

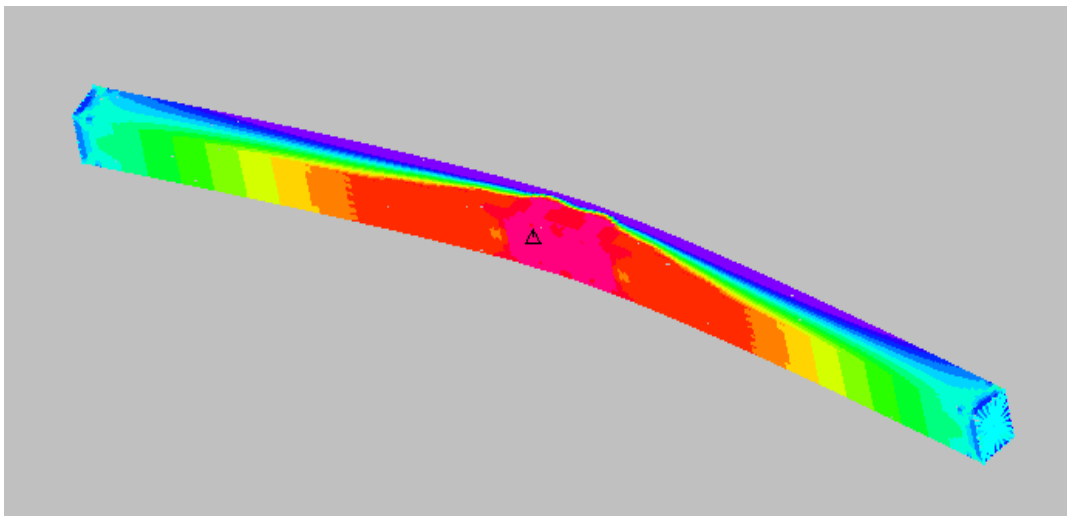


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Διπλωματική Εργασία

ΜΕΛΕΤΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΜΕΛΩΝ ΑΠΟ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΥΠΟ ΑΞΟΝΙΚΗ ΘΛΙΨΗ



Ζέρντης Μπλερίμ, Κολλιάρος Αλέξανδρος

Επιβλέπων: Τάσος Αβραάμ

Αθήνα, Δεκέμβριος 2013

ΕΜΚ ΔΕ 2013/79

Ευχαριστίες

Στα πλαίσια εκπόνησης της διπλωματικής μας εργασίας, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε θερμά τον Λέκτορα κ. Τ.Αβραάμ και τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Κ.Καλοχαιρέτη για την πολύτιμη βοήθεια που μας προσέφεραν, την υπομονή τους και τις γνώσεις που μας μετέδωσαν καθ' όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας.

Επίσης, οφείλουμε ένα μεγάλο ευχαριστώ στις οικογένειες μας και στους φίλους μας για την αμέριστη συμπαράσταση και κατανόησή τους, σε όλη τη διάρκεια των μαθητικών και ακαδημαϊκών μας σπουδών.

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη	1
Abstract	2
Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγικά στοιχεία για το δομικό χάλυβα.....	3
1.1 Γενικά χαρακτηριστικά.....	3
1.2 Έλαση εν ψυχρώ.....	4
Κεφάλαιο 2 – Χαλύβδινες διατομές ψυχρής έλασης.....	7
2.1 Γενικά.....	7
2.2 Χαρακτηριστικά συμπεριφοράς χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	7
2.3 Ευστάθεια μελών ψυχρής έλασης.....	8
2.4 Είδη χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	9
2.5 Πλεονεκτήματα χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	9
2.6 Υλικά χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	12
Κεφάλαιο 3 – Ευστάθεια μελών από χαλύβδινες διατομές ψυχρής έλασης.....	14
3.1 Ιστορική αναδρομή του προβλήματος της ευστάθειας.....	14
3.2 Ο λυγισμός ως πρόβλημα ευστάθειας.....	15
3.3 Μορφές καθολικού λυγισμού.....	16
3.3.1 Καμπτικός λυγισμός (flexural buckling)	16
3.3.2 Στρεπτικός λυγισμός (torsional buckling)	17
3.3.3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός (torsional flexural buckling)	19
3.4 Μορφές λυγισμού διατομών.....	20
3.4.1 Τοπικός λυγισμός- Λυγισμός με στρέβλωση της διατομής (τοπικός)	20
3.4.2 Γεωμετρικές ιδιότητες ενεργού διατομής υποκείμενης σε τοπικό λυγισμό ή λυγισμό με στρέβλωση της διατομής.....	21

3.4.2.1 Παραδοχές.....	21
3.4.2.2 Επίπεδα στοιχεία χωρίς ενισχύσεις.....	22

Κεφάλαιο 4 – Υπολογισμός κρίσιμου φορτίου λυγισμού αμφιαρθρωτών

υποστυλωμάτων με αναλυτικές μεθόδους.....	23
4.1 Γενικά στοιχεία εξεταζόμενων διατομών.....	23
4.2 Ανάλυση λυγισμού με βάση τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας.....	24
4.3 Ανάλυση λυγισμού με βάση τον Ευρωκώδικα 3.....	31

Κεφάλαιο 5 – Υπολογισμός κρίσιμου φορτίου με χρήση προγράμματος

πεπερασμένων στοιχείων (ADINA)38

5.1 Γενικά	38
5.2 Περιγραφή προσομοίωσης ενός φορέα με το πρόγραμμα ADINA.....	38

Κεφάλαιο 6 – Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλωμάτων.....52

6.1 Διατομές κοίλες ορθογωνικές.....	52
6.1.1 Μεταβαλλόμενο πάχος τοιχωμάτων.....	52
6.1.2 Μεταβαλλόμενο ύψος διατομής.....	58
6.2 Διατομές διπλού C.....	64
6.2.1 Μεταβαλλόμενο ύψος διατομής.....	64
6.2.2 Μεταβαλλόμενο πλάτος διατομής.....	71
6.3 Διατομές C.....	76
6.3.1 Μεταβαλλόμενο ύψος διατομής.....	77
6.3.2 Μεταβαλλόμενο πλάτος διατομής.....	82
6.3.3 Μεταβαλλόμενο πάχος διατομής.....	89
6.3.4 Μεταβαλλόμενο ύψος υποστυλώματος.....	95

6.4 Συγκρίσεις διατομών.....	101
Κεφάλαιο 7 – Τελικά συμπεράσματα.....	103
Βιβλιογραφία.....	105

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η ευστάθεια μελών από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής έλασης υπό κεντρική αξονική θλίψη. Τα είδη των διατομών που εξετάστηκαν είναι κοίλες ορθογωνικές, μορφής I αποτελούμενες από δύο διατομές C και διατομές μορφής C. Οι φορείς αναλύθηκαν με τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας, με τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3, καθώς και με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA 8.5. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν μεταξύ τους.

Στο πρώτο και το δεύτερο κεφάλαιο, παρατίθενται εισαγωγικά στοιχεία σχετικά με το δομικό χάλυβα και τις χαλύβδινες διατομές ψυχρής έλασης. Επίσης, περιγράφεται η διαδικασία παραγωγής, καθώς και τα διάφορα είδη και τα πλεονεκτήματα χρήσης των διατομών ψυχρής έλασης στις μεταλλικές κατασκευές.

Στο τρίτο κεφάλαιο, αναπτύσσονται κάποιες θεωρητικές έννοιες για την καλύτερη κατανόηση των όσων θα ακολουθήσουν στα επόμενα κεφάλαια. Συγκεκριμένα, γίνεται αναφορά στο λυγισμό ως φαινόμενο αστάθειας και αναλύονται τα είδη καθολικού λυγισμού του μέλους (καμπτικός, στρεπτικός, στρεπτοκαμπτικός) καθώς και οι μορφές λυγισμού της διατομής (τοπικός λυγισμός και λυγισμός με στρέβλωση).

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται το σύνολο των διατομών που εξετάστηκαν. Επίσης, αναλύεται η διαδικασία υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού αμφιαρθρωτών υποστυλωμάτων με τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας και τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, περιγράφεται διεξοδικά η διαδικασία προσομοίωσης των φορέων στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA για γραμμική και μη γραμμική ανάλυση. Μέσω της γραμμικής ανάλυσης εξάγονται οι ιδιομορφές και τα κρίσιμα φορτία λυγισμού, ενώ μέσω της ανάλυσης με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας υπολογίστηκε το φορτίο αστοχίας.

Στο έκτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την ανάλυση των φορέων με τις παραπάνω μεθόδους για τα τρία διαφορετικά είδη των εξεταζόμενων διατομών, ενώ, τέλος, στο έβδομο κεφάλαιο συνοψίζονται τα κυριότερα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων αυτών.

National Technical University of Athens
Faculty of Civil Engineering
Institute of Steel Structures
Diploma Thesis
EMK ΔΕ 2013/79

Stability of members by thin-walled cross sections under compressive axial force

Zherdi Blerim, Kolliaros Alexandros

Supervisor: Tasos Avraam

ABSTRACT

The present graduate thesis examines the stability of members, constructed by thin-walled cross-sections, under axial compressive force in the z direction. The cross section types that have been used are the following: concave rectangular, C-shaped and I-shaped consisted by two C-shaped cross sections. The members' analysis was carried out through the theory of elastic stability, the method of Eurocode 3 and the use of the finite element program ADINA. The theoretical solutions that came out were compared with the results from the finite element program.

The first two chapters provide introductory information about structural steel and cold formed cross sections. There is, also, a description of the production process, as well as the different types of cold formed cross sections and the advantages of their use in the metallic structures.

The 3rd chapter deals with some basic principles for the better understanding of what follows in the next chapters. Specifically, developing buckling as an instability situation, and presenting the types of (torsional, flexural, torsional-flexural) and local buckling.

The 4th chapter presents the total of the cross sections that have been examined. Additionally, the process of the theory of elastic stability and Eurocode for the calculation of the critical buckling load is analyzed.

The 5th chapter describes the simulation of the members with the finite element program, as well as their linear and geometrical and material non-linear analysis. Through linear analysis, modes and critical buckling load were exported, whereas, through GMNIA the load was calculated.

The 6th chapter presents the results by the analysis of each one of the three different types of cross sections examined, whilst the most interesting conclusions that have been drawn are summarized in the 7th and final chapter.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

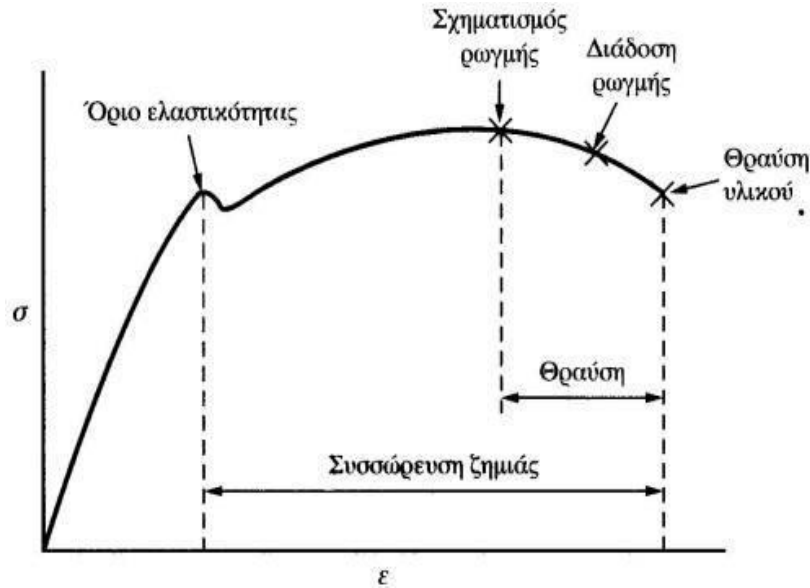
Εισαγωγικά στοιχεία για το δομικό χάλυβα

1.1 Γενικά Χαρακτηριστικά

Ο δομικός χάλυβας είναι το βασικό υλικό από το οποίο κατασκευάζεται ο φέρων οργανισμός των χαλύβδινων κτιρίων και των υπόλοιπων δομικών έργων. Είναι κράμα με βασικό συστατικό τον σίδηρο (Fe) και διάφορα άλλα μεταλλικά και μη στοιχεία σε μικρή αναλογία. Τέτοια είναι ο άνθρακας (C), το Μαγγάνιο (Mn), το Πυρίτιο (Si), το Νικέλιο (Ni), ο Χαλκός (Cu), το Χρώμιο (Cr), το Μολυβδαίνιο (Mo), το Βανάδιο (V), το Ζιρκόνιο (Zr), το Θείο (S), ο Φώσφορος (P) κλπ. Ορισμένα από τα παραπάνω είναι ανεπιθύμητα, επειδή επηρεάζουν δυσμενώς κάποια χαρακτηριστικά του χάλυβα. Η ποσοστιαία συμμετοχή των στοιχείων αυτών προσδιορίζει τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του χάλυβα (αντοχή, συγκολλησιμότητα, ευαισθησία στην διάβρωση, ολκιμότητα κλπ), ενώ μικρή μεταβολή της αναλογίας αυτής οδηγεί στην δημιουργία άλλου είδους χάλυβα. Στους συνήθεις δομικούς χάλυβες η περιεκτικότητα σε άνθρακα κυμαίνεται μεταξύ 0,20% και 0,30%, ενώ η περιεκτικότητα πυριτίου και μαγγανίου αθροιστικά δεν υπερβαίνει το 1,5%. Επιπλέον η περιεκτικότητα για καθεμία από τις προσμίξεις νικελίου, χρωμίου, χαλκού κ.λπ. είναι το πολύ 0,30%. Οι παραγόμενες ποιότητες χάλυβα χαρακτηρίζονται συνήθως με την ελάχιστη αντοχή σε εφελκυσμό ή την ελάχιστη τάση διαρροής, η οποία δίνεται σε KN/cm^2 ή N/mm^2 . Για παράδειγμα κατά το Ευρωπαϊκό Πρότυπο EN10025 ποιότητα S235 αντιστοιχεί σε χάλυβα με ελάχιστη τάση διαρροής 235 MPa.

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα του χάλυβα, τα οποία του προσδίδουν το χαρακτηριστικό του πλέον ευέλικτου και ίσως του καλύτερου σήμερα δομικού υλικού, είναι τα εξής :

- Μεγάλη αντοχή ή μεγάλος λόγος αντοχής προς ίδιο βάρος. Αυτό οδηγεί σε λεπτές διατομές, μείωση των ιδίων βαρών του φέροντα οργανισμού, οικονομία χώρου και υλικού, ζεύξη μεγάλων ανοιγμάτων χωρίς ενδιάμεση υποστύλωση κλπ.
- Ομογένεια υλικού. Τα χαρακτηριστικά του είναι σταθερά σε κάθε σημείο της μάζας του υλικού, γεγονός που εξασφαλίζει την ακρίβεια των παραδοχών ανάλυσης και των ελέγχων αντοχής.
- Μονιμότητα. Τα χαρακτηριστικά του είναι αμετάβλητα στο χρόνο και εφόσον παρέχεται η κατάλληλη συντήρηση, εξασφαλίζεται απεριόριστη διάρκεια ζωής της κατασκευής.
- Ελαστικότητα. Ο χάλυβας συμπεριφέρεται ελαστικά μέχρι σχετικά υψηλές τάσεις, ενώ τα γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του προσδιορίζονται με μεγάλη ακρίβεια.
- Ολκιμότητα. Η ολκιμότητα είναι από τις πλέον σημαντικές ιδιότητες του χάλυβα και αποτελεί την ικανότητά του να υπόκειται σε μεγάλες πλαστικές (μόνιμες) παραμορφώσεις χωρίς να αστοχεί. Η ολκιμότητα του χάλυβα επιτρέπει την ανάπτυξη τοπικής διαρροής σε σημεία όπου εμφανίζεται συγκέντρωση υψηλών τάσεων υπό τα φορτία σχεδιασμού, με αποτέλεσμα την ανακατανομή της έντασης και την πρόληψη πρόωρης αστοχίας. Επιπλέον, εάν η κατασκευή υπερφορτισθεί, οι μεγάλες παραμορφώσεις λόγω της ολκιμότητας, είναι ορατές και μπορεί να οδηγήσουν στην πρόληψη της επερχόμενης αστοχίας.



- Ταχύτητα εκτέλεσης.
- Βιομηχανικό κατά το μεγαλύτερο μέρος του προϊόν με ελεγχόμενη ποιότητα.
- Το σχετικό μικρό βάρος των χαλύβδινων κατασκευών συνεπάγεται μικρότερες αδρανειακές σεισμικές δυνάμεις. Σε συνδυασμό με την ικανότητα ανάπτυξης σημαντικών πλαστικών παραμορφώσεων και απορρόφησης σημαντικής ενέργειας πριν την αστοχία, ο χάλυβας καθίσταται ιδανικό υλικό για αντισεισμικές κατασκευές.
- Ευχέρεια διάνοιξης οπών για τη διέλευση καναλιών κλιματισμού και άλλων ηλεκτρομηχανολογικών εγκαταστάσεων.
- Άλλα πλεονεκτήματα του χάλυβα είναι : η δυνατότητα επαναχρησιμοποίησής του (ως έχει ή μετά από ανάτξη), η ευκολία ενίσχυσης υπάρχουσών κατασκευών (με στόχο την αύξηση της φέρουσας ικανότητας), η ευκολία στην τυποποίηση και την προκατασκευή κλπ.

Στα μειονεκτήματα του χάλυβα συγκαταλέγονται :

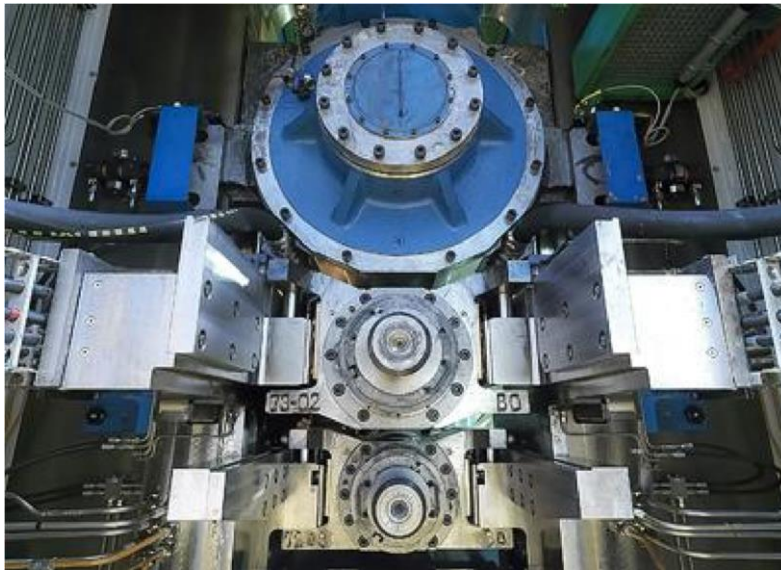
- Η ευαισθησία σε υψηλές θερμοκρασίες (οι θερμοκρασίες που αναπτύσσονται σε περίπτωση πυρκαγιάς, προκαλούν έντονη απομείωση της αντοχής του χάλυβα) και η ανάγκη λήψης μέτρων πυροπροστασίας.
- Η ευαισθησία σε φαινόμενα αστάθειας η οποία οδηγεί σε αναγκαία αύξηση του υλικού που θα χρησιμοποιηθεί σε θλιβόμενα στοιχεία, για την αποτροπή του φαινομένου του λυγισμού.
- Η ευαισθησία έναντι κόπωσης (σε περίπτωση μεγάλου αριθμού κύκλων επαναλαμβανόμενης φόρτισης) κλπ.

1.2 Έλαση εν ψυχρώ

Η συνηθέστερη τεχνική για διαμόρφωση λεπτότοιχων διατομών ή χαλυβδόφυλλων, πάχους μικρότερου από συνήθως 2 mm, είναι η έλαση εν ψυχρώ. Και στην περίπτωση αυτή ένα συνεχές χαλύβδινο φύλλο, προερχόμενο από ένα ρολό (coil), περνάει διαμέσου μίας σειράς ελαστρων και παίρνει σταδιακά την τελική μορφή μέσω πλαστικής παραμόρφωσης. Κάθε ζεύγος ελαστρων ονομάζεται βαθμίδα και προκαλεί μία συγκεκριμένη σταθερή παραμόρφωση. Όσο πιο σύνθετη είναι η μορφή της τελικής διατομής, τόσο περισσότερες βαθμίδες απαιτούνται. Σε κλειστές

διατομές ψυχρής έλασης, τα έλαστρα σχηματίζουν καταρχήν μία κυκλική διατομή και τα απέναντι άκρα των ελασμάτων συγκολλούνται, προ της τελικής έλασης, σε μία τετραγωνική ή κυκλική διατομή.

Είναι προφανές ότι η εν ψυχρώ έλαση απαιτεί μικρό πάχος φύλλων, λόγω της ανάγκης περιορισμού των εφαρμοζόμενων δυνάμεων των ελαστρων και για την αποφυγή ρηγματώσης του πλαστικώς παραμορφούμενου μετάλλου. Κατά την εν ψυχρώ κατεργασία οι κρύσταλλοι του χάλυβα παραμορφώνονται λόγω συμπίεσης με αποτέλεσμα να μεταβάλλονται τοπικά οι μηχανικές ιδιότητες των περιοχών όπου συμβαίνει η πλαστική παραμόρφωση. Η κατάσταση αυτή είναι γνωστή ως σκλήρωση. Κατά την σκλήρωση παρατηρείται αύξηση της σκληρότητας, της αντοχής και του ορίου ελαστικότητας, ενώ συγχρόνως μειώνεται η ολκιμότητα και η δυσθραυστότητα.



Σχήμα 1.4 Έλαστρο ψυχρής έλασης με 6 ράουλα

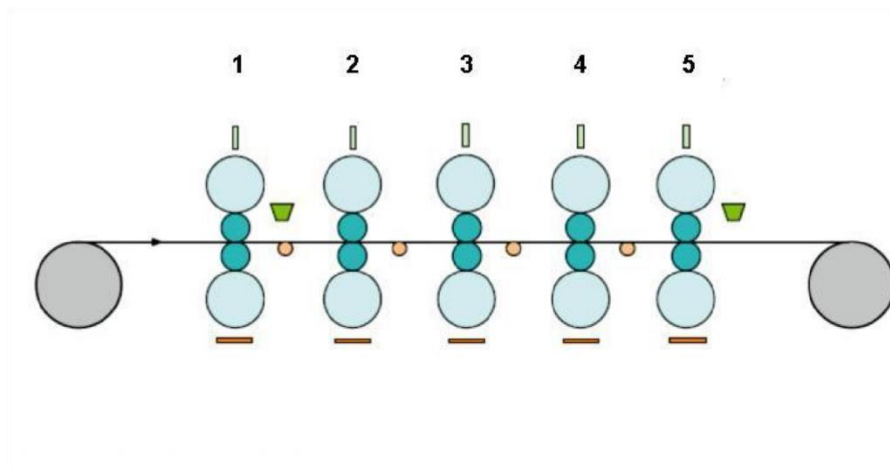
Ένας σημαντικός περιορισμός κατά τη ψυχρή διαμόρφωση είναι ο απαιτούμενος χρόνος αλλαγής των ελαστρων για παραγωγή διατομών διαφορετικού μεγέθους. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται συχνά μεταθετά έλαστρα τα οποία επιτρέπουν την εύκολη αλλαγή για διαφορετικά μεγέθη.

Η έλαση εν ψυχρώ εφαρμόζεται κυρίως όταν απαιτείται η παραγωγή μεγάλων ποσοτήτων συγκεκριμένων μορφών διατομών. Η αρχική επένδυση σε εξοπλισμό κρίνεται μεγάλη, αλλά η εργατική συμμετοχή είναι μικρή.

Διατομές ψυχρής διαμόρφωσης μπορούν να παραχθούν και με δύο άλλες διαδικασίες, την αναδίπλωση και τη συμπίεση. Οι μέθοδοι αυτές δεν έχουν τόσο ευρεία εφαρμογή όσο η έλαση εν ψυχρώ. Είναι απλούστερες διαδικασίες και χρησιμοποιούνται για μικρότερες παραγωγές και διαφορετικές μορφές διατομών, όταν δεν δικαιολογείται το κόστος της αρχικής επένδυσης.



Σχήμα 1.5 Έλαστρο ψυχρής έλασης με 4 ράουλα αναστρεφόμενης κίνησης



Σχήμα 1.6 Σχηματική αναπαράσταση της έλασης εν ψυχρώ με βαθμίδες για μόρφωση απλών διατομών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Χαλύβδινες διατομές ψυχρής έλασης

2.1 Γενικά

Όπως αναφέρθηκε και προηγούμενα, οι δυνατότητες εφαρμογής των χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης ως φέροντα στοιχεία είναι πολύ μεγάλη και εκτείνεται από την αυτοκινητοβιομηχανία, στη ναυπηγική, την κατασκευή συρμών, την αεροναυπηγική, τη γεφυροποιία, τη βιομηχανία κλπ. Στα βιομηχανικά κράτη οι μεταλλικές κατασκευές από στοιχεία ψυχρής έλασης καταλαμβάνουν συνεχώς ολοένα και αυξανόμενο μερίδιο της αγοράς. Το γεγονός αυτό οφείλεται κυρίως στις τεχνολογικές εξελίξεις τόσο στην παραγωγή όσο και στην προστασία έναντι διάβρωσης. Οι παράγοντες αυτοί συμβάλλουν στην αύξηση της ανταγωνιστικότητας των προϊόντων αυτών καθώς και στη διεύρυνση του πεδίου εφαρμογής τους. Πρόσφατες μελέτες έδειξαν ότι η απώλεια πάχους της επιφανειακής στρώσης γαλβανισμένων στοιχείων είναι τόσο μικρή, ώστε να μπορεί να εγγυηθεί διάρκεια ζωής μεγαλύτερη από 60 χρόνια.

2.2 Χαρακτηριστικά συμπεριφοράς χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Όσον αφορά την κατασκευαστική τους συμπεριφορά, συγκρινόμενες με τα συμβατικά μεταλλικά μέλη, οι λεπτότοιχες διατομές ψυχρής έλασης χαρακτηρίζονται κυρίως από : α) σταθερό πάχος, β) σχετικά μεγάλο λόγο πλάτους προς πάχος, γ) ποικιλία σχήματος διατομών. Το δεύτερο από τα παραπάνω χαρακτηριστικά έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση φαινομένων τοπικού λυγισμού που επηρεάζουν αρνητικά την φέρουσα ικανότητα των διατομών. Επίσης στους υπολογισμούς πρέπει να ληφθούν υπόψη πιθανές κατασκευαστικές ατέλειες οι οποίες προκαλούνται κατά την διαδικασία της ψυχρής έλασης. Συνεπώς, η ανάλυση και ο σχεδιασμός στοιχείων από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής έλασης καθίσταται πολύπλοκος εξαιτίας των φαινομένων που οφείλονται στα παραπάνω χαρακτηριστικά, κάτι που δεν συμβαίνει σε τέτοιο βαθμό σε άλλου είδους διατομές.

Η διαδικασία παραγωγής των χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης παίζει σημαντικό ρόλο σε μερικές ιδιότητες, οι οποίες επηρεάζουν τον τοπικό λυγισμό. Συγκριτικά με το αρχικό υλικό, το υλικό που υφίσταται ψυχρή έλαση, παρουσιάζει αυξημένο όριο διαρροής και μερικές φορές αύξηση της εφελκυστικής αντοχής ιδιαίτερα στις γωνίες και αρκετά στα πέλματα ενώ μεταβάλλεται και το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του.

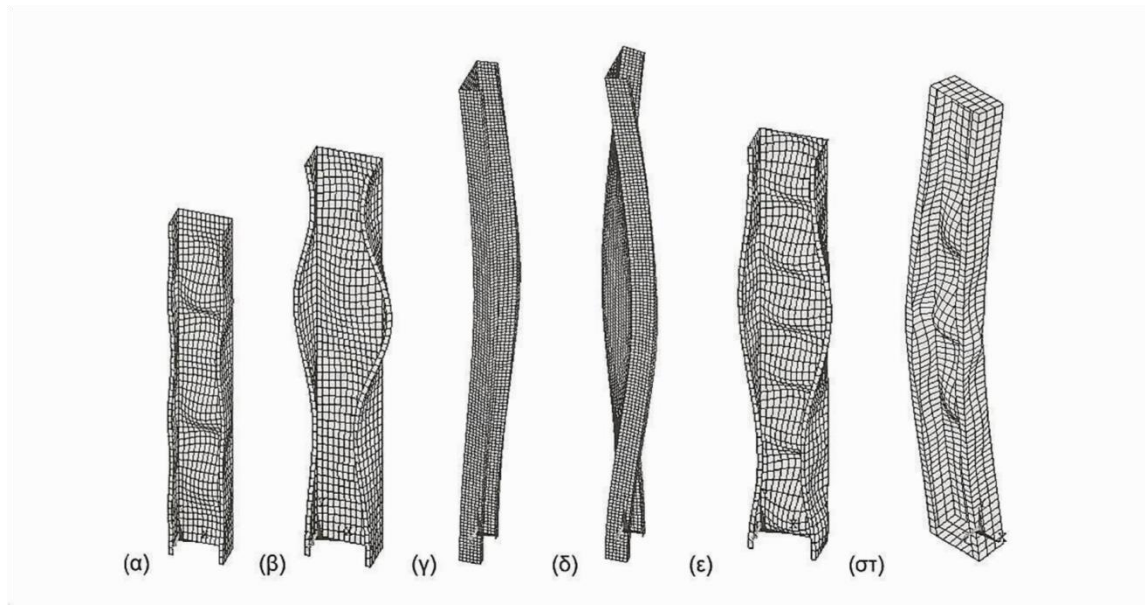
Η αύξηση του ορίου διαρροής οφείλεται στην κράτυνση και εξαρτάται από την ποιότητα του χάλυβα. Αντιθέτως, η αύξηση της εφελκυστικής αντοχής είναι συνάρτηση της γήρανσης και των μεταλλουργικών ιδιοτήτων του υλικού και συνδέεται με μείωση της ολκιμότητας. Οι διατάξεις των κανονισμών δίνουν σχέσεις για τον προσδιορισμό της αύξησης του ορίου διαρροής διατομών ψυχρής έλασης σε σχέση με το βασικό υλικό.

Οι διατομές θερμής έλασης επηρεάζονται από τις παραμένουσες τάσεις που δημιουργούνται κατά την ψύξη του υλικού. Οι τάσεις αυτές είναι κυρίως μεμβρανικές, εξαρτώνται από το σχήμα της διατομής και επηρεάζουν σημαντικά την αντοχή σε λυγισμό. Στις διατομές ψυχρής διαμόρφωσης οι παραμένουσες από την έλαση τάσεις είναι κυρίως καμπτικές και επηρεάζουν λιγότερο την αντοχή σε λυγισμό σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης. Από την άλλη πλευρά, κατά την ψυχρή έλαση, δημιουργούνται διαφορετικές παραμένουσες τάσεις έτσι ώστε η αντοχή να είναι διαφορετική όταν αλληλοεπηρεάζονται ο λυγισμός και η διαρροή.

2.3 Ευστάθεια μελών ψυχρής έλασης

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω η χρήση λεπτότοιχων στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης συνδέεται με ειδικά προβλήματα σχεδιασμού σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης, τα οποία σχετίζονται κυρίως με την αυξημένη ευαισθησία τους έναντι φαινομένων αστάθειας. Για τον λόγο αυτό, η μελέτη και ο έλεγχος διέπονται από ειδικές πρόσθετες διατάξεις οι οποίες αποτελούν αντικείμενο ξεχωριστών κανονισμών και προδιαγραφών. Πολλές φορές τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα είναι τόσο σύνθετα, ώστε ο σχεδιασμός να απαιτεί την εφαρμογή τόσο πειραματικών όσο και αναλυτικών μεθόδων.

Οι κυριότεροι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τη συμπεριφορά των λεπτότοιχων διατομών είναι ο τοπικός λυγισμός, ο καθολικός λυγισμός, ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής και ο διατμητικός λυγισμός. Οι διατομές ψυχρής διαμόρφωσης είναι πολύ ευαίσθητες έναντι τοπικού λυγισμού (κύρτωσης), ο οποίος χαρακτηρίζεται από το σχετικά μικρό μήκος κύματος της σχετικής ιδιομορφής λυγισμού. Αντιθέτως, το μήκος κύματος στον καθολικό λυγισμό, στον οποίο περιλαμβάνεται τόσο ο καμπτικός όσο και ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, είναι μεγάλο. Στον καθολικό λυγισμό οι διατομές μένουν απαραμόρφωτες, ως άκαμπτα διαφράγματα. Στον τοπικό λυγισμό με στρέβλωση της διατομής η αστάθεια προκαλείται λόγω σχετικής μετατόπισης των ακμών της και το μήκος κύματος έχει ενδιαμέση τιμή σε σχέση με τα μήκη κύματος στον τοπικό και τον καθολικό λυγισμό. Ο τοπικός λυγισμός με στρέβλωση της διατομής εμφανίζεται όλο και πιο συχνά, όσο συνθετότερη γίνεται η μορφή των διατομών. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται οι διάφορες μορφές λυγισμού μιας διατομής U, όπως υπολογίστηκαν με ιδιομορφική ανάλυση με χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Οι μορφές μπορεί να είναι απλές ή σύνθετες, με αλληλεπίδραση των διάφορων απλών ιδιομορφών. Στο κεφάλαιο 3 θα πραγματοποιηθεί εκτενέστερη ανάλυση του τοπικού λυγισμού στις λεπτότοιχες διατομές.



Σχήμα 2.1 Ιδιομορφές διατομής U με ακραίες ενισχύσεις υπό αξονική θλίψη. Απλές ιδιομορφές : α) τοπικός λυγισμός, β) τοπικός λυγισμός με στρέβλωση της διατομής, γ) καμπτικός λυγισμός περί τον ασθενή άξονα, δ) στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, ε) αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και λυγισμού με στρέβλωση της διατομής, στ) αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και καμπτικού λυγισμού περί τον ασθενή άξονα

2.4 Είδη χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Τα δομικά στοιχεία και τα φύλλα ψυχρής έλασης είναι χαλύβδινα προϊόντα προερχόμενα από επίπεδα ελάσματα ή ρολά ψυχρής ή θερμής έλασης, με ή χωρίς επίστρωση. Τα μέλη ψυχρής έλασης και τα αυλακωτά φύλλα έχουν εντός επιτρεπόμενων αντοχών ένα σταθερό ονομαστικό πάχος σε όλο το μήκος τους και μπορεί να έχουν είτε ομοιόμορφη διατομή είτε απομειούμενη διατομή κατά μήκος τους. Οι διατομές μελών ψυχρής έλασης και αυλακωτών φύλλων αποτελούνται από έναν αριθμό επίπεδων στοιχείων τα οποία συνδέονται με καμπύλα στοιχεία. Υπάρχουν συμμετρικές, μη συμμετρικές, ορθογώνιες και κεκλιμένες διατομές, ελασμένες εν ψυχρώ. Οι λεπτότοιχες διατομές διαιρούνται σε δύο κύριες κατηγορίες, τις ανοικτές και τις κλειστές διατομές. Οι κλειστές διατομές μορφώνονται είτε εν ψυχρώ είτε με συγκόλληση. Οι ανοικτές διατομές χωρίζονται σε :

α) Ανοικτές διατομές από πρότυπα ελάσματα μορφωμένα εν θερμώ. Στην πρώτη αυτή κατηγορία περιλαμβάνονται διατομές I, IPB, IPN, οι οποίες σε ορισμένες περιπτώσεις καταπονήσεως μπορούν να ελεγχθούν ως λεπτότοιχες διατομές. Οι διατομές αυτές διαθέτουν ικανοποιητική αντοχή έναντι κάμψης και διάτμησης αλλά παρουσιάζουν σχετικά μειωμένη αντοχή σε στρέψη. Για αυτόν τον λόγο απαιτείται συνήθως ενίσχυση των διατομών αυτών.

β) Ανοικτές διατομές από ελάσματα μορφωμένα εν ψυχρώ. Η παραγωγή τους γίνεται από ειδικές μηχανές εξελάσεως, εν ψυχρώ, μέσω μίας σειράς 6 έως 16 ελάστρων.

Τα ύψη των διατομών των φερόντων ραβδόμορφων στοιχείων κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 50-70 mm και 350-400 mm, τα πάχη τους μεταξύ 1 και 6 mm. Τα επιφανειακά στοιχεία ψυχρής έλασης που συνθέτουν το κέλυφος της κατασκευής ή στοιχεία πλακών αποτελούνται από τραπεζοειδή ελάσματα ή κασέτες. Τα ύψη τους κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 20 και 200 mm, τα πάχη τους μεταξύ 0,4 και 1,5 mm. Για την αύξηση της δυσκαμψίας των διατομών ψυχρής έλασης προβλέπονται ακραίες ή ενδιάμεσες ενισχύσεις.

2.5 Πλεονεκτήματα χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Οι διατομές ψυχρής έλασης παρουσιάζουν έναν αξιοσημείωτο αριθμό πλεονεκτημάτων. Ειδικά για κτήρια ισχύουν τα παρακάτω πλεονεκτήματα αναφορικά με την κατασκευή και τη χρήση.

Πλεονεκτήματα κατά την κατασκευή

- Απλή μόρφωση σε ένα ευρύ φάσμα δομικών και αρχιτεκτονικών μορφών.
- Συγκρινόμενες με παχύτερα προϊόντα θερμής έλασης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μικρότερα φορτία και/ή μικρότερα ανοίγματα, με αποτέλεσμα την εξοικονόμηση υλικού.
- Τα φέροντα φύλλα δίνουν επιφάνειες κατάλληλες για τη στέγη, τις όψεις και τις πλάκες των ορόφων και μπορούν να μορφωθούν σε κλειστές κυψέλες από τις οποίες διέρχονται καλωδιώσεις, αγωγοί κλπ.
- Συνθετότερες μορφές διατομών μπορούν να παραχθούν οικονομικότερα μέσω της ψυχρής διαμόρφωσης, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται καλύτεροι λόγοι φέρουσας ικανότητας προς βάρος.

- Τα φέροντα φύλλα παραλαμβάνουν δυνάμεις όχι μόνο κάθετα στο επίπεδό τους, αλλά και εντός του επιπέδου τους, λειτουργώντας ως διαφράγματα, αν ενωθούν κατάλληλα με τα στοιχεία που τα στηρίζουν.
- Η μόρφωσή τους μπορεί να γίνει με τρόπο τέτοιο ώστε να είναι δυνατή ευκολότερη συσκευασία και μεταφορά σε σχέση με άλλες διατομές.
- Μεγάλη αναλογία προκατασκευασμένων στοιχείων, υπό βιομηχανικές συνθήκες. Τα στοιχεία έχουν τις ακριβείς διαστάσεις και έχουν ήδη διανοιγμένες οπές.
- Απλή συναρμολόγηση στο εργοτάξιο. Τα στοιχεία μπορούν να ανυψωθούν σε ομάδες από ένα γερανό. Μεμονωμένα στοιχεία και επιμέρους πλαίσια μεταφέρονται στην ακριβή θέση με τα χέρια.
- Μεγάλη ταχύτητα κατασκευής και συνεπώς ταχεία απόδοση του επενδυμένου κεφαλαίου.
- Δυνατότητα επί τόπου πραγματοποίησης αλλαγών, με τη σύμφωνη γνώμη του μηχανικού.
- Η βέλτιστη χρήση του υλικού οδηγεί σε ανταγωνιστικές λύσεις με μικρότερο κόστος υλικών.
- Αποδοτικές μέθοδοι μελέτης και μόνωσης των λεπτομερειών, με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.
- Απλή εφαρμογή της πυροπροστασίας. Κατάλληλες γυψοσανίδες δίνουν χρόνο πυραντίστασης μέχρι 120 λεπτά.
- Περιορισμός των εργοταξιακών ελέγχων στο ελάχιστο.
- “Ξηρή” δόμηση που επιτρέπει γρήγορη εγκατάσταση και λιγότερα μελλοντικά προβλήματα.
- Καλή σύνδεση μεταξύ κυρίων πλαισίων και άλλων στοιχείων, μέσω μηχανικών συνδέσεων ή συγκολλήσεων.
- Μικρή επιρροή των εργοταξιακών συνθηκών. □ Βέλτιστη σχέση αντοχής προς βάρος.

Πλεονεκτήματα κατά τη χρήση

- Δυνατότητα επίτευξης ελαφρών και αποτελεσματικών συστημάτων διαφορετικής μορφολογίας, π.χ. πλαίσια, δικτύματα, τόξα κλπ.
- Επίτευξη μεγαλύτερων ανοιγμάτων σε σχέση με το ξύλο. Οι μεγαλύτεροι ελεύθεροι χώροι έχουν ως αποτέλεσμα τη μεγαλύτερη δυνατότητα υλοποίησης μελλοντικών αλλαγών στη χρήση των χώρων.
- Δύσκαμπτες κατασκευές με καλή συμπεριφορά υπό συνθήκες λειτουργίας,

π.χ. μικρά βέλη, αποφυγή ταλαντώσεων.

- Ευκολία στερεώσεων μέσω διατιθέμενων ειδικών διατομών.
- Καμία συμβολή στο πυροθερμικό φορτίο.
- Καλή πυραντίσταση και ευκολία αντικατάστασης των υλικών πυροπροστασίας μετά από ενδεχόμενη πυρκαγιά.
- Καλή θερμομόνωση και αποφυγή υδρατμών, μέσω κατάλληλων κατασκευαστικών λεπτομερειών. Έτσι η εφαρμογή τους είναι μεγάλη τόσο σε περιοχές με ψυχρά κλίματα, όσο και με θερμά κλίματα.
- Μεγάλη περιβαλλοντική προστασία λόγω μεγάλου χρόνου χρήσης, επανάχρησης, ανακύκλωσης και περιορισμού των μπαζών στο ελάχιστο.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η ελαφρά μεταλλική κατασκευή είναι σε ορισμένες περιπτώσεις η μόνη λύση. Για παράδειγμα διατομές ψυχρής έλασης χρησιμοποιούνται για την κατασκευή πρόσθετου ορόφου σε υπάρχουν κτίριο χωρίς να επιβαρύνουν τη θεμελίωση. Επιπλέον η χρήση επικαλύψεων από μεταλλικά πετάσματα προσδίδει αντοχή και ευστάθεια στο όλο κτίριο και παραλαμβάνει πλευρικά φορτία ανέμου, σεισμού κλπ.

Σε σύγκριση με άλλα δομικά υλικά, όπως ξύλο και σκυρόδεμα, η χρήση στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης έχει ως αποτέλεσμα τις ακόλουθες ιδιότητες :

- Ελαφρότητα
- Υψηλή δυσκαμψία και αντοχή
- Δυνατότητα κάλυψης μεγάλων ανοιγμάτων, μέχρι 10 m
- Δυνατότητα προκατασκευής και μαζικής παραγωγής □ Γρήγορη και απλή συναρμολόγηση και εγκατάσταση
- Μείωση των καθυστερήσεων λόγω δυσμενών καιρικών συνθηκών
- Μεγαλύτερη ακρίβεια στη μόρφωση των κατασκευαστικών λεπτομερειών
- Αποφυγή ερπυσμού και συστολής ξήρανσης για ήπιες θερμοκρασίες
- Αποφυγή ικριωμάτων
- Απαλλαγή από τερμίτες και μούχλα
- Ενιαία ποιότητα
- Ευκολία και οικονομία κατά την μεταφορά και την μετακίνηση
- Ακαυστότητα
- Ανακύκλωση υλικού

Με το συνδυασμό των πλεονεκτημάτων που αναφέρθηκαν παραπάνω, μπορούν να επιτευχθούν πολύ οικονομικές λύσεις στις κατασκευές.

2.6 Υλικά χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Οι χάλυβες που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή γραμμικών και επιφανειακών στοιχείων ψυχρής έλασης πρέπει να είναι κατάλληλοι για να υποστούν την διαδικασία της ψυχρής διαμόρφωσης. Επιπλέον πρέπει να είναι κατάλληλοι για συγκόλληση και γαλβανισμό. Σχετικά με τις μηχανικές ιδιότητες, οι τάσεις διαρροής τις περισσότερες περιπτώσεις κυμαίνονται μεταξύ 250-550 MPa. Οι προβλεπόμενες από τους ευρωπαϊκούς και διεθνείς κανονισμούς ποιότητες χάλυβα δίνονται στον πίνακα 2.2, μαζί με τις τιμές του ορίου διαρροής και της εφελκυστικής αντοχής του μητρικού μετάλλου, οι οποίες χρησιμοποιούνται στους ελέγχους ως χαρακτηριστικές τιμές. Η χρήση άλλων χαλύβων είναι επιτρεπτή εάν ικανοποιούνται οι απαιτήσεις των κανονισμών αναφορικά με τη χημική σύνθεση και τις μηχανικές ιδιότητες. Για πάχη ελασμάτων μικρότερα από 3 mm προτιμάται η χρησιμοποίηση θερμογαλβανισμένου υλικού.

Τρόπος παραγωγής	Κανονισμός	Ποιότητα	f_{yb} [N/mm ²]	f_u [N/mm ²]
Πλατέα θερμής έλασης από κοινούς δομικούς χάλυβες	EN 10025	S 235	235	360
		S 275	275	430
		S 355	355	510
Πλατέα θερμής έλασης από συγκολλησίμους λεπτόκοκκους δομικούς χάλυβες	EN 10113 Μέρος 2 (εξομαλυσμένοι χάλυβες)	S 275 N	275	370
		S 355 N	355	470
		S 420 N	420	520
	EN 10113 Μέρος 3 (θερμομηχανικώς επεξεργασμένοι χάλυβες)	S 460 N	460	550
		S 275 N	275	360
		S 355 N	355	450
		S 420 N	420	500
		S 460 N	460	530

Πλατέα ψυχρής έλασης από κοινούς δομικούς χάλυβες	ISO 4997	CR 220	220	300
		CR 250	250	330
		CR 320	320	400
Έλασμα και ρόλλοι συνεχούς θερμογαλβανισμού από δομικούς χάλυβες	EN 10147	Fe E 220 G	220	300
		Fe E 250 G	250	330
		Fe E 280 G	280	360
		Fe E 320 G	320	390
		Fe E 350 G	350	420
Λεπτόκοκκοι δομικοί χάλυβες για ψυχρή παραμόρφωση	prEN 10149 Μέρος 2	S 315 MC	315	390
		S 355 MC	355	430
		S 420 MC	420	480
		S 460 MC	460	520
		S 500 MC	500	550
		S 550 MC	550	600
Λεπτόκοκκοι δομικοί χάλυβες για ψυχρή παραμόρφωση	prEN 10149 Μέρος 3	S 260 NC	260	370
		S 315 NC	315	430
		S 355 NC	355	470
		S 420 NC	420	530

Πίνακας 2.1 Ποιότητες χαλύβων και αντίστοιχες οριακές τάσεις του βασικού μετάλλου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1 Ιστορική αναδρομή του προβλήματος της ευστάθειας

Θεωρείται δύσκολο να προσδιοριστεί χρονικά πότε εκδηλώθηκε ενδιαφέρον από τους μελετητές για την έρευνα του προβλήματος της ευστάθειας. Ωστόσο, οι πρώτοι που ερεύνησαν την κατασκευαστική ευστάθεια θα μπορούσαν ίσως να θεωρηθούν οι Αρχαίοι Έλληνες μεταξύ 400π.Χ και 200π.Χ. Όπως για παράδειγμα ο Αρχιμήδης που χρησιμοποιώντας γεωμετρικές μεθόδους προσδιόρισε την ευστάθεια επιπλέοντων σωμάτων και ο Αριστοτέλης που με τη χρήση μεθόδων κινηματικής μελέτησε μεταβολές σε στατικά συστήματα.

