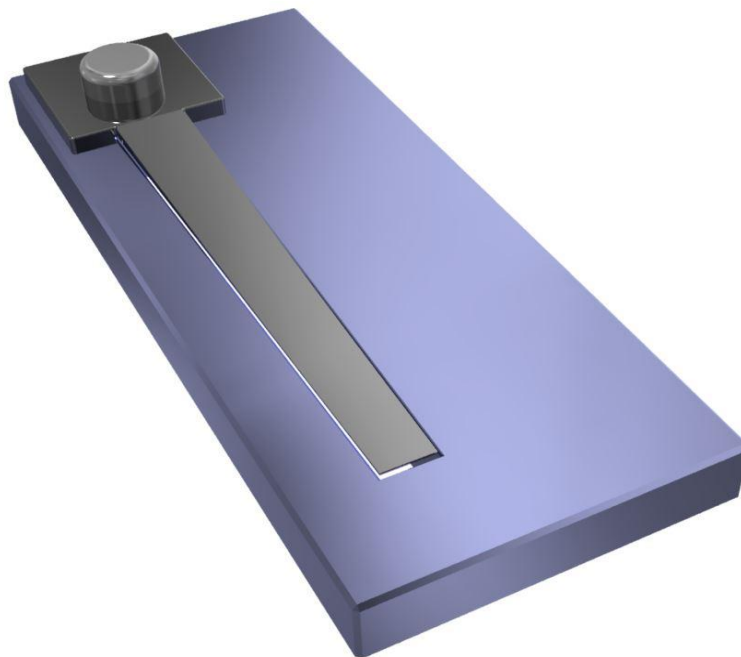




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ
ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Προσομοίωση Ακουστικής και Μηχανικής συμπεριφοράς της
γλωττίδας Ακκορντεόν σε περιβάλλον MATLAB και ANSYS

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ



Γεώργιος Α. Μπαμπάνης

Επιβλέπων Καθηγητής: Χριστόφορος Γ. Προβατίδης

ΑΘΗΝΑ, 2013

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	i
Περίληψη	1
Ευχαριστίες.....	2
Abstract	3
Κατάλογος σχημάτων.....	5
Κατάλογος πινάκων	11
Κεφάλαιο 1ο: Ιστορία του Ακκορντεόν	13
1.1.1 Απαρχές - προϊστορία του Ακκορντεόν.....	13
1.1.2 Στάδια εξέλιξης του Ακκορντεόν.....	16
1.2 Το κατασκευαστικό και λειτουργικό μέρος του Ακκορντεόν	18
1.2.1 Η δομή του Ακκορντεόν και ο τρόπος λειτουργίας του	18
1.2.2 Βαλβίδα	21
1.2.3 Καρίνες ή Κυψέλες.....	22
1.2.4 Μεταλλική Γλωττίδα.....	24
1.2.5 Αυτοδιέγερση της μεταλλικής γλωττίδας	25
1.2.6 Ταλάντωση της γλωττίδας.....	27
1.2.7 Οπή και τάπα βαλβίδας.....	28
Κεφάλαιο 2ο: Εξισώσεις Διατήρησης.....	30
2.1 Εξίσωση Διατήρησης μάζας	30
2.1.1 Ολοκληρωματική διατύπωση.....	31
2.1.2 Διαφορική διατύπωση	32
2.2 Εξίσωση Διατήρησης Ορμής	32
2.2.1 Ολοκληρωματική διατύπωση.....	32
2.2.2 Διαφορική διατύπωση	34
2.3 Εξίσωση Διατήρησης Ενέργειας	34
2.3.1 Ολοκληρωματική διατύπωση.....	35
2.3.2 Διαφορική διατύπωση	36
2.4 Εξισώσεις διατήρησης της ορμής σε νευτώνειο ρευστό Navier – Stokes.....	36
2.5 Εξίσωση Bernoulli.....	39
2.6 Αστρόβιλη ροή ασυμπίεστου ρευστού	41
2.6.1 Σημειακή πηγή	42

Κεφάλαιο 3ο: Το αεροακουστικό πρόβλημα	44
3.1 Γραμμική ακουστική θεωρία.....	44
3.1.1 Κατάστρωση ακουστικών εξισώσεων –Μονοδιάστατη κυματική εξίσωση	44
3.2 Εξίσωση συνέχειας.....	46
3.3 Εξίσωση ορμής	46
3.3.1 Μονόπολο	47
3.3.2 Δίπολο	48
3.3.3 Τετράπολο.....	49
3.4 Το ακουστικό ανάλογο του <i>Lighthill</i>	51
3.4.1 Η εξίσωση <i>Lighthill</i>	51
3.4.2 Η λύση της εξίσωσης <i>Lighthill</i> απουσία στερεών συνόρων	53
3.4.3 Ήχος παραγόμενος από Στροβιλότητα.....	54
Κεφάλαιο 4ο: Βασικές έννοιες της ακουστικής	56
4.1 Εισαγωγή στην ακουστική.....	56
4.2 Περιγραφή του ήχου	56
4.3 Διάδοση του ήχου	56
4.4 Ο ήχος στον ελεύθερο χώρο.....	58
4.5 Οι διαστάσεις του ήχου	59
4.5.1 Ένταση.....	59
4.5.2 Διάρκεια	60
4.5.3 Τονικό ύψος	60
4.5.4 Χροιά	60
4.6 Χρήσιμα Μεγέθη της Ακουστικής	61
4.6.1 Σύνθετα κύματα	61
4.6.2 Αρμονικές.....	62
4.6.3 Όκταβες.....	63
4.6.4 Αναλογίες και οκτάβες.....	63
4.6.5 Ηχητική στάθμη – <i>Decibel</i>	65
4.6.6 Ακουστική ισχύς και η λειτουργικότητά της.....	68
4.6.7 Σύγκριση ηχηρότητας σε σχέση με την συχνότητα	68
4.6.8 Περιοχή ακουστότητας.....	70
Κεφάλαιο 5ο: Τεχνική Μηχανική.....	73
5.1 Νόμος του <i>HOOKE</i>	73
5.1.1 Σχέση μεταξύ ορθής τάσης – γραμμικής παραμόρφωσης	73

5.1.2	Παραδοχές ισχύος του νόμου Hooke	74
5.1.3	Σχέση διατμητικής τάσης – γωνιακής παραμόρφωσης	77
5.2	Κάμψη.....	78
5.2.1	Βασικοί τύποι κάμψης	79
5.2.2	Θέση της ουδέτερης γραμμής.....	82
5.2.3	Θεμελιώδης νόμος της κάμψης	83
5.3	Στρέψη.....	85
5.3.1	Στρέψη ράβδων μη κυκλικής διατομής	87
5.3.2	Ορθογωνική διατομή	87
5.4	Ταλαντώσεις.....	89
5.4.1	Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.....	89
5.4.2	Δυναμικό Μοντέλο σύστημα μάζας – ελατηρίου ενός βαθμού ελευθερίας 90	
5.4.3	Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα	91
5.4.4	Δύναμη απόσβεσης	91
5.4.5	Νόμος του Hooke.....	92
5.4.6	Δύναμη Διέγερσης	93
Κεφάλαιο 6ο: Προσομοίωση παραγωγής ήχου του Ακκορντεόν με μοντέλο ενός βαθμού ελευθερίας		95
6.1	Λειτουργία της γλωττίδας.....	95
6.1.1	Ρευστομηχανική περιγραφή της ροής.....	98
6.1.2	Δυναμικό της ροής	101
6.1.3	Αεροδυναμική Πίεση	106
6.1.4	Ταλάντωση της γλωττίδας.....	109
6.1.5	Ακουστική πίεση	113
6.2	Υπολογιστική προσομοίωση διάταξη στον αέρα.....	120
6.3	Αποτελέσματα	120
6.4	Σύγκριση αποτελεσμάτων.....	120
6.5	Μετατόπιση γλωττίδας.....	121
6.6	Αεροδυναμική πίεση.....	127
6.7	Ακουστική πίεση.....	131
Κεφάλαιο 7ο: CMM /CAD / CAE /		134
7.1.1	Ορισμός CAD και οι δυνατότητές του	134
7.1.2	Ορισμός CAE και οι εφαρμογές του.....	134
7.1.3	Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων	135

7.1.4	Βασικές έννοιες της μεθόδου	137
7.2	Το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS.....	138
Κεφάλαιο 8ο: Τριδιάστατο υπολογιστικό μοντέλο γλωττίδας		139
8.1	Διαστασιολόγηση της γλωττίδας με το Faro Scan.....	139
8.2	Σχεδιασμός της γλωττίδας με το λογισμικό Solidworks	140
8.2.1	Επιλογή τύπου πεπερασμένων στοιχείων και γένεση πλέγματος	145
8.3	Στατική ανάλυση (Static Structural)	148
8.3.1	Μηχανική Ανάλυση	148
8.4	Υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων και παρουσίαση ιδιομορφών	151
8.5	Στοιχεία πλέγματος	152
8.6	Οι πρώτες εννιά ιδιοσυχνότητες της γλωττίδας.....	157
8.7	Οι πρώτες τρεις ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της βάσης στήριξης	160
8.7.1	Σύγκριση των ιδιοσυχνοτήτων πραγματικής και μοντελοποιημένης γλωττίδας- Συμπεράσματα	166
8.7.2	Σχέση Μάζας-Συχνότητας.....	168
8.8	Ανάπτυξη μοντέλου γλωττίδας – ρευστού με τη χρήση των εργαλείων CFX και FLUENT	169
8.9	Εμπειρίες που αποκτήθηκαν από τη χρήση των εργαλείων MATLAB,CFX,FLUENT, TR. STRUCTURAL του ANSYS (FSI) και SOLIDWORKS	192
8.10	Μελλοντική έρευνα.....	192
Βιβλιογραφία		194
Παράρτημα Ι: Κώδικας Matlab		Error! Bookmark not defined.

Περίληψη

Αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι η κατανόηση των πολύπλοκων μηχανισμών που διέπουν την παραγωγή του ήχου και την προσομοίωση της ακουστικής και μηχανικής συμπεριφοράς της γλωττίδας Ακκορντεόν. Έναυσμά της αποτέλεσε η μεγάλη μου αγάπη για αυτό το όργανο, καθώς και τη μετέπειτα εξέλιξή του. Το Ακκορντεόν είναι ένα πολύ σύνθετο μουσικό όργανο, τόσο στη δομή του, όσο και στη χρήση του. Σε μια προσπάθεια να κατανοηθεί σε βάθος η λειτουργία του, μελετήθηκε η αεροδυναμική διέγερση και η παραγωγή ήχου της γλωττίδας με την απουσία στερεών συνόρων.

Αρχικά, αξιοποιώντας τη δημοσίευση των Denis Ricot, Rene' Causse' και Nicolas Misdariis [40] σχετικά με την παραγωγή ήχου της γλωττίδας αναπτύχθηκε κώδικας σε περιβάλλον Matlab, ο οποίος προσομοιώνει τη μηχανική και ακουστική συμπεριφορά της γλωττίδας του Ακκορντεόν, απλοποιημένη σε δύο διαστάσεις καθώς και τη ρευστομηχανική συμπεριφορά της ροής αέρα συναρτήσει του χρόνου και της συχνότητας. Στη συνέχεια μοντελοποιήθηκε η αλληλεπίδραση του ρευστού - στερεού (Fluid Structure Interaction - FSI) με χρήση του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων Ansys. Συγκεκριμένα, στο περιβάλλον Ansys αναπτύχθηκαν δύο μοντέλα γλωττίδας. Για το πρώτο μετρήθηκαν οι διαστάσεις μίας ήδη υπάρχουσας γλωττίδας Ακκορντεόν με τη χρήση του FaroScan, κατασκευάστηκε το τρισδιάστατο μοντέλο της και υπολογίστηκαν οι ιδιομορφές και οι ιδιοσυχνότητές της, οι οποίες συγκρίθηκαν με αυτές της πραγματικής γλωττίδας. Το δεύτερο μοντέλο, προσομοιώνει την αλληλεπίδραση ρευστού - στερεού (FSI), χρησιμοποιώντας τη δισδιάστατη γεωμετρία και τις οριακές συνθήκες του πειράματος των Denis Ricot, Rene' Causse' και Nicolas Misdariis.

Αποτελεί όραμα, η κατασκευή μουσικών οργάνων ταλαντούμενων γλωττιδών που έχουν ως κυρίαρχο κριτήριο κατασκευής τους, το κατά προτίμηση ηχόχρωμα που αναζητά ο κάθε οργανοπαίκτης. Παραπλήσια, μελλοντικός στόχος αποτελεί η πλήρης κατανόηση της σχέσης-σύζευξης μεταξύ του *ηχοχρώματος* ενός οργάνου με το *κατασκευαστικό του μέρος* (γεωμετρία, υλικά, κ.α.).

Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο, θα ήθελα πολύ να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. *Χριστόφορο Προβατίδη* για πολλούς λόγους. Αρχικά γιατί ενέκρινε και μου εμπιστεύθηκε ένα τόσο ενδιαφέρον και πρωτότυπο θέμα. Στη συνέχεια, γιατί υπήρξε πολύ σημαντική η προσφορά του σε επίπεδο γνώσεων και χρόνου που μου χάρισε απλόχερα μέσω εποικοδομητικών συζητήσεων που κάναμε κατά την εκπόνηση της εργασίας καθώς και για τις συμβουλές που μου έδωσε, βοηθώντας με να εξελιχτώ ως επιστήμονας και ως άνθρωπος.

Θεωρώ απαραίτητο να αναφέρω και να ευχαριστήσω τα άτομα που βοήθησαν με τον τρόπο τους, άμεσα και έμμεσα, έτσι ώστε υλοποιηθεί ως τέλος αυτή η διπλωματική εργασία. Καταρχήν, το δάσκαλό μου και διεθνή σολίστα του Ακκορντεόν κ. Ηρακλή Βαβάτσικα, που σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου ήταν δίπλα μου, δείχνοντας κατανόηση και υπομονή στην όχι άριστη επίδοσή μου στις μουσικές σπουδές, εξαιτίας του απαιτητικού προγράμματος των σπουδών μου ως μηχανολόγος καθώς και της επαγγελματικής μου εργασίας ως μουσικός. Συμπεριλαμβανομένου του Η. Βαβάτσικα, δε θα παραβλέψω να αναφέρω τα άτομα με τα οποία έκανα αμέτρητες συζητήσεις, μοιράστηκα προβληματισμούς και που μου μεταλαμπάδευσαν τις γνώσεις τους. Αυτοί είναι, ο Αν. Καθηγητής *Γ. Καμπουράκης*, ο Δρ. *Σπ. Μουζακίτης*, η Δρ. *Κλ. Βόσου*, ο Π. *Ζαφειρίου*, *Σπ. Μελλισανίδης*, η *Ε. Νταλάκα* και ο πολύ καλός μου φίλος *Σ. Μπενέκος* που μου συμπαραστάθηκε σε αυτή τη δύσκολη πορεία μου, και φιλικά και επιστημονικά.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για όλα όσα μου προσφέρει όλα αυτά τα χρόνια, την αγάπη και τη στήριξή τους, όπως και τους φίλους μου.

Αθήνα, 2013

Abstract

The main task of this diploma thesis is the understanding of the complex mechanism which is observed in the sound production by an Accordion reed. A numerical study was conducted for this purpose in order to evaluate the acoustic and mechanical behaviour of the reed. The driving forces for the conduct of this research were my great love for the Accordion and my deep desire to evolve this instrument. The Accordion is a complex instrument both in structure as well as in its use. In an effort to understand its operation we studied the aerodynamic excitation and sound production of a simplified reed model that was simulated in Matlab without applying the acoustic coupling (solid boundaries).

Initially, a Matlab code was developed based on Denis Ricot, Rene´ Causse´ and Nicolas Misdariis work. This code was used to simulate the mechanical and acoustic behavior of the Accordion reed and the air flow field as function of the time and frequency in a simplified 2D geometry.

Afterwards, a more detailed simulation of a 3D model, was conducted in Ansys based on a finite elements method. Two models were designed. In the first model the natural frequencies were studied. The geometry of this model was based on real dimensions of an existing reed which were measured using the FaroScan technique. The results of the second simulation were compared to the experimental results of the existing reed. In the second model, was studied the Fluid Structure Interaction FSI using the boundary conditions of Denis Ricot, Rene´ Causse´ and Nicolas Misdariis.

My far-reaching goal is the construction of musical instruments where the appropriately constructed vibrating reeds could satisfy the needs of a musician in terms of timbre. However, the coupling of the reed with the designed geometry, material and other elements as well as the influence in the effect of the final timbre of the instrument could also be studied in a future work.

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 1.1: Sheng.....	13
Σχήμα 1.2: Physharmonika.....	15
Σχήμα 1.3: Handäoline	16
Σχήμα 1.4: Μικρή Physharmonika	16
Σχήμα 1.5: Θέση παιξίματος.....	16
Σχήμα 1.6.....	17
Σχήμα 1.7.....	17
Σχήμα 1.8: Konzertina	17
Σχήμα 1.9: Bandonion	17
Σχήμα 1.10: Wiener Schrammelharmonika	17
Σχήμα 1.11: Bandonion	17
Σχήμα 1.12: Αρμόνικες μίας, δύο και τριών σειρών αντίστοιχα.....	18
Σχήμα 1.13: Ακκορντεόν με πλήκτρα.....	18
Σχήμα 1.14: Ακκορντεόν με κουμπιά	18
Σχήμα 1.15: Τα μέρη και η δομή του Ακκορντεόν	19
Σχήμα 1.16: Μηχανισμός παραγωγής και ελέγχου του ήχου του Ακκορντεόν	21
Σχήμα 1.17: Γλωττίδες τοποθετημένες πάνω στις καρίνες	23
Σχήμα 1.18: Σύστημα μεταλλικής γλωττίδας	25
Σχήμα 1.19: Τέσσερις φάσεις ταλάντωσης της γλωττίδας	26
Σχήμα 1.20: Γλωττίδα - Βάση	27
Σχήμα 1.21: Επίδραση της οπής στην ενεργή διαφορά πίεσης.....	29
Σχήμα 1.22: Σχέση μεταξύ ασκούμενης πίεσης και επιφάνειας οπής.....	29
Σχήμα 2.1: Αρχή διατήρησης ορμής σε ρευστό.....	32
Σχήμα 2.2: Αποσβενούμενη αρμονική ταλάντωση	38
Σχήμα 2.3: Διαδρομή ρευστοστοιχείου από τη θέση 1 στην 2.....	39
Σχήμα 2.4: Σημειακή πηγή	43
Σχήμα 4.1: Διεύθυνση μετάδοσης ακουστικού κύματος.....	57
Σχήμα 4.2: Διεύθυνση μετάδοσης εγκάρσιου κύματος	58
Σχήμα 4.3: Η ένταση του ήχου ελαττώνεται καθώς αυξάνει η απόσταση από την πηγή	59
Σχήμα 4.4: Το ημιτονοειδές κύμα με την μικρότερη συχνότητα (f_1) στο Σχήμα Α ονομάζεται θεμελιώδες, το κύμα με την διπλάσια συχνότητα (f_2) στο Σχήμα Β ονομάζεται δεύτερη αρμονική και το κύμα με την τριπλάσια συχνότητα (f_3) στο Σχήμα	

D τρίτη αρμονική. Η τέταρτη αρμονική, η πέμπτη αρμονική κλπ, έχουν την τετραπλάσια και την πενταπλάσια συχνότητα του θεμελιώδους, κοκ.	62
Σχήμα 4.5: Επίπεδα ηχητικής πίεσης και οι απόλυτες rms πιέσεις από διάφορες πηγές	67
Σχήμα 4.6: Περιγράμματα ίσης ηχηρότητας του ανθρώπινου αυτιού τα οποία αποκαλύπτουν την σχετική έλλειψη ευαισθησίας του αυτιού σε χαμηλούς τόνους, ιδιαίτερα σε μικρότερες στάθμες ήχου. Η αναστροφή αυτών των καμπύλων δίνει την απόκριση συχνότητας του αυτιού σαν συνάρτηση της στάθμης ηχηρότητας.(Robinson και Dadson)	69
Σχήμα 4.7:Σύγκριση της απόκριση του αυτιού στα 20 Hz σε σχέση με τα 1.000 Hz.Σε στάθμη ηχηρότητας 30 phon, η στάθμη πίεσης ήχου ενός τόνου 20 Hz πρέπει να είναι μεγαλύτερη κατά 58 dB απ' ότι στα 1.000 Hz για να έχουμε την ίδια ηχηρότητα. Σε στάθμη ηχηρότητας 90 phon, χρειάζεται αύξηση μόνο κατά 32 dB. Η απόκριση του αυτιού είναι κάπως περισσότερο επίπεδη σε μεγάλες στάθμες ηχηρότητας. Η στάθμη ηχηρότητας είναι μόνο ένα ενδιάμεσο βήμα για την πραγματική υποκειμενική ηχηρότητα.....	69
Σχήμα 4.8: Η περιοχή ακουστότητας του ανθρώπινου αυτιού περιορίζεται από δυο καμπύλες κατωφλίου, (A) το κατώφλι ακοής, που περιορίζει τους ήχους της χαμηλότερης στάθμης που μπορεί να ανιχνεύσει το αυτί, και (B) το κατώφλι αίσθησης, στο άνω άκρο . Όλες οι ακουστικές εμπειρίες, μας συμβαίνουν μέσα στην περιοχή αυτή.....	70
Σχήμα 5.1	73
Σχήμα 5.2	76
Σχήμα 5.3: Παραμορφώσεις και τάσεις σε αξονικό εφελκυσμό και θλίψη	77
Σχήμα 5.4: Παραμόρφωση δοκών λόγω εγκάρσιου εξωτερικού φορτίου	79
Σχήμα 5.5: Καμπύλωση σε μεγέθυνση, στοιχειώδους τμήματος καμπτόμενης δοκού	80
Σχήμα 5.6: Τριγωνική κατανομή των ορθών τάσεων, σε καμπτόμενη δοκό.....	81
Σχήμα 5.7: Πρόοψη και πλάγια όψη σε τμήμα καμπτόμενης δοκού.....	82
Σχήμα 5.8: Αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις σε στοιχειώδες τμήμα καμπτόμενης δοκού	84
Σχήμα 5.9: Στρέψη ράβδου από ζεύγος δυνάμεων ή από στρεπτική ροπή	86
Σχήμα 5.10: Παραμόρφωση ράβδου ορθογωνικής διατομής λόγω στρέψης	87
Σχήμα 5.11: Κατανομή στρεπτικών διατμητικών τάσεων σε ορθογωνική διατομή.....	88
Σχήμα 5.12	90
Σχήμα 5.13: Επιτάχυνση σώματος μάζας m.....	91
Σχήμα 5.14: Δύναμη απόσβεσης με σταθερά απόσβεσης c.....	92
Σχήμα 5.15: Δύναμη ελατηρίου με σταθερά ελατηρίου k	92
Σχήμα 5.16: Δύναμη Διέγερσης - Ισοροπία δυνάμεων.....	94

Σχήμα 6.1: Τροφοδοτικό δοχείο νερού.....	99
Σχήμα 6.2: Απεικόνιση Δεσμών νερού πειραματικού μοντέλου	100
Σχήμα 6.3: Πλάκα στήριξης – γλωττίδα.....	101
Σχήμα 6.4: Απεικόνιση Δισδιάστατο μοντέλου γλωττίδας ως βαλβίδα	102
Σχήμα 6.5: Δισδιάστατο μοντέλο γλωττίδας, με σύστημα συντεταγμένων (e_1, e_2) και ένα πλευρικό διάκενο	103
Σχήμα 6.6: Μεταβολή του μήκους του διακένου για διάφορες χρονικές στιγμές	104
Σχήμα 6.7: Ταλάντωση γλωττίδας ως ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου με απόσβεση και ενός βαθμού ελευθερίας.....	110
Σχήμα 6.8: Επιφάνεια Ελέγχου.....	115
Σχήμα 6.9: Αποτελέσματα υπολογιστικού μοντέλου: (a) Μετατόπιση γλωττίδας (b) Αεροδυναμική πίεση ανάντη στο σημείο C (c) Ανάστροφη ακουστική κυματομορφή στο σημείο D. Κλείσιμο της βαλβίδας \dots , άνοιγμα της βαλβίδα	121
Σχήμα 6.10: Μετατόπιση γλωττίδας σε [m] συναρτήσει του χρόνου σε [s]	122
Σχήμα 6.11: Διακύμανση του μήκους του διακένου μεταξύ γλωττίδας και βάσης.....	123
Σχήμα 6.12: Μετατόπιση γλωττίδας / πλάτος ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου (ανοιγμένο μέγεθος)	123
Σχήμα 6.13: Παροχή μάζας του αέρα q συναρτήσει του χρόνου t	124
Σχήμα 6.14: Σχέση μήκους και συχνότητας της γλωττίδας.....	125
Σχήμα 6.15: Σχέση πάχους και συχνότητας της γλωττίδας	125
Σχήμα 6.16: Σχέση πλάτους και συχνότητας της γλωττίδας	126
Σχήμα 6.17: Αεροδυναμική πίεση που ασκεί το ρευστό στη γλωττίδα	127
Σχήμα 6.18: Αεροδυναμική πίεση που ασκεί η γλωττίδα στο ρευστό	128
Σχήμα 6.19: Ολική Αεροδυναμική Πίεση.....	128
Σχήμα 6.20.....	129
Σχήμα 6.21: Μέγιστη Αεροδυναμική πίεση [Pa] στην ανάντη περιοχή συναρτήσει της πίεσης παροχής του τροφοδοτικού δοχείου	130
Σχήμα 6.22: Ακουστική Πίεση [Pa] στη θέση του παρατηρητή συναρτήσει του χρόνου [t].....	131
Σχήμα 6.23: Σήμα Ακουστικής πίεσης διάρκειας 1 sec	132
Σχήμα 6.24: Κυματομορφή Ακουστικής πίεσης διάρκειας 1 sec.....	132
Σχήμα 6.25: Απόκριση μοντελοποιημένης 2D γλωττίδας σε όλο το συχνοτικό φάσμα	133
Σχήμα 7.1: Χρήση τριγωνικών στοιχείων για τη διακριτοποίηση αμφιέριστης δοκού υπό καμπτική φόρτιση.....	137
Σχήμα 8.1: Βραχίονας FARO PLATINUM ARM Model P083D	139

Σχήμα 8.2: Προφίλ επιφάνειας της γλωττίδας εξ αριστερών	140
Σχήμα 8.3: Πρόοψη και πλάγια όψη εξ αριστερών σε τομή πριτισινομένης γλωττίδας πάνω στην βάση στήριξης	141
Σχήμα 8.4: Πρόοψη και πλάγια όψη εκ δεξιών σε τομή της γλωττίδας.....	142
Σχήμα 8.5: Πρόοψη και πλάγια όψη εκ δεξιών σε τομή της βάσης στήριξης	143
Σχήμα 8.6: Τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου γλωττίδας-πλάκας στήριξης	144
Σχήμα 8.7: Τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου γλωττίδας-πλάκας στήριξης	144
Σχήμα 8.8: Περιβάλλον ανάλυσης Static Structural, Modal Analysis.....	145
Σχήμα 8.9: Εξάεδρο - κύβος με 3 κόμβους σε κάθε στοιχείο και με τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο.....	146
Σχήμα 8.10: α) Τετράεδρο β) Εξάεδρο-κύβος γ) Πρίσμα δ) Πεντάεδρο-πυραμίδα ...	146
Σχήμα 8.11: Elements Quality	147
Σχήμα 8.12: Skewness	147
Σχήμα 8.13: Πλέγμα ολόκληρου του μοντέλου γλωττίδας, βάσης στήριξης και πριτισινού	148
Σχήμα 8.14: Πλέγμα γλωττίδας	148
Σχήμα 8.15: Γραφική απεικόνιση κατανομής των τάσεων σε όλο το μήκος της γλωττίδας.....	149
Σχήμα 8.16: Γραφική απεικόνιση της συνολικής ανηγμένης παραμόρφωσης.....	149
Σχήμα 8.17: Γραφική απεικόνιση συνολικής μετατόπισης	150
Σχήμα 8.18: Γράφημα καμπυλών Τάσης - Παραμόρφωσης.....	150
Σχήμα 8.19: Μοντέλο γλωττίδας - βάσης.....	152
Σχήμα 8.20: Πάκτωση μοντέλου στην πλάκα στήριξης (περιμετρικά)	156
Σχήμα 8.21: Πάκτωση γλωττίδας (περιμετρικά).....	156
Σχήμα 8.22: Πρώτες εννιά ιδιοσυχνότητες της γλωττίδας.....	157
Σχήμα 8.23: 1η ιδιομορφή ($f_1=499,63\text{Hz}$)	158
Σχήμα 8.24: 2η ιδιομορφή ($f_2=1723,9\text{Hz}$)	158
Σχήμα 8.25: 3η ιδιομορφή ($f_3=3826,7\text{Hz}$)	158
Σχήμα 8.26: 4η ιδιομορφή ($f_4=5159,8\text{Hz}$)	159
Σχήμα 8.27: 5η ιδιομορφή ($f_5=7002,7\text{Hz}$)	159
Σχήμα 8.28: 6η ιδιομορφή ($f_6=7721,9\text{Hz}$)	159
Σχήμα 8.29: 1η ιδιομορφή ($f_1=34197\text{Hz}$)	161
Σχήμα 8.30: 2η ιδιομορφή ($f_2=52123\text{Hz}$)	161
Σχήμα 8.31: 3η ιδιομορφή ($f_3=75471\text{Hz}$)	161
Σχήμα 8.32: Πειραματική διάταξη γλωττίδας – βάσης στήριξης προσαρμοσμένη πάνω κυλινδρικού αγωγού.....	162

Σχήμα 8.33: Χαρακτηριστικά του μικροφώνου CharterOakSA538	163
Σχήμα 8.34: Μέση Απόκριση του SA538 στο πεδίο συχνότητας	164
Σχήμα 8.35: Κυματομορφή ηχογραφημένου δείγματος.....	164
Σχήμα 8.36: Συχνοτική απόκριση γλωττίδας στο πεδίο του χρόνου	165
Σχήμα 8.37: Συχνοτική απόκριση γλωττίδας στο πεδίο του χρόνου	165
Σχήμα 8.38:Κοινές-«Κοντινές» Αρμονικές μεταξύ ηχογραφημένης και μοντελοποιημένης γλωττίδας	167
Σχήμα 8.39: Γραμμική συνάρτηση μεταξύ μάζας και συχνότητας.....	168
Σχήμα 8.40: 1 ^ο Μοντέλο Γλωττίδας-Βάσης Στήριξης (Structural part)	172
Σχήμα 8.41: 1ο Μοντέλο Γλωττίδας-Βάσης Στήριξης- Ρευστό (FSI).....	172
Σχήμα 8.42:1 ^ο Μοντέλο Ρευστού μέσου(CFX part)	172
Σχήμα 8.43:2ο Μοντέλο Γλωττίδας - Ρευστό(FSI).....	173
Σχήμα 8.44: Πλάγια όψη 2ου Μοντέλου Γλωττίδας-Βάσης Στήριξης	173
Σχήμα 8.45: Γραμμές Ροής που σχηματίζει ο Αέρας πριν και μετά την γλωττίδα.....	174
Σχήμα 8.46:Διανύσματα ταχύτητας του ρευστού μέσου (Αέρας) στην περιοχή του καναλιού βύθισης της γλωττίδας.....	174
Σχήμα 8.47: Αποσβενούμενη ταλάντωση του σημείου (σταυρού) του σχήματος.(8.42)	175
Σχήμα 8.48:2D Μοντέλο γλωττίδας-ρευστού.....	176
Σχήμα 8.49: Fluid Structure Interaction, CFX – TRANSINET STRUCTURAL	177
Σχήμα 8.50: Οριακές συνθήκες ρευστού: Wall, Symmetry	179
Σχήμα 8.51: Οριακές συνθήκες ρευστού: inlet, outlet, Interface.....	179
Σχήμα 8.52: Οριακές συνθήκες στερεού: Πάκτωση (Fixed Support), Διεπιφάνεια Ρευστού-Στερεού (Fluid Solid Interface)	180
Σχήμα 8.53: Πλέγμα ρευστού όλου του μοντέλου	181
Σχήμα 8.54: Πλέγμα ρευστού στην περιοχή του διακένου μεταξύ γλωττίδας – βάσης στήριξης	181
Σχήμα 8.55: Πλέγμα στερεού (γλωττίδας), μήκος στοιχείου 0,0005 m	182
Σχήμα 8.56: Γραμμές Ροής του Αέρα στην περιοχή του διακένου μεταξύ γλωττίδας – βάσης στήριξης	182
Σχήμα 8.57: Διανύσματα ταχυτήτων του Αέρα στην περιοχή του διακένου μεταξύ γλωττίδας – βάσης στήριξης.....	183
Σχήμα 8.58:Τυρβώδης ροή του Αέρα στην περιοχή κατόπτη της γλωττίδας, και μετατόπιση της γλωττίδας.....	183
Σχήμα 8.59: Διανύσματα ταχύτητας του Αέρα στην τυρβώδης περιοχή μετά το διάκενο	184

Σχήμα 8.60:Μετατοπίσεις κόμβων – στοιχείων του ρευστού και αστοχία πλέγματος	184
Σχήμα 8.61:Μοντέλο ρευστού με 6 διαφορετικές περιοχές πλεγματοποίησης	185
Σχήμα 8.62: Πλεγματοποίηση Μοντέλου ρευστού σε 6 διαφορετικές περιοχές	185
Σχήμα 8.63:Μοντέλο ρευστού με 16 διαφορετικές περιοχές πλεγματοποίησης	186
Σχήμα 8.64:Πλεγματοποίηση Μοντέλου ρευστού σε 16 διαφορετικές περιοχές	186
Σχήμα 8.65: Εστίαση Πλέγματος Μοντέλου ρευστού με 16 διαφορετικές περιοχές..	187
Σχήμα 8.66:Μετατόπιση της γλωττίδας, και η φορά των διανυσμάτων της ταχύτητας του ρευστού	188
Σχήμα 8.67: Μετατόπιση γλωττίδας, μετατοπίσεις κόμβων – στοιχείων του ρευστού και αστοχία πλέγματος.....	188
Σχήμα 8.68: Στροβιλομηχανή	189
Σχήμα 8.69:Εσωτερική διάταξη πτερυγίων στροβιλομηχανής	189
Σχήμα 8.70: Πτερύγια του Ρότορα – Στάτορα Στροβιλομηχανής.....	190
Σχήμα 8.71: Fluid Structure Interaction χρησιμοποιώντας τα πακέτα FLUENT – TRANSIENT STRUCTURAL.....	191
Σχήμα 8.72: Περιβάλλον Setup του FLUENT	191
Σχήμα 8.73: Dynamic Mesh, Remeshing	191

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 4.1: Σύγκριση αρμονικών και οκτάβων. Οι αρμονικοί έχουν γραμμική σχέση, οι οκτάβες λογαριθμική.....	63
Πίνακας 4.2: Οι οκτάβες	64
Πίνακας 4.3: <i>Διαίρεση οκτάβας σε τρίτα</i>	65
Πίνακας 5.1: Συντελεστές για στρέψη ορθογωνικής διατομής	89

Κεφάλαιο 1ο: Ιστορία του Ακκορντεόν

1.1.1 Απαρχές - προϊστορία του Ακκορντεόν

Το Ακκορντεόν είναι όργανο με πολύ σύντομη ιστορία στη λαϊκή μουσική και πολύ περισσότερο στην «λόγια» δυτική μουσική. Ουσιαστικά, η συνολική ιστορική εξέλιξη του Ακκορντεόν ελάχιστα ξεπερνάει τον ενάμισο αιώνα, ενώ η εξέλιξή του σε αυτό το χρονικό διάστημα ήταν ραγδαία. Το Ακκορντεόν είναι ένα αερόφωνο και ταυτόχρονα πληκτροφόρο μουσικό όργανο. Αερόφωνα είναι τα όργανα που εκμεταλλεύονται τις ελεύθερες στήλες αέρα (free reeds) για την παραγωγή του ήχου, και τα οποία έχουν πολύ μακρά ιστορία [35].

Ο αρχαιότερος πρόγονος της κατηγορίας των οργάνων αυτών, είναι το κινέζικο sheng. Το όργανο αυτό εμφανίζεται περίπου το 2500 π.Χ. και αποτελείται συνήθως από 13 ως 24 καλάμια μπαμπού διαφορετικού μεγέθους. Στην κάτω, μη εμφανή περιοχή κάθε καλάμιού, υπάρχει μια γλωττίδα για κάθε ένα από τα καλάμια μπαμπού που θέτει σε ταλάντωση μέσω του αέρα τη γλωττίδα. Εάν καλυφθεί η τρύπα που βρίσκεται στο άνω τμήμα του σωλήνα με το δάχτυλο, προκύπτει ένα αντηχείο και ηχεί ο αντίστοιχος φθόγγος.



Σχήμα 1.1: Sheng

Δεν είναι γνωστό πότε και πως η «διασπαστική γλωττίδα» έφτασε στην Ευρώπη, εάν το Sheng ή της ίδιας οικογένειας όργανο κίνησε το ενδιαφέρον των περιηγητών και το

έφεραν μαζί τους στην Ευρώπη ή αν ανακαλύφθηκε ανεξάρτητα εδώ. Για πρώτη φορά γίνεται πάντως αναφορά σε αυτή το 1619 από τον Michael Prätorius στην «Οργανογνωσία Syntagma Musicum», όπου περιγράφει ένα ρετζίστρο εκκλησιαστικού οργάνου βασιζόμενο σ' αυτή.

Για τα επόμενα 150 χρόνια δεν υπάρχουν (ή δεν έχουν βρεθεί τουλάχιστον ακόμα) αντίστοιχα κείμενα. Το γεγονός ότι δεν υπάρχει μια σίγουρη και τεκμηριωμένη άποψη για τις πρώτες κατασκευές, δυσχεραίνει την προσπάθεια να δοθεί απάντηση σχετικά με τον πρώτο κατασκευαστή. Στην περίοδο της μετάβασης από την εποχή του Μπαρόκ στην Κλασική, άλλαξε η «ηχητική» εικόνα της Μουσικής και το «ιδεατό» του ήχου. Ξεκίνησε η εποχή της ανακάλυψης, του πειραματισμού, της αναζήτησης καινούργιων οργάνων, νέων ηχοχρωμάτων. Περί τα τέλη του 18ου αιώνα ανακαλύφθηκαν οι διασπαστικές γλωττίδες ξανά. Από αυτή την εποχή και έπειτα κάνουν την εμφάνισή τους οι λεγόμενοι πρόγονοι του ακορντεόν, οι οποίοι εξελίσσονται ανά τους αιώνες. Η ιστορία εξέλιξης του ακορντεόν έχει καταγραφεί από διάφορους λάτρεις του οργάνου αλλά και από ιστορικούς γενικότερα. Σημαντική πηγή αποτέλεσε το ολοκληρωμένο βιβλίο σχετικά με την ιστορία εξέλιξης του Ακκορντεόν του Φυσικού και Μουσικού Σπύρου Μελλισανίδη με τίτλο «Η ιστορία εξέλιξης και το ρεπερτόριο του Ακκορντεόν». Έτσι, θα αναφέρουμε τις σημαντικότερες εξελίξεις του Ακκορντεόν μέχρι και σήμερα.

Το 1806 ο Bernhard Eschenbach μαζί με τον Kaspar Schlimbach κατασκεύασαν το πρώτο όργανο με ελεύθερα ταλαντευόμενες γλωττίδες χωρίς σωλήνα, το Äoline (αιολίνη). Για πρώτη φορά λοιπόν η διασπαστική γλωττίδα είναι όχι μόνο παραγωγός του ήχου αλλά και εκπομπός του ήχου, κάτι που την δια-χώρισε σαφώς από το εκκλησιαστικό όργανο. Και άλλοι κατασκευαστές οργάνων πειραματίστηκαν προς αυτή την κατεύθυνση. Έτσι, το 1821 εμφανίστηκε στη Βιέννη η Physharmonika του Anton Haeckl, όργανο που πλησίαζε κατά πολύ το μετέπειτα αρμόνιο.



Σχήμα 1.2: *Physharmonika.*

Ως εφευρέτης της φουσαρμόνικας θεωρείται ο κατασκευαστής οργάνων ChristianFriedrichBuschmann απ' το Thüringen. το 1821, κατασκεύασε ένα ηχητικό «ξύλο» με κομμένες οπές και κυψέλες (αεροθάλαμοι), στερεώνοντας πάνω του μεταλλικές διασπαστικές γλωττίδες, τις οποίες έθετε σε ταλάντωση φυσώντας με το στόμα. Δεν είχε στο μυαλό του την εφεύρεση ενός νέου μουσικού οργάνου αλλά πολύ περισσότερο μια συσκευή που θα τον εξυπηρετούσε στο κούρδισμα των πιάνων και των εκκλησιαστικών οργάνων και που αργότερα ονόμασε Mundäoline (αιολίνη στόματος). Ένα χρόνο αργότερα, το 1822 κατασκεύασε μια δερμάτινη φυσούνα για την παραγωγή του πεπιεσμένου αέρα και τοποθέτησε βαλβίδες στις γλωττίδες. Με το τράβηγμα προς τα πάνω, γέμιζε με αέρα τη φυσούνα και την άφηγε να πέφτει προς τα κάτω λόγω του ίδιου της του βάρους. Με τον τρόπο αυτό το ρεύμα του αέρα παρήγαγε τον επιθυμητό φθόγγο της ανοιχτής βαλβίδας της γλωττίδας, ο οποίος ηχούσε μέχρι να μειωθεί ο όγκος του αέρα της φυσούνας. Έτσι, η διάρκεια του φθόγγου ήταν μεγαλύτερη και ελεύθερα τα δυο χέρια κατά το κούρδισμα. Η χρήση του ως μουσικού οργάνου ήταν φυσικά κοντά. Ο Buschmann βελτίωσε αργότερα την συσκευή του τοποθετώντας στο όργανο διπλές γλωττίδες που αντιδρούσαν στο τράβηγμα και στην πίεση μιας μεγαλύτερης φυσούνας, πλήκτρα παιχνιδιού για τις βαλβίδες ενώ για να μεγαλώσει την έκταση των φθόγγων, τοποθέτησε και στις δυο άκρες της φυσούνας γλωττίδες και ονόμασε το όργανο Handäoline (αιολίνη χειρός) [35].



Σχήμα 1.3: Handäoline

1.1.2 Στάδια εξέλιξης του Ακκορντεόν

Υπάρχουν πολλοί που πιστεύουν πως αυτό το όργανο (Handäoline) αποτέλεσε τον πρόδρομο του Ακκορντεόν. Δικαίως χαρακτηρίστηκε έτσι, καθώς το σχήμα του έχει άμεση σχέση με την μορφή του ακκορντεόν που ξέρουμε σήμερα. Έτσι, με τη πάροδο των χρόνων το όργανο αυτό άλλαξε ποικιλοτρόπως ως προς την δομή του και τον τρόπο παιξίματος του. Παρακάτω, θα αναφερθούν περιληπτικά και αναφορικά τα στάδια εξέλιξης του Ακκορντεόν, φτάνοντας στην τωρινή μορφή του. Ξεκινώντας από τον 19ο αιώνα έχουμε:



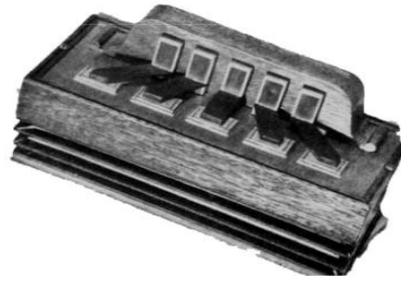
Σχήμα 1.4: Μικρή Physharmonika



Σχήμα 1.5: Θέση παιξίματος



Σχήμα 1.6



Σχήμα 1.7

Το Ακκορντεόν του C. Demian



Σχήμα 1.8: Konzertina



Σχήμα 1.9: Bandonion



Σχήμα 1.10: Wiener Schrammelharmonika



Σχήμα 1.11: Bandonion



Σχήμα 1.12: Αρμόνικες μίας, δύο και τριών σειρών αντίστοιχα



Σχήμα 1.13: Ακκορντεόν με πλήκτρα



Σχήμα 1.14: Ακκορντεόν με κουμπιά

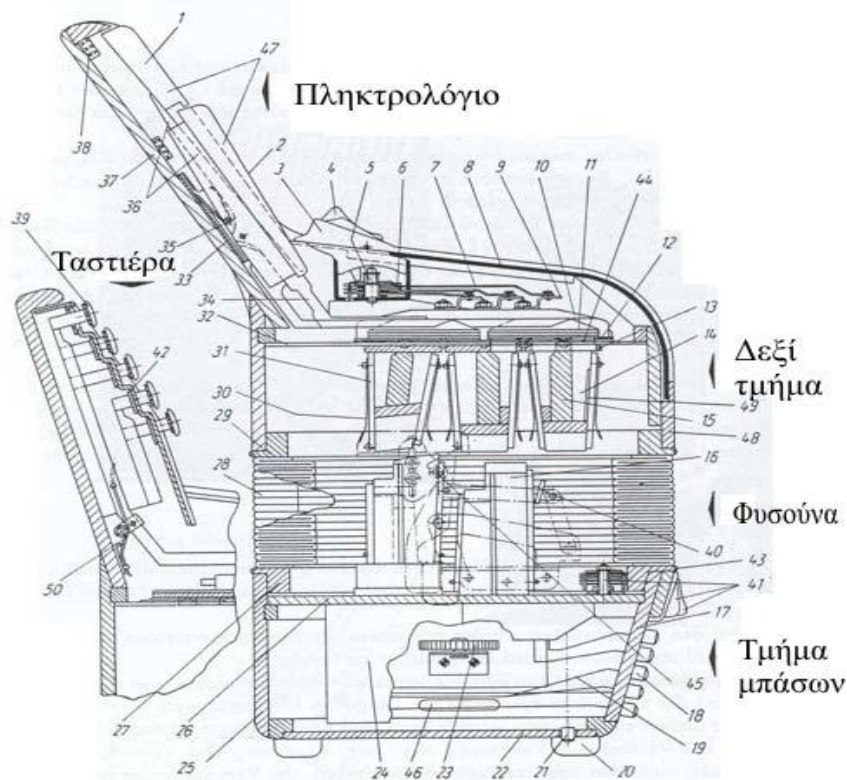
1.2 Το κατασκευαστικό και λειτουργικό μέρος του Ακκορντεόν

1.2.1 Η δομή του Ακκορντεόν και ο τρόπος λειτουργίας του

Το Ακκορντεόν ανήκει στην κατηγορία των αεροφόρων και παράλληλα πληκτροφόρων οργάνων. Αυτό γιατί η παραγωγή του ήχου του απαιτεί την ροή αέρα και επίσης ο χειρισμός του γίνεται μέσω κουμπιών και πλήκτρων. Είναι ένα αρκετά σύνθετο όργανο όσον αφορά την κατασκευή του αλλά και τον τρόπο παιξίματός του [36]. Εάν αναφερθούμε στο κλασσικό ακκορντεόν, το οποίο έχει στο δεξιό μέρος του πλήκτρα και στο αριστερό του κουμπιά, τότε θα λέγαμε πως ο παίκτης που θέλει να εκτελέσει κάποιο μουσικό κομμάτι, θα πρέπει να σκέφτεται με τρεις διαφορετικούς τρόπους

καθώς χειρίζεται τρία διαφορετικά συστήματα. Τα δύο συστήματα είναι, το παίξιμο του αριστερού μέρους (μπάσα) και το παίξιμο του δεξιού χεριού (πλήκτρα). Αυτό συμβαίνει διότι είναι δύο διαφορετικές διατάξεις μεταξύ τους, και χωρικά και μουσικά. Το τρίτο σύστημα είναι η φυσούνα, η οποία απαιτεί ιδιαίτερο χειρισμό και εκπαίδευση. Σε αυτή βασίζεται η ένταση που μπορεί να παραχθεί από το ακορντεόν, η οποία κυμαίνεται από το **pp** μέχρι και **fff**. Αυτό καθιστά το Ακκορντεόν ιδιαίτερα εκφραστικό, δίνοντάς πολλές δυνατότητες.

Εξετάζοντας το Ακκορντεόν ως κατασκευή, είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη καθώς αποτελείται από πολλούς μηχανισμούς και κομμάτια τα οποία χρειάζονται εξειδικευμένους τεχνίτες για την συναρμολόγησή τους. Σε αυτό οφείλεται και η υψηλή τιμή πώλησης που έχει το συγκεκριμένο όργανο, ένα καινούργιο Ακκορντεόν μέτριας κατηγορίας 120 μπάσων non-cassoto, έχει τουλάχιστον 3000 ευρώ. Το μεγαλύτερο ποσοστό συναρμολόγησης βασίζεται στην χειρωνακτική εργασία και λιγότερο στον προγραμματισμό μηχανημάτων. Στο παρακάτω σκαρίφημα παρουσιάζεται ένα Ακκορντεόν σε τομή με αναλυτική περιγραφή των μερών του.

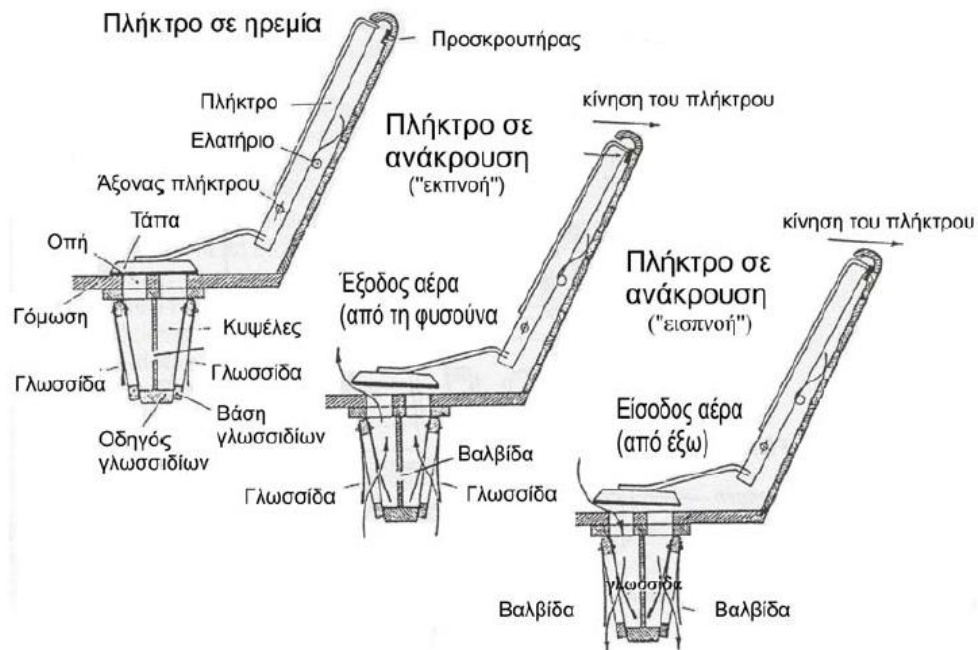


Σχήμα 1.15: Τα μέρη και η δομή του Ακκορντεόν

- | | |
|-----------------------------------|---|
| (1) Πλήκτρα | (16) Οδηγός γλωττίδων (μπάσων) |
| (2) Επίστρωμα πλήκτρων | (17) Σανίδι μπάσων |
| (3) Κολάρο ρετζίστρων | (18) Πλήκτρο μπάσων |
| (4) Διακόπτες ρετζίστρων | (19) Έλασμα πλήκτρων |
| (5) Μηχανισμός ρετζίστρων | (20) Πόδι μπάσων |
| (6) Σιδηροτροχιές | (21) Πλήκτρο βαλβίδας αέρος |
| (7) Μοχλός σύζευξης | (22) Καπάκι μπάσων |
| (8) Καπάκι δεξιού τμήματος | (23) Ρυθμιστής λουριού των μπάσων |
| (9) Μοχλός αλλαγής | (24) Μηχανισμός μπάσων |
| (10) Περίβλημα μοχλού | (25) Θήκη μπάσων |
| (11) Τάπα βαλβίδας | (26) Γόμωση των μπάσων |
| (12) Περίβλημα σύρτη | (27) Πλαίσιο φυσούνας των μπάσων |
| (13) Πέλαμα οδηγού γλωττίδων | (28) Γωνιακό προστατευτικό κάλυμμα φυσούνας |
| (14) Κυψέλες | (29) Πλαίσιο φυσούνας της ταστιέρας |
| (15) Οδηγός γλωττίδων (ταστιέρας) | (30) Γλωττίδα |
| (31) Σώμα βάσης γλωττίδων | (41) Ρετζίστρα μπάσων |
| (32) Γόμωση της ταστιέρας | (42) Κλιμακωτό σανίδι |
| (33) Λιποκιβώτιο | (43) Ράβδος |
| (34) Μεταλλικός μοχλός | (44) Σύρτης φωνών της ταστιέρας |
| (35) Ελατήριο πίεσης | (45) Εσωτερικό κλείστρο των μπάσων |
| (36) Γόμωση πλήκτρων | (46) Εγκοπή για λουρί των μπάσων |
| (37) Βάση πληκτρολογίου (ράχη) | (47) Γόμωση της ταστιέρας |
| (38) Σβεστήρας | (48) Θήκη δεξιού τμήματος |
| (39) Κουμπιά | (49) Βαλβίδα |
| (40) Υπόβαθρο γλωττίδων | (50) Βραχίονας ελατηρίου |

Αν απομονώσουμε τον μηχανισμό παραγωγής και ελέγχου του ήχου του ακορντεόν, θα δούμε ότι βασίζεται σε δύο κυρίους μηχανισμούς. Το μηχανισμό ταλάντωσης της γλωττίδας καθώς και τον έλεγχο αυτού, που γίνεται με την τάπα και το πλήκτρο.

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά σε μορφή σκαριφήματος, η σύζευξη αυτών των δύο μηχανισμών.



Σχήμα 1.16: Μηχανισμός παραγωγής και ελέγχου του ήχου του Ακκορντεόν

Παρατηρούμε πως το πλήκτρο είναι ο μοχλός ενεργοποίησης της γλωττίδας, σηκώνοντας και κατεβάζοντας την τάπα στην οπή εισαγωγής και εξαγωγής αέρα. Σηκώνοντας την τάπα πατώντας το πλήκτρο, εισέρχεται αέρας λόγω της διαφοράς πίεσης που υπάρχει στο περιβάλλον και στο εσωτερικό ακορντεόν. Αυτή είναι και η κινητήριος δύναμη ενεργοποίησης της ταλάντωσης της γλωττίδας. Η διαφορά πίεσης προκύπτει μόνο με την κίνηση της φυσούνας, δημιουργώντας μία υποπίεση ή υπερπίεση στο εσωτερικό της φυσούνας ανάλογα με την φορά κίνησής της (προς τα έξω ή προς τα μέσα).

1.2.2 Βαλβίδα

Σε κάθε βάση στήριξης υπάρχουν δύο γλωττίδες, από τις οποίες η μία ηχεί στο άνοιγμα και η άλλη στο κλείσιμο της φυσούνας. Σκοπός της βαλβίδας είναι να κλείσει ερμητικά το κανάλι ταλάντωσης της γλωττίδας που δεν ηχεί. Αν παίξουμε τη γλωττίδα του στεγανοποιημένου καναλιού, η βαλβίδα πρέπει να ανοίξει όσο το δυνατόν περισσότερο, ώστε να μην φράξει το ρεύμα αέρα στο κανάλι και η γλωττίδα να μπορεί ανεμπόδιστα να ταλαντωθεί. Αυτή η λειτουργία θέτει υψηλές απαιτήσεις για το υλικό της βαλβίδας. Θα πρέπει αφενός να έχει μια συγκεκριμένη ακαμψία και σταθερή

μορφή, ώστε η βαλβίδα να στέκεται καλά στη θέση ηρεμίας στην βάση γλωττίδων και αφετέρου είναι απαραίτητη μια συγκεκριμένη ελαστικότητα του υλικού και κατ' επέκταση της βαλβίδας, ώστε να αφήνει ελεύθερο το κανάλι ταλάντωσης μιας παιγμένης γλωττίδας. Αυτές οι απαιτήσεις πραγματοποιούνται με τη χρήση δέρματος. Η βαλβίδα από δερμάτινη μεμβράνη χρησιμοποιείται ευρέως και ο χαρακτηρισμός “επίστρωση δέρματος” για την πορεία εργασίας εγκατάστασης των βαλβίδων χρησιμοποιείται και για τις πλαστικές βαλβίδες. Το κατάλληλο δέρμα συνδυάζει σταθερή μορφή και ελαστικότητα. Εκτός αυτού διαθέτει μια τραχιά επιφάνεια, η οποία είναι εξόχως κατάλληλη για την ερμητικότητα. Το μειονέκτημα χρήσης αυτού του είδους της βαλβίδας διαφαίνεται μετά από μερικά χρόνια λόγω της υγρασίας ένα τμήμα της δερμάτινης βαλβίδας γίνεται σκληρό και πρέπει να αλλαχθεί. Μερικοί κατασκευαστές ακορντεόν χρησιμοποιούν επιτυχώς λεπτά φύλλα από πλαστική ύλη. Σ' αυτή την περίπτωση δεν είναι εύκολη η εργασία για τους τεχνικούς, οι οποίοι προσπαθούν επιμόνως πολλές φορές να βρουν την κατάλληλη αναλογία (ανάμιξη) από τη σταθερή μορφή και την υποχωρητικότητα. Το βασικό πλεονέκτημα αυτών των βαλβίδων έγκειται στην τεχνολογία: όλες οι νέες ύλες του εργαστηρίου που αντικαθιστούν πατροπαράδοτες, μπορούν να κοπούν μηχανικά ενώ στο κόψιμο του δέρματος πρέπει να αναζητηθεί το σωστό πάχος κ.ο.κ.

1.2.3 Καρίνες ή Κυψέλες

Στοχεύοντας σε μια καλή ηχητική απόδοση πρέπει η βάση των γλωττίδων να είναι συνδεδεμένη όσο το δυνατόν πιο στερεά με τον οδηγό γλωττίδων [36]. Εδώ ισχύουν οι ίδιες απόψεις όπως στη στερέωση της γλωττίδας στη βάση γλωττίδων. Όσο πιο σταθερό και συμπαγές είναι το στήριγμα ενός μηχανικού ταλαντωτή, τόσο μικρότερο είναι, μέσω του στηρίγματος, το περιορισμένο τμήμα της φθίνουσας ταλάντωσης και κατά συνέπεια τόσο πιο μεγάλο το πλάτος της ταλάντωσης. Αυτό, μεταφέροντας το στη βάση γλωττίδων, σημαίνει: μεγάλη ακουστική πίεση άρα και δυνατότερος ήχος του οργάνου. Σαν υλικό στερέωσης για την βάση γλωττίδων χρησιμοποιείται συνήθως ένα ειδικό κερί. Αυτό το κερί έχει ένα ανάλογο χαμηλό σημείο τήξης και προσαρμόζεται (τοποθετείται) κατά τη στερέωση της βάσης γλωττίδων. Ακόμα και σε φυσιολογικές θερμοκρασίες δωματίου παρουσιάζεται μια συγκεκριμένη σκληρότητα. Αυτό είναι το πλεονέκτημά του σε σχέση με ένα κολλητικό υλικό και ο βασικός λόγος χρησιμοποίησής του. Συχνά κρίνεται αναγκαία η αποκόλληση μιας βάσης γλωττίδων, κυρίως κατά τη διαδικασία κουρδίσματος των γλωττίδων. Στην περίπτωση αυτή αποσπάμε τη βάση γλωττίδων χωρίς κόπο από το κερί και μετά την επανατοποθετούμε πιέζοντας την. Αυτή η εύκολη αποκόλληση και η νέα στερέωση δεν είναι φυσικά δυνατή όταν έχει χρησιμοποιηθεί κόλλα. Βέβαια η στερέωση με το κερί μπορεί να παρουσιάσει τον εξής κίνδυνο: σε θερμοκρασίες που αναπτύσσονται κοντά

σε κλειστά παράθυρα κάτω από την ακτινοβολία του ήλιου ή κοντά σε σώματα θέρμανσης, το κερί τήκεται και το Ακκορντεόν βλάπτεται ανεπανόρθωτα. Παρακάτω θα δούμε μερικές καρίνες οι οποίες φέρουν πάνω τους γλωττίδες στερεωμένη η κάθε μία στην βάση στήριξής της, και αυτές με τη σειρά τους με κερί πάνω στην καρίνα.



Σχήμα 1.17: Γλωττίδες τοποθετημένες πάνω στις καρίνες

Οι σχέσεις πίεσης και ροής στις κυψέλες εξαρτώνται από τις διαστάσεις και την μορφή των κυψελών και επηρεάζουν (επιδρούν) την απόκριση και το πλάτος ταλάντωσης της γλωττίδας. Οι ευνοϊκές διαστάσεις και μορφές δεν είναι γνωστές. Μπορούμε όμως να θεωρήσουμε σαν πολύ πιθανό ότι συμφωνούν πάρα πολύ με τα βασιζόμενα στην εμπειρία. Είναι φανερό, ότι μπορούμε να συγκρίνουμε τις κυψέλες με τους αυλούς εκκλησιαστικού οργάνου ή με τους σωλήνες των πνευστών οργάνων και να υποθέσουμε πως και αυτές μέσω της ταλάντωσης του κλεισμένου αέριου όγκου, ενισχύουν την ακτινοβολία ήχου της γλωττίδας. Τότε όμως θα ήταν απαραίτητο η συχνότητα ταλάντωσης του όγκου του αέρα να συμφωνεί με τη συχνότητα της γλωττίδας ή τουλάχιστον να πέφτει στην χαμηλή περιοχή των αρμονικών του ήχου της γλωττίδας, δηλ. περίπου σαν 1-5 αρμονικό. Από τους υπολογισμούς προκύπτει, πως οι κυψέλες με εξαίρεση την τέταρτη οκτάβα για μια τέτοιου είδους επίδραση είναι πολύ μικρές. Η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα η οποία ανήκει στην βάση γλωττίδων «μεγάλο Μπάσο» συνηθισμένων κυψελών ανέρχεται π.χ. περίπου στα 1000 Hz. Οι συχνότητες των γλωττίδων κυμαίνονται μεταξύ 49Hz (G_1) και 92 Hz ($F^{\#}_2$). Η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα των κυψελών συμπίπτει δηλαδή αρχικώς με τον 20 αρμονικό (G_1) και σχετικώς με τον 11 αρμονικό ($F^{\#}_2$). Με υψηλότερη θέση συχνοτήτων μετατοπίζονται οι σχέσεις. Στη βάση γλωττίδων “A4” βρίσκεται η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα της κυψέλης μεταξύ του 2 και 3 αρμονικού του ήχους της γλωττίδας. Επειδή οι αρμονικοί σε αυτές τις βάσεις γλωττίδων είναι πολύ απομακρυσμένοι ο ένας από τον άλλο, η πιθανότητα της συμβολής (σύμπτυξης) της συχνότητας των κυψελών και των αρμονικών είναι πολύ μικρή. Έτσι συνοψίζοντας πρέπει να γίνει κατανοητό πως δεν μπορούμε να αποδώσουμε στις κυψέλες καμιά ενίσχυση του εκπεμπόμενου ήχου. Αντιθέτως το ηχόχρωμα δεν παραμένει ανεπηρέαστο, λόγω των κυψελών. Σύμφωνα με τις διαστάσεις μπορούν σε γενικές γραμμές ανάλογες υψηλές περιοχές αρμονικές να

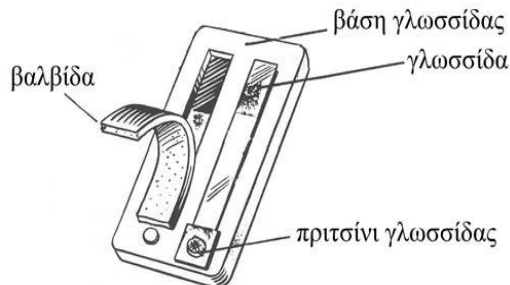
ενισχύονται ή να εξασθενούν (αποδυναμώνονται). Βέβαια αυτές οι επιδράσεις είναι μικρές και θεωρούνται δευτερεύοντα φαινόμενα. Δεν υπάρχουν παραδείγματα όπου κατασκευάσαμε κυψέλες, λαμβάνοντας, συνειδητά υπ' όψιν τις μεταβολές των ηχοχρωμάτων. Σημαντικότερο ρόλο παίζουν οι αναφερόμενες στην αρχή σχέσεις πίεσης και ροής στις κυψέλες, που επιδρούν στην απόκριση της γλωττίδας και στο πλάτος ταλάντωσής τους και που ο κατασκευαστής Ακκορντεόν πρέπει μέσω κατάλληλων μορφών και διαστάσεων κυψελών να τις διαμορφώσει θετικά.

Τέλος, πρέπει να αναφέρουμε ακόμα μια δεύτερη συνιστώσα της μεταβολής του ηχοχρώματος μέσω των κυψελών. Κατά τη διέλευση μέσα από τις κυψέλες, τα ηχητικά κύματα των υψηλότερων περιοχών αρμονικών ανακλώνται παλινδρομικά πολλές φορές, πριν καταλήξουν να ακτινοβοληθούν μέσω της οπής. Σύμφωνα με γενικούς νόμους, κάθε μία από αυτές τις ανακλάσεις εξασθενεί. Έτσι το ηχητικό φάσμα που πήραμε από το άμεσα ηχητικό πεδίο της γλωττίδας στις υψηλότερες συχνοτικές περιοχές είναι ισχυρότερο. Μέσω ανάλογων διαμορφώσεων των τοιχωμάτων των κυψελών κατορθώνουμε να πάρουμε μέσα σε επιτρεπόμενα (συγκεκριμένα) όρια μεταβολές. Λείες επιφάνειες και όσο το δυνατό ηχητικά σκληρά τοιχώματα, που γίνονται π.χ. μέσω βερνικώματος, περιορίζουν τις απώλειες των ανακλάσεων σε ένα ελάχιστο μέτρο, ενώ αντιθέτως τραχιές και μαλακές επιφάνειες ευνοούν την σε γενικές γραμμές ανεπιθύμητη εξασθένιση των υψηλότερων αρμονικών. Το ερώτημα για το υλικό των οδηγών γλωττίδων κάτω από την οπτική γωνιά της Ακουστικής είναι σχεδόν ασήμαντο. Μια και ο οδηγός γλωττίδων δεν εκτελεί ταλαντώσεις, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σκληρό ή μαλακό ξύλο ή ακόμα και πλαστικό. Μόνο για το υλικό, του οποίου η πυκνότητα είναι σημαντικά μικρότερη από αυτή του ξύλου, υπάρχουν ενδοιασμοί, αφού μια μεγάλη μάζα οδηγού γλωττίδων έχει ευνοϊκό αποτέλεσμα στην ταλάντωση της γλωττίδας. Επιπλέον, ένας σημαντικό παράγοντας ο οποίος παίζει σημαντικό ρόλο στην απόκριση και συγκεκριμένα στην ατάκα της γλωττίδας είναι η γεωμετρία των κυψελών. Συνήθως το κανάλι ροής του αέρα μέσα στην κυψέλη έχει μεταβαλλόμενη διατομή και συγκεκριμένα η διατομή και κατ' επέκταση ο όγκος του μειώνεται καθώς πηγαίνουμε από την οπή στο τέλος της κυψέλης. Αυτό, κατά κύριο λόγο επιδρά στην ταχύτητα της ροής, αφού από σχέση Bernoulli, όσο μικρότερη διατομή έχουμε στην έξοδο ενός αγωγού τόσο μεγαλύτερη ταχύτητα μπορούμε να επιτύχουμε, διατηρώντας βέβαια ίδια την ταχύτητα στην είσοδο του αγωγού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την άμεση απόκριση της γλωττίδας.

1.2.4 Μεταλλική Γλωττίδα

Υπάρχει μια ολόκληρη σειρά μουσικών οργάνων, των οποίων η ακτινοβολία ήχου επιτυγχάνεται μέσω ταλαντευόμενων στηλών αέρα. Οι στήλες αυτές ταλαντώνονται, αφού διεγερθούν από περιοδικές ηχητικές πιέσεις. Βάσει αυτού του μηχανισμού

διέγερσης, ταλαντώνεται η μεταλλική γλωττίδα. Σ' αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί ότι τα όργανα με γλωττίδες ξεχωρίζουν όχι μόνο από τα συγγενικά τους όργανα της οικογένειας των αερόφωνων, αλλά και από τα άλλα μουσικά όργανα, ιδιαίτερα από τα χορδόφωνα. Τα όργανα με γλωττίδες ηχούν χωρίς αντηχείο, χωρίς συζευγμένο "πομπό" ήχου [36].



Σχήμα 1.18: Σύστημα μεταλλικής γλωττίδας

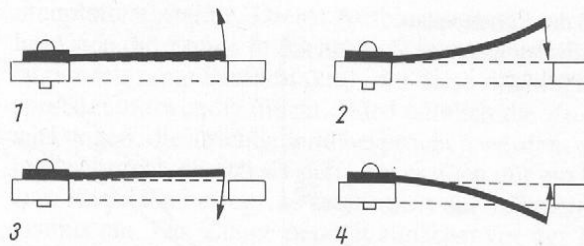
Για να κατανοήσουμε τον τρόπο λειτουργίας του ακορντεόν, την παραγωγή και ακτινοβολία του ήχου του, θα πρέπει να ασχοληθούμε με τη βάση γλωττίδων του καθώς και με τις δύο γλωττίδες. Θα συζητήσουμε παρακάτω για το πώς δημιουργούνται οι ήχοι από τον αέρα που ρέει με το άνοιγμα και το κλείσιμο της φυσούνας.

Με την κίνηση της φυσούνας το ρεύμα αέρα περνά μέσα από το κανάλι ταλάντωσης της γλωττίδας που διεγείρουμε και μέσω της ταλαντευόμενης γλωττίδας εξασθενεί περιοδικά. Αυτό συμβαίνει σε κάθε βύθιση της γλωττίδας στο κανάλι ταλάντωσης. Ως βασική πηγή ήχου θεωρείται το ρεύμα αέρα, το οποίο διαρκώς σταματά και αρχίζει την ροή του και όχι η γλωττίδα, όπως ενίοτε θεωρείται. Βέβαια η γλωττίδα συντελεί στην παραγωγή του ήχου, αφού και χωρίς ροή αέρα είναι ακουστή (με νύξη). Παρόλο αυτά η βασική λειτουργία της στην παραγωγή του ήχου είναι να κατευθύνει το ρεύμα αέρα .

1.2.5 Αυτοδιέγερση της μεταλλικής γλωττίδας

Είναι γνωστό ότι η μεταλλική γλωττίδα του ακορντεόν και των άλλων οργάνων της ίδιας οικογένειας, ταλαντώνεται μόνο, μέσω του μηχανισμού πεπιεσμένου αέρα, ο οποίος ρέει στο κανάλι ταλάντωσης. Μιλάμε για μια αυτοδιεγερόμενη ταλάντωση[36]. Για να γίνει κατανοητός πληρέστερα αυτός ο τρόπος διέγερσης της γλωττίδας, θα παρατηρηθεί η ταλάντωση της χωρίς να ληφθεί υπ' όψιν το ρεύμα αέρα. Η γλωττίδα έχει ελαστικότητα και διαταράσσοντάς την από τη θέση ισορροπίας, συμπεριφέρεται σαν ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου. Αν την αφήσουμε ξαφνικά, επανέρχεται γρήγορα στη θέση ισορροπίας. Επιπλέον, λόγω της κινητικής της ενέργειας, η γλωττίδα

ταλαντώνεται γύρω από τη θέση ισορροπίας και σταδιακά το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ώσπου να αποσβεστεί η ταλάντωση κυμαίνεται από κλάσματα δευτερολέπτου έως κάποια δευτερόλεπτα. Για να διατηρηθεί το πλάτος σταθερό είναι απαραίτητη η συνεχής προσφορά ενέργειας. Το ρεύμα που κατευθύνεται από τη γλωττίδα μεταβιβάζει συγχρόνως το αναγκαίο για τη διατήρηση της ταλάντωσης ποσό ενέργειας. Αυτός ο μηχανισμός αυτοδιέγερσης είναι μία αρκετά πολύπλοκη διαδικασία ενώ παίζει τον κυριότερο ρόλο στην απόκριση της γλωττίδας. Στο παρακάτω σκαρίφημα, παρουσιάζεται η περίοδος ταλάντωσης της γλωττίδας σε τέσσερις φάσεις.



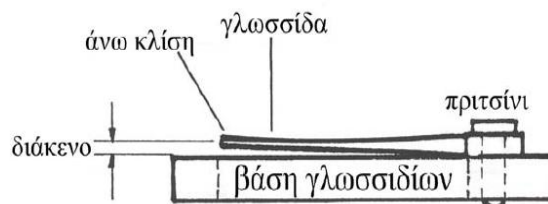
Σχήμα 1.19: Τέσσερις φάσεις ταλάντωσης της γλωττίδας

Ειδικότερα, η περίοδος της ταλάντωσης της γλωττίδας αναλύεται σε τέσσερις φάσεις (Σχήμα. 1.19). Επιπλέον, το ρεύμα του παραγόμενου από τη φυσούνα αέρα (μηχανισμός πεπιεσμένου αέρα) έχει διεύθυνση από πάνω προς τα κάτω. Στις φάσεις 1 και 4 η γλωττίδα ταλαντώνεται ενάντια στο ρεύμα αέρα ενώ στις φάσεις 2 και 3 η διεύθυνση του ρεύματος αέρα συμπίπτει με τη διεύθυνση κίνησης της γλωττίδας. Όπως θα φανεί καλύτερα παρακάτω η φάση ταλάντωσης 2 παίζει σημαντικό ρόλο. Εδώ η γλωττίδα κινείται από τη μέγιστη απόσταση, δίνοντας έτσι μεγαλύτερη έκταση στο ρεύμα αέρα ως τη βάση γλωττίδων και επικαλύπτει τελικά το κανάλι ταλάντωσης μέχρι την αναπόφευκτη σχισμή αέρα μεταξύ γλωττίδας και βάσης γλωττίδας. Έτσι περιορίζεται σημαντικά το ρεύμα ενώ λόγω αδράνειας της συγκρατημένης μάζας αέρα δημιουργείται μια διαφορά πίεσης στη διεύθυνση κίνησης της γλωττίδας η οποία εξαιτίας της επιταχύνεται. Δηλαδή στη φάση 2 εκτελείται η απαραίτητη μεταβίβαση ενέργειας από το ρεύμα αέρα στη γλωττίδα, η οποία καθιστά δυνατή μια “εν ηρεμία” ταλάντωση. Στο Σχήμα 1.19 η ταλάντωση απεικονίστηκε έτσι όπως λαμβάνει χώρα σε μια σχετικά μεγάλου μήκους γλωττίδα των χαμηλών συχνοτήτων. Το πλάτος ταλάντωσης αυτών των γλωττίδων είναι τόσο μεγάλο ώστε ταλαντώνονται ακόμη και εκτός ορίων του καναλιού ταλάντωσης των βάσεων γλωττίδων, σε αντίθεση με τις μικρού μήκους γλωττίδες των υψηλών συχνοτήτων, των οποίων οι φάσεις 3 και 4 βρίσκονται μέσα στο κανάλι ταλάντωσης των βάσεων γλωττίδων. Συνεπώς στη φάση 3 το ρεύμα αέρος αφήνεται ελεύθερο για δεύτερη φορά και στη φάση 4, στη βύθιση της γλωττίδας στο κανάλι ταλάντωσης από την πίσω πλευρά (για δεύτερη φορά), μειώνεται. Έτσι η γλωττίδα κινείται ενάντια στο ρεύμα αέρος, όπου η δημιουργούμενη

διαφορά πίεσης εξαιτίας της αδράνειας της συγκρατημένης μάζας αέρα ενεργεί ως εμπόδιο στην ταλάντωση της γλωττίδας. Στη φάση 4 γίνεται ένας συμψηφισμός της επίδρασης της επιτάχυνσης στη φάση 3. Το ότι αυτός ο συμψηφισμός ενεργεί μερικώς δικαιολογείται από το ισχυρότερο ρεύμα αέρος κατά τη μεταβίβαση από τη φάση 1 στη φάση 2 και από την με αυτό συνδεδεμένη υψηλότερη διαφορά πίεσης κατά την ελάττωση του ρεύματος.

