



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ  
ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

## **Χρονικός Προγραμματισμός Βιομηχανίας Μεταποίησης Σιτηρών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σιναπίδου Κ. Αναστασία

**Επιβλέπων :** Χρήστος Κυρανούδης  
Αναπληρωτής καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2012

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η παρούσα εργασία αποτελεί τη διπλωματική μου εργασία στα πλαίσια των σπουδών μου στη σχολή Χημικών Μηχανικών του ΕΜΠ και πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη του καθηγητή κυρίου Χρήστου Κυρανούδη, τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά για την άμεση και ουσιαστική στήριξη καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της. Έμπνευση του θέματος αυτής της εργασίας αποτέλεσε η πολύ ευχάριστη και ενδιαφέρουσα εμπειρία που είχα κατά την πρακτική μου άσκηση στη βιομηχανία «Μύλοι Θράκης Ι.Ουζουνόπουλος». Για το λόγο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω το προσωπικό του εργοστασίου στο σύνολό του και ιδιαιτέρως τον κύριο Αθανάσιο Καρακατσάνη που μου παρείχε όλες τις απαραίτητες πληροφορίες.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	5
1. Εισαγωγή	6
2. Ανάπτυξη ανά τον κόσμο	7
2.1 Αφρική	7
2.2 Αμερική	7
2.3 Ασία	7
3. Ανάπτυξη στην Ευρώπη	7
4. Είδος, τιμή και ποιότητα σιταριών	8
5. Παραγωγική διαδικασία	10
5.1 Εξέλιξη	10
5.2 Σύγχρονη παραγωγική διαδικασία	10
6. Απόδοση μύλου	14
7. Μαθηματικό μοντέλο παραγωγικής διαδικασίας	15
7.1 Αρχική προσέγγιση	15
7.2 Τελική μορφή του μαθηματικού μοντέλου	17
8. Διαδικασία επίλυσης	18
9. Παραδείγματα	19
9.1 Όταν το κόστος υπερωρίας είναι μεγαλύτερο από το κόστος αποθέματος	19
9.1.1 Για μεταβολή της ζήτησης ενός προϊόντος στην πρώτη περίοδο	19
9.1.2 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη περίοδο	19
9.1.3 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στην τρίτη περίοδο	25
9.1.4 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη και ενός στην τρίτη περίοδο	31
9.2 Όταν το κόστος υπερωρίας είναι μικρότερο από το κόστος αποθέματος	36

9.2.1 Για μεταβολή της ζήτησης ενός προϊόντος στην πρώτη περίοδο	36
9.2.2 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη περίοδο	36
9.2.3 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στην τρίτη περίοδο	40
9.2.4 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη και ενός στην τρίτη περίοδο	46
10. Συμπεράσματα	51
11. Βιβλιογραφία	53

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα σιτηρά και η άλεση τους απασχολούν τους ανθρώπους εδώ και χιλιετίες. Οι αλευροβιομηχανίες είναι ιδιαίτερα αναπτυγμένες ανά τον κόσμο και με το πέρασμα των χρόνων επηρεάζουν όλο και περισσότερο η μία την άλλη. Η αγορά σιτηρών και αλεύρων είναι παγκοσμίου εύρους και ο ανταγωνισμός συνεχώς αυξάνεται. Στόχος κάθε μύλου είναι να λειτουργεί στο βέλτιστο σημείο, το οποίο συμβαίνει όταν παράγει τη μέγιστη ποσότητα αλεύρου, με τις καλύτερες προδιαγραφές με τον πιο οικονομικό και αποδοτικό τρόπο.

Καταστρώθηκε ένα μαθηματικό μοντέλο που λαμβάνει υπόψη τον αριθμό των χρονικών περιόδων, το κόστος υπερωρίας, το κόστος αποθέματος, τη ζήτηση κάθε προϊόντος, τις ώρες εργασίας και υπερωρίας κάθε περιόδου και την ταχύτητα παραγωγής κάθε προϊόντος, με στόχο την ελαχιστοποίηση του άχρηστου αποθέματος και των υπερωριών. Το μοντέλο αυτό δίνει ως λύση τις ώρες που πρέπει να παραχθεί κάθε προϊόν, το απόθεμα που δημιουργείται και τις πιθανές υπερωρίες που είναι απαραίτητες για την κάλυψη των αναγκών.

Επιλύθηκαν οχτώ προβλήματα 2 κατηγοριών. Στην πρώτη κατηγορία το κόστος της υπερωρίας είναι μεγαλύτερου του κόστους αποθέματος, ενώ στη δεύτερη κατηγορία συμβαίνει το αντίθετο. Τα προβλήματα και στις δύο περιπτώσεις είναι τα εξής: μεταβολή της ζήτησης μόνο ενός προϊόντος στην πρώτη περίοδο, μεταβολή της ζήτησης μόνο ενός προϊόντος στη δεύτερη περίοδο, μεταβολή της ζήτησης μόνο ενός προϊόντος στην τρίτη περίοδο και μεταβολή της ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο ταυτόχρονα.

Συμπερασματικά, το σύστημα δίνει προτεραιότητα στην πιο οικονομική λύση, οπότε αξιοποιεί πρώτα τις υπερωρίες και στη συνέχεια τη δημιουργία αποθέματος, όταν αυτό κοστίζει περισσότερο και αντίστροφα. Η επίλυση γίνεται για όλες τις περιόδους μαζί συνδυάζοντας τα δεδομένα κι έτσι αυξημένη ζήτηση σε μια περίοδο μπορεί να έχει αντίκτυπο στις ώρες παραγωγής προηγούμενων. Γενικά όσο περισσότερες περιόδους παίρνουν μέρος στον προγραμματισμό τόσο μεγαλύτερες ανάγκες είναι δυνατόν να καλυφθούν.

## **1. Εισαγωγή**

Τα δημητριακά καλλιεργούνται από την τελευταία εποχή των παγετώνων, γύρω στα 8000 π.Χ.. Το πιο σημαντικό από όλα τα δημητριακά είναι το σιτάρι εξαιτίας πολλών σημαντικών ιδιοτήτων που έχει.

Το σιτάρι και σε μικρότερο βαθμό η σίκαλη, διαφέρει από τα άλλα δημητριακά λόγω της γλουτένης που περιέχει. Η σημασία αυτού του συστατικού του καρπού έχει οδηγήσει στην εκτενή παραγωγή του σιταριού καθώς και σε ανάπτυξη των ερευνών σχετικά με την τέχνη της παραγωγής αλεύρων. <sup>(2)</sup>

Οι πρώτοι μύλοι λειτουργούσαν σε τοπικές αγορές, αλέθοντας μόνο σιτηρά από κοντινές περιοχές. Οι πωλήσεις δεν ήταν ιδιαίτερα σημαντικές καθώς η άλεση ήταν μια υπηρεσία που αφορούσε μόνο τους αγρότες. Αποτέλεσμα αυτού ήταν οι μύλοι να βρίσκονται οπουδήποτε υπήρχαν σιτηρά στον κόσμο. Παρ' όλα αυτά για αιώνες οι μύλοι λειτουργούσαν αρκετά απομονωμένοι με μοναδικό ανταγωνισμό την ποιότητα και την τιμή των μύλων στην ευρύτερη περιοχή.

Σήμερα, ωστόσο, οι περισσότεροι μύλοι δεν μπορούν να λειτουργήσουν αποτελεσματικά χωρίς να γνωρίζουν την παγκόσμια αγορά των σιτηρών και των αλεύρων. Αύξηση ή πτώση στην προμήθεια σιτηρών σε κάποιο μέρος του κόσμου μπορεί να προκαλέσει αλλαγές στην τιμή των σιτηρών παγκοσμίως.

Όπως όλες οι βιομηχανίες, οι αλευρόμυλοι στοχεύουν στο να είναι κερδοφόροι. Αν δεν είναι, όσο καλό και να είναι το προϊόν τους, δεν πρόκειται να παραμείνουν ενεργοί για πολύ καιρό. Κατά συνέπεια υπάρχουν τέσσερις βασικές περιοχές που πρέπει να διαχειριστούν αποδοτικά: το προϊόν, η τοποθεσία, οι διεργασίες και οι άνθρωποι.<sup>(1)</sup>

## **2. Ανάπτυξη ανά τον κόσμο**

### **2.1 Αφρική**

Η αλευροβιομηχανία στην Αφρική είναι παρούσα σε όλη την έκτασή της. Από την Μεσόγειο ως το Ακρωτήριο της καλής Ελπίδας, και από την Αίγυπτο, την Αλγερία και το Μαρόκο στα βόρεια ως την Νιγηρία, την Κένυα, την Τανζανία και την Ζιμπάμπουε στη νότια Αφρική.

### **2.2 Αμερική**

Οι ΗΠΑ βρίσκονται στις 3 πρώτες θέσεις παραγωγής σίτου στον κόσμο, ο Καναδάς είναι στις 10 πρώτες και η Αργεντινή στις 20. Κατά συνέπεια υπάρχουν άφθονες προμήθειες ποιοτικού σίτου όχι μόνο σ' αυτές τις τρεις χώρες αλλά και στην Κεντρική Αμερική (Μεξικό), στην Καραϊβική και στη Νότιο Αμερική (Βραζιλία, Χιλή, Κολομβία, Βενεζουέλα).

### **2.3 Ασία**

Η Κίνα και η Ινδία είναι οι δύο από τις τρεις κορυφαίες σε παραγωγή χώρες στον κόσμο, ενώ η Ρωσία, η Τουρκία, το Πακιστάν και το Καζακστάν κατέχουν επίσης υψηλές θέσεις στην κατάταξη. Όπως αναμενόταν λοιπόν οι αλευρόμυλοι αποτελούν σημαντικό κομμάτι της βιομηχανίας σε όλη την έκταση της ηπείρου.<sup>(1)</sup>

## **3. Ανάπτυξη στην Ευρώπη**

Συνολικά, οι ευρωπαϊκοί μύλοι παράγουν πάνω από 32 εκατομμύρια τόνους αλεύρων το χρόνο. Οι χώρες με τη μεγαλύτερη παραγωγή αλεύρων στην Ευρώπη είναι, η Γερμανία, η Ιταλία, η Γαλλία, το Ηνωμένο Βασίλειο, η Πορτογαλία, η Ισπανία, η Πολωνία, η Ουκρανία και η Ρουμανία.

Η δομή όλων αυτών των βιομηχανιών είναι πολύ διαφορετική. Για παράδειγμα, η Ρουμανία έχει περίπου 2000 μύλους που αλέθουν γύρω στα 2,5 εκατομμύρια

τόνους σιτάρι το χρόνο και η Πορτογαλία αλέθει 4 εκατομμύρια τόνους με 800 μύλους. Αντίθετα, το Βέλγιο με λίγο περισσότερους από 50 μύλους παράγει πάνω από 1,25 εκατομμύρια τόνους αλεύρι.

#### **4. Είδος, τιμή και ποιότητα σιταριών**

Το μεγαλύτερο κόστος ενός μύλου είναι το σιτάρι και ο αγοραστής πρέπει να επιτύχει την αγορά των καταλληλότερων σιταριών στη πιο χαμηλή τιμή. Δεν πρόκειται απλά για τον εφοδιασμό σιτηρών από μια κοντινή φάρμα αλλά για μια πιο περίπλοκη αγορά.

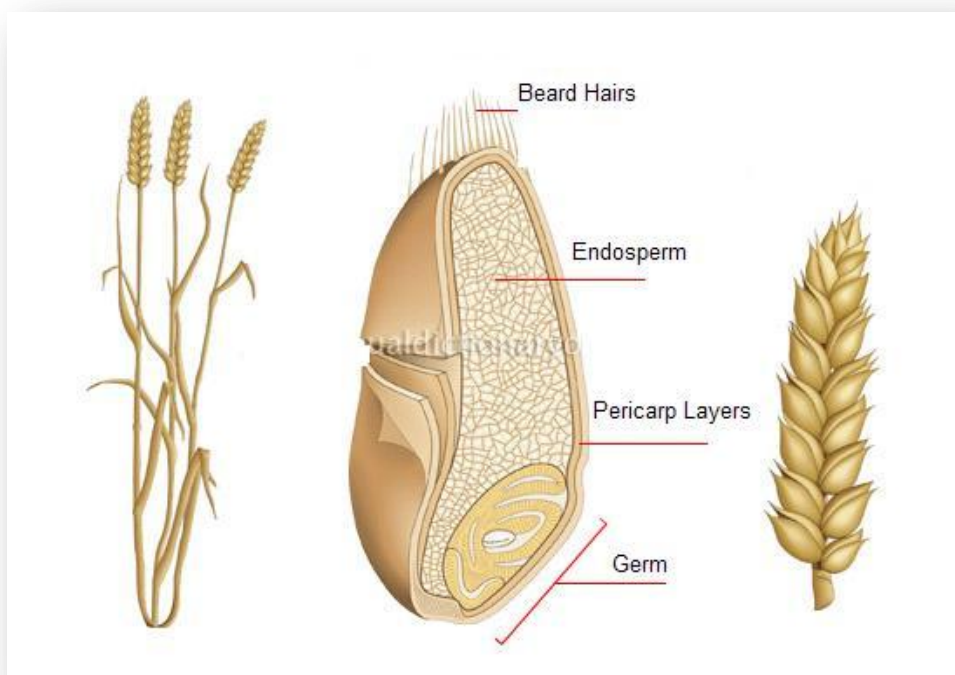
Ο αγοραστής πρέπει να παρακολουθεί στενά την αγορά των σιτηρών και να χρησιμοποιεί την εμπειρία του για να προβλέψει την μεταβολή των τιμών. Οι τοπικές τιμές των σιτηρών μπορεί να επηρεαστούν από την παγκόσμια αγορά και γίνεται ακόμη πιο δύσκολο να προβλεφθούν οι επικείμενες αλλαγές.

Οι περισσότερες αλευροβιομηχανίες αγοράζουν τα σιτηρά τους μέσω εμπόρων οι οποίοι προσφέρουν διάφορες ποσότητες και είδη σιτηρών προς πώληση. Από αυτά τα σιτηρά λαμβάνονται δείγματα στα οποία γίνονται έλεγχοι. Οι αγοραστές μπορούν να συλλέξουν πληροφορίες γι' αυτά μέσω των εμπόρων ή να ενημερωθούν για τις τάσεις της αγοράς μέσω σχετικών εντύπων και ηλεκτρονικών πηγών.

Συνήθως, η τιμή των σιτηρών είναι χαμηλότερη την περίοδο της συγκομιδής. Η τιμή στη συνέχεια αυξάνεται για να ισοσκελίσει το κόστος της αποθήκευσης. Ωστόσο, μια σειρά πολλών παραγόντων μπορεί να επηρεάσει την τιμή των σιτηρών κατά τη διάρκεια της χρονιάς. Διακυμάνσεις στην αξία του νομίσματος είναι δυνατόν να καταστήσουν τα τοπικά σιτηρά περισσότερο ή λιγότερο ελκυστικά για εξαγωγή και παράλληλα τα εισαγόμενα σιτηρά πιο συμφέροντα οικονομικά. Η εσοδεία και η ποιότητα των σιτηρών σε άλλες περιοχές του κόσμου μπορεί είτε να μειώσει είτε να αυξήσει τη ζήτηση των σιτηρών στην παγκόσμια αγορά. Εν τέλει τα σιτηρά γίνονται όλο και πιο διαδεδομένη πηγή τροφής στις αναπτυσσόμενες χώρες



και τα τοπικά αποθέματα μπορούν να οδηγήσουν σε αγορά μεγάλων ποσοτήτων οι οποίες αναπόφευκτα οδηγούν σε αύξηση της τιμής παγκοσμίως. <sup>(1)</sup>



Εικόνα 1 : Το φυτό και η τομή του καρπού του σιταριού.

Τα σιτάρια χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες: τα σκληρά και τα μαλακά. Η διαφορά τους έγκειται κυρίως στην υφή του ενδοσπερμίου.

