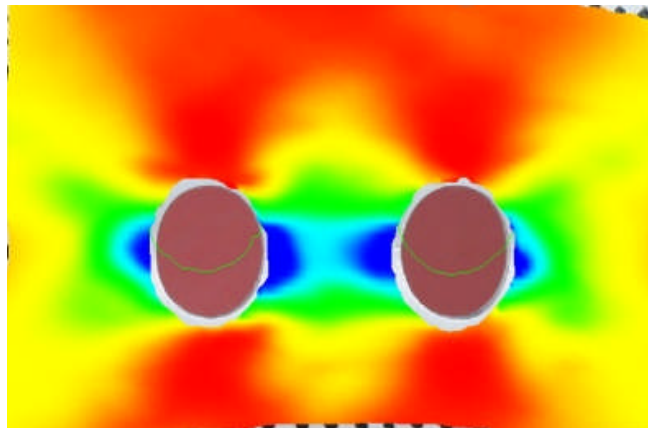


**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ**

**Δ.Π.Μ.Σ. : «Εφαρμοσμένη Μηχανική»**

**Πειραματικός προσδιορισμός παραμορφώσεων σε πλάκα με  
δύο συμμετρικές κυκλικές οπές με τη μέθοδο Mesh Free  
Random Grid (M.F.R.G.)**



**Μεταπτυχιακή Εργασία**

**Γιαβούδη Σοφία**

**Επιβλέπων Καθηγητής: Ανδριανόπουλος Νίκος**

**ΑΘΗΝΑ 2011**



## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Θέμα της μεταπτυχιακής εργασίας είναι ο πειραματικός προσδιορισμός των παραμορφώσεων σε δοκίμιο το οποίο περιέχει 2 κυκλικές συμμετρικές οπές με τη μέθοδο Mesh Free Random Grid (M.F.R.G).

Στην αρχή της εργασίας γίνεται μια περιγραφή της μεθόδου απεικόνισης πλήρους πεδίου και παρουσιάζεται τι είναι η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας, τα είδη της ψηφιακής εικόνας, η έννοια της κατωφλίωσης, ο τρόπος που γίνονται οι μετρήσεις στην ψηφιακή εικόνα και οι ψηφιακές μηχανές dSLR. Ακόμα γίνεται αναφορά στο διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων, στην ελαστική περιοχή και στην περιοχή διαρροής και παρουσιάζεται ο υπολογισμός του τασικού πεδίου στην περίπτωση άπειρης πλάκας με μια κυκλική οπή και με δύο κυκλικές οπές.

Τέλος, ακολουθεί η περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας, η επεξεργασία των μετρήσεων και κατασκευάζονται γραφήματα τα οποία απεικονίζουν το παραμορφωσιακό πεδίο για χαμηλές και υψηλές τιμές φόρτισης.

## **ABSTRACT**

The focus of this thesis is the experimental determination of strain in a plate containing 2 symmetrical circular holes with the method of Mesh Free Random Grid (MFRG).

At the beginning of the thesis it is being described the method of Mesh Free Random Grid (MFRG) and it is being presented what is digital imaging, the types of digital images, how measurement are taken from the digital image and the digital cameras dSLR. It is also mentioned the stress-strain diagram, the elastic area and yielding area and it is also being presented the calculation of the stresses in an infinite plate containing one and two circular holes.

Finally, it is being described the experimental procedure, the evaluation of the data acquired and charts are being constructed that illustrate the strain in a plate containing two circular holes in low and high loads.



## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ανδριανόπουλο, Καθηγητή του Τομέα Μηχανικής της Σχολής εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου για την καθοδήγηση του, τη βοήθεια του και της χρήσιμες συμβουλές του κατά την εκπόνηση της μεταπτυχιακής μου εργασίας.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Διδάκτορα Βασίλη Μανωλόπουλο, τον υποψήφιο διδάκτορα Γιάννη Δερνίκα και τον Αντώνη Ζαχαράτο για την πολύτιμη βοήθεια τους στην εκπόνηση αυτής της εργασίας.



# Περιεχόμενα

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΠΕΔΙΟΥ

1.1 Τι είναι η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας	9
1.2 Ψηφιακή εικόνα	10
1.3 Είδη ψηφιακής εικόνας	12
1.4 Η έννοια της κατωφλίωσης	14
1.5 Μετρήσεις πάνω στην εικόνα	17
1.6 Ψηφιακές μηχανές dSLR	22

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΤΟ ΤΑΣΙΚΟ – ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΑΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΕ ΟΠΗ

2.1 Το Διάγραμμα Τάσεων- Παραμορφώσεων	25
2.2 Η ενέργεια των παραμορφώσεων	27
2.3 Η ελαστική περιοχή	29
2.4 Περιοχή διαρροής	30
2.5 Η περιοχή κρατύνσεως	31
2.6 Ο βρόχος υστερήσεως	32
2.7 Το τασικό πεδίο σε άπειρη πλάκα με κυκλική οπή	34
2.8 Το τασικό πεδίο σε άπειρη πλάκα με δύο κυκλικές οπές	35

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

3.1 Εισαγωγή	39
3.2 Η μηχανή των πειραμάτων	39
3.3 η προετοιμασία των πειραμάτων	41
3.4 Η μέθοδος επεξεργασίας των πειραμάτων	42
3.5 Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε	43

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ –ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

4.1 Επεξεργασία των μετρήσεων	47
4.2 Συμπεράσματα	68

<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>71</b>
---------------------	-----------





# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΠΕΔΙΟΥ

### 1.1 Τι είναι η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας

Οι άνθρωποι είναι πρωτίστως οπτικά όντα και μία εικόνα γίνεται καλύτερα αντιληπτή από οποιαδήποτε άλλη μορφή πληροφορίας. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με τον τεράστιο όγκο των οπτικών πληροφοριών και την ανάγκη επεξεργασίας τους οδήγησε τους επιστήμονες στην εξεύρεση μέσων ψηφιακής αποθήκευσης και επεξεργασίας των εικόνων. Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας (digital image processing) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στη Νέα Υόρκη των Η.Π.Α. στις αρχές της δεκαετίας του 1920. Αρχικά χρησιμοποιήθηκε για τη βελτίωση των εικόνων από εφημερίδες που αποστέλλονταν μέσω υποθαλάσσιου καλωδίου μεταξύ Λονδίνου και Νέας Υόρκης. Ωστόσο το επιστημονικό πεδίο της επεξεργασίας εικόνας αναπτύχθηκε και διαδόθηκε σημαντικά τη δεκαετία του 1970 με την αυξανόμενη χρησιμοποίηση της εικόνας σε πάρα πολλές εφαρμογές, συνοδευόμενη από την πρόοδο που επιτεύχθηκε στο μέγεθος, την ταχύτητα, το κόστος των ηλεκτρονικών υπολογιστών και τις σχετικές τεχνολογίες επεξεργασίας σήματος. Η επεξεργασία της εικόνας έπαιξε τότε σημαντικό ρόλο σε επιστημονικές, βιομηχανικές, διαστημικές και άλλες εφαρμογές. Η επόμενη δεκαετία υπήρξε μία δεκαετία σημαντικότητας ανάπτυξης σε αυτό το πεδίο. Στις αρχές αυτής πολλές τεχνικές επεξεργασίας εικόνας έβρισκαν μόνο ακαδημαϊκό ενδιαφέρον, αφού η εκτέλεσή τους ήταν πολύ αργή και ακριβή. Στο τέλος της δεκαετίας όμως, εξαιτίας της προόδου στις εφαρμογές και στους αλγορίθμους, η επεξεργασία εικόνας έγινε μία καιρική και χαμηλού κόστους τεχνολογία. Από τις αρχές του εικοστού αιώνα έως και σήμερα, η επιστήμη αυτή αποτελεί έναν ώριμο επιστημονικό κλάδο της πληροφορικής με πάρα πολλές εφαρμογές στην εφαρμοσμένη μηχανική.

Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας αναφέρεται στη διαχείριση εικόνων. Ο σκοπός αυτής της διαχείρισης μπορεί να χωριστεί σε δύο κατηγορίες. Αυτές είναι η επεξεργασία της εικόνας και η ανάλυση της εικόνας.

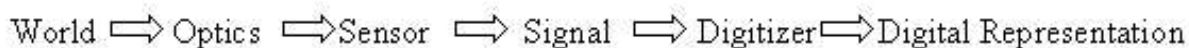
Όπως δηλώνει και ο τίτλος της, η επεξεργασία εικόνας ασχολείται με την ψηφιακή καταγραφή εικόνων και με την επεξεργασία τους μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Επομένως, τόσο η είσοδος όσο και η έξοδος αφορούν ψηφιακές εικόνες. Το αντικείμενο της επεξεργασίας μπορεί να είναι η βελτίωση της αντίθεσης της εικόνας, το φιλτράρισμα του θορύβου καταγραφής ή μετάδοσης, η αφαίρεση του θαμπώματος που προκαλείται από την κίνηση της κάμερας κατά τη λήψη της εικόνας, η διόρθωση των γεωμετρικών παραμορφώσεων που προκαλούνται από το φακό, η συμπίεση του όγκου πληροφορίας, η αποθήκευση εικόνας και η ψηφιακή μετάδοσή της.

Η Ψηφιακή ανάλυση εικόνας (digital image analysis) ασχολείται με την περιγραφή και αναγνώριση του περιεχομένου της εικόνας. Η περιγραφή αυτή είναι συνήθως συμβολική. Επομένως η είσοδος στην ανάλυση εικόνας είναι ψηφιακή εικόνα και η έξοδος συμβολική περιγραφή. Η ανάλυση εικόνας προσπαθεί να μιμηθεί την

ανθρώπινη όραση γι' αυτό ένας ταυτόσημος τίτλος της είναι η τεχνητή όραση (computer vision). Η ανθρώπινη όραση όμως είναι ένας πολύπλοκος νευροφυσιολογικός μηχανισμός, ο οποίος δύσκολα μπορεί να προσομοιωθεί σε Η/Υ. Για το λόγο αυτό, η τεχνητή όραση απέχει πολύ από την ανθρώπινη όραση από άποψη μεθόδων ανάλυσης. Η ανάλυση εικόνας είναι πιο εύκολη για εφαρμογές όπου το περιβάλλον, τα αντικείμενα και οι συνθήκες φωτισμού είναι προκαθορισμένες. Ο σχετικός κλάδος της τεχνητής όρασης καλείται ρομποτική όραση (robotic vision). Η ανάλυση είναι πολύ πιο δύσκολη για εφαρμογές όπου το περιβάλλον είναι άγνωστο και τα αντικείμενα πολυπληθή ή ασαφή, π.χ. σε βιοϊατρικές εφαρμογές ή σε σκηνές εξωτερικών χώρων (natural scenes). Γι' αυτό τα πιο πολλά υπάρχοντα συστήματα ανάλυσης εικόνας είναι κατασκευασμένα για εξειδικευμένες εφαρμογές.

## 1.2 Ψηφιακή εικόνα

Για να επεξεργαστούμε μία φωτογραφία ψηφιακά στον Η/Υ πρέπει πρώτα αυτή να αποθηκευτεί σε αυτόν σε μία μορφή, την οποία να μπορεί να χειριστεί κατάλληλα μέσω κάποιων εφαρμογών. Αυτό που μας ενδιαφέρει λοιπόν είναι η ηλεκτρονική καταγραφή μιας εικόνας, ώστε η τελευταία να μπορεί να ψηφιοποιηθεί και να αποθηκευτεί στον Η/Υ με την μορφή μίας ψηφιακής εικόνας. Η όλη διαδικασία σχηματισμού της ψηφιακής εικόνας μπορεί να αναπαρασταθεί με τον ακόλουθο τρόπο:



όπου :

- Κόσμος (world) είναι η πραγματικότητα, δηλαδή ο φυσικός κόσμος.
- Η οπτική (optics) επιτρέπει στο φως που προέρχεται από τον κόσμο να εστιάσει στον αισθητήρα.
- Ο αισθητήρας (sensor) μετατρέπει το φως σε ηλεκτρική ενέργεια.
- Το σήμα (signal) είναι μία αναπαράσταση του φυσικού φωτός με τη μορφή συνεχούς ηλεκτρικής ενέργειας.
- Ο ψηφιοποιητής (digitizer), που συχνά αναφέρεται και ως A/D μετατροπέας (Analog to digital converter), μετατρέπει το συνεχές σήμα σε διακεκριμένο σήμα.
- Η ψηφιακή αναπαράσταση (digital representation) είναι η τελική αναπαράσταση της πραγματικότητας στη μνήμη του υπολογιστή.

Ουσιαστικά, το σημαντικότερο βήμα της διαδικασίας ψηφιοποίησης είναι η επεξεργασία που γίνεται από τον ψηφιοποιητή. Συγκεκριμένα, η εικόνα που

συλλαμβάνεται από έναν αισθητήρα, δηλαδή η αναλογική μορφή της εικόνας, εκφράζεται ως μία συνεχής συνάρτηση  $f(x, y)$  δύο συντεταγμένων στο επίπεδο. Προκειμένου η συνάρτηση αυτή να είναι κατάλληλη για επεξεργασία μέσω υπολογιστή πρέπει να ψηφιοποιηθεί τόσο χωρικά όσο και σε πλάτος και την διαδικασία αυτή ολοκληρώνει ο ψηφιοποιητής. Ο ψηφιοποιητής δηλαδή αναλαμβάνει να πραγματοποιήσει τη δειγματοληψία, την κβαντοποίηση του αναλογικού σήματος και την αποθήκευσή του. Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να ξεκαθαρίσουμε τις έννοιες της δειγματοληψίας και της κβαντοποίησης.

Η συνεχής εικόνα  $f(x, y)$  προσεγγίζεται συνήθως με δείγματα που έχουν μεταξύ τους ίσες αποστάσεις, τα οποία έχουν τη μορφή μίας  $M \times N$  διάταξης, όπου κάθε στοιχείο της διάταξης αποτελεί μία διακριτή ποσότητα. Χωρίζουμε δηλαδή την φωτογραφία σε ένα ορθογώνιο πλέγμα, σε μία συλλογή από ξεχωριστά κελιά, όπου κάθε κελί ονομάζεται εικονοστοιχείο (pixel). Μετά από αυτή την διαδικασία έχουμε :

$$f(x, y) \approx \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (1.3.1)$$

όπου το δεύτερο μέλος της παραπάνω εξίσωσης είναι αυτό που αποκαλείται κοινά ψηφιακή εικόνα. Ο ρυθμός δειγματοληψίας (pixel clock) του ψηφιοποιητή καθορίζει τη χωρική διακριτική ικανότητα της ψηφιοποιημένης εικόνας. Όσο πιο ακριβής είναι η δειγματοληψία, δηλαδή όσο μεγαλύτερα είναι τα  $M$  και  $N$ , τόσο καλύτερος είναι ο υπολογισμός της συνάρτησης της συνεχούς εικόνας  $f(x, y)$ .

Αφού ολοκληρωθεί η δειγματοληψία, στη συνέχεια σε κάθε εικονοστοιχείο δίνεται μία τιμή (pixel value), η οποία αναπαριστά το χρώμα του και το πόσο φωτεινό είναι. Η διαδικασία αυτή, δηλαδή ο καθορισμός του αριθμού των γκρι επιπέδων (gray-level value) στην ψηφιοποιημένη εικόνα, ονομάζεται κβαντοποίηση. Υποτίθεται ότι ολόκληρο το εικονοστοιχείο είναι του ίδιου χρώματος και έτσι κάθε μεταβολή χρώματος, η οποία πράγματι μπορεί να υπάρχει μέσα στην περιοχή του ενός εικονοστοιχείου προτού γίνει κβαντοποίηση στην φωτογραφία, χάνεται. Η κβαντοποίηση δεν είναι τίποτα άλλο παρά η μετάβαση από τις συνεχείς τιμές της συνάρτησης της εικόνας (φωτεινότητα) στο ψηφιακό ισοδύναμό της. Ο αριθμός επιπέδων κβαντοποίησης θα πρέπει να είναι αρκετά υψηλός ώστε ο άνθρωπος να μπορεί να αντιλαμβάνεται τις μικρές λεπτομέρειες της σκίασης στην εικόνα. Η εμφάνιση λανθασμένων περιγραμμάτων, η κβαντοποίηση των οποίων έχει γίνει με ανεπαρκή επίπεδα φωτεινότητας, είναι το κύριο πρόβλημα στην εικόνα. Αυτό συμβαίνει όταν ο αριθμός επιπέδων φωτεινότητας είναι μικρότερος από αυτόν που μπορούν να διακρίνουν εύκολα οι άνθρωποι. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, π.χ. τη μέση τοπική φωτεινότητα, αλλά οι απεικονίσεις που αποφεύγουν αυτό το φαινόμενο δίνουν συνήθως ένα φάσμα τουλάχιστον 100 επιπέδων έντασης. Οι περισσότερες συσκευές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας

χρησιμοποιούν κβαντοποίηση σε  $K$  ίσα διαστήματα, όπου  $K = 2^b$  με  $b$  τον αριθμό των bit που είναι αποθηκευμένα σε κάθε εικονοστοιχείο.

Η τελικά ψηφιακή εικόνα που δημιουργείται έπειτα από αυτά τα στάδια αποθηκεύεται στη μνήμη RAM της CPU (central processing unit) σαν ένας δισδιάστατος πίνακας, του οποίου οι διαστάσεις μπορούν να κυμαίνονται από 32 x 32 έως 1024 x 1024 ανάλογα με το απεικονιστικό σύστημα.

### 1.3 Είδη ψηφιακής εικόνας

Σε κάθε εικονοστοιχείο αποθηκεύεται μία τιμή, η οποία περιγράφει το πόσο φωτεινό είναι και τι χρώμα είναι. Υπάρχουν τρεις τρόποι αποθήκευσης των εικονοστοιχείων. Ένας τρόπος είναι να αποθηκεύεται κάθε εικονοστοιχείο ως χωριστό bit, το οποίο σημαίνει ότι ο υπολογιστής μπορεί να δεχτεί μόνο τις τιμές 0 και 1. Άλλος συνήθης τρόπος είναι να αποθηκεύεται κάθε εικονοστοιχείο ως ένα byte, δηλαδή 8 bits με πιθανές τιμές 0 ή 1 το κάθε bit ή μια ακέραιη τιμή από το σύνολο [0,255] και αυτό γιατί σε μορφή byte χρησιμοποιούνται μόνο οι ακέραιοι. Τέλος, στην περίπτωση που έχουμε έγχρωμη εικόνα, κάθε εικονοστοιχείο μπορεί να αποθηκευτεί ως ένας 24-bit αριθμός που χωρίζεται σε 3 συνιστώσες των 8-bit για το καθένα από τα βασικά χρώματα (κόκκινο, πράσινο και μπλε).

Έπειτα από αυτή την μικρή εισαγωγή σχετικά με τις τιμές που μπορεί να λάβει κάθε εικονοστοιχείο, είμαστε σε θέση να παρουσιάσουμε τους βασικούς τύπους ψηφιακών εικόνων, καθώς το είδος της ψηφιακής εικόνας εξαρτάται από την τιμή των εικονοστοιχείων της. Οι βασικοί αυτοί τύποι είναι οι ακόλουθοι :

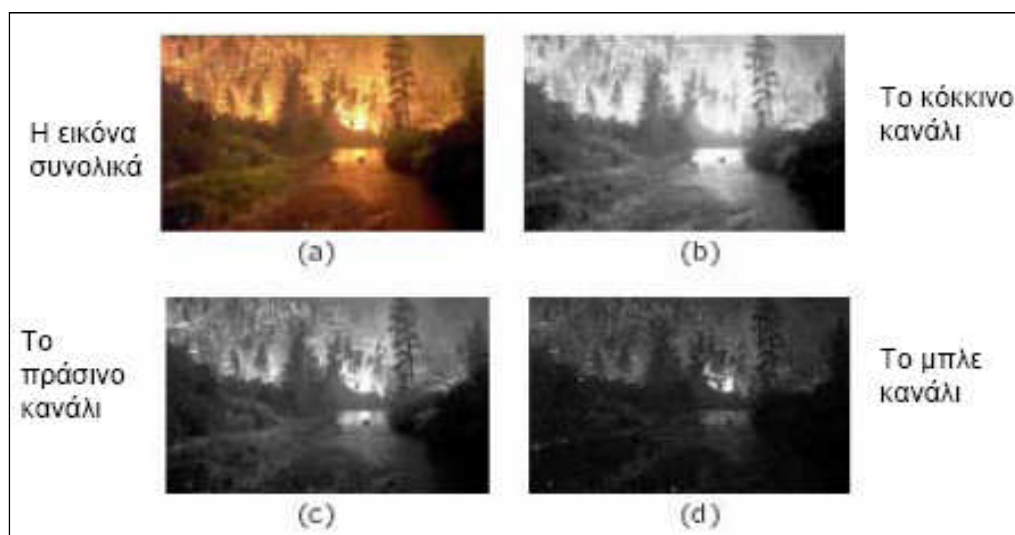
- Δυαδικές εικόνες (binary images).
- Εικόνες απόχρωσης του γκρι (grayscale ή intensity images).
- Έγχρωμες εικόνες (RGB images - Red, Green, Blue images).

Οι δυαδικές εικόνες είναι ένας πίνακας  $M \times N$  όπου το κάθε εικονοστοιχείο τους αποθηκεύεται ως 1-bit και έχει μόνο δύο τιμές έντασης που είναι συνήθως το 0 για το μαύρο και το 1 για το άσπρο γι' αυτό απεικονίζονται σαν ασπρόμαυρες. Οι δυαδικές εικόνες συνήθως παράγονται από κατωφλίωση (thresholding) μίας έγχρωμης ή απόχρωσης του γκρι εικόνας με σκοπό να ξεχωρίσουμε ένα αντικείμενο στη φωτογραφία από το φόντο. Το χρώμα του αντικειμένου (συνήθως το άσπρο) αναφέρεται σαν το χρώμα πρώτου πλάνου (foreground color). Το υπόλοιπο (συνήθως μαύρο) αναφέρεται σαν χρώμα φόντου (background color).

Οι εικόνες απόχρωσης του γκρι είναι επίσης ένας πίνακας  $M \times N$ , όμως σε αντίθεση με τις δυαδικές εικόνες, το κάθε εικονοστοιχείο τους αποθηκεύεται ως ένας 8-bit ακέραιος με τιμές από 0 έως 1 ή 255. Στην περίπτωση αυτή, συνήθως το 0 αντιστοιχεί στο μαύρο και το 1 ή το 255 στο άσπρο με τις ενδιάμεσες τιμές να καθορίζουν τις διάφορες αποχρώσεις του γκρι. Ο λόγος διαφοροποίησης αυτών των εικόνων από τις έγχρωμες είναι ότι ελάχιστες πληροφορίες χρειάζεται να δοθούν για

κάθε εικονοστοιχείο. Στην πραγματικότητα το γκρι είναι ένα χρώμα στο οποίο οι συνιστώσες του κόκκινου, του πράσινου και του μπλε έχουν την ίδια τιμή έντασης στον RGB χώρο. Για το λόγο αυτό, χρειάζεται να προσδιορίσουμε μόνο μία απλή τιμή της έντασης για κάθε εικονοστοιχείο, σε αντίθεση με τις τρεις εντάσεις που χρειάζεται να προσδιοριστούν για κάθε εικονοστοιχείο στις έγχρωμες φωτογραφίες.

Οι έγχρωμες εικόνες είναι ένας πίνακας  $M \times N \times 3$  όπου το κάθε εικονοστοιχείο τους αποθηκεύεται ως ένας 24-bit αριθμός που χωρίζεται σε 3 συνιστώσες των 8-bit για το καθένα από τα βασικά χρώματα του RGB χώρου. Επομένως για την αναπαράσταση έγχρωμων εικόνων πρέπει να οριστούν για κάθε εικονοστοιχείο χωριστά κόκκινες, πράσινες και μπλε συνιστώσες και έτσι η τιμή του εικονοστοιχείου είναι στην πραγματικότητα η συνισταμένη τριών αριθμών. Συχνά, οι τρεις διαφορετικές συνιστώσες αποθηκεύονται σαν τρεις ξεχωριστές εικόνες «απόχρωσης του γκρι», γνωστές σαν χρωματικά επίπεδα (color planes), ένα για το κόκκινο, ένα για το πράσινο και ένα για το μπλε, τα οποία ανασυνδυάζονται όταν η φωτογραφία προβάλλεται ή επεξεργάζεται. Η *Εικόνα 1.1* παρουσιάζει τα χρωματικά επίπεδα μίας RGB εικόνας.



**Εικόνα 1.1 :** **a)** Μία RGB εικόνα. **b)** Το κόκκινο κανάλι. **c)** Το πράσινο κανάλι. **d)** Το μπλε κανάλι.

Η ταύτιση του RGB χρωματικού μοντέλου με τις έγχρωμες εικόνες δεν μπορεί να είναι τυχαία. Πιθανότατα, η επικράτηση του μοντέλου αυτού για την ψηφιοποίηση των έγχρωμων εικόνων οφείλεται στο γεγονός ότι είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε σχεδόν όλα τα ορατά χρώματα συνδυάζοντας τα τρία αρχικά, όπως είναι το κόκκινο, το πράσινο και το μπλε, διότι το ανθρώπινο μάτι έχει μόνο τρεις διαφορετικούς χρωματικούς δέκτες. Κάθε ένας από αυτούς είναι ευαίσθητος σε ένα από τα παραπάνω τρία χρώματα. Διαφορετικοί συνδυασμοί στον τρόπο δράσης των αποδεκτών κάνουν δυνατή τη διάκριση περίπου 350.000 χρωμάτων.

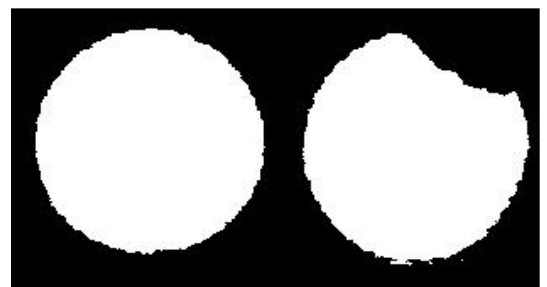
## 1.4 Η έννοια της κατωφλίωσης

Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι οι δυαδικές εικόνες συνήθως παράγονται από κατωφλίωση μίας έγχρωμης ή απόχρωσης του γκρι εικόνας με σκοπό να ξεχωρίσουμε ένα αντικείμενο στη φωτογραφία από το φόντο. Το γεγονός ότι ο διαχωρισμός του αντικειμένου από το φόντο είναι πάρα πολύ χρήσιμος σε πολλές εφαρμογές καθιστά την κατωφλίωση ιδιαίτερα σημαντική διεργασία στην ψηφιακή επεξεργασία εικόνας. Γι' αυτό το λόγο θεωρούμε σημαντικό να την εξετάσουμε λίγο διεξοδικά.

Η κατωφλίωση ουσιαστικά αποτελεί έναν εύκολο τρόπο για να εκτελέσουμε την κατάτμηση της εικόνας βάσει των διαφορετικών εντάσεων των χρωμάτων στις μπροστά και πίσω περιοχές της φωτογραφίας. Στις απλές εφαρμογές η κατάτμηση καθορίζεται από μία απλή παράμετρο γνωστή ως ένταση κατωφλίωσης (intensity threshold). Κάθε εικονοστοιχείο στη φωτογραφία συγκρίνεται με το κατώφλι. Εάν η ένταση του εικονοστοιχείου είναι υψηλότερη από το κατώφλι το εικονοστοιχείο τοποθετείται συνήθως στα λευκά στην έξοδο. Αν είναι μικρότερη από το κατώφλι τότε τίθεται στα μαύρα. Σε πιο προχωρημένες εφαρμογές πολλαπλές κατωφλιώσεις μπορούν να καθοριστούν έτσι ώστε μία λωρίδα από τιμές εντάσεως να μπορεί να καθοριστεί άσπρη ενώ όλα τα υπόλοιπα τίθενται μαύρα. Για έγχρωμες φωτογραφίες είναι δυνατόν να θέσουμε διαφορετικά κατώφλια για κάθε χρωματικό κανάλι και έτσι να επιλέξουμε μόνο αυτά τα εικονοστοιχεία εντός ενός συγκεκριμένου κυβοειδούς στον RGB χώρο των χρωμάτων. Μία άλλη συχνή παραλλαγή είναι να θέσουμε μαύρα όλα τα εικονοστοιχεία που αντιστοιχούν στο φόντο αλλά να αφήσουμε τα εικονοστοιχεία του πρώτου πλάνου στο αρχικό τους χρώμα, αντί να τα ασπρίσουμε, ώστε να μην χάσουμε οποιαδήποτε πληροφορία. Στις *Εικόνες 1.2 - 1.3* παρουσιάζονται δύο ζεύγη φωτογραφιών, όπου κάθε ζεύγος εικόνων αναπαριστά μία εικόνα απόχρωσης του γκρι με την αντίστοιχη δυαδική της, η οποία προέκυψε ύστερα από κατωφλίωση της αρχικής. Είναι προφανές πως στα συγκεκριμένα παραδείγματα χρησιμοποιήθηκε ένα απλό καθολικό κατώφλι και ύστερα από την σύγκριση των τιμών των εικονοστοιχείων των αρχικών εικόνων με αυτό, τα εικονοστοιχεία του φόντου τέθηκαν μαύρα ενώ εκείνα του αντικειμένου τέθηκαν λευκά.



