ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δημήτρης Χ. Καζαγκάς

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΛΕΠΤΟΓΡΑΜΜΩΝ ΑΛΥΣΟΕΙΔΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Εξεταστική Επιτροπή:

Επιβλέπων: Γ. Χατζηγεωργίου, Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.
Μέλη: Σ. Μαυράκος, Καθηγητής Ε.Μ.Π.
Μ. Σαμουηλίδης, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2010

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας τις σπουδές μου στη Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων του Ε.Μ.Π., θα ήθελα να ευχαριστήσω, μεταξύ άλλων, τον κ. Γ. Χατζηγεωργίου, Επίκουρο Καθηγητή του Ε.Μ.Π., τον κ. Ν. Ξηρό, Επίκουρο Καθηγητή στο Florida Atlantic University, για την καθοδήγηση και τη βοήθειά τους στην περάτωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Επίσης ευχαριστώ τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής μου εργασίας, τον Καθηγητή κ. Σ. Μαυράκο και τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Μ. Σαμουηλίδη. Τέλος ευχαριστίες οφείλω σε όλους εκείνους που με ποικίλους τρόπους με βοήθησαν κατά τη διάρκεια της φοίτησής μου στο Ε.Μ.Π.

Σύνοψη

Τα τελευταία χρόνια στις πλωτές θαλάσσιες εφαρμογές είναι απαραίτητη η χρήση λεπτόγραμμων αλυσοειδών κατασκευών οι οποίες χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά πετρελαίου ή φυσικού αερίου από τον πυθμένα της θάλασσας στην επιφάνεια. Το ολοένα αυξανόμενο ενδιαφέρον για τις λεπτόγραμμες αλυσοειδείς κατασκευές οφείλεται στο γεγονός της εξόρυξης πετρελαίου ή φυσικού αερίου σε μεγαλύτερα βάθη της θάλασσας. Οι κατασκευές αυτές κρίνονται σημαντικές λόγω του χαμηλού κόστους εγκατάστασής τους. Παρ' όλα αυτά, όπως αναμενόταν, προέκυψαν πάρα πολλά ζητήματα από τη χρήση των κατασκευών αυτών, βιομηχανικού και ακαδημαϊκού ενδιαφέροντος. Τα περισσότερα απ' αυτά τα ζητήματα αφορούν τη δυναμική απόκριση της κατασκευής όταν αυτή υπόκειται σε παραμετρικές διεγέρσεις που εφαρμόζονται στην κορυφή της. Το τρισδιάστατο φυσικό σύστημα απλοποιείται στο διδιάστατο, το οποίο μοντελοποιείται ως μία αρθρωμένη-αρθρωμένη λεπτόγραμμη κατασκευή που διέπεται από έξι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις οι οποίες επιλύονται αριθμητικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών των Box και Keller. Το σημαντικότερο μέγεθος και σ' αυτό που πάσχει η κατασκευή είναι η καμπτική ροπή στο επίπεδο x-z, και μάλιστα στην περιοχή της κατασκευής που βρίσκεται κοντά στον πυθμένα. Γιατί η καμπτική ροπή είναι το σημαντικότερο μέγεθος για την κατασκευή επεξηγείται στο αντίστοιχο κεφάλαιο, όπου γίνεται αναλυτική περιγραφή του φυσικού μοντέλου. Σκοπός της εργασίας είναι να κατασκευαστούν συναρτήσεις μεταφοράς παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος διέγερσης, οι οποίες θα μπορούν να παράγουν τις σημαντικές φασματικές συνιστώσες της απόκρισης της κατασκευής σε μονοχρωματική ημιτονοειδή διέγερση με συχνότητα στην περιοχή όπου η δυναμική της κατασκευής είναι ασθενώς μη γραμμική. Για κάθε σημαντική φασματική συνιστώσα της απόκρισης εφαρμόζεται μια μέθοδος αποσύνθεσης η οποία παράγει ένα σύνολο σχεδόν ορθογώνιων μορφών ταλάντωσης. Οι μορφές αυτές χαρακτηρίζονται από το ειδικό τους βάρος καθώς και την απόκριση συχνότητας και το σχήμα τους (modal shape). Κατά συνέπεια μπορούν να ενσωματωθούν σε ένα μοντέλο πρόβλεψης της απόκρισης της κατασκευής χωρίς να απαιτείται η επίλυση των έξι μη γραμμικών μερικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το σύστημα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες 1
Σύνοψη 2

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή 5
1.1 Λεπτόγραμμες αλυσοειδείς κατασκευές 5
1.2 Σκοπός της εργασίας 5
1.3 Σύντομη περιγραφή 6
1.4 Προεπισκόπηση κεφαλαίων 7

Κεφάλαιο 2 Μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις 8
2.1 Εισαγωγή 8
2.2 Κινηματική στον τρισδιάστατο χώρο 8
2.3 Εξισώσεις στον τρισδιάστατο χώρο 13
2.3.1 Εξαγωγή των εξισώσεων 13
2.3.2 Απλοποίηση αμελώντας τη στρέψη 15
2.4 Εφαρμοζόμενες εξωτερικές δυνάμεις 15
2.4.1 Δυνάμεις βάρους της κατασκευής και άντωσης 15
2.4.2 Υδροδυναμικές δυνάμεις 17
2.5 Σχέσεις συμβιβαστού 18
2.6 Τελικές εξισώσεις 19
2.7 Το διδιάστατο δυναμικό πρόβλημα 20
2.7.1 Μεταφορά των μη γραμμικών εξισώσεων στο επίπεδο 20
2.7.2 Η σημασία του μεγέθους της ροπής για την κατασκευή 22

Κεφάλαιο 3 Φασματική ανάλυση της ροπής 24
3.1 Επιλογή αρμονικών διεγέρσεων που εφαρμόζονται στην κατασκευή 24
3.2 Ανάλυση των χρονοσειρών 26
3.3 Μεταφορά στο πεδίο της συχνότητας των χρονοσειρών των αποκρίσεων 27
3.3.1 Επεξήγηση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier 27
3.3.2 Ανάλυση της φασματικής αναπαράστασης 27

Κεφαλαιο 4 Ανάπτυξη του μοντέλου στο πεδίο της συχνότητας 31
4.1 Κανονικοποίηση ως προς το πλάτος διέγερσης 32
4.2 Εύρεση των σταθμισμένων συναρτήσεων μεταφοράς 34
4.3 Αποσύνθεση ιδιόμορφων τιμών (SVD) 37
4.3.1 Μαθηματική προσέγγιση της SVD 37
4.3.2 Εφαρμογή της SVD για το χωρισμό των μεταβλητών του συστήματος 39
4.4 Παραμετροποίηση ως προς το πλάτος διέγερσης 40
4.5 Παρουσίαση και σχολιασμός αποτελεσμάτων 48
4.6 Επαλήθευση του μοντέλου για την πρώτη αρμονική 53
4.6.1 Γραμμική παρεμβολή του πίνακα των συχνοτήτων 54

Κεφαλαιο 5 Συμπεράσματα και προτάσεις 58
5.1 Συμπεράσματα 58
5.2 Προτάσεις 59

Παράρτημα Α: Παρουσίαση φασμάτων της ροπής για όλα τα πλάτη και τις συχνότητες διέγερσης στους κόμβους 4 και 53 60
Παράρτημα Β: Παρουσίαση των κανονικοποιημένων αποκρίσεων για όλες τις συχνότητες διέγερσης 90
Παράρτημα Γ: Παρουσίαση των μέτρων των γραμμών των πινάκων S_1 , S_3 , S_5 για όλα τα πλάτη διέγερσης 102
Παράρτημα Δ: Παρουσίαση των αποτελεσμάτων για όλα τα πλάτη και τις συχνότητες διέγερσης 110
Βιβλιογραφία 170

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

1.1 Λεπτόγραμμες αλυσοειδείς κατασκευές

Τα τελευταία χρόνια η βιομηχανία των πλωτών κατασκευών οδηγήθηκε στη χρήση πολύ μεγάλου μήκους κατασκευών από ελαφρά και εύκαμπτα υλικά. Σήμερα οι κατασκευές αυτές μπορούν να εγκατασταθούν σε βάθη θάλασσας μέχρι και 1.500 μέτρα και αναμένεται τα επόμενα χρόνια να φτάσουν ακόμη και τα 3.000 μέτρα [1].

Οι κατασκευές αυτές, λόγω του χαμηλού κόστους εγκατάστασης και της μορφής τους, κρίνονται απαραίτητες για τη μεταφορά πετρελαίου ή φυσικού αερίου από τον πυθμένα της θάλασσας. Σε αυτά τα μεγάλα βάθη θάλασσας όπου είναι εγκατεστημένες οι κατασκευές αυτές, η μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς τους κρίνεται σημαντική. Ένα σημαντικό στοιχείο το οποίο επηρεάζει τη στατική διαμόρφωση των κατασκευών και είναι άμεσα συνδεδεμένο με τη δυναμική του συμπεριφορά είναι η μη μηδενική καμπτική ακαμψία.

Η καμπτική ακαμψία συνδέεται με τη μεταβολή της καμπυλότητας και κατ' επέκταση της ροπής, που είναι σημαντικός παράγοντας για κατασκευές μεγάλου μήκους αλλά και υπεύθυνη για τις καμπτικές τάσεις που δέχεται η κατασκευή σε σημεία της κοντά στον πυθμένα της θάλασσας. Οι θλιπτικές φορτίσεις των risers προκαλούνται από τις κατακόρυφες κυρίως κινήσεις των πλωτών κατασκευών (heaving) στις οποίες είναι συνδεδεμένες.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται το διδιάστατο δυναμικό πρόβλημα στο επίπεδο x-z το οποίο περιγράφεται από έξι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις που λύνονται με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου.

1.2 Σκοπός της εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται η φασματική ανάλυση του μεγέθους της ροπής. Σκοπός της εργασίας είναι να κατασκευαστούν συναρτήσεις μεταφοράς παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος διέγερσης, οι οποίες θα μπορούν να παράγουν τις σημαντικές φασματικές συνιστώσες της απόκρισης της κατασκευής σε μονοχρωματική ημιτονοειδή διέγερση με συχνότητα στην περιοχή όπου η δυναμική της κατασκευής είναι ασθενώς μη γραμμική. Για κάθε σημαντική φασματική συνιστώσα της απόκρισης εφαρμόζεται μια μέθοδος αποσύνθεσης η οποία παράγει ένα σύνολο σχεδόν ορθογώνιων μορφών ταλάντωσης. Οι μορφές αυτές

χαρακτηρίζονται από το ειδικό τους βάρος καθώς και την απόκριση συχνότητας και το σχήμα τους (modal shape). Κατά συνέπεια μπορούν να ενσωματωθούν σε ένα μοντέλο πρόβλεψης της απόκρισης της κατασκευής χωρίς να απαιτείται η επίλυση των έξι μη γραμμικών μερικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το σύστημα.

1.3 Σύντομη περιγραφή

Κατ' αρχάς από τη λύση των έξι μη γραμμικών μερικών διαφορικών εξισώσεων προκύπτουν οι χρονικές ιστορίες για το μέγεθος της ροπής για ένα σύνολο αρμονικών διεγέρσεων. Οι χρονικές αυτές ιστορίες με χρήση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (FFT) μεταφέρονται στο πεδίο της συχνότητας, όπου από τα φάσματα που προέκυψαν παρατηρήθηκε ότι οι βασικές συνιστώσες της ροπής βρίσκονται στον στατικό όρο στην πρώτη αρμονική και στα περιττά πολλαπλάσια αυτής μέχρι και τον πέμπτο όρο.

Η ανάλυση επικεντρώθηκε στους όρους αυτούς και αφού τοποθετήθηκαν σε πινακοποιημένη μορφή συναρτήσει του πλάτους διέγερσης κανονικοποιήθηκαν με το πλάτος διέγερσης στην αντίστοιχη δύναμη για τον κάθε όρο. Για τον στατικό όρο επιλέχθηκε να γίνει κανονικοποίηση με το πλάτος διέγερσης στο τετράγωνο γιατί σε αυτόν επιδρούν οι άρτιες συνιστώσες του φάσματος και κατά κύριο λόγο η μεγαλύτερη αυτών, δηλαδή η δεύτερη αρμονική.

Στη συνέχεια, για την εύρεση συναρτήσεων μεταφοράς για κάθε όρο, χρησιμοποιήθηκε η μέση τιμή τους. Στον σταθμισμένο κανονικοποιημένο πίνακα κάθε όρου εφαρμόστηκε η μέθοδος αποσύνθεσης των ιδιόμορφων τιμών για το χωρισμό των σταθμισμένων συναρτήσεων μεταφοράς σε έναν παράγοντα που έχει ως μεταβλητή τη συχνότητα, σε έναν άλλο με μεταβλητή το χώρο και σε έναν τρίτο που περιέχει τις ιδιόμορφες τιμές του συστήματος. Η διαδικασία της παραμετροποίησης ανέδειξε την ανεπάρκεια του τελεστή της μέσης τιμής για την πρώτη, την τρίτη και την πέμπτη αρμονική. Για την πρώτη αρμονική οι παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος συναρτήσεις μεταφοράς που προέκυψαν για κάθε μορφή ταλάντωσης ήταν σχεδόν ορθογώνιες μεταξύ τους, ενώ για την τρίτη και πέμπτη αρμονική οι συναρτήσεις μεταφοράς αδυνατούσαν να παράγουν καλά αποτελέσματα για τα μεγάλα πλάτη διέγερσης. Επίσης ο χωρισμός των μεταβλητών πραγματοποιήθηκε προκειμένου να γίνει επαλήθευση του μοντέλου διεγείροντάς το με συχνότητες και πλάτη διέγερσης διαφορετικές από τις αρχικές. Η διαδικασία της παραμετροποίησης και της επαλήθευσης περιγράφεται στα υποκεφάλαια 4.4 και 4.6 αντίστοιχα.

1.4 Προεπισκόπηση κεφαλαίων

Στο Κεφάλαιο 1, γίνεται περιγραφή και αναφορά στη χρησιμότητα των λεπτόγραμμων αλυσοειδών κατασκευών και αναλύεται ο σκοπός της εργασίας.

Στο Κεφάλαιο 2, μετά την ανάλυση του φυσικού συστήματος στον τρισδιάστατο χώρο, παρουσιάζονται οι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις που διέπουν το σύστημα. Εξετάζεται επίσης η κατασκευή στο βασικό επίπεδο αναφοράς, δίνονται οι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις και γίνεται σύντομη αναφορά της μεθόδου επίλυσής τους. Επισημαίνεται, τέλος, η σημασία του μεγέθους της ροπής για την κατασκευή.

Στο Κεφάλαιο 3, επεξηγείται πλήρως η εφαρμογή συγκεκριμένων διεγέρσεων στο μοντέλο και αναλύονται οι χρονικές ιστορίες των αποκρίσεών τους. Γίνεται επίσης μικρή αναφορά στη λειτουργία του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (FFT) και ακολουθεί η φασματική ανάλυση. Παρουσιάζονται, τέλος, τα διαγράμματα της απόκρισης στο πεδίο της συχνότητας και μέσω αυτών καταλήγουμε στα μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή του μαθηματικού μοντέλου.

Στο Κεφάλαιο 4, γίνεται κανονικοποίηση των αποκρίσεων και εύρεση των σταθμισμένων συναρτήσεων μεταφοράς για κάθε σημαντική φασματική συνιστώσα. Ακολουθεί μαθηματική τεκμηρίωση της αποσύνθεσης ιδιόμορφων τιμών (SVD) και εφαρμογή της στις σταθμισμένες συναρτήσεις μεταφοράς. Στη συνέχεια βρίσκουμε για κάθε σημαντική φασματική συνιστώσα τις παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος συναρτήσεις μεταφοράς. Τέλος, σχολιάζονται τα αποτελέσματα και γίνεται επαλήθευση του μοντέλου.

Στο Κεφάλαιο 5, διατυπώνονται τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας και γίνονται προτάσεις για βελτίωση του μαθηματικού μοντέλου στο μέλλον.

Κεφάλαιο 2 Μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις

2.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα εξηγηθεί αναλυτικά πώς προκύπτουν οι μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν μαθηματικά τις λεπτόγραμμες αλυσοειδείς κατασκευές (risers).

Οι εξισώσεις της κίνησης της κατασκευής στον τρισδιάστατο χώρο σε καρτεσιανές συντεταγμένες έχουν βρεθεί από τον Routh το 1860. Μια άλλη προσέγγιση των εξισώσεων αυτών μ' ένα διαφορετικό σύστημα αναφοράς, γνωστό και ως Lagrangian ή φυσικό σύστημα, το οποίο είναι προσαρμοσμένο πάνω στην κατασκευή, έχει γίνει από πολλούς ερευνητές στο παρελθόν, όπως ο Bliek [2].

Οι εξισώσεις που θα παρουσιαστούν εδώ επεκτείνουν αυτές που υπήρχαν μέχρι σήμερα κι έχουν προταθεί από άλλους συγγραφείς που πιστεύουν ότι στη δυναμική συμπεριφορά των λεπτόγραμμων αλυσοειδών κατασκευών οι δυνάμεις παραμένουν όταν αυτές υπόκειται σε κάμψη. Ως αποτέλεσμα, οι εξισώσεις που παρουσιάζονται εδώ αποτελούν ένα πιο ακριβές μοντέλο για προβλήματα στα οποία η τάση στη λεπτόγραμμη αλυσοειδή κατασκευή είναι μικρή, και γι' αυτόν το λόγο μπορούν να εφαρμοστούν μεγαλύτερες εξωτερικές τάσεις.

Πολλά συστήματα συντεταγμένων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μελέτη των λεπτόγραμμων αλυσοειδών κατασκευών. Το σύστημα Lagrange έχει δυο βασικά πλεονεκτήματα σε σχέση με ένα σωματοπαγές καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Το πρώτο πλεονέκτημα είναι ότι το σύστημα αυτό είναι πιο άμεσο για να περιγραφούν οι υδροδυναμικές δυνάμεις· το δεύτερο, ότι τα αποτελέσματα ερμηνεύονται πιο εύκολα. Υιοθετείται λοιπόν το σύστημα Lagrange το οποίο κινείται στο χώρο και στο χρόνο.

2.2 Κινηματική στον τρισδιάστατο χώρο

Η βασική ανάλυση που ακολουθεί έχει ληφθεί από τη θεωρία του Howell [3]. Θεωρούμε τη λεπτόγραμμη αλυσοειδή κατασκευή ως μια καμπυλόγραμμη κατασκευή. Με s συμβολίζεται η μη απαραμόρφωτη Lagrangian συντεταγμένη κατά μήκος της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής μετρούμενη από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων ως ένα σημείο της κατασκευής. Η αρχή των αξόνων έχει επιλεγεί ώστε να συμπίπτει με το κάτω άκρο της κατασκευής και δηλώνεται ως

$s = 0$, ενώ το άλλο άκρο της κατασκευής κοντά στην επιφάνεια της θάλασσας δηλώνεται ως $s = L$. Όπου L είναι το απαραμόρφωτο μήκος της κατασκευής. Η κατασκευή αυτή μπορεί να κινείται και να παραμορφώνεται ανάλογα με τις κινήσεις της πλωτής εξέδρας στην οποία είναι αρθρωμένη.

Ορίζουμε λοιπόν $p(t,s)$ την παραμορφωμένη απόσταση στο ίδιο σημείο του υλικού s στο χρόνο t. Η αλλαγή στο μήκος που οφείλεται στην ελαστικότητα δημιουργείται από την παραμόρφωση e. Ορίζουμε την κατά μήκος παραμόρφωση ως

$$e = \lim_{\delta s \to 0} \frac{\delta p - \delta s}{\delta s} = \frac{dp}{ds} - 1$$

όπου δs είναι το απαραμόρφωτο μήκος ενός διαφορικού τμήματος και δp το παραμορφωμένο μήκος μετά την επιμήκυνση. Η επιφάνεια της μέσης τομής αλλάζει κι αυτή λόγω της επιμήκυνσης. Ακολουθώντας τις διατυπώσεις των Goodman και Breslin [4] κάνουμε την παραδοχή ότι ο λόγος του Poisson για τη λεπτόγραμμη αλυσοειδή κατασκευή είναι ½ και ο όγκος της μετά την παραμόρφωση διατηρείται ο ίδιος. Αυτή η τιμή για τον λόγο του Poisson είναι σωστή για κατασκευές από συνθετικά υλικά. Για κατασκευές από μεταλλικά υλικά, ο λόγος του Poisson είναι κοντά στο 1/3. Επομένως η τιμή που έχει επιλεγεί συνιστά μια καλή προσέγγιση για κατασκευές από διάφορα υλικά. Έτσι λοιπόν, αν θεωρήσουμε ότι η διατομή της κατασκευής είναι κυκλική, μπορούμε να διατυπώσουμε την αλλαγή της διατομής που οφείλεται στην παραμόρφωση ως εξής

$$d = d_s (1+e)^{\frac{1}{2}} \tag{2.1}$$

Να σημειωθεί εδώ ότι χρησιμοποιούμε το δείκτη s για να δηλώσουμε ότι η παράμετρος αυτή είναι στην παραμορφωμένη της κατάσταση. Αυτός ο ορισμός θα ακολουθηθεί σε όλο το κεφάλαιο.

Το σύστημα συντεταγμένων αναλύεται στην εφαπτόμενη, στην κάθετο και στη δικάθετο, και τα αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα είναι $\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}$. Η διεύθυνση της εφαπτομένης ορίζεται ως εφαπτομένη στον άξονα της κατασκευής με φορά τη φορά προς την επιφάνεια της θάλασσας. Η διεύθυνση της κάθετης είναι κάθετη στην εφαπτομένη και η διεύθυνση της δικάθετης ορίζεται έτσι ώστε το σύστημα των διανυσμάτων να είναι ορθογώνιο και δεξιόστροφο.

Ο μετασχηματισμός μεταξύ των συντεταγμένων x, y και z και του σωματοπαγούς συστήματος συντεταγμένων επιτυγχάνεται μέσω των περιστροφών που είναι γνωστές ως γωνίες του Euler. Η συγκεκριμένη επιλογή των γωνιών του Euler είναι τυχαία, με τη λογική ότι οποιαδήποτε αλληλουχία περιστροφών που προσφέρει έναν μοναδικό έναν προς ένα μετασχηματισμό μεταξύ των σημείων του σωματοπαγούς συστήματος και του κινούμενου συστήματος συντεταγμένων είναι σωστός.

Για χάρη της γενικότητας, όπου είναι δυνατό, οι εξισώσεις που θα προκύπτουν θα είναι ανεξάρτητες από τις περιστροφές του Euler που επιλέχθηκαν. Οι ακόλουθες περιστροφές επιλέχθηκαν για την ανάλυση που θα ακολουθήσει. Πρώτα γίνεται περιστροφή γύρω από τον άξονα Z κατά γωνία φ. Στη συνέχεια γίνεται μια περιστροφή γύρω από τον άξονα Y' κατά γωνία θ. Αυτή η περιστροφή γίνεται για να έρθει ο άξονας X' στην ίδια ευθεία με την εφαπτομενική διεύθυνση. Τέλος κάνουμε μια περιστροφή γύρω από τον άξονα X' κατά γωνία ψ ώστε να έρθουν οι άξονες Y' και Z' στην ίδια ευθεία με τη διεύθυνση της καθέτου και δικαθέτου αντίστοιχα. Οι περιστροφές μπορούν να διατυπωθούν σε πινακοποιημένη μορφή ως εξής:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} \mathrm{X} \\ \mathrm{Y} \\ \mathrm{Z} \end{bmatrix}$$

όπου

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\theta & \sin\varphi\cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\varphi\sin\theta\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi & \sin\varphi\sin\theta\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi & \cos\theta\sin\psi \\ \cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi & \sin\varphi\sin\theta\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi & \cos\theta\cos\psi \end{bmatrix}$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι θα ήταν καλύτερο να ορίσουμε την κάθετη διεύθυνση χρησιμοποιώντας τις επονομαζόμενες κύριες διευθύνσεις (Bliek [2]). Η διαδικασία που ακολουθούμε εδώ είναι πιο γενική και συμπεριλαμβάνει τα φαινόμενα στρέψης του υλικού και δίνει μεγαλύτερες δυνατότητες ώστε να διατυπωθούν καλύτερα οι δυνάμεις που προκαλούν κάμψη στην κατασκευή.

Λόγω της επιλογής του συστήματος συντεταγμένων Lagrange οι εκφράσεις για τις χρονικές και τις χωρικές παραγώγους είναι αρκετά πολύπλοκες. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μαζί με τα διανύσματα που μεταβάλλονται συναρτήσει του χώρου και

του χρόνου μεταβάλλεται και το σύστημα των συντεταγμένων, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πολυπλοκότητα των παραγώγων.

Αυτό μπορεί να δειχτεί για ένα τυχαίο διάνυσμα $\vec{G}(t,s)$ Σε αυτό το σημείο εισάγονται οι δείκτες (1, 2, 3) για να υποδηλώσουμε τις μεταβλητές στις $(\hat{t},\hat{n},\hat{b})$ διευθύνσεις αντίστοιχα, και η έκφραση για το διάνυσμα $\vec{G}$ είναι ως εξής:

$$\vec{G} = G_1\hat{t} + G_2\hat{n} + G_3\hat{b} \tag{2.2}$$

Πρώτα θα δείξουμε τη χρονική μεταβολή του $\vec{G}(t,s)$ Η χρονική παράγωγος για το $\vec{G}(t,s)$ έχει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{D\vec{G}}{Dt} = \frac{\partial\vec{G}}{\partial t} + G_1\frac{\partial\hat{t}}{\partial t} + G_2\frac{\partial\hat{n}}{\partial t} + G_3\frac{\partial\hat{b}}{\partial t} \tag{2.3}$$

Η έκφραση που ονομάζεται και υλική ή ολική παράγωγος έχει τη μορφή:

$$\frac{D\vec{G}}{Dt} = \frac{\partial\vec{G}}{\partial t} + \vec{\omega}\times\vec{G} \tag{2.4}$$

όπου $\vec{\omega}$ είναι το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας. Από φυσικής πλευράς, το διάνυσμα αυτό παριστάνει το ρυθμό μεταβολής του τοπικού συστήματος συντεταγμένων γύρω από τους άξονες *x*, *y* και *z*. Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας εκφράζεται ως εξής:

$$\vec{\omega} = \omega_1\hat{t} + \omega_2\hat{n} + \omega_3\hat{b} \tag{2.5}$$

όπου:

$$\omega_1 = \frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{\partial\varphi}{\partial t}\sin\theta$$
$$\omega_2 = \frac{\partial\theta}{\partial t}\cos\psi + \frac{\partial\varphi}{\partial t}\cos\theta\sin\psi$$
$$\omega_3 = \frac{\partial\varphi}{\partial t}\cos\theta\cos\psi - \frac{\partial\theta}{\partial t}\sin\psi$$

Ο υπολογισμός των μεταβολών στο χώρο έχει την ίδια λογική με τον υπολογισμό των μεταβολών στο χρόνο. Έχει δε την εξής έκφραση:

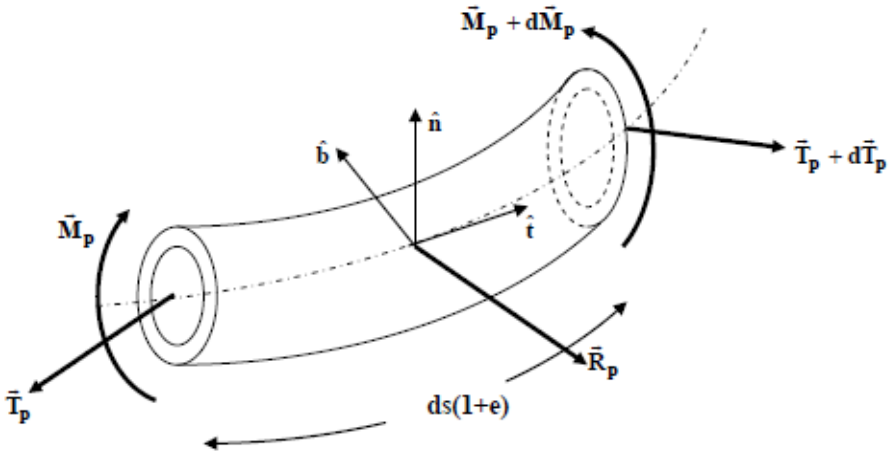
$$\frac{D\vec{G}}{Ds} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{G} \tag{2.6}$$

όπου

$$\vec{\Omega} = \Omega_1 \hat{t} + \Omega_2 \hat{n} + \Omega_3 \hat{b} \tag{2.7}$$

Το διάνυσμα $\vec{\Omega}$ αναπαριστά την τοπική καμπυλότητα της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής στο σημείο *s* γύρω από το τοπικό σύστημα συντεταγμένων και οι αντίστοιχες εκφράσεις συναρτήσει των γωνιών του Euler έχουν την ακόλουθη μορφή:

$$\Omega_1 = \frac{\partial \psi}{\partial s} - \frac{\partial \varphi}{\partial s}\sin\theta$$
$$\Omega_2 = \frac{\partial \theta}{\partial s}\cos\psi + \frac{\partial \varphi}{\partial s}\cos\theta\sin\psi$$
$$\Omega_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial s}\cos\theta\cos\psi - \frac{\partial \theta}{\partial s}\sin\psi$$



Εικόνα 1: Στοιχειώδες τμήμα της κατασκευής.

2.3 Εξισώσεις στον τρισδιάστατο χώρο

2.3.1 Εξαγωγή των εξισώσεων

Θα ξεκινήσουμε την εξαγωγή των εξισώσεων θεωρώντας ένα στοιχειώδες τμήμα της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής απαραμόρφωτου μήκους *ds* και παραμορφωμένου μήκους *dp* όπως φαίνεται στο σχήμα της Εικόνας 1.

Τα διανύσματα της ταχύτητας και των εσωτερικών δυνάμεων, $\vec{V}$, $\vec{T}$, δίνονται από τους ακόλουθους τύπους:

$$\vec{V} = V_1 \hat{t} + V_2 \hat{n} + V_3 \hat{b} \tag{2.8}$$

$$\vec{T} = T_1 \hat{t} + T_2 \hat{n} + T_3 \hat{b}$$

Εδώ T_1 υποδηλώνει την τάση καθώς T_2 και T_3 υποδηλώνουν τις διατμητικές δυνάμεις. Ορίζουμε το διάνυσμα $\vec{R}$ ως τις διανεμημένες δυνάμεις ανά μονάδα μήκους και m την απαραμόρφωτη μάζα ανά μονάδα μήκους. Η διατήρηση της μάζας εξασφαλίζει ότι

$$m_s dp = mds \tag{2.9}$$

Εφαρμόζοντας το νόμο του Νεύτωνα στο στοιχειώδες τμήμα της κατασκευής μαζί με τη διατήρηση της μάζας προκύπτει:

$$m\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{D\vec{T}}{Ds} + \sum \vec{R}(1+e) \tag{2.10}$$

Επεκτείνουμε τις υλικές παραγώγους στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων και έχουμε:

$$m(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{V}) = \frac{\partial \vec{T}}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{T} + \sum \vec{R}(1+e) \tag{2.11}$$

Όπως αναφέρθηκε, θέλουμε να συγχωνεύσουμε τις εσωτερικές δυνάμεις που οφείλονται στην καμπτική ακαμψία και στη στρεπτική ακαμψία μέσα στην κατασκευή. Γι' αυτόν το λόγο πρέπει να ισορροπήσουμε τις ροπές που επιβάλλονται στο παραμορφωμένο στοιχειώδες τμήμα της Εικόνας 1.

Εδώ ορίζουμε τα διανύσματα $\vec{M}$, $\vec{Q}$. Το διάνυσμα $\vec{M}$ αφορά την εσωτερική ροπή και το διάνυσμα $\vec{Q}$ τη λόγω των διανεμημένων δυνάμεων ροπή. Ορίζουμε τις ακόλουθες απαραμόρφωτες ποσότητες: μέτρο ελαστικότητας *E*, μέτρο διάτμησης *G*, πυκνότητα της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής ρ_c, δεύτερη ροπή αδρανείας *I* και πολική ροπή αδρανείας I_p.

Το απαραμόρφωτο διάνυσμα της ροπής έχει την παρακάτω έκφραση:

$$\vec{M} = M_1 \hat{t} + M_2 \hat{n} + M_3 \hat{b} \tag{2.12}$$

και υποθέτουμε ότι η κατασκευή είναι ένας κύλινδρος με κυκλική διατομή, ομογενής και ισότροπος.

$$\begin{aligned} M_1 &= GI_p\Omega_1 \\ M_2 &= EI\Omega_2 \\ M_3 &= EI\Omega_3 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στις παραπάνω εξισώσεις η Ω_1 αναπαριστά τη στρέψη του υλικού που εν γένει είναι διαφορετική από τη γεωμετρική στρέψη.

Η εξίσωση ισορροπίας των ροπών αποδεικνύεται ότι δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{D}{Dt}\left[\frac{\rho_c I\vec{\omega}}{(1+e)}\right] = \frac{D}{Ds}\left[\frac{\vec{M}}{(1+e)^2}\right] + \hat{t}\times\vec{T}(1+e) \tag{2.14}$$

Οι δυνάμεις που εφαρμόζονται στη λεπτόγραμμη αλυσοειδή κατασκευή βρίσκονται στο δεξί μέλος της εξίσωσης που προκύπτει εφαρμόζοντας το νόμο του Νεύτωνα και τη διατήρηση της μάζας. Αυτές οι δυνάμεις περιλαμβάνουν τις εσωτερικές δυνάμεις που οφείλονται στην τάση και στη διάτμηση όπως και οι εξωτερικές φορτήσεις, οι οποίες θα περιγραφούν αναλυτικά στην παράγραφο 2.4.

2.3.2 Απλοποίηση αμελώντας τη στρέψη

Στην ανάλυση που ακολουθείται στο παρόν τα φαινόμενα στρέψης θα αμεληθούν. Υπό αυτή την προϋπόθεση το τελικό δυναμικό σύστημα απλοποιείται σημαντικά. Ξεκινώντας από τις καμπυλότητες και τις γωνιακές ταχύτητες, αυτές γίνονται:

$$\omega_1 = -\frac{\partial \varphi}{\partial t}\sin\theta$$

$$\omega_2 = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\omega_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial t}\cos\theta$$

$$\Omega_1 = -\frac{\partial \varphi}{\partial s}\sin\theta$$

$$\Omega_2 = \frac{\partial \theta}{\partial s}$$

$$\Omega_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial s}\cos\theta$$

2.4 Εφαρμοζόμενες εξωτερικές δυνάμεις

Οι εξωτερικές δυνάμεις που εφαρμόζονται στη λεπτόγραμμη αλυσοειδή κατασκευή περιλαμβάνουν το βάρος της κατασκευής, την άντωση, τις δυνάμεις αντίστασης και τις υδροδυναμικές δυνάμεις λόγω επιτάχυνσης της ροής που εκφράζονται μέσω της πρόσθετης μάζας. Καθεμία από αυτές τις δυνάμεις θα αναλυθεί ξεχωριστά στην παρακάτω ενότητα.

Να σημειωθεί ότι όλα τα μεγέθη που θα αναλυθούν είναι ανά μονάδα παραμορφωμένου μήκους.

2.4.1 Δυνάμεις βάρους της κατασκευής και άντωσης

Σε αντιδιαστολή με την απλότητα που παρουσιάζουν οι δυνάμεις του βάρους και της άντωσης, πολλές εργασίες έχουν γραφτεί για τη σωστή μαθηματική διατύπωση αυτών των δυνάμεων. Για να καταλάβουμε για ποιο λόγο συμβαίνει αυτό, θα επικεντρωθούμε στις βασικές αρχές. Η αρχή του Αρχιμήδη δηλώνει ότι η καθαρή δύναμη άντωσης σ' ένα σώμα πλήρως βυθισμένου στο νερό ισούται με το βάρος του νερού που εκτοπίζεται από το σώμα. Το στοιχειώδες τμήμα της Εικόνας 1

προσαρμόζεται στα εκατέρωθεν πεπερασμένα στοιχεία και επομένως δεν είναι πλήρως βυθισμένο στο νερό.

Για να λάβουμε υπόψη μας και αυτά τα δύο άκρα, κάνουμε υπέρθεση αυτών των δύο δυνάμεων. Επειδή το στοιχείο *A* είναι πλήρως βυθισμένο στο νερό, μπορούμε να διατυπώσουμε τη δύναμη της άντωσης F_B ως εξής:

$$F_B = g\rho_w A_s \tag{2.16}$$

όπου *g* είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας. Σύμφωνα με τα παραπάνω αυτή η έκφραση μπορεί να διατυπωθεί ως:

$$F_B(1+e) = g\rho_w A_s \tag{2.17}$$

Αφαιρώντας την άντωση από το βάρος της κατασκευής, βρίσκουμε μια έκφραση για το βυθισμένο βάρος της κατασκευής ανά μονάδα μήκους ως εξής:

$$w_0 = (m - \rho_w A)g \tag{2.18}$$

Αυτή η δύναμη δρα κατά τη διεύθυνση του διανύσματος της βαρύτητας *(- i)* και έτσι γράφουμε την τελική έκφραση των δυνάμεων που οφείλονται στο βυθισμένο βάρος της κατασκευής:

$$\overrightarrow{R_w}(1+e) = -w_0 \hat{i} = w_0(n_1 \hat{t} + n_2 \hat{n} + n_3 \hat{b} +) \tag{2.19}$$

όπου συναρτήσει των γωνιών Euler:

$$n_1 = -\sin\varphi\cos\theta$$
$$n_2 = -\cos\varphi$$
$$n_3 = -\sin\varphi\sin\theta$$

Τώρα πρέπει να λάβουμε υπόψη τις δυνάμεις που εφαρμόζονται στο άκρο του στοιχείου *B*, και οι οποίες δρουν μόνο στην αξονική διεύθυνση και γι' αυτό συμπεριλαμβάνονται μαζί με την εσωτερική τάση. Ακολουθώντας τους Goodman και Breslin [4], ορίζουμε την «ενεργό τάση» με όρους της εσωτερικής τάσης και υδροστατικής πίεσης *P* ως εξής:

$$T_{1e} = T_1 + \frac{PA}{(1+e)} \tag{2.20}$$

Έτσι η μορφή των εξισώσεων παραμένει ίδια στον αέρα και στο νερό.

2.4.2 Υδροδυναμικές δυνάμεις

Οι υδροδυναμικές δυνάμεις συνίσταται από τις δυνάμεις αντίστασης και τις αδρανειακές δυνάμεις λόγω επιτάχυνσης της ροής οι οποίες εξαρτώνται από την υδροδυναμική μάζα σε διεύθυνση κάθετη στον άξονα της κυλινδρικής, εννοείται, κατασκευής. Οι δυνάμεις αντίστασης διατυπώνονται ως:

$$\overrightarrow{R_d}(1+e) = R_{d1}\hat{t} + R_{d2}\hat{n} + R_{d3}\hat{b} \tag{2.21}$$

όπου

$$R_{d1} = -\frac{1}{2}\rho_w d\pi C_{d1} v_{1r} \left|v_{1r}\right| (1+e)^{\frac{1}{2}} \tag{2.22}$$

$$R_{d2} = -\frac{1}{2}\rho_w d C_{d2} v_{2r} \left|v^2{}_{2r} + v^2{}_{3r}\right|^{\frac{1}{2}} (1+e)^{\frac{1}{2}} \tag{2.23}$$

$$R_{d3} = -\frac{1}{2}\rho_w d C_{d3} v_{3r} \left|v^2{}_{2r} + v^2{}_{3r}\right|^{\frac{1}{2}} (1+e)^{\frac{1}{2}} \tag{2.24}$$

Είναι βέβαια περιττό να αναφερθεί ότι ακριβείς τιμές για τους συντελεστές αντίστασης θα δώσουν ακριβή αποτελέσματα. Αυτή δεν είναι μια απλή υπόθεση με προβλήματα να ανακύπτουν όπως, για παράδειγμα, αλλαγές στην τραχύτητα της επιφάνειας της κατασκευής και στροβιλισμός του πεδίου ροής. Ως αποτέλεσμα, ο καθορισμός των συντελεστών αντίστασης είναι ένα ανοιχτό θέμα για έρευνα.

Οι υδροδυναμικές δυνάμεις που είναι σε φάση με την επιτάχυνση του ρευστού καλούνται συνήθως ως δυνάμεις λόγω της πρόσθετης μάζας. Οι δυνάμεις της πρόσθετης μάζας είναι μια από τις πιο δυσνόητες έννοιες στην υδροδυναμική. Ειδικά για τους ερευνητές που μελετούν τα προβλήματα των λεπτόγραμμων αλυσοειδών κατασκευών. Σε γενικές γραμμές, όταν ένα σώμα βυθίζεται στο νερό, αυτό επιταχύνεται, το περιρρέον ρευστό μετατοπίζεται και γι' αυτό επιταχύνεται και αυτό σε κάποιο βαθμό. Η πρόσθετη αδρανειακή δύναμη που απαιτείται για να εκτοπίσει το νερό είναι γνωστή και ως δύναμη της πρόσθετης μάζας. Σύμφωνα με αυτή τη διατύπωση η δύναμη της πρόσθετης μάζας μπορεί να δράσει σε μια διεύθυνση κάθετη στην κατασκευή και είναι ανεξάρτητη από τη συνεκτικότητα. Διατυπώνουμε τις δυνάμεις της πρόσθετης μάζας σε όρους των σχετικών επιταχύνσεων του ρευστού που είναι κάθετες στην κατασκευή και ένα συντελεστή πρόσθετης μάζας m_a:

$$\overrightarrow{R_a}(1+e) = -m_a \frac{\partial v_{2r}}{\partial t} \hat{n} - m_a \frac{\partial v_{3r}}{\partial t} \hat{b} \tag{2.25}$$

Όπως και με τους συντελεστές αντίστασης, ο συντελεστής πρόσθετης μάζας είναι δύσκολο να υπολογιστεί. Γενικά για τα προβλήματα των λεπτόγραμμων αλυσοειδών κατασκευών χρησιμοποιείται η ακόλουθη έκφραση:

$$m_a = \frac{\pi}{4} \rho_w d^2 \tag{2.26}$$

2.5 Σχέσεις συμβιβαστού

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα είναι σωστές για ένα στοιχειώδες τμήμα της κατασκευής. Τέτοιες σχέσεις συμβιβαστού που συνδέουν τις ταχύτητες, τον προσανατολισμό και τις παραμορφώσεις της κατασκευής απαιτούνται για να εξασφαλιστεί το συμβιβαστό μεταξύ των στοιχειωδών τμημάτων της. Με την απουσία της παραμόρφωσης μια απλή φυσική εξήγηση αυτών των σχέσεων είναι ότι διατηρούν το μήκος της κατασκευής. Ορίζουμε ένα διάνυσμα $\vec{r}(t, p)$ ως ένα διάνυσμα από την αρχή των αξόνων του σωματοπαγούς συστήματος αναφοράς σε ένα σημείο της κατασκευής. Για να εξαγάγουμε τις εξισώσεις συμβιβαστού, υποθέτουμε ότι το σχήμα της κατασκευής είναι λείο. Για να είναι αυτό σωστό, οι παράγωγοι του $\vec{r}(t, p)$ πρέπει να είναι συνεχείς συναρτήσεις της μεταβλητής p (ή του s) και του χρόνου t. Αυτή είναι βασική προϋπόθεση, η οποία όμως μπορεί να μην ισχύει όταν η τάση στην κατασκευή είναι μηδενική. Αφού λοιπόν δεν έχουμε ασυνέχειες στο σχήμα της κατασκευής μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε συνεχείς συναρτήσεις δύο μεταβλητών ως εξής:

$$\frac{D}{Dt}\left[\frac{D\vec{r}}{Ds}\right] = \frac{D}{Ds}\left[\frac{D\vec{r}}{Dt}\right] \tag{2.27}$$

Σύμφωνα με τις διευκρινίσεις που έχουν γίνει για τα διανύσματα της εφαπτομένης και της ταχύτητας:

$$\vec{V} = \frac{D\vec{r}}{Dt} \tag{2.28}$$

$$\hat{t} = \frac{D\vec{r}}{Dp} = \frac{1}{(1+e)} \frac{D\vec{r}}{Ds}$$

Έτσι προκύπτει:

$$\frac{D}{Dt}[(1+e)\hat{t}] = \frac{D\vec{V}}{Ds} \tag{2.29}$$

Αναπτύσσοντας αυτή τη σχέση:

$$\frac{\partial e}{\partial t}\hat{t} + (1+e)\vec{\omega}\times\hat{t} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial s} + \vec{\Omega}\times\vec{V} \tag{2.30}$$

2.6 Τελικές εξισώσεις

Για να διευκρινίσουμε τις εκφράσεις που χρησιμοποιήθηκαν στα προηγούμενα υποκεφάλαια, απαλείφουμε τον προηγούμενο συμβολισμό των δεικτών. Εδώ επαναδιατυπώνονται οι ταχύτητες *(v_1, v_2, v_3)* ως *(u, v, w)* και οι εσωτερικές δυνάμεις *(T_1, T_2, T_3)* ως *(T, S_n, S_b)*, όπου *T* δηλώνει την ενεργό τάση και S_n, S_b την κάθετη και τη δικάθετη διατμητική δύναμη αντίστοιχα. Επιπροσθέτως υποθέτουμε μια γραμμική εξάρτηση τάσης-παραμόρφωσης ως εξής:

$$e = \frac{T}{EA} \tag{2.31}$$

Με τις νέες μεταβλητές που ορίσαμε και τη σχέση της παραμόρφωσης μπορούμε να διατυπώσουμε τις εξισώσεις της κίνησης στην τελική τους μορφή:

$$m\left(\frac{\partial u}{\partial t} + w\frac{\partial \theta}{\partial t} - v\frac{\partial \varphi}{\partial t}\cos\theta\right) = \frac{\partial T}{\partial s} + S_b\Omega_2 - S_n\Omega_3 + w_0 n_1 + R_{d1} \tag{2.32}$$

$$m\left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial t}(u\cos\theta + w\sin\theta)\right) + m_a\frac{\partial v_{2r}}{\partial t} = \frac{\partial S_n}{\partial s} + \Omega_3(T + S_b\tan\theta) + w_0 n_2 + R_{d2}$$

$$m\left(\frac{\partial w}{\partial t} - v\frac{\partial \varphi}{\partial t}\sin\theta - u\frac{\partial \theta}{\partial t}\right) + m_a\frac{\partial v_{3r}}{\partial t} = \frac{\partial S_b}{\partial s} - S_n\Omega_3\tan\theta - T\Omega_2 + w_0 n_3 + R_{d3}$$

$$EI\frac{\partial \Omega_2}{\partial s} = EI\Omega_3{}^2\tan\theta + S_b\left(1+\frac{T}{EA}\right)^3$$

$$EI\frac{\partial \Omega_3}{\partial s} = EI\Omega_2\Omega_3\tan\theta - S_n\left(1+\frac{T}{EA}\right)^3$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \Omega_2 w - \Omega_3 v = \frac{1}{EA}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \Omega_3(u + w\tan\theta) = \left(1+\frac{T}{EA}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial t}\cos\theta$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} - \Omega_3 v\tan\theta - \Omega_2 u = -\left(1+\frac{T}{EA}\right)\frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\Omega_2 = \frac{\partial \theta}{\partial s}$$

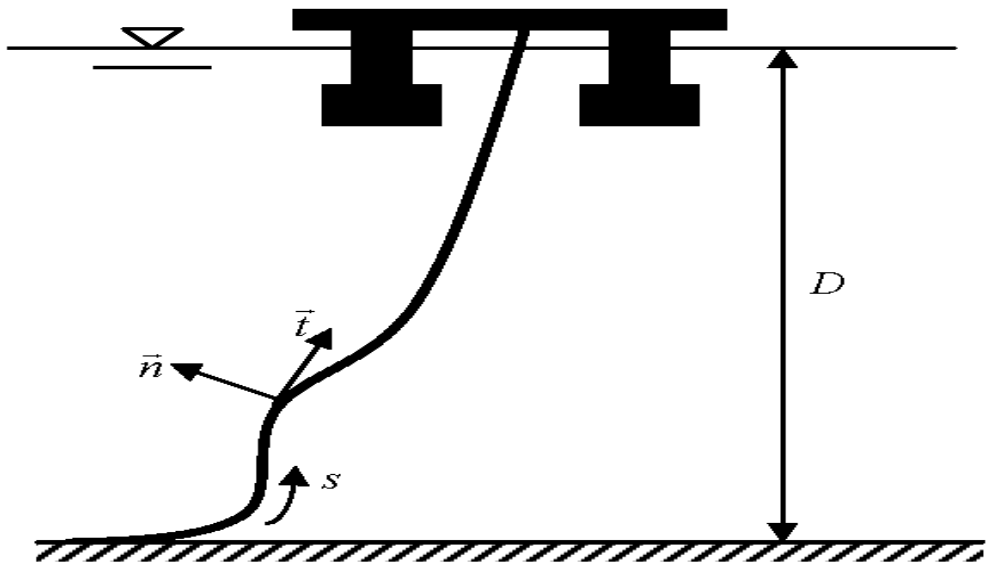
$$\Omega_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial s}\cos\theta$$

2.7 Το διδιάστατο δυναμικό πρόβλημα

2.7.1 Μεταφορά των μη γραμμικών εξισώσεων στο επίπεδο

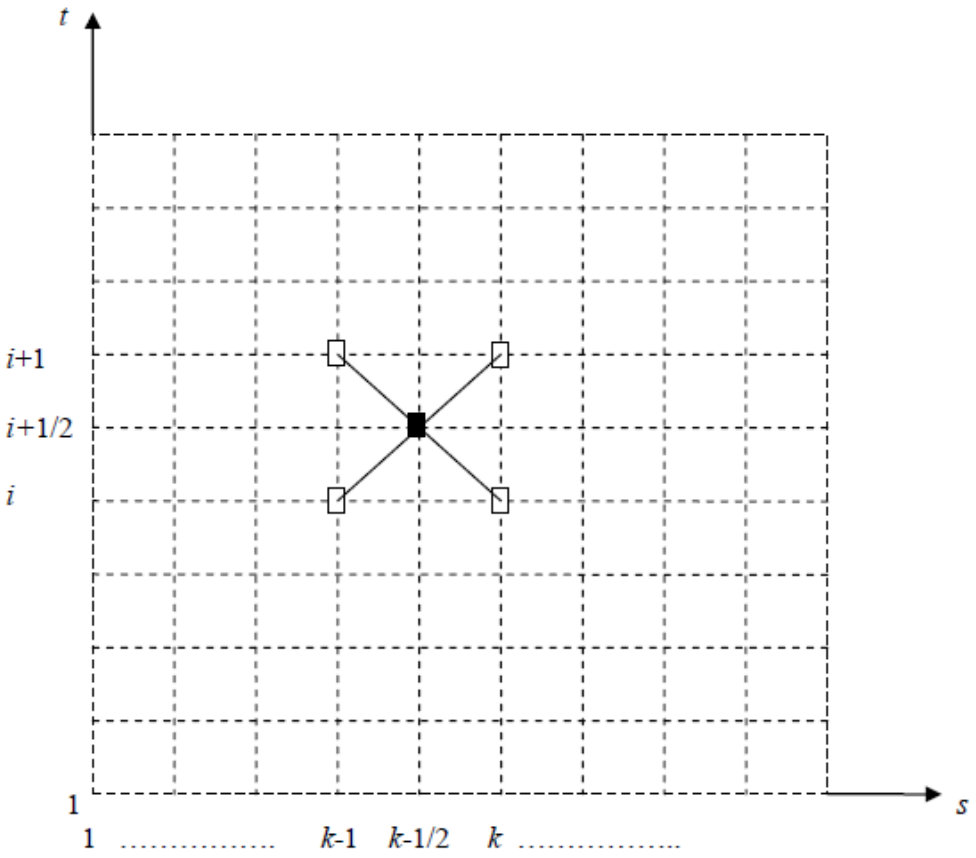
Το διδιάστατο δυναμικό πρόβλημα το οποίο περιγράφει τη δυναμική ισορροπία στο επίπεδο αναφοράς της κατασκευής (Εικόνα 2) προέρχεται από το αντίστοιχο τρισδιάστατο με την παράλειψη των όρων της διεύθυνσης της δικαθέτου. Οι εξισώσεις που διέπουν το διδιάστατο πρόβλημα διαφορφώνονται ως εξής:

$$
\begin{aligned}
& m\left(\frac{\partial u}{\partial t} - v\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) = \frac{\partial T}{\partial s} - S_n\Omega_3 + w_0 n_1 + R_{d1} \\
& m\left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial t}u\right) + m_a\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial S_n}{\partial s} + \Omega_3 T + w_0 n_2 + R_{d2} \\
& EI\frac{\partial \Omega_3}{\partial s} = -S_n\left(1+\frac{T}{EA}\right)^3 \\
& \frac{\partial u}{\partial s} - \Omega_3 v = \frac{1}{EA}\frac{\partial T}{\partial t} \\
& \frac{\partial v}{\partial s} + \Omega_3 u = \left(1+\frac{T}{EA}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial t} \\
& \Omega_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial s}
\end{aligned}
\tag{2.33}
$$



Εικόνα 2: Λεπτόγραμμη αλυσοειδής κατασκευή στο επίπεδο αναφοράς (in-plane).

Η επίλυση των έξι μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Το πλέγμα του συστήματος που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στην Εικόνα 3. Για την ολοκλήρωση στο χώρο χρησιμοποιήθηκαν εκατό κόμβοι, ενώ το χρονικό βήμα τέθηκε ίσο με Δt = 0.01 sec.



Εικόνα 3: Πλέγμα για την επίλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών.

Για τη χρήση αυτής της μεθόδου σε τρισδιάστατα και διδιάστατα δυναμικά προβλήματα ο αναγνώστης παραπέμπεται στις εργασίες των Chatjigeorgiou [5, 6] και Chatjigeorgiou and Mavrakos [7, 8]. Η κατασκευή που χρησιμοποιήθηκε έχει ληφθεί από τις εργασίες των Larsen and Passano [9] και Chatjigeorgiou [10].

Μήκος κατασκευής	L(m)	2022
Εξωτερική διάμετρος	d_0(m)	0.429
Εσωτερική διάμετρος	d_i(m)	0.385
Μάζα ανα μονάδα μήκους	M(kg/m)	262.933
Συντελεστής πρόσθετης μάζας	C_a	1.0
Βάρος ανα μονάδα μήκους	w_0(N/m)	915.56
Ελαστική ακαμψία	EA(N)	0.5823×10^{10}
Καμπτική ακαμψία	EI(Nm^2)	0.1209×10^9
Συντελεστής αντίστασης στην κάθετη διεύθυνση	C_{dn}	1.0
Συντελεστής αντίστασης στην εφαπτομενική διεύθυνση	C_{dt}	0.0
Βάθος νερού	D(m)	1800
Προένταση	T_p(kN)	1860

2.7.2 Η σημασία του μεγέθους της ροπής για την κατασκευή

Εξετάζεται μόνο η μεταβολή της ροπής κατά μήκος της κατασκευής και όχι οι υπόλοιπες δυναμικές παράμετροι δεδομένου ότι αυτή μπορεί να θεωρηθεί σημαντικότερη μεταβλητή η οποία σχετίζεται με τη δομική ακεραιότητα της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής. Η τάση, για παράδειγμα, λειτουργεί ευεργετικά δεδομένου ότι προκαλεί ένταση της κατασκευής μειώνοντας τα αποτελέσματα των εξωτερικών φορτίσεων. Για τις αλυσοειδείς κατασκευές για εφαρμογές μεγάλου βάθους, η στατική διαμόρφωση είναι περίπου κατακόρυφη (βλ. Εικόνα 2) κατατείνοντας στην εφαρμογή μεγάλης στατικής ροπής στο τμήμα πρώτης επαφής (σημείο Touch down point – TDP) λόγω της μικρής ακτίνας καμπυλότητας. Η κατάσταση επιτείνεται εξαιτίας των εξωτερικών διεγέρσεων και κυρίως εξαιτίας της αξονικής συνιστώσας της κίνησης η οποία δρα ως παραμετρικής υφής διέγερση. Πιθανά αποτελέσματα είναι βίαιες προσκρούσεις τοπικά και

εφαρμογή μεγάλου μεγέθους ροπών στην περιοχή του σημείου TDP που μπορούν να οδηγήσουν στην ανάπτυξη μεγάλων καμπτικών τάσεων και δυνητικά αστοχία της κατασκευής ή μακροπρόθεσμα μείωση της αντοχής της λόγω κόπωσης.

Κεφάλαιο 3 Φασματική ανάλυση της ροπής

3.1 Επιλογή αρμονικών διεγέρσεων που εφαρμόζονται στην κατασκευή

Κατ' αρχάς εφαρμόσαμε στο μοντέλο κατακόρυφες κατά τον άξονα z ημιτονοειδείς διεγέρσεις συγκεκριμένου εύρους πλατών και συχνοτήτων. Οι διεγέρσεις αυτές αφορούν την αρμονική ταχύτητα που εφαρμόζεται στην κορυφή της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής. Το εύρος των συχνοτήτων που χρησιμοποήθηκε επιλέχθηκε σε συμφωνία με το εύρος των μηκών των συνήθων θαλάσσιων κυματισμών

Οι διεγέρσεις οι οποίες σε κάθε περίπτωση θεωρήθηκαν υποβαλλόμενες στην κορυφή της αλυσοειδούς συμπίπτουσες με την αξονική συνιστώσα υποτέθηκαν αρμονικές της μορφής:

$$X_n(t) = C_n \cos(\Omega_n t + \psi_n) \tag{3.1}$$

Ορίζοντας $A_n = -C_n \Omega_n$

η παράγωγος της επιβαλόμενης μετατόπισης η οποία προσδίδεται στο μαθηματικό μοντέλο ως είσοδος (και ταυτόχρονα οριακή συνθήκη στην κορυφή) θα δίνεται από

$$\dot{X}_n(t) = A_n \sin(\Omega_n t + \psi_n) \tag{3.2}$$

Ο αριθμητικός κώδικας λαμβάνει ως δεδομένο αρμονική διέγερση. Κατά συνέπεια θα έπρεπε να επιλεγεί ένα εύρος πλατών ταχύτητας που να βρίσκεται σε συμφωνία με πρακτικές εφαρμογές. Προς τούτο επιλέχθηκε το διάστημα τιμών [9]

$$A_n = 0.25 - 2.0 \ \frac{m}{\sec}$$

Θα πρέπει να συμειωθεί ότι ταχύτητα της τάξεως των 2m/s θα πρέπει να θεωρηθεί ως ακραία σχετικώς κατάσταση η οποία μπορεί να οδηγήσει σε ακραίες μεταβολές της καμπτικής ροπής όχι μόνο στην περιοχή του σημείου πρώτης επαφής αλλά και εν γένει σε όλο το μήκος της αλυσοειδούς [10].

Όσον αφορά το εύρος τιμών των συχνοτήτων αυτό θεωρήθηκε να κυμαίνεται στο διάστημα:

$$\Omega_n = 0.2 - 1.2 \ \frac{rad}{\sec}$$

Με βάση αυτό το εύρος τιμών των πλατών, επιλέχθηκαν πέντε συγκεκριμένα πλάτη, τα οποία παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

A_1*(m/sec)*	0.25
A_2*(m/sec)*	0.50
A_3*(m/sec)*	1.00
A_4*(m/sec)*	1.50
A_5*(m/sec)*	2.00

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1.1

Επιλέχθηκαν επίσης έξι συγκεκριμένες συχνότητες:

Ω_1*(rad/sec)*	0.2
Ω_2*(rad/sec)*	0.4
Ω_3*(rad/sec)*	0.6
Ω_4*(rad/sec)*	0.8
Ω_5*(rad/sec)*	1.0
Ω_6*(rad/sec)*	1.2

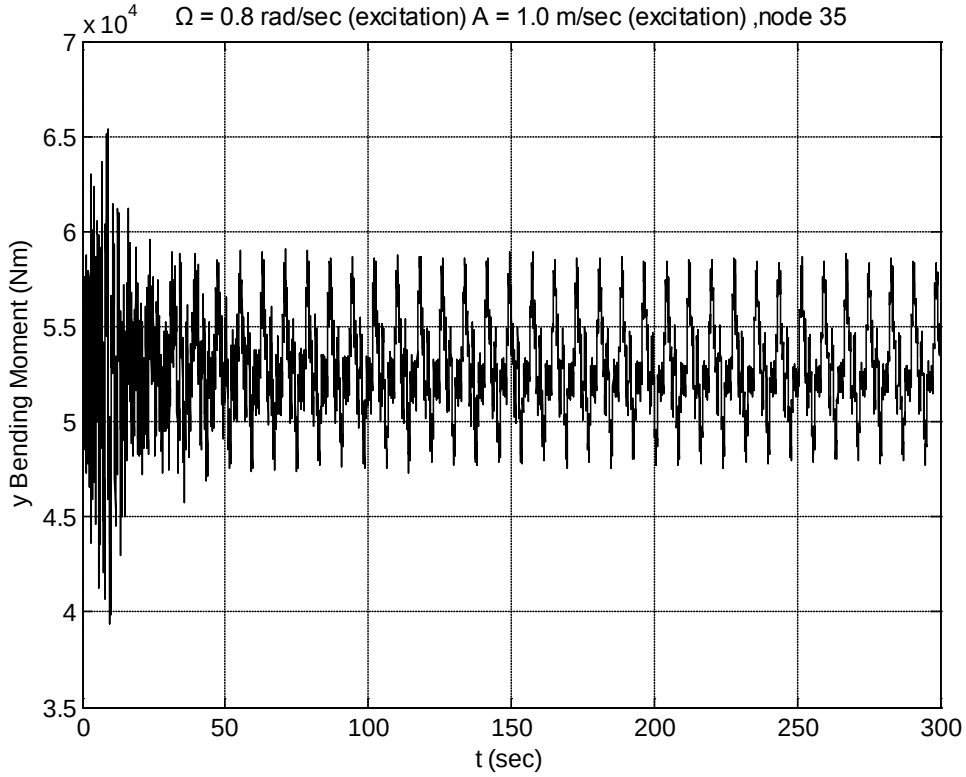
ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1.2

Η επιλογή των συγκεκριμένων πλατών και συχνοτήτων είναι τυχαία, θα μπορούσε δηλαδή να είχαν επιλεγεί διαφορετικές τιμές από το συγκεκριμένο εύρος, χωρίς καμία απολύτως διαφορά. Εφαρμόζοντας στο μοντέλο αρμονικές διεγέρσεις για όλα τα παραπάνω πλάτη σε όλες τις παραπάνω συχνότητες, έχουμε τις αποκρίσεις στο πεδίο του χρόνου. Για να γίνουν τα τριάντα συνολικά αριθμητικά πειράματα κατασκευάσαμε στο υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab τριάντα ημιτονοειδείς διεγέρσεις. Το κάθε αριθμητικό πείραμα διαρκούσε τριακόσια δευτερόλεπτα και η συχνότητα δειγματοληψίας της κάθε χρονικής ιστορίας ήταν f_s = 100 Hz. Από τα μεγέθη που προκύπτουν το πιο σημαντικό και σε αυτό που θα γίνει φασματική ανάλυση είναι το μεγεθος της ροπής στο επίπεδο αναφοράς, όπως αναφέρθηκε στο υποκεφάλαιο 2.7.2.

3.2 Ανάλυση των χρονοσειρών

Με βάση τις χρονικές ιστορίες για κάποια συγκεκριμένα σημεία κατά μήκος της κατασκευής για το μέγεθος της ροπής (βλ. Διάγραμμα 3.2), παρατηρείται αφενός ότι μέχρι το πεντηκοστό δευτερόλεπτο υπάρχουν ακόμη μεταβατικά φαινόμενα και ότι η απόκριση του συστήματος δεν είναι στην περιοδική μόνιμη κατάσταση (steady state) μέχρι εκείνο το σημείο. Αποκόπτουμε λοιπόν το κομμάτι αυτό και εξετάζουμε την απόκριση από το πεντηκοστό δευτερόλεπτο και μετά. Αφετέρου ότι το σήμα στην περιοδική μόνιμη κατάσταση είναι περιοδικό, γεγονός που επιβεβαιώνει τον αρχικό ισχυρισμό ότι το σύστημα είναι ασθενώς μη γραμμικό στο συγκεκριμένο εύρος πλατών και συχνοτήτων διέγερσης. Αυτό επιβεβαιώνεται από τη θεωρία του αυτόματου ελέγχου σύμφωνα με την οποία όταν ένα γραμμικό σύστημα διεγερθεί με αρμονικές διεγέρσεις συγκεκριμένου πλάτους και συχνότητας, η απόκρισή του είναι πάλι αρμονική διαφορετικού πλάτους και ίδιας συχνότητας. Όταν ένα ασθενώς μη γραμμικό σύστημα διεγερθεί με αρμονικές διεγέρσεις συγκεκριμένου πλάτους και συχνότητας, η απόκριση του συστήματος είναι ένα περιοδικό σήμα διαφορετικού πλάτους [11, 12]. Ενώ αν ένα αυστηρώς μη γραμμικό σύστημα διεγερθεί με αρμονικές διεγέρσεις συγκεκριμένου πλάτους και συχνότητας η απόκριση του συστήματος είναι ένα σήμα που δεν περιέχει μόνο αρμονικές που είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους συχνότητας.

Τέλος, επειδή το σήμα είναι περιοδικό χρειαζόμαστε μόνο έναν ακέραιο αριθμό περιόδων για να περάσουμε στο πεδίο της συχνότητας και αυτές μόνο κρατάμε από τις χρονικές ιστορίες των αποκρίσεων.



Διάγραμμα 3.2: Χρονική ιστορία απόκρισης στον τριακοστό πέμπτο κόμβο για πλάτος διέγερσης 1.0 m/sec και συχνότητα διέγερσης 0.8 rad/sec.

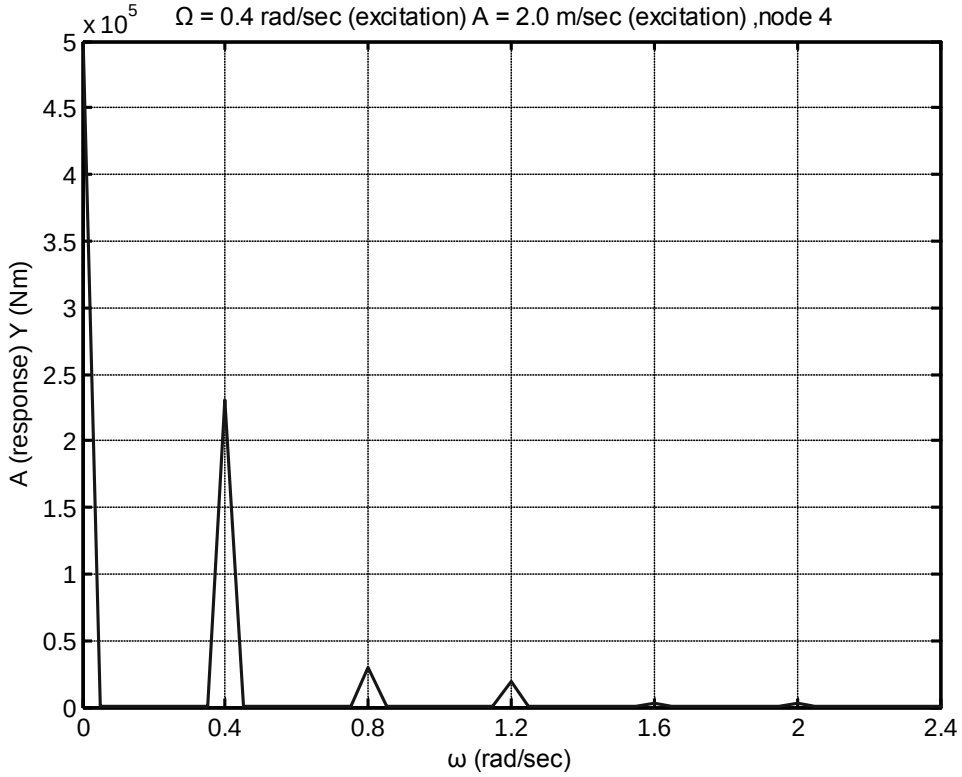
3.3 Μεταφορά στο πεδίο της συχνότητας των χρονοσειρών των αποκρίσεων

3.3.1 Επεξήγηση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier

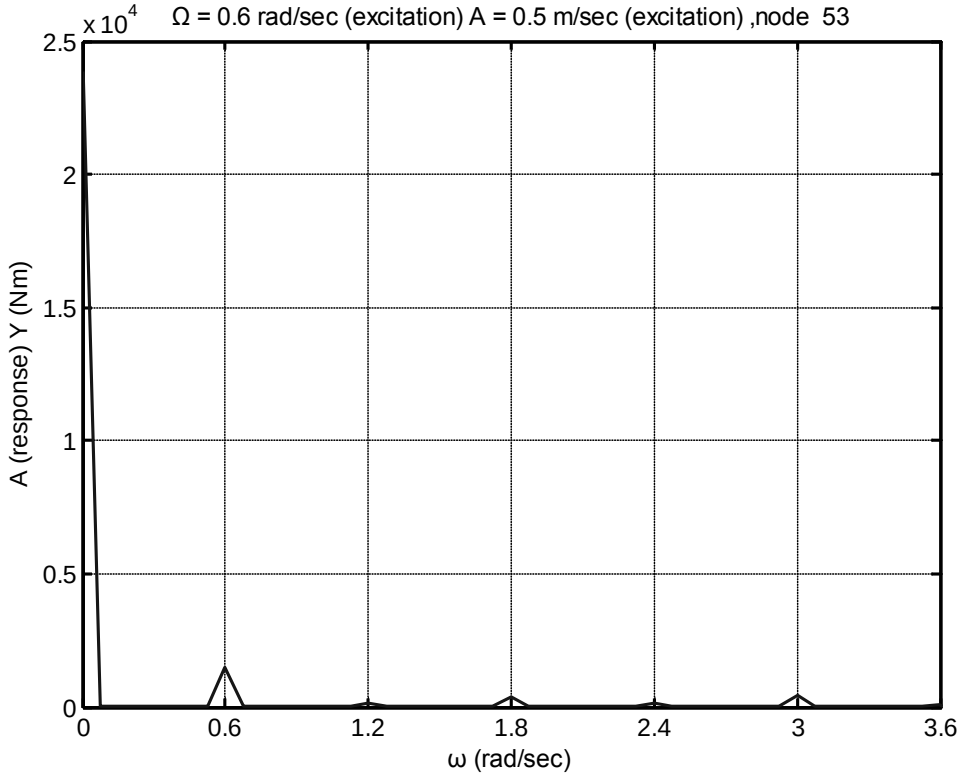
Με βάση τις περιόδους που έχουμε κρατήσει, για κάθε σήμα εφαρμόζουμε FFT στο υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab. Ο FFT είναι ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier που μας μεταφέρει από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Ο FFT υπολογίζει τις μιγαδικές τιμές του φάσματος στα ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας δειγματοληψίας [13, 14].

3.3.2 Ανάλυση της φασματικής αναπαράστασης

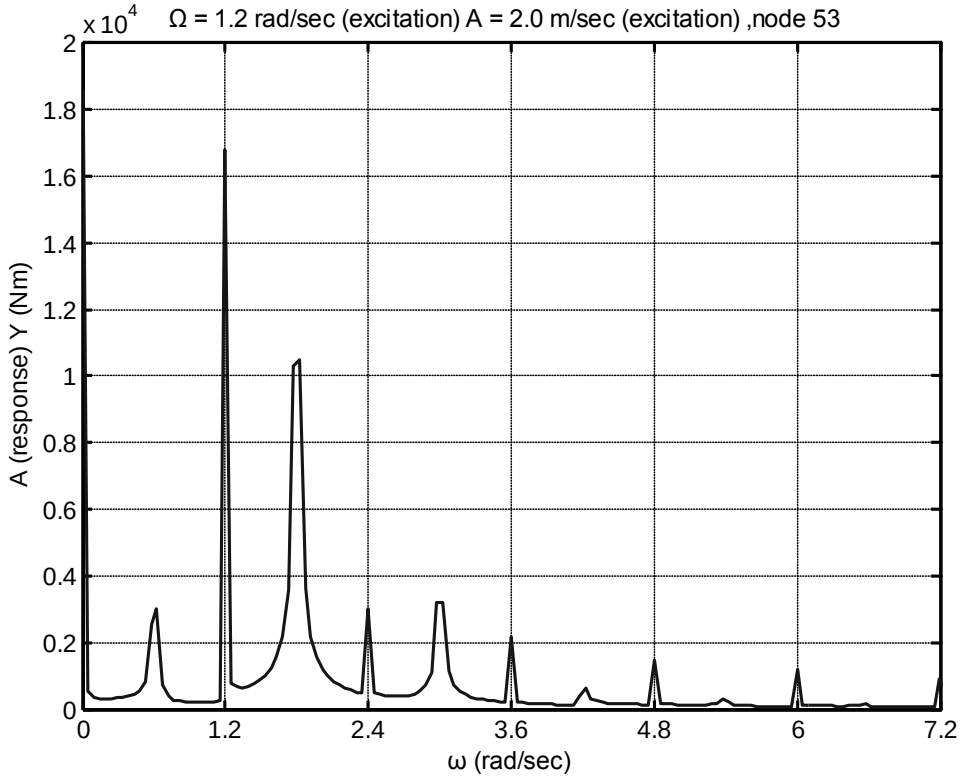
Παρακάτω παρουσιάζονται αντιπροσωπευτικά παραδείγματα φασμάτων για ορισμένα πλάτη και συχνότητες διέγερσης σε δύο σημεία κατά μήκος της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής. Το ένα σημείο είναι το σημείο της μέγιστης καμπτικής ροπής, και το άλλο είναι στο μέσο της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής.



Διάγραμμα 3.3.1: Φάσμα απόκρισης στον τέταρτο κόμβο για πλάτος διέγερσης 2.0 m/sec και συχνότητα διέγερσης 0.4 rad/sec.



Διάγραμμα 3.3.2: Φάσμα απόκρισης στον πεντηκοστό τρίτο κόμβο για πλάτος διέγερσης 0.5 m/sec και συχνότητα διέγερσης 0.6 rad/sec.



Διάγραμμα 3.3.3: Φάσμα απόκρισης στον πεντηκοστό τρίτο κόμβο για πλάτος διέγερσης 2.0 m/sec και συχνότητα διέγερσης 1.2 rad/sec.

Στα Διαγράμματα 2.3.1 και 2.3.2 παρατηρούμε ότι τα φάσματα των αποκρίσεων είναι διακριτά και τα πλάτη τους κατέχουν σημαντικές τιμές μόνο στον στατικό όρο στην πρώτη αρμονική και στα ακέραια πολλαπλάσιά της (υπεραρμονικές) με συνεχώς μειούμενη ενέργεια. Επίσης στο σύνολο των φασμάτων παρατηρείται ότι η συνεισφορά των άρτιων υπεραρμονικών είναι αμελητέα όπως και η συνεισφορά των όρων πάνω από την πέμπτη αρμονική. Για το λόγο αυτό αμελούνται. Αυτές οι αναπαραστάσεις του φάσματος φανερώνουν ότι το σύστημα είναι ασθενώς μη γραμμικό στο συγκεκριμένο εύρος διέγερσης πλατών και συχνοτήτων. Κι αυτό διότι, αν το σύστημα ήταν γραμμικό, το φάσμα της ροπής θα έπρεπε να παρουσιάζει τιμές μόνο στην πρώτη αρμονική, ενώ αν ήταν ισχυρώς μη γραμμικό, το φάσμα της ροπής θα ήταν διαφορετικό από τις δύο παραπάνω περιπτώσεις.

Στο Διάγραμμα 2.3.3 εμφανίζονται υποαρμονικές στο φάσμα, που σημαίνει ότι σε πλάτη και συχνότητες μεγαλύτερες από A_5 = 2.0 m/sec και Ω_6 = 1.2 rad/sec το σύστημα γίνεται ισχυρώς μη γραμμικό. Τα φαινόμενα αυτά όμως στην παρούσα εργασία δεν εξετάζονται γιατί, όπως εξηγείται στο Κεφάλαιο 2.1.1, τέτοιες διεγέρσεις είναι δύσκολο να εμφανιστούν στη φύση.

Τέλος, σύμφωνα με τα παραπάνω διαγράμματα η ανάλυση θα γίνει για τις συνιστώσες του φάσματος που έχουν σημαντική ενέργεια, δηλαδή για τον στατικό όρο, την πρώτη, την τρίτη και την πέμπτη αρμονική.

Κεφαλαιο 4 Ανάπτυξη του μοντέλου στο πεδίο της συχνότητας

Η ανάλυση σύμφωνα με το προηγούμενο κεφάλαιο θα επικεντρωθεί στον στατικό όρο, στην πρώτη, την τρίτη και την πέμπτη αρμονική. Για αυτά τα τέσσερα μεγέθη και για τα πέντε πλάτη διέγερσης ξεχωριστά κατασκευάστηκαν είκοσι διαφορετικοί πίνακες που ο καθένας περιέχει έξι γραμμές, οι οποίες αφορούν τις συχνότητες διέγερσης, και εκατό στήλες, οι οποίες αφορούν τα σημεία κατά μήκος της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής. Δίνεται ένα παράδειγμα για το πώς κατασκευάστηκαν οι πίνακες του στατικού όρου της πρώτης, της τρίτης και της πέμπτης αρμονικής για το πλάτος διέγερσης A_1. Αντίστοιχα κατασκευάστηκαν οι πίνακες και για τα υπόλοιπα πλάτη διέγερσης.

Για το πλάτος διέγερσης A_1 και για όλες τις συχνότητες διέγερσης όπως αυτές ορίζονται στο Κεφάλαιο 2 προκύπτουν οι αποκρίσεις στο πεδίο του χρόνου:

$$y_1(t,s), y_2(t,s), y_3(t,s), y_4(t,s), y_5(t,s), y_6(t,s)$$

Με το υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab χρησιμοποιώντας FFT περνάμε από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Έτσι προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες:

$$\mathbf{Y_1}(\omega,s), \mathbf{Y_2}(\omega,s), \mathbf{Y_3}(\omega,s), \mathbf{Y_4}(\omega,s), \mathbf{Y_5}(\omega,s), \mathbf{Y_6}(\omega,s)$$

Από αυτούς κρατάμε τις γραμμές που αντιστοιχούν στη μηδενική συχνότητα (στατικός όρος), στη συχνότητα που ισούται με τη συχνότητα διέγερσης (πρώτη αρμονική), στη συχνότητα που ισούται με τρεις φορές τη συχνότητα διέγερσης (τρίτη αρμονική) και στη συχνότητα που ισούται με πέντε φορές τη συχνότητα διέγερσης (πέμπτη αρμονική). Οπότε κατασκευάζουμε τέσσερις καινούργιους πίνακες ως εξής. Ο πρώτος, που αφορά τον στατικό όρο, περιέχει τις έξι γραμμές που έχουμε κρατήσει από τους έξι αρχικούς πίνακες που αφορούν τον στατικό όρο κατά αύξοντα αριθμό συχνότητας διέγερσης.

Ο δεύτερος, που αφορά την πρώτη αρμονική, περιέχει τις έξι γραμμές που έχουμε κρατήσει από τους έξι αρχικούς πίνακες που αφορούν την πρώτη αρμονική κατά αύξοντα αριθμό συχνότητας διέγερσης. Ο τρίτος, που αφορά την τρίτη αρμονική,

περιέχει τις έξι γραμμές που έχουμε κρατήσει από τους έξι αρχικούς πίνακες που αφορούν την τρίτη αρμονική κατά αύξοντα αριθμό συχνότητας διέγερσης. Ο τέταρτος, που αφορά την πέμπτη αρμονική, περιέχει τις έξι γραμμές που έχουμε κρατήσει από τους έξι αρχικούς πίνακες που αφορούν την πέμπτη αρμονική κατά αύξοντα αριθμό συχνότητας διέγερσης.

Οι στήλες των τεσσάρων αυτών πινάκων είναι εκατό και αφορούν τα εκατό σημεία κατά μήκος της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής. Οπότε για το πλάτος διέγερσης A_1 έχουμε τους εξής 6x100 πίνακες:

$$\mathbf{Y_0}(\Omega, A_1, s), \mathbf{Y}_1(\Omega, A_1, s), \mathbf{Y}_3(\Omega, A_1, s), \mathbf{Y}_5(\Omega, A_1, s)$$

Αντίστοιχα και για τα υπόλοιπα πλάτη διέγερσης κατασκευάζονται οι παρακάτω 6x100 πίνακες:

$$\mathbf{Y_0}(\Omega, A_2, s), \mathbf{Y}_1(\Omega, A_2, s), \mathbf{Y}_3(\Omega, A_2, s), \mathbf{Y}_5(\Omega, A_2, s)$$

$$\mathbf{Y_0}(\Omega, A_3, s), \mathbf{Y}_1(\Omega, A_3, s), \mathbf{Y}_3(\Omega, A_3, s), \mathbf{Y}_5(\Omega, A_3, s)$$

$$\mathbf{Y_0}(\Omega, A_4, s), \mathbf{Y}_1(\Omega, A_4, s), \mathbf{Y}_3(\Omega, A_4, s), \mathbf{Y}_5(\Omega, A_4, s)$$

$$\mathbf{Y_0}(\Omega, A_5, s), \mathbf{Y}_1(\Omega, A_5, s), \mathbf{Y}_3(\Omega, A_5, s), \mathbf{Y}_5(\Omega, A_5, s)$$

Αυτοί είναι οι τελικοί είκοσι πινάκες στους οποίους θα βασιστεί η ανάλυσή μας.