1.2.6 Ταλάντωση της γλωττίδας

Στην προηγούμενη παράγραφο καταγράφηκε ο τρόπος με τον οποίο η αυτοδιεγερόμενη γλωττίδα του ακορντεόν αποκτά την ενέργεια ταλάντωσης της. Εδώ θα εξετάσουμε πώς η γλωττίδα αρχίζει να ταλαντώνεται από τη θέση ηρεμίας και πώς τίθεται σε λειτουργία ο μηχανισμός της αυτοδιέγερσης. Προϋπόθεση για αυτή την λειτουργία αποτελεί η τήρηση-εφαρμογή ορισμένων κριτηρίων που αφορούν στις διαστάσεις της γλωττίδας. Αναλυτικότερα, το σημαντικότερο κριτήριο για την απόκριση των γλωττίδων είναι η λεγόμενη άνω κλίση (Σχήμα 1.20) Απαιτείται δηλαδή η γλωττίδα να είναι καμπυλόγραμμη και όχι ευθυτενής ώστε να υπάρχει απόσταση της ταλαντευόμενης άκρης της από τη βάση γλωττίδων. Η σχισμή πάνω στη βάση γλωττίδων, λόγω της άνω κλίσης, μικραίνει μόλις η γλωττίδα κινηθεί στη διεύθυνση του καναλιού ταλάντωσης. Αυτός είναι και ο σημαντικότερος παράγοντας επίδρασης, ο οποίος κάνει την άνω κλίση απαραίτητη για την απόκριση.

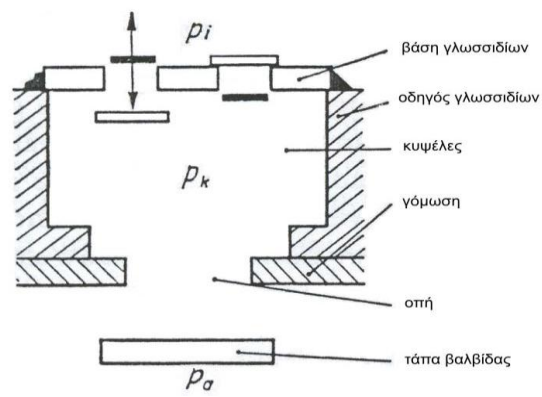


Σχήμα 1.20: Γλωττίδα - Βάση

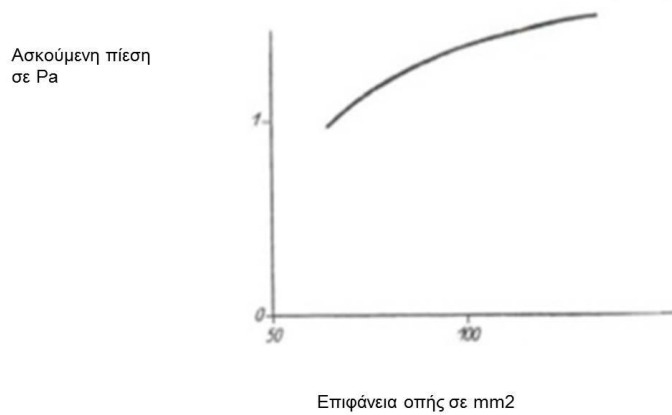
Η γλωττίδα ταλαντώνεται πρώτα μπροστά από τη βάση γλωττίδων, και στη συνέχεια βυθίζεται μέσα στο κανάλι έως ότου το πλάτος ταλάντωσης είναι ακριβώς τόσο μεγάλο, ώστε η ενέργεια που προσφέρεται και αποκομίζεται να διατηρούν την ισορροπία. Αυτή η στατική θέση της γλωττίδας (τελική κατάσταση) αντιστοιχεί στην εκάστοτε ηχητική πίεση. Η χρονική διάρκεια αυτής της ταλάντωσης από τη θέση ηρεμίας μέχρι την τελική κατάσταση είναι ανεπαίσθητα μικρή στις γλωττίδες υψηλών συχνοτήτων, μπορεί όμως στις θέσεις των μπάσων, ανάλογα με την πίεση που ασκείται στη φυσούνα, να διατηρείται έως μερικά δευτερόλεπτα.

1.2.7 Οπή και τάπα βαλβίδας

Η οπή αποτελεί τη σύνδεση των κυψελών με τον εξωτερικό χώρο. Συνήθως είναι κλειστή από την τάπα βαλβίδας [36]. Εάν ανασηκωθεί η τάπα βαλβίδας με δράση του ανάλογου πλήκτρου, ελευθερώνεται ο δρόμος για το ρεύμα αέρος προς τη γλωττίδα. Αναμφισβήτητα το μέγεθος της επιφάνειας της οπής δεν είναι ασήμαντο. Πρέπει να είναι τόσο μεγάλο, ώστε να μην δυσκολεύει το ρεύμα αέρος (τη ροή του αέρα). Για καλύτερη κατανόηση πρέπει να παρατηρηθούν οι σχέσεις της πίεσης (Σχήμα 1.21). Η διαφορά πίεσης μεταξύ του εσωτερικού χώρου του ακορντεόν και του εξωτερικού χώρου (P_i - P_a) ισούται με την ασκούμενη πίεση. Αυτή η ασκούμενη πίεση πρέπει να μείνει όσο το δυνατόν ακέραια (Σχήμα 1.22). Επίδραση της οπής στην ενεργή διαφορά πίεσης (αμείωτη) στη βάση γλωττίδων δηλαδή η πίεση στο χώρο των κυψελών P_k πρέπει να συμφωνεί κατά προσέγγιση με την εξωτερική πίεση P_a ώστε η διαφορά πίεσης P_k - P_i στη βάση γλωττίδων να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη. Αυτό όμως μπορεί να επιτευχθεί μόνο *μέσω μιας μεγάλης οπής και ενός μεγάλου ανασηκώματος της τάπας βαλβίδας*. Αν η οπή γίνει μικρότερη, πλησιάζει η P_k όλο και περισσότερο την εσωτερική πίεση P_i έτσι ώστε να μειώνεται η διαφορά πίεσης στη βάση γλωττίδων με ανάλογα αποτελέσματα στην απόκριση και στο πλάτος ταλάντωσης. Εκτός από την επιφάνεια της οπής και την παλινδρομική κίνηση της τάπας βαλβίδας μεταξύ δύο νεκρών σημείων, επίδραση στην οπή ασκεί και το υλικό που την περιβάλλει. Αυξανόμενου του βάθους της οπής αυξάνει και η αντίσταση της ροής του ρεύματος και κατά συνέπεια και η ανεπιθύμητη διαφορά πίεσης P_a - P_k . Η επίδραση πάνω στο απαραίτητο ρεύμα αέρος για την ταλάντωση της γλωττίδας, είναι μόνο ένα μέρος των αποτελεσμάτων λόγω της οπής. Η οπή αντιπροσωπεύει συγχρόνως το άνοιγμα της εξόδου για τα παραγόμενα από το ακορντεόν ηχητικά κύματα. Και εδώ μπορεί να υπάρχει μόνο μια συνθήκη: *η διάμετρος της οπής πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη, το βάθος της οπής όσο το δυνατόν μικρότερο και το ανασήκωμα της τάπας βαλβίδας τόσο, ώστε να μην μπορεί να υπάρξει καμιά επιρροή στο ηχόχρωμα*. Στο Σχήμα 1.22 απεικονίζεται ένα παράδειγμα εξάρτησης της ασκούμενης πίεσης από το εμβαδόν της οπής. Πρέπει να τονιστεί πως η ασκούμενη πίεση αυξάνει ακόμα και σε μεγάλα εμβαδά, που βρίσκονται πέρα από το πραγματοποιήσιμο στην κατασκευή του Ακκορντεόν μέτρο.



Σχήμα 1.21: Επίδραση της οπής στην ενεργή διαφορά πίεσης



Σχήμα 1.22: Σχέση μεταξύ ασκούμενης πίεσης και επιφάνειας οπής

Κεφάλαιο 2ο: Εξισώσεις Διατήρησης

2.1 Εξίσωση Διατήρησης μάζας

Πρόκειται για έκφραση του θεμελιώδους νόμου της κλασσικής Μηχανικής, ότι δηλαδή η μάζα δε μπορεί να καταστραφεί ή να δημιουργηθεί από το μηδέν.

Η εξίσωση διατήρησης μάζας εκφράζεται σε ολοκληρωματική και σε διαφορική μορφή (αλλιώς εξίσωση συνέχειας) [1].

Πριν προχωρήσουμε στη διατύπωση των εξισώσεων, κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούν τα κάτωθι:

Η πυκνότητα ρευστού δίνεται από τη σχέση:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (2.1)$$

όπου με dV συμβολίζουμε το στοιχείο του όγκου του ρευστού και με dm τη μάζα.

Η πυκνότητα ανάλογα με το εκάστοτε υπό μελέτη ρευστό, μπορεί να είναι σταθερή ή και όχι ως μέγεθος. Για το λόγο αυτό εισάγονται οι έννοιες του συμπιεστού και του ασυμπίεστου ρευστού. Ως ασυμπίεστο νοείται το ρευστό, η πυκνότητα του οποίου δε μεταβάλλεται πολύ με τη μεταβολή της πίεσης και της θερμοκρασίας. Ασυμπίεστα είναι και τα περισσότερα υγρά. Στον αντίποδα βρίσκονται τα συμπιεστά ρευστά (αέρια), τα οποία είναι σε θέση να μεταβάλλουν την πυκνότητά τους με μεταβολή της πίεσης και της θερμοκρασίας.

Η παροχή μάζας μέσω μίας επιφάνειας (κλειστής ή ανοικτής) δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{m} = \left| \int_E \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dE \right| \quad (2.2)$$

Και η παροχή όγκου μέσω μίας επιφάνειας (κλειστής ή ανοικτής) δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{V} = \left| \int_E \vec{u} \cdot \vec{n} dE \right| \quad (2.3)$$

2.1.1 Ολοκληρωματική διατύπωση

Θεωρούμε κλειστή και ακίνητη επιφάνεια έλεγχου μέσα στο πεδίο ροής, και έστω κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στην επιφάνεια που σχηματίζεται με φορά προς τα έξω [1]. Εάν dE είναι ένα στοιχείο της επιφάνειας E , τότε η συνολική από την εν λόγω επιφάνεια περικλειόμενη μάζα ισούται με:

$$m(t) = \int_{(\tau)} \rho dV \quad (2.4)$$

όπου τα, η περιοχή στην οποία εκτείνεται το άνωθεν χωρικό ολοκλήρωμα.

Παραγωγίζοντας στο χρόνο, προκύπτει η μεταβολή της μάζας ανά μονάδα χρόνου:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{(\tau)} \rho dV \quad (2.5)$$

όπου οφείλεται στο ότι την ίδια χρονική στιγμή έχουμε εισροή μάζας ανά μονάδα χρόνου στον χώρο (τ) , προερχόμενη από την επιφάνεια ελέγχου E , και είναι ανά μονάδα χρόνου:

$$- \int_E \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dE \quad (2.6)$$

Εάν σε διάφορα σημεία της επιφάνειας ελέγχου έχουμε σημειακές πηγές μάζας ή καταβόθρες, τότε και αυτές συμβάλλουν με τη σειρά τους στην αύξηση της μάζας του χώρου (τ) ανά μονάδα χρόνου, κατά τον όρο:

$$\sum_l^n \dot{m}_i \quad (2.7)$$

Από των συνδυασμό των ανωτέρω, προκύπτει η εξίσωση διατήρησης μάζας σε ολοκληρωματική μορφή:

$$\frac{d}{dt} \int_{(\tau)} \rho dV = - \int_E \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dE + \sum_l^n \dot{m}_i \quad (2.8)$$

2.1.2 Διαφορική διατύπωση

Η διαφορική μορφή της εξίσωσης διατήρησης μάζας ή αλλιώς εξίσωση της συνέχειας, προκύπτει από την ολοκληρωματική εφαρμόζοντας απλά το θεώρημα Gauss, θεωρώντας $\sum_l^n \dot{m}_l = 0$, και εν τέλει προκύπτει:

$$\int_{(\tau)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int_{(\tau)} \text{div}(\rho \vec{u}) dV \quad (2.9)$$

Εφαρμόζοντας γνωστή μαθηματική πρόταση, καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.10)$$

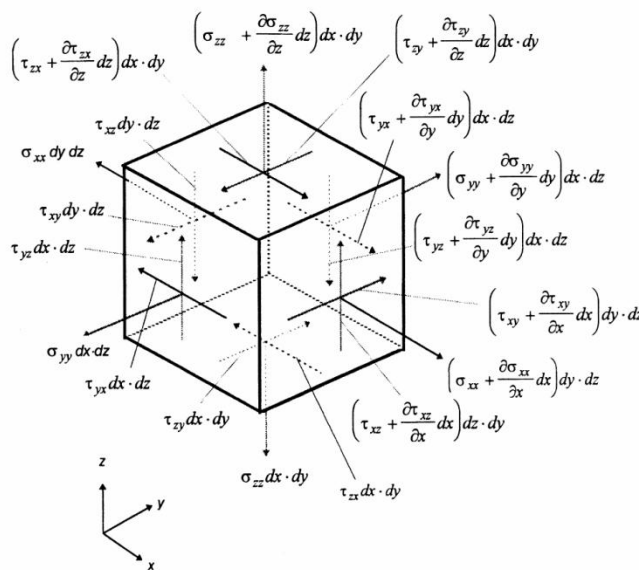
2.2 Εξίσωση Διατήρησης Ορμής

Πρόκειται για έκφραση του δεύτερου νόμου της κλασσικής Μηχανικής (αλλιώς δεύτερος νόμος του Newton)[1]. Η εξίσωση διατήρησης της ορμής, δηλώνει ότι η χρονική μεταβολή της ορμής ισούται με το άθροισμα των δρυσών δυνάμεων.

Εκφράζεται σε ολοκληρωματική και σε διαφορική μορφή:

2.2.1 Ολοκληρωματική διατύπωση

Θεωρούμε κλειστή και ακίνητη επιφάνεια ελέγχου μέσα στο πεδίο ροής.



Σχήμα 2.1: Αρχή διατήρησης ορμής σε ρευστό

Αν dm η μάζα ενός σωματιδίου ρευστού, η ορμή του ισούται με $dm\vec{u} = \rho dV\vec{u}$ [1]. Ολοκληρώνοντας, καταλήγουμε στο ότι η συνολική ορμή της μάζας του ρευστού που περικλείεται στον χώρο (τ), ισούται με

$$\vec{J}(t) = \int_{(\tau)} \rho \vec{u} dV. \quad (2.11)$$

Παραγωγίζοντας την παραπάνω σχέση ως προς τον χρόνο t , προκύπτει η μεταβολή της ορμής ανά μονάδα χρόνου:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{(\tau)} \rho \vec{u} dV \quad (2.12)$$

Αν η εισερχόμενη ορμή ανά μονάδα χρόνου μέσω του στοιχείου επιφάνειας dE είναι:

$$-\rho \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{n})dE \quad (2.13)$$

και η συνολικά εξερχόμενη ροή ανά μονάδα χρόνου στον χώρο (τ) μέσω της επιφάνειας E είναι (η ροή της ορμής):

$$\vec{S} = \int_E \rho \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{n})dE \quad (2.14)$$

καταλήγουμε στο ότι συνολική αύξηση της ορμής της μάζας m του ρευστού που περικλείεται στον χώρο (τ) είναι:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} + \vec{S} = \frac{d}{dt} \int_{\tau} \rho \vec{u} dV + \int_E \rho \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{n})dE \quad (2.15)$$

Πάνω στη μάζα του ρευστού, μπορούν να ασκούνται δυνάμεις, διαφόρου φύσεως: μαζικές ή ογκικές που δρουν στο στοιχείο μάζας ή όγκου του ρευστού (όπως για παράδειγμα η δύναμη της βαρύτητας $\vec{G} = \int_{(\tau)} \vec{g}\rho dV$), επιφανειακές που δρουν στο στοιχείο της επιφάνειας dE $\vec{F}_s = \int_E \vec{t}dE$, δυνάμεις από στερεό σώμα που περικλείεται στην επιφάνεια E , $-\vec{K} = \int_{E_k} \vec{t}dE$.

Λαμβάνοντας υπόψη τα ανωτέρω, καταλήγουμε ότι η ολοκληρωματική διατύπωση του θεωρήματος της διατήρησης της ορμής είναι η κάτωθι:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} + \vec{S} = \vec{G} + \vec{F}_s - \vec{K} \quad (2.16)$$

Η παραπάνω σχέση είναι διανυσματική, δηλαδή έχει τρεις μεταξύ τους ανεξάρτητες συνιστώσες.

2.2.2 Διαφορική διατύπωση

Η διαφορική διατύπωση της εξίσωσης διατήρησης της ορμής, προκύπτει από την ολοκληρωματική με εφαρμογή της πρότασης του Gauss [1], δουλεύοντας ξεχωριστά για κάθε μία από τις τρεις κατευθύνσεις (x,y,z), και είναι η:

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{u})\vec{u} + \text{grad}^T\vec{u} \cdot \rho\vec{u} = \rho\vec{g} + \text{div}\vec{\sigma} \quad (2.17)$$

2.3 Εξίσωση Διατήρησης Ενέργειας

Πρόκειται για έκφραση του πρώτου αξιώματος της Θερμοδυναμικής. Εάν θεωρήσουμε ακίνητη επιφάνεια ελέγχου E, από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας, έχουμε ότι η ανά μονάδα χρόνου αύξηση της ενέργειας του ρευστού που βρίσκεται στον χώρο (τ) που περικλείεται από την επιφάνεια E, ισούται με την ανά μονάδα χρόνου εισερχόμενη ενέργεια από την επιφάνεια [1], το άθροισμα των ισχύων όλων των δυνάμεων που δρουν πάνω στο ρευστό, καθώς και των άλλης φύσεως ισχύων που προσδίδονται στο ρευστό.

Η συνολική ενέργεια που περικλείεται ανά πάσα στιγμή στον χώρο (τ), ισούται με το ολοκλήρωμα της ενέργειας του σωματιδίου μάζας dm (άθροισμα κινητικής και εσωτερικής ενέργειας):

$$\int_{(\tau)} \left(\frac{1}{2} u^2 + e \right) \rho dV = E \quad (2.18)$$

Οπότε η ανά μονάδα χρόνου αύξηση της ενέργειας ισούται με:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{(\tau)} \left(\frac{1}{2} u^2 + e \right) \rho dV \quad (2.19)$$

2.3.1 Ολοκληρωματική διατύπωση

Η ολοκληρωματική διατύπωση του θεωρήματος διατήρησης της ενέργειας γράφεται:

$$\frac{dE}{dt} = N_E + N_g + N_s + N_c + N_m \quad (2.20)$$

Όπου N_E συνολικά εξερχόμενη ισχύς από την επιφάνεια E :

$$N_E = - \int_E \rho \left(\frac{1}{2} u^2 + e \right) \vec{u} \cdot \vec{n} dE \quad (2.21)$$

Η ισχύς των υλικών δυνάμεων N_g δίνεται από τα σχέση:

$$N_g = \int_{(\tau)} \vec{u} \cdot \vec{g} \rho dV \quad N_s = \int_E \vec{u} \cdot \vec{t} dE = \int_E \vec{u} (\vec{\sigma}^T \vec{n}) dE \quad (2.22)$$

Με N_s συμβολίζουμε την ισχύ των επιφανειακών δυνάμεων:

$$N_s = \int_E \vec{u} \cdot \vec{t} dE = \int_E \vec{u} (\vec{\sigma}^T \vec{n}) dE \quad (2.23)$$

Με N_c και με N_m συμβολίζουμε την πρόσδοση στο ρευστό ισχύος θερμικής και από εξώθερμη αντίδραση αντίστοιχα, και δίνονται από τις σχέσεις:

$$N_c = - \int_E \vec{q} \cdot \vec{n} dE \quad (2.24)$$

Και

$$N_m = \int_{(\tau)} w \rho dV \quad (2.25)$$

Με ως ποσό της ενέργειας που εκλύεται από την αντίδραση ανά μονάδα μάζας και χρόνου, και \vec{q} το διάνυσμα της πυκνότητας της θερμορροής.

2.3.2 Διαφορική διατύπωση

Προκειμένου να μεταβούμε στη διαφορική από την ολοκληρωματική διατύπωση του θεωρήματος διατήρησης της ενέργειας, αρκεί να εφαρμόσουμε στην ολοκληρωματική μορφή την πρόταση Gauss [1], και εν τέλει καταλήγουμε:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{1}{2} u^2 + e \right) \right] + \text{div} \left[\rho \vec{u} \left(\frac{1}{2} u^2 + e \right) \right] = \rho \vec{u} \cdot \vec{g} + \text{div}(\vec{\sigma} \cdot \vec{u}) - \text{div} \vec{q} + w\rho \quad (2.26)$$

2.4 Εξισώσεις διατήρησης της ορμής σε νευτώνειο ρευστό Navier – Stokes

Από την εξίσωση διατήρησης της ορμής, αντικαθιστώντας τις υλικές εξισώσεις σε καρτεσιανές συντεταγμένες, και χρησιμοποιώντας την εξίσωση της συνέχειας προκειμένου να απλοποιήσουμε το πρώτο μέλος [1], προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu' \text{div} \vec{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (2.27)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \mu' \text{div} \vec{u} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (2.28)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \mu' \text{div} \vec{u} \right] \quad (2.29)$$

Λέγονται εξισώσεις Navier – Stokes, ισχύουν για συμπιεστό ρευστό και είναι μη γραμμικές δεύτερης τάξης.

Οι παραπάνω σχέσεις, μπορούν να απλοποιηθούν αισθητά, εάν θεωρήσουμε ρευστό ασυμπίεστο (δηλ. $\rho = \text{const.}$), υποθέτοντας $\mu = \text{const}$ και χρησιμοποιώντας τη σχέση $\text{div} = 0$. Έτσι, προκύπτουν οι εξισώσεις Navier – Stokes για ασυμπίεστο ρευστό, οι οποίες σε διανυσματική μορφή γράφονται:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{g} - \text{grad} p + \mu \Delta \vec{u} \quad (2.30)$$

και μαζί με την εξίσωση της συνέχειας:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.31)$$

αποτελούν ένα πλήρες σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους (u,v,w,p), και έτσι έχουμε τη δυνατότητα να προσδιορίσουμε το πεδίο ροής ανεξάρτητα από την επίλυση της ενεργειακής εξίσωσης.

Έτσι έχουμε και τη δυνατότητα προσδιορισμού του πεδίου ροής γύρω από ταλαντούμενη πλάκα.

Υποθέτουμε πλάκα απείρου μήκους, εκτεινόμενη κατά τον άξονα x μέσα σε ακίνητο ρευστό. Με ταλάντωση της πλάκας κατά τον άξονα x, το περιβάλλον ρευστό, λόγω συνεκτικότητας, θα τεθεί σε κίνηση.

Προκειμένου να μπορέσουμε να επιλύσουμε το πεδίο ροής θα θεωρήσουμε αρχικά ότι δεν έχουμε συνιστώσες ταχύτητας κατά τον άξονα y, και ότι δεν έχουμε μεταβολές στη πίεση κατά τον άξονα x.

Άρα λοιπόν, έχουμε:

1. Από την εξίσωση της συνέχειας:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.32)$$

δηλαδή $u=u(y,t)$

2. Από τις εξισώσεις Navier – Stokes:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.33)$$

ενώ η δεύτερη, ικανοποιείται ταυτοτικά.

Οριακές συνθήκες:

η συνθήκη μη ολίσθησης στο στερεό τοίχωμα: $u(0,t) = U_0 \cos(\omega t)$ και η συνθήκη μηδενισμού της ταχύτητας σε άπειρη απόσταση από τη πλάκα:

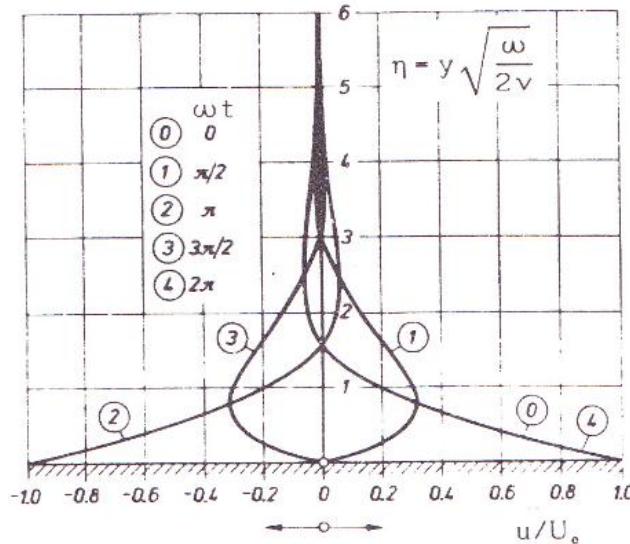
$$u(\infty, t) = 0 \quad (2.34)$$

Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω, προκύπτει τελικά ότι η λύση της εξίσωσης είναι η:

$$u(y, t) = U_0 e^{-y\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}} \cos(\omega t - y\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}) \quad (2.35)$$

Όπως βλέπουμε, πρόκειται για μία αποσβενούμενη αρμονική ταλάντωση με πλάτος απόσβεσης:

$$U_0 e^{-y\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}} \quad (2.36)$$



Σχήμα 2.2: Αποσβενούμενη αρμονική ταλάντωση

Από το σχήμα που προηγήθηκε, είναι εμφανές ότι το πλάτος της ταλάντωσης u έγινε μικρότερο του 0,01 του πλάτους ταλάντωσης της ταχύτητας της πλάκας U_0 για $y \cong 4,6 \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$, ενώ θεωρητικά μηδενίζεται στο άπειρο, αλλά πρακτικά για $y \cong \delta =$

$4,6 \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$ έχει γίνει πολύ μικρό [1]. Για το λόγο αυτό, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η επίδραση της συνεκτικότητας περιορίζεται στη περιοχή $y \leq \delta$, η οποία ονομάζεται οριακό στρώμα της εν λόγω ροής. Το οριακό στρώμα, μικραίνει, δηλαδή η επίδραση της συνεκτικότητας συγκεντρώνεται όλο και πιο κοντά στο στερεό όριο όσο το ν είναι μικρό και το ω μεγάλο.

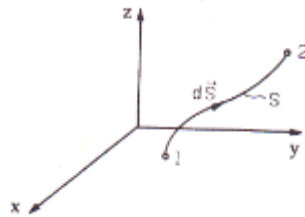
2.5 Εξίσωση Bernoulli

Η εξίσωση Bernoulli αποτελεί βασικό εργαλείο για τον υπολογισμό της μεταβολής της κατάστασης ενός ρευστοστοιχείου από μία αρχική κατάσταση σε μία άλλη, είτε αυτό διανύει μία διαδρομή είτε μένοντας στο ίδιο σημείο αλλάζοντας οι συνθήκες σε εκείνο το σημείο [1].

Προκύπτει από την ολοκλήρωση των εξισώσεων Euler που ισχύουν για μη συνεκτικό ρευστό, έχοντας ως μεταβλητές τα μεγέθη της πίεσης και της ταχύτητας.

Αναλυτικά, πολλαπλασιάζοντας τα δύο μέλη των εξισώσεων Euler με το στοιχείο τόξου, τυχαίας καμπύλης S στο χώρο προκύπτει:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} d\vec{s} = \rho \vec{g} \cdot d\vec{s} - \text{grad}p \cdot d\vec{s} \quad (2.37)$$



Σχήμα 2.3: Διαδρομή ρευστοστοιχείου από τη θέση 1 στην 2

Έτσι, χρησιμοποιώντας τη διανυσματική ταυτότητα,

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{grad} \frac{v^2}{2} + \text{rot} \vec{v} \times \vec{v} \quad (2.38)$$

τις σχέσεις

$$\text{grad} \left(\frac{v^2}{2} \right) d\vec{s} = d \left(\frac{v^2}{2} \right), \text{grad}p \cdot d\vec{s} = dp \quad (2.39)$$

Και υποθέτοντας ότι οι δυνάμεις πεδίου προέρχονται από δυναμικό U (συντηρητικό πεδίο δυνάμεων), έχουμε:

$$\vec{g} = -gradU \quad (2.40)$$

Άρα

$$\vec{g} \cdot d\vec{s} = -dU \quad (2.41)$$

Και τελικά προκύπτει

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + rot \vec{v} \times \vec{v} \right) d\vec{s} + \rho d \left(\frac{v^2}{2} \right) + \rho dU + dp = 0 \quad (2.42)$$

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω εξίσωση κατά μήκος της καμπύλης γραμμής S, και θεωρώντας μη συνεκτικό, ασυμπίεστο ρευστό και μόνιμη, αστρόβιλη ροή προκύπτει η εξίσωση Bernoulli:

$$\int_s \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} d\vec{s} + \frac{v^2}{2} + U + \int_s \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (2.43)$$

Και ισχύοντας

$$\vec{v} = grad\Phi, grad\Phi \cdot d\vec{s} = d\Phi, \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot d\vec{s} = d \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \quad (2.44)$$

Είναι:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + U + \frac{p}{\rho} = k(t) \quad (2.45)$$

Και επειδή θεωρήσαμε πεδίο ασυμπίεστο και μόνιμο καταλήγουμε στην σχέση:

$$\frac{v^2}{2} + U + \frac{p}{\rho} = k \quad (2.46)$$

Όπου k είναι μία πραγματική σταθερά

2.6 Αστρόβιλη ροή ασυμπίεστου ρευστού

Εργαζόμαστε για αστρόβιλη ροή ασυμπίεστου ρευστού, για το οποίο προκύπτει η εξίσωση Laplace, με την εισαγωγή της εξίσωσης του δυναμικού της ταχύτητας Φ ($\text{rot}=0, \vec{u} = \text{grad}\Phi$), και χρήση της εξίσωσης συνέχειας ($\text{div}=0$) [1], η οποία για τρισδιάστατο πεδίο ροής γράφεται σε ορθογώνιο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων:

$$\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \Phi_{zz} = 0 \quad (2.47)$$

Η παραπάνω εξίσωση ισχύει τόσο για μόνιμο, όσο και για μη μόνιμο πεδίο ροής.

Συνοδεύεται και από την οριακή συνθήκη μη συνεκτικού ρευστού. Δηλαδή, όταν έχουμε συνεκτικό ρευστό γύρω από στερεό ακίνητο ρευστό, το ρευστό, ρέει εφαπτομενικά με το στερεό, δηλαδή:

$$\vec{n} \cdot \text{grad}\Phi = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \quad (2.48)$$

Για δισδιάστατο πεδίο ροής ασυμπίεστου ρευστού, ικανοποιείται η εξίσωση Laplace, και για την ροϊκή συνάρτηση έχουμε:

$$\Delta\Psi = 0 \rightarrow \Psi_{xx} + \Psi_{yy} = 0 \quad (2.49)$$

$$u = \Psi_y, \text{ και } v = -\Psi_x$$

Για την συνιστώσα της ταχύτητας που είναι παράλληλη με τις γραμμές ροής ισχύει:

$$u_t = \frac{\partial\Phi}{\partial s} = \frac{\partial\Psi}{\partial n} \neq 0 \quad (2.50)$$

Για τη συνιστώσα της ταχύτητας που είναι κάθετη στη γραμμή ροής προκύπτει:

$$u_n = \frac{\partial\Phi}{\partial n} = -\frac{\partial\Psi}{\partial s} = 0 \quad (2.51)$$

(όπου s, n οι συντεταγμένες εφαπτομενικά και κάθετα προς τις γραμμές ροής)

Στα αστρόβιλα πεδία ροής, έχουμε τις ισοδυναμικές γραμμές, δηλαδή γραμμές όπου $\Phi = \text{const}$, και άρα ισχύει:

$$d\Phi = \Phi_x dx + \Phi_y dy + \Phi_z dz = u dx + v dy + w dz \quad (2.52)$$

Στις γραμμές ροής του πεδίου ροής (για δισδιάστατο πεδίο), ξέρουμε ότι ισχύει $\Psi = \text{const}$, και άρα ισχύει:

$$d\Psi = \Psi_x dx + \Psi_y dy = -v dx + u dy = 0 \quad (2.53)$$

Εκ των ανωτέρω, προκύπτει ότι

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\Phi = \text{const}} = -\frac{u}{v}, \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\Psi = \text{const}} = \frac{v}{u} \quad (2.54)$$

Σχηματίζοντας τις κλίσεις των Φ, Ψ έχουμε:

$$\text{grad}\Phi = \vec{i}u + \vec{j}v \quad (2.55)$$

$$\text{grad}\Psi = -\vec{i}v + \vec{j}u \quad (2.56)$$

Οπότε, πολλαπλασιάζοντας εσωτερικά, έχουμε ότι:

$$\text{grad}\Phi \cdot \text{grad}\Psi = 0 \quad (2.57)$$

Δηλαδή ότι οι γραμμές ροής και οι ισοδυναμικές γραμμές είναι μεταξύ τους κάθετες.

Μεταξύ δύο γραμμών ροής ξέρουμε ότι ισχύει για την παροχή:

$$\dot{V}_{1 \rightarrow 2} = b(\Psi_2 - \Psi_1) \quad (2.58)$$

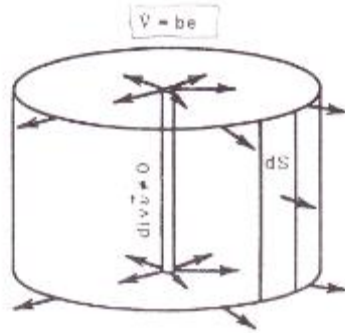
Και μεταξύ δύο ισοδυναμικών γραμμών, προκύπτει για τη κυκλοφορία:

$$\Gamma_{1 \rightarrow 2} = \Phi_2 - \Phi_1 \quad (2.59)$$

2.6.1 Σημειακή πηγή

Η σημειακή πηγή, είναι ένα ακτινικό πεδίο ροής [1], για το οποίο ισχύει:

$$\frac{\dot{V}}{b} = \int \vec{n} \cdot \vec{u} dE = \int n_r u_r dE = \int_0^{2\pi} \frac{e}{2\pi r} d\theta = e \quad (2.60)$$



Σχήμα 2.4: Σημειακή πηγή

Και έχουμε τα παρακάτω μεγέθη:

Μιγαδικό δυναμικό πηγής στην αρχή των αξόνων (αν $e > 0$, πηγή, αν $e < 0$, καταβόθρα):

$$W(z) = \frac{e}{2\pi} \ln z \quad (2.61)$$

Το δυναμικό της πηγής:

$$\Phi = \frac{e}{2\pi} \ln r \quad (2.62)$$

Η ροική συνάρτηση της πηγής:

$$\Psi = \frac{e}{2\pi} \varphi \quad (2.63)$$

Μιγαδική ταχύτητα:

$$\bar{u}_z = \frac{e}{2\pi z} \quad (2.64)$$

Πολικές συνιστώσες ταχύτητας:

$$u_r = \frac{e}{2\pi r}, u_\phi = 0 \quad (2.65)$$

Κεφάλαιο 3ο: Το αεροακουστικό πρόβλημα

3.1 Γραμμική ακουστική θεωρία

3.1.1 Κατάστρωση ακουστικών εξισώσεων –Μονοδιάστατη κυματική εξίσωση

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει η διατύπωση των βασικών μαθηματικών σχέσεων που διέπουν τα βασικά φαινόμενα διάδοσης του ήχου, καθώς και τις εξισώσεις που περιγράφουν την παραγωγή του ήχου, προκαλούμενος από κινούμενο σώμα σε σύζευξη με το ρευστό.

Η παραγωγή και διάδοση του ήχου εντός ενός ρευστού μέσου διέπεται από τους βασικούς νόμους διατήρησης των ρευστών, δηλαδή της διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας. Τις εξισώσεις διατήρησης, τις αναφέραμε εκτενώς σε προηγούμενο κεφάλαιο, έτσι από αυτό το σημείο και έπειτα θα τις καταγράψουμε στην τελική τους διαφορική μορφή. Έχοντας πλέον αυτές τις εξισώσεις, για να τις μετασχηματίσουμε σε ακουστικές εξισώσεις προβαίνουμε στις ακόλουθες παραδοχές, ώστε να μπορέσει να επιλυθεί το ακουστικό πρόβλημα [2]:

A) Ένα στοιχείο ρευστού αδιατάραχο (σε ηρεμία) περιγράφεται από συγκεκριμένες τιμές πίεσης, πυκνότητας, ταχύτητας και θερμοκρασίας, οι οποίες θεωρούνται χρονικά ανεξάρτητες.

B) Η διάδοση των ακουστικών διαταραχών διαμέσου του ρευστού προκαλείται από πολύ μικρές διαταραχές της πίεσης, της πυκνότητας, της θερμοκρασίας και της ταχύτητας. Τα μεγέθη που αναφέραμε ορίζονται ως διαταραχές γύρω από μία κατάσταση ηρεμίας και εκφράζονται μαθηματικά ως:

$$\begin{aligned} p' &= p + p_0, & T' &= T + T_0, & \rho' &= \rho + \rho_0 & (3.1) \\ & & & & u' &= u + u_0 \end{aligned}$$

Όπου,

$$p \ll p_0, \quad T \ll T_0, \quad \rho \ll \rho_0$$

Επίσης αντί της θερμοκρασίας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως θερμοδυναμικό μέγεθος η εντροπία, δηλαδή:

$$s' = s + s_0 \quad (3.2)$$

Η ταχύτητα ενός ρευστού σε ηρεμία είναι μηδέν, άρα $u_0 = 0$ και επειδή κατά τη διάδοση του ηχητικού κύματος δεν υπάρχει μακροσκοπική κίνηση στο ρευστό, η τελική ταχύτητα διαταραχής είναι απλά $u' = u$.

Ακολουθεί ένα κλασσικό και απλό παράδειγμα δημιουργίας και μετάδοσης μιας ηχητικής διαταραχής.

Θεωρούμε έναν αγωγό με ρευστό, ο οποίος φέρει ένα έμβολο στο εσωτερικό του και το οποίο μπορεί να κινηθεί ελεύθερα κατά μήκος αυτού. Αν το έμβολο κινηθεί με σταθερή ταχύτητα v για χρόνο t , θα προσκληθεί συμπίεση στο ρευστό. Ως επακόλουθο, αυτή η διαταραχή θα μεταδοθεί στο ρευστό με ταχύτητα, την ταχύτητα του ήχου στο συγκεκριμένο ρευστό. Μετά το χρόνο t , το έμβολο θα έχει διανύσει την απόσταση $x = vt$ ενώ το μέτωπο διαταραχής θα βρίσκεται σε απόσταση από το σημείο εκκίνησης του πιστονιού. Έτσι, μετά την αλλαγή κατάστασης του ρευστού, το συμπιεσμένο ρευστό θα αυξήσει την πίεση και την πυκνότητά του κατά p και ρ αντίστοιχα.

Γ) Η μετάδοση του ήχου διαμέσου του ρευστού θεωρείται επαρκώς ακαριαία, εξασφαλίζοντας το ότι δεν έχει διαφύγει θερμότητα από το στοιχείο του ρευστού που έχει συμπιεστεί. Έτσι, η όλη διαδικασία μετάδοσης μπορεί να θεωρηθεί ως αδιαβατική.

Θεωρώντας ένα μη συνεκτικό ρευστό, η εξίσωση της *συνέχειας* και της *ορμής* είναι:

3.2 Εξίσωση συνέχειας

Κατά τη x κατεύθυνση, έχουμε:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'u)}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial(\rho + \rho_0)}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho + \rho_0)u]}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

Η διακύμανση της πυκνότητας είναι πολύ μικρότερη από τη μέση πυκνότητα του ρευστού μέσου ρ_0 , έτσι θεωρούμε $\rho_0 \approx \rho_0 + \rho$. Επίσης, κάνοντας το ανάπτυγμα παραπάνω, ο όρος $u \frac{\partial \rho}{\partial x}$ είναι μικρός σε σχέση με τον $\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$, οπότε μπορούμε να τον απαλείψουμε, καταλήγοντας στην μορφή:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

3.3 Εξίσωση ορμής

Κατά τη x κατεύθυνση, έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial x} &= \rho' \left(\frac{\partial(u)}{\partial t} + u \frac{\partial(u)}{\partial x} \right) = 0 \Rightarrow \\ \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Αν παραγωγίσουμε την εξίσωση (3.4) ως προς το χρόνο και συνδυαστεί με την χωρική παράγωγο της εξίσωσης (3.5), προκύπτει:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = 0 \quad (3.6)$$

Επίσης, αν θεωρήσουμε ότι οι ακουστικές συμπίεσεις είναι αδιαβατικές, τότε από τη σχέση $p\rho^{-\gamma} = const$ και την καταστατική εξίσωση $c^2 = \gamma RT = \frac{\gamma p_0}{\rho_0}$ προκύπτει η εξίσωση $p = c_0^2 \rho$, εφαρμόζοντάς τη στην εξίσωση (3.6) καταλήγουμε στη μονοδιάστατη κυματική εξίσωση για τη μετάδοση διαταραχών ακουστικής πίεσης:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (3.7)$$

Στις τρεις διαστάσεις η κυματική εξίσωση παίρνει τη μορφή:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0 \quad (3.8)$$

Όπου $\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$ είναι ο τελεστής Laplace.

Όμοια, μπορούμε να μετασχηματίσουμε την κυματική εξίσωση ως προς την πυκνότητα:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \nabla^2 \rho = 0 \quad (3.9)$$

3.3.1 Μονόπολο

Στην περίπτωση που στο πεδίο ροής υπάρχουν πηγές μάζας ρυθμού παροχής $Q(\vec{x}, t)$ διανεμημένες σε μία περιοχή του ρευστού τότε η εξίσωση της συνέχειας θα είναι [3]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = Q(\vec{x}, t) \quad (3.10)$$

Αν θεωρήσουμε μία τέτοια σημειακή πηγή μάζας στη θέση \vec{y} του πεδίου ροής με ρυθμό παροχής μάζας $\dot{q}(t)$ και ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία για την γραμμική εξίσωση κύματος προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = \dot{q}(t) \delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad (3.11)$$

Όπου $\delta(\vec{x})$ η συνάρτηση Dirac.

Θεωρώντας το χωρίο μη φραγμένο και χρησιμοποιώντας μεθόδους που βασίζονται στην συνάρτηση Green (Morse and Feshbach, 1953), η λύση της εξίσωσης (3.11) είναι:

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\dot{q}\left(t - \frac{r}{c_0}\right)}{4\pi r} \quad (3.12)$$

Όπου $r = |\vec{x} - \vec{y}|$

Σε αυτό το σημείο, θα δώσουμε ιδιαίτερη προσοχή καθώς οι ορολογίες που θα δώσουμε είναι σημαντικές για την κατανόηση του διάδοσης ενός ακουστικού σήματος.

Ο χρόνος $T = t - \frac{r}{c_0}$ ονομάζεται χρόνος εκπομπής ή χρόνος πηγής ενώ ο χρόνος t ονομάζεται χρόνος παρατηρητή. Το ακουστικό πεδίο μίας σημειακής πηγής (3.12) έχει χαρακτήρα μονόπολου λόγω ακτινικής συμμετρίας και έντασης αντιστρόφως ανάλογης της ακτίνας. Ως εκ τούτου το ακουστικό πεδίο σημειακής πηγής ονομάζεται μονόπολο. Στην πραγματικότητα ακουστικά πεδία με χαρακτήρα μονόπολου παρατηρούνται κατά την κίνηση στερεού μη μηδενικού όγκου εντός ρευστού μέσου.

3.3.2 Δίπολο

Στην περίπτωση που στο χωρίο του ρευστού υπάρχει μία διανομή δυνάμεων $\vec{F}(\vec{x}, t)$ διανεμημένες σε μία περιοχή του ρευστού τότε η εξίσωση της ορμής θα είναι [3]:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = F_i(\vec{x}, t) \quad (3.13)$$

Ακολουθώντας τη διαδικασία παραγωγής της γραμμικής εξίσωσης κύματος προκύπτει:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = -\nabla \cdot \vec{F}(\vec{x}, t) \quad (3.14)$$

Θεωρώντας την περίπτωση της σημειακής δύναμης στη θέση \vec{y} έστω $F_1 = f_1 \delta(\vec{x} - \vec{y})$ αποδεικνύεται με τη χρήση συναρτήσεων Heaviside ότι ο πηγαίος όρος της (3.14) γίνεται:

$$-\nabla \cdot \vec{F}(\vec{x}, t) = -\frac{\partial F_1}{\partial x_1} = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \left\{ -\frac{f_1}{\varepsilon_1} \delta(\vec{x} - \vec{y}_{-\varepsilon_1}) + \frac{f_1}{\varepsilon_1} \delta(\vec{x} - \vec{y}_{+\varepsilon_1}) \right\} \quad (3.15)$$

Όπου $\vec{y}_{-\varepsilon_1}$ και $\vec{y}_{+\varepsilon_1}$ σημεία εκατέρωθεν του \vec{y} σε απόσταση $\frac{\varepsilon_1}{2}$ στην διεύθυνση x_1 . Συγκρίνοντας τον πηγαίο όρο (3.15) με αυτόν της εξίσωσης (3.11) είναι προφανές πως το ακουστικό πεδίο που οφείλεται σε μία συγκεντρωμένη δύναμη f_1 μπορεί να δημιουργηθεί από δύο σημειακές πηγές εντάσεων $-\frac{f_1}{\varepsilon_1}$ και $+\frac{f_1}{\varepsilon_1}$ αντίστοιχα σε απόσταση ε_1 μεταξύ τους. Ως εκτούτου τα δυο μονόπολα ορίζουν ένα δίπολο έντασης f_1 με άξονα στην x_1 διεύθυνση. Η λύση της εξίσωσης (3.14) προκύπτει με τη χρήση της συνάρτησης Green και είναι:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{1}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{f_1}{r} \Big|_{t-\frac{r}{c_0}} \right) \Rightarrow \quad (3.16)$$

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{(\vec{x} - \vec{y})}{r} \cdot \left(\frac{1}{rc_0} \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} \Big|_{t-\frac{r}{c_0}} + \frac{1}{r_2} \vec{F} \Big|_{t-\frac{r}{c_0}} \right)$$

Φαίνεται, πως από την εξίσωση (3.16) το ακουστικό πεδίο του δίπολου χωρίζεται σε δύο περιοχές, την εγγύς (κοντινή) στο δίπολο περιοχή που κυριαρχείται από τον όρο $\frac{1}{r^2}$ και την μακρινή που κυριαρχείται από τον όρο $\left(\frac{1}{r}\right)^2$. Στην πραγματικότητα ακουστικά πεδία με χαρακτηριστικά δίπολου παρουσιάζονται κατά την κίνηση δυνάμεων (δηλαδή αεροδυναμικών σωμάτων στα οποία εμφανίζονται αεροδυναμικές δυνάμεις εντός ρευστού μέσου) [3].

3.3.3 Τετράπολο

Αντίστοιχα με την περίπτωση του δίπολου εάν θεωρηθεί ότι στο χωρίο του ρευστού υπάρχει μία διανομή τάσεων $T_{ij}(\vec{x}, t)$ διανεμημένες σε μία περιοχή του ρευστού τότε η εξίσωση της ορμής γίνεται [3]:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial T_{ij}(\vec{x}, t)}{\partial x_i} \quad (3.17)$$

Η οποία οδηγεί στην εξίσωση κύματος της μορφής:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{x}, t)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.18)$$

Θεωρώντας την περίπτωση συγκεντρωμένης διατμητικής τάσης στη θέση \vec{y}^3 έστω $T_{12} = t_{12}\delta(\vec{x} - \vec{y})$ αποδεικνύεται με τη χρήση συναρτήσεων Heaviside ότι ο πηγαίος όρος της (3.18) γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta^2 T_{12}(\vec{x}, t)}{\vartheta_{x_2} \vartheta_{x_1}} &= \lim_{\varepsilon_2 \rightarrow 0} \left\{ + \frac{t_{12}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \delta(\vec{x} - \vec{y}_{-\varepsilon_1 - \varepsilon_2}) - \frac{T_{12}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \delta(\vec{x} - \vec{y}_{-\varepsilon_1 + \varepsilon_2}) \right\} + \\ &\lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \left\{ - \frac{t_{12}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \delta(\vec{x} - \vec{y}_{+\varepsilon_1 - \varepsilon_2}) + \frac{T_{12}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \delta(\vec{x} - \vec{y}_{+\varepsilon_1 + \varepsilon_2}) \right\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Όπου τα σημεία $\vec{y}_{-\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$, $\vec{y}_{-\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$, $\vec{y}_{+\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$, $\vec{y}_{+\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$ ορίζουν τις κορυφές ενός τετραπλεύρου με κέντρο το σημείο \vec{y} το οποίο απέχει από τη μία πλευρά $\frac{\varepsilon_1}{2}$ και από την κάθετη σε αυτή πλευρά $\frac{\varepsilon_2}{2}$. Συγκρίνοντας τον πηγαίο όρο (3.19) με αυτόν της εξίσωσης (3.11) είναι προφανές πως το ακουστικό πεδίο που οφείλετε σε μία συγκεντρωμένη διατμητική τάση t_{12} μπορεί να δημιουργηθεί από τέσσερις σημειακές πηγές εντάσεων $-\frac{t_{12}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}$ και $+\frac{t_{12}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}$ ανά ζεύγη στις κορυφές ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου² πλευράς ε_1 και ε_2 . Ως εκ τούτου τα τέσσερα μονόπολα ορίζουν ένα τετράπολο έντασης t_{12} . Η λύση της εξίσωσης (3.18) προκύπτει με τη χρήση της συνάρτησης Green και είναι:

$$\begin{aligned} p'(\vec{x}, t) &= \frac{1}{4\pi r} \frac{\vartheta^2}{\vartheta_{x_i} \vartheta_{x_j}} \left(\frac{t_{ij} \left| t - \frac{r}{c_0} \right|}{r} \right) \Rightarrow \\ p'(\vec{x}, t) &= \frac{(x_i - y_i)(x_j - y_j)}{r} \left(\frac{1}{r c_0^2} \frac{\vartheta^2 t_{ij}}{\vartheta t^2} \left| t - \frac{r}{c_0} + \frac{3}{r^2 c_0} \frac{\vartheta t_{ij}}{\vartheta t} \right| t - \frac{r}{c_0} + \frac{3}{r^3} t_{ij} \left| t - \frac{r}{c_0} \right| \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Από την εξίσωση (3.20) φαίνεται πως το ακουστικό πεδίο του τετράπολου χωρίζεται σε τρεις περιοχές την εγγύς (κοντινή) στο τετράπολο περιοχή που κυριαρχεί ο όρος $\frac{1}{r^3}$, την μακρινή περιοχή που κυριαρχεί ο όρος $\frac{1}{r}$ και μία ενδιάμεση περιοχή που κυριαρχεί ο όρος $\frac{1}{r^2}$. Όπως είναι φανερό από την ύπαρξη των τριών αυτών περιοχών, το τετράπολο είναι ακόμα λιγότερο αποδοτικό στην διάδοση της ακουστικής ενέργειας στην μακρινή περιοχή του ακουστικού πεδίου συγκριτικά με το δίπολο και πολύ λιγότερο σε σχέση με το μονόπολο. Στην πραγματικότητα ακουστικά πεδία με χαρακτηριστικά τετραπόλου παρουσιάζονται στις περιπτώσεις τυρβωδών ροών.

3.4 Το ακουστικό ανάλογο του Lighthill

Το ακουστικό ανάλογο εισήχθει ως θεωρία από τον Lighthill (Lighthill, 1952), (Lighthill, 1954) για τον υπολογισμό της ακουστικής ακτινοβολίας από σχετικά μικρές περιόδους τυρβώδους ροής που βρίσκονται εντός άπειρου ομογενούς ρευστού θεωρώντας την ταχύτητα του ήχου c_0 και την πυκνότητα ρ_0 σταθερές [3]. Ο Lighthill θεωρώντας πως η διαταραχή στην πυκνότητα $\rho' = \rho - \rho_0$ σε μεγάλες αποστάσεις από τις τυρβώδεις περιοχές συμπεριφέρεται ως ακουστικό κύμα, αναδιτάξε την εξίσωση της συνέχειας και της ορμής έτσι ώστε να ανάγονται στην ομογενή εξίσωση ακουστικού κύματος σε μεγάλη απόσταση από τις τυρβώδεις περιοχές. Συγκεκριμένα θεωρώντας μία φραγμένη περιοχή τυρβώδους ροής έξω από την οποία το ρευστό θεωρείται σε ηρεμία με σταθερή πίεση και πυκνότητα καθώς επίσης θεωρείται πως δεν υπάρχουν πηγές ρευστού ή εξωτερικές δυνάμεις, η εξίσωση της συνέχειας και της ορμής θα δίνεται από τις σχέσεις:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{(\partial \rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.23)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial \tau} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial e_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.21)$$

3.4.1 Η εξίσωση Lighthill

Όπου u_i είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας και e_{ij} είναι η (i, j) συνιστώσα του συνεκτικού τανυστή των τάσεων που εκφράζεται με όρους κλίσεων της ταχύτητας ως εξής:

$$e_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (3.22)$$

Όπου το μ είναι η συνεκτικότητα του ρευστού, και δ_{ij} είναι το δέλτα του Kronecker. Πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση (3.21) με την ταχύτητα u_i και προσθέτοντας το αποτέλεσμα στην εξίσωση της ορμής προκύπτει:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial \tau} = - \frac{\partial (\rho u_i u_j + \delta_{ij} p - e_{ij})}{\partial x_i} \quad (3.23)$$

Στην παραπάνω σχέση προστίθεται και στα δυο μέλη ο όρος $c_0^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ και προκύπτει η εξής:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial \tau} + c_0^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} \quad (3.24)$$

Όπου ο όρος

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + \delta_{ij}[(p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)] - e_{ij} \quad (3.25)$$

ονομάζεται τανυστής τάσεων του Lighthill. Αν παραγωγίσουμε ως προς τον χρόνο την εξίσωση της συνέχειας (3.21), και πάρουμε στη συνέχεια την απόκλιση της εξίσωσης (3.24) και αφαιρέσουμε τα αποτελέσματα, τότε θα προκύψει η εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial \tau^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = -\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.26)$$

η οποία ονομάζεται εξίσωση *Lighthill*.

Η εξίσωση (3.26) είναι ίδιας μορφής με την κυματική εξίσωση του ακουστικού πεδίου ενός τετράπολου (3.18) εντός ρευστού μέσου σε ηρεμία. Υπάρχει επομένως ακριβής αναλογία στις διαταραχές της πυκνότητας μιας πραγματικής ροής και των διαταραχών στην πυκνότητα που προκύπτουν από τη διανομή τετραπόλων σε ένα ιδεατό ακουστικό μέσο όπου η ταχύτητα του ήχου είναι c_0 . Η εφαρμογή της θεωρίας του ακουστικού αναλόγου δηλαδή η επίλυση της εξίσωσης του Lighthill θα ήταν πολύ εύκολη αν ο πηγαίος όρος ήταν γνωστός. Ο τετραπολικός όρος περιέχει όρους της πυκνότητας και ως εκ τούτου δεν μπορεί να καθοριστεί πριν η λύση της (3.26). Σε μερικές περιπτώσεις ροών, συγκεκριμένες υποθέσεις απλοποιούν σημαντικά τον τετραπολικό όρο έτσι ώστε να καθίσταται δυνατή η επίλυση της εξίσωσης Lighthill. Η βασική ιδέα για να προχωρήσουμε στην επίλυση της (3.26) είναι να θεωρήσουμε τον όρο πηγής γνωστό μέσα στο πεδίο ροής και αμελητέο σε μεγάλες αποστάσεις από το πεδίο. Στις περισσότερες περιπτώσεις η παραδοχή αυτή είναι λογική. Ένα τυπικό παράδειγμα είναι η υποηχητική τυρβώδης ροή αέρα (και γενικά η κάθε μη μόνιμη υποηχητική ροή υψηλού αριθμού Reynolds) σχετικά περιορισμένης έκτασης μέσα σε ομοιόμορφες μόνιμες συνθήκες.

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη του προβλήματος αυτού είναι καταρχήν το μέγιστο εύρος l του πεδίου που περιέχει τις πηγές και το μήκος κύματος λ του ήχου. Συμβολίζοντας U μία χαρακτηριστική ταχύτητα του πεδίου ροής, η κλίμακα χρόνου της ροής θα είναι $T = \frac{l}{U}$. Το μήκος κύματος ήχου θα είναι αντίστοιχα $\lambda = c_0 T = \frac{l}{M}$ όπου $M = \frac{U}{c_0} = \frac{l}{\lambda} \ll 1$.

Η παραδοχή χαμηλού αριθμού Mach σημαίνει ότι $\lambda \ll 1$ οπότε διακρίνουμε δύο περιοχές την εσωτερική ή κοντινή περιοχή με χαρακτηριστική κλίμακα μήκους l και την εξωτερική ή μακρινή ή κυματική περιοχή που χαρακτηρίζεται από την κλίμακα μήκους λ . Μία διανομή πηγών ήχου που χαρακτηρίζεται από την ανισότητα $\lambda \ll 1$ ονομάζεται συμπαγείς. Ο παραπάνω διαχωρισμός επιτρέπει τη χρήση της θεωρίας ασυμπτωτικών αναπτύξεων (Kambe and Minota, 1983). Η εξίσωση Lighthill προέκυψε από τις εξισώσεις μάζας και ορμής και ικανοποιείται σε όλες τις περιπτώσεις πραγματικών ροών, κάθε απλοποίηση εφαρμόζεται στη συνέχεια, περιορίζοντας έτσι το εύρος των πραγματικών ροών εφαρμογής της. Συγκεκριμένα στην εσωτερική ή κοντινή περιοχή, εφόσον η ροή θεωρείται τυρβώδης ο ταυιστής συνεκτικών τάσεων e_{ij} θα έχει μικρή συνεισφορά στον T_{ij} σε σχέση με τους όρους τάσεων Reynolds¹ $\rho u_i u_j$. Αντίθετα στην εξωτερική ή μακρινή περιοχή σε πολύ μεγάλες αποστάσεις από τις πηγές η ταχύτητα \vec{u} θα είναι αμελητέα αφού φθίνει ανάλογα $\frac{1}{r^3}$. Επομένως ο όρος $\rho u_i u_j$ θα είναι αμελητέος. Επιπλέον θεωρώντας ότι οι επιδράσεις συνεκτικότητας και μεταφοράς θερμότητας (Goldstein, 1976) έχουν πολύ αργή επίδραση λόγω της μετατροπής της ακουστικής ενέργειας σε θερμότητα και γίνονται σημαντικές σε πάρα πολύ μεγάλες αποστάσεις. Δηλαδή ο όρος e_{ij} μπορεί να αμεληθεί. Αν θεωρήσουμε πως η θερμοκρασία στο πεδίο είναι σταθερή έπεται πως το πεδίο είναι ισεντροπικό και επομένως ισχύει $p - p_0 = c_0^2(\rho - \rho_0)$. Επίσης επειδή ένα πολύ μικρό μέρος της ενέργειας του πεδίου ποής μετατρέπεται σε ακουστική ενέργεια και διαδίδεται ως ήχος είναι αποδεκτό να γίνουν υπολογισμοί του πεδίου ροής ώστε να προκύψει ο όρος T_{ij} πριν την επίλυση του ακουστικού πεδίου.

3.4.2 Η λύση της εξίσωσης Lighthill απουσία στερεών συνόρων

Η επίλυση της εξίσωσης Lighthill στην περίπτωση απουσίας στερεών συνόρων² ανάγεται στο κλασικό πρόβλημα επίλυσης του ακουστικού πεδίου διανομής τετραπολικών πηγών σε περιορισμένη περιοχή του ακουστικού μέσου [3]. Θεωρώντας τον όρο T_{ij} η επίλυση βασίζεται (Goldstein, 1976) στην συνάρτηση Green δίνοντας:

$$\rho(\vec{x}, t) - \rho_0 = \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_V \frac{\delta^2 T_{ij}(\vec{y}, \tau)}{r \delta y_i \delta y_j} \Big|_{\tau=t-\frac{r}{c_0}} d\vec{y} \quad (3.27)$$

Όπου V όλος ο χώρος και $\delta/\delta y_i$ ορίζει παραγωγή ως προς y_i με τα t και r σταθερά. Ορίζοντας $\vartheta/\vartheta y_i$ την παραγωγή ως προς y_i με τα t και \vec{x} σταθερά και $\vartheta/\vartheta x_i$ την παραγωγή ως προς x_i με τα t και \vec{y} σταθερά η εξίσωση (3.27) χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσίδας γίνεται:

$$\rho(\vec{x}, t) - \rho_0 = \frac{1}{4\pi c_0^2} \left(\int_V \frac{\vartheta^2 T_{ij}}{\vartheta y_i \vartheta y_j} \frac{1}{r} \Big|_{\tau=t-\frac{r}{c_0}} d\vec{y} + \frac{\vartheta}{\vartheta x_j} \int_V \frac{\vartheta T_{ij}}{\vartheta y_i} \frac{1}{r} \Big|_{\tau=t-\frac{r}{c_0}} d\vec{y} \right) +$$

$$+ \frac{1}{4\pi c_0^2} \left(\frac{\vartheta}{\vartheta x_i} \int_V \frac{\vartheta}{\vartheta y_j} \frac{T_{ij}}{r} \Big|_{\tau} d\vec{y} + \frac{\vartheta^2}{\vartheta x_i \vartheta x_j} \int_V \frac{T_{ij}}{r} \Big|_{\tau} d\vec{y} \right) \quad (3.28)$$

Στην εξίσωση (3.28) οι τρεις πρώτοι όροι ολοκληρώνουν στον χώρο την απόκλιση ενός διανύσματος. Δεδομένου του θεωρήματος της απόκλισης $\int_V \nabla \cdot \vec{a} d\vec{y} = \lim_{R \rightarrow 0} \int_{SR} \vec{a} d\vec{S}$, οι ολοκληρωματικοί αυτοί όροι μπορούν να γραφούν ως επιφανειακά ολοκληρώματα σε σφαίρα άπειρης ακτίνας. Είναι αποδεκτό να θεωρηθεί πως οι τάσεις Lighthill T_{ij} συμπεριφέρονται όπως ο όρος $\rho u_i u_j$. Στις ασυμπίεστες ροές η ταχύτητα μέσω της ιδιόμορφης αναπαράστασης είναι ανάλογη του $\frac{1}{y^3}$ δηλαδή ο όρος T_{ij} μειώνεται με ρυθμό y^{-6} καθώς $y \rightarrow \infty$ πολύ ταχύτερα από y^{-1} . Επομένως τα επιφανειακά ολοκληρώματα μηδενίζονται στο άπειρο. Δηλαδή για την εξίσωση (3.28) προκύπτει:

$$\rho(\vec{x}, t) - \rho_0 = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\vartheta^2}{\vartheta x_i \vartheta x_j} \int_V \frac{T_{ij}(\vec{y}, t - \frac{r}{c_0})}{r} d\vec{y} \quad (3.28)$$

Με δεδομένο ότι:

$$\frac{\vartheta^2}{\vartheta x_i \vartheta x_j} \frac{T_{ij}(\vec{y}, t - \frac{r}{c_0})}{r} = \frac{r_i r_j}{c_0^2 r^3} \frac{\vartheta^2 T_{ij}(\vec{y}, t - \frac{r}{c_0})}{\vartheta t^2} + O(R^{-2}) \quad (3.29)$$

Στην περιοχή μακριά από την περιοχή των πηγών $r \rightarrow 0$ ισχύει:

$$\rho(\vec{x}, t) - \rho_0 \simeq \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_V \frac{r_i r_j}{c_0^2 r^3} \frac{\vartheta^2 T_{ij}(\vec{y}, t - \frac{r}{c_0})}{\vartheta t^2} d\vec{y} \simeq \frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\vec{x}|^3} \int_V \frac{\vartheta^2 T_{ij}(\vec{y}, t - \frac{r}{c_0})}{\vartheta t^2} d\vec{y} \quad (3.30)$$

Οι εξισώσεις (3.31) παρέχουν την δυνατότητα υπολογισμού των διαταραχών της πυκνότητας στην μακρινή περιοχή του ακουστικού πεδίου δεδομένου του τετραπολικού όρου.

3.4.3 Ήχος παραγόμενος από Στροβιλότητα

Η βάση της ανάλυσης οφείλεται στον Powell (Powell, 1964) ο οποίος έκφρασε τον όρο της πηγής³ της εξίσωσης του Lighthill ως την απόκλιση του διανύσματος του Lamb:

$$\frac{\partial^2 u_i u_j}{\partial y_i \partial y_j} = \nabla \cdot (\bar{\omega} \times \bar{u}) + \nabla^2 \left(\frac{1}{2} \bar{u}_2 \right) \quad (3.31)$$

Στην εξίσωση (3.32) ο δεύτερος όρος του δεξιού μέλους δημιουργεί πολύ χαμηλότερης έντασης ηχητικό πεδίο σε σχέση με τον πρώτο εάν πρόκειται για ισεντροπική ροή (Crow and Champagne, 1971). Εισάγοντας την (3.32) στην (3.27) και ολοκληρώνοντας στον χρόνο προκύπτει:

$$\begin{aligned} \rho(\vec{x}, t) - \rho_0 = & \frac{\rho_0}{4\pi c_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\int_V \frac{(\bar{\omega} \times \bar{u})_i}{r} \left(\vec{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\vec{y} \right) \right) \\ & + \frac{\rho_0}{4\pi c_0^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\int_V \frac{u^{-2}}{2r} \left(\vec{y}, t - \frac{r}{c_0} \right) d\vec{y} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Στην περιοχή μακριά από τις πηγές $r \rightarrow 0$ η σχέση (3.33) γίνεται:

$$\begin{aligned} \rho(\vec{x}, t) - \rho_0 = & \frac{\rho_0}{4c_0^2 |\vec{x}|} \left(-\frac{x_i}{|\vec{x}| c_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V (\bar{\omega} \times \bar{u})_i \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| c_0} \right) d\vec{y} \right) \right) \\ & + \frac{\rho_0}{4c_0^2 |\vec{x}|} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\int_V u^{-2} \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| c_0} \right) d\vec{y} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Στην περίπτωση μη συνεκτικής ροής το ολοκλήρωμα το δεύτερου όρου του δεξιού μέλους της εξίσωσης (3.34) εκφράζει τη συνολική κινητική ενέργεια και συνεπώς είναι σταθερό. Ως εκ τούτου ο δεύτερος όρος της εξίσωσης μηδενίζεται. Αναπτύσσοντας σε σειρά Taylor τον χρόνο καθυστέρησης και αμελώντας τους δευτεροτάξιους και ανώτερους όρους η εξίσωση (3.35) γράφεται

$$\rho(\vec{x}, t) - \rho_0 = -\frac{\rho_0}{4c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\int_{D_\omega} (\vec{x} \cdot \vec{y}) (\vec{x} \cdot \bar{\omega} \times \bar{u}) \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} \right) d\vec{y} \right) \quad (3.34)$$

Η εξίσωση (3.35) που έχει διατυπωθεί από τον Howe (Howe, 1975) έχει το πλεονέκτημα πως η ολοκλήρωση γίνεται μόνο στο πεδίο ορισμού της στροβιλότητας γεγονός που την κάνει εξαιρετικά εύχρηστη.

1. Ο λόγος των τάσεων Reynolds και των τυρβωδών τάσεων είναι της τάξεως του αριθμού Reynolds.
2. Στην περίπτωση της εσωτερικής περιοχής η εξίσωση του Lighthill ανάγεται σε μία εξίσωση Poisson χάνοντας τον κυματικό χαρακτήρα της (όρος χρονικής παραγώγου). Η εξίσωση που προκύπτει επιλύεται με την θεωρία των Powell και Howe (Powell, 1964) (Howe, 1975).
3. Υποτίθεται πως ο όρος T_{ij} προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τον όρο $\rho_0 u_i u_j$.

Κεφάλαιο 4ο: Βασικές έννοιες της ακουστικής

4.1 Εισαγωγή στην ακουστική

Η ακουστική είναι η επιστήμη του ήχου, δηλαδή η κίνηση των κυμάτων στα αέρια, στα υγρά και στα στερεά, καθώς και οι επιδράσεις της κίνησης αυτών των κυμάτων. Έτσι, το πεδίο της ακουστικής κυμαίνεται από τη θεμελιώδη φυσική της ακουστικής που είναι η βιοακουστική, η ψυχοακουστική και η μουσική, και επίσης περιλαμβάνει και τεχνικά πεδία όπως την ηχογράφηση, τη μουσική τεχνολογία, την αναπαραγωγή μουσικής, τον σχεδιασμό θεάτρων και αιθουσών συναυλιών, τον θόρυβο και την ηχομόνωση, καθώς και τον ενεργό έλεγχο θορύβου (active noise control).

Βλέπουμε λοιπόν πως η επιστήμη της ακουστικής έχει ευρύ πεδίο εφαρμογής, γι αυτό και το θεωρητικό υπόβαθρο που την απαρτίζει είναι αρκετά μεγάλο και αποτελείται από πολλές έννοιες και τύπους. Ένα σημαντικό κομμάτι της ακουστικής θα το αναλύσουμε στην παρούσα διπλωματική στα επόμενα κεφάλαια [4].

4.2 Περιγραφή του ήχου

Θα μπορούσαμε να περιγράψουμε και να μελετήσουμε τον ήχο από δύο διαφορετικές σκοπιές, οι οποίες είναι εξίσου σημαντικές και αρκετά συνήθεις στην καθημερινότητά μας. Ο ήχος μπορεί να οριστεί σαν κυματική κίνηση στον αέρα ή σε άλλα μέσα (ερέθισμα) ή σαν τη διέγερση του μηχανισμού ακοής που έχει σαν αποτέλεσμα την αντίληψη του ήχου (αίσθηση) [5]. Ανάλογα με την προσέγγιση που θέλουμε να κάνουμε, φυσική ή ψυχοφυσική, δίνουμε και τον κατάλληλο ορισμό.

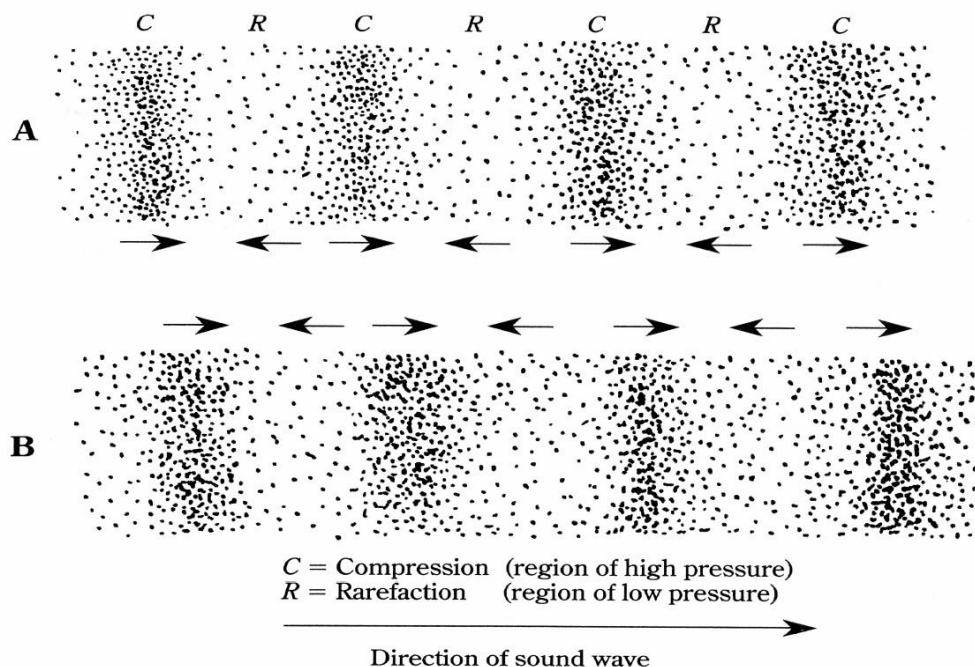
Επειδή ο ήχος αποτελεί μέρος της καθημερινότητάς μας αλλά και σημαντικό αισθητήριο μέσο του ανθρώπου, είναι καλό να προσεγγίζονται και οι δύο πλευρές του ήχου.

4.3 Διάδοση του ήχου

Ο ήχος και πιο γενικά οι ακουστικές διαταραχές διαδίδονται με τη μορφή κυμάτων. Ένα κύμα σε ένα υλικό μέσο μπορεί να ορισθεί ως μία διαδικασία κατά την οποία μία διαταραχή από την ισορροπία, μετακινείται εντός του μέσου χωρίς καθαρή μετακίνηση μάζας. Το κύμα μαζί με τη διαταραχή, μεταφέρει ορμή και ενέργεια [6].

