

Πίνακας Περιεχομένων

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
2. Η ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΥΣ EC2 ΚΑΙ ISIS CANADA - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	5
2.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ.....	5
2.2 Η ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ EC2.....	5
2.2.1 Βασικές υποθέσεις	5
2.2.2 Οι εξισώσεις καμπτικής αντοχής σύμφωνα με τις αρχές και υποθέσεις του EC2.....	8
2.2.3 Αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος	13
2.2.4 Αστοχία από διάρρηξη του οπλισμού FRP	14
2.3 Η ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ ISIS Canada. .	18
2.3.1 Βασικές υποθέσεις	18
2.3.2 Η κατάσταση της ισόρροπης διατομής	20
2.3.3 Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος	23
2.3.4 Σχεδιασμός διατομής για διάρρηξη σκυροδέματος	25
2.4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	27
2.4.1 Περιγραφική διαδικασία.....	27
2.4.2 Περιγραφή των πειραματικών δοκιμών	30
2.4.3 Η πειραματική ροπή ρηγμάτωσης και η πειραματική ροπή καμπτικής αντοχής	31
3. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΟΠΛΙΣΜΟ FRP ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΙΣ ΑΡΧΕΣ ΤΟΥ EC2	33
3.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ.....	33

3.2	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΟΚΩΝ	34
3.2.1	Δοκός B-C-1	34
3.2.2	Δοκός B-C-3	36
3.2.3	Δοκός B-G-1	39
3.2.4	Δοκός B-G-4.....	42
3.3	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ C-FRP (ΑΝΘΡΑΚΑ)	44
3.3.1	Δεδομένα Δοκών.....	44
3.3.2	Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από θλίψη σκυροδέματος (υπέρ- οπλισμένη διατομή).....	45
3.3.3	Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από διάρρηξη οπλισμού με $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co} = 2\%$ (υπό-οπλισμένη διατομή).	47
3.3.4	Σχεδιασμός από διάρρηξη οπλισμού με $\varepsilon_{co} = 2\% < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5\%$	50
3.4	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ G-FRP (ΓΥΑΛΙ)....	52
3.4.1	Δεδομένα Δοκών.....	52
3.4.2	Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από θλίψη σκυροδέματος (υπέρ- οπλισμένη διατομή).....	53
3.4.3	Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από διάρρηξη οπλισμού με $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co} = 2\%$ (υπό-οπλισμένη διατομή).	54
3.4.4	Σχεδιασμός από διάρρηξη οπλισμού με $\varepsilon_{co} = 2\% < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5\%$	57
4.	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΟΠΛΙΣΜΟ FRP ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ ISIS-CA	60
4.1	ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ.....	60
4.2	ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΟΚΩΝ	61
4.2.1	Δοκός B-C -1	61

4.2.2	Δοκός B-C -3	62
4.2.3	Δοκός B-G-1	64
4.2.4	Δοκός B-G-4.....	66
4.3	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ C-FRP (ΑΝΘΡΑΚΑ)	68
4.3.1	Δεδομένα Δοκών.....	68
4.3.2	Αστοχία λόγω διάρρηξης οπλισμού με $\rho_{frp} < \rho_{frp,b}$	69
4.3.3	Αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$	70
4.4	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ G-FRP (ΓΥΑΛΙ)....	72
4.4.1	Δεδομένα Δοκών.....	72
4.4.2	Αστοχία λόγω διάρρηξης οπλισμού με $\rho_{frp} < \rho_{frp,b}$	73
4.4.3	Αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$	75
5.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ	77
6.	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	80
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	82
	ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	82
	A.1 Πρόγραμμα BENDING FRP - EC2.....	82
	A.2 Πρόγραμμα BENDING FRP – ISIS Canada.....	85
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	87
	Ροπή ρηγμάτωσης και τάση οπλισμού μετά τη ρηγμάτωση.....	87

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο χάλυβας είναι το κατεξοχήν χρησιμοποιούμενο υλικό για την όπλιση κατασκευών σκυροδέματος. Στην επικράτησή του συντέλεσαν οι εξαιρετικές ιδιότητες που τον χαρακτηρίζουν (αντοχή, πλαστιμότητα, συνεργασία με το σκυρόδεμα) σε συνδυασμό με το χαμηλό κόστος και την πλήρως βιομηχανοποιημένη διαδικασία παραγωγής. Παρόλα τα σημαντικά τους πλεονεκτήματα, οι χαλύβδινες ράβδοι αντιμετωπίζουν προβλήματα διάβρωσης, που μπορούν να οδηγήσουν σε υποβάθμιση των χαρακτηριστικών τους. Ωστόσο, το υγιές σκυρόδεμα αποτελεί ένα φυσικό εμπόδιο στην επαφή των ράβδων με τα διαβρωτικά μέσα (οξυγόνο, διοξείδιο του θείου, χλωριόντα κλπ).

Συνεπώς, το πρόβλημα της διάβρωσης φαντάζει δευτερεύον για την πλειοψηφία των συμβατικών οικοδομικών έργων. Δεν συμβαίνει το ίδιο όμως και για κατασκευές που είναι εκτεθειμένες σε έντονο διαβρωτικό περιβάλλον, όπως γέφυρες, κατασκευές σε λιμένες καθώς και καταστρώματα γεφυρών, όπου γίνεται χρήση αντιπαγωτικών αλάτων. Στις περιπτώσεις αυτές ο συνδυασμός της υγρασίας, των ιόντων χλωρίου και των θερμοκρασιακών μεταβολών οδηγούν σε μείωση της αλκαλικότητας του σκυροδέματος, που έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του κινδύνου διάβρωσης των οπλισμών. Τη διάβρωση ακολουθεί η πτώση των μηχανικών ιδιοτήτων του σκυροδέματος, καθώς και η απώλεια λειτουργικότητας των κατασκευών.

Τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω έκαναν επιτακτική την ανάγκη δημιουργίας νέων οπλισμών, ισάξιων με το χάλυβα όσον αφορά τις μηχανικές του ιδιότητες και τα πλεονεκτήματά του, ανθεκτικών, όμως, στη διάβρωση. Παραδείγματα τέτοιων οπλισμών

είναι οι χαλύβδινες ράβδοι επικαλυμμένες με εποξειδικές ρητίνες, ο ανοξειδωτος χάλυβας, οι ράβδοι από ιωπλισμένα πολυμερή (FRP rebars), οι ράβδοι από τιτάνιο, κτλ.

Τα συγκεκριμένα υλικά διαφοροποιούνται σημαντικά στις ιδιότητες τους συγκριτικά με αυτές τους χάλυβα. Τα FRP πλεονεκτούν στις ιδιότητες τους, όπως είναι το μικρό τους βάρος, η μεγάλη αντίσταση στη διάβρωση και η υψηλή μηχανική αντοχή τους. Ωστόσο, τα σύνθετα αυτά υλικά δεν είναι απαλλαγμένα μειονεκτημάτων: έχουν χαμηλό μέτρο ελαστικότητας, υψηλό κόστος, μικρό μέτρο ελαστικότητας, μικρή συνάφεια με το σκυρόδεμα.

Καθώς τα FRP αποτελούν ένα καινούργιο υλικό, η μηχανική συμπεριφορά των κατασκευών, που είναι οπλισμένες με ράβδους FRP έχει αναλυθεί με βάση τις διαδικασίες και τις μεθοδολογίες που έχουν αναπτυχθεί για τον χάλυβα. Παρόλα αυτά, η παραδοσιακή προσέγγιση που χρησιμοποιείται για τον χάλυβα δεν δύναται να παρέχει συνεπή και αξιόπιστα αποτελέσματα, καθώς οι φυσικές και κυρίως οι μηχανικές ιδιότητες των FRP, αλλά και η αλληλεπίδραση τους με το σκυρόδεμα, διαφέρουν σημαντικά ως προς αυτές του χάλυβα.

Η έρευνα στο πεδίο των FRP είναι σχετικά πρόσφατη για αυτό και έχουμε μέχρι τώρα στην διάθεση μας μόνο την πρώτη γενιά οδηγιών σχεδιασμού που έχουν αναπτυχθεί στην Ιαπωνία (Ιαπωνική ένωση πολιτικών Μηχανικών JSCE), στον Καναδά (Καναδική Ένωση Προτύπων, Καναδικό δίκτυο ISIS), στην Αμερική (Αμερικάνικο Ινστιτούτο Σκυροδέματος ACI) και στην Ευρώπη(Ευροκώδικας 2-EC2).

Η έρευνα της καμπτικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων σκυροδέματος με οπλισμό FRP έχει αποτελέσει το βασικό αντικείμενο μελέτης στην επιστημονική περιοχή του Ο/Σ τα τελευταία χρόνια, καθώς αποτελεί την βάση του σχεδιασμού των δομικών αυτών στοιχείων, τόσο για αντοχή, όσο και για λειτουργικότητα. Η έρευνα που έχει αναπτυχθεί στην περιοχή αυτή, τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά, στηρίζεται στην επέκταση των τεχνικών και μεθόδων που έχουν εφαρμοστεί για τον οπλισμό από χάλυβα, παρά τις ποιοτικές διαφορές ως προς την μηχανική συμπεριφορά που επιδεικνύει ο οπλισμός FRP. Αυτό συμβαίνει, προκειμένου να αξιοποιηθεί η εμπειρία και η γνώση που έχει αποκτηθεί για τον οπλισμό από χάλυβα, και να παραχθούν αποτελέσματα που θα είναι οικεία στον

μηχανικό της πράξης. Τα αποτελέσματα που έχουν παραχθεί από την έρευνα αυτή έχουν αποτελέσει την βάση ανάπτυξης των νέων κωδίκων και κανονισμών για τον σχεδιασμό δομικών στοιχείων σκυροδέματος με οπλισμό FRP σε πολλές χώρες (ACI 440.1R-06; CSA, S806-02; JSCE, 1997, ISIS-CAN, 2009).

Στην οριακή κατάσταση σχεδιασμού, που αποτελεί την βάση των σύγχρονων κωδίκων σκυροδέματος, ο καμπτικός σχεδιασμός της διατομής ενός δομικού στοιχείου στηρίζεται στην καμπτική αντοχή της διατομής, που είναι συνάρτηση της γεωμετρίας της διατομής και της αντοχής των επιμέρους υλικών που συνθέτουν το δομικό στοιχείο, δηλαδή, του σκυροδέματος και του οπλισμού. Η θεωρητική ανάπτυξη των εξισώσεων της καμπτικής αντοχής με την μέθοδο των οριακών καταστάσεων, βασίζεται στις παραδοχές και στις υποθέσεις που υιοθετεί ο κάθε κώδικας για την συμπεριφορά του σκυροδέματος και των ράβδων FRP, ενσωματώνοντας τους σχετικούς συντελεστές ασφάλειας των επιμέρους υλικών που προτείνει. Οι εξισώσεις που περιγράφουν την καμπτική συμπεριφορά του σκυροδέματος και έχουν συμπεριληφθεί στους κώδικες ACI 440.1R-06 και CAN/CSA-S806-02, βασίζονται στο εκτεταμένο θεωρητικό και ερευνητικό έργο που έχει δημοσιευθεί τα τελευταία χρόνια. Στους δύο αυτούς κώδικες, η καμπτική αντοχή περιγράφεται με δύο εξισώσεις που αντιστοιχούν στις δύο πιθανούς τύπους καμπτικής αστοχίας που μπορούν να συναντηθούν σε ένα καμπτόμενο δομικό στοιχείο, και έχουν αναπτυχθεί με βάση την έννοια της ισόρροπης διατομής και τις σχετικές υποθέσεις των κωδίκων για την συμπεριφορά των δύο υλικών. Στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής και Στοιχείων Τεχνικών Έργων της Σχολής ATM του ΕΜΠ, στα πλαίσια συγκεκριμένων ερευνητικών δραστηριοτήτων (Καρατζαφέρης, 2010) έχουν αναπτυχθεί οι σχέσεις που παρέχουν την καμπτική αντοχή δοκών με οπλισμό FRP με βάση τις αρχές και τις υποθέσεις που έχουν τεθεί από τον EC2 για την περίπτωση του οπλισμού από χάλυβα. Το αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι :

- η αριθμητική εφαρμογή και ο έλεγχος των σχέσεων σε συγκεκριμένες περιπτώσεις δοκών σκυροδέματος με οπλισμό FRP που να καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις που μπορούν να εμφανιστούν στην πράξη,

- η αριθμητική σύγκριση των αποτελεσμάτων που παρέχουν οι σχέσεις αυτές με τα αποτελέσματα που παρέχουν οι αντίστοιχες σχέσεις του ISIS-CAN,
- η σύγκριση των αποτελεσμάτων που παρέχουν οι σχέσεις αυτές με τα πειραματικά αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής για συγκεκριμένες περιπτώσεις δοκών με οπλισμό FRP,
- η επιλογή των κατάλληλων συντελεστών ασφαλείας των υλικών, που θα γίνει μεταφέροντας τα σχετικά ερευνητικά αποτελέσματα που έχουν αναπτυχθεί με βάση τον κανονισμό ISIS του Καναδά στην μεθοδολογία που στηρίζεται στον EC2.

Η δομή της εργασίας είναι η εξής : Στο Κεφάλαιο 2, παρουσιάζονται οι εξισώσεις καμπτικής αντοχής που έχουν αναπτυχθεί στο Εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ, και οι αντίστοιχες που προτείνει το ISIS-CAN. Επίσης, στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται ορισμένα πειραματικά αποτελέσματα πάνω στην καμπτική αντοχή που έχουν εξαχθεί στο Εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Στο Κεφάλαιο 3, γίνονται αριθμητικές εφαρμογές των σχέσεων που έχουν αναπτυχθεί με βάση τις παραδοχές και υποθέσεις που υιοθετεί ο EC2 για το σκυρόδεμα. Στο Κεφάλαιο 4, γίνονται οι αντίστοιχες αριθμητικές εφαρμογές με βάση τις σχέσεις του ISIS-CAN, και τέλος, στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΥΣ EC2 ΚΑΙ ISIS CANADA - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

2.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι βασικές εξισώσεις καμπτικού σχεδιασμού δομικών στοιχείων FRP που αναπτύσσονται με βάση τις παραδοχές και υποθέσεις του EC2 και του Καναδικού Κώδικα ISIS Canada καθώς και ορισμένα πειραματικά αποτελέσματα, που έχουν αποκτηθεί στο Εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ . Οι εξισώσεις σχεδιασμού με βάση της παραδοχές του EC2 έχουν αναπτυχθεί στην αναφορά [1], ενώ του ISIS Canada έχουν παρθεί από από τον κανονισμό [2] .Οι εξισώσεις αυτές θα χρησιμοποιηθούν παρακάτω για τον σχεδιασμό συγκεκριμένων διατομών σκυροδέματος με οπλισμό FRP, προκειμένου να συγκριθούν τα αποτελέσματα που θα προκύψουν.

2.2 Η ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ EC2

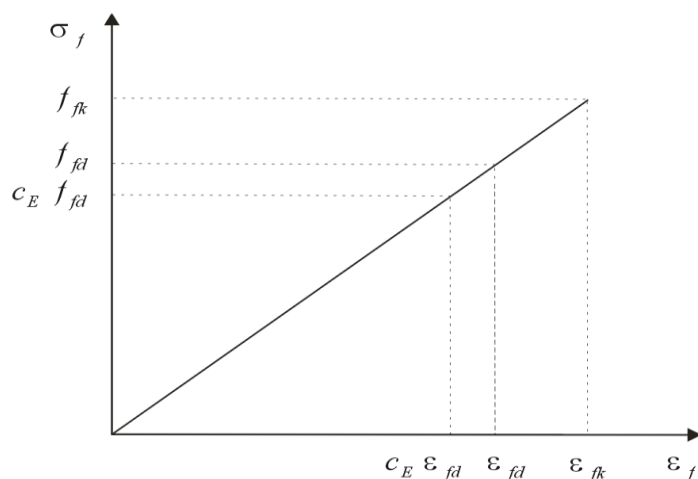
2.2.1 Βασικές υποθέσεις

Η ανάπτυξη των σχέσεων της καμπτικής αντοχής ενός δομικού στοιχείου με οπλισμό FRP στηρίζεται στις παρακάτω υποθέσεις:

- Το δομικό στοιχείο είναι πρισματικό με σταθερή διατομή και βρίσκεται υπό καθαρή κάμψη.
- Σε μια διατομή του δομικού στοιχείου, οι ορθές παραμορφώσεις στο σκυρόδεμα και στις ράβδους FRP είναι ανάλογες των αποστάσεων από τον ουδέτερο άξονα της διατομής.
- Η συμπεριφορά του σκυροδέματος σε μονοαξονική θλίψη περιγράφεται με το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων του Σχήματος 2-1. Σύμφωνα με το διάγραμμα αυτό, η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος είναι 3.5 ‰.
- Η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος, σε σχέση με την θλιπτική του αντοχή, είναι μικρή.
- Υπάρχει “τέλειο” δέσιμο μεταξύ ράβδων FRP και σκυροδέματος.
- Το FRP είναι ένα γραμμικά ελαστικό υλικό μέχρι τη θραύση του.
- Οι διατομές των δομικών στοιχείων παραμένουν επίπεδες και κάθετες στον άξονα του δομικού στοιχείου και μετά την παραμόρφωση του, μέχρι την τελική αστοχία.

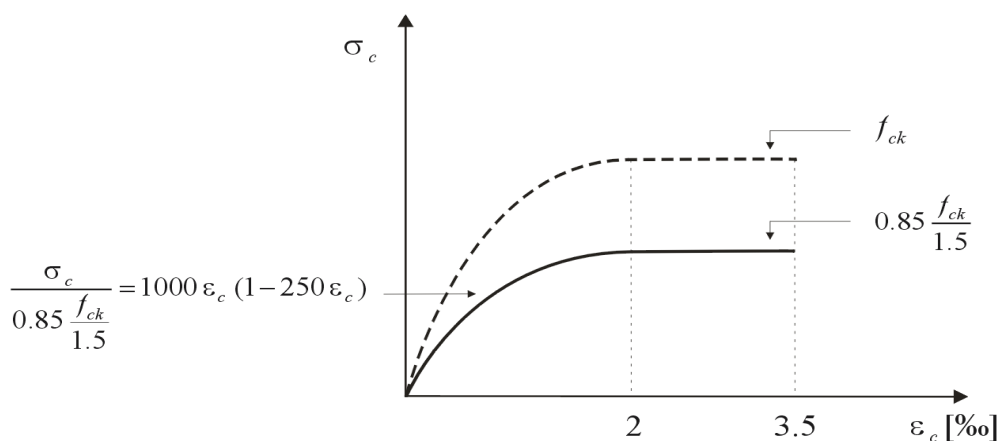
Το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων για μια ράβδο FRP παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-1. Η θραύση της ράβδου FRP αντιστοιχεί στην τιμή f_{fk} , που είναι η χαρακτηριστική αντοχή και αντιστοιχεί στην χαρακτηριστική παραμόρφωση ε_{fk} . Για τον προσδιορισμό της καμπτικής αντοχής του δομικού στοιχείου, υιοθετείτε το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του Σχήματος 2-2, το οποίο είναι το ίδιο που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της καμπτικής αντοχής δομικών στοιχείων σκυροδέματος με οπλισμό χάλυβα. Στο διάγραμμα αυτό, το f_{ck} δηλώνει τη χαρακτηριστική τιμή της αντοχής του σκυροδέματος, και το f_{cd} την αντοχή σχεδιασμού που παρέχεται από τον τύπο $f_{fd} = f_{fk} / \gamma_f$, όπου γ_f είναι ο συντελεστής ασφάλειας του υλικού. Στην παρούσα εργασία, ο συντελεστής αυτός θα παρθεί ίσος με 1.3. Ο συντελεστής $\alpha_{cc} = 0.85$

εισάγεται για να ληφθεί υπόψη η μείωση της θλιπτικής αστοχίας του σκυροδέματος, λόγω της μακροχρόνιας και επαναλαμβανόμενης δράσης των φορτίων.



Σχήμα 2-1 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων FRP

Όπως στην περίπτωση του οπλισμού από χάλυβα, το ιδεατό διάγραμμα του σκυροδέματος προσομοιώνεται με ένα παραβολικό κλάδο μέχρι την παραμόρφωση $\epsilon_{c0} = 2\%$, και με έναν οριζόντιο κλάδο από την παραμόρφωση $\epsilon_{c0} = 2\%$ μέχρι την παραμόρφωση $\epsilon_{cu} = 3.5\%$.



Σχήμα 2-2: Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων για το σκυρόδεμα

Για να ληφθεί υπόψη η μείωση της εφελκυστικής αντοχής των ράβδων FRP από την μακρόχρονη έκθεσή τους σε δυσμενείς περιβαλλοντικές συνθήκες, εισάγεται ένας

συντελεστής μείωσης c_E^* . Τιμές του συντελεστή αυτού παρέχονται στον Πίνακα 2.1. Η μειωμένη αντοχή $c_E^* f_{jd}$ υφίσταται παραπέρα υποβάθμιση, λόγω της κάμψης του δομικού στοιχείου. Η μείωση αυτή εκτιμάται στην βιβλιογραφία ότι είναι της τάξεως του 10% της αντοχής $c_E^* f_{cd}$. Έτσι, η αντοχή που προτείνεται να θεωρηθεί είναι $c_E f_{cd}$, όπου $c_E = 0.9 c_E^*$.

