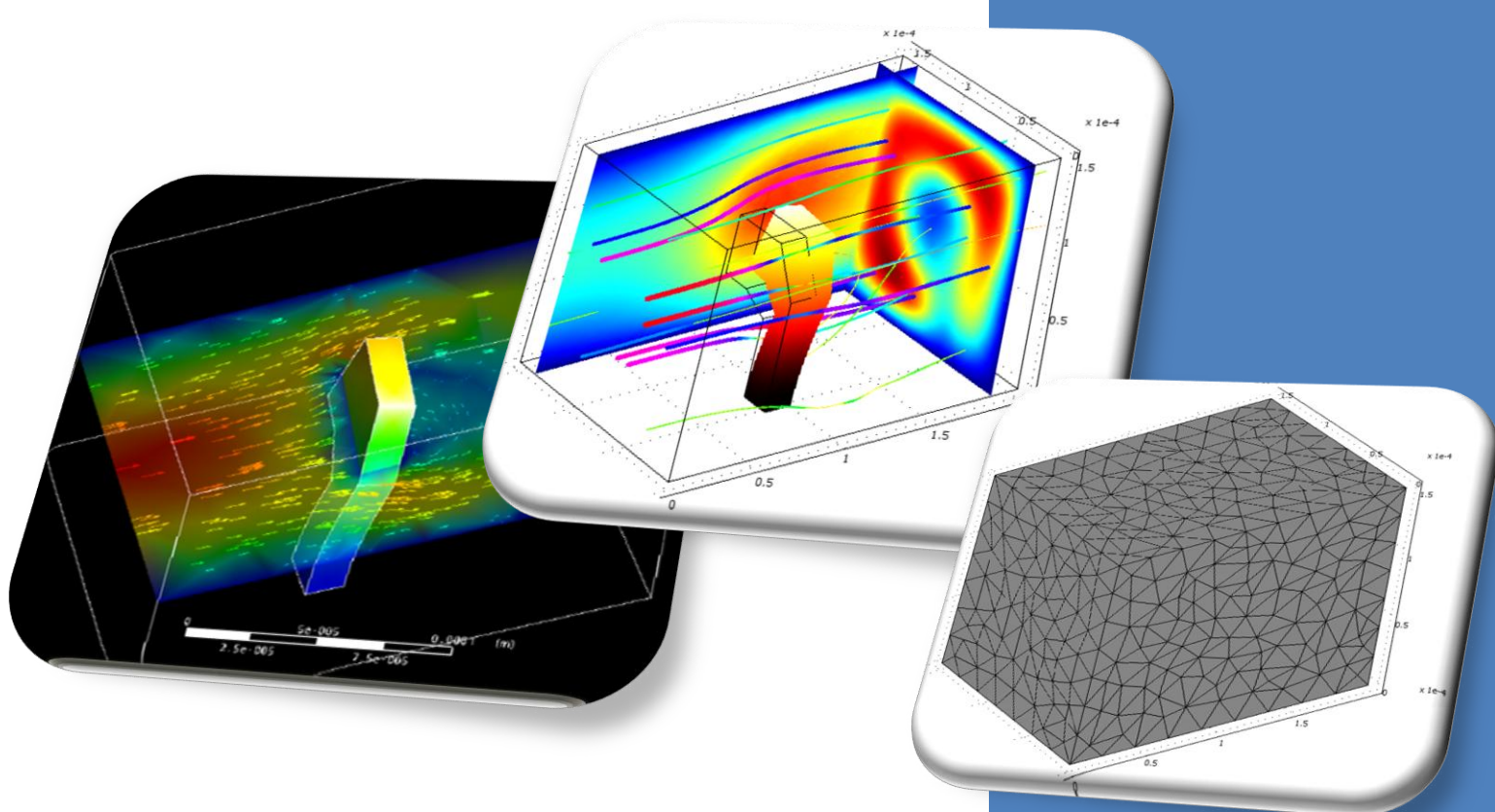


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

# ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΕΜΠΟΔΙΟΥ ΣΕ ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ



**ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ**

**ΜΑΝΩΛΑΚΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**  
**ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.**

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω πρωτίστως τον επιβλέπων και υποψήφιο διδάκτορα, **κ. Κούζιλο Γεώργιο**, για τη διάθεση και το ενδιαφέρον που επέδειξε στη συγγραφή της παρούσας διπλωματικής εργασίας, για την πολύ καλή συνεργασία μας και για την συνέπεια που έδειξε στην πορεία εκπόνησης του παρόντος θέματος.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή **κ. Μανωλάκο Δ.** για την αντικειμενική και αμερόληπτη αξιολόγηση της παρούσας εργασίας.

Αθανασίου Γεώργιος  
Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων από την προσομοίωση της συμπεριφοράς ενός ευλύγιστου στερεού (πολυμερούς υλικού) εμποδίου σε ένα κανάλι ροής ρευστού.

Η εν λόγω προσομοίωση πραγματοποιείται με τη χρήση δύο λογισμικών πακέτων:

- **COMSOLMultiphysics**
- **ANSYSWorkbench**

Η εργασία αυτή, δομείται ως εξής:

Στο **Κεφάλαιο 1** αναφέρονται επιγραμματικά η δομή και τα κυριότερα είδη των πολυμερών.

Στο **Κεφάλαιο 2** και στο **Κεφάλαιο 3** επιχειρείται μια περιεκτική αναφορά στη ρεολογία των πολυμερικών τηγμάτων καθώς και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αντίστοιχα.

Στο **Κεφάλαιο 4** πραγματοποιείται ο σχεδιασμός του δοκιμίου με το σχεδιαστικό πακέτο **solidworks** καθώς και η εν λόγω προσομοίωση του στερεού εμποδίου με τα δύο λογισμικά προγράμματα **COMSOLMultiphysics** και **ANSYSWorkbench**.

Τέλος, στο **Κεφάλαιο 5** πραγματοποιείται η σύγκριση και η εξαγωγή των συμπερασμάτων βάσει των αποτελεσμάτων από τα δύο λογισμικά προγράμματα.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	3
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ.....	4
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	7
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	9
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ .....</b>	<b>10</b>
1.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	11
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΡΕΟΛΟΓΙΑ ΠΟΛΥΜΕΡΙΚΩΝ ΤΗΓΜΑΤΩΝ .....</b>	<b>14</b>
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	15
2.1.1 ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ.....	18
2.1.1.1 ΨΕΥΔΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ.....	19
2.1.2 ΜΗ ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ.....	22
2.1.2.1 ΜΗ ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ.....	23
2.1.2.2 ΜΗ ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΑ ΑΠΟ ΤΟ ΧΡΟΝΟ.....	24
2.1.2.3 ΙΞΩΔΟΕΛΑΣΤΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ.....	24
2.2 ΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΟΡΜΗΣ.....	27
2.3 ΡΟΕΣ ΜΟΝΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ.....	32
2.4 ΡΟΗ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ ΡΕΥΣΤΟΥ ΕΚΘΕΤΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΜΕΤΑΞΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΠΛΑΚΩΝ.....	34
2.5 ΡΟΗ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ ΡΕΥΣΤΟΥ ΕΚΘΕΤΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΣΕ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΑΓΩΓΟ.....	38
2.6 ΠΡΟΦΙΛ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ.....	40
2.7 ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΕ ΚΩΝΙΚΕΣ ΣΧΙΣΜΕΣ .....	42
2.7.1 ΡΟΗ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΚΩΝΙΚΗΣ ΣΧΙΣΜΗΣ.....	42
2.7.2 ΡΟΗ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΚΩΝΟΥ.....	43
2.7.3 ΟΠΙΣΘΕΛΚΟΥΣΑ ΡΟΗ ΜΕΤΑΞΥ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΠΛΑΚΩΝ.....	45
2.7.4 ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗ ΡΟΗ ΠΙΕΣΗΣ ΚΑΙ ΟΠΙΣΘΕΛΚΟΥΣΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΠΛΑΚΩΝ.....	46
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....</b>	<b>49</b>
3.1 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕΘΟΔΟΥ.....	50
3.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ – ΤΥΠΟΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	53
3.3 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΓΕΝΕΣΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ .....	57
3.3.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΥΖΕΥΞΗΣ ΚΟΜΒΩΝ.....	57
3.3.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΥΖΕΥΞΗΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑΣ.....	58

3.3.3	ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΥΖΕΥΞΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ .....	61
3.3.4	ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΣΕΙ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ.....	62
3.3.5	ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ.....	66
3.4	ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ .....	67
3.5	ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΙΔΟΥΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ.....	70
3.6	ΣΤΑΔΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	72
3.7	ΕΙΔΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	73
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΕΜΠΟΔΙΟΥ ΣΕ ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ .....</b>		<b>74</b>
4.1	ΓΕΝΙΚΑ.....	75
4.1.1	ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ SOLIDWORKS.....	75
4.1.2	ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ COMSOL MULTIPHYSICS.....	76
4.1.3	ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ ANSYS WORKBENCH.....	78
4.2	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ .....	80
4.2.1	ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ .....	80
4.2.2	ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ .....	81
4.3	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΤΟ SOLIDWORKS.....	82
4.3.1	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ .....	82
4.3.2	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΤΕΡΕΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ .....	84
4.3.3	ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	85
4.4	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΤΟ COMSOL MULTIPHYSICS.....	90
4.4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ .....	90
4.4.2	ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΙΔΟΤΗΤΩΝ.....	91
4.4.3	ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΡΕΥΣΤΟ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΟ .....	94
4.4.4	ΟΡΙΣΜΟΣ ΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ.....	95
4.4.5	ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ.....	98
4.4.6	ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ .....	101
4.5	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΤΟ ANSYSWORKBENCH.....	102
4.5.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ .....	102
4.5.2	ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ .....	104
4.5.3	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΟ FLUENT .....	107
4.5.4	ΛΗΨΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ .....	113
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>		<b>114</b>
5.1	ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ .....	115
5.1.1	ΤΕΧΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ Η/Υ & ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ .....	115
5.1.2	ΠΛΕΓΜΑΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	116

5.1.3	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ COMSOL MULTIPHYSICS .....	118
5.1.4	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ANSYS WORKBENCH .....	122
5.2	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	126
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ</b>	.....	<b>128</b>
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....		128
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....		129
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....		129
ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....		129
SITES .....		131

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Σχήμα 4.1: Λογισμικό πακέτο SolidWorks .....	76
Σχήμα 4.2: Λογισμικό πακέτο COMSOLMultiphysics.....	77
Σχήμα 4.3: Λογισμικό πακέτο ANSYSWorkbench .....	78
Σχήμα 4.4: Δημιουργία νέου αντικειμένου στο SolidWorks .....	82
Σχήμα 4.5: Δημιουργία της βάσης του καναλιού στο SolidWorks.....	83
Σχήμα 4.6: Τριμετρική απεικόνιση του καναλιού του ρευστού στο SolidWorks .....	83
Σχήμα 4.7: Δημιουργία νέου αντικειμένου στο SolidWorks .....	84
Σχήμα 4.8: Δημιουργία της όψης του αντικειμένου στο SolidWorks .....	84
Σχήμα 4.9: Τριμετρική απεικόνιση του στερεού αντικειμένου στο SolidWorks.....	85
Σχήμα 4.10: Δημιουργία νέας συναρμογής στο SolidWorks.....	85
Σχήμα 4.11: Τοποθέτηση του καναλιού του ρευστού στην αρχή των συντεταγμένων στο SolidWorks .....	86
Σχήμα 4.12: Τοποθέτηση του στερεού αντικειμένου μέσα στο κανάλι στο SolidWorks .....	87
Σχήμα 4.13: Εφαρμογή της εντολής ExtrudedCut στο SolidWorks .....	88
Σχήμα 4.14: Δημιουργία κενού χώρου στο SolidWorks .....	88
Σχήμα 4.15: Τελικό μοντέλο στο SolidWorks .....	89
Σχήμα 4.16: Εισαγωγή γεωμετρίας από το SolidWorks .....	90
Σχήμα 4.17: Γεωμετρία του μοντέλου στο COMSOLMultiphysics .....	91
Σχήμα 4.18: Ορισμός σταθερών του μοντέλου στο COMSOLMultiphysics .....	92
Σχήμα 4.19: Ορισμός φυσικών ιδιοτήτων του ρευστού στο COMSOLMultiphysics ..	92
Σχήμα 4.20: Ορισμός φυσικών ιδιοτήτων του στερεού στο COMSOLMultiphysics ..	93
Σχήμα 4.21: Ορισμός κινούμενου πλέγματος του ρευστού στο COMSOLMultiphysics .....	94
Σχήμα 4.22: Ορισμός κινούμενου πλέγματος του στερεού στο COMSOLMultiphysics .....	94
Σχήμα 4.23: Ορισμός ταχυτήτων στην είσοδο του καναλιού του ρευστού στο COMSOLMultiphysics .....	95
Σχήμα 4.24: Ορισμός πίεσης στην έξοδο του καναλιού του ρευστού στο COMSOLMultiphysics .....	96
Σχήμα 4.25: Ορισμός πάκτωσης στη βάση του στερεού αντικειμένου στο COMSOLMultiphysics .....	96
Σχήμα 4.26: Ορισμός μη ολίσθησης στα υπόλοιπα τμήματα του μοντέλου στο COMSOLMultiphysics .....	97
Σχήμα 4.27: Ορισμός ιδιοτήτων του πλέγματος στο COMSOLMultiphysics.....	98
Σχήμα 4.28: Πλέγμα του στερεού στο COMSOLMultiphysics .....	98
Σχήμα 4.29: Πλέγμα του ρευστού στο COMSOLMultiphysics .....	99
Σχήμα 4.30: Ιδιότητες του πλέγματος όλου του μοντέλου στο COMSOLMultiphysics .....	99
Σχήμα 4.31: Ιδιότητες του πλέγματος του ρευστού στο COMSOLMultiphysics .....	100
Σχήμα 4.32: Ιδιότητες του πλέγματος του στερεού στο COMSOLMultiphysics .....	100
Σχήμα 4.33: Παράμετροι επίλυσης του μοντέλου στο COMSOLMultiphysics.....	101
Σχήμα 4.34: Εισαγωγή μπλοκ γεωμετρίας στο ANSYSWorkbench .....	102
Σχήμα 4.35: Εισαγωγή γεωμετρίας από το SolidWorks .....	102
Σχήμα 4.36: Γεωμετρία του μοντέλου στο ANSYSWorkbench.....	103

Σχήμα 4.37: Εισαγωγή μπλοκ πλέγματος στο ANSYSWorkbench .....	104
Σχήμα 4.38: Ορισμός των επιφανειών στο ANSYSWorkbench.....	104
Σχήμα 4.39: Ιδιότητες πλέγματος στο ANSYSWorkbench .....	105
Σχήμα 4.40: Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων στο ANSYSWorkbench.....	105
Σχήμα 4.41: Στατιστικά στοιχεία των πεπερασμένων στοιχείων του ρευστού .....	106
Σχήμα 4.42: Εισαγωγή μπλοκ Fluent στο ANSYSWorkbench .....	107
Σχήμα 4.43: Αρχικές ρυθμίσεις του FLUENT .....	107
Σχήμα 4.44: Πλέγμα του ρευστού που έχει εισαχθεί στο Fluent.....	108
Σχήμα 4.45: Βασικές ρυθμίσεις του Fluent .....	108
Σχήμα 4.46: Ορισμός mm ως μονάδας μέτρησης.....	109
Σχήμα 4.47: Ορισμός του είδους του προβλήματος.....	109
Σχήμα 4.48: Ορισμός ιδιοτήτων του ρευστού στο FLUENT .....	110
Σχήμα 4.49: Ορισμός ιδιοτήτων του στερεού στο FLUENT.....	110
Σχήμα 4.50: Ρυθμίσεις επίλυσης του προβλήματος.....	111
Σχήμα 4.51: Ορισμός αρχικών συνθηκών επίλυσης από την είσοδο του ρευστού .	112
Σχήμα 4.52: Ορισμός του αριθμού των επαναλήψεων του Solver .....	112
Σχήμα 4.53: Εισαγωγή μπλοκ αποτελεσμάτων στο ANSYSWorkbench .....	113
Σχήμα 5.1: Σύγκριση πρώτου πλέγματος .....	117
Σχήμα 5.2: Σύγκριση δεύτερου πλέγματος .....	117
Σχήμα 5.3: Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το COMSOLMultipysics με το πρώτο πλέγμα.....	118
Σχήμα 5.4: Τομή ταχυτήτων της ροής με το COMSOLMultipysics με το πρώτο πλέγμα .....	119
Σχήμα 5.5: Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το COMSOLMultipysics με το δεύτερο πλέγμα.....	120
Σχήμα 5.6: Τομή ταχυτήτων της ροής με το COMSOLMultipysics με το δεύτερο πλέγμα .....	121
Σχήμα 5.7: Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το ANSYSWorkbench με το πρώτο πλέγμα.....	122
Σχήμα 5.8: Τομή ταχυτήτων της ροής με το ANSYSWorkbench με το πρώτο πλέγμα .....	123
Σχήμα 5.9: Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το ANSYSWorkbench με το δεύτερο πλέγμα.....	124
Σχήμα 5.10: Τομή ταχυτήτων της ροής με το ANSYSWorkbench με το δεύτερο πλέγμα .....	125



## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

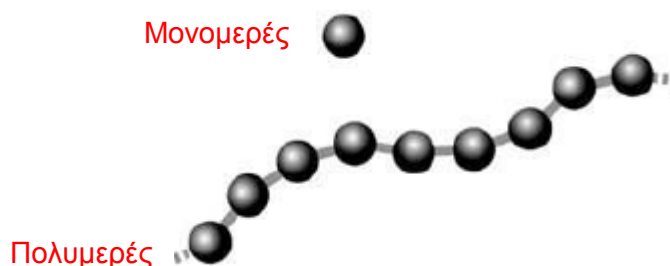
Πίνακας 4.1: Κύριες διαστάσεις καναλιού ροής.....	82
Πίνακας 4.2: Οριακές συνθήκες προβλήματος.....	111
Πίνακας 5.1: Χαρακτηριστικά πλεγμάτων στο COMSOLMultiphysics .....	116
Πίνακας 5.2: Χαρακτηριστικά πλεγμάτων στο ANSYSWorkbench.....	116
Πίνακας 5.3: Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης πρώτου πλέγματος με το COMSOLMultiphysics .....	119
Πίνακας 5.4: Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης δεύτερου πλέγματος με το COMSOLMultiphysics .....	121
Πίνακας 5.5: Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης πρώτου πλέγματος με το ANSYSWorkbench.....	123
Πίνακας 5.6: Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης δεύτερου πλέγματος με το ANSYSWorkbench.....	125
Πίνακας 5.7: Πίνακας σύγκρισης των αποτελεσμάτων των δύο πακέτων .....	126
Πίνακας 5.8: Πίνακας σύγκρισης των αποτελεσμάτων των δύο πακέτων .....	126
Πίνακας 5.9: Πίνακας σύγκρισης των χρόνων επίλυσης των δύο πακέτων.....	127

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

## **ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ**

## 1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Η λέξη πολυμερές (polymer) προέρχεται από την ελληνική λέξη που σημαίνει πολλά μέρη. Τα πολυμερή είναι χημικές ουσίες που τα μόρια τους σχηματίζουν μακρές αλυσίδες, που αποτελούνται από επαναλαμβανόμενα τμήματα, δηλαδή:

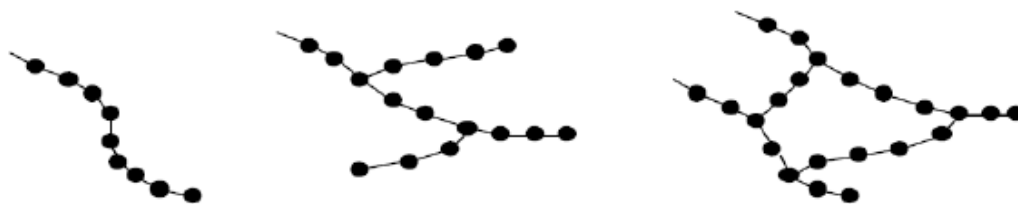


Τα πολυμερή συνδυασμένα με τα όποια πρόσθετα ονομάζονται πλαστικά. Ανάλογα με τον τρόπο που παράγονται και συμπεριφέρονται, τα πολυμερή κατηγοριοποιούνται σε :

- **Θερμοπλαστικά:** Είναι συνήθως γραμμικά ή ελαφρώς διακλαδισμένα, γεγονός που τους επιτρέπει να ρέουν υπό πίεση όταν θερμαίνονται πάνω από το σημείο τήξης τους. Η διαδικασία τήξης και μορφοποίησης τους μπορεί να επαναληφθεί πολλές φορές για αυτό και τα θερμοπλαστικά εύκολα ανακυκλώνονται.
- **Θερμοσκληρυνόμενα:** Είναι υλικά, τα οποία υφίστανται χημική μεταβολή κατά τη θέρμανσή τους, δημιουργώντας έτσι δομή τρισδιάστατου δικτύου. Μετά τη θέρμανση και μορφοποίησή τους, τα πολυμερή αυτά δεν μπορούν να υποστούν την ίδια διαδικασία και να επαναμορφοποιηθούν.

Η δομή και ο βαθμός πολυμερισμού καθορίζουν σημαντικά τις ιδιότητες ενός πολυμερούς. Ανάλογα με τη δομή των μακρομοριακών αλυσίδων, τα πολυμερή διαχωρίζονται σε γραμμικά, διακλαδισμένα και δισταυρωμένα. Στις δυο πρώτες κατηγορίες ανήκουν τα

θερμοπλαστικά, ενώ τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή χαρακτηρίζονται ως διασταυρωμένα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι πιο συνηθισμένες μορφές των πολυμερικών αλυσίδων.



Γραμμικό Πολυμερές

Διακλαδισμένο Πολυμερές

Διασταυρωμένο Πολυμερές

Το 80% των πλαστικών που παράγονται αποτελούνται από θερμοπλαστικά πολυμερή. Τέτοια είναι τα ακόλουθα:

- Πολυαιθυλένιο υψηλής πυκνότητας, HDPE, (σωλήνες, μπουκάλια, παιχνίδια)
- Πολυαιθυλένιο χαμηλής πυκνότητας, LDPE, (πλαστικές σακούλες, συσκευασίες)
- Πολυτερεφθαλικός αιθυλεστέρας, PET, (μπουκάλια, συσκευασίες τροφίμων)
- Πολυπροπυλένιο, PP, (συσκευασίες τροφίμων, πλαίσια μπαταριών, μέρη αυτοκινήτου, ίνες)
- Πολυστυρένιο, PS, (συσκευασίες γαλακτοκομικών προϊόντων, ταινίες ηχογράφησης, είδη οικιακού εξοπλισμού),
- Πολυβινυλοχλωρίδιο, PVC, (πλαίσια κουφωμάτων, ταινίες συσκευασίας, πιστωτικές κάρτες και ιατρικά προϊόντα).

Το εναπομένον 20% των παραγόμενων πλαστικών περιλαμβάνει τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή όπως:

- Πολυουρεθάνες, PU (επιστρώσεις, καθίσματα αυτοκινήτων)
- Εποξικές ρητίνες (πρόσθετα πολυμερών, αθλητικός εξοπλισμός)

- Φαινοπλάστες (μέρη αυτοκινήτου, φούρνοι)

Τα πολυμερή σπάνια χρησιμοποιούνται στην καθαρή τους μορφή. Συνήθως, τροποποιούνται ή συνδυάζονται με χημικά πρόσθετα προκειμένου να περιέλθουν σε αξιοποιήσιμη μορφή. Τα πολυμερή συνδυασμένα με τα πρόσθετα ονομάζονται πλαστικά.

Τα πρόσθετα αυτά μπορεί να αποτελούν: διογκωτικές ουσίες, ρευστοποιητές για την εξώθηση, αντιοξειδωτικά, σταθεροποιητές UV ακτινοβολίας, επιβραδυντές ανάφλεξης και παράγοντες σύζευξης.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

**ΡΕΟΛΟΓΙΑ ΠΟΛΥΜΕΡΙΚΩΝ**

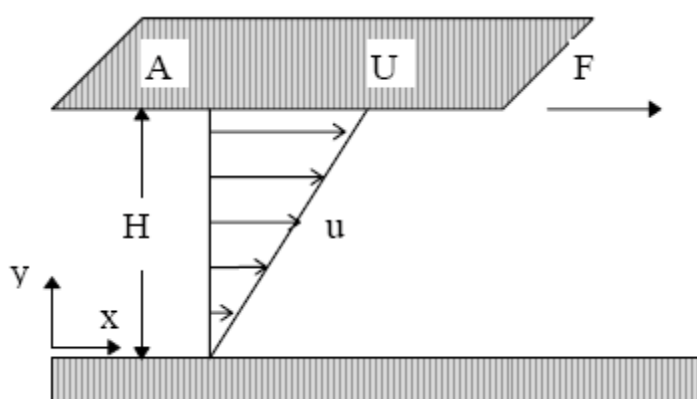
**ΤΗΓΜΑΤΩΝ**

## 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ρεολογία είναι το πεδίο της επιστήμης που μελετά τη ροϊκή συμπεριφορά ενός υλικού και την επαγόμενη από τη ροή παραμόρφωση. Τα τήγματα των πολυμερών υπόκεινται σε διατμητική παραμόρφωση, είναι ελαστικά και κολλώδη και οι παράμετροι ροής τους είναι άμεσα εξαρτώμενες από τη θερμοκρασία. Οι διατμητικές τάσεις συνδέονται άμεσα με το ιξώδες.

Το ιξώδες αποτελεί εκείνη την ιδιότητα του ρευστού που αντιπροσωπεύει αντίσταση στη ροή. Πιο συγκεκριμένα, κάποιος πιο τεχνικός ορισμός θα αναφερόταν στην αντίσταση σε **ροή διάτμησης** και στην ονομασία **διατμητικό ιξώδες**.

Έστω ρευστό μεταξύ δύο επίπεδων παράλληλων πλακών εμβαδού  $A$  και ανοίγματος  $H$ , όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 2.1: Απλή διάτμηση

Η απαιτούμενη δύναμη για να κινηθεί η επάνω πλάκα με ταχύτητα  $U$  είναι:

$$F = \frac{AU}{H}$$

Το πηλίκο  $F/A$  ονομάζεται διατμητική τάση  $\tau$  και το πηλίκο  $U/H$  αντιπροσωπεύει την κλίση (βαθμίδα) ταχύτητας  $du/dy$ , και ονομάζεται ρυθμός διάτμησης  $\dot{\gamma}$ . Επομένως, μπορούμε να γράψουμε:

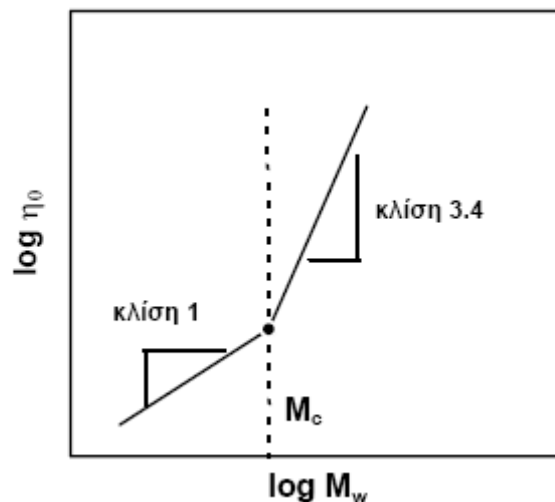
$$\tau = \eta \frac{du}{dy} = \eta \dot{\gamma}$$

όπου  $\eta$  είναι ο συντελεστής του (διατμητικού) ιξώδους. Στο σύστημα μονάδων SI η μονάδα ιξώδους είναι το Pa.s. Ισχύει ότι  $1 \text{ Pa.s} = 10 \text{ poise}$ .

Το ιξώδες του αέρα είναι περίπου  $10^{-5} \text{ Pa.s}$ , το ιξώδες του νερού  $10^{-3} \text{ Pa.s}$ , διαφόρων αλειφών  $1 - 10 \text{ Pa.s}$ , συροπιών  $10 - 10^2 \text{ Pa.s}$ , τηγμάτων πλαστικών  $10^2 - 10^5 \text{ Pa.s}$ , ζύμης  $10^3 - 10^5 \text{ Pa.s}$ , τυριών  $10^7 - 10^8 \text{ Pa.s}$ .

Για τα υγρά το ιξώδες μειώνεται με αύξηση της θερμοκρασίας. Για τήγματα πολυμερών το ιξώδες μειώνεται με την αύξηση του ρυθμού διάτμησης ( $du/dy$ ) λόγω μοριακών ευθυγραμμίσεων και αποπεριελίξεων των αλυσίδων. Χαρακτηριστική τιμή του ιξώδους αποτελεί το οριακό ιξώδες για μηδενικό ρυθμό διάτμησης ( $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ ), που συχνά συμβολίζεται με  $\eta_0$ .

Το ιξώδες μηδενικής διάτμησης (όπως αναμένεται) αποτελεί συνάρτηση του μοριακού βάρους του πολυμερούς. Αυτή η σχέση φαίνεται σχηματικά στο παρακάτω διάγραμμα.



**Σχήμα 2.2:** Σχέση μεταξύ ιξώδους μηδενικού ρυθμού διάτμησης και μοριακού βάρους για γραμμικά πολυμερή

$$\text{Για } M_w < M_c \quad n_o = K_1 \cdot M$$

$$\text{Για } M_w > M_c \quad n_o = K_1 \cdot M_w^{3.4}$$



Σαν “κρίσιμο μοριακό βάρος”  $M_c$  θεωρείται εκείνο το μοριακό βάρος όπου αρχίζουν να γίνονται αισθητές οι περιελίξεις. Το  $M_c$  ποικίλει από πολυμερές σε πολυμερές και εξαρτάται από το μοριακό βάρος μεταξύ περιελίξεων ( $M_e$ ) και από την ακαμψία των αλυσίδων. Ορισμένες τυπικές τιμές δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΟΛΥΜΕΡΕΣ	$M_e$	$M_c$
PE	1250	3800
PMMA	8000	27500
PS	19000	36000

Για το χαρακτηρισμό των πολυμερών συχνά χρησιμοποιείται το ιξώδες διαλύματος. Όταν ένα πολυμερές διαλύεται σε κάποιο διαλύτη, το ιξώδες του διαλύματος αυξάνει με τη συγκέντρωση  $C$ . Τα ιξώδη του καθαρού διαλύτη και του διαλύματος μπορούν να μετρηθούν χρονομετρώντας τη ροή τους μέσα από τριχοειδή σωλήνα. Για τον περαιτέρω χαρακτηρισμό των πολυμερών γίνεται χρήση των επόμενων ιδιοτήτων που ορίζονται ως εξής:

#### Σχετικό ιξώδες:

$$n_r = \frac{n_{solution}}{n_{solvent}}$$

#### Ειδικό ιξώδες:

$$n_{sp} = n_r - 1 = \frac{n_{solution} - n_{solvent}}{n_{solvent}}$$

#### Αναγόμενο ιξώδες:

$$n_{red} = \frac{n_{sp}}{C}$$

#### Εσωτερικό ιξώδες:

$$n_{inh} = \frac{\ln n_r}{C}$$

#### Εγγενές ιξώδες

$$n = \left[ \frac{n_{sp}}{C} \right]_{c \rightarrow 0}$$

Το εγγενές ιξώδες βρίσκεται με γραφική παράσταση του όρου  $\frac{n_{sp}}{C}$  σαν συνάρτηση του  $C$  και ακόλουθη προέκταση σε μηδενική συγκέντρωση. Το επωνομαζόμενο μοριακό βάρος μέσου ιξώδους βρίσκεται από την εξίσωση των Mark - Houwink:

$$n = K \cdot M^a$$

όπου  $K$  και  $a$  είναι σταθερές που προσδιορίζονται πειραματικά.

Οι σχέσεις που συνδέουν τις ιξώδεις τάσεις με τους αντίστοιχους ρυθμούς παραμόρφωσης των ρευστών ονομάζονται υλικές σχέσεις.

Γενικά οι υλικές σχέσεις των ρευστών είναι αρκετά πολύπλοκες αλλά για τα συνήθη ρευστά είναι σχετικά απλές. Με βάση τη μορφή της υλικής σχέσης, τα ρευστά ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες:

- Νευτωνικά Ρευστά
- Μη Νευτωνικά Ρευστά

### **2.1.1 ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ**

Νευτωνικά ονομάζονται τα ρευστά εκείνα στα οποία η εξάρτηση της ιξώδους τάσης από το ρυθμό παραμόρφωσης του ρευστού είναι γραμμική. Η απλούστερη μορφή υλικής σχέσης στην οποία υπακούουν τα νευτωνικά ρευστά είναι ο νόμος ιξώδους του Newton από όπου προέρχεται και η ονομασία τους. Γενικά νευτωνική συμπεριφορά εμφανίζουν τα αέρια, τα περισσότερα από τα συνήθη υγρά και τα διαλύματα ουσιών μικρού μοριακού βάρους. Τα πιο κοινά νευτωνικά ρευστά είναι το νερό και ο αέρας. Το χαρακτηριστικό των νευτωνικών ρευστών είναι ότι το ιξώδες αποτελεί για αυτά πραγματική ιδιότητα, η τιμή της οποίας εξαρτάται από τη μοριακή φύση και την κατάσταση, δηλαδή πίεση και θερμοκρασία στην οποία βρίσκεται το ρευστό.

### 2.1.1. ΨΕΥΔΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ (ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΛΕΠΤΥΝΣΗ)

Ο νόμος του Νεύτωνα για το ιξώδες γράφεται:

$$\mu = \frac{\tau}{(du/dy)} = \frac{\text{διατμητική τάση (Pa)}}{(\text{ρυθμός διάτμησης (l/s)}}$$

$$\mu \Rightarrow Pa \cdot s$$

Το ιξώδες αντιπροσωπεύει αντίσταση στη ροή. Για νευτωνικά ρευστά αποτελεί σταθερά (ανεξάρτητη από το ρυθμό διάτμησης). Για πολυμερικά διαλύματα και τήγματα το ιξώδες μειώνεται με την αύξηση του ρυθμού διάτμησης. Αυτή η συμπεριφορά ονομάζεται διατμηματική λέπτυνση και οφείλεται σε ευθυγράμμιση και αποπερίελιξη των μακρών πολυμερικών αλυσίδων όταν υπόκεινται σε διάτμηση. Για τα πολυμερή δεν μπορούμε να μιλάμε για σταθερά ιξώδους  $\mu$  αλλά μάλλον για:

$$\text{ιξώδες} = \frac{\text{διατμητική τάση (Pa)}}{(\text{ρυθμός διάτμησης (l/s)}}$$

$$n = \frac{\tau}{du/dy} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \rho \left( \frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{V} \cdot \nabla \bar{V} \right) = -\nabla P + \nabla \bar{\tau} + \rho \bar{g}$$

Ένας απλός τρόπος για την προσαρμογή δεδομένων “ιξώδους” για πολυμερικά τήγματα είναι ο **εκθετικός νόμος των Ostwald - de Waele**

$$n = m \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$$

ή

$$\tau = m \cdot \dot{\gamma}^n$$

$$m \Rightarrow [Pa \cdot s^n] \text{ και } n \Rightarrow \text{σταθερά (αδιάστατη).}$$

Ο συντελεστής  $m$  ονομάζεται δείκτης συνέπειας (όσο μεγαλύτερο το  $m$  τόσο πιο ιξώδες το τήγμα) και ο εκθέτης  $n$  ονομάζεται δείκτης ρεολογικής συμπεριφοράς και δείχνει το βαθμό μη Νευτωνικής συμπεριφοράς του ρευστού ( $n = 1$  σημαίνει νευτωνικό ρευστό, ενώ για πολυμερή με συμπεριφορά διατμητικής λέπτυνσης,  $n < 1$ ).

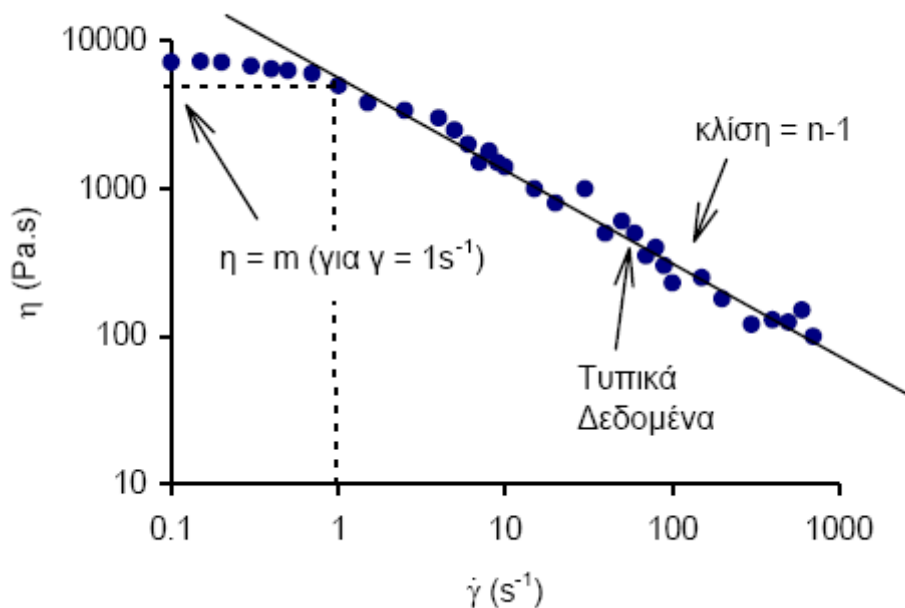
Ο εκθετικός νόμος δίνει:

$$\log n = \log m + (n-1) \log \dot{\gamma}$$

Ο δείκτης συνέπειας  $m$  ισούται με το ιξώδες  $\eta$  όταν:

$$\dot{\gamma} = 1 \text{ s}^{-1}$$

Σε διάγραμμα  $\log - \log$ , δίνει ευθεία με κλίση  $(n-1)$ .



**Σχήμα 2.3:** Τυπική καμπύλη ιξώδους πολυμερούς

Ο εκθετικός νόμος επιτρέπει καλή προσαρμογή δεδομένων ιξώδους για μεγάλους ρυθμούς διάτμησης, αλλά για χαμηλούς ρυθμούς διάτμησης τα πολυμερή συμπεριφέρονται σαν νευτωνικά ρευστά με σταθερό ιξώδες (π.χ. για τιμές ρυθμού διάτμησης  $\dot{\gamma} < 3 \text{ s}^{-1}$ ).

Ο εκθετικός νόμος ισχύει και δίνει καλά αποτελέσματα για τις περισσότερες διεργασίες πολυμερών, επειδή τα  $\dot{\gamma}$  είναι συνήθως μεταξύ  $100 \text{ s}^{-1}$  και  $5000 \text{ s}^{-1}$ . Ο δείκτης συνέπειας  $m$  εξαρτάται εκθετικά από τη θερμοκρασία. Μια συνηθισμένη σχέση που χρησιμοποιείται για την περιγραφή αυτής της εξάρτησης είναι η παρακάτω εκθετική:

$$m = m_0 \exp -b(T - T_0)$$

όπου  $m_0$  είναι ο δείκτης συνέπειας στη θερμοκρασία αναφοράς  $T_0$ .

### **ΤΥΠΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ**

Για πολυμερικά τήγματα σε συνήθεις συνθήκες επεξεργασίας ισχύουν:

$$m = 1,000 - 100,000 \text{ Pa.s}^n$$

$$n = 0.2 - 0.8$$

$$b = 0.01 - 0.1 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Για σύνηθες πολυστυρένιο (PS) του εμπορίου παρατίθενται οι επόμενες τιμές που προήλθαν από προσαρμογή δεδομένων ιξώδους στον εκθετικό νόμο.

$$m_0 = 10,800 \text{ Pa.s}^n$$

$$n = 0.36$$

$$T_0 = 200 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$b = 0.022 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Η τιμή  $b = 0.022 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  αντιπροσωπεύει μείωση ιξώδους κατά περίπου 20% για αύξηση θερμοκρασίας  $10 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

**Σημείωση:** Για ισοθερμοκρασιακές ροές μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του εκθετικού νόμου για το ιξώδες και να επιλύσουμε προβλήματα πρακτικού ενδιαφέροντος με αναλυτικές μεθόδους λύσης.

### 2.1.2 ΜΗ ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ

Μη νευτωνικά ρευστά ονομάζονται τα ρευστά εκείνα στα οποία η εξάρτηση της ιξώδους τάσης από το ρυθμό παραμόρφωσης του ρευστού είναι μη γραμμική. Συνεπώς η καμπύλη ροής των μη νευτωνικών ρευστών δεν είναι ευθεία γραμμή. Αυτό σημαίνει ότι η κλίση της (η οποία στα νευτωνικά ρευστά είναι σταθερή, ίση με το ιξώδες του ρευστού) εξαρτάται, εκτός από τη θερμοκρασία και την πίεση και από τον ρυθμό γωνιακής παραμόρφωσης (ή ρυθμό διάτμησης) του ρευστού. Σε ορισμένα μη νευτωνικά ρευστά η κλίση της καμπύλης ροής εξαρτάται και από άλλους παράγοντες όπως για παράδειγμα το χρόνο διάτμησης του ρευστού ή ακόμη και την γεωμετρία του χώρου όπου βρίσκεται το διατεμνόμενο ρευστό. Έτσι το ιξώδες ως έννοια δεν έχει νόημα στην περίπτωση των μη νευτωνικών ρευστών, έχει νόημα μόνον όταν συνδέεται με κάποιο συγκεκριμένο ρυθμό διάτμησης. Για τον λόγο αυτό εισάγεται η έννοια του φαινομένου ιξώδους  $\mu_{\varphi}$ , το οποίο ορίζεται ως ο λόγος της διατμητικής τάσης,  $\tau_{yx}$ , προς τον αντίστοιχο ρυθμό διάτμησης  $\dot{\gamma}_{yx}$  του ρευστού:

$$\mu_{\varphi} = \frac{\tau_{yx}}{\dot{\gamma}_{yx}}$$

Για λόγους απλούστευσης θα παραλείπονται οι δείκτες x και y και η σχέση παίρνει την απλοποιημένη μορφή:

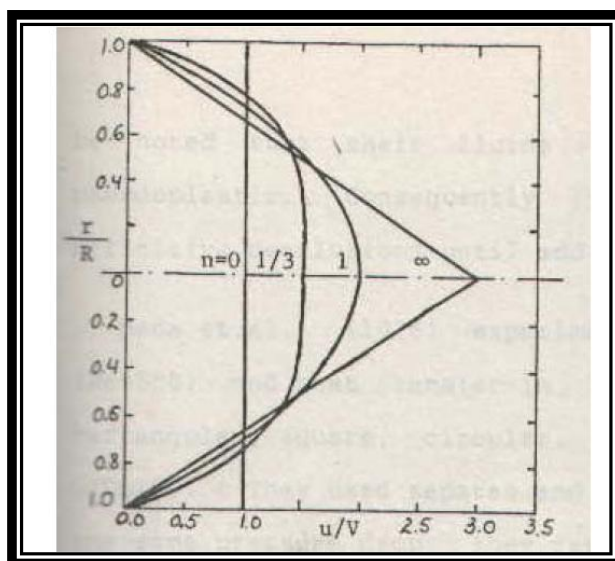
$$\mu_{\varphi} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

Μη νευτωνικά ρευστά συναντώνται σε πολλές τεχνικές εφαρμογές και σε μεγάλο αριθμό χημικών βιομηχανιών. Μπορούμε να αναφέρουμε ως παραδείγματα τις βιομηχανίες τροφίμων, φαρμάκων, καλλυντικών και πλαστικών, όπου τα χρησιμοποιούμενα ρευστά είναι ως επί το πλείστον μη νευτωνικά.

