



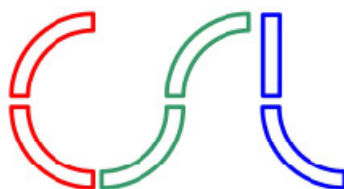
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ
ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗ ΚΥΨΕΛΟΕΙΔΟΥΣ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ ΔΟΜΗΣ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Β. ΚΑΡΥΔΗΣ

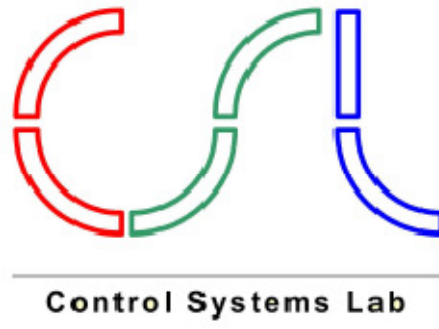
Διπλωματική Εργασία υπό την επίβλεψη του Καθηγητή

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Ι. ΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΥ



Control Systems Lab

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2010



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Διπλωματική Εργασία του

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Β. ΚΑΡΥΔΗ¹

Υπό την επίβλεψη του Καθηγητή

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Ι. ΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΥ²

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2010

¹ Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, Αθήνα, 15780
e-mail: kkaryd@csl.mech.ntua.gr

Τηλέφωνο: +30-210-772-3656

² Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, Αθήνα, 15780
e-mail: kkyria@mail.ntua.gr

Τηλέφωνο: +30-210-772-3595

Πρόλογος

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζεται και αναπτύσσεται μία νέα κατασκευαστική διαμόρφωση του ρομποτικού κυττάρου ονόματι *R-Cell (Robotic Cell)*, η αρχική ανάλυση του οποίου έχει γίνει σε προηγούμενη διπλωματική εργασία. Την ανάλυση του κυττάρου αυτού ακολουθεί η επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης μιας δομής αποτελούμενης από πολλά τέτοια κύτταρα.

Το κάθε κύτταρο έχει τη δυνατότητα να συνδέεται μηχανικά με άλλα κύτταρα, διαμορφώνοντας με αυτό τον τρόπο συγκεκριμένες κυτταρικές/κυψελοειδείς ρομποτικές δομές, έτσι ώστε να καθίσταται δυνατή η ροή τόσο μηχανικής επενέργειας όσο και πληροφορίας μεταξύ των κυττάρων μιας δομής. Η τελική ρομποτική κατασκευή μπορεί να μεταβάλλει αυτόματα την εσωτερική συνδεσμολογία των κυττάρων της με αποτέλεσμα να μπορεί να ανταποκρίνεται βέλτιστα στις εκάστοτε λειτουργικές ανάγκες. Για να συμβεί αυτό, η δομή θα πρέπει να είναι ικανή για την εκτέλεση δύο βασικών λειτουργιών:

- **Αυτόματη Συναρμολόγηση (Self Assembly)**
Η δυνατότητα του κάθε ρομποτικού κυττάρου να μετακινείται αυτόνομα.
- **Αυτόματη Επιδιόρθωση (Self Repair)**
Η δυνατότητα αναγνώρισης κατεστραμμένων κυττάρων στη δομή και τοποθέτησης νέων στη θέση τους.

Το υπό μελέτη ρομποτικό κύτταρο αποτελείται από τέσσερις *βασικές κυτταρικές δομικές μονάδες (modules)* οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με τη βοήθεια ενός εσωτερικού συνδετικού κύβου. Το κύτταρο αυτό έχει τη δυνατότητα *μεταφορικής κίνησης*, κάτι που το καθιστά αυτόνομο σε σχέση με τα υπόλοιπα κύτταρα και τη δυνατότητα *παραμόρφωσης*, μεταβολής δηλαδή του εξωτερικού του περιγράμματος. Το τελευταίο επιτρέπει την άσκηση δυνάμεων και ροπών στο περιβάλλον υπό διαφορετικές μάλιστα διευθύνσεις. Οι δύο αυτές ιδιότητες που κατέχει το κύτταρο επιτρέπουν λοιπόν στην τελική δομή να μεταβάλλεται είτε μέσω *αλλαγής της θέσης των κυττάρων της (reconfiguration)* είτε μέσω *παραμόρφωσής τους (deformation)*.

Για την επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης μελετάται μία οφιοειδής κυψελοειδής ρομποτική δομή. Θεωρώντας ένα πολύπλοκο χώρο εμποδίων, γίνεται χρήση των αρχών του *προγραμματισμού πορείας (path planning)* με σκοπό την εύρεση μιας βέλτιστης διαδρομής, μέσω της οποίας αποτυπώνεται η μορφή που θα πρέπει να έχει η δομή έτσι ώστε να συναρμολογηθεί και να φτάσει στη ζητούμενη θέση, χρησιμοποιώντας τις προαναφερθείσες δυνατότητες των κυττάρων.

Η διπλωματική εργασία διεξήχθη στο *Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου*, υπό την επίβλεψη του καθηγητή *Κωνσταντίνου Ι. Κυριακόπουλου*, τον οποίο και ευχαριστώ θερμά τόσο για τη βοήθειά του όλο το διάστημα που είμαι μέλος στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου όσο και για τις πολύτιμες συμβουλές του σε πολύ σημαντικές αποφάσεις που έπρεπε να λάβω αναφορικά με το μέλλον μου. Μέσω της εμπιστοσύνης που μου έδειξε με την ανάθεση αυτού του θέματος της διπλωματικής και της καθοδήγησής του απέκτησα πολύτιμες γνώσεις και έκανα τα πρώτα μου σταθερά και σίγουρα βήματα στον τομέα της ρομποτικής. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου για το ευχάριστο κλίμα και τη διάθεση για βοήθεια καθ'όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας και ιδιαίτερα τον Παναγιώτη Παύλου για την πολύτιμη βοήθειά του. Επιπλέον, θέλω να ευχαριστήσω όλους τους φίλους μου για την όμορφη παρέα μας και τη θερμή υποστήριξή τους και τέλος θέλω να αφιερώσω το μεγαλύτερο ευχαριστώ στην οικογένειά μου για την αμέριστη στήριξή τους σε όλους τους τομείς της ζωής μου αλλά και για τις πολύτιμες και ανιδιοτελείς συμβουλές τους.

Κωνσταντίνος Καρύδης

01/07/2010

Περιεχόμενα

1.Εισαγωγή	1
1.1 Γενικά	1
1.2 Γενική Διατύπωση του Προβλήματος.....	2
1.3 Σπουδαιότητα της Επίλυσης του Προβλήματος.....	3
1.4 Προηγούμενες Προσεγγίσεις.....	4
1.4.1 Συστήματα Τύπου Πλέγματος	5
1.4.2 Συστήματα Τύπου Αλυσίδας	8
1.4.3 Κινούμενα Συστήματα.....	11
1.4.4 Υβριδικά Συστήματα	11
1.4.5 Στοχαστικά Συστήματα.....	12
1.4.6 Ντετερμινιστικά Συστήματα	13
1.4.7 Προσεγγίσεις με ικανότητα παραμόρφωσης.....	13
1.5 Δομή της Εργασίας.....	15
2.Τεχνική Διατύπωση του Προβλήματος	17
2.1 Γενικά	17
2.2 Σχεδίαση και Ανάλυση Κυττάρου	17
2.2.1 Απαιτήσεις.....	17
2.2.2 Περιορισμοί.....	20
2.2.3 Βασική Κυτταρική Δομική Μονάδα (Module)	21
2.2.4 Προτεινόμενο Ρομποτικό Κύτταρο (R-Cell)	22
3.Τεχνική Προσέγγιση του Προβλήματος της Σχεδίασης και Ανάλυσης του Κυττάρου	25
3.1 Σχεδίαση και Κινηματική Ανάλυση Βασικής Κυτταρικής Δομικής Μονάδας....	25
3.1.1 Γενικά	25
3.1.2 Λεπτομερής σχεδίαση.....	26
3.1.3 Κινηματική Ανάλυση	27
3.2 Σχεδίαση Ρομποτικού Κυττάρου.....	33
3.3 Κινηματική Ανάλυση Ρομποτικού Κυττάρου	34

3.3.1	Ευθεία Κινηματική Ανάλυση (ΕΚΑ)	36
3.3.2	Αντίστροφη Κινηματική Ανάλυση (ΑΚΑ)	39
3.3.3	Διαφορική Κινηματική Ανάλυση (ΔΚΑ)	42
4.	Μοντελοποίηση Κυψελοειδούς Δομής με Γράφους	45
4.1	Γενικά	45
4.2	Δομικός Πίνακας S.....	45
4.3	Η Μέθοδος των Γράφων	46
5.	Το Πρόβλημα της Αυτόματης Συναρμολόγησης	51
5.1	Γενικά	51
5.2	Περιγραφή του Προβλήματος	51
5.3	Επίλυση του Προβλήματος	52
5.3.1	Μορφολογία Δομής	52
5.3.2	Εύρεση Διόδου	52
5.3.3	Εύρεση Δομής γύρω από τη Δίοδο	56
6.	Παραδείγματα – Προσομοιώσεις	59
6.1	Παράδειγμα Κινηματικής Ανάλυσης Κυψελοειδούς Δομής.....	59
6.1.1	Δομικός Πίνακας και Γράφοι	59
6.1.2	Κινηματική Ανάλυση	69
6.2	Παράδειγμα Παραμόρφωσης Κυψελοειδούς Δομής	74
6.3	Παράδειγμα Αυτόματης Συναρμολόγησης Κυψελοειδούς Δομής.....	78
6.4	Επίλυση του Προβλήματος της Αυτόματης Συναρμολόγησης	80
7.	Συμπεράσματα & Μελλοντική Έρευνα	85
7.1	Περίληψη	85
7.2	Συμπεράσματα	86
7.3	Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	87
	Βιβλιογραφία	89

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Σχηματική αναπαράσταση της (a) αυτόματης συναρμολόγησης και της (b) αυτόματης επιδιόρθωσης.	1
Σχήμα 1.2: Διάφορες εφαρμογές των ρομποτικών κυτταρικών συστημάτων στο διάστημα και ειδικές μονάδες/εργαλεία που ενδεχομένως φέρουν.	4
Σχήμα 1.3: Ρομποτικά συστήματα: (a) τύπου πλέγματος και (b) τύπου αλυσίδας.	5
Σχήμα 1.4: Αριστερά φαίνεται το “Metamorphic Robot” και δεξιά ο μηχανισμός σύμφωνα με τον οποίο κινούνται δύο τέτοια κύτταρα.	6
Σχήμα 1.5: Το “Fracta” και διάφορες φάσεις αλλαγής της δομής.	6
Σχήμα 1.6: Το “Crystalline Robot”. Τα κύτταρα μπορούν να μεταβάλλουν το μέγεθος τους έτσι ώστε να μετακινούνται τα κύτταρα στην κατασκευή.	7
Σχήμα 1.7: Το ρομποτικό σύστημα “Atron”. Αν και ανήκει στην κατηγορία των συστημάτων τύπου πλέγματος, μπορεί να σχηματίσει και δομές τύπου αλυσίδας.	7
Σχήμα 1.8: Ένα ρομποτικό σύστημα αποτελούμενο από πολλά κύτταρα “Miche”. Μέσω της αποσυναρμολόγησης, είναι δυνατόν μία ομοιόμορφη συμμετρική δομή (a) να μετασχηματιστεί σε μία άλλη, πιο ενδιαφέρουσα και λειτουργική (b).	8
Σχήμα 1.9: [Αριστερά] Το μηχανικό κύτταρο “PolyBot”. [Δεξιά] Μία τετράποδη δομή αποτελούμενη από μηχανικά κύτταρα “PolyBot”.	9
Σχήμα 1.10: Το “PolyBot G3”. Με το κύτταρο αυτό μπορούν να δημιουργηθούν διαφόρων τύπων δομές, ικανές να βαδίζουν και με πολύ μεγάλη ευχέρεια στη μετακίνηση των κυττάρων από σημείο σε σημείο.	9
Σχήμα 1.11: Η εξέλιξη του “PolyBot”, το CKBot, στο οποίο είναι προσαρμοσμένη μία ειδική μονάδα – κάμερα.	10
Σχήμα 1.12: Δύο ρομποτικά κυτταρικά συστήματα αποτελούμενα από το κύτταρο “CONRO”.	10
Σχήμα 1.13: Ρομποτική δομή αποτελούμενη από κύτταρα “Molecube”.	10
Σχήμα 1.14: Τα διάφορα στάδια για τον έλεγχο του στομάχου με τη χρήση ρομποτικών κυτταρικών δομών. Αρχικά εισάγεται ένα κατάλληλο υγρό (a)-(b) στο οποίο θα διεξαχθεί η αυτόματη συναρμολόγηση των κυττάρων – κάψουλες (c)-(d). Στη συνέχεια απομακρύνεται το υγρό, γίνεται η εξέταση (e) και τελικά η δομή αποσυναρμολογείται και αποβάλλεται από τον οργανισμό (f)-(g).	11

Σχήμα 1.15: [Αριστερά] Η σταδιακή μετατροπή μιας δομής τύπου αλυσίδας σε μία πολύπλοκη τετράποδη δομή. [Δεξιά] Η τετράποδη δομή αποτελούμενη από τα κύτταρα “M-TRAN III” σε κίνηση.....	12
Σχήμα 1.16: [Αριστερά] Το μηχανικό κύτταρο “SuperBot”. [Δεξιά] Μία δομή αποτελούμενη από τέτοια κύτταρα.	12
Σχήμα 1.17: [Αριστερά] Η εσωτερική δομή ενός “Programmable Part”. [Δεξιά] 4“Programmable Parts” συναρμολογώντας μία τριγωνική δομή.....	13
Σχήμα 1.18: (α) Μία κυβική κυτταρική κατασκευή. Αυτή η κατασκευή έχει την ικανότητα να παραμορφώνεται και προσαρμόζεται στις εξωτερικές συνθήκες πίεσης και φόρτισης. (b) Μία κυτταρική κατασκευή σε σχήμα παλάμης, όπου έχει την ικανότητα να “πιάνει” εύθραστα αντικείμενα και να παραμορφώνεται έτσι ώστε να τους ασκεί ομοιόμορφη φόρτιση. (c)-(d) Μία τετραεδρική κυτταρική κατασκευή η οποία μπορεί να κινείται και να ακολουθεί την πηγή φωτός.	14
Σχήμα 1.19: Το “Odin”, αποτελούμενο από 21 κύτταρα δημιουργώντας ένα στιβαρό πλέγμα.	14
Σχήμα 2.1: Η κίνηση ενός ρομποτικού κυττάρου από μία αρχική σε μία τελική θέση...	18
Σχήμα 2.2: Ενδεικτική παραμόρφωση ενός τετραγωνικού κυττάρου. Παρατηρούμε ότι το τελικό σχήμα δεν είναι πλέον τετράγωνο.	18
Σχήμα 2.3: Μία τυχαία δομή αποτελούμενη από ρομποτικά κύτταρα. Είναι εμφανές ότι τόσο για την επίτευξη αυτής της δομής όσο και για τη λειτουργικότητά της, η οποία εκφράζεται μέσω της άσκησης κάποιας δύναμης στο περιβάλλον, είναι απαραίτητος ένας μηχανικός τρόπος σύνδεσης των κυττάρων.	19
Σχήμα 2.4: Όλες οι φάσεις που περιγράφουν τη δημιουργία και τη λειτουργία μιας δομής. Αρχικά έχουμε τη φάση της αυτόματης συναρμολόγησης και στη συνέχεια ακολουθεί η άσκηση της επιθυμητής δύναμης στο περιβάλλον.	20
Σχήμα 2.5: Η πρωτότυπη βασική κυτταρική δομική μονάδα (module).	21
Σχήμα 2.6: Το προτεινόμενο ρομποτικό κύτταρο. Διακρίνονται οι τέσσερις βασικές δομικές μονάδες αλλά και ο συνδετικός κύβος.....	22
Σχήμα 2.7: Ρομποτικό κύτταρο υπό συνθήκες παραμόρφωσης. Βλέπουμε το εξωτερικό περίγραμμα του κυττάρου το οποίο ορίζεται φέρνοντας τις εφαπτομένες στη βάση και στους τελικούς ακροδέκτες του μηχανισμού.....	24
Σχήμα 3.1: Η βασική δομική μονάδα με όλα τα βασικά χαρακτηριστικά της.....	26
Σχήμα 3.2: Γεωμετρικά μεγέθη δομικής μονάδας.	28
Σχήμα 3.3: Βασικά γεωμετρικά μεγέθη δομικής μονάδας τύπου B.	30

Σχήμα 3.4: Το προτεινόμενο ρομποτικό κύτταρο με όλα τα απαραίτητα για την ανάλυση συστήματα συντεταγμένων.....	33
Σχήμα 3.5: Μια τυχαία δομή αποτελούμενη από 10 ρομποτικά κύτταρα.....	35
Σχήμα 3.6: Γεωμετρικά μεγέθη της βάσης του κυττάρου.	39
Σχήμα 3.7: Γεωμετρικά μεγέθη συνδετικού κύβου.	40
Σχήμα 4.1: Μια δομή που αποτελείται από 19 ρομποτικά κύτταρα. Στο σχήμα διακρίνονται τόσο τα επίπεδα όσο οι στήλες της δομής και δίνεται ο δομικός της πίνακας.	46
Σχήμα 4.2: Κόμβοι ρομποτικού κυττάρου. Εδώ είναι πακτωμένη μόνο η δομική μονάδα 1. Οι ακριανοί κόμβοι του κυττάρου ενώνονται μόνο με τον κεντρικό.....	48
Σχήμα 5.1: (α) Δημιουργία της περιοχής επιρροής εμποδίου. (β) Το εμπόδιο με την περιοχή επιρροής. Το σύνορο της περιοχής επιρροής απέχει σταθερή απόσταση από κάθε σημείο του συνόρου του εμποδίου.	54
Σχήμα 6.1: Η κυψελοειδής δομή του 1 ^{ου} παραδείγματος. Η δομή αποτελείται από 4 κύτταρα, των οποίων τα εικονικά τετράγωνα φαίνονται με διακεκομμένη γραμμή. Οι κόμβοι 1 και 2 είναι οι κόμβοι εδάφους.	60
Σχήμα 6.2: Ο απλός γράφος της δομής.....	61
Σχήμα 6.3: Ο κατευθυνόμενος γράφος της δομής.	67
Σχήμα 6.4: Η δομή του 2 ^{ου} παραδείγματος.	75
Σχήμα 6.5: Ο απλός γράφος της δομής του 2 ^{ου} παραδείγματος.	76
Σχήμα 6.6: Ο κατευθυνόμενος γράφος της δομής του 2 ^{ου} παραδείγματος.....	77
Σχήμα 6.7: Η παραμόρφωση της δομής “Γ”. Παρατηρούμε ότι προσαρμόζεται με βάση τις επιβαλλόμενες συνθήκες.	78
Σχήμα 6.8: Τα επιμέρους βήματα για την αυτόματη συναρμολόγηση δύο κυττάρων. Προφανώς υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να επιτευχθεί το ίδιο αποτέλεσμα. Εδώ θεωρήσαμε ως κριτήριο την ελαχιστοποίηση του συνολικού αριθμού των κινήσεων. .	80
Σχήμα 6.9: Ο χώρος στον οποίο καλείται να συναρμολογηθεί η δομή. Διακρίνονται τα εμπόδια (με μπλε περίγραμμα) όπως και το αρχικό σημείο (με μωβ) και το τελικό (με κόκκινο).....	81
Σχήμα 6.10: Το τεχνητό δυναμικό πεδίο του προβλήματος.....	81
Σχήμα 6.11: Το πεδίο των τεχνητών δυνάμεων και οι ισοδυναμικές γραμμές. Παρατηρούμε ότι στα σύνορα των εμποδίων η τιμή του δυναμικού απειρίζεται.....	82
Σχήμα 6.12: Η διαδρομή μέσα στο χώρο των εμποδίων (με μαύρο χρώμα). Επιπλέον φαίνονται και οι ισοδυναμικές καμπύλες του πεδίου.....	83

Σχήμα 6.13: Ο τρόπος υπολογισμού της ελάχιστης απόστασης από τα εμπόδια προκειμένου να γίνεται ασφαλώς η συναρμολόγηση. Αυτή η απόσταση ισούται με το διπλάσιο της μέγιστης διαγωνίου του κυττάρου..... 83

Σχήμα 6.14: Η τελική συναρμολογημένη δομή μέσα στο χώρο. Με κόκκινο φαίνεται η διαδρομή, την οποία ακολουθούν όλα τα κύτταρα. Επίσης, φαίνεται ότι σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου υπάρχουν τα κατάλληλα περιθώρια ώστε να γίνει ασφαλώς η συναρμολόγηση. 84

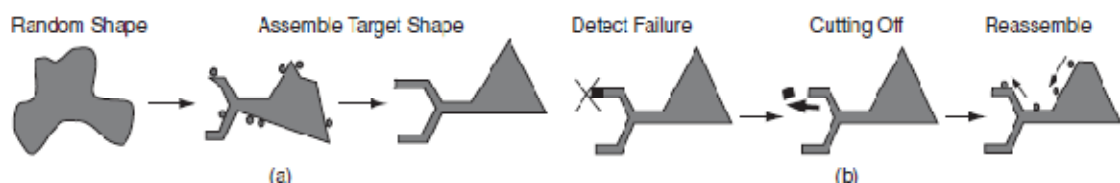
Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Τα *κυτταρικά ρομποτικά συστήματα (cellular/modular robotic systems)* έχουν την ικανότητα να αλλάζουν το σχήμα τους και τη λειτουργικότητά τους ανάλογα με τις συνθήκες υπό τις οποίες πρέπει να λειτουργήσουν και τα καθήκοντα που τους έχουν ανατεθεί. Η βάση κάθε τέτοιου συστήματος είναι το μηχανικό κύτταρο (cell/module) και κατά συνέπεια η σχεδιάσή του είναι αυτή που προσδίδει αλλά και επηρεάζει τις ιδιότητες ολόκληρου του κυτταρικού ρομποτικού συστήματος. Τα κύτταρα έχουν τη δυνατότητα να μετακινούνται μέσα στο σύστημα αυτό, αλλάζοντας έτσι τόσο την εσωτερική και εξωτερική μορφή όσο και τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του.

Η *κυτταρική ρομποτική (cellular/modular robotics)* είναι ένας κλάδος της επιστήμης της ρομποτικής που ασχολείται με το σχεδιασμό, την υλοποίηση και τον έλεγχο αυτόνομων ρομποτικών μηχανισμών με μεταβλητή μορφολογία – τα μηχανικά κύτταρα. Αυτοί οι μηχανισμοί αποτελούν τη βάση για τη δημιουργία μιας τεράστιας ποικιλίας ρομποτικών συστημάτων που προσαρμόζονται εύκολα και άμεσα στις συνθήκες του περιβάλλοντος που καλούνται να λειτουργήσουν. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της αλλαγής της θέσης και της σύνδεσης των κυττάρων (*reconfiguration*). Μέσω αυτής της δυνατότητας τα ρομποτικά συστήματα αποκτούν επιπλέον τις ικανότητες της αυτόματης συναρμολόγησης (*self assembly*) αλλά και της αυτόματης επιδιόρθωσης (*self repair*) [1], [2]. Ουσιαστικά, η εκπλήρωση των παραπάνω ικανοτήτων είναι η βασικότερη σχεδιαστική απαίτηση που πρέπει να καλύπτεται κατά το σχεδιασμό ενός μηχανικού κυττάρου. Στο Σχήμα 1.1 φαίνονται συνοπτικά αυτές οι δύο ικανότητες.



Σχήμα 1.1: Σχηματική αναπαράσταση της (a) αυτόματης συναρμολόγησης και της (b) αυτόματης επιδιόρθωσης.

Ένα επίσης πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό γνώρισμα των κυτταρικών ρομποτικών συστημάτων είναι το εν γένει χαμηλότερο κόστος. Σε πρώτη φάση, η μαζική παραγωγή όμοιων μηχανικών κυττάρων εμφανίζει ένα σημαντικό οικονομικό πλεονέκτημα, το οποίο αυξάνει καθώς αυξάνει και η παραγωγή. Επιπλέον, πολλές πολύπλοκες, ενεργοβόρες και ακριβές μηχανές θα μπορούσαν να αντικατασταθούν από τέτοιου χαμηλού κόστους κυτταρικές ρομποτικές δομές, των οποίων τα μηχανικά κύτταρα θα εκτελούσαν διαφορετικά καθήκοντα.

1.2 Γενική Διατύπωση του Προβλήματος

Στην παρούσα εργασία γίνεται η ανάλυση της νέας κατασκευαστικής διαμόρφωσης της βασικής ιδέας του μηχανικού κυττάρου R-Cell, η μελέτη διάφορων ρομποτικών συστημάτων κυψελοειδούς μορφής αποτελούμενα από μηχανικά κύτταρα καθώς και η μελέτη και επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης.

Οι ιδιότητες που κατέχει κάθε ρομποτικό σύστημα είναι οι επόμενες:

- Να είναι *ομοιογενές (homogeneous)*, δηλαδή να αποτελείται από το ίδιο μηχανικό κύτταρο. Η ομοιογένεια μιας δομής συνεπάγεται ότι το κυτταρικό ρομποτικό σύστημα μπορεί να αποσυντεθεί στα δομικά του στοιχεία, τα μηχανικά κύτταρα και ότι ένας αριθμός ίδιων μηχανικών κυττάρων θα μπορούν να συνθέσουν μία ρομποτική δομή κυτταρικής μορφής. Επιπλέον, μία ομοιογενής κατασκευή θα έχει σημαντικά μικρότερο κόστος από μία που αποτελείται από δύο ή παραπάνω είδη μηχανικών κυττάρων.
- Να μπορεί να *αυτο-συναρμολογηθεί (self assembly)*. Αυτό δίνει τη δυνατότητα στο σύστημα να συναρμολογείται μόνο του από το επίπεδο του ενός μηχανικού κυττάρου μέχρι την επίτευξη της επιθυμητής τελικής ρομποτικής δομής.
- Να μπορεί να αλλάξει μόνο του την εσωτερική και την εξωτερική του δομή (*self reconfiguration*) και έτσι να επιτυγχάνει την προσαρμογή του σε νέες συνθήκες περιβάλλοντος και νέα καθήκοντα. Αυτή η δυνατότητα του δίνει ακόμα το πλεονέκτημα της *αυτόματης επιδιόρθωσης (self repair)*.
- Να μπορεί να υποστεί *παραμόρφωση (deformation)*. Η ιδιότητα αυτή δίνει στο κυτταρικό σύστημα την ικανότητα να ασκεί γενικευμένες δυνάμεις σε διάφορες διευθύνσεις στο εξωτερικό του περιβάλλον αλλά και να δέχεται αντίστοιχες δυνάμεις από το περιβάλλον του, με πολύ καλύτερα αποτελέσματα από ένα διαφορετικό, “στερεό” ρομποτικό σύστημα.

Αναφορικά με το πρόβλημα της αυτόματης συναρμολόγησης, τα βασικά σημεία που το καθορίζουν είναι:

- Η *επιλογή της μορφής* της κυψελοειδούς ρομποτικής δομής, ικανής να ανταπεξέλθει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο στα τοπολογικά χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος που πρόκειται να αυτο-συναρμολογηθεί και στις λειτουργικές απαιτήσεις που τίθενται.
- Η *εύρεση της διαδρομής* μέσα στο χώρο, έτσι ώστε με βάση αυτή να καθίσταται δυνατή η συναρμολόγηση. Για την εύρεση της διαδρομής χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές προγραμματισμού πορείας (*path planning*).
- Η *εύρεση* και η *συναρμολόγηση της δομής γύρω από τη διαδρομή – δίοδο*. Χρησιμοποιώντας τα χαρακτηριστικά που έχει το ρομποτικό κυτταρικό σύστημα και με βάση την ανάλυση του μηχανικού κυττάρου, γίνεται η συναρμολόγηση της δομής μέσα στο χώρο, με οδηγό τη διαδρομή που έχει βρεθεί.

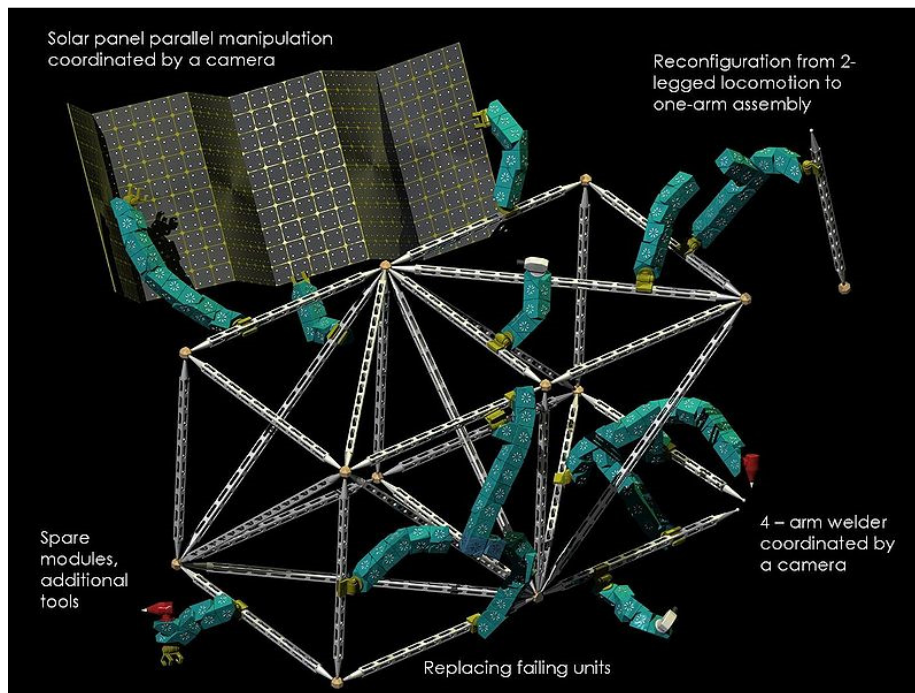
1.3 Σπουδαιότητα της Επίλυσης του Προβλήματος

Η δυνατότητα που έχει το μηχανικό κύτταρο για παραμόρφωση και η οποία μεταβιβάζεται σε ολόκληρο το ρομποτικό σύστημα είναι το βασικό χαρακτηριστικό γνώρισμα, το οποίο διαφοροποιεί κατά πολύ την συγκεκριμένη προσέγγιση που προτείνεται σε αυτή την εργασία από άλλες παραπλήσιες προσεγγίσεις. Σε αυτές, η εφαρμογή της αυτόματης συναρμολόγησης και της αυτόματης επιδιόρθωσης γίνεται μέσω της μετατόπισης των μηχανικών κυττάρων. Η δυνατότητα για παραμόρφωση όμως επιτρέπει στην κατασκευή να δέχεται και να ασκεί εύκολα δυνάμεις σε πολλές διευθύνσεις, ακόμα και ταυτόχρονα και να προσαρμόζεται πολύ καλύτερα και αμεσότερα σε οποιαδήποτε αλλαγή που μπορεί να συμβεί, είτε λόγω λειτουργικών αναγκών, είτε λόγω τοπολογικών αλλαγών.

Παράλληλα, η εφαρμογή της αυτόματης συναρμολόγησης σε διάφορους χώρους με τη χρήση τεχνικών προγραμματισμού πορείας είναι μία νέα μέθοδος προσέγγισης για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος και μέχρι σήμερα δεν έχει αναφερθεί κάτι αντίστοιχο στη βιβλιογραφία, καθώς εξετάζεται κυρίως ο τρόπος με τον οποίο θα γίνεται η αυτόματη συναρμολόγηση και σε μικρότερο βαθμό η εφαρμογή της.

1.4 Προηγούμενες Προσεγγίσεις

Η έννοια των κυτταρικών ρομποτικών συστημάτων εισήχθη τη δεκαετία του '70, στα πλαίσια της γρήγορης και αυτόματης αλλαγής εργαλείων στις εργαλειομήχανες ελεγχόμενες από υπολογιστή (CNC). Ειδικές μονάδες που είχαν κοινό μηχανισμό σύνδεσης εισάγονταν και εναλλάσσονταν αυτόματα πάνω σε ένα βραχίονα. Μία πιο σύγχρονη μορφή αυτής της ιδέας παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.2 όπου φαίνονται διάφορες ειδικές μονάδες να εκτελούν διαφορετικές εργασίες στο διάστημα [3].



Σχήμα 1.2: Διάφορες εφαρμογές των ρομποτικών κυτταρικών συστημάτων στο διάστημα και ειδικές μονάδες/εργαλεία που ενδεχομένως φέρουν.

Η πρώτη προσπάθεια να δημιουργηθεί ένα ρομποτικό κυτταρικό σύστημα έγινε στα τέλη της δεκαετίας του '80 όταν ο *T. Fukuda* παρουσίασε το "*Cellular roBOT*" ("*CEBOT*") [4], [5]. Το μηχανικό κύτταρο που ανέπτυξε ήταν εμπνευσμένο από τη Βιολογία και ήταν ανομοιογενές, καθώς αποτελείτο από διάφορα βασικά στοιχεία.

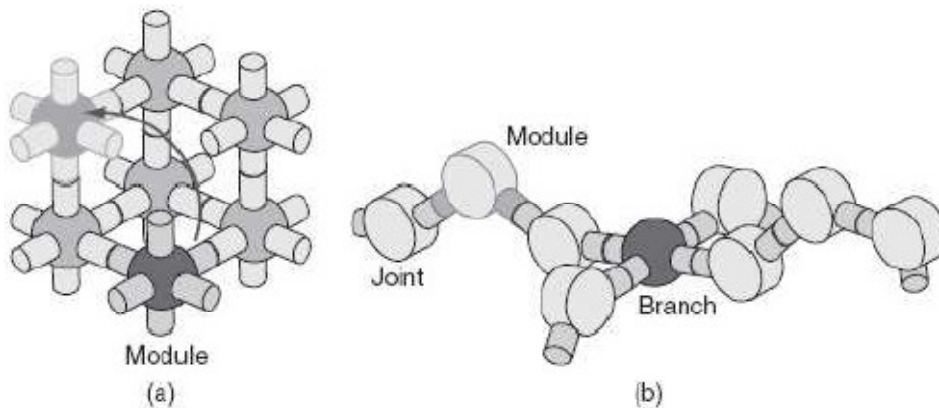
Με βάση τη μορφή και τη συνδεσμολογία τους, τα διάφορα κυτταρικά συστήματα που αναπτύσσονται μπορούν να χωριστούν στις επόμενες κατηγορίες:

- *Συστήματα Τύπου Πλέγματος (lattice type modular robots)*
- *Συστήματα Τύπου Αλυσίδας (chain type modular robots)*
- *Κινούμενα Συστήματα (mobile modular robots)*
- *Υβριδικά Συστήματα (hybrid modular robots)*

Επιπλέον, με βάση τη μέθοδο με την οποία σχηματίζονται οι διάφορες δομές, έχουμε τις επόμενες δύο κατηγορίες:

- *Στοχαστικά Συστήματα (stochastic modular robots)*
- *Ντετερμινιστικά Συστήματα (deterministic modular robots)*

Στο Σχήμα 1.3 φαίνονται τα δύο βασικά συστήματα τύπου πλέγματος και αλυσίδας.