Ωστόσο οι πρώτες προσπάθειες στη σύγχρονη εποχή τοποθετούνται κατά την διάρκεια του 18^{ου} αιώνα όταν ο Leonard Euler [1707-1783] με τη δημοσίευση του βιβλίου <<De curvis elasticis>>, ο οποίος θεωρείται και ο θεμελιωτής της θεωρίας ελαστικού λυγισμού, μελέτησε την ευστάθεια χρησιμοποιώντας αξιόλογα εργαλεία τα οποία ανέπτυξαν οι James και Daniel Bernoulli. Οι παρατηρήσεις του James Bernoulli δημιούργησαν έναν σύνδεσμο μεταξύ των ροπών και της καμπυλότητας του παραμορφωμένου μέλους. Ο Daniel Bernoulli πρότεινε στον Euler πώς να καταλήξει σε μια διαφορετική εξίσωση ισορροπίας της ράβδου. Η πρώτη μορφή που μελέτησε ήταν ένας θλιβόμενος βραχύς πρόβολος υπό το ίδιο βάρος του ή για φορτίο P εφαρμοζόμενο στο άκρο του δημιουργούσε πλήρη βράχυνση, ενώ σε λυγηρό πρόβολο το θλιπτικό φορτίο επέφερε και κάμψη.

Το οριακό φορτίο προσδιόρισε ο Euler (1744) από τη σχέση:

$$P_{cr} = EI \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2$$

Όπου E: μέτρο ελαστικότητας

I: ροπή αδράνειας της διατομής

L: μήκος προβόλου

Έτσι, αφού ο Euler επισήμανε την πραγματική φύση του προβλήματος, ο Lagrange (1770) την επιβεβαίωσε και επεξέτεινε αργότερα στο βιβλίο << Sur la figure de colonnes >>. Ωστόσο νέα εμπόδια εμφανίστηκαν για την καθιέρωση της θεωρίας του Euler αφού πειράματα σε μετρίου και μικρού μήκους υποστυλώματα οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι ο τύπος του Euler που καθόριζε την αντοχή τους ήταν εσφαλμένος. Αυτό οφειλόταν όπως εξήγησε ο ερευνητής Lamarle (1845) στο ότι δεν είχε ληφθεί υπόψη στη θεωρία λυγισμού του Euler ότι η αστοχία των παραπάνω υποστυλωμάτων είχε ως αίτιο την υπέρβαση του ορίου αναλογίας πριν λάβει χώρα ο λυγισμός. Ο Lamarle απέδειξε ότι το όριο ελαστικότητας (αναλογίας) είναι το όριο ισχύος του τύπου του Euler.

Η πρώτη γενική θεωρία ελαστικής ευστάθειας εκδόθηκε το 1889 από τον Bryan. Ο Bryan ανακάλυψε ότι το θεώρημα της μοναδικότητας της λύσης στην ελαστικότητα δεν ισχύει σε δύο περιπτώσεις:

- i) όταν εμφανίζονται σχετικά μεγάλες μετατοπίσεις για μικρές τάσεις
 - ii) όταν ένα πεδίο μετατοπίσεων είναι όμοιο με την κίνηση ενός άκαμπτου σώματος.
- Για αυτήν την δεύτερη περίπτωση ο Bryan δίνει το παράδειγμα ενός σφαιρικού κελύφους το οποίο συμπιέζεται μέσα σε κυκλικό δακτύλιο ελαφρώς μικρότερης διαμέτρου. Σύμφωνα με τον Bryan οποτεδήποτε υπάρχουν περισσότερες από μία καταστάσεις ισορροπίας, το κριτήριο για να επιλεγεί

ποια θα ακολουθηθεί από την κατασκευή δίνεται από την ελάχιστη ενέργεια.

Η θεωρία της διακλάδωσης αναπτύχθηκε από τον Henri Poincare και έγινε η βάση πάνω στην οποία στηρίχθηκε η σύγχρονη θεωρία της ευστάθειας, παρά το γεγονός ότι δεν είχε αντίκτυπο στις αντίστοιχες μελέτες που εκπονούνταν από τους σύγχρονούς του. Συμβολή ανάλογης αξίας ήταν ο μαθηματικός ορισμός της ευστάθειας από τον Lyapunov, ο οποίος χρησιμοποίησε ένα δυναμικό κριτήριο, το οποίο έως σήμερα θεωρείται γενικό κριτήριο ευστάθειας.

Το 1889 δύο ερευνητές, ο Γάλλος Considere και ο Γερμανός Engesser, εργαζόμενοι ανεξάρτητα μεταξύ τους, απέδειξαν την ισχύ του τύπου του Euler και στην περίπτωση ανελαστικού λυγισμού, γενικεύοντας τον τύπο αυτό. Ο Engesser το 1895 παρουσίασε τη θεωρία του περί του διπλού μέτρου ελαστικότητας, την οποία επαλήθευσε πειραματικά μετά από 15 περίπου χρόνια ο V.Karman. Οι Engesser και V. Karman με τις σημαντικές μελέτες τους έδωσαν την γενική λύση του προβλήματος του προσδιορισμού της αντοχής υποστυλωμάτων, θεωρώντας το πρόβλημα λυγισμού ως πρόβλημα ευστάθειας ισορροπίας και λαμβάνοντας υπόψη τόσο τις ελαστικές, όσο και τις πλαστικές ιδιότητες του υλικού του υποστυλώματος. Η εργασίες των Considere και Engesser, τα πειράματα του V. Karman, ως και η μετέπειτα θεωρία της αρχικής μεταλυγισμικής αναλύσεως (initial postbuckling analysis) του Koiter αποτέλεσαν τους ακρογωνιαίους λίθους πάνω στους οποίους στηρίχθηκε η θεωρία της ελαστικής ευστάθειας.

3.2 Ο λυγισμός ως πρόβλημα ευστάθειας

Ορισμοί βασικών εννοιών

Σε ένα παραμορφωμένο σύστημα μπορεί να εμφανιστεί υπό ορισμένες προϋποθέσεις απώλεια ισορροπίας. Έτσι όταν σε ένα σύστημα εφαρμόζονται ή ασκούνται δυνάμεις, που δρουν κατά τη φορά των παραμορφώσεων, παρατηρείται επιπλέον αύξησή τους που προκαλούν συνεπώς αστάθεια στο συγκεκριμένο σύστημα. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται δυνάμεις εκτροπής και στόχος είναι να περιοριστούν ώστε να μην διαταράξουν την ισορροπία του φορέα. Αντίστοιχα υπάρχουν δυνάμεις οι οποίες δρουν αντίθετα στη φορά των παραμορφώσεων συμβάλλοντας στη μείωση τους και ονομάζονται δυνάμεις επαναφοράς. Κατά την εφαρμογή των δυνάμεων εκτροπής και την εμφάνιση αστάθειας, ο φορέας μετά από μία τυχαία παραμόρφωση δεν επανέρχεται μόνος του στην προηγούμενη θέση ισορροπίας.

Τα προβλήματα αυτά της ευστάθειας παρουσιάζονται σε περίπτωση θλιβομένων μελών, η συμπεριφορά των οποίων χαρακτηρίζεται από τον όρο λυγισμός. Το φαινόμενο επομένως, κατά το οποίο μία ευθύγραμμη ράβδος σταθερής διατομής θλιβόμενη αξονικά με κάποια αύξηση φόρτισης από ευθύγραμμη μορφή μεταπίπτει σε καμπυλωμένη μορφή ισορροπίας, λέγεται λυγισμός. Σε αυτήν την τιμή του φορτίου αντιστοιχούν δύο σχηματισμοί ισορροπίας, που έχουν το ίδιο μήκος: ο ένας με ευθύγραμμο άξονα και ο άλλος με καμπυλωμένο.

Η μεγαλύτερη τιμή του φορτίου για την οποία η ράβδος διατηρεί την ευθύγραμμη μορφή ισορροπίας ονομάζεται κρίσιμο φορτίο (critical load) ή ακόμα και φορτίο λυγισμού (buckling load). Αν αυξηθεί η τιμή του φορτίου πάνω από αυτήν την τιμή θα προκληθούν δυσανάλογα μεγαλύτερες ροπές κάμψεως και παραμορφώσεις που τελικά θα προκαλέσουν την αστοχία του δοκιμίου.

Συνεπώς η θλιβόμενη αξονικά ράβδος για την κρίσιμη φόρτιση $P=P_{cr}$ έχει δύο απείρως γειτονικές

μορφές ισορροπίας την ευθύγραμμη που εμπειρικά γνωρίζουμε ότι είναι ασταθής και την ελαφρώς καμπυλωμένη που είναι ευσταθής. Όπως η ράβδος περνάει από την ασταθή στην ευσταθή ισορροπία θεωρούμε ότι υπάρχει μία μεταβατική ισορροπία που και ονομάζεται ουδέτερη η αδιάφορη ισορροπία. Αξίζει, όμως, να τονιστεί στο σημείο αυτό ότι η ουδέτερη ισορροπία είναι συνυφασμένη με την γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας (λυγισμού) με την οποία, όπως θα δούμε, προσδιορίζουμε κρίσιμα φορτία αλλά όχι το χαρακτήρα της κρίσιμης καταστάσεως ισορροπίας, δηλαδή κατά πόσο η ισορροπία είναι ευσταθής ή ασταθής. Επίσης, όπως αναφέρθηκε, νέσω της γραμμικής θεωρίας λυγισμού δεν είναι δυνατός ο προσδιορισμός του μεγέθους μετατοπίσεων (displacements) και παραγωγών αυτών (ως π.χ. στροφών, ροπών κάμψεως, τεμνουσών δυνάμεων κ.τ.λ).

3.3 Μορφές καθολικού λυγισμού

3.3.1 Καμπτικός λυγισμός (flexural buckling)

Τα προβλήματα της ευστάθειας παρουσιάζονται σε περίπτωση θλιβόμενων μελών. Από την αντοχή των υλικών γνωρίζουμε ότι όταν μία ευθύγραμμη ράβδος πρισματικής (σταθερής) διατομής, θλίβεται αξονικά, η αύξηση της φορτίσεως μέχρι κάποιας συγκεκριμένης κρίσιμης τιμής προκαλεί συνεχώς αυξανόμενη αξονική βράχυνση. Γνωρίζουμε, επίσης, ότι όταν μία ελαστική ράβδος έχει λυγηρότητα μεγαλύτερη κάποιας ορισμένης (ελάχιστης) τιμής, η ένταση αυτή βρίσκεται εντός ελαστικής περιοχής και η αξονική βράχυνση είναι ανάλογη της φορτίσεως. Εάν η φόρτιση υπερβεί την προαναφερθείσα κρίσιμη τιμή, η ράβδος εγκαταλείπει την ευθύγραμμη μορφή αξονικής παραμορφώσεως λαμβάνουσα μία ελαφρώς καμπυλωμένη μορφή (λόγω κάμψεως). Η συμπεριφορά αυτή της ράβδου είναι γνωστή ως καμπτικός λυγισμός, ο οποίος λαμβάνει χώρα ως προς τον κύριο άξονα της διατομής με την μικρότερη ροπή αδράνειας και ως εκ τούτου με τη μεγαλύτερη λυγηρότητα.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η λυγηρή αυτή ράβδος ισορροπεί τόσο σε ευθύγραμμη μορφή (για φόρτιση μικρότερη της κρίσιμης), όσο και σε ελαφρώς καμπυλωμένη μορφή (για φόρτιση ίση ή μεγαλύτερη της κρίσιμης). Μικρή αύξηση της φόρτισης, πάνω από την κρίσιμη τιμή, προκαλεί σημαντικά μεγαλύτερη και δυσανάλογη καμπτική παραμόρφωση. Σε κάποια δε δεδομένη τιμή της φόρτισης αρχίζει η διαρροή (στην ακραία ίνα της περισσότερο εντεινόμενης από κάμψη διατομής), η οποία αυξανόμενης περαιτέρω της φόρτισης επεκτείνεται, οδηγούσα ακολούθως σε ανελαστικό ή πλαστικό λυγισμό. Επειδή για φόρτιση μεγαλύτερη της κρίσιμης τα περιθώρια μεταλυγισμικής αντοχής της ράβδου είναι πρακτικώς περιορισμένα, θεωρούμε ότι η κρίσιμη φόρτιση συνδέεται με τη μέγιστη φέρουσα ικανότητα αξονικά θλιβομένων ράβδων και ως εκ τούτου η φόρτιση αυτή κατά την οποία λαμβάνει χώρα ο ελαστικός λυγισμός αποτελεί κριτήριο σχεδιασμού. Η αντιστοιχούσα στην παραπάνω κρίσιμη φόρτιση λυγισμού είναι, εν γένει, πολύ μικρότερη της τάσεως αναλογίας του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένη η ράβδος.

Από τα παραπάνω παρατηρούμε ότι οι ευθύγραμμες λυγηρές ράβδοι μεγάλου σχετικά μήκους συγκριτικά με τις διαστάσεις της διατομής τους από γραμμικά ελαστικά υλικό θλιβόμενες αξονικά, εντείνονται γραμμικά αυξανόμενης της φόρτισης μέχρι ορισμένης κρίσιμης τιμής (στάδιο προλυγισμικής συμπεριφοράς). Όταν η φόρτιση λάβει την κρίσιμη τιμή της, η ράβδος εγκαταλείπει την ευθύγραμμη μορφή ισορροπίας, υποκείμενη σε πολύ μικρή κάμψη ως προς τον κύριο άξονα με τη μικρότερη ροπή αδρανείας (φαινόμενο ελαστικού λυγισμού). Ακολούθως, η ράβδος εντεινόμενη μη γραμμικά, μπορεί να φέρει φόρτιση μεγαλύτερη της κρίσιμης (στάδιο μεταλυγισμικής συμπεριφοράς) φθάνουσα σε κατάσταση αστοχίας για ορισμένη τιμή της φόρτισης μετά από

διαρροή στην περιοχή της μέγιστης ροπής κάμψης (φαινόμενο ανελαστικού λυγισμού). Εν τούτοις, επειδή τα περιθώρια μεταλυγισμικής αντοχής είναι πολύ περιορισμένα, θεωρούμε ότι η φέρουσα (σε αξονική θλίψη) ικανότητα της ράβδου από πρακτικής πλευράς αντιστοιχεί στην κρίσιμη φόρτιση ελαστικού φορτίου λυγισμού.



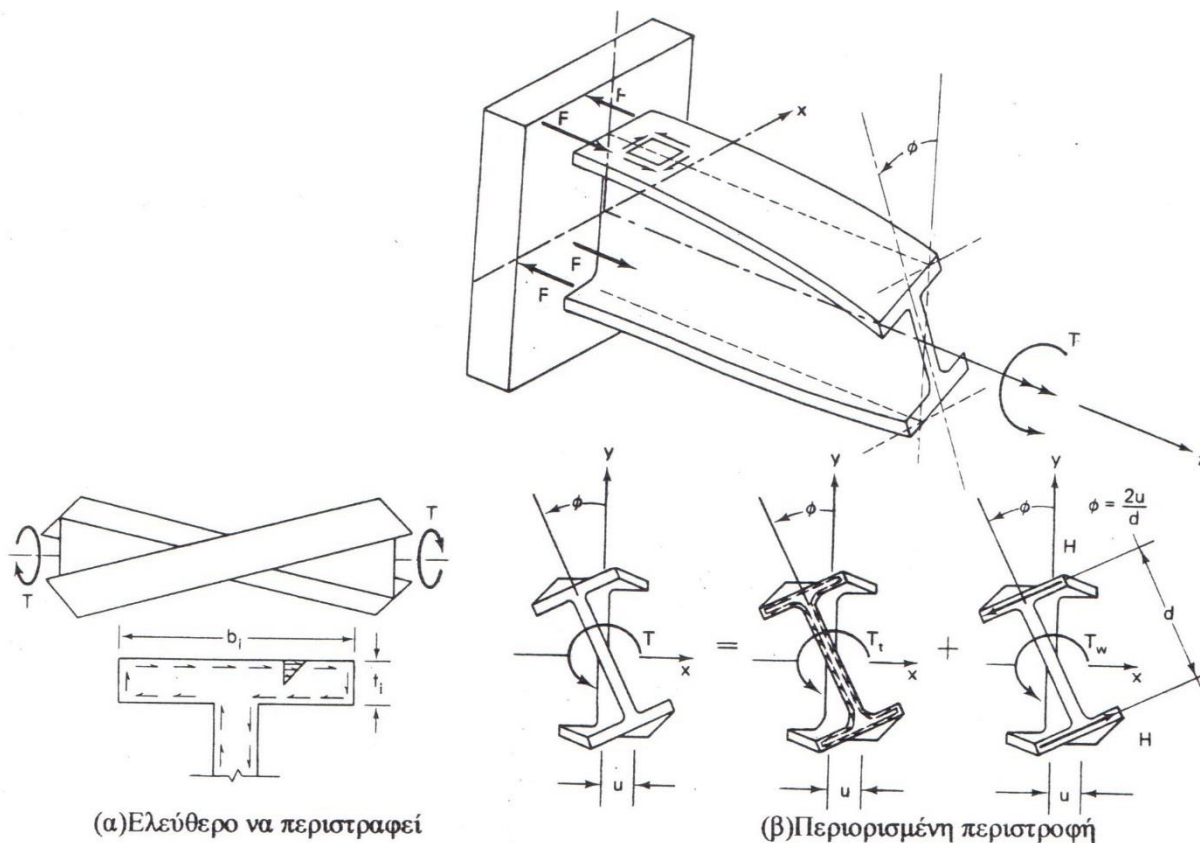
Οι βασικές παραδοχές της γραμμικής θεωρίας ελαστικής ευστάθειας για ελαστικά συστήματα, αποτελούμενα από ράβδους με πρισματική διατομή και ευθύγραμμο άξονα είναι οι ακόλουθες:

1. Το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένο το ελαστικό σύστημα είναι ομογενές ισότροπο και γραμμικώς ελαστικό, ακολουθεί δηλαδή το νόμο του Hooke.
2. Το διάγραμμα τάσεως-ανηγμένης παραμορφώσεως θεωρείται ταυτόσημο τόσο για τη θλίψη όσο και για τον εφελκυσμό.
3. Επίπεδες διατομές κάθετες στον απαραμόρφωτο άξονα της ράβδου προ της κάμψης, παραμένουν επίπεδες μετά την κάμψη και στον παραμορφωμένο άξονα αυτής (παραδοχή Bernoulli).
4. Τα εξωτερικά εγκάρσια φορτία ενεργούν επί επιπέδου διερχόμενου από το κέντρο διατμήσεως της διατομής και παράλληλου προς τον κύριο άξονα αδράνειας αυτής. Αυτό αποκλείει οποιαδήποτε στροφή ή στρέψη της διατομής περί τον άξονα του μέλους, η οποία επομένως υπόκειται σε κάμψη ενός εκ των κυρίων επιπέδων της.
5. Οι συνιστώσες των μετακινήσεων κατά τον άξονα της ράβδου και εγκαρσίως προς αυτόν είναι μικρές, σε σύγκριση με τις διαστάσεις της διατομής.
6. Η επιρροή της διατμητικής παραμόρφωσης επί του βέλους κάμψης αμελείται.
7. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογίζονται θεωρώντας ότι η στατική παραμόρφωση οφείλεται μόνο στην κάμψη, αμελείται δηλαδή η αξονική παραμόρφωση που τυχόν προηγήθηκε.

3.3.2 Στρεπτικός λυγισμός (torsional buckling)

Ο στρεπτικός λυγισμός αποτελεί μία μορφή αστάθειας όπου η τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού είναι μικρότερη από την τιμή του φορτίου του καμπτικού λυγισμού, για το ίδιο επιβαλλόμενο αξονικό θλιπτικό φορτίο με την προηγούμενη περίπτωση. Το υποστυλωμα ισορροπεί σε μία ελαφρώς παραμορφωμένη κατάσταση, με τον αρχικά ευθύγραμμο άξονα του στύλου να παραμένει ευθύγραμμος και μετά την στρεπτική παραμόρφωση του υποστυλώματος.

Η μορφή αυτή αστοχίας βρίσκει διαφορετική εφαρμογή ανάλογα με το είδος της διατομής που υπόκειται σε αυτήν, δηλαδή ανάλογα με το αν είναι απλής ή διπλής συμμετρίας διατομή. Στις διπλά συμμετρικές διατομές παρατηρείται πιο σπάνια από ότι στις διατομές με ένα άξονα συμμετρίας και ο τρόπος που οι πρώτες παραμορφώνονται φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Οι διατομές με έναν άξονα συμμετρίας είναι όπως προαναφέρθηκε πιο επιρρεπείς στο στρεπτικό λυγισμό από ότι οι διπλά συμμετρικές. Οι μονοσυμμετρικές διατομές διαφέρουν από τις αντίστοιχες συμμετρικές στο ότι το κέντρο βάρους τους δεν συμπίπτει με το κέντρο διάτμησης τους, όπως συμβαίνει στις διπλά συμμετρικές διατομές, γεγονός που τις διαφοροποιεί και στη συμπεριφορά τους ως προς τη φόρτιση στην οποία υπόκεινται. Επίσης, στην περίπτωση του στρεπτικού λυγισμού διατομών με έναν άξονα συμμετρίας το κέντρο διάτμησης διαφέρει από το κέντρο στροφής της διατομής. Επομένως, ο κίνδυνος αστοχίας από στρεπτικό λυγισμό αφορά μόνο τις ανοικτές διατομές καθώς οι κλειστές έχουν πολύ μεγάλη δυστρεψία. Επειδή μία τέτοια μορφή λυγισμού συνδέεται με τη στρέψη, το κρίσιμο ελαστικό φορτίο λυγισμού εξαρτάται τόσο από τη δυστρεψία κατά Saint-Venant όσο και από τη δυσκαμψία στρέβλωσης. Επιπλέον, στους αριθμητικούς συντελεστές που χρησιμοποιούνται, θα πρέπει να εμπεριέχονται οι συνθήκες δέσμευσης των άκρων σε στρέψη και στρέβλωση. Συνεπώς, στις ανοικτές διατομές δεν είναι γνωστό ποια μορφή λυγισμού θα εμφανιστεί πρώτη (καμπτικός ή στρεπτικός) και για αυτό πρέπει να εξετάζονται και οι δύο περιπτώσεις ώστε να βρεθεί ποια δίνει το μικρότερο κρίσιμο φορτίο.

3.3.3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός (torsional flexural buckling)

Ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός είναι ένα είδος ελαστικής αστάθειας κατά το οποίο η κάμψη ενός αξονικά θλιβόμενου υποστυλώματος περί τον ισχυρό άξονα συνοδεύεται και από στρέψη. Δηλαδή οι διατομές των θλιβόμενων ή καμπτόμενων μελών στα οποία μπορεί να εμφανιστεί ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, υπόκεινται σε στροφή περί το κέντρο διάτμησης και ταυτόχρονα μετατοπίζονται σε σχέση με τον αρχικά ευθύγραμμο διαμήκη άξονα, ο οποίος όμως παύει πλέον να είναι ευθύγραμμος και παραμορφώνεται. Χαρακτηριστικό αυτών των περιπτώσεων αστοχίας είναι ότι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού που συνδυάζει την καμπτική και στρεπτική παραμόρφωση της διατομής είναι πολύ μικρότερο από το κρίσιμο φορτίο καμπτικού λυγισμού Euler συνήθως, αν και την τελική και σημαντικότερη επιρροή στη σύγκριση των δύο αυτών τιμών την έχει η γεωμετρία της διατομής του στύλου.

Ο ερευνητής Wagner, ο οποίος υπήρξε ο πρώτος που μελέτησε αυτήν την μορφή αστοχίας στηρίχθηκε στην αυθαίρετη παραδοχή ότι το κέντρο στροφής των διατομών κατά τη διάρκεια του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού δεν συμπίπτει, εν γένει, με το κέντρο διατμήσεως, όπως απεδείξαν μεταγενέστερα άλλοι ερευνητές, όπως οι Ostensfeld, F.Bleich και H.Bleich, Karpus, Goodier, Timoshenko. Οι Lundquist και Fligg απέδειξαν ότι το κέντρο στροφής αντιστοιχεί σε εκείνη τη θέση για την οποία το κρίσιμο φορτίο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γίνεται ελάχιστο. Δηλαδή στην περίπτωση στρεπτοκαμπτικού λυγισμού το κέντρο στροφής μπορεί να εξαρτάται από τη φόρτιση, ενώ το κέντρο διατμήσεως εξαρτάται από τη γεωμετρία της διατομής. Βεβαίως σε περίπτωση καθαρής στρέψεως το κέντρο στροφής συμπίπτει πάντα με το κέντρο διατμήσεως.

Ο Goodier παρουσίασε την απλούστερη μορφή των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν την ελαστική αστάθεια λόγω συνεζευγμένης κάμψεως και στρέψεως χρησιμοποιώντας το κέντρο διατμήσεως ως αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Ενδιαφέρουσα, εξάλλου, υπήρξε η ανάλυση σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό του ερευνητή Hoff με βάση την ενεργειακή μέθοδο. Όλες οι παραπάνω εργασίες στηρίζονται στη θεμελιώδη παραδοχή ότι το επίπεδο των ανοιχτών λεπτοτοιχών διατομών μπορεί να στρεβλωθεί χωρίς, όμως, να αλλάξει η γεωμετρική μορφή τους κατά τη διάρκεια της στρέψεως. Επί της παραδοχής αυτής έχει στηριχθεί η ανάλυση σε ευστάθεια πολλών εργασιών, αρκετές των οποίων μνημονεύονται στο σύγγραμμα του ερευνητή Galambos. Μία τέτοια όμως προσεγγιστική ανάλυση δεν μπορεί να εφαρμόζεται σε υποστυλώματα με εύκαμπτες διατομές, τα οποία πρέπει να αναλυθούν ως λεπτότοιχα κελύφη. Πάντως, σε ορισμένες περιπτώσεις είναι δυνατή η εφαρμογή της ανωτέρω παραδοχής μετά από κάποια διορθωτική παρέμβαση. Π.χ οι Goodier και Barton προσδιόρισαν την επιρροή της παραμορφώσεως του κορμού στη μείωση της στρεπτικής αντιστάσεως διατομών διπλού ταυ.

Η παραδοχή ότι η γεωμετρία των διατομών δεν μεταβάλλεται κατά τη φάση της στρεπτοκαμπτικής αστάθειας επιβάλλει περιορισμούς στις συνοριακές συνθήκες, οι οποίες δεν μπορεί να είναι αυθαίρετες. Π.χ σε περίπτωση καθαρής στρέψεως οι συνοριακές συνθήκες καθορίζουν μονοσήμαντα το κέντρο διάτμησης.

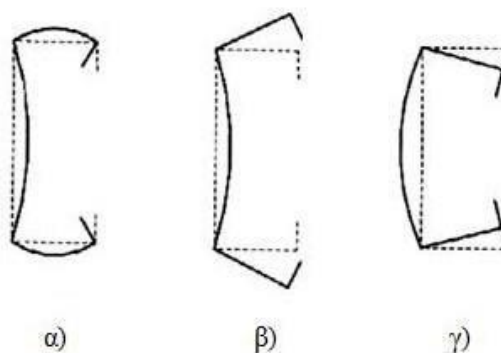
Αυτό το είδος αστοχίας παρατηρείται μόνο σε διατομές με ένα ή κανένα άξονα συμμετρίας, όπως παρουσιάζεται και στα επόμενα κεφάλαια, σε αντίθεση με τις διπλά συμμετρικές διατομές που υπόκεινται ξεχωριστά σε στρεπτικό ή καμπτικό λυγισμό ανάλογα με τη γεωμετρία τους και τα χαρακτηριστικά της κατασκευής που ανήκουν. Δηλαδή και σε αυτήν την περίπτωση ο κίνδυνος αστοχίας με αυτόν τον τρόπο είναι μεγαλύτερος στις ανοικτές διατομές, ενώ στις κλειστές είναι πολύ μικρός λόγω της μεγάλης τους δυστρεψίας.

3.4 Μορφές λυγισμού διατομών

3.4.1 Τοπικός λυγισμός- Λυγισμός με στρέβλωση της διατομής

Εκτός από καθολικό λυγισμό οι διατομές ψυχρής διαμόρφωσης εμφανίζουν πολύ συχνά μορφές τοπικού λυγισμού, όπου οι διατομές δεν μένουν απαραμόρφωτες ως διαφράγματα, αλλά παραμορφώνονται τοπικά. Η αστοχία δηλαδή αναφέρεται στη διατομή και δεν σχετίζεται με το λυγισμό ολόκληρου του μέλους. Ανάλογα με τις παραμορφώσεις της διατομής, διακρίνονται δύο τέτοια είδη λυγισμού:

- Τοπικός λυγισμός (Local buckling) Τα τοιχώματα της διατομής υπόκεινται σε πλακοειδείς παραμορφώσεις (κύρτωση). Το γενικό σχήμα της διατομής παραμένει αμετάβλητο, δεδομένου ότι οι εσωτερικές ακμές μένουν απαραμόρφωτες, αποτελώντας σημεία στήριξης των πλακοειδών στοιχείων. Κατ' εξαίρεση, οι εξωτερικές ακμές μπορούν να μετατοπίζονται. Ως ακμές ονομάζονται οι ευθείες τομές των επίπεδων στοιχείων της διατομής (πέλματα, κορμός, ενισχύσεις), αλλά και οι θέσεις των ενισχύσεων ενός τοιχώματος της διατομής.
- Λυγισμός με στρέβλωση της διατομής (Distorsional buckling) Τα τοιχώματα της διατομής στρεβλώνονται, λόγω μετατοπίσεων των εσωτερικών ακμών. Ο τοπικός λυγισμός έχει μικρό μήκος κύματος, ίδιας τάξης μεγέθους με το πλάτος του στοιχείου. Έτσι, ο κίνδυνος τοπικού λυγισμού δεν εξαρτάται από το μήκος της ράβδου αλλά από, τα πολύ μικρότερα, πλάτη των τοιχωμάτων της διατομής. Καθοριστικά μήκη λυγισμού είναι λοιπόν τα πλάτη των στοιχείων, ως αποστάσεις των, αμετάθετων, ακμών της διατομής. Ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής έχει μεσαίο μήκος κύματος. Τα μήκη αυτά αντιπροσωπεύουν περίπου το μήκος λυγισμού δοκών επί ελαστικών στηρίξεων. Έτσι, ο κίνδυνος λυγισμού με στρέβλωση της διατομής εξαρτάται από τις σχέσεις δυσκαμψιών μεταξύ στηριζόντων και στηριζόμενων στοιχείων.



Σχήμα 3.5.1: Παραμορφώσεις διατομής λόγω α) τοπικού λυγισμού και β),γ) λυγισμού με στρέβλωση της διατομής

Η εξέταση του τοπικού λυγισμού οδηγεί σε προσδιορισμό ενεργών διατομών. Με βάση τη γραμμική θεωρία ευστάθειας προσδιορίζονται κρίσιμες τάσεις σ_{cr} και ανηγμένες λυγηρότητες, οι οποίες χρησιμεύουν ως τιμές αναφοράς για προσδιορισμό των κρίσιμων τάσεων. Οι οριακές τάσεις βρίσκονται από κατάλληλες καμπύλες κύρτωσης ή καμπύλες λυγισμού (για λυγισμό με στρέβλωση

της διατομής), με τις οποίες λαμβάνονται υπόψη οι επιρροές της μη γραμμικής συμπεριφοράς του υλικού και των ατελειών. Ο υπολογισμός δεν γίνεται με μειωμένες οριακές τάσεις και πλήρεις διατομές, αλλά με τάσεις μέχρι το όριο διαρροής και μειωμένες, ενεργές διατομές. Ο λόγος των ιδιοτήτων της ενεργού προς την πλήρη διατομή εκφράζεται με το συντελεστή β_A , ο οποίος ανάλογα με τις συνθήκες φόρτισης δίνεται από τις σχέσεις: $\beta_A = \frac{A_{eff}}{A_g}$.

Ο συνδυασμός καθολικού και τοπικού λυγισμού γίνεται με τροποποίηση της ανηγμένης λυγηρότητας $\bar{\lambda}_k = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$ του καμπτικού λυγισμού. Η τελική ανηγμένη λυγηρότητα είναι μειωμένη σε σχέση με την ανωτέρω και εκφράζεται από τη σχέση: $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_k \sqrt{\beta_A}$. Η λυγηρότητα της ράβδου από την παραπάνω εξίσωση χρησιμεύει ως τιμή αναφοράς για προσδιορισμό των μειωτικών συντελεστών λυγισμού χ από κατάλληλες καμπύλες λυγισμού, οι οποίοι εφαρμοζόμενοι στο όριο διαρροής δίνουν τις οριακές τάσεις. Τα οριακά εντατικά μεγέθη σχεδιασμού προκύπτουν από πολλαπλασιασμό των οριακών τάσεων με τα αντίστοιχα αδρανειακά μεγέθη της ενεργού διατομής A_{eff} ή W_{eff} και εφαρμογή των επιμέρους συντελεστών ασφαλείας έναντι αστάθειας γ_{M1} .

3.4.2 Γεωμετρικές ιδιότητες ενεργού διατομής υποκείμενης σε τοπικό λυγισμό ή λυγισμό με στρέβλωση διατομής

3.4.2.1 Παραδοχές

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3, μέρος 1.3 (EN 1993-1-3) κατά την περιγραφή διατομών υποκείμενων σε τοπικό λυγισμό ή σε λυγισμό με στρέβλωση διατομής, λαμβάνονται υπ' όψιν τα εξής:

1. Η επίδραση του τοπικού λυγισμού και του λυγισμού με στρέβλωση της διατομής πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στον προσδιορισμό της αντοχής και της δυσκαμψίας μελών και φύλλων ψυχρής ελάσεως.
2. Η επίδραση του τοπικού λυγισμού μπορεί να λαμβάνεται υπόψη χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της ενεργού διατομής, οι οποίες στηρίζονται στα ενεργά πλάτη.
3. Η πιθανή μετατόπιση του κέντρου βάρους της ενεργού ως προς την πλήρη διατομή, λαμβάνεται υπόψη.
4. Στον υπολογισμό της αντοχής έναντι τοπικού λυγισμού, το όριο διαρροής f_y πρέπει να λαμβάνεται ίσο με το όριο διαρροής του βασικού υλικού f_{yb} όταν υπολογίζονται τα ενεργά πλάτη των θλιβόμενων στοιχείων.
5. Για ελέγχους στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας το ενεργό πλάτος ενός θλιβόμενου στοιχείου πρέπει να βασίζεται στη θλιπτική τάση $\sigma_{com,Ed,ser}$ του στοιχείου, υπό τα φορτία λειτουργικότητας.
6. Ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής λαμβάνεται υπόψη αν αποτελεί τον κρίσιμο μηχανισμό αστοχίας.

3.4.2.2 Επίπεδα στοιχεία χωρίς ενισχύσεις

Η κρίσιμη τάση λυγισμού δίνεται από τον τύπο: $\sigma_{cr} = \left(\frac{\pi t}{b_p}\right)^2 \frac{EK_\sigma}{12(1-\nu^2)}$

όπου: b_p το θεωρητικό πλάτος

t το πάχος της πλάκας

ν το μέτρο Poisson

K_σ ο αντίστοιχος συντελεστής κυρτώσεως από τους πίνακες, οποίος εξαρτάται από τη μορφή του διαγράμματος των τάσεων.

Η ανηγμένη λυγηρότητα προσδιορίζεται από τη σχέση $\bar{\lambda}_\rho = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$ οπότε βρίσκουμε:

$$\bar{\lambda}_\rho = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)f_y}{\pi^2 EK_\sigma}} = 1,052 \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{f_y}{EK_\sigma}} = \frac{b_p/t}{28,4\varepsilon\sqrt{K_\sigma}}$$

όπου: K_σ ο συντελεστής κυρτώσεως από τους πίνακες

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{23,5}{f_y}} \text{ με } f_y \text{ σε kN/cm}^2$$

Ο μειωτικός συντελεστής υπολογίζεται ως εξής:

- Αν $\bar{\lambda}_\rho > 0,673$ τότε $\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_\rho} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_\rho}\right)$
- Αν $\bar{\lambda}_\rho \leq 0,673$ τότε $\rho = 1$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

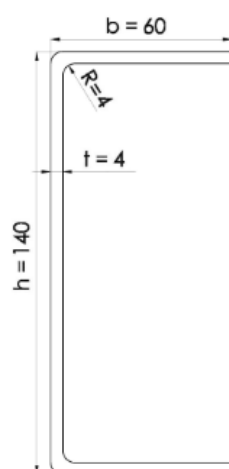
Υπολογισμός κρίσιμου φορτίου λυγισμού αμφιαρθρωτών υποστυλωμάτων με αναλυτικές μεθόδους

4.1 Γενικά στοιχεία εξεταζόμενων διατομών

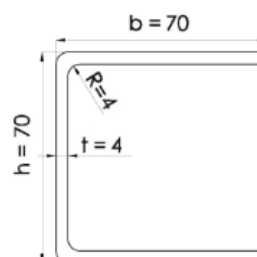
Στην παρούσα μελέτη αναλύθηκαν διατομές C και διπλό C, χωρίς ακραίες ενισχύσεις, καθώς και κοίλες ορθογωνικές διαφόρων μεγεθών. Το ύψος των υποστυλωμάτων που εξετάστηκαν κυμαίνεται μεταξύ 1,5 και 5 μέτρων. Η μορφή καθώς και οι γεωμετρικές διαστάσεις των εξεταζόμενων διατομών δίνονται παρακάτω στους πίνακες 4.1-4.3, ενώ ενδεικτικά παρατίθενται ορισμένες εξ' αυτών στα σχήματα 4.1-4.4 που ακολουθούν.

διατομή	h(mm)	b(mm)	t(mm)	r(mm)
C	70	50	4	4
	70	60	4	4
	70	70	3	3
	70	70	4	4
	70	70	5	7.5
	70	70	6	9
	70	80	4	4
	70	90	4	4
	100	60	4	4
	120	60	4	4
	140	60	4	4
	160	60	4	4
	180	60	4	4

Πίνακας 4.1



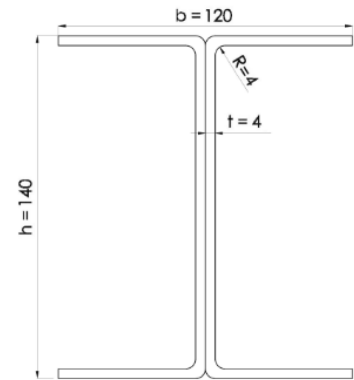
Σχήμα 4.1



Σχήμα 4.2

διατομή	h(mm)	b(mm)	t(mm)	r(mm)
I	100	120	4	4
	120	120	4	4
	140	120	4	4
	160	120	4	4
	180	120	4	4
	140	80	5	7.5
	140	100	5	7.5
	140	120	5	7.5
	140	140	5	7.5

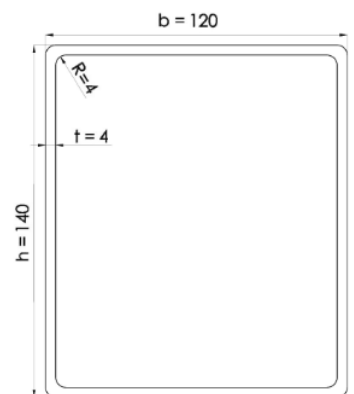
Πίνακας 4.2



Σχήμα 4.3

διατομή	h(mm)	b(mm)	t(mm)	r(mm)
O	100	120	4	4
	120	120	4	4
	140	120	4	4
	160	120	4	4
	180	120	4	4
	120	60	3.5	3.5
	120	60	4	4
	120	60	4.5	5.25
	120	60	5	7.5
	120	60	5.5	8.25

Πίνακας 4.3



Σχήμα 4.4

4.2 Ανάλυση λυγισμού με βάση τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Θεωρούμε ένα ευθύγραμμο υποστύλωμα ανοιχτής λεπτότοιχης ασύμμετρης διατομής, το οποίο υπόκειται σε αξονική (κεντρική) θλίψη. Έστω x και y οι κύριοι κεντροβαρικοί άξονες της διατομής, και x_0, y_0 οι συντεταγμένες του κέντρου διατμήσεως S . Υποθέτουμε ότι (εκτός της αρχικής ευθύγραμμης μορφής ισορροπίας) υπάρχει μία απείρως γειτονική μορφή ισορροπίας λόγω

παραμορφώσεως (λυγισμού) που συνίσταται γενικά σε συνδυασμένη μετακίνηση και στροφή. Η μετακίνηση καθορίζεται από τα βέλη u και v του κέντρου S (κατά τις διευθύνσεις x και y αντίστοιχα). Έτσι κατά τη μετακίνηση της διατομής το σημείο S μετατοπίζεται στο S' , και το κέντρο βάρους στο σημείο G' . Η στροφή της διατομής περί το σημείο S' καθορίζεται από τη γωνία ϕ , η δε τελική θέση του κέντρου βάρους από το σημείο G' . Με τη βοήθεια του σχήματος παρατηρούμε ότι οι προβολές του τόξου (GG'') = ds στους άξονες x και y είναι αντίστοιχα

$$\begin{cases} (\gamma\delta) = ds * \sin\omega = \tilde{r}\phi \frac{y_0}{r} = \phi y_0 \\ ((\alpha\beta) = ds * \cos\omega = \tilde{r}\phi \frac{x_0}{r} = \phi x_0 \end{cases} \quad (4.2.1)$$

Συνεπώς, τα τελικά βέλη του κέντρου βάρους στις διευθύνσεις x και y θα είναι αντίστοιχα

$$u + y_0\phi, v - x_0\phi \quad (4.2.2)$$

Εάν μόνο το αξονικό φορτίο δρα επί του υποστυλώματος, οι δε συνοριακές συνθήκες του είναι απλές στρεπτικές στηρίξεις, τότε αναπτύσσονται σε τυχούσα διατομή του υποστυλώματος οι ακόλουθες (εξωτερικές) ροπές κάμψεως

$$\begin{cases} M_x = P(v - x_0\phi) \\ M_y = P(u + y_0\phi) \end{cases} \quad (4.2.3)$$

Εξισώνοντας τις εξωτερικές αυτές ροπές με τις αντίστοιχες εσωτερικές ροπές βρίσκουμε

$$\begin{cases} -EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = P(u + y_0\phi) \\ -EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = P(v - x_0\phi) \end{cases} \quad (4.2.4)$$

$$\text{ή} \quad \begin{cases} EI_y u'' + Pu = -Py_0\phi \\ EI_x v'' + Pv = Px_0\phi \end{cases} \quad (4.2.5)$$

Μία τρίτη διαφορική εξίσωση θα προκύψει από την εξίσωση ισορροπίας κατά την στρεπτική παραμόρφωση του υποστυλώματος.

Θα θεωρήσουμε μια διαμήκη λωρίδα (ίνα) της διατομής εμβαδού $dA = t * ds$, της οποίας η θέση καθορίζεται από τις συντεταγμένες x, y . Οι συνιστώσες των βελών κάμψεως κατά τις διευθύνσεις x και y στην ελαφρώς παραμορφωμένη κατάσταση καθορίζονται από τις σχέσεις

$$u + (y_0 - y) * \phi, v - (x_0 - x) * \phi \quad (4.2.6)$$

οι οποίες αν τεθεί $x=y=0$, ταυτίζονται με τα αντίστοιχα βέλη του κέντρου βάρους της διατομής (αρχή συντεταγμένων), από το οποίο διέρχεται ο άξονας z της διατομής.

Η παραπάνω λωρίδα, λόγω της καμπτικής παραμορφώσεως, βρίσκεται υπό την επιρροή δύο ίσων (στοιχειωδών) θλιπτικών φορτίων $\sigma dA = \sigma t ds$. Η δύναμη σdA που δρα σε τυχούσα διατομή z (και καθορίζεται από τις αποστάσεις x και y από τον άξονα z) αναλύεται σε μία κατακόρυφη συνιστώσα κατά προσέγγιση ίση με την σdA , και δύο οριζόντιες συνιστώσες $\sigma (du/dz) * dA$ και $\sigma (dv/dz) * dA$ κατά τις διευθύνσεις x και y αντιστοίχως, όπου u και v είναι τα βέλη κάμψεως των εξισώσεων (4.2.6). Οι συνιστώσες αυτές δίνουν στρεπτικές ροπές ως προς το κέντρο στροφής (που απέχει $[(y_0 - y)^2 + (x_0 - x)^2]^{1/2}$ από την λωρίδα dA). Κατά συνέπεια η στοιχειώδης στρεπτική ροπή θα ισούται με:

$$dM_t = \sigma dA (y_0 - y) [u' + (y_0 - y)\phi'] - \sigma dA (x_0 - x) [v' - (x_0 - x)\phi'] \quad (4.2.7)$$

Λαμβανομένου υπόψη ότι

$$\begin{cases} \sigma \int_A dA = P, \int_A x dA = \int_A y dA = 0 \\ \int_A y^2 dA = I_x, \int_A x^2 dA = I_y, I_o = I_x + I_y + A(x_o^2 + y_o^2) \end{cases} \quad (4.2.8)$$

Η εξίσωση (7.91) μετά την ολοκλήρωση δίνει

$$M_t = \phi' \sigma I_o + P(y_o u' - x_o u') \quad (4.2.9)$$

Συνδυάζοντας αυτήν την εξίσωση με την

$$\begin{aligned} M_t &= GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3}, \quad \text{βρίσκουμε την εξίσωση} \\ EC_w \phi'''(z) + (\sigma I_o - GJ) \phi'(z) + P(y_o u' - x_o u') &= 0 \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

Ολοκληρώνοντας αυτήν μία φορά ως προς z λαμβάνουμε

$$EC_w \phi''(z) + (\sigma I_o - GJ) \phi(z) + P(y_o u - x_o u) = 0 \quad (4.2.11)$$

εφ' όσον λόγω των απλών στηρίξεων του υποστυλώματος η σταθερά ολοκληρώσεως είναι μηδέν.

