψυκτών συμπιέσις.

6

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΙΣΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

6.1 Γενικά Συμπεράσματα και Προτάσεις

Στην παρούσα ενότητα διατυπώνονται παρατηρήσεις και προτάσεις με σκοπό τη βελτίωση του συστήματος.

Η ψυκτική μονάδα απορρόφησης δεν μπορεί να συνεργαστεί με το υπόλοιπο σύστημα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο χαμηλό συντελεστή συμπεριφοράς και στη μικρή ποσότητα θερμικής ισχύος που διατίθεται για την τροφοδότησή της. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι, κατά τη θερινή περίοδο, η μέγιστη θερμική ισχύς που μπορεί να ανακτηθεί από το σύστημα συμπαραγωγής (όταν δηλαδή η μηχανή λειτουργεί στο 100%) είναι 759 kW περίπου. Αν από αυτά αφαιρεθούν τα 465 kW που αποτελούν το σταθερό θερμικό φορτίο του κτιρίου κατά την εν λόγω περίοδο, απομένουν στην καλύτερη των περιπτώσεων περίπου 294 kW για να τροφοδοτήσουν την ψυκτική μονάδα απορρόφησης. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η ονομαστική θερμική ισχύς της ψυκτικής μονάδας απορρόφησης είναι περίπου 2110 kW και δεδομένης της χαμηλής ποιότητας της διαθέσιμης θερμικής ισχύος (νερό 85 °C) προκύπτει ότι με τις υφιστάμενες συνθήκες λειτουργίας του συστήματος και για το συγκεκριμένο μέγεθος ψυκτικού συγκροτήματος, είναι αδύνατη η εκμετάλλευσή του και σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να αιτιολογηθεί αυτή η επένδυση.

Τα στοιχεία αυτά οδηγούν στο συμπέρασμα ότι, σύμφωνα με τις υπάρχουσες συνθήκες, η ύπαρξη του συγκεκριμένου ψυκτικού συγκροτήματος δεν είναι δυνατό να προσφέρει το παραμικρό στην αποδοτικότερη λειτουργία του συστήματος και την εξοικονόμηση χρημάτων. Η μόνη περίπτωση κατά την οποία το ψυκτικό συγκρότημα απορρόφησης θα μπορούσε να έχει κάποια συνεισφορά στο σύστημα (θερινή περίοδος) είναι η βελτίωση του συντελεστή συμπεριφοράς. Αυτό θα μπορούσε να επιτευχθεί με την αύξηση της θερμοκρασίας του ζεστού νερού που τροφοδοτεί τη μονάδα και με την αύξηση της απορριπτόμενης θερμότητας στο περιβάλλον, ώστε να μειωθεί η θερμοκρασία εισόδου του νερού επιστροφής από τον πύργο ψύξης.

Το γεγονός ότι δεν είναι από οικονομικής άποψης εφικτή η λειτουργία της μονάδας απορρόφησης έχει ακόμα μία αρνητική επίπτωση στη λειτουργία του συστήματος. Στερεί από το σύστημα συμπαραγωγής τη δυνατότητα απόρριψης της θερμικής ισχύος που περισσεύει (η μονάδα συμπαραγωγής δεν είναι εφοδιασμένη με συμπληρωματικό ψυγείο για την αεριομηχανή, με συνέπεια να μην μπορεί να λειτουργήσει σε ισχύ μεγαλύτερη από αυτή που αντιστοιχεί στη θερμότητα που μπορεί να αξιοποιηθεί). Μία λύση για αυτό θα μπορούσε να είναι η απόρριψη του πλεονάσματος θερμότητας σε πύργο ψύξης ή η κατασκευή παρακαμπηρίου αγωγού καυσαερίων ώστε να μην οδηγείται όλη η παροχή καυσαερίων στον εναλλάκτη θερμότητας.

6.2 Προτεινόμενα Θέματα για Συνέχιση της Διπλωματικής Εργασίας

Το στενό χρονικό πλαίσιο της Διπλωματικής Εργασίας αναπόφευκτα αφήνει θέματα χωρίς την επιθυμητή εξέλιξη, αλλά παράλληλα δίνει ιδέες για ενδεχόμενη μελλοντική έρευνα. Κάποιες από αυτές παρουσιάζονται συνοπτικά στη συνέχεια:

- Εύρεση αντιπροσωπευτικότερων συναρτήσεων σε συνεργασία με την εταιρεία κατασκευής, για την περιγραφή των μεταβατικών φαινομένων φόρτισης και αποφόρτισης.
- Εισαγωγή μεταβατικών φαινομένων και στις υπόλοιπες μονάδες του συστήματος.
- Αντιπροσωπευτικότερη προσομοίωση του συντελεστή συμπεριφοράς των ψυκτών συμπίεσης.
- Διακριτοποίηση της τυπικής ημέρας του μήνα σε 24 διαστήματα, ένα για κάθε ώρα της ημέρας.
- Στοχαστική θεώρηση κατά τη βελτιστοποίηση : Στις περισσότερες εφαρμογές η βελτιστοποίηση στηρίζεται στην παραδοχή ότι οι τιμές διαφόρων μεγεθών είναι συγκεκριμένες και γνωστές (αιτιοκρατικές). Όμως, οποιαδήποτε πρόβλεψη για το μέλλον δεν μπορεί να είναι ακριβής. Επομένως, οι προβλέψεις συνοδεύονται από κάποια αοριστία. Έτσι, οι τιμές συνοδεύονται από μια πιθανότητα να ισχύουν, δηλαδή είναι στοχαστικές. Ένα παράδειγμα εφαρμογών, στις οποίες εμφανίζονται στοχαστικές μεταβλητές, είναι η εισαγωγή αξιοπιστίας και διαθεσιμότητας στη βελτιστοποίηση ενεργειακών συστημάτων.

Παράρτημα Α΄

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

A.1 Εισαγωγή

Βελτιστοποίηση είναι η διαδικασία με την οποία προσδιορίζονται οι συνθήκες που κάνουν μέγιστη ή ελάχιστη την τιμή μιας συνάρτησης, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιούν ορισμένους περιορισμούς.

Το κριτήριο της βελτιστοποίησης ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση και εξαρτάται από την περίπτωση που μελετάται.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται βασικά θεωρήματα βελτιστοποίησης. Η τελευταία ενότητα αναφέρεται στη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, που αποτελεί μια εφαρμογή βελτιστοποίησης, όπως θα φανεί στην πορεία.

A.2 Θεωρία Βελτιστοποίησης

A.2.1 Έννοιες - Ορισμός του Προβλήματος

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα, του οποίου η κατάσταση (state) σε μια χρονική στιγμή t καθορίζεται από ένα σύνολο τιμών των μεταβλητών του, δηλαδή από ένα διάλυμα καταστάσεως.

Με την πάροδο του χρόνου το σύστημα υφίσταται μεταβολές, δηλαδή οι μεταβλητές του υπόκεινται σε μετασχηματισμούς. Σε ορισμένες από τις μεταβλητές του συστήματος, είναι δυνατόν να υπαγορευσουμε εμείς τους μετασχηματισμούς που θα υποστούν σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Ο καθορισμός των μετασχηματισμών που θα επιβάλουμε στο σύστημα ισοδυναμεί με μία απόφαση.

Στην ανάλυση που ακολουθεί, οι γνωστές μέχρι τώρα ως ανεξάρτητες μεταβλητές θα αποκαλούνται και μεταβλητές απόφασης, ή μεταβλητές ελέγχου (ελεγχόμενες μεταβλητές). Επίσης, οι εξαρτημένες μεταβλητές θα αναφέρονται και με την ονομασία μεταβλητές κατάστασης.

Μια συνάρτηση των παραπάνω μεταβλητών, όταν δεν συνοδεύεται από περιορισμούς, ονομάζεται *αδέσμευτη συνάρτηση*, ενώ σε αντίθετη περίπτωση ονομάζεται *δεσμευμένη*.

Η γενική περίπτωση προβλημάτων βελτιστοποίησης περιλαμβάνει την εύρεση των τιμών m μεταβλητών απόφασης x_1, x_2, \dots, x_m που καθιστά ελάχιστη ή μέγιστη μια συνάρτηση των ανωτέρω μεταβλητών απόφασης, αλλά και n μεταβλητών κατάστασης s_1, s_2, \dots, s_n , καλούμενη *αντικειμενική συνάρτηση*. Η γενική διατύπωση για ελαχιστοποίηση είναι:

$$\min f(x_1, x_2, \dots, x_m; s_1, s_2, \dots, s_n) \quad (\text{A.1})$$

Αποτελεί συνήθη πρακτική στη θεωρία βελτιστοποίησης να διατυπώνεται το πρόβλημα ως ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης, ώστε η παρουσίαση να είναι ενιαία και γενική. Παρ' όλα αυτά η θεωρία καλύπτει και προβλήματα μεγιστοποίησης αφού:

$$\max f(x_1, x_2, \dots, x_m; s_1, s_2, \dots, s_n) = - \min f(x_1, x_2, \dots, x_m; s_1, s_2, \dots, s_n) \quad (\text{A.2})$$

Η αντικειμενική συνάρτηση σε αυτή την περίπτωση γράφεται ως:

$$\min f(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \quad (\text{A.3})$$

Οι n μεταβλητές κατάστασης προσδιορίζονται από τις m μεταβλητές απόφασης μέσω n ισοτικών περιορισμών της μορφής:

$$h_1(s_1, s_2, \dots, s_n; x_1, x_2, \dots, x_m) = 0$$

$$h_n(s_1, s_2, \dots, s_n; x_1, x_2, \dots, x_m) = 0 \quad (\text{A.4})$$

Για λόγους ευκολίας γραφής θέτουμε:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \text{διάνυσμα απόφασης} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{pmatrix} = \text{διάνυσμα κατάστασης} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{pmatrix} = \text{διάνυσμα ισοτικών περιορισμών} \quad (\text{A.7})$$

Το γενικό πρόβλημα βελτιστοποίησης διατυπώνεται ως εξής:

Ζητείται το βέλτιστο διάνυσμα απόφασης \mathbf{x} που ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση $f(\mathbf{x}, \mathbf{s})$, όπου οι μεταβλητές κατάστασης προκύπτουν από το διάνυσμα απόφασης διαμέσου του διανύσματος των ισοτικών περιορισμών:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \mathbf{0}$$

Η παρουσίαση ξεκινά από την απλούστερη περίπτωση βελτιστοποίησης συνάρτησης μίας μεταβλητής χωρίς περιορισμούς και καταλήγει στην περίπτωση βελτιστοποίησης δεσμευμένης συνάρτησης πολλών μεταβλητών.

A.2.2 Συναρτήσεις μιας μεταβλητής χωρίς περιορισμούς

Αναγκαία συνθήκη

Θεωρούμε την αδέσμευτη συνάρτηση $f(x)$.

Αναγκαία συνθήκη ώστε σημείο x^* να είναι τοπικό ακρότατο της συνάρτησης $f(x)$ είναι η:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x^*} = 0 \quad (\text{A.8})$$

Σημειώνεται ότι ικανοποίηση της Εξ. (A.8), συνεπάγεται πως το σημείο αποτελεί τοπικό ακρότατο ή σημείο καμπής.

Ικανές συνθήκες

Ικανές συνθήκες ώστε το σημείο x^* να είναι ακρότατο της συνάρτησης $f(x)$ είναι η ικανοποίηση της Εξ. (A.8) και:

Η πρώτη μη μηδενική παράγωγος να είναι τάξης i , με τιμή του i άρτια.

A.2.3 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών χωρίς περιορισμούς

Αναγκαίες συνθήκες

Αναγκαίες συνθήκες ώστε σημείο \mathbf{x}^* να είναι τοπικό ακρότατο συνάρτησης $f(\mathbf{x})$, είναι οι:

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{A.9})$$

και

ο πίνακας $\nabla^2 f(\mathbf{x}^*)$ να είναι θετικά ημιορισμένος, δηλαδή:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \mathbf{x}^{*2}} \geq 0 \quad (\text{A.10})$$

Ισχύει:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right) \quad (\text{A.11})$$

ή πιο απλοποιημένα:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \quad (\text{A.12})$$

και

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} = H_f(\mathbf{x}) \quad (\text{A.13})$$

Η μήτρα των μερικών παραγώγων δεύτερης τάξης, $H_f(\mathbf{x})$, ονομάζεται μήτρα του Hess, ή πίνακας Hessian (Hessian matrix).

Μια μήτρα A , διαστάσεων $n \times n$, είναι θετικά ημιορισμένη αν για κάθε διάνυσμα \mathbf{z} n -διαστάσεων διάφορο του μηδενός, ισχύει:

$$\mathbf{z}^T A \mathbf{z} \geq 0 \quad (\text{A.14})$$

Η ικανοποίηση της Εξ. (A.9), συνεπάγεται πως το σημείο αποτελεί ένα σαγματικό σημείο και όχι απαραίτητα το βέλτιστο, όπου σαγματικό σημείο είναι το ανάλογο του σημείου καμπής στον πολυδιάστατο χώρο.

Ικανές συνθήκες

Ικανές συνθήκες ώστε σημείο \mathbf{x}^* να είναι τοπικό ακρότατο συνάρτησης $f(\mathbf{x})$ είναι οι:

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (\text{A.15})$$

και

η μήτρα $\nabla^2 f(\mathbf{x}^*)$ να είναι θετικά ορισμένη.

Ένας πίνακας A , διαστάσεων $n \times n$, είναι θετικά ορισμένος αν για κάθε διάνυσμα \mathbf{z} n -διαστάσεων διάφορο του μηδενός, ισχύει:

$$\mathbf{z}^T A \mathbf{z} > 0 \quad (\text{A.16})$$

A.2.4 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών με ισοτικούς περιορισμούς (θεωρία Lagrange)

Έστω το πρόβλημα βελτιστοποίησης :

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \quad (\text{A.17})$$

με m ισοτικούς περιορισμούς:

$$h_j(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (\text{A.18})$$

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς μπορεί να μετατραπεί σε πρόβλημα χωρίς περιορισμούς σχηματίζοντας τη συνάρτηση Lagrange:

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}, \mathbf{s}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \quad (\text{A.19})$$

με:

$$\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) \quad (\text{A.20})$$

Αναγκαίες συνθήκες

Οι αναγκαίες συνθήκες ακροτάτου είναι:

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{A.21})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{A.22})$$

και ο πίνακας $\nabla_{\mathbf{x}}^2 L(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ να είναι θετικά ημιορισμένος.

Ικανές συνθήκες

Οι ικανές συνθήκες ακροτάτου είναι:

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{A.23})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{A.24})$$

και ο πίνακας $\nabla_{\mathbf{x}}^2 L(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ να είναι θετικά ορισμένος.

Το βέλτιστο διάνυσμα κατάστασης \mathbf{s}^* προσδιορίζεται μέσω των ισοτικών περιορισμών, Εξ. (A.18).

A.3 Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

A.3.1 Εισαγωγή

Είναι γνωστό πως για τον προσδιορισμό m συντελεστών σε μια συνάρτηση, απαιτούνται m γνωστά σημεία από τα οποία να διέρχεται η συνάρτηση. Εάν είναι γνωστά περισσότερα από m σημεία, τότε έχουμε τη δυνατότητα να καθορίσουμε τους συντελεστές της έτσι ώστε η συνάρτηση να προσαρμόζεται κατά το βέλτιστο τρόπο στα δεδομένα.

Ένας ορισμός της βέλτιστης προσαρμογής είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των απολύτων τιμών των αποκλίσεων των τιμών της συνάρτησης από τις γνωστές τιμές. Σύμφωνα με έναν άλλο ορισμό ελαφρώς διαφορετικό από τον προηγούμενο, η βέλτιστη προσαρμογή επιτυγχάνεται με την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών των συναρτήσεων από τις πραγματικές τιμές. Η διαδικασία αυτή καθορισμού των συντελεστών ονομάζεται 'μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων'.

Σημαντικό βήμα κατά τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ενός συστήματος αποτελεί η αρχική θεώρηση μιας αντιπροσωπευτικής μορφής συνάρτησης γι' αυτήν. Σε αντίθετη περίπτωση η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων με τη σειρά της θα οδηγήσει σε αποπροσανατολιστικά αποτελέσματα. Τα προβλήματα δεν προκύπτουν λόγω της εφαρμογής της συγκεκριμένης μεθόδου, αλλά από την αρχική λανθασμένη επιλογή της μορφής που θα έχει η συνάρτηση, τους συντελεστές της οποίας αναζητούμε μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων. Είναι απαραίτητη, λοιπόν, η εύρεση μιας αντιπροσωπευτικής συνάρτησης για να μπορέσει η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων να επιφέρει τα βέλτιστα αποτελέσματα.

A.3.2 Εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων σε πολυωνυμικές συναρτήσεις

Στη συνέχεια επεξηγείται η διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου σε πολυωνυμικές συναρτήσεις πρώτου και δευτέρου βαθμού.

Ας θεωρήσουμε αρχικά τη γραμμική συνάρτηση της μορφής:

$$y(x) = a + b \cdot x \quad (\text{A.25})$$

με γνωστά m ζεύγη σημείων της: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_i, y_i), \dots, (x_m, y_m)$.

Η απόκλιση των δεδομένων σημείων από τα υπολογισμένα μέσω της συνάρτησης είναι ίση με:

$$y(x_i) - y_i = (a + b \cdot x_i) - y_i \quad (\text{A.26})$$

Σκοπός είναι η εύρεση των συντελεστών a, b έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το άθροισμα:

$$\sum_{i=1}^m (a + b \cdot x_i - y_i)^2 \quad (\text{A.27})$$

Απαραίτητη συνθήκη είναι οι μερικές παράγωγοι του αθροίσματος (A.27) ως προς a και b να ισούνται με μηδέν. Δηλαδή:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^m (a + b \cdot x_i - y_i)^2}{\partial a} = \sum_{i=1}^m 2 \cdot (a + b \cdot x_i - y_i) = 0 \quad (\text{A.28})$$

και

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^m (a + b \cdot x_i - y_i)^2}{\partial b} = \sum_{i=1}^m 2 \cdot (a + b \cdot x_i - y_i) \cdot x_i = 0 \quad (\text{A.29})$$

Διαιρώντας τις Εξ. (A.28) και (A.29) με 2 και διαχωρίζοντας τους όρους τους με κατάλληλο τρόπο, καταλήγουμε στα εξής αποτελέσματα:

$$m \cdot a + b \cdot \sum x_i = \sum y_i \quad (\text{A.30})$$

$$a \cdot \sum x_i + b \cdot \sum x_i^2 = \sum x_i \cdot y_i \quad (\text{A.31})$$

Παρόμοια διαδικασία μπορεί να εφαρμοσθεί και σε συνάρτηση παραβολικής μορφής:

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 \quad (\text{A.32})$$

για m γνωστά ζεύγη σημείων. Το άθροισμα που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί θα είναι ίσο με:

$$\sum_{i=1}^m (a + b \cdot x_i + c \cdot x_i^2 - y_i)^2 \quad (\text{A.33})$$

Η μερική παραγωγή ως προς a , b , και c , διαδοχικά, καταλήγει σε τρεις παρόμοιες γραμμικές σχέσεις, εκφρασμένες με την ακόλουθη μητρική μορφή:

$$\begin{bmatrix} m & \sum x_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{bmatrix} \quad (\text{A.34})$$

Μια σύγκριση των προηγούμενων πινακοποιημένων σχέσεων με τις Εξ. (A.30) και (A.31) αποδεικνύει πως υπάρχει αντιστοιχία σε κάθε περίπτωση. Η μητρική μορφή μεταβάλλεται ανάλογα με το βαθμό του πολυωνύμου. Βάσει αυτής της διαπίστωσης, δεν θα είναι πλέον απαραίτητη ούτε καν η παραγωγή του αθροίσματος των τετραγώνων για να καταλήξουμε στο σύστημα εξισώσεων.

A.3.3 Εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων σε μη πολυωνυμικές συναρτήσεις

Στην προηγούμενη ενότητα επεξηγήθηκε η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων κατά την εφαρμογή της σε πολυωνυμικές συναρτήσεις. Αυτό δε σημαίνει πως η εφαρμογή της πρέπει να περιορισθεί σε πολυωνυμικές συναρτήσεις. Η μέθοδος έχει εφαρμογή σε κάθε συνάρτηση με σταθερούς συντελεστές. Για παράδειγμα, αν η μορφή της συνάρτησης είναι:

$$y = a \cdot \sin(2 \cdot x) + b \cdot \ln(x^2) \quad (\text{A.35})$$

το άθροισμα προς ελαχιστοποίηση είναι ίσο με:

$$\sum_{i=1}^m (y_i - a \cdot \sin(2 \cdot x_i) - b \cdot \ln(x_i^2))^2 \quad (\text{A.36})$$

Η μερική διαφορίση του αθροίσματος ως προς a και b αντίστοιχα και η εξίσωση του κάθε αποτελέσματος με μηδέν οδηγεί στις επόμενες σχέσεις:

$$a \sum (\sin(2x_i))^2 + b \sum (\sin(2x_i)) \cdot (\ln(x_i^2)) = \sum y_i \sin(2x_i) \quad (\text{A.37})$$

$$a \sum (\sin(2x_i)) \cdot (\ln(x_i^2)) + b \sum (\ln(x_i^2))^2 = \sum y_i \cdot \ln(x_i^2) \quad (\text{A.38})$$

οι οποίες μπορούν να επιλυθούν ως προς a και b .

Ένα βασικό χαρακτηριστικό που πρέπει να έχει η μορφή της συνάρτησης, ώστε να μπορεί να λυθεί το σύστημα αναλυτικά, είναι να έχει σταθερούς συντελεστές. Σε συνάρτηση της μορφής:

$$y = \sin(2ax) + bx^c \quad (\text{A.39})$$

οι όροι a και c δεν εμφανίζονται ως συντελεστές, συνεπώς η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων δε μπορεί να εφαρμοσθεί με άμεσα αποτελέσματα στη συνάρτηση αυτή. Στις περιπτώσεις αυτές, δεν είναι δυνατή η αναλυτική επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, οπότε είναι απαραίτητη η χρήση αριθμητικών μεθόδων (αλγορίθμων βελτιστοποίησης).

Παράρτημα Β΄

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

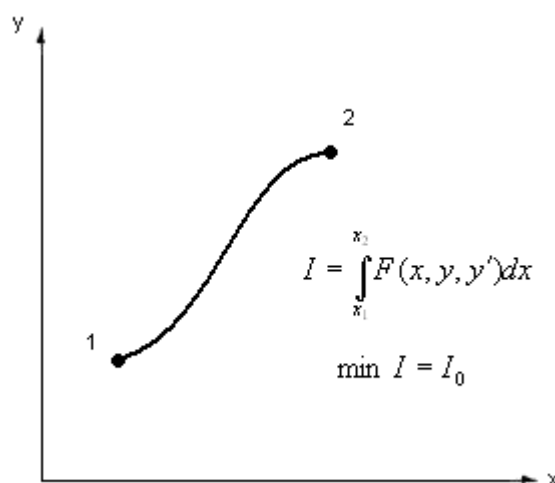
B.1 Εισαγωγή

Ο λογισμός μεταβολών (Calculus Of Variations, COV), και ο δυναμικός προγραμματισμός (Dynamic Programming, DP) είναι συγγενικές μαθηματικές μέθοδοι, αφού και οι δύο βρίσκουν εφαρμογή σε προβλήματα βελτιστοποίησης των οποίων ζητούμενο είναι η εύρεση βέλτιστης συνάρτησης και όχι βέλτιστου σημείου.

Βασική διαφορά των μεθόδων αποτελεί ο τρόπος αντιμετώπισης των προβλημάτων. Ο δυναμικός προγραμματισμός χωρίζει τη συνάρτηση σε διακριτά στάδια, ενώ ο λογισμός μεταβολών την αντιμετωπίζει ως συνεχή συνάρτηση και τη χειρίζεται χωρίς να την κατανέμει απαραίτητα σε στάδια.

Στο ερώτημα 'ποια μέθοδος είναι ακριβής και ποια προσεγγιστική', η απάντηση είναι η εξής: εξαρτάται από το πρόβλημα που τίθεται. Εάν, για παράδειγμα, η ταχύτητα ενός οχήματος μεταβάλλεται συνεχώς κατά τη διάρκεια ενός ταξιδιού και το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση της ολικής ενέργειας που καταναλίσκεται, τότε η μέθοδος που θα επιφέρει ακριβή αποτελέσματα είναι ο λογισμός μεταβολών, ενώ χρήση δυναμικού προγραμματισμού θα οδηγήσει σε προσεγγιστικά βέλτιστη λύση. Ο δυναμικός προγραμματισμός θα απεικονίσει τη μεταβαλλόμενη ταχύτητα ως μια σειρά βημάτων, ενώ ο λογισμός μεταβολών αυτομάτως θα τη θεωρήσει ως συνεχή συνάρτηση με συνεχείς παραγώγους. Στο πρόβλημα βελτιστοποίησης των διαστάσεων μιας σειράς από εναλλάκτες θερμότητας, ο δυναμικός προγραμματισμός θα λειτουργήσει με ακρίβεια, ενώ ο λογισμός μεταβολών θα επιφέρει προσεγγιστικά αποτελέσματα, κι αυτό γιατί στη συγκεκριμένη περίπτωση η διαδικασία αποτελεί μια αλληλουχία σταδίων, κατά τη μετάβαση από τον ένα εναλλάκτη στον άλλο.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι δύο μέθοδοι για εξοικείωση του αναγνώστη με το περιεχόμενό τους.



Σχήμα B.1 Αναζήτηση βέλτιστης συνάρτησης
[Stoecker (1989), Σχ. 18-1, σελ. 472].

B.2 Λογισμός Μεταβολών

Η αντιμετώπιση προβλημάτων του τύπου $\min I = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx$ απαιτεί την εισαγωγή ενός από τα σπουδαιότερα κεφάλαια των μαθηματικών στις τεχνικές εφαρμογές που ονομάζεται 'Λογισμός Μεταβολών'.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο πυρήνας της θεωρίας, η σχέση Euler-Lagrange.

B.2.1 Η σχέση Euler-Lagrange

Η αναγκαία συνθήκη ελαχιστοποίησης του I είναι η εξίσωση Euler-Lagrange:

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0} \quad (\text{B.1})$$

Η συνάρτηση F είναι γνωστή και η y είναι η συνάρτηση που πρέπει να καθοριστεί, μέσω της επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης. Σημειώνεται πως δεν είναι απαραίτητη η εμφάνιση όλων των όρων - x, y, y' - στην F για την εφαρμογή της σχέσεως Euler-Lagrange.

Χάριν συντομίας θέτουμε:

$$F_y = \frac{\partial F}{\partial y} \quad (\text{B.2})$$

$$F_{y'} = \frac{\partial F}{\partial y'} \quad (\text{B.3})$$

$$F_{y'y'} = \frac{\partial^2 F}{\partial^2 (y')} \quad (\text{B.4})$$

Μία εναλλακτική μορφή της εξίσωσης Euler-Lagrange είναι η διαφορική εξίσωση δευτέρας τάξεως:

$$F_y - F_{xy'} - F_{y'y'} \cdot y'' - F_{yy'} \cdot y' = 0 \quad (\text{B.5})$$

Η Εξ. (B.5) μπορεί να απλοποιηθεί κατά την εφαρμογή της στις εξής ειδικές περιπτώσεις:

1. Η F αποτελεί συνάρτηση της y' και μόνο.

Η Εξ. (B.5) σε αυτή την περίπτωση λαμβάνει τη μορφή:

$$F_{y'y'} \cdot y'' = 0 \quad (\text{B.6})$$

Εάν η $F_{y'y'}$ δεν ισούται με μηδέν, τότε:

$$y'' = 0 \Rightarrow y = c_1 \cdot x + c_2 \quad (\text{B.7})$$

2. Η F δεν περιέχει άμεση εμφάνιση του y.