(a)

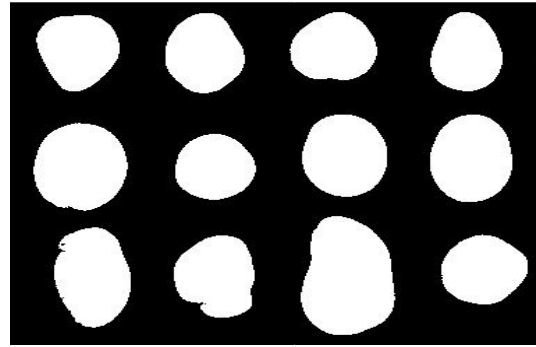


(b)

**Εικόνα 1.2 :** **a)** Η αρχική εικόνα απόχρωσης του γκρι. **b)** Η αντίστοιχη δυαδική εικόνα που προέκυψε ύστερα από κατωφλίωση



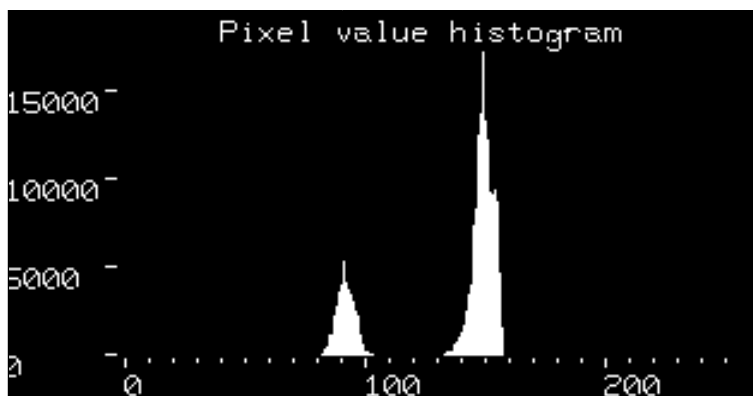
(a)



(b)

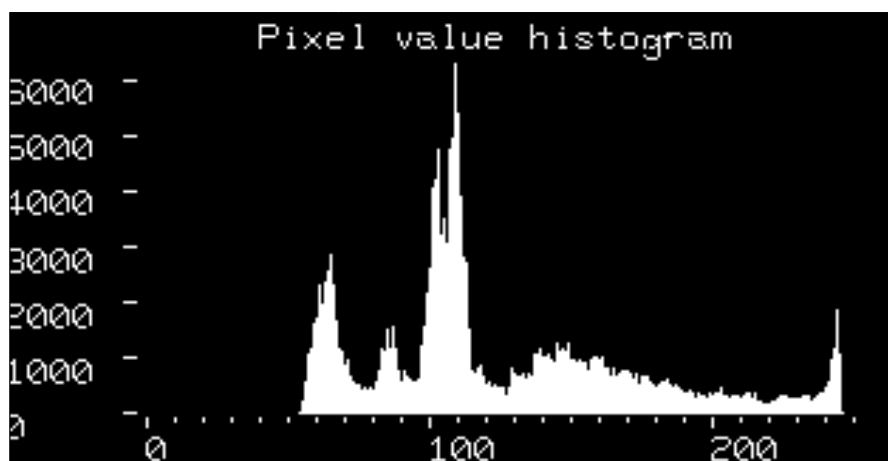
**Εικόνα 1.3 :** **a)** Η αρχική εικόνα απόχρωσης του γκρι. **b)** Η αντίστοιχη δυαδική εικόνα που προέκυψε ύστερα από κατωφλίωση.

Η αλήθεια είναι όμως πως δεν μπορούν όλες οι φωτογραφίες να υποστούν επιτυχώς κατωφλίωση. Σημαντικός παράγοντας, ο οποίος μας βοηθά να αποφανθούμε το αν μία εικόνα μπορεί να καταμηθεί σωστά ή όχι, είναι το ιστόγραμμα εντάσεως της φωτογραφίας. Το ιστόγραμμα είναι ένα γράφημα που δείχνει τον αριθμό των εικονοστοιχείων που υπάρχουν σε μία φωτογραφία για κάθε διαφορετική τιμή της έντασης. Για μία 8-bit εικόνα απόχρωσης του γκρι υπάρχουν 256 διαφορετικές πιθανές εντάσεις και έτσι το ιστόγραμμα γραφικά θα απεικονίζει 256 αριθμούς που θα δείχνουν την κατανομή των εικονοστοιχείων μεταξύ των γκρι τιμών. Ιστογράμματα μπορούν επίσης να παρθούν από τις έγχρωμες φωτογραφίες, είτε ως ξεχωριστά ιστογράμματα των κόκκινων, πράσινων και μπλε καναλιών, είτε ως ένα 3-D ιστόγραμμα με τους τρεις άξονες να αναπαριστούν το κόκκινο, πράσινο και μπλε κανάλι και τη φωτεινότητα σε κάθε σημείο να αναπαριστά την τιμή του εικονοστοιχείου. Εμείς εδώ θα θεωρήσουμε ένα grayscale ιστόγραμμα αλλά η προέκταση για έγχρωμες φωτογραφίες είναι παρόμοια. Εάν λοιπόν το ιστόγραμμα που λαμβάνουμε από μία εικόνα αποτελεί μία τέλεια δίκορφη (bi-modal) κατανομή, όπως αυτή που φαίνεται στην *Εικόνα 1.4*, τότε είναι προφανές ότι η φωτογραφία μας μπορεί επιτυχώς να υποστεί κατωφλίωση.



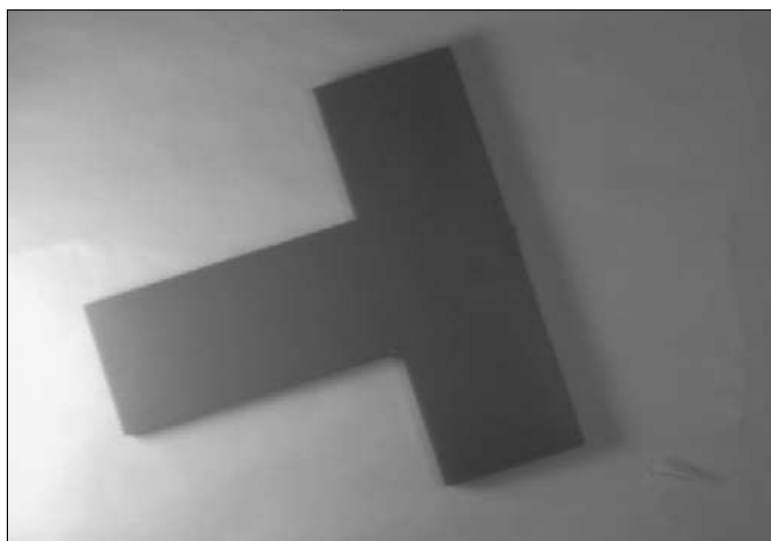
**Εικόνα 1.4 :** Ιστόγραμμα των τιμών των εικονοστοιχείων με εμφανή μία τέλεια δίκορφη κατανομή, όπου η χαμηλότερη κορυφή αναπαριστά το αντικείμενο και η ψηλότερη το φόντο.

Προφανώς οι φωτογραφίες που φαίνονται στις *Εικόνες 1.2 (a)* και *1.3 (a)* έχουν ιστόγραμμα εντάσεως παρόμοιο με αυτό που απεικονίζεται στην *Εικόνα 1.4*, αφού υπέστησαν πλήρως επιτυχή κατωφλίωση. Υπάρχουν όμως και ιστογράμματα φωτογραφιών στα οποία δεν υπάρχει αυτή η δίκροφη κατανομή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η επιλογή ενός καθολικού κατωφλίου, το οποίο να μπορεί να ξεχωρίσει το πρώτο πλάνο από το φόντο. Ένα τέτοιο ιστόγραμμα παρουσιάζεται στην *Εικόνα 1.5*.



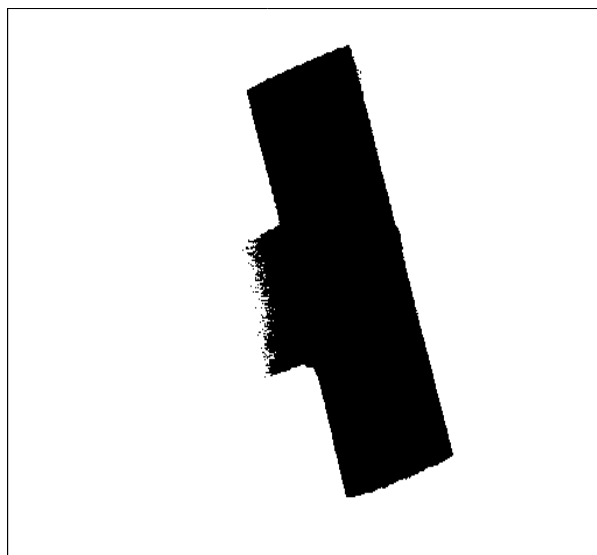
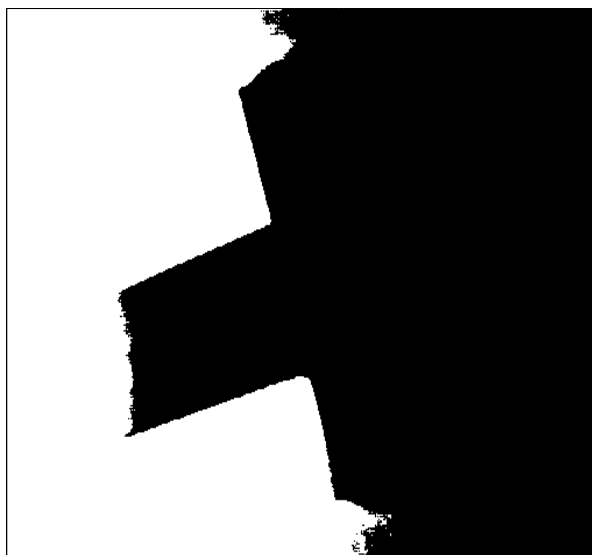
**Εικόνα 1.5** : Ιστόγραμμα των τιμών των εικονοστοιχείων με κατεστραμμένη διωνυμική κατανομή.

Η *Εικόνα 1.5* αποτελεί το ιστόγραμμα εντάσεως της φωτογραφίας της *Εικόνας 1.6*. Όπως είναι εμφανές, στην *Εικόνα 1.6* υπάρχει ένας σημαντικός παράγοντας φωτισμού κατά μήκος της φωτογραφίας. Ουσιαστικά είναι αυτός ο παράγοντας που θολώνει το ιστόγραμμα και καταστρέφει την διωνυμική κατανομή. Οποιαδήποτε προσπάθεια για να κατωφλιώσουμε την συγκεκριμένη φωτογραφία θα είναι αποτυχημένη. Δύο αποτυχημένες κατωφλιώσεις φαίνονται στις *Εικόνες 1.7* και *1.8*, στις οποίες η μόνη διαφορά είναι ότι χρησιμοποιήσαμε διαφορετική τιμή ως κατώφλι.



**Εικόνα 1.6** : Φωτογραφία με μη ομογενή φωτισμό κατά μήκος της.





**Εικόνες 1.7 – 1.8** : Αποτυχημένη καθολική κατωφλίωση με χρήση διαφορετικής τιμής κατωφλίου για κάθε εικόνα.

### 1.5 Μετρήσεις πάνω στην εικόνα

Η διαφορά μεταξύ επεξεργασίας εικόνας και ανάλυσης εικόνας βρίσκεται στην εξαγωγή πληροφοριών από αυτήν. Η επεξεργασία εικόνας είναι κατά κάποιο τρόπο η επιστήμη της διευθέτησης και ταξινόμησης. Αντίθετα η ανάλυση εικόνας προσπαθεί να βρει αυτές τις χαρακτηριστικές παραμέτρους, συνήθως αριθμητικές, οι οποίες αναπαριστούν τις σημαντικές πληροφορίες της εικόνας. Μετρήσεις οι οποίες μπορούν να εκτελεστούν σε χαρακτηριστικά της εικόνας κατηγοριοποιούνται σε τέσσερις ομάδες : φωτεινότητα, θέση, μέγεθος και σχήμα. Για κάθε ομάδα υπάρχει μία μεγάλη ποικιλία από συγκεκριμένες διαφορετικές μετρήσεις που μπορούν να γίνουν και υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να εκτελέσουμε αυτές τις εργασίες. Τα περισσότερα συστήματα ανάλυσης εικόνας προσφέρουν το λιγότερο μερικές μετρήσεις για κάθε ομάδα. Επομένως ο χρήστης διαπραγματεύεται με αρκετές διαφορετικές παραμέτρους μέτρησης. Οι περισσότερες από αυτές τις τεχνικές παράγουν μία αριθμητική έξοδο κατάλληλη για στατιστική ανάλυση ή παρουσίαση γραφικών. Συχνά η ερμηνεία των δεδομένων αυτών ανήκει σε ξεχωριστό πρόγραμμα.

Στη συνέχεια θα παραθέσουμε κάποια σχόλια ώστε να αναλύσουμε διεξοδικά κάποιες από αυτού του είδους τις μετρήσεις που μπορούν να πραγματοποιηθούν σε ένα χαρακτηριστικό. Αρχικά λοιπόν, όσον αφορά τη μέτρηση της φωτεινότητας γνωρίζουμε ότι σε κάθε εικονοστοιχείο της φωτογραφίας καταχωρείται μία αριθμητική τιμή, η οποία είναι συχνά η φωτεινότητα του αντίστοιχου σημείου στο αρχικό τοπίο. Το σύνηθες εύρος των χρωματικών τιμών φωτεινότητας είναι από 0 έως 255. Σπάνια οι αποθηκευμένες τιμές είναι ακέραιοι αφού τις περισσότερες φορές είναι πραγματικοί αριθμοί.

Η οπτική πυκνότητα δίνεται από τον τύπο :

$$\text{Ο.Π.} = \text{Log}_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (1.5.1)$$

όπου  $I/I_0$  είναι το μέρος του φωτός που διαπερνά το δοκίμιο χωρίς να απορροφάται ή να διασκορπίζεται.

Επίσης, αρκετές φορές, ο προσδιορισμός της θέσης των χαρακτηριστικών της εικόνας είναι απαραίτητος για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Για ένα ακανόνιστο χαρακτηριστικό που περιλαμβάνει αρκετά εικονοστοιχεία, ο προσδιορισμός της θέσης του μπορεί να γίνει με αρκετούς τρόπους. Για παράδειγμα, ένας τρόπος είναι να προσδιορίσουμε τις συντεταγμένες  $x$ ,  $y$  του μέσου σημείου του χαρακτηριστικού, οι οποίες καθορίζονται απλά ως η μέση της διαδρομής μεταξύ του ελάχιστου και του μέγιστου ορίου των εικονοστοιχείων που αποτελούν το χαρακτηριστικό. Τα ελάχιστα και τα μέγιστα όρια του κάθε χαρακτηριστικού μιας εικόνας είναι εύκολο να καθοριστούν βρίσκοντας τα εικονοστοιχεία με τις μεγαλύτερες και μικρότερες συντεταγμένες στην κατακόρυφη και στην οριζόντια διεύθυνση. Οι οριακές αυτές συντεταγμένες ορίζουν ένα ορθογώνιο γύρω από το χαρακτηριστικό και το σημείο τομής των μεσοκαθέτων των πλευρών αυτού του ορθογωνίου λαμβάνεται ως η θέση του χαρακτηριστικού. Ωστόσο, το μέσο σημείο δεν είναι μία αναπαράσταση της θέσης η οποία έχει ευρεία χρήση καθώς επηρεάζεται από λίγα εικονοστοιχεία.

Για ακανόνιστου σχήματος χαρακτηριστικά είναι προτιμότερο να λαμβάνουμε υπ' όψιν μας το πραγματικό σχήμα τους και τη θέση όλων των εικονοστοιχείων που τα απαρτίζουν. Αυτή η προσέγγιση καθορίζει το κέντρο βάρους του χαρακτηριστικού. Οι συντεταγμένες  $x$ ,  $y$  του κέντρου βάρους υπολογίζονται από τους παρακάτω τύπους :

$$\text{Κ.Β.}_x = \frac{\sum x_i}{A} \quad \text{Κ.Β.}_y = \frac{\sum y_i}{A} \quad (1.5.2)$$

όπου  $x_i$ ,  $y_i$  είναι οι συντεταγμένες του  $i$ -οστού εικονοστοιχείου και  $A$  είναι ο συνολικός αριθμός των εικονοστοιχείων του χαρακτηριστικού. Ο ορισμός του κέντρου βάρους λαμβάνει εξίσου κάθε εικονοστοιχείο μέσα στο χαρακτηριστικό. Για ορισμένους σκοπούς όμως, η φωτεινότητα του κάθε εικονοστοιχείου κάνει ορισμένα εικονοστοιχεία πιο σημαντικά από τα άλλα. Αυτή η μετατροπή είναι πολύ εύκολο να εισαχθεί αν συμπεριλάβουμε την τιμή της φωτεινότητας στον τύπο που μας δίνει το κέντρο βάρους.

Δηλαδή :

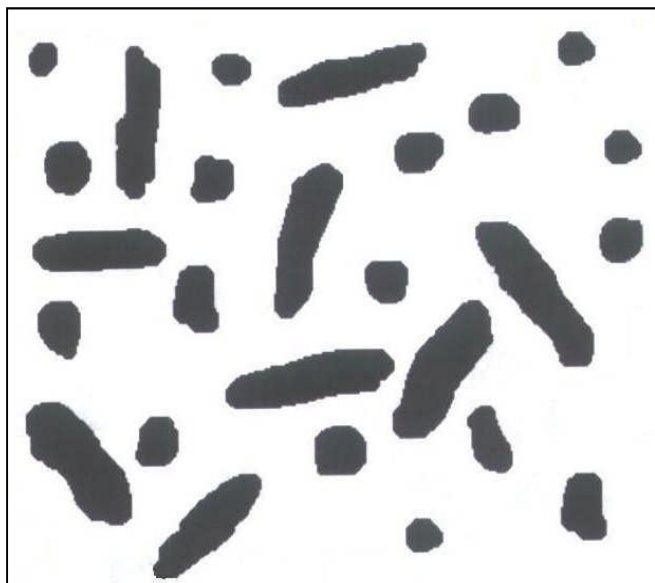
$$K.B._x = \frac{\sum_i PValue_i \cdot x_i}{\sum_i PValue_i} \quad y = \frac{\sum_i PValue_i \cdot y_i}{\sum_i PValue_i} \quad (1.5.3)$$

όπου PValue είναι η τιμή της φωτεινότητας του κάθε εικονοστοιχείου του χαρακτηριστικού.

Προηγουμένως είδαμε ότι προκειμένου να προσδιορίσουμε τη θέση κάποιου χαρακτηριστικού αναγκαζόμαστε να εντοπίσουμε το κέντρο βάρους του. Επίσης, είδαμε ότι το κέντρο βάρους έχει κάποιες συντεταγμένες  $x, y$ , δηλαδή ότι ουσιαστικά αναφέρεται σε κάποιο εικονοστοιχείο του χαρακτηριστικού που έχει αυτές τις συντεταγμένες. Επομένως, όταν μιλάμε για τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών μίας εικόνας, μπορούμε να τα φανταστούμε σαν ένα σύνολο από απειροστές κουκίδες.

Σε ορισμένες εφαρμογές η θέση των ξεχωριστών χαρακτηριστικών είναι λιγότερο σημαντική απ' ό,τι οι σχέσεις μεταξύ γειτονικών χαρακτηριστικών. Επομένως ορισμένες φορές τίθεται το πρόβλημα της διερεύνησης για το αν αυτές οι απειροστές κουκίδες είναι τοποθετημένες τυχαία, αν είναι ομαδοποιημένες ή αν οι αποστάσεις τους είναι σταθερές. Την λύση σε αυτό το πρόβλημα έδωσαν οι Schwarz και Exner (1983). Οι τελευταίοι έδειξαν ότι ένα ιστόγραμμα της κατανομής των αποστάσεων μεταξύ των πιο κοντινών γειτόνων είναι ικανό ώστε να μας δώσει μία απάντηση σε αυτό το πρόβλημα. Πράγματι, η απόσταση μεταξύ κάθε ζευγαριού γειτόνων, δεύτερων γειτόνων, κτλ. μπορεί να χρησιμοποιηθεί, αλλά στις περισσότερες περιπτώσεις τα ζευγάρια των πιο κοντινών γειτόνων είναι πιο εύκολο να προσδιοριστούν. Όταν έχουν καθοριστεί τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών, η ταξινόμηση του πίνακα των αποτελεσμάτων για τον εντοπισμό του πιο κοντινού γείτονα για κάθε χαρακτηριστικό είναι πλέον εύκολη. Η ευθεία γραμμή των αποστάσεων μεταξύ αυτών των σημείων υπολογίζεται και χρησιμοποιείται για να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το ιστόγραμμα να χαρακτηρίζεται από μία μέση τιμή και μία τυπική απόκλιση της κατανομής. Ανάλογα με τη μορφή που θα έχει το ιστόγραμμα μπορούμε να αποφανθούμε για το αν πρόκειται για μία τυχαία ή μία ομαδοποιημένη κατανομή ή αν οι πιο κοντινές - γειτονικές αποστάσεις είναι σταθερές. Για παράδειγμα, αν το ιστόγραμμα έχει παρόμοια μορφή με εκείνη του διαγράμματος της κανονικής κατανομής - η γνωστή δηλαδή ως «καμπάνα» - τότε πρόκειται για κέντρα βάρους με σταθερές τις μεταξύ τους αποστάσεις. Αν αντιθέτως το ιστόγραμμα έχει τη μορφή που παρουσιάζει το διάγραμμα της κατανομής Poisson, της κατανομής δηλαδή που αντιπροσωπεύει την πλήρη τυχαιότητα και που θα παρατηρούσαμε αν διασκορπίζαμε αλάτι πάνω σε ένα τραπέζι, τότε πρόκειται για τυχαία κατανομή των κέντρων βάρους των χαρακτηριστικών και επομένως των ίδιων των χαρακτηριστικών γενικότερα. Είναι προφανές ότι οποιαδήποτε άλλη μορφή παρατηρούμενου ιστογράμματος θα αναφέρεται σε μία ομαδοποιημένη κατανομή.

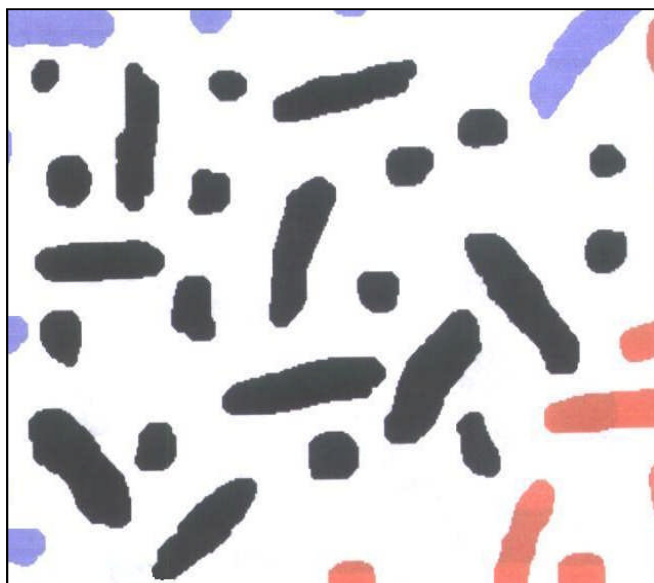
Μέχρι τώρα είδαμε μετρήσεις που μπορούμε να κάνουμε όσον αφορά τα χαρακτηριστικά μιας εικόνας. Τις περισσότερες φορές όμως, παρουσιάζεται το πρόβλημα σχετικά με το ποια από τα χαρακτηριστικά της εικόνας θα συμπεριλάβουμε στην ανάλυσή μας, ώστε να προβούμε στη συνέχεια στις μετρήσεις που μπορούμε να κάνουμε πάνω σε αυτά. Υπάρχουν αρκετές λύσεις που απαντούν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Αν τα χαρακτηριστικά της εικόνας δεν τέμνουν το οπτικό πεδίο, όπως συμβαίνει στην *Εικόνα 1.9*, τότε λαμβάνουμε υπ' όψιν μας όλα τα χαρακτηριστικά.



**Εικόνα 1.9** : Όλα τα χαρακτηριστικά της εικόνας βρίσκονται εντός του οπτικού

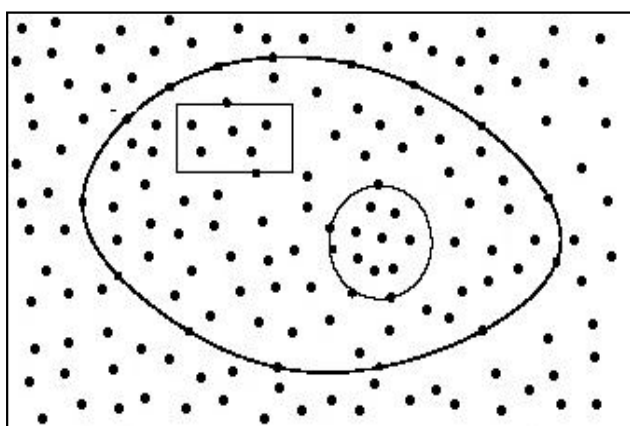
Αν όμως κάποια από τα χαρακτηριστικά τέμνουν το οπτικό πεδίο, όπως συμβαίνει στην *Εικόνα 1.10*, τότε μπορούμε να ακολουθήσουμε διάφορους τρόπους για να επιλύσουμε το πρόβλημά μας. Ένας τρόπος για να παράγουμε ένα αντικειμενικό αποτέλεσμα είναι να λάβουμε υπ' όψιν μας εκείνα τα χαρακτηριστικά τα οποία αγγίζουν δύο άκρες της φωτογραφίας, για παράδειγμα την πάνω και την αριστερή και να αγνοήσουμε εκείνα που τέμνουν την κάτω και δεξιά άκρη. Δύο άλλοι τρόποι είναι είτε να μετρήσουμε όλα τα χαρακτηριστικά ανεξαρτήτως του αν αγγίζουν κάποια άκρη της φωτογραφίας είτε να μετρήσουμε μόνο εκείνα τα χαρακτηριστικά που δεν τέμνουν καμία πλευρά. Όμως οι δύο τελευταίοι τρόποι είναι αρκετά προβληματικοί. Στον πρώτο τρόπο για κάθε χαρακτηριστικό που ακουμπάει σε κάποια άκρη κανένα μέγεθος δεν μπορεί να μετρηθεί, διότι δεν απεικονίζεται ολόκληρο με αποτέλεσμα καμία πληροφορία για το σχήμα, το μέγεθος ή τη θέση να μην μπορεί να παρθεί σωστά. Όσον αφορά τον δεύτερο τρόπο που στις μετρήσεις μας λαμβάνουμε υπ' όψιν μόνο τα χαρακτηριστικά τα οποία δεν αγγίζουν καμία άκρη, τότε σε αυτή την περίπτωση είναι λογικό οι αναλογίες των μεγάλων και των μικρών χαρακτηριστικών να είναι λανθασμένες, διότι ένα μεγάλο χαρακτηριστικό είναι πιο πιθανό να τέμνει μία άκρη σε σχέση με ένα μικρότερο. Επομένως τα αποτελέσματά μας πάλι δεν είναι πλήρως αντικειμενικά, αφού θα έχουμε λάβει υπ' όψιν μας περισσότερα μικρά και θα

έχουμε αποκλείσει αρκετά από τα μεγάλα χαρακτηριστικά χάνοντας έτσι την τυχαιότητα που επιδιώκουμε να διατηρούμε στην επεξεργασία μας.



**Εικόνα 1.10** : Κάποια από τα χαρακτηριστικά της εικόνας τέμνουν τις άκρες του οπτικού πεδίου με αποτέλεσμα κάποιο μέρος τους να βρίσκεται εντός του οπτικού πεδίου και το υπόλοιπο μέρος τους εκτός αυτού.

