

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Ανάλυση και σχεδιασμός συστήματος ανάρτησης τύπου Formula SAE και ανάπτυξη μοντέλου δυναμικής οχήματος

<u>Διπλωματική Εργασία</u>

Βασίλειος Τσινιάς

Επιβλέπων Καθηγητής: Κ. Ν. Σπέντζας

AOHNA 2010

Πίνακας περιεχομένων

	5
Χαρακτηριστικά Ελαστικών	7
Γωνία Ολίσθησης	7
Συντελεστής Ολίσθησης	8
Δυνάμεις & Ροπές	9
Εγκάρσια Δύναμη	9
Ροπή Ευθυγράμμισης	LO
Διαμήκης Δύναμη	L2
Γωνία Camber	٤4
Μεταφορά Βάρους & Κατακόρυφο Φορτίο	16
Εγκάρσια Επιτάχυνση	۲7
Διαμήκης Επιτάχυνση	21
Γεωμετρία Συστήματος Ανάρτησης	21
Κέντρο περιστροφής κατά τον διαμήκη άξονα (Roll center – RC)	21
Μεταβολή γωνίας camber	25
Μεταβολή γωνίας caster	28
Σχέση μετάδοσης συστήματος ανάρτησης	29
Πρωταρχικός καθορισμός δυναμικών χαρακτηριστικών	31
Μοντέλο Προσομοίωσης Δυναμικής Απόκρισης Οχήματος) F
	55
Μοντελοποίηση Ελαστικών	35 35
Μοντελοποίηση Ελαστικών	35 35 36
Mοντελοποίηση Ελαστικών Slip Angle Slip Ratio	35 35 36
Μοντελοποίηση Ελαστικών Slip Angle Slip Ratio Αξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών	35 36 16 33
Μοντελοποίηση Ελαστικών Slip Angle Slip Ratio Αξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών Slip Angle	35 35 36 16 53
Μοντελοποίηση Ελαστικών	35 35 36 16 53 53 58
Μοντελοποίηση Ελαστικών	55 35 36 16 53 53 53 53
 Μοντελοποίηση Ελαστικών Slip Angle Slip Ratio Αξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών Slip Angle Slip Angle Slip Ratio Δηνόριθμος υλοποίησης μοντέλου δυναμικής οχήματος 	55 35 36 16 53 53 53 53 53 56
 Μοντελοποίηση Ελαστικών	55 35 36 46 53 53 53 58 53 56 79
Μοντελοποίηση Ελαστικών Ξ Slip Angle Ξ Slip Ratio 4 Αξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών Ξ Slip Angle Ξ Slip Angle Ξ Slip Ratio Ξ Slip Ratio Ξ Slip Ratio Ξ Aξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών Ξ Slip Angle Ξ Slip Ratio Ξ Angle Ξ Λοντελοποίηση Οχήματος Ξ Μοντελοποίησης μοντέλου δυναμικής οχήματος Ξ Περίπτωση 1 ^η Ξ Περίπτωση 2 ^η : Ξ	5 35 36 46 53 53 53 53 53 53 56 79 30
 Μοντελοποίηση Ελαστικών Slip Angle Slip Ratio Αξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών Slip Angle Slip Angle Slip Ratio Slip Ratio Μοντελοποίηση Οχήματος Μοντελοποίησης μοντέλου δυναμικής οχήματος Περίπτωση 1^η Ερίπτωση 3^η: 	5 35 36 16 53 53 53 53 53 56 79 30 33
 Μοντελοποίηση Ελαστικών Slip Angle Slip Ratio Αξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών Slip Angle Slip Angle Slip Ratio Slip Ratio Μοντελοποίηση Οχήματος Μοντελοποίηση Οχήματος Αλγόριθμος υλοποίησης μοντέλου δυναμικής οχήματος Περίπτωση 1^η Περίπτωση 2^η: Καρίπτωση 4^η: 	 35 35 36 46 53 53 53 53 53 56 79 30 33 35

Εικόνα 1: Σχέση γωνίας ολίσθησης – πλευρικής δύναμης	7
Εικόνα 2: Συντελεστής ολίσθησης προς αδιάστατη διαμήκη δύναμη	8
Εικόνα 3 Νέφος μετρήσεων για το ελαστικό της Hoosier 20x7.5-13 ως προς τη γ	γωνία
ολίσθησης	9
Εικόνα 4 Σχηματική αναπαράσταση mechanical και pneumatic trail	10
Εικόνα 5 Σχέση ροπής ευθυγράμμισης – γωνίας ολίσθησης	11
Εικόνα 6 Σχέση ροπής ευθυγράμμισης – γωνίας ολίσθησης για το ελαστικό Hoosier 20)x7.5-
13	11
Εικόνα 7 Μηχανισμός ανάπτυξης διαμήκους δύναμης κατά την επιτάχυνση ενός ελασ	τικού 12
Εικόνα 8 Μηχανισμός ανάπτυξης διαμήκους δύναμης κατά την επιβράδυνση	ενός
ελαστικού	13
Εικόνα 9 Σχέση διαμήκους δύναμης – συντελεστή ολίσθησης	14
Εικόνα 10: Σχηματική παράσταση της γωνίας camber	14
Εικόνα 11 Σχέση γωνίας ολίσθησης – πλευρικής δύναμης, με προσθήκη camber thrust	15
Εικόνα 12 Μεταβολή της εγκάρσιας δύναμης για διαφορετική γωνία camber	16
Εικόνα 13 Εγκάρσια μεταφορά βάρους	17
Εικόνα 14 Μοντέλο τεσσάρων τροχών και δύο αξόνων για την μεταφορά βάρους	18
Εικόνα 15 Διαμήκης μεταφορά βάρους	21
Εικόνα 16 Καθορισμός στιγμιαίων κέντρων περιστροφής των τροχών και κέν	πρου
περιστροφής της αναρτώμενης μάζας	22
Εικόνα 17 Jacking effect	22
Εικόνα 18 Κατακόρυφη μετατόπιση εμπρός RC ως προς το roll του οχήματος	23
Εικόνα 19 Εγκάρσια μετατόπιση εμπρός RC ως προς το roll του οχήματος	24
Εικόνα 20 Κατακόρυφη μετατόπιση πίσω RC ως προς το roll του οχήματος	24
Εικόνα 21 Εγκάρσια μετατόπιση πίσω RC ως προς το roll του οχήματος	25
Εικόνα 22 Μεταβολή γωνίας camber εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς το rol	Ι του
οχήματος	26
Εικόνα 23 Μεταβολή γωνίας camber πίσω εξωτερικού τροχού ως προς το roll του οχήμ	ιατος 26
Εικόνα 24 Μεταβολή γωνίας camber εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς τη κατακό	ρυφη
μετατόπισή του	27
Εικόνα 25 γωνίας camber πίσω εξωτερικού τροχού ως προς τη κατακόρυφη μετατόπισ	ή του 27
Εικόνα 26 Γωνία caster	28
Εικόνα 27 Μεταβολή γωνίας caster εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς το roll του οχήμ	ιατος 28
Εικόνα 28 Μεταβολή γωνίας caster εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς την κατακό	20 ρυφη
μετατόπισή του	29
Εικόνα 29 Τυπική διάταξη ενεργοποίησης ελατηρίου-αποσβεστήρα	29
Εικόνα 30 Εμπρός σχέση μετάδοσης	30
Εικόνα 31 Πίσω σχέση μετάδοσης	30
Εικόνα 32 Το παραπάνω σύστημα ανάρτησης σχεδιασμένο με τη βοήθεια Η/Υ	31
Εικόνα 33 Τυπική αναπαράσταση ¼ οχήματος	31
Εικόνα 34 Προτεινόμενες τιμές του roll gradient ανά κατηγορία οχήματος	32

Εικόνα 35 Σύνολο μετρήσεων της εγκάρσιας δύναμης ως προς τη γωνία ολίσθησης	. 35
Εικόνα 36 Σύνολο μετρήσεων της διαμήκους δύναμης ως προς το συντελεστή ολίσθησης.	. 36
Εικόνα 37 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip angles από -12 έως 12 μοίρες	. 54
Εικόνα 38 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα	. 55
Εικόνα 39 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip angles από -12 έως 12 μοίρες	. 56
Εικόνα 40 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα	. 57
Εικόνα 41 Εγκάρσια δύναμη για διάφορες γωνίες κλίσης του ελαστικού	. 58
Εικόνα 42 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip ratio από -0.15 έως 0.15	. 60
Εικόνα 43 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα	. 61
Εικόνα 44 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip ratio από -0.15 έως 0.15	. 62
Εικόνα 45 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα	. 62
Εικόνα 46 Διαμήκης δύναμη για διάφορες γωνίες ολίσθησης	. 63
Εικόνα 47 Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου οχήματος	. 64
Εικόνα 48 Περίπτωση 1: Εγκάρσια δύναμη ελαστικού 1	. 80
Εικόνα 49 Περίπτωση 2: Σήμα εισόδου	. 81
Εικόνα 50 Περίπτωση 2: Διαμήκης δύναμη πίσω ελαστικών	. 81
Εικόνα 51 Περίπτωση 2: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας	. 82
Εικόνα 52 Περίπτωση 2: Κατακόρυφα φορτία ελαστικών 1 και 3	. 83
Εικόνα 53 Περίπτωση 3: Σήμα εισόδου	. 84
Εικόνα 54 Περίπτωση 3: Εγκάρσια δύναμη	. 84
Εικόνα 55 Περίπτωση 4: Σήμα εισόδου	. 86
Εικόνα 56 Περίπτωση 4α: Διαμήκης δύναμη	. 86
Εικόνα 57 Περίπτωση 4α: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας	. 87
Εικόνα 58 Περίπτωση 4α: Κατακόρυφο φορτίο ελαστικού 3	. 88
Εικόνα 59 Περίπτωση 4β: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας	. 89
Εικόνα 60 Περίπτωση 4γ: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας	. 90
Εικόνα 61 Περίπτωση 4γ: Κατακόρυφο φορτίο ελαστικού 3	. 90

Εισαγωγή

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί προϊόν εντατικής μελέτης, τα τελευταία δύο χρόνια, επάνω σε ένα τόσο σύνθετο κομμάτι της Μηχανολογίας, όπως αυτό της δυναμικής οχημάτων. Για την περάτωσή της, απαιτήθηκε ένας συνδυασμός γνώσεων από πολλά μαθήματα της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών, όπως η Κατασκευή Οχημάτων, η Δυναμική Μηχανών, η Αριθμητική Ανάλυση, κ.α.

Στο πρώτο μέρος της εργασίας γίνεται μία αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθείται κατά το σχεδιασμό ενός συστήματος ανάρτησης για ένα όχημα τύπου Formula SAE. Αρχικά, αναλύονται ορισμένα από τα κυριότερα χαρακτηριστικά των ελαστικών αυτού του τύπου, καθώς αποτελούν τη «βάση» όλου του υπόλοιπου συστήματος. Στη συνέχεια, καθορίζεται η κινηματική συμπεριφορά του συνόλου, βάσει ορισμένων προδιαγραφών. Τέλος, γίνεται μια προκαταρκτική επιλογή σταθερών k και c για τα ελατήρια και τους αποσβεστήρες, αντίστοιχα, του οχήματος.

Στο δεύτερο μέρος αναπτύσσεται ένα συνδυασμένο μοντέλο για το σύνολο ελαστικάόχημα. Τα ελαστικά μοντελοποιούνται με τη χρήση πολυωνύμων και από ένα σύνολο μετρήσεων εξάγονται τελικά δύο συναρτήσεις, μία για τον εγκάρσιο και μία για τον διαμήκη άξονα του ελαστικού. Οι ανεξάρτητες μεταβλητές αυτών των συναρτήσεων είναι φυσικά μεγέθη, όπως το κατακόρυφο φορτίο του ελαστικού, η κλίση του, ο συντελεστής και η γωνία ολίσθησης. Εξαρτημένες μεταβλητές των συναρτήσεων είναι οι δυνάμεις που αναπτύσσουν τα ελαστικά, σε κάθε άξονα. Ακολουθεί η αξιολόγηση της μοντελοποίησης και η σύγκριση των αποτελεσμάτων των συναρτήσεων με τις πραγματικές μετρήσεις.

Το όχημα μοντελοποιείται με ένα σύνολο εφτά διαφορικών εξισώσεων, πέντε εκ των οποίων περιγράφουν την κατακόρυφη κίνηση των τεσσάρων μη αναρτώμενων μαζών και της αναρτώμενης μάζας, η έκτη την περιστροφή της αναρτώμενης μάζας ως προς τον εγκάρσιο άξονα και η έβδομη την περιστροφή της αναρτώμενης μάζας ως προς τον διαμήκη άξονα περιστροφής.

Με τα ελαστικά και το όχημα μοντελοποιημένα, αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος ο οποίος υπολογίζει τις δυνάμεις των ελαστικών και επιλύει αριθμητικά τις εφτά διαφορικές εξισώσεις. Με τη χρήση αυτού του αλγορίθμου, είναι εφικτή η βελτιστοποίηση της απόκρισης του οχήματος.

Βασίλης Τσινιάς Αθήνα, 7-2010

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

Ανάλυση και σχεδιασμός συστήματος ανάρτησης τύπου Formula SAE

Χαρακτηριστικά Ελαστικών

Ένα σύστημα ανάρτησης για όχημα τύπου Formula SAE έχει ως στόχο να μεγιστοποιήσει τη δυνατότητα ανάπτυξης δυνάμεων από τα ελαστικά του, τόσο κατά τον διαμήκη όσο και κατά τον εγκάρσιο άξονα του. Για τον λόγο αυτό, κρίνεται απαραίτητο να αναφερθούν μερικά βασικά χαρακτηριστικά των ελαστικών αυτού του τύπου και να ορισθούν ορισμένα σημαντικά μεγέθη που επηρεάζουν τη συμπεριφορά ενός ελαστικού, όπως η γωνία και ο συντελεστής ολίσθησης.

Γωνία Ολίσθησης

Ως γωνία ολίσθησης (slip angle) ορίζεται «η προβολή, στο οριζόντιο επίπεδο, της γωνίας μεταξύ του επιπέδου περιστροφής του τροχού και της διεύθυνσης της τροχιάς που ακολουθεί το ελαστικό»^[1]. Αιτία δημιουργίας της συγκεκριμένης γωνίας είναι το γεγονός ότι το ελαστικό δεν είναι απαραμόρφωτο σώμα, επομένως δεν θα μπορούσε να ακολουθεί 100% τις αλλαγές διεύθυνσης του τροχού.

Η σχέση γωνίας ολίσθησης και πλευρικής δύναμης είναι αμφίδρομη. Η εφαρμογή του ενός προκαλεί τη δημιουργία του άλλου. Για παράδειγμα, αν το επίπεδο περιστροφής ενός τροχού δεν παραμείνει παράλληλο με την πορεία του οχήματος, τότε θα δημιουργηθεί γωνία ολίσθησης στο ελαστικό αυτού του τροχού και τελικά θα παραχθεί πλευρική δύναμη από αυτό το ελαστικό. Αντίστροφα, αν ασκηθεί μια πλευρική δύναμη στο όχημα (π.χ. μια πλευρική ριπή ανέμου), τότε στα ελαστικά του θα εμφανιστούν γωνίες ολίσθησης.



Στην παραπάνω εικόνα^[2] φαίνεται σχηματικά η σχέση μεταξύ της γωνίας ολίσθησης και της

παραγόμενης πλευρικής δύναμης. Διακρίνονται τρεις περιοχές. Η πρώτη είναι η γραμμική κατά την οποία η αύξηση της πλευρικής δύναμης είναι ανάλογη της αύξησης της γωνίας ολίσθησης. Η δεύτερη περιοχή είναι η μεταβατική κατά την οποία η πλευρική δύναμη αυξάνεται με μικρότερο ρυθμό από ότι στη γραμμική περιοχή. Η τρίτη περιοχή είναι η περιοχή τριβής κατά την οποία επιπλέον αύξηση της γωνίας ολίσθησης οδηγεί σε μείωση της παραγόμενης πλευρικής δύναμης.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το σημείο όπου η παράγωγος της καμπύλης γίνεται ίση με το μηδέν (ή η περιοχή της καμπύλης όπου η παράγωγός της είναι περίπου μηδέν). Σε γενικές γραμμές, ένα ελαστικό πρέπει να λειτουργεί σε εκείνη την περιοχή, καθώς τότε θα παράγει τη μέγιστη δυνατή πλευρική δύναμη. Αυτή η ωφέλιμη περιοχή, στα ελαστικά που προορίζονται για καθημερινή χρήση, συνηθίζεται να είναι λίγο χαμηλότερη από το πρακτικά εφικτό αλλά να είναι αρκετά πεπλατυσμένη. Αντίθετα, στα ελαστικά υψηλών προδιαγραφών, αυτή η περιοχή είναι όσο πιο υψηλά γίνεται στο διάγραμμα, με αποτέλεσμα να είναι περιορισμένου εύρους.

Συντελεστής Ολίσθησης

Ο συντελεστής ολίσθησης είναι το ανάλογο της γωνίας ολίσθησης κατά την κίνηση στον διαμήκη άξονα. ορίζεται από την ακόλουθη σχέση^[3]:



Εικόνα 2: Συντελεστής ολίσθησης προς αδιάστατη διαμήκη δύναμη

Στην εικόνα 2^[2] φαίνεται η σχέση μεταξύ του συντελεστή ολίσθησης και της αδιάστατης διαμήκης δύναμης. Από τον ορισμό του συντελεστή ολίσθησης προκύπτει ότι η ολίσθηση του ελαστικού θα ξεκινήσει όταν ο συντελεστής πάρει την τιμή 1. Επίσης, η μέγιστη τιμή της διαμήκης δύναμης προκύπτει για τιμές του συντελεστή λίγο μεγαλύτερες από το μηδέν.

Δυνάμεις & Ροπές

Εγκάρσια Δύναμη

Θεωρούμε ότι η εγκάρσια δύναμη ενός ελαστικού δημιουργείται στο κέντρο της επιφάνειας επαφής αυτού με το οδόστρωμα. Βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο και, εξ ορισμού, έχει διεύθυνση κάθετη προς τη διεύθυνση περιστροφής του ελαστικού.

Η εγκάρσια δύναμη δημιουργείται κυρίως από την ανάπτυξη γωνίας ολίσθησης στο ελαστικό. Η τοπική παραμόρφωση του ελαστικού, στο σημείο επαφής με το οδόστρωμα, λόγω της γωνίας ολίσθησης δημιουργεί την εγκάρσια δύναμη. Φυσικά, όπως αναλύθηκε και προηγουμένως, η σχέση γωνίας ολίσθησης – εγκάρσιας δύναμης δεν είναι γραμμική. Ο ρυθμός αύξησης της εγκάρσιας δύναμης μειώνεται σημαντικά, για μεγάλες γωνίες ολίσθησης.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί ότι η σχέση μεταξύ γωνίας ολίσθησης και εγκάρσιας δύναμης είναι αμφίδρομη. Δηλαδή, όταν σε έναν τροχό επιβάλλεται μία γωνία ολίσθησης θα αναπτυχθεί εγκάρσια δύναμη, ενώ όταν σε έναν τροχό ασκηθεί μία εγκάρσια δύναμη (π.χ. πλευρικός άνεμος) θα αναπτυχθεί γωνία ολίσθησης.

Στο παρακάτω σχήμα, παρουσιάζεται η σχέση μεταξύ εγκάρσιας δύναμης και γωνίας ολίσθησης για το ελαστικό 20x7.5-13 της Hoosier, για 5 διαφορετικά κατακόρυφα φορτία. Οι μετρήσεις έγιναν από το εργαστήριο του Calspan.



Εικόνα 3 Νέφος μετρήσεων για το ελαστικό της Hoosier 20x7.5-13 ως προς τη γωνία ολίσθησης

Ροπή Ευθυγράμμισης

Κατά το πρότυπο SAE J670, ως ροπή ευθυγράμμισης ορίζεται η τάση ενός ελαστικού να περιστραφεί γύρω από τον κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο τις επιφάνειας επαφής του ελαστικού με το οδόστρωμα.

Η ροπή αυτή δημιουργείται από την ανομοιόμορφη παραμόρφωση του ελαστικού και, κατά συνέπεια, από την ανομοιόμορφη κατανομή εγκάρσιας δύναμης και ασκείται έτσι ώστε το ελαστικό να ευθυγραμμιστεί με τη διεύθυνση της τροχιάς του και όχι με τη διεύθυνση που του επιβάλλεται από τη γωνία ολίσθησης. Για μεγάλες γωνίες ολίσθησης, η ροπή ευθυγράμμισης μειώνεται, ενώ στο όριο της πρόσφυσης του ελαστικού (breakaway) μηδενίζεται.

Για καλύτερη κατανόηση των παραπάνω φαινομένων, πρέπει να ορισθεί το pneumatic trail ως η απόσταση του κέντρου της επιφάνειας επαφής του ελαστικού με το οδόστρωμα με το σημείο εφαρμογής της εγκάρσιας δύναμης (βλ. παρακάτω σχήμα^[2]). Ισούται δε με τη ροπή ευθυγράμμισης διά την εγκάρσια δύναμη.



Εικόνα 4 Σχηματική αναπαράσταση mechanical και pneumatic trail

Στο παρακάτω σχήμα^[2] παρουσιάζεται η τυπική σχέση της ροπής ευθυγράμμισης με τη γωνία ολίσθησης για διάφορα κατακόρυφα φορτία.



Εικόνα 5 Σχέση ροπής ευθυγράμμισης – γωνίας ολίσθησης

Το αντίστοιχο διάγραμμα, για το συγκεκριμένο ελαστικό της Hoosier, είναι το ακόλουθο:



Εικόνα 6 Σχέση ροπής ευθυγράμμισης – γωνίας ολίσθησης για το ελαστικό Hoosier 20x7.5-13

Διαμήκης Δύναμη

Η δύναμη κατά τον διαμήκη άξονα ενός οχήματος αναπτύσσεται από τα ελαστικά ώστε να επιβραδυνθεί ή να επιταχυνθεί. Ο τρόπος ανάπτυξης αυτής της δύναμης είναι αρκετά όμοιος με τον μηχανισμό της εγκάρσιας δύναμης, δηλαδή παρουσιάζεται μία ελαστική παραμόρφωση σε μία περιοχή του ελαστικού.