Πίνακας 2.1: Τιμές του c_E^*

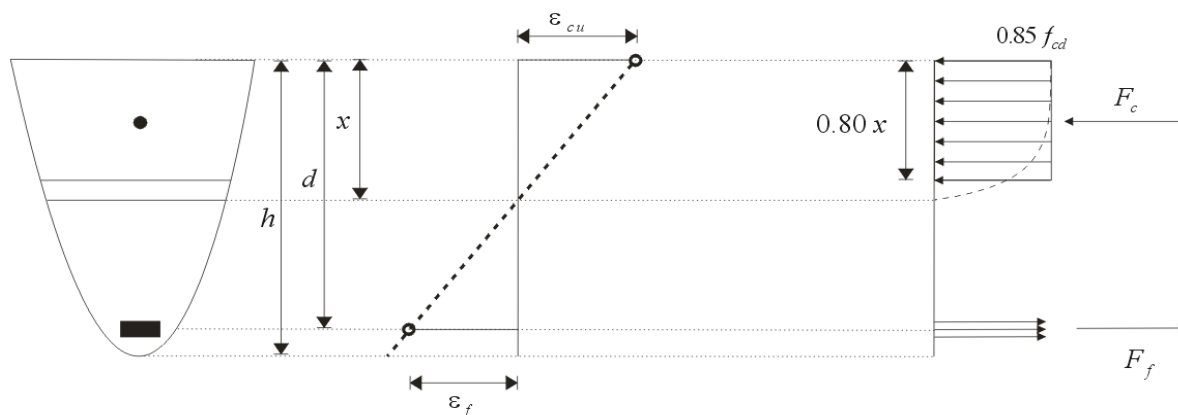
Συνθήκες περιβάλλοντος	Τύπος FRP	c_E^*
Σκυρόδεμα μη εκτεθειμένο στο έδαφος και στις καιρικές συνθήκες	Άνθρακας	1.0
	Γυαλί	0.8
	Αραμίδιο	0.9
Σκυρόδεμα εκτεθειμένο στο έδαφος και στις καιρικές συνθήκες	Άνθρακας	0.9
	Γυαλί	0.7
	Αραμίδιο	0.8

2.2.2 Οι εξισώσεις καμπτικής αντοχής σύμφωνα με τις αρχές και υποθέσεις του EC2.

Τα αποτελέσματα που εξάγονται παρακάτω αναφέρονται σε δομικά στοιχεία με ορθογωνική διατομή και σε ράβδους οπλισμού τοποθετημένες σε μία στρώση. Η γραμμικότητα της συμπεριφοράς των ράβδων FRP στερεί από το δομικό στοιχείο την πλάστιμη συμπεριφορά, που επιτυγχάνεται, στην περίπτωση των ράβδων από χάλυβα, με τον υπό-οπλισμό του δομικού στοιχείου. Στην περίπτωση καμπτικής αστοχίας του δομικού στοιχείου, η έλλειψη πλαστιμότητας οδηγεί στην ξαφνική θραύση του. Όπως θα συζητηθεί παρακάτω, υπάρχουν δύο δυνατοί τύποι καμπτικής αστοχίας ενός δομικού στοιχείου με οπλισμό FRP: αστοχία λόγω θρυμματισμού του σκυροδέματος, που συμβαίνει στην περίπτωση υπέρ-οπλισμού, και αστοχία λόγω διάρρηξης των ράβδων FRP, που συμβαίνει στην περίπτωση υπό-οπλισμού. Στην περίπτωση του οπλισμού από

χάλυβα, η αστοχία του δομικού στοιχείου από θρυμματισμό σκυροδέματος θα πρέπει να αποφεύγεται, γιατί συμβαίνει απότομα και ξαφνικά, χωρίς προειδοποίηση. Ο τύπος αυτός αστοχίας συμβαίνει σε υπέρ-οπλισμένες διατομές, οι οποίες λόγω του υψηλού ποσοστού οπλισμού επιδεικνύουν μικρή πλαστιμότητα. Στην περίπτωση των ράβδων FRP, ο τύπος αυτός αστοχίας θα πρέπει κατά το σχεδιασμό να επιδιώκεται, καθότι το δομικό στοιχείο επιδεικνύει μία μικρή πλαστιμότητα, που δεν παρατηρείται στον τύπο της αστοχίας από την διάρρηξη των ράβδων οπλισμού FRP.

Ο τύπος αστοχίας του δομικού στοιχείου, που τελικά θα επιλεγθεί, είναι ένα ζήτημα που θα αποφασιστεί από το μελετητή. Και οι δύο τύποι αστοχίας μπορούν να επιλεγθούν, αρκεί να ικανοποιούνται όλες οι απαιτήσεις λειτουργικότητας και αντοχής.



Σχήμα 2-3: Ορθογωνικό διάγραμμα τάσεων – παραμορφώσεων σκυροδέματος

Για την ανάπτυξη των εξισώσεων σχεδιασμού χρησιμοποιήθηκε η ισοδύναμη διανομή των θλιπτικών τάσεων που ορίζεται ως εξής :

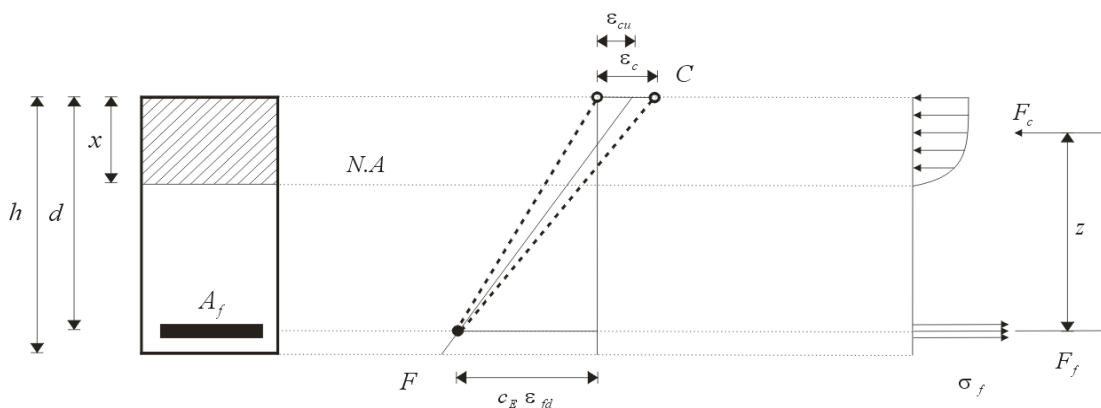
- Η διανομή των θλιπτικών τάσεων είναι ομοιόμορφη και εκτείνεται σε ένα μήκος $0.80x$, όπου x είναι το ύψος της θλιβόμενης ζώνης.
- Η ομοιόμορφη διανομή των θλιπτικών τάσεων έχει τιμή ίση με $a_{cc} f_{ck} / \gamma_c$.

Το κριτήριο αστοχίας, για ένα δομικό στοιχείο σκυροδέματος με οπλισμό FRP, ορίζεται ως εξής, ένα δομικό στοιχείο σκυροδέματος με οπλισμό FRP θα αστοχήσει από κάμψη, όταν

- η μέγιστη τιμή της θλιπτικής παραμόρφωσης του σκυροδέματος προσεγγίσει την τιμή $\varepsilon_{cu} = 3.5\%$, ή, όταν
- η εφελκυστική αντοχή παραμόρφωσης σε μια ράβδο FRP προσεγγίσει την εφελκυστική αντοχή $c_E \varepsilon_{fd}$.

Ο πρώτος τύπος αστοχίας θα συμβεί λόγω θρυμματισμού του σκυροδέματος, ο δε δεύτερος τύπος από διάρρηξη του οπλισμού FRP. Όταν οι δύο αυτές καταστάσεις συμβούν ταυτόχρονα, τότε, η ειδική αυτή περίπτωση χαρακτηρίζεται ως κατάσταση ισόρροπης διατομής.

Οι δύο τύποι καμπτικής αστοχίας, που προαναφέρθηκαν, περιγράφονται στα Σχήματα 2-4 και 2-5.

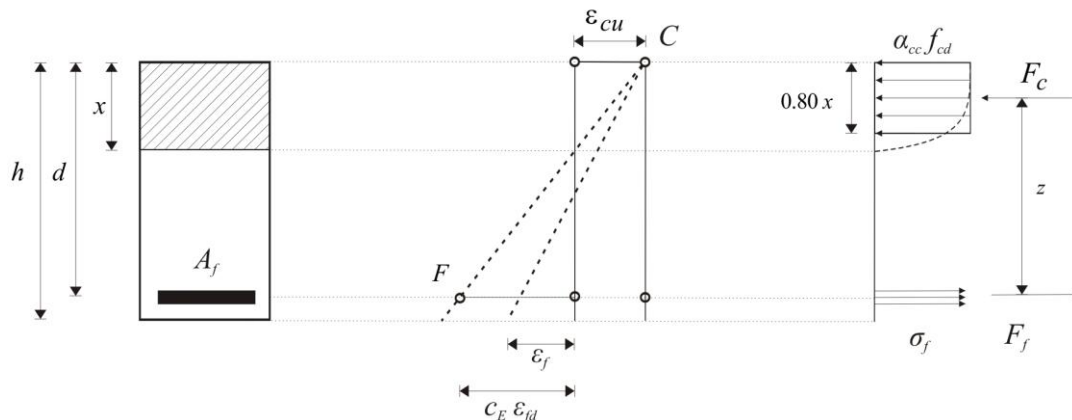


Σχήμα 2-4: Τύπος αστοχίας 1

Ο τύπος αστοχίας 1, που συνδέεται με την περιοχή 1 του Σχήματος 2-4, συμβαίνει, όταν η εφελκυστική παραμόρφωση ε_f της ράβδου FRP προσεγγίσει την μέγιστη εφελκυστική αντοχή της ράβδου FRP. Θα πρέπει να τονιστεί ότι, η αστοχία του τύπου 1 αντιστοιχεί σε

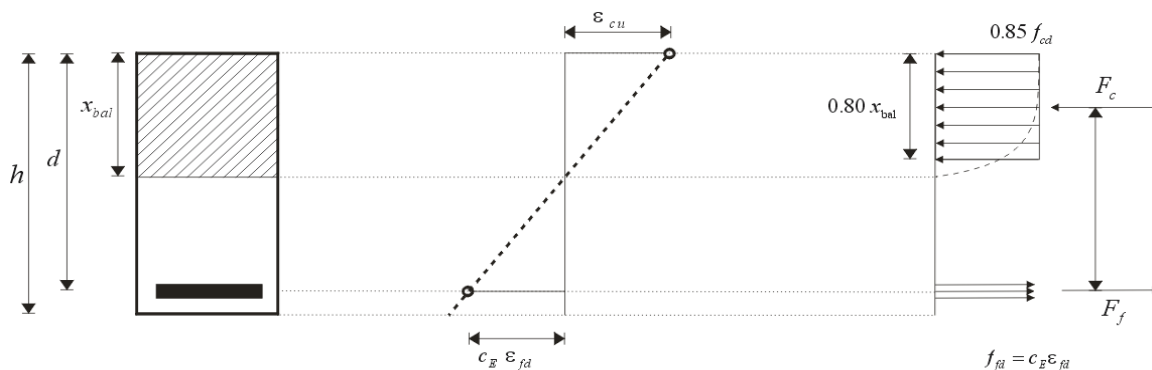
διάγραμμα παραμόρφωσης της διατομής, που διέρχεται από το σημείο F , στο οποίο

$$\varepsilon_f = c_E \varepsilon_{fd}.$$



Σχήμα 2-5: Τύπος αστοχίας 2

Στην περίπτωση της αστοχίας τύπου 2, η μέγιστη παραμόρφωση στο σκυρόδεμα έχει πρώτη προσεγγίσει την παραμόρφωση αντοχής ε_{cu} του σκυροδέματος, ενώ την ίδια στιγμή, η εφελκυστική παραμόρφωση ε_f στον οπλισμό FRP είναι μικρότερη από την τιμή $c_E \varepsilon_{fd}$, που αντιστοιχεί στην μέγιστη εφελκυστική της αντοχή. Η γραμμή που χωρίζει τις δύο περιοχές διέρχεται από τα σημεία F και C και αντιστοιχεί στην παραμορφωσιακή κατάσταση της ισόρροπης διατομής (Σχήμα 2-6).



Σχήμα 2-6: Η ισόρροπη διατομή

Η καμπτική αντοχή ενός δομικού στοιχείου εξαρτάται από το αν η αστοχία διέπεται από τον θρυμματισμό του σκυροδέματος ή από τη διάρρηξη του οπλισμού FRP. Ο τύπος αστοχίας που θα συμβεί σε μία διατομή, προσδιορίζεται, συγκρίνοντας το λόγο ρ_f του υπάρχοντος οπλισμού στη διατομή με το λόγο οπλισμού $\rho_{f,bal}$, που αντιστοιχεί στην κατάσταση διατομής που έχει οριστεί ως ισόρροπη. Ο λόγος του οπλισμού $\rho_{f,bal}$, βρίσκεται ότι είναι

$$\rho_{f,bal} = \frac{A_{f,bal}}{b d} = \frac{2.38 E_f}{3.5 E_f + 1000 c_E f_{fd}} \frac{f_{cd}}{c_E f_{fd}} . \quad (2.1)$$

Η παραπάνω σχέση προκύπτει από την ισορροπία της συνισταμένης των τάσεων που επενεργούν στη διατομή. Η συνισταμένη των θλιπτικών τάσεων στο σκυρόδεμα, που προκύπτει από το απλοποιημένο διάγραμμα του Σχήματος 2-6, είναι

$$F_c = 0.68 b x_{bal} f_{cd} . \quad (2.2)$$

Η συνισταμένη των εφελκυστικών τάσεων στον οπλισμό FRP είναι

$$F_f = A_{f,bal} c_E f_{fd} , \quad (2.3)$$

όπου $A_{f,bal}$ είναι το εμβαδόν της διατομής του οπλισμού FRP στην κατάσταση της ισόρροπης διατομής. Το πάχος x_{bal} της θλιβόμενης ζώνης, που προσδιορίζεται από το διάγραμμα παραμόρφωσης του Σχήματος 2-6, είναι

$$\left(\frac{x}{b} \right)_{bal} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + c_E \varepsilon_{fd}} , \quad (2.4)$$

όπου $\varepsilon_{cu} = 3.5\%$.

2.2.3 Αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος

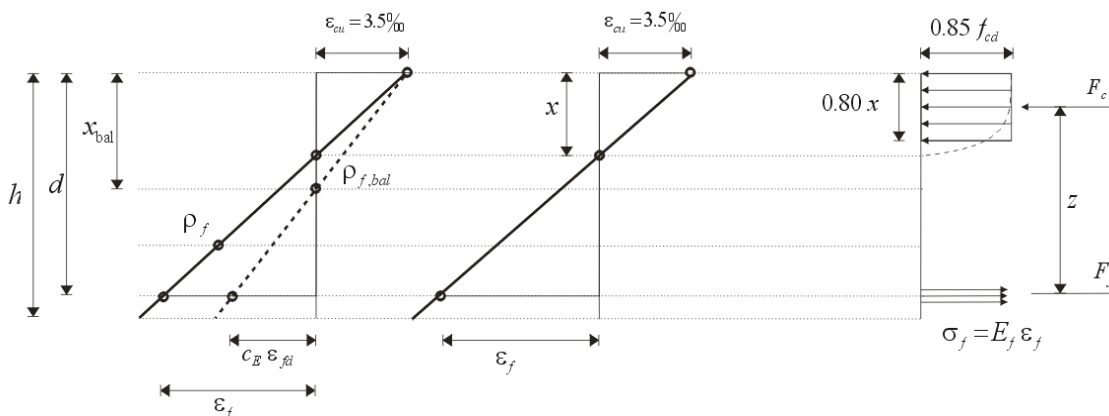
Η αστοχία αυτή θα συμβεί, όταν το ποσοστό οπλισμού που θα τοποθετηθεί είναι μεγαλύτερο από το ποσοστό που αντιστοιχεί στην ισόρροπη διατομή, δηλαδή όταν

$$\rho_f > \rho_{f,bal} \cdot \quad (2.5)$$

Στην σχέση αυτή, A_f είναι το εμβαδό του υπάρχοντος οπλισμού, b το πλάτος του ορθογωνικού στοιχείου, και d το στατικό ύψος της διατομής. Στην περίπτωση αυτή, η τασική διανομή στη θλιβόμενη περιοχή μπορεί να προσεγγισθεί με το ορθογωνικό στερεό των τάσεων, που είναι γνωστό ως το στερεό των τάσεων του Whitman. Από το διάγραμμα των ορθών τάσεων στην διατομή, οι συνιστάμενες δυνάμεις στο σκυρόδεμα και στον οπλισμό FRP προκύπτουν στη μορφή

$$F_c = 0.80b \alpha_{cc} x_{bal} f_{cd}, \quad F_s = A_f \sigma_f, \quad (2.6)$$

όπου σ_f είναι η εφελκυστική τάση που αναπτύσσεται στον οπλισμό.



Σχήμα 2-7: Αστοχία από θρυμματισμό του σκυροδέματος

Από τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στην διεύθυνση του άξονα του στοιχείου, και λαμβάνοντας υπόψη τη γραμμική συμπεριφορά των ράβδων FRP, προκύπτει η τάση σ_f που αναπτύσσεται στις ράβδους FRP στη μορφή:

$$\sigma_f = \varepsilon_f E_f = \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000}\right)^2 + \frac{2.8 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000}. \quad (2.7)$$

Η τάση αυτή θα πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση

$$\sigma_f < c_E f_{fd}. \quad (2.8)$$

Το πάχος της θλιβόμενης ζώνης, σύμφωνα με το διάγραμμα του Σχήματος 5-7, βρίσκεται ότι είναι

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_f}. \quad (2.9)$$

Έχοντας υπολογίσει την τάση που καταπονεί τον οπλισμό FRP διατομής, η ροπή σχεδιασμού M_{Rd} είναι

$$M_{Rd} = F_f z = F_c z, \quad (2.10)$$

$$\frac{M_{Rd}}{b d^2} = \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}}\right). \quad (2.11)$$

Ο σχεδιασμός στην οριακή κατάσταση αντοχής απαιτεί να ικανοποιείται η παρακάτω συνθήκη

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}.$$

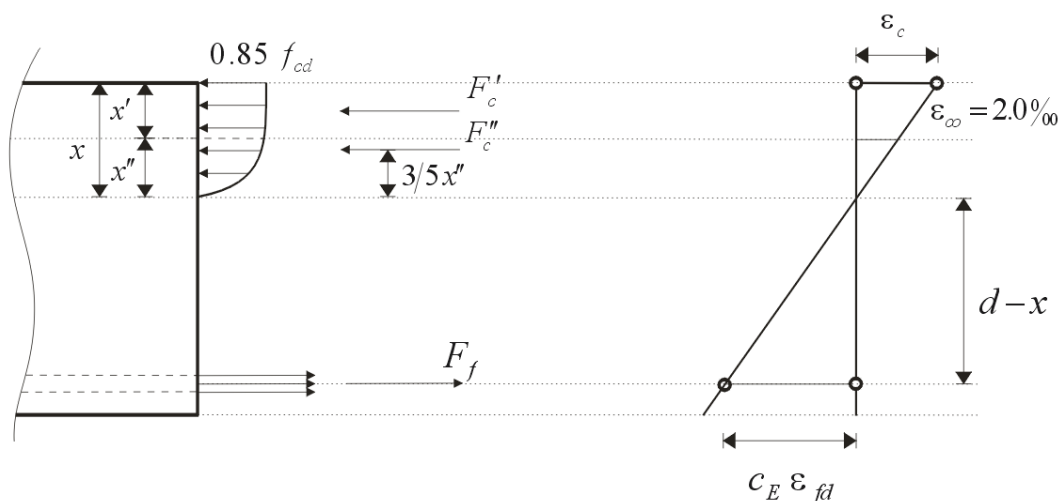
2.2.4 Αστοχία από διάρρηξη του οπλισμού FRP

Όταν $\rho < \rho_{f,bal}$, η αστοχία του δομικού στοιχείου θα αρχίσει με τη διάρρηξη του οπλισμού FRP. Στην περίπτωση αυτή, το σκυρόδεμα δεν έχει φθάσει στη μέγιστη αντοχή του και επομένως, δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ορθογωνικό στερεό των τάσεων του Whitney. Η εφελκυστική τάση σ_f , που αναπτύσσεται στον οπλισμό FRP, έχει

προσεγγίσει την τιμή $c_E \varepsilon_{fd}$, ενώ η τάση στο σκυρόδεμα σ_c είναι μικρότερη από την τιμή $\alpha_{cc} f_{cd}$ ($\sigma_c < \alpha_{cc} f_{cd}$).