Η άλεση σκληρών σιταριών απαιτεί πολλή ενέργεια και οι κόκκοι του αμύλου υπόκεινται εκτεταμένες ζημιές. Το αλεύρι μπορεί να απορροφήσει μεγάλες ποσότητες νερού κατά το σχηματισμό ζύμης και ένα τελικό προϊόν φτιαγμένο από αυτή τη ζύμη θα περιέχει τελικά μεγάλο ποσοστό υγρασίας. Το αλεύρι από σκληρά σιτάρια προτιμάται για την παραγωγή ψωμιού γιατί το υψηλό ποσοστό υγρασίας καθυστερεί το μπαγιάτεμα.

Κατά την άλεση μαλακών σιταριών, προκαλείται σχετικά μικρή ζημιά στο άμυλο του καρπού και στη συνέχεια οι ζύμες που δημιουργούνται έχουν μικρή περιεκτικότητα υγρασίας. Αυτά τα άλευρα προτιμούνται για την παραγωγή ξηρών

προϊόντων, όπως τα μπισκότα, γιατί χρειάζεται λιγότερη ενέργεια για την απομάκρυνση της υγρασίας κατά το ψήσιμο.

Ένα άλλο πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό των σιταριών που επηρεάζει την σκληρότητά τους είναι η περιεκτικότητά τους σε πρωτεΐνη. Κατά τη δημιουργία ζύμης η πρωτεΐνη μετράται ως γλουτένη. Τα δυνατά άλευρα παράγουν ελαστική γλουτένη και χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ψωμιών εξαιτίας της καλής υφής που δίνει στην ψίχα αλλά και στον όγκο που δίνει στο ψωμί.<sup>(3)</sup>

## **5. Παραγωγική διαδικασία**

### **5.1 Εξέλιξη**

Οι άνθρωποι αρχικά άλεθαν το σιτάρι συνθλίβοντάς το ανάμεσα σε πέτρες ή σε γουδιά ενώ αργότερα χρησιμοποίησαν περιστροφικούς πετρόμυλους, οι οποίοι συχνά ήταν χειροκίνητοι. Έχουν ανακαλυφθεί απομεινάρια πετρόμυλων ηλικίας τουλάχιστον 2000 ετών, οι οποίοι κινούνταν από σκλάβους ή βοοειδή.

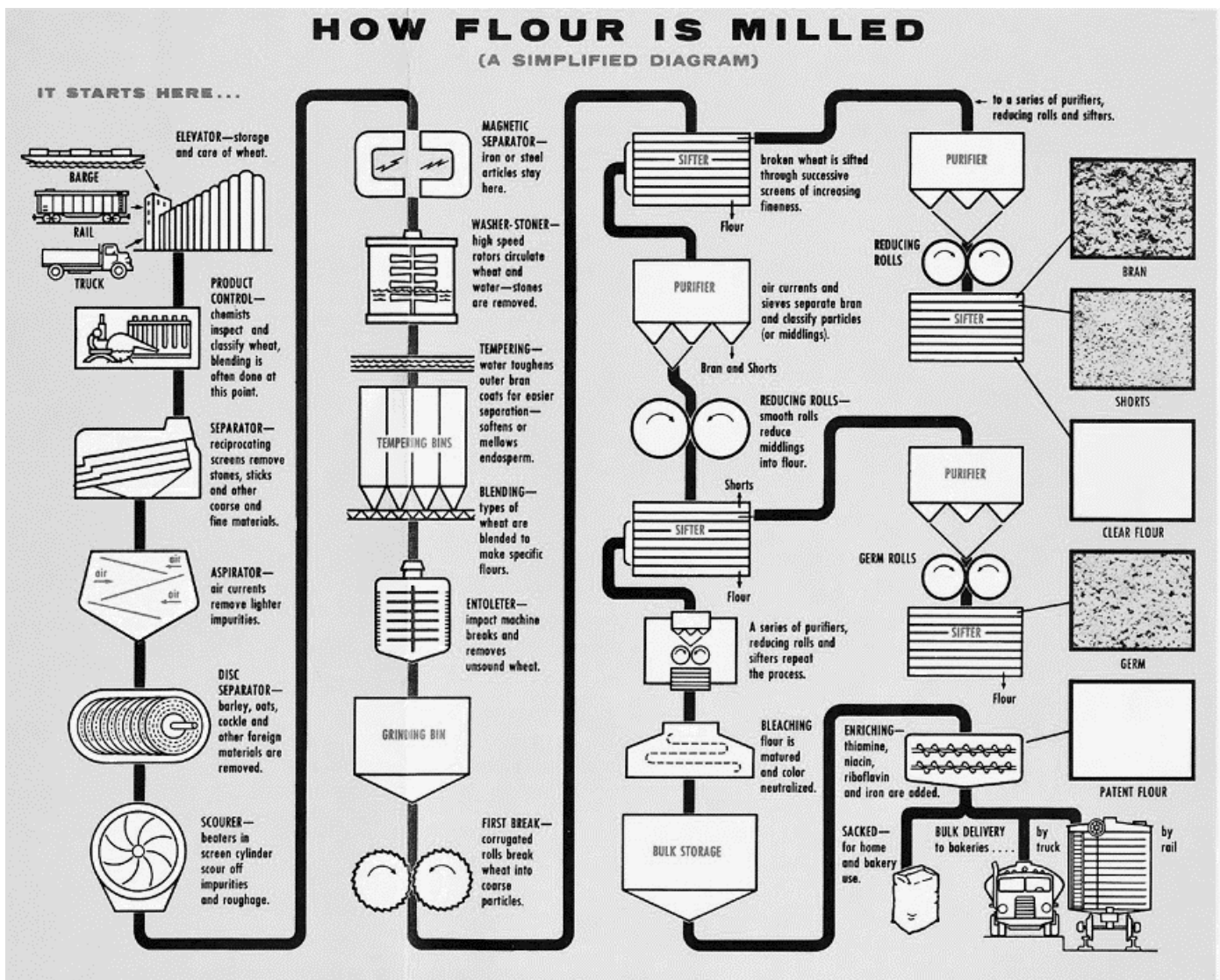
Οι νερόμυλοι εμφανίστηκαν στους Ρωμαϊκούς χρόνους, οι ανεμόμυλοι παρουσιάστηκαν το δωδέκατο αιώνα ενώ η ατμομηχανές άρχισαν να χρησιμοποιούνται από το δέκατο όγδοο αιώνα.

Με το πέρασμα των αιώνων η διάταξη άλεσης με τις δύο οριζόντιες ή κωνικές πέτρες άλλαξε ελάχιστα. Ωστόσο, βελτιώθηκαν οι πέτρες που χρησιμοποιούνταν, η εγκαταστάσεις, οι μηχανισμοί κίνησης και εφοδιασμού και μέθοδοι με τις οποίες προσδένονται και ρυθμίζονται οι πέτρες. Η πιο σημαντική εξέλιξη ήταν η εμφάνιση των κυλινδρόμυλων που αποτελούν έναν πολύ πιο αποτελεσματικό τρόπο άλεσης.<sup>(2)</sup>

## 5.2 Σύγχρονη παραγωγική διαδικασία

### Καθαρισμός

Η διαδικασία σε τεχνική ορολογία ξεκινά όταν το σιτάρι φτάνει στο μύλο. Κατά την εισαγωγή το σιτάρι μεταφέρεται για μια διαδικασία προ-επιλογής όπου γίνεται ένας αρχικός καθαρισμός για την απομάκρυνση των πιο μεγάλων προσμίξεων. Το σιτάρι πρέπει να καθαριστεί πριν την άλεση και γι' αυτό ο σκοπός του καθαρισμού είναι να απομακρυνθεί οτιδήποτε δεν είναι σιτάρι. Μετά τον καθαρισμό το σιτάρι μεταφέρεται και παραμένει σε σιλό όπου γίνεται η διαβροχή. Για τη διαβροχή απαιτείται νερό και στη συνέχεια χρόνος για να το απορροφήσει το σιτάρι μέσα στο ενδοσπέρμιο. Ο χρόνος που χρειάζεται διαφέρει από σιτάρι σε σιτάρι.<sup>(2)</sup>



Εικόνα 2: Διάγραμμα ροής μύλου

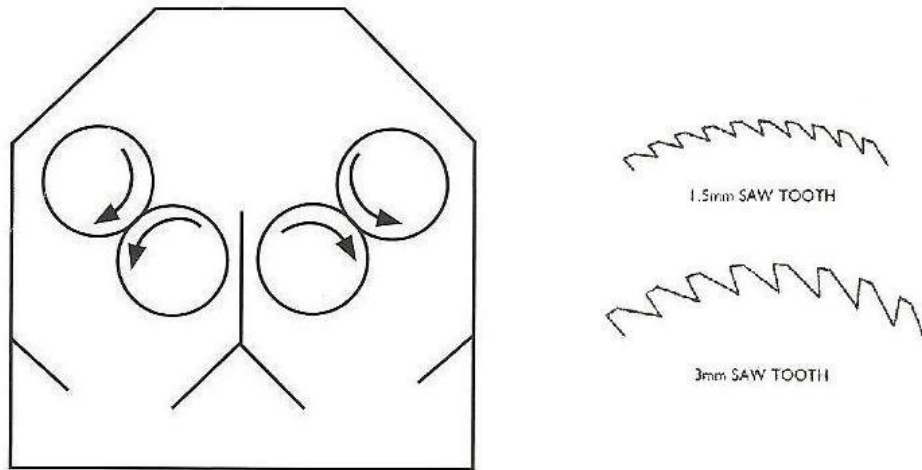
## Άλεση

Η βασική διαδικασία η οποία καθορίζει και τον χρόνο παραγωγής των προϊόντων είναι η άλεση. Η άλεση είναι σχεδιασμένη έτσι ώστε να ανοίγει ο καρπός, να αφαιρείται το ενδοσπέρμιο και να απομακρύνονται τα πίτυρα από αυτό. Στη συνέχεια αλέθεται το ενδοσπέρμιο προς αλεύρι και κοσκινίζεται ξανά το τελικό προϊόν. Το επανακοσκίνισμα γίνεται για να απομακρυνθούν κομμάτια του ενδοσπερμίου που πιθανόν δεν έχουν αλεστεί αρκετά αλλά και πίτυρα ή φύτρα που μπορεί να περάσανε από το πρώτο κοσκίνισμα. Συμπερασματικά η άλεση είναι μια πολύπλοκη διαδικασία από επαναλαμβανόμενες αλέσεις και διαχωρισμούς γνωστή ως σύστημα σταδιακής μείωσης.

Πιο συγκεκριμένα το «καθαρό» σιτάρι περνάει από τα πρώτα κύλινδρα όπου γίνεται το πρώτο σπάσιμο. Από εκεί μεταφέρεται με πνευματικό σύστημα στα plansifters, που αποτελούν τα πρώτα κόσκινα, και στη συνέχεια στις σιμιγδαλίστρες (purifiers), που ουσιαστικά είναι κόσκινα διαφορετικής τεχνολογίας.

Ανάλογα με το μέγεθός τους και με το βάρος τους οι κόκκοι αλεσμένου σιταριού μεταφέρονται σε διαφορετικά κύλινδρα άλεσης για περαιτέρω σπάσιμο. Αυτός ο κύκλος σπάσιμο-κοσκίνισμα συνεχίζεται έως ότου να διαχωριστεί κατά το δυνατόν περισσότερο το πίτυρο από το ενδοσπέρμιο και να έχουμε ως προϊόν καθαρό αλεύρι.

Όπως φαίνεται παρακάτω (Εικ. 3) τα κύλινδρα λειτουργούν σε ζεύγη. Οι επιφάνειές τους είναι οδοντωτές και καθώς γυρίζουν προς αντίθετες κατευθύνσεις κόβουν το σιτάρι που περνάει ανάμεσά τους. Για όλη την παραγωγική διαδικασία υπάρχουν αρκετά μηχανήματα με κύλινδρα στη σειρά. Ο αριθμός τους εξαρτάται από το μέγεθος του μύλου. Τα κύλινδρα που βρίσκονται στην αρχή της παραγωγικής διαδικασίας είναι αυτά με τη μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους και συνεχίζοντας η μεταξύ τους απόσταση συνεχώς μικραίνει.



Εικόνα 3 : Διάταξη και οδοντωτή επιφάνεια κυλίνδρων

Όσο πιο μικρή είναι η απόσταση μεταξύ των κυλίνδρων, τόσο πιο πολύ «σπάει» το σιτάρι. Στη συνέχεια αυτοί οι λεπτοί κόκκοι διαχωρίζονται στα plansifters (Εικ. 4) και τις σιμιγδαλίστρες μέχρι που τελικά έχουμε το προϊόν (αλεύρι) και τα παραπροϊόντα (πίτυρα).

Είναι πολύ συνηθισμένο το αλεύρι που παράγεται αμέσως μετά την άλεση να μην αποτελεί το τελικό προϊόν αλλά να χρειάζεται κάποια επιπλέον επεξεργασία. Συχνά προστίθενται βελτιωτικά έτσι ώστε το αλεύρι να έχει ακριβώς τα χαρακτηριστικά που χρειάζονται για συγκεκριμένη χρήση. Οι αλευροβιομηχανίες ουσιαστικά δεν έχουν απόβλητα καθώς ακόμη και τα πίτυρα τα εμπορεύονται με κτηνοτρόφους για ζωοτροφές.<sup>(2)</sup>



Εικόνα 4 : Plansifter<sup>(2)</sup>

### Αποθήκευση

Τα τελικά προϊόντα αρχικά αποθηκεύονται σε σιλό ή χαρμανιέρες. Στη συνέχεια ανάλογα με την παραγγελία υπάρχουν δύο επιλογές. Η πρώτη είναι η χύμα αποστολή, που συνήθως προτιμούν βιομηχανίες που έχουν ως πρώτη ύλη το αλεύρι (μπισκότων, ζυμαρικών κ.α.). Παράλληλα όμως τα άλευρα ενσακίζονται και αποθηκεύονται σε παλέτες. Για το λόγο αυτό το εργοστάσιο διαθέτει και χώρους αποθήκευσης συσκευασμένων προϊόντων για την προσωρινή αποθήκευση των ήδη κατατεθειμένων παραγγελιών, αλλά και για το απαιτούμενο απόθεμα.<sup>(2)</sup>

### **6. Απόδοση μύλου**

Ο όρος απόδοση μύλου χρησιμοποιείται για να περιγράψει το πόσο καλά λειτουργεί ο μύλος. Ιδανικά, το εργοστάσιο θα έπρεπε να λειτουργεί στο βέλτιστο σημείο, το οποίο συμβαίνει όταν παράγει τη μέγιστη ποσότητα αλεύρου, με τις καλύτερες προδιαγραφές με τον πιο οικονομικό και αποδοτικό τρόπο. Έχουν μεγάλη σημασία όλα τα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας, από την αγορά των σιτηρών έως τη μεταφορά στον πελάτη.<sup>[18]</sup>

Για να επιτευχθεί η άριστη λειτουργία του μύλου πρέπει να ληφθούν υπόψη τα εξής:

- η άλεση να παράγει αλεύρι με τα επιθυμητά ποιοτικά χαρακτηριστικά από το φθηνότερο σιτάρι
- η παραγωγή να γίνεται με τη μέγιστη δυνατή ταχύτητα χωρίς να επηρεάζεται το χρώμα του αλεύρου
- το ποσοστό των πιτύρων που απομακρύνονται να είναι τέτοιο που να επηρεάζει κατά το ελάχιστο το χρώμα του προϊόντος αλλά και την ταχύτητα παραγωγής
- η διεργασία να είναι οικονομική
- τα μηχανήματα να καθαρίζονται και να συντηρούνται τακτικά ώστε να επιτυγχάνεται η μέγιστη απόδοση
- οι ατμοσφαιρικές συνθήκες μπορεί να επηρεάσουν τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του προϊόντος αλλά και τη διαδικασία της άλεσης

## **7. Μαθηματικό μοντέλο παραγωγικής διαδικασίας**

Για να επιτευχθεί η βέλτιστη λειτουργία του αλευρόμυλου λαμβάνονται υπόψη δύο βασικές κατηγορίες παραμέτρων. Από τη μία πλευρά είναι οι παράμετροι που παραμένουν σταθερές ή αλλάζουν σπάνια και μόνο μετά από μελέτες, όπως είναι η ταχύτητα άλεσης συγκεκριμένου τύπου σιτηρών. Από την άλλη, αυτές που καθορίζονται τη συγκεκριμένη περίοδο ή στιγμή όπως είναι το απόθεμα και η ζήτηση.<sup>[12]</sup>

### **7.1 Αρχική προσέγγιση**<sup>[4],[5],[6],[7],[8]</sup>

Αρχικά καταστρώθηκε ένα λεπτομερές μοντέλο 12 εξισώσεων το οποίο έδινε λύσεις σε ένα πρόβλημα που θα μπορούσε να διατυπωθεί ως εξής:

Η παραγωγή έχει περιόδους, οι οποίες, ανάλογα με τις συνθήκες, μπορεί να ισοδυναμούν με ημέρες, εβδομάδες, μήνες κτλ. Ένα προϊόν παράγεται (αν

παράγεται) μόνον μια φορά σε κάθε περίοδο. Έχει ληφθεί υπόψη η αλλαγή (change over) μεταξύ των προϊόντων σε κάθε περίοδο. Προϊόντα είναι τα άλευρα. Τα σιτηρά δεν έχουν ληφθεί υπόψη αφού προκύπτουν εύκολα από το ισοζύγιο μάζας των αλεύρων (και θεωρήσαμε ότι υπάρχει προφανής πολιτική αντικατάστασης). Έτσι λοιπόν ο όρος απόθεμα αναφέρεται στα προϊόντα, δηλαδή στα άλευρα.