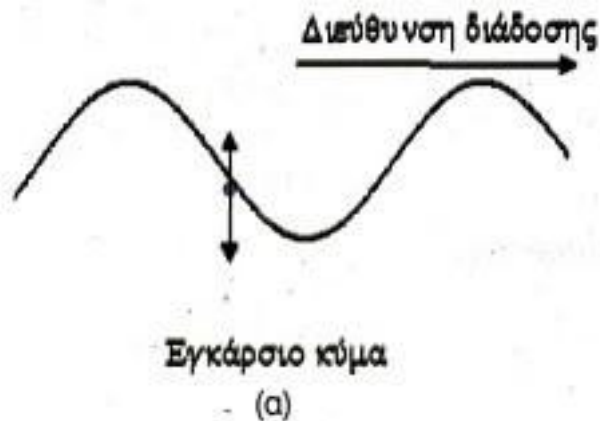
Υπάρχουν τρεις διακριτές μορφές κίνησης σωματιδίων, ανάλογα με το μέσο διάδοσης του ήχου. Αν ρίξουμε μια πέτρα σε ήρεμη επιφάνεια νερού, από το σημείο πρόσκρουσης κινούνται προς τα έξω συγκεντρωτικά κύματα, και τα σωματίδια του νερού σχηματίζουν κυκλικές τροχιές. Αυτά τα κύματα ονομάζονται εγκάρσια κύματα. Το ίδιο συμβαίνει και με την κίνηση μορίων στην χορδή ενός βιολιού. Τα μικροσκοπικά στοιχεία της χορδής κινούνται εγκάρσια, ή σε ορθή γωνία με την κατεύθυνση κίνησης των κυμάτων κατά το μήκος της χορδής. Μία άλλη μορφή διάδοσης κύματος φαίνεται στον ήχο που διαδίδεται σε αέριο μέσο όπως είναι ο αέρας. Σε αυτή τη περίπτωση, τα μόρια του αέρα κινούνται στην κατεύθυνση διάδοσης του ήχου. Αυτά τα κύματα ονομάζονται διαμήκη. Στο Σχήμα (4.1) παριστάνεται η διάταξη των μορίων του αέρα κατά την διάδοση του ήχου. Τα συγκεντρωμένα μόρια παριστάνουν περιοχές συμπίεσης όπου η πίεση του αέρα είναι λίγο μεγαλύτερη από την επικρατούσα ατμοσφαιρική πίεση. Οι περιοχές με αραιά μόρια παριστάνουν περιοχές αραιώσης όπου η πίεση είναι λίγο μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση. Η φορά των βελών δείχνει ότι, κατά μέσο όρο, τα μόρια κινούνται προς τα δεξιά των περιοχών συμπίεσης και προς τα αριστερά στις περιοχές αραιώσης μεταξύ των περιοχών συμπίεσης.

Στα στερεά αντιθέτως, παρατηρούμε κατά κύριο λόγο εγκάρσιες ταλαντώσεις των μορίων. Τα εγκάρσια κύματα αναπαριστούν τη διάδοση των δυνάμεων συνάφειας και δεν επηρεάζουν την πίεση ή την πυκνότητα του μέσου. Τα μόρια του στερεού ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος, γύρω από την θέση ισορροπίας τους.



Σχήμα 4.1: Διεύθυνση μετάδοσης ακουστικού κύματος

Στα στερεά αντιθέτως, παρατηρούμε κατά κύριο λόγο εγκάρσιες ταλαντώσεις των μορίων. Τα εγκάρσια κύματα αναπαριστούν τη διάδοση των δυνάμεων συνάφειας και δεν επηρεάζουν την πίεση ή την πυκνότητα του μέσου. Τα μόρια του στερεού ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος, γύρω από την θέση ισορροπίας τους.

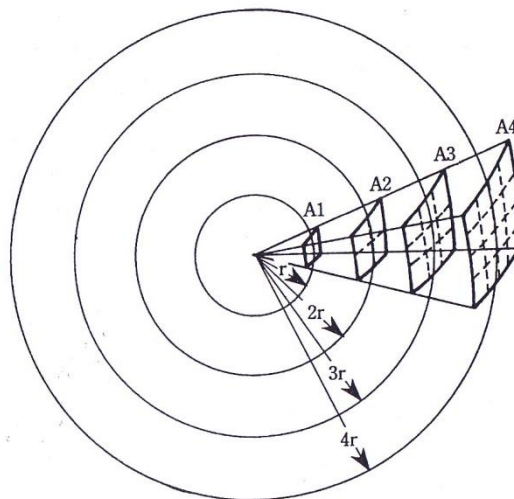


Σχήμα 4.2: Διεύθυνση μετάδοσης εγκάρσιου κύματος

4.4 Ο ήχος στον ελεύθερο χώρο

Αναφερόμενοι στον ήχο, και συγκεκριμένα στην ενέργειά του, θα αναλύσουμε τη σχέση μεταξύ της έντασης του ήχου και της απόστασης από την πηγή. Στον ελεύθερο χώρο η ένταση του ήχου ελαττώνεται καθώς αυξάνει η απόσταση από την πηγή. Μακριά από την επίδραση των αντικειμένων του περιβάλλοντος, ο ήχος από τη σημειακή πηγή διαδίδεται προς όλες τις κατευθύνσεις. Η μείωση της έντασης του ήχου γίνεται περισσότερο κατανοητή παρατηρώντας το Σχήμα (4.3). Η ίδια ηχητική ισχύς περνά μέσα από τα A1, A2, A3 και A4, αλλά οι επιφάνειες αυξάνουν ανάλογα με το τετράγωνο της ακτίνας r .

Αυτό σημαίνει ότι η ηχητική ισχύς ανά μονάδα επιφανείας (ένταση) ελαττώνεται με το τετράγωνο της ακτίνας. Σε διπλάσια απόσταση η ένταση ελαττώνεται στο ένα τέταρτο της αρχικής τιμής, σε τριπλάσια απόσταση έχουμε $1/9$ και η αύξηση της απόστασης τέσσερις φορές δίνει το $1/16$ της αρχικής έντασης. Ο νόμος του αντιστρόφου τετραγώνου ορίζει ότι η ένταση του ήχου σε ελεύθερο πεδίο είναι αντίστροφα ανάλογη προς το τετράγωνο της απόστασης από την πηγή.



Σχήμα 4.3: Η ένταση του ήχου ελαττώνεται καθώς αυξάνει η απόσταση από την πηγή

4.5 Οι διαστάσεις του ήχου

Τις «διαστάσεις» του ήχου θα τις συνδέσουμε με την αντίληψη του ήχου από τον άνθρωπο, δηλαδή οι ποσότητες τις οποίες τις αντιλαμβάνεται το ανθρώπινο αυτί και μπορούμε χαρακτηρίσουμε ή να ξεχωρίσουμε έναν ήχο.

Θεωρείται ότι οι διαστάσεις του ήχου ότι είναι τέσσερις. Οι τρεις βασικές είναι το τονικό ύψος (pitch), η ένταση (loudness) και η χρονική διάρκεια (duration). Η τέταρτη και πιο σημαντική είναι η «χροιά» (timbre). Οι τρεις βασικές διαστάσεις μπορούν να οριστούν μονοδιάστατοι αριθμοί ενώ η χροιά θεωρείται ότι έχει πολλές διαστάσεις. Ωστόσο πολλοί ερευνητές έχουν δώσει και στο τονικό ύψος πολυδιάστατη υφή.

4.5.1 Ένταση

Η ένταση ήχου μπορεί να οριστεί ως μια ποσότητα σύμφωνα με την οποία ένας ήχος μεγαλύτερης έντασης από έναν άλλο ακούγεται από τον άνθρωπο πιο «ισχυρός». Ο επίσημος ορισμός (ANSI, 1973) δίνεται ως:

Ένταση είναι το χαρακτηριστικό γνώρισμα της αίσθησης της ακοής που έχει να κάνει με το ποιου ήχοι μπορούν να ταξινομηθούν σε μια κλίμακα που ξεκινάει από το «απαλό» (soft) και φτάνει στο «έντονο» (loud).

Η ένταση ενός ήχου εξαρτάται από την ακουστική ενέργεια που φτάνει στη θέση του ακροατή, τη διάρκειά του και το φασματικό περιεχόμενο. Ένας απλός αλλά

αποτελεσματικός τρόπος να μετρηθεί η ένταση ενός ήχου είναι να αθροιστεί η ενέργεια σε συγκεκριμένες περιοχές του φάσματος που ονομάζονται «κρίσιμες ζώνες» (critical band)

4.5.2 Διάρκεια

Η χρονική διάρκεια δεν έχει μελετηθεί τόσο όσο οι άλλες διαστάσεις του ήχου. Οι άνθρωποι αναγνωρίζουν ευκολότερα ήχους με μεγαλύτερη διάρκεια και αυτό μπορεί να παίζει κάποιο ρόλο στην αναγνώριση ήχων από τις μηχανές.

4.5.3 Τονικό ύψος

Το τονικό ύψος είναι η πιο σημαντική από τις τρεις βασικές διαστάσεις του ήχου. Ο επίσημος ορισμός κατά ANSI του τονικού ύψους είναι:

Το χαρακτηριστικό γνώρισμα της αίσθησης της ακοής με την οποία μπορούμε να κατατάξουμε ήχους σε μια κλίμακα από τον υψηλότερο στον χαμηλότερο

Το τονικό ύψος πιο πρακτικά μπορεί να οριστεί και ως η συχνότητα του ημιτονοειδή ήχου που ταιριάζει καλύτερα στον ήχο που ακούμε. Συνδέεται με την περιοδικότητα ενός ήχου και η συχνότητα του τονικού ύψους μπορεί να οριστεί ως ο αντίστροφος αριθμός αυτής της περιοδικότητας. Η τονικότητα ενός ήχου προσδιορίζει την νότα του.

4.5.4 Χροιά

Τι είναι αυτό που μας κάνει να ξεχωρίζουμε τη φωνή ενός ανθρώπου από έναν άλλο; Τον ήχο μιας φλογέρας από αυτόν ενός φλάουτου; Αν μία νότα που ακούμε από κάποιο μουσικό όργανο είναι καθαρή ή παιγμένη από κάποιον αρχάριο;

Κάθε προσπάθεια ορισμού της «ποιότητας» ενός ήχου, ή χαρακτηρισμού της πηγής του, που στην περίπτωση μας είναι από ποιο μουσικό όργανο προέρχεται ένας ήχος, βρίσκει μπροστά του την έννοια του «ηχοχρώματος» ή «χροιάς», που πιο εύστοχα αποδίδεται από τον αγγλικό όρο «Timbre». Σε αντίθεση με τα άλλα 3 βασικά χαρακτηριστικά ενός ήχου τα οποία είναι η ένταση (loudness), ο τόνος (pitch) και η διάρκεια (duration), το «Timbre» έχει ασαφή ορισμό και αποτελεί ακόμα και σήμερα πεδίο έρευνας και διαμάχης. Η πιο κοντινή περιγραφή που πλησιάζει έναν κοινά αποδεκτό ορισμό και που δεν έχει αμφισβητηθεί τις τελευταίες δεκαετίες είναι:

«Χροιά (Timbre) είναι εκείνη η ικανότητα της αίσθησης της ακοής με την οποία ένας ακροατής μπορεί να κρίνει ότι δύο ήχοι που παρουσιάζονται με τον ίδιο τρόπο και έχουν την ίδια ένταση και τόνο είναι διαφορετικοί. Η χροιά εξαρτάται κυρίως από το φάσμα της πηγής διέγερσης, αλλά επίσης από την κυματομορφή, την πίεση του αέρα, την θέση του φάσματος στις συχνότητες, και τα χρονικά χαρακτηριστικά της πηγής διέγερσης» (American Standards Association, 1960, p. 45)

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω ορισμό, η έννοια του «Timbre» είναι ασαφής. Πιστεύεται ότι η χροιά εφόσον αποδεχτούμε ότι μπορεί να χαρακτηριστεί από κάποια φυσική ποσότητα ή ιδιότητα, δεν είναι μονοδιάστατο μέγεθος όπως οι άλλες τρεις προαναφερθείσες ιδιότητες ενός ήχου, αλλά πολυδιάστατο. Μέχρι και τα μέσα του 20ου αιώνα επικρατούσε η άποψη ότι το «Timbre» οφειλόταν αποκλειστικά στο φάσμα του ήχου, τόσο στο πλάτος του όσο και στην φάση. Περισσότερο μοντέρνες θεωρίες όμως και πλέον καθολικά αποδεκτές διατυπώνουν ότι και τα χρονικά χαρακτηριστικά (Temporal Features) είναι εξίσου σημαντικά, αν όχι πιο σημαντικά, από τα φασματικά. Η σύγχρονη τάση της επιστήμης πάντως είναι να αποσυνδέσει την έννοια αυτή από κάθε επιστημονική τεκμηρίωση:

«(Η χροιά) Είναι άδεια από επιστημονικό νόημα, και θα πρέπει να εξαλειφθεί από το λεξιλόγιο της επιστήμης της ακοής» [7]

Η αποσύνδεση αυτή σε καμία περίπτωση δεν μειώνει την σημασία του «ηχοχρώματος», αφού είναι ο μόνος τρόπος να εκφράσουμε το διαφορετικό «άκουσμα» δύο ήχων. Η έλλειψη επιστημονικής τεκμηρίωσης και ποσοτικοποίησης δίνει μια διαφορετική διάσταση στην έννοια αυτή. Αποτελεί έννοια που σχετίζεται περισσότερο με την επιστήμη της ψυχοακουστικής, εκφράζοντας την συναισθηματική απόκριση του ανθρώπου σ' έναν ήχο. Όπως η λέξη «εμφάνιση» ή «όψη» χαρακτηρίζει ασαφώς μία εικόνα, η λέξη «χροιά» χαρακτηρίζει έναν ήχο. Σε αντίθεση με κάποιες επιστημονικές εργασίες στις οποίες ο όρος αυτός παραλείπεται λόγω επιστημονικής τεκμηρίωσης, εδώ θα χρησιμοποιηθεί, καθώς αποτελεί τον πυρήνα της έρευνας.

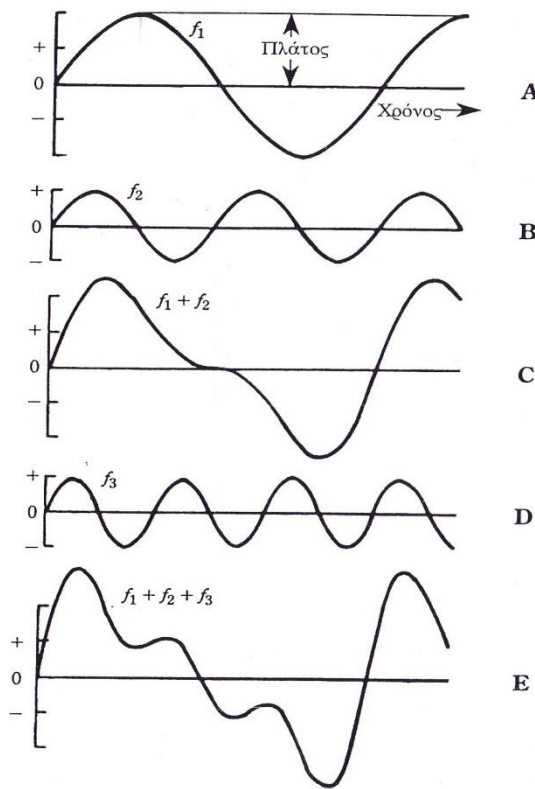
4.6 Χρήσιμα Μεγέθη της Ακουστικής

4.6.1 Σύνθετα κύματα

Οι κυματομορφές ομιλίας και μουσικής διαφέρουν ριζικά από την απλή ημιτονοειδή κυματομορφή. Ωστόσο, ένα πολύ ενδιαφέρον γεγονός είναι ότι ανεξάρτητα από την πολυπλοκότητα του κύματος, αυτό μπορεί να αναλυθεί σε ημιτονοειδείς συνιστώσες, όσο διατηρείται σταθερό. Το αντίστροφο είναι ότι, θεωρητικά, οποιοδήποτε σύνθετο περιοδικό κύμα μπορεί να συντεθεί από ημιτονοειδή κύματα διαφορετικών

συχνοτήτων, διαφορετικών πλάτων και διαφορετικών χρονικών σχέσεων (φάσεων). Ο Charles Fourier, ανέπτυξε πρώτος αυτή την εκπληκτική ιδέα, που μπορεί να θεωρηθεί είτε σαν απλοποίηση είτε σαν μπλέξιμο της περίπτωσης. Σίγουρα αποτελεί μεγάλη απλοποίηση ως προς την σύλληψή της, αλλά μερικές φορές είναι μπέρδεμα σε σχέση με την εφαρμογή της σε συγκεκριμένους ήχους ομιλίας ή μουσικής [6].

4.6.2 Αρμονικές



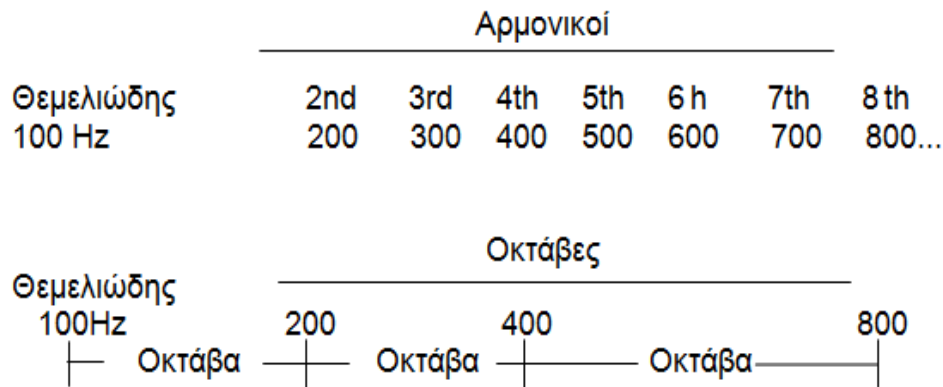
Σχήμα 4.4: Το ημιτονοειδές κύμα με την μικρότερη συχνότητα (f_1) στο Σχήμα A ονομάζεται θεμελιώδης, το κύμα με την διπλάσια συχνότητα (f_2) στο Σχήμα B ονομάζεται δεύτερη αρμονική και το κύμα με την τριπλάσια συχνότητα (f_3) στο Σχήμα D τρίτη αρμονική. Η τέταρτη αρμονική, η πέμπτη αρμονική κλπ, έχουν την τετραπλάσια και την πενταπλάσια συχνότητα του θεμελιώδους, κοκ.

Ο ορισμός των αρμονικών ενός ήχου μπορεί να δοθεί με ένα παράδειγμα, έτσι ώστε να γίνει περισσότερο αντιληπτό και κατανοητό. Η διπλανή στήλη σχημάτων αποτελεί ένα σύνολο αρμονικών. Στο Σχήμα(4.4) A φαίνεται ένα απλό ημιτονοειδές κύμα με δεδομένο πλάτος και συχνότητα f_1 . Ένα άλλο ημιτονοειδές κύμα φαίνεται στο Σχήμα(4.4) B με το μισό πλάτος και διπλάσια συχνότητα f_3 . Αν προσθέσουμε τα A και B για κάθε χρονική στιγμή, παίρνουμε την κυματομορφή του Σχήμα(4.4) C. Στο τέταρτο σχήμα φαίνεται ένα άλλο ημιτονοειδές κύμα με το μισό πλάτος του A και την τριπλάσια συχνότητά του, το f_3 . Αν αυτό το προσθέσουμε στο κύμα $f_1 + f_2$ του C, παίρνουμε κύμα του Σχήμα(4.4) E. Το απλό ημιτονοειδές κύμα του Σχήμα(4.4) A παραμορφώνεται προοδευτικά καθώς σε αυτό προστίθενται άλλα ημιτονοειδή κύματα. Αυτή η διαδικασία μπορεί να αναστραφεί, είτε πρόκειται για ακουστικά κύματα είτε για ηλεκτρονικά σήματα. Το παραμορφωμένο κύμα στο Σχήμα(4.4) E μπορεί να αναλυθεί στις απλές ημιτονοειδείς συνιστώσες f_1 , f_2 και f_3 είτε με ακουστικά είτε με ηλεκτρονικά φίλτρα.

4.6.3 Οκτάβες

Οι ακουστικοί και ηλεκτρονικοί μηχανικοί καθώς και όσοι ασχολούνται με την ακουστική συχνά χρησιμοποιούν την έννοια του ακέραιου πολλαπλάσιου των αρμονικών, επειδή σχετίζεται στενά με την φυσική έννοια του ήχου. Συχνά οι μουσικοί αναφέρονται στις οκτάβες, μία λογαριθμική έννοια που βρίσκεται πίσω από τις μουσικές κλίμακες και την μουσική ορολογία εξαιτίας της σχέσης της με τις ιδιότητες του αυτιού. Όσοι ασχολούνται με την ακουστική έχουν να κάνουν με το ανθρώπινο αυτί, και γι' αυτό έχουν μια κοινή χρήση των λογαριθμικών κλιμάκων της συχνότητας, των λογαριθμικών μονάδων μέτρησης και διαφόρων συσκευών που βασίζονται στις οκτάβες.

Πίνακας 4.1: Σύγκριση αρμονικών και οκτάβων. Οι αρμονικοί έχουν γραμμική σχέση, οι οκτάβες λογαριθμική



4.6.4 Αναλογίες και οκτάβες

Το εύρος των ακουστικών συχνοτήτων (16-20000 Hz) χωρίζεται σε δέκα τυποποιημένα λογαριθμικά διαστήματα, κάθε ένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από κάτω και άνω όριο, καθώς και μία κεντρική ή μέση συχνότητα f_c . Η κεντρική συχνότητα f_c είναι ο γεωμετρικός μέσος των δύο ορίων:

$$f_c = \sqrt{f_1 f_2} \quad (4.1)$$

Όπου f_1 και f_2 , είναι το κάτω και άνω όριο του διαστήματος της οκτάβας, αντιστοίχως.

Η οκτάβα ορίζεται σαν η αναλογία 2 : 1 δύο συχνοτήτων. Για παράδειγμα, η νότα μέσου Do (C4) στο πιάνο έχει συχνότητα κοντά στα 261 Hz. Η αμέσως επόμενη νότα

Do (C5) έχει συχνότητα περίπου 522 Hz. Οι αναλογίες συχνοτήτων είναι κάτι το συνηθισμένο στην μουσική κλίμακα. Ο λόγος συχνότητας 2 : 1 είναι ή οκτάβα, ο λόγος 3 : 2 είναι η πέμπτη, το 4 : 3 είναι η τετάρτη, κλπ. Ακόμα μία μαθηματική σχέση που χρησιμοποιείται στην οκτάβα είναι:

$$\frac{f_2}{f_1} = 2^n \quad (4.2)$$

Επειδή ο λόγος 2 : 1 ορίζεται σαν οκτάβα, η μαθηματική της έκφραση ορίζεται όπου, $n =$ το πλήθος των οκτάβων.

Ουσιαστικά θέτοντας $n = 1$ στην εξίσωση (4.2) προκύπτει ο ορισμός της οκτάβας και γίνεται:

$$\frac{f_2}{f_1} = 2 \quad (4.3)$$

Έτσι, αφού δώσαμε τους ορισμούς της οκτάβας και των αναλογιών της, θα δώσουμε κάποια παραδείγματα οκτάβων και των τριών χαρακτηριστικών συχνοτήτων κάθε οκτάβας στον πίνακα 4.3.

Πίνακας 4.2: Οι οκτάβες

f_L	f_C	f_U
22,4 Hz	31,5 Hz	45 Hz
45	63	90
90	125	180
180	250	355
355	500	710
710	1000	1400
1400	2000	2800
2800	4000	5600
5600	8000	11200
11200	16000	22400

Η πιο συνηθισμένη ανάλυση που κάνουν οι ακουστικοί μηχανικοί είναι οι τριτοκταβική ανάλυση. Λέγεται έτσι γιατί οι συχνότητες που μετρούν, απέχουν μεταξύ τους διάστημα ίσο με το 1/3 της οκτάβας. Έτσι, προέκυψε η ανάγκη να χωριστεί η οκτάβα σε τρία ίσα μέρη. Έχοντας ως σημείο αναφοράς την κεντρική συχνότητα της οκτάβας, διαιρούμε την οκτάβα σε τρία μέρη χρησιμοποιώντας τους παρακάτω τύπους:

$$f_1 = \frac{f_c}{2^{1/6}}, \quad f_2 = 2^{1/6} f_c, \quad f_c = \sqrt{f_1 f_2} \quad (4.4)$$

Στον πίνακα 4.3 παρουσιάζονται οι τρεις χαρακτηριστικές συχνότητες κάθε τρίτου οκτάβας για το συχνотικό εύρος του πίνακα 4.3. Ο γενικός τύπος υπολογισμών κάθε είδους διάστημα, είναι:

$$f_{n+1} = 2^{1/n} f_n \quad (4.5)$$

Πίνακας 4.3: Διαίρεση οκτάβας σε τρίτα

Lower band limit f_L (Hz)	Center frequency f_C (Hz)	Upper band limit f_U (Hz)
18.0	20	24.4
22.4 ^a	25	28.0
28.0	31.5 ^a	35.5
35.5	40	45 ^a
45 ^a	50	56
56	63 ^a	71
71	80	90 ^a
90 ^a	100	112
112	125 ^a	140
140	160	180 ^a
180 ^a	200	224
224	250 ^a	280
280	315	355 ^a
355 ^a	400	450
450	500 ^a	560
560	630	710 ^a
710 ^a	800	900
900	1000 ^a	1120
1120	1250	1400 ^a
1400 ^a	1600	1800
1800	2000 ^a	2240
2240	2500	2800 ^a
2800 ^a	3150	3550
3550	4000 ^a	4500
4500	5000	5600 ^a
5600 ^a	6300	7100
7100	8000 ^a	9000
9000	10000	11200 ^a
11200 ^a	12500	14000
14000	16000 ^a	18000
18000	20000	22400 ^a

^a Octave marking points.

4.6.5 Ηχητική στάθμη – Decibel

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, ο ήχος στον αέρα παράγεται και μεταφέρεται από μικρές θετικές αποκλίσεις (compressions) και από μικρές αρνητικές αποκλίσεις, που καλούνται αραιώσεις (rare factions). Λεγόμενες και διαταραχές. Η μέση απόκλιση της πίεσης από την θέση ισορροπίας είναι μηδέν, καθώς η μέση συμπίεση ισούται με την μέση αραιώση. Για να μετρήσουμε το βαθμό μιας διαταραχής, υψώνουμε στο

τετράγωνο όλες τις τιμές των διαταραχών της ηχητικής πίεσης στο διάστημα μιας περιόδου, έτσι ώστε να εξασφαλίσουμε τα πρόσημα των διαταραχών. Έτσι καταλήγουμε στην μέση τετραγωνική πίεση:

$$\langle p \rangle^2 = \frac{\int_0^\tau p^2 dt}{\int_0^\tau dt} \quad (4.6)$$

Όπου τ είναι το χρονικό διάστημα της μέτρησης και p η στιγμιαία πίεση. Υπολογίζοντας την ρίζα της μέσης τετραγωνικής πίεσης, θα έχουμε ένα πολύ γνωστό μέγεθος στην ακουστική, την rms πίεση (root-mean-square pressure).

$$p_{rms} = \sqrt{\langle p \rangle^2} = \sqrt{\frac{\int_0^\tau p^2 dt}{\int_0^\tau dt}} \quad (4.7)$$

Για ένα στοιχειώδες συνημιτονοειδές κύμα, στη διάρκεια μίας περιόδου $T = \frac{2\pi}{\omega}$, η σχέση γίνεται:

$$p_{rms} = \sqrt{\frac{\int_0^T p_m^2 \cos^2 k(x - ct) dt}{T}} = \frac{p_m}{\sqrt{2}} \quad (4.8)$$

όπου p_m το πλάτος του κύματος.

Οι rms πιέσεις που μπορεί να αντιληφθεί το ανθρώπινο αυτί εκτείνονται σε ένα εύρος από 20 μPa έως 40 Pa. Αν ορίσουμε ως πίεση αναφοράς το κατώφλι ακουστότητας $p_0 = 20 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 20 \mu\text{Pa}$ τότε μπορούμε να εισάγουμε το επίπεδο ηχητικής πίεσης L_p :

$$L_p = 10 \log_{10} \frac{p_{rms}^2}{p_0^2} = 20 \log_{10} \frac{p_{rms}}{p_0} \text{ in decibels} \quad (4.9)$$

Ο συγκεκριμένος τύπος προέρχεται από την γενικότερη μορφή της στάθμης μιας ισχύος. Η στάθμη μιας ισχύος W_1 μπορεί να γραφεί σε σχέση με μια ισχύ αναφοράς W_2 ως εξής :

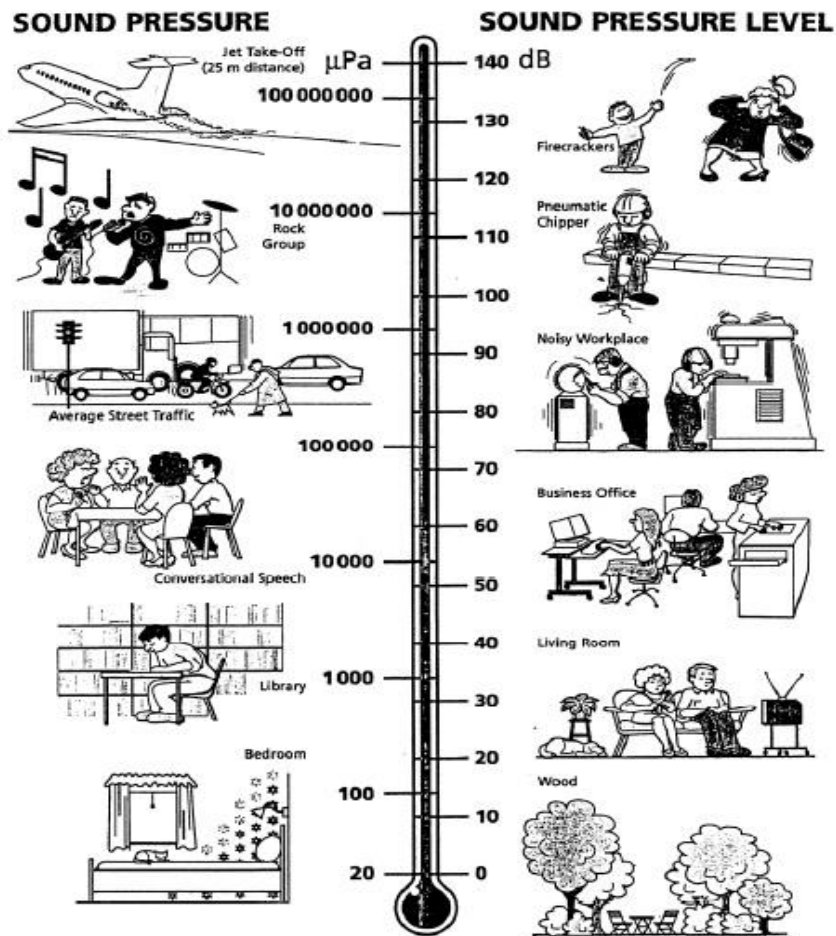
$$L_1 = \log_{10} \frac{W_1}{W_2} \text{ bels} \quad (4.10)$$

Επειδή το Decibel, όπως δείχνει και το όνομά του, είναι το δεκαπλάσιο του bel (από τον AlexanderGrahamBell), η τιμή σε decibel ενός λόγου ισχύων γίνεται:

$$L_1 = \log_{10} \frac{W_1}{W_2} \text{ decibels} \quad (4.11)$$

Η σχέση (4.10) ισχύει εξίσου για ακουστική ισχύ, για ηλεκτρονική ισχύ, ή για οποιοδήποτε άλλο είδος ισχύος. Η ακουστική ισχύς είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ακουστικής πίεσης p , και έτσι προέκυψε ο τύπος (4.11).

Στην εικόνα (4.5) παρουσιάζονται τα επίπεδα ηχητικής πίεσης (decibel) και οι απόλυτες τιμές rms πιέσεις που εκπέμπονται από συνηθισμένες πηγές, με αυξανόμενη, από κάτω προς τα πάνω, κλιμάκωση.



Σχήμα 4.5: Επίπεδα ηχητικής πίεσης και οι απόλυτες rms πιέσεις από διάφορες πηγές

4.6.6 Ακουστική ισχύς και η λειτουργικότητά της

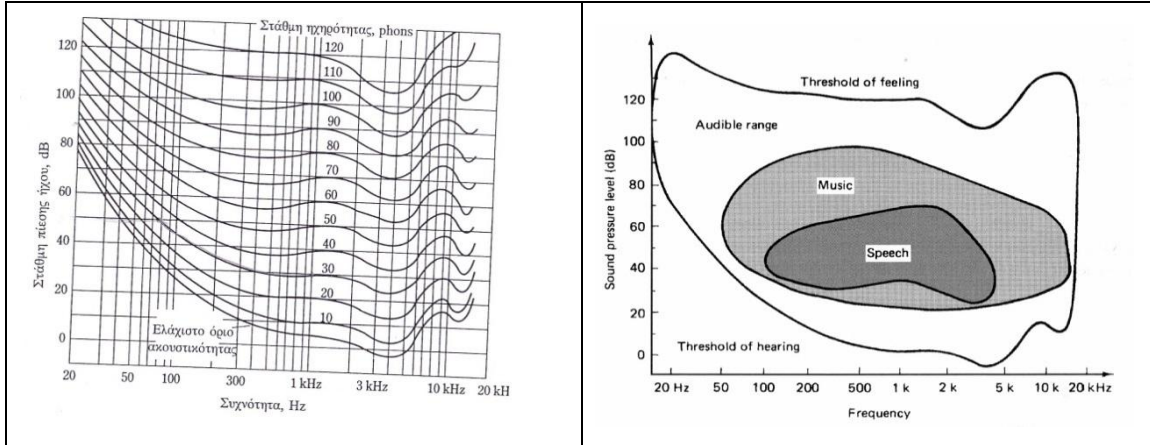
Δεν χρειάζονται πολλά watt ακουστικής ισχύος για να δώσουν πολύ δυνατούς ήχους. Έχουμε συνηθίσει να ακούμε για εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με megawatt, για μηχανές αυτοκινήτων με 350 ίππους (261 kilowatt), και για 1.500 watt που εκπέμπονται σαν ακουστική ισχύς από ηχεία και εξαφανίζουν το “watt”. Ακόμη και αν τα μεγάφωνα οδηγούνται από ενισχυτή των 100 watt, η απόδοσή τους (έξοδος για δεδομένη είσοδο) είναι πολύ μικρή, ίσως της τάξης των 10%, και πρέπει να υπάρχει χώρος για περιστασιακές εξάρσεις μουσικής. Η αύξηση της ισχύος για να πετύχουμε μεγαλύτερα αποτελέσματα είναι συχνά απογοητευτική. Ο διπλασιασμός της ισχύος από 1 σε 2 watt είναι αύξηση της στάθμης ισχύος κατά 3 db ($102 = 3.01$), που είναι πολύ μικρή αύξηση της έντασης. Ωστόσο η ίδια αύξηση στάθμης κατά 3 db παριστάνεται και από αύξηση ισχύος από 100 σε 200 watt, ή από 1.000 σε 3.000 watt.

4.6.7 Σύγκριση ηχηρότητας σε σχέση με την συχνότητα

Η ηχηρότητα μελετήθηκε και πραγματοποιήθηκε για πρώτη φορά στα εργαστήρια Bell από τους Fletcher και Munson και δημοσιεύτηκε το 1933. Από τότε έχουν ερευνηθεί εκτενέστερα και έχουν προστεθεί πολλές βελτιώσεις από άλλους. Οι καμπύλες των περιγραμμάτων ίσης ηχηρότητας στο Σχήμα (4.6), που είναι εργασία του Robinson και Dadson² έχει υιοθετηθεί σαν διεθνές πρότυπο (ISO 226).

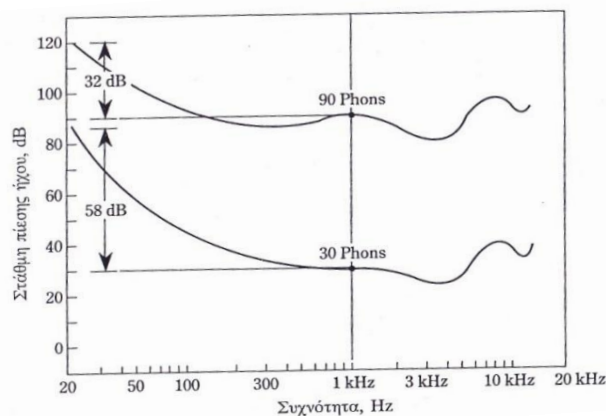
Κάθε περίγραμμα ίσης ηχηρότητας αναγνωρίζεται από την τιμή του στα 1.000 Hz, και με τον τρόπο αυτό ορίζεται ο όρος στάθμη ηχηρότητας σε phon. Για παράδειγμα, το περίγραμμα ίσης ηχηρότητας που περνά από τη στάθμη πίεσης ήχου 40 dB στα 1.000 Hz ονομάζεται περίγραμμα 40 phon. Η ηχηρότητα είναι υποκειμενικός όρος. Η στάθμη πίεσης ήχου είναι αυστηρά φυσικός όρος. Η στάθμη ηχηρότητας είναι και αυτή φυσικός όρος που είναι χρήσιμος για τον υπολογισμό της ηχηρότητας ενός ήχου (με μονάδα το sone) από μετρήσεις στάθμης ήχου. Τα σχήματα των περιγραμμάτων ίσης ηχηρότητας περιέχουν υποκειμενικές πληροφορίες επειδή ελήφθησαν με υποκειμενική σύγκριση της ηχηρότητας ενός τόνου με την ηχηρότητά του στα 1.000 Hz.

Αυτό που κάνει εντύπωση στις καμπύλες του Σχήμα (4.6) είναι ότι αποκαλύπτουν ότι η αντιληπτή ηχηρότητα έχει μεγάλη μεταβολή με την συχνότητα και με την στάθμη πίεσης ήχου.



Σχήμα 4.6: Περιγράμματα ίσης ηχηρότητας του ανθρώπινου αυτιού τα οποία αποκαλύπτουν την σχετική έλλειψη ευαισθησίας του αυτιού σε χαμηλούς τόνους, ιδιαίτερα σε μικρότερες στάθμες ήχου. Η αναστροφή αυτών των καμπύλων δίνει την απόκριση συχνότητας του αυτιού σαν συνάρτηση της στάθμης ηχηρότητας. (Robinson και Dadson)

Για παράδειγμα, μία στάθμη πίεσης ήχου 30 dB δίνει στάθμη ηχηρότητας 30 phon στα 1.000Hz, αλλά χρειάζεται στάθμη πίεσης ήχου επιπλέον 58 dB για να ακούγεται εξίσου ηχηρή στα 20 Hz, όπως φαίνεται στο Σχήμα (4.7). Οι καμπύλες έχουν την τάση να γίνονται επίπεδες σε μεγαλύτερες στάθμες ήχου. Η καμπύλη 90 phon υψώνεται μόνο κατά 32 dB μεταξύ 1.000 και 20 Hz. Παρατηρούμε ότι αν οι καμπύλες στο Σχήμα (4.7) αντιστραφούν, έχουμε την απόκριση συχνότητας του αυτιού σε σχέση με την στάθμη ηχηρότητας. Υπάρχουν διακυμάνσεις στην απόκριση του αυτιού σε υψηλή συχνότητα που παρατηρούνται σχετικά λιγότερο. Αυτό το πρόβλημα του αυτιού με τις χαμηλές νότες σημαίνει ότι η ποιότητα της αναπαραγόμενης μουσικής εξαρτάται από την ρύθμιση του ποτενσιόμετρου της έντασης ήχου. Η ακρόαση μουσικής υποβάθρου σε χαμηλές στάθμες χρειάζεται διαφορετική απόκριση συχνότητας από την ακρόαση σε υψηλότερες στάθμες.

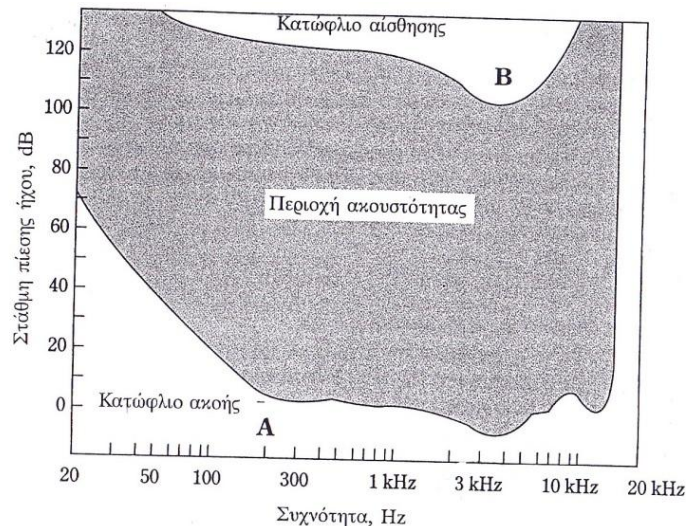


Σχήμα 4.7: Σύγκριση της απόκριση του αυτιού στα 20 Hz σε σχέση με τα 1.000 Hz. Σε στάθμη ηχηρότητας 30 phon, η στάθμη πίεσης ήχου ενός τόνου 20 Hz πρέπει να είναι μεγαλύτερη κατά 58 dB απ’ ότι στα 1.000 Hz για να έχουμε την ίδια ηχηρότητα. Σε στάθμη ηχηρότητας 90 phon, χρειάζεται αύξηση μόνο κατά 32 dB. Η απόκριση του αυτιού είναι κάπως περισσότερο επίπεδη σε μεγάλες στάθμες ηχηρότητας. Η στάθμη ηχηρότητας είναι μόνο ένα ενδιάμεσο βήμα για την πραγματική υποκειμενική ηχηρότητα.

4.6.8 Περιοχή ακουστότητας

Ένα ακόμη μέγεθος το οποίο χρησιμοποιείται συχνά στην ακουστική και στην μουσική, και γενικότερα στην αντίληψη του ήχου από τον άνθρωπο, είναι η ακουστότητα. Η ακουστότητα αποτελεί το χαρακτηριστικό εκείνο γνώρισμα, που καταλαβαίνουμε αν ο ήχος είναι ισχυρός ή ασθενής. Πρόκειται για το μέγεθος του προκαλούμενου ακουστικού αισθήματος. Η ακουστότητα είναι κάτι προσωπικό, αφού εξαρτάται από την ακοή του καθενός.

Η μέτρηση της ακουστότητας έχει γίνει κατά καιρούς με ψυχοακουστικά πειράματα σε ακροατές. Οι καμπύλες A και B στο Σχήμα (4.8) πάρθηκαν από ομάδες εκπαιδευμένων ακροατών, οι οποίοι κοιτούν προς την πηγή ήχου και κρίνουν αν ένας τόνος δεδομένης συχνότητας είναι μόλις ακουστός (καμπύλη A) ή αρχίζει να προξενεί πόνο (καμπύλη B). Αυτές οι δυο καμπύλες παριστάνουν τα άκρα της αντίληψής μας για την ηχηρότητα.



Σχήμα 4.8: Η περιοχή ακουστότητας του ανθρώπινου αυτιού περιορίζεται από δυο καμπύλες κατωφλίου, (A) το κατώφλι ακοής, που περιορίζει τους ήχους της χαμηλότερης στάθμης που μπορεί να ανιχνεύσει το αυτί, και (B) το κατώφλι αίσθησης, στο άνω άκρο. Όλες οι ακουστικές εμπειρίες, μας συμβαίνουν μέσα στην περιοχή αυτή.

Η καμπύλη A στο Σχήμα (4.8), το κατώφλι ακοής, μας λέει ότι τα ανθρώπινα αυτιά είναι περισσότερο ευαίσθητα στα 3 KHz. Με άλλα λόγια γύρω στα 3 KHz ένας ήχος χαμηλής στάθμης προκαλεί απόκριση κατωφλίου η οποία δεν προκαλείται από μεγαλύτερες ή μικρότερες συχνότητες. Σε αυτή την πολύ ευαίσθητη περιοχή, μία στάθμη πίεσης ήχου 0 dB μόλις μπορεί να ακουστεί από ένα άτομο μέσης ακουστικής οξύτητας. Είναι συμπτωματικό ότι αυτό το κατώφλι βρίσκεται σε μια ευχάριστη στάθμη γύρω στα 0 dB. Η απάντηση είναι όχι, η στάθμη αναφοράς πίεσης των 20 μPa επιλέχθηκε για τον λόγο αυτό. Είναι και διδακτικό και καθησυχαστικό να γνωρίζουμε

ότι μία στάθμη ήχου 60 dB αποδεικνύεται ότι είναι περίπου 60 dB πάνω από το κατώφλι της ακοής μας.

Η καμπύλη B στο Σχήμα (4.8) παριστάνει την στάθμη σε κάθε συχνότητα στην οποία γίνεται αισθητό ένα γαργάλημα στα αυτιά. Αυτό συμβαίνει σε στάθμη πίεσης ήχου περίπου 120 ή 130 dB. Επιπλέον αύξηση της στάθμης έχει αποτέλεσμα αύξηση του αισθήματος μέχρι να παραχθεί μία αίσθηση πόνου. Το πρώτο γαργάλημα είναι μία προειδοποίηση ότι ο ήχος γίνεται επικίνδυνα ηχηρός και ότι επίκειται βλάβη στο αυτί ή ότι ήδη έχει γίνει.

Μεταξύ κατωφλίου ακοής (καμπύλη A στο Σχήμα (4.8)) και κατωφλίου αίσθησης (καμπύλη B) είναι η περιοχή ακουστότητας. Αυτή είναι μια περιοχή δύο διαστάσεων: της κατακόρυφης διάστασης της στάθμης πίεσης ήχου και της οριζόντιας περιοχής συχνοτήτων που μπορεί να αντιληφθεί το αυτί. Όλοι οι ήχοι που αντιλαμβάνονται οι άνθρωποι πρέπει να έχουν τέτοια συχνότητα και στάθμη ώστε να πέφτουν μέσα στην περιοχή ακουστότητας.

Η περιοχή ακουστότητας για τους ανθρώπους διαφέρει αρκετά από την περιοχή ακουστότητας για πολλά ζώα. Η νυχτερίδα αντιλαμβάνεται ακουστικές κραυγές που βρίσκονται πολύ πάνω από το ανώτερο όριο συχνότητας των αυτιών μας. Η ακοή των σκύλων εκτείνεται ψηλότερα από την δική μας, και από αυτό φαίνεται η χρησιμότητα που έχουν οι υπερηχητικές σφυρίχτρες. Ο ήχος στις υποηχητικές και υπερηχητικές περιοχές, σε σχέση με την ακοή των ανθρώπων, είναι πραγματικός ήχος με την φυσική έννοια, αλλά δεν υποπίπτει στην ανθρώπινη αντίληψη.

Κεφάλαιο 5ο: Τεχνική Μηχανική

Η τεχνική μηχανική περιλαμβάνει αρχές της στατικής και της αντοχής των υλικών, οι οποίες αναλύονται στη συνέχεια [8].

Η στατική μελετά την ισορροπία φορέα ο οποίος φορτίζεται, παραμένοντας απαραμόρφωτος, και υπολογίζει τις αντιδράσεις και τις εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται σε αυτόν.

Η αντοχή των υλικών αξιοποιώντας τα αποτελέσματα της στατικής και λαμβάνοντας σοβαρά υπόψη τις προκαλούμενες παραμορφώσεις, υπολογίζει τις απαιτούμενες διαστάσεις του φορέα, έτσι ώστε αυτός να είναι σε θέση να παραλάβει με ασφάλεια τα φορτία που δέχεται.

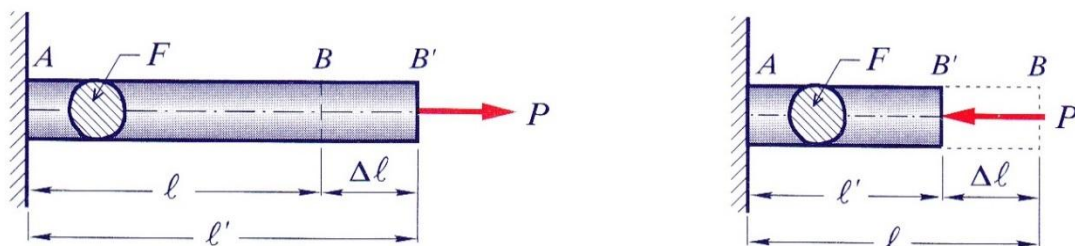
5.1 Νόμος του HOOKE

Ανάλογα με τον τρόπο επιβολής της δύναμης π.χ. εφελκυστική, θλιπτική, διατμητική κλπ., διακρίναμε δύο είδη τάσεων, την ορθή και την διατμητική τάση, αλλά και δύο είδη παραμορφώσεων, τη γραμμική παραμόρφωση και τη γωνιακή.

Ο Robert Hooke (1678) απέδειξε πειραματικά ότι υπάρχει σχέση μεταξύ τάσης και παραμόρφωσης .

5.1.1 Σχέση μεταξύ ορθής τάσης – γραμμικής παραμόρφωσης

Έστω η πρισματική αβαρής ράβδος AB , η οποία καταπονείται από αξονική εφελκυστική δύναμη P που ασκείται στο κέντρο βάρους B της διατομής της (Σχήμα.5.1.α). Έστω επίσης F το εμβαδόν της διατομής (το οποίο θεωρείται σταθερό σε ολόκληρο το μήκος ℓ) της ράβδου.



Σχήμα 5.1

(α) Επιμήκυνση εφελκόμενης ράβδου

(β) Επιβράχυνση θλιβόμενης ράβδου

Με την επενέργεια της εφελκυστικής δύναμης P η ράβδος θα επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell$ και τελικά το σημείο B εφαρμογή της δύναμης, θα μετατοπιστεί δεξιότερα στη θέση B' , οπότε το τελικό μήκος της ράβδου, θα γίνει ℓ' .

Πειραματιζόμενος λοιπόν ο Hooke με τέτοιες πρισματικές ράβδους ποικίλων υλικών, υποβαλλόμενες σε μονοαξονικό εφελκυσμό εντός της περιοχής της ελαστικής συμπεριφοράς των υλικών, παρατήρησε ότι, η επιμήκυνση $\Delta\ell$ της ράβδου ήταν ανάλογη τόσο προς την εφελκύνουσα δύναμη P , όσο και προς το αρχικό μήκος της ℓ και αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού της διατομής της F , δηλαδή $\Delta\ell \sim P\ell / F$.

Η πλήρης μαθηματική διατύπωση του νόμου του Hooke είναι η εξής:

$$\Delta\ell = \frac{P\ell}{EF} \quad (5.1)$$

Όπου $\Delta\ell = \ell' - \ell = (BB')$ είναι η παραμόρφωση της ράβδου που για τον εφελκυσμό καλείται επιμήκυνση η μήκυνση ενώ για τη θλίψη επιβράχυνση ή βράχυνση, (σε m, cm, mm, κλπ.), P , είναι το αξονικό φορτίο (δύναμη) εφελκυσμού (σε N, t, κλπ) F , είναι το εμβαδόν της κάθετης διατομής στον άξονα της ράβδου (σε m^2 , cm^2 , κλπ). E είναι ο συντελεστής αναλογίας, που είναι η ελαστική σταθερά η οποία εξαρτάται από το είδος του υλικού. Η σταθερά αυτή ονομάζεται μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο του Young (σε N/m^2 , at, κλπ).

Ο νόμος του Hookeπου δίνεται από την εξίσωση (5.1), ισχύει επακριβώς εφόσον πληρούνται οι παρακάτω απλοποιητικές αποδοχές.

5.1.2 Παραδοχές ισχύος του νόμου Hooke

A) Ο άξονας της ράβδου είναι ευθύγραμμος

B) Η δύναμη δρα στη διεύθυνση του άξονα της ράβδου και το σημείο εφαρμογής της είναι το κέντρο βάρους της διατομής.

Γ) Οι τάσεις κατανέμονται ομοιόμορφα στη διατομή. Αυτό στην πραγματικότητα, δεν συμβαίνει πολύ κοντά στο σημείο εφαρμογής της δύναμης, πραγματοποιείται όμως πρακτικά σε μικρή απόσταση από αυτό.

Δ) Στα θλιβόμενα μέρη δεν υπάρχει κίνδυνος λυγισμού.

Ε) Όλες οι κατά μήκος ίνες της ράβδου επιμηκύνονται το ίδιο.

Στ) Οι διατομές που είναι αρχικά επίπεδες και κάθετες στον άξονα στον άξονα της ράβδου παραμένουν σε αυτή την κατάσταση και μετά την παραμόρφωση.

Ζ) Οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι μικρότερες από την τάση αναλογίας σ Α του υλικού.

Δηλαδή, ο νόμος του Hooke ισχύει μόνο εντός της γραμμικά ελαστικής περιοχής του διαγράμματος $\sigma - \epsilon$ και όχι μόνο για δοκίμια υποβαλλόμενα σε εφελκυσμό, αλλά και σε θλίψη (Σχήμα 5.1.β).

Με την παραδοχή ότι οι αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις σε μια τυχαία διατομή της ράβδου κατανέμονται ομοιόμορφα σε αυτήν (όπως συμβαίνει περίπου και στην πράξη) και αν αμελήσουμε το ίδιο βάρος της, η ορθή τάση σ είναι $\sigma = P/F$ η δε ανηγμένη (ή ειδική) παραμόρφωση ϵ από τη σχέση ορισμού της είναι, $\epsilon = \Delta\ell / \ell$.

Λαμβάνοντας υπόψη τις δυο προηγούμενες εξισώσεις, ο νόμος του Hookeγράφεται με πιο απλή μορφή:

$$\sigma = \epsilon E \quad (5.2)$$

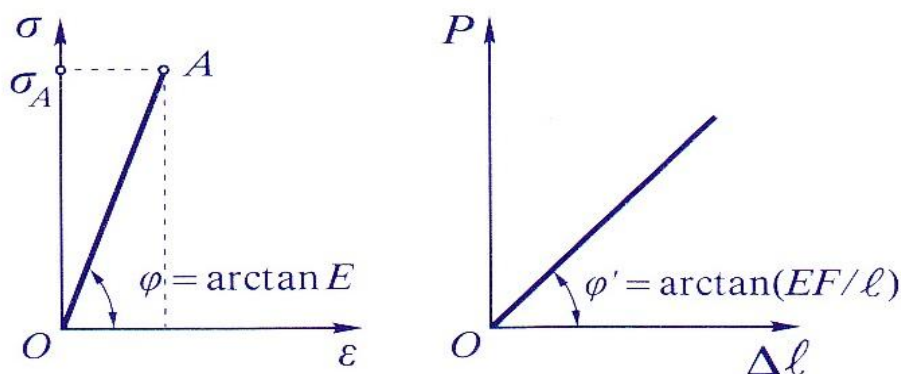
Η εξίσωση (5.2) διατυπωμένη με λόγια αποδίδει συνοπτικά το νόμο του Hooke με την παρακάτω φράση:

“Η τάση είναι ανάλογη προς την ανηγμένη παραμόρφωση”

Το μέτρο ελαστικότητας E είναι ο συντελεστής αναλογίας μεταξύ της τάσης και της ανηγμένης παραμόρφωσης, όπως προκύπτει από την παραπάνω εξίσωση (5.2), λύνοντάς την δε ως προς E έχουμε:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (5.3)$$

Επειδή η ανηγμένη παραμόρφωση είναι αδιάστατο μέγεθος (καθαρός αριθμός) το μέτρο ελαστικότητας E από την (5.3) γίνεται αντιληπτό ότι έχει μονάδες τάσης. Από τον ορισμό του προκύπτει ότι το E αντιπροσωπεύει την τάση εκείνη σ , η οποία θα προκαλούσε ανηγμένη παραμόρφωση $\epsilon = 1$, δηλαδή $\Delta\ell = \ell$, ή διαφορετικά, αντιπροσωπεύει την εφελκυστική εκείνη τάση, η οποία θα διπλασίαζε το αρχικό μήκος μίας ράβδου, αν βέβαια ήταν δυνατόν το υλικό της να παραμείνει απόλυτα ελαστικό σε όλη τη διάρκεια της υπερβολικής αυτής παραμόρφωσης. Αναμένουμε επομένως μεγάλες τιμές για το μέτρο ελαστικότητας, που για τον χάλυβα είναι $3.1 \cdot 10^6 \text{at} = 210 \text{GN/m}^2$, κλπ.



Σχήμα 5.2

(α) Διάγραμμα σ-ε

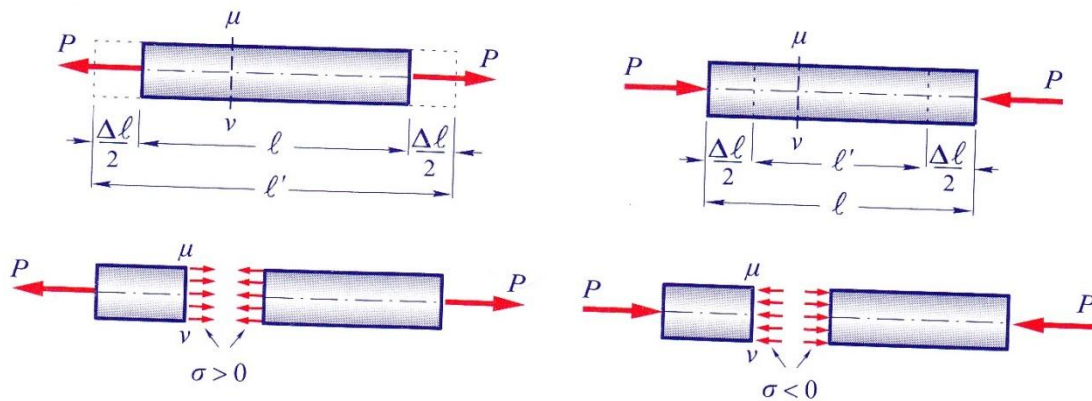
(β) Διάγραμμα P-L

Η γραφική παράσταση της εξίσωσης $\sigma = \varepsilon E$ σε άξονες ε και σ είναι η ευθεία OA. Η γραφική αυτή παράσταση απεικονίζει το γνωστό διάγραμμα τάσης-ειδικής παραμόρφωσης σε εφελκυσμό εντός της περιοχής της ελαστικής συμπεριφοράς του υλικού (Σχήμα 5.2.α) και συγκεκριμένα μέχρι το όριο αναλογίας (σημείο A), όπου ισχύει γραμμικότητα μεταξύ τάσεων και παραμορφώσεων. Ανάλογο με αυτό είναι και το διάγραμμα δυνάμεων – παραμορφώσεων, με διαφορετική βέβαια κλίση $\varphi' \neq \varphi$, (Σχήμα 5.2.β) .

Το μέτρο ελαστικότητας E, είναι η κλίση της ευθείας OA στο διάγραμμα αυτό, δηλαδή είναι:

$$E = \tan \varphi \text{ ή } \varphi = \arctan E, \text{ ενώ } \arctan(EF/\ell) \quad (5.4)$$

Το E για τα περισσότερα υλικά κατασκευής έχει την ίδια τιμή για εφελκυσμό και θλίψη με αντιπροσωπευτικό παράδειγμα το χάλυβα, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν υπάρχουν και αρκετές εξαιρέσεις.



Σχήμα 5.3: Παραμορφώσεις και τάσεις σε αξονικό εφελκυσμό και θλίψη

Το τελικό μήκος $\hat{\ell}$ της ράβδου που θα προκύψει μετά την παραμόρφωση που προκάλεσε η δύναμη P , είναι $\hat{\ell} = \ell + \Delta\ell = \ell + \varepsilon\ell$ και επομένως :

$$\hat{\ell} = \ell(1 + \varepsilon) \quad (5.5)$$

Οι εξισώσεις (5.1), (5.2) και (5.5) ισχύουν και για την περίπτωση ράβδων που καταπονούνται σε θλίψη (Σχήμα 5.3.β). Το l αντιπροσωπεύει την επιβράχυνση της ράβδου, το ε την ανηγμένη επιβράχυνση και το σ τη θλιπτική τάση, που όλα θεωρούνται ποσότητες αρνητικές [8].

5.1.3 Σχέση διατμητικής τάσης – γωνιακής παραμόρφωσης

Ο νόμος του Ηooke συνδέει τις ορθές τάσεις (αίτιο) με την ανηγμένη παραμόρφωση (αποτέλεσμα) στην ελαστική περιοχή με την γραμμική σχέση:

$$\sigma = \varepsilon E \quad (5.6)$$

Αντίστοιχα, ο νόμος του Ηooke συνδέει επίσης τις διατμητικές τάσεις τ με την γωνιακή παραμόρφωση γ (5.7), με την ανάλογη γραμμική σχέση:

$$\tau = G\gamma \quad (5.7)$$

, όπου γ σε rad

Όπου G είναι σταθερή ποσότητα που έχει διαστάσεις τάσης, όπως φαίνεται από την εξίσωση (5.7) και χαρακτηρίζει τις μηχανικές ιδιότητες των διαφόρων υλικών. Είναι δε κάτι ανάλογο του μέτρου ελαστικότητας E και ονομάζεται δεύτερο μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο διάτμησης ή και μέτρο ολίσθησης, σε αντιστοιχία με τις ονομασίες της γωνίας γ .

Τα δύο αυτά μέτρα ελαστικότητας E και G , συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (5.8)$$

Όπου το μ ονομάζεται λόγος του Poisson, είναι καθαρός αριθμός και για τα μέταλλα παίρνει την τιμή περίπου $\mu \approx 0.3$.

Έτσι από την εξίσωση (5.8) προκύπτει πως για τα μέταλλα μπορούμε να χρησιμοποιούμε για το G την προσεγγιστική σχέση:

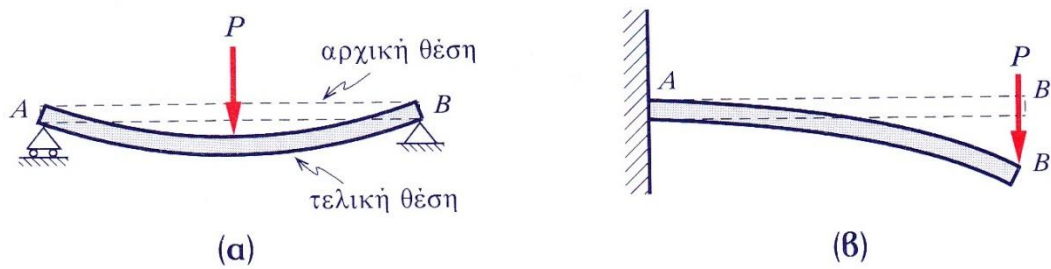
$$G \approx 0.385E \quad (5.9)$$

5.2 Κάμψη

Η εντατική κατάσταση στην οποία βρίσκεται μία δοκός, που υποβάλλεται σε εγκάρσια φόρτιση, λέγεται κάμψη [8]. Αυτό φαίνεται χαρακτηριστικά αν σε μία αμφιέριστη δοκό (Σχήμα 5.4.α) ή σε μία δοκό σε πρόβολο (Σχήμα 5.4.β) επιβληθεί ένα εγκάρσιο φορτίο P , τότε και στις δύο περιπτώσεις θα παρατηρήσουμε ότι η δοκός θα παραμορφωθεί κατά την διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου και ο άξονάς της θα καμφθεί όπως φαίνεται στα αντίστοιχα σχήματα.

Το φαινόμενο αυτό της καταπόνησης της δοκού, ονομάζεται κάμψη. Η κάμψη παρατηρείται σε προβόλους, σε αμφιέριστες, σε μονοπρόεχουσες, σε αμφιπρόεχουσες δοκούς σε γενικότερα σε πάρα πολλές τεχνικές κατασκευές, που συναντώνται στην πράξη.

Κατά την καταπόνηση σε κάμψη αναπτύσσονται καμπτικές ροπές, οι οποίες προκαλούν αφενός μεν καμπύλωση της δοκού, αφετέρου δε δημιουργία τάσεων εντός του υλικού της. Έτσι λοιπόν, με την έννοια κάμψη εννοούμε τόσο τις αναπτυσσόμενες τάσεις, όσο και τις προκαλούμενες παραμορφώσεις που ονομάζονται συνήθως βέλη κάμψης.



Σχήμα 5.4: Παραμόρφωση δοκών λόγω εγκάρσιου εξωτερικού φορτίου

5.2.1 Βασικοί τύποι κάμψης

Κατανομή των ορθών τάσεων

Θεωρούμε αμφιέριστη δοκό μήκους l , στα άκρα της οποίας ενεργούν δύο ίσες και αντίρροπες ροπές M . Είναι φανερό, ότι η δοκός καταπονείται σε καθαρή κάμψη, επειδή σε κάθε διατομή της εμφανίζεται μόνον η σταθερή ροπή M . Αυτό έχει τελικά σαν αποτέλεσμα την κυκλική παραμόρφωση της δοκού, όπως μεγεθυσμένα φαίνεται στο Σχήμα (5.5).

Για την περαιτέρω μελέτη, θεωρούμε ότι αποκόπτουμε από τη δοκό ένα στοιχειώδες τμήμα dx , που περιλαμβάνεται μεταξύ των διατομών στα σημεία Γ και Δ . Λόγω των παραδοχών Bernoulli-Navier, οι διατομές στα σημεία Γ και Δ μετά την παραμόρφωση παραμένουν επίσης επίπεδες και κάθετες στον άξονα της δοκού αλλά όχι πια παράλληλες μεταξύ τους.

Έτσι η διατομή $\Delta_1\Delta_2$ που αρχικά ήταν παράλληλη στη διατομή $\Gamma_1\Gamma_2$ στράφηκε ολόκληρη μετά την παραμόρφωση κατά γωνία έστω $d\varphi$. Προεκτεινόμενες οι διατομές $\Gamma_1\Gamma_2$ και $\Delta_1\Delta_2$ τέμνονται στο σημείο O , ορίζοντας έτσι την ακτίνα $R = (O\Gamma) = (O\Delta)$, η οποία ονομάζεται ακτίνα καμπυλότητας, ενώ το αντίστροφο της k καλείται καμπυλότητα, δηλαδή :

$$k = \frac{1}{R} \quad (5.10)$$

Είναι φανερό ότι μία τυχαία ίνα παράλληλη με την $\Gamma\Delta$ και σε απόσταση y από αυτήν, μεταβάλλει το αρχικό μήκος της έστω κατά Δ .

Από την ομοιότητα των τριγώνων $ΟΓΔ$ και $ΔΜΝ$, ισχύει η σχέση

$$\frac{\Delta \ell}{dx} = \frac{y}{R} \quad (5.11)$$

Ο λόγος $\Delta \ell/dx$ όπως είναι γνωστό, είναι ή παραμόρφωση ε , η οποία εκφράζεται επίσης και από το Νόμο Hooke, μέσω της σχέσης:

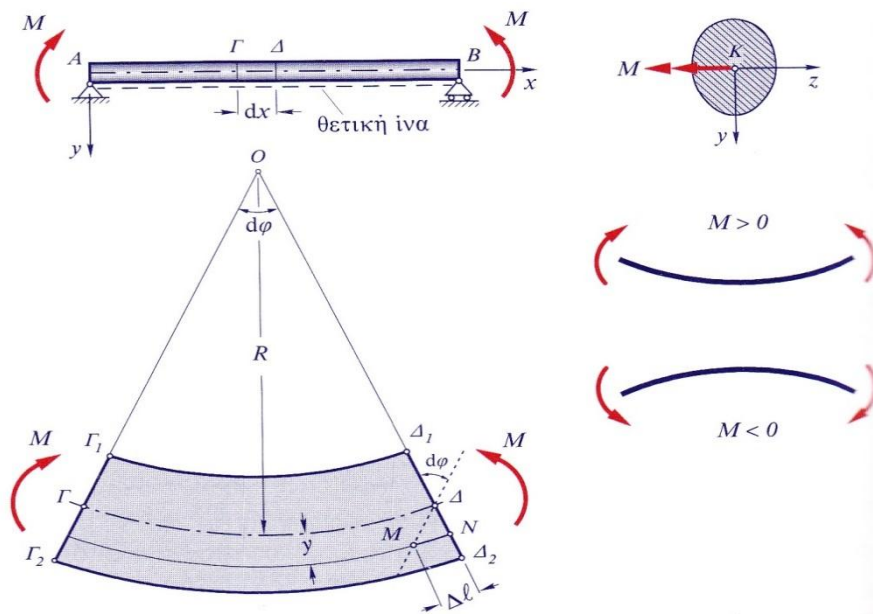
$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \sigma/E \quad (5.12)$$

Με βάση την παραπάνω εξίσωση, η σχέση (5.2) γράφεται με τη μορφή:

$$\sigma = \frac{E}{R}y \quad (5.13)$$

Η εξίσωση (5.13) εκφράζει τη γραμμικότητα μεταβολής των ορθών τάσεων σ , σε συνάρτηση με την απόσταση y από την ουδέτερη γραμμή και διατυπώνετε ως εξής:

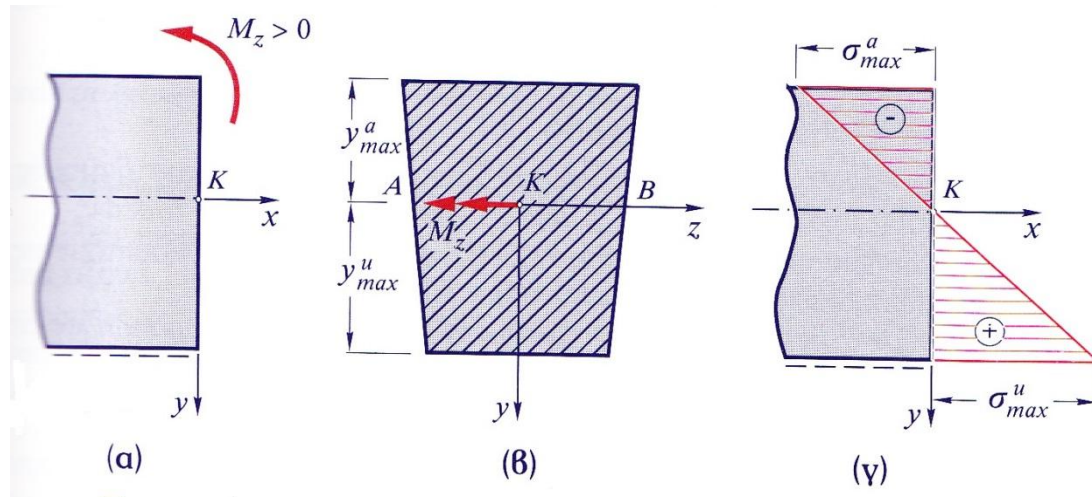
“Η ορθή τάση που αναπτύσσεται σε τυχαίο σημείο της διατομής μίας καμπτόμενης δοκού, είναι ανάλογη της απόστασης του σημείου αυτού από την ουδέτερη γραμμή. Στη δε ουδέτερη γραμμή η ορθή τάση είναι μηδέν.” [8].



Σχήμα 5.5: Καμπύλωση σε μεγέθυνση, στοιχειώδους τμήματος καμπτόμενης δοκού

Ο λόγος $E/R = C$ είναι σταθερός για όλα τα σημεία της κάθε ίνας και επομένως η σχέση (5.13) παίρνει τη γενικότερη μορφή:

$$\sigma = Cy \quad (5.14)$$



Σχήμα 5.6: Τριγωνική κατανομή των ορθών τάσεων, σε καμπτόμενη δοκό

Θεωρώντας ότι μία δοκός καταπονείται από θετική ροπή κάμψης y_{max}^a, y_{max}^u (Σχήμα 5.6) είναι οι μέγιστες αποστάσεις των ανώτατων και κατώτατων ινών αντίστοιχα από την ουδέτερη γραμμή και E το μέτρο ελαστικότητας του υλικού τόσο για θλίψη όσο και για εφελκυσμό, τότε η αντίστοιχη μέγιστη θλιπτική και μέγιστη εφελκυστική τάση, σύμφωνα με τη σχέση (5.13) θα είναι ειδικότερα:

$$\sigma_{max}^a = \frac{E}{R} y_{max}^a, \sigma_{max}^u = \frac{E}{R} y_{max}^u \quad (5.15)$$

Από τις εξισώσεις (5.13) και (5.14), προκύπτει συνολικά η παρακάτω σχέση:

$$C = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R} = \frac{\sigma_{max}^a}{y_{max}^a} = \frac{\sigma_{max}^u}{y_{max}^u} \quad (5.16)$$

Από τις σχέσεις (5.16) συμπεραίνουμε ότι, οι ακρότατες ίνες μιας καμπτόμενης δοκού υφίστανται τις μέγιστες καταπονήσεις.

“Συγκεκριμένα για θετική ροπή κάμψης, οι κατώτατες ίνες υφίστανται τις μέγιστες εφελκυστικές, ενώ οι ανώτατες τις μέγιστες θλιπτικές τάσεις, διαφορετικά ισχύει το αντίστροφο”.

Θετική ροπή κάμψης δημιουργείται σε μία αμφιέριστη δοκό, όταν καταπονείται από εγκάρσιες δυνάμεις με φορά από επάνω προς τα κάτω (Σχήμα 5.4.α), ενώ για το πρόβολο ισχύουν τα ακριβώς αντίθετα.

Η κατανομή των ορθών τάσεων στην διατομή μίας καμπτόμενης δοκού είναι “τριγωνική” όπως φαίνεται στο (Σχήμα 5.6.γ), ενώ η μαθηματική τους έκφραση δίνεται από την εξίσωση (5.13).

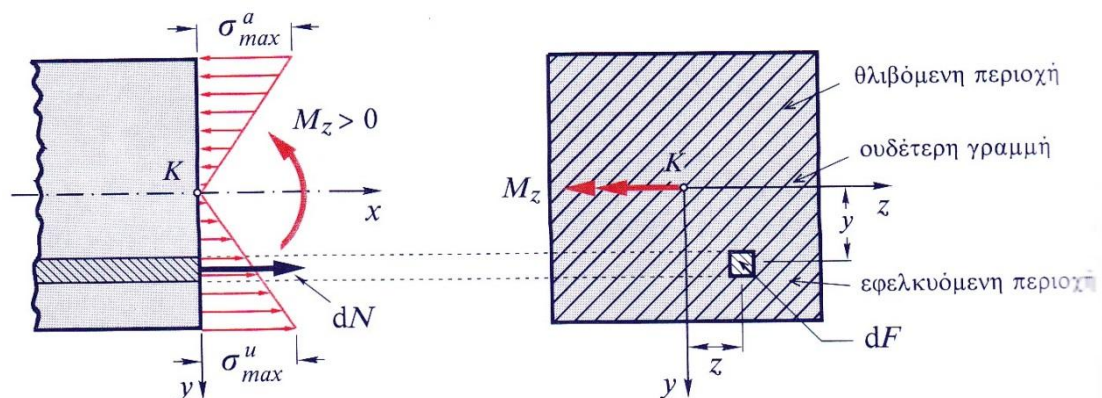
Στο Σχήμα (5.6.γ) επιπλέον έχουν σημειωθεί οι εφελκυστικές τάσεις με θετικό πρόσημο, ενώ οι θλιπτικές με αρνητικό, καθώς και οι μηδενικές τάσεις για ολόκληρη την ουδέτερη γραμμή AB, δηλαδή τον άξονα z.

5.2.2 Θέση της ουδέτερης γραμμής

Λέγοντας ουδέτερη γραμμή εννοούμε τα σημεία εκείνα της διατομής, τα οποία έχουν μηδενικές τάσεις, ή όπως λέγεται αλλιώς είναι ελεύθερα τάσεων [8].

Για να καθορίσουμε τη θέση της ουδέτερης γραμμής μιας καμπτόμενης δοκού, χρησιμοποιούμε τη στατική συνθήκη ισορροπίας:

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των δυνάμεων που είναι παράλληλες με τον άξονα της δοκού, επειδή αυτή ισορροπεί, πρέπει να είναι μηδέν.



