



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«Αεροελαστική ανάλυση πλωτών ανεμογεννητριών με χρήση
προτύπων ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης»



ΚΑΡΔΟΜΑΤΕΑΣ Δ. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ – ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ

Επιβλέπων Καθηγητής: Ριζιώτης Βασίλειος

ΑΘΗΝΑ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2013

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους συντέλεσαν στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, καθώς και στην ολοκλήρωση των σπουδών μου στη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου, κύριο Ριζιώτη Βασίλειο, για το πολύ ενδιαφέρον θέμα που μου ανέθεσε, αλλά και για τη συνεχή καθοδήγηση που μου πρόσφερε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Ακόμα, μέσα από τις διαλέξεις του με ενέπνευσε και μου κίνησε το ενδιαφέρον για περαιτέρω ενασχόληση με τον τομέα της Αιολικής Ενέργειας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή Βουτσινά Σπυρίδωνα, για το ενδιαφέρον που έδειξε για τη διπλωματική μου εργασία.

Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον υποψήφιο Διδάκτορα Μανωλά Δημήτριο, για τη καθοριστικής σημασίας βοήθειά του στο κομμάτι της πλωτής ανεμογεννήτριας και σε θέματα ταχύτητας του κώδικα, καθώς υπό τη καθοδήγησή του κατέστη δυνατή η ομαλή ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Επιπροσθέτως, θα ήθελα να ευχαριστήσω τη Διπλωματούχο Μηχανολόγο Μηχανικό Γιούλη Μαρία – Ευγενία για την, επί καθημερινής βάσης, σημαντική βοήθεια που μου προσέφερε κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης ενός μεγάλου μέρους του κώδικα.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Διδάκτορα Προσπαθόπουλο Ιωάννη και τον υποψήφιο Διδάκτορα Διακάκη Κωνσταντίνο, για τη βοήθειά τους σε θέματα τεχνικής φύσεως κατά τη παραμονή μου στο εργαστήριο Αεροδυναμικής.

Τέλος, οφείλω να ευχαριστήσω και την οικογένειά μου για την οικονομική στήριξη που μου πρόσφερε όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου.

Κωνσταντίνος – Αλέξανδρος Καρδοματέας
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Ε.Μ.Π.
Αθήνα, Νοέμβριος 2013

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	1
Περιεχόμενα	2
Σύνοψη.....	4
Abstract	5
Κεφάλαιο 1 ^ο : Εισαγωγή	6
Κεφάλαιο 2 ^ο : Μοντελοποίηση Χερσαίας & Πλωτής Ανεμογεννήτριας	9
1. Δυναμική Ανάλυση των Πτερυγίων	9
1.1 Μοντελοποίηση δοκού για τα πτερύγια και ιδιοδιανυσματική ανάλυση	9
• Κινηματική της δοκού.....	9
• Εξισώσεις ισορροπίας κατασκευής – Εξισώσεις δοκού.....	10
• Ιδιοδιανυσματική απεικόνιση των δυναμικών εξισώσεων της δοκού	11
1.2 Δυναμική των περιστρεφόμενων πτερυγίων και ιδιοδιανυσματική ανάλυση	14
• Κινηματική και δυναμική του περιστρεφόμενου και με γωνία βήματος πτερυγίου	15
• Τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων κίνησης	18
• Γραμμικοποίηση της μη γραμμικής κινηματικής	23
2. Αεροδυναμική του Δρομέα	24
2.1 Μοντελοποίηση της τοπικής ανά τμήματα αεροδυναμικής.....	24
• Αεροδυναμική μόνιμης κατάστασης – Γραμμικό μοντέλο	26
• Αεροελαστική σύζευξη - Ορισμός του «αεροελαστικού» στοιχείου δοκού	26
3. Δυναμική Ανάλυση της Πλήρους Ανεμογεννήτριας.....	30
3.1 Δυναμική της πλήρους ανεμογεννήτριας και ιδιοδιανυσματική ανάλυση.....	30
• Κινηματικές και δυναμικές συνθήκες αρθρώσεων	33
• Κινηματική και δυναμική των πτερυγίων	35
• Τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων κίνησης	40
• Εξισώσεις για τους α βαθμούς ελευθερίας	43
• Φορτία μεταφερόμενα από τα πτερύγια στον πύργο.....	44
• Φορτία μεταφερόμενα από τα πτερύγια στον πλωτήρα	46
• Φορτία μεταφερόμενα από τον πύργο στον πλωτήρα.....	47
Κεφάλαιο 3 ^ο : Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Χερσαία Ανεμογεννήτρια.....	51
1. Η Χερσαία Ανεμογεννήτρια NREL-5MW	51
2. Σύγκριση Αποτελεσμάτων με τον GAST	52

Κεφάλαιο 4° : Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Πλωτή Ανεμογεννήτρια	68
1. Η Πλωτή Ανεμογεννήτρια NREL-5MW	68
2. Σύγκριση Αποτελεσμάτων με τον hydroGAST.....	70
Κεφάλαιο 5° : Συμπεράσματα και Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη.....	145
1. Συμπεράσματα.....	145
2. Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη	145
Παραρτήματα.....	146
3. Παράρτημα Α'	147
4. Παράρτημα Β'	149
5. Παράρτημα Γ'.....	152
Βιβλιογραφία.....	153

Σύνοψη

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ήταν η ανάπτυξη ενός υπολογιστικού εργαλείου δυναμικής ανάλυσης πλωτών ανεμογεννητριών με χρήση της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης (modal analysis). Η μέθοδος της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης έχει μειωμένο υπολογιστικό κόστος συγκριτικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Για την ανάπτυξη του κώδικα χρησιμοποιήθηκε γλώσσα προγραμματισμού Fortran 90.

Η μοντελοποίηση που πραγματοποιήθηκε περιλαμβάνει τον δρομέα, τον πύργο και τον πλωτήρα, καθώς επίσης και όλες τις μεταφορές των φορτίων (δυνάμειων και ροπών) μεταξύ των επιμέρους συνιστωσών (πτερύγια-πύργος, πτερύγια-πλωτήρας, πύργος-πλωτήρας). Στο σύστημα δεν έχει προστεθεί ο βαθμός ελευθερίας της στρέψης (torsion) και της επιμήκυνσης (extension). Για τη προσομοίωση της αεροδυναμικής, επιλέχθηκε η χρήση μόνιμης αεροδυναμικής με παγωμένο ομόρρου (frozen wake). Έτσι, οι συντελεστές αξονικής και περιφερειακής επαγωγής δεν ανανεώνονται σε κάθε χρονικό βήμα. Τα τέσσερα σώματα της ανεμογεννήτριας (τρία πτερύγια και πύργος) έχουν το καθένα από τέσσερις βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή συνολικά δεκαέξι (16) βαθμούς ελευθερίας. Αυτοί πλαισιώνονται και από ακόμα εικοσιένα (21) συμπληρωματικούς βαθμούς ελευθερίας. Οι έξι (6) πρώτοι αφορούν στις μετακινήσεις και στις στροφές του πλωτήρα (ταλάντευση εμπρός-πίσω (surge), ταλάντευση πλευρική (sway), ταλάντευση πάνω-κάτω (heave), περιστροφή (roll), πρόνευση (pitch), γωνιακή απόκλιση (yaw)). Οι υπόλοιποι αφορούν στον πύργο, στη γωνία κλίσης (tilt) και στην γωνιακή απόκλιση (yaw) του κλωβού και της ατράκτου, στη γωνία αζιμουθίου του δρομέα, στη γωνία βήματος (pitch angle) ξεχωριστά του κάθε πτερυγίου κοκ. Όπως είναι φυσικό ο συγκεκριμένος κώδικας μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για τη περίπτωση της πλωτής όσο και για τη περίπτωση της χερσαίας ανεμογεννήτριας, καθώς η διαφορά μεταξύ τους έγκειται μονάχα σε έξι βαθμούς ελευθερίας και στην αφαίρεση του πλωτήρα από το σύστημα.

Abstract

The purpose of this diploma thesis was the development of a low order computational tool for the dynamic analysis of floating wind turbines, based on modal reduction. The use of the modal analysis compared to the finite element analysis (FEM), requires substantially lower computational effort. For the development of this particular code, the programming language Fortran 90 was used.

The wind turbine was modeled using the rotor, the tower and the floater. All the required load transfers (forces and moments) between the components are being conducted as well (blades-tower, blades-floater, tower-floater). In the aforementioned model, the torsion and extension DOFs (degree of freedom) haven't been implemented. For the simulation of the aerodynamics, the use of the steady-state aerodynamics with the frozen wake theory was chosen. As a result, the axial and tangential induction factors are not renewed in every time-step. The four distinct bodies of the wind turbine (the three blades and the tower) have four (4) DOFs each, hence in total sixteen (16) DOFs. These are being supplemented by twenty-one (21) more DOFs. The first six of them, concern the translations and the rotations of the floater (surge, sway, heave, roll, pitch, yaw). The rest of them concern the tower, the tilt and the yaw angle of the nacelle and the shaft, the azimuth rotation angle of the rotor, the pitch angle of each blade separately etc. Since the case of the onshore wind turbine is just a deduction of the case of the offshore wind turbine by removing the floater from our model and the six corresponding DOFs- the code can be used for both cases.

Κεφάλαιο 1^ο: Εισαγωγή

Είναι κοινώς αποδεκτό πώς, η παρούσα γενιά του Δυτικού κόσμου έχει μάθει να ζει μια ζωή πολυτελή με τόσα υλικά αγαθά όσα ποτέ άλλοτε στο παρελθόν. Η συνεχής αυτή αύξηση της κατανάλωσης που παρατηρείται τις τελευταίες δεκαετίες, έχει οδηγήσει όπως είναι φυσικό και σε μια διαρκή αύξηση της ζήτησης σε ενεργειακούς πόρους. Για δεκαετίες τώρα, η ανάγκη της ανθρωπότητας για ενέργεια καλυπτόταν κατά το μεγαλύτερο ποσοστό από συμβατικά καύσιμα όπως είναι ο λιγνίτης, το πετρέλαιο και το φυσικό αέριο. Βέβαια, οι συγκεκριμένοι ενεργειακοί πόροι πέρα απ' το γεγονός πως είναι ρυπογόνους, δεν είναι και ανανεώσιμοι. Αυτό σημαίνει πως τα αποθέματα μας σε συμβατικά καύσιμα είναι δεδομένο πως θα εξαντληθούν και η ανθρωπότητα θα πρέπει να βρει άλλες μεθόδους για να καλύψει τις –ολοένα αυξανόμενες- απαιτήσεις της σε ενέργεια. Με αυτό τον τρόπο, οδηγηθήκαμε τις τελευταίες δεκαετίες στην ανάπτυξη των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.

Μια από τις πιο σημαντικές πηγές ανανεώσιμης ενέργειας είναι αναμφίβολα η αιολική ενέργεια. Γενικά, η ενέργεια από τον άνεμο χρησιμοποιείται από τον άνθρωπο για χιλιάδες χρόνια, ενώ η παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος από τον άνεμο πραγματοποιείται τον τελευταίο αιώνα. Όμως, η αιολική ενέργεια έχει τραβήξει το ενδιαφέρον από τον επιστημονικό, πολιτικό και επιχειρηματικό κόσμο κυρίως τις τελευταίες δεκαετίες. Αυτό συμβαίνει καθώς αποτελεί μια από τις πιο υποσχόμενες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Σε αυτό το διάστημα, η ενέργεια που παράγεται από ανεμογεννήτριες έχει αυξηθεί εκθετικά και ολοένα συνεχίζει να αυξάνεται και να κατακτά σημαντικό μερίδιο στη παγκόσμια κατανομή ενεργειακών πόρων. Αρχικά, η εξάπλωση της αιολικής ενέργειας ξεκίνησε από την Ευρώπη και κυρίως από τις κεντρικές και βόρειες χώρες. Όμως, το μεγάλο ενδιαφέρον των επενδυτών οδήγησε αρκετά γρήγορα σε κορεσμό των χερσαίων περιοχών με πλούσιο αιολικό δυναμικό και ομαλή τοπογραφική διαμόρφωση. Έτσι, μετά άρχισε η εξάπλωση σε χώρες της νότιας Ευρώπης, αλλά και σε παράκτιες περιοχές της βόρειας Ευρώπης. Το συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον γύρω από την αιολική ενέργεια, έχει επιφέρει και αύξηση της έρευνας γύρω από το συγκεκριμένο αντικείμενο, προκειμένου να επιτύχουμε υψηλότερη πυκνότητα παραγόμενης ενέργειας, χαμηλότερο κόστος επένδυσης και αυξημένη αξιοπιστία της κατασκευής.

Προκειμένου να αυξήσουμε τη πυκνότητα της παραγόμενης ενέργειας, έπρεπε να αυξήσουμε τη διάμετρο του δρομέα και να μεταβούμε σε μηχανές μεγαλύτερης κλίμακας. Ταυτόχρονα, η απαίτηση για μείωση του κόστους οδήγησε τελικά στην σχεδίαση και κατασκευή μεγάλων, ελαφρών και εύκαμπτων ανεμογεννητριών. Βέβαια, με αυτό τον τρόπο, άρχισε να υπεισέρχονται ερωτήματα σχετικά με την ευστάθεια και την αντοχή των εν λόγω ανεμογεννητριών. Την ίδια στιγμή, η εξάπλωση τους σε περιοχές με υψηλό αιολικό δυναμικό και σύνθετη τοπογραφία, αλλά και σε παράκτιες περιοχές, έθεσε ερωτήματα σχετικά με την αξιοπιστία τους και την αντοχή τους σε κόπωση καθώς είναι δεδομένο πως σε αυτού του είδους τα περιβάλλοντα τα ανεμολογικά χαρακτηριστικά διαφέρουν σημαντικά σε σύγκριση με τις περιοχές ομαλής τοπογραφίας[17][18][19]. Όσον αφορά τις υπεράκτιες ανεμογεννήτριες, δημιουργήθηκαν πολλά σημαντικά ερωτήματα τεχνολογικής

φύσεως [20] όπως η αλληλεπίδραση των ομόρρων γειτονικών μηχανών σε αυτά τα πάρκα και η αλλαγή στη φόρτιση της μηχανής που επιφέρει αυτό το φαινόμενο, αλλά και η προσθήκη εξωτερικών φορτίσεων από τα κύματα.

Η ανάπτυξη των υπεράκτιων αιολικών πάρκων, άρχισε τα τελευταία χρόνια και έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον των επενδυτών. Αρχικά, ο άνεμος στη θάλασσα φυσάει δυνατότερα και με μεγαλύτερη σταθερότητα, ενώ έχει μικρότερη ένταση τύρβης και μικρότερη κλίση ταχύτητας λόγω του οριακού στρώματος στη θάλασσα. Επίσης, το μέγεθος της ανεμογεννήτριας δεν αποτελεί πρόβλημα, καθώς η μεταφορά γίνεται με εμπορικά πλοία ενώ προβλήματα οπτικής και ακουστικής όχλησης εκμηδενίζονται εύκολα. Ακόμη, όπως είναι προφανές, υπάρχουν απέραντες εκτάσεις θάλασσας διαθέσιμες εν αντιθέσει με τη στεριά, όπου οι κατάλληλες εκτάσεις είναι πεπερασμένες. Βέβαια, η εγκατάσταση ανεμογεννητριών στη θάλασσα έχει μεγαλύτερο κόστος καθώς περιλαμβάνει και εγκατάσταση του υποθαλάσσιου κομματιού της κατασκευής. Έπειτα, η πρόσβαση στις υπεράκτιες ανεμογεννήτριες είναι πιο δύσκολη και δαπανηρή το οποίο έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του λειτουργικού κόστους. Τέλος, είναι προφανές πως ο σχεδιασμός υπεράκτιων ανεμογεννητριών είναι πιο πολύπλοκος αφού έχουμε τόσο αεροδυναμικές όσο και υδροδυναμικές φορτίσεις στη μηχανή.

Λόγω της μεγάλης πολυπλοκότητας στη σχεδίαση και κατασκευή των ανεμογεννητριών, έγινε εμφανής η ανάγκη διασφάλισης της ποιότητας τους προτού κατασκευαστούν και μετρηθούν σε πλήρη κλίμακα στον τόπο εγκατάστασής τους. Οι αναπτυγμένες χώρες του Δυτικού κόσμου, έχουν θεσπίσει ένα αυστηρό πλαίσιο κανόνων πιστοποίησης των μηχανών το οποίο κατά μεγάλο ποσοστό βασίζεται σε υπολογιστικά εργαλεία ανάλυσης της συμπεριφοράς μιας ανεμογεννήτριας. Αν και αρχικά αναπτύχθηκαν διάφορα πρότυπα πιστοποίησης από διάφορους πιστοποιητικούς οργανισμούς, σήμερα πλέον καταλήγουν όλοι στο κοινής αποδοχής πρότυπο IEC 61400. Σύμφωνα με το συγκεκριμένο πρότυπο, απαιτείται προσδιορισμός των φορτίων κόπωσης που αναπτύσσονται σε μια ανεμογεννήτρια σε διάφορες καταστάσεις λειτουργίας. Συγκεκριμένα, γίνεται προσδιορισμός τόσο σε κανονικές συνθήκες λειτουργίας όσο και σε συνθήκες ακραίων φορτίων εκτός κανονικής λειτουργίας. Με αυτό τον τρόπο, καλύπτεται το πλήρες φάσμα φόρτισης της μηχανής σε όλη τη διάρκεια της ζωής της. Όλα τα υπάρχοντα πρότυπα έχουν συνδεθεί με τη χρήση εργαλείων αεροδυναμικής και ελαστοδυναμικής ανάλυσης της πλήρους κατασκευής. Επομένως, η αξιοπιστία των εργαλείων ανάλυσης καθορίζει σε σημαντικό βαθμό την ποιότητα των εμπορικών μηχανών και τη μελλοντική προοπτική της αιολικής ενέργειας.

Οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται για την αεροελαστική ανάλυση ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα, στηρίζονται ως επί το πλείστον σε μια μονοδιάστατη θεώρηση της κατασκευής βασισμένη στη θεωρία δοκού για την ανάλυση της ελαστοδυναμικής συμπεριφοράς και σε παραλλαγές του προτύπου των στοιχείων πτερύγωσης για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων του δρομέα. Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί μεγάλος αριθμός κωδίκων για την αεροελαστική ανάλυση και πιστοποίηση ανεμογεννητριών οριζοντίου άξονα. Οι κώδικες αυτοί παρουσιάζουν μικρές διαφορές μεταξύ τους, κυρίως στο ελαστοδυναμικό πρότυπο. Μια βασική κατηγορία κωδίκων είναι αυτοί που χρησιμοποιούν την μέθοδο των

ιδιομορφών (modal methods) όπως ο κώδικας που αναπτύχθηκε στη παρούσα διπλωματική εργασία. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου, είναι το πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος που προσφέρουν, πράγμα που δίνει τη δυνατότητα διεξαγωγής υπολογισμών σε πραγματικό χρόνο (real time calculations). Βασικό μειονέκτημα της μεθόδου, είναι πως έχουν τη δυνατότητα να αναπαράγουν περιορισμένο αριθμό ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής και απαιτούν εκ των προτέρων γνώση των βασικών ιδιομορφών του συστήματος. Αποτέλεσμα αυτού, είναι να μη μπορούν να προσομοιώσουν κατασκευές των οποίων τα υλικά έχουν μεταβλητές ιδιότητες ανάλογες με την εξωτερική φόρτιση στην οποία υπόκεινται. Μερικοί από τους πιο διαδεδομένους κώδικες αυτής της κατηγορίας που χρησιμοποιούνται σήμερα ως επίσημα και πιστοποιημένα εργαλεία από διάφορους πιστοποιητικούς οργανισμούς και κατασκευαστές ανεμογεννητριών της Ευρώπης, είναι ο κώδικας BLADED των Garrad-Hassan [7], ο κώδικας FLEX4 του Πολυτεχνείου της Δανίας (DTU) [8], ο κώδικας VIDYN της TG [9], που χρησιμοποιείται επίσημα από το Αεροναυπηγικό Ινστιτούτο της Σουηδίας (FFA). Μία δεύτερη κατηγορία κωδίκων είναι αυτοί οι οποίοι χρησιμοποιούν την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ή πεπερασμένων διαφορών (FEM) στην διακριτοποίηση των ελαστοδυναμικών εξισώσεων. Σε αυτή την κατηγορία οι πλέον γνωστοί κώδικες είναι ο κώδικας HAWC του RISOE [10], ο κώδικας PHATAS του ECN [11][12], ο κώδικας ALCYONE του ΚΑΠΕ [13][14] και ο κώδικας GAST του ΕΜΠ [15]. Όλοι οι παραπάνω κώδικες έχουν πιστοποιηθεί σε σχέση με μετρήσεις πλήρους κλίμακας στο πλαίσιο του προγράμματος VEWTDC της Ευρωπαϊκής Ένωσης [16] που σκοπό είχε την διερεύνηση των υπολογιστικών δυνατοτήτων των υπαρχόντων κωδίκων και των ορίων της εφαρμογής τους.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από πέντε (5) κεφάλαια. Το 1^ο κεφάλαιο είναι το παρών και αποτελεί την εισαγωγή. Στο 2^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρία πάνω στην οποία βασίστηκε όλη η ανάπτυξη του υπολογιστικού εργαλείου. Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τη σύγκριση που έγινε με τον GAST για τη περίπτωση της χερσαίας ανεμογεννήτριας. Η σύγκριση αυτή έγινε ώστε να επιβεβαιώσουμε πως οι υπολογισμοί που πραγματοποιούνται είναι σωστοί, χωρίς ακόμα να εισάγουμε στο σύστημά μας τον πλωτήρα και τις αντίστοιχες μεταφορές φορτίων. Η ανεμογεννήτρια που χρησιμοποιήθηκε είναι η χερσαία NREL-5MW. Στο 4^ο κεφάλαιο, παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα από τη σύγκριση που έγινε για τη περίπτωση της πλωτής ανεμογεννήτριας. Η σύγκριση έγινε με τον hydroGAST για πέντε ταχύτητες ανέμου και χρησιμοποιήθηκε η πλωτή ανεμογεννήτρια αναφοράς NREL-5MW και ο πλωτήρας, τύπου spar-buoy, OC-3. Στο 5^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα και οι συστάσεις για περαιτέρω μελέτη. Στο τέλος ακολουθούν τα παραρτήματα τα οποία πλαισιώνουν τη θεωρία του 2^{ου} κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 2^ο: Μοντελοποίηση Χερσαίας & Πλωτής Ανεμογεννήτριας

1. Δυναμική Ανάλυση των Πτερυγίων

1.1 Μοντελοποίηση δοκού για τα πτερύγια και ιδιοδιανυσματική ανάλυση

Κινηματική της δοκού

Θεωρούμε ως το καθολικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων της δοκού το Οxyz (βλ. Σχήμα 2.1.1). Ο άξονας y του συστήματος είναι ευθυγραμμισμένος με τον άξονα της δοκού (άξονας του κέντρου διάτμησης) ενώ οι άξονες x και z βρίσκονται στην επίπεδη τομή της απαραμόρφωτης δοκού, καθορίζοντας τις δύο κατευθύνσεις κάμψης της δοκού. Ακολουθώντας μια ανάλυση πρώτης τάξης και υποθέτοντας πως η στρέψη και η επιμήκυνση είναι μηδαμινές, το διάνυσμα θέσης \mathbf{r} ενός σημείου στο σημείο τομής μπορεί να βρεθεί ως εξής:

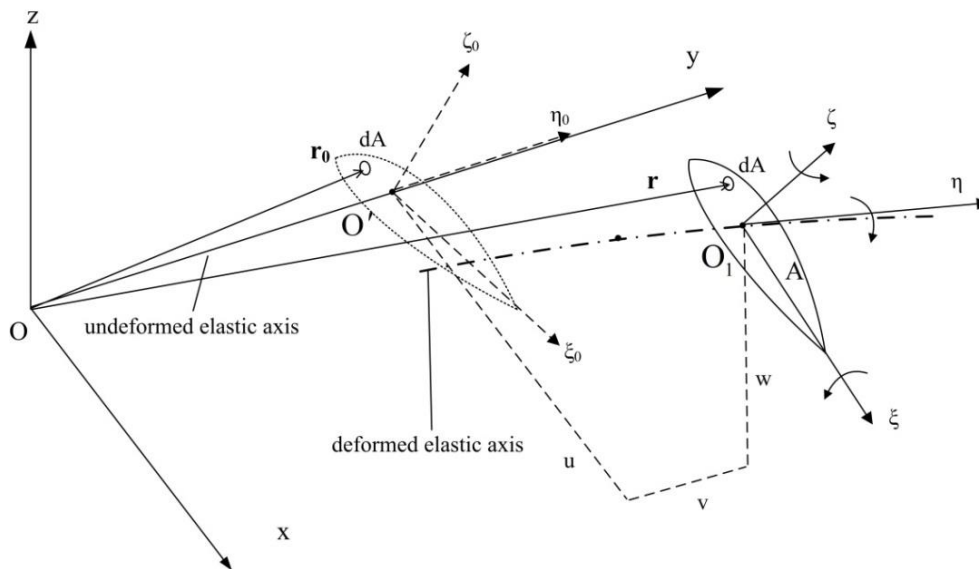
$$\mathbf{r} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -x & -z \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix}' = \mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u} + \mathbf{S}^1 \cdot \mathbf{u}' \quad (1-1)$$

όπου το \mathbf{r}_0 είναι το διάνυσμα θέσης ενός τυχαίου σημείου πάνω στο σημείο τομής στην απαραμόρφωτη κατάσταση, ενώ το $\mathbf{u} = \{u, w\}^T$ αποτελεί το πεδίο μετακινήσεων, το οποίο περιλαμβάνει τους ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας των μετακινήσεων.

Σημειώνεται, πως, στην βάση της υπόθεσης Euler – Bernoulli, καθώς και στο πλαίσιο της ανάλυσης πρώτης τάξης, οι δύο καμπτικές στροφές είναι ίσες με τις μερικές παραγώγους των καμπτικών μετατοπίσεων:

$$\psi = -u' \quad , \quad \omega = w' \quad (1-2)$$

Ακολουθώντας ένα σχήμα πρώτου βαθμού, λαμβάνουμε μια γραμμική εξάρτηση του διανύσματος θέσης του τυχαίου σημείου της επίπεδης τομής του παραμορφωμένου πεδίου.



Σχήμα 2.1.1. Κινηματική της δοκού

Εξισώσεις ισορροπίας κατασκευής – εξισώσεις δοκού

Το σύστημα των εξισώσεων της δοκού, θεωρώντας αμελητέα στρέψη και επιμήκυνση, γράφονται στην παρακάτω απλοποιημένη μητρική μορφή:

$$\int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}} = (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}') + (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'') + \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{g} + \mathbf{\Pi}_0 \cdot \delta \mathbf{P} \quad (1-3)$$

όπου

$$\mathbf{K}_{11} = \begin{bmatrix} F_y & 0 \\ 0 & F_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{22} = \begin{bmatrix} -EI_{zz} & 0 \\ 0 & -EI_{xx} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Pi}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Το σύστημα αυτών των εξισώσεων περιγράφουν την κίνηση της δοκού όταν υπόκειται σε εξωτερικές αεροδυναμικές και βαρυτικές δυνάμεις και το σύστημα συντεταγμένων που βρίσκεται πάνω στη δοκό (τοπικό σύστημα συντεταγμένων) δεν μετακινείται ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Το ανωτέρω σύστημα είναι γραμμικό, λαμβάνοντας υπ' όψιν πως όταν η δοκός δεν περιστρέφεται, οι μη γραμμικοί όροι κεντρομόλου δυσκαμψίας είναι πρακτικά αμελητέοι και μπορούν να παραληφθούν. Το ανωτέρω σύστημα θα συμπληρωθεί παρακάτω με επιπρόσθετους όρους, απαραίτητους για την ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς της κινούμενης δοκού. Επίσης, η αριθμητική μεταχείριση του ανωτέρω συστήματος διαφορικών εξισώσεων θα παρουσιαστεί στη βάση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Οι συγκεκριμένες εξισώσεις λαμβάνουν υπ' όψιν:

- μόνο καμπτικές μετακινήσεις σε δύο κατευθύνσεις.
- το σύστημα συντεταγμένων της δοκού συμπίπτει με το βασικό σύστημα αξόνων των σημείων τομής και επομένως δεν εμφανίζεται σύζευξη μεταξύ των δύο καμπτικών κατευθύνσεων.

- οι αδρανειακοί όροι από τις εξισώσεις των καμπτικών ροπών απαλείφονται ως ανώτερης τάξης.

Η αξονική δύναμη η οποία εμφανίζεται στο μητρώο \mathbf{K}_{11} υπολογίζεται μέσω της ολοκλήρωσης της διαφοράς μεταξύ των αδρανειακών και των εξωτερικών δυνάμεων κατά μήκος της δοκού. Στην παρούσα περίπτωση, όπου η δοκός δε κινείται, οι αδρανειακές φορτίσεις κατά μήκος του άξονα της δοκού, ισούνται με μηδέν (απ' τη στιγμή που η επιμήκυνση και η συμπίεση της δοκού είναι μηδαμινή) και έτσι έχουμε:

$$F_y(y) = \int_L^y \left(\int_A (\rho dA) \cdot g_y + \delta P_y \right) dy \quad (1-4)$$

Ιδιοδιανυσματική απεικόνιση των δυναμικών εξισώσεων της δοκού

Λαμβάνοντας υπ' όψιν τις δυναμικές εξισώσεις (1-3) στην μορφή $F(\mathbf{u}) = 0$, τότε για κάθε δυνατή μετατόπιση $\delta \mathbf{u}$ το παραγόμενο έργο από τα φορτία $F(\mathbf{u})$ πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν.

Το έργο είναι μια πράξη προβολής η οποία καθορίζεται από το εσωτερικό γινόμενο των ολοκληρώσιμων συναρτήσεων: $(f, g) \equiv \int f(x)g(x)dx$ με το ολοκλήρωμα ορισμένο στο εξ' ορισμού πεδίο ορισμού τους, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι το μήκος της δοκού L.

Επομένως,

$$\int_0^L \delta \mathbf{u}^T F(\mathbf{u}) dy = 0 \quad \forall \delta \mathbf{u} \quad (1-5)$$

Οι προβαλλόμενες εξισώσεις καθορίζουν την ασθενή διατύπωση του προβλήματος. Πρέπει να σημειώσουμε, πως, απαιτώντας μηδενικό δυνατό έργο για οποιαδήποτε δυνατή μετατόπιση, είναι ισοδύναμο με το να εκτελείται η προβολή ως προς μια κατάλληλα ορισμένη συναρτησιακή βάση. Με τον όρο κατάλληλα ορισμένη εννοείται, πως, πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν συνοριακές συνθήκες. Για όλους τους περιορισμένους βαθμούς ελευθερίας οι οποίοι αντιστοιχούν σε κινηματικούς όρους, πρέπει να θέσουμε $\delta u_p = 0$. Αξίζει να σημειωθεί, πως, οι στατικοί όροι και οι όροι φόρτισης θα εμφανιστούν φυσικά στην ασθενή διατύπωση όταν πραγματοποιηθεί η ολοκλήρωση κατά τμήματα. Για παράδειγμα, εφαρμόζοντας ολοκλήρωση κατά τμήματα στους εσωτερικούς όρους φόρτισης της εξίσωσης (1-3) έχουμε:

$$\int_0^L \delta \mathbf{u}^T \left[(\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}')' + (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'')'' \right] dy =$$

$$= \left[\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}') \right]_0^L + \left[\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'')' - \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'') \right]_0^L$$

$$-\int_0^L \delta \mathbf{u}'^T (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}') dy + \int_0^L \delta \mathbf{u}''^T (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}'') dy$$

Οι υπογραμμισμένοι όροι αντιστοιχούν στους συνοριακούς όρους και αντιπροσωπεύουν το δυνατό έργο των αντιδρυσών δυνάμεων και ορμών στα σημεία στήριξης της δοκού. Εάν η μετατόπιση ή η περιστροφή καθορίζεται, τότε ο όρος ισούται με μηδέν επειδή το $\delta \mathbf{u}$ ή το $\delta \mathbf{u}'$ είναι μηδέν. Αντιθέτως, εάν το φορτίο καθορίζεται τότε είτε η δύναμη είτε η ορμή τίθεται ίση με τη δοσμένη τιμή.

Ακολουθώντας την ιδιοδιανυσματική απεικόνιση του πεδίου μετατόπισης \mathbf{u} , αυτό θα δίνεται από την ακόλουθη έκφραση (βλ. Σχήμα 2.1.2):

$$\mathbf{u}(y;t) = \Phi(y) \cdot \mathbf{a}(t) \quad (1-6)$$

Εάν υποθέσουμε πως οι δύο μικρότερες ιδιομορφές για κάθε κατεύθυνση κάμψης περιγράφουν επαρκώς την κίνηση της δοκού, καθώς επίσης και πως οι δύο κατευθύνσεις κάμψης είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους (οι ιδιομορφές είναι μη συζευγμένες), τότε η ακόλουθη έκφραση για το \mathbf{u} αποδίδεται:

$$\mathbf{u}(y;t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(y;t) \\ \mathbf{w}(y;t) \end{Bmatrix} = \Phi(y) \cdot \mathbf{a}(t) = \begin{bmatrix} \varphi_u^1(y) & \varphi_u^2(y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_w^1(y) & \varphi_w^2(y) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \\ a_4(t) \end{Bmatrix} \quad (1-7)$$

όπου, το $\Phi(y)$ είναι το μητρώο των ιδιομορφών (οι στήλες του οποίου περιέχουν τις ιδιομορφές της δοκού) και το $\mathbf{a}(t)$ είναι το πλάτος των ιδιομορφών (γενικευμένες συντεταγμένες).

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (1-7) στις εξισώσεις (1-3) της δοκού και λαμβάνοντας υπ' όψιν την ολοκλήρωση κατά τμήματα στους εσωτερικούς όρους φόρτισης οι οποίοι παρουσιάστηκαν προηγουμένως, λαμβάνουμε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$\mathbf{M}_\Phi \cdot \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}_\Phi \cdot \mathbf{a} = \mathbf{Q} \quad (1-8)$$

όπου,

$$\mathbf{M}_\Phi = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi \right) dy$$

$$\mathbf{K}_\Phi = \int_L \Phi'^T \cdot \mathbf{K}_{11} \cdot \Phi' dy - \int_L \Phi''^T \cdot \mathbf{K}_{22} \cdot \Phi'' dy + \text{boundary terms}$$

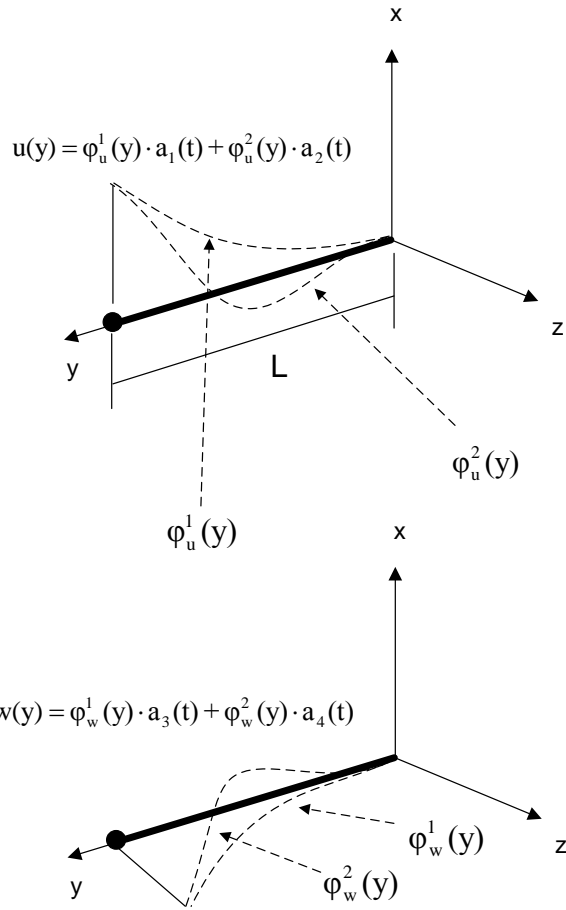
$$\mathbf{Q}_\Phi = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{g} \right) dy + \int_L \Phi^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \delta \mathbf{P} dy$$

dof along the beam

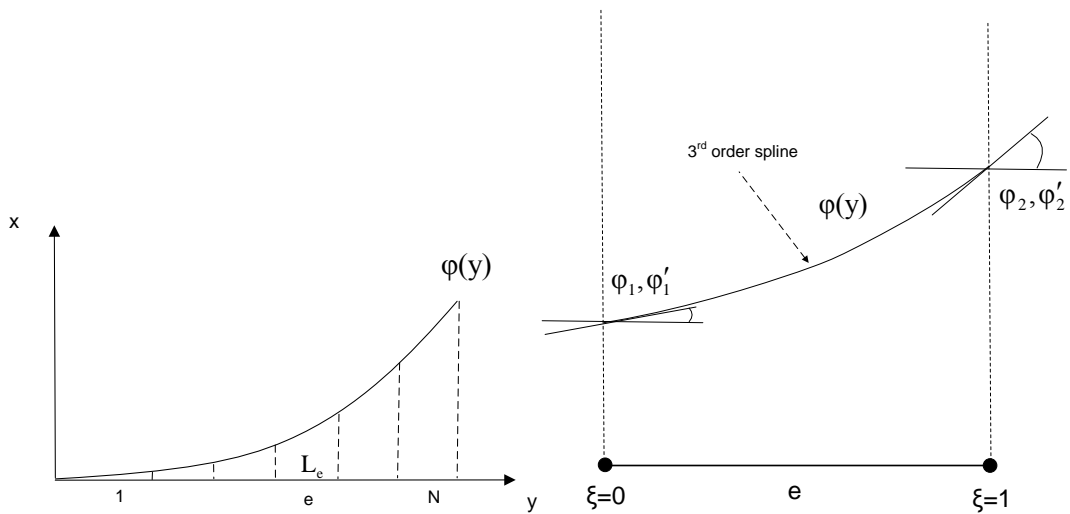
$$\mathbf{u}(y) = (\mathbf{u} \quad \mathbf{w})^T$$

discrete dofs of the beam

$$\mathbf{a} = (a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4)^T$$



Σχήμα 2.1.2. Ιδιοδιανυσματική απεικόνιση της δοκού



Σχήμα 2.1.3. Παρεμβολή των συναρτήσεων των ιδιομορφών.

Τα άνωθεν μητρώα μπορούν εύκολα να υπολογισθούν είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά. Στην περίπτωση όπου οι ιδιομορφές παρέχονται σε μητρωική μορφή (οι μετατοπίσεις των ιδιομορφών δίνονται σε συγκεκριμένες θέσεις κατά μήκος της δοκού), τότε οι παραπάνω πίνακες εκφράζονται στη μορφή ενός αθροίσματος κατά μήκος των τμημάτων που η δοκός είναι χωρισμένη. Έτσι, έχουμε:

$$\mathbf{M}_\Phi = \sum_e \int_{L_e} \left(\int_A (\rho dA) \Phi_e^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi_e \right) dy$$

$$\mathbf{K}_\Phi = \sum_e \left(\int_{L_e} \Phi_e'^T \cdot \mathbf{K}_{11} \cdot \Phi_e' dy - \int_{L_e} \Phi_e''^T \cdot \mathbf{K}_{22} \cdot \Phi_e'' dy \right) + \text{boundary terms}$$

$$\mathbf{Q}_\Phi = \sum_e \left(\int_{L_e} \left(\int_A (\rho dA) \Phi_e^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{g} \right) dy + \int_{L_e} \Phi_e^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \delta \mathbf{P} dy \right)$$

όπου η ακόλουθη παρεμβολή εφαρμόζεται μεταξύ δύο κόμβων των ιδιομορφών:

$$\varphi(y) = \beta_1^0(y) \cdot \varphi_1 + \beta_1^1(y) \cdot \varphi_1' + \beta_2^0(y) \cdot \varphi_2 + \beta_2^1(y) \cdot \varphi_2'$$

$$\beta_1^0 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad \beta_1^1 = L_e(\xi - 2\xi^2 + \xi^3)$$

$$\beta_2^0 = 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad \beta_2^1 = L_e(-\xi^2 + \xi^3)$$

Σημειώνεται πως όταν το άκρο στο τέλος της δοκού είναι ελεύθερο (π.χ. άκρη πτερυγίου), οι αντιδράσεις θα είναι ίσες με μηδέν καθώς τα ελεύθερα άκρα δεν έχουν φορτία και επομένως οι συνοριακοί όροι μηδενίζονται. Επίσης, στο πρώτο κόμβο συνήθως οι εκτροπές είναι περιορισμένες (εφαρμόζονται οι συνθήκες Dirichlet), άρα οι συνοριακοί όροι επίσης απαλείφονται. Σε κάθε άλλη περίπτωση, όπου η δοκός συνδέεται σε κάποιο άλλο σώμα, τα φορτία αντίδρασης του παρακείμενου σώματος πρέπει να μεταβιβάζονται. Τέτοια οριακά φορτία αντίδρασης, ισούνται με τους όρους εξωτερικής φόρτισης και μπορούν να συμπεριληφθούν στον πίνακα \mathbf{Q} . Επεξήγηση της περίπτωσης όπου οι συνοριακοί όροι φόρτισης προέρχονται από τη σύνδεση της δοκού με άλλα σώματα, παρέχεται παρακάτω.