Θα ισχύει :

$$\partial F / \partial y = 0 \quad (\text{B.8})$$

οπότε προκύπτει από την Εξ. (B.1):

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0 \quad (\text{B.9})$$

Ολοκληρώνοντας, προκύπτει:

$$\partial F / \partial y' = \text{σταθερό} \quad (\text{B.10})$$

3. Η F δεν περιέχει άμεση εμφάνιση του x.

Η F είναι συνάρτηση των y, y' μόνο, οπότε κάνοντας χρήση του κανόνα της αλυσίδας, έχουμε:

$$\frac{dF}{dx} = \frac{\partial F}{\partial y} \cdot y' + \frac{\partial F}{\partial y'} \cdot y'' \quad (\text{B.11})$$

Από την Εξ. (B.1) έχουμε:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \quad (\text{B.12})$$

Αντικαθιστούμε την Εξ. (B.12) στην Εξ. (B.11) και λαμβάνουμε τη σχέση:

$$\frac{dF}{dx} = \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \cdot y' + \frac{\partial F}{\partial y'} \cdot y'' \quad (\text{B.13})$$

Το δεξί μέλος της Εξ. (B.13) αποτελεί την παράγωγο του γινομένου $[y' \cdot (\partial F / \partial y')]$ ως προς x. Οπότε:

$$\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dx} \left(y' \cdot \frac{\partial F}{\partial y'} \right) \quad (\text{B.14})$$

Ολοκληρώνοντας ως προς x, προκύπτει:

$$F = y' \cdot (\partial F / \partial y') + c \quad (\text{B.15})$$

όπου c σταθερά ολοκλήρωσης.

Η Εξ. (B.1) βρίσκει εφαρμογή σε κάθε πρόβλημα όπου δεν υπάρχουν περιορισμοί όσον αφορά στα x , y , y' . Με την περίπτωση προβλήματος συνοδευόμενου από περιορισμούς θα ασχοληθούμε στην επόμενη ενότητα.

B.2.2 Η εξίσωση Euler-Lagrange για βελτιστοποίηση δεσμευμένων συναρτήσεων

Η μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης που διέπεται από περιορισμούς έχει ως εξής:

Έστω η σχέση:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx \quad (\text{B.16})$$

που υπόκειται στον περιορισμό:

$$\int_{x_1}^{x_2} G(x, y, y') dx = J \quad (\text{B.17})$$

όπου J σταθερά.

Ζητείται η συνάρτηση y που ελαχιστοποιεί το ολοκλήρωμα I .

Η εξίσωση E-L για την περίπτωση με περιορισμούς θα έχει τη μορφή:

$$\frac{\partial(F - \lambda \cdot G)}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial(F - \lambda \cdot G)}{\partial y'} \right] = 0 \quad (\text{B.18})$$

Η σχέση αυτή είναι ανάλογη με την Εξ. (B.1) για την περίπτωση χωρίς περιορισμούς.

Το ανάπτυγμα της εξίσωσης E-L για την περίπτωση του προβλήματος με περιορισμούς αποτελεί προέκταση της σχέσης για συνάρτηση χωρίς περιορισμούς, η οποία περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα.

B.3 Δυναμικός Προγραμματισμός

Οι υποενότητες προέρχονται από το βιβλίο 'Επιχειρησιακή Έρευνα / Μη Γραμμικός και Δυναμικός Προγραμματισμός', [Ξηρόκωστας (1999)].

B.3.1 Έννοιες – Ορισμοί

Ο δυναμικός προγραμματισμός είναι η μαθηματική θεωρία των πολυσταδιακών διαδικασιών αποφάσεων, που αναφέρεται στη βελτιστοποίηση της λειτουργίας τους βάσει κάποιου επιλεγμένου κριτηρίου, γνωστού ως συνάρτησης κόστους ή αντικειμενικής συνάρτησης.

Εαν πρέπει να πάρουμε μία μόνο απόφαση για ολόκληρο το διάστημα χρόνου που εξετάζουμε, τότε έχουμε διαδικασία αποφάσεων ενός σταδίου. Εαν, αντίθετα, πρέπει να πάρουμε αλληλουχία διαδοχικών αποφάσεων (πολιτική), τότε χρησιμοποιούμε τον όρο 'πολυσταδιακή διαδικασία αποφάσεων'. Βέλτιστη πολιτική είναι εκείνη που βελτιστοποιεί την τιμή της επιλεγμένης αντικειμενικής συνάρτησης της διαδικασίας.

B.3.2 Διατύπωση της αναδρομικής εξίσωσης Δυναμικού Προγραμματισμού στη γενική περίπτωση μονοδιάστατης πολυσταδιακής διαδικασίας

Σύμφωνα με τον Bellman, μια βέλτιστη πολιτική έχει την εξής ιδιότητα: οποιαδήποτε και αν είναι η αρχική κατάσταση της διαδικασίας και η αρχική απόφαση, οι αποφάσεις που εναπομένουν πρέπει να συνιστούν μια βέλτιστη πολιτική σε σχέση με την κατάσταση της διαδικασίας που προέρχεται από την πρώτη απόφαση.

Αρχίζοντας από ένα στάδιο της πολυσταδιακής διαδικασίας για το οποίο γνωρίζουμε την αρχική κατάσταση του συστήματος, επιλύουμε τις εξισώσεις του προβλήματος για το στάδιο αυτό, δηλαδή υπολογίζουμε τη βέλτιστη απόφαση λειτουργίας κατά το στάδιο αυτό, οπότε ορίζουμε την κατάσταση του συστήματος κατά την αρχή του επομένου σταδίου της διαδικασίας. Κατόπιν, χρησιμοποιώντας την κατάσταση που υπολογίσαμε σαν αρχική κατάσταση του δεύτερου σταδίου, προσδιορίζουμε τη βέλτιστη απόφαση για το στάδιο αυτό και επίσης την αρχική κατάσταση του επόμενου σταδίου. Προχωρώντας, έτσι, μπορούμε να προσδιορίσουμε μια αλληλουχία διαδοχικών αποφάσεων που αποτελεί τη βέλτιστη πολιτική για όλα τα στάδια της διαδικασίας, δηλαδή για ολόκληρη την πολυσταδιακή διαδικασία.

Έστω ότι έχουμε μια πολυσταδιακή διαδικασία αποφάσεων, στην οποία η απόδοση για ένα ορισμένο στάδιο είναι:

$$f_n(x_n, s_n) \tag{B.19}$$

όπου x_n είναι μια απόφαση που μπορεί να επιλεγεί από ένα σύνολο επιτρεπτών αποφάσεων X_n , και s_n είναι η κατάσταση στην οποία βρίσκεται η διαδικασία ενώ μένουν ακόμα n στάδια να διανυθούν. Ως απόδοση ορίζεται οποιοδήποτε μέγεθος επιθυμούμε να βελτιστοποιήσουμε.

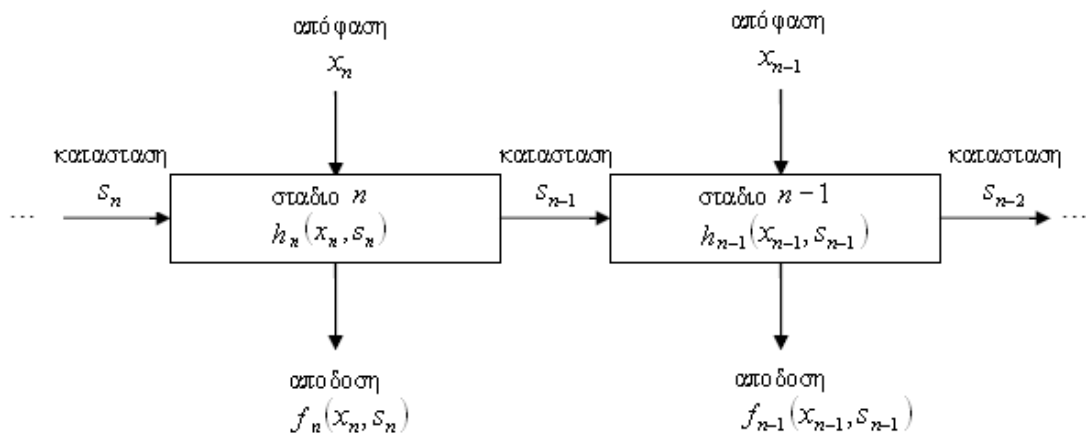
Το σύνολο των επιτρεπτών αποφάσεων x_n του κάθε σταδίου αποτελεί συνάρτηση της καταστάσεως στην οποία βρίσκεται η διαδικασία κατά το υπόψη στάδιο, συνεπώς θα έπρεπε κανονικά να συμβολίζεται ως $x_n(s_n)$. Θα χρησιμοποιήσουμε όμως τον συμβολισμό x_n για απλούστευση.

Υποθέτουμε ότι η διαδικασία απαρτίζεται από N συνολικά στάδια, δηλαδή ότι εκτείνεται σε περιορισμένο χρονικό ορίζοντα, αν πρόκειται για χρονική διαδικασία, ότι η κατάσταση του συστήματος s_n περιγράφει πλήρως το σύστημα, καθώς και ότι δεν είναι αναγκαία η γνώση των καταστάσεων που προηγήθηκαν. Η επόμενη κατάσταση της διαδικασίας εξαρτάται αποκλειστικά από την τρέχουσα κατάσταση και την απόφαση που περιλαμβάνεται, δηλαδή μπορούμε να ορίσουμε μια συνάρτηση μεταβάσεως από την κατάσταση s_n (με n στάδια προς διάνυση) στην κατάσταση s_{n-1} (με $n-1$ στάδια προς διάνυση)

$$s_{n-1} = h_{n-1}(x_n, s_n) \quad (\text{B.20})$$

όπου x_n είναι η απόφαση που επιλέγεται από το σύνολο X_n . Πρέπει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει καμία αβεβαιότητα ως προς το ποια θα είναι η επόμενη κατάσταση, αν είναι γνωστή η τρέχουσα κατάσταση και η λαμβανόμενη απόφαση.

Η πολυσταδιακή διαδικασία αποφάσεων μπορεί να παρασταθεί από το διάγραμμα του Σχ. Β.2. Η διαδικασία βρίσκεται στην κατάσταση s_n και θέλουμε να επιλέξουμε εκείνη την απόφαση x_n που θα μεγιστοποιήσει τη συνολική απόδοση της διαδικασίας κατά τα n στάδια που απομένουν. Η απόφαση x_n έχει κατά το τρέχον στάδιο απόδοση $f_n(x_n, s_n)$ και μεταφέρει τη διαδικασία στην κατάσταση $s_{n-1} = h_{n-1}(x_n, s_n)$ σύμφωνα με τη Εξ. (B.20), κ.ο.κ.



Σχήμα Β.2 Πολυσταδιακή διαδικασία αποφάσεων
[Ξηρόκωστας, Σχ. 5.4, σελ. 161].

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι το άθροισμα των συναρτήσεων αποδόσεως για όλα τα στάδια της διαδικασίας αποφάσεων και σκοπός είναι η μεγιστοποίησή του. Περιορισμοί στη βελτιστοποίηση αυτή είναι ότι η απόφαση που επιλέγεται σε κάθε στάδιο ανήκει στο σύνολο των επιτρεπτών αποφάσεων X_n και ότι οι μεταβάσεις από μια κατάσταση στην επόμενη καθορίζονται από την $s_{n-1} = h_{n-1}(x_n, s_n)$. Επομένως το πρόβλημα ανάγεται στην επιλογή των αποφάσεων x_n, x_{n-1}, \dots, x_1 , με την προϋπόθεση ότι η διαδικασία βρίσκεται στην κατάσταση s_n και απομένουν ακόμα n στάδια να διανυθούν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι:

$$J = F_n(s_n) = \max \{ f_n(x_n, s_n) + f_{n-1}(x_{n-1}, s_{n-1}) + \dots + f_1(x_1, s_1) \} \quad (\text{B.21})$$

με τους περιορισμούς:

$$s_{i-1} = h_i(x_i, s_i), i=1, 2, \dots, n \quad (\text{B.22})$$

και

$$x_i \in X_i, i=0, 1, \dots, n \quad (\text{B.23})$$

Το μέγεθος $F_n(s_n)$, που είναι η βέλτιστη τιμή του αθροίσματος των αποδόσεων της διαδικασίας όταν αυτή αρχίζει από την κατάσταση s_n , αντικατοπτρίζει τη βέλτιστη επιλογή όλων των διαδοχικών αποφάσεων που λαμβάνονται κατά τα n στάδια που απομένουν.

Η $f_n(x_n, s_n)$ είναι συνάρτηση μόνο της μεταβλητής απόφασης x_n , και όχι των $x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1$. Επομένως, μπορούμε να προσδιορίσουμε τη μέγιστη τιμή του αθροίσματος $f_{n-1}(x_{n-1}, s_{n-1}) + \dots + f_1(x_1, s_1)$ για τις διάφορες τιμές των μεταβλητών x_{n-1}, \dots, x_0 , και για κάθε δυνατή τιμή της x_n , και στη συνέχεια να επιλέξουμε την τιμή της x_n , που μεγιστοποιεί ολόκληρη την έκφραση $F_n(0)=0$. Δηλαδή, μπορούμε να μετασχηματίσουμε το πρόβλημα στη μορφή

$$F_n(s_n) = \begin{cases} \max \left\{ f_n(x_n, s_n) + \begin{cases} \max [f_{n-1}(x_{n-1}, s_{n-1}) + \dots + f_1(x_1, s_1)] \\ \text{με} \\ s_{i-1} = h_i(x_i, s_i), i = 1, 2, \dots, n-1 \\ x_i \in X_i, i = 0, 1, \dots, n-1 \longrightarrow \end{cases} \right. \\ \text{με} \\ s_{n-1} = h_n(x_n, s_n) \\ \text{και } x_n \in X_n \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

Το δεύτερο τμήμα της Εξ. (B.24) είναι η βέλτιστη τιμή για το πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού $(n-1)$ σταδίων. Επομένως, η σχέση αυτή μπορεί να λάβει την ακόλουθη αναδρομική έκφραση:

$$F_n(s_n) = \max [f_n(x_n, s_n) + F_{n-1}(s_{n-1})] \quad (\text{B.25})$$

με τον περιορισμό:

$$s_{n-1} = h_n(x_n, s_n) \quad (\text{B.26})$$

και

$$x_n \in X_n \quad (\text{B.27})$$

με

$F_0(s_0)$: καθορισμένο

Με την ανάπτυξη αυτή, προσδιορίστηκε η βέλτιστη τιμή των καταστάσεων κάθε σταδίου με προσέγγιση του προβλήματος από το τελικό στάδιο προς το αρχικό,

δηλαδή με ανάστροφη επαγωγή. Η αρίθμηση των σταδίων της πολυσταδιακής διαδικασίας γίνεται συνήθως κατά αντίστροφη φορά, δηλαδή από το τέλος του χρονικού διαστήματος που εξετάζουμε προς την αρχή. Η αντιμετώπιση αυτή βασίζεται στο γεγονός του ότι γνωρίζουμε ή μπορούμε να καθορίσουμε, την τελική κατάσταση της διαδικασίας που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε. Αυτή είναι μια βασική χαρακτηριστική ιδιότητα των προβλημάτων δυναμικού προγραμματισμού.

Υπάρχουν όμως περιπτώσεις που μπορούμε να εφαρμόσουμε τη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού ξεκινώντας από την αρχή, όπως στο πρόβλημα ελαχίστου χρόνου διαδρομής. Μπορούμε κατά εντελώς παρόμοιο τρόπο να προσδιορίσουμε τις βέλτιστες τιμές καταστάσεων χρησιμοποιώντας ευθεία επαγωγή. Με τη ίδια "αντίστροφη" αρίθμηση των σταδίων η $F_n(s_n)$ μπορεί να χαρακτηριστεί ως η βέλτιστη τιμή όλων των αποφάσεων που προηγήθηκαν, δεδομένου ότι βρισκόμαστε στην κατάσταση s_n και έχουμε η ακόμα στάδια να διανύσουμε. Η βέλτιστη τιμή καταστάσεων δίνεται τώρα από τη σχέση:

$$F_{n-1}(s_{n-1}) = \max[F_n(s_n) + f_n(x_n, s_n)] \quad (\text{B.28})$$

με τον περιορισμό:

$$s_{n-1} = h_n(x_n, s_n) \quad (\text{B.29})$$

και

$$x_n \in X_n \quad (\text{B.30})$$

και οι υπολογισμοί αρχίζουν με την:

$$F_n(s_n) = 0 \quad (\text{B.31})$$

ή με την απόδοση κάποιας τιμής στις διάφορες αρχικές καταστάσεις της διαδικασίας.

Για τη διατύπωση όλων των προηγούμενων συναρτησιακών σχέσεων δεν λάβαμε υπόψη κάποια ειδική μορφή των συναρτήσεων αποδόσεως των σταδίων ή των συνόλων των επιτρεπτών αποφάσεων κάθε σταδίου. Επομένως, οι σχέσεις αυτές ισχύουν ανεξάρτητα από το αν οι μεταβλητές αποφάσεων είναι συνεχείς ή όχι. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης κάθε σταδίου μπορεί να αντιμετωπισθεί με διάφορες τεχνικές, από τις πολύ απλές, όπως είναι ο υπολογισμός των τιμών που παίρνει η αντικειμενική συνάρτηση και η επιλογή της βέλτιστης, ως τις πιο σύνθετες, όπως είναι ο γραμμικός, μη γραμμικός, ή ακέραιος προγραμματισμός, κ.λ.π., ανάλογα με τη φύση των συναρτήσεων μεταβάσεως, των συνόλων X_n και της αντικειμενικής συναρτήσεως. Επίσης όλη η ανάπτυξη ισχύει ανεξάρτητα από τον αριθμό των καταστάσεων κάθε σταδίου. Το μόνο που χρειάζεται είναι η επίλυση της αναδρομικής σχέσεως για κάθε δυνατή κατάσταση σε κάθε στάδιο, επιτυγχάνοντας έτσι τη βέλτιστη λύση κάθε σταδίου.

B.3.3 Διατύπωση της αναδρομικής εξίσωσης Δυναμικού Προγραμματισμού στη γενική περίπτωση πολυδιάστατης πολυσταδιακής διαδικασίας

Στην παράγραφο αυτή θα εκτεθεί σε γενικές γραμμές η θεωρία των πολυδιάστατων διαδικασιών του δυναμικού προγραμματισμού.

Η ανάπτυξη θα βασιστεί σε παράδειγμα διαδικασίας κατανομής δύο διαφορετικών πόρων (η ανάπτυξη στην περίπτωση περισσοτέρων γίνεται κατ' αναλογία), π.χ. εργαζομένων και μηχανημάτων, σε έναν αριθμό ανεξαρτήτων δραστηριοτήτων.

Υποθέτουμε ότι οι συνολικά διαθέσιμες ποσότητες των δύο πόρων που πρόκειται να κατανεμηθούν σε M διάφορες δραστηριότητες είναι αντίστοιχα k και l . Συμβολίζουμε με x_j, y_j τις ποσότητες των πόρων που διατίθενται στη δραστηριότητα j και, όπως και προηγουμένως, υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση κέρδους που θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε.

Έστω η συνάρτηση:

$$J(x_1, x_2, \dots, x_M, y_1, y_2, \dots, y_M) = f_1(x_1, y_1) + f_2(x_2, y_2) + \dots + f_M(x_M, y_M) \quad (\text{B.32})$$

με περιορισμούς:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_M = k \quad (\text{B.33})$$

$$y_1 + y_2 + \dots + y_M = l \quad (\text{B.34})$$

και

$$x_j \geq 0, y_j \geq 0 \quad (\text{B.35})$$

Το πρόβλημα αυτό λύνεται με δυναμικό προγραμματισμό ως εξής: Ως στάδια της διαδικασίας θεωρούμε τις δραστηριότητες στις οποίες θα κατανεύουμε τους διαθέσιμους πόρους. Οι καταστάσεις σε κάθε στάδιο χαρακτηρίζονται από το διαταγμένο ζεύγος αριθμών (x, y) που δείχνουν τις διαθέσιμες, μη κατανεμηθείσες σε προηγούμενα στάδια ποσότητες των δύο πόρων. Μετά από αυτά εισάγουμε την αλληλουχία των συναρτήσεων:

$$F_N(x, y) = \max_{\{x, y\}} J(x_1, x_2, \dots, x_N, y_1, y_2, y_N) \quad (\text{B.36})$$

Για $N=1$ έχουμε:

$$F_1(x, y) = f_1(x, y) \quad (\text{B.37})$$

και για $N \geq 2$ ισχύει η αναδρομική συναρτησιακή εξίσωση:

$$F_N(x, y) = \max_{0 \leq x_N \leq x} \max_{0 \leq y_N \leq y} [f_N(x_N, y_N) + F_{N-1}(x - x_N, y - y_N)] \quad (\text{B.38})$$

που είναι άμεση συνέπεια της αρχής της βελτιστοποίησης του Bellman.

Παρατηρούμε ότι η μέθοδος αντιμετώπισης με δυναμικό προγραμματισμό μονοδιάστατων και πολυδιάστατων διαδικασιών κατανομής είναι κατά βάση η ίδια, στην περίπτωση όμως των πολυδιάστατων διαδικασιών ο όγκος των απαιτούμενων υπολογισμών αυξάνεται σημαντικά. Μάλιστα, ο όγκος των υπολογισμών αυξάνεται τόσο γρήγορα ώστε να γίνεται απαγορευτικός για διαδικασίες με πάνω από τρεις διαστάσεις. Για τη διευκόλυνση των υπολογισμών αυτών, έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, οι σπουδαιότερες από τις οποίες είναι η χρήση των πολλαπλασιαστών Lagrange και διάφορες μορφές της μεθόδου των διαδοχικών προσεγγίσεων.

B.3.4 Επίδραση μεταβατικών φαινομένων στη βελτιστοποίηση λειτουργίας συστήματος συμπαγωγής: Εφαρμογή δυναμικού προγραμματισμού

B.3.4.1 Κατάσρωση του προβλήματος βελτιστοποίησης

Για την κατάσρωση του προβλήματος βελτιστοποίησης, η χρονική περίοδος T θα χωριστεί σε K ίσα διαστήματα Δt , δηλαδή:

$$\Delta t = \frac{T}{K} \quad (\text{B.39})$$

Στη στρατηγική λειτουργίας, χρησιμοποιούνται τα διανύσματα x_k των συνεχών και y_k των δυαδικών μεταβλητών, που εκφράζουν το επίπεδο φόρτισης και την κατάσταση λειτουργίας των συνιστωσών του μηχανολογικού εξοπλισμού, αντίστοιχα. Τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του εξοπλισμού και οι ενεργειακοί ισολογισμοί εκφράζονται ως εξής:

$$h_k(x_k, y_k) = 0, \quad (k = 0, 1, \dots, K) \quad (\text{B.40})$$

Το κόστος παροχής ενέργειας πρέπει να ικανοποιεί την Εξ. (B.40) εκφράζεται ως $f_k(x_k, y_k)$.

Στην παρούσα φάση, το κόστος έναρξης - παύσης λειτουργίας κάθε μονάδας προσεγγίζεται και εκφράζεται τελικά ως συνάρτηση με μοναδική ανεξάρτητη μεταβλητή την on/off κατάσταση σε δύο προσκείμενα μεταξύ τους διαστήματα λειτουργίας δηλαδή $g_k(y_{k-1}, y_k)$.

Μια δυνατή μορφή της g_k έχει ως εξής:

$$\mathbf{g}_k(\mathbf{y}_{k-1}, \mathbf{y}_k) = \mathbf{c}^T \mathbf{u}_k + \mathbf{d}^T \mathbf{v}_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{B.41})$$

Τα \mathbf{c} , \mathbf{d} αποτελούν διανύσματα-στήλες που χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν το κόστος έναρξης και παύσης λειτουργίας του συστήματος αντίστοιχα (και των οποίων τα στοιχεία είναι τα κόστη έναρξης και παύσης λειτουργίας κάθε μονάδας του εξοπλισμού). Τα διανύσματα \mathbf{u}_k , \mathbf{v}_k εκφράζουν τη κατάσταση λειτουργίας της κάθε μονάδας του συστήματος. Αναφερόμενοι στα στοιχεία των \mathbf{y}_{k-1} , \mathbf{y}_k , κάθε στοιχείο των διανυσμάτων \mathbf{u}_k , \mathbf{v}_k , εκφράζεται με την ακόλουθη έκφραση:

$$u_{kj} = \begin{cases} 1 & (y_{k-1,j} = 0, y_{kj} = 1) \\ 0 & (\text{σε κάθε άλλη περίπτωση}) \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, K; j=1, 2, \dots, N) \quad (\text{B.42})$$

$$v_{kj} = \begin{cases} 1 & (y_{k-1,j} = 1, y_{kj} = 0) \\ 0 & (\text{σε κάθε άλλη περίπτωση}) \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, K; j=1, 2, \dots, N) \quad (\text{B.43})$$

όπου N ο αριθμός των εγκατεστημένων μονάδων της μηχανολογικής εγκατάστασης.

Η προσέγγιση του προβλήματος που τέθηκε παραπάνω καταλήγει στο ακόλουθο πρόβλημα :

$$\left. \begin{aligned} \min J &= \sum_{k=1}^K \{f_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) \cdot \Delta t + g_k(\mathbf{y}_{k-1}, \mathbf{y}_k)\} \\ \text{sub to } h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) &= 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ y_0 &= Y \\ \mathbf{x}_k &\geq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ \mathbf{y}_k &\in \{0,1\}^N \quad (k = 1, 2, \dots, K) \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.44})$$

με Y το διάνυσμα της κατάστασης λειτουργίας (on/off) των μηχανημάτων στην χρονική στιγμή έναρξης.

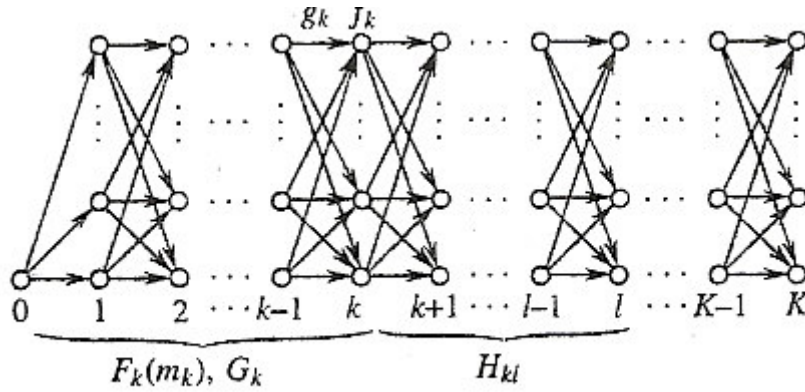
B.3.4.2 Διαδικασία επίλυσης με εφαρμογή δυναμικού προγραμματισμού

Ακόμα και κάνοντας χρήση συμβατικής λύσης –αλγόριθμου για προβλήματα όπως εκείνο της § B.3.4.1 (π.χ. της μεθόδου branch and bound), είναι δύσκολο να καταλήξουμε στη βέλτιστη λύση σε αποδεκτά επίπεδα υπολογιστικού χρόνου.

Αξιοποιώντας την ειδική δομή του προβλήματος, προτείνεται στη συνέχεια ένας αποδοτικός αλγόριθμος για τη βελτιστοποίηση του προβλήματος, στον οποίο συνδυάζεται η μέθοδος του δυναμικού προγραμματισμού και μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed Integer Linear Programming, MILP) και ενσωματώνονται επίσης ορισμένοι κανόνες για να μειωθεί ο αριθμός των πιθανών λύσεων (υποψηφίων) χρησιμοποιώντας άνω και κάτω όρια για την αντικειμενική συνάρτηση.

Η Εξ. (B.44) δείχνει πως μόνο η αντικειμενική συνάρτηση συσχετίζει τις δυαδικές μεταβλητές σε όλα τα διαστήματα λειτουργίας του συστήματος. Αξιοποιώντας την ειδική αυτή μορφή με την οποία έχει δομηθεί το πρόβλημα, επιλέγεται κατά την επίλυση η μέθοδος του δυναμικού προγραμματισμού ως βασικός αλγόριθμος (Angel και Bellman, 1972).