Οι λύσεις που δίνει αυτό το μοντέλο έχουν ως στόχο την ελαχιστοποίηση του άχρηστου αποθέματος και των υπερωριών.

Παρακάτω καταγράφονται όλες οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται για την ανάπτυξή του:

$n$	Αριθμός προϊόντων
$m$	Αριθμός χρονικών περιόδων
$v$	Κόστος υπερωρίας
$h_i$	Κόστος αποθέματος προϊόντος $i$
$L_i$	Ελάχιστο απόθεμα προϊόντος $i$
$H_i$	Μέγιστο απόθεμα προϊόντος $i$
$A_t$	Ώρες εργασίας περιόδου $t$
$B_t$	Μέγιστος αριθμός υπερωριακού χρόνου την περίοδο $t$
$d_{it}$	Ζήτηση προϊόντος $i$ την περίοδο $t$
$r_{it}$	Ταχύτητα παραγωγής προϊόντος $i$ την περίοδο $t$
$I_{i,t}$	Απόθεμα προϊόντος $i$ την περίοδο $t$
$x_{it}$	Ώρες παραγωγής προϊόντος $i$ την περίοδο $t$
$z_t$	Υπερωριακός χρόνος την περίοδο $t$
$y_{it}$	1 αν η παραγωγή ξεκινά με το προϊόν $i$ στην περίοδο $t$ , 0 αλλιώς
$q_{ijt}$	1 αν υπάρχει αλλαγή στην παραγωγή μεταξύ του προϊόντος $i$ και $j$ στην περίοδο $t$ , 0 αλλιώς

Οι εξισώσεις με τις οποίες περιγράφεται το πρόβλημα είναι οι εξής:

**Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του άχρηστου αποθέματος και των υπερωριών**

$$\text{Minimize}(v \sum_{t=1}^m z_t + \sum_{i=1}^n h_i \sum_{t=1}^m I_{it})$$

**Ισοζύγιο μάζας :**

$$r_{ii} x_{ii} + I_{i,t-1} = I_{ii} + d_{ii}, \forall i, t. \quad (1)$$

**Ο χρόνος παραγωγής είναι μικρότερος από τον διαθέσιμο:**

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} \leq A_t + z_t, \forall t. \quad (2)$$



**Ένα προϊόν παράγεται μόνον αν ο εξοπλισμός είναι έτοιμος να το παράξει στην αρχή της περιόδου ή αν υπάρχει αλλαγή στην παραγωγή προς αυτό μέσα στην περίοδο:**

$$x_{it} \leq (A_t + B_t)(y_{i,t-1} + \sum_{j \neq i}^n q_{jit}), \forall i, t. \quad (3)$$

**Αν ένα προϊόν παράγεται την περίοδο αυτή, παράγεται μόνον μια φορά:**

$$\sum_{j \neq i}^n x_{jt} + (A_t + B_t)(y_{i,t-1} + y_{it}) \leq 2(A_t + B_t), \forall i, t. \quad (4)$$

**Ισοζύγιο αλλαγής παραγωγής:**

$$y_{i,t-1} + \sum_{j \neq i}^n q_{ijt} - y_{it} - \sum_{j \neq i}^n q_{jit} = 0, \forall i, t. \quad (5)$$

**Σε συνδυασμό με την επόμενη, ένα προϊόν παράγεται το πολύ μια φορά στην περίοδο:**

$$\sum_{j \neq i}^n q_{ijt} \leq 1, \forall i, t. \quad (6)$$

$$\sum_{j \neq i}^n q_{jit} \leq 1, \forall i, t. \quad (7)$$

**Η παραγωγή θα ολοκληρωθεί παράγοντας ένα μόνον προϊόν:**

$$\sum_{i=1}^n y_{it} = 1, \forall t. \quad (8)$$

**Όρια συστήματος αποθήκευσης:**

$$L_i \leq I_{it} \leq H_i, \forall i, t. \quad (9)$$

**Ο υπερωριακός χρόνος έχει μέγιστο:**

$$z_t \leq B_t, \forall t. \quad (10)$$

$$x_{it}, I_{it}, z_t \geq 0, \forall i, t. \quad (11)$$

$$q_{ijt}, y_{it} \in \{0,1\}, \forall i, j, t. \quad (12)$$

## 7.2 Τελική μορφή του μαθηματικού μοντέλου<sup>[9],[10],[11]</sup>

Αναλύοντας και εφαρμόζοντας σε διάφορα παραδείγματα το παραπάνω μοντέλο διαπιστώθηκε ότι όλο και περισσότεροι περιορισμοί ήταν απαραίτητοι. Οι περιορισμοί οδηγούσαν σε νέες εξισώσεις και το μοντέλο γινόταν όλο και πιο περίπλοκο.

Το αρχικό μοντέλο έδινε την ακριβή εναλλαγή παραγωγής προϊόντων. Ωστόσο η επιλογή της σειράς εξαρτάται από δύο τουλάχιστον παράγοντες. Ο πρώτος παράγοντας είναι η ημερομηνία παράδοσης. Άλλα προϊόντα πρέπει να παραδοθούν στην αρχή της περιόδου και άλλα στο τέλος. Ο δεύτερος παράγοντας είναι η ρύθμιση των μηχανημάτων του μύλου για τη σωστή επεξεργασία του νέου τύπου σιτηρών που εισέρχεται σε αυτά. Για να εισαχθούν και αυτές οι παράμετροι στο μαθηματικό μοντέλο χρειάζονται τουλάχιστον δύο ακόμη εξισώσεις, με αποτέλεσμα για τον ορισμό της σειράς παραγωγής και μόνο να απαιτούνται περισσότερες από οχτώ εξισώσεις.

Από την άλλη πλευρά, ο μηχανικός παραγωγής θα μπορούσε εύκολα και γρήγορα να αποφασίσει για τη σειρά παραγωγής των προϊόντων γνωρίζοντας, από το πρόγραμμα, τις ώρες που απαιτούνται για το καθένα. Με αυτό τον τρόπο οι εξισώσεις (3) έως (8) παραλείπονται προς απλοποίηση του μοντέλου.<sup>[13]</sup>

Τέλος, παραλείπεται και η εξίσωση (9) καθώς φαίνεται ότι τελικά δεν υπάρχει ζήτημα περιορισμών σχετικά με την αποθήκευση.

Μετά από τις παραπάνω απλοποιήσεις το μαθηματικό μοντέλο που προκύπτει αποτελείται από τις εξής εξισώσεις:

$$\text{Minimize}(v \sum_{t=1}^m z_t + \sum_{i=1}^n h_i \sum_{t=1}^m I_{it})$$

$$r_{it} x_{it} + I_{i,t-1} = I_{it} + d_{it}, \forall i, t. \quad (1.)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{it} \leq A_t + z_t, \forall t. \quad (2.)$$

$$z_t \leq B_t, \forall t. \quad (3.)$$

## **8. Διαδικασία επίλυσης**

Η επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος παραγωγής με το παραπάνω μοντέλο έγινε με το πρόγραμμα επίλυσης (solver) mosek.

Σε κάθε πρόβλημα δίνονται ως δεδομένα τα εξής:

1. ο αριθμός προϊόντων, n
2. ο αριθμός των χρονικών περιόδων, m
3. η ζήτηση προϊόντος i την περίοδο t,  $d_{it}$
4. το κόστος υπερωρίας, v
5. το κόστος αποθέματος προϊόντος i,  $h_i$
6. οι ώρες εργασίας περιόδου t,  $A_t$
7. ο μέγιστος αριθμός υπερωριακού χρόνου την περίοδο t,  $B_t$
8. η ταχύτητα παραγωγής προϊόντος i την περίοδο t,  $r_{it}$

Έχοντας ως στόχο την ελαχιστοποίηση του άχρηστου αποθέματος και των υπερωριών σύμφωνα με τη σχέση:

$$\text{Minimize}(v \sum_{t=1}^m z_t + \sum_{i=1}^n h_i \sum_{t=1}^m I_{it})$$

Οι λύσεις που δίνονται είναι :

1. το απόθεμα του προϊόντος  $i$  την περίοδο  $t$ ,  $I_{it}$
2. οι ώρες παραγωγής προϊόντος  $i$  την περίοδο  $t$ ,  $x_{it}$
3. ο υπερωριακός χρόνος την περίοδο  $t$ ,  $z$

## **9. Παραδείγματα**

Παρακάτω γίνεται ανάλυση ευαισθησίας του προγράμματος καταγράφοντας τα αποτελέσματα που δίνει για διάφορες σειρές τιμών. Όλα τα παραδείγματα έχουν μελετηθεί για 3 περιόδους και 3 προϊόντα. Επίσης οι κανονικές ώρες παραγωγής για κάθε περίοδο είναι 160 και ο υπερωριακός χρόνος δεν μπορεί να ξεπερνά τις 8 ώρες ανά περίοδο. Τέλος, κάθε προϊόν έχει συγκεκριμένη τιμή ταχύτητας παραγωγής που παραμένει σταθερή σε όλες τις περιόδους.

### **9.1. Όταν το κόστος υπερωρίας είναι μεγαλύτερο από το κόστος αποθέματος**

#### ***9.1.1 Για μεταβολή της ζήτησης ενός προϊόντος στην πρώτη περίοδο.***

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε απλά αύξηση του χρόνου παραγωγής μέχρι να συμπληρωθούν οι 160 ώρες κανονικής παραγωγής και οι 8 ώρες υπερωρίας. Δεν παρατηρείται καμία αλλαγή στη δεύτερη και τρίτη περίοδο.

#### ***9.1.2 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη περίοδο.***

Ως μεταβλητή έχει επιλεχθεί η ζήτηση του προϊόντος 1, τη δεύτερη περίοδο, δηλαδή η τιμή  $d_{12}$ . Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές.

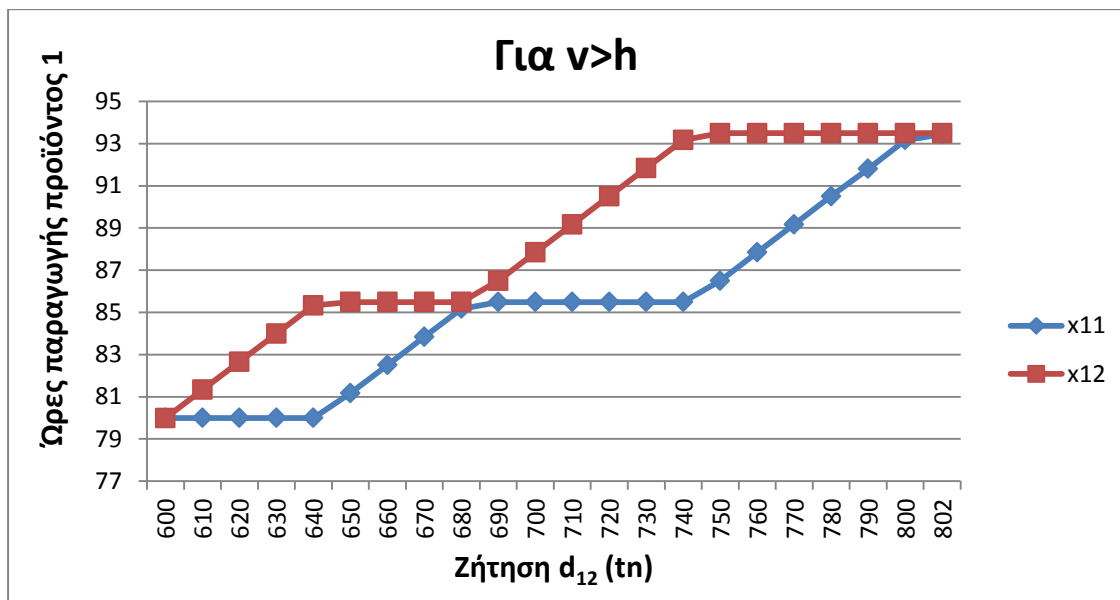
Επιβάλλεται βηματική αύξηση 10 τόνων έως ότου το πρόγραμμα να μην μπορεί να δώσει λύση, δηλαδή οι ώρες εργασίας να φτάσουν τις 168.

Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 1. Η τρίτη περίοδος δεν επηρεάζεται καθόλου γι' αυτό και δεν εμφανίζεται στον πίνακα.

d12	600	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	790	800	802
x11	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	81,2	82,5	83,8	85,2	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	86,5	87,8	89,2	90,5	91,8	93,2	93,4
x21	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
x31	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
I11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,8	18,8	28,8	38,8	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	48,8	58,8	68,8	78,8	88,8	98,8	100,0
I21	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
I31	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
z1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	2,3	3,7	5,0	6,3	7,7	7,9
x12	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	85,5	85,5	85,5	85,5	86,5	87,8	89,2	90,5	91,8	93,2	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
x22	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,1	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
x32	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
I12	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
I22	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
I32	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
z2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	2,3	3,7	5,0	6,3	7,7	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
A1	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	155,7	157,0	158,3	159,7	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	161,0	162,3	163,7	165,0	166,3	167,7	167,9
A2	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	159,9	160,0	160,0	160,0	161,0	162,3	163,7	165,0	166,3	167,7	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0

Πίνακας 1: Αποτελέσματα προγράμματος για μεταβολή του d<sub>12</sub>.

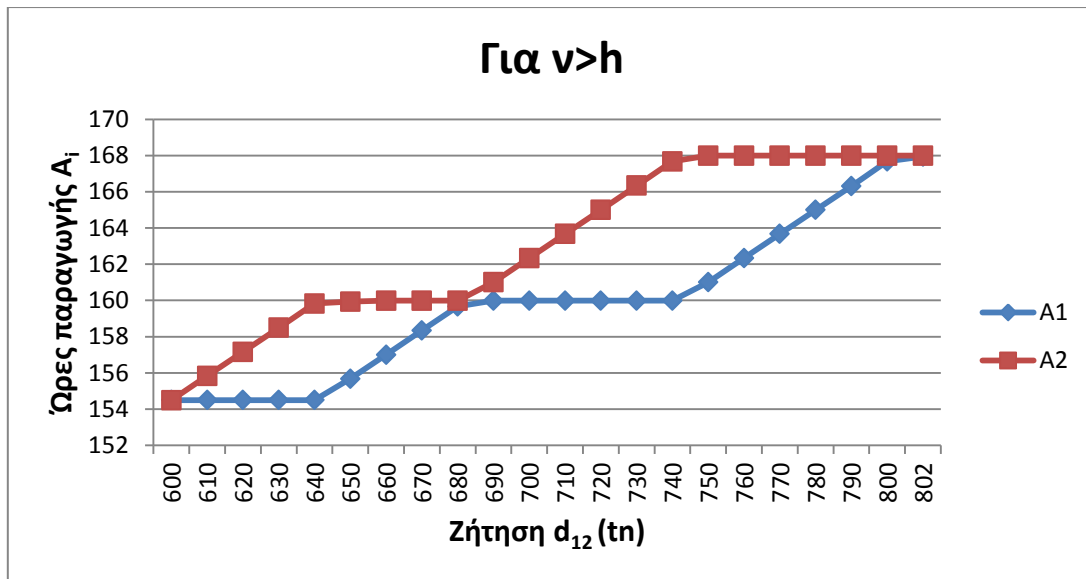
Από τα αποτελέσματα του πίνακα 1 καταστρώνονται τα παρακάτω διαγράμματα.