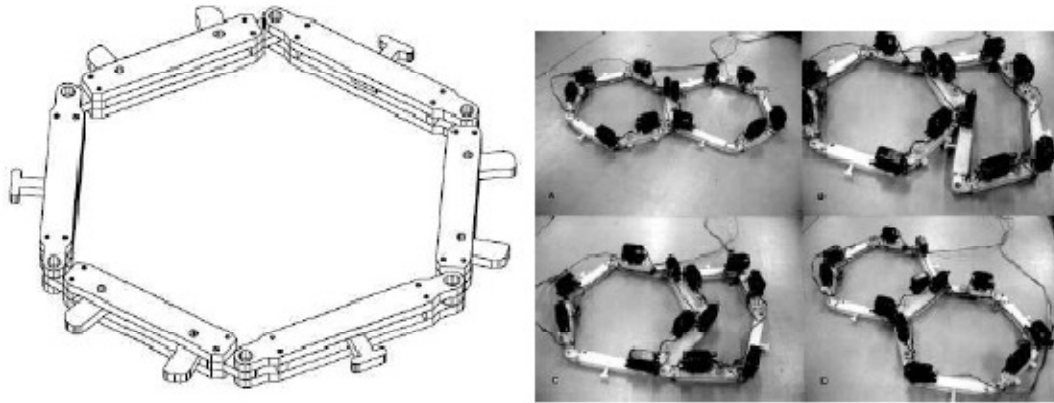
Σχήμα 1.3: Ρομποτικά συστήματα: (a) τύπου πλέγματος και (b) τύπου αλυσίδας.

1.4.1 Συστήματα Τύπου Πλέγματος

Αυτά τα συστήματα είναι τα πιο διαδεδομένα. Αποτελούνται από μηχανικά κύτταρα διατεταγμένα με κάποιου είδους συμμετρία σε 2D ή 3D πλέγματα και υπάρχουν συγκεκριμένες θέσεις μέσα σε αυτά στις οποίες μπορούν να μετακινηθούν τα κύτταρα. Η ύπαρξη αυτών των συγκεκριμένων θέσεων – κόμβων στο πλέγμα διευκολύνει την αλλαγή θέσης των κυττάρων μέσα στο σύστημα, είτε κινούνται μόνα τους, είτε με τη βοήθεια άλλων κυττάρων. Η ανάπτυξη της κινηματικής τους καθώς και ο προγραμματισμός αποφυγής συγκρούσεων είναι επίσης σχετικά πιο απλά ζητήματα, συγκριτικά με ένα σύστημα τύπου αλυσίδας. Εξαιτίας όμως αυτής της δομής, τα μηχανικά κύτταρα έχουν πολλούς μηχανισμούς σύνδεσης και πολλούς επενεργητές.

Τα πρώτα συστήματα αυτού του είδους που αναπτύχθηκαν ήταν το “*Metamorphic Robot*” [6] (Σχήμα 1.4), από τον *G. Chirikjian* και το “*Fracta*” [7] (Σχήμα 1.5) από τον *S. Murata*. Τα μηχανικά κύτταρα που δημιούργησαν είχαν 3 βαθμούς ελευθερίας και λειτουργούσαν στο δισδιάστατο χώρο. Έκτοτε έχουν προταθεί αρκετές προσεγγίσεις, οι οποίες λειτουργούν τόσο στον 2D χώρο όπως το “*Crystalline Robot*” [8] (Σχήμα 1.6) που αναπτύχθηκε από τους *D. Rus* και *M. Vona*, όσο και στον 3D χώρο. Χαρακτηριστικά παραδείγματα μηχανικών κυττάρων που δημιουργούν 3D δομές είναι το “*Atron*” [9],

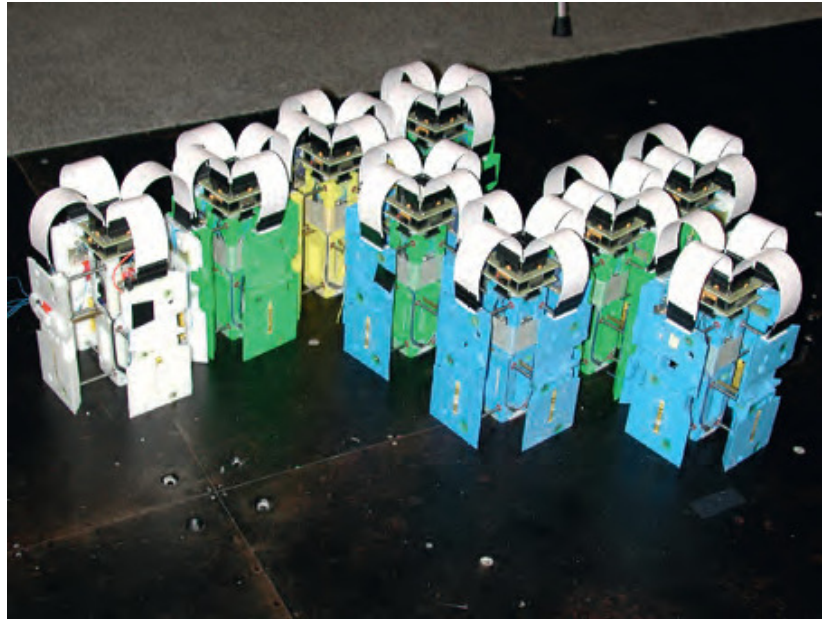
[10], [11] (Σχήμα 1.7) που αναπτύχθηκε στο Πανεπιστήμιο της Νότιας Δανίας (*University of Southern Denmark*) και το πιο πρόσφατο “*Miche*” [12] (Σχήμα 1.8), δημιουργία της ερευνητικής ομάδας της *D. Rus*.



Σχήμα 1.4: Αριστερά φαίνεται το “*Metamorphic Robot*” και δεξιά ο μηχανισμός σύμφωνα με τον οποίο κινούνται δύο τέτοια κύτταρα.



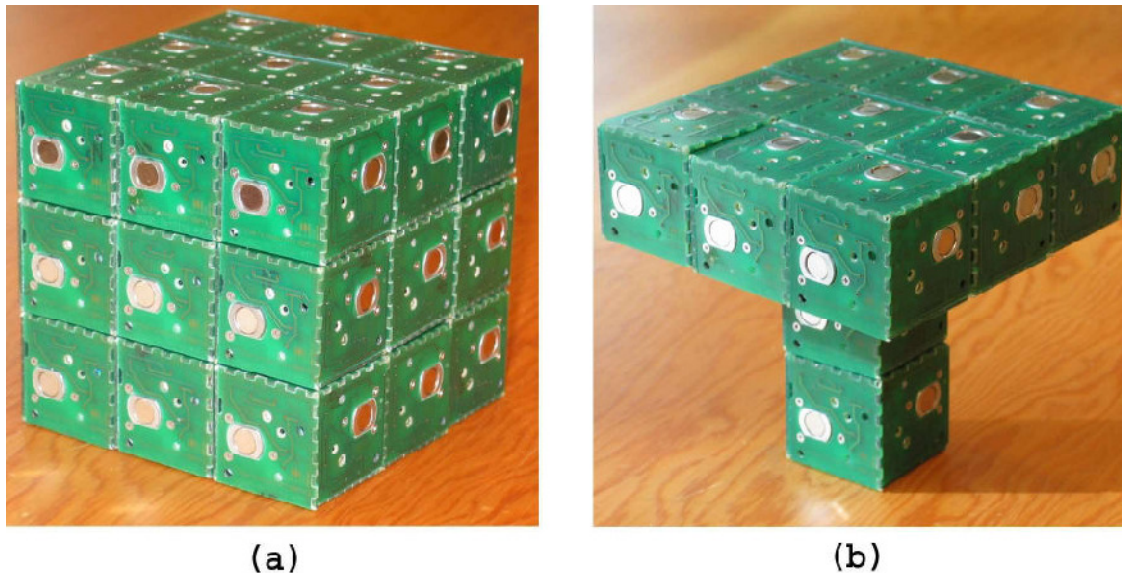
Σχήμα 1.5: Το “*Fracta*” και διάφορες φάσεις αλλαγής της δομής.



Σχήμα 1.6: Το “Crystalline Robot”. Τα κύτταρα μπορούν να μεταβάλλουν το μέγεθος τους έτσι ώστε να μετακινούνται τα κύτταρα στην κατασκευή.



Σχήμα 1.7: Το ρομποτικό σύστημα “Atron”. Αν και ανήκει στην κατηγορία των συστημάτων τύπου πλέγματος, μπορεί να σχηματίσει και δομές τύπου αλυσίδας.

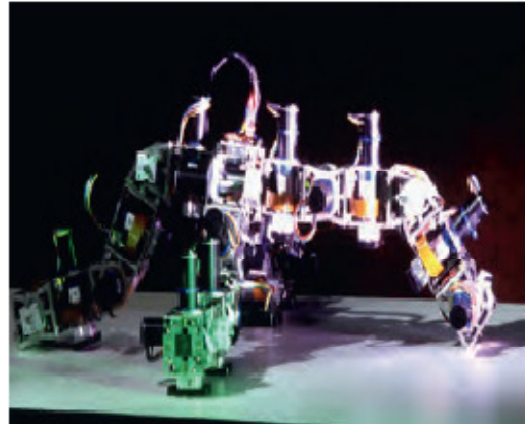
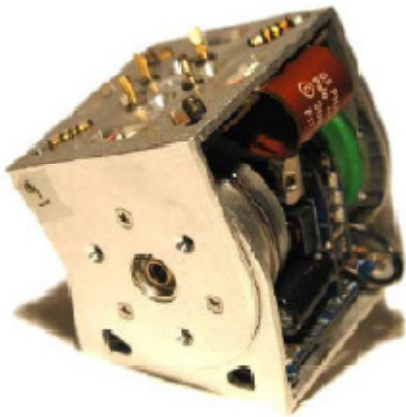


Σχήμα 1.8: Ένα ρομποτικό σύστημα αποτελούμενο από πολλά κύτταρα “Miche”. Μέσω της αποσυναρμολόγησης, είναι δυνατόν μία ομοιόμορφη συμμετρική δομή (a) να μετασχηματιστεί σε μία άλλη, πιο ενδιαφέρουσα και λειτουργική (b).

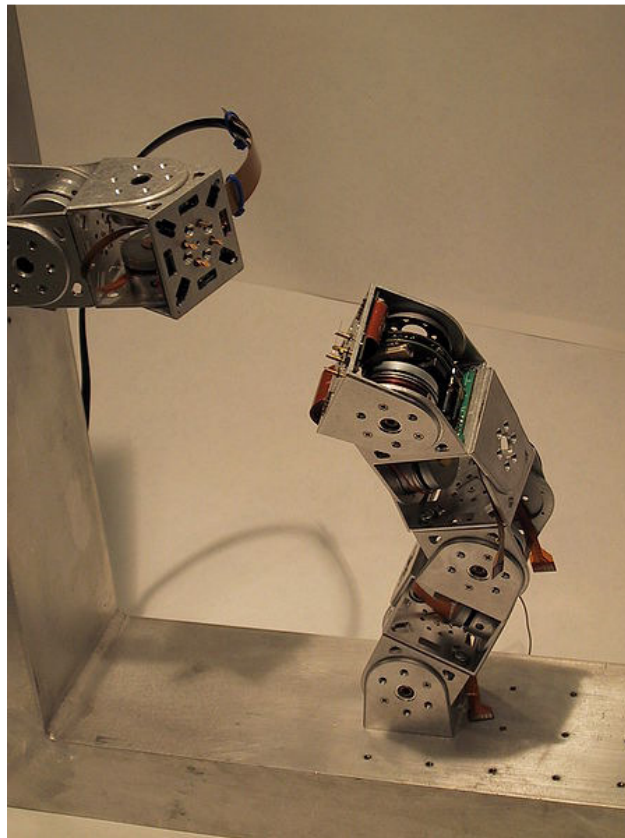
1.4.2 Συστήματα Τύπου Αλυσίδας

Ένα σύστημα τύπου αλυσίδας αποτελείται από κύτταρα που ενώνονται σε μία ή περισσότερες γραμμικές κατασκευές και μοιάζουν με φίδια ή με κλαδιά δέντρων. Αυτές οι κατασκευές είναι δυνατόν να σχηματίζουν και διάφορους βρόγχους. Τα συστήματα αυτά δεν εμφανίζουν κάποια ιδιαίτερη συμμετρία και έχουν πολύπλοκη κινηματική, έλεγχο και προγραμματισμό τροχιάς. Ο προγραμματισμός αποφυγής συγκρούσεων είναι επίσης μία αρκετά επίπονη διαδικασία. Εμφανίζουν όμως το πλεονέκτημα ότι εν γένει χρειάζονται λιγότερους μηχανισμούς σύνδεσης και επενεργητές.

Η πρώτη προσπάθεια ανάπτυξης ενός τέτοιου συστήματος έγινε από τον *M. Yim* με το “*PolyBot*” [13] (Σχήμα 1.9). Κάθε μηχανικό κύτταρο διαθέτει 1 βαθμό ελευθερίας και οι δομές που επιτυγχάνονται λειτουργούν στον 3D χώρο. Στο Σχήμα 1.10 φαίνεται η έκδοση “*PolyBot G3*”, ενώ μία πιο πρόσφατη προσέγγιση του *M. Yim* είναι αυτή με το “*CKBot*” [14] (Σχήμα 1.11), το οποίο βασίζεται στην προηγούμενη εργασία του πάνω στο “*PolyBot*”. Στην κατηγορία αυτή βρίσκεται και το “*CONRO*” [15], [16], [17] (Σχήμα 1.12), που αναπτύχθηκε από τους *P. Will* και *W.M. Shen*. Ανάμεσα στις σημαντικότερες προσπάθειες βρίσκεται και το “*Molecube*” [18] (Σχήμα 1.13) του *V. Zykov*.



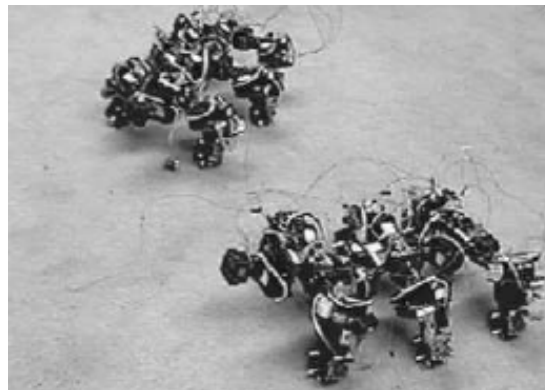
Σχήμα 1.9: [Αριστερά] Το μηχανικό κύτταρο “PolyBot”. [Δεξιά] Μία τετράποδη δομή αποτελούμενη από μηχανικά κύτταρα “PolyBot”.



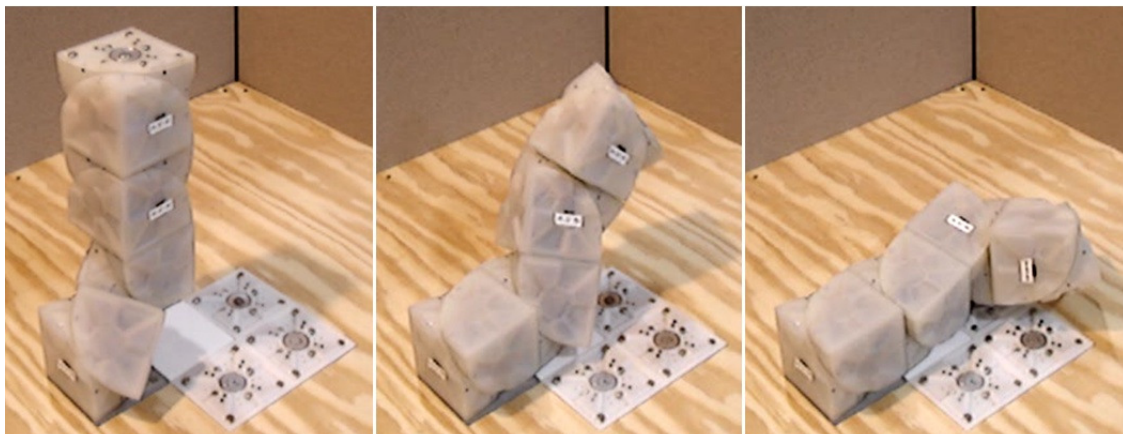
Σχήμα 1.10: Το “PolyBot G3”. Με το κύτταρο αυτό μπορούν να δημιουργηθούν διαφόρων τύπων δομές, ικανές να βαδίζουν και με πολύ μεγάλη ευχέρεια στη μετακίνηση των κυττάρων από σημείο σε σημείο.



Σχήμα 1.11: Η εξέλιξη του “PolyBot”, το CKBot, στο οποίο είναι προσαρμοσμένη μία ειδική μονάδα – κάμερα.



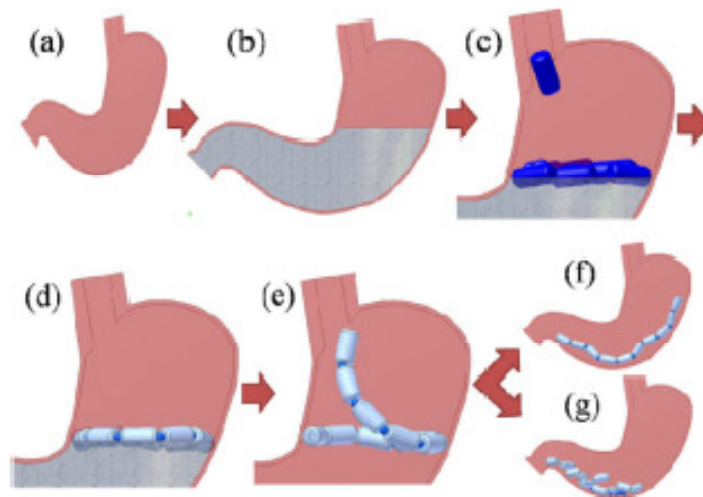
Σχήμα 1.12: Δύο ρομποτικά κυτταρικά συστήματα αποτελούμενα από το κύτταρο “CONRO”.



Σχήμα 1.13: Ρομποτική δομή αποτελούμενη από κύτταρα “Molecube”.

1.4.3 Κινούμενα Συστήματα

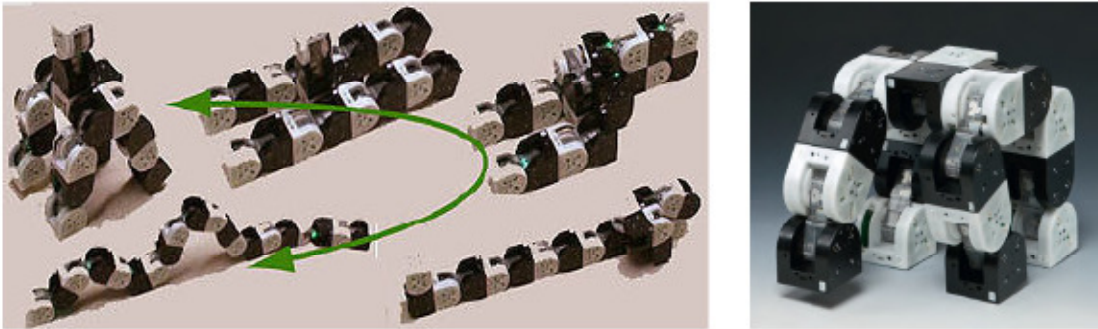
Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν τα μηχανικά κύτταρα τα οποία κινούνται σε ένα χώρο χωρίς να έχουν κάποια σύνδεση με τα υπόλοιπα κύτταρα που ενδεχομένως βρίσκονται εκεί. Όταν γίνεται η σύνδεση, η δομές που δημιουργούνται μπορεί να είναι τύπου είτε πλέγματος είτε αλυσίδας. Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν τα κύτταρα τα οποία επιπλέουν σε κάποιο υγρό. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι τα ρομποτικά κύτταρα τα οποία χρησιμοποιούνται στην Ιατρική. Έχοντας το μέγεθος μιας κάψουλας, εισέρχονται στο σώμα του ασθενούς μέσω κατάποσης και αφού συναρμολογηθούν, μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο για διαγνωστικό σκοπό όσο και για κάποια λεπτή επέμβαση [19], [20]. Αυτού του είδους οι επεμβάσεις έχουν πολύ μεγάλη ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια και τα ρομποτικά κυτταρικά συστήματα μπορούν προσφέρουν πάρα πολλά στην εξέλιξη αυτού του τομέα της Ιατρικής.



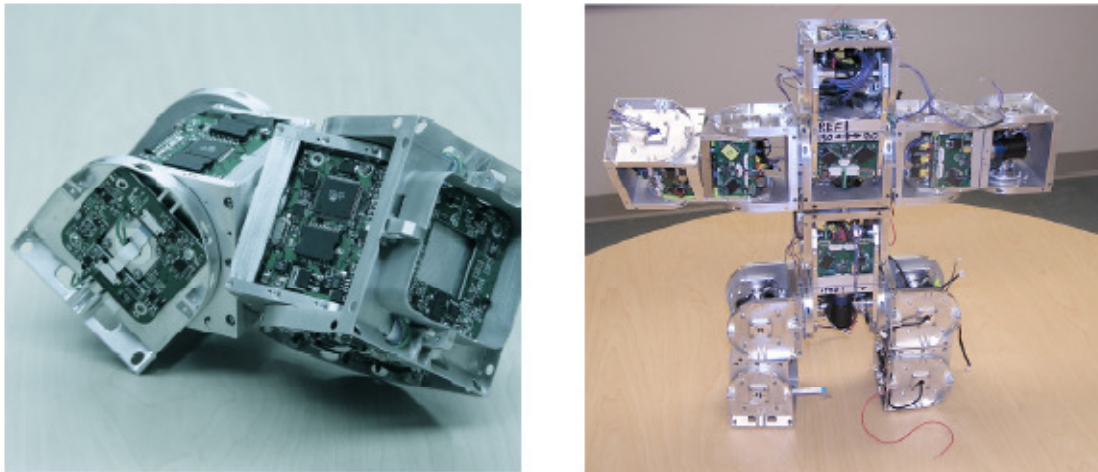
Σχήμα 1.14: Τα διάφορα στάδια για τον έλεγχο του στομάχου με τη χρήση ρομποτικών κυτταρικών δομών. Αρχικά εισάγεται ένα κατάλληλο υγρό (a)-(b) στο οποίο θα διεξαχθεί η αυτόματη συναρμολόγηση των κυττάρων – κάψουλες (c)-(d). Στη συνέχεια απομακρύνεται το υγρό, γίνεται η εξέταση (e) και τελικά η δομή αποσυναρμολογείται και αποβάλλεται από τον οργανισμό (f)-(g).

1.4.4 Υβριδικά Συστήματα

Τα υβριδικά συστήματα συνδυάζουν στοιχεία από τα συστήματα τύπου πλέγματος και αλυσίδας και διαθέτουν πάρα πολλές δυνατότητες. Η πλέον επιτυχημένη προσέγγιση, το “M-TRAN” (“Modular TRANSformer”) [21], [22] (Σχήμα 1.15) δημιουργήθηκε από τον S. Murata και πλέον βρίσκεται στην τρίτη γενιά του. Μία πιο πρόσφατη προσέγγιση είναι αυτή του “SuperBot” [23] (Σχήμα 1.16) που προέκυψε ως συνδυασμός των “M-TRAN” και “CONRO”.



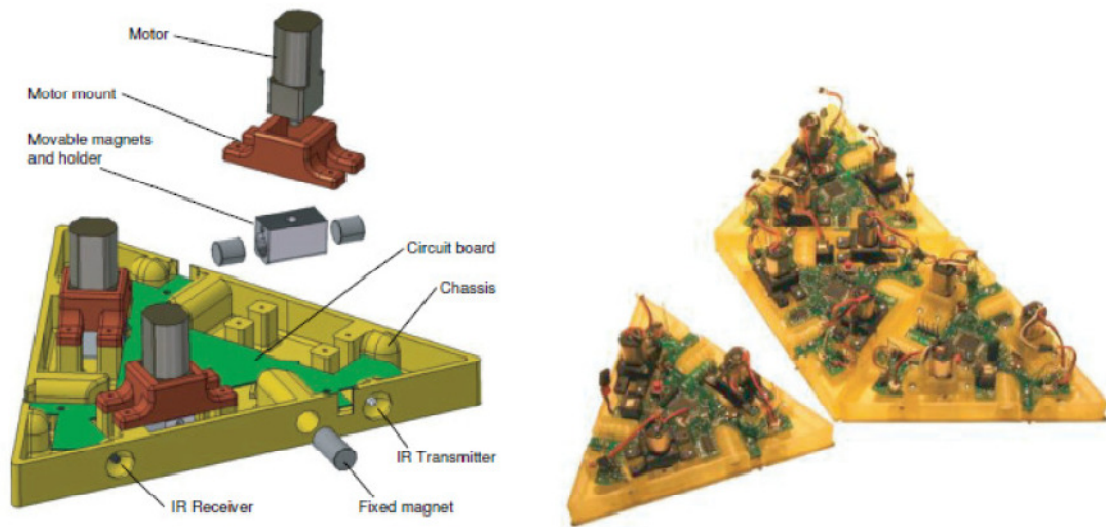
Σχήμα 1.15: [Αριστερά] Η σταδιακή μετατροπή μιας δομής τύπου αλυσίδας σε μία πολύπλοκη τετράποδη δομή. [Δεξιά] Η τετράποδη δομή αποτελούμενη από τα κύτταρα “M-TRAN III” σε κίνηση.



Σχήμα 1.16: [Αριστερά] Το μηχανικό κύτταρο “SuperBot”. [Δεξιά] Μία δομή αποτελούμενη από τέτοια κύτταρα.

1.4.5 Στοχαστικά Συστήματα

Σε ένα στοχαστικό σύστημα, τα κύτταρα μετακινούνται με τυχαίο και παθητικό τρόπο στο χώρο και δημιουργούν κατασκευές όταν πλησιάσουν αρκετά σε άλλα κύτταρα. Όταν γίνει η επαφή δύο κυττάρων, λαμβάνεται απόφαση αν θα γίνει η σύνδεση ή όχι. Ο χρόνος που χρειάζεται για να δημιουργηθεί μία δομή υπολογίζεται στοχαστικά. Τέτοιο σύστημα αποτελούν και τα “Programmable Parts” [24], (Σχήμα 1.17) που αναπτύχθηκε από την ομάδα του *E. Klavins*.



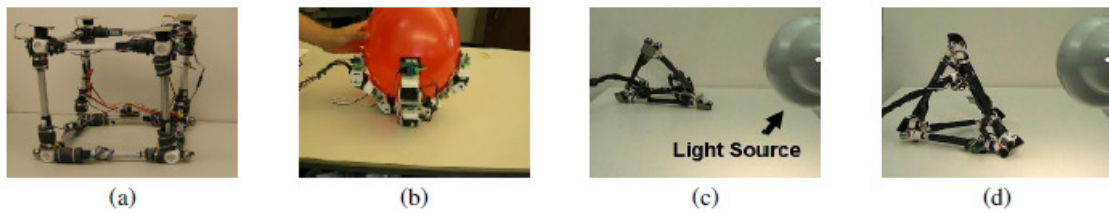
Σχήμα 1.17: [Αριστερά] Η εσωτερική δομή ενός “Programmable Part”. [Δεξιά] 4 “Programmable Parts” συναρμολογώντας μία τριγωνική δομή.

1.4.6 Ντετερμινιστικά Συστήματα

Σε αυτού του είδους τα συστήματα, τα μηχανικά κύτταρα κινούνται απευθείας από μία θέση σε μία άλλη μέσα στο πλέγμα ή την αλυσίδα. Σε κάθε στιγμή, οι θέσεις όλων των κυττάρων είναι γνωστές και ο χρόνος που απαιτείται για να γίνει οποιαδήποτε μετατόπιση είναι επίσης γνωστός.

1.4.7 Προσεγγίσεις με ικανότητα παραμόρφωσης

Αρκετά πρόσφατα έγιναν κάποιες προσπάθειες για την εισαγωγή της παραμόρφωσης στις ικανότητες του μηχανικού κυττάρου. Στο Σχήμα 1.18 παρουσιάζεται η κατασκευή που αναπτύχθηκε στο Πανεπιστήμιο του *Harvard* [25] ενώ στο Σχήμα 1.19 φαίνεται το ετερογενές ρομποτικό κυτταρικό σύστημα “*Odin*” [26], που αναπτύχθηκε στο Πανεπιστήμιο της *Νότιας Δανίας*.



Σχήμα 1.18: (a) Μία κυβική κυτταρική κατασκευή. Αυτή η κατασκευή έχει την ικανότητα να παραμορφώνεται και προσαρμόζεται στις εξωτερικές συνθήκες πίεσης και φόρτισης. (b) Μία κυτταρική κατασκευή σε σχήμα παλάμης, όπου έχει την ικανότητα να “πιάνει” εύθραστα αντικείμενα και να παραμορφώνεται έτσι ώστε να τους ασκεί ομοιόμορφη φόρτιση. (c)-(d) Μία τετραεδρική κυτταρική κατασκευή η οποία μπορεί να κινείται και να ακολουθεί την πηγή φωτός.



Σχήμα 1.19: Το “Odin”, αποτελούμενο από 21 κύτταρα δημιουργώντας ένα στιβαρό πλέγμα.

1.5 Δομή της Εργασίας

Σε αυτό το σημείο κρίνεται σκόπιμο να αναπτυχθεί περιληπτικά το περιεχόμενο της παρούσας εργασίας έτσι ώστε ο αναγνώστης να έχει μια εικόνα για το ποιες πληροφορίες θα συναντήσει σε κάθε κεφάλαιο.

Έτσι, στο 2^ο κεφάλαιο, περιγράφεται η βασική ιδέα και διατυπώνεται τεχνικά το πρόβλημα της σχεδίασης και ανάλυσης του κυττάρου. Πιο συγκεκριμένα, αναλύεται η κατασκευαστική διαμόρφωση του κυττάρου συναρτήσει των απαιτήσεων και των περιορισμών που πρέπει να πληρούνται. Παρόμοια ανάλυση γίνεται και στο επίπεδο της κυψελοειδούς ρομποτικής δομής.

Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται η τεχνική και μαθηματική προσέγγιση για την επίλυση της κινηματικής (ευθείας, αντίστροφης και διαφορικής) της βασικής κυτταρικής δομικής μονάδας καθώς και του υπό μελέτη ρομποτικού κυττάρου.

Εν συνεχεία, στο 4^ο κεφάλαιο δίνεται μία αναλυτική περιγραφή της μοντελοποίησης ολοκληρωμένων κυτταρικών ρομποτικών δομών με βάση τη θεωρία των γράφων.

Στο 5^ο κεφάλαιο περιγράφεται λεπτομερώς και επιλύεται το πρόβλημα της αυτόματης συναρμολόγησης. Αναλύονται και αξιολογούνται όλες οι απαιτήσεις αλλά και οι περιορισμοί οι οποίοι χαρακτηρίζουν το πρόβλημα και παρουσιάζεται η σύνθεση του προβλήματος αυτού με την ανάλυση που έχει προηγηθεί σε επίπεδο κυττάρου.

Στο 6^ο κεφάλαιο περιλαμβάνεται η παρουσίαση και επίλυση διαφόρων παραδειγμάτων προβλημάτων και κυτταρικών δομών.

Τέλος, στο 7^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την παρούσα εργασία, αξιολογούνται τα αποτελέσματα που προέκυψαν και αναφέρονται διάφορες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Κεφάλαιο 2

Τεχνική Διατύπωση του Προβλήματος

2.1 Γενικά

Η διπλωματική αυτή εργασία χωρίζεται σε δύο διακριτά μέρη:

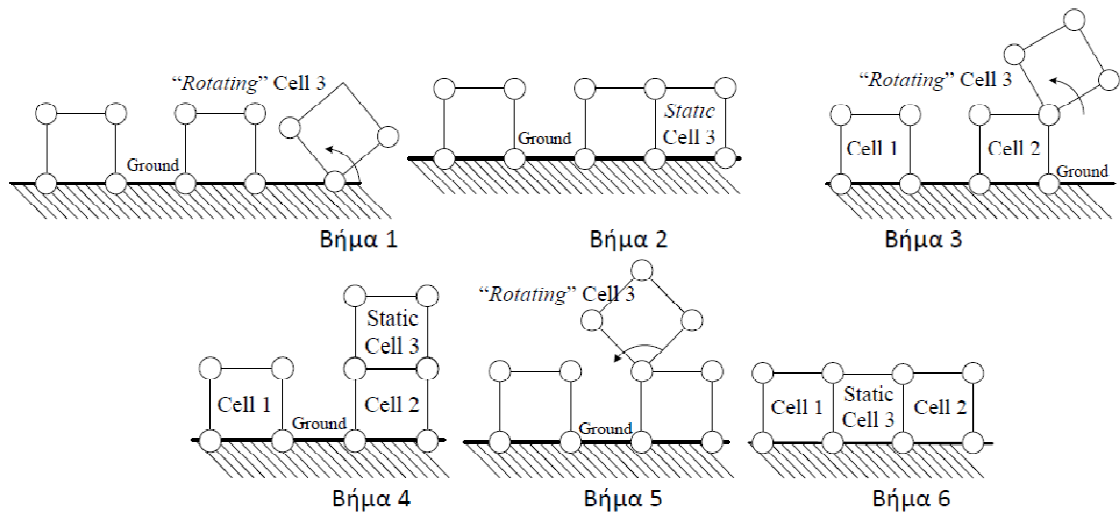
- Τη σχεδίαση και ανάλυση ενός ρομποτικού κυττάρου και
- Την επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης

Το κάθε μέρος διέπεται από ξεχωριστές απαιτήσεις και περιορισμούς. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούν μόνο όσα σχετίζονται με τη σχεδίαση και ανάλυση του κυττάρου. Η περιγραφή του πρόβληματος της αυτόματης συναρμολόγησης και η επίλυσή του θα γίνουν αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο.