4.1 Κανονικοποίηση ως προς το πλάτος διέγερσης

Για να κανονικοποιήσουμε τις αποκρίσεις του φυσικού μοντέλου κατ' αρχάς διαιρούμε τους πέντε πίνακες του στατικού όρου με τα τετράγωνα των πλατών διέγερσης. Η διαίρεση με το τετράγωνο του πλάτους διέγερσης γίνεται επειδή ο στατικός όρος στο φάσμα είναι συνδεδεμένος με τις άρτιες αρμονικές του φάσματος. Η πρώτη άρτια αρμονική είναι η δεύτερη και για να εμφανιστεί ο όρος της δεύτερης αρμονικής στο φάσμα θα πρέπει να επιδράσει στο συστήμα το τετράγωνο του πλάτους διέγερσης. Για αυτόν το λόγο διαιρούμε με το πλάτος διέγερσης υψωμένο στη δεύτερη δύναμη τους πέντε πίνακες του στατικού όρου.

$$\mathbf{Q_0}(\Omega, A_{k=1:5}, s) = \frac{\mathbf{Y_0}(\Omega, A_{k=1:5}, s)}{(A_{k=1:5})^2} \tag{4.1}$$

Ο λόγος που διαιρούμε με το πλάτος διέγερσης είναι γιατί αυτό δημιουργεί τη συνιστώσα της πρώτης αρμονικής στο φάσμα της απόκρισης:

$$\mathbf{Q}_1(\Omega, A_{k=1:5}, s) = \frac{\mathbf{Y}_1(\Omega, A_{k=1:5}, s)}{A_{k=1:5}} \tag{4.2}$$

Αυτό γιατί για να προκύψει η συνιστώσα της τρίτη αρμονική στο φάσμα της απόκρισης θα πρέπει να επιδράσει στο σύστημα το πλάτος διέγερσης στην τρίτη δύναμη:

$$\mathbf{Q}_3(\Omega, A_{k=1:5}, s) = \frac{\mathbf{Y}_3(\Omega, A_{k=1:5}, s)}{(A_{k=1:5})^3} \tag{4.3}$$

Αυτό γιατί για να προκυψει η συνιστώσα της πέμπτης αρμονικής στο φάσμα της απόκρισης θα πρέπει να επιδράσει στο σύστημα το πλάτος διέγερσης στην πέμπτη δύναμη:

$$\mathbf{Q}_5(\Omega, A_{k=1:5}, s) = \frac{\mathbf{Y}_5(\Omega, A_{k=1:5}, s)}{(A_{k=1:5})^5} \tag{4.4}$$

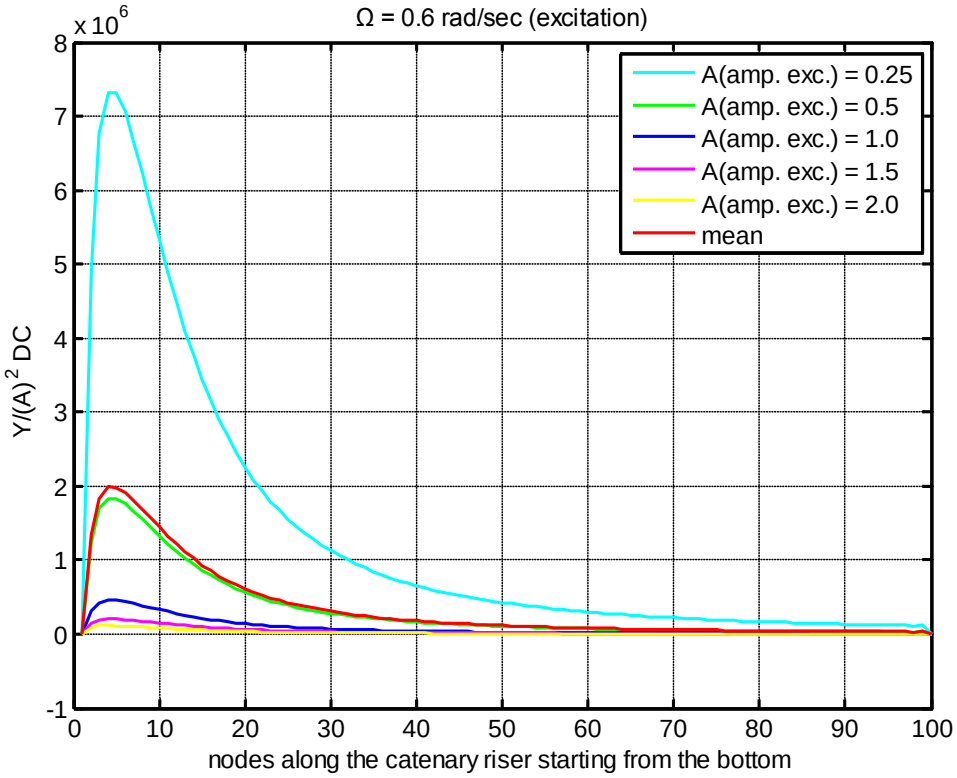
4.2 Εύρεση των σταθμισμένων συναρτήσεων μεταφοράς

Θα πρέπει να βρεθεί μια κανονικοποιήμενη συνάρτηση μεταφοράς για κάθε πεντάδα πινάκων που αφορούν τον στατικό όρο, την πρώτη, την τρίτη και την πέμπτη αρμονική στην οποία θα επιδρά μόνο το πλάτος της διέγερσης στην αντίστοιχη δύναμη και θα προκύπτει η απόκριση του συστήματος. Η κανονικοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς για κάθε όρο είναι αυτή που προκύπτει βρίσκοντας τη μέση τιμή των πέντε πινάκων που αφορούν τον κάθε όρο. Κατά συνέπεια έχουμε τέσσερις τελικές σταθμισμένες συναρτήσεις μεταφοράς,

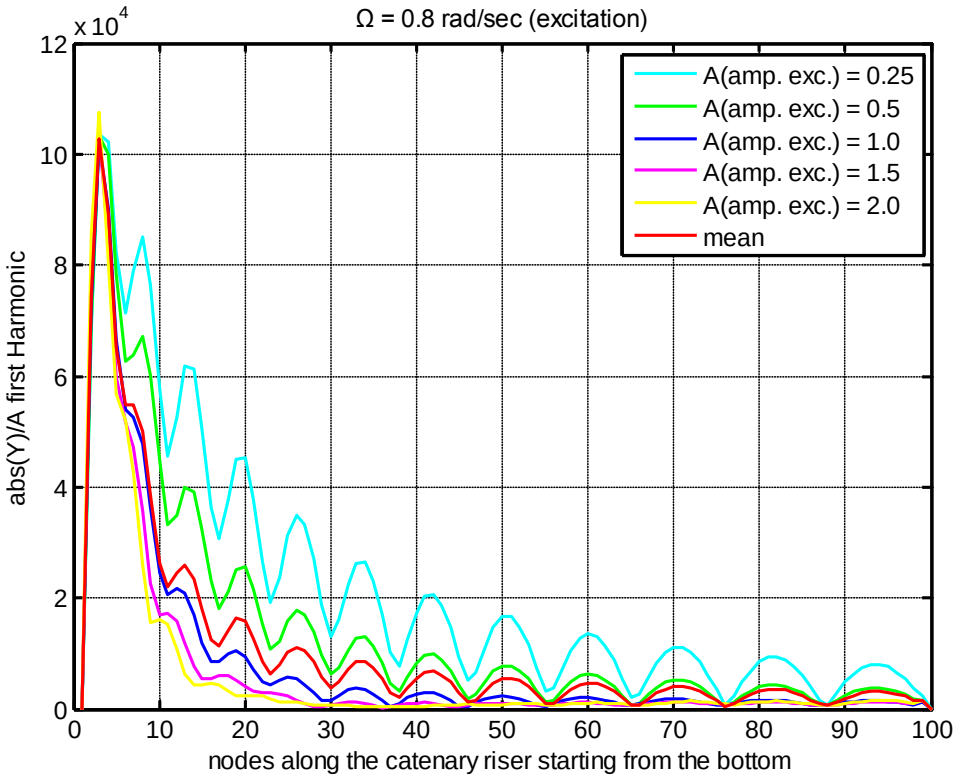
$$\overline{\mathbf{Q}_0}(\Omega, s), \overline{\mathbf{Q}_1}(\Omega, s), \overline{\mathbf{Q}_3}(\Omega, s), \overline{\mathbf{Q}_5}(\Omega, s)$$

στις οποίες θα εφαρμοστεί μιγαδική αποσύνθεση ιδιόμορφων τιμών, όπως περιγράφεται στο ακόλουθο υποκεφάλαιο.

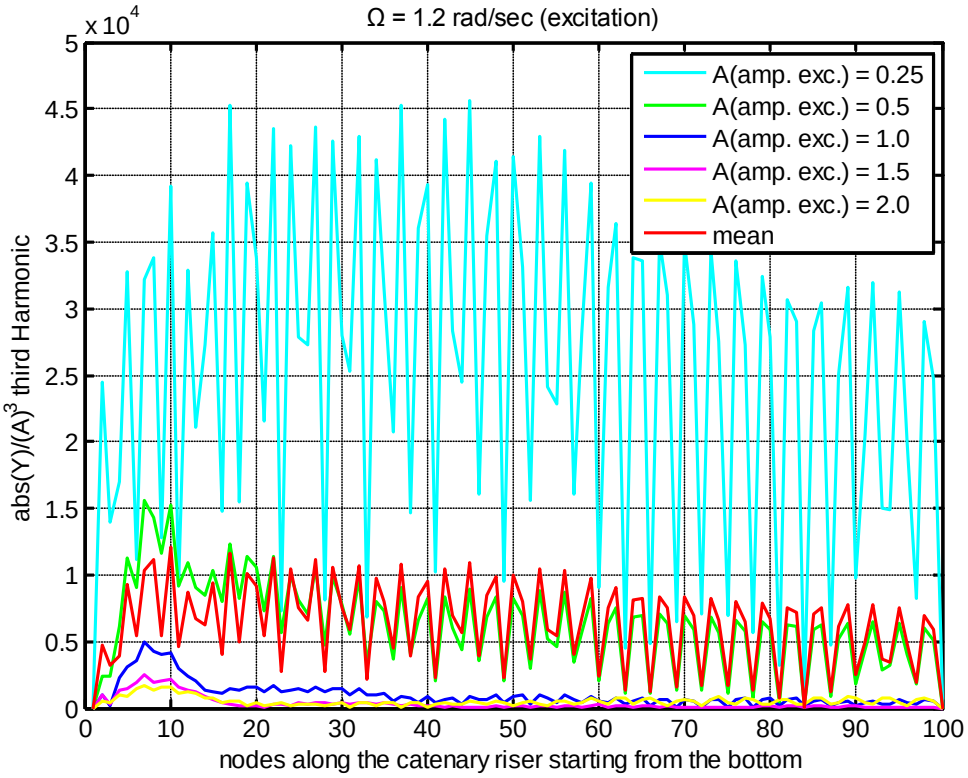
Παρακάτω παρατίθενται αντιπροσωπευτικά διαγράμματα για ορισμένες συχνότητες διέγερσης του μέτρου των πέντε πινάκων που αφορούν το μέγεθος της ροπής στα αντίστοιχα πλάτη διέγερσης και των μέτρων του πίνακα της μέσης τιμής για κάθε αρμονική αλλά και για τον στατικό όρο.



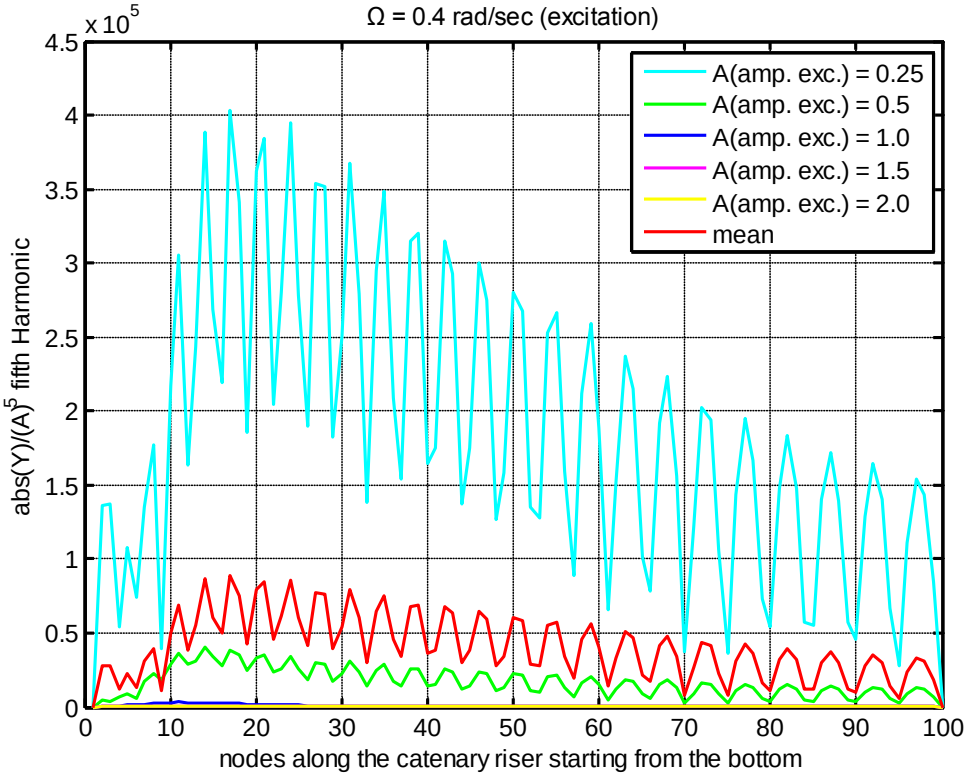
Διάγραμμα 4.2.1: Κανονικοποιημένη απόκριση του στατικού όρου για συχνότητα διέγερσης Ω = 0.6 rad/sec.



Διάγραμμα 4.2.2: Κανονικοποιημένη απόκριση της πρώτης αρμονικής για συχνότητα διέγερσης Ω = 0.8 rad/sec.



Διάγραμμα 4.2.3: Κανονικοποιημένη απόκριση της τρίτης αρμονικής για συχνότητα διέγερσης Ω = 1.2 rad/sec.



Διάγραμμα 4.2.4: Κανονικοποιημένη απόκριση της πέμπτης αρμονικής για συχνότητα διέγερσης Ω = 0.4 rad/sec.

Κατ' αρχάς από το Διάγραμμα 4.2.1 για τον στατικό όρο οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η μορφή της καμπύλης του τελεστή της μέσης τιμής είναι ίδια με αυτή των επιμέρους αποκρίσεων. Το γεγονός αυτό, όπως θα δούμε στο υποκεφάλαιο 4.4, απλουστεύει τη διαδικασία παραμετροποίησης των ιδιόμορφων τιμών του συστήματος αφού η εξάρτηση των επιμέρους αποκρίσεων από τον τελεστή της μέσης τιμής μπορεί να αποτυπωθεί ως μια απλή συνάρτηση του πλάτους διέγερσης.

Στη συνέχεια, για την πρώτη αρμονική, στο Διάγραμμα 4.2.2 βλέπουμε ότι η μορφή του τελεστή της μέσης τιμής μοιάζει αλλά δεν είναι ίδια με αυτή των υπόλοιπων αποκρίσεων του μοντέλου, πράγμα που περιπλέκει αρκετά τη διαδικασία της παραμετροποίησης όπως αυτή εξηγείται αναλυτικά στο υποκεφάλαιο 4.4.

Για τα Διαγράμματα 4.2.3 και 4.2.4 που αφορούν την τρίτη και την πέμπτη αρμονική η μορφή του τελεστή της μέσης τιμής μοιάζει με τις αποκρίσεις στα μικρά πλάτη διέγερσης A_1, A_2. Η μορφή των καμπυλών για τα μεγαλύτερα πλάτη διέγερσης είναι αρκετά διαφορετική, κάτι που θα γίνει φανερό στα τελικά αποτελέσματα του μοντέλου όπως αυτά παρουσιάζονται στο Παράρτημα Δ. Για την παραμετροποίηση της τρίτης και πέμπτης αρμονικής ακολουθείται η ίδια μέθοδος με της πρώτης αρμονικής, όπως περιγράφεται στο υποκεφάλαιο 4.4.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι ο τελεστής μέσης τιμής είναι μια σωστή επιλογή για τον στατικό όρο και όχι τόσο καλή επιλογή για την πρώτη, την τρίτη και την πέμπτη αρμονική.

4.3 Αποσύνθεση ιδιόμορφων τιμών (SVD)

4.3.1 Μαθηματική προσέγγιση της SVD

Από θεώρημα της ανάλυσης πινάκων [15] ισχύει ότι ένας πίνακας $\mathbf{A} \in \mathbf{M}_{m,n}$ με βαθμό k μπορεί να γραφτεί στην παρακάτω μορφή:

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\,\mathbf{\Sigma}\,\mathbf{W}^{\mathbf{T}} \tag{4.5}$$

όπου $\mathbf{V} \in \mathbf{M}_{m}$ και $\mathbf{W} \in \mathbf{M}_{n}$. Αυτοί οι πίνακες είναι ορθογώνιοι, δηλαδή

$$\mathbf{V}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{V} = \mathbf{I} \tag{4.6}$$

$$\mathbf{W}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{W} = \mathbf{I}$$

Ο πίνακας $\mathbf{\Sigma} = [\sigma_{ij}] \in \mathbf{M_{m,n}}$ έχει $\sigma_{ij} = 0$ για όλα τα $i \neq j$ και $\sigma_{11} \geq \sigma_{22} \geq \sigma_{kk} > \sigma_{k+1,k+1} = ... = \sigma_{qq} = 0$,όπου q = min [m,n]. Οι αριθμοί, που ονομάζονται και ιδιόμορφες τιμές, $\{\sigma_{ij}\}=\{\sigma_i\}$ ανήκουν στο σύνολο των θετικών πραγματικών αριθμών και είναι οι τετραγωνικές ρίζες των ιδιοτιμών του $\mathbf{AA^T}$ και έτσι είναι μοναδικά ορισμένοι. Οι στήλες του πίνακα **V** είναι τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{AA^T}$ και οι στήλες του **W** είναι τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{A^TA}$.

Στη γραμμική άλγεβρα η SVD βρίσκει εφαρμογή στη λύση συστημάτων τα οποία είναι υπερορισμένα, δηλαδή έχουν περισσότερες εξισώσεις από αγνώστους. Αν, για παράδειγμα, έχουμε ένα σύστημα της μορφής $\mathbf{A}x = b$ με τον πίνακα $\mathbf{A} \in \mathbf{M_{m,n}}$ με m > n τότε η βέλτιστη λύση του συστήματος δίνεται από την ελαχιστοποίηση της ευκλείδειας νόρμας $\|\mathbf{A}x - b\|_2$. Το διάνυσμα x που ελαχιστοποιεί αυτή τη νόρμα είναι $x = \mathbf{A}^{\dagger} b$, όπου $\mathbf{A}^{\dagger}$ ο ψευδοαντίστροφος του συστήματος. Αυτό αποδεικνύεται ως εξής:

$$\mathbf{A}x = b \Rightarrow \mathbf{A^T A}\ x = \mathbf{A^T} b \Rightarrow$$

$$x = (\mathbf{A^T}\ \mathbf{A})^{-1}\ \mathbf{A^T}\ b \tag{4.7}$$

Όμως

$$\mathbf{A}^{\dagger} = \lim_{\delta \to 0} (\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{A} + \delta^2 \mathbf{I})^{-1}\ \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \tag{4.8}$$

$$x = \mathbf{A}^{\dagger} b \tag{4.9}$$

Από την άλλη πλευρά ο $A^{\dagger}$ δίνεται από τη σχέση [15]:

$$\mathbf{A}^{\dagger} = \mathbf{V}\ \mathbf{\Sigma}^{\dagger}\ \mathbf{W^T} \tag{4.10}$$

όπου ο $\mathbf{\Sigma}^{\dagger}$ είναι ο ανάστροφος του $\mathbf{\Sigma}$ και τα στοιχεία της διαγωνίου του $\mathbf{\Sigma}^{\dagger}$ είναι τα αντίστροφα στοιχεία του $\mathbf{\Sigma}$. Γνωρίζοντας την SVD του **A** μπορούμε να βρούμε τη βέλτιστη λύση του υπερορισμένου συστήματος.

Στην παρούσα εργασία η SVD θα χρησιμοποιηθεί για το χωρισμό των μεταβλητών όπως συμβαίνει σε πολλά πρακτικά προβλήματα [16].

4.3.2 Εφαρμογή της SVD για το χωρισμό των μεταβλητών του συστήματος

Οι τρεις σταθμισμένοι πίνακες που αφορούν την πρώτη, την τρίτη και την πέμπτη αρμονική περιέχουν μιγαδικούς αριθμούς όπως έχουν προκύψει από το μετασχηματισμό Fourier. Ο πίνακας που αφορά τον στατικό όρο περιέχει πραγματικούς αριθμούς. Στους πίνακες που αφορούν τις αρμονικές εφαρμόζουμε στο υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab μιγαδική αποσύνθεση ιδιόμορφων τιμών, ενώ για τον πίνακα που αφορά τον στατικό όρο χρησιμοποιούμε πραγματική αποσύνθεση ιδιόμορφων τιμών, κι αυτό για να κάνουμε χωρισμό των μεταβλητών. Για παράδειγμα, για τον στατικό όρο έχουμε:

$$\overline{\mathbf{Q_0}}(\Omega, s) = \mathbf{G_0}(\Omega)\ \mathbf{S_0}\ \mathbf{U_0}^H(s) \tag{4.11}$$

Ο πίνακας $\mathbf{G_0}$, που έχει έξι γραμμές και έξι στήλες, έχει ως μεταβλητή τη συχνότητα, και ο πίνακας $\mathbf{U_0}$, που έχει εκατό γραμμές και εκατό στήλες, έχει ως μεταβλητή το χώρο, δηλαδή τα σημεία κατά μήκος της λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής. Το Η είναι το σύμβολο του αναστροφοσυζυγούς του πίνακα $\mathbf{U_0}$. Ο πίνακας $\mathbf{S_0}$ είναι ένας block διαγώνιος πίνακας με έξι γραμμές και εκατό στήλες, όπου τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου είναι μη μηδενικά και αποτελούν τις ιδιόμορφες τιμές του τελεστή μέσης τιμής για τον στατικό όρο.

Αυτή η αποσύνθεση έγινε για δύο βασικούς λόγους. Κατ' αρχάς για να διαχωρίσουμε τις μεταβλητές, κατά δεύτερον η παραμετροποίηση που θα ακολουθήσει θα αφορά τον πίνακα $\mathbf{S_0}$, ο οποίος έχει λιγότερα μη μηδενικά στοιχεία από τον πίνακα $\overline{\mathbf{Q_0}}(\Omega, s)$. Η ίδια ανάλυση γίνεται και για τους πίνακες των τριών αρμονικών, δηλαδή:

$$\overline{\mathbf{Q_1}}(\Omega, s) = \mathbf{G_1}(\Omega)\ \mathbf{S_1}\ \mathbf{U_1}^H(s) \tag{4.12}$$

$$\overline{\mathbf{Q_3}}(\Omega, s) = \mathbf{G_3}(\Omega)\ \mathbf{S_3}\ \mathbf{U_3}^H(s) \tag{4.13}$$

$$\overline{\mathbf{Q_5}}(\Omega, s) = \mathbf{G_5}(\Omega)\ \mathbf{S_5}\ \mathbf{U_5}^H(s) \tag{4.14}$$

Παρακάτω παρουσιάζονται οι ιδιόμορφες τιμές της μέσης τιμής του στατικού όρου της πρώτης, της τρίτης και της πέμπτης αρμονικής.

	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6
$\mathbf{S_0}$	15331529.10	38276.93	16142.39	10242.83	5689.96	2794.76
$\mathbf{S_1}$	473929.66	194213.52	99879.01	59079.32	43394.55	25044.23
$\mathbf{S_3}$	150187.27	126390.41	112182.93	105867.49	86966.80	70238.04
$\mathbf{S_5}$	460891.32	416456.58	351093.89	320334.47	193266.21	174365.24

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3.2.1

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι οι ιδιόμορφες τιμές που προέκυψαν επαληθεύουν τη θεωρία όπως παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 4.3.1, δηλαδή ότι ανήκουν στο σύνολο των θετικών πραγματικών αριθμών και έχουν διαρκώς μειούμενο μέτρο.

4.4 Παραμετροποίηση ως προς το πλάτος διέγερσης

Για την παραμετροποίηση του στατικού όρου, θα χρησιμοποιηθεί διαφορετική μέθοδος απ' αυτή των άλλων αρμονικών, επειδή από τη μορφή του τελεστή της μέσης τιμής μπορεί, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, να βρεθεί μια απλή συνάρτηση αυτού με μεταβλητή το πλάτος διέγερσης A, η οποία μπορεί να υπολογίσει την απόκριση της ροπής με αρκετά καλή ακρίβεια για τον στατικό όρο. Η παραμετροποίηση επομένως γίνεται ως εξής. Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα βρίσκουμε ότι η παραμετροποιημένη συνάρτηση θα είναι της μορφής:

$$\mathbf{Q_0}(\Omega, A, s) = \mathbf{G_0}(\Omega)\ c\ (\frac{A_{ref}}{A})^2\ \mathbf{S_0}\ \mathbf{U_0}^H(s) \tag{4.15}$$

Ο πίνακας αυτός αποτελεί τις παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος διέγερσης συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε ιδιόμορφη τιμή του μαθηματικού μοντέλου για τον στατικό όρο, όπου $A_{ref} = A_2$, του οποίου πλάτους διέγερσης η απόκριση είναι πολύ κοντά στη μέση τιμή και το θεωρούμε ως πλάτος διέγερσης αναφοράς. Η παραμετροποίηση ως προς τον πίνακα $\mathbf{S_0}$ είναι της μορφής

$$\mathbf{S_0}(A) = c\ (\frac{A_{ref}}{A})^2\ \mathbf{S_0} \tag{4.16}$$

Για να βρούμε τον άγνωστο συντελεστή c χρησιμοποιούμε το υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab και λύνουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης παίρνοντας την άπειρη νόρμα των πινάκων του σφάλματος για κάθε πλάτος διέγερσης:

$$\mathbf{E}_{k=1:5} = \mathbf{Q_0}(\Omega, A_{k=1:5}, s) - \mathbf{G_0}(\Omega)\ c\ (\frac{A_{ref}}{A_{k=1:5}})^2 \mathbf{S_0}\ \mathbf{U_0}^H(s) \qquad (4.17)$$

και ελαχιστοποιώντας την ευκλείδεια νόρμα των προηγούμενων πέντε άπειρων νορμών. Έτσι προκύπτει c = 0.923. Να τονίσουμε εδώ ότι επειδή το σύστημα είναι μη γραμμικό τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα $\mathbf{S_0}(A)$ αφορούν τις παραμετροποιημένες συναρτήσει του πλάτους διέγερσης ιδιόμορφες τιμές του συστήματος που αφορούν τον στατικό όρο. Η παραμετροποίηση συναρτήσει του πλάτους διέγερσης οφείλεται στη μη γραμμικότητα του συστήματος του οποίου η ενέργεια της απόκρισης δεν είναι ανάλογη του πλάτους διέγερσης όπως θα συνέβαινε αν το σύστημα ήταν γραμμικό. Για αυτόν το λόγο κρίνεται αναγκαία η παραμετροποίηση των ιδιόμορφων τιμών συναρτήσει του πλάτους διέγερσης, για να μπορεί το μοντέλο να προβλέπει την πρόσθετη ενέργεια που εμπεριέχεται στην απόκριση και οφείλεται στη μη γραμμικότητα του συστήματος. Τα αποτελέσματα που φαίνονται στα Διαγράμματα 4.5.1 και 4.5.2 δείχνουν ότι το μαθηματικό μοντέλο προσεγγίζει αρκετά καλά το φυσικό μοντέλο.

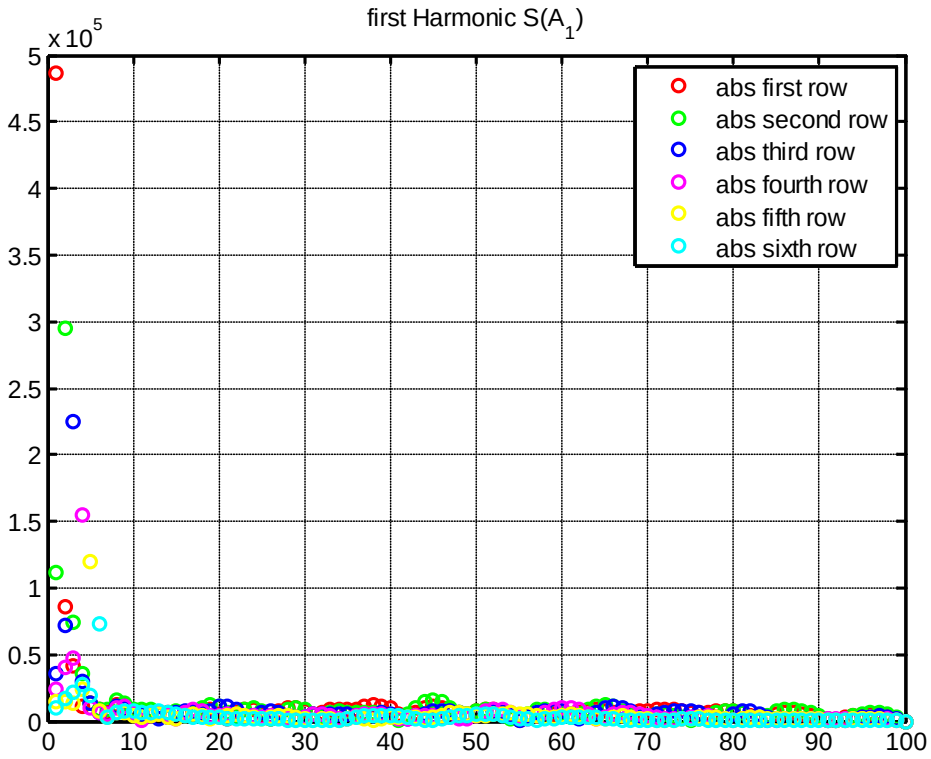
Για τις υπόλοιπες τρεις αρμονικές δοκιμάσαμε την ίδια μέθοδο αλλά η εξάρτηση των πέντε πινάκων από τον τελεστή του πίνακα της μέσης τιμής δεν είναι τόσο προφανής όσο ήταν για τον στατικό όρο. Καταλήξαμε έτσι στην ακόλουθη μέθοδο.

Για την πρώτη αρμονική, για κάθε πλάτος διέγερσης βρίσκουμε πέντε καινούργιους πίνακες $\mathbf{S_1}(A_{k=1:5})$ ως εξής:

$$\mathbf{S_1}(A_{k=1:5}) = \mathbf{G_1}^{-1}(\Omega)\ \mathbf{Q_1}(\Omega, A_{k=1:5}, s)\ (\mathbf{U_1}^H)^{-1}(s) \qquad (4.18)$$

Αυτοί οι πέντε πίνακες $\mathbf{S_1}(A_{k=1:5})$ έχουν έξι γραμμές και εκατό στήλες με μιγαδικούς αριθμούς χωρίς μηδενικά στοιχεία.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα αντιπροσωπευτικό διάγραμμα του μέτρου των γραμμών του $\mathbf{S_1}(A_1)$ καθώς η ίδια συμπεριφορά εμφανίζεται και στα μέτρα των γραμμών των υπόλοιπων πινάκων.



Διάγραμμα 4.4.1: Τα μέτρα των γραμμών του πίνακα $S_1(A_1)$ για την πρώτη αρμονική.

Στην παραπάνω γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι τα στοιχεία των τριών διαγωνίων είναι τα κυρίαρχα και πολύ μεγαλύτερα από τα υπόλοιπα. Αυτό οφείλεται στο ότι η μορφή της καμπύλης της μέσης τιμής είναι όμοια με τη μορφή των καμπυλών των επιμέρους αποκρίσεων. Χρησιμοποιώντας όμως και τα στοιχεία των άλλων δύο διαγωνίων για να επιτύχουμε καλή σύγκλιση του μαθηματικού και του φυσικού μοντέλου, όπως παρουσιάζονται στα Διαγράμματα 4.5.3 και 4.5.4, γίνεται φανερό ότι οι παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε μορφή ταλάντωσης που αφορούν την πρώτη αρμονική είναι σχεδόν ορθογώνιες μεταξύ τους, επειδή ο τελεστής της μέσης τιμής δεν είναι η ιδανική επιλογή.

Η κύρια διαγώνιος, όπως και η διαγώνιος πάνω από την κύρια διαγώνιο, έχει έξι στοιχεία., ενώ η διαγώνιος κάτω από την κύρια διαγώνιο πέντε. Επομένως σε κάθε έναν από τους πέντε παραπάνω πίνακες έχουμε δεκαεφτά στοιχεία, που στην ουσία είναι τριάντα τέσσερα, γιατί αυτά τα στοιχεία είναι μιγαδικοί αριθμοί.

Από κάθε έναν από τους πέντε αυτούς πίνακες διαλέγουμε ανά πεντάδες τα στοιχεία των διαγωνίων. Για παράδειγμα, διαλέγουμε το πρώτο στοιχείο της κύριας διαγωνίου για κάθε έναν από τους πέντε πίνακες ως εξής:

$$\sigma_{11}(A_1), \sigma_{11}(A_2), \sigma_{11}(A_3), \sigma_{11}(A_4), \sigma_{11}(A_5) .$$

Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία και για τα υπόλοιπα στοιχεία των διαγωνίων των πινάκων $\mathbf{S_1}(A_{k=1:5})$. Με το υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab παρεμβάλλουμε ένα πολυώνυμο τετάρτου βαθμού για το πραγματικό μέρος των πέντε παραπάνω στοιχείων και ένα πολυώνυμο τετάρτου βαθμού για το φανταστικό μερος των πέντε παραπάνω στοιχείων, και ούτω καθεξής για τα υπόλοιπα στοιχεία των διαγωνίων. Έχουμε επομένως παρεμβάλει τριάντα τέσσερα πολυώνυμα για τις τριάντα τέσσερις πεντάδες των μιγαδικών στοιχείων των διαγωνίων. Τελικά σχηματίζουμε τον ακόλουθο πίνακα για την πρώτη αρμονική

$$\mathbf{Q_1}(\Omega, A, s) = \mathbf{G_1}(\Omega)\ \mathbf{S_1}(A)\ \mathbf{U_1}^H(s) \tag{4.19}$$

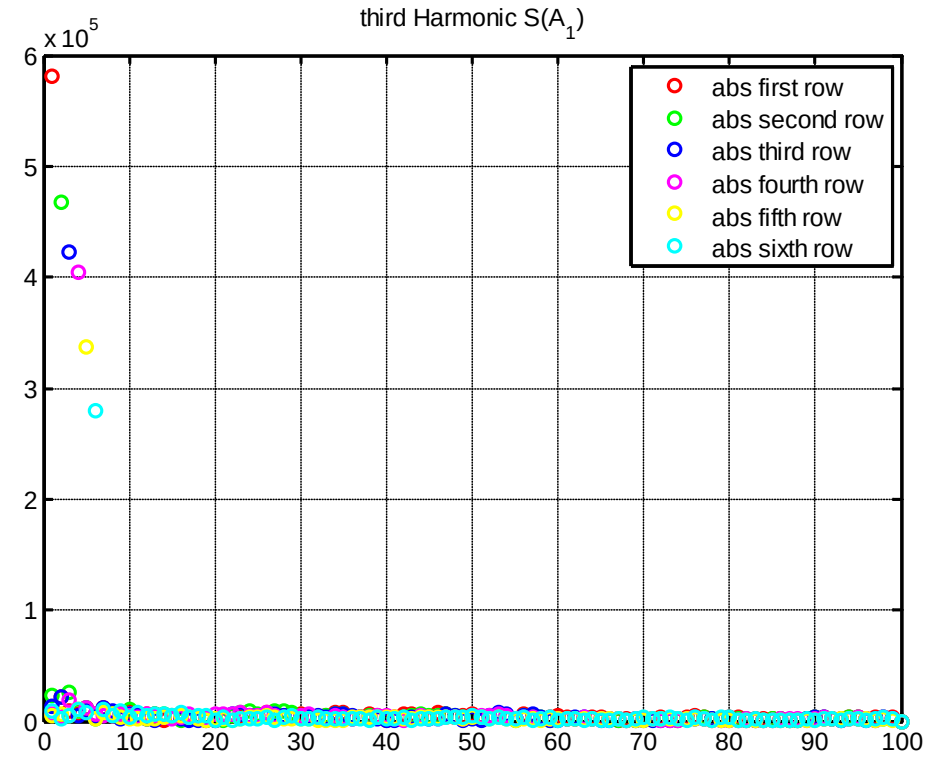
ο οποίος αποτελεί τις παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος διέγερσης συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε μορφή ταλάντωσης του μαθηματικού μοντέλου για την πρώτη αρμονική.

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται για την τρίτη και την πέμπτη αρμονική, δηλαδή:

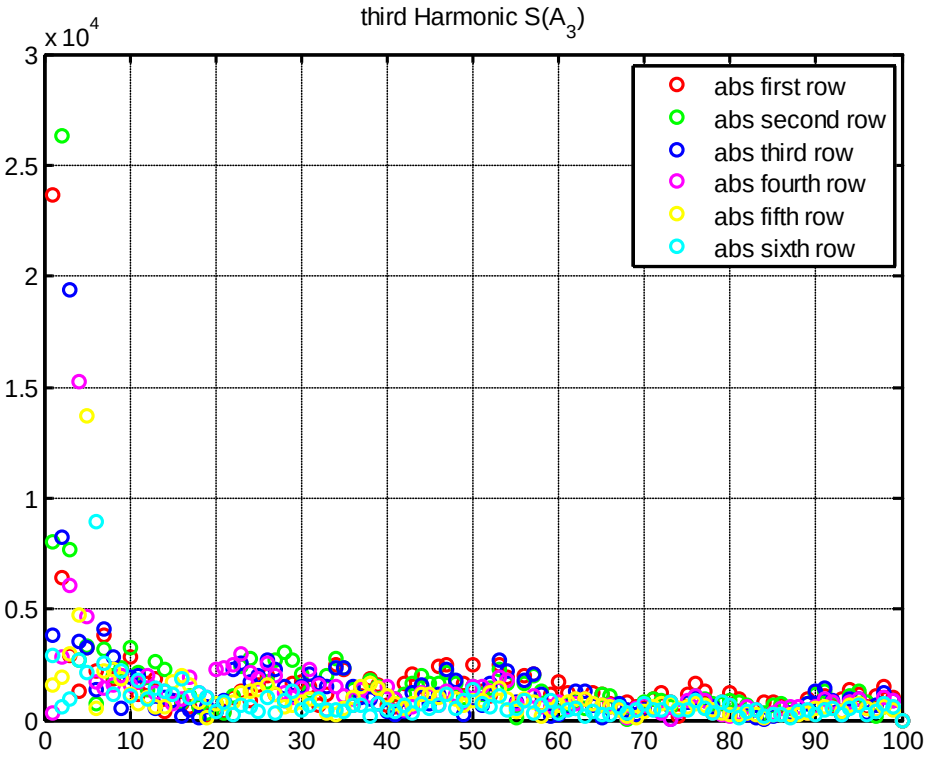
$$\mathbf{S_3}(A_{k=1:5}) = \mathbf{G_3}^{-1}(\Omega)\ \mathbf{Q_3}(\Omega, A_{k=1:5}, s)\ (\mathbf{U_3}^H)^{-1}(s) \tag{4.20}$$

$$\mathbf{S_5}(A_{k=1:5}) = \mathbf{G_5}^{-1}(\Omega)\ \mathbf{Q_5}(\Omega, A_{k=1:5}, s)\ (\mathbf{U_5}^H)^{-1}(s) \tag{4.21}$$

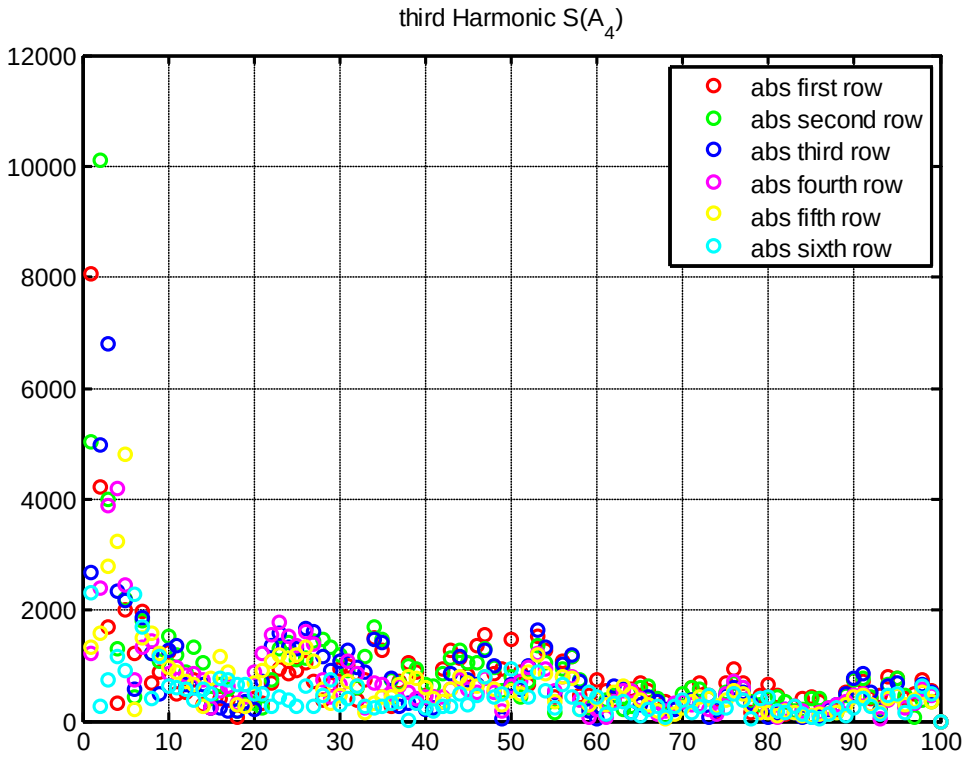
Ακολουθούν οι αντιπροσωπευτικές γραφικές παραστάσεις των μέτρων των γραμμών των πινάκων $\mathbf{S_3}(A_1)$, $\mathbf{S_3}(A_3)$, $\mathbf{S_3}(A_4)$, $\mathbf{S_5}(A_1)$, $\mathbf{S_5}(A_3)$, $\mathbf{S_5}(A_4)$.



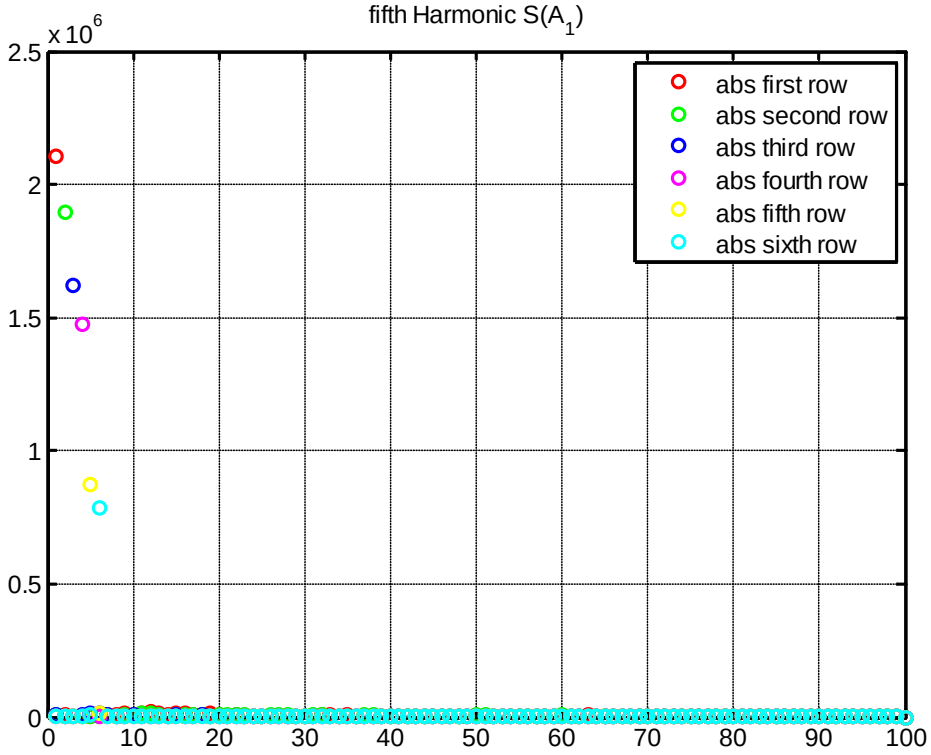
Διάγραμμα 4.4.2: Τα μέτρα των γραμμών του πίνακα $S_3(A_1)$ για την τρίτη αρμονική.



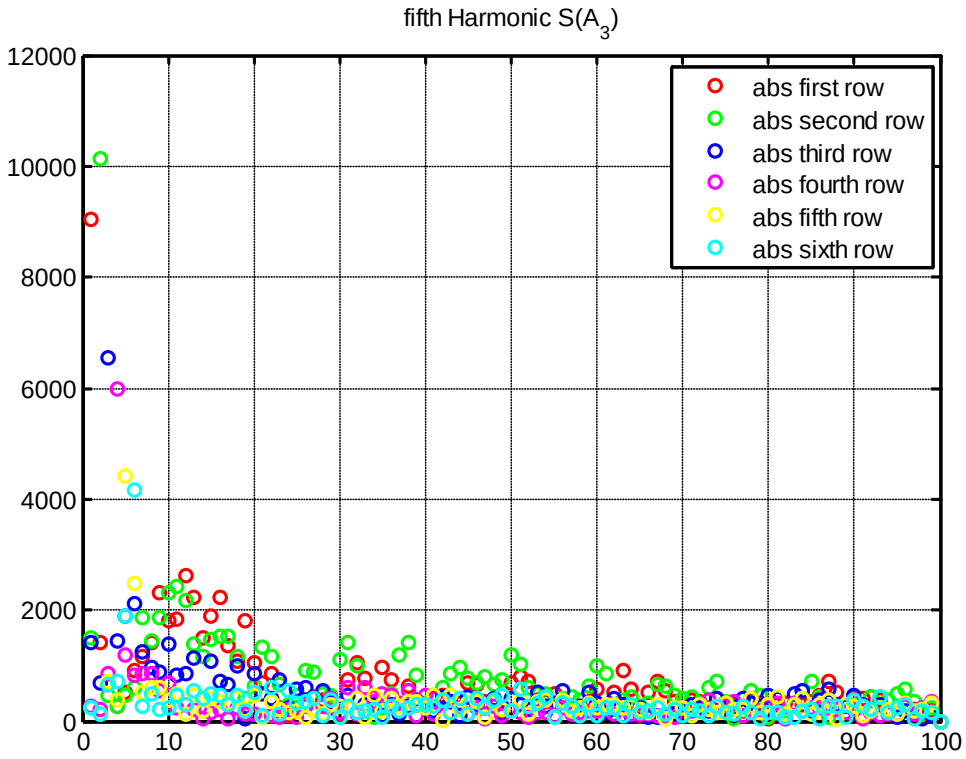
Διάγραμμα 4.4.3: Τα μέτρα των γραμμών του πίνακα $S_3(A_3)$ για την τρίτη αρμονική.



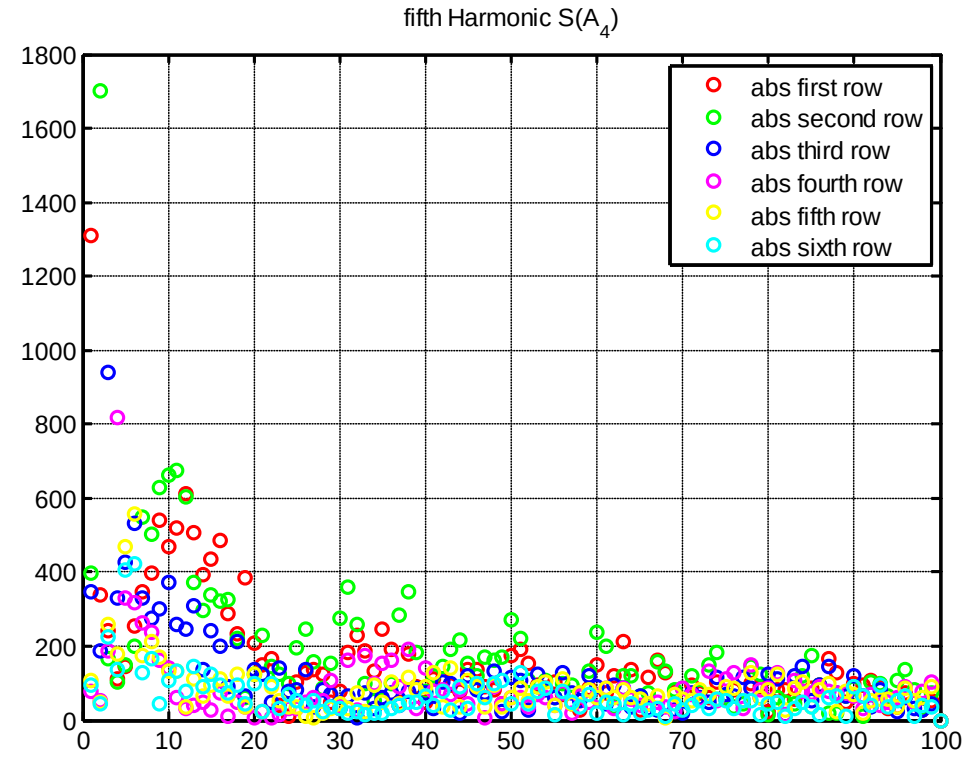
Διάγραμμα 4.4.4: Τα μέτρα των γραμμών του πίνακα $S_3(A_4)$ για την τρίτη αρμονική.



Διάγραμμα 4.4.5: Τα μέτρα των γραμμών του πίνακα $S_5(A_1)$ για την πέμπτη αρμονική.



Διάγραμμα 4.4.6: Τα μέτρα των γραμμών του πίνακα $S_5(A_3)$ για την πέμπτη αρμονική.



Διάγραμμα 4.4.7: Τα μέτρα των γραμμών του πίνακα $S_5(A_4)$ για την πέμπτη αρμονική.

Τα Διαγράμματα 4.4.2 και 4.4.5 δείχνουν ότι τα μέτρα των στοιχείων των κύριων διαγωνίων είναι πολύ μεγαλύτερα από τα υπόλοιπα στοιχεία και με την παραμετροποίησή τους οδηγούμαστε σε πολύ καλά αποτελέσματα για την τρίτη και πέμπτη αρμονική, όπως φαίνεται και στα Διαγράμματα 4.5.5 και 4.5.7. Κι αυτό επειδή η μορφή της καμπύλης του τελεστή της μέσης τιμής είναι όμοια με αυτή των αποκρίσεων στα μικρά πλάτη διέγερσης.

Στα Διαγράμματα 4.4.6 και 4.4.7 παρουσιάζεται η διαμόρφωση της αλλαγής αυτής της συμπεριφοράς, όπου βλέπουμε ότι από το πλάτος διέγερσης A_3 και άλλα στοιχεία εκτός αυτών της κύριας διαγωνίου έχουν σημαντική συνεισφορά στην τελική απόκριση του συστήματος, κάτι που φαίνεται πολύ πιο καθαρά στο Διάγραμμα 4.4.7, όπου ακόμα περισσότερα στοιχεία έχουν ακόμα μεγαλύτερες συνεισφορές. Η συγκεγκριμένη συμπεριφορά οφείλεται στο γεγονός της αλλαγής των καμπυλών των αποκρίσεων της τρίτης και πέμπτης αρμονικής για πλάτη διέγερσης μεγαλύτερα ή ίσα του A_3. Η μορφή αυτών των καμπυλών διαφέρει αισθητά από τη μορφή της καμπύλης του τελεστή της μέσης τιμής, όπως φαίνεται και στα Διαγράμματα 4.2.3 και 4.2.4 και αποτυπώνεται πλήρως στα Διαγράμματα 4.5.6 και 4.5.8 που αφορούν τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του φυσικού με το μαθηματικό μοντέλο σε αυτά τα πλάτη διέγερσης για την τρίτη και πέμπτη αρμονική.

Έτσι λοιπόν η παραμετροποίηση θα αφορά μόνο τα στοιχεία των κύριων διαγωνίων των πινάκων $\mathbf{S_3}(A_1)$, $\mathbf{S_3}(A_2)$, $\mathbf{S_3}(A_3)$, $\mathbf{S_3}(A_4)$, $\mathbf{S_3}(A_5)$, $\mathbf{S_5}(A_1)$, $\mathbf{S_5}(A_2)$, $\mathbf{S_5}(A_3)$, $\mathbf{S_5}(A_4)$, $\mathbf{S_5}(A_5)$ καθώς για να πετύχουμε καλύτερη σύγκλιση θα πρέπει να συμπεριλάβουμε πολύ περισσότερα στοιχεία. Ο σκοπός μας όμως είναι να μειώσουμε όσο το δυνατόν τις παραμέτρους του συστήματος, και οι παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος διέγερσης συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε μορφή ταλάντωσης να είναι ορθογώνιες ή σχεδόν ορθογώνιες μεταξύ τους. Για την παραμετροποίηση των στοιχείων της κύριας διαγωνίου των πινάκων που είναι μιγαδικοί αριθμοί θα παρεμβληθούν δώδεκα πολυώνυμα τετάρτου βαθμού, έξι για το πραγματικό τους μέρος και έξι για το φανταστικό.

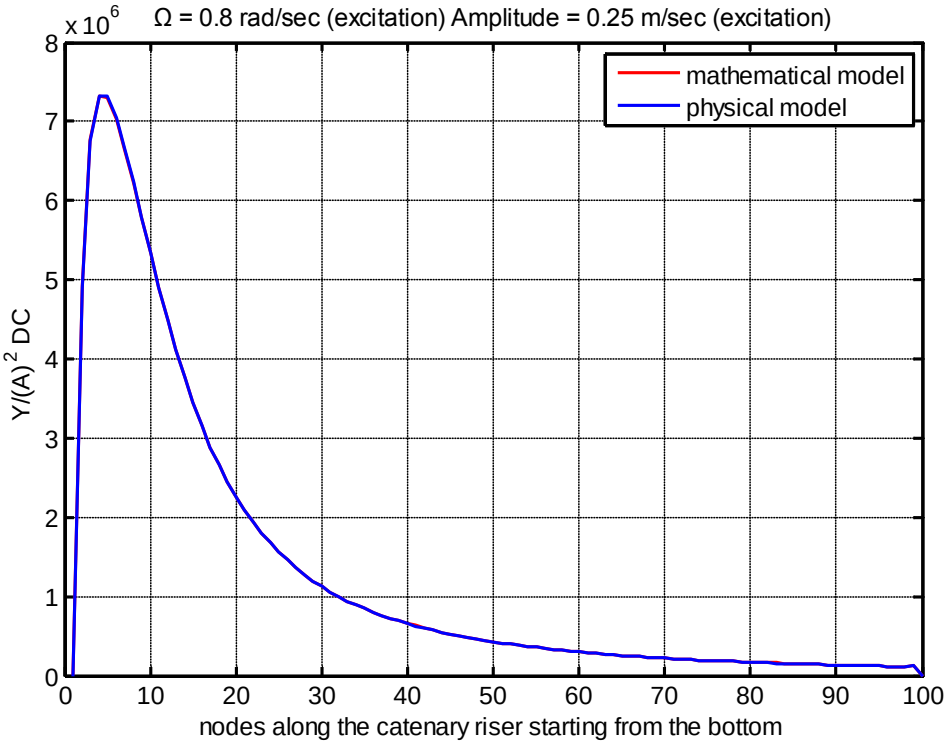
Οι παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος διέγερσης συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε μορφή ταλάντωσης της τρίτης και πέμπτης αρμονικής έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\mathbf{Q_3}(\Omega, A, s) = \mathbf{G_3}(\Omega)\ \mathbf{S_3}(A)\ \mathbf{U_3}^H(s) \tag{4.22}$$

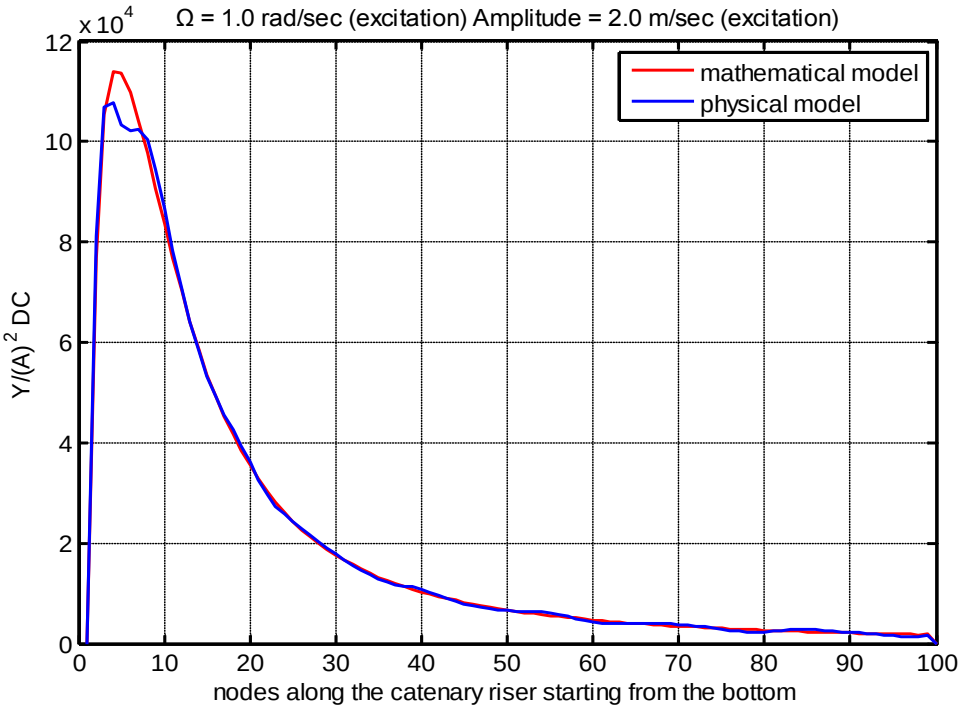
$$\mathbf{Q_5}(\Omega, A, s) = \mathbf{G_5}(\Omega)\ \mathbf{S_5}(A)\ \mathbf{U_5}^H(s) \tag{4.23}$$

4.5 Παρουσίαση και σχολιασμός αποτελεσμάτων

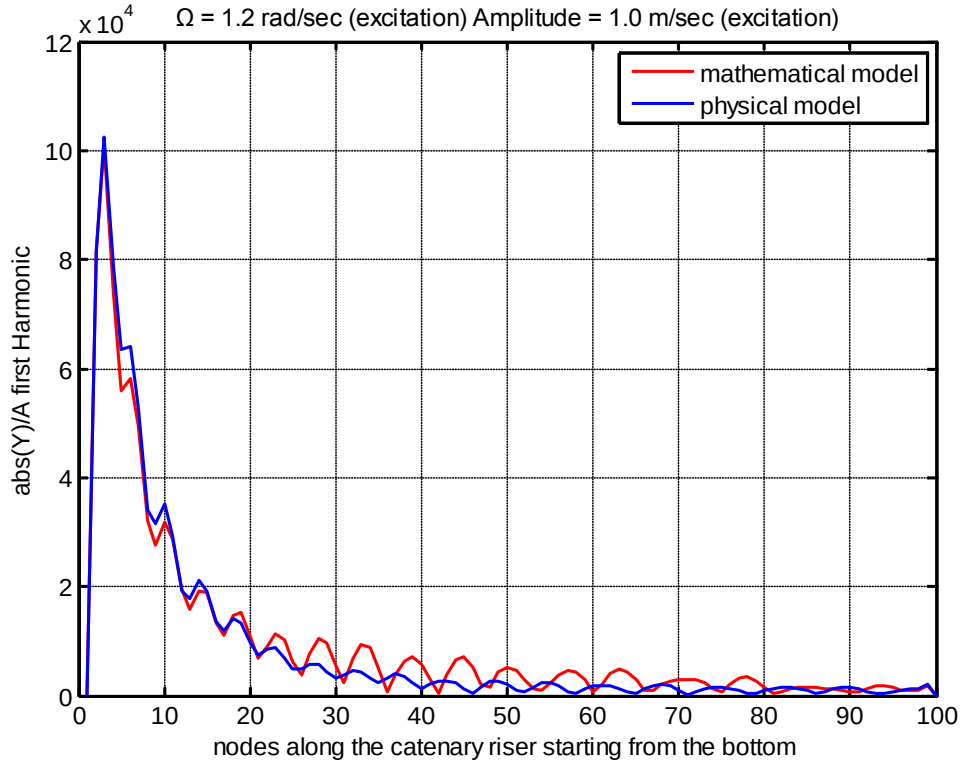
Παρακάτω παρουσιάζονται αντιπροσωπευτικά διαγράμματα των αποτελεσμάτων της σύγκρισης του φυσικού με το μαθηματικό μοντέλο στο πεδίο της συχνότητας σε ορισμένα πλάτη και συχνότητες διέγερσης για τον στατικό όρο, την πρώτη την τρίτη και την πέμπτη αρμονική.



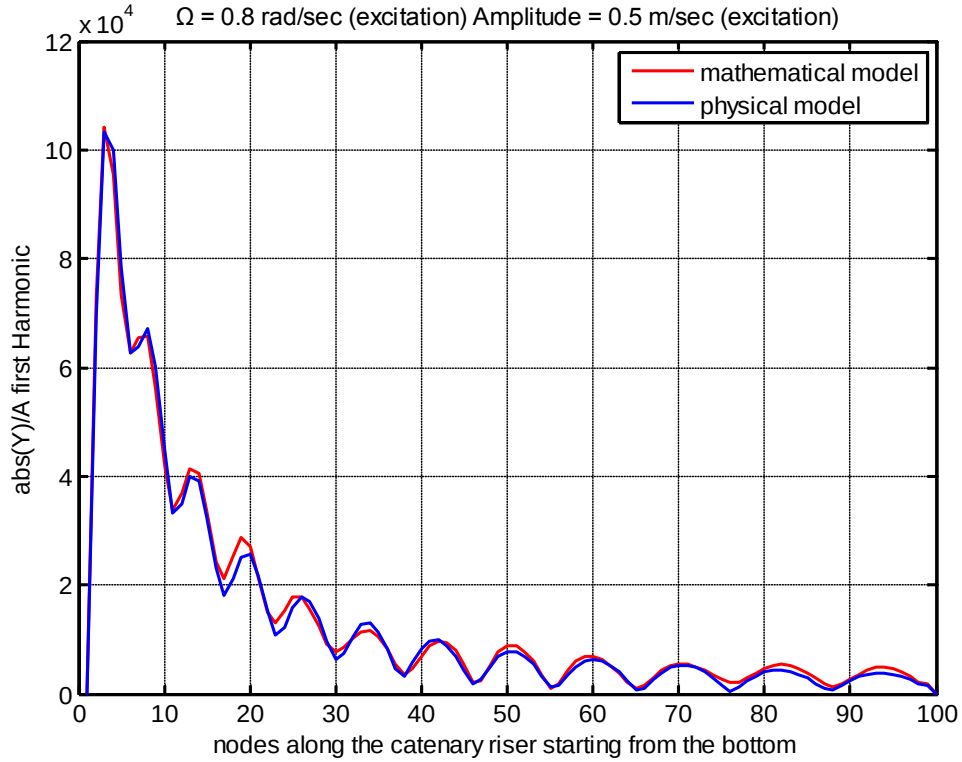
Διάγραμμα 4.5.1: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για τον στατικό όρο για πλάτος διέγερσης 0.25 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.8 rad/sec.



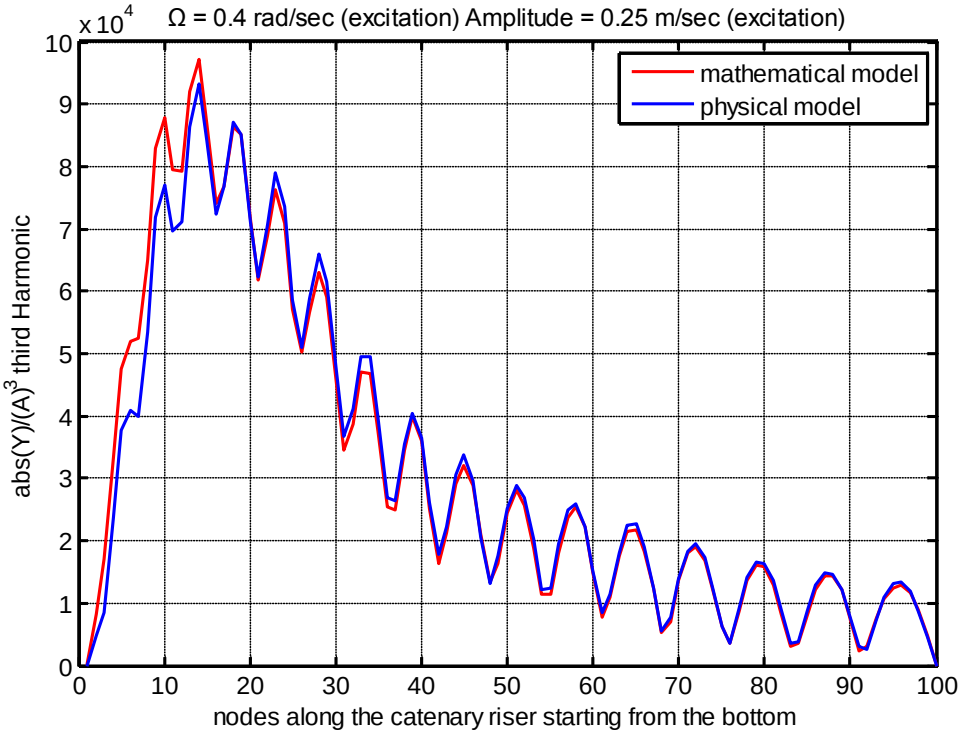
Διάγραμμα 4.5.2: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για τον στατικό όρο για πλάτος διέγερσης 2.0 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 1.0 rad/sec.



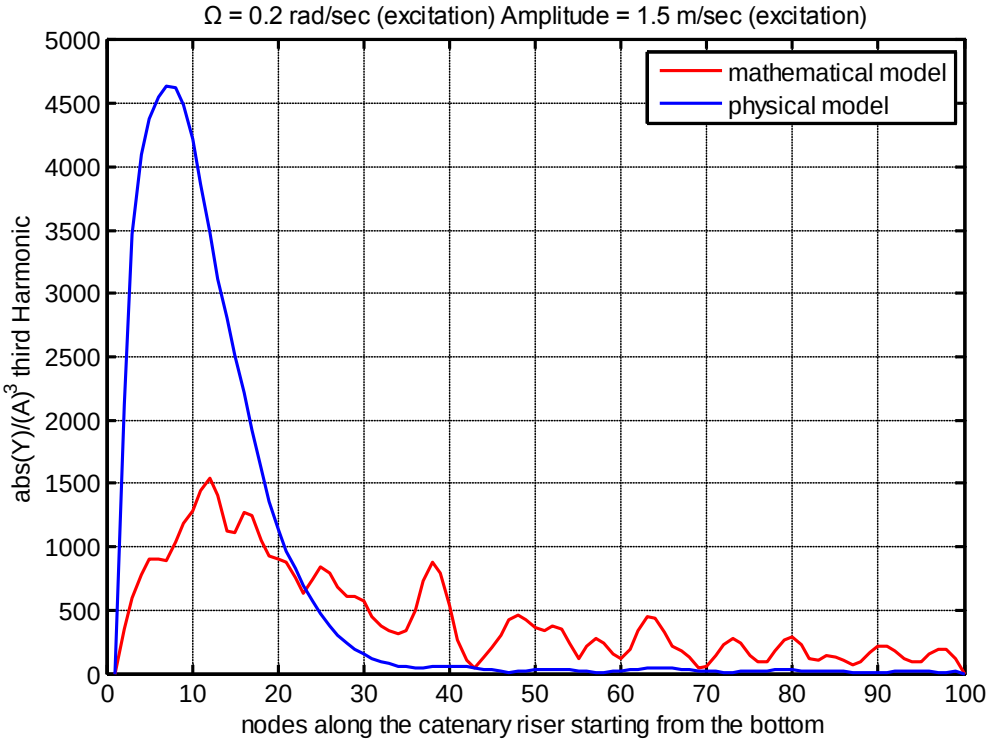
Διάγραμμα 4.5.3: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.0 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 1.0 rad/sec.



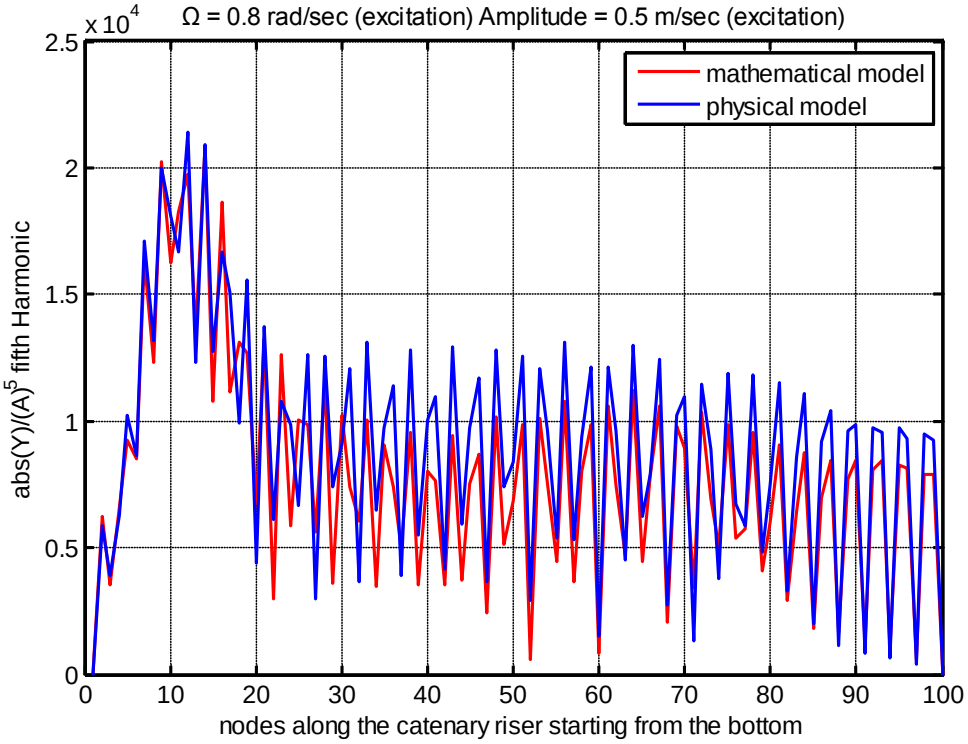
Διάγραμμα 4.5.4: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.5 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.8 rad/sec.



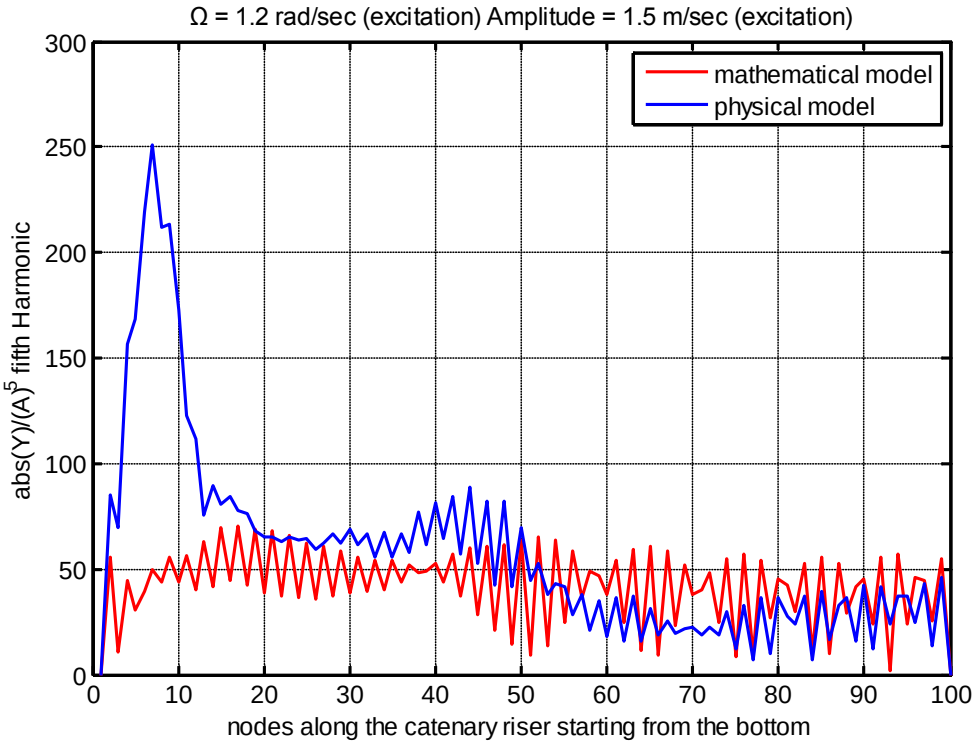
Διάγραμμα 4.5.5: Σύγκριση το υ μαθηματικού με το φυσικό μο ντέλο για την τρίτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.25 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.4 rad/sec.



Διάγραμμα 4.5.6: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την τρίτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.5 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.2 rad/sec.



Διάγραμμα 4.5.7: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πέμπτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.5 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.8 rad/sec.



Διάγραμμα 4.5.8: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πέμπτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.5 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 1.2 rad/sec.

Όπως προκύπτει από τα Διαγράμματα 4.5.1 και 4.5.2 η απόκριση που παράγει το μαθηματικό μοντέλο σχεδόν ταυτίζεται με αυτή του φυσικού. Κι αυτό διότι όπως ειπώθηκε στο υποκεφάλαιο 4.2 η μορφή της καμπύλης της κατασκευής για τη ροπή του τελεστή της μέσης τιμής είναι ίδια με αυτή των υπόλοιπων αποκρίσεων για όλα τα πλάτη και συχνότητες διέγερσης, κάτι που απλοποίησε και τη μέθοδο της παραμετροποίησης όπως αυτή επεξηγείται στο υποκεφάλαιο 4.4. Παραθέσαμε εδώ δύο ενδεικτικά διαγράμματα που καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις της σύγκρισης του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο, όπως αυτές παρουσιάζονται στο Παράρτημα Δ. Το Διάγραμμα 4.5.1 δείχνει πλήρη ταύτιση των δύο αποκρίσεων ενώ το Διάγραμμα 4.5.2, τη μέγιστη απόκλιση για τον στατικό όρο μεταξύ των δύο μοντέλων η οποία μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Τα Διαγράμματα 4.5.3 και 4.5.4 αφορούν τη σύγκριση της απόκρισης της πρώτης αρμονικής. Το Διάγραμμα 4.5.3 είναι αντιπροσωπευτικό και μας δείχνει τη μέγιστη απόκλιση των δύο μοντέλων. Παρατηρούμε ότι αυτή η απόκλιση είναι πολύ μικρή αλλά είναι μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή του στατικού όρου. Κι αυτό διότι η μορφή της καμπύλης του τελεστή της μέσης τιμής είναι παρόμοια αλλά όχι ίδια με τη μορφή των επιμέρους καμπυλών των αποκρίσεων. Αυτός ήταν και ο λόγος που οδηγηθήκαμε

σε διαφορετική μέθοδο παραμετροποίησης. Διότι η εξάρτηση των επιμέρους αποκρίσεων από τη μέση τιμή δεν ήταν προφανής όπως συμβαίνει με τον στατικό όρο. Στην ομοιότητα όμως αυτή οφείλεται το ότι τα στοιχεία των τριών διαγωνίων των πινάκων $\mathbf{S_1}(A_1)$, $\mathbf{S_1}(A_2)$, $\mathbf{S_1}(A_3)$, $\mathbf{S_1}(A_4)$, $\mathbf{S_1}(A_5)$ είναι τα κυρίαρχα και με ΄την παραμετροποίησή τους επιτυγχάνουμε την προσέγγιση των δύο μοντέλων. Το Διάγραμμα 4.5.4 αποδεικνύει ότι η καμπύλη του τελεστή της μέσης τιμής με την καμπύλη της απόκρισης για το πλάτος διέγερσης A_2 στη συγκεκριμένη συχνότητα διέγερσης σχεδόν ταυτίζονται, όπως φαίνεται και στο Παράρτημα Β, και για το λόγο αυτό οι αποκρίσεις του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο σχεδόν ταυτίζονται κι αυτές.

Για την τρίτη αρμονική παρουσιάζονται τα Διαγράμματα 4.5.5 και 4.5.6. Η διαφορά των αποτελεσμάτων σε αυτά τα δύο διαγράμματα οφείλεται και πάλι στον τελεστή της μέσης τιμής, του οποίου η μορφή της καμπύλης είναι όμοια με τη μορφή των καμπυλών των αποκρίσεων που προέρχονται από τα μικρά πλάτη διέγερσης, δηλαδή A_1 και A_2, ενώ η μορφή των καμπυλών των υπόλοιπων αποκρίσεων είναι διαφορετική, όπως φαίνεται και στα Διαγράμματα 4.4.2, 4.4.3 και 4.4.4, όπου για τα μικρά πλάτη διέγερσης τα στοιχεία των κύριων διαγωνίων είναι τα κυρίαρχα και η παραμετροποίησή τους συναρτήσει του πλάτους διέγερσης δίνει πολύ καλά αποτελέσματα. Αυτό αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 4.5.5. Αντίθετα κάτι τέτοιο δεν ισχύει για τα μεγαλύτερα πλάτη διέγερσης, όπου τα στοιχεία εκτός της κύριας διαγωνίου είναι σημαντικά, όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα 4.5.6, όπου η προσέγγιση του μαθηματικού μοντέλου δεν είναι και τόσο καλή.

Για τα Διαγράμματα 4.5.7 και 4.5.8 που αφορούν την πέμπτη αρμονική ισχύει ακριβώς ό,τι και για την τρίτη αρμονική.

Τέλος, απ’ όλα τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι οι πιο σημαντικές τιμές για την απόκριση του μεγέθους της ροπής εμφανίζονται στον στατικό όρο και στην πρώτη αρμονική και είναι αρκετά μεγαλύτερες από αυτές της τρίτης και της πέμπτης αρμονικής.

4.6 Επαλήθευση του μοντέλου για την πρώτη αρμονική

Για την επαλήθευση του μοντέλου πρέπει να εφαρμόσουμε αρμονικές διεγέρσεις διαφορετικών πλατών και συχνοτήτων από τις αρχικές προκειμένου να διαπιστώσουμε αν η παραμετροποίησή μας παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για το λόγο αυτό κάνουμε γραμμική παρεμβολή στον πίνακα που έχει ως μεταβλητή

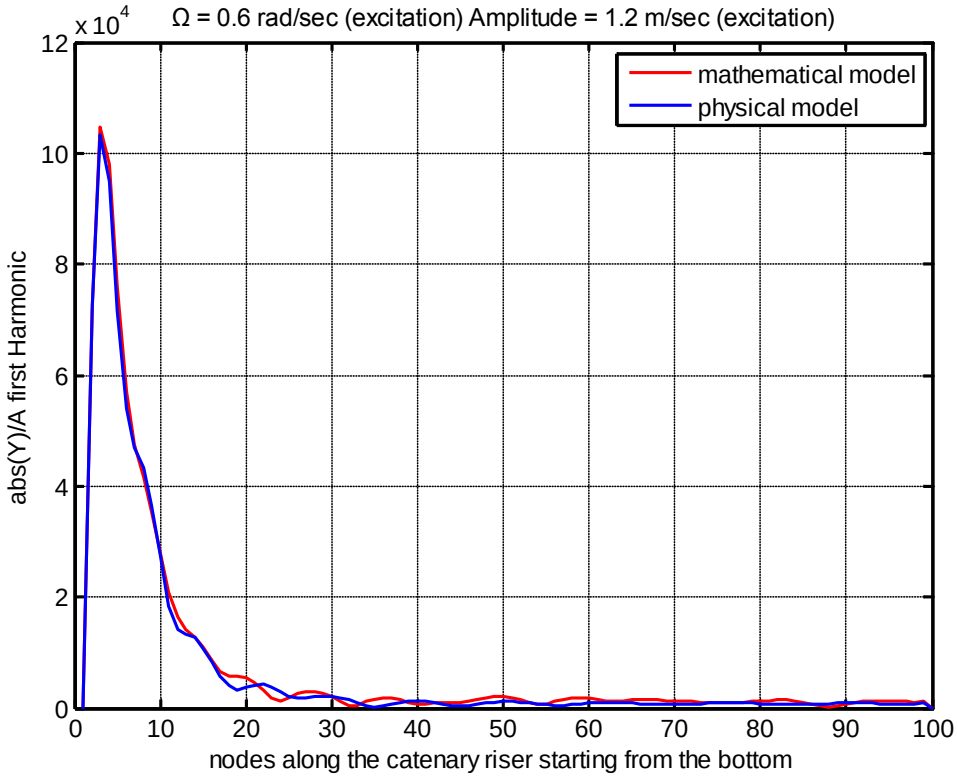
τη συχνότητα ώστε το μοντέλο να παράγει αποκρίσεις για συχνότητες διέγερσης διαφορετικές από τις αρχικές.

4.6.1 Γραμμική παρεμβολή του πίνακα των συχνοτήτων

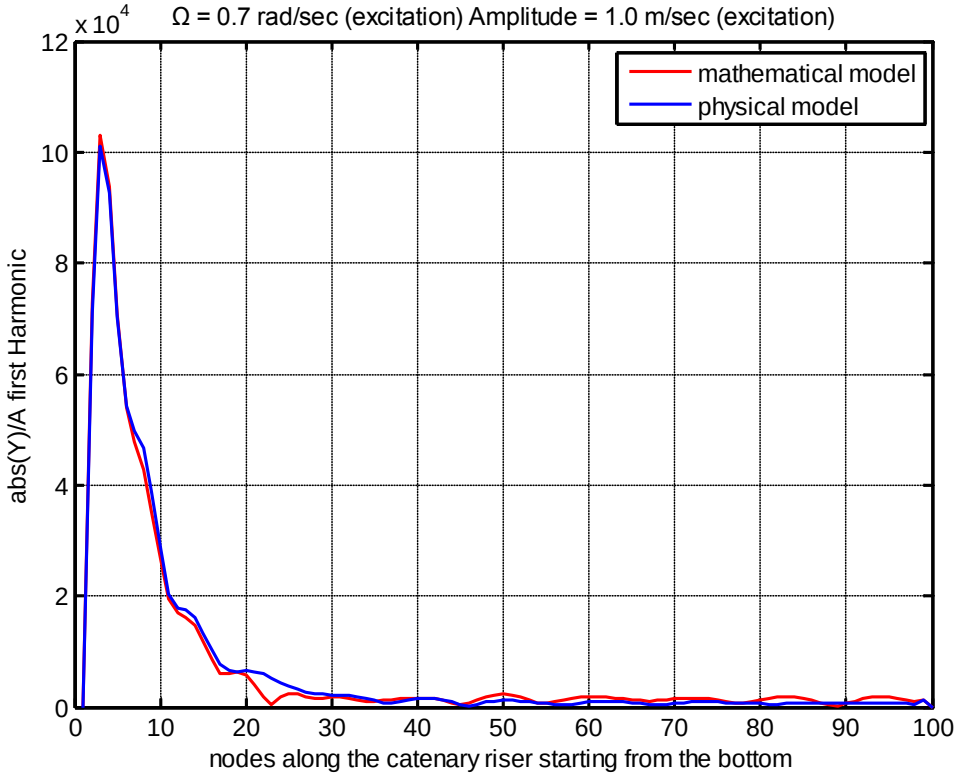
Ο πίνακας $\mathbf{G_1}(\Omega)$ των παραμετροποιημένων ως προς το πλάτος συναρτήσεων μεταφοράς για κάθε μορφή ταλάντωσης αφορά την εξάρτησή τους από τη συχνότητα διέγερσης Ω. Κάθε γραμμή του πίνακα αυτού αφορά και καθεμία από τις έξι συχνότητες διέγερσης που έχουν χρησιμοποιηθεί στα αρχικά αριθμητικά πειράματα. Αν, για παράδειγμα, θέλαμε να βρούμε την απόκριση της ροπής για πλάτος διέγερσης A_3 και συχνότητα διέγερσης Ω_3 θα πολλαπλασιάζαμε την τρίτη γραμμή $\mathbf{G_1}(\Omega)$ με τον πίνακα $\mathbf{S_1}(A)$ και στη συνέχεια με τον πίνακα $\mathbf{U_1^H}(s)$ και θα προέκυπτε η απόκριση για όλα τα σημεία κατά μήκος της αλυσίδας.

Ως παράδειγμα και για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα γίνει γραμμική παρεμβολή για το εύρος των συχνοτήτων 0.6 και 0.8 rad/sec ώστε το μοντέλο να μπορεί να παράγει την απόκριση της ροπής για οποιοδήποτε πλάτος και σε οποιαδήποτε συχνότητα μέσα στο παραπάνω εύρος τιμών συχνοτήτων.

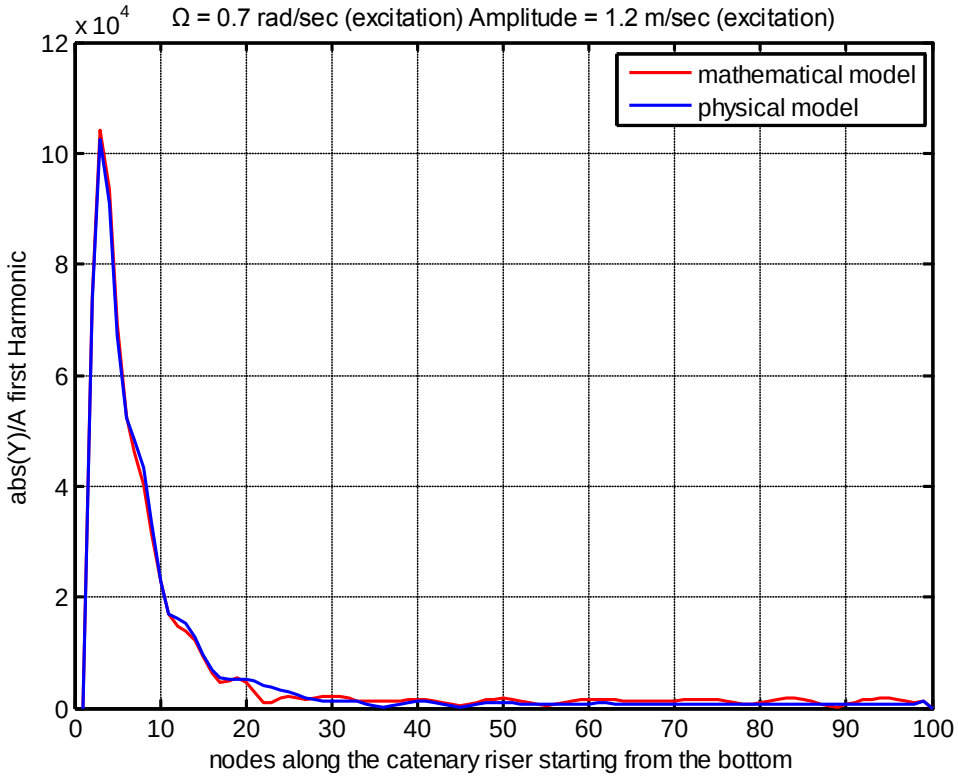
Όπως εξηγήθηκε παραπάνω, διαλέγουμε τις γραμμές του πίνακα που αφορούν τις συχνότητες 0.6 και 0.8 rad/sec και κάνουμε γραμμική παρεμβολή στα στοιχεία κάθε στήλης. Επειδή τα στοιχεία αυτά είναι μιγαδικοί αριθμοί έχουμε δώδεκα γραμμικές παρεμβολές. Τα αποτελέσματα της λειτουργίας του μοντέλου παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα.