Με βάση τη ρεολογική συμπεριφορά τους, τα μη νευτωνικά ρευστά ταξινομούνται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

- μη νευτωνικά ρευστά ανεξάρτητα του χρόνου
- μη νευτωνικά ρευστά εξαρτώμενα από το χρόνο
- ιξωδοελαστικά ρευστά

Στα μη νευτωνικά ρευστά ανεξάρτητα του χρόνου ο ρυθμός διάτμησης του ρευστού εξαρτάται μόνον από το μέγεθος της διατμητικής τάσης. Το χαρακτηριστικό γνώρισμα των μη νευτωνικών ρευστών που εξαρτώνται από το χρόνο είναι ότι η ρεολογική συμπεριφορά τους, εκτός από τον ρυθμό διάτμησης, εξαρτάται και από την κατάστασή τους σε προηγούμενους χρόνους. Τέλος τα υλικά που ανήκουν στην κατηγορία των ιξωδοελαστικών ρευστών, εκτός από χαρακτηριστικά ρευστών, εμφανίζουν και χαρακτηριστικά στερεών. Η κατανομή της ταχύτητας ενός μη νευτωνικού ρευστού εξαρτάται από την “μη νευτωνική συμπεριφορά” του.



Σχήμα 2.4: Κατανομή ταχύτητας μη νευτωνικού ρευστού

### 2.1.2.1 ΜΗ ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Η ρεολογική συμπεριφορά των ρευστών της κατηγορίας αυτής περιγράφεται από μία συναρτησιακή σχέση της μορφής  $\dot{\gamma} = f(\tau)$

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι ο ρυθμός διάτμησης του ρευστού σε ένα δεδομένο σημείο του πεδίου ροής εξαρτάται μόνον από τη διατμητική τάση που ασκείται στο ρευστό στο σημείο αυτό.

### **2.1.2.2 ΜΗ ΝΕΥΤΩΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΑ ΑΠΟ ΤΟ ΧΡΟΝΟ**

Η ρεολογική συμπεριφορά των ρευστών της κατηγορίας αυτής περιγράφεται από μία συναρτησιακή σχέση της μορφής:

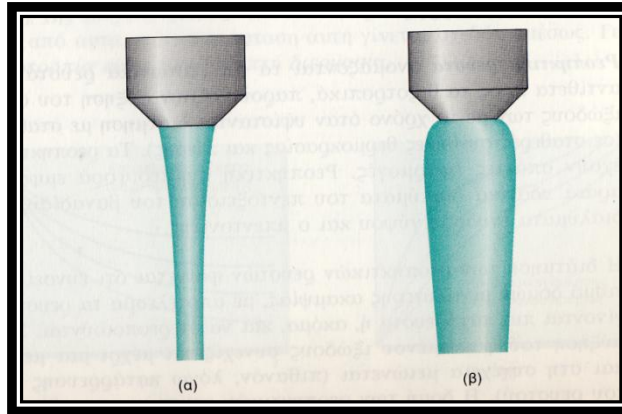
$$\tau = f(\dot{\gamma}, t)$$

Αυτή η σχέση δηλώνει ότι η διατμητική τάση που αναπτύσσεται σε ένα δεδομένο σημείο του πεδίου ροής εξαρτάται όχι μόνο από τον τοπικό ρυθμό διάτμησης αλλά και από την διάρκεια διάτμησης του ρευστού. Έτσι το φαινόμενο ιξώδες ενός τέτοιου ρευστού μεταβάλλεται με το χρόνο ακόμα και αν η διάτμησή του γίνεται με σταθερό ρυθμό.

### **2.1.2.3 ΙΞΩΔΟΕΛΑΣΤΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ**

Ιξωδοελαστικά ρευστά ονομάζονται τα υλικά σώματα τα οποία, εκτός από χαρακτηριστικά ρευστών, εμφανίζουν και χαρακτηριστικά στερεών σωμάτων. Ιξωδοελαστική συμπεριφορά εμφανίζουν το ασπράδι των αυγών, η πίσσα, ο υγρός στόκος, τα τήγματα πλαστικών και γενικά τα διαλύματα πολυμερών μεγάλης μοριακής μάζας. Κατά την πειραματική μελέτη ιξωδοελαστικών ρευστών έχουν παρατηρηθεί ορισμένα ασυνήθιστα φαινόμενα. Για παράδειγμα αν σε ένα ιξωδοελαστικό υλικό τοποθετηθεί ένας περιστρεφόμενος άξονας, παρατηρείται αναρρίχηση του ρευστού αυτού στον άξονα. Το φαινόμενο αυτό καλείται στη ρεολογία φαινόμενο Weissenberg και δημιουργεί σημαντικά προβλήματα στην ανάδευση υλικών ιξωδοελαστικής συμπεριφοράς. Ένα άλλο επίσης ασυνήθιστο φαινόμενο παρατηρείται κατά την έξοδο ιξωδοελαστικών ρευστών από στόμια αγωγών. Η φλέβα ενός κοινού υγρού ( π.χ γλυκερίνης ) συστέλλεται κατά την έξοδό της από το στόμιο του αγωγού. Αντίθετα το ιξωδοελαστικό υλικό διαστέλλεται και μάλιστα σημαντικά.





**Σχήμα 2.5:** Μορφή φλέβας ρευστού μετά την έξοδο από το στόμιο αγωγού: (α) κοινό υγρό π.χ γλυκερίνη και (β) ιξωδοελαστικό ρευστό

Οι ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των ιξωδοελαστικών υλικών θα φανούν αν τα αντιπαραβάλλουμε με αυτά του νευτωνικού ρευστού και του ελαστικού στερεού υπό την ίδια διατμητική τάση. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.6 τα τρία υλικά υπόκεινται σε διατμητική τάση, η οποία αρχίζει την χρονική στιγμή  $t = 0$  και αίρεται την στιγμή  $t = t_0$ .

Στα **νευτωνικά ρευστά** παρατηρούμε τα εξής:

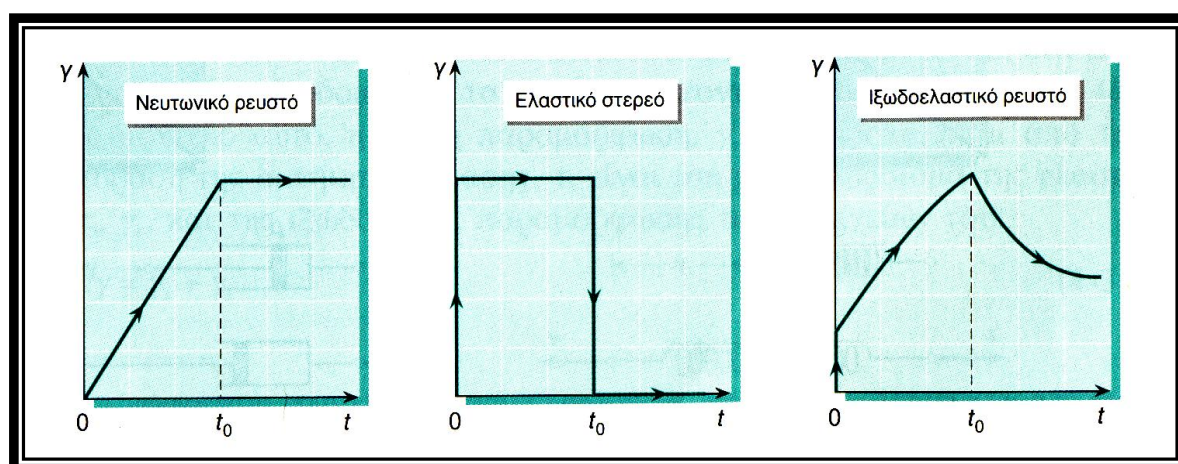
- Παραμορφώνονται συνεχώς και γραμμικά υπό την επίδραση της διατμητικής τάσης
- Δεν εμφανίζουν καμία τάση για επάνοδο με το πέρας αυτής.

Στα **ελαστικά στερεά** αντίστοιχα:

- Αντιδρούν σχεδόν ακαριαία στην επίδραση της διατμητικής τάσης με στατική παραμόρφωση το μέγεθος της οποίας διατηρείται σταθερό όσο διαρκεί η επίδραση της τάσης αυτής.
- Επανέρχονται σχεδόν αμέσως στην αρχική τους κατάσταση με το πέρας της διατμητικής τάσης.

Τα ιξωδοελαστικά ρευστά συμπεριφέρονται δανειζόμενα ιδιότητες και από τις δύο περιπτώσεις που εξετάστηκαν. Με την έναρξη της επίδρασης της διαμηθικής τάσης το ιξωδοελαστικό ρευστό αντιδρά με στατική παραμόρφωση ορισμένου μεγέθους, στην συνέχεια παραμορφώνεται συνεχώς όσο διαρκεί η επίδραση της τάσης αυτής και, μόλις αρθεί η δράση της, εμφανίζει τάση για επάνοδο στην αρχική του μορφή, χωρίς να επανέρχεται τελικά σε αυτήν. Παρατηρούμε ότι το ιξωδοελαστικό υλικό συμπεριφέρεται σαν στερεό τη χρονική στιγμή  $t=0$  (αφού αντιδρά με στατική παραμόρφωση) και για  $t>t_0$  (αφού εμφανίσει τάση ανάκτησης της αρχικής του μορφής). Το ίδιο υλικό συμπεριφέρεται σαν ρευστό το διάστημα  $0<t<t_0$  (αφού παραμορφώνεται συνεχώς υπό την επίδραση της διαμηθικής τάσης). Το πόσο έντονη θα είναι η εκδήλωση των επιμέρους χαρακτηριστικών εξαρτάται από τη φύση του ιξωδοελαστικού ρευστού.

Η ρεολογική συμπεριφορά των ιξωδοελαστικών ρευστών προσεγγίζεται με διάφορα μαθηματικά μοντέλα των οποίων η εκτενής ανάλυση ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

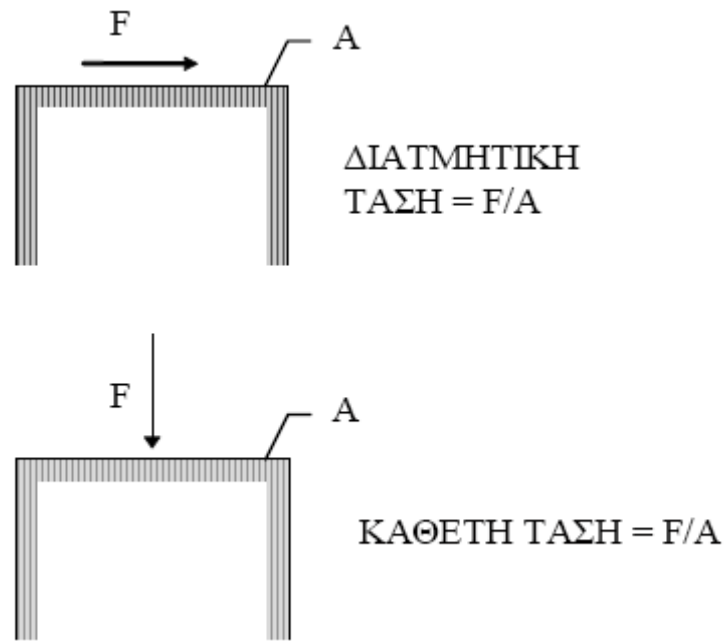


**Σχήμα 2.6:** Παραμόρφωση υλικών σωμάτων τα οποία υφίστανται την επίδραση σταθερής διαμηθικής τάσης το χρονικό διάστημα  $0<t<t_0$

Συμπερασματικά στα νευτωνικά ρευστά το ιξώδες αποτελεί σταθερά, η τιμή της οποίας εξαρτάται από τη μοριακή φύση και την κατάσταση (θερμοκρασία και πίεση) του ρευστού. Στα μη νευτωνικά ρευστά η σχέση μεταξύ τάσης και ρυθμού παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική και για το λόγο αυτό εισήχθη στην παραπάνω ανάλυση η έννοια του φαινόμενου ιξώδους οι τιμές του οποίου μπορεί να είναι συνάρτηση του ρυθμού παραμόρφωσης, της τάσης και του χρόνου.

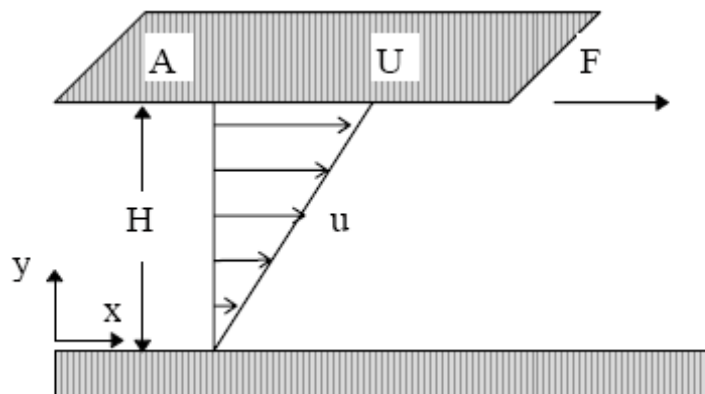
## 2.2 ΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΟΡΜΗΣ

Κατά τη διάρκεια της ροής αναπτύσσονται τάσεις είτε εφαπτομενικά (διατμητικές) είτε κάθετα (κάθετες) στις επιφάνειες.



**Σχήμα 2.7:** Αντιπροσώπευση διατμητικών και κάθετων τάσεων

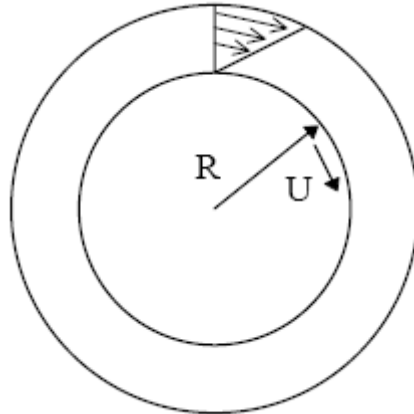
Η πίεση είναι κάθετη τάση. Ορισμένοι τεχνικοί υπολογισμοί μπορούν να γίνουν εύκολα για απλά πεδία διατμητικής ροής. Για παράδειγμα, αν το ιξώδες του ρευστού είναι γνωστό, η δύναμη που απαιτείται για την κίνηση της μιας πλάκας σε ροή μεταξύ επίπεδων παραλλήλων πλακών (παρακάτω σχήμα) δίνεται από τη σχέση



**Σχήμα 2.8:** Σχήμα απλή διάτμηση

$$F = \tau \cdot A = \eta \cdot \frac{U}{H} A$$

Αν έχουμε (σχεδόν) παράλληλο πεδίο ροής μεταξύ δύο συγκεντρικών κυλίνδρων,



**Σχήμα 2.9:** Περιστροφική ροή διάτμησης

μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε τη ροπή ( $T_0$ ) από τη σχέση:

$$T_0 = FR = \tau AR$$

όπου  $R$  = απόσταση από τον άξονα περιστροφής.

Η ισχύς ( $P_0$ ) που απαιτείται για να περιστραφεί ο μέσα κύλινδρος δίνεται από τη σχέση:

$$P_0 = FU = \tau AU$$

Για την επίλυση γενικών προβλημάτων ροής πρέπει να θεωρήσουμε την εξίσωση διατήρησης της ορμής που γράφεται με λόγια:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{δυνάμεις} \\ \text{αδράνειας} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{δυνάμεις} \\ \text{πίεσης} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{δυνάμεις} \\ \text{(ιξωδών)} \\ \text{τάσεων} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{δυνάμεις} \\ \text{βαρύτητας} \end{array} \right\}$$

Μαθηματικά η παραπάνω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$$\rho \left( \frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{V} \cdot \nabla \bar{V} \right) = -\nabla P + \nabla \bar{\tau} + \rho \bar{g}$$

Οι όροι του αριστερού σκέλους της εξίσωσης αντιπροσωπεύουν δυνάμεις αδράνειας, ενώ οι όροι του δεξιού σκέλους αντιπροσωπεύουν δυνάμεις πίεσης, δυνάμεις (ιξώδων) τάσεων και δυνάμεις βαρύτητας, αντίστοιχα. Τα πολυμερή σε κατάσταση τήγματος χαρακτηρίζονται από εξαιρετικά υψηλά ιξώδη (περίπου ένα εκατομμύριο φορές πιο ιξώδη από το νερό).

Ο αριθμός Reynolds ( $Re = \rho V D / \mu$ ) είναι πολύ μικρός κάτω από συνήθεις συνθήκες επεξεργασίας ( $Re = 10^{-4} - 10^{-1}$ ). Επομένως, η ροή των πολυμερών είναι πάντοτε στρωτή.

Οι δυνάμεις βαρύτητας είναι συνήθως αμελητέες.

Η ροή κυριαρχείται από την ισορροπία δυνάμεων πίεσης και ιξώδους (τάσεων).

$$0 = -\nabla P + \nabla \bar{\tau}$$

Η πίεση  $P$  αποτελεί βαθμωτό μέγεθος.

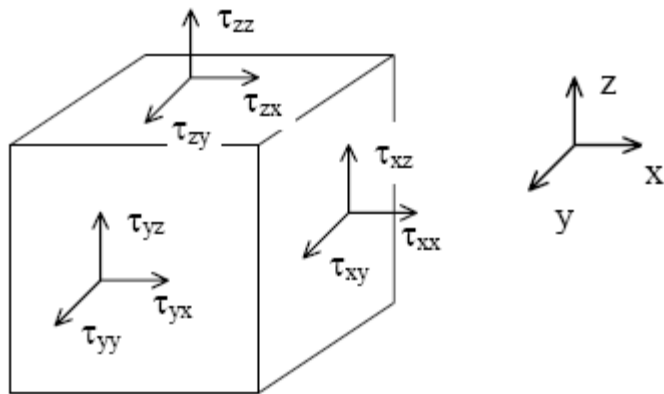
Η ταχύτητα  $V$  αποτελεί διάνυσμα με 3 συνιστώσες στις κατευθύνσεις  $x$ ,  $y$  και  $z$ .

Οι τάσεις ορίζονται σαν το πηλίκο Δύναμη / Εμβαδό, και μπορούν να είναι κάθετες ή εφαπτομενικές (διατμητικές).

Οι τάσεις αποτελούν τανυστή με 9 συνιστώσες:

$$\bar{\tau} = \begin{Bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{Bmatrix}$$

(Ο πρώτος δείκτης είναι κάθετος στο επίπεδο όπου δρά η τάση, ενώ ο δεύτερος δείκτης αναφέρεται στην κατεύθυνση της τάσης).

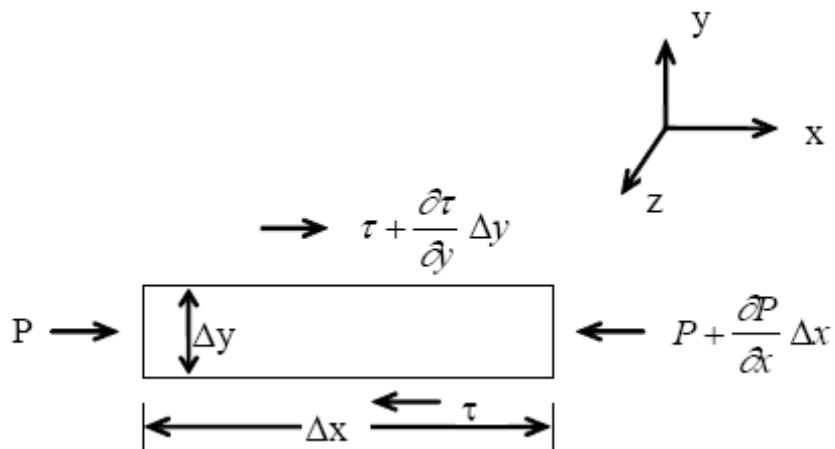


**Σχήμα 2.10:** Κυβικό στοιχείο ρευστού που δείχνει τις διάφορες τάσεις

$\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz} \Rightarrow$  Κάθετες τάσεις

$\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{zx}, \tau_{xz} \Rightarrow$  Διατμητικές τάσεις

Για διδιάστατη ροή η ισορροπία δυνάμεων φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



**Σχήμα 2.11:** Επίπεδη ροή

Έτσι παίρνουμε:

$$0 = -\frac{dP}{dX} + \frac{d\tau}{dy}$$

Σε ροή μονής κατεύθυνσης υπάρχει ισορροπία της πίεσης στην κατεύθυνση ροής με την αντίθετη διαμητική τάση.

Η γενική εξίσωση διατήρησης της ορμής αποτελεί ανυσματική εξίσωση (δηλαδή έχει συνιστώσες στις κατευθύνσεις x, y και z).

Για διδιάστατες ροές η γενική εξίσωση ορμής γράφεται

$$0 = -\frac{dP}{dx} + \frac{d\tau_{xx}}{dx} + \frac{d\tau_{yx}}{dy}$$

$$0 = -\frac{dP}{dy} + \frac{d\tau_{xy}}{dx} + \frac{d\tau_{yy}}{dy}$$

και η εξίσωση διατήρησης της μάζας (εξίσωση συνέχειας) γράφεται:

$$\frac{dV_x}{dx} + \frac{dV_y}{dy} = 0$$

Για ροές μονής κατεύθυνσης μπορεί εύκολα να αποδειχτεί ότι τελικά απομένει μια μόνο εξίσωση (στην κατεύθυνση της ροής), δηλαδή για ροή μόνο στην κατεύθυνση x,

$$\text{Επειδή } \frac{dP}{dy} = 0, \frac{dV_y}{dy} = 0, \frac{d\tau_{xx}}{dy} + \frac{d\tau_{yy}}{dy} = 0$$

έχουμε:

$$0 = -\frac{dP}{dx} + \frac{d\tau_{yx}}{dy}$$

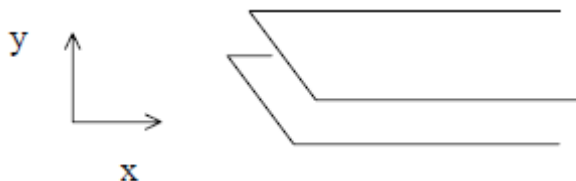
### 2.3 ΡΟΕΣ ΜΟΝΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Οι παρακάτω τύποι ροής είναι ιδιαίτερης σημασίας σε πρακτικές εφαρμογές. Πρόκειται για ροές ρευστών σε μια μόνο κατεύθυνση.

- ΕΠΙΠΕΔΗ ΡΟΗ (στη  $x$  - κατεύθυνση)
- ΑΞΟΝΟΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΡΟΗ (στη  $z$  - κατεύθυνση)
- ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΡΟΗ μεταξύ δίσκων (στην  $r$  - κατεύθυνση)
- ΔΑΚΤΥΛΙΚΗ ΡΟΗ COUETTE (ΟΠΙΣΘΕΛΚΟΥΣΑ) (στη  $\theta$  - κατεύθυνση)

Οι εξισώσεις διατήρησης για τις απλές αυτές ροές παραθέτονται στα παρακάτω.

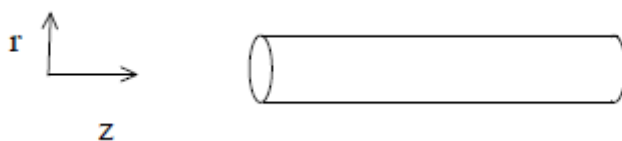
#### ΕΠΙΠΕΔΗ ΡΟΗ



$$x \text{ - κατεύθυνση: } 0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$$

$$\text{όπου: } \tau_{yx} = \eta \frac{\partial V_x}{\partial y}$$

#### ΑΞΟΝΟΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΡΟΗ

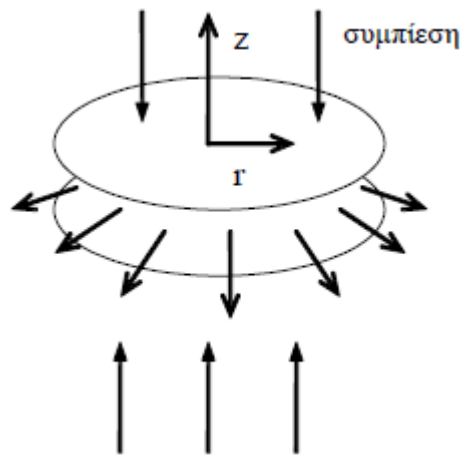




z - κατεύθυνση:  $0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \tau_{rz}$

όπου:  $\tau_{rz} = \eta \frac{\partial V_z}{\partial r}$

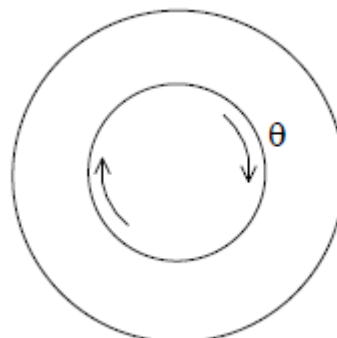
### ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΡΟΗ (ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ)



r - κατεύθυνση  $0 = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zx}$

όπου:  $\tau_{zx} = \eta \frac{\partial V_x}{\partial z}$

### ΔΑΚΤΥΛΙΚΗ ΡΟΗ ΣΟΥΕΤΤΕ



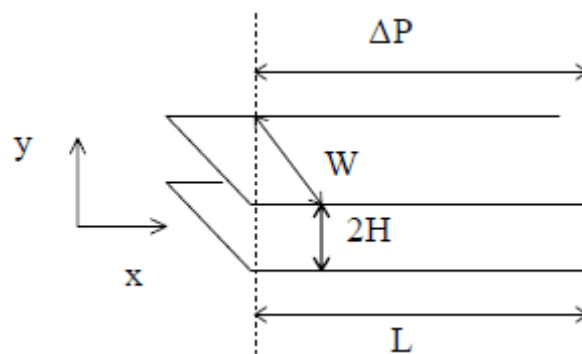
θ- κατεύθυνση  $0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \tau_{r\theta}$

όπου:  $\tau_{r\theta} = \eta r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V_\theta}{r} \right)$

και για ρευστά που υπακούουν τον εκθετικό νόμο:

$$\eta = m \dot{\gamma}^{n-1}$$

## 2.4 ΡΟΗ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ ΡΕΥΣΤΟΥ ΕΚΘΕΤΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΜΕΤΑΞΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΠΛΑΚΩΝ



**Σχήμα 2.12:** Επίπεδη ροή μεταξύ δύο παράλληλων πλακών

Εξίσωση Ορμής:  $0 = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$

Βαθμίδα πίεσης:  $-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\Delta P}{L}$

Εκθετικός νόμος:  $\tau_{yx} = \eta \frac{\partial V_x}{\partial y} = m \dot{\gamma}^{n-1} \frac{\partial V_x}{\partial y} = m \left| \frac{\partial V_x}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{\partial V_x}{\partial y}$

Η απόλυτη τιμή  $\left| \frac{\partial V_x}{\partial y} \right|$  χρειάζεται επειδή μερικές φορές  $\partial V_x / \partial y$  παίρνει αρνητικές τιμές, και  $(n-1) < 0$  για τα πολυμερή. Έτσι έχουμε,

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = -\frac{\Delta P}{L}$$

$$\tau_{yx} = -\frac{\Delta P}{L} y + C_1$$

$$m \left| \frac{\partial V_x}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{\Delta P}{L} y + C_1$$

Αφού  $\frac{\partial V_x}{\partial y} = 0$  στο  $y = 0$  (από συμμετρία)

$$C_1 = 0$$

$$m \left| \frac{\partial V_x}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{\Delta P}{L} y$$

Προσοχή σε ένα λεπτό σημείο εδώ: Το δεξί σκέλος της εξίσωσης είναι αρνητικό, και επομένως το  $\frac{\partial V_x}{\partial y}$  πρέπει να είναι αρνητικό.

$$\frac{\partial V_x}{\partial y} = -\left(\frac{1}{m} \frac{\Delta P}{L}\right)^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}}$$

$$V_x = -\frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{m} \frac{\Delta P}{L}\right)^{\frac{1}{n}} y^{\frac{n+1}{n}} + C_2$$

Μετά την εφαρμογή της συνθήκης μη ολίσθησης  $V_x=0$  στο  $y=H$  και ανακατάταξη, το προφίλ της ταχύτητας δίνεται από:

$$V_x = \frac{n}{n+1} \left[ \frac{H^{n+1}}{m} \left( \frac{\Delta P}{L} \right) \right]^{\frac{1}{n}} \left[ 1 - \left( \frac{y}{H} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

και

$$V_x = V_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{y}{H} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

Η μέση ταχύτητα δίνεται από:

$$V_{avg} = \frac{\iint V_x dz dy}{\iint dz dy} = \frac{\int_{-H}^H V_y dy}{\int_{-H}^H dy} = \frac{n+1}{2n+1} V_{max}$$

Και:

$$V_x = \frac{2n+1}{n+1} V_{avg} \left[ 1 - \left( \frac{y}{H} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

Η ογκομετρική παροχή ανά μονάδα πλάτους δίνεται από:

$$\frac{Q}{W} = V_{avg} 2H = \frac{2n}{2n+1} \left[ \frac{1}{m} \frac{\Delta P}{L} \right]^{\frac{1}{n}} H^{\frac{1}{n}+2}$$

Και:

$$V_x = \frac{2n+1}{n+1} \frac{Q}{2WH} \left[ 1 - \left( \frac{y}{H} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

και η πτώση πίεσης δίνεται από:

$$\Delta P = mL \left[ \frac{2n+1}{2n} \frac{Q}{W} H^{-\frac{2n+1}{n}} \right]^n$$

ή

$$\Delta P = mH^{-2n+1} L \left[ \frac{2n+1}{2n} \frac{Q}{W} \right]^n$$

Από την προηγούμενη σχέση είναι εύκολο να δούμε ότι η τάση είναι γραμμική:

$$\tau_{yx} = \frac{-\Delta P}{L} y$$

Η μέγιστη τιμή συμβαίνει στο τοίχωμα:

$$\tau_w = \frac{-\Delta P}{L} H$$

Το αρνητικό πρόσημο απλά δείχνει ότι όταν η ποσότητα αυτή πολλαπλασιάζεται με το εμβαδόν, προκύπτει δύναμη που εξασκείται από την πλάκα στο ρευστό, που έχει φορά προς την αρνητική  $x$  - κατεύθυνση. Η δύναμη που εξασκείται από το ρευστό στο διαβρεχόμενο τοίχωμα πρέπει επομένως να είναι θετική. Η γραμμική συμπεριφορά των διατμητικών τάσεων στο ρευστό εκφράζεται συνήθως σαν

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \frac{y}{H}$$

όπου το  $\tau_w$  λαμβάνεται συμβατικά σαν θετική ποσότητα. Ο ρυθμός διάτμησης δίνεται από:

$$\gamma' = \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{n+1}{n} V_{\max} \frac{1}{H^{\frac{n+1}{n}}} y^{\frac{1}{n}} = -\frac{n+1}{n} V_{\max} \frac{1}{H} \left( \frac{y}{H} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Ο ρυθμός διάτμησης στο τοίχωμα δίνεται από (απόλυτη τιμή):

$$\gamma'_w = \frac{n+1}{n} \frac{V_{\max}}{H}$$

ή

$$\gamma'_w = \frac{2n+1}{n} \frac{V_{\text{avg}}}{H}$$

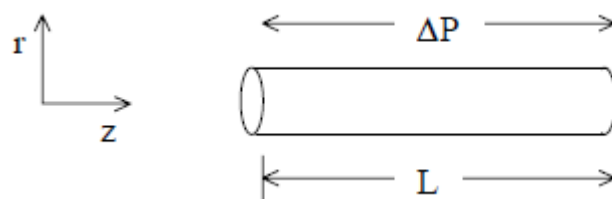
ή

$$\gamma'_w = \frac{2n+1}{n} \frac{2Q}{4WH^2}$$

Η μέγιστη διατμητική τάση στο τοίχωμα δίνεται επίσης από:

$$\tau_w = \eta \gamma'_w = m \gamma_w^n = m \left[ \frac{n+1}{n} \frac{V_{\max}}{H} \right]^n = m \left[ \frac{2n+1}{n} \frac{2Q}{4WH^2} \right]^n$$

## 2.5 ΡΟΗ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ ΡΕΥΣΤΟΥ ΕΚΘΕΤΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΣΕ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΑΓΩΓΟ



**Σχήμα 2.13:** Ροή δια μέσου κυλινδρικού αγωγού

Εξίσωση ορμής:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \tau_{rz}$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\Delta P}{L}$$

$$\tau_{rz} = -\frac{\Delta P}{L} \frac{r}{2} + C_1$$

$$\tau_{rz} = m \left| \frac{\partial V_z}{\partial r} \right|^{n-1} \frac{\partial V_z}{\partial r}$$

Οριακή συνθήκη:

$$r = 0, \quad \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$$

$$r = R, \quad V_z = 0$$

Η επίλυση δίνει τα παρακάτω:

$$V_z = V_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

$$V_{\max} = \frac{n}{n+1} \left[ \frac{R^{n+1}}{2m} \left( \frac{\Delta P}{L} \right) \right]^{\frac{1}{n}}$$

$$V_{\text{avg}} = \frac{n+1}{3n+1} V_{\max}$$

$$Q = \pi \frac{n}{3n+1} \left[ \frac{1}{2m} \left( \frac{DP}{L} \right) \right]^{\frac{1}{n}} R^n$$

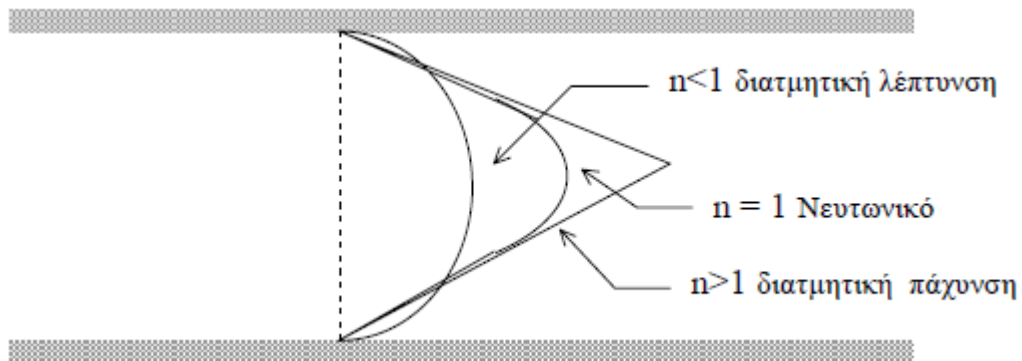
$$\Delta P = 2mL \left[ \frac{3n+1}{n} \frac{Q}{\pi} R^{-\frac{3n+1}{n}} \right]^n$$

ή

$$\Delta P = 2mR^{-3n+1} L \left[ \left( 3 + \frac{1}{n} \right) \frac{Q}{\pi} \right]^n$$

για  $n=1$  έχουμε τη γνωστή σχέση **Hagen - Poiseuille** για νευτωνικά ρευστά. Ροές υπό πίεση αναφέρονται επίσης σαν **ροές Poiseuille**.

## 2.6 ΠΡΟΦΙΛ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ



**Σχήμα 2.14:** Κατανομές ταχύτητας για εκθετικά ρευστά

Για ρευστά διατμητικής λέπτυνσης, το προφίλ της ταχύτητας είναι πιο εμβολικό από το παραβολικό προφίλ των νευτωνικών ρευστών.

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει ότι η διατμητική τάση είναι γραμμική συνάρτηση της ακτίνας:

$$\tau_{rz} = -\frac{\Delta P}{2L} r$$

Η μέγιστη τιμή συμβαίνει στο τοίχωμα:

$$\tau_w = -\frac{\Delta P}{2L} R$$

Η γραμμικότητα της διατμητικής τάσης εκφράζεται συχνά σαν:

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \frac{r}{R}$$

και το  $\tau_w$  λαμβάνεται σαν θετικό.

Ο ρυθμός διάτμησης δίνεται από:



$$\gamma' = \frac{\partial V_z}{\partial r} = -\frac{n+1}{n} V_{\max} \frac{1}{R^{\frac{n+1}{n}}} r^{\frac{1}{n}} = -\frac{n+1}{n} V_{\max} \frac{1}{R} \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Ο ρυθμός διάτμησης στο τοίχωμα δίνεται από (απόλυτη τιμή):

$$\gamma'_w = \frac{n+1}{n} \frac{V_{\max}}{R}$$

ή

$$\gamma'_w = \frac{3n+1}{n} \frac{V_{avg}}{R}$$

ή

$$\gamma'_w = \left(\frac{3n+1}{4n}\right) \frac{4Q}{\pi R^3}$$

Η μέγιστη διατμητική τάση στο τοίχωμα δίνεται επίσης από:

$$\tau_w = \eta \gamma'_w = m \gamma'_w{}^n = m \left[ \frac{n+1}{n} \frac{V_{\max}}{R} \right]^n$$

ή

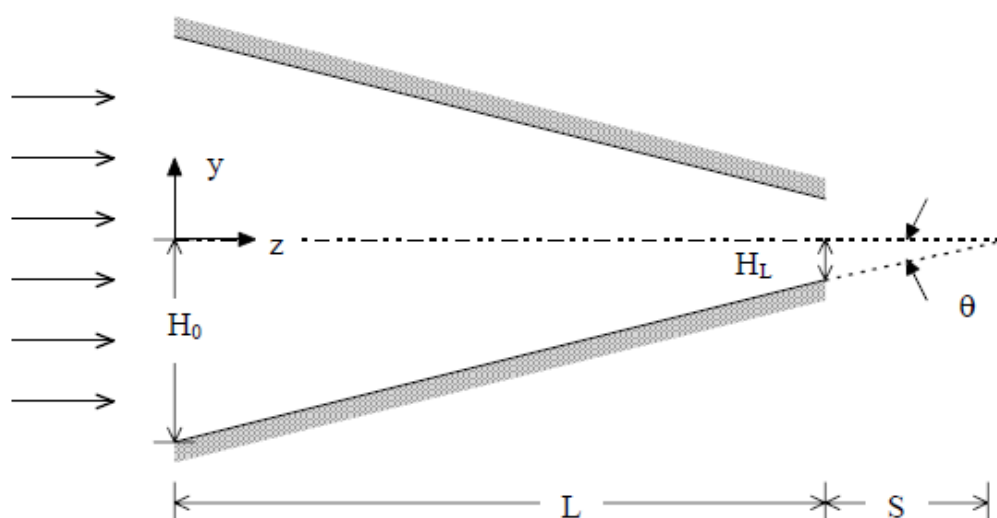
$$\tau_w = m \left[ \left(\frac{3n+1}{4n}\right) \frac{4Q}{\pi R^3} \right]^n$$

Ο όρος  $4Q/\pi R^3$  χρησιμοποιείται στην παραπάνω εξίσωση επειδή αντιπροσωπεύει το ρυθμό διάτμησης για νευτωνικά ρευστά ( $n = 1$ ). Για μη νευτωνικά ρευστά αναφέρεται συνήθως σαν **φαινομενικός ρυθμός διάτμησης**.

## 2.7 ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΕ ΚΩΝΙΚΕΣ ΣΧΙΣΜΕΣ ΚΑΙ ΚΟΛΟΥΡΟΥΣ ΚΩΝΟΥΣ

Κόλουροι κώνοι και σχισμές συχνά χρησιμοποιούνται στις διεργασίες και τη ρεολογία πολυμερών.

### 2.7.1 ΡΟΗ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΚΩΝΙΚΗΣ ΣΧΙΣΜΗΣ



Σχήμα 2.15: Ροή δια μέσου κωνικής σχισμής

Αρχίζουμε με την εξίσωση για την πτώση πίεσης για ροή μεταξύ δύο παράλληλων πλακών:

$$\Delta P = mL \left[ \frac{2n+1}{2n} \frac{Q}{W} H^{\frac{2n+1}{n}} \right]^n$$

Για μία σχισμή απειροελάχιστου μήκους  $dz$ ,

$$dP = m \left[ \frac{2n+1}{2n} \frac{Q}{W} H^{\frac{2n+1}{n}} \right]^n dz$$

όπου  $H = H_0 - \frac{H_0 - H_L}{L} z$  για μία κωνική (συστολική) σχισμή.

Ολοκλήρωση μεταξύ  $z = 0$  και  $z = L$  δίνει:

$$\Delta P = P_0 - P_L$$

$$\Delta P = \frac{mL}{2^{n+1}n} \left[ \frac{Q}{W} \left( \frac{1}{n} + 2 \right) \right]^n \left( \frac{H_L^{-2n} - H_0^{-2n}}{H_0 - H_L} \right)$$

Ορίζοντας

$$H_0 = \frac{L+S}{\cot \theta}, \quad H_L = \frac{S}{\cot \theta}$$

Μπορούμε να γράψουμε ότι:

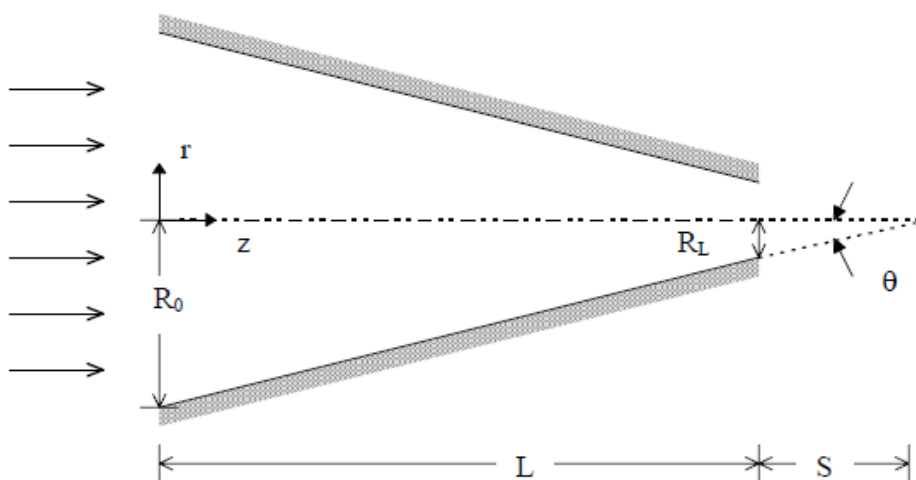
$$\Delta P = \frac{m \cot \theta}{2^{n+1}n} \left[ \frac{Q}{W} \left( \frac{1}{n} + 2 \right) \right]^n H_L^{-2n} \left[ 1 - \left( \frac{H_L}{H_0} \right)^{2n} \right]$$

Η εξίσωση αυτή ισχύει κάτω από την παραδοχή ότι έχουμε ροή μεταξύ σχεδόν παράλληλων πλακών. Είναι μία πολύ καλή παραδοχή για γωνίες συστολής μέχρι  $\theta = 15^\circ$  ( $\theta$  είναι η μισή γωνία συστολής).

Μπορούμε επίσης να δείξουμε ότι ο ρυθμός τάνυσης κατά μήκος του επιπέδου συμμετρίας δίνεται από:

$$\varepsilon' = \left( \frac{dV_z}{dz} \right)_{\max} = -\tan \theta \frac{2n+1}{n+1} \frac{2Q}{WH_L}$$

### 2.7.2 ΡΟΗ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΚΩΝΟΥ



Σχήμα 2.16: Ροή δια μέσου κολουρού κώνου

Αρχίζοντας από

$$dP = 2mR^{-(3n+1)} \left[ \frac{Q}{\pi} \left( \frac{1}{n} + 3 \right) \right]^n dz$$

η οποία δίνει την πτώση πίεσης δια ροή δια μέσου κυλινδρικού αγωγού μήκους  $dz$ .