1.2 Δυναμική των περιστρεφόμενων πτερυγίων και ιδιοδιανυσματική ανάλυση

Στη προηγούμενη παράγραφο, οι εξισώσεις της κατασκευής της δοκού προήλθαν για τη περίπτωση όπου το σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$ παρέμενε ακίνητο. Σε αυτό το πλαίσιο, η δοκός μετακινείται μόνο ως προς το καθορισμένο σύστημα $Oxyz$. Φυσικά, στη περίπτωση της ανεμογεννήτριας, οι διάφορες επιμέρους συνιστώσες της (πχ πτερύγια, πύργος και άτρακτος) δεν μετακινούνται μόνο, αλλά υπόκεινται σε δικές τους κινήσεις ως άκαμπτα σώματα (πχ τα πτερύγια περιστρέφονται με τη γωνιακή ταχύτητα αξιμουθίου και τη γωνία βήματος). Από την άλλη πλευρά, λόγω του γεγονότος πως είναι συνδεδεμένα με άλλα σώματα, ακολουθούν επίσης τη κίνηση (απόλυτα στερεού σώματος και ελαστική) των σωμάτων που είναι προσκολλημένα σε αυτά. Σε αυτή τη παράγραφο, δίνεται, πάντα στο πλαίσιο της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης, η κινηματική και η δυναμική των περιστρεφόμενων πτερυγίων και το τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων για τον απομονωμένο δρομέα.

Κινηματική και δυναμική του περιστρεφόμενου και με γωνία βήματος πτερυγίου

Ας εξετάσουμε το πρόβλημα του πτερυγίου που περιστρέφεται και βρίσκεται με γωνία βήματος. Το διάνυσμα θέσης ενός αυθαίρετου σημείου στο κ-πτερύγιο δίνεται ως:

$$\mathbf{r}_{Gk} = \mathbf{R}_1^{90} \cdot \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{\text{tower}} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_3^{90} \cdot \left(\begin{pmatrix} \mathbf{h}_{\text{shaft-offset}} \\ \mathbf{h}_{\text{shaft}} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_2^{q_1} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{\phi_0} \cdot \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{\text{hub}} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_2^{q_2} \cdot \mathbf{r}_k \right) \right) \right)$$

όπου,

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_2^{q_1} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{\phi_0} \cdot \mathbf{R}_2^{q_2}$$

και

$$\boldsymbol{\rho}_k = \mathbf{R}_1^{90} \cdot \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{\text{tower}} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_3^{90} \cdot \left(\begin{pmatrix} \mathbf{h}_{\text{shaft-offset}} \\ \mathbf{h}_{\text{shaft}} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_2^{q_1} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{\phi_0} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{\text{hub}} \\ 0 \end{pmatrix} \right) \right)$$

Το Σχήμα 2.1.4 και ο Πίνακας I παρουσιάζουν λεπτομερώς τις διάφορες (διαδοχικές) περιστροφές και μετακινήσεις που οδηγούν από το καθολικό (αδρανειακό) πλαίσιο στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του πτερυγίου και η αλληλουχία τους. Το ανωτέρω σύστημα αποτελείται από δύο βαθμούς ελευθερίας άκαμπτου σώματος για κάθε πτερύγιο. Η γωνία περιστροφής είναι κοινή για όλα τα πτερύγια. Ο βαθμός ελευθερίας της γωνίας βήματος είναι δυνατό να είναι διαφορετικός για κάθε πτερύγιο στη περίπτωση που έχουμε κυκλική ή ατομική γωνία βήματος.

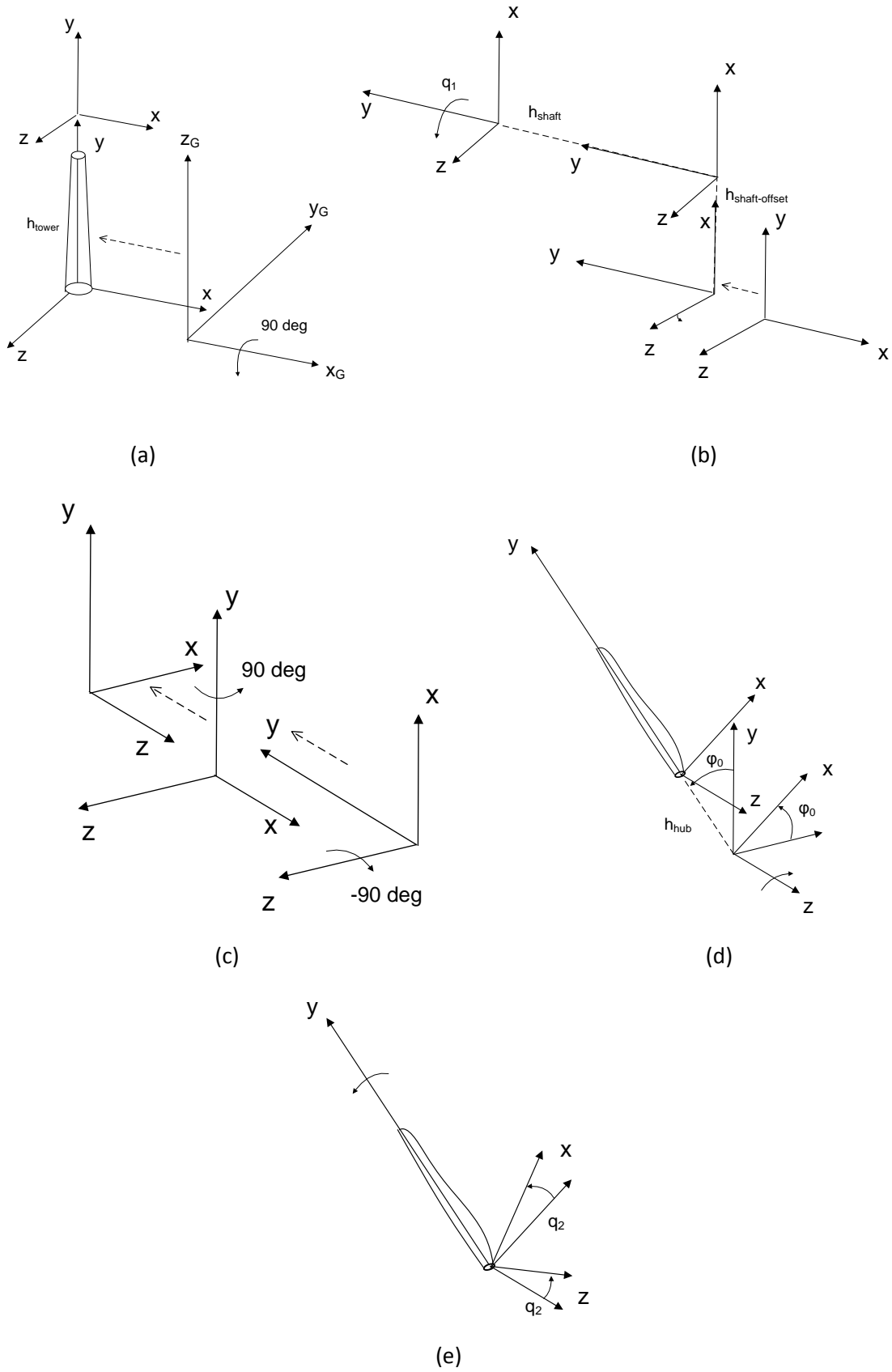
Το διάνυσμα επιτάχυνσης ως προς το καθορισμένο σύστημα σώματος δίνεται ως εξής:

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{r}}_{Gk} = \mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\boldsymbol{\rho}}_k + \mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \cdot \mathbf{r}_k + 2 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \cdot \dot{\mathbf{r}}_k + \ddot{\mathbf{r}}_k \quad (1-9)$$

Επομένως, για να καθοριστεί η επιτάχυνση ενός σημείου στη κινούμενη δοκό, πρέπει να υπολογιστούν τα μητρώα $\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\boldsymbol{\rho}}_k$, $\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k$, $\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k$.

Περιστροφή / Μετακίνηση	Άξονας	Είδος
90°	x	Ευθυγράμμιση του άξονα y με τον άξονα του πύργου
h_{tower}	y	Ύψος του πύργου
90°	z	Ευθυγράμμιση του άξονα y με τον άξονα της ατράκτου
$h_{shaft-offset}$	x	Αντιστάθμισμα μεταξύ της κορυφής του πύργου και του άξονα της ατράκτου
h_{shaft}	y	Μήκος ατράκτου
q_1	y	Περιστροφή αζιμουθίου στο τέλος της ατράκτου (αρνητική η ωρολογιακή περιστροφή)
-90°	z	Ευθυγράμμιση του άξονα y με τον άξονα του πτερυγίου
90°	y	Ευθυγράμμιση του άξονα z με τον άξονα περιστροφής
φ_0	z	Αρχική γωνία αζιμουθίου του πτερυγίου
h_{hub}	y	Αντιστάθμισμα πλήμνης
q_2	y	Γωνία βήματος

Πίνακας I: Ακολουθία των περιστροφών και των μετακινήσεων από το καθολικό στο τοπικό πλαίσιο



Σχήμα 2.1.4. Ακολουθία περιστροφών και μετακινήσεων από το καθολικό στο τοπικό πλαίσιο

Τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων κίνησης

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (1-9) στη (1-3), λαμβάνουμε το τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων για το κ-σώμα.

$$\begin{aligned}
 & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k + \\
 & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k) + \\
 & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k) + \\
 & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_k) = \quad (1-10) \\
 & = (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}'_k)' + (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}''_k)'' + \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \mathbf{g} + \mathbf{\Pi}_0 \cdot \delta \mathbf{P}
 \end{aligned}$$

Οι ανωτέρω εξισώσεις είναι οι δυναμικές εξισώσεις του κινούμενου σώματος εκφρασμένες ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του σώματος. Οι υπογραμμισμένοι όροι στο αριστερό μέλος του συστήματος αντιστοιχούν στις επιπρόσθετες αδρανειακές φορτίσεις (φορτίσεις γραμμικής επιτάχυνσης του σώματος, κεντρομόλες φορτίσεις και φορτίσεις Coriolis) που λαμβάνονται όταν το σώμα κινείται ως προς το αδρανειακό πλαίσιο.

Φυσικά, απ' τη στιγμή που οι υπογραμμισμένοι όροι στην (1-10) είναι μη γραμμικοί (περιλαμβάνουν το εξωτερικό γινόμενο των \mathbf{q} βαθμών ελευθερίας καθώς επίσης και γινόμενα των \mathbf{q} βαθμών ελευθερίας με τους τοπικούς βαθμούς ελευθερίας σώματος \mathbf{u}_k) πρέπει να γραμμικοποιηθούν έτσι ώστε να τοποθετηθούν στα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας, τα οποία είναι προαπαιτούμενα για την διατύπωση του συστήματος των δυναμικών εξισώσεων στη μορφή του (1-8). Για να γραμμικοποιηθούν οι παραπάνω μη γραμμικές εξισώσεις, οι βαθμοί ελευθερίας \mathbf{q} και \mathbf{u}_k γράφονται σε διαταραγμένη μορφή, ως προς κάποια κατάσταση αναφοράς (σταθερή ή περιοδική) η οποία υποδηλώνεται από τον δείκτη (0):

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}^0 + \delta \mathbf{q}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}^0 + \delta \dot{\mathbf{q}} \quad \text{και} \quad \ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}^0 + \delta \ddot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k^0 + \delta \mathbf{u}_k, \quad \dot{\mathbf{u}}_k = \dot{\mathbf{u}}_k^0 + \delta \dot{\mathbf{u}}_k \quad \text{και} \quad \ddot{\mathbf{u}}_k = \ddot{\mathbf{u}}_k^0 + \delta \ddot{\mathbf{u}}_k$$

Επομένως, οι διάφοροι μη γραμμικοί όροι στην εξίσωση (1-10) μπορούν να γραφούν στην μορφή που ακολουθεί ως προς κάποια κατάσταση αναφοράς:

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k = (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k)^0 + \partial_q (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k)^0 \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \partial_{\ddot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k)^0 \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k = (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 + \partial_q (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k = \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 + \partial_q \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \partial_{\ddot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}}$$

Βασιζόμενοι στην ιδιοδιανυσματική απεικόνιση και τη γραμμικοποιημένη μορφή των παραπάνω μητρώων, λαμβάνεται το ακόλουθο σύστημα μητρώων:

$$\mathbf{M}_\Phi = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{\Phi}_k \right) dy \quad (1-11)$$

$$\mathbf{K}_\Phi = \int_L \mathbf{\Phi}_k'^T \cdot \mathbf{K}_{11} \cdot \mathbf{\Phi}_k' dy - \int_L \mathbf{\Phi}_k''^T \cdot \mathbf{K}_{22} \cdot \mathbf{\Phi}_k'' dy \quad (1-12)$$

$$\mathbf{C}_\Phi^a = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{\Phi}_k \right) dy \quad (1-13)$$

$$\mathbf{K}_\Phi^a = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{\Phi}_k \right) dy \quad (1-14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_\Phi^q &= \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k \right)^0 \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\ddot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) \right) dy \end{aligned} \quad (1-15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_\Phi^q &= \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k \right)^0 \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\ddot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \left(\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0 \right) \right) dy \end{aligned} \quad (1-16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_\Phi^q &= \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_q \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k \right)^0 \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_q \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \partial_q \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \left(\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0 \right) \right) dy \end{aligned} \quad (1-17)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_\Phi = & - \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k \right)^0 \right) dy \\
& - \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) \right) dy \\
& - \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \left(\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0 \right) \right) dy \\
& - \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \left(\mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_k^0 \right) \right) dy \\
& - \mathbf{K}_\Phi \cdot \mathbf{a}_k^0 \\
& + \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \mathbf{g} \right) dy + \int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \delta \mathbf{P} dy
\end{aligned} \tag{1-18}$$

Τα παραπάνω μητρώα μπορούν να καθοριστούν εύκολα είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά. Υπενθυμίζεται, πως σύμφωνα με τους ορισμούς ισχύει:

$$\mathbf{u}_k(y) = (u(y), w(y))^T = \mathbf{\Phi}_k(y) \cdot \mathbf{a}_k$$

Το τελικό σύστημα λαμβάνει τη μορφή:

$$\mathbf{M} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\delta \mathbf{a}}_k \\ \delta \mathbf{q} \end{Bmatrix} + \mathbf{C} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\delta \mathbf{a}}_k \\ \delta \mathbf{q} \end{Bmatrix} + \mathbf{K} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{a}_k \\ \delta \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \mathbf{Q} \tag{1-19}$$

Η μορφή των μητρώων \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} και \mathbf{Q} του καθολικού σώματος είναι αυτή που φαίνεται στο Σχήμα 2.1.5.

Η αξονική δύναμη που εμφανίζεται στο μητρώο \mathbf{K}_{11} υπολογίζεται ξανά μέσω της ολοκλήρωσης της διαφοράς μεταξύ των αδρανειακών και των εξωτερικών δυνάμεων κατά μήκος του μήκους της δοκού:

$$\begin{aligned}
F_y(y) = & \int_L^y dy \left(\int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \mathbf{g} \right)_y + \delta P_y - \int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k \right)_y - \int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k \right) \right)_y - \right. \\
& \left. - 2 \int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \cdot \left(\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k \right) \right)_y \right)
\end{aligned}$$

Το σύστημα ολοκληρώνεται με τις εξισώσεις για τους \mathbf{q} βαθμούς ελευθερίας. Λαμβάνοντας υπ' όψιν πως το διάνυσμα \mathbf{q} περιλαμβάνει δύο βαθμούς ελευθερίας ανά πτερύγιο, την περιστροφή αζιμουθίου του δρομέα και τη γωνία βήματος του πτερυγίου, πρέπει να καθοριστούν δύο ακόμα εξισώσεις για τους παραπάνω βαθμούς ελευθερίας. Στην περίπτωση της σταθερής γωνιακής ταχύτητας και της σταθερής γωνίας βήματος, οι δύο εξισώσεις σε διαταραγμένη μορφή είναι οι ακόλουθες:

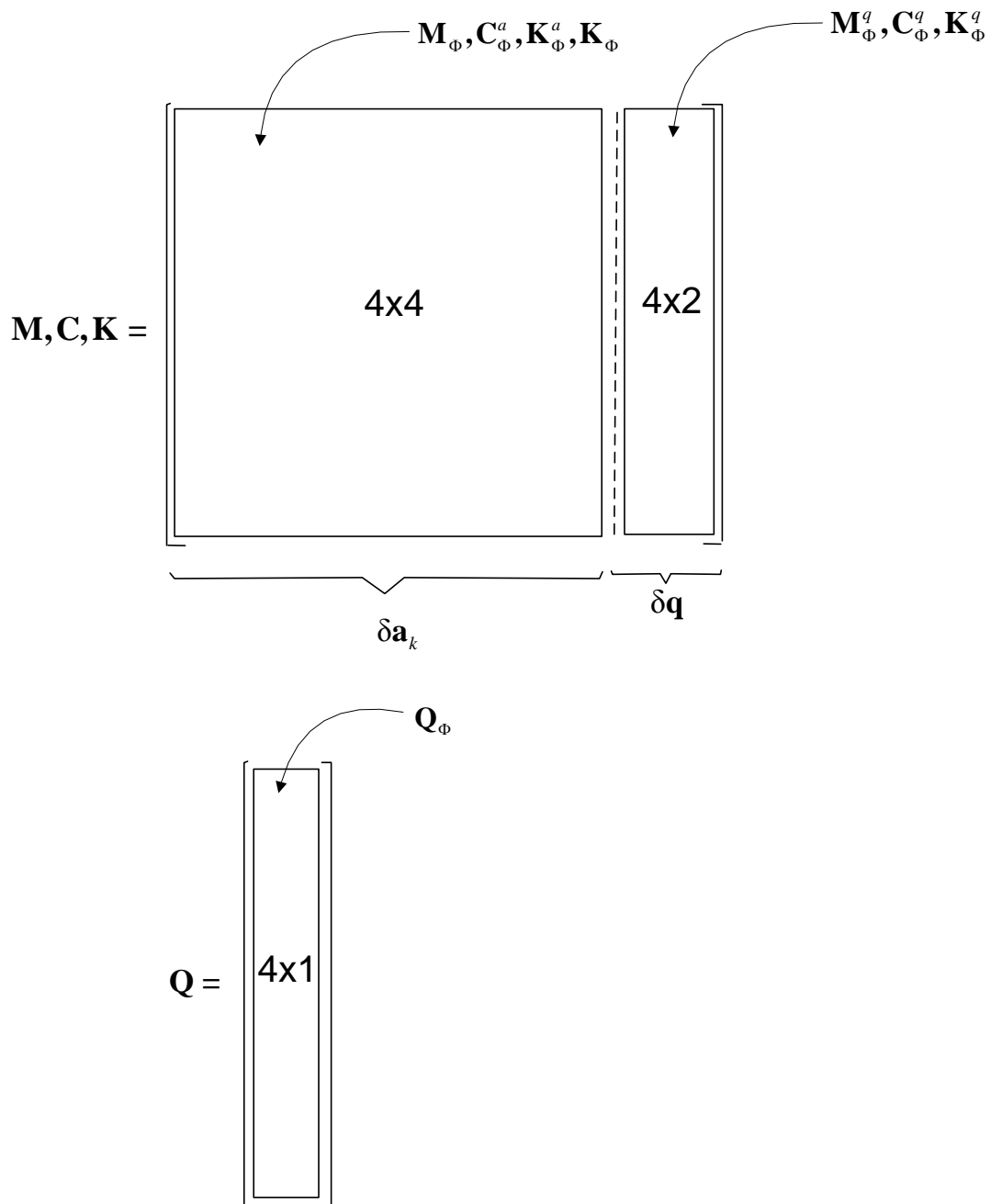
$$\delta \ddot{q}_1 = \delta \ddot{q}_2 = 0 \tag{1-20}$$

Σε κάθε άλλη περίπτωση πρέπει να καθοριστεί μια εξίσωση ελέγχου για τους ανωτέρω βαθμούς ελευθερίας. Ο λόγος για τον οποίο οι εξισώσεις εκφράζονται σε μορφή δεύτερης τάξης είναι επειδή το μητρώο μάζας πρέπει να είναι αντιστρέψιμο. Αρχικές συνθήκες για τα q_1, q_2 είναι (αντιστοιχούν επίσης και στη κατάσταση αναφοράς):

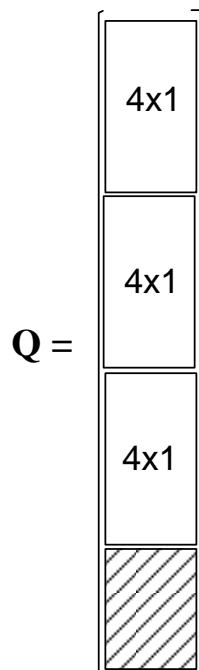
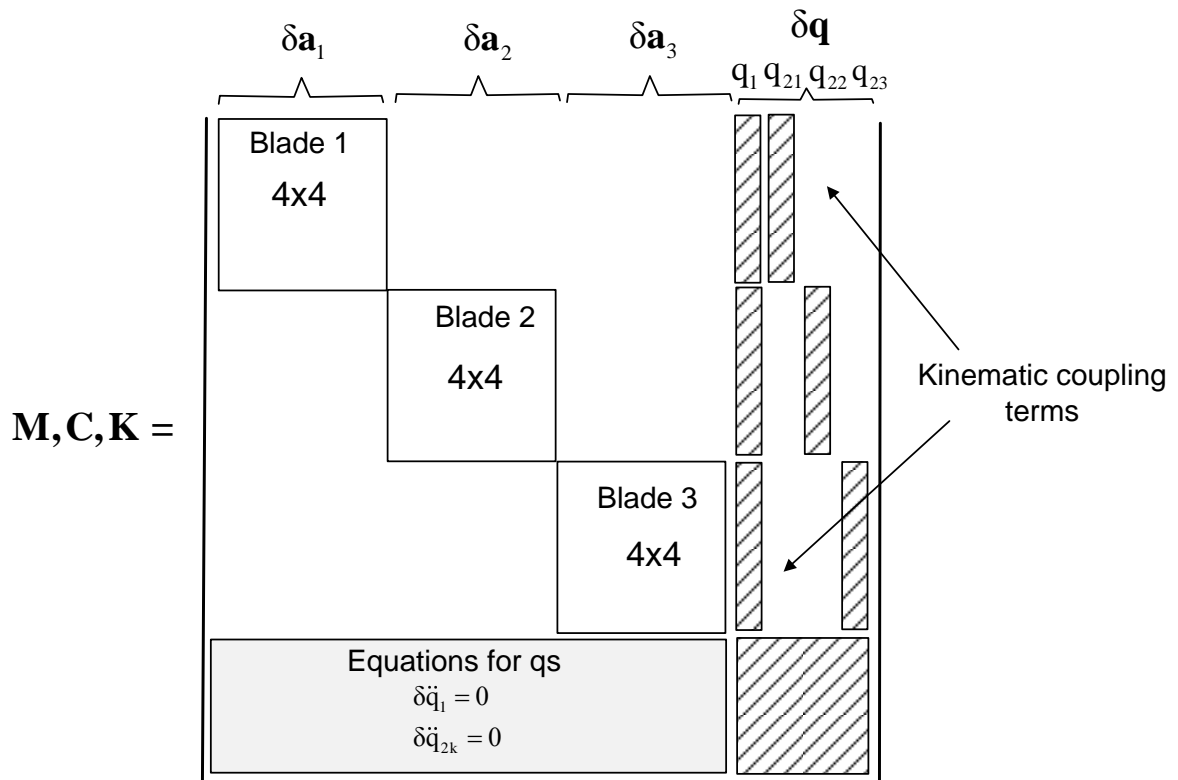
$$q_1^0 = 0, \quad \dot{q}_1^0 = \Omega$$

$$q_2^0 = \beta, \quad \dot{q}_2^0 = 0$$

όπου, β, Ω είναι οι τιμές της σταθερής γωνίας βήματος και της γωνιακής ταχύτητας αντίστοιχα.



Σχήμα 2.1.5. Μορφή του συστήματος των μητρώων για περιστρεφόμενο πτερύγιο με pitch



Σχήμα 2.1.6. Μορφή του τελικού συστήματος.

Τα καθολικά μητρώα \mathbf{M} , \mathbf{C} και \mathbf{K} της ανεμογεννήτριας, μετά από τη συναρμολόγηση των μητρώων των πτερυγίων και των εξισώσεων των \mathbf{q} βαθμών ελευθερίας παίρνει τη μορφή του Σχήματος 2.1.6.

Γραμμικοποίηση της μη γραμμικής κινηματικής

Η μη γραμμικότητα των δυναμικών εξισώσεων της κίνησης προέρχεται από τη μη γραμμική κινηματική του δυναμικού συστήματος που θεωρούμε. Αυτή η μη γραμμικότητα οφείλεται στη μη γραμμική εξάρτηση των $\mathbf{A}^T(\mathbf{q};t)$, $\mathbf{A}^T\dot{\mathbf{A}}(\mathbf{q};t)$, $\mathbf{A}^T\ddot{\mathbf{A}}(\mathbf{q};t)$, $\mathbf{A}^T\dot{\mathbf{p}}(\mathbf{q};t)$ και $\mathbf{A}^T\ddot{\mathbf{p}}(\mathbf{q};t)$ κλπ. Όπως σημειώθηκε στη παράγραφο 1.2, τα παραπάνω μητρώα μπορούν να γραμμικοποιηθούν ως προς μία κατάσταση αναφοράς (είτε περιοδική είτε σταθερή) η οποία συμβολίζεται με τον δείκτη 0. Υποθέτοντας μικρές διαταραχές περί της κατάστασης αναφοράς, το διάνυσμα \mathbf{q} και οι χρονικές παράγωγοί του (ταχύτητα και επιτάχυνση) μπορούν να γραφούν στη παρακάτω μορφή:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}^0 + \delta\mathbf{q}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}^0 + \delta\dot{\mathbf{q}} \quad \text{και} \quad \ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}^0 + \delta\ddot{\mathbf{q}}$$

Το μητρώο \mathbf{p} και οι παράγωγοί του εκφράζονται ως μια σειρά αρχικών μετατοπίσεων και στροφών, ενώ το \mathbf{A} θα καθορισθεί μόνο ως μια σειρά στροφών, όπως αναφέρθηκε στη παράγραφο 1.2. Εάν τα $\mathbf{R}_1(\mathbf{q}), \mathbf{R}_2(\mathbf{q}), \mathbf{R}_3(\mathbf{q})$ υποδηλώνουν τα μητρώα αρχικών στροφών ως προς τις κατευθύνσεις x, y και z αντίστοιχα, και τα $\mathbf{P}_1(\mathbf{q}), \mathbf{P}_2(\mathbf{q}), \mathbf{P}_3(\mathbf{q})$ υποδηλώνουν τα μητρώα των αρχικών μετατοπίσεων ως προς τους άξονες x, y και z , τα μητρώα των αρχικών στροφών και οι χρονικές παράγωγοί τους μπορούν να γραφούν στη παρακάτω γραμμική μορφή:

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) + \mathbf{R}'(\mathbf{q}^0) \cdot \delta\mathbf{q} \quad (1-21)$$

$$\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) = \mathbf{R}'(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{\mathbf{q}}^0 + \mathbf{R}''(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{\mathbf{q}}^0 \cdot \delta\mathbf{q} + \mathbf{R}'(\mathbf{q}^0) \cdot \delta\dot{\mathbf{q}} \quad (1-22)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) = & \mathbf{R}''(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{\mathbf{q}}^{0^2} + \mathbf{R}'(\mathbf{q}^0) \cdot \ddot{\mathbf{q}}^0 + \mathbf{R}'''(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{\mathbf{q}}^{0^2} \cdot \delta\mathbf{q} + \mathbf{R}''(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{\mathbf{q}}^0 \cdot \delta\mathbf{q} + \\ & + 2 \cdot \mathbf{R}''(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{\mathbf{q}}^0 \cdot \delta\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{R}'(\mathbf{q}^0) \cdot \delta\ddot{\mathbf{q}} + \end{aligned} \quad (1-23)$$

όπου το $(\quad)'$ υποδηλώνει παραγωγή ως προς το \mathbf{q}^0 . Οι ίδιες εκφράσεις ισχύουν επίσης \mathbf{P} , $\dot{\mathbf{P}}$ για και $\ddot{\mathbf{P}}$.

2. Αεροδυναμική του Δρομέα

2.1 Μοντελοποίηση της τοπικής ανά τμήματα αεροδυναμικής

Στην εφαρμογή της προσέγγισης της δοκού για τη μοντελοποίηση της δομής των πτερυγίων, τα αεροδυναμικά φορτία ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου αντιπροσωπεύονται από τα εξωτερικά αεροδυναμικά φορτία $\delta\mathbf{P}$ στην εξίσωση (1-3). Επομένως, είναι τμηματικά φορτία τα οποία μπορούν να δοθούν υπό τη μορφή τμηματικών αδιάστατων αεροδυναμικών ιδιοτήτων, δηλαδή των συντελεστών της άνωσης C_L , της οπισθέλκουσας C_D και της ορμής C_M . Εάν θεωρηθεί το τμήμα του πτερυγίου του Σχήματος 2.2.1, τα τοπικά αεροδυναμικά φορτία του συγκεκριμένου τμήματος δίνονται από τις παρακάτω εκφράσεις:

$$\begin{aligned}\delta P_x &= -\delta L \sin(\varphi + \Theta_y) + \delta D \cos(\varphi + \Theta_y) = (-C_L \sin(\varphi + \Theta_y) + C_D \cos(\varphi + \Theta_y)) \cdot \frac{\rho}{2} W_{\text{eff}}^2 c \\ \delta P_z &= \delta L \cos(\varphi + \Theta_y) + \delta D \sin(\varphi + \Theta_y) = (C_L \cos(\varphi + \Theta_y) + C_D \sin(\varphi + \Theta_y)) \cdot \frac{\rho}{2} W_{\text{eff}}^2 c \quad (2-1) \\ \delta M_y &= \delta M_p = C_M \cdot \frac{\rho}{2} W_{\text{eff}}^2 c\end{aligned}$$

όπου δL , δD είναι οι τοπικές δυνάμεις άνωσης και οπισθέλκουσας, δM_y είναι η ροπή του pitch, φ είναι η τοπική γωνία ροής ως προς το επίπεδο του δρομέα και Θ_y είναι η τοπική γωνία βήματος του πτερυγίου (δίχως να περιλαμβάνει τη παραμόρφωση στρέψης), W_{eff} είναι η τοπική ταχύτητα προσβολής και c η τοπική χορδή του πτερυγίου. Σημειώνεται πως το Θ_y , πέρα από τη τοπικά ελεγχόμενη ή σταθερή γωνία βήματος, περιλαμβάνει επίσης τη περιστροφή του πτερυγίου περί τον άξονα y που απορρέει από τη καθολική κίνηση του δρομέα, λόγω της ευκαμψίας της στήριξης της κατασκευής (άτρακτος, νασέλα, πύργος). Για παράδειγμα η κλίση του πύργου θα επιφέρει μια στροφή του πτερυγίου περί του τοπικού y άξονα όταν το πτερύγιο είναι οριζόντιο.

Θεωρώντας πως οι ταχύτητες λόγω του ομόρρου της ροής είναι γνωστές, τα τοπικά χαρακτηριστικά της ροής (γωνία και ταχύτητα) προέρχονται χρησιμοποιώντας τις παρακάτω εκφράσεις:

$$\tan \varphi = \frac{(U_{wz} - \dot{W}_B \cos \Theta_y + \dot{U}_B \sin \Theta_y) \cdot (1-a)}{(U_{wx} - \dot{W}_B \sin \Theta_y - \dot{U}_B \cos \Theta_y) \cdot (1+a')} = \frac{U_{\text{eff}z}}{U_{\text{eff}x}} \quad (2-2)$$

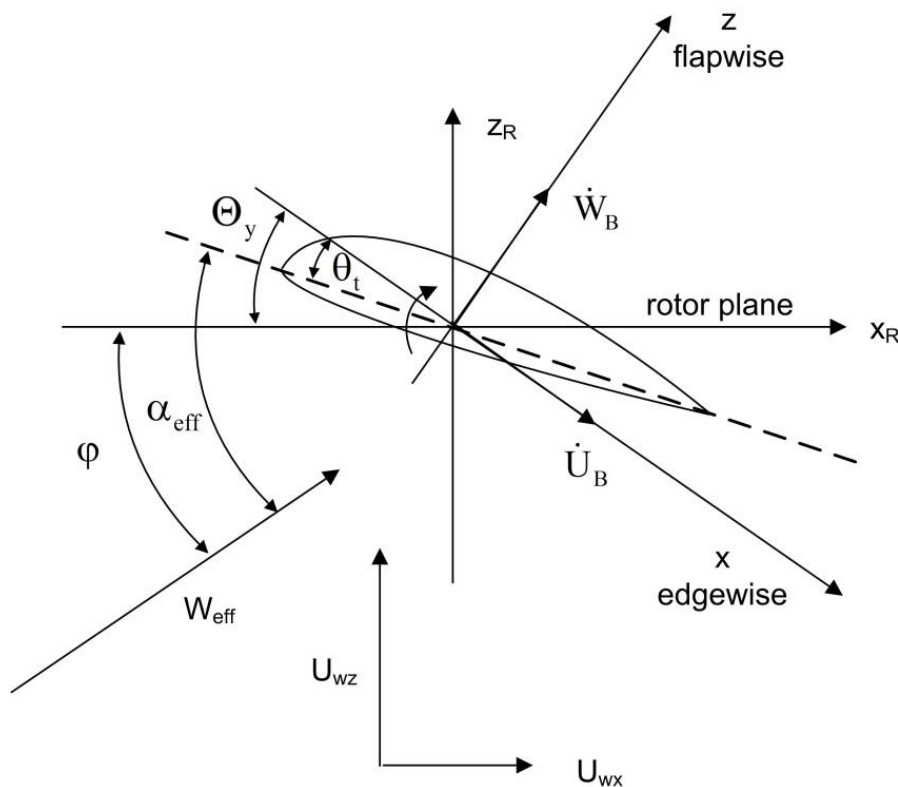
$$W_{\text{eff}} = \sqrt{U_{\text{eff}x}^2 + U_{\text{eff}z}^2} \quad (2-3)$$

$$\alpha_{\text{eff}} = \varphi + \theta_t + \Theta_y \quad (2-4)$$

όπου, η α_{eff} είναι η τοπική γωνία πρόσπτωσης, θ_t η τοπική στρέψη (θετική σύμφωνα κατά την ωρολογιακή περιστροφή – αντίθετα με τη συνηθισμένη σύμβαση), U_{wx} και U_{wz} είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας του ανέμου, a και a' είναι οι συντελεστές αξονικής και περιφερειακής επαγωγής του ομόρρου της ροής αντίστοιχα και το \dot{U}_B καθώς και το \dot{W}_B είναι οι τοπικές ταχύτητες του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης και περιστροφής αντίστοιχα (συμπεριλαμβανομένης της κίνησης του άκαμπτου σώματος και της ελαστικής παραμόρφωσης). Σημειώνεται πως το \dot{U}_B και το \dot{W}_B μπορούν να γραφούν στην εξής μορφή:

$$\begin{aligned}\dot{U}_B &= \dot{u}_B^G + \dot{u} \\ \dot{W}_B &= \dot{w}_B^G + \dot{w}\end{aligned}\tag{2-5}$$

όπου, τα \dot{u} και \dot{w} είναι οι τοπικές μετακινήσεις του πτερυγίου, ενώ τα \dot{u}_B^G και \dot{w}_B^G είναι οι ταχύτητες που απορρέουν από τη καθολική κίνηση του δρομέα λόγω της ευκαμψίας της στήριξης της κατασκευής (άτρακτος, νασέλα, πύργος). Για παράδειγμα, κίνηση μπρός-πίσω του πύργου θα προσδώσει μια εξύψωση στη κίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης. Εάν χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση «frozen wake», τότε είναι αναγκαίο να γίνει η υπόθεση πως οι διαταραχές στην απόκριση του δρομέα δεν αλλάζουν τα χαρακτηριστικά επαγωγής του ομόρρου. Επομένως, όταν οι εξισώσεις (2-2) και (2-3) εκφράζονται σε διαταραγμένη μορφή, τα $(1-a)$ και $(1+a')$ δεν πολλαπλασιάζονται με τις ταχύτητες διαταραχής.



Σχήμα 2.2.1. Βασικοί συμβολισμοί του τμήματος του πτερυγίου.

Αεροδυναμική μόνιμης κατάστασης – Γραμμικό μοντέλο

Εάν γίνει η υπόθεση αεροδυναμικής μόνιμης κατάστασης, οι συντελεστές της τοπικής άνωσης C_L και της οπισθέλκουσας C_D είναι μόνο συναρτήσεις της φαινόμενης γωνίας ροής α_{eff} . Σε αυτή τη περίπτωση, η γραμμικοποίηση των εξωτερικών αεροδυναμικών φορτίων είναι απλή. Δοσμένης της μορφής (2-1), είναι δυνατό να γραμμικοποιηθεί ως εξής:

$$\begin{Bmatrix} \delta P_x \\ \delta P_y \\ \delta P_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta P_x^0 \\ 0 \\ \delta P_z^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \Theta_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta u_B^G \\ \delta w_B^G \\ \delta \Theta_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u}_B^G \\ \delta \dot{w}_B^G \\ \delta \dot{\Theta}_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u} \\ \delta \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (2-6)$$

λαμβάνοντας υπ' όψιν πως λόγω του διαστάτου χαρακτήρα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων του πτερυγίου, η δP_y είναι ίση με μηδέν. Στις συγκεκριμένες εξισώσεις έχει παραληφθεί η εξίσωση της αεροδυναμικής ροπής καθώς επίσης και του τοπικού βαθμού ελευθερίας της στρέψης Θ_y . Επίσης, η αξονική μετακίνηση έχει απαλειφτεί από τις παραπάνω εκφράσεις.

Στο παράρτημα Α' φαίνεται ο υπολογισμός των παραγώγων των αεροδυναμικών φορτίων ως προς την εκτροπή και τις ταχύτητες εκτροπής.