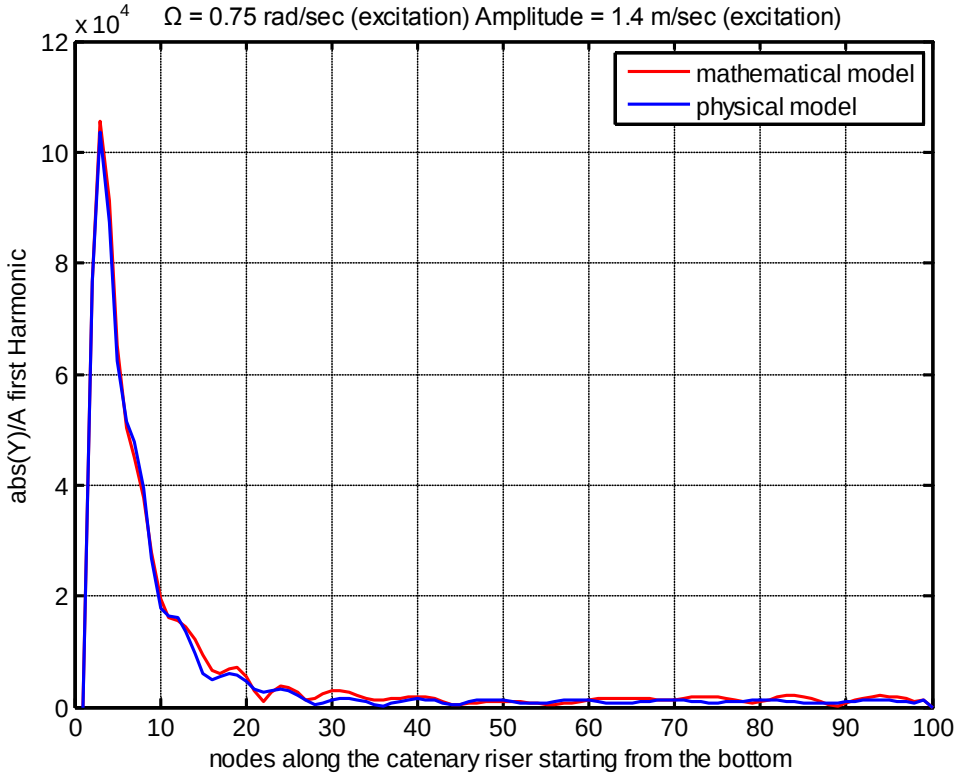
Διάγραμμα 4.6.1: Επαλήθευση του μαθηματικού μοντέλου για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.2 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.6 rad/sec.



Διάγραμμα 4.6.2: Επαλήθευση του μαθηματικού μοντέλου για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.0 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.7 rad/sec.



Διάγραμμα 4.6.3: Επαλήθευση του μαθηματικού μοντέλου για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.2 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.7 rad/sec.



Διάγραμμα 4.6.4: Επαλήθευση του μαθηματικού μοντέλου για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.4 m/sec και συχνότητα διέγερσης Ω = 0.75 rad/sec.

Το Διάγραμμα 4.6.1 αφορά την απόκριση του μοντέλου σε αρμονική διέγερση με διαφορετικό πλάτος από τα αρχικά αλλά σε συχνότητα ίδια με κάποια από αυτές που είχαν γίνει τα αρχικά πειράματα. Το πείραμα αυτό πραγματοποιήθηκε για να ελεγχθεί το αρχικό παραμετροποιημένο ως προς το πλάτος διέγερσης μοντέλο. Η απόκλιση των δύο μοντέλων είναι αμελητέα, που σημαίνει ότι το μοντέλο λειτουργεί ικανοποιητικά για αρμονικές διεγέρσεις πλατών που η ενέργειά τους είναι ενδιάμεσα στο αρχικό εύρος τιμών.

Στη συνέχεια στο Διάγραμμα 4.6.2 παρουσιάζεται η απόκριση του μοντέλου σε αρμονική διέγερση με πλάτος A_3 που υπήρχε στα αρχικά πειράματα αλλά σε συχνότητα διέγερσης που δεν υπήρχε πριν. Το αριθμητικό πείραμα έγινε για να ελέγξουμε αν η γραμμική μας παρεμβολή ήταν σωστή επιλογή. Η απόκλιση που εμφανίζεται είναι αμελητέα, που σημαίνει ότι η επιλογή ήταν σωστή.

Τέλος στα Διαγράμματα 4.6.3 και 4.6.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για δύο αρμονικές διεγέρσεις πλατών και συχνοτήτων που δεν υπήρχαν στα αρχικά αριθμητικά πειράματα. Η απόκλιση των δύο μοντέλων είναι αμελητέα, που σημαίνει ότι το μαθηματικό μοντέλο μπορεί να παράγει την απόκριση για την πρώτη αρμονική για οποιοδήποτε πλάτος διέγερσης και για κάθε συχνότητα μέσα στο εύρος 0.6 και 0.8 rad/sec με πολύ μεγάλη ακρίβεια.

Κεφαλαιο 5 Συμπεράσματα και προτάσεις

5.1 Συμπεράσματα

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας έγινε φασματική ανάλυση του μεγέθους της ροπής και κατασκευή ενός μαθηματικού μοντέλου, το οποίο είναι παραμετροποιημένο συναρτήσει του πλάτους διέγερσης και μπορεί και προβλέπει τις σημαντικές συνιστώσες της ροπής στο πεδίο της συχνότητας.

Για την επαλήθευση του μοντέλου έγινε γραμμική παρεμβολή στον όρο που περιέχει ως μεταβλητή τη συχνότητα διέγερσης και αυτό ώστε να μπορέσουμε να έχουμε την απόκριση του μοντέλου σε αρμονικές διεγέρσεις διαφορετικές από τις αρχικές.

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο Παράρτημα Δ καταδεικνύεται ότι η επιλογή του τελεστή της μέσης τιμής ώστε να παραχθεί η σταθμισμένη συνάρτηση μεταφοράς για κάθε όρο είναι για μεν τον στατικό όρο ιδανική επιλογή, για δε την πρώτη αρμονική, λιγότερο καλή επιλογή. Κι αυτό διότι, παρόλο που το μοντέλο παράγει πολύ καλά αποτελέσματα, οι παραμετροποιημένες κατά πλάτος συναρτήσεις μεταφοράς για κάθε μορφή ταλάντωσης που προκύπτουν είναι σχεδόν ορθογώνιες μεταξύ τους εξαιτίας της χρήσεως τριών και όχι μιας διαγωνίου. Τα στοιχεία των τριών διαγωνίων πρέπει να είναι μιγαδικοί αριθμοί και όχι θετικοί πραγματικοί. Επίσης, για την τρίτη και πέμπτη αρμονική τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου των παραμετροποιημένων ως προς το πλάτος διέγερσης συναρτήσεων μεταφοράς είναι μιγαδικοί αριθμοί. Από την άλλη, οι παραμετροποιημένες συναρτήσεις μεταφοράς δεν μπορούν να παράγουν καλά αποτελέσματα για τα μεγάλα πλάτη διέγερσης, όπως έχει εξηγηθεί στο Κεφάλαιο 4.

Εξάλλου από τα διαγράμματα του Παραρτήματος Δ φαίνεται ότι οι συνιστώσες του στατικού όρου και της πρώτης αρμονικής είναι αρκετά μεγαλύτερες από τις άλλες δύο αρμονικές.

Από τα διαγράμματα του υποκεφαλαίου 4.6 παρατηρούμε ότι η παραμετροποίηση που αφορά την πρώτη αρμονική οδηγεί σε αποκρίσεις που σχεδόν ταυτίζονται με το φυσικό μοντέλο για αρμονικές διεγέρσεις με πλάτη διαφορετικά από τα αρχικά. Επιπλέον, η μέθοδος της γραμμικής παρεμβολής για τις συχνότητες οδηγεί σε αποκρίσεις πολύ κοντά στο φυσικό μοντέλο για αρμονικές διεγέρσεις που έχουν και διαφορετικά πλάτη και διαφορετικές συχνότητες, πράγμα που δείχνει τη σημασία του χωρισμού των μεταβλητών που συντελείται από τη μιγαδική αποσύνθεση ιδιόμορφων

τιμών. Η γραμμική παρεμβολή που εφαρμόζεται στον παράγοντα που έχει ως μεταβλητή τη συχνότητα θα μπορούσε να γίνει και στον παράγοντα που έχει ως μεταβλητή το χώρο ώστε να μπορούμε να υπολογίσουμε την απόκριση και σε άλλα σημεία της κατασκευής διαφορετικά από την αρχική διακριτοποίησή της.

5.2 Προτάσεις

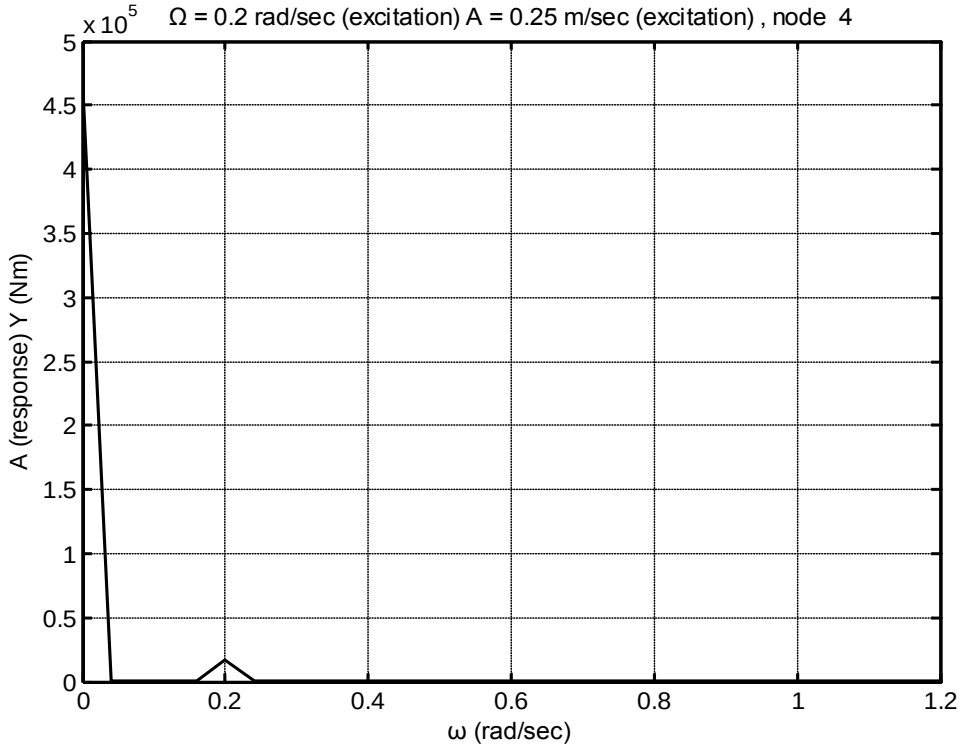
Προτείνεται η μελέτη και η περαιτέρω έρευνα για την εύρεση ενός τελεστή διάφορου του τελεστή της μέσης τιμής που να απλοποιεί σημαντικά την στάθμιση και να μπορεί να παράγει πλήρως ορθογώνιες παραμετροποιημένες ως προς το πλάτος διέγερσης συναρτήσεις μεταφοράς οι οποίες να περιέχουν τις ιδιόμορφες τιμές των μορφών της κάθε αρμονικής, όπως συμβαίνει με τον στατικό όρο.

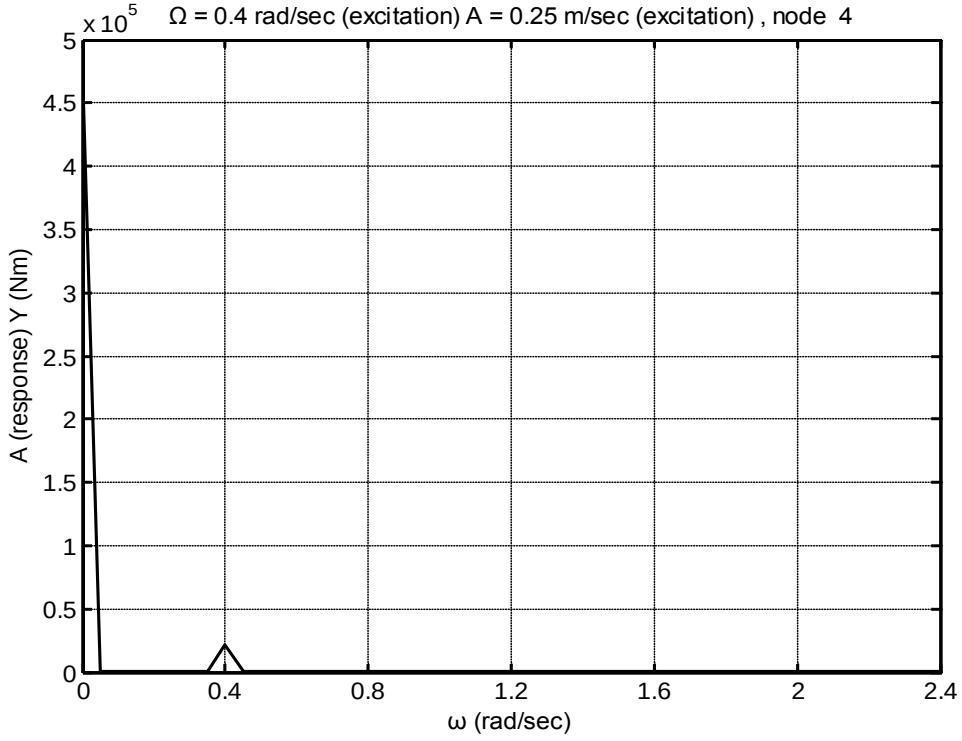
Μια επέκταση του μοντέλου που κατασκευάστηκε στην παρούσα εργασία είναι να μπορέσει να λειτουργήσει ως μοντέλο πραγματικού χρόνου, και αυτό διότι το συγκεκριμένο μοντέλο παράγει τις αποκρίσεις στο πεδίο της συχνότητας. Πραγματικού χρόνου μπορεί να γίνει αν για κάθε μορφή κατασκευαστεί ένα γραμμικό χρονικά αμετάβλητο φίλτρο πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης ο γραμμικός συνδυασμός των οποίων θα προβλέπει την απόκριση του συστήματος σε πραγματικό χρόνο. Αυτό θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για αυτόματο έλεγχο και περαιτέρω μοντελοποίηση της κατασκευής.

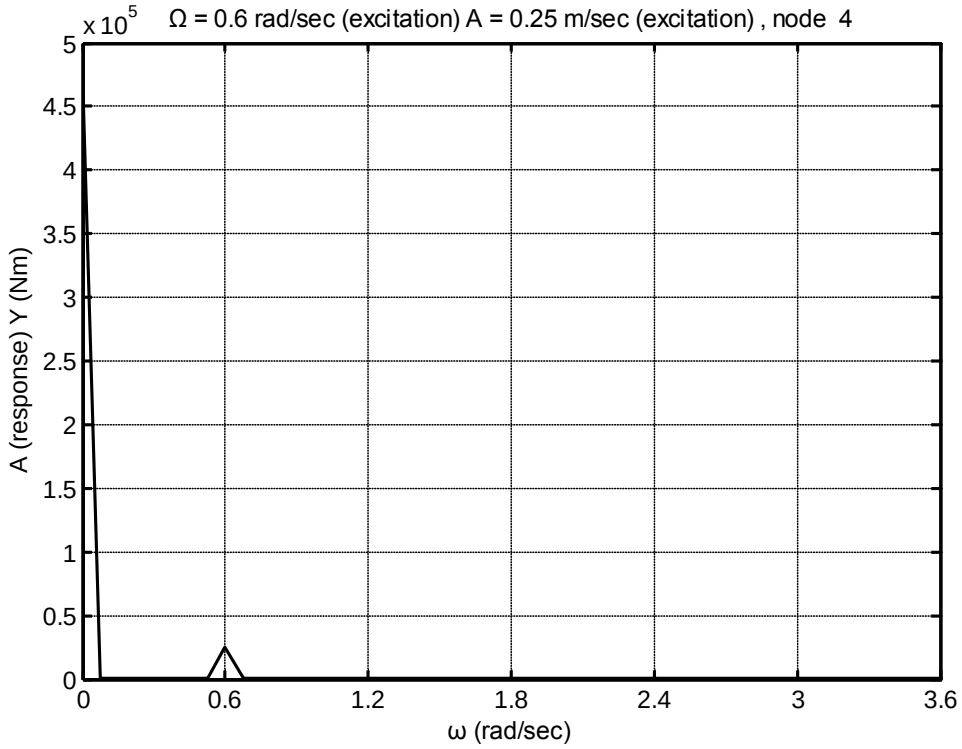
Μια άλλη επέκταση θα μπορούσε να είναι η παραγωγή των αποκρίσεων σε πολυχρωματικές διεγέρσεις, όπου στο φάσμα αυτών εμφανίζονται σημαντικές συνιστώσες στους διασταυρούμενους όρους (cross-terms), τις οποίες το δικό μας μοντέλο δεν μπορεί να παραγάγει.

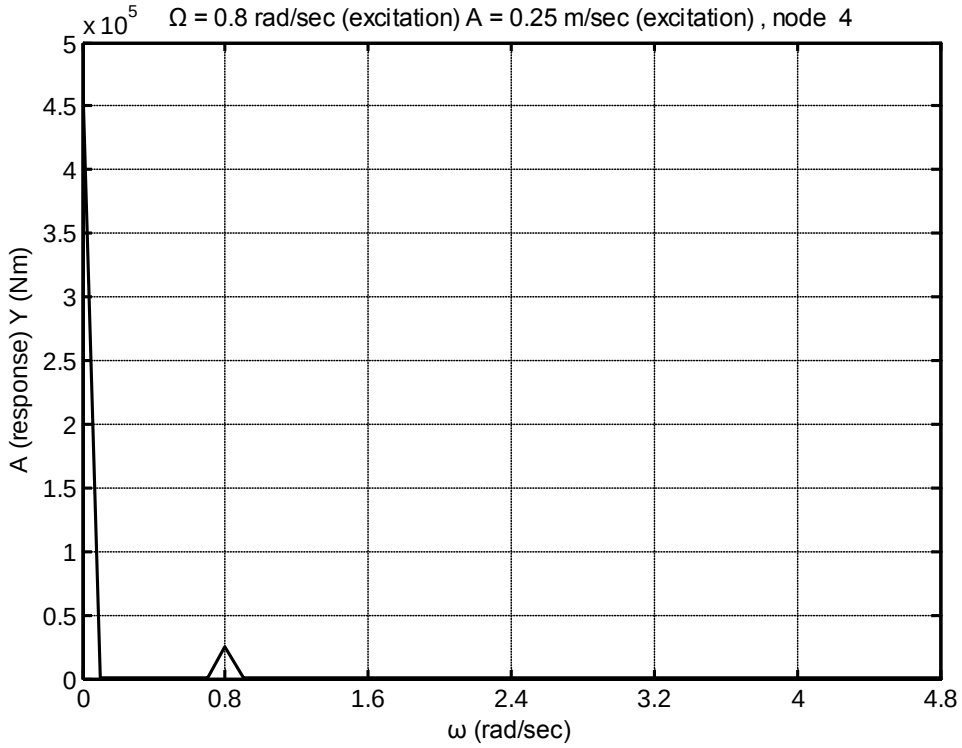
Παράρτημα Α: Παρουσίαση φασμάτων της ροπής για όλα τα πλάτη και τις συχνότητες διέγερσης στους κόμβους 4 και 53

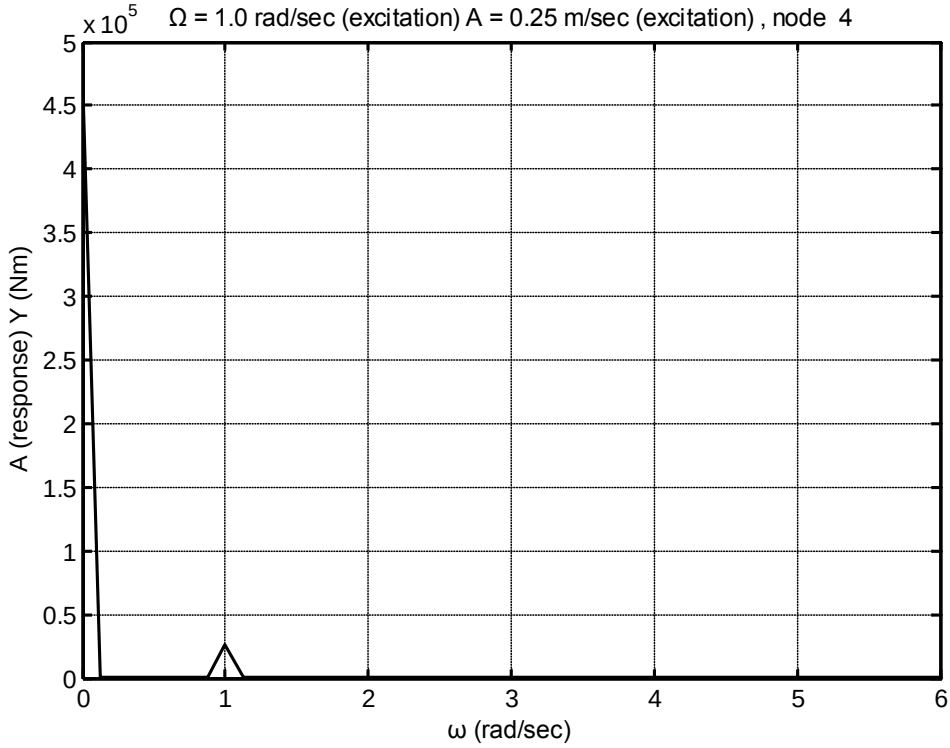
Διαγράμματα 1-30: Φάσματα απόκρισης για όλα τα πλάτη και τις συχνότητες διέγερσης στο σημείο της μέγιστης καμπτικής ροπής.

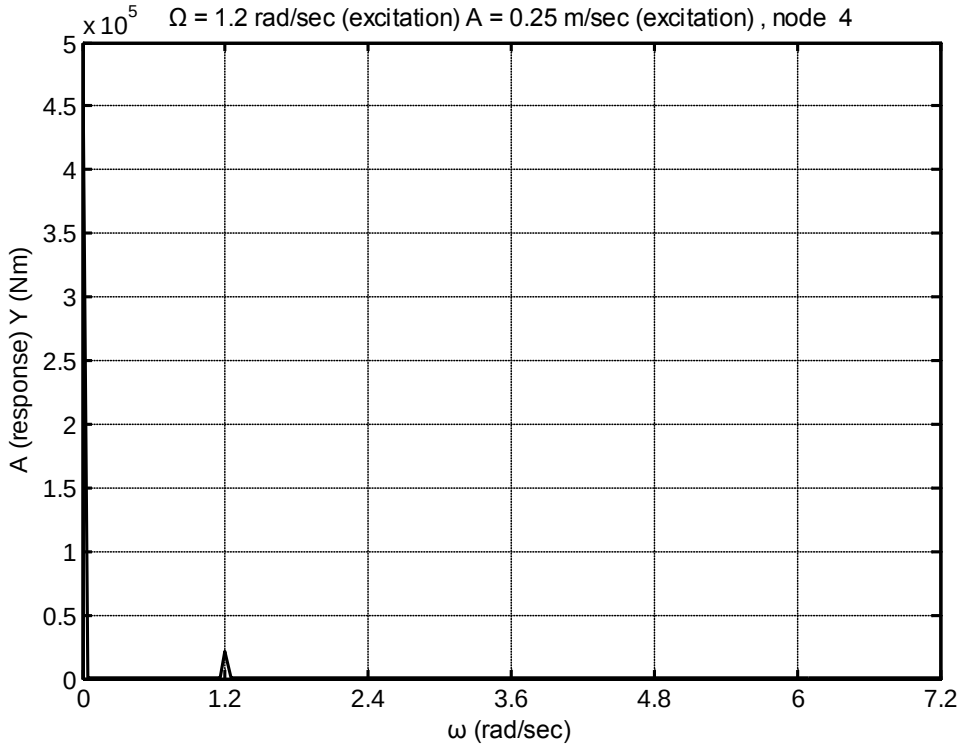


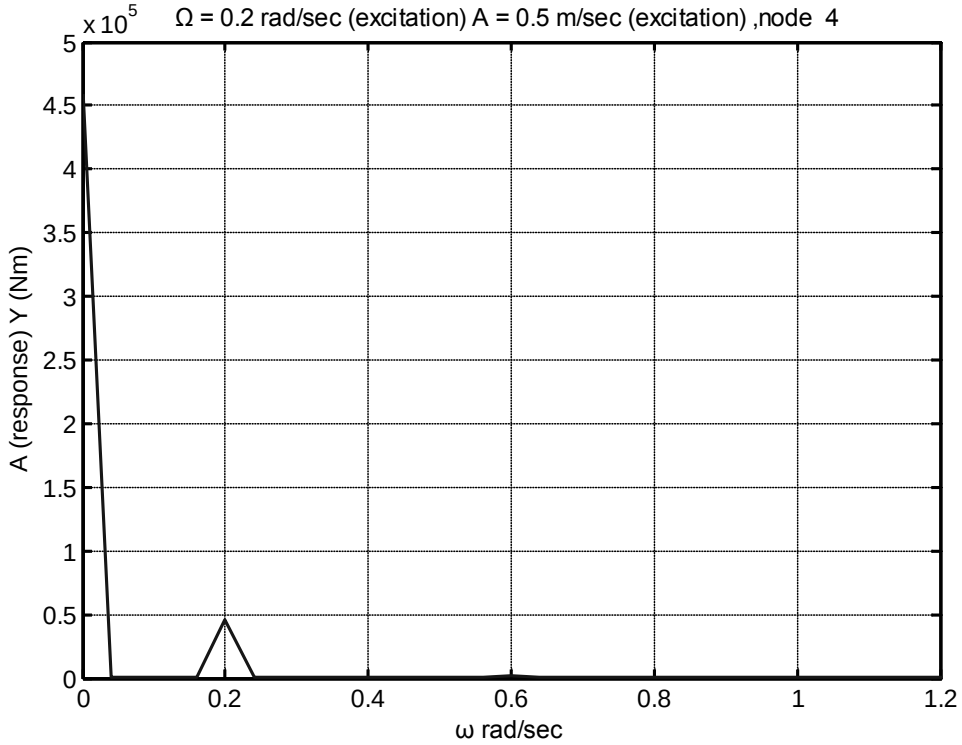


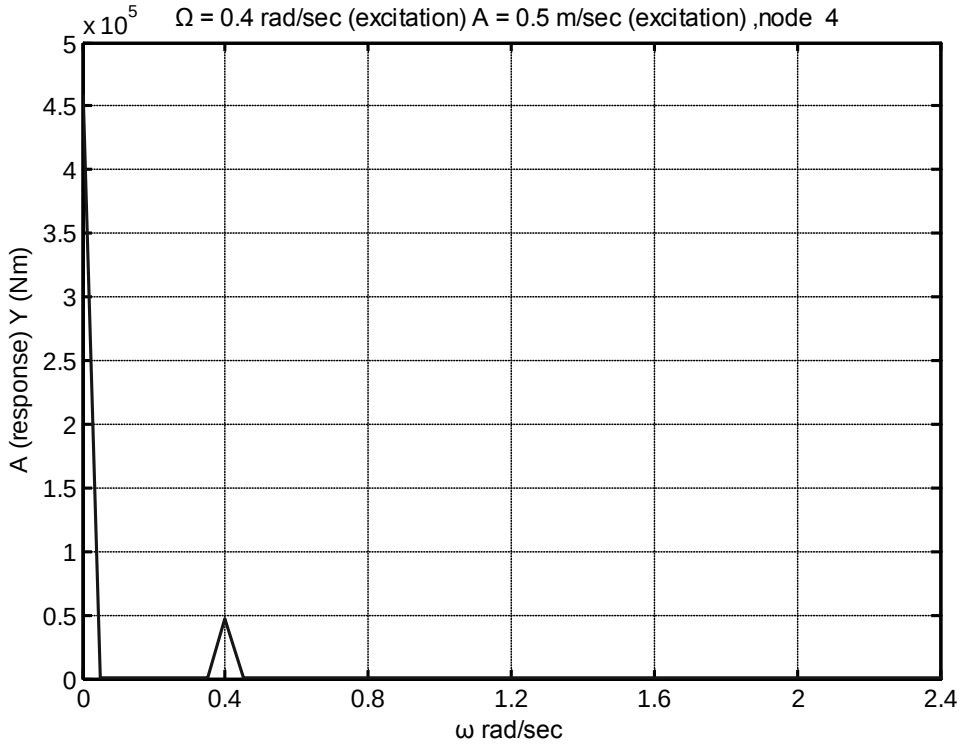

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

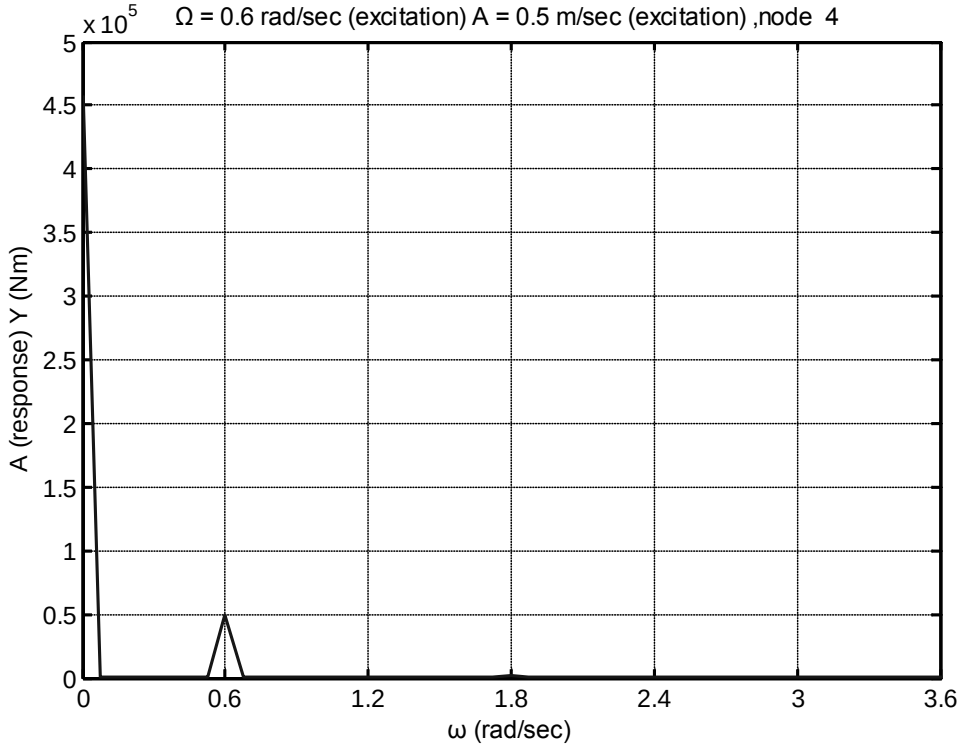

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

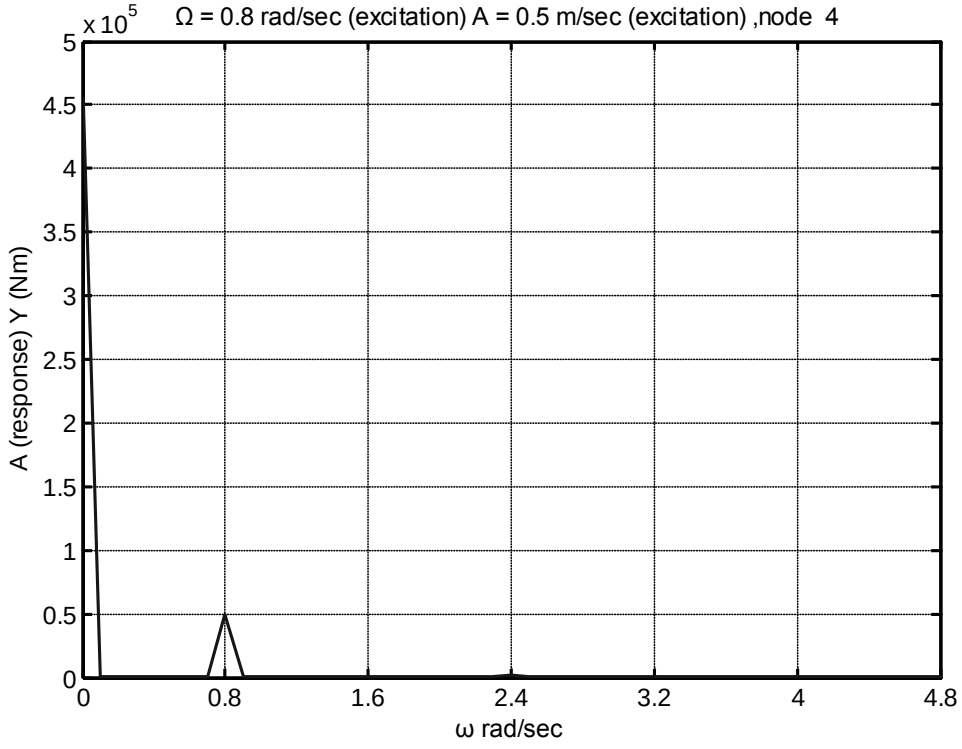

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1
2
3
4
5
6

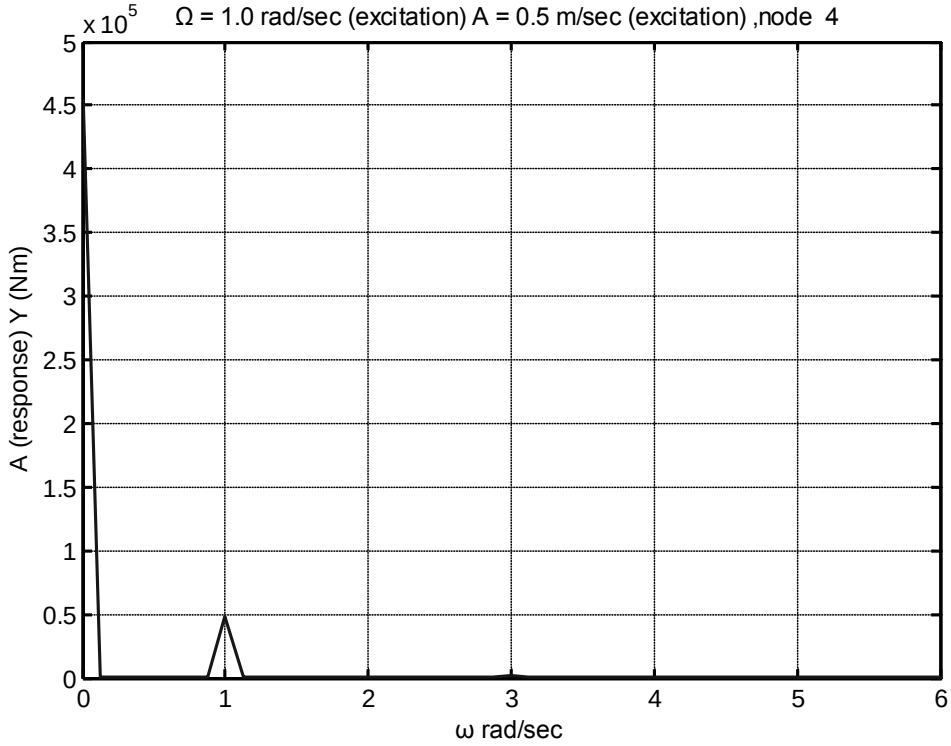

x 10^5
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

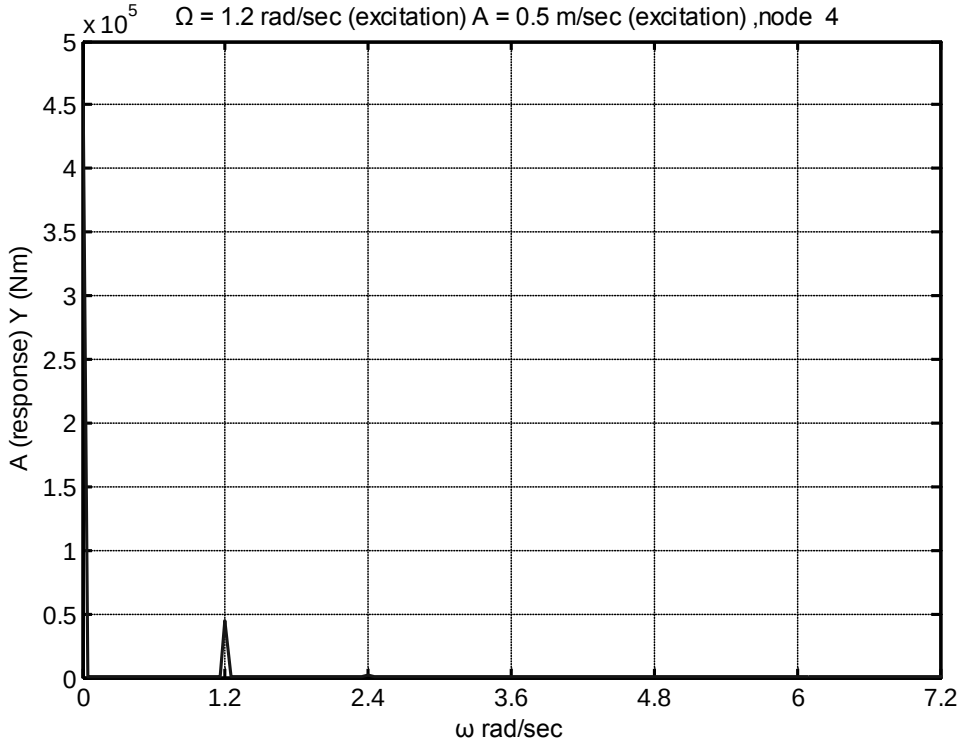

x 10^5
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω rad/sec
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2

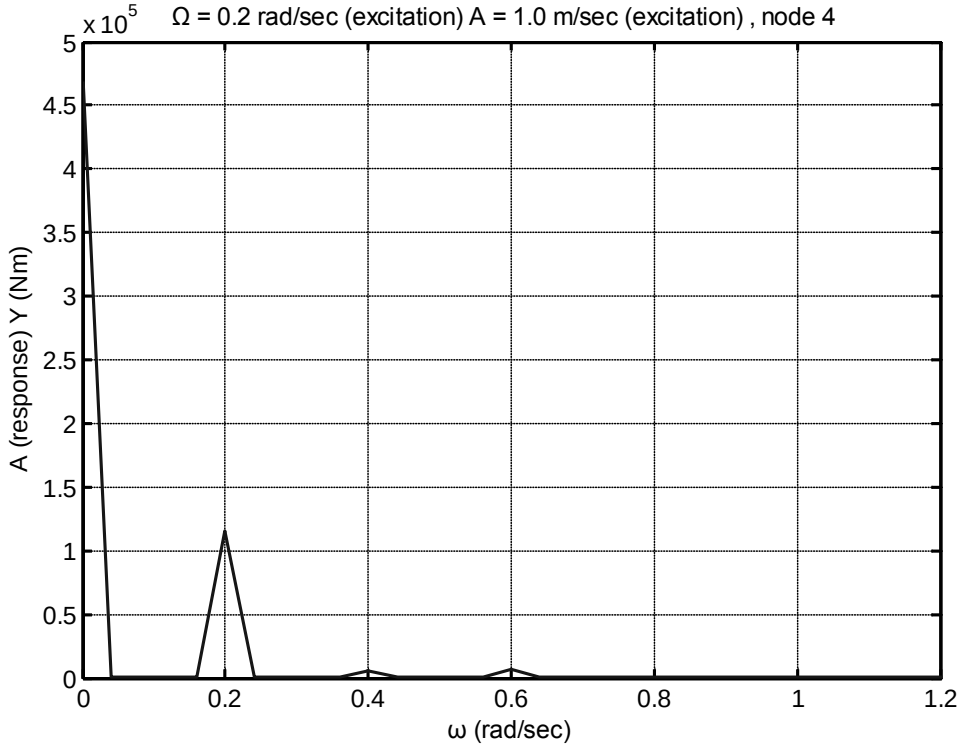

x 10^5
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω rad/sec
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4

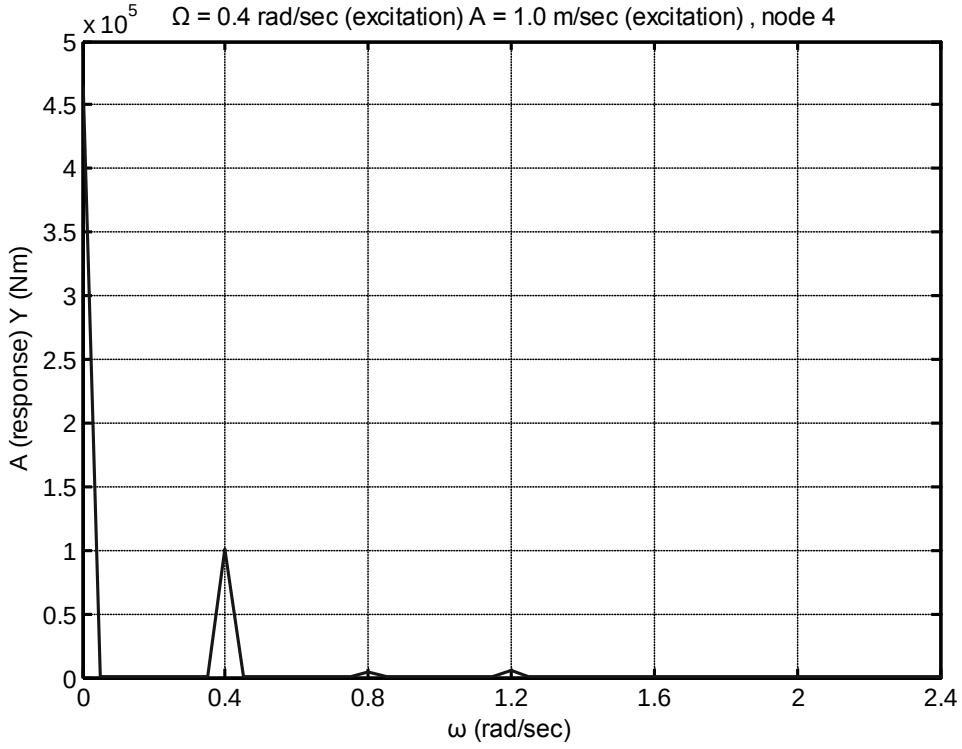

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

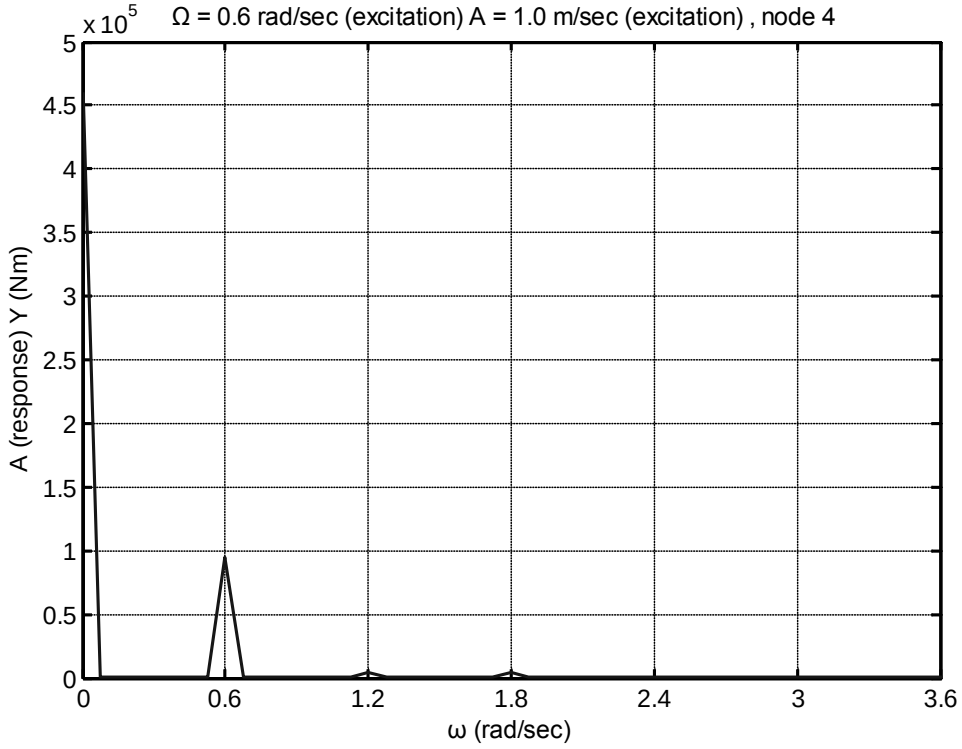

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω rad/sec
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

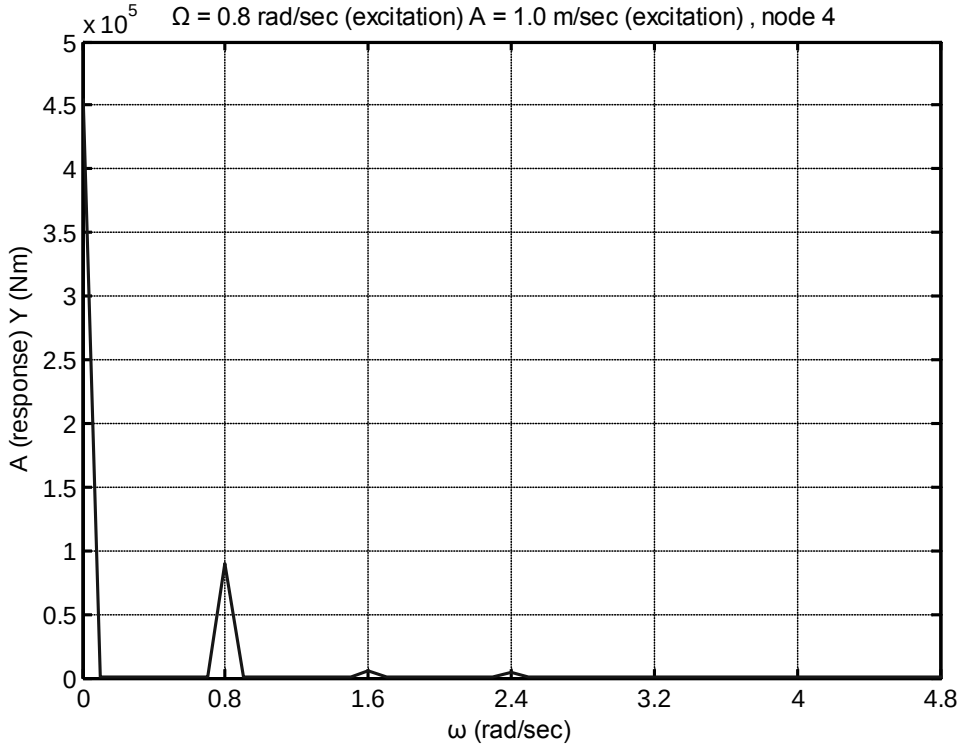

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω rad/sec
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1
2
3
4
5
6

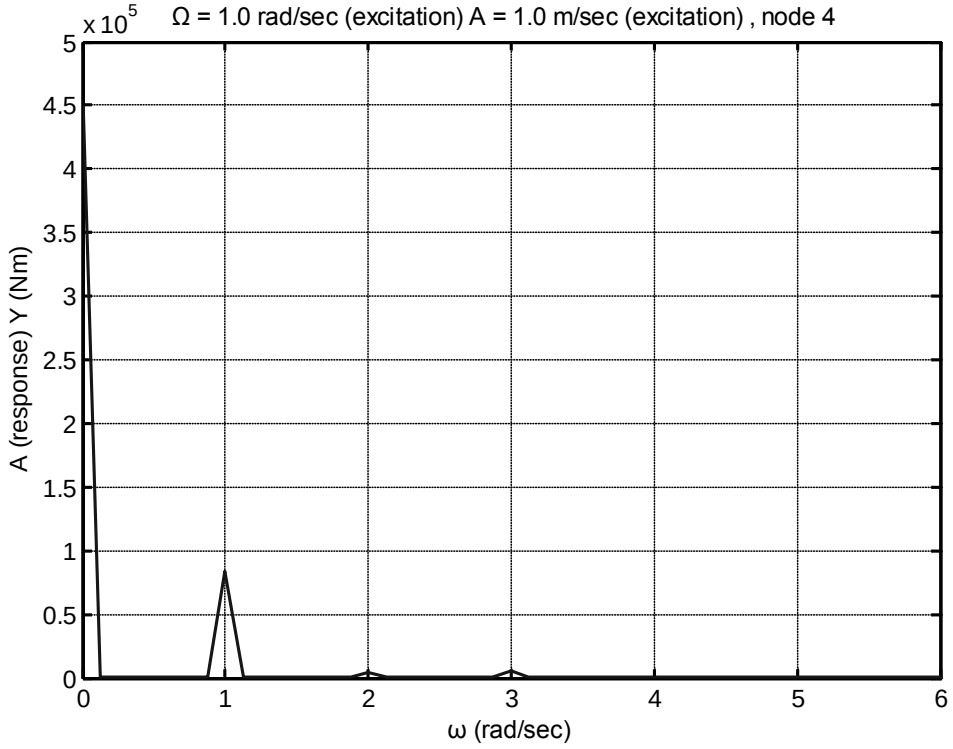

x 10^5
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω rad/sec
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

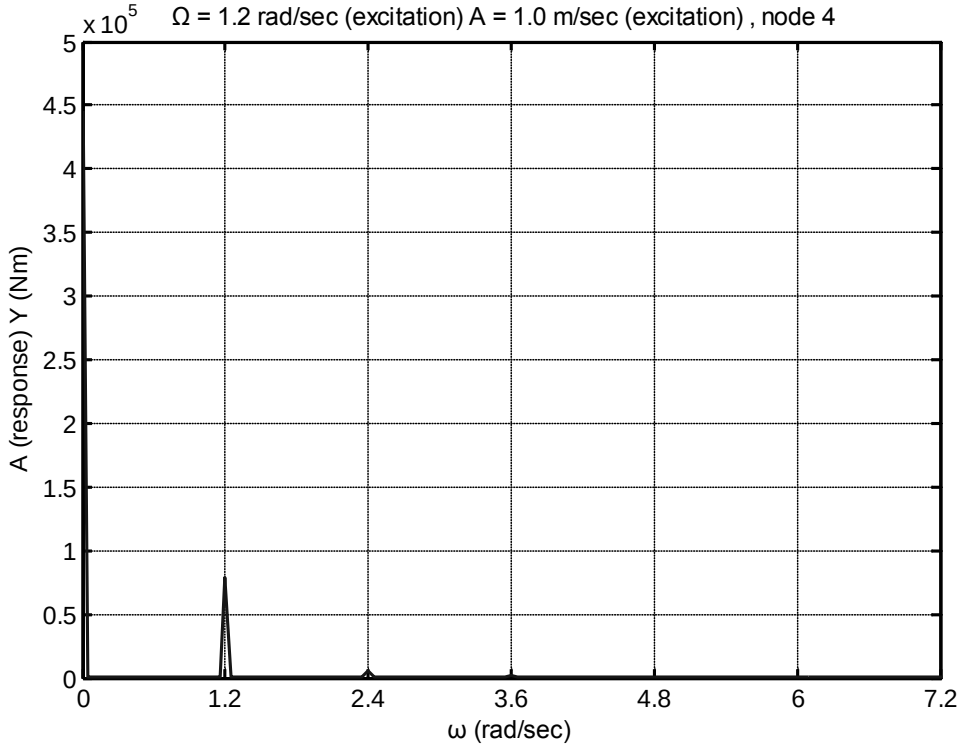

x 10^5
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2

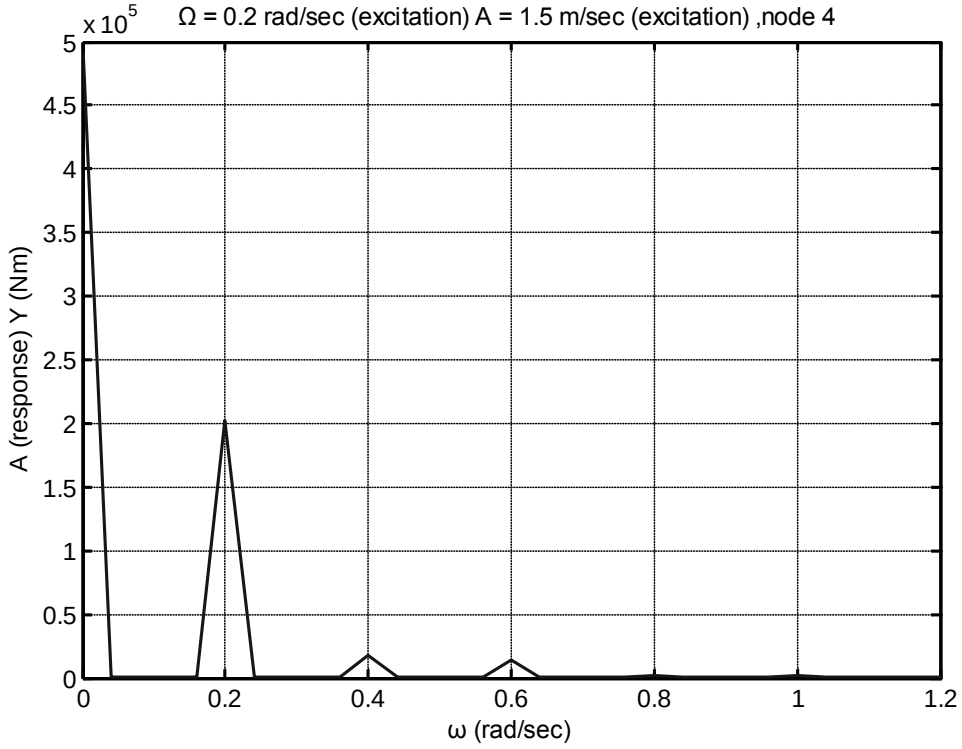

x 10^5
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4

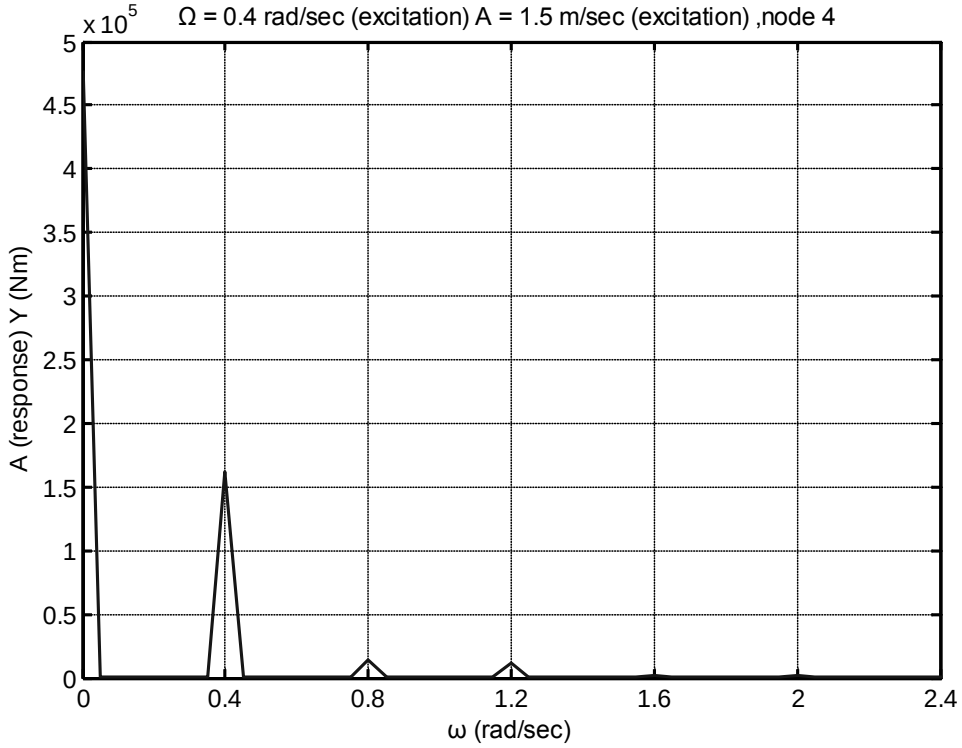

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

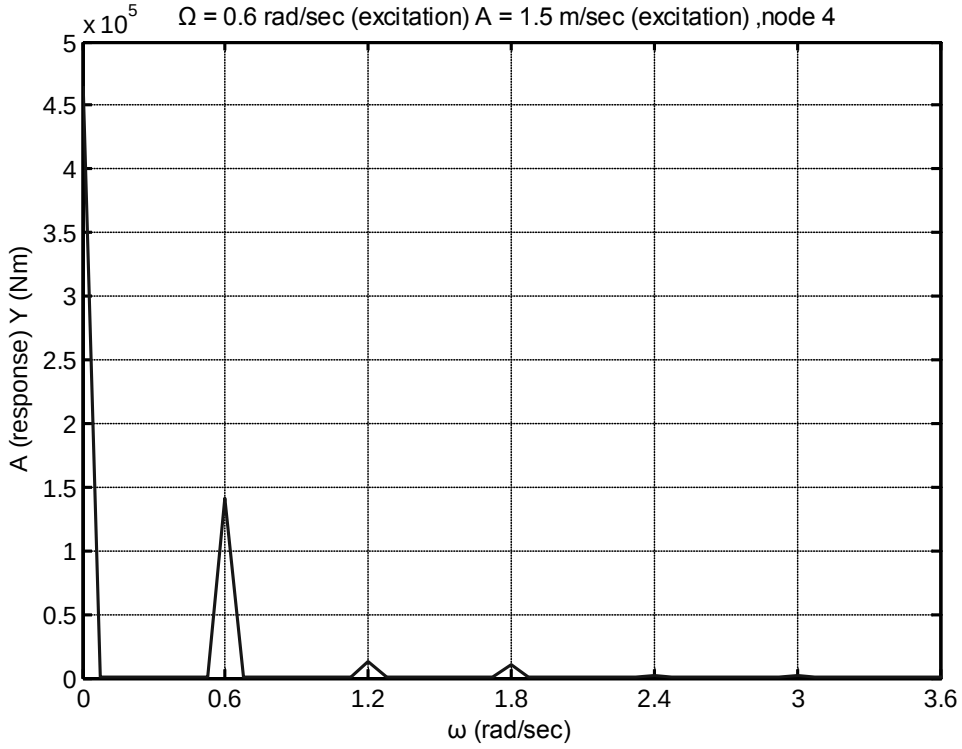

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

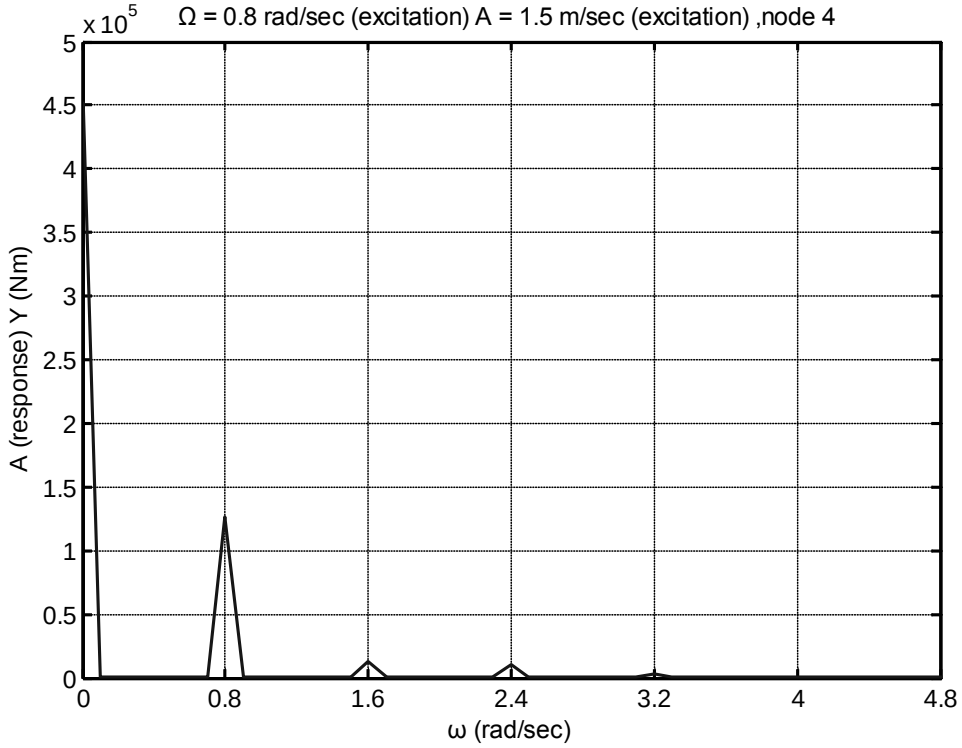

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1
2
3
4
5
6

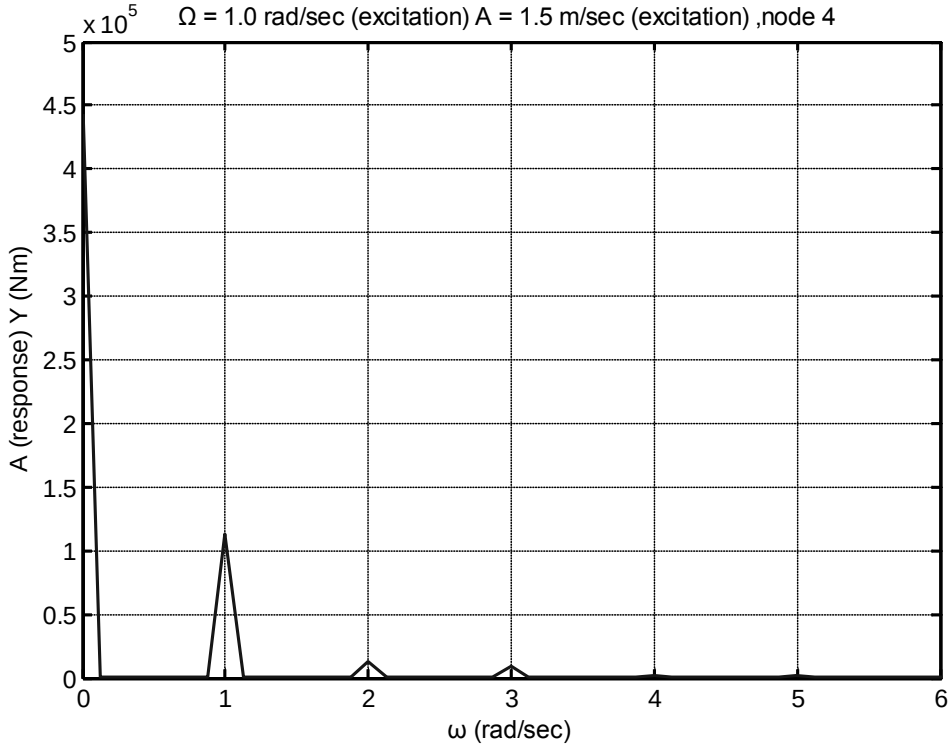

x 10^5
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) , node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

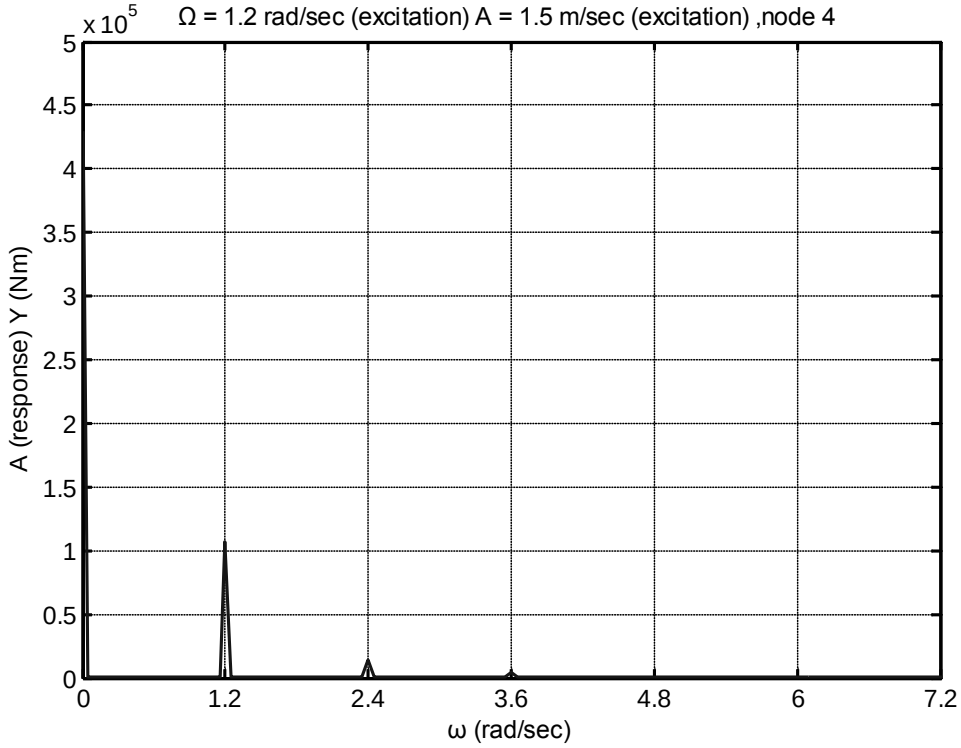

x 10^5
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2

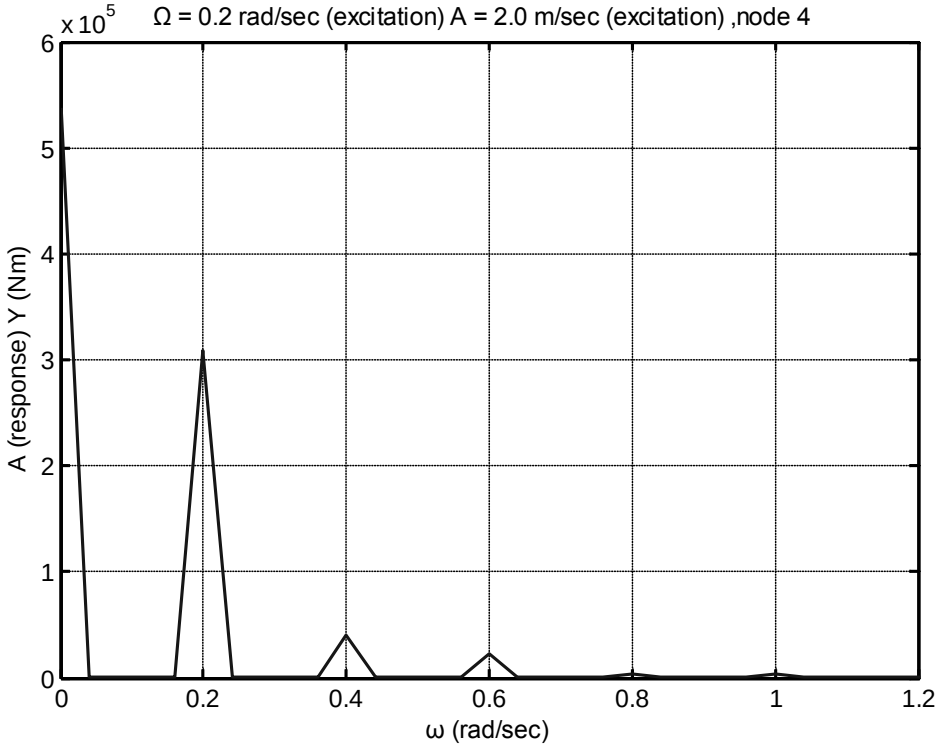

x 10^5
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4

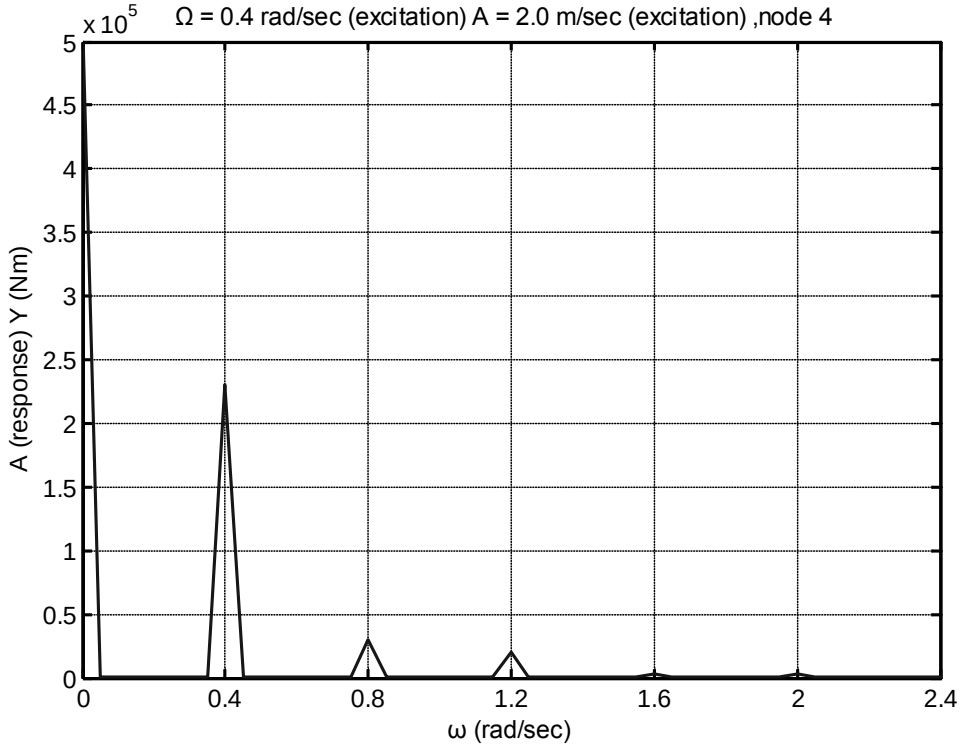

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

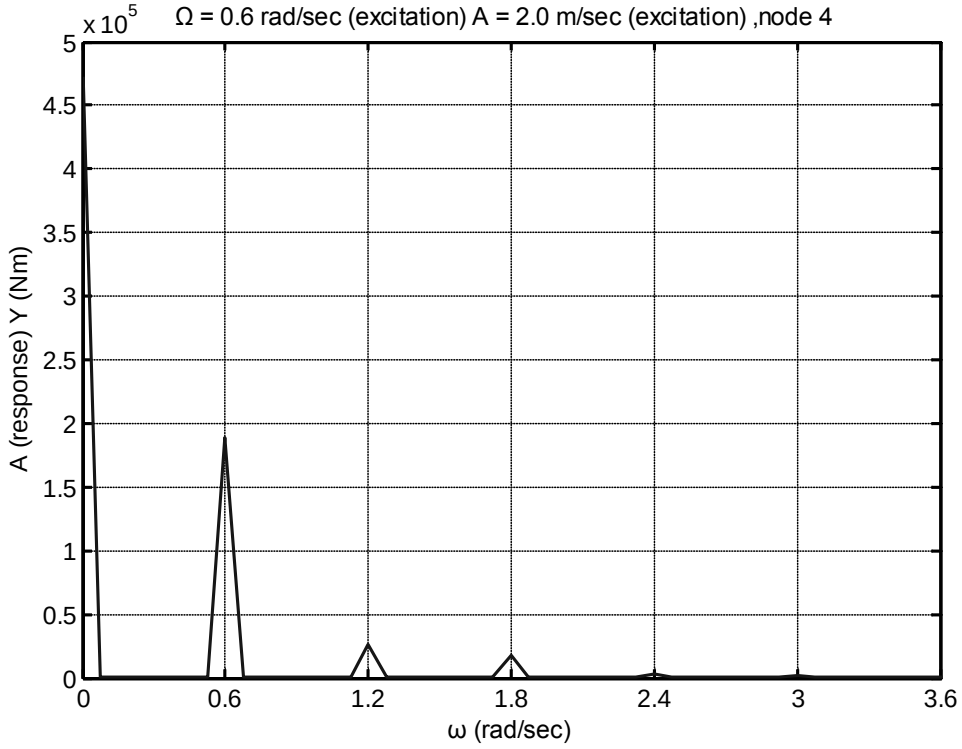

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

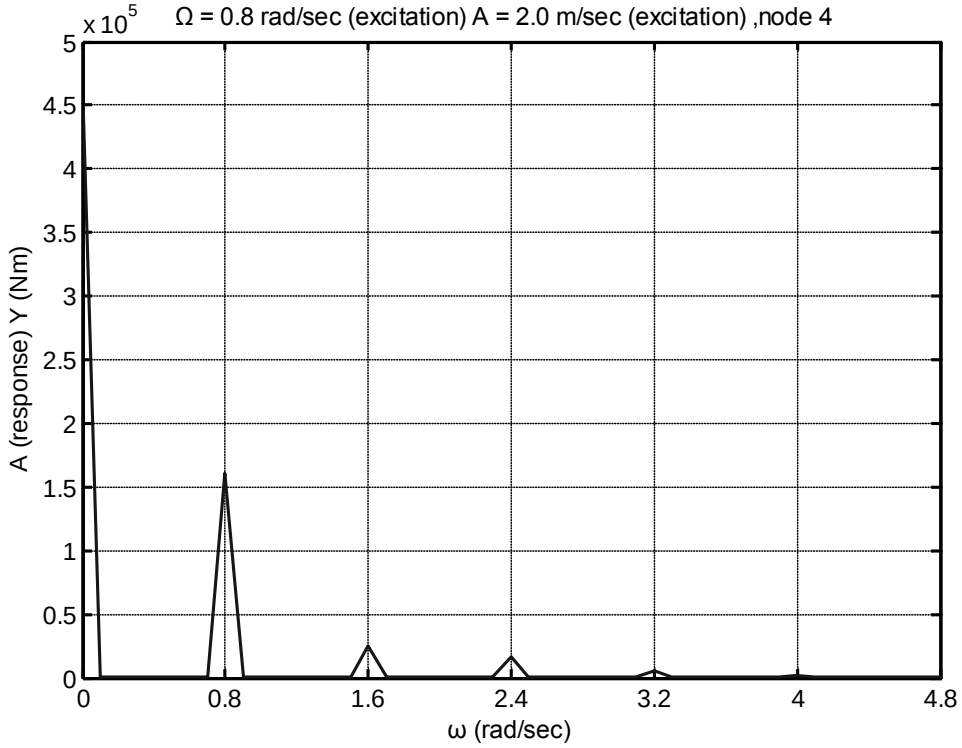

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1
2
3
4
5
6

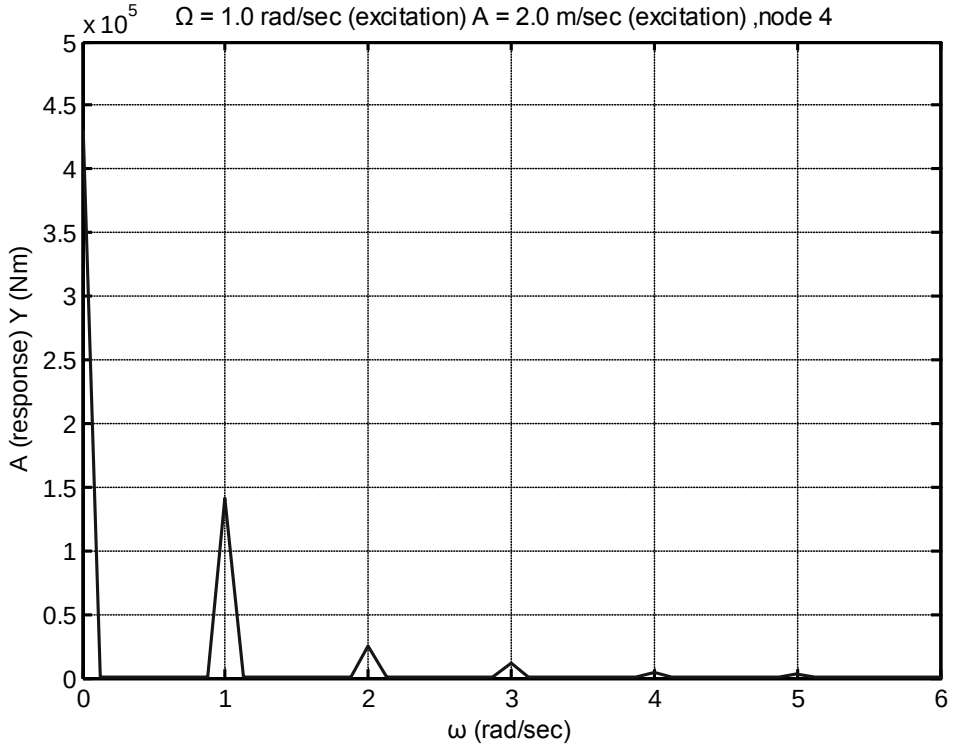

x 10^5
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

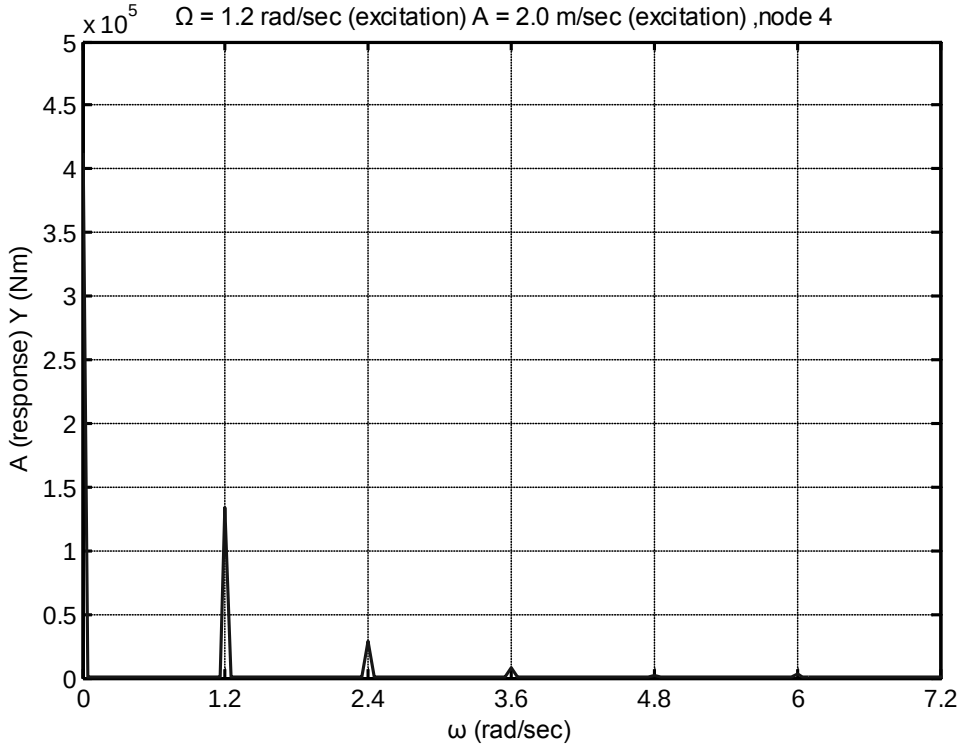

x 10^5
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
1
2
3
4
5
6
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2


x 10^5
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4

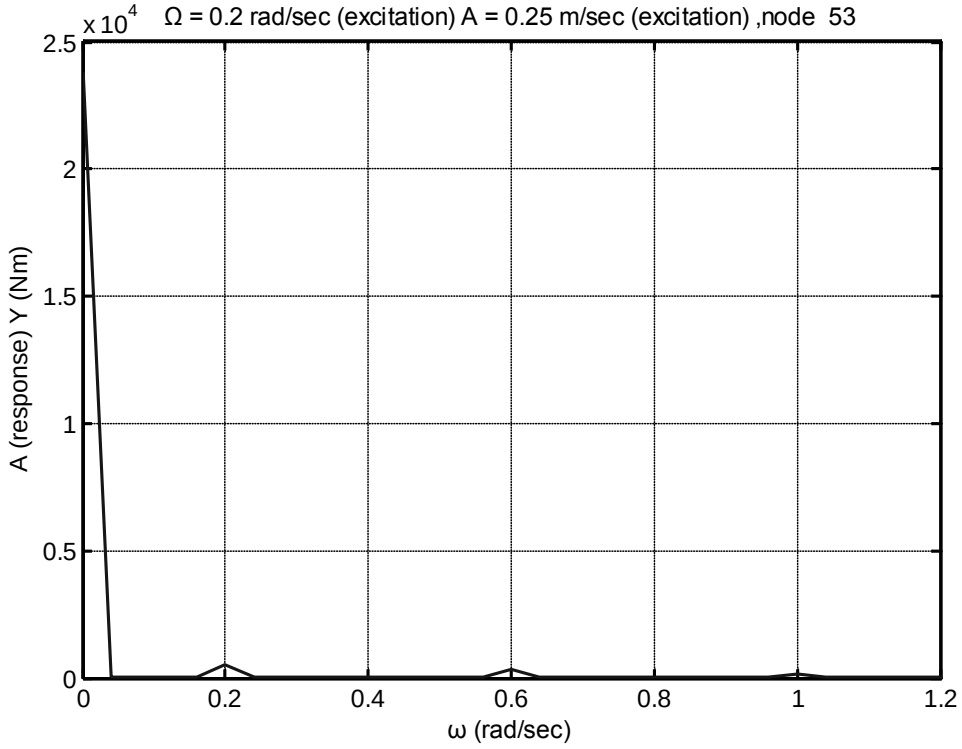

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

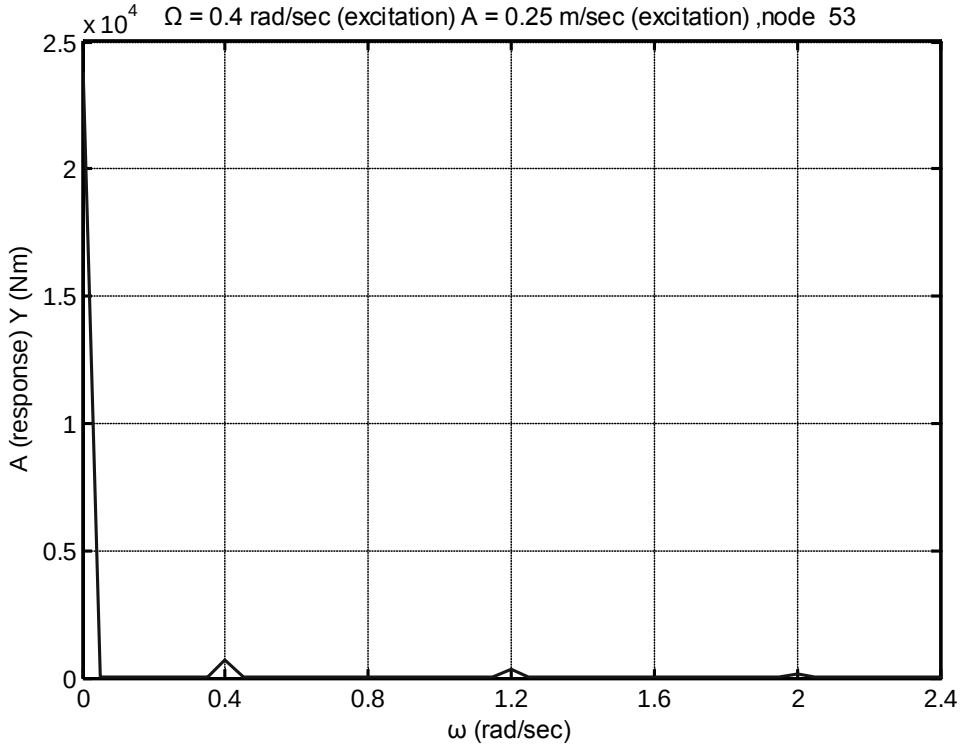

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

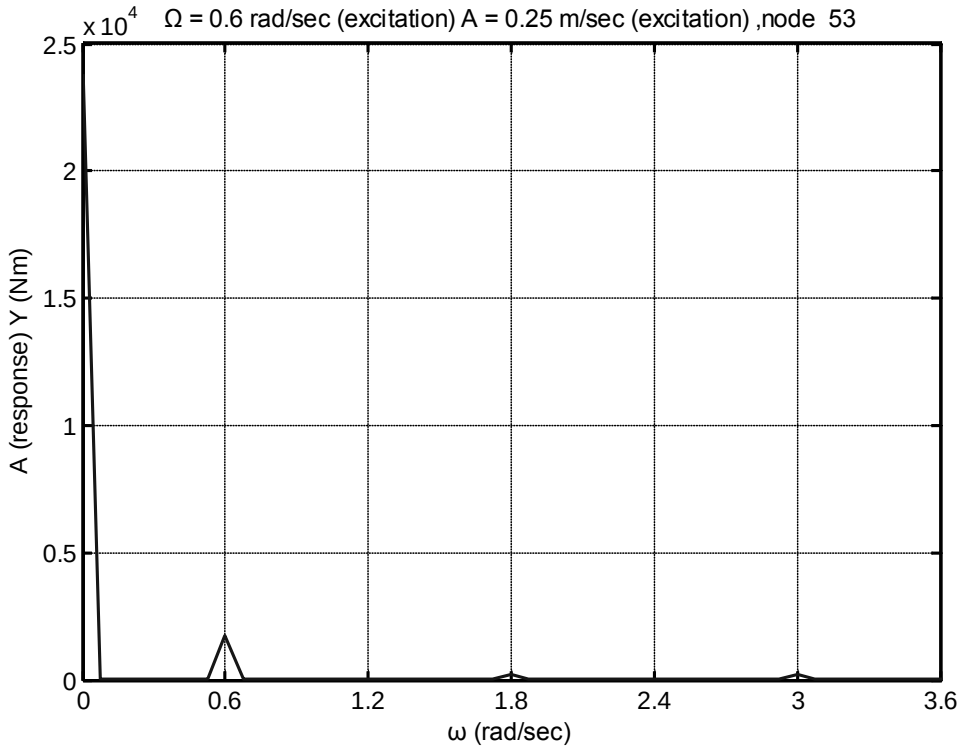

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1
2
3
4
5
6

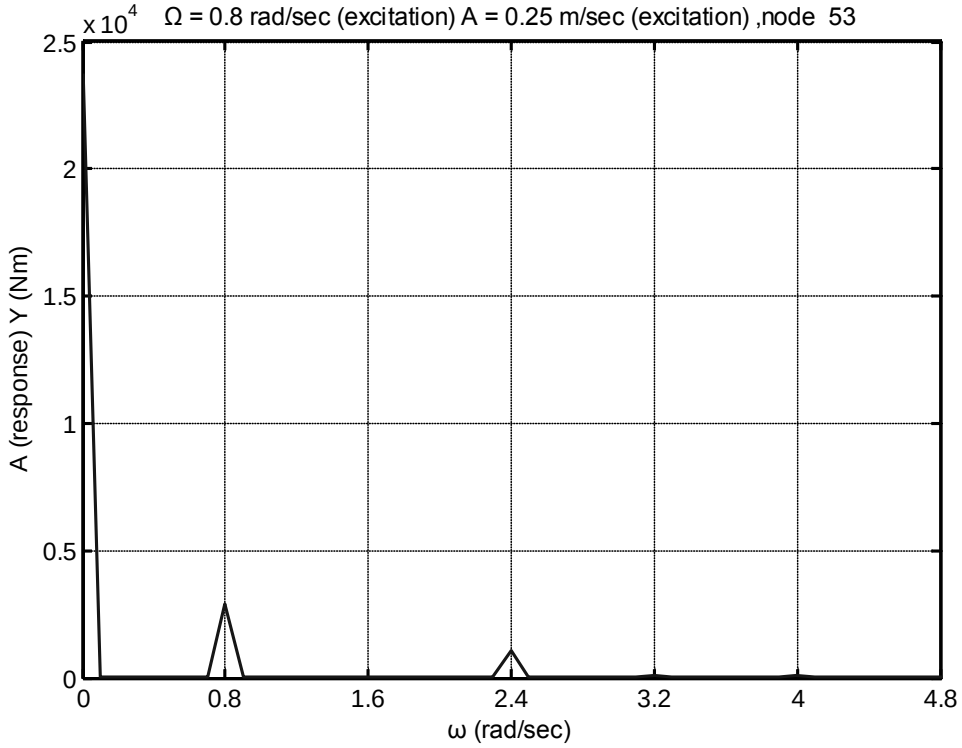

x 10^5
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 4
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

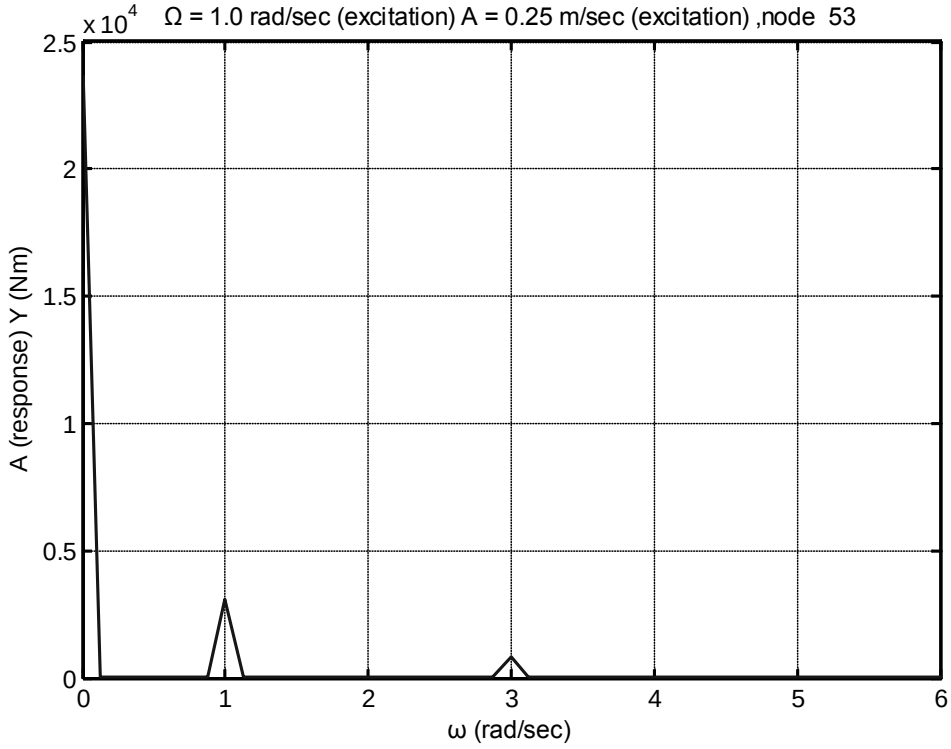
Διαγράμματα 31-60: Φάσματα απόκρισης για όλα τα πλάτη και τις συχνότητες διέγερσης σε σημείο κοντά στη μέση της κατασκευής.