Ορίζοντας

$$R = R_0 - \frac{R_0 - R_L}{L} z$$

και ολοκληρώνουμε από  $z = 0$  μέχρι  $z = L$ , μπορούμε να πάρουμε:

$$\Delta P = P_0 - P_L = \frac{2mL}{3n} \left[ \frac{Q}{\pi} \left( \frac{1}{n} + 3 \right) \right]^n \left( \frac{R_L^{-3n} - R_0^{-3n}}{R_0 - R_L} \right)$$

ή

$$\Delta P = \frac{2m \cot \theta}{3n} \left[ \frac{Q}{\pi} \left( \frac{1}{n} + 3 \right) \right]^n R_0^{-3n} \left[ 1 - \left( \frac{R_L}{R_0} \right)^{3n} \right]$$

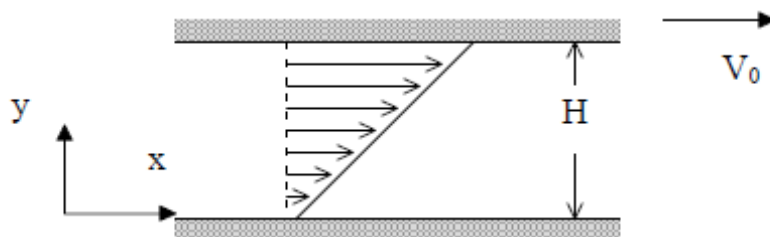
Αυτή η έκφραση ισχύει για σχεδόν παράλληλη ροή, που είναι μία καλή παραδοχή για γωνίες συστολής μέχρι  $\theta = 15^\circ$  ( $\theta$  είναι η μισή γωνία συστολής).

Μπορούμε επίσης να δείξουμε ότι ο ρυθμός τάνυσης κατά μήκος του άξονα συμμετρίας δίνεται από:

$$\varepsilon' = \left( \frac{dV_z}{dz} \right)_{\max} = -\frac{\tan \theta}{2} \frac{3n+1}{n+1} \frac{2Q}{\pi R_L^3}$$

### 2.7.3 ΟΠΙΣΘΕΛΚΟΥΣΑ ΡΟΗ ΜΕΤΑΞΥ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΠΛΑΚΩΝ

Η οπισθέλκουσα ροή μεταξύ δύο παράλληλων πλακών (επίσης γνωστή σαν επίπεδη ροή Couette) συμβαίνει όταν μία από τις δύο πλάκες μετακινείται με ταχύτητα  $V_0$  ενώ η άλλη παραμένει στάσιμη. Δεν υπάρχει κλίση πίεσης σε αυτή τη ροή.



Σχήμα 2.17: Ροή μεταξύ επίπεδων πλακών

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0$$

$$\tau_{yx} = \text{const}$$

$$m \left| \frac{dV_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dV_x}{dy} = \text{const}$$

$$\frac{dV_x}{dy} = \text{const}$$

η οποία δίνει  $V_x = C_1 y + C_2$

Οριακή συνθήκη 1:  $y=0, V_x=0$

Οριακή συνθήκη 2:  $y=H, V_x=V_0$

Εφαρμογή των οριακών συνθηκών δίνει την κατανομή ταχύτητας :  $V_x = (V_0/H)y$

Η μέση ταχύτητα δίνεται από:

$$V_{avg}=(1/2)V_0$$

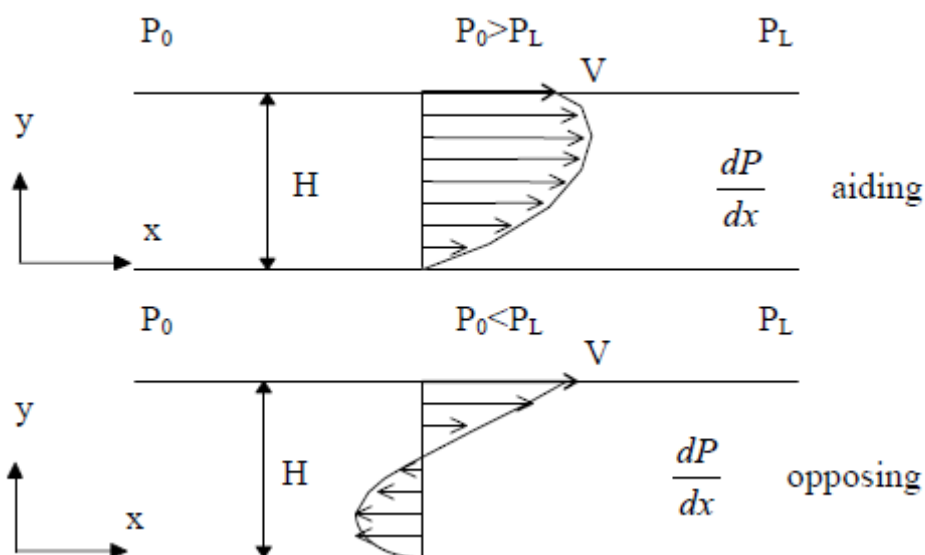
Η ογκομετρική παροχή για ένα κανάλι πάχους  $W$  θα είναι:

$$Q=(1/2)V_0HW$$

Αυτή η έκφραση δίνει το ποσό του ρευστού που παρασύρεται από την κίνηση της κινούμενης πλάκας.

#### 2.7.4 ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΗ ΡΟΗ ΠΙΕΣΗΣ ΚΑΙ ΟΠΙΣΘΕΛΚΟΥΣΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΠΛΑΚΩΝ

Η κλίση πίεσης μπορεί να βοηθάει ή να αντιτίθεται στην οπισθέλκουσα ροή όπως δείχνεται παρακάτω:



Σχήμα 2.18: Ροή μεταξύ παράλληλων πλακών

Η εξίσωση κίνησης είναι:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$$

Η εξίσωση εκθετικού ρευστού γράφεται ως:

$$\tau_{yx} = m \left| \frac{dV_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dV_x}{dy} = \eta \frac{dV_x}{dy}$$

Επειδή αυτή η ροή είναι σημαντική από πρακτικής πλευράς, παρουσιάζουμε την λύση για ένα νευτώνειο ρευστό,  $n=1$ .

Για αυτή την περίπτωση έχουμε:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}$$

όπου  $\eta = \mu$  είναι το Νευτώνειο ιξώδες.

Οριακές συνθήκες:

$$y=0, V_x=0$$

$$y=H, V_x=V$$

Η κλίση πίεσης είναι γενικά:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\Delta P}{L} = -\frac{P_0 - P_L}{L}$$

Λύνοντας αυτή την εξίσωση, παίρνουμε:

$$V_x = \frac{V}{H} y + \frac{1}{2\mu} \frac{\Delta P}{L} y(H - y)$$

Τυπικές κατανομές ταχύτητας απεικονίζονται στο σχήμα 2.18. Η ογκομετρική παροχή για πλάτος  $W$  είναι:

$$Q = W \int_0^H V_x dy$$

Η ολοκλήρωση δίνει:

$$\frac{Q}{W} = \frac{VH}{2} \left( 1 + \frac{H^2}{6\mu V} \frac{\Delta P}{L} \right)$$

ή σε όρους κλίσης πίεσης:

$$\frac{Q}{W} = \frac{VH}{2} \left( 1 - \frac{H^2}{6\mu V} \frac{dP}{dx} \right)$$

Αυτή μπορεί να ολοκληρωθεί για να δώσει την πίεση σαν συνάρτηση του  $x$ :

$$P - P_0 = \frac{12\mu}{H^3} \left( \frac{VH}{2} - \frac{Q}{W} \right) x - x_0$$



# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

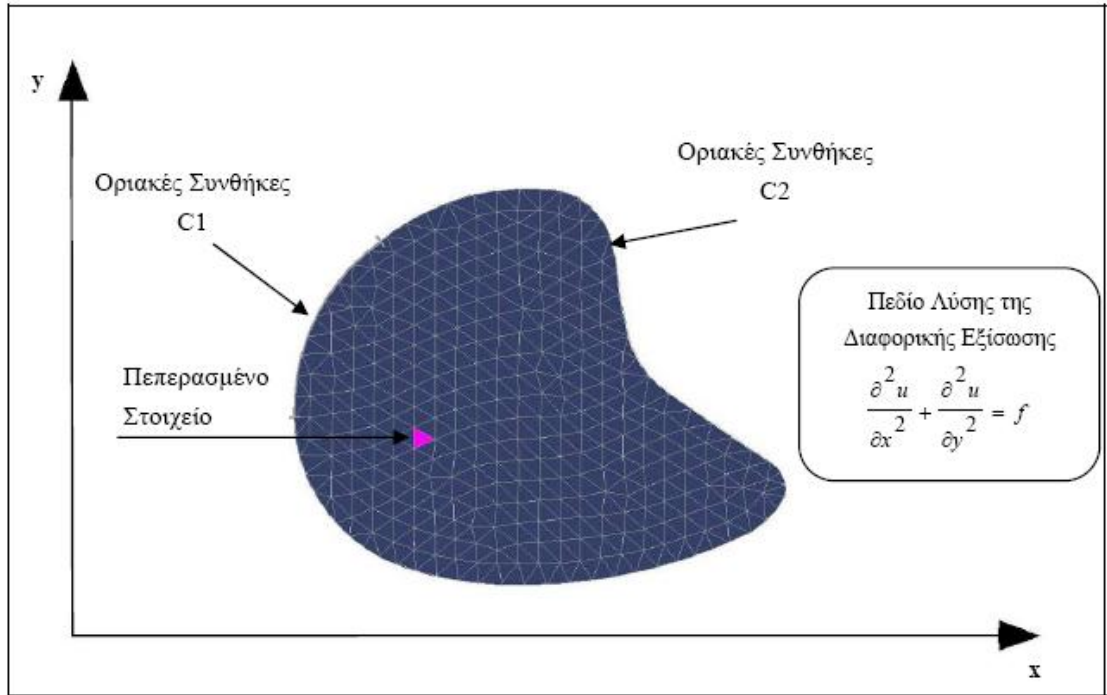
## **Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ**

### **ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

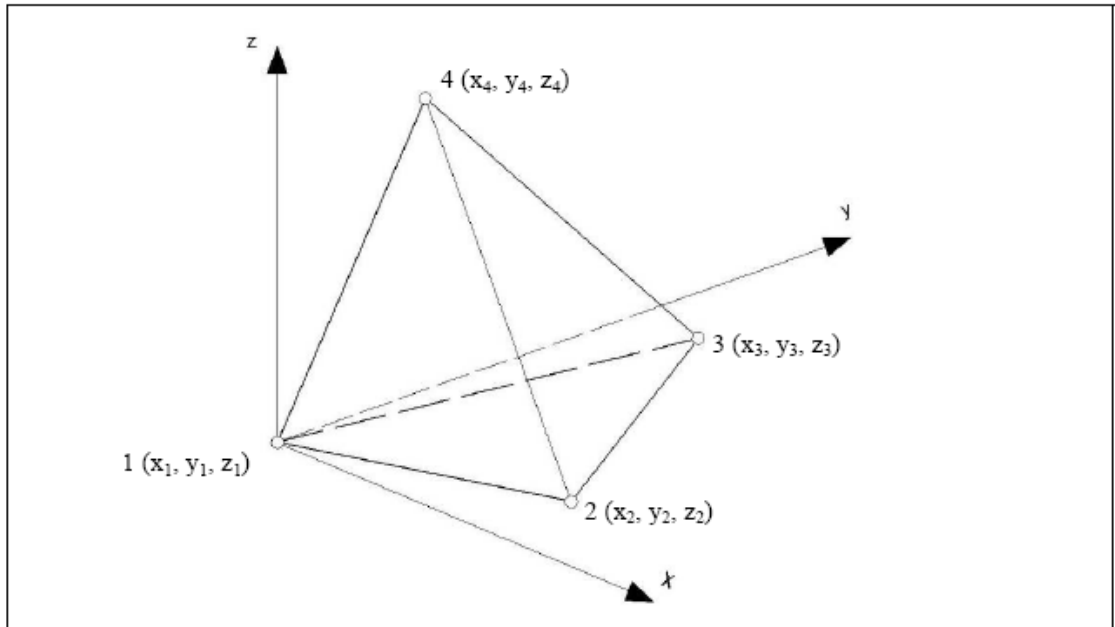
### **3.1 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕΘΟΔΟΥ**

Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων έχει θεωρητική αφετηρία στις αρχές του εικοστού αιώνα και είναι συνυφασμένη με τον Γερμανό μαθηματικό W. Ritz (1909) και τον Ρώσο επίσης μαθηματικό B.G. Galerkin (1915). Η μέθοδος αυτή όμως αναπτύχθηκε και εξαπλώθηκε από το 1950 και μετά, λόγω του υπολογιστικού κόστους, με την εμφάνιση των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Η μέθοδος Galerkin - Ritz είναι μία μέθοδος προσέγγισης της λύσης διαφορικών εξισώσεων, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως στην αριθμητική ανάλυση. Η δυναμικότητα των προσεγγιστικών μεθόδων που βασίζονται στα ενεργειακά θεωρήματα είναι πολύ μεγάλη και δίνει λύσεις σε σημεία που οι υπόλοιπες μέθοδοι δεν μπορούν να δώσουν. Κύριο χαρακτηριστικό των προσεγγιστικών μεθόδων είναι η ανάγκη προσδιορισμού ενός παραδεκτού πεδίου (π.χ. μετατοπίσεων) με την βοήθεια συναρτήσεων, που ορίζονται σε όλο το σώμα και ικανοποιούν ορισμένες συνθήκες στα σύνορα. Με τον τρόπο αυτό το αρχικό πρόβλημα του προσδιορισμού του πεδίου των μετατοπίσεων σε κάθε σημείο του σώματος (άπειρος βαθμός ελευθερίας κίνησης) μετασχηματίζεται σε ένα υποκατάστατο πρόβλημα προσδιορισμού αριθμού άγνωστων συντελεστών (πεπερασμένος βαθμός ελευθερίας). Το υποκατάστατο πρόβλημα δίνει μια προσεγγιστική λύση στο αρχικό πρόβλημα. Η κατασκευή των συναρτήσεων, που ικανοποιούν τις συνθήκες στα σύνορα, είναι μια σχετικά εύκολη υπόθεση όταν το σύνορο του σώματος είναι απλό. Όσο πιο πολύπλοκο γίνεται όμως το σύνορο του σώματος τόσο δυσκολότερη έως αδύνατη γίνεται η ικανοποίηση των οριακών συνθηκών. Αυτό ακριβώς το πρόβλημα έρχεται να αντιμετωπίσει η Μεθοδολογία των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Σύμφωνα με την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, το σώμα χωρίζεται σε έναν αριθμό περιοχών που λέγονται στοιχεία (σχήμα 3.1). Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται μέσα σε κάθε στοιχείο είναι απλές και συνήθως κάποιες πολυωνυμικές εκφράσεις. Χρησιμοποιώντας ένα μεγάλο αριθμό στοιχείων αποδίδεται μια καλή προσέγγιση της πραγματικής κατάστασης. Το τελικό αποτέλεσμα είναι να αναχθεί το αρχικό πρόβλημα σε ένα πρόβλημα με πεπερασμένο αριθμό βαθμών ελευθερίας κίνησης. Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να υπαχθεί στη μεθοδολογία Galerkin-Ritz.



Σχήμα 3.1: Απεικόνιση Πεπερασμένων Στοιχείων



Σχήμα 3.2: Τετραεδρικό Πεπερασμένο Στοιχείο

Για προβλήματα τρισδιάστατων πεδίων, το πεδίο επίλυσης υποδιαιρείται συνήθως σε τριγωνικά στοιχεία. Εάν  $F(x,y,z)$  είναι η άγνωστη συνάρτηση τότε με το τρίγωνο Pascal δύο είναι οι πιο σκόπιμες περιπτώσεις επιλογής αντίστοιχων πολυωνύμων:

- Η γραμμική παρεμβολή η οποία αντιστοιχεί σε 4 άγνωστους βαθμούς ελευθερίας.

$$F_{(X,Y,Z)} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot z$$

- Η παρεμβολή 2ου βαθμού η οποία αντιστοιχεί σε 10 άγνωστους βαθμούς ελευθερίας.

$$F_{(X,Y,Z)} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot z + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot y^2 + a_6 \cdot z^2 + a_7 \cdot x \cdot y + a_8 \cdot y \cdot z + a_9 \cdot z \cdot x$$

Ένα ακόμα στάδιο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η γένεση του πλέγματος στο γεωμετρικό μοντέλο. Τα σύγχρονα προγράμματα FEA (Finite Element Method) υποστηρίζουν την αυτόματη γένεση πλέγματος. Η γένεση πλέγματος συνεπάγεται τη δημιουργία κομβικών συντεταγμένων και στοιχείων και περιλαμβάνει την αυτόματη αρίθμηση των κόμβων και στοιχείων βασισμένων στην ελάχιστη αλληλεπίδραση με τον χρήστη.

Τα σημερινά πακέτα πεπερασμένων στοιχείων παρέχουν στον σχεδιαστή την ευκολία της αυτόματης γένεσης πλέγματος αλλά και την ελευθερία στο να επιλέξει αυτός το μέγεθος του πλέγματος που θα χρησιμοποιηθεί στις διάφορες επιφάνειες.

### **3.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ – ΤΥΠΟΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

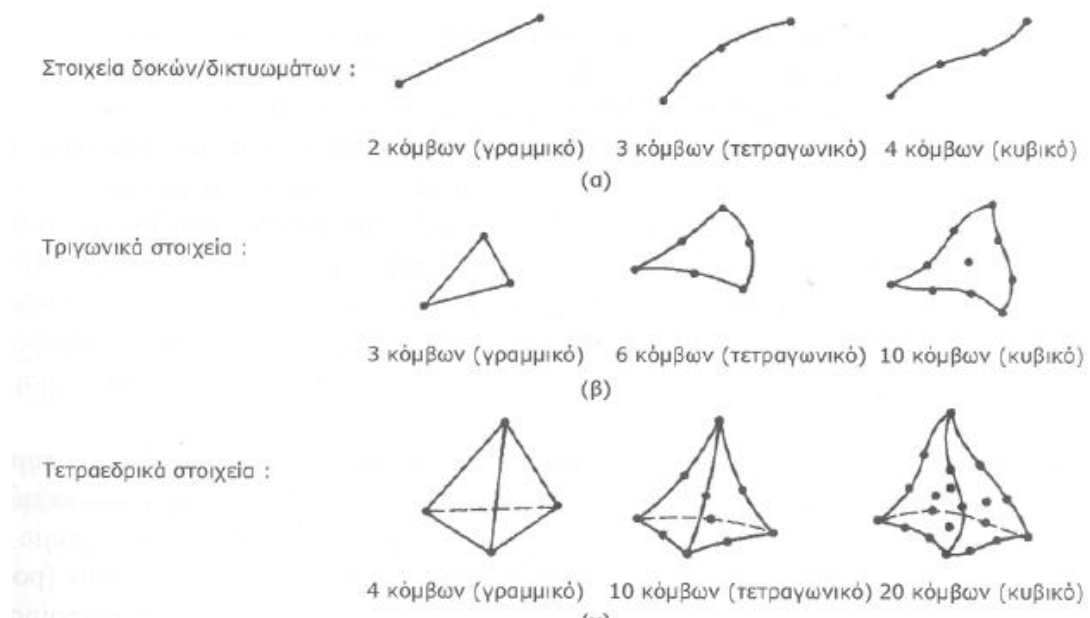
Το σύνολο των απαραίτητων διαδικασιών για την ανάπτυξη ενός πλήρους μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, δηλαδή η εισαγωγή της γεωμετρίας, η γένεση του πλέγματος, η επιβολή στηρίξεων και φόρτισης αποτελούν αυτό που συνοπτικά ονομάζεται μοντελοποίηση πεπερασμένων στοιχείων, η οποία συνήθως εκτελείται με τη βοήθεια κατάλληλου προεπεξεργαστή. Πολύ παλαιότερα, η εισαγωγή των δεδομένων δινόταν με γραμμές εντολών με τη βοήθεια ενός αυτόνομου αρχείου δεδομένων.

Ο προ-επεξεργαστής (pre-processor) ξεκινάει από τη γεωμετρία του αντικείμενου ή του πεδίου ορισμού του προβλήματος. Παραδοσιακά συστήματα FEA (Finite Element Analysis) είχαν μόνο στοιχειώδεις λειτουργίες μοντελοποίησης, αλλά σήμερα τα περισσότερα είτε προσφέρουν προηγμένες δυνατότητες ή έχουν στενούς δεσμούς με συστήματα CAD (μερικές φορές και τα δύο). Συστήματα που στηρίζονται σε γεωμετρική μοντελοποίηση CAD είτε εργάζονται απευθείας με το μοντέλο CAD ή μεταφράζουν και εισάγουν τη γεωμετρία. Η απευθείας σύνδεση με CAD κερδίζει όλο και μεγαλύτερο έδαφος διότι εξαλείφει τα βήματα μετάφρασης την απώλεια δεδομένων και μικραίνει τον κύκλο σχεδιασμού – ανάλυσης - αλλαγής. Περαιτέρω, η χρήση συστήματος CAD διευκολύνει τη μοντελοποίηση και παρέχει πιο ισχυρές λειτουργίες δημιουργίας και αλλαγής σύνθετης γεωμετρίας. Πράγματι, σήμερα τα περισσότερα υβριδικά συστήματα μοντελοποίησης μπορούν να κτίσουν οποιαδήποτε γεωμετρία απαιτείται για ανάλυση. Τα περισσότερα συστήματα FEA δίνουν επίσης έμφαση στη δυνατότητα που έχουν να εισάγουν τη γεωμετρία, είτε μέσω τυποποιήσεων όπως το IGES ή απευθείας από συγκεκριμένα συστήματα CAD. Ωστόσο, η απευθείας χρήση δεν είναι πάντα άμεσα εφαρμόσιμη. Το μοντέλο μπορεί να φαίνεται στο μάτι ότι είναι τέλειο αλλά μπορεί στην πραγματικότητα να έχει σφάλματα που αποκαλύπτονται στο σύστημα FEA, κυρίως κατά την διαδικασία γένεσης πλέγματος. Μερικά συστήματα προσφέρουν λειτουργίες που μπορούν να «καθαρίσουν» την εισαγόμενη γεωμετρία. Επιπλέον, ακόμη και αν η γεωμετρία CAD δεν περιέχει σφάλματα, η ανάλυση δεν απαιτεί όλες τις λεπτομέρειές του, οπότε μερικές από αυτές (π.χ. ένα fillet) θα μπορούσαν να απαλειφθούν. Μερικά συστήματα διαθέτουν τέτοιες αυτόματες δυνατότητες απενεργοποίησης γεωμετρικών οντοτήτων.

Το επόμενο στάδιο είναι η δημιουργία πλέγματος και κατανομής κόμβων. Όταν σε κάθε πλέγμα αποδίδονται κόμβοι, τότε αυτό μετατρέπεται σε πεπερασμένο στοιχείο. Η γένεση

πλέγματος είναι το πλέον σημαντικό και δύσκολο στάδιο της μοντελοποίησης πεπερασμένων στοιχείων. Για τη διευκόλυνση αυτού του σταδίου, σήμερα όλα τα συστήματα προσφέρουν δυνατότητες αυτόματης γένεσης πλέγματος. Η τυπική προσέγγιση είναι να προσφέρουν αυτόματο πλέγμα τετραεδρικών στοιχείων (σχήμα 3.2) για στερεή γεωμετρία και τετραπλευρικά ή τριγωνικά στοιχεία για επιφάνεια στον τρισδιάστατο χώρο (κελύφη, επίπεδη εντατική ή επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση). Πολλά συστήματα επιτρέπουν στους χρήστες να επέμβουν στις παραμέτρους αυτόματης γένεσης πλέγματος όπως η πυκνότητα πλέγματος. Αυτές επιπλέον επιτρέπουν τοπική επέμβαση σε κρίσιμες περιοχές.

Τα διάφορα στοιχεία που υποστηρίζονται από ένα σύστημα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων αποτελούν τη λεγόμενη βιβλιοθήκη στοιχείων. Όσο πιο μεγάλο το είδος των στοιχείων τόσο περισσότερα είδη προβλημάτων μπορούν να επιλυθούν. Το σχήμα 3.3 δείχνει τυπικά πεπερασμένα στοιχεία που υποστηρίζονται από τους περισσότερους κώδικες. Να σημειωθεί ότι το ίδιο πλέγμα μπορεί να αντιστοιχεί σε διαφορετικά πεπερασμένα στοιχεία ανάλογα με τον αριθμό κόμβων που αποδίδονται σε αυτό. Τέλος, οι ζώνες στις οποίες αναμένεται απότομη μεταβολή στη συμπεριφορά των προς επίλυση αγνώστων (όπως συγκέντρωση τάσεων γύρω από οπές πρέπει να διακριτοποιηθούν από στοιχεία μεγαλύτερης πυκνότητας πλέγματος από εκείνες που εμφανίζουν προοδευτική μεταβολή.



**Σχήμα 3.3:** Τύποι πεπερασμένων στοιχείων για (α) μονοδιάστατα, (β) δισδιάστατα και (γ) τρισδιάστατα προβλήματα

Μια διαφορετική προσέγγιση στο δίλημμα του πλέγματος είναι η χρήση της *p-version* μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Αυτή στηρίζεται σε ένα απλούστερο, αυτόματα γεννημένο πλέγμα, αλλά κατόπιν μεταβάλλει αυτόματα τον πολυωνυμικό βαθμό των συναρτήσεων μορφής. Παρόλο που σήμερα είναι διαθέσιμα πολλά τέτοια προγράμματα FEA, δύο προγράμματα (PTC'sPro / MECHANICA και CADSI'sPolyFEM) σχεδιάστηκαν ειδικά για ανάλυση τύπου *p-version*. Επιπλέον από το εύκολο πλέγμα, τα πλεονεκτήματα αυτής της προσέγγισης είναι η ικανότητα να καθορίσουν όρια ακρίβειας και πλησιέστερης προσέγγισης της γεωμετρίας του μοντέλου CAD. Χρησιμοποιώντας χαμηλότερο επίπεδο ακρίβειας, ο σχεδιαστής μπορεί να πάρει γρήγορα αποτελέσματα ανάλυσης στο προκαταρκτικό στάδιο σχεδιασμού.

Αφού επιλεγεί η διάταξη των στοιχείων, καθορίζεται ο τύπος της ανάλυσης (π.χ., στατική ή δυναμική, γραμμική ή μη-γραμμική, επίπεδη εντατική κατάσταση, και επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση). Επίσης, οι άγνωστοι ή αλλιώς οι βαθμοί ελευθερίας συσχετίζονται με τους κόμβους. Οι άγνωστοι περιέχουν μετατοπίσεις, περιστροφές, θερμοκρασία, ροή θερμότητας, κ.ο.κ. Κατόπιν καθορίζονται οι οριακές συνθήκες. Οριακές συνθήκες όπως μετατοπίσεις, δυνάμεις, και θερμοκρασίες συνήθως είναι γνωστές για το συνεχές τμήμα του συνόρου του αντικειμένου. Αυτές οι οριακές συνθήκες πρέπει να εκφραστούν σαν ένα σύνολο τιμών μετατοπίσεων, δυνάμεων, ή θερμοκρασιών σε συγκεκριμένους κόμβους των πεπερασμένων στοιχείων. Ωστόσο, μερικές φορές τα πεπερασμένα στοιχεία πρέπει να γεννηθούν χωρίς να έχουν οριακές συνθήκες. Εάν πρόκειται να εισαχθούν σημειακά φορτία, πρέπει να δημιουργηθούν κόμβοι στα αντίστοιχα σημεία εφαρμογής τους. Τα περισσότερα συστήματα που είναι συνδεδεμένα με CAD επιτρέπουν στο χρήστη να ορίσει τις οριακές συνθήκες στη γεωμετρία CAD, και σε αυτή την περίπτωση οι οριακές συνθήκες μετατρέπονται σε ισοδύναμες οριακές συνθήκες στους κόμβους του πλέγματος από το ίδιο το σύστημα. Οι περισσότεροι μοντελοποιητές πεπερασμένων στοιχείων επίσης παρέχουν έναν αριθμό τρόπων εύκολου καθορισμού των φορτίσεων και των οριακών συνθηκών για το χειρισμό ευρείας κλίμακας προβλημάτων και ρεαλιστικών συνθηκών.

Σε κάθε πεπερασμένο στοιχείο πρέπει επίσης να αποδοθούν ιδιότητες υλικού. Αυτές οι ιδιότητες είναι τυπικά το μέτρο ελαστικότητας του Young, και ο λόγος του Poisson (για ελαστικές κατασκευές). Το πάχος στοιχείων κελύφους και πλακών διαχειρίζεται περισσότερο σαν ιδιότητα του υλικού παρά σαν γεωμετρική ιδιότητα για την αποφυγή επίλυσης του προβλήματος στις τρεις διαστάσεις. Άλλες ιδιότητες υλικών περιλαμβάνουν θερμικές ιδιότητες (ειδική θερμότητα, συντελεστής αγωγιμότητας, λανθάνουσα θερμότητα, κλπ), ιξωδοελαστικότητα, κλπ, για άλλου τύπου προβλήματα.

Γίνεται μόνο μια απλή παραδοχή: σε διαφορετικές περιοχές στοιχείων αποδίδονται διαφορετικές ιδιότητες υλικών. Αυτό λ.χ. δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να αναλύσει ένα αντικείμενο κατασκευασμένο από σύνθετο υλικό. (Ένα κρίσιμο ζήτημα στην ανάλυση σύνθετων υλικών είναι η διαχείριση της διεπιφάνειας μεταξύ των στρώσεων προκειμένου να υπολογισθεί η αποκόλληση).

Από τη στιγμή που ορισθεί το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων επιλέγοντας όλες τις παραμέτρους του πλέγματος, το μοντέλο εισάγεται στον κώδικα που εκτελεί την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Μετά την αριθμητική επίλυση, τα αποτελέσματα απεικονίζονται σε ένα στάδιο που παραδοσιακά ονομάζεται μετα - επεξεργαστής (post-processor). Τα περισσότερα πακέτα προσφέρουν ποικίλους τρόπους καταλογοποίησης, εκτίμησης και απεικόνισης των αποτελεσμάτων, τα οποία τυπικά περιλαμβάνουν τάσεις, παραμορφώσεις, και παραμορφωμένο σχήμα της κατασκευής. Ο παραδοσιακός τρόπος είναι υπό μορφή ζωνών «ισοτασικών» επιφανειών κυρίως με χρήση χρωματικής κλίμακας. Στην περίπτωση δυναμικής ανάλυσης όλα τα πακέτα διαθέτουν animation, τόσο για την εποπτεία των ιδιομορφών ταλάντωσης όσον και για την προσφερόμενη χρονική ολοκλήρωση που είναι το μοναδικό εργαλείο στην περίπτωση μη - γραμμικών αναλύσεων. Επίσης, πολλά συστήματα διαθέτουν τη δυνατότητα εξαγωγής αποτελεσμάτων σε μορφή που μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω, σαν κείμενα, παρουσιάσεις, videos, e-mail, ή αποστολή στο διαδίκτυο.



### 3.3 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΓΕΝΕΣΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ

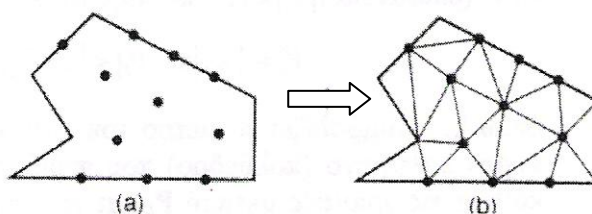
Η γένεση πλέγματος συνεπάγεται τη δημιουργία κομβικών συντεταγμένων και στοιχείων. Περιλαμβάνει επίσης την αυτόματη αρίθμηση των κόμβων και στοιχείων βασισμένων στην ελάχιστη αλληλεπίδραση με τον χρήστη. Έτσι, υποτίθεται ότι οι μέθοδοι αυτόματης γένεσης πλέγματος απαιτούν μόνο το γεωμετρικό μοντέλο (γεωμετρία και τοπολογία) του προς διακριτοποίηση αντικειμένου, τα χαρακτηριστικά του πλέγματος όπως πυκνότητα πλέγματος και τύπος στοιχείου, και τις οριακές συνθήκες, περιλαμβάνοντας σαν είσοδο συνθήκες φόρτισης. Άλλες μέθοδοι που απαιτούν πρόσθετη είσοδο, όπως υποδιαίρεση του αντικειμένου σε υποχωρία ή υποπεριοχές, ταξινομούνται σαν ημιαυτόματες μέθοδοι.

Μερικές μέθοδοι γένεσης πλέγματος είναι:

- Μέθοδος σύνδεσης κόμβων
- Μέθοδος αποσύζευξης τοπολογίας
- Μέθοδος αποσύζευξης γεωμετρίας
- Μέθοδος βάσει πλέγματος
- Μέθοδος απεικόνισης

#### 3.3.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΥΝΔΕΣΗΣ ΚΟΜΒΩΝ

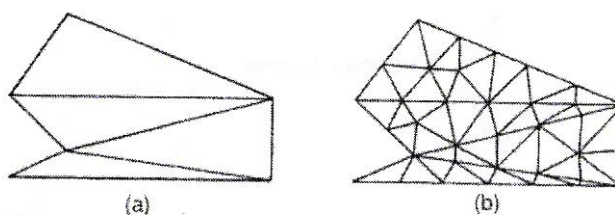
Η μέθοδος σύνδεσης κόμβων προκειμένου να παράγουν πλέγμα είναι πολύ δημοφιλής διότι είναι πολύ απλή στη σύλληψη της. Οι δύο κύριες φάσεις αυτής της προσέγγισης είναι (i) η γένεση κόμβων που δείχνονται στο Σχήμα 3.4 (a), και (ii) η γένεση στοιχείων στο Σχήμα 3.4 (b).



Σχήμα 3.4: Μέθοδος σύνδεσης κόμβων

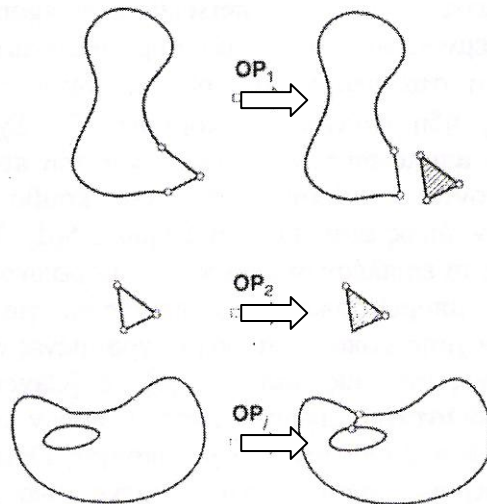
### 3.3.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΥΖΕΥΞΗΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑΣ

Η δισδιάστατη μέθοδος αποσύζευξης τοπολογίας αναπτύχθηκε από τον Wordenweber (1984). Σύμφωνα με αυτήν την προσέγγιση, το αντικείμενο προσεγγίζεται από ένα πολύγωνο και το τελευταίο κατακερματίζεται σε ένα σύνολο μεγάλων στοιχείων συνδέοντας τις κορυφές προς διαμόρφωση τριγώνων, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.5 (a). Κατόπιν, αυτά τα μεγάλα στοιχεία εκλεπτύνονται ώστε να ικανοποιήσουν την απαιτούμενη πυκνότητα κατανομής πλέγματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.5 (b). Το μέγεθος των στοιχείων και το σχήμα τους δεν είναι δυνατόν να ελεγχθούν εξωτερικά διότι τα μεγάλα στοιχεία προσδιορίζονται μόνο τους από την αρχική τοπολογία του αντικειμένου, ιδιαίτερα από την κατανομή των κορυφών.



**Σχήμα 3.5:** Παράδειγμα μεθόδου τοπολογικής αποσύζευξης

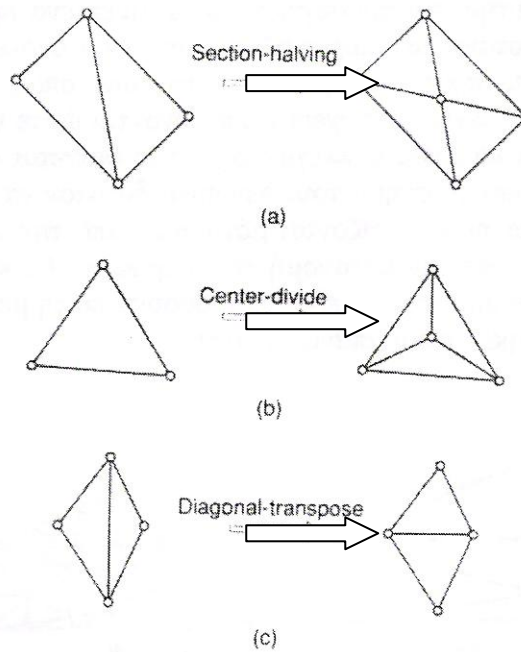
Κατά τη διαδικασία γένεσης ενός συνόλου τριγώνων από τις κορυφές, ο Wordenweber εισήγαγε και εφάρμοσε επίσης τους λεγόμενους τελεστές Euler με τον τρόπο που αυτοί χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση όγκων. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.6, πρώτος εφαρμόζεται ο τελεστής Wordenweber (1984)  $OP_1$  για να απαλείψει τις τρύπες στο αντικείμενο. Κατόπιν διαμορφώνονται τα τρίγωνα από τις κορυφές και αποχωρίζονται από το αντικείμενο εφαρμόζοντας επαναληπτικά τον τελεστή  $OP_1$  μέχρις ότου απομείνουν μόνον 3 κορυφές. Τελικά, εφαρμόζεται ο τελεστής  $OP_2$  για να διαμορφώσει το τελευταίο τρίγωνο.



**Σχήμα 3.6:** Τελεστές που χρησιμοποιούνται για να διαμορφώσουν τρίγωνα

Μόλις το αντικείμενο μετατραπεί σε ένα σύνολο μεγάλων τριγώνων, κάθε τρίγωνο εκλεπτύνεται έτσι ώστε να υπακούει στην απαιτούμενη πυκνότητα πλέγματος. Για την εκλεπτύωση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες τρεις μέθοδοι που δείχνονται στο σχήμα 3.7(a). Το σχήμα 3.7(a) δείχνει μια μέθοδο που εφαρμόζεται όταν δύο λεπτά τρίγωνα συναντώνται κατά μήκος της μακρύτερης πλευράς τους. Δηλαδή, προστίθεται ένας κόμβος στην κοινή ακμή, και τα γειτονικά στοιχεία υποδιαιρούνται συνδέοντας τους κόμβους τους με τον νέο κόμβο. Στο σχήμα 3.7 (b), ένα μεγάλο τριγωνικό στοιχείο υποδιαιρείται προσθέτοντας ένα νέο κόμβο στο κέντρο βάρους του. Όταν το υποδιαιρέσουμε με τους τρόπους που περιγράψαμε παραπάνω, μπορεί να συναντήσουμε λεπτά τρίγωνα όπως φαίνονται στο σχήμα 3.7 (c). Αυτά τα τρίγωνα είναι ήδη αρκετά μικρά για τη δοθείσα πυκνότητα πλέγματος.

Σε αυτή την περίπτωση, μπορούμε να βελτιώσουμε την ποιότητα του πλέγματος στρίβοντας τη διαγώνιο του τετραπλεύρου που διαμορφώνεται από τις κορυφές των δύο αρχικών τριγώνων. Παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να μην είναι αρκετά ακριβές εάν υπάρχουν πάρα πολλά λεπτά στοιχεία.



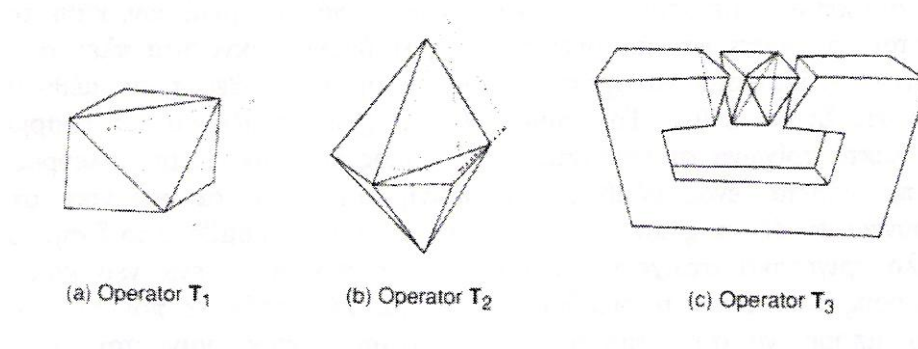
**Σχήμα 3.7:** Μέθοδοι εκλέπτυνσης τριγώνων

Η μέθοδος της τοπολογικής αποσύζευξης μπορεί να επεκταθεί στην τρισδιάστατη γένεση πλέγματος. Το αντικείμενο προσεγγίζεται από ένα πολύεδρο, και το πολύεδρο κατατέμεται σε τετραεδρικά στοιχεία συνδέοντας τις κορυφές τους. Κατόπιν, τα τετραεδρικά στοιχεία εκλεπτύνονται με υποδιαίρεση. Οι Woo και Thomasma (1984) πρότειναν τελεστές παραπλήσιους με αυτούς που πρότεινε ο Wordenweber για να διευκολύνει τον σχηματισμό των τετραεδρικών στοιχείων. Αυτοί οι τελεστές, που δείχνονται στο σχήμα 3.8, χρησιμοποιούνται για τον σχηματισμό τετραέδρων ως εξής:

- Πρώτα, εφαρμόζεται ο τελεστής  $T_3$  για να απαλείψει τις οπές του αντικειμένου αποτεμώντας το κατάλληλο τμήμα του έτσι ώστε η οπή να αποκαλυφθεί, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8 (c). Παρατηρούμε ότι σε αυτό το στάδιο τρία τετράεδρα διαμορφώνονται σαν αποτέλεσμα παράπλευρης διαδικασίας.
- Κατόπιν, οι κυρτές κορυφές στις οποίες όπου συναντώνται τρεις ακμές, που καλούνται κορυφές, διαχωρίζονται από το αντικείμενο εφαρμόζοντας τον τελεστή  $T_1$ , όπως εικονίζεται στο σχήμα 3.8 (a). Αυτός ο τελεστής εφαρμόζεται επαναληπτικά μέχρις ότου δεν υπάρξει καμία κυρτή κορυφή. Εάν δεν υπάρχουν κορυφές, τότε ο

τελεστής  $T_2$  εφαρμόζεται για να σκάψει ένα τετράεδρο, όπως εικονίζεται στο Σχήμα 3.8 (b). Αυτός ο τελεστής παρέχει τις νέες κορυφές και έτσι ο  $T_1$  εφαρμόζεται ξανά.

- Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου το αντικείμενο περιορισθεί σε ένα μονό τετράεδρο.



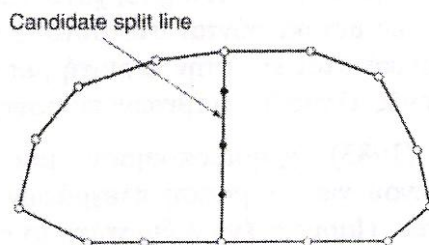
**Σχήμα 3.8:** Τελεστές αποσύζευξης γεωμετρίας στις 3 διαστάσεις

### **3.3.3 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΥΖΕΥΞΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ**

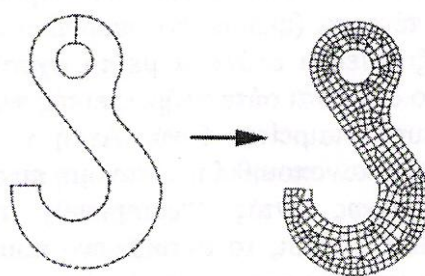
Οι μέθοδοι αποσύζευξης γεωμετρίας εμπίπτουν σε δύο κατηγορίες: σε αυτές που βασίζονται σε αναδρομές και αυτές που βασίζονται σε επαναλήψεις. Στη συνέχεια επεξηγούμε μόνο τη μέθοδο αναδρομής καθώς αυτή είναι επεκτάσιμη στις τρεις διαστάσεις.