Περίπτωση 1: $\varepsilon_{co} = 2\text{‰} < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5\text{‰}$

Για την περίπτωση αυτή, η παραμορφωσιακή και εντατική κατάσταση περιγράφεται στο Σχήμα 2-8.



Σχήμα 2-8: Αστοχία από διάρρηξη του οπλισμού

Οι θλιπτικές τάσεις που αντιστοιχούν στην ομοιόμορφη κατανομή καλύπτουν το πλάτος x' της θλιβόμενης ζώνης, ενώ εκείνες με την παραβολική κατανομή το πλάτος x'' . Είναι

$$x' + x'' = x ,$$

όπου x είναι το συνολικό πλάτος της θλιβόμενης ζώνης. Από το διάγραμμα παραμορφώσεων του Σχήματος 2-8, έχουμε

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} , \quad \frac{x''}{d} = \frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} . \quad (2.12)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει

$$\frac{x'}{d} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{co}}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} \quad (2.13)$$

Επομένως, το πάχος της θλιβόμενης ζώνης είναι

$$\frac{x}{d} = \frac{x'}{d} + \frac{x''}{d} \quad (2.14)$$

Οι συνιστάμενες δυνάμεις των θλιπτικών τάσεων των δύο θλιπτικών υποπεριοχών της θλιβόμενης περιοχής της διατομής είναι

$$F'_c = \alpha_{cc} f_{cd} x' b, \quad (2.15)$$

$$F''_c = \frac{2}{3} \alpha_{cc} f_{cd} x'' b. \quad (2.16)$$

Οι θέσεις των δυνάμεων αυτών σε σχέση με την ουδέτερη γραμμή φαίνονται στο Σχήμα 2-8. Στην περίπτωση αυτή, όλα τα μεγέθη της διατομής έχουν εκφραστεί σε όρους της παραμόρφωσης ε_c του σκυροδέματος. Η τιμή της παραμόρφωσης αυτής προκύπτει από τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση του άξονα της δοκού

$$F'_c + F''_c = F_f. \quad (2.17)$$

Η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση που αναπτύσσεται στο σκυρόδεμα προσδιορίζεται από τη σχέση

$$\varepsilon_c = \frac{\rho_f c_E^2 f_{fd}^2 + 0.66 E_f (\alpha_{cc} f_{cd} / 1000)}{E_f (\alpha_{cc} f_{cd} - \rho_f c_E f_{fd})}, \quad (2.18)$$

Η τιμή της παραμόρφωσης που θα προκύψει από τη σχέση αυτή, θα πρέπει να βρίσκεται στα όρια που έχουν τεθεί, δηλαδή $\varepsilon_{co} = 2\% < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5\%$. Στην περίπτωση αυτή η ροπή αντοχής παρέχεται από τη σχέση

$$M_{R,d} = F'_c z' + F''_c z'', \quad (2.19)$$

από όπου, με σχετική αντικατάσταση προκύπτει

$$\frac{M_{Rd}}{b d^2} = \frac{x'}{d} \alpha_{cc} f_{cd} \left(1 - 0.5 \frac{x'}{d}\right) + \frac{x''}{d} 0.66 \alpha_{cc} f_{cd} \left(1 - \frac{x}{d} + 0.6 \frac{x''}{d}\right) \quad (2.20)$$

Ο σχεδιασμός στην οριακή κατάσταση αντοχής απαιτεί την ικανοποίηση της συνθήκης

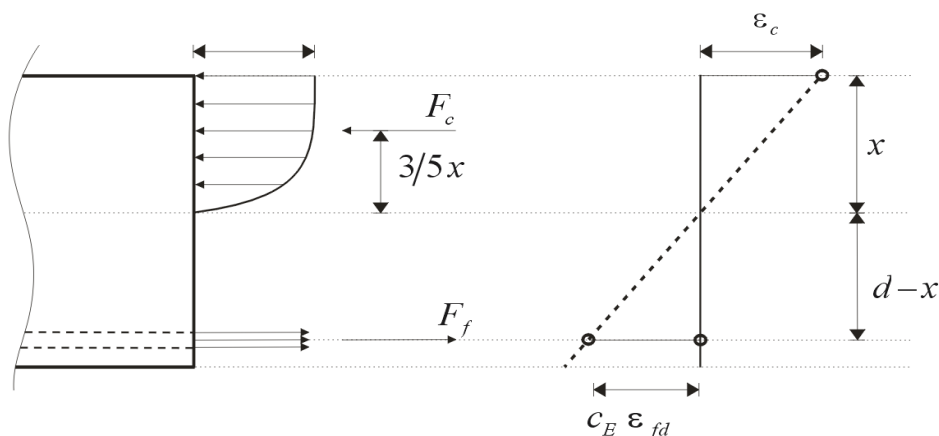
$$M_{Rd} \geq M_{Ed} \quad (2.21)$$

Περίπτωση 2: $\varepsilon_c < \varepsilon_{co} = 2\%$

Η κατανομή των θλιπτικών τάσεων και το διάγραμμα παραμορφώσεων της διατομής δείχνεται στο Σχήμα 5-9.

Το πλάτος της θλιβόμενης ζώνης x παρέχεται από τη Σχέση (2-15), και η θλιπτική δύναμη F_c υπολογίζεται από τη σχέση

$$F_c = \frac{2}{3} \sigma_{cd} b x \quad (2.22)$$



Σχήμα 2-9: Αστοχία από διάρρηξη του οπλισμο

Η θλιπτική τάση σ_{cd} στο σκυρόδεμα βρίσκεται ότι είναι,

$$\sigma_{cd} = \alpha_{cc} f_{cd} \varepsilon_c \left(1 - \frac{1}{4} \varepsilon_c\right) \quad (2.23)$$

Στη σχέση αυτή η παραμόρφωση υπεισέρχεται με θετικό πρόσημο. Από την ισορροπία των δυνάμεων στην διεύθυνση του άξονα του δομικού στοιχείου προκύπτει η παρακάτω τριτοβάθμια εξίσωση για την άγνωστη παραμόρφωση ε_c

$$\varepsilon_c^3 - 4\varepsilon_c^2 + \frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} \varepsilon_c + \frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} c_E \frac{f_{fd}}{E_f} 1000 = 0 \quad (2.24)$$

Με δεδομένο την παραμόρφωση ε_c , μπορούν να υπολογιστούν όλες οι ποσότητες της διατομής. Η ροπή αντοχής M_{Rd} υπολογίζεται από τη σχέση

$$M_{Rd} = F_f z, \quad (2.25)$$

από όπου

$$\frac{M_{Rd}}{b d^2} = \rho_f c_E f_{fd} \left(1 - 0.40 \frac{x}{d} \right). \quad (2.26)$$

2.3 Η ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ ISIS Canada.

2.3.1 Βασικές υποθέσεις

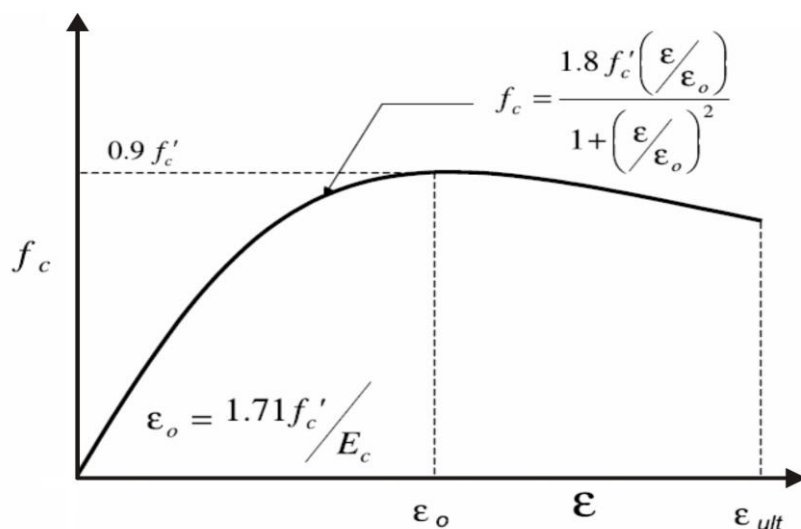
Οι βασικές υποθέσεις και παραδοχές πάνω στις οποίες στηρίζεται ο κανονισμός ISIS Canada για την ανάπτυξη των εξισώσεων σχεδιασμού είναι αυτές του EC2. Οι υποθέσεις και οι παραδοχές αυτές παρουσιάζονται στην ενότητα 2.2.1. Οι δυο κανονισμοί διαφοροποιούνται μεταξύ τους από την υιοθέτηση διαφορετικής μορφής διαγράμματος τάσεων–παραμορφώσεων για το σκυρόδεμα, καθώς και από τον τρόπο εισαγωγής του συντελεστή ασφάλειας υλικών που ακολουθούν.

Το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων που υιοθετεί ο Καναδικός κανονισμός είναι αυτό που δείχνεται στο Σχήμα 2-10.

Στο διάγραμμα αυτό με f'_c συμβολίζεται η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος. Η μέγιστη τιμή του σκυροδέματος στο διάγραμμα ισούται με $0.97f'_c$ και αντιστοιχεί στην παραμόρφωση ε_o , που παρέχεται από την σχέση:

$$\varepsilon_o = 1.71 \frac{f'_c}{E_c},$$

όπου E_c είναι το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος.



Σχήμα 2-10 Διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων για το σκυρόδεμα

Η μέγιστη παραμόρφωση του σκυροδέματος, που αντιστοιχεί στον θρυμματισμό, παίρνεται ίση με $\varepsilon_{ult} = 3.5\%$, ενώ η καμπύλη της τάσης παραμόρφωσης προσομοιώνεται με τη σχέση :

$$f_c = \frac{1.8 f'_c \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right)}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right)^2} \quad (2.27)$$

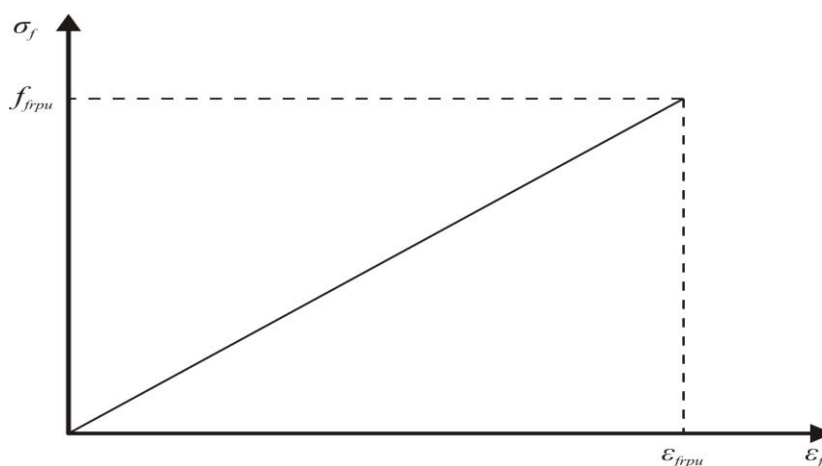
Όπως και στην περίπτωση του EC2, το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων για τον οπλισμό FRP είναι γραμμικό με μέγιστη εφελκυστική παραμόρφωση ε_{frpu} που

αντιστοιχεί στην μέγιστη εφελκυστική τάση αντοχής f_{frp} . Η τιμή της τάσης αυτής δίνεται από την σχέση

$$f_{frp} = E_{frp} \varepsilon_{frp},$$

όπου E_{frp} είναι το μέτρο ελαστικότητας του FRP.

Στο Σχήμα 2-11 παρουσιάζεται το διάγραμμα τάσεων – παραμορφώσεων για ράβδους FRP.



Σχήμα 2-11 Το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων FRP

2.3.2 Η κατάσταση της ισόρροπης διατομής

Η κατάσταση της διατομής ενός δομικού στοιχείου για την οποία η παραμόρφωση του σκυροδέματος έχει φθάσει την οριακή κατάσταση ε_{cu} , ενώ την ίδια στιγμή, η παραμόρφωση του FRP έχει φτάσει στην οριακή κατάσταση ε_{frp} , έχει οριστεί ως κατάσταση ισόρροπης διατομής. Η κατάσταση αυτή δείχνεται στο Σχήμα 2-12. Για τον προσδιορισμό του οπλισμού και της ροπής αντοχής που αντιστοιχεί στην κατάσταση αυτή ισχύουν τα παρακάτω.

Σύμφωνα με τον ορισμό της κατάστασης ισόρροπης διατομής, οι οριακές παραμορφώσεις σκυροδέματος και ράβδων FRP είναι:

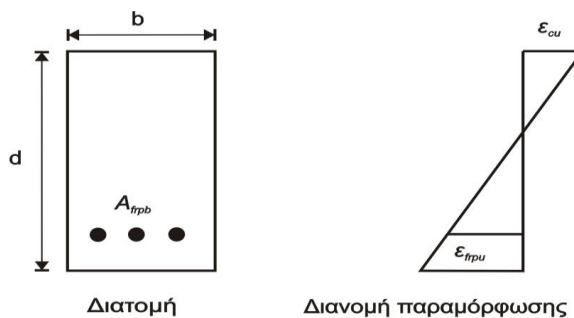
$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.0035 \text{ για το σκυρόδεμα}$$

$$\varepsilon_{frp} = \varepsilon_{frpult} = \frac{f_{frp}}{E_{frp}} \text{ για τις ράβδους FRP.}$$

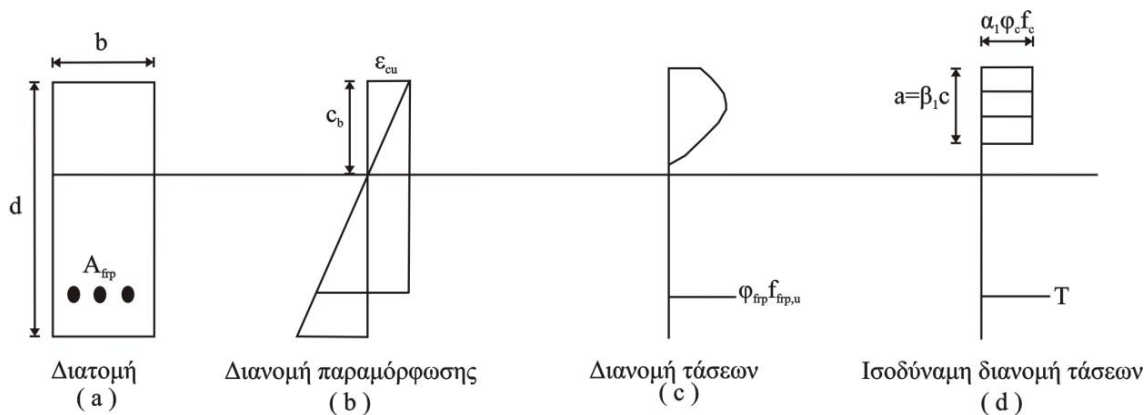
Από το διάγραμμα διανομής των παραμορφώσεων κατά μήκος της διατομής Σχήμα 2-12 προκύπτει :

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frp}} \quad (2.28)$$

Στην σχέση αυτή με c_b έχει οριστεί το πάχος της θλιβόμενης ζώνης.



Σχήμα : 2-12 Κατάσταση ισόρροπης διατομής - διάγραμμα διανομής παραμόρφωσης



Σχήμα 2-13 : Διάγραμμα διανομής παραμορφώσεων κατά μήκος διατομής

Η τασική διανομή στην θλιβόμενη ζώνη δείχνεται στο Σχήμα 2-13(c). Η ανομοιόμορφη διανομή των τάσεων μπορεί να αντικαταστεί με μία ισοδύναμη διανομή όπως αυτή που δείχνεται στο Σχήμα 2-13(d). Στην σχέση αυτή, τα α_1 , β_1 είναι :

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015f'_c \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025f'_c \geq 0.67$$

Οι δυνάμεις που επενεργούν στις ράβδους FRP και στο σκυρόδεμα, αντίστοιχα είναι

$$T = \phi_{frp} \varepsilon_{frp} E_{frp} A_{frp} ,$$

$$C = \phi_c \alpha_1 f'_c \beta_1 c b ,$$

όπου $A_{frp,b}$ είναι το εμβαδόν του απαιτούμενου οπλισμού, το ϕ_c είναι ο συντελεστής μείωσης του σκυροδέματος ο οποίος παίρνει τις τιμές :

$$\phi_c = 0.65, \text{ για προκατασκευασμένα στοιχεία,}$$

$$\phi_c = 0.6, \text{ για έγχυτο σκυρόδεμα,}$$

$$\phi_c = 0.75, \text{ για γέφυρες.}$$

Ομοίως, ο συντελεστής μείωσης για τις ράβδους FRP ϕ_{frp} παίρνει τις τιμές

$$\phi_{frp} = 0.8, \text{ για τον άνθρακα,}$$

$$\phi_{frp} = 0.4, \text{ για τον αραμήδιο,}$$

$$\phi_{frp} = 0.6, \text{ για το γυαλί,}$$

Η ισορροπία της διατομής προϋποθέτει, $T = C$ από όπου

$$\phi_{frp} \varepsilon_{frp} E_{frp} A_{frp} = \phi_c \alpha_1 f'_c \beta_1 c b . \quad (2.29)$$

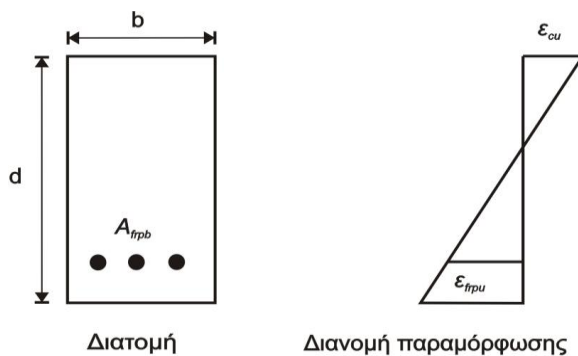
Επιλύοντας την παραπάνω Σχέση 2.28 ως προς το ποσοστό οπλισμού $\rho_{frp,u}$ προκύπτει:

$$\rho_{frp,b} = \frac{A_{frp,b}}{bd} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frpu}} \right). \quad (2.30)$$

Έτσι λοιπόν, όταν $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$ έχουμε αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος, ενώ, όταν $\rho_{frp} < \rho_{frp,b}$, έχουμε αστοχία λόγω διάρρηξης των ράβδων FRP.

2.3.3 Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος

Η αστοχία αυτή αντιστοιχεί σε θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος, στην οποία $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.0035$, ενώ την ίδια στιγμή η εφελκυστική παραμόρφωση των ράβδων FRP ικανοποιεί την σχέση $\varepsilon_{frp} < \varepsilon_{frpu}$.