Εάν όλοι οι υποψήφιοι για λειτουργία ή μη (κατάσταση on ή off) σε κάθε διάστημα λειτουργίας αριθμηθούν, το πρόβλημα βελτιστοποίησης που εκφράζεται από την Εξ. (B.44) απεικονίζεται από το διάγραμμα που παρατίθεται στη συνέχεια (Iyer και Grossmann, 1952).



Σχήμα Β.3 : Γραφική αναπαράσταση βελτιστοποίησης λειτουργίας συστήματος [Yokohama and Ito (1999)].

Η οριζόντια διεύθυνση αντιπροσωπεύει τα διαστήματα λειτουργίας. Οι κόμβοι που παρατίθενται στην κατακόρυφη διεύθυνση για κάθε διάστημα λειτουργίας υποδηλώνουν τα υποψήφια μηχανήματα για λειτουργία, y_k .

Ο πίνακας των τιμών των ισχύων, x_k , θεωρείται πως καθορίζεται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος παροχής ενέργειας f_k , που αντιστοιχεί σε κάθε υποψήφιο για λειτουργία ή παύση λειτουργίας ή αλλιώς συνιστώσα του y_k . Εδώ, οι υποψήφιοι-μέλη m του y_k , θεωρείται πως διατάσσονται με αύξουσα ως προς το f_k σειρά και η θέση σε αυτή τη σειρά διευκρινίζεται μέσω του συμβόλου (m_k) που αντιστοιχίζεται σε αυτά. Οι διακλαδώσεις που συνδέουν τους κόμβους δηλώνουν τη μετάβαση της κατάστασης λειτουργίας των μηχανημάτων ανά τα χρονικά διαστήματα. Επί των κόμβων και των διακλαδώσεων δίνονται οι τιμές των f_k και g_k , αντίστοιχα.

Η τιμή $F_k(m_k)$ ορίζεται ως η ελάχιστη τιμή που αντιστοιχεί στο άθροισμα των δαπανών παροχής ενέργειας και έναρξης/παύσης του εξοπλισμού από το πρώτο έως το k -οστό διάστημα λειτουργίας, δηλαδή:

$$F_k(m_k) = \min_{\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_{k-1}} \left[\sum_{i=1}^{k-1} \{f_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) \cdot \Delta t + g_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\} + f_k(\mathbf{x}_k(m_k), \mathbf{y}(m_k)) \cdot \Delta t + g_k(\mathbf{y}_{k-1}, \mathbf{y}(m_k)) \right]$$

$$(k = 2, 3, \dots, K) \tag{B.45}$$

όπου οι τιμές των x_k , y_k αναφέρονται στους m -οστούς υποψηφίους, άρα έχουμε $x_k(m_k)$, $y_k(m_k)$ αντίστοιχα. Για $k = 1$, η F_1 ισούται με:

$$F_1(m_1) = f_1(\mathbf{x}_1(m_1), \mathbf{y}_1(m_1)) \cdot \Delta t + g_1(\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1(m_1)) \tag{B.46}$$

Βάσει των αρχών της βελτιστοποίησης και του δυναμικού προγραμματισμού, καταλήγουμε στη γνωστή αναδρομική σχέση:

$$F_k(m_k) = f_k(\mathbf{x}_k(m_k), \mathbf{y}_k(m_k)) \cdot \Delta t + \min_{m_{k-1}} \{g_k(\mathbf{y}_{k-1}(m_{k-1}), \mathbf{y}_k(m_k)) + F_{k-1}(m_{k-1})\} \quad (B.47)$$

$(k = 2, 3, \dots, K)$

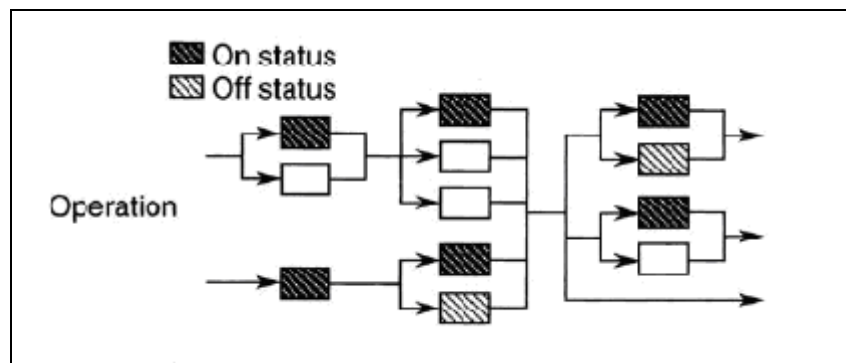
Η διαδικασία εύρεσης του βέλτιστου “δρόμου” για την on/off μετάβαση ή αλλιώς της βέλτιστης επιλογής ποιου μηχανήματος συμφέρει να λειτουργεί και ποιου όχι έχει ως εξής:

- a) Βάσει των Εξ. (B.46) και (B.47), η τιμή του $F_k(m_k)$ και η προηγούμενη αυτής, καθορίζονται ως συναρτήσεις του m_k με σειρά από το πρώτο στο k -οστο διάστημα λειτουργίας
- b) Κάνοντας χρήση της τιμής m_{k-1} , οι βέλτιστες on/ off καταστάσεις $y_k(m_k^*)$ και οι αντίστοιχες παροχές ισχύος $x_k(m_k^*)$ καθορίζονται κατά την ανάστροφη κατεύθυνση, από το k -οστο στο πρώτο διάστημα λειτουργίας.

B.3.4.3 Μείωση των υποψηφίων για την on/ off κατάσταση

Όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα, το πρόβλημα βελτιστοποίησης που εκφράζεται μέσω της Εξ. (B.44) μπορεί να λυθεί ικανοποιητικά μέσω δυναμικού προγραμματισμού, υπό την προϋπόθεση ότι όλοι οι υποψήφιοι για on/ off κατάσταση y_k είναι αριθμήσιμοι και οι τιμές των x_k και f_k που αντιστοιχούν σε κάθε ένα από αυτούς έχουν υπολογιστεί. Πάντως, είναι αρκετά δύσκολο να πραγματοποιηθεί η προϋπόθεση αυτή. Αυτό συμβαίνει διότι είναι απαραίτητο να καθοριστεί η τιμή του x_k έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η τιμή του f_k για όλους τους υποψηφίους για y_k , γεγονός το οποίο απαιτεί αρκετό υπολογιστικό χρόνο, όσο ο αριθμός των υποψηφίων μονάδων αυξάνεται.

Με απώτερο στόχο την αύξηση της αποδοτικότητας της μεθόδου βελτιστοποίησης μέσω του δυναμικού προγραμματισμού, οι υποψήφιοι για το y_k οι οποίοι έχουν μικρή πιθανότητα να οδηγήσουν στη βέλτιστη “διαδρομή”, δηλαδή στη βέλτιστη αλληλουχία λειτουργίας, αποκλείονται, και με αυτό τον τρόπο οι πιθανές εκδοχές λειτουργίας των “συνιστωσών” του συστήματος μειώνονται δραστικά.



Σχήμα B.4 : Απεικόνιση επιλογής λειτουργίας μονάδων
 [Yokohama R., Hasegawa Y. Ito K., 2001, Energy Conversion and Management, Vol. 43, 771-790].

B.4 Εφαρμογές

B.4.1 Παράδειγμα 1

Μια υδραυλική αντλία παρέχει ρευστό διαμέσου ενός μακρύ σωλήνα σε δοχείο που έχει παγιδευμένο αέρα στο πάνω μέρος του, όπως φαίνεται στο Σχ. B.5.

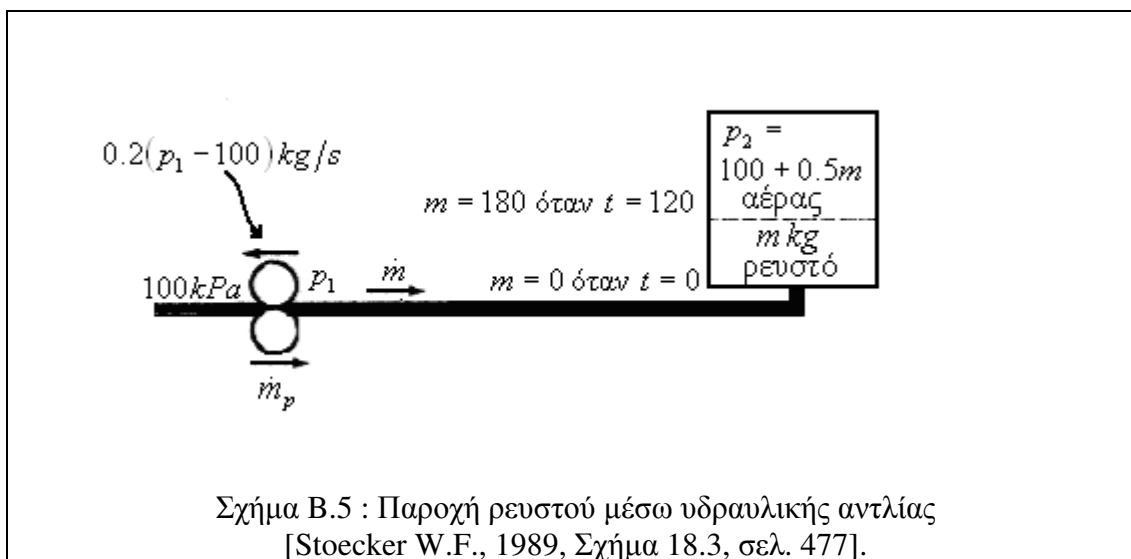
Η διαδικασία έχει ως εξής: η πίεση του δοχείου αυξάνεται από τα 100 kPa στα 190 kPa σε 120 s με παράλληλη αύξηση της μάζας m από 0 kg όταν $t=0$ s σε $m=180$ kg όταν $t=120$ s. Λόγω της τυρβώδους ροής του ρευστού έχουμε πτώση πίεσης στο σωλήνα, η οποία δίνεται από τη σχέση $p_1 - p_2 = 15 \cdot \dot{m}$, όπου \dot{m} η παροχή του ρευστού [kg/s]. Η πίεση του δοχείου αποτελεί συνάρτηση της μάζας. Ισχύει:

$$p_2 = 100 + 0.5 \cdot m.$$

Η ισχύς άντλησης ισούται με $\dot{m}_p \cdot (p_1 - 100)$, όπου \dot{m}_p η ιδανική ροή ρευστού διαμέσου της αντλίας. Επίσης, εμφανίζεται διαρροή στην αντλία τέτοια ώστε:

$$\dot{m} = \dot{m}_p - 0.2 \cdot (p_1 - 100).$$

Θέλουμε να καθορίσουμε την σχέση που δίνει το \dot{m} συναρτήσει του χρόνου, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η ενέργεια άντλησης που απαιτείται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας.



Το ολοκλήρωμα που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί είναι ίσο με

$$I = \int_0^{120} \dot{m}_p \cdot (p_1 - 100) dt = \int_0^{120} [\dot{m} + 0.2 \cdot (p_1 - 100)] \cdot (p_1 - 100) dt \quad (\text{B.48})$$

Όμως ισχύει:

$$p_1 - 100 = 15 \cdot \dot{m} + p_2 - 100 = 15 \cdot \dot{m} + 0.5 \cdot \dot{m} \quad (\text{B.49})$$

Οπότε το ολοκλήρωμα παίρνει τη μορφή

$$I = \int_0^{120} [3.5 \cdot m \cdot \dot{m} + 60 \cdot (\dot{m})^2 + 0.05 \cdot m^2] dt \quad (\text{B.50})$$

Θέτοντας την F στην σχέση E-L της μορφής

$$F_y - F_{xy'} - F_{y'y} \cdot y'' - F_{yy'} \cdot y' = 0 \quad (\text{B.51})$$

προκύπτει:

$$\ddot{m} - 0.0008333 \cdot m = 0 \quad (\text{B.52})$$

Η λύση της διαφορικής εξίσωσης είναι:

$$m = C_1 \cdot \sinh(\sqrt{0.0008333}t) + C_2 \cdot \cosh(\sqrt{0.0008333}t) \quad (\text{B.53})$$

Η οριακή συνθήκη $m(0)=0$ απαιτεί

$$c_2=0 \quad (\text{B.54})$$

οπότε :

$$m = C_1 \cdot \sinh(\sqrt{0.0008333}t) \quad (\text{B.55})$$

Η δεύτερη οριακή συνθήκη $m(120)=180$ μας οδηγεί στα εξής:

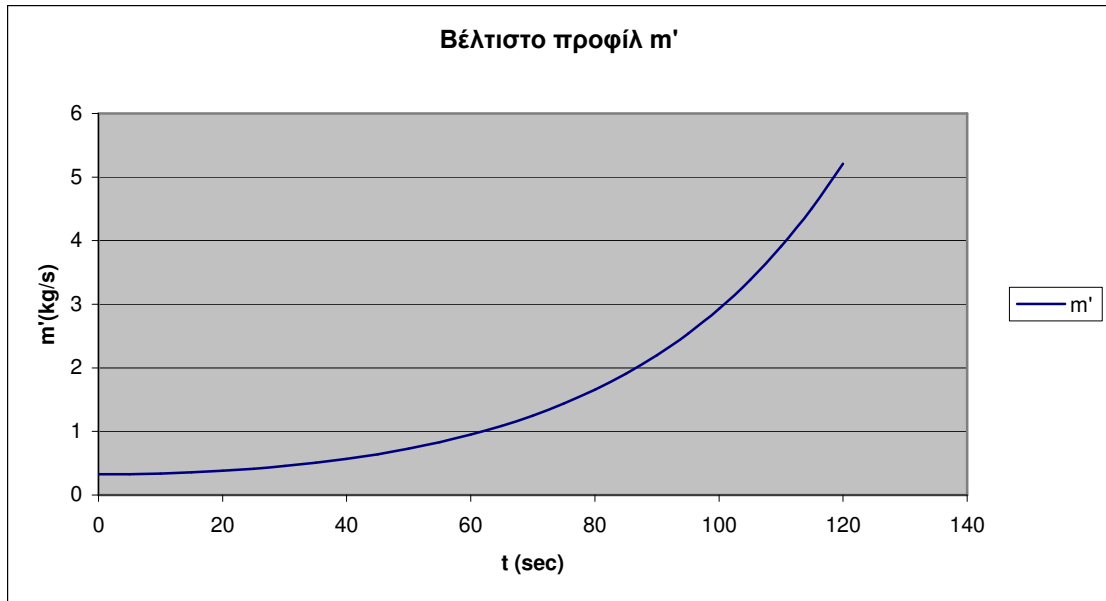
$$C_1 = 180 / (\sinh 3.464) = 11.28 \quad (\text{B.56})$$

$$\text{οπότε } m = 11.28 \cdot \sinh(\sqrt{0.0008333}t) \quad (\text{B.57})$$

$$\text{και } \dot{m} = 0.3257 \cdot \cosh(\sqrt{0.0008333}t) = 0.3257 \cdot \cosh(0.02887t) \quad (\text{B.58})$$

που καταλήγει στην ελάχιστη ισχύ άντλησης.

Η γραφική παράσταση της παροχής ρευστού απεικονίζεται στο Σχ Β.6.



Σχήμα Β.6 : Βέλτιστη συνάρτηση παροχής ρευστού $\dot{m}(t)$ (m' στο σχήμα).

B.4.2 Παράδειγμα 2

Ένα από τα στάδια παραγωγής λαδιού, είναι η άντλησή του από δεξαμενή και το φιλτράρισμά του μέσω κατάλληλης μονάδας, όπως φαίνεται στο Σχ. Β.7.

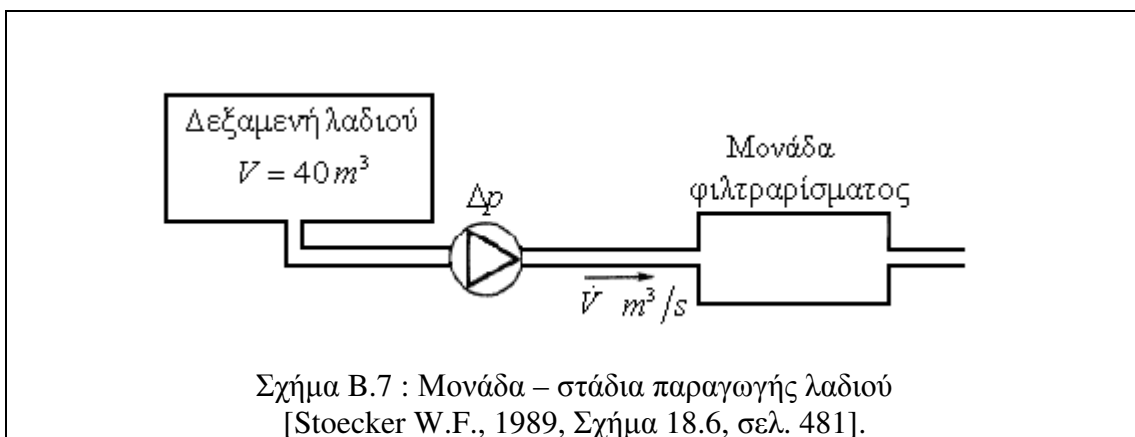
Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, η δεξαμενή έχει χωρητικότητα $V = 40 \text{ m}^3$ και η άντληση του λαδιού αναμένεται να ολοκληρωθεί εντός 20 λεπτών. Η μεταβολή της πίεσης λόγω της αντλίας, Δp (kPa), αυξάνεται με το χρόνο λόγω της σταδιακής αύξησης της αντίστασης του φίλτρου και της αύξησης της πυκνότητας του λαδιού.

Η διαφορά πίεσης ορίζεται μέσω της σχέσης:

$$\Delta p = (3600 + 6 \cdot t) \cdot \dot{V}, \text{ όπου}$$

t : ο χρόνος από την έναρξη της διαδικασίας [sec]

\dot{V} : η παροχή όγκου [m^3/s].



Σχήμα Β.7 : Μονάδα – στάδια παραγωγής λαδιού [Stoecker W.F., 1989, Σχήμα 18.6, σελ. 481].

Ζητείται η παροχή ώστε να ελαχιστοποιείται η απαιτούμενη ενέργεια άντλησης. Ένας περιορισμός που διέπει το πρόβλημα λόγω των χαρακτηριστικών λειτουργίας του φίλτρου είναι πως η μέση διαφορά πίεσης, Δp_m , πρέπει να ισούται με 210 kPa.

Η ισχύς της αντλίας υπολογίζεται μέσω της γνωστής σχέσης $P(kW) = \Delta p \cdot \dot{V}$, συνεπώς το πρόβλημα βελτιστοποίησης της συγκεκριμένης εφαρμογής μπορεί να γραφεί ως εξής:

$\min J$, με

$$J = \int_0^{1200} (3600 + 6 \cdot t) \cdot (\dot{V})^2 dt \quad (\text{B.59})$$

που υπόκειται στον περιορισμό

$$\frac{1}{1200} \cdot \int_0^{1200} \Delta p dt = 210 \quad (\text{B.60})$$

Παίρνοντας υπόψη τη σχέση $\Delta p = (3600 + 6 \cdot t) \cdot \dot{V}$, ο περιορισμός μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1200} \cdot \int_0^{1200} (3600 + 6 \cdot t) \cdot \dot{V} dt &= 210 \\ \Rightarrow \int_0^{1200} (3600 + 6 \cdot t) \cdot \dot{V} dt &= 210 \cdot 1200 = 252000 \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Έστω:

$$F = (3600 + 6 \cdot t) \cdot (\dot{V})^2 \quad (\text{B.62})$$

και

$$G = (3600 + 6 \cdot t) \cdot \dot{V} \quad (\text{B.63})$$

Προτού προχωρήσουμε στην επίλυση, θα είχε ενδιαφέρον να λύσουμε το πρόβλημα χωρίς να λάβουμε υπ' όψη τον περιορισμό.

Βάσει της σχέσης Euler – Lagrange (E-L) καταλήγουμε στα εξής:

$$V[m^3] = 36.41 \cdot \ln(6 \cdot t + 3600) - 298.15 \quad (\text{B.64})$$

$$\dot{V}[m^3/s] = 218.46 / (6 \cdot t + 3600) \quad (\text{B.65})$$

$$\Delta p = 218.46 \text{ kPa} \quad (\text{B.66})$$

και η ενέργεια για την διαδικασία προκύπτει ίση με 8738 kJ.

Παρατηρούμε πως το βέλτιστο προφίλ άντλησης 'διορθώνει' την παροχή έτσι ώστε το Δp να παραμένει σταθερό, η παροχή δηλαδή είναι συνάρτηση του χρόνου.

Για το πρόβλημα συνοδευόμενο από τον περιορισμό, κάνουμε χρήση της σχέσης

$$\frac{\partial(F - \lambda \cdot G)}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial(F - \lambda \cdot G)}{\partial y'} \right] = 0 \quad (\text{B.67})$$

όπου:

$$F - \lambda \cdot G = (3600 + 6 \cdot t) \cdot [(\dot{V})^2 - \lambda \cdot \dot{V}] \quad (\text{B.68})$$

Αφού δεν υπάρχει άμεση εμφάνιση του V στη συνάρτηση προκύπτει:

$$\frac{\partial(F - \lambda \cdot G)}{\partial \dot{V}} = (3600 + 6 \cdot t) \cdot (2 \cdot \dot{V} - \lambda) = \text{σταθερο} \equiv C_1 \quad (\text{B.69})$$

Άρα:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{C_1}{3600 + 6 \cdot t} + \frac{\lambda}{2} \quad (\text{B.70})$$

Ολοκληρώνοντας:

$$V - C_2 \cdot \ln(6 \cdot t + 3600) + \frac{\lambda \cdot t}{2} + C_3 \quad (\text{B.71})$$

Τρεις σταθερές απομένουν να προσδιοριστούν: οι C_2 , C_3 , λ . Οι τρεις σχέσεις που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν είναι οι αρχικές και τελικές τιμές των (V, t) , που ισούνται με $(0, 0)$ και $(40, 1200)$ αντίστοιχα και ο περιορισμός που διέπει το πρόβλημα.

Προκύπτει:

$$C_2 = 36.41 - 546.1 \cdot \lambda \quad (\text{B.72})$$

$$C_3 = 4472 \cdot \lambda - 298.2 \quad (\text{B.73})$$

$$\lambda = -0.02616 \quad (\text{B.74})$$

Οι σχέσεις που εκφράζουν τα μεγέθη V , \dot{V} και Δp που οδηγούν σε κατανάλωση ελάχιστης ενέργειας και συνοδεύονται από τον περιορισμό είναι οι εξής:

$$V = 50.7 \cdot \ln(6 \cdot t + 3600) - 0.01308 \cdot t - 415.2 \quad (\text{B.75})$$

$$\dot{V} = 304.2 / (6 \cdot t + 3600) - 0.01308 \quad (\text{B.76})$$

$$\Delta p = 257.1 - 0.07848 \cdot t \quad (\text{B.77})$$

Λόγω της επιρροής του περιορισμού, το προφίλ του Δp μετατράπηκε από οριζόντια γραμμή σε ευθεία με αρνητική κλίση.

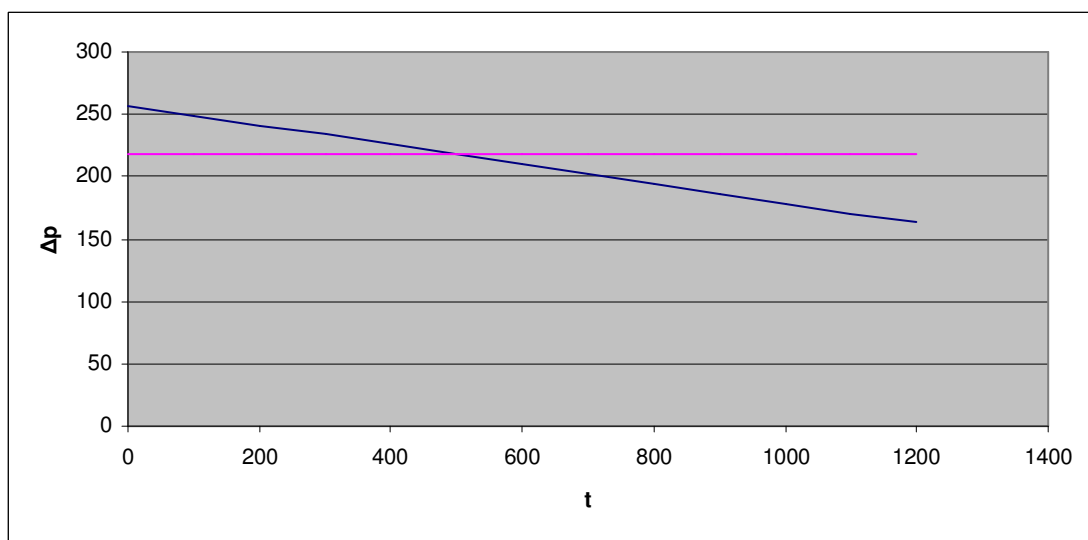
Η συνολική ενέργεια άντλησης προκύπτει σε αυτή τη περίπτωση ίση με 8872 kJ, αποτέλεσμα μεγαλύτερο και λιγότερο επιθυμητό από αυτό που προέκυψε κατά τη θεώρηση του ίδιου προβλήματος χωρίς τον περιορισμό.

Ένα τελικό ερώτημα που προκύπτει είναι αν η τιμή του λ έχει φυσική σημασία. Ποια, για παράδειγμα, είναι η επίδραση της αύξησης της μέσης διαφοράς πίεσης $(\Delta p)_m$ στον περιορισμό;

Η σχέση που εκφράζει το λ στο πρόβλημα αυτό είναι $\lambda = (p_{ave} - 218.46) / 323.4$, συνεπώς για τις τιμές $p_{ave} = 210, 214.23, \mathbf{218.46}$ kPa (Εξ. B.66) προκύπτουν αντίστοιχα για το λ οι τιμές $-0.02616, -0.01308$ και 0 .

Για μεταβολή της τιμής από $p_{ave} = 210$ σε $p_{ave} = 218.46$ (του μη περιορισμένου προβλήματος), η τιμή της ισχύος μειώνεται από 8872 kJ στα 8738 kJ. Αυτή η μείωση θα μπορούσε να προκύψει και να προβλεφθεί πολλαπλασιάζοντας τη μέση τιμή του λ με τη διαφορά των μέσων πιέσεων. Πράγματι:

$\bar{\lambda} \cdot (\Delta p_{mean,2} - \Delta p_{mean,1}) = (-0.01308) \cdot (218.46 - 210) = -133$. Συνεπώς, και στη μέθοδο λογισμού των μεταβολών, ο όρος λ διαδραματίζει το ρόλο του συντελεστή ευαισθησίας, όπως ισχύει και στη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange.



Σχήμα B.8 : Η διαφορά πίεσης ως συνάρτηση του χρόνου.

B.4.3 Παράδειγμα 3

Να επιλυθεί το Παράδειγμα 2 θεωρώντας το ως ένα πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού τεσσάρων σταδίων, με κάθε στάδιο να αποτελεί 300 s διαδικασίας άντλησης.

Ορισμένα αποτελέσματα είναι ήδη διαθέσιμα από τη λύση του Παραδείγματος 2 με τη μέθοδο λογισμού των μεταβολών. Οι πληροφορίες αυτές θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια.

Η πρώτη προτεραιότητά μας είναι η κατασκευή πινάκων που να εκφράζουν την ενέργεια άντλησης και τη μέση πίεση για κάθε στάδιο, μεταξύ μιας δεδομένης πίεσης εισόδου και πίεσης εξόδου. Για την κατασκευή ενός τέτοιου πίνακα πρέπει να γίνει κάποια υπόθεση για το πώς θα λάβει χώρα η άντληση, δηλαδή αν θα έχουμε σταθερή παροχή, σταθερό Δp , κ.λ.π. Αφού προέκυψε ως βέλτιστη διαδικασία στο Παράδειγμα 2 μια διαδικασία σταθερού Δp , θα επιλεγεί και εδώ αυτή η λογική. Το Δp θα διατηρείται σταθερό ανά στάδιο, αλλά η τιμή του θα διαφέρει από το ένα στο άλλο. Ο Πίνακας B.1 παρέχει στοιχεία για την ενέργεια άντλησης και ο Πίνακας B.2 τη συνεισφορά στο άθροισμα των Δp (Δp summation), για διάφορους συνδυασμούς εισερχόμενων και εξερχόμενων όγκων.