Ένας άλλος τρόπος επιλογής χαρακτηριστικών προς μέτρηση και επεξεργασία, που μάλιστα είναι ανεξάρτητος με το αν τα χαρακτηριστικά τέμνουν κάποια άκρη της εικόνας ή όχι, είναι η τοποθέτηση ενός χωρίου υποστήριξης (support domain) στην εικόνα. Στα πειράματά μας κάναμε χρήση αυτού του τρόπου και επειδή δεν μας ενδιέφεραν ολόκληρα τα χαρακτηριστικά αλλά μόνο τα κέντρα βάρους αυτών, τα οποία θεωρούμε ως απειροστές κουκκίδες, στις μετρήσεις μας λαμβάναμε υπ' όψιν μας εκείνα τα χαρακτηριστικά, των οποίων τα κέντρα βάρους βρίσκονταν εντός του χωρίου υποστήριξης ανεξάρτητα με το ποιο μέρος των χαρακτηριστικών βρίσκονταν εντός ή εκτός του συγκεκριμένου χωρίου. Το χωρίο μπορεί να έχει διαφορετικά σχήματα, όπως κυκλικό, ορθογώνιο, ελλειπτικό κτλ. όπως φαίνεται στην *Εικόνα 1.11*, όπου οι κουκκίδες αναπαριστούν τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών.



**Εικόνα 1.11** : Διαφορετικοί τύποι χωρίων υποστήριξης. Με κουκκίδες συμβολίζονται τα κέντρα βάρους των χαρακτηριστικών.

Στα πειράματά μας προκειμένου να κάνουμε την παρεμβολή των μετατοπίσεων πάνω στο δοκίμιο και στη συνέχεια να υπολογίσουμε τις παραμορφώσεις κάναμε χρήση κυκλικών χωρίων υποστήριξης.

## 1.6 Ψηφιακές μηχανές dSLR

Στα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν για την περάτωση αυτής της διπλωματικής εργασίας έγινε χρήση μίας dSLR ψηφιακής φωτογραφικής μηχανής. Για το λόγο αυτό, θεωρούμε χρήσιμο στο σημείο αυτό να αναφέρουμε κάποια βασικά στοιχεία των μηχανών αυτών. Ειδικότερα, θα παραθέσουμε παρακάτω κάποια απ' τα υπέρ αλλά και τα κατά που παρουσιάζουν οι μηχανές dSLR.

Επομένως, αν στη διάθεσή μας έχουμε μία σχετικά φθηνή dSLR τότε πρέπει να γνωρίζουμε ότι αυτή παρουσιάζει τα κάτωθι πλεονεκτήματα :

- Παρέχει τη δυνατότητα για αλλαγή φακών και υπάρχουν θαυμάσιοι φακοί για κάθε χρήση και για κάθε σύστημα.
- Η σκόπευση γίνεται μέσα από το φακό εξασφαλίζοντας πλήρη έλεγχο του κάδρου.
- Η σκόπευση δεν εξαρτάται από την μπαταρία.
- Το βάθος πεδίου μας δίνει τη δυνατότητα να γνωρίζουμε πόσο και που εστιάζει ο φακός.
- Οι χρόνοι κλείστρου και τα διαφράγματα έχουν τεράστιο εύρος σε σχέση με το αντίστοιχο των κόμπακτ.
- Η αυτονομία της μπαταρίας της είναι επαρκής σε ικανοποιητικό βαθμό.
- Ακόμη και στην περίπτωση που μία κόμπακτ έχει αισθητήρα ίδιας ανάλυσης με την dSLR, η τελευταία δίνει πολύ καλύτερες φωτογραφίες, διότι η επιφάνεια του αισθητήρα της είναι μεγαλύτερη και έτσι θεωρείται αποτελεσματικότερος συλλέκτης φωτός.
- Υποστηρίζει αρχεία τύπου RAW.
- Ο ψηφιακός θόρυβος είναι ελάχιστος.

Αν στη διάθεσή μας έχουμε μία ακριβή dSLR, τότε πρέπει να γνωρίζουμε ότι με αυτή κερδίζουμε επιπλέον τα ακόλουθα :

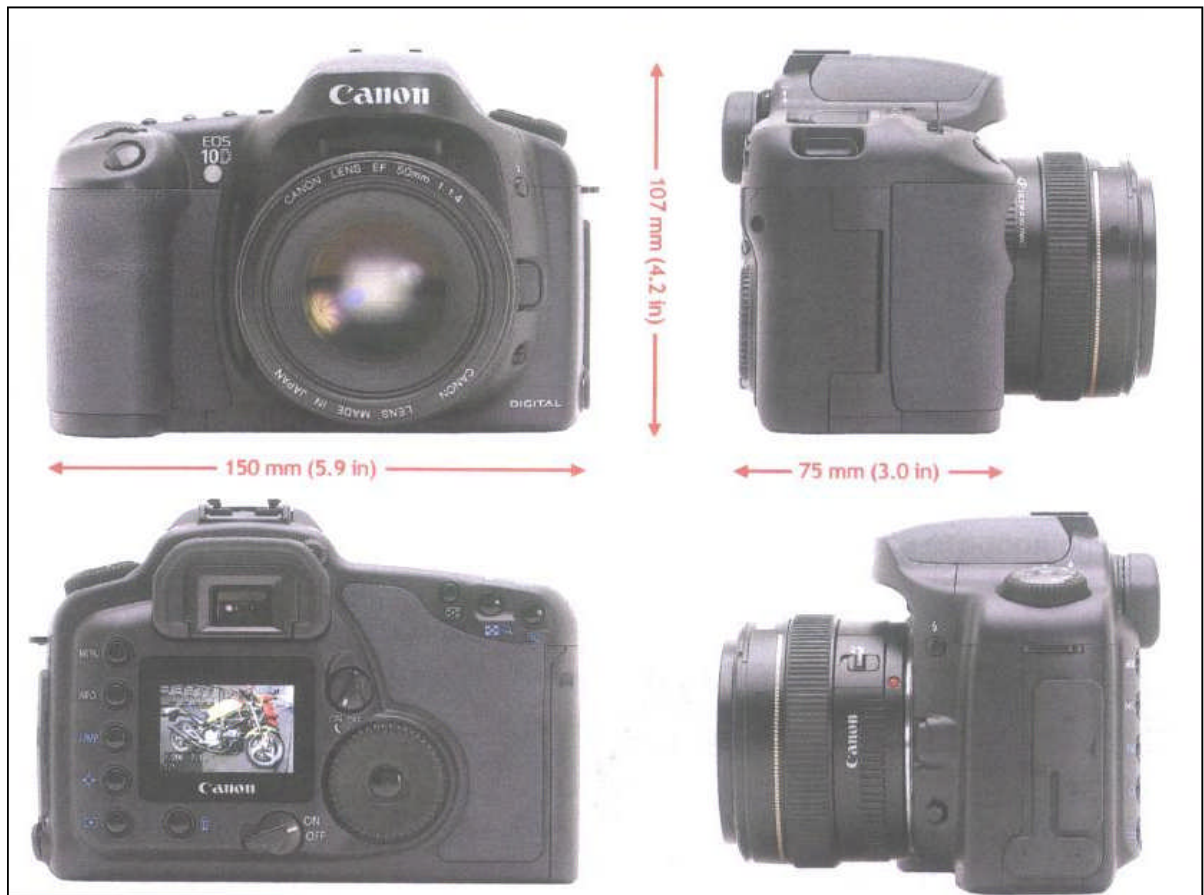
- Υψηλότερους ρυθμούς συνεχόμενης έκθεσης.
- Ταχύτερη αυτόματη έκθεση.
- Ταχύτερη αυτόματη εστίαση.

- Μεγαλύτερο ποσοστό τέτοιων λήψεων, που να ικανοποιούν τον χρήστη ώστε να μην χρειάζεται η επανάληψή τους.

Βέβαια, όπως συμβαίνει με σχεδόν όλα τα πράγματα στον κόσμο, έτσι και οι μηχανές dSLR εκτός από πλεονεκτήματα έχουν και μειονεκτήματα σε σχέση με τις κόμπακτ και τα οποία παραθέτουμε κάτωθι :

- Ενδέχεται να παρατηρήσουμε σκόνη και μαύρα στίγματα στις φωτογραφίες μας λόγω της αιωρούμενης σκόνης και του στατικού ηλεκτρισμού, κάτι που υπαγορεύει τον καθαρισμό του φίλτρου, που είναι μία διαδικασία αρκετά επίπονη.
- Είναι αρκετά βαριές και ογκώδεις.
- Δεν έχουν τη δυνατότητα λήψης βίντεο και χρήσης εφέ, ενώ η οθόνη υγρών κρυστάλλων που διαθέτει δεν έχει τη δυνατότητα περιστροφής.
- Όσο διαρκεί η έκθεση ο φωτογράφος δεν βλέπει το θέμα του.

Στα πειράματά μας χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο EOS 10D της Canon που αποτελεί μία υψηλής απόδοσης dSLR ψηφιακή μηχανή. Στην *Εικόνα 1.12* φαίνεται η συγκεκριμένη μηχανή. Η EOS 10D προσφέρει εξαιρετική οικοδόμηση, σαφήνεια εικόνας και λειτουργικότητα μίας αναλογικής EOS SLR με τα πλεονεκτήματα της ψηφιακής φωτογράφησης.



**Εικόνα 1.12** : Η ψηφιακή φωτογραφική μηχανή Canon EOS 10D που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα.

Έχοντας ήδη κάνει μία εκτενή αναφορά όσον αφορά τις μηχανές dSLR, θα παραθέσουμε στη συνέχεια μόνο λίγα από τα τεχνικά χαρακτηριστικά και τις επιδόσεις του συγκεκριμένου μοντέλου.

Διαθέτει λοιπόν :

1. Έναν 22,7 x 15,1 mm αισθητήρα υψηλής ευαισθησίας με 6,5 εκατομμύρια συνολικά εικονοστοιχεία (3152 x 2068) και 6,3 εκατομμύρια ενεργά εικονοστοιχεία (3072 x 2048), ο οποίος δίνει λεπτομερείς φωτογραφίες.
2. Δώδεκα προγράμματα φωτογράφησης : αυτόματο (Auto), πρόγραμμα αυτόματης έκθεσης (Program Auto Exposure), προτεραιότητα κλείστρου (Time value), προτεραιότητα διαφράγματος (Aperture priority), χειροκίνητη έκθεση (Manual), βάθος πεδίου (Depth of field), πορτρέτο (Portrait), τοπίο (Landscape), κοντινή λήψη (Close up), σπορ (Sports), νυχτερινά πορτρέτα (Night portrait) και χωρίς φλας (Flash off).
3. Ταχύτητες κλείστρου από 1/4000 έως 30 δευτερόλεπτα σε βήματα 1/2 ή 1/3 στοπ.
4. Επτά σημεία υψηλής ταχύτητας αυτόματης εστίασης AF που επιτρέπει εστίαση σε μία πλατιά περιοχή.
5. Έναν ισχυρό DIGIC (DIGital Image Core) επεξεργαστή, ο οποίος πραγματοποιεί την ερμηνεία και απόδοση χρωμάτων.
6. Δυνατότητα εγγραφής σε RAW και JPEG αρχεία ταυτοχρόνως, ενώ υπάρχει η επιλογή 6 JPEG ρυθμίσεων ανάλυσης.
7. Ταχύτητα ISO εύρους 100 - 1600, η οποία προσφέρει μεγάλη ευελιξία φωτογράφησης κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες φωτισμού.
8. Ως ρυθμίσεις για την ισορροπία του λευκού, τις : αυτόματη, φως ημέρας, σκιά, συννεφιά, λαμπτήρες πυρακτώσεως, λαμπτήρες φθορισμού, φλας, εξειδικευμένη και καθορισμός θερμοκρασίας χρώματος



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΤΟ ΤΑΞΙΚΟ – ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΑΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΕ ΟΠΗ

#### 2.1 Το Διάγραμμα Τάσεων- Παραμορφώσεων

Το πρώτο πείραμα από το οποίο μπορούμε να πάρουμε μια πλήρη εικόνα της συμπεριφοράς ενός υλικού είναι το πείραμα του μονοαξονικού εφελκυσμού, από το οποίο προσδιορίζεται το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων (σχήμα 2.1).

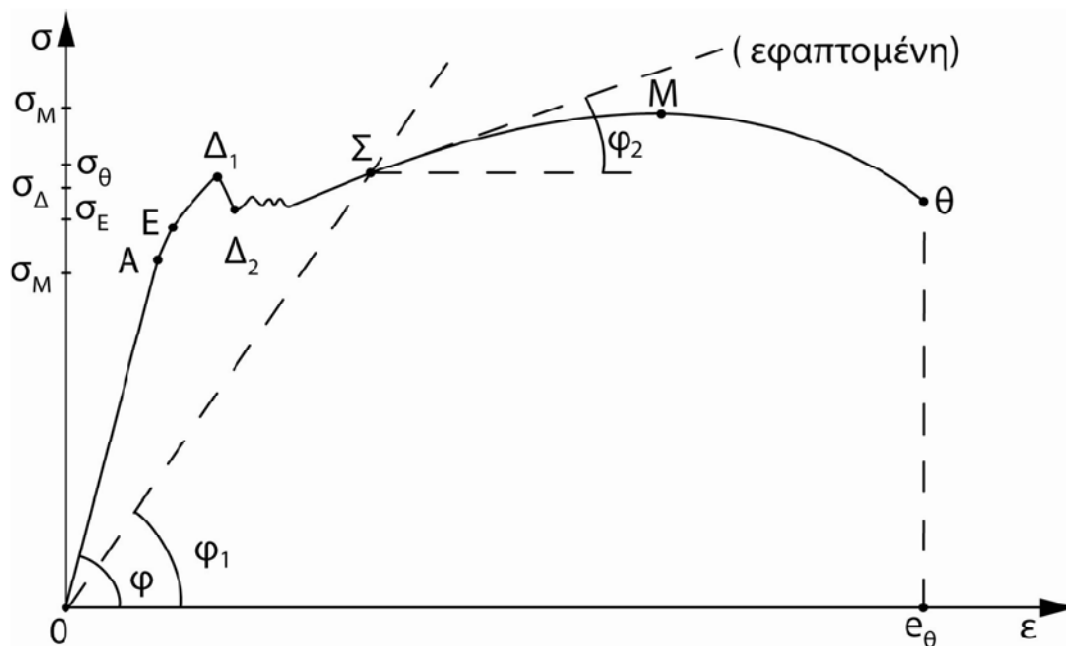
Στο διάγραμμα αυτό παρατηρούμε μερικές χαρακτηριστικές περιοχές και σημεία. Πρώτη είναι η περιοχή (ΟΑ) που είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα. Στην περιοχή αυτή η σχέση που συνδέει τάσεις και παραμορφώσεις είναι γραμμική, δηλαδή ισχύει ότι:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.1)$$

που είναι ακριβώς ο νόμος του Hooke. Ο συντελεστής αναλογίας,  $E$ , μεταξύ τάσεων και παραμορφώσεων είναι το μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο Young του υλικού.

Προφανώς, το μέτρο ελαστικότητας ορίζεται πειραματικά ως το πηλίκο  $\frac{\sigma}{\varepsilon}$  που

αντιστοιχεί σε οποιοδήποτε σημείο της περιοχής (ΟΑ) ή ισοδύναμα ως η εφαπτομένη της γωνίας  $\varphi$  και έχει μονάδες τάσεως.



**Σχήμα 2.1**

Το σημείο A είναι το άνω όριο της γραμμικής ελαστικότητας, μετά από το οποίο παύει να ισχύει ο νόμος του Hooke. Η τάση  $\sigma_A$  που αντιστοιχεί στο σημείο A ονομάζεται όριο αναλογίας του υλικού.

Για τιμές της τάσης μεγαλύτερες από το όριο αναλογίας του υλικού, η σχέση  $\sigma$ - $\epsilon$  παύει να είναι γραμμική και η παραμόρφωση βαθμιαία γίνεται μεγαλύτερη από εκείνη που θα περίμενε κανείς από τον νόμο του Hooke. Το υλικό βρίσκεται στην περιοχή της μη γραμμικής ελαστικότητας. Εάν αφαιρέσουμε το εξωτερικό φορτίο, το δοκίμιο θα επανακτήσει το αρχικό του μήκος. Επομένως, καμιά μόνιμη παραμόρφωση δεν υπάρχει μέχρι στιγμής στο υλικό.

Όμως, εάν η τάση που επιβάλλεται στο υλικό ξεπεράσει κάποια τιμή,  $\sigma_E$  στο σχήμα, τότε το δοκίμιο θα έχει ελαφρώς μεγαλύτερο μήκος από το αρχικό μετά την αφαίρεσή της. Αυτό σημαίνει ότι μετά το σημείο E στο υλικό δημιουργούνται μόνιμες παραμορφώσεις που ονομάζονται πλαστικές. Επομένως, το σημείο E αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή ελάχιστης τάσεως που μπορεί να επιβληθεί στο υλικό και η τάση αυτή,  $\sigma_E$ , καλείται όριο ελαστικότητας του υλικού.

Μετά το σημείο E η κύρτωση της καμπύλης προς τον άξονα των παραμορφώσεων συνεχίζεται με αυξανόμενο ρυθμό που σημαίνει ότι οι τιμές του ζεύγους ( $\sigma, \epsilon$ ) αποκλίνουν όλο και περισσότερο από τον νόμο του Hooke. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η συνολική παραμόρφωση έχει ένα συνεχώς αυξανόμενο πλαστικό μέρος το οποίο δεν υπακούει στο νόμο του Hooke. Συνέχιση της επιβολής του εξωτερικού φορτίου με σταθερά αυξανόμενο ρυθμό οδηγεί στο σημείο  $\Delta_1$  αμέσως μετά το οποίο παρατηρείται μια απότομη πτώση του φορτίου που επιβάλλει η μηχανή φόρτισης. Η πτώση αυτή σταματά στο σημείο  $\Delta_2$  μετά το οποίο η τάση αρχίζει να αυξάνει πάλι. Τα σημεία  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  ορίζουν την περιοχή όπου αρχίζουν οι μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις στο υλικό και ονομάζονται άνω και κάτω όριο διαρροής του υλικού, αντίστοιχα.

Μετά την περιοχή διαρροής η παραμόρφωση αυξάνει πολύ πιο γρήγορα από την τάση και η καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$  τείνει να γίνει σχεδόν οριζόντια. Αυτό παρατηρείται μέχρι το σημείο M του διαγράμματος, μετά το οποίο η τάση αρχίζει να ελαττώνεται. Το σημείο M αντιστοιχεί στο μέγιστο φορτίο που μπορεί να αντέξει το δοκίμιο, δηλαδή στη μέγιστη τάση,  $\sigma_M$ , του υλικού, η οποία λέγεται και αντοχή του υλικού.

Τέλος, η περιοχή μετά το σημείο M, όπου η συμβατική τάση ελαττώνεται και η συμβατική παραμόρφωση αυξάνει, τερματίζεται στο σημείο  $\Theta$ , όπου το δοκίμιο αποχωρίζεται σε δύο κομμάτια με αποτέλεσμα τη θραύση του υλικού. Στην περιοχή αυτή έχουμε εμφανή σμίκρυνση της διατομής του δοκιμίου σε μια περιοχή του, δηλαδή δημιουργία λαιμού. Ακριβώς η σμίκρυνση αυτή μιας διατομής οδηγεί στη μείωση της συμβατικής τάσεως μετά το σημείο M, πράγμα που δεν ισχύει για την πραγματική τιμή της. Η συμβατική τάση,  $\sigma_{\theta}$ , που αντιστοιχεί στο σημείο  $\Theta$  λέγεται τάση θραύσης του υλικού και η αντίστοιχη παραμόρφωση,  $\epsilon_{\theta}$ , παραμόρφωση θραύσης, ενώ η επί τοις εκατό έκφραση της ονομάζεται ολκιμότητα του υλικού και είναι μέτρο της δυνατότητας παραμόρφωσης του υλικού στην ελαστική περιοχή. Η περιοχή από το κάτω όριο διαρροής μέχρι την τάση θραύσης λέγεται περιοχή κρατύνσεως του υλικού.

Για ειδικές χρήσεις, στην περιοχή μετά το όριο διαρροής του υλικού ορίζονται το τέμνον μέτρο ελαστικότητας:

$$E_T = \tan \varphi_1 \quad (2.2)$$

και το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας:

$$E_\varepsilon = \tan \varphi_2 \quad (2.3)$$

Προφανώς και τα δύο αυτά μέτρα έχουν διαφορετική τιμή σε κάθε σημείο της καμπύλης  $\sigma$ - $\varepsilon$ , είναι δε πάντοτε μικρότερα από το αρχικό μέτρο,  $E$ , εκτός από τη γραμμική περιοχή, (ΟΑ), του διαγράμματος όπου προφανώς οι τιμές και των τριών είναι ίδιες.

## 2.2 Η ενέργεια των παραμορφώσεων.

Οι δύο θεμελιώδεις τρόποι με τους οποίους τα υλικά αντιδρούν στην επιβολή εξωτερικών δυνάμεων είναι η αλλαγή του όγκου τους και η αλλαγή του σχήματός τους. Η αλλαγή όγκου ενός στοιχειώδους κύβου μπορεί να γίνει με ομοιόθετη αλλαγή όλων των γραμμικών του διαστάσεων και προφανώς θα πρέπει να εξαρτάται μόνον από τις ορθές συνιστώσες των τάσεων (δηλαδή των παραμορφώσεων). Στην περίπτωση αυτή ο στοιχειώδης κύβος διατηρεί το σχήμα του, αλλά με νέες διαστάσεις των ακμών του.

Η αλλαγή του σχήματος μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους:

- α) με αλλαγή των γωνιών του κύβου χωρίς αισθητή αλλαγή των γραμμικών του διαστάσεων (π.χ. περίπτωση καθαρής διάτμησης).
- β) με μη ομοιόθετη αλλαγή των γραμμικών διαστάσεων του στοιχειώδους κύβου, οπότε αυτός μετατρέπεται σε στοιχειώδες ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Αυτό, βέβαια, σημαίνει ότι μερικές γωνίες θα αλλάξουν τιμή, όπως εκείνες των διαγωνίων του. Επομένως, η αλλαγή σχήματος επιτυγχάνεται και από ορθές (αλλαγή μήκους) και από διατμητικές (αλλαγή γωνιών) τάσεις και άρα παραμορφώσεις.

Για τις αλλαγές αυτές απαιτείται η καταβολή εξωτερικού έργου που προσφέρεται από την μηχανή επιβολής των φορτίων. Το έργο αυτό αποθηκεύεται στο δοκίμιο ως ενέργεια παραμορφώσεων, η οποία αποτελείται από δύο προσθετέους, έναν που αντιστοιχεί στην αλλαγή όγκου και ονομάζεται ενέργεια μεταβολής όγκου,  $U_V$ , και έναν που αντιστοιχεί σε αλλαγές σχήματος ή στρέβλωση του υλικού και καλείται στροφική ενέργεια,  $U_D$ . Προφανώς, το άθροισμα των δύο αυτών όρων ( $U_V + U_D$ ) παριστά το σύνολο της ενέργειας παραμορφώσεων που αποθηκεύτηκε στο υλικό και ισούται με το έργο των εξωτερικών δυνάμεων που δαπανήθηκε για την φόρτιση του δοκιμίου.

Στην περίπτωση που ισχύει η γραμμική ελαστικότητα οι ενέργειες παραμόρφωσης υπολογίζονται αναλυτικά και αποδεικνύεται ότι η ανά μονάδα όγκου του δοκιμίου αποθηκευμένη ενέργεια είναι:

$$U = U_V + U_D = \frac{1}{2E} (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - 2\nu (\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx})) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \quad (2.4)$$

Η πυκνότητα της ενέργειας μεταβολής όγκου,  $U_V$ , θα οφείλεται στη δράση μόνον των ορθών τάσεων,  $\sigma_{ii}$ , και παραμορφώσεων,  $\varepsilon_{ii}$ , και είναι:

$$U_V = \frac{1}{2} p \Theta = \frac{1}{6} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \quad (2.5)$$

όπου  $p$  η υδροστατική συνιστώσα των τάσεων και  $\Theta$  η ανηγμένη διόγκωση. Από το γενικευμένο νόμο του Hooke η εξίσωση (2.5) γίνεται:

$$U_v = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})^2 \quad (2.6)$$

Η στροφική ενέργεια θα είναι:

$$U_D = U - U_v = \frac{1}{3E} (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{zz}\sigma_{xx}) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \quad (2.7)$$

Σε κύριο σύστημα αξόνων οι σχέσεις (2.6) και (2.7) γράφονται:

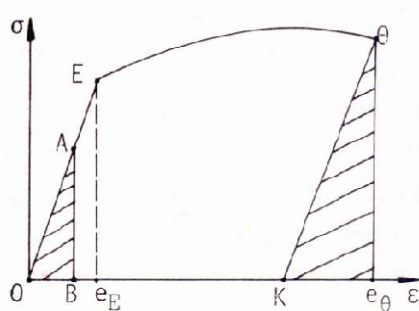
$$U_v = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})^2 = \frac{\rho}{2K}$$

$$U_D = \frac{1}{12G} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] = \frac{3\tau_{nn}^2}{4G} \quad (2.8)$$

όπου η  $\tau_{nn} = \frac{1}{3} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2]^{1/2}$  ονομάζεται οκτάεδρη διατμητική τάση.

Στις δύο τελευταίες σχέσεις παρατηρούμε ότι η μεν πυκνότητα της ενέργειας μεταβολής του όγκου,  $U_v$ , εξαρτάται μόνο από την υδροστατική συνιστώσα των τάσεων,  $\rho$ , και το μέτρο διόγκωσης,  $K$ , ενώ η πυκνότητα της στροφικής ενέργειας,  $U_D$ , εξαρτάται μόνο από την οκτάεδρική διατμητική τάση,  $\tau_{nn}$ , και το μέτρο διάτμησης,  $G$ .

Εάν υπερβούμε τα όρια της γραμμικής ελαστικότητας οι παραπάνω σχέσεις δεν ισχύουν. Αυτό, βέβαια, δεν σημαίνει ότι παύει η προσφορά μηχανικής ενέργειας στο υλικό και η αποθήκευση ή κατανάλωσή της υπό μορφή ελαστικών παραμορφώσεων ή πλαστικού έργου σ' αυτό. Όμως, για τον υπολογισμό των  $U_v$  και  $U_D$  απαιτείται είτε η γνώση των νέων (μη ελαστικών) σχέσεων είτε ακολουθείται γραφική μέθοδος. Πράγματι, η συνολική πυκνότητα της ενέργειας παραμορφώσεων είναι  $\frac{1}{2} \sigma \epsilon$  όπου  $\sigma$  και  $\epsilon$  είναι οι τιμές τάσης και παραμόρφωσης σε κάποια φάση της φόρτισης, δηλαδή είναι το εμβαδόν του τριγώνου (OAB) στο σχήμα 2.2. Το ίδιο ισχύει και για κάθε ζεύγος ( $\sigma, \epsilon$ ) σε όλο το μήκος του διαγράμματος  $\sigma$ - $\epsilon$ . Επομένως, το εμβαδόν του χωρίου ανάμεσα στην καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$  και τον άξονα των παραμορφώσεων παριστάνει την συνολική πυκνότητα της ενέργειας παραμορφώσεων που έχει αποθηκευθεί στο υλικό ή καταναλωθεί απ' αυτό από την αρχή της φόρτισης μέχρι την στιγμή που η τάση είναι  $\sigma$  και η αντίστοιχη παραμόρφωση  $\epsilon$ .



**Σχήμα 2.2**

Εάν το ζεύγος  $(\sigma, \epsilon)$  αντιστοιχεί στο σημείο θραύσης,  $\Theta$ , του υλικού τότε η συνολική πυκνότητα της ενέργειας παραμορφώσεων καλείται στερρότητα (toughness) του υλικού και είναι μέτρο της απαιτούμενης από το υλικό ενέργειας για την θραύση του, (εμβαδόν  $((O\Theta e_\theta))$ ).

Η πυκνότητα της ενέργειας παραμορφώσεων που υπάρχει στο υλικό όταν αυτό βρίσκεται στο όριο της ελαστικής περιοχής καλείται ελαστική ανάπλαση (resilience) του υλικού και παρίσταται από το εμβαδόν του τριγώνου  $((O\Theta e_E)$  στο σχήμα 2.2. Η ενέργεια αυτή επιστρέφεται στο περιβάλλον κατά την αποφόρτιση του δοκιμίου.

Εάν το σώμα καταπονηθεί πέραν του ορίου ελαστικότητας, η ενέργεια που αποδίδει στο περιβάλλον ονομάζεται υπερελαστική ανάπλαση. Κατά την στιγμή της θραύσης η υπερελαστική ανάπλαση αντιστοιχεί στο εμβαδόν του τριγώνου  $(K\Theta e_\theta)$  του οποίου η πλευρά  $K\Theta$  είναι παράλληλη προς τον ελαστικό κλάδο,  $O\Theta$ , του διαγράμματος  $\sigma$ - $\epsilon$ .

Παρατηρούμε ότι από την συνολική ενέργεια που προσφέρεται στο υλικό για την θραύση του και έχει μέτρο την στερρότητα ένα ποσοστό επιστρέφει στο περιβάλλον υπό την μορφή θερμότητας, ηχητικών κυμάτων κλπ. κατά τη φάση της επανατάξεως (μηδενισμού) των ελαστικών παραμορφώσεων, ενώ το υπόλοιπο είναι το «πραγματικό κόστος» της θραύσης, δαπανάται για την δημιουργία μόνιμων (πλαστικών) παραμορφώσεων και καλείται πλαστικό έργο.