Οι εξισώσεις 4.2.5 και 4.2.11 αποτελούν ένα σύστημα τριών διαφορικών εξισώσεων ως προς τις συναρτήσεις u, v και φ που διέπουν τον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό του αμφιεπίστου υποστυλώματος. Από τις εξισώσεις αυτές φαίνεται ότι η γωνία φ εμφανίζεται και στις τρεις εξισώσεις, πράγμα που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι γενικά η αστάθεια θα προέλθει λόγω συνδυασμένης κάμψεως και στρέψεως.

Στην περίπτωση που το κέντρο βάρους συμπίπτει με το κέντρο διατομής ($x_o = y_o = 0$), οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν πλέον για διατομές διπλής συμμετρίας και απλοποιούνται ως εξής:

$$\begin{cases} EI_y u'' + Pu = 0 \\ EI_x v'' + Pv = 0 \\ EC_w \phi'' + (\sigma I_o - GJ) \phi = 0 \end{cases} \quad (4.2.12)$$

Κάθε μία από τις εξισώσεις αυτές περιέχει μία μόνο άγνωστη συνάρτηση, και συνεπώς μπορεί να επιλυθεί ανεξάρτητα των δύο άλλων αγνώστων συναρτήσεων. Έτσι παρατηρούμε ότι ο στρεπτικός λυγισμός είναι ανεξάρτητος του καμπτικού λυγισμού. Οι δύο πρώτες παραπάνω εξισώσεις δίνουν τα κρίσιμα φορτία καμπτικού λυγισμού, η δε τρίτη το κρίσιμο φορτίο στρεπτικού λυγισμού. Το μικρότερο εκ των τριών αυτών κρίσιμων φορτίων είναι εκείνο που ενδιαφέρει από πρακτικής πλευράς.

Δεν είναι δύσκολο να διαπιστώσει κανείς ότι οι προηγούμενες απλές στηρίξεις του ως άνω υποστυλώματος ικανοποιούνται από τις ακόλουθες συναρτήσεις σχήματος:

$$u = A_1 \sin \frac{\pi z}{l}, \quad v = A_2 \sin \frac{\pi z}{l}, \quad \phi = A_3 \sin \frac{\pi z}{l} \quad (4.2.13)$$

Εισάγοντας τις εκφράσεις αυτές στις εξισώσεις 4.2.5 και 4.2.11, μετά την παραγωγήιση λαμβάνουμε το ακόλουθο ομογενές σύστημα ως προς τις σταθερές A_1, A_2 και A_3 ,

$$\begin{bmatrix} P - EI_y \frac{\pi^2}{l^2} & 0 & P y_o \\ 0 & P - EI_x \frac{\pi^2}{l^2} & -P x_o \\ P y_o & -P x_o & \sigma I_o - GJ - EC_w \frac{\pi^2}{l^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.2.14)$$

ή αν θέσουμε

$$P_x = \frac{\pi^2 EI_x}{l}, \quad P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{l}, \quad P_t = \frac{A}{I_o} (GJ + EC_w \frac{\pi^2}{l^2}) \quad (4.2.15)$$

η εξίσωση (4.2.14) γράφεται

$$\begin{bmatrix} P - P_y & 0 & P y_o \\ 0 & P - P_x & -P x_o \\ P y_o & -P x_o & \frac{I_o}{A} (P - P_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.2.16)$$

Για μη τετριμμένη λύση (ύπαρξη ισορροπίας σε παραμορφωμένη στρεπτοκαμπτική κατάσταση) η ορίζουσα του ως άνω συστήματος πρέπει να είναι μηδέν, της οποίας το ανάπτυγμα δίνει την ακόλουθη εξίσωση στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$f(P) = \frac{I_o}{A} (P - P_y)(P - P_x)(P - P_t) - P^2 y_o^2 (P - P_x) - P^2 x_o^2 (P - P_y) = 0 \quad (4.2.17)$$

ή ακόμη

$$\frac{I_c}{I_o} P^3 + \left[\frac{A}{I_o} (P_x y_o^2 + P_y x_o^2) - (P_x + P_y + P_t) \right] P^2 + (P_x P_y + P_x P_t + P_y P_t) P - P_x P_y P_t = 0 \quad (4.2.18)$$

Όπου $I_c = I_x + I_y$ η πολική ροπή αδρανείας ως προς το κέντρο βάρους της διατομής

Όπως θα αποδείξουμε κατωτέρω, η παραπάνω κυβική εξίσωση (λυγισμού) έχει τρεις θετικές ρίζες ως προς P , η μικρότερη των οποίων είναι το κρίσιμο φορτίο που ενδιαφέρει στις πρακτικές εφαρμογές. Τούτο εξάγεται από την ακόλουθη διερεύνηση: Για πολύ μεγάλες τιμές του P , όπως προκύπτει από την εξίσωση (4.2.17), το πολυώνυμο $f(P)$ λαμβάνει το πρόσημο του όρου με την μεγαλύτερη δύναμη, δηλαδή του όρου $P^3(I_o/A)$, που είναι θετικός και συνεπώς $f(P) > 0$. Εάν, όμως, $P=0$, όπως προκύπτει από την εξίσωση (4.2.18), $f(0) = -P_x P_y P_t < 0$. Συνεπώς, η κυβική εξίσωση ικανοποιείται, δηλαδή $f(P)=0$, για θετικές τιμές του P .

Μπορούμε να υποθέσουμε τώρα ότι $P_x < P_y$. Τότε, αν $P = P_x$, η εξίσωση (4.2.17) δίνει

$$f(P) = -P^2 x_o^2 (P_x - P_y) > 0 \quad (4.2.19)$$

ενώ αν $P = P_y$

$$f(P) = -P^2 y_o^2 (P_y - P_x) < 0 \quad (4.2.20)$$

Από την εξίσωση (4.2.19) και την σχέση $f(0) < 0$ προκύπτει ότι υπάρχει ρίζα της κυβικής εξισώσεως μικρότερη της P_x , ενώ από την εξίσωση (4.2.20) και την $f(P) > 0$ για μεγάλες τιμές του P , προκύπτει ότι υπάρχει ρίζα της κυβικής εξισώσεως μεγαλύτερη της P_y . Τέλος, μία τρίτη ρίζα βρίσκεται μεταξύ της P_x και P_y . Ανάλογα αποτελέσματα θα προκύψουν αν υποθέσουμε ότι $P_x > P_y$. Αποδεικνύεται ότι η μικρότερη τιμή του P είναι μικρότερη του φορτίου P_t , διότι αν P_t είναι το μικρότερο των φορτίων P_x και P_y , τότε για $P = P_t$

$$f(P) = -P^2 y_o^2 (P_t - P_x) - P^2 x_o^2 (P_t - P_y) > 0 \quad (4.2.21)$$

Δεδομένου ότι $f(0) < 0$, από την εξίσωση (4.2.21) προκύπτει ότι η κυβική εξίσωση λυγισμού έχει ρίζα P μικρότερη του φορτίου P_t . Γενικώς, εξάγεται το συμπέρασμα, ότι εφόσον το κέντρο διατμήσεως δεν συμπίπτει με το κέντρο βάρους και η λεπτότοιχη ανοικτή διατομή είναι ασύμμετρη, η εξίσωση λυγισμού έχει τρία φορτία εκ των οποίων το μικρότερο, που είναι το κρίσιμο φορτίο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, είναι μικρότερο των φορτίων P_x , P_y και P_t . Δηλαδή, όταν η διατομή είναι ασύμμετρη, το αξονικώς θλιβόμενο αμφιαρθρωτό υποστυλώμα χάνει πάντοτε την ευστάθειά του μέσω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού (σύγχρονη στρέψη και κάμψη).

Το P_t μπορεί να γίνει μικρότερο των P_x και P_y για υποστυλώματα μικρού μήκους και διατομές με μεγάλου πλάτους πέλατα. Σε αυτήν την περίπτωση αν $P_{cr} (< P_t)$ είναι το κρίσιμο φορτίο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, από τις δύο πρώτες εξισώσεις του ομογενούς συστήματος (4.2.16) βρίσκουμε:

$$\begin{cases} A_1 = -A_3 \frac{P_{cr} y_0}{P_{cr} - P_y} \\ A_2 = A_3 \frac{P_{cr} x_0}{P_{cr} - P_x} \end{cases} \quad (4.2.22)$$

όπου $A_3 \neq 0$.

Συνδυάζοντας τις σχέσεις 4.2.13 και 4.2.22 λαμβάνουμε τις τρεις συνιστώσες της πρώτης κανονικής μορφής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

$$\begin{cases} u = -\left(\frac{P_{cr} y_0}{P_{cr} - P_y}\right) A_3 \frac{\sin \pi z}{l} \\ v = \left(\frac{P_{cr} x_0}{P_{cr} - P_x}\right) A_3 \frac{\sin \pi z}{l} \\ \varphi = A_3 \frac{\sin \pi z}{l} \end{cases} \quad (4.2.23)$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει ότι

$$\frac{u}{\varphi} = \frac{-y_0}{1 - \left(\frac{P_y}{P_{cr}}\right)} \quad (4.2.24)$$

και

$$\frac{v}{\varphi} = \frac{-x_0}{1 - \left(\frac{P_x}{P_{cr}}\right)} \quad (4.2.25)$$

Δηλαδή τα βέλη u και v είναι μικρά συγκριτικά με τη μετατόπιση λόγω στροφής, πράγμα που δείχνει ότι ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός πλησιάζει τον καθαρώς στρεπτικό λυγισμό.

Αντίθετα, σε περίπτωση επιμήκων υποστυλωμάτων με διατομές πελμάτων μικρού πλάτους το P_t είναι μεγαλύτερο των P_x και P_y και η μικρότερη ρίζα της εξίσωσης 4.2.17 P_{cr} , πλησιάζει το μικρότερο των φορτίων, P_x και P_y . Σε αυτήν την περίπτωση, η επιρροή στρέψεως επί του κρίσιμου φορτίου είναι μικρή, διότι το υποστύλωμα υπόκειται σε καμπτικό λυγισμό.

Είναι φανερό ότι αντί της λύσεως 4.2.13 μπορούμε να υιοθετήσουμε τη γενικότερη μορφή λύσεως

$$u = A_1 \sin \frac{n\pi z}{l}, \quad v = A_2 \sin \frac{n\pi z}{l}, \quad \varphi = A_3 \sin \frac{n\pi z}{l} \quad (4.2.26)$$

η οποία δίνει για $n=2,3,\dots$, τις συνιστώσες των αντιστοίχων ανωτέρων κανονικών μορφών στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, σύμφωνα με τις οποίες το θλιβόμενο υποστύλωμα υποδιαιρείται (όταν λυγίζει) σε n ημιτονοειδή ημικύματα. Σε αυτήν την περίπτωση ισχύουν όλα τα προηγούμενα συμπεράσματα, αν στη θέση του π^2/l^2 στις εκφράσεις των εξισώσεων 4.2.15 θέσουμε $n^2 \pi^2/l^2$.

Διατομές με έναν άξονα συμμετρίας

Αντίθετα με τις ασύμμετρες διατομές που όπως είδαμε χάνουν πάντοτε την ευστάθειά τους μέσω σύγχρονης κάμψεως και στρέψεως, θλιβόμενα υποστυλώματα με διατομές που έχουν έναν άξονα συμμετρίας μπορεί να χάσουν την ευστάθειά τους είτε μέσω καμπτικού λυγισμού Euler ή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, αναλόγως των γεωμετρικών ιδιοτήτων τους.

Μπορούμε να υποθέσουμε, χωρίς να περιορίσουμε την γενικότητα, ότι ο άξονας x είναι ο άξονας συμμετρίας της διατομής. Σε αυτήν την περίπτωση $y_0=0$, οπότε οι εξισώσεις 4.2.5 και 4.2.10 απλοποιούνται ως ακολούθως

$$\begin{cases} EI_y u'' + Pu = 0 \\ EI_x v'' + Pv = Px_o \varphi \\ EC_w \varphi'''(z) + (\sigma I_o - GJ)\varphi'(z) - Px_o v = 0 \end{cases} \quad (4.2.27)$$

Η πρώτη των εξισώσεων αυτών είναι ανεξάρτητη του φ , πράγμα που δείχνει ότι ο καμπτικός λυγισμός στο επίπεδο συμμετρίας είναι ανεξάρτητος της στρέψεως και το αντίστοιχο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον κλασικό τύπο του Euler. Αντίθετα, λυγισμός κάθετος στο επίπεδο συμμετρίας συνδυάζεται πάντοτε με στρέψη (στρεπτοκαμπτικός λυγισμός), όπως φαίνεται άλλωστε από τις δύο τελευταίες των εξισώσεων 4.2.27. Εφόσον έχουμε υποθέσει ότι ισχύουν οι συνοριακές συνθήκες $\varphi(0)=\varphi''(0)=\varphi(l)=\varphi''(l)=0$ η εξίσωση 4.2.17 απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{I_o}{A} (P - P_x)(P - P_t) - P^2 x_o^2 = 0$$

$$\text{ή} \quad \frac{I_c}{I_o} P^2 - (P_x + P_t)P + P_x P_t = 0 \quad (4.2.28)$$

Αποδεικνύεται εύκολα ότι η μικρότερη ρίζα P_1 της τελευταίας εξίσωσης είναι μικρότερη των P_x και P_t , ενώ η μεγαλύτερη P_2 , μεγαλύτερη αυτών. Το μικρότερο αυτό φορτίο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού P_1 πρέπει να συγκριθεί με το φορτίο καμπτικού λυγισμού Euler P_x . Τότε, το μικρότερο των δύο αυτών φορτίων είναι το κρίσιμο φορτίο, δηλαδή $P_{cr} = \min(P_1, P_x)$.

Για την εύρεση του κρίσιμου φορτίου των μονοσυμμετρικών διατομών (διατομές C με άξονα συμμετρίας τον ισχυρό) που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία:

Θέτοντας $\gamma_o = 0$ στον τύπο 4.2.17 λαμβάνουμε

$$(P - P_y) \left[\frac{I_o}{A} (P - P_x)(P - P_t) - P^2 x_o^2 \right] = 0$$

Από την οποία προκύπτει

$$\text{είτε } P = P_y$$

$$\text{είτε } \frac{I_o}{A} (P - P_x)(P - P_t) - P^2 x_o^2 = 0$$

Το κρίσιμο φορτίο ισούται με

$$P_{cr} = \min(P_y, P_1)$$

όπου P_1 δίνεται από την σχέση

$$P_1 = \frac{1}{2\alpha} (P_t + P_x - \sqrt{(P_t + P_x)^2 - 4\alpha P_t P_x}) \quad \text{όπου } \alpha = 1 - A\gamma_o^2 / I_o$$

Τα φορτία καμπτικού λυγισμού δίνονται προφανώς από τους τύπους του Euler

$$P_x = (\pi^2 EI_x) / l^2 : \text{καμπτικό φορτίο περί τον ισχυρό άξονα}$$

$$P_y = (\pi^2 EI_y) / l^2 : \text{καμπτικό φορτίο περί τον ασθενή άξονα}$$

ενώ το φορτίο στρεπτικού λυγισμού από τον τύπο : $P_t = \frac{A}{I_o} (GJ + EC_w \frac{\pi^2}{l^2})$

Για τους υπολογισμούς που ακολουθούν στα επόμενα κεφάλαια και οι οποίοι γίνονται κατά βάση για την εύρεση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε κάθε περίπτωση, είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν μεγέθη που χαρακτηρίζουν τη διατομή και τον τρόπο που αυτή παραμορφώνεται. Πιο συγκεκριμένα, για τον υπολογισμό του φορτίου στρεπτικού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, απαιτείται πιο πριν ο υπολογισμός της αντίστοιχης σταθεράς στρέψεως J , η οποία είναι συνάρτηση του σχήματος της διατομής και δίνεται από τις σχέσεις:

$$J = \frac{1}{3} * (\sum_i b_i * t_i^3)$$

για ανοικτές λεπτότοιχες διατομές από ορθογωνικά στοιχεία με b_i : μήκος της μέσης γραμμής της διατομής του ορθογωνικού στοιχείου i και t_i το πάχος του.

$$J = \frac{1}{3} * (2 * b * t_f^3 + h * t_w^3)$$

για διατομή μορφής διπλού ταυ με δύο άξονες συμμετρίας, όπου b : πλάτος πέλματος διατομής, t_f : πάχος πέλματος διατομής, t_w : πάχος κορμού διατομής, h : ύψος διατομής

Ένα άλλο μέγεθος που υπολογίζεται είναι η σταθερά στρεβλώσεως C_w , η οποία είναι συνάρτηση της γεωμετρίας της διατομής, του κέντρου διατμήσεως και της κατανομής του βέλους στρεβλώσεως. Η σταθερά στρεβλώσεως δίνεται από τις σχέσεις σε κάθε περίπτωση:

$$C_w = \frac{1}{12} * (I_z * h^2)$$

για λεπτότοιχες διατομές με I_z : ροπή αδράνειας κατά τον ασθενή άξονα της διατομής, h : ύψος διατομής

$$C_w = \frac{1}{24} * (t_f * b^3 * h^2) = \frac{1}{4} * (h^2 * I_y)$$

για διατομές μορφής διπλού ταυ με δύο άξονες συμμετρίας, όπου b : πλάτος πέλματος διατομής, t_f : πάχος πέλματος διατομής, h : ύψος διατομής, I_y : ροπή αδρανείας κατά τον ασθενή άξονα της διατομής

Η πολική ροπή αδρανείας I_p προς το κέντρο διατμήσεως της διατομής ορίζεται ως εξής:

$$I_p = I_x + I_y$$

για διατομές μορφής διπλού ταυ με δύο άξονες συμμετρίας, όπου I_x : ροπή αδρανείας ως προς τον ισχυρό άξονα και I_z : ροπή αδρανείας ως προς τον ασθενή άξονα της διατομής

Για τον υπολογισμό του $P_{\text{ανηγμένο}}$ το οποίο είναι η θεωρητική τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού χρησιμοποιούνται τα εξής μεγέθη:

Η επιφάνεια διατομής A υπολογίζεται από τον τύπο:

$$A = 2 * b * t_f + h * t_w$$

όπου b : πλάτος πέλματος διατομής, t_f : πάχος πέλματος διατομής, t_w : πάχος κορμού διατομής, h : ύψος διατομής.

Οι ροπές αδρανείας I κατά τον ασθενή και κατά τον ισχυρό άξονα δίνεται από τους τύπους:

$$I_x = b * t_f^3 / 6 + b * t_f * h^2 / 2 + t_w * h^3 / 12$$

$$I_y = t_f * b^3 / 6 + h * t_w^3 / 12$$

όπου b : πλάτος πέλματος διατομής, t_f : πάχος πέλματος διατομής, h : ύψος διατομής, t_w : πάχος κορμού διατομής.

Η σταθερά στρέψεως δίνεται από τον τύπο:

$$J = \frac{1}{3} * (2 * b * t_f^3 + h * t_w^3)$$

όπου b : πλάτος πέλματος διατομής, t_f : πάχος πέλματος διατομής, h : ύψος διατομής, t_w : πάχος κορμού διατομής.

Η πολική ροπή αδρανείας I_c ως προς το κέντρο βάρους της διατομής είναι:

$$I_c = I_x + I_y$$

Η πολική ροπή αδρανείας I_o ως προς το κέντρο διάτμησης της διατομής είναι:

$$I_o = I_x + I_y + A * y_o^2$$

όπου y_o η απόσταση του κέντρου διάτμησης από το κέντρο βάρους.

Η σταθερά στρεβλώσεως C_w λαμβάνεται ίση με:

$$C_w = \frac{1}{24} * (t_f * b^3 * h^2)$$

ενώ το μέτρο ελαστικότητας $E=21000 \text{ kN/cm}^2$ και το μέτρο διάτμησης $G=8076.90 \text{ kN/cm}^2$.

4.3 Ανάλυση λυγισμού με βάση τον Ευρωκώδικα 3

Για τους υπολογισμούς που ακολουθούν στα επόμενα κεφάλαια και οι οποίοι γίνονται κατά βάση για την εύρεση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού και για τα διάφορα είδη διατομών ακολουθήθηκαν οι διαδικασίες που παρατίθενται παρακάτω.

Επιρροή στρογγυλεμένων γωνιών

$$5t > r \text{ και } r/b_p < 0,15$$

Εφόσον ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω συνθήκες μπορούμε να παραλείψουμε την επιρροή των στρογγυλεμένων γωνιών και να θεωρήσουμε ότι η διατομή συνίσταται από επίπεδα στοιχεία με αιχμηρές γωνίες. Τότε τα θεωρητικά μήκη των στοιχείων μετρώνται από τα μέσα σημεία των στοιχείων της παρακείμενης γωνίας.

Γεωμετρικά στοιχεία διατομής

Για διατομές μορφής C:

$$A_g = (h_p + 2b_p) t \text{ όπου } b_p = b - t/2 \text{ και } h_p = h - t$$

$$x_G = \frac{2(b_p * t) \frac{b_p}{2}}{A_g}, \text{ από το κέντρο βάρους του κορμού}$$

$$I_x = \frac{t h_p^3}{12} + 2 \frac{b_p t^3}{12} + 2 b_p t y_G^2 \quad \text{και} \quad I_y = \frac{h_p t^3}{12} + t h_p x_G^2 + 2 \frac{t b_p^3}{12} + 2 t b_p \left(\frac{b_p}{2} - x_G \right)^2$$

Για διατομές κοίλες ορθογωνικές :

$$A_g = 2(h_p + b_p) t \quad \text{όπου } b_p = b - t \text{ και } h_p = h - t$$

$$x_G = \frac{b_p}{2} \text{ και } y_G = \frac{h_p}{2}$$

$$I_x = 2 \frac{t h_p^3}{12} + 2 \frac{b_p t^3}{12} + 2(b_p t y_G^2) \quad \text{και} \quad I_y = 2 \frac{h_p t^3}{12} + 2(h_p t x_G^2) + 2 \frac{t b_p^3}{12}$$

Για σύνθετες διατομές I αποτελούμενες από 2C:

$$A_g = 2 (h_p + 2b_p) t_f \text{ όπου } b_p = b - t_f/2 \text{ και } h_p = h - t_f$$

$$x_G = \frac{b_p}{2} \text{ και } y_G = \frac{h_p}{2}$$

$$I_x = \frac{2b_p t_f^3}{6} + \frac{2b_p t_f h_p^2}{2} + \frac{2t_f h_p^3}{12} \quad \text{και} \quad I_y = 2 \left(\frac{h_p t_f^3}{12} + \frac{2b_p^3 t_f}{12} + h_p t_f^3 / 2 + 2b_p t_f \left(\frac{b_p}{2} + \frac{t_f}{2} \right)^2 \right)$$

Για διατομές C και I:

Ενεργός διατομή πέλματος

$\sigma_1 = \sigma_2$ (ομοιόμορφη τάση) $\rightarrow \psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 \rightarrow k_\sigma = 0,43$ (απλά στηριζόμενο στοιχείο εξωτερικά) $\rightarrow \bar{\lambda}_p =$

$$1,052 \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{355}{Ek_\sigma}}$$

Αν $\bar{\lambda}_p > 0,673$ τότε $\rho = (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p}) \frac{1}{\bar{\lambda}_p}$ αλλιώς $\rho = 1$

$$b_{eff} = \rho b_p$$

Ενεργός διατομή κορμού

$\sigma_1 = \sigma_2$ (ομοιόμορφη τάση) $\rightarrow \psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 \rightarrow k_\sigma = 4,0$ (διπλά στηριζόμενο στοιχείο εσωτερικά) $\rightarrow \bar{\lambda}_p =$

$$1,052 \frac{h_p}{t} \sqrt{\frac{355}{Ek_\sigma}}$$

Αν $\bar{\lambda}_p > 0,673$ τότε $\rho = (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p}) \frac{1}{\bar{\lambda}_p}$ αλλιώς $\rho = 1$

$$h_{eff} = \rho h_p \quad h_{eff1} = h_{eff2} = \frac{h_{eff}}{2}$$

Για κοίλες ορθογωνικές:

Ενεργός διατομή πέλματος

$\sigma_1 = \sigma_2$ (ομοιόμορφη τάση) $\rightarrow \psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 \rightarrow k_\sigma = 4,0$ (διπλά στηριζόμενο στοιχείο εσωτερικά) $\rightarrow \bar{\lambda}_p =$

$$1,052 \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{355}{Ek_\sigma}}$$

Αν $\bar{\lambda}_p > 0,673$ τότε $\rho = (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p}) \frac{1}{\bar{\lambda}_p}$ αλλιώς $\rho = 1$

$$b_{eff} = \rho b_p \quad b_{eff1} = b_{eff2} = \frac{b_{eff}}{2}$$

Ενεργός διατομή κορμού

$\sigma_1 = \sigma_2$ (ομοιόμορφη τάση) $\rightarrow \psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 \rightarrow k_\sigma = 4,0$ (διπλά στηριζόμενο στοιχείο εσωτερικά) $\rightarrow \bar{\lambda}_p =$

$$1,052 \frac{h_p}{t} \sqrt{\frac{355}{Ek_\sigma}}$$

Αν $\bar{\lambda}_p > 0,673$ τότε $\rho = (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p}) \frac{1}{\bar{\lambda}_p}$ αλλιώς $\rho = 1$

$$h_{eff} = \rho h_p \quad h_{eff1} = h_{eff2} = \frac{h_{eff}}{2}$$

Ενεργός διατομή

Για διατομές μορφής C:

$$A_{eff,1} = 2(b_{eff}t) + 2(\frac{h_{eff}}{2}t)$$

Για διατομές μορφής I:

$$A_{eff,1} = 2(h_{eff} + 2b_{eff})t$$

Για κοίλες ορθογωνικές:

$$A_{eff,1} = 2(b_{eff} + h_{eff})t$$

Κέντρο βάρους ενεργού διατομής

Για διατομές μορφής C:

$$y_G = y_{G,eff} = \frac{h_p}{2} \quad \text{και} \quad x_{G,eff} = \frac{2tb_p \frac{b_p}{2}}{A_{eff,1}}$$

Μετακίνηση αρχικού κέντρου βάρους: $e_{N,y} = x_G - x_{G,eff}$

Για διατομές μορφής I και κοίλες ορθογωνικές:

Το κέντρο βάρους της ενεργού διατομής παραμένει ίδιο λόγω συμμετρίας

Αντοχή διατομής σε αξονικό φορτίο (τοπικός λυγισμός)

$$N_{Rd} = A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_M}$$

Καθολικός (καμπτικός) λυγισμός

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_g}} \quad \text{και} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_g}}, \quad \text{ακτίνες αδρανείας της διατομής}$$

$$\lambda_x = \frac{l}{i_x} \quad \text{και} \quad \lambda_y = \frac{l}{i_y}, \quad \text{λυγηρότητα ως προς κάθε άξονα}$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_{yb}}}, \quad \text{λυγηρότητα αναφοράς} \quad \beta_a = \frac{A_{eff}}{A_g}$$

$$\bar{\lambda}_x = \frac{\lambda_x}{\lambda_1} \sqrt{\beta_a} \quad \text{και} \quad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \sqrt{\beta_a}, \quad \text{ανηγμένη λυγηρότητα ως προς κάθε άξονα}$$

Χρησιμοποιούμε καμπύλη c (διατομή C) $\rightarrow a_x = a_y = 0,49$

Χρησιμοποιούμε το f_{yb} άρα καμπύλη b (για ορθογωνικές) $\rightarrow a_x = a_y = 0,34$

Χρησιμοποιούμε το f_{yb} άρα καμπύλη a για τον άξονα x $\rightarrow a_x = 0,21$ και καμπύλη b για τον άξονα y $\rightarrow a_y = 0,34$ (διατομές I).

$$\varphi_x = 0,5 (1 + \alpha_x (\bar{\lambda}_x - 0,2) + \bar{\lambda}_x^2)$$

$$\varphi_y = 0,5 (1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2)$$

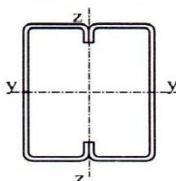
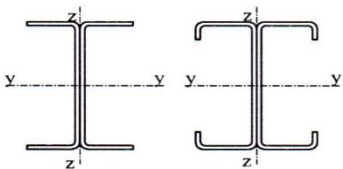
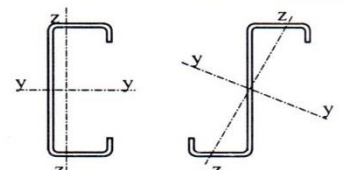
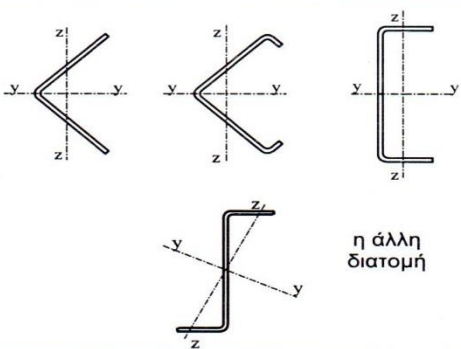
Μειωτικοί συντελεστές

$$\chi_x = \frac{1}{\varphi_x^2 + \sqrt{\varphi_x^2 - \bar{\lambda}_x^2}} < 1 \quad \text{και} \quad \chi_y = \frac{1}{\varphi_y^2 + \sqrt{\varphi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} < 1$$

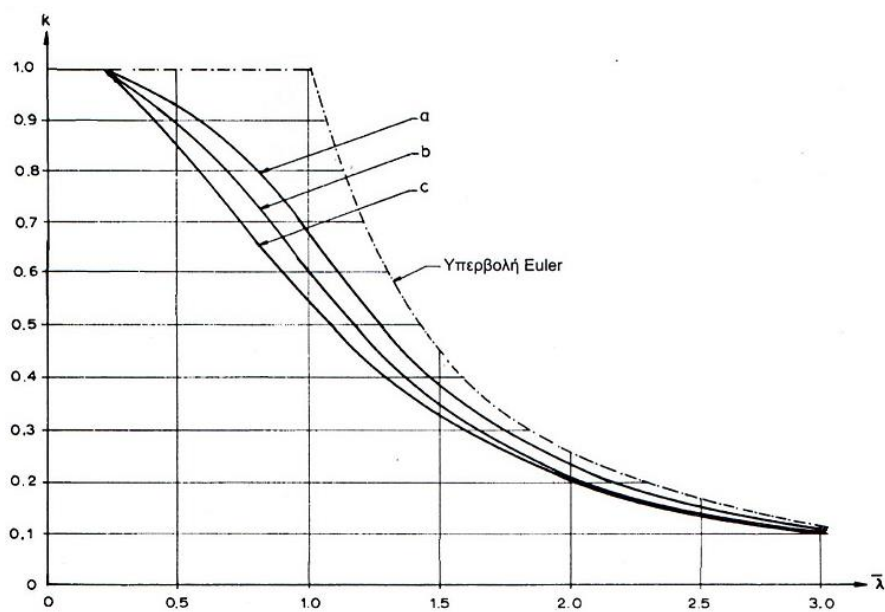
$$N_{Rd}^x = \chi_x A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_M} \quad \text{και} \quad N_{Rd}^y = \chi_y A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_M}$$

Οι ανωτέρω σχέσεις αποτελούν τη βάση των ευρωπαϊκών καμπύλων λυγισμού. Η σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα οδήγησε στον προσδιορισμό του όρου ατελειών α και δίνεται στον παρακάτω πίνακα. Στον ίδιο πίνακα δίνεται η τιμή του αρχικού βέλους καμπυλότητας για αναλύσεις με τη θεωρία δεύτερης τάξης.

ευρωπαϊκή καμπύλη λυγισμού	a ₀	a	b	c
Όρος ατελειών α	0,13	0,21	0,34	0,49
αρχικό βέλος e ₀	1 / 350	1 / 300	1 / 250	1 / 200

Διατομή	Λυγισμός κάθετα στον άξονα	Καμπύλη λυγισμού
	Αν χρησιμοποιηθεί το f_{yb}	όλους
	Αν χρησιμοποιηθεί το f_{ya} *)	όλους
	y-y z-z	a b
	όλους	b
 <p>η άλλη διατομή</p>	όλους	c

*) Δεν πρέπει να χρησιμοποιείται το μέσο όριο διαρροής f_{ya} , εκτός εάν $A_{eff} = A_g$



Ευρωπαϊκές καμπύλες λυγισμού

Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

Για διατομές C:

Κέντρο διάτμησης O

$$x_q = \frac{th_p^2 b_p^2}{4x} \quad x_o = x_q + x_G$$

Αντίσταση καμπύλωσης (σταθέρα στρέβλωσης)

$$I_w = \frac{tb_p^3 h_p^2}{12} \left(\frac{3b_p + 2h_p}{6b_p + h_p} \right)$$

Σταθερά Στρέψης (Στρεπτική σταθερά)

$$I_t = \frac{1}{3} 1,02 \sum a_i t_i^3$$

$i_o^2 = i_x^2 + i_y^2 + x_o^2$, πολική ακτίνα αδρανείας της διατομής ως προς το κέντρο διάτμησης

Για διατομές μορφής I:

Για διατομές διπλής συμμετρίας το κέντρο διάτμησης συμπίπτει με το κέντρο βάρους οπότε $y_o = 0$.

Αντίσταση καμπύλωσης (σταθέρα στρέβλωσης)

$$I_w = \frac{I_f h_p^2}{2} = \frac{t_f (2b_p)^3 h_p^2}{24} = \frac{h_p^2 I_z}{4} \quad \text{όπου } I_f = \frac{t_f b_f^3}{12}$$

Σταθερά Στρέψης (Στρεπτική σταθερά)

$$I_t = \frac{1}{3} 1,02 \sum a_i t_i^3$$

$$i_o^2 = i_x^2 + i_y^2$$

Για κοίλες ορθογωνικές:

Για διατομές διπλής συμμετρίας το κέντρο διάτμησης συμπίπτει με το κέντρο βάρους οπότε $y_o = 0$.

Αντίσταση καμπύλωσης (σταθέρα στρέβλωσης)

$$I_w = \frac{I_y h_p^2}{12}$$

Σταθερά Στρέψης (Στρεπτική σταθερά)

$$I_t = 2 \frac{b_p^2 h_p^2}{b_p + h_p} t$$

$$i_o^2 = i_x^2 + i_y^2$$

$l_t = 0,5l$ είναι το μήκος λυγισμού έναντι στρέψης για πακτώσεις στα δύο άκρα

$$\sigma_{cr,T} = \frac{N_{cr,T}}{A_g} = \frac{1}{i_o^2 A_g} \left[G I_t + \frac{\pi^2 E I_t}{l_T^2} \right]$$

Διατομές C:

Διατομή συμμετρική περί τον x-x

$$\sigma_{cr,x} = \frac{\pi^2 E I_x}{l_x^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l_x}{i_x}\right)^2}$$

$$\beta = 1 - \left(\frac{x_o}{i_o}\right)^2$$

$$\sigma_{cr,TF} = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{cr,x} + \sigma_{cr,T}) - \sqrt{((\sigma_{cr,x} + \sigma_{cr,T})^2 - 4\beta \sigma_{cr,x} \sigma_{cr,T})} \right]$$

$$\sigma_{cr} = \min \{ \sigma_{cr,T}, \sigma_{cr,TF} \}$$

Διατομές μορφής I και κοίλες ορθογωνικές:

Διατομή συμμετρική περί τον x-x και περί τον y-y

$$\sigma_{cr,x} = \frac{\pi^2 EI_x}{l_x^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l_x}{i_x}\right)^2}$$

$$\beta=1$$

$$\sigma_{cr,TF,x} = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{cr,x} + \sigma_{cr,T}) - \sqrt{((\sigma_{cr,x} + \sigma_{cr,T})^2 - 4\beta\sigma_{cr,x}\sigma_{cr,T})} \right]$$

$$\sigma_{cr,y} = \frac{\pi^2 EI_y}{l_y^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l_y}{i_y}\right)^2}$$

$$\beta=1$$

$$\sigma_{cr,TF,y} = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{cr,y} + \sigma_{cr,T}) - \sqrt{((\sigma_{cr,y} + \sigma_{cr,T})^2 - 4\beta\sigma_{cr,y}\sigma_{cr,T})} \right]$$

$$\sigma_{cr} = \min \{ \sigma_{cr,T}, \sigma_{cr,TF,x}, \sigma_{cr,TF,y} \}$$

$$N_{cr} = \sigma_{cr} A_g$$

$$\bar{\lambda}_{T,LT} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_{yb}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_{yb} A}{\sigma_{cr} A}} \beta_A = \sqrt{\frac{f_{yb}}{\sigma_{cr}}} \beta_A$$

Καμπύλη b(α=0,34)

$$\phi = 0,5 [1 + \alpha(\bar{\lambda}_{T,LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{T,LT}^2]$$

$$\chi_{T,LT} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_{T,LT}^2}} < 1$$

$$N_{b,Rd}^{FT} = \chi_{T,LT} A_{eff} \frac{f_{yb}}{\gamma_M}$$

Άρα το αξονικό φορτίο αντοχής είναι το

$$N_{b,Rd} = \min \{ N_{Rd}, N_{Rd}^y, N_{Rd}^z, N_{b,Rd}^{FT} \}$$

Για διατομές μορφής C:

Επιρροή μετατόπισης του κεντροβαρικού άξονα (Έλεγχος σε θλίψη-κάμψη)

$$\Delta M_y = N_{Ed} e_{N,y}$$

Ενεργός διατομή (κάμψη περί τον y)

Σύμφωνα με τη μετατόπιση του Κ.Β. κατά x, το αξονικό θλιπτικό φορτίο ασκείται στη διατομή έκκεντρα ως προς το Κ.Β. της ενεργού διατομής όπως προέκυψε από την πλήρως θλιβόμενη διατομή μέσω εκκεντρότητας $e_{N,y}$ (δυσμενή περίπτωση). Η κάμψη της διατομής περί τον y-y (κατά την ίδια διεύθυνση ασκείται η δευτερογενής ροπή ΔM_y) δίνει διάγραμμα τάσεων τέτοιο ώστε να εφελκείται ο κορμός και να θλίβονται τα άκρα των πελμάτων.

Ενεργό τμήμα κορμού

Ο κορμός εφελκείται και άρα όλο το τμήμα του είναι ενεργό.

Ενεργό τμήμα πελμάτων

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-x_G}{(b_p - x_G)} \text{ (προκύπτει από όμοια τρίγωνα)}$$

$$k_{\sigma}=0,57-0,21\psi+0,07\psi^2$$

$$\bar{\lambda}_p = 1,052 \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{f_{yb}}{E k_{\sigma}}}$$

Αν $\bar{\lambda}_p > 0,673$ τότε $\rho = (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p}) \frac{1}{\bar{\lambda}_p}$ αλλιώς $\rho=1$

$$b'_{eff} = \rho(b_p - x_G)$$

$$b_{eff} = b_t + b'_{eff}$$

Θέση του Κ.Β. της απομειωμένης διατομής

$$A_{eff,2} = h_p t + 2b_{eff} t$$

$$x_{G,eff} = \frac{b_{eff} t \frac{b_{eff}}{2}}{A_{eff,2}}$$

$$I_{eff,y} = \frac{h_p t^3}{12} + t h_p x_{G,eff}^2 + 2 \frac{t b_{eff}^3}{12} + 2 t b_{eff} (\frac{b_{eff}}{2} - x_{G,eff})^2$$

$$W_{eff,y,com} = \frac{I_{eff,y}}{y_{max,com}}$$

Έλεγχος διατομής

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{sd}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{sd}}{N_{cr,y}}}$$

Για σταθερή ροπή κάμψης και μήκος του υποστυλώματος είναι από τον πίνακα

$$C_{my} = 0,79 + 0,21 \psi + 0,36(\psi - 0,33) \frac{N_{sd}}{N_{cr}}, \text{ όπου } \psi = 1 \text{ για σταθερή ροπή κάμψης}$$

$$k_y = C_{my} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{sd}}{N_{cr,y}}}$$

$$\frac{N_{sd}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yx} \frac{M_{x,sd} + \Delta M_{x,sd}}{\chi_{LT} M_{x,Rk} / \gamma_{M1}} + k_y \frac{M_{y,sd} + \Delta M_{y,sd}}{M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

όπου $N_{Rk} = f_{yb} * A_{eff}$ και $M_{y,Rk} = f_{yb} * W_{eff,y,com}$

Επειδή αναζητούμε το αξονικό φορτίο αντοχής στην ανωτέρω ανισότητα θα πρέπει $N_{sd} = N_{Rd}$ και το ≤ 1 να γίνει $= 1$ ώστε να βρούμε το όριο της N.

Για καθαρή θλίψη και διατομή συμμετρική ως προς τον άξονα x-x ισχύει $M_{x,sd} = M_{y,sd} = \Delta M_{y,sd} = 0$.

Για διατομές διπλής συμμετρίας δεν έχουμε απομείωση του φορτίου αντοχής καθώς δεν έχουμε μετατόπιση του Κ.Β.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Υπολογισμός κρίσιμου φορτίου με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων (ADINA)

5.1 Γενικά

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί σήμερα τη σημαντικότερη μέθοδο της υπολογιστικής μηχανικής. Η αξία της μεθόδου έγκειται στη δυνατότητα της να παρουσιάζεται ως ένα ενιαίο εργαλείο για την στατική και δυναμική γραμμική και μη-γραμμική ανάλυση των κατασκευών από ραβδωτούς, επιφανειακούς και χωρικούς φορείς ή συνδυασμό τους, για τυχαία γεωμετρία, φόρτιση και συνοριακές συνθήκες.

Στην παρούσα εργασία η επίλυση και ανάλυση των προς εξέταση διατομών έγινε με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA 8.5, το οποίο επιτρέπει στο μηχανικό την προσομοίωση της συμπεριφοράς μιας κατασκευής. Το ADINA 8.5 είναι ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ικανό να δημιουργήσει τόσο το δίκτυο των στοιχείων κατά την προεπεξεργασία του φορέα όσο και να μας βοηθήσει να επεξεργαστούμε τα αποτελέσματα της ανάλυσης μας. Η ανάλυση γίνεται με τη διαίρεση του φορέα σε μικρότερα στοιχεία τα οποία συνδέονται με κόμβους.

Η πορεία που ακολουθείται είναι η εξής:


1. Δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα (solid modeling)
2. Καθορισμός υλικών και τύπου στοιχείων των μελών του φορέα
3. Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία (mesh generation)
4. Εφαρμογή φορτίων και επιβολή συνοριακών συνθηκών (loads and constraints)
5. Ανάλυση φορέα
6. Παρουσίαση των αποτελεσμάτων

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η διαδικασία μοντελοποίησης και διεξαγωγής αποτελεσμάτων στο πρόγραμμα ADINA 8.5.

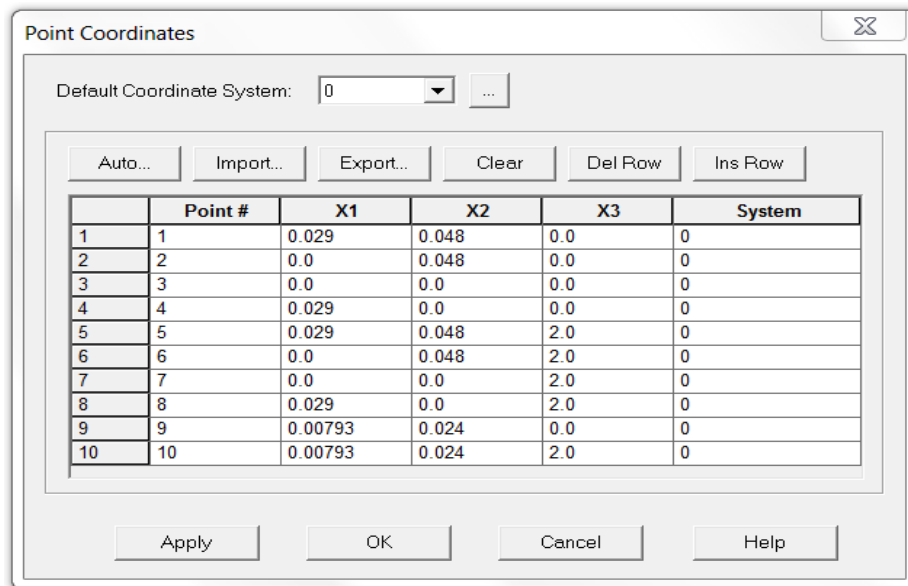
5.2 Περιγραφή προσομοίωσης ενός φορέα με το πρόγραμμα ADINA

Γραμμική ανάλυση υποστυλώματος διατομής C

Θεωρούμε ένα υποστύλωμα ύψους $l=2\text{m}$, διατομής C, με διαστάσεις $h=50\text{mm}$, $b=30\text{mm}$ και $t=2\text{mm}$, το οποίο φορτίζουμε με κατακόρυφο φορτίο. Επιβάλλουμε ως συνοριακές συνθήκες αρθρώσεις στο άνω και κάτω άκρο του έτσι ώστε να μπορούμε να ελέγξουμε τα αποτελέσματα.

Βήμα 1^ο : Ορίζουμε τη γεωμετρία του φορέα. Από το μενού **Geometry** → **Points** (εικονίδιο ) , πληκτρολογώ τις συντεταγμένες των σημείων που με ενδιαφέρουν. Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινίσουμε ότι για να προκύψει διατομή C διαστάσεων $50\text{mm} \times 30\text{mm}$ θα πρέπει τα σημεία να

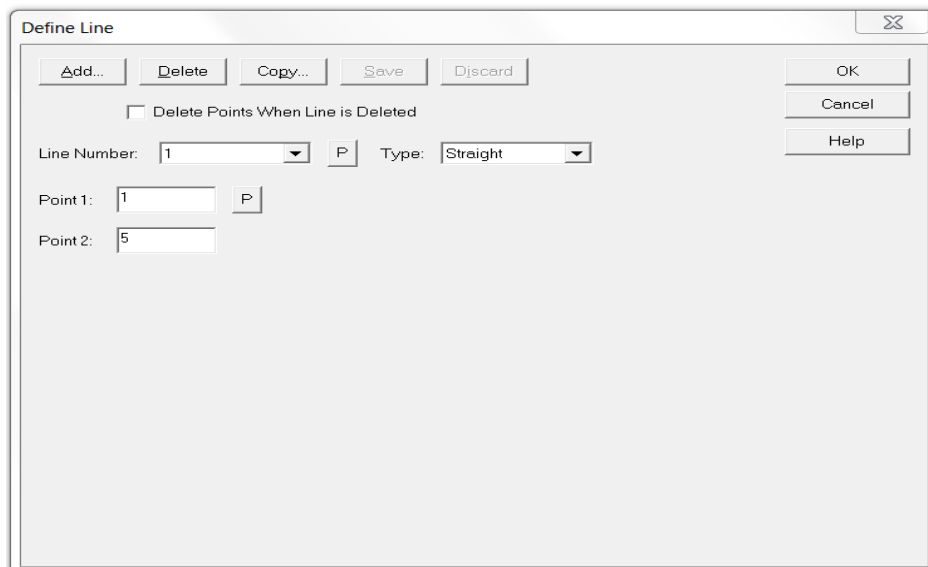
τοποθετηθούν έτσι ώστε με την προσθήκη του πάχους στις επιφάνειες να προκύψουν οι διαστάσεις των εξωτερικών πλευρών ίσες με 50 και 30mm αντίστοιχα. Έτσι αρχικά τοποθετώ τα σημεία που θα ορίζουν τα μέσα των επιφανειών. Τα σημεία αυτά φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 5.2.1

Κορυφές επιφανειών υποστυλώματος


Στη συνέχεια από τη διαδρομή **Geometry** → **Lines** → **Define...** ορίζω τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν τα άκρα του υποστυλώματος.