Η μέθοδος αναδρομικής αποσύζευξης γεννά τριγωνικά και τετρακομβικά στοιχεία στις 2 διαστάσεις με τον ακόλουθο τρόπο. Πρώτα, το αρχικό αντικείμενο διαιρείται σε κυρτά μέρη είτε με το χέρι ή αυτόματα. Αυτόματη αποσύζευξη αντικειμένου σε κυρτά τμήματα περιγράφεται από τον Bykat (1976). Για κάθε κυρτό τμήμα, εισάγονται κόμβοι στο σύνορο του έτσι ώστε να ικανοποιήσει την επιθυμητή πυκνότητα πλέγματος. Κατόπιν, κάθε κυρτό τμήμα υποδιαιρείται προσεγγιστικά στο μέσον του «μακρύτερου άξονα», όπως φαίνεται στο σχήμα 3.9. Στη συνέχεια, εισάγονται περισσότεροι κόμβοι κατά μήκος της διαχωριστικής γραμμής σύμφωνα με τις απαιτήσεις της πυκνότητας πλέγματος, και τα δύο ήμισυ υποδιαιρούνται επαναληπτικά μέχρις ότου γίνουν τρίγωνα ή τετράπλευρα. Μερικές μέθοδοι επαναλαμβάνουν την υποδιαίρεση μέχρις ότου καταλήξει σε εξάγωνα ή οκτάγωνα και παράγουν τριγωνικά και τετραπλευρικά στοιχεία από αυτά σύμφωνα με προ - αποθηκευμένα πρότυπα. Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατόν να πάρουμε περισσότερα τριγωνικά ή τετραπλευρικά

στοιχεία. Το σχήμα 3.10 δείχνει ένα παράδειγμα γένεσης πλέγματος με χρήση μιας επαναληπτικής μεθόδου.



**Σχήμα 3.9:** Υποδιαίρεση με διαχωριστική γραμμή



**Σχήμα 3.10:** Παράδειγμα γένεσης πλέγματος με χρήση μιας επαναληπτικής μεθόδου

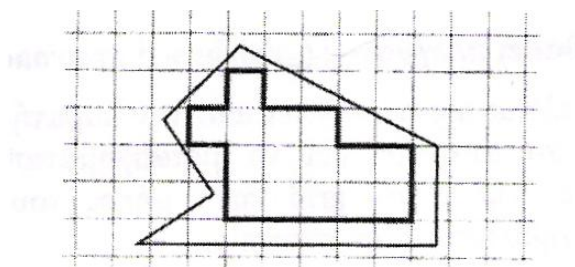
Η βασική μέθοδος που περιγράφηκε παραπάνω μπορεί να επεκταθεί και στη γένεση τρισδιάστατου πλέγματος. Σε αυτή την περίπτωση το αντικείμενο υποδιαιρείται σε δύο υπο-όγκους μέσω ενός διαχωριστικού επιπέδου, μέχρις ότου όλοι οι όγκοι περιορισθούν σε τετράεδρα. Σε αντίθεση με τη δισδιάστατη περίπτωση όπου μπορούν να παραχθούν τετράπλευρα, δεν είναι δυνατόν να γεννηθούν τετράεδρα με απευθείας τρόπο. Ωστόσο, κάθε τετράεδρο μπορεί να υποδιαιρεθεί σε 4 εξάεδρα, ή στοιχεία brick, εάν είναι επιθυμητό.

### **3.3.4 ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΣΕΙ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ**

Η μέθοδος βάσει πλέγματος προκύπτει από την παρατήρηση ότι ένα grid μοιάζει με ένα πλέγμα και ότι αυτό μπορεί να μετασχηματισθεί στο τελευταίο υπό την προϋπόθεση ότι τα

κελιά του grid κατά μήκος του συνόρου του αντικειμένου μπορούν να μετασχηματιστούν σε στοιχεία.

Η μέθοδος του Thacker (1980) είναι ίσως η πρώτη σχετική δημοσίευση που έκανε χρήση της μεθόδου βάσει grid. Σε αυτή τη μέθοδο ένα αντικείμενο αρχικά επικαλύπτεται από ένα τριγωνικό grid και τα σημεία του grid που πέφτουν εκτός αντικειμένου εξαλείφονται, αφήνοντας ένα σύνορο μορφής zigzag. Το σημεία του grid που βρίσκονται πάνω στο zigzag σύνορο μετακινούνται προς το σύνορο του αντικειμένου ώστε να αποτελέσουν το τελικό πλέγμα. Οι διαφοροποιήσεις αυτής έγκειται στον τρόπο διαχείρισης του συνόρου. Ο Kikuchi (1986) επέκτεινε τη μέθοδο έτσι ώστε εκτός από κυρίως τετράπλευρα να περιλαμβάνει ακόμη και μερικά τρίγωνα, χρησιμοποιώντας ορθογωνικό grid, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11. Ένα πρόβλημα και των δύο αυτών μεθόδων είναι ότι μικρά γεωμετρικά χαρακτηριστικά, με πολύ μικρές ακμές σε σχέση με το βήμα του grid, χάνονται. Σε άλλες μεθόδους τα σημεία του zigzag συνόρου δεν μετακινούνται στο σύνορο του αντικειμένου. Αντί αυτού, δημιουργούνται τριγωνικά στοιχεία στην περιοχή μεταξύ zigzag συνόρου και συνόρου αντικειμένου μέσω ενός αλγορίθμου τριγωνοποίησης.

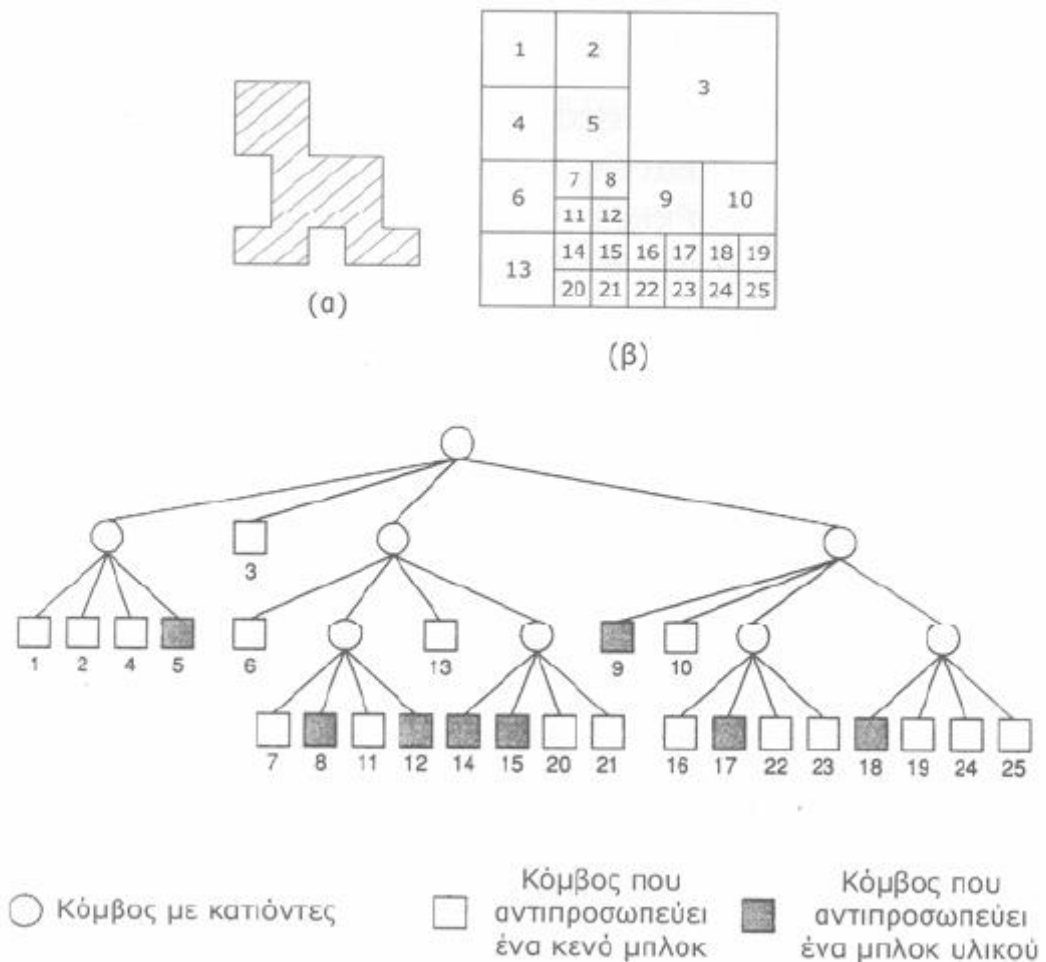


**Σχήμα 3.11:** Χρήση ορθογωνικού grid για τη μέθοδο “grid-based”

Οι Yerry και Shephard (1983) χρησιμοποίησαν μια δενδρική αναπαράσταση (quadree) του αντικειμένου για τη γένεση πλεγμάτων. Ένα quadree είναι το δισδιάστατο ανάλογο του octree. Παριστά ένα δισδιάστατο αντικείμενο, σαν αυτό που φαίνεται στο σχήμα 3.12 (a), σαν ένα σύνολο τετραγώνων έκαστο διαφορετικού μεγέθους με επαναληπτική υποδιαίρεση της rootsquare που περικλείει το αντικείμενο. Το σχήμα 3.12 (b) δείχνει τη διαδικασία υποδιαίρεσης του αντικειμένου, και το σχήμα 3.12 (c) δείχνει την αναπαράσταση quadree αυτής της υποδιαίρεσης. Τα πλέγματα γεννώνται ως εξής:

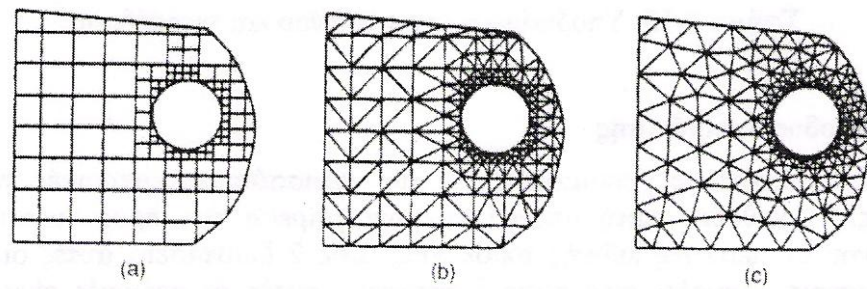
**Βήμα 1:** Δημιουργείται ένα rootsquare που περικλείει το αντικείμενο και υπο - διαιρείται σε τέσσερα τέταρτα υποδιπλασιάζοντας τις πλευρές του. Κατόπιν κάθε τέταρτο ταξινομείται ανάλογα με τη σχετική θέση του ως προς το αντικείμενο. Εάν το τέταρτο δεν είναι ούτε πλήρως εντός αλλά ούτε και πλήρως εκτός του αντικειμένου, τότε αυτό διαιρείται ξανά. Αυτή η διαδικασία υποδιαίρεσης επαναλαμβάνεται μέχρις ότου ικανοποιηθεί η κατανομή πυκνότητας πλέγματος και τα τέταρτα βρεθούν είτε πλήρως εντός αντικειμένου ή επικαλύπτονται. Έτσι, το αντικείμενο που θα παριστάνεται από τη συλλογή των πλήρως εντός και των τροποποιημένων επικαλυπτόμενων τετάρτων θα φαίνεται όπως στο σχήμα 3.13 (a).

**Βήμα 2:** Κάθε τροποποιημένο επικαλυπτόμενο τέταρτο διαιρείται μέσα στα τριγωνικά στοιχεία χρησιμοποιώντας το αποθηκευμένο πρότυπο που βασίζεται στο σχήμα του τετάρτου. Κατόπιν, το «εντελώς εντός» τέταρτο επίσης υποδιαιρείται ώστε να ικανοποιήσει την προσαρμογή του πλέγματος με τα γειτονικά πλέγματα. Δυο γειτονικά στοιχεία ονομάζονται συμβατά εάν μοιράζονται μια πλήρη ακμή (μια ολόκληρη έδρα σε 3-D στοιχεία). Το σχήμα 3.13 (b) δείχνει το αποτέλεσμα της γένεσης πλέγματος.



**Σχήμα 3.12:** Αναπαράσταση Τετραδικού Δένδρου

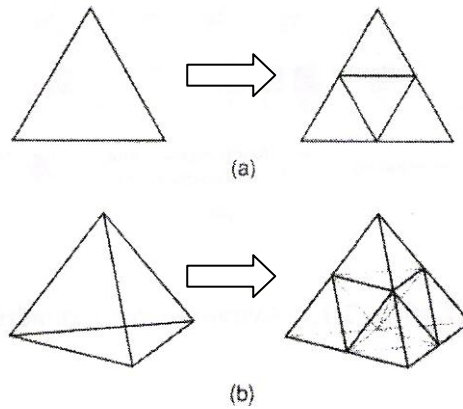




**Σχήμα 3.13:** Γένεση πλέγματος με χρήση παράστασης quadtree

**Βήμα 3:** Οι κόμβοι των στοιχείων μετακινούνται ελαφρώς έτσι ώστε να βελτιώσουν τα σχήματα των πλεγμάτων. Το σχήμα 3.13(c) δείχνει το αποτέλεσμα της εξομάλυνσης του πλέγματος. Η μέθοδος εξομάλυνσης αναφέρεται αργότερα. Αυτή η μέθοδος έχει επεκταθεί και στις 3 διαστάσεις χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση octree. Στις τρεις διαστάσεις, τα «επικαλυπτόμενα» όγκοα τροποποιούνται έτσι ώστε να καταλαμβάνουν μόνον τον εσωτερικό χώρο του αντικειμένου και κατόπιν διασπάζεται σε τετράεδρα όπως τα τροποποιημένα επικαλυπτόμενα τέταρτα διασπώνται σε τρίγωνα στις δύο διαστάσεις. Το τροποποιημένο επικαλυπτόμενο όγκοο πρέπει να διασπασθεί σε τετράεδρα που ικανοποιούν την συμβιβαστικότητα του πλέγματος με τα γειτονικά όγκοα. Θεωρώντας όλες τις ειδικές περιπτώσεις, αυτό απαιτεί ένα περίπλοκο αλγόριθμο. Πράγματι, ούτε και η διάσπαση του τροποποιημένου τετάρτου στις δύο διαστάσεις είναι εύκολο πρόβλημα.

Οι Jung και Lee (1993) πρότειναν μια νέα μέθοδο, αρχίζοντας από τη τριγωνική ρίζα (τετράεδρη ρίζα στις 3 διαστάσεις) αντί της τετραγωνικής ρίζας (κυβικής ρίζας) για να αποφύγουν τη δυσκολία που μόλις αναφέραμε. Σε αυτή τη μέθοδο, η παράσταση quadtree ενός δισδιάστατου αντικειμένου είναι η προσέγγιση του αντικειμένου σαν σύνολο τριγώνων. Παρόμοια, η αναπαράσταση octree ενός τρισδιάστατου αντικειμένου θα ήταν ένα σύνολο τετραέδρων. Έτσι μπορούμε να λάβουμε τα πλέγματα συλλέγοντας τα «εντελώς εντός» και «επικαλυπτόμενα» τρίγωνα (τετράεδρα στις τρεις διαστάσεις) μετά από μετακίνηση των κορυφών των «επικαλυπτόμενων» τριγώνων (τετράεδρα) στο αρχικό σύνορο του αντικειμένου. Το σχήμα 3.14 (a) δείχνει τον τρόπο με τον οποίο μια τριγωνική ρίζα διασπάζεται σε τέσσερα τρίγωνα, και το σχήμα 3.14 (b) δείχνει πως μια τετραεδρική ρίζα διασπάζεται σε οκτώ τετράεδρα.



Σχήμα 3.14: Υποδιαίρεση του τριγώνου και τετραέδρου

### **3.3.5 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ**

Η μέθοδος απεικόνισης χρησιμοποιείται στις περισσότερες εμπορικές γεννήτριες πλέγματος. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την υποδιαίρεση του προς διακριτοποίηση αντικειμένου σε περιοχές ειδικής τοπολογίας. Στις 2 διαστάσεις, αυτές οι περιοχές έχουν τέσσερις πλευρές· στις τρεις διαστάσεις, αυτές οι περιοχές είναι μορφής «κουτιού». Μέσα σε κάθε περιοχή, το πλέγμα παράγεται αυτόματα με απεικόνιση της περιοχής προς ένα κανονικοποιημένο χωρίο αναφοράς (ένα κανονικό τρίγωνο ή τετράπλευρο στις δύο διαστάσεις και ένα κύβο στις τρεις διαστάσεις), δημιουργώντας διακριτοποίηση στο κανονικοποιημένο χωρίο με βάση την επιθυμητή πυκνότητα πλέγματος, και επαναπεικόνιση του διακριτοποιημένου χωρίου προς την αρχική περιοχή του πραγματικού αντικειμένου. Κατόπιν, το τελικό πλέγμα προκύπτει από συνένωση των περιοχών που διακριτοποιήθηκαν ανεξάρτητα μεταξύ τους. Οι κοινές πλευρές που μοιράζονται σε γειτονικές περιοχές πρέπει να έχουν τον ίδιο αριθμό κόμβων έτσι ώστε να ικανοποιούν το συμβιβαστό του πλέγματος. Η απαίτηση αυτή μπορεί να επιβληθεί με επέμβαση του χρήστη ή αλγοριθμικά την ώρα που παράγονται τα πλέγματα γειτονικών περιοχών. Πολλές μέθοδοι απεικόνισης μπορούν να εφαρμοσθούν.

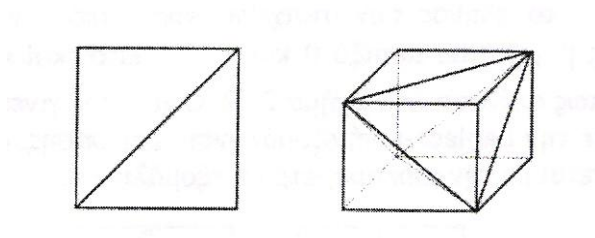
Δύο τυπικές μέθοδοι είναι:

- η απεικόνιση (παρεμβολή Coons) και
- η ισοπαραμετρική απεικόνιση.

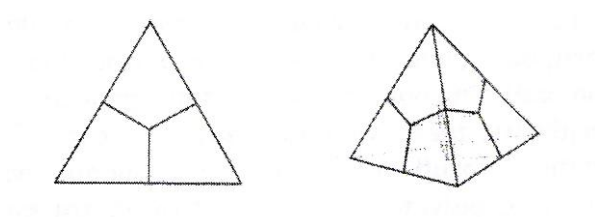
### 3.4 ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ

Μερικές μέθοδοι γένεσης πλέγματος, κυρίως εκείνες που βασίζονται στην προσέγγιση κατακερματισμού της τοπολογίας, δεν παράγουν αρχικό πλέγμα επαρκές για την περαιτέρω ανάλυση. Έτσι, πρέπει να ακολουθήσουμε μια πορεία τριών βημάτων ώστε να το βελτιώσουμε:

- **Μετατροπή τύπου στοιχείων:** Εάν τα στοιχεία που παράγονται από τη γεννήτρια πλέγματος δεν είναι επιθυμητού τύπου, τότε μετατρέπονται σε έναν άλλο τύπο. Τα τετραπλευρικά και εξαεδρικά στοιχεία μπορούν εύκολα να μετατραπούν σε καλοσχηματισμένα τρίγωνα και τετράεδρα, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.15. Παρόμοια, τρίγωνα και τετράεδρα μπορούν να υποδιαιρεθούν σε τετράπλευρα και εξαέδρα, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.16. Σε αυτή την περίπτωση, ωστόσο, τα προκύπτοντα στοιχεία μπορεί να μην είναι καλοσχηματισμένα διότι οι γωνίες γύρω από τους νεοεισαχθέντες κόμβους είναι κατ' ανάγκη μεγάλες. Είναι επίσης πιθανό να μετατραπεί πλέγμα τριγώνων σε πλέγμα τετραπλεύρων συνδυάζοντας ανά δύο γειτονικά τρίγωνα σε ένα τετράπλευρο.

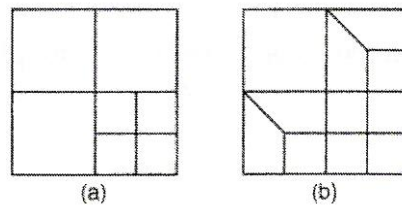


**Σχήμα 3.15:** Μετατροπή τετραπλεύρων και brickστρίγωνα και τετράεδρα



**Σχήμα 3.16:** Μετατροπή τριγώνου και τετράεδρου σε τετράπλευρα και bricks

- Εκλέπτυνση πλεγμάτων:** Όταν ένα πλέγμα εκλεπτύνεται ώστε να ικανοποιήσει την επιθυμητή πυκνότητα πλέγματος, μερικά στοιχεία υποδιαιρούνται σε μικρότερα στοιχεία ενώ άλλα παραμένουν αναλλοίωτα. Έτσι, μπορεί να προκύψει η πιθανότητα παραβίασης της συμβατότητας μεταξύ γειτονικών στοιχείων, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.17 (a). Υπενθυμίζουμε ότι δύο γειτονικά στοιχεία λέγονται συμβατά όταν μοιράζονται μια ολόκληρη πλευρά (2-D) ή μια ολόκληρη επιφάνεια (3-D: face). Για τριγωνικά στοιχεία, δύο συμβατά γειτονικά στοιχεία μπορούν να προκύψουν με απλή διχοτόμηση της μεγαλύτερης ακμής ενός μεγαλύτερου τριγώνου. Η λύση δεν είναι τόσο απλή για τα τετραπλευρικά στοιχεία. Τα τετραπλευρικά στοιχεία που δείχνονται στο σχήμα 3.17 (a) τροποποιούνται για να προσαρμοσθούν όπως δείχνεται στο σχήμα 3.17 (b).

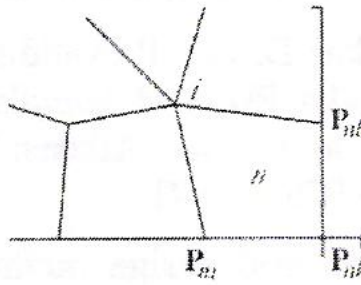


**Σχήμα 3.17:** Μη συμβατά πλέγματα και η τροποποίησή τους

- Εξομάλυνση πλέγματος:** Αρκετά συχνά, τα στοιχεία που παράγονται από μια αυτόματη γεννήτρια δεν είναι καλοσχηματισμένα, και πρέπει να εφαρμοσθεί μια τεχνική εξομάλυνσης. Η πλέον διαδεδομένη τεχνική εξομάλυνσης είναι η εξομάλυνση Laplace, η οποία αναζητεί επανατοποθέτηση των κόμβων έτσι ώστε κάθε εσωτερικός κόμβος να είναι στο κέντρο βάρους του πολυγώνου που σχηματίζεται από τους συνδεδεμένους γείτονες. Συνήθως, αυτή η επανατοποθέτηση γίνεται επαναληπτικά. Ωστόσο, η Laplace-ιανή τεχνική εξομάλυνσης δεν δουλεύει καλά σε όλες τις περιπτώσεις. Σε αυτά τα πλαίσια, ο Hermann πρότεινε την παρακάτω σχέση επανατοποθέτησης:

$$P_1 = \frac{1}{N(2-w)} \sum_{\eta=1}^N (P_{nj} + P_{nl} + P_{nk})$$

όπου  $N$  είναι το πλήθος των στοιχείων γύρω από τον κόμβο  $i$  και  $w$  είναι ο συντελεστής βαρύτητας μεταξύ  $0$  και  $1$ . Οι γειτονικοί κόμβοι  $P_{nj}$ ,  $P_{ni}$  και  $P_{nk}$  ορίζονται όπως φαίνεται στο σχήμα 3.18. Όταν το  $w$  γίνει ίσο με  $0$ , η εξομάλυνση ταυτίζεται με την Laplace-ιανή εξομάλυνση, και επίσης, όταν το  $w$  γίνει ίσο με  $1$ , αυτή εξισώνεται με την ισοπαραμετρική εξομάλυνση.



**Σχήμα 3.18:** Γειτονικοί κόμβοι ενός εσωτερικού κόμβου  $i$

### 3.5 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΙΔΟΥΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Παρόλο που δεν είναι δυνατόν να κωδικοποιήσουμε τον τρόπο ανάλυσης, στη συνέχεια θα δώσουμε κάποιες γενικές κατευθύνσεις.

Η πλέον αρχική επιλογή είναι ο καθορισμός του φυσικού φαινομένου, το οποίο καλείται ο μελετητής να προσομοιώσει. Για παράδειγμα, ελαστική ανάλυση ή πρόβλημα δυναμικού. Τα προβλήματα δυναμικού αφορούν την επίλυση των εξισώσεων Laplace και Poisson που διέπουν τη μηχανική ατρίβους ρευστού, μετάδοση θερμότητας, κλπ.

Μια δεύτερη επιλογή που καλείται να κάνει ο μελετητής είναι ο καθορισμός του προβλήματος σαν:

- **Στατικό πρόβλημα**, δηλαδή μη-εξαρτημένο από το χρόνο, ή
- **Δυναμικό πρόβλημα**, δηλαδή χρονικά εξαρτώμενο. Παραδείγματα είναι η ταλάντωση μιας μηχανής, ο ερπυσμός και η χαλάρωση, η διάδοση ήχου στον αέρα ή σε άλλο μέσον, κλπ.

Μια άλλη κατάταξη αφορά στο εάν το πρόβλημα είναι

- **Γραμμικό ή**
- **Μη - γραμμικό**

Γραμμικό λέγεται ένα πρόβλημα στο οποίο εάν διπλασιασθεί το μέγεθος των εξωτερικών δράσεων (π.χ. δυνάμεων) τότε διπλασιάζεται το μέγεθος του αποτελέσματος (π.χ. μετατοπίσεων). Τα περισσότερα προβλήματα της πράξης είναι (ή μάλλον θεωρούνται) γραμμικά.

Μη γραμμικό λέγεται ένα πρόβλημα στο οποίο δεν ισχύει η αναλογία που αναφέρθηκε προηγούμενα. Σε «ελαστικά» προβλήματα η μη-γραμμικότητα μπορεί να οφείλεται στο ελαστοπλαστικό υλικό ή στην μεταβαλλόμενη επαφή μεταξύ δύο ή περισσότερων σωμάτων. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις, το μητρώο δυσκαμψίας δεν είναι σταθερό αλλά είναι συνάρτηση των μετατοπίσεων. Μη - γραμμικότητες υπάρχουν και σε προβλήματα δυναμικού, π.χ. όταν ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, η μητρική διατύπωση του προβλήματος καταλήγει στην γνωστή μορφή:

$$M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + K u(t) = f(t)$$

όπου,

[M] είναι το μητρώο μάζας

[C] είναι το μητρώο απόσβεσης

[K] είναι το μητρώο δυσκαμψίας

$\{\dot{u}(t)\}$  είναι το διάνυσμα της ταχύτητας

$\{\ddot{u}(t)\}$  είναι το διάνυσμα της επιτάχυνσης

Προφανώς, εάν το πρόβλημα είναι στατικό, τόσο η ταχύτητα,  $\{\dot{u}(t)\}$ , όσο και η επιτάχυνση,  $\{\ddot{u}(t)\}$ , μηδενίζονται.

Τέλος, πρέπει να γίνει κατανοητό ότι, φαινόμενα λυγισμού θλιβόμενων δοκών καθώς και πτύχωσης θλιβόμενων πλακών και κελυφών, δεν είναι δυνατόν να αντιμετωπισθούν από τη συνήθη γραμμική ανάλυση που περιγράφεται από την παραπάνω σχέση, αλλά απαιτούν ιδιαίτερη επίλυση. Πιο συγκεκριμένα, εκτός από το γνωστό μητρώο δυσκαμψίας [K] που οφείλεται στις μικρές παραμορφώσεις εμφανίζεται και ένα δεύτερο μητρώο  $[K_G]$  που οφείλεται στις μεγάλες παραμορφώσεις του λυγισμού ή της πτύχωσης. Η αριθμητική λύση του προβλήματος εξάγεται από την επίλυση ενός προβλήματος ιδιοτιμών της μορφής:

$$K - \lambda_i K_G \cdot u = 0$$

του οποίου οι ιδιοτιμές  $\lambda$  αντιστοιχούν στα κρίσιμα φορτία λυγισμού, ενώ τα ιδιοδιανύσματα  $u$  αντιστοιχούν στη μορφή που θα λάβει ο λυγισμένος φορέας όταν δέχεται το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο.

Πιο συγκεκριμένα μετά τον σχηματισμό των δύο παραπάνω μητρώων και την επιβολή των στηρίξεων της κατασκευής (διαγραφή αντίστοιχων γραμμών και στηλών), οι ιδιοτιμές υπολογίζονται από τη σχέση:

$$\det \| K - \lambda_i K_G \| = 0,$$

όπου  $i=1,2,3,..$

(ο δείκτης  $i$  αντιστοιχεί στο πρώτο, δεύτερο, κοκ, φορτίο λυγισμού ή πτύχωσης).

### **3.6 ΣΤΑΔΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Για τη μοντελοποίηση μιας κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία διακρίνουμε τα ακόλουθα στάδια:

**1° Στάδιο** → Κατασκευή της γεωμετρίας.

**2° Στάδιο** → Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων και διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία.

**3° Στάδιο** → Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών και επιβολή των οριακών συνθηκών.

**4° Στάδιο** → Επιλογή του τρόπου επίλυσης (γραμμικό – μη γραμμικό μεταβατικό – υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κ.α.) και επίλυση.

**5° Στάδιο** → Ανάγνωση των αποτελεσμάτων και γραφική αναπαράστασή τους.



### **3.7 ΕΙΔΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Τα Βασικά Πεπερασμένα στοιχεία είναι:

- Ράβδος (δύο κόμβοι)
- Σύρμα - σχοινί
- Δοκός (δύο κόμβοι)
- Επίπεδη εντατική κατάσταση (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Αξονοσυμμετρικό με αξονοσυμμετρική φόρτιση (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Αξονοσυμμετρικό με τυχαία φόρτιση (που αναλύεται σε αρμονικές)
- Πλάκα (3 μέχρι 9 κόμβοι)
- Μembrάνη
- Κέλυφος
- Ορθοτροπικό - πολυστρωματικό υλικό
- Τετράεδρο (3 κόμβοι)
- Πρίσμα (π.χ. 6 κόμβοι),
- Εξάεδρο (8 κόμβοι)

Ανάλογα με το είδος του προβλήματος, το πλήθος των βαθμών ελευθερίας ανά κόμβο ποικίλλει.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΕΡΟΥ**

**ΕΜΠΟΔΙΟΥ ΣΕ ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ**

## 4.1 ΓΕΝΙΚΑ

Στο παρόν κεφάλαιο προσομοιώνουμε τη συμπεριφορά ενός ευλύγιστου αντικειμένου σε ένα κανάλι ροής ρευστού. Λόγω του ιξώδους και της πίεσης του ρευστού, το εμπόδιο λυγίζει. Εξαιτίας της μεγάλης παραμόρφωσης του αντικειμένου παρατηρείται και αλλαγή στο τμήμα του ρευστού. Περισσότερα συμπεράσματα παρατίθενται στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο της εργασίας όπου συγκεντώνονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

Ο σχεδιασμός τόσο του αντικειμένου, όσο και του καναλιού της ροής, περιγράφεται σε επόμενη παράγραφο και πραγματοποιείται με το σχεδιαστικό πακέτο **SolidWorks**.

Τα λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν για την εκτέλεση των προσομοιώσεων είναι το **COMSOL Multiphysics** και το **ANSYS Workbench**. Και τα δύο προγράμματα είναι εξειδικευμένα στην επίλυση τόσο στατικών, όσο ροικών προβλημάτων, αλλά και συνδυασμό των δύο. Η γεωμετρία εισάγεται άμεσα από το SolidWorks αφού υπάρχει άμεση διασύνδεση (**Livelink**) και με τα δύο προγράμματα.

### 4.1.1 ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ SOLIDWORKS

Το λογισμικό SolidWorks είναι ένα **ολοκληρωμένο λογισμικό CAD – CAE – CAM – FLOW** το οποίο είναι προσανατολισμένο κυρίως στο τομέα του ολοκληρωμένου σχεδιασμού μηχανημάτων και ενδείκνυται τόσο για **δισδιάστατα** (2D) όσο και για **τρισδιάστατα** (3D) σχέδια αλλά και στην εναλλαγή μεταξύ τους. Οι δυνατότητες του λογισμικού είναι πάρα πολλές, μερικές από τις οποίες είναι:

- Μοντελοποίηση εξαρτημάτων και συναρμολογημάτων με αποτελεσματικότητα.
- Αυτόματη δημιουργία κατασκευαστικών σχεδίων.
- Προσομοίωση ρεαλιστικής μετάδοσης κίνησης και μηχανικών αλληλεπιδράσεων.
- **Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων** με το πρόσθετο: **CosmosWorks**.
- **Προσομοίωση ροής ρευστού** με το πρόσθετο: **Flow Simulation**.
- Έχει ενσωματωμένα εργαλεία:
  - ✓ τυποποιημένων **μηχανολογικών εξαρτημάτων** (ρουλεμάν, τροχοί, κοχλίες κτλ).
  - ✓ **συγκολλήσεων** και μεταλλικών κατασκευών.
  - ✓ σχεδίασης μεταλλικών επιφανειών (**SheetMetal**).

- ✓ σχεδίασης **καλουπιών**.



Σχήμα 4.1: Λογισμικό πακέτο SolidWorks

#### 4.1.2 ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ COMSOL MULTIPHYSICS

Το λογισμικό της **COMSOL** διαθέτει εξειδικευμένα επιπρόσθετα εργαλεία για διάφορους τομείς της επιστήμης και της τεχνολογίας όπως είναι τα Φαινόμενα Μεταφοράς που αφορούν στην ανάλυση φαινομένων μεταφοράς και χημικών αντιδράσεων, στη σύζευξη φαινομένων μεταφοράς μάζας, ενέργειας και ορμής. Επιπλέον συνδράμει στη μελέτη γεωφυσικών και περιβαλλοντολογικών προβλημάτων αφού περιλαμβάνονται εξειδικευμένες εξισώσεις για φαινόμενα μεταφοράς σε πορώδη υλικά (**Γεωφυσικές Επιστήμες , EarthScienceModule**) καθώς και στην ανάλυση ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων, στην προσομοίωση πεδίων, εντάσεων και κυμάτων **Ηλεκτρομαγνητισμός**.

Επίσης παρέχει εξειδικευμένη ανάλυση για την μετάδοση θερμότητας με αγωγή, συναγωγή και ακτινοβολία. Περιλαμβάνονται εξισώσεις για μη ισοθερμική ροή, φαινόμενα μεταφοράς σε λεπτά στρώματα και κελύφη και βιοθερμικά φαινόμενα (**Μετάδοση Θερμότητας**) και τέλος προσφέρει δυνατότητα μοντελοποίησης των διεργασιών που λαμβάνουν χώρα σε ηλεκτρομηχανολογικά συστήματα και μικρο – ροϊκά στοιχεία και συσκευές. Περιλαμβάνει μεταξύ άλλων θερμικά φαινόμενα σε μηχανολογικά συστήματα,

συστήματα μικρο-ροής, εφαρμογές σε αισθητήρες και τελικά στοιχεία ελέγχου (**Ηλεκτρομηχανολογικά** συστήματα) ενώ παρέχει εξειδικευμένη δυναμική και στατική ανάλυση κατασκευών και σύζευξη με θερμικά,ροϊκά και άλλα φυσικά φαινόμενα (**Δομική Μηχανική**).

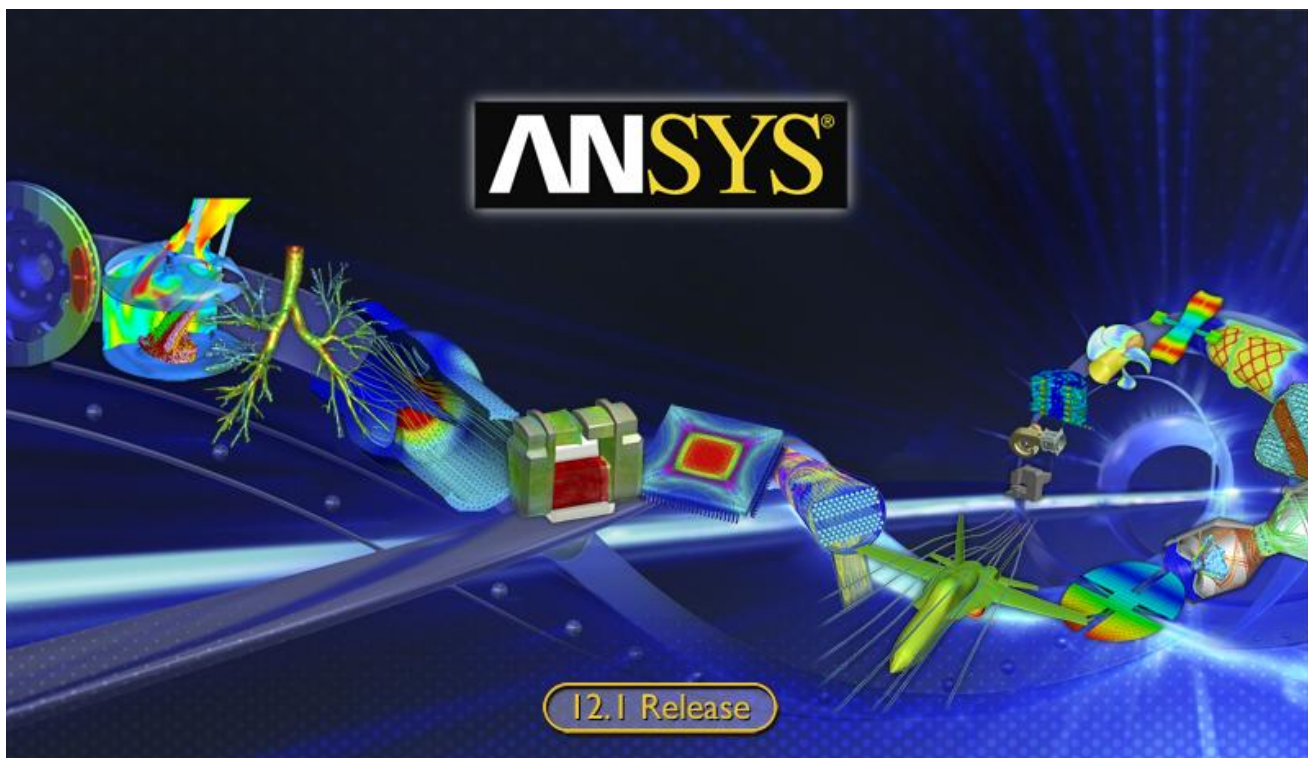


**Σχήμα 4.2:** Λογισμικό πακέτο COMSOLMultiphysics

Με το **COMSOLMultiphysics** είναι δυνατόν να επιλυθούν προβλήματα φαινομένων μεταφοράς (ρεολογίας - μεταφοράς ορμής, μεταφοράς θερμότητας και μεταφοράς μάζας), προβλήματα ηλεκτρομαγνητισμού και οπτικής, προβλήματα στατικής και δυναμικής των κατασκευών και ακουστικής, προβλήματα χημικού μηχανικού αλλά και σύνθετα προβλήματα αλληλεπίδρασης ρευστών με κατασκευές, ακόμα και προβλήματα που αφορούν μικρο-νανοσυστήματα.

### 4.1.3 ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ ANSYS WORKBENCH

Το πακέτο λογισμικού ANSYSWorkbench, είναι ένα ολοκληρωμένο σύστημα CAD – CAE το οποίο υπολογίζει τις καταπονήσεις και παραμορφώσεις κατασκευών & συστημάτων που βρίσκονται σε φόρτιση.



Σχήμα 4.3: Λογισμικό πακέτο ANSYSWorkbench

Η προσομοίωση με **ANSYS Workbench - FEA (FiniteElementAnalysis)** προσφέρει την ιδανική λύση για το σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση προϊόντων, αυξάνοντας την παραγωγικότητα και ελαχιστοποιώντας την ανάγκη για δημιουργία πρωτοτύπων. Με το **ANSYS Workbench – FEA** αντιμετωπίζονται τα πραγματικά προβλήματα ανάλυσης, καθιστώντας την ανάπτυξη προϊόντος λιγότερο δαπανηρή και πιά αξιόπιστη. Το πακέτο προσομοίωσης **ANSYS Workbench – FEA** περιλαμβάνει μια σειρά από: στοιχεία (**elements**), επαφές (**contacts**), υλικά, λύτες (**solvers**), ενώ εκτός της δομικής ανάλυσης αντιμετωπίζει ταυτόχρονα και μεταφορά θερμότητας, ηλεκτρομαγνητισμό και ροή ρευστών (συζευγμένη φυσική - multiphysics).

Το **ANSYS Workbench** μπορεί να χρησιμοποιηθεί:

- Στον αρχικό σχεδιασμό (μελέτη σκοπιμότητας) μίας κατασκευής / προϊόντος.
- Στην ανεύρεση & εντοπισμό προβλημάτων (troubleshooting).

- Αναπαράγοντας την πραγματικότητα στο εικονικό περιβάλλον του Η/Υ, αναπαράγεται και το πρόβλημα, οπότε το επόμενο βήμα είναι η λύση του.
- Στη λεπτομερή ανάπτυξη του προϊόντος, όπου εξετάζουμε με λεπτομέρεια το προϊόν και τη συμπεριφορά του σε συνθήκες λειτουργίας όπως και σε ακραίες καταστάσεις.
- Στη βελτιστοποίηση του προϊόντος, με αλληπάλληλες επιλύσεις διαφορετικών σεναρίων, ώστε να δούμε ποιοι παράγοντες (διαστάσεις, υλικά, συνθήκες) είναι οι πιο επιδραστικοί.

Τα είδη ανάλυσης που μπορεί να επιλύσει το **ANSYS Workbench** είναι:

- Γραμμική στατική & δυναμική φόρτιση.
- Ρευστο - μηχανική ανάλυση.
- Εύρεση ιδιοσυχνοτήτων.
- Αρμονική ή τυχαία ταλάντωση.
- Θερμική ανάλυση (υπολογισμός θερμικών τάσεων).
- Λυγισμός.
- Αποκοπή υλικού (μεταλλικές κατεργασίες) και σύντομα γεγονότα (crash, drop).

## 4.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Το κανάλι του ρευστού έχει 200 μm μήκος, 150 μm πλάτος και 150 μm ύψος. Ένα αντικείμενο σε σχήμα «σημαίας» τοποθετείται στο κέντρο περίπου του καναλιού. Το ρευστό είναι νερό με πυκνότητα  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  και δυναμικό ιξώδες  $\eta = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ . Το στερεό αντικείμενο είναι κατασκευασμένο από ευλύγιστο υλικό πυκνότητας  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$  και μέτρου ελαστικότητας  $E = 8 \text{ MPa}$ .

Το μοντέλο αποτελείται από ένα τμήμα ρευστού, το οποίο επιλύεται με τις εξισώσεις Navier-Stokes στο κανάλι της ροής και το στερεό τμήμα, το οποίο επιλύεται στατικά. Έχουμε αλληλεπίδραση μεταξύ ρευστού και στερεού, οπότε δημιουργούμε ένα μετακινούμενο πλέγμα στον τομέα του ρευστού που παραμορφώνεται γύρω από το πλέγμα του τομέα του στερεού.