### 2.3 Η ελαστική περιοχή

Η ελαστική περιοχή αποτελείται από δύο τμήματα. Το αρχικό γραμμικό που τερματίζεται στο σημείο A του σχήματος 2.1 και το μη γραμμικό ελαστικό τμήμα AE. Το χαρακτηριστικό της ελαστικής περιοχής είναι η ανυπαρξία παραμενουσών παραμορφώσεων μετά την άρση του εξωτερικού φορτίου. Το υλικό επανέρχεται ακριβώς στις αρχικές του διαστάσεις όταν αφαιρεθεί το φορτίο. Ένα δεύτερο χαρακτηριστικό της ελαστικής περιοχής είναι η αλλαγή του όγκου του δοκιμίου κατά την διάρκειας της φόρτισης. Υπάρχουν δύο εξαιρέσεις για το τελευταίο αυτό χαρακτηριστικό. Η πρώτη είναι τα υλικά που έχουν λόγο Poisson  $\nu = 0.5$  και η δεύτερη είναι καταπόνηση τέτοια ώστε να έχει μηδενική υδροστατική συνιστώσα των τάσεων, π.χ. καθαρή διάτμηση. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις η πρώτη από τις εξισώσεις (2.8) δίνει  $U_V = 0$ , που σημαίνει μηδενικό έργο για αλλαγή όγκου και επομένως καμία αλλαγή όγκου.

Γενικά, όμως, για υλικά και καταπονήσεις που δεν ανήκουν στις παραπάνω εξαιρέσεις, η ύπαρξη ελαστικών τάσεων συνοδεύεται από αλλαγή του όγκου του δοκιμίου και η φόρτιση στην ελαστική περιοχή χαρακτηρίζεται ως μη ισόογκη μεταβολή σε αντίθεση με τη φόρτιση στην απολύτως πλαστική περιοχή όπου η μεταβολή χαρακτηρίζεται ως ισόογκη.

Βέβαια η διάκριση ανάμεσα στα σημεία A και E δεν είναι πάντοτε σαφής. Τις περισσότερες φορές, και με ικανοποιητική προσέγγιση, θεωρείται ότι συμπίπτουν. Υπάρχουν όμως και υλικά όπου το σημείο A τείνει να συμπέσει μάλλον με την αρχή των αξόνων και γραμμική ελαστική περιοχή πρακτικώς δεν υπάρχει. Ένα τέτοιο παράδειγμα υλικού που δεν παρουσιάζει σχεδόν καθόλου γραμμική ελαστική συμπεριφορά είναι το καουτσούκ, το οποίο εν τούτοις έχει πολύ σημαντική μη γραμμική ελαστική περιοχή.

Από θερμοδυναμική άποψη καθαρή γραμμική συμπεριφορά έχουν τα υλικά μόνο για πολύ μικρές μεταβολές των διαστάσεών τους. Πράγματι, στη θερμοδυναμική αποδεικνύεται ότι σε πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού το εξωτερικό φορτίο,  $P$ , συνδέεται με τη μεταβολή μήκους του δοκιμίου  $(l-l_0)$  με μια σειρά Taylor της μορφής :

$$P = \left( \frac{\partial^2 f}{\partial l_0^2} \right)_T (l-l_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^3 f}{\partial l_0^3} \right)_T (l-l_0)^2 + \dots \quad (2.9)$$

όπου  $f$  είναι η ελεύθερη ενέργεια Helmholtz του δοκιμίου και ο δείκτης  $T$  σημαίνει παραγωγή υπό σταθερή απόλυτη θερμοκρασία, απαίτηση που ικανοποιείται σε στατικές φορτίσεις. Ο πρώτος όρος της σειράς αυτής αντιπροσωπεύει γραμμική σχέση φορτίου - μεταβολής μήκους (δηλαδή τάσεως-παραμορφώσεως) και είναι επαρκής μόνον όταν ο παράγων  $(l-l_0)$  είναι μικρός. Όταν όμως ένα υλικό παρουσιάζει σημαντικές παραμορφώσεις προ της διαρροής του, αυτές δεν μπορεί να είναι γραμμικές. Οι παράγωγοι της δυναμοσειράς είναι σταθερές και αν παραλειφθούν οι όροι ανωτέρας τάξεως η  $\left( \frac{\partial^2 f}{\partial l_0^2} \right)_T$  είναι ανάλογη προς το μέτρο του Young.

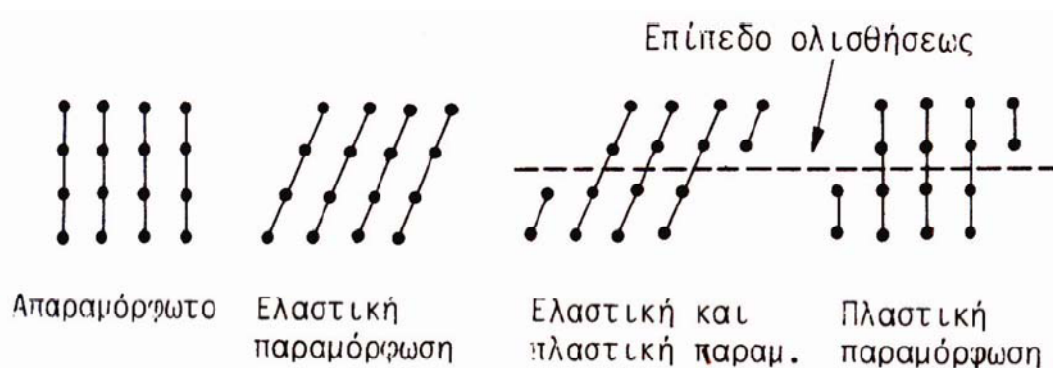
## 2.4 Περιοχή Διαρροής

Η περιοχή διαρροής (yielding) χαρακτηρίζεται από την εμφάνιση μεγάλων πλαστικών παραμορφώσεων στο υλικό. Σχηματικό η περιοχή αυτή φράσσεται από το άνω και το κάτω όριο διαρροής του υλικού (σημεία  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  στο διάγραμμα του Σχ. 2.1). Από την περιοχή αυτή και μετά το υλικό αρχίζει να «ρέει», δηλαδή να αποκτά και ιδιότητες υγρού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στο όριο ελαστικότητας,  $E$ , το υλικό έχει εξαντλήσει τις δυνατότητές του για ελαστικές (αντιστρεπτές) παραμορφώσεις και μικρή επιπλέον αύξηση των τάσεων οδηγεί τους στοιχειώδεις δομικούς λίθους του υλικού σε θέσεις ισορροπίας από τις οποίες δεν μπορούν να επιστρέψουν στην αρχική τους θέση έστω και το αν αφαιρεθούν οι εξωτερικές τάσεις.

Αυτό γίνεται κατανοητό σ' ένα κρυσταλλικό υλικό με τη δημιουργία των λεγομένων γραμμών ή επιπέδων ολισθήσεως. Κρυσταλλικά πλέγματα του υλικού αυτού έχουν κατάλληλο προσανατολισμό ως προς τις διευθύνσεις των τάσεων έτσι ώστε η διατμητική τάση που ασκείται πάνω σ' αυτά να υπερνικά τις δυνάμεις συνοχής ανάμεσα σε δύο γειτονικά, παράλληλα μεταξύ τους, πλέγματα (σχ.2.3). Το αποτέλεσμα είναι να ολισθαίνει το ένα πλέγμα ως προς το άλλο δημιουργώντας έτσι ένα επίπεδο ολισθήσεως. Βεβαίως, υπάρχουν προτιμώμενες διευθύνσεις των επιπέδων ολισθήσεως μέσα στο υλικό ανάλογα με την κατανομή των επιβεβλημένων διατμητικών τάσεων και την πυκνότητα των κρυσταλλικών πλεγμάτων. Είναι προφανές ότι διευθύνσεις παράλληλες προς τα πυκνότερα πλέγματα, δηλαδή εκείνα που έχουν την πυκνότερη διάταξη δομικών λίθων είναι ευνοϊκότερες για ολίσθηση.

Τέτοια επίπεδα ολισθήσεως αντιπροσωπεύουν πλαστικές παραμορφώσεις, όπως θα εξηγηθεί σε επόμενη παράγραφο, και κατανέμονται κατά τυχαίο τρόπο σε ολόκληρο το σώμα του δοκιμίου. Αποτέλεσμα της επεκτάσεως των επιπέδων ολισθήσεως είναι η βαθμιαία καμπύλωση του διαγράμματος  $\sigma$ - $\epsilon$  προς τον άξονα των παραμορφώσεων μεταξύ των σημείων  $E$  και  $\Delta_1$ . Εάν η (γενικώς στενή) πλαστική περιοχή ανάμεσα σε δύο επίπεδα ολισθήσεως περιέχει κάποια ανωμαλία (δηλαδή συγκέντρωση τάσεων) τότε όλη αυτή η περιοχή διαρρέει. Η πλαστικοποιημένη πια περιοχή καλείται ζώνη Lüders και αντιπροσωπεύει μια σημαντική αύξηση των

πλαστικών παραμορφώσεων στο υλικό. Το αποτέλεσμα είναι μια ξαφνική μείωση της ικανότητας του υλικού να φέρει φορτία (αφού αυτό «χαλαρώνει») και γίνεται μακροσκοπικά αντιληπτό από μια απότομη πτώση του φορτίου που ασκεί η μηχανή φορτίσεως. Η δημιουργία των πρώτων ζωνών Lüders αντιστοιχεί στο άνω όριο διαρροής,  $\Delta_1$ , του υλικού.



**Σχήμα 2.3**

Η πτώση του φορτίου σταματά όταν σταματήσει η δημιουργία νέων τέτοιων ζωνών. Αυτό αντιστοιχεί στο κάτω όριο διαρροής,  $\Delta_2$ , του διαγράμματος  $\sigma$ - $\epsilon$ . Είναι προφανές ότι το άνω όριο διαρροής είναι λιγότερο σταθερό (δηλαδή δυσκολότερα επαναλήψιμο σε διαδοχικά πειράματα) από το κάτω όριο γιατί είναι σημείο. εναύσεως και όχι στατιστικό άθροισμα πολλών ζωνών Lüders.

Η ύπαρξη των δύο ορίων διαρροής δεν είναι γενική. Συνήθως παρουσιάζονται και τα δύο όρια διαρροής σε όλκιμα υλικά, όπως οι μαλακοί χάλυβες. Αντιθέτως σε ψαθυρά υλικά είναι δύσκολη η διάκριση του ορίου διαρροής από το όριο ελαστικότητας ή ακόμη μερικές φορές και από το όριο θραύσεως. Επίσης υλικά με μεγάλη κρυσταλλική κανονικότητα γενικώς έχουν σαφέστερο όριο διαρροής από άλλα με μικρότερη (πολυκρυσταλλικά).

Γενικώς, η ύπαρξη μη μηδενικής τάσεως διαρροής ξεχωρίζει τα στερεά από τα υγρά. Πράγματι, τα υγρά έχουν μηδενικό όριο διαρροής δηλαδή ρέουν αφ' εαυτών. Αντιθέτως, τα στερεά απαιτούν την ύπαρξη κάποιας τάσεως για να αρχίσουν να ρέουν. Η τάση αυτή ενεργοποιεί τα επίπεδα ολισθήσεως του υλικού και τις ανωμαλίες που υπάρχουν στη δομή του με αποτέλεσμα το υλικό να εξασθενήσει κατά τόπους. Οι ανωμαλίες αυτές παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της συμπεριφοράς των πραγματικών υλικών. Αρκεί να σκεφθεί κανείς ότι ένα "τέλειο" κρυσταλλικό υλικό δεν θα διέρρεε "κατά τόπους", αλλά "ολικώς", δηλαδή συγχρόνως σε όλη του την έκταση, κάτι που ποτέ βέβαια δεν παρατηρείται.

## 2.5 Η περιοχή κρατύσεως

Μετά τη διαρροή του το υλικό εισέρχεται στην περιοχή κρατύσεως. Κρατύωση (hardening) καλείται το φαινόμενο κατά το οποίο, μετά τη διαρροή, απαιτείται αύξηση των τάσεων για να παρατηρηθεί περαιτέρω αύξηση των παραμορφώσεων. Στο διάγραμμα  $\sigma$ - $\epsilon$  του σχήματος 2.1 η περιοχή κρατύσεως αντιστοιχεί σε ολόκληρο το τμήμα ( $\Delta_2\Theta$ ) της καμπύλης. Από τον ορισμό της κρατύσεως προκύπτει ότι ο λόγος  $\Delta\sigma/\Delta\epsilon$  είναι θετικός και επομένως η καμπύλη  $\sigma$ - $\epsilon$

είναι μονοτόνως αύξουσα στην περιοχή κρατύνσεως, πράγμα που, κατ' αρχήν, δεν επαληθεύεται μετά το σημείο, M, μεγίστου φορτίου. Δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι η πτώση τάσεως μετά το σημείο M, είναι φαινομενική και παρατηρείται μόνον στο συμβατικό διάγραμμα σ-ε. Στην πραγματικότητα οι τάσεις εξακολουθούν να αυξάνουν συνεχώς μέχρι τη θραύση. Το φαινόμενο της κρατύνσεως οφείλεται στο γεγονός ότι η συνεχής δημιουργία νέων και η επέκταση προϋπαρχουσών πλαστικοποιημένων περιοχών στο υλικό απαιτεί συνεχείς αυξήσεις των τάσεων. Το υλικό δεν γίνεται αυτομάτως πλαστικό μετά το όριο διαρροής. Απλώς, η αναλογία πλαστικοποιημένων προς ελαστικές περιοχές βαθμιαία ανατρέπεται σε βάρος των ελαστικών και η διαδικασία αυτή απαιτεί κάποια επιπρόσθετη τάση σε κάθε βήμα της. Η δημιουργία μιας πλαστικοποιημένης περιοχής (επιπέδου ολισθήσεως) σε κάποιο σημείο του υλικού, σημαίνει αφ' ενός μεν ότι ακριβώς σε εκείνο το σημείο υπήρχαν εξ αρχής ευνοϊκότερες συνθήκες πλαστικοποίησης από εκείνες γειτονικών σημείων και αφ' ετέρου ότι οι συνθήκες αυτές γίνονται δυσμενέστερες για τα γειτονικά σημεία επειδή προκαλείται τοπική ανακούφιση του υλικού (τοπική πτώση των τάσεων). Επομένως, εάν πρόκειται να δημιουργηθεί νέο επίπεδο ολισθήσεως αυτό θα συμβεί είτε μακριά από το προηγούμενο υπό σταθερά εξωτερική τάση όπου η ανακούφιση του υλικού δεν είναι αισθητή είτε κοντά, αλλά με μεγαλύτερη εξωτερική τάση. Αυτή η ανταγωνιστική συμπεριφορά των πλαστικοποιημένων περιοχών είναι που μακροσκοπικά εμφανίζεται ως κράτυνση του υλικού. Είναι προφανές όμως ότι καθώς η διαδικασία κρατύνσεως προχωρεί οι προϋπάρχουσες πλαστικοποιημένες ζώνες γίνονται περισσότερες από τις νεοδημιουργούμενες και επομένως το μέγεθος των καθαρών πλαστικών παραμορφώσεων (δηλαδή επέκταση προϋπαρχουσών πλαστικοποιημένων ζωνών) γίνεται βαθμιαία σημαντικότερο από το μέγεθος των μικτών παραμορφώσεων (δηλαδή πλαστικοποίηση μέσω ολισθήσεως ελαστικών περιοχών). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη βαθμιαία κάμψη του πραγματικού διαγράμματος σ-ε προς τον άξονα των παραμορφώσεων κατά τα τελευταία προ της θραύσεως στάδια φορτίσεως, οπότε η καμπύλη σ-ε τείνει να γίνει οριζόντια.

Στη δημιουργία του φαινομένου της κρατύνσεως σημαντικό ρόλο έχει και ο σχηματισμός, κίνηση και αμοιβαία ανασχεση των τοπικών, ατομικού επιπέδου, ανωμαλιών που καλούνται μεταστάσεις (dislocations) στις οποίες όμως θα αναφερθούμε στα επόμενα.

## 2.6 Ο βρόχος υστερήσεως

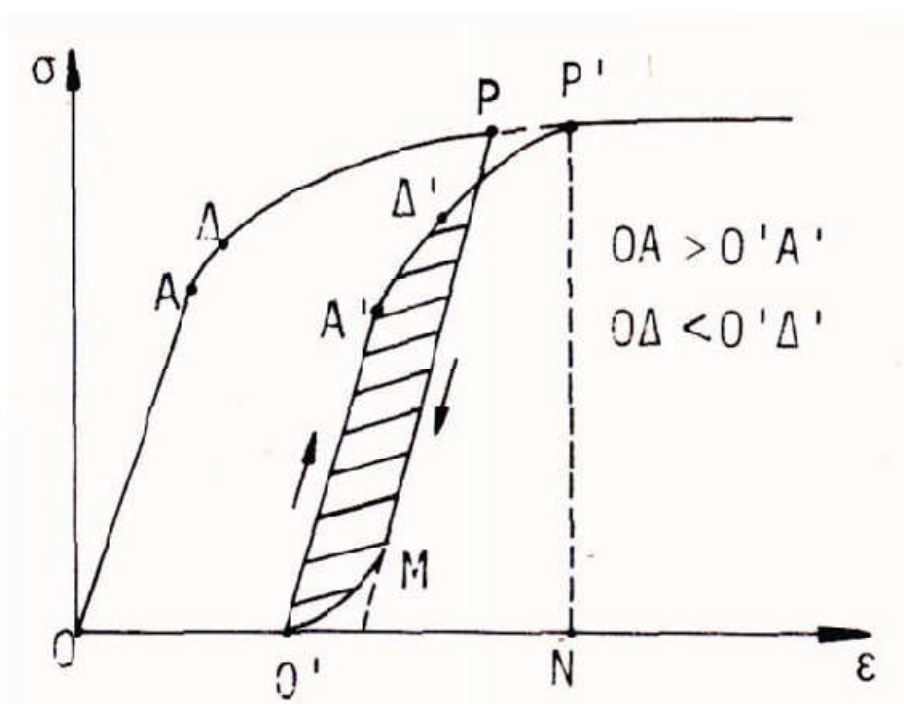
Ο νόμος του Hooke είναι μια μονοσήμαντη σχέση ανάμεσα σε τάση και παραμόρφωση που ισχύει στη γραμμική περιοχή με την προϋπόθεση ότι το εξωτερικό φορτίο αυξάνει πολύ αργά ώστε η στιγμιαία «κατάσταση» του συστήματος (δηλαδή οι παραμορφώσεις του δοκιμίου) να έχει το χρόνο να παρακολουθεί τη μεταβολή του φορτίου. Με άλλα λόγια, ο νόμος του Hooke απαιτεί την ταυτόχρονη και στιγμιαία αλλαγή των παραμορφώσεων και των τάσεων. Με την προϋπόθεση αυτή οι μεταβολές του φορτίου (φορτίσεις - αποφορτίσεις) είναι από ενεργειακή άποψη αντιστρεπτές και επομένως κάθε πορεία φορτίσεως - αποφορτίσεως περιγράφεται από την ίδια γραμμή σ-ε.

Όμως, στα πραγματικά υλικά η μετάβαση σε μια νέα κατάσταση λόγω αλλαγής του εξωτερικού φορτίου απαιτεί κάποιο χρόνο αποκαταστάσεως που είναι αναγκαίος για την ολοκλήρωση των διαφόρων θερμικών, δομικών κ.λ.π. ανακατατάξεων που προκαλούνται από την αλλαγή αυτή του φορτίου. Πέρα από τους συγκεκριμένους μηχανισμούς που δημιουργούν τη χρονική καθυστέρηση, το σημαντικό είναι ότι παύει να ισχύει η μονοσήμαντη σχέση μεταξύ τάσεως και παραμορφώσεως και εμφανίζονται τα λεγόμενα ανελαστικά φαινόμενα ή φαινόμενα εσωτερικής τριβής.



Τυπικό παράδειγμα ανελαστικού φαινομένου είναι ο βρόχος υστερήσεως (hysteresis loop). Πράγματι, ας θεωρήσουμε στο σχήμα 2.4 ότι ένα υλικό εφελκύεται μέχρι το σημείο P που βρίσκεται πέρα από το όριο διαρροής, Δ και κατόπιν αποφορτίζεται. Κατά την αποφόρτιση θα ακολουθήσει τη διαδρομή PMO', η οποία είναι παράλληλη προς την αρχική ευθεία OA, εκτός από το τελευταίο τμήμα της MO' που παρουσιάζει ελαφρά καμπύλωση προς την αρχή των συντεταγμένων έτσι ώστε η μορφή της να είναι παρόμοια με εκείνη της καμπύλης OAD. Η κατάσταση του υλικού τώρα αντιστοιχεί στο σημείο O', όπου OO' είναι η παραμένουσα παραμόρφωση.

Νέα εφελκυστική φόρτιση του υλικού θα περιγράφεται από τη διαδρομή O'A'D'P' η οποία είναι, επίσης, παρόμοια με την OAD με τη διαφορά, όμως, ότι το νέο όριο αναλογίας είναι χαμηλότερα από το αρχικό ( $O'A' < OA$ ) και το νέο όριο διαρροής είναι ψηλότερα ( $O'D' > OD$ ). Το σημείο P' βρίσκεται στην επέκταση της αρχικής καμπύλης OADP την οποία θα ακολουθούσε το υλικό αν δεν το αποφορτίσαμε.



**Σχήμα 2.4**

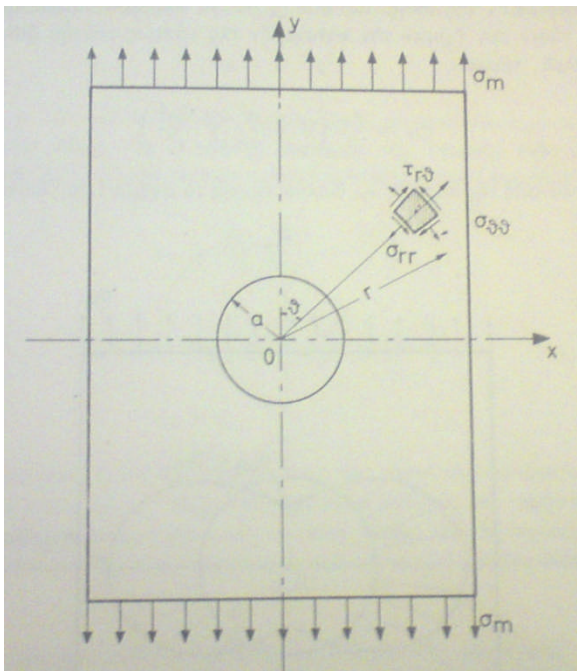
Η γραμμοσκιασμένη περιοχή που περιβάλλεται από τις καμπύλες αποφόρτισης (PMO') και επαναφόρτισης (O'A'D'P') καλείται βρόχος υστερήσεως. Το συνολικό έργο ανά μονάδα όγκου του υλικού που δαπανήθηκε για να φτάσει το δοκίμιο στο σημείο P' δεν είναι ίσο με το εμβαδόν (OADP'N) όπως θα περίμενε κανείς, αλλά μεγαλύτερο κατά το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του βρόχου, το οποίο έχει καλυφθεί δύο φορές. Η διαφορά αυτή δαπανήθηκε ως θερμότητα κατά την αποφόρτιση του δοκιμίου.

Η δημιουργία του βρόχου υστερήσεως φαίνεται ότι οφείλεται στην ύπαρξη των επιπέδων ολισθήσεως. Πράγματι, έχει αποδειχθεί ότι περιοχές του υλικού κοντά στα επίπεδα αυτά αποκτούν βισκοελαστικές ιδιότητες, δηλαδή η συμπεριφορά τους εξαρτάται από το χρόνο. Επομένως, είναι εύλογη η παρουσία φαινομένων υστερήσεως (δηλαδή καθυστέρησης των παραμορφώσεων ως προς τις τάσεις) κατά τη διαδοχή φορτίσεων και αποφορτίσεων του υλικού. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι ο βρόχος υστερήσεως μικραίνει σε μεγαλύτερες θερμοκρασίες, όπου τα βισκοελαστικά φαινόμενα επιταχύνονται. Ο βρόχος υστερήσεως επηρεάζει

αθροιστικά την συμπεριφορά του υλικού και επομένως είναι σημαντικός σε πολλές επαναλήψεις φορτίσεων - αποφορτίσεων (κόπωση των υλικών).

## 2.7 Το τασικό πεδίο σε άπειρη πλάκα με μια κυκλική οπή

Το τασικό πεδίο στην περίπτωση άπειρης λεπτής πλάκας που περιέχει κυκλική οπή ακτίνας  $r=a$  και φορτίζεται εφελκυστικά στο άπειρο με τάση  $\sigma_m$  (Σχήμα 2.5), προσδιορίζεται με τη βοήθεια της τασικής συνάρτησης Airy.



**Εικόνα 2.1**

Η τασική συνάρτηση  $F$ , όπως προτάθηκε από τον Kirsch το 1899, για το πρόβλημα που περιγράφεται στο Σχήμα 2.5 σε πολικές συντεταγμένες έχει τη μορφή

$$F(r, \theta) = \sigma_m \left\{ \left( -\frac{r^2}{4} - \frac{a^4}{4r^2} + \frac{a^2}{2} \right) \cos 2\theta + \frac{r^2}{4} - \frac{a^2}{2} \ln r \right\} \quad (2.10)$$

και οι τάσεις  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$  και  $\tau_{r\theta}$  δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

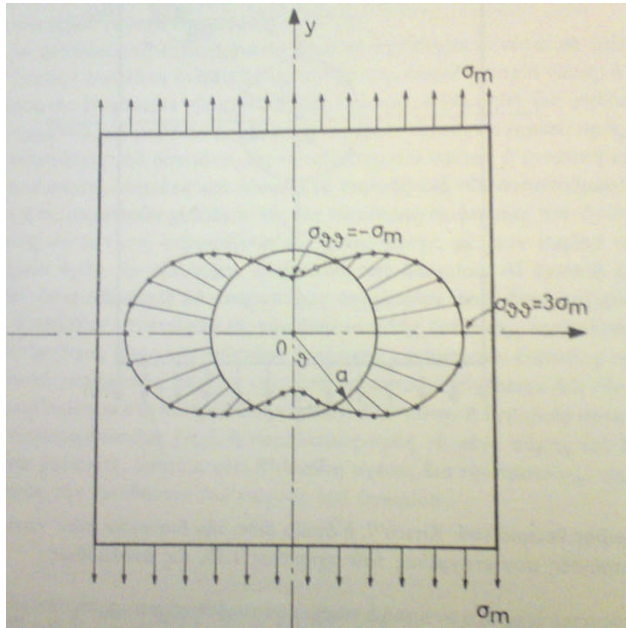
$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_m}{2} \left\{ 1 + \frac{a^2}{r^2} - \left[ 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \right\}$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_m}{2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{r^2} + \left[ 1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \right\} \quad (2.11)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_m}{2} \left( 1 + 2 \frac{a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

όπου  $a$  η ακτίνα της οπής.

Η κατανομή της τάσης  $\sigma_{\theta\theta}$  παρουσιάζεται στην Εικόνα 2.2.



**Εικόνα 2.2**

## 2.8 Το τασικό πεδίο σε άπειρη πλάκα με δύο κυκλικές οπές

Στην περίπτωση ύπαρξης δύο ίσων κυκλικών οπών σε άπειρη πλάκα που φορτίζεται στο άπειρο η τασική συνάρτηση αλλάζει και δεν έχει την μορφή της εξίσωσης (2.10). Η διαρμονική εξίσωση που θα πρέπει να ικανοποιεί η νέα τασική συνάρτηση  $F(r, \theta)$  έχει τη μορφή

$$\left( \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial \theta^2 \partial r^2} + \frac{\partial^4}{\partial r^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + 1 \right) F(r, \theta) = 0 \quad (2.12)$$

Όπου

$$F(r, \theta) = \varphi_n(r) \cos n\theta \quad (2.13)$$

και

$$\varphi_n = A_n \cosh(n+1)r + B_n \cosh(n-1)r \quad (2.14)$$

Όπου  $A_n$  και  $B_n$  είναι παραμετρικές σταθερές.

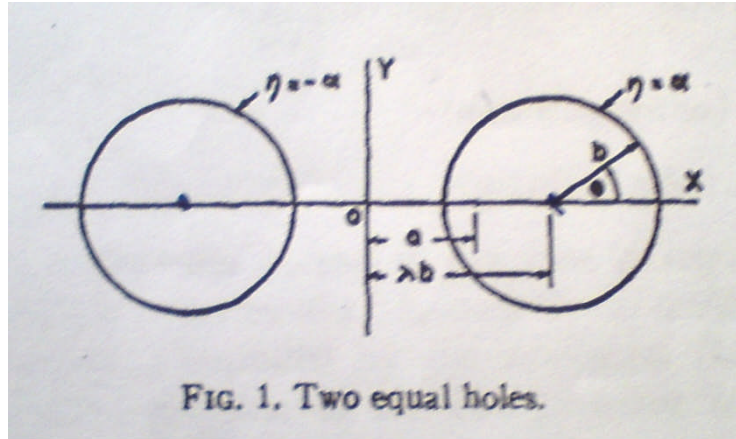


FIG. 1. Two equal holes.