2.2 Σχεδίαση και Ανάλυση Κυττάρου

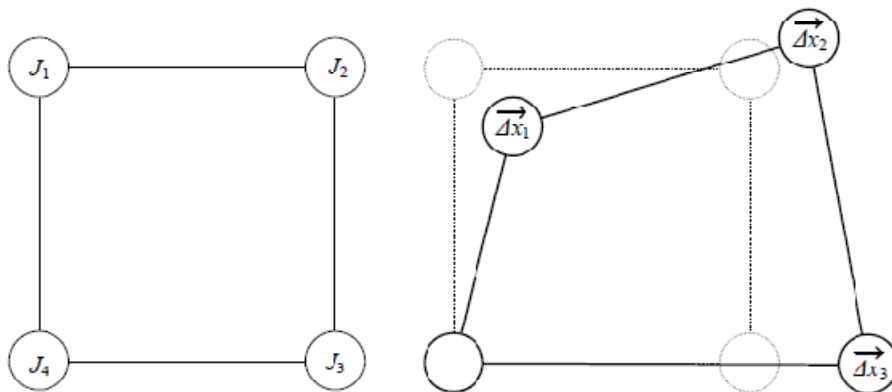
2.2.1 Απαιτήσεις

Προκειμένου να επιτευχθεί η δημιουργία ολοκληρωμένων κυτταρικών δομών, οι οποίες θα έχουν τη δυνατότητα της αυτόματης συναρμολόγησης και της αυτόματης επιδιόρθωσης, *πρέπει τα ρομποτικά κύτταρα να μπορούν να κινούνται ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα*, έτσι ώστε να μετακινούνται στην επιθυμητή θέση μέσα σε μία δομή ή να αλλάζουν θέση, μεταβάλλοντας κατά αυτό τον τρόπο τα μορφολογικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά ολόκληρης της δομής (Σχήμα 2.1).



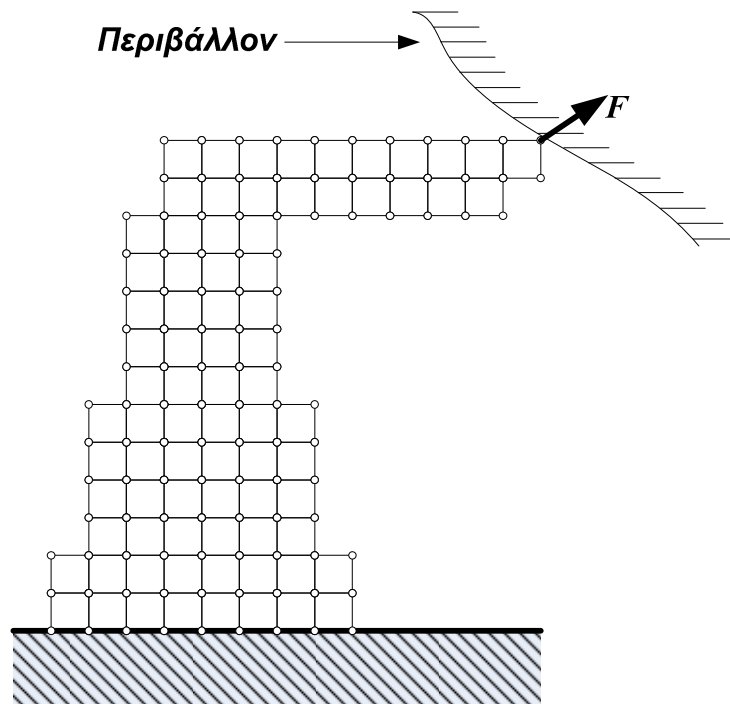
Σχήμα 2.1: Η κίνηση ενός ρομποτικού κυττάρου από μία αρχική σε μία τελική θέση.

Επιπλέον, το κάθε κύτταρο θα πρέπει να έχει την *ικανότητα να παραμορφώνεται*. Αυτό σημαίνει ότι θα μπορεί να αλλάζει τη θέση των κόμβων που απαρτίζουν το εξωτερικό του περίγραμμα έτσι ώστε να δημιουργείται ένα διαφορετικό εξωτερικό περίγραμμα (Σχήμα 2.2). Χρησιμοποιώντας αυτή την ιδιότητα, τόσο το κύτταρο, όσο και συνολικά μία κατασκευή αποτελούμενη από τέτοια κύτταρα θα έχει τη δυνατότητα να ασκεί αλλά και να παραλαμβάνει δυνάμεις και ροπές.



Σχήμα 2.2: Ενδεικτική παραμόρφωση ενός τετραγωνικού κυττάρου. Παρατηρούμε ότι το τελικό σχήμα δεν είναι πλέον τετράγωνο.

Εξίσου σημαντικός είναι ο τρόπος που θα γίνεται η *διασύνδεση (clamping)* των κυττάρων αφού μία σωστή και σταθερή σύνδεση μεταξύ των κυττάρων εξασφαλίζει μία στιβαρή και λειτουργική δομή (Σχήμα 2.3).

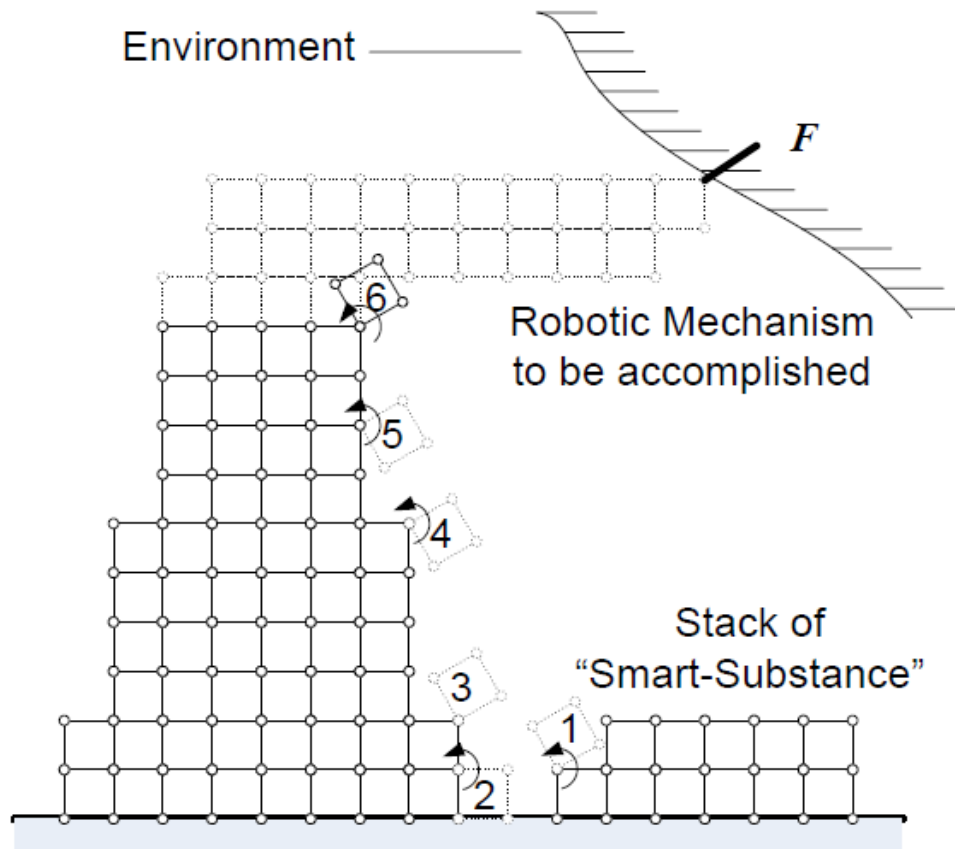


Σχήμα 2.3: Μία τυχαία δομή αποτελούμενη από ρομποτικά κύτταρα. Είναι εμφανές ότι τόσο για την επίτευξη αυτής της δομής όσο και για τη λειτουργικότητά της, η οποία εκφράζεται μέσω της άσκησης κάποιας δύναμης στο περιβάλλον, είναι απαραίτητος ένας μηχανικός τρόπος σύνδεσης των κυττάρων.

Συνοψίζοντας, οι τρεις απαιτήσεις που πρέπει να πληροί το μηχανικό κύτταρο είναι οι κατώθι:

- Δυνατότητα αυτόνομης κίνησης και ανεξάρτητης των άλλων κυττάρων.
- Δυνατότητα παραμόρφωσης για την άσκηση και παραλαβή δυνάμεων και ροπών.
- Επίτευξη μηχανικού τρόπου σύνδεσης με άλλα κύτταρα με σκοπό τη δημιουργία μιας στιβαρής κατασκευής.

Στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζονται συνοπτικά όλες οι λειτουργίες που επιθυμούμε να έχουν τα ρομποτικά μας κύτταρα.



Σχήμα 2.4: Όλες οι φάσεις που περιγράφουν τη δημιουργία και τη λειτουργία μιας δομής. Αρχικά έχουμε τη φάση της αυτόματης συναρμολόγησης και στη συνέχεια ακολουθεί η άσκηση της επιθυμητής δύναμης στο περιβάλλον.

2.2.2 Περιορισμοί

Εκτός των απαιτήσεων που διέπουν το πρόβλημα, υπάρχουν και κάποιοι περιορισμοί, οι οποίοι πρέπει να γίνουν σεβαστοί. Στη διπλωματική εργασία του Δημήτριου Χατζηγεωργίου [29], αποδεικνύεται ότι το βέλτιστο σχήμα που πρέπει να έχει ένα κύτταρο που καλύπτει τις παραπάνω απαιτήσεις είναι *τετραγωνικό*.

Επίσης, το Εργαστήριο Αυτόματου Ελέγχου διαθέτει μία *βασική κυτταρική δομική μονάδα (module)*. Το προτεινόμενο ρομποτικό κύτταρο λοιπόν πρέπει να συντίθεται κατάλληλα από έναν αριθμό τέτοιων βασικών μονάδων.

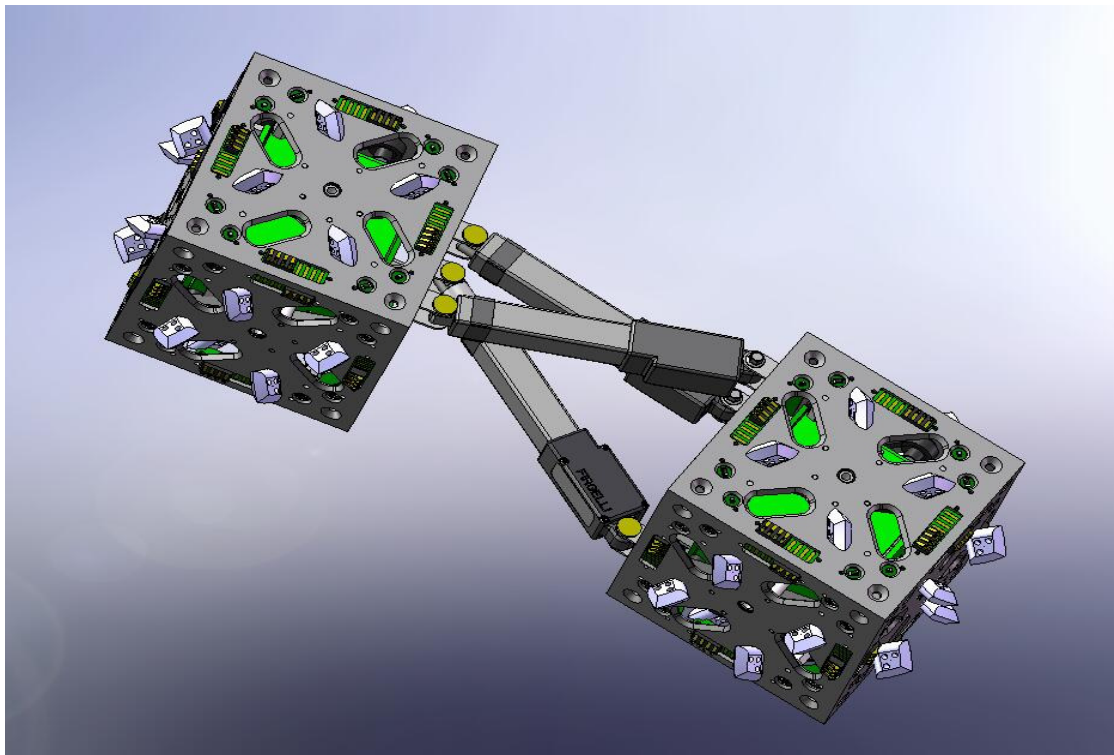
Εν συντομία, οι περιορισμοί που επιβάλλονται στο ρομποτικό κύτταρο είναι:

- Να έχει τετραγωνικό εξωτερικό σχήμα.
- Να αποτελείται από βασικές κυτταρικές δομικές μονάδες.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η πρωτότυπη βασική κυτταρική μονάδα και έπειτα αναπτύσσονται τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά και η μορφή του ρομποτικού κυττάρου.

2.2.3 Βασική Κυτταρική Δομική Μονάδα (Module)

Η βασική κυτταρική δομική μονάδα (Σχήμα 2.5) αποτελεί την καρδιά του συστήματος, σε επίπεδο κυττάρου αλλά και σε επίπεδο δομής. Σε αυτή βρίσκονται τόσο οι επενεργητές που δίνουν κίνηση στην κατασκευή όσο και το σύστημα μηχανικής σύνδεσης το οποίο καθιστά δυνατή τη δημιουργία κυττάρων και δομών.



Σχήμα 2.5: Η πρωτότυπη βασική κυτταρική δομική μονάδα (module).

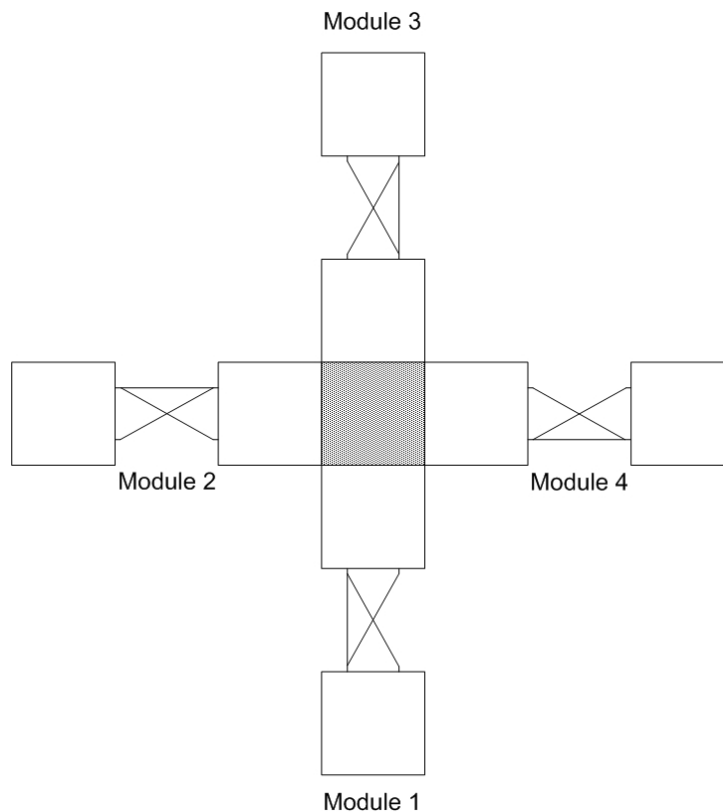
Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.5, η δομική μονάδα αποτελείται από δύο κύβους, οι οποίοι, σύμφωνα με τις αρχές της ρομποτικής, αποτελούν τη βάση και τον τελικό ακροδέκτη του ρομποτικού αυτού μηχανισμού και από εννέα αρθρώσεις. Οι τρεις από αυτές είναι γραμμικές και είναι οι μόνες που μπορούν να ενεργοποιηθούν ενώ οι υπόλοιπες έξι είναι παθητικές περιστροφικές. Η μηχανική σύνδεση επιτυγχάνεται μέσω των ειδικών συνδετικών στοιχείων (*clamps*) που βρίσκονται στις πέντε έδρες κάθε κύβου σε συνδυασμό με την κατασκευαστική διαμόρφωση των εδρών αυτών.

Πρακτικά, όταν δύο έδρες έρθουν σε επαφή, τα συνδεδεμένα στοιχεία της μίας εισχωρούν στην άλλη διαμέσου των οπών που βρίσκονται σε κατάλληλες θέσεις και στη συνέχεια περιστρέφονται έτσι ώστε να μην είναι δυνατή η αποκόλληση πλέον των δύο εδρών παρά μόνο όταν περιστραφούν εκ νέου τα συνδεδεμένα στοιχεία.

Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι όλη η ανάλυση που έγινε στα πλαίσια αυτής της εργασίας εκτείνεται στο δισδιάστατο (2D) χώρο. Είναι φανερό όμως ότι, λόγω της κατασκευαστικής διαμόρφωσης της βασικής κυτταρικής δομικής μονάδας, μία ανάλυση στον τρισδιάστατο (3D) χώρο είναι δυνατή.

2.2.4 Προτεινόμενο Ρομποτικό Κύτταρο (R-Cell)

Με βάση όλες τις παραπάνω απαιτήσεις και περιορισμούς, προτείνεται ένα νέο ρομποτικό κύτταρο το οποίο αποτελείται από τέσσερις βασικές κυτταρικές δομικές μονάδες και από ένα εσωτερικό συνδεδετικό κύβο. Το κύτταρο αυτό παρουσιάζεται στο επόμενο Σχήμα 2.6.

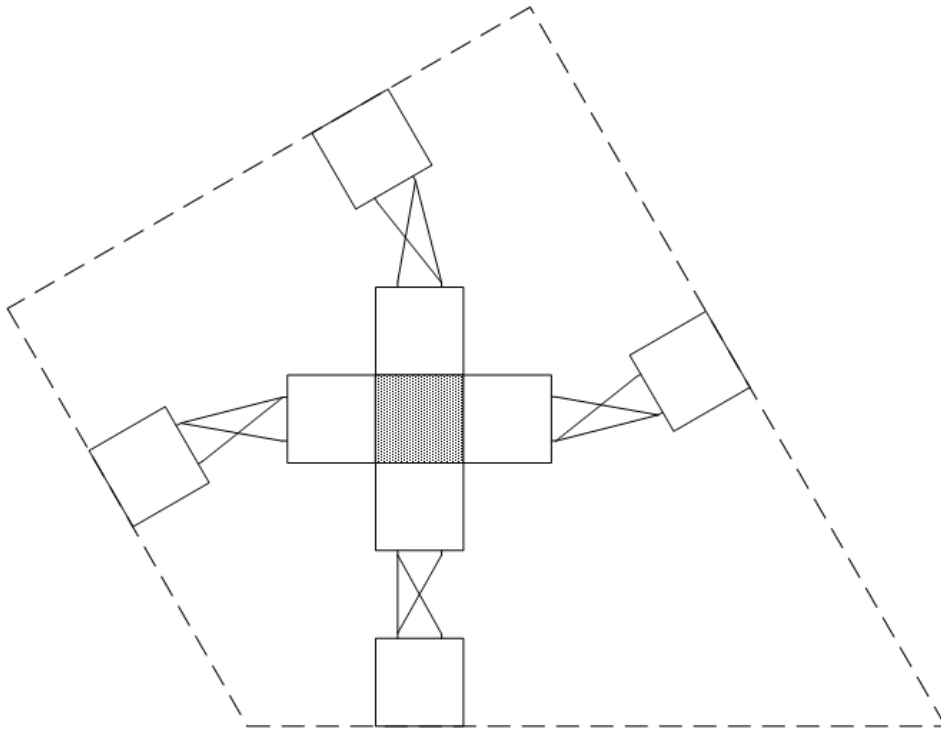


Σχήμα 2.6: Το προτεινόμενο ρομποτικό κύτταρο. Διακρίνονται οι τέσσερις βασικές δομικές μονάδες αλλά και ο συνδεδετικός κύβος.

Ο εσωτερικός κύβος είναι πανομοιότυπος με τους κύβους που χρησιμοποιούνται στη δομική μονάδα με την εξαίρεση ότι και η έκτη έδρα είναι συνδετική έδρα (στη δομική μονάδα αυτή η μία έδρα είναι υπεύθυνη για τη στήριξη των αρθρώσεων). Αν και με αυτή τη διαμόρφωση το μηχανικό κύτταρο εντάσσεται στην κατηγορία των ανομοιογενών μηχανισμών, ο εσωτερικός κύβος όχι μόνο δεν εισάγει καθόλου νέες παραμέτρους στο πρόβλημα αλλά καθιστά επιτεύξιμη τη μηχανική σύνδεση και τη μεταφορά της πληροφορίας μεταξύ των δομικών μονάδων που αποτελούν το κύτταρο.

Με αναφορά στο Σχήμα 2.6, η βάση του κυττάρου επιλέγεται να είναι η κάτω δομική μονάδα (module 1) ενώ οι εξωτερικοί κύβοι των υπόλοιπων δομικών μονάδων αποτελούν τους τελικούς ακροδέκτες της κατασκευής (modules 2, 3 και 4). Αυτή η αρίθμηση όμως είναι σχετική καθώς, μέσω του τρόπου σχεδίασης του κυττάρου, υπάρχει κατάλληλη συμμετρία έτσι ώστε κάθε δομική μονάδα να μπορεί να αποτελέσει τη βάση του συστήματος και η ανάλυση να παραμείνει ακριβώς η ίδια. Επιπλέον, όσον αφορά το σχήμα του περιγράμματος του κυττάρου, αυτό πλέον είναι ένα “εικονικό” τετράγωνο, το οποίο ορίζεται με βάση τις εφαπτομένες που ορίζονται από κάθε τελικό ακροδέκτη.

Όπως είδαμε, μία από τις απαιτήσεις που πρέπει να πληροί το κύτταρο είναι αυτή της ικανότητας παραμόρφωσης. Η απαίτηση αυτή είναι πολύ σημαντική καθώς αποτελεί ένα χαρακτηριστικό γνώρισμα του κυττάρου το οποίο, εκτός της δυνατότητας παραλαβής εξωτερικών φορτίων, το διαφοροποιεί σημαντικά από προηγούμενες προσεγγίσεις που έχουν γίνει στον χώρο της κυτταρικής ρομποτικής. Στο επόμενο Σχήμα 2.7 λοιπόν φαίνεται ένα παραμορφωμένο κύτταρο καθώς και το παραμορφωμένο “εικονικό” τετράγωνο που επιτυγχάνεται.



Σχήμα 2.7: Ρομποτικό κύτταρο υπό συνθήκες παραμόρφωσης. Βλέπουμε το εξωτερικό περίγραμμα του κυττάρου το οποίο ορίζεται φέρνοντας τις επαφόμενες στη βάση και στους τελικούς ακροδέκτες του μηχανισμού.

Κεφάλαιο 3

Τεχνική Προσέγγιση του Προβλήματος της Σχεδίασης και Ανάλυσης του Κυττάρου

3.1 Σχεδίαση και Κινηματική Ανάλυση Βασικής Κυτταρικής Δομικής Μονάδας

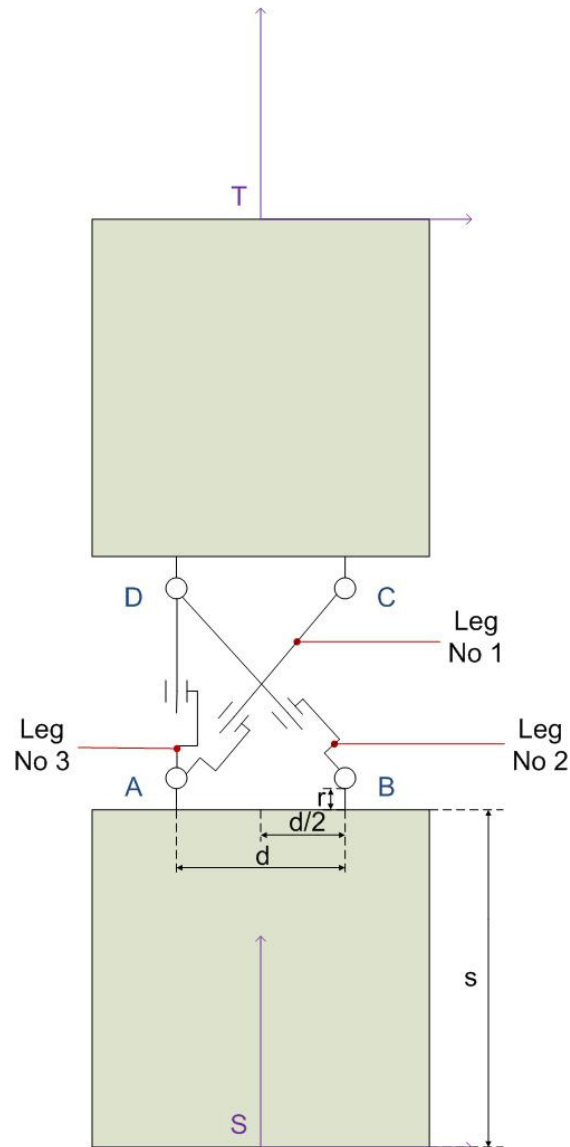
3.1.1 Γενικά

Η βασική κυτταρική δομική μονάδα που διαθέτει το εργαστήριο ανήκει στην κατηγορία των παράλληλων ρομποτικών μηχανισμών καθώς οι σύνδεσμοι και οι αρθρώσεις της συνθέτουν **κλειστές κινηματικές αλυσίδες**. Σε γενικές γραμμές, τέτοιου είδους μηχανισμοί χαρακτηρίζονται από υψηλή ακαμψία, χαμηλή αδράνεια και τη δυνατότητα να λειτουργούν υπό συνθήκες μεγάλων φορτίων. Από την άλλη πλευρά όμως, η σχεδιάσή τους είναι αρκετά πολύπλοκη και ο χώρος εργασίας τους είναι σχετικά περιορισμένος. Επιπλέον, σε τέτοιου είδους μηχανισμούς υπάρχουν πάντα κάποιες αρθρώσεις που είναι παθητικές. Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η δομική μονάδα που περιγράφεται έχει 6 παθητικές περιστροφικές αρθρώσεις και 3 ενεργοποιούμενες γραμμικές.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί εκ νέου η βασική δομική μονάδα, με περισσότερες λεπτομέρειες όμως, οι οποίες είναι απαραίτητες για την περαιτέρω ανάλυση.

3.1.2 Λεπτομερής σχεδίαση

Στο επόμενο Σχήμα 3.1 φαίνονται λεπτομερώς οι αρθρώσεις του μηχανισμού³ και τα κατασκευαστικά του μεγέθη. Πρέπει να αναφερθεί ότι η επιλογή της θέσης κάθε γραμμικής άρθρωσης (απόσταση d) είναι πλήρως παραμετροποιήσιμη ενώ, όπως φαίνεται και από το σχήμα, στην παρούσα προσέγγιση έχει επιλεγθεί μία συμμετρική τοποθέτηση των γραμμικών αρθρώσεων.



Σχήμα 3.1: Η βασική δομική μονάδα με όλα τα βασικά χαρακτηριστικά της.

³ Στην όψη αυτή φαίνονται μόνο οι τέσσερις από τις έξι περιστροφικές αρθρώσεις. Σε συνδυασμό όμως με το Σχήμα 2.5 είναι εμφανείς οι θέσεις όλων των αρθρώσεων.

Πάνω στο σχήμα σημειώνονται επίσης όλα τα σημεία που χρειάζονται για τη μαθηματική έκφραση των κινηματικών εξισώσεων που περιγράφουν το μηχανισμό. Έτσι λοιπόν, στα σημεία A, B, C και D βρίσκονται τα άκρα των τριών γραμμικών αρθρώσεων, ενώ τα S και T είναι το σημείο βάσης και το τελικό σημείο δράσης (ΤΣΔ) αντίστοιχα.

Επιπλέον, μπορούμε να διακρίνουμε δύο συστήματα συντεταγμένων:

- Σύστημα Βάσης (Σ.Σ.Β.) – συμβολίζεται με το γράμμα “S”.
- Σύστημα Τελικού Σημείου Δράσης (Σ.Σ.Τ.Σ.Δ) – συμβολίζεται με το γράμμα “T”.

Τα δύο αυτά συστήματα συντεταγμένων είναι πάρα πολύ σημαντικά και αποτελούν τη βάση της κινηματικής ανάλυσης που θα ακολουθήσει.

3.1.3 Κινηματική Ανάλυση

Βαθμοί Ελευθερίας Μηχανισμού

Ο μηχανισμός που παρουσιάζεται παραπάνω είναι ένας επίπεδος μηχανισμός με 9 αρθρώσεις, η καθεμία από τις οποίες έχει ένα βαθμό ελευθερίας. Για να υπολογίσουμε τους βαθμούς ελευθερίας ολόκληρου του μηχανισμού, χρησιμοποιούμε το κριτήριο του *Grübler* ή *Kutzbach* [30] το οποίο είναι:

$$F = \lambda \cdot (n - j - 1) + \sum_i f_i$$

Στην παραπάνω σχέση, F είναι ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας του μηχανισμού, λ ο βαθμός ελευθερίας του χώρου στον οποίο καλείται να εργαστεί ο μηχανισμός (3 για το επίπεδο και 6 για το χώρο), n ο αριθμός των συνδέσμων του, συμπεριλαμβανομένης και της βάσης, j ο αριθμός των αρθρώσεων και f_i οι βαθμοί ελευθερίας κάθε άρθρωσης. Στην περίπτωση που εξετάζεται, είναι:

- $\lambda = 3$ (επίπεδος μηχανισμός)
- $n = 8$ (δύο για κάθε γραμμική άρθρωση στους οποίους προστίθενται η βάση και ο τελικός ακροδέκτης)
- $j = 9$ (τρεις γραμμικές αρθρώσεις και έξι περιστροφικές)
- $f_i = 1$ (τόσο οι γραμμικές όσο και οι περιστροφικές αρθρώσεις εισάγουν από ένα βαθμό ελευθερίας)

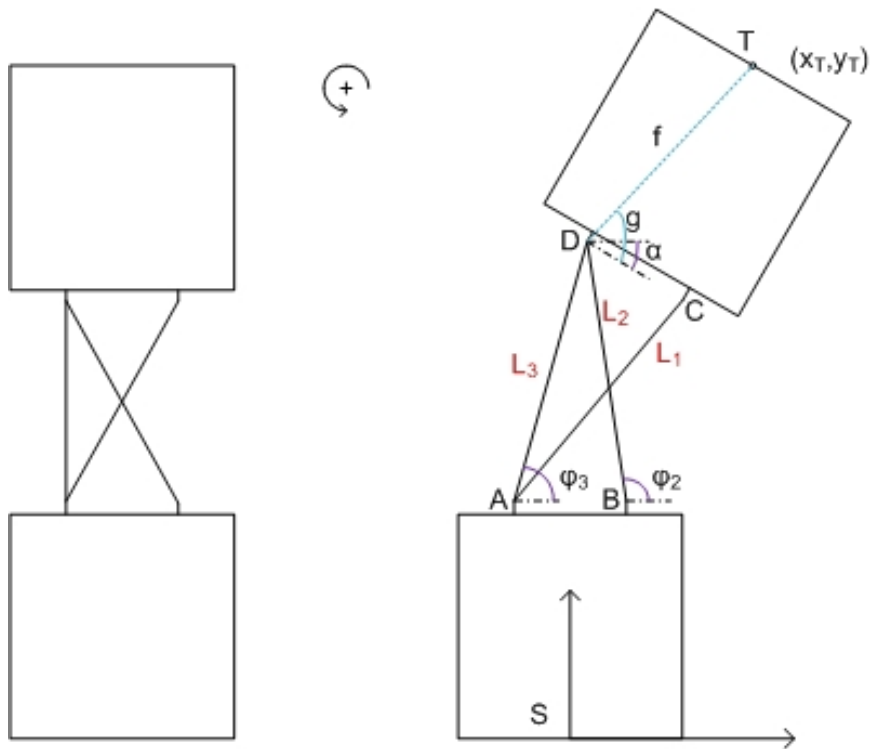
Προκύπτει επομένως ότι $F = 3 \cdot (8 - 9 - 1) + 9 \cdot 1 = 3$.

Ο μηχανισμός λοιπόν έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας. Πιο συγκεκριμένα, αυτοί είναι:

1. Θέση του ΤΣΔ κατά τον άξονα x του συστήματος συντεταγμένων S της βάσης.
2. Θέση του ΤΣΔ κατά τον άξονα y του συστήματος συντεταγμένων S της βάσης.
3. Προσανατολισμός του τελικού ακροδέκτη. Αυτός δίνεται από τη σχετική γωνία περιστροφής του συστήματος συντεταγμένων T ως προς το S .

Ευθεία Κινηματική Ανάλυση (ΕΚΑ)

Στο σημείο αυτό έχουμε όλα τα δεδομένα για να προχωρήσουμε στην εξαγωγή των εξισώσεων της ευθείας κινηματικής του μηχανισμού. Ένα χαρακτηριστικό γνώρισμα των παράλληλων μηχανισμών είναι ότι η εξαγωγή αυτών των εξισώσεων αποτελεί μία επίπονη διαδικασία (συγκριτικά με τους σειριακούς μηχανισμούς) και συνήθως χρησιμοποιείται μία γεωμετρική προσέγγιση για την επίλυση του προβλήματος, το οποίο συμβαίνει και στην παρούσα ανάλυση.



Σχήμα 3.2: Γεωμετρικά μεγέθη δομικής μονάδας.