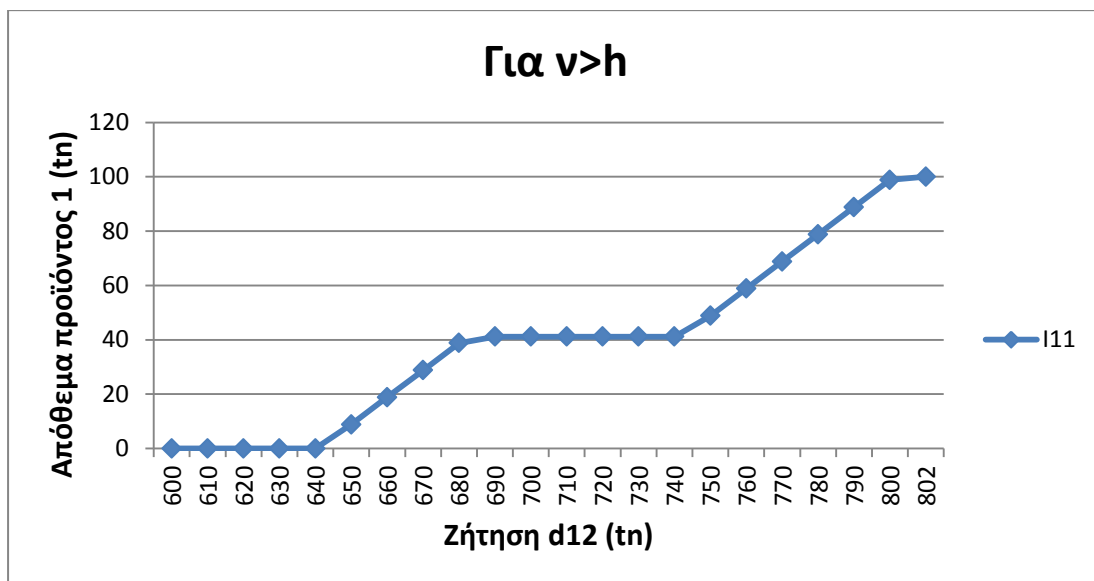
Διάγραμμα 1: Μεταβολή του χρόνου παραγωγής του προϊόντος 1 στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

Καθώς αυξάνεται η ζήτηση του προϊόντος 1 για τη δεύτερη περίοδο, παρατηρείται αύξηση του χρόνου παραγωγής του προϊόντος 1 με σκοπό τα καλυφθούν οι απαιτήσεις. Η αύξηση αυτή συνεχίζεται μέχρι την κάλυψη των 160 ωρών συνολικού χρόνου παραγωγής.

Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων 1 και 2 προκύπτει ότι ο συνολικός χρόνος παραγωγής μεταβάλλεται ανάλογα με τη χρόνο παραγωγής του προϊόντος 1. Αυτό είναι εμφανές και από την ομοιότητα των καμπυλών.



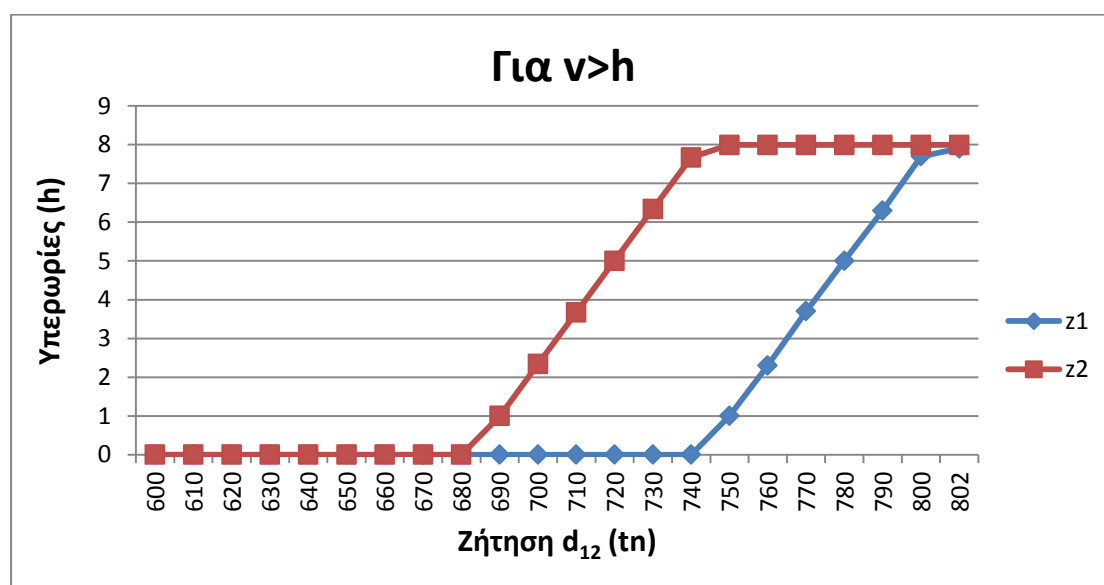
Διάγραμμα 2: Μεταβολή του συνολικού χρόνου παραγωγής στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.



Διάγραμμα 3: Μεταβολή του αποθέματος του προϊόντος 1, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος. (τα αποθέματα των άλλων περιόδων είναι μηδενικά)

Για να εξακολουθούν να είναι εφικτές οι απαιτήσεις θα πρέπει είτε να χρησιμοποιηθούν οι υπερωρίες είτε να δημιουργηθεί απόθεμα στην προηγούμενη περίοδο. Επειδή, στο συγκεκριμένο παράδειγμα, οι υπερωρίες κοστίζουν περισσότερο από το απόθεμα πρώτα αξιοποιείται η λύση του αποθέματος και στη συνέχεια οι υπερωρίες.

Από το διάγραμμα 2 φαίνεται ότι όταν ο συνολικός χρόνος παραγωγής για την περίοδο 2 φτάνει τις 160 ώρες ( $d_{12}=640\text{tn}$ ) αρχίζουν να αυξάνονται οι ώρες παραγωγής της πρώτης περιόδου. Στο διάγραμμα 3 φαίνεται ότι μετά από αυτό το σημείο, δηλαδή για ζήτηση μεγαλύτερη των 640tn, αρχίζει να αυξάνεται το απόθεμα του προϊόντος 1 στην πρώτη περίοδο. Αυτό δείχνει ότι δίνεται προτεραιότητα στη χρήση αποθέματος έναντι της υπερωρίας. Το απόθεμα συνεχίζει να αυξάνεται μέχρι ο συνολικός χρόνος παραγωγής της πρώτης περιόδου να φτάσει τις 160 ώρες ( $d_{12}=680$ ).



Διάγραμμα 4: Μεταβολή του χρόνου υπερωρίας στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

Όταν έχουν αξιοποιηθεί όλες οι ώρες παραγωγής αρχίζει η χρήση των υπερωριών. Πρώτα αξιοποιούνται οι υπερωρίες της δεύτερης περιόδου, για να αποφευχθεί το επιπλέον κόστος του αποθέματος. Όταν καλυφθούν όλες οι δυνατές ώρες υπερωρίας της δεύτερης



περιόδου, δηλαδή οι 8 ώρες και για ζήτηση 740 tn, τότε ξεκινούν οι υπερωρίες της πρώτης περιόδου.

Η υπερωριακή λειτουργία οδηγεί σε επιπλέον αύξηση του αποθέματος. Έτσι, για ζήτηση μεγαλύτερη των 740tn, παρατηρείται νέα αύξηση στο συνολικό χρόνο παραγωγής της πρώτης περιόδου και επομένως και αύξηση του αποθέματος το προϊόντος 1 κατά την πρώτη περίοδο ( $I_{11}$ ).

### 9.1.3 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος την τρίτη περίοδο.

Ως μεταβλητή έχει επιλεχθεί η ζήτηση του προϊόντος 1, στην τρίτη περίοδο, δηλαδή η τιμή  $d_{13}$ . Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Επιβάλλεται βηματική αύξηση 10 τόνων έως ότου το πρόγραμμα να μην μπορεί να δώσει λύση, δηλαδή οι ώρες εργασίας να φτάσουν τις 168.

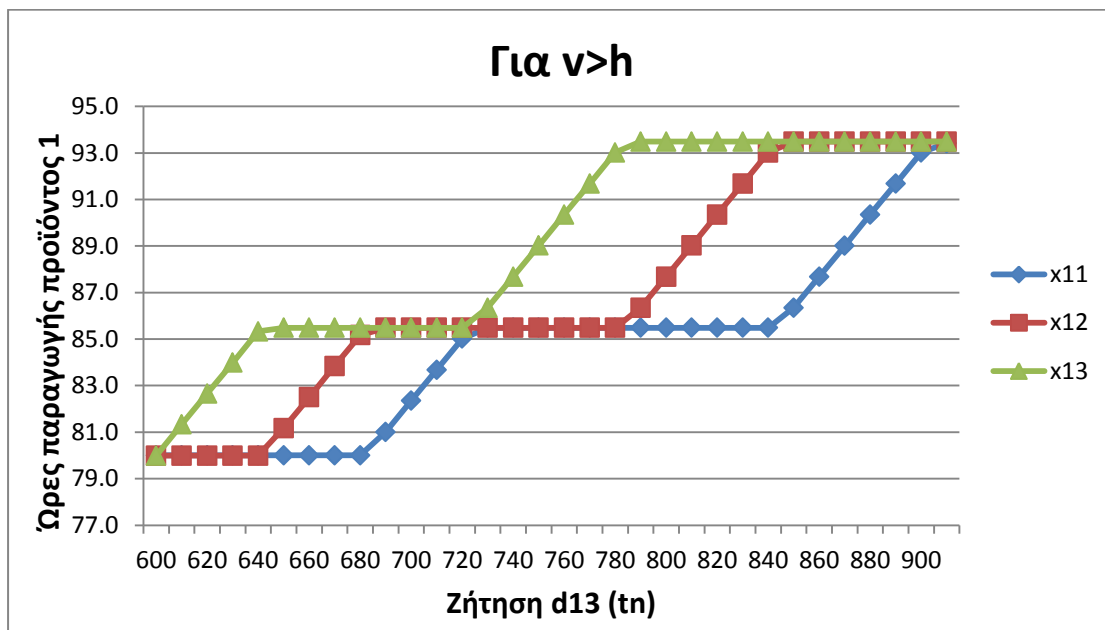
Οι τιμές που προκύπτουν φαίνονται στον πίνακα 2. Από τις τιμές του πίνακα κατασκευάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα.

<b>d13</b>	<b>600</b>	<b>610</b>	<b>620</b>	<b>630</b>	<b>640</b>	<b>650</b>	<b>660</b>	<b>670</b>	<b>680</b>	<b>690</b>	<b>700</b>	<b>710</b>	<b>720</b>	<b>730</b>	<b>740</b>	<b>750</b>	<b>760</b>
<b>x11</b>	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	81,0	82,4	83,7	85,0	85,5	85,5	85,5	85,5
<b>x21</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x31</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>I11</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	7,6	17,6	27,6	37,6	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>I21</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I31</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z1</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>x12</b>	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	81,2	82,5	83,8	85,2	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5
<b>x22</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x32</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>I12</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,8	18,8	28,8	38,8	48,8	58,8	68,8	78,8	82,4	82,4	82,4	82,4
<b>I22</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I32</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z2</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>x13</b>	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	86,4	87,7	89,0
<b>x23</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x33</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>I13</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I23</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I33</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z3</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,9	2,2	3,5	4,9
<b>A1</b>	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	155,5	156,9	158,2	159,5	160,0	160,0	160,0	160,0
<b>A2</b>	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	155,7	157,0	158,3	159,7	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0
<b>A3</b>	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,9	162,2	163,5	164,9

**Πίνακας 2:** Αποτελέσματα προγράμματος για μεταβολή του  $d_1$

<b>d13</b>	<b>770</b>	<b>780</b>	<b>790</b>	<b>800</b>	<b>810</b>	<b>820</b>	<b>830</b>	<b>840</b>	<b>850</b>	<b>860</b>	<b>870</b>	<b>880</b>	<b>890</b>	<b>900</b>	<b>903</b>
<b>x11</b>	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	86,4	87,7	89,0	90,4	91,7	93,0	93,4
<b>x21</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x31</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l11</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	47,6	57,6	67,6	77,6	87,6	97,6	100,0
<b>l21</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l31</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z1</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,9	2,2	3,5	4,9	6,2	7,5	7,9
<b>x12</b>	85,5	85,5	86,4	87,7	89,0	90,4	91,7	93,0	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
<b>x22</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x32</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l12</b>	82,4	82,4	88,8	98,8	108,8	118,8	128,8	138,8	148,8	158,8	168,8	178,8	188,8	198,8	201,8
<b>l22</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l32</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z2</b>	0,0	0,0	0,9	2,2	3,5	4,9	6,2	7,5	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
<b>x13</b>	91,7	93,0	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
<b>x23</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x33</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l13</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l23</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l33</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z3</b>	6,2	7,5	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
<b>A1</b>	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,9	162,2	163,5	164,9	166,2	167,5	167,9
<b>A2</b>	160,0	160,0	160,9	162,2	163,5	164,9	166,2	167,5	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0
<b>A3</b>	166,2	167,5	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0

Πίνακας 2 (συνέχεια)

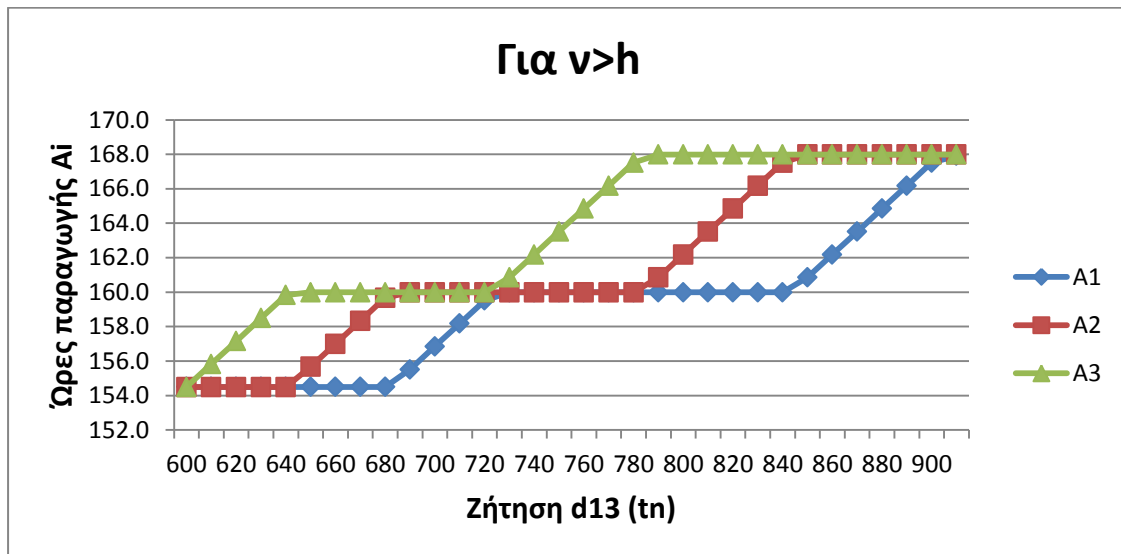


Διάγραμμα 5: Μεταβολή του χρόνου παραγωγής του προϊόντος 1 στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