**Εικόνα 2.3**

Οι τάσεις  $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$  και  $\tau_{r\theta}$  δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις

$$\sigma_{rr} = \left\{ (\cosh r - \cos \theta) \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} - \sinh r \frac{\partial}{\partial r} - \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \theta} + \cosh r \right\} F(r, \vartheta) \quad (2.15)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \left\{ (\cosh r - \cos \theta) \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \sinh r \frac{\partial}{\partial r} - \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \cos \theta \right\} F(r, \theta) \quad (2.16)$$

$$\tau_{r\theta} = -(\cosh r - \cos \theta) \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial r} F(r, \theta) \quad (2.17)$$

Τέλος, επειδή η τάσεις στο άπειρο εξαφανίζονται ισχύει ότι

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_n + B_n) = 0 \quad (2.18)$$

έτσι υπολογίζονται οι σταθερές  $A_n$  και  $B_n$  και προκύπτει ότι

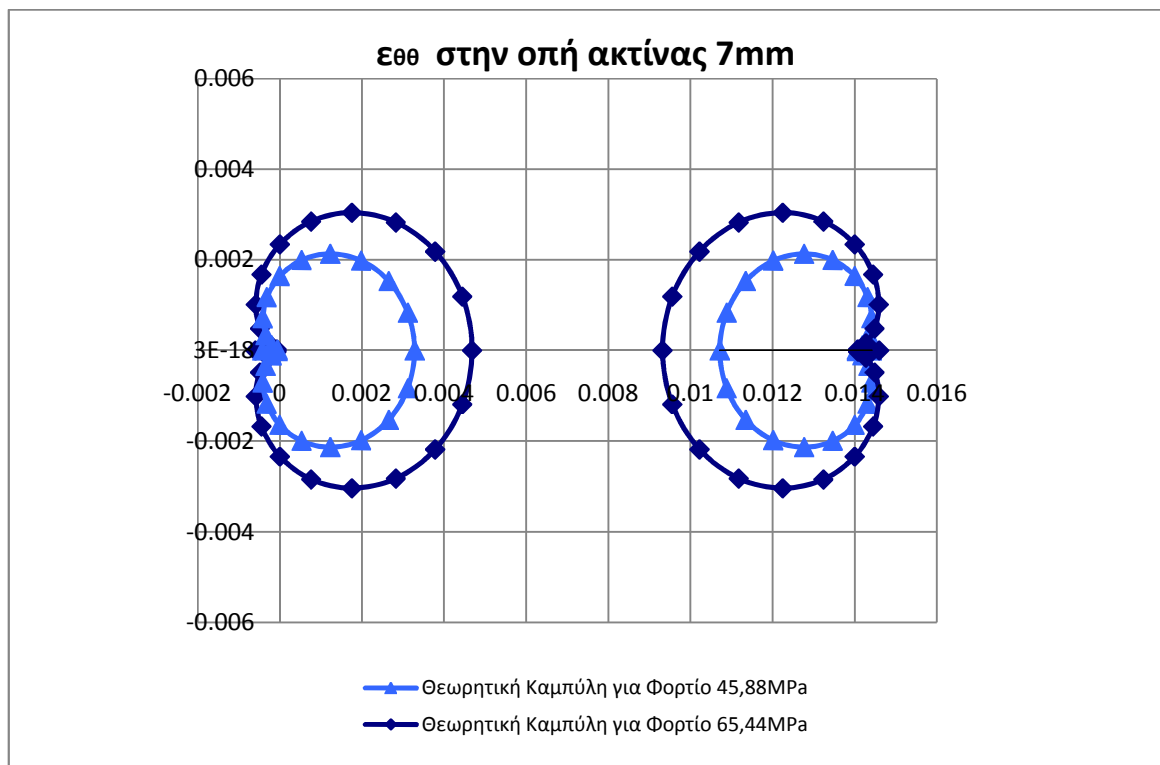
$$\sigma_{\theta\theta} = 2\sigma_m (\cosh r - \cos \theta) \left\{ \begin{array}{l} K \sinh r \left( 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sinh nr \cos n\theta}{\sinh 2nr + n \sinh 2r} \right) \mp \\ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n \sinh nr \sinh r - \cosh n \cosh r) \cos n\theta}{\sinh 2nr + n \sinh 2r} \end{array} \right\} \quad (2.19)$$

Όπου  $K$  μια παραμετρική σταθερά που δίνεται από τη σχέση:

$$K = \frac{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \mp 2 \sinh^2 r \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sinh 2nr + n \sinh 2r}}{\frac{1}{2} + \tanh r \sinh^2 r - 4 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^{-nr} \sinh nr + n \sinh r (n \sinh r + \cosh nr)}{n(n^2 - 1)(\sinh 2nr + n \sinh 2r)}} \quad (2.20)$$

Όπου το πάνω σύμβολο στους τύπους αντιστοιχεί σε φόρτιση κατά τον x'x άξονα και το κάτω σύμβολο για φόρτιση κατά τον y'y άξονα.

Εισάγοντας την εξίσωση (2.19) στη Mathematica για συμμετρικές κυκλικές οπές ακτίνας 7 mm και διαιρώντας τις τιμές της τάσης  $\sigma_{\theta\theta}$  με το μέτρο ελαστικότητας E, προκειμένου να προκύψουν τιμές για την  $\varepsilon_{\theta\theta}$  της ίδιας τάξης μεγέθους με τις πειραματικές, προκύπτει το παρακάτω γράφημα για την παραμόρφωση  $\varepsilon_{\theta\theta}$ .



**Γράφημα 2.1**



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

### **ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ**

#### **3.1 Εισαγωγή**

Στις κατασκευές χρησιμοποιούμε πραγματικά υλικά με τις αδυναμίες και τα ελαττώματά τους. Δεν μένει λοιπόν άλλος δρόμος από τον πειραματικό προσδιορισμό του «χαρακτήρα» τους και μάλιστα σε δοκίμια που έχουν συγκρίσιμο μέγεθος με τα στελέχη των κατασκευών, δηλαδή μακροσκοπικά.

Είναι σημαντικό για έναν πειραματιστή, ειδικά αν ο τελευταίος είναι νέος, να διακατέχεται από την άποψη ότι το πείραμα δεν είναι τεχνική επαλήθευση μιας θεωρίας, αλλά η πηγή γνώσεων, συστηματοποίηση των οποίων οδηγεί στη διαμόρφωση θεωριών. Και αυτό γιατί νέες θεωρίες ανατρέπουν παλιές ενώ νέα πειράματα δεν ανατρέπουν παλιά. Ανατροπές πειραμάτων οφείλονται σε ανεπάρκεια του πειραματιστή ή των μέσων που χρησιμοποιεί. Επομένως εκτέλεση ενός πειράματος δεν είναι η διεκπεραίωση μιας διαδικασίας, αλλά η ιεροτελεστία που απαιτείται από τη φύση για να απαντήσει στην ερώτηση που της γίνεται.

#### **3.2 Η μηχανή των πειραμάτων**

Ο προσδιορισμός των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών τόσο στη βιομηχανία όσο και στο εργαστήριο μπορεί να γίνει με τη βοήθεια κατάλληλων μηχανών ελέγχου. Οι μηχανές αυτές μπορεί να διακριθούν ανάλογα με τον τύπο του επιβαλλομένου φορτίου σε δύο κυρίως κατηγορίες. Σ' εκείνες που επιβάλλουν στατικό και σε εκείνες που επιβάλλουν δυναμικό φορτίο, που αντίστοιχα θα τις αναφέρουμε στατικές και δυναμικές.

Στατικές μηχανές: Οι μηχανές αυτές περιλαμβάνουν εκείνες, που για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών εφαρμόζουν στατικά φορτία εφελκυσμού, θλίψεως, κάμψεως, διατμήσεως και στρέψης ή συνδυασμό όλων αυτών ανάλογα με το είδος της εφαρμοζόμενης καταπόνησεως.

Τα κύρια μέρη των μηχανών αυτών είναι δύο. Το σύστημα εφαρμογής φορτίου στο δοκίμιο και το σύστημα των μηχανισμών μετρήσεως του φορτίου. Επιπλέον υπάρχουν και διάφορα άλλα δευτερεύοντα εξαρτήματα, που συνοδεύουν κάθε μηχανή όπως αρπαγές για την τοποθέτηση του υπό εξέταση δοκιμίου,

συστήματα μετρήσεως της ταχύτητας επιβολής του φορτίου, καταγραφής, απορροφήσεως των κραδασμών κλπ. ανάλογα τον τρόπο σχεδιασμού και τις δυνατότητες μετρήσεως κάθε μηχανής.

Δυναμικές μηχανές: Οι δυναμικές μηχανές ελέγχου έχουν σχεδιασθεί καταλλήλως ώστε το υπό εξέταση δοκίμιο να δέχεται φορτία ταχέως μεταβαλλόμενα ή επαναλαμβανόμενα (δυναμικά φορτία).

Για τα πειράματα χρησιμοποιήθηκε μια δυναμική μηχανή Instron (**Εικόνα 3.1**).



**Εικόνα 3.1:** Η μηχανή Instron που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα

Ο συγκεκριμένος τύπος μηχανής λειτουργεί με ένα υδραυλικό κύκλωμα το οποίο διαθέτει τρία διαφορετικά επίπεδα πίεσης. Για κάθε επίπεδο υπάρχει και το αντίστοιχο κουμπί με το οποίο ενεργοποιείται. Για να περάσουμε όμως από το ένα επίπεδο σε μεγαλύτερο απαιτείται ένα χρονικό διάστημα κατάλληλο για την προθέρμανση (ζέσταμα) της μηχανής. Βεβαίως και ο περιβάλλον χώρος πρέπει να έχει την απαιτούμενη θερμοκρασία. Το φορτίο που εφαρμόζουν οι κεφαλές της μηχανής στο δοκίμιο ρυθμίζεται χειροκίνητα από χειριστήριο ελέγχου με ροδάκι ή αυτόματα με κατάλληλη εντολή από τον υπολογιστή.



### 3.3 Η προετοιμασία των πειραμάτων

Προτού μπει το δοκίμιο (από ναυπηγικό αλουμίνιο 5083) στη μηχανή για να ξεκινήσει το πείραμα έπρεπε πάνω στην επιφάνεια του δοκιμίου να σχεδιαστούν κάποιες κουκκίδες. Όμως η επιφάνεια του δοκιμίου παίζει πάρα πολύ σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια που μας παρέχει η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε. Για το λόγο αυτό, η επιφάνεια του δοκιμίου, πριν σχεδιαστούν οι κουκκίδες πάνω σε αυτή, λειάνθηκε με στόχο να αποκτήσει όσο το δυνατόν περισσότερη ομοιογένεια (απομάκρυνση σκουπιδιών και ατελειών) και ομοιομορφία (ομοιόμορφη επιφάνεια). Η λείανση επιτεύχθηκε με γυαλόχαρτο και πραγματοποιήθηκε σε τρία στάδια. Συγκεκριμένα, σε κάθε στάδιο το δοκίμιο λειάνθηκε με γυαλόχαρτο διαφορετικής σκληρότητας, ξεκινώντας με γυαλόχαρτο υψηλής σκληρότητας, συνεχίζοντας με μεσαίας σκληρότητας και καταλήγοντας με γυαλόχαρτο μικρής σκληρότητας. Στο τέλος αυτής της διαδικασίας το δοκίμιο καθαρίστηκε με φυσικό διαλύτη (ξύδι) ώστε να είναι έτοιμο για να σχεδιαστούν οι κουκκίδες στην επιφάνειά του. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας παρουσιάζεται στις **Εικόνες 3.2 – 3.3**.



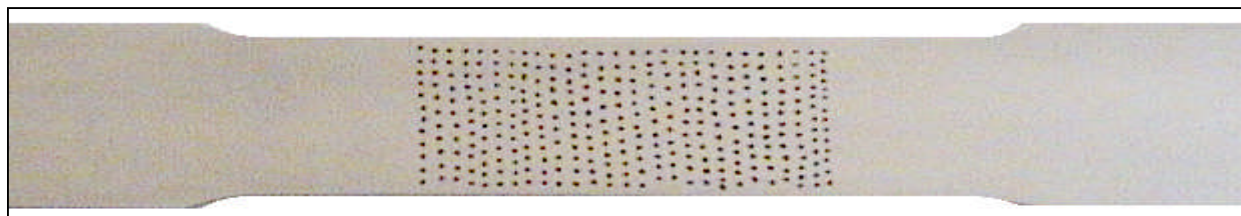
**Εικόνα 3.2** : Η επιφάνεια του δοκιμίου πριν υποστεί λείανση και καθαρισμό.



**Εικόνα 3.3** : Η επιφάνεια του δοκιμίου μετά τη λείανση και τον καθαρισμό με τον φυσικό διαλύτη.

Έχοντας εξασφαλίσει με αυτό τον τρόπο την ομοιογενή και ομοιόμορφη επιφάνεια που επιζητούσαμε, στη συνέχεια σχεδιάσαμε με μαύρο ανεξίτηλο στυλό τις κουκκίδες πάνω στην επιφάνεια του δοκιμίου. Οι κουκκίδες τοποθετήθηκαν στη μέση περίπου του δοκιμίου σχηματίζοντας ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και η κατανομή τους μέσα στο πλέγμα αυτό ήταν τυχαία. Το μόνο πράγμα που επιδιώκαμε είναι οι κουκκίδες να μην διαφέρουν υπερβολικά σε μέγεθος και σχήμα και να έχουν

ομοιόμορφο χρωματισμό. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας παρουσιάζεται στην **Εικόνα 3.4**.



**Εικόνα 3.4:** Το σχεδιασμένο πλέγμα από κουκκίδες πάνω στην επιφάνεια του δοκιμίου.

Στη συνέχεια, αφού πρώτα κάναμε βαθμονόμηση (calibration) της μηχανής που χρησιμοποιήσαμε στα πειράματά μας και μετρήσαμε τις διαστάσεις του δοκιμίου, τοποθετήσαμε το τελευταίο στις αρπάγες της μηχανής. Για να μπορούμε να αναγνωρίσουμε τα όρια του δοκιμίου και να εστιάσουμε καλύτερα το πλάνο, πίσω από το δοκίμιο τοποθετήσαμε ένα κόκκινο παραπέτασμα. Στο τέλος τοποθετήσαμε τη φωτογραφική μηχανή απέναντι από το δοκίμιο και αφού εστιάσαμε, τη συνδέσαμε με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή ώστε να μπορούμε να την ελέγχουμε χωρίς να ερχόμαστε σε επαφή με αυτή.

### **3.4 Η μέθοδος επεξεργασίας των πειραμάτων**

Έχοντας τοποθετήσει το δοκίμιο στις αρπάγες της μηχανής και τη φωτογραφική μηχανή απέναντι από αυτό, πριν ξεκινήσουμε το εκάστοτε πείραμα και αρχίσουμε να δίνουμε φορτίο στη μηχανή, τραβούσαμε μία αρχική φωτογραφία του δοκιμίου. Η φωτογραφία αυτή ήταν μία φωτογραφία «αναφοράς», καθώς όλες οι επόμενες φωτογραφίες που τραβούσαμε συγκρίνονταν με αυτή για τον υπολογισμό όλων των απαραίτητων μεγεθών. Είναι προφανές ότι σε κάθε επόμενη της «αναφορικής» εικόνας, οι κουκκίδες σε αυτή θα ήταν μετατοπισμένες σε σχέση με την αρχική και επομένως θα μπορούσαμε να κάνουμε τη ζητούμενη σύγκριση. Έχοντας έτσι την αρχική φωτογραφία, ήμασταν έτοιμοι για να ξεκινήσουμε το πείραμά μας. Είχαμε καθορίσει από την αρχή τον αριθμό των φωτογραφιών που θα χρειαζόμασταν για κάθε πείραμα αλλά και τον αριθμό των κύκλων της κόπωσης στους οποίους θα παίρναμε τις εκάστοτε φωτογραφίες. Έτσι λοιπόν, κάθε φορά που φτάναμε στην προκαθορισμένη τιμή του φορτίου σταματούσαμε στιγμιαία το πείραμα και τραβούσαμε μία φωτογραφία σημειώνοντας ταυτόχρονα και την τιμή του φορτίου που εφαρμόζαμε ώστε να είμαστε σε θέση μετά να υπολογίσουμε και την αντίστοιχη

τάση. Αυτή η διαδικασία συνεχιζόταν μέχρι να πάρουμε και την τελευταία φωτογραφία που επιθυμούσαμε.

Όπως αναφέραμε σε προηγούμενη παράγραφο, η φωτογραφική μηχανή ήταν συνδεδεμένη σε ηλεκτρονικό υπολογιστή για να μπορούμε να την χειριζόμαστε από απόσταση και να μην επηρεάζουμε το πείραμα. Έτσι λοιπόν, οι φωτογραφίες που τραβούσαμε αποθηκεύονταν στον υπολογιστή και αμέσως μετά την εκτέλεση του πειράματος ήταν έτοιμες για επεξεργασία από τον υπολογιστή.

Επόμενο βήμα, αφού επιλέξουμε το κομμάτι της κάθε φωτογραφίας που θέλουμε να εξετάσουμε, είναι η κατωφλίωση των εικόνων, όπου η επιφάνεια του δοκιμίου τίθεται στα μαύρα και οι κουκκίδες στα λευκά ενώ παράλληλα εντοπίζονται τα κέντρα βάρους των κουκκίδων. Μία τέτοια κατωφλίωση φωτογραφίας και ο εντοπισμός των κέντρων βάρους των κουκκίδων στην κατωφλιωμένη φωτογραφία παρουσιάζεται στην **Εικόνα 3.7**.

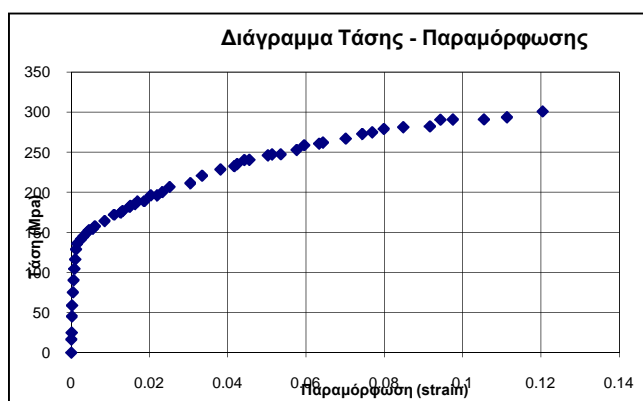
### 3.5 Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε

Το υλικό που μελετήθηκε και χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα είναι το ναυπηγικό αλουμίνιο 5083 με μηχανικές ιδιότητες:

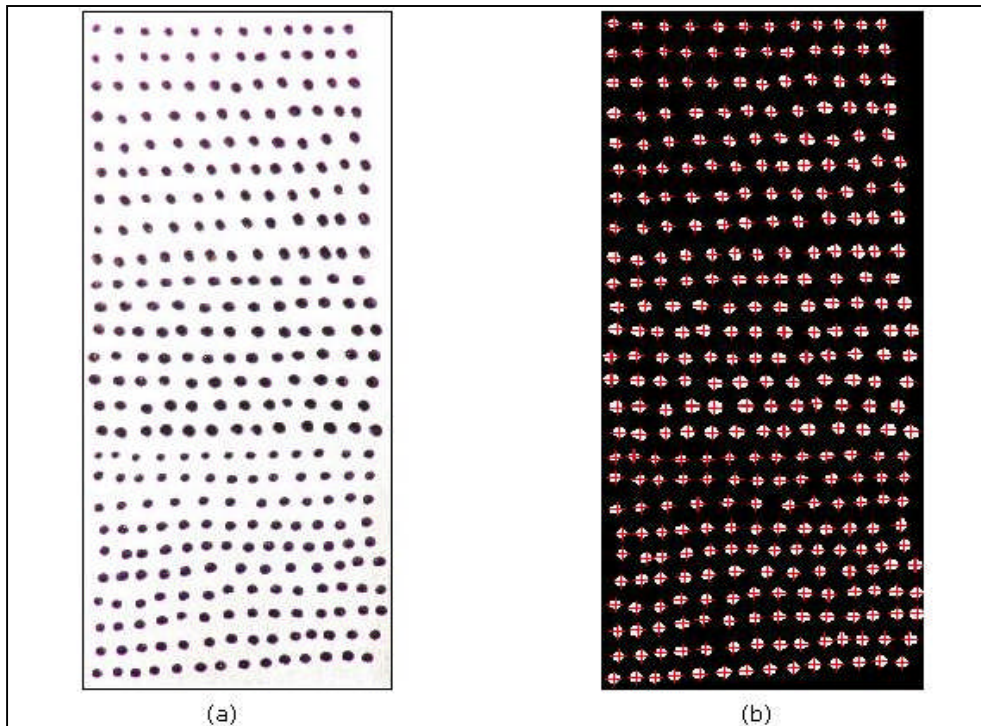
**Μέτρο Ελαστικότητας  $E=70,3$  GPa και σταθερά Poisson  $\nu=0,33$ .**



**Εικόνα 3.5:** Δοκίμιο από αλουμίνιο 5083 που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα



**Εικόνα 3.6 :** Διάγραμμα εφελκυσμού (τάσης παραμόρφωσης).

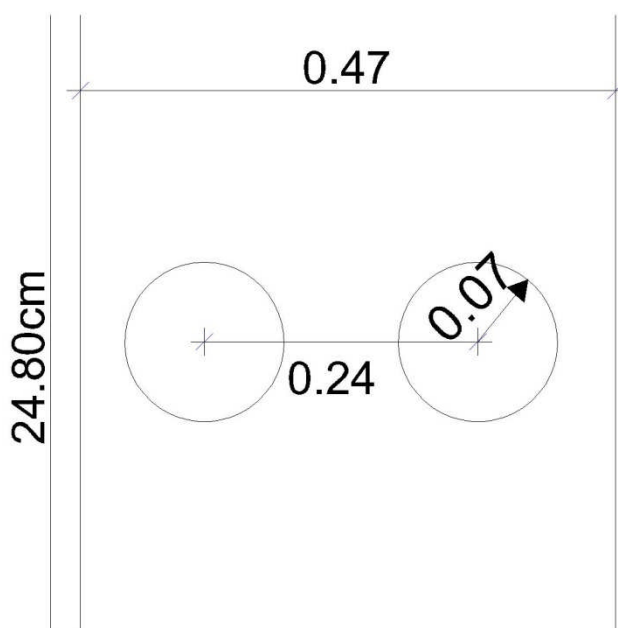
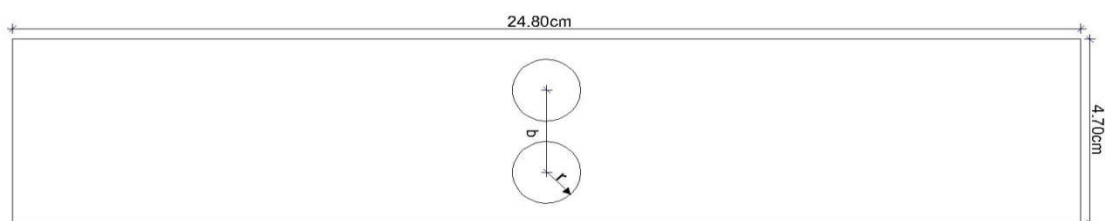


**Εικόνα 3.7 :** a) Η αρχική εικόνα πριν υποστεί κατωφλίωση. Β) Η κατωφλιωμένη εικόνα και ο εντοπισμός των κέντρων βάρους των κουκκίδων που συμβολίζονται με έναν κόκκινο σταυρό.

Στη συνέχεια ο κώδικας μας επιτρέπει να κάνουμε συσχέτιση (correlation) των κέντρων βάρους των δύο φωτογραφιών, ώστε να γνωρίζουμε τη θέση που κατέχει το κάθε κέντρο βάρους της πρώτης εικόνας στη δεύτερη εικόνα και ουσιαστικά τη μετατόπισή τους. Ύστερα από τη συσχέτιση αυτή, μέσω κάποιων συναρτήσεων παρεμβολής, γνωρίζουμε τη μετατόπιση σε όλη την περιοχή που επιλέξαμε να μελετήσουμε. Για την ακρίβεια ο κώδικας δημιουργεί ένα πολύ πυκνό πλέγμα (grid) στην περιοχή που θα του ζητήσουμε και μας επιστρέφει την τιμή των μετατοπίσεων πάνω σε αυτό το πλέγμα, προσφέροντάς μας την πολυτέλεια να γνωρίζουμε στην περιοχή που επιλέξαμε ένα τεράστιο πλήθος σημειακών μετατοπίσεων. Με γνωστές τις μετατοπίσεις, είναι προφανές ότι ο κώδικας εφαρμόζοντας τον ορισμό βρίσκει τις παραμορφώσεις πάνω σε αυτό το πλέγμα. Με γνωστές τις παραμορφώσεις είναι πλέον πάρα πολύ εύκολο να τυπωθεί και οποιοδήποτε γράφημα, είτε δισδιάστατο είτε τρισδιάστατο που να αφορά την κατανομή των παραμορφώσεων πάνω στην επιφάνεια που μελετήθηκε. Κάθε σημείο της επιφάνειας του δοκιμίου έχει τη δική του τιμή παραμόρφωσης η οποία απεικονίζεται με το αντίστοιχο χρώμα στα αποτελέσματα που παίρνουμε. Για να υπολογίσουμε την μέση παραμόρφωση χρησιμοποιούμε έναν μέσο όρο από εκατό σημεία ομοιόμορφα κατανεμημένα στην επιφάνεια του δοκιμίου. Αυτή η τιμή

χρησιμοποιείται στο διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων που παρουσιάζουμε στα αποτελέσματα των πειραμάτων μας.

Συγκεκριμένα στα πειράματα χρησιμοποιήθηκαν 3 δοκίμια τα οποία υποβλήθηκαν σε εφελκυσμό και είχαν διαστάσεις 24.8cmx4.7cmx0.2cm όπου στο κέντρο τους είχαν δυο ίσες συμμετρικές οπές 0.7cm ,0.9cm και 1.1cm όπως φαίνεται παρακάτω.”



**Εικόνα 3.8:** Δοκίμιο που χρησιμοποιήθηκε για την διεξαγωγή των πειραμάτων

Σε κάθε δοκίμιο ασκήθηκε φορτίο κατά τον άξονα y όπως φαίνεται στον πίνακα 1.

photo	Φορτίο(kN) 7mm	Φορτίο (kN) 9mm	Φορτίο(kN) 11mm
1	0		0.111
2	0.5161	0.580	0.616
3	1.568	3.021	3.077
4	3.018	5.434	5.488
5	4.588	7.790	7.397
6	6.544	9.342	8.552
7	8.560	10.414	9.452
8	10.34	11.242	10.101
9	11.53	11.826	10.673
10	12.52	12.409	11.066
11	13.21	13.056	11.608
12	14.01	13.600	12.101
13	14.51	14.360	12.550
14	15.00	14.925	13.022
15	15.50	15.220	13.296
16	16.00	15.493	13.611
17	16.13	15.966	13.948
18	16.53	16.014	14.197
19	16.80	16.030	9.778
20	17.01	16.304	10.643
21	17.30	16.307	9.597
22	17.50	12.118	8.948
23	17.86	12.403	7.871
24	18.08	12.805	5.549
25	18.30	12.643	4.469
26	18.50	11.318	3.816
27	16.83	10.331	2.200
28	11.37	6.490	0.008
29	9.61	5.167	
30	6.826	4.065	
31		0.041	

**Πίνακας 1.** Τιμές των φορτίων που εφαρμόστηκαν στα δοκίμια.



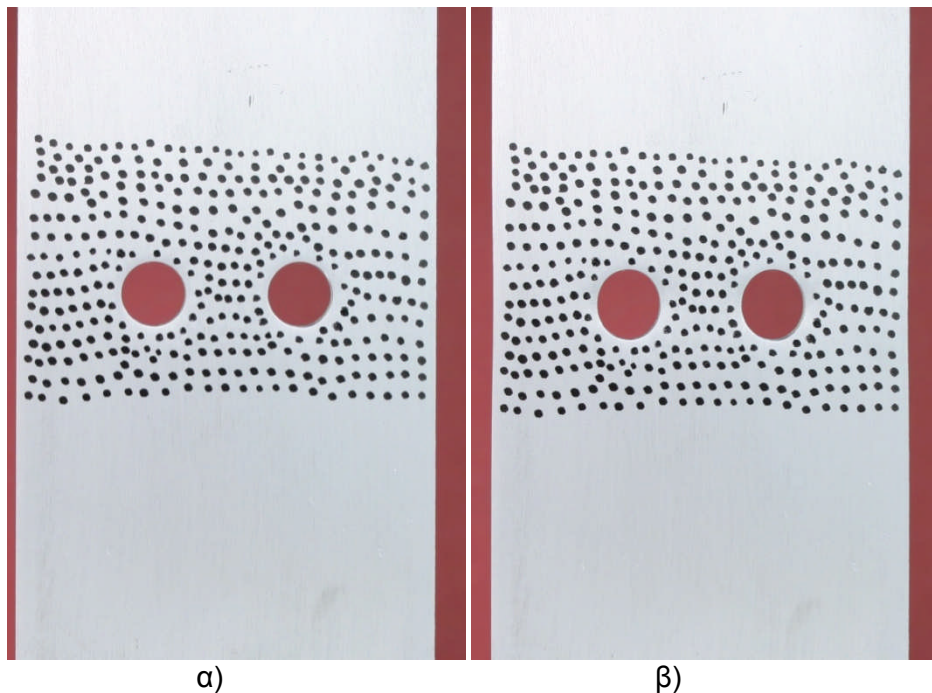
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ -ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

#### 4.1 Επεξεργασία των μετρήσεων

Μετά την πραγματοποίηση των τριών πειραμάτων συλλέχθηκαν οι φωτογραφίες που τράβηξε η ψηφιακή μηχανή και εισήχθηκαν στο λογισμικό Remdis της μεθόδου Mesh Free Random Grid Method (M.F.R.G.M.) προς επεξεργασία.