Σχήμα 5.7: Πρόοψη και πλάγια όψη σε τμήμα καμπτόμενης δοκού

Έτσι θεωρούμε ότι αποκόπτουμε δύο διατομές της δοκού που απέχουν μεταξύ τους στοιχειώδη απόσταση dx (Σχήμα 5.7). Σε μια από τις δυο διατομές της, έστω στοιχειώδης επιφάνεια dF στην οποία επενεργεί στοιχειώδης δύναμη dN που απέχει απόσταση y από την ουδέτερη γραμμή (άξονας z) που στο χώρο φαίνεται στο (Σχήμα 5.8), ενώ στο επίπεδο φαίνεται στο Σχήμα (5.7)

Η στοιχειώδης αυτή δύναμη dN λαμβάνοντας υπόψη και την εξίσωση (5.4) είναι:

$$dN = \sigma dF \Rightarrow dN = \frac{E}{R} y dF \quad (5.17)$$

ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση και εφαρμόζοντας τη στατική συνθήκη ισορροπίας κατά τον οριζόντιο άξονα, κατά την οποία πρέπει $N = 0$, έχουμε

$$N = \frac{E}{R} \int_f y dF = 0 \quad (5.18)$$

Δεδομένου ότι $E \neq 0$, η εξίσωση (5.18) ικανοποιείται μόνον όταν μηδενίζεται το ολοκλήρωμα που εκφράζει τη στατική ροπή της διατομής ως προς την ουδέτερη γραμμή, που αυτό ισχύει μόνο όταν συμπέσει με τον άξονα z . Συνεπώς συμπεραίνουμε ότι, η ουδέτερη γραμμή διέρχεται από το κέντρο βάρους K της διατομής και τη χωρίζει σε εφελκυσόμενη και θλιβόμενη περιοχή.

5.2.3 Θεμελιώδης νόμος της κάμψης

Είναι φανερό ότι η συνιστώσα της ροπής κάμψης κατά τη διεύθυνση του άξονα y (Σχήμα 5.7), δηλαδή η M_y , ισούται με μηδέν, διότι η ροπή κάμψης ενεργεί μέσα στο επίπεδο συμμετρίας της διατομής και επομένως για κάθε θετική ροπή θα υπάρχει πάντα μία ίση αλλά αρνητική, έτσι ώστε τελικά αυτές να αλληλοεξουδετερώνονται.

Όταν δεν υπάρχει επίπεδο συμμετρίας, εφαρμόζοντας τη στατική συνθήκη ότι οι ροπές του στοιχειώδους τεμαχίου ως προς τον άξονα y , πρέπει να είναι, μηδέν, έχουμε:

$$M_y = \int_F z \sigma dF = \int_F z \frac{E}{R} y dF = \frac{E}{R} \int_F z y dF = 0 \quad (5.19)$$

Τα ολοκληρώματα $\int_f zydF$ είναι η φυγόκεντρη ροπή αδράνειας I_{zy} (ή γινόμενο αδράνειας της διατομής) και μηδενίζεται, μόνον όταν οι άξονες z,y είναι κύριοι κεντροβαρικοί άξονες αδράνειας της διατομής. Με βάση αυτό προκύπτει ότι :

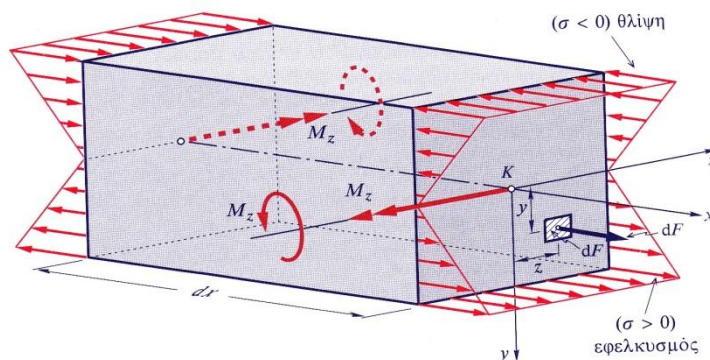
“Όταν τα φορτία ενεργούν κατά τον ένα κύριο άξονα y (ή z) της διατομής, ουδέτερη γραμμή είναι ο άλλος κύριος άξονας της z (ή y)”.

Στην περίπτωση που το επίπεδο φόρτισης (x,y) δεν είναι συγχρόνως και επίπεδο συμμετρίας, τότε η ουδέτερη γραμμή θα είναι κάθετη στο πεδίο φόρτισης μόνο όταν, η φυγόκεντρη ροπή αδράνειας I_{zy} είναι μηδέν, δηλαδή όταν οι άξονες y και z είναι οι κύριοι άξονες αδράνειας της διατομής. Σε αντίθετη περίπτωση που το επίπεδο φόρτισης δεν περιέχει κανένα κύριο άξονα, τότε η ουδέτερη γραμμή δεν είναι πλέον κάθετη σε αυτό.

Γενικά, είτε η διατομή της δοκού είναι συμμετρική είτε όχι, θα πρέπει το άθροισμα των ροπών των στοιχειωδών δυνάμεων σdF ως προς τον άξονα z , να ισούται με την καμπτική ροπή M_z που ενεργεί στη δοκό (Σχήμα 5.7), οπότε

$$M_z = \int_f y\sigma dF = \frac{E}{R} \int_f y^2 dF \quad (5.20)$$

Τα ολοκληρώματα $\int_f y^2 dF$ είναι η ροπή αδράνειας I_z της διατομής ως προς τον άξονα z , που αποτελεί συγχρόνως και την ουδέτερη γραμμή



Σχήμα 5.8: Αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις σε στοιχειώδες τμήμα καμπτόμενης δοκού

Οπότε η παραπάνω εξίσωση με βάση και τη σχέση (5.13) γράφεται:

$$M_z = \frac{E}{R} I_z \Leftrightarrow M_z = \frac{\sigma}{y} I_z \Leftrightarrow \quad (5.21)$$

$$\sigma_x = \frac{M_z}{I_z} y$$

Όπου y είναι η απόσταση του εξεταζόμενου σημείου (ή γενικότερα της εξεταζόμενης ίνας) από την ουδέτερη γραμμή και είναι προφανώς θετική για σημεία κάτω από αυτήν, ενώ είναι αρνητική για σημεία πάνω από αυτήν, λόγω της επιλογής του συστήματος αναφοράς.

Η σχέση (5.21) αποτελεί τον νόμο των ορθών τάσεων σε συνάρτηση με την ροπή κάμψης και διατυπώνεται με τη φράση:

“Η αναπτυσσόμενη ορθή τάση είναι ανάλογη της ροπής κάμψης, ανάλογη της απόστασης της εξεταζόμενης ίνας από την ουδέτερη γραμμή και αντιστρόφως ανάλογη της ροπής αδράνειας της διατομής ως προς την ουδέτερη γραμμή”

5.3 Στρέψη

Η καταπόνηση σε στρέψη είναι ένα από τα απλά είδη καταπονήσεων, στην οποία καταπονούνται συνήθως ράβδοι αλλά και δοκοί.

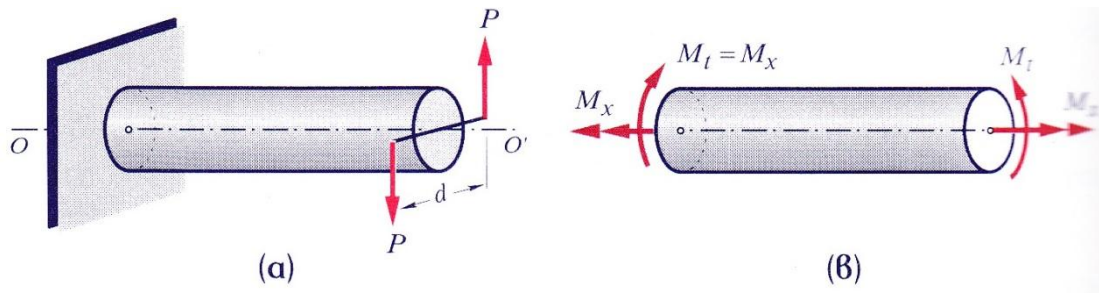
“Μία ράβδος καταπονείται σε στρέψη, όταν πάνω σε αυτή επενεργούν ζεύγη ίσων και αντίθετων δυνάμεων που τα επίπεδα τους είναι κάθετα στον κεντροβαρικό άξονά της.”

Τα ζεύγη των δυνάμεων αυτών προκαλούν σε κάθε διατομή της ράβδου ροπή, που ονομάζεται ροπή στρέψης (Σχήμα 5.9.α). Στην περίπτωση που τα ζεύγη αυτά είναι περισσότερα από ένα, η ροπή στρέψης προφανώς ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών όλων των ζευγών που είναι δεξιά ή αριστερά της διατομής. Το διάνυσμα M_t της ροπής στρέψης είναι σε αυτή την περίπτωση παράλληλο με τον άξονα της ράβδου και πολλές φορές συμβολίζεται με M_x (διάνυσμα με δύο βέλη), διότι συμπίπτει με τον διαμήκη άξονα της ράβδου. Στο είδος της καταπόνησης αυτής, η ράβδος τείνει να περιστραφεί περί τον άξονά της [8].

Η ύπαρξη της ροπής στρέψης M_t (ή M_x) δημιουργεί στο υλικό της ελαστικής ράβδου εσωτερικές διαμητικές τάσεις, με αποτέλεσμα να δημιουργείται μία στροφή των διατομών μεταξύ τους που ονομάζεται γωνία στροφής.

Η πακτωμένη ράβδος AB με ευθύγραμμο άξονα OO' , στην οποία επενεργεί το ζεύγος των δυνάμεων P (Σχήμα 5.9.α) καταπονείται σε στρέψη.

Προφανώς η πακτωμένη αυτή ράβδος είναι στατικά ισοδύναμη με το διάγραμμα ελεύθερου σώματος της ράβδου (Σχήμα 5.9.β), το οποίο παρέχει το πλεονέκτημα, η στρεπτική ροπή στο αριστερό άκρο της ράβδου (που προέρχεται από την πάκτωση), να φαίνεται σε εμάς σαν εξωτερική ροπή.



Σχήμα 5.9: Στρέψη ράβδου από ζεύγος δυνάμεων ή από στρεπτική ροπή

Τα δύο προβλήματα που πρέπει να αντιμετωπίσουμε στην καταπόνηση της στρέψης, είναι τόσο ο προσδιορισμός των διατμητικών τάσεων τ , οι οποίες ονομάζονται ειδικότερα τάσεις στρέψης, όσο και ο υπολογισμός της γωνίας στροφής των διατομών, που αντιπροσωπεύουν την προκαλούμενη παραμόρφωση.

Το μέτρο ολίσθησης G είναι ο λόγος της διατμητικής τάσης τ προς τη διατμητική παραμόρφωση γ , δηλαδή:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (5.22)$$

Το μέτρο ολίσθησης ή διάτμησης ή και δεύτερο μέτρο ελαστικότητας έχει μονάδες τάσης (N/m^2 κλπ) και συνδέεται με το μέτρο ελαστικότητας E , μέσω του λόγου του Poisson μ , σύμφωνα με τη σχέση

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (5.23)$$

Παραδείγματα καταπόνησης σε στρέψη, έχουμε σε άξονες (ατράκτους) μηχανών κοίλους ή μη, όπως επίσης και ολόκληρων κτιρίων σε περίπτωση οριζόντιων σεισμικών δυνάμεων, κλπ. Η καταπόνηση σε στρέψη παρατηρείται επίσης στην περίπτωση που οι ευθείες επενέργειες των δυνάμεων δεν διέρχονται από τον κεντροβαρικό άξονα της ράβδου όπως π.χ συμβαίνει σε μία έκκεντρα φορτιζόμενη

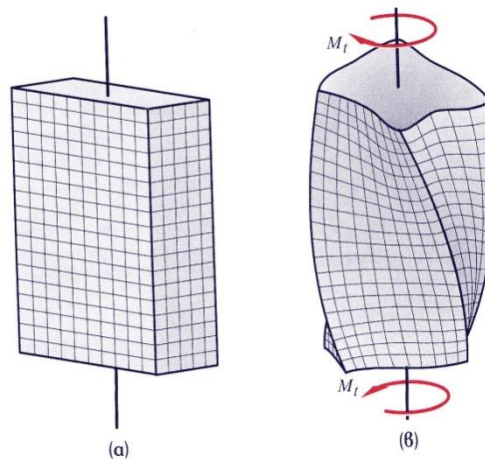
δοκό. Πολλές φορές επίσης συνυπάρχει με άλλες καταπονήσεις όπως με κάμψη, διάτμηση κλπ.

5.3.1 Στρέψη ράβδων μη κυκλικής διατομής

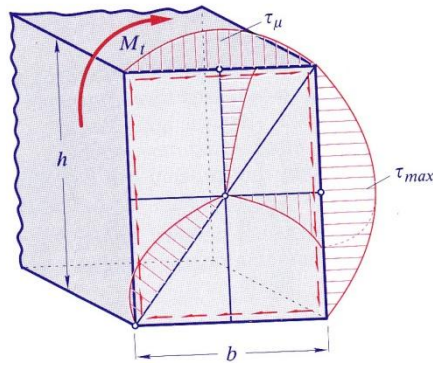
Στις περιπτώσεις ράβδων μη κυκλικής διατομής, οι διατομές δεν παραμένουν πλέον επίπεδες αλλά στρεβλώνονται, με αποτέλεσμα οι ευθείες των διατομών αυτών να γίνονται καμπύλες με αντίστοιχη καμπύλωση και των παράπλευρων επιφανειών των ράβδων. Το αίτιο γι αυτό είναι η ανομοιόμορφη κατανομή των τάσεων στην διατομή, χωρίς αυτές να αυξάνουν με την απομάκρυνση από το κέντρο της διατομής.

5.3.2 Ορθογωνική διατομή

Εξετάζοντας ένα στοιχείο μιας ορθογωνικής διατομής (Σχήμα 5.10) παρατηρούμε ότι το σημείο αυτό έχει περιστραφεί ως προς την αρχική του θέση και έχει μετατοπισθεί κατά την διεύθυνση του άξονα της ράβδου. Αυτό φαίνεται εύκολα όταν πάνω σε κάποιο εύκαμπτο υλικό χαράξουμε ορθογωνικό πλέγμα και υποβάλουμε το υλικό σε στρέψη. Θα παρατηρήσουμε ότι οι γραμμές οι οποίες χαράξαμε διατηρούν την καθετότητά τους στις ακμές, ενώ σχεδόν στο μέσον αποκλείουν πιο έντονα από οποιαδήποτε άλλη θέση σε σύγκριση με την αρχική μορφή.



Σχήμα 5.10: Παραμόρφωση ράβδου ορθογωνικής διατομής λόγω στρέψης



Σχήμα 5.11: Κατανομή στρεπτικών διατμητικών τάσεων σε ορθογωνική διατομή

Από πειραματική αλλά και από θεωρητική λοιπόν έρευνα φαίνεται ότι οι μέγιστες διατμητικές τάσεις λόγω στρέψεως βαίνουν αυξανόμενες επάνω στις διαμέσους, με την μεγαλύτερη απ' όλες να αντιστοιχεί στο μέσον της μεγάλης πλευράς της ορθογωνικής διατομής. Στις διαγωνίους ενώ οι τάσεις αυξάνονται αρχικά στη συνέχεια ελαττώνονται και τελικά μηδενίζονται στις κορυφές (Σχήμα 5.11).

Η πλήρης λύση του προβλήματος αποτελεί θέμα της Θεωρίας της ελαστικότητας, εκφράσεις της οποίας δίνονται χωρίς αποδείξεις: έτσι αν b και h είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου με $h > b$, τότε η μέγιστη διατμητική τάση τ_{max} που εμφανίζεται στο μέσον της πλευράς h αποδεικνύεται, ότι δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{ab^2h} \quad (5.24)$$

Η αντίστοιχη μέγιστη διατμητική τάση τ_μ στην πλευρά b , είναι :

$$\tau_\mu = n\tau_{max} \quad (5.25)$$

Η ανηγμένη γωνία στροφής θ , είναι :

$$\theta = \frac{\varphi}{\ell} = \frac{M_t}{\beta G b^3 h} \quad (5.26)$$

Οι συντελεστές α, β, n εξαρτώνται από το λόγο h/b των πλευρών του ορθογωνίου και δίνονται στον Πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.1: Συντελεστές για στρέψη ορθογωνικής διατομής

$\frac{h}{b} = n$	1	1.5	1.75	2	2.5	3	4	6	8	10	∞
α	0.208	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
β	0.141	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

5.4 Ταλαντώσεις

Η ταλάντωση ως περιοδικό φαινόμενο, είναι γνωστό πως το συναντάμε στην ζωή μας, στην πιο απλή διάταξη ενός εκκρεμούς ενός ρολογιού, στην περιοδική κίνηση μιας χορδής μέχρι και την λειτουργία ενός κινητήρα. Είναι προφανές λοιπόν πως ένα μουσικό όργανο αποτελεί ένα ταλαντούμενο σύστημα, καθώς η παραγωγή ήχου από αυτό το όργανο είναι αποτέλεσμα της ταλάντωσης ενός ελαστικού μέρους του σώματός του, το οποίο παράλληλα παρουσιάζει και ακαμψία. Το συγκεκριμένο κεφάλαιο είναι ιδιαίτερα σημαντικό και χρήσιμο στον αναγνώστη καθώς οι βασικές αρχές των ταλαντώσεων αποτελούν χρήσιμο σύνδεσμο τόσο για τις ταλαντώσεις που διέπουν την ακουστική όσο και για την λειτουργία των μουσικών οργάνων. Τον κλάδο των ταλαντώσεων μπορούμε να τον χωρίσουμε σε τρεις κατηγορίες: τις ελεύθερες ταλαντώσεις, τις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις και τις ταλαντώσεις με απόσβεση, τις οποίες θα μελετήσουμε εκτενέστερα παρακάτω.

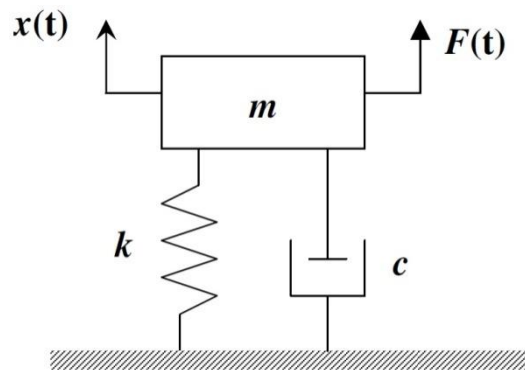
5.4.1 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις

Ο μηχανισμός λειτουργίας της γλωττίδας αποτελεί ταλαντούμενο σύστημα το οποίο είναι παρόμοιο με αυτόν του συστήματος μάζας-ελατηρίου. Γι αυτό το λόγο, παρακάτω θα γίνει περιγραφή και ανάλυση του συστήματος μάζας – ελατηρίου για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου. Ο μηχανισμός της γλωττίδας εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, της οποίας ο αέρας παίζει τον ρόλο του διεγέρτη ενώ η γλωττίδα το διεγείρον σύστημα. Σε αυτή την περίπτωση, θα μπορούσαμε να χωρίσουμε το συγκεκριμένο σύστημα σε δύο υποσυστήματα, το παθητικό και το διεγείρον σύστημα. Το παθητικό σύστημα είναι αυτό που διεγείρεται και το οποίο δεν δίνει κάποιο σημαντικό ποσό ενέργειας στο διεγείρον ενώ το διεγείρον είναι αυτό το οποίο προσδίδει στο παθητικό μία περιοδικά μεταβαλλόμενη (διεγείρουσα) δύναμη. Οι πιο σύνθετες περιπτώσεις περιλαμβάνουν μια πρόσδωση ενέργειας από το παθητικό στο

διεγείρον που δεν μπορεί να αμεληθεί. Τότε έχουμε ανάδραση ενέργειας και είναι στην μορφή ταλαντώσεων τις οποίες συναντάμε κυρίως στα πνευστά όργανα.

5.4.2 Δυναμικό Μοντέλο σύστημα μάζας – ελατηρίου ενός βαθμού ελευθερίας

Θεωρούμε το δυναμικό σύστημα του παρακάτω σχήματος, στο οποίο μια μάζα μπηστηρίζεται πάνω σε ένα ελατήριο και σε έναν αποσβεστήρα [9].



Σχήμα 5.12

Όπου

m: μάζα (στοιχείο αδράνειας)

k: σταθερά ελατηρίου

c: απόσβεση συστήματος

x(t): απόκριση συστήματος, χρονικά μεταβαλλόμενη

F(t): εξωτερική διέγερση συστήματος, χρονικά μεταβαλλόμενη

Το κάτω άκρο του ελατηρίου καθώς και του αποσβεστήρα είναι στερεωμένο στο δάπεδο (ακλόνητη επιφάνεια), ενώ στο άνω άκρο τους είναι πακτωμένη η μάζα και η οποία κινείται σε μόνον ένα άξονα και στις δύο κατευθύνσεις. Εύκολα παρατηρούμε

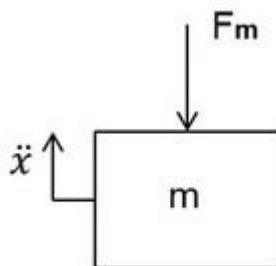
πως η μάζα m καθώς και το άνω άκρο των στοιχείων k και c εμφανίζουν την ίδια μετατόπιση, και γι αυτό το λόγο το σύστημα αυτό χαρακτηρίζεται ως σύστημα ενός Βαθμού Ελευθερίας.

Το δυναμικό αυτό σύστημα το οποίο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, περιγράφεται από τρία φυσικά φαινόμενα στα οποία δρουν τα τρία στοιχεία του συστήματος ξεχωριστά.

5.4.3 Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

Η αδράνεια του συστήματος χαρακτηρίζεται από την μάζα m , έχοντας ως αποτέλεσμα την εμφάνιση αδρανειακών δυνάμεων στο σύστημα, σύμφωνα με την εξίσωση :

$$F_m = m \ddot{x} \quad (5.27)$$



Σχήμα 5.13: Επιτάχυνση σώματος μάζας m

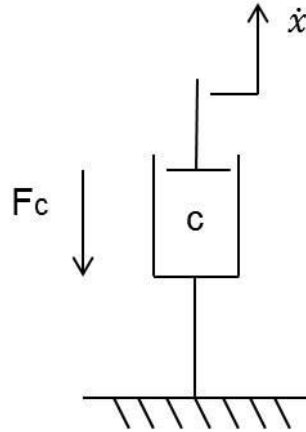
Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η αδρανειακή δύναμη F_m της μάζας m είναι ανάλογη της επιτάχυνσης \ddot{x} έχοντας ως σταθερά αναλογίας την ίδια τη μάζα του σώματος.

5.4.4 Δύναμη απόσβεσης

Είναι η τριβή (ιξώδη τριβή), η οποία αποτελεί την δύναμη απόσβεσης του συστήματος και είναι ανάλογη της ταχύτητας εμβόλου ως προς το τοίχωμα του κυλίνδρου με σταθερά αναλογίας την σταθερά c . Η σταθερά απόσβεσης c συντελεί στην διάχυση

ενέργειας του συστήματος και προσδιορίζεται από τις ιδιότητες του μέσου (υγρό, αέρας) καθώς και από την γεωμετρία της διάταξης.

$$F_c = c \dot{x} \quad (5.28)$$

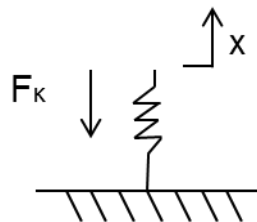


Σχήμα 5.14: Δύναμη απόσβεσης με σταθερά απόσβεσης c

5.4.5 Νόμος του Hooke

Περιγράφει την δύναμη που ασκεί το ελατήριο σταθεράς k στο σώμα μάζας m , η οποία είναι ανάλογη της μετατόπισης της μάζας m και με σταθερά αναλογίας την σταθερά k . Η δύναμη αυτή ονομάζεται δύναμη επαναφοράς ή ελαστική δύναμη και τείνει να φέρει την μάζα m στην αρχική θέση ισορροπίας της, εφόσον αυτή ήδη βρίσκεται σε μια τυχαία θέση. Η σταθερά k ονομάζεται σταθερά ελατηρίου, περιγράφει την παραμορφωσιμότητα του ελατηρίου και εξαρτάται από το υλικό και την γεωμετρία του.

$$F_k = k x \quad (5.29)$$



Σχήμα 5.15: Δύναμη ελατηρίου με σταθερά ελατηρίου k

5.4.6 Δύναμη Διέγερσης

Είναι η αιτία απόκρισης του συστήματος και η πηγή ενέργειάς του. Η εξαναγκασμένη κίνηση της μάζας m προκύπτει από την ύπαρξη εξωτερικών διεγέρσεων (δυνάμεων) οι οποίες κατατάσσονται στις εξής [9]:

A) Περιοδικές διεγέρσεις

B) Διεγέρσεις “μεταβατικής” μορφής

Γ) Μη επαναλαμβανόμενες διεγέρσεις “τυχαίας” μορφής

Το φαινόμενό μας είναι εξαναγκασμένη ταλάντωση περιοδικής απόκρισης, οπότε ανήκει στην πρώτη κατηγορία, στις περιοδικές διεγέρσεις. Ένας απλός ταλαντωτής συχνά ταλαντώνεται όταν εφαρμόζεται σ’ αυτόν μία δύναμη ημιτονοειδούς μορφής, δηλαδή:

$$f(t) = F \cos(\omega t) \quad (5.30)$$

Τελικά, αφού ορίσαμε και αναλύσαμε δυναμικά κάθε στοιχείο του συστήματος ξεχωριστά, πρέπει να ορίσουμε την σχέση μεταξύ των στοιχείων του συστήματος. Έτσι, επειδή τα τρία στοιχεία μεταξύ τους είναι συνδεδεμένα, από την δυναμική ισορροπία του συστήματος προκύπτει ότι το σύνολο των εσωτερικών δυνάμεων θα πρέπει να είναι αλγεβρικά ίσο προς την εξωτερικά ασκούμενη δύναμη του διεγέρτη, σύμφωνα με την εξίσωση δυναμικής ισορροπίας :

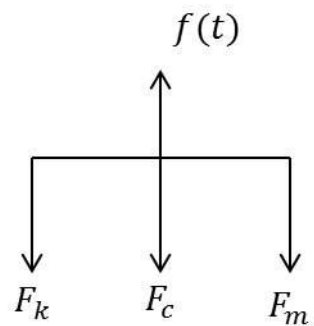
$$F_m + F_c + F_k = f(t) \quad (5.31)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (5.30) τις εξισώσεις(5.27), (5.28), (5.29) προκύπτει η εξίσωση κίνησης του απλού ταλαντωτή (γραμμική διαφορική δευτέρας τάξεως), η οποία αποτελεί και το μοντέλο του συστήματος και είναι:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (5.32)$$

Διαιρώντας την εξίσωση (5.31) με τη μάζα m θα έχουμε:

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{f(t)}{m} \quad (5.33)$$



Σχήμα 5.16: Δύναμη Διέγερσης - Ισορροπία δυνάμεων

Κεφάλαιο 6ο: Προσομοίωση παραγωγής ήχου του Ακκορντεόν με μοντέλο ενός βαθμού ελευθερίας

Η γλωττίδα του Ακκορντεόν αποτελεί παράδειγμα, κινούμενης «ελεύθερα» γλωττίδας ταλαντούμενης εξαιτίας αεροδυναμικής διέγερσης σε κανάλι ταλάντωσης (γλωττίδα κλειστού τύπου). Αντίθετα με τις περισσότερες βαλβίδες ταλάντωσης σε πνευστά μουσικά όργανα, η γλωττίδα του Ακκορντεόν διατηρεί την ταλάντωσή της χωρίς την ακουστική σύζευξη. Απεικονίσεις και μετρήσεις της ροής σε ρευστό μέσο όπως το νερό, δείχνουν ότι η ροή μπορεί να θεωρηθεί και ασυμπιεστή και δυναμική. Έχει αναπτυχθεί ένα μοντέλο και η λύση του υπολογίζεται στο πεδίο του χρόνου. Η δύναμη διέγερσης σχετίζεται με τις αδρανειακές δυνάμεις της ασταθής ροής μέσω του διακένου της γλωττίδας. Αυτό το αδρανειακό φαινόμενο οδηγεί σε διακυμάνσεις της ταχύτητας στο άνοιγμα της γλωττίδας και στη συνέχεια σε μια ασταθή δύναμη Bernoulli. Από την παλινδρομική κίνηση του αέρα τοπικά, εμφανίζονται διακυμάνσεις της πίεσης γύρω από την γλωττίδα οι οποίες προστίθενται στην αεροδυναμική πίεση διέγερσης. Επιπλέον, παρουσιάζεται ένα αεροακουστικό μοντέλο χρησιμοποιώντας την ολοκληρωτική μέθοδο Ffowcs Williams- Hawkings. Υπολογίζονται οι εκφράσεις του μακρινού πεδίου ακουστικής πίεσης στο πεδίο του χρόνου. Συγκρίνοντας με τα πειραματικά δεδομένα, ο ήχος βρέθηκε να κυριαρχείται από τη διπολική πηγή που σχετίζεται με τις ισχυρές διακυμάνσεις της ορμής της ροής διαμέσου των διακένων της γλωττίδας [40].

6.1 Λειτουργία της γλωττίδας

Η γλωττίδα του Ακκορντεόν είναι μια λεπτή μεταλλική πλάκα πακτωμένη (με τη χρήση ενός πριτσινιού) από την μία μεριά πάνω σε μία πλάκα στήριξης. Στην βάση στήριξης υπάρχει μία ορθογώνια σχισμή ακριβώς κάτω από τη γλωττίδα. Το άνοιγμα της σχισμής είναι λίγο μεγαλύτερο απ' ό,τι η επιφάνεια της γλωττίδας έτσι ώστε να ταλαντώνεται-βυθίζεται ελεύθερα ο πρόβολός της χωρίς να βρίσκει κάποιο εμπόδιο στην βάση στήριξης. Με το άνοιγμα και κλείσιμο της φυσούνας δημιουργείται ένα ρεύμα αέρα. Σύμφωνα με το χαρακτηρισμό του Fletcher, η γλωττίδα του ακορντεόν είναι μία βαλβίδα τύπου (-, +). Με την παρουσία ήδη υπάρχουσας ροής ρευστού (αέρα) προς σε μία κατεύθυνση, μία σταθερή υπερπίεση ασκείται από την ανάντη μεριά της γλωττίδας η οποία τείνει να κλείσει την βαλβίδα, και αντιστρόφως μία σταθερή υπερπίεση ασκείται από την κατάντη μεριά της γλωττίδας που έχει διαρκώς την τάση να την ανοίγει. Φυσικά, αν θεωρήσουμε μια σταθερή ροή ρευστού προς την αντίθετη κατεύθυνση, ο τύπος της βαλβίδας θα είναι (+,-). Ωστόσο, στο εσωτερικό του οργάνου, η γλωττίδα του Ακκορντεόν λειτουργεί μόνο στην διάταξη του κλεισίματος της βαλβίδας: στο **κλείσιμο** της φυσούνας δημιουργείται μία σταθερή υπερπίεση

P_0 ανάντη της γλωττίδας ενώ στο **άνοιγμα** της φυσούνας έχουμε κατάθλιψη κατάντη της γλωττίδας ισοδύναμη με την υπερπίεση ανάντη. Η συνεχώς μεταβαλλόμενη διαφορά των πιέσεων μεταξύ των δύο πλευρών της γλωττίδας έχει ως αποτέλεσμα να ενεργοποιείται ο μηχανισμός ταλάντωσης της γλωττίδας. Σε αντίθεση όμως με τα περισσότερα πνευστά όργανα όπως τα ξύλινα και τα χάλκινα, η χρονικά εξαρτώμενη πτώση της πίεσης δεν εξαρτάται από την ταλάντωση της στήλης αέρα ενός αντηχείου. Στο Ακκορντεόν, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο μηχανισμός ταλάντωσης της γλωττίδας και ο ήχος που εκπέμπεται δεν εξαρτώνται από την ακουστική επίδραση των ανάντη και κατάντη όγκων.

Σε κλασσικά μοντέλα γλωττίδας [10] [11] [13], στα οποία έχουν αναπτυχθεί γλωττίδες σε ακουστική σύζευξη με αντηχείο, η διακύμανση της πίεσης $p_{ac}(t)$ έχει υπολογιστεί από την ακουστική απόκριση του αντηχείου διεγερμένο από την ασταθή παροχή $q_{ac}(t)$. Με την *παραδοχή* ότι η ασυμπίεστοτητα της ροής γύρω από την γλωττίδα και η ακουστική παροχή όγκου στην είσοδο του αντηχείου αντιστοιχούν στην αεροδυναμική ροή στο άνοιγμα μεταξύ της γλωττίδας και της βάσης, θέτουμε ότι $q_{ac}(t) = q(t) \propto V(t)x_2(t)L$, όπου $V(t)$ είναι η ταχύτητα της ροής, $x_2(t)$ η μετατόπιση της γλωττίδας και L είναι το χαρακτηριστικό μήκος της εγκοπής. Η αεροδυναμική ταχύτητα καθώς και η παροχή υπολογίζεται εύκολα από την εξίσωση Bernoulli για μόνιμη κατάσταση με μια πτώση πίεσης $P_0 - p_{ac}(t)$. Αυτή η προσέγγιση μοντελοποίησης προϋποθέτει, η πίεση της ροής της γλωττίδας στην έξοδο του καναλιού της γλωττίδας να είναι ακριβώς ίση με την ακουστική πίεση στην είσοδο του αντηχείου. Αυτή η υπόθεση μπορεί να εξακριβωθεί παρατηρώντας τον σχηματισμό μίας δέσμης αέρα στην έξοδο του καναλιού της γλωττίδας, εξαιτίας της πολύ απότομης μετάβασης από την διατομή του καναλιού της γλωττίδας, στην διατομή του επιστομίου του οργάνου. Υποτίθεται πως όλη η κινητική ενέργεια της ροής χρησιμοποιείται για την μετατροπή της δέσμης της ροής σε τυρβώδη. Επίσης η υπόθεση αυτή απευθύνεται στην μοντελοποίηση της ακουστικής πηγής. Είναι πραγματικότητα ότι η διέγερση της ακουστικής στήλης αέρα οφείλεται αποκλειστικά στις διακυμάνσεις της μάζας.

Τέλος, ο μηχανισμός της γλωττίδας μοντελοποιήθηκε ως ένα απλό σύστημα μάζας – ελατηρίου με απόσβεση, που για την επίλυσή του θα χρειαστεί να καταστρώσουμε ένα σύστημα τριών εξισώσεων (σχέση εμπέδησης, την εξίσωση Bernoulli και την εξίσωση απλής αρμονικής ταλάντωσης) με τρεις αγνώστους $[x_2(t), q(t), p_{ac}(t)]$.

Για την συνεχή επαφή των επιφανειών του ρευστού και της γλωττίδας, η δυναμική διέγερση της γλωττίδας, είναι ένας συνδυασμός της ακουστικής πίεσης και της πίεσης που προκαλείται από την διακύμανση της ταχύτητας εξαιτίας της συνεχούς μεταβαλλόμενης διατομής του κενού (ανοίγματος) μεταξύ γλωττίδας και βάσης. Η ταχύτητα της ροής είναι αποτέλεσμα των διακυμάνσεων της πίεσης όπου υπολογίζονται από την εξίσωση Bernoulli από την οποία προκύπτει η επιτάχυνση του ρευστού λόγω της πτώσης της πίεσης.

Αλλά, χωρίς άλλους φυσικούς μηχανισμούς όπως η ακουστική ανάδραση (acoustic feedback), οι διακυμάνσεις της πίεσης δε μπορούν να προκαλέσουν αυτοδιεγειρούμενες ταλαντώσεις (self-oscillations). Για παράδειγμα, αν έχουμε μία σταθερή παροχή ρευστού διαμέσου του ανοίγματος της γλωττίδας, είναι απλό να δείξουμε ότι η δύναμη που προκαλείται από την μεταβολή ταχύτητας του ρευστού είναι σε φάση με την μετατόπιση.

Η συνεισφορά ενέργειας μεταξύ της σταθερά ασκούμενης πίεσης του ρευστού και της ταλάντωσης της γλωττίδας δεν είναι εφικτή, λαμβάνοντας υπόψη μόνο την εξίσωση Bernoulli. Σύμφωνα με τον Titze [17], για να έχουμε διέγερση της γλωττίδας είναι απαραίτητο να υπάρχει ασυμμετρία στην δύναμη που ασκείται στην γλωττίδα από το ρευστό στην διάρκεια του κύκλου ταλάντωσης. Για τις γλωττίδες οι οποίες είναι σε σύζευξη με το αντηχείο, ασυμμετρία στις διακυμάνσεις της πίεσης είναι αποτέλεσμα της ακουστικής απόκρισης των όγκων αέρα, ανάντη και κατόντη της γλωττίδας. Όσον αφορά τη γλωττίδα του Ακκορντεόν, δεν υπάρχει ακουστική ανάκλαση. Υποθέτοντας ότι η εξίσωση Bernoulli περιγράφει την ροή ρευστού από αεροδυναμικής πλευράς διαμέσου του ανοίγματος της γλωττίδας, έχουν επίσης προταθεί και άλλοι φυσικοί μηχανισμοί να εξηγήσουν την αλλαγή φάσης της συνολικής δύναμης σε συνάρτηση με την μετατόπιση της γλωττίδας. Για παράδειγμα, η διαρκής αλλαγή της γεωμετρίας του καναλιού (άνοιγμα – κλείσιμο γλωττίδας) κατά τη διάρκεια του κύκλου ταλάντωσης, οδηγεί στην ασυμμετρία της συνολικής δύναμης. Αυτή η προσέγγιση ακολουθείται στο μοντέλο παραγωγής της ανθρώπινης φωνής, μιας και οι ταλαντώσεις των ανθρώπινων χορδών δε θεωρούνται να οφείλονται στην ακουστική αντίσταση των πνευμόνων και της φωνητικής οδού. Ο Titze [17] χρησιμοποίησε ένα μοντέλο κίνησης κυμάτων για να περιγράψει την κίνηση των ιστών, και ο Pelorson et al. [18] πρόσθεσε ένα δεύτερο μηχανισμό ταλάντωσης: Μία καθυστέρηση φάσης στην συνολική δύναμη (πίεση) επειδή το σχήμα του καναλιού μεταβάλλεται διαφορετικά στο κλείσιμο και στο άνοιγμα της γλωττίδας. Επίσης έχει μελετηθεί ο διαχωρισμός και η επανένωση της ροής στην είσοδο του καναλιού της γλωττίδας. Για παράδειγμα στο κλαρίνο, ο στιγμιαίος διαχωρισμός της ροής στην είσοδο του καλαμιού, οδηγεί στην τοπική επιτάχυνση της ροής (vena-contracta effect). Επιπλέον, η συνολική δύναμη λόγω της πίεσης μπορεί επίσης να εξαρτάται από την επανασύνδεση της ροής αέρα μέσα στο κανάλι της γλωττίδας. Ο παράγοντας vena-contracta καθώς και η θέση του σημείου επανασύνδεσης της ροής μπορεί να ποικίλει σε συνάρτηση με την θέση της γλωττίδας και να παράγει μία δύναμη σε φάση με την ταχύτητα της γλωττίδας. Ένα παρόμοιο μοντέλο αυτών των συνεκτικών ροών - φαινομένων έχει μελετηθεί από τον Pelorson et al. [18]. Συγκεκριμένα, μελέτησε την κίνηση του σημείου στο οποίο χωρίζεται η ροή του αέρα από την γλωττίδα στο κανάλι εξόδου των φωνητικών χορδών. Παρατηρούμε λοιπόν, ότι η ολική δύναμη πίεσεως παρουσιάζει διακυμάνσεις, ανάλογες με αυτές της μη μόνιμης ροής αέρα που έρχεται σε επαφή με την επιφάνεια της γλωττίδας.

Τα σημεία διαχωρισμού της ροής από τη γλωττίδα του Ακκορντεόν εντοπίζονται στην αιχμηρή άκρη της γλωττίδας. Όπως φαίνεται στις παραγράφους (6.1.1) (6.1.2), από την άλλη πλευρά της γλωττίδας δεν υπάρχει επανένωσης της ροής, συνεπώς η επιφάνεια της βυθισμένης γλωττίδας στη ροή είναι συνεχής. Οι επιπτώσεις του χωρισμού/επανένωσης της ροής, δεν συντελούν στην πιθανή διέγερση του μηχανισμού ταλάντωσης της γλωττίδας του Ακκορντεόν.

Αν δεχτούμε, ότι η εξίσωση Bernoulli δεν μπορεί να περιγράψει την μη μόνιμη ροή του αέρα, τότε ίσως η μεταφορά της ενέργειας από το ρευστό στην ελεύθερη γλωττίδα, βασίζεται σε δύο άλλους φυσικούς μηχανισμούς.

Πρώτον, οι δίνες που δημιουργούνται πίσω από σταθερό εμπόδιο (γλωττίδα), προκαλούν μία περιοδική δύναμη πάνω στο στερεό. Έπειτα από πειράματα, ο Saint Hilaire et al. [20], κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι δίνες δεν είναι υπεύθυνες για την διέγερση της γλωττίδας. Αυτό έχει επιβεβαιωθεί και σε πρόσφατη μελέτη [21] για γλωττίδα ανοιχτού τύπου. Πιθανολογείται πως ο μηχανισμός διέγερσης της “ελεύθερης” γλωττίδας οφείλεται στις αδρανειακές δυνάμεις της ροής ανάντη της γλωττίδας χωρίς να συμπεριλάβουμε στο φαινόμενο της ακουστική σύζευξης με το κατασκευαστικό μέρος του Ακκορντεόν. Ένα σημαντικό κομμάτι της παρούσας διπλωματικής είναι και η επαλήθευση αυτής της υπόθεσης. Η ανάλυση της ροής γύρω από την γλωττίδα του Ακκορντεόν (παρ. 6.1.2), δείχνει ότι η ροή μπορεί να μοντελοποιηθεί ως το δυναμικό μη μόνιμου πεδίο ροής δύο διαστάσεων. Στην παράγραφο (6.1.3), για τον υπολογισμό της αεροδυναμικής δύναμης η οποία προκαλεί την ταλάντωση της γλωττίδας, υποθέτουμε ένα πεδίο ασυμπίεστης ροής. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της αεροδυναμικής ανάλυσης, έχει προταθεί ένα μοντέλο για τον υπολογισμό της αεροακουστικής πηγής βασισμένο σε ακουστικό ανάλογο (παρ. 6.1.5). Τα μοντέλα στο πεδίο ροής και στο αεροακουστικό πεδίο, επιλύονται στο πεδίο του χρόνου και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με αντίστοιχα πειραματικά (παρ. 6.2).

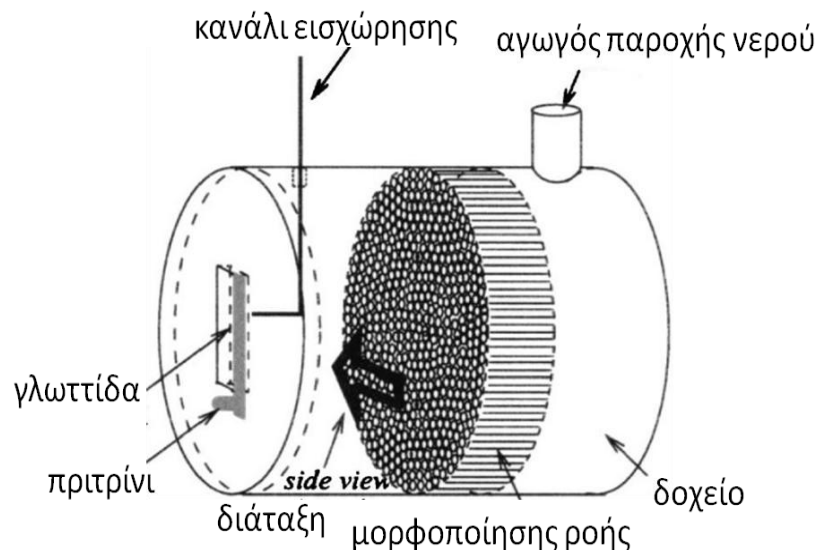
Επειδή οι εξισώσεις του πεδίου ροής είναι πολύ σύνθετες και πολύπλοκες, ο υπολογισμός των αναλυτικών εκφράσεων θα γίνει με μια πιο απλουστευμένη «εκδοχή» των γλωττίδων του Ακκορντεόν. Ως εκ τούτου οι ποσοτικές τιμές των φυσικών μεγεθών δεν αναμένεται να συμπίπτουν με τις πραγματικές. Μόνο οι κυματομορφές και τα φασματικά διαγράμματα θα συγκριθούν με τις πειραματικές μετρήσεις.

6.1.1 Ρευστομηχανική περιγραφή της ροής

Απεικονίσεις της ροής και διέγερσης του μηχανισμού μιας γλωττίδας, έχουν γίνει από τον Saint Hilaire et al. [20], ο οποίος εξέτασε την αεροδυναμική διέγερση της γλωττίδας μιας αρμόνικας (harmonium). Η γεωμετρία της γλωττίδας του ακκορντεόν

είναι λίγο διαφορετική από αυτή της αρμόνικας και του Bandoneon. Η διαφορά είναι ότι η γλωττίδα της αρμόνικας είναι μία ορθογωνική πλάκα ίσου πάχους καθ' όλο του μήκους της, ενώ του Ακκορντεόν είναι μία πλάκα σε σχήμα τραπεζίου έχοντας ως μικρή πλευρά της, το ελεύθερο ταλαντούμενο άκρο της. Άλλη μία μικρή διαφορά είναι ότι το πάχος της πλάκας στήριξης της γλωττίδας του μοντέλου του Saint Hilaire, είναι λίγο μικρότερο από αυτό του ακορντεόν. Παρ' όλα αυτά το φαινόμενο και οι εξισώσεις που το διέπουν και στις δύο περιπτώσεις είναι το ίδιο.

Για να ελεγχθεί η εγκυρότητα των συμπερασμάτων του Saint Hilaire σχετικά με την ικανότητα της ροής να διεγείρει τη γλωττίδα, έτσι ώστε να έχουμε περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με την δομή της ροής και την συμπεριφορά της γλωττίδας, έγιναν πειράματα έχοντας ως ρευστό μέσο το νερό. Έγιναν μετρήσεις και απεικονίσεις της ροής χρησιμοποιώντας δέσμες ροής νερού ως παροχή. Η διάταξη του πειράματος φαίνεται παρακάτω:



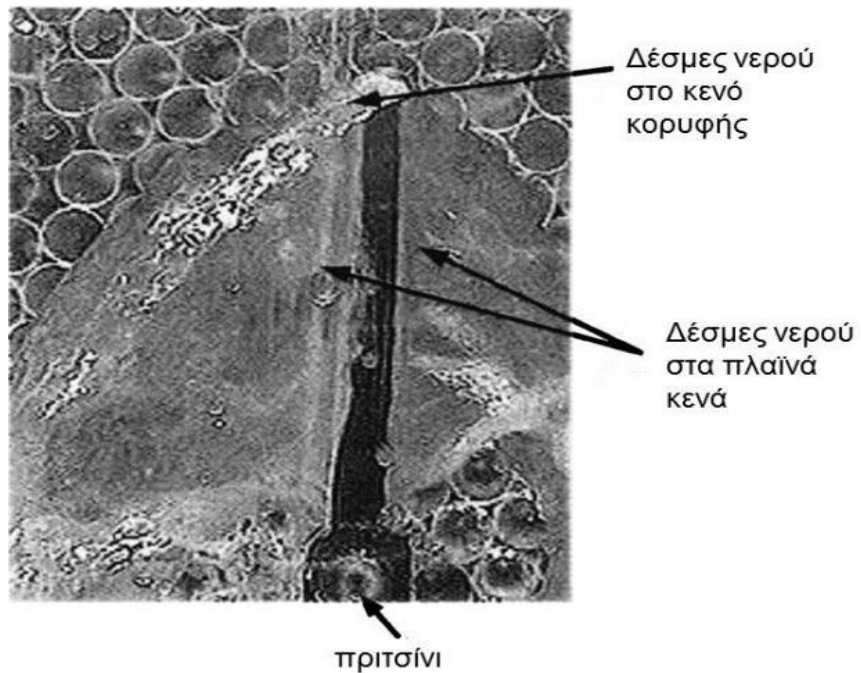
Σχήμα 6.1: Τροφοδοτικό δοχείο νερού

Η γλωττίδα είναι πακτωμένη με ένα πριτσίνι σε βάση (πλάκα) στήριξης από Plexiglas, και αυτή αντίστοιχα σε δοχείο από το ίδιο υλικό. Η χωρητικότητα του δοχείου είναι 800 cm^3 . Η γλωττίδα είναι φτιαγμένη από ατσάλι χωρίς να γνωρίζουμε τα χαρακτηριστικά του, ενώ τα φυσικά μεγέθη της γλωττίδας είναι:

Μήκος $\ell = 32 \text{ mm}$, πάχος $b = 0.2 \text{ mm}$, πλάτος $h = 3.6 \text{ mm}$, και η ιδιοσυχνότητά της στον αέρα είναι $f_0 = 330 \text{ Hz}$. Η παράμετρος $\alpha = 0.2 \text{ mm}$ είναι η απόσταση (κενό) μεταξύ της γλωττίδας και της βάσης στήριξης.

Τροφοδοτούμε το ειδικά διαμορφωμένο δοχείο με νερό, μέσω ενός αγωγού παροχής και με πίεση $P_0 = 2000 \text{ Pa}$. Ο αριθμός Reynolds υπολογίστηκε με βάση το πλάτος h της γλωττίδας, και ν την κινηματική συνεκτικότητα του νερού και είναι $Re_h = \frac{\bar{v}h}{\nu} \approx$

6000. Τα μεγέθη που μετρήθηκαν στο πείραμα ήταν η απόκριση της γλωττίδας, η αεροδυναμικές και η ακουστικές πιέσεις του ρευστού. Η συχνότητα ταλάντωσης της γλωττίδας μέσα στο νερό βρέθηκε $f_0 = 142 \text{ Hz}$. Το πείραμα αυτό έγινε, έτσι ώστε να γίνει καλύτερη κατανόηση και απεικόνιση των χαρακτηριστικών της ροής καθώς και του μηχανισμού ταλάντωσης της γλωττίδας, με τις κατάλληλες μετρήσεις και εικόνες όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 6.2: Απεικόνιση Δεσμών νερού πειραματικού μοντέλου

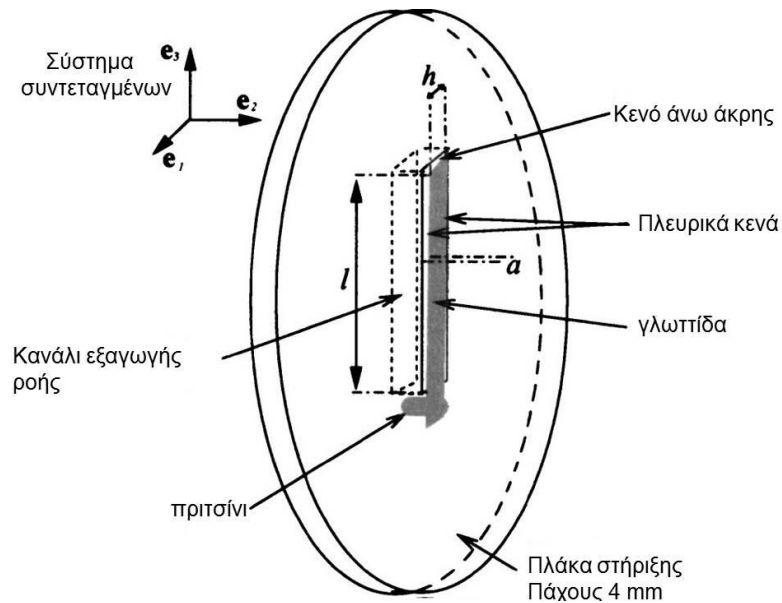
Μπορούμε αρκετά εύκολα να διακρίνουμε τις δέσμες ροής του νερού γύρω από την γλωττίδα. Επειδή το δοχείο κατάθλιψης (κατάντη της γλωττίδας) είναι άδειο, το υπάρχον ρευστό στη κατάντη πλευρά θα είναι αέρας. Σε αυτή τη περίπτωση η συχνότητα ταλάντωσης της γλωττίδας θα είναι $f_0 = 206 \text{ Hz}$. Αυτή είναι και η μεγάλη διαφορά σε σχέση με την ταλάντωσή της στον αέρα. Η συχνότητά της μειώνεται διότι στην επιφάνεια της ανάντη πλευρά της γλωττίδας προστίθεται η μάζα του νερού, ή οποία προφανώς είναι μεγαλύτερη από αυτή του αέρα.

Παρακάτω θα γίνει περιγραφή ολόκληρου του υπολογιστικού μοντέλου (γλωττίδα – ρευστό), και η επίλυση αυτού ως προς τα μεγέθη:

1. Μετατόπιση της γλωττίδας
2. Αεροδυναμική πίεση
3. Ακουστική πίεση

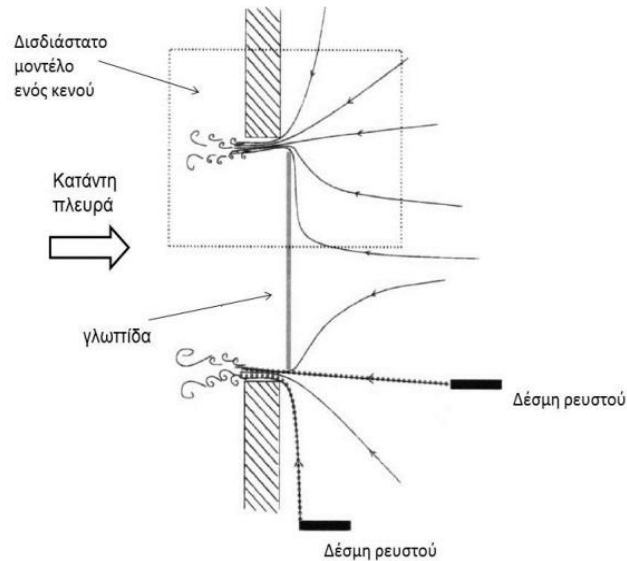
6.1.2 Δυναμικό της ροής

Η διάταξη του υπολογιστικού μοντέλου με όλα τα φυσικά χαρακτηριστικά που χρειαζόμαστε παρουσιάζεται παρακάτω:



Σχήμα 6.3: Πλάκα στήριξης – γλωττίδα

Το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (e_1, e_2, e_3) αντιστοιχεί στους άξονες (x, y, z) σύμφωνα με την μελέτη που έχει ήδη γίνει, οπότε θα το κρατήσουμε ως έχει. Όπως ήδη αναφέραμε, το συγκεκριμένο φαινόμενο είναι αρκετά σύνθετο στην δομή του και αρκετά πολύπλοκο στις μαθηματικές εκφράσεις του. Γι αυτό το λόγο, θα μελετήσουμε το φαινόμενο σε κοντινό πεδίο (near – field) και θα το αναγάγουμε σε δισδιάστατο πρόβλημα στους άξονες (e_1, e_2) συμπεριλαμβάνοντας μόνο το ένα από τα δύο πλευρικά κενά γλωττίδας – βάσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα (6.4).

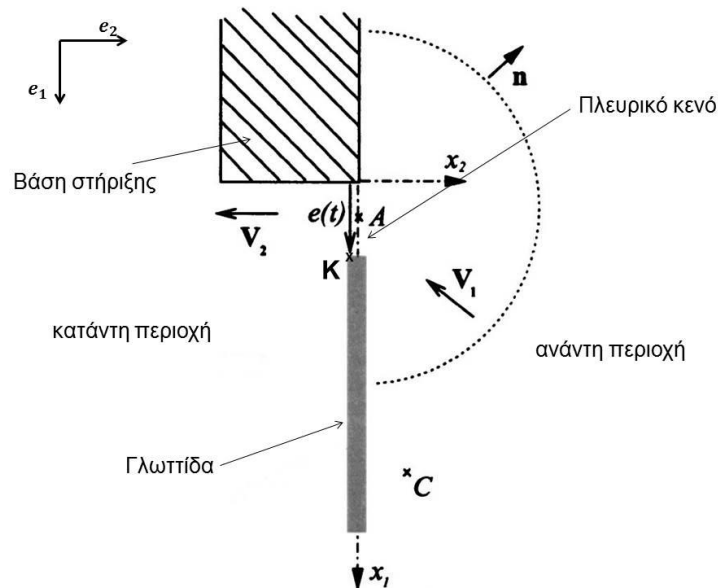


Σχήμα 6.4: Απεικόνιση Δισδιάστατο μοντέλου γλωττίδας ως βαλβίδα

Επίσης την θέση του πλευρικού κενού που θα μελετήσουμε, θα την πάρουμε όσο γίνεται πιο μακριά από την άνω άκρη της γλωττίδας, έτσι ώστε να αποφύγουμε όσο το δυνατόν περισσότερο τα φαινόμενα που αναπτύσσονται στον κατακόρυφο άξονα e_3 . Οι απεικονίσεις της ροής που έγιναν παραπάνω έχοντας ως μέσο το νερό, έδειξαν ότι μόνο η πάνω επιφάνεια της γλωττίδας έρχεται σε επαφή ολόκληρη με τις δέσμες του νερού. Γι' αυτό και η μελέτη που θα κάνουμε, θα αφορά κατά κύριο λόγο την ανάντη πλευρά της γλωττίδας, και επίσης, για να αποφύγουμε την τυρβώδη ροή που αναπτύσσεται κατάντη. Η μελέτη του φαινομένου από την ανάντη πλευρά της γλωττίδας, αρκεί για να μελετήσουμε το πρόβλημά μας.

Παραδοχές:

Τη ροή ανάμεσα στα κενά γλωττίδας – βάσης, θα την θεωρήσουμε ασυμπίεστη καθώς οι αριθμοί Mach και Helmholtz είναι πολύ μικροί. Επίσης στην κατάντη περιοχή, θα θεωρήσουμε την τυρβώδη ροή, στρωτή και αστρόβιλη. Στην παρακάτω απεικόνιση αναλύεται γραφικά το πεδίο το οποίο θα μελετήσουμε.

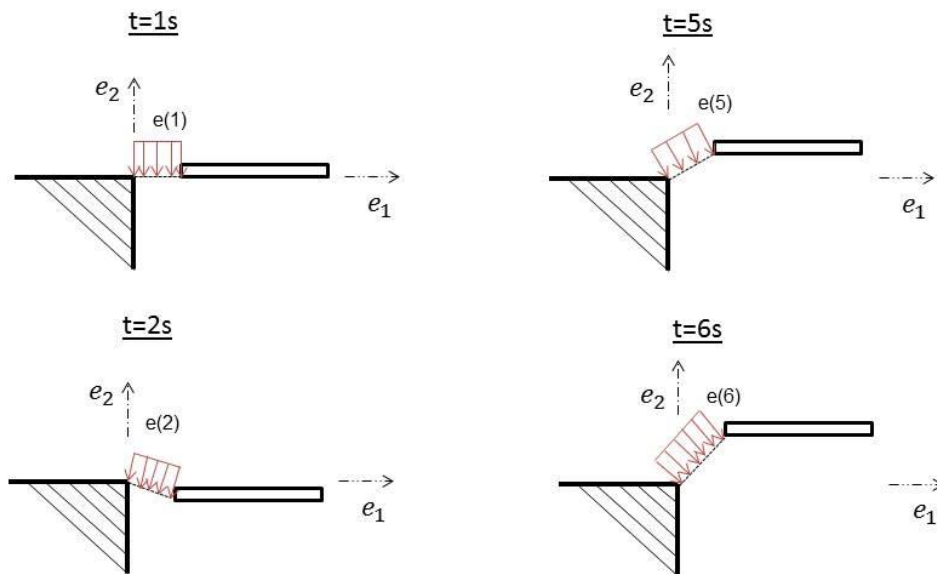


Σχήμα 6.5: Δισδιάστατο μοντέλο γλωττίδας, με σύστημα συντεταγμένων (e_1, e_2) και ένα πλευρικό διάκενο

Η μεταβλητή $e(t)$ είναι η απόσταση της γλωττίδας από την βάση στήριξή της και είναι εξαρτώμενη από το χρόνο. Θα την ορίσουμε ως διάνυσμα με αρχή το σημείο $(0,0)$ και τέλος την πλευρική άκρη της γλωττίδας στο σημείο K . Επιλέγουμε το σημείο K ως τέλος του διανύσματος διότι παίζει κυρίαρχο ρόλο στην άμεση απόκριση της γλωττίδας όταν αυτή βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας, στη μουσική ορολογία αυτό το φαινόμενο το ονομάζουμε ατάκα (attack) του οργάνου. Οπότε την απόσταση διακένου θα την εκφράσουμε με βάση το παρακάτω σύστημα, το οποίο προκύπτει από το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$$e(t) = \begin{cases} \sqrt{x_2^2(t) + a^2}, & x_2(t) > 0 \\ a, & x_2(t) \leq 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

Ουσιαστικά η γλωττίδα θα λειτουργεί ως μια βαλβίδα με μοναδικό βαθμό ελευθερίας στον άξονα x_2 , και την κάθετη κίνησή της θα την περιγράψει το διάνυσμα $\vec{e}(t)$. Παρότι το $\vec{e}(t)$ είναι διάνυσμα, εμείς θα το χρησιμοποιούμε ως μονόμετρο μέγεθος καθώς μας ενδιαφέρει μόνο το μήκος του. Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά η μεταβολή του μήκους του διακένου για διαφορετικές χρονικές στιγμές.



Σχήμα 6.6: Μεταβολή του μήκους του διακένου για διάφορες χρονικές στιγμές

Θεωρούμε ότι το δυναμικό ταχύτητας είναι το άθροισμα όλων των δεσμών αέρα στην ανάντη περιοχή όπως φαίνεται στο σχήμα (6.6), και θα το εκφράσουμε ολοκληρώνοντας το διάκενο $e(t)$ ως προς τις μεταβλητές x_1, x_2, t όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\Phi_1(x_1, x_2, t) = -\frac{1}{\pi} V(t) \int_0^{e(t)} \ln\left(\frac{\sqrt{(x_1 - u)^2 + x_2^2}}{e(t)/2}\right) du \quad (6.2)$$

Όπου $V(t)$ είναι η ταχύτητα της ροής στο διάκενο μεταξύ γλωττίδας – βάσης, και οι συντεταγμένες x_1, x_2 αντιστοιχούν τους άξονες e_1, e_2 όπως φαίνονται στο σχήμα (6.5).

Η ταχύτητα δέσμης $V_2 = V(t)e_2$ είναι η ταχύτητα στην κατάντη περιοχή και υποθέτουμε ότι είναι ίδια (ομοιόμορφη κατανομή) κατά μήκος του άξονα e_1 , σε πολύ κοντινή περιοχή στο διάκενο. Αντίστοιχα για το δυναμικό κατάντη της γλωττίδα δεν υπάρχουν σαφείς μαθηματικές εκφράσεις διότι στα σημεία $(0,0)$ και $(e(t),0)$, στις γωνίες δηλαδή της βάσης και της γλωττίδας έχουμε ασυνέχεια της ροής, οπότε δεν μπορούμε να τη μοντελοποιήσουμε. Παρόλο αυτά θα δοθεί το δυναμικό της ροής στο μέσο του διακένου, σημείο A, στο οποίο είμαστε σίγουροι για την συνέχεια της ροής:

$$\Phi_2(x_1, x_2, t) = -V(t)x_2 + \frac{1}{\pi} q(t) \quad (6.3)$$

Η μεταβλητή $q(t)$ είναι η παροχή της ροής στο διάκενο, είναι $q(t) = V(t)e(t)$ και θα είναι μία από τις σημαντικότερες ποσότητες που χρειάζονται για την επίλυση του προβλήματος. Η εξίσωση (6.3) περιγράφει μία γραμμική δέσμη της ταχύτητας της ροής, φυσικά στην κατάντη περιοχή λίγο πιο μακριά από τη γλωττίδα αναπτύσσεται τυρβώδης ροή, την οποία δεν χρειάζεται να μοντελοποιήσουμε καθώς η μελέτη στην ανάντη περιοχή αρκεί για να λύσουμε το πρόβλημά μας.

Το δυναμικό της ταχύτητας, μας είναι απαραίτητο για να βρούμε την ταχύτητα της ροής στο διάκενο. Για τον υπολογισμό αυτό, θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση Bernoulli, έχοντας πάρει την παραδοχή ότι το ρευστό είναι ασυμπίεστο και αστρόβιλο, την διατυπώνουμε ως εξής:

$$\frac{\partial \Phi_1(x, t)}{\partial t} + \frac{\|V(x, t)\|^2}{2} + \frac{P(x, t)}{\rho_0} = C(t) \quad (6.4)$$

$P(x, t)$: η στατική πίεση (απόκλιση της ολικής από την ατμοσφαιρική)

ρ_0 : η πυκνότητα του ρευστού

$C(t)$: σταθερά ανεξάρτητη των χωρικών συντεταγμένων και εξαρτώμενη από το χρόνο

Για να μπορέσουμε να εκμεταλλευτούμε όλους τους όρους της εξίσωσης (6.4), και να λύσουμε το πρόβλημα, θα χρειαστεί να παραγωγίσουμε το δυναμικό της ταχύτητας Φ_1 της εξίσωσης (6.2) ως προς το χρόνο, που δίνεται από την παρακάτω έκφραση:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_1(x_1, x_2, t)}{\partial t} &= \frac{1}{\pi} \frac{\partial V}{\partial t} \left(\frac{1}{2} x_1 \ln \left(\frac{(x_1 - e(t))^2 + x_2^2}{x_1^2 + x_2^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - x_2 \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_1}{x_2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_2} \right) \right) \right) + \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \frac{\partial q}{\partial t} \left(1 - \ln \left(\frac{\sqrt{(x_1 - e(t))^2 + x_2^2}}{e(t)/2} \right) \right) \end{aligned} \quad (6.5)$$

Επίσης παραγωγίζοντας την εξίσωση (6.5) ως προς τις μεταβλητές x_1, x_2 , βρίσκουμε τις εξισώσεις που εκφράζουν τις συνιστώσες της ταχύτητας στην ανάντη περιοχή της γλωττίδας:

$$V_{1,x_1}(x_1, x_2, t) = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_1} = \frac{V(t)}{2\pi} \ln \left(\frac{(x_1 - e(t))^2 + x_2^2}{x_1^2 + x_2^2} \right) \quad (6.6)$$

$$V_{1,x_2}(x_1, x_2, t) = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_2} = \frac{V(t)}{\pi} \left(\tan^{-1} \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \right) \quad (6.7)$$

Για να υπολογίσουμε την σταθερά $C(t)$, λύνουμε την εξίσωση Bernoulli στο σημείο A του κέντρου του διακένου. Έτσι για $x_1^A = e(t)/2$, $x_2^A = 0$, $P^A = 0$, $V_A = -V(t)e_2$ και $\frac{\partial \Phi_A}{\partial t} = \frac{\partial q}{\pi \partial t}$, η εξίσωση (6.4) γίνεται

$$C(t) = \frac{V^2(t)}{2} + \frac{1}{\pi} \frac{\partial q}{\partial t} \quad (6.8)$$

Έστω ένα σημείο B , το οποίο θα βρίσκεται αρκετά μακριά από την ανάντη περιοχή της γλωττίδας. Σε αυτό το σημείο θα λύσουμε ακόμη μια φορά την εξίσωση Bernoulli, έτσι ώστε να δημιουργήσουμε μία θεμελιώδη εξίσωση που θα εκφράζει την αδράνεια της ροής. Για λόγους ευκολίας των υπολογισμών, θέτουμε: το σημείο B με συντεταγμένες $x_1^B = \frac{e(t)}{2}$, $x_2^B \gg e(t)$ και $P_B = P_0$, $V_B \approx 0$

$$-K_0 \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{V^2(t)}{2} \quad (6.9)$$

Το $K_0(t)$ υπολογίστηκε από την παράγωγο του δυναμικού της ταχύτητας ως προς το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (6.4) ως η συνολική ποσότητα του ρευστού η οποία χαρακτηρίζεται από την αδράνειά της. Το σημείο B το πήραμε αυθαίρετα στο χώρο, καταλήγοντας στην παρακάτω έκφραση:

$$K_0(t) \approx \frac{\ln(2x_2^B/e(t))}{\pi} \quad (6.10)$$

6.1.3 Αεροδυναμική Πίεση

Αφού διατυπώσαμε και τις εξισώσεις που είναι απαραίτητες για τον υπολογισμό του δυναμικού της ταχύτητας της ροής, μία ακόμη βασική μεταβλητή η οποία πρέπει να υπολογιστεί είναι οι διακυμάνσεις της πίεσης του ρευστού και κατ' επέκταση η συνολική δύναμη που ασκεί αυτό πάνω στην γλωττίδα.

Την πίεση στην ανάντη περιοχή της γλωττίδας θα την υπολογίσουμε λύνοντας για τρίτη φορά την εξίσωση Bernoulli. Λύνοντας την (6.4) ως προς την πίεση και ορίζοντας

ένα σταθερό σημείο για την μεταβλητή x_2 , διατυπώνουμε την εξίσωση της πίεσης πάνω στην επιφάνεια της γλωττίδας, συναρτήσει της μεταβλητής x_1 και του χρόνου t . Θεωρώ $x_2 = 0$ και $e(t) < x_1 < e(t) + h$ (πλάτος γλωττίδας) και έχουμε:

$$P(x_1, 0, t) = \frac{\rho_0}{2} V^2(t) \left(1 - \left(\frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) \right)^2 \right) - \frac{\rho_0}{\pi} \frac{\partial V}{\partial t} x_1 \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) + \frac{\rho_0}{\pi} \frac{\partial q}{\partial t} \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{e(t)/2} \right) \quad (6.11)$$

Από την παραπάνω εξίσωση μπορούμε να υπολογίσουμε την πίεση που υπάρχει σε ένα μόνο σημείο $(x_1, 0)$ για κάθε χρονική στιγμή, η οποία πίεση ασκείται από την ροή του ρευστού στο ένα πλευρικό διάκενο. Για να βρούμε την συνολική δύναμη που ασκεί το ρευστό στην επιφάνεια της γλωττίδας στην ανάντη πλευρά, θα ολοκληρώσουμε την πίεση σε όλο το πλάτος της γλωττίδας, που δίνεται από την έκφραση:

$$F_1(t) = - \left(\int_{e(t)}^{e(t)+h} P(x_1, 0, t) dx_1 \right) \mathbf{e}_2 \quad (6.12)$$

Λύνοντας το ολοκλήρωμα της εξίσωσης (6.12), δίνει την παρακάτω έκφραση:

$$F_1(t) = -h \frac{\rho_0}{2} V^2(t) \left(1 - \frac{1}{h\pi^2} \int_{e(t)}^{e(t)+h} \left(\ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) \right)^2 dx_1 \right) + \rho_0 h^2 \frac{1}{h^2 \pi} \int_{e(t)}^{e(t)+h} x_1 \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) dx_1 \frac{\partial V}{\partial t} - \rho_0 h \frac{1}{h\pi} \int_{e(t)}^{e(t)+h} \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{\frac{e(t)}{2}} \right) dx_1 \frac{\partial q}{\partial t} \quad (6.13)$$

Λόγω πολυπλοκότητας των πράξεων για την επίλυση της εξίσωσης (6.13), θα την χωρίσουμε σε επιμέρους εκφράσεις θέτοντας:

$$A_1(t) = \frac{1}{h\pi^2} \int_{e(t)}^{e(t)+h} \left(\ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) \right)^2 dx_1 \quad (6.14)$$

$$A_2(t) = \frac{1}{h^2 \pi} \int_{e(t)}^{e(t)+h} x_1 \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) dx_1 \quad (6.15)$$

$$A_3(t) = \frac{1}{h\pi} \int_{e(t)}^{e(t)+h} \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{e(t)/2} \right) dx_1 \quad (6.16)$$

Έτσι επιστρέφοντας στην εξίσωση (6.13) συναρτήσει των (6.14) (6.15) (6.16) θα έχουμε:

$$F_1(t) = -h \frac{\rho_0}{2} V^2(t) (1 - A_1(t)) + \rho_0 h^2 A_2(t) \frac{\partial V}{\partial t} - \rho_0 h A_3(t) \frac{\partial q}{\partial t} \quad (6.17)$$

Για να κατανοήσουμε ακριβώς την φυσική σημασία της συνολικής δύναμης F_1 , θα αναλύσουμε τον κάθε όρο του δεξιού μέλους της εξίσωσης (6.17) ξεχωριστά. Ο πρώτος όρος είναι η κλασσικά ονομαζόμενη *δύναμη του Bernoulli* και η έκφραση $A_1(t)$ είναι η παράμετρος που παρουσιάζει τις διακυμάνσεις της πίεσης οι οποίες οφείλονται στο «άνοιγμα-κλείσιμο» της βαλβίδας (γλωττίδας) και κατ' επέκταση στις διακυμάνσεις της ροής στο διάκενο. Είναι ενδιαφέρον να τονίσουμε ότι οι διακυμάνσεις της δύναμης που οφείλονται στην κίνηση της γλωττίδας δεν είναι υπεύθυνες για την διέγερση του μηχανισμού ταλάντωσής της. Ωστόσο παρατηρώντας τις μαθηματικές εκφράσεις, βλέπουμε ότι ο πρώτος όρος $A_1(t)$ είναι ανάλογος με το $e(t)^2$. Πράγματι η δύναμη που σχετίζεται με την διακύμανση του μήκους του διακένου είναι σε φάση με την μετατόπιση της γλωττίδας, άρα αυτό σημαίνει ότι δεν μεταφέρεται ενέργεια στην κίνηση της γλωττίδας.

Επίσης η δύναμη Bernoulli εξαρτάται από το τετράγωνο της ταχύτητας V . Αυτές οι διακυμάνσεις της ταχύτητας σύμφωνα με την εξίσωση (6.9), οφείλονται στις αδρανειακές δυνάμεις που αναπτύσσονται στη ροή της ανάντη περιοχής. Ο δεύτερος και ο τρίτος όρος επίσης περιέχουν την αδράνεια του ρευστού λόγω συνεκτικότητας. Οι διακυμάνσεις της ταχύτητας που οφείλονται στις αδρανειακές δυνάμεις και στην συνεκτικότητα του ρευστού δεν είναι σε φάση με την μετατόπιση.