Στο Σχήμα 3.2 φαίνεται σε απλοποιημένη μορφή η δομική μονάδα στην αρχική της θέση και σε μία τυχαία όπου όλες οι γραμμικές αρθρώσεις έχουν επενεργήσει. Με αναφορά στα μεγέθη του προηγούμενου σχήματος, οι εξισώσεις που περιγράφουν τη γεωμετρία του μηχανισμού είναι οι επόμενες:

$$x_D = x_A + L_3 \cdot \cos(\varphi_3) \quad 3.1$$

$$y_D = y_A + L_3 \cdot \sin(\varphi_3) \quad 3.2$$

$$x_D = x_B + L_2 \cdot \cos(\varphi_2) \quad 3.3$$

$$y_D = y_B + L_2 \cdot \sin(\varphi_2) \quad 3.4$$

$$L_1^2 = d^2 + L_3^2 - 2 \cdot d \cdot L_3 \cdot (\pi - \varphi_3 + \alpha) \quad 3.5$$

Η επίλυσή τους γίνεται στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Mathematica και τελικά εξάγονται οι κατώθι κινηματικές εξισώσεις:

$$\alpha = -\pi + \arccos\left(\frac{d^2 - L_1^2 + L_3^2}{2 \cdot d \cdot L_3}\right) + \arccos\left(\frac{d^2 - L_2^2 + L_3^2}{2 \cdot d \cdot L_3}\right) \quad 3.6$$

$$x_D = \frac{-L_2^2 + L_3^2}{2 \cdot d} \quad 3.7$$

$$y_D = s + r + \frac{\sqrt{-L_2^4 - (d^2 - L_3^2)^2 + 2 \cdot L_2^2 \cdot (d^2 + L_3^2)}}{2 \cdot d} \quad 3.8$$

Τελικά η θέση του ΤΣΔ προκύπτει από τις επόμενες εξισώσεις:

$$x_T = x_D + f \cdot \cos(g + \alpha) \quad 3.9$$

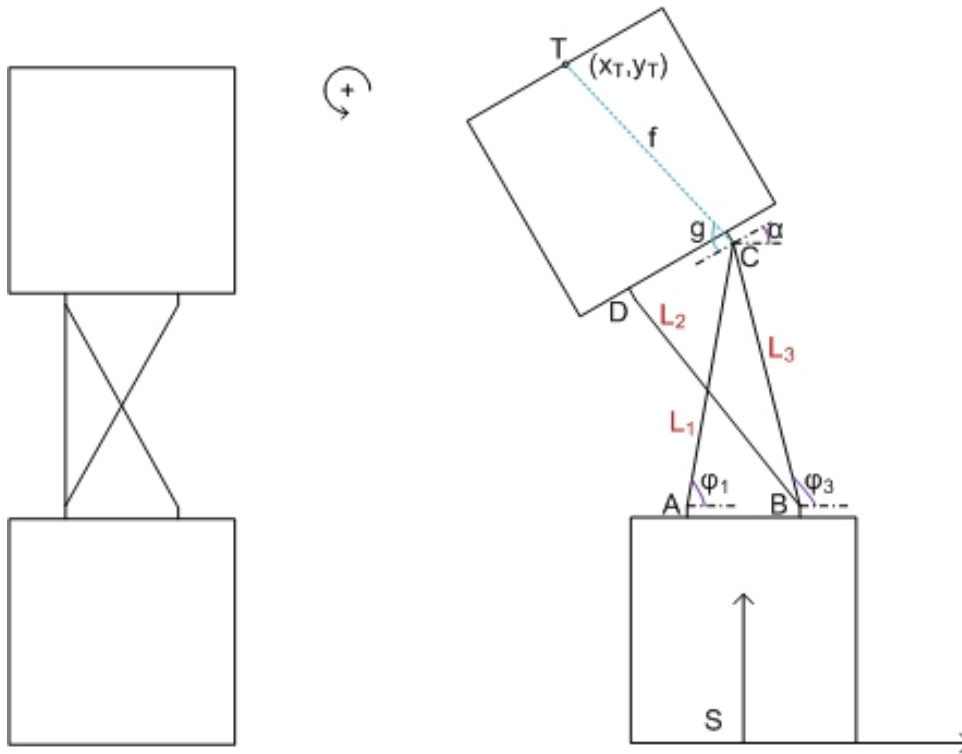
$$y_T = y_D + f \cdot \sin(g + \alpha) \quad 3.10$$

Τα μεγέθη f και g είναι σταθερά κατασκευαστικά μεγέθη και δίνονται από τις σχέσεις που ακολουθούν:

$$f = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + (s + r)^2} \quad 3.11$$

$$g = \operatorname{atan2}\left(s + r, \frac{d}{2}\right) \quad 3.12$$

Για τις ανάγκες της κινηματικής ανάλυσης του κυττάρου που θα ακολουθήσει, επιλύεται και δεύτερο σύστημα εξισώσεων, μέσω του οποίου περιγράφεται η βασική δομική μονάδα η οποία φαίνεται στο επόμενο Σχήμα 3.3:



Σχήμα 3.3: Βασικά γεωμετρικά μεγέθη δομικής μονάδας τύπου Β.

Η μόνη διαφορά είναι ότι η γραμμική άρθρωση L_3 βρίσκεται μεταξύ των θέσεων Β και C του μηχανισμού. Εφεξής, αυτός ο τύπος της δομικής μονάδας θα αναφέρεται ως “τύπος Β” ενώ ο τύπος της δομικής μονάδας που έχει ήδη αναλυθεί ως “τύπος Α”⁴.

Για το μηχανισμό τύπου Β, οι εξισώσεις που περιγράφουν τη γεωμετρία του είναι:

$$x_C = x_A + L_1 \cdot \cos(\varphi_1) \quad 3.13$$

$$y_C = y_A + L_1 \cdot \sin(\varphi_1) \quad 3.14$$

$$x_C = x_B + L_3 \cdot \cos(\varphi_3) \quad 3.15$$

$$y_C = y_B + L_3 \cdot \sin(\varphi_3) \quad 3.16$$

$$L_2^2 = d^2 + L_3^2 - 2 \cdot d \cdot L_3 \cdot (\varphi_3 - \alpha) \quad 3.17$$

⁴ Σημειώνεται ότι οι δύο αυτοί τύποι αποτελούν απλώς τις δύο όψεις του ίδιου μηχανισμού. Αυτή η διαφοροποίηση γίνεται μόνο για τα πλαίσια της ανάλυσης.

Οι αντίστοιχες κινηματικές εξισώσεις που προκύπτουν είναι:

$$\alpha = \pi - \arccos\left(\frac{d^2 - L_1^2 + L_3^2}{2 \cdot d \cdot L_3}\right) - \arccos\left(\frac{d^2 - L_2^2 + L_3^2}{2 \cdot d \cdot L_3}\right) \quad 3.18$$

$$x_C = \frac{L_1^2 - L_3^2}{2 \cdot d} \quad 3.19$$

$$y_C = s + r + \frac{\sqrt{-L_1^4 - (d^2 - L_3^2)^2 + 2 \cdot L_1^2 \cdot (d^2 + L_3^2)}}{2 \cdot d} \quad 3.20$$

Όμοια με πριν, η θέση του ΤΣΔ θα δίνεται από τις εξισώσεις:

$$x_T = x_C + f \cdot \cos(\pi - g + \alpha) \quad 3.21$$

$$y_T = y_C + f \cdot \sin(\pi - g + \alpha) \quad 3.22$$

Αντίστροφη Κινηματική Ανάλυση Βασικής Μονάδας (ΑΚΑ)

Σε αντίθεση με την ΕΚΑ, η εξαγωγή των εξισώσεων αντίστροφης κινηματικής είναι άμεση. Γνωρίζοντας τη θέση του ΤΣΔ και τη γωνία περιστροφής, α , ανάλογα με τον τύπο, βρίσκουμε τις συντεταγμένες των σημείων C και D και έχοντας τις θέσεις των σημείων A και B, οι εκφράσεις που περιγράφουν την αντίστροφη κινηματική είναι:

Για τη δομική μονάδα τύπου A:

$$L_1 = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \quad 3.23$$

$$L_2 = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} \quad 3.24$$

$$L_3 = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} \quad 3.25$$

Για τη δομική μονάδα τύπου B:

$$L_1 = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \quad 3.26$$

$$L_2 = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} \quad 3.27$$

$$L_3 = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \quad 3.28$$

Διαφορική Κινηματική Ανάλυση Βασικής Μονάδας (ΔΚΑ)

Η διαφορική κινηματική προκύπτει από την παραγωγή των σχέσεων που βρέθηκαν κατά την ΕΚΑ. Πιο συγκεκριμένα, οι εξισώσεις διαφορικής κινηματικής και για τους δύο τύπους είναι:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{y}_T \\ \dot{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_T}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial x_T}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial x_T}{\partial L_3} \dot{L}_3 \\ \frac{\partial y_T}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial y_T}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial y_T}{\partial L_3} \dot{L}_3 \\ \frac{\partial a}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial a}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial a}{\partial L_3} \dot{L}_3 \end{bmatrix} \quad 3.29$$

Οι μερικές παράγωγοι που εμφανίζονται στην παραπάνω σχέση υπολογίζονται με τη βοήθεια του Mathematica και δεν κρίνεται σκόπιμο να δοθούν αναλυτικά. Σε περίπτωση που ο αναγνώστης θελήσει επιπλέον πληροφορίες μπορεί να επικοινωνήσει με τον συγγραφέα.

Μία εναλλακτική γραφή της σχέσης 3.29 είναι η επόμενη:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{y}_T \\ \dot{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_T}{\partial L_1} & \frac{\partial x_T}{\partial L_2} & \frac{\partial x_T}{\partial L_3} \\ \frac{\partial y_T}{\partial L_1} & \frac{\partial y_T}{\partial L_2} & \frac{\partial y_T}{\partial L_3} \\ \frac{\partial a}{\partial L_1} & \frac{\partial a}{\partial L_2} & \frac{\partial a}{\partial L_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{bmatrix} \quad 3.30$$

Ο παραπάνω πίνακας 3×3 αποτελεί την Ιακωβιανή της βασικής κυτταρικής μονάδας (J_{mod}):

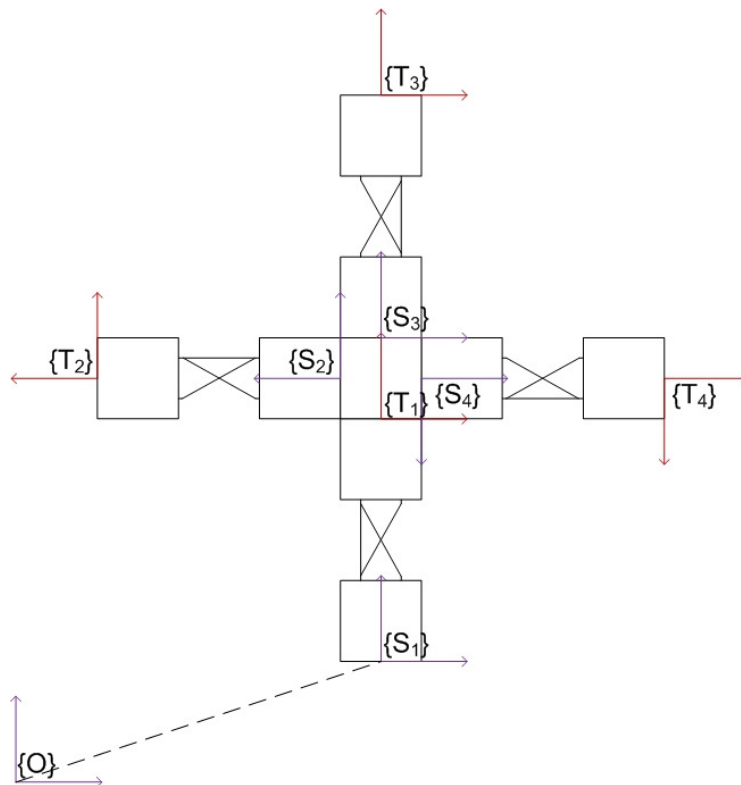
$$J_{mod} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_T}{\partial L_1} & \frac{\partial x_T}{\partial L_2} & \frac{\partial x_T}{\partial L_3} \\ \frac{\partial y_T}{\partial L_1} & \frac{\partial y_T}{\partial L_2} & \frac{\partial y_T}{\partial L_3} \\ \frac{\partial a}{\partial L_1} & \frac{\partial a}{\partial L_2} & \frac{\partial a}{\partial L_3} \end{bmatrix} \quad 3.31$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι η παραπάνω Ιακωβιανή αντιστοιχεί σε μία δομική μονάδα η οποία είναι σταθερή στο χώρο. Αν το σημείο S κινείται στο χώρο ή αν θέλουμε να περιγράψουμε την Ιακωβιανή με βάση ένα άλλο σύστημα συντεταγμένων διαφορετικό του $\{S\}$ τότε θα πρέπει να προστεθούν επιπλέον αθροιστικοί όροι στον παραπάνω πίνακα. Αν (x_S, y_S) η θέση του σημείου S και rot η περιστροφή του Σ.Σ. S ως προς ένα τυχαίο (ολικό) σύστημα συντεταγμένων, τότε οι εξισώσεις διαφορικής κινηματικής της σχέσης 3.29 επεκτείνονται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{y}_T \\ \dot{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_T}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial x_T}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial x_T}{\partial L_3} \dot{L}_3 \\ \frac{\partial y_T}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial y_T}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial y_T}{\partial L_3} \dot{L}_3 \\ \frac{\partial a}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial a}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial a}{\partial L_3} \dot{L}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_T}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial x_T}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial x_T}{\partial rot} \dot{rot} \\ \frac{\partial y_T}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial y_T}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial y_T}{\partial rot} \dot{rot} \\ \frac{\partial a}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial a}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial a}{\partial rot} \dot{rot} \end{bmatrix} \quad 3.32$$

3.2 Σχεδίαση Ρομποτικού Κυττάρου

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, το προτεινόμενο ρομποτικό κύτταρο αποτελείται από τέσσερις βασικές δομικές μονάδες και έναν εσωτερικό συνδετικό κύβο, ο οποίος δεν εισάγει νέες παραμέτρους στο πρόβλημα αλλά καθιστά δυνατή τη μηχανική σύνδεση των βασικών μοναδών προς επίτευξη της μορφής του ρομποτικού κυττάρου καθώς και τη ροή πληροφορίας μεταξύ των τμημάτων του.



Σχήμα 3.4: Το προτεινόμενο ρομποτικό κύτταρο με όλα τα απαραίτητα για την ανάλυση συστήματα συντεταγμένων.

Στο Σχήμα 3.4 φαίνεται το προτεινόμενο ρομποτικό κύτταρο και αναγράφονται διάφορα βασικά στοιχεία που χρησιμεύουν στην ανάλυση. Από το σχήμα φαίνεται ο λόγος για τον οποίο αναλύθηκαν οι δύο τύποι βασικών μοναδών. Η δομική μονάδα 1 θεωρείται η βάση του κυττάρου και είναι τύπου A ενώ οι υπόλοιπες τρεις είναι τύπου B

και αποτελούν τους τελικούς ακροδέκτες, με τα τελικά σημεία δράσης να είναι τα σημεία T για κάθε μονάδα. Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά αυτής της σχεδίασης είναι η συμμετρία ως προς το ποια μονάδα θα είναι η βάση. Κατέπекταση οποιαδήποτε από τις τέσσερις βασικές μονάδες μπορεί να αποτελέσει τη βάση του κυττάρου και η κινηματική να παραμείνει ακριβώς η ίδια. Ο χρήστης το μόνο που θα πρέπει να κάνει είναι να ορίσει ποια δομική μονάδα επιθυμεί να είναι η βάση του συστήματος δίνοντάς της απλώς την ετικέτα “1”.

Από την πλευρά της κατηγοριοποίησης, το ρομποτικό αυτό κύτταρο ανήκει στους υβριδικούς μηχανισμούς, καθώς αποτελείται τόσο από ανοιχτές κινηματικές αλυσίδες (θέση του ΤΣΔ κάποιας από τις τρεις δομικές μονάδες σε σχέση με τη δομική μονάδα βάσης), όσο και από κλειστές (οι δομικές μονάδες καθ'αυτές).

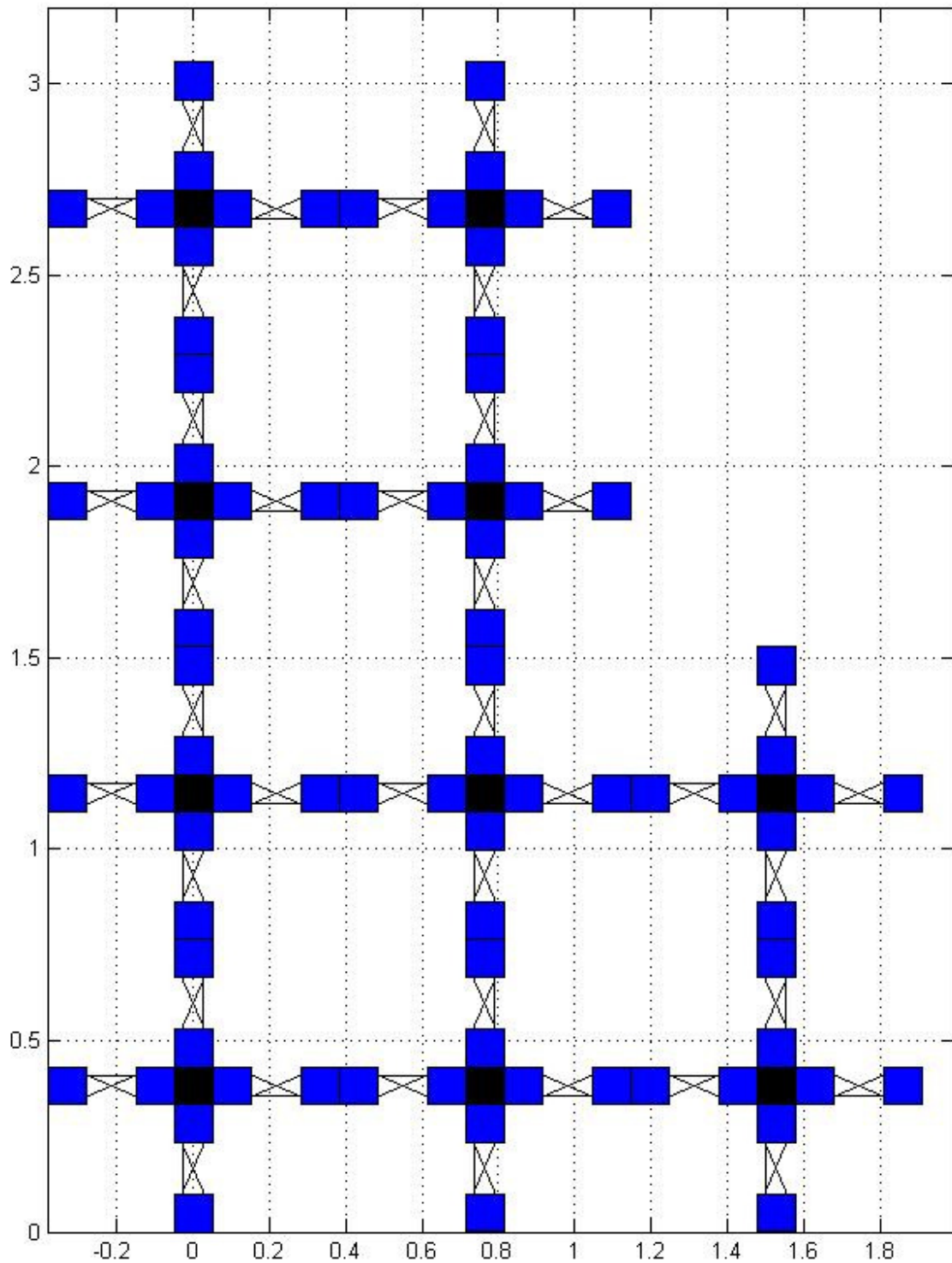
Στο Σχήμα 3.5 παρουσιάζεται μία τυχαία δομή αποτελούμενη από 10 κύτταρα.

3.3 Κινηματική Ανάλυση Ρομποτικού Κυττάρου

Σε αυτό το σημείο θα παρουσιαστεί η κινηματική ανάλυση ολόκληρου του κυττάρου. Είναι φανερό ότι πάρα πολύ σημαντικό ρόλο διαδραματίζει η κινηματική ανάλυση της βασικής δομικής μονάδας που έχει ήδη παρουσιαστεί.

Για να βρεθούν οι τελικές εκφράσεις που περιγράφουν την κίνηση κάθε ΤΣΔ ακολουθείται η εξής τακτική:

- Τοποθετούνται όλα τα απαραίτητα συστήματα συντεταγμένων δηλαδή ένα στο σημείο βάσης και ένα στο ΤΣΔ κάθε δομικής μονάδας, καθώς και ορίζεται ένα ολικό σύστημα συντεταγμένων, βάσει του οποίου θα πρέπει να εκφραστούν όλα τα μεγέθη που μας απασχολούν.
- Συνθέτονται οι πίνακες μετασχηματισμού μεταξύ των συστημάτων συντεταγμένων.
- Επιλύονται τοπικά για κάθε δομική μονάδα οι εξισώσεις 3.6 – 3.10 αν πρόκειται για τη μονάδα 1 ή οι εξισώσεις 3.18 – 3.22 για τις υπόλοιπες μονάδες.
- Με βάση τους πίνακες μετασχηματισμού και τις λύσεις σε επίπεδο δομικών μονάδων, εκφράζονται όλα τα μεγέθη που ενδιαφέρουν στο ολικό σύστημα συντεταγμένων.



Σχήμα 3.5: Μια τυχαία δομή αποτελούμενη από 10 ρομποτικά κύτταρα.

3.3.1 Ευθεία Κινηματική Ανάλυση (ΕΚΑ)

Στο Σχήμα 3.4 έχουν τοποθετηθεί όλα τα συστήματα συντεταγμένων που χρειάζονται για την ανάλυση. Για να δημιουργηθούν οι πίνακες μετασχηματισμού πρέπει πρώτα να οριστούν τα βασικά μεγέθη τα οποία περιγράφουν τη θέση και τον προσανατολισμό της βάσης κάθε δομικής μονάδας ως προς το ολικό Σ.Σ. {O}. Επειδή όμως οι θέσεις των βάσεων των τριών δομικών μονάδων τύπου Β εξαρτώνται από τη θέση του ΤΣΔ της πρώτης μονάδας, ο χρήστης το μόνο που καλείται να δώσει είναι η αρχική θέση και στροφή του Σ.Σ. {S₁} ως προς το {O}, μαζί φυσικά με τις επιθυμητές τιμές σε όλες τις γραμμικές αρθρώσεις, οι οποίες είναι στο σύνολο δώδεκα, τρεις για κάθε δομική μονάδα.

Πίνακες Μετασχηματισμού

Αν (x_s, y_s) η θέση του Σ.Σ. {S₁} ως προς το Σ.Σ. {O} και rot η μεταξύ τους στροφή, τότε ο πίνακας που μετασχηματίζει από το Σ.Σ. {O} στο Σ.Σ. {S₁} θα είναι:

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos(rot) & -\sin(rot) & 0 & x_s \\ \sin(rot) & \cos(rot) & 0 & y_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.33$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο πίνακας μετασχηματισμού από το Σ.Σ. {S₁} στο Σ.Σ. {T₁}:

$${}^1_1T = \begin{bmatrix} \cos(a_{1l}) & -\sin(a_{1l}) & 0 & x_{T1l} \\ \sin(a_{1l}) & \cos(a_{1l}) & 0 & y_{T1l} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.34$$

όπου x_{T1l} , y_{T1l} και a_{1l} τα μεγέθη που προκύπτουν κατά την τοπική επίλυση της ευθείας κινηματικής της μονάδας 1 (εξ. 3. 6 – 3. 10).

Έπειτα δίνονται οι πίνακες μετασχηματισμού από το Σ.Σ. {T₁} στο Σ.Σ. {S₂} και από το Σ.Σ. {S₂} στο Σ.Σ. {T₂}:

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -\frac{s}{2} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{s}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.35$$

$${}^2_2T = \begin{bmatrix} \cos(a_{2l}) & -\sin(a_{2l}) & 0 & x_{T2l} \\ \sin(a_{2l}) & \cos(a_{2l}) & 0 & y_{T2l} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.36$$

Το s είναι κατασκευαστικό μέγεθος ενώ τα μεγέθη x_{T2l} , y_{T2l} και a_{2l} προκύπτουν κατά την τοπική επίλυση της ευθείας κινηματικής της μονάδας 2 (εξ. 3. 18 – 3. 22).

Κατ'αναλογία με την περίπτωση της δομικής μονάδας 2, δίνονται στη συνέχεια οι πίνακες μετασχηματισμού που περιγράφουν τις δομικές μονάδες 3 και 4:

$${}^1_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.37$$

$${}^3_3T = \begin{bmatrix} \cos(a_{3l}) & -\sin(a_{3l}) & 0 & x_{T3l} \\ \sin(a_{3l}) & \cos(a_{3l}) & 0 & y_{T3l} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.38$$

$${}^1_4T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{s}{2} \\ -1 & 0 & 0 & \frac{s}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.39$$

$${}^4_4T = \begin{bmatrix} \cos(a_{4l}) & -\sin(a_{4l}) & 0 & x_{T4l} \\ \sin(a_{4l}) & \cos(a_{4l}) & 0 & y_{T4l} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3.40$$

τα μεγέθη x_{T3l} , y_{T3l} , a_{3l} , x_{T4l} , y_{T4l} και a_{4l} προκύπτουν κατά την τοπική επίλυση της ευθείας κινηματικής από τις εξ. 3.8 – 3.22.

Λύσεις στο ολικό σύστημα συντεταγμένων

Έχοντας όλους τους πίνακες μετασχηματισμού μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε τις τιμές των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν, εκφρασμένα στο ολικό σύστημα συντεταγμένων $\{O\}$. Οπότε:

Για τη δομική μονάδα 1:

Το ΤΣΔ T_1 περιγράφεται στο Σ.Σ. $\{T_1\}$ από το διάνυσμα θέσης:

$${}^1_1p = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \quad 3.41$$

Με χρήση των πινάκων μετασχηματισμού, το ΤΣΔ T_1 στο ολικό Σ.Σ. θα είναι:

$${}^0\mathbf{p} = {}^0\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{p}^5 \quad 3.42$$

και η σχετική γωνία περιστροφής:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_{1l} + \mathbf{rot} \quad 3.43$$

Για τη δομική μονάδα 2:

Το ΤΣΔ T_2 περιγράφεται στο Σ.Σ. $\{T_2\}$ από το διάνυσμα θέσης:

$${}^2\mathbf{p} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \quad 3.44$$

Με χρήση των πινάκων μετασχηματισμού, το ΤΣΔ T_2 στο ολικό Σ.Σ. θα είναι:

$${}^0\mathbf{p} = {}^0\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{T} \cdot {}^2\mathbf{T} \cdot {}^2\mathbf{p} \quad 3.45$$

και η σχετική γωνία περιστροφής:

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_{2l} + \mathbf{a}_1 + \frac{\pi}{2} \quad 3.46$$

Για τη δομική μονάδα 3:

Το ΤΣΔ T_3 περιγράφεται στο Σ.Σ. $\{T_3\}$ από το διάνυσμα θέσης:

$${}^3\mathbf{p} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \quad 3.47$$

Με χρήση των πινάκων μετασχηματισμού, το ΤΣΔ T_3 στο ολικό Σ.Σ. θα είναι:

$${}^0\mathbf{p} = {}^0\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{T} \cdot {}^3\mathbf{T} \cdot {}^3\mathbf{p} \quad 3.48$$

και η σχετική γωνία περιστροφής:

$$\mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_{3l} + \mathbf{a}_1 \quad 3.49$$

Για τη δομική μονάδα 4:

Το ΤΣΔ T_4 περιγράφεται στο Σ.Σ. $\{T_4\}$ από το διάνυσμα θέσης:

$${}^4\mathbf{p} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \quad 3.50$$

Με χρήση των πινάκων μετασχηματισμού, το ΤΣΔ T_4 στο ολικό Σ.Σ. θα είναι:

$${}^0\mathbf{p} = {}^0\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{T} \cdot {}^1\mathbf{T} \cdot {}^4\mathbf{T} \cdot {}^4\mathbf{p} \quad 3.51$$

και η σχετική γωνία περιστροφής:

$$\mathbf{a}_4 = \mathbf{a}_{4l} + \mathbf{a}_1 - \frac{\pi}{2} \quad 3.52$$

⁵ Σημειώνεται ότι από την έκφραση αυτή εμείς χρησιμοποιούμε μόνο τις δύο πρώτες γραμμές, αφού επιλύουμε επίπεδο πρόβλημα.

Συνοψίζοντας, έχοντας τον πίνακα 4x3 που περιέχει τις τιμές όλων των γραμμικών αρθρώσεων καθώς και τις τιμές της θέσης και σχετικής γωνίας στροφής του πλαισίου $\{S_1\}$ ως προς το $\{O\}$ μπορούμε να υπολογίσουμε το διάνυσμα:

$$X = [x_{T1} \quad y_{T1} \quad a_1 \quad x_{T2} \quad y_{T2} \quad a_2 \quad x_{T3} \quad y_{T3} \quad a_3 \quad x_{T4} \quad y_{T4} \quad a_4]^T \quad 3.53$$

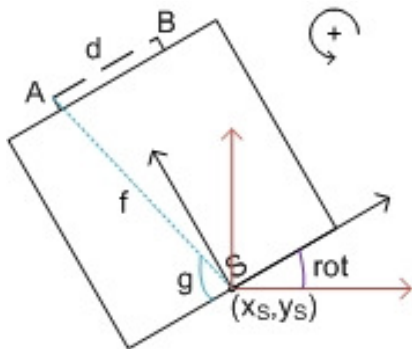
3.3.2 Αντίστροφη Κινηματική Ανάλυση (ΑΚΑ)

Όπως και για την περίπτωση μιας δομικής μονάδας, έτσι και στην περίπτωση ολόκληρου του κυττάρου, η επίλυση της αντίστροφης κινηματικής είναι άμεση. Χρειαζόμαστε το διάνυσμα X καθώς και τις τιμές της θέσης και σχετικής γωνίας στροφής του πλαισίου $\{S_1\}$ ως προς το $\{O\}$:

$$X_S = [x_S \quad y_S \quad rot]^T \quad 3.54$$

Αρχικά, ανάλογα με τον τύπο της δομικής μονάδας, χρησιμοποιούμε τις σχέσεις 3.9 – 3.10 αν πρόκειται για τον Α τύπο ή τις σχέσεις 3.21 – 3.22 αν πρόκειται για το Β τύπο για να βρούμε τις θέσεις των σημείων C και D για κάθε βασική μονάδα.

Ειδικά για τη δομική μονάδα που αποτελεί τη βάση του κυττάρου, με αναφορά στο Σχήμα 3.6 έχουμε:



$$x_A = x_S - f \cdot \cos(g - rot) \quad 3.55$$

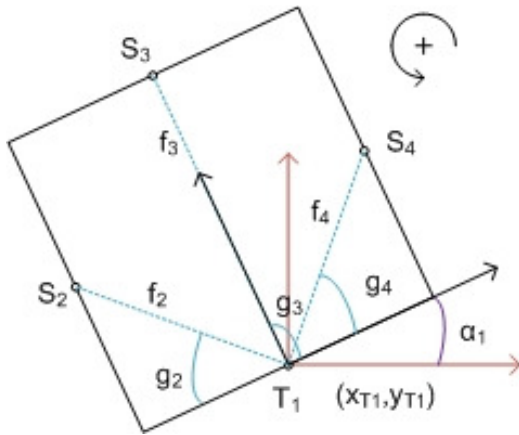
$$y_A = y_S + f \cdot \sin(g - rot) \quad 3.56$$

$$x_B = x_A + d \cdot \cos(rot) \quad 3.57$$

$$y_B = y_A + d \cdot \sin(rot) \quad 3.58$$

Σχήμα 3.6: Γεωμετρικά μεγέθη της βάσης του κυττάρου.

Το επόμενο βήμα είναι να βρούμε τα σημεία S των υπόλοιπων βασικών μονάδων. Αυτό γίνεται άμεσα αφού γνωρίζουμε τη θέση του σημείου T της 1^{ης} βασικής μονάδας, αλλά και τη σχετική γωνία στροφής, α_1 . Με αναφορά στο επόμενο Σχήμα 3.7 προκύπτει:



Σχήμα 3.7: Γεωμετρικά μεγέθη συνδετικού κύβου.

$$f_2 = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} \quad 3.59$$

$$g_2 = \text{atan2}\left(\frac{s}{2}, \frac{s}{2}\right) \quad 3.60$$

$$f_3 = s \quad 3.61$$

$$g_3 = \frac{\pi}{2} \quad 3.62$$

$$f_4 = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} \quad 3.63$$

$$g_4 = \text{atan2}\left(\frac{s}{2}, \frac{s}{2}\right) \quad 3.64$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι ζητούμενες εκφράσεις είναι:

$$x_{S2} = x_{T1} - f_2 \cdot \cos(g_2 - a_1) \quad 3.65$$

$$y_{S2} = y_{T1} + f_2 \cdot \sin(g_2 - a_1) \quad 3.66$$

$$x_{S3} = x_{T1} + f_3 \cdot \cos(g_3 + a_1) \quad 3.67$$

$$y_{S3} = y_{T1} + f_3 \cdot \sin(g_3 + a_1) \quad 3.68$$

$$x_{S4} = x_{T1} + f_4 \cdot \cos(g_4 + a_1) \quad 3.69$$

$$y_{S4} = y_{T1} + f_4 \cdot \sin(g_4 + a_1) \quad 3.70$$

Έχοντας τις συντεταγμένες των σημείων T, υπολογίζονται οι συντεταγμένες των σημείων A και B για τις υπόλοιπες βασικές μονάδες, κατ'αναλογία με τη διαδικασία που ακολουθήθηκε για την 1^η βασική μονάδα. Έτσι:

Για τη βασική μονάδα 2:

$$x_A = x_{S2} - f \cdot \cos\left(g - \left(\frac{\pi}{2} + a_1\right)\right) \quad 3.71$$

$$y_A = y_{S2} + f \cdot \sin\left(g - \left(\frac{\pi}{2} + a_1\right)\right) \quad 3.72$$

$$x_B = x_A + d \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + a_1\right) \quad 3.73$$

$$y_B = y_A + d \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + a_1\right) \quad 3.74$$

Για τη βασική μονάδα 3:

$$x_A = x_{S3} - f \cdot \cos(g - a_1) \quad 3.75$$

$$y_A = y_{S3} + f \cdot \sin(g - a_1) \quad 3.76$$

$$x_B = x_A + d \cdot \cos(a_1) \quad 3.77$$

$$y_B = y_A + d \cdot \sin(a_1) \quad 3.78$$

Για τη βασική μονάδα 4:

$$x_A = x_{S4} - f \cdot \cos\left(g - \left(-\frac{\pi}{2} + a_1\right)\right) \quad 3.79$$

$$y_A = y_{S4} + f \cdot \sin\left(g - \left(-\frac{\pi}{2} + a_1\right)\right) \quad 3.80$$

$$x_B = x_A + d \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{2} + a_1\right) \quad 3.81$$

$$y_B = y_A + d \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2} + a_1\right) \quad 3.82$$

Τελικά, έχουμε όλα τα απαραίτητα στοιχεία για να υπολογίσουμε τις τιμές των γραμμικών αρθρώσεων για κάθε δομική μονάδα, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 3.23 – 3.25 αν είναι τύπου Α ή τις σχέσεις 3.26 – 3.28 αν είναι τύπου Β.