Αεροελαστική σύζευξη – Ορισμός του «αεροελαστικού» στοιχείου δοκού

Προκειμένου να εισάγουμε την έγνοια της αεροελαστικής σύζευξης, πρέπει να εισάγουμε στα εξωτερικά φορτία της εξίσωσης (1-18) τα αεροδυναμικά φορτία (τα οποία δίνονται από την εξίσωση (1-29) για την περίπτωση της αεροδυναμικής μόνιμης κατάστασης) και συγκεκριμένα στον όρο:

$$\int_L \Phi_k^T \cdot \Pi_0 \cdot \delta P \, dy = \int_L \Phi_k^T \cdot \begin{Bmatrix} \delta P_x \\ \delta P_z \end{Bmatrix} \, dy$$

Τα αεροδυναμικά φορτία στον δρομέα, εξαρτώνται από την κίνηση των πτερυγίων (άκαμπτου σώματος και ελαστική). Οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις ενός σημείου κατά μήκος του ελαστικού άξονα του πτερυγίου, δίνεται ως:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_B \\ \dot{\mathbf{V}}_B \\ \dot{\mathbf{W}}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_B^G \\ \dot{\mathbf{v}}_B^G \\ \dot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix} = \mathbf{A}^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_G = \mathbf{A}^T \dot{\boldsymbol{\rho}} + \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{r}_e + \dot{\mathbf{r}}_e$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_B \\ \ddot{\mathbf{V}}_B \\ \ddot{\mathbf{W}}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_B^G \\ \ddot{\mathbf{v}}_B^G \\ \ddot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{0} \\ \ddot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix} = \mathbf{A}^T \cdot \ddot{\mathbf{r}}_G = \mathbf{A}^T \ddot{\boldsymbol{\rho}} + \mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{r}_e + 2 \cdot \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} \cdot \dot{\mathbf{r}}_e + \ddot{\mathbf{r}}_e$$

όπου

$$\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_{e0} + \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{w} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{w} \end{Bmatrix}$$

Το διάνυσμα θέσης του τυχαίου σημείου κατά μήκος του παραμορφωμένου ελαστικού άξονα του πτερυγίου, ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του πτερυγίου. Από το παραπάνω καταλήγουμε:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_B^G \\ \dot{\mathbf{v}}_B^G \\ \dot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} = \mathbf{A}^T \dot{\boldsymbol{\rho}} + \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} + \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{w} \end{Bmatrix}$$

και

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_B^G \\ \ddot{\mathbf{v}}_B^G \\ \ddot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} = \mathbf{A}^T \ddot{\boldsymbol{\rho}} + \mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} + \mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{w} \end{Bmatrix} + 2 \cdot \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix}$$

Ακολουθώντας συγκεκριμένη ανάλυση, λαμβάνουμε τις γραμμικοποιημένες εκφράσεις των ανωτέρω ταχυτήτων και επιταχύνσεων στην ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_B^G \\ \dot{\mathbf{v}}_B^G \\ \dot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_B^{G0} \\ \dot{\mathbf{v}}_B^{G0} \\ \dot{\mathbf{w}}_B^{G0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta\dot{\mathbf{u}}_B^G \\ \delta\dot{\mathbf{v}}_B^G \\ \delta\dot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} = \\
&= (\mathbf{A}^T \dot{\boldsymbol{\rho}})^0 + (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix} + (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ 0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} + \\
&+ \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\boldsymbol{\rho}})^0 \cdot \delta\mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}^T \dot{\boldsymbol{\rho}})^0 \cdot \delta\dot{\mathbf{q}} + \\
&+ \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \delta\mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \delta\dot{\mathbf{q}} + \\
&+ \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ 0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} \cdot \delta\mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ 0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} \cdot \delta\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \delta\mathbf{u} \\ 0 \\ \delta\mathbf{w} \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ 0 \\ \dot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^0 \\ 0 \\ \dot{\mathbf{w}}^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta\dot{\mathbf{u}} \\ 0 \\ \delta\dot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ 0 \\ \ddot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^0 \\ 0 \\ \ddot{\mathbf{w}}^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta\ddot{\mathbf{u}} \\ 0 \\ \delta\ddot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_B^G \\ \ddot{\mathbf{v}}_B^G \\ \ddot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_B^{G0} \\ \ddot{\mathbf{v}}_B^{G0} \\ \ddot{\mathbf{w}}_B^{G0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta\ddot{\mathbf{u}}_B^G \\ \delta\ddot{\mathbf{v}}_B^G \\ \delta\ddot{\mathbf{w}}_B^G \end{Bmatrix} = \\
&= (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{p}})^0 + (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix} + (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ 0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} + 2 \cdot (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^0 \\ 0 \\ \dot{\mathbf{w}}^0 \end{Bmatrix} + \\
&+ \partial_q (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{p}})^0 \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{p}})^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \partial_{\ddot{q}} (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{p}})^0 \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}} + \\
&+ \partial_q (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \partial_{\ddot{q}} (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}} + \\
&+ \partial_q (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ 0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ 0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \partial_{\ddot{q}} (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ 0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{u} \\ 0 \\ \delta \mathbf{w} \end{Bmatrix} + \\
&+ 2 \cdot \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^0 \\ 0 \\ \dot{\mathbf{w}}^0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \mathbf{q} + 2 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^0 \\ 0 \\ \dot{\mathbf{w}}^0 \end{Bmatrix} \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + 2 \cdot (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{\mathbf{u}} \\ 0 \\ \delta \dot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

Όταν οι παραπάνω γραμμικές εκφράσεις των αεροδυναμικών φορτίων αντικατασταθούν στο μητρώο των εξωτερικών φορτίων, είναι φανερό πως θα εμφανιστούν επιπρόσθετα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας.

Πέρα από τις ταχύτητες των πτερυγίων, πρέπει να ορισθεί και η γωνία πτερυγίου Θ_y .

Το Θ_y γραμμικοποιείται κι αυτό και γράφεται ως,

$$\Theta_y = \Theta_y^0 + \delta \Theta_y$$

όπου

$$\Theta_y^0 = \sin^{-1} \left((\mathbf{A}_p^T \cdot \mathbf{A}^0)_{(1,3)} \right)$$

και

$$\delta \Theta_y = (\mathbf{A}^{0T} \cdot \delta \mathbf{A})_{(1,3)} = (\mathbf{A}^{0T} \cdot \partial_q \mathbf{A}^0)_{(1,3)} \cdot \delta \mathbf{q}$$

Σημειώνεται πως το \mathbf{A}_p^T είναι ένα μητρώο στροφής που οδηγεί από το αδρανειακό σύστημα σε ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων πτερυγίου, το οποίο περιστρέφεται

μαζί με το πτερύγιο αλλά δεν ακολουθεί οποιαδήποτε άλλη κίνηση του πτερυγίου ή του δρομέα. Λαμβάνοντας την πρώτη και τη δεύτερη χρονική παράγωγο των παραπάνω εκφράσεων, καταλήγουμε στις ακόλουθες σχέσεις για τα $\dot{\Theta}_y^0$, $\ddot{\Theta}_y^0$, $\delta\dot{\Theta}_y$ και $\delta\ddot{\Theta}_y$:

$$\dot{\Theta}_y^0 = \frac{\left((\mathbf{A}_p^T \cdot \mathbf{A}^0)_{(1,3)} \right)}{\cos \Theta_y^0}$$

$$\ddot{\Theta}_y^0 = \frac{\left((\mathbf{A}_p^T \cdot \mathbf{A}^0)_{(1,3)} \right) + \sin \Theta_y^0 \cdot \dot{\Theta}_y^0{}^2}{\cos \Theta_y^0}$$

$$\delta\dot{\Theta}_y = \left(\mathbf{A}^{0T} \cdot \delta\mathbf{A} \right)_{(1,3)}$$

$$\delta\ddot{\Theta}_y = \left(\mathbf{A}^{0T} \cdot \delta\mathbf{A} \right)_{(1,3)}$$

3. Δυναμική Ανάλυση της Πλήρους Ανεμογεννήτριας

3.1 Δυναμική της πλήρους ανεμογεννήτριας και ιδιοδιανυσματική ανάλυση

Στη παρούσα παράγραφο, συζητούνται η κινηματική και η δυναμική των διαφόρων επιμέρους συνιστωσών της ανεμογεννήτριας, ενώ χρησιμοποιώντας την ιδιοδιανυσματική απεικόνιση καταλήγουμε στο τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων για τη διαμόρφωση της πλήρους ανεμογεννήτριας.

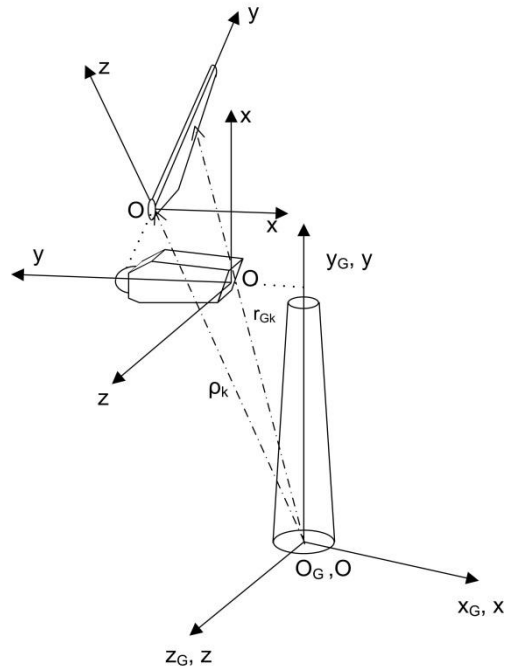
Η συμμετοχή της διαφορετικής κίνησης σώματος για κάθε συνιστώσα, συνδυαζόμενη με το γεγονός πως υπάρχουν συγκεκριμένα σημεία σύνδεσης συνιστώσας με συνιστώσα, επομένως φορτία και μετατοπίσεις επικοινωνούν από σώμα σε σώμα, κάνει επιτακτική τη χρησιμοποίηση μιας καθολικής αντιμετώπισης του δυναμικού προβλήματος. Για το σκοπό αυτό, συνήθως χρησιμοποιείται η προσέγγιση «multi-body», η οποία θεωρεί κάθε επιμέρους συνιστώσα ξεχωριστά από τις άλλες αλλά υποβαλλόμενες σε συγκεκριμένες συνοριακές κινηματικές και/ή δυναμικές συνθήκες ελεύθερου σώματος, έτσι ώστε να συζευχθούν οι συνιστώσες και να μοντελοποιηθεί η συνολική διαμόρφωση. Στο πλαίσιο της προσέγγισης «multi-body», σε κάθε επιμέρους συνιστώσα k προσδίδεται ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$, όπως έχει οριστεί και προηγουμένως. Η ελαστική κίνηση της συνιστώσας ως προς το δικό της σύστημα καθορίζεται μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$\mathbf{r} = \begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} + \mathbf{E} \cdot \begin{Bmatrix} \xi \\ 0 \\ \xi \end{Bmatrix} \quad (3-1)$$

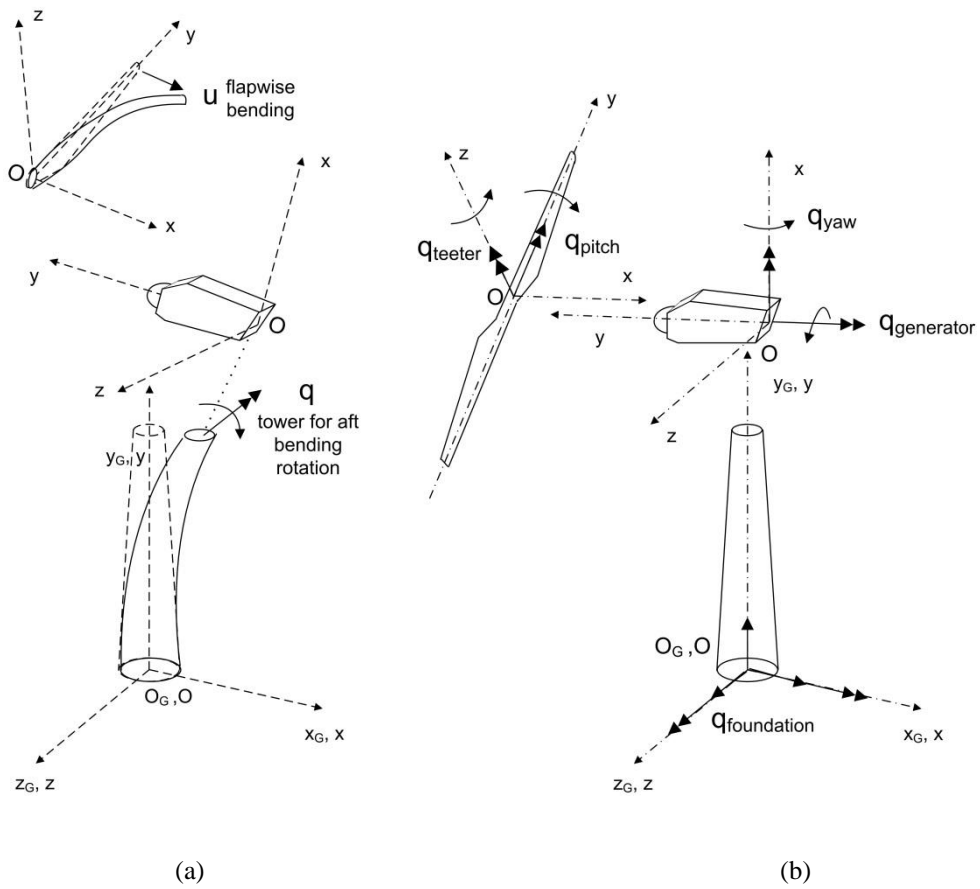
Όλες οι υπόλοιπες κινήσεις επικοινωνούν μέσω κατάλληλων κινηματικών συνθηκών. Έχοντας αυτό υπ' όψιν, το διάνυσμα θέσης \mathbf{r}_{Gk} ενός σημείου της k συνιστώσας ως προς ένα αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς $O_G X_G Y_G Z_G$ δίνεται ως εξής (βλ. Σχήμα 2.3.1):

$$\mathbf{r}_{Gk} = \boldsymbol{\rho}_k + \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{r}_k \quad (3-2)$$

όπου, $\boldsymbol{\rho}_k$ είναι το διάνυσμα θέσης της αρχής του O_{xyz} ως προς το σταθερό σύστημα και \mathbf{A}_k είναι το μητρώο στροφής από το τοπικό στο καθολικό σύστημα. Η ακριβής μορφή του $\boldsymbol{\rho}_k$ και του \mathbf{A}_k εξαρτάται από τις κινηματικές συνθήκες που εισάγονται όταν συνδέεται το σώμα στη συνολική διαμόρφωση (π.χ. τα πτερύγια στη πλήμνη ή η άτρακτος στη κορυφή του πύργου) αλλά επίσης από τον τύπο της κίνησης του (π.χ. γωνία βήματος των πτερυγίων, περιστροφή της ατράκτου). Ένας αριθμός κινηματικών βαθμών ελευθερίας (DOFs) οι οποίοι αποτελούνται τόσο από μετακινήσεις όσο και από στροφές, εισάγεται για κάθε σώμα οι οποίες καθορίζουν τα $\boldsymbol{\rho}_k$ και \mathbf{A}_k . Αυτό το σετ κινηματικών βαθμών ελευθερίας συμβολίζεται ως \mathbf{q}_k και επομένως ισχύει $\boldsymbol{\rho}_k = \boldsymbol{\rho}_k(\mathbf{q}_k; t)$ και $\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_k(\mathbf{q}_k, t)$. Συγκεκριμένα, το διάνυσμα \mathbf{q}_k είναι δυνατό να περιέχει μεγάλες στροφές στερεών σωμάτων και μετακινήσεις (ελεγχόμενες ή ελεύθερες) καθώς επίσης και κατασκευαστικές εκτροπές (μετακινήσεις και στροφές) των σωμάτων που προσκολλώνται στο σώμα k . Για παράδειγμα, τα πτερύγια ακολουθούν τη κατασκευαστική κίνηση του πύργου, επομένως, για τα πτερύγια το διάνυσμα \mathbf{q} θα περιέχει τις εκτροπές της κορυφής του πύργου όπως απεικονίζεται στο Σχήμα (2.3.2a). Επίσης, για τα πτερύγια, το διάνυσμα \mathbf{q} θα περιέχει το yaw της νασέλλας, τη περιστροφή της ατράκτου και τη στροφή pitch, τα οποία είναι όλα βαθμοί ελευθερίας της ελεγχόμενης κίνησης, αλλά επίσης θεμελιώδεις κινήσεις (στις πλώτες ανεμογεννήτριες) και ταλαντευτική στροφή (στις δίπτερες μηχανές), τα οποία είναι και τα δύο βαθμοί ελευθερίας της ελεύθερης κίνησης (βλ. Σχήμα 2.3.2b). Από την ανωτέρα συζήτηση, είναι φανερό πως το $\boldsymbol{\rho}_k$ καθορίζεται ως μια σειρά στοιχειωδών μετακινήσεων και στροφών, ενώ το \mathbf{A}_k καθορίζεται μόνο ως μια σειρά στοιχειωδών στροφών.



Σχήμα 2.3.1. Αδρανειακό σύστημα ανεμογεννήτριας και τοπικά συστήματα των συστατικών



Σχήμα 2.3.2. Αντίληψη της κινηματικής «multi-body»

Προκειμένου να εγκατασταθεί μια σύνδεση μεταξύ των σωμάτων, εκτός από τις κινηματικές συνθήκες, πρέπει επίσης να ικανοποιούνται οι συνθήκες των φορτίων όπως εξηγείται στην επόμενη παράγραφο. Επομένως, είναι ξεκάθαρο πως τα σώματα που συμβάλλουν στην κινηματική θα λάβουν ως απάντηση εσωτερικά φορτία (αντίδρασης). Άρα, στο προηγούμενο παράδειγμα, ο πύργος θα υπόκειται σε φορτία από τη νασέλλα.

Η καθολική επιτάχυνση του σώματος k , εκφραζόμενο ως προς το τοπικό σύστημα δίνεται ως εξής:

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{r}}_{Gk} = \underbrace{\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k}_{\text{acceleration of the origin}} + \underbrace{\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \cdot \mathbf{r}_k}_{\text{centrifugal acceleration}} + \underbrace{2 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \cdot \dot{\mathbf{r}}_k}_{\text{Coriolis acceleration}} + \ddot{\mathbf{r}}_k \quad (3-3)$$

Εισάγοντας την εξίσωση (3-3) στις δυναμικές εξισώσεις της δοκού, οι κεντρομόλοι και Coriolis όροι των αδρανειακών φορτίων θα εμφανιστούν ως αποτέλεσμα της παραγωγής του \mathbf{A}_k .

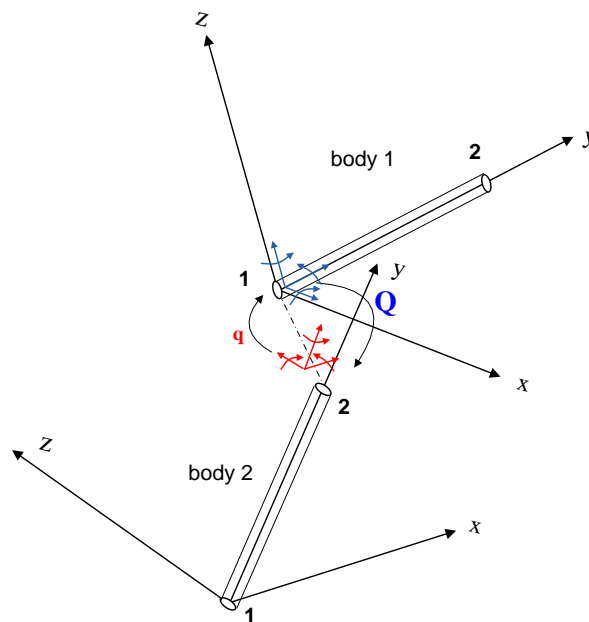
Κινηματικές και δυναμικές συνθήκες αρθρώσεων

Αρχικά, θεωρούμε δύο σώματα συνδεδεμένα σε ένα σημείο όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3.3. Εάν η σύνδεση είναι εντελώς άκαμπτη, τότε οι μετακινήσεις και οι στροφές στο σημείο σύνδεσης πρέπει να είναι οι ίδιες. Επίσης, θα πρέπει να είναι ίδιες οι φορτίσεις. Ο πρώτος περιορισμός αντιστοιχεί σε μια κινηματική συνθήκη, ενώ ο δεύτερος σε μια στατική συνθήκη. Σημειώνεται πως ενώ επιτρέπεται είτε να καθοριστεί μια κινηματική είτε μια στατική συνθήκη, δεν επιτρέπεται να κάνουμε και τα δύο. Στη πραγματικότητα, κάθε κινηματική συνθήκη έχει μια αντίστοιχη στατική συνθήκη με την οποία συνδέεται. Επομένως, όταν η μετακίνηση (ή η στροφή) καθορίζεται τότε η συνδεδεμένη δύναμη (ή ορμή) αντίδρασης γίνεται μέρος της επίλυσης και ως εκ τούτου πρέπει να παραμείνει ελεύθερη. Προφανώς, η αντίδραση θα εξαρτάται από τη τιμή που καθορίστηκε για τη μετακίνηση. Εάν αντίθετα η φόρτιση καθορίζεται, τότε η μετακίνηση θα εξαρτάται από το εισαγόμενο φορτίο. Έτσι, οι συνθήκες εμφανίζονται σε ζευγάρια και για κάθε ζευγάρι μπορούμε να καθορίσουμε μόνο μία. Στα σημεία σύνδεσης, η κατάσταση είναι κάπως διαφορετική, επειδή υπάρχουν τουλάχιστον δύο σώματα συνδεδεμένα, κάθε ένα από τα οποία απαιτεί την δικιά του συνοριακή συνθήκη στο σημείο σύνδεσης. Επίσης, οι είσοδοι και για τις δύο συνθήκες είναι άγνωστες.

Ας θεωρήσουμε πως το \mathbf{q} υποδηλώνει συνολικά τις μετακινήσεις και τις στροφές του σημείου σύνδεσης και το \mathbf{Q} τις αντίστοιχες φορτίσεις. Θεωρώντας κάθε σώμα ξεχωριστά, είναι πιθανό να διατυπωθούν ξεχωριστές λύσεις με το να θέτουμε το \mathbf{q} ως κινηματική συνθήκη για το σώμα 1 και το \mathbf{Q} σαν στατική συνθήκη για το σώμα 2. Η επίλυση για το σώμα 1 θα μας παρέχει το \mathbf{Q} ως συνάρτηση του \mathbf{q} ενώ το σώμα 2 θα μας παρέχει το \mathbf{q} ως συνάρτηση του \mathbf{Q} . Αυτές οι δύο σχέσεις καθορίζουν τις συνθήκες σύνδεσης που απαιτούνται. Σημειώνουμε πως κάθε είδους συνδυασμός είναι πιθανός υπό τον όρο πως τα ζευγάρια των συνθηκών είναι καταλλήλως χωρισμένα.

Εάν η σύνδεση δεν είναι άκαμπτη αλλά επιτρέπει την ελεύθερη κίνηση σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις, τότε οι συνθήκες σύνδεσης δεν εφαρμόζονται σε αυτές τις συγκεκριμένες κατευθύνσεις. Για παράδειγμα, ένας δίπτερος ταλαντευόμενος δρομέας θα μεταδώσει όλα τα φορτία στο σύστημα μετάδοσης εκτός από την ροπή ταλάντευσης. Επί προσθέτως, οι μετακινήσεις και οι δύο στροφές στο τέλος του συστήματος μετάδοσης θα κοινοποιούνται στα πτερύγια. Απ' τη στιγμή που η ροπή ταλάντευσης δεν μεταδίδεται μπορεί να είναι μόνο μηδέν και αυτό αντιστοιχεί στη δυναμική εξίσωση η οποία καθορίζει τη γωνία ταλάντευσης.

Ορισμένες συνδέσεις, εμπεριέχουν περισσότερα από δύο σώματα. Σε τέτοιες περιπτώσεις, σημειώνεται πως ενώ οι μετακινήσεις και οι στροφές είναι κοινές, πρέπει να προστεθούν οι φορτίσεις. Έτσι, εάν το σώμα 1 παρέχει μια μετακίνηση τότε πρέπει να λάβει το άθροισμα όλων των αντίστοιχων φορτίων από τα υπόλοιπα συνδεδεμένα σώματα.



Σχήμα 2.3.3. Αντίληψη των συνθηκών κινηματικής και δυναμικής σύζευξης.

Κινηματική και δυναμική των πτερυγίων

Ας θεωρήσουμε το πρόβλημα ενός πτερυγίου ανεμογεννήτριας. Το διάνυσμα σημείου ενός οποιουδήποτε αυθαίρετου σημείου του k πτερυγίου, δίνεται από (ορισμός των στροφών και των μετακινήσεων δίνεται στον Πίνακα II):

$$\mathbf{r}_{Gk} = \mathbf{P}_1^{q_1} + \mathbf{P}_2^{q_2} + \mathbf{P}_3^{q_3} + \mathbf{R}_2^{q_5} \mathbf{R}_1^{q_4} \mathbf{R}_3^{q_6} \mathbf{R}_1^{90} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{tower0} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{tower} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{P}_1^{q_7} + \mathbf{P}_2^{q_8} + \mathbf{P}_3^{q_9} + \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{shaft-offset} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{shaft} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_2^{q_{18}} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{19}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{hub} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_2^{q_{19}} \cdot \mathbf{r}_k$$

όπου

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{18}} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{19}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{19}}$$

και

$$\rho_k = \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{tower0} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{tower} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{P}_1^{q_1} + \mathbf{P}_2^{q_2} + \mathbf{P}_3^{q_3} +$$

$$+ \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{shaft-offset} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{shaft} \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{18}} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{19}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{hub} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Το σχήμα 2.3.5 και ο Πίνακας II παρουσιάζουν λεπτομερώς τις διάφορες (διαδοχικές) στροφές και μετακινήσεις που οδηγούν από το καθολικό (αδρανειακό) πλαίσιο στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του πτερυγίου, καθώς και τη σειρά τους. Στον ορισμό των ανωτέρω εκφράσεων, έχει υποθεθεί πως οι μοναδικοί βαθμοί ελευθερίας

άκαμπτου σώματος είναι η γωνία yaw της νασέλλας, η περιστροφή αζιμουθίου και η γωνία βήματος των πτερυγίων καθώς επίσης και οι τρεις μετακινήσεις και οι τρεις στροφές που προσομοιώνουν την ευκαμψία της ανεμογεννήτριας, για τη περίπτωση της πλωτής. Φυσικά επιπρόσθετοι βαθμοί ελευθερίας μπορούν να εισαχθούν στην περίπτωση πιο σύνθετων διαμορφώσεων. Για παράδειγμα, η γωνία ταλάντευσης μπορεί να ένας βαθμός ελευθερίας κίνησης άκαμπτου σώματος στη περίπτωση της δίπτερης ανεμογεννήτριας. Το διάνυσμα της επιτάχυνσης ως προς το σταθερό σύστημα του σώματος, δίνεται ως εξής:

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{r}}_{Gk} = \mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\boldsymbol{\rho}}_k + \mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \cdot \mathbf{r}_k + 2 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \cdot \dot{\mathbf{r}}_k + \ddot{\mathbf{r}}_k \quad (3-4)$$

Επομένως, προκειμένου να καθοριστεί η επιτάχυνση ενός σημείου της κινούμενης δοκού, πρέπει να υπολογιστούν τα μητρώα $\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\boldsymbol{\rho}}_k$, $\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k$, $\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k$.

Φυσικά, κάθε φορά που η έκφραση του διανύσματος θέσης ενός σημείου του πτερυγίου αλλάζει, προσθέτοντας ένα καινούργιο βαθμό ελευθερίας, τα παραπάνω μητρώα και τα γραμμικοποιημένα αντίστοιχα τους πρέπει να επαναπροσδιοριστούν.

Οι εκφράσεις των διανυσμάτων θέσης ενός σημείου του πύργου και της ατράκτου της ανεμογεννήτριας είναι υποβιβασμός των παραπάνω εκφράσεων για τα πτερύγια. Το διάνυσμα θέσης ενός αυθαίρετου σημείου του πύργου, δίνεται ως:

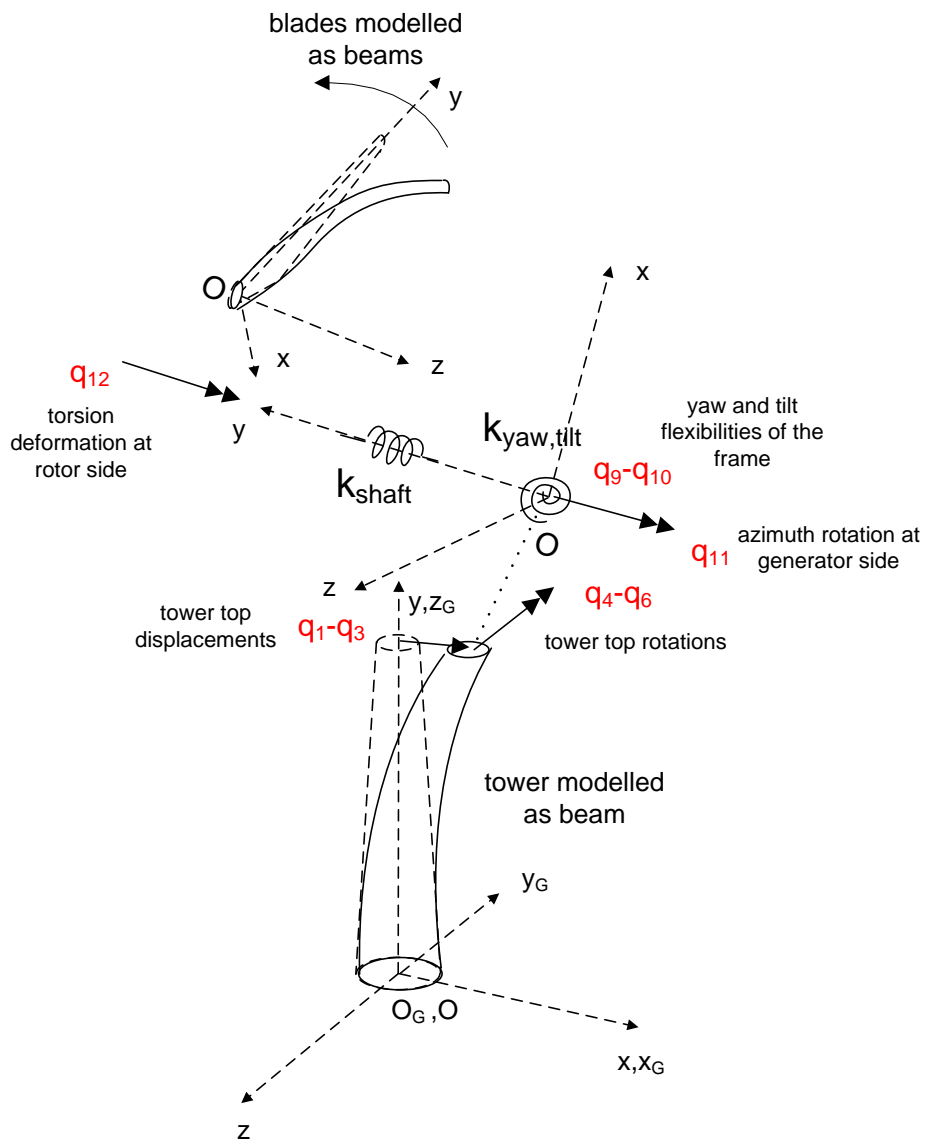
$$\mathbf{r}_{Gtower} = \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{r}$$

Το καθολικό σύστημα συντεταγμένων, διαφοροποιείται από το τοπικό σύστημα με μια στροφή 90° περί τον άξονα x. Επομένως,

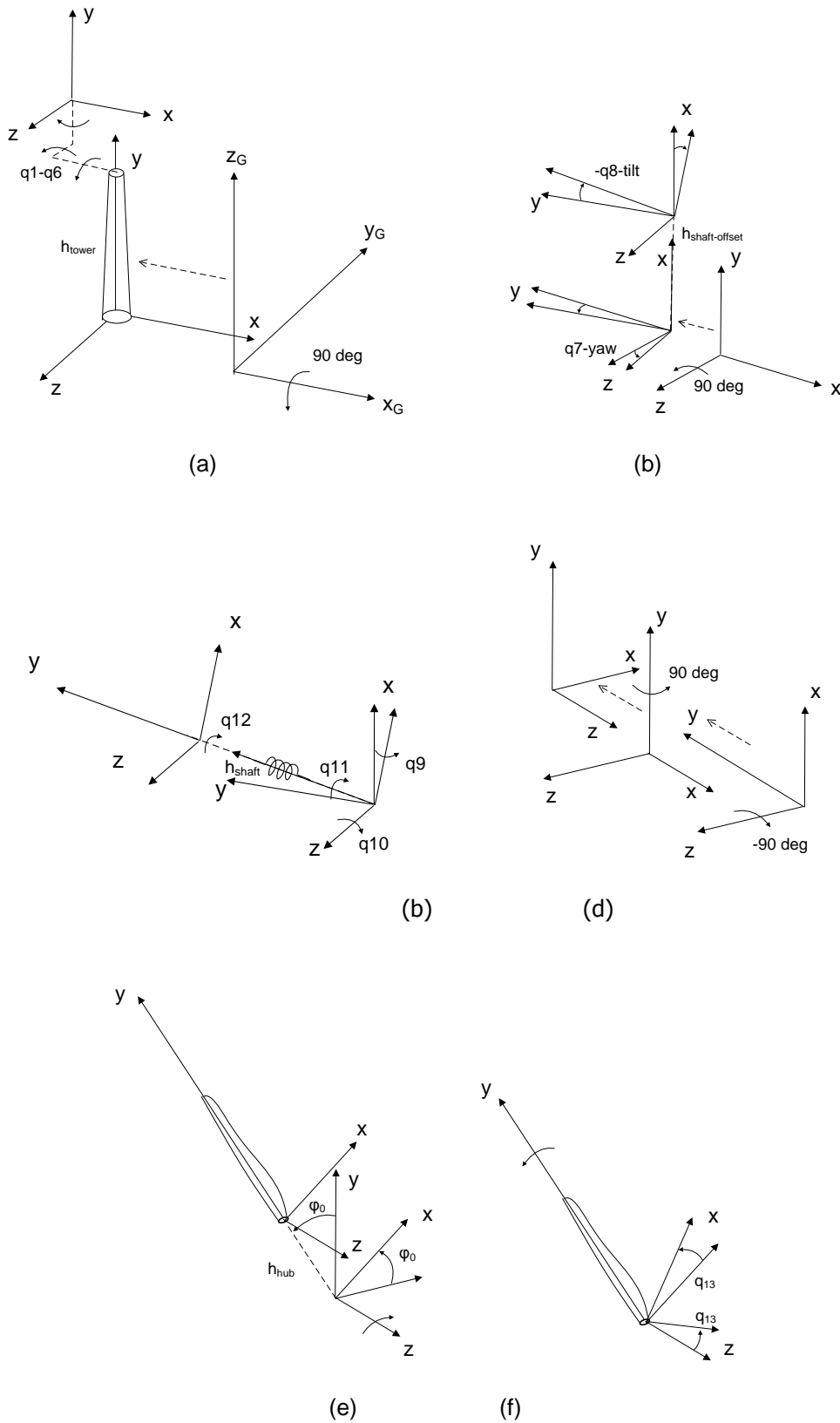
$$\mathbf{A}_{tower} = \mathbf{R}_1^{90}$$

και

$$\boldsymbol{\rho}_{tower} = 0$$



Σχήμα 2.3.4. Κατασκευαστικό μοντέλο πλήρους ανεμογεννήτριας.



Σχήμα 2.3.5. Σειρά των στροφών και των μετακινήσεων από το καθολικό στο τοπικό πλαίσιο.

Περιστροφή / Μετακίνηση	Άξονας	Είδος
q_1	x	Ελαστική μετακίνηση στη βάση του πύργου (Surge)
q_2	y	Ελαστική μετακίνηση στη βάση του πύργου (Sway)
q_3	z	Ελαστική μετακίνηση στη βάση του πύργου (Heave)
q_4	x	Ελαστική στροφή στη βάση του πύργου (Roll)
q_5	y	Ελαστική στροφή στη βάση του πύργου (Pitch)
q_6	z	Ελαστική στροφή στη βάση του πύργου (Yaw)
90°	x	Ευθυγράμμιση του άξονα y με τον άξονα του πύργου
h_{tower0}	y	Ύψος μεταξύ πλωτήρα και πύργου
h_{tower}	y	Ύψος του πύργου
q_7	x	Ελαστική μετακίνηση στη κορυφή του πύργου
q_8	y	Ελαστική μετακίνηση στη κορυφή του πύργου
q_9	z	Ελαστική μετακίνηση στη κορυφή του πύργου
q_{10}	x	Ελαστική στροφή στη κορυφή του πύργου
q_{11}	y	Ελαστική στροφή στη κορυφή του πύργου
q_{12}	z	Ελαστική στροφή στη κορυφή του πύργου
90°	z	Ευθυγράμμιση του άξονα y με τον άξονα της ατράκτου
q_{13}	x	Γωνία Yaw
$h_{shaft-offset}$	x	Αντιστάθμισμα μεταξύ της κορυφής του πύργου και του άξονα της ατράκτου
q_{14}	z	Tilt της ατράκτου (θετικό προς τα πάνω)
q_{15}	x	Yaw της νασέλλας λόγω της ευκαμψίας του πλαισίου
q_{16}	z	Tilt της νασέλλας λόγω της ευκαμψίας του πλαισίου
q_{17}	y	Περιστροφή αξιμουθίου στη πλευρά της γεννήτριας (αρνητική η ωρολογιακή περιστροφή)
h_{shaft}	y	Μήκος ατράκτου
q_{18}	y	Παραμόρφωση στρέψης στη πλευρά του δρομέα (αρνητική η ωρολογιακή)
-90°	z	Ευθυγράμμιση του άξονα y με τον άξονα του πτερυγίου
90°	y	Ευθυγράμμιση του άξονα z με τον άξονα περιστροφής
φ_0	z	Αρχική γωνία αξιμουθίου του πτερυγίου
h_{hub}	y	Αντιστάθμισμα πλήμνης
q_{19}	y	Γωνία βήματος (pitch)

Πίνακας II: Ακολουθία στροφών και μετακινήσεων από το καθολικό στο τοπικό πλαίσιο.

Τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων κίνησης

Παρόμοια με ότι παρουσιάστηκε και στο Κεφάλαιο 2, το τελικό σύστημα των δυναμικών εξισώσεων του σώματος k (πτερύγια και πύργος) δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\begin{aligned} & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k + \\ & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k) + \\ & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k) + \\ & \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_k) = \end{aligned} \quad (3-5)$$

$$= (\mathbf{K}_{11} \mathbf{u}'_k)' + (\mathbf{K}_{22} \mathbf{u}''_k)'' + \int_A (\rho dA) \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \mathbf{g} + \mathbf{\Pi}_0 \cdot \delta \mathbf{P}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι οι δυναμικές εξισώσεις του κινούμενου σώματος εκφρασμένες ως προς το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του σώματος. Οι υπογραμμισμένοι όροι στα αριστερό μέρος του συστήματος, αντιστοιχούν στα επιπρόσθετα αδρανειακά φορτία (φορτία γραμμικής επιτάχυνσης σώματος, κεντρομόλα φορτία και φορτία Coriolis) τα οποία λαμβάνονται όταν το σώμα κινείται ως προς το αδρανειακό πλαίσιο.