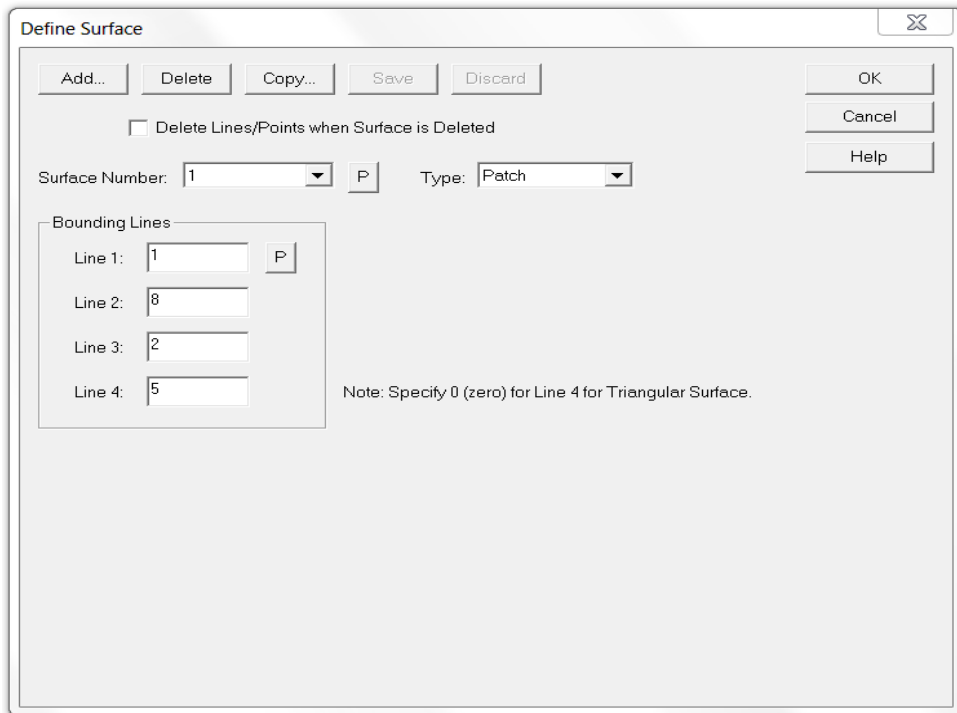


Σχήμα 5.2.2

Ορισμός ευθύγραμμων τμημάτων

Από το μενού **Geometry**, επιλέγουμε το υπομενού **Surfaces** και την εντολή **Define** (ή το

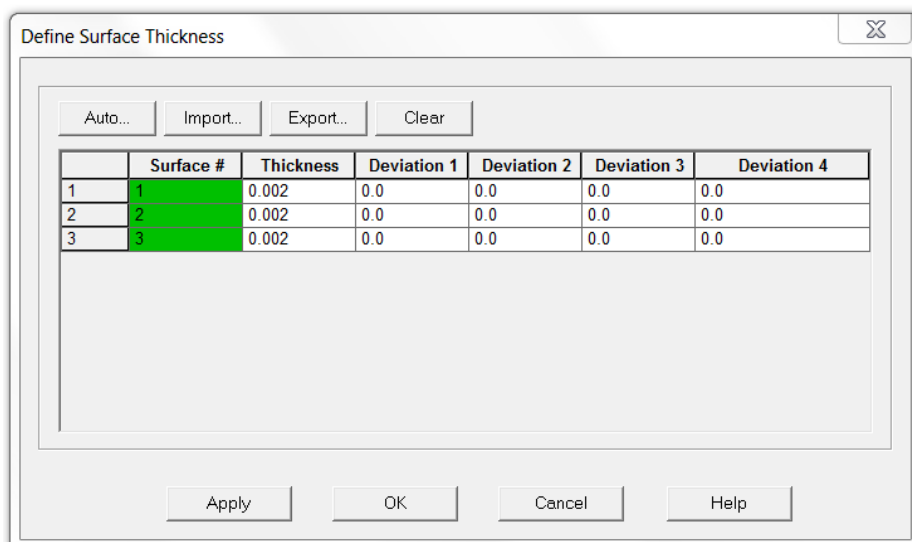
εικονίδιο , και ορίζουμε τις επιφάνειες των τριών πλευρών του υποστυλώματος.



Σχήμα 5.2.3


Ορισμός επιφανειών υποστυλώματος

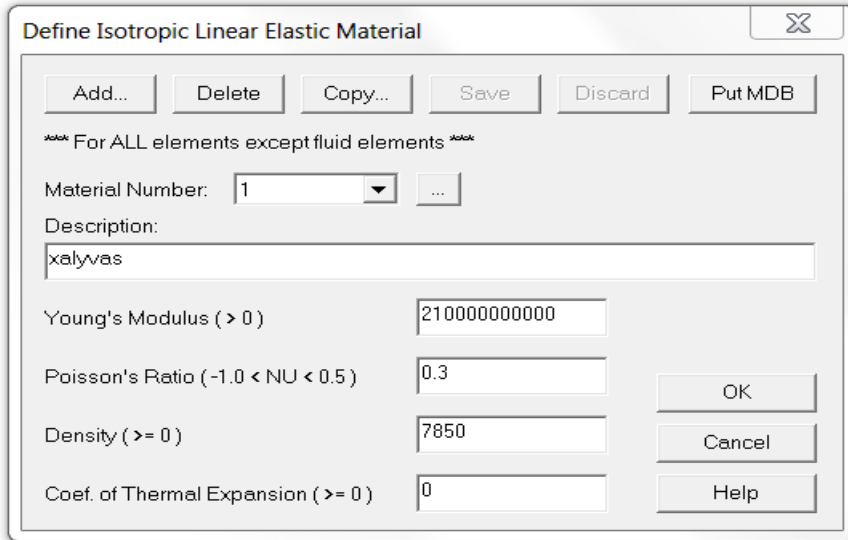
Στη συνέχεια, από τη διαδρομή **Geometry → Surface → Thickness...** επιλέγω πάχος επιφανειών ίσο με 0,002m, όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 5.2.4


Ορισμός πάχους επιφανειών υποστυλώματος

Βήμα 2ο: Ορίζουμε το υλικό του φορέα. Από τη διαδρομή: **Model** → **Material** → **Elastic** → **Isotropic...**(εικονίδιο ), ορίζουμε τις ελαστικές σταθερές του υλικού:
Μέτρο ελαστικότητας : $E=2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ και λόγος Poisson : $\nu=0,3$

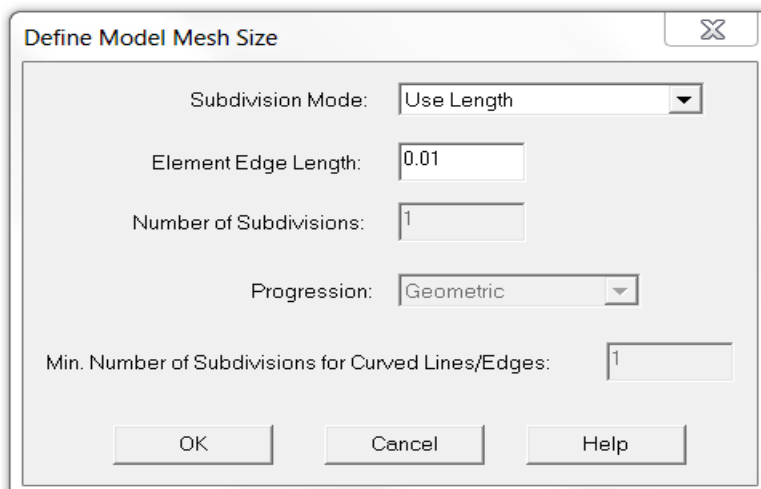


Σχήμα 5.2.5

Προσδιορισμός υλικού διατομής υποστυλώματος

Βήμα 3ο: Ορίζουμε τις ιδιότητες του φορέα από τη διαδρομή **Meshing** → **Element Groups ...** (ή το εικονίδιο ). Από το παράθυρο **Type** επιλέγουμε τα στοιχεία τύπου **Shell** και πατάμε **OK**.

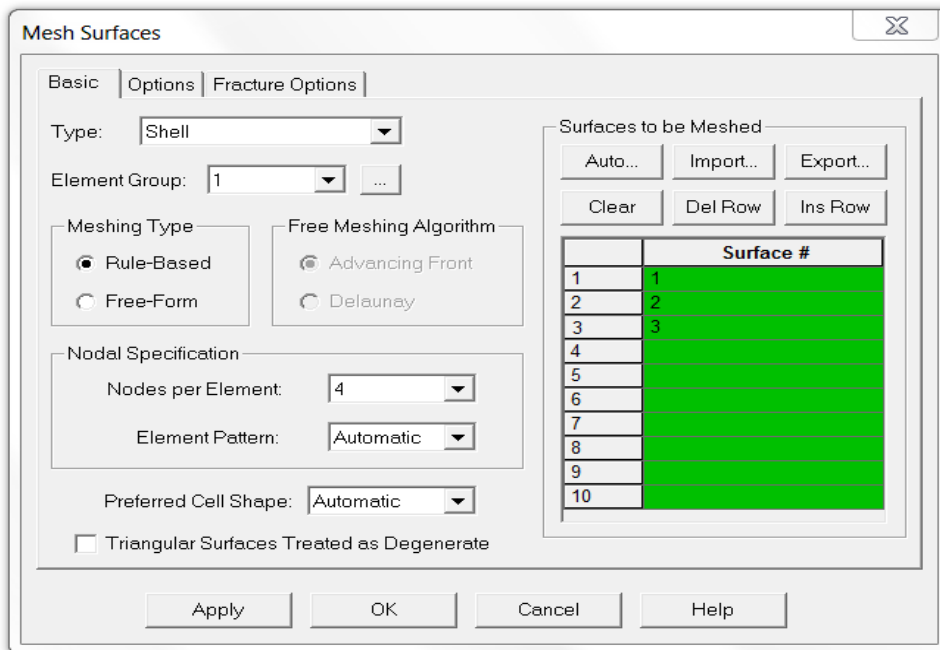
Βήμα 4ο: Σχηματίζουμε το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων του φορέα. Από τη διαδρομή **Meshing** → **Mesh Density** → **Complete Model...** επιλέγουμε: **Subdivision Mode: Use Length** και ορίζουμε το μήκος του κάθε γραμμικού στοιχείου σε μέτρα.



Σχήμα 5.2.6

Προσδιορισμός διαστάσεων δικτύου πεπερασμένων στοιχείων υποστυλώματος

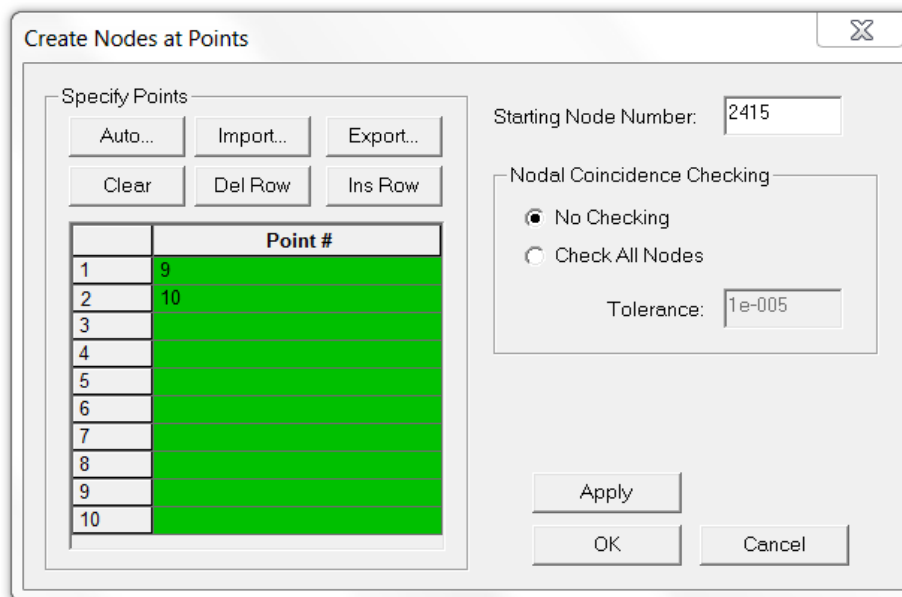
Στη συνέχεια από το μενού **Meshing** → **Create Mesh** → **Surface...** επιλέγουμε τις επιφάνειες και τα υπόλοιπα στοιχεία, όπως φαίνονται στο Σχ. 5.2.7. Επιλέγουμε τα στοιχεία να είναι τετρακομβικά πληκτρολογώντας τον αριθμό **4** στο κελί **Nodes per element**.



Σχήμα 5.2.7

Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων

Ακολούθως από το μενού **Meshing** → **Create Mesh** → **Points** βάζουμε nodes και στα σημεία που αντιστοιχούν στο κέντρο βάρους της διατομής στο ανω και κάτω ακρο του υποστηλώματος.



Σχήμα 5.2.8

Δημιουργία πεπερασμένων στοιχείων στα κέντρα βάρους των διατομών

Βήμα 5^ο: Επιβάλλουμε τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος.

Οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλλω είναι:

Στον κάτω κόμβο : άρθρωση

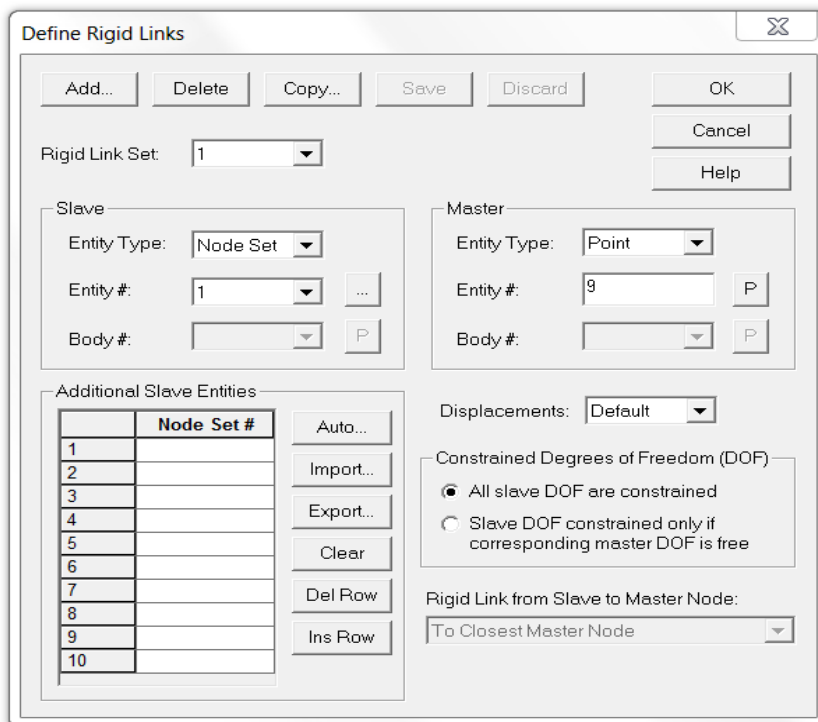
Στον άνω κόμβο : άρθρωση

Η δημιουργία μίας κατά το δυνατόν αντιπροσωπευτικής στήριξης στα άκρα επιβάλλει να χρησιμοποιήσουμε ομάδες κόμβων (node sets), οι οποίες θα εξαρτώνται από έναν κόμβο αρχής, στον οποίο θα επιβάλλουμε το είδος της στήριξης που θέλουμε. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω.

Δημιουργία Master Point

1^{ον} : Ακολουθώ τη διαδρομή **Model → Constraints → Rigid Links...** και πατάω **add (new rigid link)**. Με τον τρόπο αυτό, όλοι οι εξαρτώμενοι κόμβοι θα συμπεριφέρονται όπως θα τους επιβάλλει ο κόμβος αρχής. Έτσι, η προσομοίωση θα είναι ακριβής.

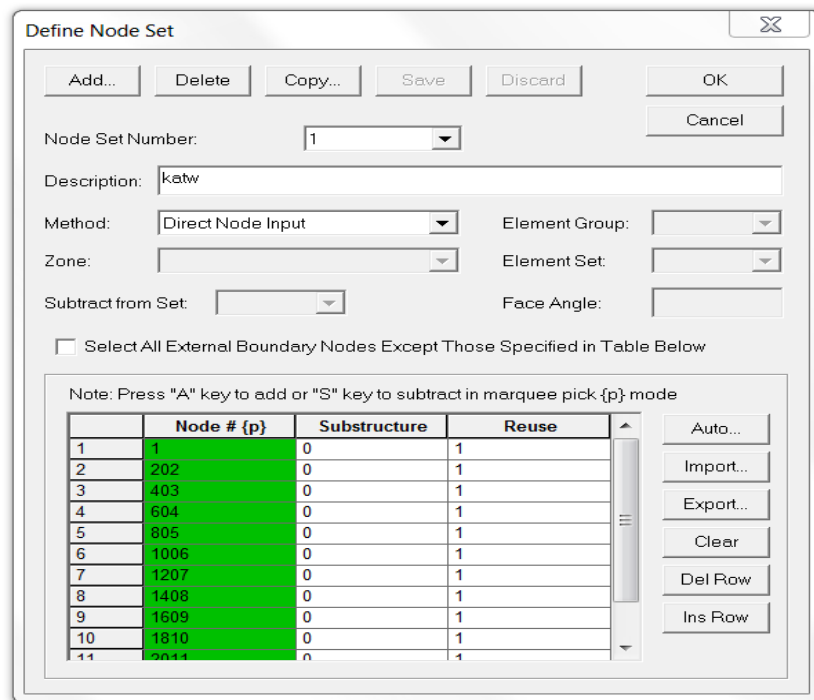
2^{ον}: Στο υπομενού **Slave** επιλέγω στο **'Entity Type'→Node Set→...**



Σχήμα 5.2.9

Προσθήκη νέου rigid link

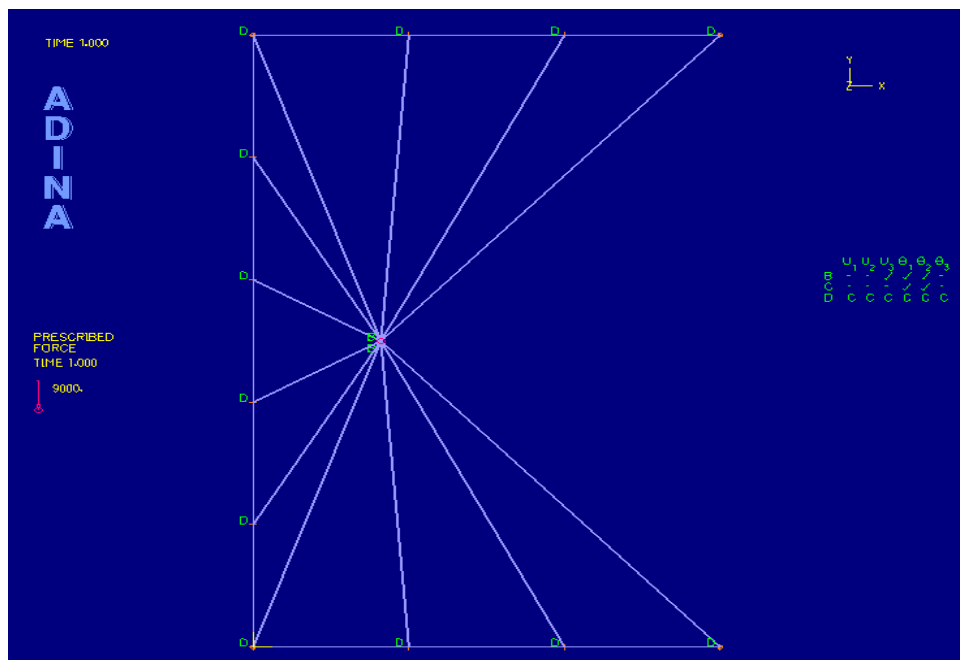
3^{ον}: Στο υπομενού **Define Node Set** πατάω **Add** και επιλέγω τα Nodes (σημεία) που θα εξαρτώνται από τον Κόμβο Αρχής (Master Point). Στο παράδειγμά μας τα nodes που επιλέγονται εξαρτώνται από έναν κόμβο αρχής στα κέντρα βάρους του άνω και κάτω άκρου αντίστοιχα. Στη συνέχεια πατάω OK και επιστρέφω στο αρχικό παράθυρο, όπου επιλέγω το Node Set που έχω δημιουργήσει.



Σχήμα 5.2.10
Προσθήκη νέου Node set

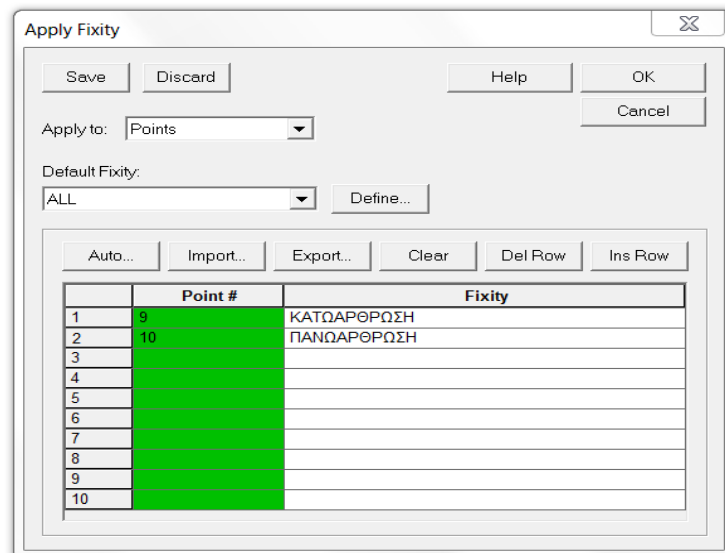
4^{ον}: Τώρα στο υπο-μενού Master επιλέγω το Point που θέλω να ορίσω ως **Master Point**.

5^{ον}: Πατώντας OK βλέπω το **Master Point** και το **Node Set** στο σχήμα.




Σχήμα 5.2.11
Master point και node set

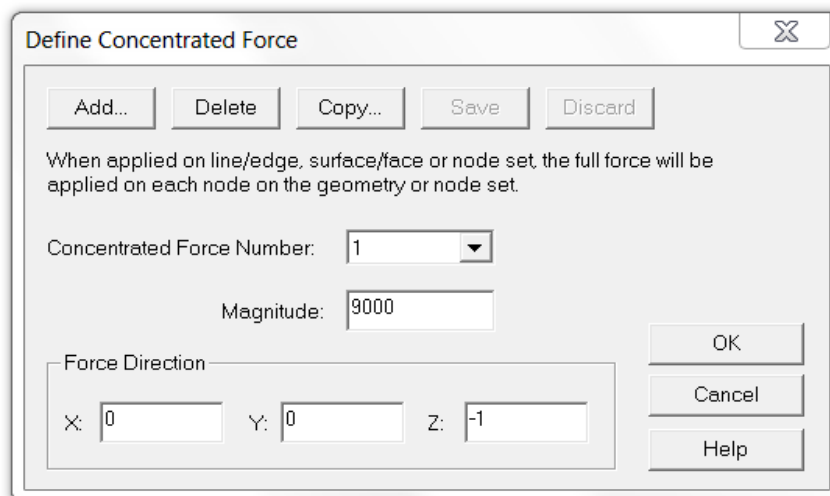
Τέλος, στους κόμβους 9 και 10 εφαρμόσαμε τις συνοριακές συνθήκες που θέλαμε, δηλαδή δύο αρθρώσεις, όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 5.2.12

Δημιουργία συνοριακών συνθηκών

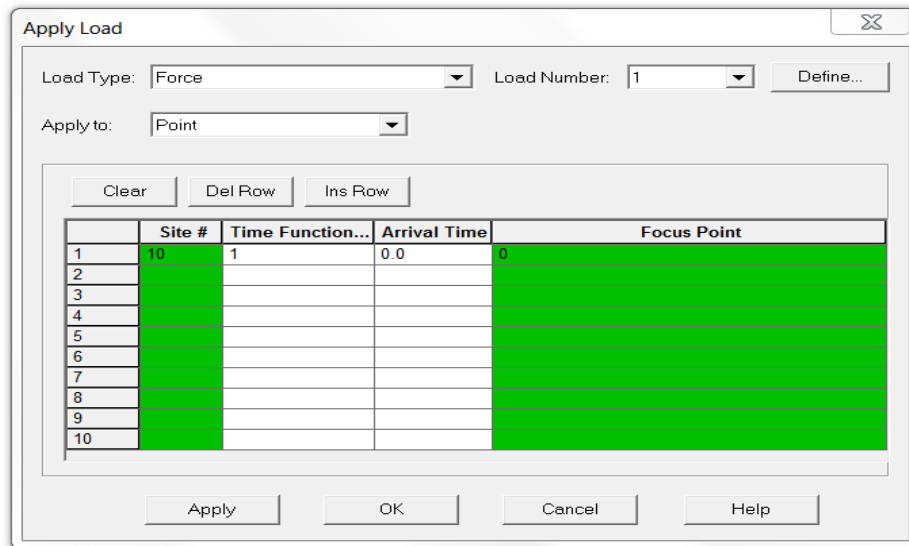
Βήμα 6°: Ορίζουμε τις συνθήκες φόρτισης που θέλουμε να επιβάλλουμε. Επιλέγουμε να φορτίσουμε το Node Set με συνολικό φορτίο 9kN. Στο μενού **Model**→**Loading**→**Apply...** (εικονίδιο ) , επιλέγουμε την εντολή **Define...** όπου ορίζουμε τη φόρτιση και πατάμε OK.



Σχήμα 5.2.13


Προσδιορισμός συνθηκών φόρτισης

Στη συνέχεια, ορίζουμε το σημείο όπου εφαρμόζουμε τη φόρτιση. Συγκεκριμένα εφαρμόζουμε στο **Point 10** δύναμη ίση με 9kN όπως φαίνεται στο σχήμα 5.2.14.

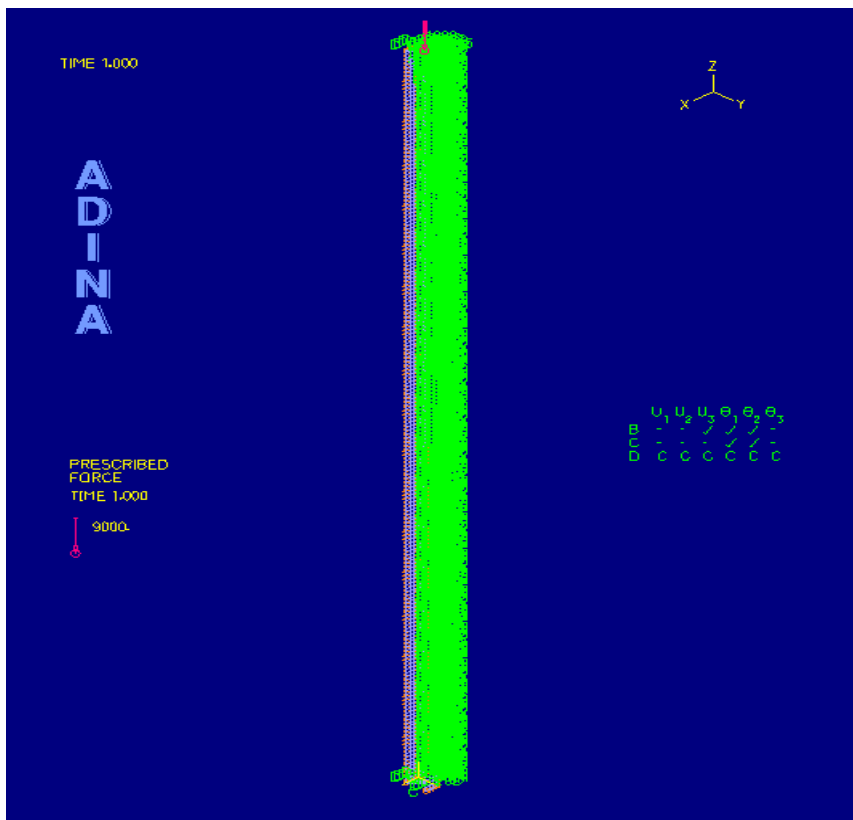


Σχήμα 5.2.14

Προσδιορισμός του σημείου εφαρμογής της φόρτισης

Έχοντας ολοκληρώσει τα Βήματα 1 – 6, αφού ενεργοποιήσουμε τα εικονίδια  - **Load**

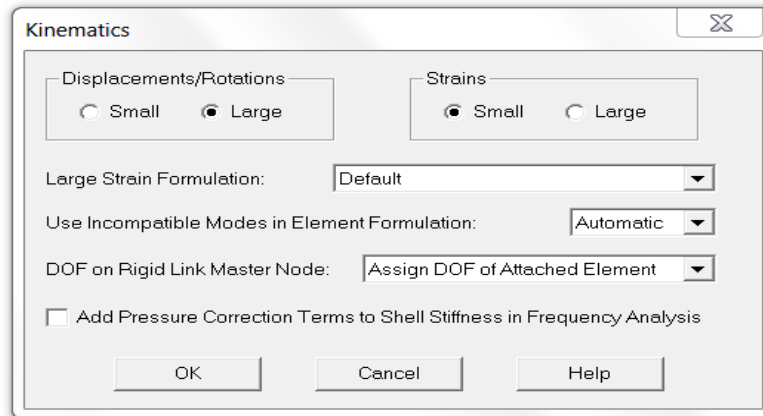
Plot και **Boundary Plot**,  - **Node Labels, Node Symbols και Element Labels**, προκύπτει η παρακάτω εικόνα (Σχ. 5.2.15).



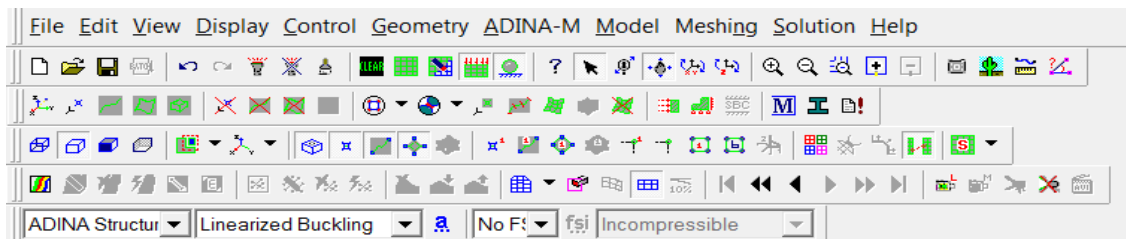
Σχήμα 5.2.15

Τελική γεωμετρία φορέα

Βήμα 7^ο: Επιλέγουμε το είδος ανάλυσης. Θέλουμε να υπολογίσουμε τις 2 πρώτες ιδιομορφές λυγισμού του υποστυλώματος. Από το μενού **Control**→ **Analysis Assumptions**→ **Kinematics...** επιλέγουμε την εντολή **“Displacements/Rotations” – “Large”** και από το μενού **“Analysis Type”** επιλέγουμε το **“Linearized Buckling”**.




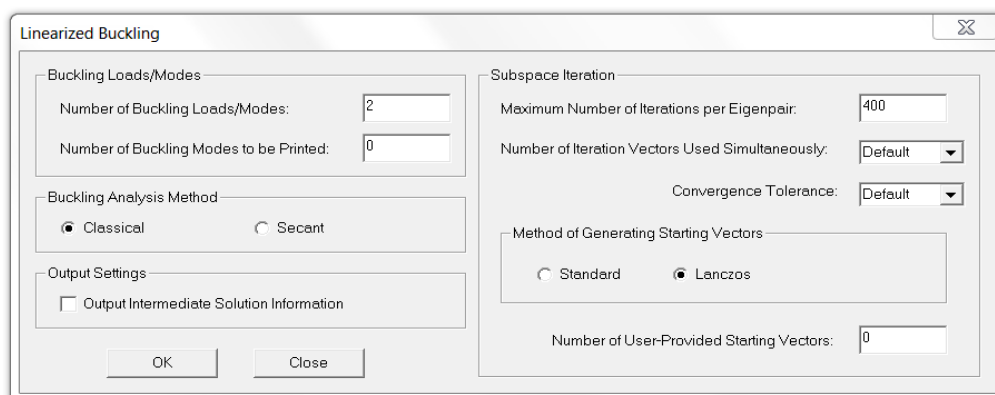
Σχήμα 5.2.16



Σχήμα 5.2.17



Επιλογή ανάλυσης

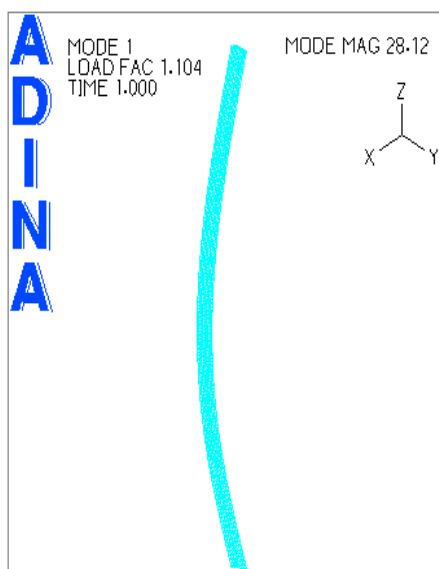
Από την εντολή **“Analysis Options”** (εικονίδιο ) , ορίζουμε 2 ιδιομορφές, και μέγιστο αριθμό επαναλήψεων ανά ιδιομορφή 400.



Σχήμα 5.2.18

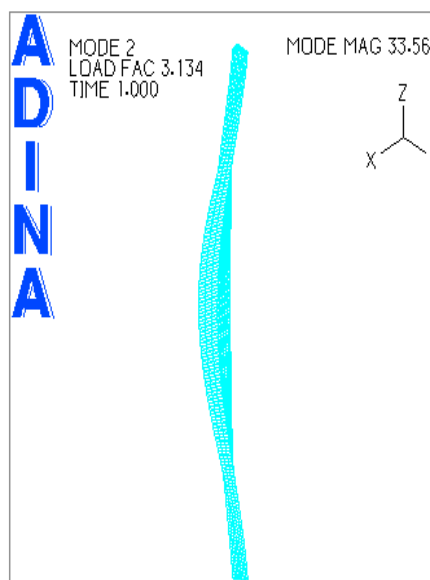
Επιλογή αριθμού ιδιομορφών

Βήμα 8^ο: Από το μενού **Solution→Data File/Run...** (ή από το εικονίδιο ), επιλέγουμε το όνομα (*.dat) του αρχείου μας, και πατώντας **“Save”** αρχίζει η επίλυση του φορέα μας. Μετά την ολοκλήρωση της επίλυσης από το pull-down μενού **“Program Module”** επιλέγουμε το **“ADINA-PLOT”**. Ανοίγουμε το αντίστοιχο **Porthole File (*.por)** και με τη βοήθεια των εντολών **“Previous Solution”**, **“Next Solution”**, **“First Solution”** & **“Last Solution”** (εικονίδια ) μπορούμε να δούμε τις 2 πρώτες ιδιομορφές. Στα σχήματα (Σχ. 2.55, 2.56) που ακολουθούν φαίνονται οι ιδιομορφές αυτές, καθώς και ο μεγεθυντικός συντελεστής **acr (LOAD FAC)** για κάθε περίπτωση.



Σχήμα 5.2.19


1^η ιδιομορφή - καμπτικός λυγισμός κατά y

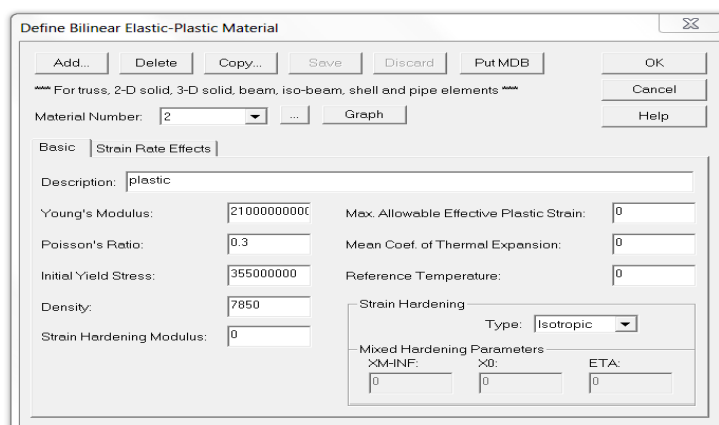


Σχήμα 5.2.20

2^η ιδιομορφή – στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

Μη γραμμική ανάλυση υποστυλώματος διατομής C

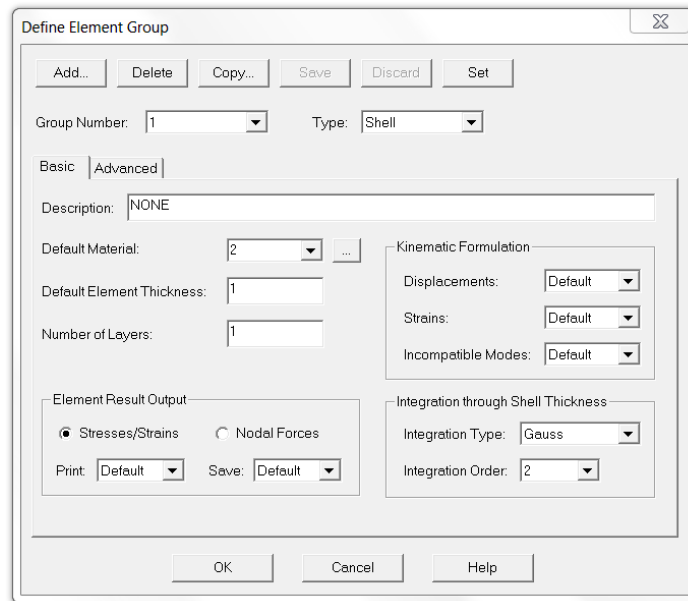
Βήμα 1^ο: Ορίζουμε διγραμμικό υλικό για το υποστύλωμα χωρίς κράτυνση. Η διαδρομή που ακολουθείται είναι **Model→Materials→Plastic→Bilinear...** (ή το εικονίδιο ).



Σχήμα 5.2.21

Ορισμός διγραμμικού υλικού χωρίς κράτυνση

Στη συνέχεια, επιλέγουμε το διγραμμικό αυτό υλικό για το element group, που έχουμε ήδη ορίσει, από το μενού **Meshing → Element groups → Default material**.

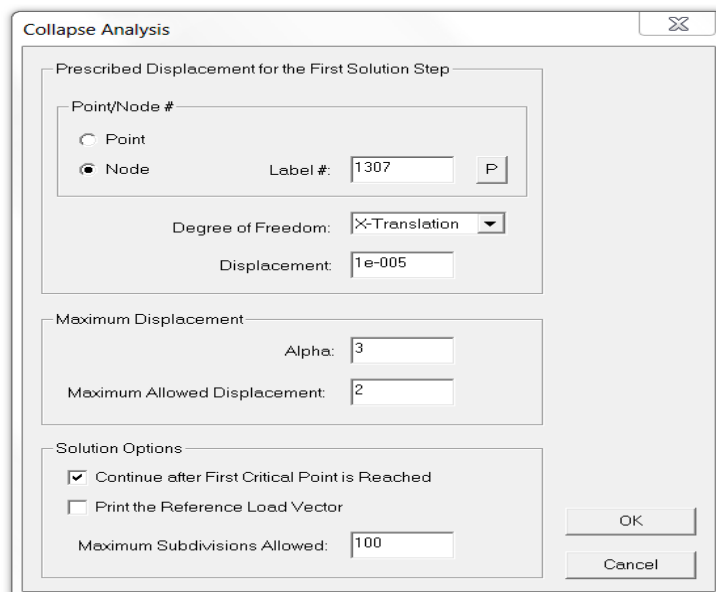


Σχήμα 5.2.22

Επιλογή διγραμμικού υλικού για το φορέα

Βήμα 2^ο: Επιλογή μεθόδου ανάλυσης.

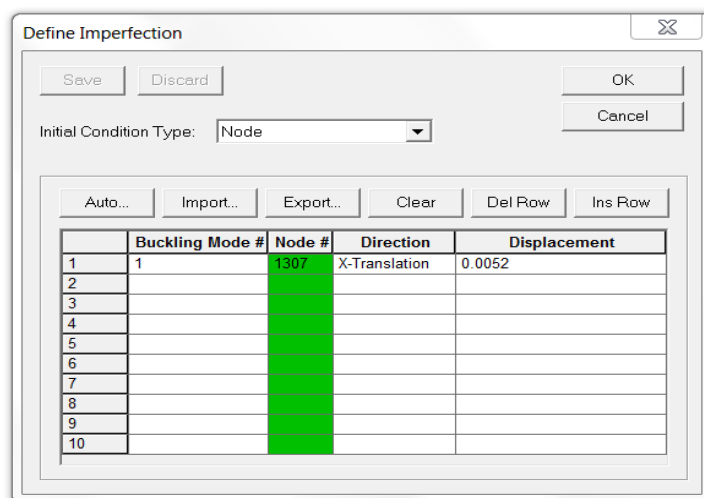
Η παρούσα ανάλυση θα γίνει με χρήση της μεθόδου **Arc-Length**, η οποία στο ADINA επιλέγεται από το μενού “**Analysis Type**” ως “**Collapse Analysis**”. Από το μενού “**Analysis Options**” ορίζουμε σε έναν κόμβο αναφοράς (εδώ το σημείο 1307) μία αρχική μετατόπιση X-Translation κατά - 0.00001m, επιλέγουμε την ρύθμιση “**Continue after Critical Point is Reached**”, και τέλος το μέγιστο αριθμό επιτρεπόμενων επαναλήψεων ίσο με 100.



Σχήμα 5.2.23

Ορισμός κόμβου αναφοράς

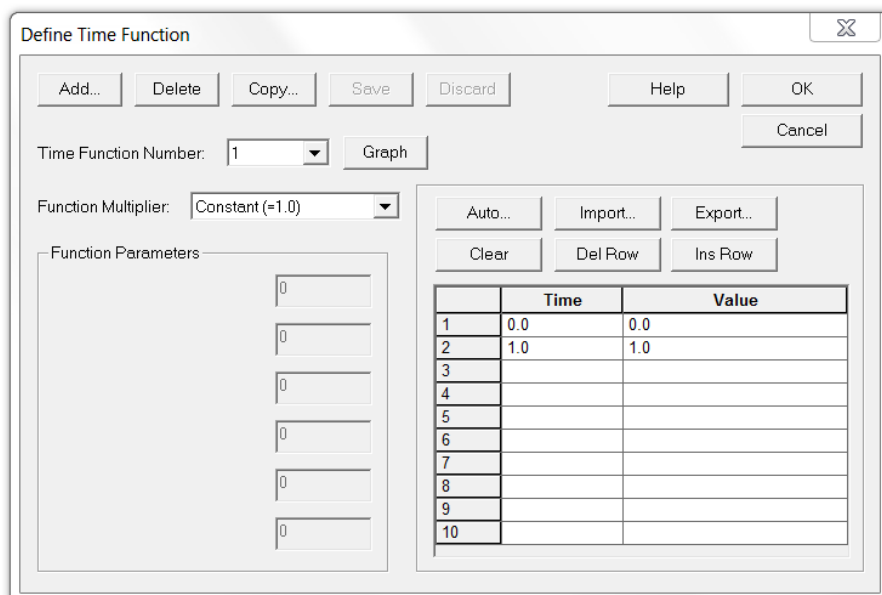
Βήμα 3^ο: Από το μενού **Model** → **Initial conditions** → **Imperfection** ορίζουμε στο σημείο που βρίσκεται στο μέσο του υποστυλώματος (εδώ το σημείο 1307) την ατέλεια που υποδεικνύει ο κανονισμός και επιλέγουμε την ιδιομορφή βάση της οποίας θέλουμε να λυγίσει το υποστύλωμα.



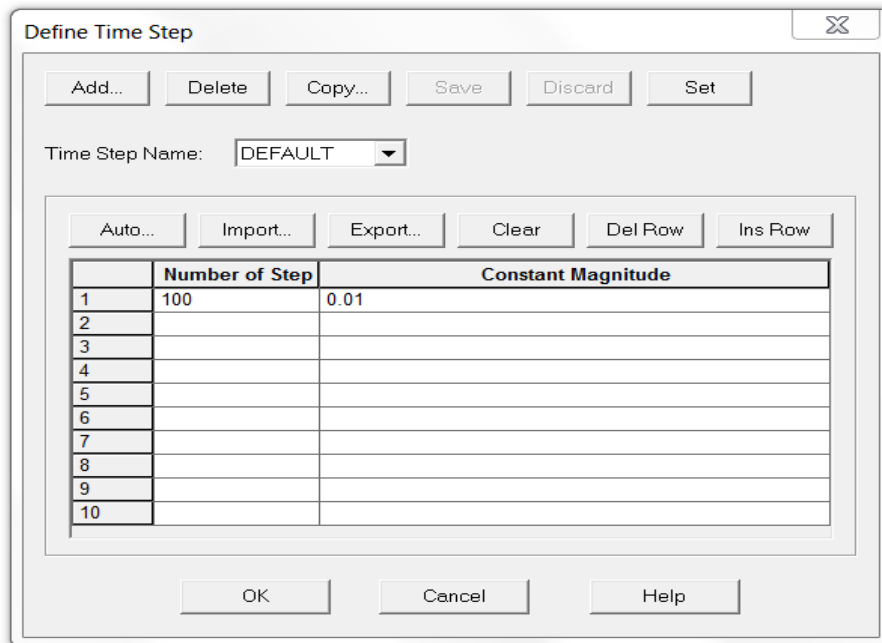
Σχήμα 5.2.24

Ορισμός γεωμετρικής ατέλειας

Βήμα 4^ο: Για να μπορέσουμε να δημιουργήσουμε το δρόμο ισορροπίας του υποστυλώματος εφαρμόζουμε σταδιακά το φορτίο σε 100 χρονικά βήματα ίσης διάρκειας έτσι ώστε στο χρονικό σημείο 0.00 ο φορέας να είναι αφόρτιστος και στο χρονικό σημείο 1.00 να έχει εφαρμοστεί ολόκληρο το φορτίο. Οι διαδικασίες αυτές πραγματοποιούνται ακολουθώντας τις διαδρομές **Control** → **Time function** και **Control** → **Time step**.