Παρακάτω εμφανίζονται δύο διαφορετικά στιγμιότυπα όπως φωτογραφήθηκαν την στιγμή του πειράματος.



**Εικόνα 4.1:** α) Φωτογραφία δοκιμίου στην αφόρτιστη κατάσταση β) Φωτογραφία δοκιμίου φορτισμένο με 16.13 kN

Το πρώτο βήμα στην επεξεργασία είναι ο εντοπισμός των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του δοκιμίου, που σε αυτή την περίπτωση είναι οι δυο. Αυτό επιτυγχάνεται με εντοπισμό του φόντου και αφαίρεσή του από τις εικόνες. Τα γεωμετρικά στοιχεία τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για περαιτέρω ανάλυση μοντελοποιούνται καταλλήλως.

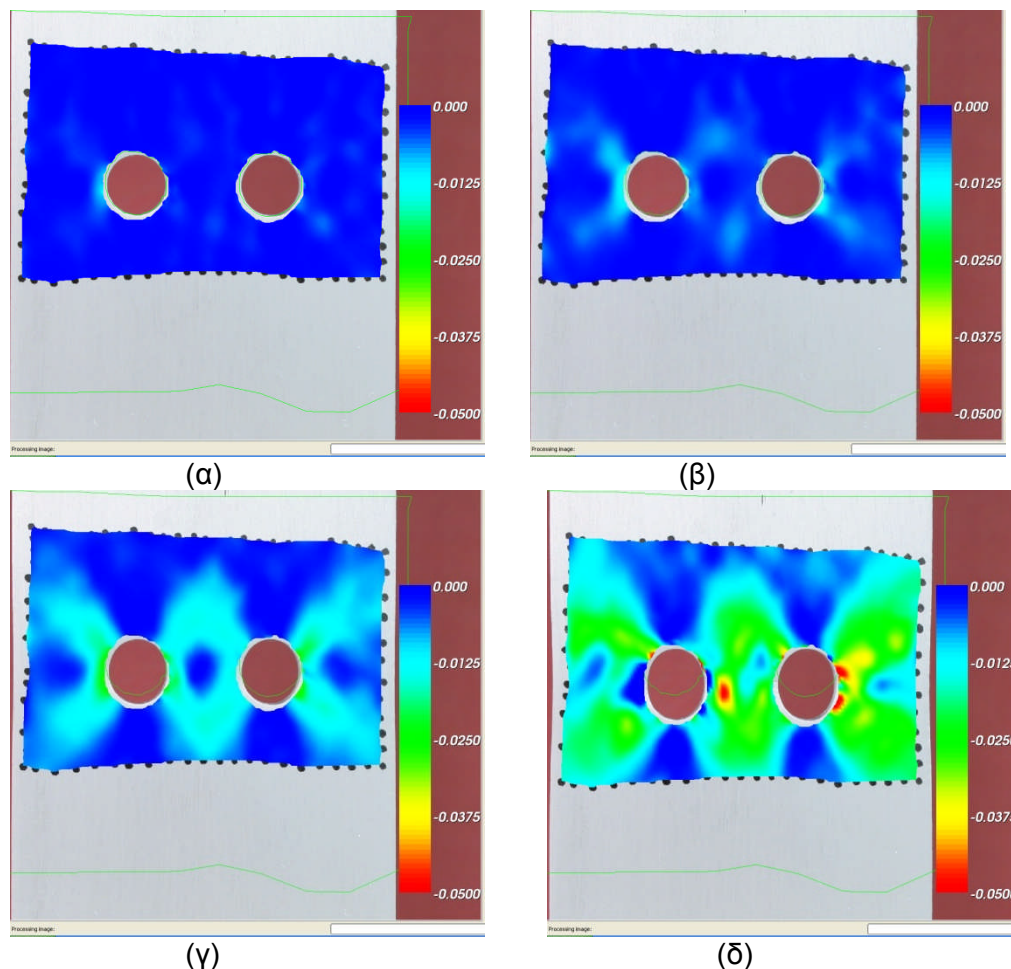
Ακολουθεί ο εντοπισμός του κέντρου βάρους των διαφόρων σημείων. Προκειμένου να γίνει αυτό η εικόνα μετατρέπεται σε ασπρόμαυρη (κατωφλίωση) ώστε να μπορούν να εντοπιστούν εύκολα οι περιοχές που περιέχουν τις μαύρες κουκίδες.

Αφού εντοπιστούν τα κέντρα των κουκίδων για όλες τις φωτογραφίες, γίνεται συσχέτιση των σημείων μεταξύ των κουκίδων με κατάλληλο αλγόριθμο. Γνωρίζοντας

τη συσχέτιση μεταξύ των σημείων «κουκκίδων» είναι πλέον εύκολο να προσδιοριστούν οι μετατοπίσεις τους άρα και οι παραμορφώσεις. Οι μετατοπίσεις των κόμβων, μαζί με τα γεωμετρικά μοντέλα των ασυνεχειών, χρησιμοποιούνται για να υπολογιστεί, με τη βοήθεια συναρτήσεων σχήματος άνευ καννάβου, το πεδίο μετατοπίσεων σε ολόκληρη την επιφάνεια του δοκιμίου.

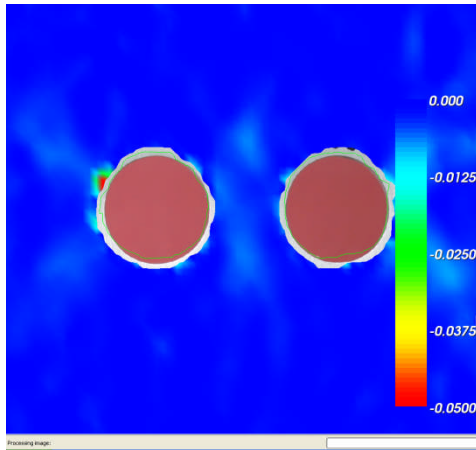
Με αυτόν τον τρόπο το λογισμικό remdis κατασκευάζει τις καμπύλες των παραμορφώσεων  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$ . Οι καμπύλες αυτές μας αναπαριστούν την παραμόρφωση κάθε σημείου από την εξεταζόμενη περιοχή του δοκιμίου. Παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς μας δείχνουν την ανομοιογένεια των παραμορφώσεων που υπάρχει στο δοκίμιο κατά τον εφελκυσμό.

Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι καμπύλες παραμορφώσεων  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$  για διάφορες τιμές φόρτισης.

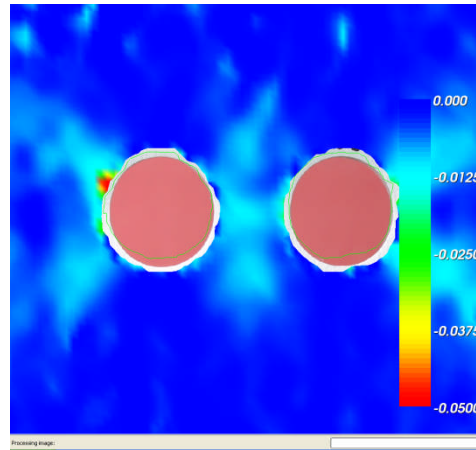


**Εικόνα 4.2:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\varepsilon_{xx}$  δοκιμίου με οπή ακτίνας 7mm όπου  
(α) το δοκίμιο δέχεται τάση 85.6 MPa  
(β) το δοκίμιο δέχεται τάση 150 MPa  
(γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 165.3 MPa  
(δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 178.6 MPa

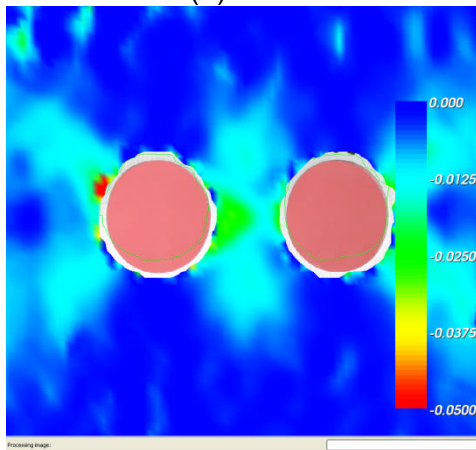




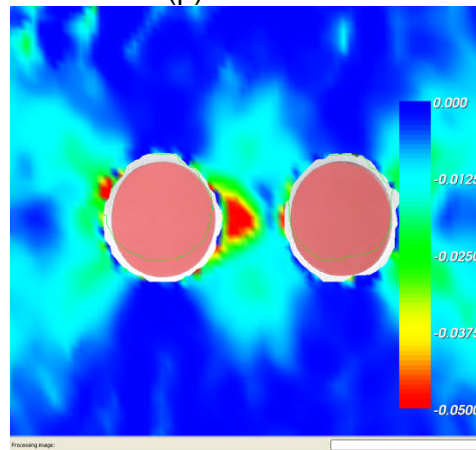
(α)



(β)



(γ)



(δ)

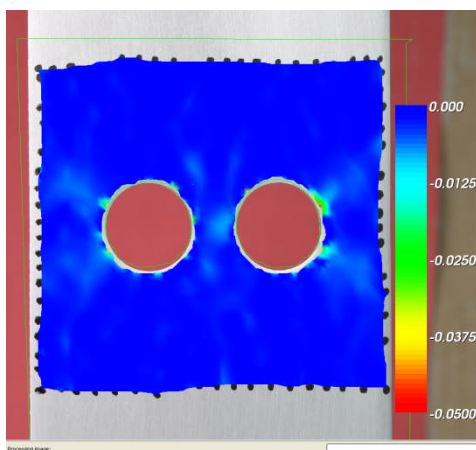
**Εικόνα 4.3:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\epsilon_{xx}$  δοκιμίου με οπή ακτίνας 9mm όπου

(α) το δοκίμιο δέχεται τάση 128.55 MPa

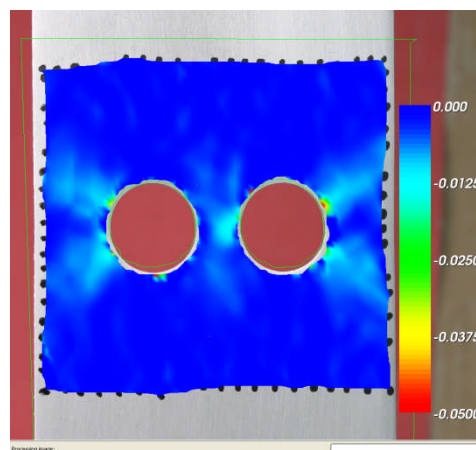
(β) το δοκίμιο δέχεται τάση 147.83 MPa

(γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 162.24 MPa

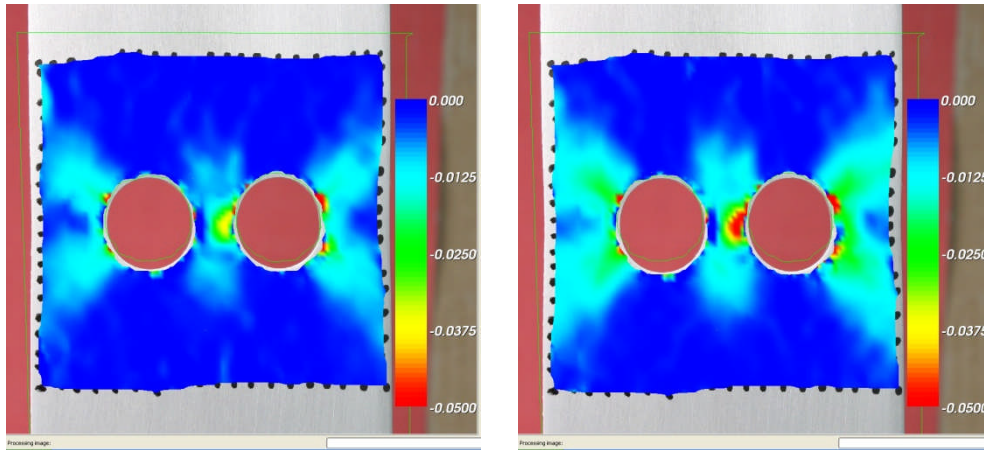
(δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 168.41 MPa



(α)



(β)

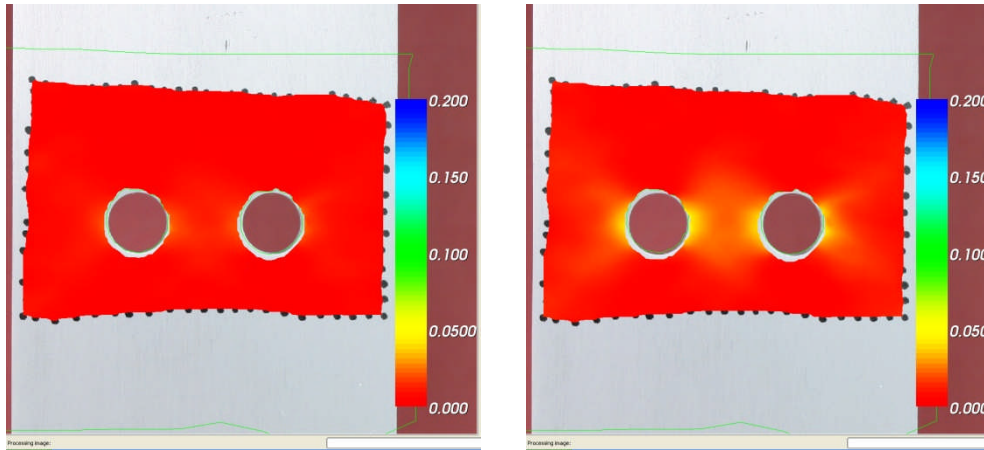


(γ)

(δ)

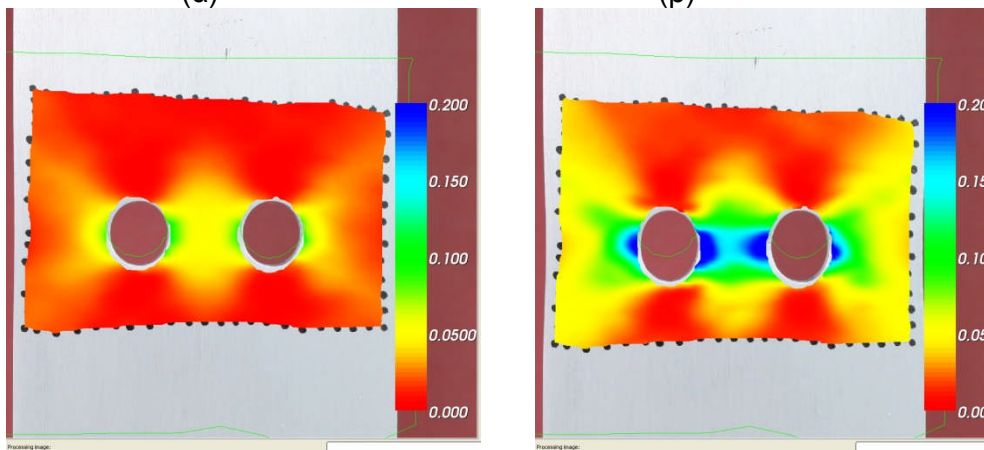
**Εικόνα 4.4:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\varepsilon_{xx}$  δοκιμίου με οπή ακτίνας 11 mm όπου

- (α) το δοκίμιο δέχεται τάση 113.54MPa
- (β) το δοκίμιο δέχεται τάση 123.49 MPa
- (γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 138.53 MPa
- (δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 148.38 MPa



(α)

(β)

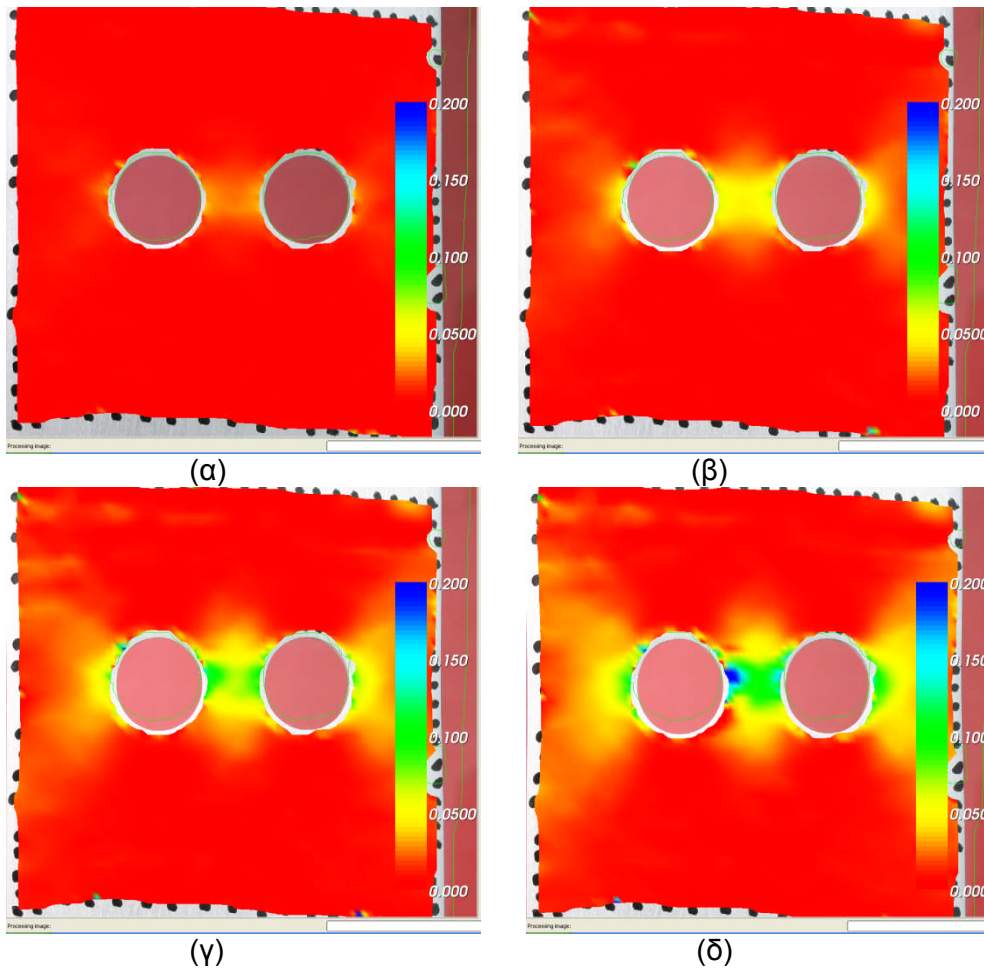


(γ)

(δ)

**Εικόνα 4.5:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\varepsilon_{yy}$  δοκιμίου με οπή ακτίνας 7mm όπου

- (α) το δοκίμιο δέχεται τάση 85.6 MPa
- (β) το δοκίμιο δέχεται τάση 150 MPa
- (γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 165.3 MPa
- (δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 178.6 MPa



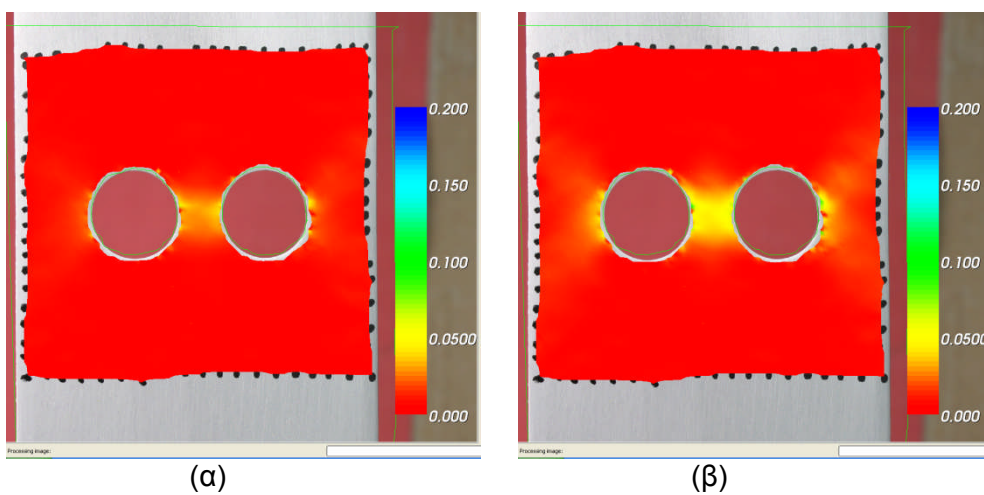
**Εικόνα 4.6:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\epsilon_{yy}$  δοκιμίου με σπή ακτίνας 9 mm όπου

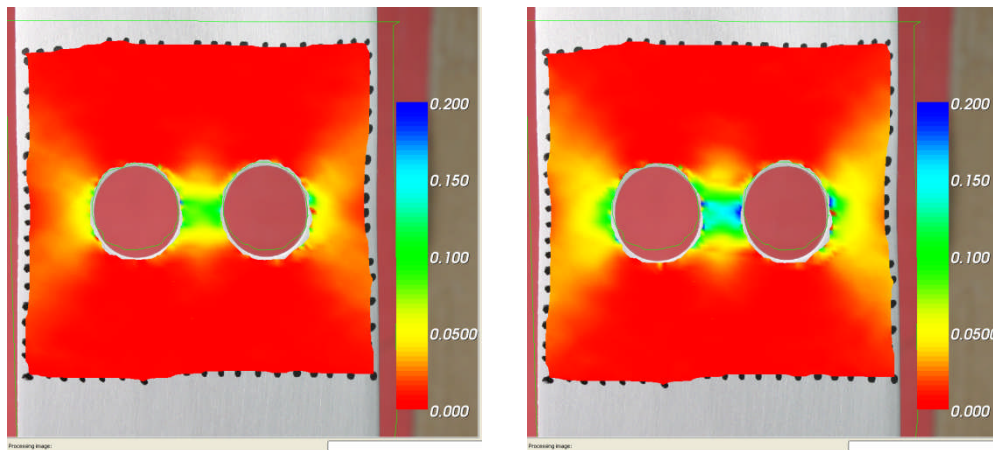
(α) το δοκίμιο δέχεται τάση 128.55 MPa

(β) το δοκίμιο δέχεται τάση 147.83 MPa

(γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 162.24 MPa

(δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 168.41 MPa



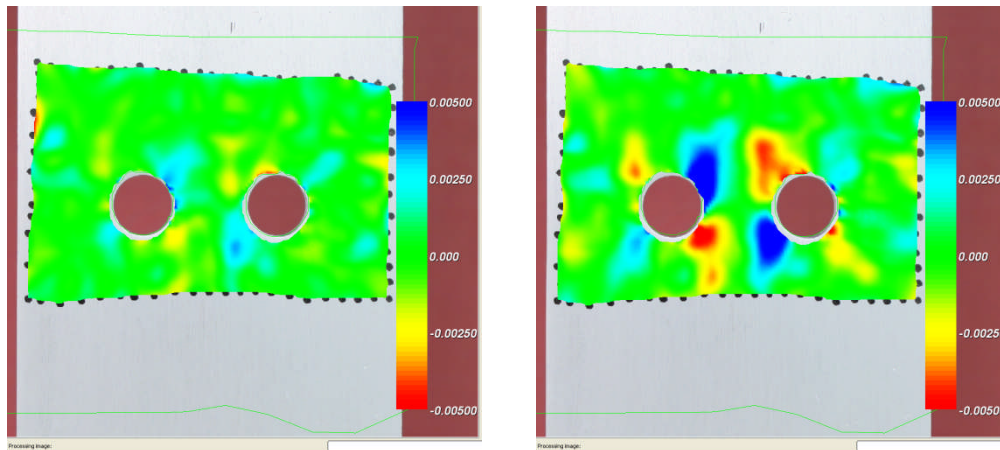


(γ)

(δ)

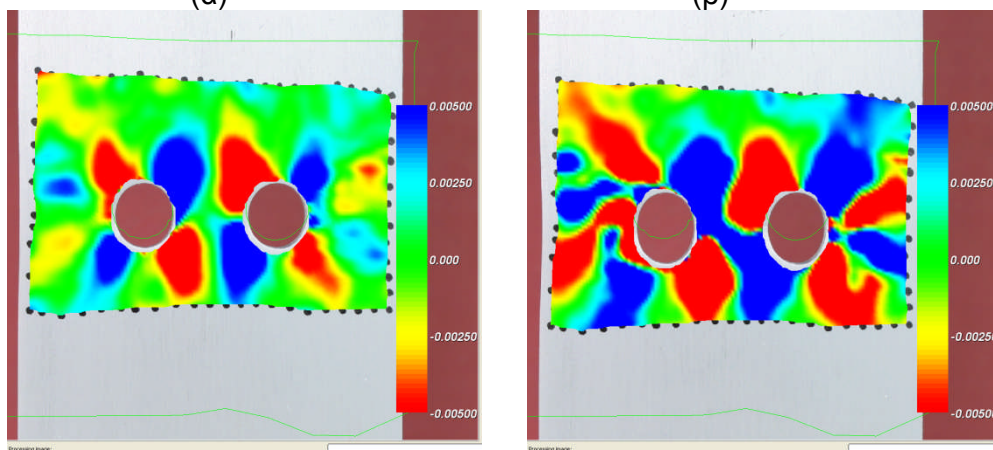
**Εικόνα 4.7:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\varepsilon_{yy}$  δοκίμιου με οπή ακτίνας 11 mm όπου

- (α) το δοκίμιο δέχεται τάση 113.54MPa
- (β) το δοκίμιο δέχεται τάση 123.49 MPa
- (γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 138.53 MPa
- (δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 148.38 MPa



(α)

(β)



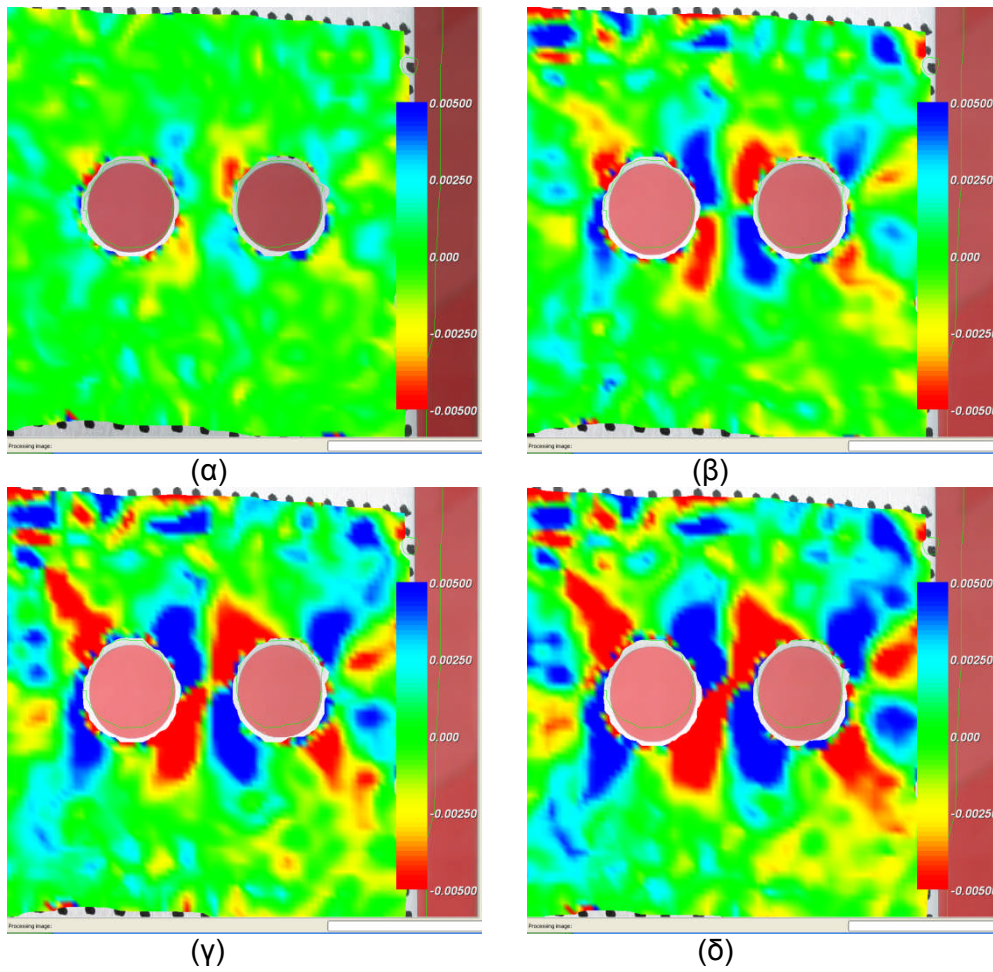
(γ)