Σχήμα 2-14 : Διάγραμμα διανομής παραμορφώσεων κατά μήκος διατομής

Σε μια τέτοια κατάσταση, οι δυνάμεις που ενεργούν στον οπλισμό FRP και στο σκυρόδεμα, αντίστοιχα, είναι:

$$T = \phi_{frp} A_{frp} f_{frp},$$

$$C = \phi_c \alpha_1 f'_c \beta_1 c b.$$

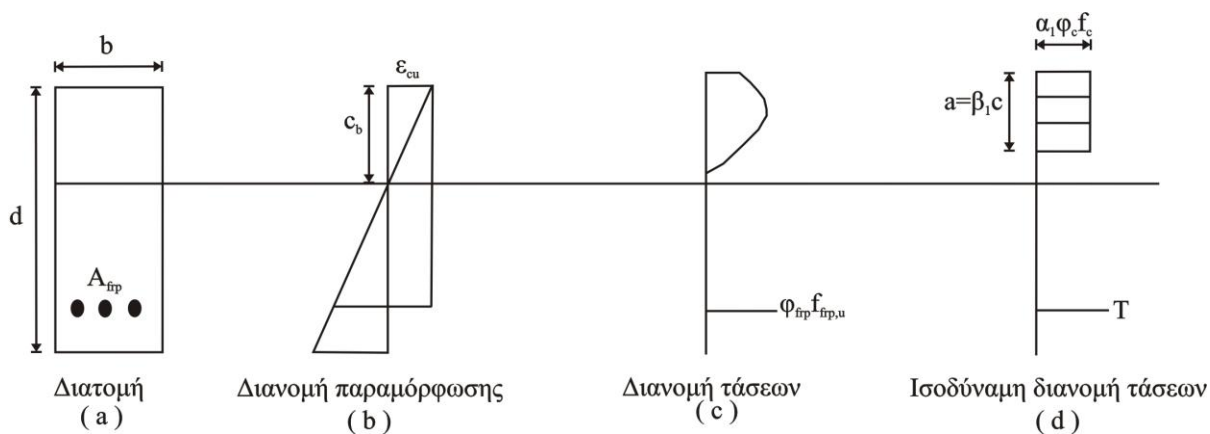
Από την ισορροπία της διατομής, έχουμε $T = C$, από όπου, με βάση τις παραπάνω σχέσεις, προκύπτει

$$\phi_{frp} A_{frp} f_{frp} = \phi_c \alpha_1 f'_c \beta_1 c b, \quad (2.31)$$

$$\beta_1 c = \frac{\phi_{frp} A_{frp} f_{frp}}{\phi_c \alpha_1 f'_c b}. \quad (2.32)$$

Από το διάγραμμα διανομής των τάσεων-παραμορφώσεων (Σχήμα 2-15) προκύπτει

$$\frac{\varepsilon_{frp}}{\varepsilon_{cu}} = \frac{d - c}{c} \quad (2.33)$$



Σχήμα 2-15 : Διάγραμμα διανομής τάσεων - παραμορφώσεων κατά μήκος διατομής

Από την σχέση αυτή, παίρνοντας υπόψη ότι $f_{frp} = E_{frp} \varepsilon_{frp}$, προκύπτει

$$f_{frp} = 0.5 E_{frp} \varepsilon_{cu} \left[\left(1 + \frac{4 \alpha_1 \beta_1 \phi_c f'_c}{\rho_{frp} f_{frp} E_{frp} \varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (2.34)$$

Η σχέση αυτή παρέχει την τάση εφελκυσμού των ράβδων FRP και είναι η αντίστοιχη σχέση της (Σχέσης 2.7) του EC2. Η ροπή αντοχής της διατομής βρίσκεται από την σχέση:

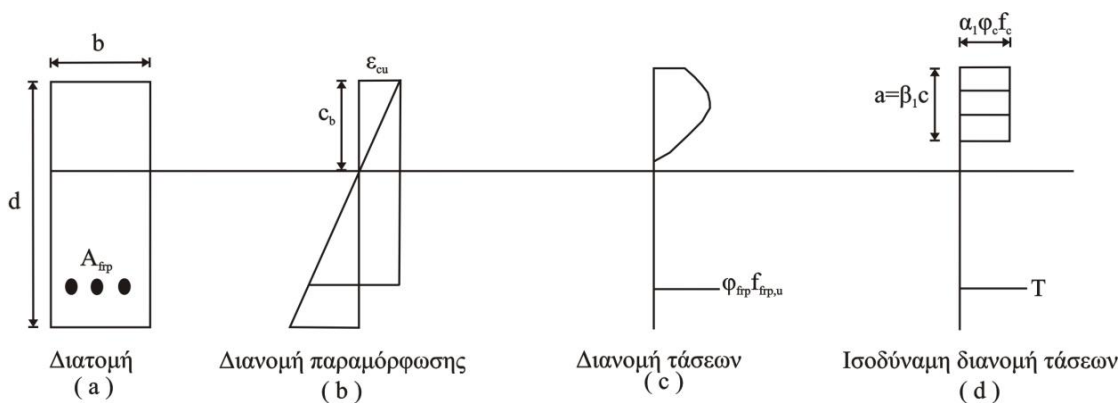
$$M_r = \phi_{frp} T \left(d - \frac{\alpha}{2} \right),$$

από όπου

$$M_r = \phi_{frp} A_{frp} f_{frp} \left(d - \frac{\alpha}{2} \right). \quad (2.35)$$

2.3.4 Σχεδιασμός διατομής για διάρρηξη σκυροδέματος

Στην περίπτωση αυτή, η παραμόρφωση στο σκυρόδεμα είναι μικρότερη από οριακή παραμόρφωση ϵ_{cu} , δηλαδή $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$, ενώ την ίδια στιγμή η εφελκυστική παραμόρφωση των ράβδων FRP έχει φτάσει την μέγιστη τιμή ϵ_{frpu} ($\epsilon_{frp} = \epsilon_{frpu} = f_{frpu} / E_{frp}$).



Σχήμα 2-16: Διάγραμμα διανομής τάσεων - παραμορφώσεων κατά μήκος διατομής

Για την περίπτωση αυτή οι δυνάμεις που επενεργούν στις ράβδους FRP και στο σκυρόδεμα είναι, αντίστοιχα

$$T = f_{frp} A_{frp} \epsilon_{frpu} E_{frp},$$

$$C = f_c \alpha_c f'_c \beta c b.$$

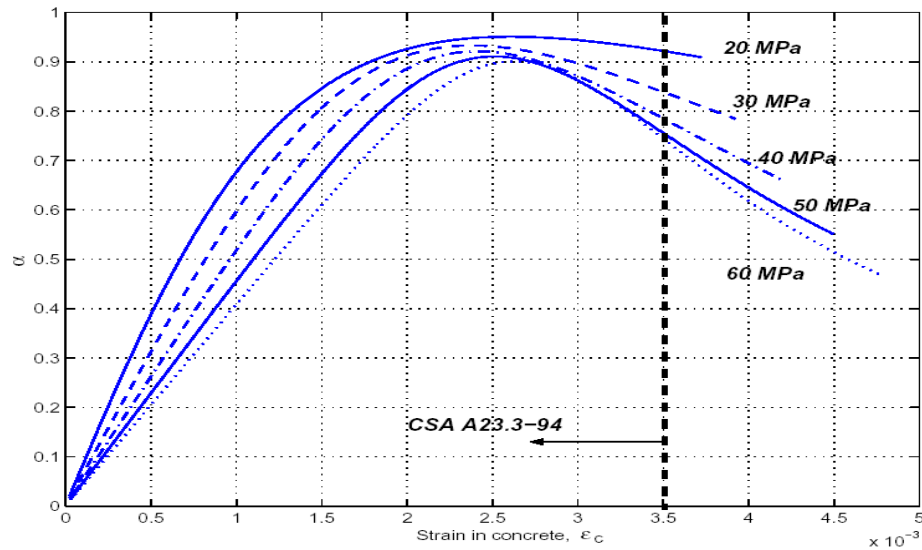
Από την ισορροπία της διατομής ($T = C$) προκύπτει

$$f_{frp} A_{frp} \varepsilon_{frp} E_{frp} = f_c \alpha_c f'_c \beta c b .$$

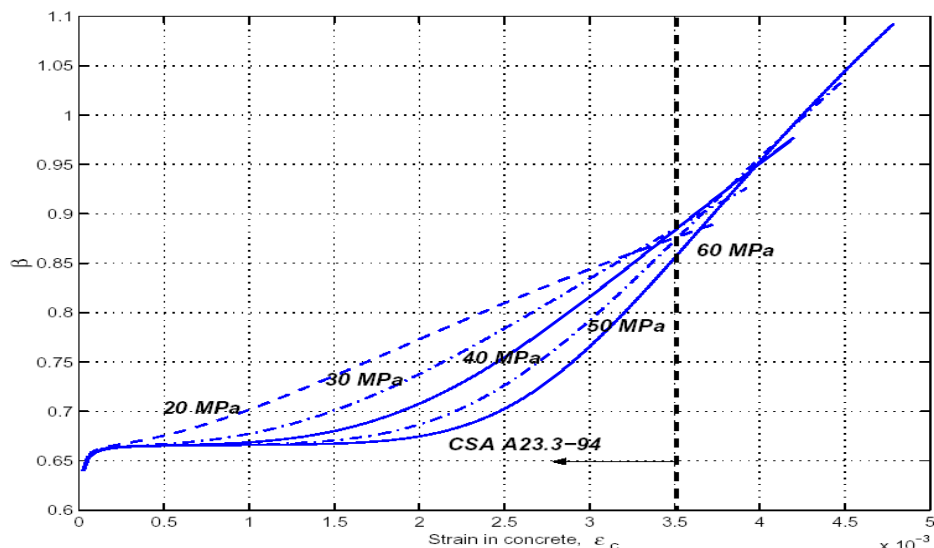
Για τον υπολογισμό του πάχους της θλιβόμενης ζώνης c , χρησιμοποιούμε την παρακάτω επαναληπτική διαδικασία. Παίρνουμε μια αρχική τιμή του c και υπολογίζουμε την

παραμόρφωση του σκυροδέματος ε_c από την σχέση $\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_{frp}}{d - c}$.

Έχοντας υπολογίσει την παραμόρφωση ε_c και γνωρίζοντας την θλιπτική αντοχή f'_c από τα Σχήματα 2-17 και 2-18, επιλέγουμε τις τιμές των α και β .



Σχήμα 2-17 :Υπολογισμός του συντελεστή α



Σχήμα 2-18 :Υπολογισμός του συντελεστή β

Από τις τιμές αυτές υπολογίζεται μια τιμή της δύναμης C . Αν ισχύει $T=C$, τότε το c που επιλέξαμε είναι το πάχος της θλιβόμενης ζώνης. Διαφορετικά, επιλέγουμε μια άλλη τιμή του c , μέχρις ότου προκύψει $T=C$. Στην συνέχεια η ροπή αντοχής της διατομής M_r υπολογίζεται από την σχέση

$$M_r = \varphi_{frp} A_{frp} f_{frp} u \left(d - \frac{\beta c}{2} \right). \quad (2.36)$$

2.4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

2.4.1 Περιγραφική διαδικασία

Τα θεωρητικά αποτελέσματα που προκύπτουν από τις εξισώσεις των δύο κανονισμών, που παρουσιάστηκαν προηγουμένα, θα συγκριθούν με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από εννέα πειραματικές δοκιμές που διεξάχθηκαν στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής και Στοιχείων Τεχνικών Έργων (Καρατζαφέρης, 2010).

Οι πειραματικές δοκοί των δοκίμων ανήκαν σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιείχε ως οπλισμό ράβδους GFRP, και η δεύτερη, ράβδους CFRP. Η γεωμετρία και οι μηχανικές ιδιότητες των ράβδων οπλισμού που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 2-2. Τα γεωμετρικά στοιχεία και οι μηχανικές ιδιότητες των πειραματικών δοκών, παρουσιάζονται στον Πίνακα 2-4.

Ο κύριος οπλισμός είχε τοποθετηθεί στο κάτω μέρος των δοκών, και σε απόσταση 1 cm από την κάτω επιφάνεια. Ο δευτερεύων οπλισμός είχε τοποθετηθεί σε όλο το μήκος των δοκών, με εξαίρεση το κεντρικό τους τμήμα, που είχε μήκος 40 cm. Στο κεντρικό τμήμα των δοκών δεν υπήρχε διατμητικός οπλισμός (συνδετήρες), ούτε δευτερεύοντας οπλισμός. Στα άλλα δύο τμήματα των δοκών, είχαν τοποθετηθεί μεταλλικοί συνδετήρες, που είχαν διάμετρο 8 mm και απείχαν μεταξύ τους 7 cm. Μετά την σκυροδέτηση τους τα δοκίμια παρέμειναν στα καλούπια για 28 ημέρες, έτσι ώστε το σκυρόδεμα να αποκτήσει την ολική αντοχή του. Οι συνθήκες του εργαστηρίου εκτιμάται ότι ήταν στους 20 °C και με υγρασία που δεν ξεπερνούσε το 90 %. Η σύνθεση του σκυροδέματος των δοκών δοκίμων παρουσιάζεται στον Πίνακα 2-3. Τα ειδικά βάρη για το τσιμέντο, την άμμο και τα χαλίκια που χρησιμοποιήθηκαν είναι 31.5 KN/m³, 15.5 KN/m³ και 17 KN/m³, αντίστοιχα. Ο λόγος νερού προς τσιμέντο εκτιμάται ότι ήταν $w/c = 0.45$ και ο εγκλωβισμένος αέρας 2%.

Πίνακας 2-2 :Γεωμετρία και μηχανικές ιδιότητες των ράβδων οπλισμού

	GFRP	CFRP
Ονομαστική διάμετρος, mm	15.88	12.7
Εμβαδόν διατομής, mm ²	197.9	126.7
Ειδικό βάρος, g/m	425	187.5
Εφελκυστική αντοχή, MPa	761	2300
Ονομαστικό Μέτρο Ελαστικότητας για Εφελκυσμό, GPa	46.7	130
Συντελεστής Θερμικής Διαστολής στην Διαμήκη Διεύθυνση, K ⁻¹	6.4×10^{-6}	0.8×10^{-6}

Προκειμένου να προσδιοριστεί η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος των δοκών για κάθε δοκό, λήφθηκαν έξι κυβικά δοκίμια διαστάσεων 15×15×15cm. Μετά από 28 ημέρες,

τα δοκίμια αυτά υποβλήθηκαν στη δοκιμή θλίψης στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής και Στοιχείων Τεχνικών Έργων της ΣΑΤΜ του ΕΜΠ. Η μέση θλιπτική αντοχή που προσδιορίστηκε για τα δοκίμια αυτά είναι στα 30 MPa .

Πίνακας 2-3: Σύνθεση σκυροδέματος

Υλικά	Ποσότητα	Μονάδες Μέτρησης
Νερό	118	Kg
Τσιμέντο	263	Kg
Άμμος	919	Kg
Χαλίκια	1249	Kg
Αέρας	2	%

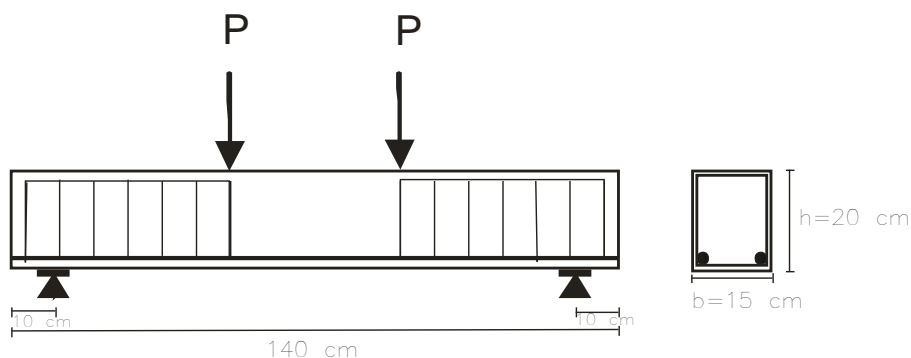
Πίνακας 2-4: Τύπος, στοιχεία, φορτίο θραύσης και τρόπος αστοχίας των πειραματικών δοκών

Τύπος Οπλισμού	Ονομασία Δοκού	Επικάλυψη mm	Κύριος Οπλισμός	Ποσοστό Οπλισμού %	Αντοχή Κυβικών δοκιμών, MPa	Πειραματική Ροπή Θραύσης KNm	Τύπος Αστοχίας
GFRP	B-G-1	17	2Φ12.7	9.43	40	21	Αστοχία θρυμματισμού σκυροδέματος
	B-G-2	17	2Φ12.7	9.43	40	22.5	Αστοχία θρυμματισμού Σκυροδέματος
	B-G-3	17	2Φ12.7	9.43	40	21.5	Αστοχία θρυμματισμού Σκυροδέματος
	B-G-4	17	2Φ16	14.9	40	29.5	Αστοχία θρυμματισμού Σκυροδέματος
	B-G-5	17	2Φ16	14.9	40	23	Αστοχία θρυμματισμού Σκυροδέματος
CFRP	B-C-1	17	2Φ12.7	9.43	40	24.5	Αστοχία θρυμματισμού Σκυροδέματος
	B-C-2	17	2Φ12.7	9.43	40	22.5	Αστοχία θρυμματισμού Σκυροδέματος
	B-C-3	17	2Φ7.8	3.52	40	20	Αστοχία θρυμματισμού Σκυροδέματος
	B-C-4	17	2Φ7.8	3.52	40	25	Αστοχία Σκυροδέματος

2.4.2 Περιγραφή των πειραματικών δοκιμών

Οι πειραματικές δοκιμές εκτελέστηκαν στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής και Στοιχείων Τεχνικών Έργων της Σ.Α.Τ.Μ. του ΕΜΠ, χρησιμοποιώντας την μηχανή κάμψης τεσσάρων σημείων, 28 ημέρες μετά την κατασκευή των πειραματικών δοκών. Οι στηρίξεις όλων των πειραματικών δοκών απείχαν μεταξύ τους 140 cm και 10 cm από τα άκρα της. Στις δοκούς επιβλήθηκαν δύο ίσες δυνάμεις P που απείχαν 50 cm από τις στηρίξεις τους δημιουργώντας με αυτό τον τρόπο συνθήκες καθαρής κάμψης στο μεσαίο τμήμα της δοκού.

Κατά την διάρκεια των δοκιμών η φόρτιση αυξανόταν αργά και μονότονα μέχρι την τελική αστοχία των δοκών. Η βύθιση των δοκών μετριόταν συνεχώς με ένα LVDT που είχε τοποθετηθεί στο μέσο του ανοίγματος των δοκών. Σε συγκεκριμένα επίπεδα φόρτισης, η διαδικασία φόρτισης σταματούσε και καταγραφόταν ο σχηματισμός των ρωγμών στις δοκούς, μετριόταν το εύρος τους και η μεταξύ τους απόστασή.



Σχήμα 2-19 Η πειραματική δοκός και η διάταξη του οπλισμού



(α)



(β)

Σχήμα 2-20 (α) Το κυβικό δοκίμιο σκυροδέματος τοποθετημένο στην μηχανή θλίψης, (β) κυβικά δοκίμια μετά την θραύση τους

2.4.3 Η πειραματική ροπή ρηγμάτωσης και η πειραματική ροπή καμπτικής αντοχής

Η ροπή κάμψης που εφαρμόζεται στην δοκό και προξενεί την πρώτη καμπτική ρωγμή ορίζεται ως η ροπή ρηγμάτωσης της δοκού και συμβολίζεται με ροπή M_{cr} . Η ροπή αυτή μπορεί να προβλεφθεί θεωρητικά χρησιμοποιώντας την σχέση (B-1) του Παραρτήματος Β. Στην σχέση αυτή υπεισέρχεται η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος της δοκού f_{ct} που υπολογίζεται σε όρους της θλιπτικής αντοχής f_{ck} με την σχέση (B-2). Οι πειραματικές τιμές των ροπών ρηγμάτωσης $M_{cr,exp}$, που καταγράφηκαν για τις πειραματικές δοκούς, και οι αντίστοιχες τιμές $M_{cr,th}^*$ που υπολογίσθηκαν θεωρητικά έχουν καταχωρηθεί στον Πίνακα 2-5. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στη σχέση (B-1) έχει αμεληθεί η ροπή αδράνειας του οπλισμού και έχει υποτεθεί ότι η διατομή της δοκού συνίσταται μόνο από σκυρόδεμα.

Πίνακας 2-5: Θεωρητικές και πειραματικές ροπές ρηγμάτωσης των πειραματικών δοκών

Τύπος οπλισμού	Δοκός	Λόγος οπλισμού ρ_f , [%]	$M_{cr,th}$	$M_{cr,th}^*$	$M_{cr,exp}$
GFRP	B-G-1	9.43	2.89	2.91	4.5
	B-G-2	9.43	2.89	2.91	4.4
	B-G-3	9.43	2.89	2.91	4.5
	B-G-4	14.9	2.89	2.93	4.4
	B-G-5	14.9	2.89	2.93	4.3
CFRP	B-C-1	9.43	2.89	3.08	3.2
	B-C-2	9.43	2.89	3.08	4.6
	B-C-3	3.52	2.89	2.96	3.8
	B-C-4	3.52	2.89	2.96	4.5

Οι ακριβέστερες τιμές των θεωρητικών τιμών ρηγμάτωσης $M_{cr,th}$, που προκύπτουν παίρνοντας υπόψη την ροπή αδράνειας του οπλισμού, έχουν καταχωρηθεί επίσης στον Πίνακα 2-5. Η σύγκριση των δύο τιμών των θεωρητικών ροπών ρηγμάτωσης δείχνει ότι

η επίδραση του οπλισμού GFRP, και επομένως του λόγου οπλισμού πάνω στην ροπή ρηγματώσης, είναι πρακτικά αμελητέα, λόγω της χαμηλής τιμής του μέτρου ελαστικότητας. Από την άλλη πλευρά, για τον οπλισμό CFRP και τον χάλυβα παρατηρούνται μεγαλύτερες διαφορές ανάμεσα στους δύο τρόπους υπολογισμού ρηγματώσης, με τον δεύτερο τρόπο να δίνει συντηρητικά αποτελέσματα. Συγκρίνοντας τα θεωρητικά αποτελέσματα με αυτά που προέκυψαν από τις πειραματικές δοκιμές προκύπτει ότι οι θεωρητικές μέθοδοι υπολογισμού των ροπών ρηγματώσης παρέχουν τιμές μικρότερες των πειραματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΟΠΛΙΣΜΟ FRP ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΙΣ ΑΡΧΕΣ ΤΟΥ EC2

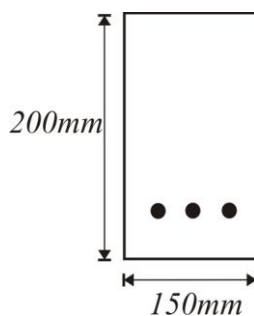
3.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό, με βάση τους κανόνες σχεδιασμού του Ευρωκώδικα-2 που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα γίνει ο υπολογισμός της καμπτικής αντοχής συγκεκριμένων διατομών σκυροδέματος στις οποίες έχει τοποθετηθεί συγκεκριμένος οπλισμός ράβδων FRP. Πρώτα θα γίνει ο προσδιορισμός της καμπτικής αντοχής τεσσάρων δοκών με οπλισμό FRP που μελετήθηκαν πειραματικά στο εργαστήριο και έχει προσδιοριστεί η πειραματική καμπτική αντοχή τους. Σκοπός της ανάλυσης αυτής είναι να γίνει σύγκριση των πειραματικών με τα αποτελέσματα που προβλέπονται από τις σχέσεις που έχουν προκύψει με βάση τις αρχές του EC2. Στη συνέχεια θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή μιας δοκού με διατομή 250×600 με ράβδους οπλισμού C-FRP (άνθρακα) και G-FRP (γυαλί) με διάφορες τιμές του οπλισμού, ώστε να ελεγχθεί αριθμητικά η ορθότητα των θεωρητικών σχέσεων που έχουν εξαχθεί με βάση τις αρχές του EC2, και να συγκριθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν με αυτά που παρέχει η εφαρμογή των αντίστοιχων σχέσεων του ISIS-CAN.