Σχήμα 5.2.25



Σχήμα 5.2.26
Ορισμός 100 χρονικών βημάτων (steps)

Βήμα 5^ο: ‘Τρέχουμε’ την ανάλυση ως προηγουμένως, επιλέγοντας και την ιδιομορφή σύμφωνα με την οποία θέλουμε να λυγίσει ο φορέας, και στη συνέχεια στο ADINA PLOT ανοίγουμε τον αντίστοιχο φάκελο. Ορίζουμε το σημείο -1307-(μέσον του υποστυλώματος στη πλευρά που θέλουμε να δούμε τη μετατόπιση) και αντιγράφουμε τα δεδομένα **LOAD (LAMDA)-X_DISPLACEMENT** σε αρχείο κειμένου ώστε να δημιουργήσουμε το διάγραμμα σε πρόγραμμα EXCEL.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλωμάτων

6.1 Κοίλες ορθογωνικές διατομές

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση κοίλων ορθογωνικών διατομών με τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας, με τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3 και με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων (ADINA). Στη συνέχεια πραγματοποιείται σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των τριών αυτών μεθόδων. Ακολουθώς, γίνεται έλεγχος της επιρροής του ύψους και του πάχους της διατομής στο φορτίο αστοχίας των υποστυλωμάτων.

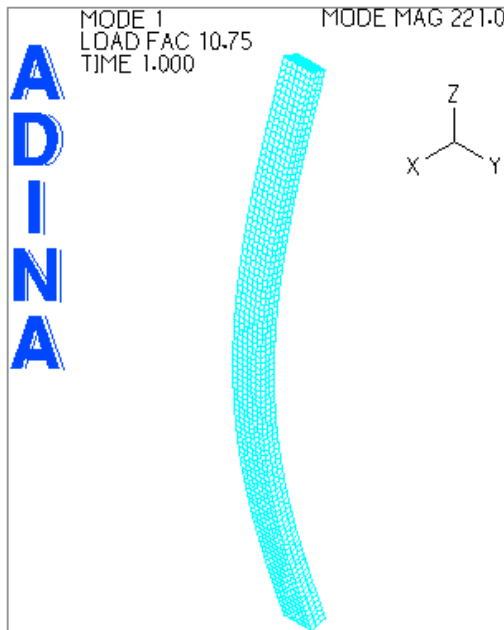
6.1.1 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος κοίλης ορθογωνικής διατομής με διαστάσεις 120x60mm και μεταβαλλόμενο πάχος τοιχωμάτων

Επιλέγουμε υποστυλώμα ύψους $H=2\text{m}$ και διατομής διαστάσεων $h=120\text{mm}$ και $b=60\text{mm}$, στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το πάχος του τοιχώματος (3.5-5.5mm ανά 0.5mm). Η διαδικασία που θα ακολουθείται θα είναι η ίδια σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάζονται στο κεφάλαιο αυτό και είναι η εξής:

- Θα παρουσιάζονται οι ιδιομορφές που προκύπτουν με γραμμική ανάλυση λυγισμού (linearized buckling),
- Θα παρατίθενται σε πίνακες τα αποτελέσματα για τα κρίσιμα φορτία αστοχίας που προκύπτουν από τις τρεις μεθόδους ανάλυσης, θα συγκρίνονται μεταξύ τους και θα σχεδιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα
- Θα σχεδιάζεται ο δρόμος ισορροπίας για μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας και θα γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

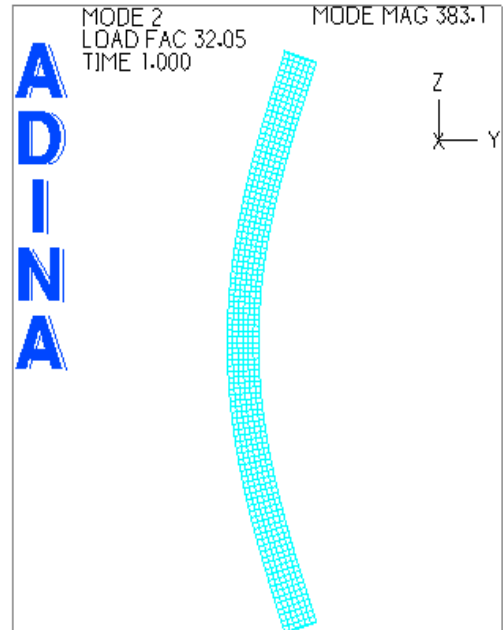
α) Ιδιομορφές λυγισμού

Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με διαστάσεις διατομής 120x60x4 λόγω του ότι το σχήμα των ιδιομορφών ταυτίζεται για όλα τα πάχη διατομής που εξετάστηκαν.



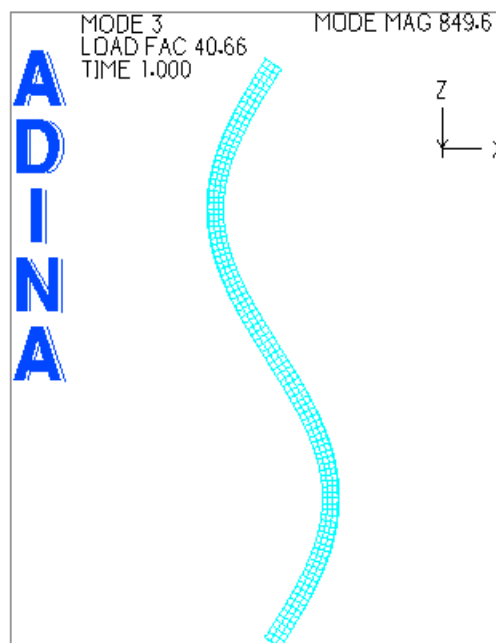
Σχήμα 6.1.1

1^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά γ-γ



Σχήμα 6.1.2

2^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά x-x



Σχήμα 6.1.3

3^η ιδιομορφή λυγισμού

Από τα παραπάνω σχήματα, παρατηρούμε ότι στην 1^η ιδιομορφή το υποστύλωμα λυγίζει καμπτικά ως προς τον άξονα γ-γ, κάτι το οποίο αναμέναμε καθώς η ροπή αδραειάς του είναι μικρότερη από αυτήν του ισχυρού άξονα (x-x). Η ιδιομορφή αυτή μας δίνει μεγεθυντικό συντελεστή $a_{cr}=10.75$, ο οποίος πολλαπλασιαζόμενος με το φορτίο επιβολής $Q=40\text{kN}$ οδηγεί σε κρίσιμο φορτίο λυγισμού ίσο με 430.08kN . Παρατηρούμε, επίσης, ότι μέχρι και την 3^η ιδιομορφή, η οποία δίνει μεγεθυντικό συντελεστή $a_{cr}=40.66$, δεν εμφανίζονται φαινόμενα τοπικού λυγισμού,

κάτι που σημαίνει ότι ο τοπικός λυγισμός δεν θα επηρεάσει το φορτίο αστοχίας του υποστυλώματος. Είναι προφανές ότι στις ιδιομορφές δεν παρατηρείται στρεπτικός ή στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, καθώς οι κοίλες ορθογωνικές διατομές δεν είναι ευαίσθητες έναντι αυτών των ασταθειών, λόγω της μεγάλης δυστρεψιάς τους.

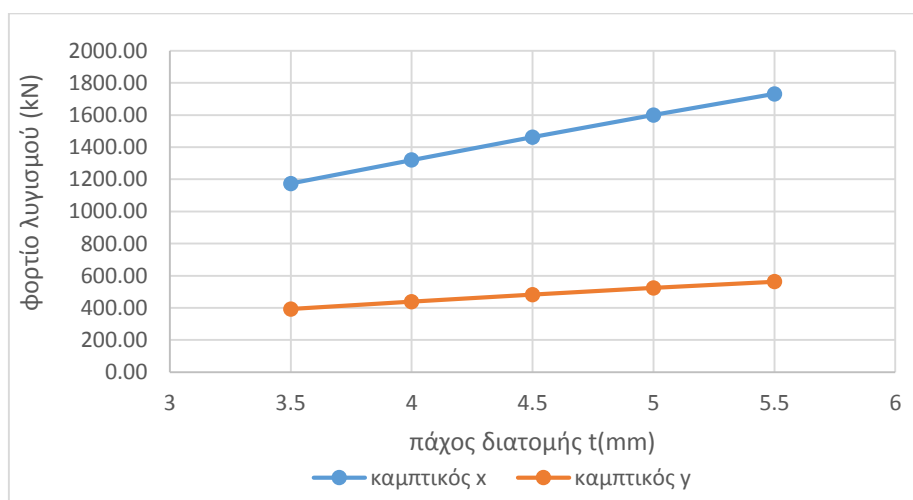
β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

1. Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)
120x60x3.5	392.17	1173.47	59038.82
120x60x4	438.29	1320.40	66851.75
120x60x4.5	482.12	1462.39	74507.39
120x60x5	523.71	1599.53	82005.04
120x60x5.5	563.14	1731.90	89344.00

Πίνακας 6.1.1

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία λυγισμού (Euler) για τις διάφορες μορφές αστάθειας. Για διατομές διπλής συμμετρίας το κέντρο βάρους συμπίπτει με το κέντρο διάτμησης, και έτσι σύμφωνα με τους τύπους της γραμμικής θεωρίας ελαστικής ευστάθειας το κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{cr} ισούται θεωρητικά με το ελάχιστο των τριών φορτίων που εμφανίζονται στον πίνακα. Άρα οι διατομές αυτές δεν κινδυνεύουν από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.



Σχήμα 6.1.4

Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων καμπτικού λυγισμού για αύξηση του πάχους της διατομής. Τα φορτία του στρεπτικού λυγισμού είναι τόσο μεγαλύτερα που κρίθηκε άσκοπο να παρουσιαστούν και αυτά στο ίδιο διάγραμμα. Παρατηρούμε ότι τα φορτία καμπτικού λυγισμού ως προς και τους δύο άξονες αυξάνονται με την αύξηση του πάχους της διατομής, ωστόσο όσο μεγαλώνει το πάχος η αύξηση των φορτίων οριακά

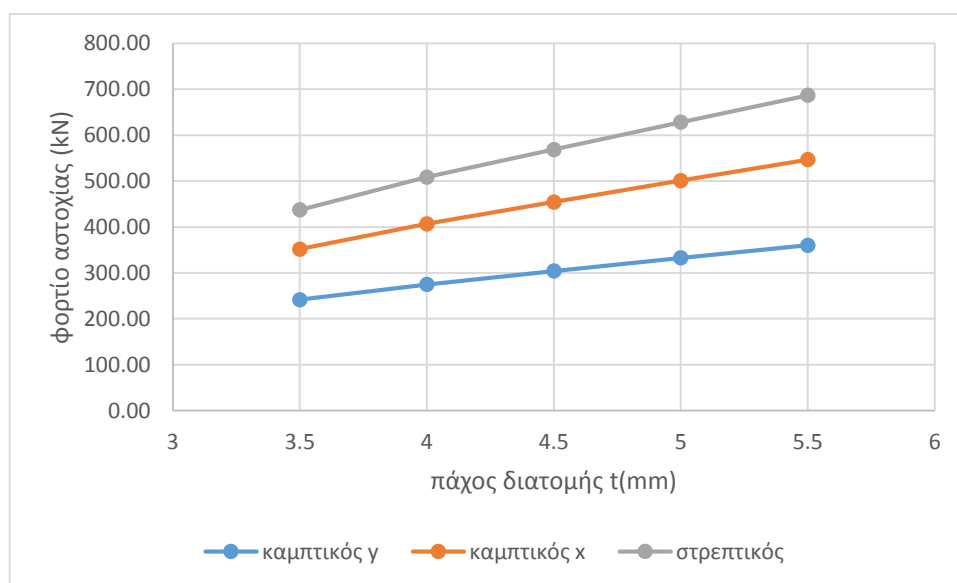
ελαττώνεται. Πιο συγκεκριμένα τα φορτία του λυγισμού ως προς $\gamma\text{-}\gamma$ αύξανονται κατά μέσο όρο 43kN για αύξηση του πάχους κατά 0.5mm, ενώ εκείνα ως προς $x\text{-}x$ αύξανονται κατά μέσο όρο 140kN για αντίστοιχη αύξηση του πάχους. Άρα, η αύξηση των φορτίων του καμπτικού λυγισμού ως προς $x\text{-}x$ είναι εντονότερη σε σχέση με αυτών ως προς $\gamma\text{-}\gamma$.

2. Ευρωκώδικας (EC3)

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)
120x60x3.5	241.44	351.7	436.98
120x60x4	274.59	406.86	508.43
120x60x4.5	304.15	454.22	568.63
120x60x5	332.67	500.81	628.08
120x60x5.5	360.15	546.62	686.78

Πίνακας 6.1.2

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία αντοχής του υποστυλώματος, όπως προκύπτουν από τις μεθόδους του Ευρωκώδικα 3, για κάθε είδος αστάθειας. Όπως αναλύθηκε και παραπάνω οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν αστοχούν λόγω στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

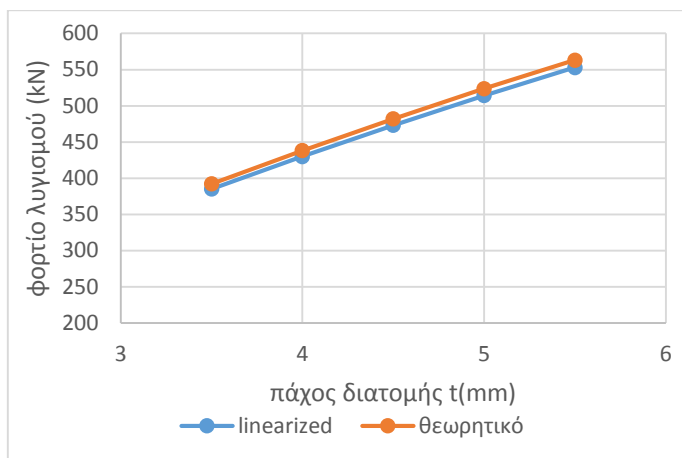


Σχήμα 6.1.5

Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων αστοχίας, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του πάχους της διατομής. Είναι προφανές, ότι τα φορτία που παίρνουμε από τον Ευρωκώδικα (μη γραμμική ανάλυση) είναι μικρότερα από αυτά που μας έδωσε η γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας. Παρατηρούμε, όμως, πως και εδώ τα φορτία του στρεπτικού λυγισμού είναι πολύ μεγαλύτερα από εκείνα των καμπτικών, όπως άλλωστε αναμενόταν για κοίλη ορθογωνική διατομή. Τα φορτία αντοχής αυξάνονται, όπως πριν, με την αύξηση του πάχους της διατομής, ωστόσο και εδώ για μεγαλύτερα πάχη η αύξηση των φορτίων οριακά ελαττώνεται.

3. ADINA

i) Γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.1.6

Διαστάσεις διατομών (mm)	P_{γ} (kN) (γραμμική θεωρία)	P_{γ} (kN) (linearized buckling)
120x60x3.5	392.17	385.12
120x60x4	438.29	430.08
120x60x4.5	482.12	473.25
120x60x5	523.71	514.23
120x60x5.5	563.14	553.10

Πίνακας 6.1.3

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα τα κρίσιμα φορτία λυγισμού που προκύπτουν από τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας και τη γραμμική ανάλυση λυγισμού από το ADINA (linearized buckling) έχουν πολύ μικρή απόκλιση. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται μεταξύ 1.8-1.9%.

για πάχος 3.5mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0183$$

για πάχος 4mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0191$$

για πάχος 4.5mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0187$$

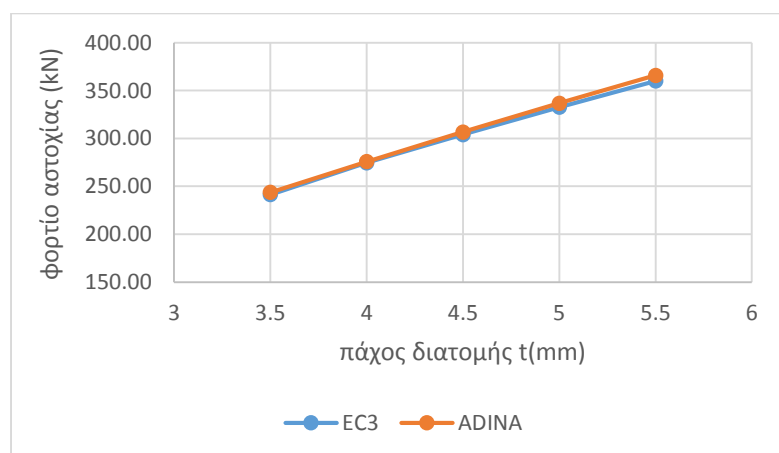
για πάχος 5mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0184$$

για πάχος 5.5mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0182$$

ii) Μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.1.7

Διαστάσεις διατομών (mm)	P_{γ} (kN) (EC3)	P_{γ} (kN) (collapse analysis)
120x60x3.5	241.44	243.70
120x60x4	274.59	275.84
120x60x4.5	304.15	306.72
120x60x5	332.67	336.92
120x60x5.5	360.15	365.86

Πίνακας 6.1.4

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα τα κρίσιμα φορτία αστοχίας που προκύπτουν από τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3 και τη μη γραμμική ανάλυση από το ADINA (collapse analysis) έχουν και πάλι μικρή απόκλιση. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 0.5-1.6%.

για πάχος 3.5mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.008$$

για πάχος 4mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.005$$

για πάχος 4.5mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.008$$

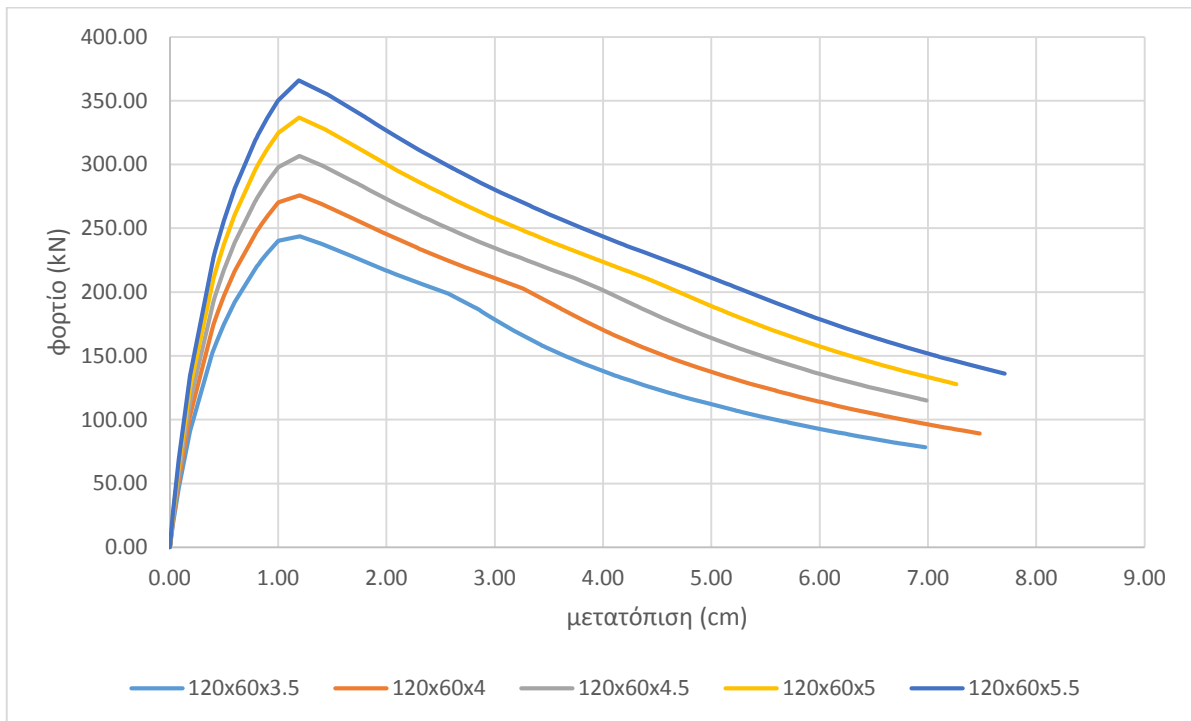
για πάχος 5mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.013$$

για πάχος 5.5mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.016$$

γ) Δρόμοι ισορροπίας



Σχήμα 6.1.8

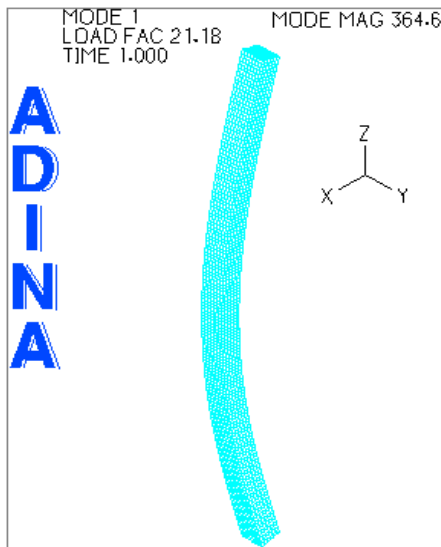
Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας των πέντε εξεταζόμενων διατομών, οι οποίοι προέκυψαν αφού επιβάλαμε το συνολικό φορτίο σταδιακά σε 100 διαδοχικά χρονικά βήματα. Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ότι τα υποστυλώματα με διατομές πάχους 3.5, 4 και 4.5 mm αστοχούν για εγκάρσια μετατόπιση 1.2cm με φορτία αστοχίας 243.7, 275.84 και 306.72kN αντίστοιχα. Το υποστυλόμετρο με διατομή πάχους 5mm διαρρέει σε φορτίο 336.92kN και μετατόπιση 1.19cm, ενώ τέλος το υποστυλόμετρο με διατομή πάχους 5.5mm διαρρέει σε φορτίο 365.86kN και μετατόπιση επίσης 1.19cm. Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι το πάχος της διατομής παίζει σημαντικό ρόλο στην αντοχή του υποστυλώματος, αφού η αύξησή του κατά 1mm οδηγεί σε αύξηση του φορτίου αστοχίας κατά 30kN κατά μέσο όρο, δηλαδή αύξηση κατά 12.5% επί του αρχικού. Αντίθετα, παρατηρούμε ότι η μετατόπιση διαρροής παραμένει σταθερή ανεξαρτήτως του πάχους της διατομής.

6.1.2 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος κοίλης ορθογωνικής διατομής με πλάτος $b=120\text{mm}$, πάχος $t=4\text{mm}$ και μεταβαλλόμενο ύψος h

Επιλέγουμε υποστύλωμα ύψους $H=3\text{m}$ και διατομής διαστάσεων $b=120\text{mm}$ και $t=4\text{mm}$, στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το ύψος h ($100\text{-}180\text{mm}$ ανά 20mm).

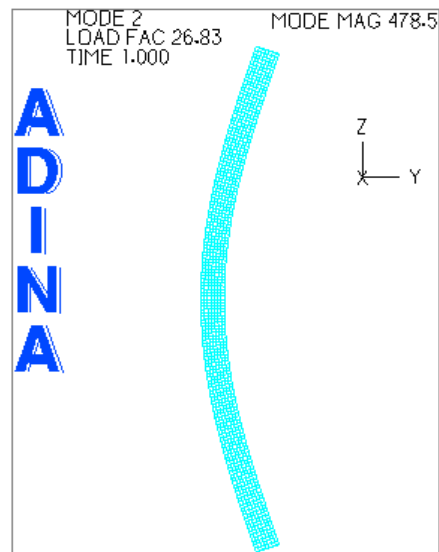
α) Ιδιομορφές λυγισμού

Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με διατομή $140\times 120\times 4$.



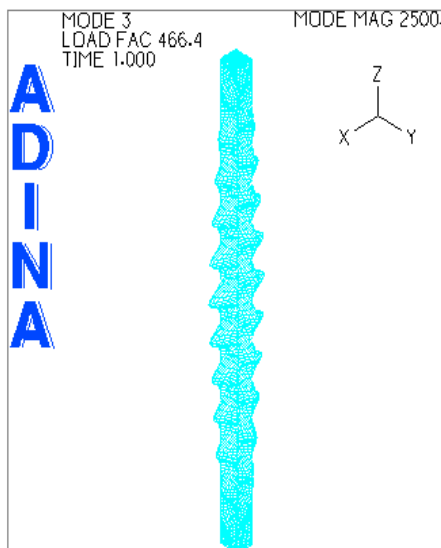
Σχήμα 6.1.8

1^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά $\gamma\text{-}\gamma$



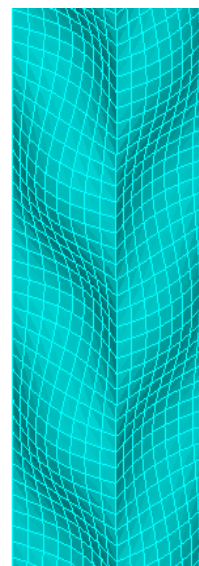
Σχήμα 6.1.9

2^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά $x\text{-}x$



Σχήμα 6.1.10

3^η ιδιομορφή λυγισμού-τοπικός λυγισμός



Σχήμα 6.1.13

λεπτομέρεια τοπικού λυγισμού

Από τα παραπάνω σχήματα, παρατηρούμε ότι στην 1^η ιδιομορφή το υποστύλωμα λυγίζει καμπτικά ως προς τον άξονα $y-y$, ενώ στη 2^η ως προς τον άξονα $x-x$, κάτι το οποίο αναμέναμε καθώς η ροπή αδρανείας του πρώτου είναι μικρότερη από ότι του δεύτερου. Στα υποστυλώματα με διατομές ύψους 100 και 120mm οι ιδιομορφές παραμένουν ίδιες με τη μόνη διαφορά να είναι ότι για ύψος 100mm κρίσιμος είναι ο καμπτικός κατά x λυγισμός αφού η ροπή αδρανείας του είναι μικρότερη από εκείνη κατά y . Ωστόσο, για τις διατομές με ύψος 160 και 180mm ο τοπικός λυγισμός γίνεται κρίσιμότερος και εμφανίζεται στη δεύτερη ιδιομορφή. Σε κάθε περίπτωση ο λόγος των μεγεθυντικών συντελεστών της ιδιομορφής του τοπικού λυγισμού και της κρίσιμης ιδιομορφής είναι μικρότερος του 3 κάτι που σημαίνει ότι δεν μπορεί να αμεληθεί η επιρροή του στο φορτίο αστοχίας. Βλέπουμε, τέλος, ότι σε καμία από τις ιδιομορφές που παρουσιάστηκαν δεν εμφανίστηκε στρεπτικός ή στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, κάτι που όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα είναι απόλυτα αναμενόμενο για τις κοίλες ορθογωνικές διατομές, λόγω της μεγάλης δυστρεψίας τους.

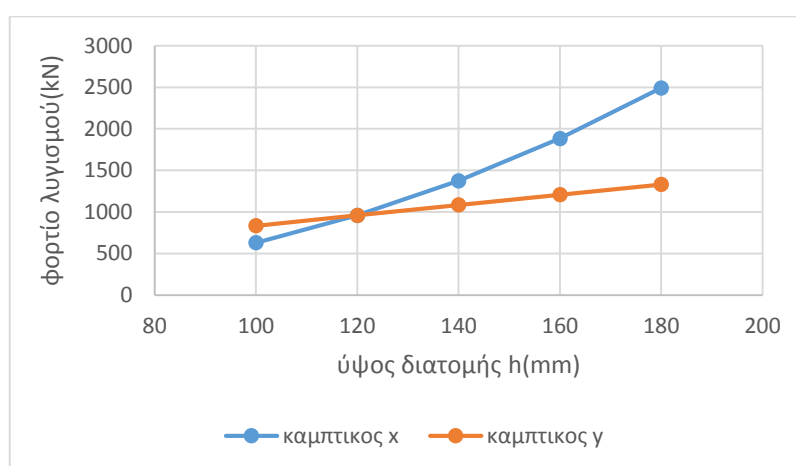
β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

1. Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)
100x120x4	834.34	628.50	101685.50
120x120x4	958.84	958.84	113677.10
140x120x4	1082.85	1374.67	122504.70
160x120x4	1206.85	1883.35	128986.30
180x120x4	1330.85	2492.25	133778.00

Πίνακας 6.1.5

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία λυγισμού (Euler) για τις διάφορες μορφές αστάθειας. Όπως είπαμε και παραπάνω οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν κινδυνεύουν από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.



Σχήμα 6.1.15

Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων καμπτικού λυγισμού για αύξηση του ύψους της διατομής. Τα φορτία του στρεπτικού λυγισμού είναι τόσο μεγαλύτερα που κρίθηκε άσκοπο να παρουσιαστούν και αυτά στο ίδιο διάγραμμα. Παρατηρούμε

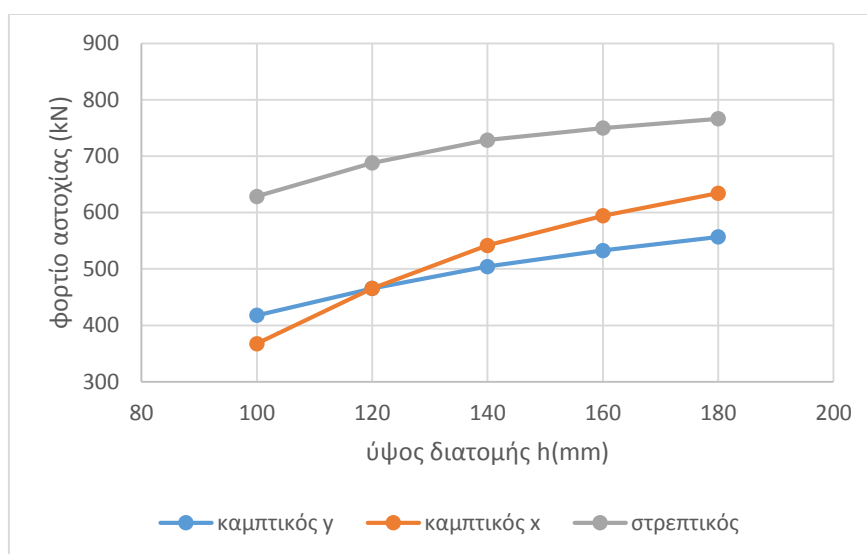
ότι τα φορτία καμπτικού λυγισμού ως προς και τους δύο άξονες αυξάνονται με την αύξηση του ύψους της διατομής. Πιο συγκεκριμένα τα φορτία του λυγισμού ως προς γ-γ αυξάνονται κατά μέσο όρο 125kN για αύξηση του ύψους κατά 20mm, ενώ εκείνα ως προς x-x αυξάνονται ολοένα και περισσότερο για κάθε αύξηση του ύψους κατά 20mm. Άρα, η αύξηση των φορτίων του καμπτικού λυγισμού ως προς x-x (κάθετος στην διεύθυνση της διάστασης που μεταβάλλεται) είναι πολύ πιο απότομη σε σχέση με αυτών ως προς γ-γ.

2. Ευρωκώδικας (EC3)

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)
100x120x4	417.62	367.61	628.54
120x120x4	465.45	465.45	688.03
140x120x4	504.22	541.79	728.59
160x120x4	532.59	594.46	749.87
180x120x4	556.78	634.23	766.28

Πίνακας 6.1.6

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία αντοχής του υποστυλώματος, όπως προκύπτουν από τις μεθόδους του Ευρωκώδικα 3, για κάθε είδος αστάθειας. Όπως αναλύθηκε και παραπάνω οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν αστοχούν λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

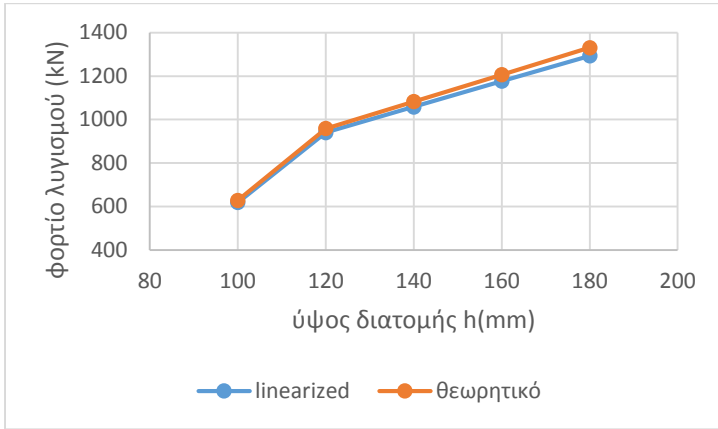


Σχήμα 6.1.16

Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζονται οι μεταβολές των φορτίων αστοχίας, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του ύψους της διατομής. Είναι προφανές, ότι τα φορτία που παίρνουμε από τον Ευρωκώδικα (μη γραμμική ανάλυση) είναι μικρότερα από αυτά που μας έδωσε η γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας. Παρατηρούμε, όμως, πως και εδώ τα φορτία του στρεπτικού λυγισμού είναι μεγαλύτερα από εκείνα των καμπτικών, όπως άλλωστε αναμενόταν για κοίλη ορθογωνική διατομή. Τα φορτία αντοχής αυξάνονται, όπως πριν, με την αύξηση του ύψους της διατομής, όμως παρατηρούμε ότι τα φορτία του καμπτικού κατά x-x λυγισμού είναι εκείνα που αυξάνονται πιο απότομα από τα υπόλοιπα.

3. ADINA

i) Γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.1.17

Διαστάσεις διατομών (mm)	P_{γ} (kN) (γραμμική θεωρία)	P_{γ} (kN) (linearized buckling)
100x120x4	628.50	618.59
120x120x4	958.84	941.00
140x120x4	1082.85	1058.79
160x120x4	1206.85	1176.72
180x120x4	1330.85	1293.50

Πίνακας 6.1.7

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα έχουμε πολύ μικρή απόκλιση των δύο μεθόδων. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 1.6-2.9%.

για ύψος 100mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0164$$

για ύψος 120mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0190$$

για ύψος 140mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0227$$

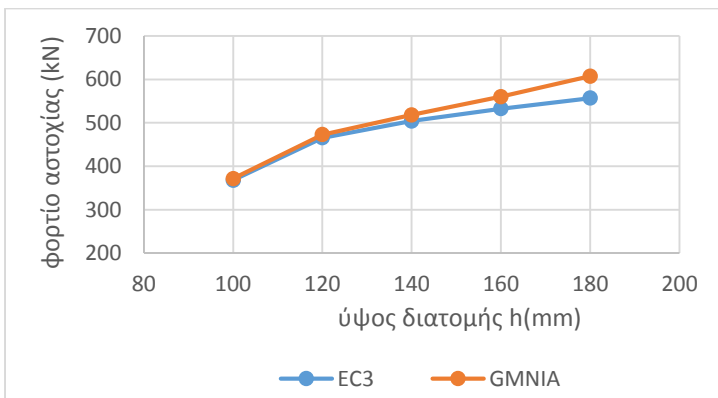
για ύψος 160mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0256$$

για ύψος 180mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0289$$

ii) Μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.1.18

Διαστάσεις διατομών(mm)	P_{γ} (kN) (EC3)	P_{γ} (kN) (GMNIA)
100x120x4	367.61	371.49
120x120x4	465.45	472.92
140x120x4	504.22	518.30
160x120x4	532.59	560.40
180x120x4	556.78	607.38

Πίνακας 6.1.8

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα οι δύο μέθοδοι παρουσιάζουν ικανοποιητική απόκλιση. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 1.0-9.0%.

για ύψος 100mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0106$$

για ύψος 160mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0522$$

για ύψος 120mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.016$$

για ύψος 180mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0909$$

για ύψος 140mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0279$$

Το σπάσιμο που παρατηρείται στα σχήματα 6.1.17 και 6.1.18 οφείλεται στο ότι με την αύξηση του ύψους της διατομής από 100 σε 1200mm αλλάζει ο ασθενής άξονας και έτσι μεταβάλλεται η κλίση του διαγράμματος.

Στο σχήμα 6.1.18 όπου παρουσιάζεται η σύγκλιση μεταξύ Ευρωκώδικα και ADINA βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται το ύψος της διατομής η απόκλιση ανάμεσα στις δύο μεθόδους μεγαλώνει. Αυτό, όπως προαναφέρθηκε και στην παρουσίαση των ιδιομορφών, οφείλεται στην εμφάνιση του τοπικού λυγισμού ο οποίος σταδιακά επηρεάζει όλο και περισσότερο το φορτίο αστοχίας. Έτσι, έγινε παραμετρική διερεύνηση για διάφορα πλάτη τοπικής ατέλειας και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

διαστάσεις διατομής (mm)	EC3	ADINA					
		0mm	0.1mm	0.2mm	0.3mm	0.4mm	0.5mm
100x120x4	367.61	371.49	370.98	370.67	369.78	368.29	365.94
120x120x4	465.45	472.92	472.67	470.37	469.57	467.77	464.14
140x120x4	504.22	518.30	517.35	516.13	512.94	510.85	507.19
160x120x4	532.59	563.22	562.22	558.97	553.80	549.12	542.31
180x120x4	556.78	607.38	604.16	598.20	590.59	582.58	574.97

Πίνακας 6.1.9

Από τον πίνακα 6.1.9 παρατηρούμε, πράγματι, ότι όσο αυξάνεται το ύψος της διατομής, η επιρροή του τοπικού λυγισμού γίνεται ολοένα και μεγαλύτερη, ενώ για ύψη διατομής 160 και 180mm βλέπουμε ότι μειώνει σημαντικά το αρχικό φορτίο που είχε προκύψει, κατά 3 και 5% αντίστοιχα.

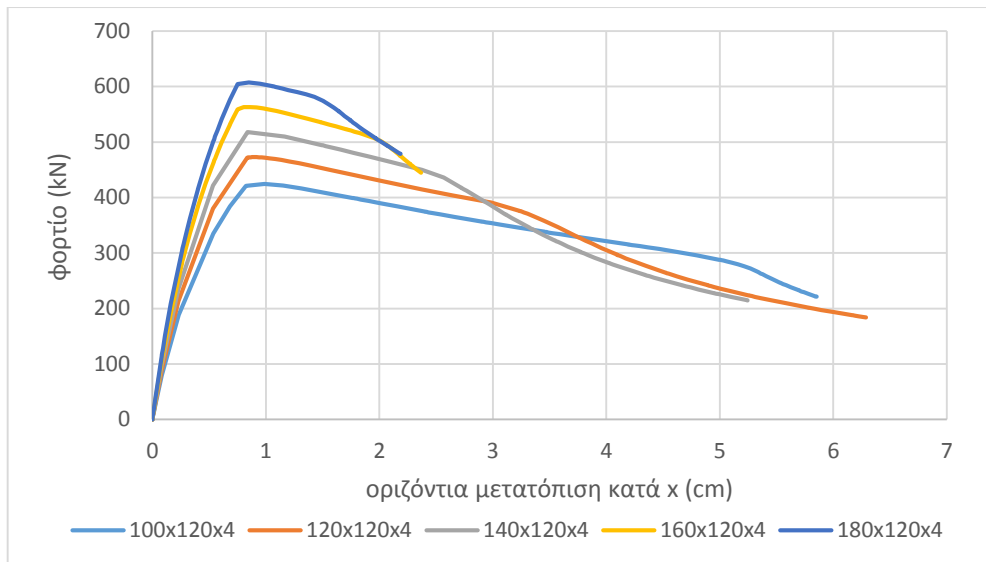
γ) Δρόμοι ισορροπίας

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
100x120x4	371.49	1.34
120x120x4	472.92	0.89
140x120x4	561.79	0.62
160x120x4	642.25	0.54
180x120x4	716.61	0.47

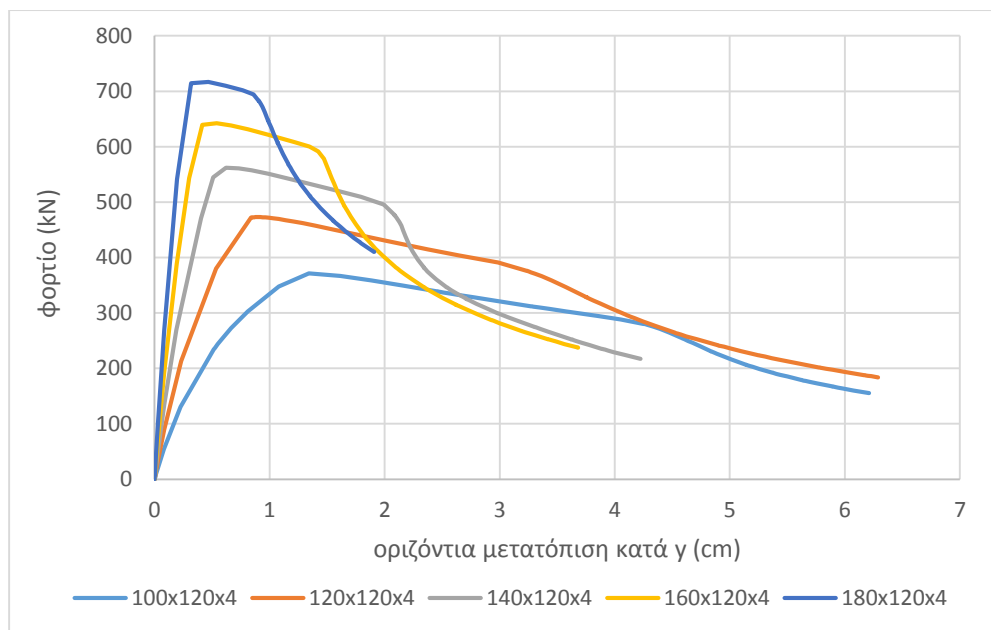
Πίνακας 6.1.10
Λυγισμός κατά γ-γ

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
100x120x4	424.79	0.99
120x120x4	472.92	0.89
140x120x4	518.30	0.87
160x120x4	563.22	0.86
180x120x4	607.38	0.85

Πίνακας 6.1.11
Λυγισμός κατά x-x



Σχήμα 6.1.19
Λυγισμός ως προς ασθενή άξονα γ-γ



Σχήμα 6.1.20
Λυγισμός ως προς ισχυρό άξονα x-x

Βλέπουμε από τα διαγράμματα και τους πίνακες ότι η αύξηση του ύψους της διατομής προκαλεί αύξηση της αντοχής του υποστυλωμάτος ως προς και τους δύο κύριους άξονες, ενώ συγχρόνως οδηγεί και σε μείωση της μετατόπισης διαρροής. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι οι μεταβολές αυτές είναι πιο έντονες ως προς τον ισχυρό άξονα x-x, τον άξονα, δηλαδή, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της διάστασης που μεταβάλλεται.

6.2 Σύνθετες διατομές I από δύο διατομές C

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση διατομών μορφής I που αποτελούνται από δύο διατομές C με τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας, με τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3 και με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων (ADINA). Στη συνέχεια πραγματοποιείται σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των τριών αυτών μεθόδων. Ακολούθως, γίνεται έλεγχος της επιρροής του ύψους και του πλάτους της διατομής στο φορτίο αστοχίας των υποστυλωμάτων.

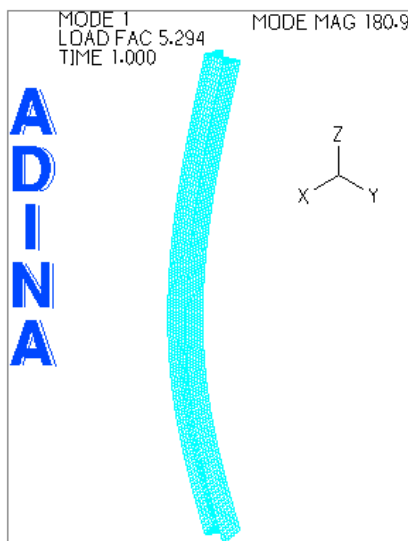
6.2.1 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος διατομής με πλάτος $b=80\text{mm}$, πάχος $t=4\text{mm}$ και μεταβαλλόμενο ύψος h

Επιλέγουμε υποστύλωμα ύψους $H=3\text{m}$ και διατομής διαστάσεων $b=120\text{mm}$ και $t=4\text{mm}$, στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το ύψος (100-180mm ανά 20mm). Σημειώνεται εδώ, ότι η διάσταση b αντιστοιχεί στο συνολικό μήκος του πέλματος, είναι δηλαδή διπλάσια από το πλάτος του πέλματος της κάθε μεμονωμένης διατομής C. Επίσης λόγω της ένωσης των δύο διατομών C είναι προφανές ότι το πάχος του κορμού της τελικής διατομής είναι διπλάσιο αυτού των πελμάτων.

α) Ιδιομορφές λυγισμού

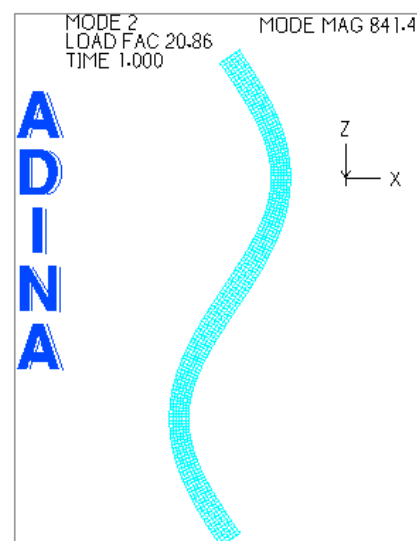
Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές των υποστυλωμάτων με διαστάσεις διατομών $140 \times 120 \times 4$ και $180 \times 120 \times 4$.