Όπως είναι φυσικό, απ' τη στιγμή που οι υπογραμμισμένοι όροι της εξίσωσης (3-5) είναι μη-γραμμικοί (εμπεριέχουν τα εσωτερικά γινόμενα των \mathbf{q} βαθμών ελευθερίας, καθώς επίσης και γινόμενα των \mathbf{q} βαθμών ελευθερίας με τους τοπικού βαθμούς ελευθερίας σώματος \mathbf{u}_k) πρέπει να γραμμικοποιηθούν έτσι ώστε να τοποθετηθούν σε μητρική μορφή μάζας – απόσβεσης – δυσκαμψίας. Προκειμένου να γραμμικοποιήσουμε τις ανωτέρω μη-γραμμικές εξισώσεις οι βαθμοί ελευθερίας \mathbf{q} και \mathbf{u}_k γράφονται σε διαταραγμένη μορφή, ως προς κάποιο σημείο αναφοράς (σταθερό ή περιοδικό) το οποίο υποδηλώνεται με τον δείκτη (0):

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}^0 + \delta \mathbf{q}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}^0 + \delta \dot{\mathbf{q}} \quad \text{και} \quad \ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}^0 + \delta \ddot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k^0 + \delta \mathbf{u}_k, \quad \dot{\mathbf{u}}_k = \dot{\mathbf{u}}_k^0 + \delta \dot{\mathbf{u}}_k \quad \text{και} \quad \ddot{\mathbf{u}}_k = \ddot{\mathbf{u}}_k^0 + \delta \ddot{\mathbf{u}}_k$$

Επομένως, οι διάφοροι μη γραμμικοί όροι της εξίσωσης (3-5) μπορούν να γραφούν στην ακόλουθη μορφή ως προς μια κατάσταση αναφοράς:

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k = (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 + \partial_q (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \partial_{\ddot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k = (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 + \partial_q (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k = (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 + \partial_q (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \delta \mathbf{q} + \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \partial_{\ddot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}}$$

Βασιζόμενοι στην ιδιοδιανυσματική απεικόνιση και στη γραμμική μορφή των ανωτέρω μητρώων, λαμβάνουμε το ακόλουθο μητρικό σύστημα:

$$\mathbf{M}_\Phi = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi_k \right) dy \quad (3-6)$$

$$\mathbf{K}_\Phi = \int_L \Phi_k'^T \cdot \mathbf{K}_{11} \cdot \Phi_k' dy - \int_L \Phi_k''^T \cdot \mathbf{K}_{22} \cdot \Phi_k'' dy \quad (3-7)$$

$$\mathbf{C}_\Phi^a = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi_k \right) dy \quad (3-8)$$

$$\mathbf{K}_\Phi^a = \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi_k \right) dy \quad (3-9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_\Phi^q &= \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0) \right) dy \end{aligned} \quad (3-10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_\Phi^q &= \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0) \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0) \right) dy \end{aligned} \quad (3-11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_\Phi^q &= \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0) \right) dy \\ &+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot \partial_{\dot{q}} (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0) \right) dy \end{aligned} \quad (3-12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_\Phi &= - \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k)^0 \right) dy \\ &- \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0) \right) dy \\ &- \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot 2 \cdot (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k)^0 \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0) \right) dy \\ &- \int_L \left(\int_A (\rho dA) \Phi_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_k^0) \right) dy \end{aligned} \quad (3-13)$$

$$- \mathbf{K}_\Phi \cdot \mathbf{a}_k^0$$

$$+ \int_L \left(\int_A (\rho dA) \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \mathbf{A}_k^T \cdot \mathbf{g} \right) dy + \int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \delta \mathbf{P} dy$$

Τα παραπάνω μητρώα μπορούν να υπολογισθούν εύκολα είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά. Υπενθυμίζεται πως ισχύει:

$$\mathbf{u}_k(y) = (u(y), w(y))^T = \mathbf{\Phi}_k(y) \cdot \mathbf{a}_k$$

Το τελικό σύστημα θα λάβει τη μορφή:

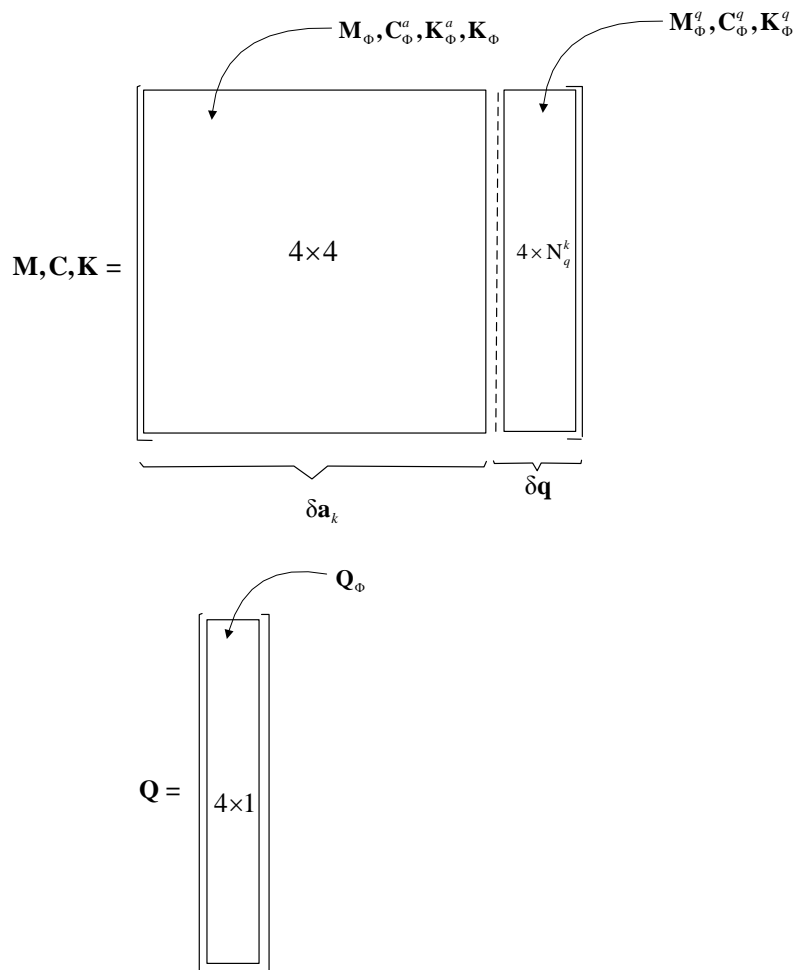
$$\mathbf{M} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\delta \mathbf{a}}_k \\ \delta \mathbf{q} \end{Bmatrix} + \mathbf{C} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\delta \mathbf{a}}_k \\ \delta \mathbf{q} \end{Bmatrix} + \mathbf{K} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{a}_k \\ \delta \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \mathbf{Q} \quad (3-14)$$

Η μορφή των μητρώων του καθολικού σώματος \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} και \mathbf{Q} φαίνεται στο Σχήμα 2.3.6. Το N_q^k στο σχέδιο αντιπροσωπεύει τον αριθμό των ανεξάρτητων βαθμών ελευθερίας \mathbf{q} για το αυθαίρετο σώμα k.

Η αξονική δύναμη που εμφανίζεται στο μητρώο \mathbf{K}_{11} υπολογίζεται μέσω της ολοκλήρωσης της διαφοράς μεταξύ των αδρανειακών και εξωτερικών δυνάμεων κατά μήκος της δοκού:

$$F_y(y) = \int_L^y dy \left(\int_A (\rho dA) (\mathbf{A}_k^T \cdot \mathbf{g})_y + \delta P_y - \int_A (\rho dA) (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k)_y - \int_A (\rho dA) (\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k))_y - \right. \\ \left. - 2 \int_A (\rho dA) (\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \cdot (\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k))_y \right)$$

Το σύστημα συμπληρώνεται με τις εξισώσεις για τους βαθμούς ελευθερίας \mathbf{q} και τους εκτός διαγωνίου όρους που εμφανίζονται στα Σχήματα (α) και (β). Αυτοί οι όροι αντιπροσωπεύουν τη δυναμική σύζευξη μεταξύ των πτερυγίων και του πύργου. Αντιστοιχούν στις αδρανειακές δυναμικές φορτίσεις που μεταφέρονται από τα πτερύγια στον πύργο, όπως έχει ήδη εξηγηθεί.



Σχήμα 2.3.6. Μορφή του μητρικού συστήματος για το σώμα k .

Εξισώσεις για τους q βαθμούς ελευθερίας

Στη περίπτωση της πλήρους πλωτής ανεμογεννήτριας, το διάνυσμα των \mathbf{q} περιλαμβάνει 21 ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας, οι οποίοι παρουσιάζονται στον Πίνακα III. Υπενθυμίζεται, πως, γενικά η γωνία βήματος αποτελείται από 3 ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας, έναν για κάθε πτερύγιο. Οι υπόλοιπες στροφές/μετακινήσεις από τον Πίνακα 2 λαμβάνουν προκαθορισμένες τιμές (π.χ. αρχική θέση αζιμουθίου των πτερυγίων, αντιστάθμισμα ατράκτου, αντιστάθμισμα πλήμνης κλπ) και επομένως δεν περιλαμβάνονται στο διάνυσμα των \mathbf{q} . Όπως συζητήθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, οι βαθμοί ελευθερίας \mathbf{q} είναι είτε ελαστικές μετακινήσεις στο τέλος ενός σώματος το οποίο μεταφέρει μετακινήσεις/στροφές (όπως ο πύργος στο πρόβλημα της πλήρους ανεμογεννήτριας) είτε μετακινήσεις/στροφές άκαμπτου σώματος ελεύθερης ή ελεγχόμενης κίνησης. Όσον αφορά τη πρώτη περίπτωση, καθορίζονται με μια απλή συνθήκη εκχώρησης, η οποία απλώς δηλώνει πως ένας συγκεκριμένος βαθμός ελευθερίας q ισούται με κάποια ελαστική μετακίνηση στο άκρο του σώματος. Για τη δεύτερη περίπτωση, καθορίζεται μέσω κατάλληλων δυναμικών εξισώσεων ή εξισώσεων ελέγχου. Όλες οι προαναφερθείσες εξισώσεις τοποθετούνται στο τέλος του συστήματος των εξισώσεων στο κομμάτι με τη φράση «Equations for q_s » στο Σχήμα 2.3.(a) και (b).

Στη τελευταία στήλη του Πίνακα III, γίνεται μια διαφοροποίηση μεταξύ των διαφόρων βαθμών ελευθερίας q , ανάλογα με το αν καθορίζεται μέσω μιας συνθήκης εκχώρησης ή μιας δυναμικής εξίσωσης. Για τη περίπτωση της πλωτής ανεμογεννήτριας, έχουμε έξι βαθμούς ελευθερίας q οι οποίοι περιγράφουν τις μετακινήσεις και τις στροφές του πλωτήρα. Όταν βρισκόμαστε στη περίπτωση της χερσαίας ανεμογεννήτριας, απλώς οι έξι αυτοί βαθμοί ελευθερίας τίθενται ίσοι με μηδέν. Στη περίπτωση της πλωτής ανεμογεννήτριας, οι κινήσεις του πλωτήρα υπολογίζονται μέσω κατάλληλων δυναμικών εξισώσεων οι οποίες περιγράφονται παρακάτω. Είναι επομένως σαφές, πως, στη περίπτωση της χερσαίας ανεμογεννήτριας, μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη πραγματικότητα 15 βαθμοί ελευθερίας q .

Όσον αφορά την περίπτωση της απλής συνθήκης εκχώρησης στη κορυφή του πύργου, λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{Bmatrix} q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \\ 0 \\ \mathbf{w}_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \\ \mathbf{w}'_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \\ 0 \\ -\mathbf{u}'_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_u^1(\mathbf{L}) & \varphi_u^2(\mathbf{L}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_w^1(\mathbf{L}) & \varphi_w^2(\mathbf{L}) \\ 0 & 0 & \varphi_w'^1(\mathbf{L}) & \varphi_w'^2(\mathbf{L}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\varphi_u'^1(\mathbf{L}) & -\varphi_u'^2(\mathbf{L}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_1^{\text{tower}}(t) \\ \mathbf{a}_2^{\text{tower}}(t) \\ \mathbf{a}_3^{\text{tower}}(t) \\ \mathbf{a}_4^{\text{tower}}(t) \end{Bmatrix} \quad (3-15)$$

Στη συνέχεια, γράφονται σε διαταραγμένη μορφή και ως προς τις επιταχύνσεις, για τον λόγο πως το μητρώο της μάζας, δεν πρέπει να έχει διαγώνιους όρους ίσους με το μηδέν. Επομένως,

$$\begin{Bmatrix} \delta \ddot{q}_7 \\ \delta \ddot{q}_8 \\ \delta \ddot{q}_9 \\ \delta \ddot{q}_{10} \\ \delta \ddot{q}_{11} \\ \delta \ddot{q}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta \ddot{\mathbf{u}}_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \\ 0 \\ \delta \ddot{\mathbf{w}}_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \\ \delta \ddot{\mathbf{w}}'_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \\ 0 \\ -\delta \ddot{\mathbf{u}}'_{\text{tower}}(\mathbf{L}; t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_u^1(\mathbf{L}) & \varphi_u^2(\mathbf{L}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_w^1(\mathbf{L}) & \varphi_w^2(\mathbf{L}) \\ 0 & 0 & \varphi_w'^1(\mathbf{L}) & \varphi_w'^2(\mathbf{L}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\varphi_u'^1(\mathbf{L}) & -\varphi_u'^2(\mathbf{L}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \ddot{\mathbf{a}}_1^{\text{tower}}(t) \\ \delta \ddot{\mathbf{a}}_2^{\text{tower}}(t) \\ \delta \ddot{\mathbf{a}}_3^{\text{tower}}(t) \\ \delta \ddot{\mathbf{a}}_4^{\text{tower}}(t) \end{Bmatrix} \quad (3-16)$$

Φορτία μεταφερόμενα από τα πτερύγια στον πύργο

Προκειμένου να καθορίσουμε τους εκτός διαγώνιου όρους που εμφανίζονται στις εξισώσεις του πύργου (βλ. Σχήμα 2.3.8(a), (b)), οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τα φορτία που μεταφέρονται από τα πτερύγια στον πύργο (όροι δυναμικής σύζευξης), πρέπει να υπολογισθούν τα φορτία στη ρίζα των πτερυγίων. Τα φορτία στη κορυφή του πύργου (δυνάμεις και ροπές) δίνονται μέσω των ακόλουθων εκφράσεων:

$$\mathbf{F}_{\text{el tower}} = -\sum_{k=1}^3 \mathbf{A}_{\text{tower}}^k \cdot \mathbf{F}_{\text{el k}} \quad (3-17)$$

$$\mathbf{M}_{\text{el tower}} = -\sum_{k=1}^3 \left(\mathbf{A}_{\text{tower}}^k \cdot \mathbf{M}_{\text{el k}} + \mathbf{R}_{\text{tower}}^k \cdot \mathbf{A}_{\text{tower}}^k \cdot \mathbf{F}_{\text{el k}} \right) \quad (3-18)$$

όπου,

$$\mathbf{A}_{\text{tower}}^k = \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{18}} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{q_0} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{19}}$$

$$\boldsymbol{\rho}_{\text{tower}}^k = \begin{Bmatrix} x_{\text{tower}}^k \\ y_{\text{tower}}^k \\ z_{\text{tower}}^k \end{Bmatrix} = \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \begin{Bmatrix} h_{\text{shaft-offset}} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} +$$

$$+ \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ h_{\text{shaft}} \\ 0 \end{Bmatrix} +$$

$$+ \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{18}} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{q_0} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ h_{\text{hub}} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

και

$$\mathbf{R}_{\text{tower}}^k = \begin{bmatrix} 0 & -z_{\text{tower}}^k & y_{\text{tower}}^k \\ z_{\text{tower}}^k & 0 & -x_{\text{tower}}^k \\ -y_{\text{tower}}^k & x_{\text{tower}}^k & 0 \end{bmatrix}$$

Οι παραπάνω δυνάμεις και ροπές εφαρμόζονται ως συγκεντρωμένα φορτία στη κορυφή του πύργου (L μήκος του πύργου). Η επίδρασή τους εισάγεται στις εξισώσεις του πύργου υπολογίζοντας το δυνατό έργο των ανωτέρω φορτίων που δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$\delta \mathbf{u}_k^T(\mathbf{L}) \cdot \mathbf{\Pi}_F \cdot \mathbf{F}_{\text{el tower}} + \delta \mathbf{u}_k^T(\mathbf{L}) \cdot \mathbf{\Pi}_M \cdot \mathbf{M}_{\text{el tower}} = \delta \mathbf{a}_k^T \cdot \mathbf{\Phi}^T(\mathbf{L}) \cdot \mathbf{\Pi}_F \cdot \mathbf{F}_{\text{el tower}} + \delta \mathbf{a}_k^T \cdot \mathbf{\Phi}'^T(\mathbf{L}) \cdot \mathbf{\Pi}_M \cdot \mathbf{M}_{\text{el tower}} =$$

$$= \delta \mathbf{a}_k^T \cdot \left(\underbrace{\mathbf{\Phi}^T(\mathbf{L})}_{4 \times 2} \cdot \underbrace{\mathbf{\Pi}_F}_{2 \times 3} \cdot \underbrace{\mathbf{F}_{\text{el tower}}}_{3 \times \dots} + \underbrace{\mathbf{\Phi}'^T(\mathbf{L})}_{4 \times 2} \cdot \underbrace{\mathbf{\Pi}_M}_{2 \times 3} \cdot \underbrace{\mathbf{M}_{\text{el tower}}}_{3 \times \dots} \right)$$

όπου,

$$\mathbf{\Pi}_F = \mathbf{\Pi}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Pi}_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Οι όροι στην παρένθεση αντιστοιχούν στους όρους δυναμικής σύζευξης που εμφανίζονται στις εξισώσεις του πύργου στο Σχήμα 2.3.8(a),(b). Η γραμμική μορφή των φορτίων επικοινωνίας (φορτία στη ρίζα των πτερυγίων) παρουσιάζεται στο Παράρτημα Β'.

Τα καθολικά μητρώα \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} της ανεμογεννήτριας, αφότου συναθροίσουμε τα μητρώα των πτερυγίων και του πύργου, τις συνθήκες δυναμικής σύζευξης και τις εξισώσεις για τους \mathbf{q} βαθμούς ελευθερίας, λαμβάνουν τη μορφή του Σχήματος 2.3.8(a),(b).

Φορτία μεταφερόμενα από τα πτερύγια στον πλωτήρα

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, ο πλωτήρας υπόκειται σε μετακινήσεις και στροφές που οφείλονται στα φορτία (δυνάμεις και ροπές) που δέχεται από τα πτερύγια. Έτσι, όπως μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητό, προκειμένου να καθοριστούν οι στροφές και οι μετακινήσεις στις οποίες υπόκειται ο πλωτήρας, πρέπει να υπολογιστούν τα φορτία που μεταφέρονται από τα πτερύγια στο πλωτήρα. Τα εν λόγω δίνονται μέσω των ακόλουθων εκφράσεων:

$$\mathbf{F}_{el\ floater} = -\sum_{k=1}^3 \mathbf{A}_{floater}^k \cdot \mathbf{F}_{el\ k} \quad (3-19)$$

$$\mathbf{M}_{el\ floater} = -\sum_{k=1}^3 \left(\mathbf{A}_{floater}^k \cdot \mathbf{M}_{el\ k} + \mathbf{R}_{floater}^k \cdot \mathbf{A}_{floater}^k \cdot \mathbf{F}_{el\ k} \right) \quad (3-20)$$

όπου,

$$\mathbf{A}_{kfloater} = \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{18}} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{\varphi_0} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{19}}$$

και

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}_{kfloater} = & \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{tower0} \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{tower} \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{shaft-offset} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{shaft} \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{10}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{12}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{11}} \cdot \mathbf{R}_3^{90} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{13}} \cdot \mathbf{R}_3^{-q_{14}} \cdot \mathbf{R}_1^{q_{15}} \cdot \mathbf{R}_3^{q_{16}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{17}} \cdot \mathbf{R}_2^{q_{18}} \cdot \mathbf{R}_3^{-90} \cdot \mathbf{R}_2^{90} \cdot \mathbf{R}_3^{\varphi_0} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{hub} \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

και

$$\mathbf{R}_{\text{floater}}^k = \begin{bmatrix} 0 & -z_{\text{floater}}^k & y_{\text{floater}}^k \\ z_{\text{floater}}^k & 0 & -x_{\text{floater}}^k \\ -y_{\text{floater}}^k & x_{\text{floater}}^k & 0 \end{bmatrix}$$

Τα φορτία αυτά εισέρχονται στο σύστημα μας απλώς με τη μορφή δυναμικών εξισώσεων, η λύση των οποίων μας δίνει τη μετακίνηση ή τη στροφή. Στο σχήμα 2.3.7 που ακολουθεί, φαίνεται το σύστημα αξόνων του πλωτήρα καθώς και οι έξι δυνατές κινήσεις που δύναται να πραγματοποιήσει.

Φορτία μεταφερόμενα από τον πύργο στον πλωτήρα

Πέρα από τα φορτία που μεταφέρονται από τα πτερύγια στον πλωτήρα, μετακινήσεις και στροφές προκαλούν και τα φορτία (δυνάμεις και ροπές) που οφείλονται στον πύργο.

$$\mathbf{F}_{\text{el Tfloater}} = -\sum_{k=1}^3 \mathbf{A}_{\text{Tfloater}}^k \cdot \mathbf{F}_{\text{el } k} \quad (3-21)$$

$$\mathbf{M}_{\text{el Tfloater}} = -\sum_{k=1}^3 \left(\mathbf{A}_{\text{Tfloater}}^k \cdot \mathbf{M}_{\text{el } k} + \mathbf{R}_{\text{Tfloater}}^k \cdot \mathbf{A}_{\text{Tfloater}}^k \cdot \mathbf{F}_{\text{el } k} \right) \quad (3-22)$$

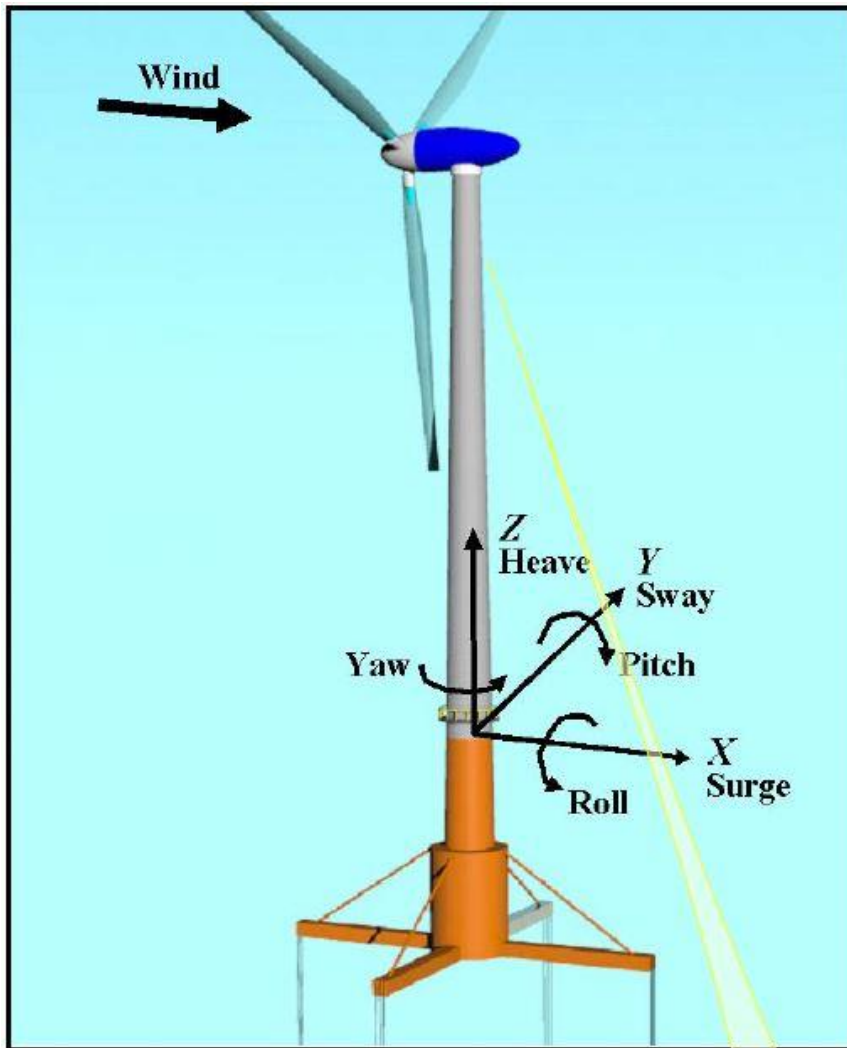
όπου,

$$\mathbf{A}_{\text{Tfloater}}^k = \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90}$$

$$\boldsymbol{\rho}_{\text{Tfloater}}^k = \begin{Bmatrix} x_{\text{Tfloater}}^k \\ y_{\text{Tfloater}}^k \\ z_{\text{Tfloater}}^k \end{Bmatrix} = \mathbf{R}_1^{q_5} \cdot \mathbf{R}_3^{q_4} \cdot \mathbf{R}_2^{q_6} \cdot \mathbf{R}_1^{90} \cdot \left(\begin{pmatrix} 0 \\ h_{\text{tower}0} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ h_{\text{tower}} \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

και

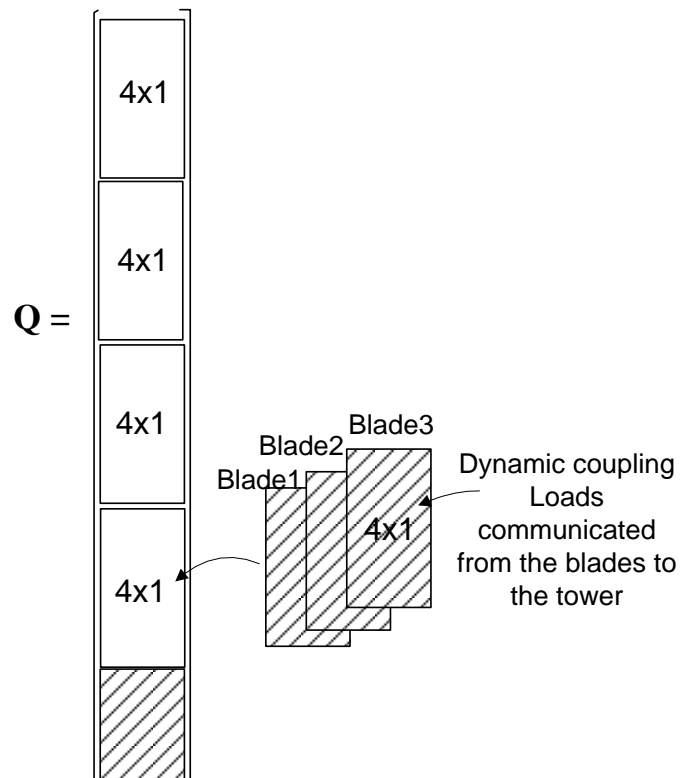
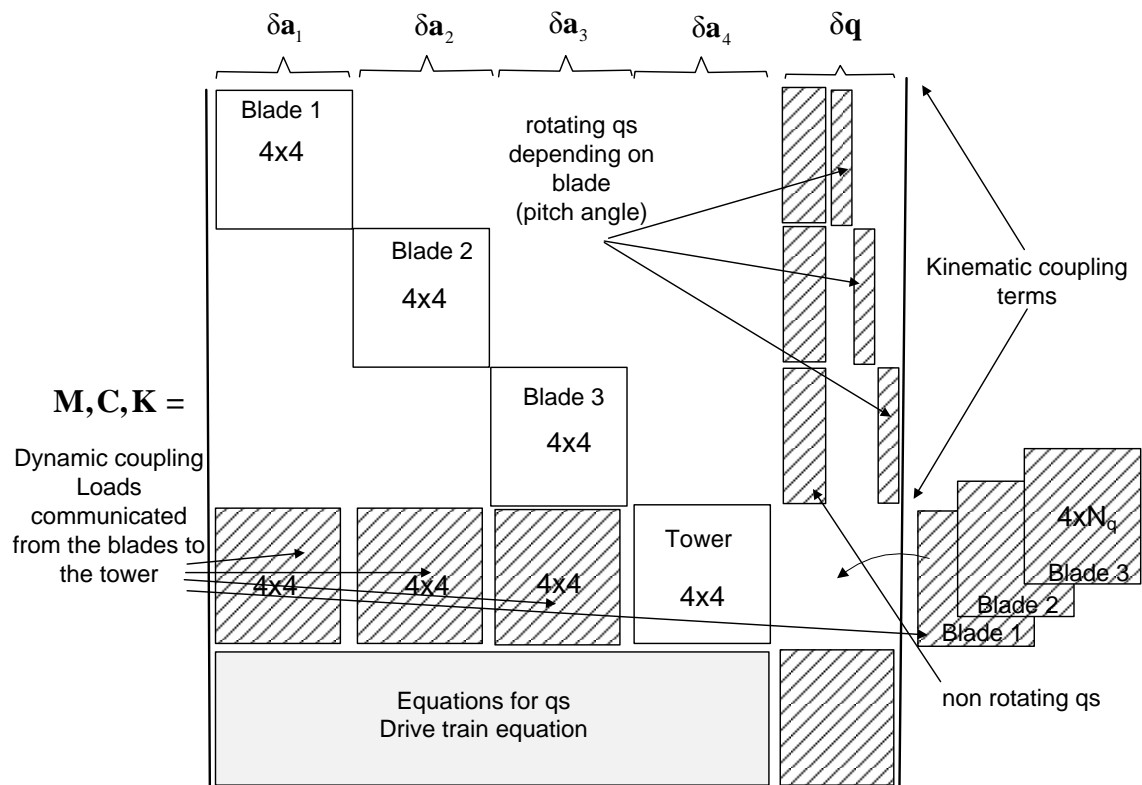
$$\mathbf{R}_{\text{Tfloater}}^k = \begin{bmatrix} 0 & -z_{\text{Tfloater}}^k & y_{\text{Tfloater}}^k \\ z_{\text{Tfloater}}^k & 0 & -x_{\text{Tfloater}}^k \\ -y_{\text{Tfloater}}^k & x_{\text{Tfloater}}^k & 0 \end{bmatrix}$$



Σχήμα 2.3.7: Σύστημα αξόνων στον πλωτήρα.

A/A	Περιστροφή / Μετακίνηση	Άξονας	Είδος	Σχόλιο
1	q_1	x	Ελαστική μετακίνηση στη βάση του πύργου (Surge)	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης.
2	q_2	y	Ελαστική μετακίνηση στη βάση του πύργου (Sway)	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης.
3	q_3	z	Ελαστική μετακίνηση στη βάση του πύργου (Heave)	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης.
4	q_4	x	Ελαστική στροφή στη βάση του πύργου (Roll)	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης.
5	q_5	y	Ελαστική στροφή στη βάση του πύργου (Pitch)	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης.
6	q_6	z	Ελαστική στροφή στη βάση του πύργου (Yaw)	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης.
7	q_7	x	Ελαστική μετατόπιση στη κορυφή του πύργου	Ίσο με το u στη κορυφή του πύργου
8	q_8	y	Ελαστική μετατόπιση στη κορυφή του πύργου	Ίσο με την επέκταση της κορυφής του πύργου (0 στο πρόβλημά μας)
9	q_9	z	Ελαστική μετατόπιση στη κορυφή του πύργου	Ίσο με το w στη κορυφή του πύργου
10	q_{10}	x	Ελαστική στροφή στη κορυφή του πύργου	Ίσο με τη στροφή κάμψης w' τη κορυφή του πύργου
11	q_{11}	y	Ελαστική στροφή στη κορυφή του πύργου	Ίσο με τη στρέψη του πύργου στη κορυφή (0 στο πρόβλημά μας)
12	q_{12}	z	Ελαστική στροφή στη κορυφή του πύργου	Ίσο με τη στροφή κάμψης $-u'$ στη κορυφή του πύργου
13	q_{13}	x	Γωνία Yaw	Καθορισμένη τιμή ή ελεύθερη yaw ή ελεγχόμενη yaw
14	q_{14}	z	Tilt της ατράκτου (θετικό προς τα πάνω)	Καθορισμένη τιμή ή ελεύθερο tilt
15	q_{15}	x	Yaw της νασέλλας λόγω της ευκαμψίας του πλαισίου	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης για την ισορροπία της ροπής yaw
16	q_{16}	z	Tilt της νασέλλας λόγω της ευκαμψίας του πλαισίου	Δίνεται μέσω δυναμικής εξίσωσης για την ισορροπία της ροπής tilt
17	q_{17}	y	Περιστροφή αξιμουθίου στη πλευρά της γεννήτριας (αρνητική η ωρολογιακή περιστροφή)	Είτε καθορισμένη εάν υποθεθούν σταθερά RPM στη πλευρά της γεννήτριας είτε δίνεται μέσω μιας εξίσωσης ελέγχου για τη ροπή της γεννήτριας
18	q_{18}	y	Παραμόρφωση στρέψης στην άτρακτο (αρνητική η ωρολογιακή)	Δίνεται μέσω μιας δυναμικής εξίσωσης για την ισορροπία της ροπής κατά μήκος του συστήματος μετάδοσης
19	q_{19}	y	Γωνία βήματος (pitch)	Είτε σταθερή εάν υποθεθεί σταθερή γωνία βήματος είτε δίνεται μέσω εξίσωσης ελέγχου

Πίνακας III: Ανεξάρτητοι βαθμοί ελευθερίας q για τη περίπτωση της πλήρους ανεμογεννήτριας



Σχήμα 2.3.8. Μορφή του τελικού συστήματος για τη περίπτωση της αεροδυναμικής μόνιμης κατάστασης.

Κεφάλαιο 3^ο: Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Χερσαία Ανεμογεννήτρια

1. Η Χερσαία Ανεμογεννήτρια NREL-5MW

Στο παρών κεφάλαιο, στόχος είναι να πραγματοποιηθεί μια πρώτη επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων που λαμβάνουμε χρησιμοποιώντας τον κώδικα που αναπτύχθηκε με τη χρήση της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης (modal code), σε σύγκριση με τον κώδικα GAST που χρησιμοποιείται από το εργαστήριο αεροδυναμικής. Η ανεμογεννήτρια που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση, είναι η ανεμογεννήτρια αναφοράς 5 MW (NREL – 5MW). Τα βασικά χαρακτηριστικά της παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα IV.

A/A	Ιδιότητα	Τιμή
1	Ισχύς	5 MW
2	Προσανατολισμός δρομέα/Αριθμός Πτερυγίων	Ανάπτι/3
3	Διάμετρος Δρομέα	126m
4	Διάμετρος Hub	3m
5	Ύψος Hub	90m
6	Ταχύτητα Cut – in	3m/s
7	Ονομαστική Ταχύτητα	11.4m/s
8	Ταχύτητα Cut – out	25m/s
9	Μάζα Δρομέα	110000kg
10	Μάζα Πύργου	347460kg

Πίνακας IV: Βασικά χαρακτηριστικά της NREL – 5MW.

Πιο συγκεκριμένα, δίνονται μερικά χαρακτηριστικά του δρομέα και του πύργου στους επόμενους Πίνακες V, VI αντίστοιχα.

A/A	Ιδιότητα	Τιμή
1	Μήκος	61.5m
2	Συνολική (ολοκληρωμένη) μάζα	17740kg
3	Ποσοστό κατασκευαστικής απόσβεσης	0.477465%

Πίνακας V: Βασικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου.

A/A	Ιδιότητα	Τιμή
1	Ύψος	87.6m
2	Συνολική (ολοκληρωμένη) μάζα	347460kg
3	Ποσοστό κατασκευαστικής απόσβεσης	1%

Πίνακας VI: Βασικά χαρακτηριστικά του πύργου.

2. Σύγκριση Αποτελεσμάτων με τον GAST

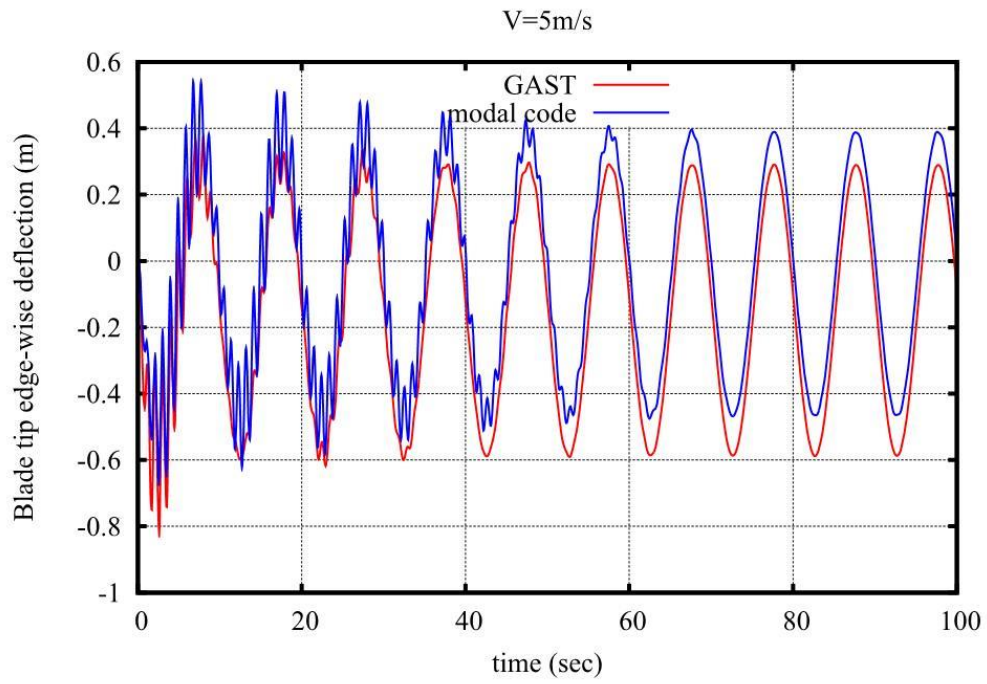
Η σύγκριση έγινε για τρεις ταχύτητες ανέμου. Συγκεκριμένα, για τις ταχύτητες 5, 8 και 11m/s. Παρακάτω, ακολουθούν για κάθε ταχύτητα ανέμου, τα διαγράμματα των μετακινήσεων για το 1^ο πτερύγιο της ανεμογεννήτριας κατά τη κατεύθυνση περιστροφής (edge-wise) και την κατεύθυνση πτερύγισης (flap-wise), οι μετακινήσεις του πύργου κατά τις δύο κατευθύνσεις (x,z) καθώς και τα φορτία και οι ροπές στη ρίζα των πτερυγίων και στη κορυφή του πύργου. Υπενθυμίζεται πως η μετακίνηση κατά τη κατεύθυνση x στον πύργο είναι η εμπρός-πίσω και η μετακίνηση κατά τη κατεύθυνση z είναι η πλευρική.

Σε αυτό το σημείο, είναι σημαντικό να σημειωθεί πως τα αποτελέσματα που θα ληφθούν δε θα είναι ακριβώς τα ίδια καθώς όπως είναι λογικό υπάρχουν διαφορές στα δύο προγράμματα. Αρχικά, βασική διαφορά αποτελεί το γεγονός πως ο κώδικας modal χρησιμοποιεί προφανώς την ιδιοδιανυσματική ανάλυση σε αντίθεση με τον GAST που χρησιμοποιεί τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Επίσης, ο GAST λαμβάνει υπ' όψιν του και μη γραμμικούς όρους, οι οποίοι δε λογίζονται στον κώδικα modal. Τέλος, μια ακόμα πολύ σημαντική διαφορά, είναι πως ο GAST υπολογίζει και τη στρέψη (torsion), πράγμα που στις μικρές ταχύτητες ανέμου δε δημιουργεί σημαντικά προβλήματα, αφού είναι πολύ μικρή, αλλά στις μεγαλύτερες ταχύτητες ανέμου δημιουργεί σημαντικές αποκλίσεις καθώς αλλάζει τη φαινόμενη γωνία πρόσπτωσης του ανέμου στο πτερύγιο και κατ' επέκταση την αεροδυναμική φόρτιση.