Για καλύτερη κατανόηση των φαινομένων, θα εξεταστούν δύο διαφορετικές περιπτώσεις, μία για τροχό που του ασκείται ροπή επιτάχυνσης και μία για τροχό που του ασκείται ροπή επιβράδυνσης.

Επιταχυνόμενος Τροχός

Όταν σε έναν τροχό ασκείται ροπή επιτάχυνσης, αναπτύσσεται μια δύναμη από το οδόστρωμα στον τροχό, έστω F_{τ} , ως αντίδραση της δύναμης που ασκεί ο τροχός στο οδόστρωμα. Αυτή η δύναμη έχει την τάση να παραμορφώσει τα τμήματα του ελαστικού που βρίσκονται εμπρός από τον κατακόρυφο άξονα του τροχού (τμήματα "C₁" στο παρακάτω σχήμα^[2]). Επίσης, η επιφάνεια επαφής τροχού οδοστρώματος, μετατοπίζεται μπροστά από τον κατακόρυφο άξονα του τροχού. Όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η μετατόπιση, τόσο μεγαλύτερη είναι και η δύναμη F_{τ} (καμπύλη '2' στο παρακάτω σχήμα).



Εικόνα 7 Μηχανισμός ανάπτυξης διαμήκους δύναμης κατά την επιτάχυνση ενός ελαστικού

Επιβραδυνόμενος Τροχός

Σε αυτήν την περίπτωση, τα φαινόμενα είναι αντίστοιχα με τα παραπάνω. Κατά την εφαρμογή της ροπής επιβράδυνσης M_B στον τροχό, αναπτύσσεται δύναμη επιβράδυνσης, έστω F_B , όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα^[2]. Όταν τα «κανονικά» τμήματα C_2 πλησιάζουν στην επιφάνεια επαφής με τον δρόμο έχουν την τάση να εφελκύονται. Όσο ο τροχός περιστρέφεται, υπό σταθερή ροπή επιβράδυνσης, τόσο περισσότερα τμήματα C3 εισέρχονται στην επιφάνεια επαφής, με αποτέλεσμα τη γραμμική ανάπτυξη της δύναμης F_B , όπως φαίνεται στο χ.



Εικόνα 8 Μηχανισμός ανάπτυξης διαμήκους δύναμης κατά την επιβράδυνση ενός ελαστικού

Η συνολική συμπεριφορά του ελαστικού, τόσο για επιταχυνόμενο όσο και για επιβραδυνόμενο τροχό, παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Εικόνα 9 Σχέση διαμήκους δύναμης – συντελεστή ολίσθησης

Γωνία Camber

Ως γωνία camber ενός ελαστικού ορίζεται η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του επιπέδου που είναι κάθετο στον άξονα περιστροφής του ελαστικού με το κατακόρυφο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα^[2]:



Εικόνα 10: Σχηματική παράσταση της γωνίας camber

Κατά την SAE, η γωνία camber είναι θετική όταν το επάνω μέρος του τροχού απομακρύνεται από το όχημα ενώ είναι αρνητική όταν το πλησιάζει. Σε εργαστηριακές συνθήκες, όπου συνήθως δεν υπάρχει όχημα, η γωνία camber είναι θετική όταν ο τροχός «γέρνει» προς τα δεξιά, βλέποντάς τον από πίσω (όπως στην παραπάνω εικόνα). Στην αντίθετη περίπτωση, η γωνία camber θεωρείται αρνητική.

Ένα ελαστικό, του οποίου η γωνία camber δεν είναι μηδενική, παράγει εγκάρσια δύναμη, γνωστή ως camber thrust, ανεξάρτητα από τη γωνία ολίσθησής του. Η δύναμη αυτή εξαρτάται από:

- Τη γωνία camber
- Τη γωνία ολίσθησης
- Το κατακόρυφο φορτίο
- Τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του ελαστικού
- Το σχήμα της επιφάνειας επαφής του ελαστικού με το οδόστρωμα
- Την πίεση του αέρα εντός του ελαστικού

Όσο βρισκόμαστε στη γραμμική περιοχή του διαγράμματος εγκάρσιας δύναμης – γωνίας ολίσθησης, μπορούμε να προσθέσουμε (ή να αφαιρέσουμε) την επιπλέον εγκάρσια δύναμη που δημιουργείται από τη γωνία camber^[2]:



Εικόνα 11 Σχέση γωνίας ολίσθησης – πλευρικής δύναμης, με προσθήκη camber thrust

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζει η μη γραμμική περιοχή του, στην οποία η αύξηση της εγκάρσιας δύναμης λόγω camber μειώνεται σημαντικά ("roll off").

Γενικότερα, δεν υπάρχει επιβεβαιωμένο μοντέλο θεωρίας για το γεγονός ότι ένας τροχός με γωνία camber μπορεί να παράγει μεγαλύτερη εγκάρσια δύναμη, για δεδομένη γωνία ολίσθησης, καθώς επίσης και για το φαινόμενο του roll off. Μία πιθανή εξήγηση δίνεται στο [2]. Ξεκινώντας από τη διεπιφάνεια ελαστικού-οδοστρώματος, έχει παρατηρηθεί ότι η παραμόρφωση που προκαλείται στο ελαστικό από τη γωνία ολίσθησης μεγιστοποιείται προς τα πίσω σημεία του αποτυπώματος ενώ αντίθετα στην περίπτωση της γωνίας camber αυτή η παραμόρφωση συμβαίνει στο κέντρο του αποτυπώματος, όπου μεγιστοποιούνται τα ασκούμενα κατακόρυφα φορτία. Είναι, επομένως, πολύ πιο απίθανο να υπάρξει ολίσθηση στο πολύ φορτισμένο κέντρο του αποτυπώματος του τροχού απ' ότι στο λιγότερο φορτισμένο πίσω μέρος. Για να κατανοηθεί καλύτερα το φαινόμενο της αύξησης της εγκάρσιας δύναμης με την αύξηση της γωνίας camber, παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα (slip angle – lat. force) δύο καμπύλες ίδιου κατακόρυφου φορτίου, αλλά διαφορετικής γωνίας camber.



Εικόνα 12 Μεταβολή της εγκάρσιας δύναμης για διαφορετική γωνία camber

Μεταφορά Βάρους & Κατακόρυφο Φορτίο

Αρχικά, θα πρέπει να διαχωριστούν οι έννοιες του στατικού και του δυναμικού κατακόρυφου φορτίου.

Το στατικό κατακόρυφο φορτίο εξαρτάται από τη συνολική μάζα του οχήματος και από την κατανομή αυτής της μάζας, τόσο μεταξύ των δύο αξόνων του οχήματος, όσο και μεταξύ των δύο πλευρών. Έτσι, για παράδειγμα, σε ένα όχημα με συνολική μάζα 400kg και ίση κατανομή μεταξύ των δύο αξόνων και των δύο πλευρών, θα αντιστοιχούν 100kg σε κάθε τροχό.

Το δυναμικό κατακόρυφο φορτίο, εξαρτάται τόσο από το στατικό φορτίο, όσο και από το διάνυσμα της επιτάχυνσης που ασκείται στο κέντρο μάζας (CM) του οχήματος. Θα πρέπει να εξεταστούν δύο διαφορετικές περιπτώσεις, ανάλογα με τη διεύθυνση του διανύσματος επιτάχυνσης, μια για εγκάρσια διεύθυνση και μία για διαμήκη.

Εγκάρσια Επιτάχυνση

Σε πρώτη φάση θα θεωρήσουμε το παρακάτω μοντέλο^[2], το οποίο θα μας δώσει μια ευρεία εικόνα για το τι συμβαίνει σε ένα όχημα τεσσάρων τροχών. Σε κατάσταση ηρεμίας, ακινησία ή κίνηση με σταθερή ταχύτητα ως προς τους τρεις άξονες, οι τροχοί ασκούν στο οδόστρωμα μία δύναμη L, έστω ίση μεταξύ του αριστερού και του δεξί τροχού.

Όταν, για κάποια αιτία (γωνία ολίσθησης, πλευρικός άνεμος, κ.α.), οι τροχοί αναπτύξουν πλευρικές δυνάμεις, έστω S_R και S_L στο παρακάτω σχήμα, στο CM θα επιταχυνθεί εγκάρσια με επιτάχυνση A_Y. Λόγω αδράνειας, το όχημα θα τείνει να διατηρήσει την προηγούμενη κατάσταση του, οπότε θα ασκηθεί στο CM μία φυγόκεντρος δύναμη, έστω F, ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς ως προς τη δύναμη που προκαλείται από την επιτάχυνση A_Y. Ακολουθώντας τη μεθοδολογία από το [2], θα θεωρήσουμε ισορροπία ροπών ως προς το σημείο Ο. Προκύπτει το μέγεθος $\Delta W = \frac{W \cdot A_y \cdot h}{t}$, το οποίο είναι η διαφορά των κατακόρυφων φορτίων των δύο τροχών, μετά την εφαρμογή της εγκάρσιας επιτάχυνσης A_Y. Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, W είναι το βάρος, h το ύψος του CM από το έδαφος και t το μετατρόχιο, δηλαδή η απόσταση μεταξύ των κέντρων των επιφανειών επαφής των τροχών με το οδόστρωμα. Η ποσότητα αυτή ονομάζεται καταχρηστικά «μεταφορά βάρους» (weight transfer) και είναι πάντα προς την αντίθετη κατεύθυνση από αυτή της Α_Y. Παρατηρούμε ότι στη, θεωρητική, περίπτωση κατά την οποία το CM βρίσκεται στο ύψος του οδοστρώματος, δηλαδή h=0, η μεταφορά βάρους είναι ίση με το μηδέν.



Εικόνα 13 Εγκάρσια μεταφορά βάρους

Τα παραπάνω αφορούν ένα θεωρητικό όχημα με μόνο δύο τροχούς και έναν άξονα. Στην περίπτωση που θέλουμε να εξετάσουμε το τι συμβαίνει σε ένα όχημα τεσσάρων τροχών και δύο αξόνων, θα πρέπει να εισάγουμε στην ανάλυσή μας άλλο ένα ζεύγος τροχών, όπως φαίνεται παρακάτω^[2]:



Εικόνα 14 Μοντέλο τεσσάρων τροχών και δύο αξόνων για την μεταφορά βάρους

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η πλάγια όψη ενός οχήματος με τέσσερις τροχούς σε δύο άξονες. Θεωρώντας ότι το κέντρο αναρτώμενης μάζας W_s, επιταχύνεται εγκάρσια από μία ροπή A_Y, θα αναπτυχθεί μία δύναμη F_s, η οποία θα είναι ίδιας διεύθυνσης αλλά αντίθετης φοράς σε σχέση με την A_Y (κάθετη στο παραπάνω σχήμα), και μέτρου: $F_s = -W_s \cdot A_Y$ (θεωρώντας ως θετική τη φορά της A_Y). Η ροπή η οποία προκύπτει κατά τη δράση της F_s, περιστρέφει την αναρτώμενη μάζα γύρω από την ευθεία που ενώνει τα δύο κέντρα περιστροφής (neutral roll axis –NRA). Το μέτρο της ροπής είναι $M_s = -W_s h_2(A_Y - \varphi)$, όπου φ η γωνία που έχει περιστραφεί το όχημα γύρω από τον NRA.

Για να συνεχιστεί η ανάλυση, θα πρέπει πρώτα να οριστεί η έννοια "roll rate" (στη βιβλιογραφία συναντάται και ως "roll stiffness"). Ως roll rate ορίζεται η αλλαγή στη ροπή με την οποία οι τροχοί ενός οχήματος φορτίζουν και περιστρέφουν την αναρτώμενη μάζα γύρω από τον διαμήκη άξονα του οχήματος, προς τη γωνία που θα περιστραφεί το όχημα λόγω αυτής της ροπής. Συμβολίζεται με K_Φ για το εμπρός ζεύγος τροχών και K_R για το πίσω. Πολλαπλασιάζοντας το roll rate με την γωνία φ προκύπτει η roll stiffness moment.

Εξισώνοντας την roll stiffness moment με την M_s, προκύπτει η ευαισθησία σε roll ("roll sensitivity") του οχήματος, η οποία, για δεδομένη πλευρική επιτάχυνση, μας δίνει την γωνία κατά την οποία θα περιστραφεί το όχημα. Μετά από πράξεις, καταλήγουμε στην ακόλουθη

σχέση:
$$\frac{\varphi}{A_Y} = \frac{-W_S h_2}{K_{\Phi} + K_R - W_S h_2}$$
.

Εξετάζοντας αναλυτικότερα τη δύναμη F_s, παρατηρούμε ότι μπορεί να χωριστεί σε δύο συνισταμένες, μία για το εμπρός ζεύγος τροχών και μία για το πίσω, ανάλογα με την κατανομή μάζας του οχήματος (αλλάζει ο όρος W_s ενώ ο A_γ μένει, προφανώς, κοινός και στις 2 περιπτώσεις). Στη συνέχεια, το ίδιο μπορεί να γίνει και για την ροπή M_s, κατανέμοντάς την στον εμπρός και στον πίσω άξονα του οχήματος.

Με την παραπάνω μεθοδολογία και με τον διαχωρισμό των δυνάμεων και των ροπών στον εμπρός και στον πίσω άξονα, μπορούμε να καταλήξουμε σε μία σχέση η οποία να συνδέει τη μεταφορά βάρους με την εγκάρσια επιτάχυνση του οχήματος. Για τον εμπρός άξονα θα

είναι:

$$\frac{\Delta W_F}{A_Y} = \frac{W_S}{t_F} \left[\frac{h_2 K_{F'}}{K_F + K_R - W_S h_2} + \frac{l - a_S}{l} z_{RF} \right] + \frac{W_{uF}}{t_F} z_{WF}, \qquad \text{onou}$$

 $K_{F'} = K_F - (l - a_S)W_S h_2 / l,$ ενώ για τον πίσω άξονα ισχύει αντίστοιχα η σχέση: $\frac{\Delta W_R}{\Delta W_R} = \frac{W_S}{M_S} \left[\frac{h_2 K_{R'}}{M_2 + a_S} + \frac{a_S}{M_2 + a_S} \right] + \frac{W_{uR}}{M_2 + a_S} z$ $= K_F - a_S W h_2 / l = 0$

$$\frac{\Delta W_R}{A_Y} = \frac{W_S}{t_R} \left[\frac{W_2 M_R}{K_F + K_R - W_S h_2} + \frac{W_S}{l} z_{RR} \right] + \frac{W_{uR}}{t_R} z_{WR}, \quad \mu\epsilon \qquad K_{R'} = K_R - a_S W_S h_2 / l \quad (or$$

γεωμετρικές μεταβλητές είναι αυτές που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα).

Είναι φανερό ότι οι παραπάνω σχέσεις είναι δύσχρηστες και απαιτούν δεδομένα τα οποία σχεδόν πάντα είναι άγνωστα ή/και δεν μπορούν να μετρηθούν. Για αυτόν τον λόγο, μετά από μια σειρά ρεαλιστικών παραδοχών, προκύπτουν οι ακόλουθες απλοποιημένες σχέσεις, με τις οποίες οι υπολογισμοί γίνονται πολύ ευκολότεροι χωρίς να χάνεται σημαντικά η ακρίβεια των αποτελεσμάτων (βλ. [2]):

$$\frac{\varphi}{A_Y} = \frac{-WH}{K_{\Phi} + K_R}$$
$$\frac{\Delta W_F}{A_Y} = \frac{W}{t_F} \left[\frac{HK_F}{K_F + K_R} + \frac{b}{l} z_{RF} \right]$$
$$\frac{\Delta W_R}{A_Y} = \frac{W}{t_R} \left[\frac{HK_R}{K_F + K_R} + \frac{a}{l} z_{RR} \right]$$

Μία διαφορετική προσέγγιση στο φαινόμενο της μεταφοράς βάρους προτείνεται στο [4] της βιβλιογραφίας. Αρχικά, διαχωρίζεται η συνολική μεταφορά βάρους σε 3 υποκατηγορίες:

- Μεταφορά βάρους μη αναρτώμενης μάζας
- Μεταφορά βάρους μέσω των κέντρων περιστροφής
- Μεταφορά βάρους αναρτώμενης μάζας

Η μεταφορά βάρους της μη αναρτώμενης μάζας ενός οχήματος έχει να κάνει με τη μεταφορά βάρους που λαμβάνει χώρα μόνο ανάμεσα στις μη αναρτώμενες μάζες των δύο πλευρών. Οι σχέσεις που δίνουν αυτή τη μεταφορά βάρους είναι:

$$UtF = \frac{UWF \cdot UGF}{TF}$$
$$UtR = \frac{UWR \cdot UGR}{TR}$$

όπου:

UWF/UWR: Η μη αναρτώμενη μάζα (εμπρός/πίσω) UGF/UGR: Το ύψος του κέντρου μάζας της μη αναρτώμενης μάζας (εμπρός/πίσω)

TF/TR: Το μετατρόχιο (εμπρός/πίσω)

Ένα δεύτερο τμήμα της μεταφοράς βάρους γίνεται μέσω των κέντρων περιστροφής. Σαν μέγεθος είναι κατά κανόνα μικρότερο από τις άλλες δύο κατηγορίες μεταφοράς βάρους αλλά είναι αρκετά σημαντικό καθώς είναι το μόνο που ρυθμίζεται εύκολα. Επίσης, σε περίπτωση που το κέντρο περιστροφής είναι κάτω από την επιφάνεια του εδάφους, προκαλείται μεταφορά βάρους από την εξωτερική πλευρά προς την εσωτερική. Οι αντίστοιχες σχέσεις είναι:

$$CtF = \frac{SWF \cdot CF}{TF}$$
$$CtR = \frac{SWR \cdot CR}{TR}$$

όπου:

CTF/CTR: Μεταφορά βάρους μέσω των κέντρων περιστροφής SWF/SWR: Αναρτώμενη μάζα CF/CR: Ύψος κέντρων περιστροφής

Το τελευταίο τμήμα της συνολικής μεταφοράς βάρους είναι αυτό της αναρτώμενης μάζας του οχήματος. Προκαλείται από την περιστροφή της αναρτώμενης μάζας γύρω από τον άξονα περιστροφής (NRA).

Αρχικά, θα πρέπει να υπολογίσουμε το ποσοστό της συνολικής αναρτώμενης μάζας που αντιστοιχεί στον έναν άξονα του οχήματος, λ.χ. τον πίσω. Με αυτόν τον τρόπο προσδιορίζουμε το κέντρο μάζας στο οριζόντιο επίπεδο. Ακολούθως, πρέπει να υπολογιστούν τα, θεωρητικά προφανώς, μέσο μετατρόχιο και μέσο κέντρο περιστροφής (στη θέση του κέντρου μάζας κατά τον διαμήκη άξονα). Αυτά υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$TM = ((TR - TF) \cdot WDR) + TF$$
$$CM = ((CR - CF) \cdot WDR) + CF$$

όπου:

WDR: Ποσοστό αναρτώμενης μάζας που αντιστοιχεί στον πίσω άξονα TM: Μέσο μετατρόχιο CM: Μέσο κέντρο περιστροφής

Στη συνέχεια, υπολογίζεται το ύψος του κέντρου μάζας της αναρτώμενης μάζας και ο μοχλοβραχίονας που δημιουργείται με το μέσο κέντρο περιστροφής.

$$GM = ((SGR - SGF) \cdot WDR) + SGF$$
$$LM = GM - CM$$

όπου:

SGF/SGR: Ύψος κέντρου μάζας της αναρτώμενης μάζας (εμπρός/πίσω) GM: Ύψος μέσου κέντρου μάζας LM: Μέσος μοχλοβραχίονας μεταξύ μέσου κέντρου μάζας και μέσου κέντρου περιστροφής Τέλος, η συνολική μεταφορά βάρους της αναρτώμενης μάζας δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$St = \frac{SW \cdot LM}{TM}$$

Διαμήκης Επιτάχυνση

Όταν ένα όχημα επιταχύνεται (ή αντίστοιχα επιβραδύνεται) με επιτάχυνση (ή επιβράδυνση) Α_x, αναπτύσσεται μία αδρανειακή δύναμη F, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα^[2]. Αν θεωρήσουμε ισορροπία ροπών στο σημείο Ο, προκύπτει η συνολική μεταφορά βάρους από τον εμπρός στον πίσω άξονα (αντίστοιχα, από τον πίσω στον εμπρός σε περίπτωση επιβράδυνσης):

$$\Delta W_{X} = \frac{h}{l} W A_{X}$$



Εικόνα 15 Διαμήκης μεταφορά βάρους

Γεωμετρία Συστήματος Ανάρτησης

Στόχος αυτής της ενότητας είναι ο καθορισμός των βασικών χαρακτηριστικών του συστήματος ανάρτησης. Αρχικά, καθορίζεται η θέση του εμπρός και του πίσω κέντρου περιστροφής της αναρτώμενης μάζας. Στη συνέχεια, σχεδιάζεται το σύστημα ενεργοποίησης του συνόλου ελατήριο-αποσβεστήρας κάθε τροχού.

Κέντρο περιστροφής κατά τον διαμήκη άξονα (Roll center - RC)

Τα βασικότερα, ίσως, στοιχεία που καθορίζουν τις δυνατότητες ενός συστήματος ανάρτησης είναι τα κέντρα περιστροφής, τόσο ως προς το εγκάρσιο, όσο και ως προς το διάμηκες επίπεδο.

Αρχικά, πρέπει να προσδιοριστεί το στιγμιαίο κέντρο περιστροφής του κάθε τροχού (instant center - IC). Το IC είναι το σημείο εκείνο του εγκάρσιου επιπέδου γύρω από το οποίο περιστρέφεται ο τροχός. Προσδιορίζεται, γραφικά, χαράζοντας τις ευθείες που ταυτίζονται με τις διευθύνσεις των ράβδων ελέγχου (A-arms) του τροχού, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα^[2]. Το σημείο τομής αυτών των ευθειών είναι το IC.