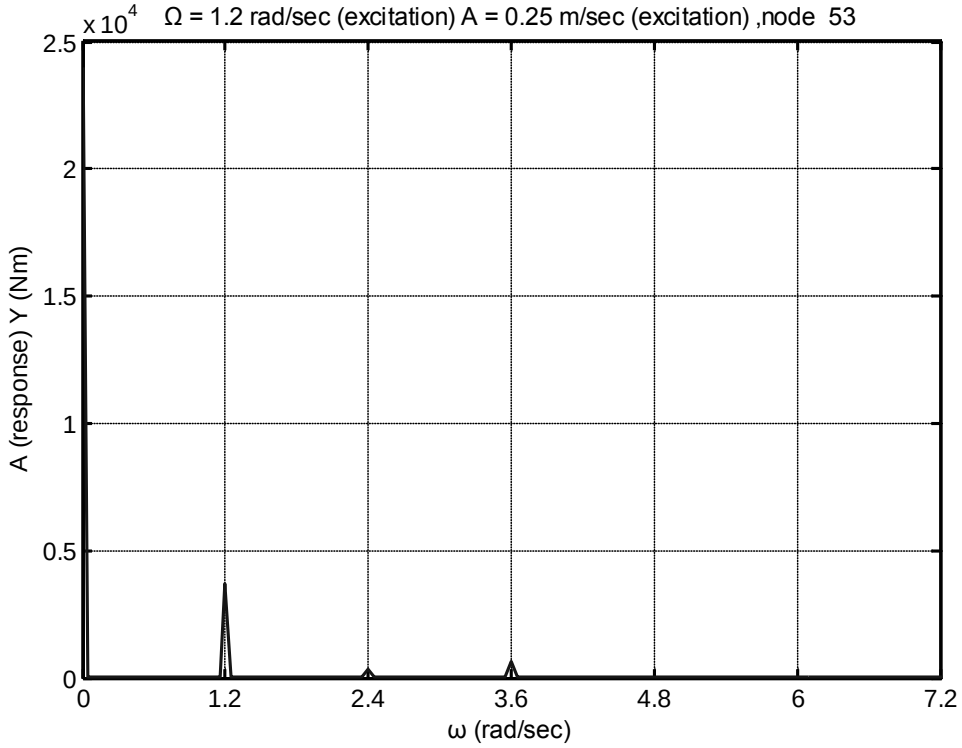


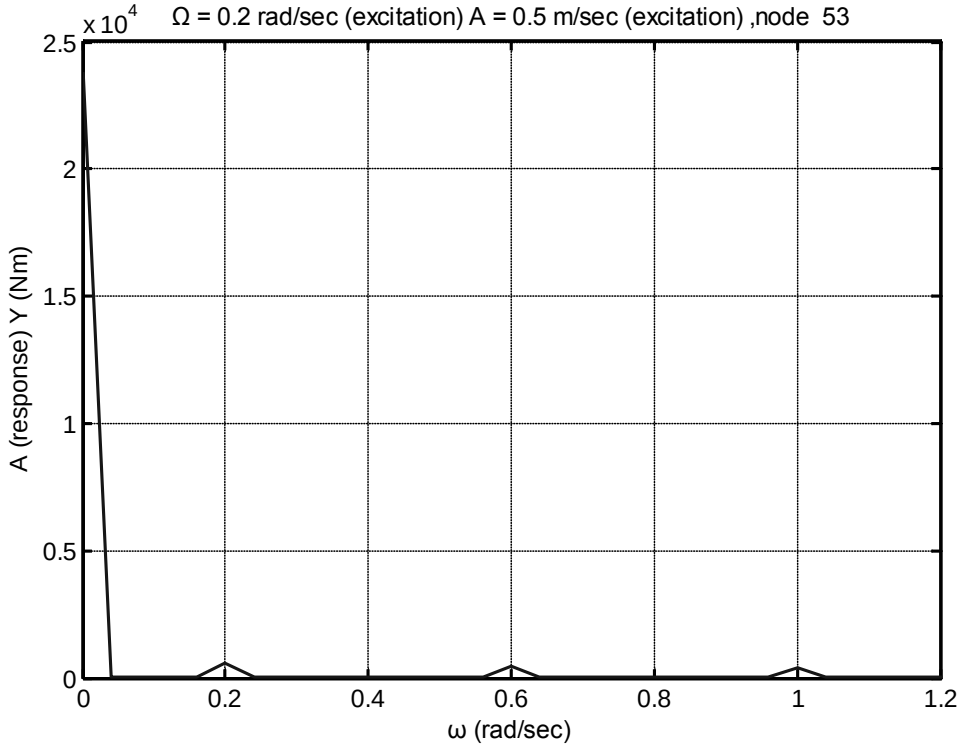


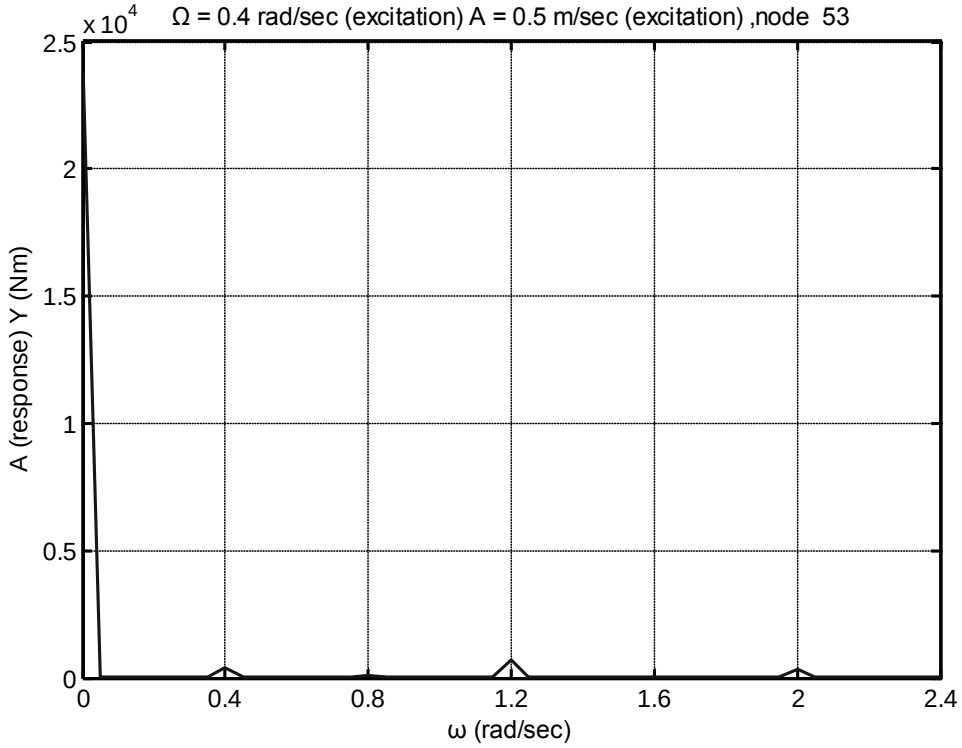

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

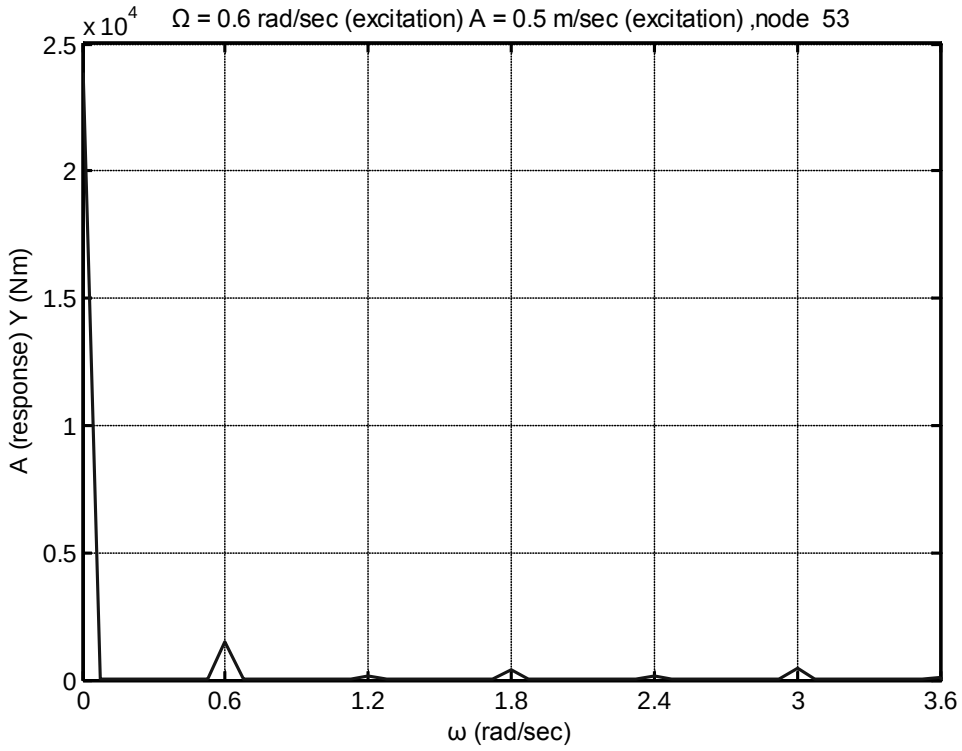

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

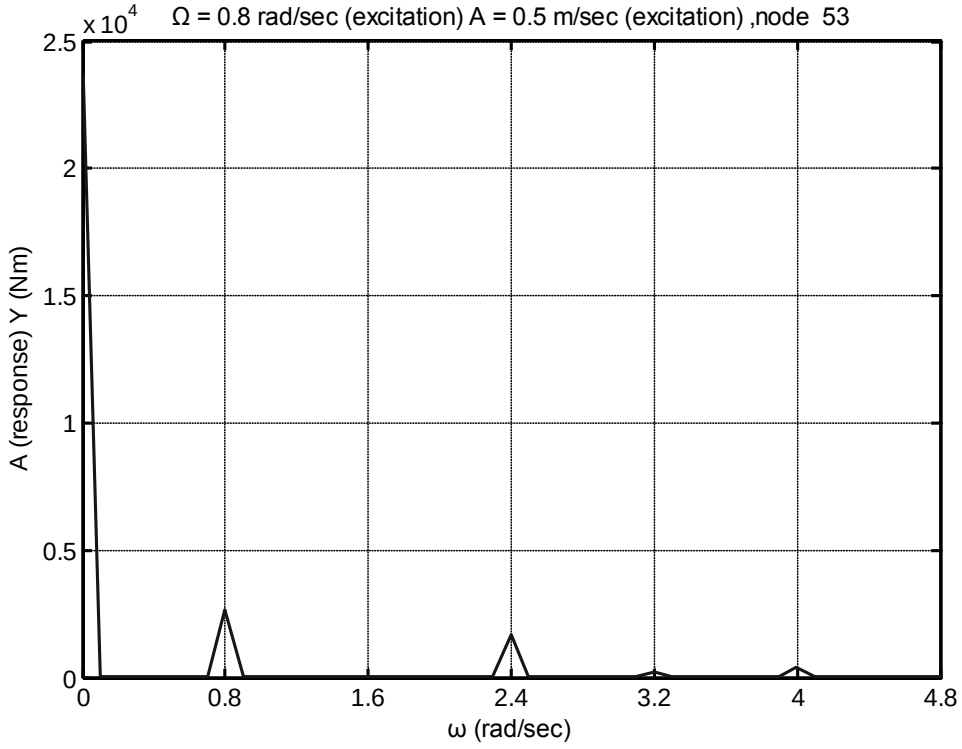

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1
2
3
4
5
6

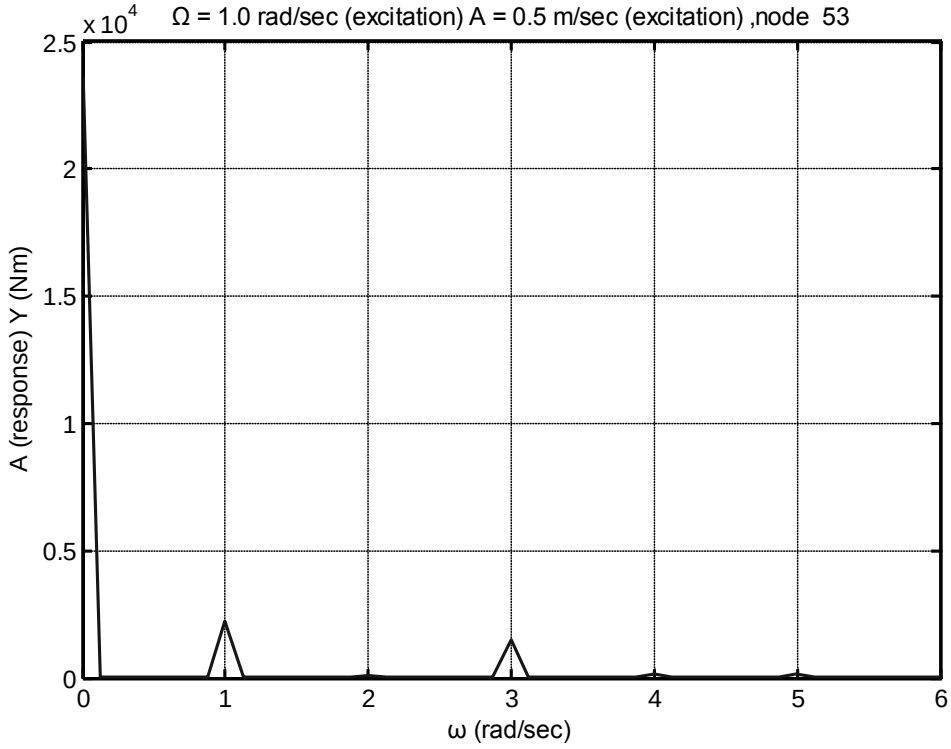

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 0.25 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

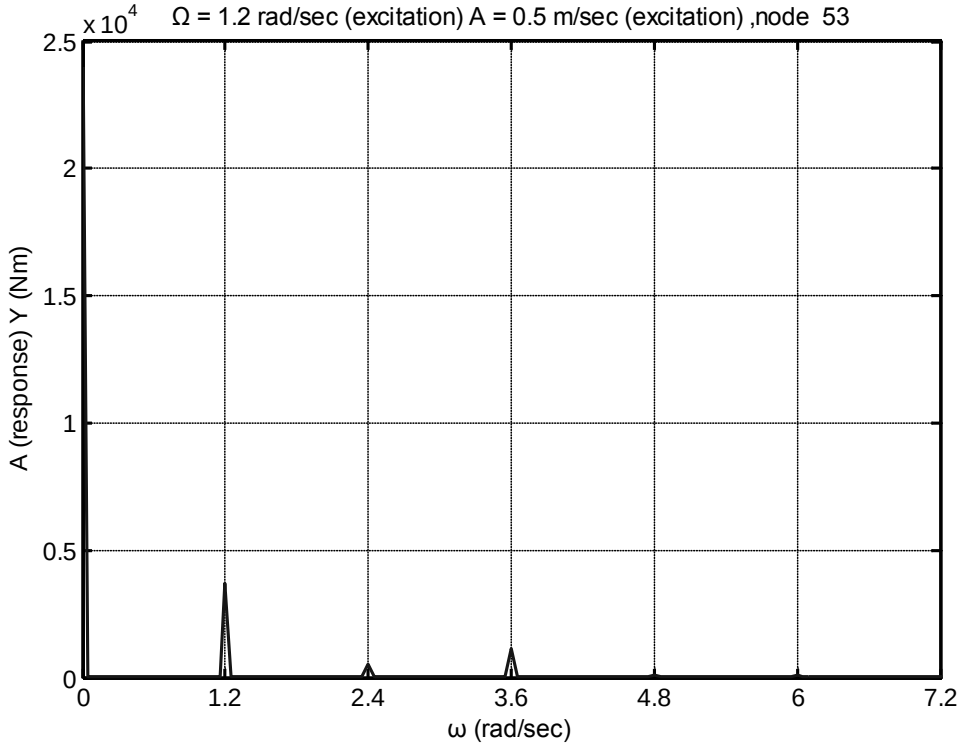

x 10^4
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2

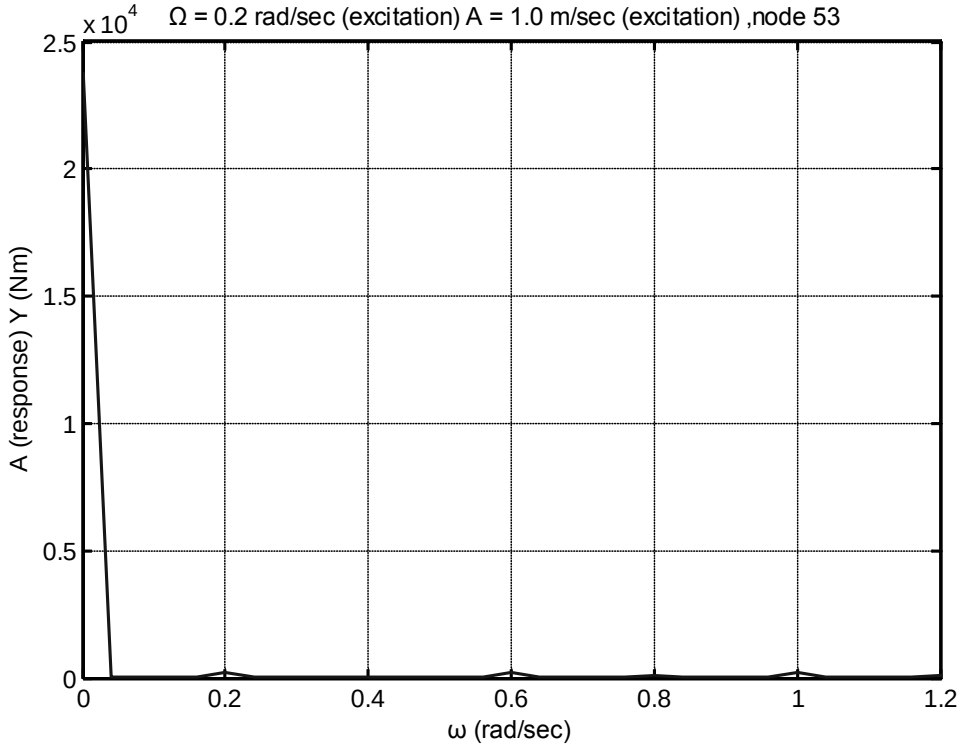

x 10^4
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4

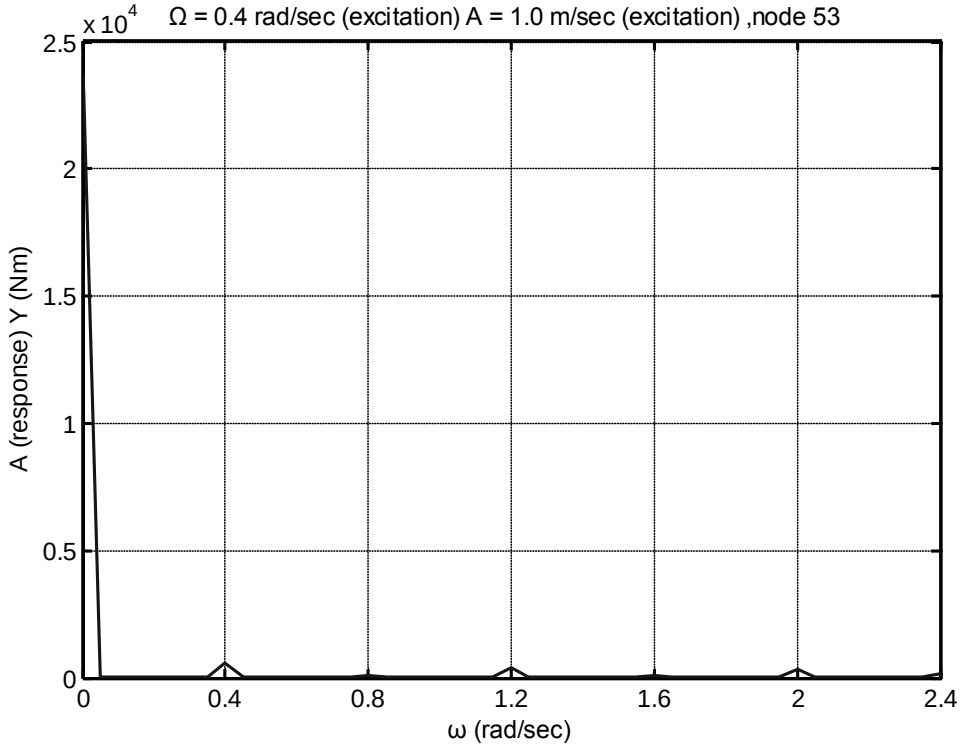

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

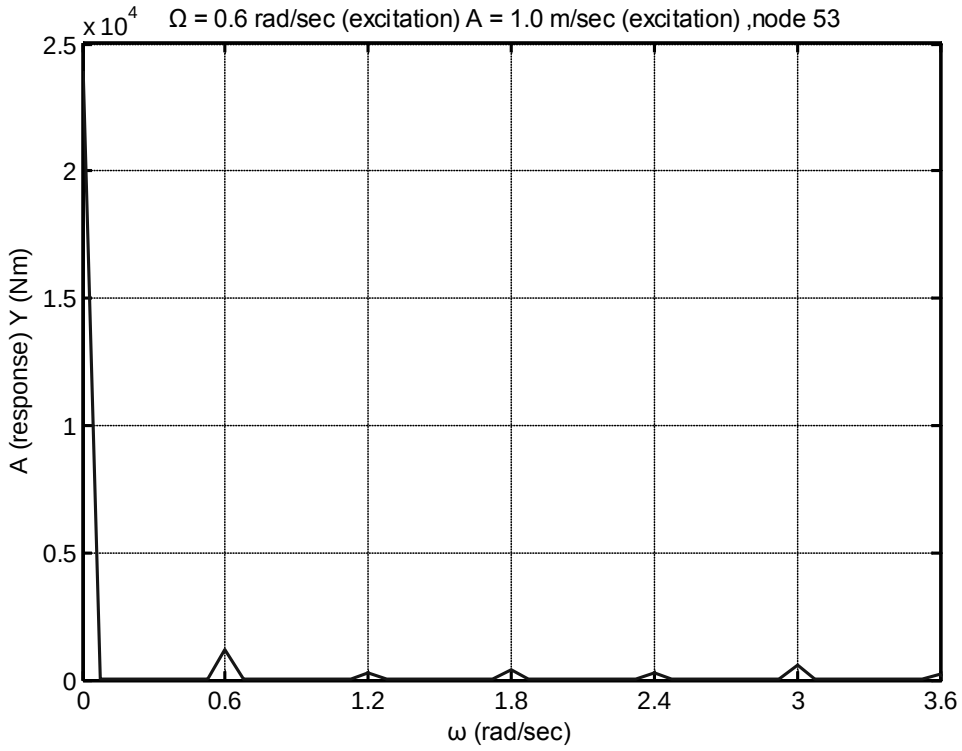

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

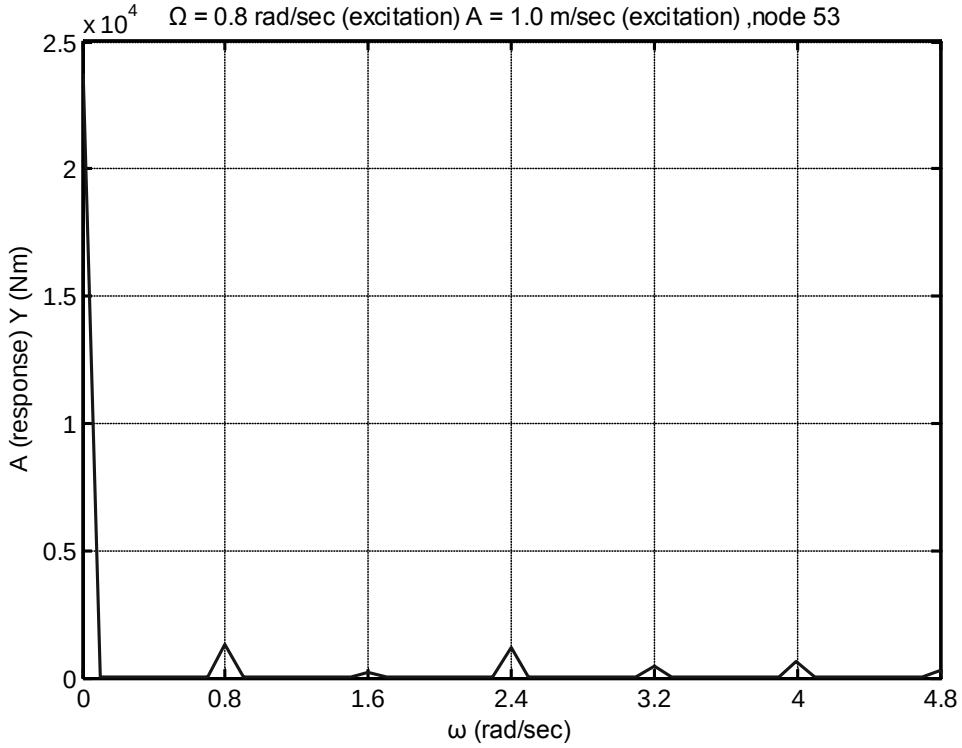

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1
2
3
4
5
6

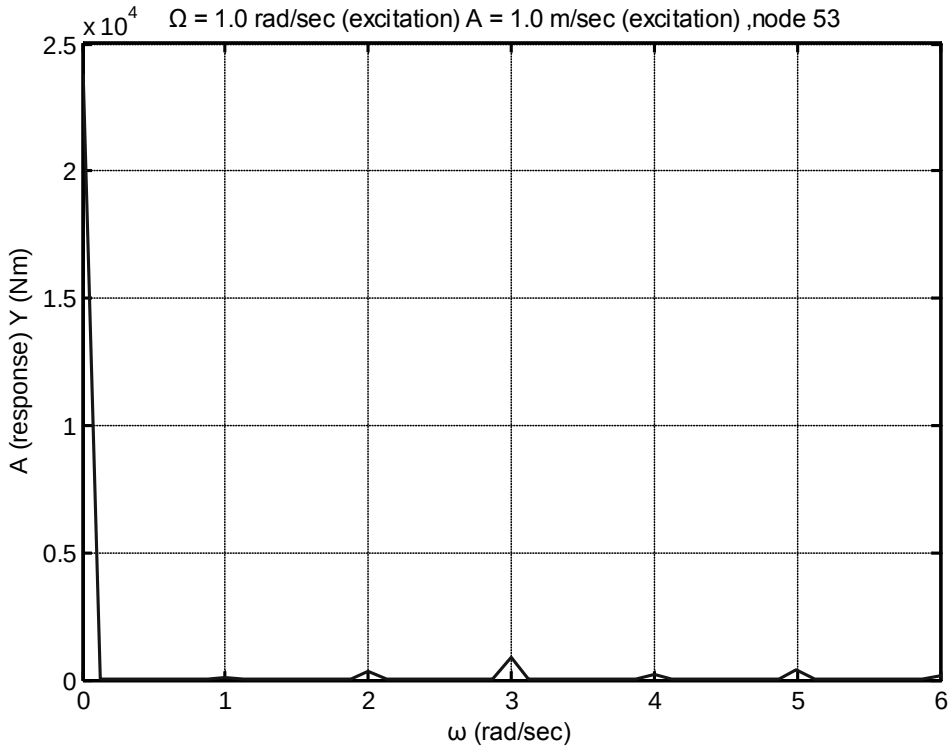

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 0.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

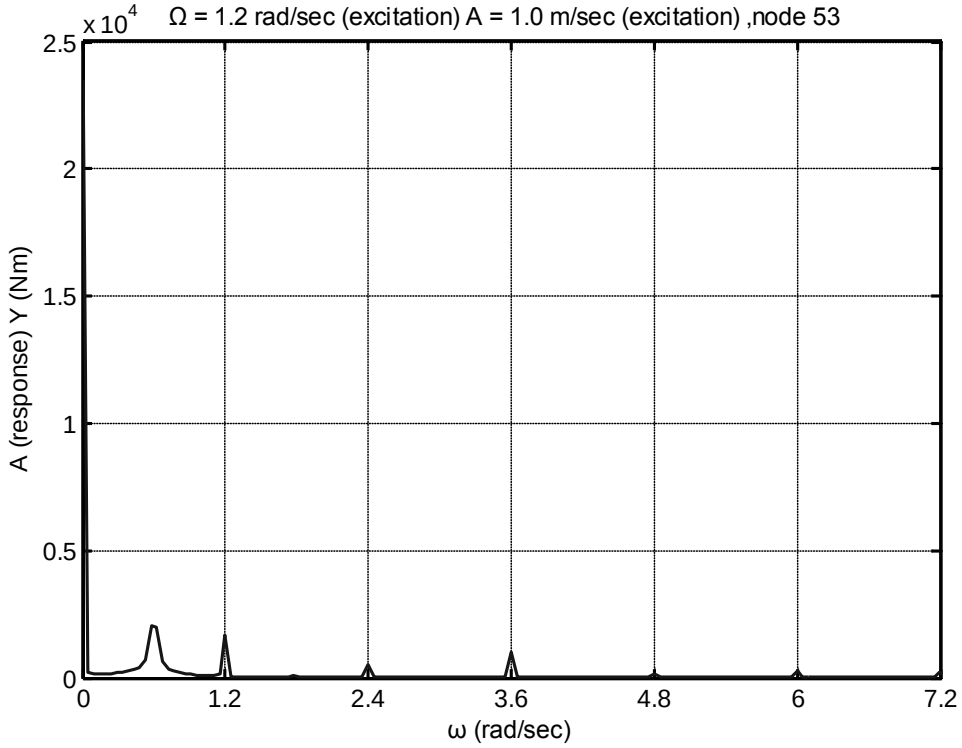

x 10^4
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2

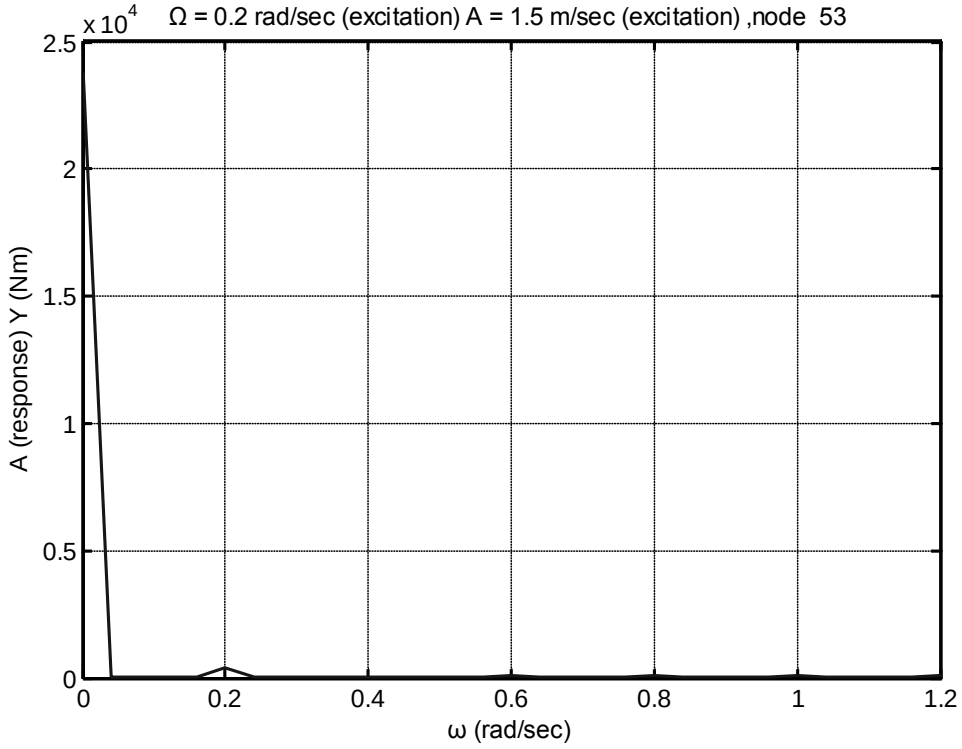

x 10^4
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4

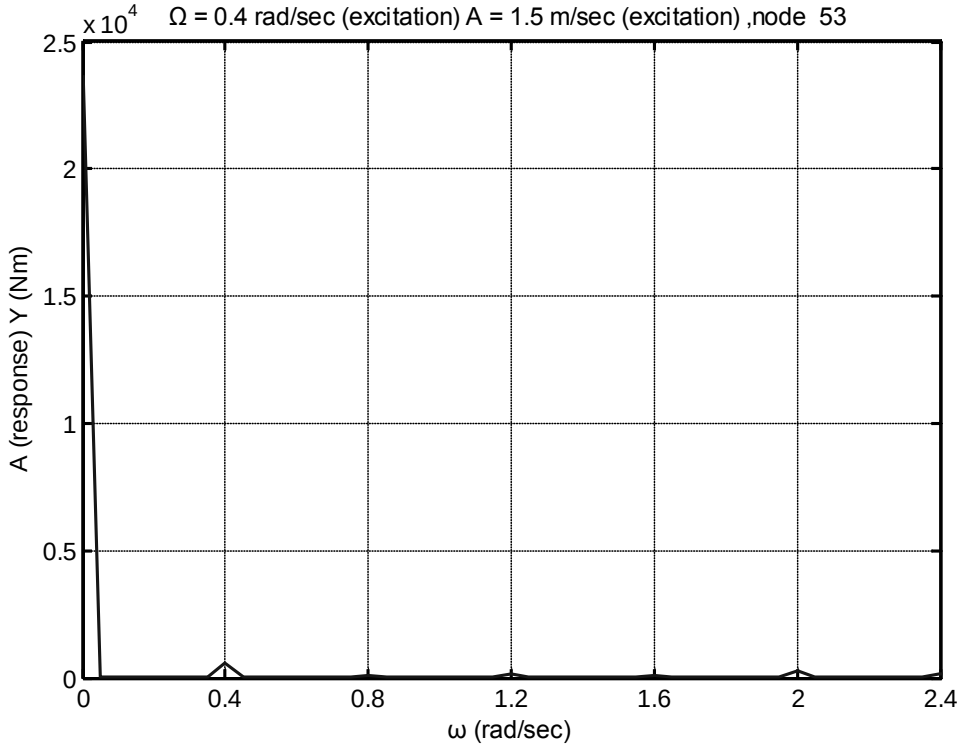

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

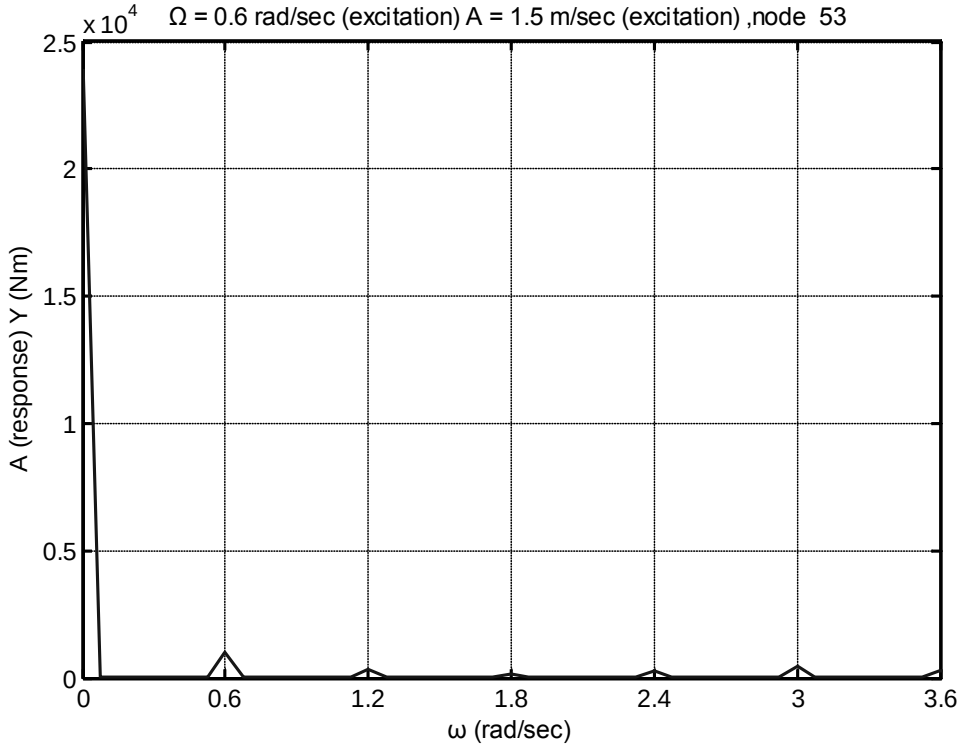

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

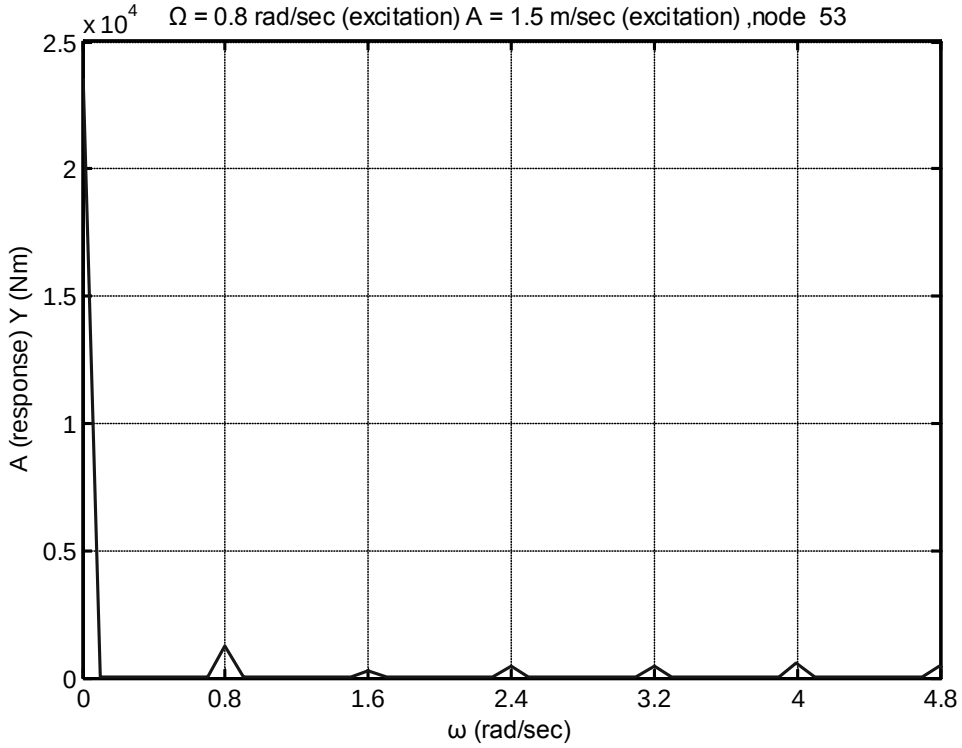

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1
2
3
4
5
6

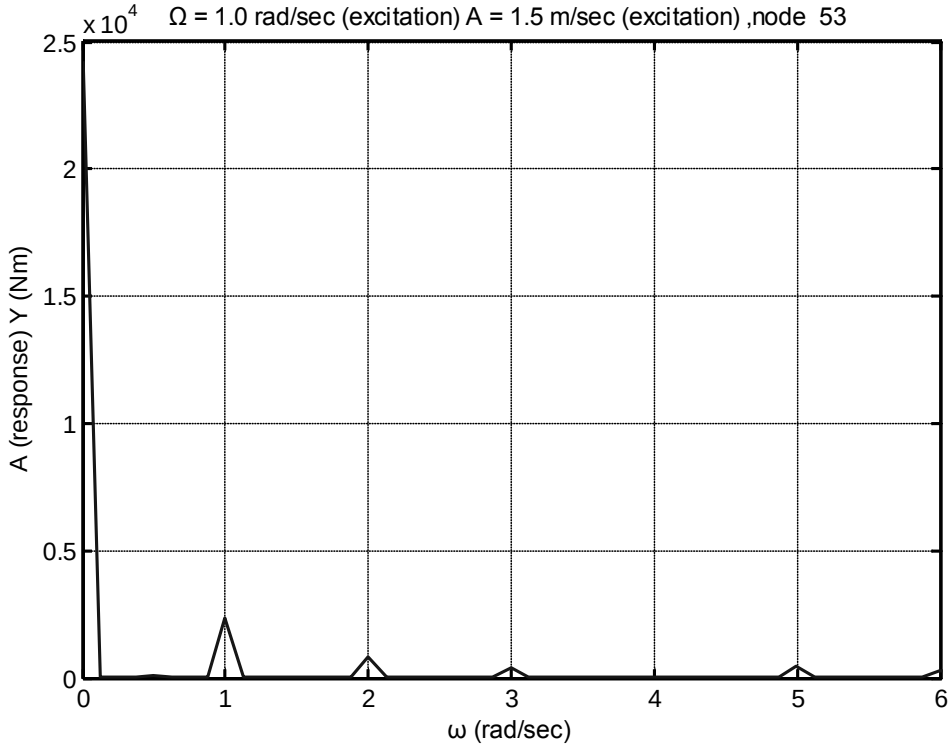

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 1.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

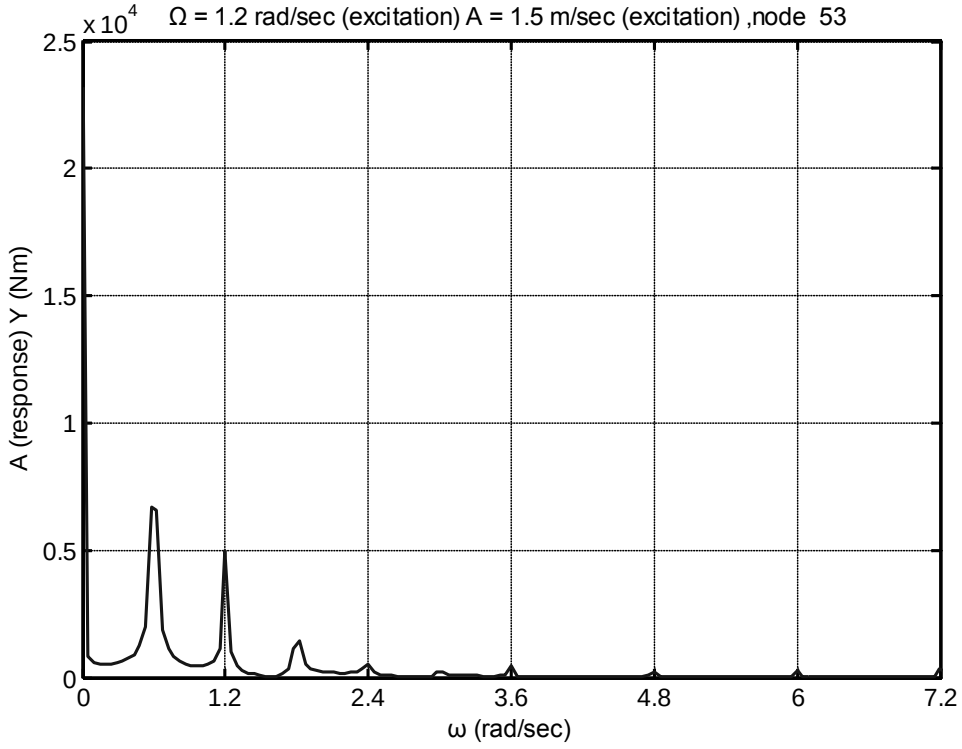

x 10^4
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2

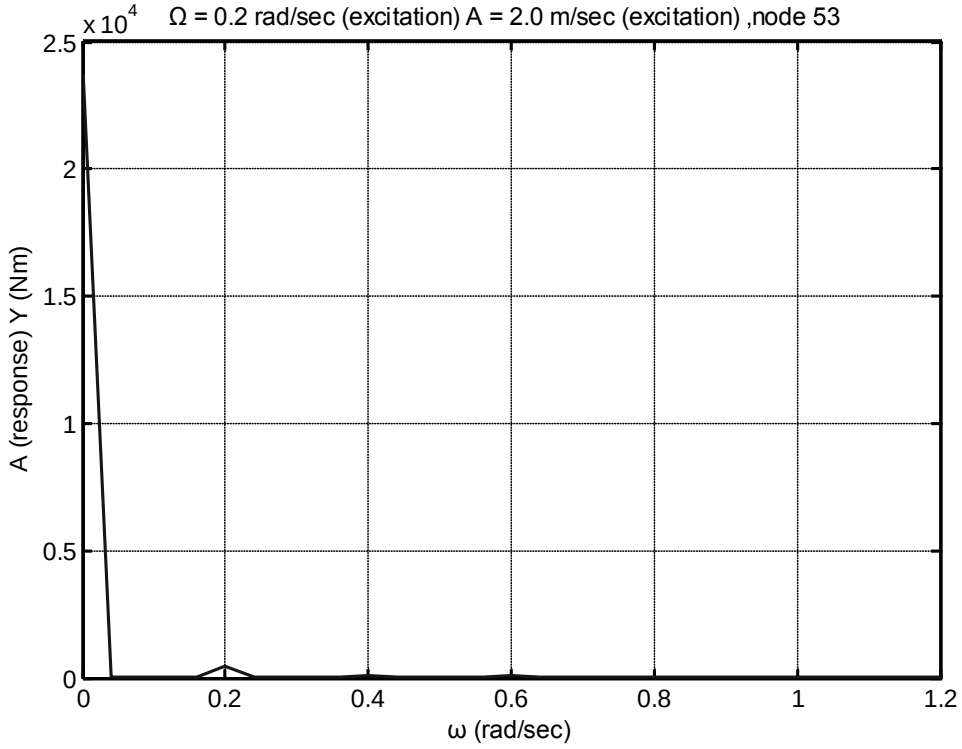

x 10^4
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4

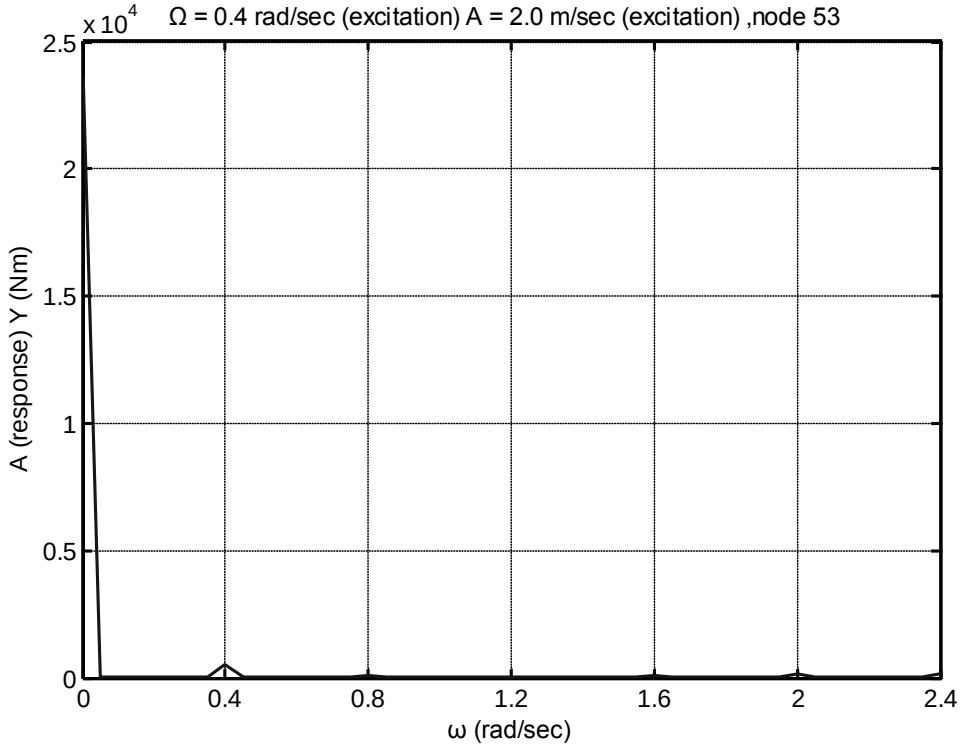

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

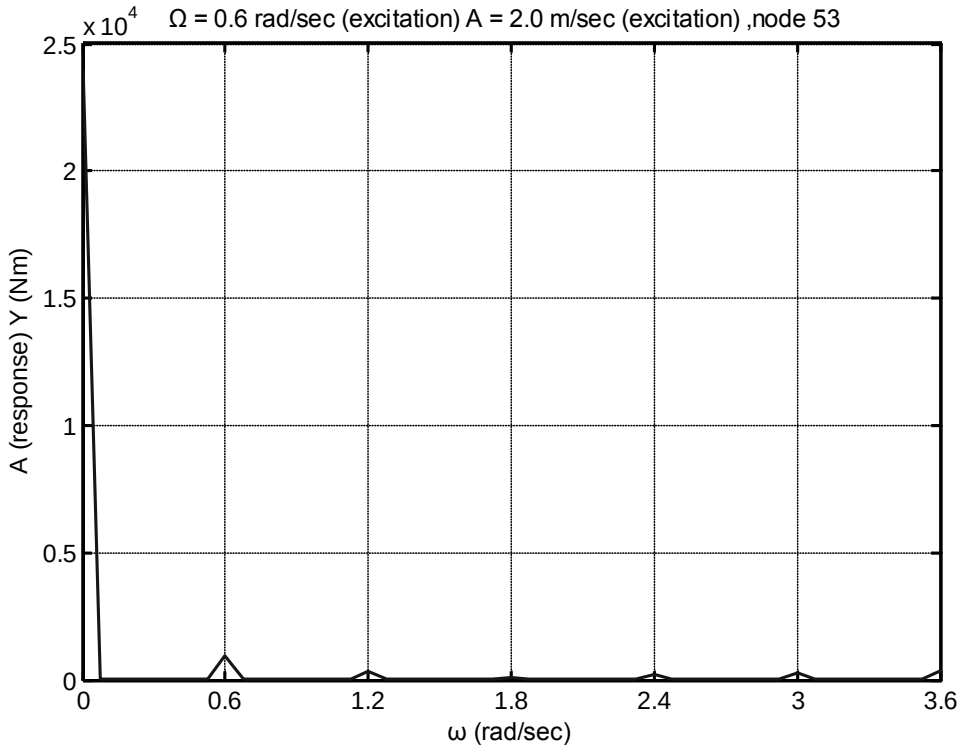

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

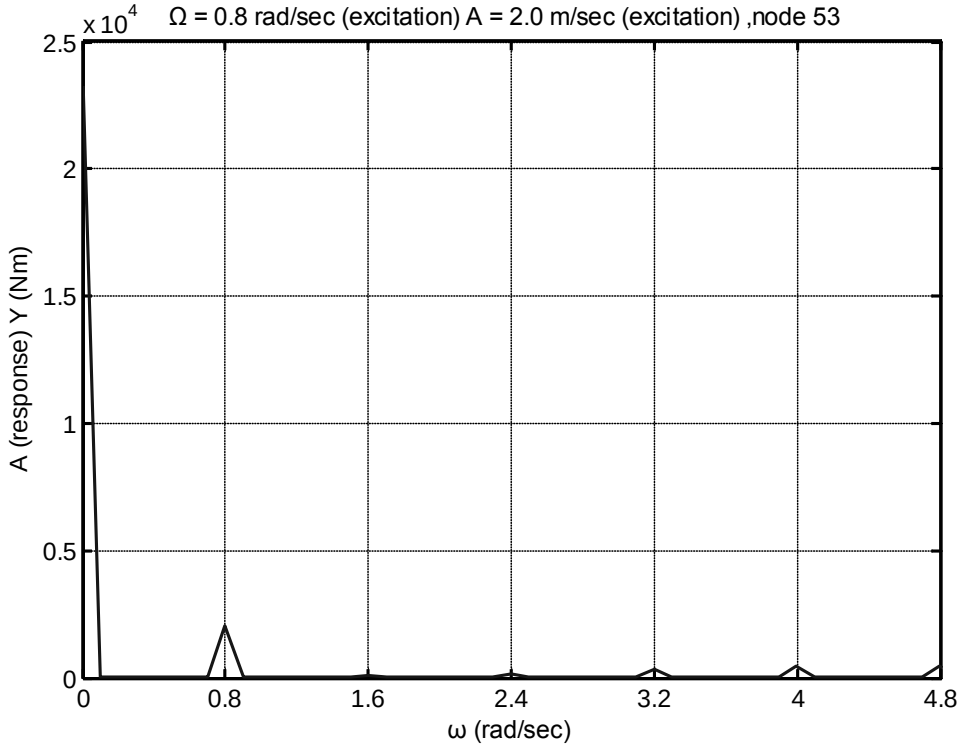

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1
2
3
4
5
6

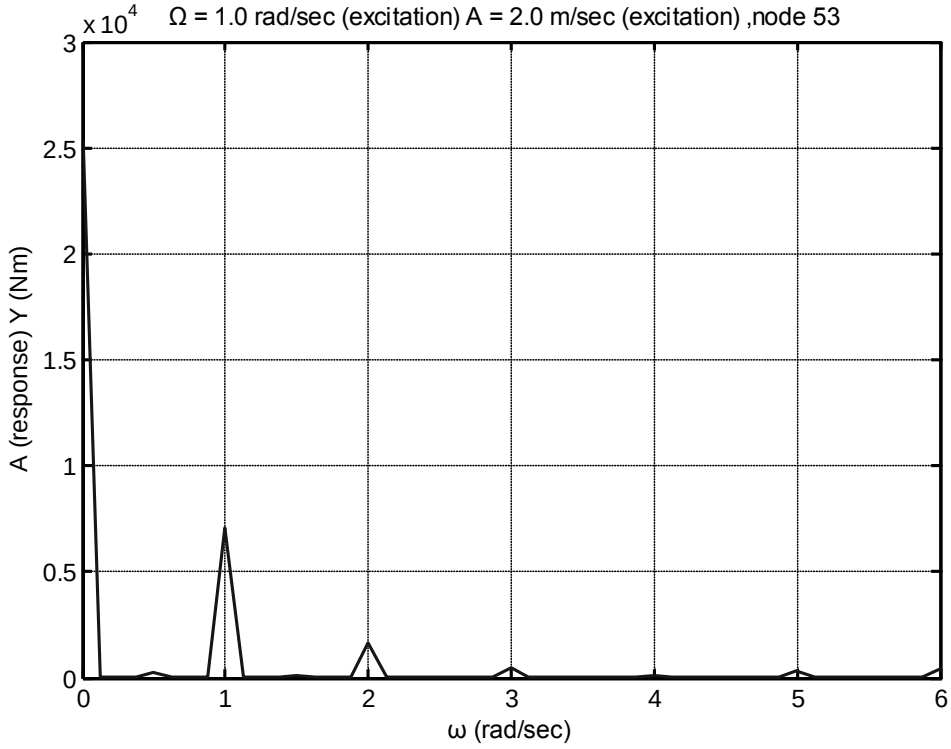

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 1.5 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

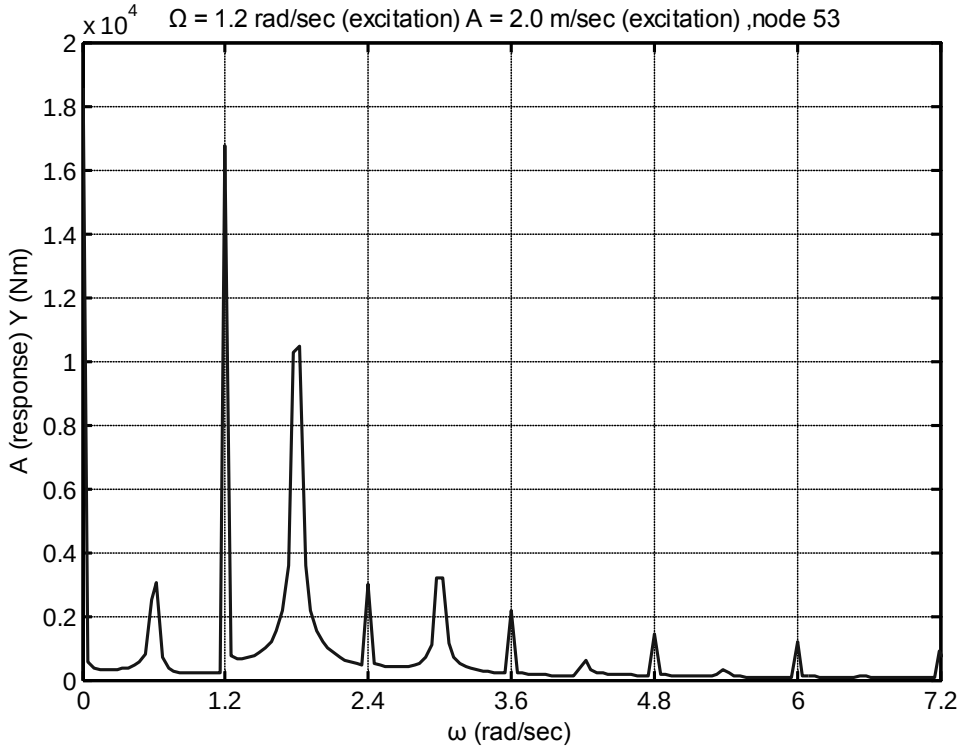

x 10^4
Ω = 0.2 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.2
0.4
0.6
0.8
1.2


x 10^4
Ω = 0.4 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.4
0.8
1.2
1.6
2
2.4


x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.6
1.2
1.8
2.4
3
3.6

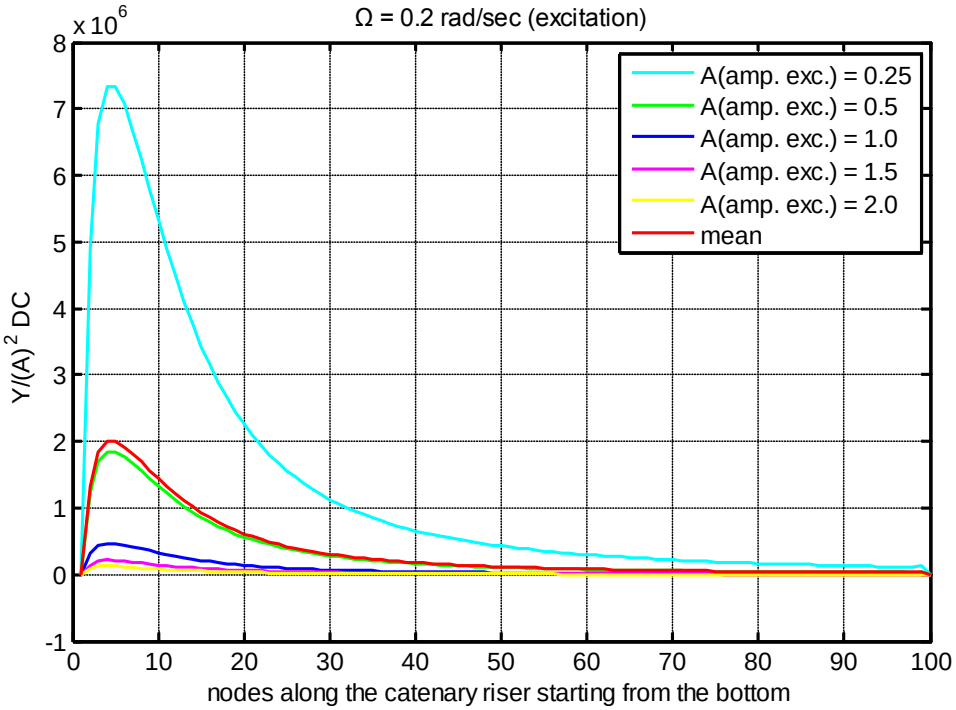

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0.8
1.6
2.4
3.2
4
4.8

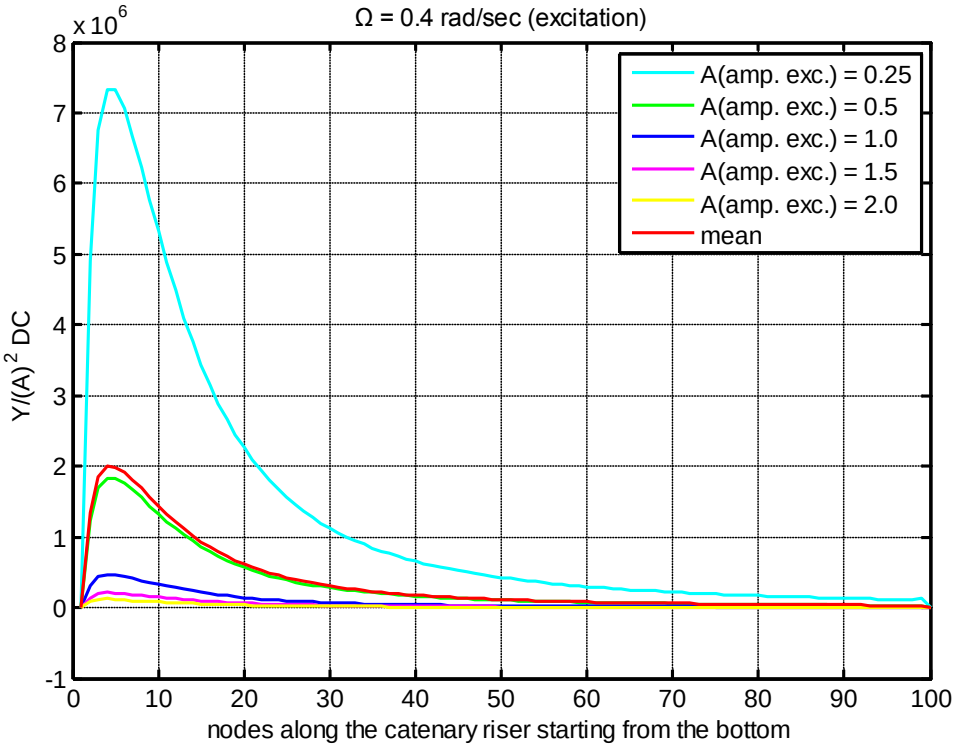

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
0
1
2
3
4
5
6

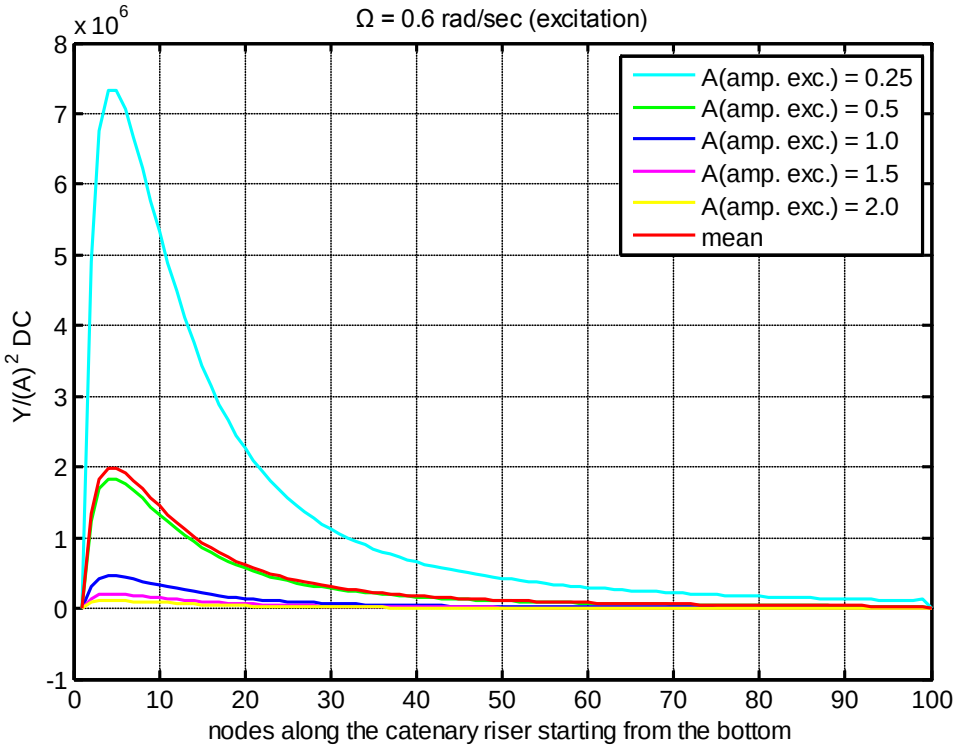

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) A = 2.0 m/sec (excitation) ,node 53
A (response) Y (Nm)
ω (rad/sec)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
0
1.2
2.4
3.6
4.8
6
7.2

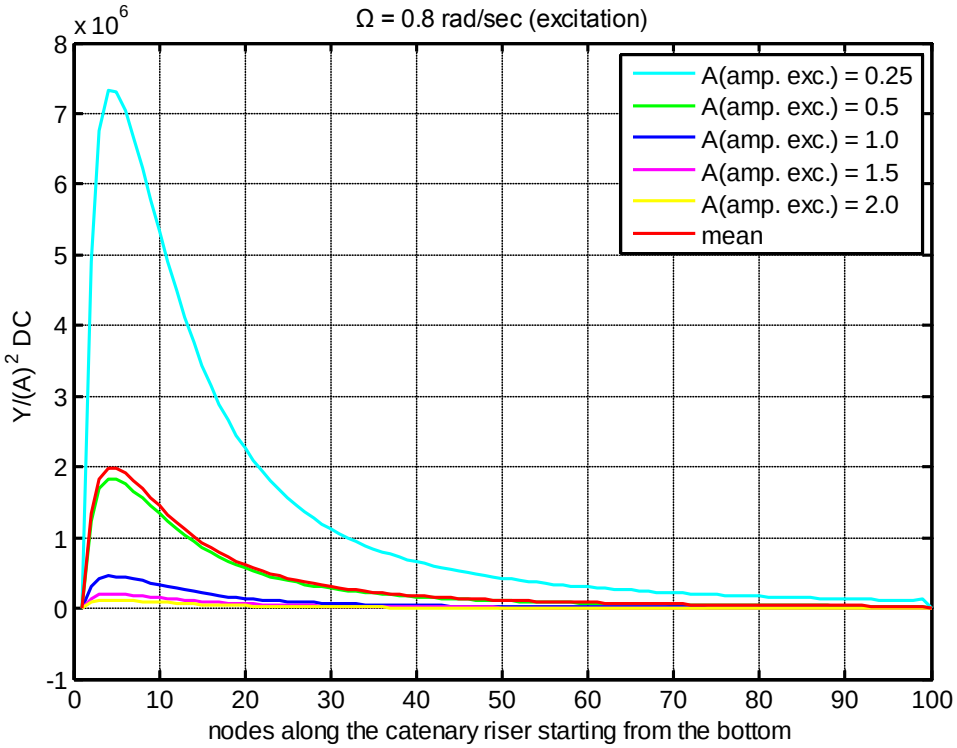
Παράρτημα Β: Παρουσίαση των κανονικοποιημένων αποκρίσεων για όλες τις συχνότητες διέγερσης

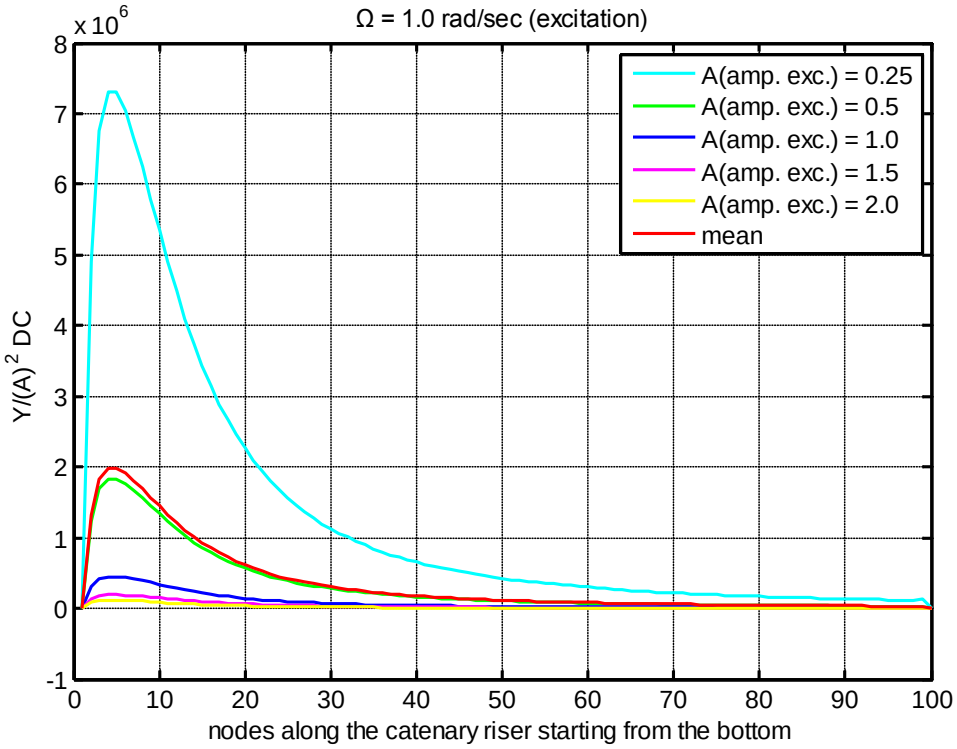
Διαγράμματα 1-6: Κανονικοποιήμενες αποκρίσεις του στατικού όρου και μέση τιμή αυτών.

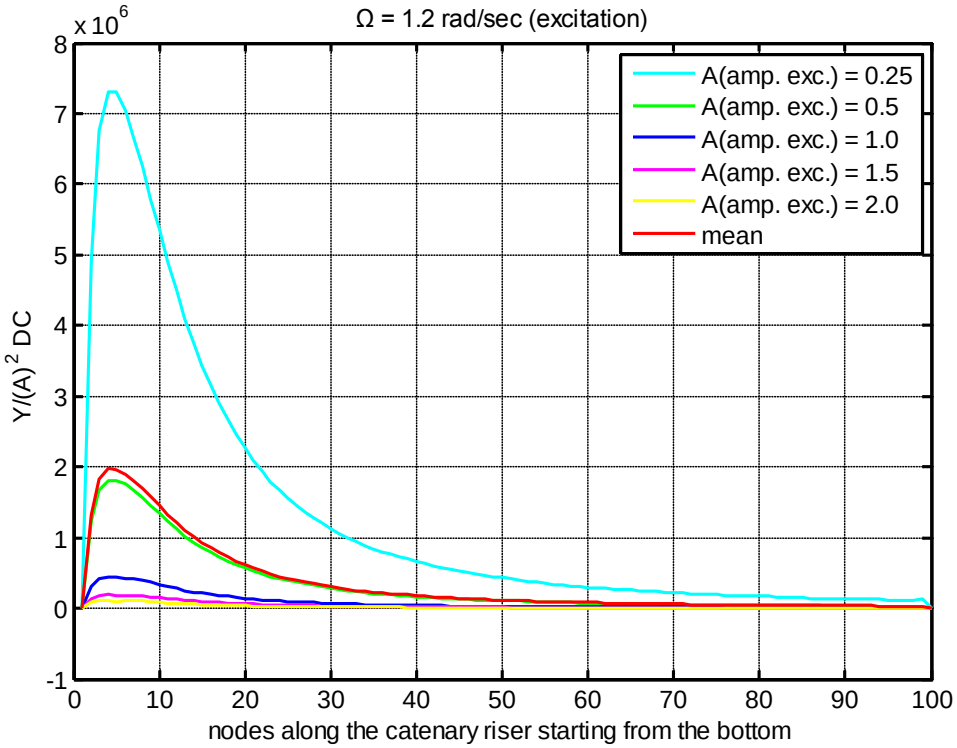




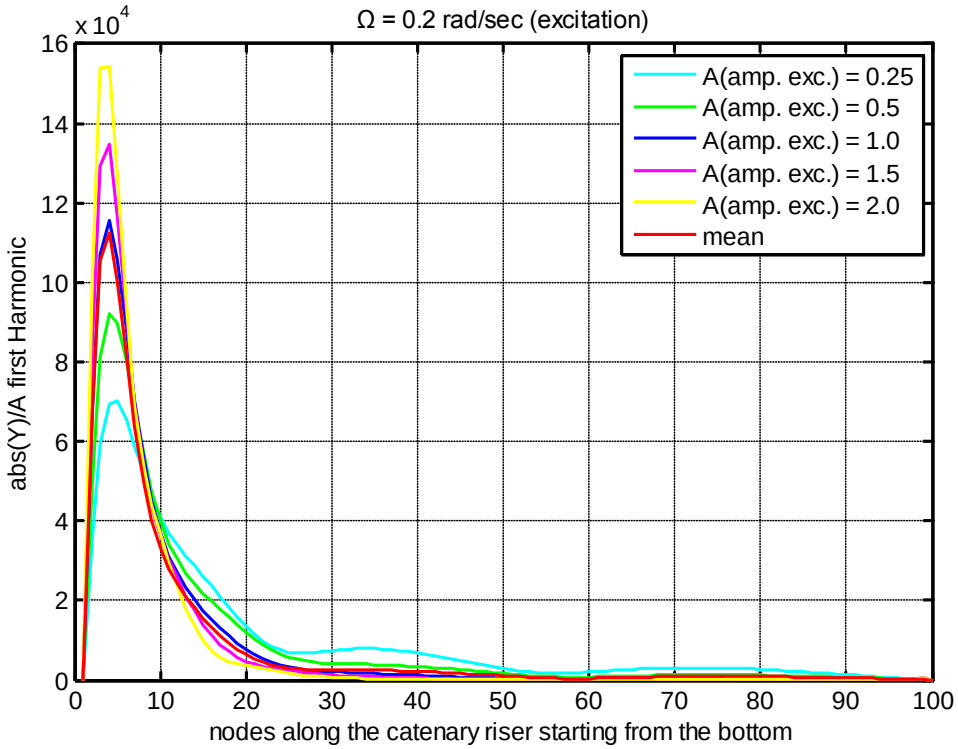

Ω = 0.6 rad/sec (excitation)
x 10^6
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

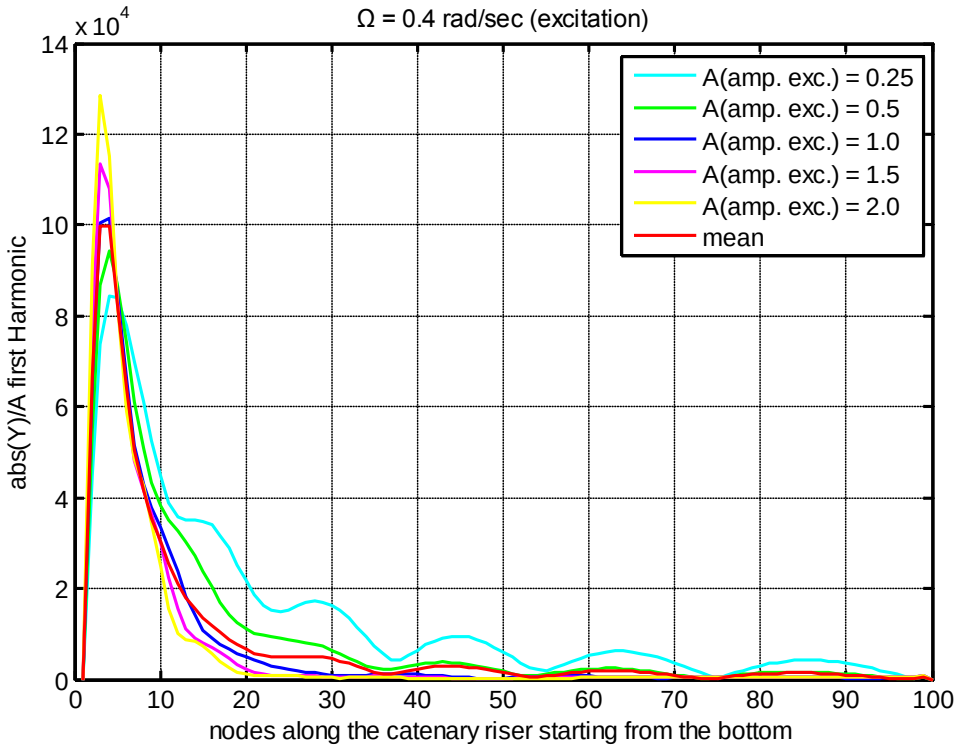

Ω = 0.8 rad/sec (excitation)
x 10^6
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

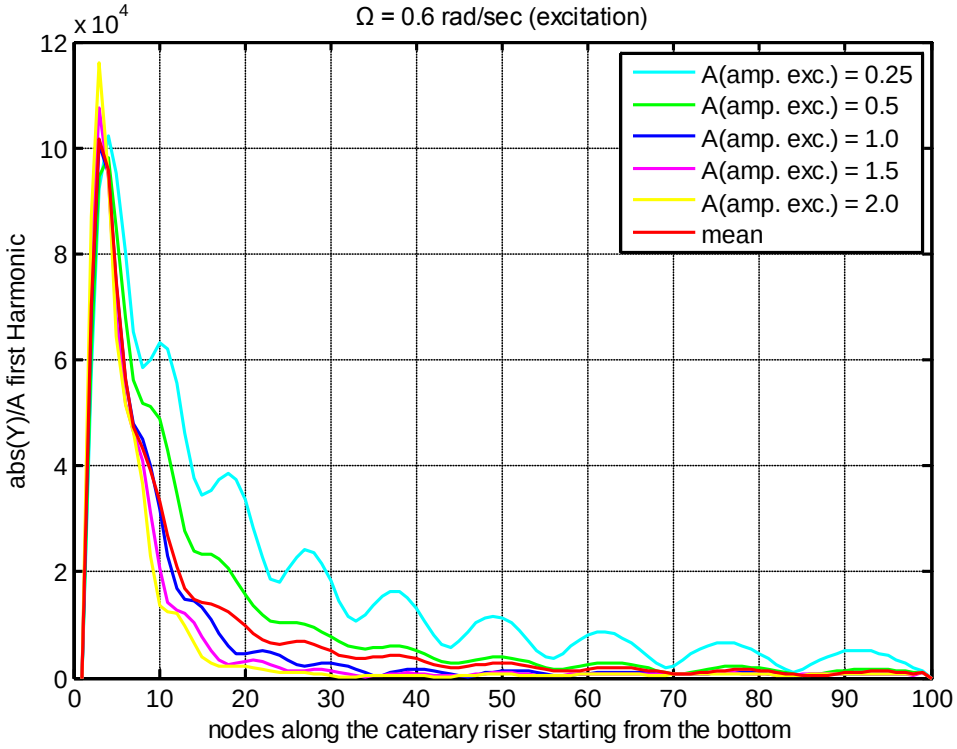

Ω = 1.0 rad/sec (excitation)
x 10^6
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

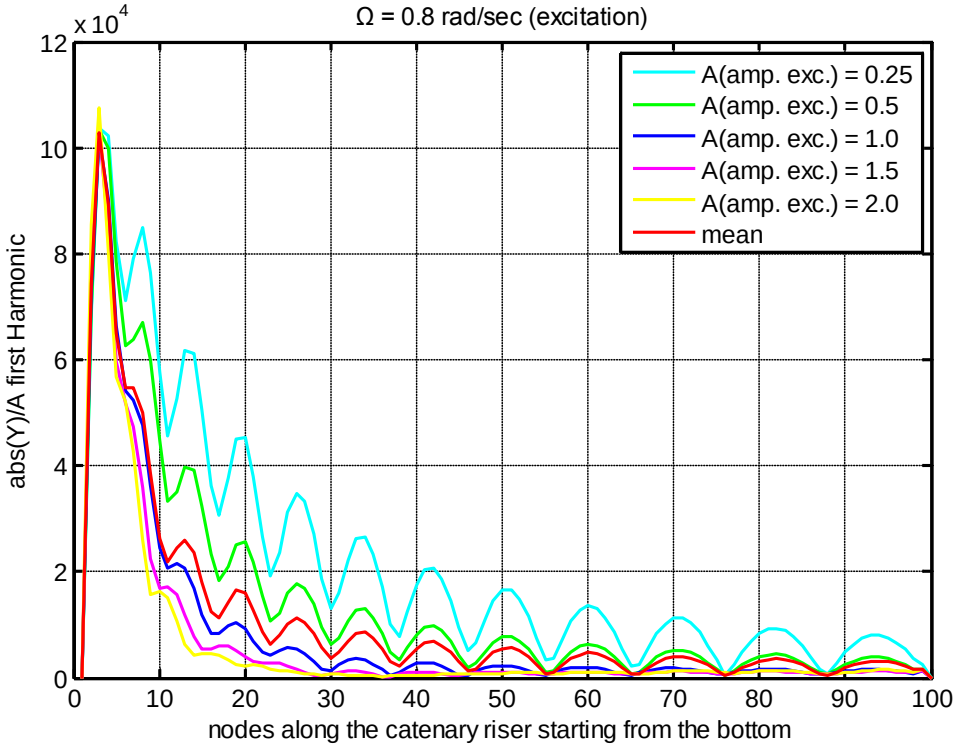

Ω = 1.2 rad/sec (excitation)
x 10^6
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

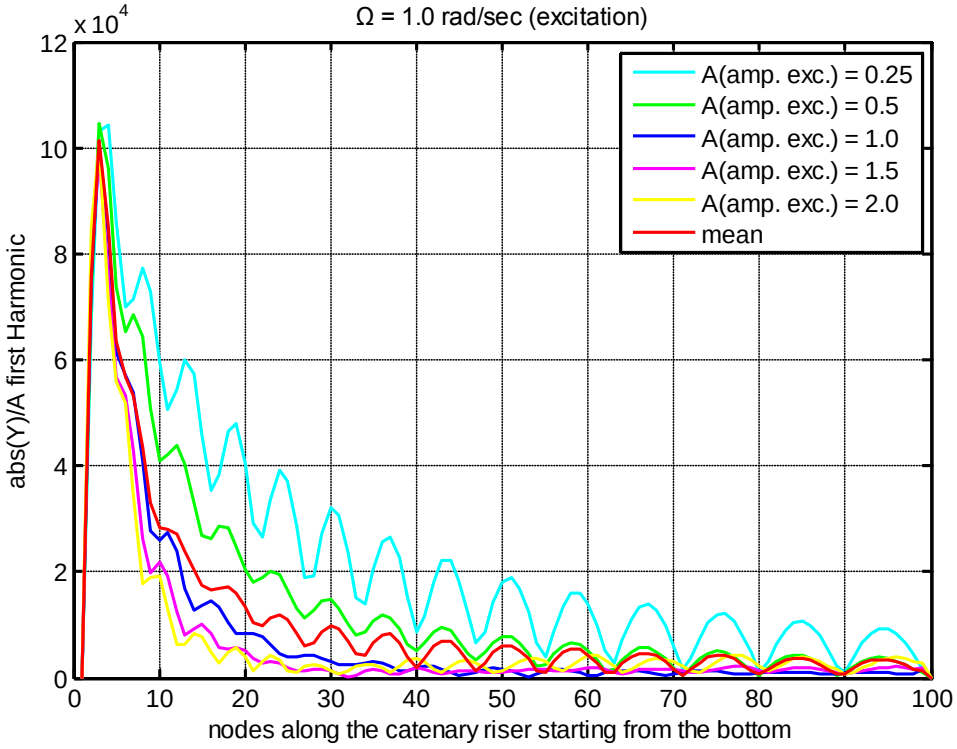
Διαγράμματα 7-12: Κανονικοποιήμενες αποκρίσεις της πρώτης αρμονικής και μέση τιμή αυτών.