### 4.2.1 ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ

Η ροή του ρευστού στο κανάλι περιγράφεται όπως προείπαμε από τις εξισώσεις Navier-Stokes, οι οποίες επιλύονται στο πεδίο ταχυτήτων  $\mathbf{u} = (u, v)$  και πίεση,  $p$  ως εξής:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \eta(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \mathbf{F}$$
$$-\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

όπου:

$\mathbf{I}$  είναι η μονάδα του διαγώνιου διανύσματος και

$\mathbf{F}$  είναι η δύναμη του όγκου που επιδρά στο ρευστό.

Στο μοντέλο μας, η βαρύτητα θεωρείται αμελητέα, όπως και οι υπόλοιπες δυνάμεις του όγκου που επηρεάζουν το ρευστό, άρα  $\mathbf{F} = 0$ .

Οι εξισώσεις Navier-Stokes επιλύονται στο παραμορφωμένο σύστημα συντεταγμένων. Στο εσωτερικό του καναλιού του ρευστού, το μοντέλο χρησιμοποιεί μια πλήρως στρωτή ροή, ενώ στο εξωτερικό εφαρμόζεται μηδενική πίεση. Σε όλες τις υπόλοιπες οριακές συνθήκες εφαρμόζονται συνθήκες μη ολίσθησης, δηλαδή:  $\mathbf{u} = 0$ .



#### 4.2.2 ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Οι μηχανικές παραμορφώσεις επιλύονται χρησιμοποιώντας έναν ελαστικό, με γραμμικό γεωμετρικό σηματοδότη που επιτρέπει μεγάλες παραμορφώσεις.

Όσον αφορά τις οριακές συνθήκες, το στερεό εμπόδιο είναι πακτωμένο στο πάτωμα του καναλιού του ρευστού και δεν μπορεί να μετακινηθεί σε καμία κατεύθυνση. Οι υπόλοιπες οριακές συνθήκες λόγω της πίεσης από το ρευστό δίνονται από την εξίσωση:

$$\mathbf{F}_T = -\mathbf{n} \cdot (-p\mathbf{I} + \eta(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T))$$

όπου:

$\eta$  είναι το κανονικό οριακό διάνυσμα.

Η φόρτιση αυτή περιλαμβάνει ένα σύνολο πιέσεων και δυνάμεων λόγω ίξώδους.

## 4.3 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥΜΕ ΤΟ SOLIDWORKS

Το μοντέλο που θέλουμε να σχεδιάσουμε αποτελείται από δύο τμήματα (part1 και part2) όπου το πρώτο είναι το κανάλι του ρευστού και το δεύτερο είναι το στερεό εμπόδιο. Έτσι, θα σχεδιάσουμε ξεχωριστά το κάθε τμήμα και μετά θα τα συναρμολογήσουμε.

### 4.3.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Οι διαστάσεις του καναλιού του ρευστού παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Μέγεθος	Τιμή (μm)
Μήκος	200
Πλάτος	150
Ύψος	150

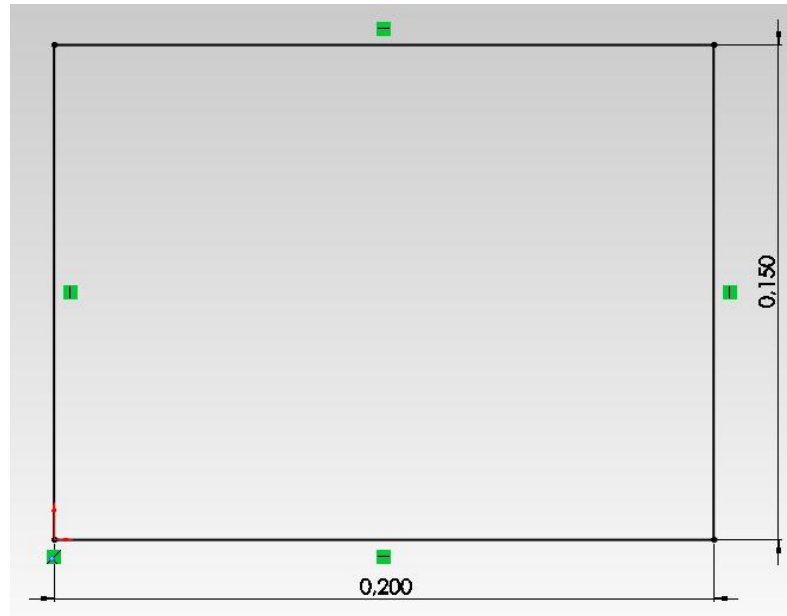
Πίνακας 4.1: Κύριες διαστάσεις καναλιού ροής

Ανοίγουμε το λογισμικό πακέτο **SolidWorks** και επιλέγουμε δημιουργία νέου αντικειμένου (**Part**) από το βασικό μενού:



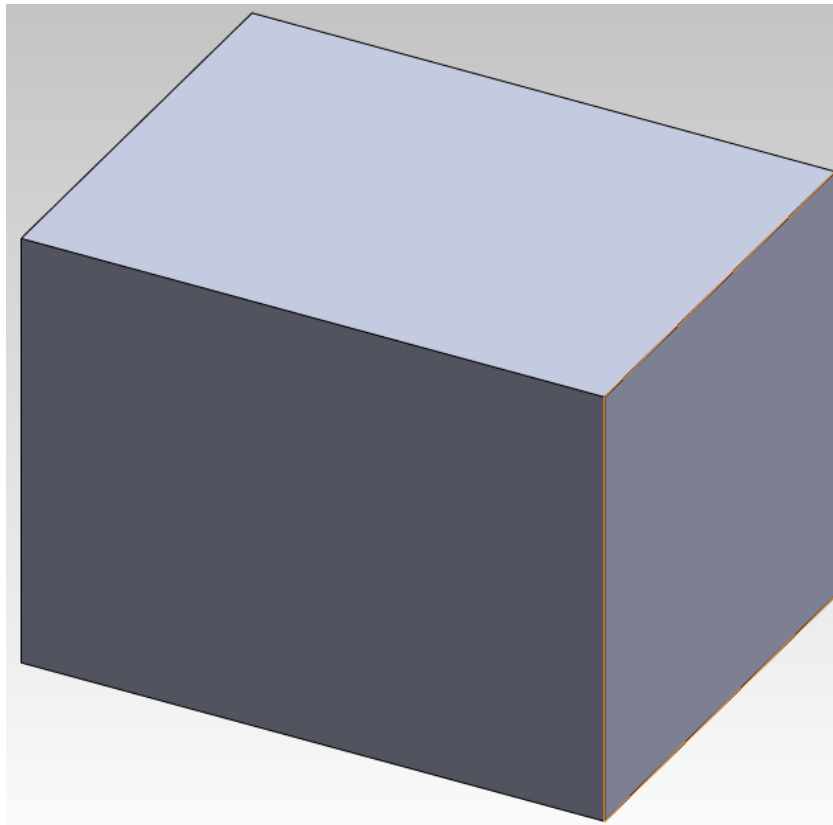
Σχήμα 4.4: Δημιουργία νέου αντικειμένου στο SolidWorks

Στη συνέχεια, δημιουργούμε 2-Dσχέδιο (**2-DSketch**) στο επίπεδο ΧΖ (**XZPlane**) όπου ορίζουμε σε mm το μήκος και το πλάτος του καναλιού. Έτσι, με τη βοήθεια της εντολής **Line**, δημιουργούμε παραλληλόγραμμο διαστάσεων 0,2 mm x 0,15 mm όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



**Σχήμα 4.5:** Δημιουργία της βάσης του καναλιού στο SolidWorks

Έπειτα, με τη βοήθεια της εντολής **Extrude**, ολοκληρώνουμε τη δημιουργία του καναλιού, ορίζοντας ως ύψος 0,15 mm. Έτσι, παίρνουμε το ακόλουθο σχήμα:



**Σχήμα 4.6:** Τριμετρική απεικόνιση του καναλιού του ρευστού στο SolidWorks

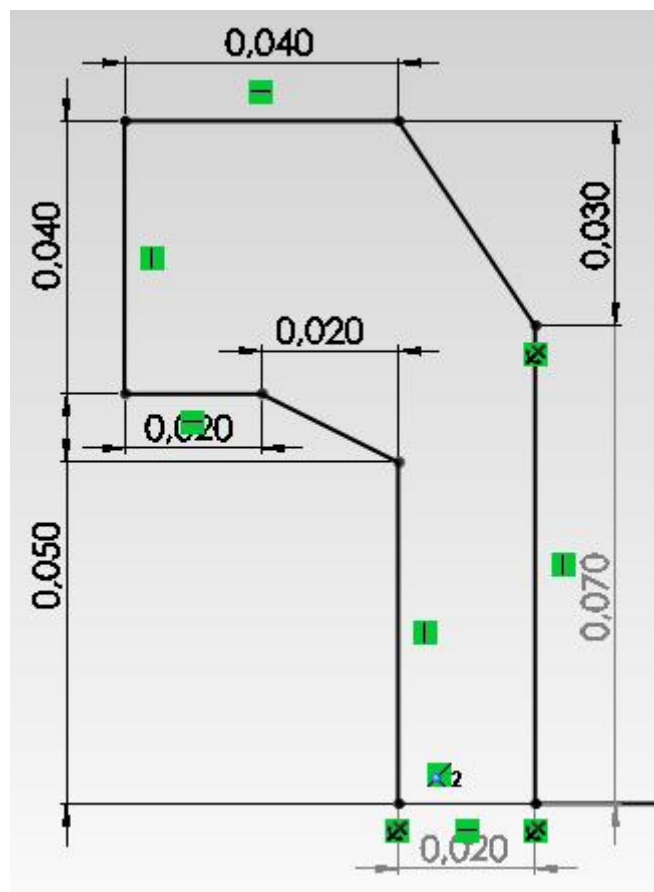
#### 4.3.2 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΤΕΡΕΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Έχοντας ολοκληρώσει την δημιουργία του ρευστού τμήματος, προχωρούμε στο στερεό όπου επιλέγουμε δημιουργία νέου αντικειμένου (part) από το βασικό μενού:



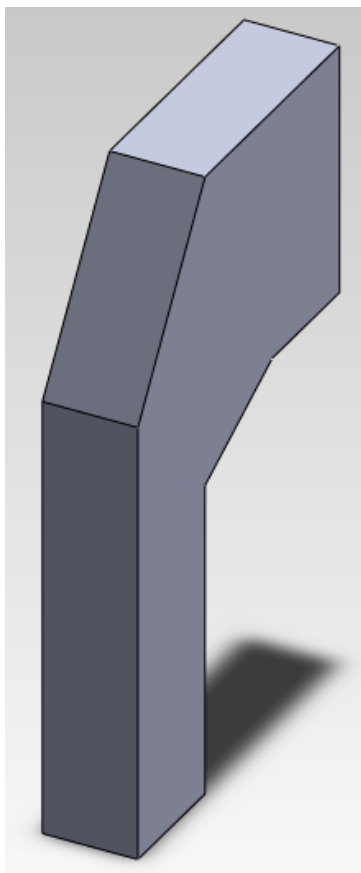
Σχήμα 4.7: Δημιουργία νέου αντικειμένου στο SolidWorks

Στη συνέχεια, δημιουργούμε 2-Δσχέδιο (*2-DSketch*) στο επίπεδο YZ (*YZPlane*) όπου ορίζουμε σε mm τις διαστάσεις του στερεού αντικειμένου με τη βοήθεια της εντολής *Line* όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4.8: Δημιουργία της όψης του αντικειμένου στο SolidWorks

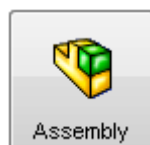
Έπειτα, με τη βοήθεια της εντολής **Extrude**, ολοκληρώνουμε τη δημιουργία του αντικειμένου, ορίζοντας ως βάθος 0,015 mm. Έτσι, παίρνουμε το ακόλουθο σχήμα:



**Σχήμα 4.9:** Τριμετρική απεικόνιση του στερεού αντικειμένου στο SolidWorks

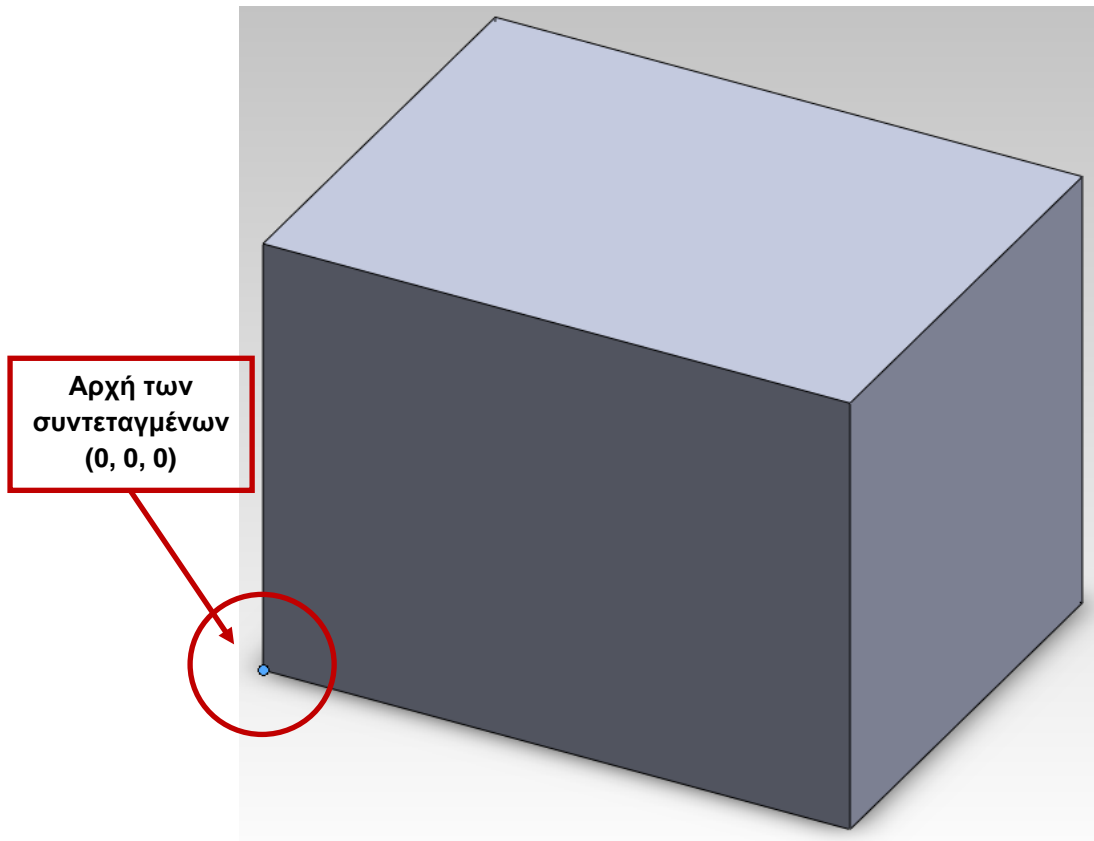
#### **4.3.3 ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ**

Έχουμε πλέον ολοκληρώσει τη δημιουργία των δύο τμημάτων που απαρτίζουν το μοντέλο που θα προσομοιώσουμε, στο βασικό μενού του **SolidWorks**, επιλέγουμε τη δημιουργία νέας συναρμογής (**Assembly**):



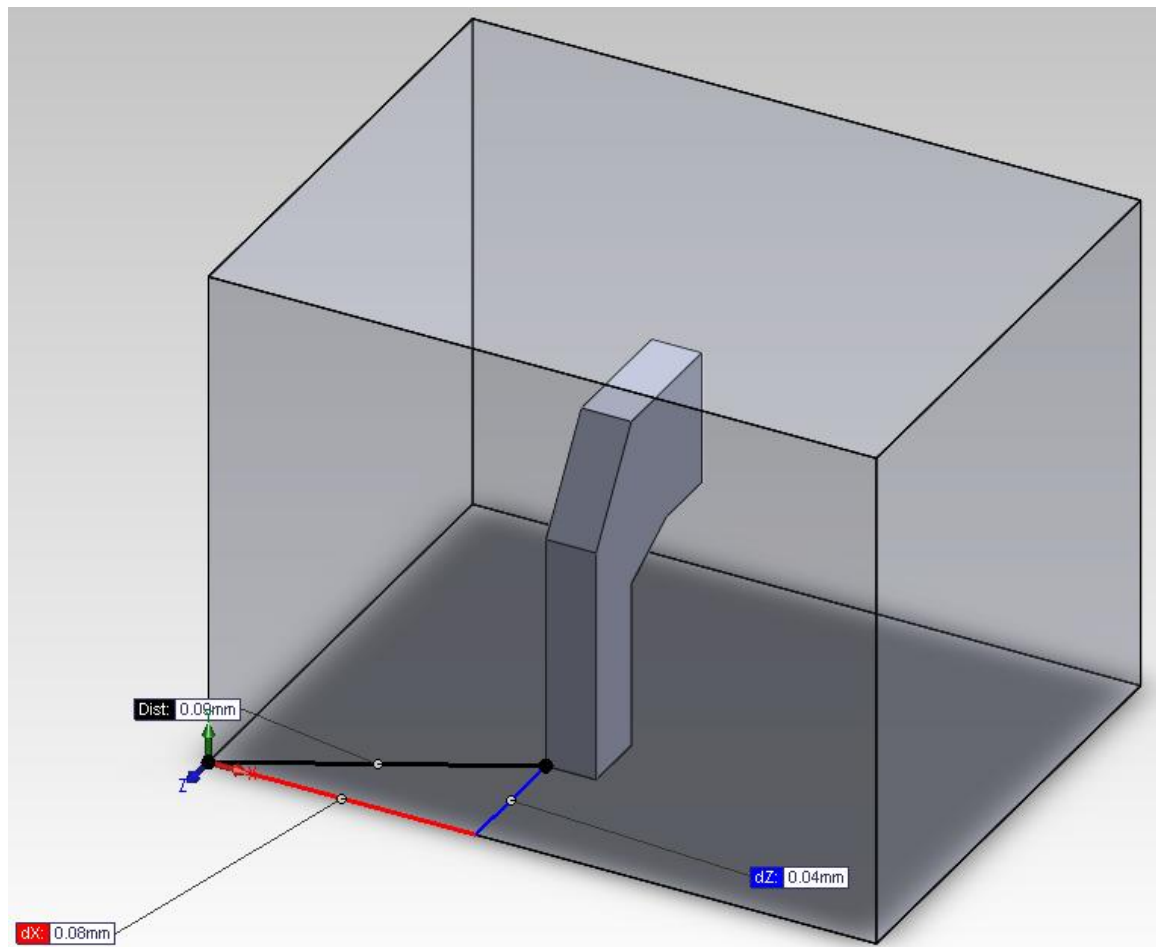
**Σχήμα 4.10:** Δημιουργία νέας συναρμογής στο SolidWorks

Στη συνέχεια, εισάγουμε πρώτα το κανάλι του ρευστού (part1) τοποθετώντας την κάτω αριστερή γωνία στην αρχή των συντεταγμένων (0, 0, 0), όπως φαίνεται και στο ακόλουθο σχήμα:



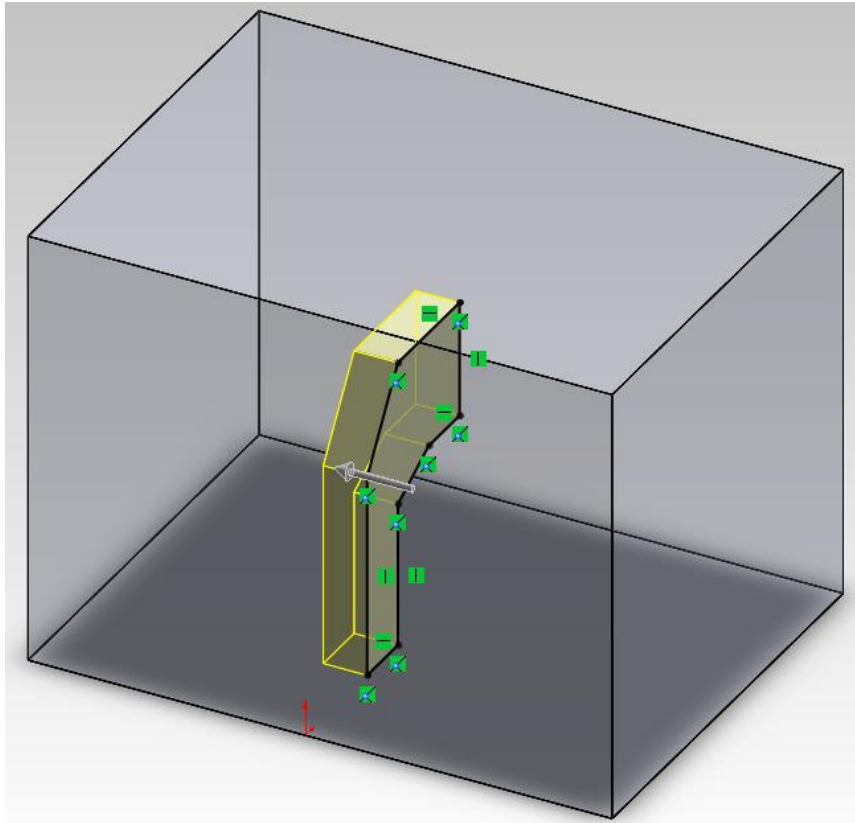
**Σχήμα 4.11:** Τοποθέτηση του καναλιού του ρευστού στην αρχή των συντεταγμένων στο SolidWorks

Έπειτα, εισάγουμε και το στερεό αντικείμενο (part2) και το τοποθετούμε στο σημείο (0.08, 0, -0.04) όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, όπου έχουμε αυξήσει τη διαφάνεια του πρώτου αντικειμένου για να μπορούμε να βλέπουμε όλη τη συναρμογή:

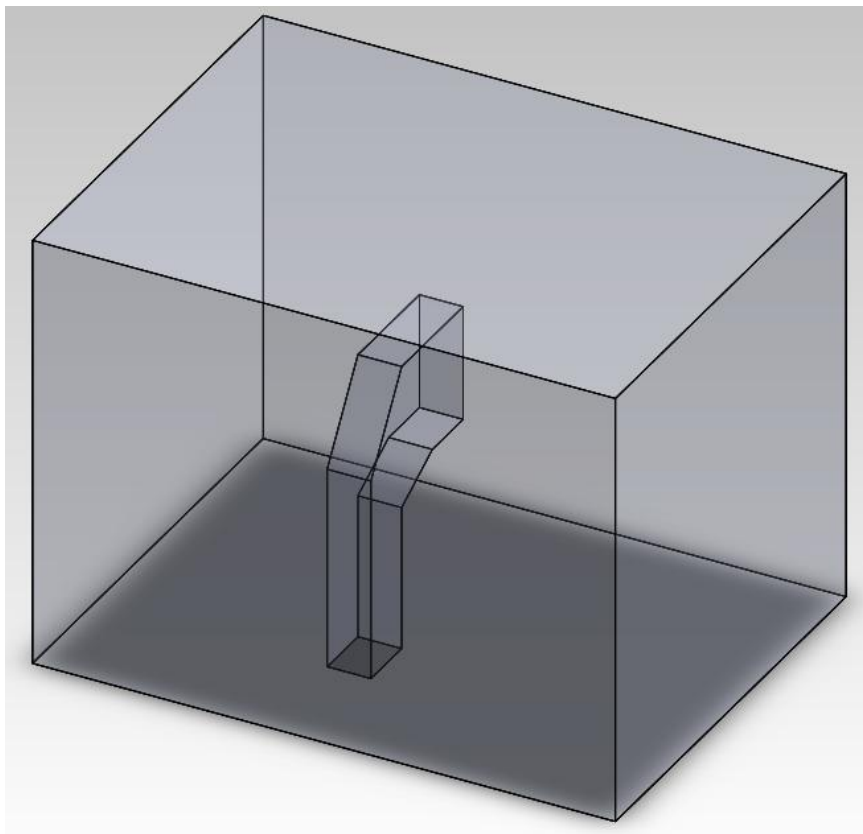


**Σχήμα 4.12:** Τοποθέτηση του στερεού αντικειμένου μέσα στο κανάλι στο SolidWorks

Στη συνέχεια, θα πρέπει να αποκόψουμε το τμήμα του στερεού από το τμήμα του ρευστού με τη βοήθεια της εντολής **ExtrudedCut**, αφού πρώτα δημιουργήσουμε ένα νέο σχέδιο (**Sketch**) πάνω στη πρόψη του στερεού αντικειμένου. Έτσι, παίρνουμε τα ακόλουθα σχήματα:



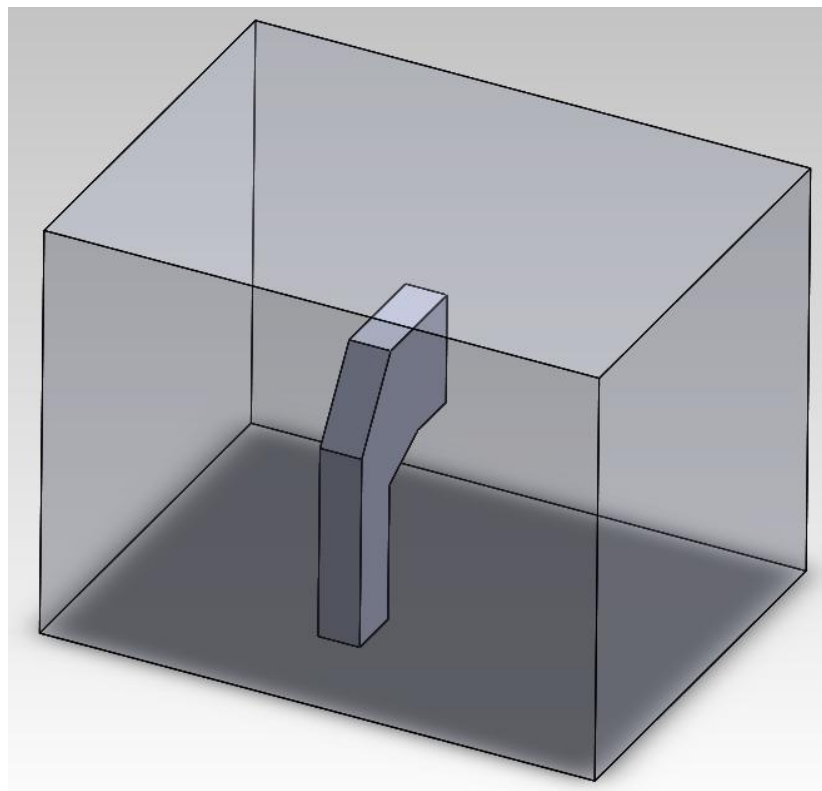
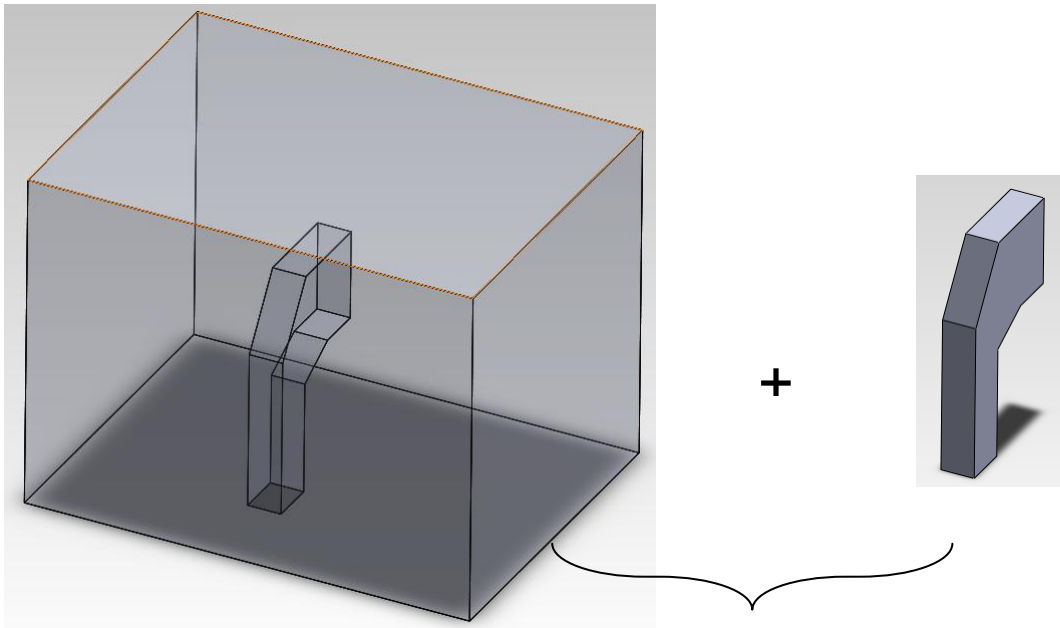
**Σχήμα 4.13:** Εφαρμογή της εντολής ExtrudedCut στο SolidWorks



**Σχήμα 4.14:** Δημιουργία κενού χώρου στο SolidWorks



Τέλος, επανατοποθετούμε το στερεό αντικείμενο μέσα στον κενό χώρο με τη βοήθεια της εντολής **Mate** καθώς και της εντολής **SectionView** και παίρνουμε έτσι την τελική συναρμογή:



**Σχήμα 4.15:** Τελικό μοντέλο στο SolidWorks

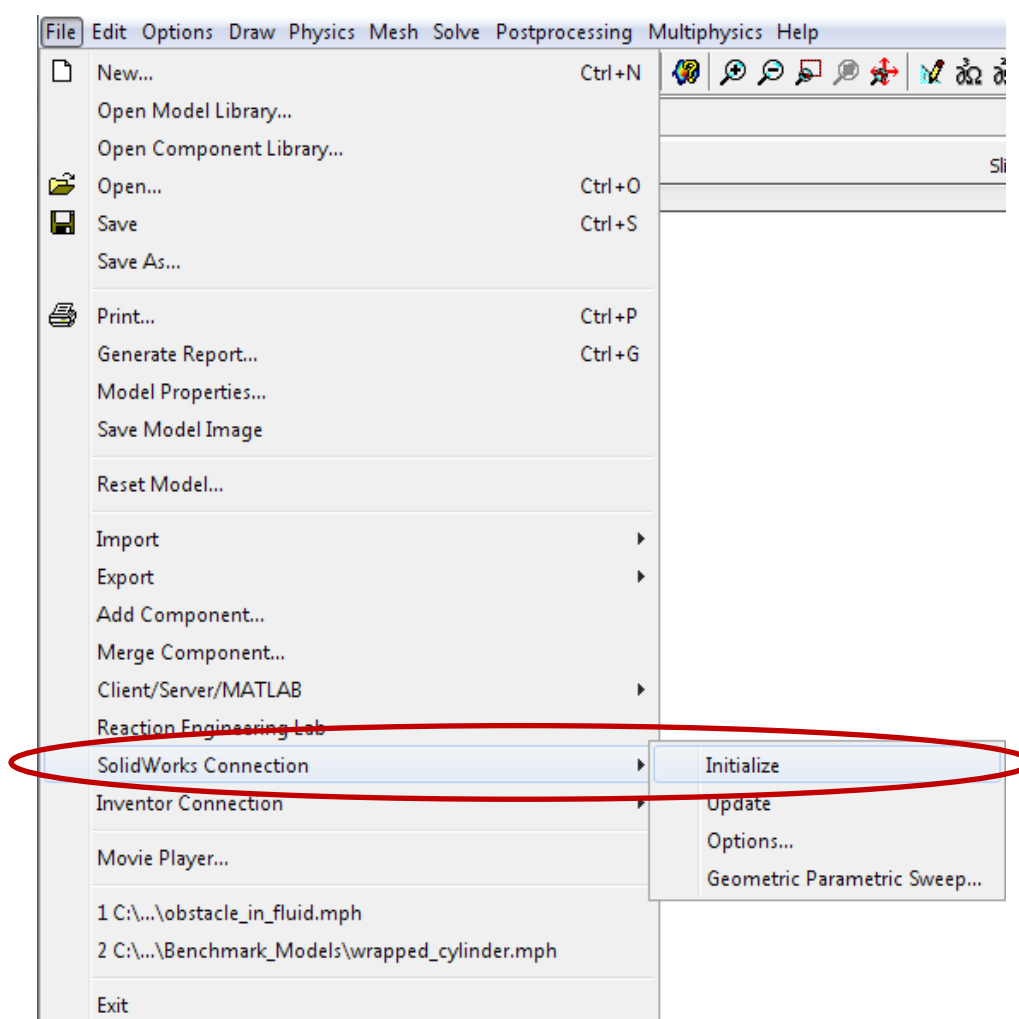
Τα πλήρη κατασκευαστικά σχέδια του μοντέλου με τις διαστάσεις παρουσιάζονται στο παράρτημα Α.

## 4.4 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΤΟ COMSOL MULTIPHYSICS

Για να προσομοιώσουμε το στερεό αντικείμενο που έχουμε σχεδιάσει μέσα στο κανάλι του ρευστού με το λογισμικό πακέτο COMSOLMultiphysics, επιλέγουμε στο **navigation** μενού, **New** → **3D** → **StructuralMechanicsModule** → **Fluid - StructureInteraction** → **Solid, Stress - StrainwithFluidInteraction** → **Staticanalysis**.

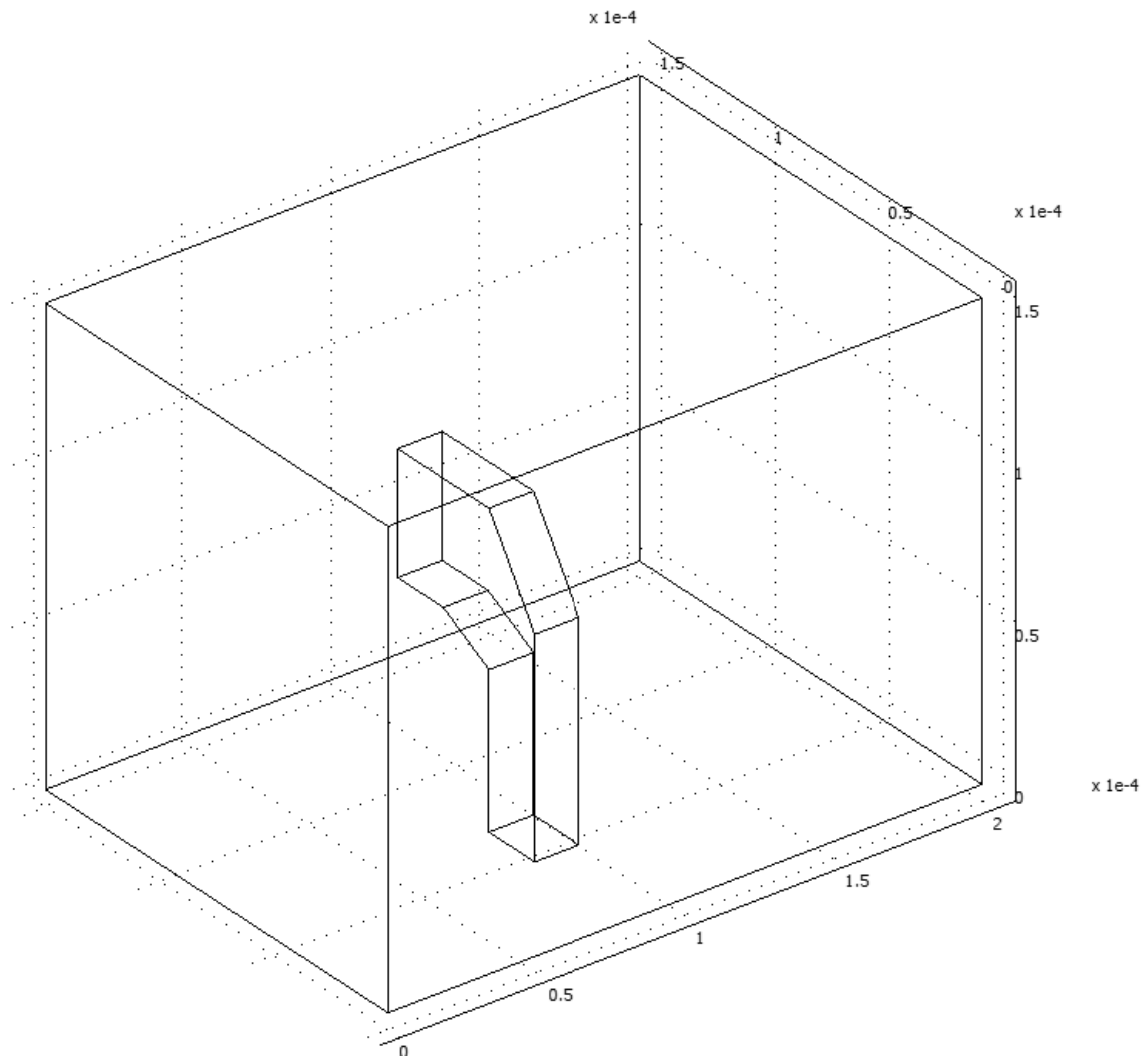
### 4.4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Στη συνέχεια, στο βασικό περιβάλλον του προγράμματος εισάγουμε την γεωμετρία που έχουμε δημιουργήσει στο σχεδιαστικό πρόγραμμα **SolidWorks** χρησιμοποιώντας το μενού: **SolidWorksConnection**, μιας και τα δύο προγράμματα, έχουν άμεση αλληλεπίδραση.