Αρχίζουμε από το τελευταίο διάστημα άντλησης, 900 s με 1200 s, για το οποίο οι τιμές για την ενέργεια και το Δp έρχονται απ' ευθείας από τους πίνακες 1 και 2 για τα διαθέσιμα δοκιμαστικά σενάρια άντλησης των 33.8, 34.2, 34.6, 35 και 35.4 μέχρι 40 m^3 (χωρητικότητα δεξαμενής $V = 40 \text{ m}^3$). Ο επόμενος Πίνακας B.3, αντιστοιχεί στο δεύτερο στάδιο, για 600 s με 1200 s.

Η μεταβλητή λ στην επιπρόσθετη στήλη του Πίνακα B.3 είναι απαραίτητη για να μπορέσει να ικανοποιηθεί ο περιορισμός που διέπει το πρόβλημα. Η προσάρτηση του πολλαπλασιαστή λ στο πρόβλημα συντελεί στην ικανοποίηση του περιορισμού, που θα επιτευχθεί μέσω της παραχώρησης της χρήσης επιπλέον ισχύος, ούτως ώστε να μειωθεί η 'συνεισφορά' του στο Δp . Στο Παράδειγμα 2, ο συντελεστής ευαισθησίας είναι ίσος με το λόγο της διαφοράς των τιμών ενέργειας προς την αντίστοιχη διαφορά των Δp δύο συνεχόμενων σειρών για δοσμένο πεδίο εισερχόμενων όγκων.

Εν προκειμένω, για εισερχόμενο όγκο 26.4 m^3 , το λ μεταξύ των πρώτων δύο γραμμών είναι -0.008 και μεταξύ της τρίτης και τέταρτης σειράς είναι -0.034 . Από το Παράδειγμα 2 η τιμή του λ βρέθηκε ίση με -0.02616 η οποία θα αποτελέσει τον στόχο του Πίνακα B.3. Λόγω των σταδίων κατά την επίλυση με δυναμικό προγραμματισμό, ακριβείς τιμές δεν μπορούν να αναπαραχθούν, οπότε οι τιμές των αντλούμενων όγκων που θα επιλεγούν θα είναι οι κοντινότερες, οι πλησιέστερες στην επιθυμητή τιμή του λ . Η βέλτιστη περίπτωση είναι αυτή στην οποία τρεις σειρές του πίνακα θα συνοδεύονται από δυο τιμές του λ που περικλείουν την τιμή -0.02616 , κι αυτό διότι η μεσαία σειρά θα πλησιάζει την επιθυμητή τιμή του λ .

Στην επίλυση με μέθοδο λογισμού των μεταβολών, η τιμή του λ ήταν σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας (λόγω της φύσης της διαδικασίας), και η επίλυση βάσει δυναμικού προγραμματισμού έτεινε να κάνει χρήση της ίδιας τιμής του λ κατά τη λήψη των αποφάσεων σε κάθε στάδιο. Ένα κοινό αποτέλεσμα που μπορεί να προέκυπτε θα συνοδευόταν από υψηλές τιμές του λ στα αρχικά στάδια και από χαμηλές τιμές στη συνέχεια, απαραίτητη προϋπόθεση για την ικανοποίηση του περιορισμού.

Κατά την επίλυση του Παραδείγματος 2 είχαμε στη διάθεσή μας την επιπλέον πληροφορία πως το λ θα πρέπει να είναι ίσο με -0.02616 , αλλά αν το πρόβλημα δεν

είχε επιλυθεί πρώτα με τη μέθοδο αυτή, δε θα είχαμε αυτή την πληροφορία. Όταν η βελτιστοποίηση ενός προβλήματος με περιορισμό επιλέγεται να πραγματοποιηθεί βάσει δυναμικού προγραμματισμού αποκλειστικά, είναι αναγκαίο να εκτιμηθεί η τιμή του λ και να υπολογιστεί μια προκαταρκτική λύση. Μια αυθαίρετη επιλογή του λ θα καταλήξει πιθανότατα σε παραβίαση του περιορισμού. Βασιζόμενοι στα αποτελέσματα του δοκιμαστικού λ , θα πρέπει να επιλεγεί νέα τιμή του λ .

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι παρεμφερή με αυτά στα οποία καταλήξαμε με τη μέθοδο του λογισμού των μεταβολών, με την όποια απόκλιση να εξηγείται από τη διακριτοποίηση των σταδίων που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση.

Πίνακας Β.1: Ενέργεια άντλησης ενός σταδίου
 [Stoecker W.F., 1989, Πίνακας 18.1, σελ. 486].

Volume at start	Volume at end															
	15.8	16.2	16.6	17.0	17.4	26.4	26.8	27.2	27.6	28.0	33.8	34.2	34.6	35.0	35.4	40.0
0.0	3694.1	3883.5	4077.7	4276.6	4480.2											
15.8						2343.4	2523.6	2710.5	2904.0	3104.3						
16.2						2169.9	2343.4	2523.6	2710.5	2904.0						
16.6						2003.0	2169.9	2343.4	2523.6	2710.5						
17.0						1842.9	2003.0	2169.9	2343.4	2523.6						
17.4						1689.4	1842.9	2003.0	2169.9	2343.4						
26.4											1472.4	1635.9	1808.0	1988.7	2178.0	
26.8											1317.5	1472.4	1635.9	1808.0	1988.7	
27.2											1171.3	1317.5	1472.4	1635.9	1808.0	
27.6											1033.6	1171.3	1317.5	1472.4	1635.9	
28.0											904.5	1033.6	1171.3	1317.5	1472.4	
33.8																1265.0
34.2																1107.0
34.6																959.6
35.0																822.7
35.4																696.3

Πίνακας Β.2: Συμβολή Δρ ενός σταδίου
 [Stoecker W.F., 1989, Πίνακας 18.2, σελ. 487].

Volume at start	Volume at end															
	15.8	16.2	16.6	17.0	17.4	26.4	26.8	27.2	27.6	28.0	33.8	34.2	34.6	35.0	35.4	40.0
0.0	70142	71917	73693	75469	77245											
15.8						66323	68826	71329	73831	76334						
16.2						63821	66323	68826	71329	73831						
16.6						61318	63821	66323	68826	71329						
17.0						58815	61318	63821	66323	68826						
17.4						56312	58815	61318	63821	66323						
26.4											59693	62919	66146	69372	72599	
26.8											56466	59693	62919	66146	69372	
27.2											53239	56466	59693	62919	66146	
27.6											50013	53239	56466	59693	62919	
28.0											46786	50013	53239	56466	59693	
33.8																61211
34.2																57261
34.6																53312
35.0																49363
35.4																45414

Πίνακας Β.3: Συνολική ενέργεια και Δρ σταδίου 600 s - 1200 s.

V at 600 s	V at 900 s	Cumulative energy	Cumulative Δρ	λ
26.4	33.8	1265.0+1472.4=2737.4	61211+59693=120904	-0.008
	34.2	1107.0+1635.9=2742.9	57261+62919=120180	-0.034
	34.6	959.6+1808.0=2767.6	53312+66146=119458	-0.061
	35.0	822.7+1988.7=2811.4	49363+69372=118735	-0.087
	35.4	696.3+2178.0=2874.3	45414+72599=118013	
26.8	33.8	1265.0+1317.5=2582.5	61211+56466=117677	0.0043
	34.2	1107.0+1472.4=2579.4	57261+59693=116953	-0.022
	34.6	959.6+1635.9=2595.5	53312+62919=116231	-0.049
	35.0	822.7+1808.0=2630.7	49363+66146=115509	-0.075
	35.4	696.3+1988.7=2685.0	45414+69372=114786	
27.2	33.8	1265.0+1171.3=2436.3	61211+53239=114450	0.0163
	34.2	1107.0+1317.5=2424.5	57261+56466=113727	-0.010
	34.6	959.6+1472.4=2432.0	53312+59693=113005	-0.037
	35.0	822.7+1635.9=2458.6	49363+62919=112282	-0.063
	35.4	696.3+1808.0=2504.3	45414+66146=111560	
27.6	33.8	1265.0+1033.6=2298.6	61211+50013=111224	0.0281
	34.2	1107.0+1171.3=2278.3	57261+53239=110500	0.0017
	34.6	959.6+1317.5=2277.1	53312+56466=109778	-0.025
	35.0	822.7+1472.4=2295.1	49363+59693=109056	-0.051
	35.4	696.3+1635.9=2332.2	45414+62919=108333	

V at 600 s	V at 900 s	Cumulative energy	Cumulative Δp	λ
28.0	33.8	1265.0+904.0=2169.5	61211+46786=107997	0.040
	34.2	1107.0+1033.6=2140.8	57261+50013=107274	0.0134
	34.6	959.6+1171.3=2130.9	53312+53239=106551	-0.013
	35.0	822.7+1317.5=2140.2	49363+56466=105829	-0.039
	35.4	696.3+1472.4=2168.7	45414+59693=105107	

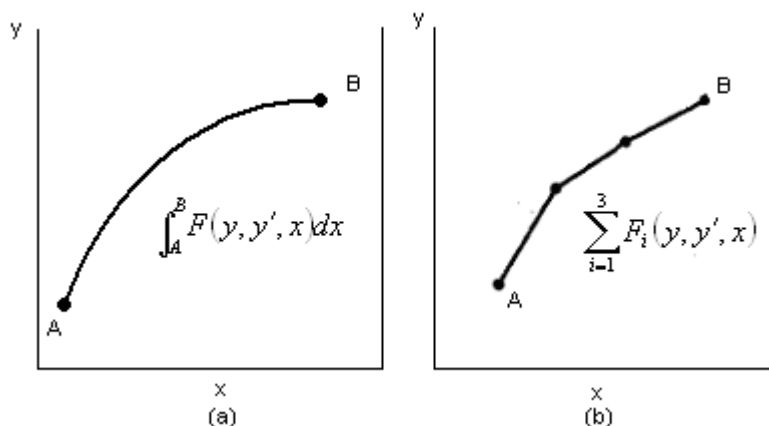
Πίνακας Β.4: Βέλτιστη διαδικασία άντλησης
[Stoecker W.F., 1989, Πίνακας 18.4, σελ. 488].

Time stage, s	Volumes in/leaving	Contribution to energy, kJ	Contribution to Δ pressure, kPa
0-300	0/17.0	4276.6	75469
300-600	17.0/27.2	2169.9	63820
600-900	27.2/34.6	1472.4	59692
900-1200	34.6/40.0	959.6	53312
Total		8878.5 kJ	252293 kPa

B.5 Συμπεράσματα

Όπως είπαμε και στην αρχή του κεφαλαίου, ο δυναμικός προγραμματισμός και ο λογισμός των μεταβολών είναι μέλη της ίδιας οικογένειας. Ο δυναμικός προγραμματισμός παράγει μια σειρά σημείων που, όταν συνδεθούν, περιγράφουν μια συνάρτηση που βελτιστοποιεί ένα άθροισμα, όπως φαίνεται και στο Σχ. Β.9. Η θεωρία των μεταβολών αναπτύσσει μια συνάρτηση που είναι συνεχής με συνεχείς παραγώγους. Η συνάρτηση αυτή βελτιστοποιεί ένα ολοκλήρωμα βασισμένο σε αυτή. Ένα ακόμη κοινό χαρακτηριστικό των δύο μεθόδων είναι πως τα ακραία σημεία (τα σημεία 1 και 2 στο Σχ. Β.9) είναι γνωστά. Η γνώση των ακραίων σημείων συχνά βοηθά στην επίλυση δυσκολιών.

Το ποια από τις δυο μεθόδους είναι καταλληλότερο εργαλείο για τον καθορισμό της βέλτιστης συνάρτησης εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος. Για συνεχείς συναρτήσεις, η COV είναι φυσικά πιο κατάλληλη. Σε ορισμένες περιπτώσεις, η αναλυτική επίλυση αυτής της διαφορικής εξίσωσης μπορεί να είναι εξαιρετικά δύσκολη, και ίσως αδύνατη. Γι' αυτό το λόγο καταφεύγουμε, ει δυνατόν, στη διακριτοποίηση του συνεχούς προβλήματος, με αποτέλεσμα την ευκολότερη επίλυσή του μέσω αριθμητικών μεθόδων.



Σχήμα Β.9 Σχηματική απεικόνιση πορείας με
(a) Λογισμό Μεταβολών, (b) Δυναμικό Προγραμματισμό
[Stoecker W.F., 1989, Σχήμα 18-7, σελ. 483].

Παράρτημα Γ'

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΜΕΣΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Γ.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο βασίζεται στο βιβλίο των Bryson Arthur E., Ho Yu-Chi, 'Applied Optimal Control, Optimization Estimation and Control', (1987).

Τίθεται το ερώτημα, γιατί να προσφύγουμε στις διαδικασίες πολυσταδιακών αποφάσεων, αν γίνεται να μελετηθεί το πρόβλημα σαν διαδικασία απόφασης ενός σταδίου. Η απάντηση είναι ότι πολλές φορές αυτό συμφέρει από την άποψη ευκολίας υπολογισμών. Στην περίπτωση μίας απόφασης για ολόκληρο το εξεταζόμενο χρονικό διάστημα, αυτή έχει τη μορφή μετασχηματισμού που εξαρτάται από το χρόνο και, συνήθως, προκύπτει ως λύση μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων που είναι πολύ δύσκολο να επιλυθούν.

Γ.2 Έννοιες – Ορισμός του Προβλήματος

Ως δυναμικό σύστημα ορίζεται το σύστημα του οποίου οι μεταβλητές κατάστασης είναι συναρτήσεις του χρόνου και συνδέονται με τις μεταβλητές ελέγχου μέσω διαφορικών εξισώσεων. Οι εξισώσεις - περιορισμοί του συστήματος έχουν σε αυτή την περίπτωση τη μορφή:

$$\dot{s} = f[s(t), x(t); t] \quad (\Gamma.1)$$

όπου $s(t)$ αποτελεί το γνωστό διάνυσμα κατάστασης n διάστασης και $x(t)$ το διάνυσμα απόφασης m διάστασης. Το διάνυσμα κατάστασης θεωρείται καθορισμένο στον αρχικό χρόνο t_0 μελέτης του συστήματος. Η συνθήκη αυτή δεν είναι αναγκαία.

Το πρόβλημα που θέτουμε είναι η εύρεση των συναρτήσεων $x(t)$, που καθιστούν ελάχιστο το συναρτησιακό:

$$\min J = \int_{t_0}^{t_f} f[s(t), x(t); t] dt \quad (\Gamma.2)$$

Γ.3 Μαθηματική Ανάλυση - Θεωρία Βελτιστοποίησης Συνεχών Δυναμικών Συστημάτων

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που αφορά συνεχές δυναμικό σύστημα περιγράφεται ως εξής:

Έστω το συναρτησιακό J , με:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f[s(t), x(t); t] dt \quad (\Gamma.3)$$

που συνοδεύεται από τις σχέσεις-περιορισμούς:

$$\dot{s}(t) = \dot{s} = h[s(t), x(t); t] \quad (\Gamma.4)$$

Να προσδιορισθεί το διάνυσμα ελέγχου $x(t)$ που καθιστά ελάχιστη την 'αντικειμενική συνάρτηση'/συναρτησιακό J .

Θεωρούμε πως ο τερματικός χρόνος t_f είναι γνωστός.

Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να γραφεί και ως:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f[s(t), x(t); t] dt + \phi[s(t_f), t_f] \quad (\Gamma.5)$$

όπου:

$\phi[s(t_f), t_f]$ ή απλά ϕ μια συνάρτηση αναφερόμενη στο διάνυσμα καταστάσεων κατά την τελική χρονική στιγμή t_f . Στο εξής θα θεωρούμε τη γενική αυτή μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να μετατραπεί σε πρόβλημα χωρίς περιορισμούς σχηματίζοντας τη συνάρτηση Lagrange. Συνεπώς, προσαρτώντας το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων από την (Γ.4) στη (Γ.5) μέσω του πολλαπλασιαστή Lagrange, λαμβάνουμε:

$$\tilde{J} = \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} (f[s(t), x(t); t] + \lambda(t)^T \{h[s(t), x(t); t] - \dot{s}\}) dt \quad (\Gamma.6)$$

όπου $\lambda(t)$ το γνωστό διάνυσμα των πολλαπλασιαστών Lagrange που τώρα πλέον είναι συναρτήσεις του χρόνου.

Η Λαγκρανζιανή συνάρτηση του συστήματος ορίζεται ως εξής:

$$L[x(t), u(t), \lambda(t); t] = f[s(t), x(t); t] + \lambda(t)^T h[s(t), x(t); t] \quad (\Gamma.7)$$

Αντικαθιστώντας την Εξ. (Γ.7) στην Εξ. (Γ.6), λοιπόν, προκύπτει:

$$\tilde{J} = \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \{L[s(t), x(t), \lambda(t); t] - \lambda(t)^T \dot{s}\} dt \quad (\Gamma.8)$$

Ολοκληρώνοντας κατά τμήματα το δεξιό όρο της (Γ.8) λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \tilde{J} &= \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \{L[s(t), x(t), \lambda(t); t]\} dt - \int_{t_0}^{t_f} \lambda(t)^T \dot{s} dt \\ \tilde{J} &= \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \{L[s(t), s(t), \lambda(t); t]\} dt - \left[\lambda(t)s(t) \Big|_{t_0}^{t_f} - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\lambda}(t)^T s(t) dt \right] \\ \tilde{J} &= \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \{L[s(t), x(t), \lambda(t); t]\} dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{\lambda}(t)^T s(t) dt - [\lambda(t_f)s(t_f) - \lambda(t_0)s(t_0)] \\ \tilde{J} &= \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \{L[s(t), x(t); t] + \dot{\lambda}(t)^T s(t)\} dt - \lambda(t_f)^T s(t_f) + \lambda(t_0)^T s(t_0) \end{aligned} \quad (\Gamma.9)$$

Εστω $\delta(\tilde{J})$ η μεταβολή της \tilde{J} εξαιτίας μικρών μεταβολών των συναρτήσεων των μεταβλητών απόφασης $x(t)$ κρατώντας σταθερά τα χρονικά όρια του συστήματος.

$$\delta(\tilde{J}) = \left[\left(\frac{\partial \phi^T}{\partial s} - \lambda^T \right) \delta s \right]_{t=t_f} + [\lambda^T \delta s]_{t=t_0} + \int_{t_0}^{t_f} \left[\left(\frac{\partial L^T}{\partial x} + \dot{\lambda}^T \right) \delta s + \frac{\partial L^T}{\partial x} \delta x \right] dt \quad (\Gamma.10)$$

Οι μεταβολές δs προκύπτουν από τις Εξ. (Γ.4) για δοσμένες μεταβολές δx .

Η ελαχιστοποίηση του συναρτησιακού που έχει το ρόλο της αντικειμενικής συνάρτησης επιτυγχάνεται καθιστώντας στάσιμο το συναρτησιακό, δηλαδή μηδενίζοντας τη μεταβολή του για μικρές μεταβολές των μεταβλητών του προβλήματος.

Ο λογισμός των μεταβολών, λοιπόν, βασίζεται στη σχέση $\delta(\tilde{J})=0$ για μικρές μεταβολές των μεταβλητών κατάστασης δx . Αφού $\delta(\tilde{J})=0$, θα ισχύει:

$$\left[\left(\frac{\partial \phi^T}{\partial s} - \lambda^T \right) \delta s \right]_{t=t_f} + [\lambda^T \delta s]_{t=t_0} + \int_{t_0}^{t_f} \left[\left(\frac{\partial L^T}{\partial x} + \dot{\lambda}^T \right) \delta s + \frac{\partial L^T}{\partial x} \delta x \right] dt = 0 \quad (\Gamma.11)$$

Θέτουμε:

$$\lambda^T = - \frac{\partial L^T}{\partial x} \quad (\Gamma.12)$$

$$\text{με οριακές συνθήκες } \lambda(t_f)^T = \frac{\partial \phi^T}{\partial s(t_f)} \quad (\Gamma.13)$$

Βάσει των Εξ. (Γ.12) και (Γ.13), η Εξ. (Γ.10) γίνεται:

$$\delta(\tilde{J}) = \left[\lambda^T \delta s \right]_{t=t_0} + \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial L^T}{\partial x} \delta x dt = \lambda_0^T \delta s_0 + \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial L^T}{\partial x} \delta x dt \quad (\Gamma.14)$$

Αφού κρατούνται σταθερά τα χρονικά όρια του συστήματος συμπεραίνουμε πως:

$$\delta s_0 = 0 \quad (\Gamma.15)$$

Η εισαγωγή της συνθήκης αυτής συνοδεύει τα πιο πολλά προβλήματα αυτού του τύπου και απορρέει από τη λογική ότι κατά τη στιγμή που αρχίζουμε να μελετάμε το σύστημα ξέρουμε την κατάστασή του.

Ακόμα και αν δεν ίσχυε αυτή η οριακή συνθήκη, θα θεωρούσαμε:

$$\lambda(t_0) = 0 \quad (\Gamma.16)$$

Οπότε:

$$\delta(\tilde{J}) = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial L^T}{\partial x} \delta x dt \quad (\Gamma.17)$$

Άρα λοιπόν απαραίτητη συνθήκη στασιμότητας είναι η εξής:

$$\frac{\partial L^T}{\partial x} = 0, t_0 \leq t \leq t_f \quad (\Gamma.18)$$

Οι Εξ. (Γ.12) και (Γ.18) είναι γνωστές ως εξισώσεις Euler-Lagrange στο λογισμό μεταβολών.

Συνοψίζοντας, για να βρούμε ένα διάνυσμα ελέγχου $x(t)$ που καθιστά στάσιμο το συναρτησιακό, πρέπει να λύσουμε το σύστημα διαφορικών εξισώσεων που απαρτίζεται από την Εξ. (Γ.1) και :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial h^T}{\partial x} \lambda \quad (\Gamma.19)$$

$$\frac{\partial L^T}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial x} \lambda + \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (\Gamma.20)$$

Οι οριακές συνθήκες είναι:

$$s(t_0) = const \Rightarrow \delta s_0 = 0 \quad (\Gamma.21)$$

$$\lambda(t_f)^T = \frac{\partial \phi^T}{\partial s(t_f)} \quad (\Gamma.22)$$

ή

$$\lambda(t_0) = 0 \quad (\Gamma.23)$$

$$\lambda(t_f)^T = \frac{\partial \phi^T}{\partial s(t_f)} \quad (\Gamma.24)$$

Γ.4 Θεωρία Βελτιστοποίησης Διακριτών Δυναμικών (Πολυσταδιακών) Συστημάτων

Κατ' αντιστοιχία, το πρόβλημα βελτιστοποίησης στην περίπτωση διακριτού συστήματος πολλών σταδίων, περιγράφεται ως εξής:

Θεωρούμε ένα σύστημα με γνωστή αρχική κατάσταση, έστω, $s(0)$.

Έστω η αντικειμενική συνάρτηση J , με:

$$J = \phi[s(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} f^{(i)}[s(i), x(i)] \quad (\Gamma.25)$$

που συνοδεύεται από τους περιορισμούς:

$$s(i+1) = h^{(i)}[s(i), x(i)] \quad (\Gamma.26)$$

Να προσδιορισθεί το διάνυσμα ελέγχου $x(i)$ που καθιστά ελάχιστη την αντικειμενική συνάρτηση J .

Κατά τα γνωστά, προσαρτώντας το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων από την Εξ. (Γ.26) στην Εξ. (Γ.25) λαμβάνουμε:

$$\tilde{J} = \phi[s(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} f^{(i)}[s(i), x(i)] + \lambda^T(i+1) \{h^{(i)}[s(i), x(i)] - s(i+1)\} \quad (\Gamma.27)$$

όπου $\lambda(i)$ ο πολλαπλασιαστής Lagrange για κάθε στάδιο $i = 0, 1, \dots, n$.

Ορίζουμε:

$$L^{(i)} = f^{(i)}[s(i), x(i)] + \lambda^T(i+1) h^{(i)}[s(i), x(i)] \quad (\Gamma.28)$$

Αντικαθιστώντας την Εξ. (Γ.28) στην Εξ. (Γ.27) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\tilde{J} &= \phi[s(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} \{L^{(i)}[s(i), x(i), \lambda(i)] - \lambda^T(i+1)s(i+1)\} \\
\tilde{J} &= \phi[s(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} L^{(i)}[s(i), x(i), \lambda(i)] - \sum_{i=0}^{N-1} \lambda^T(i+1)s(i+1) \\
\tilde{J} &= \phi[s(N)] + L^{(0)}[s(0), x(0), \lambda(0)] + \sum_{i=1}^{N-1} L^{(i)}[s(i), x(i), \lambda(i)] - \sum_{i=1}^N \lambda^T(i)s(i) \\
\tilde{J} &= \phi[s(N)] + L^{(0)}[s(0), x(0), \lambda(0)] + \sum_{i=1}^{N-1} L^{(i)}[s(i), x(i), \lambda(i)] - \left[\sum_{i=1}^{N-1} \lambda^T(i)s(i) + \lambda^T(N)s(N) \right]
\end{aligned} \tag{Γ.29}$$

Τώρα που οι δύο όροι που αποτελούν τις σειρές έχουν τα ίδια άνω και κάτω όρια, η Εξ. (Γ.29) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\tilde{J} = \phi[s(N)] + L^{(0)}[s(0), x(0), \lambda(0)] + \sum_{i=1}^{N-1} \{L^{(i)}[s(i), x(i), \lambda(i)] - \lambda^T(i)s(i)\} - \lambda^T(N)s(N) \tag{Γ.30}$$

Έστω $\delta(\tilde{J})$ η μεταβολή της \tilde{J} εξαιτίας μικρών μεταβολών του διάνυσματος απόφασης $u(i)$.

Για $\delta(\tilde{J}) = 0$, προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\delta(\tilde{J}) &= \left\{ \frac{\partial \phi[s(N)]}{\partial s(N)} - \lambda^T(N) \right\} \delta s(N) + \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \frac{\partial L^{(i)}}{\partial x(i)} \delta x(i) + \left[\frac{\partial L^{(i)}}{\partial s(i)} - \lambda^T(i) \right] \delta s(i) \right\} + \\
&\quad + \frac{\partial L^{(0)}}{\partial s(0)} \delta s(0) + \frac{\partial L^{(0)}}{\partial x(0)} \delta x(0) = 0
\end{aligned} \tag{Γ.31}$$

Οι απαραίτητες εξισώσεις βελτιστοποίησης είναι:

$$\frac{\partial L^{(i)}}{\partial s(i)} - \lambda^T(i) = 0$$

ή

$$\lambda(i) = \frac{\partial L^{(i)}}{\partial s(i)} \tag{Γ.32}$$

που με αντικατάσταση της Εξ. (Γ.28) γίνεται:

$$\lambda(i) = \frac{\partial f^{(i)}}{\partial s(i)} + \left[\frac{\partial h^{(i)}}{\partial s(i)} \right]^T \lambda(i+1) \tag{Γ.33}$$

και

$$\frac{\partial L^{(0)}}{\partial x(i)} = 0 \quad (\Gamma.34)$$

που με αντικατάσταση της Εξ. (Γ.28) μετατρέπεται σε

$$\frac{\partial f^{(i)}}{\partial x(i)} + \left[\frac{\partial h^{(i)}}{\partial x(i)} \right]^T \lambda(i+1) = 0 \quad (\Gamma.35)$$

Αν είναι γνωστές οι καταστάσεις στο πρώτο και τελευταίο στάδιο, τότε οι συνοριακές συνθήκες είναι οι:

$$\delta s(0) = 0 \quad (\Gamma.36)$$

$$\delta s(N) = 0 \quad (\Gamma.37)$$

Αν, πάλι είναι γνωστή μόνο η κατάσταση στο πρώτο στάδιο, ενώ η κατάσταση στο τελευταίο στάδιο είναι απροσδιόριστη, τότε οι συνοριακές συνθήκες είναι:

$$\delta s(0) = 0 \quad (\Gamma.38)$$

$$\lambda(N) = \frac{\partial \phi}{\partial s(N)} : \text{συνθήκη στασιμότητας} \quad (\Gamma.39)$$

Πίνακας Γ.1 Συγκριτική παράθεση σχέσεων συνεχούς και διακριτής μορφής.