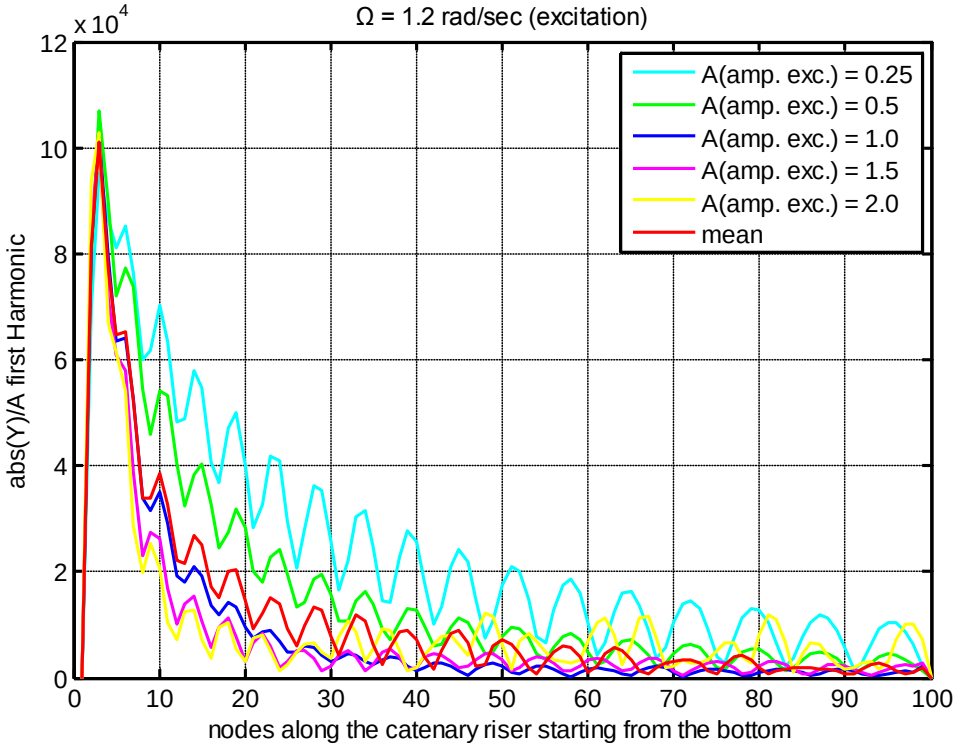





Ω = 0.6 rad/sec (excitation)
x 10^4
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

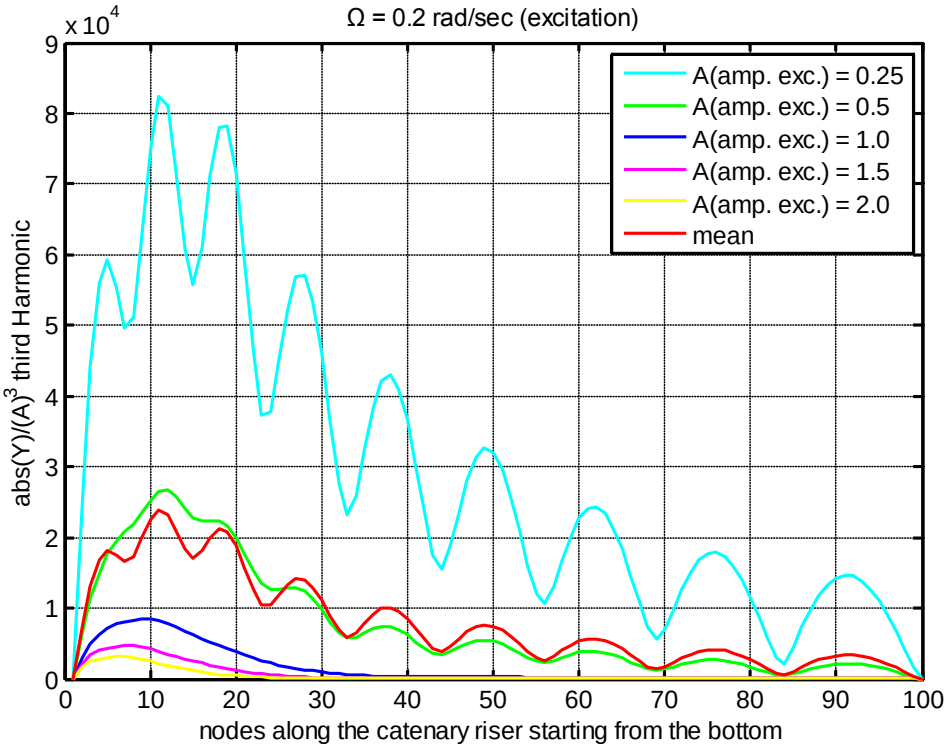

Ω = 0.8 rad/sec (excitation)
x 10^4
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

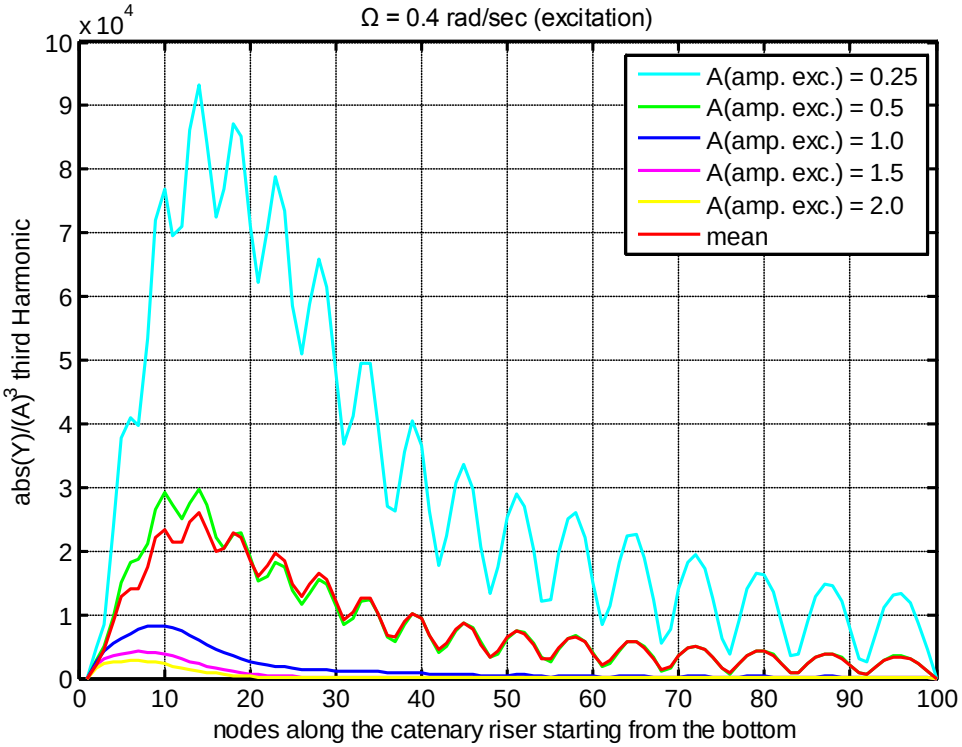

Ω = 1.0 rad/sec (excitation)
x 10^4
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

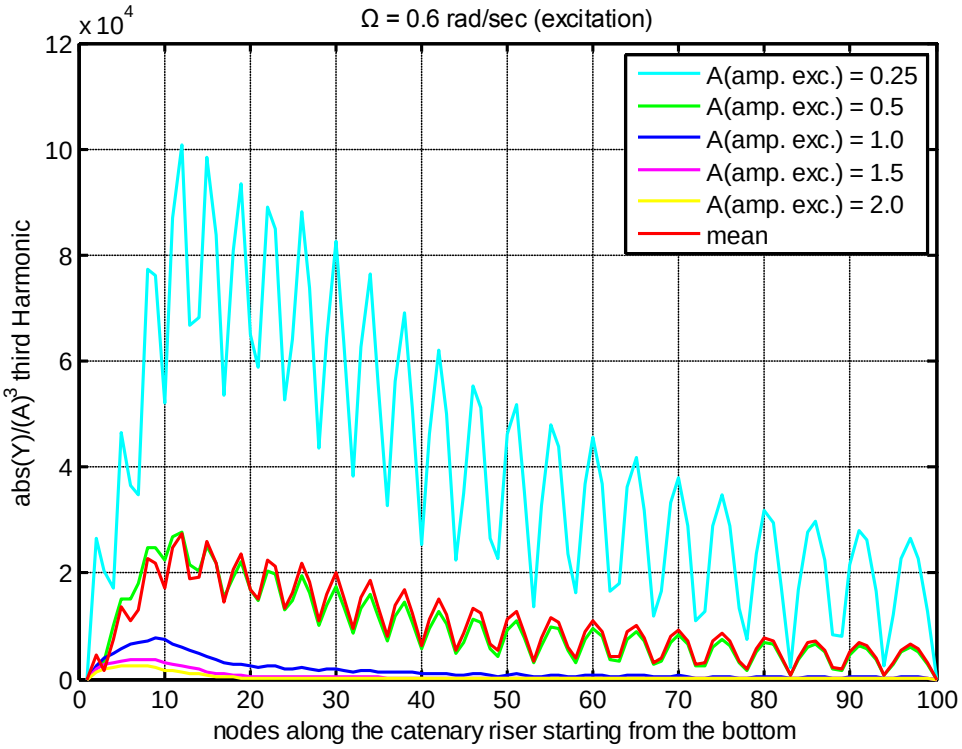

Ω = 1.2 rad/sec (excitation)
x 10^4
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

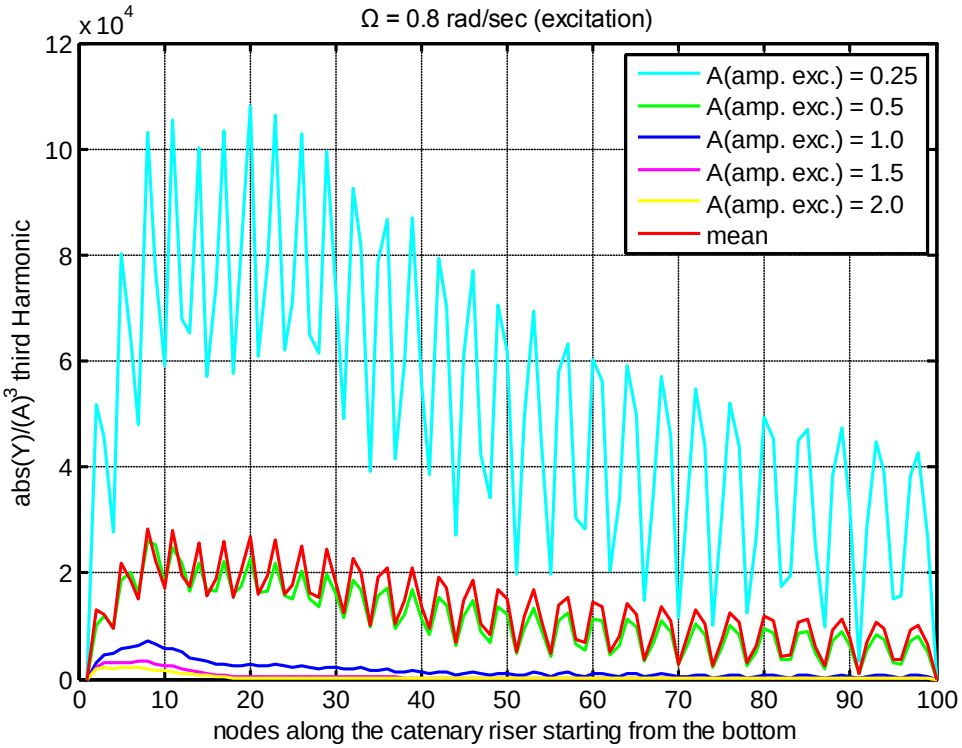
Διαγράμματα 13-18: Κανονικοποιήμενες αποκρίσεις της τρίτης αρμονικής και μέση τιμή αυτών.

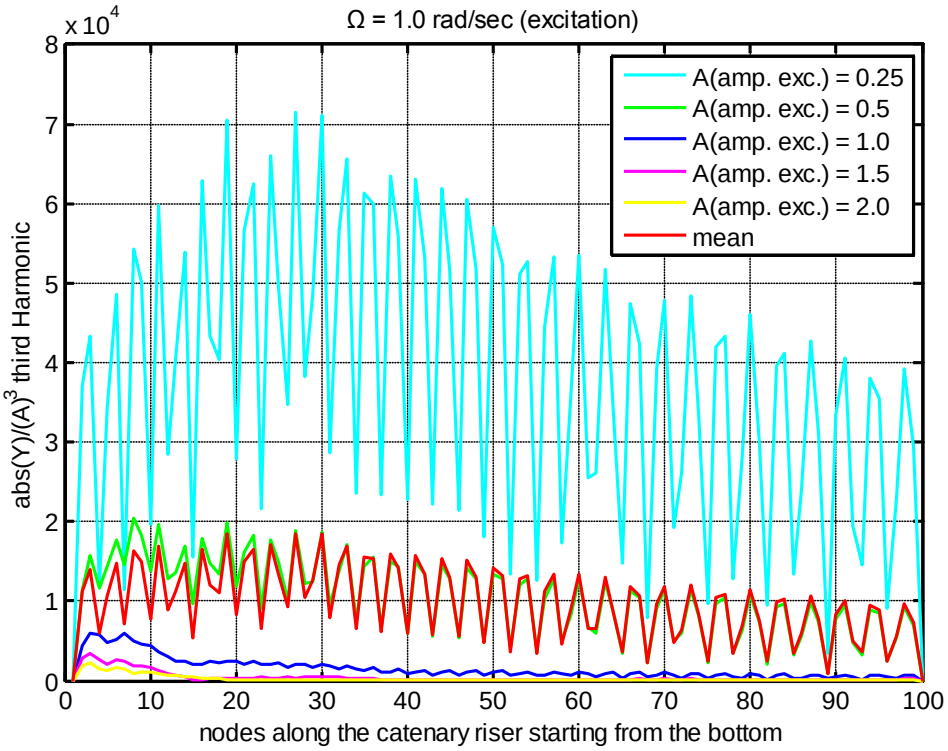
.

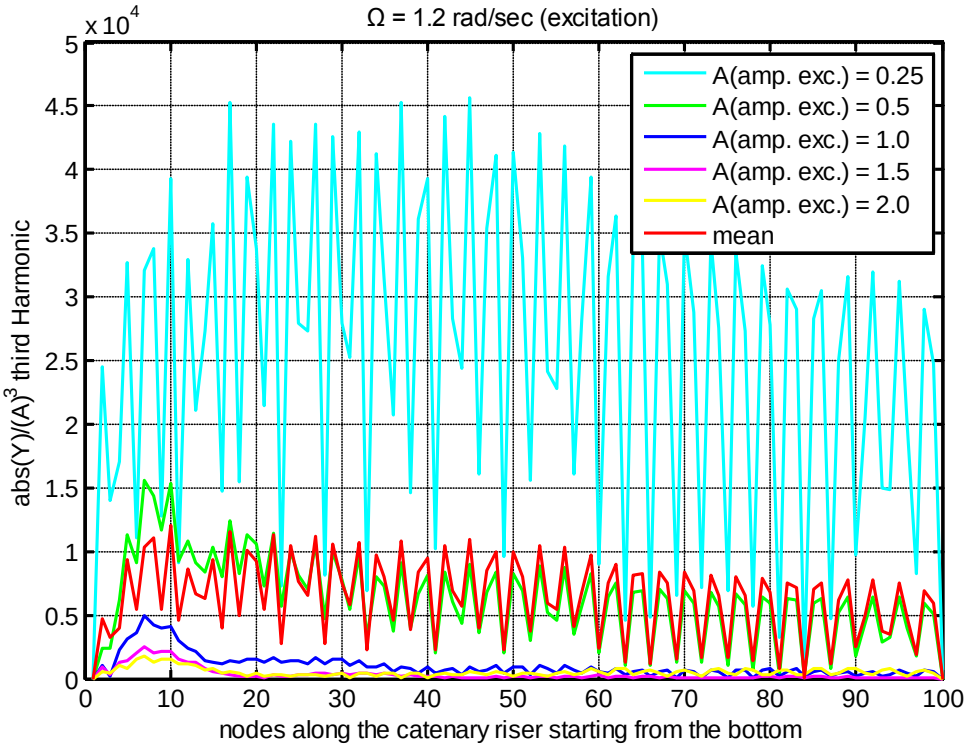




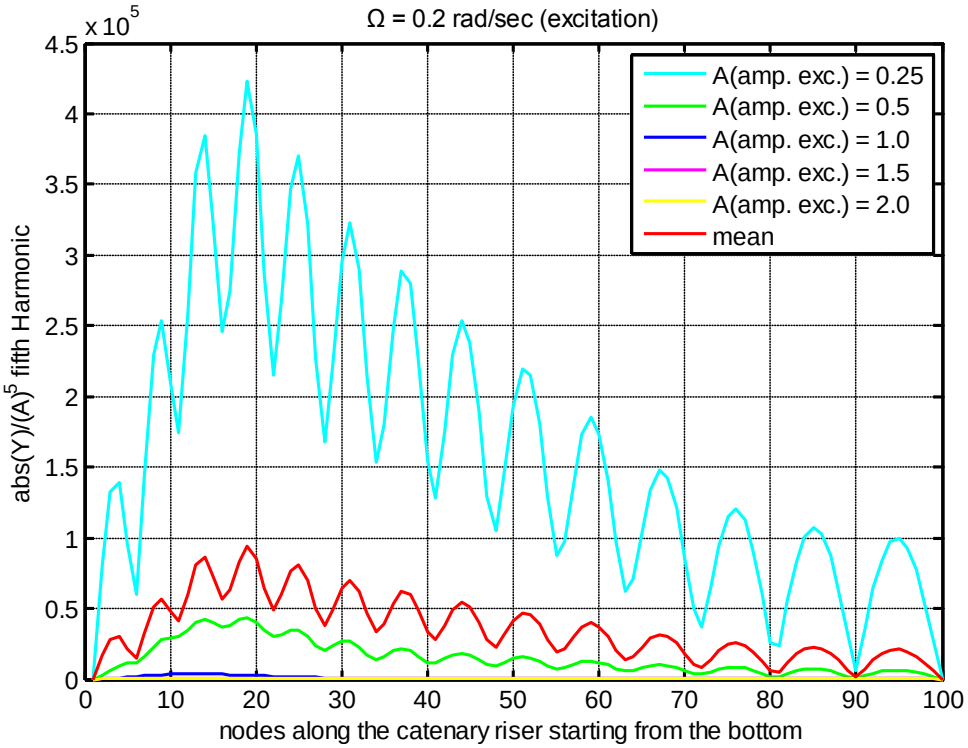

Ω = 0.6 rad/sec (excitation)
x 10^4
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

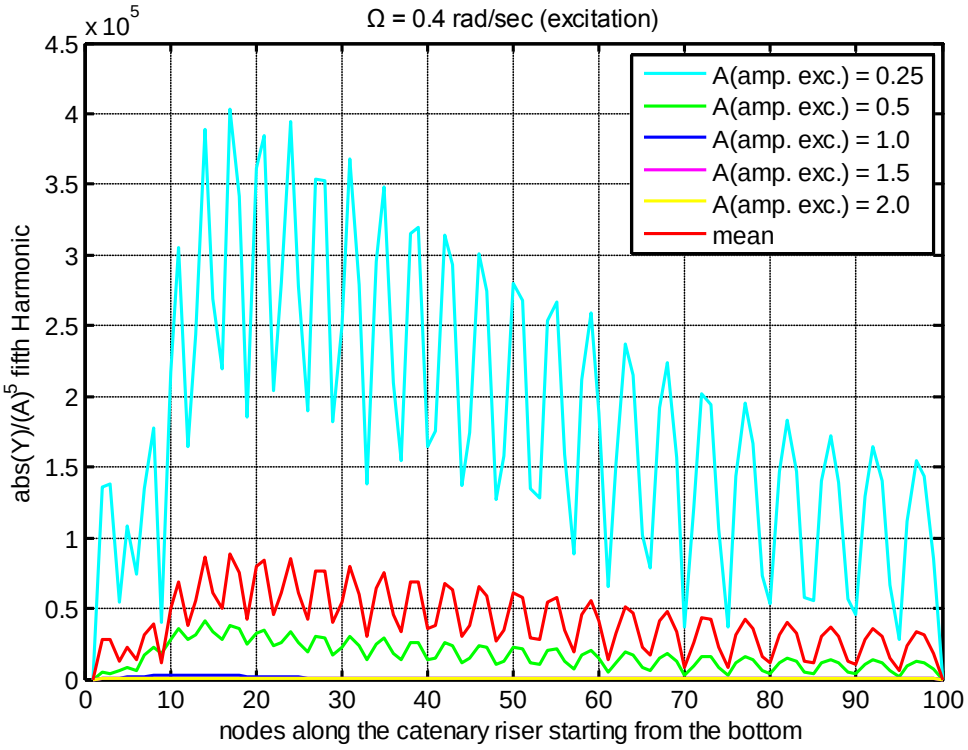

Ω = 0.8 rad/sec (excitation)
x 10^4
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

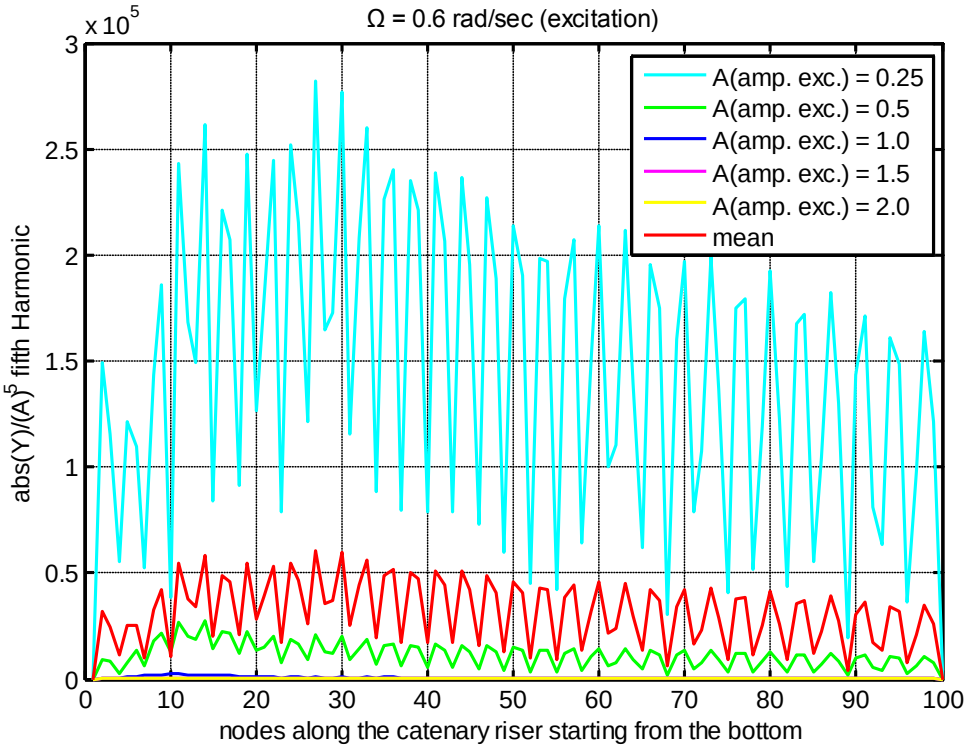

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation)
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

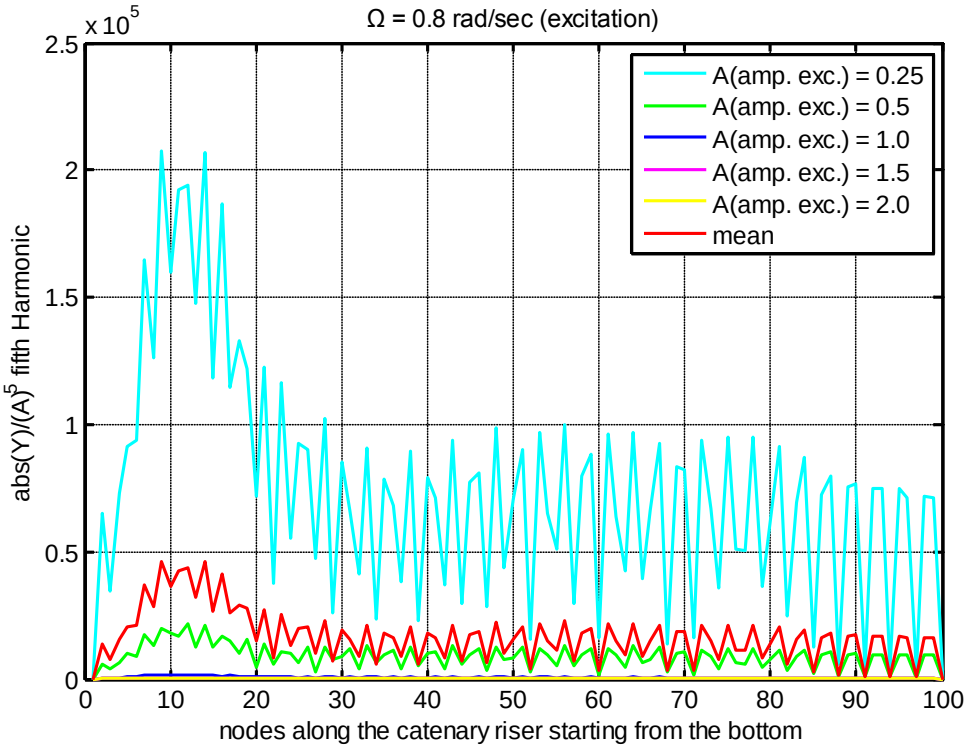

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation)
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

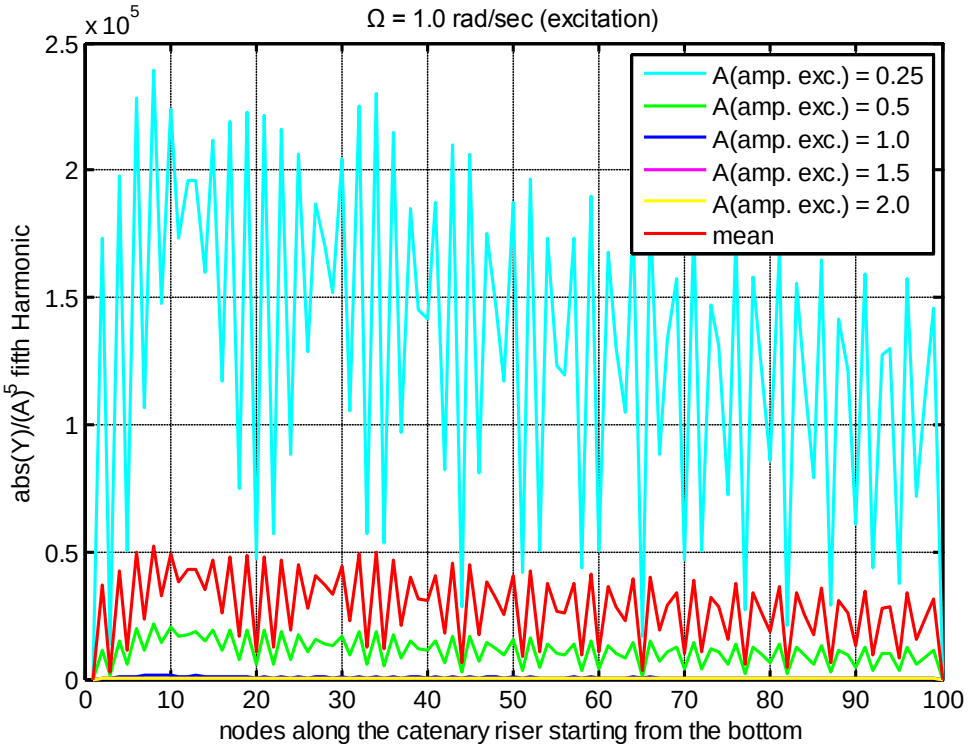
Διαγράμματα 19-24: Κανονικοποιήμενες αποκρίσεις της πέμπτης αρμονικής και μέση τιμή αυτών.

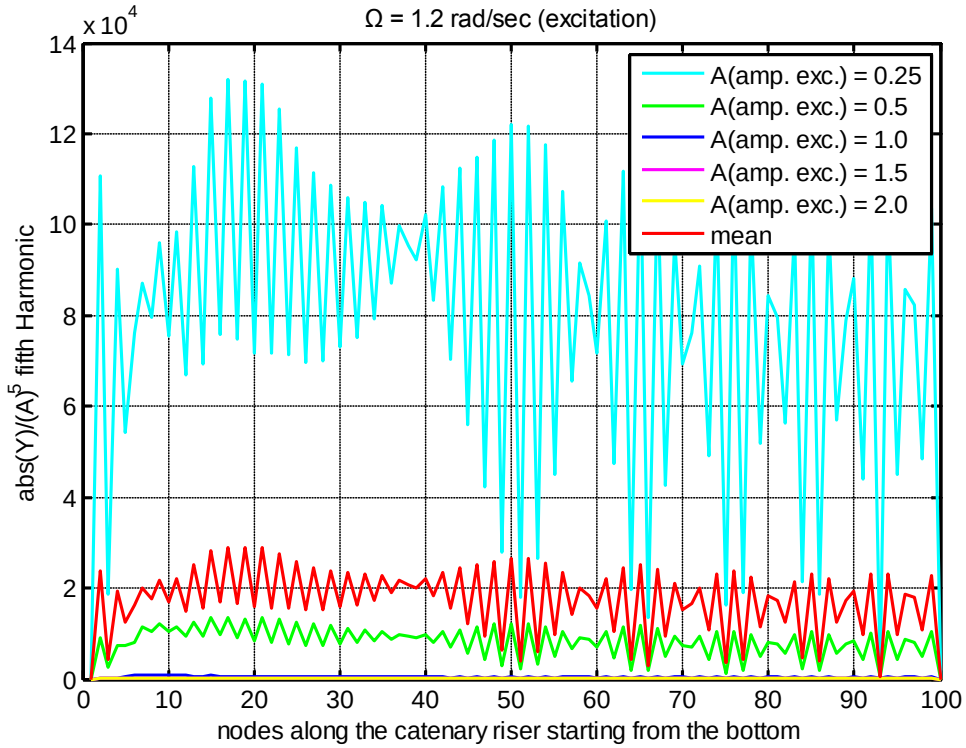





Ω = 0.6 rad/sec (excitation)
x 10^5
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

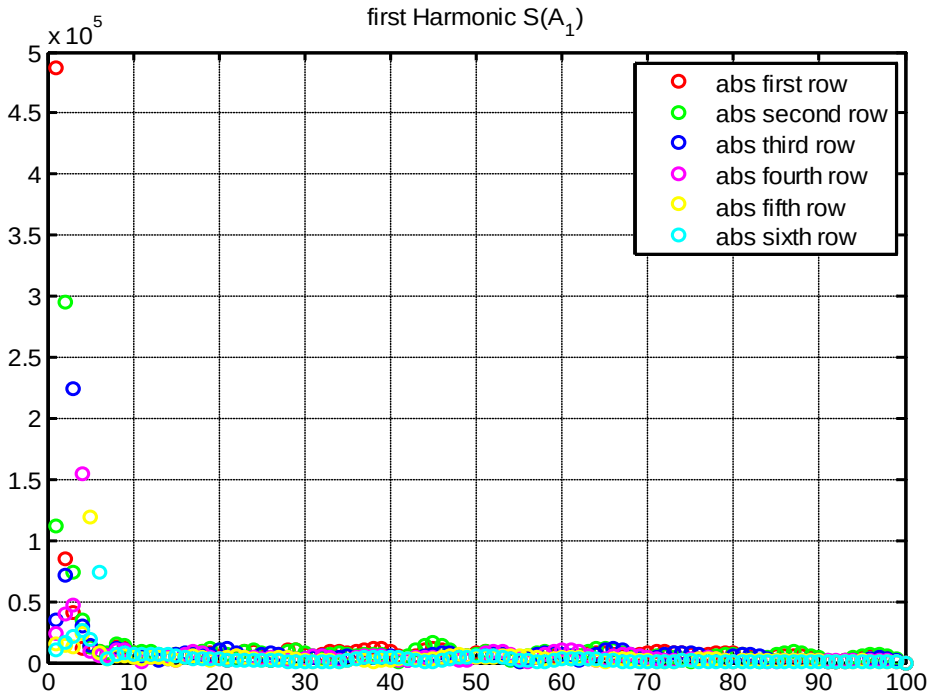

Ω = 0.8 rad/sec (excitation)
x 10^5
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

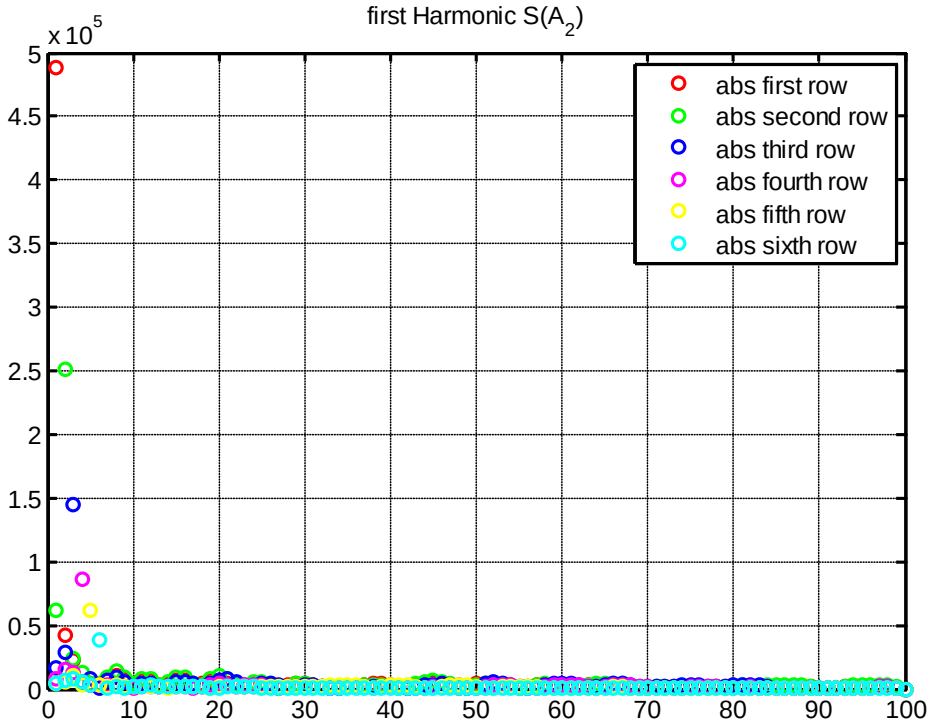

Ω = 1.0 rad/sec (excitation)
x 10^5
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

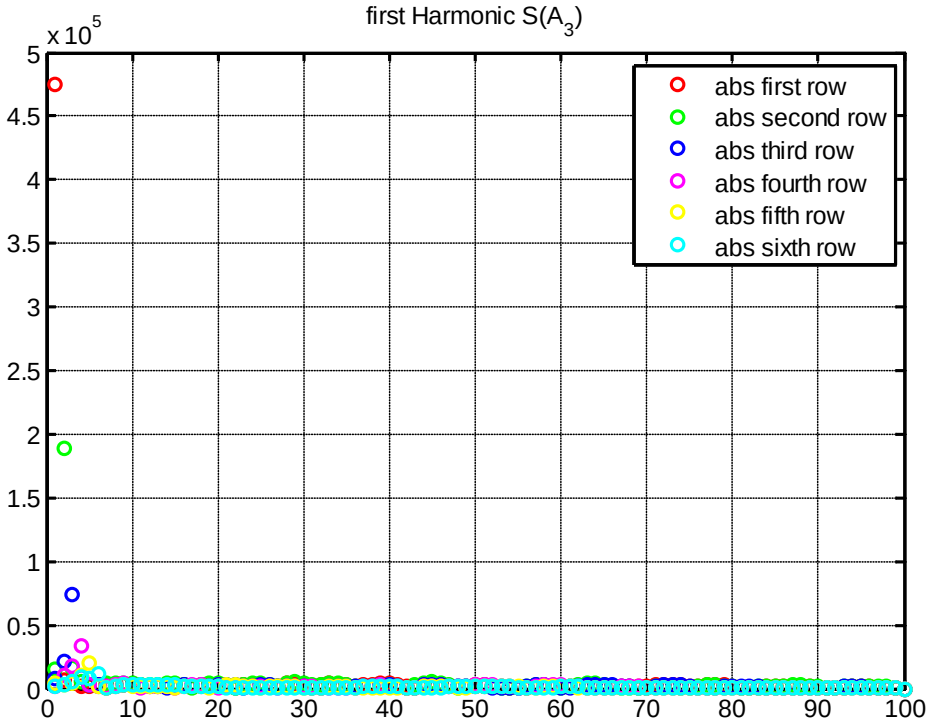

Ω = 1.2 rad/sec (excitation)
x 10^4
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
A(amp. exc.) = 0.25
A(amp. exc.) = 0.5
A(amp. exc.) = 1.0
A(amp. exc.) = 1.5
A(amp. exc.) = 2.0
mean

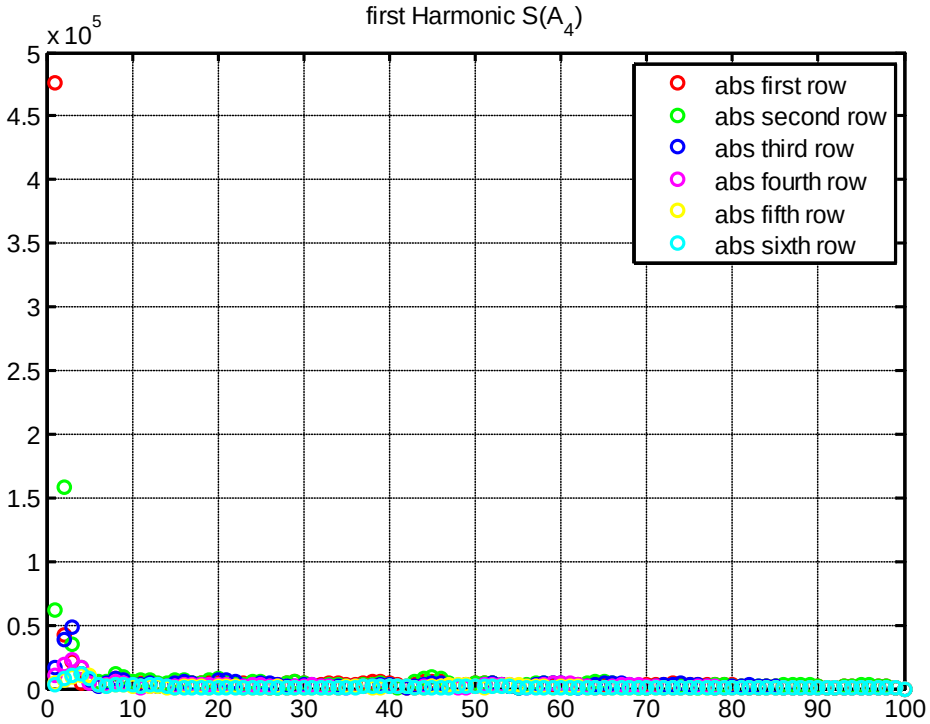
Παράρτημα Γ: Παρουσίαση των μέτρων των γραμμών των πινάκων S_1 , S_3 , S_5 για όλα τα πλάτη διέγερσης

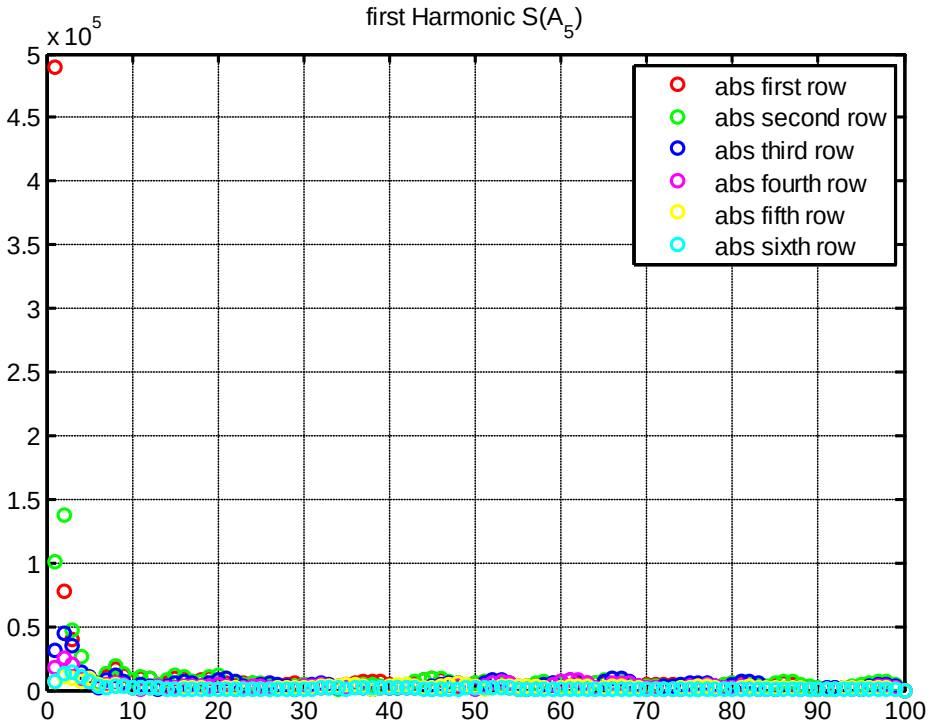
Διαγράμματα 1-5: Τα μέτρα των γραμμών των πινάκων για την πρώτη αρμονική.



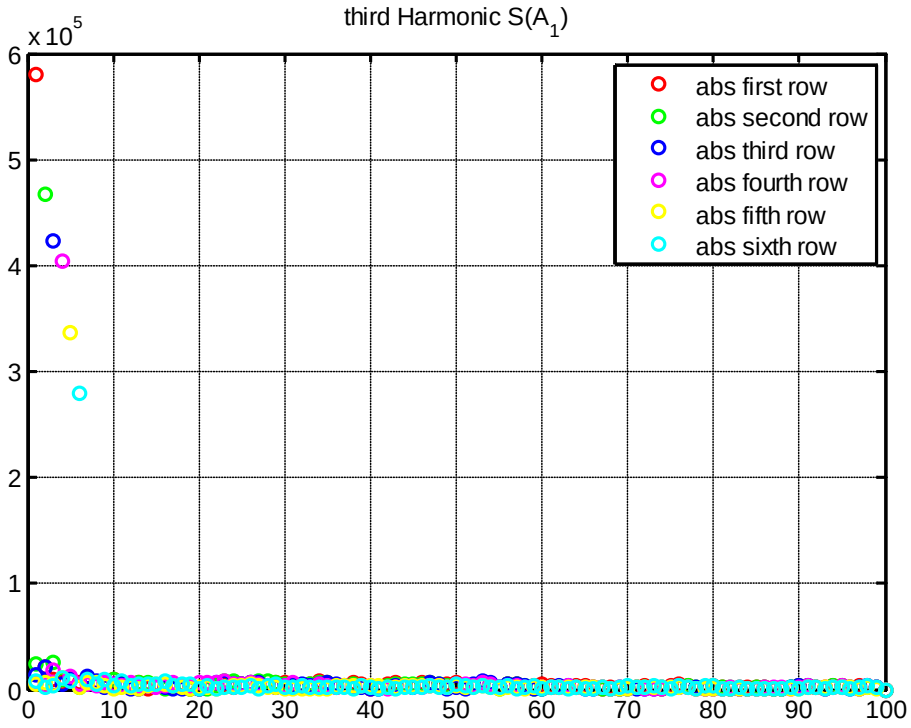


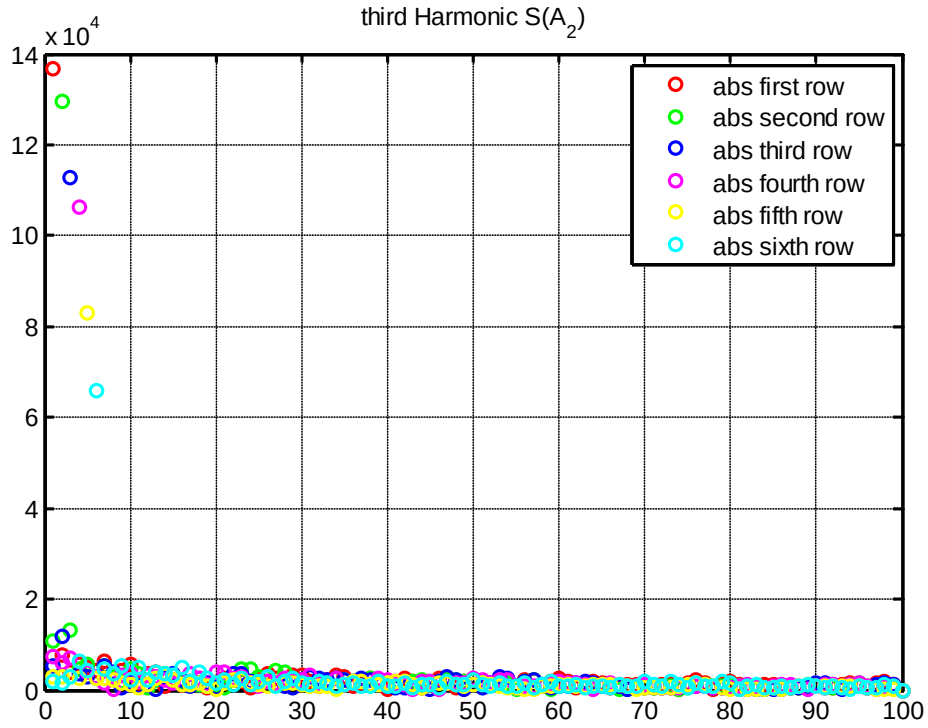

first Harmonic S(A3)
x 10^5
5
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row

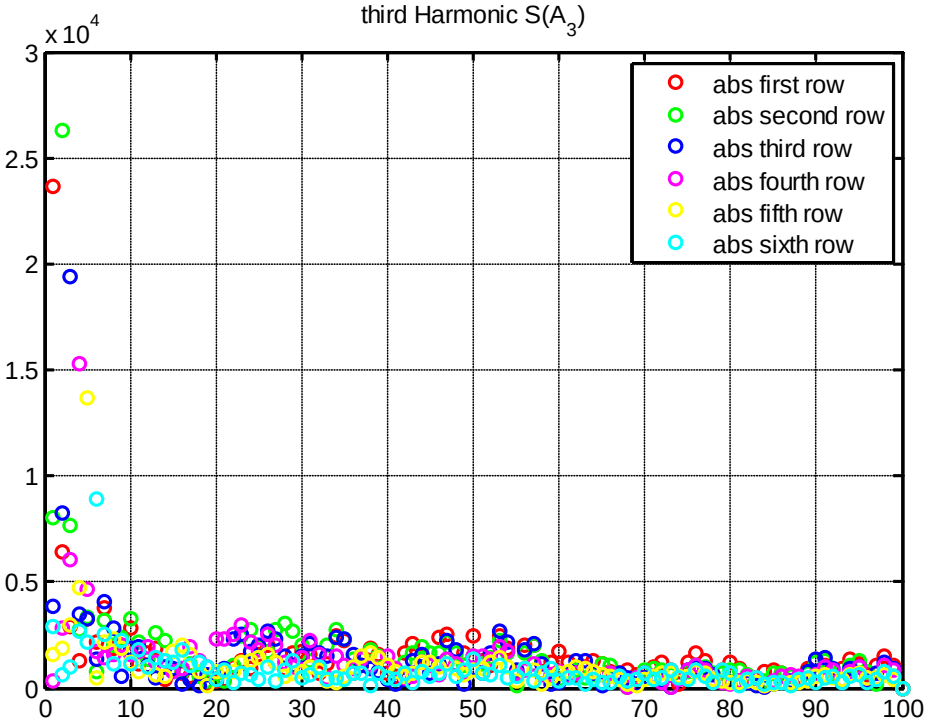

first Harmonic S(A4)
x 10^5
5
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row

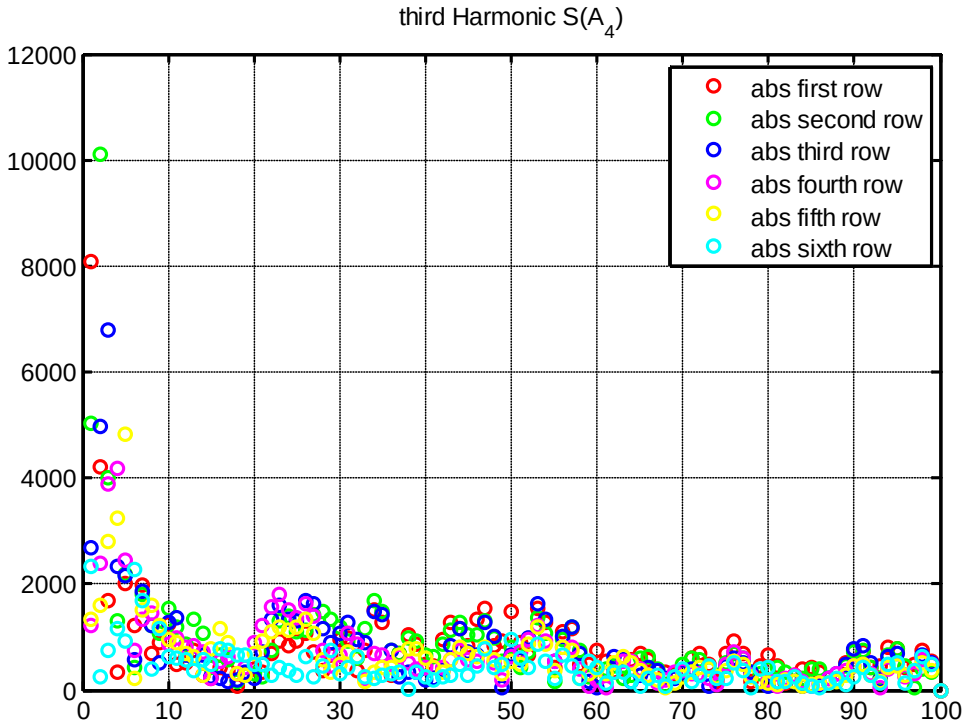


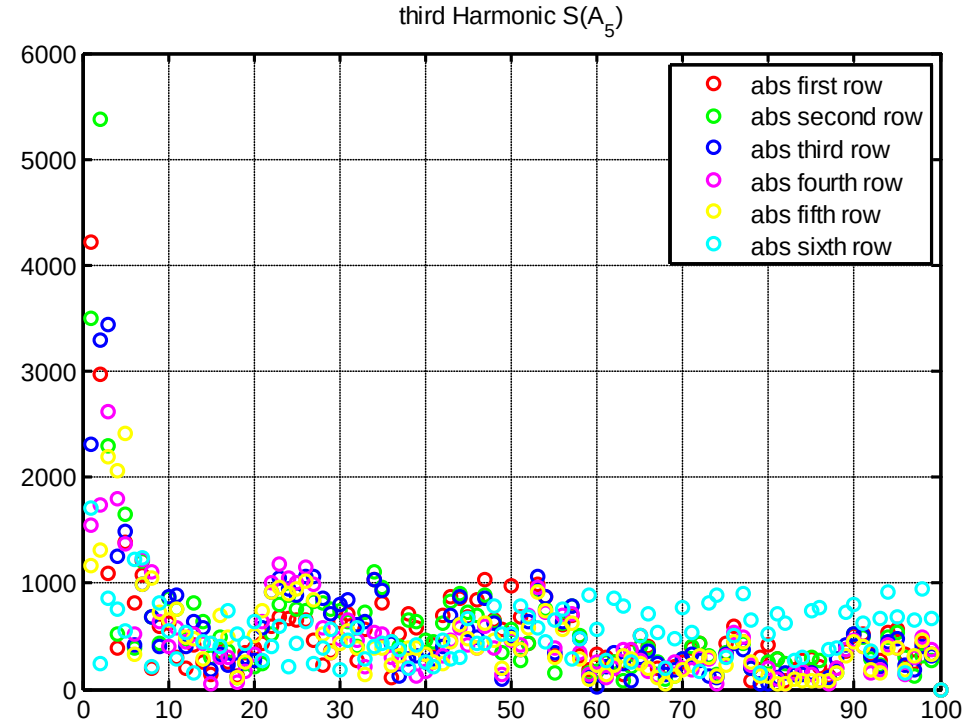
Διαγράμματα 6-10: Τα μέτρα των γραμμών των πινάκων για την τρίτη αρμονική.



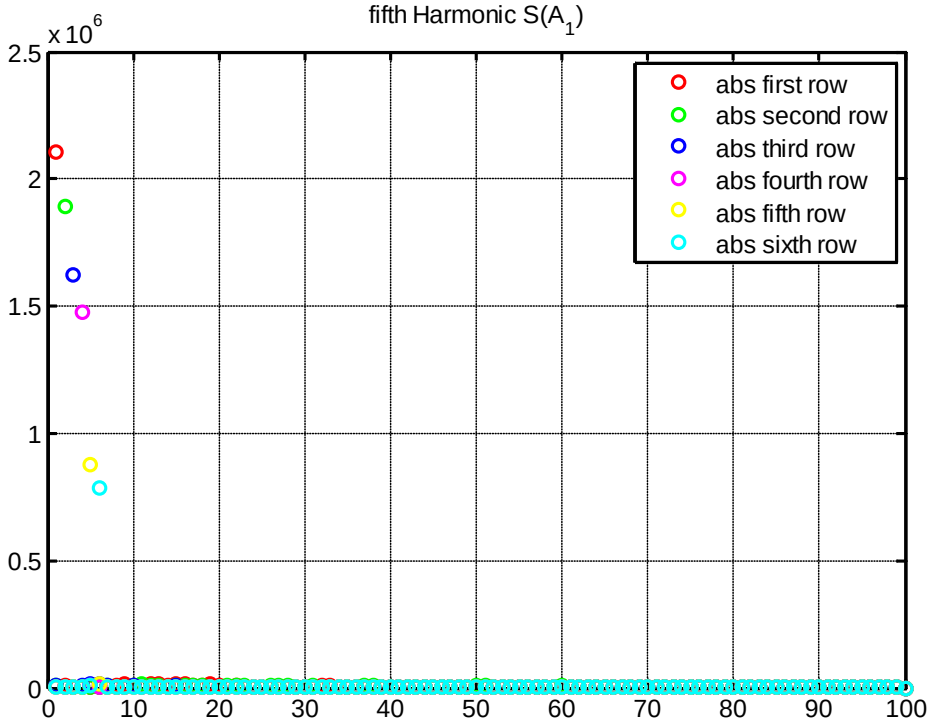

third Harmonic S(A2)
x 10^4
14
12
10
8
6
4
2
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row

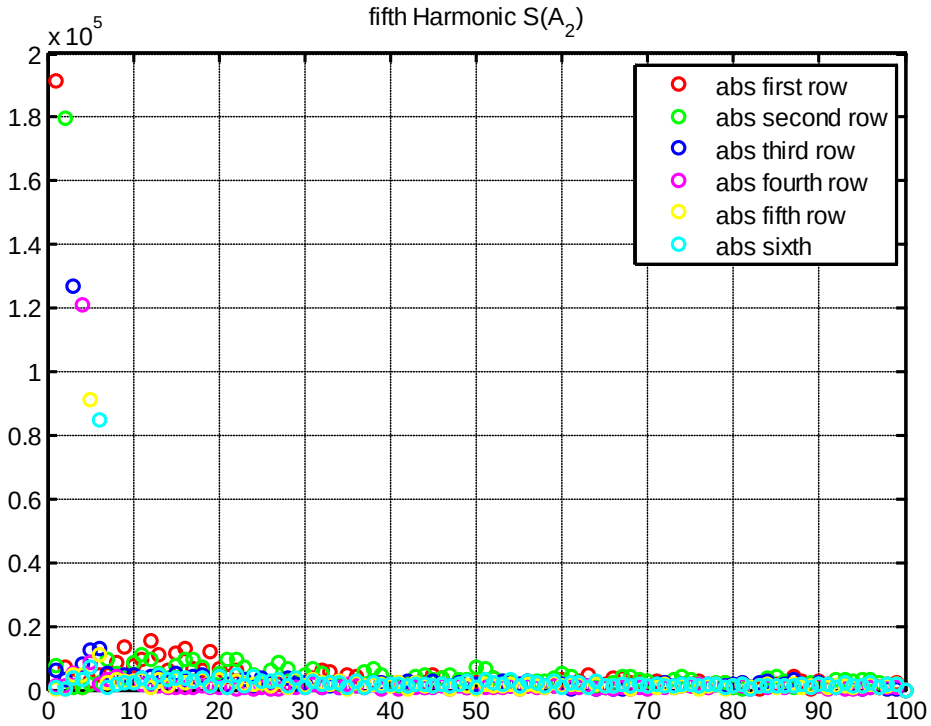

third Harmonic S(A3)
x 10^4
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row

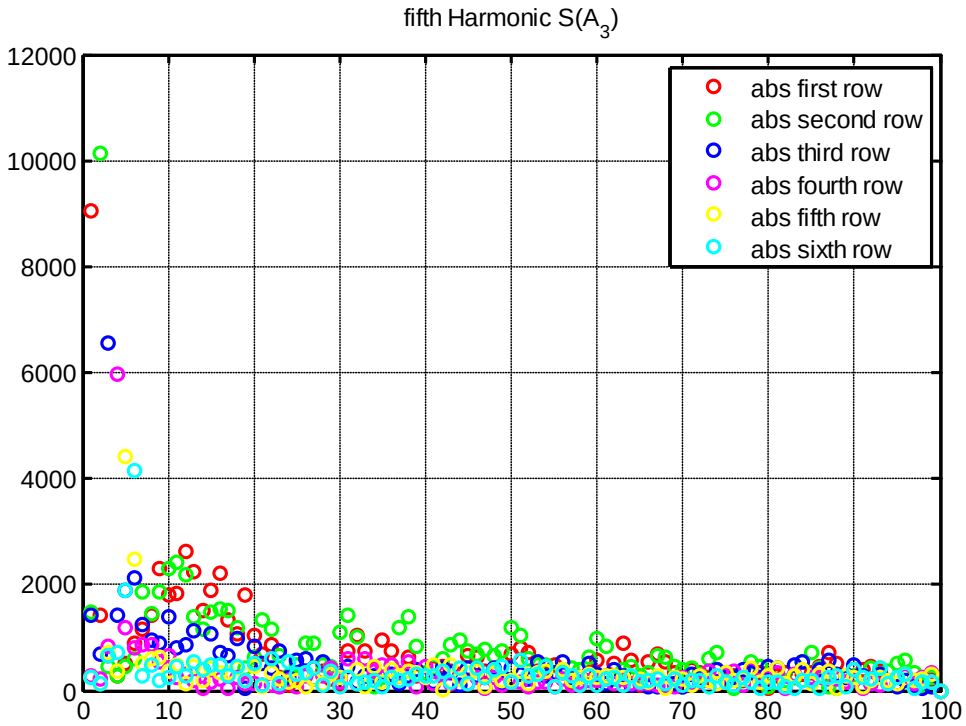

third Harmonic S(A4)
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row

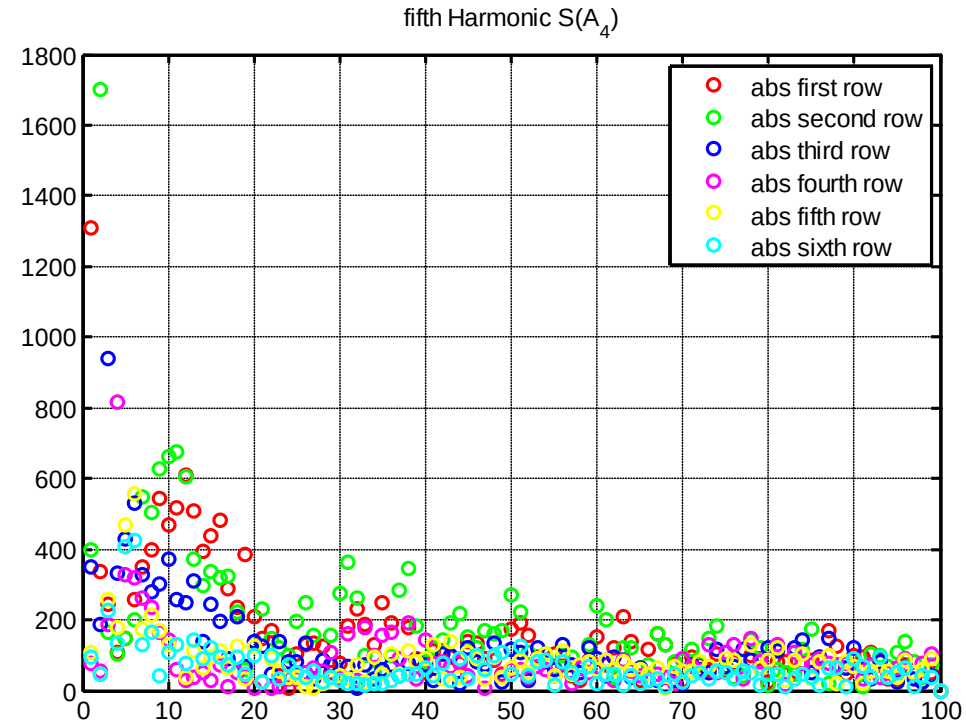

third Harmonic S(A5)
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row

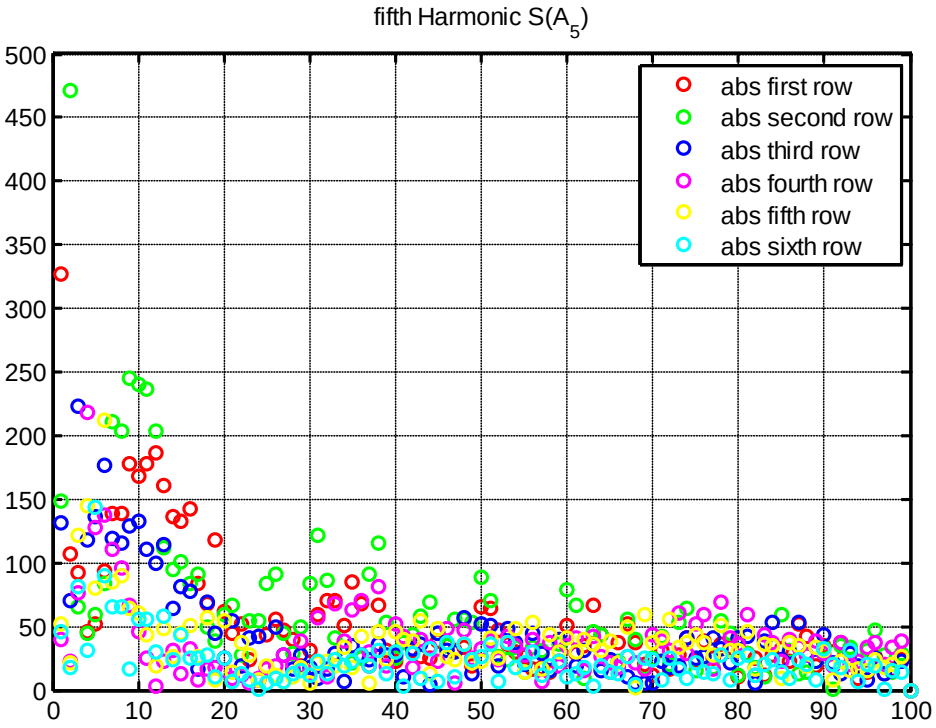
Διαγράμματα 11-15: Τα μέτρα των γραμμών των πινάκων για την πέμπτη αρμονική.





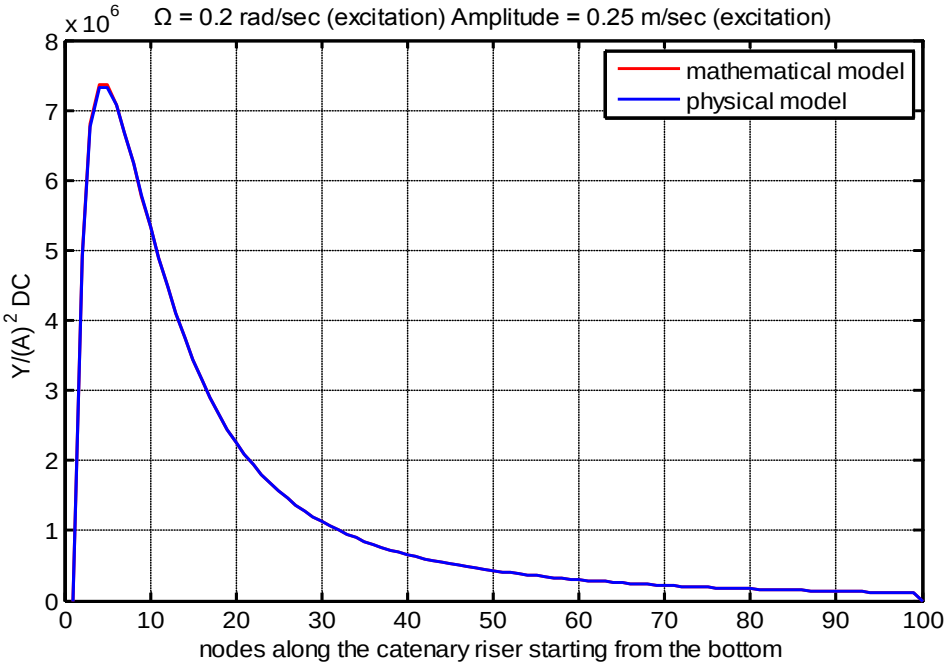

fifth Harmonic S(A3)
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

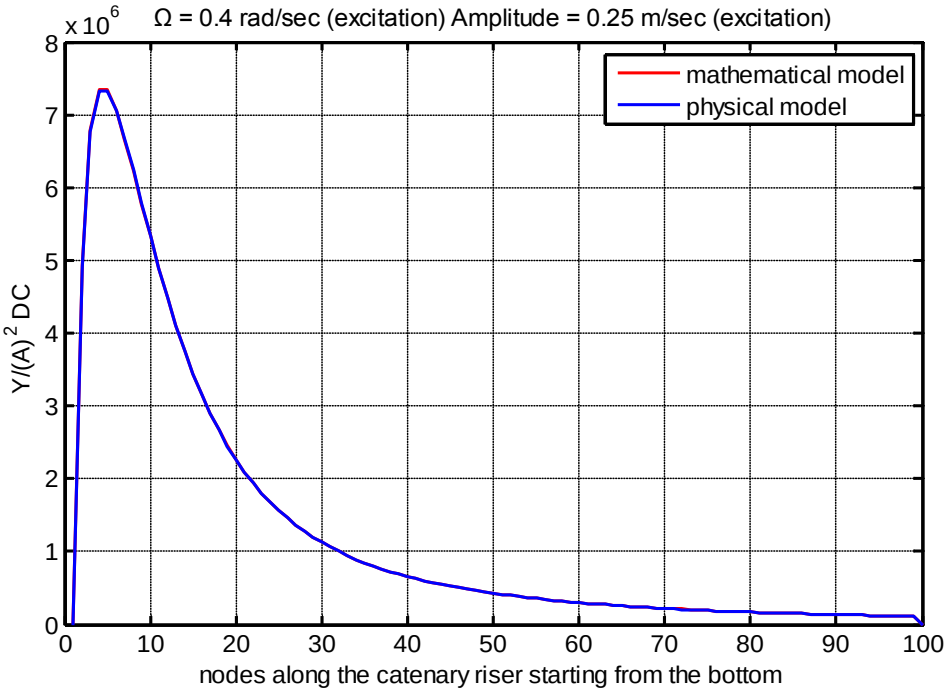

fifth Harmonic S(A4)
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

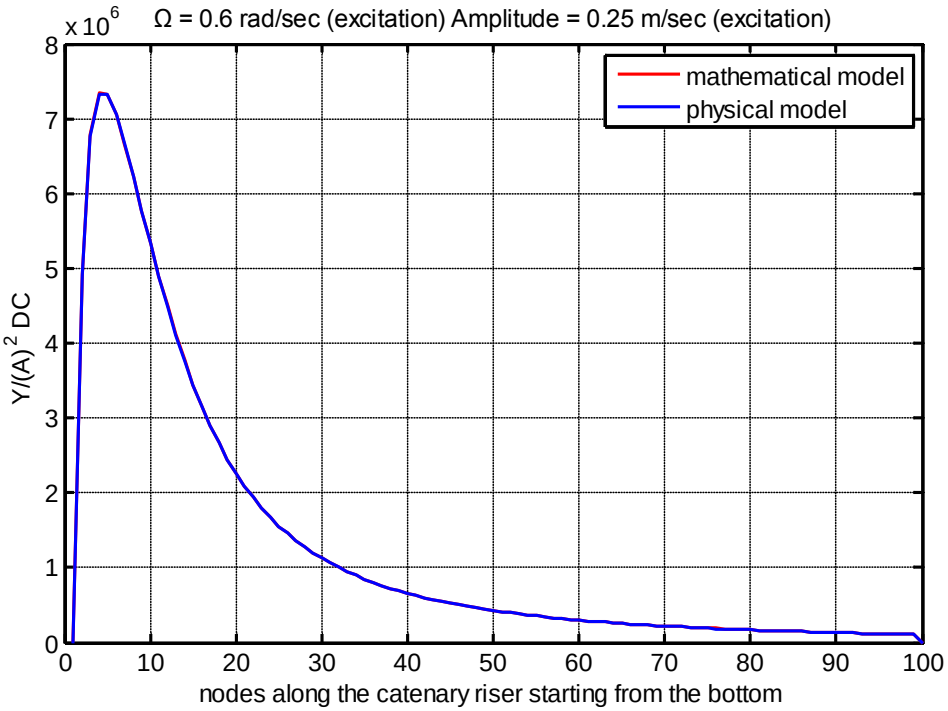

fifth Harmonic S(A5)
abs first row
abs second row
abs third row
abs fourth row
abs fifth row
abs sixth row
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

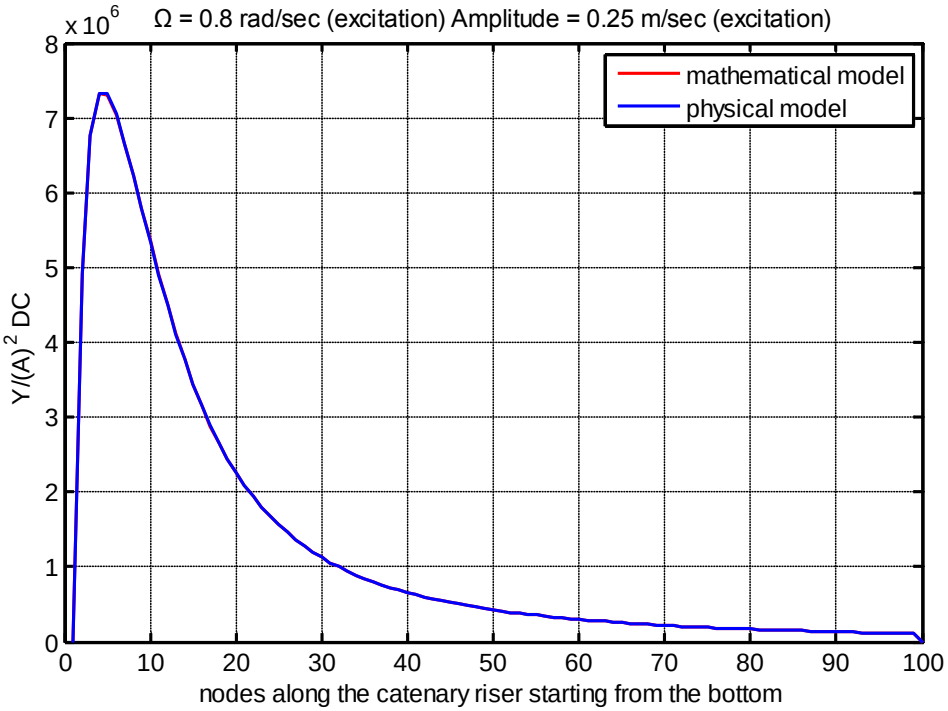
Παράρτημα Δ: Παρουσίαση των αποτελεσμάτων για όλα τα πλάτη και τις συχνότητες διέγερσης

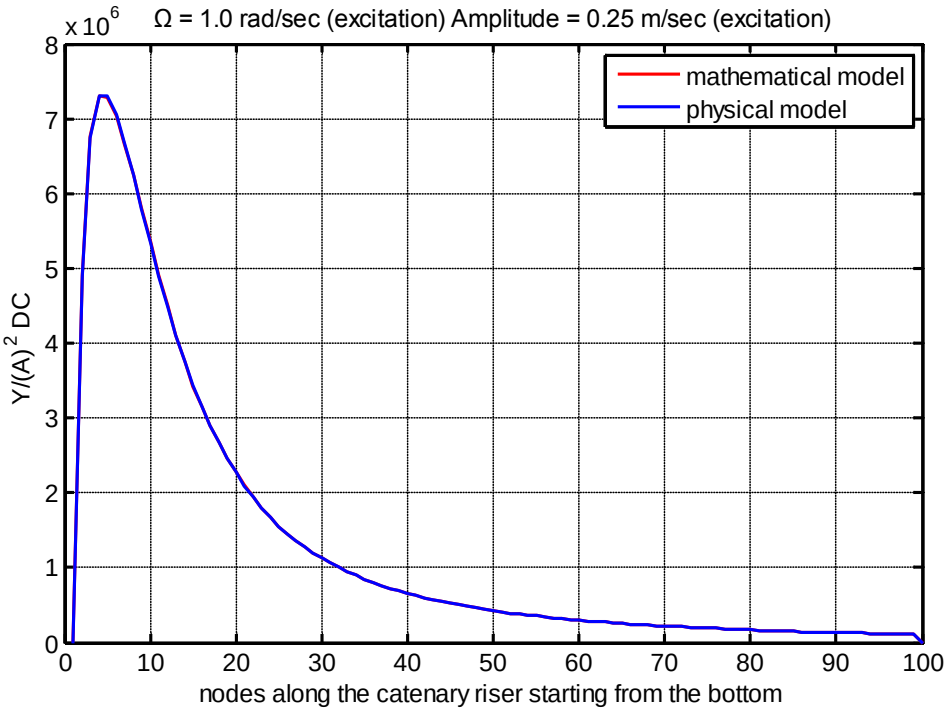
Διαγράμματα 1-6: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για τον στατικό όρο για πλάτος διέγερσης 0.25 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

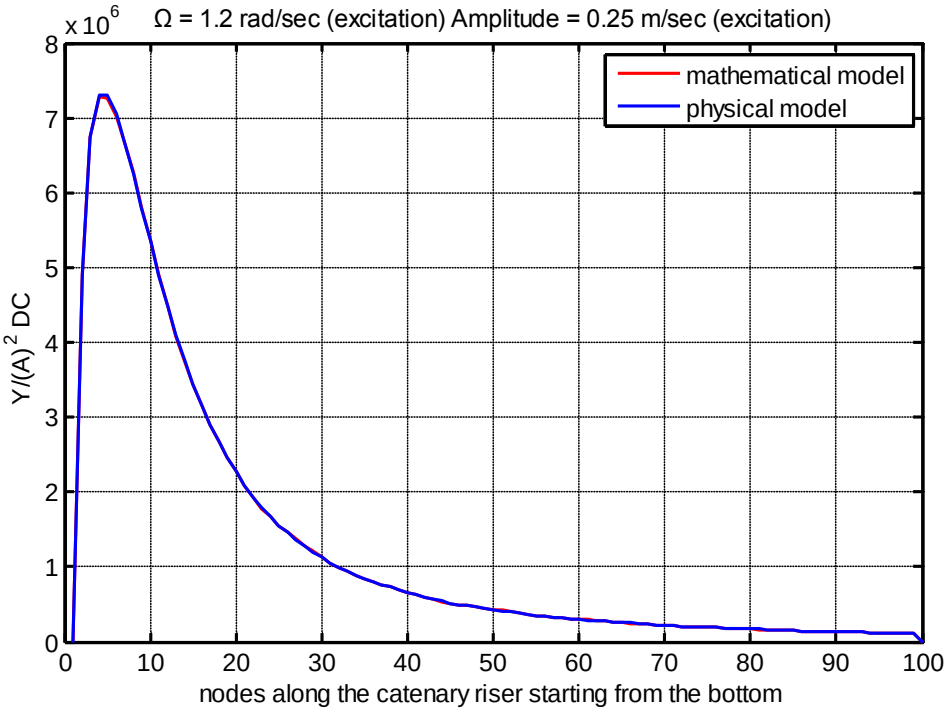




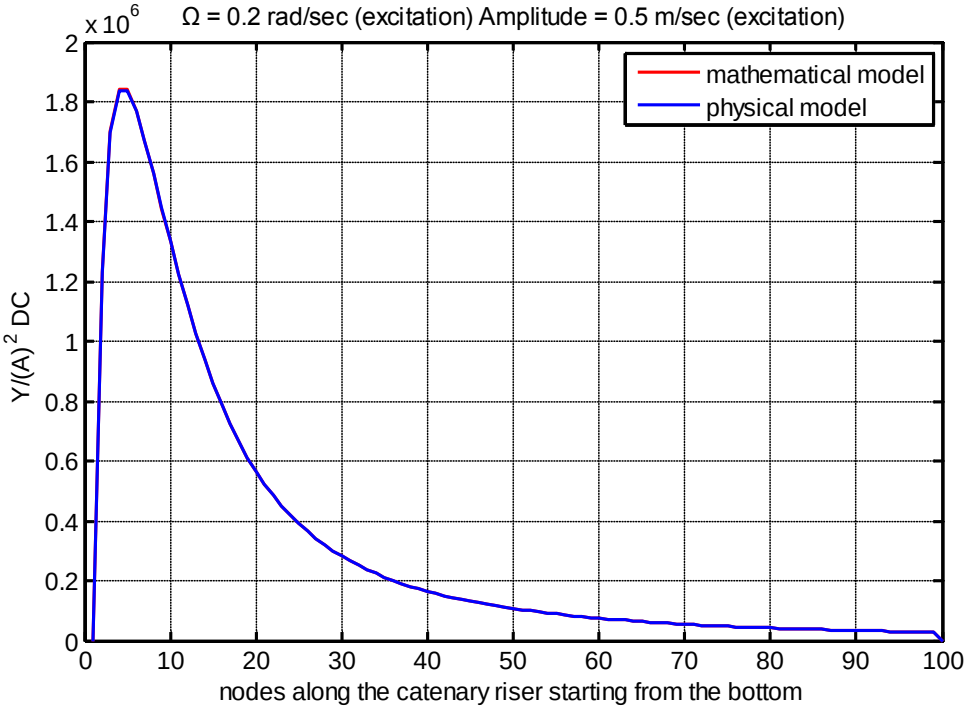

x 10^6
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
0
1
2
3
4
5
6
7
8
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
nodes along the catenary riser starting from the bottom

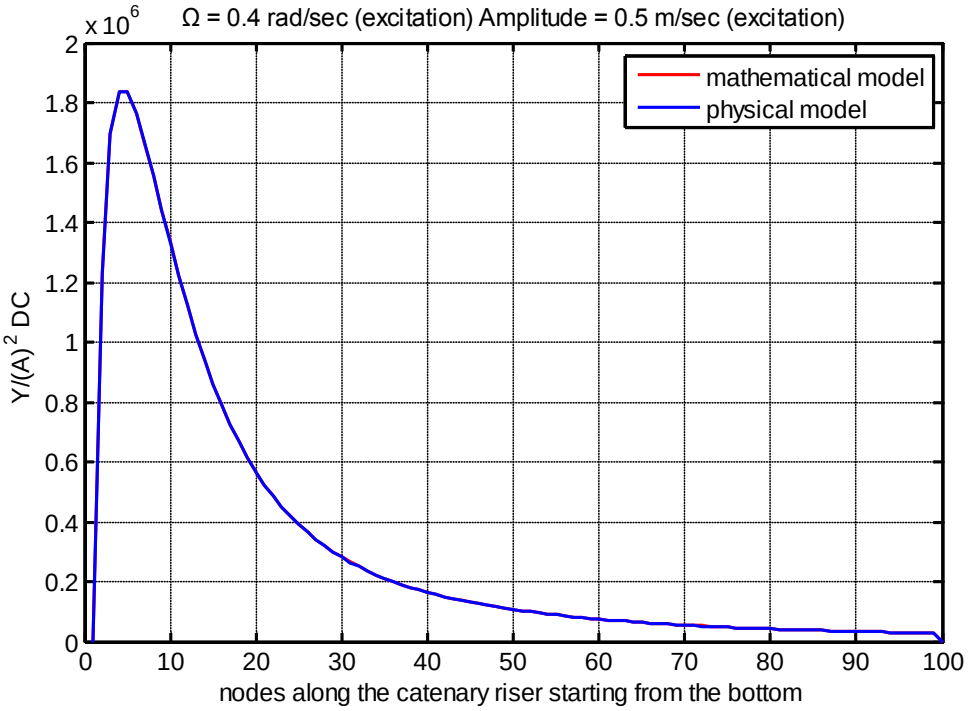

x 10^6
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
0
1
2
3
4
5
6
7
8
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
nodes along the catenary riser starting from the bottom