Σχήμα 4.16: Εισαγωγή γεωμετρίας από το SolidWorks

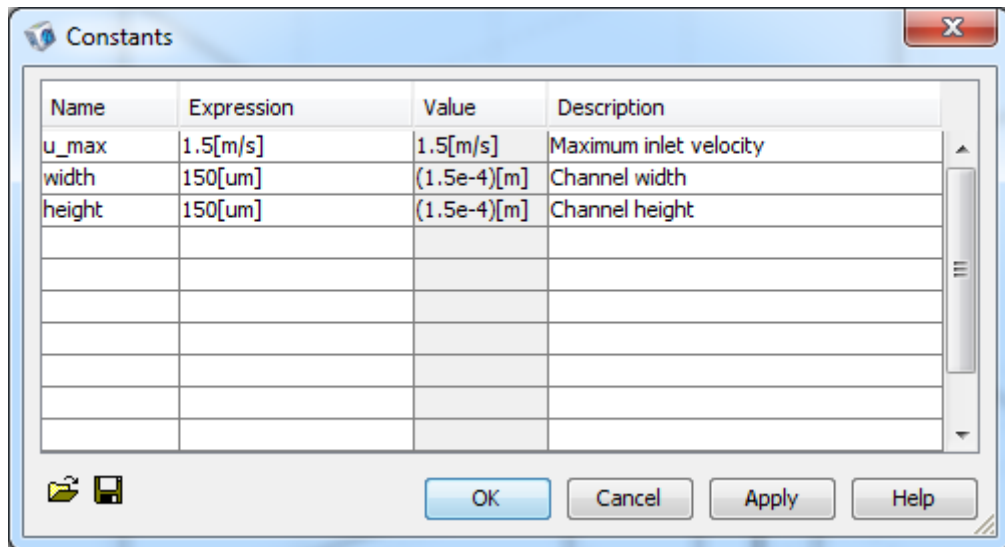
Έτσι, εισάγεται η γεωμετρία του μοντέλου όπου μπορούμε να διακρίνουμε και το στερεό (**solid**) και το ρευστό (**fluid**) τμήμα:



**Σχήμα 4.17:** Γεωμετρία του μοντέλου στο COMSOL Multiphysics

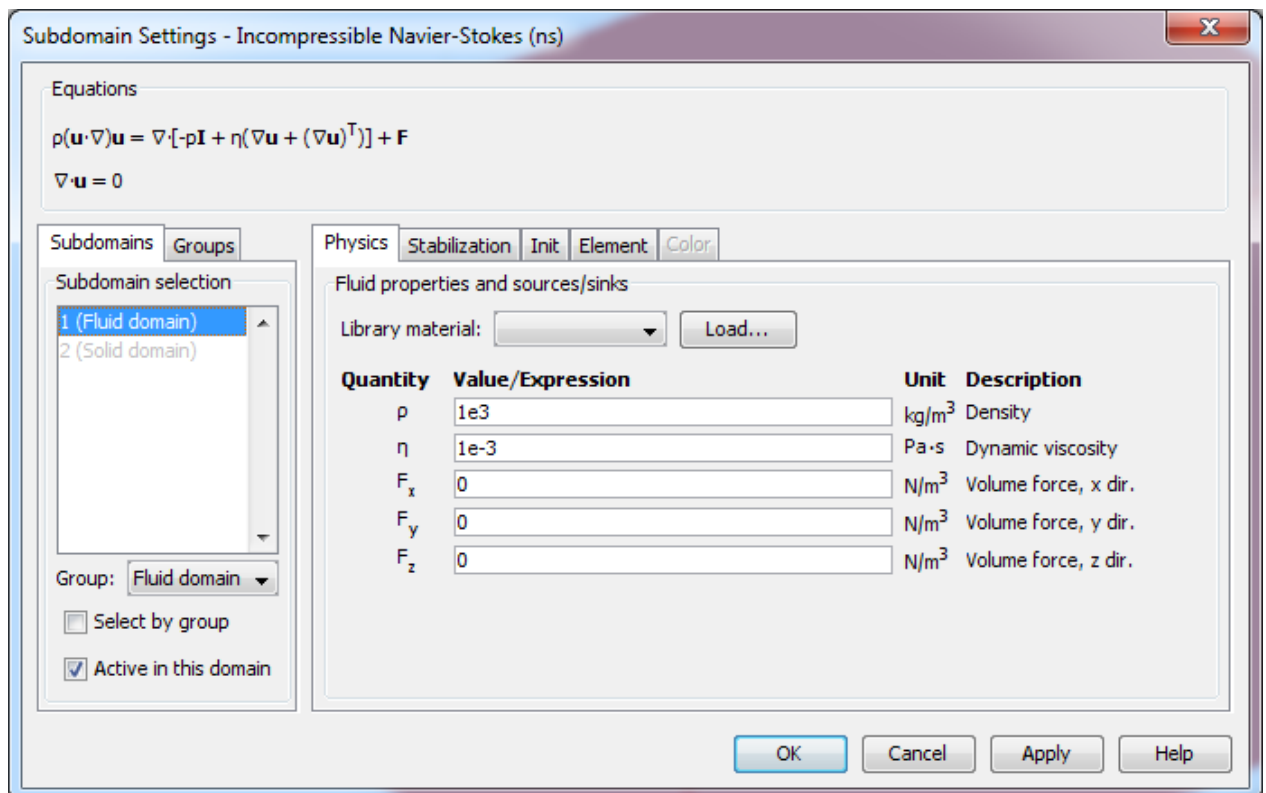
#### **4.4.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ**

Έπειτα, ορίζουμε τις σταθερές του προβλήματος που θα επιλύσουμε, την μέγιστη ταχύτητα της ροής, το πλάτος και το ύψος του καναλιού, από το μενού: **Options** → **Constants**, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



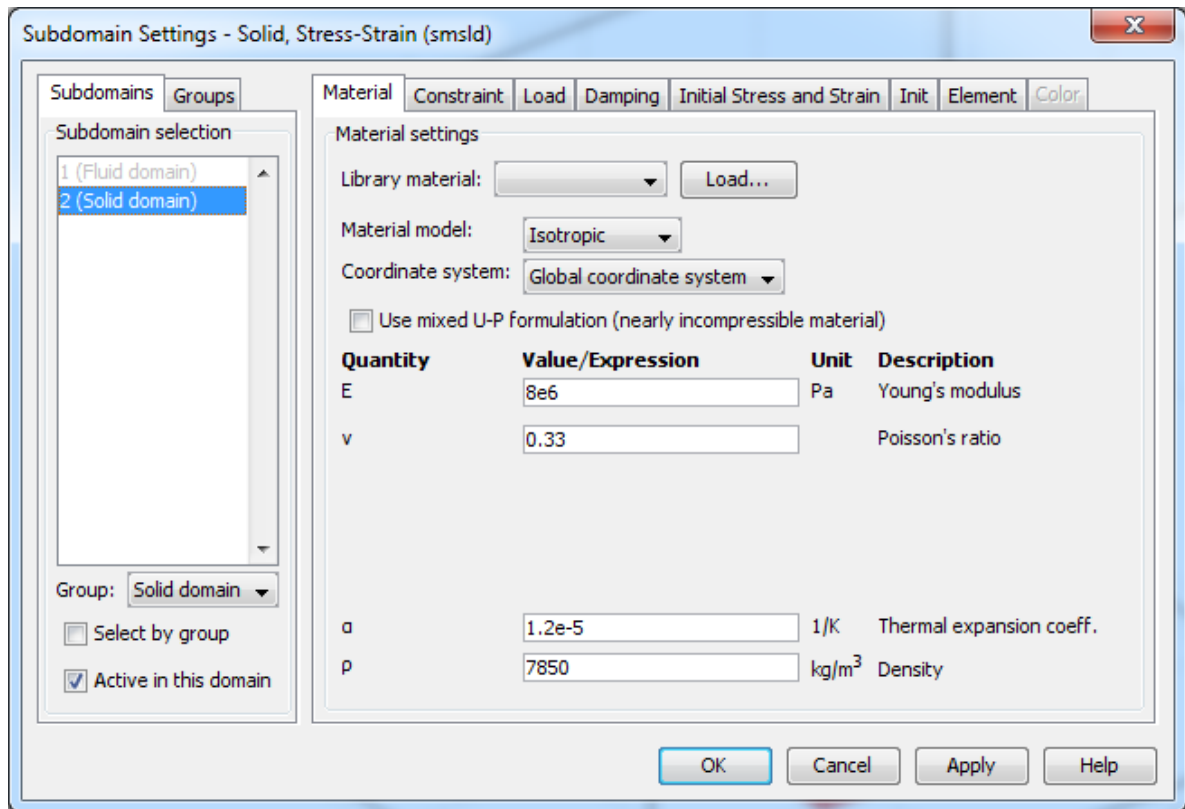
Σχήμα 4.18: Ορισμός σταθερών του μοντέλου στο COMSOL Multiphysics

Στη συνέχεια ορίζουμε τις φυσικές ιδιότητες του μοντέλου. Για το ρευστό επιλέγουμε ασυμπίεστο ρευστό κατά Navier - Stokes από το μενού: **Multiphysics** → **Incompressible Navier - Stokes (ns)**. Στη συνέχεια, από το μενού: **Physics** → **Subdomain Settings** → **Fluid domain** ορίζουμε την πυκνότητα και το δυναμικό ιξώδες του ρευστού ως εξής:



Σχήμα 4.19: Ορισμός φυσικών ιδιοτήτων του ρευστού στο COMSOL Multiphysics

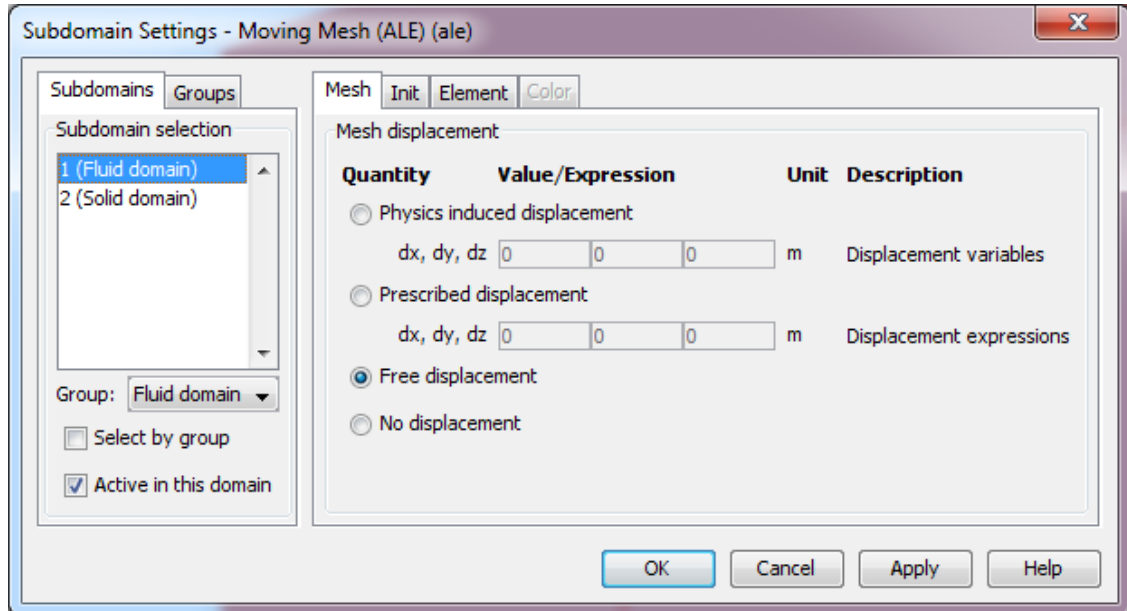
Αντίστοιχα, για το στερεό, επιλέγουμε το μενού: **Multiphysics** → **Solid, Stress - Strain (smsld)**. Στη συνέχεια, από το μενού: **Physics** → **SubdomainSettings** → **Soliddomain** ορίζουμε την πυκνότητα, το μέτρο ελαστικότητας και τον αριθμό Poisson ως εξής:



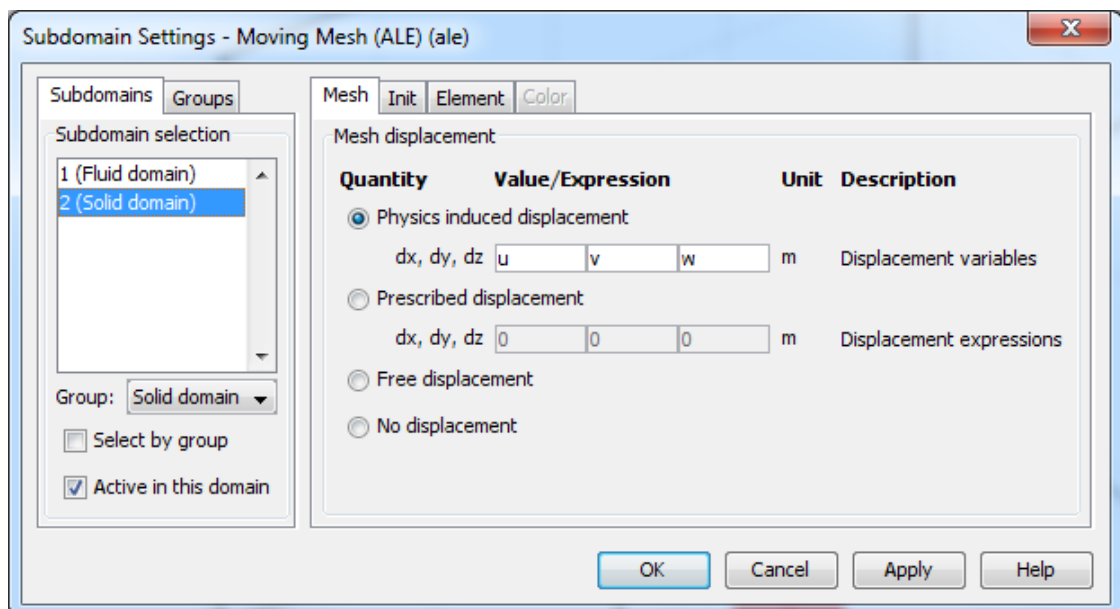
**Σχήμα 4.20:** Ορισμός φυσικών ιδιοτήτων του στερεού στο COMSOL Multiphysics

#### 4.4.3 ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΡΕΥΣΤΟ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΟ

Ακόμη, επιλέγουμε τόσο για το ρευστό όσο και για το στερεό, κινούμενο πλέγμα από το μενού: **Multiphysics** → **MovingMesh (ALE) (ale)**, όπως φαίνεται στα ακόλουθα σχήματα:



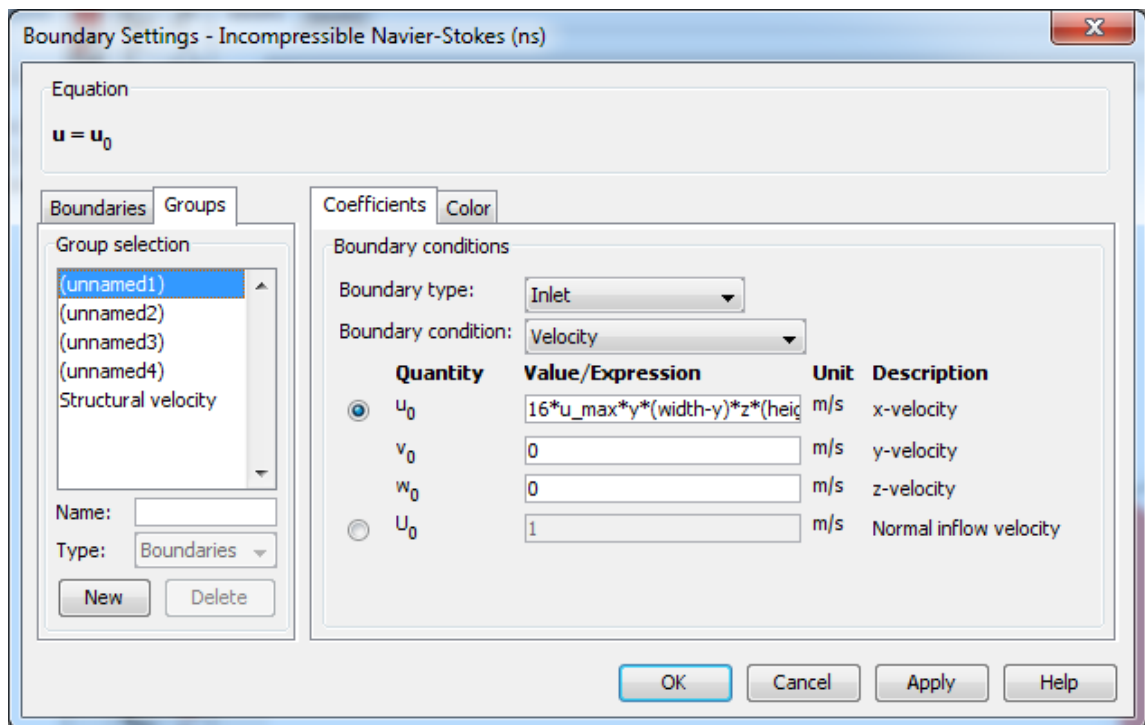
Σχήμα 4.21: Ορισμός κινούμενου πλέγματος του ρευστού στο COMSOL Multiphysics



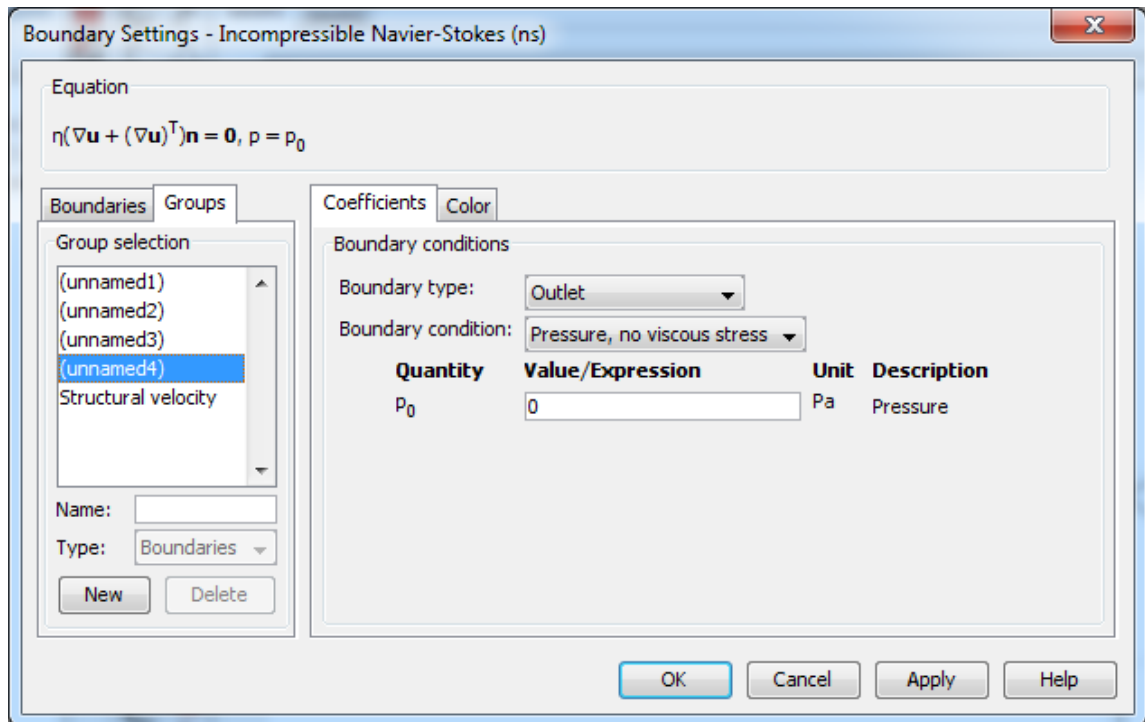
Σχήμα 4.22: Ορισμός κινούμενου πλέγματος του στερεού στο COMSOL Multiphysics

#### 4.4.4 ΟΡΙΣΜΟΣ ΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ

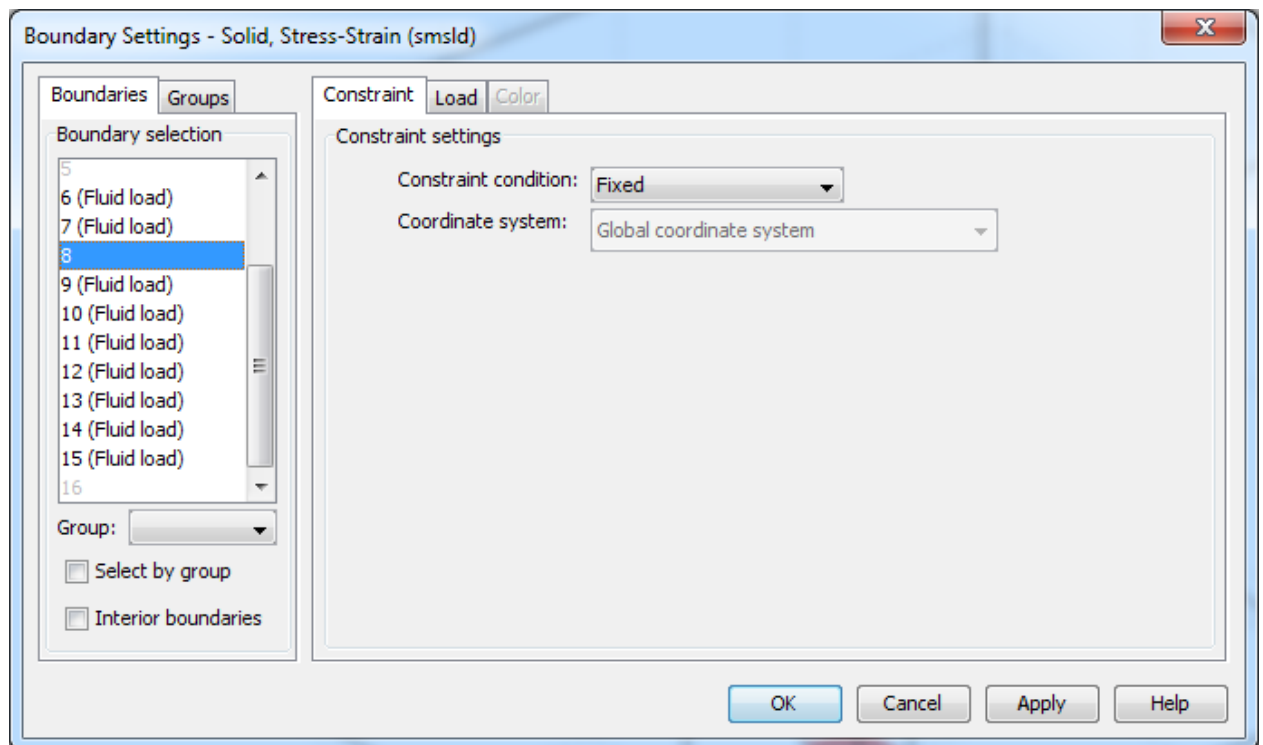
Έπειτα, όσον αφορά τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, ορίζουμε στην είσοδο του καναλιού του ρευστού (*inlet*) ταχύτητα:  $u_0 = 16 \cdot u_{max} \cdot y \cdot z \cdot (\text{height} - z) / (\text{width}^2 \cdot \text{height}^2)$ ,  $v_0 = 0$  και  $w_0 = 0$  m/s, στη έξοδο του καναλιού (*outlet*) πίεση  $p_0 = 0$  Pa, στη βάση του στερεού → πάκτωση και στα υπόλοιπα τμήματα → μη ολίσθηση, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 4.23: Ορισμός ταχυτήτων στην είσοδο του καναλιού του ρευστού στο COMSOL Multiphysics

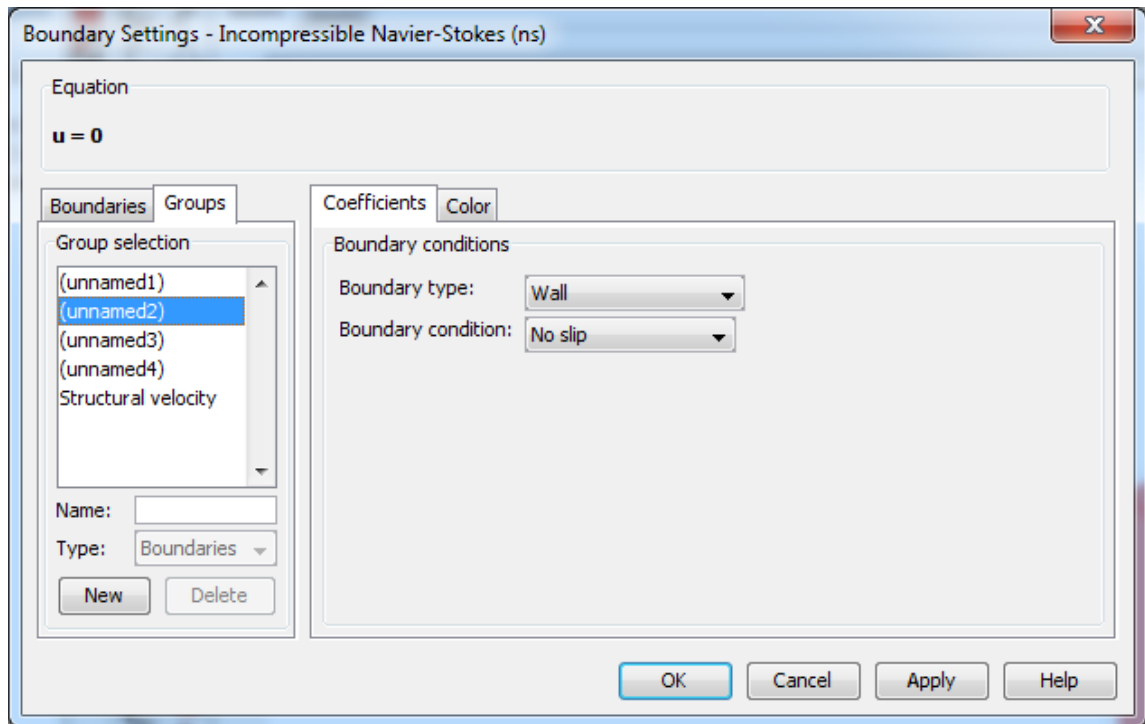


Σχήμα 4.24: Ορισμός πίεσης στην έξοδο του καναλιού του ρευστού στο COMSOL Multiphysics



Σχήμα 4.25: Ορισμός πάκτωσης στη βάση του στερεού αντικειμένου στο COMSOL Multiphysics

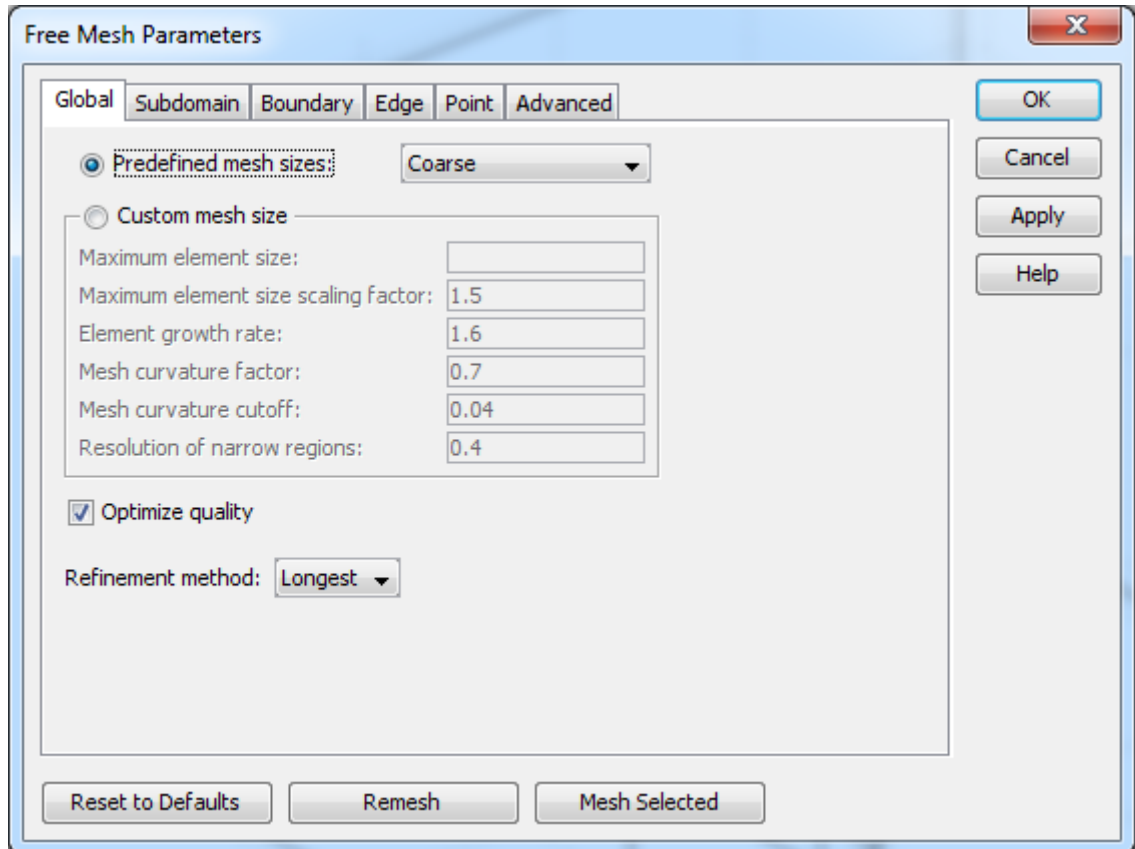




**Σχήμα 4.26:** Ορισμός μη ολίσθησης στα υπόλοιπα τμήματα του μοντέλου στο COMSOL Multiphysics

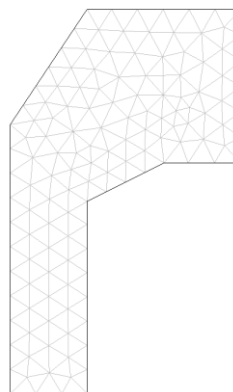
#### 4.4.5 ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ

Μετά, ορίζουμε τις ιδιότητες του πλέγματος του μοντέλου από το μενού: **Mesh** → **FreeMeshParameters**, επιλέγοντας τύπο → **Coarse**, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

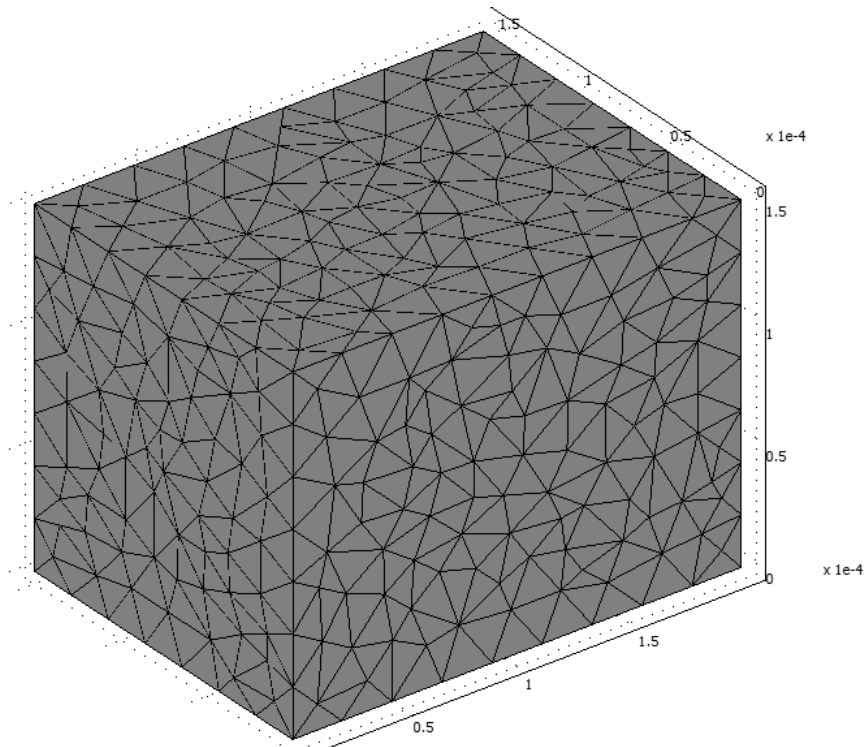


Σχήμα 4.27: Ορισμός ιδιοτήτων του πλέγματος στο COMSOL Multiphysics

Έτσι δημιουργούμε το πλέγμα τόσο του στερεού όσο και του ρευστού τμήματος όπως παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:

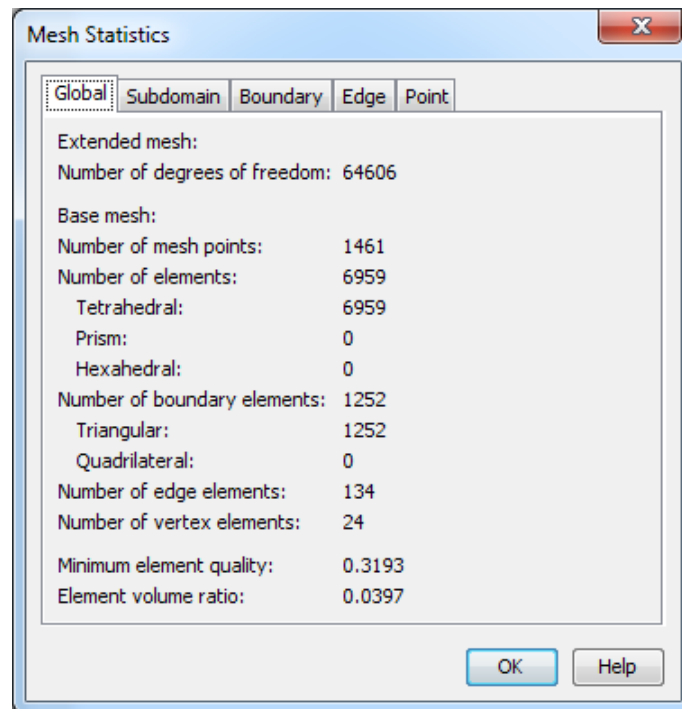


Σχήμα 4.28: Πλέγμα του στερεού στο COMSOL Multiphysics

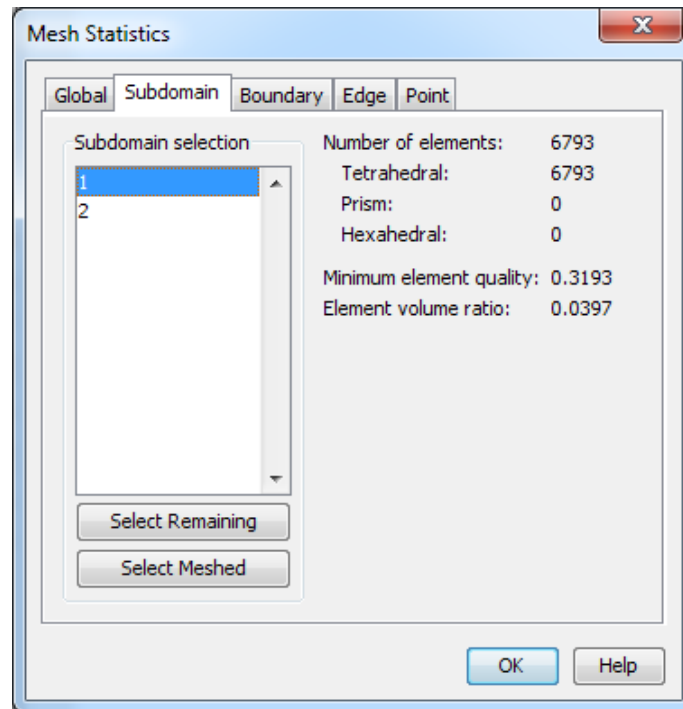


**Σχήμα 4.29:** Πλέγμα του ρευστού στο COMSOL Multiphysics

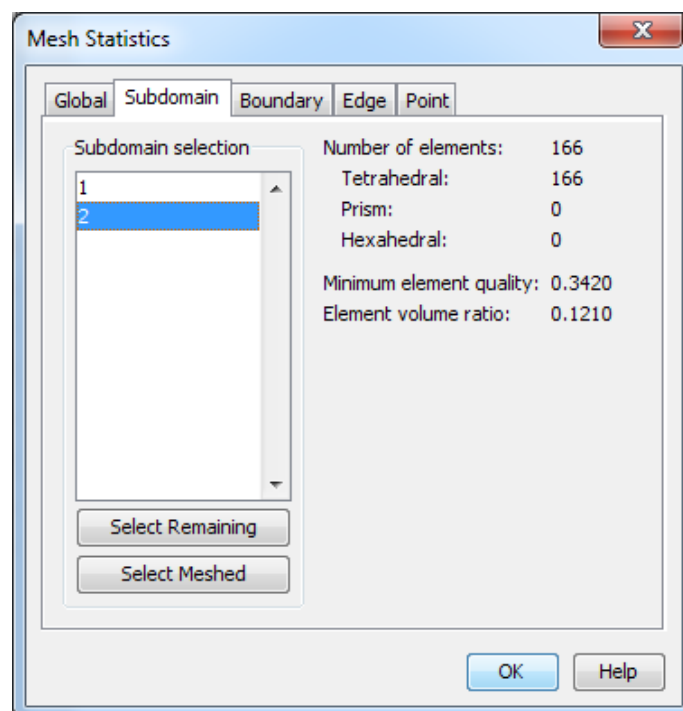
Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τις ιδιότητες του πλέγματος που δημιουργήθηκε τόσο συνολικά, όσο και για κάθε τμήμα ξεχωριστά:



**Σχήμα 4.30:** Ιδιότητες του πλέγματος όλου του μοντέλου στο COMSOL Multiphysics



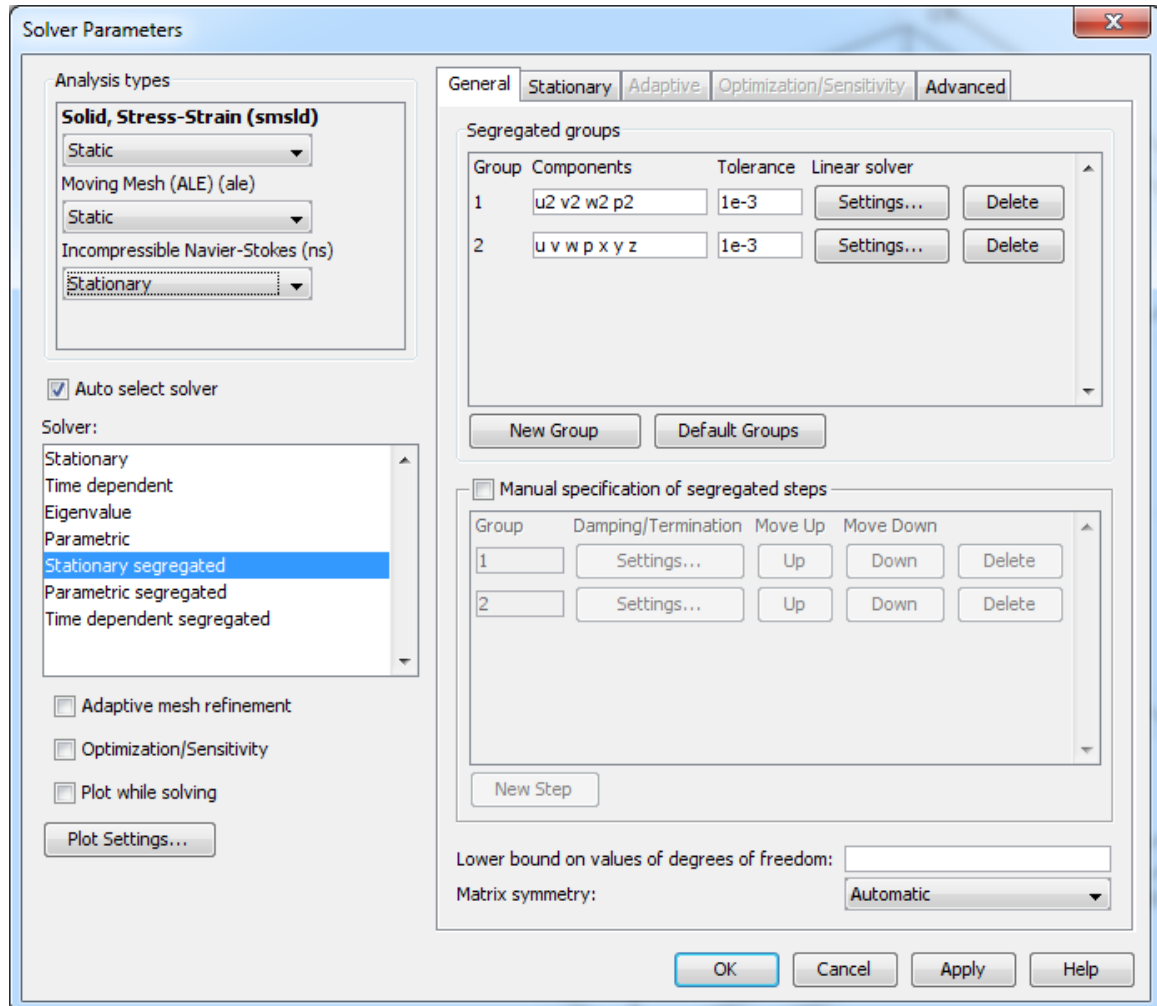
**Σχήμα 4.31:** Ιδιότητες του πλέγματος του ρευστού στο COMSOL Multiphysics



**Σχήμα 4.32:** Ιδιότητες του πλέγματος του στερεού στο COMSOL Multiphysics

#### 4.4.6 ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Τέλος, επίλυουμε το πρόβλημα από το μενού: **Solve** → **SolveProblem**, αφού πρώτα ορίσουμε τις παραμέτρους επίλυσης από το μενού: **Solve** → **SolveParameters**, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

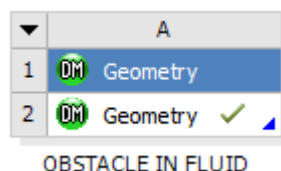


Σχήμα 4.33: Παράμετροι επίλυσης του μοντέλου στο COMSOL Multiphysics

Τα αποτελέσματα της επίλυσης παρουσιάζονται στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο όπου και εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα.

## 4.5 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΤΟ ANSYSWORKBENCH

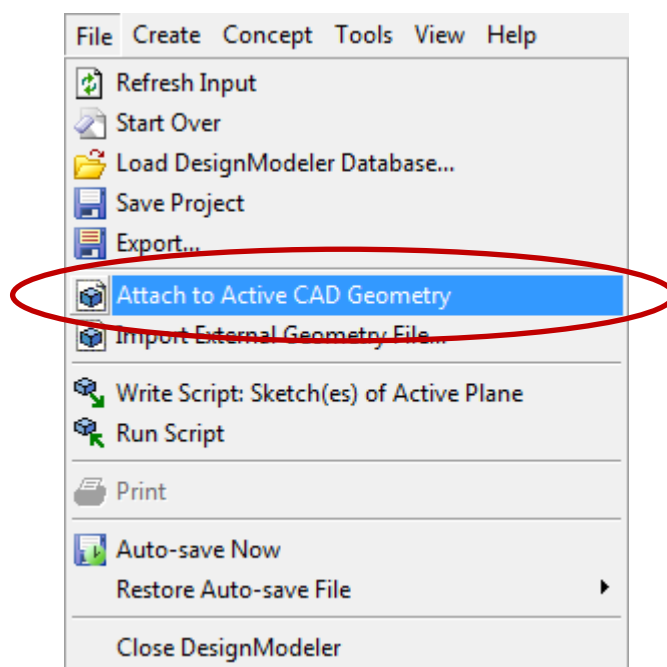
Για να εκτελέσουμε την αντίστοιχη προσομοίωση στο λογισμικό πακέτο **ANSYSWorkbench**, ανοίγουμε κατ' αρχήν το βασικό περιβάλλον του προγράμματος, όπου εισάγουμε ένα μπλοκ γεωμετρίας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.34: Εισαγωγή μπλοκ γεωμετρίας στο ANSYSWorkbench

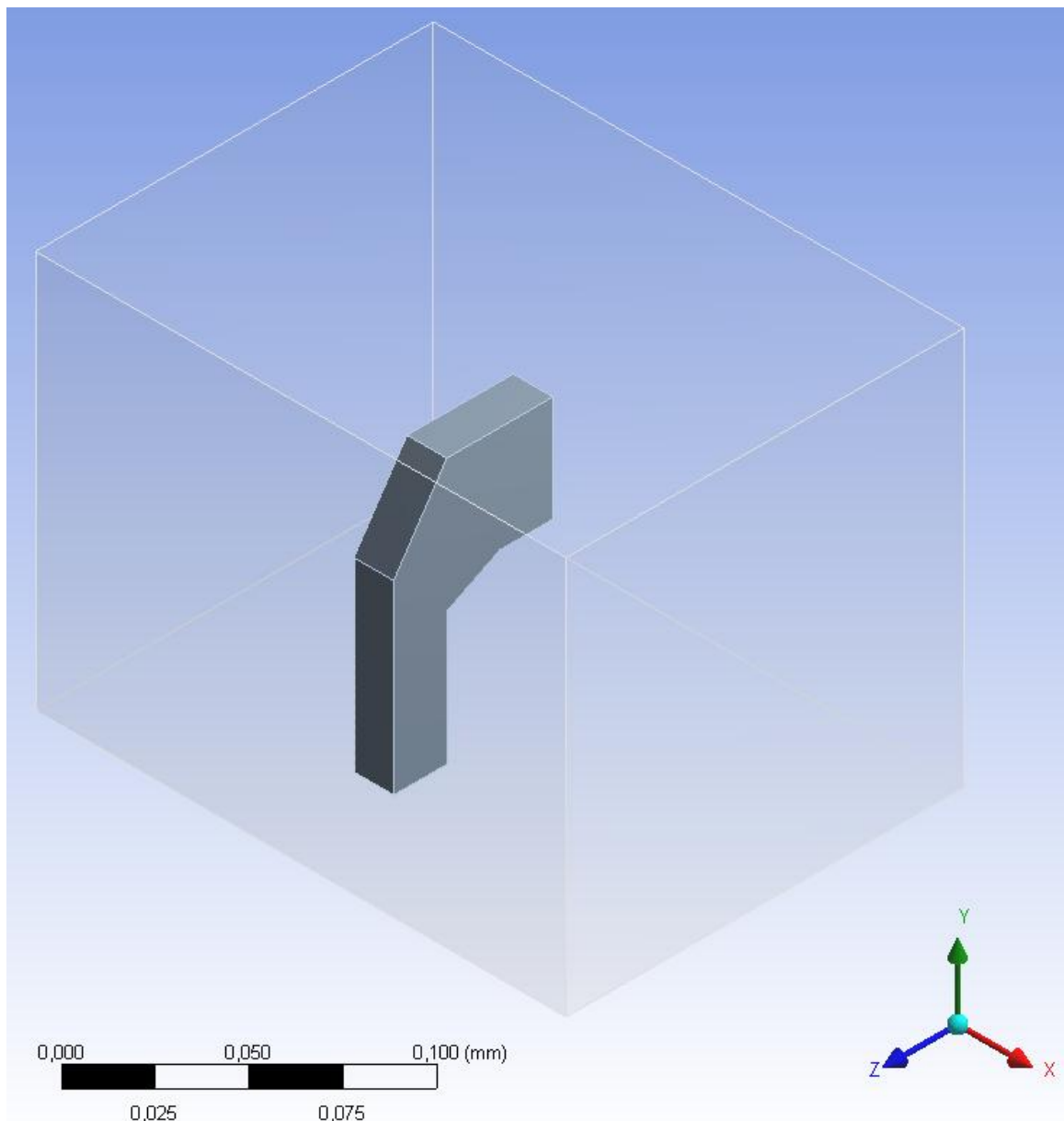
### 4.5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Στη συνέχεια, εισερχόμαστε στο περιβάλλον της γεωμετρίας (**DesignModeler**) όπου εισάγουμε την γεωμετρία που έχουμε δημιουργήσει στο σχεδιαστικό πρόγραμμα **SolidWorks** χρησιμοποιώντας το μενού: **Attach to Active CAD Geometry**, μιας και τα δύο προγράμματα, έχουν άμεση αλληλεπίδραση.



Σχήμα 4.35: Εισαγωγή γεωμετρίας από το SolidWorks

Έτσι, εισάγεται η γεωμετρία του μοντέλου, όπου το εμπόδιο ορίζεται ως στερεό (**solid**), ενώ το κανάλι της ροής ορίζεται ως ρευστό (**fluid**), όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

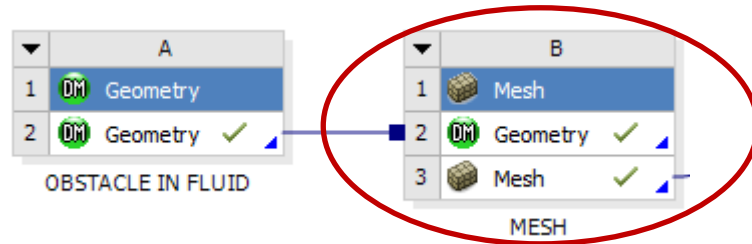


**Σχήμα 4.36:** Γεωμετρία του μοντέλου στο ANSYSWorkbench

Αφού ολοκληρώθηκε η εισαγωγή της γεωμετρίας και ο ορισμός του στερεού και ρευστού τμήματος, κλείνουμε το περιβάλλον του **DesignModeler**, επιστρέφουμε στο βασικό μενού του **ANSYSWorkbench** και προχωρούμε στην ανάλυση της ροής, όπως παρακάτω.