Εικόνα 16 Καθορισμός στιγμιαίων κέντρων περιστροφής των τροχών και κέντρου περιστροφής της αναρτώμενης μάζας

Στη συνέχεια, ενώνουμε το σημείο επαφής του τροχού με το οδόστρωμα με το IC. Το σημείο τομής αυτού του ευθύγραμμου τμήματος με τον εγκάρσιο άξονα συμμετρίας του οχήματος είναι το κέντρο περιστροφής (roll center – RC). Είναι το σημείο γύρω από το οποίο περιστρέφεται η αναρτώμενη μάζα και ανάλογα με την απόστασή του από το έδαφος αλλάζουν σημαντικά οι ιδιότητες του συστήματος ανάρτησης.

Από δυναμικής άποψης, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η σχέση του RC με το κέντρο μάζας. Όταν τα ελαστικά του οχήματος παράγουν εγκάρσιες δυνάμεις, αναπτύσσεται στο κέντρο μάζας του οχήματος μία εγκάρσια επιτάχυνση. Αντίστοιχα, ως αντίδραση, αναπτύσσεται μία αδρανειακή δύναμη που τείνει να διατηρήσει το όχημα στην προηγούμενή του κατάσταση. Αυτή η αδρανειακή δύναμη μπορεί να μεταφερθεί στο κέντρο περιστροφής, συνοδευόμενη από μία ροπή. Λόγω αυτής της ροπής περιστρέφεται η αναρτώμενη μάζα. Είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση του κέντρου μάζας από το κέντρο περιστροφής τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η ροπή. Επομένως, στην περίπτωση κατά την οποία το κέντρο περιστροφής βρίσκεται σε απόσταση από το οδόστρωμα και κοντά στο κέντρο μάζας, το όχημα θα αναπτύξει μικρότερη ροπή και θα περιστραφεί λιγότερο, για δεδομένη επιτάχυνση, κάτι το οποίο, όπως θα φανεί παρακάτω, είναι θετικό.

Ένας περιοριστικός παράγοντας για το ύψος του RC είναι το φαινόμενο jacking. Για υψηλά IC, άρα και RC, η εγκάρσια δύναμη που παράγεται από τα ελαστικά δημιουργεί μία κατακόρυφη δύναμη η οποία έχει την τάση να σηκώσει την αναρτώμενη μάζα. Για καλύτερη κατανόηση του φαινομένου, παρατίθεται το παρακάτω σχήμα^[2]:



Εικόνα 17 Jacking effect

Η δύναμη από το ελαστικό αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία η οποία να διέρχεται από το IC και μία κατακόρυφη. Σε περίπτωση που το IC βρίσκεται στην επιφάνεια του οδοστρώματος η κατακόρυφη δύναμη είναι, προφανώς, ίση με το μηδέν. Είναι, επομένως, κατανοητό ότι σε κανένα όχημα δεν υπάρχει «σωστό» ύψος RC. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να βρίσκεται η χρυσή τομή, η οποία να συμφωνεί με όλες τις υπόλοιπες σχεδιαστικές επιλογές του συστήματος ανάρτησης.

Με βάση τα παραπάνω, και μετά από αρκετές δοκιμές στο λογισμικό Susprog3D, επιλέχθηκε η στατική θέση των RC, η οποία βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια του οδοστρώματος. Καταβλήθηκε προσπάθεια ούτως ώστε να ελαττωθεί η αύξηση της γωνίας camber του τροχού κατά τη συμπίεση του συστήματος ανάρτησης καθώς κάτι τέτοιο, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, μειώνει τη δυνατότητα του ελαστικού για παραγωγή εγκάρσιας δύναμης. Επίσης, σημαντικός σχεδιαστικός παράγοντας ήταν και η σταθεροποίηση των RC στη στατική τους θέση, για όλο το εύρος κίνησης του συστήματος ανάρτησης, καθώς αποτελούν το σημείο εφαρμογής των εγκάρσιων δυνάμεων. Σε περίπτωση κατά την όποια το RC αποκλίνει πολύ ή ακόμα και λιγότερο, αλλά με μη γραμμικό τρόπο, το όχημα θα είχε μη προβλέψιμη συμπεριφορά.

Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνεται η μετατόπιση των δύο RC τόσο κατακόρυφα όσο και εγκάρσια. Η κατακόρυφη μετατόπιση των RC είναι πρακτικά ίση με το μηδέν, ενώ και η εγκάρσια μετατόπιση έχει ελαχιστοποιηθεί σημαντικά.



Εικόνα 18 Κατακόρυφη μετατόπιση εμπρός RC ως προς το roll του οχήματος



Εικόνα 19 Εγκάρσια μετατόπιση εμπρός RC ως προς το roll του οχήματος



Εικόνα 20 Κατακόρυφη μετατόπιση πίσω RC ως προς το roll του οχήματος



Εικόνα 21 Εγκάρσια μετατόπιση πίσω RC ως προς το roll του οχήματος

Μεταβολή γωνίας camber

Η μεταβολή της γωνίας camber των εξωτερικών ελαστικών του οχήματος είναι ένας από τους πιο σημαντικού παράγοντες αξιολόγησης ενός συστήματος ανάρτησης. Γενικά, όταν ένα όχημα αναπτύσσει εγκάρσια επιτάχυνση και το κέντρο μάζας του βρίσκεται πάνω από τα κέντα περιστροφής, η αναρτώμενη μάζα του έχει την τάση να περιστραφεί γύρω από τον άξονα που ενώνει τα δύο RC (roll axis), προς κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της επιτάχυνσης. Το φαινόμενο αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη θετικής γωνίας camber στα εξωτερικά ελαστικά, γεγονός που, όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, περιορίζει σημαντικά τη δυνατότητα του ελαστικού να αναπτύξει δύναμη κατά τον εγκάρσιο άξονα. Να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι εξετάζεται η περίπτωση των εξωτερικών ελαστικών, και όχι των εσωτερικών, καθώς, όταν εφαρμόζεται εγκάρσια επιτάχυνση, φορτίζονται περισσότερο, λόγω μεταφοράς βάρους. Έτσι, από τη συνολική μεγαλύτερο ποσοστό από ότι στον εσωτερικό.

Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνεται η μεταβολή της γωνίας camber των εξωτερικών τροχών, τόσο ως προς τη συνολική περιστροφή της αναρτώμενης μάζας γύρω από τον roll axis, όσο και ως προς την κατακόρυφη μετακίνηση του ελαστικού.



Εικόνα 22 Μεταβολή γωνίας camber εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς το roll του οχήματος



Εικόνα 23 Μεταβολή γωνίας camber πίσω εξωτερικού τροχού ως προς το roll του οχήματος



Εικόνα 24 Μεταβολή γωνίας camber εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς τη κατακόρυφη μετατόπισή του



Εικόνα 25 γωνίας camber πίσω εξωτερικού τροχού ως προς τη κατακόρυφη μετατόπισή του

Μεταβολή γωνίας caster

Η γωνία caster φαίνεται στο παρακάτω σχήμα^[2]:



Εικόνα 26 Γωνία caster

Λόγω της γωνίας caster, η δύναμη που ασκείται από το οδόστρωμα στο ελαστικό δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η συνισταμένη των δυνάμεων να μην ασκείται στο κέντρο του πέλματος αλλά σε μία συγκεκριμένη (κατά περίπτωση) απόσταση από αυτό. Όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά αυτή τόσο μεγαλύτερη δύναμη απαιτείται από τον οδηγό στο τιμόνι, για μία δεδομένη γωνία στροφής των τροχών. Ένας ακόμη παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν σχετικά με τη γωνία caster είναι, για έναν τροχό με μη μηδενική γωνία caster, η μεταβολή της γωνίας camber του ελαστικού, όταν ο οδηγός περιστρέφει το τιμόνι και επομένως, το ελαστικό θα έχει άλλες δυναμικές ιδιότητες.

Για τους παραπάνω λόγους, η μεταβολή της γωνίας caster απαιτείται να είναι είτε μηδενική είτε όσο το δυνατόν πιο γραμμική. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται η μεταβολή της γωνίας caster. Αξίζει να παρατηρηθεί η γραμμικότητα και των δύο καμπυλών καθώς και το περιορισμένο εύρος τους.



Εικόνα 27 Μεταβολή γωνίας caster εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς το roll του οχήματος



Εικόνα 28 Μεταβολή γωνίας caster εμπρός εξωτερικού τροχού ως προς την κατακόρυφη μετατόπισή του

Σχέση μετάδοσης συστήματος ανάρτησης

Ως σχέση μετάδοσης του συστήματος ανάρτησης ορίζεται ο λόγος με παρανομαστή την κατακόρυφη μετατόπιση του ελαστικού και αριθμητή την συμπίεση/εκτόνωση του συνόλου ελατήριο-αποσβεστήρας. Ουσιαστικά, καθορίζει την σταθερά του ελατηρίου και του αποσβεστήρα που «βλέπει» το ελαστικό.



Εικόνα 29 Τυπική διάταξη ενεργοποίησης ελατηρίου-αποσβεστήρα

Η σχέση μετάδοσης, υλοποιείται από ένα μοχλικό σύστημα το οποίο συνδέει τη μία από τις δύο ράβδους ελέγχου (A-Arms) του τροχού με το σύστημα ελατηρίου-αποσβεστήρα. Στόχος του σχεδιασμού αυτού του συστήματος είναι η συνολική σταθερότητα του λόγου μετάδοσης, στην τιμή που έχει κοντά στην στατική θέση των τροχών.



Εικόνα 30 Εμπρός σχέση μετάδοσης



Εικόνα 31 Πίσω σχέση μετάδοσης



Εικόνα 32 Το παραπάνω σύστημα ανάρτησης σχεδιασμένο με τη βοήθεια Η/Υ

Πρωταρχικός καθορισμός δυναμικών χαρακτηριστικών

Εφόσον ολοκληρωθεί ο σχεδιασμός της κινηματικής συμπεριφοράς του συστήματος ανάρτησης, το επόμενο βήμα είναι η επιλογή των δυναμικών χαρακτηριστικών του οχήματος, δηλαδή η επιλογή της σταθεράς των ελατηρίων και των αποσβεστήρων.

Στόχος αυτής της διαδικασίας είναι η επιλογή της σταθεράς του ελατηρίου κάθε τροχού καθώς και της σταθεράς c κάθε αποσβεστήρα. Θα ακολουθήσουμε την διαδικασία που περιγράφεται στο [2] για τον προσδιορισμό του ride frequency (ω – φυσική συχνότητα) και του roll gradient (το μέγεθος που δείχνει πόσο περιστρέφεται η αναρτώμενη μάζα, γύρω από τον διαμήκη άξονα περιστροφής, για μία δεδομένη εγκάρσια επιτάχυνση).



Εικόνα 33 Τυπική αναπαράσταση ¼ οχήματος

Σύμφωνα με το [2], το ride frequency ενός τέτοιου οχήματος πρέπει να είναι 1.5-3Hz ενώ το roll gradient 1.5deg/g και κάτω, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα^[2]:

Very Soft—Economy and basic family transportation, both domestic and import, pre-1975.	8.5 deg./g
Soft—Basic family transportation, domestic and import, after 1975.	7.5
Semi-Soft—Contemporary middle-market sedans, domestic and import.	7.0
Semi-Firm—Imported sport sedans.	6.0
Firm-Domestic sport sedans.	5.0
Very Firm—High-performance domestic, such as Camaro Z-28 and Firebird Trans Am.	4.2
Extremely Firm-Contemporary very-high-performance sports,	
roll stiffness.	3.0
Hard—Racing cars only.	1.5
Active Suspension—Servo-controlled roll stiffness. Roll-in, zero-roll, and roll-out all possible.	_

Εικόνα 34 Προτεινόμενες τιμές του roll gradient ανά κατηγορία οχήματος

Έχοντας γνωστά όλα τα κινηματικά χαρακτηριστικά της κάθε ανάρτησης καθώς και τις μάζες του οχήματος, μετά από δοκιμές επιλέγεται σταθερά ελατηρίων k_f=k_r=200lb/in. Στη συνέχεια, μέσω της μοχλικότητας, υπολογίζεται το k όπως «φαίνεται» στο κέντρο του τροχού. Έχουμε:

$WheelCenterRate = SpringRate / I^2$

όπου Ι η μοχλικότητα (θεωρούμε μία μέση τιμή των καμπυλών της προηγούμενης ενότητας).

Επομένως για μπροστά είναι:

```
WheelCenterRate=103.105lb/in
```

ενώ για πίσω είναι:

WheelCenterRate=83.205lb/in.

Εφόσον θεωρούμε το ελατήριο της ανάρτησης να είναι συνδεδεμένο σε σειρά με το «ελατήριο» του ελαστικού, ισχύει:

$RideRate = \frac{WheelCenterRate \cdot TireRate}{WheelCenterRate + TireRate}$

Επομένως, για τις εμπρός αναρτήσεις έχουμε RideRate=94.27lb/in και για τις πίσω RideRate=77.35lb/in. Από τα ride rates οδηγούμαστε στα ride frequencies, γνωρίζοντας της μάζες. Για εμπρός έχουμε RideFrq=2.64Hz και για πίσω RideFrq=2.39Hz, τιμές οι οποίες βρίσκονται εντός του φάσματος που θέσαμε νωρίτερα.

Γνωρίζοντας το ride rate και το μετατρόχιο ενός άξονα, μπορούμε να υπολογίσουμε το roll rate που προκύπτει από τα ελατήρια, δηλαδή τη ροπή που απαιτείται για να περιστραφεί η αναρτώμενη μάζα κατά μία μοίρα γύρω από τον άξονα x, θεωρώντας ότι αυτή στηρίζεται μόνο στα ελατήριά των τροχών. Για τον εμπρός άξονα έχουμε SpringRollRate=153lb*ft/deg ενώ για τον πίσω SpringRollRate=115.3lb*ft/deg. Από τα 2 spring roll rates προκύπτει το roll gradient ίσο με 1.26deg/g, δηλαδή εντός της αποδεκτής περιοχής.

Έχοντας τις φυσικές συχνότητες δεδομένες, μπορούμε να υπολογίσουμε τους συντελεστές c των αποσβεστήρων, βάσει των όσων περιγράφονται στο [6]. Ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$c=2\cdot\zeta\cdot\omega\cdot m$$

Θέλοντας να επιτύχουμε κρίσιμη απόσβεση, θέτουμε ζ=1. Έτσι, για τον εμπρός άξονα θα είναι c_{fw}=316Ns/m, ενώ για τον πίσω c_{rw}=290.4Ns/m. Αυτή είναι η συνολική απόσβεση του συστήματος ανάρτησης, οπότε πρέπει να απομονωθεί η απόσβεση των ελαστικών και η μοχλικότητα, για να προσδιοριστεί η σταθερά c των αποσβεστήρων. Η απόσβεση των ελαστικών είναι περίπου 5000Ns/m. Εφαρμόζοντας σχέσεις παρόμοιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω για την σταθερά k, προκύπτει c_f=250Ns/m και c_r=241Ns/m.

Τα τελικά νούμερα φαίνονται στον παρακάτω συγκεντρωτικό πίνακα:

	Εμπρός Άξονας	Πίσω Άξονας
Spring Rate [lb/in]	200	200
Wheel Center Rate [lb/in]	103.105	83.205
Ride Rate [lb/in]	94.27	77.35
Ride Frequency [Hz]	2.64	2.39
Spring Roll Rate [lb*ft/deg]	153	115.3
Damp. Coefficient [Ns/m]	250	241
Roll Gradient [deg/g]	1.26	

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

Ανάπτυξη μοντέλου δυναμικής οχήματος

Μοντέλο Προσομοίωσης Δυναμικής Απόκρισης Οχήματος

Μοντελοποίηση Ελαστικών

Στόχος της μοντελοποίησης των ελαστικών του οχήματος είναι να προκύψει μία συνάρτηση η οποία να μας δίνει τις δυνάμεις που αναπτύσσει το ελαστικό για κάθε slip angle (ή slip ratio), λαμβάνοντας υπόψη τους σημαντικότερους παράγοντες, όπως το κατακόρυφο φορτίο και η γωνία κλίσης του ελαστικού.

Από τις μετρήσεις του FSAE Tire Test Consortium έχουμε ένα σύνολο σημείων για τα ελαστικά, από το οποίο πρέπει να προκύψει η συνάρτηση των δυνάμεων που προκύπτουν από slip angle και η συνάρτηση των δυνάμεων που προκύπτουν από slip ratio.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται όλες οι μετρήσεις, σε άξονες FY/FX και slip angle/slip ratio:



Εικόνα 35 Σύνολο μετρήσεων της εγκάρσιας δύναμης ως προς τη γωνία ολίσθησης



Εικόνα 36 Σύνολο μετρήσεων της διαμήκους δύναμης ως προς το συντελεστή ολίσθησης

Slip Angle

Το ζητούμενο είναι να προκύψει μία συνάρτηση της μορφής $[F_y, F_x] = f(SA, IA, L)$, από τις μετρήσεις της παραπάνω εικόνας. Επειδή κάτι τέτοιο δεν γίνεται με απλές τεχνικές προσαρμογής καμπύλης σε σημεία, καθώς για κάθε ζεύγος τιμών κλίσης τροχού και φορτίου προκύπτει διαφορετική καμπύλη, θα πρέπει να ακολουθήσουμε την μεθοδολογία που αναλύεται στο [5].

Σε πρώτη φάση θα πρέπει να γίνει ομαδοποίηση των σημείων σε κατηγορίες σταθερής κλίσης και σταθερού φορτίου. Οι παραπάνω μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν για πέντε κλίσεις και πέντε φορτία, επομένως προκύπτουν 25 κατηγορίες. Εκτελείται μία επανάληψη, η οποία ελέγχει σε ποια κατηγορία υπάγεται κάθε σημείο των μετρήσεων. Στη συνέχεια, γνωρίζοντας σε ποια κατηγορία εντάσσεται το εκάστοτε σημείο, αποθηκεύονται σε πίνακες οι τιμές της γωνίας ολίσθησης, της δύναμης κατά Χ και της δύναμης κατά Υ. Στους πίνακες αυτούς κάθε σειρά αντιστοιχεί σε μία κατηγορία, επομένως οι πίνακες αυτοί θα έχουν διαστάσεις (25,XX), όπου XX το πλήθος των στοιχείων της κατηγορίας που συγκέντρωσε τα περισσότερα στοιχεία.
Ακολούθως, για κάθε ζεύγος σειρών (sa,F_y) και (sa,F_x), προσαρμόζεται μία καμπύλη. Η εξίσωση που περιγράφει την καμπύλη της εγκάρσιας δύναμης ως προς τη γωνία ολίσθησης είναι πολυώνυμο της μορφής:

$$F_y = C_1 \cdot sa^9 + C_2 \cdot sa^8 + \dots + C_9 \cdot sa + C_{10}$$

Αντίστοιχα, για την δύναμη κατά τον άξονα x, έχουμε:

$$F_x = C_1 \cdot sa^9 + C_2 \cdot sa^8 + \dots + C_9 \cdot sa + C_{10}$$

Οι συντελεστές C_i παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες, στον πρώτο για την εγκάρσια δύναμη και στον δεύτερο για τη διαμήκη.