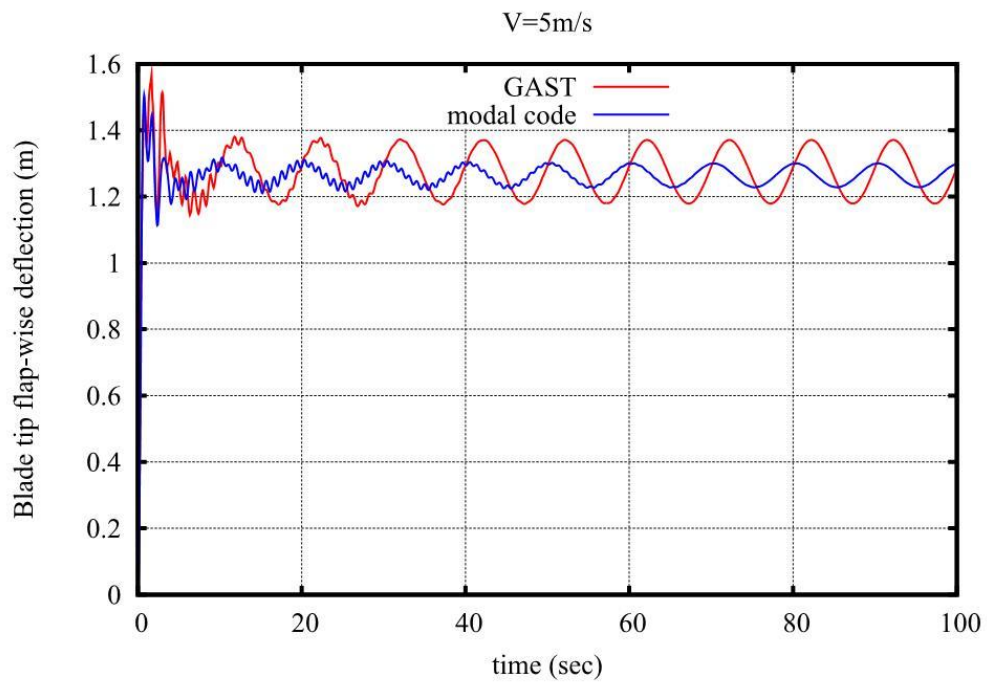
Στον επόμενο Πίνακα VII, φαίνεται για τις ταχύτητες ανέμου όπου έγινε η σύγκριση, η γωνιακή ταχύτητα και η γωνία βήματος που αντιστοιχεί για την ανεμογεννήτρια NREL-5MW. Έπειτα, τα Σχήματα 3.2.1 – 3.2.9 αφορούν στη ταχύτητα ανέμου 5m/s, τα Σχήματα 3.2.10 – 3.2.18 στη ταχύτητα 8m/s και τα Σχήματα 3.2.19 – 3.2.26 στη ταχύτητα 11m/s.

A/A	Ταχύτητα Ανέμου (m/s)	Pitch (°)	Γωνιακή Ταχύτητα (rad/s)
1	5	0.0	0.627
2	8	0.0	1.003
3	11	0.0	1.267

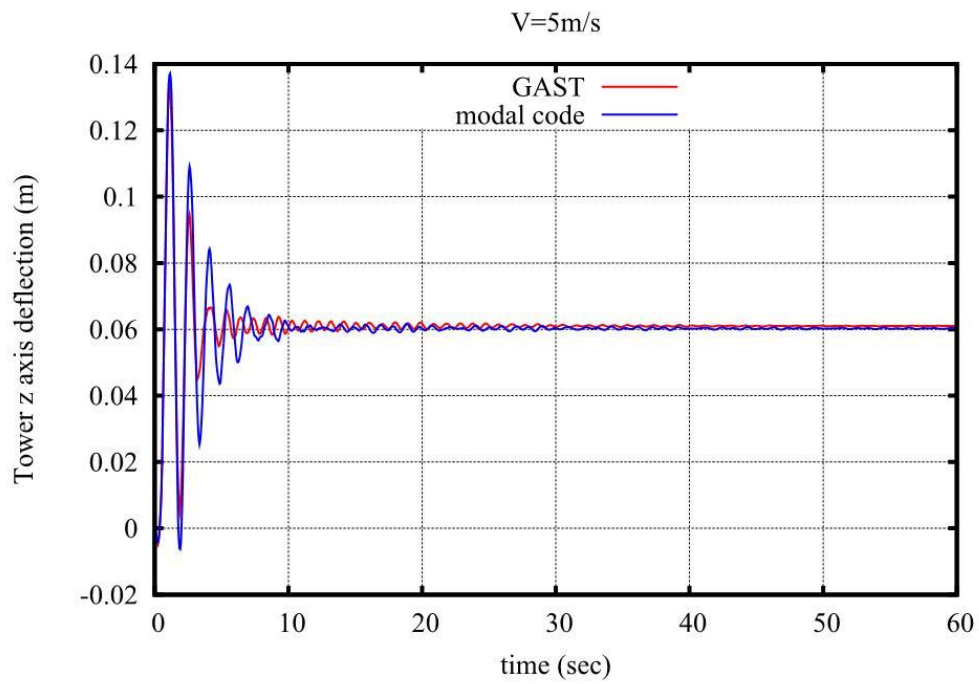
Πίνακας VII: Στοιχεία επιδόσεων της NREL-5MW



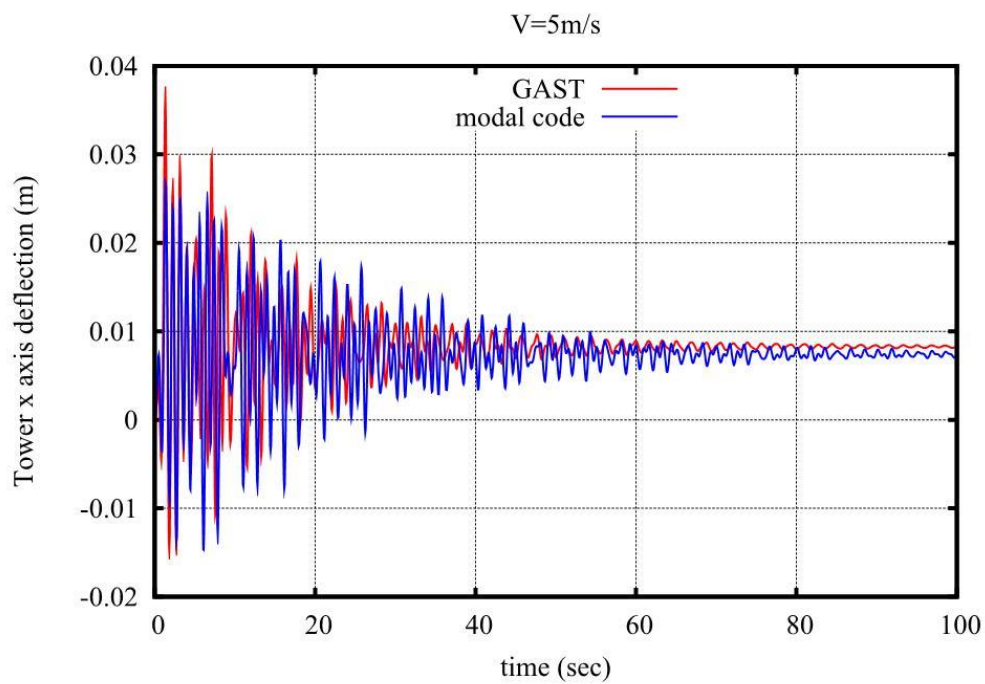
Σχήμα 3.2.1: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



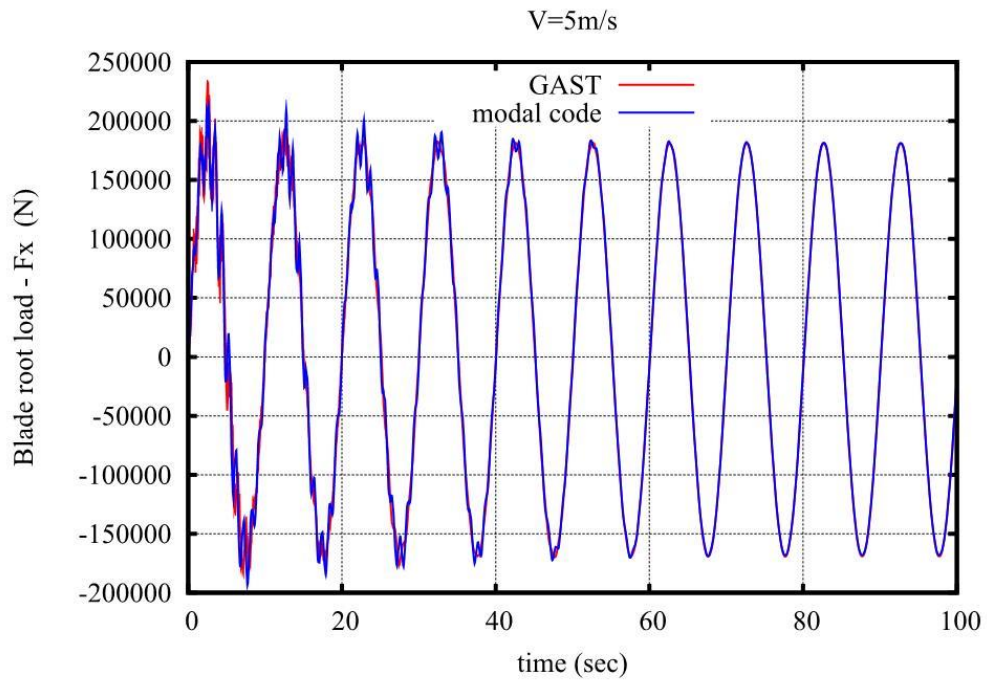
Σχήμα 3.2.2: Flap-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



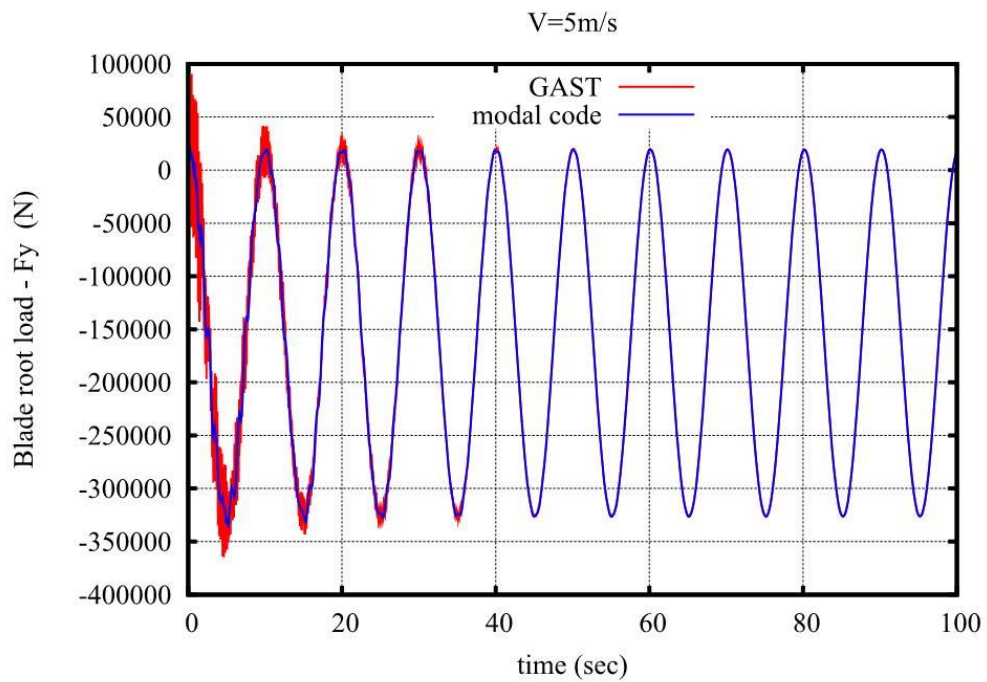
Σχήμα 3.2.3: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



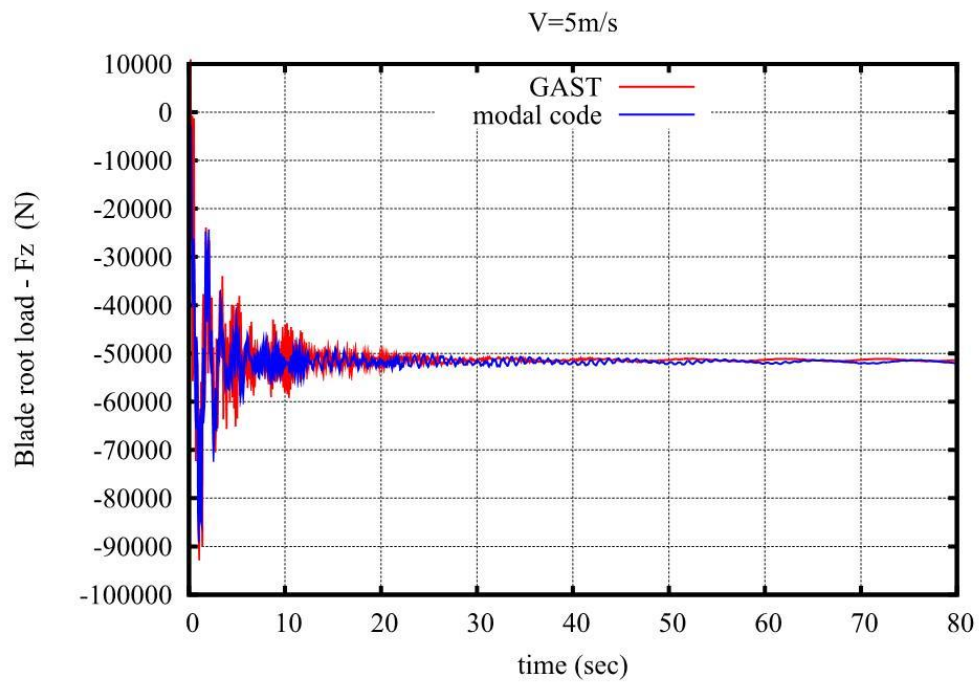
Σχήμα 3.2.4: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



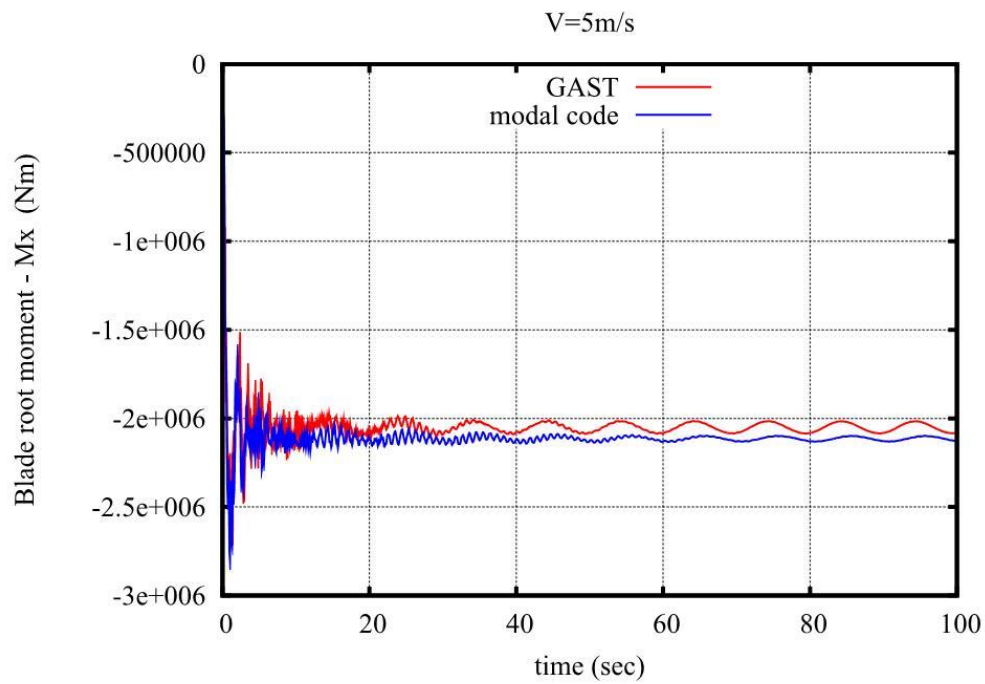
Σχήμα 3.2.5: Δύναμη Fx στη ρίζα του πτερυγίου.



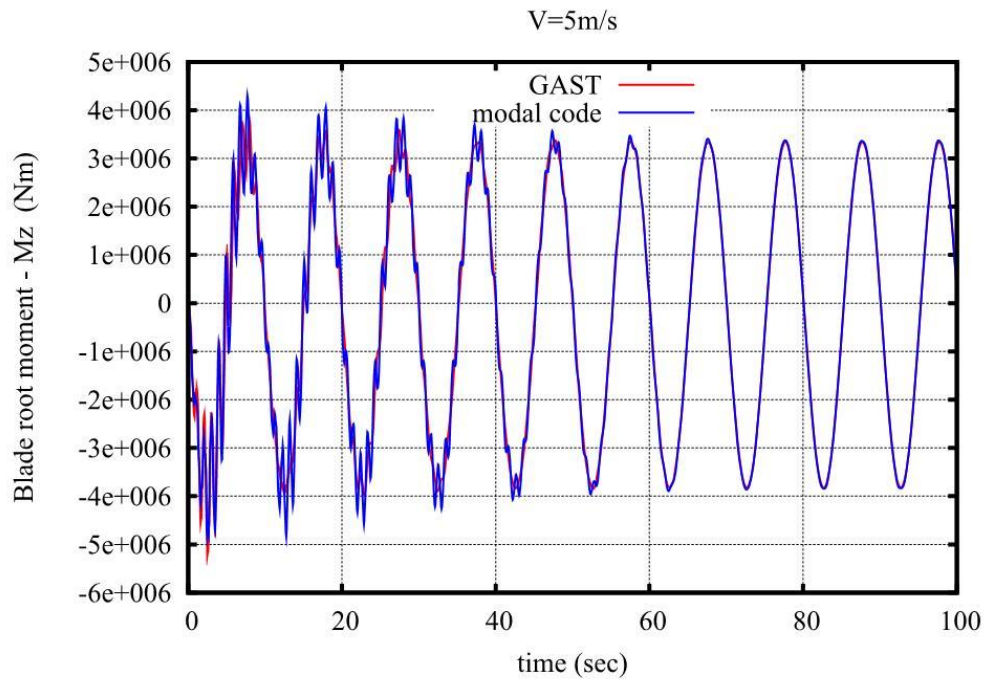
Σχήμα 3.2.6: Δύναμη Fy στη ρίζα του πτερυγίου.



Σχήμα 3.2.7: Δύναμη Fz στη ρίζα του πτερυγίου.

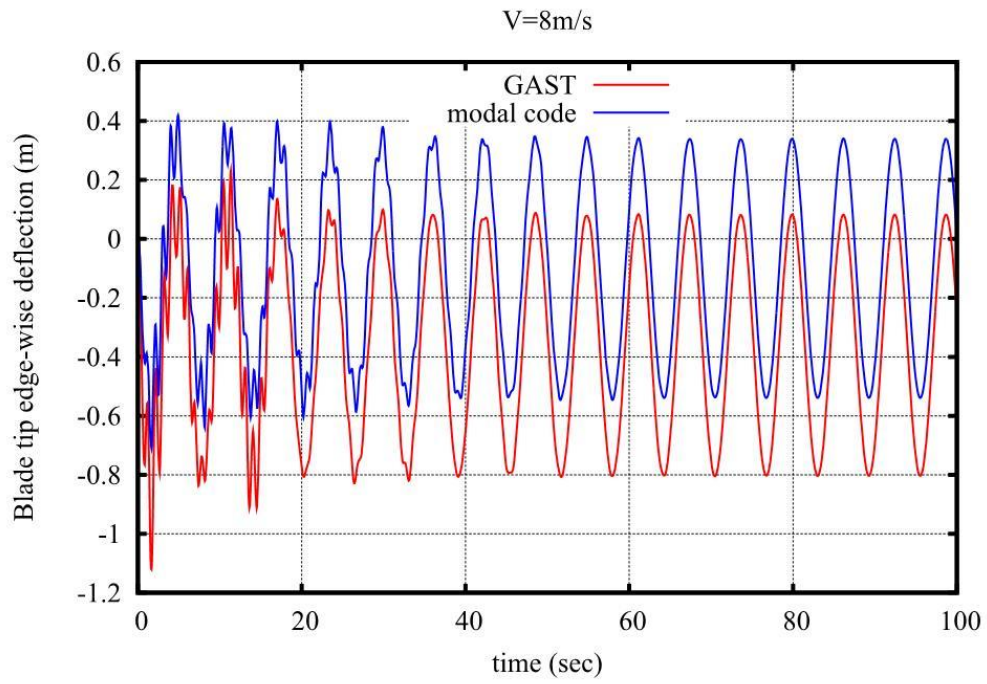


Σχήμα 3.2.8: Ροπή Mx στη ρίζα του πτερυγίου.

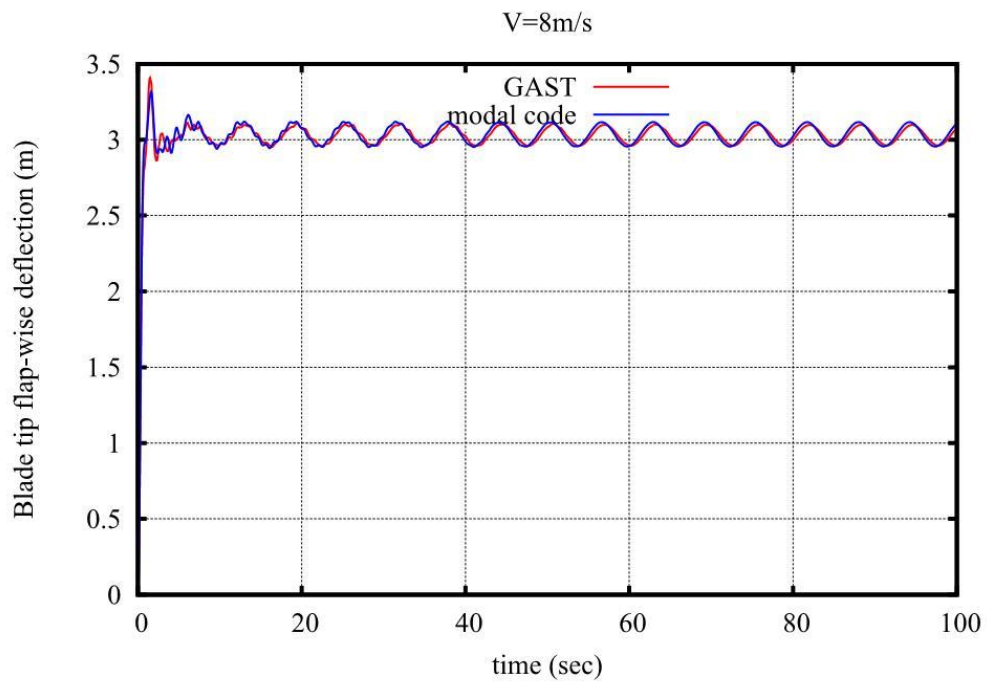


Σχήμα 3.2.9: Ροπή Mz στη ρίζα του πτερυγίου.

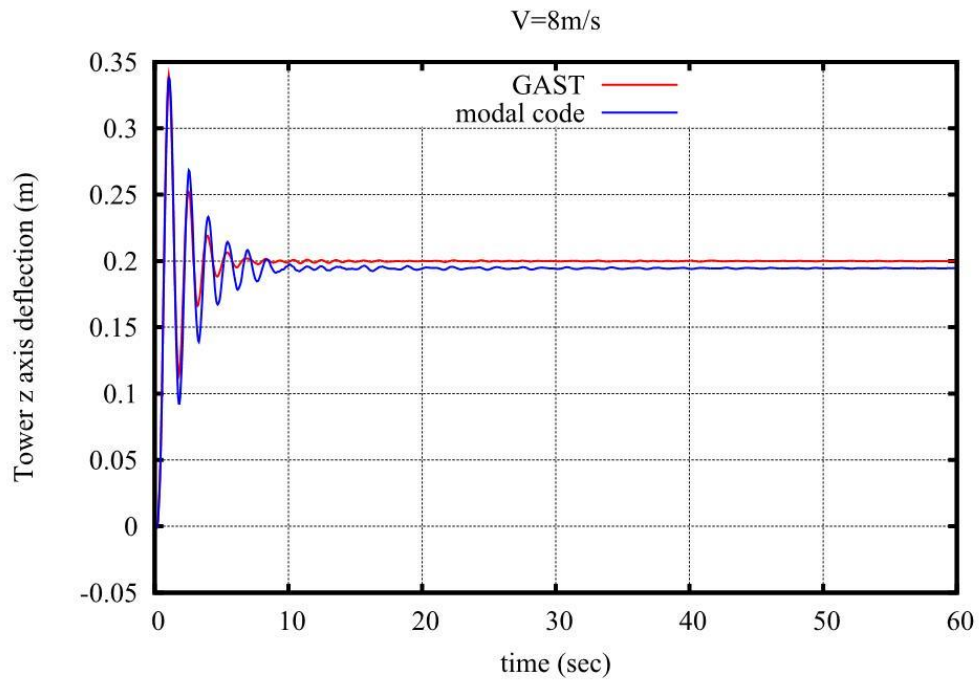
Παρατηρώντας τα παραπάνω σχήματα, βλέπουμε αρχικά πως για τη μετακίνηση του πτερυγίου στη κατεύθυνση της περιστροφής (Σχήμα 3.2.1) και οι δύο κώδικες μας δίνουν τη ίδια μέση τιμή αλλά έχουν διαφορετικό εύρος. Αυτό, οφείλεται στις διαφορές ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης – μεθόδου πεπερασμένων διαφορών αλλά και στο γεγονός πως ο GAST λαμβάνει υπ’ όψιν του και μη γραμμικούς όρους. Στο Σχήμα 3.2.2, έχουμε τη μετακίνηση του πτερυγίου στη κατεύθυνση πτερύγισης, όπου έχουμε διαφορετικό εύρος αλλά περίπου την ίδια μέση τιμή. Στα Σχήματα 3.2.3 και 3.2.4 φαίνονται οι μετακινήσεις του πύργου κατά τις δύο κατευθύνσεις, όπου και οι δύο κώδικες μας δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Στα Σχήματα 3.2.5 – 3.2.9 φαίνονται τα φορτία (δυνάμεις και ροπές) στη ρίζα του πτερυγίου. Και εδώ έχουμε πρακτικά ταύτιση των αποτελεσμάτων και με τους δύο κώδικες εκτός από τη διαφορά που παρατηρείται στη ροπή Mx (Σχήμα 3.2.8). Η διαφορά αυτή είναι πιθανό να οφείλεται στην ολοκλήρωση που πραγματοποιείται, όπου με τον κώδικα modal έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια.



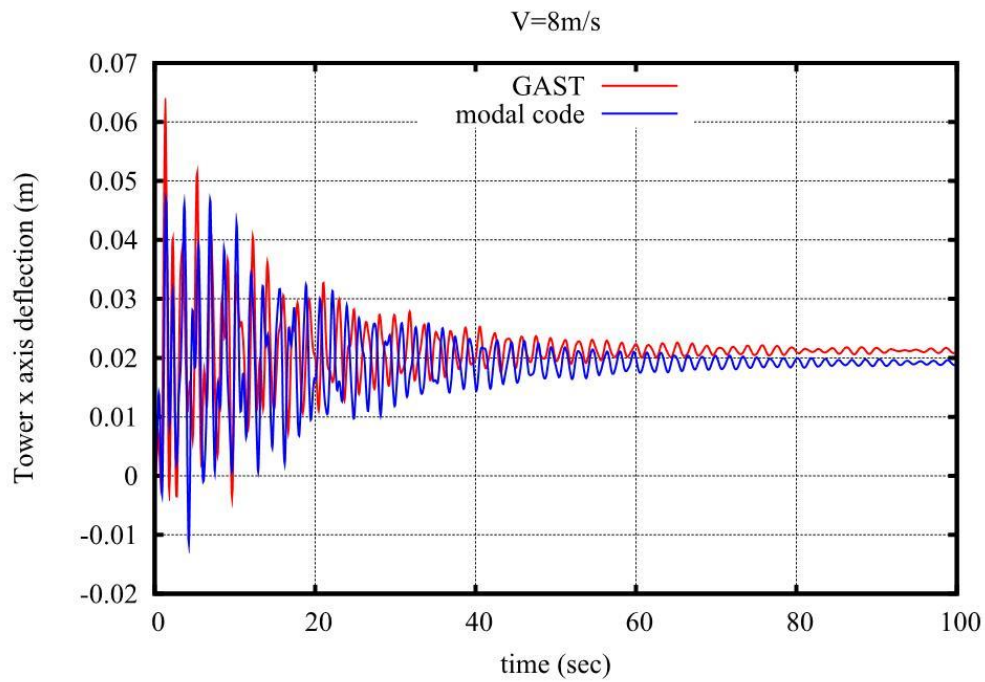
Σχήμα 3.2.10: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



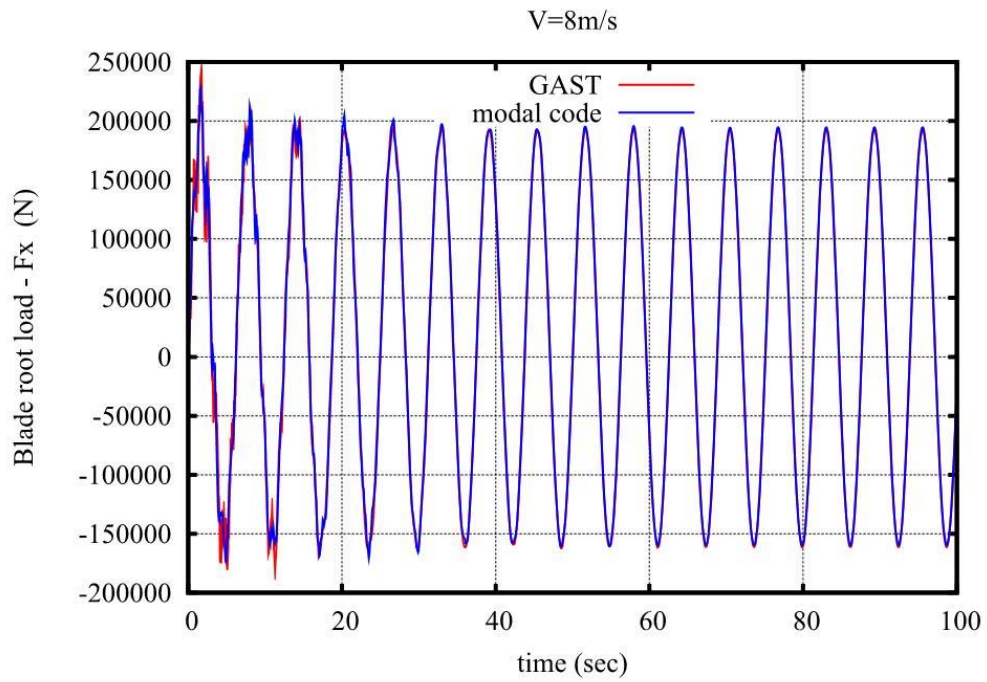
Σχήμα 3.2.11: Flap-wise μετακίνηση πτερυγίου.



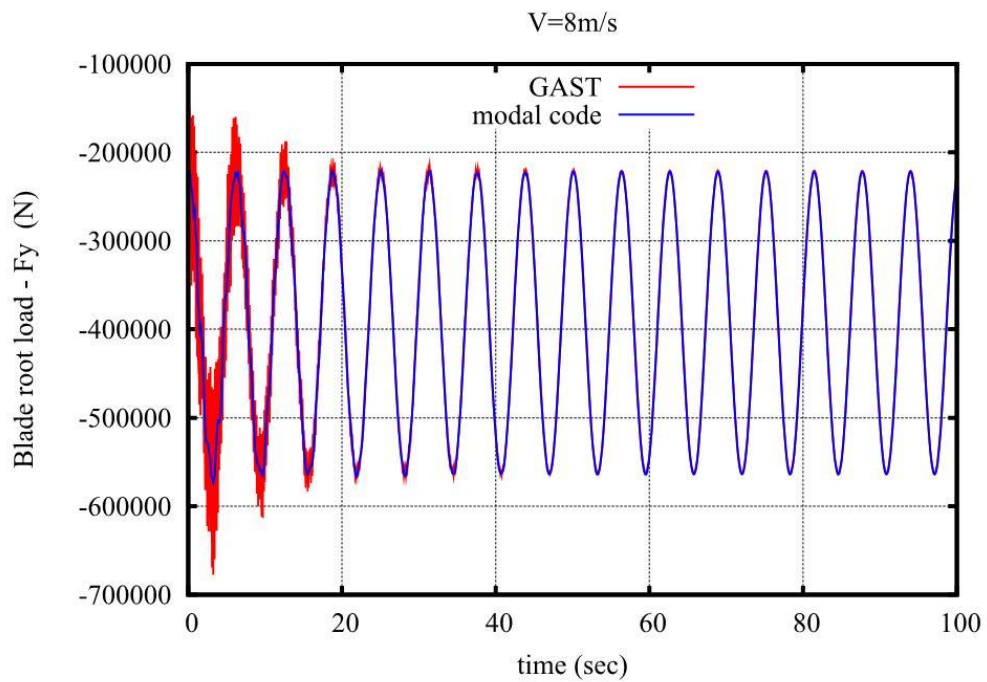
Σχήμα 3.2.12: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



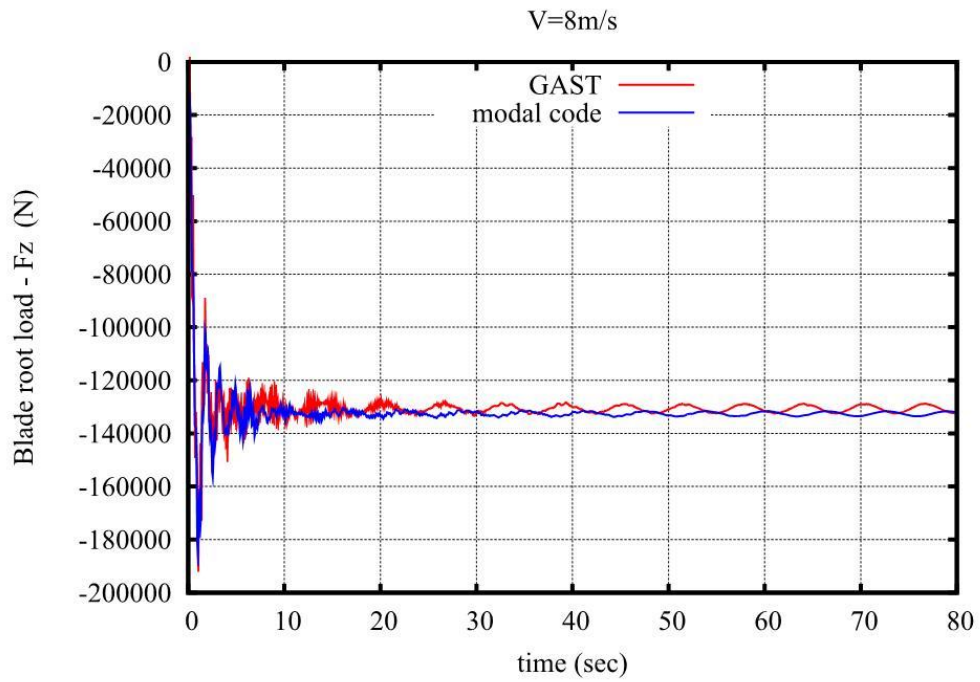
Σχήμα 3.2.13: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



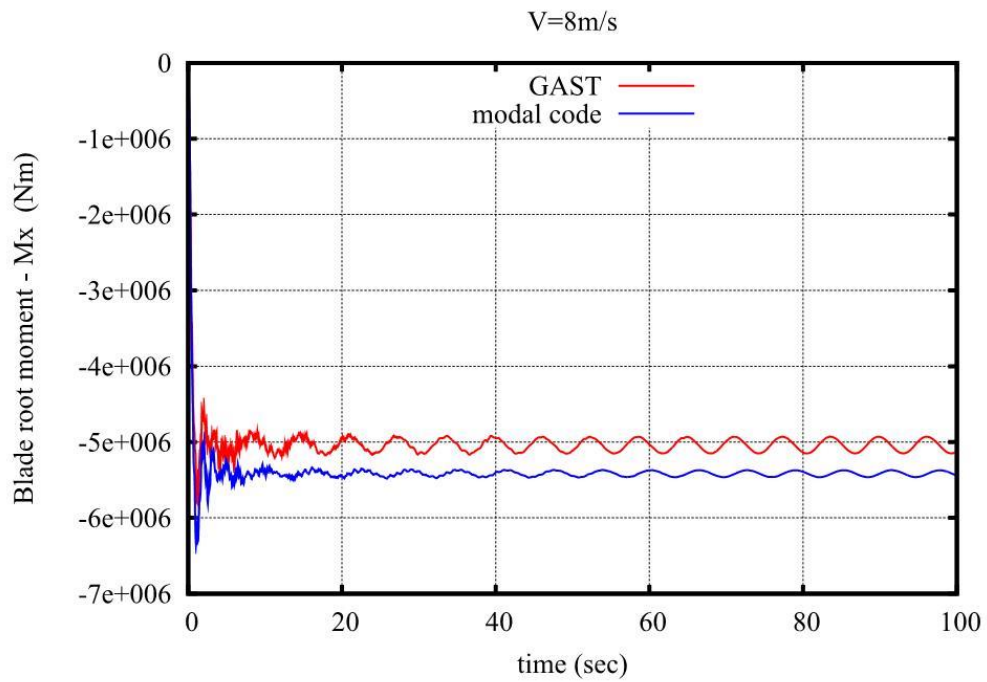
Σχήμα 3.2.14: Δύναμη Fx στη ρίζα του πτερυγίου.



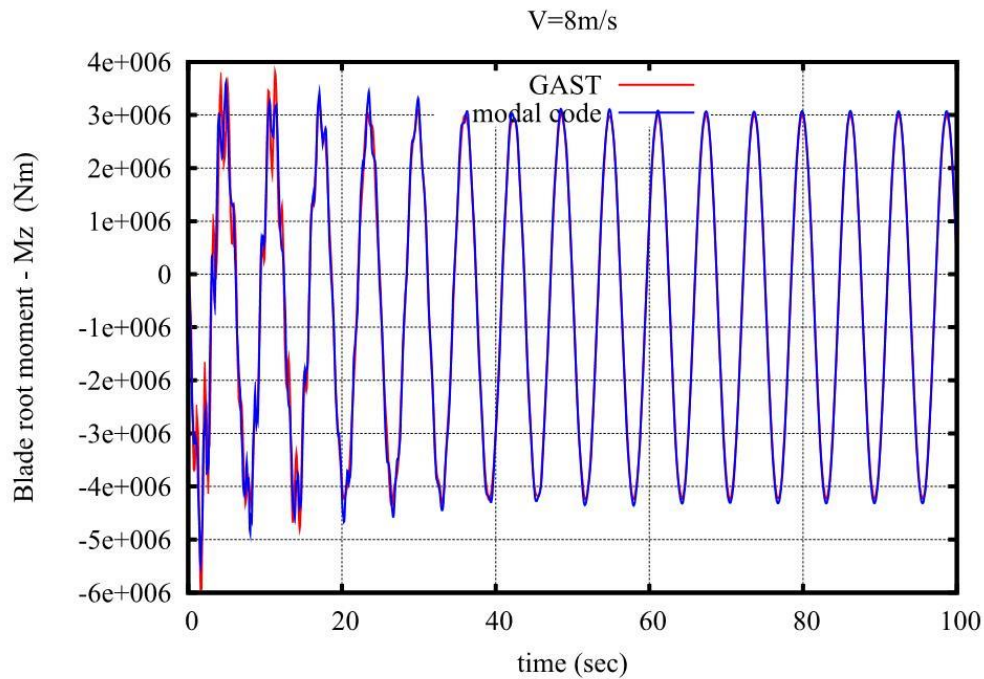
Σχήμα 3.2.15: Δύναμη Fy στη ρίζα του πτερυγίου.



Σχήμα 3.2.16: Δύναμη Fz στη ρίζα του πτερυγίου.