3.3.3 Διαφορική Κινηματική Ανάλυση (ΔΚΑ)

Η διαφορική κινηματική προκύπτει με απευθείας παραγωγή των εξισώσεων που προκύπτουν από την ΕΚΑ. Έτσι, θεωρώντας αρχικά ότι τα πλαίσια $\{S_1\}$ και $\{O\}$ ταυτίζονται, έχουμε:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{T1} \\ \dot{y}_{T1} \\ \dot{a}_1 \\ \dot{x}_{T2} \\ \dot{y}_{T2} \\ \dot{a}_2 \\ \dot{x}_{T3} \\ \dot{y}_{T3} \\ \dot{a}_3 \\ \dot{x}_{T4} \\ \dot{y}_{T4} \\ \dot{a}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{T1}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T1}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T1}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{T1}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T1}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T1}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial a_1}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_1}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_1}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{31}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{12}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{22}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{31}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{12}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{22}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial a_2}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{31}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{12}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{22}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{13}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{23}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{13}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{23}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial a_3}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial a_3}{\partial L_{13}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{23}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{14}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{24}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{34}} \\ \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{14}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{24}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{34}} \\ \frac{\partial a_4}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial a_4}{\partial L_{14}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{24}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{34}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{L}_{11} \\ \dot{L}_{21} \\ \dot{L}_{31} \\ \dot{L}_{12} \\ \dot{L}_{22} \\ \dot{L}_{32} \\ \dot{L}_{13} \\ \dot{L}_{23} \\ \dot{L}_{33} \\ \dot{L}_{14} \\ \dot{L}_{24} \\ \dot{L}_{34} \end{bmatrix}$$

Επειδή το σημείο T_1 δεν ανήκει στα ΤΣΔ του κυττάρου, ο προηγούμενος 12x12 πίνακας μπορεί να ελαττωθεί σε έναν 9x12, για τον οποίο θα ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{T2} \\ \dot{y}_{T2} \\ \dot{a}_2 \\ \dot{x}_{T3} \\ \dot{y}_{T3} \\ \dot{a}_3 \\ \dot{x}_{T4} \\ \dot{y}_{T4} \\ \dot{a}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{31}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{12}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{22}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{31}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{12}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{22}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial a_2}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{31}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{12}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{22}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{13}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{23}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{13}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{23}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial a_3}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial a_3}{\partial L_{13}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{23}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{14}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{24}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{34}} \\ \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{14}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{24}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{34}} \\ \frac{\partial a_4}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial a_4}{\partial L_{14}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{24}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{34}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{L}_{11} \\ \dot{L}_{21} \\ \dot{L}_{31} \\ \dot{L}_{12} \\ \dot{L}_{22} \\ \dot{L}_{32} \\ \dot{L}_{13} \\ \dot{L}_{23} \\ \dot{L}_{33} \\ \dot{L}_{14} \\ \dot{L}_{24} \\ \dot{L}_{34} \end{bmatrix}$$

Αυτός ο πίνακας αποτελεί την Ιακωβιανή του ρομποτικού κυττάρου:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{31}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{12}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{22}} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{31}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{12}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{22}} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial a_2}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{31}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{12}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{22}} & \frac{\partial a_2}{\partial L_{32}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{13}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{23}} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{13}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{23}} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial a_3}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial a_3}{\partial L_{13}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{23}} & \frac{\partial a_3}{\partial L_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{14}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{24}} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial L_{34}} \\ \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{11}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{21}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{14}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{24}} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial L_{34}} \\ \frac{\partial a_4}{\partial L_{11}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{21}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial a_4}{\partial L_{14}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{24}} & \frac{\partial a_4}{\partial L_{34}} \end{bmatrix}$$

Στην περίπτωση που τα Σ.Σ. $\{S_1\}$ και $\{O\}$ δεν ταυτίζονται, τότε, κατ'αντιστοιχία με όσα περιγράφηκαν στο επίπεδο της δομικής μονάδας, θα πρέπει να προστεθεί και ο επόμενος όρος:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\partial x_{T2}}{\partial x_S} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial y_S} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial rot} \\
 \frac{\partial y_{T2}}{\partial x_S} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial y_S} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial rot} \\
 \frac{\partial a_2}{\partial x_S} & \frac{\partial a_2}{\partial y_S} & \frac{\partial a_2}{\partial rot} \\
 \frac{\partial x_{T3}}{\partial x_S} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial y_S} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial rot} \\
 \frac{\partial y_{T3}}{\partial x_S} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial y_S} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial rot} \\
 \frac{\partial a_3}{\partial x_S} & \frac{\partial a_3}{\partial y_S} & \frac{\partial a_3}{\partial rot} \\
 \frac{\partial x_{T4}}{\partial x_S} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial y_S} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial rot} \\
 \frac{\partial y_{T4}}{\partial x_S} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial y_S} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial rot} \\
 \frac{\partial a_4}{\partial x_S} & \frac{\partial a_4}{\partial y_S} & \frac{\partial a_4}{\partial rot}
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{y}_S \\ \dot{rot} \end{bmatrix}$$

Όλη η προηγούμενη ανάλυση ισχύει στην περίπτωση όπου το κύτταρο είναι πακτωμένο μόνο στο σημείο S_1 . Έστω ότι επιθυμούμε να πακτώσουμε και κάποιο άλλο άκρο μιας δομικής μονάδας. Σε αυτή την περίπτωση, αντιστρέφονται τα συστήματα συντεταγμένων βάσης και τελικού ακροδέκτη σε αυτή τη δομική μονάδα, κατ' αναλογία της δομικής μονάδας 1. Επιπλέον, από τη στιγμή που οι δομικές μονάδες είναι μηχανικά συνδεδεμένες, μόνο μία θα πρέπει να είναι αυτή που ενεργεί και η άλλη θα περιορίζεται σε παθητικό ρόλο. Η κάθε κίνηση των γραμμικών αρθρώσεων της ενεργοποιούμενης δομικής μονάδας θα πρέπει να είναι συμβατή με μία αντίστοιχη κίνηση των αρθρώσεων της δευτερεύουσας μονάδας. Αυτό προφανώς περιορίζει κατά πολύ το χώρο εργασίας του κυττάρου, του προσδίδει όμως αυξημένη στιβαρότητα.

Κεφάλαιο 4

Μοντελοποίηση Κυψελοειδούς Δομής με Γράφους

4.1 Γενικά

Στα προηγούμενα κεφάλαια ολοκληρώθηκε η ανάλυση για ένα ρομποτικό κύτταρο. Τα κύτταρα αυτά έχουν την ικανότητα να συνδέονται μεταξύ τους και να σχηματίζουν έτσι μία πληθώρα διαφορετικών κυψελοειδών δομών, προσαρμοσμένες κάθε φορά στο πρόβλημα που πρέπει να αντιμετωπισθεί. Έτσι, γίνεται εμφανής η ανάγκη χρήσης κάποιας μεθοδολογίας μέσω της οποίας θα καθίσταται δυνατή η περιγραφή της δομής καθώς και η μελέτη της συμπεριφοράς και των χαρακτηριστικών της.

Σε γενικές γραμμές, η επιλογή του αριθμού των ρομποτικών κυττάρων που απαρτίζουν μία δομή καθώς και η επιλογή της τοπολογίας τους είναι ένα πολύ δύσκολο πρόβλημα καθώς αυτές οι επιλογές θα καθορίσουν τη λειτουργικότητα της τελικής δομής. Αν και ο χρήστης γνωρίζει τις ιδιότητες του κάθε κυττάρου ξεχωριστά, εντούτοις δεν μπορεί να γνωρίζει εκ των προτέρων τις ιδιότητες αλλά και τη λειτουργικότητα μιας κυτταρικής δομής. Για αυτό το λόγο τόσο η επιλογή του αριθμού των κυττάρων όσο και οι μεταξύ τους συνδέσεις είναι ζητήματα που πρέπει να αντιμετωπισθούν με μεγάλη προσοχή.

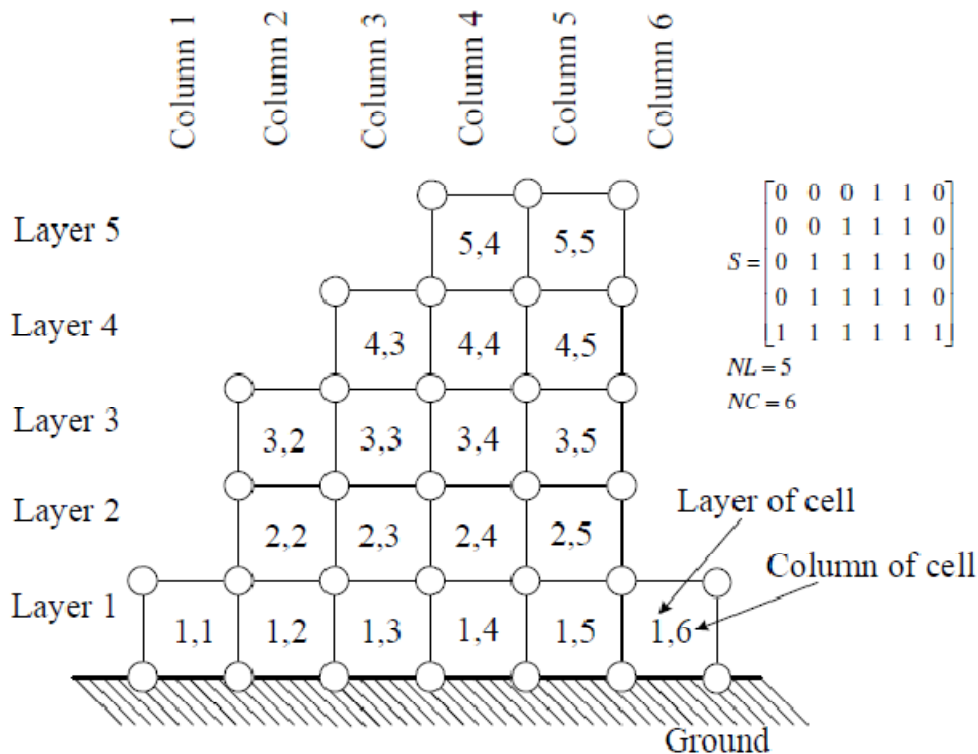
4.2 Δομικός Πίνακας S

Αρχικά, πρέπει να γίνει η περιγραφή της τοπολογίας μιας δομής. Ένας άμεσος και συμπαγής τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι με τη δημιουργία του δομικού πίνακα S. Μέσω του πίνακα αυτού μπορούμε να συμπεράνουμε τόσο τον συνολικό αριθμό των κυττάρων όσο και τη θέση τους μέσα στη δομή. Πρακτικά, ο δομικός πίνακας παρουσιάζει τη μορφή της δομής.

Έστω ότι η κυψελοειδής δομή αποτελείται από NL επίπεδα και NC στήλες (Σχήμα 4.1). Ο δομικός πίνακας S ορίζεται ως:

$$S_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{αν υπάρχει κύτταρο στη θέση } (i, j) \\ 0, & \text{αν δεν υπάρχει κύτταρο στη θέση } (i, j) \end{cases}$$

Το κάθε κύτταρο μέσα στη δομή περιγράφεται μοναδικά από δύο αριθμούς, έναν που αντιστοιχεί στο επίπεδο και έναν που αντιστοιχεί στην στήλη που ανήκει. Στο Σχήμα 4.1 φαίνεται μία δομή αποτελούμενη από 19 ρομποτικά κύτταρα καθώς και ο δομικός πίνακας αυτής.



Σχήμα 4.1: Μια δομή που αποτελείται από 19 ρομποτικά κύτταρα. Στο σχήμα διακρίνονται τόσο τα επίπεδα όσο οι στήλες της δομής και δίνεται ο δομικός της πίνακας.

4.3 Η Μέθοδος των Γράφων

Η περιγραφή μιας δομής μέσω του δομικού της πίνακα, όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο, είναι ένας πάρα πολύ αποτελεσματικός τρόπος για την περιγραφή της μορφής της δομής αλλά δε δίνει περαιτέρω πληροφορίες, όπως για παράδειγμα σε ποια σημεία στηρίζεται η κατασκευή ή πόσους βαθμούς ελευθερίας έχει το κάθε κύτταρο.

Για να γίνει λοιπόν η πλήρης περιγραφή μιας δομής, χρησιμοποιείται η μέθοδος των γράφων [31], μέσω της οποίας μπορούμε να πάρουμε πολύ περισσότερες και ουσιαστικότερες πληροφορίες για την κυτταρική δομή συγκριτικά με αυτές που δίνει ο δομικός πίνακας. Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής όμως είναι ότι αποτελεί μία αρκετά χρονοβόρα διαδικασία, ειδικά όσο ο αριθμός των κυττάρων μιας δομής αυξάνεται.

Για την περιγραφή μιας δομής με γράφους, πρέπει να ακολουθηθεί η επόμενη διαδικασία:

- Κατασκευή του δομικού πίνακα S .
- Ορισμός των κόμβων εδάφους. Στους κόμβους αυτούς θα στηρίζεται ολόκληρη η δομή.
- Δημιουργία του απλού – μη κατευθυνόμενου γράφου X (*undirected graph*).
- Κατασκευή του πίνακα γειτνίασης (*adjacency matrix*) $A(X)$ για το γράφο X .
- Κατασκευή του πίνακα γειτνίασης $A(Y)$ για τον κατευθυνόμενο γράφο Y (*directed graph*). Η κατασκευή του πίνακα αυτού γίνεται μέσω ειδικής μεθοδολογίας, η οποία θα παρουσιαστεί εκτενώς στη συνέχεια.
- Σχεδίαση του γράφου Y , ο οποίος παρέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για τη δομή.

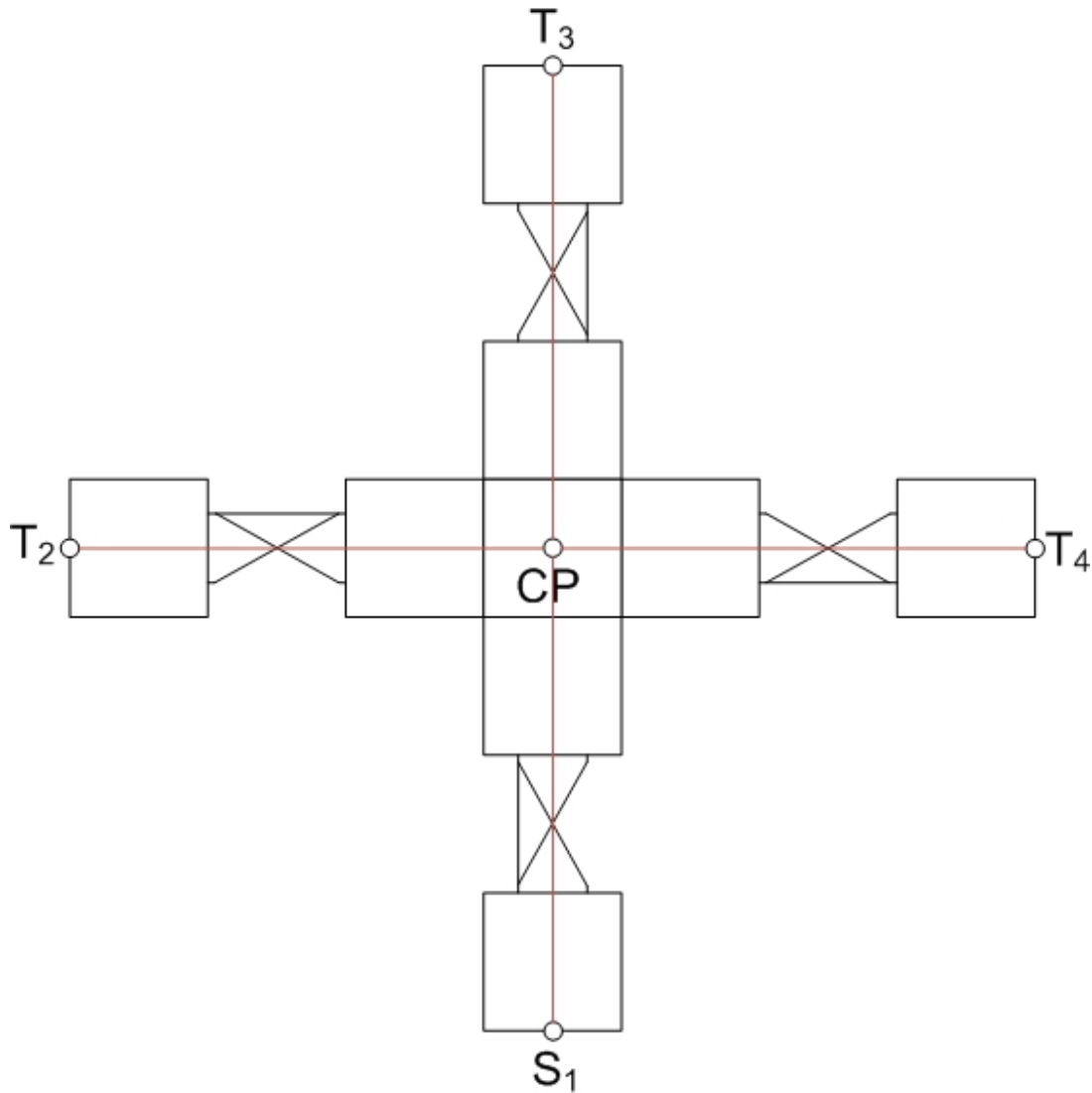
Παραπάνω παρουσιάστηκαν συνοπτικά τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσουμε για τη δημιουργία του κατευθυνόμενου γράφου Y . Στη συνέχεια θα ακολουθήσει μια αναλυτική περιγραφή των παραπάνω βημάτων καθώς και θα αξιολογηθεί η σημασία καθενός από αυτά.

Είδαμε ότι το πρώτο βήμα είναι να κατασκευαστεί ο δομικός πίνακας. Γενικά, η εξαγωγή του δομικού πίνακα είναι αρκετά απλή. Είναι όμως απαραίτητος για τη δημιουργία των ζητούμενων γράφων.

Στη συνέχεια ορίζονται οι κόμβοι εδάφους. Σε αυτούς τους κόμβους γίνεται η στήριξη ολόκληρης της δομής και επιπλέον παραλαμβάνουν, τελικά, όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτή. Όπως και σε κάθε πρόβλημα μηχανικής, μία σωστή και συνετή χρήση των κόμβων εδάφους εγγυάται την καλή συμπεριφορά της δομής σε συνθήκες φόρτισης.

Κάθε κύτταρο θα αποτελείται από πέντε κόμβους. Με αναφορά στο Σχήμα 4.2 οι κόμβοι που αντιστοιχούν σε ένα κύτταρο είναι τα σημεία S_1 , CP , T_2 , T_3 και T_4 . Στην περίπτωση που κάποια από τις δομικές μονάδες 2, 3 ή 4 είναι πακτωμένα, τότε οι κόμβοι παραμένουν οι ίδιοι και απλώς αλλάζει η ονομασία των σημείων S και T , όπως

παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ο κόμβος CP είναι ο κεντρικός κάθε κυττάρου και οι υπόλοιποι κόμβοι θα ενώνονται μόνο με τον κεντρικό. Με αυτόν τον τρόπο σχηματίζεται ο γράφος κάθε κυττάρου. Ακολουθώντας αυτή τη διαδικασία για όλα τα κύτταρα της δομής, παίρνουμε τον μη κατευθυνόμενο γράφο X και στη συνέχεια, με βάση τη θεωρία των γράφων, δημιουργείται ο πίνακας γειτνίασης $A(X)$ ⁶.



Σχήμα 4.2: Κόμβοι ρομποτικού κυττάρου. Εδώ είναι πακτωμένη μόνο η δομική μονάδα 1. Οι ακριανοί κόμβοι του κυττάρου ενώνονται μόνο με τον κεντρικό.

⁶ Συνοπτικά, οι γραμμές και οι στήλες αυτού του πίνακα αντιστοιχούν στους κόμβους της δομής. Για τους κόμβους που ενώνονται με άλλους δίνουμε την τιμή "1" στις αντίστοιχες θέσεις του πίνακα ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα παραμένουν "0".

Σε αυτό το σημείο, πρέπει επίσης να επισημανθεί η σύμβαση με την οποία γίνεται η αρίθμηση των κόμβων της δομής. Αρχικά αριθμούνται μόνο οι ακριανοί κόμβοι, ξεκινώντας από το κύτταρο (1,1) και συνεχίζοντας από αριστερά προς τα δεξιά και από κάτω προς τα πάνω. Η αρίθμηση των κόμβων κάθε κυττάρου γίνεται ωρολογιακά, προσέχοντας να μην υπάρχουν διπλά ορισμένοι κόμβοι. Αφού αριθμηθεί και ο τελευταίος ακριανός κόμβος της δομής, σειρά έχουν οι κεντρικοί, των οποίων η αρίθμηση συνεχίζει από την αρίθμηση των ακριανών κόμβων, ξεκινώντας πάλι από το κύτταρο (1,1) και ακολουθώντας τον ίδιο γενικό τρόπο αρίθμησης, από αριστερά προς τα δεξιά και έπειτα από κάτω προς τα πάνω. Ο τρόπος αυτός αρίθμησης θα γίνει φανερός στα παραδείγματα του 6^{ου} κεφαλαίου.

Τέλος, πρέπει να γίνει η μετάβαση από τον πίνακα $A(X)$ στον πίνακα $A(Y)$, ο οποίος αντιστοιχεί στον κατευθυνόμενο γράφο Y της δομής, το οποίο άλλωστε είναι και το ζητούμενο. Αυτό όμως αποτελεί μία αρκετά πολύπλοκη διαδικασία και εν γένει δεν υπάρχει μία συγκεκριμένη μεθοδολογία που να καλύπτει όλες τις περιπτώσεις. Στην παρούσα διπλωματική εργασία δημιουργήθηκε και ακολουθήθηκε η διαδικασία η οποία παρουσιάζεται περιληπτικά στη συνέχεια:

1. Διάβασε τις τιμές των κόμβων εδάφους. Αν ο χρήστης έχει επιλέξει m κόμβους εδάφους, σώσε τις τιμές τους στον πίνακα $GN = [gn_1 gn_2 \dots gn_m]$.
2. Στον πίνακα $A(X)$ μηδένισε όλα τα στοιχεία στις στήλες gn_1, gn_2, \dots, gn_m και σώσε τις μεταβλητές αυτές στον πίνακα $C = [gn_1 gn_2 \dots gn_m]$.
3. Έλεγξε για κάθε τιμή του πίνακα C όλες τις αντίστοιχες γραμμές του πίνακα $A(X)$ και ψάξε για κοινούς άσσους (άσσους στην ίδια θέση – στήλη).
 - a. Αν υπάρχουν κοινοί άσσοι σε θέσεις που δεν έχουν ξαναχρησιμοποιηθεί, σώσε τις τιμές των στηλών που βρίσκονται οι κοινοί άσσοι στον πίνακα $cnodes$. Στη στήλη που αντιστοιχεί στο πρώτο χρησιμοποιημένο στοιχείο αυτού του πίνακα ($cnode$), σώσε τις τιμές για τις k γραμμές που περιέχουν τους άσσους με τις μεταβλητές $cm1_1, cm1_2, \dots, cm1_k$.
 - i. Μηδένισε όλα τα στοιχεία της στήλης $cnode$ εκτός των στοιχείων που βρίσκονται στις γραμμές $cm1_1, cm1_2, \dots, cm1_k$ και επέκτεινε τον πίνακα C , προσθέτοντας την τιμή $cnode$ δηλαδή: $C = [C cnode]$.
 - ii. Έλεγξε στη γραμμή $cnode$ για δύο άσσους.
 1. Αν υπάρχουν δύο άσσοι, αποθήκευσε τις στήλες με τους άσσους αυτούς στις μεταβλητές cn_1 και cn_2 , μηδένισε όλα τα στοιχεία των στηλών cn_1 και cn_2 εκτός αυτών της γραμμής $cnode$ και επέκτεινε τον πίνακα C προσθέτοντας τις τιμές cn_1 και cn_2 , δηλαδή: $C = [C cn_1 cn_2]$.

2. Αν δεν υπάρχουν δύο άσσοι, αλλά μόνο ένας αποθήκευσε τη στήλη με τον άσσο στη μεταβλητή cn , μηδένισε όλα τα στοιχεία αυτής της στήλης εκτός από αυτό της γραμμής $cnode$ και επέκτεινε τον πίνακα C ως: $C = [C \ cn]$.
- b. Αν δεν υπάρχουν νέα ζεύγη κοινών άσσων, βρες την πρώτη γραμμή που έχει έναν άσσο (εξαιρουμένων των γραμμών που αντιστοιχούν στους κόμβους εδάφους) και αποθήκευσέ την τιμή στη μεταβλητή cn . Στη γραμμή cn βρες τη στήλη με τον άσσο και αποθήκευσε αυτήν την τιμή στη μεταβλητή ln . Έπειτα, επέκτεινε τον πίνακα C ως $C = [C \ ln]$. Στη συνέχεια, βρες στη γραμμή ln όλες τις στήλες με άσσους και αποθήκευσε τις τιμές τους στον πίνακα rn .
 - i. Μηδένισε όλα τα στοιχεία των στηλών που αντιστοιχούν στις τιμές του πίνακα rn εκτός των στοιχείων της γραμμής ln .
 - ii. Μηδένισε όλα τα στοιχεία της στήλης ln εκτός αυτού της γραμμής cn .
 - iii. Επέκτεινε τον πίνακα C προσθέτοντας τα στοιχεία του πίνακα rn , δηλαδή: $C = [C \ rn]$.
4. Έλεγξε αν $size(C) = size(A(X))$. Εάν δεν ισχύει αυτή η συνθήκη επέστρεψε στο προηγούμενο βήμα 3. Εάν ισχύει τότε η διαδικασία έχει ολοκληρωθεί και ο τελικός πίνακας που έχει παραχθεί είναι ο πίνακας του κατευθυνόμενου γράφου, δηλαδή $A(Y) = A(X)$.

Κεφάλαιο 5

Το Πρόβλημα της Αυτόματης Συναρμολόγησης

5.1 Γενικά

Μία από τις βασικότερες ιδιότητες που πρέπει να κατέχει μία κυψελοειδής ρομποτική δομή είναι η αυτόματη συναρμολόγηση. Στα προηγούμενα εδάφια αναλύθηκε το ρομποτικό κύτταρο, το οποίο και αποτελεί τη βάση κάθε δομής και αποδείχθηκε ότι έχει όλες εκείνες τις ικανότητες ώστε να καθιστά μία δομή ικανή για αυτόματη συναρμολόγηση. Αυτό όμως από μόνο του δεν αρκεί για να γίνει δυνατή η επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης καθώς αυτό είναι αρκετά πιο πολύπλοκο.

5.2 Περιγραφή του Προβλήματος

Θεωρούμε πως έχουμε ένα συγκεκριμένο χώρο μέσα στον οποίο υπάρχουν κάποια εμπόδια των οποίων τόσο η θέση όσο και η μορφολογία είναι γνωστές. Υποθέτουμε επίσης ένα τελικό σημείο μέσα στο χώρο και το οποίο πρέπει να προσεγγίσουμε χρησιμοποιώντας μία κυψελοειδή ρομποτική δομή. Το πρόβλημα λοιπόν είναι να βρούμε μία συγκεκριμένη δομή η οποία θα μπορεί να συναρμολογηθεί μέσα στο χώρο, αποφεύγοντας τα εμπόδια και καταλήγοντας στο τελικό σημείο που επιθυμούμε, ώστε εκεί να μπορεί να κάνει μία σειρά από εργασίες, όπως για παράδειγμα να ασκήσει κάποια δύναμη.

Γενικά, η επιλογή της μορφολογίας μιας δομής καθώς και της τοπολογίας και του αριθμού των κυττάρων που την αποτελούν είναι ένα δύσκολο έργο το οποίο προϋποθέτει από το χρήστη καλή γνώση του χώρου και των εμποδίων αλλά και εμπειρία. Αναλόγως πάντα του περιβάλλοντος στο οποίο καλείται να συναρμολογηθεί και να λειτουργήσει μία δομή, υπάρχουν αρκετές διαμορφώσεις οι οποίες μπορούν να

πετύχουν τον ίδιο σκοπό, με την αποτελεσματικότητα και το κόστος⁷ όμως να διαφέρουν μεταξύ διαφορετικών επιλογών. Η επιλογή της “σωστής” λύσης θα πρέπει να γίνεται λαμβάνοντας υπόψη όλες τις παραμέτρους του προβλήματος και με χρήση κατάλληλων συντελεστών βαρύτητας για όλες τις μορφές κόστους.

5.3 Επίλυση του Προβλήματος

Από τη διατύπωση και μόνο του προβλήματος γίνεται σαφές ότι το πρόβλημα είναι αρκετά πολύπλοκο και για την επίλυσή του πρέπει να γίνουν αρκετά βήματα και να χρησιμοποιηθούν διάφορες τεχνικές.

5.3.1 Μορφολογία Δομής

Αρχικά, πρέπει να επιλεγεί η μορφολογία της δομής που θα συναρμολογηθεί. Στην παρούσα διπλωματική εργασία έχει υιοθετηθεί η χρήση ρομποτικών κυτταρικών δομών οφιοειδούς μορφής. Τα βασικά πλεονεκτήματα τέτοιων δομών είναι ότι έχουν πολύ μεγάλα περιθώρια παραμόρφωσης και καταλαμβάνουν μικρό χώρο. Αυτά τα δύο χαρακτηριστικά τους τα καθιστούν την καλύτερη επιλογή όταν θέλουμε να δημιουργήσουμε μία δομή η οποία καλείται να λειτουργήσει σε έναν περιορισμένο και πολύπλοκο χώρο.

5.3.2 Εύρεση Διόδου

Αφού έχει επιλεγεί η μορφή που θα έχει η τελική δομή, το επόμενο βήμα είναι να σχεδιάσουμε μέσα στο χώρο μία διαδρομή η οποία πρέπει να σέβεται κάποια κριτήρια. Αυτή η διαδρομή θα είναι η οδηγός καμπύλη, η οποία θα δείξει σε ποια σημεία θα πρέπει να βρεθεί η δομή προκειμένου να φτάσει στο τελικό επιθυμητό σημείο.

Θεωρούμε ένα χώρο ο οποίος περιέχει n γνωστά εμπόδια, έστω O_1, O_2, \dots, O_n . Θεωρούμε επίσης ότι έχουμε ένα σημειακό ρομπότ, το οποίο θέλουμε να φτάσει από μία αρχική θέση $X_{in}(x_{in}, y_{in})$ σε μία τελική $X_d(x_d, y_d)$, αποφεύγοντας τα εμπόδια αλλά και

⁷ Ως κόστος μπορούμε να θεωρήσουμε αρκετές έννοιες: Το συνολικό οικονομικό κόστος μιας δομής, την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας, το υπολογιστικό κόστος που απαιτείται για την επίλυση του προβλήματος κτλ.

διατηρώντας πάντα μία ελάχιστη απόσταση από αυτά, r_0 . Επιπλέον, η διαδρομή αυτή θα πρέπει να μην έχει απότομες αλλαγές στην κλίση και στην καμπυλότητά της.

Για επιλύσουμε το πρόβλημα που περιγράφηκε παραπάνω, θα χρησιμοποιηθούν εργαλεία δανεισμένα από το πεδίο του **προγραμματισμού πορείας** (*path planning*) και πιο συγκεκριμένα θα κάνουμε χρήση της *Θεωρίας των Τεχνητών Δυναμικών Πεδίων* (*Artificial Potential Fields*). Συνοπτικά, η εύρεση μιας διαδρομής με τη βοήθεια των Τεχνητών Δυναμικών Πεδίων (ΤΔΠ) βασίζεται στην ιδέα ότι το τελικό σημείο – στόχος του χώρου δημιουργεί ένα ελκτικό πεδίο ενώ κάθε εμπόδιο ένα απωθητικό πεδίο, κατ' αναλογία των μαγνητικών πεδίων. Το ρομπότ θεωρείται ως ένα σημειακό φορτίο το οποίο κινείται υπό την επίδραση του τεχνητού δυναμικού που δημιουργείται στο χώρο. Σε κάθε σημείο, η κλίση του συνολικού πεδίου αντιμετωπίζεται ως μία τεχνητή δύναμη που εφαρμόζεται στο ρομπότ και η οποία υποδεικνύει την κατεύθυνση της κίνησης. Με αυτόν τον τρόπο το σημειακό φορτίο μετακινείται από την αρχική του θέση προς το σημείο – στόχο (τελική στάση). Το ίχνος που αφήνει καθώς κινείται είναι και η διαδρομή που μας ενδιαφέρει.

Τα ΤΔΠ είναι μία άμεση, αποτελεσματική και σχετικά απλή υπολογιστικά μέθοδος εύρεσης μιας διαδρομής. Γι' αυτό το λόγο και η χρήση τους για την επίλυση προβλημάτων προγραμματισμού πορείας είναι πολύ διαδεδομένη. Από την άλλη μεριά όμως, έχουν ένα πολύ σημαντικό μειονέκτημα: Μπορούν να εγκλωβιστούν σε τοπικά ελάχιστα της συνάρτησης δυναμικού, τα οποία δεν συμπίπτουν κατ' ανάγκη με την τελική στάση. Προκειμένου να εξαλειφθεί αυτό το πρόβλημα και η συνάρτηση δυναμικού να έχει μόνο ένα (ολικό) ελάχιστο, η έννοια των ΤΔΠ επεκτείνεται χρησιμοποιώντας ειδικές συναρτήσεις που εξαλείφουν τα τοπικά ελάχιστα της αρχικής συνάρτησης δυναμικού. Οι συναρτήσεις αυτές ονομάζονται **Συναρτήσεις Πλοήγησης** (*Navigation Functions*) και διατυπώθηκαν για πρώτη φορά από τους E. Rimon και D. Koditschek [28].