	Συντελεστές C _i για δύναμη F _y													
	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C6	C8	С9	C10				
1	-1,43E-06	1,27E-06	0,000593	-0,00048	-0,08828	0,056278	5,896664	-2,02181	-213,685	-0,00483				
2	-1,32E-06	3,65E-07	0,000546	-0,00015	-0,08168	0,017969	5,499451	-0,55188	-205,154	-0,00374				
3	-1,40E-06	5,42E-07	0,000584	-0,00017	-0,088	0,013496	5,989417	-0,0914	-223,605	-0,00436				
4	-1,15E-06	3,81E-07	0,000482	-0,00013	-0,07309	0,011904	5,016174	-0,22431	-194,061	-0,00274				
5	-1,21E-06	-8,87E-08	0,000505	4,52E-05	-0,07652	-0,0096	5,272728	0,752002	-203,793	-0,00233				
6	-2,63E-06	2,55E-06	0,001101	-0,00091	-0,16686	0,102909	11,44556	-3,73657	-428,791	-0,0207				

7	-2,20E-06	1,23E-06	0,000924	-0,00048	-0,14129	0,059071	9,936899	-2,01881	-393,604	-0,0173
8	-2,33E-06	2,16E-07	0,000981	-9,04E-05	-0,1504	0,009201	10,53618	-0,06992	-411,629	-0,01576
9	-1,93E-06	-6,40E-07	0,000811	0,00017	-0,12442	-0,01199	8,869295	0,313111	-368,442	-0,01177
10	-1,95E-06	-1,21E-06	0,000822	0,000372	-0,12652	-0,03325	9,047955	0,781867	-375,286	-0,01006
11	-3,28E-06	-6,31E-06	0,001363	0,002066	-0,20417	-0,20988	13,61278	6,434012	-465,552	-0,01418
12	-3,08E-06	9,98E-07	0,001301	-0,00048	-0,20165	0,068107	14,54002	-2,41341	-588,915	-0,01748
13	-3,17E-06	-1,72E-07	0,001344	-4,99E-05	-0,20918	0,019558	15,10649	-1,35378	-616,358	-0,01458
14	-2,45E-06	-7,48E-07	0,001056	0,000112	-0,16939	0,004164	12,86449	-0,35517	-557,727	-0,00535
15	-2,61E-06	-4,02E-06	0,001121	0,001279	-0,17783	-0,12441	13,26503	3,3818	-569,138	0,004177
16	-4,58E-06	1,09E-06	0,001972	-0,00059	-0,31421	0,095345	23,47112	-4,68269	-987,043	-0,031
17	-4,42E-06	-1,71E-06	0,001906	0,000487	-0,30338	-0,0381	22,57088	0,138465	-952,785	-0,01274
18	-4,16E-06	-3,96E-06	0,001818	0,001207	-0,29467	-0,10882	22,50907	2,019894	-973,786	0,00619
19	-2,99E-06	-2,88E-06	0,001367	0,000765	-0,23565	-0,06297	19,43442	2,680198	-895,55	0,026218
20	-3,19E-06	-8,64E-06	0,001344	0,002524	-0,2155	-0,19823	17,23078	2,248696	-829,157	0,04441
21	-3,26E-06	-1,23E-05	0,001379	0,003757	-0,22263	-0,32811	17,82823	6,442214	-846,453	0,042536
22	-2,83E-06	-8,48E-06	0,001315	0,002605	-0,23499	-0,23147	20,90748	4,566475	-1125,08	0,038943
23	-3,12E-06	-1,77E-05	0,001418	0,005802	-0,24717	-0,5778	21,42666	15,63575	-1129,29	0,067609
24	-2,36E-06	-2,27E-05	0,001079	0,007487	-0,19352	-0,75594	17,87125	21,40051	-1051,36	0,092099
25	-2,13E-06	-3,05E-05	0,000969	0,01004	-0,17482	-1,0236	16,65984	30,72294	-1026,03	0,11614

	Συντελεστές C _i για δύναμη F _x												
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10			
1	-7,11E-08	1,01E-06	2,14E-05	-0,00036	-0,0021	0,040979	0,076993	-1,68612	-1,02046	-0,00397			
2	-6,13E-08	9,02E-07	1,82E-05	-0,00032	-0,00178	0,036694	0,066539	-1,51051	-0,98566	-0,00349			
3	-5,45E-08	1,16E-06	1,58E-05	-0,00041	-0,00149	0,046211	0,052688	-1,85231	-0,7368	-0,00448			
4	-6,49E-08	8,97E-07	1,95E-05	-0,00032	-0,00193	0,036538	0,072072	-1,50615	-0,9751	-0,00335			

5	-5,96E-08	1,02E-06	1,80E-05	-3,59E-04	-0,00179	0,041265	0,068935	-1,69063	-0,99789	-0,00382
6	-6,68E-08	1,24E-06	2,01E-05	-0,00043	-0,00201	0,049788	0,078353	-2,02798	-1,29847	-0,00503
7	-6,18E-08	1,09E-06	1,86E-05	-0,00038	-0,00187	0,044231	0,074773	-1,81885	-1,31124	-0,00423
8	-6,13E-08	1,26E-06	1,87E-05	-4,44E-04	-0,00192	0,050875	0,080227	-2,07068	-1,46143	-0,00513
9	-6,57E-08	1,08E-06	2,03E-05	-0,00038	-0,00212	0,044326	0,090972	-1,8395	-1,66836	-0,00413
10	-6,31E-08	1,21E-06	1,99E-05	-0,00043	-0,00216	0,049344	0,099434	-2,03024	-1,96987	-0,00451
11	-7,81E-08	1,43E-06	2,56E-05	-0,0005	-0,00288	0,056759	0,133267	-2,2627	-2,37337	-0,00576
12	-6,63E-08	1,28E-06	2,04E-05	-0,00045	-0,00212	0,052655	0,091843	-2,18187	-1,90572	-0,00513
13	-6,37E-08	1,79E-06	2,02E-05	-6,25E-04	-0,00225	0,071044	0,110014	-2,82841	-2,49888	-0,0071
14	-7,39E-08	1,44E-06	2,41E-05	-0,00051	-0,00273	0,05848	0,133889	-2,3982	-2,87206	-0,00541
15	-1,37E-07	2,06E-06	4,66E-05	-0,00071	-0,00543	0,07984	0,255354	-3,15578	-4,03648	-0,00803
16	-5,98E-08	2,05E-06	1,82E-05	-0,00072	-0,00189	0,083237	0,08301	-3,39704	-1,86998	-0,00796
17	-6,77E-08	1,91E-06	2,19E-05	-0,00067	-0,0025	0,07774	0,127057	-3,17752	-3,05786	-0,00725
18	-7,44E-08	2,31E-06	2,62E-05	-0,00081	-0,00337	0,092888	0,196027	-3,74088	-4,88361	-0,00909
19	-8,59E-08	2,14E-06	3,12E-05	-0,00076	-0,00416	0,087075	0,25203	-3,55448	-6,57856	-0,0074
20	-6,41E-08	2,30E-06	2,50E-05	-0,00082	-0,00371	0,094251	0,256994	-3,82735	-7,75175	-0,00733
21	-6,04E-08	2,38E-06	2,33E-05	-0,00084	-0,00343	0,09716	0,237749	-3,92114	-7,27157	-0,00793
22	-8,45E-08	3,05E-06	2,95E-05	-0,00107	-0,00369	0,122463	0,202217	-4,88851	-4,66456	-0,01118
23	-9,30E-08	3,38E-06	3,47E-05	-0,00119	-0,00476	0,136191	0,296157	-5,44259	-7,5618	-0,01355
24	-1,06E-07	3,20E-06	4,08E-05	-0,00113	-0,00581	0,130433	0,376561	-5,26557	-10,0485	-0,01179
25	-1,12E-07	3,67E-06	4,43E-05	-0,00129	-0,00657	0,148754	0,444037	-5,96253	-12,1249	-0,01385

Στους παραπάνω πίνακες, κάθε 5άδα γραμμών (1-5, 6-10, κοκ) αντιστοιχούν σε 5 διαφορετικές κλίσεις του ελαστικού για ένα συγκεκριμένο φορτίο (Ο έως 4 μοίρες). Επομένως, σε κάθε 5άδα γραμμών και σε κάθε συντελεστή C_i, μπορούμε να προσαρμόσουμε μία καμπύλη, η οποία για κάθε γωνία κλίσης ΙΑ θα μας δίνει τον εκάστοτε συντελεστή C_i. Το πολυώνυμο που επιλέχθηκε για να περιγράψει την καμπύλη, είναι της μορφής:

$$C_i = K_1 \cdot IA^4 + K_2 \cdot IA^3 + K_3 \cdot IA^2 + K_4 \cdot IA + K_5.$$

Στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι συντελεστές Κ για κάθε φορτίο L, για την δύναμη F_y.

Φορτίο L1

	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
К1	-5,01E-08	6,05E-08	2,05E-05	-1,46E-05	-0,00307	0,00034	0,210141	0,053605	-6,76025	-0,00031
К2	3,92E-07	-6,00E-07	-0,00016	0,000157	0,024123	-0,0072	-1,65258	-0,25229	53,05741	0,002512
К3	-9,29E-07	1,92E-06	0,000381	-0,00054	-0,05733	0,036137	3,930337	-0,12311	-125,341	-0,00623
К4	7,06E-07	-2,29E-06	-0,00029	0,000731	0,042885	-0,06759	-2,88511	1,791727	87,5745	0,005111
К5	-1,43E-06	1,27E-06	0,000593	-0,00048	-0,08828	0,056278	5,896664	-2,02181	-213,685	-0,00483

Φορτίο L2

	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	-8,39E-08	1,16E-08	3,62E-05	6,81E-06	-0,00554	-0,00264	0,353575	0,14369	-9,40293	-0,00038
К2	6,82E-07	-9,51E-08	-0,00029	-5,62E-05	0,044862	0,02165	-2,85047	-1,16164	75,48865	0,002982
К3	-1,73E-06	3,58E-07	0,000745	0,000102	-0,11315	-0,04946	7,13035	2,594644	-187,252	-0,00723
К4	1,56E-06	-1,59E-06	-0,00066	0,000375	0,099391	-0,01339	-6,14211	0,141069	156,3538	0,008021
K5	-2,63E-06	2,55E-06	0,001101	-0,00091	-0,16686	0,102909	11,44556	-3,73657	-428,791	-0,0207

Φορτίο L3

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	-1,16E-07	-5,15E-07	4,68E-05	1,89E-04	-0,00637	-0,02108	0,329113	0,531977	-6,09464	-0,00026
К2	8,77E-07	4,60E-06	-0,00035	-1,68E-03	0,0478	0,186453	-2,38263	-4,85321	34,92692	0,001576
К3	-1,96E-06	-1,44E-05	0,000787	0,005203	-0,10382	-0,57504	4,663716	15,78931	-14,1584	0,000182
К4	1,39E-06	1,77E-05	-0,00054	-0,00626	0,064914	0,687651	-1,68296	-20,3155	-138,037	-0,0048
K5	-3,28E-06	-6,31E-06	0,001363	0,002066	-0,20417	-0,20988	13,61278	6,434012	-465,552	-0,01418

Φορτίο L4

	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	-1,30E-07	-5,39E-07	4,73E-05	1,74E-04	-0,0059	-0,01465	0,322296	-0,06622	-11,0658	-0,00014
K2	9,15E-07	3,70E-06	-0,00034	-1,18E-03	0,044147	0,096852	-2,57566	0,683754	92,14471	0,000912
К3	-1,79E-06	-7,05E-06	0,000679	0,00213	-0,09219	-0,15667	5,890102	-3,05758	-226,604	-0,00142
К4	1,16E-06	1,09E-06	-0,00045	-4,86E-05	0,064778	-0,05898	-4,53698	7,261204	179,7835	0,018913
К5	-4,58E-06	1,09E-06	0,001972	-0,00059	-0,31421	0,095345	23,47112	-4,68269	-987,043	-0,031

Φορτίο L5

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	-1,39E-07	-1,01E-06	5,34E-05	3,43E-04	-0,00693	-0,0362	0,330545	1,129655	2,397433	0,001674
К2	1,13E-06	8,98E-06	-0,00042	-3,04E-03	0,052544	0,319071	-2,23569	-9,81952	-46,4313	-0,01611
К3	-2,77E-06	-2,64E-05	0,000976	0,008882	-0,109	-0,92528	3,113211	28,02348	259,7215	0,052759
К4	2,20E-06	2,22E-05	-0,00067	-7,34E-03	0,051025	0,739043	1,871177	-21,2094	-494,317	-0,04191
К5	-3,26E-06	-1,23E-05	0,001379	0,003757	-0,22263	-0,32811	17,82823	6,442214	-846,453	0,042536

Ομοίως για την δύναμη F_{x} .

Φορτίο L1

	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	1,96E-09	7,44E-08	-6,94E-07	-2,54E-05	8,28E-05	0,002774	-0,00385	-0,101	0,058497	-0,0003
K2	-1,41E-08	-5,93E-07	5,05E-06	2,02E-04	-0,00061	-0,02214	0,029201	0,806903	-0,46785	0,002415
К3	2,70E-08	1,44E-06	-9,90E-06	-0,00049	0,001239	0,053915	-0,06236	-1,97241	1,101111	-0,00585
К4	-5,00E-09	-1,03E-06	2,39E-06	3,52E-04	-0,00039	-0,03883	0,026552	1,442125	-0,65696	0,004212
К5	-7,11E-08	1,01E-06	2,14E-05	-0,00036	-0,0021	0,040979	0,076993	-1,68612	-1,02046	-0,00397

Φορτίο L2

	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	5,22E-10	5,61E-08	-1,44E-07	-1,91E-05	1,10E-05	0,00209	-0,00016	-0,07704	-0,00494	-0,00028
К2	-3,24E-09	-4,50E-07	8,48E-07	1,53E-04	-5,76E-05	-0,01677	0,000335	0,619562	0,043084	0,002302
К3	3,88E-09	1,12E-06	-7,40E-07	-0,00038	-2,60E-06	0,041782	0,00463	-1,5499	-0,1634	-0,00576
К4	3,76E-09	-8,72E-07	-1,48E-06	2,98E-04	0,000193	-0,03266	-0,00839	1,216501	0,112488	0,004538
К5	-6,68E-08	1,24E-06	2,01E-05	-0,00043	-0,00201	0,049788	0,078353	-2,02798	-1,29847	-0,00503

Φορτίο L3

	C1	C2	С3	C4	C5	C 6	C7	C8	С9	C10
K1	-1,51E-09	1,40E-07	6,61E-07	-4,67E-05	-1,00E-04	0,00493	0,006074	-0,16953	-0,0955	-0,00059
К2	8,44E-09	-1,10E-06	-4,15E-06	3,65E-04	6,91E-04	-0,03849	-0,04543	1,31787	0,786475	0,004593
К3	-1,93E-08	2,64E-06	1,03E-05	-0,00088	-1,82E-03	0,092204	0,123558	-3,13059	-2,22133	-0,01093
К4	2,41E-08	-1,84E-06	-1,21E-05	6,05E-04	0,001994	-0,06275	-0,12563	2,063087	1,998008	0,007556
К5	-7,81E-08	1,43E-06	2,56E-05	-0,0005	-0,00288	0,056759	0,133267	-2,2627	-2,37337	-0,00576

Φορτίο L4

	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	1,82E-09	8,34E-08	-4,93E-07	-2,86E-05	3,48E-05	0,003148	-7,60E-06	-0,11423	-0,01574	-0,00047
К2	-1,19E-08	-6,85E-07	2,95E-06	2,34E-04	-1,53E-04	-0,02582	-0,00627	0,940847	0,222548	0,003826
К3	2,35E-08	1,75E-06	-5,08E-06	-0,0006	8,70E-05	0,065757	0,031322	-2,41433	-0,87641	-0,00947
К4	-2,13E-08	-1,29E-06	6,27E-06	4,40E-04	-0,00058	-0,04858	0,019002	1,807237	-0,51828	0,00683
К5	-5,98E-08	2,05E-06	1,82E-05	-0,00072	-0,00189	0,083237	0,08301	-3,39704	-1,86998	-0,00796

Φορτίο L5

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	1,41E-09	5,55E-08	-2,33E-07	-1,92E-05	-2,44E-05	0,002145	5,98E-03	-0,08012	-0,24646	-0,00047
К2	-1,19E-08	-3,61E-07	1,73E-06	1,26E-04	2,88E-04	-0,01419	-0,05974	0,533693	2,464531	0,003332
К3	3,36E-08	5,25E-07	-4,06E-06	-0,00019	-1,10E-03	0,021757	0,202063	-0,83359	-8,42052	-0,0063
К4	-4,72E-08	4,49E-07	8,76E-06	-1,48E-04	0,000583	0,015587	-0,18384	-0,58736	8,809459	0,00018
К5	-6,04E-08	2,38E-06	2,33E-05	-0,00084	-0,00343	0,09716	0,237749	-3,92114	-7,27157	-0,00793

Σε αυτό το σημείο για κάθε συντελεστή Ci έχουμε 5 συντελεστές K1, άλλους 5 συντελεστές K2 κοκ. Έτσι, για τα 5 φορτία των μετρήσεων Li, έχουμε, για τον συντελεστή C1, 5 συντελεστές K1. Μπορούμε λοιπόν να προσαρμόσουμε μία καμπύλη σε αυτά τα σημεία (Li,K1) της μορφής:

$$K_1 = Q_1 \cdot L^2 + Q_2 \cdot L + Q_3$$
.

Με αυτόν τον τρόπο, οι συντελεστές Κi γίνονται συνάρτηση του φορτίου. Για την δύναμη Fy έχουμε:

		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
	Q1	7.09E-14	8.50E-14	-2.62E-11	-2.94E-11	3.07E-09	-1.23E-09	-1.58E-07	8.98E-07	1.64E-05	2.21E-09
К1	Q2	1,90E-10	9,42E-10	-6,80E-08	-3,09E-07	7,67E-06	2,25E-05	-0,00034	0,001019	0,023786	2,59E-06
	Q3	-1,38E-08	2,81E-07	9,19E-06	-8,24E-05	-0,00209	0,004257	0,178449	0,39236	-1,39992	0,000273
	Q1	-3,55E-13	4,12E-13	1,51E-10	-1,35E-10	-2,14E-08	4,39E-08	1,52E-06	-7,40E-06	-0,00015	-2,01E-08
К2	Q2	-1,12E-09	-5,98E-09	4,28E-07	1,94E-06	-5,35E-05	-0,00013	0,002901	-0,00804	-0,21734	-2,34E-05
	Q3	2,13E-07	-1,83E-06	-0,0001	0,000516	0,018561	-0,0213	-1,33748	-3,07876	2,264329	-0,00283
	Q1	1,52E-13	-4,58E-12	-1,81E-10	1,54E-09	4,51E-08	-2,20E-07	-4,95E-06	1,92E-05	0,000483	5,99E-08
КЗ	Q2	1,35E-09	1,05E-08	-6,38E-07	-3,31E-06	0,000102	0,000193	-0,0078	0,019359	0,634713	6,78E-05
	Q3	-8,88E-07	3,25E-06	0,000361	-0,00083	-0,05294	0,01213	3,010422	7,449605	28,75976	0,009737
	Q1	3,09E-13	2,68E-12	1,02E-10	-7,59E-10	-5,46E-08	9,04E-08	7,20E-06	-8,84E-06	-0,00058	-6,41E-08
К4	Q2	-2,12E-10	-9,72E-09	3,34E-07	3,24E-06	-8,92E-05	-0,00027	0,009357	-0,00528	-0,69314	-8,80E-05
	Q3	9,67E-07	-2,70E-06	-0,00034	0,000749	0,040695	-0,03515	-1,44753	-2,99433	-88,9646	-0,0176
	Q1	3,99E-12	-7,97E-12	-1,72E-09	2,49E-09	2,62E-07	-2,21E-07	-1,69E-05	4,17E-06	0,0005	1,05E-07
К5	Q2	8,62E-09	-5,80E-09	-3,73E-06	1,88E-06	0,000582	-0,00017	-0,04029	0,003074	1,427663	0,000158
	Q3	3,99E-07	-4,43E-07	-0,00021	0,000103	0,038621	-0,00093	-3,12129	-0,67934	119,6989	0,029696

Για την δύναμη Fx:

		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
	Q1	3,87E-15	-1,08E-13	-1,38E-12	3,52E-11	1,56E-10	-3,62E-09	-4,94E-09	1,17E-07	-9,30E-08	3,35E-10
К1	Q2	6,49E-12	-1,81E-10	-2,51E-09	5,95E-08	3,20E-07	-6,15E-06	-1,41E-05	0,0002	1,67E-05	7,26E-07
	Q3	2,67E-09	3,05E-08	-9,88E-07	-1,08E-05	0,000121	0,001249	-0,00537	-0,05052	0,033458	-0,00013
	Q1	-2,87E-14	9,60E-13	1,01E-11	-3,14E-10	-1,09E-09	3,24E-08	2,69E-08	-1,06E-06	1,21E-06	-3,12E-09
К2	Q2	-4,76E-11	1,58E-09	1,86E-08	-5,18E-07	-2,36E-06	5,36E-05	9,88E-05	-0,00176	0,000356	-6,36E-06
	Q3	-1,96E-08	-2,07E-07	7,34E-06	7,47E-05	-0,0009	-0,00873	0,039341	0,358763	-0,15856	0,000914
	Q1	7,18E-14	-2,85E-12	-2,44E-11	9,33E-10	2,36E-09	-9,66E-08	-1,92E-08	3,22E-06	-5,22E-06	9,81E-09
К3	Q2	1,13E-10	-4,55E-09	-4,37E-08	1,49E-06	5,35E-06	-0,00015	-0,00019	0,005142	-0,00333	1,83E-05
	Q3	4,16E-08	3,31E-07	-1,57E-05	-0,00012	0,001911	0,015307	-0,07695	-0,66515	-0,24048	-0,00154
	Q1	-6,85E-14	3,07E-12	2,10E-11	-1,01E-09	-1,49E-09	1,06E-07	-6,53E-08	-3,64E-06	8,28E-06	-1,22E-08
К4	Q2	-8,46E-11	4,55E-09	2,95E-08	-1,50E-06	-2,81E-06	0,000156	-4,95E-06	-0,00529	0,009128	-1,94E-05
	Q3	-1,72E-08	6,15E-08	6,15E-06	-8,86E-06	-0,00059	-0,00066	-0,00162	0,119979	2,050545	-0,00029
	Q1	6,65E-15	-1,10E-13	1,52E-12	2,94E-11	-1,00E-09	-2,27E-09	1,25E-07	6,46E-08	-5,06E-06	2,28E-09
К5	Q2	2,36E-12	-1,27E-09	2,42E-09	4,33E-07	-1,04E-06	-4,80E-05	0,000125	0,00188	-0,00498	7,26E-06
	Q3	-7,11E-08	7,02E-07	2,23E-05	-0,00025	-0,00242	0,029135	0,112401	-1,21015	-2,34648	-0,00231

Ουσιαστικά, από όλη την παραπάνω ανάλυση, μας χρειάζονται μόνο οι δύο τελευταίοι πίνακες. Με αυτούς και με δεδομένο φορτίο τροχού L προσδιορίζουμε τους συντελεστές K

από τη σχέση: $K_i = Q_1 \cdot L^2 + Q_2 \cdot L + Q_3$. Στη συνέχεια, με γνωστούς τους συντελεστές Ki και την κλίση του τροχού IA, προσδιορίζουμε τους δέκα συντελεστές Ci από τη σχέση: $C_i = K_1 \cdot IA^4 + K_2 \cdot IA^3 + K_3 \cdot IA^2 + K_4 \cdot IA + K_5$. Τέλος, με γνωστή τη γωνία ολίσθησης του τροχού (SA), προσδιορίζουμε την δύναμη Fy από την ακόλουθη σχέση:

 $F_{y} = C_{1} \cdot SA^{9} + C_{2} \cdot SA^{8} + C_{3} \cdot SA^{7} + C_{4} \cdot SA^{6} + C_{5} \cdot SA^{5} + C_{6} \cdot SA^{4} + C_{7} \cdot SA^{3} + C_{8} \cdot SA^{2} + C_{9} \cdot SA + C_{10} \cdot SA^{1} + C_{10} \cdot SA^{1}$

Αντίστοιχα, η δύναμη Fx θα προκύψει από τη σχέση:

 $F_{x} = C_{1} \cdot SA^{9} + C_{2} \cdot SA^{8} + C_{3} \cdot SA^{7} + C_{4} \cdot SA^{6} + C_{5} \cdot SA^{5} + C_{6} \cdot SA^{4} + C_{7} \cdot SA^{3} + C_{8} \cdot SA^{2} + C_{9} \cdot SA + C_{10}$