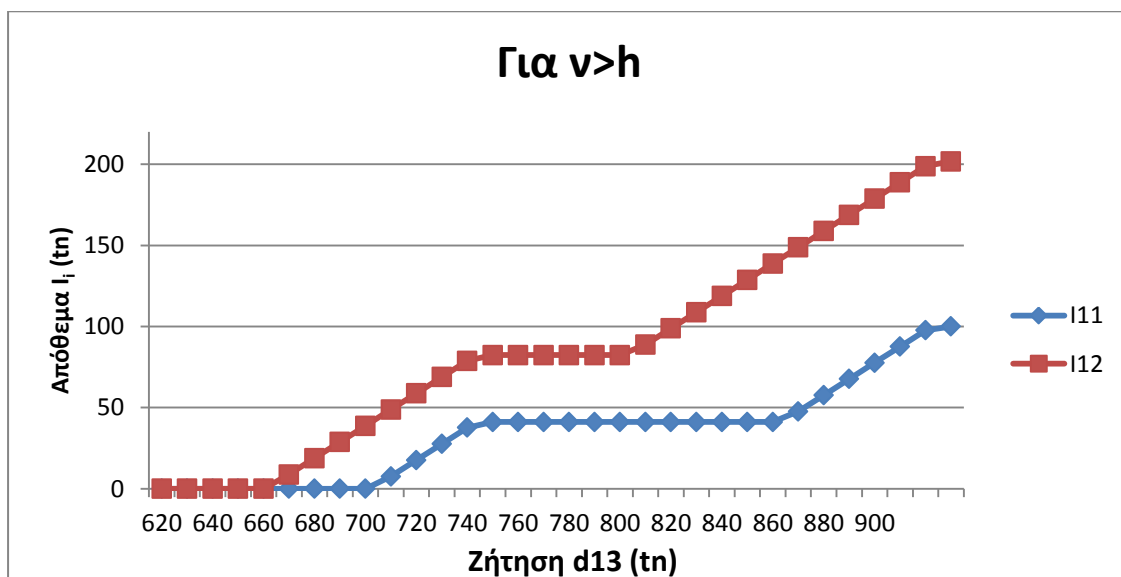
Από το διάγραμμα 5 φαίνεται ότι καθώς αυξάνεται η ζήτηση του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο, αυξάνονται και οι ώρες παραγωγής του σταδιακά σε κάθε περίοδο. Αρχικά αυξάνονται οι ώρες μόνο στην τρίτη περίοδο, στη συνέχεια στη δεύτερη και τελικά και στην πρώτη.

Στο διάγραμμα 6 φαίνεται καθαρά ότι οι ώρες παραγωγής του προϊόντος 1 σταματούν να αυξάνονται όταν ο συνολικός χρόνος παραγωγής της περιόδου φτάσει τις 160 ώρες. Στο σημείο αυτό προτιμάται η αύξηση των ωρών παραγωγής προηγούμενης περιόδου, με σκοπό τη δημιουργία αποθέματος.

Ο υπερωριακός χρόνος χρησιμοποιείται μόνο όταν όλες οι περίοδοι έχουν συμπληρώσει τις 160 ώρες συνολικής παραγωγής. Όταν δηλαδή το σύστημα έχει εκμεταλευτεί όλες τις δυνατότητες αποθέματος από προηγούμενες περιόδους για αυξημένη ζήτηση σε αυτή την περίοδο, τότε και μόνο τότε χρησιμοποιεί τον υπερωριακό χρόνο. Αυτό συμβαίνει γιατί έχει ως δεδομένο ότι το κόστος της υπερωρίας είναι μεγαλύτερο από το κόστος του αποθέματος.

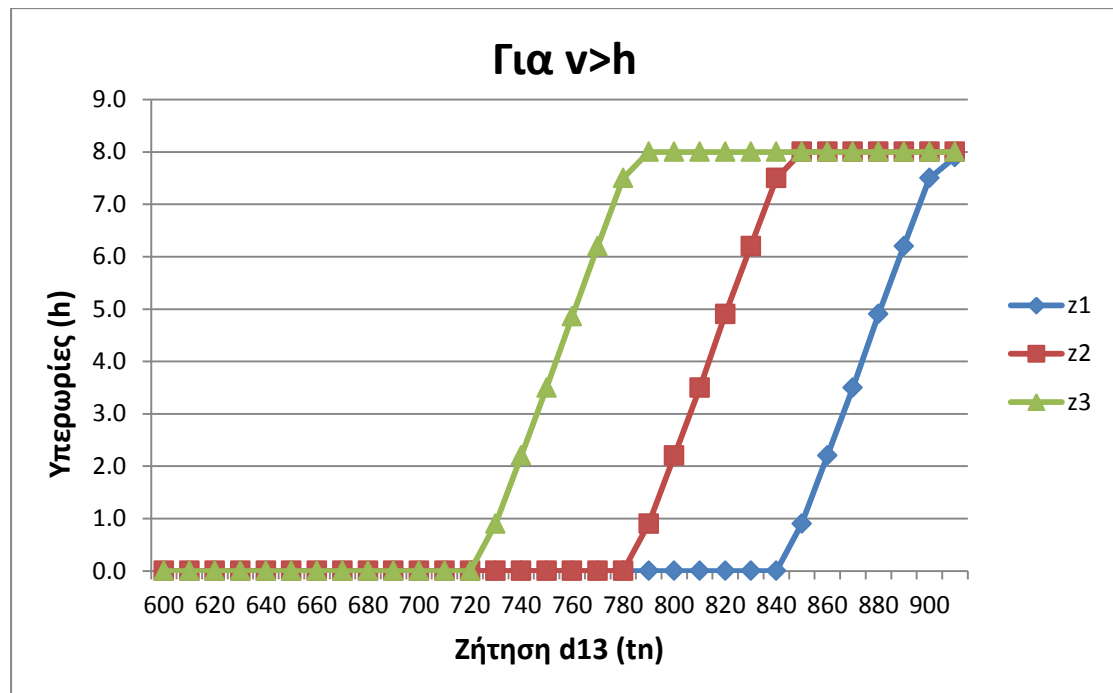


**Διάγραμμα 6:** Μεταβολή του συνολικού χρόνου παραγωγής στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.



**Διάγραμμα 7:** Μεταβολή του αποθέματος του προϊόντος 1 στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

Το απόθεμα που δημιουργείται κατά την πρώτη περίοδο προορίζεται κυρίως για την τρίτη περίοδο. Έτσι κατά τα τη δεύτερη περίοδο το απόθεμα φαίνεται να είναι αρκετά μεγαλύτερο καθώς προστίθεται και αυτό της πρώτης περιόδου (διάγραμμα 7).



**Διάγραμμα 8:** Μεταβολή του χρόνου υπερωρίας στις περιόδους 1, 2 και 3, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

Όταν ξεκινά η αξιοποίηση των υπερωριών είναι φανερό ότι γίνεται πρώτα για την τρίτη περίοδο, στη συνέχεια για τη δεύτερη και τελικά για την πρώτη. Αυτό συμβαίνει προφανώς για να αποφευχθεί ή να ελαχιστοποιηθεί το κόστος του αποθέματος.

9.1.4 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη και ενός στην τρίτη περίοδο.

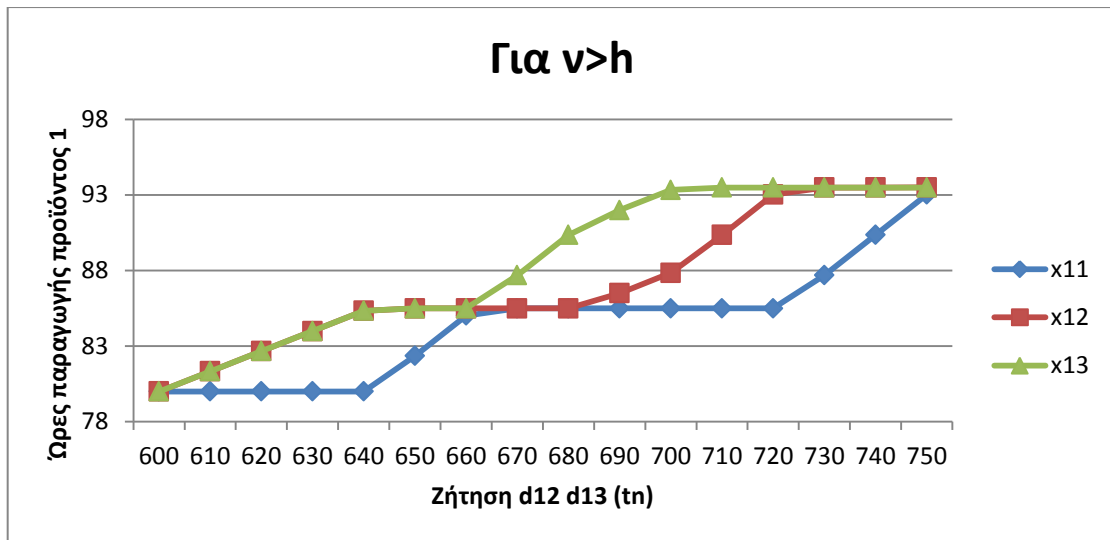
Ως μεταβλητή έχει επιλεχθεί η ζήτηση του προϊόντος 1 κατά τη δεύτερη και τρίτη περίοδο, δηλαδή οι τιμές  $d_{12}$  και  $d_{13}$ . Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Επιβάλλεται βηματική αύξηση 10 τόνων και στις δύο μεταβλητές έως ότου το πρόγραμμα να μην μπορεί να δώσει λύση, δηλαδή οι ώρες εργασίας να φτάσουν τις 168.

Οι τιμές που προκύπτουν φαίνονται στον πίνακα 3. Από τις τιμές του πίνακα κατασκευάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα.

d13/d12	600	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700	710	720	730	740	750
x11	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	82,4	85,0	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	85,5	87,7	90,4	93,0
x21	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
x31	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
l11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,8	37,6	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	57,6	77,6	97,6
l21	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
l31	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
z1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,2	4,9	7,5
x12	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	85,5	85,5	85,5	85,5	86,5	87,8	90,4	93,0	93,5	93,5	93,5
x22	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
x32	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
l12	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,8	18,8	12,4	2,4	0,0	0,0	8,8	18,8	28,8	38,8	48,8
l22	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
l32	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
z2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	2,3	4,9	7,5	8,0	8,0	8,0
x13	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	85,5	85,5	87,7	90,4	92,0	93,3	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
x23	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
x33	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
l13	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
l23	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
l33	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
z3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,2	4,9	6,5	7,8	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
A1	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	156,9	159,5	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	160,0	162,2	164,9	167,5
A2	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	160,0	160,0	160,0	160,0	161,0	162,3	164,9	167,5	168,0	168,0	168,0
A3	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	160,0	160,0	162,2	164,9	166,5	167,8	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0

Πίνακας 3: Αποτελέσματα προγράμματος για μεταβολή του  $d_{12}$  και  $d_{13}$  παράλληλα.

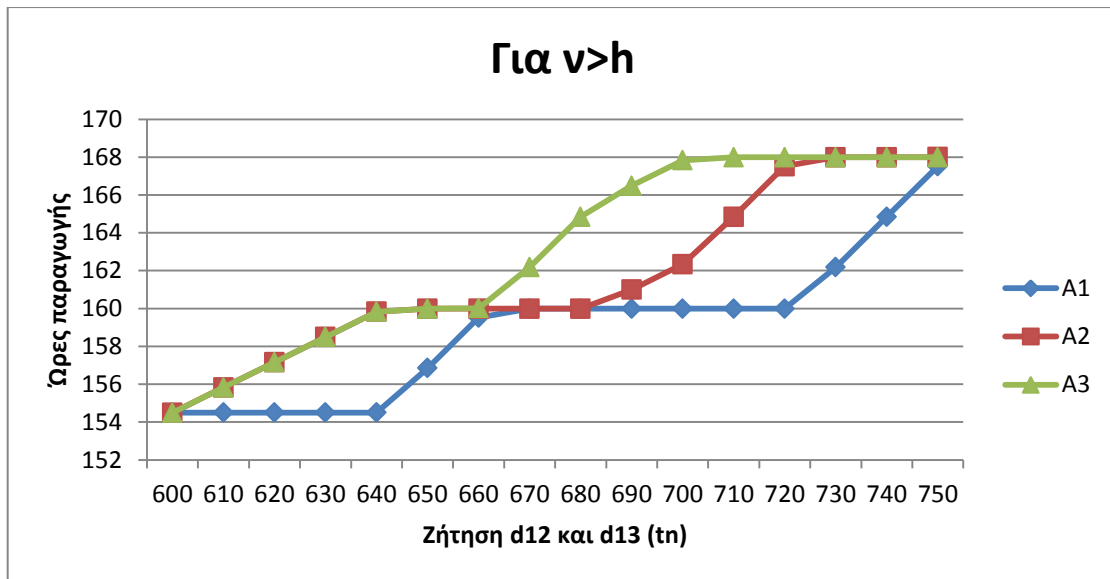




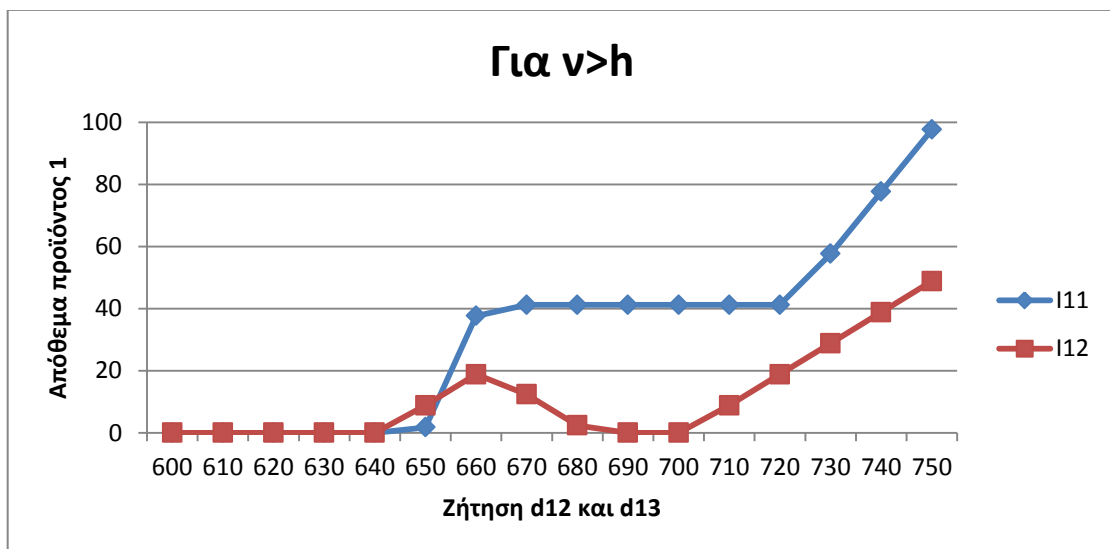
Διάγραμμα 9 : Μεταβολή του χρόνου παραγωγής του προϊόντος 1 στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

Από τα διαγράμματα 9 και 10 φαίνεται ότι αρχικά αυξάνονται οι ώρες παραγωγής του προϊόντος 1 στη δεύτερη και τρίτη περίοδο, όπου υπάρχει και αύξηση της ζήτησης. Η αύξηση των ωρών γίνεται έως ότου ο συνολικός χρόνος παραγωγής φτάσει τις 160 ώρες για τις δύο περιόδους.

Στη συνέχεια αξιοποιείται η δυνατότητα δημιουργίας αποθέματος με αύξηση των ωρών παραγωγής κατά την πρώτη περίοδο. Όταν και για την πρώτη περίοδο ο συνολικός χρόνος φτάσει τις 160 ώρες, τότε οι ώρες παραγωγής αυξάνονται με χρήση των υπερωριών.