Συνεχή δυναμικά συστήματα	Διακριτά δυναμικά συστήματα
$\dot{s} = f[s(t), x(t); t]$	$s(i+1) = h^{(i)}[s(i), x(i)]$
$J = \int_{t_0}^{t_f} f[s(t), x(t); t] dt + \phi[s(t_f), t_f]$	$J = \phi[s(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} f^{(i)}[s(i), x(i)]$
$\tilde{J} = \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} (f[s(t), x(t); t] + \lambda(t)^T \{h[s(t), x(t); t] - \dot{s}\}) dt$	$\tilde{J} = \phi[s(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} f^{(i)}[s(i), x(i)] + \lambda^T(i+1) \{h^{(i)}[s(i), x(i)] - s(i+1)\}$
$L[x(t), u(t), \lambda(t); t] = f[s(t), x(t); t] + \lambda(t)^T h[s(t), x(t); t]$	$L^{(i)} = f^{(i)}[s(i), x(i)] + \lambda^T(i+1) h^{(i)}[s(i), x(i)]$
$\tilde{J} = \phi[s(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \{L[s(t), x(t); t] + \dot{\lambda}(t)^T s(t)\} dt - \lambda(t_f)^T s(t_f) + \lambda(t_0)^T s(t_0)$	$\tilde{J} = \phi[s(N)] + L^{(0)}[s(0), x(0), \lambda(0)] + \sum_{i=1}^{N-1} \{L^{(i)}[s(i), x(i), \lambda(i)] - \lambda^T(i) s(i)\} - \lambda^T(N) s(N)$
$\delta(\tilde{J}) = \left[\left(\frac{\partial \phi^T}{\partial s} - \lambda^T \right) \delta s \right]_{t=t_f} + [\lambda^T \delta s]_{t=t_0} + \int_{t_0}^{t_f} \left[\left(\frac{\partial L^T}{\partial x} + \dot{\lambda}^T \right) \delta s + \frac{\partial L^T}{\partial x} \delta x \right] dt$	$\delta(\tilde{J}) = \left\{ \frac{\partial \phi[s(N)]^T}{\partial s(N)} - \lambda^T(N) \right\} \delta s(N) + \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \frac{\partial L^{(0)}}{\partial x(i)} \delta x(i) + \left[\frac{\partial L^{(0)}}{\partial s(i)} - \lambda^T(i) \right] \delta s(i) \right\} + \frac{\partial L^{(0)}}{\partial s(0)} \delta s(0) + \frac{\partial L^{(0)}}{\partial x(0)} \delta x(0) = 0$
$\dot{\lambda} = -\frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial h^T}{\partial x} \lambda$	$\lambda(i) = \frac{\partial L^{(0)}}{\partial s(i)} = \frac{\partial f^{(i)}}{\partial s(i)} + \left[\frac{\partial h^{(i)}}{\partial s(i)} \right]^T \lambda(i+1)$
$\frac{\partial L^T}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial x} \lambda + \frac{\partial f}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial L^{(0)}}{\partial x(i)} = \frac{\partial f^{(i)}}{\partial x(i)} + \left[\frac{\partial h^{(i)}}{\partial x(i)} \right]^T \lambda(i+1) = 0$
$\delta s_0 = 0$	$\delta s(0) = 0$
$\lambda(t_f)^T = \frac{\partial \phi^T}{\partial s(t_f)}$	$\lambda(N) = \frac{\partial \phi}{\partial s(N)}$
$\lambda(t_0) = 0$	$\delta s(0) = 0$
$\lambda(t_f)^T = \frac{\partial \phi^T}{\partial s(t_f)}$	$\delta s(N) = 0$

Γ.5 Μεθοδολογίες Διακριτοποίησης Μεταβλητών

Για να μπορέσουμε να μετατρέψουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης συνεχούς συστήματος [Ενότητα (Γ.3)] σε πολυσταδιακή διαδικασία αποφάσεων [Ενότητα (Γ.4)] απαιτείται η διακριτοποίηση των μεταβλητών του προβλήματος. Οι διαδικασίες διακριτοποίησης περιγράφονται με συντομία στη συνέχεια.

Διακριτοποίηση μεταβλητών ελέγχου

Η διακριτοποίηση μεταβλητών ελέγχου επιτυγχάνεται ως εξής:

Οι μεταβλητές ελέγχου γράφονται με τη μορφή:

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{x}_i \xi_i(t) \quad (\Gamma.40)$$

όπου η $\xi_i(t)$ αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση βάσης και η \hat{x}_i την τιμή της μεταβλητής ελέγχου για t_i .

Οι εξισώσεις του συστήματος, $\dot{s} = f[s(t), x(t); t]$ επιλύονται στη συνέχεια ως προς τις μεταβλητές κατάστασης, και προκύπτει:

$$s(t) = f[\hat{x}_i, i = 0, 1, \dots, N-1; t] \quad (\Gamma.41)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση, συνεπώς, λαμβάνει τη μορφή:

$$J = \phi[s_{t_f}, (\hat{x}_i; t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} f\{s[\hat{x}_i; t], \hat{x}_i\} \quad (\Gamma.42)$$

Με αυτόν τον τρόπο οι περιορισμοί αποκτούν τη ζητούμενη διακριτή μορφή και το ολοκλήρωμα λύνεται παραμετρικά ως προς s_i .

Διακριτοποίηση μεταβλητών ελέγχου και κατάστασης

Η διακριτοποίηση των μεταβλητών ελέγχου επεξηγήθηκε στην παραπάνω μεθοδολογία.

Η διακριτοποίηση των μεταβλητών κατάστασης επιτυγχάνεται κατ' αναλογία μέσω της σχέσης:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{s}_i \xi_i(t) \quad (\Gamma.43)$$

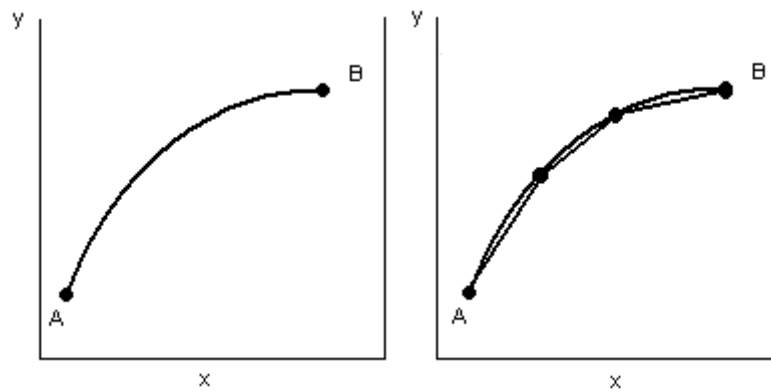
Αντικαθιστούμε τις σχέσεις $x(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{x}_i \xi_i(t)$ και $s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \hat{s}_i \xi_i(t)$ στις εξισώσεις του συστήματος, $\dot{s} = f[s(t), x(t); t]$, και απαιτούμε να ικανοποιηθούν για κάθε t_i .

Οι εξισώσεις των περιορισμών γράφονται ως:

$$h(\hat{s}_i, \hat{x}_i) = 0 \quad (\Gamma.44)$$

και η αντικειμενική συνάρτηση μετατρέπεται στη μορφή:

$$J = \phi[s(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} f^{(i)}[s(i), x(i)] \quad (\Gamma.45)$$



Σχήμα Γ.1 Σχηματική αναπαράσταση διακριτοποίησης.

Παράρτημα Δ΄

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Δ.1 Εισαγωγή

Είναι γνωστό ότι οι διαφορικές εξισώσεις εμφανίζονται σε όλες τις επιστήμες όπου υπεισέρχεται κάποια μεταβολή κατάστασης, όπως η μεταβολή κατάστασης ενός συστήματος με το χρόνο. Η ακριβής αναλυτική λύση μιας μη γραμμικής διαφορικής εξίσωσης είναι κατά κανόνα άγνωστη και μάλιστα, πολλές φορές, είναι αδύνατον να εκφραστεί με ένα πεπερασμένο πλήθος στοιχειωδών συναρτήσεων.

Οι αριθμητικές μέθοδοι που θα παρουσιάσουμε εδώ για τις συνήθεις διαφορικές εξισώσεις είναι μέθοδοι ‘βημάτων’. Δηλαδή, στο διάστημα $[a, b]$ στο οποίο ζητούμε τη λύση, υπολογίζουμε προσεγγιστικές τιμές αυτής της λύσης σε μόνο $n+1$ σημεία υποδιαίρεσης. Μελετώνται διάφορες επαναληπτικές μέθοδοι για διαφορικές εξισώσεις με αρχικές τιμές (Taylor και Runge-Kutta). Με κατάλληλες υποθέσεις οι προσεγγιστικές λύσεις συγκλίνουν στην ακριβή λύση. Αναφέρουμε εδώ ότι οι μέθοδοι αυτές προσαρμόζονται επίσης εύκολα και σε συστήματα διαφορικών εξισώσεων, δηλαδή σε συζευγμένα συστήματα.

Δ.2 Μονοβηματικές Μέθοδοι Taylor και Runge-Kutta

Μελετάμε την αριθμητική επίλυση συνήθων διαφορικών εξισώσεων της μορφής:

$$\begin{aligned} y'(x) &= f(x, y(x)) \text{ στο } [a, b] \\ y(a) &= y_0 \end{aligned} \quad (\Delta.1)$$

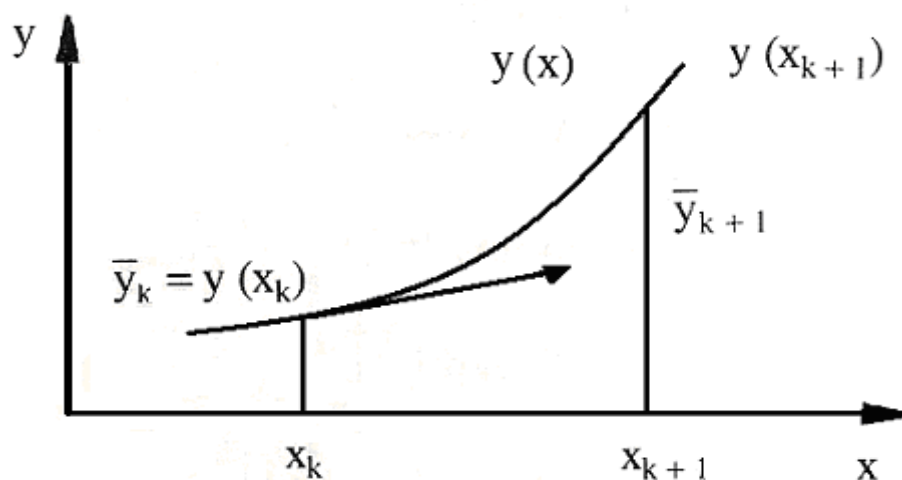
όπου y είναι η άγνωστη συνάρτηση και y_0 η δοθείσα αρχική τιμή.

Δ.2.1 Μέθοδοι Taylor

Έστω $\{x_k\}_{k=0}^n$ $n+1$ σημεία του $[a, b]$ με $x_k = a + kh$, όπου $h = \frac{b-a}{n}$. Στη μέθοδο Taylor τάξης m επίλυσης της Εξ. (Δ.1), κατασκευάζουμε επαναληπτικά μια ακολουθία προσεγγιστικών τιμών y_k της ακριβούς λύσης $y(x_k)$ στο σημείο x_k με την επαναληπτική εξίσωση:

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + hy'_k + \frac{h^2}{2!} y''_k + \dots + \frac{h^m}{m!} y_k^{(m)}, \quad k = 0, \dots, n-1 \\ y_0 &\text{ δοθέν, όπου τα } y_k^{(i)} \text{ ορίζονται με:} \\ y_k^{(i)} &= \left. \frac{d^{i-1}}{dx^{i-1}} f(x, y(x)) \right|_{(x_k, y_k)}, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (\Delta.2)$$

Σημειωτέον ότι οι παράγωγοι αυτές υπάρχουν αν η $f(x, y)$ έχει συνεχείς μερικές παραγώγους ως προς x και y μέχρι την τάξη $m-1$.



Σχήμα Δ.1 Μέθοδος Taylor
[Μπακόπουλος Α., Χρυσοβέργης Ι. (1999), σελ. 295].

4.2.1.1 Εφαρμογές για $m=1$ και $m=2$

1) Για $m=1$, η Εξ. (Δ.2) γράφεται:

$$y_{k+1} = y_k + hy'_k$$

ή

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k) \quad (\Delta.3)$$

Η μέθοδος Taylor τάξης $m=1$ καλείται μέθοδος Euler.

2) Για τη μέθοδο Taylor τάξης 2 ($m=2$), έχουμε, αφού $y' = f$:

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + hy'_k + \frac{h^2}{2!} y''_k \\ &= y_k + hf(x_k, y_k) + \frac{h^2}{2} [f(x, y)]_k \\ &= y_k + hf_k + \frac{h^2}{2} \left[\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot f \right]_k \end{aligned} \quad (\Delta.4)$$

4.2.2 Μέθοδοι Runge - Kutta

Οι μέθοδοι Taylor έχουν το μειονέκτημα ότι απαιτούν τον υπολογισμό μερικών παραγώγων της συνάρτησης $f(x, y)$, πράγμα που εξαρτάται από την εκάστοτε μορφή της f . Οι μέθοδοι Runge-Kutta δίνουν την ίδια ακρίβεια με τις αντίστοιχες μεθόδους Taylor, αλλά χρησιμοποιούν, αντί των παραγώγων της f , μόνο τιμές της f σε ενδιάμεσα σημεία του διαστήματος $[x_k, x_{k+1}]$. Γι' αυτό το λόγο οι μέθοδοι Runge-Kutta χρησιμοποιούνται συχνά για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων στον υπολογιστή.

Για να λύσουμε αριθμητικά τη διαφορική Εξ. (Δ.1) με μία μέθοδο Runge-Kutta βαθμού p , διαλέγουμε πρώτα μια αύξουσα ακολουθία σημείων $\{x_k\}_{k=0}^n$ στο διάστημα $[a, b]$:

$$x_{k+1} = x_k + h_k, \quad k = 0, \dots, n-1$$

$$x_0 = a, \quad x_n = b$$

και $p+1$ ενδιάμεσα σημεία x_{ki} σε κάθε διάστημα $[x_k, x_{k+1}]$:

$$x_{ki} = x_k + a_i h_k, \quad i = 0, \dots, p$$

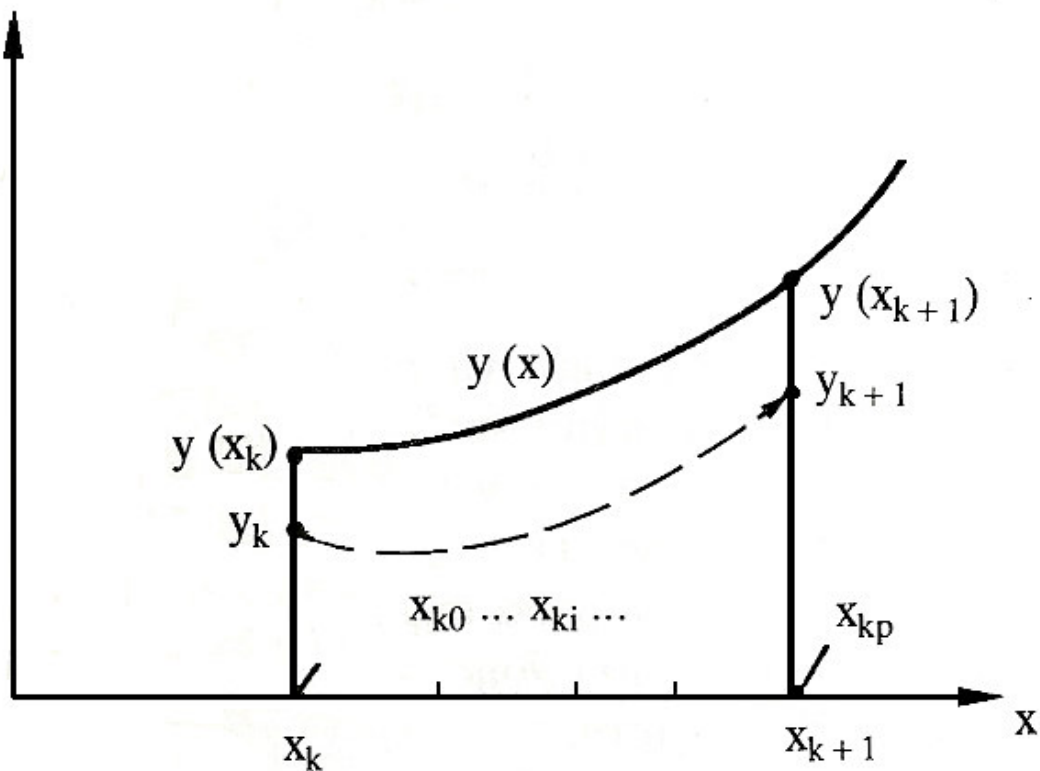
$$0 \leq a_i \leq 1$$

$$a_0 = 0, \quad a_p = 1$$

Η μέθοδος ορίζεται τότε από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}
 y_{k0} &= y_k \\
 y_{ki} &= y_k + h_k \sum_{j=0}^{i-1} c_{ij} f(x_{kj}, y_{kj}) \\
 i &= 1, \dots, p \\
 y_{k+1} &= y_{kp}
 \end{aligned}
 \tag{\Delta.5}$$

Έδω οι συντελεστές a_i και c_{ij} της μεθόδου προσδιορίζονται έτσι ώστε, υποθέτοντας ότι $y_k = y(x_k)$, το ανάπτυγμα Taylor δύο μεταβλητών του κάθε y_{ki} , $i = 1, \dots, p$, στο (x_k, y_k) να συμπίπτει για όσους το δυνατόν περισσότερους όρους, με το ανάπτυγμα Taylor μίας μεταβλητής της ακριβούς λύσης $y(x_{ki})$ στο x_k . Αν για $i = p$ τα δύο αναπτύγματα συμπίπτουν μέχρι και τους όρους σε h_k^m , η μέθοδος καλείται τάξης m .



Σχήμα Δ.2 Μέθοδος Runge-Kutta
[Μπακόπουλος Α., Χρυσοβέργης Ι. (1999), σελ. 298].

4.2.2.1 Μέθοδοι Runge-Kutta βαθμού και τάξης $m = p$ ($h_k = h$)

$$\boxed{m = p = 1} \text{ (Μέθοδος Euler)}$$

Στην περίπτωση αυτή, η μέθοδος Runge-Kutta γράφεται:

$$\begin{aligned} y_{k0} &= y_k \\ y_{k+1} &= y_{k1} = y_{k0} + hc_{10}f(x_{k0}, y_{k0}) \\ y_{k+1} &= y_k + hc_{10}f(x_k, y_k) \end{aligned} \quad (\Delta.6)$$

Αν ταυτίσουμε το ανάπτυγμα αυτό με το ανάπτυγμα Taylor της ακριβούς λύσης:

$$y(x_{k+1}) = y_k + hf(x_k, y_k) + \frac{h^2}{2} y''(x_k) + \dots \quad (\Delta.7)$$

μέχρι τον όρο σε h , βρίσκουμε $c_{10} = 1$, δηλαδή έχουμε τη μέθοδο Euler:

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k) \quad (\Delta.8)$$

$$\boxed{m = p = 2}$$

Εδώ η μέθοδος γράφεται:

$$\begin{aligned} y_{k0} &= y_k \\ y_{k1} &= y_{k0} + hc_{10}f(x_{k0}, y_{k0}) \\ y_{k+1} &= y_{k2} = y_{k0} + hc_{20}f(x_{k0}, y_{k0}) + hc_{21}f(x_{k1}, y_{k2}) \end{aligned} \quad (\Delta.9)$$

$$\text{Θέτουμε } f_k = f(x_k, y_k). \quad (\Delta.10)$$

Για $i = 1$, ταυτίζουμε το ανάπτυγμα του y_{k1} :

$$y_{k1} = y_k + hc_{10}f_k \quad (\Delta.11)$$

με το ανάπτυγμα Taylor της ακριβούς λύσης μέχρι την τάξη 1:

$$y(x_{k1}) = y(x_k + a_1 h) = y_k + a_1 hf_k + \dots \quad (\Delta.12)$$

$$\text{και βρίσκουμε } c_{10} = a_1. \quad (\Delta.13)$$

Για $i = 2$, έχουμε από τον τύπο Taylor δύο μεταβλητών:

$$y_{k+1} = y_k + hc_{20}f_k + hc_{21}(f + a_1hf_x + ha_1ff_y)_k + \dots \quad (\Delta.14)$$

και για την ακριβή λύση:

$$\begin{aligned} y(x_{k+1}) &= y_k + hy'(x_k) + \frac{h^2}{2}y''(x_k) + \dots \\ &= y_k + hf_k + \frac{h^2}{2}(f_x + f_yf)_k + \dots \end{aligned} \quad (\Delta.15)$$

Επομένως, πρέπει να ισχύει:

$$\begin{aligned} c_{20} + c_{21} &= 1 \\ c_{21}a_1 &= \frac{1}{2} \\ \text{ή} \\ c_{21} &= \frac{1}{2a_1}, \quad c_{20} = 1 - \frac{1}{2a_1} \end{aligned} \quad (\Delta.16)$$

Υπάρχει άρα άπειρο πλήθος λύσεων με $m = p = 2$, αφού ο συντελεστής a_1 εδώ είναι αυθαίρετος.

Για $a_1 = \frac{1}{2}$, έχουμε τη βελτιωμένη μέθοδο Euler:

$$\begin{aligned} z &= \frac{h}{2}f(x_k, y_k) \\ y_{k+1} &= y_k + hf\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + z\right) \end{aligned} \quad (\Delta.17)$$

Για $a_1 = 1$, έχουμε τη μέθοδο Euler – Cauchy ή Runge-Kutta 2^{ης} τάξης:

$$\begin{aligned} z_1 &= hf(x_k, y_k) \\ z_2 &= hf(x_k + h, y_k + z_1) \\ y_{k+1} &= y_k + \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \end{aligned} \quad (\Delta.18)$$

$$m = p = 4$$

Αναφέρουμε μόνο εδώ την κλασική μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης, η οποία και χρησιμοποιείται συχνά στις εφαρμογές:

$$\begin{aligned} z_1 &= hf(x_k, y_k) \\ z_2 &= hf\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{z_1}{2}\right) \\ z_3 &= hf\left(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{z_2}{2}\right) \\ z_4 &= hf(x_k + h, y_k + z_3) \\ y_{k+1} &= y_k + \frac{1}{6}(z_1 + 2z_2 + 2z_3 + z_4) \end{aligned} \tag{\Delta.19}$$

Παράρτημα Ε΄

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ GOMPERTZ

Ε.1 Εισαγωγή

Η συνάρτηση του Gompertz (D. S. Davis, *Nomography and Empirical Equations*, Reinhold, New York, 1955), ή αλλιώς γνωστή ως σιγμοειδής συνάρτηση, χρησιμοποιείται ευρέως σε τεχνικές εφαρμογές.

Η μορφή της συνάρτησης είναι:

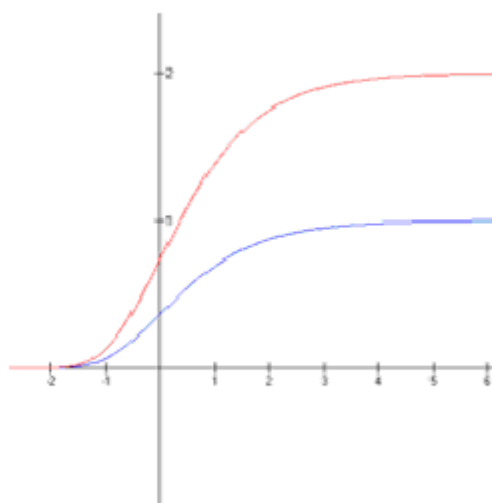
$$y = a \cdot b^{c^t} \quad (\text{E.1})$$

όπου a, b, c σταθερές με :

$$b, c < 1 \quad (\text{E.2})$$

Ένα διαφορετικό παράδειγμα εφαρμογής της καμπύλης Gompertz, είναι η αναπαράσταση των μεγεθών πωλήσεων προϊόντων συναρτήσει του χρόνου. Πολλά προϊόντα έχουν χαμηλή ζήτηση κατά την πρώτη εμφάνισή τους στην αγορά, στη συνέχεια παρουσιάζουν αύξηση πωλήσεων με ραγδαίο ρυθμό και τέλος τροφοδοτούν την αγορά μέχρι κορεσμού. Επίσης, ο απαιτούμενος αριθμός προσωπικού συναρτήσει του χρόνου μπορεί να θεωρηθεί πως αντιπροσωπεύεται μέσω της σιγμοειδούς αυτής συνάρτησης.

Στη συνέχεια, η συνάρτηση Gompertz θα χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή των μεταβατικών φαινομένων κατά τη λειτουργία μηχανολογικής μονάδας. Οι επόμενες ενότητες του κεφαλαίου περιγράφουν την εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων στην καμπύλη Gompertz, καθώς και μια μεθοδολογία επιλογής αρχικών τιμών για τις παραμέτρους της.



Σχήμα Ε.1 Συνάρτηση Gompertz.

E.2 Εφαρμογή της Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων στο Μοντέλο Gompertz

Θεωρούμε το μη γραμμικό μοντέλο Gompertz:

$$y = ab^{c^t} \quad (\text{E.3})$$

Έστω:

$$y_i = f(t_i, \boldsymbol{\delta}) = ab^{c^{t_i}} \quad (\text{E.4})$$

όπου:

$$t_i = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix}, \quad i = 0, 1, \dots, N \quad (\text{E.5})$$

και

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{E.6})$$

Αρχικά, θα προβούμε στην ανάπτυξη της $f(t_i, \boldsymbol{\delta})$ σε σειρά κατά Taylor. Στη συνέχεια επιλέγεται η συνήθης μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων για να εκτιμηθούν οι παράμετροι a , b και c . Η διαδικασία αυτή αναπτύσσεται επαναληπτικά και σε γενικές γραμμές οδηγεί σε επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος.

Το ζητούμενο δηλαδή είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος:

$$Q = \sum_{i=1}^N [y_i - f(t_i, \boldsymbol{\delta})]^2 \quad (\text{E.7})$$

Η διαδικασία ξεκινά κάνοντας χρήση αρχικών εκτιμήσεων των παραμέτρων a , b και c , οι οποίες συμβολίζονται $g_1^{(0)}$, $g_2^{(0)}$, $g_3^{(0)}$ αντίστοιχα, με $^{(0)}$ να αντιστοιχεί στον αριθμό της επανάληψης. Η σειρά προσεγγίζει τη μέση απόκριση $f(t_i, \boldsymbol{\delta})$, γύρω από από τις αρχικές τιμές $g_1^{(0)}$, $g_2^{(0)}$ και $g_3^{(0)}$.