Ο αλγόριθμος ο οποίος υλοποίησε την παραπάνω (περιγραφική) διαδικασία είναι το παρακάτω .m file:

```
≥***************
clear all
% Loading of experimental data
load -mat B1175run15
j=zeros(1,25);
%Determination of upper and lower boundaries for vertical load
maxfz=[0 -300 -500 -700 -1200];
minfz=[-300 -500 -700 -1200 -1700];
%Determination of upper and lower boundaries for inclination angle
maxia=[0.5 1.5 2.5 3.5 4.5];
minia=[-0.5 0.5 1.5 2.5 3.5];
%Initial values for slip angle, lat. force and long. force matrices
for k=1:5 %FZ loop
   for l=1:5 %IA loop
       for i=5000:25972 %Total points loop
          if FZ(i) <maxfz(k) && FZ(i) >minfz(k)
              if IA(i)<maxia(l) && IA(i)>minia(l)
                 pointer=(k-1)*5+1;
                  j(pointer)=j(pointer)+1;
              end
          end
       end
   end
end
maxpoints=max(j);
slpa=zeros(25,maxpoints,'double'); %Slip Angle
frcy=zeros(25,maxpoints,'double'); %Lateral Force
frcx=zeros(25,maxpoints,'double'); %Longitudinal Force
%Grouping of experimental data
for k=1:5 %FZ loop
   for l=1:5 %IA loop
       i1=(k-1)*5+1;
       i2=0;
```

```
for i=5000:25972 %Total points loop
            if FZ(i) <maxfz(k) && FZ(i) >minfz(k)
                 if IA(i) < maxia(l) && IA(i) > minia(l)
                     i2=i2+1;
                     slpa(i1,i2)=SA(i);
                     frcy(i1,i2)=FY(i);
                     frcx(i1,i2) = FX(i);
                end
            end
        end
    end
end
%Initial values for C matrices
Cfy=zeros(25,10);
Cfx=zeros(25,10);
%Curve fitting (9th degree) for (sa, Fy) and (sa, Fx) pairs
for k=1:5 %FZ loop
    for l=1:5 %IA loop
        i1=(k-1)*5+1;
        for i=1:j(i1)
            rowslpa(i)=slpa(i1,i);
            rowfrcy(i)=frcy(i1,i);
            rowfrcx(i)=frcx(i1,i);
        end
        pfy=polyfit(rowslpa,rowfrcy,9);
        pfx=polyfit(rowslpa,rowfrcx,9);
        for d=1:10
        Cfy(i1,d) = pfy(d);
        Cfx(i1,d)=pfx(d);
        end
    end
end
%Discrete values for inclination angle of experimental data
Incl=[ 0 1 2 3 4 ];
%Curve fitting (4th degree) for (IA,Cfy) and (IA,Cfx) pairs
for d=1:10
    colcfy=Cfy(:,d);
    colcfx=Cfx(:,d);
    for k=0:4
        currentcolfy=[colcfy(k*5+1) colcfy(k*5+2) colcfy(k*5+3)
                      colcfy(k*5+4) colcfy(k*5+5)];
        currentcolfx=[colcfx(k*5+1) colcfx(k*5+2) colcfx(k*5+3)
                      colcfx(k*5+4) colcfx(k*5+5)];
        pfy=polyfit(Incl,currentcolfy,4);
        pfx=polyfit(Incl,currentcolfx,4);
        Kfy(k*5+1,d) = pfy(1);
        Kfy(k*5+2,d)=pfy(2);
        Kfy(k*5+3,d) = pfy(3);
        Kfy(k*5+4,d)=pfy(4);
        Kfy(k*5+5,d)=pfy(5);
        Kfx(k*5+1,d)=pfx(1);
        Kfx(k*5+2,d) = pfx(2);
        Kfx(k*5+3,d) = pfx(3);
        Kfx(k*5+4,d) = pfx(4);
        Kfx(k*5+5,d) = pfx(5);
    end
end
%Discrete values for vertical load of experimental data
fzmean=[-222.41 -444.82 -667.23 -1112.05 -1556.87];
%Curve fitting (2nd degree) for (FZ,Kfy) and (FZ,Kfx) pairs
for d=1:10 %Gia kathe sintelesti
```

```
colKfy=Kfy(:,d);
   colKfx=Kfx(:,d);
   for k=1:5 % Gia kathe sintelesti K
       currentpointsfy=[colKfy(k) colKfy(k+5) colKfy(k+10) colKfy(k+15)
colKfy(k+20)];
       pKfy=polyfit(fzmean,currentpointsfy,2);
       Qfy((k-1)*3+1, d) = pKfy(1);
       Qfy((k-1)*3+2,d) = pKfy(2);
       Qfy((k-1)*3+3,d)=pKfy(3);
       currentpointsfx=[colKfx(k)
                               colKfx(k+5)
                                           colKfx(k+10) colKfx(k+15)
colKfx(k+20)];
       pKfx=polyfit(fzmean,currentpointsfx,2);
       Qfx((k-1) *3+1, d) = pKfx(1);
       Qfx((k-1)*3+2,d) = pKfx(2);
       Qfx((k-1)*3+3,d)=pKfx(3);
   end
end
```

Slip Ratio

Η διαδικασία που ακολουθείται σε αυτή την περίπτωση, είναι παρόμοια με την διαδικασία που επεξηγήθηκε παραπάνω για την μοντελοποίηση των δυνάμεων που προκύπτουν από τη γωνία ολίσθησης.

Αρχικά, τα σημεία των μετρήσεων χωρίζονται σε κατηγορίες, ανάλογα με την τιμή της γωνίας ολίσθησης και του κατακόρυφου φορτίου τους. Κατά την διεξαγωγή των μετρήσεων εφαρμόστηκαν τρεις διαφορετικές τιμές γωνιών ολίσθησης και τέσσερα διαφορετικά κατακόρυφα φορτία. Επομένως, σε αυτήν την περίπτωση, έχουμε 12 διαφορετικές περιπτώσεις. Οι πίνακες που θα προκύψουν από την ομαδοποίηση των μετρήσεων θα είναι αντίστοιχοι με αυτούς της περίπτωσης της γωνίας ολίσθησης, αποθηκεύεται ο συντελεστής ολίσθησης. Θα έχουμε λοιπόν:

SA_1, L_1	$Fy_{1,1}$	$Fy_{1,2}$	 $Fy_{1,XX-1}$	$Fy_{1,XX}$	
SA_1, L_2	$Fy_{2,1}$				
SA_1, L_3	$Fy_{3,1}$				
SA_1, L_4	$Fy_{4,1}$				
SA_2, L_1	$Fy_{5,1}$				
SA_2, L_2	$Fy_{6,1}$				
SA_3, L_2	$Fy_{10,1}$				
SA_3, L_3	$Fy_{11,1}$				
SA_3, L_4	$Fy_{12,1}$				

SA_1, L_1	$Fx_{1,1}$	$Fx_{1,2}$	 $Fx_{1,XX-1}$	$Fx_{1,XX}$
SA_1, L_2	$Fx_{2,1}$			
SA_1, L_3	$Fx_{3,1}$			
SA_1, L_4	$Fx_{4,1}$			
SA_2, L_1	$Fx_{5,1}$			
SA_2, L_2	$Fx_{6,1}$			
SA_3, L_2	$Fx_{10,1}$			
SA_3, L_3	$Fx_{11,1}$			
SA_3, L_4	$Fx_{12,1}$			

Στη συνέχεια, προσαρμόζουμε μία καμπύλη για κάθε μία γραμμή των παραπάνω πινάκων και για κάθε ένα από τα ζεύγη (sr,F_y) και (sr,F_x). Όπως και παραπάνω, η καμπύλη της εγκάρσιας δύναμης θα είναι της μορφής:

$$F_{y} = C_{1} \cdot sr^{9} + C_{2} \cdot sr^{8} + \dots + C_{9} \cdot sr + C_{10}$$

ενώ η αντίστοιχη καμπύλη για την δύναμη F_{x} θα είναι:

$$F_x = C_1 \cdot sr^9 + C_2 \cdot sr^8 + \dots + C_9 \cdot sr + C_{10}$$

			Σ	υντελεα	στές C _i γι	α δύναμ	ւղ F _y			
	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
1	-1,5E+09	-1,1E+08	1,82E+08	12321205	-7918758	-485159	151028,6	7715,809	-1457,41	-32,4061
2	-3,9E+09	-4,7E+08	4,05E+08	44520690	-1,5E+07	-1415782	240580,1	17261,32	-1966,7	-50,4398
3	-6,7E+09	-9,5E+08	6,49E+08	78195184	-2,2E+07	-2094978	340416,4	19167,2	-2592,5	-11,5656
4	-1,1E+10	-1,9E+09	9,91E+08	1,39E+08	-3,1E+07	-3197785	449082,2	23561,16	-3016,63	25,64654
5	-8,1E+07	-5,5E+08	42301048	59660196	-2923069	-2416615	72341,15	46548,69	-925,876	-547,562
6	-2,4E+09	-1,5E+09	2,18E+08	1,53E+08	-6709391	-5563419	79598,15	93933,73	-481,381	-1125,52
7	3,36E+09	-1,7E+09	-5E+08	1,71E+08	25242091	-6452679	-531948	119762,2	4224,159	-1696,67
8	8,66E+09	-7E+08	-1,2E+09	81770941	56809471	-3949386	-1200389	104230,4	10371,37	-2124,09
9	-8,4E+08	-4E+07	1,16E+08	5522946	-5545467	-384026	112605,5	16315,24	-1094,23	-554,577
10	-4,2E+09	-6,6E+08	4,57E+08	67610144	-1,8E+07	-2609357	289384,7	56398,41	-1909,39	-1361,76
11	-3,5E+09	-1,4E+09	2,97E+08	1,41E+08	-7985603	-5024800	47968,63	97177,69	817,6522	-2156,82
12	1,83E+09	-8,8E+08	-3,2E+08	99130883	19134577	-4206209	-519903	104543	6548,562	-2864,1

Στον ακόλουθο πίνακα καταγράφονται οι συντελεστές C_i της δύναμης $\mathsf{F}_y.$

Για την δύναμη F_{x} οι συντελεστές θα είναι:

	Συντελεστές C _i για δύναμη F _x												
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10			
1	1,31E+10	-7,9E+08	-1,5E+09	61779457	61619897	-1577937	-1185228	15421,04	12878,18	-69,1953			
2	5,27E+10	1,07E+09	-5,6E+09	-1E+08	2,16E+08	3412953	-3713099	-47304,3	35348,28	192,1509			
3	7,86E+10	9,35E+09	-7,9E+09	-7,8E+08	2,89E+08	21737963	-4946317	-240366	51123,47	796,646			
4	1,16E+11	2,36E+10	-1E+10	-1,8E+09	3,36E+08	49028321	-5691616	-528951	64347,22	1763,566			
5	6,36E+09	-4E+08	-7,6E+08	31332383	34369188	-785644	-754223	6998,407	10639,44	-37,6119			
6	1,6E+10	2,2E+08	-1,9E+09	-2,9E+07	79315986	1348291	-1620936	-26810,9	23499,14	190,8858			
7	2,62E+10	2,82E+09	-2,9E+09	-2,7E+08	1,16E+08	8891926	-2336604	-125758	35820	727,3189			

8	2,86E+10	6,59E+09	-2,8E+09	-6E+08	1,04E+08	19686221	-2231600	-277661	43005,86	1527,987
9	2,03E+09	-4,1E+08	-2E+08	35509291	7732294	-1000722	-187645	10025	5595,663	-27,7431
10	3,33E+09	-4,2E+08	-4,2E+08	35836710	19856013	-914388	-526346	4319,964	14276,54	116,7189
11	6,18E+09	-2,1E+08	-8,1E+08	-846726	37682831	838418,9	-924081	-31906,9	22772,34	513,7725
12	8,21E+09	9,59E+08	-1E+09	-1,3E+08	44254678	5417791	-1074310	-108554	29248,49	1174,14

Όπως είναι φανερό από τους πίνακες των ομαδοποιημένων μετρήσεων, κάθε τετράδα σειρών αντιστοιχεί σε μία τετράδα κατακόρυφων φορτίων. Επομένως, για κάθε συντελεστή C_i και για κάθε τετράδα σειρών, προκύπτει μία καμπύλη της μορφής:

$$C_i = K_1 \cdot L^3 + K_2 \cdot L^2 + K_3 \cdot L + K_4$$

Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι συντελεστές Κ_i. Για την δύναμη F_y είναι:

• SA1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
K1	2,826766	0,726531	-0,14831	-0,04769	0,002343	0,001278	2,75E-06	-1,92E-05	-6,02E-07	1,11E-07
К2	4596,225	1175,042	-244,46	-91,7372	3,692188	3,194164	0,031483	-0,05769	-0,0015	0,000366
К3	7689437	1395516	-623064	-123333	17624,4	4111,763	-175,079	-60,4532	0,197567	0,294652
К4	10694061	1,53E+08	54285036	-1,1E+07	-4155772	285398,8	110562,2	-3086,69	-1345,88	16,25299

• SA2

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
K1	16,19137	-0,51073	-1,78196	0,056316	0,068398	-0,00215	-1,06E-03	3,75E-05	5,34E-06	-2,59E-07
К2	52838,74	1080,881	-5831,26	-80,5125	227,2173	1,402748	-3,69341	0,020586	0,021453	-0,0005
К3	41813892	3475146	-4436312	-318612	166669,8	9704,321	-2617,92	-112,326	14,65325	1,019712
К4	6,78E+09	1,67E+08	-6,8E+08	-6600006	23658884	-351311	-338917	20960,57	1330,688	-298,804

• SA3

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	-1,2706	-2,91203	-0,08704	0,238729	0,008741	-0,00648	-1,74E-04	6,46E-05	1,02E-06	-1,43E-07
К2	7625,721	-6273,84	-1437,66	506,0099	73,01555	-13,4588	-1,40444	0,131041	0,010991	-0,00026
К3	15148724	-2324187	-1988644	157071,4	86776,17	-2801,27	-1535,16	-15,0653	10,95506	1,679
К4	2,14E+09	-2,8E+08	-2,6E+08	18053254	10238782	-412633	-161269	7193,048	809,8275	-170,065

Αντίστοιχα, για την δύναμη F_x, οι συντελεστές K_i θα είναι:

• SA1

	C1	C2	С3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	-48,582	0,848257	3,556118	-0,2404	-0,10516	0,008271	1,53E-03	-6,59E-05	-7,85E-06	-3,66E-08
K2	-131823	17892,15	11955,71	-1764,57	-416,989	50,24994	6,329665	-0,46126	-0,03263	0,000794
К3	-1,8E+08	11174126	17675948	-1045502	-650963	28165,49	10331,6	-226,965	-74,4948	0,142275
К4	-2E+10	8,16E+08	1,9E+09	-8,6E+07	-6,4E+07	2291673	816327,7	-12966,4	-2162,62	-77,2263

• SA2

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	15,62241	1,557213	-1,85147	-0,15201	0,073496	0,004088	-1,27E-03	-2,31E-05	8,70E-06	8,27E-08
K2	32557,79	8130,611	-3431,94	-752,997	125,29	21,85198	-2,15632	-0,21075	0,016057	0,000944
К3	-2788221	4842266	613112,2	-435827	-36844,4	12014,45	845,4706	-96,6598	-20,221	0,272646
К4	4,3E+09	2,93E+08	-4,7E+08	-3E+07	20785597	850527,6	-473467	-4328,17	5443,536	-22,742

• SA3

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
K1	4,463446	-1,37934	-0,68772	0,097004	0,03211	-0,0022	-5,80E-04	1,87E-05	3,47E-06	-2,03E-08
К2	12830,08	-2200,86	-1818,98	100,6513	78,68549	-0,18653	-1,311	-0,0396	0,006484	0,000598
К3	5613628	-1055026	-686467	26427,63	22097,59	1052,703	-31,633	-34,4596	-15,9803	0,21992
К4	2,69E+09	-5,5E+08	-2,7E+08	37475442	9108016	-781533	-136216	4525,955	1758,94	-8,61299

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να βρεθεί η εξίσωση η οποία περιγράφει (για δεδομένο C_i) τη μεταβολή των συντελεστών K_i συναρτήσει της γωνίας ολίσθησης (SA). Η σχέση αυτή θα είναι της μορφής:

$$K_i = Q_1 \cdot sa^2 + Q_2 \cdot sa + Q_3$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα των παραπάνω πινάκων, για την δύναμη F_y θα έχουμε:

		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
К1	Q1	-1,71259	-0,06467	0,184921	0,004356	-0,00698	-5,04E-05	0,000109	-1,64E-06	-5,70E-07	2,70E-08
	Q2	9,592631	-0,21841	-1,09931	0,021601	0,04297	-0,00099	-0,00068	2,38E-05	3,69E-06	-2,04E-07
	Q3	2,826766	0,726531	-0,14831	-0,04769	0,002343	0,001278	2,75E-06	-1,92E-05	-6,02E-07	1,11E-07
	Q1	-5191,97	-403,365	554,4669	31,96098	-20,9848	-0,72612	0,334104	0,001788	-0,00186	6,18E-05
К2	Q2	31656,76	1178,706	-3525,67	-92,1414	137,4629	1,581216	-2,24394	0,020731	0,01322	-0,00047
	Q3	4596,225	1175,042	-244,46	-91,7372	3,692188	3,194164	0,031483	-0,05769	-0,0015	0,000366
	Q1	-3377201	-437720	347828,7	37275,67	-12718,8	-1005,45	195,8666	8,285161	-1,00855	-0,00365
К3	Q2	21506422	2006370	-2314569	-176920	87838,33	4880,544	-1401,88	-42,1463	7,844205	0,252649
	Q3	7689437	1395516	-623064	-123333	17624,4	4111,763	-175,079	-60,4532	0,197567	0,294652
К4	Q1	-6,3E+08	-2,6E+07	63842906	1119847	-2290820	31965,93	34840,41	-2100,82	-177,635	24,65534
	Q2	4,16E+09	81641415	-4,3E+08	-1860872	16144012	-308134	-254348	14318,22	1425,096	-178,985
	Q3	10694061	1,53E+08	54285036	-1,1E+07	-4155772	285398,8	110562,2	-3086,69	-1345,88	16,25299

Ενώ, για την δύναμη F_x θα είναι:

		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	С9	C10
К1	Q1	-4,18686	-0,20253	0,365075	0,008924	-0,01222	-1,17E-04	0,000194	-5,77E-08	-1,21E-06	-1,24E-08
	Q2	33,96204	0,843904	-2,89775	0,002689	0,096224	-0,00104	-0,00151	1,45E-05	9,15E-06	7,68E-08
	Q3	-48,582	0,848257	3,556118	-0,2404	-0,10516	0,008271	1,53E-03	-6,59E-05	-7,85E-06	-3,66E-08
	Q1	-10228,2	-31,6634	944,4788	-8,77342	-32,7158	0,353303	0,518406	-0,00441	-0,00324	-2,75E-05
К2	Q2	85478,21	-3158,85	-7962,66	363,5102	278,907	-10,5259	-4,38388	0,096729	0,025937	0,000133
	Q3	-131823	17892,15	11955,71	-1764,57	-416,989	50,24994	6,329665	-0,46126	-0,03263	0,000794
	Q1	-9102725	24142,69	875736,5	-8190,02	-30843,1	288,2943	478,2795	-3,78364	-2,77961	-0,01017
К3	Q2	84725141	-2183048	-8314821	227795	297235,4	-6248,56	-4596,88	54,78612	26,43009	0,073973
	Q3	-1,8E+08	11174126	17675948	-1045502	-650963	28165,49	10331,6	-226,965	-74,4948	0,142275
	Q1	-1,4E+09	-1,8E+07	1,43E+08	634181,1	-5341883	-10606,4	90391,41	11,99348	-627,264	-2,24196
К4	Q2	1,23E+10	-1,2E+08	-1,2E+09	16792318	44184418	-448563	-701106	2843,432	4417,179	24,8873
	Q3	-2E+10	8,16E+08	1,9E+09	-8,6E+07	-6,4E+07	2291673	816327,7	-12966,4	-2162,62	-77,2263

Έτσι, με δεδομένους τους συντελεστές Q, υπολογίζονται για κάθε C_i οι συντελεστές K, στη συνέχεια υπολογίζονται οι συντελεστές C_i και τέλος οι δυνάμεις F_x και F_y. Ο αντίστοιχος αλγόριθμος υπολογισμού των πινάκων Q είναι ο παρακάτω:

```
clear all
% Loading of experimental data
load -mat B1175run45
%Determination of upper and lower boundaries for slip angle
maxsa=[1.5 4.5 7.5];
minsa=[-1.5 1.5 4.5];
%Determination of upper and lower boundaries for vertical load
minfz=[-400 -800 -1250 -1800];
maxfz=[0 -400 -800 -1250];
%Grouping of experimental data
for k=1:3 % SA loop
   for l=1:4 % FZ loop
     i3=(k−1)*4+1;
     i4=0;
     for i=1:11752 % Sum of points
        if SA(i)>minsa(k) && SA(i)<maxsa(k)</pre>
           if FZ(i)>minfz(l) && FZ(i)<maxfz(l)</pre>
              i4=i4+1;
              srsum(i3,i4)=SR(i);
              fxsum(i3,i4)=FX(i);
              fysum(i3,i4)=FY(i);
           end
        end
     end
  end
end
for k1=1:12
  for k2=1:942
     sr(k1,k2) = srsum(k1,k2);
     fx(k1, k2) = fxsum(k1, k2);
```

```
fy(k1,k2) = fysum(k1,k2);
    end
end
%Curve fitting (9th degree) for (sr,Fx) and (sr,Fy) pairs
for j=1:12
   rowsr=sr(j,:);
   rowfx=fx(j,:);
   rowfy=fy(j,:);
   pfx=polyfit(rowsr,rowfx,9);
   pfy=polyfit(rowsr,rowfy,9);
    for g=1:10
       Cfx(j,g)=pfx(g);
        Cfy(j,g) = pfy(g);
   end
end
%Discrete values for vertical load of experimental data
FZmean=[-222.41; -667.23; -1112.06; -1556.88];
%Curve fitting (3th degree) for (FZ,Cfx) and (FZ,Cfy) pairs
for j1=1:10
    for j2=1:3
        colCfx=[Cfx(4*(j2-1)+1,j1); Cfx(4*(j2-1)+2,j1); Cfx(4*(j2-1)+3,j1);
Cfx(4*(j2-1)+4,j1)];
        rfx=polyfit(FZmean, colCfx, 3);
       Kfx(4*(j2-1)+1,j1)=rfx(1);
       Kfx(4*(j2-1)+2,j1)=rfx(2);
       Kfx(4*(j2-1)+3,j1)=rfx(3);
       Kfx(4*(j2-1)+4,j1)=rfx(4);
       colCfy=[Cfy(4*(j2-1)+1,j1); Cfy(4*(j2-1)+2,j1); Cfy(4*(j2-1)+3,j1);
Cfy(4*(j2-1)+4,j1)];
        rfy=polyfit(FZmean, colCfy, 3);
       Kfy(4*(j2-1)+1,j1)=rfy(1);
       Kfy(4*(j2-1)+2,j1)=rfy(2);
       Kfy(4*(j2-1)+3,j1)=rfy(3);
       Kfy(4*(j2-1)+4,j1)=rfy(4);
    end
end
%Discrete values for slip angle of experimental data
SAmean=[0; 3; 6];
%Curve fitting (2nd degree) for (sa,Kfx) and (sa,Kfy) pairs
for l1=1:10
    for 12=1:4
        colKfx=[Kfx(12,11); Kfx(12+4,11); Kfx(12+8,11)];
        jfx=polyfit(SAmean, colKfx, 2);
        Qfxsr((l2-1)*3+1,l1)=jfx(1);
       Qfxsr((12-1)*3+2,11)=jfx(2);
       Qfxsr((12-1)*3+3,11)=jfx(3);
       colKfy=[Kfy(12,11); Kfy(12+4,11); Kfy(12+8,11)];
        jfy=polyfit(SAmean, colKfy, 2);
        Qfysr((12-1)*3+1,11)=jfy(1);
        Qfysr((12-1)*3+2,11)=jfy(2);
       Qfysr((12-1)*3+3,11)=jfy(3);
     end
end
```

Αξιολόγηση Μοντελοποίησης Ελαστικών

Ο στόχος αυτής της διαδικασίας είναι να εκτιμηθεί η απόκλιση μεταξύ των μετρήσεων (πραγματικές τιμές) και των σημείων που προκύπτουν από την παραπάνω μοντελοποίηση (προσεγγιστικές τιμές).