Τέλος λύνοντας τα ολοκληρώματα των εξισώσεων (6.14) (6.15) (6.16) καταλήγουμε στις παρακάτω αδιάστατες παραμέτρους $A_1(t)$, $A_2(t)$ και $A_3(t)$:

$$A_1(t) = \frac{1}{\pi} \left(\ln^2(h) + \left(1 + \frac{e(t)}{h} \right) \ln(e(t) + h) \times \ln \left(\frac{e(t) + h}{h^2} \right) + \frac{e(t)}{h} \ln(e(t)) \ln \left(\frac{e(t)}{h^2} \right) - 2 \frac{e(t)}{h} \operatorname{dilog} \left(\frac{e(t) + h}{e(t)} \right) \right) \quad (6.18)$$

Όπου $\operatorname{dilog}(x) = \int_1^x \frac{\ln(u)}{1-u} du$

$$A_2(t) = \frac{1}{2\pi} \left(\ln(h) + \frac{e(t)}{h} (\ln(h^2) - 1) + \frac{e^2(t)}{h^2} \ln(e(t)) - \frac{e(t) + h^2}{h^2} \ln(e(t) + h) \right) \quad (6.19)$$

$$A_3(t) = \frac{1}{\pi} \left(\ln \left(\frac{2h}{e(t)} \right) - 1 \right) \quad (6.20)$$

6.1.4 Ταλάντωση της γλωττίδας

Σε προηγούμενο κεφάλαιο μοντελοποιήσαμε αναλυτικά την κίνηση της γλωττίδας ως ένα σύστημα ταλάντωσης μάζας – ελατηρίου με απόσβεση. Η γλωττίδα κινείται αμοιβαία με την ροή του ρευστού αλλά η κίνησή της δεν οφείλεται αποκλειστικά στην ασταθή αυτή ροή. Η συμβολή της ταλάντωσης της γλωττίδας με την συνολική πίεση μπορεί να μελετηθεί χρησιμοποιώντας την σύνθετη αντίσταση ενός ορθογωνίου εμβόλου, $Z_m(\omega) = F_2/u(\omega)$, όπου $u(\omega)$ είναι η ταχύτητα της γλωττίδας και $F_2(\omega)$ είναι η αντίδραση του ρευστού στο έμβολο με γωνιακή συχνότητα ω . Για $\omega l/c_0 \ll 1$, όπου c_0 είναι η ταχύτητα του ήχου, και ο μεγαλύτερος όρος της αντίστασης Z_m είναι το φανταστικό της μέρος, δηλαδή η αντίδραση. Σύμφωνα με την έρευνα των Morse and Ingard [25], η μαθηματική έκφραση της αντίδρασης του παλλόμενου ορθογωνικού εμβόλου στην μία εκ των δύο επιφανειών του, είναι:

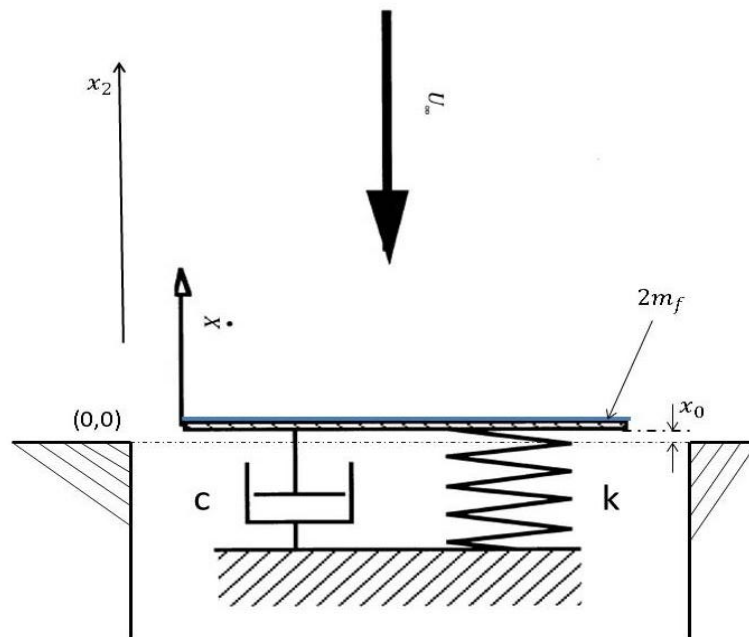
$$F_2(\omega) = -i\omega m_f u(\omega) \quad (6.21)$$

Η δύναμη F_2 έχει αντίθετη φάση με αυτή της επιτάχυνσης της γλωττίδας και περιγράφει την εισαγωγή του ρευστού μάζας m_f στο ένα διάκενο μεταξύ γλωττίδας – βάσης. Όπου m_f είναι η προστιθέμενη μάζα του ρευστού στην επιφάνεια του εμβόλου.

$$m_f = \frac{8}{9\pi} \rho_0 l h \frac{l^2 + lh + l^2}{l + h} \quad (6.22)$$

Η δύναμη η οποία ασκεί το ρευστό στην επιφάνεια της γλωττίδας, θα την ονομάσουμε F_1 και θα αποτελεί την δύναμη διέγερσης της δισδιάστατης εξίσωσης ταλάντωσης της γλωττίδας.

$$\frac{(m + 2m_f)}{l} \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \frac{c}{l} \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{k}{l} (x_2 - x_0) = F_1(t) \quad (6.23)$$



Σχήμα 6.7: Ταλάντωση γλωττίδας ως ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου με απόσβεση και ενός βαθμού ελευθερίας

Όπου c είναι η σταθερά απόσβεσης που οφείλεται στις ιδιότητες του ρευστού και k είναι η σταθερά ακαμψίας (ελατηρίου) της γλωττίδας. Η ποσότητα $2m_f$ αποτελεί την προστιθέμενη μάζα του ρευστού στην επιταχυνόμενη γλωττίδα μάζας m . Η προστιθέμενη μάζα προκαλεί μία μείωση στην φυσική συχνότητα (ιδιοσυχνότητα) της γλωττίδας, αλλά επειδή το μέσο μας είναι ο αέρας η μείωση αυτή είναι ασήμαντη. Αντιθέτως, σε ένα μέσο όπως το νερό, η μείωση είναι μεγάλη καθώς η μάζα του νερού είναι μεγαλύτερη. Η σταθερά x_0 είναι η θέση ισορροπίας της γλωττίδας η οποία βρίσκεται σε πολύ μικρή απόσταση από την βάση στήριξης $(0,0)$ στον θετικό άξονα (βλ. σχήμα 6.7) και η αιτία ύπαρξης αυτής της απόστασης είναι η άμεση ανταπόκριση της γλωττίδας στην διέγερσή της μέσω του ρευστού.

Μελετώντας το φαινόμενο στο κοντινό πεδίο του (near-field), οι διακυμάνσεις της πίεσης στην ανάντη περιοχή σχετίζονται και με την πίεση που οφείλεται στην αντίδραση της γλωττίδας στο ρευστό, σύμφωνα με τη έκφραση παρακάτω:

$$P_2(t) = -i \frac{l}{lh} m_f \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} \quad (6.24)$$

Για να υπολογίσουμε την κίνηση της γλωττίδας θα καταστρώσουμε σύστημα δύο εξισώσεων, με εξισώσεις τις (6.10) και (6.23), όπως διατυπώνονται παρακάτω:

$$-K_0 \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{V^2(t)}{2} \quad (6.25)$$

$$\frac{(m + 2m_f)}{l} \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \frac{c}{l} \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{k}{l} (x_2 - x_0) = F_1(t) \quad (6.26)$$

όπου F_1 θα χρησιμοποιήσουμε την (6.17):

$$F_1(t) = -h \frac{\rho_0}{2} V^2(t) (1 - A_1(t)) + \rho_0 h^2 A_2(t) \frac{\partial V}{\partial t} - \rho_0 h A_3(t) \frac{\partial q}{\partial t} \quad (6.27)$$

Οι εξισώσεις της ροής και της κίνησης της γλωττίδας που έχουμε ήδη διατυπώσει σε αυτό το κεφάλαιο είναι εκφρασμένες στο πεδίο του χρόνου καθώς επίσης και στις μεταβλητές $V(t), x_2(t), q(t)$ και των παραγώγων τους ως προς το χρόνο. Επίσης η ταχύτητα $V(t)$ της ροής είναι και αυτή συνάρτηση του $q(t)$, έτσι οι βασικές μεταβλητές με τις οποίες θα λύσουμε το σύστημα των παραπάνω εξισώσεων είναι οι $x_2(t)$ και $q(t)$. Οι εξισώσεις που το διέπουν είναι διαφορικές μη γραμμικές εξισώσεις 2^{ου} βαθμού. Για την αριθμητική τους επίλυση έκανα χρήση του αλγορίθμου Runge-Kutta τετάρτης τάξης. Σε κάθε βήμα της Runge-Kutta οι μη σταθερές μεταβλητές της αλλάζουν.

Η Runge-Kutta είναι της μορφής $\dot{Y} = \underline{A} \vec{Y} + \vec{z}$, για να μετασχηματίσουμε τις εξισώσεις που θα χρησιμοποιήσουμε σε αυτή τη μορφή, θα θέσουμε όπου $y_1 = x_2$ την μετατόπιση της γλωττίδας, $y_2 = q$ την ροή του ρευστού και όπου $y_3 = \dot{y}_1$ την παράγωγο της μετατόπισης x_2 .

Μετατρέπουμε τις εξισώσεις (6.9) και (6.23), θέτοντας [39]:

$$\dot{y}_3 = \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2}, y_3 = \frac{\partial x_2}{\partial t}, y_1 = x_2, y_2 = q \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{(m + 2m_f)}{l} \dot{y}_3 + \frac{c}{l} y_3 + \frac{k}{l} (y_1 - x_0) &= F_1(t) \Rightarrow \\ \dot{y}_3 &= \frac{l}{(m + 2m_f)} F_1(t) - \frac{c}{(m + 2m_f)} y_3 - \frac{k}{(m + 2m_f)} (y_1 - x_0) \end{aligned} \quad (6.29)$$

Ομοίως εργαζόμαστε και για την εξίσωση (6.23), χρησιμοποιώντας τις $q(t) = V(t)e(t)$ και (6.24):

$$\begin{aligned} -K_0 \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{P_0}{\rho_0} &= \frac{V^2(t)}{2} \Rightarrow \\ \dot{y}_2 &= \frac{\pi}{\ln(2x_2^B/e(t))} \left(\frac{P_0}{\rho_0} - \left(\frac{y_2^2}{2e(t)^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (6.30)$$

όπου $e(t)$ τηρούμε την συνθήκη (6.1) $e(t) = \begin{cases} \sqrt{y_1^2 + \alpha^2}, & y_1 > 0 \\ a, & y_1 \leq 0 \end{cases}$

και η τελευταία έκφραση του συστήματος των εξισώσεων που θα χρησιμοποιήσουμε για την αριθμητική επίλυση είναι:

$$\dot{y}_1 = y_3 \quad (6.31)$$

Το μητρώο με το οποίο θα γίνει αριθμητική επίλυση του αλγορίθμου Runge-Kutta, διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\pi}{2e(t)^2 \ln(2x_2^B/e(t))} & 0 \\ -\frac{k}{(m+2m_f)} & 0 & -\frac{c}{(m+2m_f)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2^2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{\ln(2x_2^B/e(t))} \left(\frac{P_0}{\rho_0} \right) \\ \frac{l}{(m+2m_f)} F_1(t) + \frac{k}{(m+2m_f)} x_0 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

Το μητρώο (6.32) λύνει τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_3 \\ \dot{y}_2 &= \frac{\pi}{\ln(2x_2^B/e(t))} \left(\frac{P_0}{\rho_0} - \left(\frac{y_2^2}{2e(t)^2} \right) \right) \\ \dot{y}_3 &= \frac{l}{(m+2m_f)} F_1(t) - \frac{c}{(m+2m_f)} y_3 - \frac{k}{(m+2m_f)} (y_1 - x_0) \end{aligned}$$

Για την βρούμε την αεροδυναμική πίεση θα λύσουμε τις εξισώσεις (6.11) και (6.24) στο σημείο (x_1, x_2, t) , όπου $x_1 = \alpha + h/2$ και $x_2 = 0$

$$P(x_1, 0, t) = \frac{\rho_0}{2} V^2(t) \left(1 - \left(\frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) \right)^2 \right) - \frac{\rho_0}{\pi} \frac{\partial V}{\partial t} x_1 \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{x_1} \right) + \frac{\rho_0}{\pi} \frac{\partial q}{\partial t} \ln \left(\frac{x_1 - e(t)}{e(t)/2} \right) \quad (6.33)$$

$$P_2(t) = -i \frac{l}{lh} m_f \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} \quad (6.34)$$

Η ολική αεροδυναμική πίεση θα δοθεί από το άθροισμα και των δύο πιέσεων σε κάθε χρονική στιγμή, όπως διατυπώνεται παρακάτω:

$$P_{ολ} = P\left(\alpha + \frac{h}{2}, 0, t\right) + P_2(t) \quad (6.35)$$

6.1.5 Ακουστική πίεση

Ο τρόπος παραγωγής του ήχου της γλωττίδας ενός ακορντεόν είναι πολύ ιδιαίτερος καθώς δεν τον συναντάμε σε άλλα πνευστά όργανα. Ουσιαστικά οφείλεται στην διακύμανση της ροής του ρευστού διαμέσου του ανοίγματος της γλωττίδας-βαλβίδας και δρα ως άμεση πηγή ήχου χωρίς κάποιο άλλο ακουστικό μέσο. Σε αντίθεση με άλλα πνευστά όργανα, δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για τον παραγόμενο ήχο αναλύοντας την απόκριση του αντηχείου του ακορντεόν. Όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή, θα αναλύσουμε την παραγωγή του ήχου της γλωττίδας χωρίς να λάβουμε υπόψη την συνεισφορά της ανάκλασης και διάθλασης των ακουστικών κυμάτων στα στερεά όρια (σώμα του οργάνου).

Το πρόβλημα της παραγωγής ήχου από τη ροή ερευνήθηκε αρχικά από τον Lighthill [26]

το 1953. Η θεωρία του βασίζεται στην αντιπαραβολή των εξισώσεων της κίνησης του ρευστού με τις εξισώσεις διάδοσης του ήχου σε ένα μέσο που βρίσκεται σε ηρεμία.

Οι εξισώσεις διατήρησης μάζας και ορμής έχουν ξαναγραφεί περιγράφοντας την πιο γενική μη ομογενής κυματική εξίσωση,

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}(y, t)}{\partial y_i \partial y_j} \quad (6.36)$$

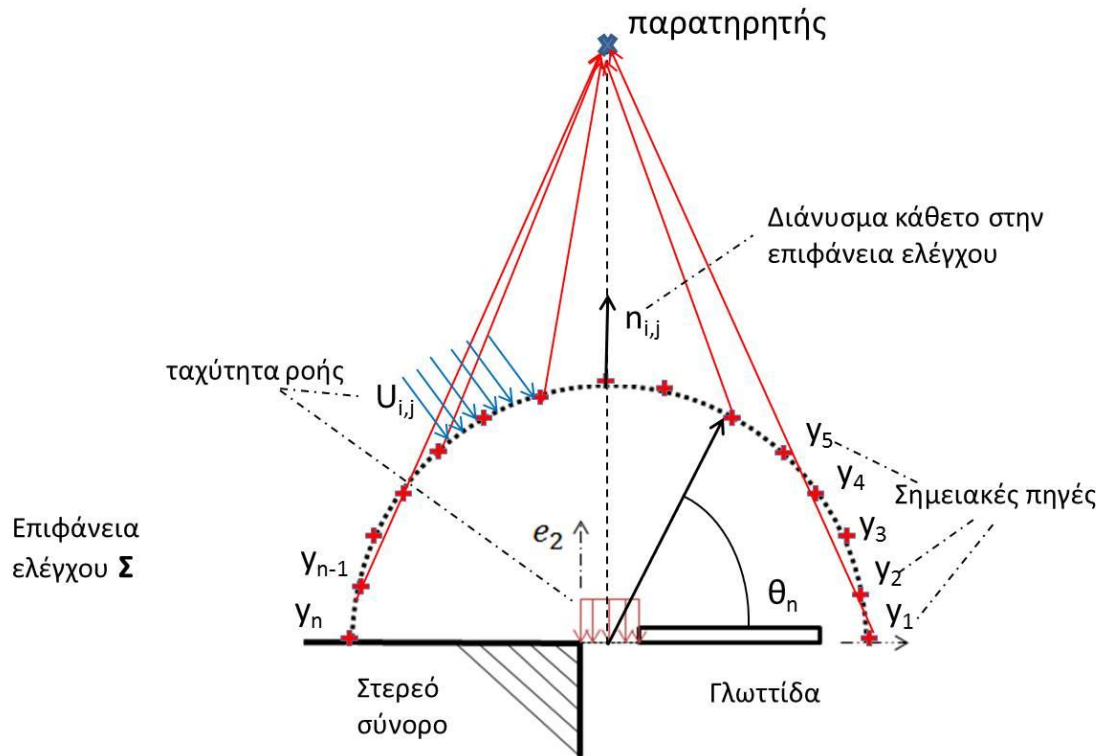
όπου $\rho' = \rho - \rho_0$ και $p' = p - P_{atm}$.

Ο τανυστής $T_{ij} = \rho u_i u_j + (p' - c_0^2 \rho') \delta_{ij} - \tau_{ij}$ είναι ο τανυστής τάσεων Lighthill, όπου δ_{ij} είναι το δέλτα του Kronecker και τ_{ij} είναι ο τανυστής τάσεων του ιξώδους. Για ροή με μεγάλο αριθμό Reynolds, χαμηλό αριθμό Mach και με την απουσία θερμικών πηγών, ο τανυστής τάσεων του Lighthill μπορεί να μειωθεί και να πάρει την μορφή $T_{ij} \approx \rho u_i u_j$. Με αυτήν την απλοποίηση, ο όρος της πηγής της εξίσωσης (6.36)

εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της ορμής της ροής η οποία οφείλεται στην αλληλεπίδραση με την τύρβη του πεδίου ροής. Η ροή στην ανάντη περιοχή δεν είναι τυρβώδης και, δεχόμενοι ότι τα ακουστικά κύματα στην ανάντη και κατάντη περιοχή είναι ίδια αλλά με αντίθετο πρόσημο, συμπεραίνουμε ότι η τυρβώδης ροή ως πηγή, δεν αποτελεί σημαντική αιτία για την παραγωγή του ήχου της γλωττίδας του ακκορντεόν. Ωστόσο, ο μόνος τρόπος να μελετήσουμε την φυσική των ακουστικών πηγών είναι να τις αναλύσουμε με μαθηματικές εκφράσεις στο μακρινό ακουστικό πεδίο (far-field). Η ακουστική πίεση στο μακρινό πεδίο υπολογίστηκε εφαρμόζοντας την εξίσωση του Lighthill κάνοντας χρήση την συνάρτηση του Green σε ελεύθερο πεδίο. Σε αυτή τη περίπτωση, η χωρικές παράγωγοι του ταυστή Lighthill που σχετίζονται με την θέση της πηγής πρέπει να αναδιατυπωθούν σε συνάρτηση με την θέση του παρατηρητή. Από την προσεκτική μαθηματική ανάλυση [27] [28] της ολοκλήρωσης του όγκου ελέγχου του ταυστή Lighthill, οι πηγές μάζας και ορμής εμφανίζονται ως υπολειπόμενοι όροι της ροής του ταυστή Lighthill διαμέσου της επιφανείας που οριοθετεί τον όγκο ελέγχου. Αυτοί οι μονόπολοι και δίπολοι όροι της επιφανείας προστίθενται στην τετραπολική πηγή η οποία οφείλεται στην τυρβώδης ροή του όγκου ελέγχου. Αυτή η ανάλυση προτάθηκε αρχικά από τους Curle [27], και FfowcsWilliams και Hawkins [29], οι οποίοι έδωσαν μία αυστηρή μαθηματική διατύπωση για να υπολογίσουν στερεές ή εικονικές (διαπερατές) επιφάνειες ελέγχου και κινούμενα στερεά σώματα.

Η ολοκληρωτική μέθοδος [29] του Ffowcs Williams και Hawkins (FW-H) αρχικά χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό του θορύβου που παράγεται από την τυρβώδες ροή και την κίνηση στερεών επιφανειών, αλλά πρόσφατα η εξίσωση (FW-H) κατά κύριο λόγο χρησιμοποιείται ως φόρμα ολοκλήρωσης με διαπερατές επιφάνειες [30] [31].

Μία γενικευμένη συνάρτηση δημιουργήθηκε για να ορίσει την συνάρτηση Heavisides $H(f)$, όπου για $f > 0$ είναι μονάδα, ενώ για $f < 0$ είναι μηδέν. Η εξίσωση $f = 0$ ορίζει την επιφάνεια ελέγχου Σ . Παρακάτω, παρουσιάζεται η επιφάνεια Σ , η ροή του ρευστού και οι σημειακές πηγές στο σύνορο της επιφάνειας:



Σχήμα 6.8: Επιφάνεια Ελέγχου

Οι εξισώσεις Navier- Stokes διατυπώθηκαν για την γενίκευση πυκνότητας $H(f)\rho'$, ορμής $H(f)\rho u_i$ και πίεσης $H(f)p'$. Σύμφωνα με την εξίσωση του Lighthill (6.37), μία μη ομογενής κυματική εξίσωση μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των εξισώσεων διατήρησης μάζας και ορμής. Λεπτομερειακή περιγραφή της παραγωγίσιμης της εξίσωσης FW-H έχει δοθεί από τους Brentner και Farassat [32]. Για μία ακίνητη διαπερατή επιφάνεια, η μη ομογενής κυματική εξίσωση είναι:

$$\frac{\partial^2 \rho' H(f)}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' H(f) = \frac{\partial^2 T_{ij} H(f)}{\partial y_i \partial y_j} - \frac{\partial}{\partial y_i} \left((\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij}) \delta(f) \frac{\partial f}{\partial y_j} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \rho u_j \delta(f) \frac{\partial f}{\partial y_j} \quad (6.37)$$

Η επιφάνεια ελέγχου Σ συμπεριλαμβάνει όλες τις πηγές οι οποίες περιγράφονται από τον ταυιστή Lighthill T_{ij} . Έτσι θα ισχύει $T_{ij} H(f) = 0$ για $f \geq 0$. Επιπλέον, αφού χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση του Green για τον υπολογισμό της ακουστικής πίεσης σε μακρινό πεδίο, όλες οι πιθανές ακουστικές αλληλεπιδράσεις και ανακλάσεις των ακουστικών κυμάτων και της ροής σε στερεά τοιχώματα πρέπει να ληφθούν υπόψη ως μεταβλητές της ροής μέσα στον όγκο ελέγχου. Επειδή όμως κάναμε την παραδοχή ότι το ρευστό είναι ασυμπίεστο, οι επιδράσεις αυτές παραλείπονται από τους όρους

της πηγής. Παραμελώντας την συνεκτικότητα του τανυστή τάσεων στον δεύτερο όρο του δεξιού μέλους της εξίσωσης FW-H, βλέπουμε ότι οι ακουστικές πηγές μπορούν να χωριστούν σε ένα μονόπολο Q και ένα δίπολο F_i , τα οποία υπολογίστηκαν σε μία διαπερατή επιφάνεια ελέγχου.

$$Q(\mathbf{y}, t) = \rho u_j \frac{\partial f}{\partial y_j} \approx \rho_0 u_j \frac{\partial f}{\partial y_j} \quad (6.38)$$

$$F_i(\mathbf{y}, t) = -(\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) \frac{\partial f}{\partial y_j} \approx -(\rho_0 u_i u_j + p \delta_{ij}) \frac{\partial f}{\partial y_j} \quad (6.39)$$

Η λύση της εξίσωσης (6.39) σε ελεύθερο πεδίο θα δοθεί από τους όρους πηγής, θεωρώντας την παρακάτω συνάρτηση του Green:

$$G(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, \tau) = \frac{1}{4\pi c_0^2 r} \delta(g), \text{ με } g = \tau - t + r/c_0 \quad (6.40)$$

$$r = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \quad (6.41)$$

Όπου \mathbf{y} είναι μία σημειακή πηγή στην επιφάνεια ελέγχου και \mathbf{x} είναι η θέση του παρατηρητή. Για να υπολογίσουμε την ακουστική πίεση, θα χρειαστεί πρώτα να βρούμε τις διακυμάνσεις της ακουστικής πυκνότητας του μέσου. Αυτές θα τις υπολογίσουμε από την εξίσωση (6.39) συναρτήσει των (6.40), (6.41), υπολογίζοντας την έκφραση $\rho'(\mathbf{x}, t)H(f)$, διατυπώνοντας παρακάτω:

$$\begin{aligned} \rho'(\mathbf{x}, t)H(f) &= \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_{R^3} \int_R \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial y_i} F_i(\mathbf{y}, t) \delta(f) \right) \delta(g) d\mathbf{y} d\tau \\ &+ \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_{R^3} \int_R \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial t} Q(\mathbf{y}, t) \delta(f) \right) \delta(g) d\mathbf{y} d\tau \end{aligned} \quad (6.42)$$

Παρακάτω αναπτύσσουμε το χωρικό ολοκλήρωμα του πρώτου όρου:

$$\begin{aligned} \int_{R^3} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial y_i} F_i(\mathbf{y}, t) \delta(f) \right) \delta(g) d\mathbf{y} &= \\ &= \int_{R^3} \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\frac{1}{r} F_i(\mathbf{y}, t) \delta(f) \delta(g) \right) d\mathbf{y} - \int_{R^3} F_i(\mathbf{y}, t) \delta(f) \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\frac{1}{r} \delta(g) \right) d\mathbf{y} \end{aligned} \quad (6.43)$$

Το πρώτο ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της εξίσωσης είναι μηδέν και επειδή $\partial \left(\frac{1}{r} \delta(g) \right) / \partial y_i = \partial \left(\frac{1}{r} \delta(g) \right) / \partial x_i$, το φέρνουμε στην μορφή:

$$\begin{aligned}
 & \int_{R^3} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial y_i} F_i(\mathbf{y}, t) \delta(f) \right) \delta(g) d\mathbf{y} = \\
 & = - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{R^3} \frac{1}{r} F_i(\mathbf{y}, t) \delta(f) \delta(g) d\mathbf{y} = \\
 & = \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{\Sigma} \frac{1}{r} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) n_j \delta(g) d\Sigma
 \end{aligned} \tag{6.44}$$

$$\text{Με } n_j = \frac{1}{|\nabla f|} \frac{\partial f}{\partial x_j}$$

Επίσης το δεύτερο χωρικό ολοκλήρωμα των διακυμάνσεων τη πυκνότητας μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\int_{R^3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} Q(\mathbf{y}, t) \delta(f) \delta(g) d\mathbf{y} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \frac{1}{r} \rho_0 u_j \delta(g) n_j d\Sigma \tag{6.45}$$

Τελικά, χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις που διατυπώσαμε, καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση διακυμάνσεων της ακουστικής πυκνότητας:

$$\begin{aligned}
 \rho'(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{\Sigma} \left[\frac{\rho_0 u_i u_j + p \delta_{ij}}{r} \right] n_j d\Sigma \\
 &+ \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \left[\frac{\rho_0 u_j}{r} \right] n_j d\Sigma
 \end{aligned} \tag{6.46}$$

Οι αγκύλες περιέχουν τις συναρτήσεις οι οποίες αναφέρονται στο χρόνο *εκπομπής* του ακουστικού κύματος $\tau = t - r/c_0$, όπου t είναι ο χρόνος *καθυστέρησης*, δηλαδή η στιγμή που θα δεχτεί το ακουστικό κύμα ο παρατηρητής και n_j είναι οι συνιστώσες του μοναδιαίου διανύσματος που εξέρχεται από την επιφάνεια ελέγχου. Θεωρούμε $|\mathbf{x}| \ll L \ll \lambda$, όπου L είναι μία τυπική διάσταση της επιφάνειας ελέγχου Σ και λ είναι το μήκος κύματος του ήχου που παράχθηκε. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε, ότι τον χρόνο εκπομπής του ακουστικού κύματος στο δικό μας πείραμα θα τον συμβολίζουμε με t , εφόσον και όλοι οι υπολογισμοί του φαινομένου μέχρι τώρα έγιναν σε αυτό το χρόνο. Έτσι, η αλλαγή στις μεταβλητές θα είναι $\tau \rightarrow t$ και $t \rightarrow \tau$, και ακολούθως θα έχουμε: $\tau = t + r/c_0$ ο χρόνος *καθυστέρησης*, t ο χρόνος εκπομπής. Επίσης $c_0 = 343 \text{ m/s}$ είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα και $r = |\mathbf{x}| = |x - y|$ είναι η απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και της πηγής.

Καταλήγοντας, για να φτάσουμε στην τελική έκφραση της ακουστικής πίεσης, ακολουθούμε μία κλασσική διαδικασία απλοστευσης της εξίσωσης (6.48) σύμφωνα με τα άρθρα [26] [27] και οδηγούμαστε στην τελική έκφραση της ακουστικής πίεσης:

$$p_{ac}(\mathbf{x}, t + |\mathbf{x}|/c_0) = \frac{1}{4\pi c_0} \frac{x_i}{|\mathbf{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} (\rho_0 u_i u_j + p \delta_{ij}) n_j d\Sigma$$

$$+ \frac{\rho_0}{4\pi |\mathbf{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} u_j n_j$$
(6.47)

Το δεύτερο ολοκλήρωμα στο δεξιό μέλος της εξίσωσης (6.47) εκφράζει τον συνολικό όγκο ροής στην επιφάνεια ελέγχου ο οποίος ισούται με την μεταβλητή $\mathbf{q}(t)$. Ο πρώτος όρος της εξίσωσης αποτελεί την διπολική πηγή του ήχου και θα την υπολογίσουμε λύνοντας το ολοκλήρωμα αριθμητικά με την μέθοδο Simpson. Επίσης για τον υπολογισμό του πρώτου ολοκληρώματος θα κάνουμε χρήση της συνθήκης άθροισης *Einstein*, αφού πολλαπλασιάσουμε πρώτα του όρους της παρένθεσης με το διάνυσμα n_j . Έτσι σύμφωνα με την σύμβαση Einstein για δισδιάστατο πεδίο, έχουμε:

$$a_i b_i = \sum_{i=1}^2 a_i b_i$$

Το πρώτο ολοκλήρωμα της εξίσωσης (6.47) θα είναι της μορφής:

$$\int_{\Sigma} (\rho_0 u_i u_j + p \delta_{ij}) n_j d\Sigma = \int_{\Sigma} (\rho_0 u_i (u_1 n_1 + u_2 n_2) + p (\delta_{i1} n_1 + \delta_{i2} n_2)) d\Sigma$$
(6.48)

Επίσης το x_i είναι αριθμός οπότε μπορούμε να το βάλουμε μέσα στο ολοκλήρωμα με τη μορφή $x_i = |x_i - y_i|$ όπως επίσης και το $|\mathbf{x}| = |x - y|$ θα είναι η μέση απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και των πηγών. Έτσι το ολοκλήρωμα θα γίνει:

$$\int_{\Sigma} (\rho_0 u_i u_j + p \delta_{ij}) n_j d\Sigma =$$

$$= \int_{\Sigma} (\rho_0 (x_1 u_1 + x_2 u_2) (u_1 n_1 + u_2 n_2) + p (x_1 \delta_{11} n_1 + x_2 \delta_{21} n_1 + x_1 \delta_{12} n_2$$

$$+ x_2 \delta_{22} n_2)) d\Sigma$$
(6.49)

Και κάνοντας εφαρμογή τον ορισμό του δ_{ij} του Kronecker $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, i \neq j \\ 1, i = j \end{cases}$

Η τελική μορφή της εξίσωσης (6.47) θα είναι:

$$p_{ac}(\mathbf{x}, t + |\mathbf{x}|/c_0) = \frac{1}{4\pi c_0 |\mathbf{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} (\rho_0((x_1 - y_1)u_1 + (x_2 - y_2)u_2)(u_1 n_1 + u_2 n_2) + p((x_1 - y_1)n_1 + (x_2 - y_2)n_2)) d\mathbf{\Sigma} + \frac{\rho_0}{4\pi |\mathbf{x}|} \frac{\partial \mathbf{q}(t)}{\partial t} \quad (6.50)$$

Για τον υπολογισμό της παραγώγου $\frac{\partial}{\partial t}$ του ολοκληρώματος, χρησιμοποιήθηκαν εκφράσεις διακριτοποίησης σε ανομοιόμορφο και ομοιόμορφο πλέγμα ως προς το χρόνο. Για την πρώτη και τελευταία τιμή του χρόνου χρησιμοποιήθηκε διακριτοποίηση πρώτης τάξης με πίσω διαφορά ενώ για τις μεσαίες τιμές του χρόνου, χρησιμοποιήθηκε πρώτης τάξης διακριτοποίηση με κεντρικές διαφορές, όπως διατυπώνεται παρακάτω:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_i = \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{\Delta t} \quad (6.51)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_i = \frac{\Delta t_{i-1} \Phi_{i+1} - (\Delta t_{i-1} - \Delta t_i) \Phi_i - \Delta t_i \Phi_{i-1}}{2\Delta t_i \Delta t_{i-1}} \quad (6.52)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_i = \frac{-\Phi_{i-1} + \Phi_{i+1}}{2\Delta t}$$

6.2 Υπολογιστική προσομοίωση διάταξη στον αέρα

Χαρακτηριστικές διαστάσεις της γλωττίδας και χαρακτηριστικά υλικού της:

$$l = 22.9 [mm]$$

$$h = 2.5 [mm]$$

$$a = 0.14 [mm]$$

$$x_0 = 0.2 [mm]$$

$$b = 0.65 [mm]$$

$$x_B = 5 [mm]$$

$$\rho_0 = 7860 [Kg/m^3]$$

$$E_0 = 2 * 10^{11} [N/m^2]$$

Χαρακτηριστικά αέρα:

$$\rho_a = 1,1839 [Kg/m^3]$$

$$P_0 = 40 [Pa]$$

$$c = 0,001$$

6.3 Αποτελέσματα

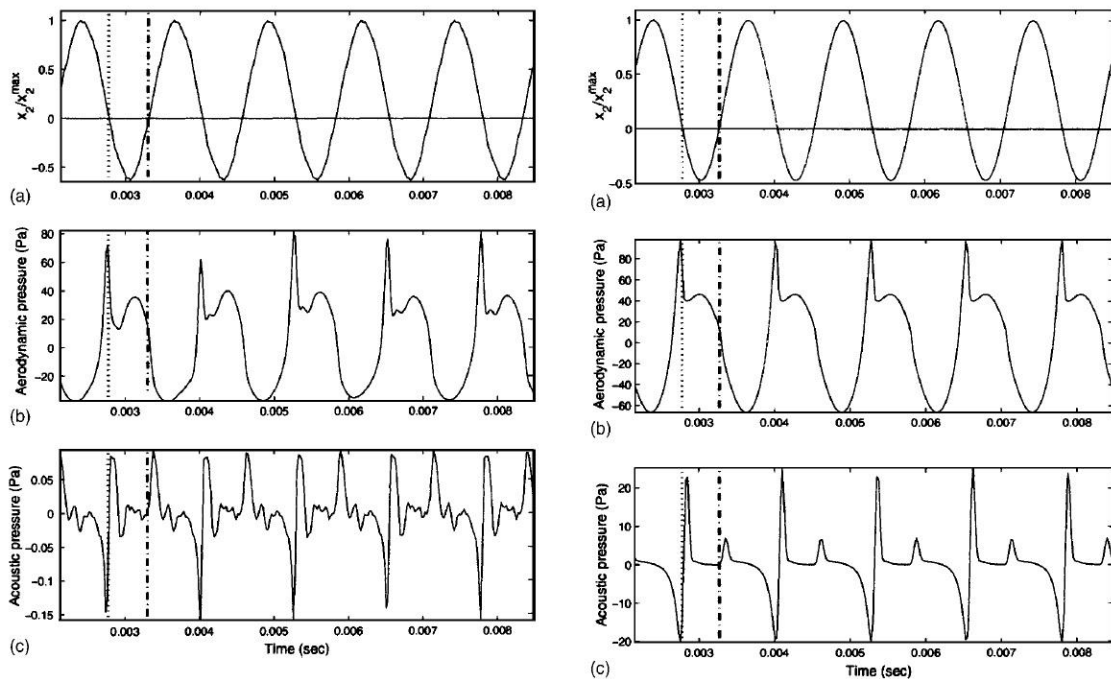
6.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Αφού υλοποιήσαμε και ολοκληρώσαμε τον κώδικα σε περιβάλλον Matlab, θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που βρήκαμε με τα πειραματικά και υπολογιστικά αποτελέσματα του paper.

Η πειραματική διάταξη για τις μετρήσεις στον αέρα είναι παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιήθηκε για τις απεικονίσεις του νερού (σχήμα 6.1). Το δοχείο παροχής νερού έχει αντικατασταθεί από μια χαμηλή πηγή πίεσης που εξασφαλίζει σταθερή πίεση παροχής αέρα στο εσωτερικό της δεξαμενής. Ένα μικρόφωνο ανίχνευσης πίεσης μετρά την αεροδυναμική πίεση μόλις λίγα χιλιοστά ανάντη της περιοχής της γλωττίδας. Ένας αισθητήρας χωρητικότητας χρησιμοποιήθηκε για την καταγραφή της κίνησης της γλωττίδας. Αυτός ο αισθητήρας αποτελεί μέρος ενός πυκνωτικού μικροφώνου, του οποίου η μεμβράνη έχει αντικατασταθεί ηλεκτρικά από την γλωττίδα .

Ένα μανόμετρο νερού μετρά την μέση παροχή πίεσης και ένα μικρόφωνο καταγράφει τον εκπεμπόμενο ήχο. Αυτό το μικρόφωνο βρίσκεται στα 25 cm κατόντη της γλωττίδας.

Παρακάτω διακρίνουμε τα διαγράμματα των μεταβλητών μετατόπισης, αεροδυναμικής πίεσης και ακουστικής πίεσης συναρτήσει του χρόνου. Τα διαγράμματα στα αριστερά είναι οι πειραματικές μετρήσεις, ενώ στο δεξιό μέρος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του υπολογιστικού μέρους.



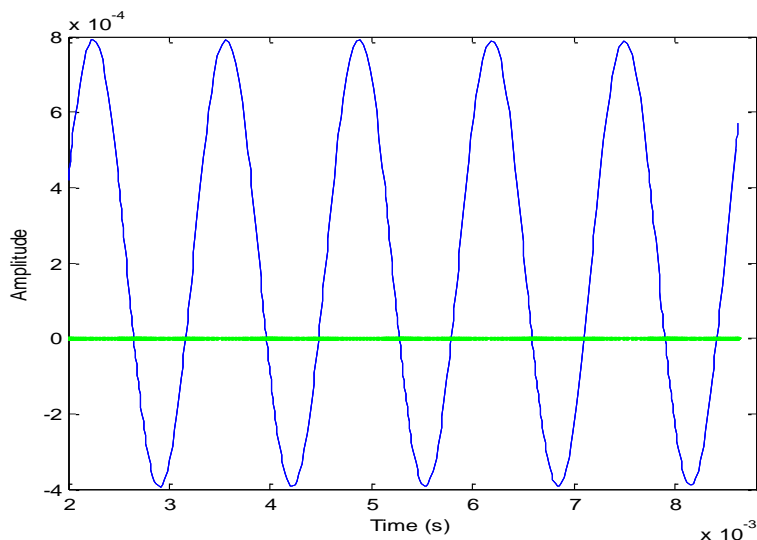
Σχήμα 6.9: Πειραματικές μετρήσεις σε ροή αέρα: (a) Μετατόπιση γλωττίδας (b) Αεροδυναμική πίεση ανάντη (c) Ακουστική πίεση κατόντη. Κλείσιμο της βαλβίδας ..., άνοιγμα της βαλβίδας -----

Σχήμα 6.9: Αποτελέσματα υπολογιστικού μοντέλου: (a) Μετατόπιση γλωττίδας (b) Αεροδυναμική πίεση ανάντη στο σημείο C (c) Ανάστροφη ακουστική κυματομορφή στο σημείο D. Κλείσιμο της βαλβίδας ..., άνοιγμα της βαλβίδα -----

6.5 Μετατόπιση γλωττίδας

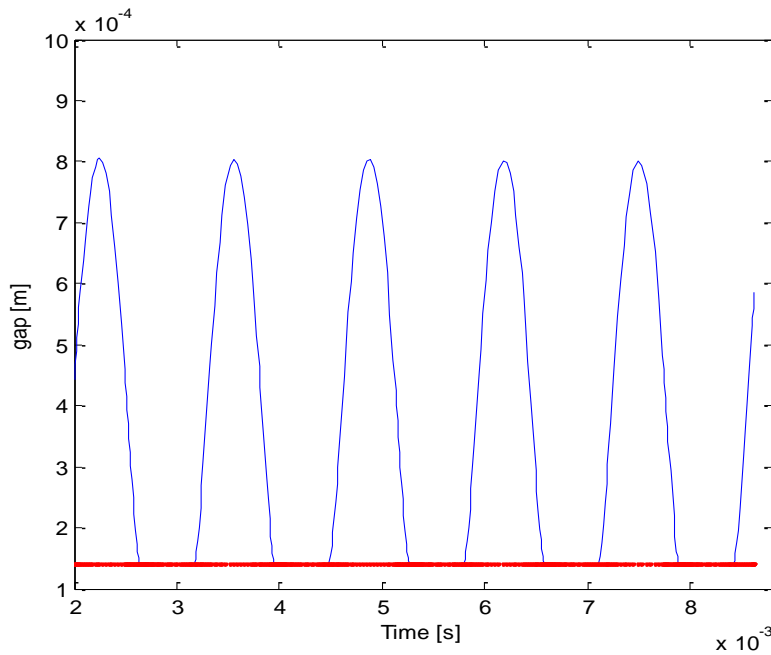
Λύνοντας την εξίσωση ταλάντωσης (6.23) για το χρονικό διάστημα των 6,289 msec, παρατηρούμε ότι η γλωττίδα σε αυτό το διάστημα εκτελεί λίγο περισσότερο από 5 ταλαντώσεις-επαναλήψεις. Αυτό σημαίνει ότι στο διάστημα του ενός δευτερολέπτου θα εκτελέσει 795,03 επαναλήψεις. Άρα η συχνότητα ταλάντωσης της γλωττίδας που προγραμματίσαμε είναι 795,03 Hz, ακριβώς ίδια με αυτή που ηχογραφήθηκε στο πείραμα. Στο παρακάτω διάγραμμα παραθέτουμε την μετατόπιση (ταλάντωση) της

γλωττίδας συναρτήσει του χρόνου. Παρατηρούμε ότι το πλάτος ταλάντωσης της γλωττίδας είναι $A = 0,6 \text{ mm}$. Για την καλύτερη κατανόηση της κίνησης της γλωττίδας, θα τονίσουμε ότι στο Σχήμα (6.10) η πράσινη γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή μηδέν είναι το στερεό σύνορο της πλάκας στήριξης. Ουσιαστικά από κει και κάτω η γλωττίδα κινείται στο κανάλι βύθισης της πλάκας στήριξης. Επίσης παρατηρούμε ότι η θέση ισορροπίας βρίσκεται πάνω από την πλάκα στήριξης, λογικό εφόσον ορίσαμε ως αρχική θέση $x_0=0,2 \text{ mm}$.



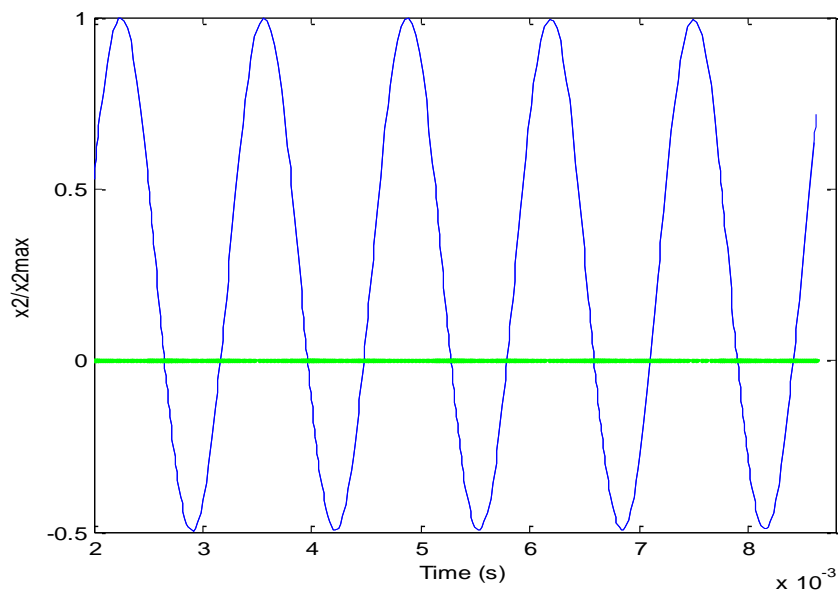
Σχήμα 6.10: Μετατόπιση γλωττίδας σε [m] συναρτήσει του χρόνου σε [s]

Μία άλλη παράμετρος που θα μας βοηθήσει στην κατανόηση και στην απόδειξη του φαινομένου της διέγερσης της γλωττίδας, είναι η καταγραφή της διακύμανσης των τιμών του μήκους του διακένου μεταξύ γλωττίδας και βάσης. Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται αυτή η διακύμανση. Βλέπουμε, ότι στην θέση $x_0=0,14 \text{ mm}$, το μήκος του διακένου παραμένει το ίδιο. Είναι λογικό, καθώς στο δεδομένο χρονικό διάστημα η γλωττίδα βρίσκεται μέσα στο κανάλι ταλάντωσής της.



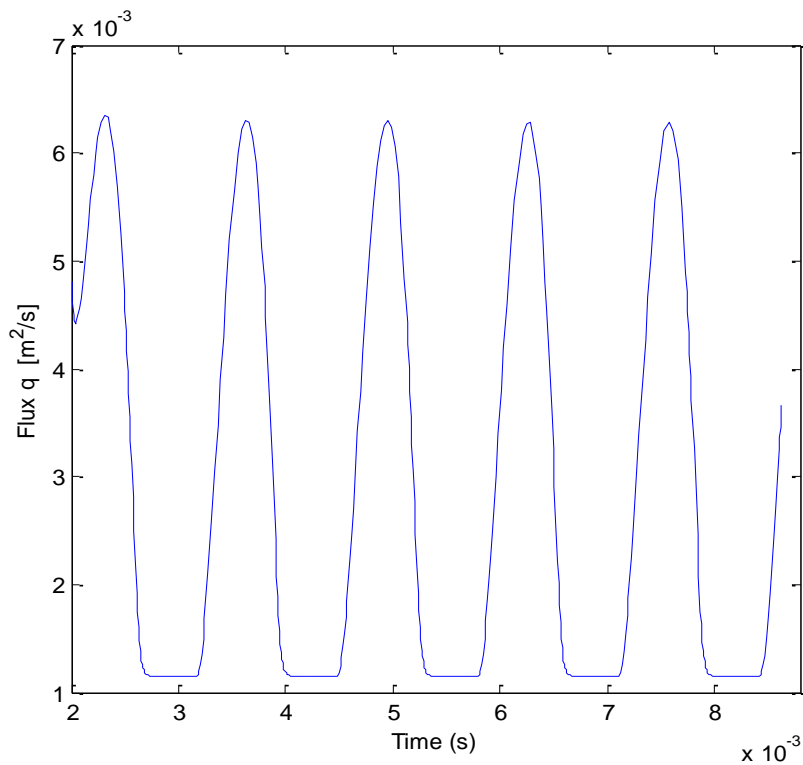
Σχήμα 6.11: Διακύμανση του μήκους του διακένου μεταξύ γλωττίδας και βάσης

Αφού ορίσαμε το πλάτος ταλάντωσης της γλωττίδας, και γνωρίζουμε όλες τις τιμές που το ορίζουν, θα διαιρέσουμε κάθε τιμή της μετατόπισης σε κάθε χρονική στιγμή με την απόλυτη τιμή του πλάτους ταλάντωσης. Έτσι, θα προκύψει το ανοιγμένο μέγεθος x_2/x_{2max} του οποίου οι τιμές για κάθε χρονική στιγμή θα χαράξουν το παρακάτω διάγραμμα. Βλέπουμε, ότι το διάγραμμα ταλάντωσης που προέκυψε συμπίπτει ακριβώς με την πειραματική μέτρηση της γλωττίδας.



Σχήμα 6.12: Μετατόπιση γλωττίδας / πλάτος ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου (ανοιγμένο μέγεθος)

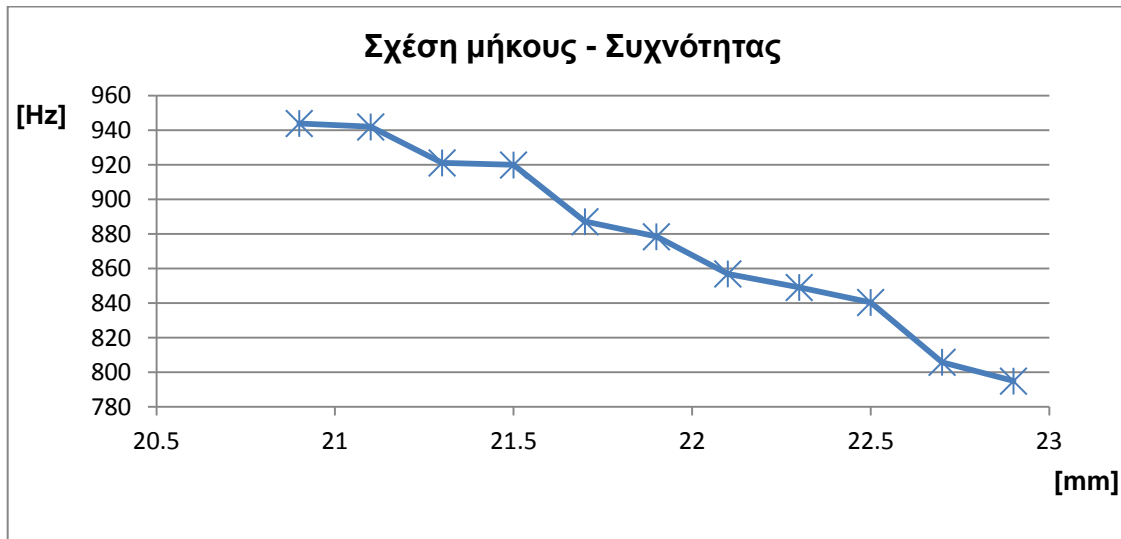
Ένα άλλο μέγεθος που θα αναφέρουμε και το οποίο σχετίζεται με το ρευστομηχανικό μέρος του φαινομένου, είναι η ροή q (flux) δηλαδή η παροχή μάζας αέρα που περνά διαμέσου του διακένου. Είναι ξεκάθαρο και σε αυτό το διάγραμμα οι διακυμάνσεις της ροής εξαιτίας των μετατοπίσεων της γλωττίδας (άνοιγμα-κλείσιμο), καθώς και η σταθερή παροχή αέρα όσο η γλωττίδα βρίσκεται μέσα στο κανάλι βύθισης.



Σχήμα 6.13: Παροχή μάζας του αέρα q συναρτήσει του χρόνου t

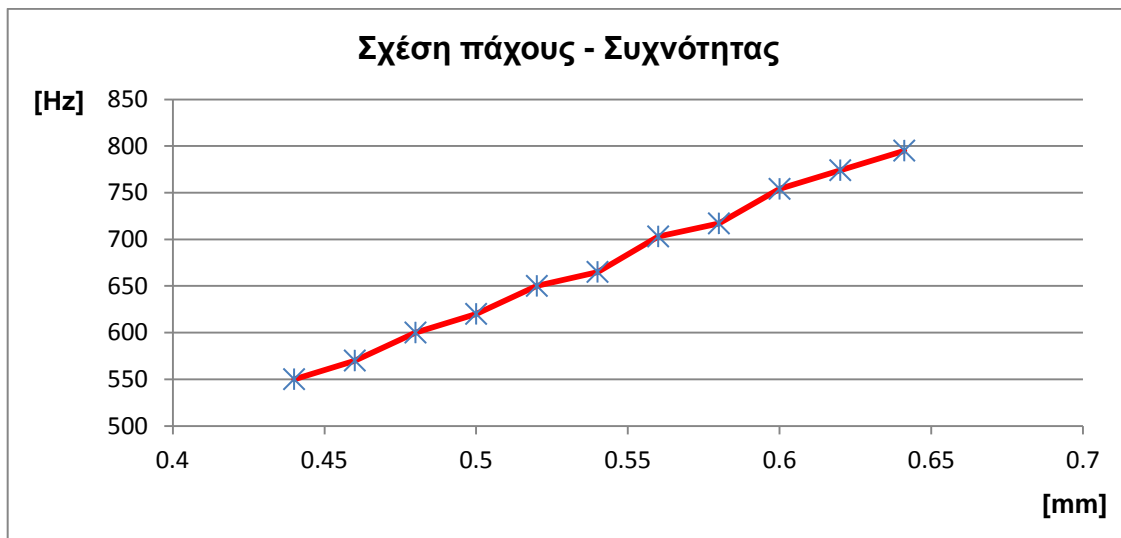
Σε αυτό το σημείο θα εξετάσουμε την συχνότητα της γλωττίδας σε σχέση με διάφορες γεωμετρικές παραμέτρους της, όπως το πλάτος, το μήκος και το πάχος της. Διατηρώντας ίδιο το μέτρο ελαστικότητας και την πυκνότητα του υλικού, καθώς και τις υπόλοιπες αρχικές συνθήκες, θα μεταβάλλουμε με σταθερό βήμα τις παραμέτρους που αναφέραμε.

Αρχικά θα μεταβάλλουμε το μήκος της γλωττίδας, μικραίνοντάς τη κατά 0,1 mm σε κάθε εκτέλεση-ολοκλήρωση του κώδικα, παρατηρώντας την μεταβολή της συχνότητάς της στο ίδιο χρονικό διάστημα κάθε φορά, των 6,289 msec. Διατηρούμε σταθερό το πλάτος και το πάχος της γλωττίδας.



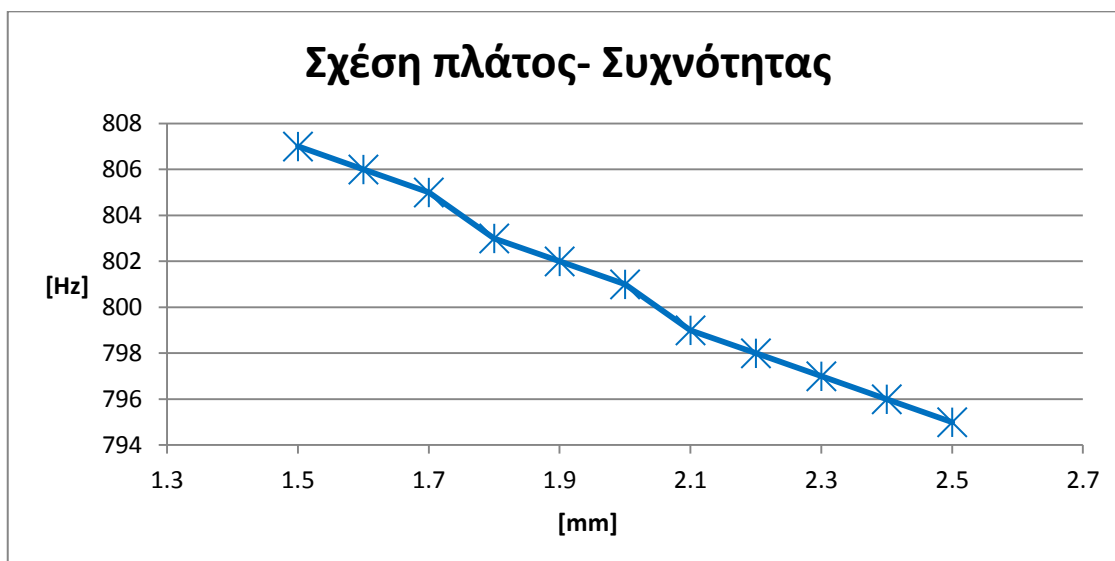
Σχήμα 6.14: Σχέση μήκους και συχνότητας της γλωττίδας

Με την ίδια διαδικασία, θα μεταβάλλουμε το πάχος της γλωττίδας, μικραίνοντάς το ομοιόμορφα σε όλο το μήκος της γλωττίδας κατά 0,02 mm, παρατηρώντας την μεταβολή της συχνότητας της στο ίδιο και πάλι χρονικό διάστημα. Διατηρούμε σταθερό το μήκος και το πλάτος της γλωττίδας.



Σχήμα 6.15: Σχέση πάχους και συχνότητας της γλωττίδας

Τέλος, θα μεταβάλλουμε το πλάτος της γλωττίδας, μικραίνοντάς το ομοιόμορφα σε όλη το μήκος της γλωττίδας κατά 0,1 mm, παρατηρώντας την μεταβολή της συχνότητας της στο ίδιο και πάλι χρονικό διάστημα. Διατηρούμε σταθερό το μήκος και το πάχος της γλωττίδας.



Σχήμα 6.16: Σχέση πλάτους και συχνότητας της γλωττίδας

Η επιλογή του βήματος αλλαγής της γεωμετρίας και στις τρεις περιπτώσεις έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνεται αισθητή η αλλαγή της συχνότητας σε κάθε περίπτωση αλλά να μην μεταβάλλεται πολύ η γεωμετρία της, φτάνοντας σε μη πραγματικές γεωμετρίες.

Παρατηρούμε ότι:

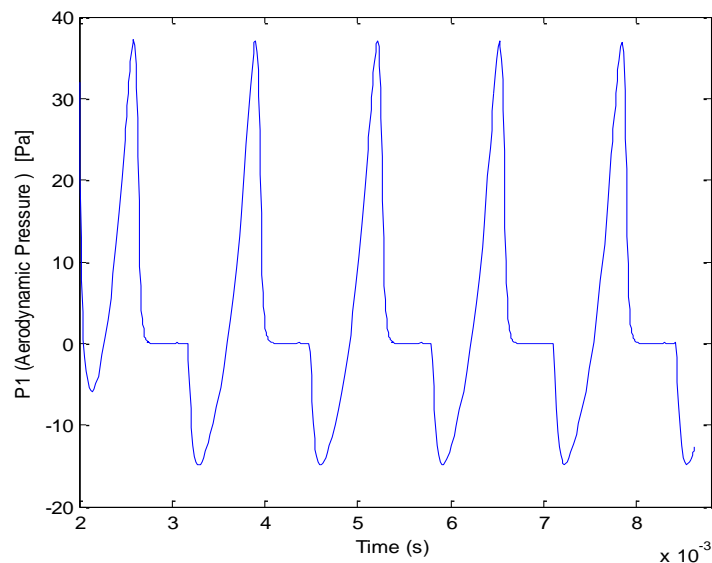
1. Αφαιρώντας μάζα από την γλωττίδα στις περιπτώσεις των διαγραμμάτων 1 και 3, η συχνότητα αυξάνεται. Αντιθέτως στη περίπτωση του διαγράμματος 2, αφαιρώντας μάζα από το πάχος της γλωττίδας, η συχνότητά της μειώνεται γραμμικά.
2. Συγκρίνοντας τα διαγράμματα 1 και 3, η συχνότητα δεν αυξάνεται με τον ίδιο ρυθμό. Αφαιρώντας συνολικά 2 mm και στις δύο περιπτώσεις, η συχνότητα στην πρώτη περίπτωση αυξάνεται κατά 149 Hz, ενώ στην τρίτη περίπτωση αυξάνεται κατά 12 Hz. Βέβαια, σε κάθε περίπτωση ο όγκος αφαίρεσης υλικού είναι προφανώς διαφορετικός, διότι στην πρώτη περίπτωση αφαιρείται $2 \times 2,5 \times 0,6411 = 3.2 \text{ mm}^3$, ενώ στην τρίτη περίπτωση $2 \times 23.9 \times 0,6411 = 29.36 \text{ mm}^3$.
3. Στην πρώτη περίπτωση, η συχνότητα της γλωττίδας δεν αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με την τρίτη περίπτωση. Συγκεκριμένα, στο 1ο και 3ο βήμα αφαίρεσης υλικού η συχνότητα μειώνεται ελάχιστα σε σχέση με τα υπόλοιπα βήματα.

Συμπεράσματα

Καταλήγουμε, πως εάν θέλουμε να μεταβάλουμε αισθητά την συχνότητα μίας γλωττίδας, θα προτιμήσουμε αλλάξουμε είτε το μήκος είτε το πάχος της και όχι το πλάτος της. Συνήθως, γίνεται ο συνδυασμός μεταβολής αυτών των τριών μεγεθών, επιτυγχάνοντας το επιθυμητό αποτέλεσμα, που κατά κύριο λόγο είναι η οικονομία χώρου.

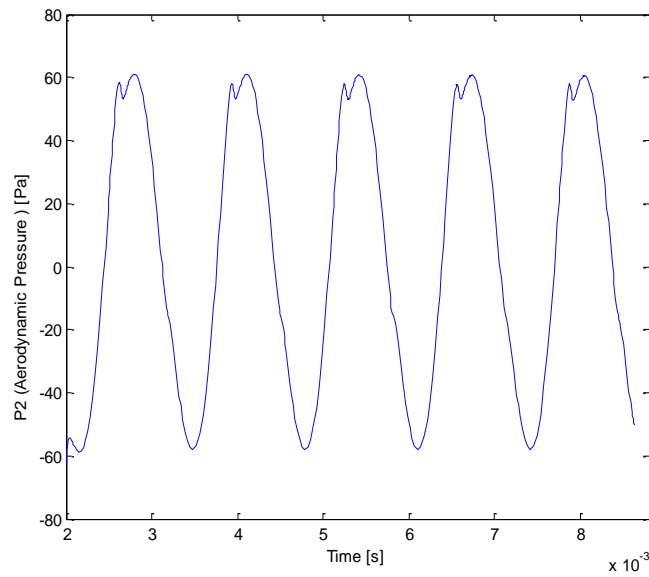
6.6 Αεροδυναμική πίεση

Για να υπολογίσουμε την αεροδυναμική πίεση του ρευστού, λύνουμε την εξίσωση (8) Bernoulli, θέτοντας τις συντεταγμένες ενός σταθερού σημείου $x_1 = (\alpha + h/2)$ και $x_2 = 0,904 \text{ mm}$, όπου $\alpha = 0,14 \text{ mm}$ και $h = 2,5 \text{ mm}$. Παρατηρούμε ότι η πίεση του ρευστού παρουσιάζει peak τη στιγμή που η γλωττίδα εισέρχεται στο κανάλι βύθισης ενώ μηδενίζεται όσο βρίσκεται μέσα στο κανάλι.



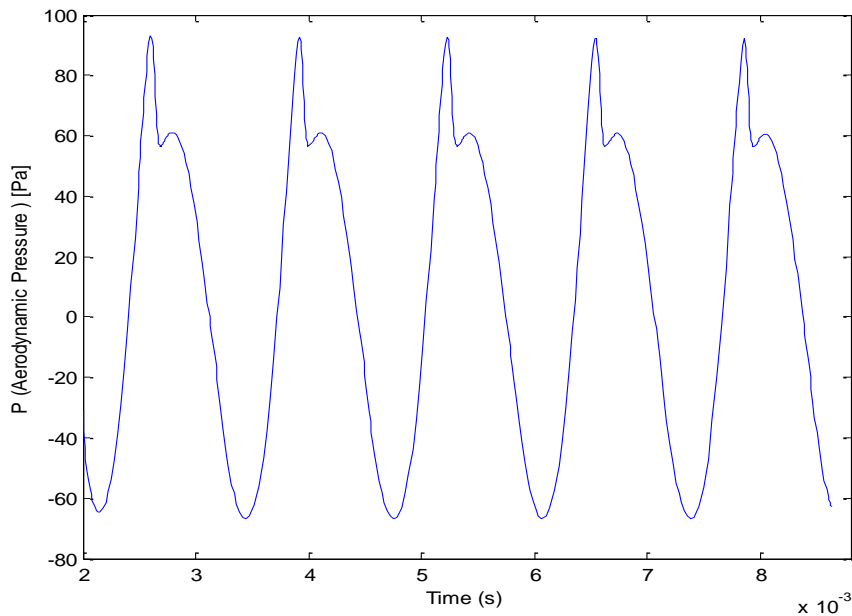
Σχήμα 6.17: Αεροδυναμική πίεση που ασκεί το ρευστό στη γλωττίδα

Επίσης, υπολογίσαμε την πίεση που ασκεί η γλωττίδα στο ρευστό λύνοντας την εξίσωση (17) και η οποία παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα.

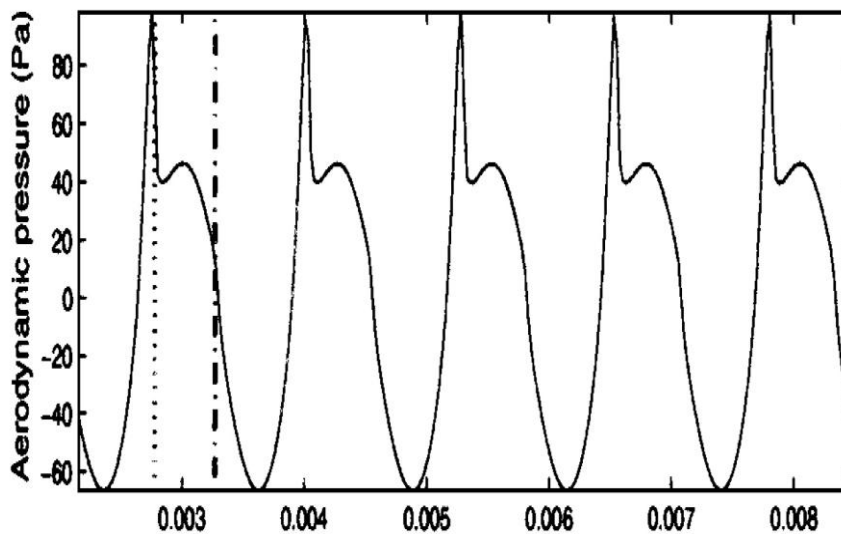


Σχήμα 6.18: Αεροδυναμική πίεση που ασκεί η γλωττίδα στο ρευστό

Αθροίζοντας την πίεση P_1 που ασκεί το ρευστό στην γλωττίδα, μαζί με την πίεση P_2 που ασκεί η γλωττίδα στο ρευστό σε κάθε χρονική στιγμή, θα πάρουμε την τελική πίεση που επικρατεί στην ανάντη περιοχή της γλωττίδας, και η οποία παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 6.19: Ολική Αεροδυναμική Πίεση

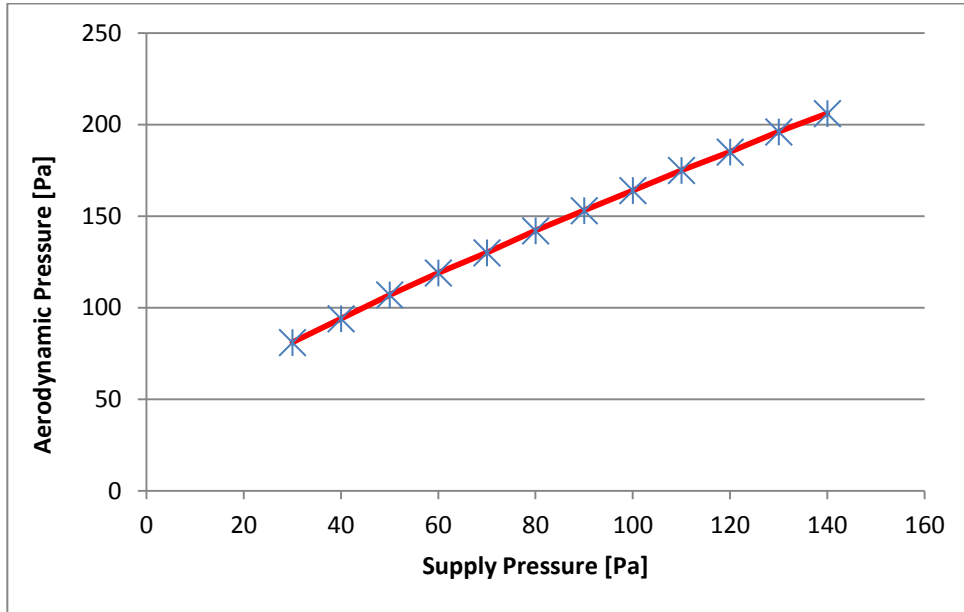


Σχήμα 6.20

Συγκρίνοντας το διάγραμμα που προέκυψε σε σχέση με το διάγραμμα της δημοσίευσης [40], θα παρατηρήσουμε ότι η αεροδυναμική πίεση κυμαίνεται στις ίδιες τιμές σε όλη τη διάρκεια ταλάντωσης, εκτός του σημείου που παρουσιάζεται αύξηση της πίεσης αμέσως μετά το *reak* κατά την είσοδο της γλωττίδας στο κανάλι. Η πίεση σε αυτή τη χρονική στιγμή σύμφωνα με το *paper* κυμαίνεται περίπου στα 50 Pa ενώ η πίεση του μοντέλου που προγραμματίσαμε είναι στα 60 Pa. Αυτό πιθανόν να οφείλεται στην πίεση που ασκεί η γλωττίδα στο ρευστό.

Την αεροδυναμική πίεση της γλωττίδας στην ανάντη περιοχή, θα την χρησιμοποιήσουμε έπειτα για να την μετασχηματίσουμε σε ακουστική πίεση. Αυτή θα είναι και η τελική ακουστική πίεση την οποία παράγει η γλωττίδα.

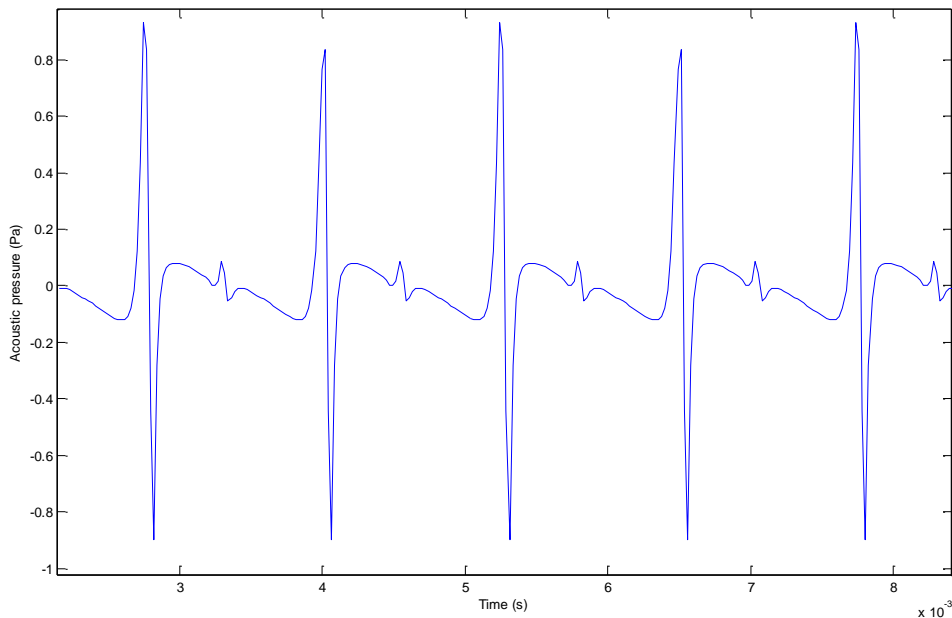
Στο διάγραμμα (6.21) διακρίνονται οι διαφορετικές τιμές της αεροδυναμικής πίεσης οι οποίες προκύπτουν για διαφορετικές πιέσεις παροχής. Οι πιέσεις που πήραμε αφορούν τις κορυφές του γραφήματος του διαγράμματος (6.19).



Σχήμα 6.21: Μέγιστη Αεροδυναμική πίεση [Pa] στην ανάντη περιοχή συναρτήσει της πίεσης παροχής του τροφοδοτικού δοχείου

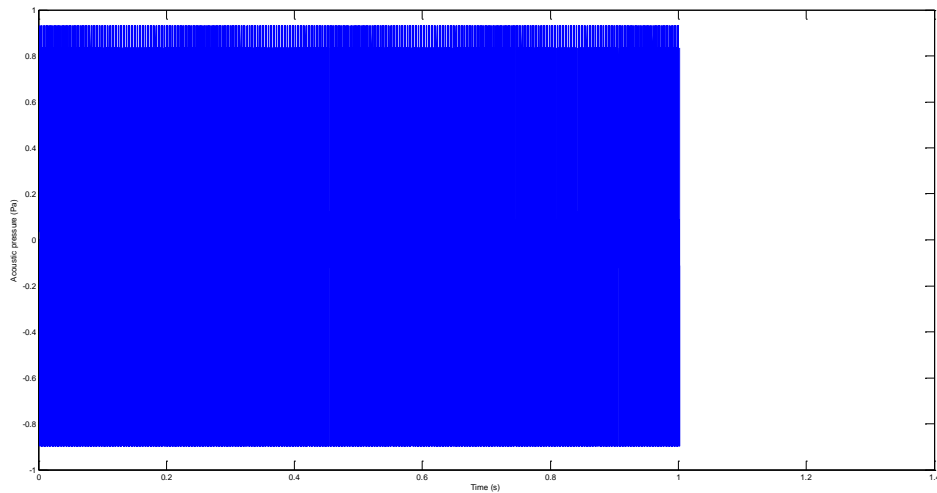
6.7 Ακουστική πίεση

Για να υπολογιστεί η ακουστική πίεση του ρευστού, χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση (6.47) που μας δίνει την ακουστική πίεση στην ανάντη περιοχή της γλωττίδας. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε είναι τα εξής: Σύμφωνα με το Σχήμα (6.8), και μελετώντας την ακουστική πίεση σε μακρινό σχετικά πεδίο (far-field), θεωρούμε ως συντεταγμένες παρατηρητή ένα σταθερό σημείο $x_{\Pi 1} = \alpha/2$ και $x_{\Pi 2} = R + 0.3 \text{ mm}$, όπου $\alpha = 0,14 \text{ mm}$ (μήκος διακένου) και $R = 2 \text{ m}$, όπου R είναι η ακτίνα της επιφάνειας ελέγχου Σ . Επίσης, διακριτοποιήσαμε την επιφάνεια ελέγχου σε 101 κόμβους, θεωρώντας τον πρώτο και τελευταίο κόμβο, κοινούς με το σύνορο της γλωττίδας και της βάσης αντίστοιχα. Τη ταχύτητα του αέρα τη θεωρήσαμε 343 m/s. Στο Σχήμα (6.22) προκύπτει η Ακουστική πίεση στην ανάντη πλευρά της γλωττίδας συναρτήσει με το χρόνο.

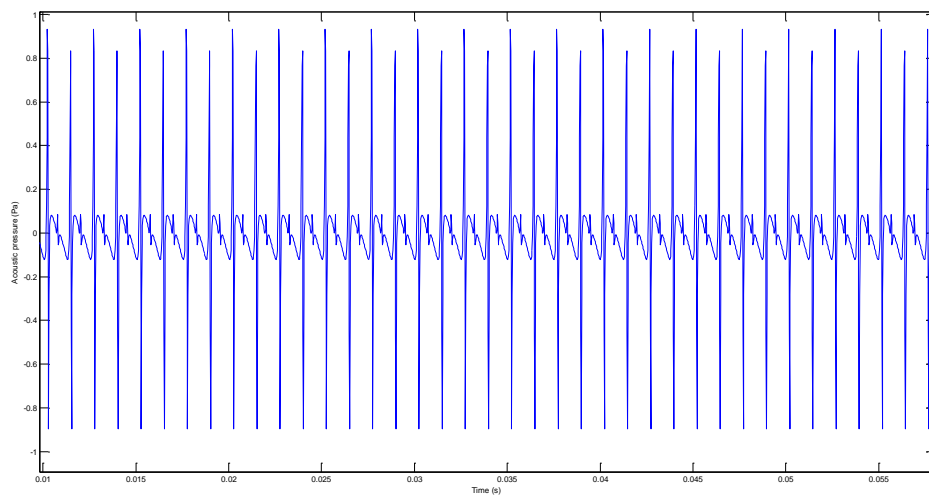


Σχήμα 6.22: Ακουστική Πίεση [Pa] στη θέση του παρατηρητή συναρτήσει του χρόνου [t]

Στη συνέχεια, θέλοντας να απεικονίσουμε το σύνολο των αρμονικών της κυματομορφής στο σχήματος (6.22) σε όλο σε όλο το ακουστικό φάσμα, μεγαλώσαμε την διάρκεια του ακουστικού φαινομένου στο 1 sec, έτσι ώστε να πετύχουμε τον ελάχιστο αριθμό δειγματοληψίας 44100. Αυτό ήταν αναγκαίο, για να μπορέσουμε να αναπαραστήσουμε όλο το φάσμα των αρμονικών, δηλαδή μέχρι και τα 20 kHz. Επίσης, για να διατηρήσουμε το πλάτος της ταλάντωσης σταθερό σε όλη τη διάρκεια εξέλιξης του φαινομένου, μειώσαμε τον συντελεστή απόσβεσης στον αέρα. Στο Σχήμα (6.23) απεικονίζεται η κυματομορφή της ακουστικής πίεσης για 1 sec.