Ισχύει:

$$f(t_i, \boldsymbol{\delta}) \cong f(t_i, \mathbf{g}^{(0)}) + \sum_{k=1}^p \left[\frac{\partial f(t_i, \boldsymbol{\delta})}{\partial \delta_k} \right]_{\boldsymbol{\delta}=\mathbf{g}^{(0)}} (\delta_k - g_k^{(0)}) \quad (\text{E.8})$$

όπου:

$$\mathbf{g}^{(0)} = \begin{bmatrix} g_1^{(0)} \\ g_2^{(0)} \\ g_3^{(0)} \end{bmatrix} \quad (\text{E.9})$$

Θεωρούμε:

$$f_i^{(0)} = f(t_i, \mathbf{g}^{(0)}) \quad (\text{E.10})$$

$$\mathbf{v}_k^{(0)} = (\delta_k - g_k^{(0)}) \quad (\text{E.11})$$

$$D_{ik}^{(0)} = \left[\frac{\partial f(t_i, \boldsymbol{\delta})}{\partial \delta_k} \right]_{\boldsymbol{\delta}=\mathbf{g}^{(0)}} \quad (\text{E.12})$$

Οπότε καταλήγουμε στη σχέση:

$$y_i \cong f_i^{(0)} + \sum_{k=1}^p D_{ik}^{(0)} \mathbf{v}_k^{(0)} \quad (\text{E.13})$$

ή μεταφέροντας τον όρο $f_i^{(0)}$ στο αριστερό μέλος της σχέσης προκύπτει:

$$y_i^{(0)} \cong \sum_{k=1}^p D_{ik}^{(0)} \mathbf{v}_k^{(0)} \quad (\text{E.14})$$

με:

$$y_i^{(0)} = y_i - f_i^{(0)} \quad (\text{E.15})$$

Σε μητρική μορφή η παραπάνω σχέση απεικονίζεται ως εξής:

$$\mathbf{y}^{(0)} \cong \mathbf{D}^{(0)} \mathbf{v}^{(0)} \quad (\text{E.16})$$

όπου:

$$\mathbf{y}^{(0)} = \begin{bmatrix} y_1 - f_1^{(0)} \\ y_2 - f_2^{(0)} \\ \vdots \\ y_N - f_N^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - g_1^{(0)} g_2^{(0)g_3^{(0)g_1^{(0)}}} \\ y_2 - g_1^{(0)} g_2^{(0)g_3^{(0)g_2^{(0)}}} \\ \vdots \\ y_3 - g_1^{(0)} g_2^{(0)g_3^{(0)g_N^{(0)}}} \end{bmatrix} \quad (\text{E.17})$$

$$\mathbf{D}^{(0)} = \begin{bmatrix} D_{11}^{(0)} & D_{12}^{(0)} & D_{13}^{(0)} \\ D_{21}^{(0)} & D_{22}^{(0)} & D_{23}^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{N1}^{(0)} & D_{N2}^{(0)} & D_{N3}^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}^{(0)} = \begin{bmatrix} g_2^{(0)g_3^{(0)g_1}} & \frac{g_1^{(0)}}{g_2^{(0)}} g_3^{(0)t_1} g_2^{(0)g_3^{(0)g_1}} & \frac{g_1^{(0)}}{g_3^{(0)}} g_3^{(0)t_1} \ln(g_2^{(0)}) t_1 g_2^{(0)g_3^{(0)g_1}} \\ g_2^{(0)g_3^{(0)g_2}} & \frac{g_1^{(0)}}{g_2^{(0)}} g_3^{(0)t_2} g_2^{(0)g_3^{(0)g_2}} & \frac{g_1^{(0)}}{g_3^{(0)}} g_3^{(0)t_2} \ln(g_2^{(0)}) t_2 g_2^{(0)g_3^{(0)g_2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_2^{(0)g_3^{(0)g_N}} & \frac{g_1^{(0)}}{g_2^{(0)}} g_3^{(0)t_N} g_2^{(0)g_3^{(0)g_N}} & \frac{g_1^{(0)}}{g_3^{(0)}} g_3^{(0)t_N} \ln(g_2^{(0)}) t_N g_2^{(0)g_3^{(0)g_N}} \end{bmatrix} \quad (\text{E.18})$$

και

$$\mathbf{v}^{(0)} = \begin{bmatrix} g_1^{(0)} \\ g_2^{(0)} \\ g_3^{(0)} \end{bmatrix} \quad (\text{E.19})$$

Η εκτίμηση των παραμέτρων $\mathbf{v}^{(0)}$ δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{\mathbf{v}}^{(0)} = (\mathbf{D}^{(0)\top} \mathbf{D}^{(0)})^{-1} \mathbf{D}^{(0)\top} \mathbf{y}^{(0)} \quad (\text{E.20})$$

Η αναθεωρημένη εκτίμηση των συντελεστών σε μητρική μορφή είναι :

$$\mathbf{g}^{(1)} = \mathbf{g}^{(0)} + \hat{\mathbf{v}}^{(0)} \quad (\text{E.21})$$

Σύμφωνα με τις αρχή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, η βέλτιστη λύση όσον αφορά στις τιμές των παραμέτρων είναι οι τιμές που ελαχιστοποιούν το Q. Με τις αρχικές τιμές των συντελεστών, $\mathbf{g}^{(0)}$, το Q είναι:

$$Q^{(0)} = \sum_{i=1}^N [y_i - f(t_i, \mathbf{g}^{(0)})]^2 \quad (\text{E.22})$$

Βάσει των συντελεστών που προκύπτουν στο τέλος της πρώτης επανάληψης, το Q είναι ίσο με:

$$Q^{(1)} = \sum_{i=1}^N [y_i - f(t_i, \mathbf{g}^{(1)})]^2 \quad (\text{E.23})$$

Η ανισότητα $Q^{(k+1)} < Q^{(k)}$ πρέπει να ισχύει για κάθε k , γεγονός που σημαίνει πως το $\mathbf{g}^{(k+1)}$ δίνει καλύτερη εκτίμηση από το $\mathbf{g}^{(k)}$. Η επίλυση του προβλήματος δεν ολοκληρώνεται εδώ. Τώρα το $\mathbf{g}^{(1)}$ αποτελεί το 'βελτιωμένο' διάνυσμα αρχικών

τιμών, το οποίο οδηγεί με τη σειρά του ένα νέο διάνυσμα $g^{(2)}$. Η επαναληπτική διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί η σχέση:

$$Q^{(s-1)} - Q^{(s)} \cong 0 \quad (\text{E.24})$$

Καλό θα ήταν να υλοποιηθούν διάφορα σενάρια όσον αφορά στις αρχικές τιμές των παραμέτρων, ούτως ώστε να μπορεί να υποστηριχθεί πως η τελική λύση είναι όντως η βέλτιστη.

E.3 Επιλογή Αρχικών Τιμών για τις Παραμέτρους του Μοντέλου Gompertz

Η επιλογή των αρχικών τιμών δεν είναι εύκολο κεφάλαιο. Μια ‘φτωχή’ εκτίμηση μπορεί να οδηγήσει σε μακρόχρονη υπολογιστική διαδικασία με πολυάριθμες επαναλήψεις. Μπορεί επίσης να καταλήξει τελικά σε απόκλιση, ή ακόμα και σε σύγκλιση λόγω τοπικού ελαχίστου. Γι’ αυτό, ‘καλές’ αρχικές τιμές θα οδηγήσουν σε γρήγορους υπολογισμούς με λίγες επαναλήψεις και στην περίπτωση που υπάρχουν πολλά τοπικά ελάχιστα, θα καταλήξουν στη λύση που αποτελεί το ολικό ελάχιστο.

Δίχως απώλεια της γενικότητας, θεωρούμε πως το σύνολο των γνωστών σημείων μπορεί να ισομοιραστεί σε τρεις ομάδες.

Ας θεωρήσουμε πως m σημεία είναι γνωστά, ως εξής:

t_i	y_i
t_0	y_0
t_1	y_1
t_2	y_2
\vdots	\vdots
t_{m-1}	y_{m-1}

Όπου:

- $m = 3n$ (E.25)

με n το πλήθος των στοιχείων κάθε ομάδας

- $t_i - t_{i-1} = \text{const}$ (E.26)

- $i = 0, 1, \dots, m-1$ (E.27)

Η συνάρτηση Gompertz δίνεται από την Εξ. (E.1):

$$y = ab^{e^t}$$

Ισχύει:

$$\ln(y) = \ln(a) + c^t \ln(b) \quad (\text{E.28})$$

Ορίζουμε:

$$S_1 = \sum_{i=0}^{n-1} \ln(y_i) = n \ln(a) + \ln(b) \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i} \quad (\text{E.29})$$

$$S_2 = \sum_{i=n}^{2n-1} \ln(y_i) = n \ln(a) + \ln(b) \sum_{i=n}^{2n-1} c^{t_i} \quad (\text{E.30})$$

$$S_3 = \sum_{i=2n}^{m-1} \ln(y_i) = n \ln(a) + \ln(b) \sum_{i=2n}^{m-1} c^{t_i} \quad (\text{E.31})$$

Οπότε:

$$\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} = \frac{\sum_{i=2n}^{m-1} c^{t_i} - \sum_{i=n}^{2n-1} c^{t_i}}{\sum_{i=n}^{2n-1} c^{t_i} - \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i}} \quad (\text{E.32})$$

Επεξεργαζόμαστε την Εξ. (E.32) και προκύπτει:

$$\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} = \frac{\sum_{i=2n-2n}^{m-1-2n} c^{t_{i+2n}} - \sum_{i=n-n}^{2n-1-n} c^{t_{i+n}}}{\sum_{i=n-n}^{2n-1-n} c^{t_{i+n}} - \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i}}$$

$$\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} c^{t_{i+2n}} - \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_{i+n}}}{\sum_{i=0}^{n-1} c^{t_{i+n}} - \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i}}$$

$$\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} = \frac{c^{t_{2n}} \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i} - c^{t_n} \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i}}{c^{t_n} \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i} - \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i}}$$

$$\boxed{\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} = \frac{c^{t_{2n}} - c^{t_n}}{c^{t_n} - 1} = c^{t_{a_n}} = c^{n \cdot I + t_0}} \quad (\text{E.33})$$

$$\mu\epsilon \ t_{a_n} = n \cdot I + t_0 \quad (\text{E.34})$$

Χωρίς απώλεια της γενικότητας θεωρούμε

$$t_{a0} = 0 \Rightarrow t_0 = 0 \quad (\text{E.35})$$

Προκύπτει:

$$\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} = c^{n \cdot I} \quad (\text{E.36})$$

όπου $n \cdot I = \text{σταθερό}$

Επιλύοντας ως προς c , καταλήγουμε στη σχέση:

$$c = \left(\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} \right)^{\frac{1}{n \cdot I}} \quad (\text{E.37})$$

Θεωρώντας τις σχέσεις για τα S_1, S_2 έχουμε:

$$S_1 - n \cdot \ln(a) = \ln(b) \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i} \quad (\text{E.38})$$

$$S_2 - n \cdot \ln(a) = \ln(b) \sum_{i=n}^{2n-1} c^{t_i} \quad (\text{E.39})$$

$$\frac{S_1 - n \cdot \ln(a)}{S_2 - n \cdot \ln(a)} = \frac{1}{c^{n \cdot I}} \quad (\text{E.40})$$

Θεωρώντας ξανά τις σχέσεις για τα S_1, S_2 έχουμε:

$$S_1 - \ln(b) \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i} = n \ln(a) \quad (\text{E.41})$$

$$S_2 - \ln(b) \sum_{i=n}^{2n-1} c^{t_i} = n \ln(a) \quad (\text{E.42})$$

$$\frac{S_1 - \ln(b) \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i}}{S_2 - \ln(b) \sum_{i=n}^{2n-1} c^{t_i}} = 1 \quad (\text{E.43})$$

$$S_1 - \ln(b) \sum_{i=0}^{n-1} c^{t_i} = S_2 - \ln(b) \sum_{i=n}^{2n-1} c^{t_i} \quad (\text{E.44})$$

Από την Εξ. (E.44) οδηγούμαστε στο αποτέλεσμα:

$$\ln(b) = \frac{(S_2 - S_1)(c^I - 1)}{(1 - c^{n \cdot I})^2} \quad (\text{E.45})$$

$$b = e^{\frac{(S_2 - S_1)(c^I - 1)}{(1 - c^{n \cdot I})^2}} \quad (\text{E.46})$$

Για την ειδική περίπτωση όπου $I = 1$, οι παράμετροι προκύπτουν ως εξής:

$$c = \left(\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{E.47})$$

$$a = e^{\left[\frac{1}{n} \left(S_1 + \frac{S_2 - S_1}{(1 - c^n)^2} \right) \right]} \quad (\text{E.48})$$

$$b = e^{\left[\frac{(S_2 - S_1)(c - 1)}{(1 - c^n)^2} \right]} \quad (\text{E.49})$$

E.4 Αναλυτική Ολοκλήρωση Σιγμοειδούς Συνάρτησης: Αποτελέσματα και Σχόλια

Έστω η συνάρτηση:

$$y(t) = a \cdot b^{c^t} - a \cdot b \quad (\text{E.50})$$

Θα επιχειρήσουμε να ολοκληρώσουμε τη συνάρτηση ως προς το χρόνο t . Ονομάζουμε I το ολοκλήρωμα. Προκύπτει:

$$I = \int y(t) dt = \int (a \cdot b^{c^t} - a \cdot b) dt = \int (a \cdot b^{c^t}) dt - \int (a \cdot b) dt =$$

$$= a \cdot \int (b^{c^t}) dt - a \cdot b \int (1) dt = a \cdot \int (b^{c^t}) dt - a \cdot b \cdot t$$

$$I = a \cdot \int (b^{c^t}) dt - a \cdot b \cdot t \quad (\text{E.51})$$

$$\text{Έστω } I_0 = \int (b^{c^t}) dt \quad (\text{E.52})$$

$$\text{Θέτουμε } z = c^t = e^{t \cdot \ln c} \quad (\text{E.53})$$

Ισχύει:

$$\begin{aligned} dz &= d(c^t) = d(e^{t \cdot \ln c}) = e^{t \cdot \ln c} \cdot d(t \cdot \ln c) = e^{t \cdot \ln c} \cdot \ln c \cdot dt = c^t \cdot \ln c \cdot dt \Rightarrow \\ \Rightarrow dt &= \frac{dz}{c^t \ln c} = \frac{dz}{z \cdot \ln c} = \frac{1}{\ln c} \cdot \frac{dz}{z} \end{aligned} \quad (\text{E.54})$$

Άρα:

$$I_0 = \int (b^{c^t}) dt = \int b^z \cdot \frac{1}{\ln c} \cdot \frac{dz}{z} = \frac{1}{\ln c} \cdot \int \frac{b^z}{z} dz \quad (\text{E.55})$$

$$\text{Θεωρούμε } I_1 = \int \frac{b^z}{z} dz \quad (\text{E.56})$$

Συνεχίζουμε με παραγοντική ολοκλήρωση:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \left(\ln b \cdot \frac{1}{\ln b} \cdot \frac{b^z}{z} \right) dz = \frac{1}{\ln b} \cdot \int \left(\ln b \cdot b^z \cdot \frac{1}{z} \right) dz = \frac{1}{\ln b} \cdot \int \left((b^z)' \cdot \frac{1}{z} \right) dz = \\ &= \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z} - \int b^z \cdot \left(-\frac{1}{z^2} \right) dz \right] = \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z} + \int \frac{b^z}{z^2} dz \right] = \\ &= \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z} + \int \ln b \cdot \frac{1}{\ln b} \cdot \frac{b^z}{z^2} dz \right] = \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \int (b^z)' \cdot \frac{1}{z^2} dz \right] = \\ &= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} - \int b^z \cdot \left(-\frac{2}{z^3} \right) dz \right] \right\} = \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + 2 \cdot \int \frac{b^z}{z^3} dz \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + 2 \cdot \int \ln b \cdot \frac{1}{\ln b} \cdot \frac{b^z}{z^3} dz \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + \frac{2}{\ln b} \cdot \int (b^z)' \cdot \frac{1}{z^3} dz \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + \frac{2}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^3} - \int b^z \cdot \left(-\frac{3}{z^4} \right) dz \right) \right] \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + \frac{2}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^3} + 3 \cdot \int \frac{b^z}{z^4} dz \right) \right] \right\} = \\
&= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + \frac{2}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^3} + 3 \cdot \int \ln b \cdot \frac{1}{\ln b} \cdot \frac{b^z}{z^4} dz \right) \right] \right\} = \\
&= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + \frac{2}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^3} + \frac{3}{\ln b} \cdot \int (b^z)' \cdot \frac{1}{z^4} dz \right) \right] \right\} = \\
&= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + \frac{2}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^3} + \frac{3}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^4} - \int b^z \cdot \left(-\frac{4}{z^5} \right) dz \right) \right) \right] \right\} = \\
&= \frac{1}{\ln b} \cdot \left\{ \frac{b^z}{z} + \frac{1}{\ln b} \cdot \left[\frac{b^z}{z^2} + \frac{2}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^3} + \frac{3}{\ln b} \cdot \left(\frac{b^z}{z^4} + 4 \cdot \int \frac{b^z}{z^5} dz \right) \right) \right] \right\} = \dots \quad (E.57)
\end{aligned}$$

Για τους όρους της Εξ. (E.57) ισχύουν τα εξής :

$$\begin{aligned}
&1^{\text{ος}} \text{ όρος} \\
&\frac{1}{\ln b} \cdot \frac{b^z}{z} = \frac{0!}{(\ln b)^1} \cdot \frac{b^z}{z^1} = \frac{(1-1)!}{(\ln b)^1} \cdot \frac{b^z}{z^1} \quad (E.58)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&2^{\text{ος}} \text{ όρος} \\
&\frac{1}{(\ln b)^2} \cdot \frac{b^z}{z^2} = \frac{1!}{(\ln b)^2} \cdot \frac{b^z}{z^2} = \frac{(2-1)!}{(\ln b)^2} \cdot \frac{b^z}{z^2} \quad (E.59)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&3^{\text{ος}} \text{ όρος} \\
&\frac{2}{(\ln b)^3} \cdot \frac{b^z}{z^3} = \frac{1 \cdot 2}{(\ln b)^3} \cdot \frac{b^z}{z^3} = \frac{2!}{(\ln b)^3} \cdot \frac{b^z}{z^3} = \frac{(3-1)!}{(\ln b)^3} \cdot \frac{b^z}{z^3} \quad (E.60)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&4^{\text{ος}} \text{ όρος} \\
&\frac{2}{(\ln b)^3} \cdot \frac{b^z}{z^3} = \frac{2!}{(\ln b)^3} \cdot \frac{b^z}{z^3} = \frac{(3-1)!}{(\ln b)^3} \cdot \frac{b^z}{z^3} \quad (E.61)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&n^{\text{ος}} \text{ όρος} \\
&\frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1)}{(\ln b)^n} \cdot \frac{b^z}{z^n} = \frac{(n-1)!}{(\ln b)^n} \cdot \frac{b^z}{z^n} \quad (E.62)
\end{aligned}$$

Άρα:

$$I_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(\ln b)^n} \cdot \frac{b^z}{z^n}, \text{ με } z = c^t \quad (\text{E.63})$$

Η σειρά δε συγκλίνει. Συνεπώς η ολοκλήρωση συνάρτησης με την μορφή αυτή είναι δυνατή μόνο με αριθμητικές μεθόδους.

Παράρτημα ΣΤ'

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Ιανουάριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,000	69,637	16,000	16,317	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	1380	700	455	7	4,246	539,357	758,997	695,982	0,000	69,637	80,000	16,317	12,000	0,000	712,848	83,518
	3	08.00-10.00	1690	700	580	7	4,246	539,357	758,997	932,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	4	10.00-12.00	1530	700	625	7	4,246	539,357	758,997	772,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	5	12.00-14.00	1360	700	650	7	4,246	539,357	758,997	602,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	6	14.00-16.00	1320	700	635	7	4,246	539,357	758,997	562,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	7	16.00-18.00	1420	700	605	7	4,246	539,357	758,997	769,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	8	18.00-20.00	1210	700	465	7	4,246	539,357	758,997	0,000	277,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	9	20.00-24.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	1380	700	455	7	4,246	539,357	758,997	693,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	12	08.00-10.00	1690	700	580	7	4,246	539,357	758,997	932,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	13	10.00-12.00	1530	700	625	7	4,246	539,357	758,997	772,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	14	12.00-14.00	1360	700	650	7	4,246	539,357	758,997	602,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	15	14.00-16.00	1320	700	635	7	4,246	539,357	758,997	562,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	16	16.00-18.00	1420	700	605	7	4,246	539,357	758,997	769,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	17	18.00-20.00	1210	700	465	7	4,246	539,357	758,997	0,000	277,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	18	20.00-24.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	1380	700	455	7	4,246	539,357	758,997	693,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	21	08.00-10.00	1690	700	580	7	4,246	539,357	758,997	932,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	22	10.00-12.00	1530	700	625	7	4,246	539,357	758,997	772,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	23	12.00-14.00	1360	700	650	7	4,246	539,357	758,997	602,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	24	14.00-16.00	1320	700	635	7	4,246	539,357	758,997	562,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	25	16.00-18.00	1420	700	605	7	4,246	539,357	758,997	769,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	26	18.00-20.00	1210	700	465	7	4,246	539,357	758,997	0,000	277,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	27	20.00-24.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000

Ιανουάριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)	TCH (°C)	QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)		
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	
	29	06.00-08.00	1380	700	455	7	4,246	539,357	758,997	693,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	30	08.00-10.00	1690	700	580	7	4,246	539,357	758,997	932,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	31	10.00-12.00	1530	700	625	7	4,246	539,357	758,997	772,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	32	12.00-14.00	1360	700	650	7	4,246	539,357	758,997	602,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	33	14.00-16.00	1320	700	635	7	4,246	539,357	758,997	562,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	34	16.00-18.00	1420	700	605	7	4,246	539,357	758,997	769,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	35	18.00-20.00	1210	700	465	7	4,246	539,357	758,997	0,000	277,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	36	20.00-24.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	1380	700	455	7	4,246	539,357	758,997	693,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	39	08.00-10.00	1690	700	580	7	4,246	539,357	758,997	932,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	40	10.00-12.00	1530	700	625	7	4,246	539,357	758,997	772,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	41	12.00-14.00	1360	700	650	7	4,246	539,357	758,997	602,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	42	14.00-16.00	1320	700	635	7	4,246	539,357	758,997	562,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	43	16.00-18.00	1420	700	605	7	4,246	539,357	758,997	769,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	44	18.00-20.00	1210	700	465	7	4,246	539,357	758,997	0,000	299,701	95,000	73,658	12,000	12,379	0,000	699,327	90,334
	45	20.00-24.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,658	73,396	12,379	12,667	0,000	0,000	0,000
Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,396	73,005	12,667	13,089	0,000	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,005	72,876	13,089	13,225	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,876	72,747	13,225	13,360	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,747	72,619	13,360	13,493	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,619	72,491	13,493	13,625	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,491	72,363	13,625	13,756	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,363	72,236	13,756	13,885	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,236	72,109	13,885	14,013	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,109	71,856	14,013	14,266	0,000	0,000	0,000
Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,856	71,478	14,266	14,637	0,000	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,478	71,353	14,637	14,757	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,353	71,228	14,757	14,876	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,228	71,104	14,876	14,993	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,104	70,980	14,993	15,109	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,980	70,857	15,109	15,224	0,000	0,000	0,000

Ιανουάριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Κυριακή	61	16.00-18.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,857	70,733	15,224	15,338	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,733	70,611	15,338	15,450	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	7	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000

Φεβρουάριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	1290	700	455	8	4,246	539,357	758,997	603,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	3	08.00-10.00	1540	700	580	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	4	10.00-12.00	1330	700	625	8	4,246	539,357	758,997	679,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	5	12.00-14.00	1170	700	650	8	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	6	14.00-16.00	1150	700	635	8	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	7	16.00-18.00	1260	700	605	8	4,246	539,357	758,997	609,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	8	18.00-20.00	1100	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	167,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	9	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	1290	700	455	8	4,246	539,357	758,997	603,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	12	08.00-10.00	1540	700	580	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	13	10.00-12.00	1330	700	625	8	4,246	539,357	758,997	679,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	14	12.00-14.00	1170	700	650	8	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	15	14.00-16.00	1150	700	635	8	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	16	16.00-18.00	1260	700	605	8	4,246	539,357	758,997	609,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	17	18.00-20.00	1100	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	167,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	18	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	1290	700	455	8	4,246	539,357	758,997	603,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	21	08.00-10.00	1540	700	580	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	22	10.00-12.00	1330	700	625	8	4,246	539,357	758,997	679,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	23	12.00-14.00	1170	700	650	8	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	24	14.00-16.00	1150	700	635	8	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	25	16.00-18.00	1260	700	605	8	4,246	539,357	758,997	609,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	26	18.00-20.00	1100	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	167,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	27	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	1290	700	455	8	4,246	539,357	758,997	603,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	30	08.00-10.00	1540	700	580	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	31	10.00-12.00	1330	700	625	8	4,246	539,357	758,997	679,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	32	12.00-14.00	1170	700	650	8	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	33	14.00-16.00	1150	700	635	8	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594

Φεβρουάριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	1260	700	605	8	4,246	539,357	758,997	609,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	35	18.00-20.00	1100	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	167,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	36	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	1290	700	455	8	4,246	539,357	758,997	603,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	39	08.00-10.00	1540	700	580	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	40	10.00-12.00	1330	700	625	8	4,246	539,357	758,997	679,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	41	12.00-14.00	1170	700	650	8	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	42	14.00-16.00	1150	700	635	8	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	43	16.00-18.00	1260	700	605	8	4,246	539,357	758,997	609,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	44	18.00-20.00	1100	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	189,701	95,000	73,658	12,000	12,379	0,000	699,327	90,334
	45	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,658	73,396	12,379	12,667	0,000	0,000	0,000
	Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,396	73,005	12,667	13,089	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,005	72,876	13,089	13,225	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,876	72,747	13,225	13,360	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,747	72,619	13,360	13,493	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,619	72,491	13,493	13,625	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,491	72,363	13,625	13,756	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,363	72,236	13,756	13,885	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,236	72,109	13,885	14,013	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,109	71,856	14,013	14,266	0,000	0,000	0,000
	Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,856	71,478	14,266	14,637	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,478	71,353	14,637	14,757	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,353	71,228	14,757	14,876	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,228	71,104	14,876	14,993	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,104	70,980	14,993	15,109	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,980	70,857	15,109	15,224	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,857	70,733	15,224	15,338	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,733	70,611	15,338	15,450	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000

Μάρτιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	1180	700	455	14	4,246	539,357	758,997	0,000	493,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	3	08.00-10.00	1380	700	580	14	4,246	539,357	758,997	729,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	4	10.00-12.00	1230	700	625	14	4,246	539,357	758,997	0,000	365,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	5	12.00-14.00	1140	700	650	14	4,246	539,357	758,997	0,000	382,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	6	14.00-16.00	1150	700	635	14	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	7	16.00-18.00	1240	700	605	14	4,246	539,357	758,997	0,000	482,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	8	18.00-20.00	1070	700	465	14	4,246	539,357	758,997	0,000	244,904	80,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	9	20.00-24.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	1180	700	455	14	4,246	539,357	758,997	0,000	493,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	12	08.00-10.00	1380	700	580	14	4,246	539,357	758,997	729,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	13	10.00-12.00	1230	700	625	14	4,246	539,357	758,997	0,000	365,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	14	12.00-14.00	1140	700	650	14	4,246	539,357	758,997	0,000	382,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	15	14.00-16.00	1150	700	635	14	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	16	16.00-18.00	1240	700	605	14	4,246	539,357	758,997	0,000	482,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	17	18.00-20.00	1070	700	465	14	4,246	539,357	758,997	0,000	244,904	80,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	18	20.00-24.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	1180	700	455	14	4,246	539,357	758,997	0,000	493,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	21	08.00-10.00	1380	700	580	14	4,246	539,357	758,997	729,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	22	10.00-12.00	1230	700	625	14	4,246	539,357	758,997	0,000	365,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	23	12.00-14.00	1140	700	650	14	4,246	539,357	758,997	0,000	382,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	24	14.00-16.00	1150	700	635	14	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	25	16.00-18.00	1240	700	605	14	4,246	539,357	758,997	0,000	482,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	26	18.00-20.00	1070	700	465	14	4,246	539,357	758,997	0,000	244,904	80,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	27	20.00-24.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	1180	700	455	14	4,246	539,357	758,997	0,000	493,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	30	08.00-10.00	1380	700	580	14	4,246	539,357	758,997	729,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	31	10.00-12.00	1230	700	625	14	4,246	539,357	758,997	0,000	365,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	32	12.00-14.00	1140	700	650	14	4,246	539,357	758,997	0,000	382,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	33	14.00-16.00	1150	700	635	14	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594

Μάρτιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	1240	700	605	14	4,246	539,357	758,997	0,000	482,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	35	18.00-20.00	1070	700	465	14	4,246	539,357	758,997	0,000	244,904	80,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	36	20.00-24.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	1180	700	455	14	4,246	539,357	758,997	0,000	493,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	39	08.00-10.00	1380	700	580	14	4,246	539,357	758,997	729,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	40	10.00-12.00	1230	700	625	14	4,246	539,357	758,997	0,000	365,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	41	12.00-14.00	1140	700	650	14	4,246	539,357	758,997	0,000	382,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	42	14.00-16.00	1150	700	635	14	4,246	539,357	758,997	0,000	392,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	43	16.00-18.00	1240	700	605	14	4,246	539,357	758,997	0,000	482,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	44	18.00-20.00	1070	700	465	14	4,246	539,357	758,997	0,000	266,698	80,000	73,658	12,000	12,379	0,000	699,327	90,334
	45	20.00-24.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,658	73,396	12,379	12,667	0,000	0,000	0,000
Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,396	73,005	12,667	13,089	0,000	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,005	72,876	13,089	13,225	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,876	72,747	13,225	13,360	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,747	72,619	13,360	13,493	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,619	72,491	13,493	13,625	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,491	72,363	13,625	13,756	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,363	72,236	13,756	13,885	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,236	72,109	13,885	14,013	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,109	71,856	14,013	14,266	0,000	0,000	0,000
Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,856	71,478	14,266	14,637	0,000	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,478	71,353	14,637	14,757	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,353	71,228	14,757	14,876	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,228	71,104	14,876	14,993	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,104	70,980	14,993	15,109	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,980	70,857	15,109	15,224	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,857	70,733	15,224	15,338	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,733	70,611	15,338	15,450	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	14	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000

Απρίλιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	68,375	67,977	16,480	16,591	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	1010	700	455	17	4,246	539,357	758,997	0,000	337,946	67,977	80,000	16,591	12,000	0,000	713,454	83,661
	3	08.00-10.00	1080	700	580	17	4,246	539,357	758,997	0,000	322,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,245	205,551
	4	10.00-12.00	900	950	625	17	4,246	539,357	758,997	0,000	142,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	950,245	309,425
	5	12.00-14.00	780	1340	650	17	4,246	535,629	753,595	0,000	80,000	80,000	87,328	12,000	12,000	0,000	1340,245	429,998
	6	14.00-16.00	780	1490	635	17	4,246	537,428	756,199	0,000	80,000	87,328	95,000	12,000	12,000	0,000	1490,245	448,524
	7	16.00-18.00	860	1380	605	17	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	80,673	12,000	12,000	0,000	1380,245	390,690
	8	18.00-20.00	830	900	465	17	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	80,673	81,764	12,000	15,780	0,000	889,254	135,062
	9	20.00-24.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,764	81,425	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,425	80,919	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	1010	700	455	17	4,246	539,357	758,997	0,000	245,627	80,919	80,000	16,000	12,000	0,000	711,753	83,261
	12	08.00-10.00	1080	700	580	17	4,246	539,357	758,997	0,000	322,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,245	205,551
	13	10.00-12.00	900	950	625	17	4,246	539,357	758,997	0,000	142,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	950,245	309,425
	14	12.00-14.00	780	1340	650	17	4,246	535,629	753,595	0,000	80,000	80,000	87,328	12,000	12,000	0,000	1340,245	429,998
	15	14.00-16.00	780	1490	635	17	4,246	537,428	756,199	0,000	80,000	87,328	95,000	12,000	12,000	0,000	1490,245	448,524
	16	16.00-18.00	860	1380	605	17	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	80,673	12,000	12,000	0,000	1380,245	390,690
	17	18.00-20.00	830	900	465	17	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	80,673	81,764	12,000	15,780	0,000	889,254	135,062
	18	20.00-24.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,764	81,425	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,425	80,919	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	1010	700	455	17	4,246	539,357	758,997	0,000	245,627	80,919	80,000	16,000	12,000	0,000	711,753	83,261
	21	08.00-10.00	1080	700	580	17	4,246	539,357	758,997	0,000	322,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,245	205,551
	22	10.00-12.00	900	950	625	17	4,246	539,357	758,997	0,000	142,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	950,245	309,425
	23	12.00-14.00	780	1340	650	17	4,246	535,629	753,595	0,000	80,000	80,000	87,328	12,000	12,000	0,000	1340,245	429,998
	24	14.00-16.00	780	1490	635	17	4,246	537,428	756,199	0,000	80,000	87,328	95,000	12,000	12,000	0,000	1490,245	448,524
	25	16.00-18.00	860	1380	605	17	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	80,673	12,000	12,000	0,000	1380,245	390,690
	26	18.00-20.00	830	900	465	17	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	80,673	81,764	12,000	15,780	0,000	889,254	135,062
	27	20.00-24.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,764	81,425	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,425	80,919	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	1010	700	455	17	4,246	539,357	758,997	0,000	245,627	80,919	80,000	16,000	12,000	0,000	711,753	83,261
	30	08.00-10.00	1080	700	580	17	4,246	539,357	758,997	0,000	322,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,245	205,551
	31	10.00-12.00	900	950	625	17	4,246	539,357	758,997	0,000	142,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	950,245	309,425
	32	12.00-14.00	780	1340	650	17	4,246	535,629	753,595	0,000	80,000	80,000	87,328	12,000	12,000	0,000	1340,245	429,998
	33	14.00-16.00	780	1490	635	17	4,246	537,428	756,199	0,000	80,000	87,328	95,000	12,000	12,000	0,000	1490,245	448,524

Απρίλιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	860	1380	605	17	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	80,673	12,000	12,000	0,000	1380,245	390,690
	35	18.00-20.00	830	900	465	17	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	80,673	81,764	12,000	15,780	0,000	889,254	135,062
	36	20.00-24.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,764	81,425	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,425	80,919	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	1010	700	455	17	4,246	539,357	758,997	0,000	245,627	80,919	80,000	16,000	12,000	0,000	711,753	83,261
	39	08.00-10.00	1080	700	580	17	4,246	539,357	758,997	0,000	322,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,245	205,551
	40	10.00-12.00	900	950	625	17	4,246	539,357	758,997	0,000	142,182	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	950,245	309,425
	41	12.00-14.00	780	1340	650	17	4,246	535,629	753,595	0,000	80,000	80,000	87,328	12,000	12,000	0,000	1340,245	429,998
	42	14.00-16.00	780	1490	635	17	4,246	537,428	756,199	0,000	80,000	87,328	95,000	12,000	12,000	0,000	1490,245	448,524
	43	16.00-18.00	860	1380	605	17	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	80,673	12,000	12,000	0,000	1380,245	390,690
	44	18.00-20.00	830	900	465	17	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	80,673	81,764	12,000	14,552	0,000	892,826	135,903
	45	20.00-24.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,764	81,425	14,552	14,667	0,000	0,000	0,000
	Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	81,425	80,919	14,667	14,835	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,919	80,752	14,835	14,890	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,752	80,585	14,890	14,944	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,585	80,418	14,944	14,997	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,418	80,252	14,997	15,050	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,252	80,087	15,050	15,102	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,087	79,922	15,102	15,154	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,922	79,757	15,154	15,205	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,757	79,429	15,205	15,306	0,000	0,000	0,000
	Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,429	78,939	15,306	15,455	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,939	78,777	15,455	15,503	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,777	78,616	15,503	15,550	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,616	78,455	15,550	15,597	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,455	78,294	15,597	15,644	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,294	78,134	15,644	15,690	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,134	77,975	15,690	15,735	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	77,975	77,815	15,735	15,780	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	17	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	77,815	77,498	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000

Μάιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	89,819	89,244	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	640	700	455	18	4,246	403,461	575,241	0,000	0,000	89,244	80,000	16,000	12,000	0,000	711,753	219,156
	3	08.00-10.00	550	890	580	18	4,246	384,029	551,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	890,245	405,623
	4	10.00-12.00	465	1250	625	18	4,246	334,105	491,904	0,000	0,000	80,000	83,597	12,000	12,000	0,000	1250,245	585,327
	5	12.00-14.00	465	1575	650	18	4,246	334,800	492,705	0,000	0,000	83,597	87,295	12,000	12,000	0,000	1575,245	686,169
	6	14.00-16.00	465	1730	635	18	4,246	335,498	493,509	0,000	0,000	87,295	91,096	12,000	12,000	0,000	1730,245	706,973
	7	16.00-18.00	465	1630	605	18	4,246	336,203	494,321	0,000	0,000	91,096	95,000	12,000	12,000	0,000	1630,245	652,719
	8	18.00-20.00	500	1240	465	18	4,246	342,377	501,473	0,000	0,000	95,000	95,000	12,000	15,780	0,000	1229,254	412,111
	9	20.00-24.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	95,000	94,588	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,588	93,973	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	640	700	455	18	4,246	379,615	545,791	0,000	0,000	93,973	80,599	16,000	12,000	0,000	711,753	243,002
	12	08.00-10.00	550	890	580	18	4,246	380,528	546,903	0,000	0,000	80,599	80,000	12,000	12,000	0,000	890,245	409,124
	13	10.00-12.00	465	1250	625	18	4,246	334,105	491,904	0,000	0,000	80,000	83,597	12,000	12,000	0,000	1250,245	585,327
	14	12.00-14.00	465	1575	650	18	4,246	334,801	492,705	0,000	0,000	83,597	87,295	12,000	12,000	0,000	1575,245	686,168
	15	14.00-16.00	465	1730	635	18	4,246	335,499	493,510	0,000	0,000	87,295	91,096	12,000	12,000	0,000	1730,245	706,972
	16	16.00-18.00	465	1630	605	18	4,246	336,201	494,319	0,000	0,000	91,096	95,000	12,000	12,000	0,000	1630,245	652,721
	17	18.00-20.00	500	1240	465	18	4,246	342,377	501,473	0,000	0,000	95,000	95,000	12,000	15,780	0,000	1229,254	412,111
	18	20.00-24.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	95,000	94,588	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,588	93,973	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	640	700	455	18	4,246	379,615	545,791	0,000	0,000	93,973	80,599	16,000	12,000	0,000	711,753	243,002
	21	08.00-10.00	550	890	580	18	4,246	380,528	546,903	0,000	0,000	80,599	80,000	12,000	12,000	0,000	890,245	409,124
	22	10.00-12.00	465	1250	625	18	4,246	334,105	491,904	0,000	0,000	80,000	83,597	12,000	12,000	0,000	1250,245	585,327
	23	12.00-14.00	465	1575	650	18	4,246	334,800	492,705	0,000	0,000	83,597	87,295	12,000	12,000	0,000	1575,245	686,169
	24	14.00-16.00	465	1730	635	18	4,246	335,499	493,509	0,000	0,000	87,295	91,096	12,000	12,000	0,000	1730,245	706,973
	25	16.00-18.00	465	1630	605	18	4,246	336,202	494,321	0,000	0,000	91,096	95,000	12,000	12,000	0,000	1630,245	652,719
	26	18.00-20.00	500	1240	465	18	4,246	342,377	501,473	0,000	0,000	95,000	95,000	12,000	15,780	0,000	1229,254	412,111
	27	20.00-24.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	95,000	94,588	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,588	93,973	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	640	700	455	18	4,246	379,615	545,791	0,000	0,000	93,973	80,599	16,000	12,000	0,000	711,753	243,002
	30	08.00-10.00	550	890	580	18	4,246	380,528	546,903	0,000	0,000	80,599	80,000	12,000	12,000	0,000	890,245	409,124
	31	10.00-12.00	465	1250	625	18	4,246	334,105	491,904	0,000	0,000	80,000	83,597	12,000	12,000	0,000	1250,245	585,327
	32	12.00-14.00	465	1575	650	18	4,246	334,800	492,705	0,000	0,000	83,597	87,295	12,000	12,000	0,000	1575,245	686,169
	33	14.00-16.00	465	1730	635	18	4,246	335,499	493,510	0,000	0,000	87,295	91,096	12,000	12,000	0,000	1730,245	706,972

Μάιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	465	1630	605	18	4,246	336,201	494,320	0,000	0,000	91,096	95,000	12,000	12,000	0,000	1630,245	652,720
	35	18.00-20.00	500	1240	465	18	4,246	342,377	501,473	0,000	0,000	95,000	95,000	12,000	15,780	0,000	1229,254	412,111
	36	20.00-24.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	95,000	94,588	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,588	93,973	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	640	700	455	18	4,246	379,615	545,791	0,000	0,000	93,973	80,599	16,000	12,000	0,000	711,753	243,002
	39	08.00-10.00	550	890	580	18	4,246	380,528	546,903	0,000	0,000	80,599	80,000	12,000	12,000	0,000	890,245	409,124
	40	10.00-12.00	465	1250	625	18	4,246	334,104	491,904	0,000	0,000	80,000	83,596	12,000	12,000	0,000	1250,245	585,327
	41	12.00-14.00	465	1575	650	18	4,246	334,801	492,705	0,000	0,000	83,596	87,295	12,000	12,000	0,000	1575,245	686,168
	42	14.00-16.00	465	1730	635	18	4,246	335,500	493,511	0,000	0,000	87,295	91,096	12,000	12,000	0,000	1730,245	706,972
	43	16.00-18.00	465	1630	605	18	4,246	336,201	494,320	0,000	0,000	91,096	95,000	12,000	12,000	0,000	1630,245	652,720
	44	18.00-20.00	500	1240	465	18	4,246	342,377	501,473	0,000	0,000	95,000	95,000	12,000	14,552	0,000	1232,826	412,952
	45	20.00-24.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	95,000	94,588	14,552	14,667	0,000	0,000	0,000
Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,588	93,973	14,667	14,835	0,000	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,973	93,770	14,835	14,890	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,770	93,568	14,890	14,944	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,568	93,366	14,944	14,997	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,366	93,164	14,997	15,050	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,164	92,963	15,050	15,102	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,963	92,763	15,102	15,154	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,763	92,563	15,154	15,205	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,563	92,164	15,205	15,306	0,000	0,000	0,000
Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,164	91,570	15,306	15,455	0,000	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	91,570	91,373	15,455	15,503	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	91,373	91,177	15,503	15,550	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	91,177	90,982	15,550	15,597	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,982	90,787	15,597	15,644	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,787	90,592	15,644	15,690	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,592	90,398	15,690	15,735	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,398	90,205	15,735	15,780	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	18	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,205	89,819	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000

Ιούλιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	25,000	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	76,949	76,480	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	465	910	455	25,800	4,187	333,568	491,287	0,000	0,000	76,480	80,000	16,000	7,000	0,000	936,291	345,076
	3	08.00-10.00	465	1415	580	28,800	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1415,399	625,176
	4	10.00-12.00	465	1810	625	31,000	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1810,399	787,917
	5	12.00-14.00	465	2170	650	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2155,861	913,584
	6	14.00-16.00	465	2320	635	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2320,245	942,428
	7	16.00-18.00	465	2230	605	31,000	3,817	311,558	466,333	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2230,245	877,781
	8	18.00-20.00	465	1820	465	29,000	3,955	312,161	467,007	0,000	0,000	80,022	80,137	12,000	15,780	0,000	1809,254	610,288
	9	20.00-24.00	0	0	0	27,000	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,137	79,807	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	25,000	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,807	79,314	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	465	910	455	25,800	4,187	315,785	471,071	0,000	0,000	79,314	80,000	16,000	7,000	0,000	936,291	362,859
	12	08.00-10.00	465	1415	580	28,800	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1415,399	625,176
	13	10.00-12.00	465	1810	625	31,000	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1810,399	787,917
	14	12.00-14.00	465	2170	650	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2155,861	913,584
	15	14.00-16.00	465	2320	635	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2320,245	942,428
	16	16.00-18.00	465	2230	605	31,000	3,817	311,555	466,331	0,000	0,000	80,000	80,021	12,000	12,000	0,000	2230,245	877,783
	17	18.00-20.00	465	1820	465	29,000	3,955	312,156	467,002	0,000	0,000	80,021	80,136	12,000	15,780	0,000	1809,254	610,293
	18	20.00-24.00	0	0	0	27,000	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,136	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	25,000	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	465	910	455	25,800	4,187	315,792	471,079	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	936,291	362,852
	21	08.00-10.00	465	1415	580	28,800	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1415,399	625,176
	22	10.00-12.00	465	1810	625	31,000	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1810,399	787,917
	23	12.00-14.00	465	2170	650	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2155,861	913,584
	24	14.00-16.00	465	2320	635	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2320,245	942,428
	25	16.00-18.00	465	2230	605	31,000	3,817	311,558	466,333	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2230,245	877,781
	26	18.00-20.00	465	1820	465	29,000	3,955	312,155	467,001	0,000	0,000	80,022	80,136	12,000	15,780	0,000	1809,254	610,293
	27	20.00-24.00	0	0	0	27,000	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,136	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	25,000	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	465	910	455	25,800	4,187	315,791	471,077	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	936,291	362,853
	30	08.00-10.00	465	1415	580	28,800	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1415,399	625,176
	31	10.00-12.00	465	1810	625	31,000	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1810,399	787,917
	32	12.00-14.00	465	2170	650	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2155,861	913,584
	33	14.00-16.00	465	2320	635	32,000	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2320,245	942,428

Ιούνιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	465	2230	605	31,000	3,817	311,560	466,336	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2230,245	877,779
	35	18.00-20.00	465	1820	465	29,000	3,955	312,158	467,004	0,000	0,000	80,022	80,137	12,000	15,780	0,000	1809,254	610,290
	36	20.00-24.00	0	0	0	27,000	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,137	79,807	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	25,000	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,807	79,314	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	465	910	455	25,800	4,187	315,786	471,071	0,000	0,000	79,314	80,000	16,000	7,000	0,000	936,291	362,859
	39	08.00-10.00	465	1415	580	28,800	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1415,399	625,176
	40	10.00-12.00	465	1810	625	31,000	3,817	311,739	466,535	0,000	0,000	80,000	80,050	7,000	7,000	0,000	1810,399	787,598
	41	12.00-14.00	465	2170	650	32,000	3,749	312,329	467,196	0,000	0,000	80,050	80,192	7,000	12,000	0,000	2155,861	912,674
	42	14.00-16.00	465	2320	635	32,000	3,749	312,897	467,832	0,000	0,000	80,192	80,422	12,000	12,000	0,000	2320,245	940,950
	43	16.00-18.00	465	2230	605	31,000	3,817	313,524	468,533	0,000	0,000	80,422	80,750	12,000	12,000	0,000	2230,245	875,815
	44	18.00-20.00	465	1820	465	29,000	3,955	314,136	469,219	0,000	0,000	80,750	81,173	12,000	14,552	0,000	1812,826	609,216
	45	20.00-24.00	0	0	0	27,000	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	81,173	80,837	14,552	14,667	0,000	0,000	0,000
	Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	25,000	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,837	80,336	14,667	14,835	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	25,800	4,187	0,000	0,000	0,000	0,000	80,336	80,170	14,835	14,890	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	28,800	3,969	0,000	0,000	0,000	0,000	80,170	80,005	14,890	14,944	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	31,000	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	80,005	79,840	14,944	14,997	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	32,000	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	79,840	79,676	14,997	15,050	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	32,000	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	79,676	79,512	15,050	15,102	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	31,000	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	79,512	79,349	15,102	15,154	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	29,000	3,955	0,000	0,000	0,000	0,000	79,349	79,186	15,154	15,205	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	27,000	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	79,186	78,860	15,205	15,306	0,000	0,000	0,000
	Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	25,000	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,860	78,375	15,306	15,455	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	25,800	4,187	0,000	0,000	0,000	0,000	78,375	78,215	15,455	15,503	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	28,800	3,969	0,000	0,000	0,000	0,000	78,215	78,055	15,503	15,550	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	31,000	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	78,055	77,896	15,550	15,597	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	32,000	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	77,896	77,737	15,597	15,644	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	32,000	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	77,737	77,578	15,644	15,690	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	31,000	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	77,578	77,420	15,690	15,735	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	29,000	3,955	0,000	0,000	0,000	0,000	77,420	77,262	15,735	15,780	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	27,000	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	77,262	76,948	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000

Ιούλιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	26	4,172	0,000	0,000	0,000	0,000	68,375	67,977	16,480	16,591	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	465	1130	455	27	4,113	384,653	551,943	0,000	0,000	67,977	80,000	16,591	7,000	0,000	1157,992	351,899
	3	08.00-10.00	465	1650	580	30	3,899	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1650,399	691,850
	4	10.00-12.00	465	2060	625	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	2060,399	863,123
	5	12.00-14.00	465	2430	650	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2415,861	994,512
	6	14.00-16.00	465	2620	635	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2620,245	1035,004
	7	16.00-18.00	465	2490	605	32	3,749	311,558	466,333	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2490,245	957,632
	8	18.00-20.00	465	2070	465	30	3,885	312,153	466,999	0,000	0,000	80,022	80,136	12,000	15,780	0,000	2059,254	682,858
	9	20.00-24.00	0	0	0	28	4,026	0,000	0,000	0,000	0,000	80,136	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	26	4,172	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	465	1130	455	27	4,113	315,793	471,079	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	1156,291	420,346
	12	08.00-10.00	465	1650	580	30	3,899	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1650,399	691,850
	13	10.00-12.00	465	2060	625	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	2060,399	863,123
	14	12.00-14.00	465	2430	650	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2415,861	994,512
	15	14.00-16.00	465	2620	635	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2620,245	1035,004
	16	16.00-18.00	465	2490	605	32	3,749	311,560	466,335	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2490,245	957,630
	17	18.00-20.00	465	2070	465	30	3,885	312,154	467,000	0,000	0,000	80,022	80,137	12,000	15,780	0,000	2059,254	682,858
	18	20.00-24.00	0	0	0	28	4,026	0,000	0,000	0,000	0,000	80,137	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	26	4,172	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	465	1130	455	27	4,113	315,790	471,076	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	1156,291	420,349
	21	08.00-10.00	465	1650	580	30	3,899	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1650,399	691,850
	22	10.00-12.00	465	2060	625	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	2060,399	863,123
	23	12.00-14.00	465	2430	650	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2415,861	994,512
	24	14.00-16.00	465	2620	635	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2620,245	1035,004
	25	16.00-18.00	465	2490	605	32	3,749	311,557	466,333	0,000	0,000	80,000	80,021	12,000	12,000	0,000	2490,245	957,632
	26	18.00-20.00	465	2070	465	30	3,885	312,156	467,002	0,000	0,000	80,021	80,137	12,000	15,780	0,000	2059,254	682,856
	27	20.00-24.00	0	0	0	28	4,026	0,000	0,000	0,000	0,000	80,137	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	26	4,172	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	465	1130	455	27	4,113	315,790	471,076	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	1156,291	420,349
	30	08.00-10.00	465	1650	580	30	3,899	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1650,399	691,850
	31	10.00-12.00	465	2060	625	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	2060,399	863,123
	32	12.00-14.00	465	2430	650	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2415,861	994,512
	33	14.00-16.00	465	2620	635	33	3,683	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2620,245	1035,004

Ιούλιος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	465	2490	605	32	3,749	311,555	466,330	0,000	0,000	80,000	80,021	12,000	12,000	0,000	2490,245	957,634
	35	18.00-20.00	465	2070	465	30	3,885	312,163	467,010	0,000	0,000	80,021	80,137	12,000	15,780	0,000	2059,254	682,848
	36	20.00-24.00	0	0	0	28	4,026	0,000	0,000	0,000	0,000	80,137	79,807	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	26	4,172	0,000	0,000	0,000	0,000	79,807	79,314	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	465	1130	455	27	4,113	315,785	471,071	0,000	0,000	79,314	80,000	16,000	7,000	0,000	1156,291	420,354
	39	08.00-10.00	465	1650	580	30	3,899	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1650,399	691,850
	40	10.00-12.00	465	2060	625	32	3,749	311,730	466,526	0,000	0,000	80,000	80,048	7,000	7,000	0,000	2060,399	862,812
	41	12.00-14.00	465	2430	650	33	3,683	312,327	467,193	0,000	0,000	80,048	80,190	7,000	12,000	0,000	2415,861	993,605
	42	14.00-16.00	465	2620	635	33	3,683	312,921	467,859	0,000	0,000	80,190	80,424	12,000	12,000	0,000	2620,245	1033,502
	43	16.00-18.00	465	2490	605	32	3,749	313,526	468,536	0,000	0,000	80,424	80,753	12,000	12,000	0,000	2490,245	955,663
	44	18.00-20.00	465	2070	465	30	3,885	314,130	469,212	0,000	0,000	80,753	81,175	12,000	14,552	0,000	2062,826	681,801
	45	20.00-24.00	0	0	0	28	4,026	0,000	0,000	0,000	0,000	81,175	80,839	14,552	14,667	0,000	0,000	0,000
	Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	26	4,172	0,000	0,000	0,000	0,000	80,839	80,337	14,667	14,835	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	27	4,113	0,000	0,000	0,000	0,000	80,337	80,172	14,835	14,890	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	30	3,899	0,000	0,000	0,000	0,000	80,172	80,006	14,890	14,944	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	80,006	79,842	14,944	14,997	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	33	3,683	0,000	0,000	0,000	0,000	79,842	79,677	14,997	15,050	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	33	3,683	0,000	0,000	0,000	0,000	79,677	79,513	15,050	15,102	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	79,513	79,350	15,102	15,154	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	30	3,885	0,000	0,000	0,000	0,000	79,350	79,187	15,154	15,205	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	28	4,026	0,000	0,000	0,000	0,000	79,187	78,862	15,205	15,306	0,000	0,000	0,000
	Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	26	4,172	0,000	0,000	0,000	0,000	78,862	78,377	15,306	15,455	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	27	4,113	0,000	0,000	0,000	0,000	78,377	78,216	15,455	15,503	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	30	3,899	0,000	0,000	0,000	0,000	78,216	78,057	15,503	15,550	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	78,057	77,897	15,550	15,597	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	33	3,683	0,000	0,000	0,000	0,000	77,897	77,738	15,597	15,644	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	33	3,683	0,000	0,000	0,000	0,000	77,738	77,579	15,644	15,690	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	77,579	77,421	15,690	15,735	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	30	3,885	0,000	0,000	0,000	0,000	77,421	77,264	15,735	15,780	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	28	4,026	0,000	0,000	0,000	0,000	77,264	76,949	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000

Αύγουστος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	25	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	76,949	76,480	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	465	990	455	26	4,187	333,568	491,287	0,000	0,000	76,480	80,000	16,000	7,000	0,000	1016,291	364,185
	3	08.00-10.00	465	1505	580	29	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1505,399	647,850
	4	10.00-12.00	465	1900	625	31	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1900,399	811,497
	5	12.00-14.00	465	2250	650	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2235,861	934,921
	6	14.00-16.00	465	2400	635	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2400,245	963,765
	7	16.00-18.00	465	2300	605	31	3,817	311,559	466,334	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2300,245	896,121
	8	18.00-20.00	465	1900	465	29	3,955	312,153	466,999	0,000	0,000	80,022	80,136	12,000	15,780	0,000	1889,254	630,522
	9	20.00-24.00	0	0	0	27	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,136	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	25	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	465	990	455	26	4,187	315,792	471,078	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	1016,291	381,961
	12	08.00-10.00	465	1505	580	29	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1505,399	647,850
	13	10.00-12.00	465	1900	625	31	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1900,399	811,497
	14	12.00-14.00	465	2250	650	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2235,861	934,921
	15	14.00-16.00	465	2400	635	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2400,245	963,765
	16	16.00-18.00	465	2300	605	31	3,817	311,558	466,334	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2300,245	896,121
	17	18.00-20.00	465	1900	465	29	3,955	312,154	466,999	0,000	0,000	80,022	80,136	12,000	15,780	0,000	1889,254	630,522
	18	20.00-24.00	0	0	0	27	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,136	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	25	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	465	990	455	26	4,187	315,792	471,078	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	1016,291	381,962
	21	08.00-10.00	465	1505	580	29	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1505,399	647,850
	22	10.00-12.00	465	1900	625	31	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1900,399	811,497
	23	12.00-14.00	465	2250	650	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2235,861	934,921
	24	14.00-16.00	465	2400	635	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2400,245	963,765
	25	16.00-18.00	465	2300	605	31	3,817	311,558	466,334	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2300,245	896,121
	26	18.00-20.00	465	1900	465	29	3,955	312,154	467,000	0,000	0,000	80,022	80,136	12,000	15,780	0,000	1889,254	630,521
	27	20.00-24.00	0	0	0	27	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,136	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	25	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	465	990	455	26	4,187	315,791	471,077	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	1016,291	381,962
	30	08.00-10.00	465	1505	580	29	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1505,399	647,850
	31	10.00-12.00	465	1900	625	31	3,817	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1900,399	811,497
	32	12.00-14.00	465	2250	650	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	12,000	0,000	2235,861	934,921
	33	14.00-16.00	465	2400	635	32	3,749	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	2400,245	963,765