Δημιουργία Τεχνητού Δυναμικού Πεδίου

Το συνολικό δυναμικό πεδίο σε κάποιο σημείο του χώρου είναι το άθροισμα του ελκτικού και απωθητικού πεδίου σε αυτό το σημείο, δηλαδή:

$$U_{art}(X) = U_{X_d}(X) + U_O(X) \quad 4.1$$

Η τεχνητή δύναμη που θα ασκείται στο ρομπότ σε κάποιο σημείο θα δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{F}_{art} = \mathbf{F}_{X_d} + \mathbf{F}_O \quad 4.2$$

όπου:

$$\mathbf{F}_{X_d} = -\mathbf{grad}[U_{X_d}(X)] \quad 4.3$$

$$\mathbf{F}_O = -\mathbf{grad}[U_O(X)] \quad 4.4$$

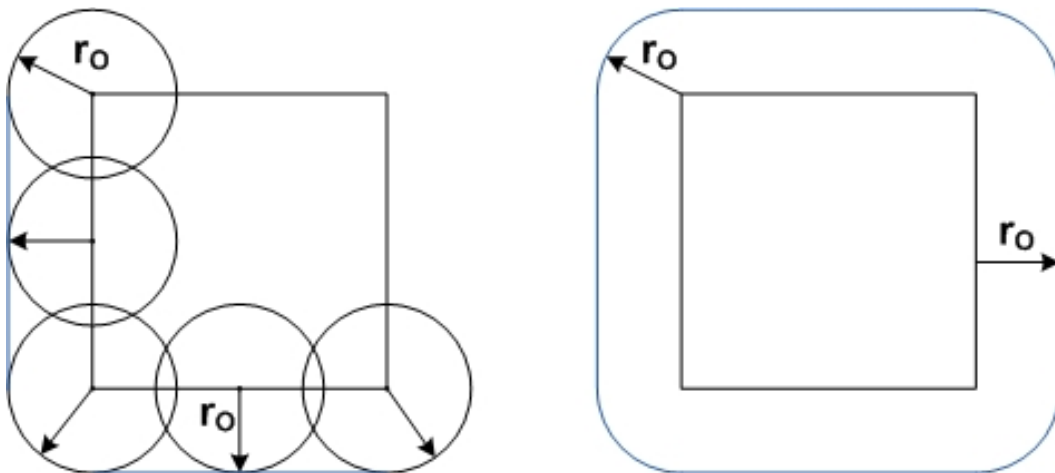
Η συνάρτηση του ελκτικού δυναμικού που επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί είναι [27]:

$$U_{X_d}(X) = \frac{1}{2} k_p \cdot (X - X_d)^2 \quad 4.5$$

Το k_p είναι μία σταθερά κέρδους. Η συνάρτηση αυτή είναι μία θετική, συνεχής και παραγωγίσιμη συνάρτηση, η οποία μηδενίζεται όταν $X = X_d$. Η δύναμη που προκαλεί αυτό το δυναμικό πεδίο είναι:

$$\mathbf{F}_{X_d}(X) = -k_p \cdot (X - X_d) \quad 4.6$$

Το απωθητικό δυναμικό πεδίο πρέπει να σχεδιαστεί έτσι ώστε να παίρνει τη μέγιστή του τιμή (θεωρητικά άπειρη) στο σύνορο του εμποδίου και να ελαττώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από αυτό. Η επίδραση του κάθε εμποδίου είναι περιορισμένη σε μία περιοχή γύρω από αυτό και καθορίζεται μέσω του μεγέθους r_o , που είναι η μέγιστη απόσταση από κάθε σημείο του συνόρου ενός εμποδίου στην οποία έχει επίδραση το απωθητικό δυναμικό του εμποδίου αυτού, όπως φαίνεται και στο επόμενο Σχήμα 5.1.



Σχήμα 5.1: (α) Δημιουργία της περιοχής επιρροής εμποδίου. (β) Το εμπόδιο με την περιοχή επιρροής. Το σύνορο της περιοχής επιρροής απέχει σταθερή απόσταση από κάθε σημείο του συνόρου του εμποδίου.

Με τη βοήθεια του μεγέθους r_0 ρυθμίζεται η ελάχιστη απόσταση που πρέπει να έχει κάθε σημείο της διαδρομής από τα σύνορα των εμποδίων, το οποίο είναι και μία απαίτηση του σχεδιασμού .

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για τη δημιουργία του απωθητικού δυναμικού χρησιμοποιείται η επόμενη σχέση [27]:

$$U_0(\mathbf{X}) = \begin{cases} \frac{1}{2}\eta \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)^2 & \text{αν } r \leq r_0 \\ 0, & \text{αν } r \geq r_0 \end{cases} \quad 4.7$$

όπου η είναι μία σταθερά κέρδους. Μέσω των τιμών που δίνουμε σε αυτό το κέρδος και στο κέρδος k_p της σχέσης 4.5 δημιουργείται διαφορετικό δυναμικό πεδίο και έτσι μπορούμε να το προσαρμόσουμε στις εκάστοτε ανάγκες.

Παραγωγίζοντας την προηγούμενη σχέση 4.7, η δύναμη απώθησης θα είναι:

$$\mathbf{F}_0(\mathbf{X}) = \begin{cases} \eta \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial \mathbf{X}} & \text{αν } r \leq r_0 \\ 0, & \text{αν } r \geq r_0 \end{cases} \quad 4.8$$

Ο όρος $\frac{\partial r}{\partial \mathbf{X}}$ υποδηλώνει το διάνυσμα των μερικών παράγωγων, δηλαδή:

$$\frac{\partial r}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial x} & \frac{\partial r}{\partial y} \end{bmatrix}^T \quad 4.9$$

Χρησιμοποιώντας λοιπόν τις παραπάνω σχέσεις για κάθε σημείο κατασκευάζουμε το τεχνητό δυναμικό πεδίο του υπό μελέτη χώρου.

Σχεδιασμός πορείας

Από τη στιγμή που γνωρίζουμε (ή μπορούμε να υπολογίσουμε) σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου την τεχνητή δύναμη που ασκείται σε αυτό το σημείο, το επόμενο βήμα είναι να βρούμε ποια διαδρομή θα ακολουθήσει το σημειακό ρομπότ προκειμένου να φτάσει στο σημείο στάσης. Τα σημεία της πορείας θα υπολογίζονται σύμφωνα με την αναδρομική σχέση:

$$\mathbf{X}_r(\mathbf{t} + \mathbf{1}) = \mathbf{X}_r(\mathbf{t}) + \mathbf{b} \cdot \frac{\tilde{\mathbf{F}}_{art}}{\|\mathbf{F}_{art}\|} \quad 4.10$$

με αρχικές συνθήκες:

$$X_r(0) = [0 \quad 0]^T$$

και τελικές:

$$X_r(t_d) = [x_d \quad y_d]^T.$$

Το μέγεθος b είναι το βήμα και μέσω αυτού ρυθμίζεται η ομαλότητα της καμπύλης, το οποίο επίσης είναι μια απαίτηση σχεδιασμού της διαδρομής. Επιπλέον, καθορίζει και το πλήθος των σημείων που θα απαρτίζουν την καμπύλη και κατά συνέπεια ένα σημαντικό μέρος του υπολογιστικού κόστους.

5.3.3 Εύρεση Δομής γύρω από τη Δίοδο

Στη συνέχεια, πρέπει να κατασκευάσουμε την τελική δομή, η οποία θα βασίζεται στη διαδρομή $X_r(t)$ μέσα στο χώρο που έχει ήδη σχεδιαστεί. Για να γίνει αυτό χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε την ΕΚΑ των ρομποτικών κυττάρων, η οποία παρουσιάστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Πρώτα όμως, πρέπει να βρεθεί το πλήθος των κυττάρων που θα απαρτίζουν τη δομή.

Αρχικά υπολογίζεται το μήκος της καμπύλης $X_r(t)$, επιλύοντας αριθμητικά το επικαμπύλιο ολοκλήρωμά της. Πρώτα διαμερίζεται η καμπύλη σε ευθύγραμμα τμήματα μεταξύ των σημείων της $\{x_r(t), y_r(t)\}$, έπειτα υπολογίζεται το μήκος καθενός από αυτά και στο τέλος αθροίζονται όλα τα μήκη. Αν η καμπύλη αποτελείται από m σημεία θα έχουμε $(m-1)$ διαμερίσεις, οπότε:

$$L = \sum_{i=1}^{m-1} \sqrt{dx(i)^2 + dy(i)^2} \quad 4.11$$

όπου $dx(i) = x_r(i+1) - x_r(i)$ και $dy(i) = y_r(i+1) - y_r(i)$.

Για να βρούμε τον αριθμό, nos , των κυττάρων που πρέπει να χρησιμοποιηθούν, διαιρούμε το μήκος της καμπύλης L με το μέσο μήκος του ρομποτικού κυττάρου⁸ και στρογγυλοποιούμε προς τα πάνω, στον κοντινότερο ακέραιο. Η ικανότητα του κυττάρου για παραμόρφωση μας εγγυάται ότι ο αριθμός αυτός των κυττάρων είναι επαρκής προκειμένου να κατασκευαστεί η επιθυμητή δομή πάνω στην καμπύλη.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η δομή που θα χρησιμοποιηθεί είναι οφιοειδούς μορφής. Κατά συνέπεια, σε κάθε κύτταρο, με αναφορά στο Σχήμα 4.2, οι κόμβοι που θα χρησιμοποιηθούν θα είναι ο S_1 , ο CP και ο T_3 , δηλαδή οι κόμβοι που

⁸ Αυτό ορίζεται ως το μήκος της πλευράς του εικονικού τετραγώνου που δημιουργείται όταν όλες οι αρθρώσεις έχουν τις αρχικές τους τιμές και κατ'επέκταση το κύτταρο είναι απαραμόρφωτο.

ανήκουν στις βασικές μονάδες 1 και 3. Για να γίνει η τοποθέτηση λοιπόν των κυττάρων της δομής πάνω στη γραμμή, αναπτύχθηκε ένας κώδικας ο οποίος, με τη βοήθεια της συνάρτησης βελτιστοποίησης “fmincon” του Matlab, ψάχνει να βρει τη βέλτιστη μορφή που πρέπει να έχει κάθε κύτταρο, έχοντας όμως τους τρεις παραπάνω κόμβους του να κινούνται πάνω στη καμπύλη $X_r(t)$. Το κριτήριο που χρησιμοποιείται για να ποσοτικοποιηθεί η βέλτιστη παραμόρφωση είναι ότι το κάθε κύτταρο προσπαθεί να διατηρηθεί όσο το δυνατόν πιο κοντά στην αρχική του (απαραμόρφωτη) κατάσταση. Σε αυτήν τη θέση, το κύτταρο έχει το μεγαλύτερο δυνατό χώρο δράσης, οπότε η δομή θα μπορεί να προσαρμοστεί καλύτερα και ευκολότερα σε μία νέα κατάσταση, εφόσον χρειαστεί κάτι τέτοιο. Το κριτήριο αυτό διατυπώνεται μαθηματικά με την επόμενη συνάρτηση κόστους:

$$f(L) = \sum_{i=1}^{noc} \{ \sum_{j=1}^3 [(iL_{j1} - iL_{j1}^{initial})^2 + (iL_{j3} - iL_{j3}^{initial})^2] \} \quad 4.12$$

Οι κινηματικοί περιορισμοί (ισοτικοί και ανισοτικοί) που πρέπει να ληφθούν υπόψη περιγράφονται συνοπτικά με την επόμενη μορφή:

$$c(L) \leq 0$$

$$c_{eq}(L) = 0$$

Όπως είδαμε, στους ισοτικούς περιορισμούς περιλαμβάνεται η απαίτηση για τους κόμβους $i\{S_1, CP, T_3\}$ για $i = 1 \dots noc$ να κινούνται εντός του πεδίου τιμών της καμπύλης $X_r(t)$. Αυτό το κριτήριο μπορεί εναλλακτικά να προστεθεί στη συνάρτηση κόστους $f(L)$, το οποίο και εφαρμόστηκε στην παρούσα ανάλυση, με αποτέλεσμα ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος να μειώνεται κατακόρυφα και η τελική μορφή της δομής να ακολουθεί πολύ καλύτερα τη μορφή της καμπύλης. Επίσης, ένας ακόμα πολύ σημαντικός ισοτικός περιορισμός είναι ότι το $\Sigma\Sigma T_3$ του κυττάρου i και το $\Sigma\Sigma S_1$ του κυττάρου $i+1$ πρέπει πάντα να ταυτίζονται.

Με την επιβολή ανισοτικών περιορισμών στις επιτρεπόμενες τιμές που μπορούν να λάβουν οι σχετικές γωνίες των $\Sigma\Sigma T_1$ και T_3 κάθε κυττάρου αποφεύγουμε τη δημιουργία μιας δομής η οποία θα εμφανίζει μεγάλες διαφορές στις σχετικές κλίσεις μεταξύ των κυττάρων. Έτσι, ακόμα και αν η καμπύλη έχει κάποια σημεία με μεγάλη κλίση, αυτά μπορούν να αποφευχθούν καθώς τα κύτταρα θα τοποθετούνται έτσι ώστε η κλίση της δομής από κύτταρο σε κύτταρο να παραμένει στα επιθυμητά επίπεδα.

Επιπλέον περιορισμοί αφορούν στη θέση του ΤΣΔ της δομής, στα τοπικά ΤΣΔ των βασικών μονάδων 2 και 4 κάθε κυττάρου αλλά και σε επιμέρους περιορισμούς που μπορεί να επιθυμεί να εφαρμόσει ο χρήστης, όπως για παράδειγμα στη θέση ενός συγκεκριμένου κυττάρου.

Κεφάλαιο 6

Παραδείγματα – Προσομοιώσεις

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν διάφορα παραδείγματα ρομποτικών κυψελοειδών δομών στα οποία θα γίνουν εμφανείς οι ιδιότητες που κατέχει το ρομποτικό κύτταρο, καταλήγοντας στην επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης, το οποίο είναι και το πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα αφού, ουσιαστικά, σε αυτό γίνεται εφαρμογή όλων των εννοιών που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Σε όλα τα παραδείγματα, η ονοματολογία των κυττάρων γίνεται με βάση τη σύμβαση που περιγράφηκε στο 4^ο κεφάλαιο, δηλαδή με ένα ζεύγος αριθμών εκ των οποίων ο πρώτος, NL , συμβολίζει το επίπεδο και ο δεύτερος, NC , τη στήλη που βρίσκεται το εκάστοτε ρομποτικό κύτταρο μέσα στη δομή.

6.1 Παράδειγμα Κινηματικής Ανάλυσης Κυψελοειδούς Δομής

6.1.1 Δομικός Πίνακας και Γράφοι

Έστω ότι έχουμε τη δομή που φαίνεται στο Σχήμα 6.1, η οποία αποτελείται από 4 ρομποτικά κύτταρα. Θεωρούμε ότι κάθε κύτταρο βρίσκεται στην απαραμόρφωτη θέση, οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μέσο μήκος, l_{mean} , για το οποίο ισχύει:

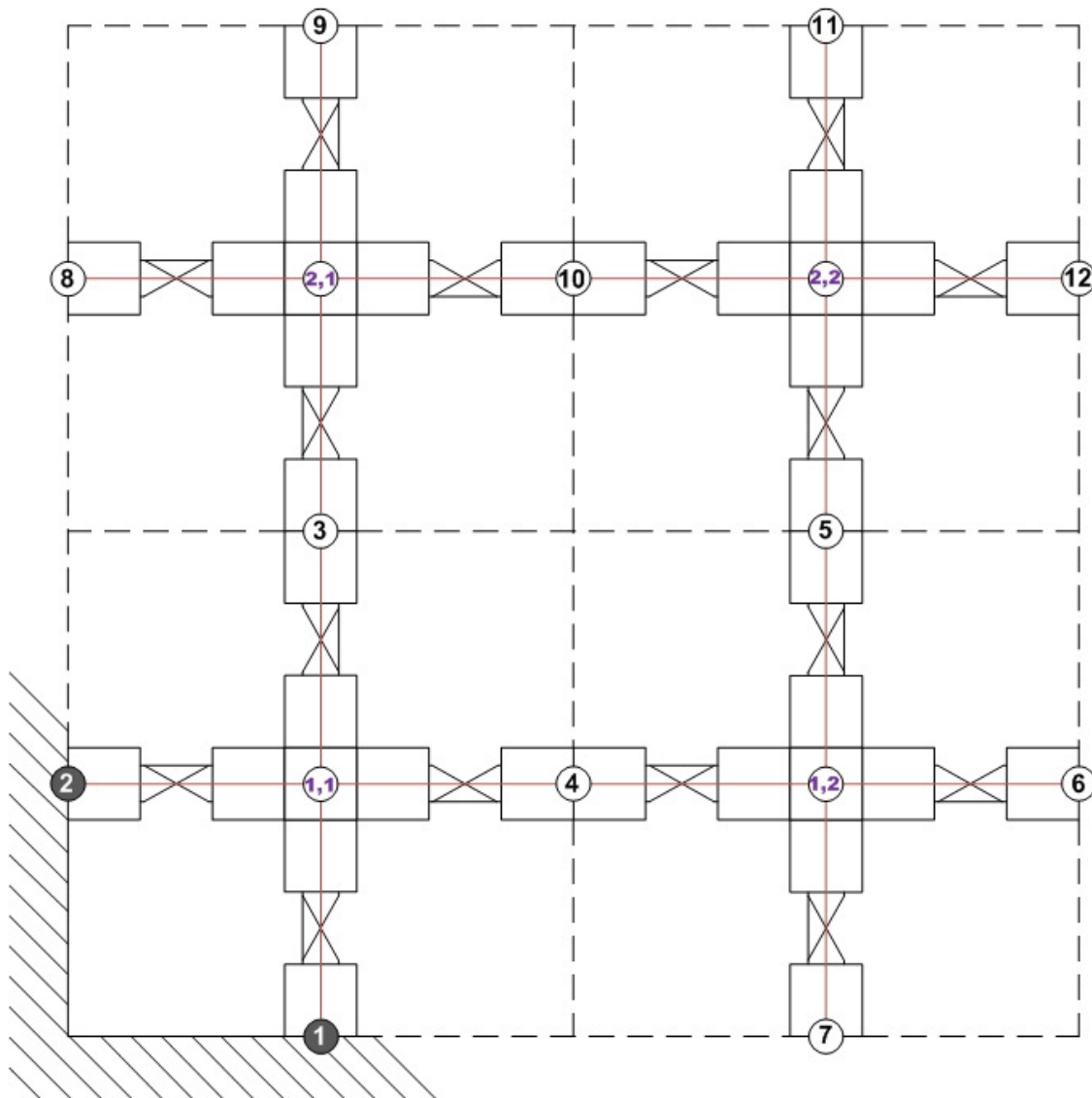
$$l_{mean} = 0.780m$$

Η απόσταση μεταξύ των κομβών σε αυτή τη θέση είναι παντού η ίδια και ισούται με το μισό της l_{mean} , δηλαδή:

$$l_{nodal} = 0.390m$$

Ο δομικός πίνακας θα είναι:

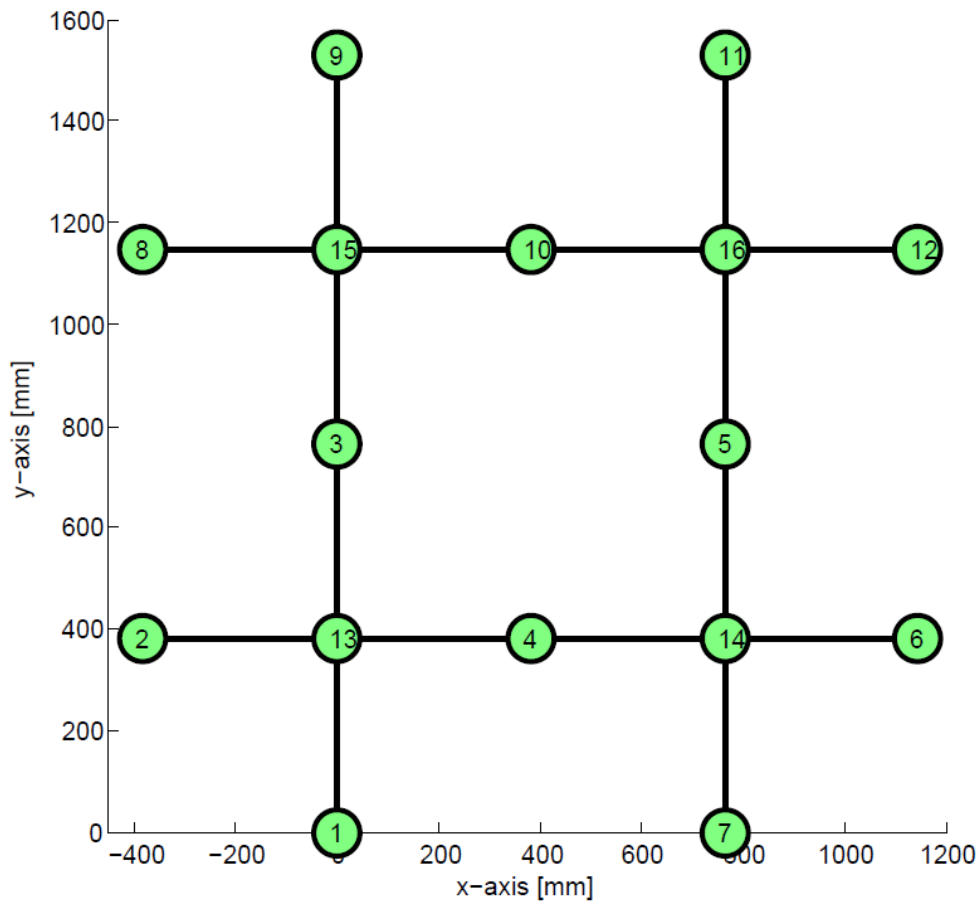
$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Σχήμα 6.1: Η κυψελοειδής δομή του 1^{ου} παραδείγματος. Η δομή αποτελείται από 4 κύτταρα, των οποίων τα εικονικά τετράγωνα φαίνονται με διακεκομμένη γραμμή. Οι κόμβοι 1 και 2 είναι οι κόμβοι εδάφους.

Οι κόμβοι 1 και 2 επιλέγονται ως κόμβοι εδάφους και στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί με γκρι γέμισμα. Συνολικά έχουμε 12 κόμβους, οπότε οι ελεύθεροι κόμβοι της δομής είναι 10. Αυτό σημαίνει ότι οι βαθμοί ελευθερίας της δομής είναι $10 \times 3 = 30$. Οι κεντρικοί κόμβοι προς το παρόν χαρακτηρίζονται από τους αριθμούς NL και NC .

Στη συνέχεια κατασκευάζεται ο απλός γράφος, χ , της δομής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.2. Παρατηρούμε ότι συνολικά έχουμε 16 κόμβους, τους 12 του συστήματος και τους 4 κεντρικούς των κυττάρων.



Σχήμα 6.2: Ο απλός γράφος της δομής.

Εφαρμόζοντας τη θεωρία των γράφων, από το γράφο X προκύπτει άμεσα ο πίνακας γειτνίασης $A(X)$, δηλαδή:

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Στη συνέχεια ελέγχουμε στη γραμμή cnode για δύο άσσους. Βλέπουμε ότι υπάρχουν στις στήλες 3 και 4, άρα $cn_1 = 3$ και $cn_2 = 4$. Ο νέος πίνακας C θα είναι $C = [1 \ 2 \ 13 \ 3 \ 4]$ και στον $A(X)$ διαγράφουμε όλα τα στοιχεία των στηλών 3 και 4 εκτός αυτών της γραμμής 10:

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Ελέγχουμε αν $size(C) = size(A(X))$. Αφού δεν ισχύει η διαδικασία συνεχίζεται.
- Ελέγχουμε για όλες τις τιμές του C τις αντίστοιχες γραμμές του $A(X)$ για κοινούς άσσους. Οι κοινοί άσσοι της 1ης και 2ης γραμμής στη 13η στήλη τώρα εξαιρούνται, αφού έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί. Βλέπουμε πως δεν υπάρχουν κοινοί άσσοι, άρα επιλέγουμε την πρώτη αχρησιμοποίητη γραμμή που έχει έναν άσσο, εξαιρώντας όσες αντιστοιχούν σε κόμβους εδάφους. Έτσι, βρίσκουμε ότι η γραμμή 3 έχει έναν

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Το κριτήριο τερματισμού δεν ισχύει. Άρα συνεχίζουμε.
- Ελέγχουμε για όλες τις τιμές του C τις αντίστοιχες γραμμές του A(X) για κοινούς άσσους. Βλέπουμε ότι στις γραμμές 5 και 10 υπάρχει κοινός άσσος στη στήλη 16. Άρα ο πίνακας *cnodes* γίνεται *cnodes* = [16] και ταυτίζεται με τον *cnode*, ενώ *ctm₁* = 5 και *ctm₂* = 10. Ο πίνακας C επεκτείνεται και γίνεται C = [1 2 13 3 4 15 8 9 10 14 5 6 7 16] και στον πίνακα A(X) διαγράφουμε όλα τα στοιχεία της στήλης 16 εκτός αυτών που βρίσκονται στις γραμμές 5 και 10, έτσι:

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Ελέγχουμε στη γραμμή 16 για δύο άσσους, οι οποίοι υπάρχουν στις στήλες 11 και 12, οπότε *cn₁* = 11 και *cn₂* = 12. Επεκτείνουμε τον πίνακα C, οπότε γίνεται:

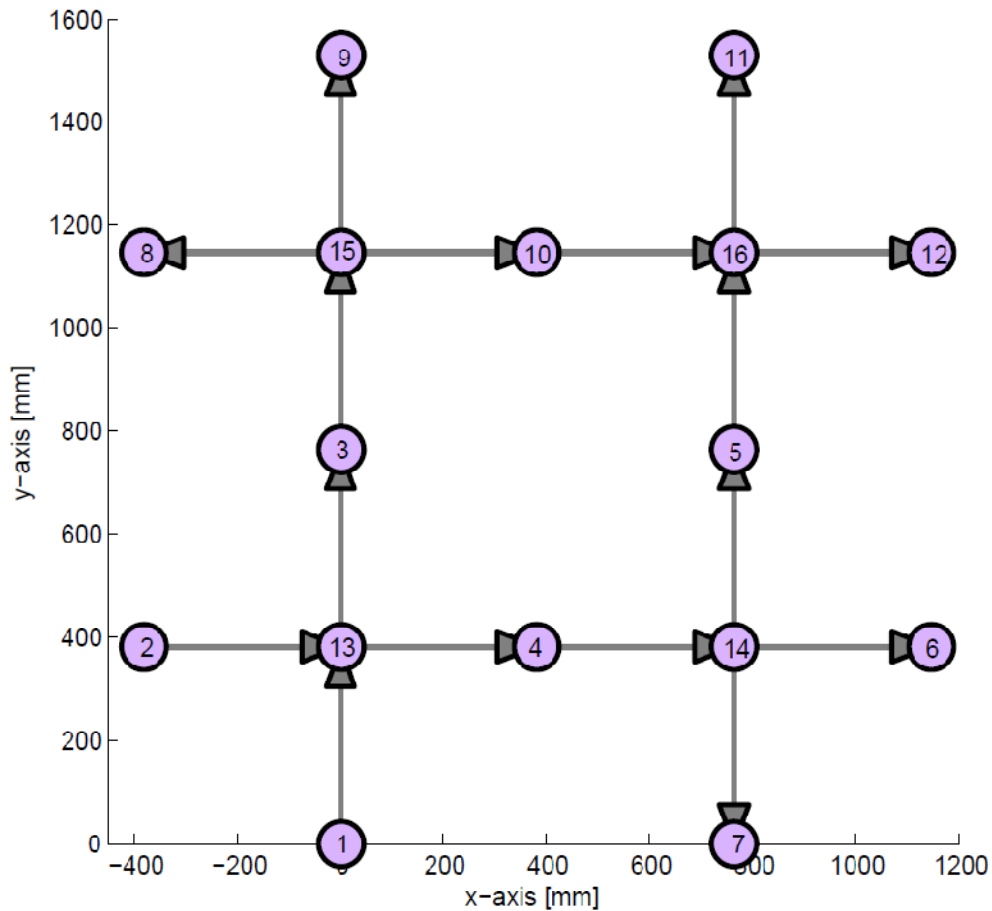
$C = [1 \ 2 \ 13 \ 3 \ 4 \ 15 \ 8 \ 9 \ 10 \ 14 \ 5 \ 6 \ 7 \ 16 \ 11 \ 12]$ και στον $A(X)$ διαγράφουμε όλα τα στοιχεία των στηλών 11 και 12 εκτός αυτών της γραμμής 16:

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Σε αυτό το σημείο βλέπουμε ότι η συνθήκη τερματισμού ικανοποιείται. Αυτό σημαίνει ότι η διαδικασία έχει ολοκληρωθεί και ο πίνακας που προκύπτει είναι ο πίνακας γειτνίασης για τον κατευθυνόμενο γράφο, δηλαδή $A(X) = A(Y)$.

$$A(Y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Έχοντας τώρα τον πίνακα $A(Y)$, μπορούμε να σχεδιάσουμε τον κατευθυνόμενο γράφο Y και ο οποίος φαίνεται στο επόμενο Σχήμα 6.3.



Σχήμα 6.3: Ο κατευθυνόμενος γράφος της δομής.

Συμπεράσματα

Από τον κατευθυνόμενο γράφο της δομής, εξαγώνται κάποια πολύ χρήσιμα συμπεράσματα που περιγράφουν τη δομή. Αυτά αναλύονται στη συνέχεια.

- Αρχικά, βλέπουμε ότι τα βέλη στο γράφο ξεκινούν από τους κόμβους 1 και 2. Αυτό υποδηλώνει ότι οι δύο αυτοί κόμβοι είναι οι επιλεγμένοι κόμβοι εδάφους.
- Παρατηρώντας του γράφους που σχετίζονται με τους κεντρικούς κόμβους, παρατηρούμε κάποιες διαφορές. Για τους κόμβους 13 και 16 βλέπουμε πως ο αριθμός των βελών προς τον κόμβο ισούται με τον αριθμό των βελών από τον κόμβο. Αυτό σημαίνει ότι αυτά τα κύτταρα έχουν μόνο 2 ελεύθερους κόμβους. Αντίστοιχα, στους κεντρικούς κόμβους 14 και 15 βλέπουμε ότι υπάρχει μόνο ένα βέλος προς τον κόμβο ενώ τα υπόλοιπα απομακρύνονται από αυτόν. Οι κόμβοι αυτοί έχουν κατά συνέπεια 3 ελεύθερους κόμβους. Τέλος, υπάρχει και η περίπτωση σε κάποιον κεντρικό κόμβο να απομακρύνεται μόνο ένα βέλος και τα υπόλοιπα να κινούνται προς αυτόν. Σε αυτή την περίπτωση, το αντίστοιχο

κύτταρο θα έχει μόνο 1 ελεύθερο κόμβο. Αυτή η περίπτωση δεν υφίσταται στην υπάρχουσα δομή όμως, ανάλογα με την επιλογή των κόμβων εδάφους αλλά και της τοπολογίας των κυττάρων σε μία δομή είναι δυνατόν να υπάρξουν ταυτόχρονα και τα τρία είδη κυττάρων. Σε γενικές γραμμές, ο αριθμός των ελεύθερων κόμβων είναι ένα σημαντικό στοιχείο που πρέπει να γνωρίζουμε για κάθε κύτταρο, προκειμένου να μπορέσουμε να αναπτύξουμε σωστά τις κινηματικές του εξισώσεις αλλά και να κατανοήσουμε τη συμπεριφορά του. Για παράδειγμα, ένα κύτταρο με τρεις ελεύθερους κόμβους έχει πολύ μεγαλύτερη ευχέρεια κινήσεων και άρα μπορεί να επιτελέσει περισσότερες εργασίες ταυτόχρονα. Αντίθετα, ένα κύτταρο με μόνο έναν ελεύθερο κόμβο αποτελεί μία πολύ πιο στιβαρή δομή, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ειδικές περιπτώσεις, κερδίζοντας στην ακρίβεια της κίνησης αλλά και αυξάνοντας την αντοχή της κατασκευής.

- Μία επιπλέον πληροφορία είναι η σειρά ενεργοποίησης των κυττάρων, δηλαδή η σωστή σειρά με την οποία θα πρέπει να επιλεχτούν τα κύτταρα προκειμένου να εκτελεστεί σωστά η κινηματική ανάλυση. Αυτή η πληροφορία λαμβάνεται από τον τελικό πίνακα C , “διαβάζοντας” κατά σειρά τους κεντρικούς κόμβους. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε: 13, 15, 14 και 16. Συνεπώς η σειρά ενεργοποίησης των κυττάρων της δομής θα είναι:
 - Κύτταρο (1,1) – κεντρικός κόμβος 13.
 - Κύτταρο (2,1) – κεντρικός κόμβος 15.
 - Κύτταρο (1,2) – κεντρικός κόμβος 14.
 - Κύτταρο (2,2) – κεντρικός κόμβος 16.
- Τέλος, μέσω του κατευθυνόμενου γράφου Y μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των διαφορετικών μονοπατιών που υπάρχουν έτσι ώστε να μετακινηθούμε μεταξύ των κόμβων του συστήματος. Μπορούμε κατ’ αυτό τον τρόπο να βρούμε ποια είναι η συντομότερη διαδρομή για να κινηθούμε από κάποιο κόμβο σε οποιονδήποτε άλλο. Ενεργοποιώντας μόνο τις αρθρώσεις που αντιστοιχούν στη συντομότερη διαδρομή και αφήνοντας τις υπόλοιπες παθητικές πετυχαίνουμε έτσι την επιθυμητή κίνηση με το ελάχιστο καταναλισκόμενο έργο.