Αρχικά, από το σύνολο των σημείων θα ξεχωρίσουμε μερικές περιπτώσεις, σταθερού φορτίου και σταθερής κλίσης τροχού για τη γωνία ολίσθησης και σταθερού φορτίου και σταθερής γωνίας ολίσθησης για το συντελεστή ολίσθησης.

Στη συνέχεια, για τις παραπάνω σταθερές τιμές, θα χρησιμοποιήσουμε τους πίνακες Q για να υπολογίσουμε τις δυνάμεις F_y και F_x για γωνίες ολίσθησης από -12 έως 12 μοίρες και για συντελεστές ολίσθησης από -0.2 έως 0.2.

Slip Angle

Ο έλεγχος της ακρίβειας της μοντελοποίησης, ως προς τη γωνία ολίσθησης, γίνεται με το παρακάτω .m file:

```
%**************************Forces developed by slip angle***********************
S********************
                                                                                                                                                        % Tire's Vertical Load
L=-1112.05;
for l=1:100
           % From matrices Q to matrices K
           for d=1:10
                    for t=1:5
                               Kfy(t, d) = Qfy((t-1)*3+1, d)*L^2+Qfy((t-1)*3+2, d)*L+Qfy((t-1)*3+2, d)*L+Qfy((t-1)*
                              1) *3+3, d);
                              Kfx(t,d)=Qfx((t-1)*3+1,d)*L^2+Qfx((t-1)*3+2,d)*L+Qfx((t-
                              1) *3+3,d);
                    end
           end
           % Tire's Inclination Angle
           IAcurrent=0;
            % From matrices K to matrices C
           for d=1:10
                   Cfy(d) =Kfy(1,d) *IAcurrent<sup>4</sup>+Kfy(2,d) *IAcurrent<sup>3</sup>+Kfy(3,d) *IAcurrent<sup>2</sup>+
                   Kfy(4,d)*IAcurrent+Kfy(5,d);
                   Cfx(d)=Kfx(1,d)*IAcurrent<sup>4</sup>+Kfx(2,d)*IAcurrent<sup>3</sup>+Kfx(3,d)*IAcurrent<sup>2</sup>+
                  Kfx(4,d) *IAcurrent+Kfx(5,d);
           end
           % Tire's Slip Angle
           SAcurrent(1)=0.24*1-12;
           % Calculation of forces in Y and X direction
           FYcurrent(l)=Cfy(1)*SAcurrent(l)^9+Cfy(2)*SAcurrent(l)^8+Cfy(3)*SAcurrent
            (1) ^7+Cfy(4) * SAcurrent(1) ^6+Cfy(5) * SAcurrent(1) ^5+Cfy(6) * SAcurrent(1) ^4+C
           fy(7) *SAcurrent(1) ^3+Cfy(8) *SAcurrent(1) ^2+Cfy(9) *SAcurrent(1)+Cfy(10);
           FXcurrent(1)=Cfx(1)*SAcurrent(1)^9+Cfx(2)*SAcurrent(1)^8+Cfx(3)*SAcurrent
```

(1) ^7+Cfx(4) *SAcurrent(1) ^6+Cfx(5) *SAcurrent(1) ^5+Cfx(6) *SAcurrent(1) ^4+C fx(7) *SAcurrent(1) ^3+Cfx(8) *SAcurrent(1) ^2+Cfx(9) *SAcurrent(1) +Cfx(10);

```
plot(SAcurrent,-1*FYcurrent)
grid on
xlabel('Slip angle [deg]')
ylabel('Lat. force [N]')
```

end

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, έχουμε επιλέξει ως κατακόρυφο φορτίο τα 1112.05Ν και θεωρούμε το ελαστικό κατακόρυφο (IA=0). Εκτελώντας το παραπάνω .m file, προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα γωνίας ολίσθησης – εγκάρσιας δύναμης:



Εικόνα 37 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip angles από -12 έως 12 μοίρες

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να εισάγουμε στο παραπάνω διάγραμμα την καμπύλη που προέκυψε από τις μετρήσεις ούτως ώστε να ελεγχθεί η ακρίβεια της μοντελοποίησης.



Εικόνα 38 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα

Παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές της γωνίας ολίσθησης, η καμπύλη της μοντελοποίησης βρίσκεται αρκετά κοντά στις πραγματικές τιμές. Αντίθετα, για τιμές της γωνίας ολίσθησης που ξεπερνούν τις 5 μοίρες, υπάρχει απόκλιση. Η απόκλιση αυτή προκύπτει από το γεγονός ότι σε αυτές τις περιοχές, το σύνολο των μετρήσεων δεν είναι αρκετά πυκνό, με αποτέλεσμα να παρατηρείται ένα εύρος τιμών. Μεταβάλλοντας το φορτίο από τα 1112.05N στα 667.23N και την γωνία ΙΑ από 0 στη 1 μοίρα προκύπτει η παρακάτω καμπύλη (εκτελώντας το ίδιο m.file):



Εικόνα 39 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip angles από -12 έως 12 μοίρες

Ομοίως με παραπάνω, θα εισάγουμε τις πραγματικές μετρήσεις αυτής της περίπτωσης στο διάγραμμα για να ελέγξουμε την πιθανή απόκλιση μεταξύ αποτελέσματος του μοντέλου και πραγματικών τιμών:



Εικόνα 40 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα

Παρατηρούμε ότι η καμπύλη του μοντέλου προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό την «καμπύλη» που σχηματίζουν τα σημεία των μετρήσεων.

Ένας τελευταίος έλεγχος που αξίζει να γίνει είναι η ανταπόκριση του μοντέλου για διαφορετικές γωνίες κλίσης του ελαστικού ως προς το οδόστρωμα. Το κατακόρυφο φορτίο παραμένει ίδιο με την προηγούμενη περίπτωση ενώ η γωνία ΙΑ μεταβάλλεται από 0 έως 4 μοίρες, σε βήματα μίας μοίρας.



Εικόνα 41 Εγκάρσια δύναμη για διάφορες γωνίες κλίσης του ελαστικού

Για δεδομένη γωνία ολίσθησης, αυξανόμενης της γωνίας ΙΑ, αυξάνεται και η εγκάρσια δύναμη, όσο η γωνία ΙΑ παραμένει κάτω από τις δύο μοίρες. Για μεγαλύτερες γωνίες ΙΑ παρατηρείται μείωση της εγκάρσιας δύναμης. Η συμπεριφορά αυτή επαληθεύεται τόσο θεωρητικά (βλ. μέρος Α) όσο και από τα πειραματικά δεδομένα.

Slip Ratio

Ο αντίστοιχος αλγόριθμος ελέγχου για την μοντελοποίηση της δυναμικής συμπεριφοράς των ελαστικών, ως προς τον συντελεστή ολίσθησης, είναι ο παρακάτω:

% Calculation of forces in X and Y direction

FXsr(t+101) = Cfxsr(1) * srcurrent(t+101) ^9+Cfxsr(2) * srcurrent(t+101) ^8+Cfxsr(3) * srcurrent(t+101) ^7+Cfxsr(4) * srcurrent(t+101) ^6+Cfxsr(5) * srcurrent(t+101) ^5+ Cfxsr(6) * srcurrent(t+101) ^4+Cfxsr(7) * srcurrent(t+101) ^3+Cfxsr(8) * srcurrent(t +101) ^2+Cfxsr(9) * srcurrent(t+101) + Cfxsr(10);

FYsr(t+101)=Cfysr(1)*srcurrent(t+101)^9+Cfysr(2)*srcurrent(t+101)^8+Cfysr(3)
*srcurrent(t+101)^7+Cfysr(4)*srcurrent(t+101)^6+Cfysr(5)*srcurrent(t+101)^5+
Cfysr(6)*srcurrent(t+101)^4+Cfysr(7)*srcurrent(t+101)^3+Cfysr(8)*srcurrent(t
+101)^2+Cfysr(9)*srcurrent(t+101)+Cfysr(10);
end

```
plot(srcurrent,FXsr,'-.r*')
grid
xlabel('Slip ratio')
ylabel('Long. force [N]')
```

Εκτελώντας το παραπάνω .m file, προκύπτει η ακόλουθη καμπύλη, για κατακόρυφο φορτίο 1112.06N και μηδενική γωνία ολίσθησης.



Εικόνα 42 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip ratio από -0.15 έως 0.15

Για να ελεγχθεί η ακρίβεια της καμπύλης θα πρέπει, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, να εισάγουμε στο ίδιο διάγραμμα τα σημεία των μετρήσεων:



Εικόνα 43 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα

Η καμπύλη που προέκυψε από τη μοντελοποίηση φαίνεται να ταυτίζεται σε μεγάλο βαθμό με το σύνολο των μετρήσεων.

Σε περίπτωση που το κατακόρυφο φορτίο ελαττωθεί στα 667.23N, για ίδια γωνία ολίσθησης, η νέα καμπύλη θα είναι:



Εικόνα 44 Αποτέλεσμα αλγορίθμου για slip ratio από -0.15 έως 0.15

Η απόκλιση από τα πραγματικά σημεία είναι και πάλι ελάχιστη:



Εικόνα 45 Σύγκριση αλγορίθμου με πραγματικά δεδομένα

Ο τελευταίος έλεγχος εξετάζει το κατά πόσο επηρεάζεται η διαμήκης δύναμη από τη μεταβολή της γωνίας ολίσθησης. Έτσι, για δεδομένο κατακόρυφο φορτίο (αυτό της προηγούμενης περίπτωσης) και για τρεις διαφορετικές τιμές της γωνίας ολίσθησης, προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα:



Εικόνα 46 Διαμήκης δύναμη για διάφορες γωνίες ολίσθησης

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η γωνία ολίσθησης το ελαστικό χάνει μέρος της δυνατότητάς του να αναπτύξει δύναμη κατά τον διαμήκη άξονα, ένα γεγονός το οποίο επιβεβαιώνεται και από τη θεωρία.

Μοντελοποίηση Οχήματος

Το μοντέλο βασίζεται στην αριθμητική επίλυση 7 διαφορικών εξισώσεων. Κάθε εξίσωση μας δίνει μία από τις ακόλουθες μεταβλητές:

- z: κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας της αναρτώμενης μάζας
- θ: γωνία περιστροφής της αναρτώμενης μάζας γύρω από τον άξονα y (pitch angle)
- φ: γωνία περιστροφής της αναρτώμενης μάζας γύρω από τον άξονα x (roll angle)
- y₁, y₂, y₃, y₄: κατακόρυφη μετατόπιση μη αναρτώμενων μαζών

Τα ελαστικά του οχήματος μοντελοποιούνται ως ένα κατακόρυφο ελατήριο και ένας κατακόρυφος αποσβεστήρας, σε παράλληλη σύνδεση. Το ίδιο συμβαίνει και με το σύστημα ανάρτησης κάθε τροχού. Το συνολικό μοντέλο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 47 Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου οχήματος

Αρχικά, υπολογίζονται μερικές βοηθητικές μεταβλητές, οι οποίες, στη συνέχεια, θα απλοποιήσουν αρκετά τη διαδικασία.

Κατακόρυφη μετατόπιση ελατηρίου/αποσβεστήρα εμπρός αριστερού τροχού:

$$ma = z - a \cdot \theta - \frac{tf \cdot \varphi}{2} - y_1$$

Κατακόρυφη μετατόπιση ελατηρίου/αποσβεστήρα εμπρός δεξιού τροχού:

$$mb = z - a \cdot \theta + \frac{tf \cdot \varphi}{2} - y_2$$

Κατακόρυφη μετατόπιση ελατηρίου/αποσβεστήρα πίσω αριστερού τροχού:

$$mc = z + b \cdot \theta - \frac{tr \cdot \varphi}{2} - y_3$$

Κατακόρυφη μετατόπιση ελατηρίου/αποσβεστήρα πίσω δεξιού τροχού:

$$md = z + b \cdot \theta + \frac{tr \cdot \varphi}{2} - y_4$$

Μετατόπιση εμπρός αντιστρεπτικής ράβδου:

$$mrbf = \frac{ma - mb}{2}$$

Μετατόπιση πίσω αντιστρεπτικής ράβδου:

$$mrbr = \frac{mc - md}{2}$$

Όπου:

- a: Απόσταση του κέντρου μάζας από τον εμπρός άξονα
- b: Απόσταση του κέντρου μάζας από τον πίσω άξονα
- t_f: Εμπρός μετατρόχιο
- t_r: Πίσω μετατρόχιο

Στη συνέχεια, για κάθε ένα από τα 5 σώματα (4 μη αναρτώμενες και μία αναρτώμενη μάζα), θεωρούμε εξισώσεις δυνάμεων και ροπών.

 $m_s \cdot z" = m_s \cdot g - kfa \cdot ma - kfa \cdot mb - dfa \cdot ma' - dfa \cdot mb' - -kfb \cdot mc - kfb \cdot md - dfb \cdot mc' - dfb \cdot md'$

$$I_{y} \cdot \theta'' = a \cdot (kfa \cdot ma + kfa \cdot mb + dfa \cdot ma' + dfa \cdot mb') - b(kfb \cdot mc + kfb \cdot md + dfb \cdot mc' + dfb \cdot md') + F_{XF} \cdot (h - pc_{F}) + F_{XR} \cdot (h - pc_{R})$$

$$\begin{split} I_x \cdot \varphi'' &= 0.5 \cdot tf \cdot (kfa \cdot ma - kfa \cdot mb + dfa \cdot ma' - dfa \cdot mb' + 2 \cdot krbf \cdot mrbf) + \\ &+ 0.5 \cdot tr \cdot (kfb \cdot mc - kfb \cdot md + dfb \cdot mc' - dfb \cdot md' + 2krbr \cdot mrbr - F_{YF} \cdot rc_F - F_{YR} \cdot rc_R) \end{split}$$

$$m_{tf} \cdot y_1 " = ktf \cdot (z_1 - y_1) + ctf \cdot (z_1' - y_1') - (kfa \cdot ma + dfa \cdot ma' - 0.5 \cdot frbf)$$

$$m_{tf} \cdot y_2 " = ktf \cdot (z_2 - y_2) + ctf \cdot (z_2' - y_2') - (kfa \cdot mb + dfa \cdot mb' + 0.5 \cdot frbf)$$

$$m_{tr} \cdot y_3 = ktr \cdot (z_3 - y_3) + ctr \cdot (z_3 - y_3) - (kfb \cdot mc + dfb \cdot mc - 0.5 \cdot rrbf)$$

$$m_{tr} \cdot y_4 " = ktr \cdot (z_4 - y_4) + ctr \cdot (z_4 - y_4) - (kfb \cdot md + dfb \cdot md' + 0.5 \cdot rrbf)$$

Όπου:

- ms: Αναρτώμενη μάζα
- m_{tf} : My anartómeny máza emprós trocoú
- m_{tr} : My anartómeny máza tísw trocoú
- g: Επιτάχυνση της βαρύτητας
- kfa: Σταθερά εμπρός ελατηρίων
- dfa: Σταθερά εμπρός αποσβεστήρων

- kfb: Σταθερά πίσω ελατηρίων
- dfb: Σταθερά πίσω αποσβεστήρων
- h: Ύψος κέντρου μάζας
- pc_f : Yyoc pitch center του εμπρός άξονα
- pc_r : Y $\psi o \zeta$ pitch center του πίσω άξονα
- krbf: Σταθερά εμπρός αντιστρεπτικής ράβδου
- krbr: Σταθερά πίσω αντιστρεπτικής ράβδου
- rcf: Ύψος roll center του εμπρός άξονα
- rc_r : Yyoc roll center του πίσω άξονα
- ktf: Σταθερά k εμπρός ελαστικών
- ktr: Σταθερά k πίσω ελαστικών
- ctf: Σταθερά απόσβεσης εμπρός ελαστικών
- ctr: Σταθερά απόσβεσης πίσω ελαστικών
- $frbf = krbf \cdot mrbf$
- $rrbf = krbr \cdot mrbr$

Η «είσοδος» του παραπάνω μοντέλου είναι όλες οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στις 5 μάζες. Αυτές οι δυνάμεις μπορεί να προέρχονται είτε από το πεδίο της βαρύτητας είτε από την τριβή των ελαστικών με το οδόστρωμα. Ο όρος της βαρύτητας περιλαμβάνεται στην πρώτη εξίσωση $(m_s \cdot g)$, ενώ οι δυνάμεις που ασκούνται στα ελαστικά περιλαμβάνονται στην δεύτερη και στην τρίτη εξίσωση. Πιο αναλυτικά:

- F_{XF}/F_{XR}: Συνολική συνιστώσα ασκούμενης δύναμης στα ελαστικά του εμπρός/πίσω άξονα κατά την κατεύθυνση x
- F_{XF}/F_{XR}: Συνολική συνιστώσα ασκούμενης δύναμης στα ελαστικά του εμπρός/πίσω άξονα κατά την κατεύθυνση y