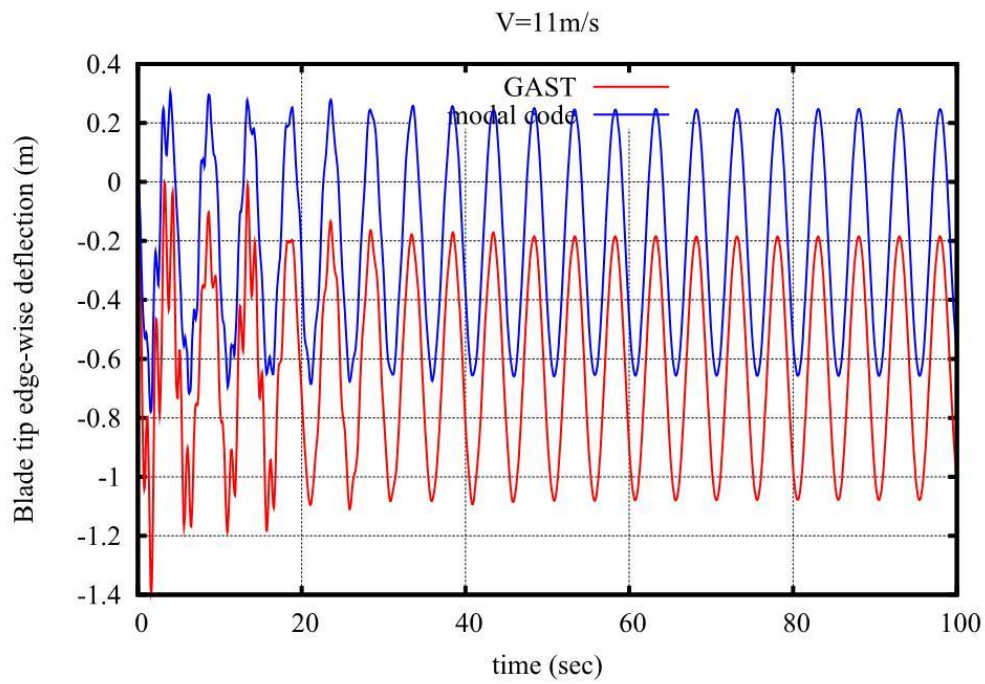


Σχήμα 3.2.17: Ροπή Mx στη ρίζα του πτερυγίου.

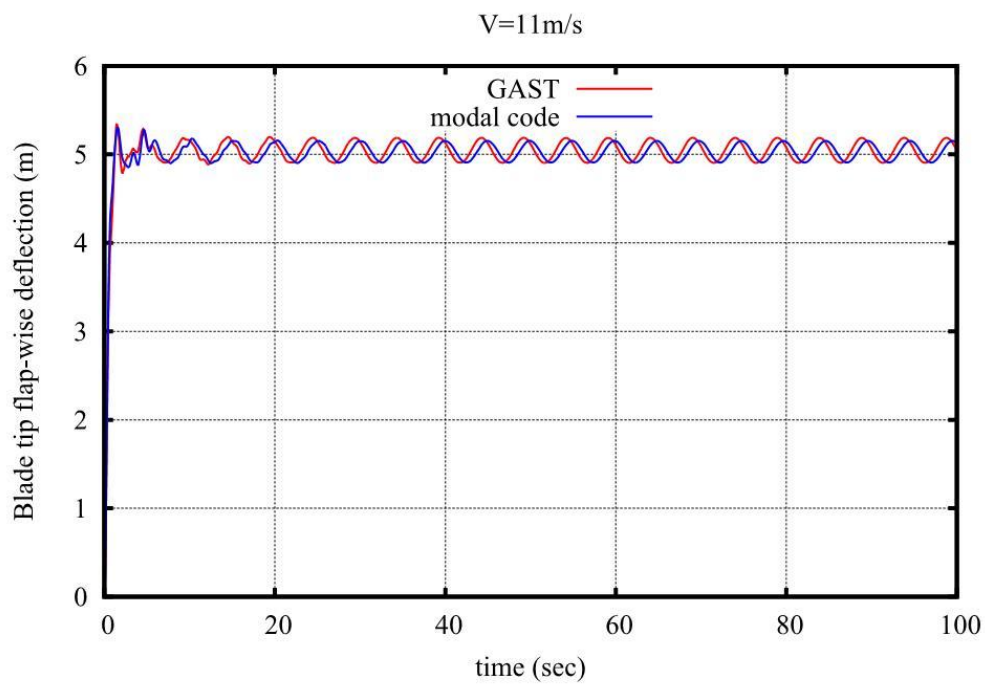


Σχήμα 3.2.18: Ροπή Mz στη ρίζα του πτερυγίου.

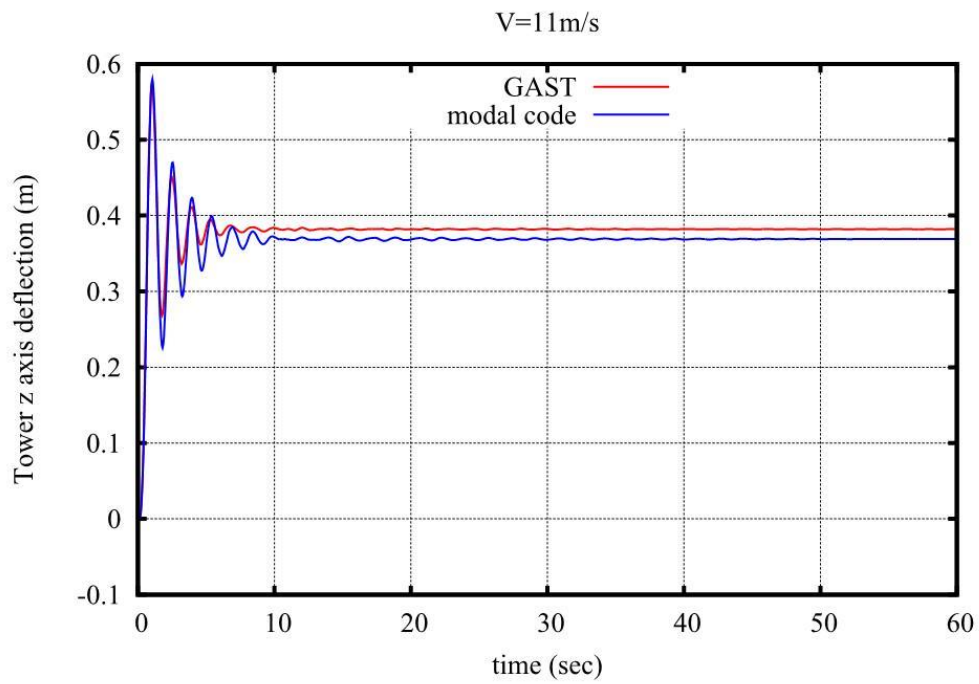
Στο Σχήμα 3.2.10 όπου φαίνεται η μετακίνηση του πτερυγίου στη κατεύθυνση περιστροφής, βλέπουμε πως έχουμε διαφορά στη μέση τιμή με τον κώδικα modal να μας δίνει μεγαλύτερη. Η αύξηση της διαφοράς σε σύγκριση με τη ταχύτητα ανέμου 5m/s, οφείλεται στο γεγονός πως με την αύξηση της ταχύτητας του ανέμου αυξήθηκε η επίδραση από τους μη γραμμικούς όρους. Στη μετακίνηση του πτερυγίου στη κατεύθυνση πτερύγισης (Σχήμα 3.2.11) έχουμε ουσιαστικά ταύτιση των αποτελεσμάτων. Στα Σχήματα 3.2.12 και 3.2.13 έχουμε τις μετακινήσεις του πύργου κατά τις δύο κατευθύνσεις όπου και οι δύο κώδικες μας δίνουν πρακτικά τα ίδια αποτελέσματα. Τέλος, στα Σχήματα 3.2.14 – 3.2.18 έχουμε τα φορτία στη ρίζα του πτερυγίου. Η μόνη αξιοσημείωτη διαφορά, είναι στη ροπή Mx (Σχήμα 3.2.17) όπου ο κώδικας modal μας δίνει μεγαλύτερη ροπή και ισχύει ότι και στη προηγούμενη ταχύτητα ανέμου.



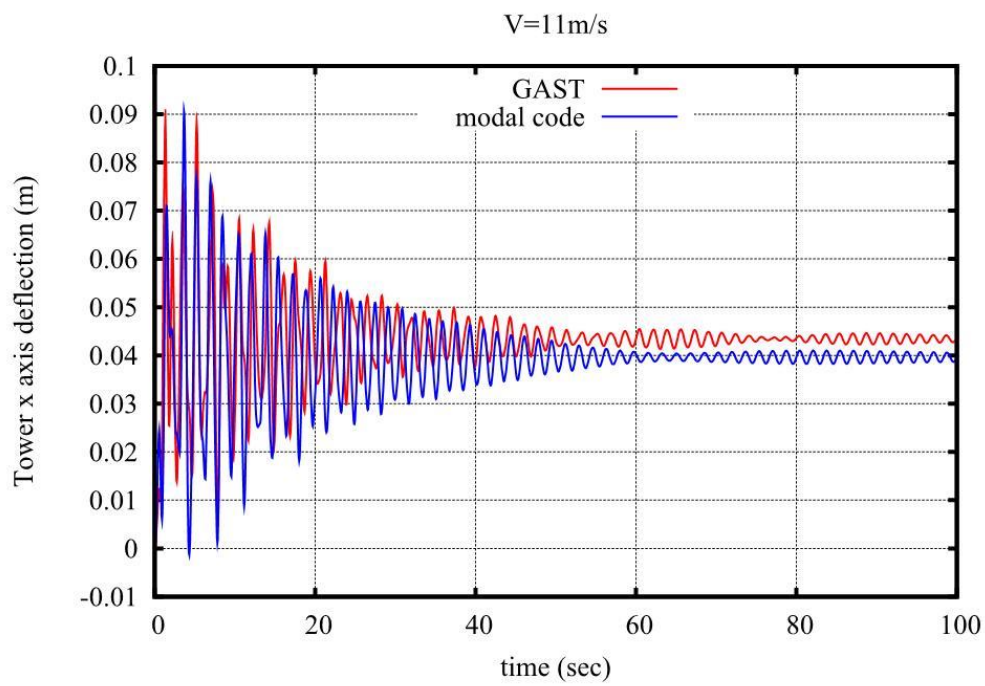
Σχήμα 3.2.19: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



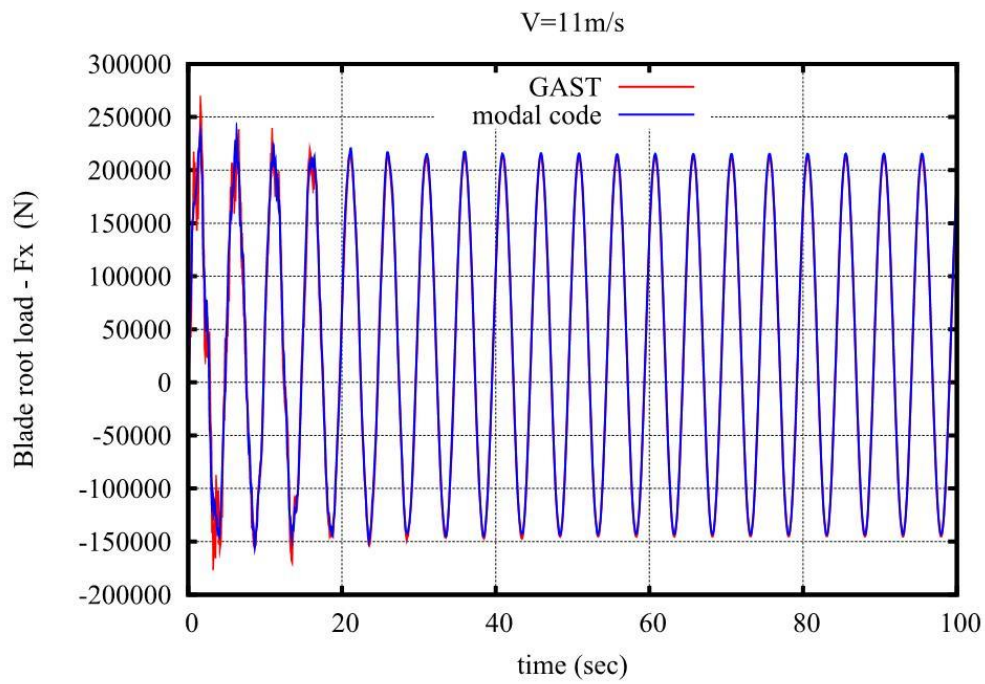
Σχήμα 3.2.20: Flap-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



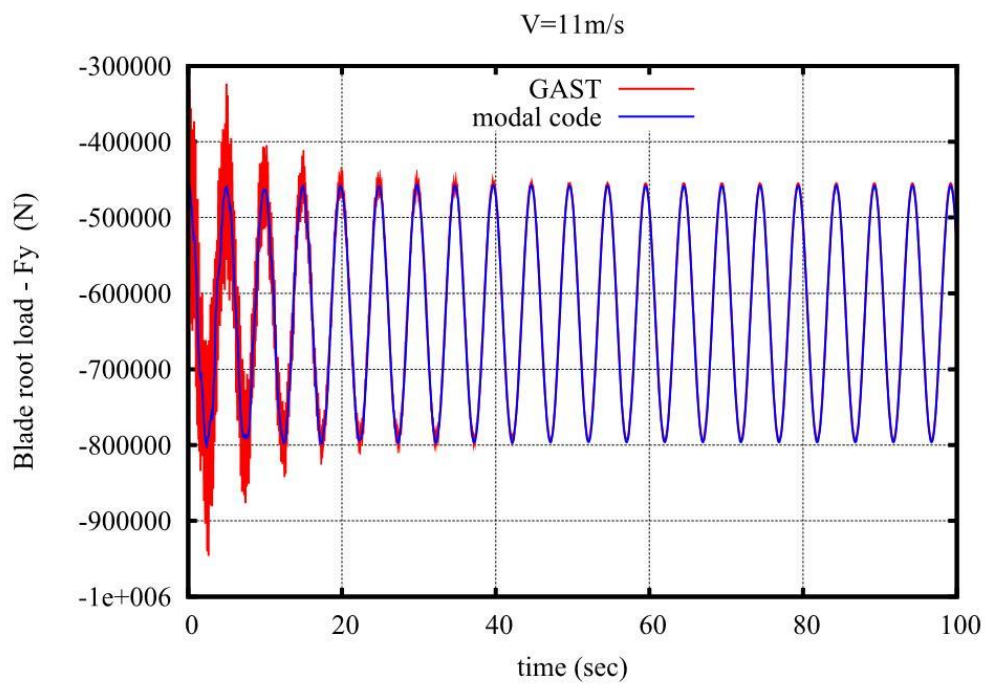
Σχήμα 3.2.21: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



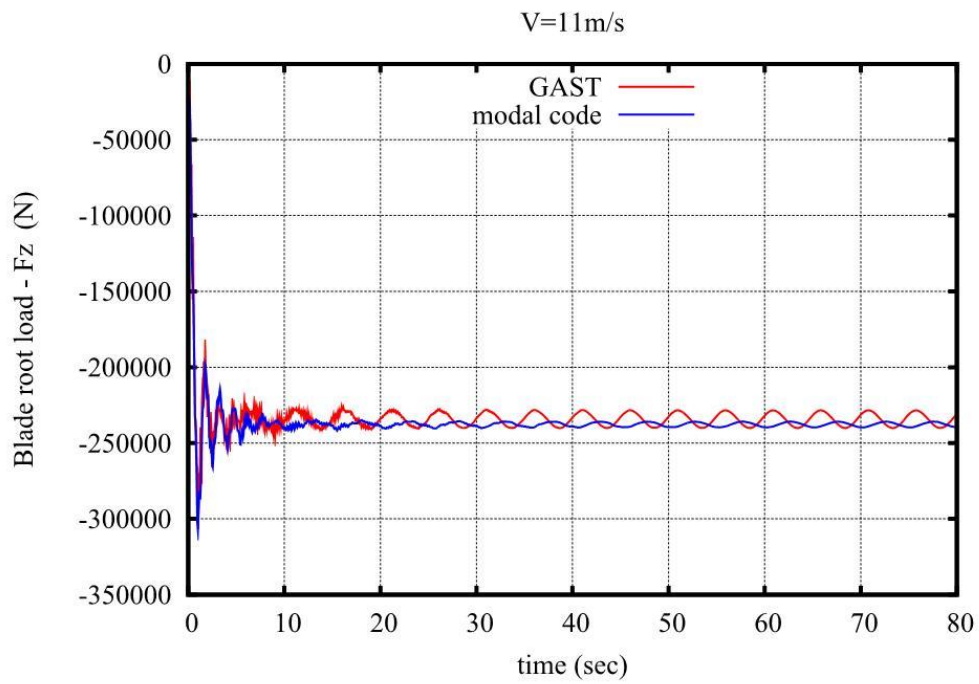
Σχήμα 3.2.22: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



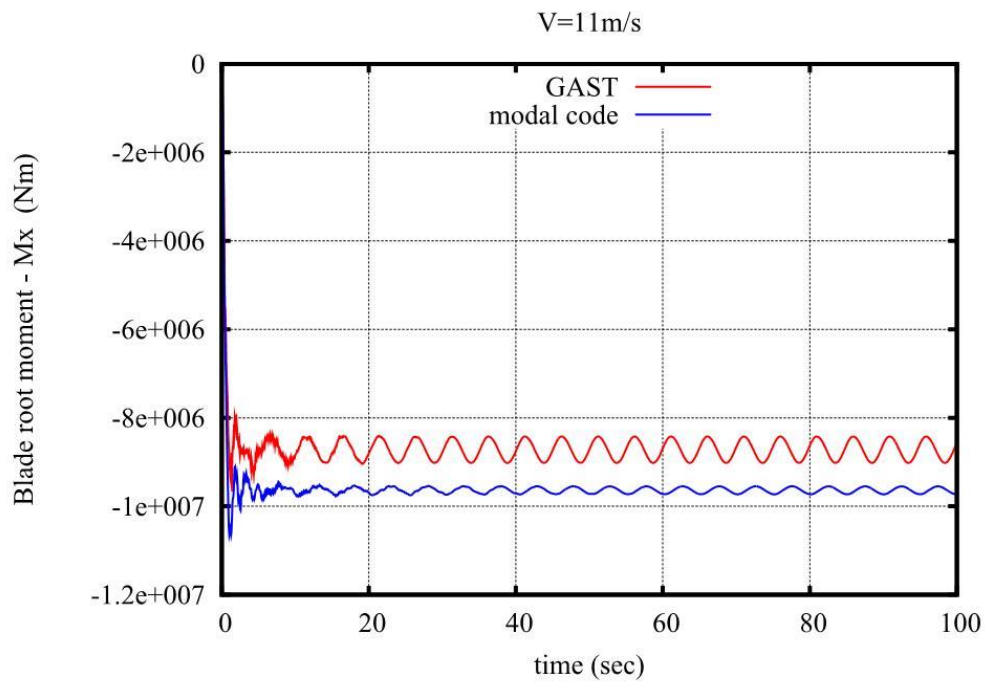
Σχήμα 3.2.23: Δύναμη Fx στη ρίζα του πτερυγίου.



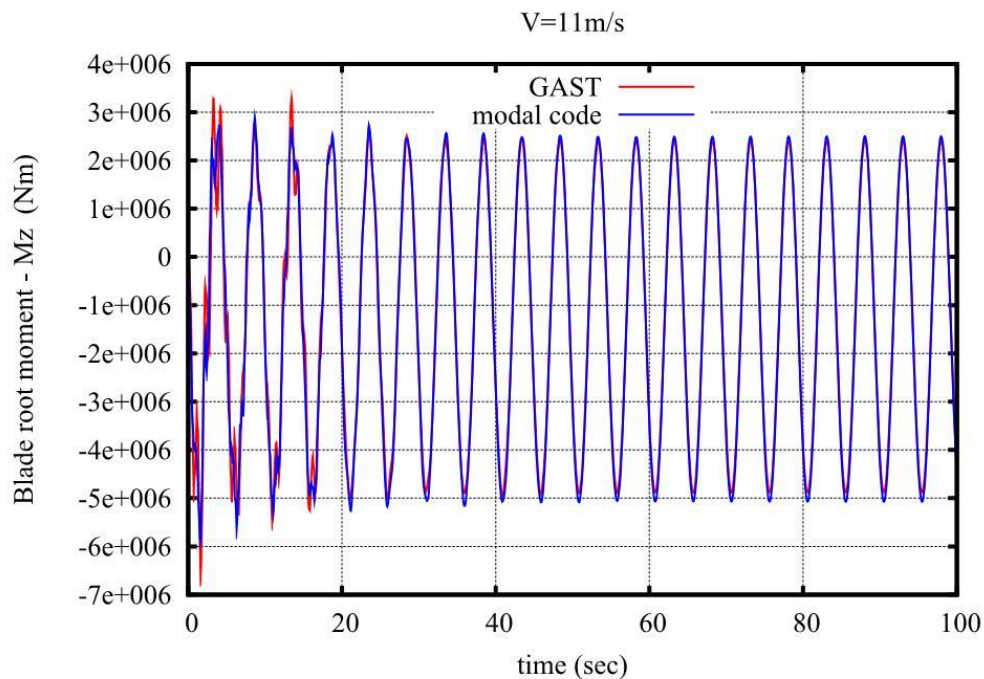
Σχήμα 3.2.24: Δύναμη Fy στη ρίζα του πτερυγίου.



Σχήμα 3.2.25: Δύναμη F_z στη ρίζα του πτερυγίου.



Σχήμα 3.2.26: Ροπή M_x στη ρίζα του πτερυγίου.



Σχήμα 3.2.27: Ροπή Mz στη ρίζα του πτερυγίου.

Στο Σχήμα 3.2.19 έχουμε τη μετακίνηση του πτερυγίου στη κατεύθυνση περιστροφής, όπου όπως και στη ταχύτητα ανέμου 8m/s, έχουμε μεγαλύτερη μέση τιμή από τον κώδικα modal. Παρατηρούμε επίσης αύξηση στη διαφορά της μέσης τιμής η οποία οφείλεται στην αύξηση της επίδρασης των μη γραμμικών όρων. Στο Σχήμα 3.2.20 έχουμε τη μετακίνηση του πτερυγίου στη κατεύθυνση πτερύγισης, με τους δύο κώδικες να μας δίνουν πρακτικά τα ίδια αποτελέσματα. Τα Σχήματα 3.2.21 και 3.2.22 απεικονίζουν τις μετακινήσεις του πύργου στις δύο κατευθύνσεις, με τους δύο κώδικες να μας δίνουν ουσιαστικά τις ίδιες κινήσεις. Τέλος, στα Σχήματα 3.2.23 – 3.2.27 έχουμε τα φορτία στη ρίζα του πτερυγίου, όπου η μόνη σημαντική διαφορά αφορά στη ροπή Mx (Σχήμα 3.2.26) με τον κώδικα modal να μας δίνει μεγαλύτερη ροπή για τους ίδιους λόγους με προηγουμένως.

Κεφάλαιο 4^ο: Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων για Πλωτή Ανεμογεννήτρια

1. Η Πλωτή Ανεμογεννήτρια NREL-5MW

Στόχος του παρόντος κεφαλαίου, είναι η σύγκριση του κώδικα modal που αναπτύχθηκε με τον hydroGAST που χρησιμοποιείται αυτή τη στιγμή από το εργαστήριο αεροδυναμικής του ΕΜΠ, για τη περίπτωση μιας πλωτής ανεμογεννήτριας. Η ανεμογεννήτρια που θα χρησιμοποιηθεί για τη σύγκριση, είναι η ανεμογεννήτρια αναφοράς 5MW (NREL-5MW). Η συγκεκριμένη μηχανή, έχει τον ίδιο δρομέα με τη χερσαία ανεμογεννήτρια. Ο πύργος όμως, είναι διαφορετικός, ενώ χαρακτηριστικό του είναι πως ξεκινάει από ύψος 10m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας. Συνοπτικά, τα βασικά χαρακτηριστικά του πύργου φαίνονται στον επόμενο Πίνακα VIII.

A/A	Ιδιότητα	Τιμή
1	Ύψος από το επίπεδο της θάλασσας στη βάση του πύργου	10m
2	Ύψος από το επίπεδο της θάλασσας στη κορυφή του πύργου	87.6m
3	Συνολική (ολοκληρωμένη) μάζα	249718kg
4	Ποσοστό κατασκευαστικής απόσβεσης	1%

Πίνακας VIII: Βασικά χαρακτηριστικά του υπερράκτιου πύργου.

Φυσικά, απ' τη στιγμή που κάνουμε λόγο για πλωτή ανεμογεννήτρια, στο σύστημά μας πρέπει να έχουμε και έναν πλωτήρα. Επιλέχθηκε η χρήση του πλωτήρα OC-3, ο οποίος είναι τύπου spar-buoy (βλ. Σχήμα 4.1.1). Τα βασικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου πλωτήρα, φαίνονται στον Πίνακα IX που ακολουθεί.

A/A	Ιδιότητα	Τιμή
1	Βάθος της πλατφόρμας κάτω από το επίπεδο της θάλασσας	120m
2	Ύψος από το επίπεδο της θάλασσας στη βάση του πύργου	10m
3	Συνολική μάζα πλατφόρμας	7466330kg

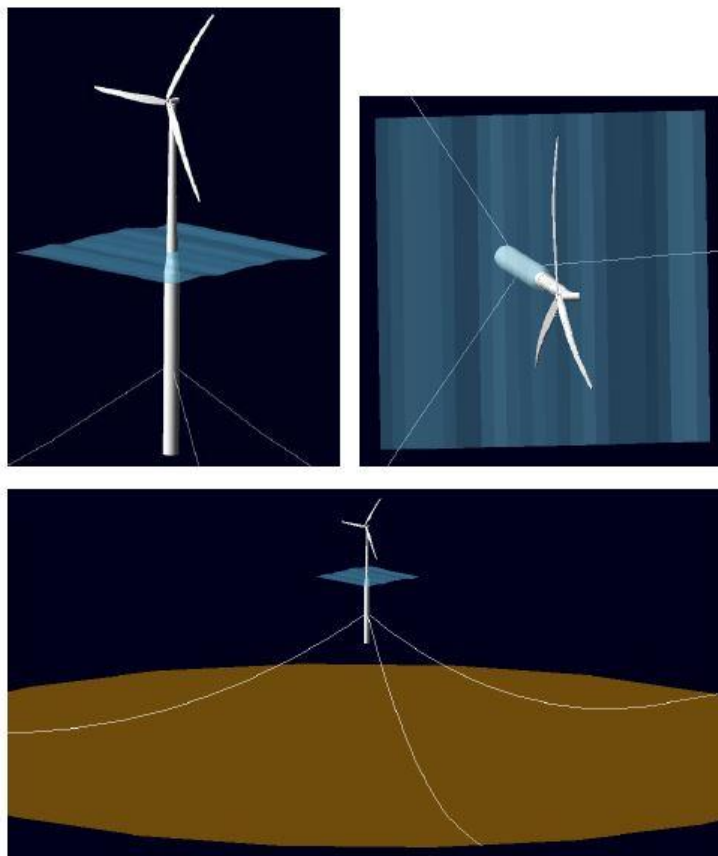
Πίνακας IX: Βασικά χαρακτηριστικά του πλωτήρα OC-3.

Το συνολικό φορτίο που δέχεται ο πλωτήρας από τη γραμμική υδροστατική F_i^{Hydro} δίνεται ως εξής:

$$F_i^{\text{Hydrostatic}}(q) = \rho g V_0 \delta_{i3} - C_{ij}^{\text{Hydrostatic}} q_j \quad (1-1)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του νερού, g είναι η σταθερά της επιτάχυνσης της βαρύτητας, V_0 είναι ο εκτοπισμένος όγκος του νερού όταν ο πλωτήρας είναι στη μη

μετατοπισμένη θέση της, δ_{13} είναι το στοιχείο (i,3) του γραμμικού μητρώου υδροστατικής επαναφοράς από την επίδραση της ελεύθερης επιφάνειας του νερού και το κέντρο της άνωσης και α_j είναι ο j βαθμός ελευθερίας (DOF) του πλωτήρα. Στην εξίσωση (1-1) οι δείκτες i και j κυμαίνονται από 1 έως 6, ένα για κάθε βαθμό ελευθερίας (DOF) του πλωτήρα (1=surge, 2=sway, 3=heave, 4=roll, 5=pitch, 6=yaw).



Σχήμα 4.1.1: Απεικόνιση της Α/Γ NREL-5MW πάνω στο πλωτήρα τύπου spar-buoy OC-3.

Οι πρώτοι όροι από το δεξί μέλος της εξίσωσης (1-1), απεικονίζουν τη δύναμη της άνωσης από την αρχή του Αρχιμήδη. Δηλαδή, είναι η κατακόρυφη δύναμη που έχει φορά προς τα πάνω και είναι ίση με το βάρος του εκτοπισμένου ρευστού όταν ο πλωτήρας είναι στη μη εκτοπισμένη θέση. Αυτός ο όρος είναι μη μηδενικός μόνο για τη κατακόρυφη μετακίνηση (heave). Οι δεύτεροι όροι από το δεξί μέλος της εξίσωσης (1--1) απεικονίζουν την αλλαγή στην υδροστατική δύναμη και ροπή καθώς ο πλωτήρας μετακινείται.

A/A	Ιδιότητα	Τιμή
1	Πυκνότητα του νερού	1.025 kg/m ³
2	Δύναμη της άνωσης στη μη μετατοπισμένη θέση	80708100N

Πίνακας X: Υδροδυναμικές ιδιότητες του πλωτήρα.

2. Σύγκριση Αποτελεσμάτων με τον hydroGAST

Η σύγκριση πραγματοποιήθηκε για πέντε ταχύτητες ανέμου. Συγκεκριμένα, για τις ταχύτητες 5, 8, 11, 18 και 25m/s. Για κάθε ταχύτητα ανέμου, παρουσιάζονται οι μετακινήσεις του 1^{ου} πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση περιστροφής (edge-wise) και τη κατεύθυνση πτερύγισης (flap-wise), οι μετακινήσεις του πύργου κατά τις δύο κατευθύνσεις (z-πλευρική μετακίνηση, x-εμπρός πίσω μετακίνηση), οι τρεις μετακινήσεις και οι τρεις στροφές του πλωτήρα (surge, sway, heave, roll, pitch, yaw) καθώς και τα φορτία (δυνάμεις και ροπές) στη ρίζα του 1^{ου} πτερυγίου, στη κορυφή του πύργου και στη ρίζα του πύργου.

Στο σημείο αυτό, πρέπει να γίνουν ορισμένες επισημάνσεις για τους δύο κώδικες και τα τρεξίματα που πραγματοποιήθηκαν. Αρχικά, δεν λήφθηκε υπ' όψιν γωνία κώνου (cone) και γωνία κλίσης (tilt) του δρομέα. Επίσης, δεν έχουν μοντελοποιηθεί οι συγκεντρωμένες μάζες (hub, nacelle κλπ) στον κώδικα modal, επομένως δε λήφθηκαν υπ' όψιν σε κανέναν από τους δύο. Έχουν συμπεριληφθεί μονάχα ως επιπλέον βάρος ώστε ο πλωτήρας να ισορροπεί στο μηδέν. Επιπλέον, για τα τρεξίματα με τον κώδικα modal δεν χρησιμοποιήθηκε καθόλου έλεγχος (controller). Χρησιμοποιήθηκε μια μέση τιμή για τη γωνία βήματος και τη γωνιακή ταχύτητα, η τιμή της οποίας φαίνεται στον Πίνακα XI. Όσον αφορά τα τρεξίματα με τον hydroGAST, για τις μικρές ταχύτητες ανέμου (5, 8 και 11m/s) τα τρεξίματα έγιναν χωρίς έλεγχο. Για τις μεγάλες ταχύτητες ανέμου (18 και 25m/s) λήφθηκε υπ' όψιν και το πρότυπο δυναμικής αποκόλλησης (dynamic stall) και το πρότυπο δυναμικού ομόρρου (dynamic inflow). Επιπλέον, στις μεγάλες ταχύτητες ανέμου, η γωνία στρέψης είναι μεγάλη με αποτέλεσμα να αλλάζει η φαινόμενη γωνία πρόσπτωσης του ανέμου και επομένως και η αεροδυναμική φόρτιση. Προκειμένου λοιπόν να έχει την ίδια φόρτιση και στις δύο περιπτώσεις, αρχικά πραγματοποιήθηκε ένα τρέξιμο με ενεργοποιημένο τον έλεγχο έτσι ώστε να δούμε σε ποια μέση τιμή συγκλίνει η γωνία βήματος. Έπειτα, επαναλήφθηκε το τρέξιμο έχοντας αυτή τη φορά απενεργοποιημένο τον έλεγχο άλλα θέτοντας ως γωνία βήματος τη τιμή που βρήκαμε από το πρώτο τρέξιμο. Για τις αγκυρώσεις (moorings) του πλωτήρα, συμπεριλήφθηκε το βάρος που έχουν, αλλά δε χρησιμοποιήθηκε το δυναμικό μοντέλο παρά ένα απλό γραμμικό ελατήριο και ένας γραμμικός αποσβεστήρας έξι βαθμών ελευθερίας. Τέλος, δεν υπάρχει υδροδυναμική απόσβεση (radiation damping) η οποία οφείλεται στις κινήσεις του πλωτήρα και στην αποκόλλησης της ροής του νερού.

Κατά τα λοιπά, οι δύο κώδικες έχουν και αρκετές διαφορές μεταξύ τους, αν και έγινε προσπάθεια να μειωθούν ώστε να μπορέσουμε να εστιάσουμε στις διαφορές της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης (modal analysis) και της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Αρχικά, όπως είναι προφανές, το hydroGAST που χρησιμοποιεί FEM έχει πολύ περισσότερους βαθμούς ελευθερίας. Στον κώδικα modal, δεν λήφθηκαν υπ' όψιν οι βαθμοί ελευθερίας της στρέψης (torsion) και της επιμήκυνσης (extension), τα οποία λογίζονται στον hydroGAST. Για το λόγο αυτό, στον κώδικα modal, θεωρείται πως ο άξονας που αναφέρονται οι ελαστικές εξισώσεις διέρχεται

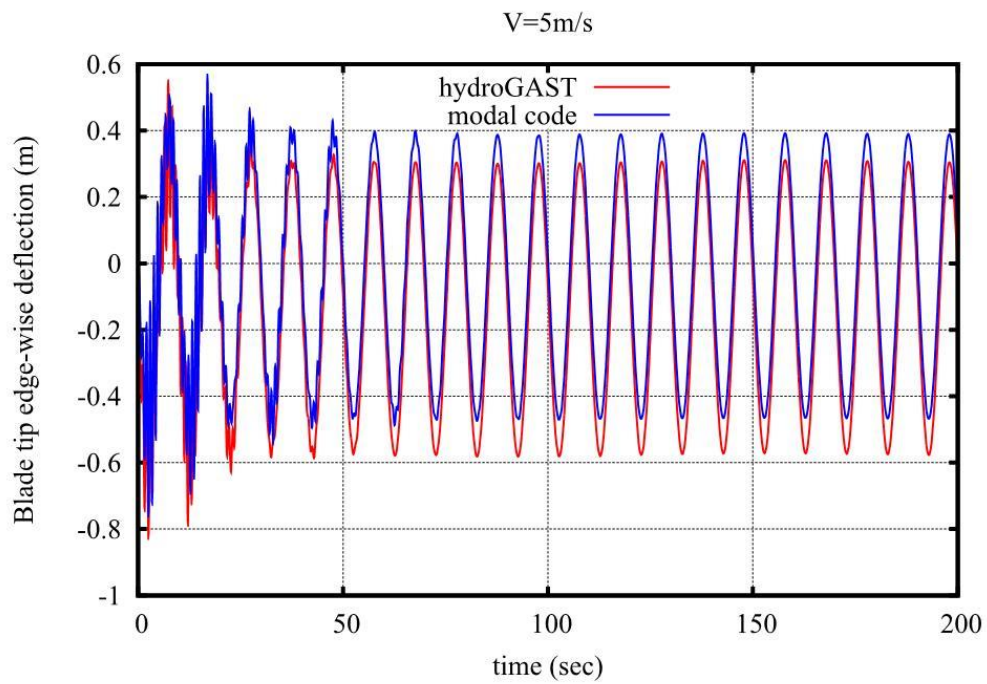
από το κέντρο μάζας. Έτσι, τα αδρανειακά φορτία δεν προκαλούν ροπή περί τον άξονα y (M_y) κατά τη μεταφορά από το κέντρο μάζας στο σύστημα που αναφέρονται οι εξισώσεις. Ομοίως όσον αφορά στα αεροδυναμικά φορτία, στον κώδικα modal θεωρείται πως ο άξονας που αναφέρονται οι ελαστικές εξισώσεις διέρχεται και από το αεροδυναμικό κέντρο. Συνεπώς, στον κώδικα modal δεν συμπεριλαμβάνεται η αεροδυναμική ροπή M_y και το βάρος θεωρείται πως ασκείται στον άξονα που αναφέρονται οι εξισώσεις. Επίσης, ο κώδικας modal χρησιμοποιεί τη προσέγγιση του παγωμένου ομόρρου (frozen wake). Αυτό σημαίνει πως δεν ανανεώνει του συντελεστές a και a' σε κάθε χρονικό βήμα, αλλά διατηρεί τις αρχικά υπολογισμένες τιμές πράγμα που δεν ισχύει για τον hydroGAST. Τέλος, ο κώδικας modal έχει την κατάλληλη υποδομή για να πραγματοποιήσει και ανάλυση ευστάθειας (stability analysis) καθώς πραγματοποιεί και τις απαραίτητες γραμμικοποιήσεις της αεροδυναμικής.

Οι διαφορές που έχουν οι δύο κώδικες μεταξύ τους, δεν επιτρέπει μια καθαρή σύγκριση των μεθόδων της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης και των πεπερασμένων διαφορών. Βέβαια, η σύγκριση είναι ανάμεσα σε δύο υπολογιστικά εργαλεία για τη προσομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς μια πλήρους πλωτής ανεμογεννήτριας. Στόχος της συγκεκριμένης σύγκρισης ήταν κυρίως η πιστοποίηση του κώδικα modal ως ένα πιο απλό και γρήγορο υπολογιστικό εργαλείο και η επιβεβαίωση πως –στο επίπεδο που βρίσκεται ακόμα– δουλεύει σωστά και μας δίνει αποτελέσματα αντίστοιχα με αυτά που δίνει ο hydroGAST.

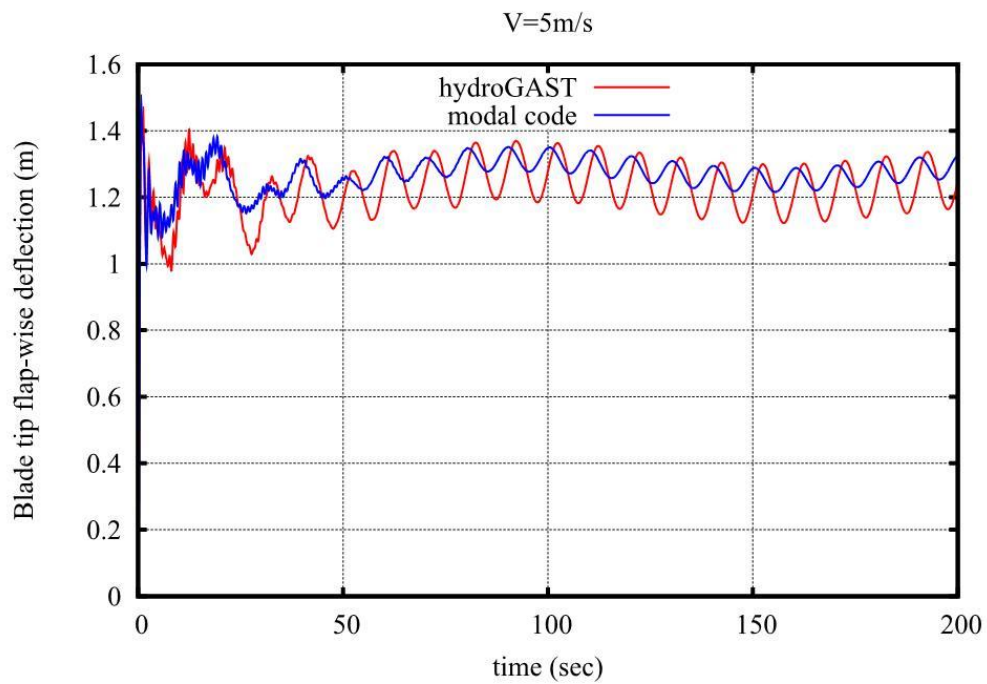
Στον Πίνακα XI που ακολουθεί φαίνεται η γωνιακή ταχύτητα και η γωνία βήματος (pitch) που αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις πέντε ταχύτητες ανέμου. Στη συνέχεια, ακολουθούν όλα τα διαγράμματα από τη σύγκριση που πραγματοποιήθηκε. Τα Σχήματα 4.2.1 - 4.2.27 αναφέρονται σε ταχύτητα ανέμου 5m/s, τα Σχήματα 4.2.28 - 4.2.54 σε ταχύτητα ανέμου 8m/s, τα Σχήματα 4.2.55-4.2.81 σε ταχύτητα ανέμου 11m/s, τα Σχήματα 4.2.82-4.2.108 σε ταχύτητα ανέμου 18m/s και τέλος τα Σχήματα 4.2.109-4.2.135 σε ταχύτητα ανέμου 25 m/s.