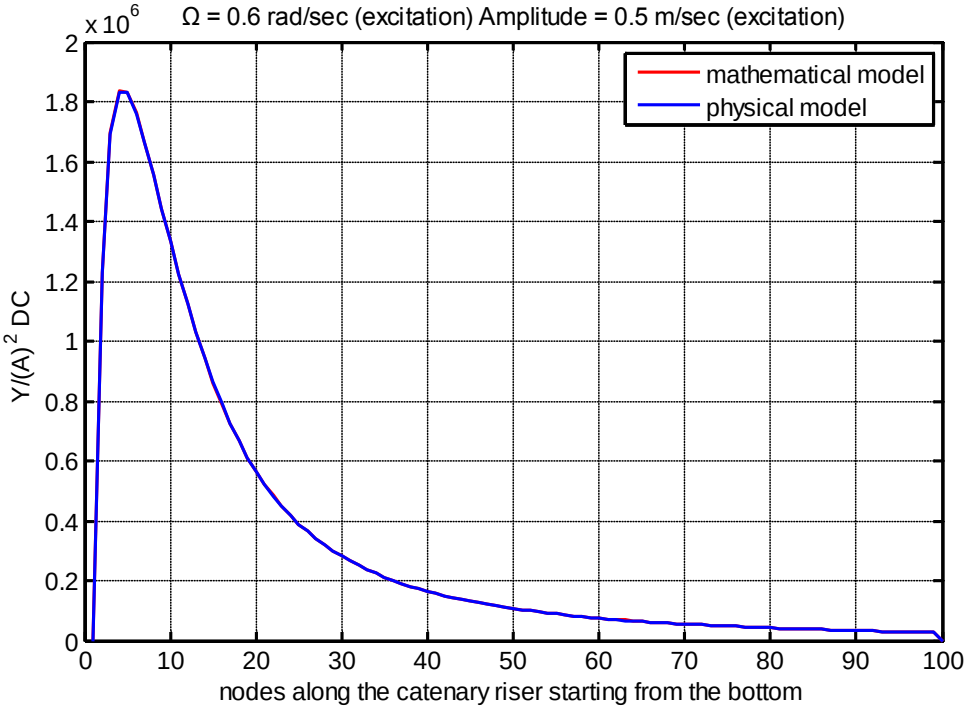

x 10^6
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
0
1
2
3
4
5
6
7
8
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
nodes along the catenary riser starting from the bottom

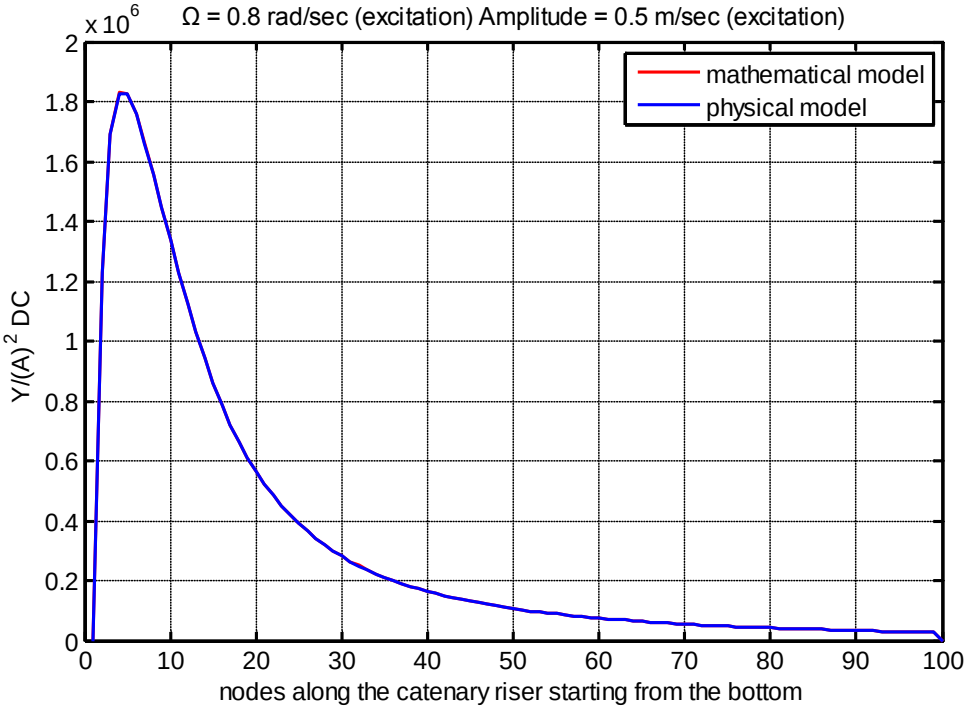

x 10^6
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
0
1
2
3
4
5
6
7
8
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
nodes along the catenary riser starting from the bottom

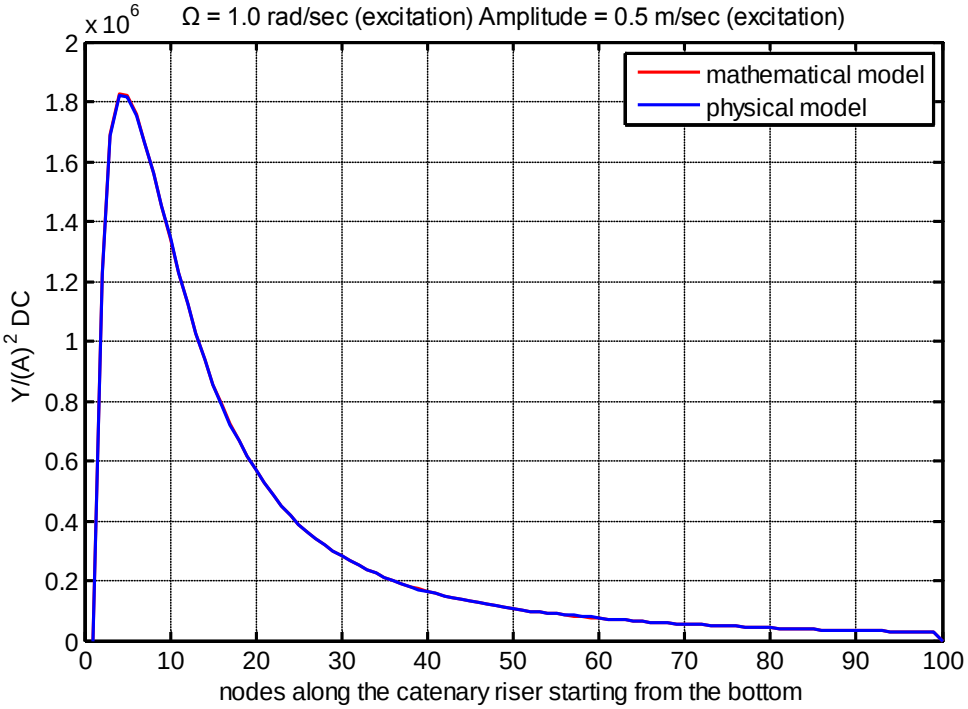
Διαγράμματα 7-12: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για τον στατικό όρο για πλάτος διέγερσης 0.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

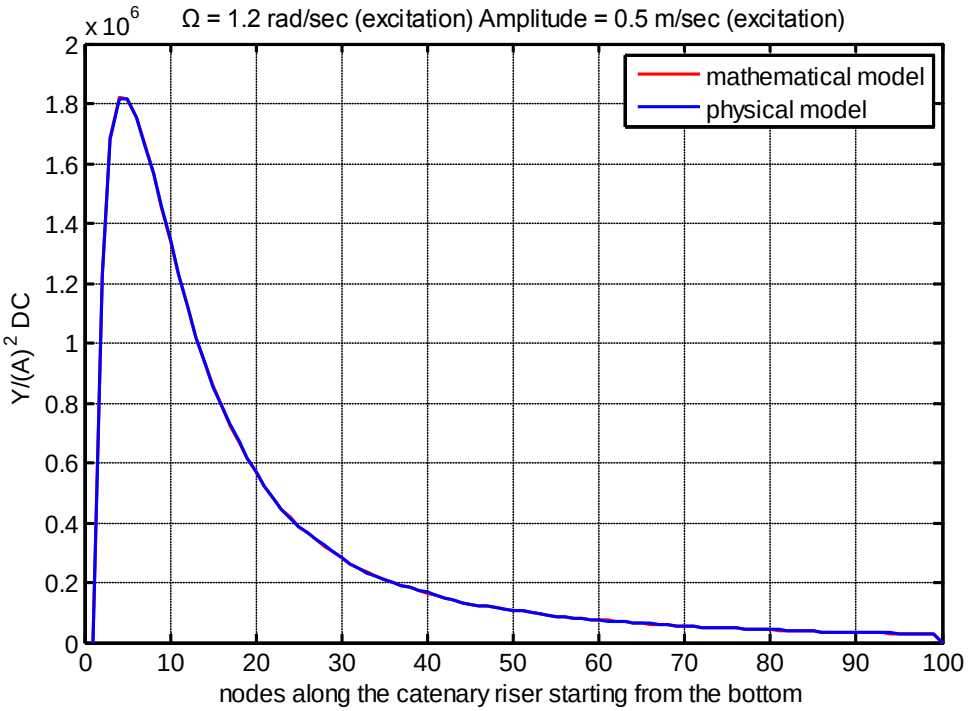




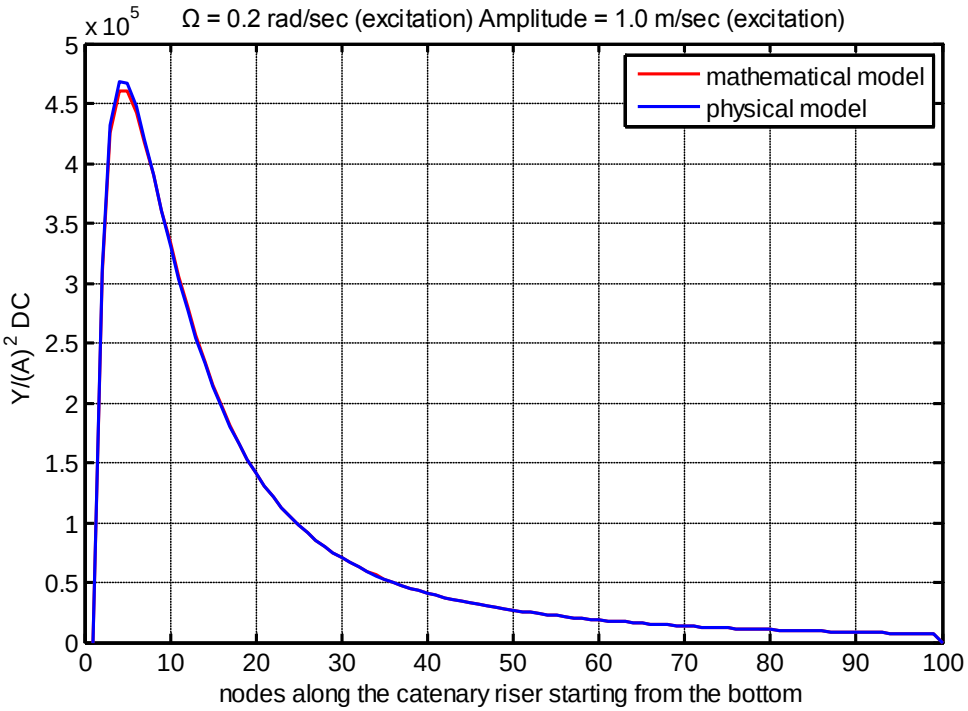

x 10^6
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

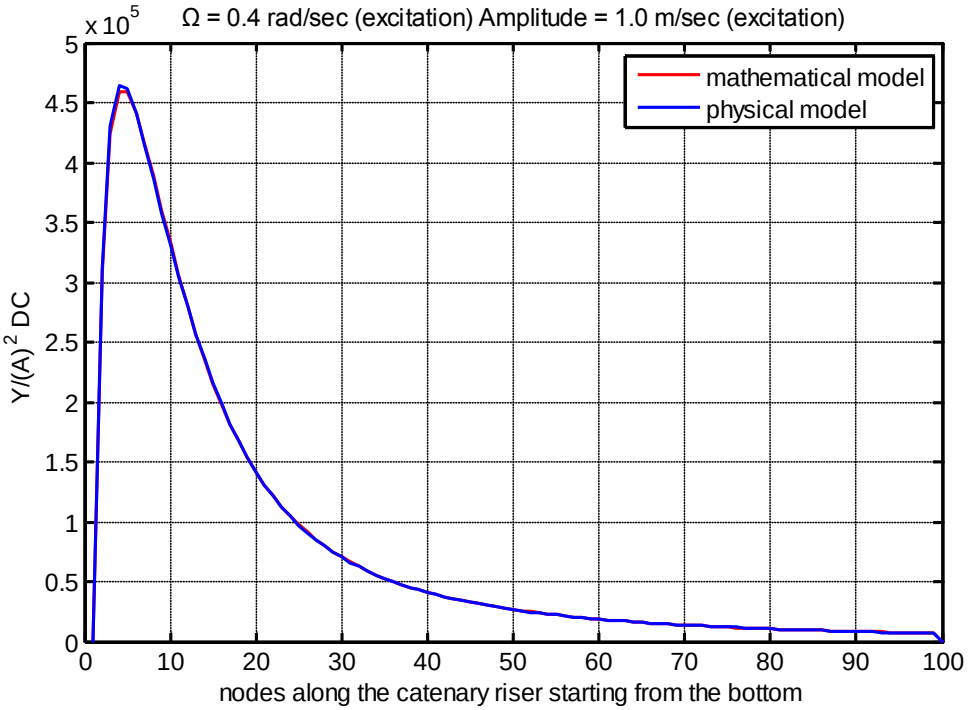

x 10^6
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

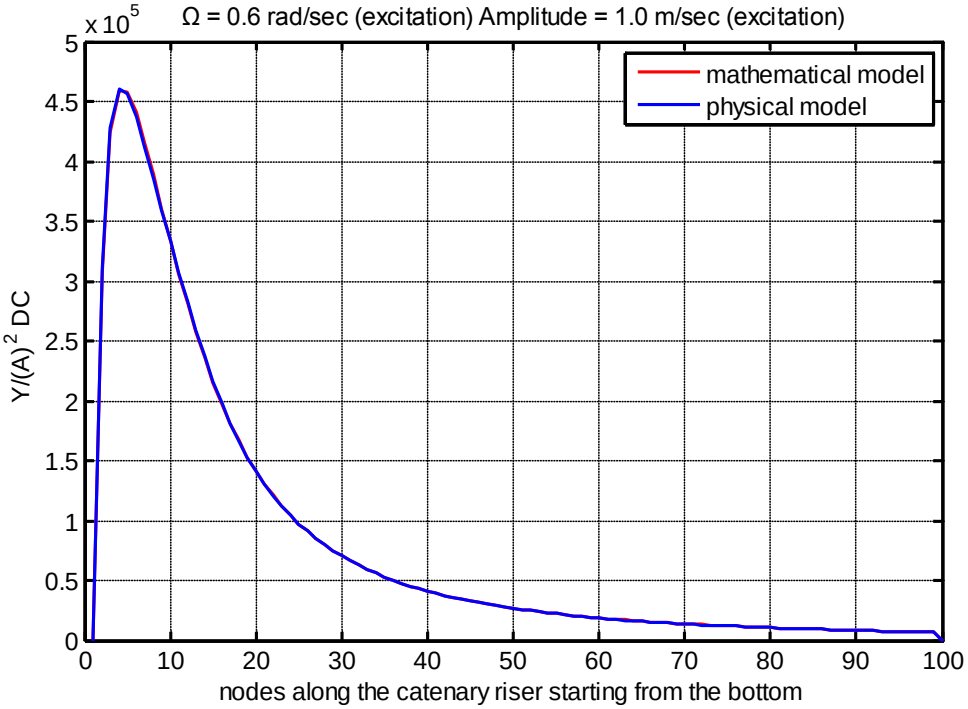

x 10^6
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

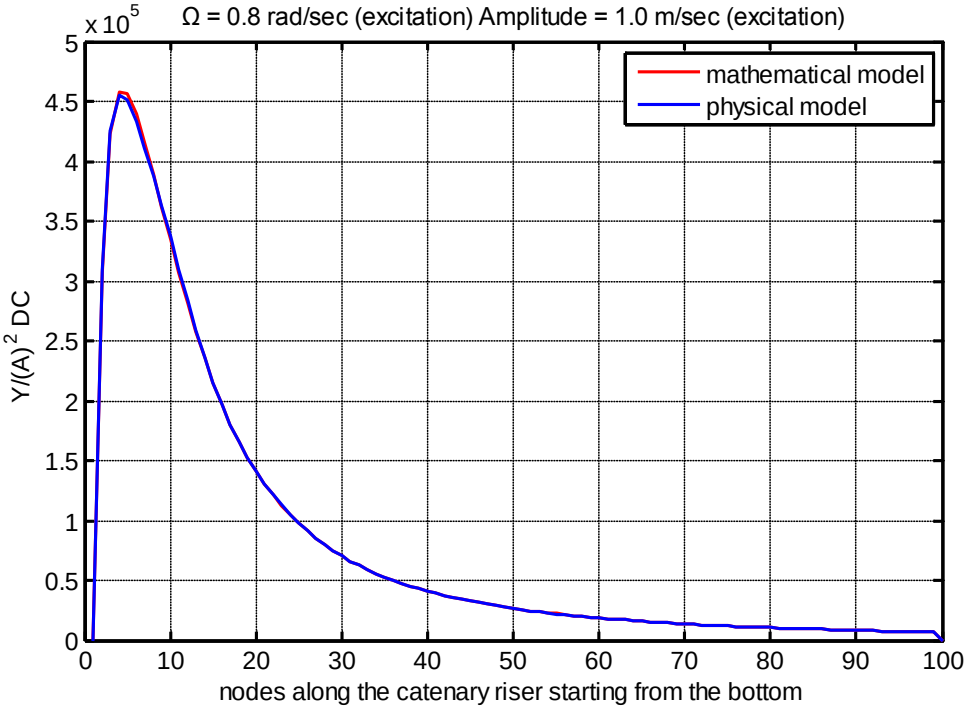

x 10^6
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

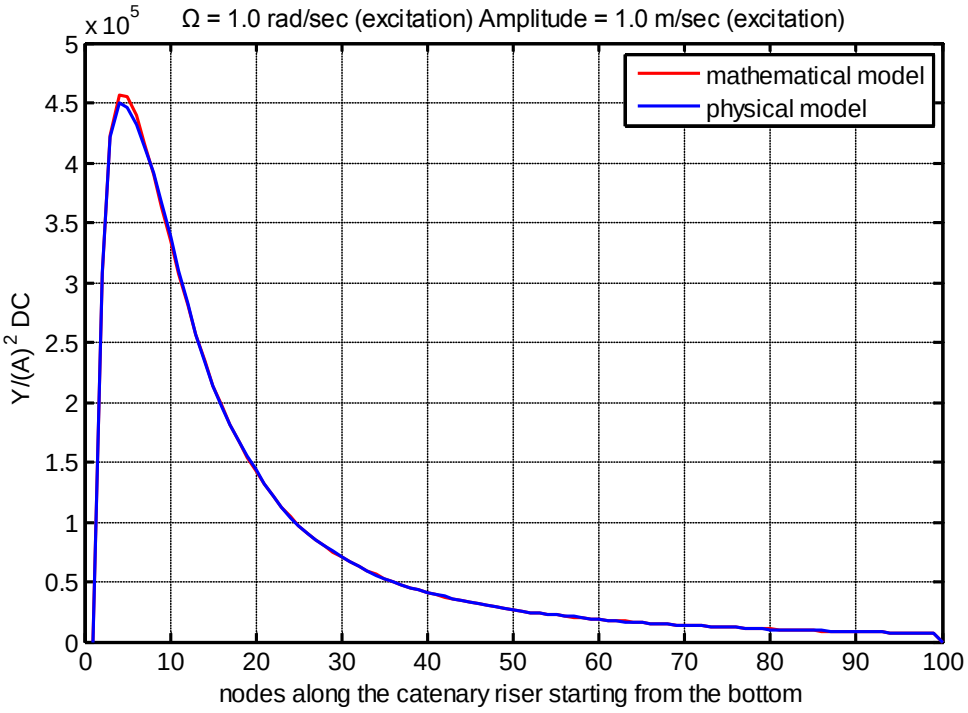
Διαγράμματα 13-18: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για τον στατικό όρο για πλάτος διέγερσης 1.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

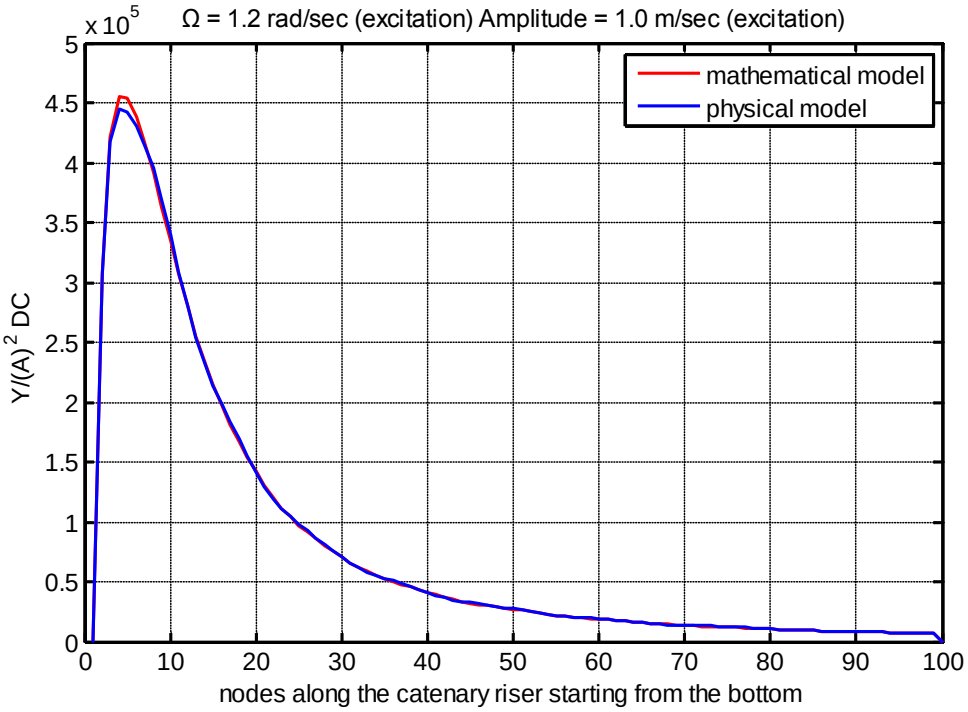




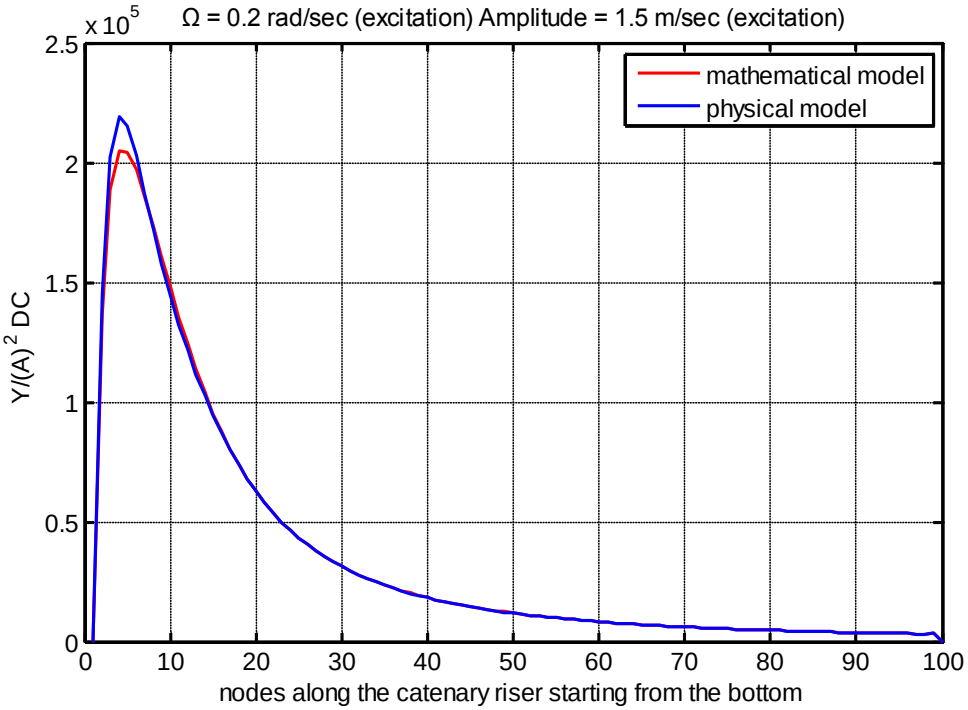

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

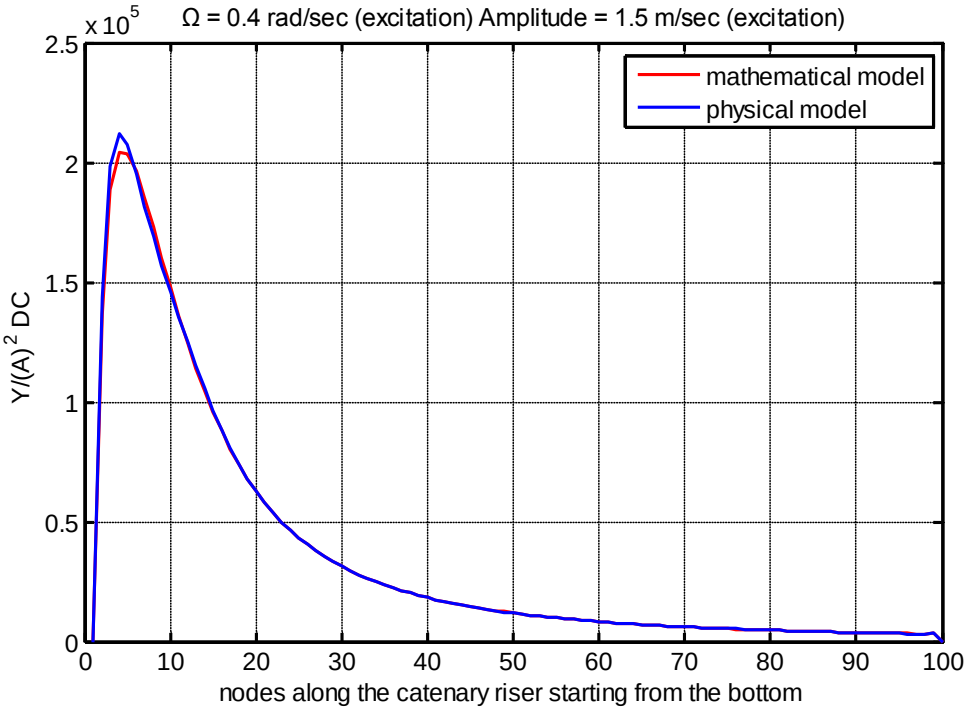

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

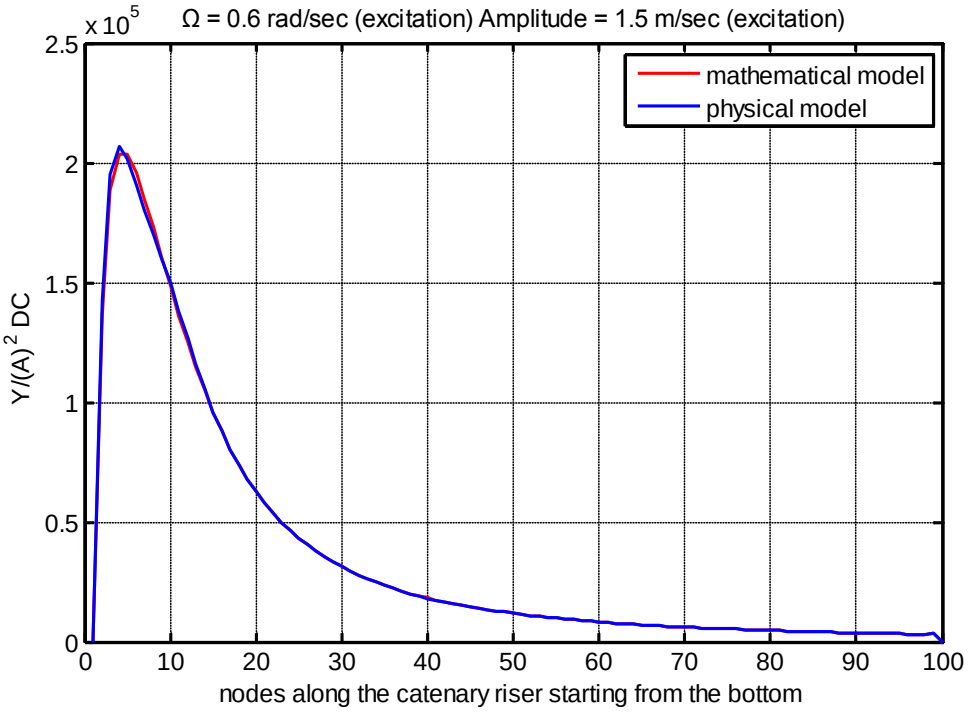

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

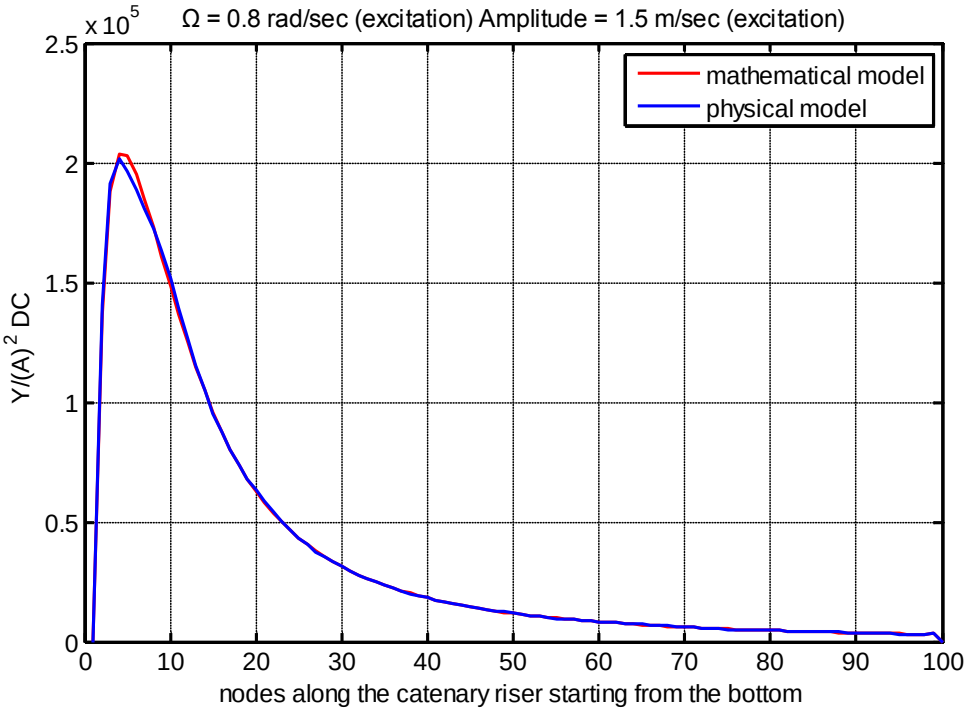

x 10^5
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

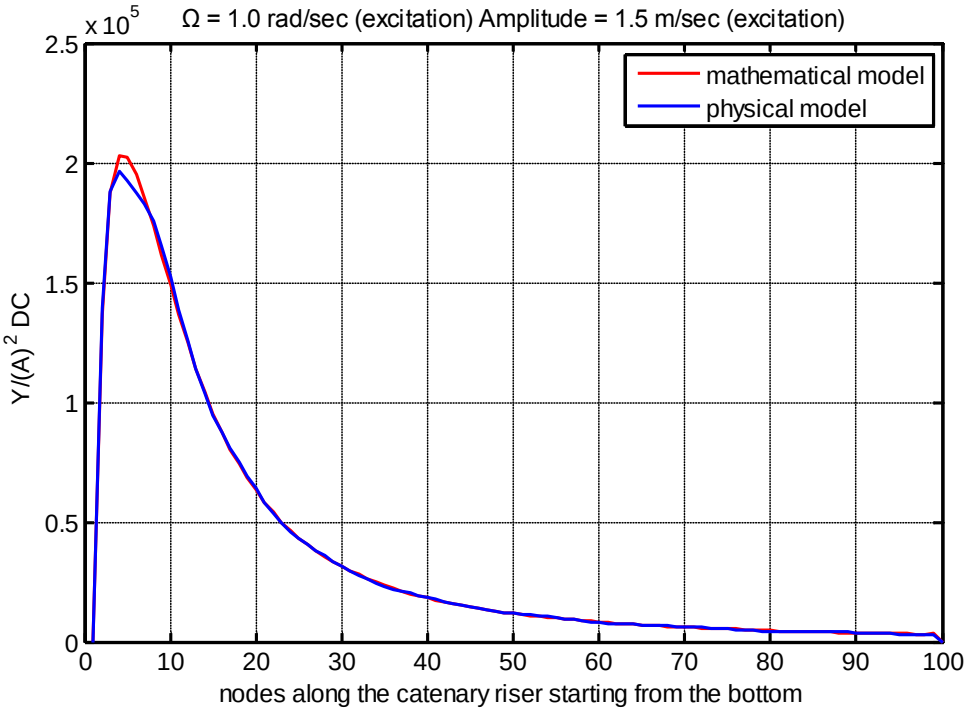
Διαγράμματα 19-24: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για τον στατικό όρο για πλάτος διέγερσης 1.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

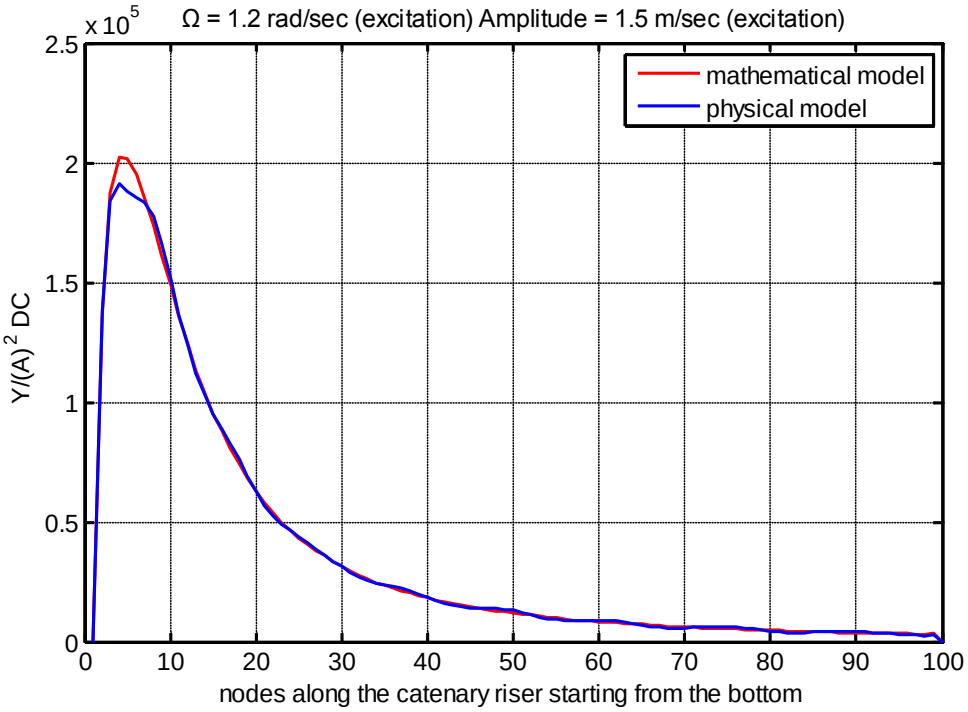




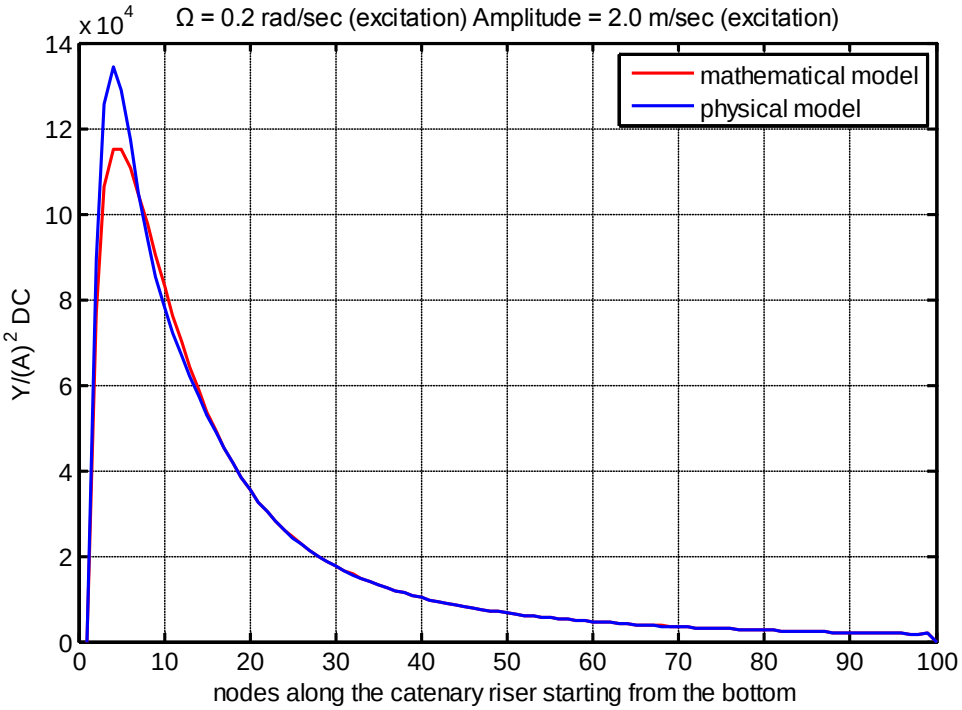

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

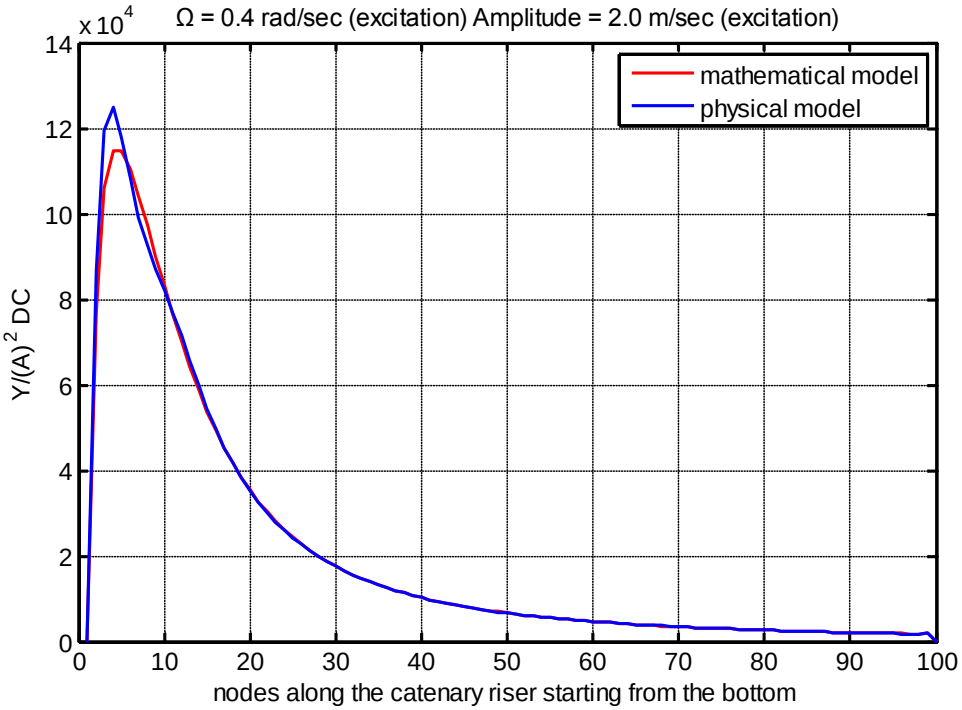

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

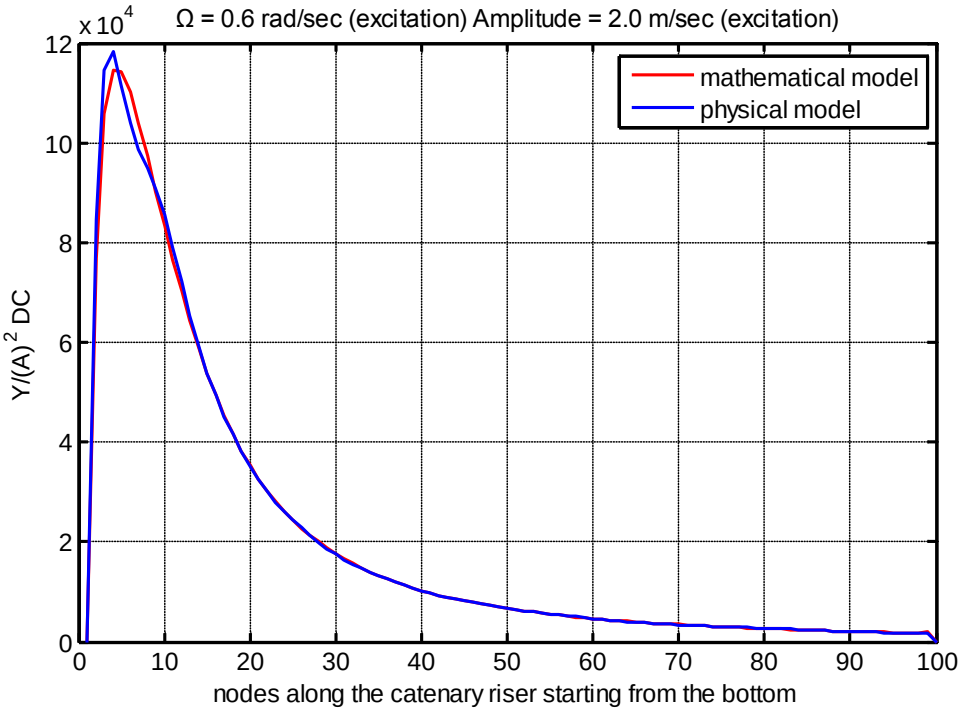

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

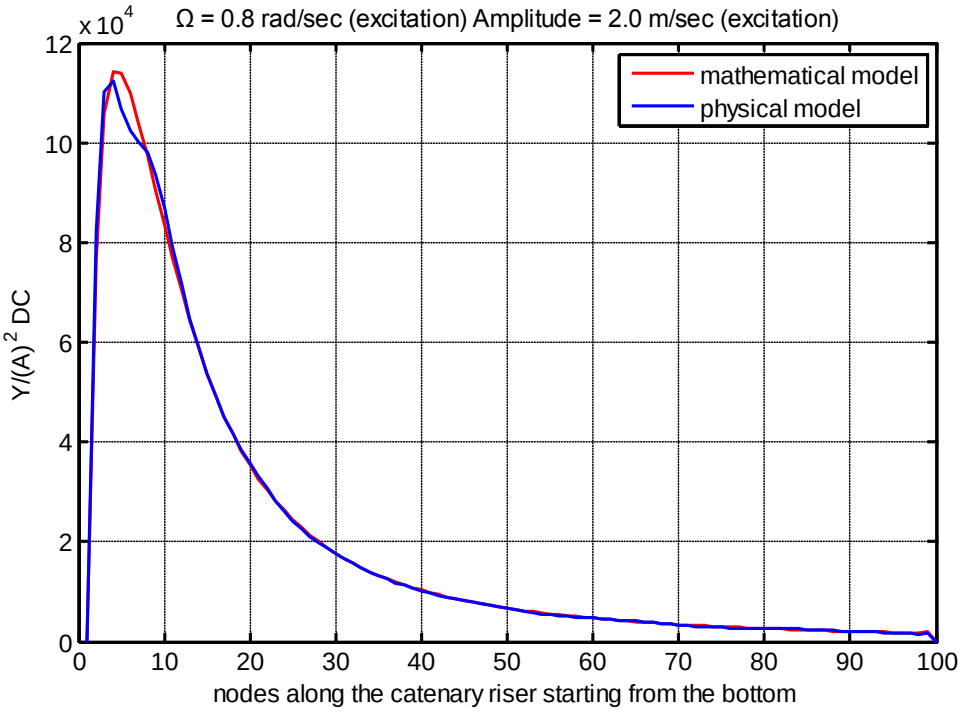

x 10^5
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

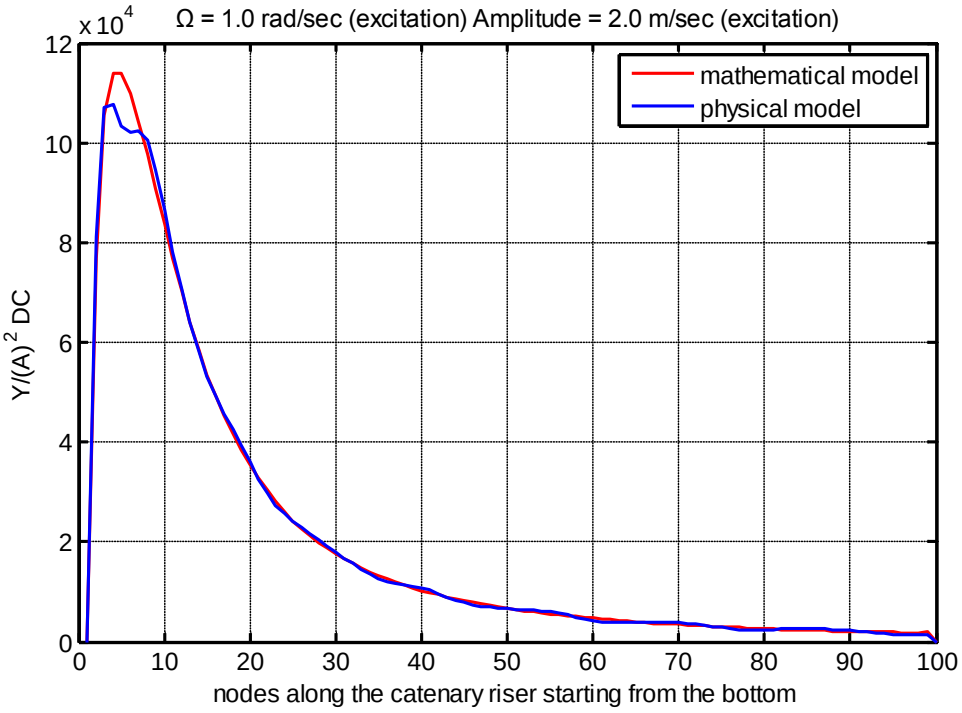
Διαγράμματα 25-30: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για τον στατικό όρο για πλάτος διέγερσης 2.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

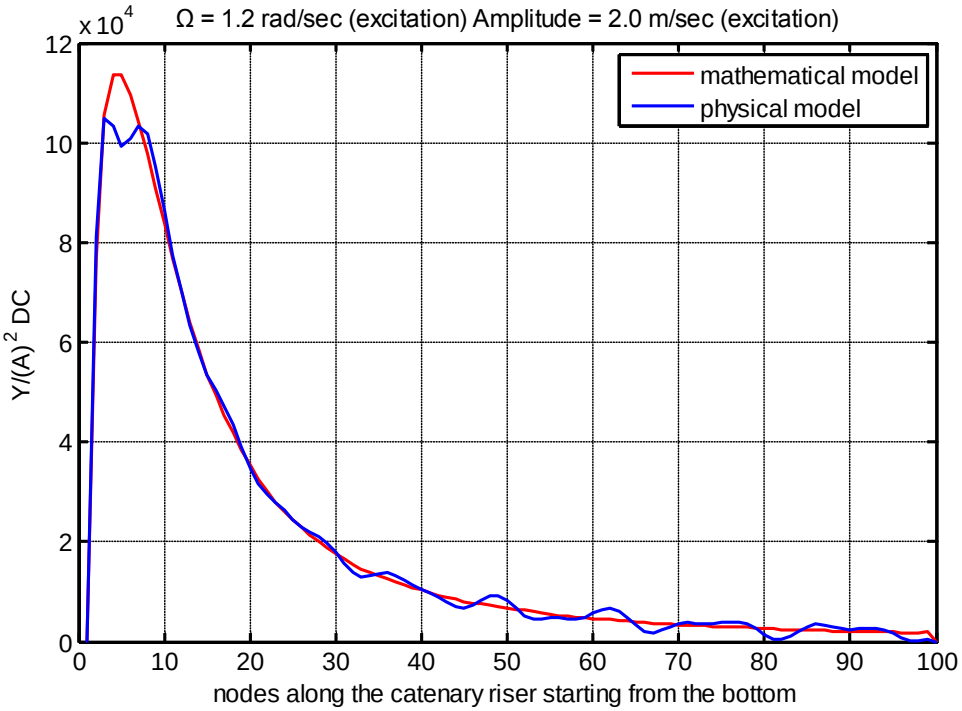




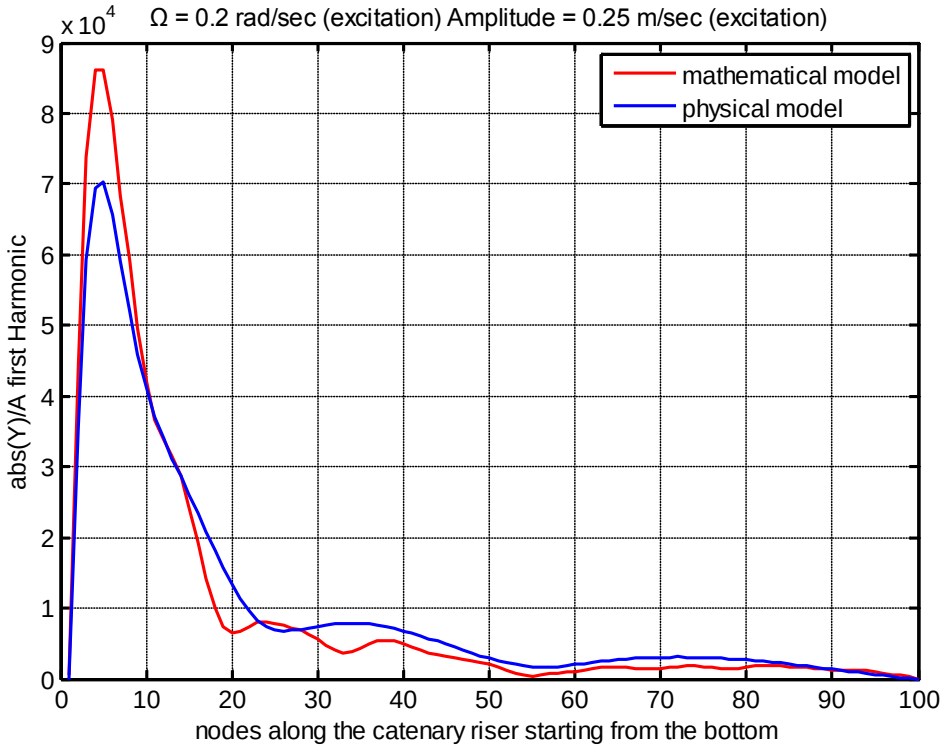

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

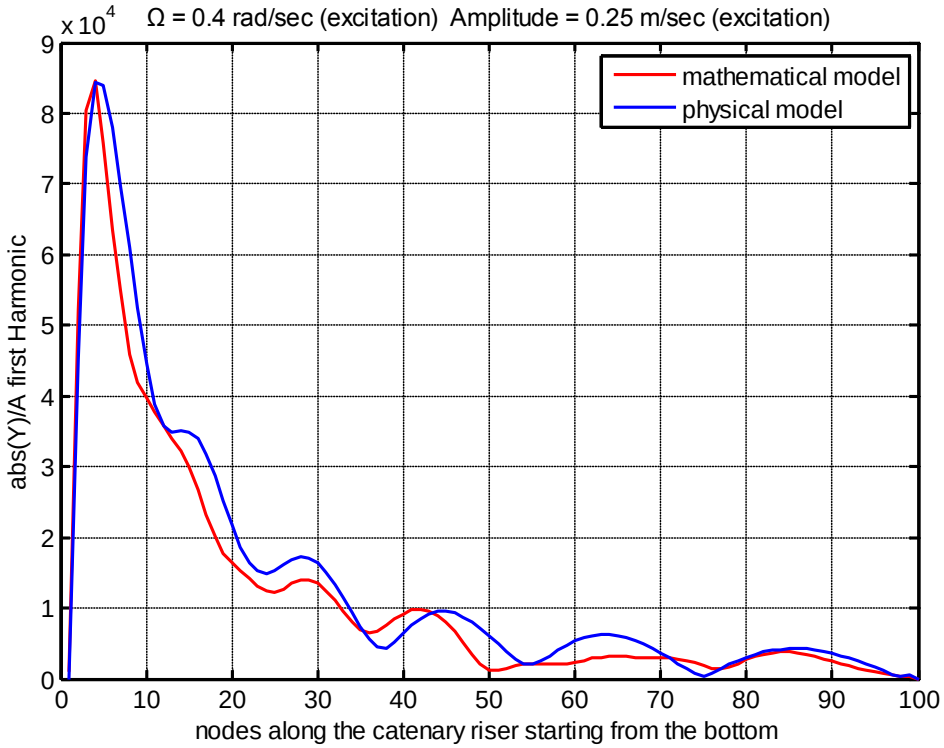

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

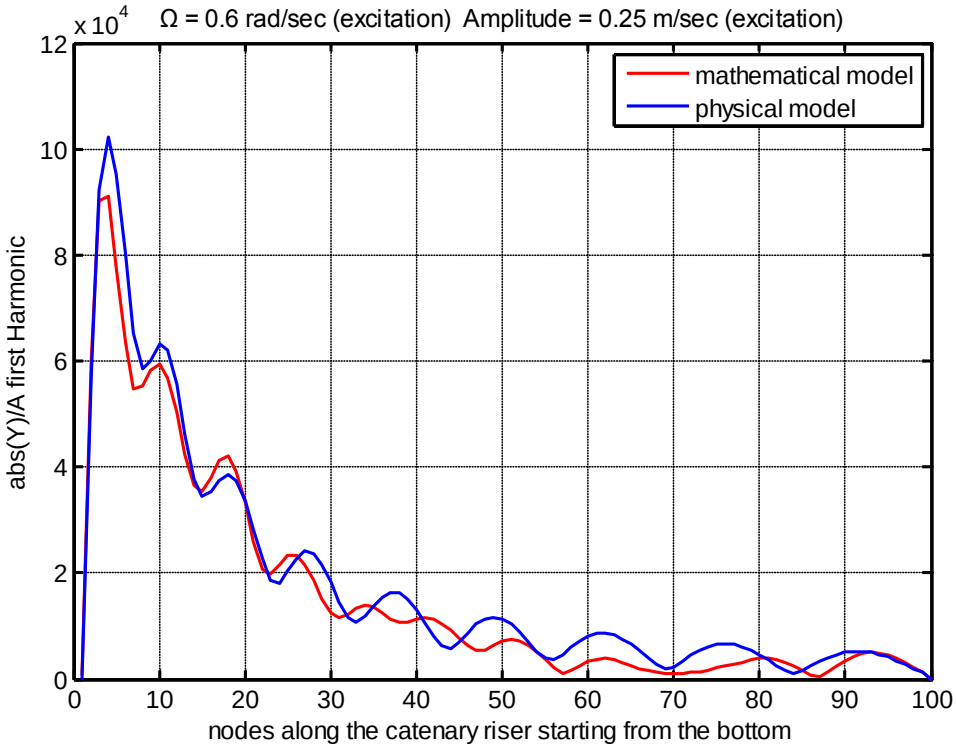

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

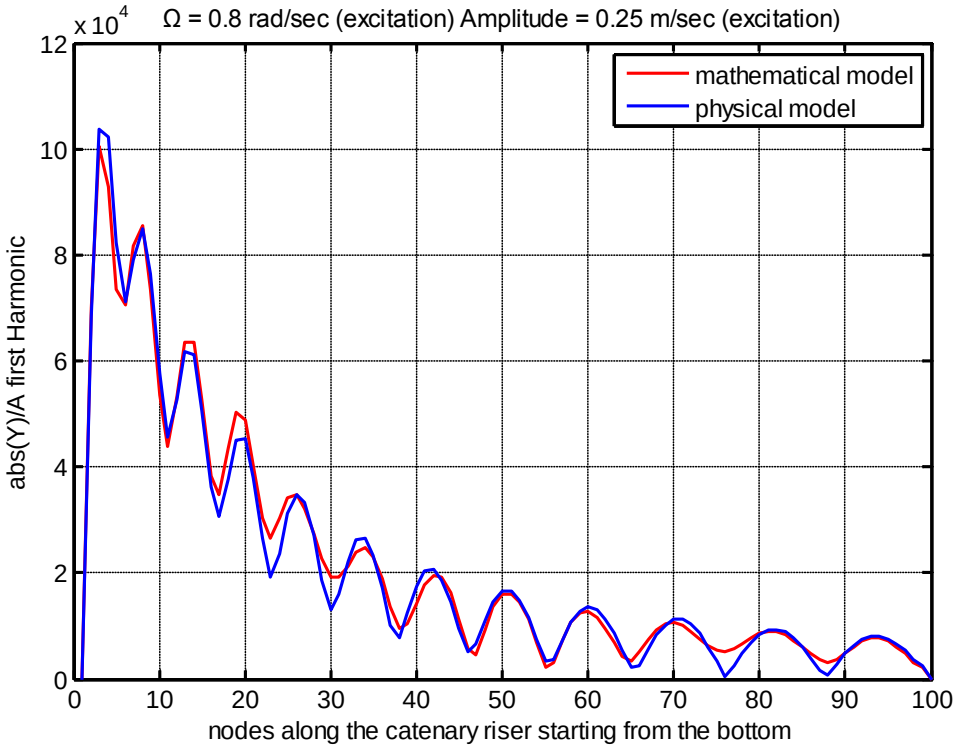

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
Y/(A)^2 DC
nodes along the catenary riser starting from the bottom

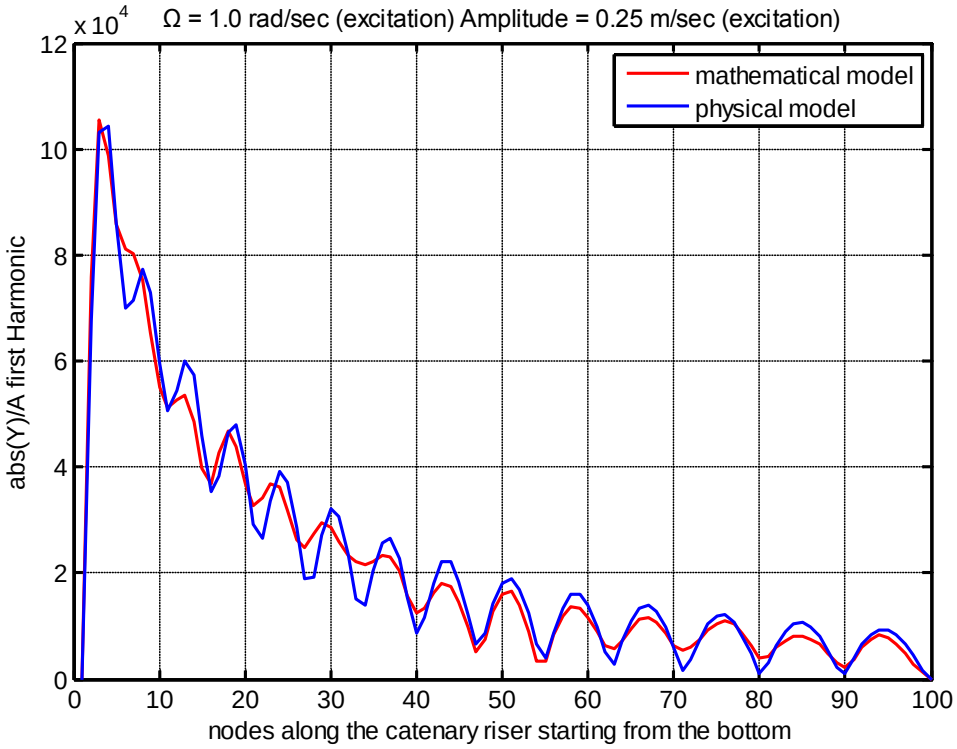
Διαγράμματα 31-36: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.25 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

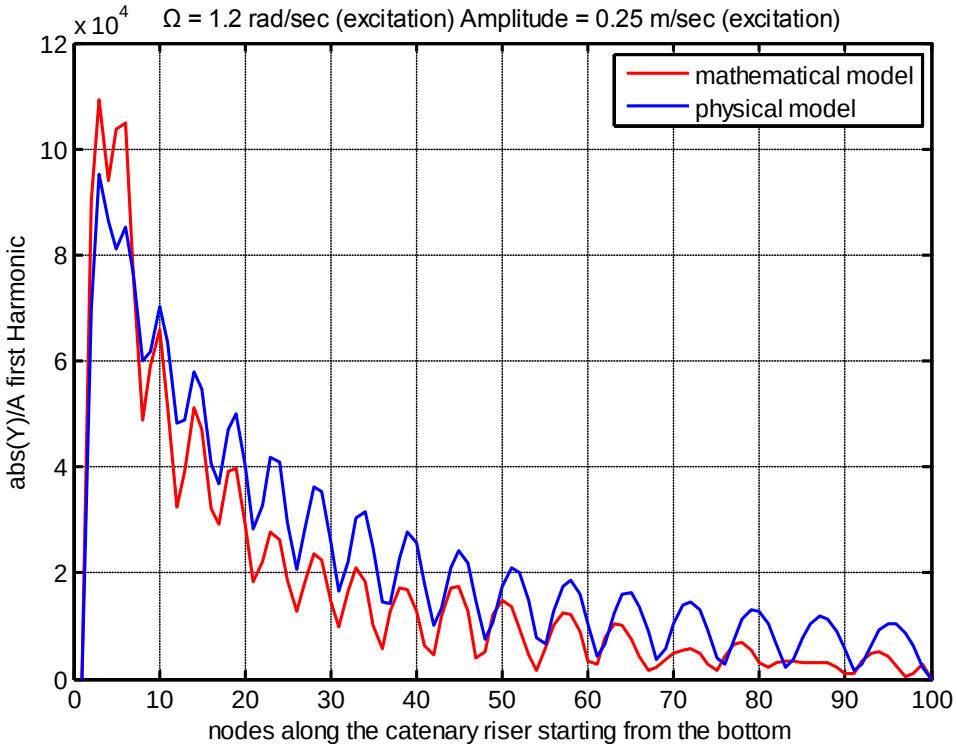




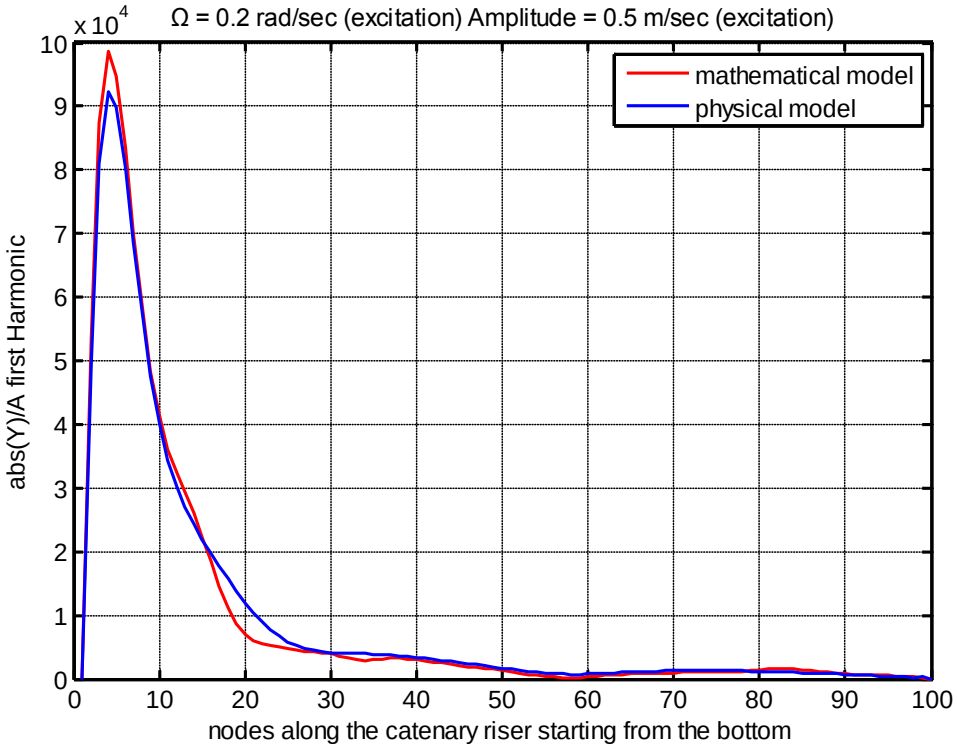

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

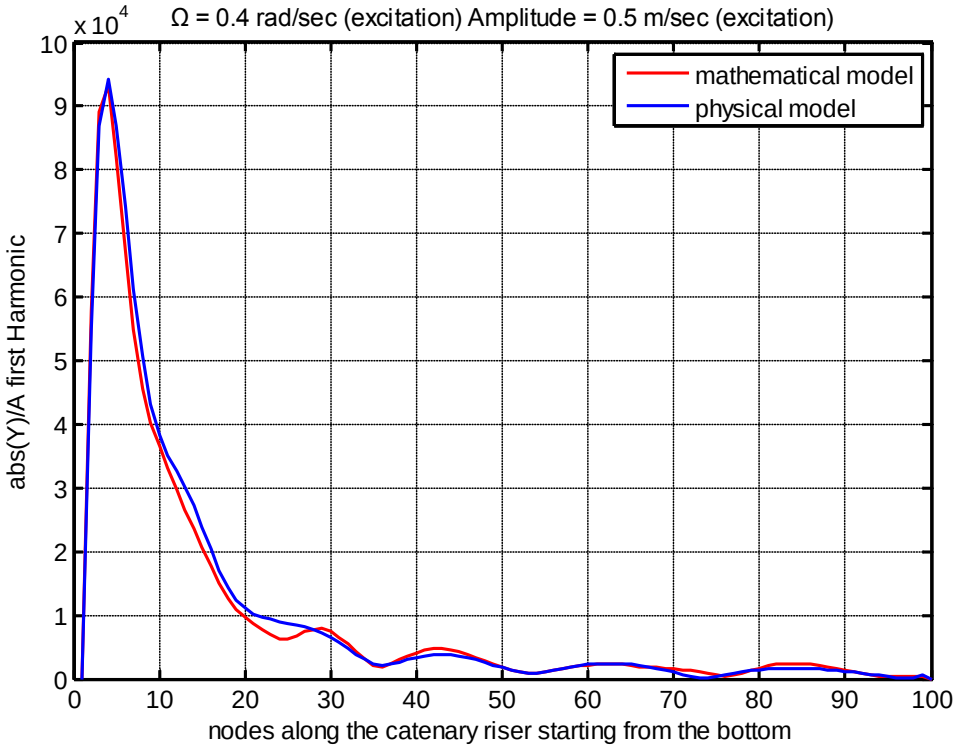

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

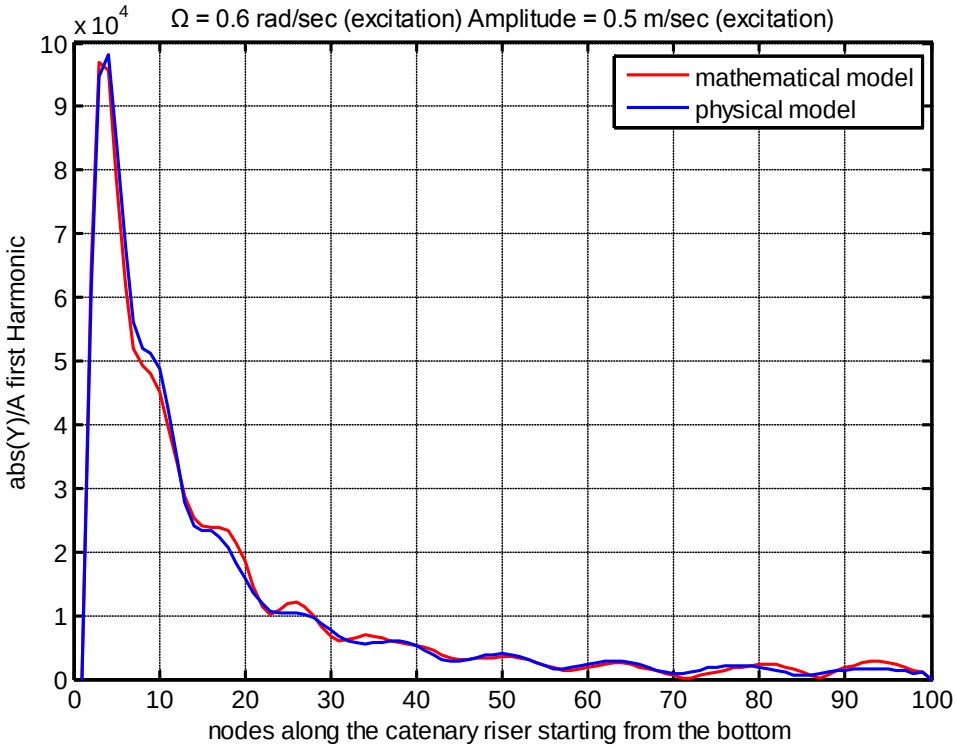

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

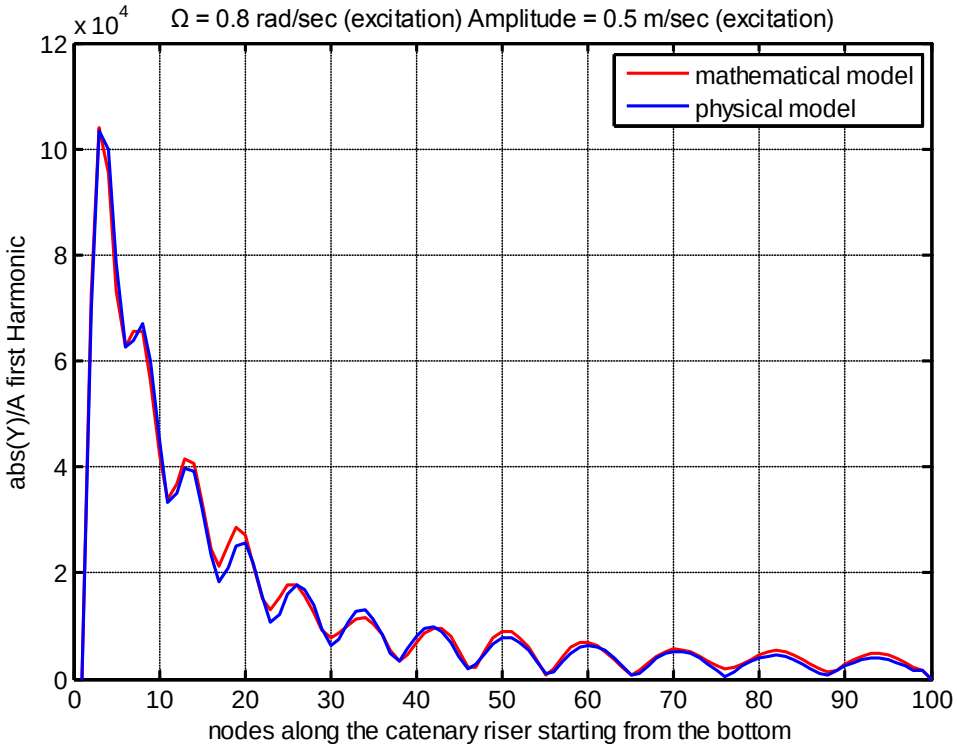

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

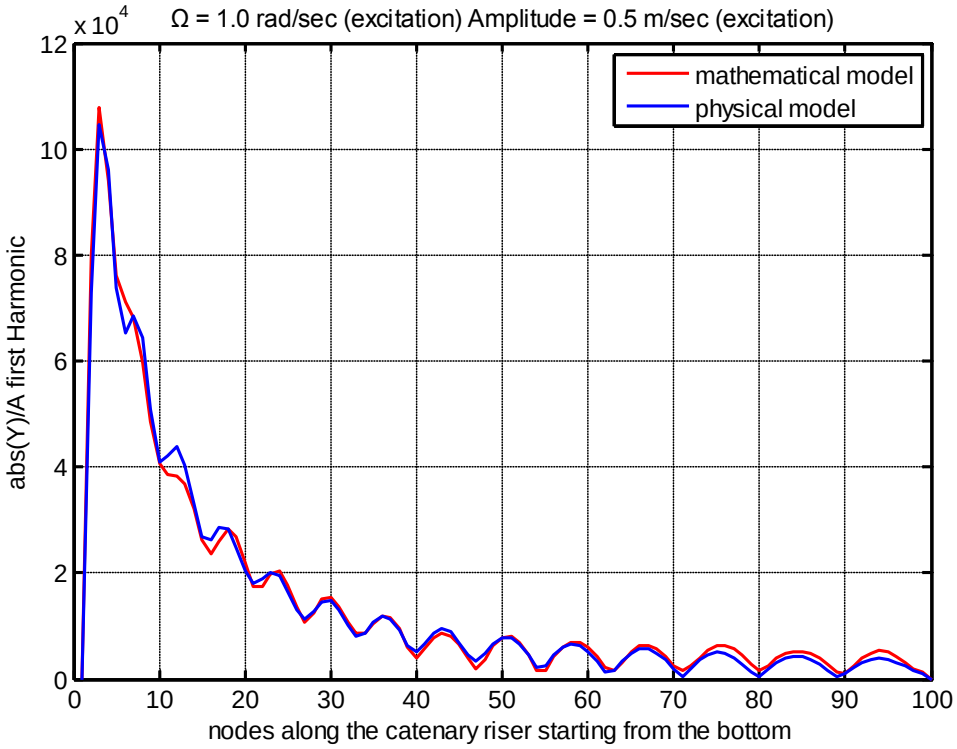
Διαγράμματα 37-42: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

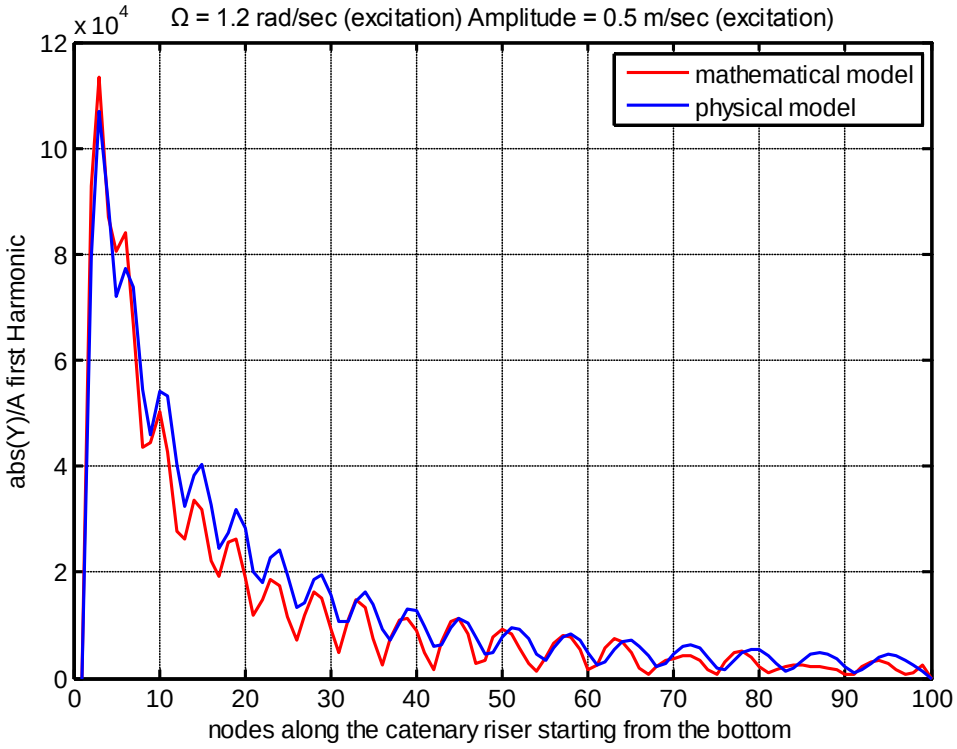




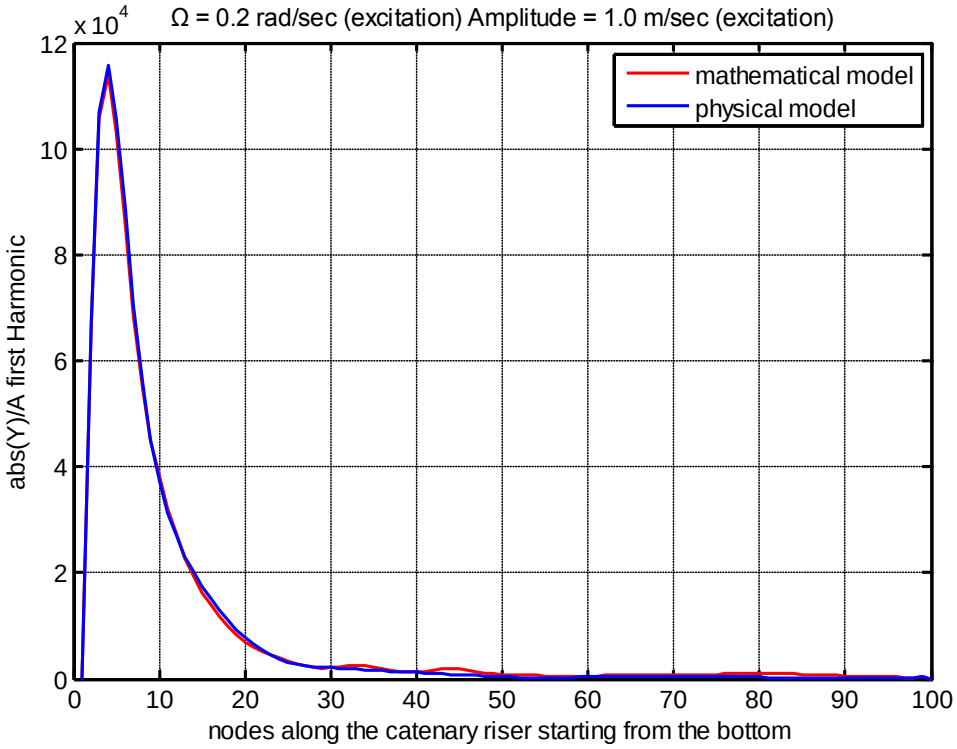

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

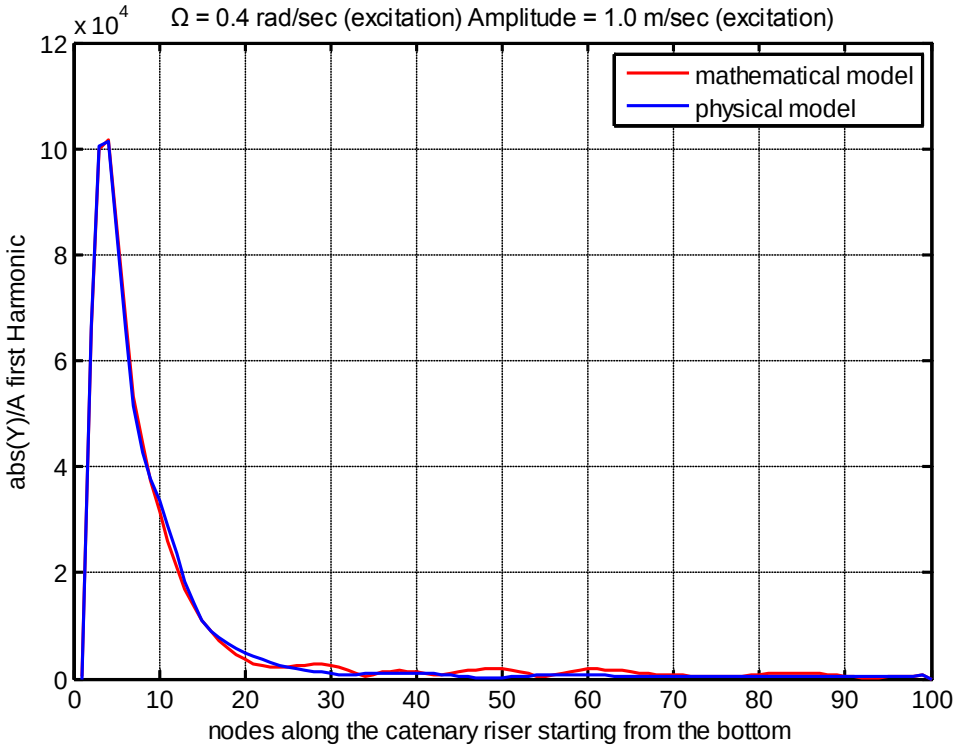

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

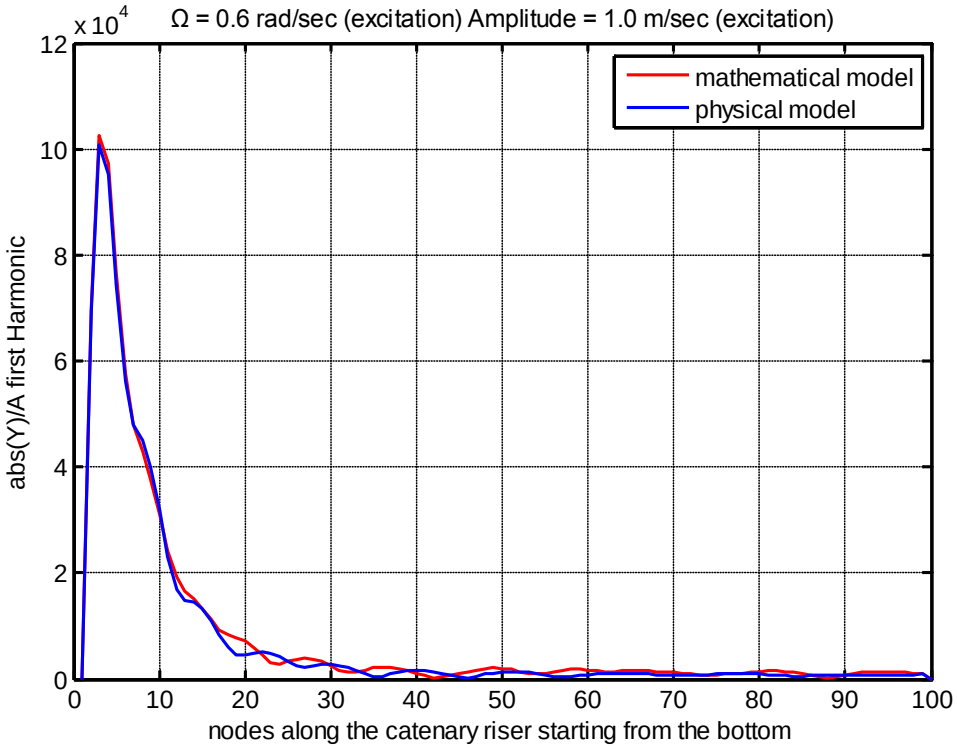

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

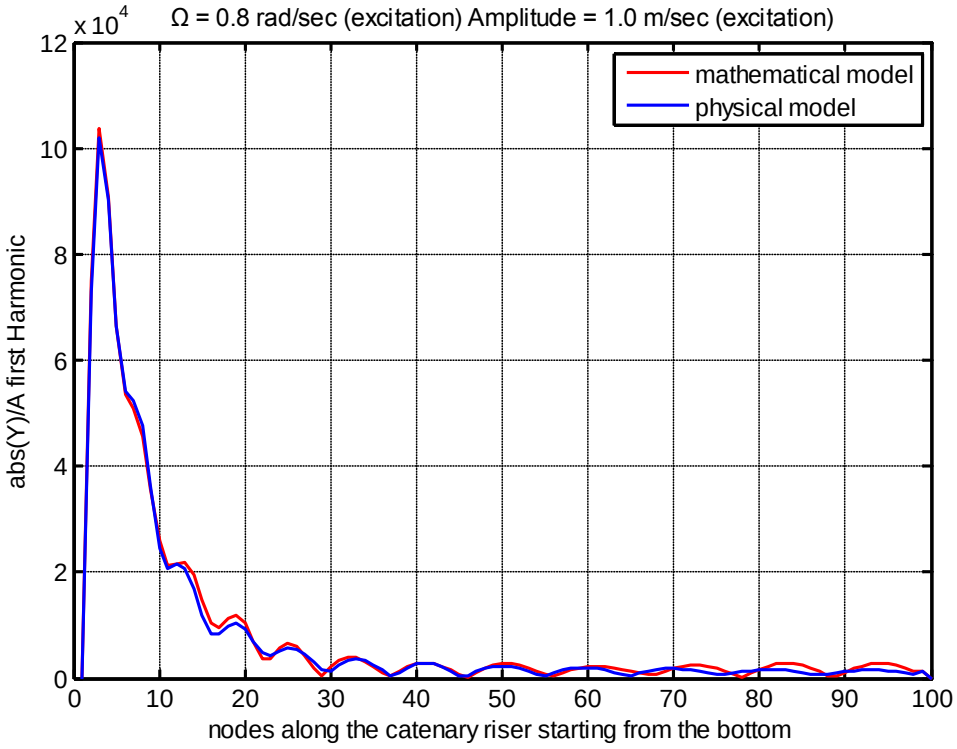

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

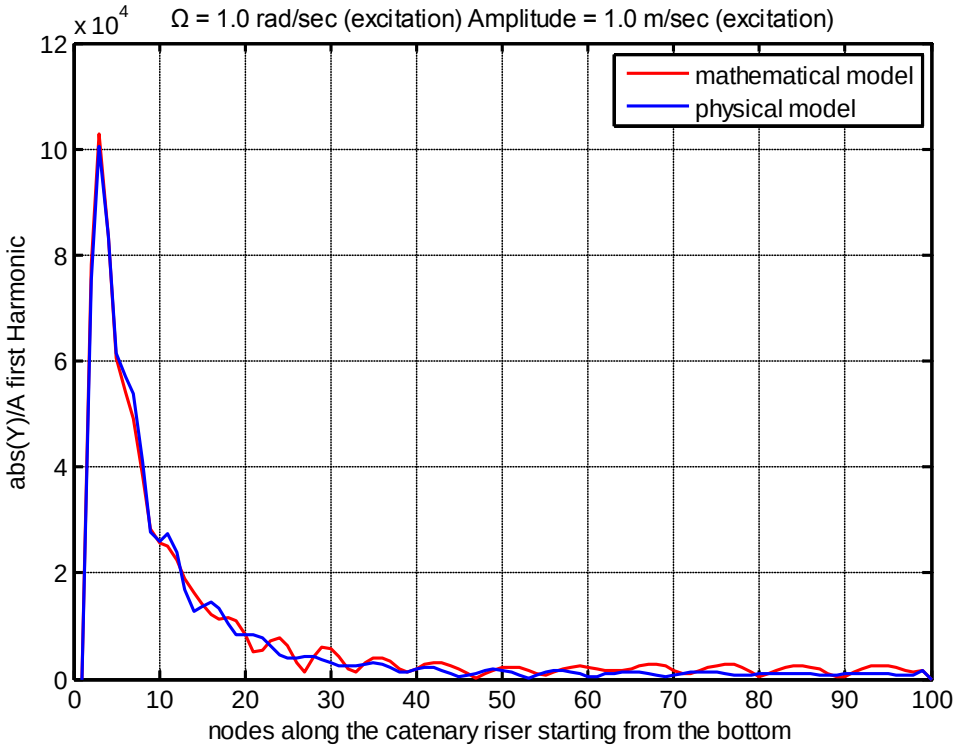
Διαγράμματα 43-48: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