3.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΟΚΩΝ

3.2.1 Δοκός B-C-1

Στη πρώτη αριθμητική εφαρμογή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή της δοκού B-C-1 με ράβδους οπλισμού από άνθρακα, που μελετήθηκε πειραματικά στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Η δοκός B-C-1 είναι οπλισμένη με δύο ράβδους οπλισμού FRP από άνθρακα, που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 130.000 \text{ MPa}$ και διάμετρο $d_f = 12.7 \text{ mm}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 20 \text{ cm}$ και $b = 15 \text{ cm}$ (Σχήμα 3-1). Η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού είναι $c = 1.5 \text{ cm}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, για τις εξής δύο περιπτώσεις: $a_{cc} = 1$, $\gamma_f = 1$, $\gamma_c = 1$ (περίπτωση 1), και $a_{cc} = 0.85$, $\gamma_f = 1.3$, $\gamma_c = 1.5$ (περίπτωση 2).



Σχήμα: 3-1 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Περίπτωση 1: $a_{cc} = 1$, $\gamma_f = 1$, $\gamma_c = 1$

$$\text{Στατικό ύψος: } d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{12.7}{2} \right) = 178.65 \text{ mm} .$$

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{161.29}{4} 2 = 253.36 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{253.36}{150 \times 178.65} = 9.5\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = 30 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \varepsilon_f E_f &= \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 130000}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 \times 130000 \times 1 \times 30}{1000 \times 0.0095}} - \frac{1.75 \times 130000}{1000} = 789.12 \text{ MPa} . \end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}}\right) = \\ &= 0.0095 \times 789.12 \times \left(1 - 50 \frac{0.0095 \times 789.12}{1 \times 30}\right) = 6.53 \text{ MPa} , \end{aligned}$$

από όπου

$$M_{Rd} = 150 \times 178.65^2 \times 6.53 = 31.28 \text{ kNm}$$

Περίπτωση 2: $\alpha_{cc} = 0.85$, $\gamma_f = 1.3$, $\gamma_c = 1.5$.

$$\text{Στατικό ύψος: } d = h - \left(c + \frac{d_f}{2}\right) = 200 - \left(15 - \frac{12.7}{2}\right) = 178.65 \text{ mm} .$$

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{161.29}{4} 2 = 253.35 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{253.35}{150 \times 178.65} = 9.5\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \varepsilon_f E_f &= \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f} - \frac{1.75 E_f}{1000}} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 130000}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 \times 130000 \times 0.85 \times 20}{1000 \times 0.0095} - \frac{1.75 \times 130000}{1000}} = 552.30 \text{ MPa} . \end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}}\right) = \\ &= 0.0095 \times 552.30 \left(1 - 0.50 \frac{0.0095 \times 552.30}{0.85 \times 20}\right) = 4.42 \text{ MPa} , \end{aligned}$$

από όπου

$$M_{Rd} = 150 \times 178.65^2 \times 4.42 = 21.16 \text{ kNm} .$$

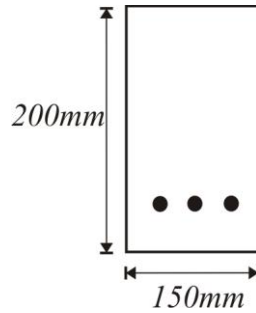
3.2.2 Δοκός B-C-3

Σαν δεύτερη αριθμητική εφαρμογή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή δοκού με διαστάσεις διατομής $h = 20 \text{ cm}$ και $b = 15 \text{ cm}$ (Σχήμα 3-2), που είναι οπλισμένη με δυο ράβδους άνθρακα μέτρου ελαστικότητας $E_f = 130.000 \text{ MPa}$ και διαμέτρου $d_f = 7.8 \text{ mm}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$) και η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού $c = 1.5 \text{ cm}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η

καμπτική αντοχή για τις εξής δύο περιπτώσεις: $a_{cc} = 1$, $\gamma_f = 1$, $\gamma_c = 1$ (περίπτωση 1), και $a_{cc} = 0.85$, $\gamma_f = 1.3$, $\gamma_c = 1.5$ (περίπτωση 2).

Περίπτωση 1: $a_{cc} = 1$, $\gamma_f = 1$, $\gamma_c = 1$

$$\text{Στατικό ύψος: } d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{7.8}{2} \right) = 181.1 \text{ mm} .$$



Σχήμα-3-2 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } A_f = \pi \frac{d^2}{4} \rho_f = \pi \frac{60.84}{4} \rho_f = 95.57 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{95.57}{150 \times 181.1} = 3.5\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = 30 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \varepsilon_f E_f &= \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 E_f a_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 130000}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 \times 130000 \times 1 \times 30}{1000 \times 0.0035}} - \frac{1.75 \times 130000}{1000} = 1412.7 \text{ MPa} . \end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}} \right) = \\ &= 0.0035 \times 1412.7 \left(1 - 0.50 \frac{0.0035 \times 1412.7}{1 \times 30} \right) = 4.56 \text{ MPa} , \end{aligned}$$

από όπου

$$M_{Rd} = 150 \times 181.1^2 \times 4.56 = 22.43 \text{ kNm}$$

Περίπτωση 2: $\alpha_{cc} = 0.85$, $\gamma_f = 1.3$, $\gamma_c = 1.5$

$$\text{Στατικό ύψος: } d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{7.8}{2} \right) = 181.1 \text{ mm} .$$

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } Af = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{60.84}{4} = 95.57 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{95.57}{150 \times 181.1} = 3.5\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \varepsilon_f E_f &= \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 130000}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 \times 130000 \times 0.85 \times 20}{1000 \times 0.0035}} - \frac{1.75 \times 130000}{1000} = 1016.2 \text{ MPa} . \end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

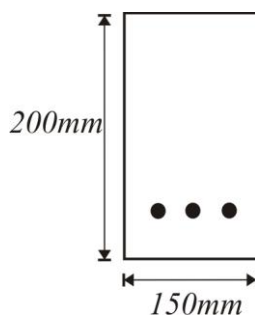
$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}} \right) =$$
$$= 0.0035 \times 1016.2 \left(1 - 0.50 \frac{0.0035 \times 1016.2}{0.85 \times 20} \right) = 3.20 \text{ MPa},$$

από όπου

$$M_{Rd} = 150 \times 181.1^2 \times 3.20 = 15.74 \text{ kNm}$$

3.2.3 Δοκός B-G-1

Η τρίτη αριθμητική εφαρμογή αφορά τον προσδιορισμό της καμπτικής αντοχής της δοκού B-G-1 με ράβδους οπλισμού από γυαλί, που μελετήθηκε πειραματικά στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Η δοκός B-G-1 είναι οπλισμένη με δύο ράβδους οπλισμού FRP από γυαλί, που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 46.700 \text{ MPa}$ και διάμετρο $d_f = 12.7 \text{ mm}$.



Σχήμα-3-2 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 20 \text{ cm}$ και $b = 15 \text{ cm}$ (Σχήμα 3-3). Η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού είναι $c = 1.5 \text{ cm}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, για τις εξής δύο

περιπτώσεις: $\alpha_{cc} = 1, \gamma_f = 1, \gamma_c = 1$ (περίπτωση 1), και $\alpha_{cc} = 0.85, \gamma_f = 1.3, \gamma_c = 1.5$ (περίπτωση 2).

Περίπτωση 1: $\alpha_{cc} = 1, \gamma_f = 1, \gamma_c = 1$

$$\text{Στατικό ύψος: } d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{12.7}{2} \right) = 178.65 \text{ mm} .$$

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{161.29}{4} 2 = 253.35 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{253.35}{150 \times 178.65} = 9.5\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = 30 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \varepsilon_f E_f &= \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f} - \frac{1.75 E_f}{1000}} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 46700}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 \times 46700 \times 1 \times 30}{1000 \times 0.0095} - \frac{1.75 \times 46700}{1000}} = 517.74 \text{ MPa} . \end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}} \right) = \\ &= 0.0095 \times 517.74 \left(1 - 0.50 \frac{0.0095 \times 517.74}{1 \times 30} \right) = 4.50 \text{ MPa} , \end{aligned}$$

Από όπου:

$$M_{Rd} = 150 \times 178.65^2 \times 4.50 = 21.52 \text{ kNm}$$

Περίπτωση 2: $\alpha_{cc} = 0.85$, $\gamma_f = 1.3$, $\gamma_c = 1.5$.

$$\text{Στατικό ύψος: } d = c - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{12.7}{2} \right) = 178.65 \text{ mm} .$$

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{161.29}{4} 2 = 253.35 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{253.35}{150 \times 178.65} = 0.0095 = 9.5\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned} \sigma_f &= \varepsilon_f E_f = \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 46700}{1000} \right)^2 + \frac{2.38 \times 46700 \times 0.85 \times 20}{1000 \times 0.0095}} - \frac{1.75 \times 46700}{1000} = 372.73 \text{ MPa} . \end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

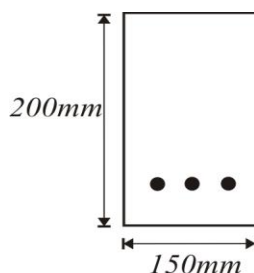
$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}} \right) = \\ &= 0.0095 \times 372.7234 \left(1 - 0.50 \frac{0.0095 \times 372.7234}{0.85 \times 20} \right) = 3.16 \text{ MPa} , \end{aligned}$$

από όπου

$$M_{Rd} = 150 \times 178.65^2 \times 3.16 = 15.12 \text{ kNm}$$

3.2.4 Δοκός B-G-4

Στη τέταρτη αριθμητική εφαρμογή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή της δοκού B-G-4 με ράβδους οπλισμού από γυαλί, που μελετήθηκε πειραματικά στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Η δοκός B-G-4 είναι οπλισμένη με δύο ράβδους οπλισμού FRP από γυαλί, που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f=46.700\text{MPa}$ και διάμετρο $d_f=16\text{mm}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f_{ck}=30\text{MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h=20\text{cm}$ και $b=15\text{cm}$ (Σχήμα 3-4). Η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού είναι $c=1.5\text{cm}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, για τις εξής δύο περιπτώσεις: $a_{cc}=1$, $\gamma_f=1$, $\gamma_c=1$ (περίπτωση 1), και $a_{cc}=0.85$, $\gamma_f=1.3$, $\gamma_c=1.5$ (περίπτωση 2).



Σχήμα-3-4 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Περίπτωση 1: $a_{cc}=1$, $\gamma_f=1$, $\gamma_c=1$

$$\text{Στατικό ύψος: } d = c - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{16}{2} \right) = 177 \text{ mm} .$$

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } Af = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{256}{4} 2 = 402.12 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{402.12}{150 \times 177} = 0.0151 = 15.1\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = 30 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \varepsilon_f E_f &= \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f} - \frac{1.75 E_f}{1000}} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 46700}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 \times 46700 \times 1 \times 30}{1000 \times 0.0151} - \frac{1.75 \times 46700}{1000}} = 394.54 \text{ MPa} . \end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}}\right) = \\ &= 0.0151 \times 394.54 \left(1 - 0.50 \frac{0.0151 \times 394.54}{1 \times 30}\right) = 5.38 \text{ MPa} , \end{aligned}$$

από όπου

$$M_{Rd} = 150 \times 177^2 \times 5.38 = 25.29 \text{ kNm}$$

Περίπτωση 2: $\alpha_{cc} = 0.85$, $\gamma_f = 1.3$, $\gamma_c = 1.5$.

$$\text{Στατικό ύψος: } d = c - \left(c + \frac{d_f}{2}\right) = 200 - \left(15 - \frac{16}{2}\right) = 177 \text{ mm} .$$

$$\text{Εμβαδόν υπάρχοντος οπλισμού: } Af = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{256}{4} 2 = 402.12 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού: } \rho_f = \frac{402.12}{150 \times 177} = 0,0151 = 15.1\% .$$

$$\text{Θλιπτική αντοχή σχεδιασμού σκυροδέματος: } f_{cd} = \frac{f_{ch}}{\gamma_c} = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa} .$$

Εφελκυστική τάση ράβδων οπλισμού FRP:

$$\begin{aligned}\sigma_f &= \varepsilon_f E_f = \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 46700}{1000}\right)^2 + \frac{2.38 \times 46700 \times 0.85 \times 20}{1000 \times 0.0151}} - \frac{1.75 \times 46700}{1000} = 280.81 \text{ MPa} .\end{aligned}$$

Καμπτική ροπή αντοχής:

$$\begin{aligned}\frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}}\right) = \\ &= 0.0151 \times 280.81 \left(1 - 0.50 \frac{0.0151 \times 280.81}{0.85 \times 20}\right) = 3.72 \text{ MPa} ,\end{aligned}$$

από όπου

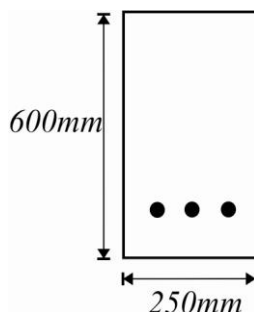
$$M_{Rd} = 150 \times 177^2 \times 3.72 = 17.49 \text{ kNm}.$$

3.3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ C-FRP (ΑΝΘΡΑΚΑ)

3.3.1 Δεδομένα Δοκών

Στη συνέχεια προσδιορίζεται η καμπτική αντοχή δοκού με ράβδους οπλισμού FRP από άνθρακα που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 130000 \text{ MPa}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 60 \text{ cm}$ και $b = 25 \text{ cm}$ (250×600) (Σχήμα 3-5). Το στατικό ύψος της δοκού είναι $d = 580 \text{ mm}$. Η συνολική εφελκυστική αντοχή είναι $f_{fu} = 2300 \text{ MPa}$. Οι συντελεστές

ασφαλείας των υλικών παίρνονται ίσοι με $\gamma_c = 1.5$, $\gamma_f = 1.3$ και ο συντελεστής φορτίου ίσος με $\alpha_{cc} = 0.85$.



Σχήμα-3-5 Γεωμετρία της διατομής

Ο συντελεστής c_E παίρνεται από τον Πίνακα 2.1 ίσος με $c_E = 0.9 \times c_E^* = 0.9 \times 1 = 0.9$.

Η θλιπτική αντοχή σχεδιασμού του σκυροδέματος υπολογίζεται από την σχέση

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa}$$

και η εφελκυστική αντοχή σχεδιασμού του FRP με την σχέση

$$f_{fd} = \frac{f_{fu}}{\gamma_f} = \frac{2300}{1.3} = 1769.2 \text{ MPa}$$

Η εφελκυστική παραμόρφωση αντοχής σχεδιασμού

$$\text{είναι } \varepsilon_{fd} = \frac{f_{fd}}{E_f} = \frac{1769.2}{130000} = 13.6\%$$

Στην συνέχεια θα γίνει σχεδιασμός διατομής

για αστοχία από θλίψη σκυροδέματος (περίπτωση 1), σχεδιασμός διατομής για αστοχία από διάρρηξη οπλισμού με $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co} = 2\%$, (περίπτωση 2) και, τέλος σχεδιασμός διατομής από διάρρηξη οπλισμού με $\varepsilon_{co} = 2\% < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5\%$ (περίπτωση 3).

3.3.2 Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από θλίψη σκυροδέματος (υπέρ-οπλισμένη διατομή).

Η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε υπεροπλισμό της διατομής, ο οποίος οδηγεί σε αστοχία από το θρυμματισμό του σκυροδέματος. Για να επιτευχθεί αυτή η κατάσταση για μια την

διατομή δοκού 250 x 600 ($d=580$) θεωρούμε οπλισμό με τέσσερις ράβδους από άνθρακα διαμέτρου $d_f = 12.7 \text{ mm}$.

Η καμπτική αντοχή της διατομής αυτής υπολογίζεται με βάση τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2.

$$\text{Εμβαδόν οπλισμού FRP: } A_f = 4 \frac{\pi d_f^2}{4} = 4 \frac{\pi \times 12.7^2}{4} = 506.71 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής: } \rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{506.71}{250 \times 580} = 3.5\% .$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής :

$$\begin{aligned} \rho_{f,bal} &= \frac{A_{f,bal}}{bd} = \frac{2.38 E_f}{3.5 E_f + 1000 c_E f_{fd}} \frac{f_{cd}}{c_E f_{fd}} = \\ &= \frac{2.38 \times 130000}{3.5 \times 130000 + 1000 \times 0.9 \times 1769.23} \frac{20}{0.9 \times 1769.23} = 1.9\% . \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι, πράγματι, ο υπάρχων οπλισμός είναι μεγαλύτερος από τον οπλισμό της ισόρροπης διατομής, δηλαδή $\rho_f = 3.5\% > \rho_{f,bal} = 1.9\%$

Στην συνέχεια θα προσδιορίσουμε την τάση που αναπτύσσεται στις ράβδους οπλισμού και την ροπή αντοχής της διατομής.

Η τάση στις ράβδους FRP είναι:

$$\begin{aligned} \sigma_f = \varepsilon_f E_f &= \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000}\right)^2 + \frac{2.8 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.75 \times 130000}{1000}\right)^2 + \frac{2.8 \times 130000 \times 0.85 \times 20}{1000 \times \frac{3.5}{1000}}} - \frac{1.75 \times 130000}{1000} = 1020.3 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Η τάση αυτή είναι μικρότερη από την τάση αστοχίας σχεδιασμού μειωμένη από τις συνθήκες περιβάλλοντος

$$\sigma_f = 1020.3 \text{ MPa} \quad c_E f_{fd} = 0.9 \times 1769.2 = 1592.3 \text{ MPa}$$

Η ροπή αντοχής είναι:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}} \right) = \\ &= 0.0035 \times 1020.3 \left(1 - 0.50 \frac{0.0035 \times 1020.3}{0.85 \times 20} \right) = 3.19 \text{ MPa} \end{aligned}$$

από όπου

$$M_{Rd} = 250 \times 580^2 \times 3.5 = 268.4 \text{ kNm}$$

3.3.3 Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από διάρρηξη οπλισμού με $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co} = 2\text{‰}$ (υπό-οπλισμένη διατομή).

Στην δεύτερη περίπτωση θα υπολογιστεί η καμπτική αντοχή της ίδιας διατομής έχοντας επιλέξει δύο ράβδους οπλισμού FRP από άνθρακα με διάμετρο $d_f = 9.525 \text{ mm}$.

$$\text{Εμβαδόν οπλισμού: } A_f = 2 \frac{\pi d_f^2}{4} = 2 \frac{\pi \times 9.525^2}{4} = 142.51 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής: } \rho_f = \frac{A_f}{b d} = \frac{142.51}{250 \times 580} = 0.98\text{‰} .$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής :

$$\begin{aligned} \rho_{f,bal} &= \frac{A_{f,bal}}{bd} = \frac{2.38 E_f}{3.5 E_f + 1000 c_E f_{fd}} \frac{f_{cd}}{c_E f_{fd}} = \\ &= \frac{2.38 \times 130000}{3.5 \times 130000 + 1000 \times 0.9 \times 1769.23} \frac{20}{0.9 \times 1769.23} = 1.9\text{‰} . \end{aligned}$$

Η παραμόρφωση ε_c του σκυροδέματος θα προκύψει από την τριτοβάθμια εξίσωση,

$$\varepsilon_c^3 - 4\varepsilon_c^2 + \frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} \varepsilon_c + \frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} c_E \frac{f_{fd}}{E_f} 1000 = 0.$$

Για τον αριθμητικό προσδιορισμό των λύσεων της εξίσωσης αυτής υπολογίζονται οι σταθεροί όροι της εξίσωσης,

$$\frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} = \frac{6 \times 0.98 \times 0.90 \times 1769.2}{1000 \times 0.85 \times 20} = 0.55,$$

$$c_E \frac{f_{fd}}{E_f} 1000 = \frac{0.90 \times 1769.2}{130000} 1000 = 12.25.$$

Έτσι, η τριτοβάθμια εξίσωση με άγνωστη την παραμόρφωση παίρνει την μορφή

$$\varepsilon_c^3 - 4\varepsilon_c^2 + 0.55\varepsilon_c + 0.55 \times 12.25 = 0.$$

Η αποδεκτή ρίζα της εξίσωσης αυτής, από την αριθμητική επίλυση που γίνεται, είναι :

$$\varepsilon_c = 1.96\text{‰} < \varepsilon_{c0} = 2\text{‰}.$$

Το πάχος της θλιβόμενης ζώνης χ υπολογίζεται από το διάγραμμα των παραμορφώσεων χρησιμοποιώντας όμοια τρίγωνα. Προκύπτει:

$$\frac{\chi}{1.96} = \frac{580 - \chi}{12.25} = \frac{580}{1.96 + 12.25},$$

από όπου:

$$\chi = 1.96 \frac{580}{1.96 + 12.25} = 80.12 \text{ mm}.$$

Μέγιστη τάση στο σκυρόδεμα :

$$\sigma_{cd} = \alpha_{cc} f_{cd} \varepsilon_c \left(1 - \frac{1}{4} \varepsilon_c \right) = 0.85 \times 20 \times 1.96 \times (1 - 0.25 \times 1.96) = 17 \text{ MPa}.$$

$$\text{Θλιπτική δύναμη στο σκυρόδεμα : } F_c = \frac{2}{3} \sigma_{cd} b \chi = \frac{2}{3} \times 17 \times 250 \times 80 = 226920 \text{ N .}$$

Εφελκυστική τάση σχεδιασμού στις ράβδους FRP:

$$\sigma_{fd} = E_f c_E \varepsilon_{fd} = \frac{130000 \times 12.25}{1000} = 1592.3 \text{ MPa .}$$

$$\text{Εφελκυστική δύναμη στις ράβδους FRP: } F_f = \sigma_{fd} A_f = 1592.3 \times 142.44 = 226920 \text{ N .}$$

Από τα παραπάνω δείχνεται ότι, υπάρχει ισορροπία δυνάμεων, δηλαδή η λύση που προσδιορίζεται είναι η σωστή.