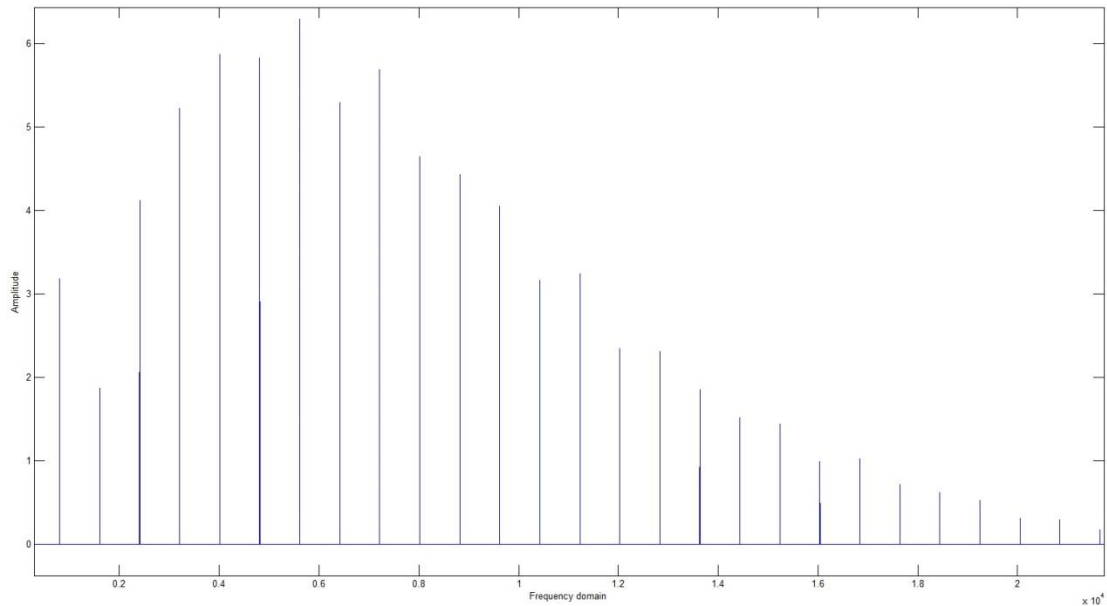


Σχήμα 6.23: Σήμα Ακουστικής πίεσης διάρκειας 1 sec



Σχήμα 6.24: Κυματομορφή Ακουστικής πίεσης διάρκειας 1 sec

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τον κώδικα που ήδη δημιουργήσαμε για το μετασχηματισμό Fourier (FFT) ενός ψηφιακού σήματος, πήραμε το παρακάτω διάγραμμα σε όλο το συχνοτικό φάσμα. Η πρώτη ιδιοσυχνότητα παρακάτω διαγράμματος είναι $f_1=795$ Hz, όσο ακριβώς είναι και η συχνότητα της μοντελοποίησης που κάναμε στο παρόν κεφάλαιο.



Σχήμα 6.25: Απόκριση μοντελοποιημένης 2D γλωττίδας σε όλο το συχνотικό φάσμα

Τα αποτελέσματά μας δεν τελειώσανε εδώ, καθώς έγινε απόπειρα μετατροπής του ψηφιακού σήματος σε αναλογικό, δηλαδή της ακουστικής πίεσης, μέσω της εντολής `sound(:, Fs)`, όπου `Fs` είναι η συχνότητα δειγματοληψίας. Ακριβέστερα, παρήγαμε το ακουστικό σήμα μέσω των ηχείων του υπολογιστή και ακούσαμε το ηχόχρωμα και τη συχνότητα της γλωττίδας. Το αποτέλεσμα ήταν αρκετά ρεαλιστικό, καθώς το ηχόχρωμα πλησίαζε αρκετά τη χροιά μιας πραγματικής γλωττίδας. Η συχνότητα βέβαια, ήταν χωρίς αμφιβολία στα 795 Hz, στην συχνότητα μοντελοποίησης.

Συμπεράσματα

Συγκρίνοντας την κυματομορφή της ακουστικής πίεσης που πήραμε, με την κυματομορφή του Σχήματος (6.9.c), θα παρατηρήσουμε ότι το μεγαλύτερο ποσοστό της κυματομορφής συμπίπτει με την μοντελοποίηση που έχει γίνει από τους Rene´ Causse´ και Nicolas Misdariis. Διαφορά υπάρχει στη 2^η κατά σειρά κορυφή που παρουσιάζει η περίοδος της ταλάντωσης, αφού στη δικιά μας μορφή είναι συμμετρική. Επίσης, η 1^η κορυφή είναι αντίθετης φοράς σε σχέση με την κυματομορφή του Σχήματος (6.9.c).

Σημαντική είναι η συμφωνία μεταξύ της αεροδυναμικής πίεσης (Σχ. 6.19) και της Ακουστικής πίεσης ως προς τη 1^η κορυφή της περιόδου ταλάντωσης, το οποίο προκύπτει από την είσοδο της γλωττίδας στο κανάλι βύθισης.

Σχετικά με το Σχήμα 6.25, θα παρατηρήσουμε ότι οι περιττές αρμονικές είναι πιο ισχυρές από τις άρτιες.

Κεφάλαιο 7ο: CMM /CAD / CAE /

7.1.1 Ορισμός CAD και οι δυνατότητές του

Με τον όρο CAD (Computer – Aided Design) εννοούμε τη δημιουργία γεωμετρικών απεικονίσεων με την βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Βασικό λόγος ανάπτυξης αυτής της τεχνολογίας είναι η σχεδίαση δισδιάστατων (2-D) και τρισδιάστατων (3-D) κατασκευών, η τροποποίηση αλλά και η βελτιστοποίηση του σχεδιασμού αυτών, χρησιμοποιώντας αυτοματοποιημένες διαδικασίες προσέγγισης επιφανειών και όγκων. Σημαντικό του πλεονέκτημα, είναι η πολύ εύκολη και ελέγξιμη αλλαγή της γεωμετρίας ενός μηχανολογικού εξαρτήματος μέχρις ότου ο μελετητής καταλήξει σε μία καταρχήν αποδεκτή κατασκευαστική λύση. Οι δυνατότητες των εργαλεία CAD ποικίλουν, καθώς διαθέτουν γεωμετρικά εργαλεία διαχείρισης σχημάτων, μέχρι και εξειδικευμένα προγράμματα εφαρμογών όπως ανάλυση και βελτιστοποίηση. Μεταξύ αυτών, τυπικά εργαλεία που είναι διαθέσιμα επί του παρόντος, περιλαμβάνουν ανάλυση ανοχών, υπολογισμούς ιδιοτήτων μάζας (κέντρα βάρους, ροπές αδρανείας, κλπ.), μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία (FEM) και οπτικός απεικόνιση (visualization) των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, μεταξύ άλλων. Όλα τα συστήματα CAD διαθέτουν κατάλληλα φίλτρα - interfaces (DXF, IGES, STEP) που δίνουν τη δυνατότητα μεταφοράς της γεωμετρικής πληροφορίας από το ένα σύστημα στο άλλο. Ο σημαντικότερος ρόλος του CAD είναι ο καθορισμός της γεωμετρίας του υπό σχεδιασμού προϊόντος που είναι ουσιώδης σε όλες τις επόμενες φάσεις του κύκλου, ενώ η μετέπειτα επεξεργασία γίνεται από το CAE [37].

7.1.2 Ορισμός CAE και οι εφαρμογές του

Με την σημαντική ανάπτυξη των εργαλείων CAD τα τελευταία χρόνια, ήταν αναμενόμενο να αναπτυχθεί ένα ακόμα πιο εξελιγμένο εργαλείο σχεδίασης και μελέτης, το CAE (Computer – Aided Engineering).

Η ανάλυση CAE μέσω του ηλεκτρονικού υπολογιστή, είναι μια τεχνολογία που ασχολείται με την χρήση υπολογιστικών συστημάτων για την ανάλυση γεωμετρίας CAD, που επιτρέπει στον σχεδιαστή να προσομοιώσει και μελετήσει τον τρόπο με τον οποίο θα συμπεριφερθεί το προϊόν έτσι ώστε ο σχεδιασμός να επιδέχεται εύκολα αποπεράτωση και βελτιστοποίηση. Τα εργαλεία CAE διατίθενται σε ευρεία κλίμακα αναλύσεων.

Μεταξύ των πλέον διαδεδομένων μεθόδων ανάλυσης είναι η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Method: FEM) που επιτρέπει τη στατική και δυναμική ανάλυση τάσεων και μετατοπίσεων, ρευστομηχανική και αεροδυναμική ανάλυση, θερμική ανάλυση, ακουστική ανάλυση, κατανομή μαγνητικού πεδίου και άλλων πεδίων. Η εφαρμογή της FEM απαιτεί τη χρήση ενός απλουστευμένου αφαιρετικού μοντέλου που πρέπει να γεννηθεί είτε με αλληλεπίδραση του χρήστη ή και αυτόματα.

Το λογισμικό που καθιστά δυνατή την κατασκευή του αφαιρετικού μοντέλου, τη γένεση των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και τη διαχείρισή τους αποτελεί τους προ-επεξεργαστές (**pre-processors**).

Μετά την ανάλυση κάθε στοιχείου, το πρόγραμμα συγκεντρώνει τα τελικά αποτελέσματα και τα παρουσιάζει με γραφική αναπαράσταση. Το λογισμικό τέτοιων απεικονίσεων αποτελεί τους λεγόμενους μετά-επεξεργαστές (post-processors).

Επίσης, είναι διαθέσιμα πολλά εργαλεία βελτιστοποίησης σχεδιασμού. Παρόλο που τα εργαλεία βελτιστοποίησης μπορούν να θεωρηθούν σαν εργαλεία CAE, συνήθως ταξινομούνται με ξεχωριστό τρόπο. Διάφορες ερευνητικές προσπάθειες εξελίσσονται προς την κατεύθυνση αυτόματου σχεδιασμού με ολοκλήρωση των διαδικασιών βελτιστοποίησης και ανάλυσης. Σε αυτές τις προσεγγίσεις, γίνεται η παραδοχή ενός απλού αρχικού σχήματος σχεδιασμού, όπως ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο για δισδιάστατο εξάρτημα που αποτελείται από μικρά στοιχεία διαφορετικών πυκνοτήτων. Κατόπιν, εκτελείται η διαδικασία βελτιστοποίησης προς υπολογισμό των βέλτιστων τιμών αυτών των πυκνοτήτων που αποβλέπει στην επίτευξη ενός στόχου με παράλληλη ικανοποίηση των συνθηκών τάσεων ή/και μετατοπίσεων. Συνήθως ο στόχος είναι η επίτευξη του ελάχιστου βάρους. Με βάση τις βέλτιστες τιμές πυκνοτήτων, το βέλτιστο σχήμα του σχεδιασμού λαμβάνεται με απαλοιφή των στοιχείων χαμηλής πυκνότητας. Σημαντικό πλεονέκτημα των μεθόδων ανάλυσης και βελτιστοποίησης, είναι ότι επιτρέπουν στον μηχανικό να δει τον τρόπο με τον οποίο το προϊόν θα συμπεριφερθεί και του επιτρέπει να επισημάνει τα όποια λάθη έχουν γίνει μέχρι τη στιγμή εκείνη, προτού προχωρήσει σε χρονοβόρες και δαπανηρές διαδικασίες κατασκευής και ελέγχου φυσικών πρωτοτύπων.

7.1.3 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

Σε αυτό το σημείο θα αναλύσουμε εκτενέστερα την Μέθοδο των Πεπερασμένων στοιχείων. Είναι μια αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό προσεγγιστικών λύσεων μερικών διαφορικών εξισώσεων και η οποία γίνεται μέσω

ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ανήκει στην κατηγορία των εργαλείων CAE, όπως αναφέραμε και παραπάνω.

Η μέθοδος αυτή δημιουργήθηκε για να διευκολύνει τον μηχανικό στον υπολογισμό σύνθετων υπολογιστικών προβλημάτων περίπλοκων γεωμετριών, αφού η αναλυτική λύση των εξισώσεων με τις οποίες περιγράφονται τα διάφορα τεχνικά προβλήματα είναι δυνατή μόνο σε ειδικές περιπτώσεις, όπου οι καταπονήσεις και τα γεωμετρικά σχήματα είναι πάρα πολύ απλά. [37]

Αυτή η μέθοδος είναι μεν προσεγγιστική, αλλά μπορεί να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα και έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα προβλήματα. Το μειονέκτημά της είναι οι αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ, ιδίως όταν εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα. Αυτό όμως το μειονέκτημα ξεπεράστηκε τα τελευταία χρόνια χάρη στη ραγδαία ανάπτυξη των υπολογιστών. Η επιτυχία αυτής της μεθόδου ήταν τόσο μεγάλη, που ακόμα και σήμερα χρησιμοποιείται στην έρευνα και στην βιομηχανία για τον υπολογισμό και τη μελέτη διάφορων κατασκευών. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία εξέλιξη των μητρικών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων. Το χαρακτηριστικό της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η χρήση δισδιάστατων και τρισδιάστατων στοιχείων για την προσομοίωση συνεχών μέσων.

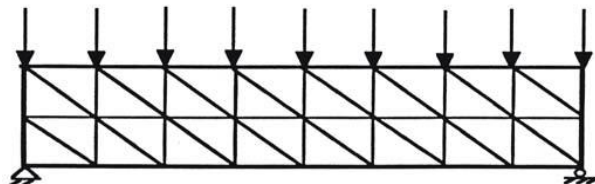
Για να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων απαιτούνται τα εξής στάδια:

1. Εισάγεται η γεωμετρία της κατασκευής σε ένα πρόγραμμα CAD και δημιουργείται το διδιάστατο ή τρισδιάστατο μοντέλο.
2. Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών και επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων
3. Η προσομοίωση (διακριτοποίηση) της κατασκευής με ένα σύνολο στοιχείων που συνδέονται σε συνοριακούς κόμβους (πεπερασμένα στοιχεία) καθώς και η επιβολή των οριακών συνθηκών. Αυτή η διαδικασία γίνεται με προγράμματα που αποκαλούνται *preprocessor*.
4. Αφού ετοιμαστούν τα δεδομένα προς επίλυση, θα ορίσουμε τον τρόπο επίλυσης του προβλήματος (γραμμικό – μη γραμμικό – μεταβατικό – υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κ.α.) και στη συνέχεια θα εισαχθούν στον *solver* όπου και θα γίνει η επίλυσή τους χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες αριθμητικές μεθόδους επίλυσης.

5. Όταν τελειώσει η επίλυση, θα γίνει παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων στο πρόγραμμα postprocessor, έτσι ώστε να μπορέσει ο μελετητής να δει τα αποτελέσματα.

7.1.4 Βασικές έννοιες της μεθόδου

Η βασική έννοια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι, όπως και στη μητρική ανάλυση, η δυνατότητα προσομοίωσης της πραγματικής κατασκευής με συστατικά στοιχεία τα οποία συνδέονται σε ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Η μεθοδολογία αυτή αποτελεί φυσιολογική προσομοίωση των πλαισίων, καθώς αυτά αποτελούνται από δοκούς που είναι συνδεδεμένες στα άκρα τους. Σε μία συνεχή όμως κατασκευή δεν υπάρχουν φυσικοί διαχωρισμοί και συνεπώς απαιτείται να γίνει τεχνητός διαχωρισμός σε στοιχεία, τα οποία να συνδέονται κατά μήκος των άκρων (πλευρών) τους. Τα τεχνητά αυτά στοιχεία, ή πεπερασμένα στοιχεία είναι συνήθως τετράπλευρα ή τριγωνικά και οι κόμβοι συνήθως βρίσκονται στα άκρα. Το Σχήμα 1 δείχνει τον κορμό δοκού υποδιαιρεμένο σε τριγωνικά στοιχεία. Για να γίνει χρήση μητρικών μεθόδων απαιτείται να προσομοιωθεί η συνεχής κατασκευή με ένα πεπερασμένο αριθμό διακριτών μεταβλητών. Οι μεταβλητές αυτές είναι οι μετατοπίσεις των κόμβων και σε ορισμένες περιπτώσεις και οι παράγωγοί τους. Εάν περιλαμβάνονται και οι παράγωγοι γίνεται λόγος για βαθμούς ελευθερίας αντί για μετατοπίσεις κόμβων. Οι μετατοπίσεις στο εσωτερικό των στοιχείων πρέπει να είναι συμβατές με τις μετατοπίσεις των κόμβων και όλες οι αλληλεπιδράσεις των στοιχείων εκφράζονται σε σχέση με τις κομβικές μετατοπίσεις. Με αυτό τον τρόπο οι μόνοι άγνωστοι είναι οι μετατοπίσεις στους κόμβους και το πρόβλημα μετατρέπεται από συνεχές σε διακριτό. Παρ' όλο που μπορεί να υπάρχει μεγάλος αριθμός κομβικών μετατοπίσεων ο αριθμός τους είναι πεπερασμένος. Το πρόβλημα εκφράζεται τότε ως ένα σύνολο (σύστημα) γραμμικών εξισώσεων οι οποίες επιλύονται με αριθμητικές (μητρικές) μεθόδους.



Σχήμα 7.1: Χρήση τριγωνικών στοιχείων για τη διακριτοποίηση αμφιέριστης δοκού υπό καμπτική φόρτιση.

7.2 Το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS

Το λογισμικό ANSYS δίνει στο χρήστη την δυνατότητα υλοποίησης όλων των παραπάνω σταδίων, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι κάποια από τα προαναφερθέντα στάδια δεν μπορούν να υλοποιηθούν σε άλλα περιβάλλοντα και τα αποτελέσματά τους να εισαχθούν, στη συνέχεια, στο ANSYS. Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτού του λογισμικού, είναι ότι περιλαμβάνει πακέτα ανάλυσης και επεξεργασίας προβλημάτων τα οποία αφορούν το μεγαλύτερο πεδίο έρευνας της επιστήμης του μηχανικού. Τα πακέτα ανάλυσης που χρησιμοποιήσαμε στο δεδομένο κεφάλαιο είναι το Static Structural (στατική ανάλυση) και το Modal Analysis (ανάλυση ιδιομορφών).

Κεφάλαιο 8ο: Τριδιάστατο υπολογιστικό μοντέλο γλωττίδας

8.1 Διαστασιολόγηση της γλωττίδας με το Faro Scan

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την μοντελοποίηση μιας υπάρχουσας γλωττίδας του ακορντεόν, την οποία διαστασιολογήσαμε με τη βοήθεια του ειδικού μηχανήματος **Faro scan**.

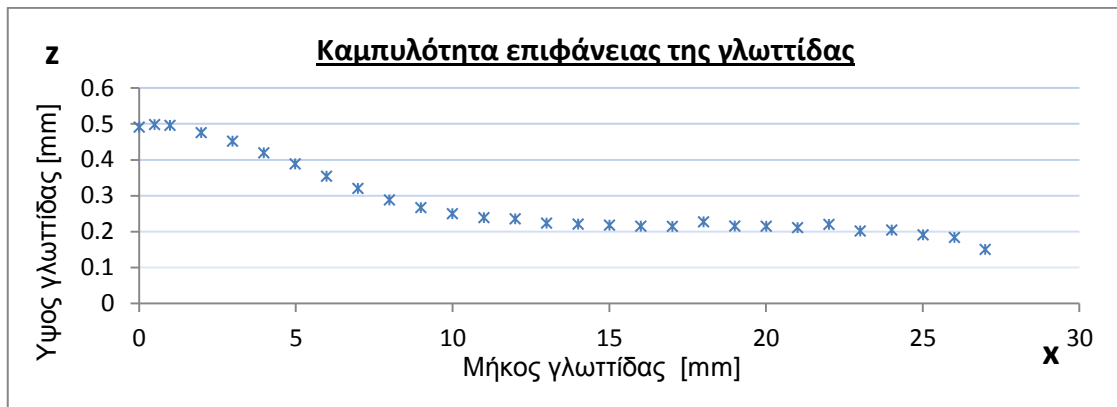
Το **Faro scan** είναι μία μηχανή μέτρησης συντεταγμένων (CMM) **FARO PLATINUM ARM Model P08 3D** η οποία είναι ένας χειροκίνητος φορητός μετρητικός βραχίονας κατασκευασμένος από την εταιρία FARO Technologies Inc. Έχει 7 βαθμούς ελευθερίας και ακτίνα μέτρησης 1,2 μέτρα. Η ακρίβεια του συστήματος είναι πιστοποιημένη σύμφωνα με το πρότυπο ANSIB89 (2 Sigma Single Point Accuracy) $\pm 0.030\text{mm}$. Εκτός από την ακίδα επαφής διαθέτει και λέιζερ κάμερα προσαρτημένη στην απόληξη του βραχίονα για εφαρμογές αποτύπωσης αντικειμένων χωρίς επαφή όπως ο ποιοτικός / μετροτεχνικός έλεγχος, ο αντίστροφος μηχανολογικός σχεδιασμός (reverse engineering), η τρισδιάστατη μοντελοποίηση (3-D modelling) και η αντιπαραβολή νέφους σημείων με ονομαστική γεωμετρία μοντέλου CAD.



Σχήμα 8.1: Βραχίονας FARO PLATINUM ARM Model P083D

Ο λόγος αυτής της μοντελοποίησης, είναι η σύγκριση του τρισδιάστατου μοντέλου γλωττίδας με την υπάρχουσα γλωττίδα. Η σύγκριση αυτή θα αφορά το φάσμα των αρμονικών που παράγει η πραγματική γλωττίδα κατά την διέγερσή της, και τις ιδιοσυχνότητες συντονισμού της κατασκευής της μοντελοποιημένης γλωττίδας. Επίσης θα γίνει ανάλυση δυνάμεων, τάσεων και παραμορφώσεων του μοντέλου γλωττίδας. Τέλος, θα γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων με γραφικές απεικονίσεις και διαγράμματα.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων της γλωττίδας και στις δύο διαστάσεις (x,z) μένοντας σταθεροί σε ένα σημείο του άξονα y. Ουσιαστικά η γραφική παράσταση των σημείων στο σύστημα αξόνων (x,z) παριστάνει την καμπυλότητα της γλωττίδας από το τέλος της κεφαλής της μέχρι και την άκρη της.

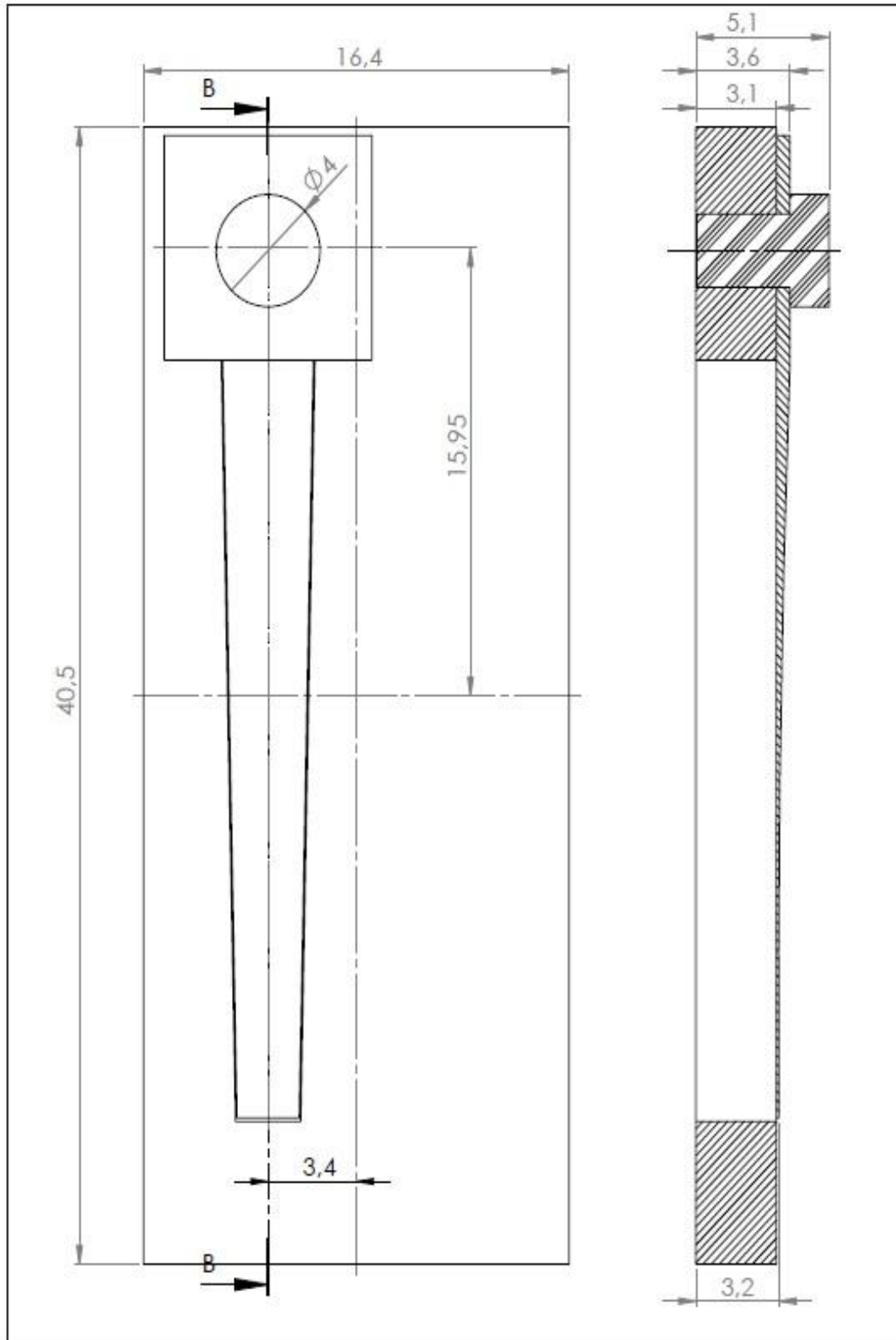


Σχήμα 8.2: Προφίλ επιφάνειας της γλωττίδας εξ αριστερών

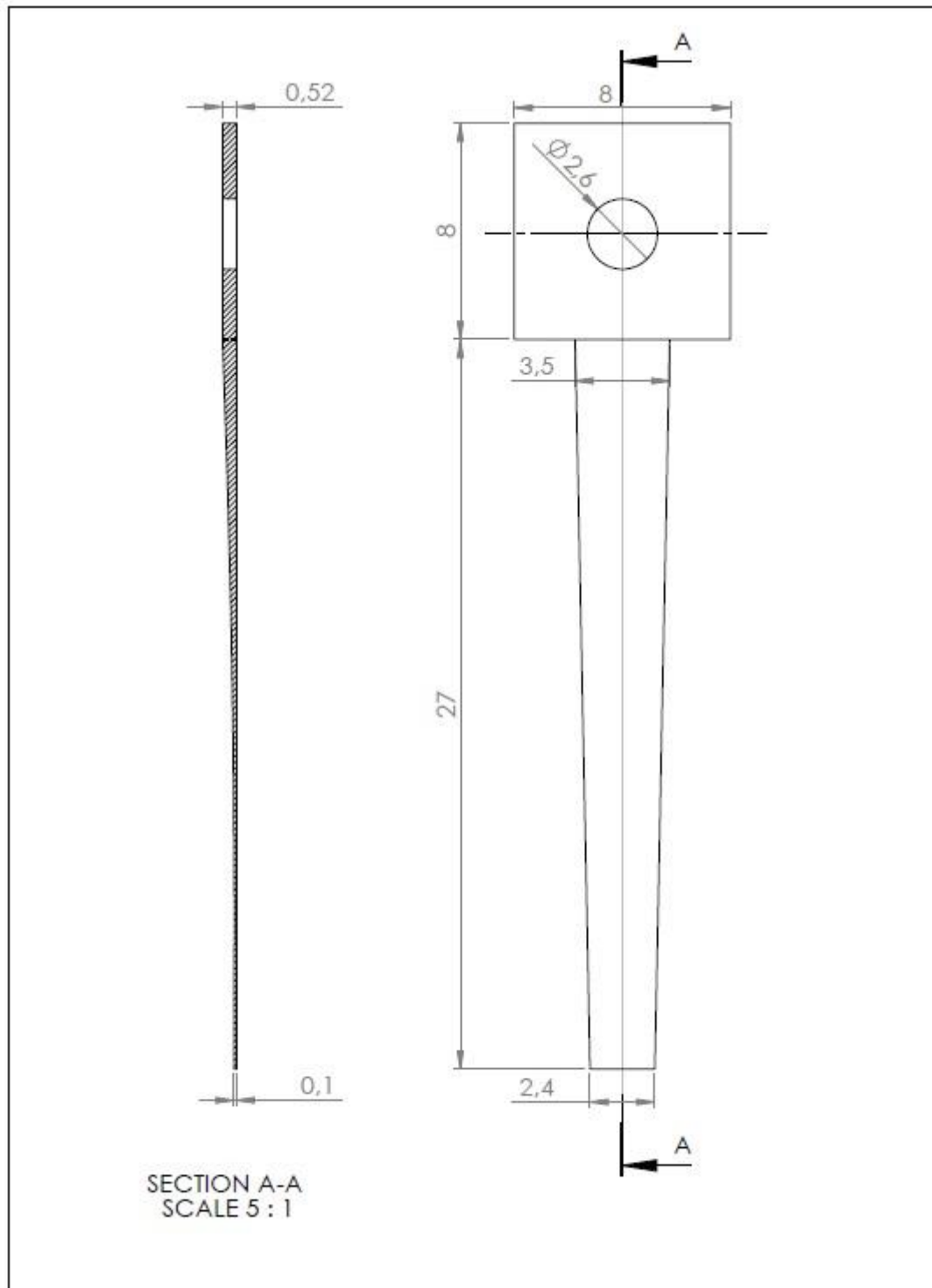
Με το ειδικό μηχάνημα Faro scan, επιλέχθηκε να μετρηθεί μόνον η γλωττίδα, διότι οι διαστάσεις της είναι της τάξης των 10^{-4} m και απαιτεί ιδιαίτερη ακρίβεια. Οι διαστάσεις των υπόλοιπων μερών μετρήθηκαν με τη βοήθεια ενός παχύμετρου.

8.2 Σχεδιασμός της γλωττίδας με το λογισμικό Solidworks

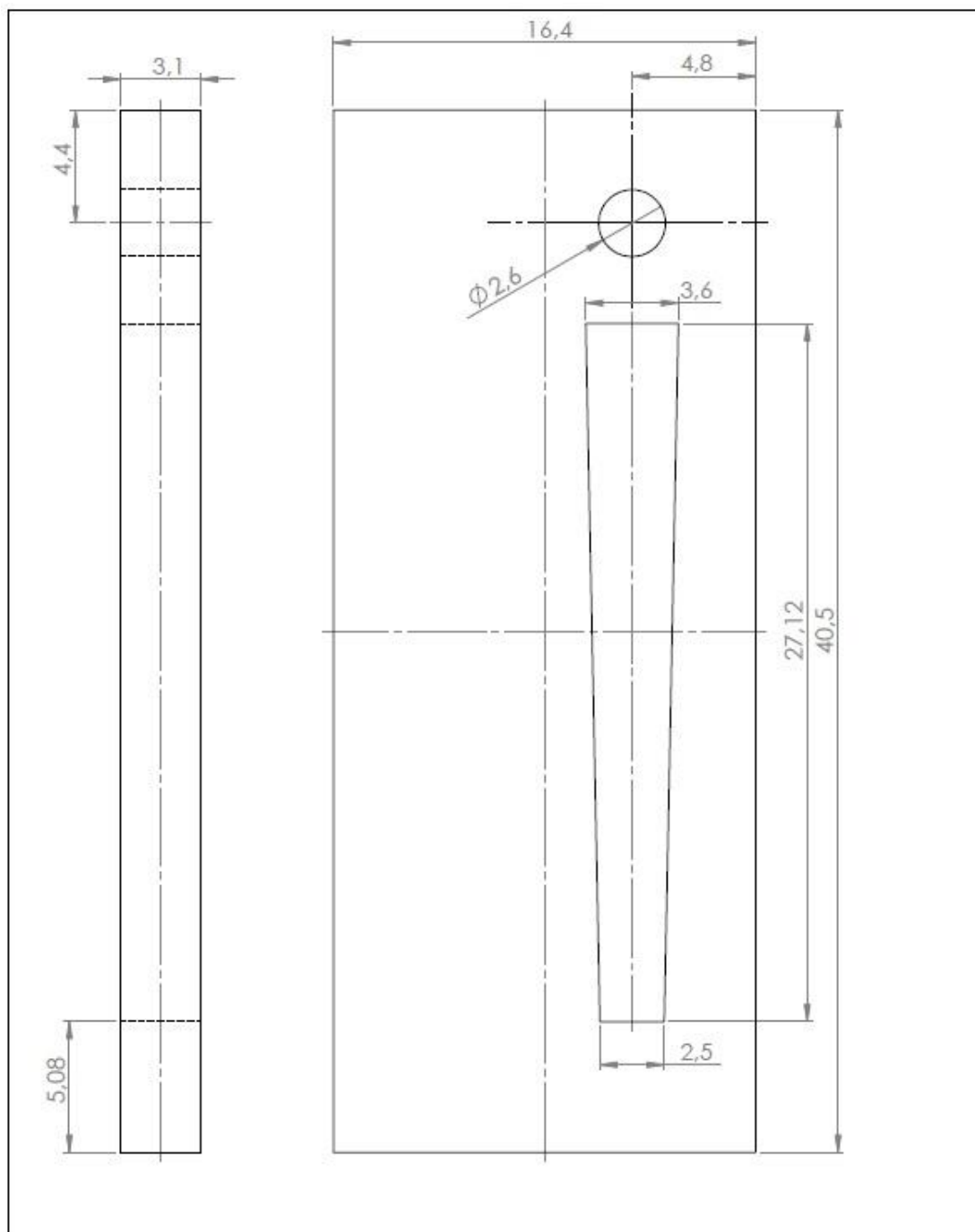
Αφού ολοκληρώθηκε και η διαδικασία μέτρησης των διαστάσεων, δημιουργούμε δισδιάστατο σχέδιο του μοντέλου μας και των μερών του σε λογισμικό Solidworks όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 8.3: Πρόοψη και πλάγια όψη εξ αριστερών σε τομή πρισινομένης γλωττίδας πάνω στην βάση στήριξης

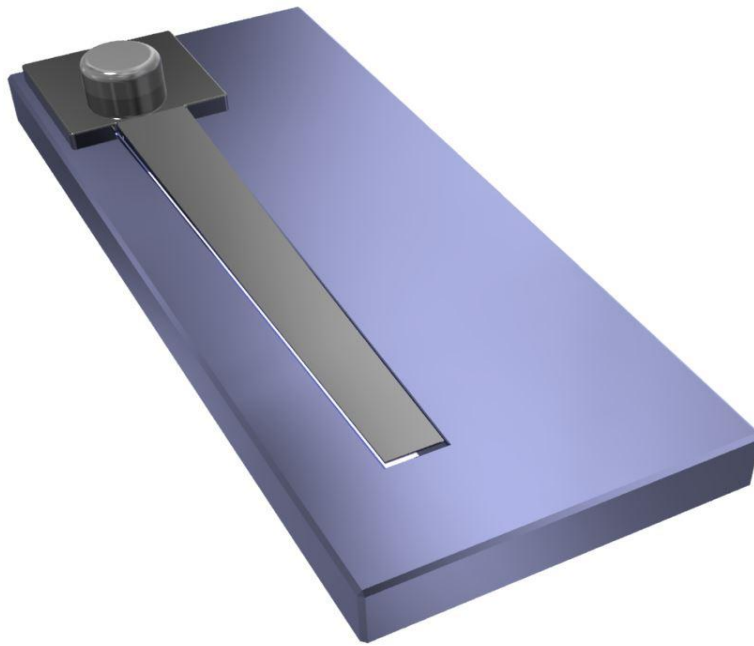


Σχήμα 8.4: Πρόοψη και πλάγια όψη εκ δεξιών σε τομή της γλωττίδας



Σχήμα 8.5: Πρόοψη και πλάγια όψη εκ δεξιόν σε τομή της βάσης στήριξης

Μετά την αποτύπωση των διαστάσεων, σχεδιάσαμε το 3D-μοντέλο μας σε λογισμικό Solidworks, όπως φαίνεται παρακάτω:



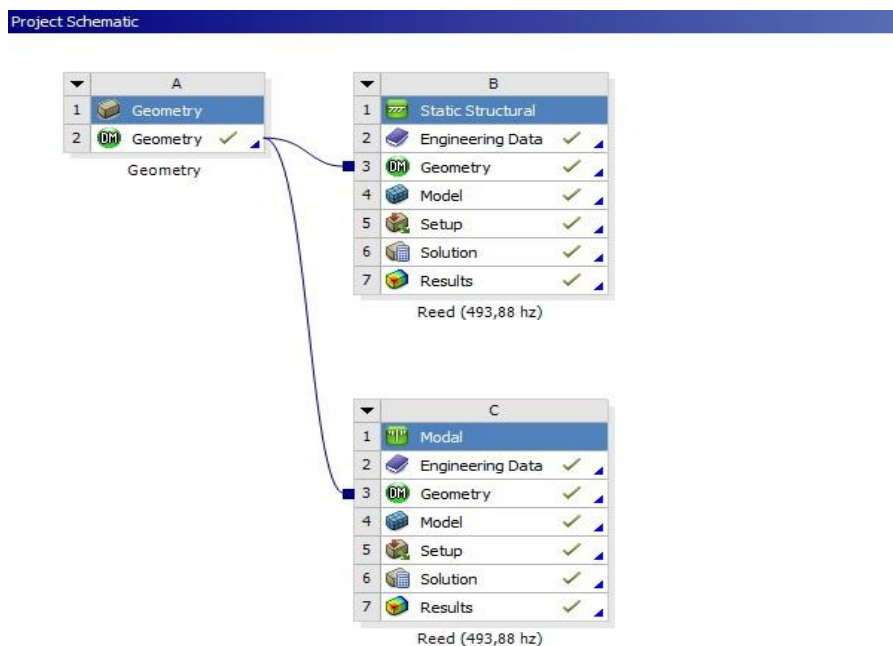
Σχήμα 8.6: Τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου γλωττίδας-πλάκας στήριξης



Σχήμα 8.7: Τρισδιάστατη απεικόνιση του μοντέλου γλωττίδας-πλάκας στήριξης

8.2.1 Επιλογή τύπου πεπερασμένων στοιχείων και γένεση πλέγματος

Αφού ολοκληρώθηκε και η σχεδίαση του μοντέλου γλωττίδας-βάσης, θα εισάγουμε το αρχείο *assembly στο λογισμικό Ansys για την ανάλυσή του. Το λογισμικό αυτό, επιτρέπει και αναγνωρίζει μορφές αρχείων άλλων λογισμικών και επιτρέπει την επεξεργασία και μελέτη του. Το περιβάλλον στο οποίο έγινε η προσομοίωση της γλωττίδας και έγινε η ανάπτυξη των πεπερασμένων στοιχείων είναι το Workbench, και τα πακέτα που χρησιμοποιήθηκαν είναι το Static – Structural και το Modal -Analysis όπως φαίνεται παρακάτω.

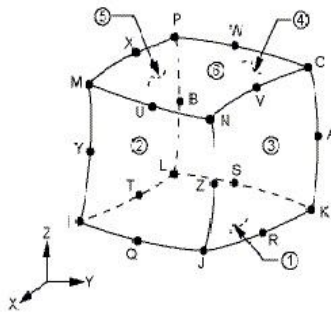


Σχήμα8.8: Περιβάλλον ανάλυσης *Static Structural, Modal Analysis*

Το μοντέλο μας είναι ακριβώς το ίδιο με αυτό που εισάγαμε από το Solidworks χωρίς να έχει γίνει κάποια μετατροπή στις μονάδες των διαστάσεων. Το μοντέλο της γλωττίδας είναι τρισδιάστατο (3D) και για τη δομή του πλέγματος χρησιμοποιήσαμε το στοιχείο SOLID186.

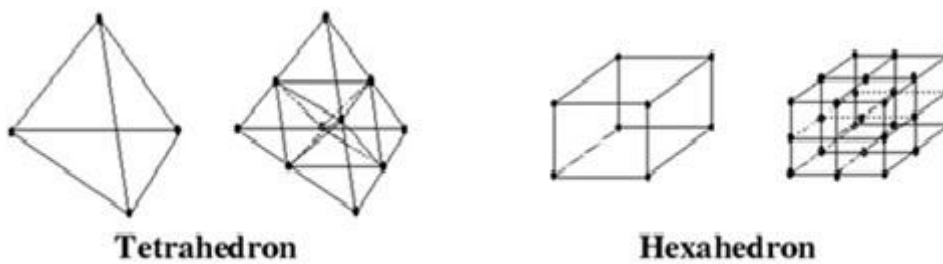
Το SOLID186 είναι ένα στοιχείο για στερεά ανώτερης τάξης 3-D το οποίο παρουσιάζει συμπεριφορά τετραγωνικής μετατόπισης. Το στοιχείο ορίζεται από 20 κόμβους και έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο. Το στοιχείο μπορεί να υποστηρίξει την πλαστικότητα, την υπερελαστικότητα, τον ερπυσμό, την τασική ακαμψία και μεγάλες παραμορφώσεις.

SOLID186-20 NODES



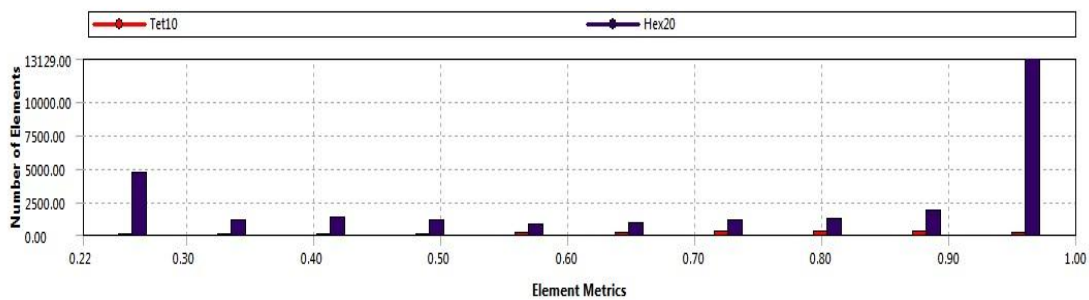
Σχήμα 8.9: Εξάεδρο - κύβος με 3 κόμβους σε κάθε στοιχείο και με τρεις βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο

Αναλυτικότερα, οι γεωμετρίες των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν είναι τετράεδρα (Tet10), εξάεδρα (Hex20) και πεντάεδρα (Wed15). Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται όλες οι γεωμετρίες στοιχείων που αναφέραμε:



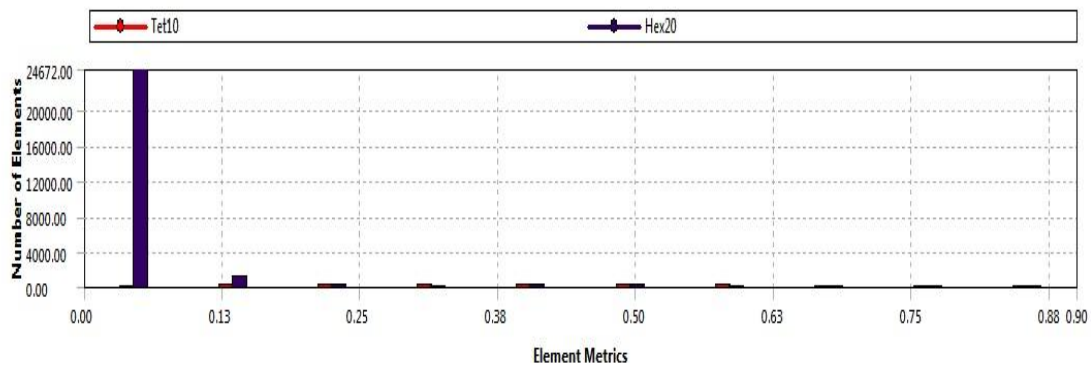
Σχήμα 8.10: α) Τετράεδρο β) Εξάεδρο-κύβος γ) Πρίσμα δ) Πεντάεδρο-πυραμίδα

Στο παρακάτω γράφημα φαίνεται ο αριθμός των στοιχείων ανά κατηγορία, καθώς και η ποιότητά τους. Στον οριζόντιο άξονα, με κλίμακα από μηδέν έως ένα παριστάνεται η ποιότητα των στοιχείων (elements quality), όπου το «1» αντιστοιχεί στην καλή ποιότητα και το «0» στην κακή. Είναι ξεκάθαρο πως ο μεγαλύτερος αριθμός των στοιχείων βρίσκεται κοντά στο «1», ενώ ένας μικρός αριθμός στοιχείων σε σχέση με τον συνολικό βρίσκεται στο «0,22».



Σχήμα 8.11: Elements Quality

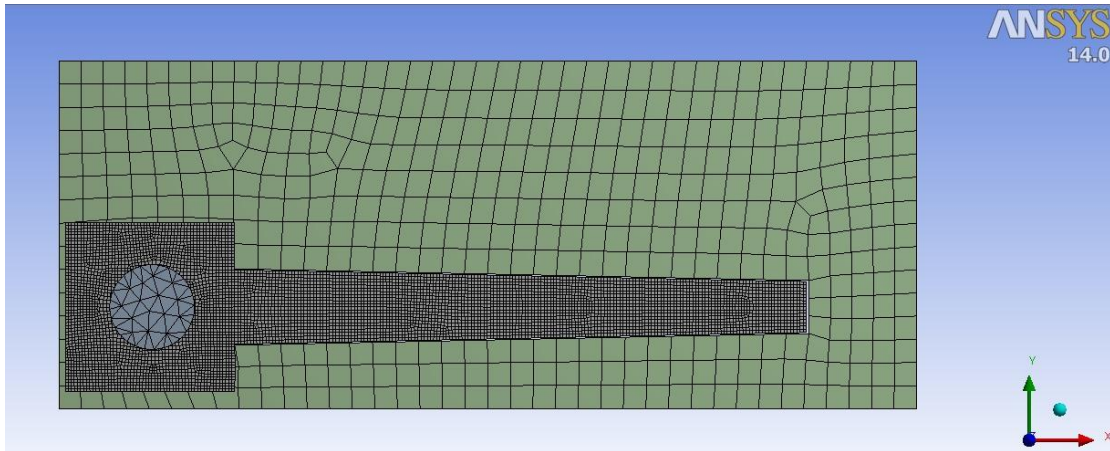
Επίσης στο παρακάτω γράφημα, παρουσιάζεται η ασυμμετρία (skewness) στο πλέγμα του μοντέλου με κλίμακα από μηδέν έως ένα. Είναι και εδώ προφανές, πως το πλέγμα που κάναμε είναι ιδιαίτερα πετυχημένο όσον αφορά τη γεωμετρία του πλέγματος, αφού η ασυμμετρία (skewness) όλων των στοιχείων έχει τιμή κοντά στο μηδέν.



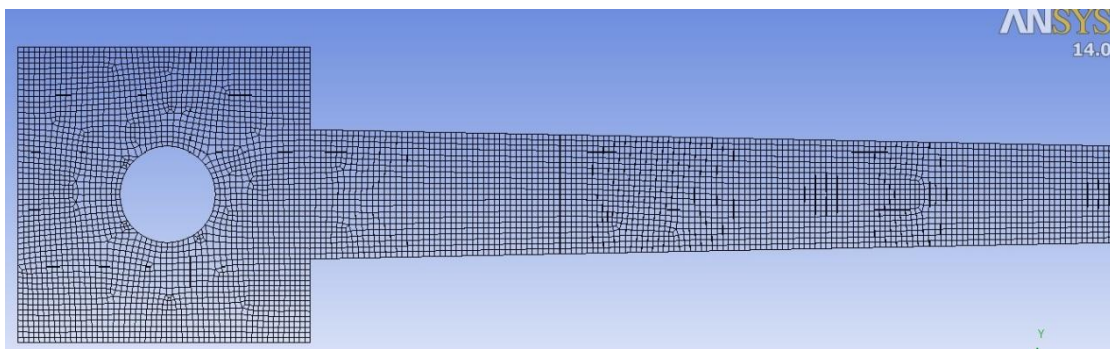
Σχήμα 8.12: Skewness

Όπως θα δούμε και παρακάτω ο αριθμός των στοιχείων της γλωττίδας είναι πολύ μεγαλύτερος σε σχέση τον αντίστοιχο αριθμό του πριτσινιού και της βάσης. Αυτό γίνεται αρκετά κατανοητό και στην παρακάτω εικόνα, η οποία δείχνει την πολύ πυκνή πλεγματοποίηση της γλωττίδας σε σχέση με τις άλλες γεωμετρίες. Προφανώς έχει γίνει σκόπιμα, διότι οι ιδιοσυχνότητες που θέλουμε να βρούμε αφορούν κατά κύριο λόγο την συμπεριφορά και απόκριση της γλωττίδας και όχι ολόκληρου του συστήματος. Παρόλο αυτά πρέπει να τονίσουμε, ότι στην απόκριση της γλωττίδας-βάσης όσον αφορά το ακουστικό φαινόμενο - ηχώχρωμα αλλά και την σύζευξή του με όλο το σώμα του οργάνου (Ακκορντεόν), η βάση στήριξης της γλωττίδας παίζει πολύ σημαντικό ρόλο. Άλλωστε ο κύριος σκοπός της ανάλυσης ιδιοσυχνοτήτων σε αυτό το κεφάλαιο είναι η μοντελοποίηση της γλωττίδας χωρίς το ακουστικό φαινόμενο και την σύζευξη κατασκευής – ρευστού (Fluid Structure Interaction).

Στο Σχήμα (8.13) φαίνεται η πλεγματοποίηση ολόκληρου του μοντέλου μας, ενώ στο Σχήμα (8.14) φαίνεται ακριβέστερα το πλέγμα της γλωττίδας μεμονωμένα.



Σχήμα 8.13: Πλέγμα ολόκληρου του μοντέλου γλωττίδας, βάσης στήριξης και πριτσινιού



Σχήμα 8.14: Πλέγμα γλωττίδας

8.3 Στατική ανάλυση (Static Structural)

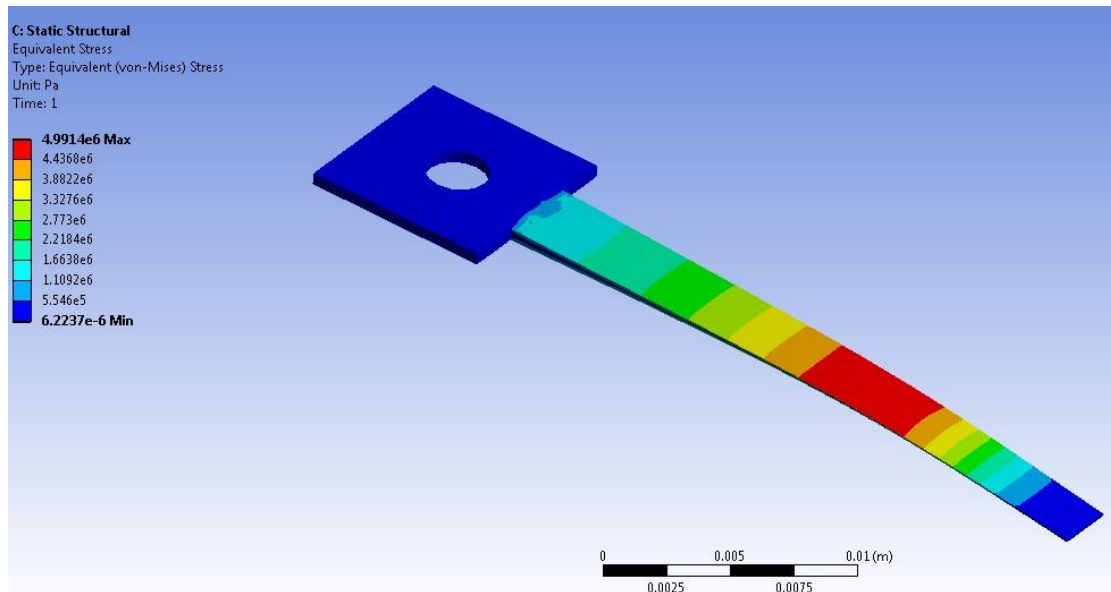
8.3.1 Μηχανική Ανάλυση

Σύμφωνα με την ανάλυση δυνάμεων και πιέσεων που κάναμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, είδαμε την κατανομή της πίεσης για το κοινό σημείο του ρευστού και του στερεού (γλωττίδα) συναρτήσει του χρόνου.

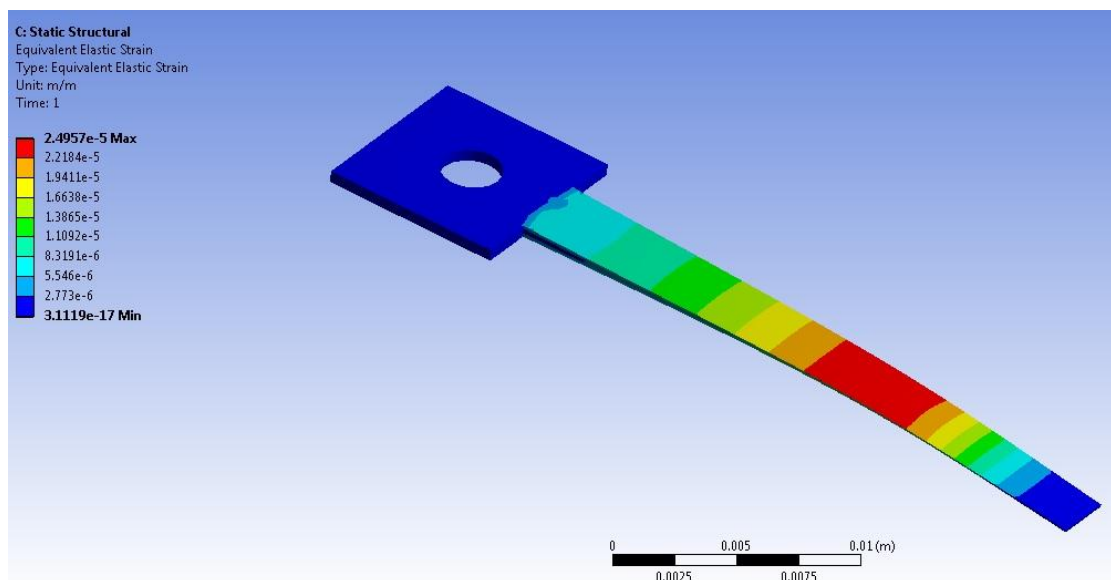
Σε αυτή τη παράγραφο παρουσιάζεται η κατανομή των τάσεων λόγω της κάμψης που υφίσταται η γλωττίδα, καθώς και την παραμόρφωση. Σύμφωνα με το διάγραμμα πιέσεων (Σχήμα 6.17), η μέγιστη πίεση που ασκήθηκε στην γλωττίδα σύμφωνα με τον νόμο δράσης-αντίδρασης είναι $P = 130 Pa$. Η μέγιστη πίεση $P = 130 Pa$ είναι διπλάσια από την υπολογισθείσα αφού στο θεωρητικό μοντέλο αναφερόμαστε στο ένα

πλευρικό διάκενο εκ των δύο. Παρόλο που το θεωρητικό μας μοντέλο στο δεδομένο κεφάλαιο έχει άλλη γεωμετρία, θα θεωρήσουμε μία μεγαλύτερη τιμή της πίεσης $P = 200Pa$ εξασφαλίζοντας παράλληλα ότι το μοντέλο μας θα βρίσκεται στην ελαστική περιοχή.

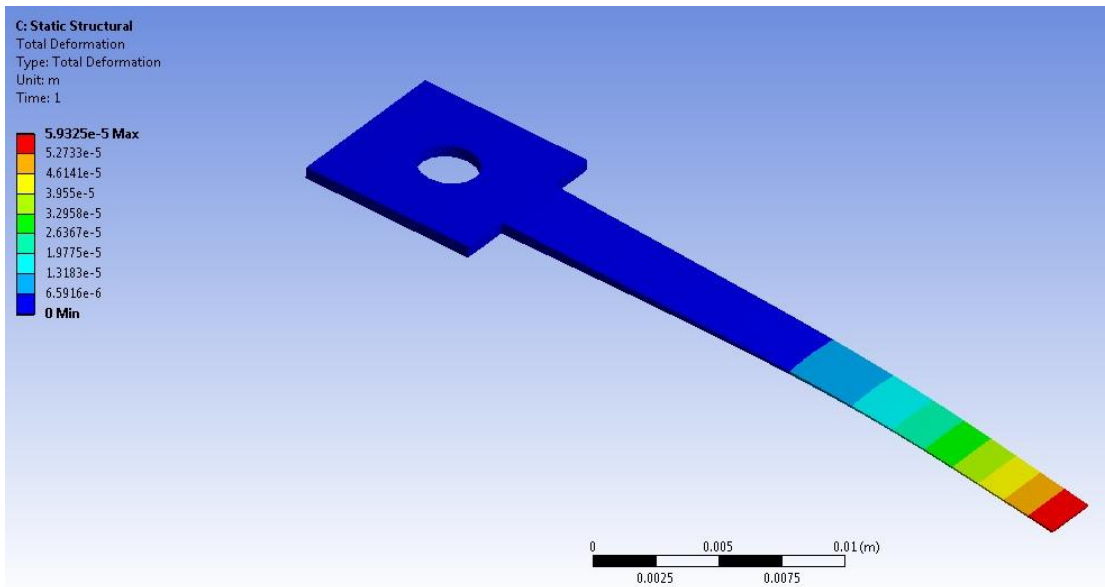
Αποτελέσματα



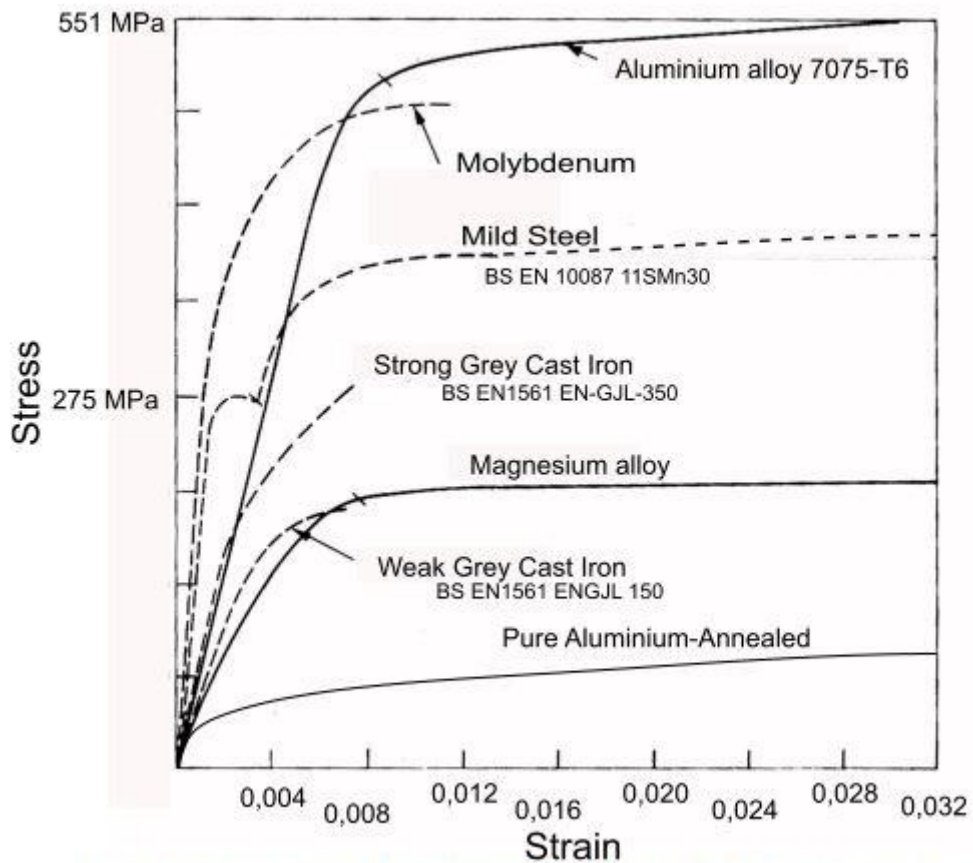
Σχήμα 8.15: Γραφική απεικόνιση κατανομής των τάσεων σε όλο το μήκος της γλωττίδας



Σχήμα 8.16: Γραφική απεικόνιση της συνολικής ανηγμένης παραμόρφωσης



Σχήμα 8.17: Γραφική απεικόνιση συνολικής μετατόπισης



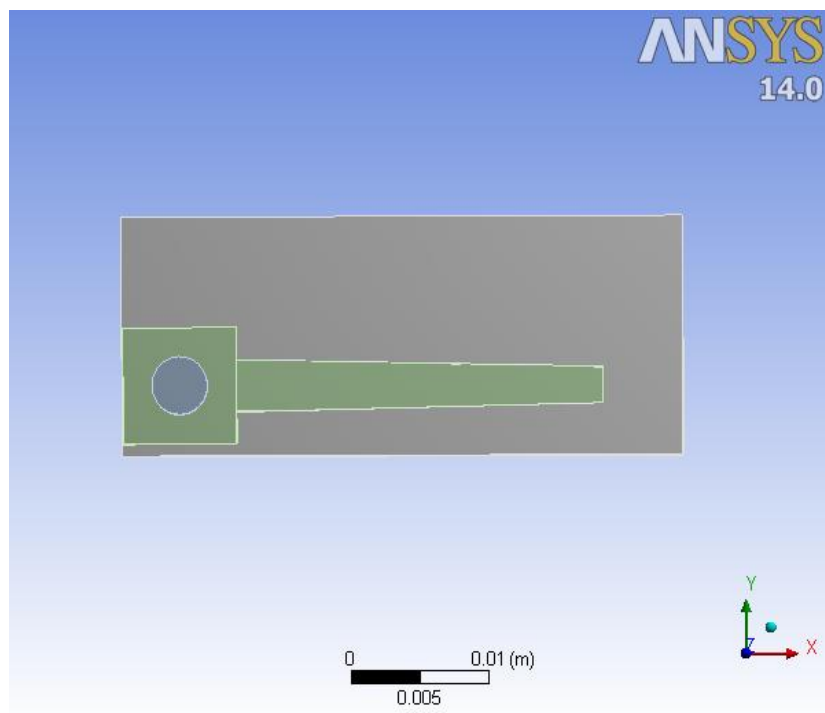
Σχήμα 8.18: Γράφημα καμπυλών Τάσης - Παραμόρφωσης

Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα Stress-Strain, το μοντέλο μας βρίσκεται στην αρχή της ελαστικής περιοχής ακολουθώντας την καμπύλη Mild Steel με μέγιστη τιμή τάσης $5 \cdot 10^6$ Pa και αντίστοιχης τιμή ανηγμένης παραμόρφωσης 0,0005 m/m. Συμπεραίνουμε ότι, υπάρχει μεγάλο περιθώριο άσκησης πίεσης στην γλωττίδα χωρίς να διατρέχουμε τον κίνδυνο παραμόρφωσης και καταστροφής.

8.4 Υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων και παρουσίαση ιδιομορφών

Ο υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων ενός τέτοιου μοντέλου είναι σχετικά μία απλή διαδικασία, παρόλο αυτά χρειάζεται να την διεξάγουμε αρκετά προσεκτικά, καθώς αποτελεί συνάρτηση πολλών παραγόντων. Στόχος αυτής της ανάλυσης είναι να καθορίσουμε την γεωμετρία της γλωττίδας, τις ιδιότητες του υλικού συναρτήσει των ιδιοσυχνοτήτων απόκρισης της γλωττίδας. Γενικά, οι πληροφορίες που υπάρχουν σχετικά με το υλικό κατασκευής - κράμα και την ακριβή γεωμετρία της γλωττίδας είναι άγνωστες καθώς αποτελούν μυστικό των εταιριών κατασκευής για λόγους εμπορικότητας. Η μόνη πληροφορία που γνωρίζουμε σχετικά, είναι ότι το υλικό κατασκευής των γλωττίδων είναι ασάλι χωρίς να ξέρουμε τις ιδιότητές του και την διαδικασία παρασκευής του. Επίσης, αξίζει να αναφέρουμε ότι το τελικό κούρδισμα της εκάστοτε γλωττίδας πριν φτάσει στο στάδιο της πώλησης, γίνεται χειρωνακτικά από τους τεχνίτες της βιομηχανίας. Ουσιαστικά χρησιμοποιούν κάποιο ψηφιακό μετατροπέα του ακουστικού σήματος που λαμβάνουν με την διέγερση της γλωττίδας και έπειτα επεμβαίνουν οι ίδιοι κουρδίζοντάς τη. Η διαδικασία κουρδίσματος είναι αρκετά απλή. Ο τεχνίτης για να κουρδίσει την γλωττίδα σε υψηλότερη συχνότητα, αφαιρεί από την άκρη της μύτη της υλικό, ξύνοντάς τη με ένα αιχμηρό εργαλείο. Αντιθέτως, για να της χαμηλώσει το κούρδισμα, αφαιρεί από την βάση της λίγο υλικό. Η συγκεκριμένη αναφορά γίνεται για να δείξουμε το πόσο σημαντικό ρόλο παίζει η μάζα της γλωττίδας στο κούρδισμά της. Είναι προφανές λοιπόν, ότι η μοντελοποίηση ενός τέτοιου μοντέλου ενδέχεται να εμφανίσει μεγάλη απόκλιση σε σχέση με το προϊόν (γλωττίδα) που θα διατεθεί στην αγορά.

Παρακάτω θα αναφέρουμε τα χαρακτηριστικά των υλικών και του πλέγματος, βάση των οποίων έγινε η μοντελοποίηση.



Σχήμα 8.19: Μοντέλο γλωττίδας - βάσης

8.5 Στοιχεία πλέγματος

Τα παρακάτω στοιχεία αφορούν παραμέτρους, βάση των οποίων έγινε η μοντελοποίηση, και τα οποία αποτελούν μέρος του *Report Preview* του *Modal Results*.

Στοιχεία πλέγματος

Model > Geometry > Parts

Object Name	<i>Vasi</i>	<i>Pritsini</i>	<i>Glottida</i>
State	Meshed		
Material			
Assignment	Structural Steel		
Bounding Box			
Length X	4.05e-002 m	4.e-003 m	3.46e-002 m
Length Y	1.64e-002 m	4.e-003 m	8.e-003 m

Length Z	3.1e-003 m	5.1e-003 m	5.e-004 m
Properties			
Volume	1.7925e-006 m ³	3.7963e-008 m ³	4.6876e-008 m ³
Mass	1.4071e-002 kg	3.9801e-004 kg	3.6797e-004 kg
Statistics			
Nodes	35235	855	286525
Elements	7130	423	60625

Αριθμός στοιχείων και κόμβων

Statistics	
Nodes	322615
Elements	68178

Μήκη πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν

Type	Element Size	
Element Size	1.e-004 m	1.5e-004 m

Στοιχεία υλικών

Structural Steel

Density	7850 kg m ⁻³
Coefficient of Thermal Expansion	1.2e-005 C ⁻¹
Specific Heat	434 J kg ⁻¹ C ⁻¹
Thermal Conductivity	60.5 W m ⁻¹ C ⁻¹
Resistivity	1.7e-007 ohm m

Structural Steel > Isotropic Elasticity

Young's Modulus Pa	Poisson's Ratio	Bulk Modulus Pa	Shear Modulus Pa
2e+011	0.3	1.75e+011	8.0769e+010

Structural Steel > Damping Factor

Mass-Matrix Damping Multiplier
1.e-003

Structural Steel > Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion

Reference Temperature C
22

Aluminum Alloy

Aluminum Alloy > Constants

Density	2770 kg m ⁻³
Coefficient of Thermal Expansion	3.3e-005 C ⁻¹
Specific Heat	875 J kg ⁻¹ C ⁻¹

Aluminum Alloy > Compressive Yield Strength

Compressive Yield Strength Pa
3.8e+008

Aluminum Alloy > Tensile Yield Strength

Tensile Yield Strength Pa

3.8e+008

Aluminum Alloy > Tensile Ultimate Strength

Tensile Ultimate Strength Pa
3.1e+008

Aluminum Alloy > Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion

Reference Temperature C
22

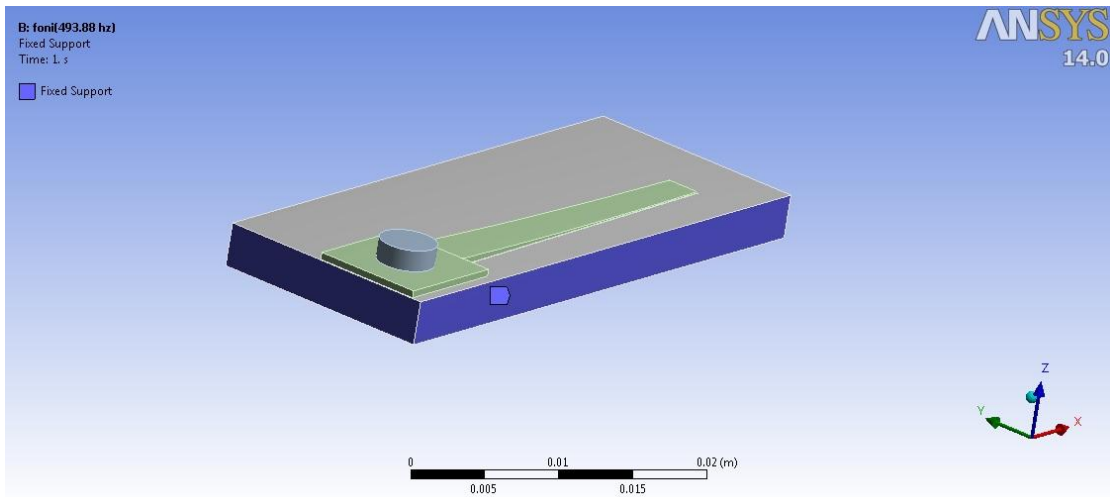
Aluminum Alloy > Isotropic Elasticity

Young's Modulus Pa	Poisson's Ratio	Bulk Modulus Pa	Shear Modulus Pa
7.1e+010	0.33	6.9608e+010	3.6692e+010

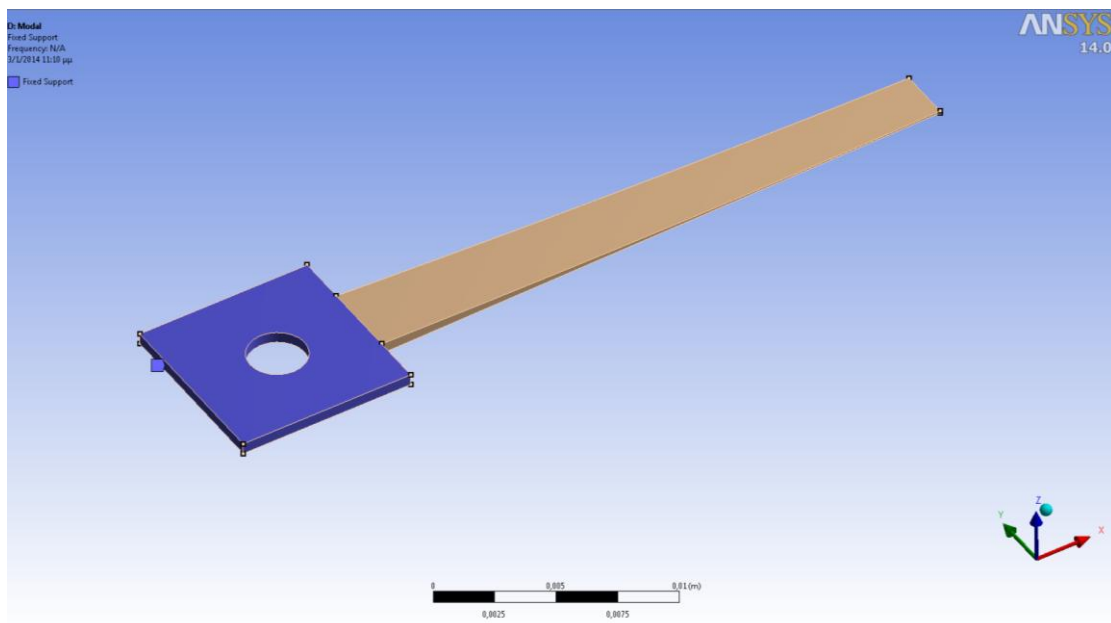
Οριακές συνθήκες

Στην πραγματικότητα ως οριακή συνθήκη του μοντέλου μας για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων, αρκεί να ορίσουμε το μοντέλο πακτωμένο μέσω κάποιας επιφάνειας. Συγκεκριμένα, το ορθό είναι να επιλέξουμε ως πάκτωση, την επιφάνεια περιμετρικά της πλάκας στήριξης όπως φαίνεται στο Σχήμα (8.20). Στην πραγματικότητα η πλάκα αυτή είναι προσαρμοσμένη-βιδωμένη πάνω στις καρίνες, στο σώμα του οργάνου.

Παρόλο αυτά, αυτού του είδους η πάκτωση δε θα μας δώσει τα σωστά αποτελέσματα, καθώς υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες της βάσης και όχι της γλωττίδας. Έτσι, καταλήξαμε να ορίσουμε ως πακτωμένη επιφάνεια το μέρος της γλωττίδας που είναι πρισινομένο πάνω στη βάση, όπως φαίνεται στο Σχήμα (8.21).



Σχήμα 8.20: Πάκτωση μοντέλου στην πλάκα στήριξης (περιμετρικά)



Σχήμα 8.21: Πάκτωση γλωττίδας (περιμετρικά)

Η διαδικασία υπολογισμού ιδιοσυχνοτήτων της γλωττίδας είναι η εξής:

Αρχικά ορίζουμε τις ιδιότητες του υλικού που θα χρησιμοποιήσουμε για την γλωττίδα, την βάση στήριξης και το πριτσίνι. Το υλικό που χρησιμοποιούν οι βιομηχανίες γλωττίδων για την κατασκευή τους είναι το ασάλι, ενώ η πλάκα στήριξης αυτών είναι κατασκευασμένες από αλουμίνιο. Το σύνηθες υλικό των βάσεων ήταν ο ψευδάργυρος (ZINC), αλλά εξαιτίας του μεγάλου βάρους του το αντικατέστησαν με αλουμινένιες βάσεις. Έτσι τα υλικά μοντελοποίησης που επιλέξαμε είναι το ασάλι για την γλωττίδα και το πριτσίνι και το αλουμίνιο για την βάση στήριξης.