Αύγουστος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	465	2300	605	31	3,817	311,558	466,333	0,000	0,000	80,000	80,022	12,000	12,000	0,000	2300,245	896,121
	35	18.00-20.00	465	1900	465	29	3,955	312,155	467,001	0,000	0,000	80,022	80,136	12,000	15,780	0,000	1889,254	630,520
	36	20.00-24.00	0	0	0	27	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	80,136	79,806	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	25	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	79,806	79,313	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	465	990	455	26	4,187	315,791	471,077	0,000	0,000	79,313	80,000	16,000	7,000	0,000	1016,291	381,962
	39	08.00-10.00	465	1505	580	29	3,969	311,420	466,179	0,000	0,000	80,000	80,000	7,000	7,000	0,000	1505,399	647,850
	40	10.00-12.00	465	1900	625	31	3,817	311,728	466,524	0,000	0,000	80,000	80,048	7,000	7,000	0,000	1900,399	811,189
	41	12.00-14.00	465	2250	650	32	3,749	312,324	467,190	0,000	0,000	80,048	80,190	7,000	12,000	0,000	2235,861	934,016
	42	14.00-16.00	465	2400	635	32	3,749	312,925	467,863	0,000	0,000	80,190	80,424	12,000	12,000	0,000	2400,245	962,260
	43	16.00-18.00	465	2300	605	31	3,817	313,527	468,537	0,000	0,000	80,424	80,753	12,000	12,000	0,000	2300,245	894,152
	44	18.00-20.00	465	1900	465	29	3,955	314,130	469,213	0,000	0,000	80,753	81,175	12,000	14,552	0,000	1892,826	629,449
	45	20.00-24.00	0	0	0	27	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	81,175	80,839	14,552	14,667	0,000	0,000	0,000
	Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	25	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	80,839	80,338	14,667	14,835	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	26	4,187	0,000	0,000	0,000	0,000	80,338	80,172	14,835	14,890	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	29	3,969	0,000	0,000	0,000	0,000	80,172	80,007	14,890	14,944	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	31	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	80,007	79,842	14,944	14,997	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	79,842	79,677	14,997	15,050	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	79,677	79,514	15,050	15,102	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	31	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	79,514	79,350	15,102	15,154	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	29	3,955	0,000	0,000	0,000	0,000	79,350	79,187	15,154	15,205	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	27	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	79,187	78,862	15,205	15,306	0,000	0,000	0,000
	Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	25	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	78,862	78,377	15,306	15,455	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	26	4,187	0,000	0,000	0,000	0,000	78,377	78,217	15,455	15,503	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	29	3,969	0,000	0,000	0,000	0,000	78,217	78,057	15,503	15,550	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	31	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	78,057	77,897	15,550	15,597	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	77,897	77,738	15,597	15,644	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	32	3,749	0,000	0,000	0,000	0,000	77,738	77,580	15,644	15,690	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	31	3,817	0,000	0,000	0,000	0,000	77,580	77,421	15,690	15,735	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	29	3,955	0,000	0,000	0,000	0,000	77,421	77,264	15,735	15,780	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	27	4,098	0,000	0,000	0,000	0,000	77,264	76,949	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000

Σεπτέμβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	66,803	66,418	16,902	17,000	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	520	760	455	15	4,246	436,994	618,064	0,000	0,000	66,418	80,000	17,000	12,000	0,000	774,630	200,431
	3	08.00-10.00	480	1060	580	15	4,246	324,728	481,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	1060,245	504,959
	4	10.00-12.00	465	1410	625	15	4,246	318,476	474,100	0,000	0,000	80,000	81,107	12,000	12,000	0,000	1410,245	638,635
	5	12.00-14.00	465	1740	650	15	4,246	319,102	474,806	0,000	0,000	81,107	82,311	12,000	12,000	0,000	1740,245	740,724
	6	14.00-16.00	465	1895	635	15	4,246	319,730	475,516	0,000	0,000	82,311	83,610	12,000	12,000	0,000	1895,245	761,598
	7	16.00-18.00	465	1795	605	15	4,246	320,362	476,229	0,000	0,000	83,610	85,005	12,000	12,000	0,000	1795,245	707,417
	8	18.00-20.00	465	1400	465	15	4,246	320,991	476,941	0,000	0,000	85,005	86,496	12,000	15,780	0,000	1389,254	471,177
	9	20.00-24.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,496	86,130	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,130	85,585	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	520	760	455	15	4,246	324,867	481,337	0,000	0,000	85,585	80,000	16,000	12,000	0,000	771,753	311,880
	12	08.00-10.00	480	1060	580	15	4,246	324,728	481,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	1060,245	504,959
	13	10.00-12.00	465	1410	625	15	4,246	318,484	474,109	0,000	0,000	80,000	81,109	12,000	12,000	0,000	1410,245	638,627
	14	12.00-14.00	465	1740	650	15	4,246	319,109	474,814	0,000	0,000	81,109	82,313	12,000	12,000	0,000	1740,245	740,718
	15	14.00-16.00	465	1895	635	15	4,246	319,737	475,523	0,000	0,000	82,313	83,613	12,000	12,000	0,000	1895,245	761,592
	16	16.00-18.00	465	1795	605	15	4,246	320,368	476,236	0,000	0,000	83,613	85,009	12,000	12,000	0,000	1795,245	707,411
	17	18.00-20.00	465	1400	465	15	4,246	321,002	476,954	0,000	0,000	85,009	86,502	12,000	15,780	0,000	1389,254	471,166
	18	20.00-24.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,502	86,136	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,136	85,591	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	520	760	455	15	4,246	324,829	481,294	0,000	0,000	85,591	80,000	16,000	12,000	0,000	771,753	311,918
	21	08.00-10.00	480	1060	580	15	4,246	324,728	481,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	1060,245	504,959
	22	10.00-12.00	465	1410	625	15	4,246	318,476	474,099	0,000	0,000	80,000	81,107	12,000	12,000	0,000	1410,245	638,636
	23	12.00-14.00	465	1740	650	15	4,246	319,101	474,805	0,000	0,000	81,107	82,310	12,000	12,000	0,000	1740,245	740,725
	24	14.00-16.00	465	1895	635	15	4,246	319,730	475,515	0,000	0,000	82,310	83,609	12,000	12,000	0,000	1895,245	761,599
	25	16.00-18.00	465	1795	605	15	4,246	320,361	476,229	0,000	0,000	83,609	85,004	12,000	12,000	0,000	1795,245	707,417
	26	18.00-20.00	465	1400	465	15	4,246	320,996	476,946	0,000	0,000	85,004	86,496	12,000	15,780	0,000	1389,254	471,172
	27	20.00-24.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,496	86,131	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,131	85,586	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	520	760	455	15	4,246	324,865	481,335	0,000	0,000	85,586	80,000	16,000	12,000	0,000	771,753	311,882
	30	08.00-10.00	480	1060	580	15	4,246	324,728	481,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	1060,245	504,959
	31	10.00-12.00	465	1410	625	15	4,246	318,477	474,101	0,000	0,000	80,000	81,108	12,000	12,000	0,000	1410,245	638,634
	32	12.00-14.00	465	1740	650	15	4,246	319,102	474,806	0,000	0,000	81,108	82,311	12,000	12,000	0,000	1740,245	740,724
	33	14.00-16.00	465	1895	635	15	4,246	319,733	475,518	0,000	0,000	82,311	83,610	12,000	12,000	0,000	1895,245	761,596

Σεπτέμβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	465	1795	605	15	4,246	320,362	476,229	0,000	0,000	83,610	85,005	12,000	12,000	0,000	1795,245	707,417
	35	18.00-20.00	465	1400	465	15	4,246	320,989	476,939	0,000	0,000	85,005	86,496	12,000	15,780	0,000	1389,254	471,179
	36	20.00-24.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,496	86,131	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,131	85,586	15,869	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	520	760	455	15	4,246	324,865	481,335	0,000	0,000	85,586	80,000	16,000	12,000	0,000	771,753	311,882
	39	08.00-10.00	480	1060	580	15	4,246	324,728	481,179	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	1060,245	504,959
	40	10.00-12.00	465	1410	625	15	4,246	320,114	475,949	0,000	0,000	80,000	81,366	12,000	12,000	0,000	1410,245	636,998
	41	12.00-14.00	465	1740	650	15	4,246	320,766	476,686	0,000	0,000	81,366	82,831	12,000	12,000	0,000	1740,245	739,060
	42	14.00-16.00	465	1895	635	15	4,246	321,402	477,405	0,000	0,000	82,831	84,393	12,000	12,000	0,000	1895,245	759,927
	43	16.00-18.00	465	1795	605	15	4,246	322,040	478,128	0,000	0,000	84,393	86,051	12,000	12,000	0,000	1795,245	705,739
	44	18.00-20.00	465	1400	465	15	4,246	322,690	478,865	0,000	0,000	86,051	87,808	12,000	14,552	0,000	1392,826	470,319
	45	20.00-24.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	87,808	87,436	14,552	14,667	0,000	0,000	0,000
Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	87,436	86,880	14,667	14,835	0,000	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,880	86,697	14,835	14,890	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,697	86,513	14,890	14,944	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,513	86,331	14,944	14,997	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,331	86,149	14,997	15,050	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	86,149	85,967	15,050	15,102	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	85,967	85,786	15,102	15,154	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	85,786	85,605	15,154	15,205	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	85,605	85,245	15,205	15,306	0,000	0,000	0,000
Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	85,245	84,707	15,306	15,455	0,000	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	84,707	84,529	15,455	15,503	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	84,529	84,352	15,503	15,550	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	84,352	84,175	15,550	15,597	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	84,175	83,999	15,597	15,644	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	83,999	83,823	15,644	15,690	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	83,823	83,648	15,690	15,735	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	83,648	83,473	15,735	15,780	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	15	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	83,473	83,124	15,780	15,869	0,000	0,000	0,000

Οκτώβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,000	69,637	16,000	16,317	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	920	700	455	10	4,246	539,357	758,997	0,000	235,982	69,637	80,000	16,317	12,000	0,000	712,848	83,518
	3	08.00-10.00	970	700	580	10	4,246	539,357	758,997	0,000	212,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	4	10.00-12.00	730	700	625	10	4,246	519,925	731,061	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	270,025
	5	12.00-14.00	600	700	650	10	4,246	471,489	663,839	0,000	0,000	80,000	88,777	12,000	12,000	0,000	700,430	343,461
	6	14.00-16.00	620	700	635	10	4,246	472,899	665,747	0,000	0,000	88,777	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	327,051
	7	16.00-18.00	760	700	605	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	94,670	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	8	18.00-20.00	760	700	465	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	94,670	94,341	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	9	20.00-24.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,341	93,966	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,966	93,406	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	920	700	455	10	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	93,406	81,896	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	12	08.00-10.00	970	700	580	10	4,246	539,357	758,997	0,000	198,539	81,896	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	13	10.00-12.00	730	700	625	10	4,246	519,925	731,061	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	270,025
	14	12.00-14.00	600	700	650	10	4,246	471,489	663,839	0,000	0,000	80,000	88,777	12,000	12,000	0,000	700,430	343,461
	15	14.00-16.00	620	700	635	10	4,246	472,899	665,747	0,000	0,000	88,777	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	327,051
	16	16.00-18.00	760	700	605	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	94,670	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	17	18.00-20.00	760	700	465	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	94,670	94,341	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	18	20.00-24.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,341	93,966	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,966	93,406	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	920	700	455	10	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	93,406	81,896	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	21	08.00-10.00	970	700	580	10	4,246	539,357	758,997	0,000	198,539	81,896	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	22	10.00-12.00	730	700	625	10	4,246	519,925	731,061	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	270,025
	23	12.00-14.00	600	700	650	10	4,246	471,489	663,839	0,000	0,000	80,000	88,777	12,000	12,000	0,000	700,430	343,461
	24	14.00-16.00	620	700	635	10	4,246	472,899	665,747	0,000	0,000	88,777	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	327,051
	25	16.00-18.00	760	700	605	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	94,670	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	26	18.00-20.00	760	700	465	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	94,670	94,341	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	27	20.00-24.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,341	93,966	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,966	93,406	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	920	700	455	10	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	93,406	81,896	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	30	08.00-10.00	970	700	580	10	4,246	539,357	758,997	0,000	198,539	81,896	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	31	10.00-12.00	730	700	625	10	4,246	519,925	731,061	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	270,025
	32	12.00-14.00	600	700	650	10	4,246	471,489	663,839	0,000	0,000	80,000	88,777	12,000	12,000	0,000	700,430	343,461
	33	14.00-16.00	620	700	635	10	4,246	472,899	665,747	0,000	0,000	88,777	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	327,051

Οκτώβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	760	700	605	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	94,670	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	35	18.00-20.00	760	700	465	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	94,670	94,341	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	36	20.00-24.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,341	93,966	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,966	93,406	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	920	700	455	10	4,246	539,357	758,997	0,000	80,000	93,406	81,896	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	39	08.00-10.00	970	700	580	10	4,246	539,357	758,997	0,000	198,539	81,896	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	40	10.00-12.00	730	700	625	10	4,246	519,925	731,061	0,000	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	270,025
	41	12.00-14.00	600	700	650	10	4,246	471,491	663,841	0,000	0,000	80,000	88,777	12,000	12,000	0,000	700,430	343,460
	42	14.00-16.00	620	700	635	10	4,246	472,898	665,745	0,000	0,000	88,777	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	327,053
	43	16.00-18.00	760	700	605	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	95,000	94,670	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	44	18.00-20.00	760	700	465	10	4,246	539,357	758,997	0,000	0,000	94,670	94,341	12,000	12,379	0,000	699,327	90,334
	45	20.00-24.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	94,341	93,966	12,379	12,667	0,000	0,000	0,000
	Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,966	93,406	12,667	13,089	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,406	93,221	13,089	13,225	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,221	93,036	13,225	13,360	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	93,036	92,852	13,360	13,493	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,852	92,668	13,493	13,625	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,668	92,485	13,625	13,756	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,485	92,303	13,756	13,885	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,303	92,121	13,885	14,013	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	92,121	91,757	14,013	14,266	0,000	0,000	0,000
	Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	91,757	91,216	14,266	14,637	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	91,216	91,036	14,637	14,757	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	91,036	90,858	14,757	14,876	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,858	90,680	14,876	14,993	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,680	90,502	14,993	15,109	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,502	90,325	15,109	15,224	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,325	90,148	15,224	15,338	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	90,148	89,972	15,338	15,450	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	10	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	89,972	89,621	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000

Νοέμβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	1150	700	455	9	4,246	539,357	758,997	0,000	463,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	3	08.00-10.00	1400	700	580	9	4,246	539,357	758,997	642,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	4	10.00-12.00	1270	700	625	9	4,246	539,357	758,997	619,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	5	12.00-14.00	1170	700	650	9	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	6	14.00-16.00	1200	700	635	9	4,246	539,357	758,997	0,000	442,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	7	16.00-18.00	1315	700	605	9	4,246	539,357	758,997	664,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	8	18.00-20.00	1120	700	465	9	4,246	539,357	758,997	0,000	187,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	9	20.00-24.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	1150	700	455	9	4,246	539,357	758,997	0,000	463,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	12	08.00-10.00	1400	700	580	9	4,246	539,357	758,997	642,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	13	10.00-12.00	1270	700	625	9	4,246	539,357	758,997	619,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	14	12.00-14.00	1170	700	650	9	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	15	14.00-16.00	1200	700	635	9	4,246	539,357	758,997	0,000	442,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	16	16.00-18.00	1315	700	605	9	4,246	539,357	758,997	664,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	17	18.00-20.00	1120	700	465	9	4,246	539,357	758,997	0,000	187,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	18	20.00-24.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	1150	700	455	9	4,246	539,357	758,997	0,000	463,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	21	08.00-10.00	1400	700	580	9	4,246	539,357	758,997	642,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	22	10.00-12.00	1270	700	625	9	4,246	539,357	758,997	619,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	23	12.00-14.00	1170	700	650	9	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	24	14.00-16.00	1200	700	635	9	4,246	539,357	758,997	0,000	442,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	25	16.00-18.00	1315	700	605	9	4,246	539,357	758,997	664,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	26	18.00-20.00	1120	700	465	9	4,246	539,357	758,997	0,000	187,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	27	20.00-24.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	1150	700	455	9	4,246	539,357	758,997	0,000	463,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	30	08.00-10.00	1400	700	580	9	4,246	539,357	758,997	642,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	31	10.00-12.00	1270	700	625	9	4,246	539,357	758,997	619,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	32	12.00-14.00	1170	700	650	9	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	33	14.00-16.00	1200	700	635	9	4,246	539,357	758,997	0,000	442,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594

Νοέμβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	1315	700	605	9	4,246	539,357	758,997	664,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	35	18.00-20.00	1120	700	465	9	4,246	539,357	758,997	0,000	187,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	36	20.00-24.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	1150	700	455	9	4,246	539,357	758,997	0,000	463,395	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	39	08.00-10.00	1400	700	580	9	4,246	539,357	758,997	642,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	40	10.00-12.00	1270	700	625	9	4,246	539,357	758,997	619,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	41	12.00-14.00	1170	700	650	9	4,246	539,357	758,997	0,000	305,067	95,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	42	14.00-16.00	1200	700	635	9	4,246	539,357	758,997	0,000	442,064	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	43	16.00-18.00	1315	700	605	9	4,246	539,357	758,997	664,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	44	18.00-20.00	1120	700	465	9	4,246	539,357	758,997	0,000	209,701	95,000	73,658	12,000	12,379	0,000	699,327	90,334
	45	20.00-24.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,658	73,396	12,379	12,667	0,000	0,000	0,000
Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,396	73,005	12,667	13,089	0,000	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,005	72,876	13,089	13,225	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,876	72,747	13,225	13,360	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,747	72,619	13,360	13,493	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,619	72,491	13,493	13,625	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,491	72,363	13,625	13,756	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,363	72,236	13,756	13,885	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,236	72,109	13,885	14,013	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,109	71,856	14,013	14,266	0,000	0,000	0,000
Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,856	71,478	14,266	14,637	0,000	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,478	71,353	14,637	14,757	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,353	71,228	14,757	14,876	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,228	71,104	14,876	14,993	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,104	70,980	14,993	15,109	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,980	70,857	15,109	15,224	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,857	70,733	15,224	15,338	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,733	70,611	15,338	15,450	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	9	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000

Δεκέμβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Δευτέρα	1	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	67,187	66,847	18,255	18,500	0,000	0,000	0,000
	2	06.00-08.00	1340	700	455	8	4,246	539,357	758,997	675,883	0,000	66,847	80,000	18,500	12,000	0,000	719,130	84,998
	3	08.00-10.00	1660	700	580	8	4,246	539,357	758,997	902,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	4	10.00-12.00	1540	700	625	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	5	12.00-14.00	1450	700	650	8	4,246	539,357	758,997	692,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	6	14.00-16.00	1460	700	635	8	4,246	539,357	758,997	702,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	7	16.00-18.00	1530	700	605	8	4,246	539,357	758,997	879,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	8	18.00-20.00	1240	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	307,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	9	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τρίτη	10	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	11	06.00-08.00	1340	700	455	8	4,246	539,357	758,997	653,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	12	08.00-10.00	1660	700	580	8	4,246	539,357	758,997	902,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	13	10.00-12.00	1540	700	625	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	14	12.00-14.00	1450	700	650	8	4,246	539,357	758,997	692,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	15	14.00-16.00	1460	700	635	8	4,246	539,357	758,997	702,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	16	16.00-18.00	1530	700	605	8	4,246	539,357	758,997	879,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	17	18.00-20.00	1240	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	307,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	18	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Τετάρτη	19	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	20	06.00-08.00	1340	700	455	8	4,246	539,357	758,997	653,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	21	08.00-10.00	1660	700	580	8	4,246	539,357	758,997	902,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	22	10.00-12.00	1540	700	625	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	23	12.00-14.00	1450	700	650	8	4,246	539,357	758,997	692,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	24	14.00-16.00	1460	700	635	8	4,246	539,357	758,997	702,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	25	16.00-18.00	1530	700	605	8	4,246	539,357	758,997	879,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	26	18.00-20.00	1240	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	307,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	27	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Πέμπτη	28	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	29	06.00-08.00	1340	700	455	8	4,246	539,357	758,997	653,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	30	08.00-10.00	1660	700	580	8	4,246	539,357	758,997	902,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	31	10.00-12.00	1540	700	625	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	32	12.00-14.00	1450	700	650	8	4,246	539,357	758,997	692,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	33	14.00-16.00	1460	700	635	8	4,246	539,357	758,997	702,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594

Δεκέμβριος																		
	i	INTERVAL	QTH (kW)	QCH (kW)	WE (kW)	TA (°C)	COP CHEL	WG (kW)	QTHE (kW)	QTHB (kW)	QTHBT (kW)	T (°C)		TCH (°C)		QABS (kW)	QCHEL (kW)	WEG (kW)
Πέμπτη	34	16.00-18.00	1530	700	605	8	4,246	539,357	758,997	879,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	35	18.00-20.00	1240	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	307,907	95,000	70,611	12,000	15,450	0,000	690,397	88,231
	36	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000
Παρασκευή	37	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,366	70,000	15,673	16,000	0,000	0,000	0,000
	38	06.00-08.00	1340	700	455	8	4,246	539,357	758,997	653,395	0,000	70,000	80,000	16,000	12,000	0,000	711,937	83,304
	39	08.00-10.00	1660	700	580	8	4,246	539,357	758,997	902,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	205,594
	40	10.00-12.00	1540	700	625	8	4,246	539,357	758,997	782,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	250,594
	41	12.00-14.00	1450	700	650	8	4,246	539,357	758,997	692,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	275,594
	42	14.00-16.00	1460	700	635	8	4,246	539,357	758,997	702,064	0,000	80,000	80,000	12,000	12,000	0,000	700,430	260,594
	43	16.00-18.00	1530	700	605	8	4,246	539,357	758,997	879,356	0,000	80,000	95,000	12,000	12,000	0,000	700,430	230,594
	44	18.00-20.00	1240	700	465	8	4,246	539,357	758,997	0,000	329,701	95,000	73,658	12,000	12,379	0,000	699,327	90,334
	45	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,658	73,396	12,379	12,667	0,000	0,000	0,000
	Σάββατο	46	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,396	73,005	12,667	13,089	0,000	0,000
	47	06.00-08.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	73,005	72,876	13,089	13,225	0,000	0,000	0,000
	48	08.00-10.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,876	72,747	13,225	13,360	0,000	0,000	0,000
	49	10.00-12.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,747	72,619	13,360	13,493	0,000	0,000	0,000
	50	12.00-14.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,619	72,491	13,493	13,625	0,000	0,000	0,000
	51	14.00-16.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,491	72,363	13,625	13,756	0,000	0,000	0,000
	52	16.00-18.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,363	72,236	13,756	13,885	0,000	0,000	0,000
	53	18.00-20.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,236	72,109	13,885	14,013	0,000	0,000	0,000
	54	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	72,109	71,856	14,013	14,266	0,000	0,000	0,000
	Κυριακή	55	00.00-06.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,856	71,478	14,266	14,637	0,000	0,000
	56	06.00-08.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,478	71,353	14,637	14,757	0,000	0,000	0,000
	57	08.00-10.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,353	71,228	14,757	14,876	0,000	0,000	0,000
	58	10.00-12.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,228	71,104	14,876	14,993	0,000	0,000	0,000
	59	12.00-14.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	71,104	70,980	14,993	15,109	0,000	0,000	0,000
	60	14.00-16.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,980	70,857	15,109	15,224	0,000	0,000	0,000
	61	16.00-18.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,857	70,733	15,224	15,338	0,000	0,000	0,000
	62	18.00-20.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,733	70,611	15,338	15,450	0,000	0,000	0,000
	63	20.00-24.00	0	0	0	8	4,246	0,000	0,000	0,000	0,000	70,611	70,366	15,450	15,673	0,000	0,000	0,000

Βιβλιογραφία

Ελληνική Βιβλιογραφία

Αντωνόπουλος Κ. (2007), "Κλιματισμός", Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Βαρβούνης Π. (2005), "Βελτιστοποίηση Λειτουργίας του Συστήματος Συμπαράγωγής του Ιδρύματος Ιατροβιολογικών Ερευνών της Ακαδημίας Αθηνών", Μεταπτυχιακή Εργασία του Προγράμματος 'Παραγωγή και Διαχείριση Ενέργειας', Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Boyce W. and DiPrima R. (1999), "Στοιχειώδεις Διαφορικές Εξισώσεις και Προβλήματα Συνοριακών Τιμών", Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Forsythe G. and Malcolm M., Moler C. (2000), "Αριθμητικές Μέθοδοι και Προγράμματα για Μαθηματικούς Υπολογισμούς", Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο.

Ματαράς Δ., Κουτελιέρης Φ. (2002), "Προγραμματισμός Fortran 90/95 για επιστήμονες και μηχανικούς", Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη.

Μπακόπουλος Α., Χρυσοβέργης Ι. (2003), "Αριθμητικές Μέθοδοι Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων", Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.

Μπακόπουλος Α., Χρυσοβέργης Ι. (1999), "Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση", Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.

Ξηροκόστας Δ. (1999), "Επιχειρησιακή Έρευνα: Μη Γραμμικός και Δυναμικός Προγραμματισμός", Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα.

Στυλιανόπουλος Π. (2005), "Δυναμική Βελτιστοποίηση Λειτουργίας του Ενεργειακού Συστήματος του Ιδρύματος Ιατροβιολογικών Ερευνών της Ακαδημίας Αθηνών", Διπλωματική Εργασία, Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Φραγκόπουλος Χ. Α. (2005), "Ανάλυση και Βελτιστοποίηση Ενεργειακών Συστημάτων", Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Χατζηδάκης Σ. (2003), "Σημειώσεις Ψύξης", Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Ξένη Βιβλιογραφία

Bausa J. and Tsatsaronis G. (2001), "Dynamic Optimization of Start – up and Load Increasing Processes in Power Plants – Part I : Method", ASME paper, January 2001, Vol. 123, p. 246 – 250.

Bausa J. and Tsatsaronis G. (2001), "Dynamic Optimization of Start – up and Load Increasing Processes in Power Plants – Part II: Application", ASME paper, January 2001, Vol. 123, p. 251 - 255.

Bryson Arthur E., Ho Yu-Chi (1987), ''Applied Optimal Control, Optimization Estimation and Control'', Taylor & Francis Editions.

Gill P., Muray W. and Saunders M., ''User's Guide for Snopt Version 6: A Fortran Package for Large - Scale Nonlinear Programming''.

Stoecker W.F. (1989), ''Design of Thermal Systems'', 3rd edition, McGraw-Hill International Editions, New York.

Yokohama R. and Ito K. (1999), ''*Optimal Operation of a Cogeneration Plant in Consideration of Equipment Startup / Shutdown Cost*'', Journal of Energy Resources Technology, ASME paper, December 1999, Vol. 121, p. 254 – 261.

Yokohama R. and Ito K. (2002), ''*A MILP decomposition approach to large scale optimization in structural design of energy supply systems*'', Energy Conversion and Management paper, Vol. 43, p. 771 – 790.

York, Form 155.16 – EGI (604): MILLENIUM / YIA Single – Effect Absorption Chillers, steam and hot water chillers.