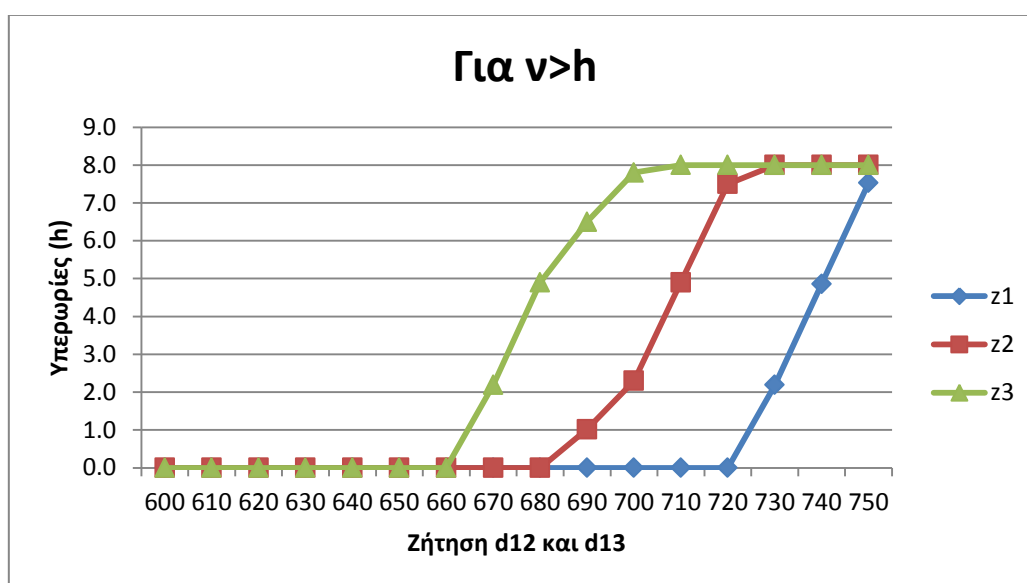


Διάγραμμα 10: Μεταβολή του συνολικού χρόνου παραγωγής στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.



Διάγραμμα 11: Μεταβολή του αποθέματος του προϊόντος 1 στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

Όταν η ζήτηση του προϊόντος 1 για τις δύο περιόδους ξεπεράσει τους 640tn τότε το σύστημα δίνει λύση με δημιουργώντας αποθέματα. Τα αποθέματα της πρώτης περιόδου πρόκειται να καλύψουν τα ελλείμματα και των δύο επόμενων περιόδων και γι' αυτό το λόγο είναι μεγαλύτερα από τα αποθέματα της δεύτερης περιόδου (διάγραμμα 11). Είναι εμφανές ότι για τιμές ζήτησης από 670tn έως 720tn, όπου η ώρες παραγωγής της πρώτης περιόδου δεν αυξάνονται για να μη γίνουν υπερωριακές, το απόθεμα της δεύτερης περιόδου συνεχώς μειώνεται παρόλο που ο χρόνος παραγωγής  $x_{12}$  αυξάνεται.



Διάγραμμα 12: Μεταβολή του χρόνου υπερωρίας στις περιόδους 1, 2 και 3, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος.

Στο διάγραμμα 12 φαίνεται καθαρά ότι οι υπερωρίες αξιοποιούνται μόνο εφόσον έχουν ήδη αξιοποιηθεί οι 160 ώρες κανονική παραγωγής, δηλαδή για ζήτηση μεγαλύτερη των 660 τόνων. Επίσης είναι φανερό ότι τα δεδομένα αξιοποιούνται παράλληλα για όλες τις περιόδους. Παρατηρείται ταυτόχρονη αύξηση των υπερωριών και των τριών περιόδων με γνώμονα την αποδοτικότερη λειτουργία του εργοστασίου.

## 9.2 Όταν το κόστος υπερωρίας είναι μικρότερο από το κόστος αποθέματος.

### 9.2.1 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στην πρώτη περίοδο.

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε απλά αύξηση του χρόνου παραγωγής μέχρι να συμπληρωθούν οι 160 ώρες κανονικής παραγωγής και οι 8 ώρες υπερωρίας. Δεν παρατηρείται καμία αλλαγή στη δεύτερη και τρίτη περίοδο.

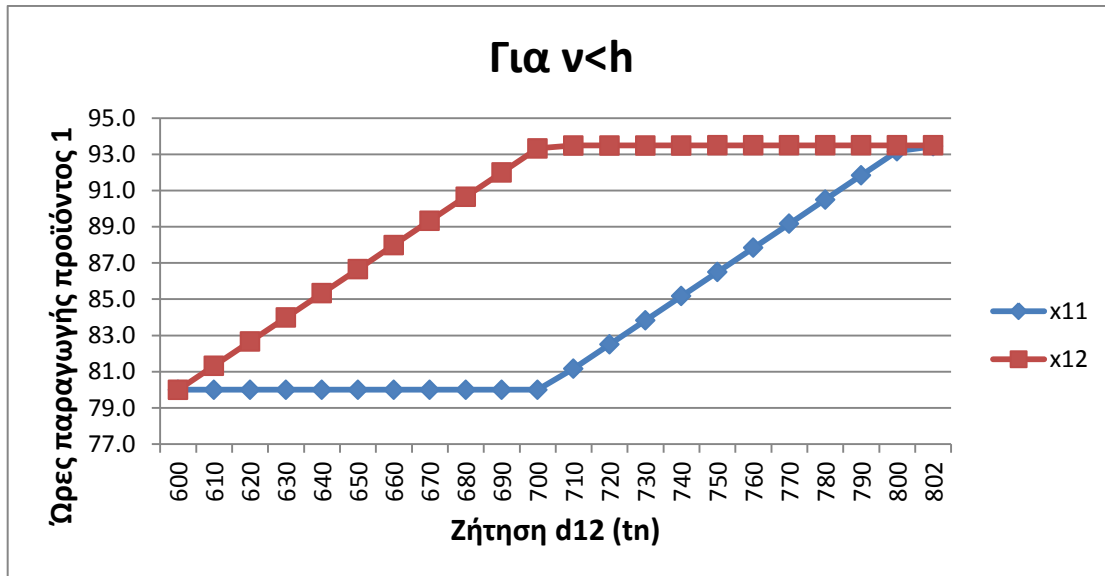
### 9.2.2 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη περίοδο.

Ως μεταβλητή έχει επιλεχθεί η ζήτηση του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο, δηλαδή η τιμή  $d_{12}$ . Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Επιβάλλεται βηματική αύξηση 10 τόνων έως ότου το πρόγραμμα να μην μπορεί να δώσει λύση, δηλαδή οι ώρες εργασίας να φτάσουν τις 168.

Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 4. Η τρίτη περίοδος δεν επηρεάζεται καθόλου γι' αυτό και δεν εμφανίζεται στον πίνακα.

d12	600	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	790	800	802
x11	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	81,2	82,5	83,8	85,2	86,5	87,8	89,2	90,5	91,8	93,2	93,4
x21	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
x31	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
l11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,8	18,8	28,8	38,8	48,8	58,8	68,8	78,8	88,8	98,8	100,8
l21	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
l31	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
z1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	2,3	3,7	5,0	6,3	7,7	7,9
x12	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	86,7	88,0	89,3	90,7	92,0	93,3	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
x22	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
x32	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
l12	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
l22	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
l32	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
z2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	2,5	3,8	5,2	6,5	7,8	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
A1	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	155,7	157,0	158,3	159,7	161,0	162,3	163,7	165,0	166,3	167,7	167,9
A2	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	161,2	162,5	163,8	165,2	166,5	167,8	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0

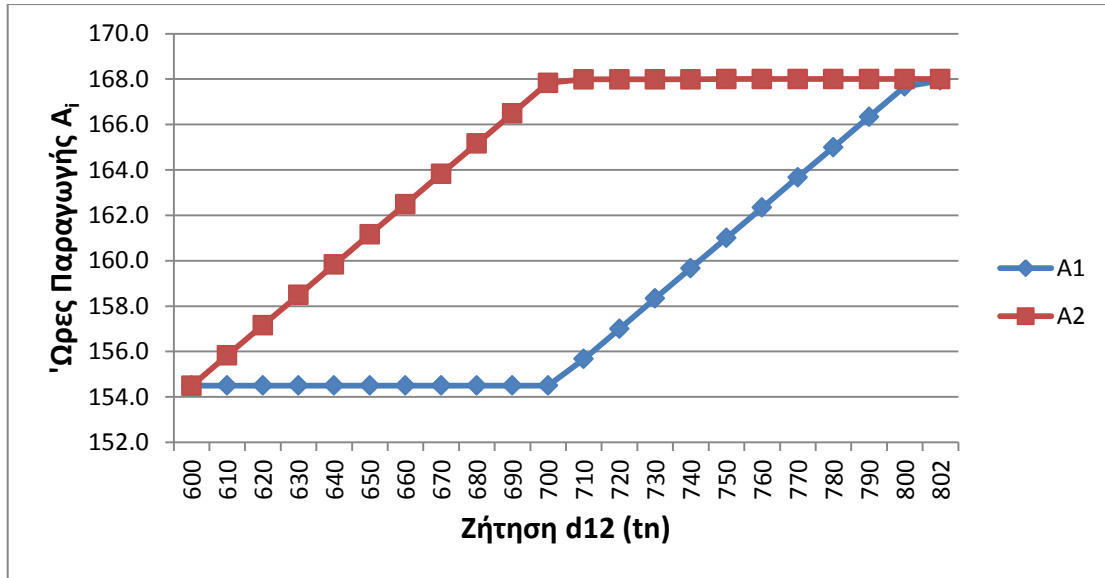
Πίνακας 4 : Αποτελέσματα προγράμματος για μεταβολή του d<sub>12</sub>.



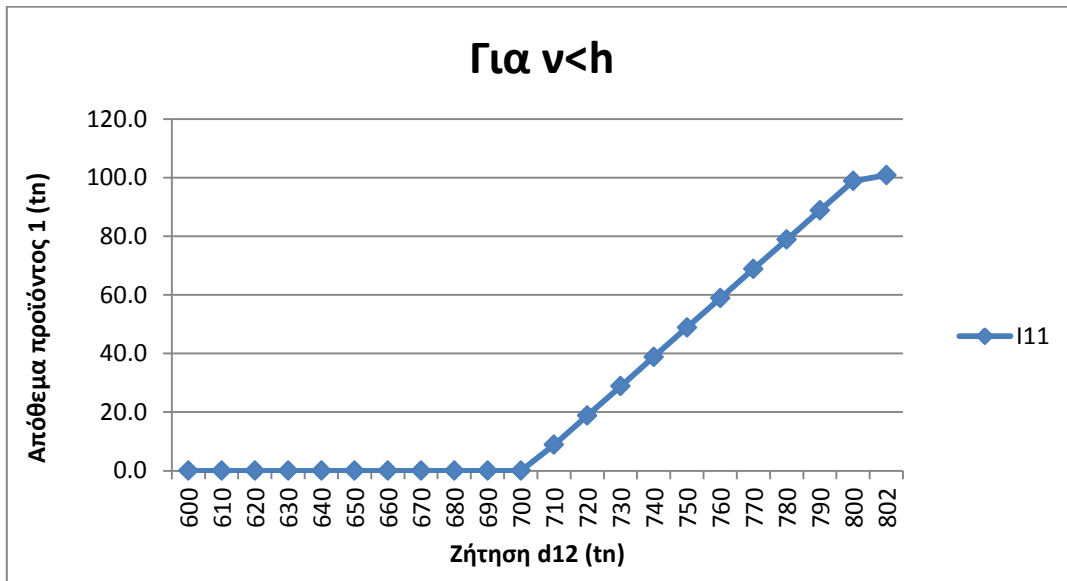
Διάγραμμα 13: Μεταβολή του χρόνου παραγωγής του προϊόντος 1 στις περιόδους 1 και 2 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.

Καθώς αυξάνεται η ζήτηση του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο, αυξάνονται και οι ώρες παραγωγής του (διάγραμμα 12). Αρχικά αυξάνονται μόνο οι ώρες παραγωγής την δεύτερης περιόδου, δηλαδή της περιόδου που αυξάνεται και η ζήτηση. Από ένα σημείο ( $d_{12}=700\text{tn}$ ) και μετά αρχίζουν να αυξάνονται και οι ώρες παραγωγής του προϊόντος και στην πρώτη περίοδο.

Σύμφωνα με το διάγραμμα 14 ο συνολικός χρόνος παραγωγής των δύο περιόδων αυξάνεται ανάλογα με τον χρόνο παραγωγής του προϊόντος 1. Η διαφορά με το αντίστοιχο παράδειγμα όπου η υπερωρίες κόστιζαν περισσότερο από το απόθεμα, είναι ότι εδώ για την ικανοποίηση της αυξανόμενης ζήτησης αξιοποιούνται πρώτα οι υπερωρίες αυτής της περιόδου και στη συνέχεια η δυνατότητα δημιουργίας αποθέματος από την προηγούμενη περίοδο ώστε να αποφευχθεί αυτό το κόστος.

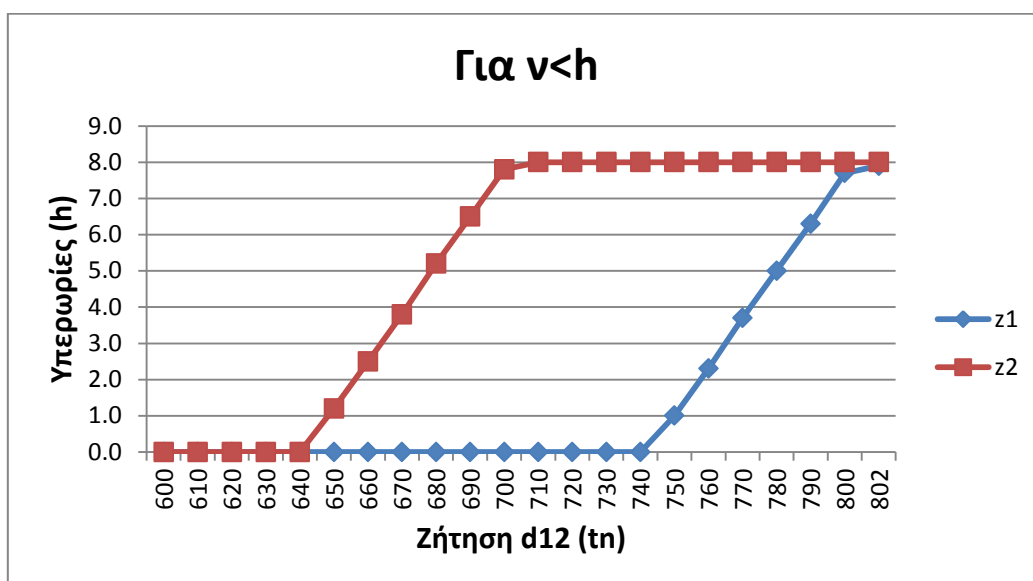


**Διάγραμμα 14:** Μεταβολή του συνολικού χρόνου παραγωγής στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.



**Διάγραμμα 15:** Μεταβολή του συνολικού χρόνου παραγωγής στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.

Το διάγραμμα 15 δείχνει ότι το απόθεμα αυξάνεται μόνο για ζήτηση μεγαλύτερη των 700tn, όταν δηλαδή έχει καλυφθεί όλος ο χρόνος παραγωγής, κανονικός και υπερωριακός, της δεύτερης περιόδου χωρίς όμως να καλύπτονται οι ανάγκες για προϊόν.



Διάγραμμα 16: Μεταβολή του χρόνου υπερωρίας στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.

Πρώτα αξιοποιείται στο μέγιστο ο χρόνος της περιόδου που υπάρχει ζήτηση και στη συνέχεια ο χρόνος προηγούμενης περιόδου. Έτσι αποφεύγεται όσο είναι δυνατόν το κόστος αποθέματος, που σ' αυτή την περίπτωση είναι μεγαλύτερο του κόστους υπερωρίας.