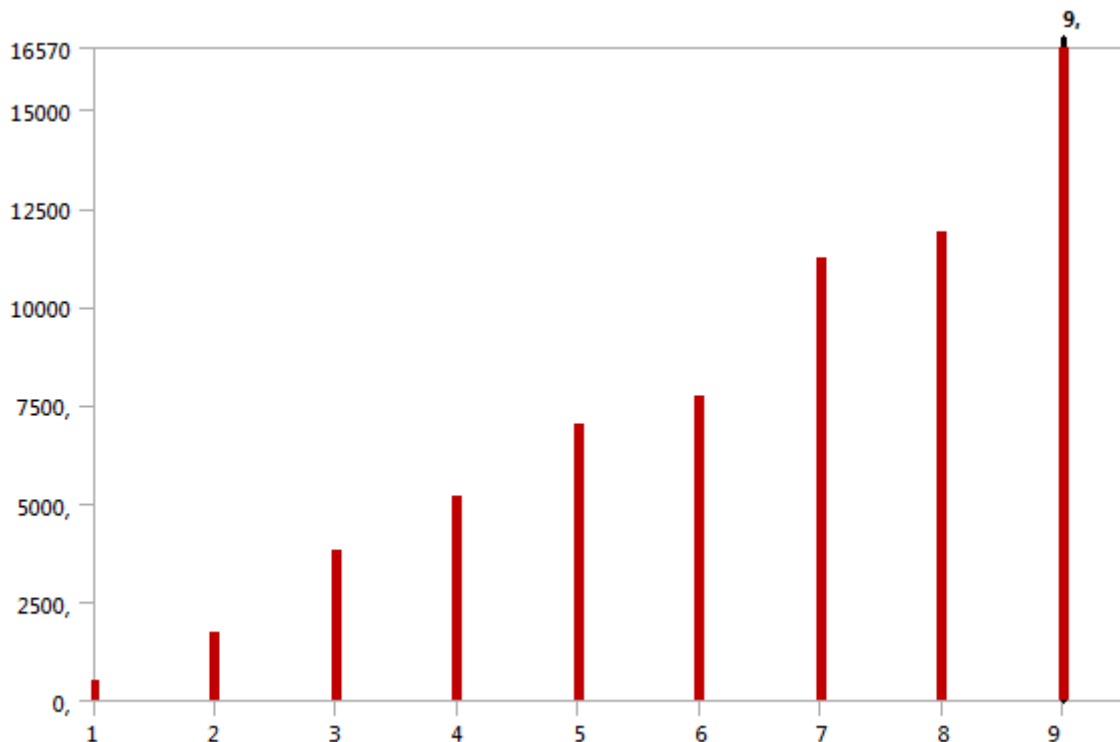
Έτσι με τα υπάρχοντα δεδομένα ακολουθούν οι παρακάτω ιδιομορφές και ιδιοσυχνότητες της γλωττίδας και της βάσης στήριξης χωριστά. Θα παρουσιαστούν οι πρώτες έξι ιδιομορφές, καθώς οι επόμενες επαναλαμβάνονται.

8.6 Οι πρώτες εννιά ιδιοσυχνότητες της γλωττίδας

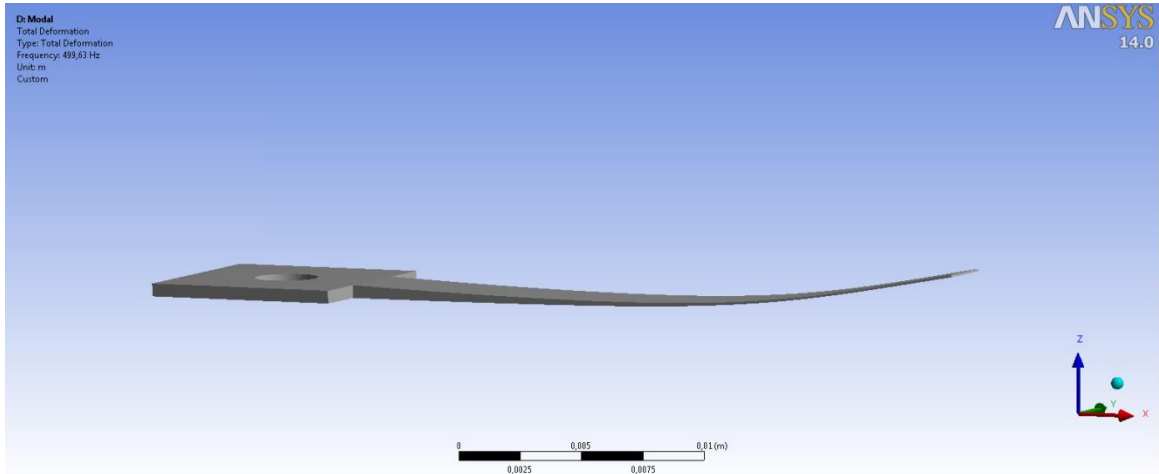
Οι εννιά πρώτες αρμονικές.

Model (D4) > Modal (D5) > Solution (D6)

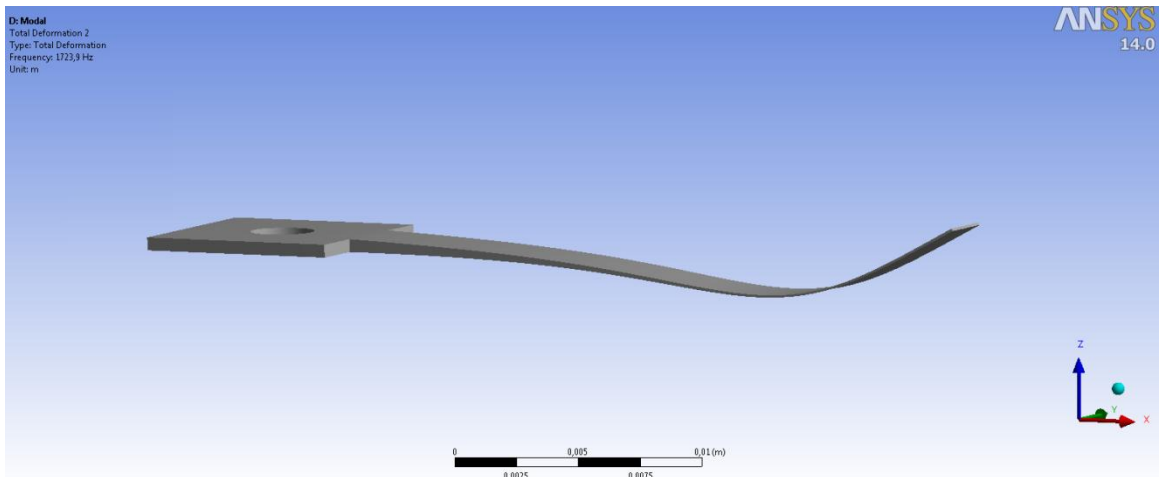
Mode	Frequency [Hz]
1,	499,63
2,	1723,9
3,	3826,7
4,	5159,8
5,	7002,7
6,	7721,9
7,	11250
8,	11882
9,	16570



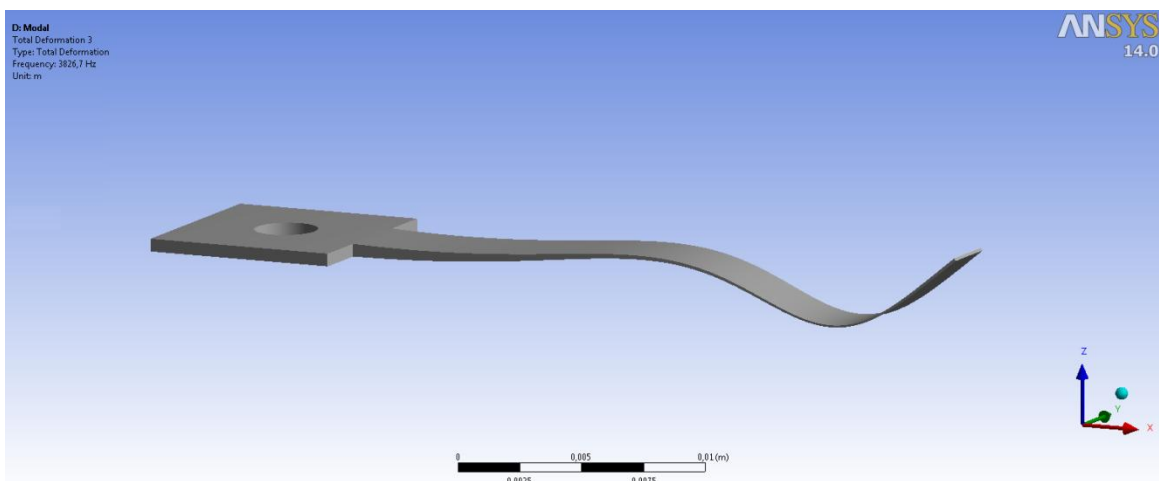
Σχήμα 8.22: Πρώτες εννιά ιδιοσυχνότητες της γλωττίδας



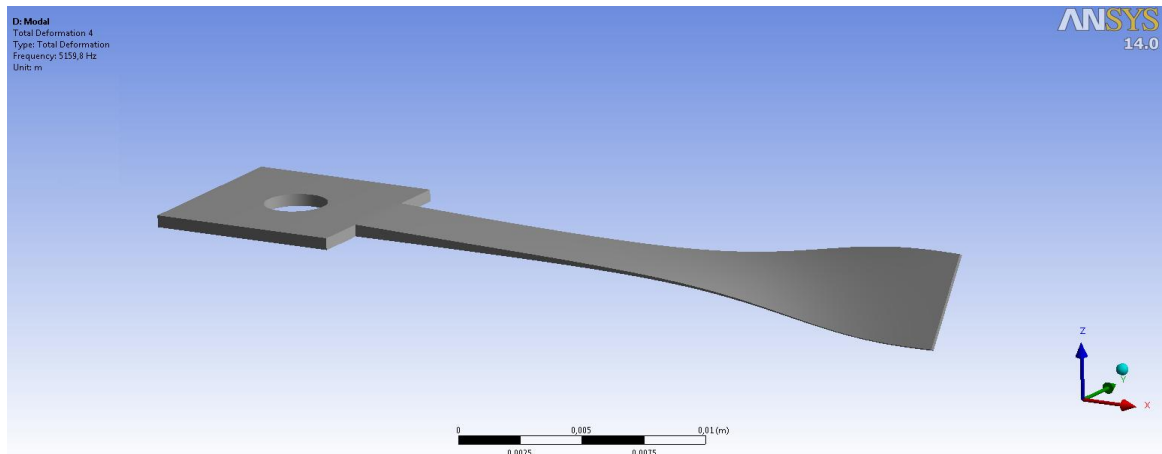
Σχήμα 8.23: 1η ιδιομορφή ($f_1=499,63\text{Hz}$)



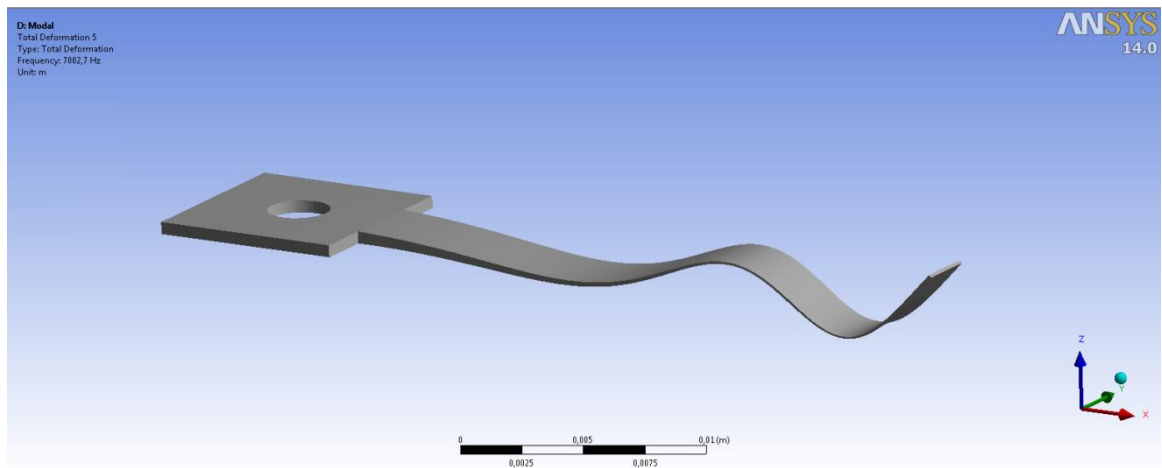
Σχήμα 8.24: 2η ιδιομορφή ($f_2=1723,9\text{Hz}$)



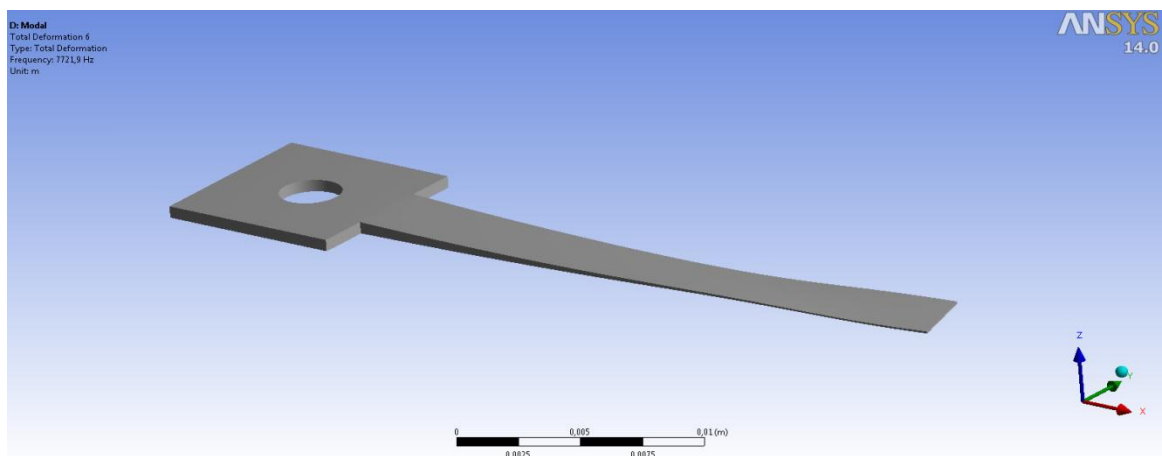
Σχήμα 8.25: 3η ιδιομορφή ($f_3=3826,7\text{Hz}$)



Σχήμα 8.26: 4η ιδιομορφή ($f_4=5159,8\text{Hz}$)



Σχήμα 8.27: 5η ιδιομορφή ($f_5=7002,7\text{Hz}$)



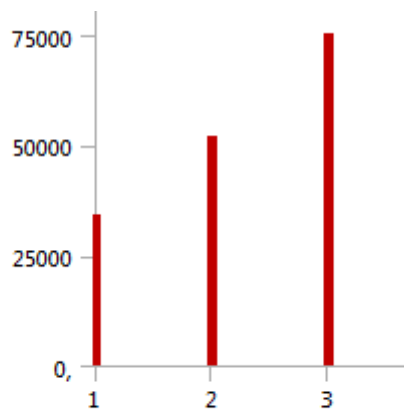
Σχήμα 8.28: 6η ιδιομορφή ($f_6=7721,9\text{Hz}$)

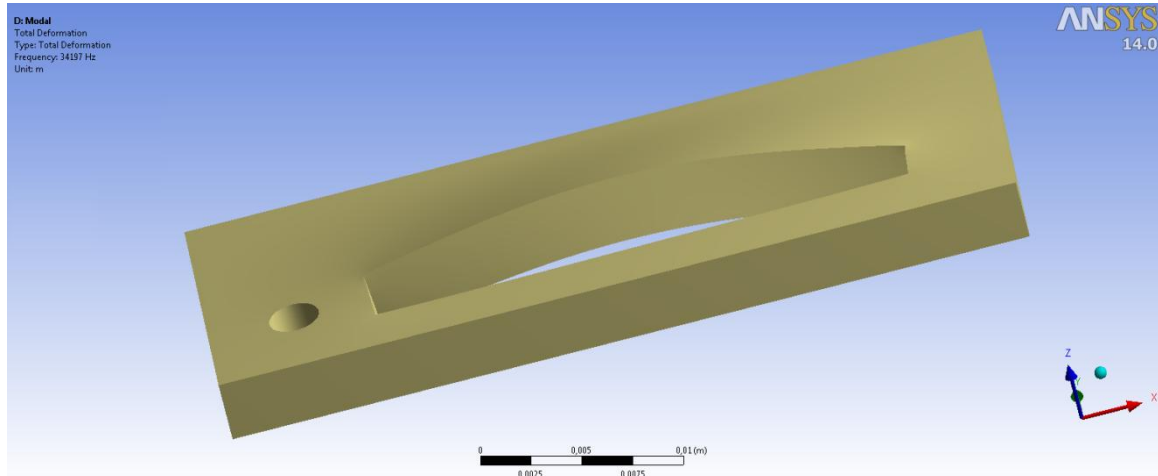
8.7 Οι πρώτες τρεις ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της βάσης στήριξης

Model (D4) > Modal (D5) > Solution (D6)

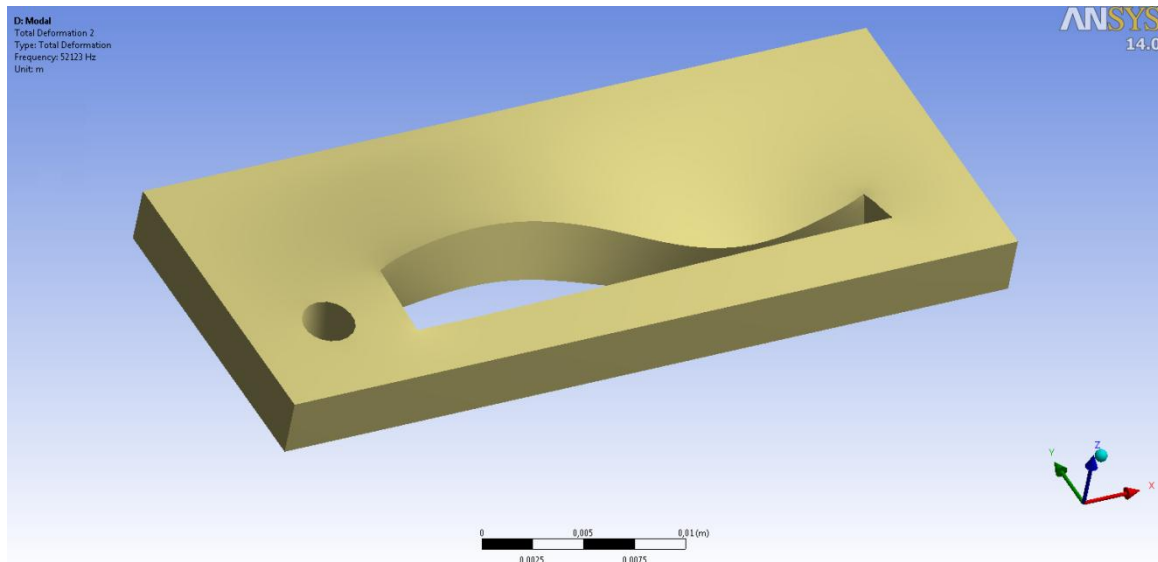
Mode	Frequency [Hz]
1,	34197
2,	52123
3,	75471

Modal (D5) > Solution (D6)

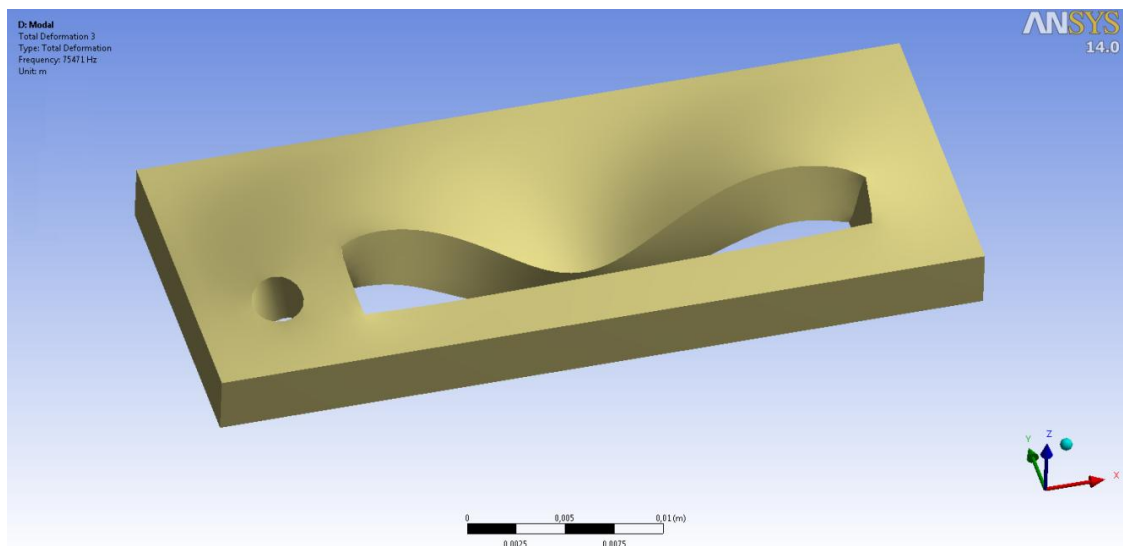




Σχήμα 8.29: 1η ιδιομορφή ($f_1=34197\text{Hz}$)



Σχήμα 8.30: 2η ιδιομορφή ($f_2=52123\text{Hz}$)



Σχήμα 8.31: 3η ιδιομορφή ($f_3=75471\text{Hz}$)

Οι ιδιοσυχνότητες της βάσης στήριξης είναι πολύ υψηλές, τις οποίες το ανθρώπινο αυτί δεν μπορεί να τις αντιληφθεί. Ενδιαφέρον αποτελεί μόνον οι ιδιομορφές που αποκτά η βάση στήριξης.

Πειραματικό μέρος

Όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή αυτού του κεφαλαίου, σκοπός της μοντελοποίησης αυτής της γλωττίδας είναι η σύγκρισή της με την πραγματική ως προς τον τόνο της. Για να γίνει αυτή η σύγκριση, διεγείραμε την πραγματική γλωττίδα θέτοντάς τη σε ρεύμα αέρα σταθερής πίεσης και την ηχογραφήσαμε με μικρόφωνο υψηλής ακρίβειας μέσα σε ηχομονωμένο θάλαμο. Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο Σχήμα , το σύστημα γλωττίδας - βάσης στήριξης είναι προσαρμοσμένο πάνω σε κυλινδρικό αγωγό και μονωμένο για την αποφυγή απωλειών αέρα και πίεσης. Το μικρόφωνο που χρησιμοποιήσαμε είναι το μοντέλο SA538 της εταιρίας CharterOak, και τα βασικά χαρακτηριστικά του παρουσιάζονται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 8.32: Πειραματική διάταξη γλωττίδας – βάσης στήριξης προσαρμοσμένη πάνω κυλινδρικού αγωγού

CharterOak SA538 Vacuum Tube Condenser Microphone



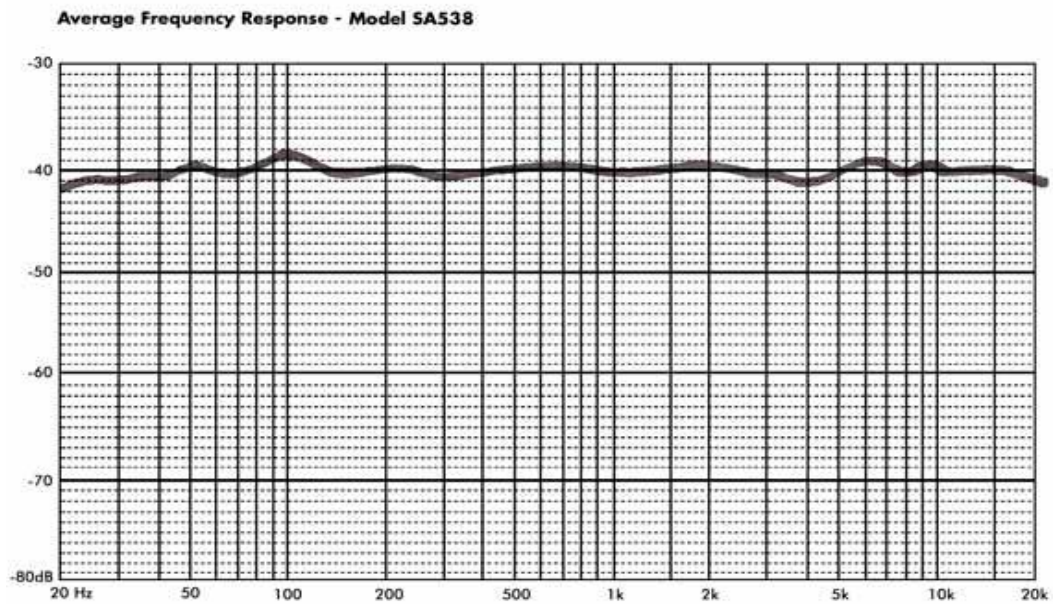
Includes power supply, shock mount, cables, locking flightcase and Lifetime Warranty

Quick Specs

Frequency Response 30Hz-20Khz,
Maximum SPL 128db,
Sensitivity 12mV/Pa Odb= 1V/Pa@1Khz,
E.I.N. 22db A weighted,
Polar Pattern is variable.

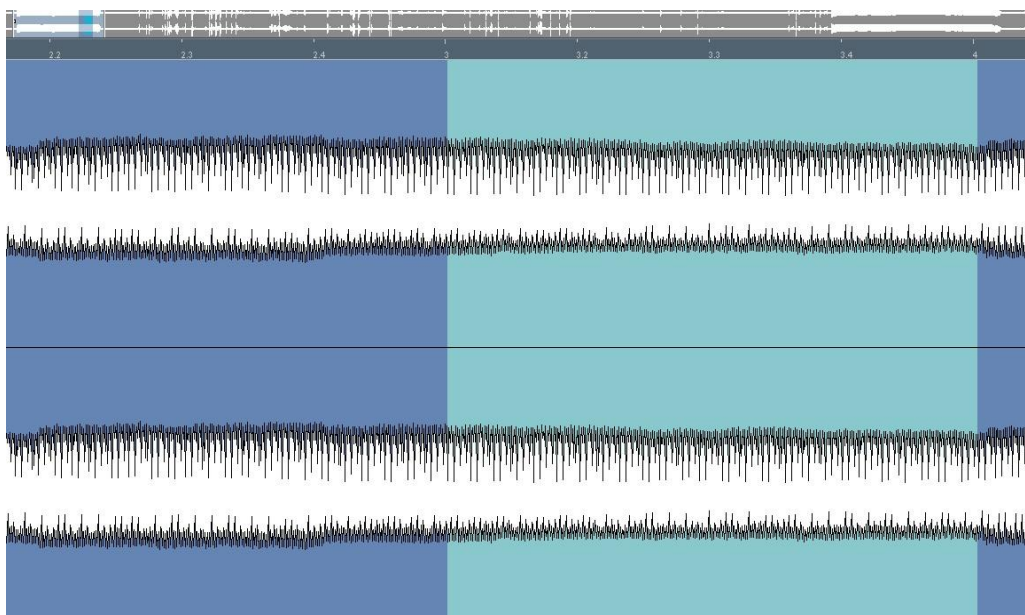
Σχήμα 8.33: Χαρακτηριστικά του μικροφώνου CharterOakSA538

Το παρακάτω διάγραμμα απεικονίζει την κατά μέσο όρο συχνотική απόκριση του μικροφώνου. Παρατηρούμε ότι η συχνотική απόκριση του μικροφώνου σε σχέση με το σημείο αναφοράς των -40 dB παρουσιάζει πολύ μικρή απόκλιση. Το γεγονός αυτό, καθιστά το μικρόφωνο ιδιαίτερα «αχρωμάτιστο» και θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως μικρόφωνο αναφοράς. Η γλωττίδα που ηχογραφήσαμε είναι η νότα Σι₄ (493,88 Hz) έχοντας ως συχνότητα αναφοράς την νότα Λα (440 Hz) και ταχύτητα ήχου 345 m/s.



Σχήμα 8.34: Μέση Απόκριση του SA538 στο πεδίο συχνότητας

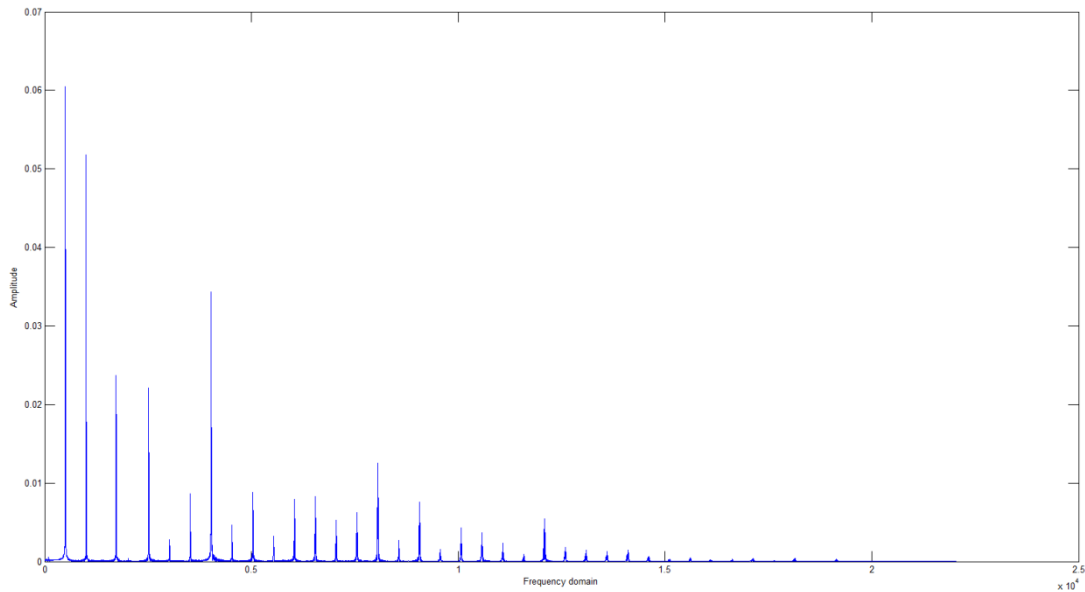
Αφού πήραμε το ηχογραφημένο δείγμα μορφής .wav με συχνότητα δειγματοληψίας 44100 Hz, εισάγαμε την κυματομορφή σε πρόγραμμα ψηφιακής επεξεργασίας ήχου έτσι ώστε να συλλέξουμε το καλύτερα δυνατόν αντιπροσωπευτικό δείγμα της ηχογράφησης όπως φαίνεται παρακάτω. Το τελικό αντιπροσωπευτικό δείγμα της ηχογράφησης που θα μελετήσουμε, το διακρίνουμε με το γαλάζιο χρώμα και είναι διάρκειας ενός δευτερολέπτου.



Σχήμα 8.35: Κυματομορφή ηχογραφημένου δείγματος

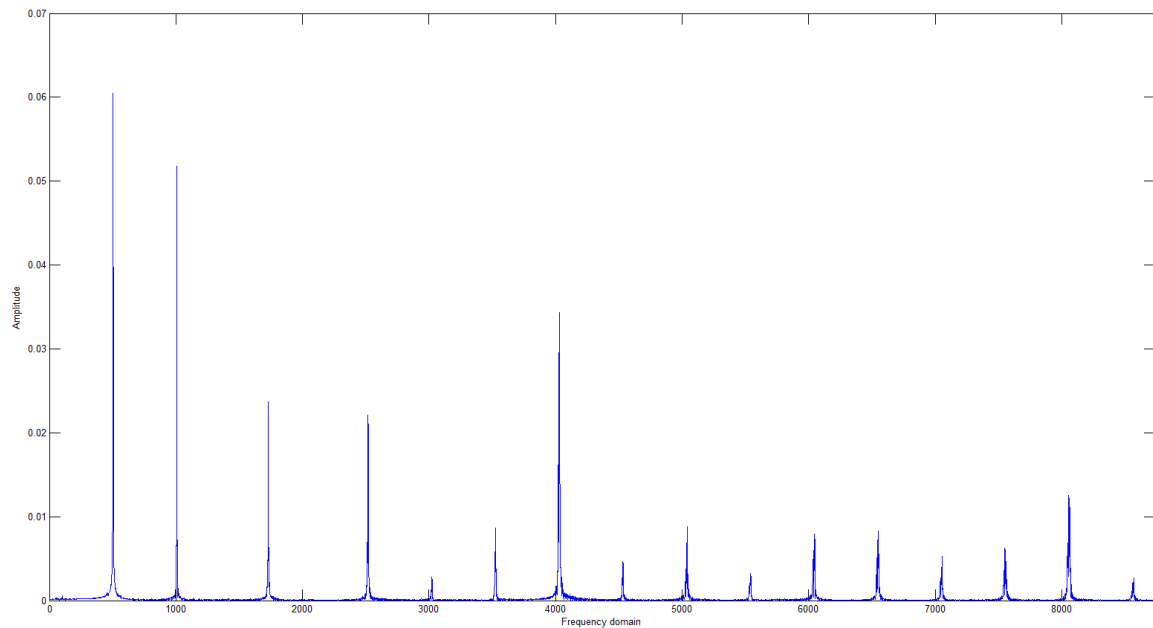
Στη συνέχεια, προκειμένου να γίνει ψηφιακή επεξεργασία του σήματος, γράφτηκε κώδικας ανάλυσης Fourier (FFT) στο λογισμικό Matlab. Εισάγοντας το .wav αρχείο στο Matlab, έγινε ανάλυση Fourier στο ψηφιακό σήμα της ηχογράφησης, και προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα συχνοτικής απόκρισης της γλωττίδας.

Στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζεται το συχνοτικό φάσμα και στον κάθετο άξονα το πλάτος ταλάντωσης.



Σχήμα 8.36: Συχνοτική απόκριση γλωττίδας στο πεδίο του χρόνου

Στο σχήμα (8.35) γίνεται εστίαση στις αρμονικές που μας ενδιαφέρουν.



Σχήμα 8.37: Συχνοτική απόκριση γλωττίδας στο πεδίο του χρόνου

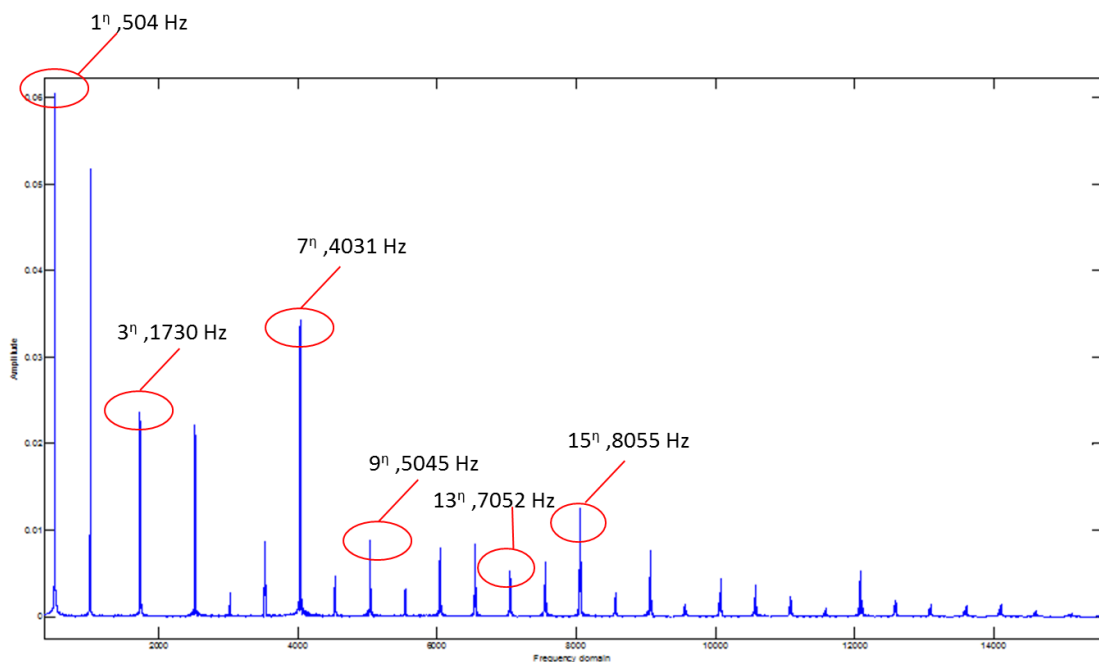
Πίνακας ιδιοσυχνοτήτων ηχογραφημένης γλωττίδας

A/A	Συχνότητα (Hz)
1	504
2	1007
3	1730
4	2518
5	3023
6	4031
7	4530
8	5045
9	6047
10	6560
11	7052
12	7055
13	8055
14	9060
15	10080
16	10600
17	11080

8.7.1 Σύγκριση των ιδιοσυχνοτήτων πραγματικής και μοντελοποιημένης γλωττίδας- Συμπεράσματα

Παρατηρούμε ότι η 1^η ιδιοσυχνότητα και η 2^η ιδιοσυχνότητα της μοντελοποιημένης γλωττίδας είναι αρκετά κοντά με την 1^η και 3^η αρμονική της ηχογραφημένης γλωττίδας. Η διαφορά είναι 4,4 Hz και 6 Hz αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει πως η μοντελοποίηση που έγινε είναι εν μέρει επιτυχημένη, αν υποθέσουμε πως τα χαρακτηριστά των υλικών που επιλέξαμε είναι τα σωστά και η αποτύπωση των διαστάσεων της γεωμετρίας δεν

περιέχει σφάλματα. Παρόλο αυτά, οι υπόλοιπες αρμονικές της ηχογραφημένης γλωττίδας δε συμπίπτουν με τις υπόλοιπες ιδιοσυχνότητες του μοντέλου αλλά όμως βρίσκονται αρκετά κοντά η μία στην άλλη. Πρέπει να τονίσουμε, πως κατά την ηχογράφιση, το σύνολο του φαινομένου ταλάντωσης και παραγωγής ήχου σε ακουστικό μέσο διεγείρει όλο το φάσμα των αρμονικών της απόκρισης της γλωττίδας. Αντιθέτως, το φάσμα των ιδιοσυχνοτήτων της γλωττίδας αποτελεί μέρος αυτού του φαινομένου, το οποίο όμως είναι εξίσου σημαντικό. Στο Σχήμα (8.38) παρουσιάζονται οι αρμονικές της ηχογράφισης οι οποίες βρίσκονται συχνοτικά «κοντά» με τις αρμονικές της μοντελοποιημένης γλωττίδας. Οι συχνότητες που αναγράφονται είναι οι συχνότητες της ηχογραφημένης γλωττίδας.



Σχήμα 8.38: Κοινές-«Κοντινές» Αρμονικές μεταξύ ηχογραφημένης και μοντελοποιημένης γλωττίδας

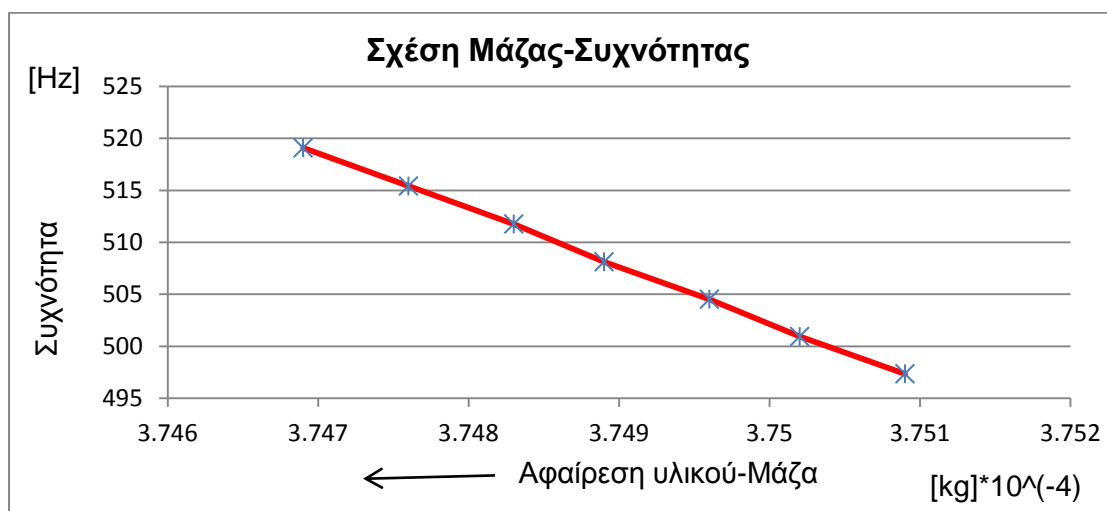
Συμπεράσματα

Είναι προφανές, πως οι ιδιοσυχνότητες που πήραμε από τη μοντελοποιημένη γλωττίδα είναι πολύ λιγότερες από την ηχογραφημένη. Είναι πολύ λογικό, εφόσον η μοντελοποίηση αποτελεί μέρος του φαινομένου απόκρισης του συστήματος γλωττίδας- πλάκας στήριξης, όπως ήδη προαναφέρθηκε.

Επίσης, παρατηρείται πως μεταξύ των δύο μοντέλων, οι κοινές – «κοντινές» Αρμονικές αποτελούν μέρος των περιττών Αρμονικών, σε όλο το συχνοτικό φάσμα. Αυτό σημαίνει πως οι περιττές Αρμονικές που παράγονται από το σύστημα «γλωττίδα-βάση», οφείλονται κυρίως στο σώμα της γλωττίδας.

8.7.2 Σχέση Μάζας-Συχνότητας

Ένας σημαντικός παράγοντας, ο οποίος παίζει σημαντικό ρόλο στο κούρδισμα της γλωττίδας είναι η μάζα της. Παρακάτω, θα δείξουμε γραφικά την σχέση μεταξύ της μάζας της γλωττίδας και της συχνότητας απόκρισής της. Θα αφαιρούμε κάθε φορά μία ποσότητα υλικού από την επιφάνεια της μύτης της γλωττίδας, για να δούμε με τη ρυθμό μεταβάλλεται το τονικό ύψος της κάθε φορά. Η γλωττίδα (μοντέλο) που μελετήσαμε, έχει την ίδια γεωμετρία και τα ίδια χαρακτηριστικά του υλικού με την υπάρχουσα γεωμετρία και μάζα $3,7509 \cdot 10^{-4} \text{kg}$. Η συχνότητα στην οποία αντιστοιχεί η 1^η αφαίρεση υλικού (μάζα) είναι η 494 Hz.



Σχήμα 8.39: Γραμμική συνάρτηση μεταξύ μάζας και συχνότητας

Συμπεράσματα

Παρατηρούμε ότι η συνάρτησή μας είναι γραμμική της μορφής $f(x) = a - x$. Η συγκεκριμένη γραμμική συνάρτηση αύξηση της συχνότητας κατά την αφαίρεση υλικού ισχύει μόνο για την μύτη της γλωττίδας, και όχι για άλλη περιοχή της. Ουσιαστικά αποδείξαμε τον τρόπο με τον οποίο κουρδίζουν τη γλωττίδα, αφαιρώντας υλικό από την άκρη της, μειώνεται η μάζα της στην «μύτη» της, με αποτέλεσμα η γλωττίδα να μπορεί να αυξήσει τις επαναλήψεις της σε μία περίοδο και να μεγαλώσει το τονικό της ύψος. Σε αντίθετη περίπτωση, αν αφαιρέσουμε υλικό από την βάση της γλωττίδας, θα επηρεάσουμε (μειώσουμε) την «σταθερά ελατηρίου» της γλωττίδας με αποτέλεσμα η γλωττίδα να αποκτήσει μικρότερη ιδιοσυχνότητα.

8.8 Ανάπτυξη μοντέλου γλωττίδας – ρευστού με τη χρήση των εργαλείων CFX και FLUENT

Σε αυτή τη παράγραφο θα γίνει η περιγραφή του μοντέλου που αναπτύχθηκε κάνοντας χρήση τα εργαλεία CFX και FLUENT του Ansys. Σκοπός αυτής της μοντελοποίησης ήταν η ανάπτυξη ενός τρισδιάστατου μοντέλου το οποίο θα συγκρινόταν με το δισδιάστατο μοντέλο που αναπτύχθηκε στο λογισμικό Matlab.

Επίσης, σκοπός της ανάπτυξης αυτού του μοντέλου είναι η καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της αλληλεπίδρασης ενός στερεού σώματος με ένα ρευστό μέσο.

Εύκολα παρατηρεί κανείς, ότι όλες σχεδόν οι κατασκευές βρίσκονται σε επαφή με κάποιο ρευστό, από το οποίο περικλείονται ή το περικλείουν (ή συνηθέστερα και τα δύο). Απαραίτητη λοιπόν είναι μία ποιοτική διευκρίνιση του όρου "αλληλεπίδραση κατασκευών με ρευστά" (fluid-structure interaction). Ο όρος αναφέρεται σε φαινόμενα, στα οποία το ρευστό ασκεί σημαντική επίδραση στην κίνηση της κατασκευής, η οποία, με τη σειρά της μεταβάλλει ταυτόχρονα τα μεγέθη του ρευστού σε σημαντικό βαθμό. Στις περισσότερες περιπτώσεις της πράξης, είτε η φόρτιση που προκαλεί το ρευστό στην κατασκευή είναι μικρή, είτε η κίνηση της κατασκευής δεν μεταβάλλει σημαντικά την ροή του ρευστού, οπότε κάθε σύστημα μπορεί να μελετηθεί ξεχωριστά. Σε αρκετές περιπτώσεις όμως, παρατηρούνται σημαντικά φαινόμενα αλληλεπίδρασης των δύο μέσων. Τέτοια φαινόμενα, μπορούν να χωριστούν κυρίως σε δύο ομάδες: σε εκείνα όπου το ρευστό είναι αρχικά ακίνητο και οι μετακινήσεις των δύο μέσων μικρές και σε εκείνα, όπου το ρευστό έχει σημαντική αρχική ροή.

Φαινόμενα αλληλεπίδρασης κατασκευών με ρευστό

Τα φαινόμενα αλληλεπίδρασης χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Σε εκείνα, όπου το ρευστό δεν έχει αρχική ροή και η κίνηση που αποκτά, οφείλεται στην κίνηση της κατασκευής (π.χ. ακουστικοελαστικά φαινόμενα) και σε εκείνα, όπου το ρευστό έχει ήδη μία «λίγο ή πολύ» σημαντική ροή. Υπάρχουν βέβαια και φαινόμενα όπως η *θερμική αλληλεπίδραση* όπου αυτή η διάκριση δεν έχει νόημα.

Ακουστικοελαστικά φαινόμενα αλληλεπίδρασης

Τα *Ακουστικοελαστικά φαινόμενα* ανήκουν στην ομάδα των φαινομένων αλληλεπίδρασης, κατά τη διάρκεια των οποίων η κίνηση της κατασκευής προκαλεί την διάδοση κυμάτων πίεσης (ακουστικών κυμάτων) σε ένα ρευστό αρχικά ακίνητο και τα

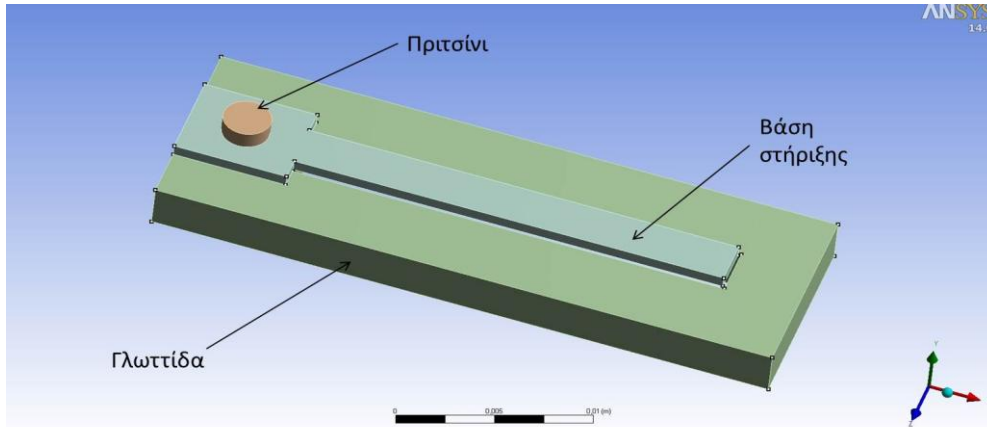
οποία κύματα, με τη σειρά τους, επηρεάζουν την κίνηση της κατασκευής. Έτσι, η κατασκευή και το ρευστό συμπεριφέρονται σαν ένα ενιαίο συζευγμένο ακουστικοελαστικό σύστημα, του οποίου η δυναμική συμπεριφορά είναι, πολλές φορές, τελείως διαφορετική από την μεμονωμένη δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής ή του ρευστού.

Παρά την παρατήρηση αυτή, βασικός στόχος σχεδόν όλων των προσπαθειών αντιμετώπισης του προβλήματος μέχρι και σήμερα, είναι η αναγωγή των ιδιοτήτων του ενός μέσου σε ιδιότητες του άλλου, με τον υπολογισμό πρόσθετων ιδιοτήτων κυρίως για την κατασκευή «πρόσθετη μάζα, απόσβεση ή δυσκαμψία» ή σπανιότερα για το ρευστό «πρόσθετη συμπίεστικότητα ή μεταβολή της ταχύτητας του ήχου» με σκοπό την πλήρη υποκατάσταση της συμπεριφοράς του άλλου μέσου. Οι βασικότεροι λόγοι είναι οι εξής:

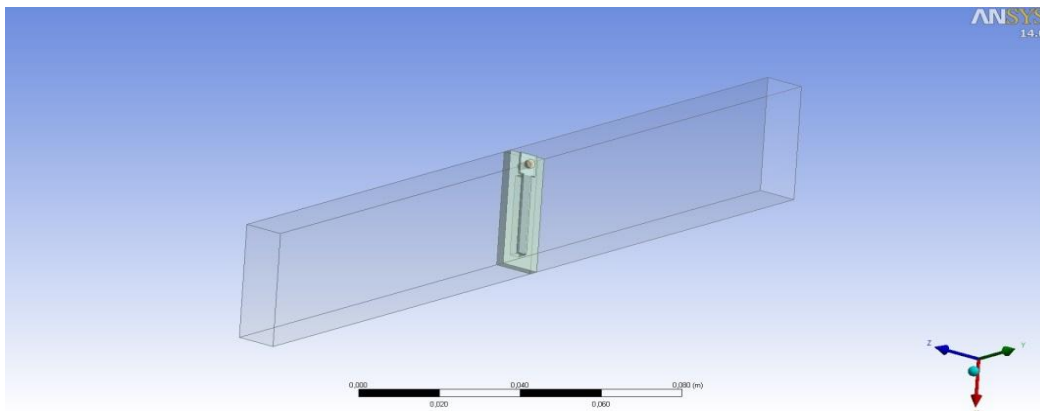
- 1) Μερικοί από τους παράγοντες που επηρεάζουν το φαινόμενο είναι:
Η γεωμετρία και φυσικές ιδιότητες της κατασκευής, απόσταση από άλλες κατασκευές, γεωμετρία του πεδίου του ρευστού, πυκνότητα και ταχύτητα ήχου του ρευστού, ύπαρξη ελεύθερης επιφάνειας, φάσμα συχνοτήτων των διεγερουσών δυνάμεων κ.α., κάτι το οποίο καθιστά την γενική μελέτη του φαινομένου ιδιαίτερα δύσκολη.
- 2) Βασικό σημείο οπτικής σχεδόν όλων των ερευνητών παραμένει είτε η συμπεριφορά της κατασκευής είτε η συμπεριφορά του ρευστού, με αποτέλεσμα τις προσπάθειες αναγωγής των ιδιοτήτων του ενός μέσου στο άλλο και την ανεπάρκεια εννοιολογικού πλαισίου και μεθόδων για την ανάλυση του πλήρως συζευγμένου συστήματος.

Αρχικά, σχεδιάστηκαν αρκετά τρισδιάστατα μοντέλα γλωττίδας-ρευστού, έπειτα όμως από αρκετά προβλήματα που προέκυψαν (χρονικό κόστος) και για λόγους απλούστευσης του φαινομένου και την καλύτερη κατανόησή του, έγινε η μετατροπή του σε δύο διαστάσεις όπως φαίνεται παρακάτω.

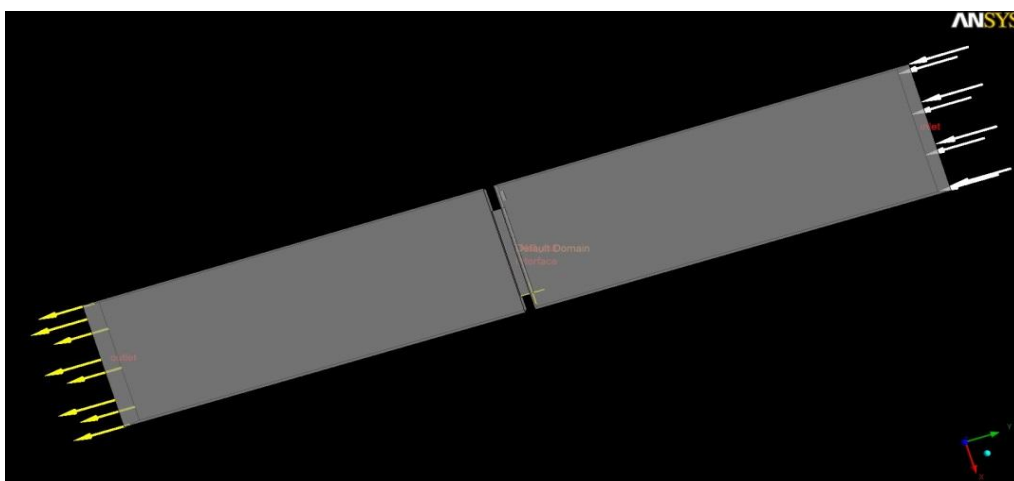
Τρισδιάστατα μοντέλα προσομοίωσης σε περιβάλλον Workbench



Σχήμα 8.40: 1^ο Μοντέλο Γλωττίδας-Βάσης Στήριξης (Structural part)



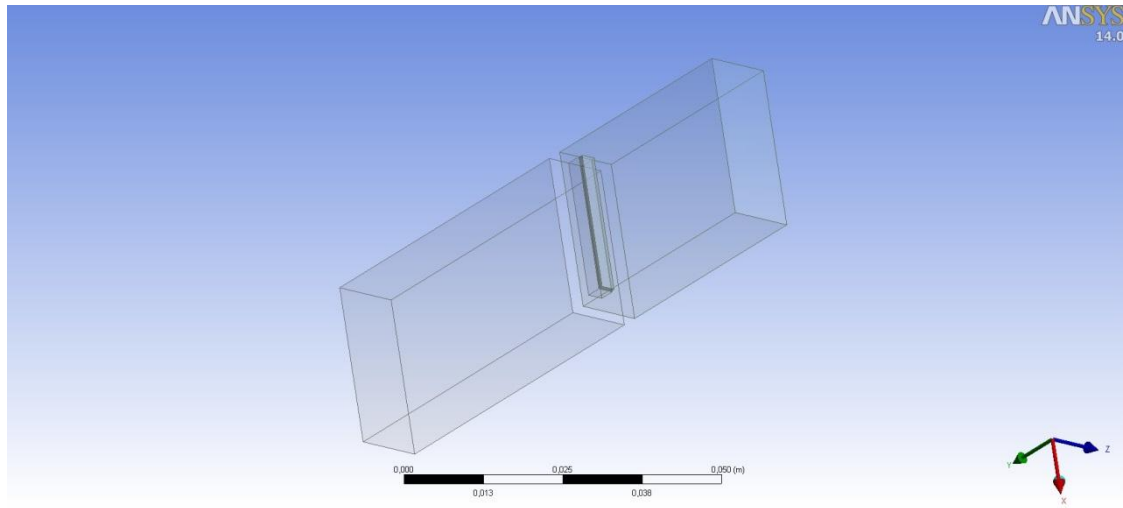
Σχήμα 8.41: 1^ο Μοντέλο Γλωττίδας-Βάσης Στήριξης- Ρευστό (FSI)



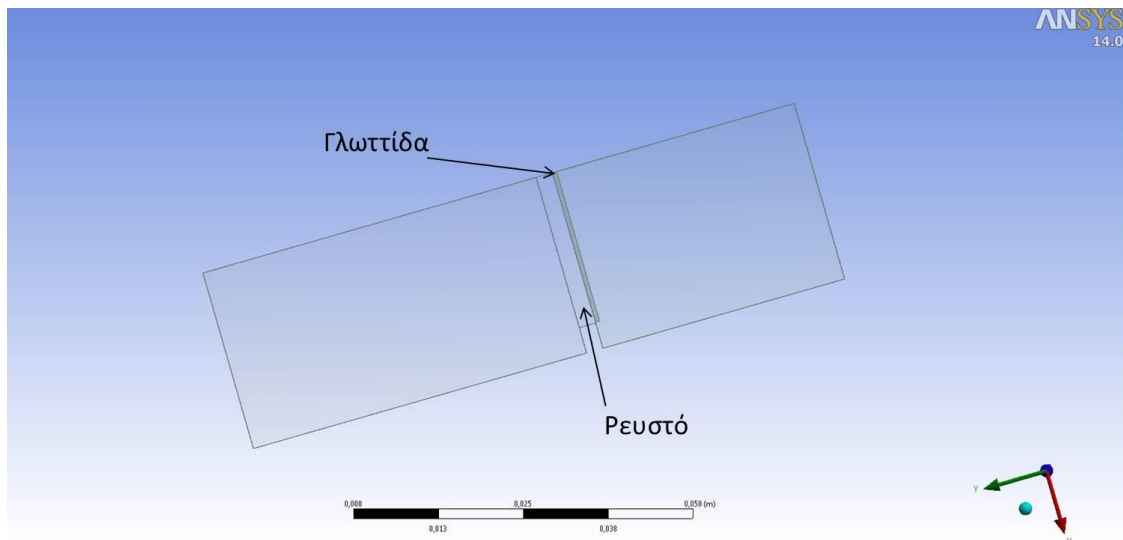
Σχήμα 8.42: 1^ο Μοντέλο Ρευστού μέσου(CFX part)

2^ο Τρισδιάστατο Μοντέλο Γλωττίδας - Ρευστού(FSI)

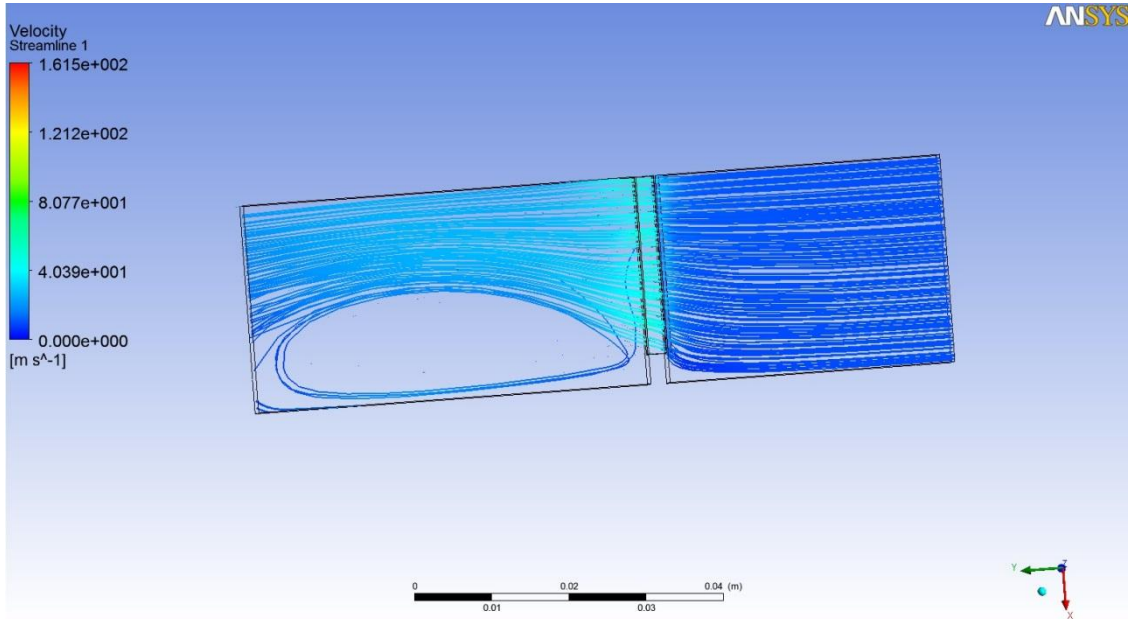
Στο παρακάτω μοντέλο έχει αφαιρεθεί η βάση στήριξης και το πριτσίνι, καθώς θεωρούνται στερεά τοιχώματα και είναι περιττά για την προσομοίωση. Έτσι καταλήξαμε στο παρακάτω μοντέλο, το οποίο έχει επίσης μικρότερο όγκο ρευστού, το οποίο σημαίνει μικρότερο υπολογιστικό – χρονικό κόστος:



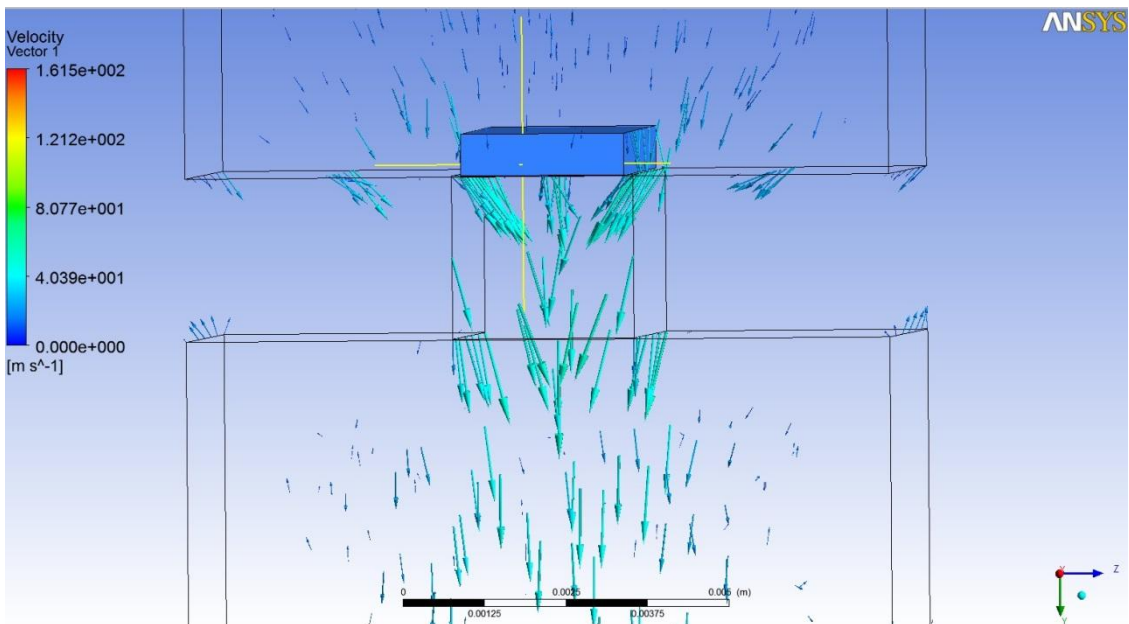
Σχήμα 8.43:2ο Μοντέλο Γλωττίδας - Ρευστό(FSI)



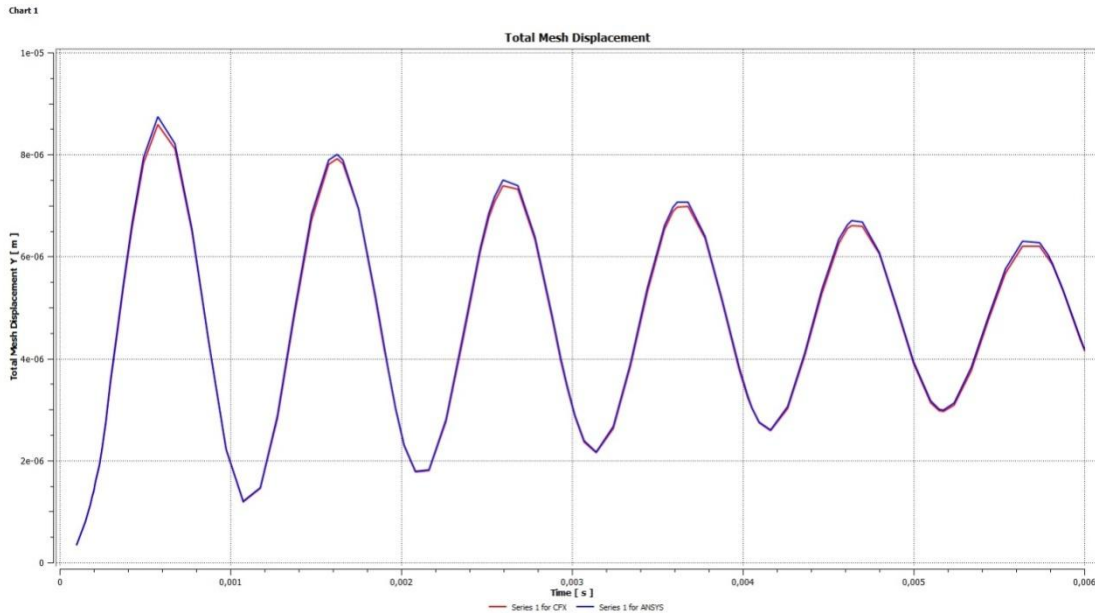
Σχήμα 8.44: Πλάγια όψη 2ου Μοντέλου Γλωττίδας-Βάσης Στήριξης



Σχήμα 8.45: Γραμμές Ροής που σχηματίζει ο Αέρας πριν και μετά την γλωττίδα



Σχήμα 8.46: Διανύσματα ταχύτητας του ρευστού μέσου (Αέρας) στην περιοχή του καναλιού βύθισης της γλωττίδας



Σχήμα 8.47: Αποσβενοόμενη ταλάντωση του σημείου (σταυρού) του σχήματος. (8.42)

Στο παραπάνω σχήμα διακρίνουμε την ταλάντωση που εκτελεί η γλωττίδα καθώς και το ρευστό στην κοινή επιφάνεια μεταξύ τους. Η κόκκινη γραμμή αναφέρεται στη ταλάντωση που εκτελεί το ρευστοστοιχείο οριακά στην επιφάνεια της γλωττίδας και η μπλε γραμμή αναφέρεται στην ταλάντωσης της «μύτης» της γλωττίδας. Παρατηρούμε ότι η μετατόπιση του συστήματος είναι πολύ μικρή, της τάξης του 0,000001 m.

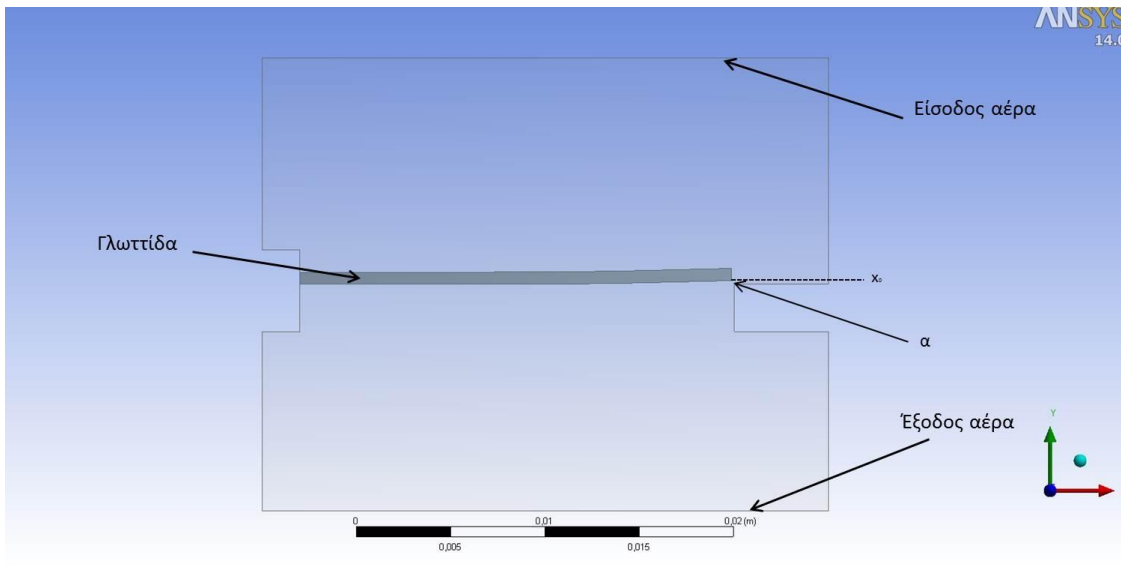
Από αυτό το μοντέλο που δημιουργήσαμε, βλέπουμε ότι το πρόβλημα του Fluid Structure Interaction μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας ένα εμπορικό πακέτο όπως το Ansys. Παρόλο αυτά, οι λύσεις που πάρθηκαν δεν είναι επαρκής καθώς δεν λύνουν το πραγματικό πρόβλημα σε πραγματική κατάσταση λειτουργίας. Οι αρχικές οριακές συνθήκες επιλέχθηκαν με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε ο κώδικας να μπορεί να συγκλίνει και να μας δώσει λύσεις. Έτσι, στην προσπάθεια να δοθούν διαφορετικές αρχικές συνθήκες και συγκεκριμένα μεγαλύτερη *αρχική ταχύτητα ροής* ο κώδικας δεν συγκλίνει με αποτέλεσμα να οδηγηθούμε σε ένα ακόμα πιο απλό, πραγματικό και γρηγορότερο μοντέλο. Αυτή τη φορά το μοντέλο που προσομοιώθηκε, δημιουργήθηκε με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει ένα δισδιάστατο πρόβλημα.

Πρακτικά, ένα πρόβλημα FSI στα πακέτα *CFX-FLUENT-STRUCTURAL* του περιβάλλον *WORKBENCH* είναι αδύνατο να προσομοιωθούν σε 2 διαστάσεις, γι αυτό το λόγο το μοντέλο μας παρέμεινε πρακτικά τρισδιάστατο αλλά θεωρητικά δισδιάστατο. Αυτό επιτεύχθηκε, ορίζοντας το πλάτος του μοντέλου (3^η διάσταση) από *δύο στοιχεία* (elements), ενώνοντας αυτά με *ένα μοναδικό κόμβο*.

(Μετά από πολλές προσομοιώσεις και προσπάθειες που βασίζονταν κυρίως στην γεωμετρία του μοντέλου μας καταλήξαμε στο παρακάτω μοντέλο.)

Τα βήματα τα οποία ακολουθήσαμε ώστε να προσομοιώσουμε το μοντέλο και αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα FSI παρουσιάζονται παρακάτω.

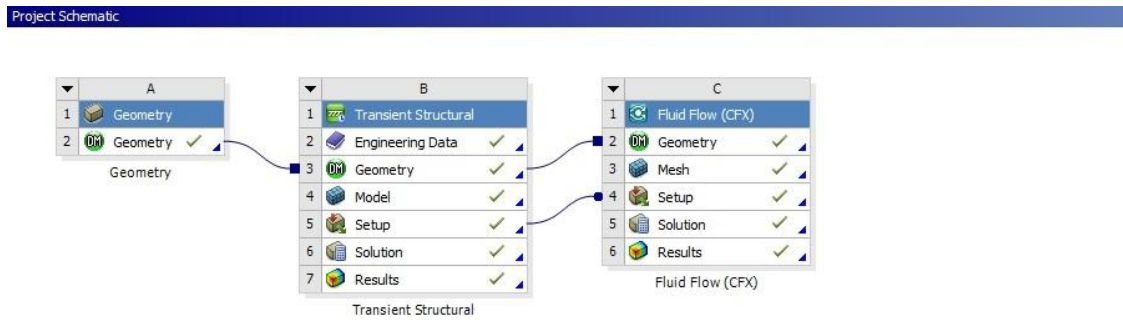
Αρχικά σχεδιάσαμε το τρισδιάστατο μοντέλο στο λογισμικό solidworks και στη συνέχεια το εισάγαμε στο πακέτο Geometry του λογισμικού Ansys. Οι γεωμετρίες που δημιουργήσαμε έτσι ώστε να έχουμε όσο το δυνατόν καλύτερα δομημένο πλέγμα στις περιοχές που απαιτούν πολύ μεγάλη διακριτοποίηση, είναι οι παρακάτω:



Σχήμα 8.48: 2D Μοντέλο γλωττίδας-ρευστού

Στη συνέχεια, χρησιμοποιήσαμε και ενώσαμε τα πακέτα *CFX-TRANSIENTSTRUCTURAL*, έτσι ώστε να πετύχουμε την σύζευξη του ρευστού μέρους με το στερεό (FSI). Ουσιαστικά με αυτό τον τρόπο το ένα πακέτο ανταλλάσει πληροφορίες και δεδομένα με το άλλο, λύνοντας το καθένα ταυτόχρονα τις εξισώσεις στο πεδίο του.

Θα τονίσουμε πως, στο παρακάτω πρόβλημα, έχουμε ορίσει στο πρόγραμμα να λύνει πρώτα τις εξισώσεις στο πεδίο του ρευστού (CFX) και έπειτα να μεταφέρει τα αποτελέσματα-πληροφορίες στο πεδίο του στερεού (Tr.Structural).



Σχήμα 8.49: Fluid Structure Interaction, CFX – TRANSIENT STRUCTURAL

Στα μοντέλα που αναφερόμαστε οι διαστάσεις τις γλωττίδας, τα φυσικά χαρακτηριστικά της καθώς και τα χαρακτηριστικά του ρευστού είναι τα ίδια με αυτά της προσομοίωσης που κάναμε στο Matlab.

Χαρακτηριστικά Γλωττίδας:

$$\begin{aligned}
 l &= 22.9 \text{ [mm]} \\
 h &= 2.5 \text{ [mm]} \\
 a &= 0.14 \text{ [mm]} \\
 x_0 &= 0.2 \text{ [mm]} \\
 b &= 0.65 \text{ [mm]} \\
 \rho_0 &= 7860 \text{ [Kg/m}^3\text{]} \\
 E_0 &= 2 * 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}
 \end{aligned}$$

Χαρακτηριστικά Αέρα:

$$\begin{aligned}
 \rho_a &= 1.1839 \text{ [Kg/m}^3\text{]} \\
 \nu &= 0.05 \text{ [m/s]} \\
 c &= 0.001 \text{ (απόσβεση αέρα)}
 \end{aligned}$$

Μία αρκετά σημαντική επιλογή που έχει το CFX του ANSYS σχετικά με το πεδίο του ρευστού είναι το μοντέλο τύρβης **k-ε**, το οποίο αναφέρεται σε αριθμούς Reynolds πολύ υψηλούς.