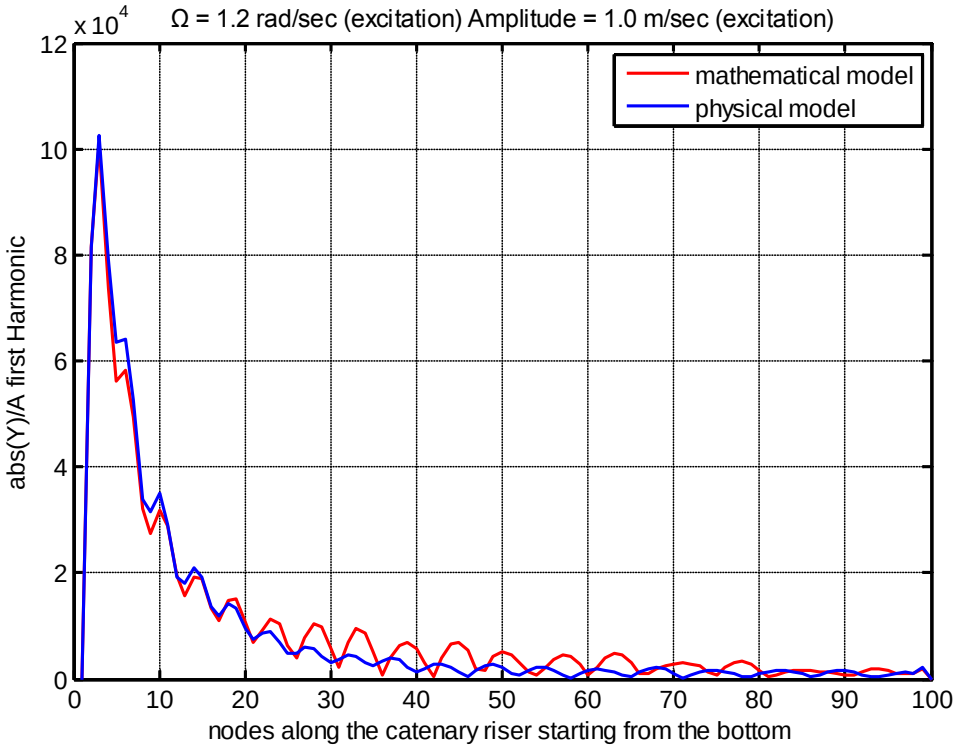




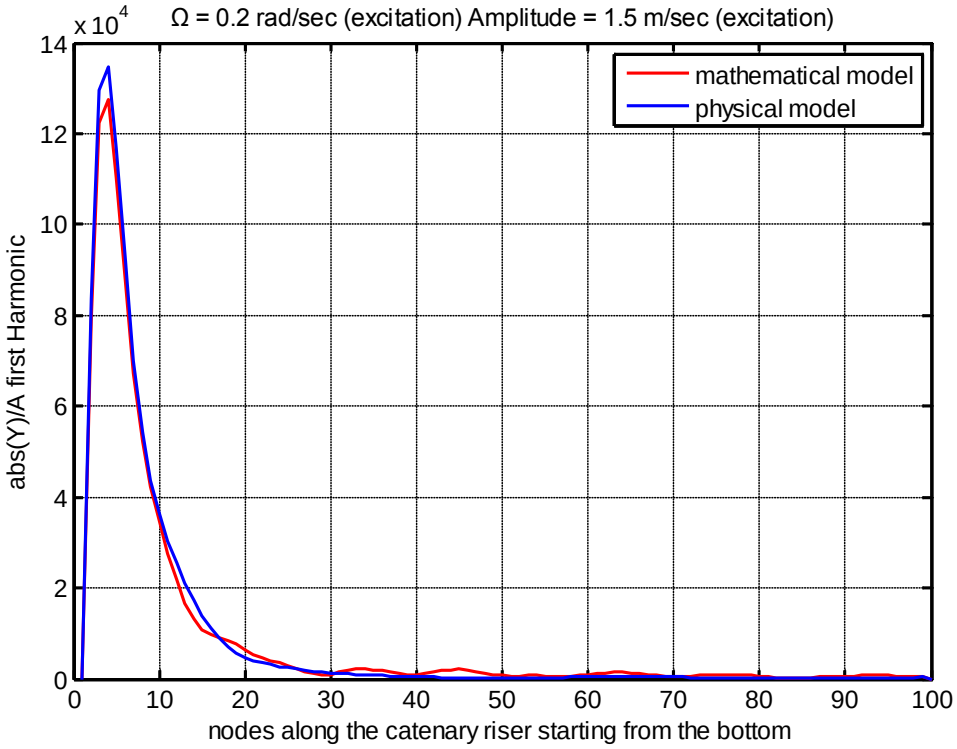

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

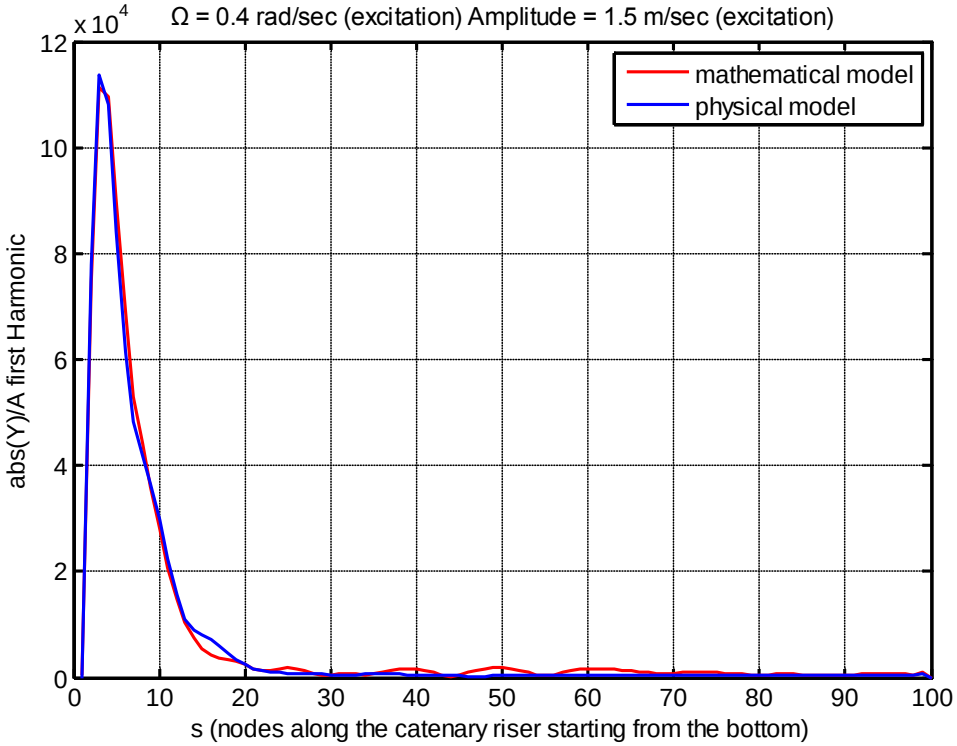

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

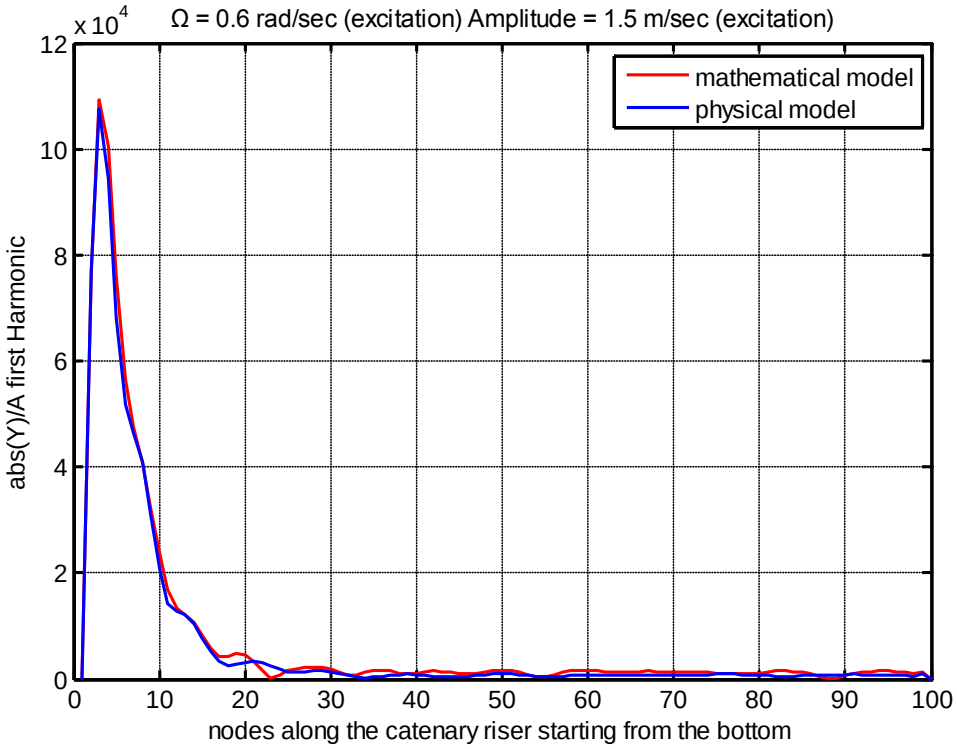

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

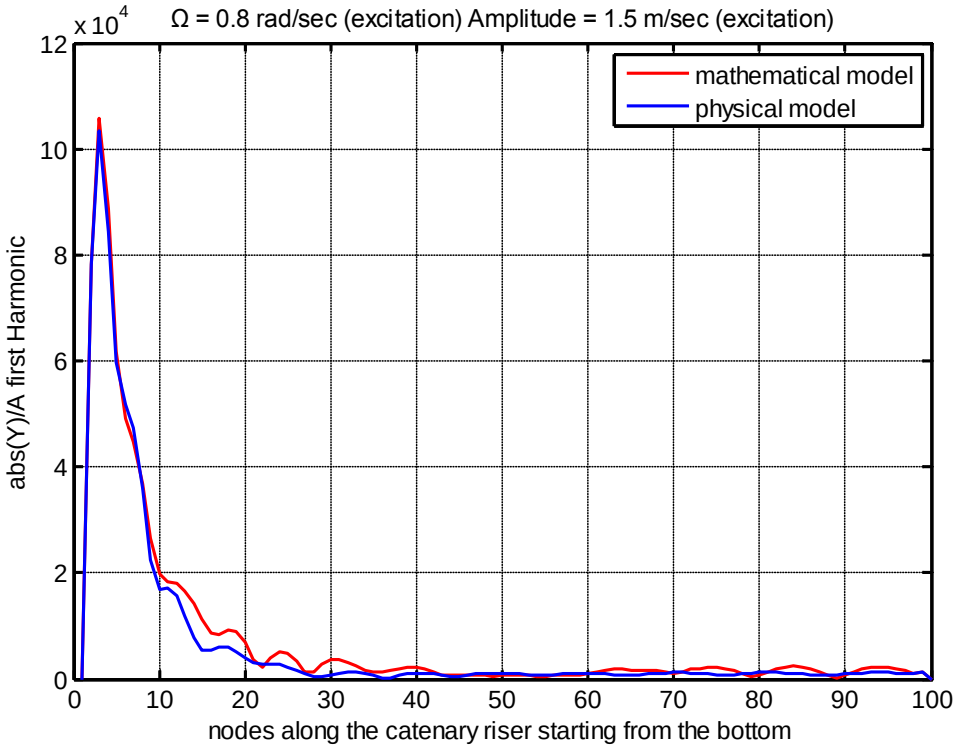

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

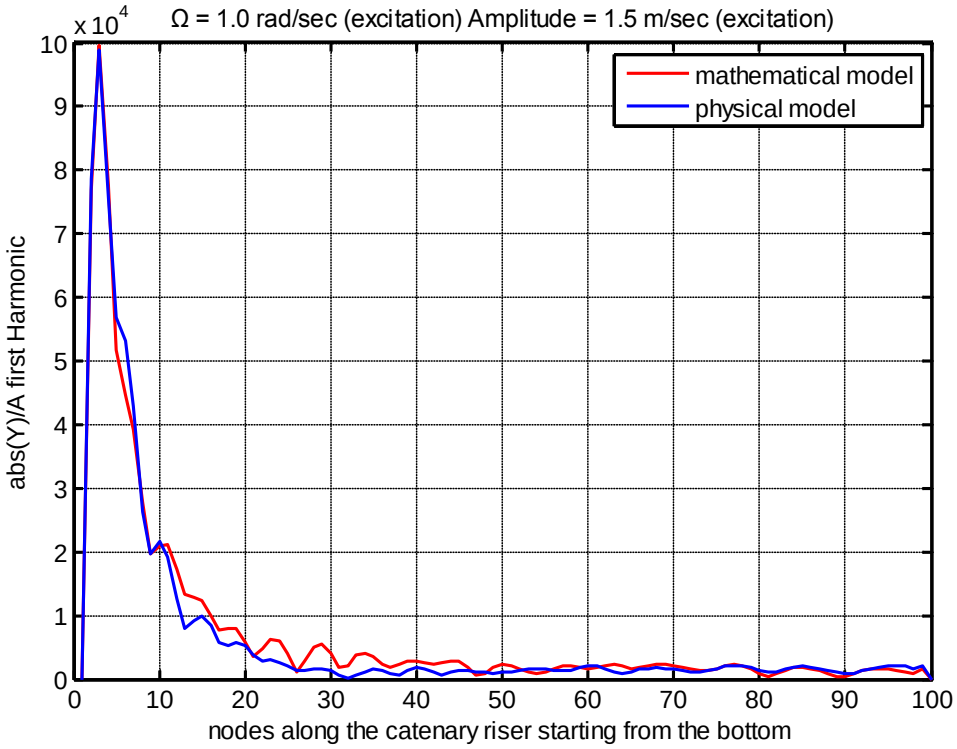
Διαγράμματα 49-54: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

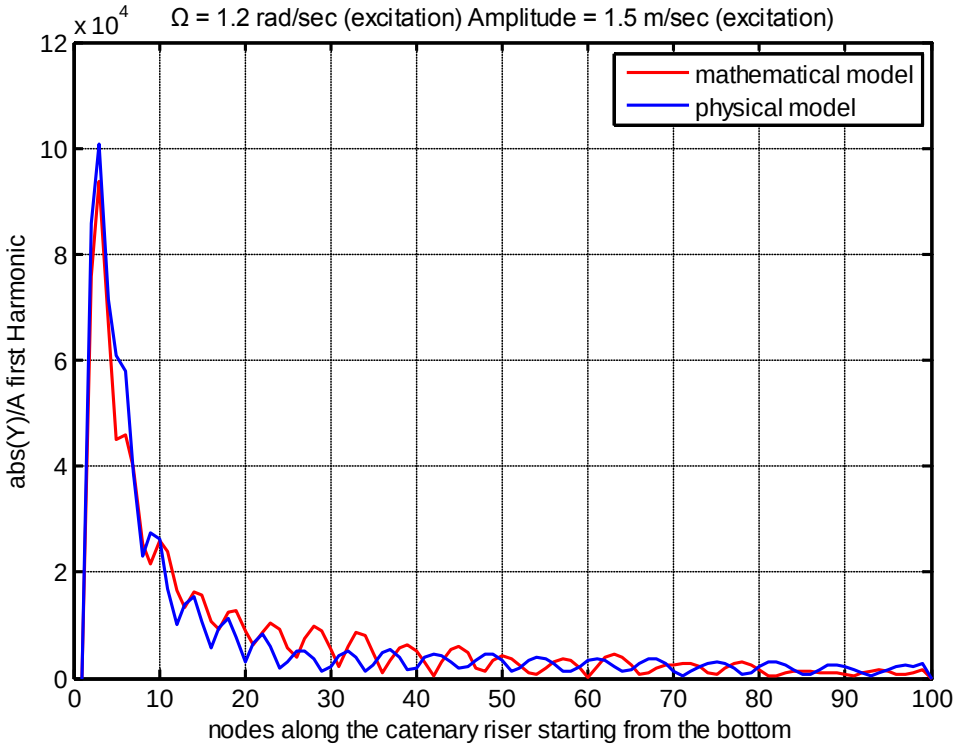




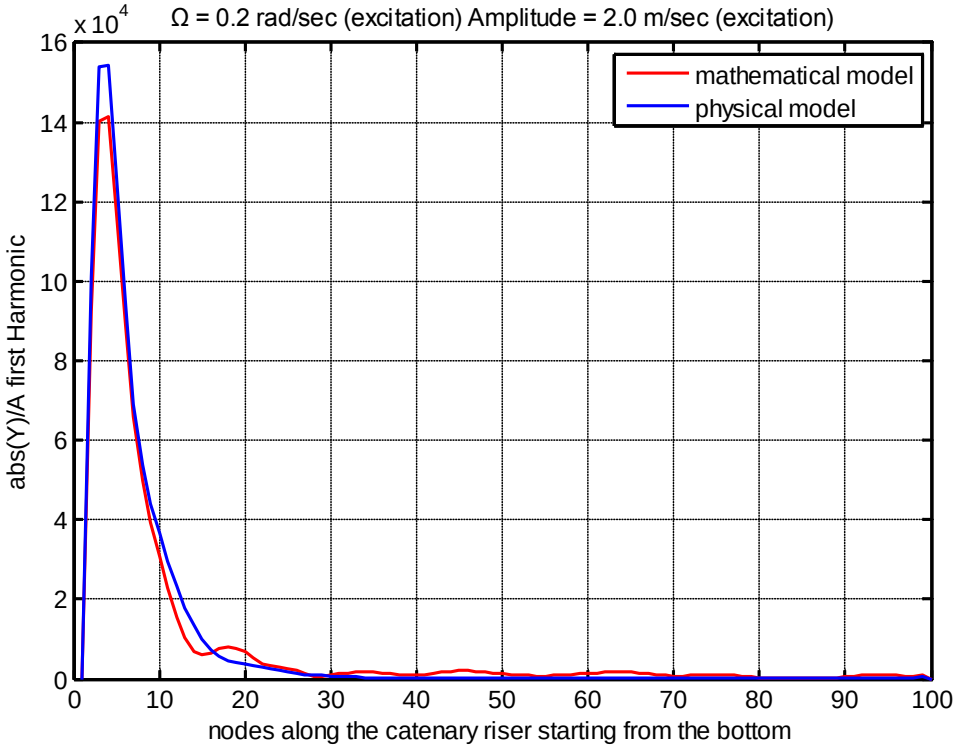

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

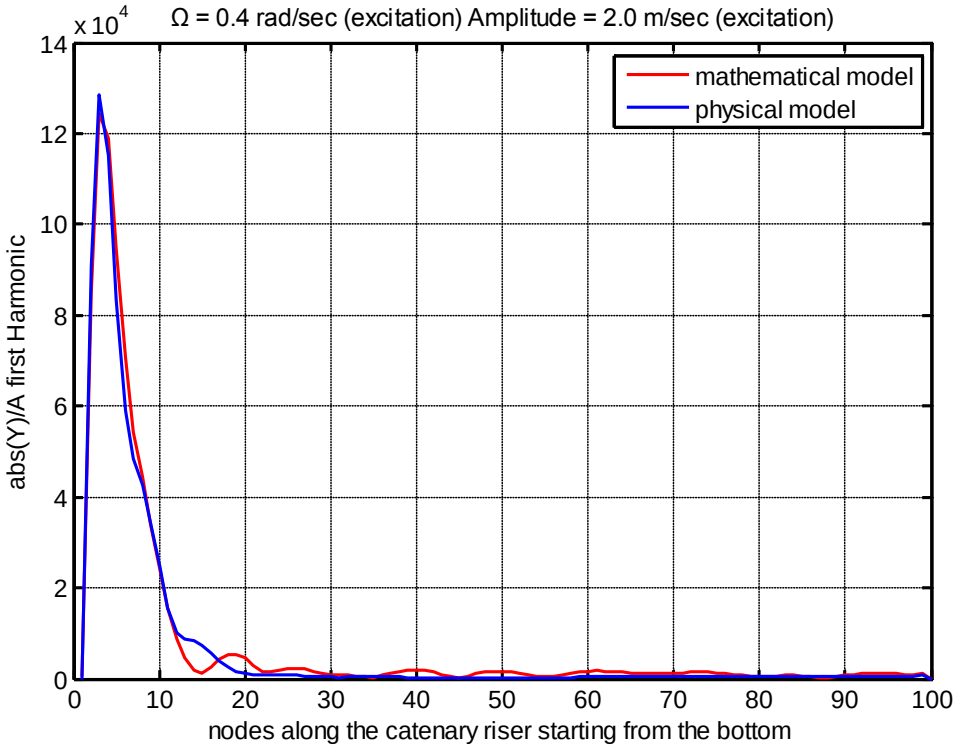

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

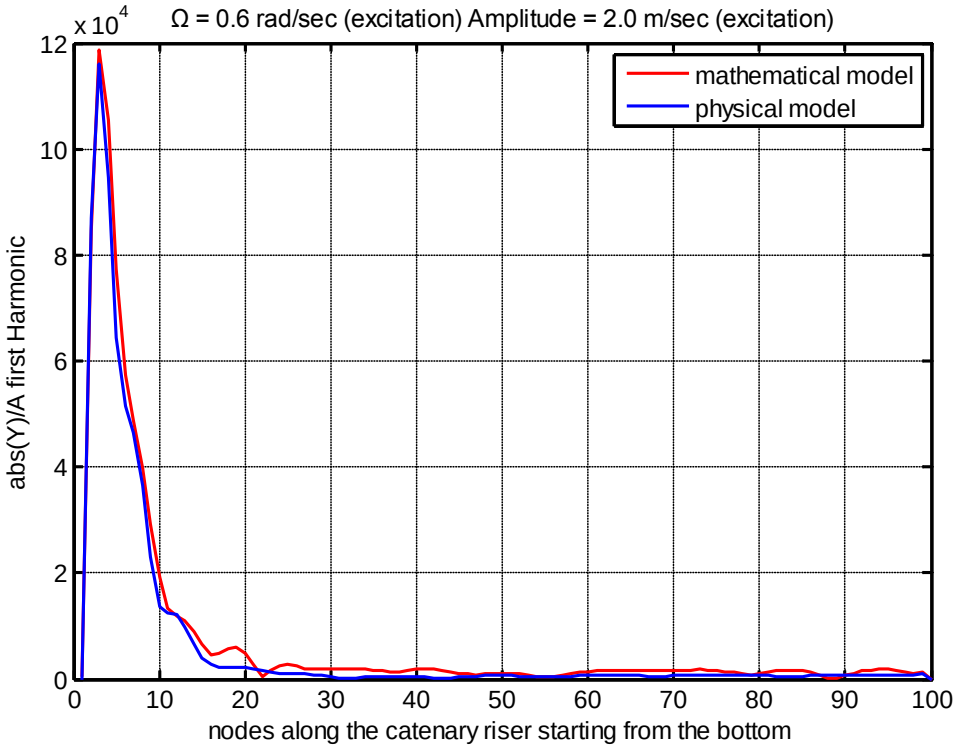

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

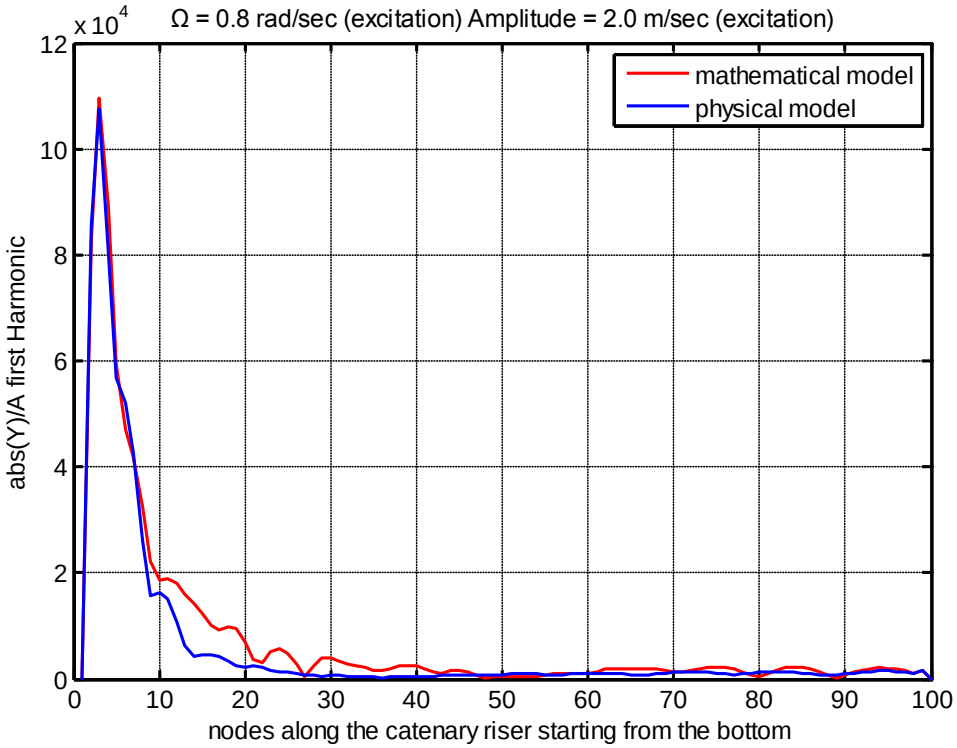

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

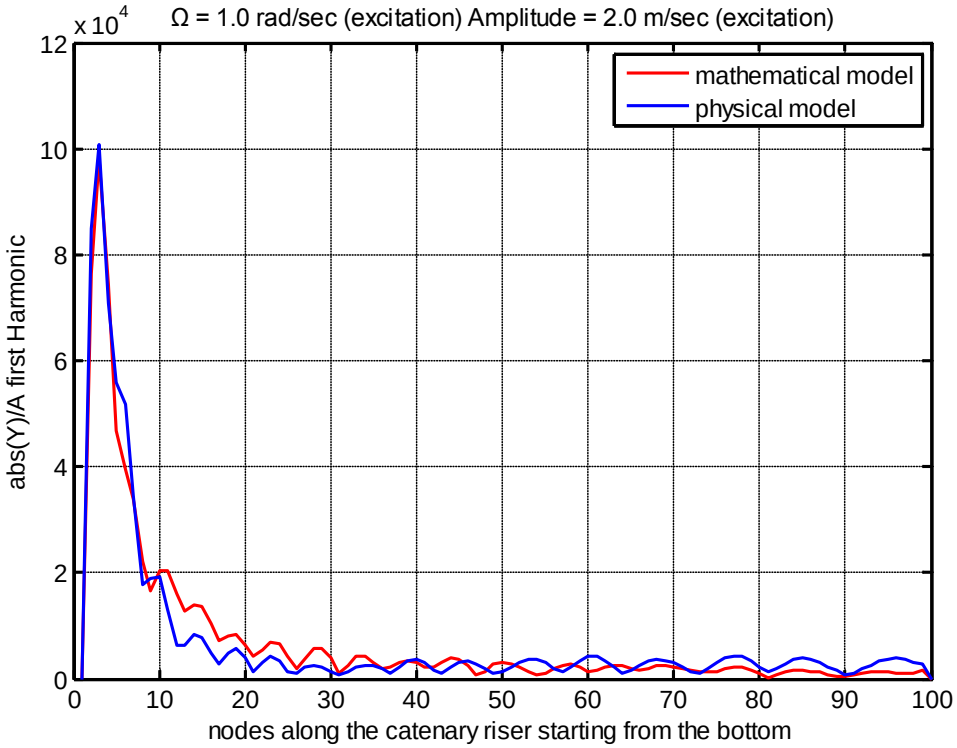
Διαγράμματα 55-60: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πρώτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 2.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

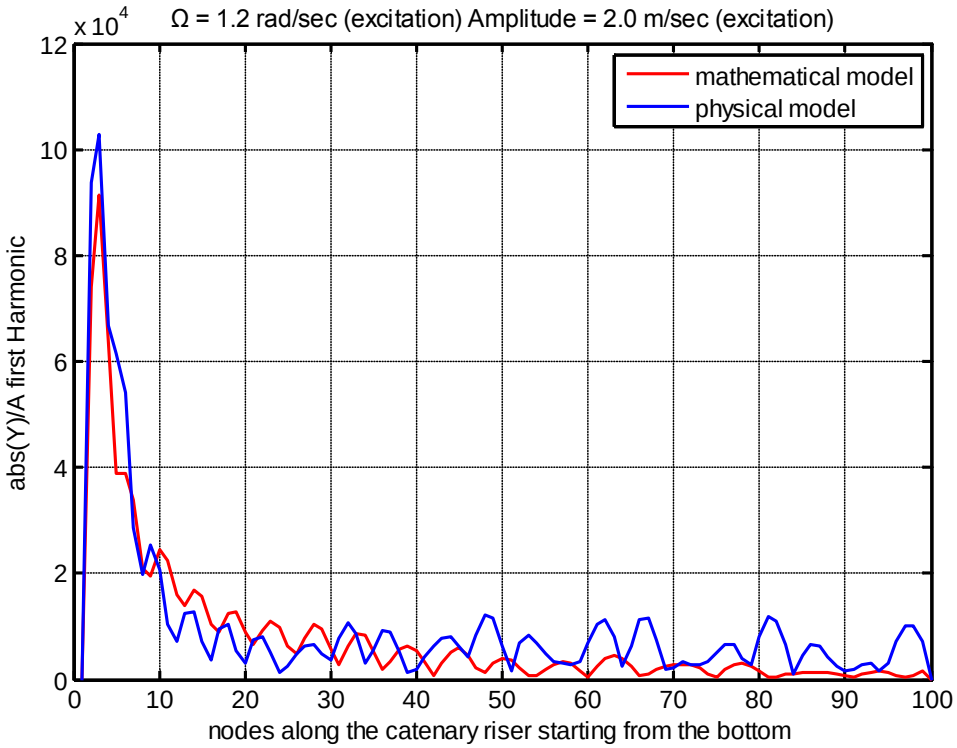




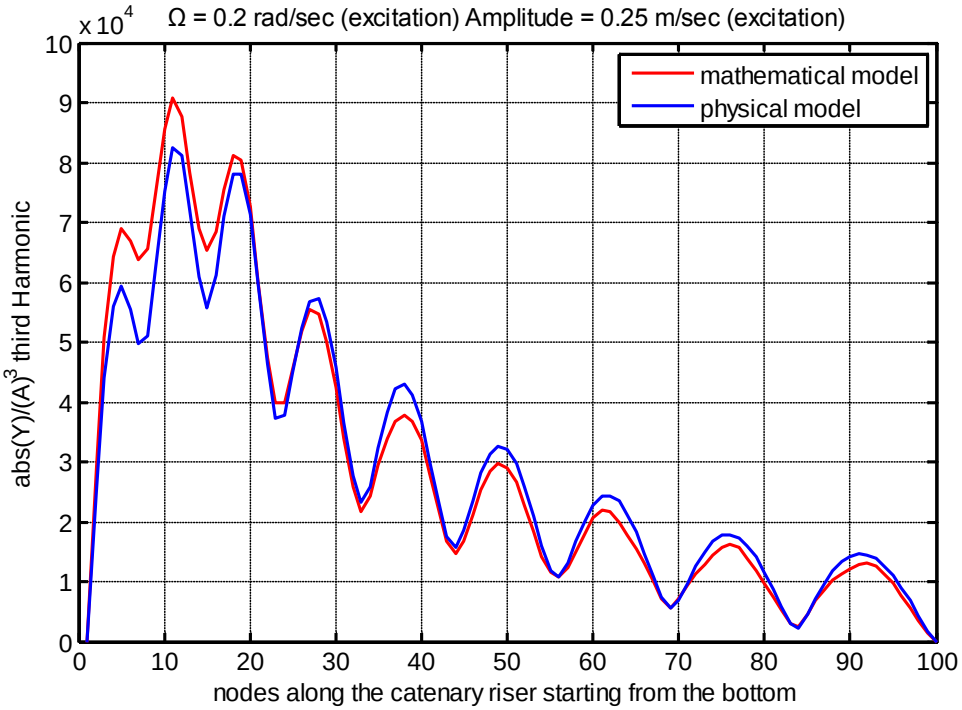

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

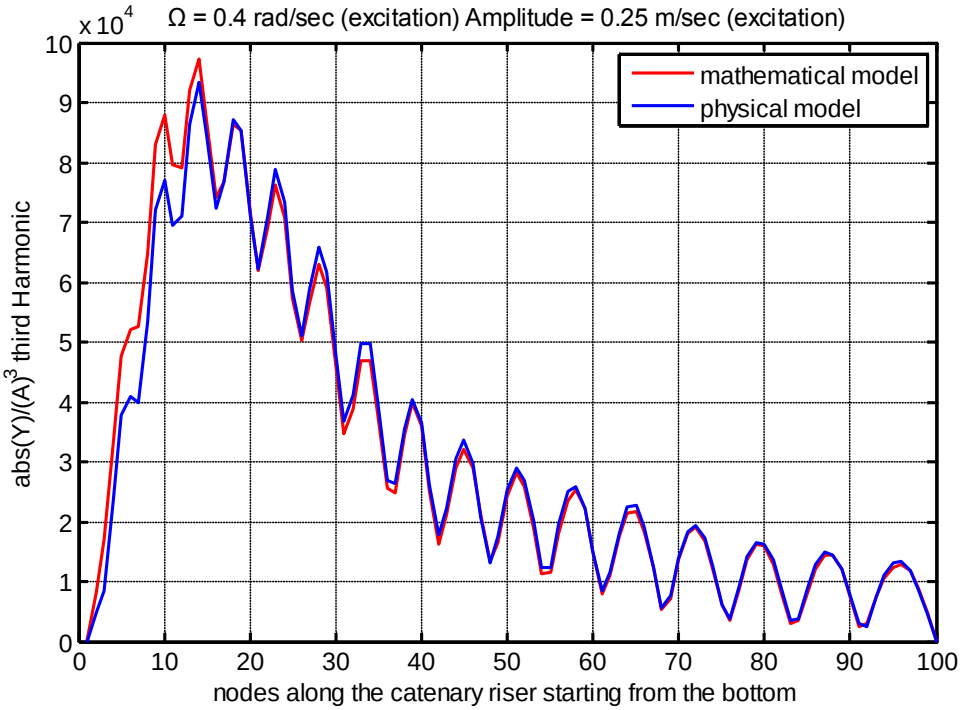

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

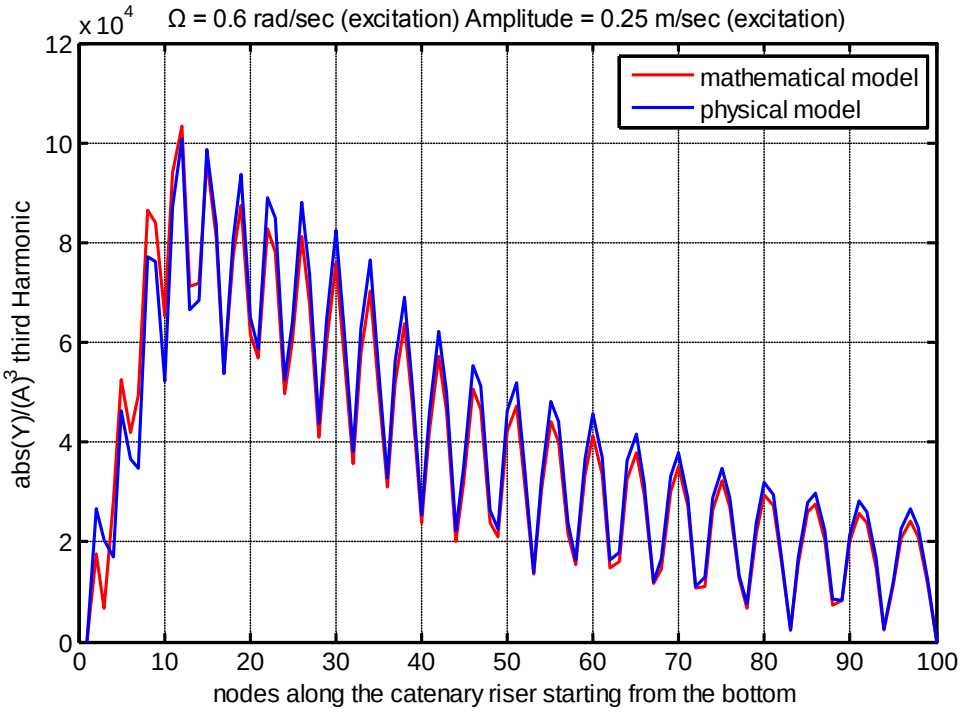

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

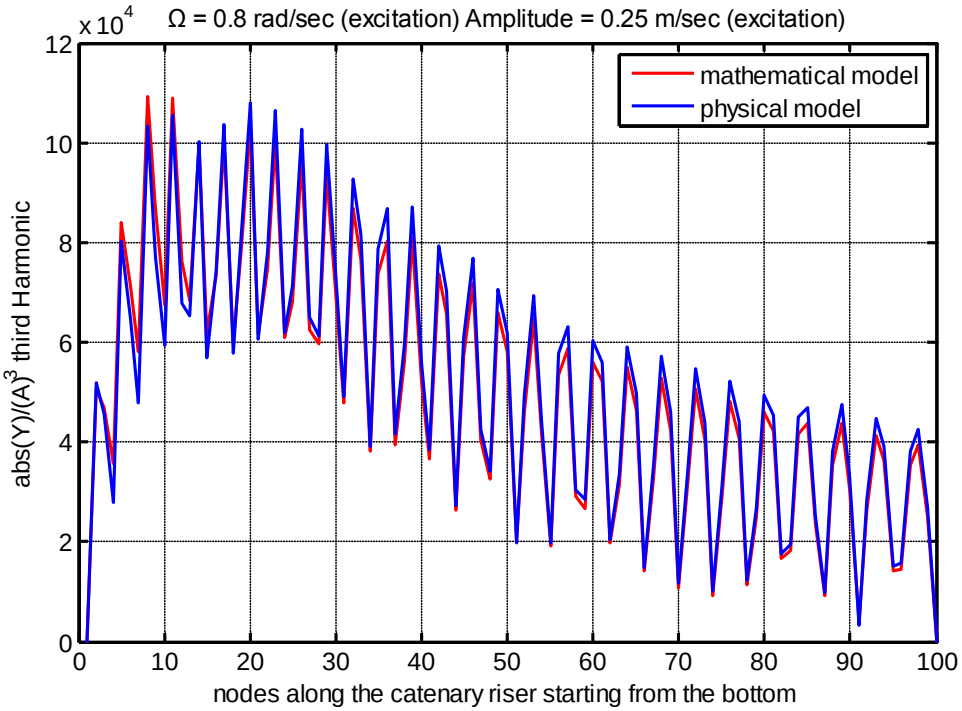

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/A first Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

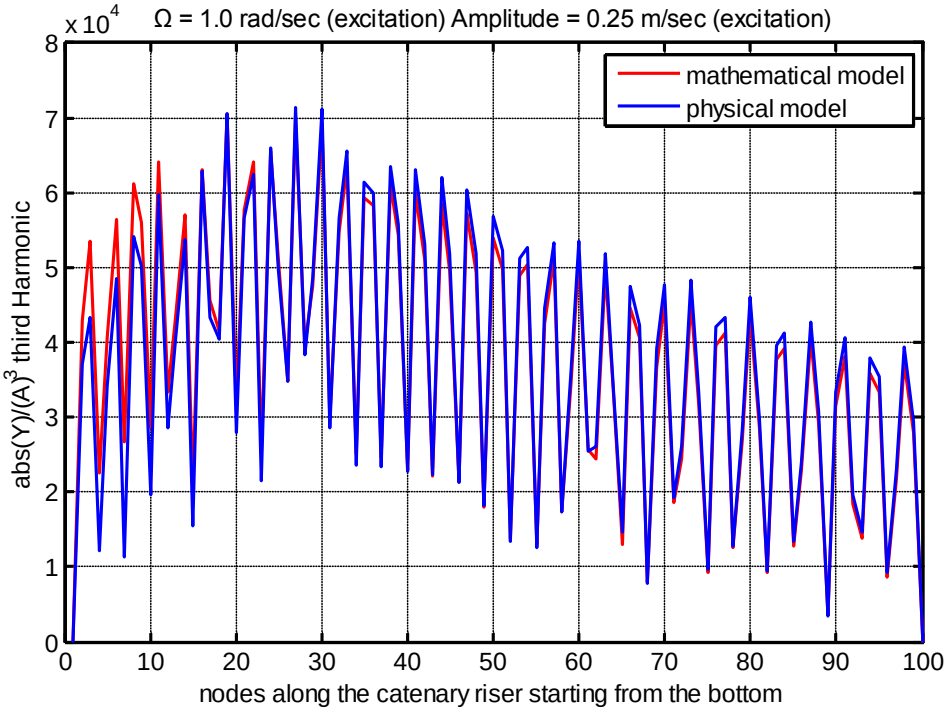
Διαγράμματα 61-66: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την τρίτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.25 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

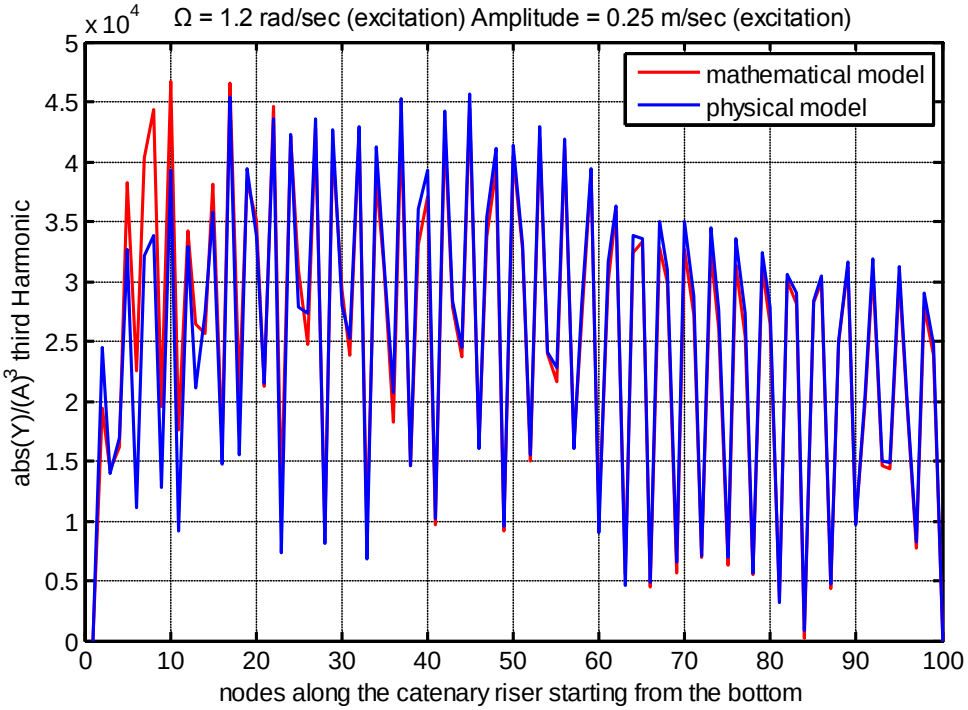




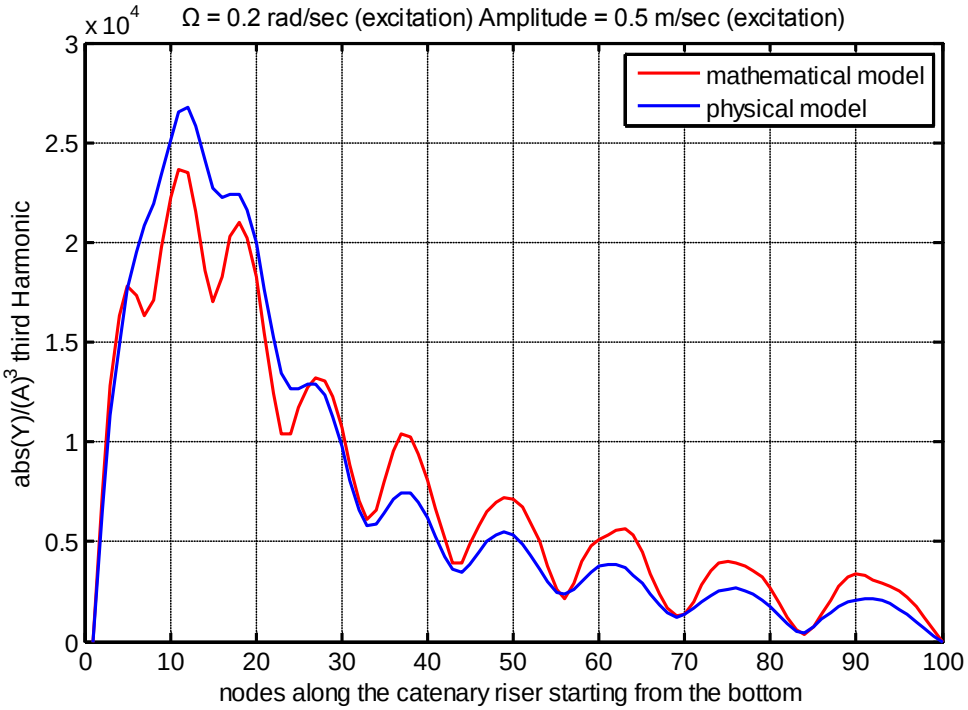

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

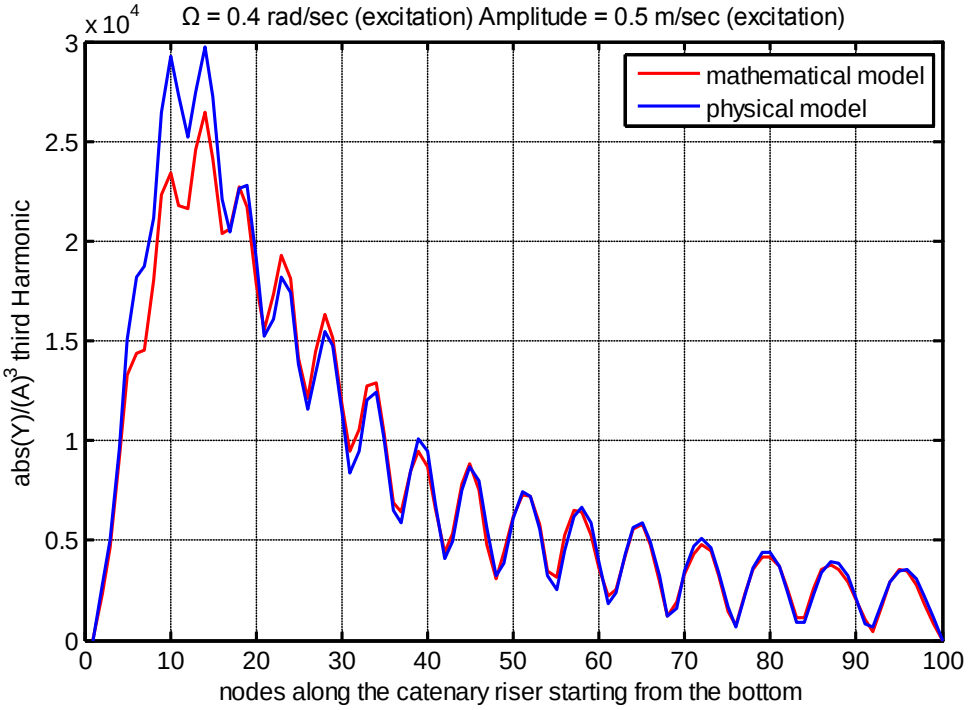

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
2
4
6
8
10
12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

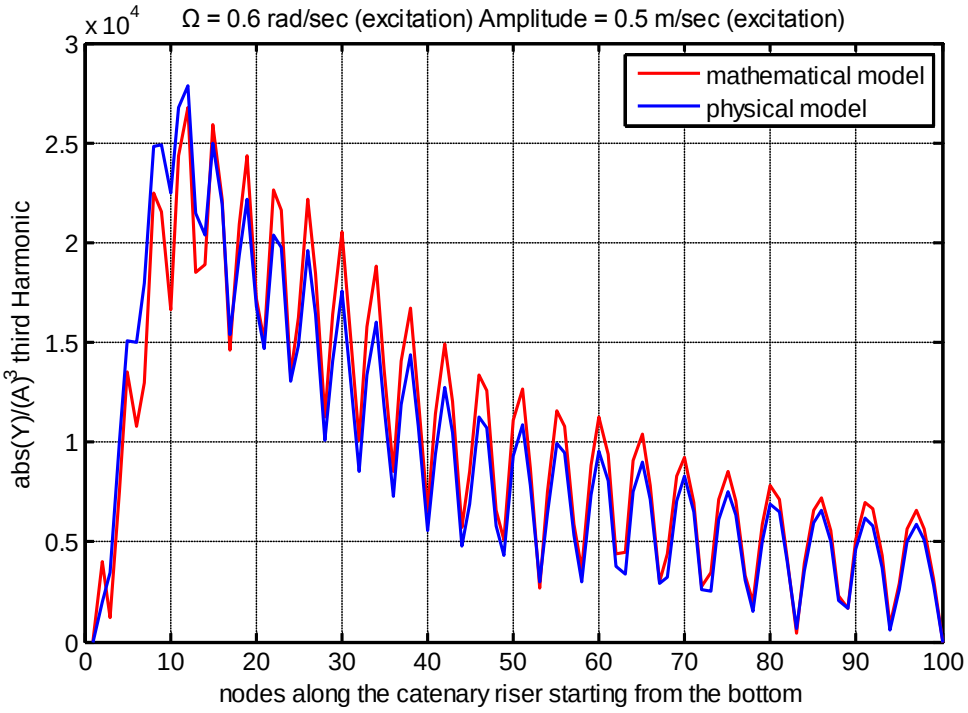

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

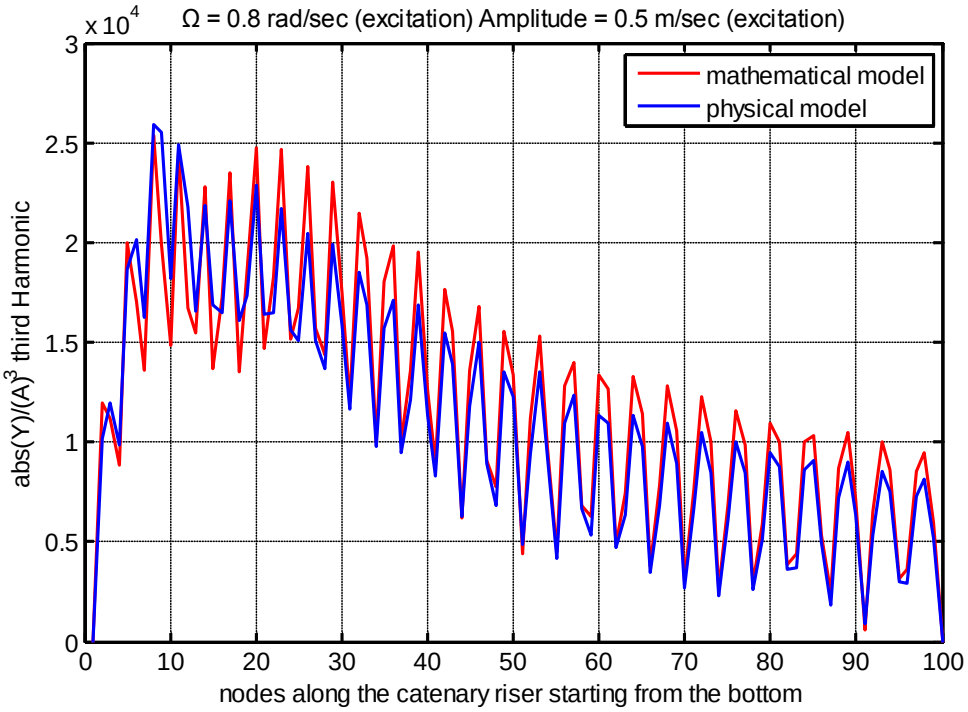

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

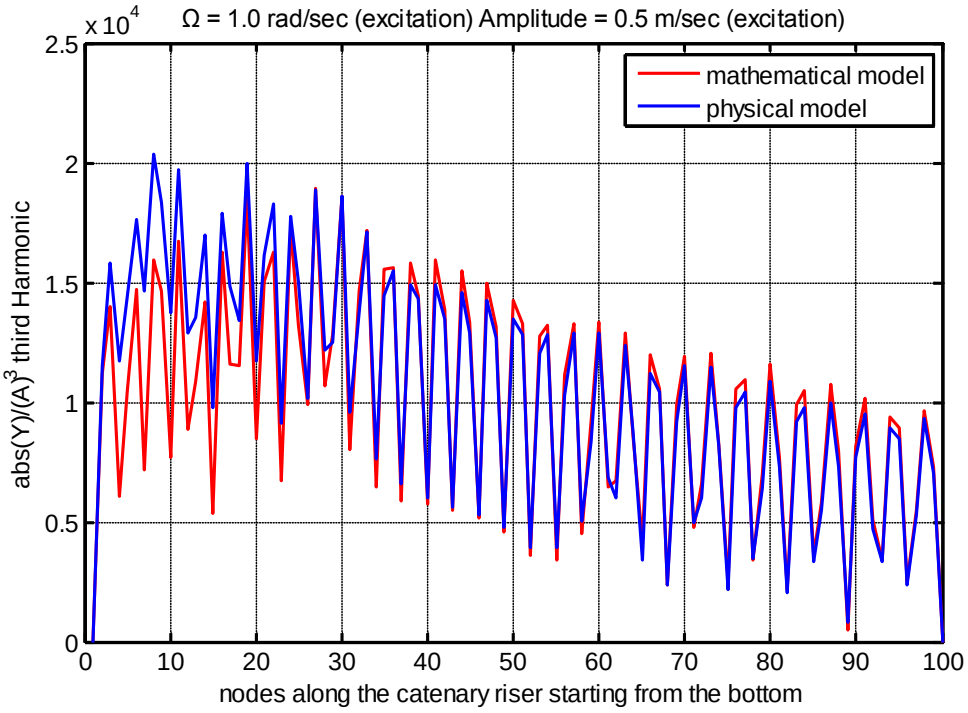
Διαγράμματα 67-72: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την τρίτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

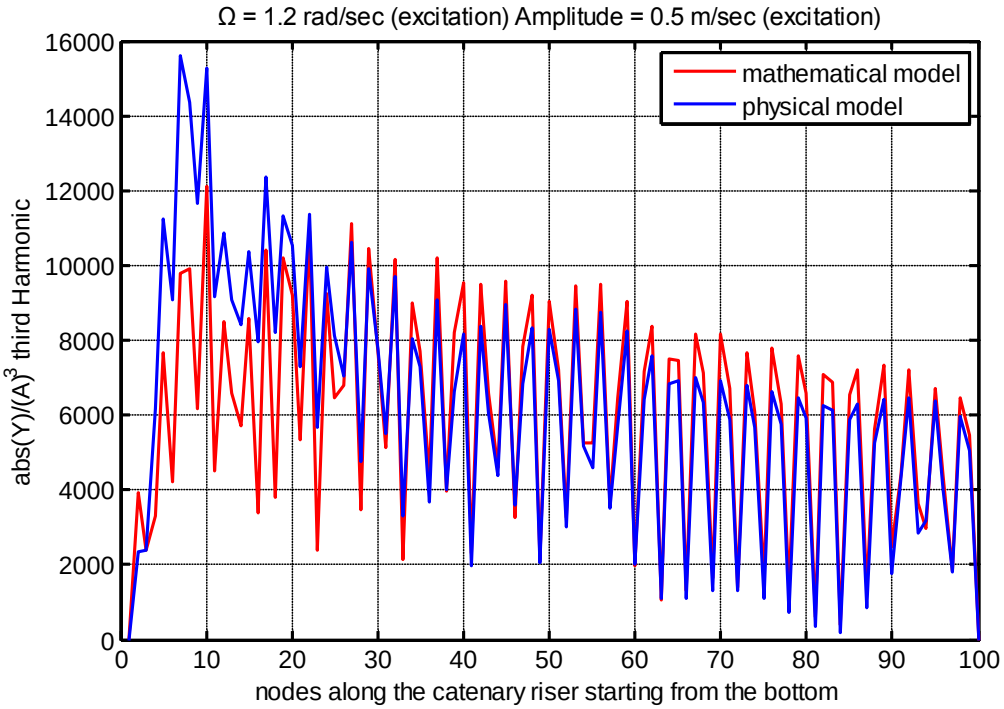




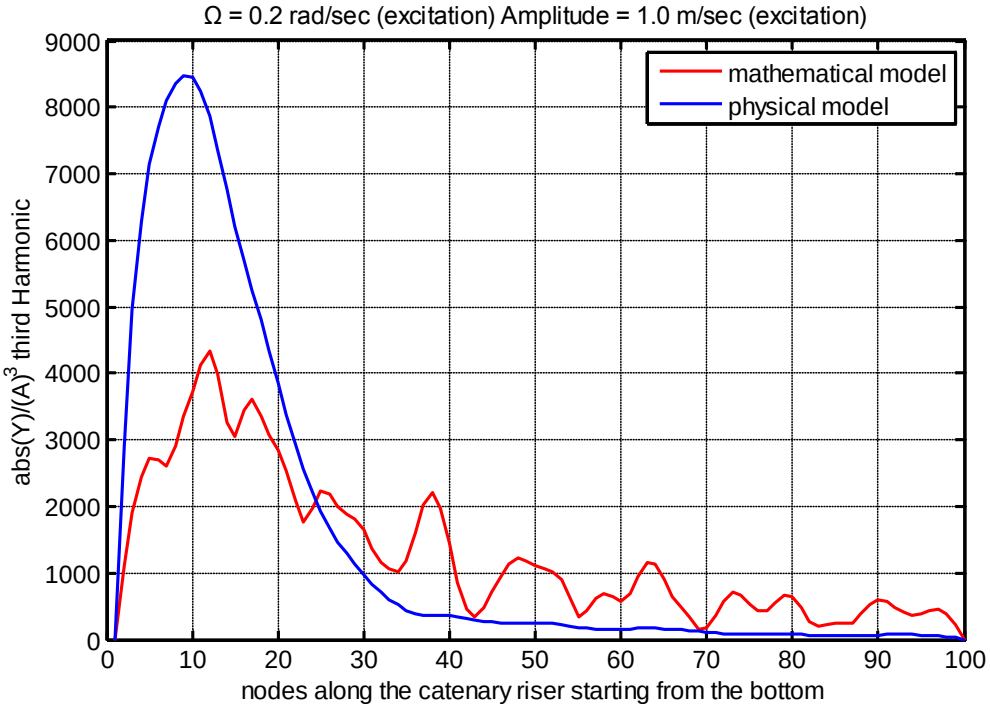

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

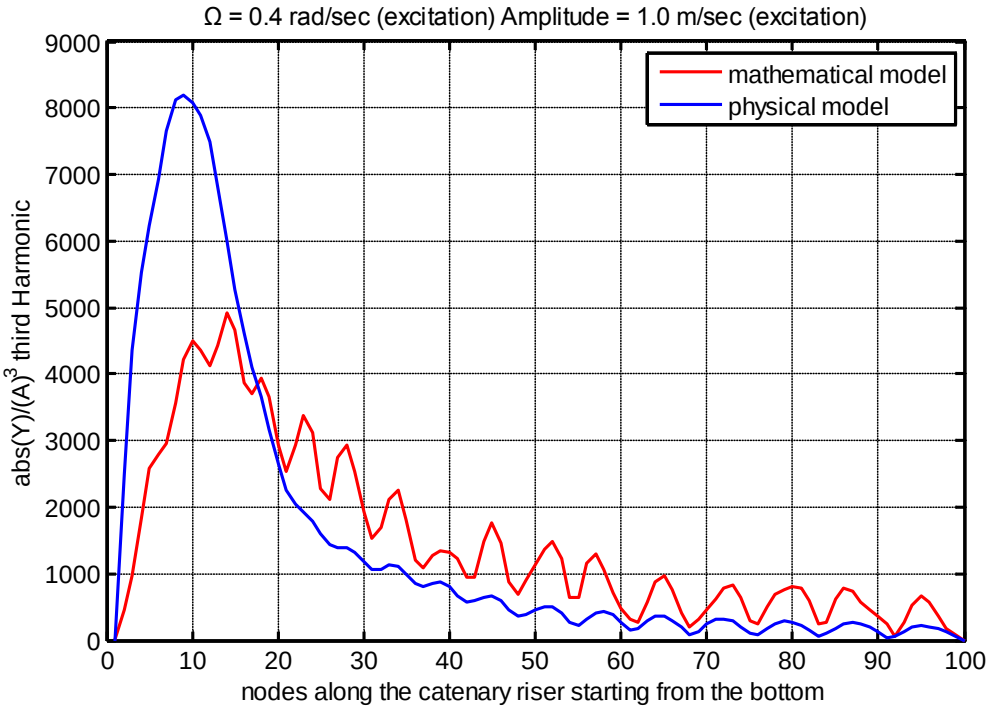

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

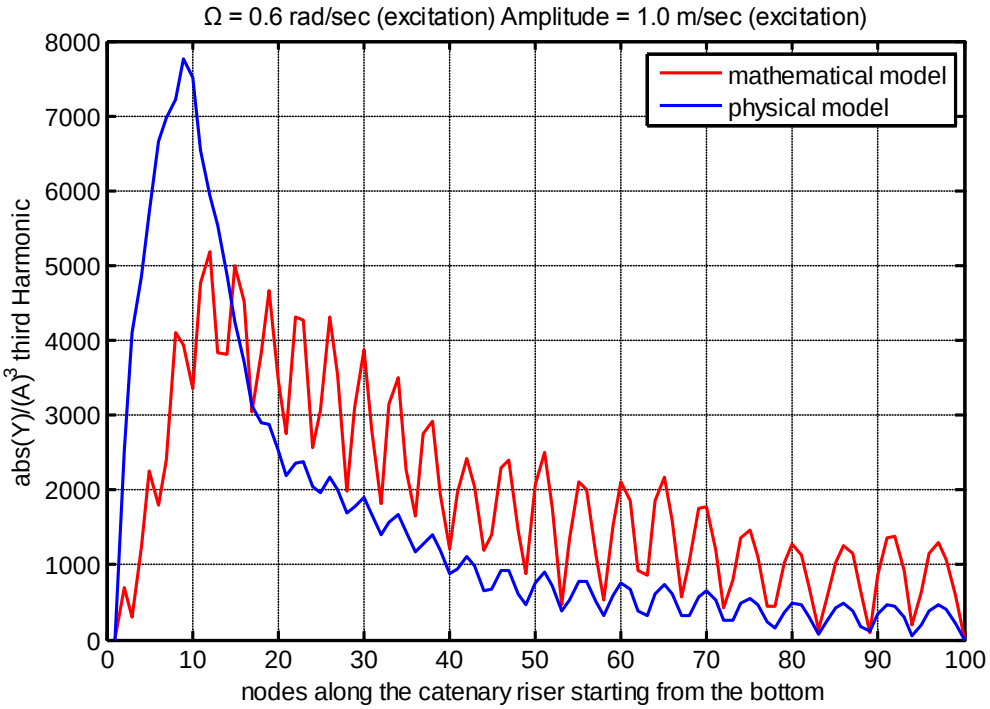

x 10^4
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

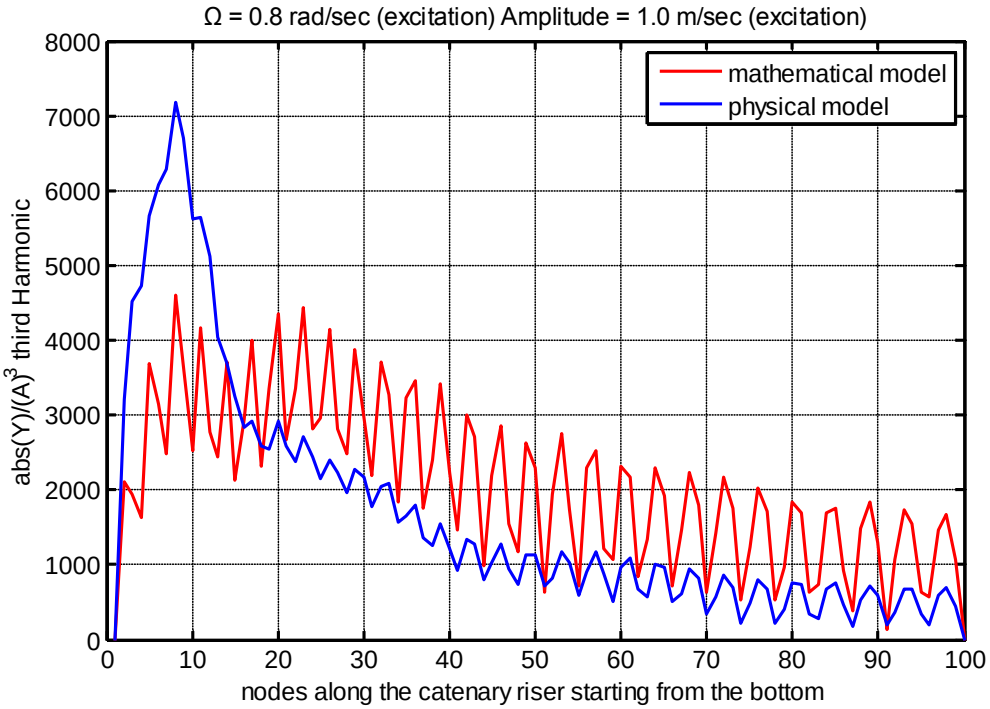

Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

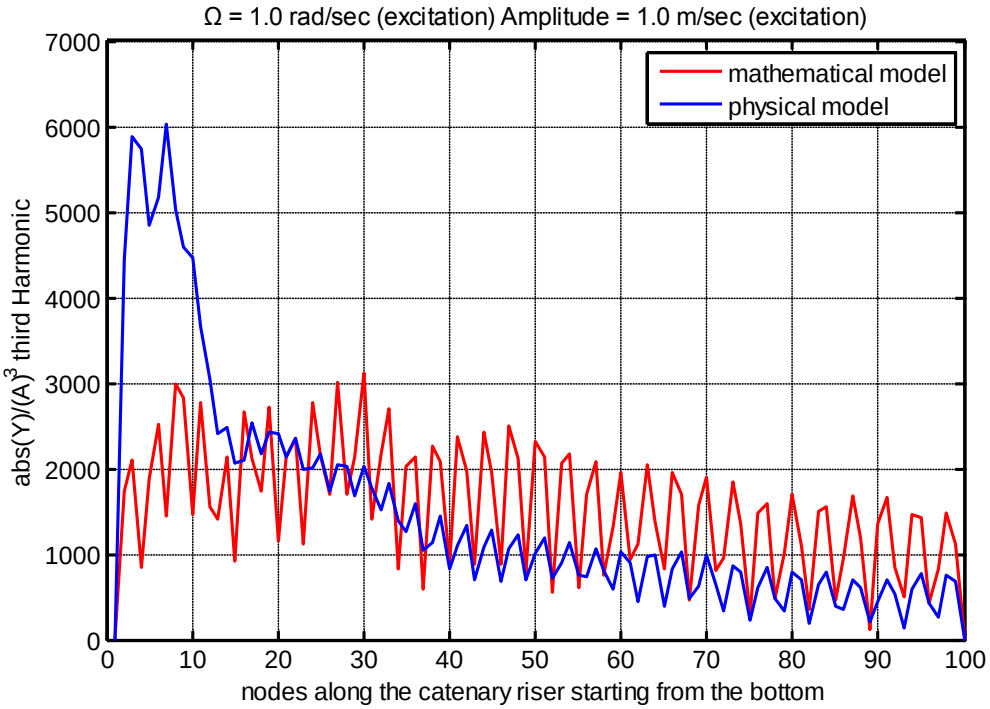
Διαγράμματα 73-78: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την τρίτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

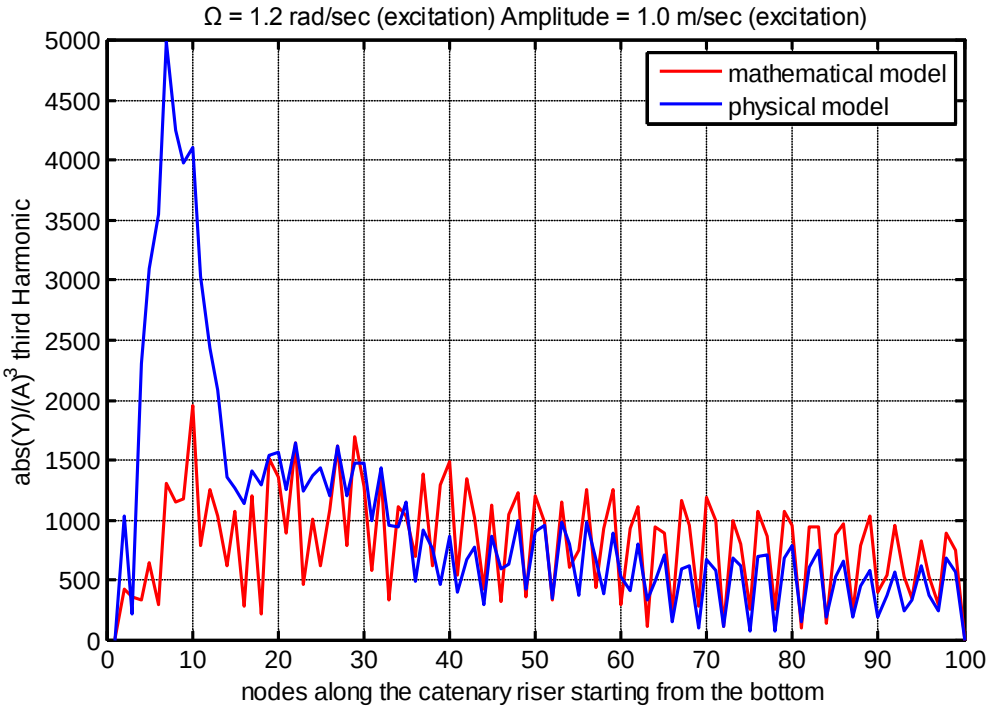




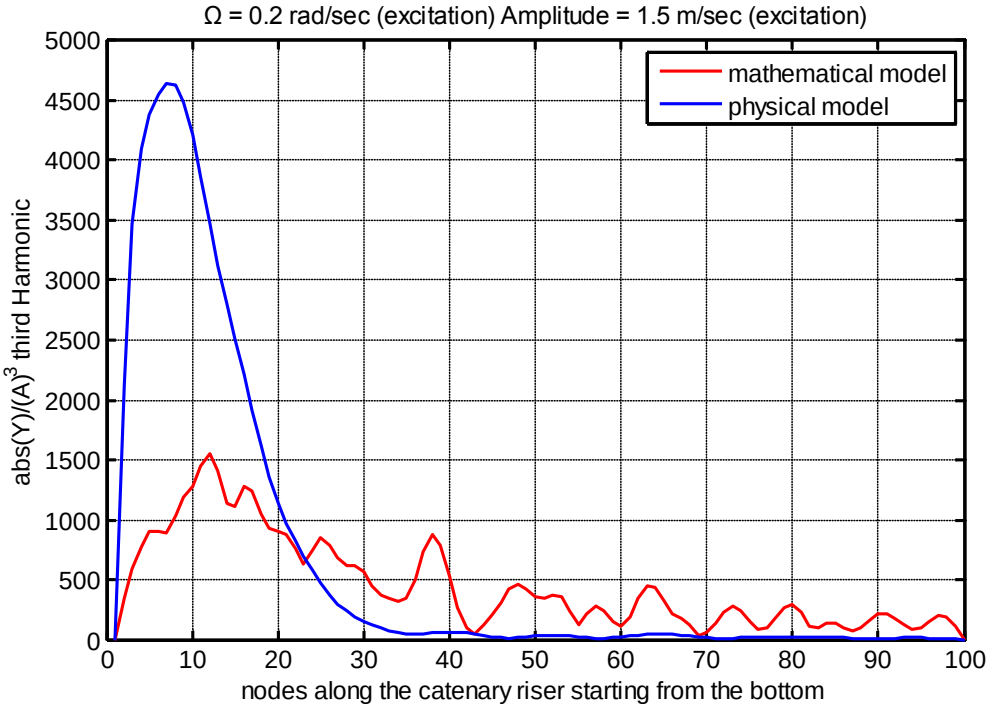

Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

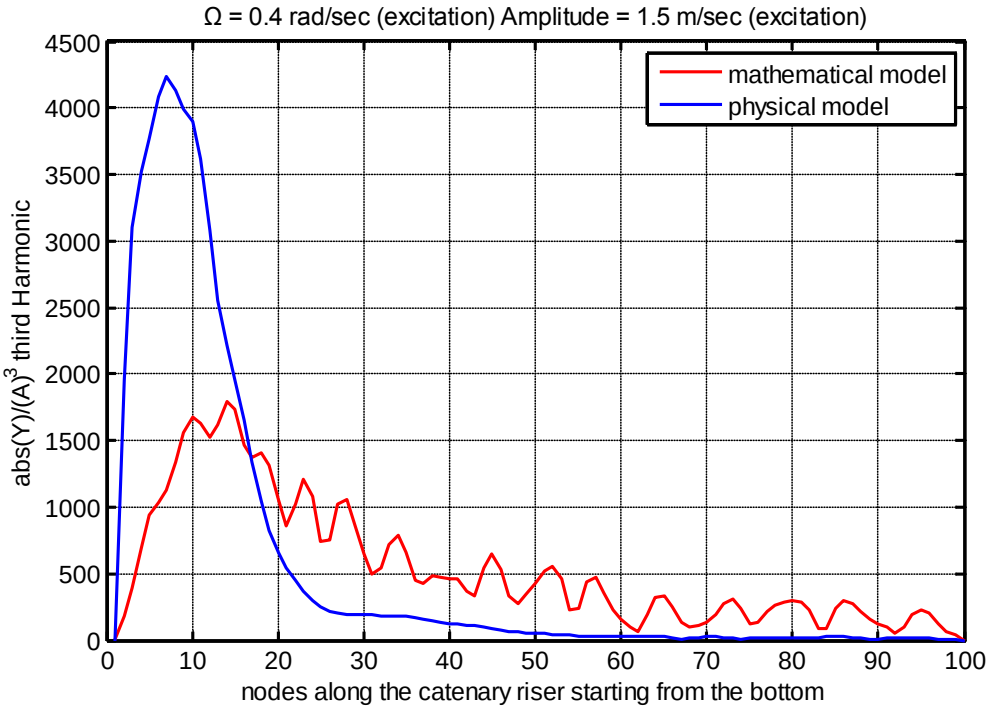

Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

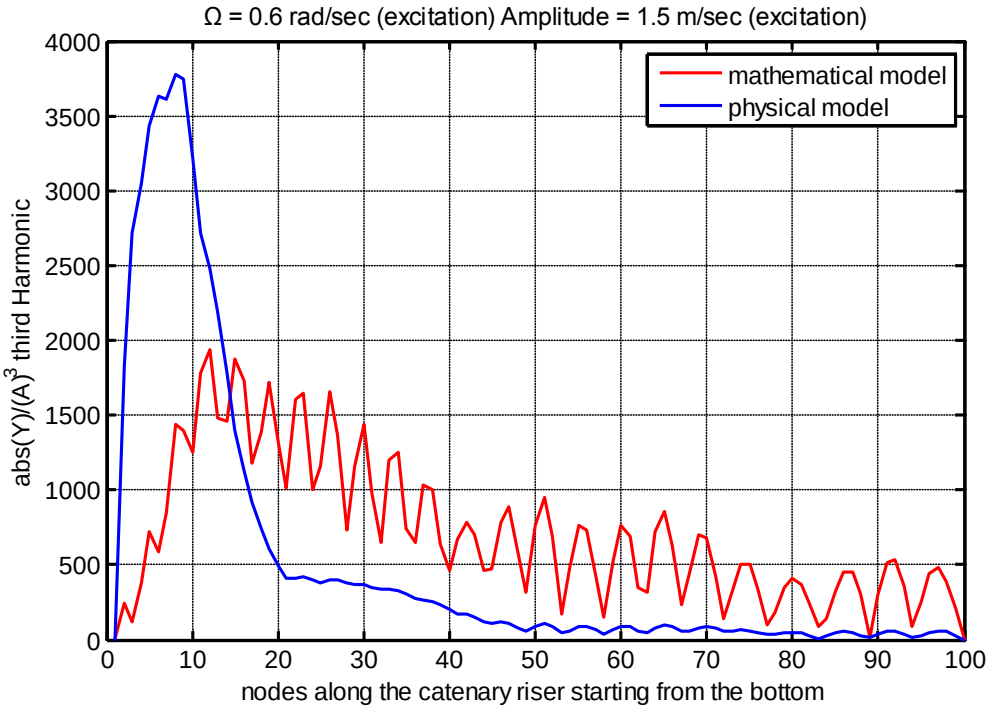

Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

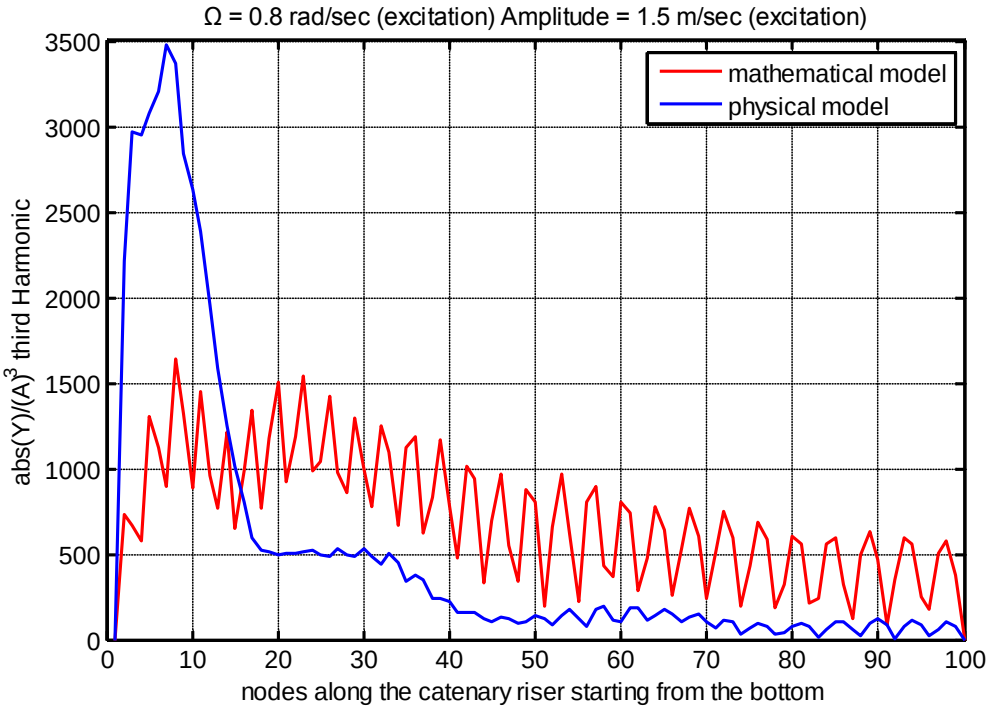

Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
4000
4500
5000
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

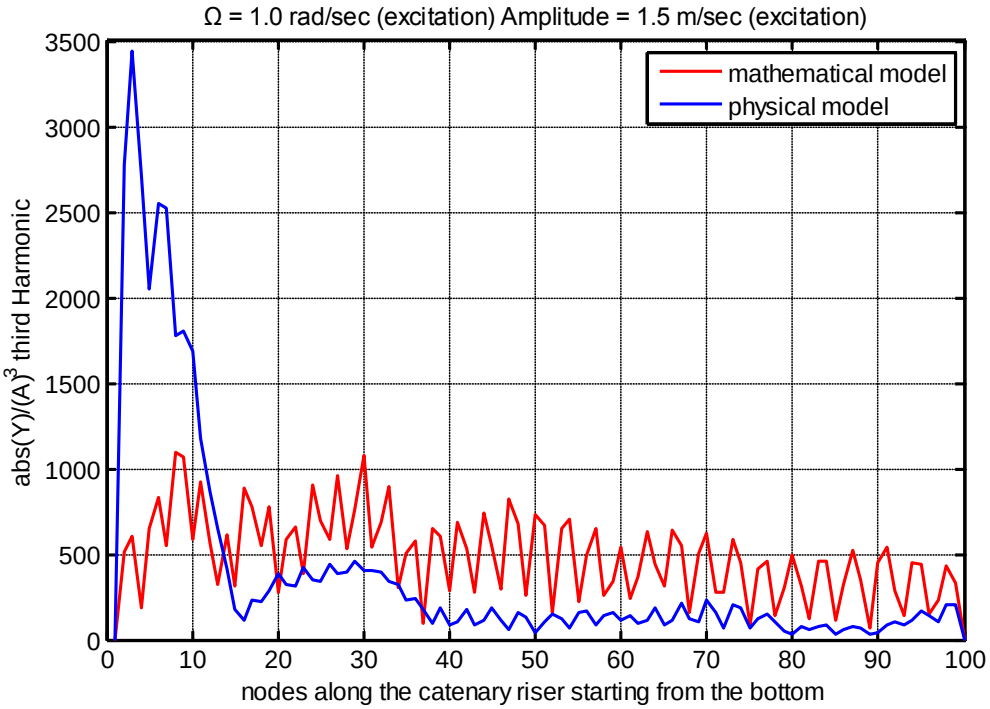
Διαγράμματα 79-84: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την τρίτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