6.1.2 Κινηματική Ανάλυση

Ευθεία Κινηματική Ανάλυση της Δομής

Έχουμε θεωρήσει ότι κάθε κύτταρο βρίσκεται στην αρχική του θέση η οποία περιγράφεται με το μέγεθος l_{mean} . Σε αυτήν την κατάσταση, οι τιμές των αρθρώσεων του κάθε ρομποτικού κυττάρου έχουν συγκεκριμένες τιμές, οι οποίες φαίνονται στον επόμενο πίνακα:

	Βασική Μονάδα 1	Βασική Μονάδα 2	Βασική Μονάδα 3	Βασική Μονάδα 4
Άρθρωση 1 (L_1)	0.1392839 m	0.1392839 m	0.1392839 m	0.1392839 m
Άρθρωση 2 (L_2)	0.1392839 m	0.1392839 m	0.1392839 m	0.1392839 m
Άρθρωση 3 (L_3)	0.1300000 m	0.1300000 m	0.1300000 m	0.1300000 m

Πίνακας 6.1: Οι αρχικές τιμές των αρθρώσεων για κάθε κύτταρο.

Επιλύοντας τις εξισώσεις ευθείας κινηματικής για κάθε κύτταρο της δομής βρίσκουμε τις συντεταγμένες των κόμβων καθώς και τον προσανατολισμό των $\Sigma\Sigma$ σε κάθε κόμβο σε σχέση με το $\Sigma\Sigma O$, το οποίο για αυτή την ανάλυση θεωρήσαμε ότι ταυτίζεται με το $\Sigma\Sigma S_1$ του κυττάρου (1,1). Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον επόμενο πίνακα:

A/A Κόμβων	Συντεταγμένες [m]	Σχετική Γωνία $\Sigma\Sigma$ [rad]
1	(0,0)	0
2	(-0.390,0.390)	- $\pi/2$
3	(0,0.780)	0
4	(0.390, 0.390)	- $\pi/2$
5	(0.780, 0.780)	0
6	(1.170, 0.390)	- $\pi/2$
7	(0.780,0)	- π
8	(-0.390, 1.170)	$\pi/2$
9	(0,1.560)	0
10	(0.390, 1.170)	- $\pi/2$
11	(0.780,1.560)	0
12	(1.170, 1.170)	- $\pi/2$

Πίνακας 6.2: Συντεταγμένες των κόμβων της δομής και σχετικές γωνίες προσανατολισμού των συστημάτων συντεταγμένων σε κάθε κόμβο.

Αντίστροφη Κινηματική Ανάλυση της Δομής

Για την επίλυση της αντίστροφης κινηματικής, έχουμε ως δεδομένα εισόδου τα μεγέθη του πίνακα 6.2. Επιλύοντας τις αντίστοιχες εξισώσεις για κάθε κύτταρο, καταλήγουμε στις τιμές που φαίνονται στον πίνακα 6.1, το οποίο άλλωστε ήταν και το αναμενόμενο αφού όλα τα κύτταρα της δομής βρίσκονται στην αρχική τους – απαραμόρφωτη θέση.

Διαφορική Κινηματική Ανάλυση της Δομής

Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν οι εκφράσεις των μερικών παραγώγων για ένα κύτταρο, οι οποίες και συνθέτουν τον πίνακα της Ιακωβιανής. Όπως είδαμε, κάθε κύτταρο περιγράφεται από μία Ιακωβιανή διαστάσεων 9x12. Συνεπώς η Ιακωβιανή του κυτταρικού συστήματος αυτού του παραδείγματος θα έπρεπε να είχε διαστάσεις 36x48. Επειδή όμως στο παράδειγμα αυτό έχουμε κάποιους κοινούς κόμβους όπως και κάποιους κόμβους εδάφους, ο αριθμός των γραμμών της Ιακωβιανής πρέπει να μειωθεί, έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει τους βαθμούς ελευθερίας της κατασκευής.

Έχουμε 10 ελεύθερους κόμβους άρα οι γραμμές τελικά θα πρέπει να μειωθούν σε 30. Αρχικά διαγράφονται οι τρεις πρώτες γραμμές που αντιστοιχούν στον κόμβο εδάφους 2. Ο 1^{ος} κόμβος, ως βάση του κυττάρου (1,1), δεν έχει συμπεριληφθεί εξαρχής στην Ιακωβιανή. Έτσι οι διαστάσεις της Ιακωβιανής γίνονται 33x48.

Έπειτα, ελέγχουμε για κύτταρα τα οποία έχουν μόνο δύο ελεύθερους κόμβους. Σε αυτή την περίπτωση, ο ένας δεσμευμένος κόμβος θα είναι η βάση του κυττάρου ενώ ο άλλος θα αναλαμβάνει παθητικό ρόλο και θα μηδενίζεται η επίδρασή του στο κύτταρο αυτό. Επιπλέον, θα πρέπει να διαγραφούν και οι τρεις τελευταίες σειρές του τμήματος της Ιακωβιανής που αντιστοιχούν στον συγκεκριμένο κύτταρο. Εδώ τέτοιο κύτταρο είναι το (2,2), άρα διαγράφονται οι τρεις τελευταίες γραμμές της Ιακωβιανής του συστήματος και καταλήγουμε έτσι στο αναμενόμενο μέγεθος – 30x48.

Επιλύοντας τις εκφράσεις του 3^{ου} κεφαλαίου, η Ιακωβιανή του συστήματος αυτού του παραδείγματος χωρίς την επίδραση της πιθανής κίνησης της βάσης κάθε κυττάρου είναι⁹:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 & J_4 \\ J_5 & J_6 & J_7 & J_8 \\ J_9 & J_{10} & J_{11} & J_{12} \\ J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \end{bmatrix}$$

⁹ Ο διαχωρισμός στα 16 υπομήματα έγινε για λόγους παρουσίασης των αποτελεσμάτων.

Οι υποπίνακες $J_1 - J_4$ και $J_{13} - J_{16}$ έχουν διαστάσεις 6×12 ενώ οι υπόλοιποι υποπίνακες $J_5 - J_{12}$ έχουν διαστάσεις 9×12 . Στη συνέχεια δίνονται οι αναλυτικές μορφές τους:

$$J_1 = \begin{bmatrix} -11.67 & -14.46 & 24.40 & 0 & 0 & 0 & 5.04 & 2.25 & -1.60 & 0 & 0 & 0 \\ 7.78 & 7.78 & -13.52 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -0.54 & 2.00 & 0 & 0 & 0 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 & 0 & 0 & 0 \\ 3.92 & 1.14 & -4.72 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -0.54 & 2.00 \\ 8.89 & 8.89 & -15.60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.04 & -2.25 & 1.60 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 \end{bmatrix}$$

$J_7 =$

$$\begin{bmatrix} -7.82 & -7.82 & 15.60 & 5.04 & 2.25 & -1.60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10.56 & 13.45 & -22.32 & -0.54 & -0.54 & 2.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & -21.43 & -21.43 & 40.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.78 & 7.78 & -13.52 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -0.54 & 2.00 & 0 & 0 & 0 \\ 11.68 & 14.46 & -24.40 & 0 & 0 & 0 & -5.04 & -2.25 & 1.60 & 0 & 0 & 0 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 & 0 & 0 & 0 \\ 8.89 & 8.89 & -15.60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.04 & -2.25 & 1.60 \\ -3.92 & -1.14 & 4.72 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.54 & 0.54 & -2.00 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 \end{bmatrix}$$

$J_{10} =$

$$\begin{bmatrix} -11.10 & -13.89 & 22.32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7.82 & -7.82 & 15.60 & 5.04 & 2.25 & -1.60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & -21.43 & -21.43 & 40.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -11.68 & -14.46 & 24.40 & 0 & 0 & 0 & 5.04 & 2.25 & -1.60 & 0 & 0 & 0 \\ 7.78 & 7.78 & -13.52 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -0.54 & 2.00 & 0 & 0 & 0 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 & 0 & 0 & 0 \\ 3.92 & 1.14 & -4.72 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -0.54 & 2.00 \\ 8.89 & 8.89 & -15.60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.04 & -2.25 & 1.60 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 \end{bmatrix}$$

$$J_{16} = \begin{bmatrix} -11.67 & -14.46 & 24.40 & 0 & 0 & 0 & 5.04 & 2.25 & -1.60 & 0 & 0 & 0 \\ 7.78 & 7.78 & -13.52 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -0.54 & 2.00 & 0 & 0 & 0 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 & 0 & 0 & 0 \\ 3.92 & 1.14 & -4.72 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.54 & -0.54 & 2.00 \\ 8.89 & 8.89 & -15.60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.04 & -2.25 & 1.60 \\ 21.43 & 21.43 & -40.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -21.43 & -21.43 & 40.00 \end{bmatrix}$$

Όλοι οι υπόλοιποι υποπίνακες είναι μηδενικοί, οπότε:

$$J_2 = J_3 = J_4 = J_{13} = J_{14} = J_{15} = \text{zeros}(6,12)$$

$$J_5 = J_6 = J_8 = J_9 = J_{11} = J_{12} = \text{zeros}(9,12)$$

Η επίδραση της κίνησης της βάσης κάθε κυττάρου στη διαφορική κινηματική περιγράφεται από την εξίσωση 3.32:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{y}_T \\ \dot{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_T}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial x_T}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial x_T}{\partial L_3} \dot{L}_3 \\ \frac{\partial y_T}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial y_T}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial y_T}{\partial L_3} \dot{L}_3 \\ \frac{\partial a}{\partial L_1} \dot{L}_1 + \frac{\partial a}{\partial L_2} \dot{L}_2 + \frac{\partial a}{\partial L_3} \dot{L}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial x_T}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial x_T}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial x_T}{\partial rot} \dot{rot} \\ \frac{\partial y_T}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial y_T}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial y_T}{\partial rot} \dot{rot} \\ \frac{\partial a}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial a}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial a}{\partial rot} \dot{rot} \end{bmatrix}$$

Δηλαδή, θα πρέπει να προστεθούν στα στοιχεία της Ιακωβιανής που υπολογίστηκε προηγουμένως κάποιοι επιπλέον όροι που περιγράφουν την επίδραση της κινούμενης βάσης. Έτσι, πρέπει να παραγωγίσουμε τις εξισώσεις ευθείας κινηματικής ως προς τις μεταβλητές x_S , y_S και rot που αντιστοιχούν στη βάση κάθε κυττάρου. Οι θέσεις που πρέπει να προστεθούν αυτοί οι όροι είναι σαφείς και καθορίζονται από το ποιος κόμβος είναι η βάση του κάθε κυττάρου καθώς και από τους ίδιους τους κόμβους του εκάστοτε κυττάρου. Προκειμένου να διατηρηθεί μία καλή οπτική των αποτελεσμάτων, οι επιπλέον αθροιστικοί όροι θα παρουσιαστούν ξεχωριστά και έχοντας υπόψη την εξίσωση 3.32, γίνεται απολύτως κατανοητή η θέση στην οποία τελικά προστίθενται. Επομένως:

Για το κύτταρο (1,1):

Η βάση είναι σταθερή οπότε δε χρειάζεται να προστεθεί κάποιος όρος.

Για το κύτταρο (2,1):

Η βάση σε αυτό το κύτταρο είναι ο κόμβος 3. Άρα, οι όροι που θα προστεθούν είναι:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_{T2}}{\partial x_3} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial y_3} & \frac{\partial x_{T2}}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial y_{T2}}{\partial x_3} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial y_3} & \frac{\partial y_{T2}}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial x_{T3}}{\partial a_2} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial a_2} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial a_2} \\ \frac{\partial x_3}{\partial a_2} & \frac{\partial y_3}{\partial a_2} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial a_2} \\ \frac{\partial x_{T3}}{\partial x_3} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial y_3} & \frac{\partial x_{T3}}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial y_{T3}}{\partial x_3} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial y_3} & \frac{\partial y_{T3}}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial a_3} & \frac{\partial y_3}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial a_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial a_3} & \frac{\partial y_3}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial a_3} \\ \frac{\partial x_{T4}}{\partial x_3} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial y_3} & \frac{\partial x_{T4}}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial y_{T4}}{\partial x_3} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial y_3} & \frac{\partial y_{T4}}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial a_4}{\partial a_4} & \frac{\partial a_4}{\partial a_4} & \frac{\partial a_4}{\partial a_4} \\ \frac{\partial x_3}{\partial a_3} & \frac{\partial y_3}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial a_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{\alpha}_3 \end{bmatrix} \text{ ή } \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.7280 \\ 0 & 1 & -0.3900 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -0.7800 \\ 0 & 1 & 0.3380 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -0.0520 \\ 0 & 1 & 0.3900 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{\alpha}_3 \end{bmatrix}$$

Για το κύτταρο (1,2):

Η βάση σε αυτό το κύτταρο είναι ο κόμβος 4. Άρα, οι όροι που θα προστεθούν είναι:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.3900 \\ 0 & 1 & 0.7280 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0.3380 \\ 0 & 1 & 0.7800 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0.3900 \\ 0 & 1 & 0.0520 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_4 \\ \dot{y}_4 \\ \dot{\alpha}_4 \end{bmatrix}$$

Για το κύτταρο (2,2):

Η βάση σε αυτό το κύτταρο είναι ο κόμβος 5. Όπως είδαμε όμως κατά τη δημιουργία του κατευθυνόμενου γράφου, το κύτταρο αυτό έχει μόνο δύο ελεύθερους κόμβους, με τον κόμβο 10 και τους αντίστοιχους επενεργητές να περιορίζονται σε παθητικό ρόλο, οπότε η επίδραση του είναι μηδενική και εδώ. Έτσι, όλα τα στοιχεία του πίνακα που αναφέρονται στον κόμβο 10 και κατ'επέκταση στη βασική μονάδα 2 του κυττάρου αυτού θα πρέπει να μηδενιστούν. Άρα:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -0.7800 \\ 0 & 1 & 0.3380 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -0.0520 \\ 0 & 1 & 0.3900 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{y}_5 \\ \dot{a}_5 \end{bmatrix}$$

6.2 Παράδειγμα Παραμόρφωσης Κυψελοειδούς Δομής

Ένα βασικό χαρακτηριστικό αυτού του ρομποτικού κυττάρου είναι η ικανότητα για παραμόρφωση, ικανότητα η οποία μεταφέρεται και σε μία δομή αποτελούμενη από τέτοια κύτταρα, έτσι ώστε να προσαρμόζεται καλύτερα στις συνθήκες του περιβάλλοντος. Σε αυτό το παράδειγμα θα εξεταστεί μία δομή μορφής “γωνίας”, η οποία αποτελείται από 15 κύτταρα, με $NL = 7$ και $NC = 9$. Προκειμένου να ισομοιάσουμε την συνολική παραμόρφωση όσο το δυνατόν περισσότερο και να μη παραμείνει συγκέντρωμένη σε λίγα κύτταρα, επιλύθηκε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, όμοιο με αυτό που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 5, χρησιμοποιώντας δηλαδή ως συνάρτηση κόστους το κριτήριο:

$$f(L) = \sum_{i=1}^{noc} \left\{ \sum_{j=1}^3 [({}^iL_{j1} - {}^iL_{j1}^{initial})^2 + ({}^iL_{j3} - {}^iL_{j3}^{initial})^2] \right\}$$

με περιορισμούς της μορφής:

$$c(L) \leq 0$$

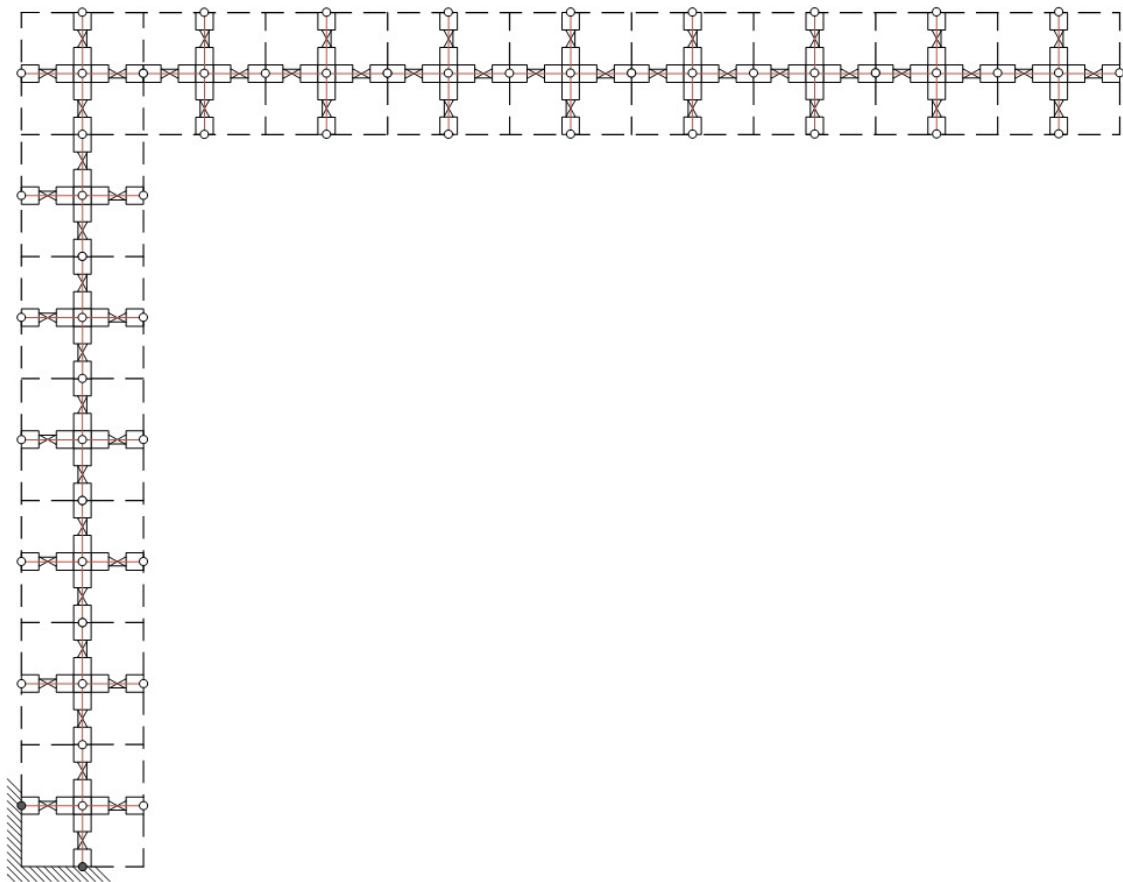
$$c_{eq}(L) = 0$$

Η επίλυση γίνεται με χρήση της συνάρτησης “fmincon” του Matlab.

Ο δομικός πίνακας για αυτό το παράδειγμα είναι:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Η δομή¹⁰ που εξετάζεται εδώ παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα.

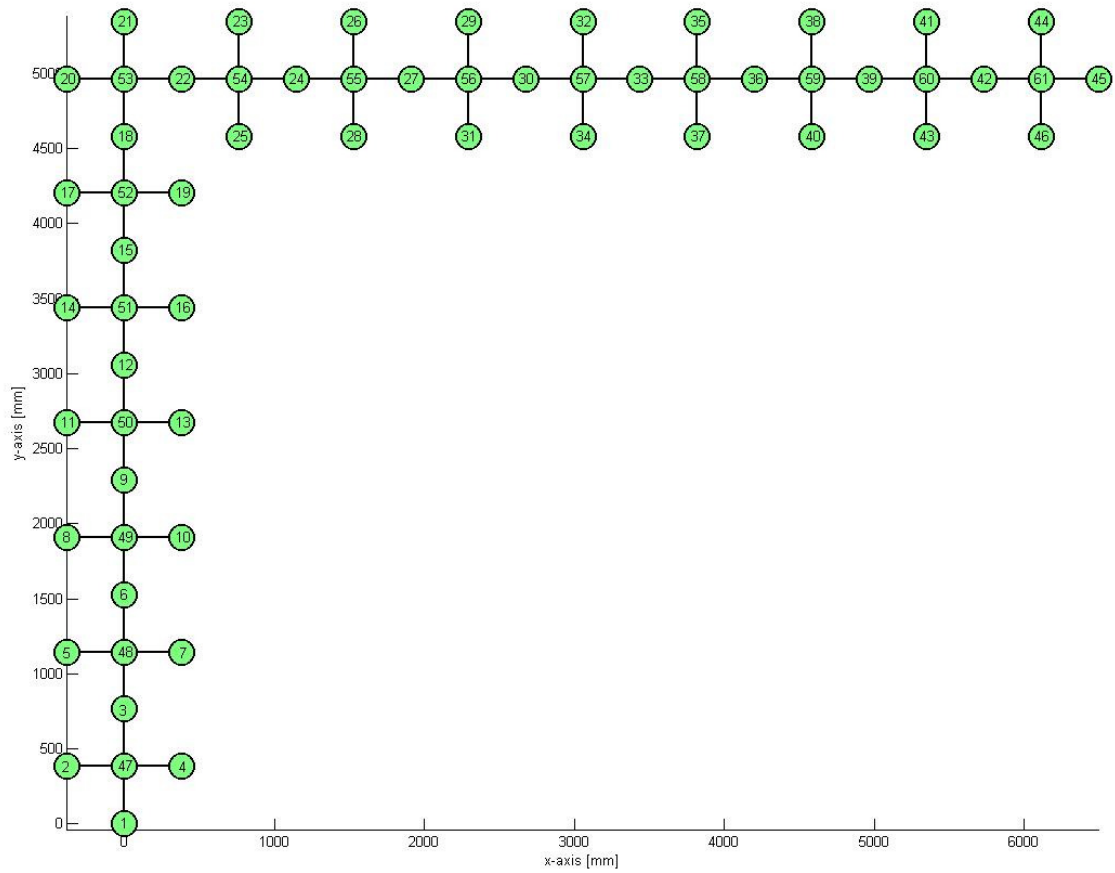


Σχήμα 6.4: Η δομή του 2^{ου} παραδείγματος.

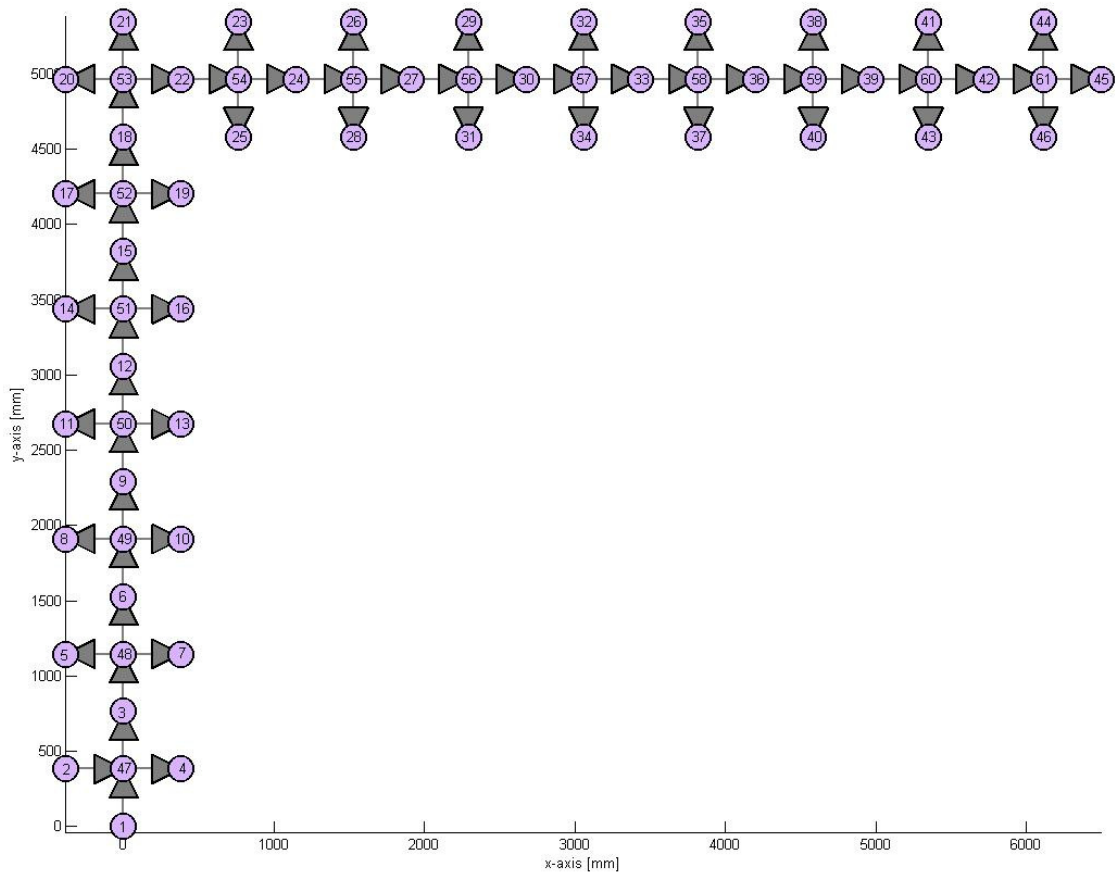
Για κάθε κύτταρο, οι αρθρώσεις έχουν τις αρχικές τους τιμές, όπως αυτές φαίνονται στον πίνακα 6.1 του προηγούμενου παραδείγματος.

Η δομή αποτελείται από 46 κόμβους, εκ των οποίων οι 44 είναι ελεύθεροι και άρα από 132 βαθμούς ελευθερίας. Ο απλός και ο κατευθυνόμενος γράφος φαίνονται στα σχήματα 6.5 και 6.6 που ακολουθούν στις επόμενες σελίδες.

¹⁰ Λόγω του μεγέθους του σχήματος δεν φαίνεται η αρίθμηση των κόμβων.



Σχήμα 6.5: Ο απλός γράφος της δομής του 2^{ου} παραδείγματος.



Σχήμα 6.6: Ο κατευθυνόμενος γράφος της δομής του 2^{ου} παραδείγματος.

Για την επίλυση του προβλήματος της βελτιστοποίησης των παραμορφώσεων θεωρήσαμε τους επόμενους περιορισμούς:

$$y(44) = 6 \text{ m}$$

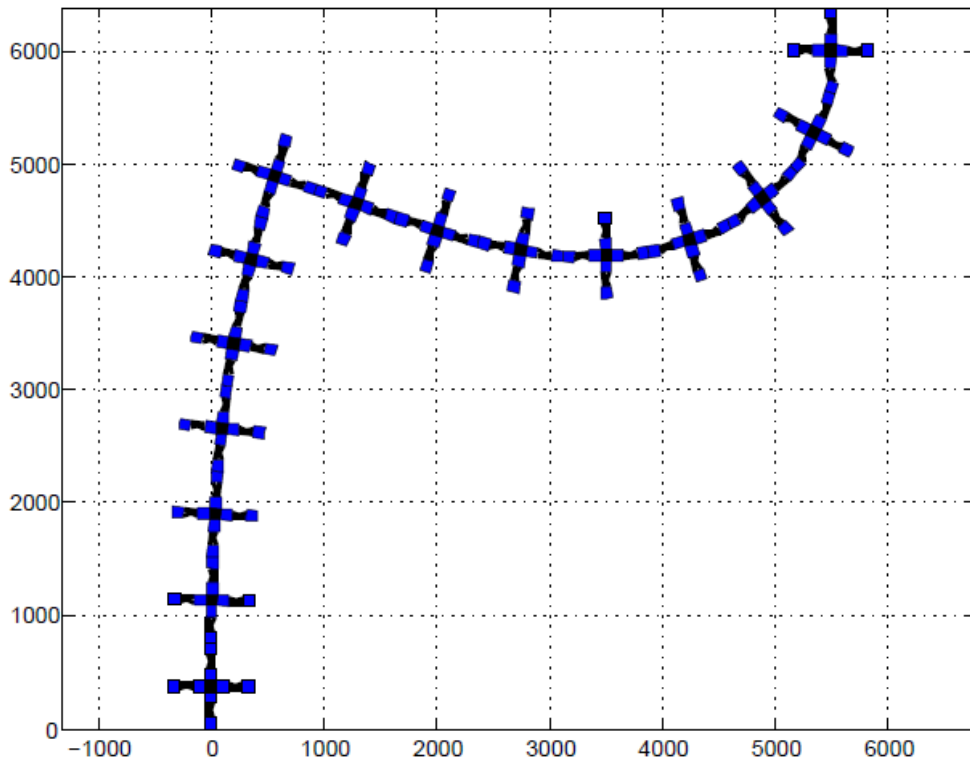
$$a(45) = 0 \text{ rad}$$

$$y(46) = 6 \text{ m}$$

$$x(44) \geq 5 \text{ m}$$

$$x(20) \geq 0.2 \text{ m}$$

Τα αποτελέσματα φαίνονται στο επόμενο Σχήμα 6.7. Μπορούμε να διαπιστώσουμε πώς προσαρμόζεται ολόκληρη η δομή στις συνθήκες που επιβάλλαμε.



Σχήμα 6.7: Η παραμόρφωση της δομής “Γ”. Παρατηρούμε ότι προσαρμόζεται με βάση τις επιβαλλόμενες συνθήκες.

6.3 Παράδειγμα Αυτόματης Συναρμολόγησης Κυψελοειδούς Δομής

Εδώ θα παρουσιαστεί ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η αυτόματη συναρμολόγηση. Θα χρησιμοποιηθούν δύο κύτταρα και τα αποτελέσματα που θα παραχθούν γενικεύονται πολύ εύκολα για οποιοδήποτε αριθμό κυττάρων.

Έστω λοιπόν ότι διαθέτουμε δύο ρομποτικά κύτταρα, των οποίων η αρχική θέση φαίνεται στο Σχήμα 6.8 (α). Επιθυμούμε το κύτταρο (1,2) να συναρμολογηθεί σε μία θέση αριστερά του κυττάρου (1,1). Προς χάρη συντόμευσης, οι βασικές μονάδες των κυττάρων θα συμβολίζονται με τον επόμενο τρόπο:

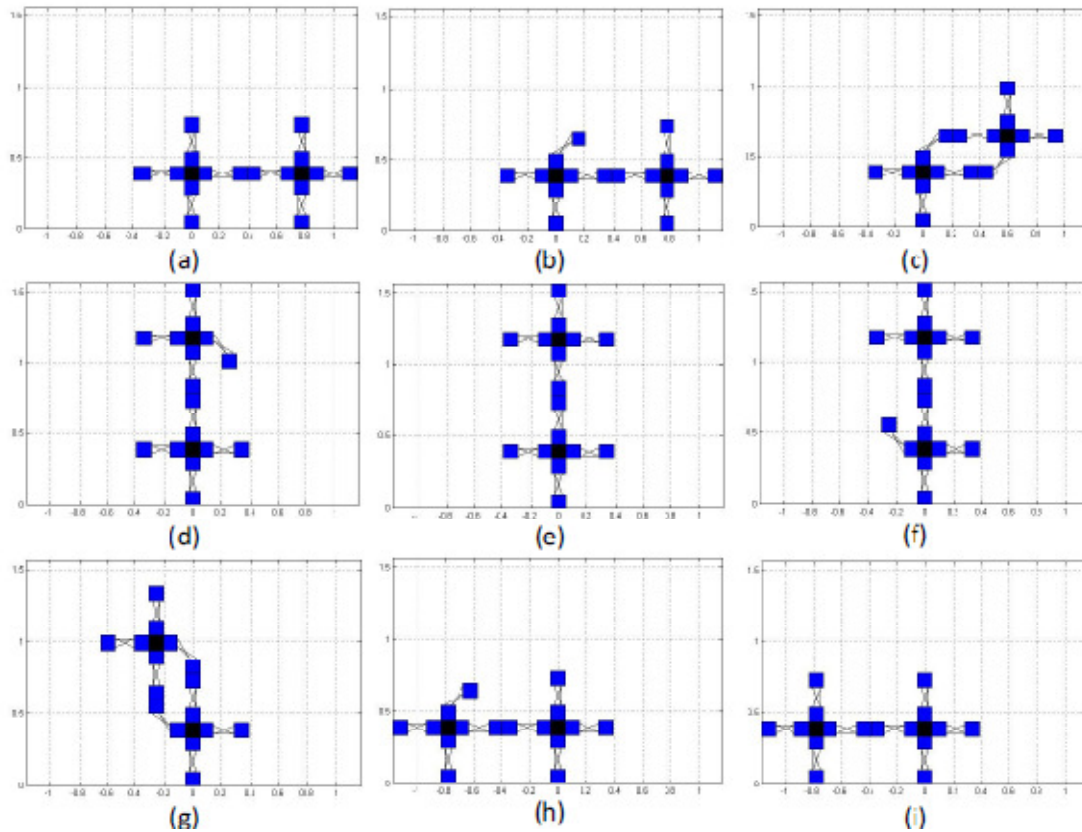
$$i \bmod j$$

όπου i ο αριθμός NC του κάθε κυττάρου και j ο αριθμός της βασικής μονάδας που πρέπει να ενεργοποιηθεί. Για παράδειγμα, η τέταρτη βασική μονάδα του κυττάρου (1,1) θα συμβολίζεται ως $1 \bmod 4$.

Η διαδικασία που πρέπει να πραγματοποιηθεί περιγράφεται αλγοριθμικά στη συνέχεια:

1. Όρισε ως βάσεις τις 1mod1 και 2mod2 .
2. Αποσύνδεσε τη 2mod4 από το έδαφος.
3. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 1mod3 στο σημείο {0.2100 m,0.6470 m} με (-1.5708 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (b)).
4. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 2mod1 στο σημείο {0.6000 m,0.5970 m} με (0 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (c)).
5. Συνέδεσε τις 2mod2 και 1mod3 .
6. Όρισε ως νέα βάση τη 2mod2 .
7. Αποσύνδεσε τη 1mod4 από τη 2mod4 .
8. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 1mod3 στο σημείο {0 m,0.7800 m} με (0 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (d)).
9. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 2mod4 στο σημείο {0.3900 m,1.1700 m} με (-1.5708 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (e)).
10. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 1mod2 στο σημείο {-0.2570 m,0.6000 m} με (1.5708 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (f)).
11. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 2mod1 στο σημείο {0.2070 m,0.9900 m} με (1.5708 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (g)).
12. Συνέδεσε τις 2mod2 και 1mod2 .
13. Όρισε ως νέα βάση τη 2mod2 .
14. Αποσύνδεσε τη 1mod3 από τη 2mod4 .
15. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 1mod2 στο σημείο {-0.3900 m,0.3900 m} με (1.5708 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (h)).
16. Μετακίνησε το ΤΣΔ της 2mod4 στο σημείο {-0.7800 m,0.7800 m} με (0 rad) σχετικό προσανατολισμό (Σχήμα 6.8 (i)).