Ιδιομορφές για διατομή διαστάσεων $140 \times 120 \times 4$



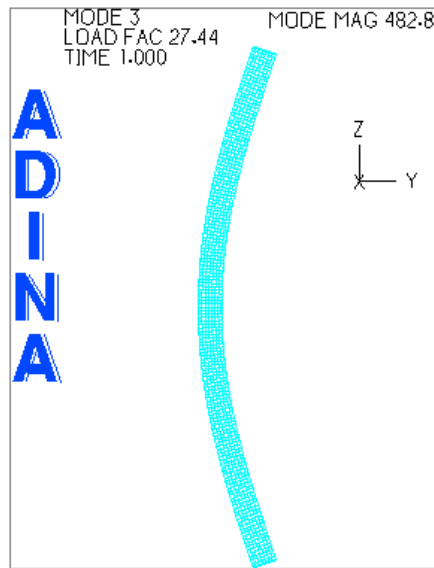
Σχήμα 6.2.1

1^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά γ-γ



Σχήμα 6.2.2

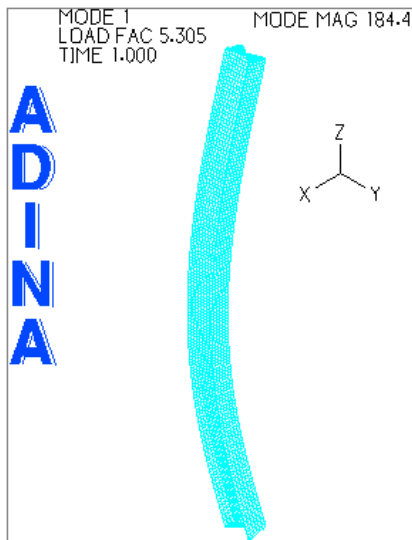
2^η ιδιομορφή λυγισμού



Σχήμα 6.2.3

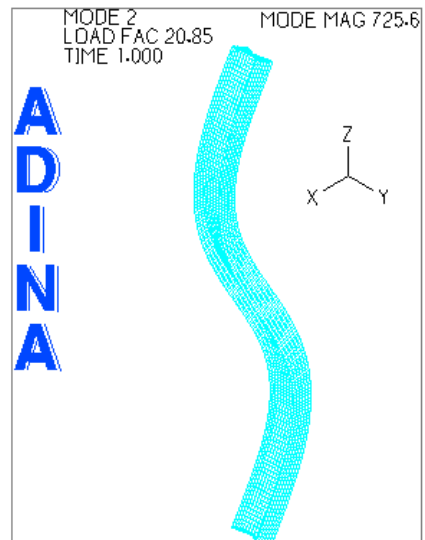
3^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά x-x

Ιδιομορφές για διατομή διαστάσεων 180x120x4



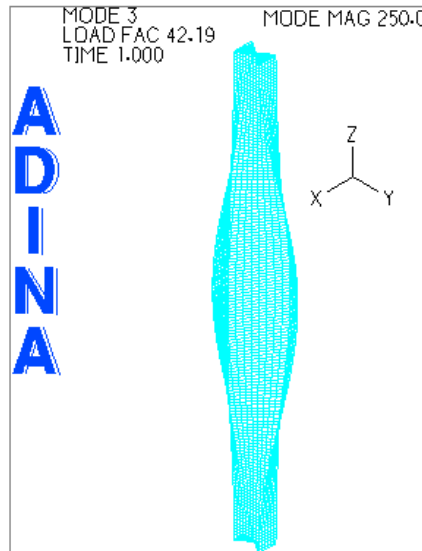
Σχήμα 6.2.4

1^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά y-y



Σχήμα 6.2.5

2^η ιδιομορφή λυγισμού



Σχήμα 6.2.6

3^η ιδιομορφή λυγισμού-στρεπτικός λυγισμός

Από τα παραπάνω σχήματα, παρατηρούμε, ότι για κάθε ύψος διατομής που εξετάστηκε, στην 1^η ιδιομορφή το υποστυλωμα λυγίζει καμπτικά ως προς τον ασθενή άξονα γ-γ. Για τα υποστυλώματα με διατομές ύψους 100 και 120mm η δεύτερη και η τρίτη ιδιομορφή αντιστρέφονται σε σχέση με του υποστυλώματος με διατομή 140x120x4. Επίσης, βλέπουμε ότι για ύψος διατομής 180mm, είναι η μοναδική περίπτωση που εμφανίστηκε ιδιομορφή στρεπτικού λυγισμού, ωστόσο ο μεγεθυντικός της συντελεστής είναι πολύ μεγαλύτερος από αυτόν της κρίσιμης ιδιομορφής, κάτι που δείχνει ότι οι διατομές αυτές ως διπλής συμμετρίας δεν κινδυνεύουν από στρεπτικό λυγισμό. Τέλος, παρατηρούμε ότι σε καμία ιδιομορφή δεν εμφανίστηκε τοπικός λυγισμός, που σημαίνει ότι δεν έχει επιρροή στο τελικό φορτίο αστοχίας.

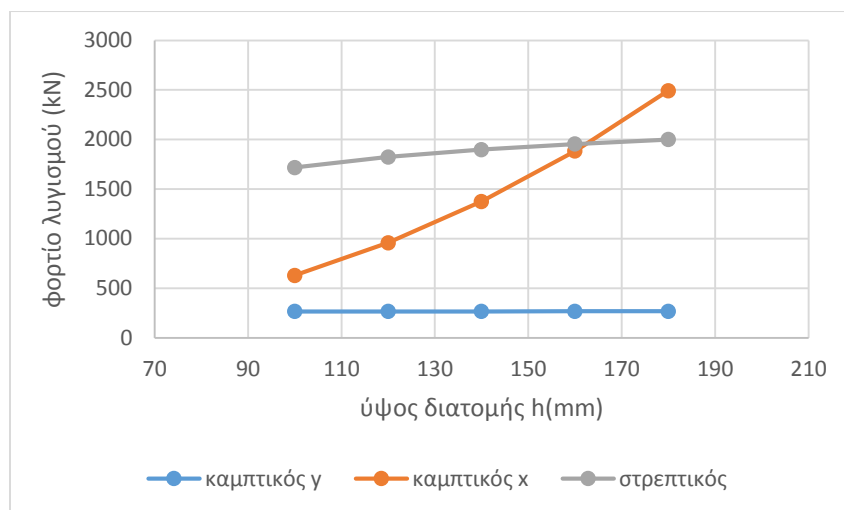
β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

1) Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)
100x120x4	266.23	628.50	1718.39
120x120x4	266.42	958.84	1824.10
140x120x4	266.62	1374.67	1898.98
160x120x4	266.82	1883.35	1955.19
180x120x4	267.01	2492.25	1999.75

Πίνακας 6.2.1

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία λυγισμού (Euler) για τις διάφορες μορφές αστάθειας. Όπως αναλύσαμε και στην προηγούμενη ενότητα οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν κινδυνεύουν από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.



Σχήμα 6.2.7

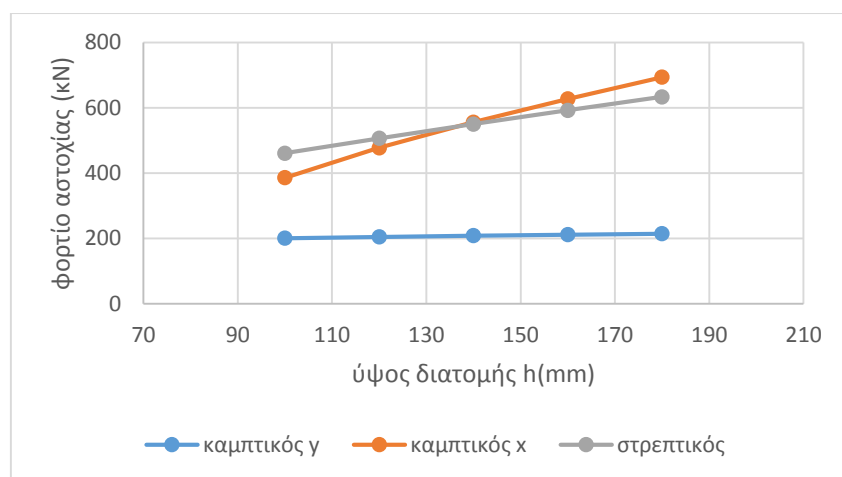
Στο σχήμα 6.2.4 παρουσιάζονται οι μεταβολές των φορτίων λυγισμού, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του ύψους της διατομής. Όπως, φαίνεται το φορτίο στρεπτικού λυγισμού είναι πολύ μεγαλύτερο από το κρίσιμο, κάτι που αποδεικνύει γιατί οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν κινδυνεύουν από αυτό το είδος αστάθειας. Παρατηρούμε ότι η αύξηση του ύψους της διατομής οδηγεί σε σημαντική αύξηση τα φορτία του καμπτικού λυγισμού κατά τον ισχυρό άξονα x ενώ δεν επηρεάζει σχεδόν καθόλου εκείνα κατά τον ασθενή άξονα. Κάτι τέτοιο ήταν αναμενόμενο αφού η αύξηση του ύψους μεταβάλλει μόνο τον κορμό και έτσι δεν προκαλεί ουσιαστική αύξηση στη ροπή αδρανείας κατά τον άξονα γ.

2) Ευρωκώδικας 3 (EC3)

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)
100x120x4	200.51	385.77	460.88
120x120x4	204.83	477.37	506.27
140x120x4	208.47	555.77	549.94
160x120x4	211.58	626.74	592.19
180x120x4	214.29	693.60	633.20

Πίνακας 6.2.2

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία αντοχής του υποστυλώματος, όπως προκύπτουν από τις μεθόδους του Ευρωκώδικα 3, για κάθε είδος αστάθειας. Όπως αναλύθηκε και παραπάνω οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν αστοχούν λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

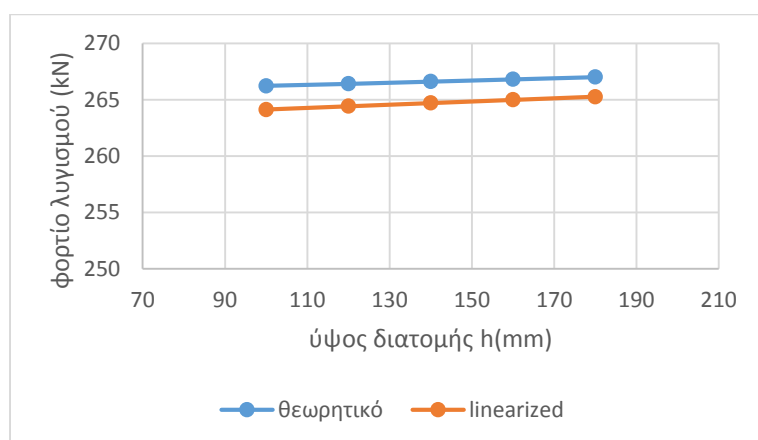


Σχήμα 6.2.8

Είναι προφανές, ότι τα φορτία που παίρνουμε από τον Ευρωκώδικα είναι μικρότερα από αυτά που μας έδωσε η γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας. Παρατηρούμε, πως και εδώ ο καμπτικός λυγισμός ως προς γ είναι η κρίσιμη μορφή αστάθειας, ενώ και τα φορτία του στρεπτικού λυγισμού είναι πάλι μεγαλύτερα και αρκετά κοντά με εκείνα του καμπτικού λυγισμού κατά x. Βλέπουμε, ακόμα, ότι τα φορτία του λυγισμού κατά γ αυξάνονται ελάχιστα με την αύξηση του ύψους, ενώ τα φορτία στρεπτικού και καμπτικού κατά x αυξάνονται πολύ πιο απότομα.

3) ADINA

i) γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.2.9

διαστάσεις διατομής (mm)	P_{γ} (κΝ) (γραμμική θεωρία)	P_{γ} (κΝ) (linearized buckling)
100x120x4	266.23	264.13
120x120x4	266.42	264.43
140x120x4	266.62	264.72
160x120x4	266.82	265.00
180x120x4	267.01	265.27

Πίνακας 6.2.3

Από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα βλέπουμε ότι οι μέθοδοι έχουν ελάχιστη απόκλιση. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται από 0.6% έως 0.8%.

για ύψος 100mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0080$$

για ύψος 160mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0069$$

για ύψος 120mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0075$$

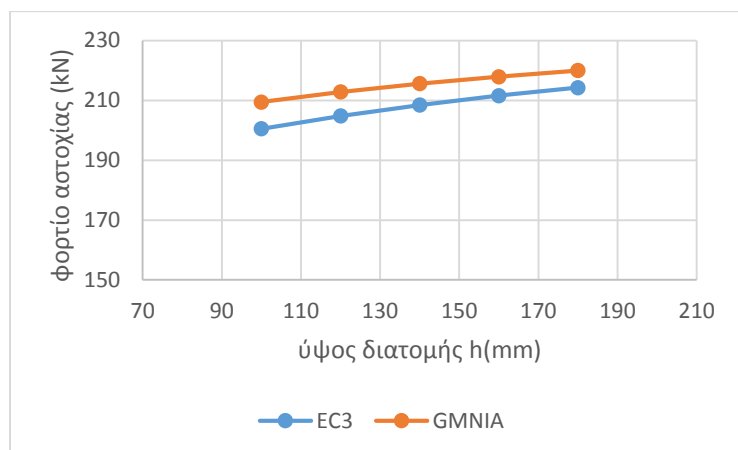
για ύψος 180mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0066$$

για ύψος 140mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0072$$

ii) μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.2.10

διαστάσεις διατομής (mm)	P _γ (kN) (EC3)	P _γ (kN) (GMNIA)
100x120x4	200.51	209.45
120x120x4	204.83	212.84
140x120x4	208.47	215.62
160x120x4	211.58	217.92
180x120x4	214.29	220.01

Πίνακας 6.2.4

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα οι μέθοδοι έχουν μικρή απόκλιση, λίγο μεγαλύτερη ωστόσο από ότι στη γραμμική ανάλυση, η οποία οφείλεται στο ότι το φορτίο αστοχίας του Ευρωκώδικα αντιστοιχεί στην διαρροή της πρώτης ίνας, ενώ στο ADINA αντιστοιχεί σε διαρροή μεγαλύτερου τμήματος της διατομής. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται από 2.6% έως 4.5%.

για ύψος 100mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0446$$

για ύψος 160mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.03$$

για ύψος 120mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0391$$

για ύψος 180mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0267$$

για ύψος 140mm:

$$\frac{P_{Cr}^{ADINA}}{P_{Cr}^{EC3}} = 1.0343$$

γ) Δρόμοι ισορροπίας

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
100x120x4	209.45	2.34
120x120x4	212.84	2.36
140x120x4	215.62	2.37
160x120x4	217.62	2.38
180x120x4	220.01	2.40

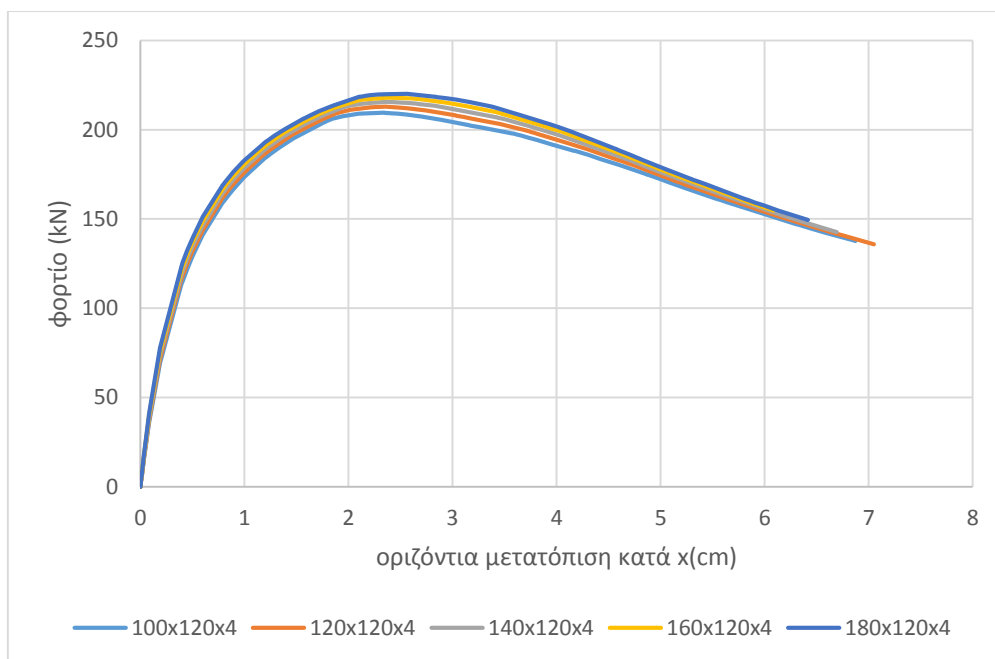
Πίνακας 6.2.5

Λυγισμός κατά γ-γ

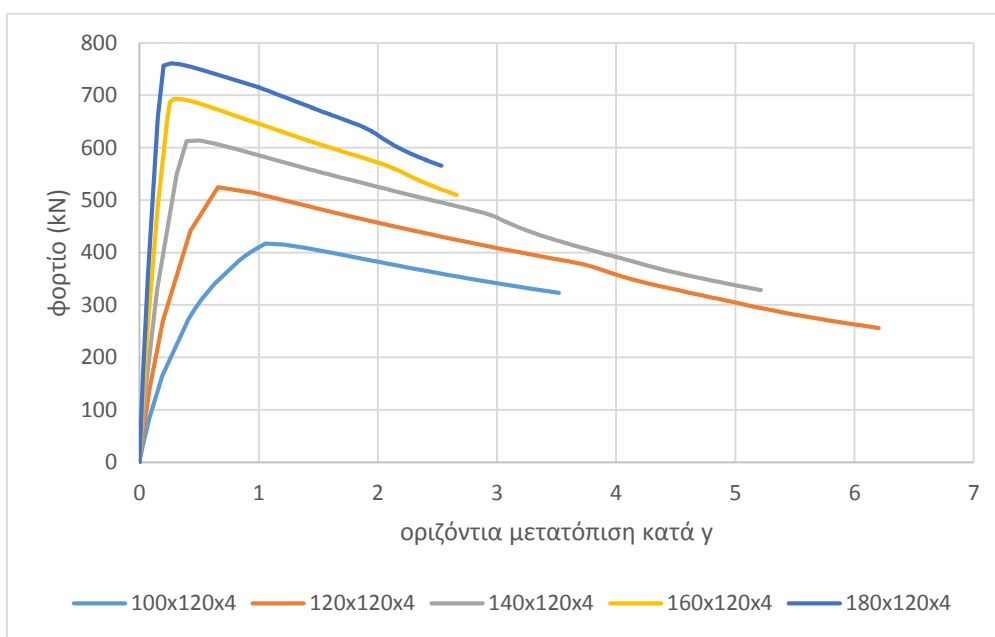
διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
100x120x4	417.24	1.06
120x120x4	524.70	0.66
140x120x4	613.69	0.51
160x120x4	693.14	0.33
180x120x4	761.10	0.27

Πίνακας 6.2.6

Λυγισμός κατά x-x



Σχήμα 6.2.11
Λυγισμός ως προς ασθενή άξονα γ-γ



Σχήμα 6.2.12
Λυγισμός ως προς ασθενή άξονα x-x

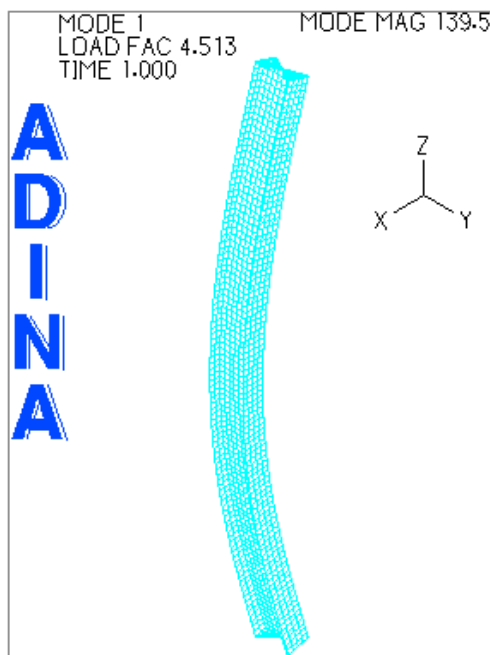
Βλέπουμε, λοιπόν, από τα δύο αυτά διαγράμματα ότι η αύξηση του ύψους της διατομής, προκαλεί όσον αφορά τον ασθενή άξονα γ μία ασήμαντη αύξηση του φορτίου αντοχής και της μετατόπισης διαρροής, ενώ από την άλλη όσον αφορά τον ισχυρό άξονα έχει ως αποτέλεσμα σημαντική αύξηση του φορτίου αντοχής και συνοδεύεται από μία ουσιαστική μείωση της εγκάρσιας μετατόπισης.

6.2.2 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος διατομής ύψους $h=140\text{mm}$, πάχους $t=5\text{mm}$ και μεταβαλλόμενου πλάτους b

Επιλέγουμε υποστύλωμα ύψους $H=2\text{m}$ και διατομής διαστάσεων $h=80\text{mm}$ και $t=5\text{mm}$, στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το πλάτος (80-140mm ανά 20mm). Σημειώνεται εδώ, ότι η διάσταση b αντιστοιχεί στο συνολικό μήκος του πέλματος, είναι δηλαδή διπλάσια από το πλάτος του πέλματος της κάθε μεμονωμένης διατομής C . Επίσης λόγω της ένωσης των δύο διατομών C είναι προφανές ότι το πάχος του κορμού της τελικής διατομής είναι διπλάσιο αυτού των πελμάτων. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι αντίστοιχη με αυτή της προηγούμενης ενότητας.

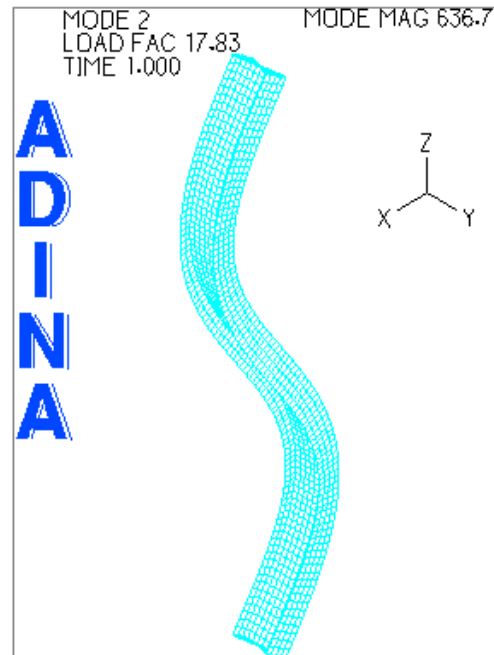
α) Ιδιομορφές λυγισμού

Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με διαστάσεις διατομής 140x80x5.



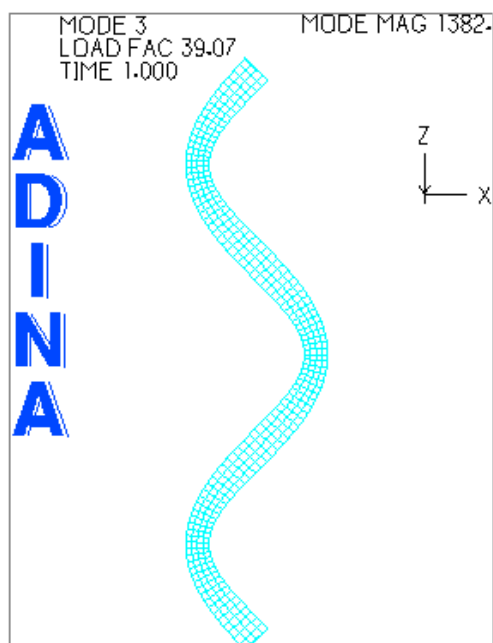
Σχήμα 6.2.12

1^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά $\gamma\text{-}\gamma$

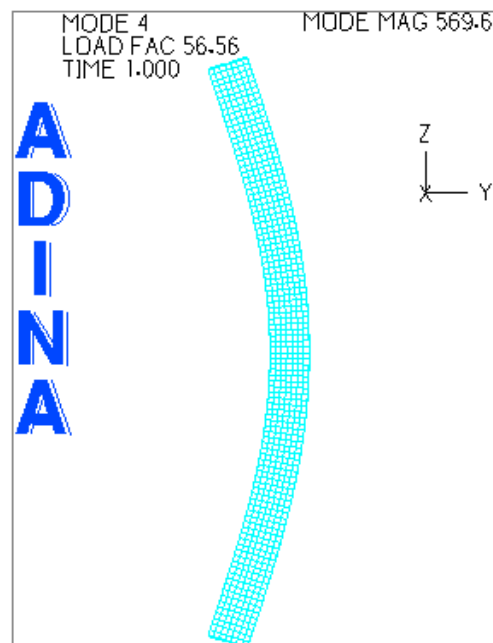


Σχήμα 6.2.13

2^η ιδιομορφή λυγισμού



Σχήμα 6.2.14
3^η ιδιομορφή λυγισμού



Σχήμα 6.2.15
4^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά x-x

Για τα υποστυλώματα με διατομές πλάτους 80 και 100mm οι ιδιομορφές που προέκυψαν είναι αυτές που φαίνονται στα σχήματα 6.2.12-6.2.15 και στις οποίες δεν εμφανίζεται τοπικός λυγισμός. Αντίθετα, για τα υποστυλώματα με διατομές πλάτους 120 και 140mm από την τρίτη ιδιομορφή και μετά εμφανίστηκε τοπικός λυγισμός όπου ο λόγος των μεγεθυντικών συντελεστών της ιδιομορφής του τοπικού και της κρίσιμης ιδιομορφής υποδείκνυε ότι πρέπει να ληφθεί υπόψη στον προσδιορισμό του φορτίου αστοχίας. Στις ιδιομορφές που παρουσιάστηκαν παραπάνω παρατηρούμε, ότι η κρίσιμη μορφή λυγισμού είναι ο καμπτικός κατά $\gamma\text{-}\gamma$, καθώς η ροπή αδρανείας ως προς $\gamma\text{-}\gamma$ είναι αρκετά μικρότερη της αντίστοιχης ως προς $x\text{-}x$. Η ιδιομορφή αυτή μας δίνει μεγεθυντικό συντελεστή $\alpha_{cr}=4.513$, ο οποίος πολλαπλασιαζόμενος με το φορτίο επιβολής $Q=50\text{kN}$ οδηγεί σε κρίσιμο φορτίο λυγισμού ίσο με 225.64kN . Επίσης, σε καμία από τις παραπάνω ιδιομορφές δεν παρατηρείται στρεπτικός ή στρεπτοκαμπτικός, αφού πρόκειται για διατομές διπλής συμμετρίας.

β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

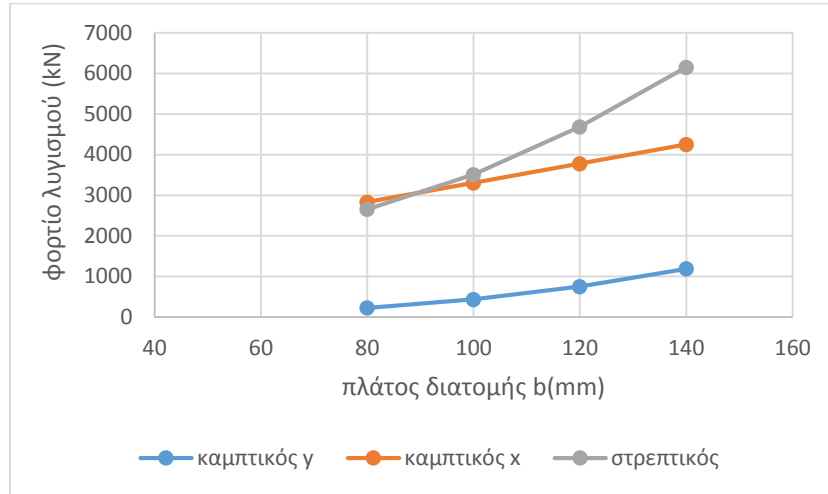
1) Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

διαστάσεις διατομής(mm)	$P_y(\text{kN})$	$P_x(\text{kN})$	$P_t(\text{kN})$
140x80x5	226.85	2833.82	2656.14
140x100x5	437.57	3306.20	3512.24
140x120x5	751.92	3778.59	4686.24
140x140x5	1190.62	4250.97	6149.27

Πίνακας 6.2.5

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία λυγισμού (Euler) για τις διάφορες μορφές αστάθειας. Για διατομές διπλής συμμετρίας το κέντρο βάρους συμπίπτει με το κέντρο διάτμησης,

και έτσι σύμφωνα με τους τύπους της γραμμικής θεωρίας ελαστικής ευστάθειας το κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{cr} ισούται θεωρητικά με το ελάχιστο των τριών φορτίων που εμφανίζονται στον πίνακα. Άρα οι διατομές αυτές δεν κινδυνεύουν από στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.



Σχήμα 6.2.16

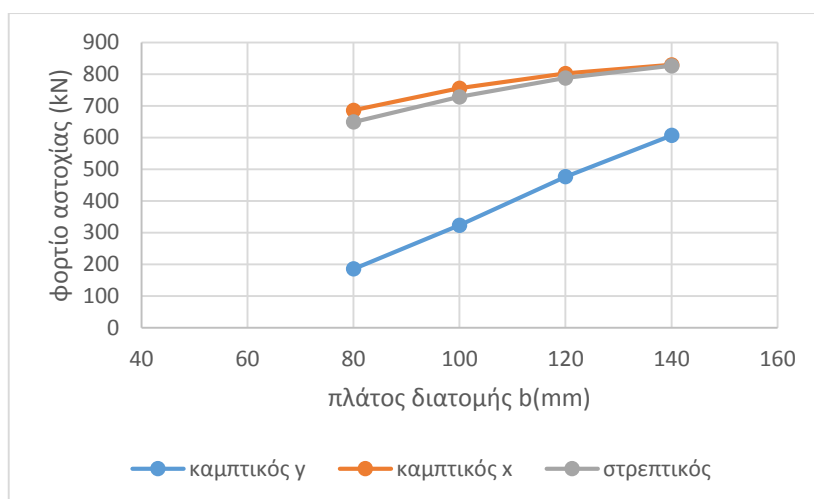
Στο σχήμα 6.2.16 παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων λυγισμού, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του πλάτους της διατομής. Όπως, φαίνεται το φορτίο στρεπτικού λυγισμού είναι πολύ μεγαλύτερο από αυτά των καμπτικών, κάτι που αποδεικνύει γιατί οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν κινδυνεύουν από αυτό το είδος αστάθειας. Παρατηρούμε από το διάγραμμα, ότι τα φορτία κάθε είδους λυγισμού αυξάνονται με την αύξηση του πλάτους της διατομής. Τα φορτία του καμπτικού λυγισμού κατά x-x αυξάνονται αναλογικά με την αύξηση του πλάτους (470kN για κάθε 20mm). Αντίθετα, τα φορτία του στρεπτικού και του καμπτικού κατά γ-γ λυγισμού, αυξάνονται δυσανάλογα με την αύξηση του πλάτους της διατομής, δηλαδή για κάθε 10mm η αύξηση των φορτίων γίνεται ολοένα και μεγαλύτερη.

2) Ευρωκώδικας 3 (EC3)

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)
140x80x5	185.61	686.02	649.17
140x100x5	323.65	755.44	728.35
140x120x5	476.47	802.03	787.72
140x140x5	606.38	829.08	826.30

Πίνακας 6.2.6

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία αντοχής του υποστυλώματος, όπως προκύπτουν από τις μεθόδους του Ευρωκώδικα 3, για κάθε είδος αστάθειας. Για τους λόγους που αναλύθηκαν και παραπάνω οι διατομές διπλής συμμετρίας δεν αστοχούν λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

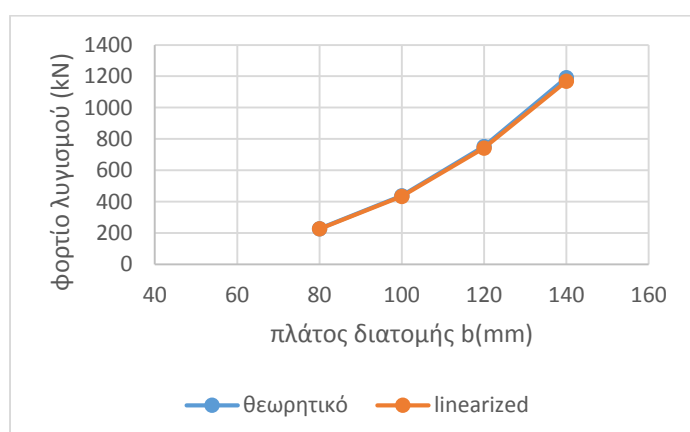


Σχήμα 6.2.17

Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων αστοχίας, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του πλάτους της διατομής. Είναι προφανές, ότι τα φορτία που παίρνουμε από τον Ευρωκώδικα (μη γραμμική ανάλυση) είναι μικρότερα από αυτά που μας έδωσε η γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας. Παρατηρούμε, όμως, πως και εδώ ο καμπτικός λυγισμός ως προς γ-γ είναι η κρίσιμη μορφή αστάθειας, ενώ και τα φορτία του στρεπτικού λυγισμού είναι πάλι μεγαλύτερα πλησιάζοντας, όμως, εκείνα του καμπτικού λυγισμού κατά x-x. Βλέπουμε, ακόμα, ότι τα φορτία του καμπτικού λυγισμού κατά γ-γ εμφανίζουν την εντονότερη αύξηση, ενώ εκείνα του στρεπτικού και του καμπτικού κατά x-x λυγισμού αυξάνονται ολοένα και λιγότερο με κάθε αύξηση του πλάτους. Αυτό σημαίνει, ότι όσο αυξάνεται το ποσοστό μάζας της διατομής μακριά από το κέντρο βάρους της (κάτι που συνεπάγεται η αύξηση του πλάτους b) ο κίνδυνος για στρεπτικό ή στρεπτοκαμπτικό λυγισμό μεγαλώνει.

3) ADINA

i) γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.2.18

διαστάσεις διατομής (mm)	P_y (kN) (γραμμική θεωρία)	P_y (kN) (linearized buckling)
140x80x5	226.85	225.64
140x100x5	437.57	433.34
140x120x5	751.92	741.75
140x140x5	1190.62	1167.86

Πίνακας 6.2.7

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, τα κρίσιμα φορτία λυγισμού που προκύπτουν από τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας και τη γραμμική ανάλυση λυγισμού από το ADINA

(linearized buckling) έχουν ελάχιστη απόκλιση. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται από 0.5% έως 2.0%.

για πλάτος 80mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0054$$

για πλάτος 100mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0097$$

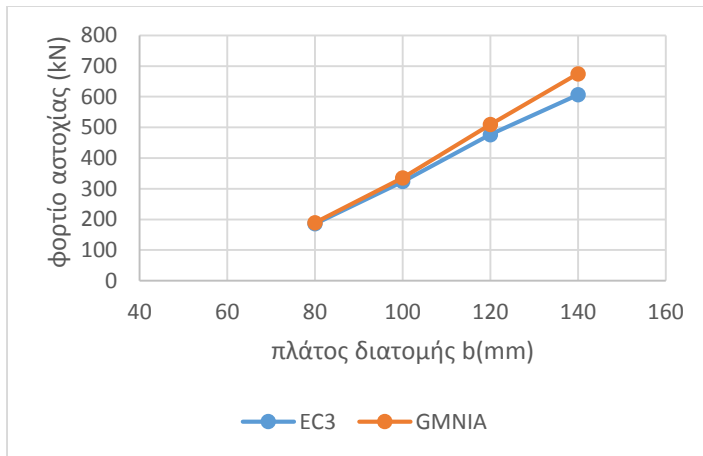
για πλάτος 120mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0137$$

για πλάτος 140mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0195$$

ii) μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.2.19

διαστάσεις διατομής (mm)	P_y (kN) (EC3)	P_y (kN) (GMNIA)
140x80x5	185.61	189.44
140x100x5	323.65	335.64
140x120x5	476.47	509.44
140x140x5	606.38	675.06

Πίνακας 6.2.8

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα τα κρίσιμα φορτία αστοχίας που προκύπτουν από τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3 και τη μη γραμμική ανάλυση από το ADINA (collapse analysis) παρουσιάζουν ικανοποιητική απόκλιση μέσα σε εύλογα όρια. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 2.0-11.5%.

για πλάτος 80mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0206$$

για πλάτος 100mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.037$$

για πλάτος 120mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0692$$

για πλάτος 140mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.1133$$

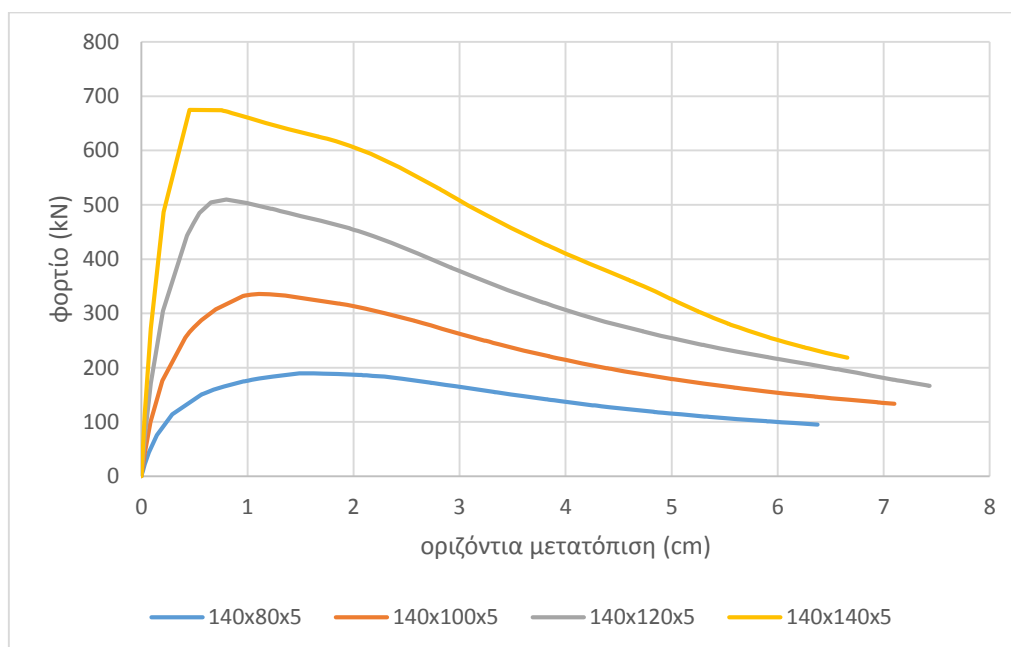
Βλέπουμε ότι με την αύξηση του πλάτους μεγαλώνει και η απόκλιση των μεθόδων, κάτι που όπως αναφέρθηκε στην παρουσίαση των ιδιομορφών στα σχήματα 6.2.12-6.2.15 οφείλεται στο ότι τα υποστυλώματα με διατομές πλάτους 120 και 140mm εμφάνισαν από την τρίτη ιδιομορφή και μετά τοπικό λυγισμό, ο οποίος δεν μπορούσε να αμεληθεί στον υπολογισμό του φορτίου αστοχίας. Έτσι, έγινε παραμετρική διερεύνηση για τιμές τοπικής ατέλειας από 0.2 έως 1.0mm και τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στον πίνακα 6.2.9 παρακάτω.

διαστάσεις διατομής (mm)	EC3	ADINA					
		0.0mm	0.2mm	0.4mm	0.6mm	0.8mm	1.0mm
140x120x5	476.47	509.44	509.19	508.19	506.65	504.52	501.60
140x140x5	606.38	675.06	674.99	674.89	674.76	668.99	664.81

Πίνακας 6.2.9

Από τον πίνακα 6.2.9, βλέπουμε, ότι η επιρροή του τοπικού λυγισμού είναι σχεδόν μηδαμινή για τιμές ατέλειας ως 0.6mm, ενώ είναι λίγο μεγαλύτερη για ατέλεια 0.8 και 1.0mm, χωρίς ωστόσο και πάλι να είναι σημαντική, αφού μειώνει το αρχικό φορτίο λιγότερο από 2%.

γ) Δρόμοι ισορροπίας



Σχήμα 6.2.20

Στο σχήμα 6.2.20 παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας των τεσσάρων εξεταζόμενων διατομών, για καμπτικό λυγισμό κατά τον ασθενή άξονα γ-γ. Βλέπουμε, ότι το υποστύλωμα με πλάτος διατομής 80mm αστοχεί για εγκάρσια μετατόπιση 1.57cm σε φορτίο 189.44kN. Το υποστύλωμα με διατομή πλάτους 100mm αστοχεί σε μετατόπιση 1.11cm για φορτίο 335.64kN. Εκείνο με διατομή πλάτους 120mm σε μετατόπιση 0.80cm για φορτίο 509.44kN, ενώ τέλος το υποστύλωμα με πλάτος 140mm αστοχεί για μετατόπιση 0.45cm σε φορτίο 675.06kN. Παρατηρούμε, δηλαδή, ότι όσο αυξάνεται το πλάτος της διατομής του υποστυλώματος αυξάνεται και η αντοχή του, ενώ συγχρόνως, η αστοχία λαμβάνει χώρα για μικρότερη εγκάρσια μετατόπιση.

6.3 Διατομές C

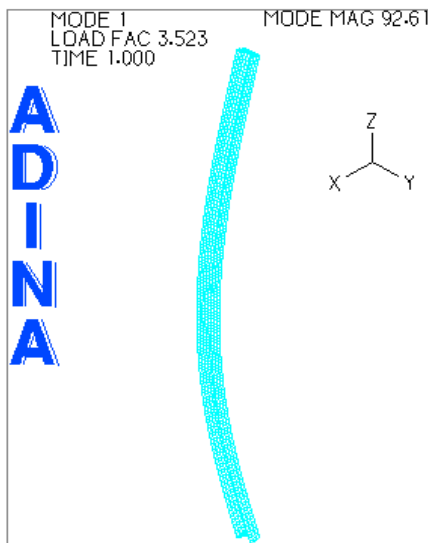
Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση διατομών μορφής C με τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας, με τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3 και με χρήση προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων (ADINA). Στη συνέχεια πραγματοποιείται σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των τριών αυτών μεθόδων. Ακολούθως, γίνεται έλεγχος της επιρροής του ύψους, του πλάτους και του πάχους της διατομής, καθώς και του ύψους των υποστυλωμάτων στο φορτίο αστοχίας τους.

6.3.1 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος ύψους $H=3\text{m}$ και διατομής με πλάτος $b=60\text{mm}$, πάχος $t=4\text{mm}$ και μεταβαλλόμενο ύψος h

Επιλέγουμε υποστύλωμα ύψους $H=3\text{m}$ και διατομής διαστάσεων $b=60\text{mm}$ και $t=4\text{mm}$, στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το ύψος (100-180mm ανά 20mm). Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η αντίστοιχη με τις προηγούμενες περιπτώσεις.

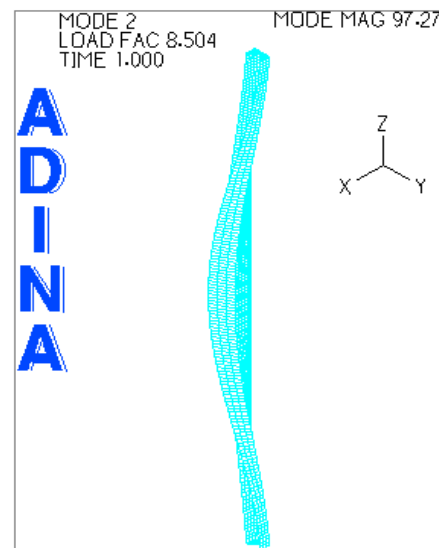
α) Ιδιομορφές λυγισμού

Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με διαστάσεις διατομής 100x60x4.



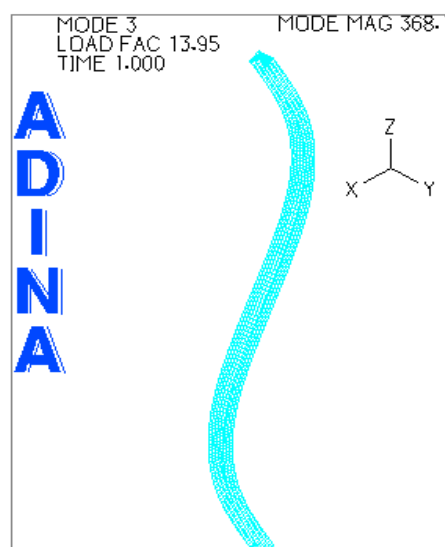
Σχήμα 6.3.1

1^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά γ-γ



Σχήμα 6.3.2

2^η ιδιομορφή-στρεπτοκαμπτικός λυγισμός



Σχήμα 6.3.3

3^η ιδιομορφή λυγισμού

Στα σχήματα 6.3.1-6.3.3 παρουσιάζονται μόνο οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με διατομή διαστάσεων 100x60x4, καθώς το σχήμα των ιδιομορφών, για όλα τα εξεταζόμενα ύψη διατομής, ταυτίζεται. Η μόνη διαφορά είναι ότι για τα υποστυλώματα με διατομές ύψους 160 και 180mm η δεύτερη με την τρίτη ιδιομορφή αντιστρέφονται. Στις τρεις αυτές ιδιομορφές, παρατηρούμε, ότι η κρίσιμη μορφή λυγισμού είναι ο καμπτικός κατά γ-γ λυγισμός, ενώ δεύτερη κρισιμότερη είναι ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός. Στο σχήμα 6.3.1, βλέπουμε, ότι η κρίσιμη ιδιομορφή, μας δίνει μεγθυντικό συντελεστή $a_{cr}=3.523$, ο οποίος πολλαπλασιαζόμενος με το φορτίο επιβολής $Q=20kN$ οδηγεί σε κρίσιμο φορτίο λυγισμού ίσο με 70.45kN. Επίσης, παρατηρούμε, ότι δεν εμφανίζεται ιδιομορφή τοπικού λυγισμού, κάτι που σημαίνει ότι δεν επιδρά στη διαμόρφωση του φορτίου αστοχίας.

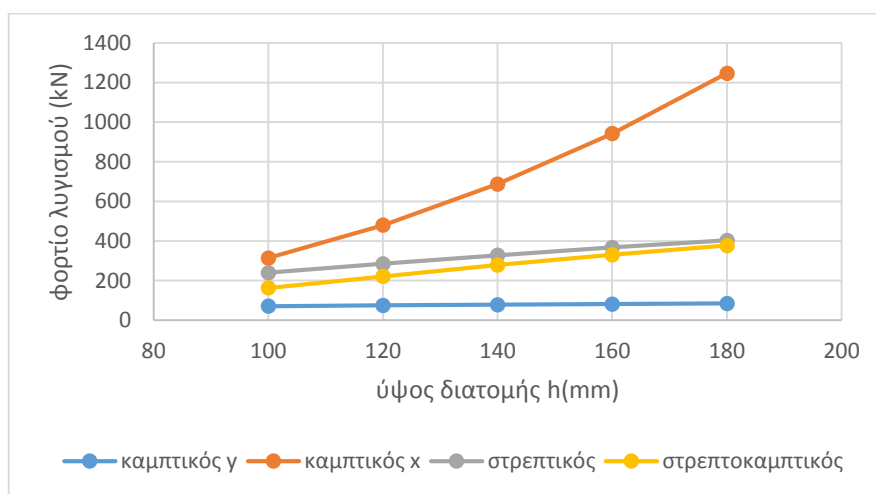
β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

1) Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

διαστάσεις διατομής(mm)	$P_y(kN)$	$P_x(kN)$	$P_t(kN)$	$P_1(kN)$
100x60x4	70.77	314.25	239.50	163.38
120x60x4	75.03	479.42	285.13	221.33
140x60x4	78.62	687.34	327.87	278.32
160x60x4	81.69	941.67	367.27	330.69
180x60x4	84.34	1246.12	403.41	377.10

Πίνακας 6.3.1

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία λυγισμού (Euler) για τις διάφορες μορφές αστάθειας.