A/A	Ταχύτητα Ανέμου (m/s)	Pitch (°) - Modal	Pitch (°) - hydroGAST	Γωνιακή Ταχύτητα (rad/s)
1	5	0.00	0.00	0.627
2	8	0.00	0.00	1.003
3	11	0.00	0.00	1.267
4	18	14.93	14.10	1.267
5	25	23.17	22.00	1.267

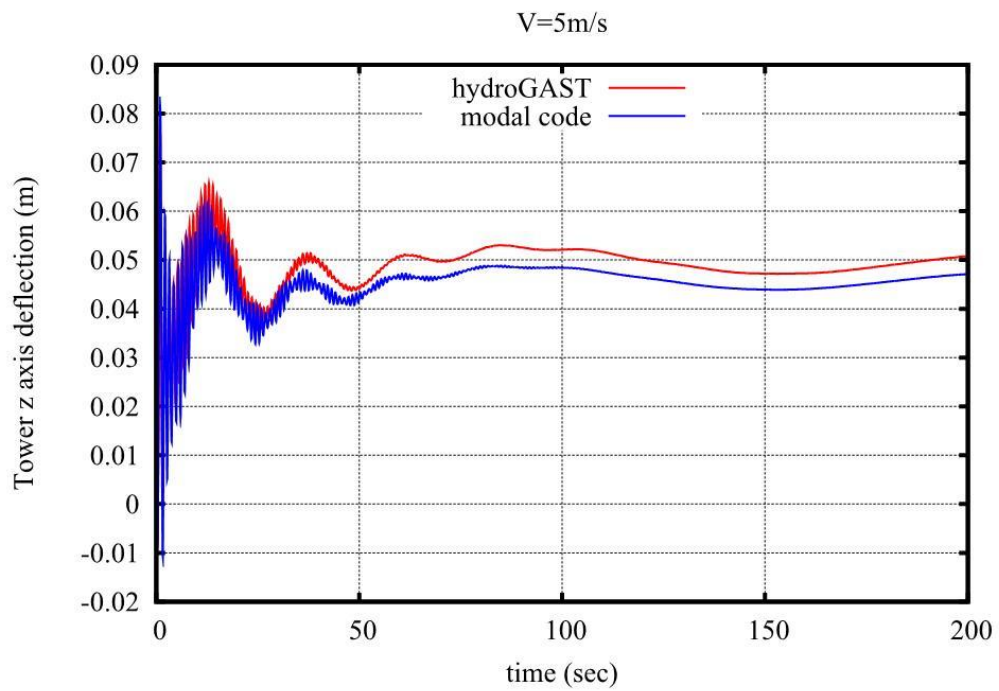
Πίνακας XI: Στοιχεία επιδόσεων της NREL-5MW



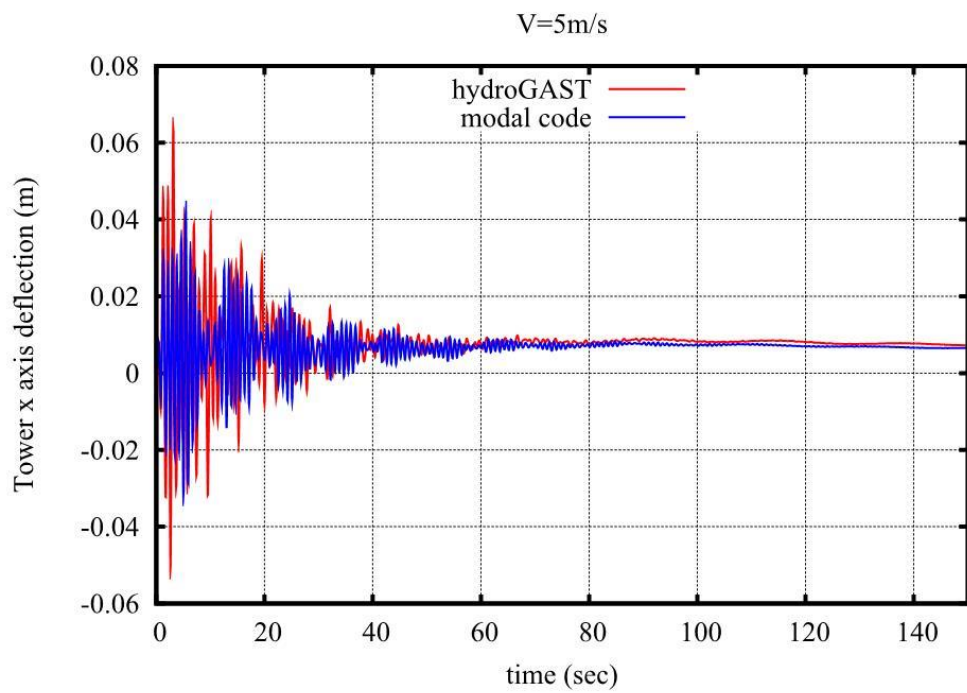
Σχήμα 4.2.1: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



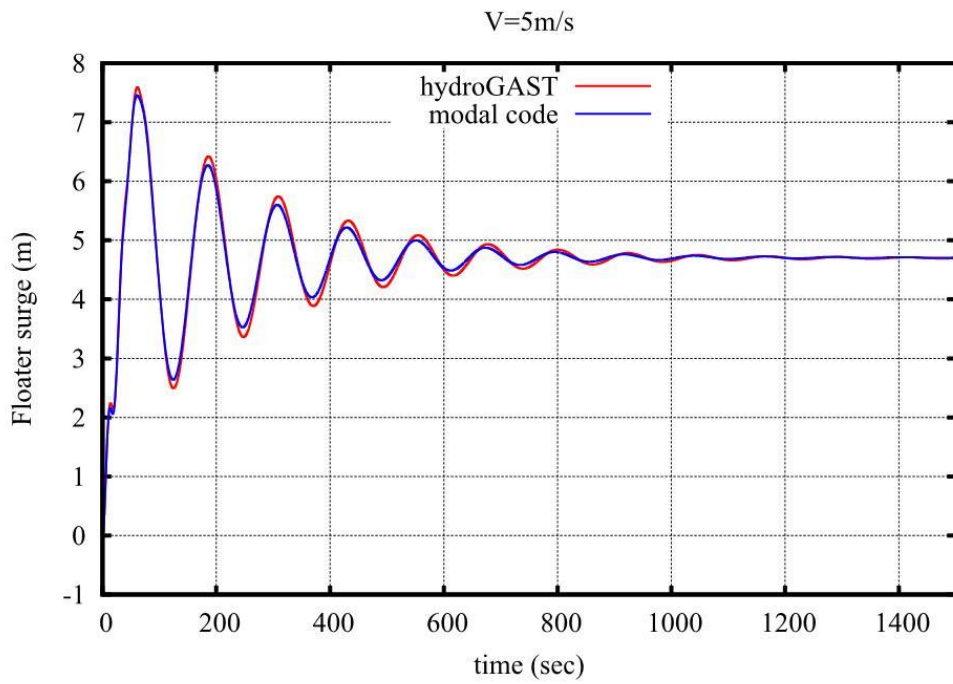
Σχήμα 4.2.2: Flap-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



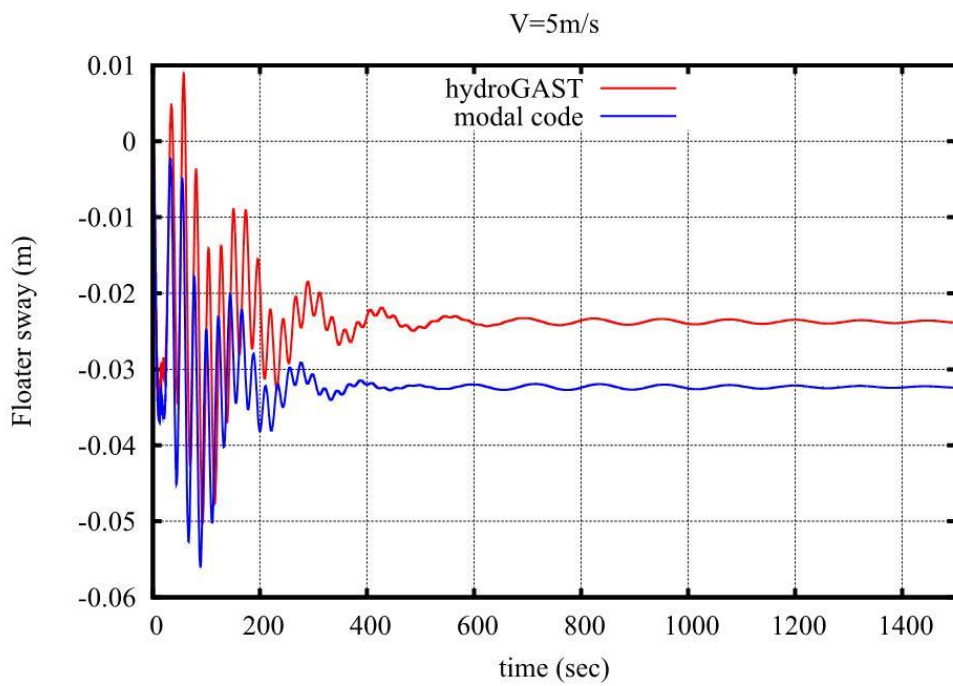
Σχήμα 4.2.3: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



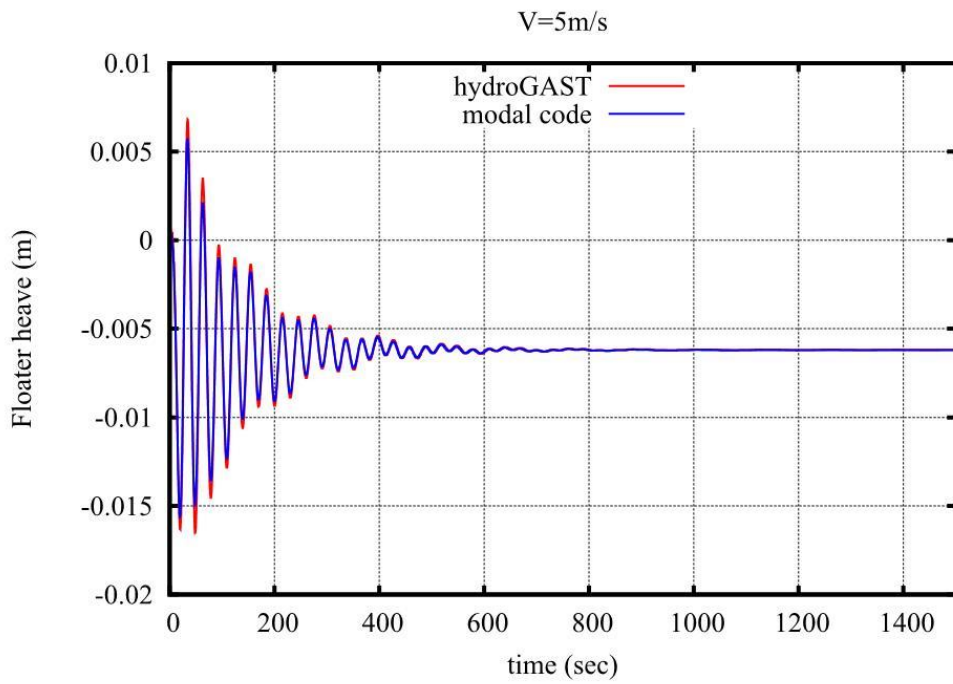
Σχήμα 4.2.4: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



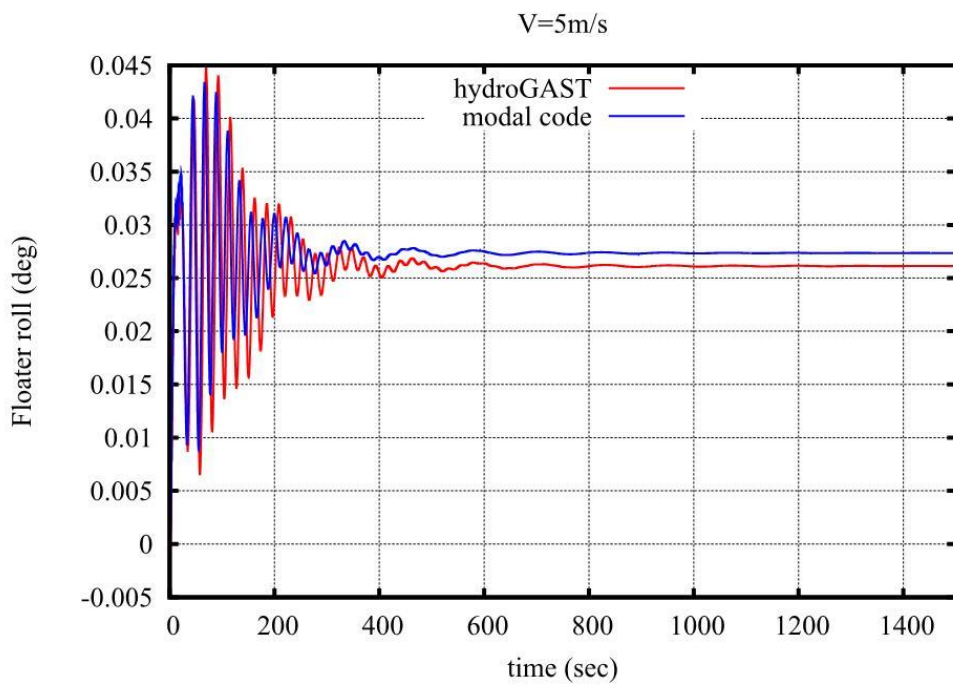
Σχήμα 4.2.5: Surge μετακίνηση του πλωτήρα.



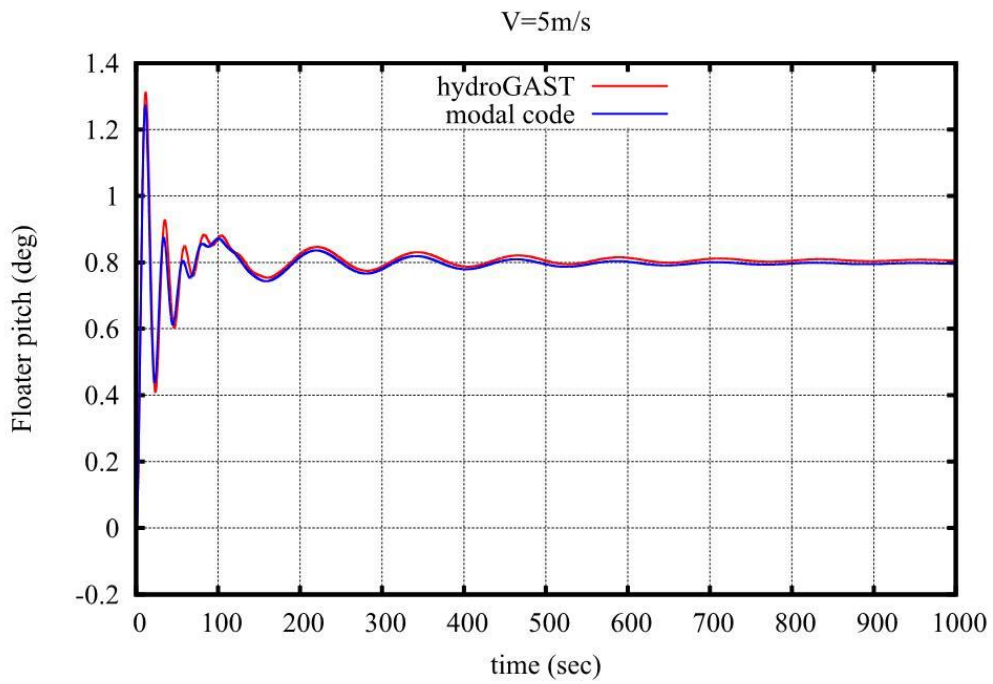
Σχήμα 4.2.6: Sway μετακίνηση του πλωτήρα.



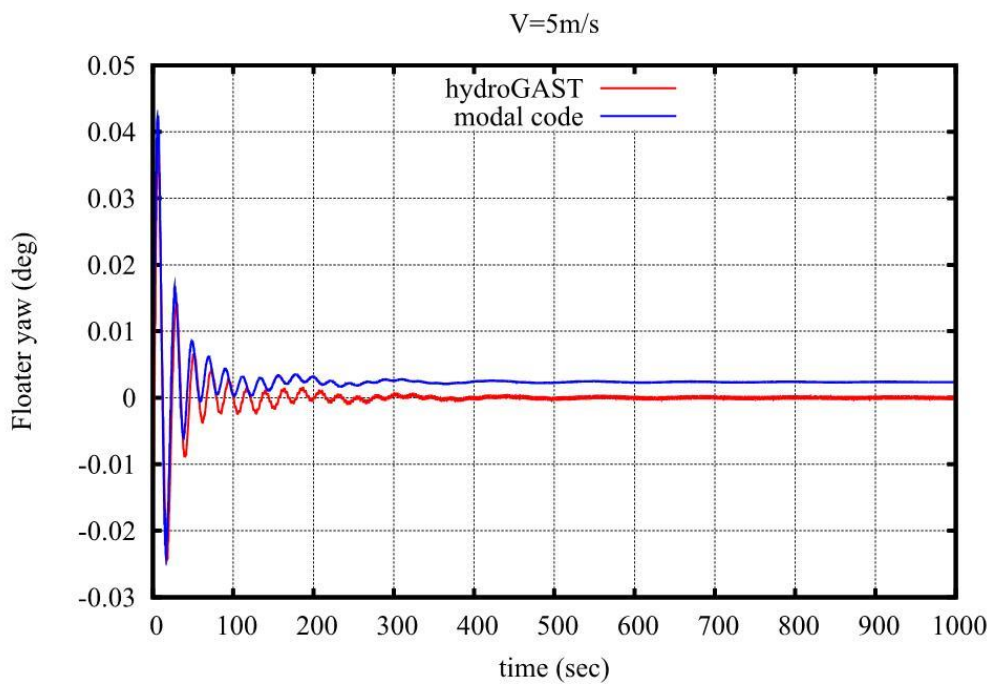
Σχήμα 4.2.7: Heave μετακίνηση του πλωτήρα.



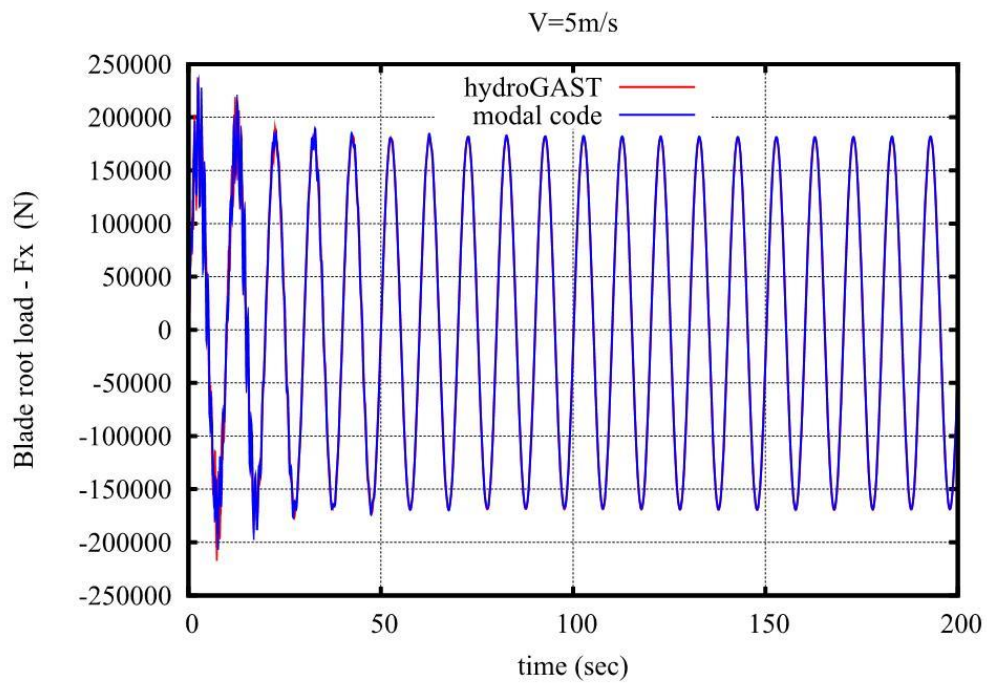
Σχήμα 4.2.8: Roll στροφή του πλωτήρα.



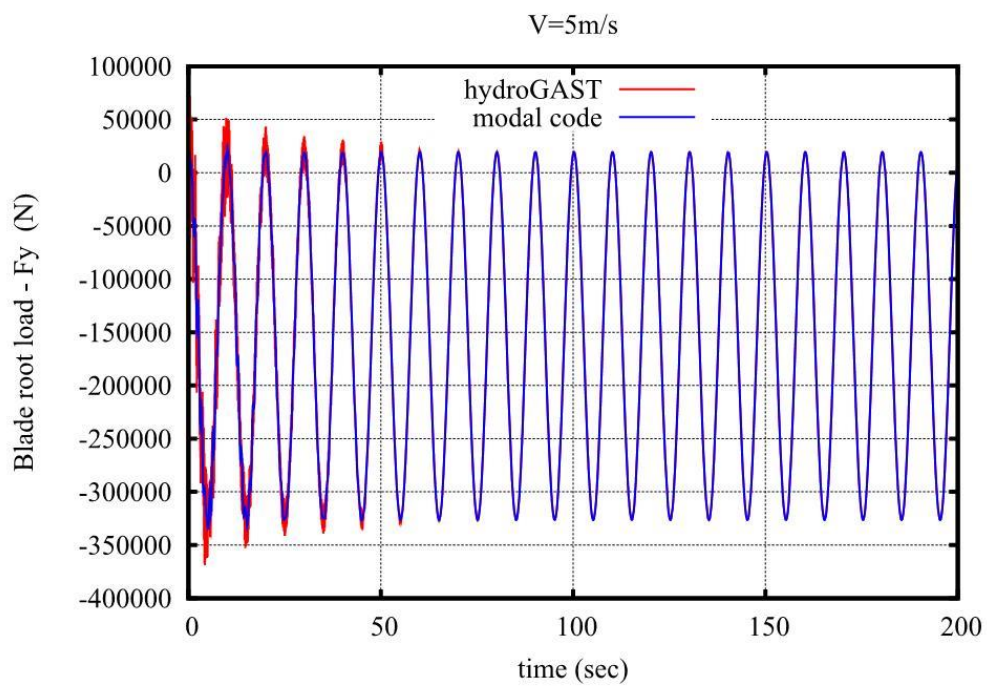
Σχήμα 4.2.9: Pitch στροφή του πλωτήρα.



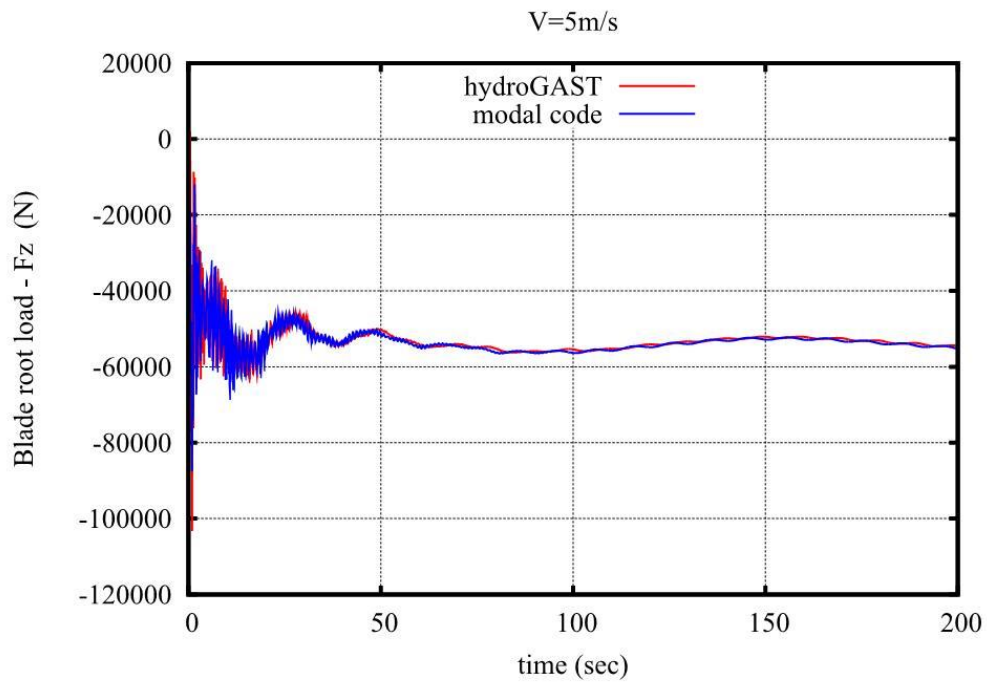
Σχήμα 4.2.10: Yaw στροφή του πλωτήρα.



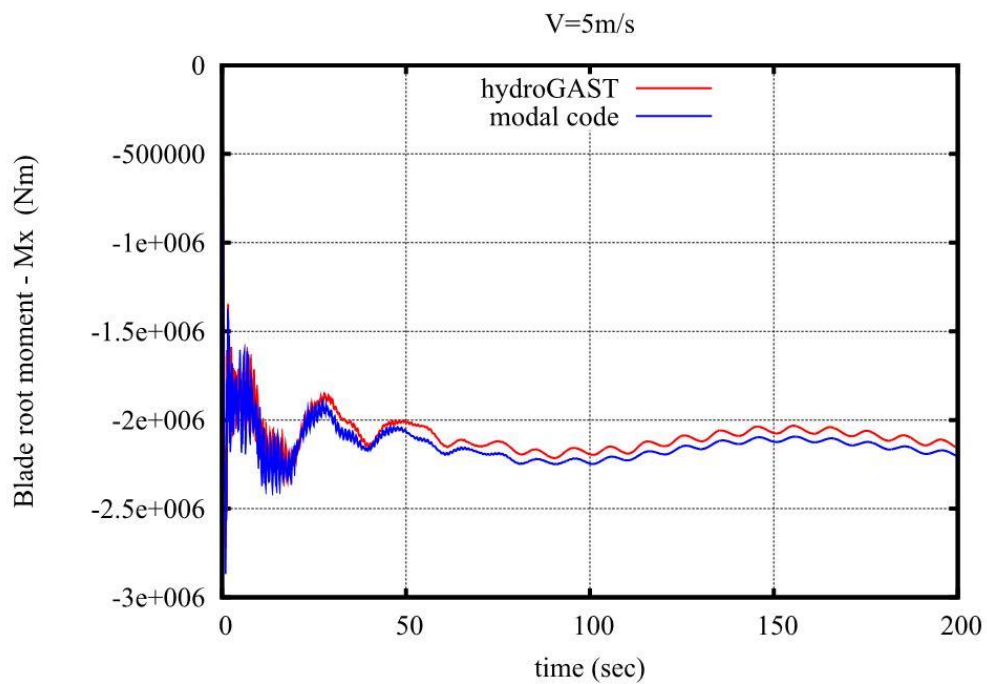
Σχήμα 4.2.11: Δύναμη F_x στη ρίζα του πτερυγίου.



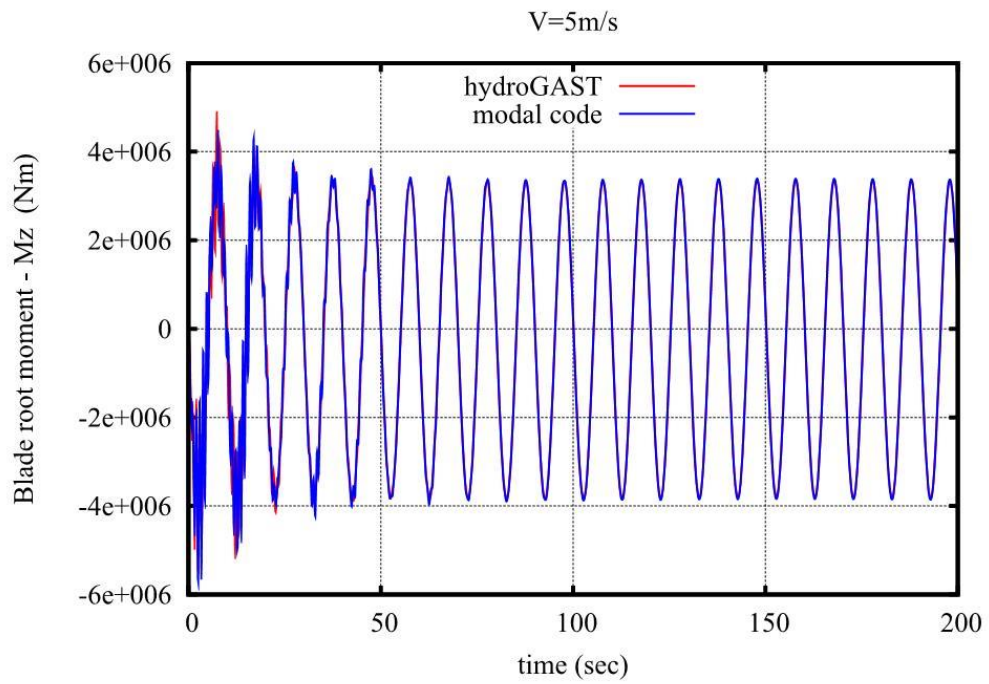
Σχήμα 4.2.12: Δύναμη F_y στη ρίζα του πτερυγίου.



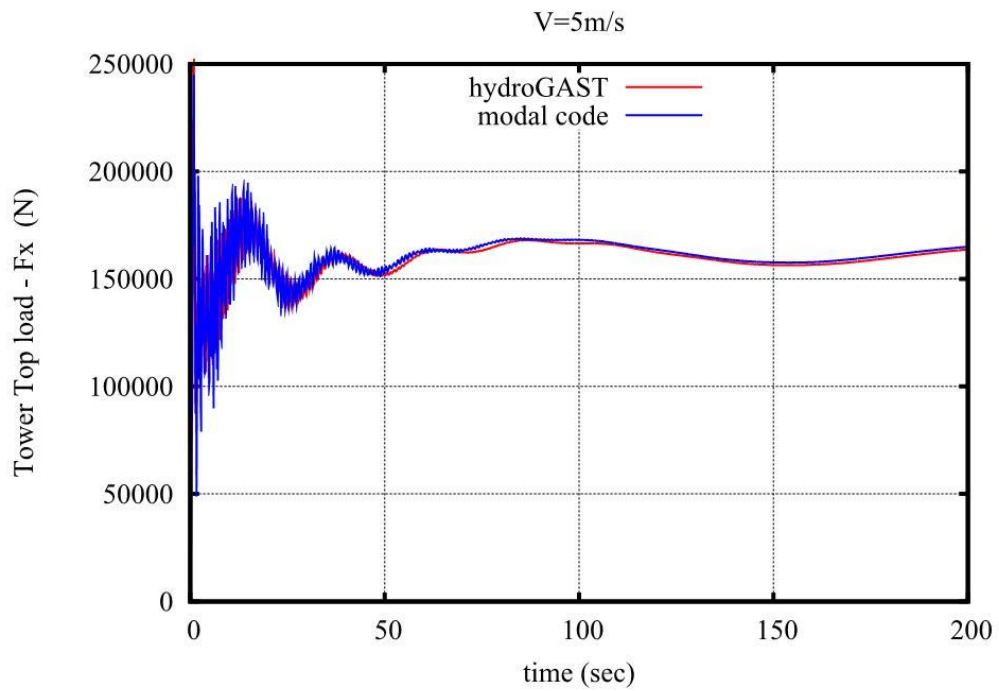
Σχήμα 4.2.13: Δύναμη Fz στη ρίζα του πτερυγίου.



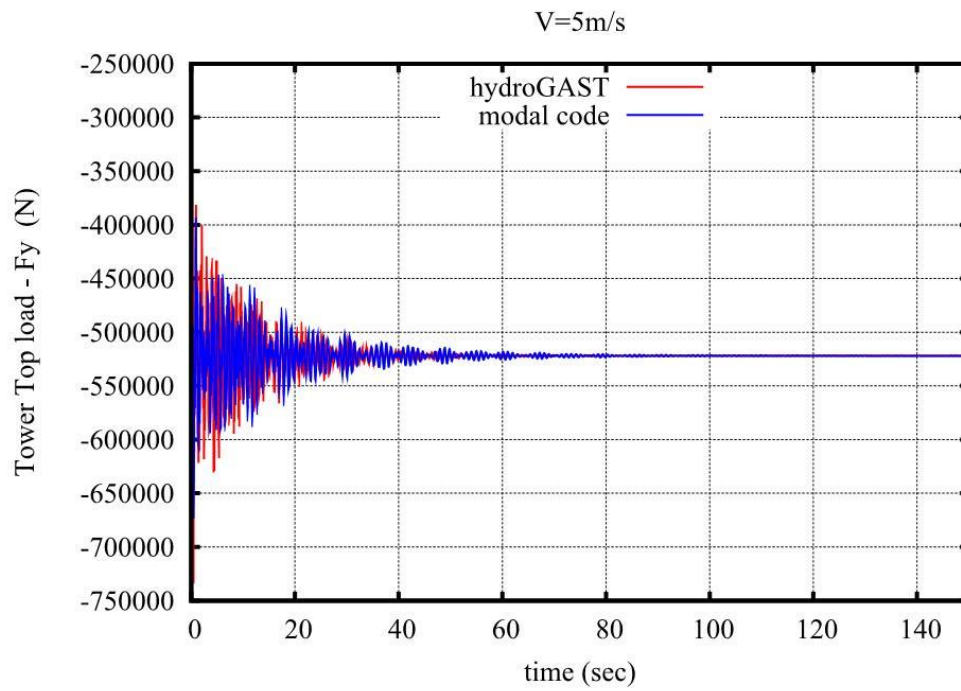
Σχήμα 4.2.14: Ροπή Mx στη ρίζα του πτερυγίου.



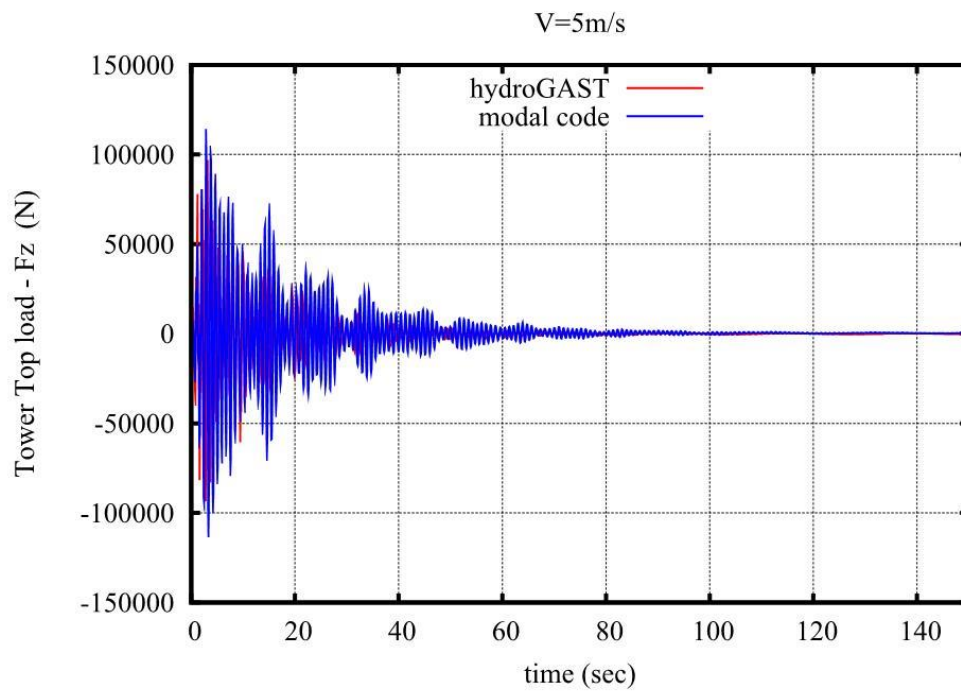
Σχήμα 4.2.15: Ροπή Mz στη ρίζα του πτερυγίου.



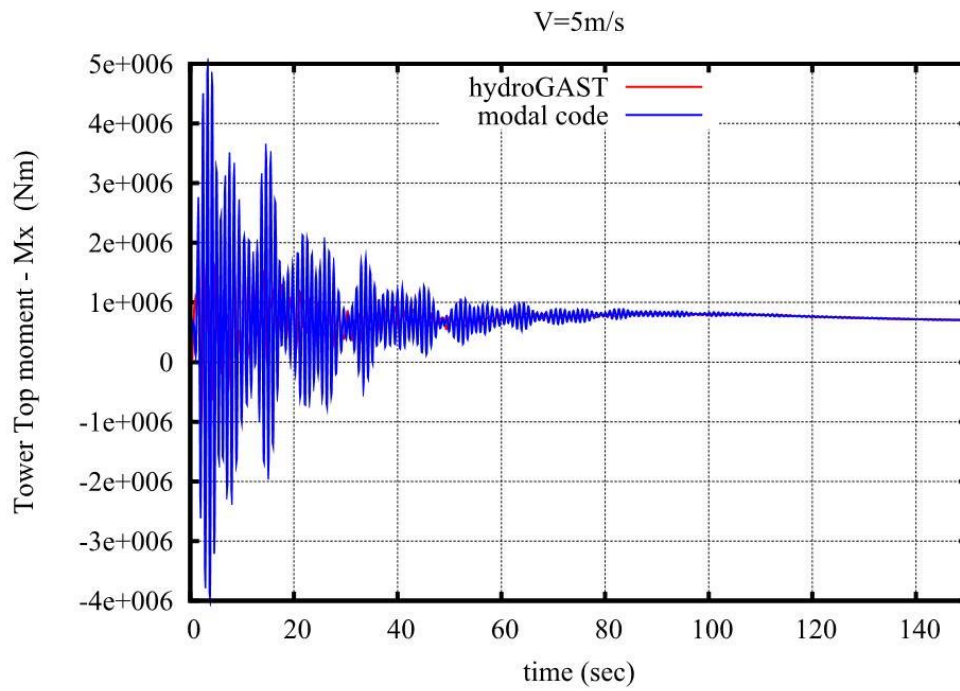
Σχήμα 4.2.16: Δύναμη Fx στη κορυφή του πύργου.