(δ)

**Εικόνα 4.8:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\varepsilon_{xy}$  δοκίμιου με οπή ακτίνας 7mm όπου

- (α) το δοκίμιο δέχεται τάση 85.6 MPa
- (β) το δοκίμιο δέχεται τάση 150 MPa
- (γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 165.3 MPa
- (δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 178.6 MPa





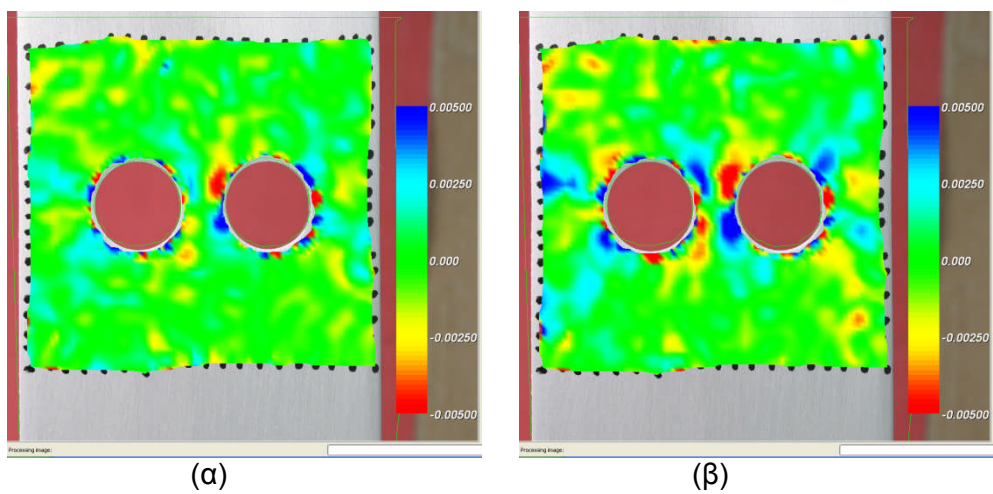
**Εικόνα 4.9:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\varepsilon_{xy}$  δοκιμίου με σπή ακτίνας 9 mm όπου

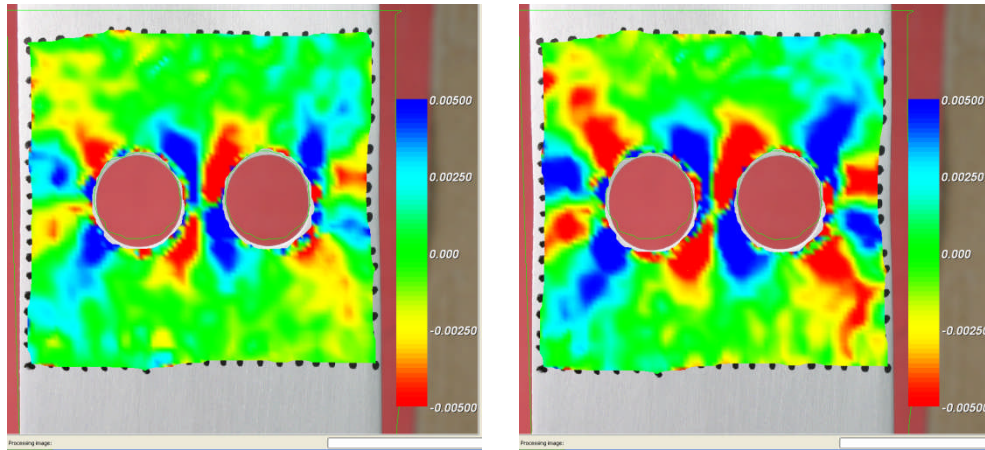
(α) το δοκίμιο δέχεται τάση 128.55 MPa

(β) το δοκίμιο δέχεται τάση 147.83 MPa

(γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 162.24 MPa

(δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 168.41 MPa





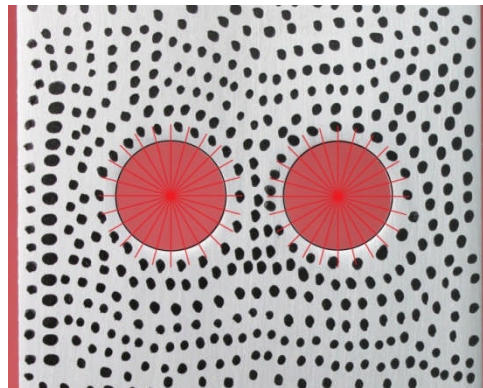
(γ)

(δ)

**Εικόνα 4.10:** Καμπύλη παραμόρφωσης  $\varepsilon_{xy}$  δοκιμίου με οπή ακτίνας 11 mm όπου

- (α) το δοκίμιο δέχεται τάση 113.54MPa
- (β) το δοκίμιο δέχεται τάση 123.49 MPa
- (γ) το δοκίμιο δέχεται τάση 138.53 MPa
- (δ) το δοκίμιο δέχεται τάση 148.38 MPa

Έπειτα επιλέχθηκαν σημεία γύρω από την οπή και συγκεκριμένα σημεία σε απόσταση 1.3 της ακτίνας και ανά 15 μοίρες όπως φαίνεται στην εικόνα 4.11. προκειμένου να υπολογισθεί το παραμορφωσιακό πεδίο. Το πρόγραμμα remdis υπολόγισε τις τιμές για τις παραμορφώσεις  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$  για τα σημεία που ζητήθηκαν. (Εικόνα 4.11)



**Εικόνα 4.11**

Από τις τιμές που πήραμε για τις παραμορφώσεις υπολογιστήκαν οι κύριες παραμορφώσεις και έπειτα η ισοδύναμη παραμόρφωση για κάθε σημείο γύρω από τις οπές ανά 15 μοίρες με σκοπό να κατασκευαστούν τα διαγράμματα της ισοδύναμης παραμόρφωσης, η οποία βρέθηκε από τη σχέση (3.1).

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{9} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]} \quad (3.1)$$

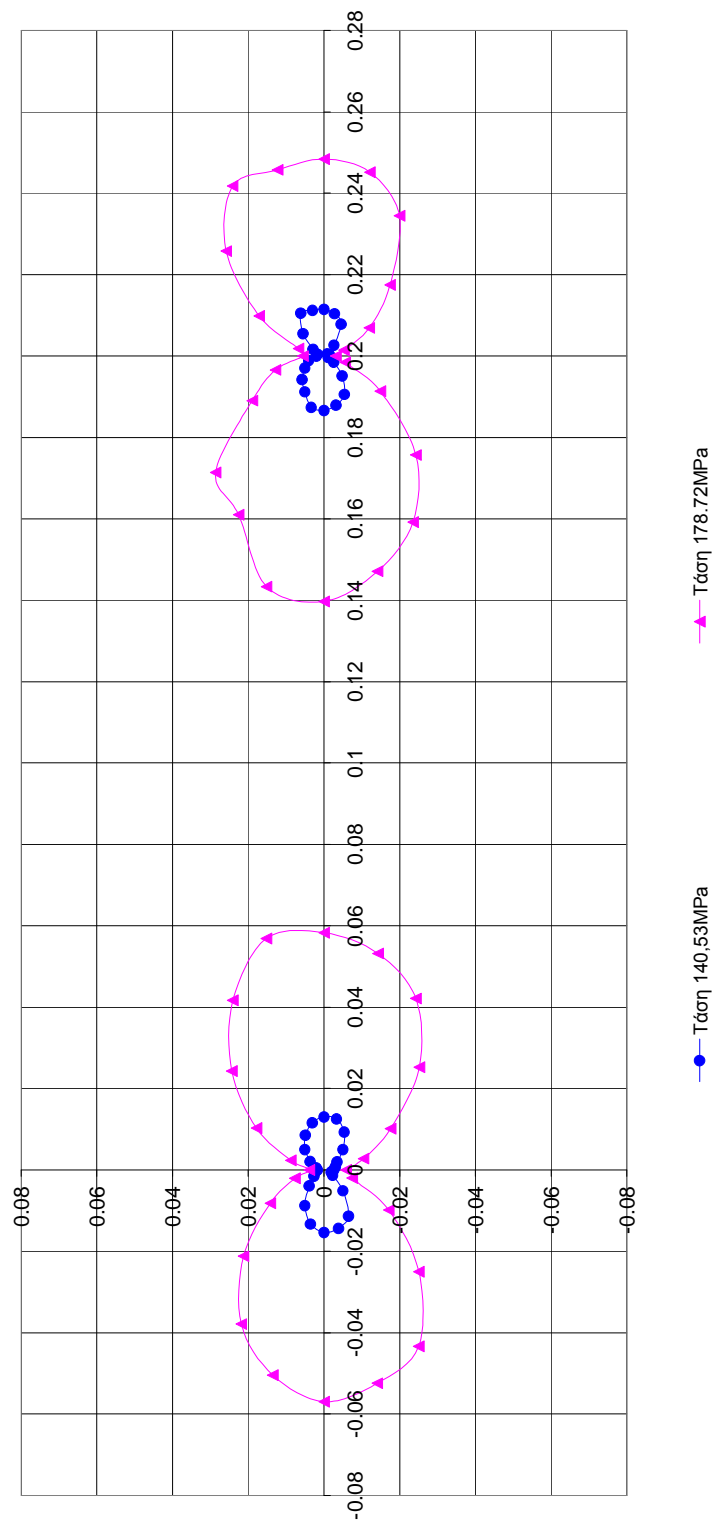
Και για το δισδιάστατο πρόβλημα γίνεται

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2)} \quad (3.2)$$

Έτσι προέκυψαν τα παρακάτω γραφήματα της ισοδύναμης παραμόρφωσης όπου  $x = \bar{\varepsilon} \cos \varphi$  και  $y = \bar{\varepsilon} \sin \varphi$ .

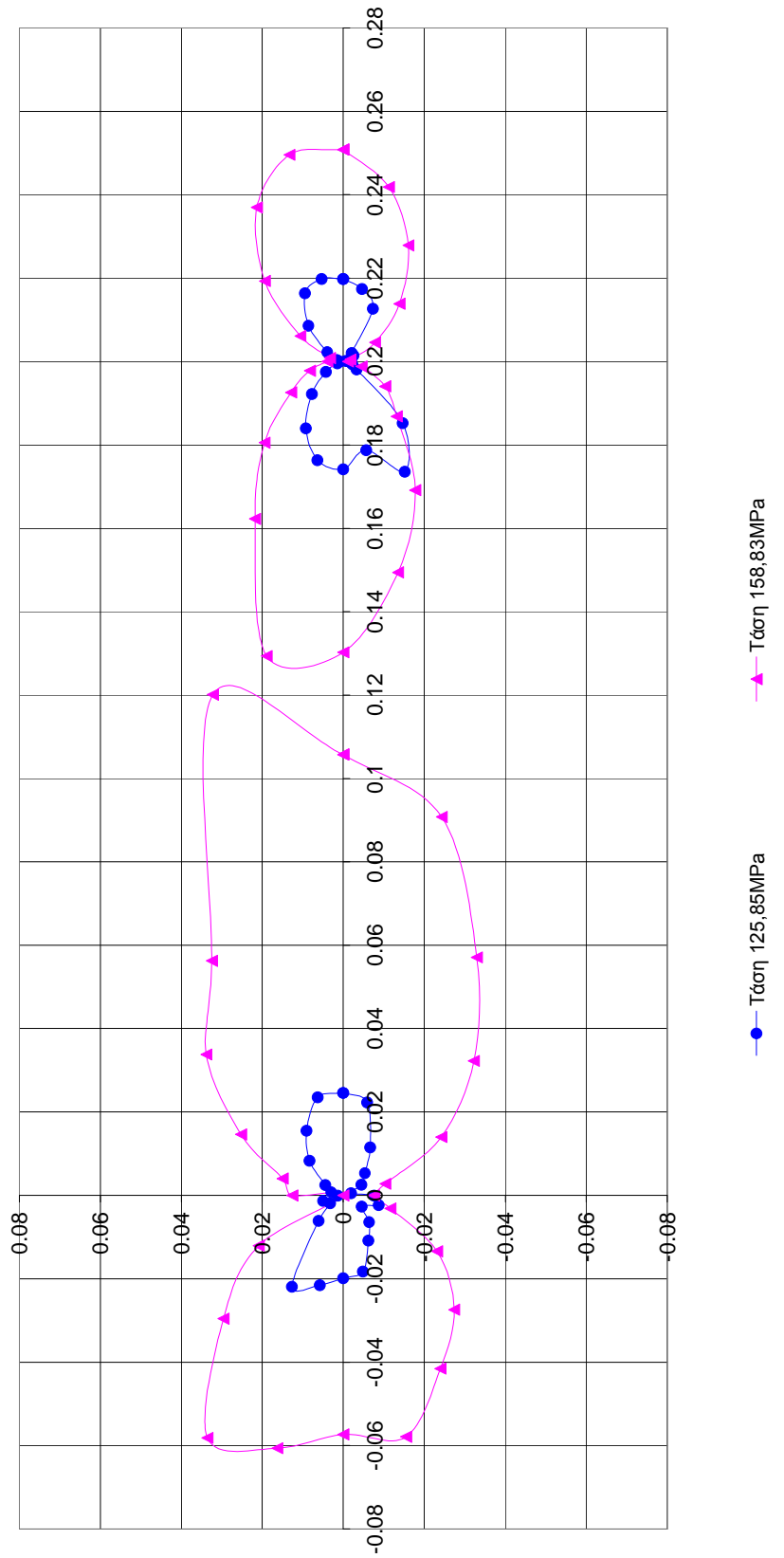
**Γράφημα 4.1**

**Ισοδύναμη παραμόρφωση για την οπή με ακτίνα 7mm**



**Γράφημα 4.2**

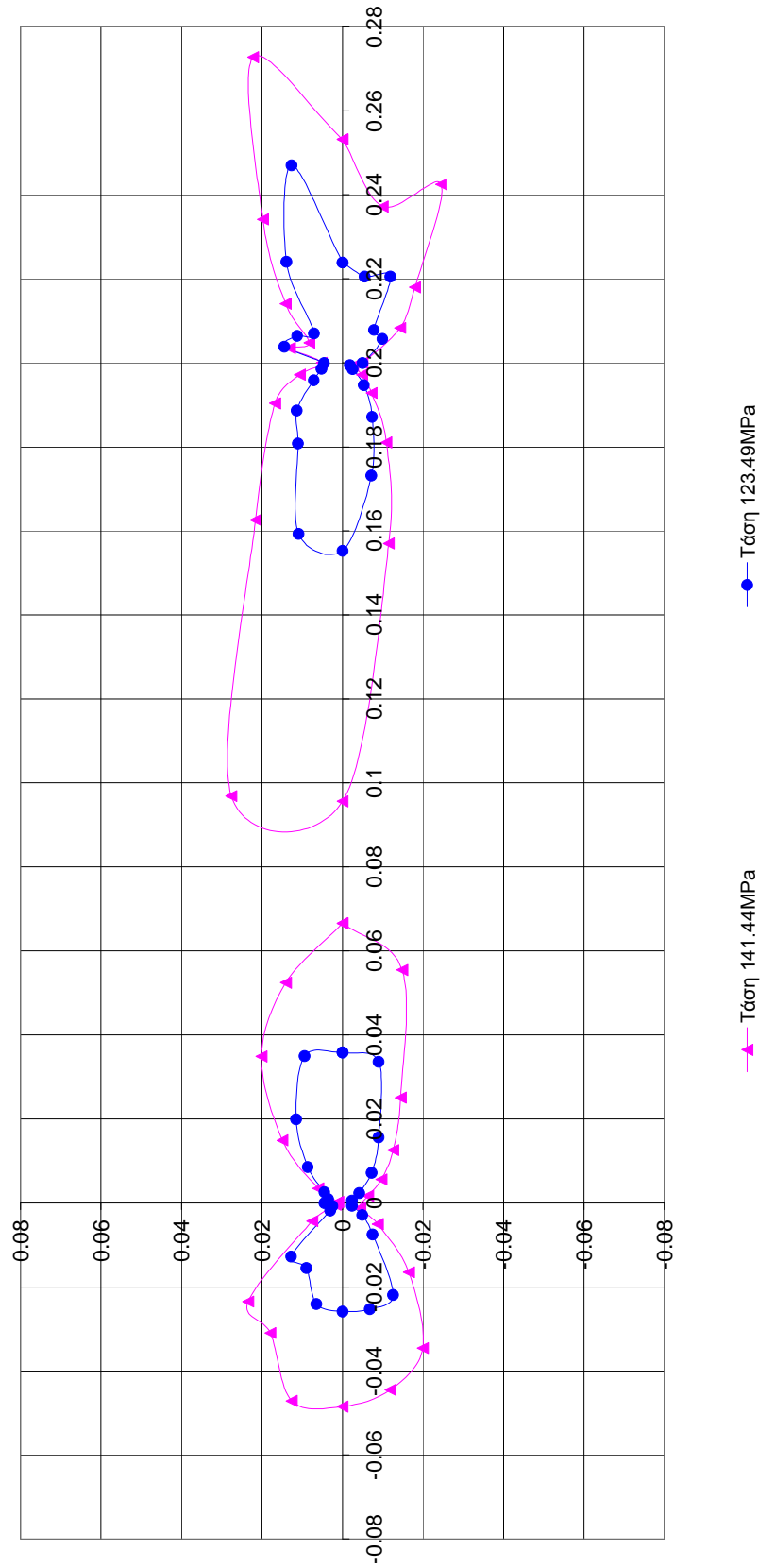
Ισοδύναμη παραμόρφωση στην οπή με ακτίνα 9mm