Θα υπολογιστεί πρώτα η ροπή αντοχής με βάση τον αριθμητικό προσδιορισμό του ζεύγους δυνάμεων και τον υπολογισμό του μοχλοβραχίονα τους

$$\text{Μοχλοβραχίονας δυνάμεων : } \xi = d - \frac{2}{5} \chi = 580 - \frac{2}{5} 80 = 547.95 \text{ mm .}$$

$$\text{Ροπή αντοχής διατομών : } M_{Rd} = F \xi = 226.8 \times 0.548 = 124.34 \text{ kNm .}$$

Με την εφαρμογή του σχετικού τύπου έχουμε:

$$\frac{M_{Rd}}{b d^2} = \rho_f c_E f_{fd} \left(1 - 0.40 \frac{\chi}{d} \right) = 0.98 \times 0.90 \times 1769.23 \left(1 - 0.40 \frac{80}{580} \right) = 1.48 ,$$

από όπου

$$M_{Rd} = 1.48 \times 250 \times 580^2 = 124.34 \text{ kNm}$$

Παρατηρούμε ότι οι δύο τρόποι παρέχουν ταυτόσημα αποτελέσματα.

3.3.4 Σχεδιασμός από διάρρηξη οπλισμού με $\varepsilon_{co} = 2‰ < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5‰$

Προκειμένου να επιτευχθεί η αστοχία από διάρρηξη οπλισμού θεωρούμε την ίδια διατομή δοκού 250 x 600 ($d=580$ mm) που είναι οπλισμένη με δύο ράβδους άνθρακα διαμέτρου $d_f = 12.7$ mm. Για την περίπτωση αυτή οι παράμετροι σχεδιασμού είναι :

$$\text{Εμβαδόν οπλισμού FRP: } A_f = 2 \frac{\pi d_f^2}{4} = 2 \frac{\pi \times 12.7^2}{4} = 253.35 \text{ mm}^2.$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής : } \rho_f = \frac{A_f}{b d} = \frac{253.35}{250 \times 580} = 1.7‰$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής :

$$\begin{aligned} \rho_{f,bal} &= \frac{A_{f,bal}}{bd} = \frac{2.38 E_f}{3.5 E_f + 1000 c_E f_{fd}} \frac{f_{cd}}{c_E f_{fd}} = \\ &= \frac{2.38 \times 130000}{3.5 \times 130000 + 1000 \times 0.9 \times 1769.23} \frac{20}{0.9 \times 1769.23} = 1.9‰ \end{aligned}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι πράγματι η διατομή είναι υπό-οπλισμένη γιατί :

$$\rho_f = 1.75‰ < \rho_{f,bal} = 1.9‰$$

Για τον υπολογισμό της παραμόρφωσης θα υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε στον οριζόντιο κλάδο του διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων του σκυροδέματος, δηλαδή:

$$\varepsilon_{co} = 2‰ < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5‰.$$

Στην περίπτωση αυτή η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση σκυροδέματος είναι:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c &= \frac{\rho_f c_E^2 f_{fd}^2 + 0.66 E_f \left(\frac{\alpha_{cc} f_{cd}}{1000} \right)}{E_f \left(\alpha_{cc} f_{cd} - \rho_f c_E f_{fd} \right)} = \\ &= \frac{\frac{1.75}{1000} 0.9^2 \times 1769.23^2 + 0.66 \times 130000 \left(\frac{0.85 \times 20}{1000} \right)}{130000 \left(0.85 \times 20 - \frac{1.75}{1000} 0.9 \times 1769.23 \right)} = 3.2‰ \end{aligned}$$

Πράγματι, ισχύει ότι:

$$\varepsilon_{co} = 2‰ < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5‰.$$

Στην συνέχεια, θα υπολογίσουμε την ροπή αστοχίας της διατομής με βάση τις σχέσεις που παρουσιάσθηκαν προηγουμένα:

Το συνολικό πλάτος θλιβόμενης ζώνης είναι:

$$\frac{\chi}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} = \frac{3.2}{3.2 + 0.9 \times 13.61} = 0.2064,$$

από όπου

$$\chi = 119.72 \text{ mm}.$$

Το τμηματικό πλάτος της θλιβόμενης ζώνης χ' είναι:

$$\frac{\chi'}{d} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{co}}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} = \frac{3.2 - 2}{3.2 + 0.9 \times 13.61} = 0.0768,$$

από όπου

$$\chi' = 44.57 \text{ mm}.$$

Το τμήμα του πλάτους χ'' της θλιβόμενης ζώνης είναι:

$$\frac{\chi''}{d} = \frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} = \frac{2}{3.2 + 0.9 \times 13.61} = 0.1296,$$

από όπου

$$\chi'' = 75.16 \text{ mm}.$$

Συνεπώς η ροπή αντοχής της διατομής είναι:

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \frac{\chi'}{d} \alpha_{cc} f_{cd} \left(1 - 0.5 \frac{\chi'}{d}\right) + \frac{\chi''}{d} 0.66 \alpha_{cc} f_{cd} \left(1 - \frac{\chi}{d} + 0.6 \frac{\chi''}{d}\right) =$$

$$= \frac{44.57}{580} 0.85 \times 20 \left(1 - 0.5 \frac{44.57}{580}\right) + \frac{75.16}{580} 0.66 \times 0.85 \times 20 \left(1 - \frac{119.72}{580} + 0.6 \frac{75.15}{580}\right) = 2.52 ,$$

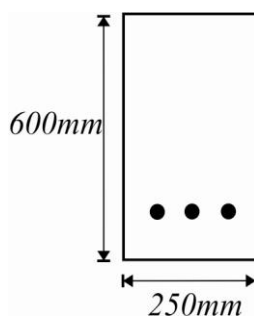
από όπου

$$M_{Rd} = 2.52 \times 250 \times 580^2 = 212.18 \text{ kNm}$$

3.4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ G-FRP (ΓΥΑΛΙ)

3.4.1 Δεδομένα Δοκών

Στη συνέχεια προσδιορίζεται η καμπτική αντοχή δοκού με ράβδους σπλισμού FRP από γυαλί που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 46700 \text{ MPa}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 60 \text{ cm}$ και $b = 25 \text{ cm}$ (250×600) (Σχήμα 3-6). Το στατικό ύψος της δοκού είναι $d = 580 \text{ mm}$.



Σχήμα-3-6 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Η συνολική εφελκυστική αντοχή των ράβδων είναι $f_{fu} = 788 \text{ MPa}$. Οι συντελεστές ασφαλείας του σκυροδέματος και του σπλισμού λαμβάνονται ίσες με $\gamma_c = 1.5$, $\gamma_f = 1.3$ και ο συντελεστής φορτίου είναι $\alpha_{cc} = 0.85$. Από τον πίνακα 2.1 για τον συντελεστή c_E έχουμε $c_E = 0.9 \times c_E^* = 0.9 \times 0.8 = 0.72$. Η θλιπτική αντοχή σχεδιασμού του

σκυροδέματος υπολογίζεται από την σχέση $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa}$ και η εφελκυστική

αντοχή σχεδιασμού του FRP είναι $f_{fd} = \frac{f_{fu}}{\gamma_f} = \frac{788}{1.3} = 606.15 \text{ MPa}$. Για την

εφελκυστική παραμόρφωση αντοχής του σχεδιασμού FRP έχουμε

$\varepsilon_{fd} = \frac{f_{fd}}{E_f} = \frac{606.15}{46700} = 13\%$. Παρακάτω εξετάζονται οι τρεις περιπτώσεις που

εξετάστηκαν και στην περίπτωση του άνθρακα.

3.4.2 Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από θλίψη σκυροδέματος (υπέρ-οπλισμένη διατομή).

Παρακάτω γίνεται ο σχεδιασμός της διατομής για οπλισμό με τέσσερις ράβδους FRP από γυαλί διαμέτρου $d_f = 20 \text{ mm}$.

Εμβαδόν οπλισμού FRP: $A_f = 4 \frac{\pi d_f^2}{4} = 4 \frac{\pi \times 20^2}{4} = 1256.6 \text{ mm}^2$.

Ποσοστό οπλισμού διατομής: $\rho_f = \frac{A_f}{b d} = \frac{1256.63}{250 \times 580} = 8.7\%$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής :

$$\rho_{f,bal} = \frac{A_{f,bal}}{bd} = \frac{2.38E_f}{3.5E_f + 1000 c_E f_{fd}} \frac{f_{cd}}{c_E f_{fd}} =$$

$$= \frac{2.38 \times 46700}{3.5 \times 46700 + 1000 \times 0.72 \times 606.15} \frac{20}{0.72 \times 606.15} = 8.5\%$$

Ο υπάρχων οπλισμός είναι μεγαλύτερος από τον οπλισμό της ισόρροπης διατομής: $\rho_f = 8.7\% > \rho_{f,bal} = 8.5\%$, δηλαδή η διατομή είναι υπερολισμένη, και συνεπώς, η αστοχία είναι από θρυμματισμό σκυροδέματος.

Στην συνέχεια θα προσδιορίσουμε την τάση που αναπτύσσεται στις ράβδους οπλισμού και την ροπή αντοχής της διατομής.

Η τάση στις ράβδους FRP είναι:

$$\sigma_f = \varepsilon_f E_f = \sqrt{\left(\frac{1.75 E_f}{1000}\right)^2 + \frac{2.8 E_f \alpha_{cc} f_{cd}}{1000 \rho_f}} - \frac{1.75 E_f}{1000} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{1.75 \times 46700}{1000}\right)^2 + \frac{2.8 \times 46700 \times 0.85 \times 20}{1000 \times \frac{8.7}{1000}}} - \frac{1.75 \times 46700}{1000} = 392.30 \text{ MPa} .$$

Η τάση αυτή είναι μικρότερη από την τάση αστοχίας σχεδιασμού μειωμένη από τις συνθήκες περιβάλλοντος :

$$\sigma_f = 392.3 \text{ MPa} < c_E f_{fd} = 0.72 \times 606.15 = 436.43 \text{ MPa} .$$

Η ροπή αντοχής είναι:

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.50 \frac{\rho_f \sigma_f}{\alpha_{cc} f_{cd}}\right) =$$

$$= 0.0087 \times 392.30 \left(1 - 0.50 \frac{0.0087 \times 392.30}{0.85 \times 20}\right) = 3.06 \text{ MPa} ,$$

από όπου:

$$M_{Rd} = 3.39 \times 250 \times 580^2 = 257.34 \text{ kNm}$$

3.4.3 Σχεδιασμός διατομής για αστοχία από διάρρηξη οπλισμού με $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0} = 2\text{‰}$ (υπό-οπλισμένη διατομή).

Στην συνέχεια θα γίνει ο σχεδιασμός της διατομής για τέσσερις ράβδους οπλισμού FRP από γυαλί με διάμετρο $d_f = 12.7 \text{ mm}$.

$$\text{Εμβαδόν οπλισμού : } A_f = 4 \frac{\pi d_f^2}{4} = 4 \frac{\pi \times 12.7^2}{4} = 506.71 \text{ mm}^2 .$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής : } \rho_f = \frac{A_f}{b d} = \frac{506.71}{250 \times 580} = 3.5\%$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής :

$$\begin{aligned} \rho_{f,bal} &= \frac{A_{f,bal}}{bd} = \frac{2.38E_f}{3.5E_f + 1000 c_E f_{fd}} \frac{f_{cd}}{c_E f_{fd}} = \\ &= \frac{2.38 \times 46700}{3.5 \times 46700 + 1000 \times 0.72 \times 606.15} \frac{20}{0.72 \times 606.15} = 8.5\% \end{aligned}$$

Η παραμόρφωση ε_c του σκυροδέματος θα προκύψει από την τριτοβάθμια εξίσωση :

$$\varepsilon_c^3 - 4\varepsilon_c^2 + \frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} \varepsilon_c + \frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} c_E \frac{f_{fd}}{E_f} 1000 = 0 .$$

Για τον αριθμητικό προσδιορισμό των λύσεων της εξίσωσης αυτής υπολογίζονται οι σταθεροί όροι είναι:

$$\frac{6\rho_f c_E f_{fd}}{\alpha_{cc} f_{cd}} = \frac{6 \times 3.5 \times 0.72 \times 606.15}{1000 \times 0.85 \times 20} = 0.54 ,$$

$$c_E \frac{f_{fd}}{E_f} 1000 = \frac{0.72 \times 606.15}{46700} 1000 = 9.35 .$$

Έτσι, η τριτοβάθμια εξίσωση με άγνωστη την παραμόρφωση παίρνει την μορφή :

$$\varepsilon_c^3 - 4\varepsilon_c^2 + 0.54\varepsilon_c + 0.54 \times 9.35 = 0 .$$

Από την αριθμητική επίλυση, η αποδεκτή ρίζα της εξίσωσης αυτής είναι :

$$\varepsilon_c = 1.55\% < \varepsilon_{c0} = 2\% .$$

Το πάχος της θλιβόμενης ζώνης χ υπολογίζεται από το διάγραμμα των παραμορφώσεων χρησιμοποιώντας όμοια τρίγωνα. Προκύπτει :

$$\frac{\chi}{1.55} = \frac{580 - \chi}{12.25} = \frac{580}{1.55 + 12.25},$$

από όπου

$$\chi = 1.55 \frac{580}{1.55 + 12.25} = 82.30 \text{ mm}.$$

Μέγιστη τάση στο σκυρόδεμα :

$$\sigma_{cd} = \alpha_{cc} f_{cd} \varepsilon_c \left(1 - \frac{1}{4} \varepsilon_c\right) = 0.85 \times 20 \times 1.55 \times (1 - 0.25 \times 1.55) = 16.12 \text{ MPa}.$$

$$\text{Θλιπτική δύναμη στο σκυρόδεμα : } F_c = \frac{2}{3} \sigma_{cd} b \chi = \frac{2}{3} \times 16.12 \times 250 \times 82.30 = 221140 \text{ N}.$$

Εφελκυστική τάση σχεδιασμού στις ράβδους FRP:

$$\sigma_{fd} = E_f c_E \varepsilon_{fd} = \frac{46700 \times 9.35}{1000} = 436.43 \text{ MPa}.$$

$$\text{Εφελκυστική δύναμη στους ράβδους FRP: } F_f = \sigma_{fd} A_f = 436.43 \times 506.71 = 221140 \text{ N}.$$

Από τα παραπάνω δείχνεται ότι, υπάρχει ισορροπία δυνάμεων, δηλαδή η λύση που προσδιορίζεται είναι η σωστή.

Θα υπολογιστεί πρώτα η ροπή αντοχής με βάση τον αριθμητικό προσδιορισμό του ζεύγους δυνάμεων και του μοχλοβραχίονα του.

$$\text{Μοχλοβραχίονας δυνάμεων : } \xi = d - \frac{2}{5} \chi = 580 - \frac{2}{5} 82.30 = 547.08 \text{ mm}.$$

$$\text{Ροπή αντοχής διατομών : } M_{Rd} = F \xi = 221.14 \times 0.54708 = 120.98 \text{ kNm}$$

Με την εφαρμογή του σχετικού τύπου έχουμε:

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \rho_f c_E f_{fd} \left(1 - 0.40 \frac{\chi}{d}\right) = 0.35 \times 0.72 \times 606.15 \left(1 - 0.40 \frac{82.30}{580}\right) = 1.44,$$

από όπου

$$M_{Rd} = 1.44 \times 250 \times 580^2 = 120.98 \text{ kNm}$$

3.4.4 Σχεδιασμός από διάρρηξη οπλισμού με $\varepsilon_{co} = 2\text{‰} < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5\text{‰}$

Στην συνέχεια θα επαναληφθεί η διαδικασία για οπλισμό της διατομής με τέσσερις ράβδους γυαλί διαμέτρου $d_f = 16 \text{ mm}$.

$$\text{Εμβαδόν οπλισμού FRP: } A_f = 4 \frac{\pi d_f^2}{4} = 4 \frac{\pi \times 16^2}{4} = 804.25 \text{ mm}^2.$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής: } \rho_f = \frac{A_f}{b d} = \frac{804.25}{250 \times 580} = 5.5\text{‰}.$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής :

$$\begin{aligned} \rho_{f,bal} &= \frac{A_{f,bal}}{bd} = \frac{2.38 E_f}{3.5 E_f + 1000 c_E f_{fd}} \frac{f_{cd}}{c_E f_{fd}} = \\ &= \frac{2.38 \times 46700}{3.5 \times 46700 + 1000 \times 0.72 \times 606.15} \frac{20}{0.72 \times 606.15} = 8.5\text{‰} \end{aligned}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η διατομή είναι υπό –οπλισμένη γιατί:

$$\rho_f = 5.5\text{‰} < \rho_{f,bal} = 8.5\text{‰}.$$

Για τον υπολογισμό της παραμόρφωσης θα υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε στον οριζόντιο κλάδο του διαγράμματος τάσεων-παραμορφώσεων του σκυροδέματος, δηλαδή:

$$\varepsilon_{co} = 2‰ < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3.5‰.$$

Στην περίπτωση αυτή η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση σκυροδέματος είναι :

$$\begin{aligned} \varepsilon_c &= \frac{\rho_f c_E^2 f_{fd}^2 + 0.66 E_f \left(\frac{\alpha_{cc} f_{cd}}{1000} \right)}{E_f \left(\alpha_{cc} f_{cd} - \rho_f c_E f_{fd} \right)} = \\ &= \frac{\frac{5.5}{1000} 0.72^2 \times 606.15^2 + 0.66 \times 46700 \left(\frac{0.85 \times 20}{1000} \right)}{46700 \left(0.85 \times 20 - \frac{5.5}{1000} 0.72 \times 606.15 \right)} = 2.3‰ \end{aligned}$$

Πράγματι, ισχύει ότι: $\varepsilon_{co} = 2‰ < \varepsilon_c = 2.3‰ < \varepsilon_{cu} = 3.5‰$.