Σχήμα 6.3.4

Στο σχήμα 6.3.4 παρουσιάζεται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων λυγισμού, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του ύψους της διατομής. Βλέπουμε, ότι κρίσιμη μορφή λυγισμού είναι ο καμπτικός κατά γ-γ λυγισμός του οποίου τα φορτία αυξάνονται σε πολύ μικρότερο βαθμό από ότι τα φορτία των υπόλοιπων ειδών λυγισμού. Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι όσο αυξάνεται το

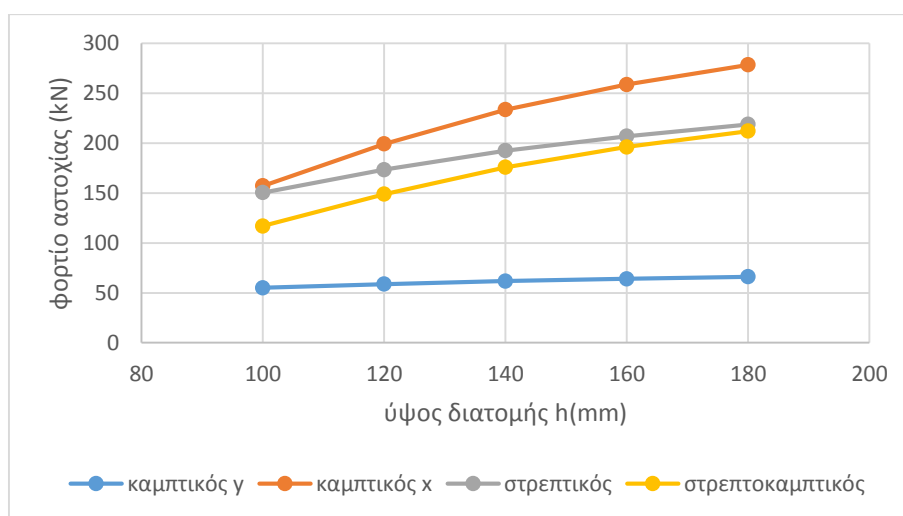
ύψος της διατομής η απόσταση ανάμεσα στα φορτία του καμπτικού λυγισμού κατά γ και του στρεπτοκαμπτικού αυξάνεται, αφού τα δεύτερα αύξανονται πολύ πιο απότομα. Αντίθετα, για μικρότερα ύψη διατομής, παρατηρούμε, ότι τα φορτία του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού τείνουν να πλησιάζουν προς εκείνα του καμπτικού λυγισμού κατά γ , ενώ για ύψη διατομής ακόμη μικρότερα από αυτά που εξετάστηκαν (όσο το ύψος της διατομής τείνει να γίνει ίσο ή μικρότερο του πλάτους) είναι πιθανόν να γίνεται κρίσιμος ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός.

2) Ευρωκώδικας 3 (EC3)

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)	P_1 (kN)
100x60x4	55.13	157.19	150.52	117.03
120x60x4	58.80	199.21	173.54	148.92
140x60x4	61.76	233.63	192.53	175.87
160x60x4	64.10	258.73	206.95	196.32
180x60x4	66.10	278.59	218.89	212.17

Πίνακας 6.3.2

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία αντοχής του υποστυλώματος, όπως προκύπτουν από τις μεθόδους του Ευρωκώδικα 3, για κάθε είδος αστάθειας.

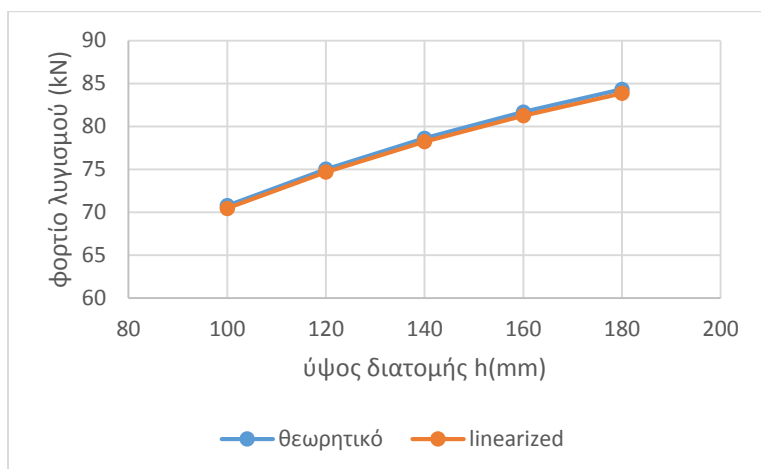


Σχήμα 6.3.5

Στο σχήμα 6.3.5 παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων αστοχίας, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του ύψους της διατομής. Είναι προφανές, ότι τα φορτία που παίρνουμε από τον Ευρωκώδικα (μη γραμμική ανάλυση) είναι μικρότερα από αυτά που μας έδωσε η γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας. Βλέπουμε, όμως, και εδώ ότι όλα τα φορτία αυξάνονται για κάθε αύξηση του ύψους της διατομής, με τα φορτία του καμπτικού κατά γ λυγισμού να είναι αυτά που παρουσιάζουν την μικρότερη μεταβολή. Επίσης, παρατηρούμε, όπως και πριν, ότι για μικρότερα ύψη που τείνουν να γίνουν ίσα ή και μικρότερα από το πλάτος της διατομής, ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός πλησιάζει τον καμπτικό και τείνει να γίνει εκείνος κρίσιμος.

3) ADINA

i) γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.6

διαστάσεις διατομής (mm)	P_y (kN) (γραμμική θεωρία)	P_y (kN) (linearized buckling)
100x60x4	70.77	70.45
120x60x4	75.03	74.68
140x60x4	78.62	78.24
160x60x4	81.69	81.26
180x60x4	84.34	83.86

Πίνακας 6.3.3

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα τα κρίσιμα φορτία λυγισμού που προκύπτουν από τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας και τη γραμμική ανάλυση λυγισμού από το ADINA (linearized buckling) έχουν ελάχιστη απόκλιση. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται από 0.45% έως 0.57%.

για ύψος 100mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0045$$

για ύψος 120mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0047$$

για ύψος 140mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0049$$

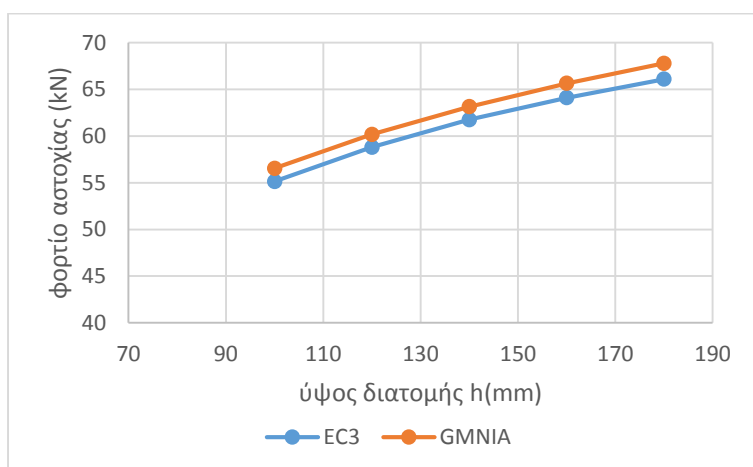
για ύψος 160mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0053$$

για ύψος 180mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0057$$

ii) μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.7

διαστάσεις διατομής (mm)	P_y (kN) (EC3)	P_y (kN) (collapse analysis)
100x60x4	55.13	56.55
120x60x4	58.80	60.18
140x60x4	61.76	63.15
160x60x4	64.10	65.64
180x60x4	66.10	67.79

Πίνακας 6.3.4

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα τα κρίσιμα φορτία αστοχίας που προκύπτουν από τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3 και τη μη γραμμική ανάλυση από το ADINA (collapse analysis) παρουσιάζουν επίσης πολύ μικρή απόκλιση. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 2.2-2.6%.

για ύψος 100mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0258$$

για ύψος 160mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.024$$

για ύψος 120mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0235$$

για ύψος 180mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0256$$

για ύψος 140mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0225$$

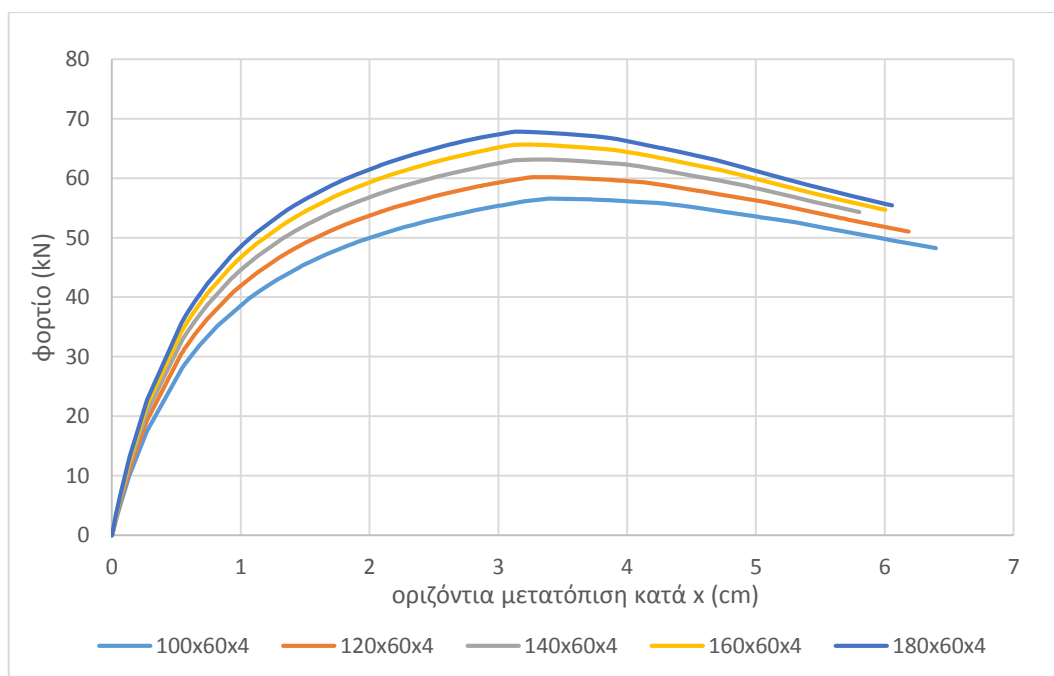
γ) Δρόμοι ισορροπίας

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
120x60x4	60.18	3.34
140x60x4	63.14	3.27
160x60x4	65.64	3.23
180x60x4	67.79	3.18

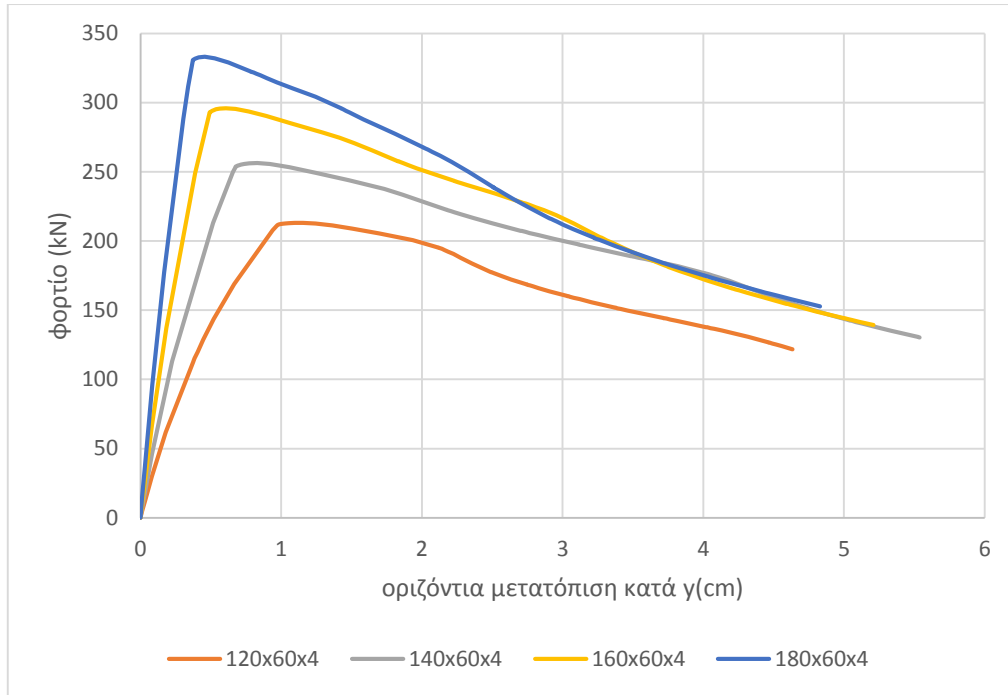
Πίνακας 6.3.5
Λυγισμός κατά γ-γ

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
120x60x4	213.16	1.10
140x60x4	256.31	0.83
160x60x4	295.93	0.61
180x60x4	333.08	0.46

Πίνακας 6.3.6
Λυγισμός κατά x-x



Σχήμα 6.3.8
Λυγισμός ως προς ασθενή άξονα γ-γ



Σχήμα 6.3.9
Λυγισμός ως προς ισχυρό άξονα x-x

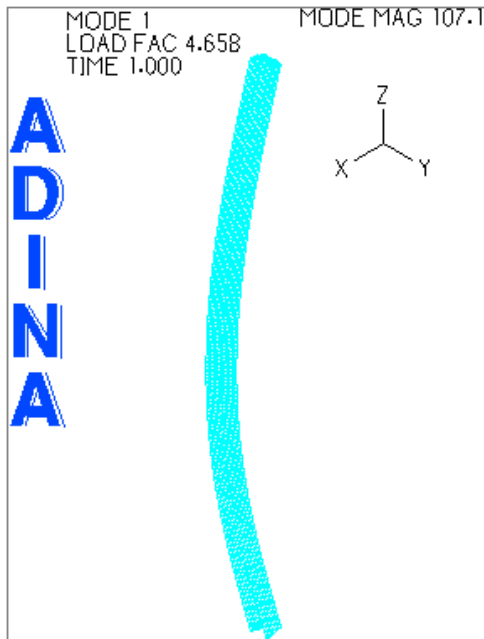
Παρατηρούμε, ότι η αύξηση του ύψους της διατομής οδηγεί σε αύξηση των φορτίων αντοχής και μείωση των μετατοπίσεων διαρροής ως προς και τους δύο κύριους άξονες, ωστόσο οι μεταβολές αυτές είναι σαφώς πιο σημαντικές για τον καμπτικό λυγισμό ως προς τον ισχυρό άξονα x-x.

6.3.2 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος ύψους $H=2m$ και διατομής με ύψος $h=70mm$, πάχος $t=4mm$ και μεταβαλλόμενο πλάτος b

Επιλέγουμε υποστύλωμα ύψους $H=2m$ και διατομής διαστάσεων $h=70mm$ και $t=4mm$, στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το πλάτος ($50-90mm$ ανά $10mm$). Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ίδια με αυτήν της προηγούμενης ενότητας.

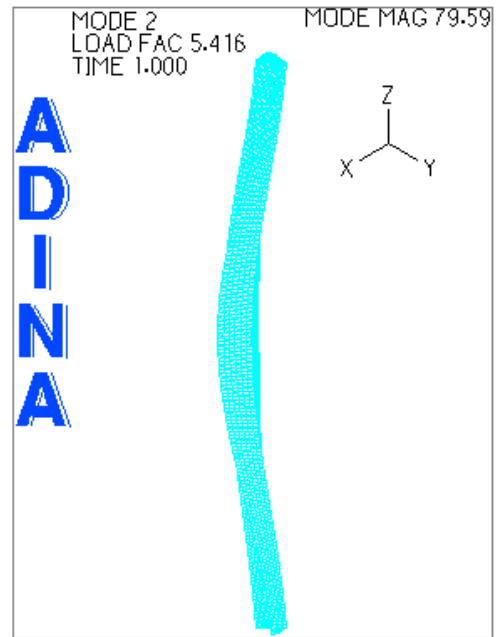
α) Ιδιομορφές λυγισμού

Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με διαστάσεις διατομής $70x60x4$.



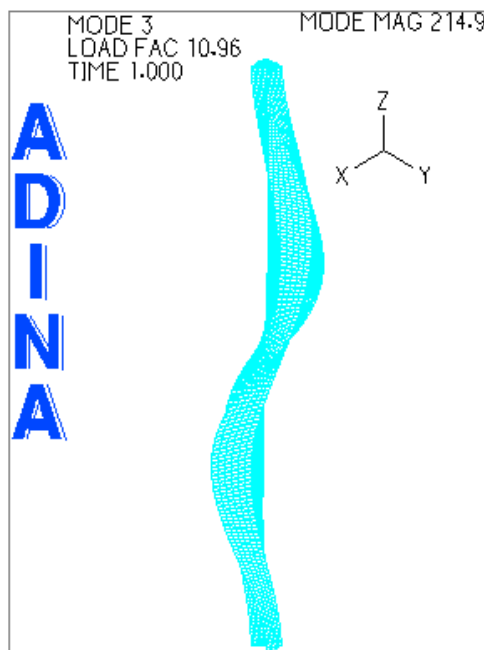
Σχήμα 6.3.9

1^η ιδιομορφή λυγισμού-λυγισμός κατά γ-γ



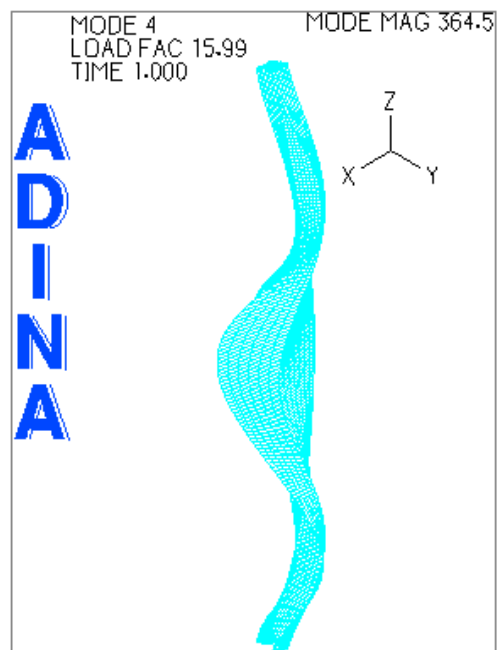
Σχήμα 6.3.10

2^η ιδιομορφή-στρεπτοκαμπτικός λυγισμός



Σχήμα 6.3.11

3^η ιδιομορφή λυγισμού



Σχήμα 6.3.12

4^η ιδιομορφή λυγισμού

Για το υποστύλωμα με διατομή πλάτους 50mm οι ιδιομορφές ταυτίζονται με αυτές που παρουσιάστηκαν. Για τα υποστυλώματα με διατομές πλάτους 70 και 80mm οι δύο πρώτες ιδιομορφές αντιστρέφονται με τον στρεπτοκαμπτικό να είναι κρίσιμος, ενώ από την τέταρτη ιδιομορφή και μετά εμφανίζεται τοπικός λυγισμός, ο οποίος με βάση τον λόγο των μεγεθυντικών συντελεστών των ιδιομορφών πρέπει να ληφθεί υπόψη. Τέλος, για το υποστύλωμα πλάτους

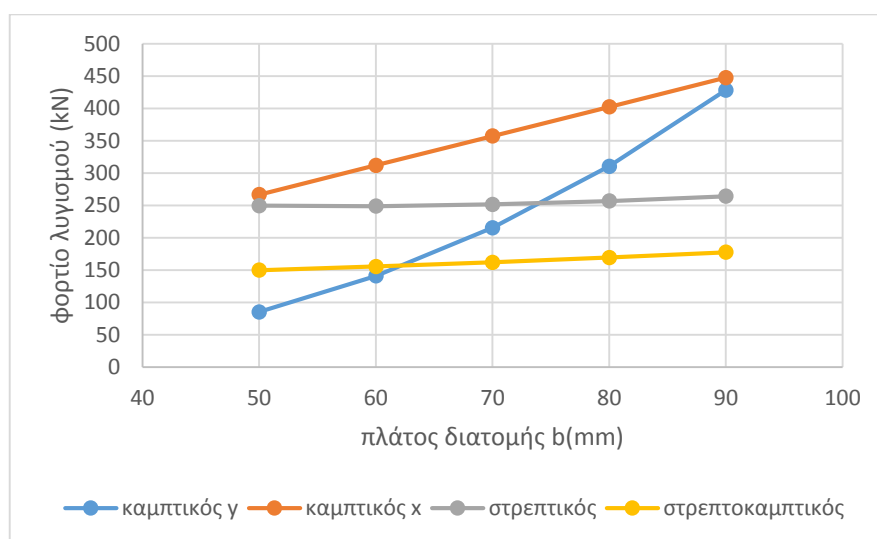
90mm ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται από τη δεύτερη ιδιομορφή μετά τον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, που είναι κρίσιμος, και πρέπει, επίσης, ασφαλώς να ληφθεί υπόψη. Άρα, καταλαβαίνουμε, ότι όσο αυξάνεται το πλάτος της διατομής ο τοπικός λυγισμός γίνεται ολοένα και πιο κρίσιμος. Για το υποσύλωμα με διατομή πλάτους 60mm, του οποίου οι ιδιομορφές παρουσιάστηκαν παραπάνω, παρατηρούμε ότι κρίσιμη μορφή λυγισμού είναι ο καμπτικός λυγισμός κατά γ - γ , η οποία μας δίνει μεγεθυντικό συντελεστή $a_{cr}=4.658$ που πολλαπλασιαζόμενος με το φορτίο επιβολής $Q=30kN$ οδηγεί σε φορτίο λυγισμού ίσο με 139.74kN. Η 4^η ιδιομορφή παρουσιάζει μεγεθυντικό συντελεστή $a_{cr}=15.99$, με τον τοπικό λυγισμό να μην έχει εμφανιστεί ακόμη, άρα γίνεται κατανοητό, ότι για τις διατομές πλάτους 50 και 60mm ο τοπικός λυγισμός δεν χρειάζεται να ληφθεί υπόψη στον υπολογισμό του φορτίου αστοχίας.

β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

1) Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

διαστάσεις διατομής(mm)	$P_y(kN)$	$P_x(kN)$	$P_t(kN)$	$P_1(kN)$
70x50x4	85.08	266.60	249.44	149.68
70x60x4	140.91	311.80	248.70	155.38
70x70x4	215.26	356.99	251.42	161.95
70x80x4	310.32	402.19	256.73	169.33
70x90x4	428.19	447.39	263.93	177.36

Πίνακας 6.3.5



Σχήμα 6.3.14

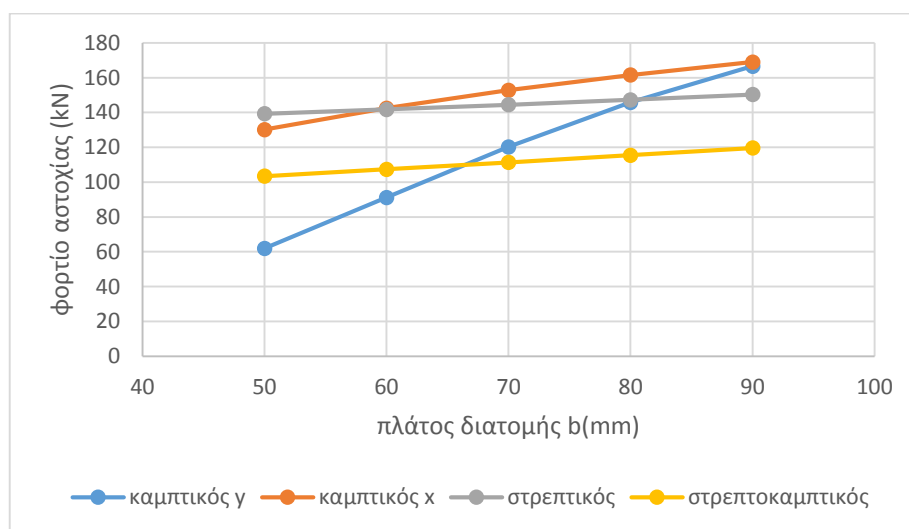
Από τον παραπάνω πίνακα και το διάγραμμα, παρατηρούμε, ότι τα φορτία όλων των ειδών λυγισμού αυξάνονται με την αύξηση του πλάτους, ωστόσο η μεταβολή των φορτίων των καμπτικών λυγισμών είναι πολύ έντονη συγκριτικά με εκείνη του στρεπτικού και του στρεπτοκαμπτικού. Έτσι, ενώ αρχικά, για πλάτη διατομής 50 και 60mm είναι κρίσιμος ο καμπτικός λυγισμός, στη συνέχεια για πλάτη 70mm και άνω γίνεται κρίσιμος ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός.

2) Ευρωκώδικας 3 (EC3)

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)	P_1 (kN)
70x50x4	61.92	130.22	139.27	103.44
70x60x4	91.18	142.49	141.78	107.37
70x70x4	120.24	152.79	144.40	111.34
70x80x4	145.80	161.52	147.27	115.43
70x90x4	166.57	169.01	150.35	119.60

Πίνακας 6.3.6

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φορτία αντοχής του υποστυλώματος, όπως προκύπτουν από τις μεθόδους του Ευρωκώδικα 3, για κάθε είδος αστάθειας.

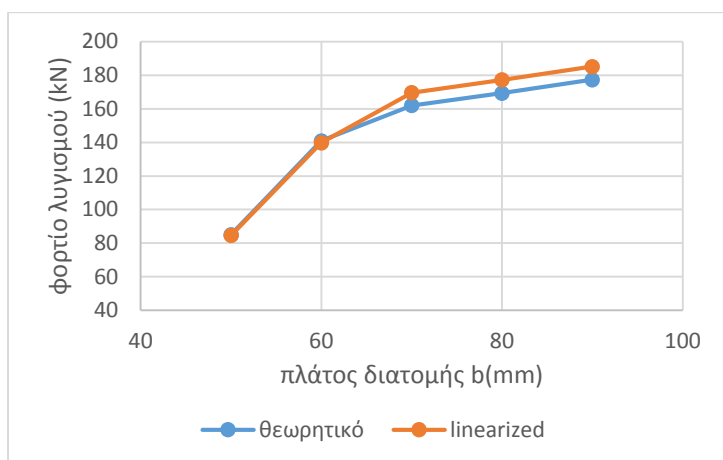


Σχήμα 6.3.15

Στο σχήμα 6.3.15 παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές των φορτίων αστοχίας, για κάθε είδος αστάθειας, για αύξηση του ύψους της διατομής. Είναι προφανές, ότι τα φορτία που παίρνουμε από τον Ευρωκώδικα (μη γραμμική ανάλυση) είναι μικρότερα από αυτά που μας έδωσε η γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας. Παρατηρούμε, όπως και πριν, ότι τα φορτία όλων των ειδών λυγισμού αυξάνονται με την αύξηση του πλάτους της διατομής, με εκείνα του καμπτικού κατά γ-γ να εμφανίζουν την πιο απότομη μεταβολή. Παρατηρείται, και εδώ, όπως και στη θεωρητική μέθοδο, ότι για τα πλάτη διατομής 50 και 60mm κρίσιμος είναι ο καμπτικός λυγισμός κατά τον ασθενή άξονα, ενώ για τα μεγαλύτερα πλάτη γίνεται κρίσιμος ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός.

3) ADINA

i) γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.16

διαστάσεις διατομής (mm)	P_{cr} (kN) (γραμμική θεωρία)	P_{cr} (kN) (linearized buckling)
70x50x4	85.08	84.57
70x60x4	140.91	139.74
70x70x4	161.95	169.64
70x80x4	169.33	177.26
70x90x4	177.36	185.18

Πίνακας 6.3.7

Από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα παρατηρούμε ότι πάλι η απόκλιση των δύο μεθόδων είναι ελάχιστη στην περίπτωση του καμπτικού λυγισμού, ενώ λίγο μεγαλύτερη, αλλά μέσα σε ικανοποιητικά όρια, στην περίπτωση του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται από 0.7% έως 2.1%.

για πλάτος 50mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0070$$

για πλάτος 60mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.010$$

για πλάτος 70mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0134$$

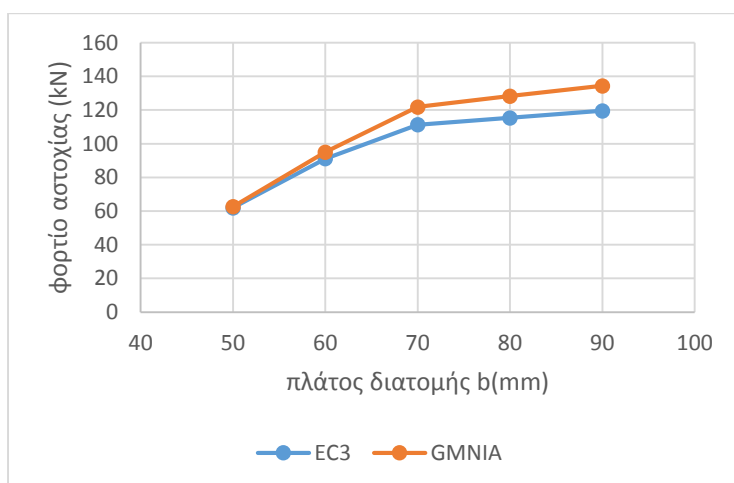
για πλάτος 80mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0169$$

για πλάτος 90mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0213$$

ii) μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.17

διαστάσεις διατομής (mm)	P_{cr} (kN) (EC3)	P_{cr} (kN) (GMNIA)
70x50x4	61.92	62.65
70x60x4	91.18	95.00
70x70x4	111.34	121.84
70x80x4	115.43	128.35
70x90x4	119.60	134.43

Πίνακας 6.3.8

Παρατηρούμε και εδώ σχετικά μικρή απόκλιση, ειδικά για τον καμπτικό λυγισμό, και λίγο μεγαλύτερη στην περίπτωση του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, πάντα όμως, μέσα σε λογικά όρια. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 2.0-4.6%.

για πλάτος 50mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0208$$

για πλάτος 60mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0296$$

για πλάτος 70mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0291$$

για πλάτος 80mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0458$$

για πλάτος 90mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.042$$

Όπως αναφέρθηκε στην παρουσίαση των ιδιομορφών στα σχήματα 6.3.9-6.3.13 τα υποστυλώματα που εξετάστηκαν με διατομές πλάτους άνω των 60mm εμφάνισαν ιδιομορφές τοπικού λυγισμού, που δεν μπορούσαν να αμεληθούν στον υπολογισμό του φορτίου αστοχίας. Έτσι, έγινε παραμετρική διερεύνηση για τιμές τοπικής ατέλειας από 0.2 έως 1.2mm και τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στον πίνακα 6.3.9 παρακάτω.

διαστάσεις διατομής (mm)	EC3	ADINA					
		0.0mm	0.2mm	0.4mm	0.6mm	0.8mm	1.0mm
70x70x4	111.34	121.84	121.73	121.54	121.49	121.27	121.02
70x80x4	115.43	128.35	128.32	128.25	128.12	127.88	127.68
70x90x4	119.60	134.43	134.28	134.19	134.15	133.82	133.65

Πίνακας 6.3.9

Όπως παρατηρούμε από τον πίνακα 6.3.9, ο τοπικός λυγισμός δεν επιδρά σχεδόν καθόλου στη διαμόρφωση του φορτίου αστοχίας, αφού η μεταβολή που προκαλεί στο αρχικό φορτίο είναι μικρότερη του 1%.

γ) Δρόμοι ισορροπίας

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
70x50x4	62.65	1.85
70x60x4	95.00	1.50
70x70x4	121.84	2.50
70x80x4	128.35	2.57
70x90x4	134.43	2.60

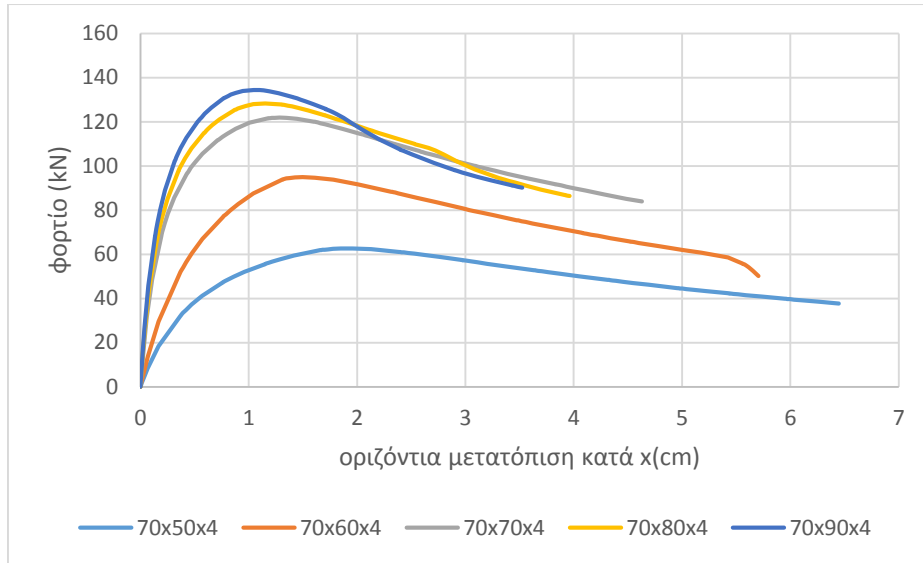
Πίνακας 6.3.10

Κρίσιμη μορφή λυγισμού

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
70x50x4	62.41	2.13
70x60x4	91.91	1.93
70x70x4	114.52	1.34
70x80x4	124.10	1.03
70x90x4	-	-

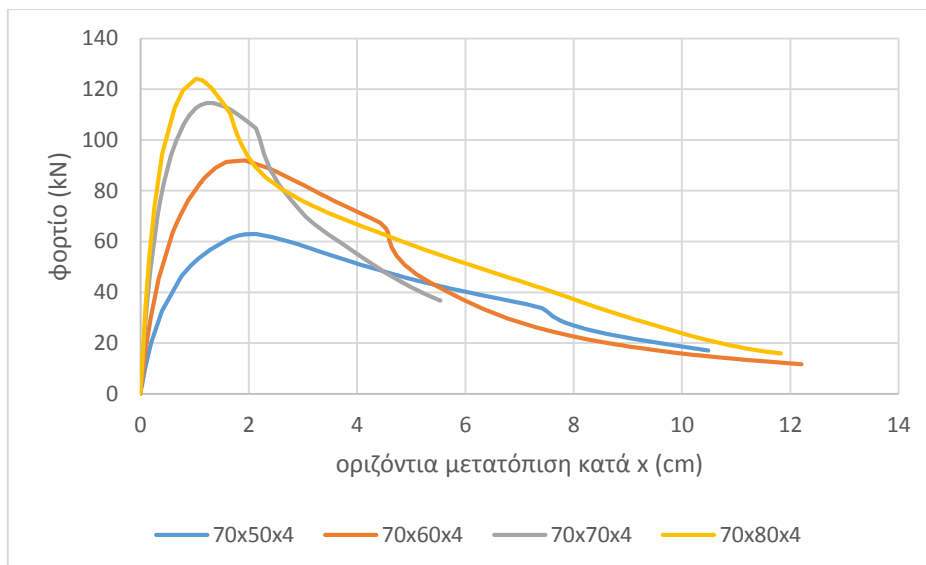
Πίνακας 6.3.11

Αλληλεπίδραση 2 πρώτων ιδιομορφών



Σχήμα 6.3.18

Από τις ιδιομορφές των σχημάτων 6.3.9-6.3.12 βλέπουμε ότι οι μεγεθυντικοί συντελεστές των δύο πρώτων ιδιομορφών (καμπτικού κατά y και στρεπτοκαμπτικού) είναι αρκετά κοντά, κάτι που συμβαίνει για τις τέσσερις από τις πέντε εξεταζόμενες διατομές. Έτσι, στην πραγματικότητα η αστοχία του φορέα θα προέλθει από ένα συνδυασμό του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, για αυτό, και σχεδιάστηκαν οι δρόμοι ισορροπίας των υποστυλωμάτων, όπου έχουν εφαρμοστεί ταυτόχρονα ατέλειες και για τα δύο είδη λυγισμού, και οι οποίοι παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 6.3.19

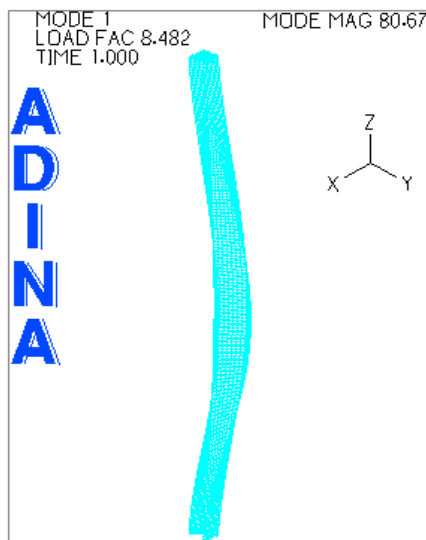
Συμπεραίνουμε, ότι η αλληλεπίδραση των δύο ειδών λυγισμού οδηγεί σε φορτίο αστοχίας μικρότερο από εκείνο που θα προέκυπτε για κάθε είδος ξεχωριστά. Τέλος, είναι σαφές ότι η αύξηση του πλάτους της διατομής του υποστυλώματος προκαλεί από τη μία αύξηση της αντοχής του φορέα, ενώ παράλληλα μειώνει και τη μετατόπιση διαρροής του.

6.3.3 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος ύψους $H=2\text{m}$ διατομής με ύψος $h=70\text{mm}$, πλάτος $b=70\text{mm}$ και μεταβαλλόμενο πάχος τοιχωμάτων t

Επιλέγουμε υποστύλωμα ύψους $H=2\text{m}$ και διατομής διαστάσεων $h=70\text{mm}$ και $b=70\text{mm}$, στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το πάχος των τοιχωμάτων (3-6mm ανά 1mm). Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ίδια με αυτήν των προηγούμενων ενοτήτων.

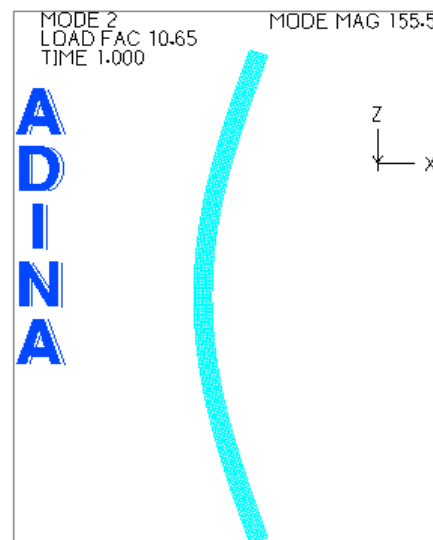
α) Ιδιομορφές λυγισμού

Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με διαστάσεις διατομής $70 \times 70 \times 4$.



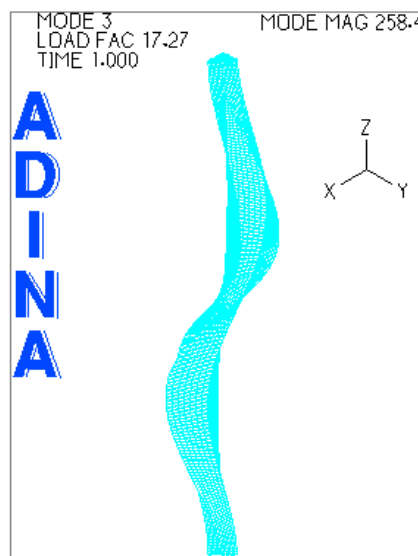
Σχήμα 6.3.19

1^η ιδιομορφή- στρεπτοκαμπτικός λυγισμός



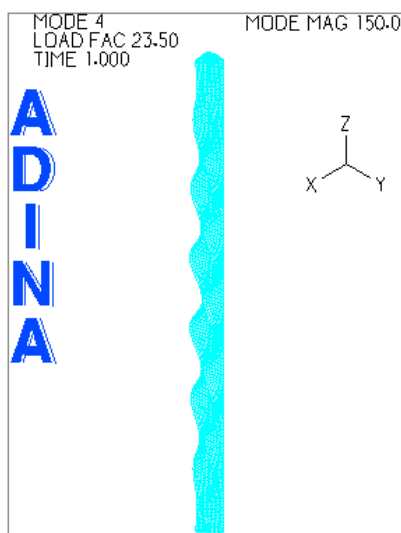
Σχήμα 6.3.20

2^η ιδιομορφή λυγισμός-λυγισμός κατά $\gamma\text{-}\gamma$



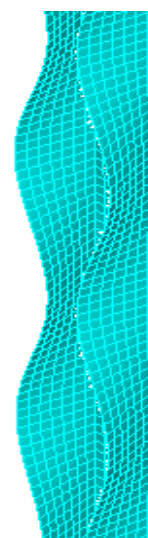
Σχήμα 6.3.21

3^η ιδιομορφή λυγισμού



Σχήμα 6.3.23

4^η ιδιομορφή λυγισμού-τοπικός λυγισμός



Σχήμα 6.3.24

Λεπτομέρεια τοπικού λυγισμού

Οι ιδιομορφές των υποστυλωμάτων με διατομές πάχους άνω των 4mm είναι όμοιες με αυτές που παρουσιάστηκαν στα σχήματα 6.3.19-6.3.23. Η μόνη διαφορά εμφανίζεται στο υποστύλωμα με διατομή πάχους 3mm στο οποίο ο τοπικός λυγισμός υπάρχει από την 3^η ιδιομορφή και μετά. Άρα, καταλαβαίνουμε, ότι με την αύξηση του πάχους της διατομής ο κίνδυνος για τοπικό λυγισμό ελαττώνεται, ωστόσο η επιρροή του πρέπει να ληφθεί υπόψη στο φορτίο αντοχής.

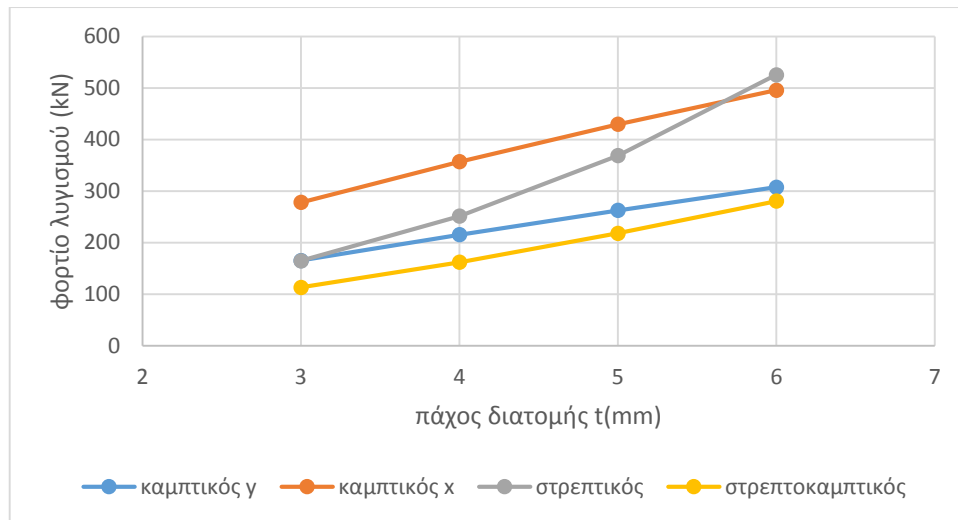
β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

1) Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)	P_1 (kN)
70x70x3	165.40	278.12	164.59	113.15
70x70x4	215.26	356.99	251.42	161.95
70x70x5	262.63	429.45	368.71	218.20
70x70x6	307.56	495.76	525.43	280.49

Πίνακας 6.3.10

Στον πίνακα 6.3.10 φαίνονται τα φορτία λυγισμού (Euler) για κάθε είδος αστάθειας, ενώ στο σχήμα 6.3.25 παρουσιάζονται οι διαγραμματικές μεταβολές τους για αύξηση του πάχους της διατομής. Βλέπουμε, ότι τα φορτία όλων των ειδών λυγισμού αυξάνονται με την αύξηση του πάχους, με εκείνα του στρεπτικού λυγισμού να έχουν την μεγαλύτερη μεταβολή. Παρατηρούμε, ότι κρίσιμη μορφή λυγισμού είναι ο στρεπτοκαμτικός, όμως, όπως φαίνεται από το σχήμα 6.3.25, όσο αυξάνεται το πάχος της διατομής, τα φορτία του πλησιάζουν σε εκείνα του καμπτικού κατά γ-γ λυγισμού και για πάχη διατομής μεγαλύτερα από αυτά που εξετάστηκαν, είναι πιθανόν να γίνεται κρίσιμος ο καμπτικός λυγισμός.

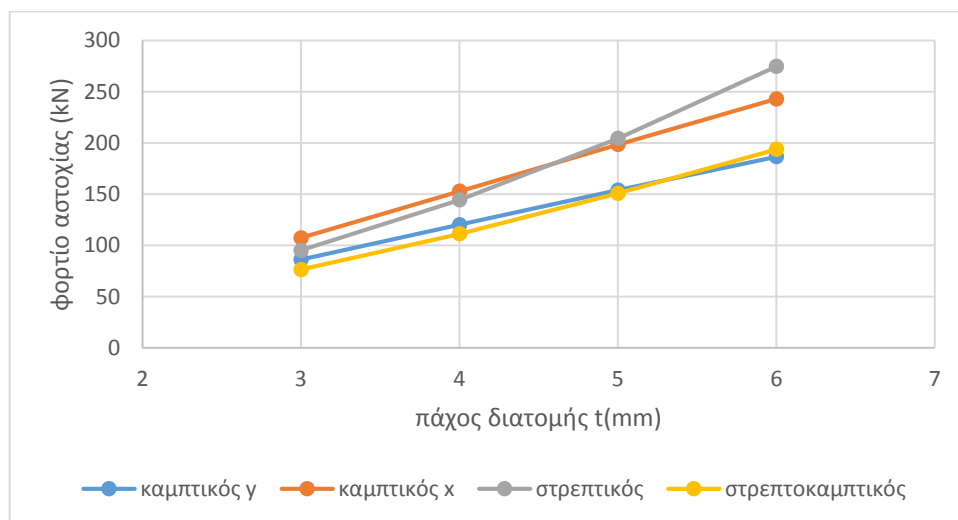


Σχήμα 6.3.25

2) Ευρωκώδικας 3 (EC3)

διαστάσεις διατομής(mm)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)	P_1 (kN)
70x70x3	86.35	107.41	95.18	76.48
70x70x4	120.24	152.79	144.40	111.34
70x70x5	153.92	198.51	204.38	150.80
70x70x6	186.64	242.96	274.72	193.75

Πίνακας 6.3.11

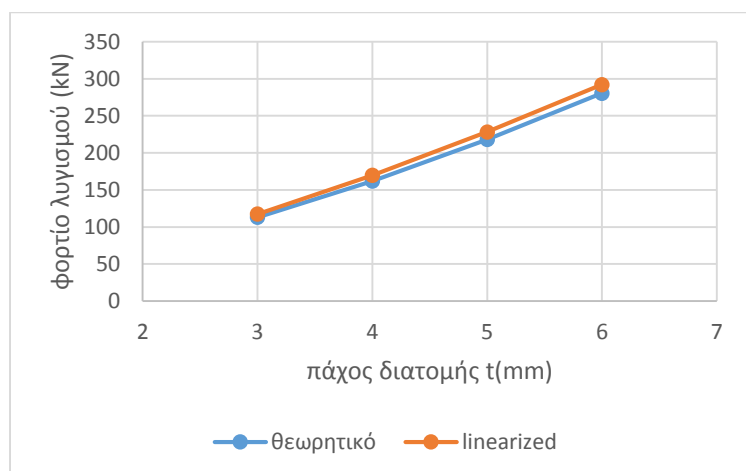


Σχήμα 6.3.26

Βλέπουμε, και εδώ, ότι τα φορτία όλων των ειδών λυγισμού αυξάνονται με την αύξηση του πάχους με εκείνα του στρεπτικού να έχουν και πάλι την μεγαλύτερη μεταβολή. Παρατηρούμε, ωστόσο, πως, ενώ στη γραμμική ανάλυση ο στρεπτοκάμπτικός λυγισμός ήταν κρίσιμος για όλα τα πάχη που εξετάσαμε, για μη γραμμικό υλικό ο κάμπτικός κατά γ-γ λυγισμός γίνεται εκείνος κρίσιμος για τη διατομής πάχους 6mm. Για πάχος διατομής από 3 έως 5mm παραμένει κρίσιμος ο στρεπτοκάμπτικός λυγισμός.