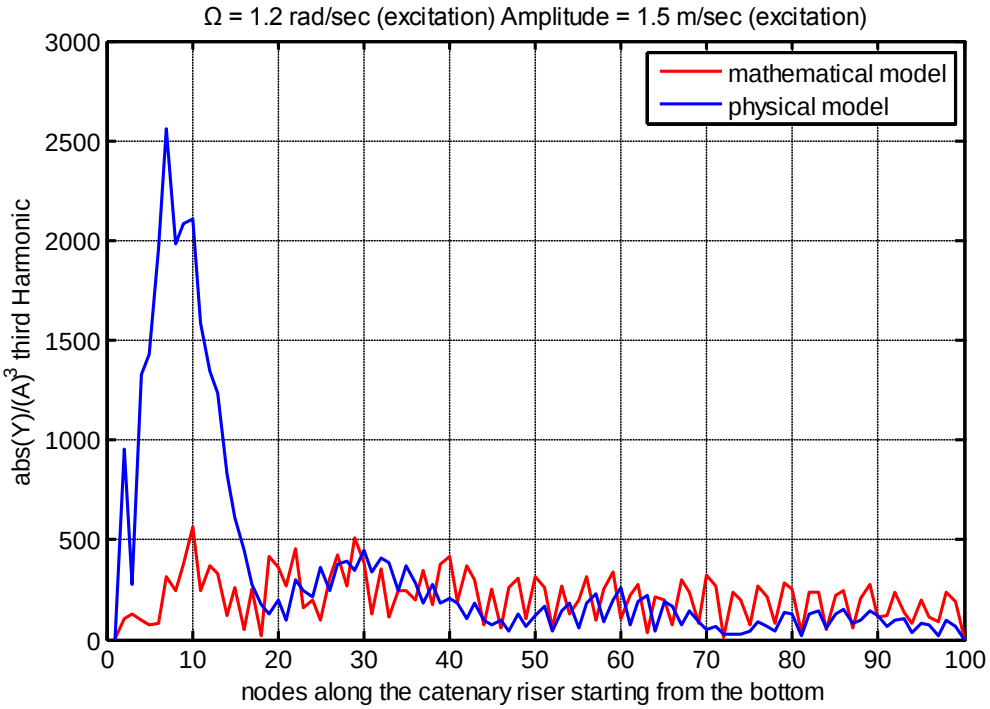




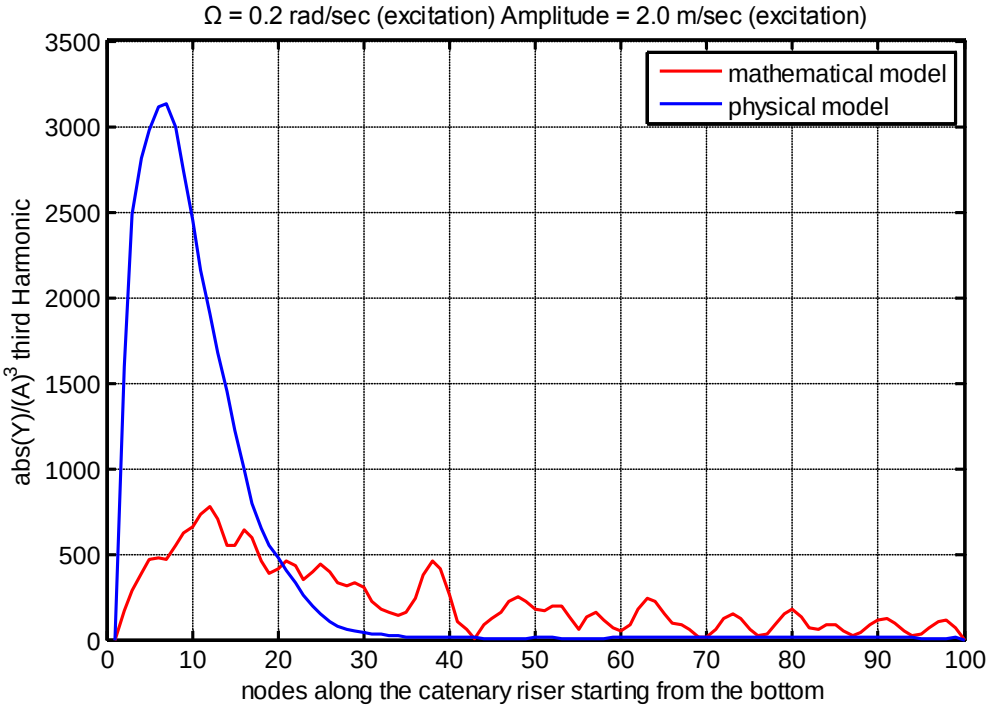

Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
4000
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

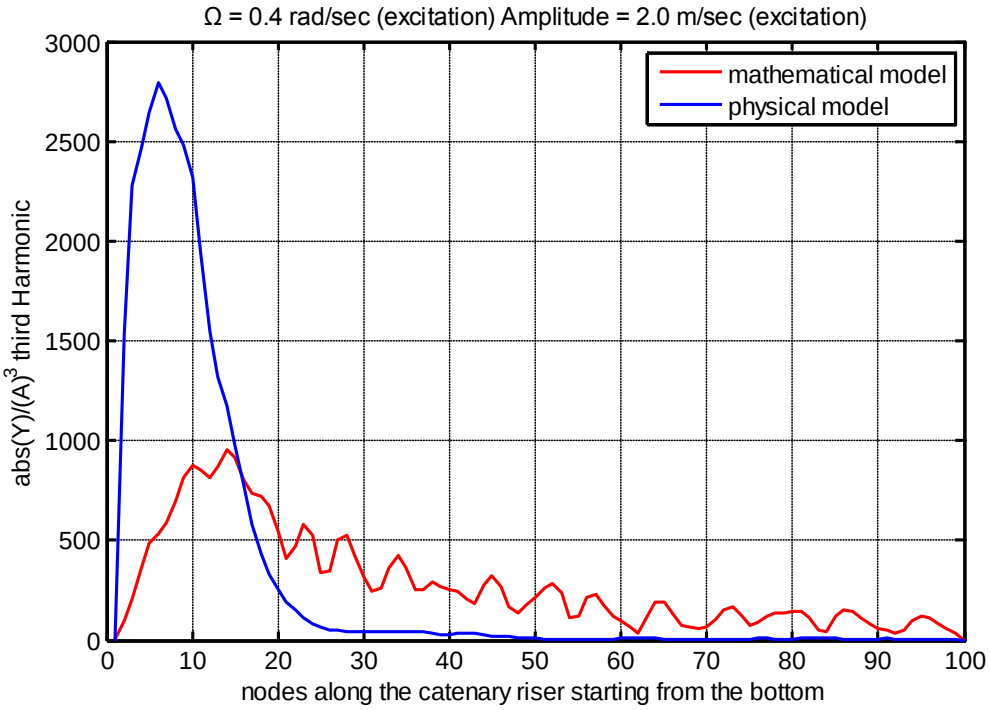

Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

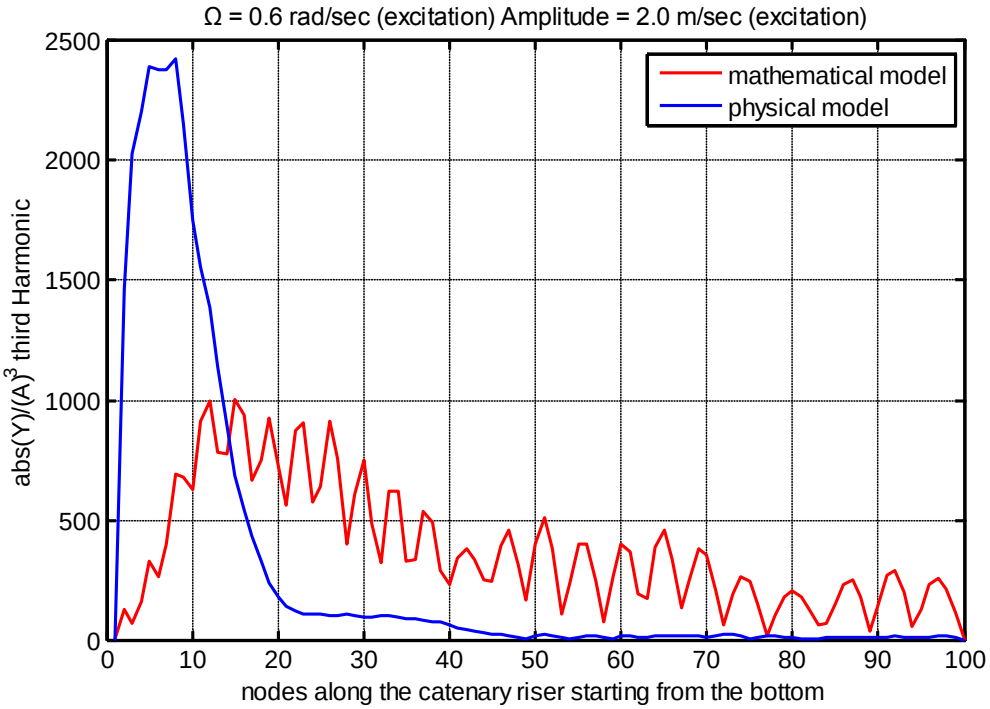

Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

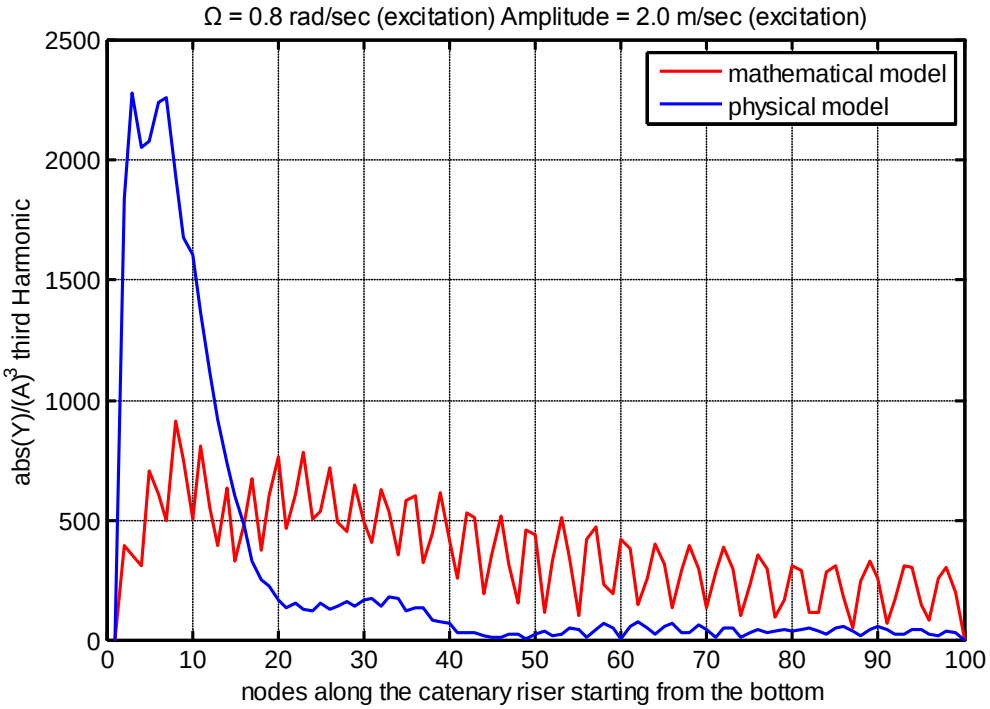

Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

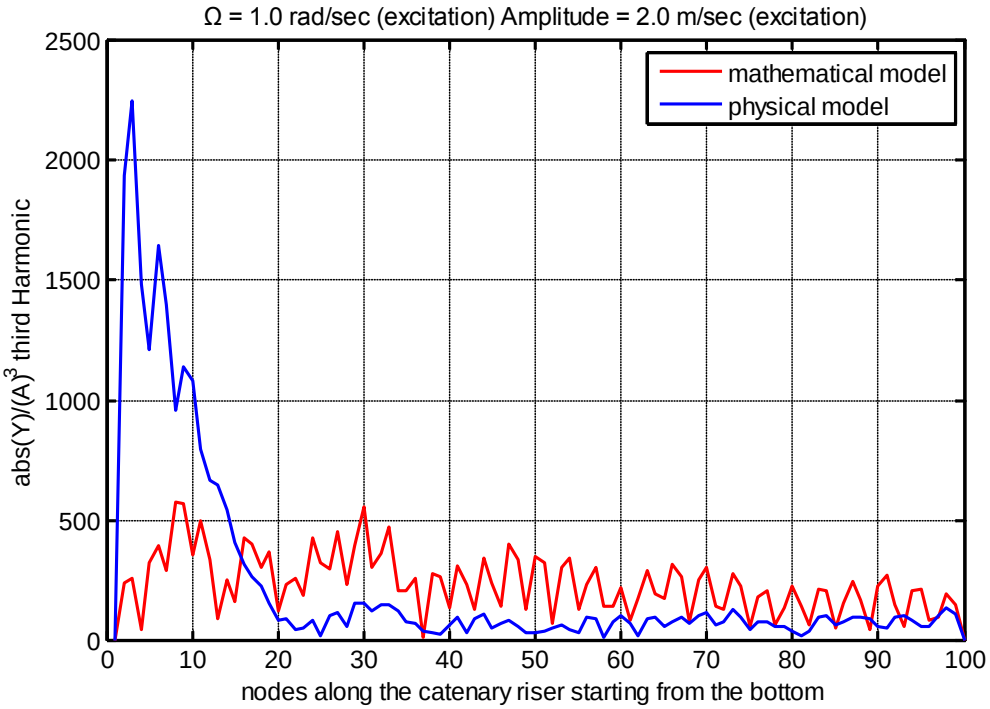
Διαγράμματα 85-90: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την τρίτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 2.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

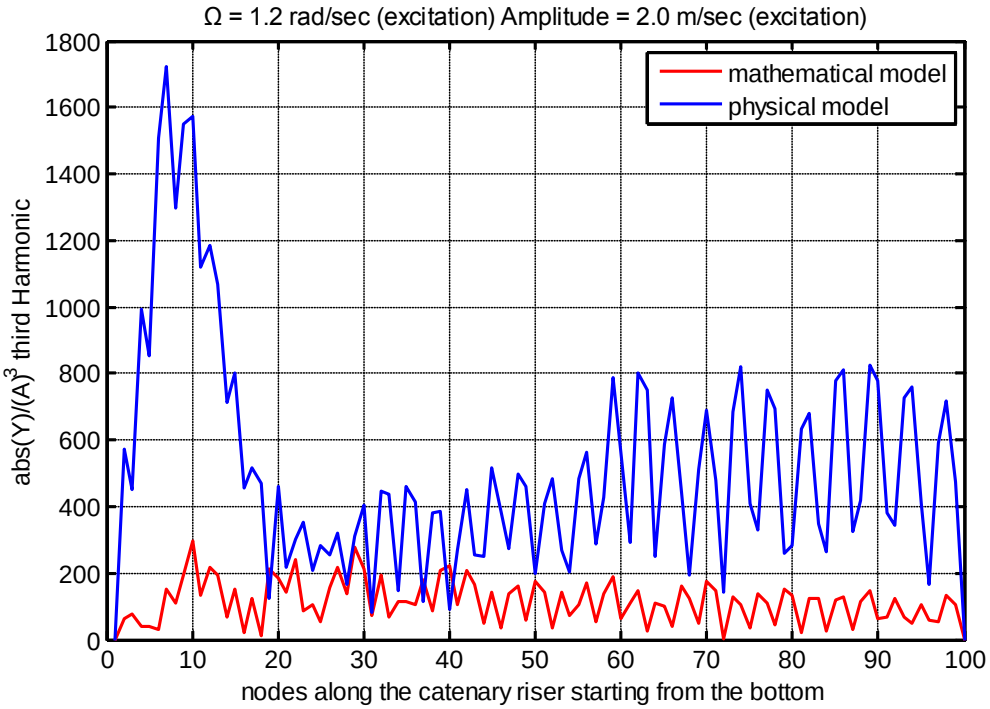




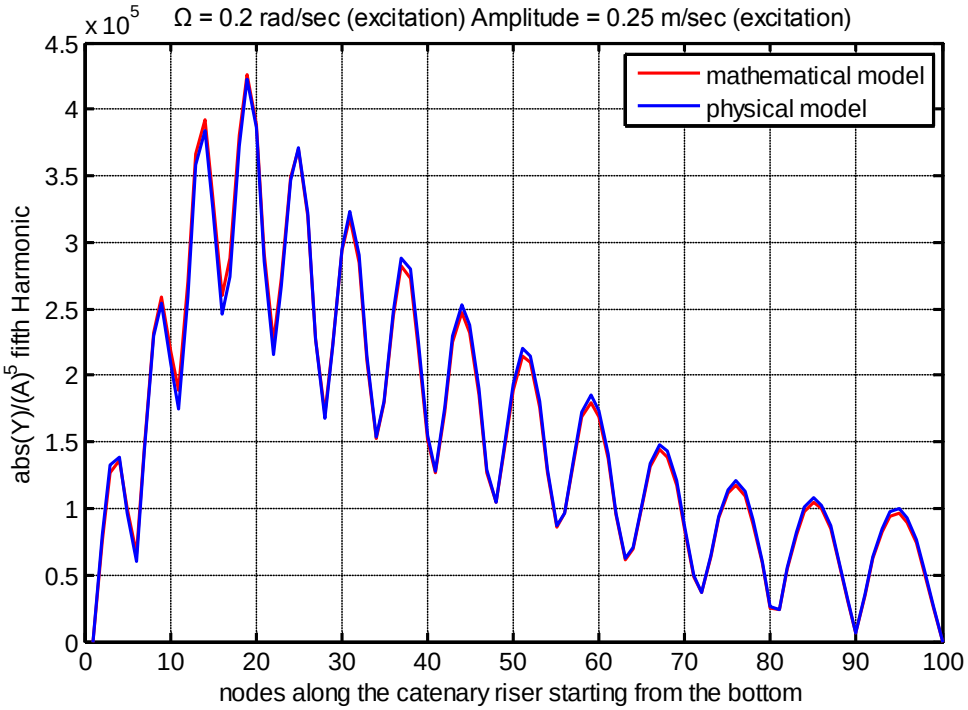

Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

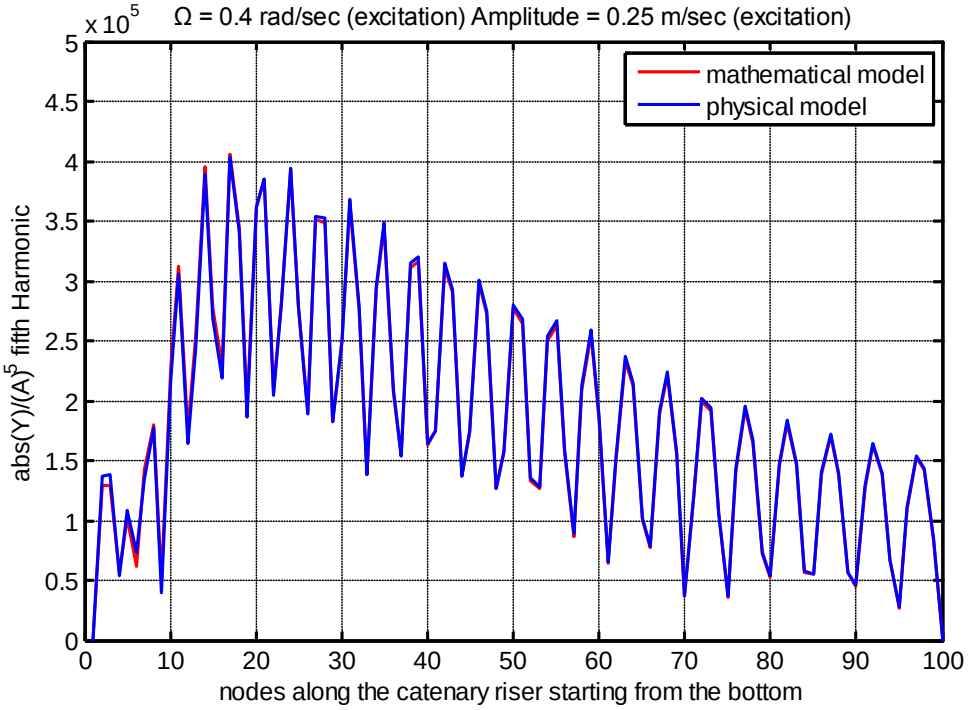

Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

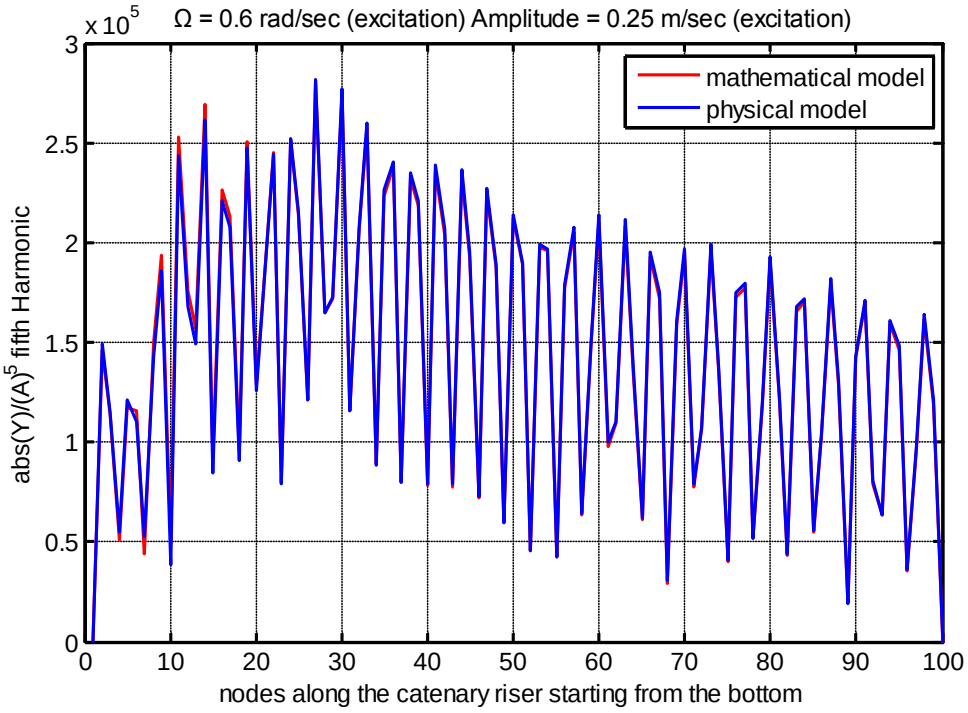

Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

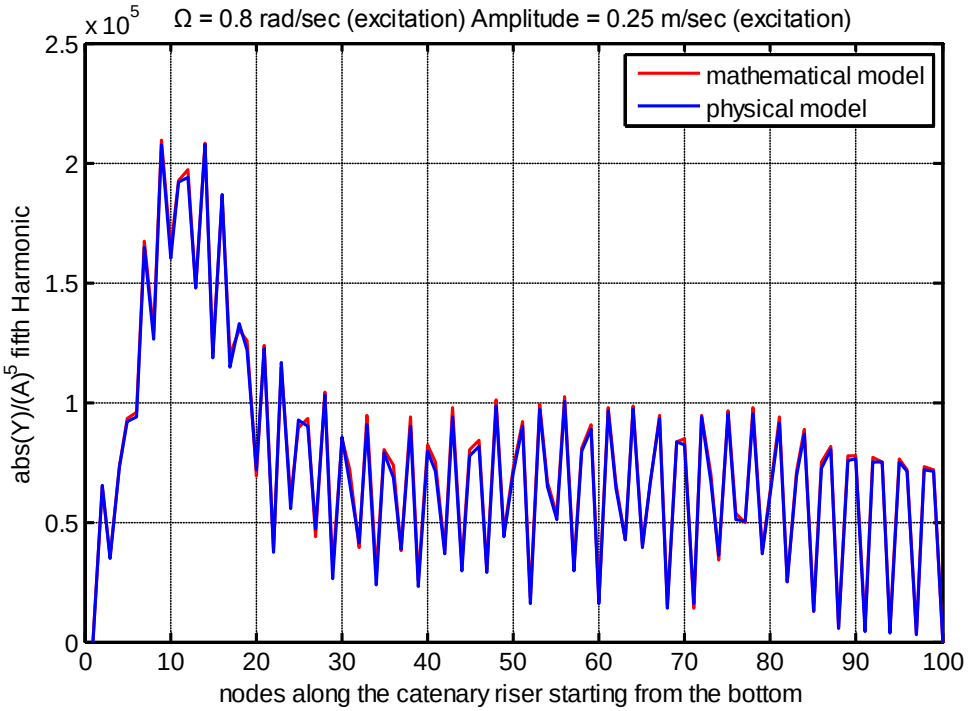

Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^3 third Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

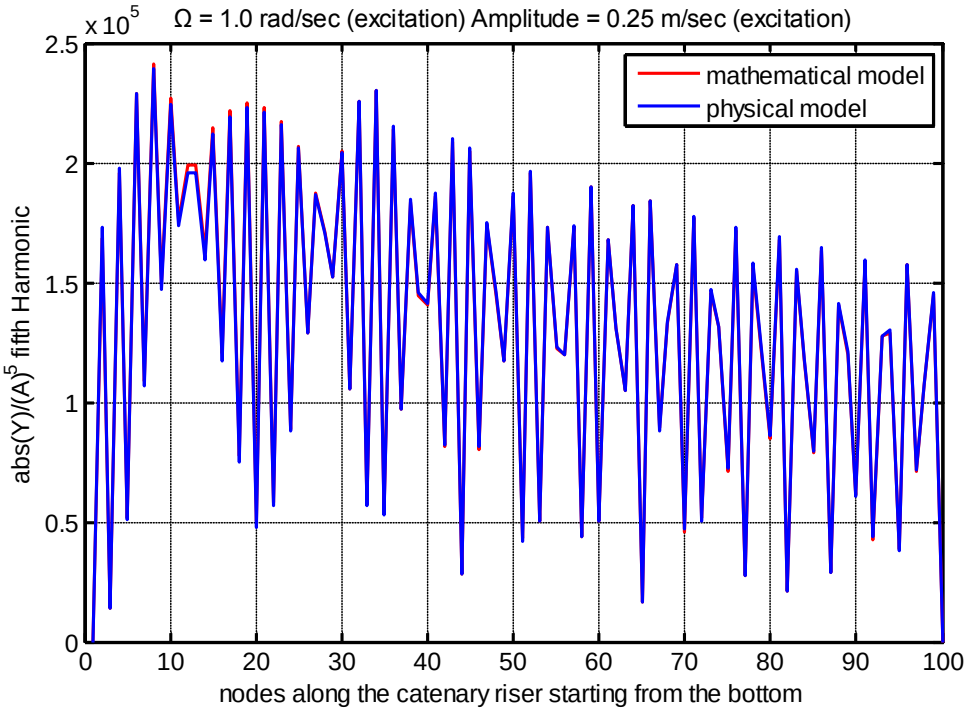
Διαγράμματα 91-96: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πέμπτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.25 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

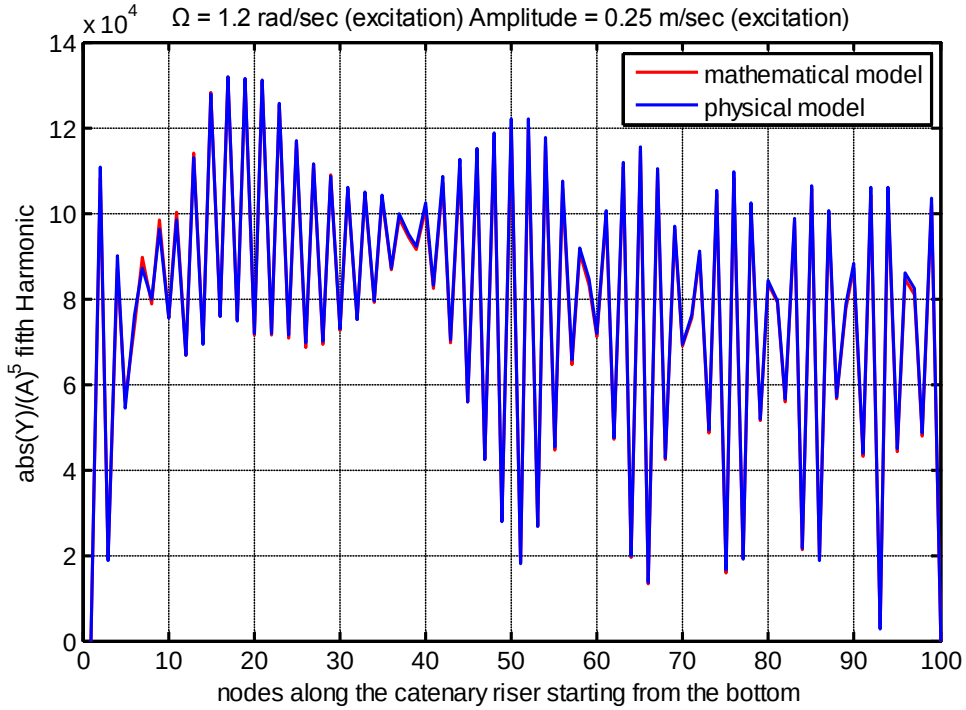




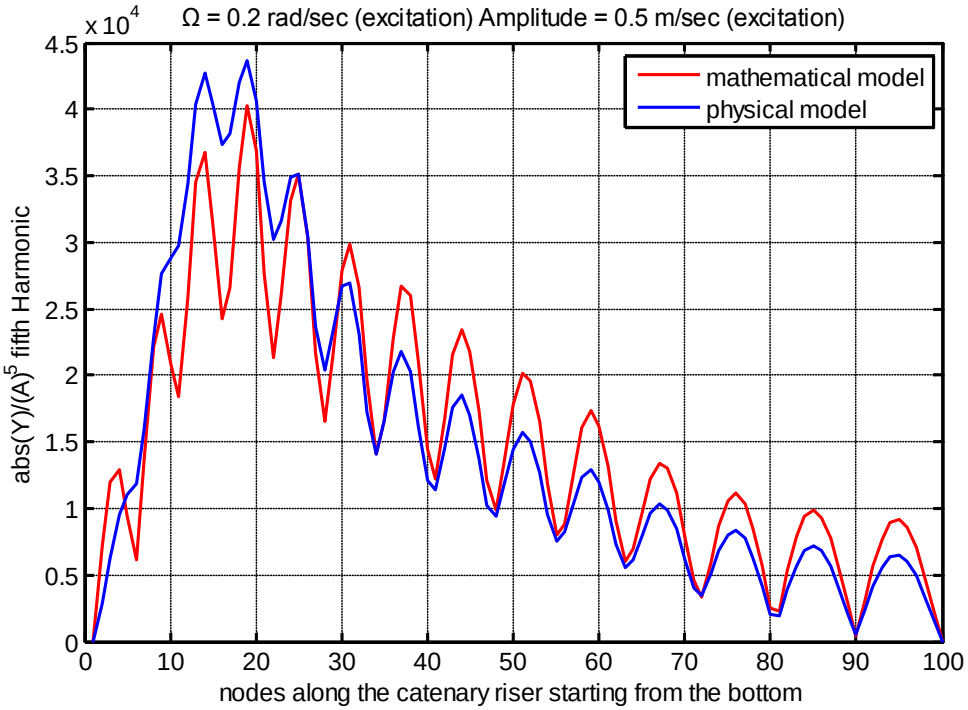

x 10^5
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

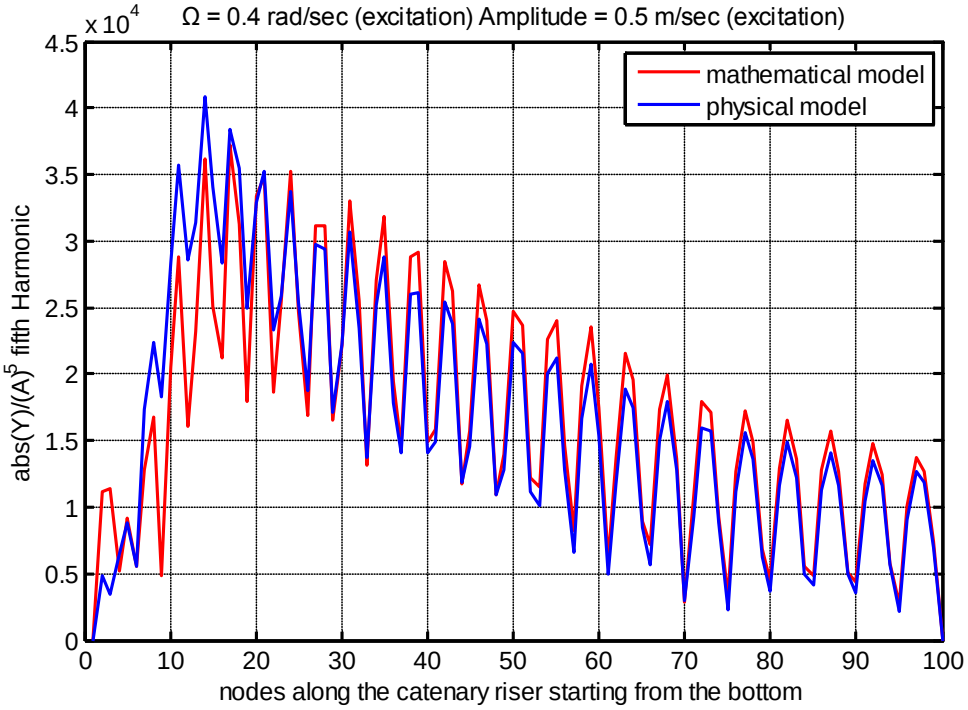

x 10^5
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

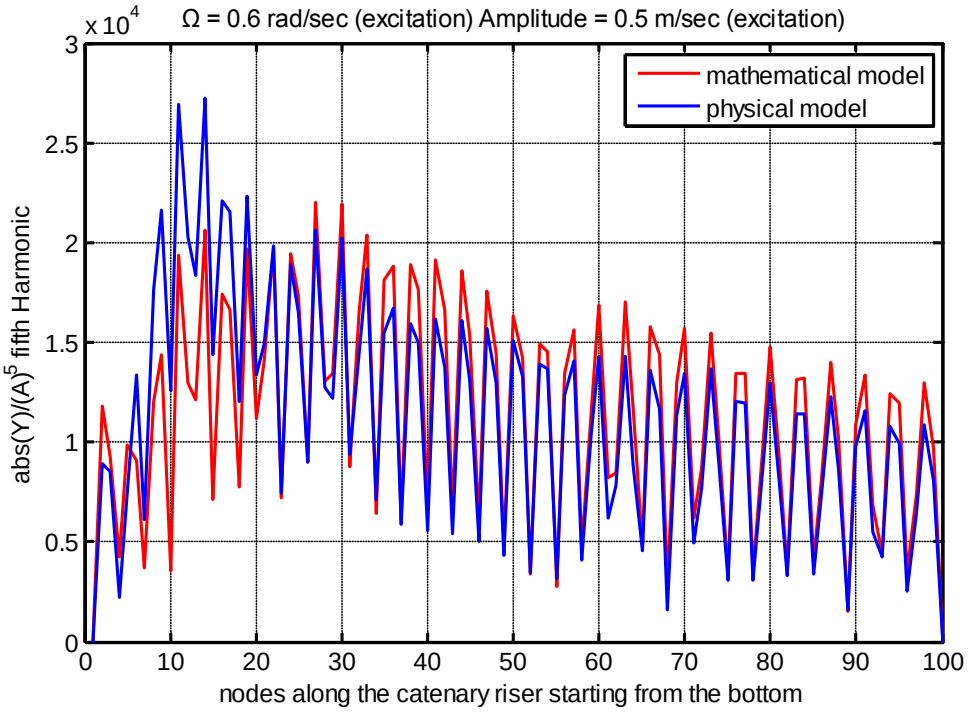

x 10^5
Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

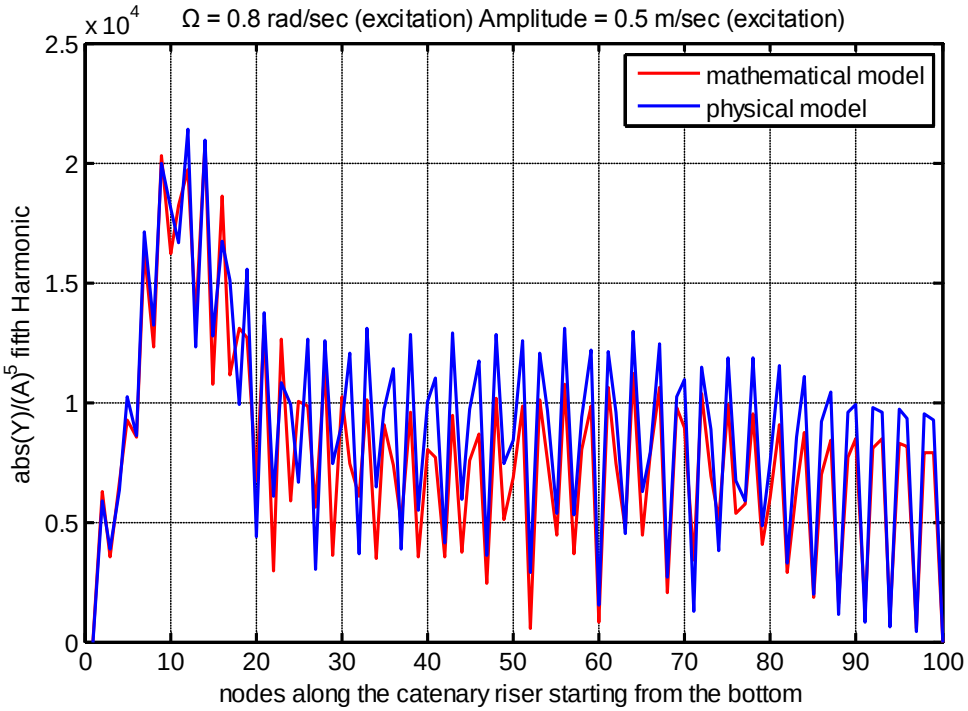

x 10^4
Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.25 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

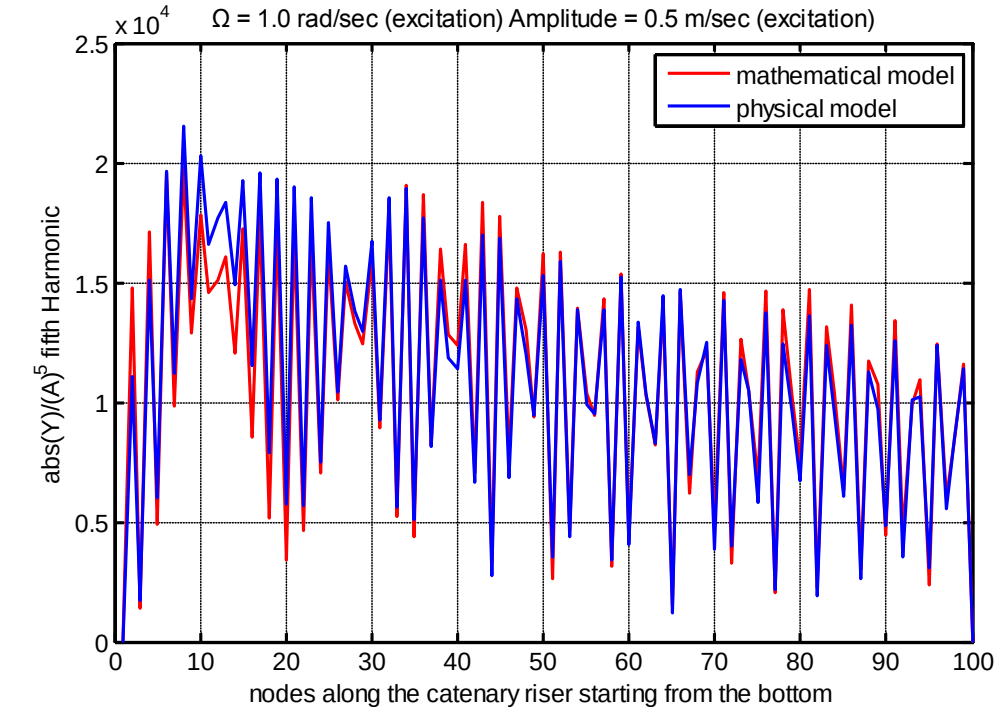
Διαγράμματα 97-102: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πέμπτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 0.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

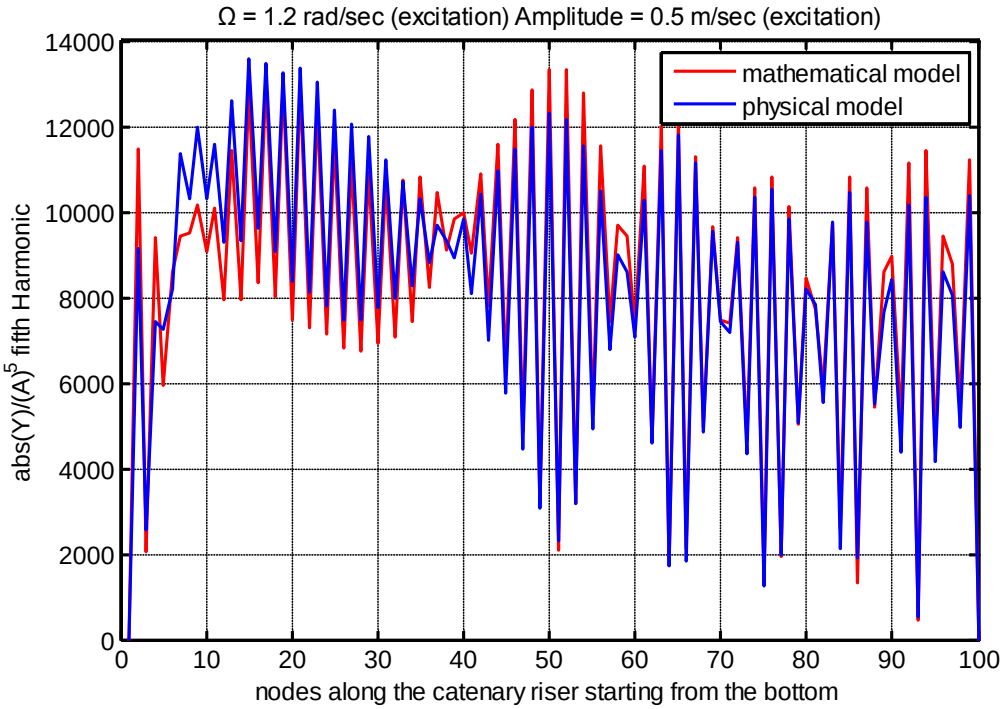




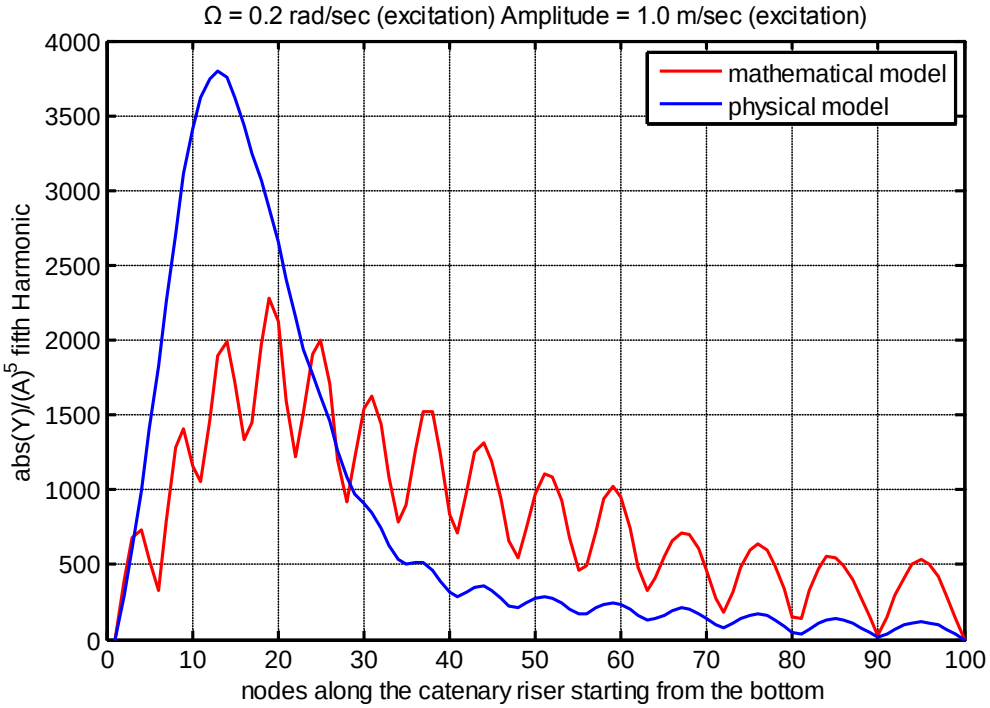

x 10^4
Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

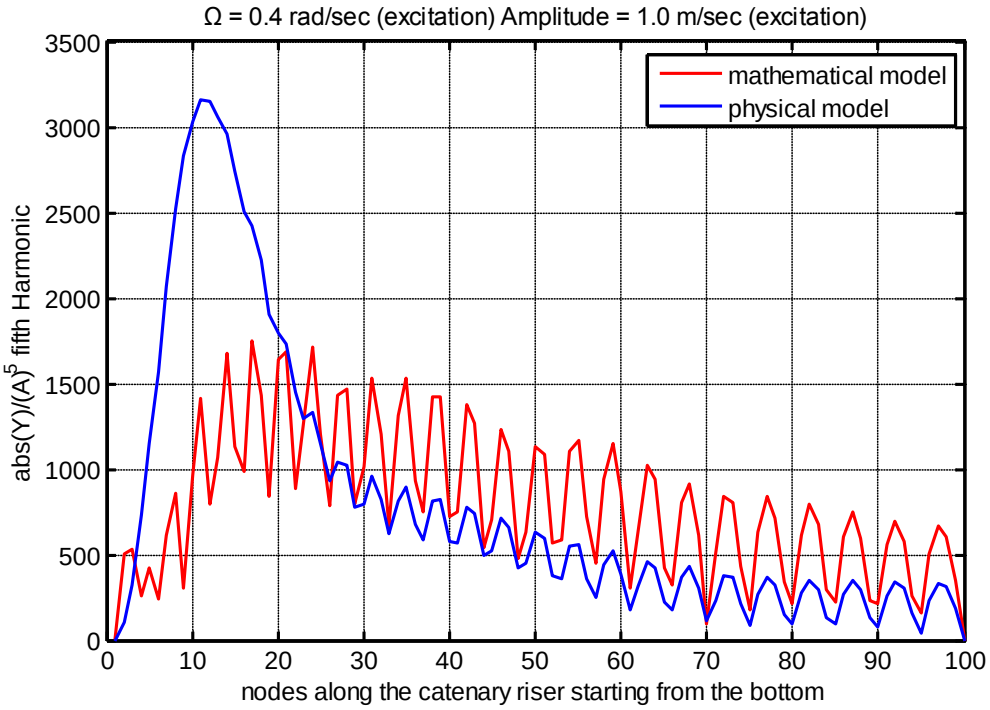

x 10^4
Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
0.5
1
1.5
2
2.5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

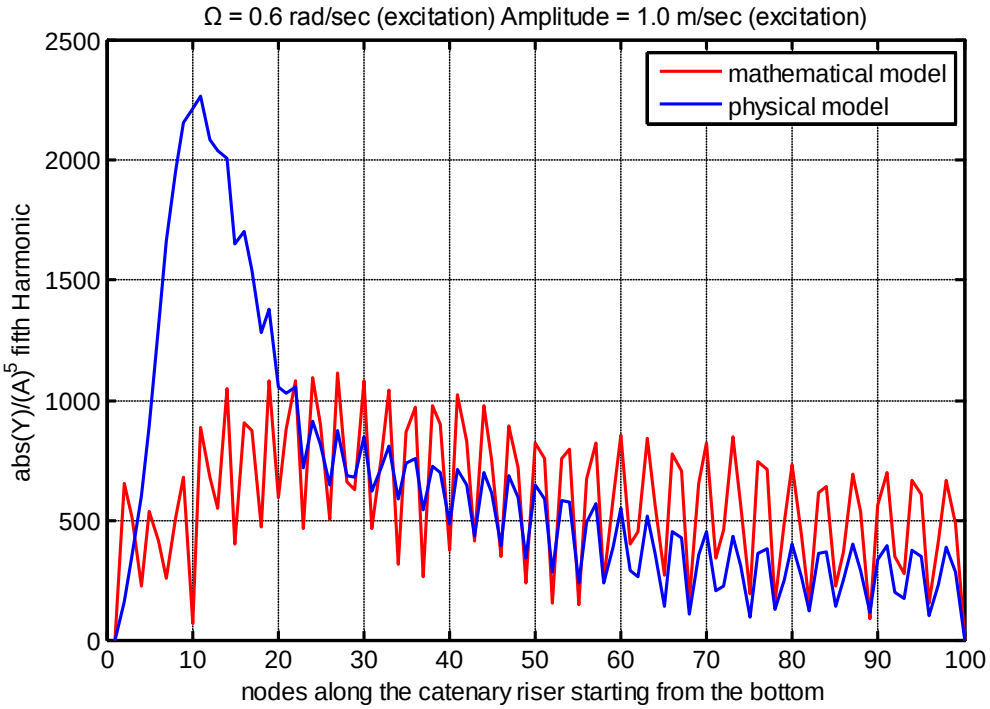

Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
x 10^4
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

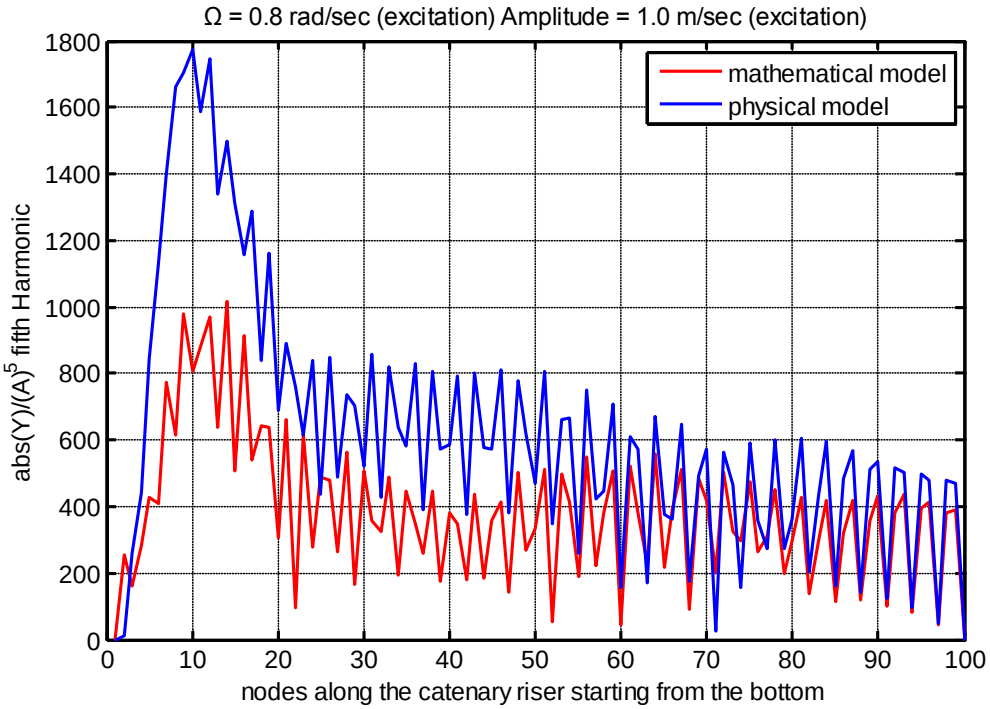

Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 0.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom

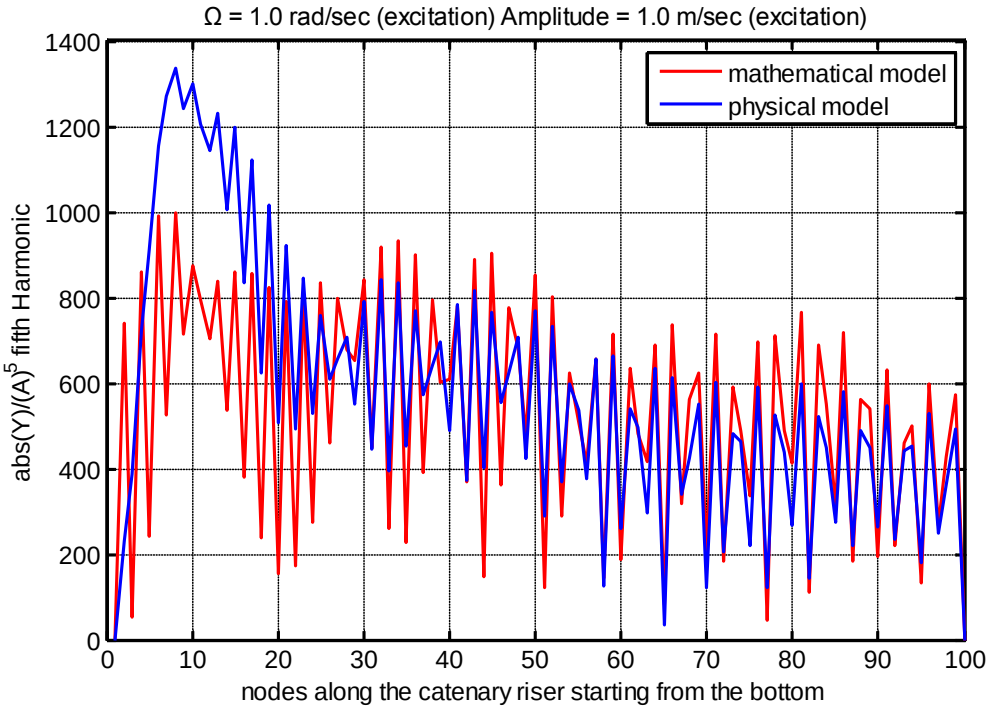
Διαγράμματα 103-108: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πέμπτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

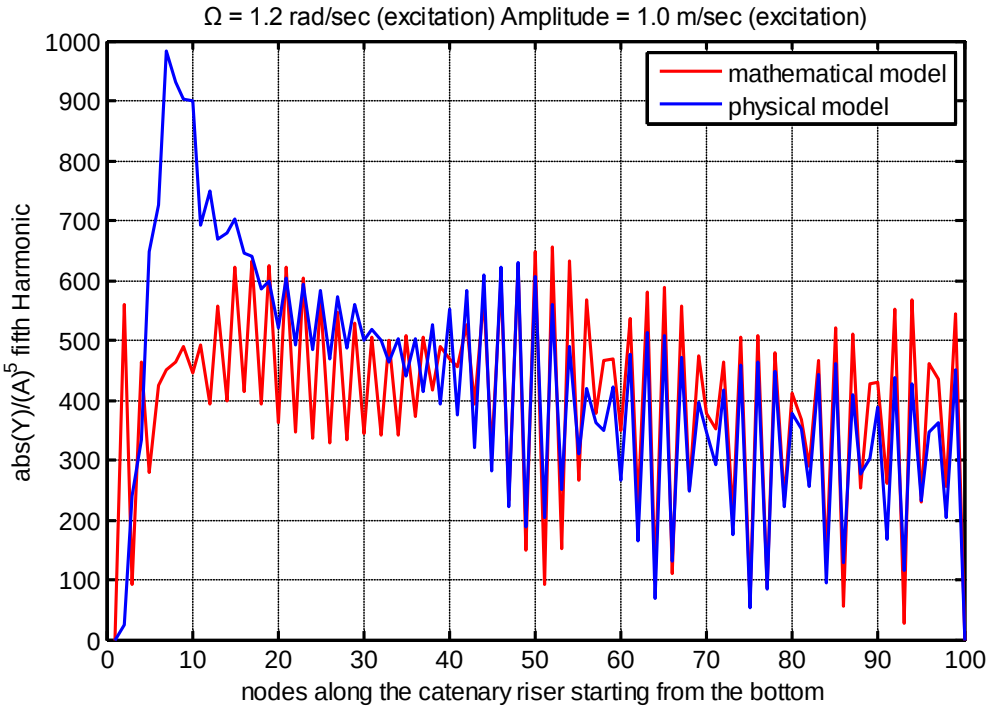




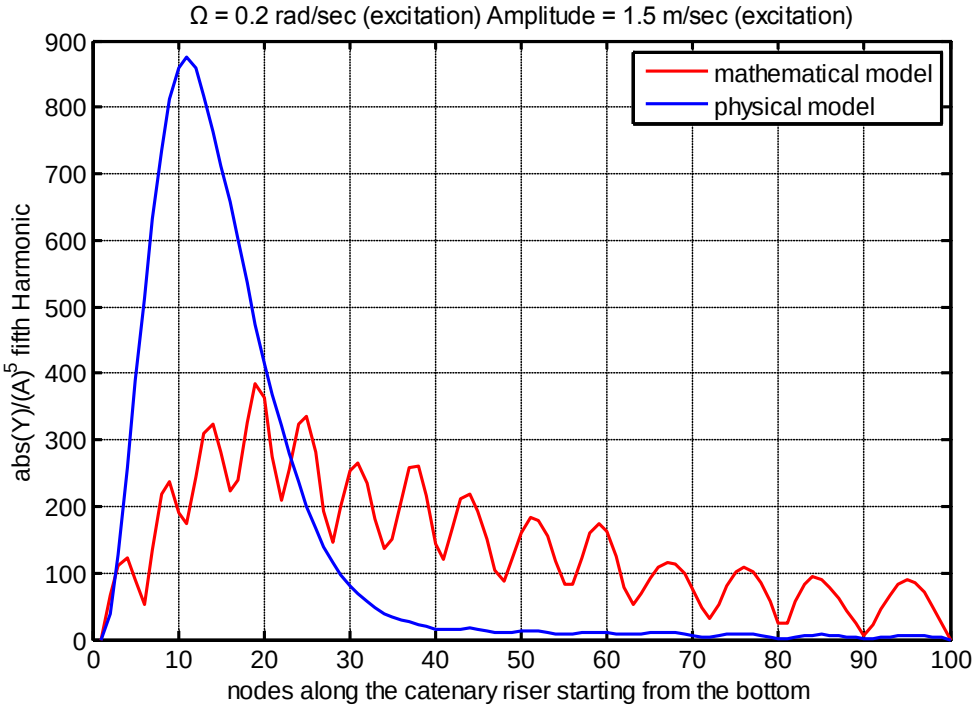

Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
500
1000
1500
2000
2500
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

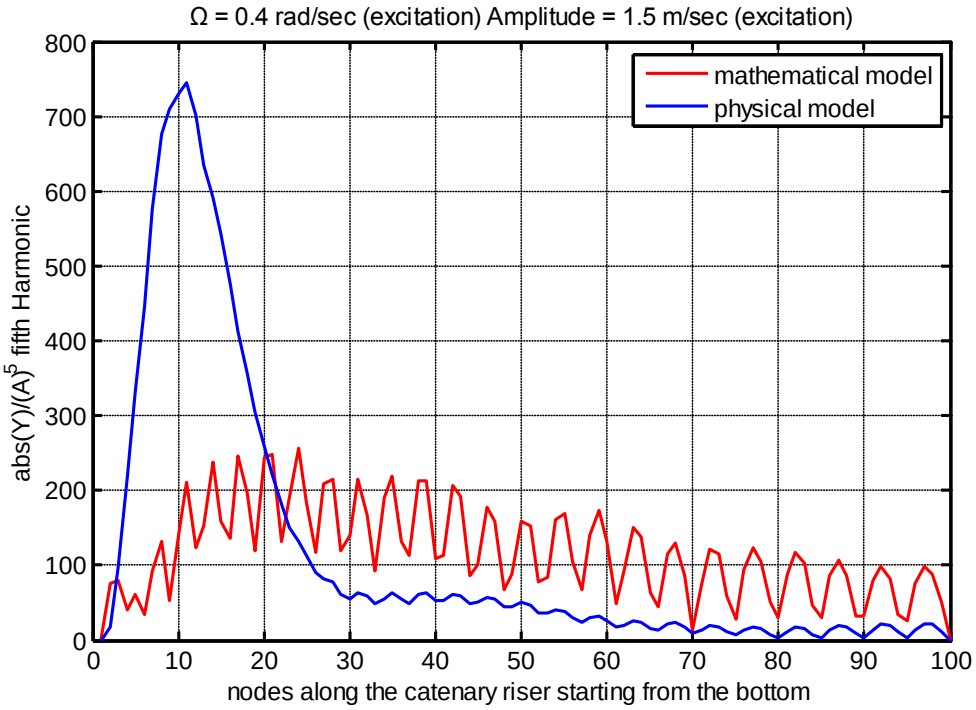

Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

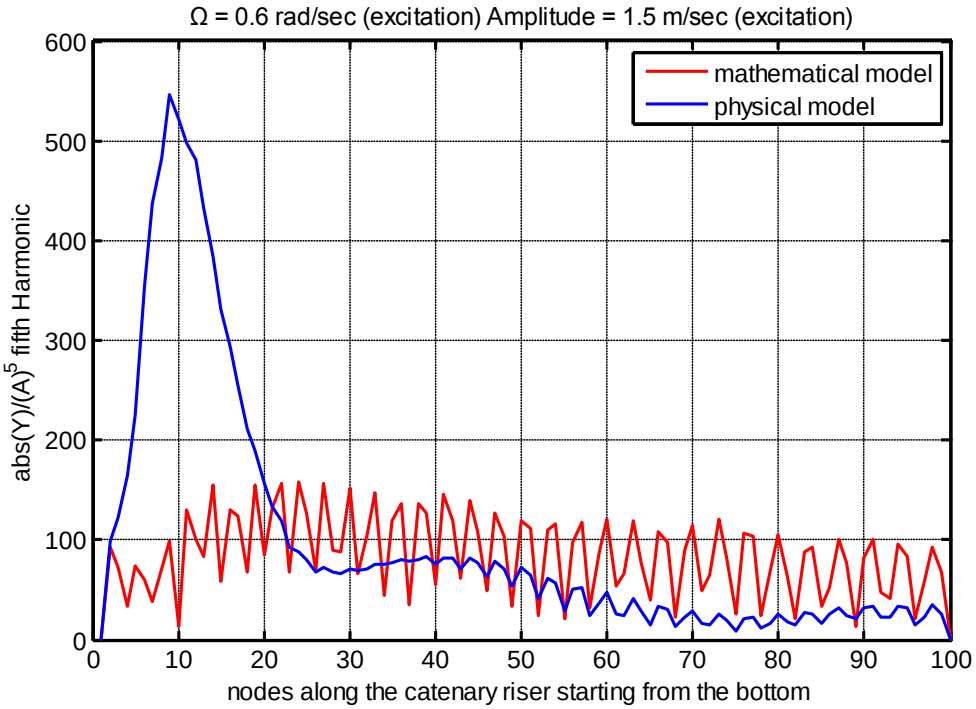

Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

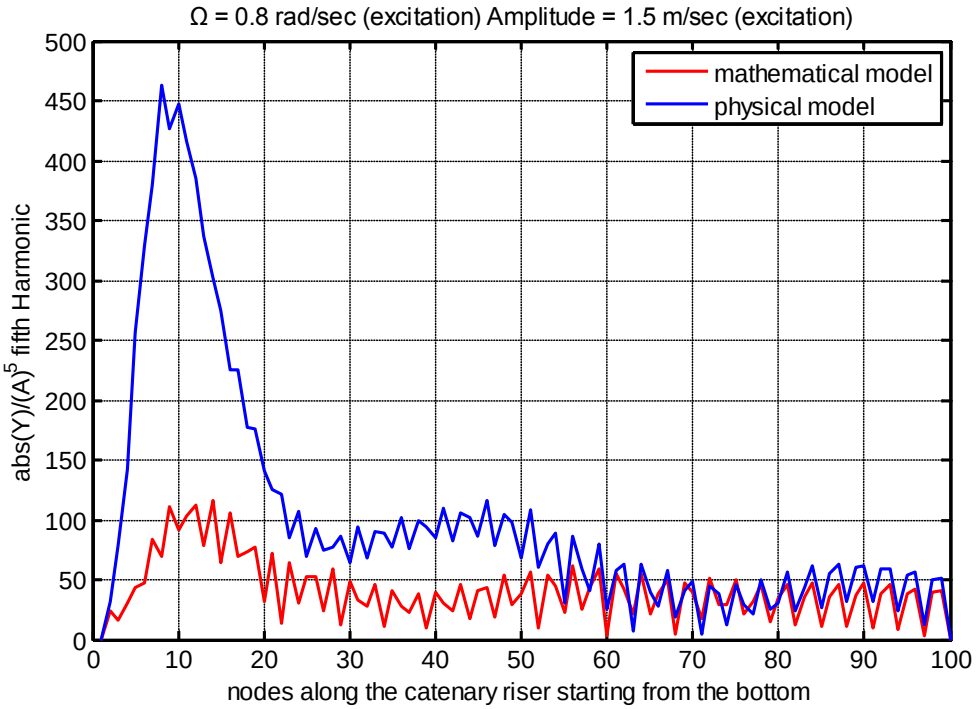

Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

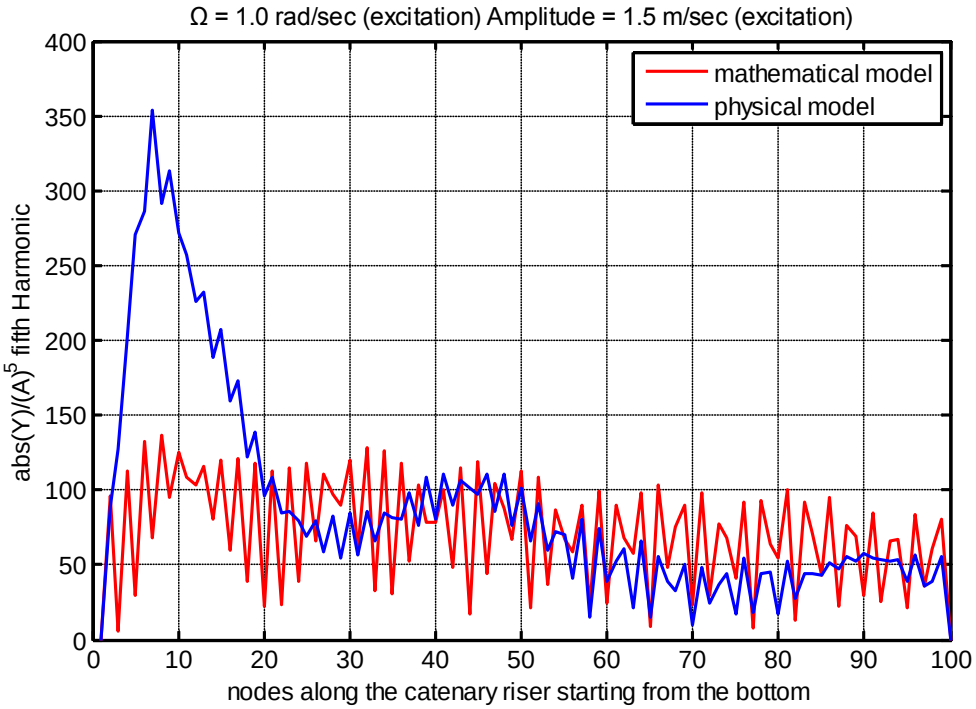
Διαγράμματα 109-114: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πέμπτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 1.5 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

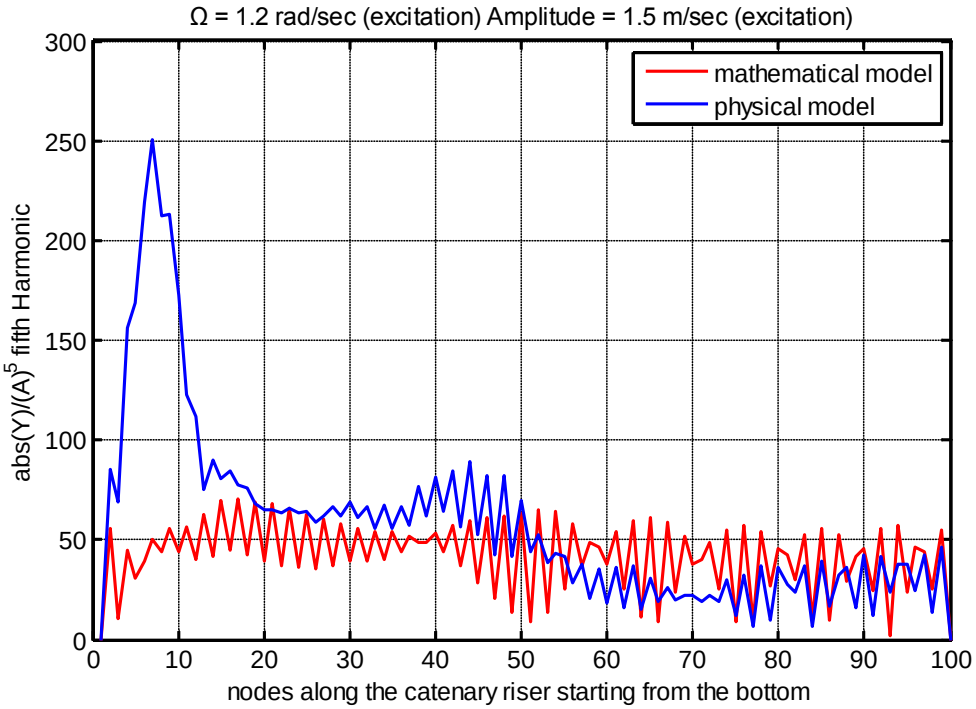




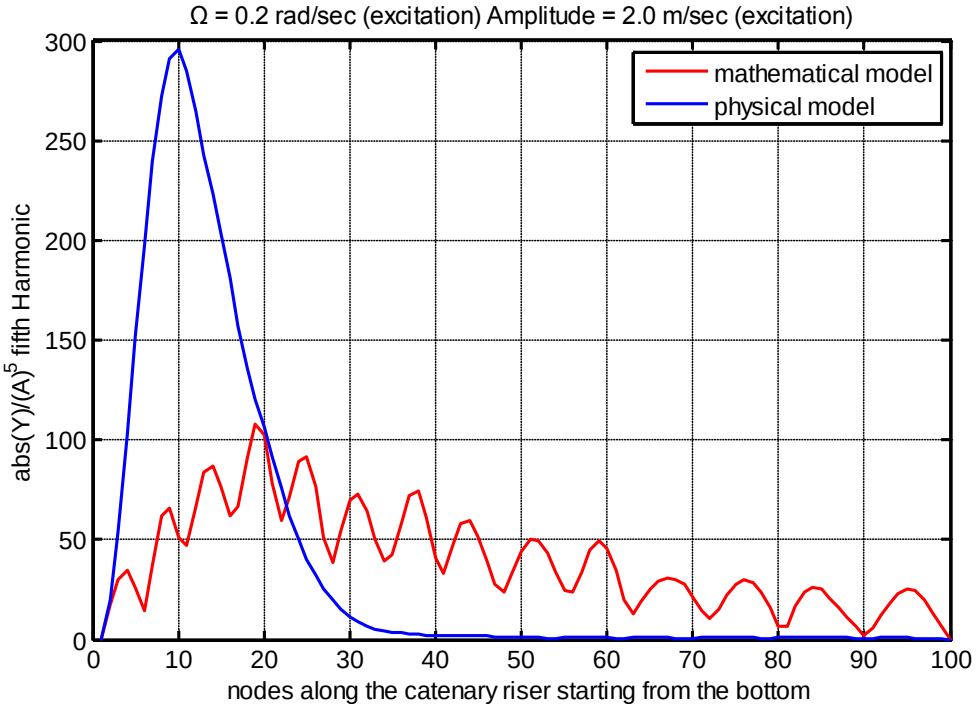

Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
100
200
300
400
500
600
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

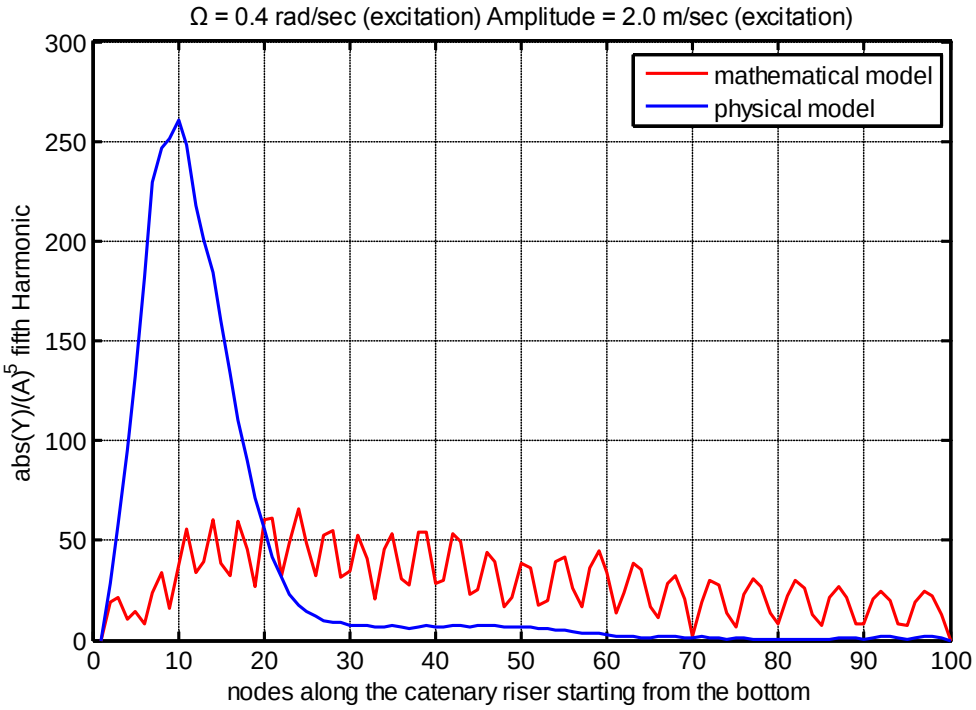

Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

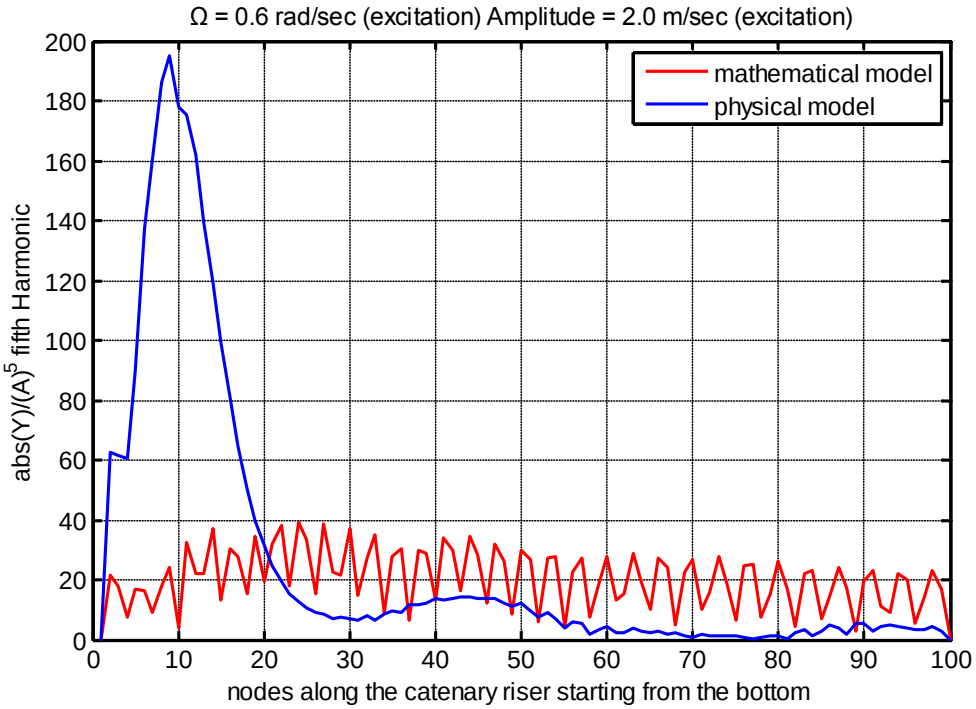

Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
50
100
150
200
250
300
350
400
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

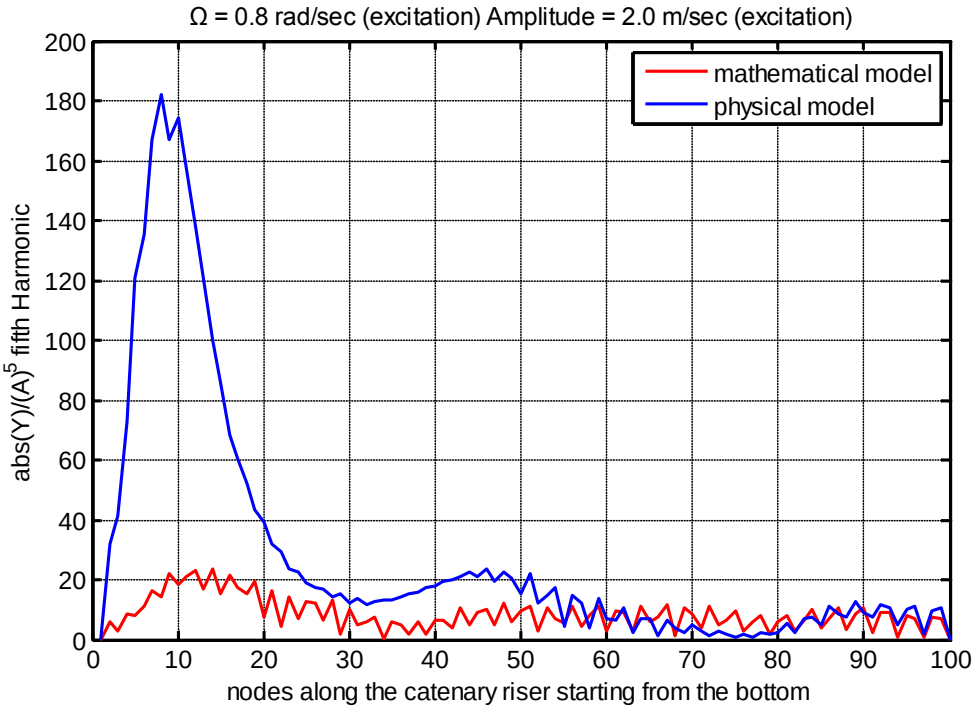

Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 1.5 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
50
100
150
200
250
300
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

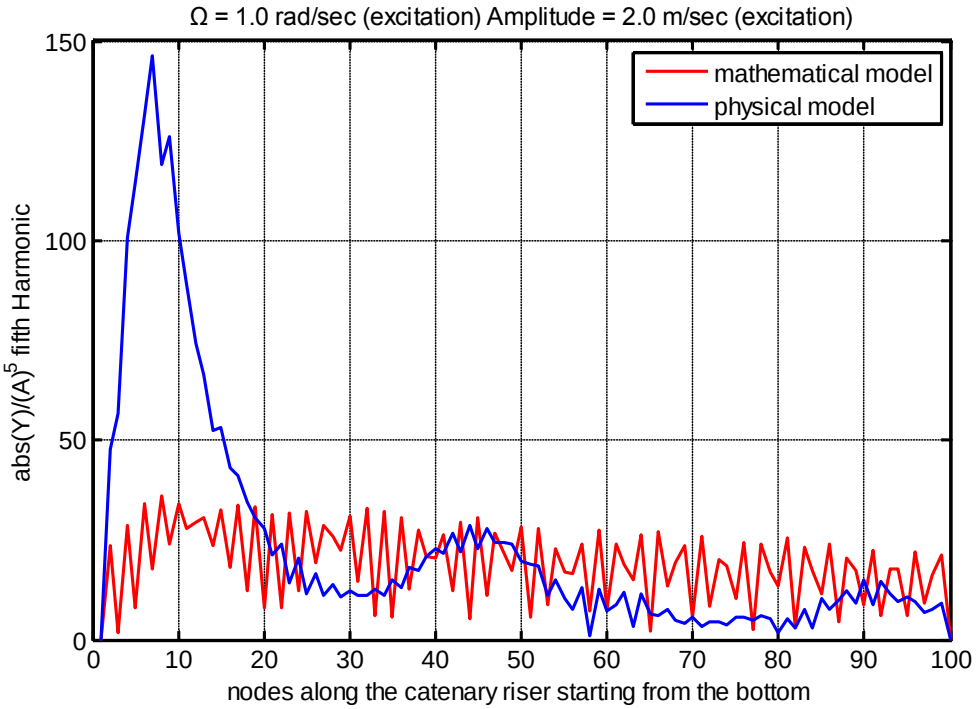
Διαγράμματα 115-120: Σύγκριση του μαθηματικού με το φυσικό μοντέλο για την πέμπτη αρμονική για πλάτος διέγερσης 2.0 m/sec και για όλες τις συχνότητες διέγερσης.

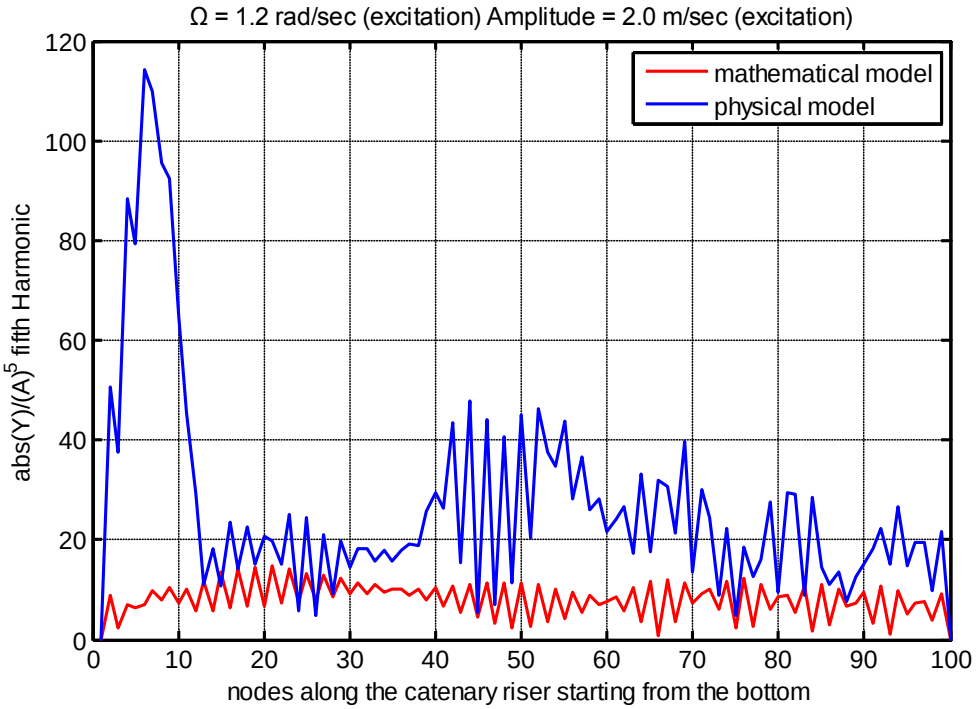





Ω = 0.6 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


Ω = 0.8 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


Ω = 1.0 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
50
100
150
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


Ω = 1.2 rad/sec (excitation) Amplitude = 2.0 m/sec (excitation)
mathematical model
physical model
abs(Y)/(A)^5 fifth Harmonic
nodes along the catenary riser starting from the bottom
0
20
40
60
80
100
120
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

Βιβλιογραφία

[1] International Ship and Offshore Structures Congress − ISSC (2003), Vessel-seabed connections, Committee's V.5 report Floating Productions Systems, San-Diego, 2, 172-180, 2003.

[2] Bliek, A. (1985), Dynamic Analysis of Single Span Cables, PhD thesis, MIT, Cambridge, Massachusetts.

[3] Howell, C.T (1992)., Investigation of the Dynamics of Low-Tension Cables, PhD Thesis, MIT.

[4] Goodman, T.R. and Breslin, J.P., Statics and dynamics of anchoring cables in waves, Journal of Hydronautics, 10(4): 113-120, 1976.

[5] Chatjigeorgiou, I.K. (2010), Linear out-of-plane dynamics of catenary risers, Journal of Engineering for the Maritime Enviroment, 224 (M1), 13-27.

[6] Chatjigeorgiou, I.K., Damy, G., Le Boulluec M. (2008), Numerical and experimental investigation of the dynamics of catenary risers and the riser-induced damping phenomenon, Proc 27th Int.Conf. on Offshore mechanics and Arctic Eng. (OMAE 2008), Estoril, Portugal, Paper No 57616.

[7] Chatjigeorgiou, I.K., Mavrakos, S.A. (2009), The 3D nonlinear dynamics of catenary slender structures for marine applications, Nonlinear Dynamics. ISBN 978 – 953 – 7619 – 61 – 9 (Ed. Todd Evans). I-Tech education and publishing, Vienna.

[8] Chatjigeorgiou, I.K., Mavrakos, S.A. (2009), Heave Induced out-of-plane motions of catenary risers, Proc. 13th Int. Maritime Association of the Mediterranean Conf. (IMAM 2009), Istanbul, Turkey, Vol. 2, 739-747.

[9] Passano, E., Larsen, C.M. (2006), Efficient analysis of a catenary riser. In: Proceedings of the 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE 2006), Hamburg, Germany, OMAE2006-92308.

[10] Chatjigeorgiou, I.K. (2008) A finite differences formulation for the linear and nonlinear dymamics of 2D catenary risers, Ocean Eng., 2008.

[11] Xiros, N.I., Chatjigeorgiou, I.K. (2007), Nonlinear Identification and Input-Output Representation of the Modal Dynamics of Marine Slender Structures, J.Offshore Mech.Arct.Eng.,129 (3), 188-200.

[12] Xiros, N.I., Chatjigeorgiou, I.K. (2005) Black-Box Modelling for the Prediction of Nonlinear Riser Dynamics under Combined Parametric and Lateral Excitation Using the Volterra Wiener Theory, EURODYN'05, Conf., 4-7 September 2005, Paris-France.

[13] Ξηρός, Ν.Ι. (2005), Συμπληρωματικές σημειώσεις αυτομάτου ελέγχου για Ναυπηγούς Μηχανολόγους, Ε.Μ.Π..

[14] Ingle, V.K., Proakis, J.G. (2006), Digital Signal Processing using Matlab V.4, Thomson Learning.

[15] Horn, R.A., Johnson, Ch. R. (1985), Matrix Analysis, Cambridge University Press, USA.

[16] Xiros, N.I., Chatjigeorgiou, I.K. (2006), Frequency-Domain Identification of Riser Dynamics Using Complex Singular Value Decomposition for Reduced-Order Spatiotemporal Modelling and Structural Control, Civil-Comp Press.