Στην συνέχεια, θα υπολογίσουμε την ροπή αστοχίας της διατομής με βάση τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν προηγουμένα. Το συνολικό πλάτος θλιβόμενης ζώνης είναι:

$$\frac{\chi}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} = \frac{2.3}{2.3 + 0.72 \times 12.98} = 0.199,$$

από όπου

$$\chi = 115.40 \text{ mm}.$$

Το τμήμα πλάτους χ' της θλιβόμενης ζώνης:

$$\frac{\chi'}{d} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{co}}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} = \frac{2.3 - 2}{2.3 + 0.72 \times 12.98} = 0.0275,$$

από όπου

$$\chi' = 15.97 \text{ mm}.$$

Το τμήμα πλάτους χ'' της θλιβόμενης ζώνης είναι :

$$\frac{\chi''}{d} = \frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_c + c_E \varepsilon_{fd}} = \frac{2}{2.3 + 0.72 \times 12.98} = 0.1714,$$

από όπου

$$\chi'' = 99.43 \text{ mm}.$$

Συνεπώς η ροπή αντοχής είναι

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rd}}{bd^2} &= \frac{\chi'}{d} a_{cc} f_{cd} \left(1 - 0.5 \frac{\chi'}{d}\right) + \frac{\chi''}{d} 0.66 a_{cc} f_{cd} \left(1 - \frac{\chi}{d} + 0.6 \frac{\chi''}{d}\right) = \\ &= \frac{15.97}{580} 0.85 \times 20 \left(1 - 0.5 \frac{15.97}{580}\right) + \frac{99.43}{580} 0.66 \times 0.85 \times 20 \left(1 - \frac{115.40}{580} + 0.6 \frac{99.43}{580}\right) = 2.2 \end{aligned}$$

από όπου

$$M_{Rd} = 2.2 \times 250 \times 580^2 = 185.04 \text{ kNm}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΟΠΛΙΣΜΟ FRP ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ ISIS-CA

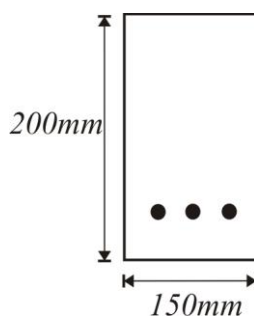
4.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό, με βάση τους κανόνες σχεδιασμού του ISIS-CAN που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα γίνει ο υπολογισμός της καμπτικής αντοχής συγκεκριμένων διατομών σκυροδέματος στις οποίες έχει τοποθετηθεί συγκεκριμένος οπλισμός ράβδων FRP. Καταρχήν, θα γίνει ο προσδιορισμός της καμπτικής αντοχής τριών δοκών με οπλισμό FRP, που μελετήθηκαν πειραματικά στο εργαστήριο και έχει προσδιοριστεί η πειραματική καμπτική αντοχή τους. Σκοπός της ανάλυσης αυτής είναι να συγκριθούν τα πειραματικά με τα θεωρητικά αποτελέσματα. Στη συνέχεια, θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή μιας δοκού με διατομή 250×600 με ράβδους οπλισμού C-FRP (άνθρακα) και G-FRP (γυαλί) για διάφορες τιμές του ποσοστού οπλισμού. Ο σκοπός των αναλύσεων αυτών είναι να συγκριθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν εφαρμόζοντας τις εξισώσεις ISIS-CAN, με αυτά που παρέχει η εφαρμογή των αντίστοιχων σχέσεων του EC2.

4.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΟΚΩΝ

4.2.1 Δοκός B-C -1

Στη πρώτη αριθμητική εφαρμογή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή της δοκού B-C-1 με ράβδους οπλισμού από άνθρακα, που μελετήθηκε πειραματικά στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Η δοκός B-C-1 είναι οπλισμένη με δύο ράβδους οπλισμού FRP από άνθρακα, που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 130.000 \text{ MPa}$ και διάμετρο $d_f = 12.7 \text{ mm}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f'_c = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 20 \text{ cm}$ και $b = 15 \text{ cm}$ (Σχήμα 4-1). Η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού είναι $c = 1.5 \text{ cm}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2.



Σχήμα: 4-1 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Η ροπή αντοχής υπολογίζεται από την σχέση: $M_u = A_f f_f y_{CT}$

Το εμβαδόν του υπάρχοντος οπλισμού είναι: $A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{161.29}{4} 2 = 253.36 \text{ mm}^2$

$$f_f = 0.5 E_f \varepsilon_{cu} \left[\left(1 + 4 \alpha_1 \frac{\beta_1 f'_c}{\rho_f E_f \varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

με: $\varepsilon_{cu} = 0.0035$.

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$

Ποσοστό οπλισμού: $\rho_f = \frac{A_f}{bd}$

$$d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{12.7}{2} \right) = 178.65 \text{ mm} .$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{253.36}{150 \times 178.65} = 9.5\%$$

Και έτσι έχουμε:

$$f_f = 0.5 \times 130000 \times 0.0035 \left[\left(1 + 4 \times 0.805 \frac{0.895 \times 30}{0.0095 \times 130000 \times 0.0035} \right)^{1/2} - 1 \right] = 817.41 .$$

$$y_{CT} = d - \beta_1 \frac{c}{2} = 178.65 - 0.85 \frac{15}{2} = 171.94 .$$

Και

$$M_u = A_f f_f y_{CT} = 253.35 \times 815.06 \times 171.94 = 35610000 \text{ Nmm}$$

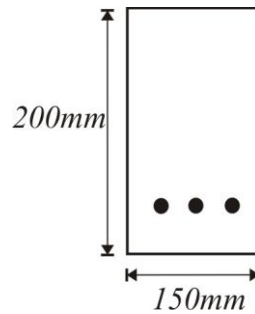
από όπου

$$M_u = 35.61 \text{ kNm}$$

4.2.2 Δοκός B-C -3

Στη πρώτη αριθμητική εφαρμογή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή της δοκού B-C-3 με ράβδους οπλισμού από άνθρακα, που μελετήθηκε πειραματικά στο εργαστήριο

Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Η δοκός B-C-1 είναι οπλισμένη με δύο ράβδους οπλισμού FRP από άνθρακα, που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 130.000 \text{ MPa}$ και διάμετρο $d_f = 7.8 \text{ mm}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f'_c = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 20 \text{ cm}$ και $b = 15 \text{ cm}$ (Σχήμα 4-2). Η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού είναι $c = 1.5 \text{ cm}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάσθηκαν στο Κεφάλαιο 2.



Σχήμα: 4-2 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Η ροπή αντοχής υπολογίζεται από την σχέση: $M_u = A_f f_f y_{CT}$

Το εμβαδόν του υπάρχοντος οπλισμού είναι: $A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{60.84}{4} 2 = 95.57 \text{ mm}^2$.

$$f_f = 0.5 E_f \varepsilon_{cu} \left[\left(1 + 4 \alpha_1 \frac{\beta_1 f'_c}{\rho_f E_f \varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

με: $\varepsilon_{cu} = 0.0035$.

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$

Ποσοστό οπλισμού: $\rho_f = \frac{A_f}{bd}$

$$d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{7.8}{2} \right) = 181.1 \text{ mm}$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{95.57}{150 \times 181.1} = 3.5\text{‰}$$

Και έτσι έχουμε:

$$f_f = 0.5 \times 130000 \times 0.0035 \left[\left(1 + 4 \times 0.85 \frac{0.895 \times 30}{0.0035 \times 130000 \times 0.0035} \right)^{1/2} - 1 \right] = 1459.9$$

$$y_{CT} = d - \beta_1 \frac{c}{2} = 181.1 - 0.85 \frac{15}{2} = 174.39$$

Και

$$M_u = A_f f_f y_{CT} = 95.57 \times 1459.9 \times 174.39 = 24330000 \text{ Nmm}$$

από όπου

$$M_u = 24.33 \text{ kNm}$$

4.2.3 Δοκός B-G-1

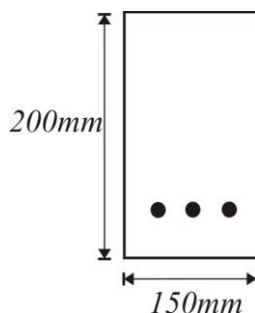
Η δεύτερη αριθμητική εφαρμογή αφορά τον προσδιορισμό της καμπτικής αντοχής της δοκού B-G-1 με ράβδους οπλισμού από γυαλί, που μελετήθηκε πειραματικά στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Η δοκός B-G-1 είναι οπλισμένη με δύο ράβδους οπλισμού FRP από γυαλί, που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 46700 \text{ MPa}$ και διάμετρο $d_f = 12.7 \text{ mm}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f'_c = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 20 \text{ cm}$ και $b = 15 \text{ cm}$ (Σχήμα 4-3). Η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού είναι $c = 1.5 \text{ cm}$. Για την δοκό αυτή

θα προσδιοριστεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2.

Το εμβαδόν του υπάρχοντος οπλισμού είναι: $A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{161.29}{4} 2 = 253.36 \text{ mm}^2$

$$f_f = 0.5 E_f \varepsilon_{cu} \left[\left(1 + 4 \alpha_1 \frac{\beta_1 f'_c}{\rho_f E_f \varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

με: $\varepsilon_{cu} = 0,0035$.



Σχήμα:4-3 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$

Ποσοστό οπλισμού: $\rho_f = \frac{A_f}{bd}$

$$d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{12.7}{2} \right) = 178.65 \text{ mm}$$

$$\text{Άρα } \rho_f = \frac{253.35}{150 \times 178.65} = 9.5\%$$

Και έτσι έχουμε:

$$f_f = 0.5 \times 46700 \times 0.0035 \left[\left(1 + 4 \times 0.805 \frac{0.895 \times 30}{0.0095 \times 46700 \times 0.0035} \right)^{1/2} - 1 \right] = 535$$

$$y_{CT} = d - \beta_1 \frac{c}{2} = 178.65 - 0.85 \frac{15}{2} = 171.94$$

Και

$$M_u = A_f f_f y_{CT} = 253.35 \times 535 \times 171.94 = 23305000 \text{ Nmm}$$

από όπου:

$$M_u = 23.31 \text{ kNm}$$

4.2.4 Δοκός B-G-4

Η τρίτη αριθμητική εφαρμογή αφορά τον προσδιορισμό της καμπτικής αντοχής της δοκού B-G-1 με ράβδους οπλισμού από γυαλί, που μελετήθηκε πειραματικά στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Η δοκός B-G-1 είναι οπλισμένη με δύο ράβδους οπλισμού FRP από γυαλί, που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_f = 46700 \text{ MPa}$ και διάμετρο $d_f = 16 \text{ mm}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f'_c = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 20 \text{ cm}$ και $b = 15 \text{ cm}$ (Σχήμα 4-4). Η επικάλυψη των ράβδων οπλισμού είναι $c = 1.5 \text{ cm}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.

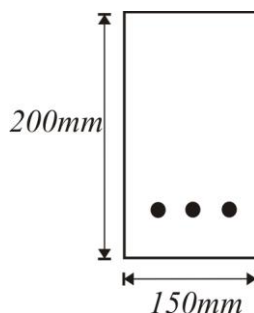
Το εμβαδόν του υπάρχοντος οπλισμού είναι: $A_f = \pi \frac{d_f^2}{4} 2 = \pi \frac{256}{4} 2 = 402.12 \text{ mm}^2$

$$f_f = 0.5 E_f \varepsilon_{cu} \left[\left(1 + 4 \alpha_1 \frac{\beta_1 f'_c}{\rho_f E_f \varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

με: $\varepsilon_{cu} = 0.0035$.

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$



Σχήμα: 4-4 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Ποσοστό οπλισμού: $\rho_f = \frac{A_f}{bd}$

$$d = h - \left(c + \frac{d_f}{2} \right) = 200 - \left(15 - \frac{16}{2} \right) = 177 \text{ mm}$$

Άρα $\rho_f = 452.12 = 15.1\%$

Και έτσι έχουμε:

$$f_f = 0.5 \times 46700 \times 0.0035 \left[\left(1 + 4 \times 0.805 \frac{0.895 \times 30}{0.0151 \times 46700 \times 0.0035} \right)^{1/2} - 1 \right] = 408.11$$

$$y_{CT} = d - \beta_1 \frac{c}{2} = 177 - 0.895 \frac{15}{2} = 170.29$$

και

$$M_u = A_f f_f y_{CT} = 402.12 \times 408.11 \times 170.29 = 2794615451 \text{ Nmm}$$

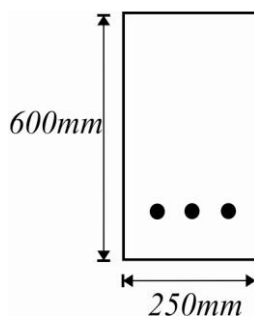
από όπου:

$$M_u = 27.95 \text{ kNm}$$

4.3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ C-FRP (ΑΝΘΡΑΚΑ)

4.3.1 Δεδομένα Δοκών

Στη συνέχεια προσδιορίζεται η καμπτική αντοχή δοκού με ράβδους οπλισμού FRP από άνθρακα που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_{frp} = 130000 \text{ MPa}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f'_c = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 60 \text{ cm}$ και $b = 25 \text{ cm}$ (250×600) (Σχήμα 4-5).



Σχήμα: 4-5 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

Το στατικό ύψος της δοκού είναι $d = 580 \text{ mm}$. Η συνολική εφελκυστική αντοχή είναι $f_{fu} = 2300 \text{ MPa}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, για τις εξής δύο περιπτώσεις: $\rho_{frp} < \rho_{frp,b}$ και $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0} = 2\%$ (περίπτωση 1), και $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$ (περίπτωση 2).

4.3.2 Αστοχία λόγω διάρρηξης οπλισμού με $\rho_{frp} < \rho_{frp,b}$

Θεωρούμε διατομή της δοκού 250 x 600 με οπλισμό δύο ράβδους από άνθρακα διαμέτρου $d_f = 9.525 \text{ mm}$. Ο συντελεστής μείωσης του σκυροδέματος είναι $\phi_c = 0.6$ και ο συντελεστής μείωσης για τις ράβδους FRP από άνθρακα είναι $\phi_{frp} = 0.8$. Παρακάτω υπολογίζεται η καμπτική αντοχή με βάση τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2:

$$\text{Εμβαδόν ράβδου : } A_{bar} = \frac{\pi d_f^2}{4} = \frac{\pi \times 9.525^2}{4} = 71.26 \text{ mm}^2$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής : } \rho_{frp} = \frac{A_{frp}}{b d} = \frac{2 \times 71.26}{250 \times 580} = 0.98\%$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής :

$$\rho_{frp,b} = \frac{A_{frp,b}}{b d} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frp,u}} \right)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0035$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$

Εφελκυστική παραμόρφωση αντοχής σχεδιασμού FRP :

$$\varepsilon_{frp,u} = \frac{f_{frp,u}}{E_{frp}} = \frac{2300}{130000} = 0.0177, \text{ οπότε}$$

$$\begin{aligned} \rho_{frp,b} &= \frac{A_{frp,b}}{b d} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frp,u}} \right) = \\ &= 0.81 \times 0.9 \frac{0.60}{0.80} \frac{30}{2300} \left(\frac{0.0035}{0.0035 + 0.0177} \right) = 1.2\% \end{aligned}$$

Ισχύει, $\rho_{frp} = 0.98\% < \rho_{frp,b} = 1.2\%$

Θα πρέπει να βρεθεί μια τιμή του c τέτοια ώστε $T=C$.

$$T = \phi_{frp} f_{frp,u} A_{frp} = 0.8 \times 2300 \times 2 \times 71.26 = 262220 \text{ N}$$

$$T = 262.220 \text{ KN}$$

Έστω $c = 78 \text{ mm}$

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_{frp,u}}{d-c} \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{67} = \frac{0.0176}{580-67} \Rightarrow \varepsilon_c = 2.7 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_c = 2.7 \times 10^{-3} \text{ και } f'_c = 30 \text{ MPa}$$

Από Σχήμα 2-16 και 2-17

$$\alpha = 0.92 \text{ και } \beta = 0.82$$

$$C = \alpha \phi_c f'_c \beta c b = 0.92 \times 0.60 \times 30 \times 0.82 \times 78 \times 250 = 264790 \text{ N}$$

$$C = 264.790 \text{ KN} \approx T = 262.220 \text{ KN}$$

οπότε,

$$M_r = \phi_{frp} A_{frp} f_{frp} \left(d - \frac{\beta c}{2} \right) = 0.8 \times 2 \times 71.26 \times 2300 \times \left(580 - \frac{0.82 \times 78}{2} \right) = 143.70 \times 10^6 \text{ Nmm},$$

από όπου

$$M_r = 143.7 \text{ kNm}$$

4.3.3 Αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$

Θεωρούμε διατομή της δοκού 250 x 600 ($d=580$) με οπλισμό δύο ράβδους από άνθρακα διαμέτρου $d_f = 12.7 \text{ mm}$. Ο συντελεστής μείωσης του σκυροδέματος είναι $\phi_c = 0.6$ και

ο συντελεστής μείωσης για τις ράβδους FRP από άνθρακα είναι $\phi_{frp} = 0.8$. Παρακάτω υπολογίζεται η καμπτική αντοχή με βάση τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2.

$$\text{Εμβαδόν ράβδου : } A_{bar} = \frac{\pi d_f^2}{4} = \frac{\pi \times 12.7^2}{4} = 126.68 \text{ mm}^2$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής : } \rho_{frp} = \frac{A_{frp}}{b d} = \frac{2 \times 126.68}{250 \times 580} = 0.0017$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής:

$$\rho_{frp,b} = \frac{A_{frp,b}}{b d} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{frp,u}} \right)$$

$$\epsilon_{cu} = 0,0035.$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$

Εφελκυστική παραμόρφωση αντοχής σχεδιασμού FRP:

$$\epsilon_{frp,u} = \frac{f_{frp,u}}{E_{frp}} = \frac{2300}{130000} = 0.0177.$$

Οπότε:

$$\begin{aligned} \rho_{frp,b} &= \frac{A_{frp,b}}{b d} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{frp,u}} \right) = \\ &= 0.81 \times 0.9 \frac{0.65}{0.40} \frac{30}{2300} \left(\frac{0.0035}{0.0035 + 0.0176} \right) = 0.0012 \end{aligned}$$

Ισχύει $\rho_{frp} = 1.7\text{‰} > \rho_{frp,b} = 1.2\text{‰}$.

οπότε

$$f_{frp} = 0.5E_{frp}\varepsilon_{cu} \left[\left(1 + \frac{4\alpha_1\beta_1\phi_c f'_c}{\rho_{frp}\phi_{frp}E_{frp}\varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right] =$$

$$= 0.5 \times 130000 \times 0.0035 \left[\left(1 + \frac{4 \times 0.81 \times 0.9 \times 0.6 \times 30}{1.7 \times 10^{-3} \times 0.8 \times 130000 \times 0.0035} \right)^{1/2} - 1 \right] = 1839.7 \text{ MPa}$$

$$\alpha = \frac{\phi_{frp} A_{frp} f_{frp}}{\phi_c \alpha_1 f'_c b} = \frac{0.8 \times (4 \times 126.68) \times 1243}{0.6 \times 0.81 \times 30 \times 250} = 102.93 \text{ mm}$$

$$M_r = \phi_{frp} A_{frp} f_{frp} \left(d - \frac{\alpha}{2} \right) = 0.8 \times (2 \times 126.68) \times 1839.7 \times \left(580 - \frac{102.93}{2} \right) = 197.07 \times 10^6 \text{ Nmm},$$

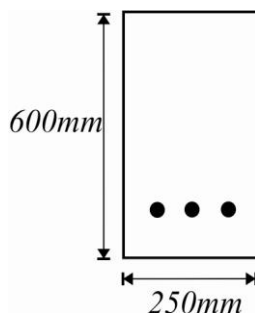
από όπου

$$M_r = 197.07 \text{ kNm}$$

4.4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΜΕ ΡΑΒΔΟΥΣ G-FRP (ΓΥΑΛΙ)

4.4.1 Δεδομένα Δοκών

Στη συνέχεια προσδιορίζεται η καμπτική αντοχή δοκού με ράβδους σπλισμού FRP από γυαλί που έχουν μέτρο ελαστικότητας $E_{frp} = 46700 \text{ MPa}$. Το σκυρόδεμα της δοκού είναι Κατηγορίας C30 ($f'_c = 30 \text{ MPa}$) και οι διαστάσεις της διατομής της είναι $h = 60 \text{ cm}$ και $b = 25 \text{ cm}$ (250×600) (Σχήμα 4-6). Το στατικό ύψος της δοκού είναι $d = 580 \text{ cm}$. Η συνολική εφελκυστική αντοχή είναι $f_{fu} = 788 \text{ MPa}$. Για την δοκό αυτή θα προσδιορισθεί η καμπτική αντοχή με βάση τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, για τις εξής δύο περιπτώσεις: $\rho_{frp} < \rho_{frp,b}$ και $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co} = 2\%$ (περίπτωση 1) και $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$ με διάμετρο σπλισμού $d_f = 20 \text{ mm}$ (περίπτωση 2).