### 9.2.3 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στην τρίτη περίοδο.

Ως μεταβλητή έχει επιλεγθεί η ζήτηση του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο, δηλαδή η τιμή  $d_{13}$ . Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Επιβάλλεται βηματική αύξηση 10 τόνων έως ότου το πρόγραμμα να μην μπορεί να δώσει λύση, δηλαδή οι ώρες εργασίας να φτάσουν τις 168.

Οι τιμές που προκύπτουν φαίνονται στον πίνακα 5. Από τις τιμές του πίνακα κατασκευάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα.

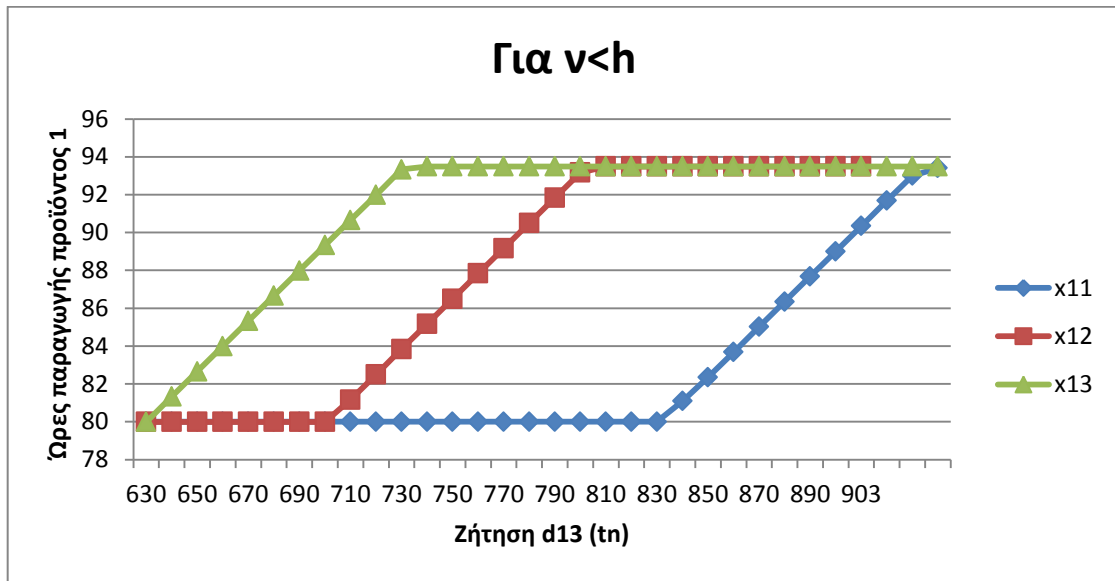


<b>d13</b>	<b>600</b>	<b>610</b>	<b>620</b>	<b>630</b>	<b>640</b>	<b>650</b>	<b>660</b>	<b>670</b>	<b>680</b>	<b>690</b>	<b>700</b>	<b>710</b>	<b>720</b>	<b>730</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
<b>x11</b>	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
<b>x21</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x31</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>I11</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I21</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I31</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z1</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>x12</b>	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	81,2	82,5	83,8	85,2	86,5
<b>x22</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x32</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>I12</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,8	18,8	28,8	38,8	48,8
<b>I22</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I32</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z2</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0
<b>x13</b>	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	86,7	88,0	89,3	90,7	92,0	93,3	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
<b>x23</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x33</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>I13</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I23</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>I33</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z3</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	2,5	3,8	5,2	6,5	7,8	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
<b>A1</b>	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5
<b>A2</b>	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	155,7	157,0	158,3	159,7	161,0
<b>A3</b>	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	161,2	162,5	163,8	165,2	166,5	167,8	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0

Πίνακας 5: Αποτελέσματα προγράμματος για μεταβολή του d<sub>13</sub>

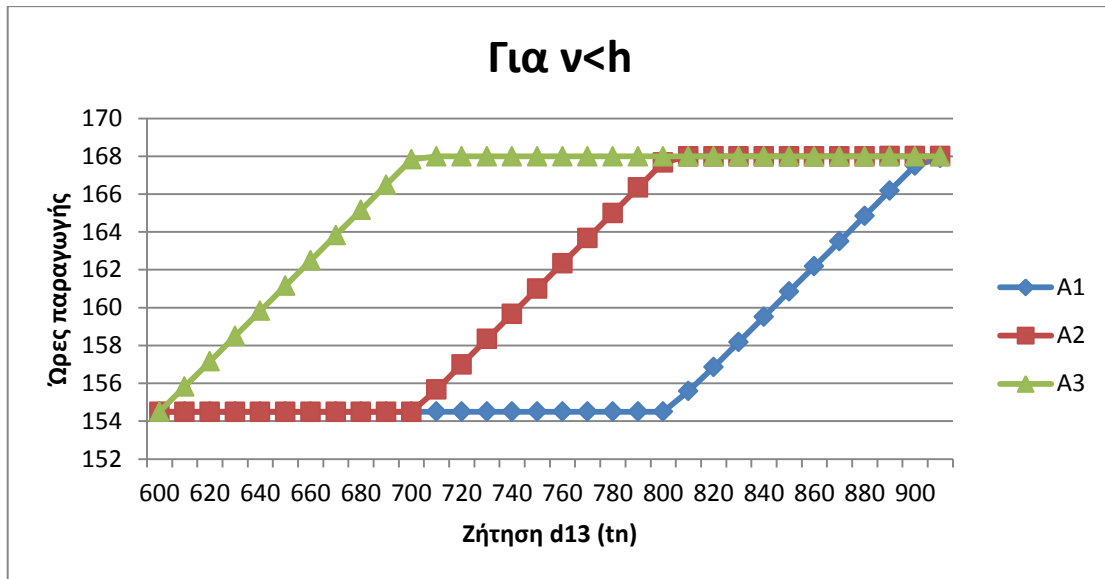
<b>d13</b>	<b>760</b>	<b>770</b>	<b>780</b>	<b>790</b>	<b>800</b>	<b>810</b>	<b>820</b>	<b>830</b>	<b>840</b>	<b>850</b>	<b>860</b>	<b>870</b>	<b>880</b>	<b>890</b>	<b>900</b>	<b>903</b>
<b>x11</b>	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	81,1	82,4	83,7	85,0	86,4	87,7	89,0	90,4	91,7	93,0	93,4
<b>x21</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x31</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l11</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	7,6	17,6	27,6	37,6	47,6	57,6	67,6	77,6	87,6	97,6	100,6
<b>l21</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l31</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z1</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,9	2,2	3,5	4,9	6,2	7,5	7,9
<b>x12</b>	87,8	89,2	90,5	91,8	93,2	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
<b>x22</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x32</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l12</b>	58,8	68,8	78,8	88,8	98,8	108,8	118,2	128,8	138,8	148,8	158,8	168,8	178,8	188,8	198,8	201,8
<b>l22</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l32</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z2</b>	2,3	3,7	5,0	6,3	7,7	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
<b>x13</b>	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
<b>x23</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x33</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l13</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l23</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l33</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z3</b>	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
<b>A1</b>	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	155,6	156,9	158,2	159,5	160,9	162,2	163,5	164,9	166,2	167,5	167,9
<b>A2</b>	162,3	163,7	165,0	166,3	167,7	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0
<b>A3</b>	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0

Πίνακας 5 (συνέχεια)



**Διάγραμμα 17:** Μεταβολή του χρόνου παραγωγής του προϊόντος 1 στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.

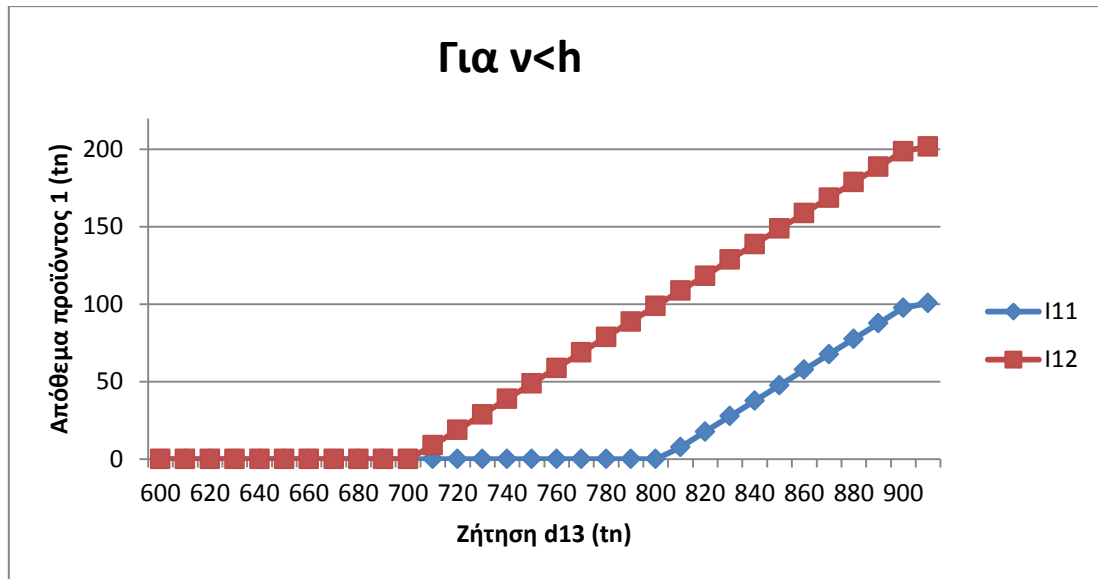
Οι ώρες παραγωγής του προϊόντος 1 σε κάθε περίοδο αυξάνονται διαδοχικά (διάγραμμα 17). Όταν καλυφθούν όλες οι ώρες, μαζί με τις υπερωρίες, μιας περιόδου, τότε αξιοποιούνται και οι ώρες της προηγούμενης περιόδου με σκοπό τη δημιουργία αποθέματος (διάγραμμα 18). Συμπερασματικά η αύξηση της ζήτησης του προϊόντος για την τρίτη περίοδο καλύπτεται αρχικά με αύξηση του χρόνου παραγωγής στην τρίτη περίοδο, στη συνέχεια στη δεύτερη και τέλος στην τρίτη περίοδο.



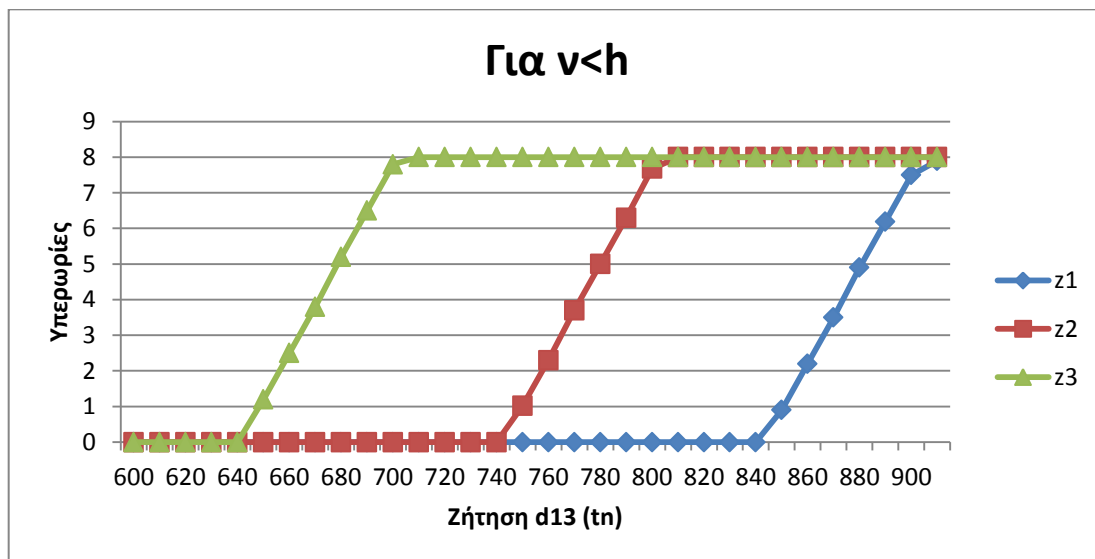
**Διάγραμμα 18:** Μεταβολή του συνολικού χρόνου παραγωγής στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.

Καθώς, στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι υπερωρίες κοστίζουν λιγότερο από το απόθεμα, το πρόγραμμα στρέφεται στην επιλογή του αποθέματος μόνο για ζήτηση μεγαλύτερη των 700tn (διάγραμμα 19), η οποία αντιστοιχεί σε 168 ώρες συνολικού χρόνου παραγωγής για την τρίτη περίοδο. Οπότε για ζήτηση 710-800tn η ζήτηση καλύπτεται με το απόθεμα που δημιουργείται με την παραγωγή της δεύτερης περιόδου.

Για ζήτηση μεγαλύτερη των 800tn, αυξάνονται οι ώρες παραγωγής της πρώτης περιόδου. Το απόθεμα της δεύτερης περιόδου φαίνεται στο διάγραμμα 19 να αυξάνεται και για ζήτηση μεγαλύτερη των 800tn, επειδή προστίθεται σε αυτό και το απόθεμα που δημιουργείται στην προηγούμενη (πρώτη) περίοδο.



Διάγραμμα 19: Μεταβολή του αποθέματος του προϊόντος 1 στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.



Διάγραμμα 20: Μεταβολή του χρόνου υπερωρίας στις περιόδους 1, 2 και 3, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.

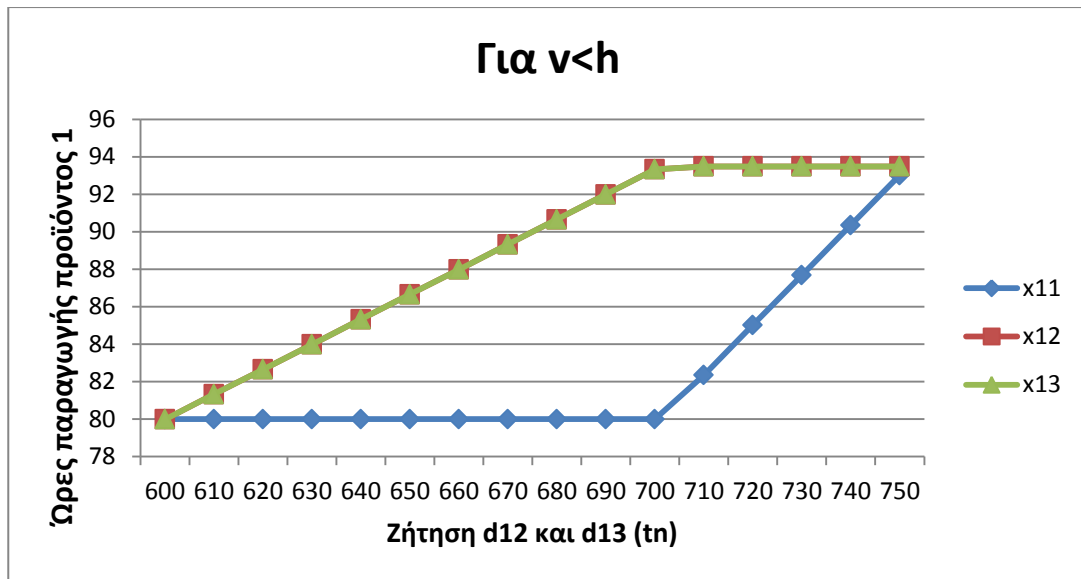
9.2.4 Για μεταβολή ζήτησης ενός προϊόντος στη δεύτερη και ενός στην τρίτη περίοδο.

Ως μεταβλητή έχει επιλεχθεί η ζήτηση του προϊόντος 1 κατά τη δεύτερη και τρίτη περίοδο, δηλαδή οι τιμές  $d_{12}$  και  $d_{13}$ . Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Επιβάλλεται βηματική αύξηση 10 τόνων και στις δύο μεταβλητές έως ότου το πρόγραμμα να μην μπορεί να δώσει λύση, δηλαδή οι ώρες εργασίας να φτάσουν τις 168.

Οι τιμές που προκύπτουν φαίνονται στον πίνακα 6. Από τις τιμές του πίνακα κατασκευάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα.