Όλα η παραπάνω διαδικασία παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα:



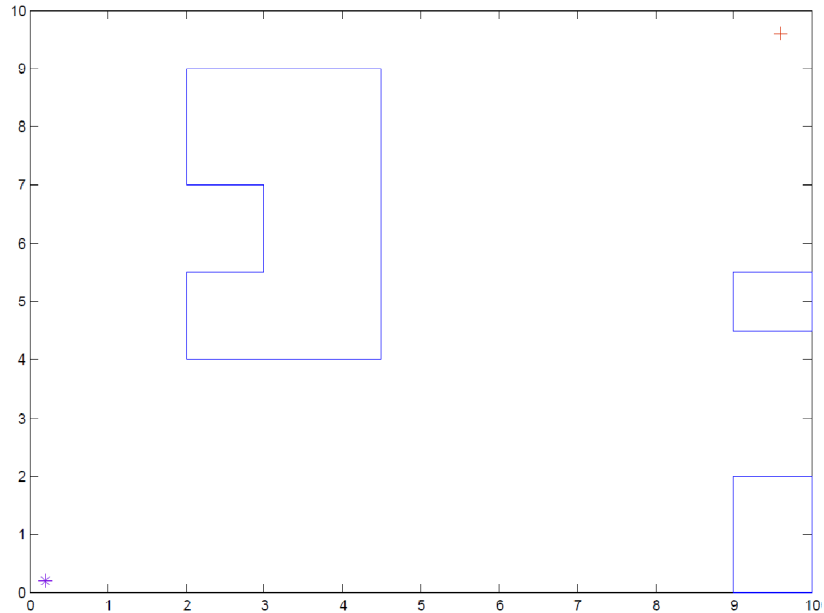
Σχήμα 6.8: Τα επιμέρους βήματα για την αυτόματη συναρμολόγηση δύο κυττάρων. Προφανώς υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να επιτευχθεί το ίδιο αποτέλεσμα. Εδώ θεωρήσαμε ως κριτήριο την ελαχιστοποίηση του συνολικού αριθμού των κινήσεων.

6.4 Επίλυση του Προβλήματος της Αυτόματης Συναρμολόγησης

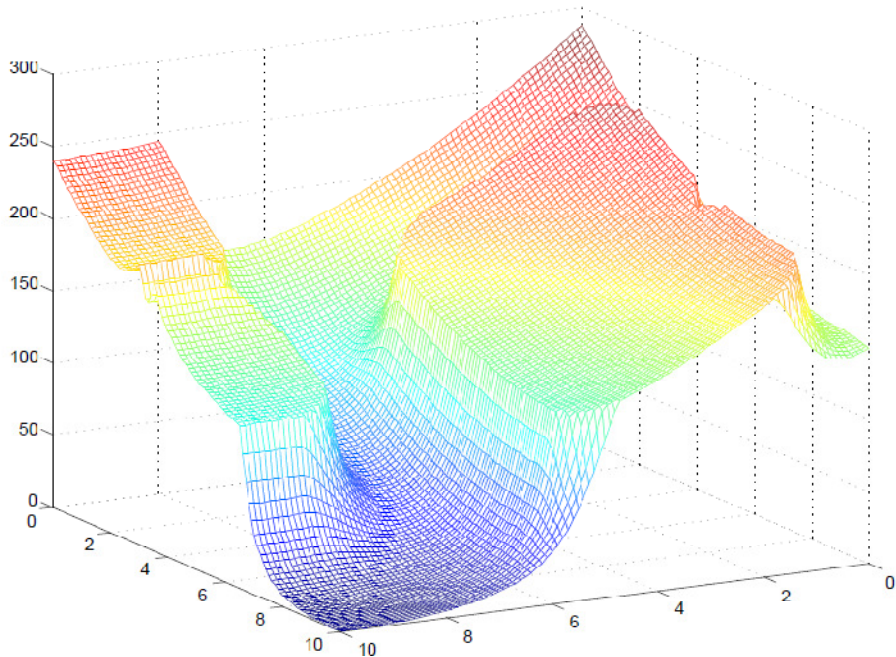
Το τελευταίο παράδειγμα θα είναι η επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης. Ο χώρος που καλείται να λειτουργήσει μία οφιοειδής δομή φαίνεται στο Σχήμα 6.9. Τα εμπόδια είναι γνωστά και ακίνητα στο χώρο. Το αρχικό σημείο X_{in} θα είναι το $\{0.2, 0.2\}$ ενώ το σημείο στάσης X_d το $\{9.8, 9.8\}$.

Πρώτα βρίσκεται η διαδρομή που θα πρέπει να ακολουθήσει το σημειακό ρομπότ. Η εύρεσή της γίνεται με βάση τη θεωρία των ΤΔΠ που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 5. Το δυναμικό πεδίο στο χώρο φαίνεται παρακάτω Σχήμα 6.10. Η ανάλυση του χώρου επιλέχθηκε να είναι 100×100 . Έτσι παίρνουμε μία πολύ καλή αναπαράσταση του δυναμικού πεδίου με σχετικά μικρό υπολογιστικό κόστος. Στο Σχήμα 6.11 φαίνονται οι

ισοδυναμικές γραμμές του πεδίου καθώς και η κατεύθυνση των τεχνητών δυνάμεων¹¹ που ασκούνται σε κάθε σημείο του πλέγματος που έχουμε ορίσει.

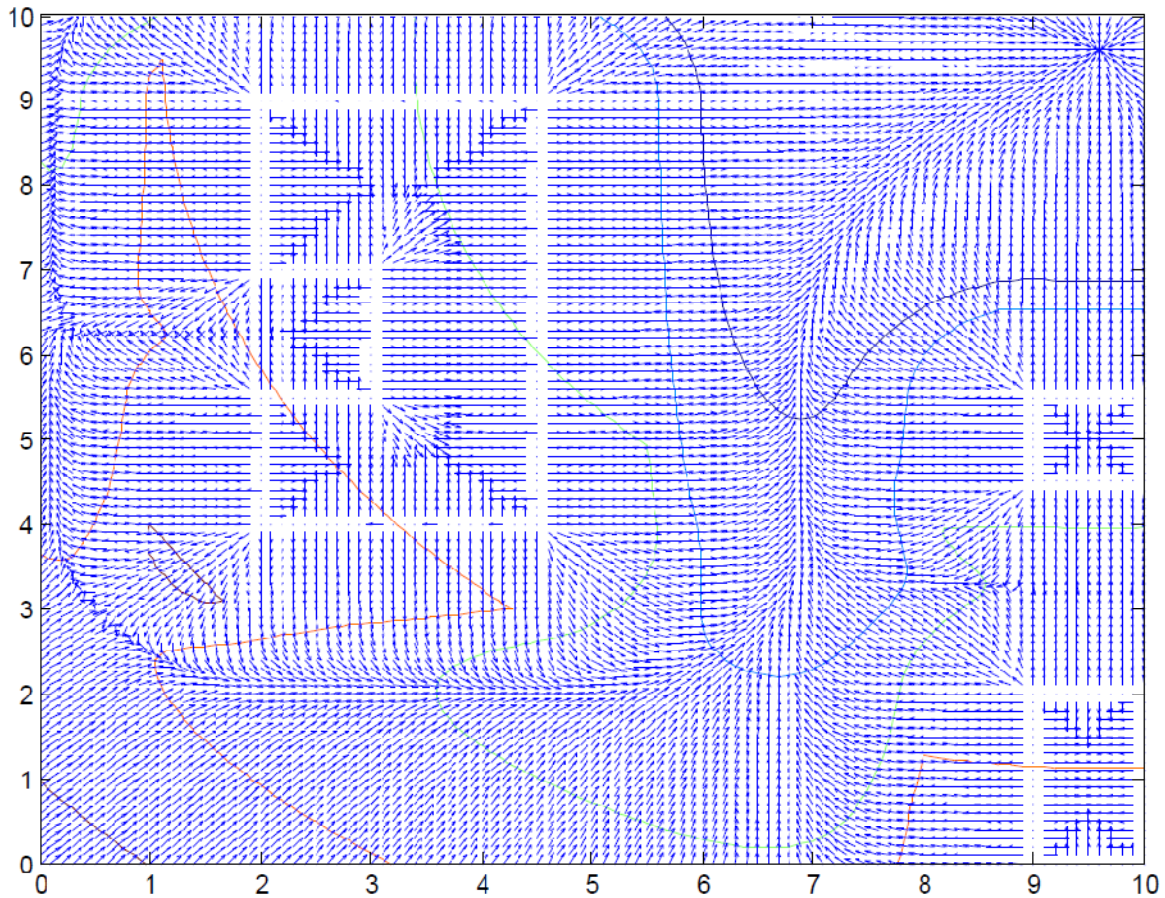


Σχήμα 6.9: Ο χώρος στον οποίο καλείται να συναρμολογηθεί η δομή. Διακρίνονται τα εμπόδια (με μπλε περίγραμμα) όπως και το αρχικό σημείο (με μωβ) και το τελικό (με κόκκινο).



Σχήμα 6.10: Το τεχνητό δυναμικό πεδίο του προβλήματος.

¹¹ Σημειώνεται ότι τα μέτρα των τεχνητών δυνάμεων είναι υπό κλίμακα, προκειμένου να είναι εμφανές το δυναμικό πεδίο.



Σχήμα 6.11: Το πεδίο των τεχνητών δυνάμεων και οι ισοδυναμικές γραμμές. Παρατηρούμε ότι στα σύνορα των εμποδίων η τιμή του δυναμικού απειρίζεται.

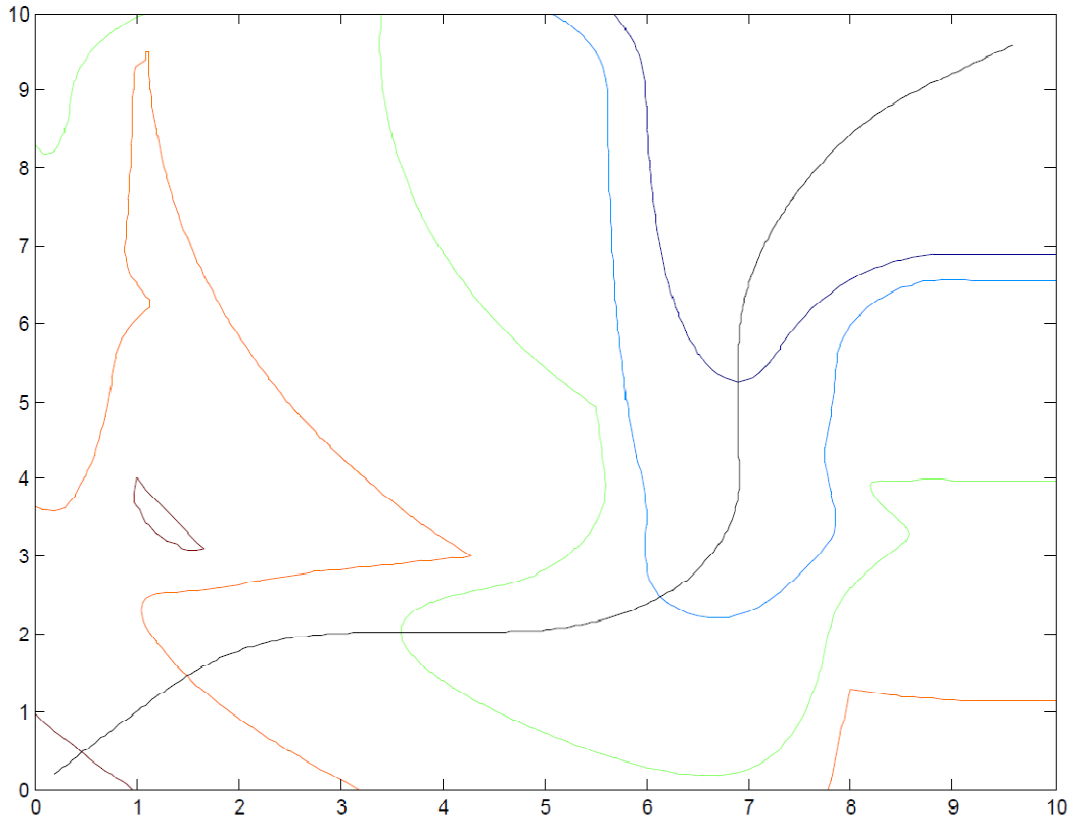
Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας την αναδρομική σχέση 4.10 και υπολογίζοντας το μέτρο και τη φορά της τεχνητής δύναμης σε όποιο σημείο χρειάζεται, βρίσκουμε τη διαδρομή που πληροί τα κριτήρια που έχουμε θέσει. Η διαδρομή αυτή φαίνεται στο Σχήμα 6.12.

Το τελικό βήμα είναι η εύρεση της δομής. Από την σχέση 4.11 υπολογίζουμε το μήκος της καμπύλης $\Gamma = 15.10m$. Η μέση τιμή του μήκους του κυττάρου είναι $l_{mean} = 0.780m$, οπότε ο αριθμός των κυττάρων που πρέπει να χρησιμοποιηθεί θα είναι:

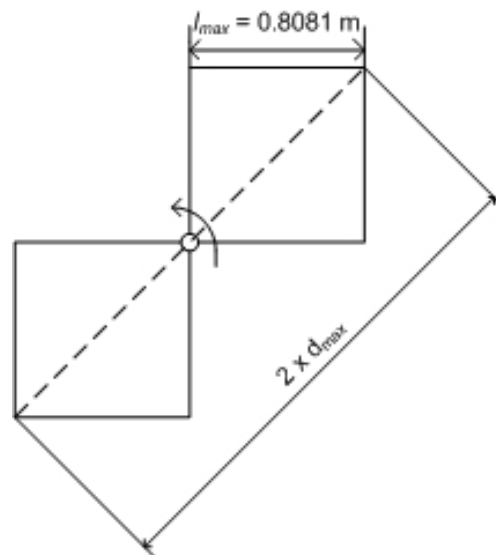
$$noc = \text{ceil}\left(\frac{\Gamma}{l_{mean}}\right) = 20$$

Η ελάχιστη απόσταση που πρέπει να απέχει η διαδρομή από τα εμπόδια καθορίζεται με βάση το διπλάσιο της διαγωνίου του κυττάρου, όταν οι αρθρώσεις του βρίσκονται

στο μέγιστο μήκος τους. Έτσι, $l_{max} = 0.8081m$ οπότε η ελάχιστη απόσταση θα είναι $r_{min} = 2.28m$. Στο Σχήμα 6.13 παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού της r_{min} .

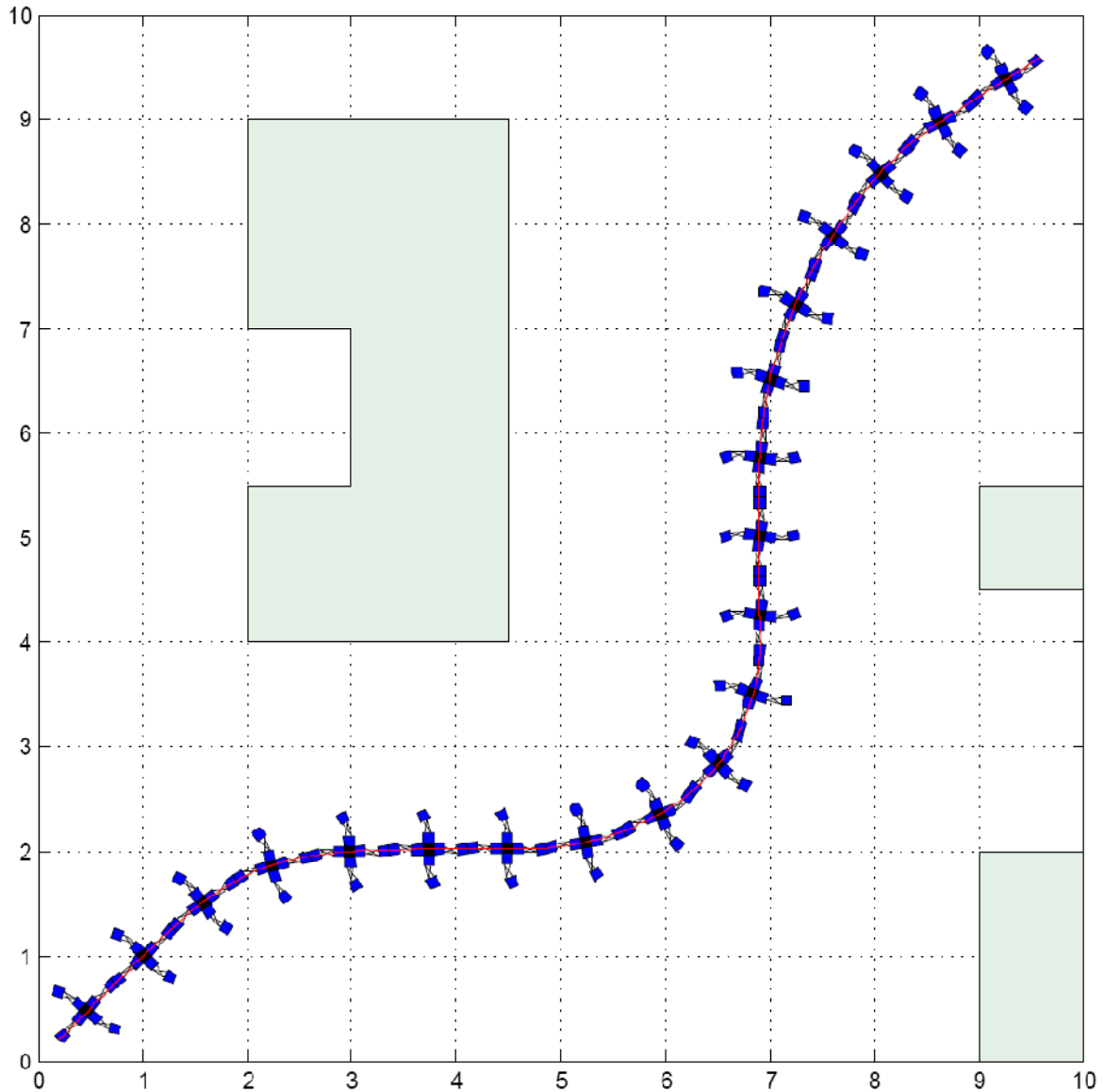


Σχήμα 6.12: Η διαδρομή μέσα στο χώρο των εμποδίων (με μαύρο χρώμα). Επιπλέον φαίνονται και οι ισοδυναμικές καμπύλες του πεδίου.



Σχήμα 6.13: Ο τρόπος υπολογισμού της ελάχιστης απόστασης από τα εμπόδια προκειμένου να γίνεται ασφαλώς η συναρμολόγηση. Αυτή η απόσταση ισούται με το διπλάσιο της μέγιστης διαγωνίου του κυττάρου.

Τελικά, η συναρμολογημένη δομή πάνω στη διαδρομή που έχει βρεθεί φαίνεται στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 6.14: Η τελική συναρμολογημένη δομή μέσα στο χώρο. Με κόκκινο φαίνεται η διαδρομή, την οποία ακολουθούν όλα τα κύτταρα. Επίσης, φαίνεται ότι σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου υπάρχουν τα κατάλληλα περιθώρια ώστε να γίνει ασφαλώς η συναρμολόγηση.

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα & Μελλοντική Έρευνα

Στο 7^ο και τελευταίο κεφάλαιο συνοψίζονται τα συμπεράσματα και τα αποτελέσματα που εξήχθησαν στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας. Επιπλέον, προτείνονται και κάποια θέματα για μελλοντική έρευνα, τόσο σε θεωρητικό επίπεδο, όσο και σε επίπεδο υλοποίησης και ελέγχου διαφόρων κυψελοειδών ρομποτικών δομών.

7.1 Περίληψη

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκε η νέα κατασκευαστική διαμόρφωση του κτύπαρου *R-Cell*. Περιγράφηκε η σχεδιάσή του καθώς και οι ιδιότητές του και αναλύθηκε η κινηματική του. Χρησιμοποιώντας τη βασική δομική μονάδα που διέθετε το εργαστήριο, το κύτταρο που προτάθηκε έχει τη μορφή σταυρού και το εξωτερικό του σχήμα είναι ένα “εικονικό” τετράγωνο, το οποίο ήταν και μία από τις απαιτήσεις σχεδιασμού. Έχοντας 4 βασικές δομικές μονάδες, με 3 ενεργοποιούμενες γραμμικές αρθρώσεις και 6 παθητικές περιστροφικές η κάθε δομική μονάδα και έναν εσωτερικό συνδετικό κύβο, το μηχανικό κύτταρο μπορεί να εκτελέσει μία πληθώρα από λειτουργίες, τόσο *αυτόνομης κίνησης* όσο και *παραμόρφωσης*.

Επιπλέον, παρουσιάστηκε ένας συμπαγής τρόπος *περιγραφής κυψελοειδών δομών*, μέσω της θεωρίας των γράφων και αναλύθηκε ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η *αυτόματη συναρμολόγηση μιας οφιοειδούς δομής μέσα σε έναν περιορισμένο χώρο εμποδίων*.

Ένα ρομποτικό σύστημα αποτελούμενο από τέτοια κύτταρα θα μπορούσε να είναι εξαιρετικά χρήσιμο σε μία σειρά από εφαρμογές, όπως η λειτουργία σε περιορισμένους χώρους όπου η πρόσβαση για κάποιον άνθρωπο θα ήταν απαγορευτική, είτε λόγω της μορφολογίας του χώρου, είτε λόγω αυξημένης επικινδυνότητας. Τέτοια παράδειγματα είναι η *έρευνα και ο απεγκλωβισμός (search*

and rescue) ανθρώπων από ερείπια κτιρίων και ο έλεγχος ή ακόμα και η επιδιόρθωση στοιχείων στο εσωτερικό μεγάλων εγκαταστάσεων, όπως αυτής ενός ατμοπαραγωγού. Η επιλογή του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης έγινε με γνώμονα την προσέγγιση αυτών ακριβώς των θεμάτων.

7.2 Συμπεράσματα

Το μηχανικό κύτταρο που σχεδιάστηκε και αναλύθηκε πληροί όλες τις απαιτήσεις του αρχικού σχεδιασμού και επιπλέον έχει πολύ μεγαλύτερη ευχέρεια κινήσεων και πιο αποδοτικές λειτουργικές ιδιότητες. Μπορεί να παραμορφωθεί ώστε να ανταποκρίνεται βέλτιστα στις συνθήκες του περιβάλλοντος καθώς και μπορεί να ασκεί γενικευμένες δυνάμεις, υπό διάφορες διευθύνσεις και σε πολλά σημεία ταυτόχρονα. Οι ιδιότητές του καθιστούν τις γενικότερες δομές που μπορούν να κατασκευασθούν εξαιρετικά προσαρμόσιμες στο περιβάλλον που καλούνται να λειτουργήσουν και ανταποκρίνονται με επιτυχώς στο ζήτημα της αυτόματης συναρμολόγησης, κεντρικό στην παρούσα εργασία και με πολύ μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον παγκοσμίως. Επιπλέον, η επίλυση του προβλήματος της αυτόματης συναρμολόγησης με χρήση των *Τεχνητών Δυναμικών Πεδίων*, μία προσέγγιση που, κατά τη βέλτιστη γνώση του συγγραφέα, δεν έχει ερευνηθεί στο παρελθόν, στέφθηκε με επιτυχία και αποδείχθηκε πώς είναι δυνατόν να γίνει η αυτόματη συναρμολόγηση μιας οφιοειδούς κυψελοειδούς ρομποτικής δομής σε χώρους εμποδίων, σεβόμενη όλους τους περιορισμούς (κατασκευαστικούς και μη) που έχουν τεθεί.

Αν και δεν ολοκληρώθηκε η κατασκευή ενός ολόκληρου μηχανικού κυττάρου, παρά μόνο μίας βασικής κυτταρικής δομικής μονάδας (*module*) έτσι ώστε να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης σε ένα υλοποιημένο κύτταρο, εντούτοις, όλη η ανάλυση που διεξήχθη κάλυψε πλήρως τις απαιτήσεις και τους περιορισμούς του προβλήματος, τόσο της σχεδίασης και ανάλυσης του ρομποτικού κυττάρου όσο και της αυτόματης συναρμολόγησης. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι **ο αρχικός στόχος επιτεύχθηκε.**

7.3 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Πρωταρχικά, πρέπει να ολοκληρωθεί η κατασκευή ενός πρωτότυπου μηχανικού κυττάρου. Αυτό είναι ίσως το πιο βασικό ζήτημα, καθώς μέσω αυτού θα αποδειχθούν και πειραματικά τα αποτελέσματα της εργασίας αυτής. Ως συνέχεια του παραπάνω, θα ήταν πολύ χρήσιμο να τεθούν οι βάσεις για μαζική παραγωγή τέτοιων κυττάρων, έτσι ώστε να ολοκληρωθεί και πειραματικά η αυτόματη συναρμολόγηση. Έχοντας έναν ικανό αριθμό κυττάρων, είναι δυνατόν να προχωρήσουμε στην ανάπτυξη άλλων, εξίσου σημαντικών και ενδιαφέροντων θεμάτων, όπως αυτά των επικοινωνιών από κύτταρο σε κύτταρο και τον έλεγχο των κινήσεών τους, την αποφυγή συγκρούσεων κλπ.

Επιπλέον, θα ήταν πολύ χρήσιμο να ερευνηθεί ο τρόπος με τον οποίο θα γίνεται η αυτόματη συναρμολόγηση δομών διαφορετικών της οφιοειδούς δομής. Αν και αυτή η δομή είναι εξαιρετικά χρήσιμη για μία σειρά θεμάτων, όπως παρουσιάστηκε και σε προηγούμενη παράγραφο αυτού του κεφαλαίου, δε μπορούμε να παραβλέψουμε τις υπόλοιπες δομές που μπορούν να επιτευχθούν. Άλλωστε, η επιλογή της μορφολογίας μιας δομής εξαρτάται άμεσα από το πρόβλημα που πρέπει να αντιμετωπισθεί και η κυτταρική ρομποτική έχει την ικανότητα να αντιμετωπίσει πολλών ειδών προβλήματα.

Ένα ακόμα ενδιαφέρον πρόβλημα θα ήταν η διεξοδική μελέτη της αυτόματης επιδιόρθωσης. Η αυτόματη επιδιόρθωση είναι πολύ χρήσιμο να μελετηθεί καθώς είναι ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά στοιχεία των κυτταρικών ρομποτικών συστημάτων. Για παράδειγμα, η εύρεση του βέλτιστου τρόπου εκτέλεσης της αυτόματης επιδιόρθωσης για ένα σαφώς ορισμένο πρόβλημα, κατ'αναλογία της περίπτωσης της αυτόματης συναρμολόγησης αποτελεί ένα καταλληλότερο πεδίο έρευνας.

Τέλος, όλη αυτή η ανάλυση θα πρέπει να γενικευθεί στην περίπτωση όπου θέλουμε να επεκταθούμε στον τρισδιάστατο χώρο. Τόσο οι δομικές μονάδες όσο και το κάθε κύτταρο έχουν τη δυνατότητα να συνδεθούν με τέτοιο τρόπο ώστε να κατασκευάσουμε μία δομή ή ένα νέο 3D κύτταρο, το οποίο θα λειτουργεί ικανοποιητικά και θα τηρεί όλες τις αρχικές απαιτήσεις και περιορισμούς στο χώρο των τριών διαστάσεων.

Το θέμα της κυτταρικής ρομποτικής είναι ακόμα στα αρχικά του στάδια και έτσι υπάρχουν περιθώρια για μεγάλη βελτίωση τόσο των υπάρχοντων αποτελεσμάτων, μελετώντας περαιτέρω δομές και τις διάφορες ικανότητες των κυττάρων όπως επίσης και επεκτείνοντας όλα αυτά στον 3D χώρο, το οποίο άλλωστε είναι και ο απώτερος σκοπός.

Βιβλιογραφία

- [1] S. Murata, E. Yoshida, H. Kurokawa, K. Tomita and S. Kokaji, "Self-Repairing Mechanical Systems", *Autonomous Robots*, vol. 10, no. 1, pp. 7-21, 2001.
- [2] K. Tomita, S. Murata, H. Kurokawa, E. Yoshida and S. Kokaji, "Self-Assembly and Self-Repair Method for a Distributed Mechanical System", *IEEE Trans. Robot. Autom.*, Vol. 15, pp. 1035-1045, Dec. 1999.
- [3] M. Yim, K. Roufas, D. Duff, Y. Zhang, C. Eldershaw and S. Homans, "Modular Reconfigurable Robots in Space Applications", *Autonomous Robots*, vol. 14, no. 2-3, pp. 225-237, 2004.
- [4] T. Fukuda and S. Nakagawa, "Dynamically Reconfigurable Robotic System", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1581-1586, 1988.
- [5] T. Fukuda and S. Nakagawa, "Approach to the Dynamically Reconfigurable Robotic System," *J. Intell. Robot. Syst.*, pp. 55-72, 1988.
- [6] A. Pamecha, C.J. Chiang, D. Stein, and G. Chirikjian, "Design and Implementation of Metamorphic Robots", *Proc. ASME Design Eng. Tech. Conf. Computers Eng. Conf.*, 1996.
- [7] S. Murata, H. Kurokawa, E. Yoshida, K. Tomita and S. Kokaji, "A 3D SelfReconfigurable Structure", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 432-439, 1998.
- [8] D. Rus and M. Vona, "A Physical Implementation of the Self-reconfiguring Crystalline Robot," *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 1726-1733, 2000.
- [9] M.W. Jorgensen, E.H. Ostengaard, and H.H. Lund, "Modular ATRON: Modules for a selfreconfigurable robot", *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 2068-2073, 2004.
- [10] D.J. Christensen, E.H. Ostengaard, and H.H. Lund, "Metamodule Control for the ATRON Self-Reconfigurable Robotic System", *Proc. Intelligent Autonomous Systems (IAS8)*, pp. 685-692, 2004.

- [11] D.J. Christensen, "Evolution of Shape-Changing and Self-Repairing Control for the ATRON Self-Reconfigurable Robot", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 2539-2545, 2006.
- [12] K. Gilpin, K. Kotay and D. Rus, "Miche: Modular Shape Formation by Self-Disassembly", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 2241-2247, 2007.
- [13] M. Yim, D. Duff, and K. Roufas, "Polybot: A Modular Reconfigurable Robot", *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 514-520, 2000.
- [14] M. Yim, B. Shirmohammadi, J. Sastra, M. Park, M. Dugan and C.J. Taylor, "Towards Robotic Self-reassembly After Explosion", *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 2767-2772, 2007.
- [15] A. Castano and P. Will, "Mechanical Design of a Module for Reconfigurable Robots", *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 2203-2209, 2000.
- [16] W.M. Shen, B. Salemi, and P. Will, "Hormone-Inspired Adaptive Communication and Distributed Control for CONRO Self-Reconfigurable Robots", *IEEE Trans. Robot. And Automat.*, vol. 18, no. 5, pp. 700-712, Oct. 2002.
- [17] A. Castano, A. Behar and P. Will, "The CONRO Modules for Reconfigurable Robots", *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, vol. 7, no. 4, pp. 403-409, Dec. 2002.
- [18] V. Zykov, A. Chan and H. Lipson, "Molecubes: An Open-Source Modular Robotics Kit" *Self-Reconfigurable Robotics Workshop IROS-2007*.
- [19] Z. Nagy, R. Oung, J. J. Abbott and B. J. Nelson, "Experimental Investigation of Magnetic Self-Assembly for Swallowable Modular Robots", *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 1915-1920, 2008.
- [20] D. Oetomo, D. Daney, K. Harada, J. Merlet, A. Menciassi and P. Dario, "Topology Design of Surgical Reconfigurable Robots by Interval Analysis", *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 3085-3090, 2009.
- [21] S. Murata, E. Yoshida, A. Kamimura, H. Kurokawa, K. Tomita, and S. Kokaji, "MTRAN: Self-Reconfigurable Modular Robotic System", *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, vol. 7, pp. 431-441, Dec. 2002.
- [22] E. Yoshida, S. Murata, A. Kamimura, K. Tomita, H. Kurokawa, and S. Kokaji, "A Self-Reconfigurable Modular Robot: Reconfiguration Planning and Experiments," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 21, no. 10-11, pp. 903-915, 2002.

- [23] W. Shen, M. Krivokon, H. Chiu, J. Everist, M. Rubenstein and J. Venkatesh, "Multimode Locomotion via SuperBot Robots", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 2644-2651, 2006.
- [24] J. Bishop, S. Burden, E. Klavins, R. Kreisberg, W. Malone, N. Napp and T. Nguyen, "Programmable Parts: A Demonstration of the Grammatical Approach to Self-Organization", *IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 2767-2772, 2005.
- [25] C.H. Yu and R. Nagpal, "Self-Adapting Modular Robotics: A Generalized Distributed Consensus Framework", *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 1881-1888, 2009.
- [26] A. Lyder, R.F.M. Garcia and K. Stoy, "Mechanical Design of Odin, an Extendable Heterogeneous Deformable Modular Robot", *IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 883-888, 2008.
- [27] O. Khatib, "Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots", *The Int. Journal of Robotics Research*, vol. 5, no. 1, pp. 90-98, 1986.
- [28] E. Rimon and D. Koditschek, "Exact Robot Navigation Using Artificial Potential Functions", *IEEE Trans. Robot. And Automat.*, vol. 8, no. 5, pp. 501-518, 1992.
- [29] Δ. Χατζηγεωργίου, "Σχεδίαση και Ανάλυση Ρομποτικής Κατασκευής Κυτταρικής Μορφής", *Διπλωματική Εργασία υπό την επίβλεψη του Καθηγητή Κ. Κυριακόπουλου*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2008.
- [30] L.W. Tsai, "Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators", *John Wiley & Sons*, New York, 1999.
- [31] C. Godsil and G. Royle, "Algebraic Graph Theory", *Springer*, 2001.
- [32] R. Murray, Z. Li and S. Sastry, "A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation", *CRC Press*, 1993.
- [33] L. Sciavicco and B. Siciliano, "Modelling and Control of Robot Manipulators", *McGraw Hill*, New York, 1999.
- [34] Ε. Παπαδόπουλος και Κ. Κυριακόπουλος, "Σημειώσεις Ρομποτικής", *Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο*, Αθήνα, 2006