Αλγόριθμος υλοποίησης μοντέλου δυναμικής οχήματος

Ο αλγόριθμος αυτός αποτελεί τη σύνδεση των δύο προηγούμενων ενοτήτων, της μοντελοποίησης των ελαστικών και της μοντελοποίησης του οχήματος. Το συνολικό μοντέλο θα πρέπει να έχει ως είσοδο μία συνάρτηση της γωνίας ολίσθησης και μία συνάρτηση του συντελεστή ολίσθησης, για κάθε τροχό, και να έχει ως έξοδο την απόκριση του οχήματος για την εκάστοτε είσοδο, δηλαδή κατακόρυφη μετατόπιση του CG και περιστροφή ως προς του άξονες x και y της αναρτώμενης μάζας καθώς και την κατακόρυφη κίνηση των μη αναρτώμενων μαζών. Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζεται ο αλγόριθμος:

```
tfinal=10.0;
dt=0.001;
tsteps=(tfinal-tinitial)/dt;
% VEHICLE DATA
% Dimensions
a=0.825;
b=0.825;
tf=1.2;
tr=1.15;
% Masses and inertias
ms=250;
mtf=15;
mtr=12;
Iy=50;
Ix=35;
m=ms+2*mtf+2*mtr;
% CG, PC & RC heights
h=0.25;
pcf=0;
pcr=0;
rcf=-0.042;
rcr=-0.028;
% Spring rate (springs)
kfa1=25000;
kfa2=25000;
kfb3=25000;
kfb4=25000;
% Damping coefficient (dampers)
dfa1=1500;
dfa2=1500;
dfb3=1500;
dfb4=1500;
% Spring rate (tires)
ktf1=192000;
ktf2=192000;
ktr3=192000;
ktr4=192000;
% Damping coefficient (tires)
ctf1=3500;
ctf2=3500;
ctr3=3500;
ctr4=3500;
% Spring rate (ARB)
krbf=0;
krbr=0;
% Constant of gravity
g=9.81;
% Initial values
t=zeros(tsteps,1);
ma=zeros(tsteps,1);
mb=zeros(tsteps,1);
mc=zeros(tsteps,1);
md=zeros(tsteps,1);
madot=zeros(tsteps,1);
mbdot=zeros(tsteps,1);
mcdot=zeros(tsteps,1);
```

```
mddot=zeros(tsteps,1);
mrbf=zeros(tsteps,1);
mrbr=zeros(tsteps,1);
z=zeros(tsteps,1);
theta=zeros(tsteps,1);
phi=zeros(tsteps,1);
frbf=zeros(tsteps,1);
rrbf=zeros(tsteps,1);
y1=zeros(tsteps,1);
y2=zeros(tsteps,1);
y3=zeros(tsteps,1);
y4=zeros(tsteps,1);
vldot=zeros(tsteps,1);
y2dot=zeros(tsteps,1);
y3dot=zeros(tsteps,1);
y4dot=zeros(tsteps,1);
zldot=zeros(tsteps,1);
z2dot=zeros(tsteps,1);
z3dot=zeros(tsteps,1);
z4dot=zeros(tsteps,1);
z1=zeros(tsteps,1);
z2=zeros(tsteps,1);
z3=zeros(tsteps,1);
z4=zeros(tsteps,1);
L1=zeros(tsteps, 1);
L2=zeros(tsteps,1);
L3=zeros(tsteps,1);
L4=zeros(tsteps,1);
st=zeros(tsteps,1);
sal=zeros(tsteps,1);
sa2=zeros(tsteps,1);
sa3=zeros(tsteps,1);
sa4=zeros(tsteps,1);
lamda=zeros(tsteps,1);
sr1=zeros(tsteps, 1);
sr2=zeros(tsteps,1);
sr3=zeros(tsteps,1);
sr4=zeros(tsteps,1);
FXsal=zeros(tsteps,1);
FYsal=zeros(tsteps,1);
FXsa2=zeros(tsteps,1);
FYsa2=zeros(tsteps,1);
FXsa3=zeros(tsteps,1);
FYsa3=zeros(tsteps,1);
FXsa4=zeros(tsteps,1);
FYsa4=zeros(tsteps,1);
FXsr1=zeros(tsteps,1);
FYsr1=zeros(tsteps,1);
FXsr2=zeros(tsteps, 1);
FYsr2=zeros(tsteps,1);
FXsr3=zeros(tsteps,1);
FYsr3=zeros(tsteps,1);
FXsr4=zeros(tsteps,1);
FYsr4=zeros(tsteps,1);
Fxf=zeros(tsteps,1);
```

```
Fxr=zeros(tsteps, 1);
Fyf=zeros(tsteps,1);
Fyr=zeros(tsteps,1);
Y=zeros(tsteps,1);
Kfy1=zeros(5,10);
Kfy2=zeros(5,10);
Kfy3=zeros(5,10);
Kfy4=zeros(5,10);
Kfx1=zeros(5,10);
Kfx2=zeros(5,10);
Kfx3=zeros(5,10);
Kfx4=zeros(5,10);
Cfy1=zeros(10);
Cfv2=zeros(10);
Cfy3=zeros(10);
Cfy4=zeros(10);
Cfx1=zeros(10);
Cfx2=zeros(10);
Cfx3=zeros(10);
Cfx4=zeros(10);
Kfxsr1=zeros(4,10);
Kfxsr2=zeros(4,10);
Kfxsr3=zeros(4,10);
Kfxsr4=zeros(4,10);
Kfysr1=zeros(4,10);
Kfysr2=zeros(4,10);
Kfysr3=zeros(4,10);
Kfysr4=zeros(4,10);
Cfxsr1=zeros(10);
Cfxsr2=zeros(10);
Cfxsr3=zeros(10);
Cfxsr4=zeros(10);
Cfysr1=zeros(10);
Cfysr2=zeros(10);
Cfysr3=zeros(10);
Cfysr4=zeros(10);
load -mat B1175run15
j=zeros(1,25);
maxfz=[0 -300 -500 -700 -1200];
minfz=[-300 -500 -700 -1200 -1700];
maxia=[0.5 1.5 2.5 3.5 4.5];
minia=[-0.5 0.5 1.5 2.5 3.5];
for k=1:5 %FZ loop
    for l=1:5 %IA loop
        for i=5000:25972 %Total points loop
            if FZ(i) <maxfz(k) && FZ(i) >minfz(k)
                if IA(i) < maxia(l) && IA(i) > minia(l)
                    pointer=(k-1)*5+1;
                    j(pointer)=j(pointer)+1;
                end
            end
        end
    end
end
```

```
maxpoints=max(j);
slpa=zeros(25,maxpoints,'double'); %Slip Angle
frcy=zeros(25,maxpoints,'double'); %Lateral Force
frcx=zeros(25,maxpoints,'double'); %Longitudinal Force
for k=1:5 %FZ loop
    for l=1:5 %IA loop
         i1=(k-1)*5+1;
         i2=0;
         for i=5000:25972 %Total points loop
             if FZ(i) <maxfz(k) && FZ(i) >minfz(k)
                  if IA(i) <maxia(l) && IA(i) >minia(l)
                       i2=i2+1;
                       slpa(i1,i2)=SA(i);
                      frcy(i1,i2)=FY(i);
                       frcx(i1,i2)=FX(i);
                  end
             end
         end
    end
end
Cfy=zeros(25,10);
Cfx=zeros(25,10);
rowslpa=zeros(maxpoints);
rowfrcy=zeros(maxpoints);
rowfrcx=zeros(maxpoints);
for k=1:5 %FZ loop
    for l=1:5 %IA loop
         i1=(k-1)*5+1;
         for i=1:j(i1)
             rowslpa(i)=slpa(i1,i);
             rowfrcy(i) = frcy(i1, i);
             rowfrcx(i)=frcx(i1,i);
         end
         pfy=polyfit(rowslpa,rowfrcy,9);
         pfx=polyfit(rowslpa,rowfrcx,9);
         for d=1:10
             Cfysa(i1,d) = pfy(d);
             Cfxsa(i1,d)=pfx(d);
         end
    end
end
Kfysa=zeros(25,10);
Kfxsa=zeros(25,10);
Incl=[ 0 1 2 3 4 ];
for d=1:10
    colcfy=Cfysa(:,d);
    colcfx=Cfxsa(:,d);
    for k=0:4
         currentcolfy=[colcfy(k*5+1)
                                                colcfy(k*5+2)
                                                                        colcfy(k*5+3)
colcfy(k*5+4) colcfy(k*5+5)];
         currentcolfx=[colcfx(k*5+1)
                                                colcfx(k*5+2)
                                                                        colcfx(k*5+3)
colcfx(k*5+4) colcfx(k*5+5)];
         pfy=polyfit(Incl,currentcolfy,4);
         pfx=polyfit(Incl,currentcolfx,4);
         Kfysa(k*5+1,d)=pfy(1);
         Kfysa(k*5+2,d) = pfy(2);
         Kfysa(k*5+3, d) = pfy(3);
         Kfysa(k*5+4,d)=pfy(4);
         Kfysa(k*5+5,d)=pfy(5);
```

```
Kfxsa(k*5+1,d) = pfx(1);
        Kfxsa(k*5+2,d) = pfx(2);
        Kfxsa(k*5+3,d) = pfx(3);
        Kfxsa(k*5+4,d) = pfx(4);
        Kfxsa(k*5+5,d) = pfx(5);
    end
end
fzmean=[-222.41 -444.82 -667.23 -1112.05 -1556.87];
for d=1:10
    colKfy=Kfysa(:,d);
    colKfx=Kfxsa(:,d);
    for k=1:5
        currentpointsfy=[colKfy(k) colKfy(k+5)
                                                    colKfy(k+10) colKfy(k+15)
colKfy(k+20)];
        pKfy=polyfit(fzmean,currentpointsfy,2);
        Qfvsa((k-1)*3+1,d)=pKfy(1);
        Qfysa((k-1)*3+2,d)=pKfy(2);
        Qfysa((k-1)*3+3,d)=pKfy(3);
        currentpointsfx=[colKfx(k)
                                     colKfx(k+5)
                                                     colKfx(k+10) colKfx(k+15)
colKfx(k+20)];
        pKfx=polyfit(fzmean,currentpointsfx,2);
        Qfxsa((k-1)*3+1,d)=pKfx(1);
        Qfxsa((k-1)*3+2,d)=pKfx(2);
        Qfxsa((k-1)*3+3,d) = pKfx(3);
    end
end
load -mat B1175run45
maxsa=[1.5 4.5 7.5];
minsa=[-1.5 1.5 4.5];
minfz=[-400 -800 -1250 -1800];
maxfz=[0 -400 -800 -1250];
for k=1:3 % SA loop
    for l=1:4 % FZ loop
        i3=(k-1)*4+1;
        i4=0;
        for i=1:11752 % Sum of points
            if SA(i)>minsa(k) && SA(i)<maxsa(k)</pre>
                 if FZ(i)>minfz(l) && FZ(i)<maxfz(l)</pre>
                     i4=i4+1;
                     srsum(i3,i4)=SR(i);
                     fxsum(i3,i4)=FX(i);
                     fysum(i3,i4)=FY(i);
                 end
            end
        end
    end
end
for k1=1:12
    for k2=1:942
        sr(k1,k2) = srsum(k1,k2);
        fx(k1, k2) = fxsum(k1, k2);
        fy(k1,k2) = fysum(k1,k2);
    end
end
for j=1:12
    rowsr=sr(j,:);
    rowfx=fx(j,:);
    rowfy=fy(j,:);
    pfx=polyfit(rowsr,rowfx,9);
    pfy=polyfit(rowsr,rowfy,9);
```

```
for g=1:10
   Cfx(j,q) = pfx(q);
   Cfy(j,g) = pfy(g);
   end
end
FZmean=[-222.41; -667.23; -1112.06; -1556.88];
for j1=1:10
   for j2=1:3
       colCfx=[Cfx(4*(j2-1)+1,j1); Cfx(4*(j2-1)+2,j1); Cfx(4*(j2-1)+3,j1);
Cfx(4*(j2-1)+4,j1)];
      colCfy=[Cfy(4*(j2-1)+1,j1); Cfy(4*(j2-1)+2,j1); Cfy(4*(j2-1)+3,j1);
Cfy(4*(j2-1)+4,j1)];
      rfx=polyfit(FZmean, colCfx, 3);
      rfy=polyfit(FZmean, colCfy, 3);
      Kfx(4*(j2-1)+1,j1)=rfx(1);
      Kfx(4*(j2-1)+2,j1)=rfx(2);
      Kfx(4*(j2-1)+3,j1)=rfx(3);
      Kfx(4*(j2-1)+4,j1)=rfx(4);
      Kfy(4*(j2-1)+1,j1)=rfy(1);
      Kfy(4*(j2-1)+2,j1)=rfy(2);
      Kfy(4*(j2-1)+3,j1)=rfy(3);
      Kfy(4*(j2-1)+4,j1)=rfy(4);
   end
end
SAmean=[0; 3; 6];
for 11=1:10
   for 12=1:4
      colKfx=[Kfx(12,11); Kfx(12+4,11); Kfx(12+8,11)];
      colKfy=[Kfy(12,11); Kfy(12+4,11); Kfy(12+8,11)];
      jfx=polyfit(SAmean, colKfx, 2);
      jfy=polyfit(SAmean, colKfy, 2);
      Qfxsr((12-1)*3+1, 11) = jfx(1);
      Qfxsr((12-1)*3+2,11)=jfx(2);
      Qfxsr((l2-1)*3+3,l1)=jfx(3);
      Qfysr((12-1)*3+1,11)=jfy(1);
      Qfysr((12-1)*3+2,11)=jfy(2);
      Qfysr((12-1)*3+3,11)=jfy(3);
    end
end
for i=2:(tsteps-1)
   % Current time
   t(i) = i * dt;
   % Choice of slip angle's curve type
   flagsa=1; %1: constant, 2: linear, 3: ramp, 4: pulse, 5: sin
   if flagsa==1 %Constant
      sa1(i)=5;
      sa2(i) = 0;
      sa3(i)=0;
      sa4(i)=0;
   elseif flagsa==2 % Linear
      c1=1;
      c2=1;
```
```
c3=1;
                         c4=1;
                         sa1(i)=c1*t(i);
                         sa2(i)=c2*t(i);
                         sa3(i)=c3*t(i);
                         sa4(i)=c4*t(i);
            elseif flagsa==3 % Ramp
                         t1=5;
                         salmax=5;
                         sa2max=5;
                         sa3max=5;
                         sa4max=5;
                         if t(i)<t1</pre>
                                     sal(i)=0;
                                     sa2(i)=0;
                                      sa3(i)=0;
                                     sa4(i)=0;
                         else
                                     sal(i)=salmax;
                                     sa2(i)=sa2max;
                                      sa3(i)=sa3max;
                                      sa4(i)=sa4max;
                         end
            elseif flagsa==4 % Pulse
                         t1=1;
                         t2=5;
                         salmax=5;
                         sa2max=5;
                         sa3max=5;
                         sa4max=5;
                         if t(i)<t1</pre>
                                     sa1(i)=0;
                                      sa2(i)=0;
                                     sa3(i)=0;
                                     sa4(i)=0;
                         elseif t(i)>=t1 && t(i)<=t2</pre>
                                     sal(i)=salmax;
                                      sa2(i)=sa2max;
                                     sa3(i)=sa3max;
                                     sa4(i)=sa4max;
                         else
                                     sa1(i)=0;
                                     sa2(i)=0;
                                     sa3(i)=0;
                                     sa4(i)=0;
                         end
            elseif flagsa==5 % Sin
                         salmax=5;
                         sa2max=5;
                         sa3max=5;
                         sa4max=5;
                         sal(i)=salmax*sin(t(i));
                         sa2(i) = sa2max*sin(t(i));
                         sa3(i) = sa3max*sin(t(i));
                         sa4(i) = sa4max*sin(t(i));
            end
             L11=(-1)*L1(i);
             for d=1:10
                      for t=1:5
                     Kfy1(t,d) = Qfysa((t-1)*3+1,d)*L11^2+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L1+Qfysa((t-1)
1)*3+3,d);
                      Kfx1(t,d)=Qfxsa((t-1)*3+1,d)*L11^2+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L11+Qfxsa((t-
1) * 3+3, d);
                      end
            end
            IA1=0;
```

```
for d=1:10
Cfy1(d)=Kfy1(1,d)*IA1^4+Kfy1(2,d)*IA1^3+Kfy1(3,d)*IA1^2+Kfy1(4,d)*IA1+Kfy1(5
,d);
Cfx1(d)=Kfx1(1,d)*IA1^4+Kfx1(2,d)*IA1^3+Kfx1(3,d)*IA1^2+Kfx1(4,d)*IA1+Kfx1(5
,d);
   end
FYsa1(i)=Cfy1(1)*sa1(i)^9+Cfy1(2)*sa1(i)^8+Cfy1(3)*sa1(i)^7+Cfy1(4)*sa1(i)^6
+Cfy1(5)*sa1(i)^5+Cfy1(6)*sa1(i)^4+Cfy1(7)*sa1(i)^3+Cfy1(8)*sa1(i)^2+Cfy1(9)
*sal(i)+Cfyl(10);
FXsal(i)=Cfx1(1)*sal(i)^9+Cfx1(2)*sal(i)^8+Cfx1(3)*sal(i)^7+Cfx1(4)*sal(i)^6
+Cfx1(5)*sa1(i)^5+Cfx1(6)*sa1(i)^4+Cfx1(7)*sa1(i)^3+Cfx1(8)*sa1(i)^2+Cfx1(9)
*sa1(i)+Cfx1(10);
   L22=(-1)*L2(i);
   for d=1:10
      for t=1:5
      Kfy2(t,d)=Qfysa((t-1)*3+1,d)*L22^2+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L22+Qfysa((t-
1)*3+3,d);
      Kfx2(t,d)=Qfxsa((t-1)*3+1,d)*L22^2+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L22+Qfxsa((t-
1)*3+3,d);
      end
   end
   IA2=0;
   for d=1:10
Cfy2(d)=Kfy2(1,d)*IA2^4+Kfy2(2,d)*IA2^3+Kfy2(3,d)*IA2^2+Kfy2(4,d)*IA2+Kfy2(5
,d);
Cfx2(d)=Kfx2(1,d)*IA2^4+Kfx2(2,d)*IA2^3+Kfx2(3,d)*IA2^2+Kfx2(4,d)*IA2+Kfx2(5
,d);
   end
FYsa2(i)=Cfy2(1)*sa2(i)^9+Cfy2(2)*sa2(i)^8+Cfy2(3)*sa2(i)^7+Cfy2(4)*sa2(i)^6
+Cfy2(5)*sa2(i)^5+Cfy2(6)*sa2(i)^4+Cfy2(7)*sa2(i)^3+Cfy2(8)*sa2(i)^2+Cfy2(9)
*sa2(i)+Cfy2(10);
FXsa2(i)=Cfx2(1)*sa2(i)^9+Cfx2(2)*sa2(i)^8+Cfx2(3)*sa2(i)^7+Cfx2(4)*sa2(i)^6
+Cfx2(5)*sa2(i)^5+Cfx2(6)*sa2(i)^4+Cfx2(7)*sa2(i)^3+Cfx2(8)*sa2(i)^2+Cfx2(9)
*sa2(i)+Cfx2(10);
   L33 = (-1) * L3(i);
   for d=1:10
      for t=1:5
      Kfy3(t,d)=Qfysa((t-1)*3+1,d)*L33^2+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L33+Qfysa((t-
1)*3+3,d);
      Kfx3(t,d)=Qfxsa((t-1)*3+1,d)*L33^2+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L33+Qfxsa((t-
1) * 3 + 3, d);
      end
   end
   IA3=0;
   for d=1:10
Cfy3(d)=Kfy3(1,d)*IA3^4+Kfy3(2,d)*IA3^3+Kfy3(3,d)*IA3^2+Kfy3(4,d)*IA3+Kfy3(5
,d);
Cfx3(d)=Kfx3(1,d)*IA3^4+Kfx3(2,d)*IA3^3+Kfx3(3,d)*IA3^2+Kfx3(4,d)*IA3+Kfx3(5
,d);
   end
FYsa3(i)=Cfy3(1)*sa3(i)^9+Cfy3(2)*sa3(i)^8+Cfy3(3)*sa3(i)^7+Cfy3(4)*sa3(i)^6
```

```
+Cfy3(5)*sa3(i)^5+Cfy3(6)*sa3(i)^4+Cfy3(7)*sa3(i)^3+Cfy3(8)*sa3(i)^2+Cfy3(9)
*sa3(i)+Cfy3(10);
FXsa3(i) = Cfx3(1) * sa3(i) ^9+Cfx3(2) * sa3(i) ^8+Cfx3(3) * sa3(i) ^7+Cfx3(4) * sa3(i) ^6
+Cfx3(5)*sa3(i)^5+Cfx3(6)*sa3(i)^4+Cfx3(7)*sa3(i)^3+Cfx3(8)*sa3(i)^2+Cfx3(9)
*sa3(i)+Cfx3(10);
            L44=(-1)*L4(i);
            for d=1:10
                      for t=1:5
                     Kfy4(t,d) = Qfysa((t-1)*3+1,d)*L44^2+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfysa(
1) * 3+3, d);
                     Kfx4(t,d) = Qfxsa((t-1)*3+1,d)*L44^2+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa((t-1)*3+2,d)*L44+Qfxsa(
1)*3+3,d);
                     end
            end
            IA4=0;
            for d=1:10
Cfy4(d)=Kfy4(1,d)*IA4^4+Kfy4(2,d)*IA4^3+Kfy4(3,d)*IA4^2+Kfy4(4,d)*IA4+Kfy4(5
,d);
Cfx4(d)=Kfx4(1,d)*IA4^4+Kfx4(2,d)*IA4^3+Kfx4(3,d)*IA4^2+Kfx4(4,d)*IA4+Kfx4(5
,d);
            end
FYsa4(i)=Cfy4(1)*sa4(i)^9+Cfy4(2)*sa4(i)^8+Cfy4(3)*sa4(i)^7+Cfy4(4)*sa4(i)^6
+Cfy4(5)*sa4(i)^5+Cfy4(6)*sa4(i)^4+Cfy4(7)*sa4(i)^3+Cfy4(8)*sa4(i)^2+Cfy4(9)
*sa4(i)+Cfy4(10);
FXsa4(i)=Cfx4(1)*sa4(i)^9+Cfx4(2)*sa4(i)^8+Cfx4(3)*sa4(i)^7+Cfx4(4)*sa4(i)^6
+Cfx4(5)*sa4(i)^5+Cfx4(6)*sa4(i)^4+Cfx4(7)*sa4(i)^3+Cfx4(8)*sa4(i)^2+Cfx4(9)
*sa4(i)+Cfx4(10);
            FYsa1(i) = -1*FYsa1(i);
            FYsa2(i) = -1 * FYsa2(i);
            FYsa3(i) = -1 * FYsa3(i);
            FYsa4(i) = -1*FYsa4(i);
            flagsr=1; %1: constant, 2: linear, 3: ramp, 4: pulse, 5: sin
            if flagsr==1 %Constant
                         sr1(i)=0;
                        sr2(i)=0;
                        sr3(i)=0;
                         sr4(i)=0;
            elseif flagsr==2 % Linear
                        c1=1/20;
                         c2=1/20;
                        c3=1/20;
                        c4=1/20;
                        sr1(i)=c1*t(i);
                         sr2(i)=c2*t(i);
                         sr3(i)=c3*t(i);
                        sr4(i)=c4*t(i);
            elseif flagsr==3 % Ramp
                        t.1=5;
                         sr1max=0.1;
                         sr2max=0.1;
                        sr3max=0.1:
                        sr4max=0.1;
                        if t(i)<t1</pre>
```

```
sr1(i)=0;
            sr2(i)=0;
            sr3(i)=0;
            sr4(i)=0;
        else
            sr1(i) = sr1max;
            sr2(i) = sr2max;
            sr3(i)=sr3max;
            sr4(i)=sr4max;
        end
    elseif flagsr==4 % Pulse
       t1=1;
        t2=5;
       sr1max=0.1;
        sr2max=0.1;
        sr3max=0.1;
        sr4max=0.1;
        if t(i)<t1</pre>
            sr1(i)=0;
            sr2(i)=0;
            sr3(i)=0;
            sr4(i)=0;
        elseif t(i)>=t1 && t(i)<=t2</pre>
            sr1(i) = sr1max;
            sr2(i)=sr2max;
            sr3(i) = sr3max;
            sr4(i)=sr4max;
        else
           sr1(i)=0;
            sr2(i)=0;
            sr3(i)=0;
            sr4(i)=0;
        end
   elseif flagsr==5 % Sin
        sr1max=0.1;
        sr2max=0.1;
        sr3max=0.1;
        sr4max=0.1;
        sr1(i) = sr1max*sin(t(i));
        sr2(i) = sr2max*sin(t(i));
        sr3(i) = sr3max*sin(t(i));
        sr4(i) = sr4max*sin(t(i));
   end
    for d1=1:10
        for d2=1:4
            Kfxsr1(d2,d1)=Ofxsr((d2-1)*3+1,d1)*sa1(i)^2+Ofxsr((d2-
1) *3+2, d1) *sa1(i) +Qfxsr((d2-1) *3+3, d1);
            Kfysr1(d2,d1)=Qfysr((d2-1)*3+1,d1)*sa1(i)^2+Qfysr((d2-
1) *3+2, d1) *sa1(i) +Qfysr((d2-1) *3+3, d1);
        end
    end
    for d3=1:10
Cfxsr1(d3)=Kfxsr1(1,d3)*L11^3+Kfxsr1(2,d3)*L11^2+Kfxsr1(3,d3)*L11+Kfxsr1(4,d
3);
Cfysr1(d3)=Kfysr1(1,d3)*L11^3+Kfysr1(2,d3)*L11^2+Kfysr1(3,d3)*L11+Kfysr1(4,d
3);
   end
FXsr1(i)=Cfxsr1(1)*sr1(i)^9+Cfxsr1(2)*sr1(i)^8+Cfxsr1(3)*sr1(i)^7+Cfxsr1(4)*
sr1(i)^6+Cfxsr1(5)*sr1(i)^5+Cfxsr1(6)*sr1(i)^4+Cfxsr1(7)*sr1(i)^3+Cfxsr1(8)*
sr1(i)^2+Cfxsr1(9)*sr1(i)+Cfxsr1(10);
```

```
FYsr1(i)=Cfysr1(1)*sr1(i)^9+Cfysr1(2)*sr1(i)^8+Cfysr1(3)*sr1(i)^7+Cfysr1(4)*
```

```
sr1(i)^6+Cfysr1(5)*sr1(i)^5+Cfysr1(6)*sr1(i)^4+Cfysr1(7)*sr1(i)^3+Cfysr1(8)*
sr1(i)^2+Cfysr1(9)*sr1(i)+Cfysr1(10);
   for d1=1:10
       for d2=1:4
          Kfxsr2(d2,d1)=Qfxsr((d2-1)*3+1,d1)*sa2(i)^2+Qfxsr((d2-
1)*3+2,d1)*sa2(i)+Qfxsr((d2-1)*3+3,d1);
          Kfysr2(d2,d1)=Qfysr((d2-1)*3+1,d1)*sa2(i)^2+Qfysr((d2-
1)*3+2,d1)*sa2(i)+Qfysr((d2-1)*3+3,d1);
       end
   end
   for d3=1:10
Cfxsr2(d3)=Kfxsr2(1,d3)*L22^3+Kfxsr2(2,d3)*L22^2+Kfxsr2(3,d3)*L22+Kfxsr2(4,d
3);
Cfysr2(d3)=Kfysr2(1,d3)*L22^3+Kfysr2(2,d3)*L22^2+Kfysr2(3,d3)*L22+Kfysr2(4,d
3);
   end
FXsr2(i)=Cfxsr2(1)*sr2(i)^9+Cfxsr2(2)*sr2(i)^8+Cfxsr2(3)*sr2(i)^7+Cfxsr2(4)*
sr2(i)^6+Cfxsr2(5)*sr2(i)^5+Cfxsr2(6)*sr2(i)^4+Cfxsr2(7)*sr2(i)^3+Cfxsr2(8)*
sr2(i)^2+Cfxsr2(9)*sr2(i)+Cfxsr2(10);
FYsr2(i)=Cfysr2(1)*sr2(i)^9+Cfysr2(2)*sr2(i)^8+Cfysr2(3)*sr2(i)^7+Cfysr2(4)*
sr2(i)^6+Cfysr2(5)*sr2(i)^5+Cfysr2(6)*sr2(i)^4+Cfysr2(7)*sr2(i)^3+Cfysr2(8)*
sr2(i)^2+Cfysr2(9)*sr2(i)+Cfysr2(10);
   for d1=1:10
       for d2=1:4
          Kfxsr3(d2,d1)=Qfxsr((d2-1)*3+1,d1)*sa3(i)^2+Qfxsr((d2-
1) *3+2, d1) *sa3(i) +Qfxsr((d2-1) *3+3, d1);
          Kfysr3(d2,d1)=Qfysr((d2-1)*3+1,d1)*sa3(i)^2+Qfysr((d2-
1) *3+2, d1) *sa3(i) +Qfysr((d2-1) *3+3, d1);
       end
   end
   for d3=1:10
Cfxsr3(d3)=Kfxsr3(1,d3)*L33^3+Kfxsr3(2,d3)*L33^2+Kfxsr3(3,d3)*L33+Kfxsr3(4,d
3);
Cfysr3(d3)=Kfysr3(1,d3)*L33^3+Kfysr3(2,d3)*L33^2+Kfysr3(3,d3)*L33+Kfysr3(4,d
3);
   end
FXsr3(i) = Cfxsr3(1) *sr3(i) ^9+Cfxsr3(2) *sr3(i) ^8+Cfxsr3(3) *sr3(i) ^7+Cfxsr3(4) *
sr3(i)^6+Cfxsr3(5)*sr3(i)^5+Cfxsr3(6)*sr3(i)^4+Cfxsr3(7)*sr3(i)^3+Cfxsr3(8)*
sr3(i)^2+Cfxsr3(9)*sr3(i)+Cfxsr3(10);
FYsr3(i)=Cfysr3(1)*sr3(i)^9+Cfysr3(2)*sr3(i)^8+Cfysr3(3)*sr3(i)^7+Cfysr3(4)*
sr3(i)^6+Cfysr3(5)*sr3(i)^5+Cfysr3(6)*sr3(i)^4+Cfysr3(7)*sr3(i)^3+Cfysr3(8)*
sr3(i)^2+Cfysr3(9)*sr3(i)+Cfysr3(10);
   for d1=1:10
       for d2=1:4
           Kfxsr4(d2,d1)=Qfxsr((d2-1)*3+1,d1)*sa4(i)^2+Qfxsr((d2-
1) *3+2, d1) *sa4(i) +Qfxsr((d2-1) *3+3, d1);
           Kfysr4(d2,d1)=Qfysr((d2-1)*3+1,d1)*sa4(i)^2+Qfysr((d2-
1) *3+2, d1) *sa4(i) +Qfysr((d2-1) *3+3, d1);
       end
   end
   for d3=1:10
Cfxsr4(d3)=Kfxsr4(1,d3)*L44^3+Kfxsr4(2,d3)*L44^2+Kfxsr4(3,d3)*L44+Kfxsr4(4,d
3);
```

```
Cfysr4(d3)=Kfysr4(1,d3)*L44^3+Kfysr4(2,d3)*L44^2+Kfysr4(3,d3)*L44+Kfysr4(4,d
3);
    end
FXsr4(i)=Cfxsr4(1)*sr4(i)^9+Cfxsr4(2)*sr4(i)^8+Cfxsr4(3)*sr4(i)^7+Cfxsr4(4)*
sr4(i)^6+Cfxsr4(5)*sr4(i)^5+Cfxsr4(6)*sr4(i)^4+Cfxsr4(7)*sr4(i)^3+Cfxsr4(8)*
sr4(i)^2+Cfxsr4(9)*sr4(i)+Cfxsr4(10);
FYsr4(i)=Cfysr4(1)*sr4(i)^9+Cfysr4(2)*sr4(i)^8+Cfysr4(3)*sr4(i)^7+Cfysr4(4)*
sr4(i)^6+Cfysr4(5)*sr4(i)^5+Cfysr4(6)*sr4(i)^4+Cfysr4(7)*sr4(i)^3+Cfysr4(8)*
sr4(i)^2+Cfysr4(9)*sr4(i)+Cfysr4(10);
                                           °****
    % Sum of forces (front/rear) in X direction
    Fxf(i) = FXsa1(i) + FXsa2(i) + FXsr1(i) + FXsr2(i);
    Fxr(i) = FXsa3(i) + FXsa4(i) + FXsr3(i) + FXsr4(i);
    % Sum of forces (front/rear) in Y direction
    Fyf(i) = FYsa1(i) + FYsa2(i) + FYsr1(i) + FYsr2(i);
    Fyr(i) = FYsa3(i) + FYsa4(i) + FYsr3(i) + FYsr4(i);
    % Wheel movement
    ma(i) = z(i) - a*theta(i) - 0.5*tf*phi(i) - y1(i);
    mb(i) = z(i) - a*theta(i) + 0.5*tf*phi(i) - y2(i);
    mc(i) = z(i) + b*theta(i) - 0.5*tr*phi(i) - y3(i);
    md(i) = z(i) + b*theta(i) + 0.5*tr*phi(i) - y4(i);
    % Wheel movement derivative
    madot(i) = (ma(i) - ma(i-1))/dt;
    mbdot(i) = (mb(i) -mb(i-1))/dt;
    mcdot(i) = (mc(i) - mc(i-1))/dt;
    mddot(i) = (md(i) - md(i-1))/dt;
    mrbf(i) = (ma(i) - mb(i))/2;
    mrbr(i) = (mc(i) - md(i)) / 2;
    % Vertical movement of the sprung mass
    z(i+1) = (ms*g-kfa1*ma(i) - kfa2*mb(i) - dfa1*madot(i) - dfa2*mbdot(i) -
kfb3*mc(i)-kfb4*md(i)-dfb3*mcdot(i)-dfb4*mddot(i))*(dt^2)/ms+2*z(i)-z(i-1);
    % Pitch angle
    theta(i+1) = (a* (kfa1*ma(i)+kfa2*mb(i)+dfa1*madot(i)+dfa2*mbdot(i))-
b*(kfb3*mc(i)+kfb4*md(i)+dfb3*mcdot(i)+dfb4*mddot(i))+Fxf(i)*(h-
pcf) +Fxr(i) * (h-pcr)) * (dt^2) / Iy+2*theta(i) - theta(i-1);
    % Roll angle
    phi(i+1) = (0.5*tf*(kfa1*ma(i)-kfa2*mb(i)+dfa1*madot(i)-
dfa2*mbdot(i)+2*krbf*mrbf(i))+0.5*tr*(kfb3*mc(i)-kfb4*md(i)+dfb3*mcdot(i)-
dfb4*mddot(i)+2*krbr*mrbr(i))-Fyf(i)*rcf-Fyr(i)*rcr)*(dt^2)/Ix+2*phi(i)-
phi(i-1);
    frbf(i)=krbf*mrbf(i);
    rrbf(i)=krbr*mrbr(i);
    % Ground displacement
    z1(i)=0;
    z2(i)=0;
    z3(i)=0;
    z4(i)=0;
    % Ground displacement derivative
    z1dot(i) = (z1(i) - z1(i-1))/dt;
    z2dot(i) = (z2(i) - z2(i-1))/dt;
    z3dot(i) = (z3(i) - z3(i-1))/dt;
    z4dot(i) = (z4(i) - z4(i-1))/dt;
    yldot(i) = (yl(i) - yl(i-1))/dt;
```

```
y2dot(i) = (y2(i) - y2(i-1))/dt;
y3dot(i) = (y3(i) - y3(i-1))/dt;
y4dot(i) = (y4(i) - y4(i-1))/dt;
y1(i+1) = (ktf1*(z1(i) - y1(i)) + ctf1*(z1dot(i) - y1dot(i)) -
(kfa1*ma(i) + dfa1*madot(i) - 0.5*frbf(i)))*(dt^2)/mtf+2*y1(i) - y1(i-1);
y2(i+1) = (ktf2*(z2(i) - y2(i)) + ctf2*(z2dot(i) - y2dot(i)) -
(kfa2*mb(i) + dfa2*mbdot(i) + 0.5*frbf(i)))*(dt^2)/mtf+2*y2(i) - y2(i-1);
y3(i+1) = (ktr3*(z3(i) - y3(i)) + ctr3*(z3dot(i) - y3dot(i)) -
(kfb3*mc(i) + dfb3*mcdot(i) - 0.5*rrbf(i)))*(dt^2)/mtr+2*y3(i) - y3(i-1);
y4(i+1) = (ktr4*(z4(i) - y4(i)) + ctr4*(z4dot(i) - y4dot(i)) -
(kfb4*md(i) + dfb4*mddot(i) + 0.5*rrbf(i)))*(dt^2)/mtr+2*y4(i) - y4(i-1);
L1(i+1) = ktf1*(z1(i) - y1(i+1)) + ctf1*(z1dot(i) - y1dot(i));
L2(i+1) = ktf2*(z2(i) - y2(i+1)) + ctf2*(z2dot(i) - y2dot(i));
L3(i+1) = ktr3*(z3(i) - y3(i+1)) + ctr3*(z3dot(i) - y3dot(i));
L4(i+1) = ktr4*(z4(i) - y4(i+1)) + ctr4*(z4dot(i) - y4dot(i));
```