#### 4.5.2 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ

Το πρόσθετο που θα χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση της ροής προκειμένου να υπολογίσουμε την μετατόπιση του εμποδίου καθώς και την αλλαγή της ροής μετά το πέρας του εμποδίου, είναι το **Fluent (FluidFlow)**. Πριν όμως από αυτό, θα δημιουργήσουμε κατάλληλο πλέγμα. Έτσι, εισάγουμε μπλοκ πλέγματος στο περιβάλλον του **ANSYSWorkbench** και το συνδέουμε με το μπλοκ της γεωμετρίας, όπως στο παρακάτω σχήμα:

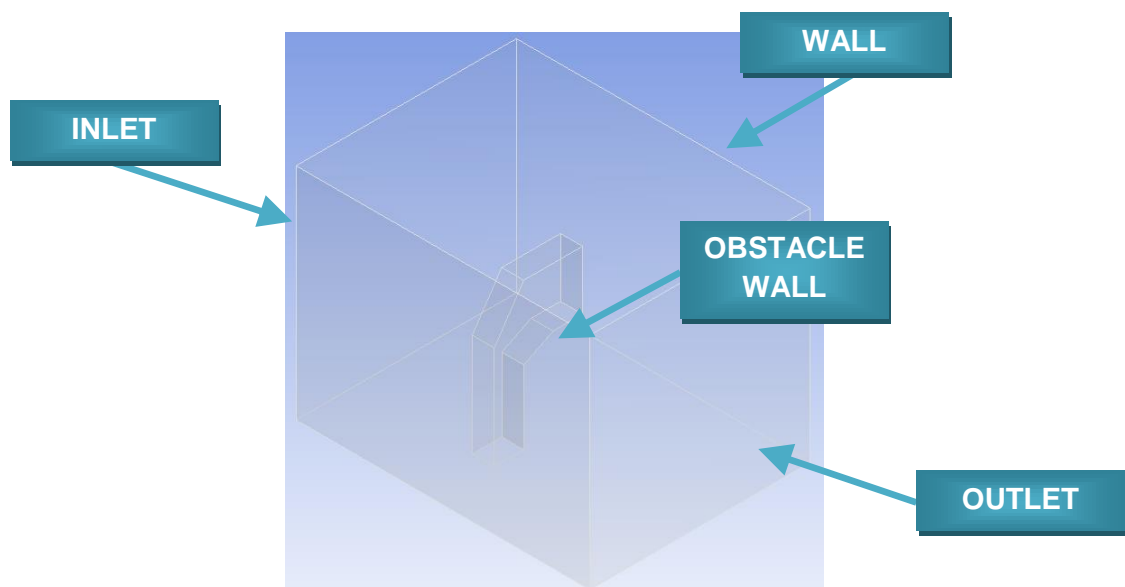


Σχήμα 4.37: Εισαγωγή μπλοκ πλέγματος στο ANSYSWorkbench

Στη συνέχεια, εισερχόμαστε στο περιβάλλον του πλέγματος (**Meshing [ANSYSICEDCFD]**) από το **Menu** → **Mesh**, όπου ορίζουμε τις διάφορες επιφάνειες του ρευστού και του στερεού:

- Inlet
- Outlet
- Wall
- Obstacle Wall

όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 4.38: Ορισμός των επιφανειών στο ANSYSWorkbench

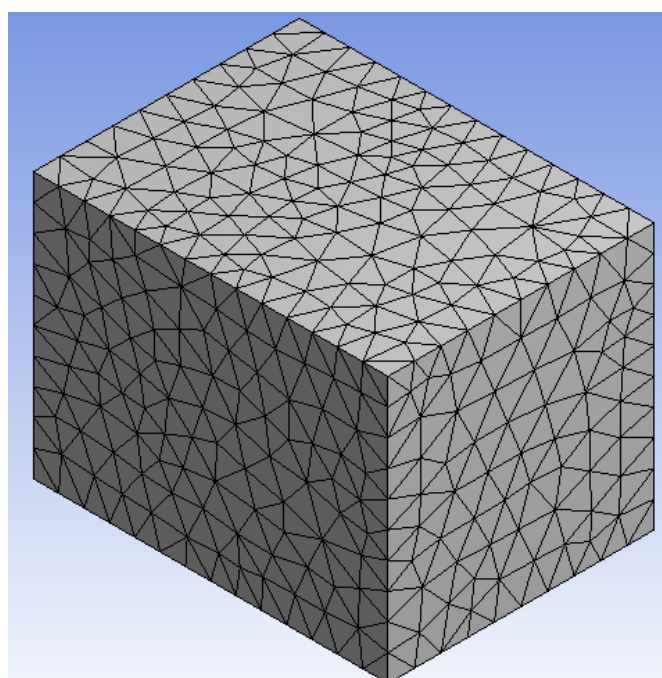


Έτσι, δημιουργούμε πλέγμα του οποίου τα χαρακτηριστικά φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα. Αξίζει να αναφέρουμε ότι χρησιμοποιούμε βελτίωση πλέγματος στις δύσκολες γεωμετρίες για να έχουμε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα.

Details of "Mesh"	
[-] <b>Defaults</b>	
Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
Relevance	0
[-] <b>Sizing</b>	
Use Advanced Si...	On: Curvature
Relevance Center	Coarse
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
Curvature Norma...	Default (18,0 °)
Min Size	Default (1,8763e-004 m)
Max Face Size	Default (1,8763e-002 m)
Max Tet Size	Default (3,7525e-002 m)
Growth Rate	Default (1,20 )
Minimum Edge L...	4,6542e-006 m

**Σχήμα 4.39:** Ιδιότητες πλέγματος στο ANSYSWorkbench

Το πλέγμα που δημιουργήθηκε, φαίνεται αμέσως παρακάτω:

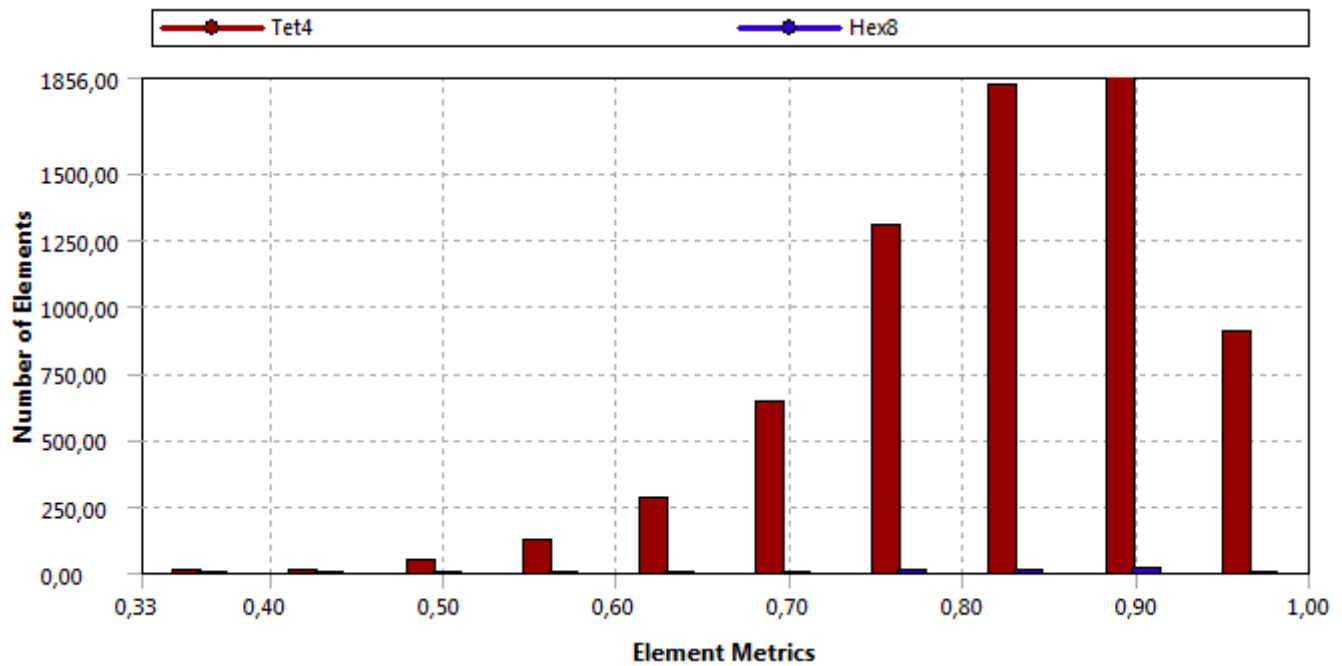


**Σχήμα 4.40:** Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων στο ANSYSWorkbench

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, το πλέγμα έχει δημιουργηθεί αποκλειστικά για το Fluent, ενώ αποτελείται από:

- 1624 κόμβους (**Nodes**)
- 7007 τετραεδρικά και εξαεδρικά πεπερασμένα στοιχεία (**Elements**)

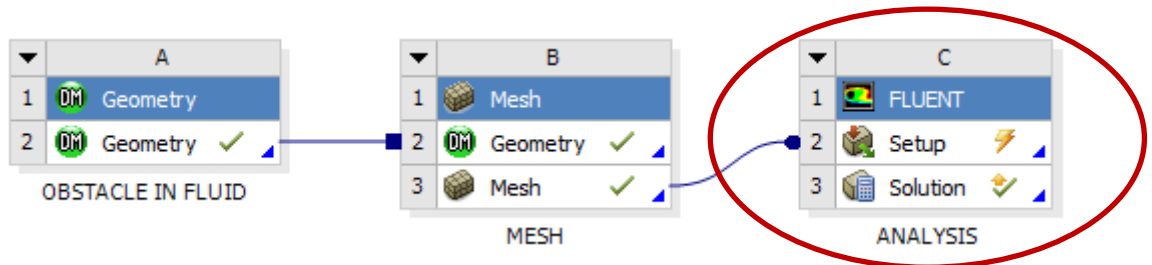
Στατιστικά στοιχεία σχετικά με τον αριθμό και το είδος των πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4.41: Στατιστικά στοιχεία των πεπερασμένων στοιχείων του ρευστού

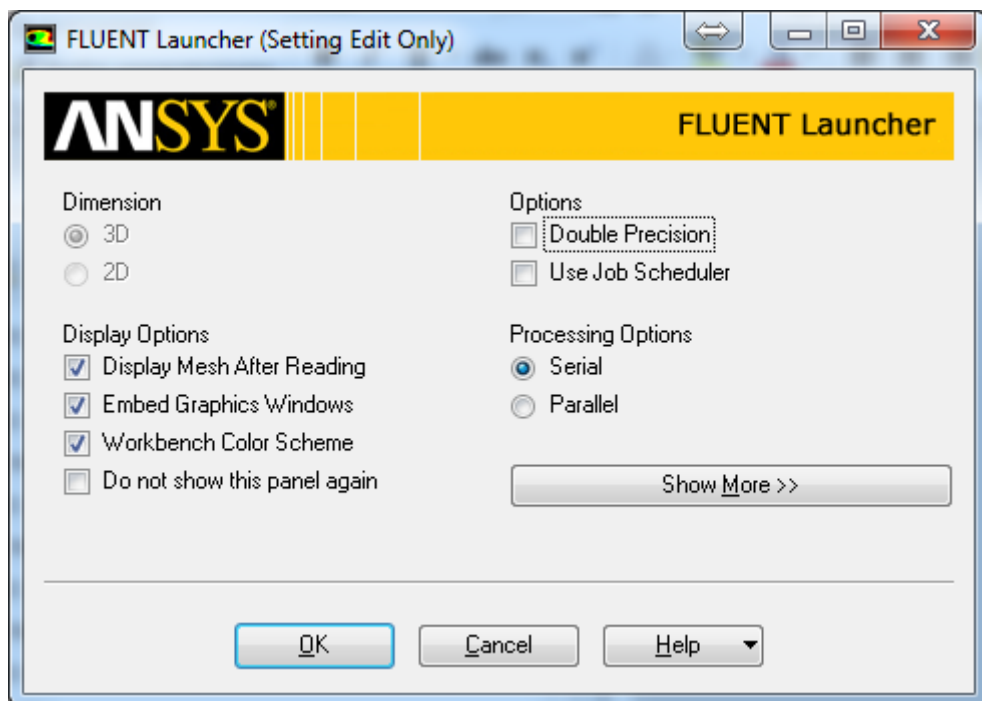
### 4.5.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΟ FLUENT

Στη συνέχεια, εξερχόμαστε από το περιβάλλον του **Modeling** και στο περιβάλλον του **ANSYSWorkbench**, εισάγουμε το μπλοκ του **Fluent** και το συνδέουμε με το μπλοκ του πλέγματος, όπως στο παρακάτω σχήμα:



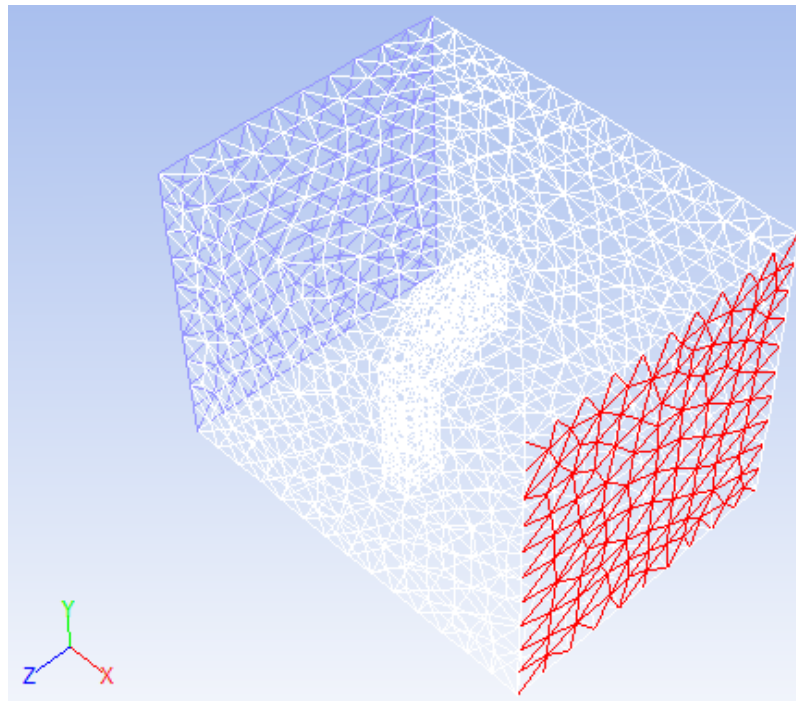
Σχήμα 4.42: Εισαγωγή μπλοκ Fluent στο ANSYSWorkbench

Στη συνέχεια, εισερχόμαστε στο περιβάλλον του **Fluent** από το **menu** → **Setup** όπου ορίζουμε τις αρχικές ρυθμίσεις όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



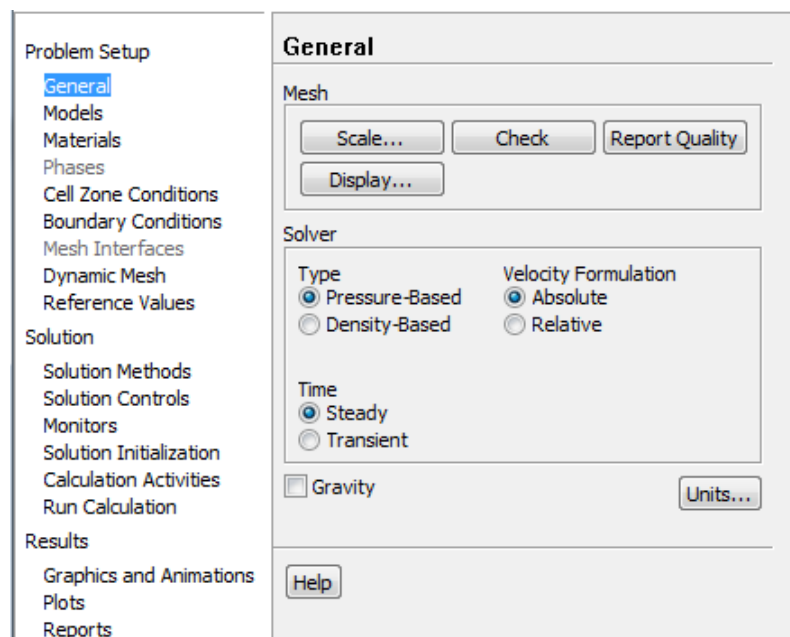
Σχήμα 4.43: Αρχικές ρυθμίσεις του FLUENT

Έπειτα, εισάγεται αυτόματα το πλέγμα που είχε δημιουργηθεί όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



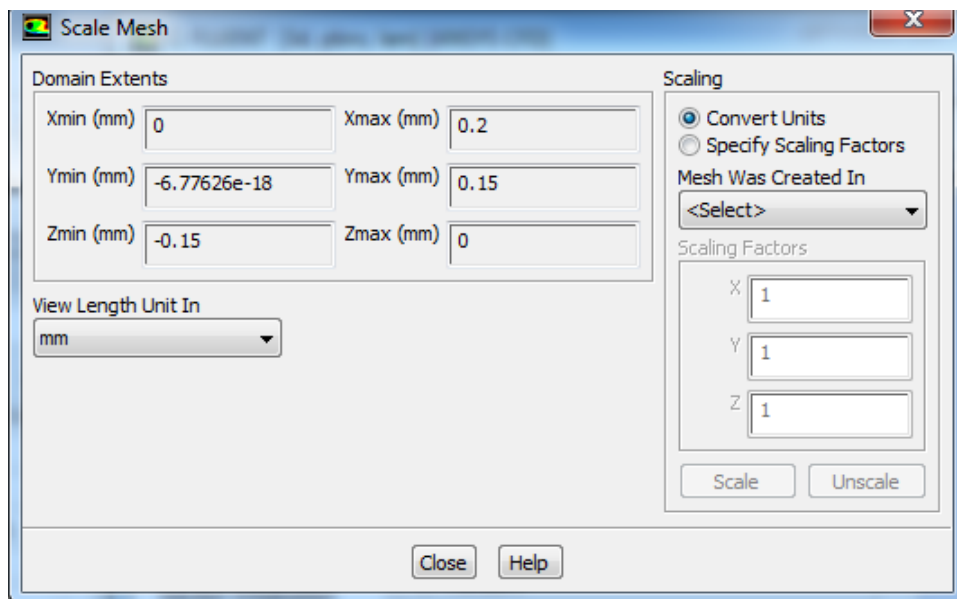
**Σχήμα 4.44:** Πλέγμα του ρευστού που έχει εισαχθεί στο Fluent

Έπειτα, ορίζουμε τα βασικά χαρακτηριστικά της ανάλυσης, όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



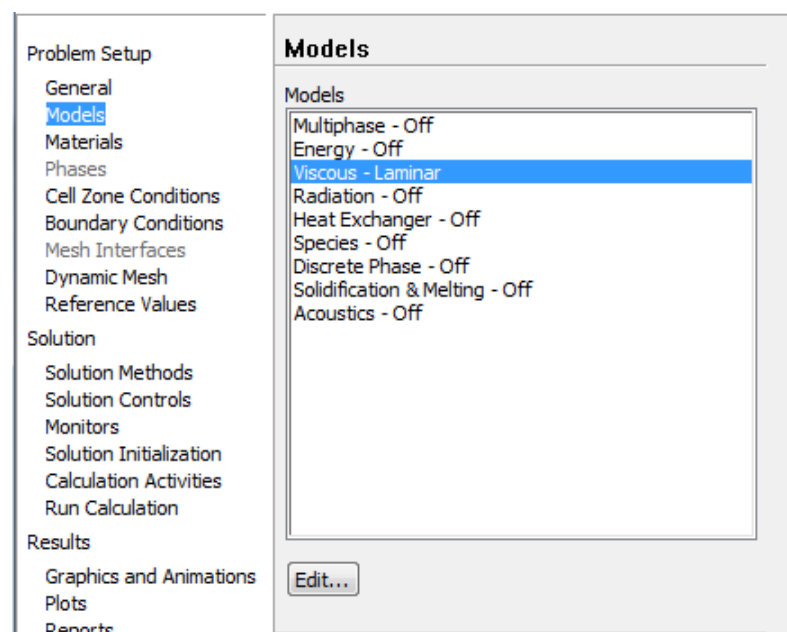
**Σχήμα 4.45:** Βασικές ρυθμίσεις του Fluent

Στο **submenu** → **Scale**, ορίζουμε την μονάδα μέτρησης του πλέγματος (mm) όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



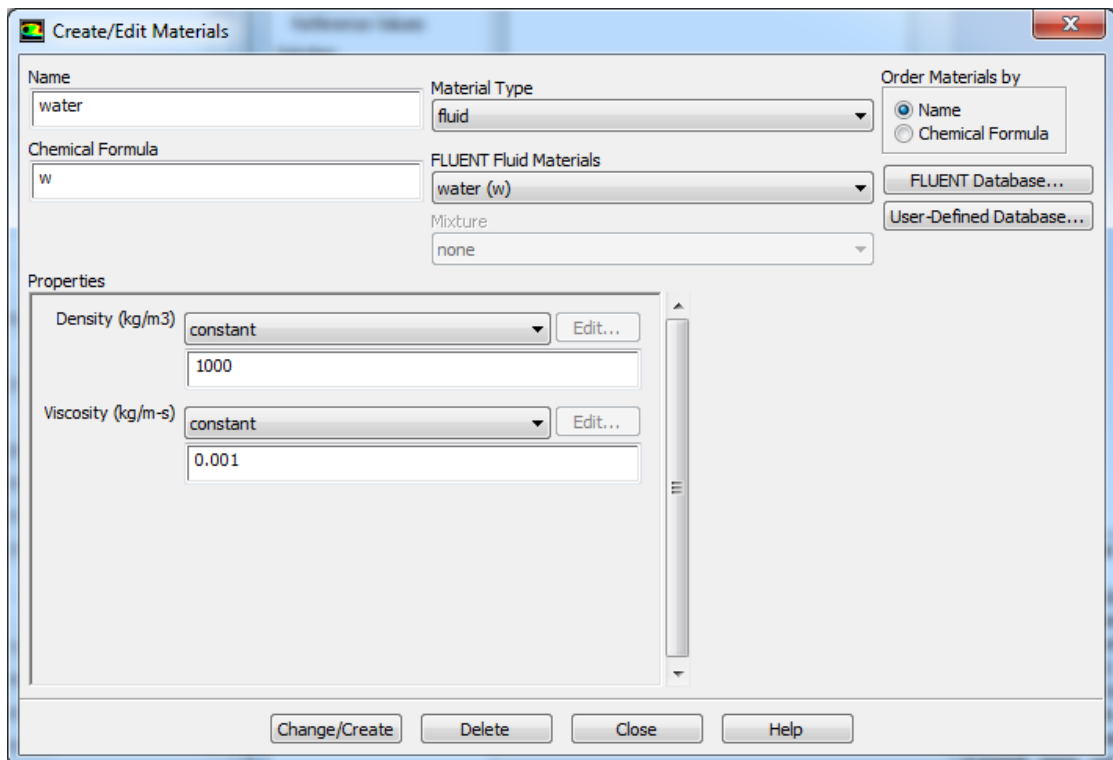
**Σχήμα 4.46:** Ορισμός mm ως μονάδας μέτρησης

Στη συνέχεια, ορίζουμε το είδος του προβλήματος, το οποίο είναι ροή μη νευτωνιακού ρευστού, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

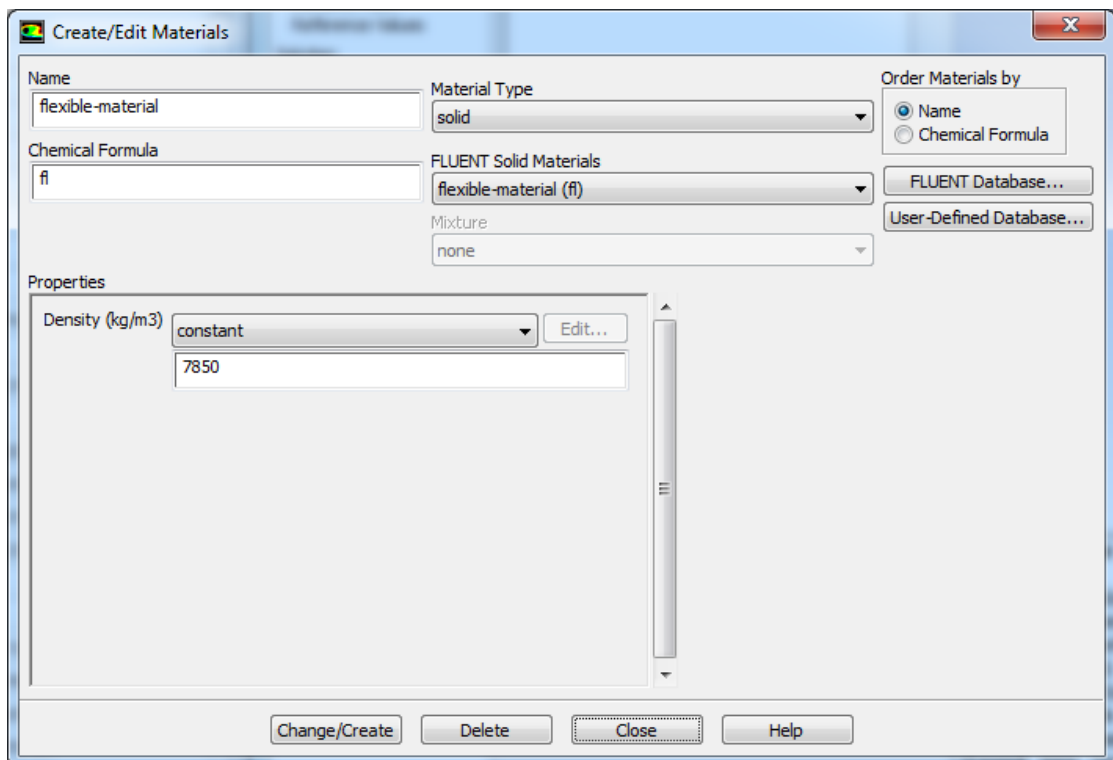


**Σχήμα 4.47:** Ορισμός του είδους του προβλήματος

Έπειτα ορίζουμε τις ιδιότητες του ρευστού (νερό) και του στερεού (ευλύγιστο υλικό) από το μενού: **Create / EditMaterials**, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 4.48: Ορισμός ιδιοτήτων του ρευστού στο FLUENT



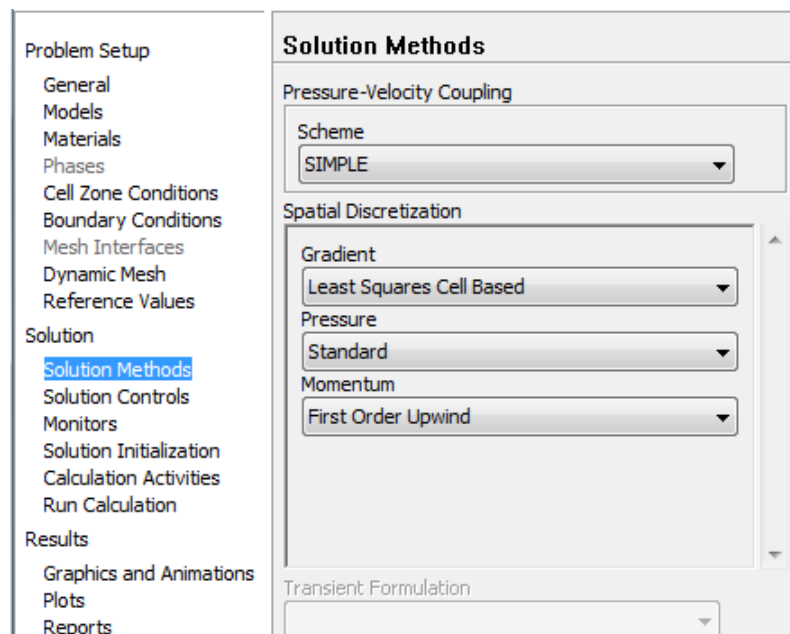
Σχήμα 4.49: Ορισμός ιδιοτήτων του στερεού στο FLUENT

Αμέσως μετά, ορίζουμε τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, οι οποίες αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα:

ΕΙΔΟΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ		ΟΡΙΑΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ
Είσοδος	Inlet	Μέγιστη ταχύτητα: 1,5 m/s
Έξοδος	Outlet	Πίεση: 0 Pa
Τοίχωμα	Wall + Obstacle Wall	Μη ολίσθηση (No Slip)
Βάση εμποδίου	Obstacle base	Πάκτωση

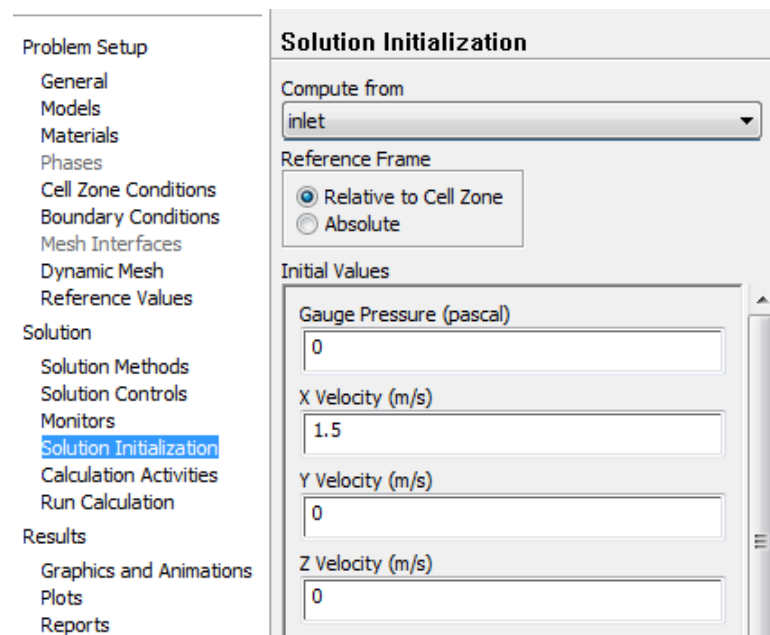
**Πίνακας 4.2:** Οριακές συνθήκες προβλήματος

Στη συνέχεια, ορίζουμε τις ρυθμίσεις επίλυσης του προβλήματος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



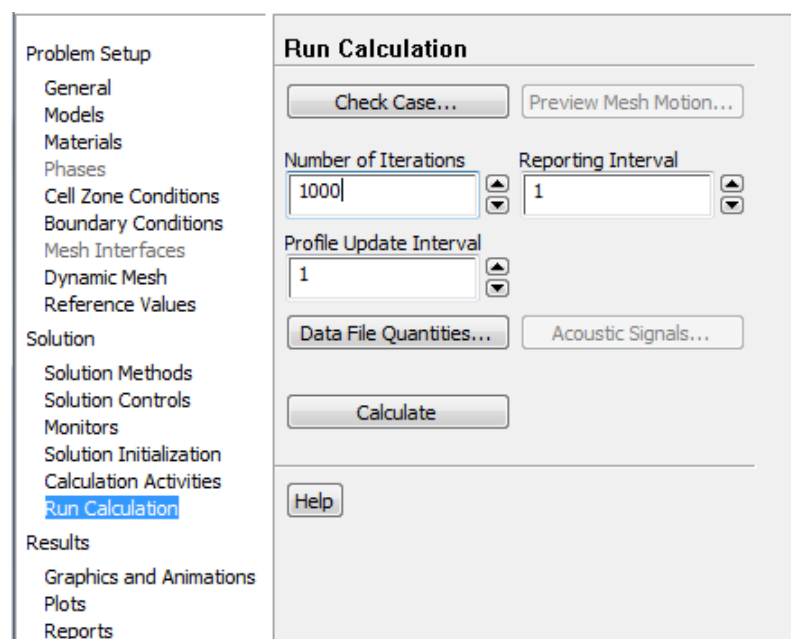
**Σχήμα 4.50:** Ρυθμίσεις επίλυσης του προβλήματος

Αμέσως μετά, ορίζουμε τις αρχικές συνθήκες της επίλυσης, οι οποίες υπολογίζονται από την είσοδο του ρευστού και παρουσιάζονται αμέσως παρακάτω:



Σχήμα 4.51: Ορισμός αρχικών συνθηκών επίλυσης από την είσοδο του ρευστού

Λίγο πριν γίνει η επίλυση, ορίζουμε τον μέγιστο αριθμό των επαναλήψεων, ίσο με 1000 και στη συνέχεια επιλέγουμε το μενού: **Calculate**

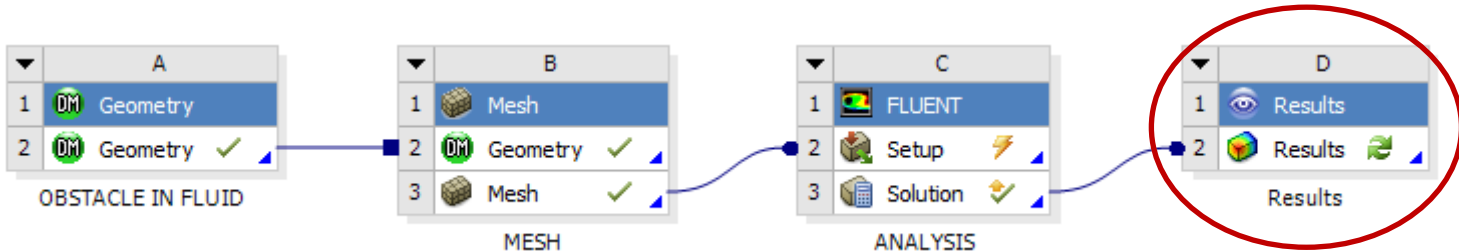


Σχήμα 4.52: Ορισμός του αριθμού των επαναλήψεων του Solver



#### 4.5.4 ΛΗΨΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Αφού επιλύθηκε το μοντέλο της ροής, εξερχόμαστε από το περιβάλλον του Fluent και επιστρέφουμε στο βασικό menu του ANSYSWorkbench όπου εισάγουμε το μπλοκ: **Results** το οποίο συνδέουμε με το μπλοκ: **Solution** του **Fluent**, για να μπορέσουμε να επεξεργαστούμε καλύτερα τα αποτελέσματα που μας έδωσε, όπως στο παρακάτω σχήμα:



**Σχήμα 4.53:** Εισαγωγή μπλοκ αποτελεσμάτων στο ANSYSWorkbench

Τα αποτελέσματα από το μπλοκ: **Results** θα συγκεντρωθούν στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο όπου και θα εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα για το πρόγραμμα.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

## 5.1 ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Αμέσως παρακάτω, συγκεντρώνουμε τα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις με τα δύο λογισμικά πακέτα: **COMSOL Multiphysics** και **ANSYS Workbench**.

### 5.1.1 ΤΕΧΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ Η/Υ&ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ

Ο Η/Υ που χρησιμοποιήθηκε για την εκτέλεση των προσομοιώσεων έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- ✓ Intel® Core™ i7 CPU 940 2.93GHz
- ✓ 6.00 GB RAM DDR3 1600 MHz
- ✓ ATI RADEON HD 5850, 1 GB RAM GDDR5

Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή και ιδιαίτερα η ταχύτητα του επεξεργαστή και το μέγεθος της μνήμης RAM παίζουν σημαντικό ρόλο στην ταχύτητα επίλυσης των προσομοιώσεων.

Τα λογισμικά πακέτα που χρησιμοποιήθηκαν τόσο για τον σχεδιασμό όσο και για τις προσομοιώσεις είναι τα παρακάτω:

- ✓ Σχεδιασμός μοντέλου:
  - **SolidWorks 2011**
- ✓ Προσομοιώσεις:
  - **COMSOL Multiphysics 3.5a**
  - **ANSYS Workbench 12.1**

### 5.1.2 ΠΛΕΓΜΑΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΪΩΝ

Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τα δύο πακέτα, θα προσομοιώσουμε το μοντέλο χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικούς τύπους πλεγμάτων:

- Πλέγμα 7000 πεπερασμένων στοιχείων
- Πλέγμα 15000 πεπερασμένων στοιχείων

Τα χαρακτηριστικά των πλεγμάτων που δημιουργήθηκαν στο κάθε πρόγραμμα παρατίθενται στους παρακάτω πίνακες:

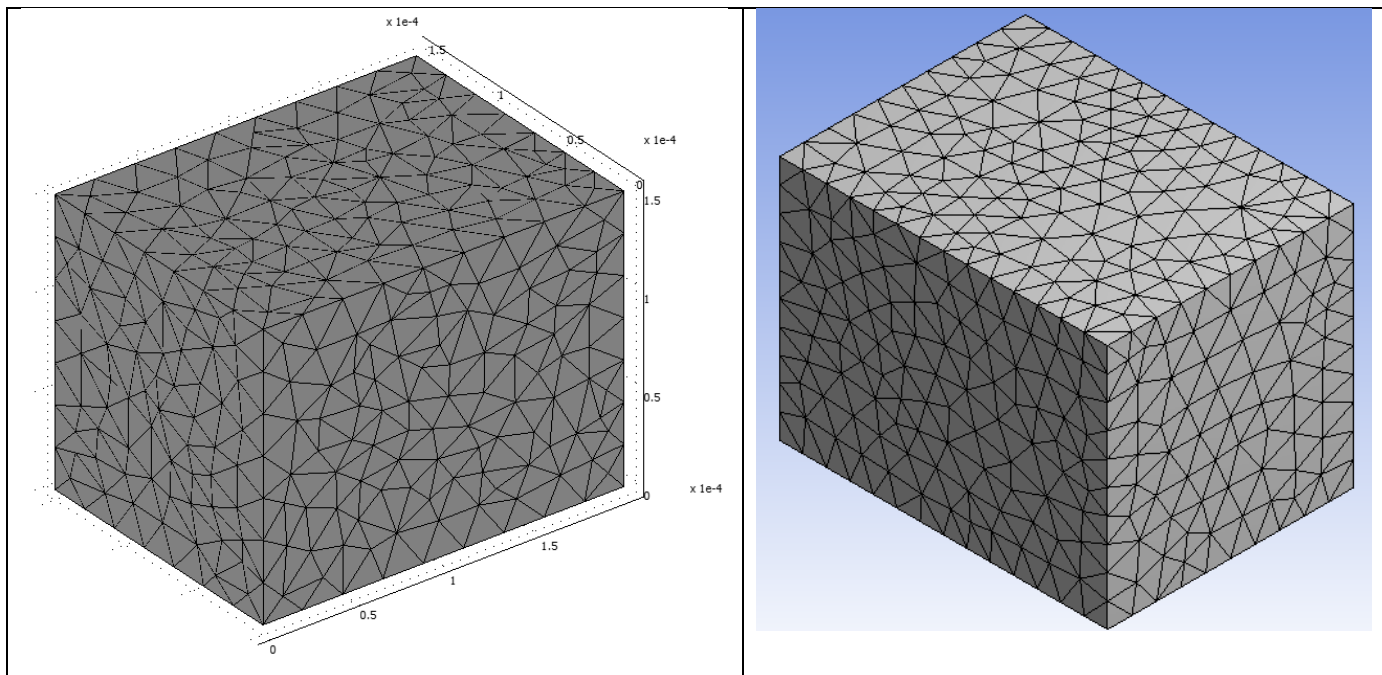
Τύπος πλέγματος	Πεπερασμένα στοιχεία			Κόμβοι	Χρόνος δημιουργίας
	Ρευστό	Στερεό	Σύνολο		
1	6913	46	6959	1461	0,8sec
2	14895	66	14961	3009	1,3 sec

Πίνακας 5.1: Χαρακτηριστικά πλεγμάτων στο COMSOL Multiphysics

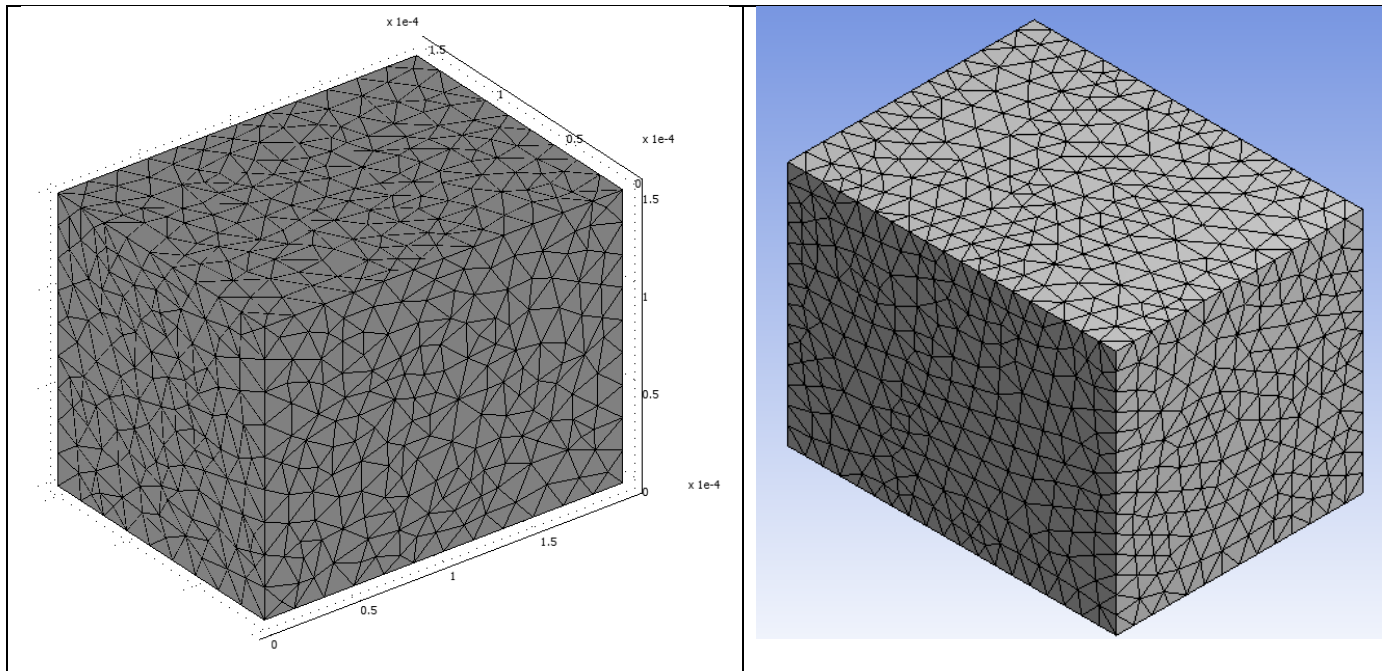
Τύπος πλέγματος	Πεπερασμένα στοιχεία			Κόμβοι	Χρόνος δημιουργίας
	Ρευστό	Στερεό	Σύνολο		
1	6979	28	7007	1624	1,6sec
2	14898	76	14974	3334	2,2 sec

Πίνακας 5.2: Χαρακτηριστικά πλεγμάτων στο ANSYS Workbench

Στα παρακάτω σχήματα συγκρίνονται τα πλέγματα που δημιουργήθηκαν και στα δύο λογισμικά πακέτα:



Σχήμα 5.1: Σύγκριση πρώτου πλέγματος

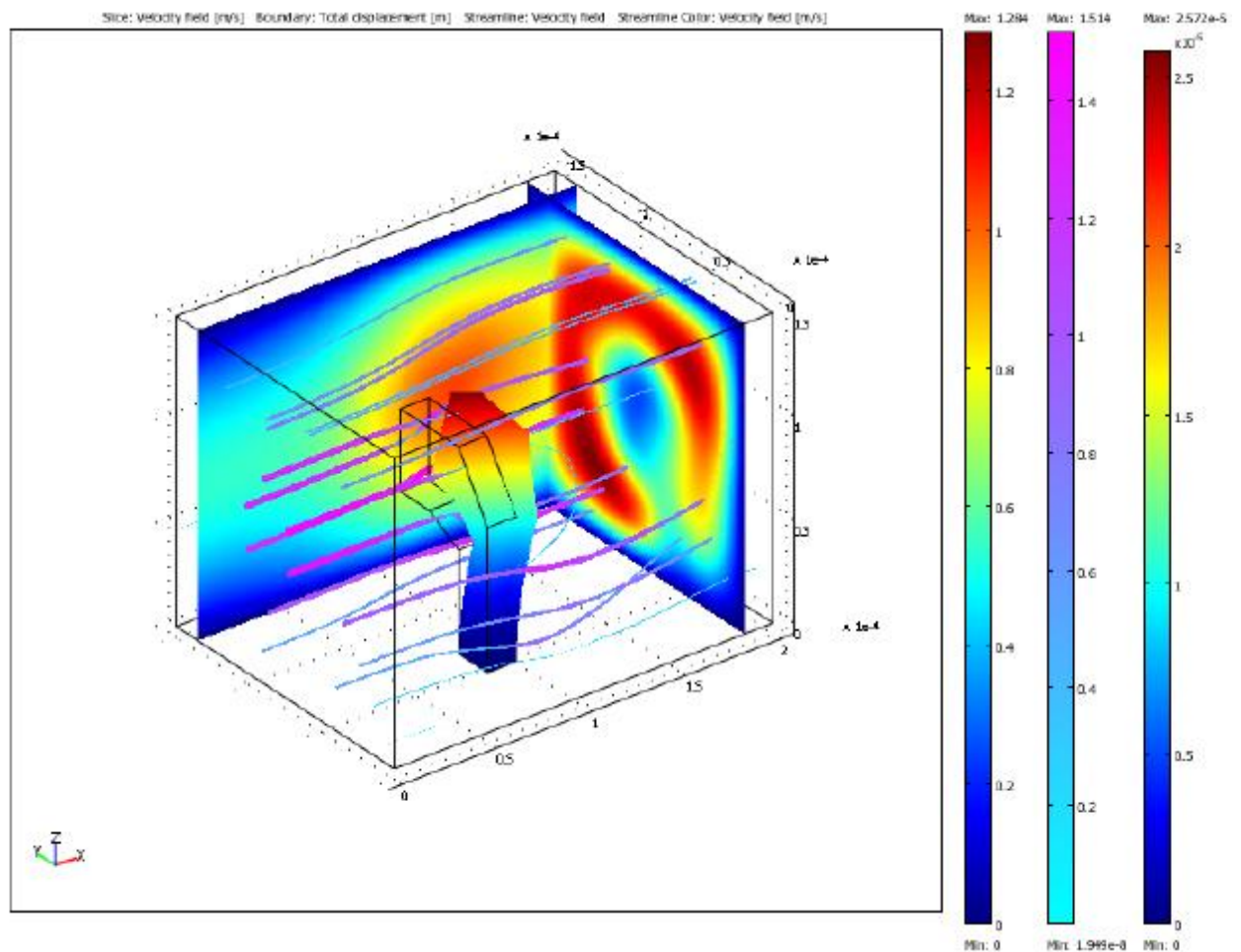


Σχήμα 5.2: Σύγκριση δεύτερου πλέγματος

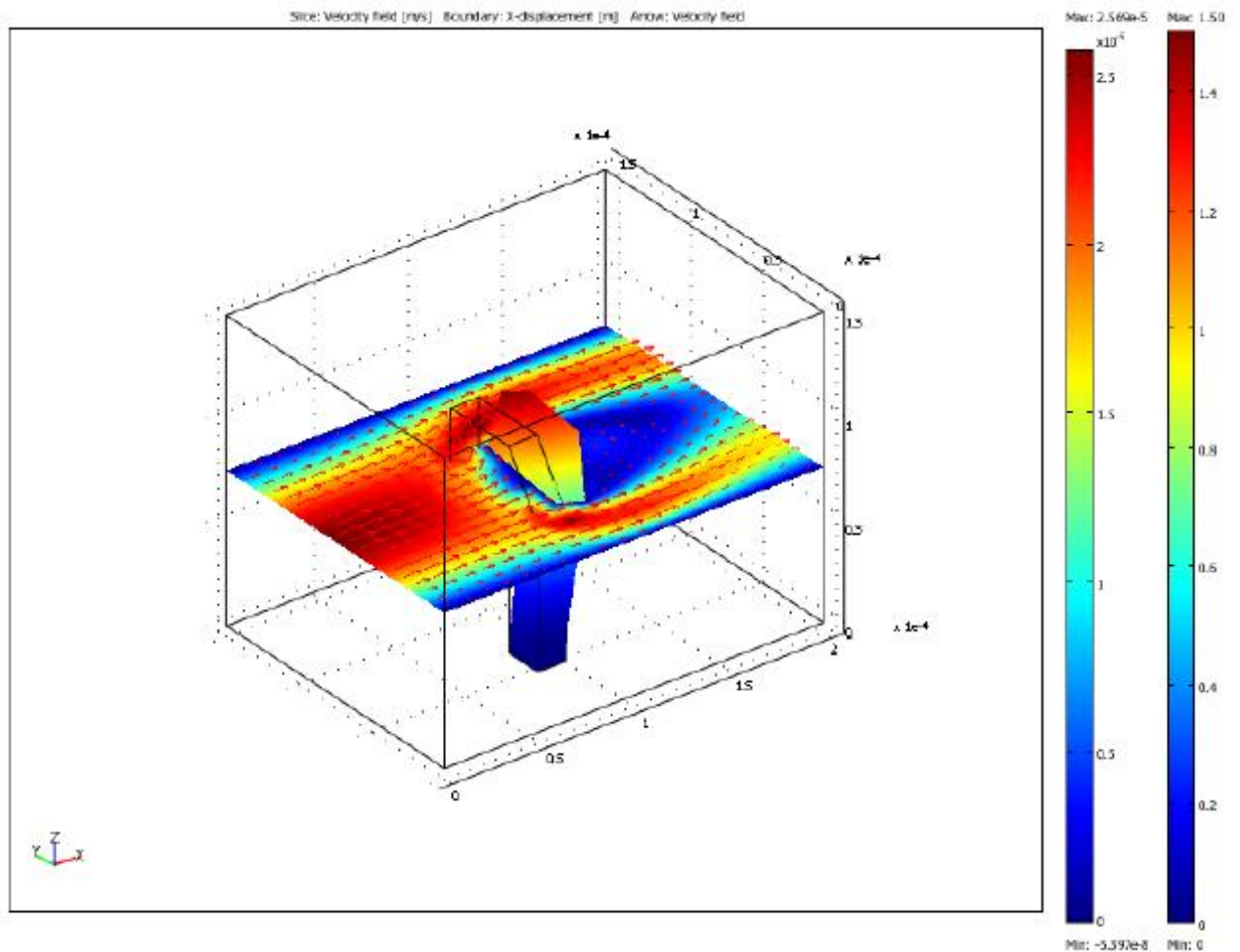
### 5.1.3 ΠΡΟΣΟΜΙΩΣΗ ΜΕ COMSOL MULTIPHYSICS

Αμέσως παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που έγιναν με το *COMSOL Multiphysics* για τα δύο πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων.

#### ΠΡΟΣΟΜΙΩΣΗ ΠΡΩΤΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ



**Σχήμα 5.3:** Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το COMSOL Multiphysics με το πρώτο πλέγμα



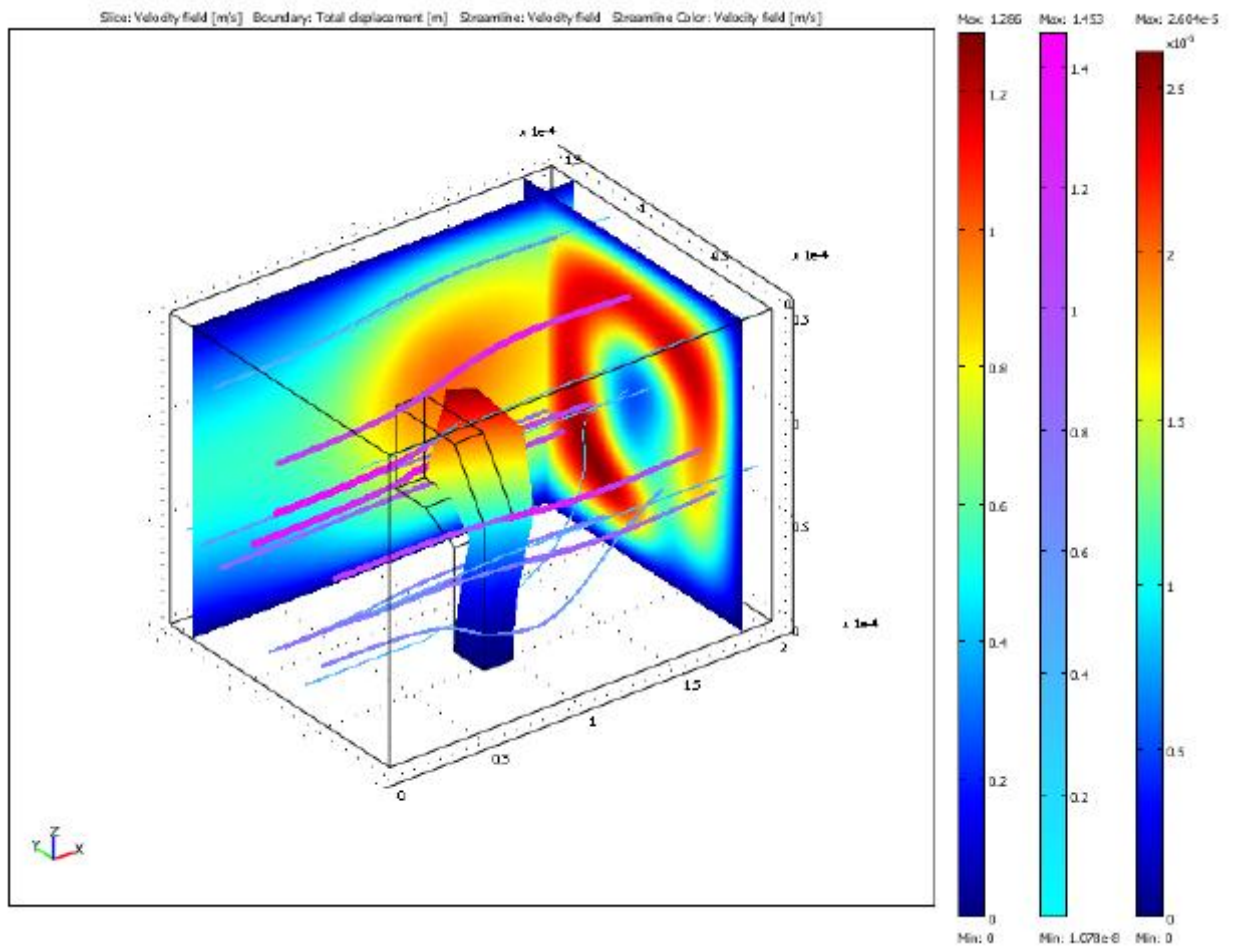
**Σχήμα 5.4:** Τομή ταχυτήτων της ροής με το COMSOLMultiphysics με το πρώτο πλέγμα

Η μέγιστη μετατόπιση που παρατηρείται στο εμπόδιο καθώς και ο χρόνος επίλυσης της προσομοίωσης παρατίθεται στον ακόλουθο πίνακα:

Πλέγμα	Μέγιστη μετατόπιση	Χρόνος επίλυσης
1	25,72 μm	202,182 sec

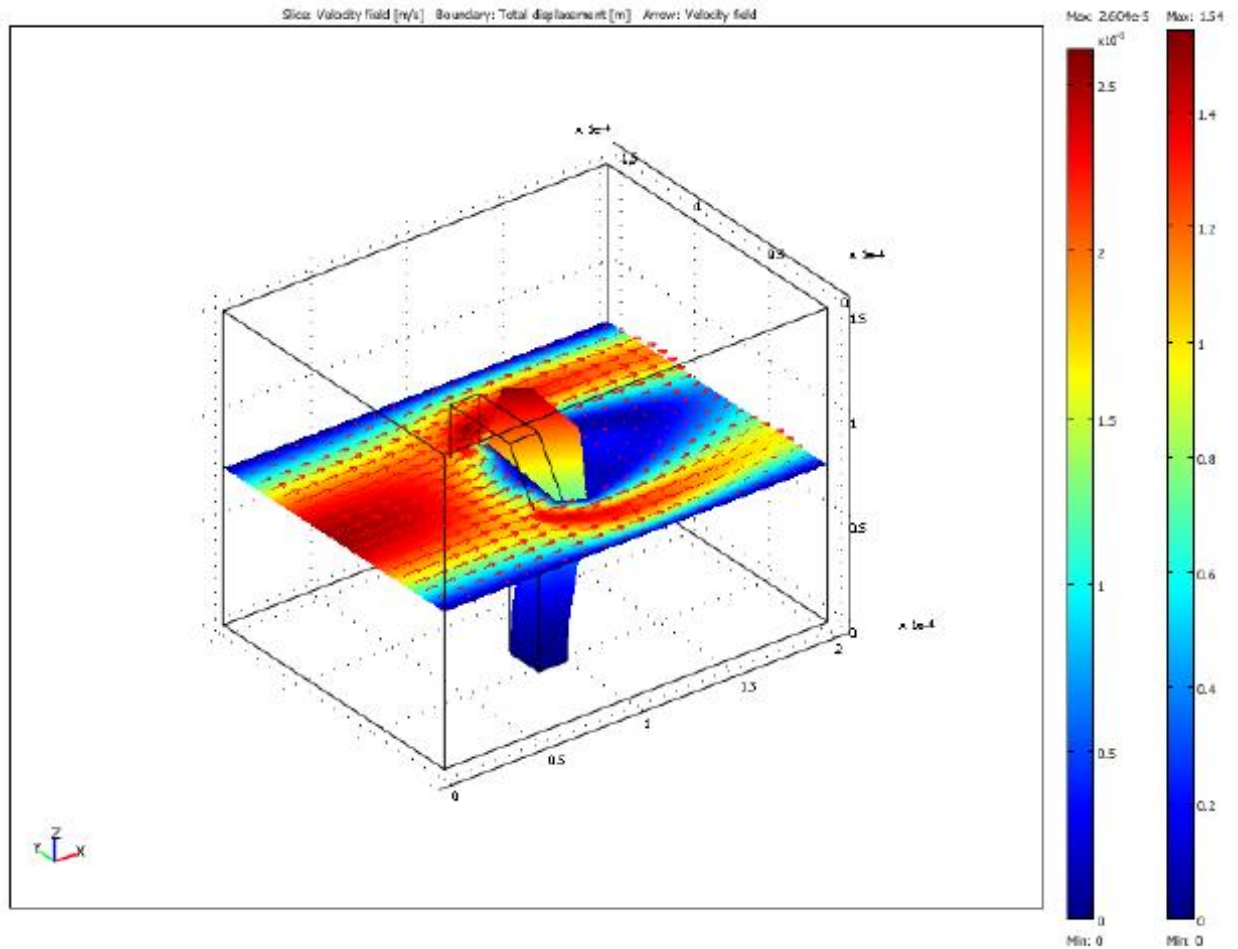
**Πίνακας 5.3:** Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης πρώτου πλέγματος με το COMSOLMultiphysics

**ΠΡΟΣΟΜΙΩΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ**



**Σχήμα 5.5:** Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το COMSOL Multiphysics με το δεύτερο πλέγμα





**Σχήμα 5.6:** Τομή ταχυτήτων της ροής με το COMSOL Multiphysics με το δεύτερο πλέγμα

Η μέγιστη μετατόπιση που παρατηρείται στο εμπόδιο καθώς και ο χρόνος επίλυσης της προσομοίωσης παρατίθεται στον ακόλουθο πίνακα:

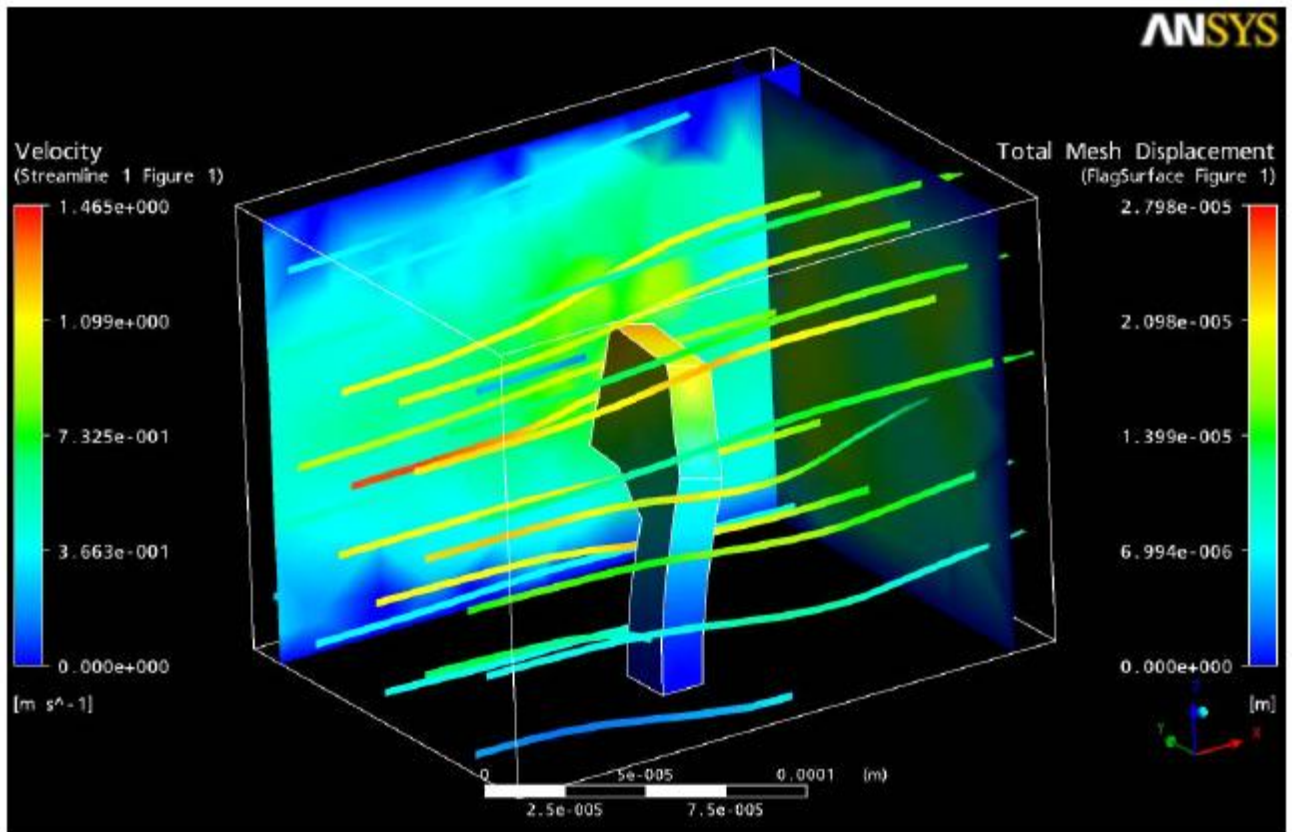
Πλέγμα	Μέγιστη μετατόπιση	Χρόνος επίλυσης
2	26,04 $\mu\text{m}$	464,494 sec

**Πίνακας 5.4:** Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης δεύτερου πλέγματος με το COMSOL Multiphysics

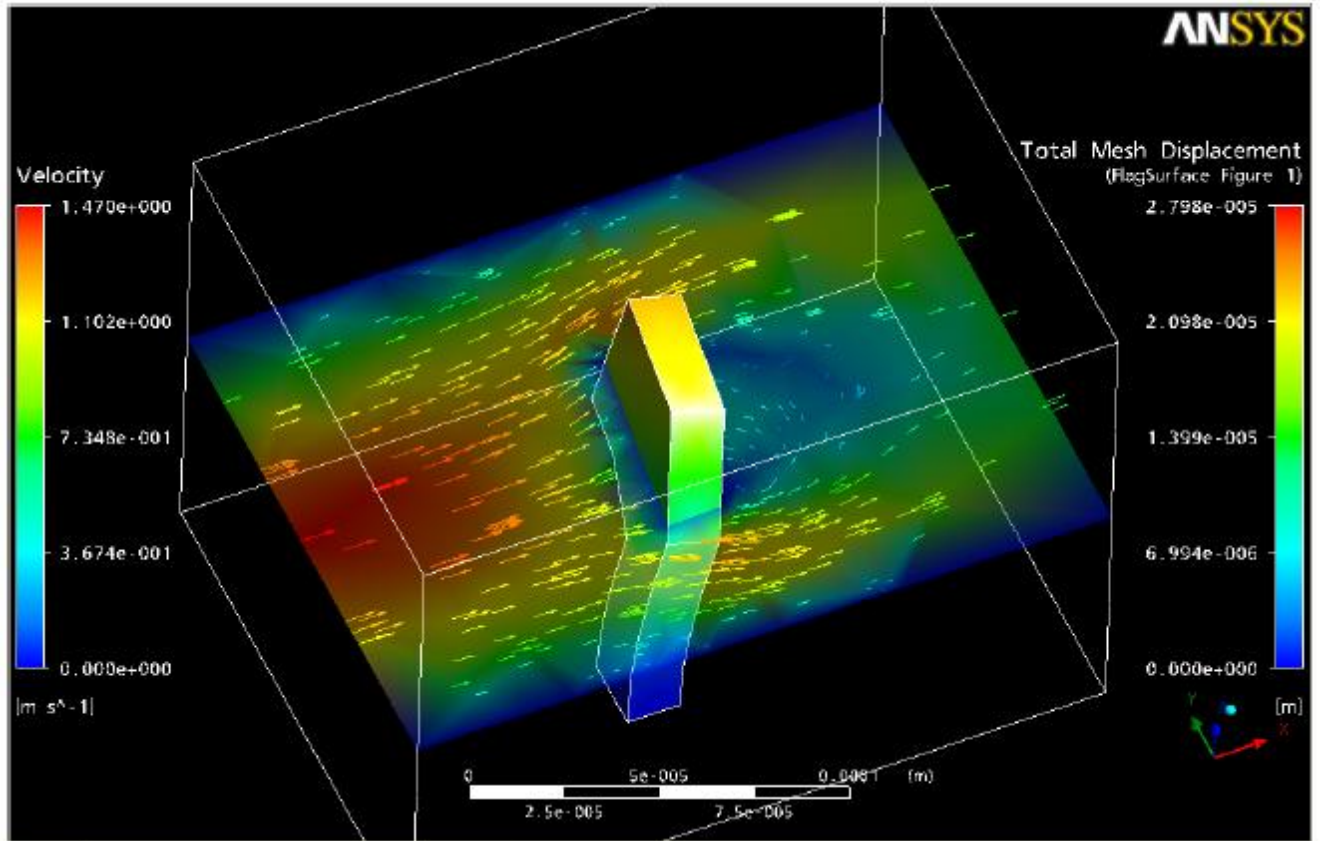
#### 5.1.4 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ANSYS WORKBENCH

Αμέσως παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που έγιναν με το *ANSYSWorkbench* για τα δύο πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων.

#### ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΡΩΤΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ



**Σχήμα 5.7:** Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το ANSYSWorkbench με το πρώτο πλέγμα



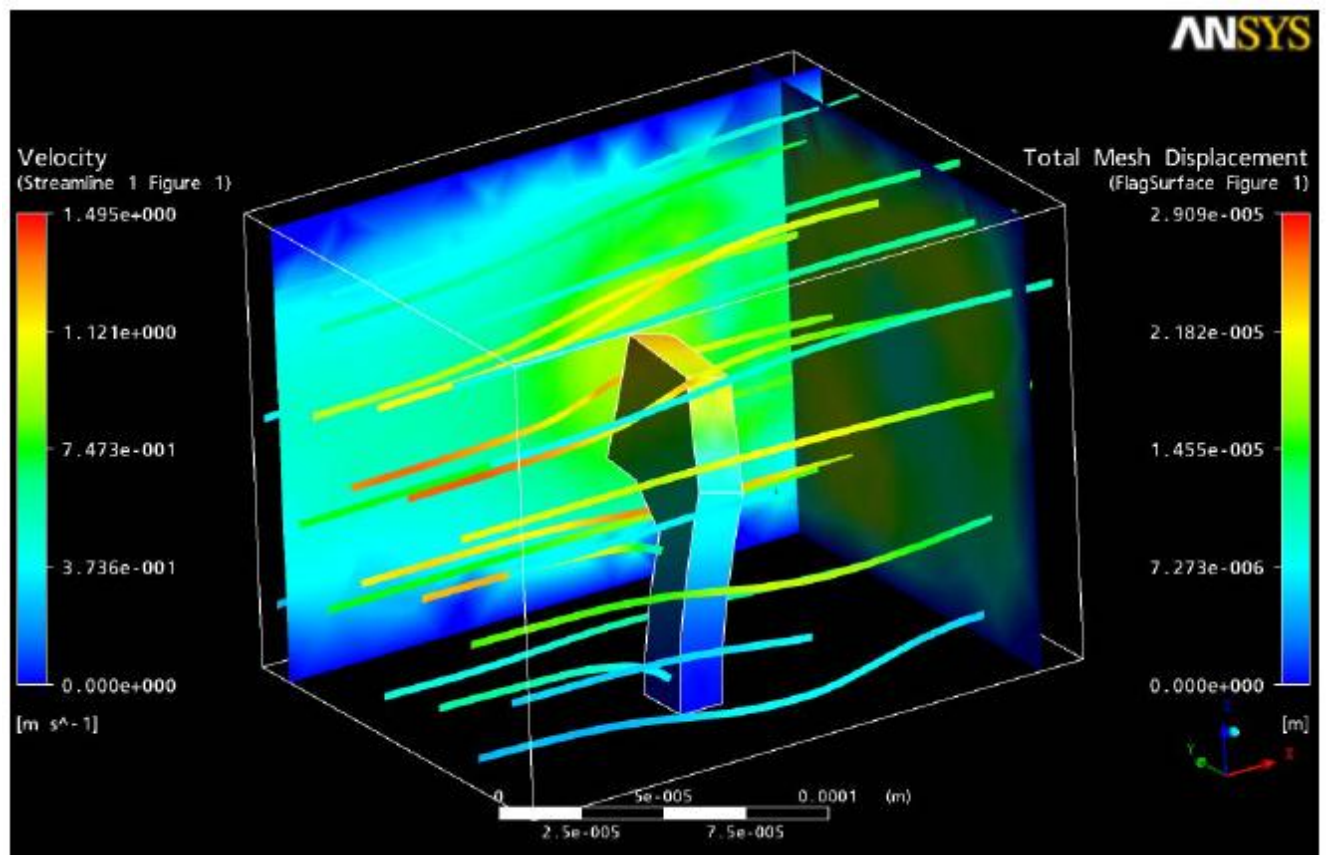
**Σχήμα 5.8:** Τομή ταχυτήτων της ροής με το ANSYSWorkbench με το πρώτο πλέγμα

Η μέγιστη μετατόπιση που παρατηρείται στο εμπόδιο καθώς και ο χρόνος επίλυσης της προσομοίωσης παρατίθεται στον ακόλουθο πίνακα:

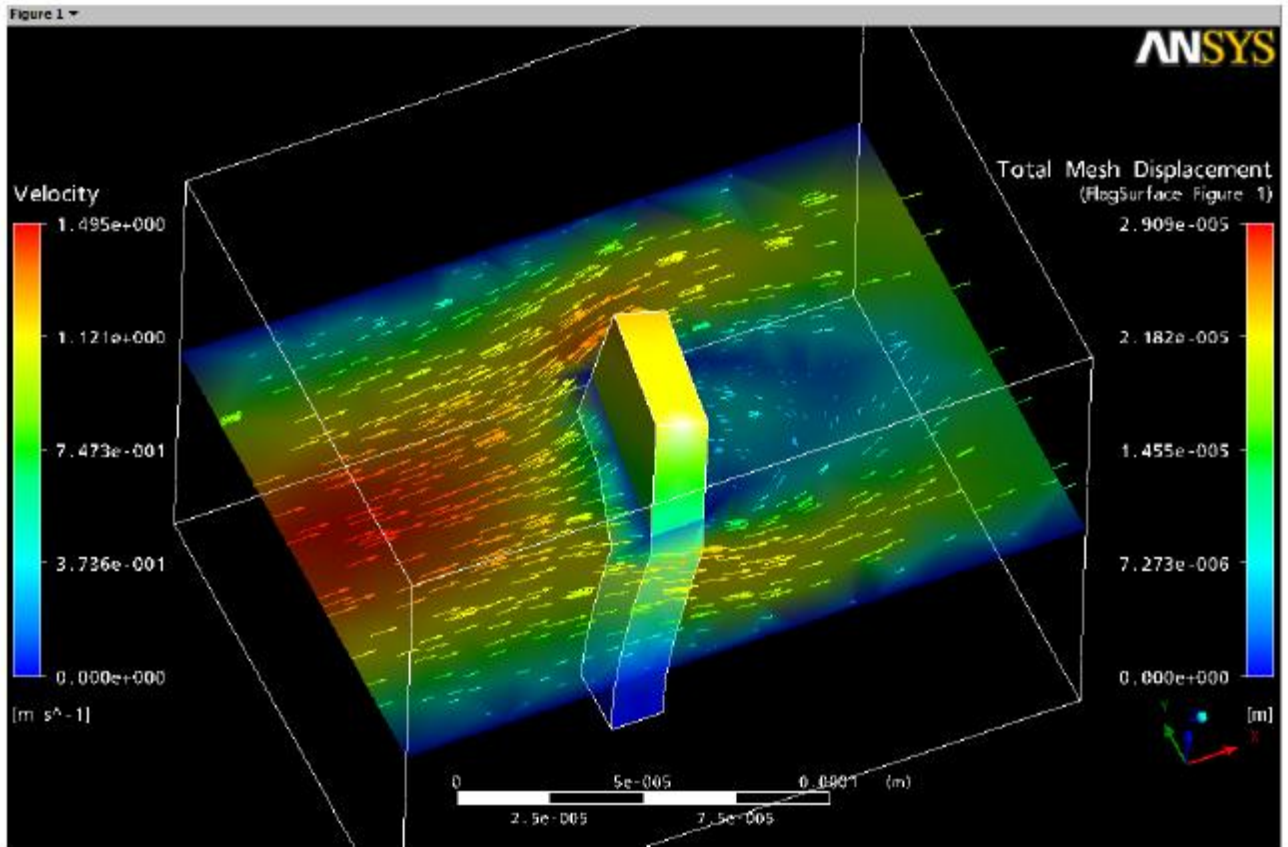
Πλέγμα	Μέγιστη μετατόπιση	Χρόνος επίλυσης
1	27,98 $\mu\text{m}$	252,687 sec

**Πίνακας 5.5:** Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης πρώτου πλέγματος με το ANSYSWorkbench

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ**



**Σχήμα 5.9:** Σχηματική παράσταση του καναλιού της ροής με το ANSYSWorkbench με το δεύτερο πλέγμα



Σχήμα 5.10: Τομή ταχυτήτων της ροής με το ANSYSWorkbench με το δεύτερο πλέγμα

Η μέγιστη μετατόπιση που παρατηρείται στο εμπόδιο καθώς και ο χρόνος επίλυσης της προσομοίωσης παρατίθεται στον ακόλουθο πίνακα:

Πλέγμα	Μέγιστη μετατόπιση	Χρόνος επίλυσης
2	29,09 $\mu\text{m}$	594,898 sec

Πίνακας 5.6: Πίνακας αποτελεσμάτων προσομοίωσης δεύτερου πλέγματος με το ANSYSWorkbench



## 5.2 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τον παρακάτω πίνακα, παρατηρούμε ότι όσο αυξάνουμε την πυκνότητα του πλέγματος, μεγαλώνει η μετατόπιση του εμποδίου από το κανάλι της ροής. Ίσως αυτό οφείλεται στην μεγαλύτερη ακρίβεια λόγω της πύκνωσης. Ακόμη, παρατηρούμε ότι οι τιμές της μετατόπισης στο **ANSYS** είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες στο **COMSOL**, πράγμα το οποίο οφείλεται στους διαφορετικούς επιλύτες που χρησιμοποιεί το κάθε πρόγραμμα.

Πρόγραμμα	Τύπος πλέγματος	Μέγιστη μετατόπιση
COMSOL Multiphysics	1	25,72 μm
	2	26,04 μm
ANSYS Workbench	1	27,98 μm
	2	29,09 μm

**Πίνακας 5.7:** Πίνακας σύγκρισης των αποτελεσμάτων των δύο πακέτων

Όσον αφορά την δημιουργία πλέγματος, το **COMSOL** είναι αρκετά γρηγορότερο σε σχέση με το **ANSYS** όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Παρά τον γρηγορότερο μηχανισμό δημιουργίας πλέγματος που έχει το **COMSOL**, έχει λιγότερες επιλογές βελτιστοποίησης του πλεγματος.

Πρόγραμμα	Τύπος πλέγματος	Χρόνος δημιουργίας
COMSOL Multiphysics	1	0,8sec
	2	1,3 sec
ANSYS Workbench	1	1,6sec
	2	2,2 sec

**Πίνακας 5.8:** Πίνακας σύγκρισης των αποτελεσμάτων των δύο πακέτων

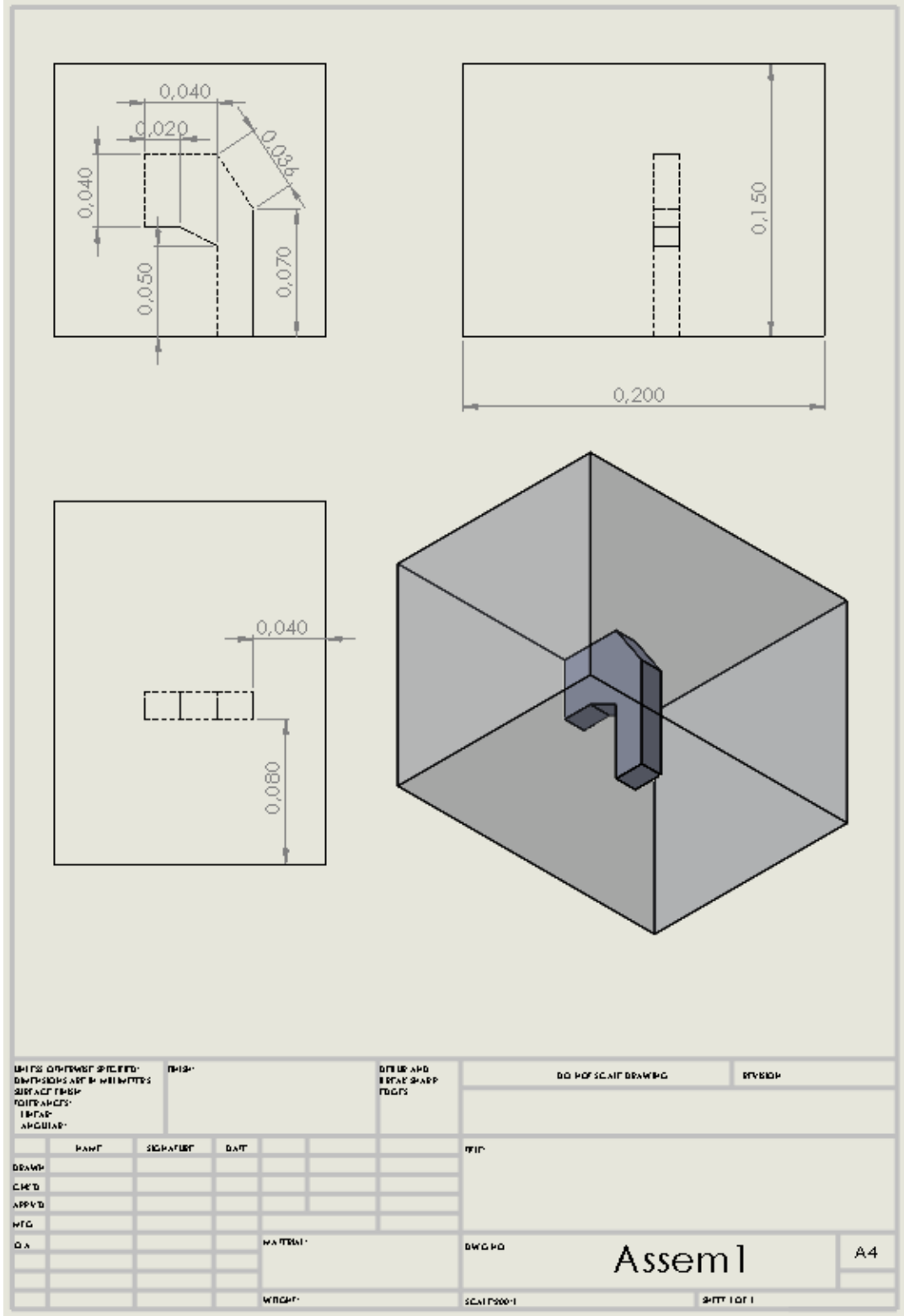
Τέλος, παρατηρώντας τον παρακάτω πίνακα, παρατηρούμε ότι το **COMSOL** επιλύει γρηγορότερα την συγκεκριμένη προσομοίωση και μάλιστα όσο περισσότερα είναι τα πεπερασμένα στοιχεία τόσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διαφορά.

<b>Πρόγραμμα</b>	<b>Τύπος πλέγματος</b>	<b>Χρόνος επίλυσης</b>
COMSOL Multiphysics	1	202,182 sec
	2	464,494 sec
ANSYS Workbench	1	252,687 sec
	2	594,898 sec

**Πίνακας 5.9:** Πίνακας σύγκρισης των χρόνων επίλυσης των δύο πακέτων

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟΜΟΝΤΕΛΟΥ





## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

### **ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ (ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ)  
ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ: ΑΥΓΕΡΟΠΟΥΛΟΣ ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ - ΜΠΕΛΤΣΙΟΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ
- Κ.ΠΑΝΑΓΙΩΤΟΥ ,ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ, ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2000.
- Γ.ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΙΔΗΣ ,ΣΙΔΕΡΙΔΟΥ , ΧΗΜΕΙΑ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ, ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2006.
- Ι.ΠΑΝΤΕΛΗΣ ,ΜΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΤΕΧΝΙΚΑ ΥΛΙΚΑ, ΑΘΗΝΑ 1996.
- Ε.ΜΗΤΣΟΥΛΗ ,ΠΟΛΥΜΕΡΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ .
- Α.ΜΑΜΑΛΗΣ, ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ, ΑΘΗΝΑ 1998
- Ε.ΜΗΤΣΟΥΛΗΣ , "ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΟΛΥΜΕΡΩΝ", ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΕΜΠ.
- ΤΣΑΜΑΣΦΥΡΟΣ Γ. Ι., ΘΕΟΤΟΚΟΓΛΟΥ Ε. Ε., 1994, Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.
- ΓΚΟΤΣΗΣ Π. Κ., 2005, ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ. ΖΗΤΗ
- ΒΟΥΘΟΥΝΗΣ Π. Α., 2001, ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΑΠΑΡΑΜΟΡΦΩΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ –ΣΤΑΤΙΚΗ.

### **ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- M.BAKER - JOEY MEAD ,THERMOPLASTIC,MASSACHUSSETS 2000
- C.PATTANAKUL-S.SELKE,J.OF APPL.POLYM.SCIENCE,1991
- T.A.OSSWALD, G.MENGES, "MATERIALS SCIENCE OF POLYMER FOR ENGINEERS"
- H. POTENTE, "FUNDAMENTAL MECHANISMS IN POLYMER PROCESSING – EXTRUSION," SPE ANTEC PROCEEDINGS, ATLANTA, GEORGIA, 1998.
- W.E. STEWART, AND E.N. LIGHTFOOT, TRANSPORT PHENOMENA, WILEY, NEW YORK, 1960.
- T. A. OSSWALD AND P.J. GRAMANN, "POLYMER PROCESSING SIMULATION TRENDS,"
- SOCIETY FOR THE ADVANCEMENT OF MATERIAL AND PROCESS ENGINEERS, ERLANGEN.

- CARLOS A. FELIPPA, 2006, INTRODUCTION TO FINITE ELEMENTS METHODS, DEPT.
- TIMOR Z. AND COG. GOBOS, «PRINCIPLES OF POLYMER PROCESSING», WILEY, NEW YORK (1979).
- CRAWFORD R.J., «PLASTICS ENGINEERING», PERGAMON PRESS, NEW YORK (1987).
- MORTON- JONES D.H, «POLYMER PROCESSING», CHAPMAN AND HALL, NEW YORK (1989).
- BIRLEY A.W., B. HAWORTH AND J. BATCHELOR, «PHYSICS OF PLASTICS», HANSER, NEW YORK (1992).
- SPERLING L.H., «INTRODUCTION TO PHYSICAL POLYMER SCIENCE», WILEY, NEW YORK (1992).
- CORISH P.J. (EDITOR), «CONCISE ENCYCLOPEDIA OF POLYMER PROCESSING AND APPLICATIONS», PERGAMON PRESS, NEW YORK (1992)
- B.R. BIRD, ARMSTRONG R. C. AND O. HASSAGER, "DYNAMICS OF POLYMERIC LIQUIDS", JOHN WILEY & SONS, NY 1987.
- J. M. DEALY, AND K.F. WISSBRUN, "MELT RHEOLOGY AND ITS ROLE IN PLASTICS PROCESSING," VAN NOSTRAND REINHOLD, NY 1990.
- C.W. MACOSCO, "RHEOLOGY PRINCIPLES, MEASUREMENTS AND APPLICATIONS," VCH PUBLISHERS INC., 1994.
- M. R. DE GUIRE, "INTRODUCTION TO MATERIALS SCIENCE & ENGINEERING" (2005)
- L.H. SPERLING, "INTRODUCTION TO PHYSICAL POLYMER SCIENCE" (2006)
- M. F. ASHBY & D. R. H. JONES "ENGINEERING MATERIALS 2: AN INTRODUCTION TO MICROSTRUCTURES, PROCESSING AND DESIGN", (1998)
- M.F. ASHBY, D. R.H JONES "ENGINEERING MATERIALS 1: AN INTRODUCTION TO THEIR PROPERTIES & APPLICATIONS" (1980)
- J.M. DEALY, AND R.G. LARSON, STRUCTURE AND RHEOLOGY OF MOLTEN POLYMERS, HANSER, MUNICH (2006).
- S. YANG, Y.W. ZHANG, K. ZENG; "ANALYSIS OF NANOINDENTATION CREEP FOR POLYMERIC MATERIALS", JOURNAL OF APPLIED MATERIALS, VOL. 95, NO. 7, APRIL 2004
- M. L. OYEN ET AL.; "LOAD-DISPLACEMENT BEHAVIOUR DURING SHARP INDENTATION OF VISCOUS-ELASTIC-PLASTIC MATERIALS". J. MATER. RES., VOL. 18, NO. 1, JAN. 2003
- WALTER MICHAELI, EXTRUSION DIES, HANSER PUBLISHERS, MUNICH, VIENNA, NEW YORK, 1984.

- CHRIS RAUWENDAAL, "HOW PROPER DIE DESIGN CAN IMPROVE PROFILE QUALITY," PLASTICS WORLD, VOL. 49, NOV 1991, PP. 73-75.
- A.M. HENDERSON AND ALFRED RUDIN, "EFFECTS OF DIE TEMPERATURE ON EXTRUDATE SWELL IN SCREW EXTRUSION," JOURNAL OF APPLIED POLYMER SCIENCE, VOL. 31, 1986.
- T. A. OSSWALD AND P.J. GRAMANN, "POLYMER PROCESSING SIMULATION TRENDS," SOCIETY FOR THE ADVANCEMENT OF MATERIAL AND PROCESS ENGINEERS, ERLANGEN.

### **SITES**

- <http://www.pslc.ws/macrog/level3.htm>
- <http://en.wikipedia.org/wiki/Extrusion>
- <http://www.ge.uiuc.edu/s-burns/GE310/ANSYS-Tutorial--05-18-04.pdf>
- <http://www.comsol.com/products/tutorials/>