Σχήμα: 4-6 Διαστάσεις διατομής δοκού σκυροδέματος

4.4.2 Αστοχία λόγω διάρρηξης οπλισμού με $\rho_{frp} < \rho_{frp,b}$

Στη περίπτωση αυτή έχουμε οπλισμό τέσσερις ράβδοι από γυαλί με διάμετρο $d_f = 9.525 \text{ mm}$. Ο συντελεστής μείωσης του σκυροδέματος είναι $\phi_c = 0.6$ και ο συντελεστής μείωσης για τις ράβδους FRP είναι $\phi_{frp} = 0.6$. Η υπολογιστική διαδικασία είναι η εξής:

$$\text{Εμβαδόν ράβδου : } A_{bar} = \frac{\pi d_f^2}{4} = \frac{\pi \times 9.525^2}{4} = 71.26 \text{ mm}^2$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής : } \rho_{frp} = \frac{A_{frp}}{b d} = \frac{4 \times 71.26}{250 \times 580} = 0.002$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής:

$$\rho_{frp,b} = \frac{A_{frp,b}}{b d} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frp,u}} \right)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$

$$\text{Εφελκυστική παραμόρφωση αντοχής σχεδιασμού FRP : } \varepsilon_{frp,u} = \frac{f_{frp,u}}{E_{frp}} = \frac{788}{46700} = 0.0169$$

Οπότε:

$$\rho_{frp,b} = \frac{A_{frp,b}}{bd} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frp,u}} \right) =$$

$$= 0.81 \times 0.9 \frac{0.6}{0.6} \frac{30}{788} \left(\frac{0.0035}{0.0035 + 0.0169} \right) = 0.0047$$

Ισχύει $\rho_{frp} = 2\text{‰} < \rho_{frp,b} = 4.7\text{‰}$

Θα πρέπει να βρεθεί μια τιμή του c τέτοια ώστε $T=C$.

$$T = \phi_{frp} f_{frp,u} A_{frp} = 0.6 \times 788 \times 4 \times 71.26 = 134760 \text{ N}$$

$$T = 134.760 \text{ KN}$$

Έστω $c = 51 \text{ mm}$

$$\varepsilon_c : \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_{frp,u}}{d-c} \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{50} = \frac{0.0169}{580-50} \Rightarrow \varepsilon_c = 1.6 \times 10^{-3}$$

και $f'_c = 30 \text{ MPa}$

Από Σχήμα 2-16 και 2-17,

$$\alpha = 0.85 \quad \text{και} \quad \beta = 0.71$$

$$C = \alpha \phi_c f'_c \beta c b = 0.85 \times 0.60 \times 30 \times 0.71 \times 51 \times 250 = 138500 \text{ N}$$

και έτσι

$$C = 138.500 \text{ KN} \approx T = 134.760 \text{ KN}$$

$$M_r = \phi_{frp} A_{frp} f_{frp} \left(d - \frac{\beta c}{2} \right) = 0.6 \times 4 \times 71.26 \times 788 \times \left(580 - \frac{0.71 \times 51}{2} \right) = 75.72 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

από όπου

$$M_r = 75.72 \text{ kNm}$$

4.4.3 Αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$

Στην τρίτη περίπτωση για να ικανοποιείται η ισότητα $\rho_{frp} > \rho_{frp,b}$ έχουμε επιλέξει τέσσερις ράβδους οπλισμού FRP από άνθρακα γυαλί με διάμετρο $d_f = 20 \text{ mm}$ και ακολουθεί η παρακάτω υπολογιστική διαδικασία:

$$\text{Εμβαδόν ράβδου : } A_{bar} = \frac{\pi d_f^2}{4} = \frac{\pi \times 20^2}{4} = 314.16 \text{ mm}^2$$

$$\text{Ποσοστό οπλισμού διατομής : } \rho_{frp} = \frac{A_{frp}}{b d} = \frac{(4 \times 314.16)}{250 \times 580} = 8.7\%$$

Ποσοστό οπλισμού ισόρροπης διατομής:

$$\rho_{frp,b} = \frac{A_{frp,b}}{b d} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frp,u}} \right)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805 \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.895 \geq 0.67$$

$$\text{Εφελκυστική παραμόρφωση αντοχής σχεδιασμού FRP : } \varepsilon_{frp,u} = \frac{f_{frp,u}}{E_{frp}} = \frac{788}{46700} = 0.0169$$

Οπότε:

$$\begin{aligned} \rho_{frp,b} &= \frac{A_{frp,b}}{b d} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_{frp}} \frac{f'_c}{f_{frp,u}} \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frp,u}} \right) = \\ &= 0.81 \times 0.9 \frac{0.6}{0.6} \frac{30}{788} \left(\frac{0.0035}{0.0035 + 0.0169} \right) = 0.0047 \end{aligned}$$

$$\text{Ισχύει } \rho_{frp} = 8.7\% > \rho_{frp,b} = 4.7\%$$

$$f_{frp} = 0.5E_{frp}\varepsilon_{cu} \left[\left(1 + \frac{4\alpha_1\beta_1\phi_c f'_c}{\rho_{frp}\phi_{frp}E_{frp}\varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right] =$$

$$= 0.5 \times 46700 \times 0.0035 \left[\left(1 + \frac{4 \times 0.81 \times 0.9 \times 0.6 \times 30}{8.7 \times 10^{-3} \times 0.6 \times 46700 \times 0.0035} \right)^{1/2} - 1 \right] = 561.96 \text{ MPa}$$

$$a = \frac{\phi_{frp}A_{frp}f_{frp}}{\phi_c(\alpha_1 f'_c)b} = \frac{0.6 \times (4 \times 314.16) \times 561.96}{0.6 \times 0.81 \times 30 \times 250} = 116.97 \text{ mm}$$

$$M_r = \phi_{frp}A_{frp}f_{frp} \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0.6 \times 4 \times 314.16 \times 561.96 \times \left(580 - \frac{116.97}{2} \right) = 220.97 \times 10^6 \text{ Nmm},$$

από όπου

$$M_r = 220.97 \text{ kNm}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στην παρούσα εργασία έγινε η αριθμητική εφαρμογή και ο έλεγχος της ορθότητας των αποτελεσμάτων που παρέχουν οι σχέσεις, που έχουν εξαχθεί στο (Καρατζαφέρης, 2010) για τον προσδιορισμό της καμπτικής αντοχής διατομών δομικών στοιχείων σκυροδέματος με οπλισμό FRP σε συγκεκριμένες περιπτώσεις δοκών σκυροδέματος. Οι σχέσεις αυτές έχουν εξαχθεί με βάση τις υποθέσεις και παραδοχές του EC2. Οι δοκοί που εξετάστηκαν καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις που μπορούν να εμφανιστούν στον καμπτικό σχεδιασμό δομικών στοιχείων σκυροδέματος με οπλισμό FRP.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αριθμητική ανάλυση που έγινε, συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα που αποκτήθηκαν από τις αντίστοιχες σχέσεις του κώδικα ISIS CANADA. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν καταχωρηθεί στους Πίνακες 5-1, 5-2 και 5-3. Στον Πίνακα 5-1 έχουν καταχωρηθεί τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από τις σχέσεις των δυο κωδίκων και από τις πειραματικές δοκιμές στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Τα θεωρητικά αποτελέσματα αυτού του πίνακα έχουν προκύψει θέτοντας του συντελεστές ασφαλείας των υλικών των δύο κωδίκων ίσους με την μονάδα, δηλαδή $\gamma_c = \gamma_f = 1$ για τον EC2, και $\phi_c = \phi_{frp} = 1$ για τον ISIS-CANADA.

Πίνακας 5-1 :Ροπή αντοχής των πειραματικών δοκών

M_{Rd} (kNm)			
Δοκοί	EC2	ISIS-CAN	Πειραματικά αποτελέσματα
B-C1	31.28	35.61	24.5
B-C-3	22.43	24.33	20
B-G-1	21.52	23.31	21
B-G-4	25.29	27.95	29.5

Από τον πίνακα αυτό προκύπτει ότι οι σχέσεις των δύο κωδίκων παρέχουν αποτελέσματα που συγκλίνουν μεταξύ τους και βρίσκονται αρκετά κοντά στα πειραματικά αποτελέσματα. Οι σχέσεις που στηρίζονται στις παραδοχές του EC2 παρέχουν πιο συντηρητικά αποτελέσματα από τις σχέσεις του ISIS-CANADA. Τα αποτελέσματα του πίνακα αυτού αφορούν δοκούς διαστάσεων 15x20 με ποιότητα σκυροδέματος C30 ($f'_c = 30\text{MPa}$).

Στον Πίνακα 5-2 έχουν καταχωρηθεί τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει για μια διατομή δοκού 250 x 600, οπλισμένη με ράβδους FRP άνθρακα για τρία συγκεκριμένα ποσοστά οπλισμού όπου καλύπτουν τρεις συγκεκριμένες καταστάσεις αστοχίας που μπορούν να εμφανιστούν στην πράξη. Τα ποσοστά αυτά είναι το $\rho_f = 0.98\%$, που αντιστοιχεί σε αστοχία από διάρρηξη οπλισμού με την παραμόρφωση του σκυροδέματος να είναι μικρότερη του 2‰, το $\rho_f = 1.7\%$ που αντιστοιχεί σε αστοχία από διάρρηξη με την παραμόρφωση του σκυροδέματος να βρίσκεται μεταξύ του 2‰ και 3.5‰, και το $\rho_f = 3.5\%$ που αντιστοιχεί σε αστοχία από θρυμματισμό του σκυροδέματος. Τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από τις σχέσεις των δύο κωδίκων βρίσκονται σε καλή συμφωνία μεταξύ τους. Η μέγιστη απόκλιση είναι 15%. Τα ίδια συμπεράσματα προκύπτουν από τα αποτελέσματα του Πίνακα 5-3 που αφορούν οπλισμό της διατομής με ράβδους από γυαλί. Η διαφορά που παρατηρείται μεταξύ των προβλέψεων των δυο μεθόδων ήταν αναμενόμενη και οφείλεται στην διαφορά των διαγράμματος τάσεων παραμορφώσεων του σκυροδέματος που υιοθετούν οι δυο κανονισμοί.

Πίνακας 5-2 :Ποσοστό οπλισμού, ποσοστό ισόρροπης διατομής και ροπή αντοχής, για ράβδους FRP άνθρακα:

Οπλισμός διατομής (d_f)	EC2			ISIS-CAN		
	ρ_f	$\rho_{f,bal}$	M_{Rd} (kNm)	ρ_f	$\rho_{f,bal}$	M_{Rd} (kNm)
2Φ 9.525 mm	0.98‰	1.9‰	124.34	0.98‰	1.2‰	143.70
2Φ 12.7 mm	1.7‰	1.9‰	212.18	1.7‰	1.2‰	197.07
4Φ 12.7 mm	3.5‰	1.9‰	268.40	3.5‰	1.2‰	257.21

Πίνακας 5-3 :Ποσοστό οπλισμού, ποσοστό ισόρροπης διατομής και ροπή αντοχής, για ράβδους FRP γυαλί:

Οπλισμός διατομής (d_f)	EC2			ISIS-CAN		
	ρ_f	$\rho_{f,bal}$	M_{Rd} (kNm)	ρ_f	$\rho_{f,bal}$	M_{Rd} (kNm)
4Φ 9.525 mm	2‰	8.5‰	69.29	2‰	4.7‰	75.72
4Φ 12.7 mm	3.5‰	8.5‰	120.98	3.5‰	4.7‰	132.40
4Φ 16 mm	5.5‰	8.5‰	185.04	5.5‰	4.7‰	184.98
4Φ 20 mm	8.7‰	8.5‰	257.34	8.7‰	4.7‰	220.97

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, συντάχθηκαν κωδικοί για τον άμεσο προσδιορισμό της καμπτικής αντοχής διατομών με οπλισμό FRP. Οι κώδικες αυτοί αφορούν τόσο τον κωδικό EC2 όσο και τον κανονισμό ISIS - Canada. Οι κώδικες αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την σύνταξη αριθμητικών πινάκων για τον άμεσο σχεδιασμό μιας διατομής σκυροδέματος οπλισμού FRP. Οι κώδικες αυτοί παρατίθενται στο Παράρτημα Α.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Καρατζαφέρης Β. (2010), Ανάλυση της Μηχανικής Συμπεριφοράς Δομικών Στοιχείων Σκυροδέματος Οπλισμένων με Σύνθετες Ράβδους, Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, ΕΜΠ.

ACI Committee 440 (2006), “Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with *FRP* Bars (ACI 440.1R-06),” American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2006.

Alsayed S.H., Al-Salloum Y.A., Almusallam T.H. (2008). “Performance of Glass Fiber Reinforced Bars as Reinforcing Material for Concrete Structures,” *Composites: Part B*, Vol. 31, 2008, pp. 555-567.

Benmokrane, B., Chaallal, O., and Masmoudi, R. (1996), “Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with *FRP* Reinforcing Bars.” *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 2, 1996, pp. 46–55.

Bischoff P.H. (2007), “Deflection Calculation of *FRP* Reinforced Concrete Beams Based on Modification to the Existing Branson Equation,” *Journal of Composites for Construction*, Vol. 11, No. 1, Jan.-Feb. 2007, pp. 4-14.

Canadian Standards Association (CSA) (2002), “Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers,” *Concrete design handbook: Canadian Standard S806-02*, Toronto, pp. 177.

Gerriche A. and Taerwe L. (1999), “Recommended Design Aspects for Concrete Members Pretensioned with Aramid Fiber Reinforced Polymers,” *Proceedings of the 4th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Reinforced Concrete Structures*, ACI SP-188, 1999, pp. 829-841.

ISIS Canada (2001), “Reinforcing Concrete Structures with Fiber-Reinforced Polymers,” Design Manual No. 3, ISIS Canada Corporation, Manitoba, Canada, 2001.

JSCE (1997), “Recommendations for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fibre Reinforcing Materials,” Concrete Engineering Series, No. 23, pp. 23.

Malvar L.J. (1995), Malvar L.J., Tensile and Bond Properties of GFRP Rebars,” ACI Materials Journal, Vol. 92, No. 3, May-June 1995, pp. 276-285.

Masmoudi R, Theriault M, Benmokrane B. (1998), “Flexural behavior of Concrete Beams Reinforced with Deformed Fiber Reinforced Plastic Reinforcing Rods,” ACI Structural Journal, Vol. 95, No. 6, Nov.-Dec. 1998.

Pecce M., Manfredi G., Cosenza E. (2000), “Experimental Response and Code Models of *GFRP* RC Beams in Bending,” Journal of Composites for Construction, Vol. 4, No. 4, Nov. 2000, pp. 182-190.

Rafi M.M., Nadjai A., Ali F., Talamona D. (2008), “Aspects of Behaviour of CFRP Reinforced Concrete Beams in Bending,” Construction Building Materials, Vol. 22, 2008, pp. 277-285.

Toutanji H. and Saafi M. (2000), “Flexural Behaviour of Concrete Beams Reinforced with Glass Fiber-Reinforced Polymer (*GFRP*) Bars,” ACI Structural Journal, Vol. 97, No. 5, 2000, pp. 712-719.

Weber A. (2006), “Durability Approach for *GFRP* Rebars,” Proceedings of the 3rd International Conference on *FRP* Composites in Civil Engineering, Miami, 2006.

Yamaguchi T., Kato Y., Nishimura T., and Uomoto T. (1997), “Creep Rupture of *FRP* Rods Made of Aramid, Carbon and Glass Fibers,” Proceedings of the 3rd International Symposium on Non-Metallic Reinforcement of Concrete Structures (*FRPRCS-3*), 1997, Vol.2, pp. 203-210.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

A.1 Πρόγραμμα BENDING FRP - EC2

```

clear
clc
n=4;
Ef=130000; %Mpa
df=12.7; %mm
fck=30; %Mpa
h=600; %mm
b=250; %mm
d=580; %mm
ffu=2300; %MPa
acc=0.85;
gf=1.3;
gc=1.5;
cEE=1;

cE=0.9*cEE;
fcd=(fck/gc);
ffd=(ffu/gf);
efd=(ffd/Ef);

Af=4*((pi*12.7^2)/4);
pf=(Af/(b*d));

pfb=((2.38*Ef)/(3.5*Ef+1000*cE*ffd))*(fcd/(cE*ffd));

sf=sqrt(((1.75*Ef)/1000)^2+((2.38*Ef*acc*fcd)/(1000*pf)))-((1.75*Ef)/1000);
%elegxos:prepei sf<cE*ffd
cE*ffd;

MRd_=pf*sf*(1-0.5*((pf*sf)/(acc*fcd)));
MRd=MRd_*b*d^2;

END

```

```

clear
clc
n=2;
Ef=130000; %Mpa
df=9.525; %mm
fck=30; %Mpa
h=600; %mm
b=250; %mm
d=580; %mm
ffu=2300; %MPa
acc=0.85;
gf=1.3;
gc=1.5;
cEE=1;

cE=0.9*cEE;
fcd=(fck/gc);
ffd=(ffu/gf);
efd=(ffd/Ef);

Af=2*(pi*9.525^2)/4;
pf=(Af/(b*d));

pfb=((2.38*Ef)/(3.5*Ef+1000*cE*ffd))*(fcd/(cE*ffd));

a1=((6*pf*cE*ffd)/(acc*fcd));
a2=(cE*(ffd/Ef)*1000);

EC=solve('ec^3-4*ec^2+a1*ec+a1*a2=0','ec');
ec_=subs(EC);

for ii=1:length(ec_)
    if ((ec_(ii)>=0) && (ec_(ii)<=2))
        ec=real(ec_(ii));
    end
end

x=ec*(580/(ec+a2));

scd_=ec*(1-(1/4)*ec);
scd=scd_*acc*(fck/1.5);
Fc=(2/3)*scd*b*x;

sfd=Ef*cE*efd;
Ff=sfd*Af;

j=d-(2/5)*x;
MRd_=Ff*j;

```

```

MRd__=pf*cE*ffd*(1-(0.4*(x/d)));
MRd=MRd__*b*d^2;

END

clear
clc
n=2;
Ef=130000; %Mpa
df=12.7; %mm
fck=30; %Mpa
h=600; %mm
b=250; %mm
d=580; %mm
ffu=2300; %MPa
acc=0.85;
gf=1.3;
gc=1.5;
cEE=1;
eco=0.002;

cE=0.9*cEE;
fcd=(fck/gc);
ffd=(ffu/gf);
efd=(ffd/Ef);

Af=2*((pi*12.7^2)/4);
pf=(Af/(b*d));

pfb=((2.38*Ef)/(3.5*Ef+1000*cE*ffd))*(fcd/(cE*ffd));

ec=(pf*cE^2*ffd^2+0.66*Ef*((acc*fcd)/1000))/(Ef*(acc*fcd-pf*cE*ffd));

x_=ec/(ec+cE*efd);
x=x_*d;
x1_=(ec-eco)/(ec+cE*efd);
x1=x1_*d;
x2_=eco/(ec+cE*efd);
x2=x2_*d;

MRd_=(x1/d)*acc*fcd*(1-0.5*(x1/d))+(x2/d)*0.66*acc*fcd*(1-(x/d)+0.6*(x2/d));
MRd=MRd_*b*d^2;

END

```

A.2 Πρόγραμμα BENDING FRP – ISIS Canada

```

clear
clc
n=2;
Efrp=130000; %Mpa
df=9.525; %mm
fc1=30; %Mpa
h=600; %mm
b=250; %mm
d=580; %mm
ffrpu=2300; %MPa
ecu=0.0035;
Fc=0.6;
Ffrp=0.8;

Abar=(pi*df^2)/4;
Afrp=2*Abar;
pfrp=Afrp/(b*d);

a1=0.85-0.0015*fc1;
b1=0.97-0.0025*fc1;

efrpu=ffrpu/Efrp;
pfrpb=a1*b1*(Fc/Ffrp)*(fc1/ffrpu)*(ecu/(ecu+efrpu));

c=78;
ec_=efrpu/(d-c);
ec=ec_*c;
T=Ffrp*ffrpu*Afrp;
ad=0.92;
bd=0.82;
C=ad*Fc*fc1*bd*c*b;

Mr=Ffrp*Afrp*ffrpu*(d-(bd*c)/2);

END

clear
clc
n=2;
Efrp=130000; %Mpa
df=12.7; %mm
fc1=30; %Mpa
h=600; %mm
b=250; %mm

```



```
d=580; %mm
ffrpu=2300; %MPa
ecu=0.0035;
Fc=0.6;
Ffrp=0.8;

Abar=(pi*df^2)/4;
Afrp=2*Abar;
pfrp=Afrp/(b*d);

a1=0.85-0.0015*fc1;
b1=0.97-0.0025*fc1;

efrpu=ffrpu/Efrp;
pfrpb=a1*b1*(Fc/Ffrp)*(fc1/ffrpu)*(ecu/(ecu+efrpu));

ffrp=0.5*Efrp*ecu*((1+(4*a1*b1*Fc*fc1)/(pfrp*Ffrp*Efrp*ecu))^(1/2)-1);
a=(Ffrp*Afrp*ffrp)/(Fc*a1*fc1*b);

Mr=Ffrp*Afrp*ffrp*(d-(a/2));
END
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Ροπή ρηγμάτωσης και τάση οπλισμού μετά τη ρηγμάτωση

$$M_{cr} = \frac{f_{ct} I_g}{y_t} , \quad (B-1)$$

όπου f_{ct} είναι η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος, που βρίσκεται από την εμπειρική σχέση

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0.3(f_{ck})^{2/3} , \quad (B-2)$$

Το f_{ck} δηλώνει την χαρακτηριστική θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος και το y_t την απόσταση του ουδέτερου άξονα από την ακραία εφελκυσόμενη ίνα της διατομής, και

$$I_g = \frac{b h^3}{12} . \quad (B-3)$$

Η τάση στον οπλισμό FRP μετά το σχηματισμό της ρηγμάτωσης:

$$\sigma_{fr} = \frac{M_{cr}}{A_f J d} , \quad (B-4)$$

όπου A_f είναι το εμβαδόν του οπλισμού, d το στατικό ύψος της διατομής, και

$$J = 1 - \frac{k}{3} , \quad (B-5)$$

με

$$k = \sqrt{(\rho_f \alpha_e)^2 + 2 \alpha_e \rho_f} - \rho_f \alpha_e \quad (B-6)$$