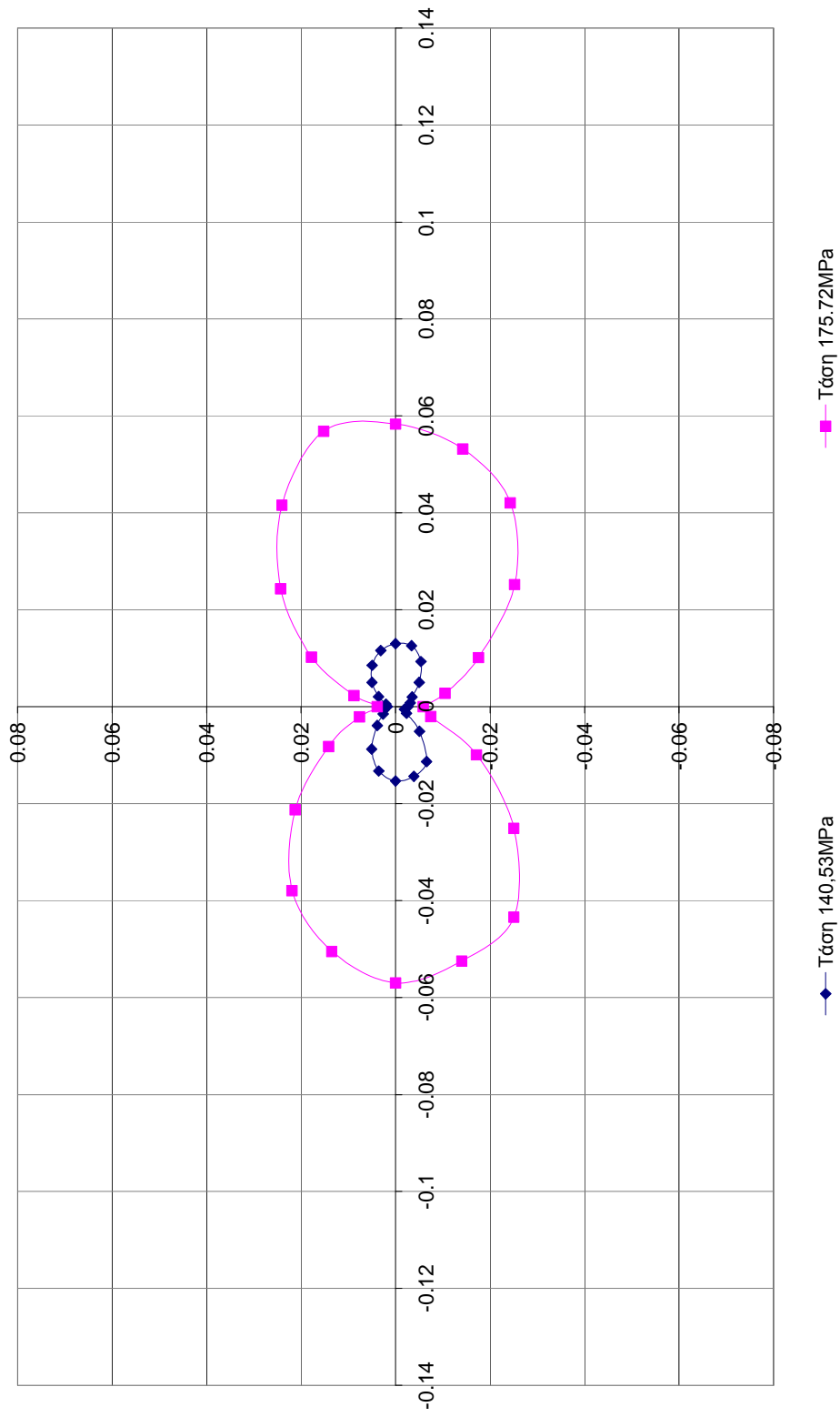
**Γράφημα 4.3**

**Ισοδύναμη παραμόρφωση για την οπή με ακτίνα 11mm**



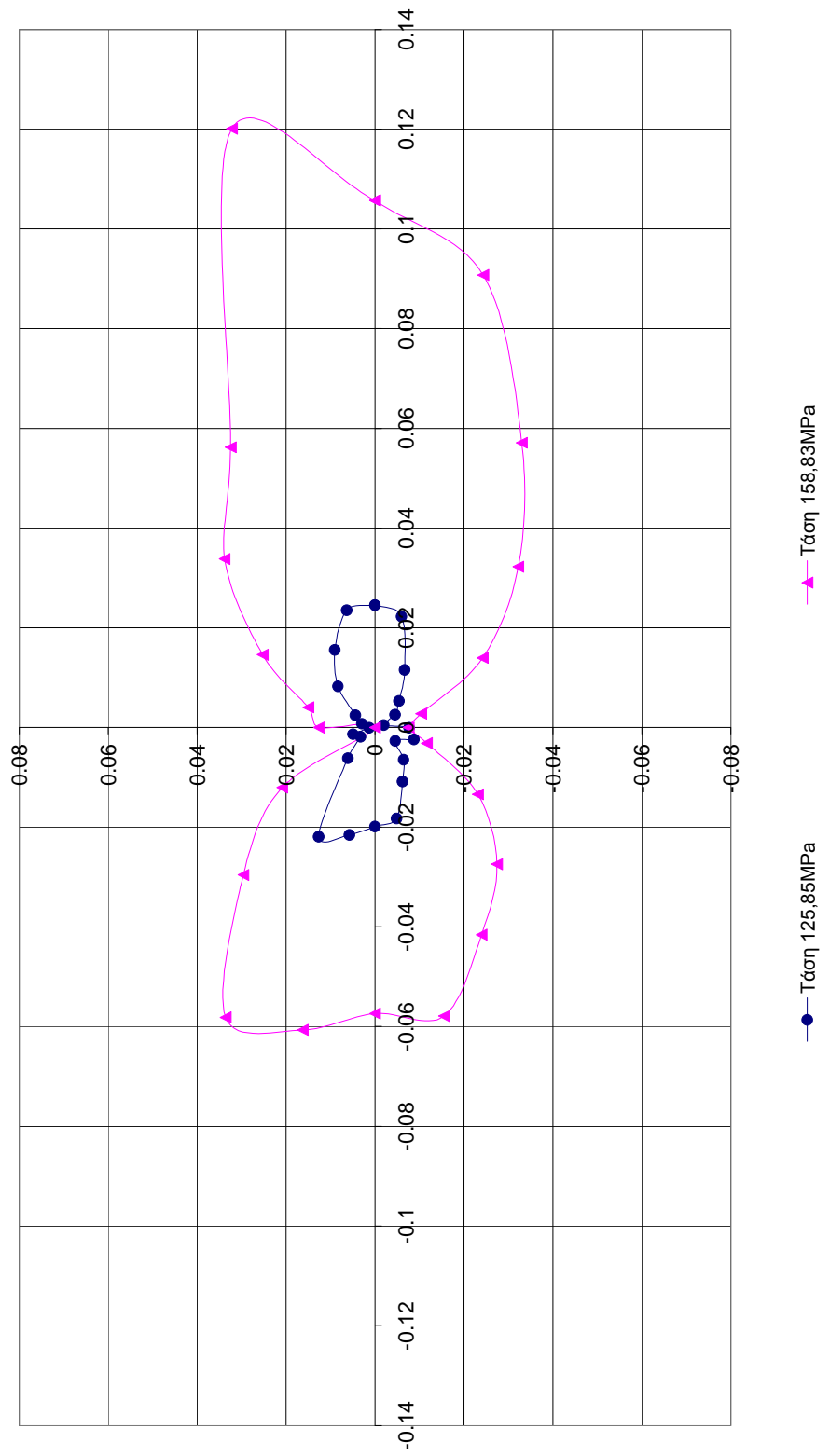
**Γράφημα 4.4**

**Ισοδύναμη παραμόρφωση για την αριστερή οπή με ακτίνα 7mm**



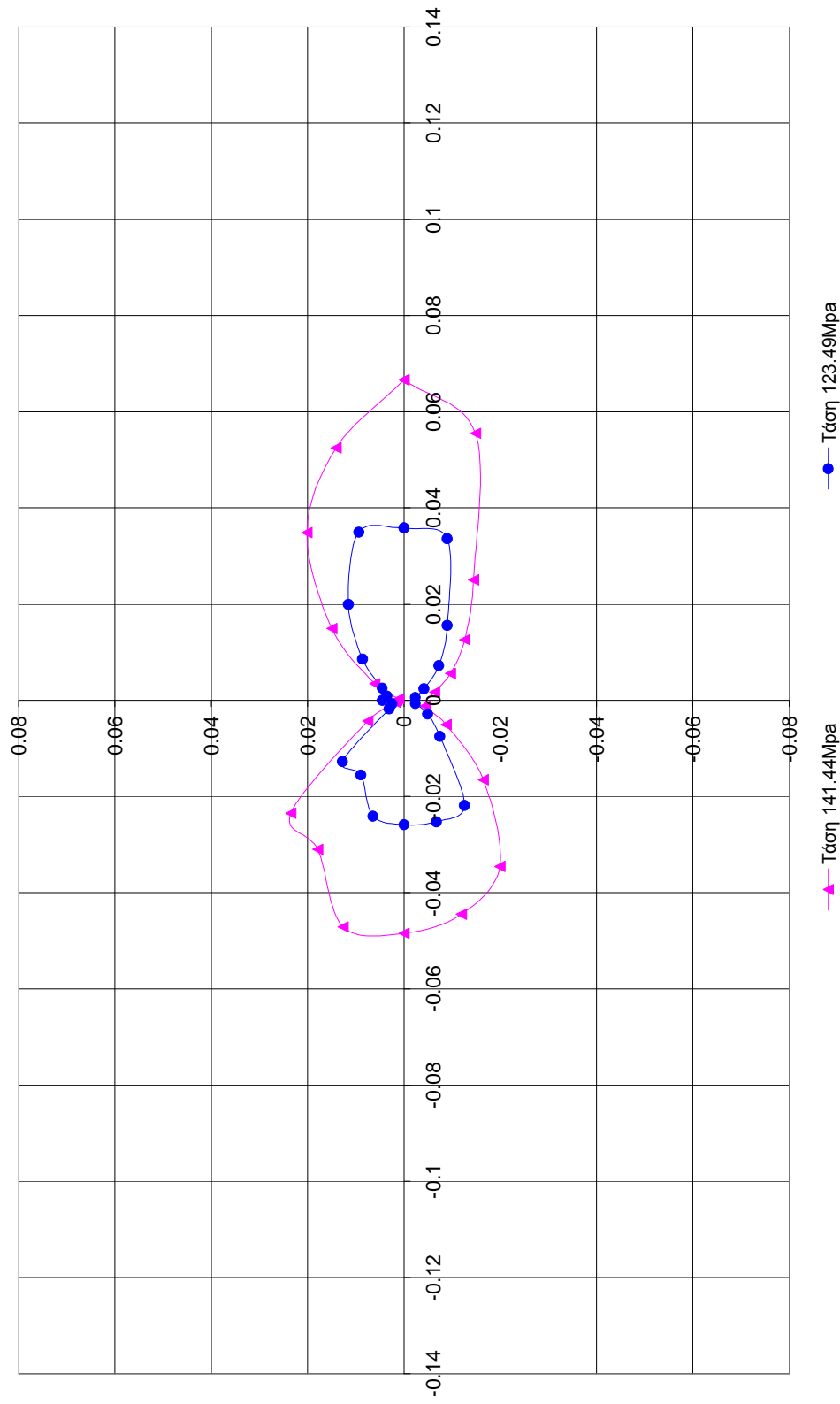
**Γράφημα4. 5**

Ισοδύναμη παραμόρφωση στην αριστερή οπή με ακτίνα 9mm

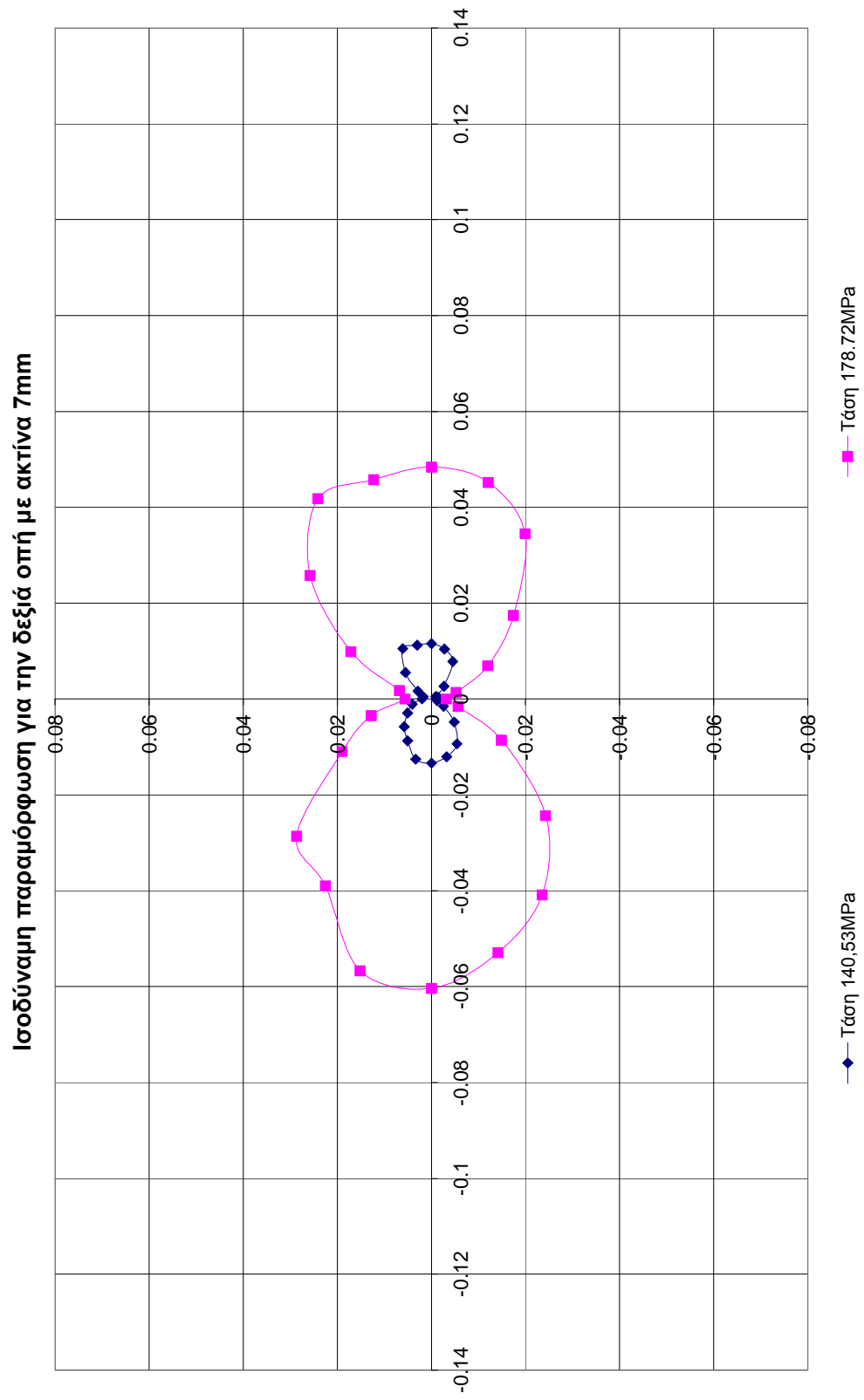


**Γράφημα 4.6**

**Ισοδύναμη παραμόρφωση για την αριστερή οπή με ακτίνα 11mm**

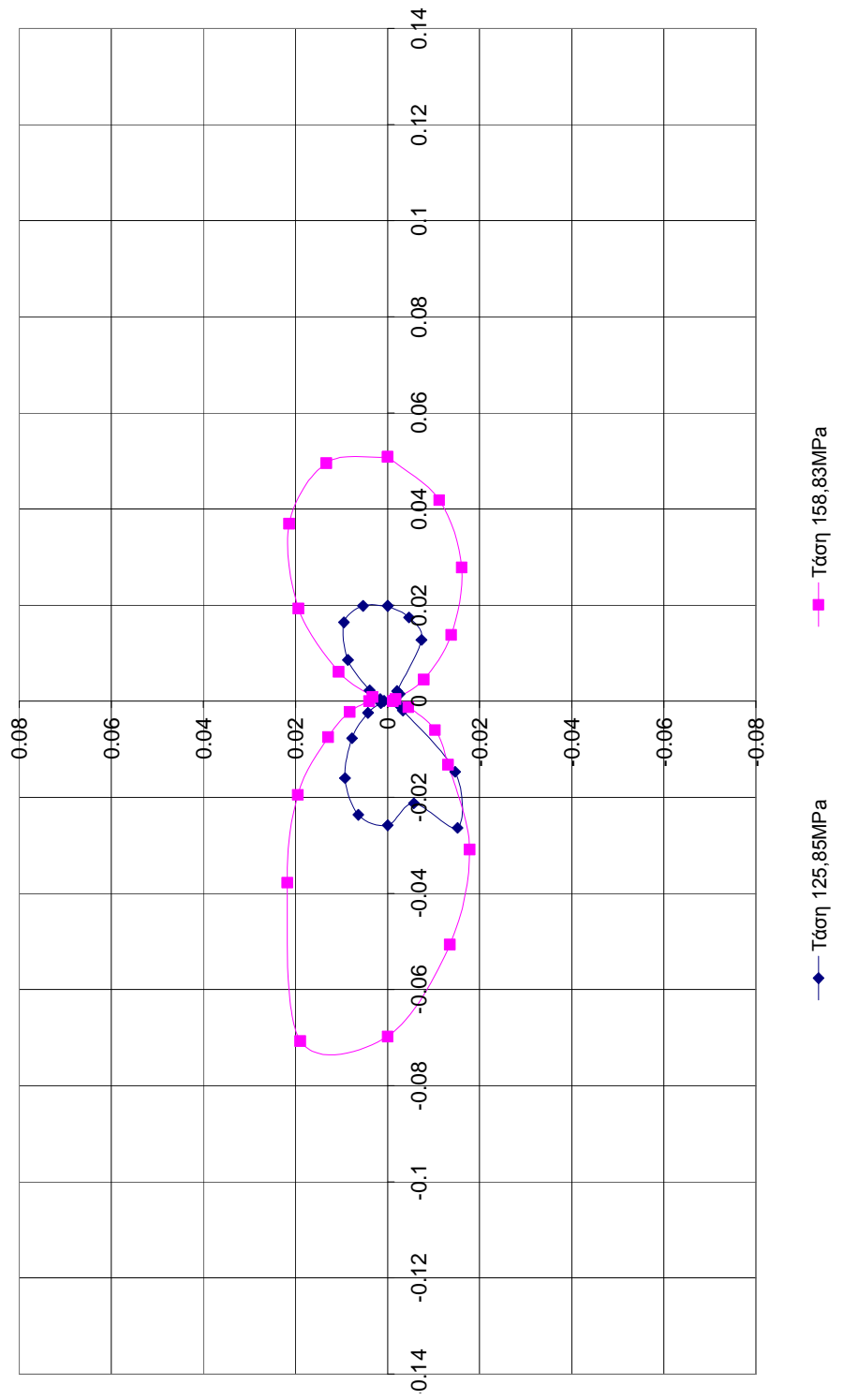


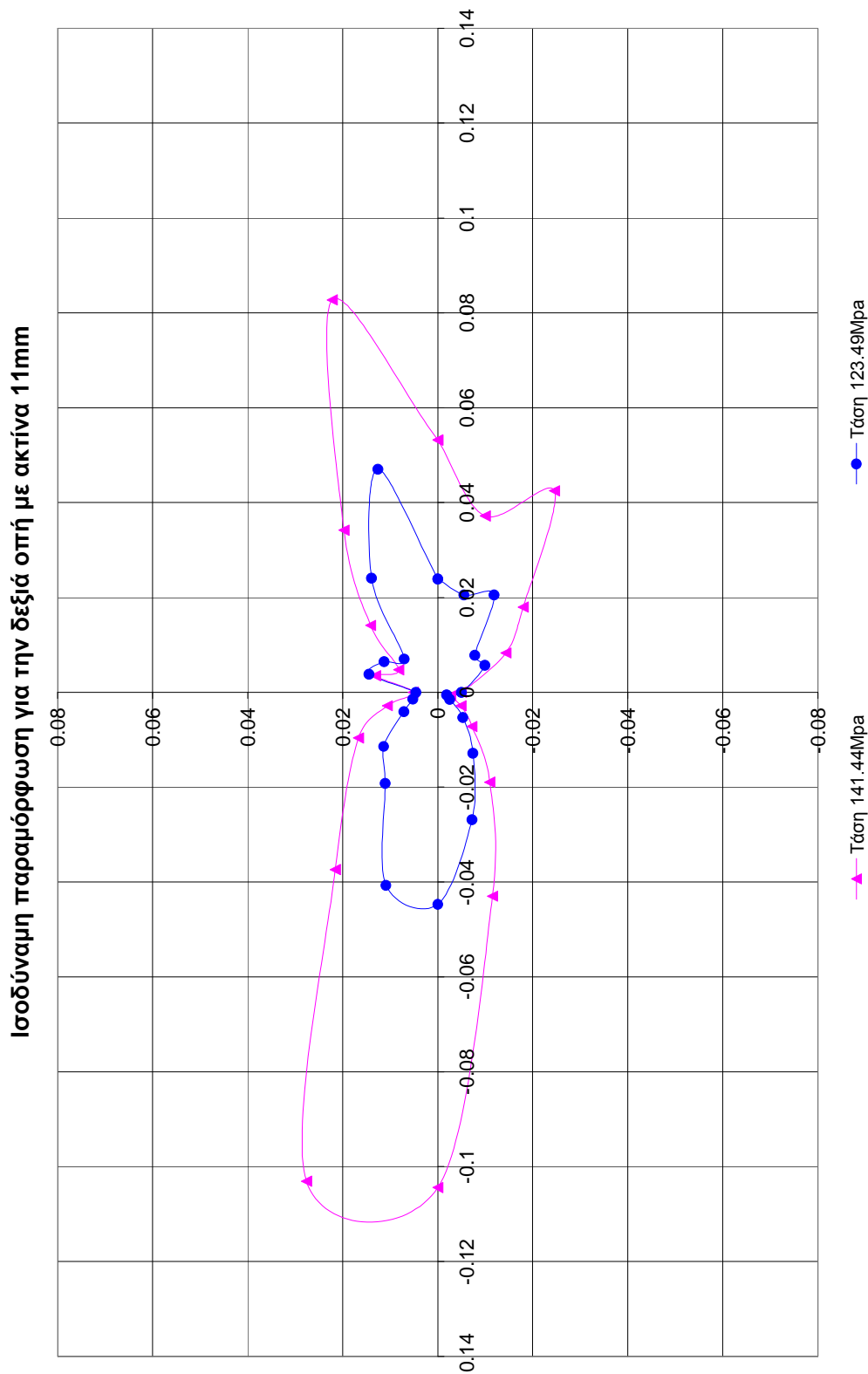
**Γράφημα 4.7**



**Γράφημα 4.8**

**Ισοδύναμη παραμόρφωση στην δεξιά οπή με ακτίνα 9mm**





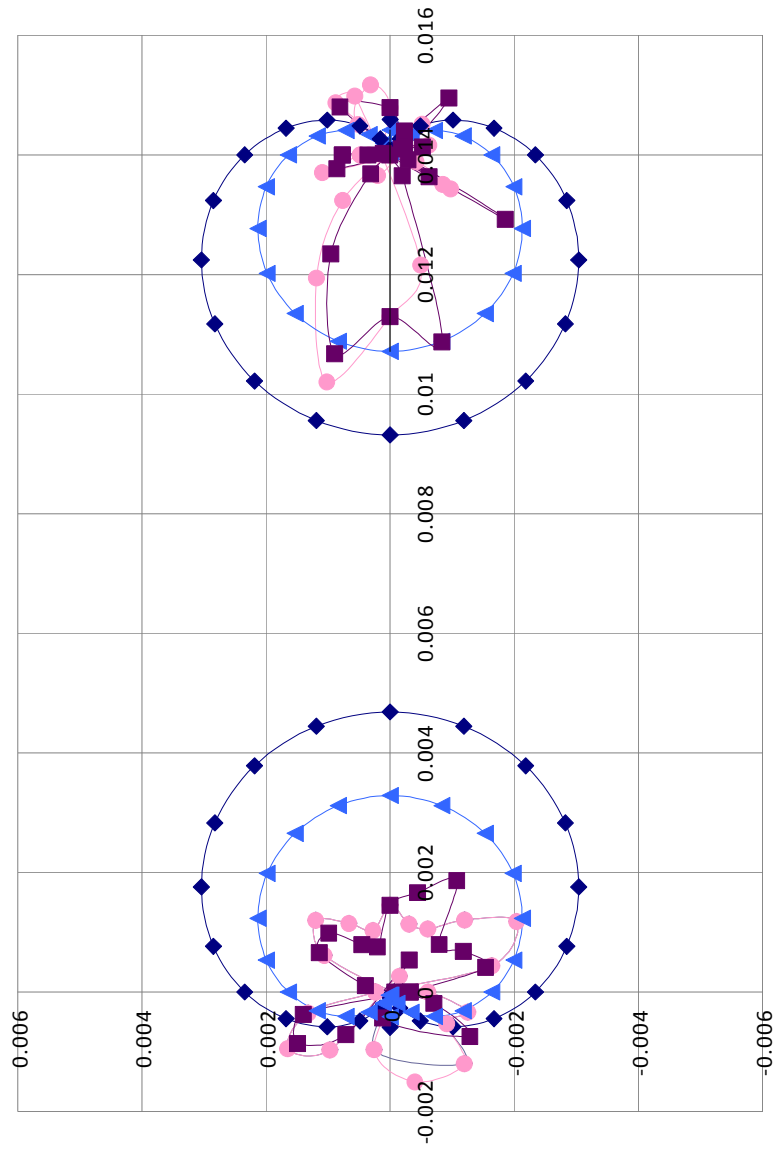
**Γράφημα 4.9**

Τέλος, έγιναν διαγράμματα της παραμόρφωσης  $\epsilon_{\theta\theta}$  για χαμηλές τιμές φόρτισης έτσι ώστε το δοκίμιο να βρίσκεται στην ελαστική περιοχή και τα πειραματικά αυτά διαγράμματα συγκρίθηκαν με την θεωρητική καμπύλη της  $\epsilon_{\theta\theta}$ . Η θεωρητική τιμή

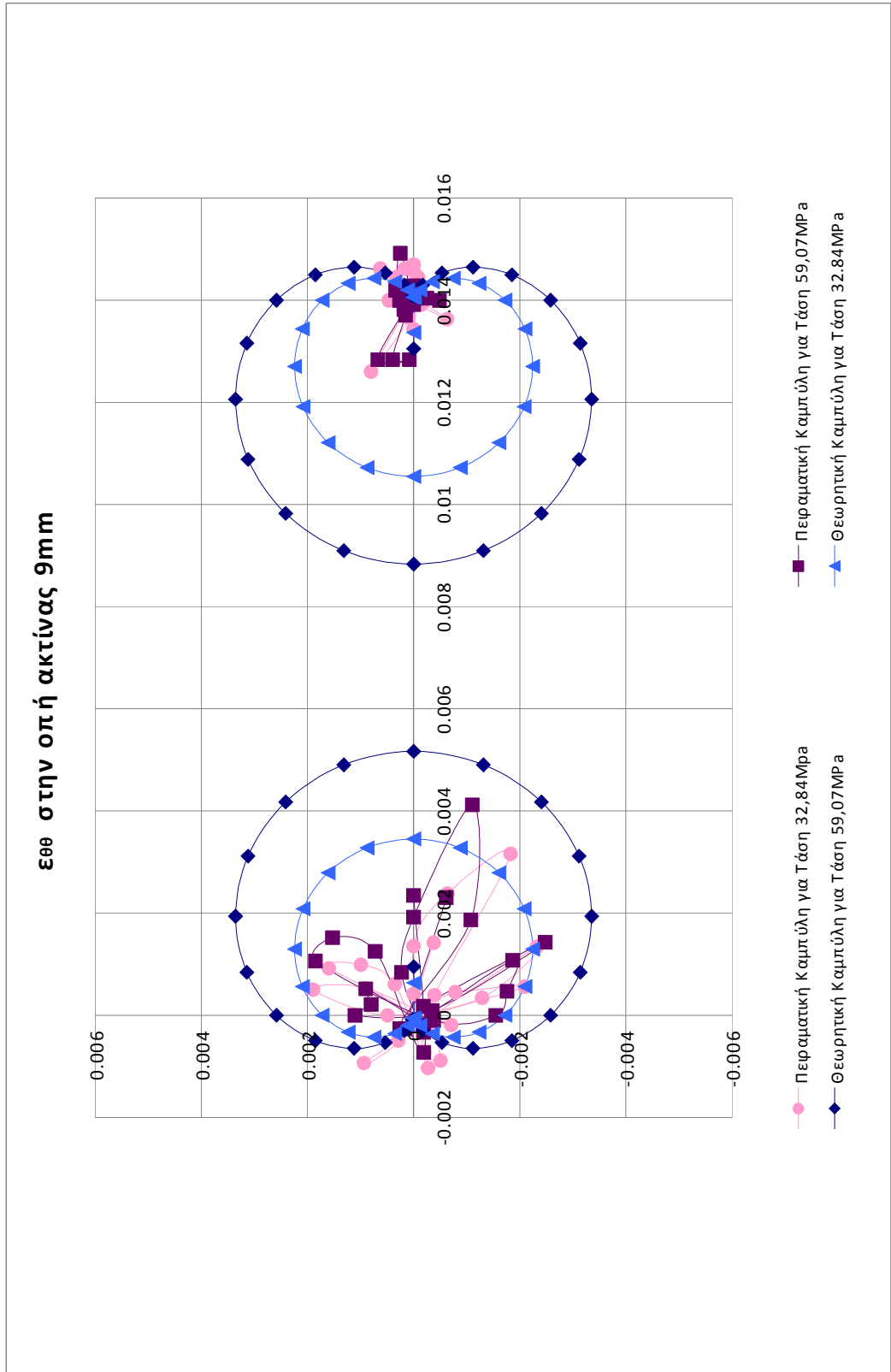
της  $\varepsilon_{\theta\theta}$  υπολογίσθηκε από τη σχέση (2.19). Έτσι προέκυψαν τα παρακάτω γραφήματα.



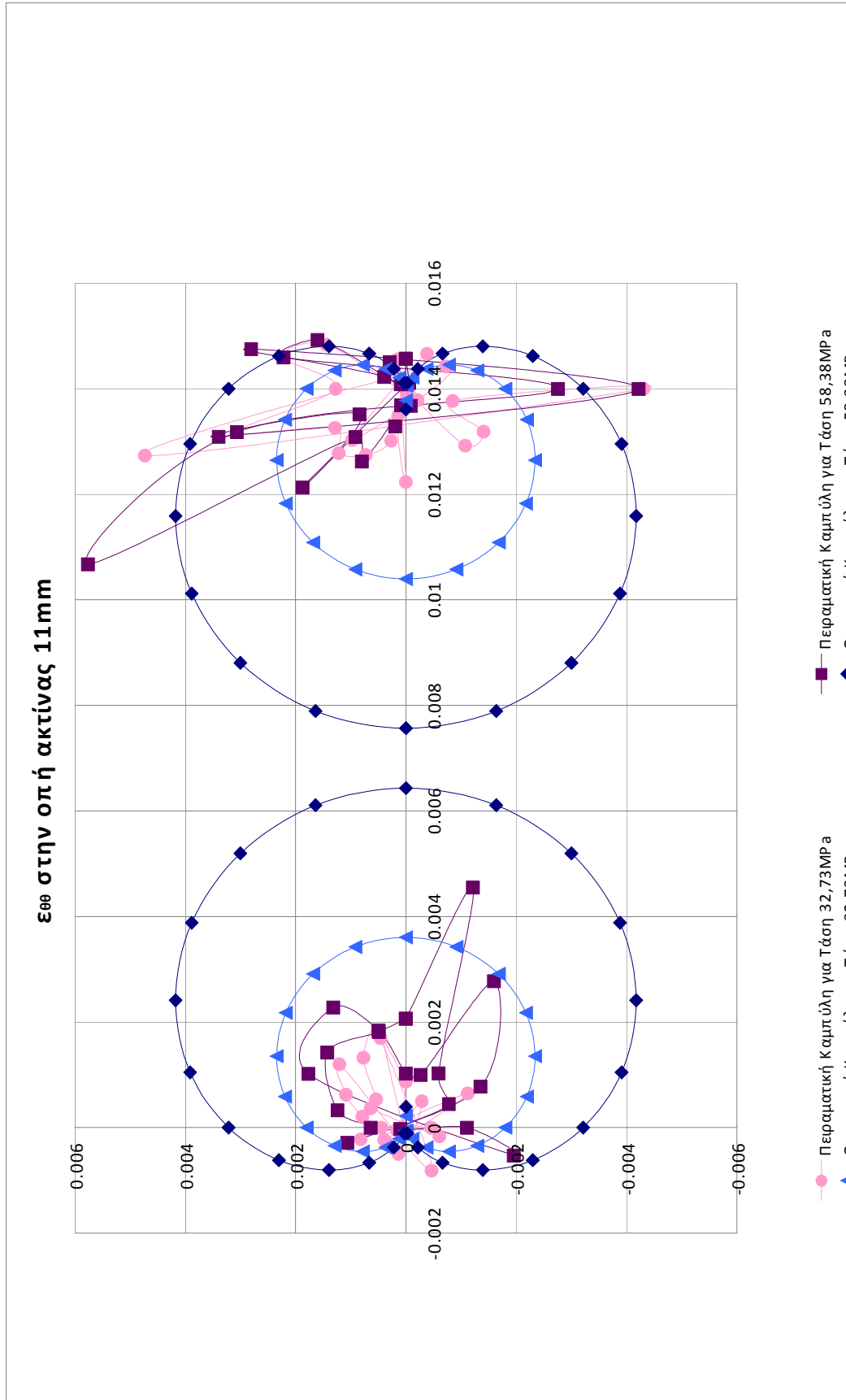
εεε στην οπή ακτίνας 7mm



**Γράφημα 4.10**



**Γράφημα 4.11**



**Γράφημα 4.12**

**4.2 Συμπεράσματα**

Από τα γραφήματα 1 έως 9 παρατηρώ ότι στις μικρές φορτίσεις υπάρχει συμμετρία στις καμπύλες των παραμορφώσεων τόσο ανάμεσα στην αριστερή και δεξιά οπή όπως φαίνεται στα Γραφήματα 1 και 2 αλλά ακόμα και στο αριστερό και δεξί μέρος της κάθε οπής. Τα παραπάνω είναι περισσότερο εμφανή στις οπές με ακτίνες 7mm και 9mm.

Ακόμα στα γραφήματα 1,2 και 3 με την αύξηση του φορτίου τα εξωτερικά μέρη των δύο οπών μεγαλώνουν ομαλά ενώ τα εσωτερικά μέρη των οπών δεν μεγαλώνουν τόσο ομαλά αλλά το ένα μέρος έχει μεγαλύτερη αύξηση στην τιμή της παραμόρφωσης γεγονός που σημαίνει ότι η μία οπή αρχίζει να καταλαβαίνει την ύπαρξη της άλλης.

Πιο συγκεκριμένα κατά τη διεξαγωγή του πειράματος τα δοκίμια με τις οπές 7 mm και 9 mm έσπασαν πρώτα στο κέντρο και αριστερά γεγονός που παρατηρείται και στα γραφήματα 1 και 2 όπου υπάρχει σχετική αύξηση στην τιμή της παραμόρφωσης στο δεξί μέρος της αριστερής οπής. Αντίθετα στο δοκίμιο οπής 11 mm το οποίο έσπασε στο κέντρο και δεξιά παρατηρώ στο γράφημα 3 αύξηση της ισοδύναμης παραμόρφωσης στο αριστερό μέρος της δεξιάς οπής.

Στο Γράφημα 9, που παρουσιάζει την ισοδύναμη παραμόρφωση της δεξιάς οπής στο δοκίμιο με ακτίνα 11 mm, φαίνεται να υπάρχει μια διαταραχή στην καμπύλη παραμόρφωσης η οποία είναι ανεξάρτητη της φόρτισης, καθώς επαναλαμβάνεται για όλα τα φορτία που ασκήθηκαν στο δοκίμιο. Αυτό πιθανόν να είναι κάποια ασυνέχεια του υλικού η αστοχία.

Από τα γραφήματα 4.10 – 4.12, που παρουσιάζουν την  $\epsilon_{\theta\theta}$  για χαμηλές τιμές φόρτισης όπου τα δοκίμια βρίσκονται στην ελαστική περιοχή παρατηρώ ότι οι θεωρητικές και πειραματικές τιμές της  $\epsilon_{\theta\theta}$  είναι τις ίδιες τάξης μεγέθους.

Οι θεωρητικές καμπύλες παρουσιάζουν συμμετρικότητα και παρατηρείται ότι η μια οπή 'αντιλαμβάνεται' την ύπαρξη της άλλης αφού η παραμόρφωση στην περιοχή μεταξύ των οπών είναι μεγαλύτερη.

Οι πειραματικές καμπύλες δεν παρουσιάζουν την ίδια συμμετρικότητα αλλά παρατηρείται ότι οι παραμορφώσεις στο δεξί μέρος της αριστερής οπής και στο αριστερό μέρος της δεξιάς οπής λαμβάνουν μεγαλύτερες τιμές, το οποίο επιβεβαιώνεται και από τις θεωρητικές καμπύλες.



## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- [1] Πειραματική Αντοχή των Υλικών, Ν. Ανδριανόπουλος, Ε. Κυριαζή, Κ.Λιακόπουλος, Εκδόσεις Συμείων 1991.
- [2] Πειραματική Αντοχή των Υλικών, Π.Θεοχάρη, Εκδόσεις ΕΜΠ 1975.
- [3] Μελέτη Κόπωσης σε Αλουμίνιο με Χρήση Μεθόδων Απεικόνισης Πλήρους Πεδίου, Μεταπτυχιακή Εργασία, Ελισσαίος Σταύρου Αθήνα 2008.
- [4] Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας στη Μηχανική των Θραύσεων, Διπλωματική Εργασία, Ελλισαίος Σταύρου Αθήνα 2006.
- [5] Προσδιορισμός Παραμορφώσεων Μέσω Ψηφιακής Επεξεργασίας Εικόνας και Εφαρμογές στο Αλουμίνιο, Διπλωματική Εργασία, Μανωλόπουλος Βασίλειος, Αθήνα 2005.
- [6] Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας, Ιωάννης Πήτας, Θεσσαλονίκη 1999.
- [7] Σημειώσεις του μαθήματος μηχανική των θραύσεων, Ν.Ανδριανόπουλος, Δ.Πάζης, Αθήνα 1998.
- [8] Σημειώσεις του μαθήματος Μηχανική του Συνεχούς Μέσου, Ι.Βαρδουλάκης, Αθήνα 2007.

## **ΑΡΘΡΑ**

- [9] On the Stresses in a Plate Containing Two Circular Holes, Chih-Bing Ling, May 1947.