Ως τυρβώδης ροή (turbulent flow) μπορεί να οριστεί η ιξώδης ροή στην οποία τα σωματίδια του ρευστού κινούνται με ακανόνιστο, τυχαίο τρόπο στο πεδίο ροής. Ο όρος ιξώδης ροή χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει την ροή οποιουδήποτε πραγματικού ρευστού, άσχετα με την χαμηλή ή όχι τιμή του ιξώδους του. Η ταχύτητα και όλες οι υπόλοιπες ιδιότητες του ρευστού μεταβάλλονται συνεχώς με έντονη ταυτόχρονα ανάμιξη σε μοριακό επίπεδο μεταξύ γειτονικών στοιβάδων του ρευστού. Από τα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα για την προσέγγιση αυτού του πολύπλοκου φαινομένου, τα περισσότερα είναι βασισμένα στις μέσες κατά Reynolds εξισώσεις Navier-Stokes (RANS equations) και διαχωρίζονται στα μοντέλα δίνης-ιξώδους (eddy-viscosity) και στα μοντέλα τάσεων Reynolds (Reynolds stress models). Τα μοντέλα δίνης-ιξώδους δέχονται ότι η τύρβη αποτελείται από μικρές δίνες οι οποίες σχηματίζονται και διαχέονται συνεχώς, ενώ οι τάσεις Reynolds λαμβάνονται ως ανάλογες με τις μέσες βαθμίδες ταχύτητας. Αντίθετα, τα μοντέλα τάσεων Reynolds βασίζονται σε εξισώσεις μεταφοράς για όλες τις συνιστώσες των τάσεων Reynolds κι έτσι μπορούν να εκτιμήσουν ανισοτροπίες των τάσεων.

Το μοντέλο k-ε υποθέτει ότι το ιξώδες της τύρβης συνδέεται με την τυρβώδη κινητική ενέργεια και το ρυθμό διασκόρπισης των δινών μέσω της σχέσης:

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$$

Οι τιμές των (k) και (ε) υπολογίζονται ευθέως από τις αντίστοιχες διαφορικές εξισώσεις μεταφοράς τους:

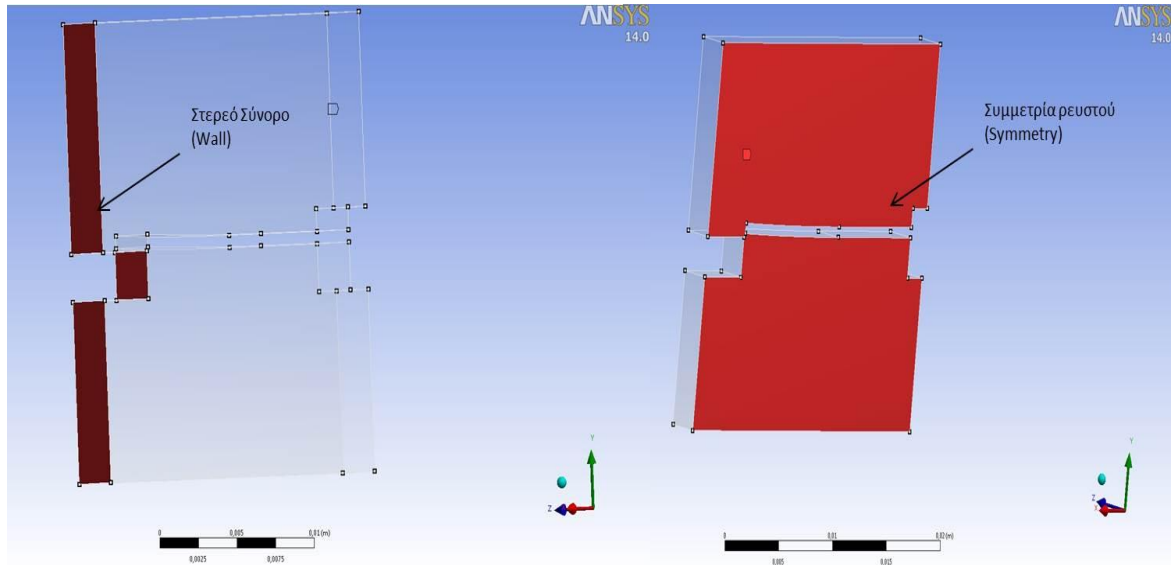
$$\partial (\rho k) / \partial t + \nabla (\rho U k) = \nabla [(\mu + \mu_t / \sigma_k) \nabla k] + P_k - \rho \varepsilon$$

$$\partial (\rho \varepsilon) / \partial t + \nabla (\rho U \varepsilon) = \nabla [(\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \nabla \varepsilon] + \varepsilon / k (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon)$$

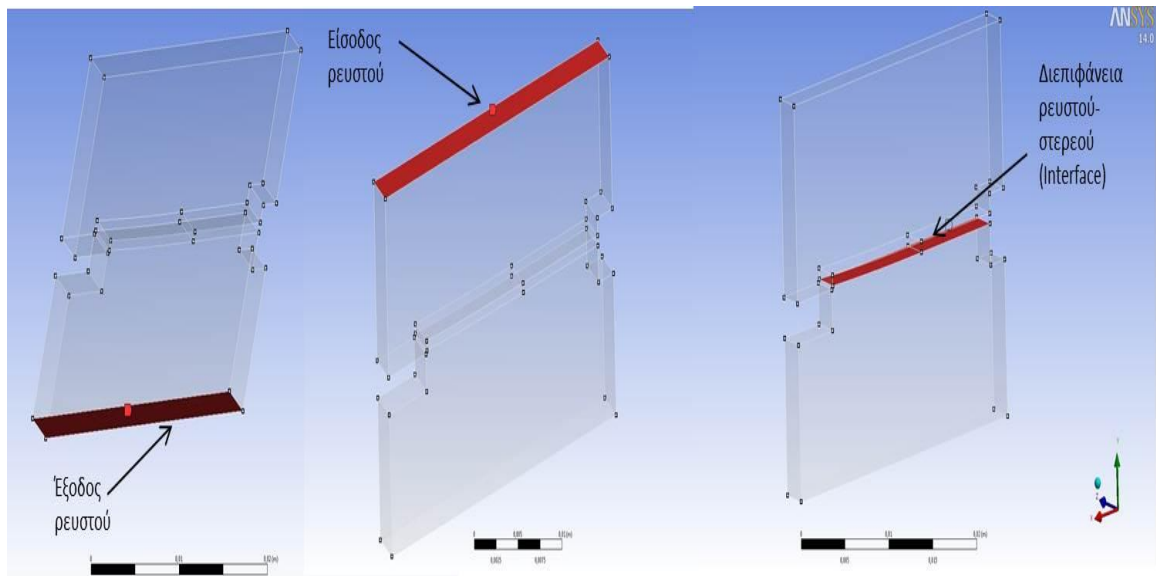
όπου ο όρος (P_k) εκφράζει τον ρυθμό παραγωγής τύρβης εξαιτίας των ιξωδών και ανωστικών δυνάμεων, ενώ προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$P_k = \mu_t \nabla U (\nabla U + \nabla U^T) - 2/3 (\nabla U) (3 \mu_t \nabla U + \rho k) + P_{kb}$$

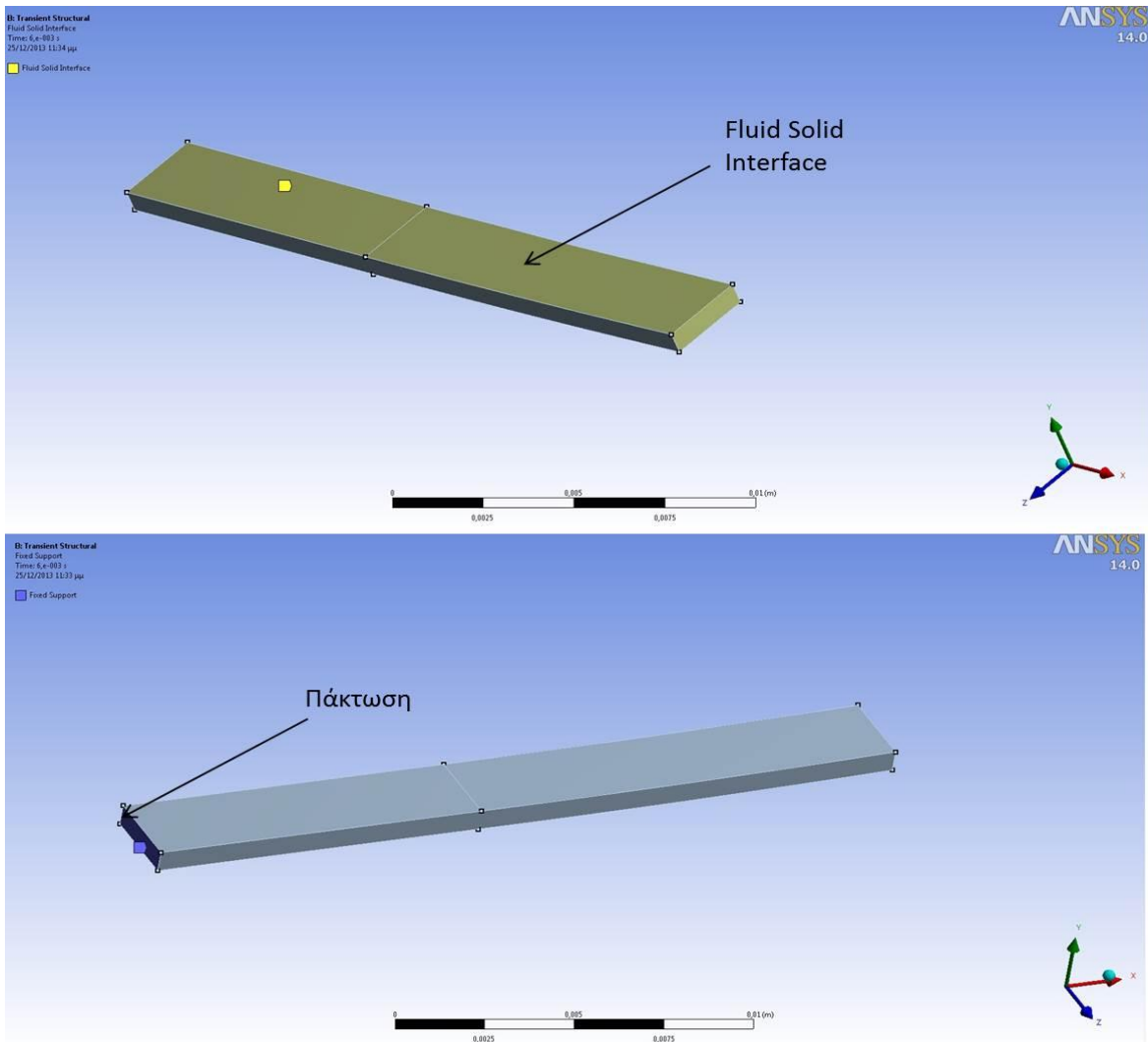
Οριακές συνθήκες



Σχήμα 8.50: Οριακές συνθήκες ρευστού: Wall, Symmetry

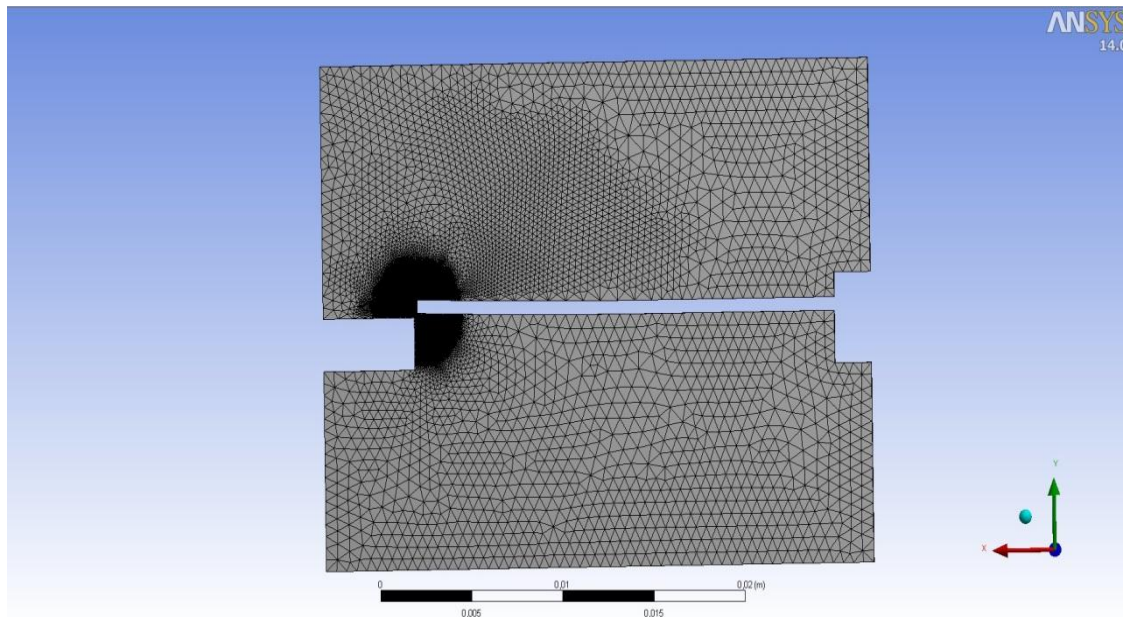


Σχήμα 8.51: Οριακές συνθήκες ρευστού: inlet, outlet, Interface

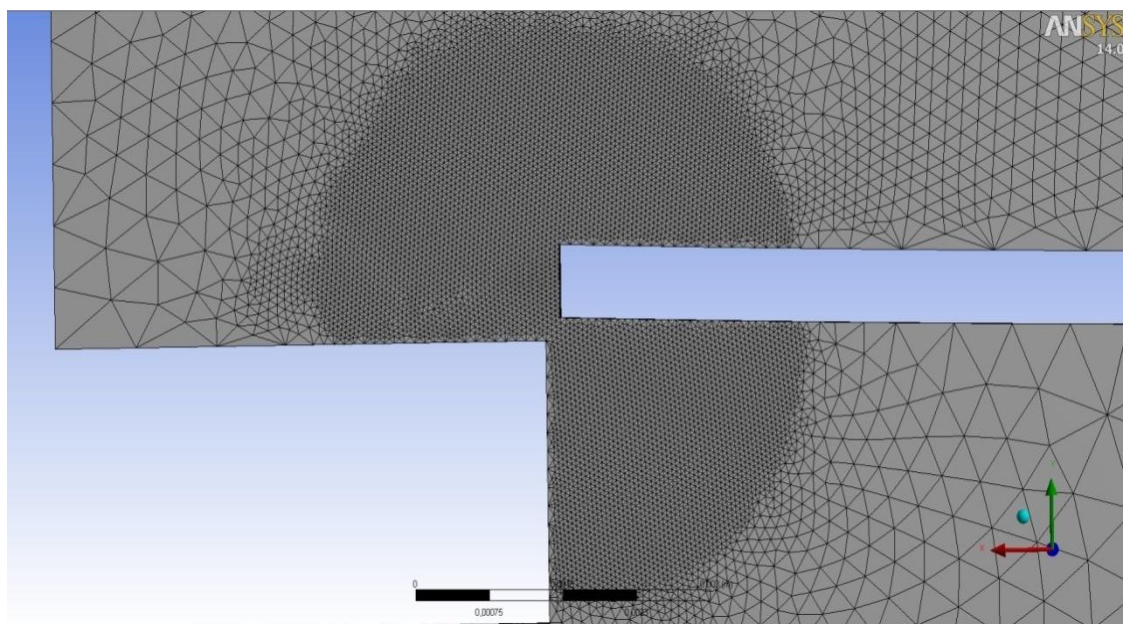


Σχήμα 8.52: Οριακές συνθήκες στερεού: Πάκτωση (Fixed Support), Διεπιφάνεια Ρευστού-Στερεού (Fluid Solid Interface)

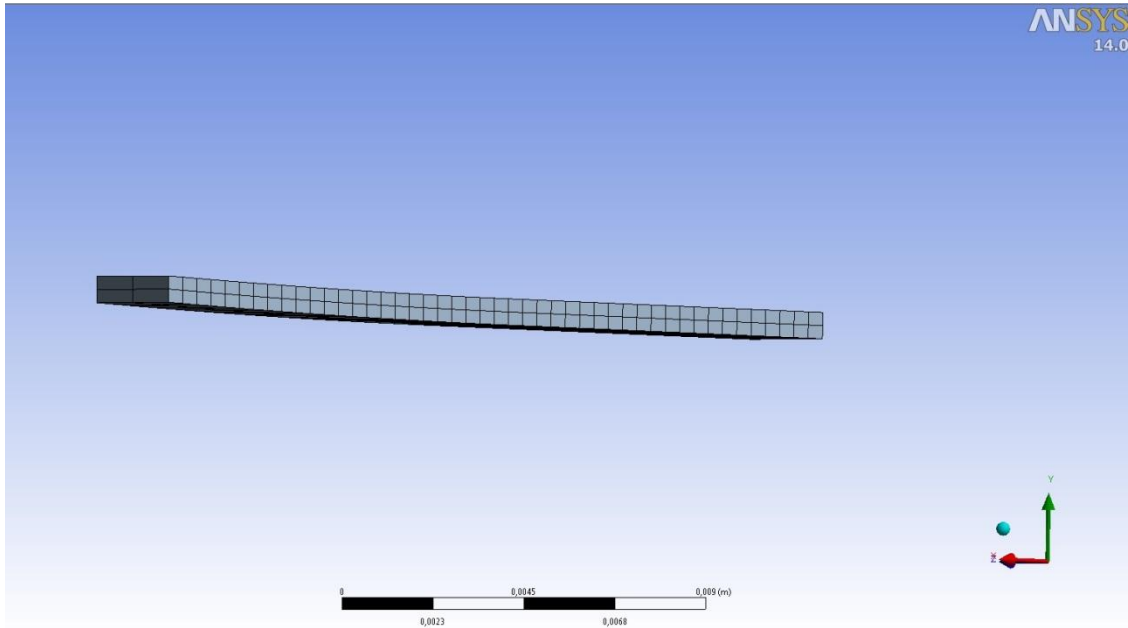
Στο επόμενο στάδιο δημιουργήσαμε το πλέγμα του ρευστού και της γλωττίδας, το οποίο στο μεγαλύτερό του ποσοστό αποτελείται από *πρίσματα*. Το στάδιο της *πλεγματοποίησης (meshing)*, είναι το δυσκολότερο μέρος αυτής της μοντελοποίησης καθώς χρειάζεται ιδιαίτερη σκέψη, χρόνο, και «τρεξίματα» του κώδικα, έτσι ώστε να πετύχεις το βέλτιστο αποτέλεσμα. Στην κοντινή περιοχή του διακένου, έχουμε πυκνώσει σε μεγάλο βαθμό το πλέγμα, με μέγεθος στοιχείου $1 \cdot 10^{-5} \text{m}$, διότι η μετατόπιση της γλωττίδας είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την απόστασή της από το στερεό τοίχωμα. Διαλέγοντας τη συγκεκριμένη διάταξη πλέγματος του μοντέλου μας, συνεχίζουμε στην ολοκλήρωση της προσομοίωσης (running).



Σχήμα 8.53: Πλέγμα ρευστού όλου του μοντέλου



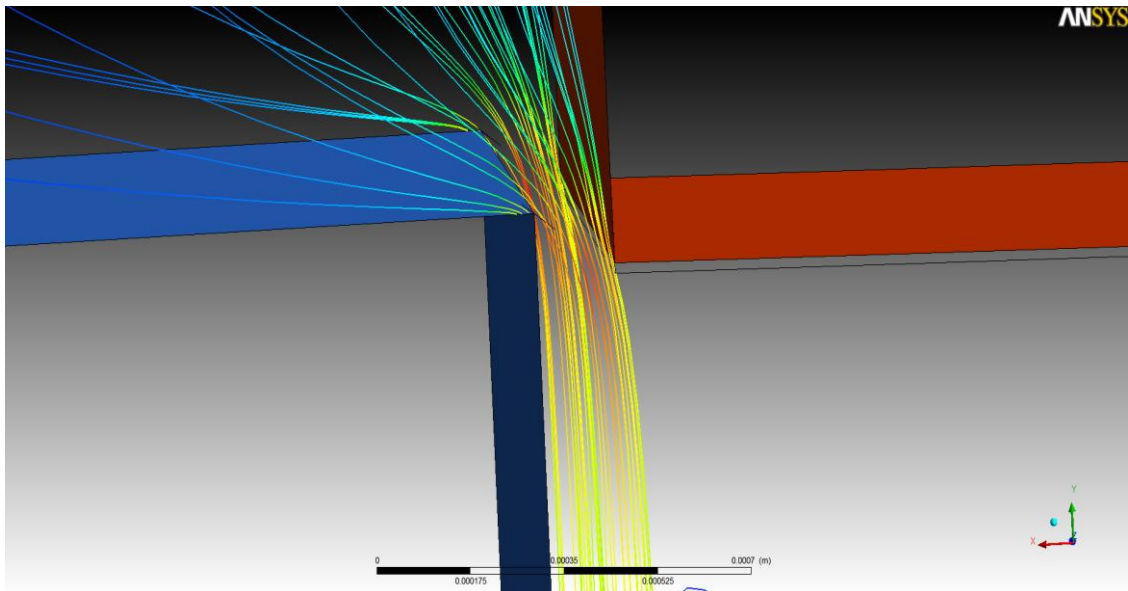
Σχήμα 8.54: Πλέγμα ρευστού στην περιοχή του διακένου μεταξύ γλωττίδας – βάσης στήριξης



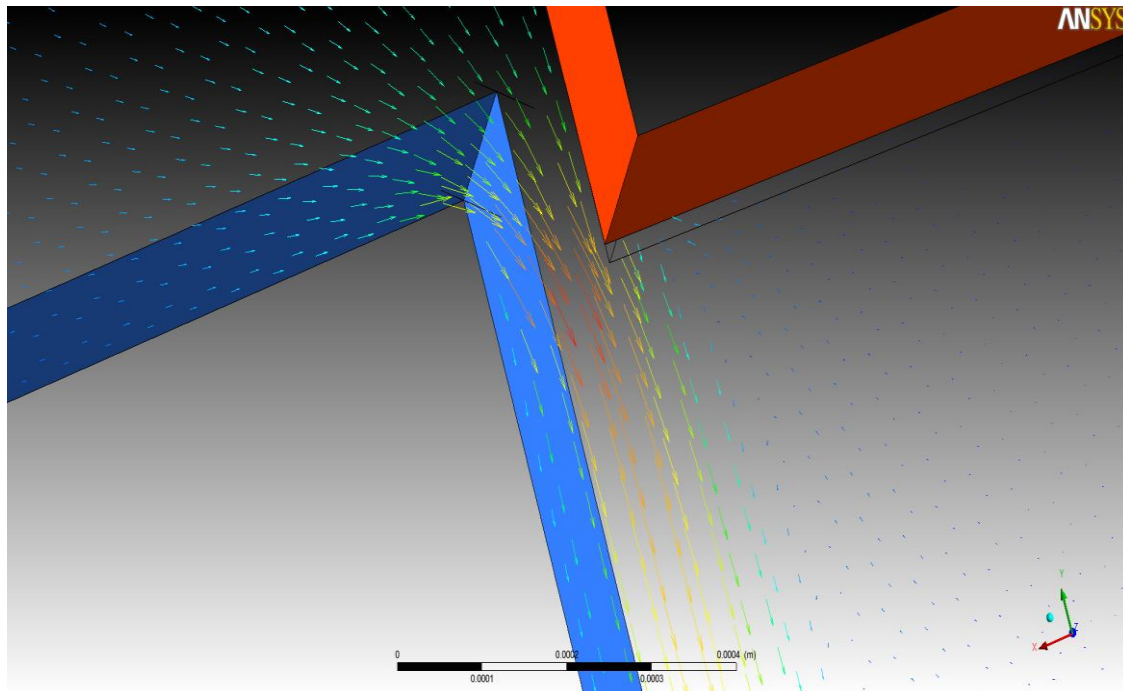
Σχήμα 8.55: Πλέγμα στερεού (γλωττίδας), μήκος στοιχείου 0,0005 m

Αποτελέσματα

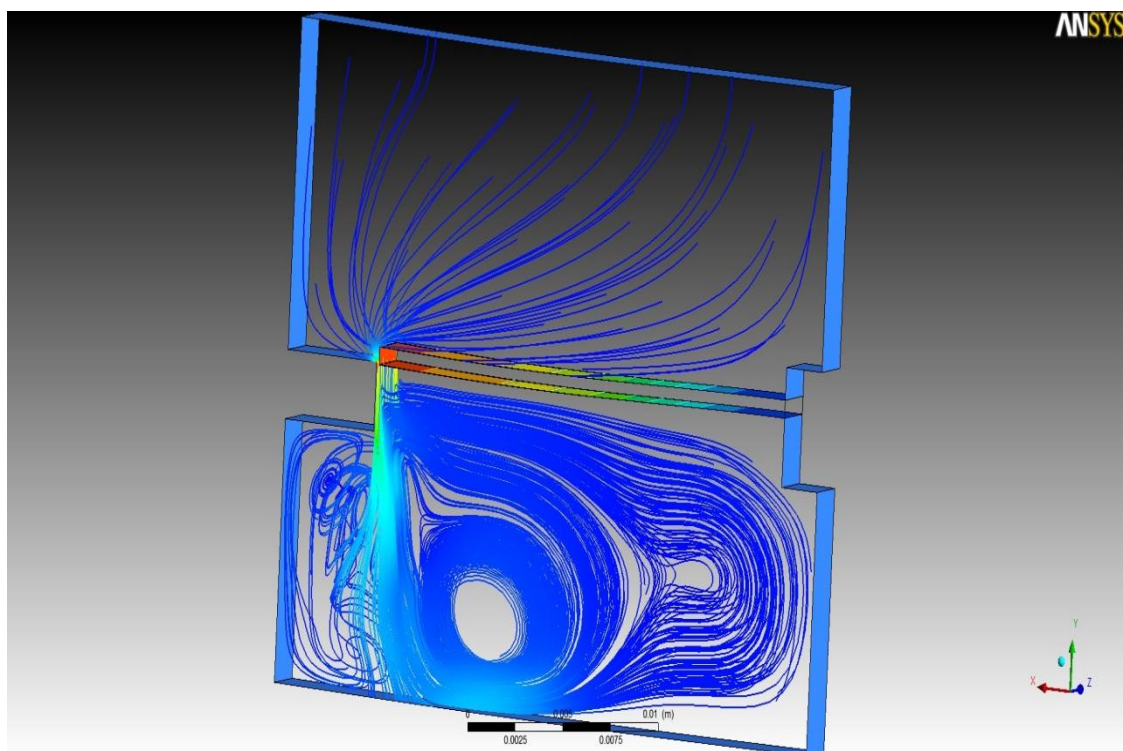
Στα σχήματα (8.56) (8.57) (5.58) (8.59) διακρίνονται οι γραμμές ροής του ρευστού, οι ταχύτητες σε κάθε κόμβο, καθώς και η τυρβώδης ροή στην κατάντη περιοχή της γλωττίδας.



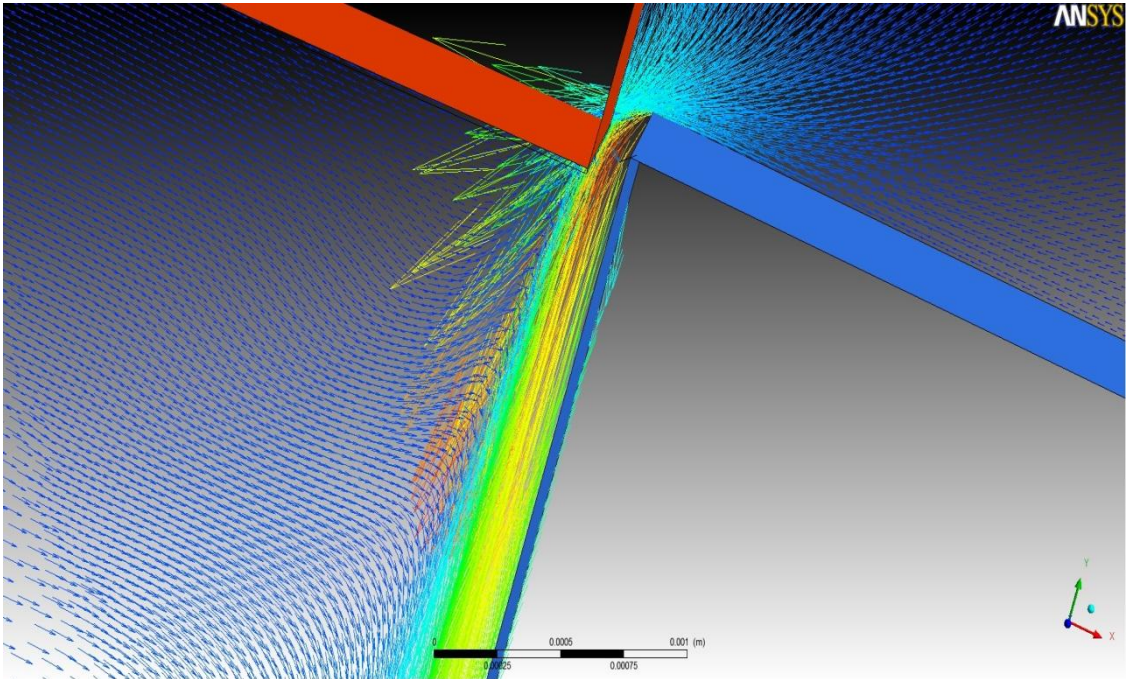
Σχήμα 8.56: Γραμμές Ροής του Αέρα στην περιοχή του διακένου μεταξύ γλωττίδας – βάσης στήριξης



Σχήμα 8.57: Διανύσματα ταχυτήτων του Αέρα στην περιοχή του διακένου μεταξύ γλωττίδας – βάσης στήριξης

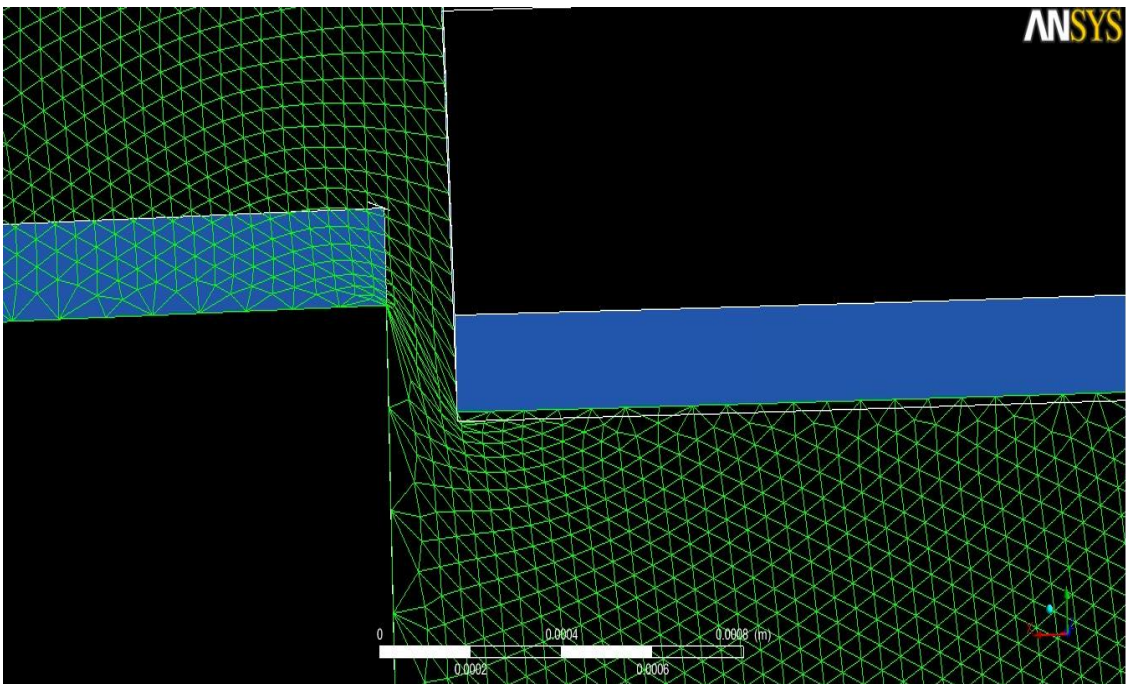


Σχήμα 8.58: Τυρβώδης ροή του Αέρα στην περιοχή κατόντη της γλωττίδας, και μετατόπιση της γλωττίδας



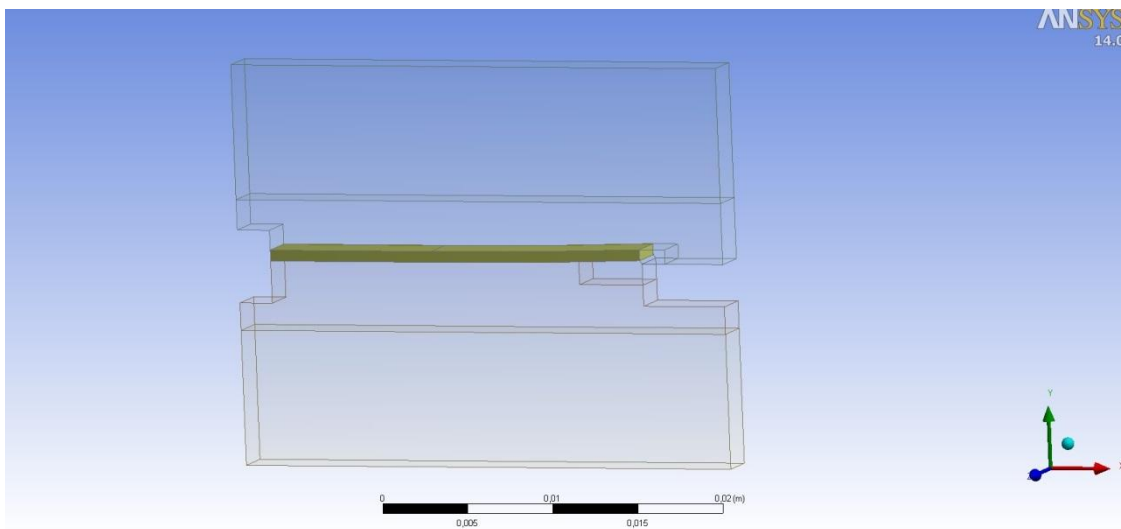
Σχήμα 8.59: Διανύσματα ταχύτητας του Αέρα στην τυρβώδης περιοχή μετά το διάκενο

Το πρόβλημα Fluid Structure Interaction δούλεψε και έβγαλε αποτελέσματα αλλά δεν έβγαλε αυτά που θα θέλαμε. Ένα σοβαρό πρόβλημα που προέκυψε κατά τη διάρκεια του τρεξίματος και καθόρισε σε μεγάλο βαθμό την τελική λύση του προβλήματός μας είναι οι *πολύ μεγάλες μετατοπίσεις* των κόμβων του ρευστού στην περιοχή του διακένου μεταξύ γλωττίδας και στερεού τοιχώματος. Παρακάτω διακρίνεται η αστοχία του πλέγματος σε αυτή την περιοχή καθώς και οι μετατοπίσεις των στοιχείων-κόμβων.

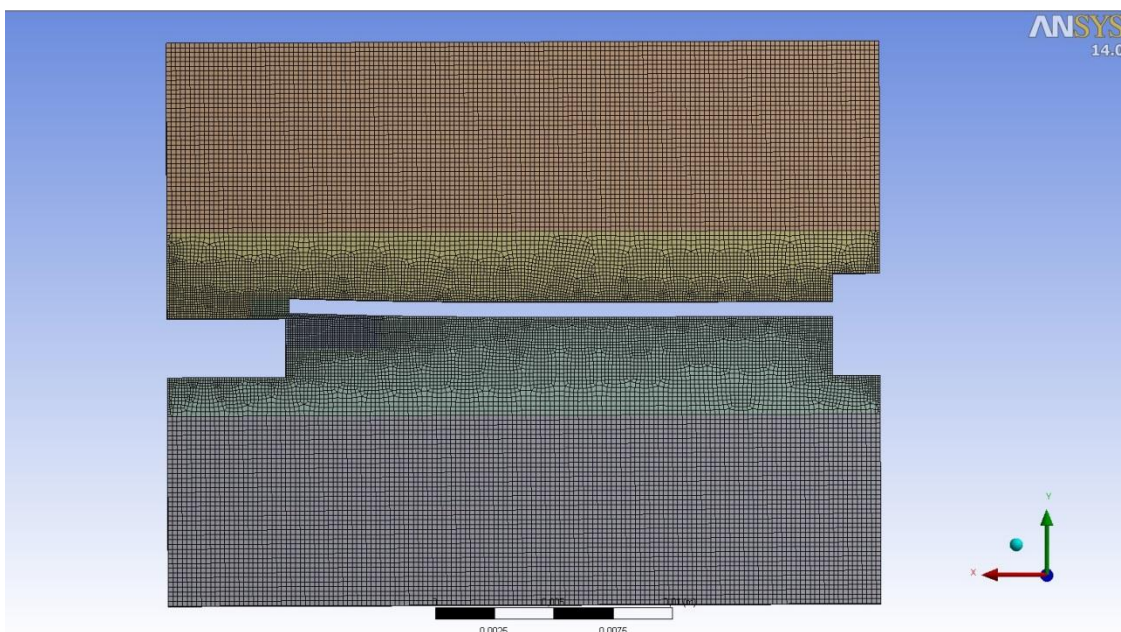


Σχήμα 8.60: Μετατοπίσεις κόμβων – στοιχείων του ρευστού και αστοχία πλέγματος

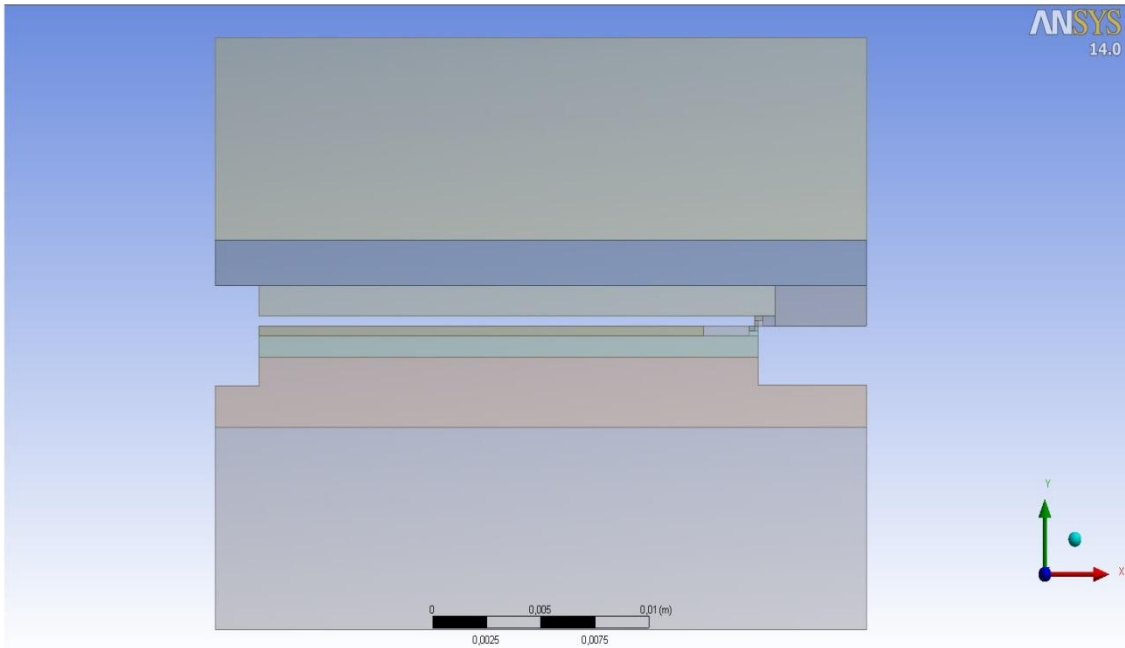
Στη συνέχεια, αλλάξαμε τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος και συγκεκριμένα μειώσαμε την ταχύτητα του ρευστού στην είσοδο, έτσι ώστε να μικρότερη μετατόπιση της γλωττίδας στο συγκεκριμένο σημείο. Τελικά, τα αποτελέσματα ήταν παρόμοια με τις προηγούμενες αρχικές συνθήκες. Έτσι, οδηγηθήκαμε στην δημιουργία νέων μοντέλων με τις ίδιες διαστάσεις με το αρχικό, δίνοντας όμως την ευελιξία στην δημιουργία ξεχωριστού είδους πλέγματος και ελεγχόμενου πυκνώματος αυτού σε συγκεκριμένες περιοχές.



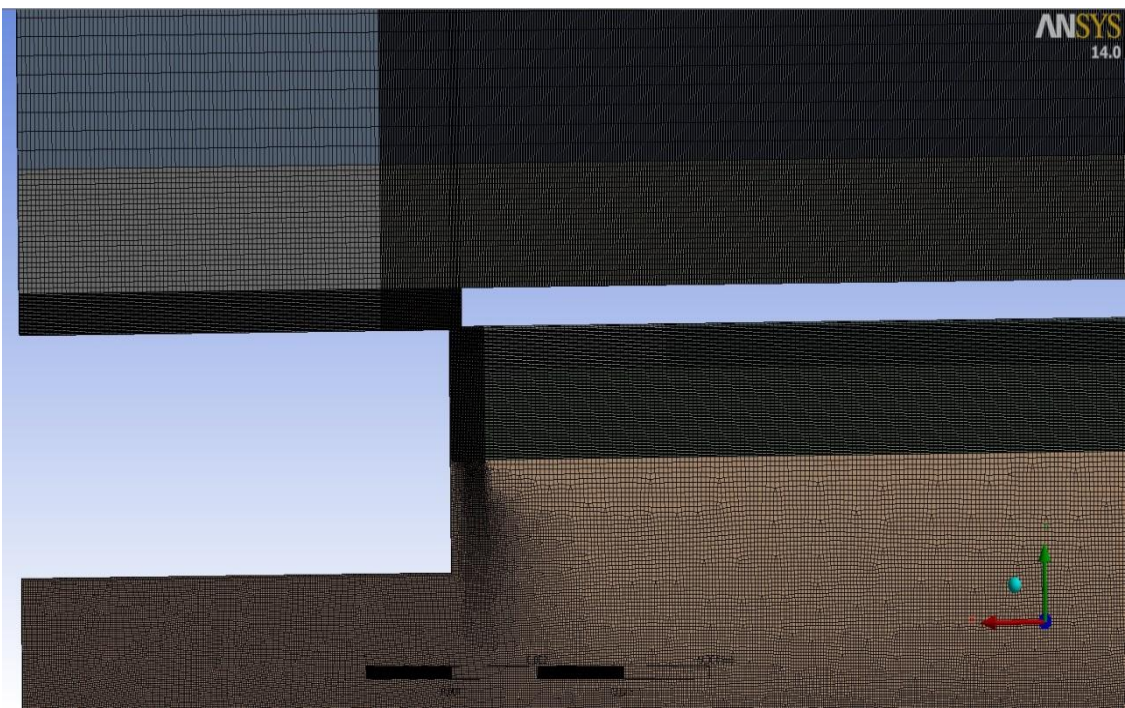
Σχήμα 8.61: Μοντέλο ρευστού με 6 διαφορετικές περιοχές πλεγματοποίησης



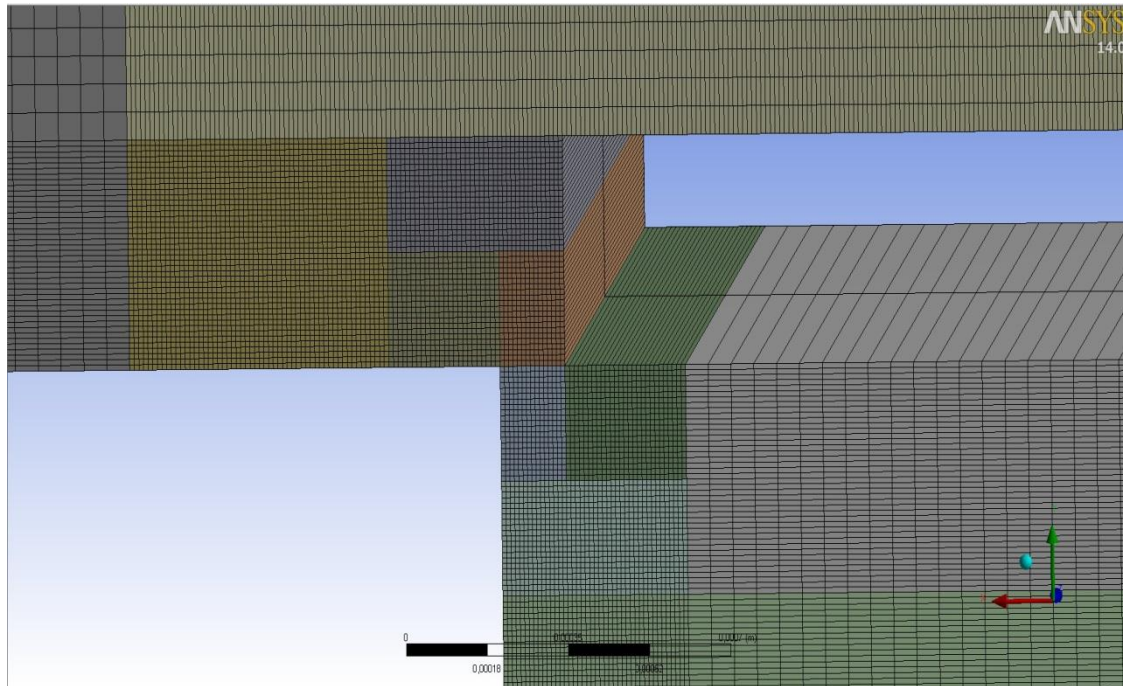
Σχήμα 8.62: Πλεγματοποίηση Μοντέλου ρευστού σε 6 διαφορετικές περιοχές



Σχήμα 8.63: Μοντέλο ρευστού με 16 διαφορετικές περιοχές πλεγματοποίησης

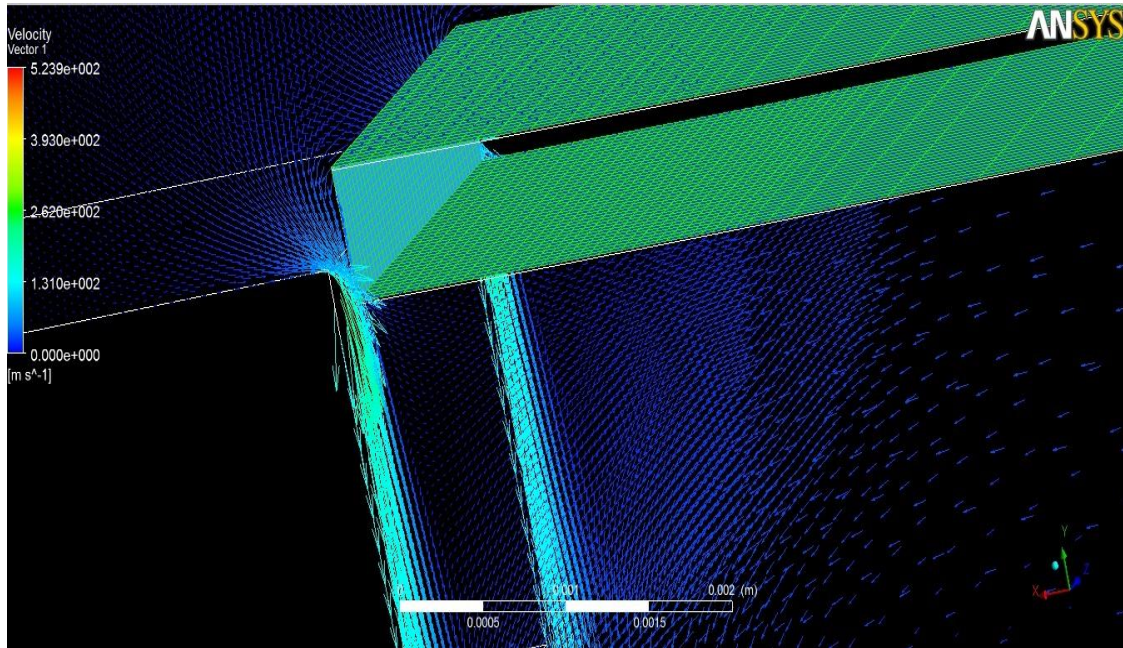


Σχήμα 8.64: Πλεγματοποίηση Μοντέλου ρευστού σε 16 διαφορετικές περιοχές

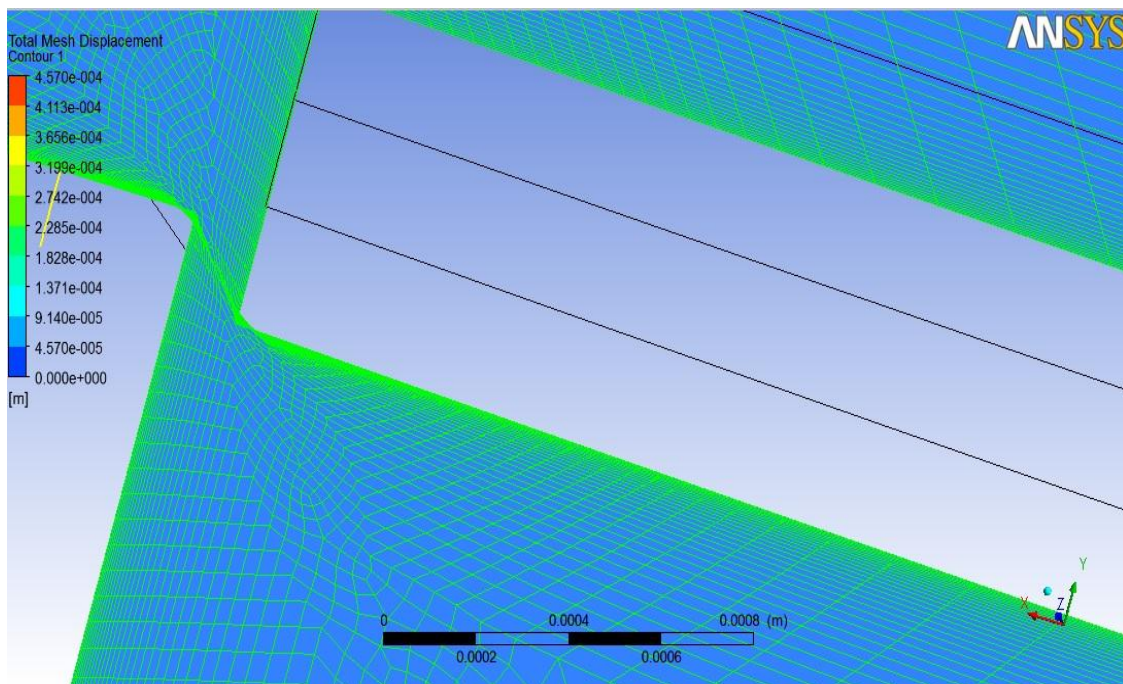


Σχήμα 8.65: Εστίαση Πλέγματος Μοντέλου ρευστού με 16 διαφορετικές περιοχές

Μετά από ένα αρκετά καλό και πυκνό πλέγμα όπως φαίνεται στις παραπάνω περιπτώσεις, τα αποτελέσματα που πήραμε ήταν τα ίδια με τα προηγούμενα μοντέλα καθώς με τις μεγάλες μετατοπίσεις των κόμβων – στοιχείων του ρευστού, η σύγκλιση του κώδικα του Ansys δεν ολοκληρώθηκε. Παρακάτω φαίνεται στιγμιότυπο κατά την μετατόπιση της γλωττίδας και η φορά των διανυσμάτων της ταχύτητας του ρευστού.



Σχήμα 8.66: Μετατόπιση της γλωττίδας, και η φορά των διανυσμάτων της ταχύτητας του ρευστού



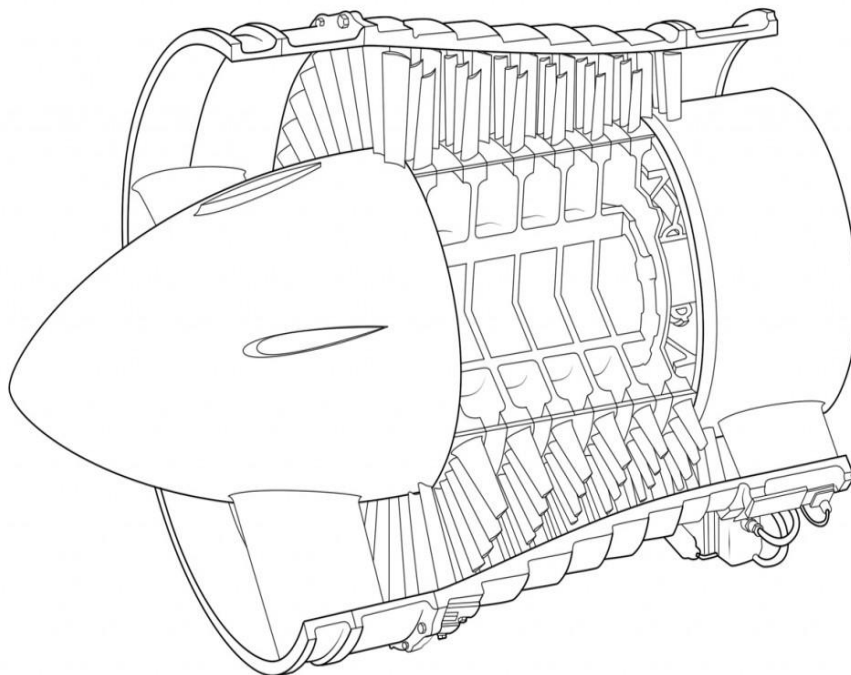
Σχήμα 8.67: Μετατόπιση γλωττίδας, μετατοπίσεις κόμβων – στοιχείων του ρευστού και αστοχία πλέγματος

Η προσπάθεια που έγινε δεν τελείωσε εδώ, καθώς το πρόβλημα FSI στο μοντέλο της γλωττίδας είναι αρκετά πολύπλοκο, χρονοβόρο και επίπονο. Το πρόβλημα ταλάντωσης της γλωττίδας σε ρευστό είναι ίδιου τύπου προβλήματος, με την κίνηση ενός περυγίου στροβιλομηχανής μέσα σε κέλυφος συμπιεστή ή στροβίλου σε σύζευξη με ρευστό μέσο (αέρας-καυσαέριο). Σε αυτή τη περίπτωση έχουμε επίσης

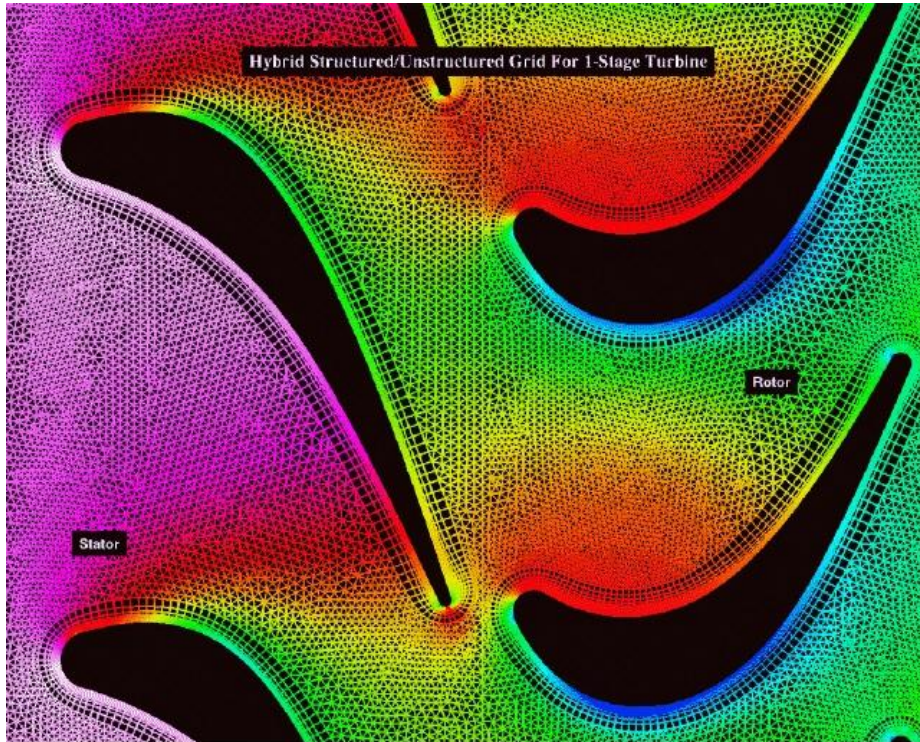
πολύ μεγάλες μετατοπίσεις των πτερυγίων σε σχέση με το στερεό τοίχωμα (κέλυφος) και μεταξύ του ρότορα - στάτορα, ενώ η κίνησή του είναι περιστροφική.



Σχήμα 8.68: Στροβιλομηχανή

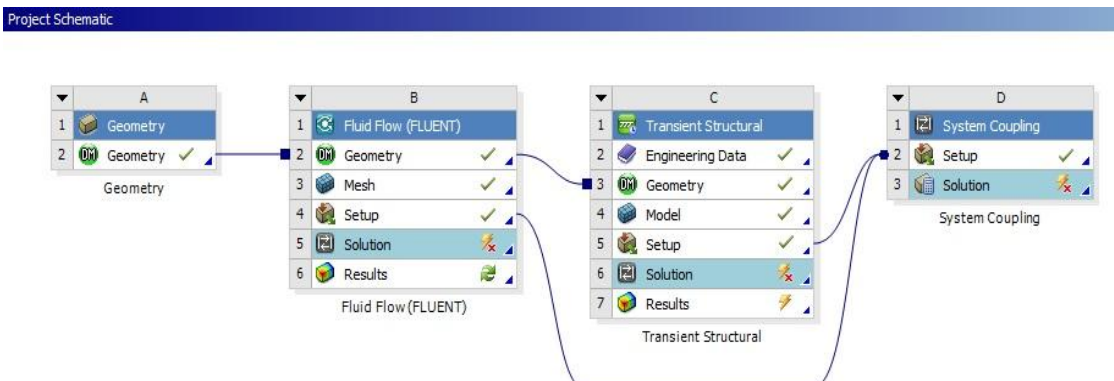


Σχήμα 8.69: Εσωτερική διάταξη πτερυγίων στροβιλομηχανής

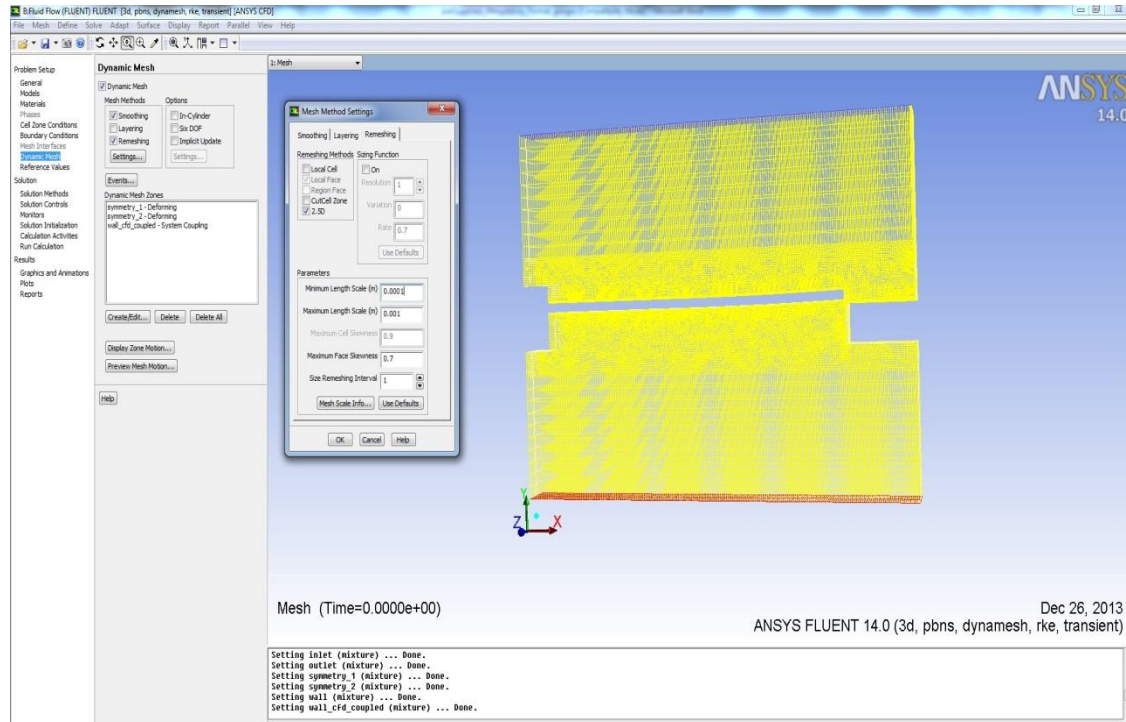


Σχήμα 8.70: Πτερύγια του Ρότορα – Στάτορα Στροβιλομηχανής

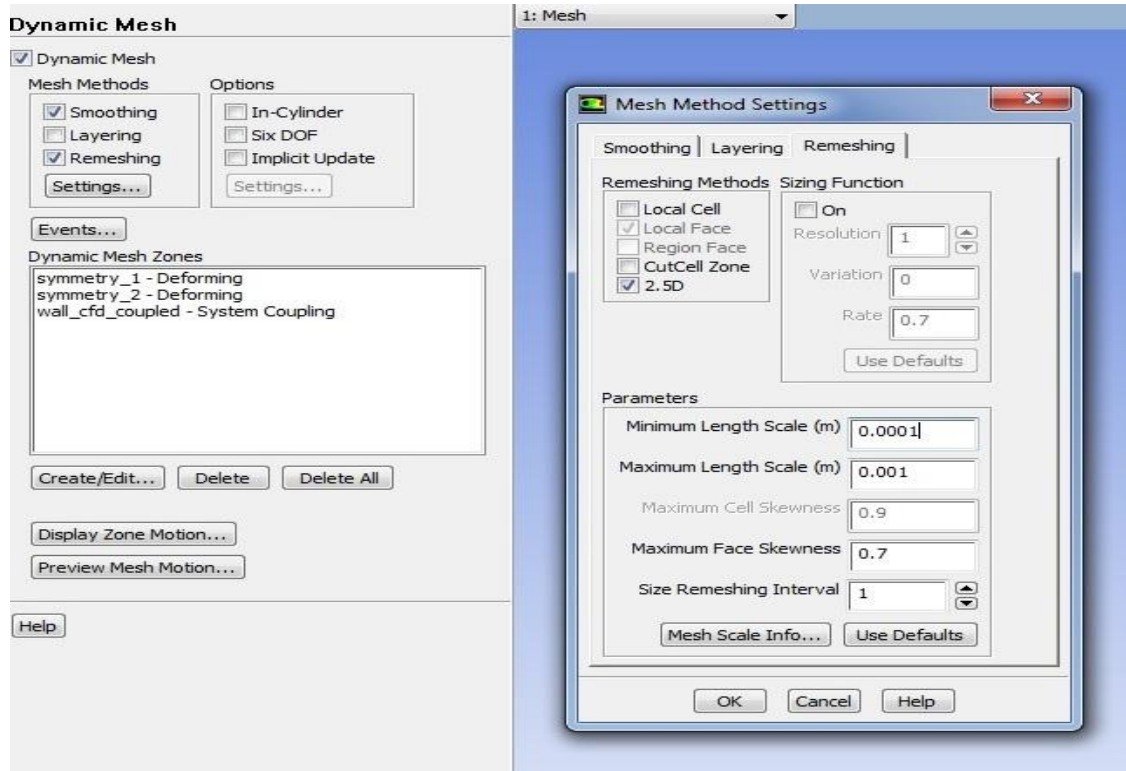
Τελική προσπάθεια προσομοίωσης μοντέλου γλωττίδας – ρευστού, έγινε στο πακέτο FLUENT του Ansys χρησιμοποιώντας dynamic mesh και ενεργοποιώντας την επιλογή remeshing του Setup του FLUENT, δηλαδή την αυτόματη επαναδημιουργία του πλέγματος όπως δείχνεται στα Σχήματα (8.7.2) (8.7.3). Παρόλη τη προσπάθεια που έγινε, και την ενεργοποίηση του remeshing, ο κώδικας της σύζευξης των πακέτων Fluent, Transient Structural και System Coupling δε σύγκλινε, για τον ίδιο ακριβώς λόγο που δε σύγκλινε και με τα προηγούμενα μοντέλα. Αυτό σημαίνει, πως πρέπει να αναδημιουργήσουμε μία καινούργια διάταξη πλέγματος, το οποίο να έχει τη δυνατότητα και την ευελιξία να παραμορφώνεται και να μετατοπίζει εύκολα τους κόμβους του ανάλογα με την κίνηση του ρευστού-στερεού.



Σχήμα 8.71: Fluid Structure Interaction χρησιμοποιώντας τα πακέτα FLUENT – TRANSIENT STRUCTURAL



Σχήμα 8.72: Περιβάλλον Setup του FLUENT



Σχήμα 8.73: Dynamic Mesh, Remeshing

8.9 Εμπειρίες που αποκτήθηκαν από τη χρήση των εργαλείων MATLAB,CFX,FLUENT, TR. STRUCTURAL του ANSYS (FSI) και SOLIDWORKS

Με το πέρας αυτής της εργασίας, παρά τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα στα οποία οδηγηθήκαμε, ένα εξίσου σημαντικό πλεονέκτημα, ήταν η απόκτηση γνώσεων και εμπειριών σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής. Αυτό δεν αφορά μόνον την σφαιρική και ειδική γνώση σχετικά με το Ακκορντεόν, αλλά και των επιστημονικών, μαθηματικών και προγραμματιστικών γνώσεων που αποκόμισα από τη χρήση των λογισμικών και άλλων εργαλείων. Συγκεκριμένα, οι γνώσεις που αποκόμισα αφορούν τη σχεδίαση 2D και 3D μοντέλων, πολύπλοκων και μη, την ακριβή απεικόνισή τους στο χώρο, συνύπαρξη ρευστών και στερεών σωμάτων. Οι γνώσεις αυτές αφορούν τα λογισμικά Solidworks και Ansys. Επίσης, η ανάπτυξη του φαινομένου Fluid Structure Interaction, η προσπάθεια κατανόησή του και η μοντελοποίησή του μέσω των εργαλείων CFX, FLUENT, διεύρυνε τις γνώσεις μου, μου δημιούργησε νέα ερωτήματα γύρω από τέτοιου είδους φυσικά φαινόμενα, αποτέλεσε έναυσμα ώστε να ασχοληθώ με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων και τελικά μου αύξησε το ενδιαφέρον σχετικά με την επιστήμη που λέγεται «Υπολογιστική Μηχανική». Τέλος, η ενασχόλησή μου με τον προγραμματισμό και το λογισμικό Matlab, διεύρυνε τις προγραμματιστικές επιστημονικές μου δεξιότητες. Αυτό προκύπτει, αναβαθμίζοντας τις γνώσεις μου σε αντικείμενα όπως η Μηχανική των Ρευστών και των Στερεών, η Δυναμική μηχανών, αλλά και η Ακουστική.

8.10 Μελλοντική έρευνα

Μελλοντικός στόχος, αποτελεί η ενασχόλησή μου με την Ακουστική καθώς και με το αντικείμενο της Υπολογιστικής Μηχανικής. Συγκεκριμένα, άμεσή μου επιθυμία μου είναι, η παρακολούθηση μεταπτυχιακού προγράμματος με θέμα "Υπολογιστική Μηχανική", ώστε να μάθω περισσότερα γύρω από αυτό το αντικείμενο. Όπως επίσης και η εκπόνηση Διδακτορικής Διατριβής στον τομέα της Ακουστικής. Παρόλο αυτά, συγκεντρώνοντας σε αυτή τη διπλωματική εργασία, όλα τα στοιχεία που αφορούν το Ακκορντεόν, τις προσομοιώσεις, καθώς και τα συμπεράσματα που προέκυψαν, αυτή η εργασία αποτελεί αφετηρία για μελλοντική εξέλιξη κάποιων υφιστάμενων οργάνων όπως το Accodion, Bandoneon και Accordina, όπως επίσης και την ψηφιακή μοντελοποίηση (*physical modeling*), και σύνθεση ηχητικών κυμάτων (*sound wave synthesis*).

Βιβλιογραφία

- [1] Σ. Τσαγγάρης, «Μηχανική των Ρευστών», Εκδόσεις Συμεών (Αθήνα 2005)
- [2] D.R.Pierce, “Acoustics: an Introduction to its Physical Principles and Applications” McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1981. Also available from the Acoustical Society of America.
- [3] Δ.Τριάντος, «Αεροδυναμική και Αεροακουστική Ανάλυση Δρομέων Ελικοπτέρων», Ε.Μ.Π., Εργασία Υποβληθείσα για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος (Αθήνα 2002)
- [4] Fundamentals of Acoustics and Noise Control (Finn Jacobsen,Torben Poulsen, Jens Holger Rindel, Anders Christian Gade and Mogens Ohlrich)
- [5] F. Alton Everest, ‘The Master Handbook of Acoustics’, 3η edition, TAB Books)(United States of America 1994)
- [6] F. Faly, ‘Engeneering Acoustics’ 2nd edition, Academic Press (London 2003). (1st edition: 2001)
- [7] Martin, “Musical instrument identification: A pattern-recognition approach”. Presented at the 136th meeting of the Acoustical Society of America, October 13, 1998.
- [8] Δρ Π. Α. Βουθούνης, «Τεχνική Μηχανική-Αντοχή των Υλικών» , Αθήνα
- [9] Δρ Ι. Αντωνιάδης, σημειώσεις μαθήματος «Δυναμική Μηχανών»,Ε.Μ.Π., τομέας Μηχανολογικών Κατασκευών και Αυτομάτου Ελέγχου (Αθήνα 2010-2011)
- [10] N. H. Fletcher, “Autonomous vibration of simple pressure-controlled valves in gas flows,” J. Acoust. Soc. Am. **93**, 2172-2180 (1993).
- [11] J. Saneyoshi, H. Teramura, and S. Yoshikawa, “Feedback oscillations in reed woodwind and brass wind instruments,” Acustica **62**, 194-210 (1987).

- [12] S. C. Thompson, "The effect of the reed resonance on woodwind tone production," *J. Acoust. Soc. Am.* **66**, 1299-1307 (1979).
- [13] R. T. Schumacher, "*Ab initio* calculations of the oscillations of a clarinet," *Acustica* **48**, 71-85 (1981).
- [14] A. Hirschberg, R. W. A. van de Laar, J. P. Marrou-Maurie`res, A. P. J. Wijnands, H. J. Dane, S. G. Kruijswijk, and A. J. M. Houtsma, "A quasistationary model of air flow in the reed channel of a single-reed woodwind instruments," *Acustica* **70**, 146-154 (1990).
- [15] B. Gazengel, J. Gilbert, and N. Amir, "Time domain simulation of single reed wind instrument. From the measured input impedance to the synthesis signal. Where are the traps," *Acta Acust. (Beijing)* **3**, 445-472 (1995).
- [16] J. Gilbert, J. Kergomard, and E. Ngoya, "Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique," *J. Acoust. Soc. Am.* **86**, 35-41 (1989).
- [17] I. R. Titze, "The physics of small-amplitude oscillation of the vocal folds," *J. Acoust. Soc. Am.* **83**, 1536-1552 (1988).
- [18] X. Pelorson, A. Hirschberg, R. R. van Hassel, and A. P. J. Wijnands, "Theoretical and experimental study of quasi steady-flow separation within the glottis during phonation. Application to a modified two-mass model," *J. Acoust. Soc. Am.* **96**, 3416-3431 (1994).
- [19] R. D. Blevins, *Flow-Induced Vibration* (Krieger, Malabar, Florida, 1986).
- [20] A. O. St. Hilaire, T. A. Wilson, and G. S. Beavers, "Aerodynamic excitation of the harmonium reed," *J. Fluid Mech.* **49**, 803-816 (1971).
- [21] A. Z. Tarnopolsky, J. C. S. Lai, and N. H. Fletcher, "Flow structures generated by pressure-controlled self-oscillating reed valves," *J. Sound Vib.* **247**, 213-226 (2001).
- [22] A. R. Paterson, *A First Course in Fluid Dynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1983), pp. 205-243.

- [23] J. P. Cottingham, C. J. Lilly, and C. H. Reed, "The motion of air-driven free reeds," Proceedings of the 2nd Convention of the European Acoustics Association: Forum Acusticum, Berlin, 1999.
- [24] L. Millot, C. Cuesta, and C. Valette, "Experimental results when playing chromatically on a diatonic harmonica," *Acustica* **87**, 262–270 (2001).
- [25] P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics* (McGraw-Hill, New York, 1968).
- [26] M. J. Lighthill, "On sound generated aerodynamically. I. General theory," *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **221**, 564-587 (1952).
- [27] N. Curle, "The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound," *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **321**, 505–514 (1955).
- [28] A. P. Dowling and J. E. Ffowcs Williams, *Sound and Sources of Sound* (Hells Horwood, Chichester, 1983), pp. 157-166.
- [29] J. E. Ffowcs Williams and D. L. Hawkings, "Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion," *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **264**, 321-342 (1969).
- [30] P. di Francescantonio, "A new boundary integral formulation for the prediction of sound radiation," *J. Sound Vib.* **202**, 491-509 (1997).
- [31] X. Gloerfelt, C. Bailly, and D. Juve', "Computation of the noise radiated by a subsonic cavity using direct simulation and acoustic analogy," *AIAA Paper No.* 2001-2226, 2001.
- [32] K. S. Brentner and F. Farassat, "An analytical comparison of the acoustic analogy and Kirchhoff formulation for moving surface," *AIAA J.* **36**, 1379-1386 (1998).
- [33] N. Misdariis, D. Ricot, and R. Causse', "Mode'lisation physique de lavibration d'une anche d'accorde'on," Proceedings of the 5th French Congresson Acoustics, Lausanne, 2000, pp. 281-283.

[34] <http://www.ircam.fr/equipes/instruments/> website: last time viewed by the authors: November 2004.

[35] Σ. Μελισσανίδης, «Ακκορντεόν-Ιστορία εξέλιξης και ρεπερτόριο», Εκδόσεις MelisMusic, Θεσσαλονίκη 2006

[36] Σ. Μελισσανίδης, «Η Ακουστική του Ακκορντεόν», Εκδόσεις MelisMusic, Θεσσαλονίκη 2006

[37] Α. Κανάραχος, Χρ. Προβατίδης, «Πεπερασμένα Στοιχεία στη Μηχανολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2000

[38] Α. Κανάραχος, Ι. Αντωνιάδης, «Δυναμική Μηχανών», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 1998

[39] Γ. Μπεργελές, «Υπολογιστική Ρευστομηχανική», Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2006

[40] Denis Ricot, Rene´ Causse´ and Nicolas Misdariis, “Aerodynamic excitation and sound production of blown-closed free reeds without acoustic coupling: The example of the accordion reed”, Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique, UMR CNRS 9912