end

Βάσει του παραπάνω αλγορίθμου, είναι εφικτό να ελέγχεται η απόκριση του οχήματος σε ένα πλήθος διαφορετικών εντολών του οδηγού (ουσιαστικά, ένα πλήθος διαφορετικών συνδυασμών γωνιών και συντελεστών ολίσθησης). Επίσης, μπορεί να ελεγχθεί η επίδραση που έχει κάποια αλλαγή στο όχημα αυτό καθ' εαυτό, όπως η αλλαγή των συντελεστών απόσβεσης των αποσβεστήρων, η μεταβολή των σταθερών k των ελατηρίων ή η αλλαγή κάποιας διάστασης (μετατροχίου ή μεταξονίου). Για να επαληθευτούν τα παραπάνω, θα εκτελεστεί ο αλγόριθμος για διάφορες τιμές συντελεστών και γωνιών ολίσθησης καθώς και για διάφορα χαρακτηριστικά του οχήματος.

Περίπτωση 1η

Στην πρώτη περίπτωση θα τεθούν οι εμπρός (1, 2) γωνίες ολίσθησης σταθερές και ίσες με 10 μοίρες. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει να αλλάξουν τιμή οι παρακάτω μεταβλητές:

- flagsa=1
- sa1(i)=10
- sa2(i)=10
- sa3(i)=0
- sa4(i)=0

Μετά την εκτέλεση του προγράμματος, προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα:



Εικόνα 48 Περίπτωση 1: Εγκάρσια δύναμη ελαστικού 1

Παρατηρούμε ότι μετά από μία μεταβατική κατάσταση, η δύναμη του ελαστικού σταθεροποιείται στα 1350N.

Περίπτωση 2η:

Σε αυτήν την περίπτωση θα δοκιμαστεί η απόκριση του μοντέλου σε μεταβολή των συντελεστών ολίσθησης. Η είσοδος θα έχει παλμική μορφή και θα έχει διάρκεια 2sec. Οι αλλαγές που πρέπει να γίνουν στον αλγόριθμο του μοντέλου είναι οι παρακάτω:

- flagsr=4
- tmin=3
- tmax=5
- sr1max=0.1
- sr2max=0.1
- sr3max=0.1
- sr4max=0.1

Το σήμα εισόδου θα έχει την ακόλουθη μορφή:





Στο παρακάτω διάγραμμα έχει καταγραφεί η συνολική διαμήκης δύναμη του πίσω άξονα του οχήματος.



Εικόνα 50 Περίπτωση 2: Διαμήκης δύναμη πίσω ελαστικών

Ο συντελεστής ολίσθησης τέθηκε στο 0.1, η παραγόμενη διαμήκης δύναμη είναι θετική, επομένως αναμένουμε την επιτάχυνση του οχήματος κατά την θετική κατεύθυνση του διαμήκη άξονα (x). Η επιτάχυνση αυτή έχει ως αποτέλεσμα την περιστροφή του οχήματος ως προς τον εγκάρσιο άξονα. Αυτό φαίνεται και στο ακόλουθο διάγραμμα, στο οποίο, για όσο χρόνο η είσοδος δεν είναι μηδενική, έχει αυξηθεί η γωνία pitch περίπου στη 1.7°.



Εικόνα 51 Περίπτωση 2: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας

Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζουν και τα φορτία των τροχών. Αυτό που αναμένεται, θεωρητικά, είναι ότι κατά την επιτάχυνση ενός οχήματος αποφορτίζονται τα ελαστικά του εμπρός άξονα και φορτίζονται τα ελαστικά του πίσω, ως αποτέλεσμα της διαμήκους μεταφοράς βάρους. Από το διάγραμμα που ακολουθεί μπορούμε να συμπεράνουμε ότι, για όσο οι συντελεστές ολίσθησης δεν είναι μηδενικοί, προσομοίωση ταυτίζεται με την θεωρία καθώς το ελαστικό 1 αποφορτίζεται και το ελαστικό 3 φορτίζεται.



Εικόνα 52 Περίπτωση 2: Κατακόρυφα φορτία ελαστικών 1 και 3

Περίπτωση 3η:

Αυτή η περίπτωση έχει ως σήμα εισόδου την γωνία ολίσθησης, όπως και η πρώτη. Η σημαντική διαφορά είναι ότι το σήμα εισόδου είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα. Έτσι, όταν αναπτύσσεται γωνία ολίσθησης, προς τη μία κατεύθυνση, στους εμπρός τροχούς, κατ' εντολή του οδηγού, σχεδόν ταυτόχρονα αναπτύσσεται γωνία ολίσθησης στους πίσω, προς την αντίθετη κατεύθυνση. Έχουμε λοιπόν:

- flagsa=4
- t1=3
- t2=5
- sa1max=5
- sa2max=5
- sa3max=-1
- sa4max=-1

Το σήμα εισόδου είναι (για τον εμπρός και τον πίσω άξονα):





Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνονται οι παραγόμενες, εγκάρσιες, δυνάμεις για κάθε άξονα.



Εικόνα 54 Περίπτωση 3: Εγκάρσια δύναμη

Περίπτωση 4η:

Στην τελευταία περίπτωση, το σήμα εισόδου είναι μηδενικό για την γωνία ολίσθησης, μηδενικό για τους συντελεστές ολίσθησης των εμπρός ελαστικών και παλμός για τους συντελεστές ολίσθησης των πίσω ελαστικών. Προσομοιάζεται η επιτάχυνση οχήματος, στο οποίο η ισχύς του κινητήρα μεταδίδεται στους πίσω τροχούς.

Αυτό που έχει ενδιαφέρον είναι οι δοκιμές που εκτελέστηκαν, αρχικά μεταβάλλοντας τις σταθερές των ελατηρίων και στη συνέχεια μεταβάλλοντας τα χαρακτηριστικά απόσβεσης των αποσβεστήρων. Η είσοδος προφανώς παρέμεινε ίδια σε κάθε δοκιμή. Οι αλλαγές που έγιναν στον αλγόριθμο είναι οι ακόλουθες.

- flagsr=4
- tmin=3
- tmax=5
- sr1max=0
- sr2max=0
- sr3max=0.1
- sr4max=0.1
- kfa1=25000
- kfa2=25000
- kfb3=25000
- kfb4=25000

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή των συντελεστών ολίσθησης των τεσσάρων ελαστικών ως προς τον χρόνο.



Εικόνα 55 Περίπτωση 4: Σήμα εισόδου

Η συνολική διαμήκης δύναμη που ασκείται στο όχημα είναι:



Εικόνα 56 Περίπτωση 4α: Διαμήκης δύναμη

Η γωνία περιστροφής της αναρτώμενης μάζας αυξάνεται, για το χρονικό διάστημα στο οποίο ασκείται η διαμήκης δύναμη.



Εικόνα 57 Περίπτωση 4α: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας

Όπως έχει περιγραφεί σε προηγούμενες περιπτώσεις, κατά την διαμήκη επιτάχυνση, αναμένεται αύξηση του κατακόρυφου φορτίου των πίσω ελαστικών, λόγω μεταφοράς βάρους.



Εικόνα 58 Περίπτωση 4α: Κατακόρυφο φορτίο ελαστικού 3

Σε αυτό το σημείο, θα εξεταστεί η απόκριση του οχήματος για διαφορετικές σταθερές ελατηρίων. Στον αλγόριθμο πρέπει να αλλάξει η τιμή των μεταβλητών:

- kfa1=5000
- kfa2=5000
- kfb3=5000
- kfb4=5000

Η σημαντικότερη διαφορά, όπως ήταν θεωρητικά αναμενόμενο, προκύπτει στην γωνία περιστροφής της αναρτώμενης μάζας γύρω από τον εγκάρσιο άξονα. Η πρώτη παρατήρηση είναι ότι σχεδόν πενταπλασιάζεται η μέγιστη τιμή της. Από 0.7 μοίρες στην προηγούμενη περίπτωση, σε αυτή έφτασε στις 3.75. Επίσης, σε κάθε μεταβολή του σήματος εισόδου, η τιμή της γωνίας pitch, σε σχέση με την προηγούμενη επιλογή σταθεράς ελατηρίων, καθυστερεί να φτάσει την τελική τιμή της.



Εικόνα 59 Περίπτωση 4β: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας

Στην επόμενη προσομοίωση, μεταβάλλονται τα χαρακτηριστικά απόσβεσης των απόσβεστήρων:

- dfa1=500
- dfa2=500
- dfb3=500
- dfb4=500

Παρατηρούμε ότι η μέγιστη τιμή της γωνίας pitch δεν μεταβάλλεται. Αυτό που μεταβάλλεται σημαντικά είναι η ταλάντωση που εκτελεί τόσο η γωνία όσο και το κατακόρυφο φορτίο του τροχού 3 σε κάθε μεταβολή του σήματος εισόδου (συντ. ολίσθησης). Η τιμή της γωνίας pitch (και του κατακόρυφου φορτίου) ταλαντώνεται γύρω από την τελική της τιμή περισσότερο από τις προηγούμενες περιπτώσεις.



Εικόνα 60 Περίπτωση 4γ: Γωνία pitch αναρτώμενης μάζας



Εικόνα 61 Περίπτωση 4γ: Κατακόρυφο φορτίο ελαστικού 3

Βιβλιογραφία

[1] Smith, Carroll: Tune To Win, Aero Publishers, 1978

[2] Milliken, William & Milliken, Douglas: Race Car Vehicle Dynamics, SAE Publications, 1995

[3] Σπέντζας, Κ.Ν. & Demic, Μ: Θεωρία Κινήσεως Τροχοφόρων Οχημάτων, Εργ. Οχημάτων ΕΜΠ, Αθήνα 2004

[4] Staniforth, Allan: Competition Car Suspension, Haynes Publishing, 2004

[5] Ellis, J.R: Vehicle Handling Dynamics, Mechanical Engineering Publications, London 1994

[6] Κανάραχος, Α. & Αντωνιάδης, Ι: Δυναμική Μηχανών, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 1998