<b>d13/d12</b>	<b>600</b>	<b>610</b>	<b>620</b>	<b>630</b>	<b>640</b>	<b>650</b>	<b>660</b>	<b>670</b>	<b>680</b>	<b>690</b>	<b>700</b>	<b>710</b>	<b>720</b>	<b>730</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
<b>x11</b>	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	82,4	85,0	87,7	90,4	93,0
<b>x21</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x31</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l11</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	17,6	37,6	57,6	77,6	97,6
<b>l21</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l31</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z1</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,2	4,9	7,5
<b>x12</b>	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	86,7	88,0	89,3	90,7	92,0	93,3	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
<b>x22</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x32</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l12</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,8	18,8	28,8	38,8	48,8
<b>l22</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l32</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z2</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	2,5	3,8	5,2	6,5	7,8	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
<b>x13</b>	80,0	81,3	82,7	84,0	85,3	86,7	88,0	89,3	90,7	92,0	93,3	93,5	93,5	93,5	93,5	93,5
<b>x23</b>	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2
<b>x33</b>	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3
<b>l13</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l23</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>l33</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>z3</b>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	2,5	3,8	5,2	6,5	7,8	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
<b>A1</b>	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	154,5	156,9	159,5	162,2	164,9	167,5
<b>A2</b>	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	161,2	162,5	163,8	165,2	166,5	167,8	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0
<b>A3</b>	154,5	155,8	157,2	158,5	159,8	161,2	162,5	163,8	165,2	166,5	167,8	168,0	168,0	168,0	168,0	168,0

Πίνακας 6 : Αποτελέσματα προγράμματος για μεταβολή του  $d_{12}$  και  $d_{13}$  παράλληλα.

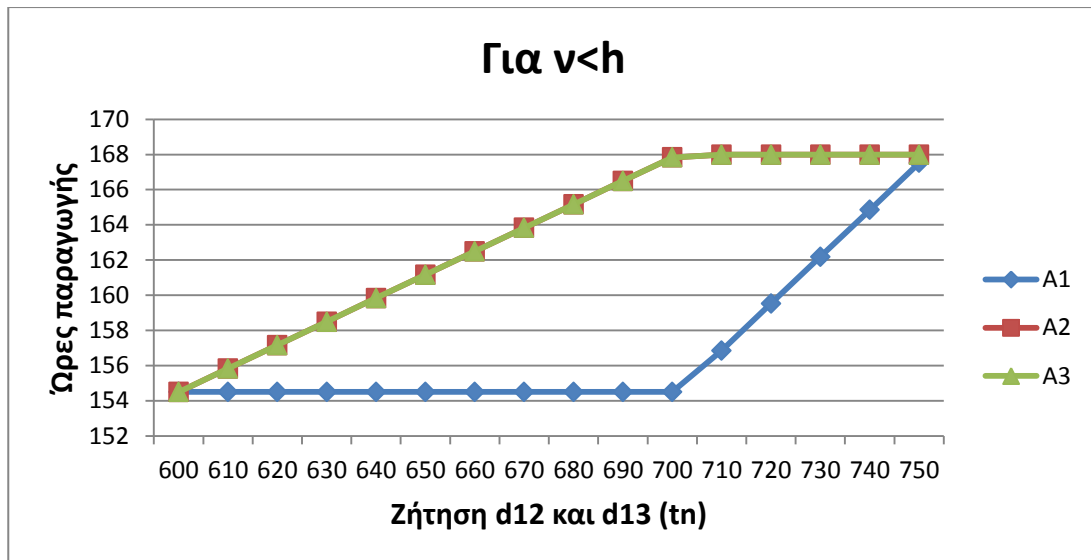


Διάγραμμα 21 : Μεταβολή του χρόνου παραγωγής του προϊόντος 1 στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.

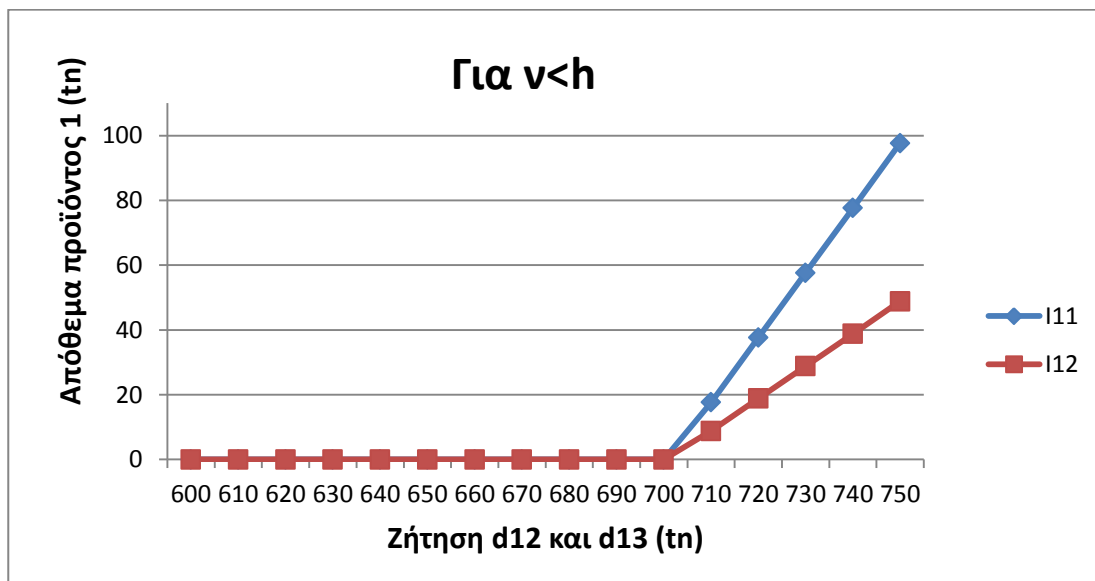
Σύμφωνα με το διάγραμμα 21, η αύξηση της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο οδηγεί σε παράλληλη και ανάλογη αύξηση των ωρών παραγωγής σε αυτές τις δύο περιόδους. Η αύξηση των ωρών συνεχίζεται μέχρι η ζήτηση να φτάσει τους 700tn και για τις δύο περιόδους. Σε εκείνο το σημείο ο συνολικός χρόνος παραγωγής των δύο περιόδων έχει αγγίξει τις 168 ώρες (διάγραμμα 22). Περαιτέρω αύξηση της ζήτησης καλύπτεται με δημιουργία αποθέματος στην πρώτη περίοδο, με αύξηση των ωρών παραγωγής του προϊόντος.

Όταν η ζήτηση ξεπερνά τους 700tn τότε ξεκινά να αυξάνεται η παραγωγή στις προηγούμενες περιόδους με σκοπό το σχηματισμό αποθέματος (διάγραμμα 23). Το απόθεμα που δημιουργείται κατά την πρώτη περίοδο θα καλύψει ανάγκες τόσο της δεύτερης όσο και της τρίτης περιόδου γι' αυτό και φαίνεται να φτάνει σε υψηλότερα επίπεδα από το απόθεμα της δεύτερης περιόδου.

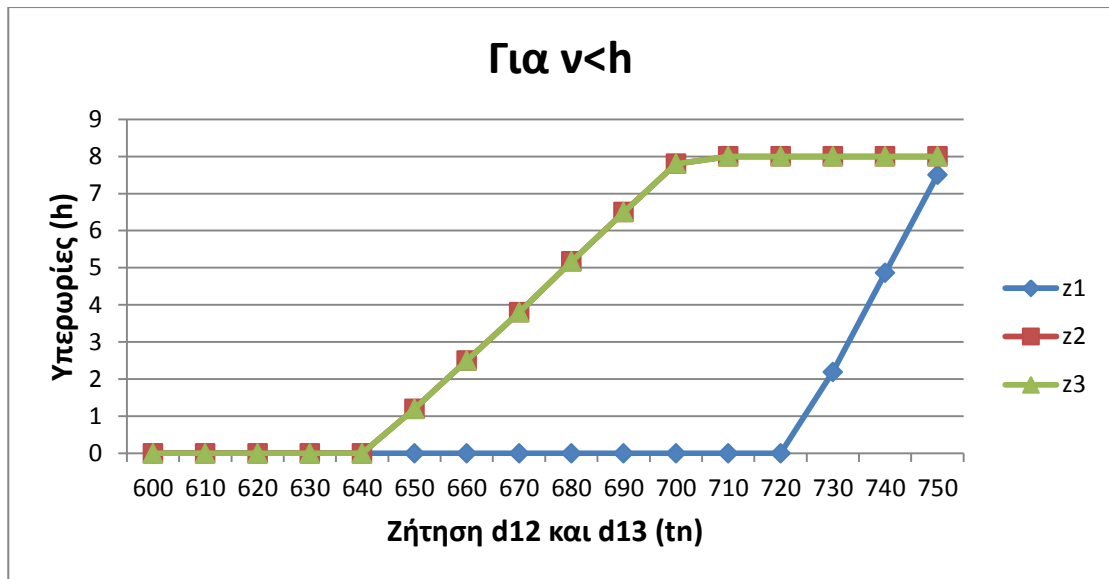




**Διάγραμμα 22:** Μεταβολή του συνολικού χρόνου παραγωγής στις περιόδους 1, 2 και 3 για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.



**Διάγραμμα 23:** Μεταβολή του αποθέματος του προϊόντος 1 στις περιόδους 1 και 2, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1 στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος.



Διάγραμμα 24: Μεταβολή του χρόνου υπερωρίας στις περιόδους 1, 2 και 3, για μεταβολή της ζήτησης του προϊόντος 1στη δεύτερη και στην τρίτη περίοδο και για κόστος υπερωρίας μικρότερο του κόστους αποθέματος

## **10. Συμπεράσματα**

- Το πρόγραμμα λύνει το πρόβλημα ταυτόχρονα για όλες τις περιόδους. Δεν αντιμετωπίζει την κάθε περίοδο ξεχωριστά χωρίς να επηρεάζεται από τις άλλες. Η αύξηση στη ζήτηση ενός προϊόντος σε μια περίοδο έχει αντίκτυπο στο πρόγραμμα παραγωγής των προηγούμενων περιόδων.
- Ωστόσο μια αλλαγή στη ζήτηση δεν έχει αντίκτυπο στις επόμενες περιόδους.
- Στην περίπτωση που το κόστος υπερωρίας είναι μεγαλύτερο του κόστους αποθέματος, το πρόγραμμα αξιοποιεί, κατά προτεραιότητα, πιθανά πλεονάσματα μη υπερωριακού χρόνου σε προηγούμενες περιόδους, με σκοπό τη δημιουργία αποθέματος.
- Στην αντίθετη περίπτωση, όπου οι υπερωρίες κοστίζουν λιγότερο από το απόθεμα, οι λύσεις τείνουν να δοθούν πρώτα με χρήση υπερωριών στη συγκεκριμένη περίοδο και στη συνέχεια με αποθέματα άλλων περιόδων.
- Τα διαγράμματα που απεικονίζουν μεταβολές των παραμέτρων χρόνου είναι πιο πολύπλοκα στα προβλήματα όπου οι υπερωρίες είναι πιο ακριβές, ενώ τείνουν προς γραμμικά στα αντίθετα προβλήματα.

Τα διαγράμματα των αποθεμάτων είναι σχεδόν γραμμικά στα προβλήματα όπου το απόθεμα είναι πιο φθινό της υπερωρίας ενώ τα διαγράμματα των χρονικών παραμέτρων εμφανώς πιο περίπλοκα.

Τα παραπάνω μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η παράμετρος που κοστίζει λιγότερο έχει προτεραιότητα και δίνει πιο απλά διαγράμματα.

- Το σύστημα δίνει λύση έως μια συγκεκριμένη τιμή ζήτησης. Η τιμή αυτή αντιστοιχεί σε παραγωγή συγκεκριμένης ποσότητας προϊόντος και επηρεάζεται μόνο από τον αριθμό των περιόδων που προηγούνται αυτής που μας ενδιαφέρει και όχι από τη σχέση μεταξύ κόστους υπερωρίας και κόστους αποθέματος.

Έτσι για τα παραδείγματα όπου μεταβάλλεται η ζήτηση της δεύτερης περιόδου η μέγιστη παραγωγή είναι 802tn, ενώ για τα παραδείγματα όπου μεταβάλλεται η ζήτηση της τρίτης περιόδου η παραγωγή φτάνει τους 903tn.

- Το μαθηματικό μοντέλο θα μπορούσε να εμπλουτιστεί με πολύ περισσότερες εξισώσεις, έτσι ώστε να δίνει λύση σε πολυπλοκότερα προβλήματα. Αυτές οι αλλαγές είναι δυνατόν να γίνουν ανάλογα με τις απαιτήσεις και την ευχέρεια του προγραμματιστή.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]The Incorporated National Association of British and Irish Millers Ltd, "FLOUR MILLING MANAGEMENT", Module 7, Third edition 2004, nabim editions.
- [2]The Incorporated National Association of British and Irish Millers Ltd, "MILL PROCESSES AND PERFORMANCE" , Module 3, Third edition 2005, nabim editions.
- [3]The Incorporated National Association of British and Irish Millers Ltd, "WHEAT AND THE SCREENROOM" , Module 2, Third edition 2006, nabim editions.
- [4] Monma, C.L. and Potts, C.N. (1989) On the complexity of scheduling with batch setup times. *Operations Research*, 37, 798-804.
- [5] Magnanti, T.L. and Vachani, R. (1990) A strong cutting plane algorithm for production scheduling with changeover costs. *Operations Research*, 38, 456-473.
- [6] Unal, A.T. and Kiran, A.S. (1992) Batch sequencing. *IIE Transactions*, 24, 73-83.
- [7] Kondili, E., Pantelides, C.C. and Sargent, R.W.H. (1993) A general algorithm for short-term scheduling of batch operations. I. MILP formulation. *Computers and Chemical Engineering*, 17, 211-227.
- [8] Shah, N., Pantelides, C.C. and Sargent, R.W.H. (1993) A general algorithm for short-term scheduling of batch operations. II. Computational issues. *Computers and Chemical Engineering*, 17, 229-244.
- [9] Shapiro, J. (1993) Mathematical programming models and methods for production planning and scheduling, in *Logistics of Production and Inventory*, Graves, S.C., Rinnooy Kan, A.H.G. and Zipkin, P.H. (eds.), North Holland, Amsterdam. pp. 371-443.
- [10] Kudva, G., Elkamel, A. and Reklaitis, G.V. (1994) Heuristic algorithm for scheduling batch and semi-continuous plants with production deadlines intermediate storage limitations and equipment changeover costs. *Computers and Chemical Engineering*, 18, 859-875.
- [11] Ovacik, I.M. and Uzsoy, R. (1994) Rolling horizon algorithms for a single-machine dynamic scheduling problem with sequence-dependent setup times. *International Journal of Production Research*, 32, 1243-1263.
- [12] Baker, K.R. (1974) *Introduction to Sequencing and Scheduling*, Wiley, New York.
- [13] Dauzere-Peares and Laserre (1994) *An integrated approach in production planning and scheduling*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer Verlag, Berlin.
- [14] Unal, A.T., Uzsoy, R. and Kiran, A.S. (1997) Rescheduling on a single machine with part-type dependent setup times and deadlines. *Annals of Operations Research*, 70, 93-113.
- [15] Ovacik, I.M. and Uzsoy, R. (1995) Rolling horizon procedures for dynamic parallel machine problems with sequence dependent setup times. *International Journal of Production Research*, 33, 3173-3192.
- [16] Aragone, L.S. and Gonzalez, R.L.V. (1997) Fast computational procedure for solving multi-item single-machine lot scheduling optimization problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 93, 491-551.
- [17] Evans, J. and Minieka, E. (1992) *Optimization Algorithms for Networks and Graphs*, 2nd edn., Dekker, New York. ch. 9.

- [18] Hackman, S.T. and Leachman, R.C. (1989) A general framework for modeling production. *Management Science*, 35, 478-495.
- [19] Glover, F. and Laguna, M. (1997) *Tabu Search*, Kluwer, Boston, MA.