3) ADINA

i) γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.27

διαστάσεις διατομής (mm)	P_{cr} (kN) (γραμμική θεωρία)	P_y (kN) (linearized buckling)
70x70x3	113.15	117.55
70x70x4	161.95	169.65
70x70x5	218.20	228.32
70x70x6	280.49	292.22

Πίνακας 6.3.12

Παρουσιάζεται μια μικρή απόκλιση μέσα σε εύλογα όρια ανάμεσα στις μεθόδους. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται από 3.9% έως 4.2%.

για πάχος 3mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0389$$

για πάχος 4mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0475$$

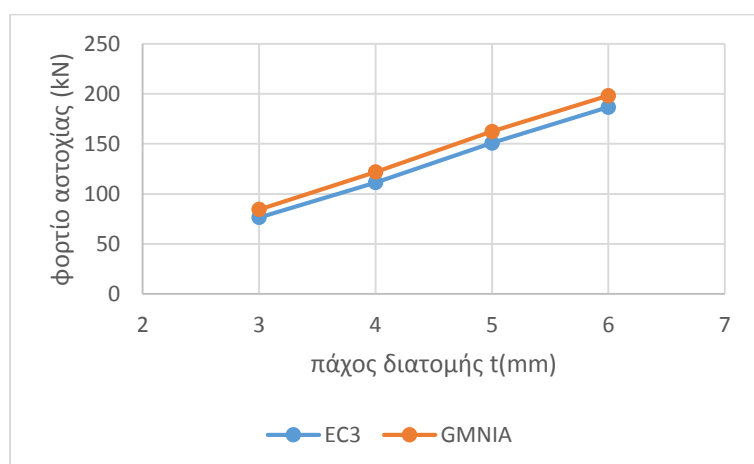
για πάχος 5mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0464$$

για πάχος 6mm:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0418$$

ii) μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.28

διαστάσεις διατομής (mm)	P_{cr} (kN) (EC3)	P_y (kN) (GMNIA)
70x70x3	76.48	84.43
70x70x4	111.34	121.84
70x70x5	150.80	162.29
70x70x6	186.64	198.13

Πίνακας 6.3.13

Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε μία σημαντική τιμή απόκλισης. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 6.2-10.4%.

για πάχος 3mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.1039$$

για πάχος 4mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0943$$

για πάχος 5mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0762$$

για πάχος 6mm:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0616$$

Όπως αναφέρθηκε στην παρουσίαση των ιδιομορφών στα σχήματα 6.3.19-6.3.24 το υποστυλώμα με διατομή πάχους 3mm εμφάνισε από την τρίτη ιδιομορφή και μετά τοπικό λυγισμό, ενώ τα υπόλοιπα υποστυλώματα, που εξετάστηκαν, από την τέταρτη ιδιομορφή και μετά. Συνεπώς, ο τοπικός λυγισμός δεν μπορούσε να αμεληθεί στον υπολογισμό του φορτίου αστοχίας. Έτσι, έγινε παραμετρική διερεύνηση για τιμές τοπικής ατέλειας από 0.2 έως 1.0mm και τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στον πίνακα 6.3.14 παρακάτω, όπου για κάθε φορτίο αναγράφεται σε παρένθεση και η απόκλιση από την τιμή του Ευρωκώδικα.

διαστάσεις διατομής (mm)	EC3	ADINA					
		0.0mm	0.2mm	0.4mm	0.6mm	0.8mm	1.0mm
70x70x3	76.48	84.43	84.10	83.60	82.94	82.09	81.03
70x70x4	111.34	121.84	121.73	121.54	121.49	121.27	121.02
70x70x5	150.80	162.29	162.27	162.21	162.15	162.04	161.89
70x70x6	186.64	198.13	196.64	196.31	195.08	193.85	192.23

Πίνακας 6.3.14

γ) Δρόμοι ισοροπίας

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
70x70x3	84.43	2.54
70x70x4	121.84	2.50
70x70x5	162.29	1.28
70x70x6	198.13	1.16

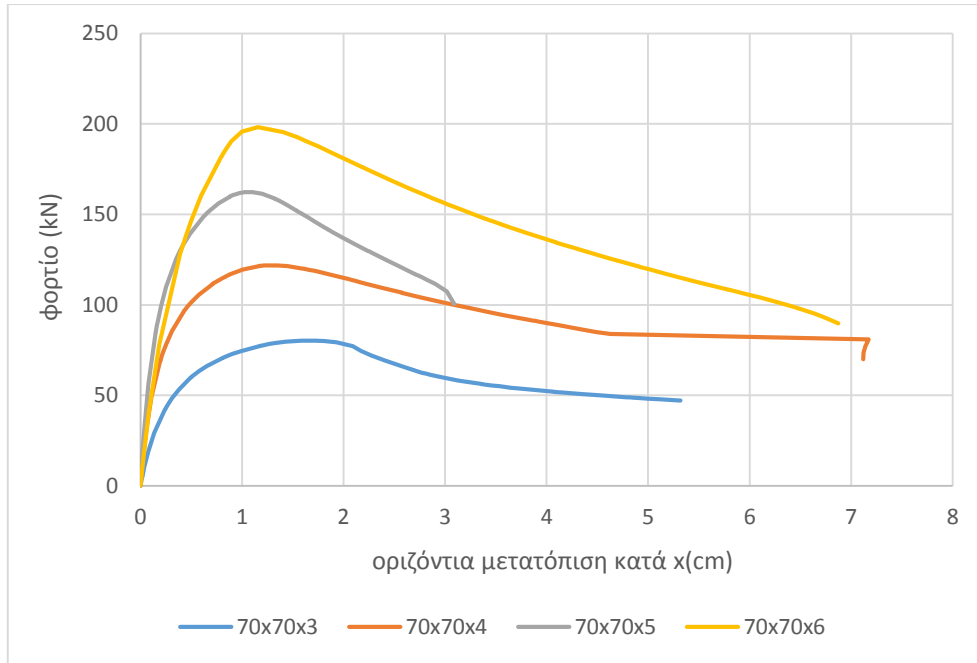
Πίνακας 6.3.10

Κρίσιμη μορφή λυγισμού

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
70x70x3	76.95	1.29
70x70x4	114.52	1.28
70x70x5	153.09	1.25
70x70x6	189.03	1.23

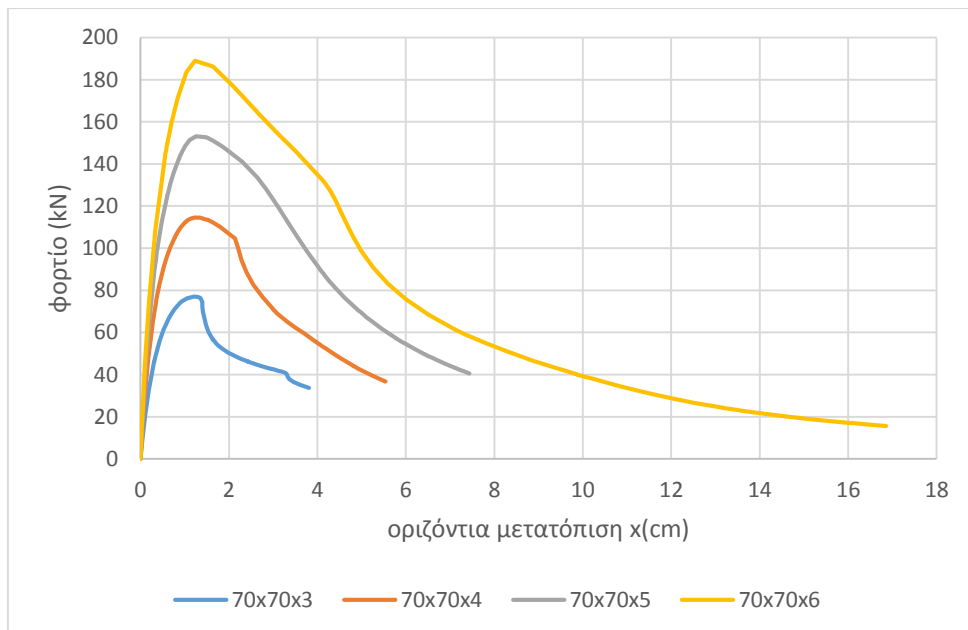
Πίνακας 6.3.11

Αλληλεπίδραση 2 πρώτων ιδιομορφών



Σχήμα 6.3.29

Παρατηρούμε, ότι η μετάβαση ανάμεσα στις καμπύλες δεν είναι ομαλή, όπως επίσης συμβαίνει και με τη μεταβολή των μετατοπίσεων διαρροής για αύξηση του πάχους. Από τις ιδιομορφές των σχημάτων 6.3.19-6.3.24 βλέπουμε ότι οι μεγεθυντικοί συντελεστές των δύο πρώτων ιδιομορφών (καμπτικού κατά γ και στρεπτοκαμπτικού) είναι αρκετά κοντά, κάτι που συμβαίνει για όλες τις εξεταζόμενες διατομές. Έτσι, στην πραγματικότητα η αστοχία του φορέα θα προέλθει από ένα συνδυασμό του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, για αυτό, και σχεδιάστηκαν οι δρόμοι ισορροπίας των υποστυλωμάτων, όπου έχουν εφαρμοστεί ταυτόχρονα ατέλειες και για τα δύο είδη λυγισμού, και οι οποίοι παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 6.3.30

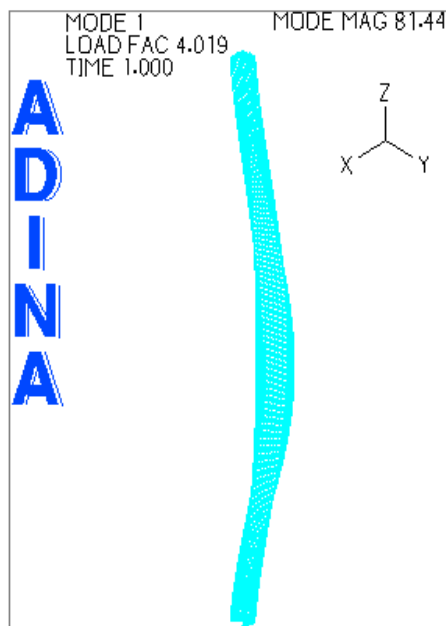
Συμπεραίνουμε, ότι η αλληλεπίδραση των δύο ειδών λυγισμού οδηγεί σε φορτίο αστοχίας μικρότερο από εκείνο που θα προέκυπτε για κάθε είδος ξεχωριστά. Τέλος, είναι σαφές ότι η αύξηση του πάχους της διατομής προκαλεί σημαντική αύξηση της αντοχής του φορέα χωρίς ωστόσο να επηρεάζει σημαντικά την μετατόπιση διαρροής του.

6.3.4 Αριθμητικές αναλύσεις υποστυλώματος, μεταβαλλόμενου ύψους, με διατομή ύψους $h=70\text{mm}$, πλάτους $b=70\text{mm}$ και πάχους τοιχωμάτων $t=4\text{mm}$

Επιλέγουμε υποστύλωμα διατομής διαστάσεων $h=70\text{mm}$, $b=70\text{mm}$ και $t=4\text{mm}$ στο οποίο μεταβάλλουμε διαδοχικά το ύψος του (2-3.5m ανά 0.5m). Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ίδια με αυτήν των προηγούμενων ενοτήτων.

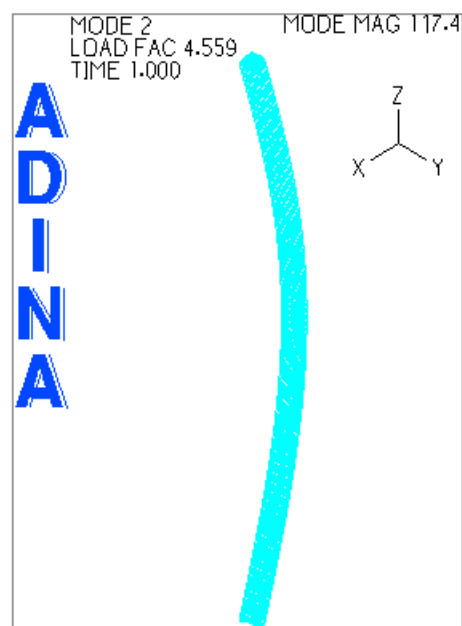
α) Ιδιομορφές λυγισμού

Παρουσιάζονται ενδεικτικά οι ιδιομορφές του υποστυλώματος ύψους 2.5m.



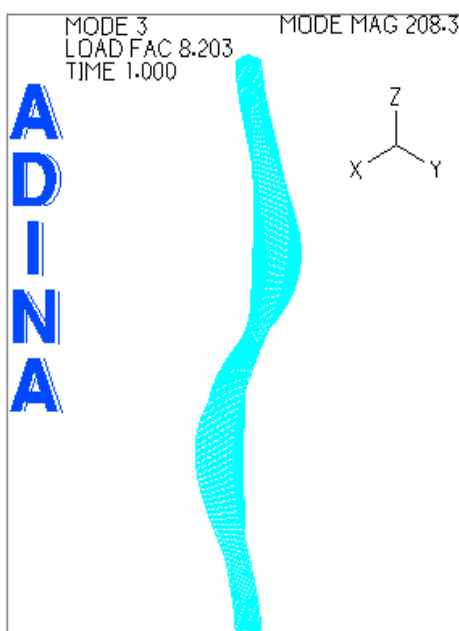
Σχήμα 6.3.31

1^η ιδιομορφή- στρεπτοκαμπτικός λυγισμός



Σχήμα 6.3.32

2^η ιδιομορφή λυγισμός-λυγισμός κατά γ-γ



Σχήμα 6.3.33
3^η ιδιομορφή λυγισμού

Για το υποστύλωμα ύψους 3m οι ιδιομορφές ταυτίζονται με αυτές των σχημάτων 6.3.31-6.3.33, ενώ για εκείνο με ύψος 3.5m είναι κρίσιμος ο καμπτικός κατά y λυγισμός και δεύτερη ιδιομορφή ο στρεπτοκαμπτικός. Οι ιδιομορφές του υποστυλώματος με ύψος 2m φαίνονται στα σχήματα της προηγούμενης ενότητας. Παρατηρούμε, ότι δεν εμφανίζεται ιδιομορφή τοπικού λυγισμού, κάτι που σημαίνει ότι η επιρροή του στο φορτίο αστοχίας δεν θα είναι σημαντική.

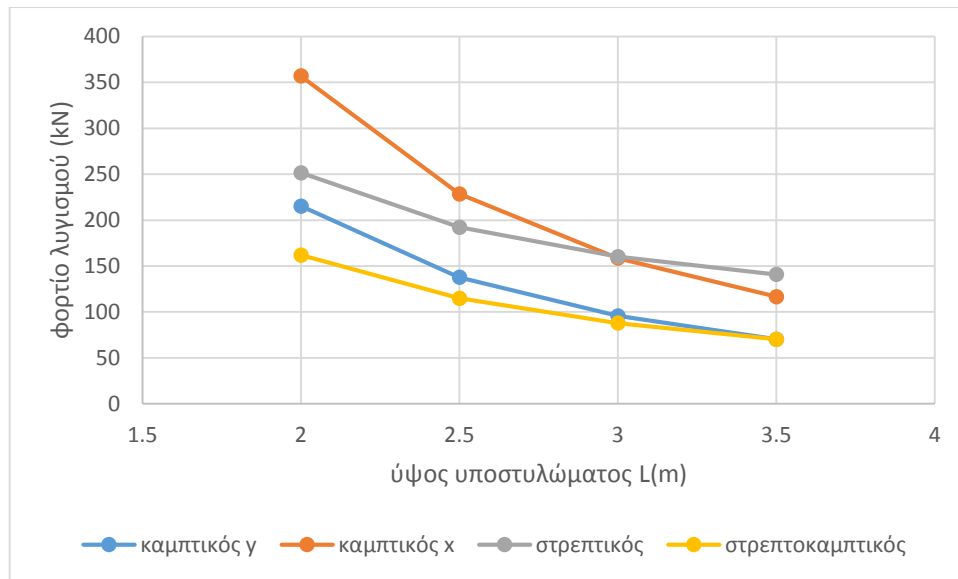
β) Αποτελέσματα των τριών μεθόδων ανάλυσης

1) Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας

Ύψος υποστυλώματος (m)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)	P_1 (kN)
2.0	215.26	356.99	251.42	161.95
2.5	137.77	228.48	192.30	114.92
3.0	95.67	158.66	160.18	87.80
3.5	70.29	116.57	140.81	70.38

Πίνακας 6.3.15

Στον πίνακα 6.3.15 φαίνονται τα φορτία λυγισμού (Euler) για κάθε είδος αστάθειας, ενώ στο σχήμα 6.3.34 παρουσιάζονται οι διαγραμματικές μεταβολές τους για αύξηση του ύψους του υποστυλώματος. Βλέπουμε, ότι τα φορτία όλων των ειδών λυγισμού μειώνονται, ασφαλώς, με την αύξηση του ύψους του υποστυλώματος, με εκείνα του καμπτικού λυγισμού κατά x να έχουν την εντονότερη μεταβολή. Παρατηρούμε, ότι κρίσιμη μορφή λυγισμού είναι ο στρεπτοκαμπτικός, για τα υποστυλώματα ύψους έως 3m, όμως, για ύψος 3.5m γίνεται οριακά κρίσιμος ο καμπτικός κατά y λυγισμός.

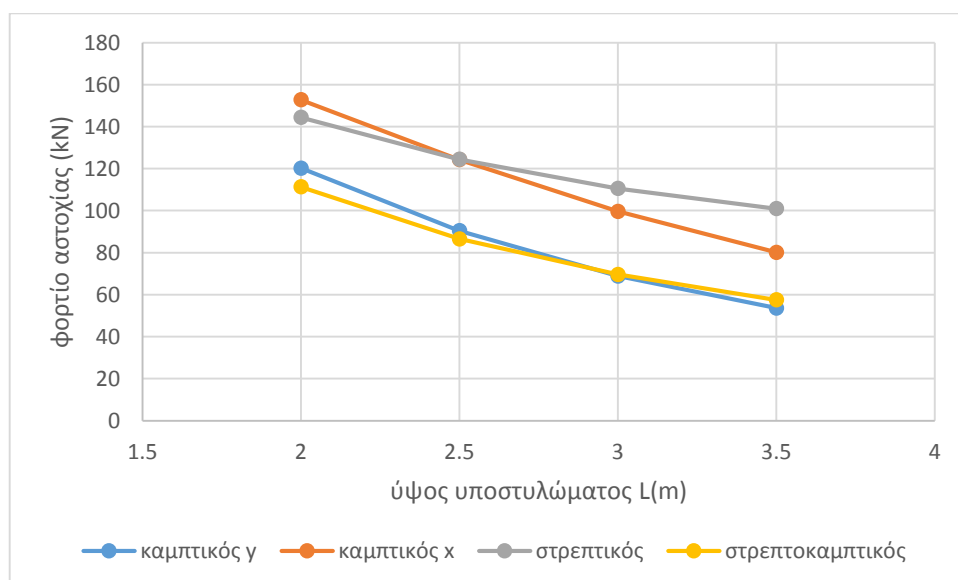


Σχήμα 6.3.34

2) Ευρωκώδικας 3 (EC3)

Ύψος υποστυλώματος (m)	P_y (kN)	P_x (kN)	P_t (kN)	P_1 (kN)
2.0	120.24	152.79	144.40	111.34
2.5	90.45	124.27	124.43	86.55
3.0	68.84	99.64	110.51	69.58
3.5	53.58	80.11	100.91	57.47

Πίνακας 6.3.16

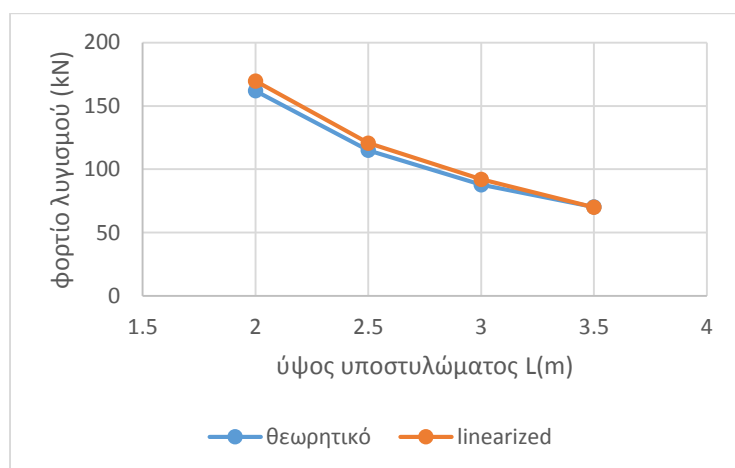


Σχήμα 6.3.35

Στον πίνακα 6.3.11 φαίνονται τα φορτία αντοχής των υποστυλωμάτων για κάθε είδος αστάθειας, ενώ στο σχήμα 6.3.26 παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μεταβολές τους, για αύξηση του ύψους του υποστυλώματος. Είναι προφανές, ότι τα φορτία που παίρνουμε από τον Ευρωκώδικα (μη γραμική ανάλυση) είναι μικρότερα από αυτά που μας έδωσε η γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας. Βλέπουμε, και εδώ, ότι τα φορτία όλων των ειδών λυγισμού μειώνονται με την αύξηση του ύψους του υποστυλώματος. Παρατηρούμε, ωστόσο, πως, ενώ στη γραμμική ανάλυση ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός ήταν κρίσιμος για ύψος 3m, για μη γραμμικό υλικό γίνεται κρίσιμος οριακά ο καμπτικός κατά γ-γ λυγισμός. Για ύψη υποστυλώματος 2 και 2.5m παραμένει κρίσιμος ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, ενώ και το υποσύλωμα ύψους 3.5m εξακολουθεί να αστοχεί καμπτικά.

3) ADINA

iii) γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.36

Ύψος φορέα (m)	P_{cr} (kN) (γραμμική θεωρία)	P_{γ} (kN) (linearized buckling)
2.0	161.95	169.65
2.5	114.92	120.58
3.0	87.80	92.03
3.5	70.29	70.02

Πίνακας 6.3.17

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα τα κρίσιμα φορτία λυγισμού που προκύπτουν από τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας και τη γραμμική ανάλυση λυγισμού από το ADINA (linearized buckling) παρουσιάζουν μια μικρή απόκλιση μέσα σε εύλογα όρια. Πιο συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται από 0.4% έως 5.0%.

για ύψος 2m:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0475$$

για ύψος 2.5m:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0493$$

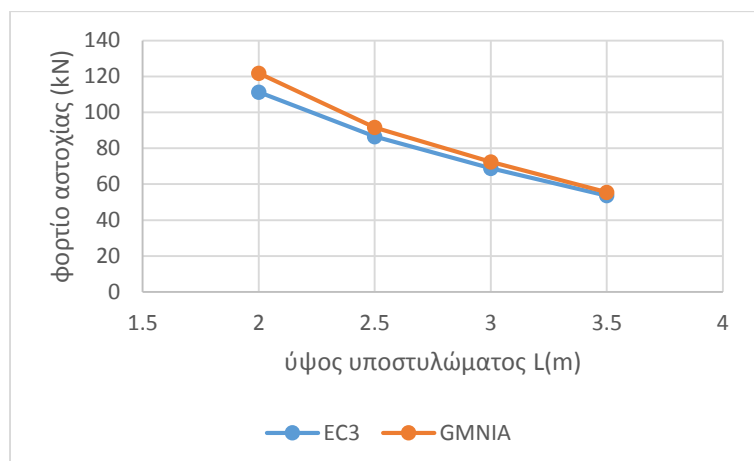
για ύψος 3m:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0482$$

για ύψος 3.5m:

$$\frac{P_{cr}^{\theta\epsilon\omega\rho}}{P_{cr}^{ADINA}} = 1.0039$$

iv) μη γραμμική ανάλυση



Σχήμα 6.3.37

Ύψος φορέα (m)	P_{cr} (kN) (EC3)	P_{γ} (kN) (GMNIA)
2.0	111.34	121.84
2.5	86.55	91.61
3.0	68.84	72.44
3.5	53.58	55.53

Πίνακας 6.3.18

Όπως παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα και το αντίστοιχο διάγραμμα τα κρίσιμα φορτία αστοχίας που προκύπτουν από τη μέθοδο του Ευρωκώδικα 3 και τη μη γραμμική ανάλυση από το ADINA (collapse analysis) παρουσιάζουν απόκλιση μέσα σε ικανοποιητικά όρια. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά απόκλισης κυμαίνονται περίπου μεταξύ 3.5-9.5%.

για ύψος 2m:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0943$$

για ύψος 2.5m:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0585$$

για ύψος 3m:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0523$$

για πάχος 3.5m:

$$\frac{P_{cr}^{ADINA}}{P_{cr}^{EC3}} = 1.0364$$

γ) Δρόμοι ισορροπίας

Ύψος φορέα	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
2m	121.84	2.50
3m	91.61	3.99
4m	72.44	3.37
5m	55.63	4.78

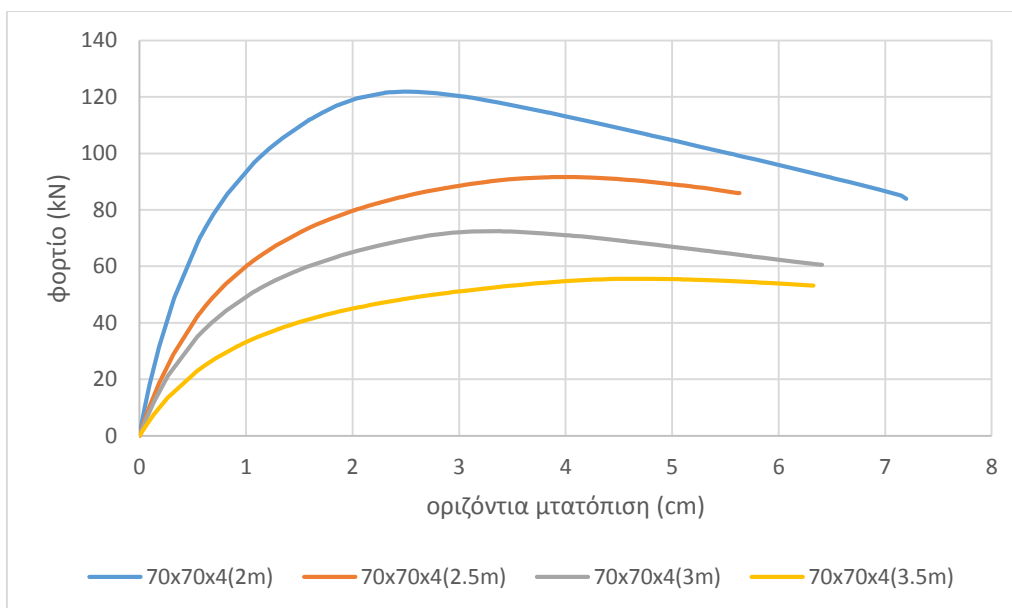
Πίνακας 6.3.10

Κρίσιμη μορφή λυγισμού

διατομή	Φορτίο(kN)	Μετατόπιση(cm)
2m	114.52	1.34
3m	83.02	2.48
4m	62.61	3.85
5m	48.99	5.07

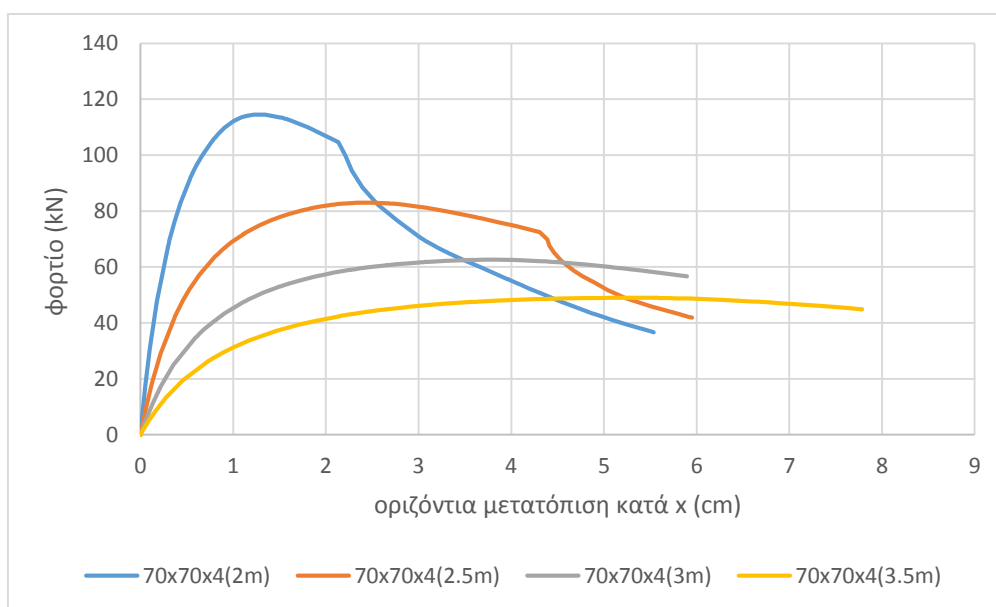
Πίνακας 6.3.11

Αλληλεπίδραση 2 πρώτων ιδιομορφών



Σχήμα 6.3.38

Από τις ιδιομορφές των σχημάτων 6.3.31-6.3.33 βλέπουμε ότι οι μεγεθυντικοί συντελεστές των δύο πρώτων ιδιομορφών (καμπτικού κατά y και στρεπτοκαμπτικού) είναι αρκετά κοντά, κάτι που συμβαίνει για όλες τις εξεταζόμενες διατομές. Έτσι, στην πραγματικότητα η αστοχία του φορέα θα προέλθει από ένα συνδυασμό του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, για αυτό, και σχεδιάστηκαν οι δρόμοι ισορροπίας των υποστυλωμάτων, όπου έχουν εφαρμοστεί ταυτόχρονα ατέλειες και για τα δύο είδη λυγισμού, και οι οποίοι παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 6.3.39

Συμπεραίνουμε, ότι η αλληλεπίδραση των δύο ειδών λυγισμού οδηγεί σε φορτίο αστοχίας μικρότερο από εκείνο που θα προέκυπτε για κάθε είδος ξεχωριστά. Τέλος, είναι σαφές ότι η αύξηση του ύψους του υποστυλώματος προκαλεί από τη μία σημαντική μείωση της αντοχής του φορέα και από την άλλη ουσιαστική αύξηση της μετατόπισης διαρροής του.

6.4 Συγκρίσεις διατομών

Α) Σύγκριση των τριών μορφών διατομής για μεταβολή του ύψους

διαστάσεις(mm)	C	I	□
100x60x4	157.19	385.77	367.61
120x60x4	199.21	477.37	465.45
140x60x4	233.63	555.77	541.79
160x60x4	258.73	626.74	594.41
180x60x4	278.59	693.60	634.23

Πίνακας 7.1

Φορτία αστοχίας ως προς τον ισχυρό άξονα x

διαστάσεις(mm)	I	□
100x60x4	2.45	2.34
120x60x4	2.40	2.34
140x60x4	2.38	2.32
160x60x4	2.42	2.30
180x60x4	2.49	2.28

Πίνακας 7.2

Λόγος με τα φορτία των διατομών C

Παρατηρούμε, από τους δύο παραπάνω πίνακες, ότι, ενώ το εμβαδό των διατομών μορφής I είναι διπλάσιο από εκείνο των διατομών μορφής C, τα φορτία αντοχής τους για λυγισμό ως προς τον ισχυρό άξονα είναι 2.4-2.5 φορές μεγαλύτερα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στη διαφορετική καμπύλη λυγισμού που χρησιμοποιείται για κάθε είδος διατομής αφού για τις διατομές μορφής C χρησιμοποιείται η καμπύλη c, ενώ για εκείνες με μορφή I η καμπύλη a. Οι καμπύλες αυτές, έχουν προκύψει από πειραματικά δεδομένα, τα οποία έδειξαν ότι οι διατομές μορφής I, ως διπλής συμμετρίας, εμφανίζουν καλύτερη συμπεριφορά σε λυγισμό και μικρότερες ατέλειες από τις μονοσυμμετρικές διατομές μορφής C. Ακόμα ο Ευρωκώδικας θεωρεί, ότι το φορτίο ασκείται στο κέντρο βάρους της διατομής, κάτι που ισχύει για τη μορφή I, αφού το κέντρο βάρους είναι σημείο της διατομής, σε αντίθεση με τη μορφή C, όπου το φορτίο ασκείται με κάποια εκκεντρότητα. Επίσης, οι διατομές μορφής I, λόγω του ότι έχουν κορμό διπλάσιου πάχους σε σχέση με τις C, έχουν μεγαλύτερο τμήμα του κορμού τους ενεργό, άρα το εμβαδό που παραλαμβάνει τη φόρτιση είναι μεγαλύτερο.

Όσον αφορά τις κοίλες ορθογωνικές διατομές παρατηρούμε, από τους πίνακες, ότι, ενώ το εμβαδό τους είναι, επίσης, διπλάσιο από εκείνο των διατομών μορφής C, τα φορτία αντοχής τους για λυγισμό ως προς τον ισχυρό άξονα είναι περίπου 2.3 φορές μεγαλύτερα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στη διαφορετική καμπύλη λυγισμού που χρησιμοποιείται για κάθε είδος διατομής αφού για τις διατομές μορφής C χρησιμοποιείται η καμπύλη c, ενώ για τις κοίλες ορθογωνικές η καμπύλη b. Ακόμα, στις κοίλες ορθογωνικές διατομές τα πέλματα είναι εσωτερικά στοιχεία (διπλά στηριζόμενα) με συντελεστή κύρτωσης $K\sigma=4$, σε αντίθεση με τις διατομές C όπου τα πέλματα είναι εξωτερικά στοιχεία (απλά στηριζόμενα) με συντελεστή κύρτωσης $K\sigma=0.43$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα στις κοίλες ορθογωνικές διατομές το ενεργό τμήμα των πελμάτων να είναι

μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των διατομών μορφής C. Συνεπώς, η ενεργός διατομή των κοίλων ορθογωνικών διατομών είναι υπερδιπλάσια.

B) Σύγκριση της επιρροής στην αντοχή διατομών C για αύξηση ύψους ή πάχους

διαστάσεις(mm)	A(mm ²)	P _{cr} (kN)
100x60x3	642	41.57
135x60x3	747	45.43
170x60x3	852	48.25
205x60x3	957	50.41
240x60x3	1062	52.12

Πίνακας 7.3

διαστάσεις(mm)	A(mm ²)	P _{cr} (kN)
100x60x3	642	41.57
100x60x3.5	746	48.45
100x60x4	848	55.13
100x60x4.5	950	61.67
100x60x5	1050	68.06

Πίνακας 7.4

διαστάσεις(mm)	A(mm ²)	P _{cr} (kN)
100x60x3	642	112.85
135x60x3	747	148.50
170x60x3	852	170.42
205x60x3	957	184.82
240x60x3	1062	195.01

Πίνακας 7.5

διαστάσεις(mm)	A(mm ²)	P _{cr} (kN)
100x60x3	642	112.85
135x60x3	746	135.36
170x60x3	848	157.19
205x60x3	950	178.88
240x60x3	1050	200.27

Πίνακας 7.6

Στους πίνακες 7.3 και 7.4 παρουσιάζονται τα φορτία αστοχίας για διατομές C όπου μεταβάλλονται αντίστοιχα το ύψος και το πάχος της διατομής έτσι ώστε το εμβαδό να αυξάνεται το ίδιο και στις δύο περιπτώσεις. Παρατηρούμε, ότι, ως προς τον ασθενή άξονα, για αύξηση του πάχους 0.5mm το φορτίο αυξάνεται σταθερά κατά 7kN περίπου, ενώ για αύξηση του ύψους κατά 35mm η αύξηση του φορτίου βαίνει μειούμενη. Επίσης, βλέπουμε ότι τα φορτία αστοχίας για αύξηση του πάχους είναι σε κάθε περίπτωση μεγαλύτερα από εκείνα για αύξηση του ύψους. Αντίθετα, για λυγισμό ως προς τον ισχυρό άξονα, βλέπουμε ότι, αρχικά τα φορτία αντοχής είναι μεγαλύτερα για αύξηση του ύψους της διατομής, κάτι που οφείλεται στο ότι η επιρροή του ύψους στη ροπή αδρανείας είναι κυβική, ενώ εκείνη του πάχους γραμμική. Ωστόσο, από ένα σημείο και μετά παρατηρούμε ότι γίνονται μεγαλύτερα τα φορτία για αύξηση του πάχους της διατομής, καθώς η ολοένα και μεγαλύτερη επιρροή του τοπικού λυγισμού για αύξηση του ύψους, η οποία ελαττώνεται με την αύξηση του πάχους, αντισταθμίζει την επιρροή των ροπών αδρανείας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Τελικά συμπεράσματα

Μετά τις αναλύσεις των υποστυλωμάτων που πραγματοποιήθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων τους, προέκυψαν ορισμένα ενδιαφέροντα συμπεράσματα, τα οποία κρίθηκε σκόπιμο να παρουσιαστούν στο παρόν κεφάλαιο.

1) Σύγκριση αποτελεσμάτων ADINA με τα αντίστοιχα της θεωρητικής μεθόδου και του Ευρωκώδικα

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της γραμμικής θεωρίας ελαστικής ευστάθειας με τη γραμμική ανάλυση από το ADINA παρατηρήθηκε ότι όσον αφορά τον καμπτικό λυγισμό προέκυψε απόκλιση μεταξύ των μεθόδων έως 3%, ενώ όσον αφορά τον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό έως 5%. Αντίθετα, από τη σύγκριση του Ευρωκώδικα με την ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας του ADINA οι αποκλίσεις που παρατηρήθηκαν φτάνουν μέχρι 12%. Η μεγαλύτερη αυτή απόκλιση οφείλεται σε τρεις παράγοντες. Καταρχάς, ο Ευρωκώδικας θεωρεί ως φορτίο αστοχίας αυτό που προκύπτει για διαρροή της πρώτης ίνας, ενώ το φορτίο που προκύπτει από το ADINA αντιστοιχεί σε ένα χρονικό σημείο κατά το οποίο υπάρχει επέκταση της πλαστικοποίησης σε μεγαλύτερο τμήμα της διατομής. Επιπλέον, οφείλεται στην επιρροή του τοπικού λυγισμού, που είναι σημαντική για τις λεπτότοιχες διατομές και η οποία δεν λαμβάνεται αρχικά υπόψη στον υπολογισμό του φορτίου αστοχίας από το ADINA. Η επιρροή αυτή, αποδεικνύεται από το γεγονός ότι μετά την παραμετρική ανάλυση που διενεργήθηκε για τον τοπικό λυγισμό, η απόκλιση των δύο μεθόδων μειώθηκε αισθητά. Τέλος, παρότι οι ατέλειες που χρησιμοποιήθηκαν προσεγγίζουν τις κανονιστικές διατάξεις, εξακολουθεί να υπάρχει μια αβεβαιότητα ως προς την ακρίβειά τους. Όλα αυτά συντελούν, ώστε ο Ευρωκώδικας να είναι αρκετά συντηρητικός και να λειτουργεί υπέρ της ασφαλείας.

2) Ευαισθησία διατομών σε στρεπτικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό

Οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν επιβεβαίωσαν την πολύ μεγάλη δυστρεψία των κλειστών διατομών, κάτι που οφείλεται στο ότι ο μοχλοβραχίονας των αντίθετων διατμητικών τάσεων που προκαλούνται από την ομοιόμορφη στρέψη είναι η απόσταση των τοιχωμάτων. Αντίθετα, στις ανοιχτές διατομές ο μοχλοβραχίονας αυτός ισούται με το πάχος των τοιχωμάτων και άρα ο κίνδυνος αστοχίας από στρεπτικό ή στρεπτοκαμπτικό λυγισμό είναι μεγαλύτερος. Συγκεκριμένα, οι ανοιχτές συμμετρικές διατομές ενδέχεται να αστοχήσουν λόγω στρεπτικού λυγισμού, ενώ οι ανοιχτές ασύμμετρες ή μονοσυμμετρικές διατομές είναι αρκετά ευαίσθητες σε φαινόμενα στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

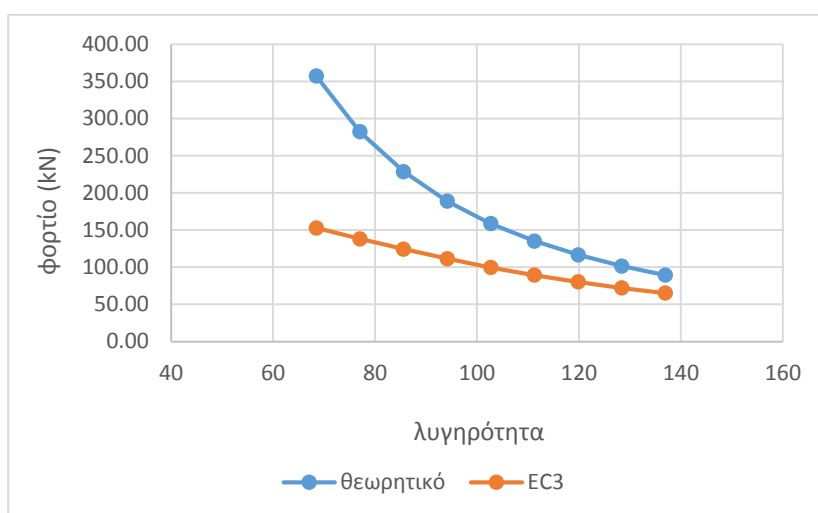
3) Επίδραση της μεταβολής κάθε διάστασης στη μορφή λυγισμού διατομών C

Μέσω των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν στο κεφάλαιο 6 για διατομές μορφής C διαπιστώθηκε η επιρροή της μεταβολής κάθε διάστασης στη μορφή λυγισμού τους. Παρατηρήθηκε, ότι ο καμπτικός λυγισμός γίνεται κρισιμότερος με αύξηση μεμονωμένα του ύψους της διατομής, του πάχους της διατομής και του ύψους του υποστυλώματος, καθώς και με μείωση του πλάτους της διατομής διατηρώντας σε κάθε περίπτωση σταθερές όλες τις υπόλοιπες διαστάσεις. Όσον

αφορά τον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό παρατηρήθηκε ότι γίνεται κρίσιμος για υποστυλώματα μεσαίας λυγηρότητας, όταν ο λόγος του ύψους προς το πλάτος της διατομής είναι μικρότερος ή ίσος της μονάδας ($h/b \leq 1$).

4) Συσχετισμός λυγηρότητας με τα φορτία EC3 και Euler

Από τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν προέκυψε το συμπέρασμα ότι όσο αυξάνεται η λυγηρότητα ενός φορέα τόσο περισσότερο πλησιάζουν τα φορτία του Ευρωκώδικα με εκείνα της γραμμικής θεωρίας ελαστικής ευστάθειας. Χαρακτηριστικά παρατίθεται στη συνέχεια το γράφημα με τα φορτία Euler και Ευρωκώδικα για τα υποστυλώματα που εξετάστηκαν στην ενότητα 6.3.4.



Σχήμα 7.1

5) Επιρροή τοπικού λυγισμού

Όπως διαπιστώθηκε στο έκτο κεφάλαιο, ο τοπικός λυγισμός επηρεάζει περισσότερο το φορτίο αστοχίας όταν ο φορέας αστοχεί καμπτικά παρά όταν αστοχεί στρεπτοκαμπτικά. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο ότι στην πρώτη περίπτωση η διατομή βρίσκεται ολόκληρη υπό θλίψη, ενώ στη δεύτερη μόνο ένα κομμάτι της με αποτέλεσμα ο τοπικός λυγισμός να επιδρά σε μικρότερο τμήμα της διατομής.

Τέλος από τα αποτελέσματα των αναλύσεων προέκυψε το συμπέρασμα ότι η αύξηση του πλάτους και του ύψους της διατομής καθώς και η μείωση του πάχους των τοιχωμάτων προκαλούν αυξημένη επιρροή του τοπικού λυγισμού. Πιο συγκεκριμένα, σε ανοιχτές διατομές, η αύξηση του πλάτους προκαλεί μεγαλύτερη επιρροή του τοπικού λυγισμού από ότι η αύξηση του ύψους, διότι τα πέλματα είναι μονά στηριζόμενα στοιχεία σε αντίθεση με τον κορμό και συνεπώς παρουσιάζουν μεγαλύτερο συντελεστή κύρτωσης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 1) Μιχάλτσος Γ. (2008), «Ελαφρές μεταλλικές κατασκευές: Μέθοδοι υπολογισμού», Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.
- 2) Βάγιας Ι.Κ., Dubina D. (2004), «Σιδηρές κατασκευές από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
- 3) Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ., (2005) «Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα με βάση τα τελικά κείμενα των Ευρωκωδικων», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
- 4) Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ., (2004) «Σιδηρές κατασκευές: Παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
- 5) Κουνάδης Α.Ν. (1997), «Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας», Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.
- 6) Βάγιας Ι., (2003) «Σιδηρές κατασκευές, ανάλυση και διαστασιολόγηση», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
- 7) ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑΣ 3, Σχεδιασμός Μεταλλικών Κατασκευών (ENV 1993)
- 8) Τσουβάλας Α., Βλαχιώτη Χ., (2007) «Διερεύνηση αλληλεπίδρασης καθολικού και τοπικού ανελαστικού λυγισμού με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων», Διπλωματική εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- 9) ADINA System Online Manuals, ADINA R&D, Inc
- 10) Ioannidis G.I., Polyzois D.J., Kounadis A.N., (1998) «Elastic limit state flexural-torsional postbuckling analysis of bars with open thin-walled cross-sections under axial thrust»
- 11) Δικτυακοί τόποι