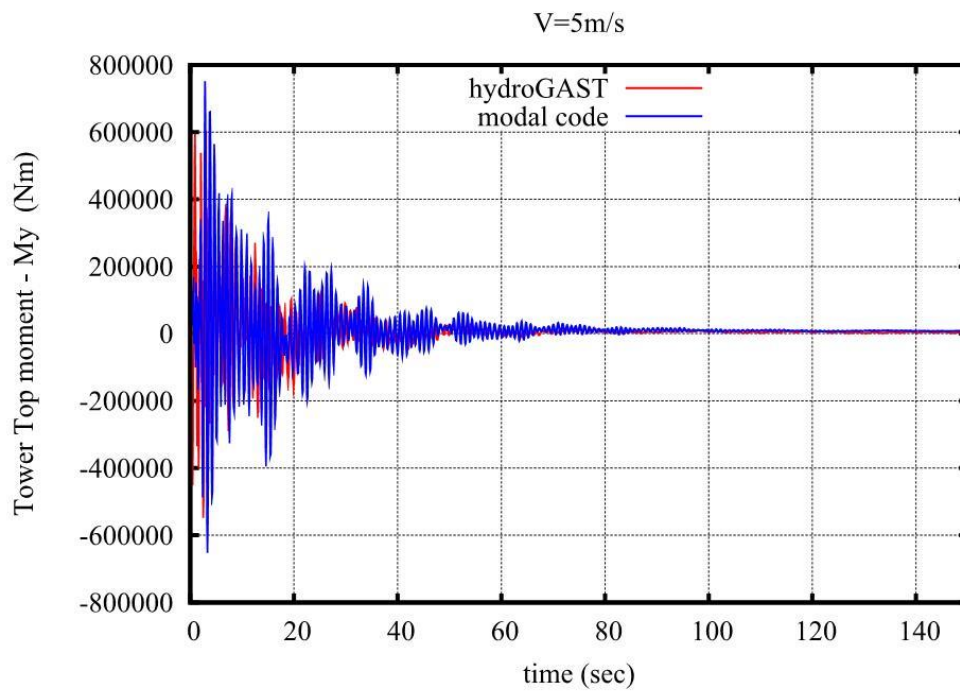
Σχήμα 4.2.17: Δύναμη F_y στη κορυφή του πύργου.



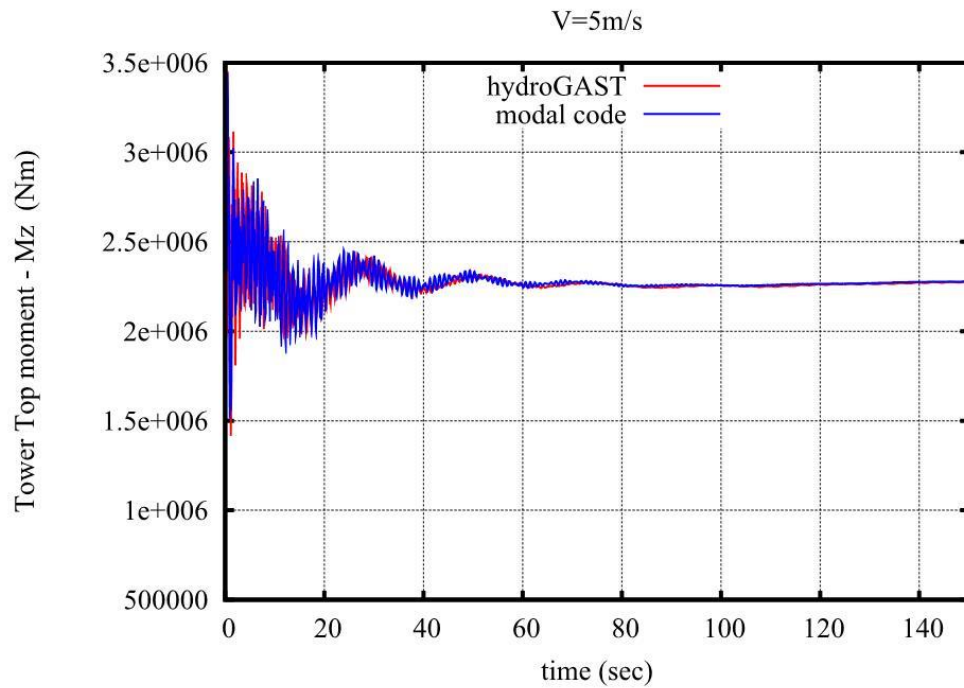
Σχήμα 4.2.18: Δύναμη F_z στη κορυφή του πύργου.



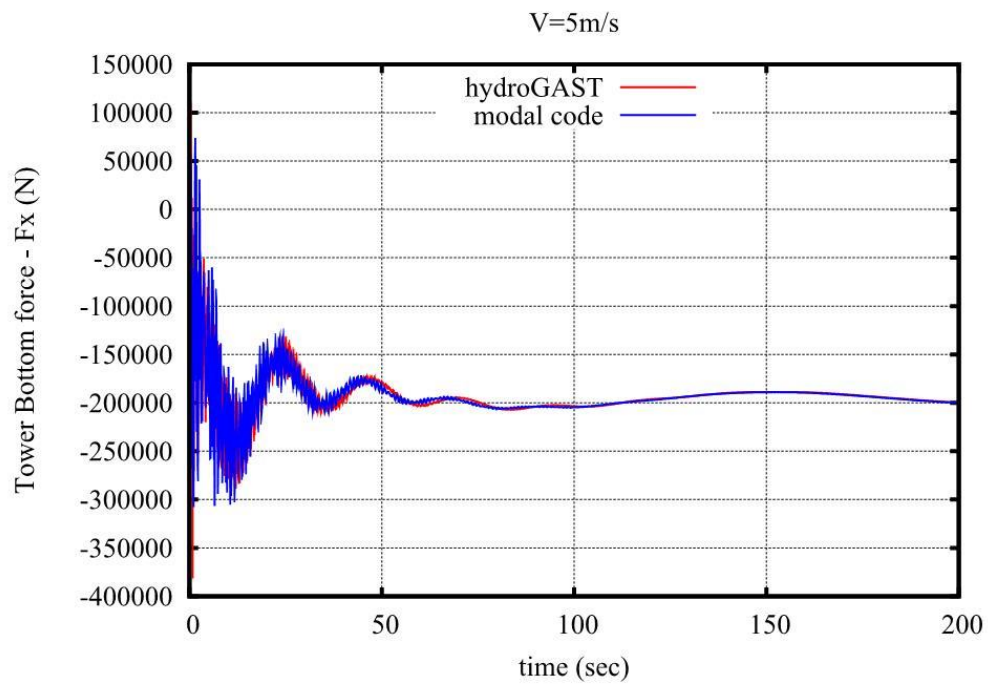
Σχήμα 4.2.19: Ροπή Mx στη κορυφή του πύργου.



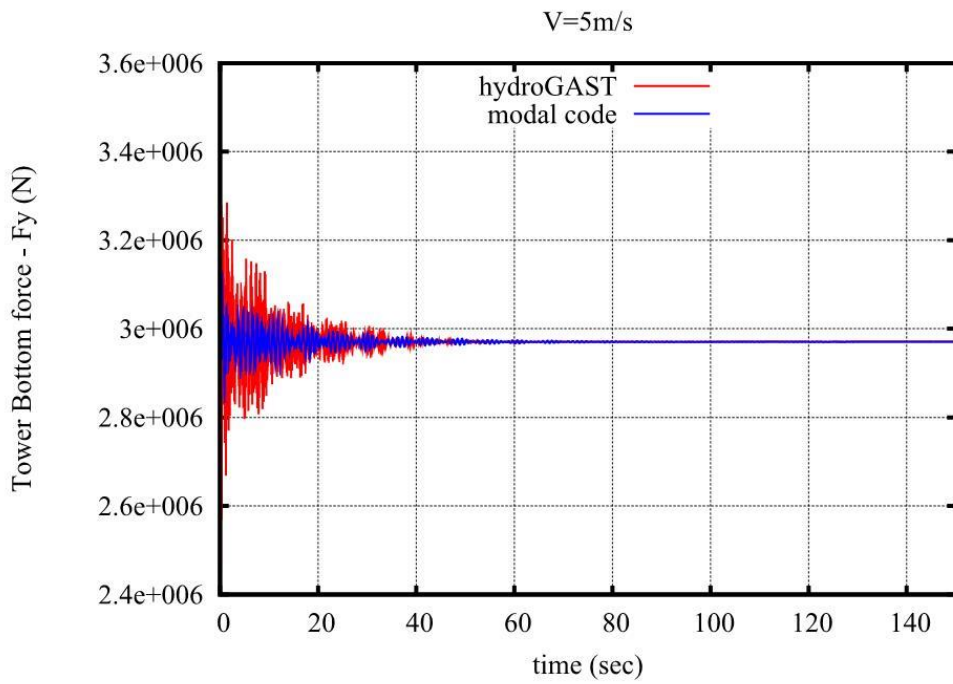
Σχήμα 4.2.20: Ροπή My στη κορυφή του πύργου.



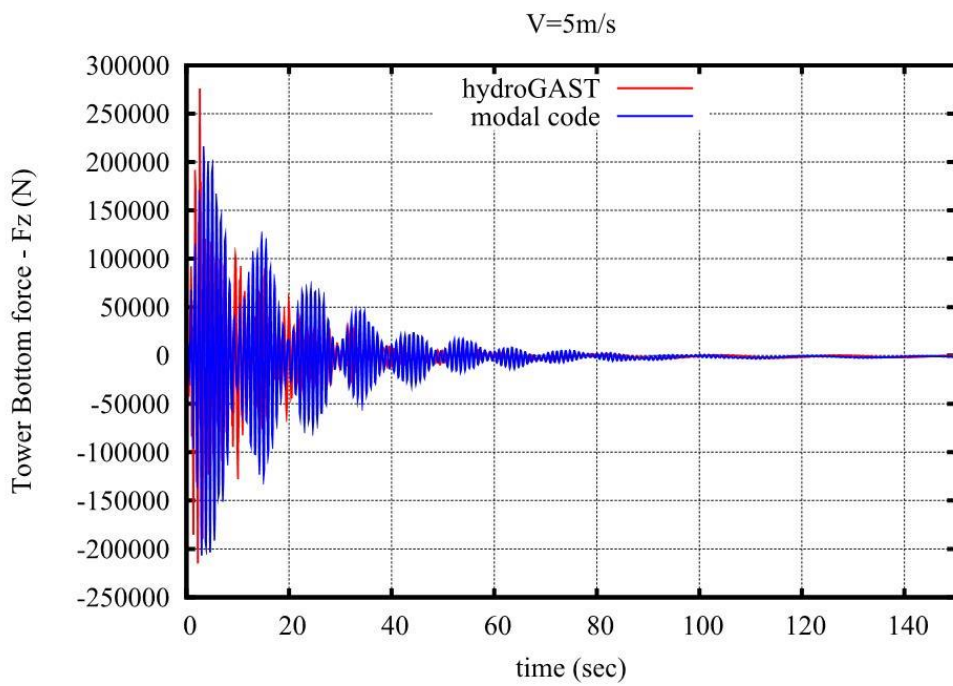
Σχήμα 4.2.21: Ροπή Mz στη κορυφή του πύργου.



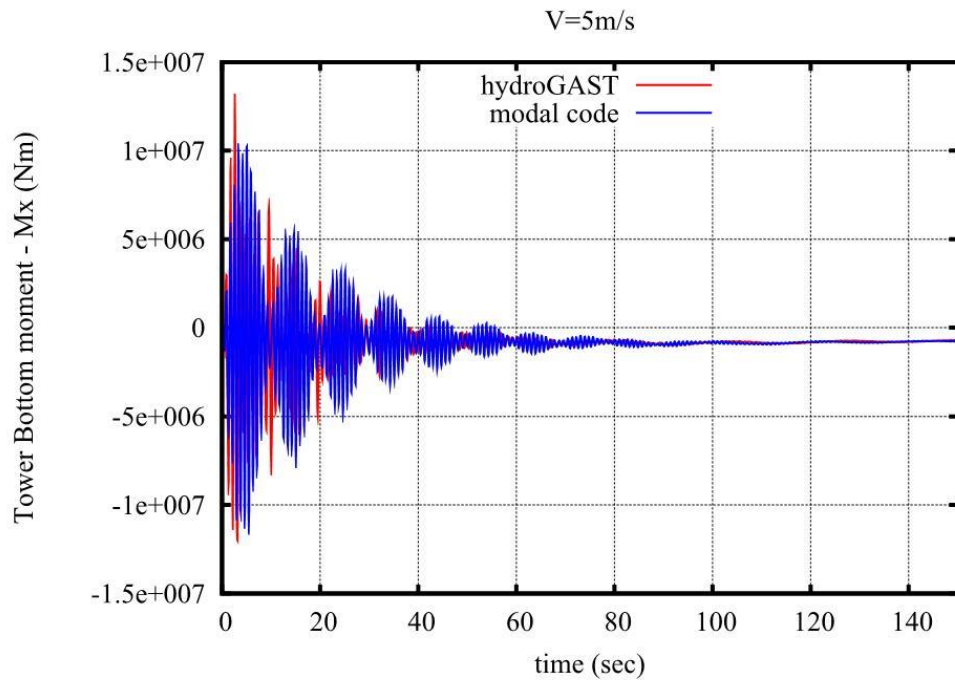
Σχήμα 4.2.22: Δύναμη Fx στη βάση του πύργου.



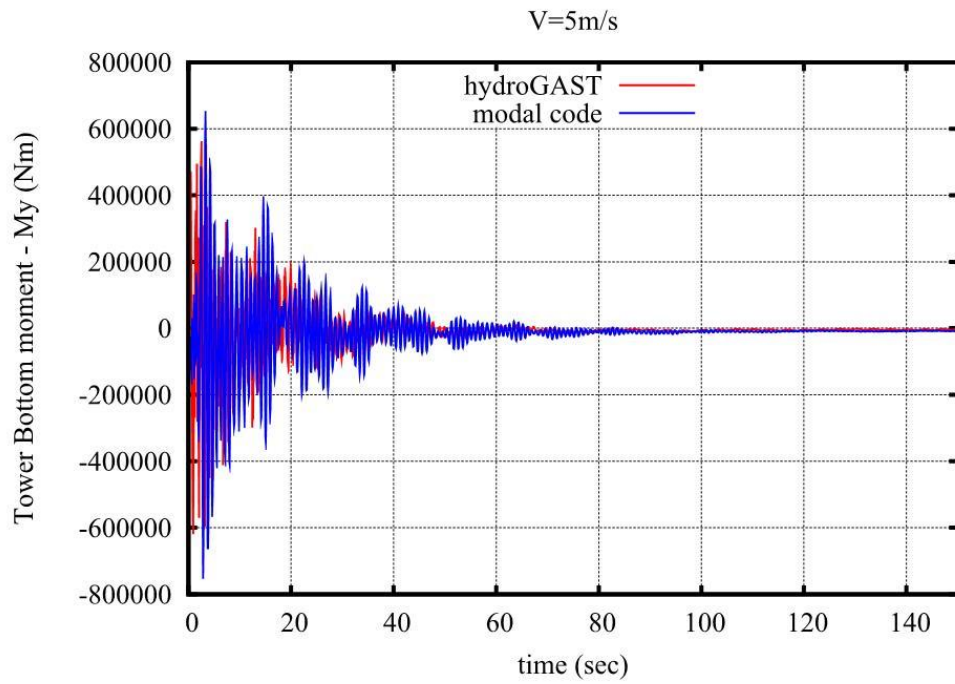
Σχήμα 4.2.23: Δύναμη Fy στη βάση του πύργου.



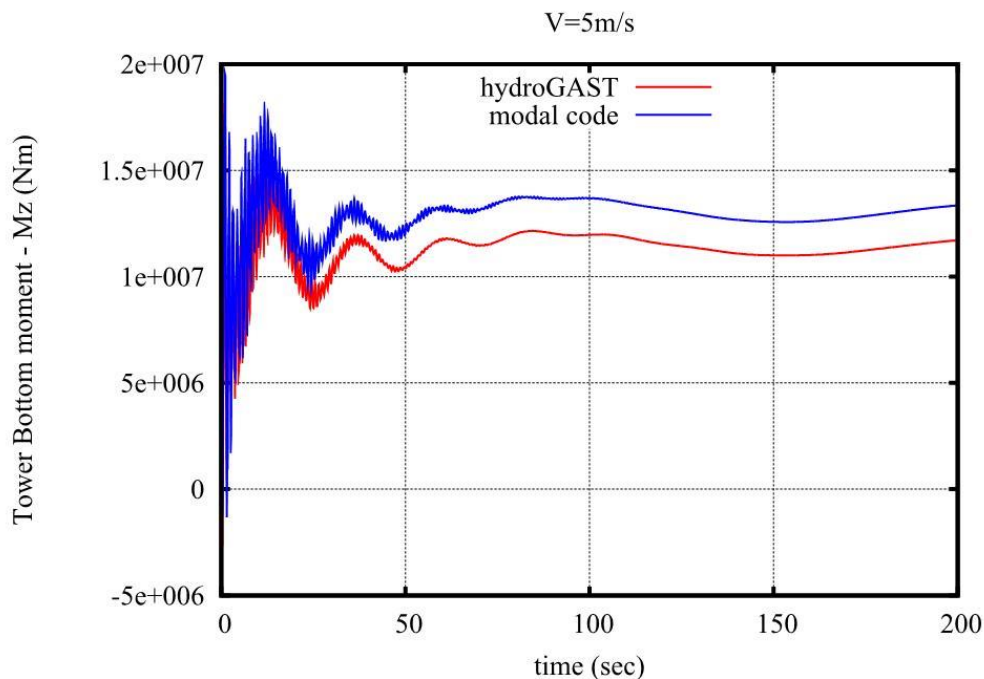
Σχήμα 4.2.24: Δύναμη Fz στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.25: Ροπή M_x στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.26: Ροπή M_y στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.27: Ροπή Mz στη βάση του πύργου.

Από τα παραπάνω διαγράμματα για ταχύτητα ανέμου 5m/s, παρατηρούμε πως οι μετακινήσεις του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση περιστροφής (edge-wise deflection) στο Σχήμα 4.2.1 έχει το ίδιο εύρος και στις δύο περιπτώσεις αλλά διαφορετική μέση τιμή. Συγκεκριμένα, ο κώδικας modal μας δίνει λίγο μεγαλύτερη μέση τιμή. Αυτό πιθανότατα οφείλεται τόσο στη διαφορά της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων όσο και στους μη γραμμικούς όρους που λογίζονται στον hydroGAST.

Στο Σχήμα 4.2.2 παρατηρούμε πως στις μετακινήσεις του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης (flap-wise deflection), ο κώδικας modal μας λίγο δίνει μεγαλύτερη μέση τιμή και μικρότερο εύρος συγκριτικά με τον hydroGAST. Δηλαδή, ο κώδικας modal υπερεκτιμά τις μετακινήσεις κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης.

Όσον αφορά τις μετακινήσεις του πύργου, από τα Σχήματα 4.2.3 και 4.2.4 βλέπουμε πως έχουμε μόνο μια πολύ μικρή διαφορά στη πλευρική μετακίνηση του πύργου.

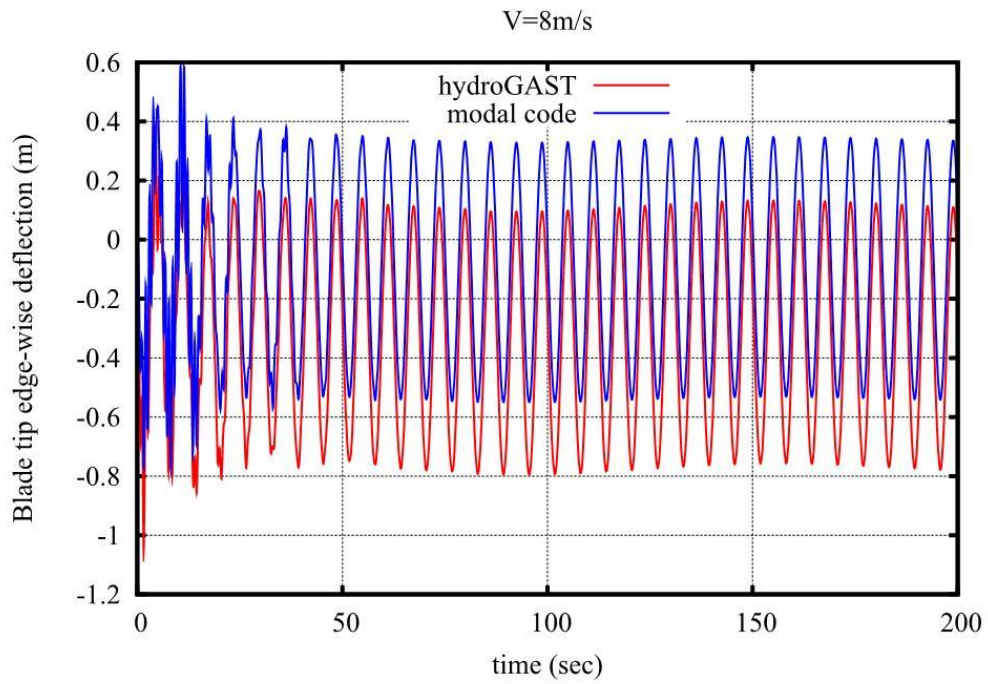
Οι κινήσεις του πλωτήρα (μετακινήσεις και στροφές) που φαίνονται στα Σχήματα 4.2.5 – 4.2.10 είναι σχεδόν ταυτόσημες.

Σειρά έπειτα έχουν τα φορτία (δυνάμεις και ροπές) στη ρίζα του πτερυγίου, τα οποία παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.2.11 – 4.2.15. Και οι δύο κώδικες μας δίνουν πρακτικά τα ίδια φορτία στη ρίζα του πτερυγίου. Η μόνη διαφορά που παρατηρείται, έγκειται στη ροπή Mx (Σχήμα 4.2.14). Η συγκεκριμένη ροπή (flapping moment), εξαρτάται κυρίως από τη κίνηση κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης. Έτσι, βλέπουμε πως ο κώδικας modal μας δίνει μεγαλύτερη τιμή, πράγμα που συνάδει ως ένα βαθμό

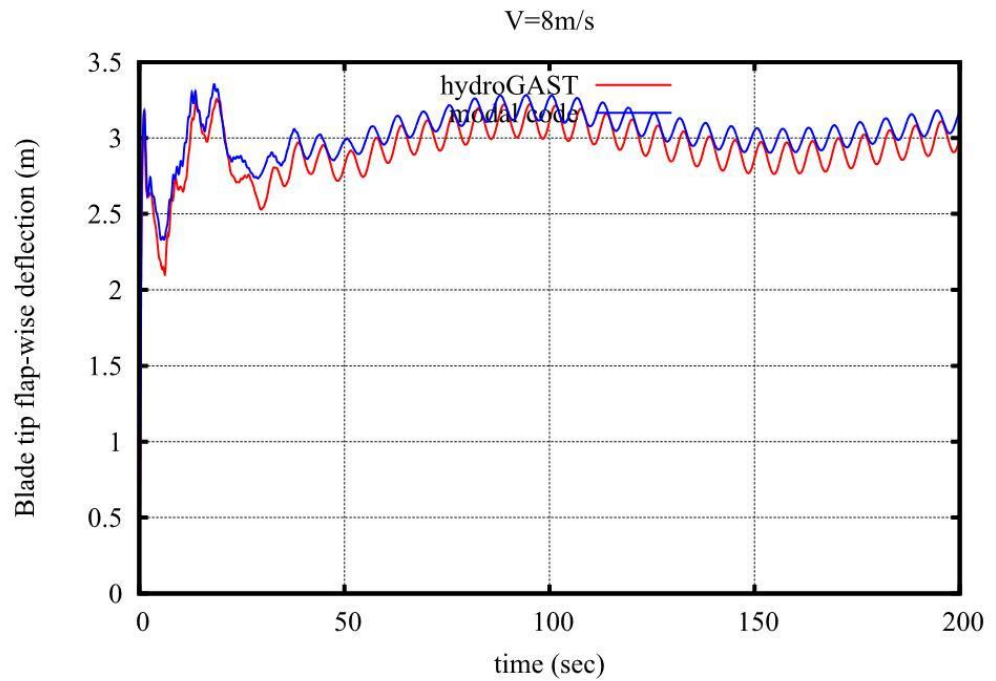
με την υπερεκτίμηση της μετακίνησης στη κατεύθυνση πτερύγισης που περιγράψαμε παραπάνω. Βέβαια, η μεγαλύτερη ροπή που έχουμε από τον κώδικα modal, είναι αρκετά πιθανό να οφείλεται και στο μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων που χρησιμοποιούμε κατά την ολοκλήρωση.

Στα Σχήματα 4.2.16 – 4.2.21 φαίνονται τα φορτία στη κορυφή του πύργου. Παρατηρούμε και εδώ πως έχουμε ταύτιση των αποτελεσμάτων.

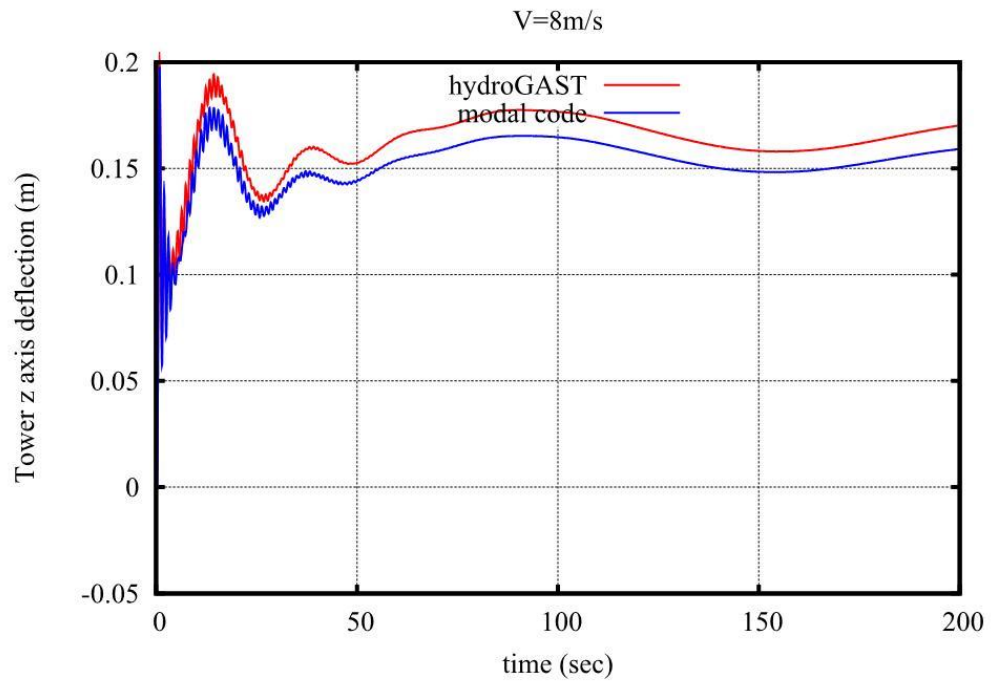
Σχετικά με τα διαγράμματα των φορτίων στη βάση του πύργου (Σχήματα 4.2.22 – 4.2.26), βλέπουμε πως είναι πρακτικά ίδια και με τους δύο κώδικες, με μοναδική αξιοσημείωτη διαφορά να παρουσιάζεται στη ροπή M_z .



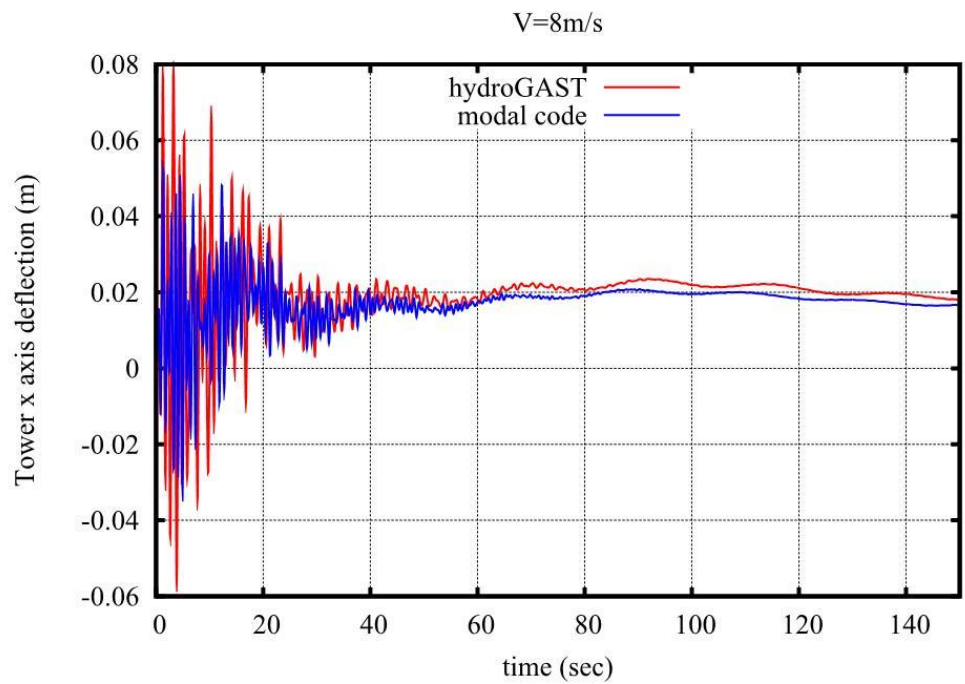
Σχήμα 4.2.28: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



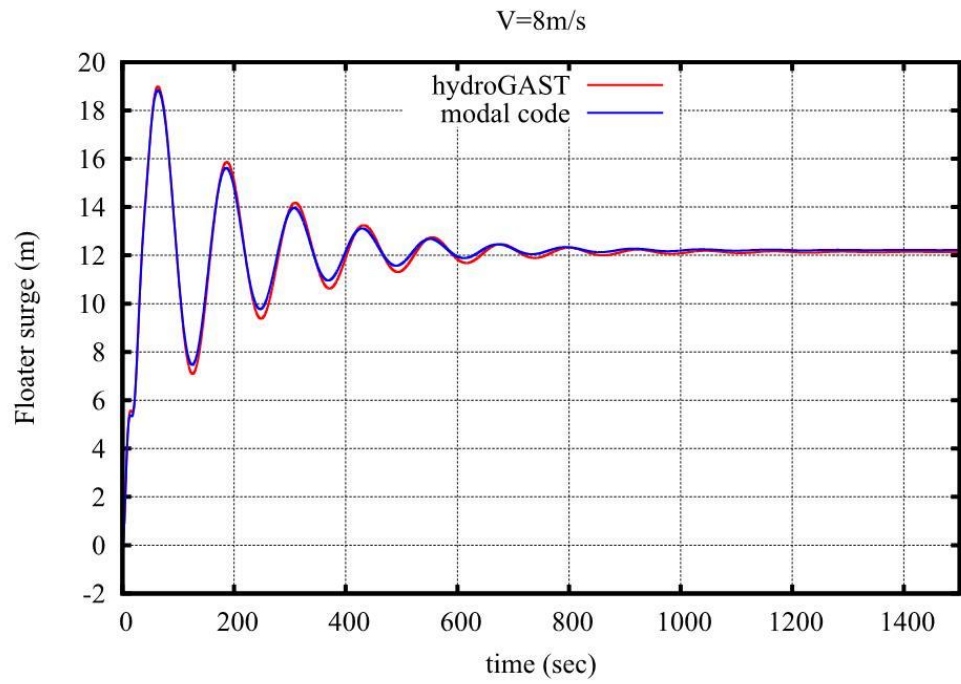
Σχήμα 4.2.29: Flap-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



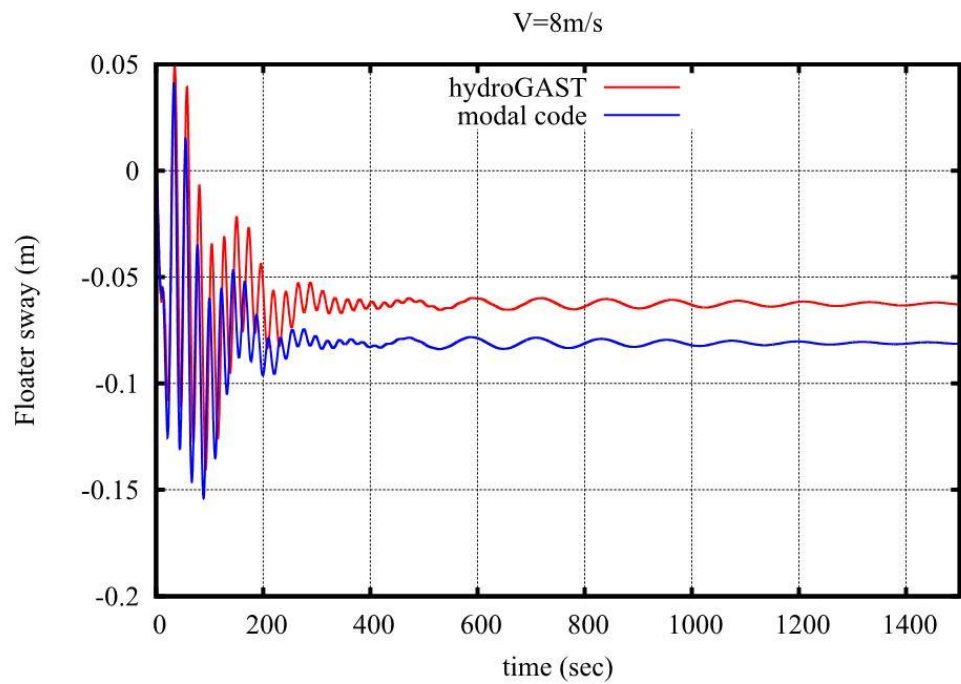
Σχήμα 4.2.30: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



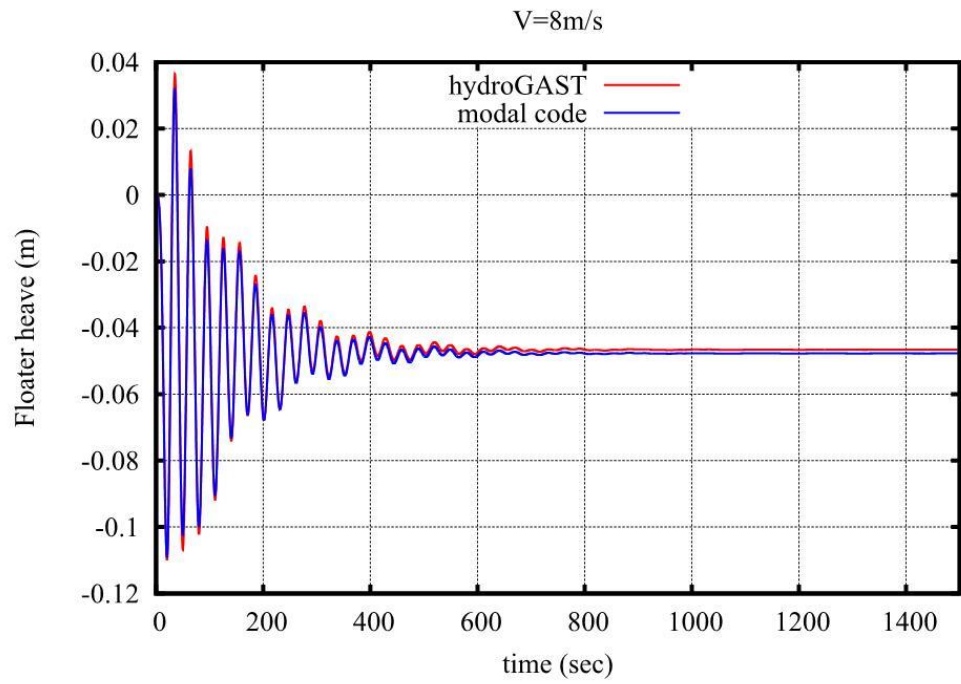
Σχήμα 4.2.31: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



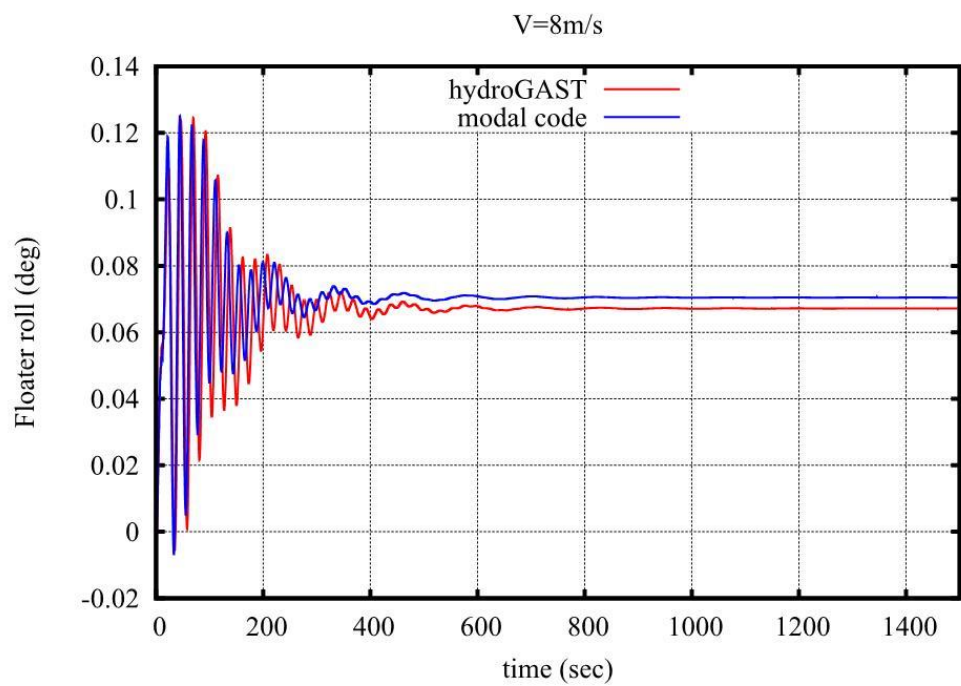
Σχήμα 4.2.32: Surge μετακίνηση του πλωτήρα.



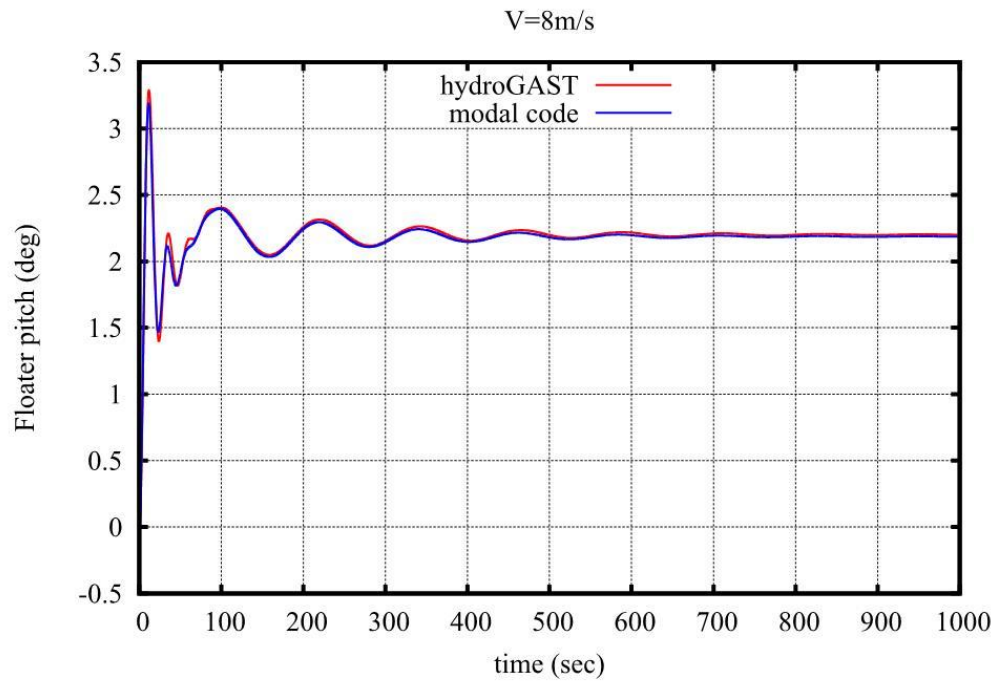
Σχήμα 4.2.33: Sway μετακίνηση του πλωτήρα.



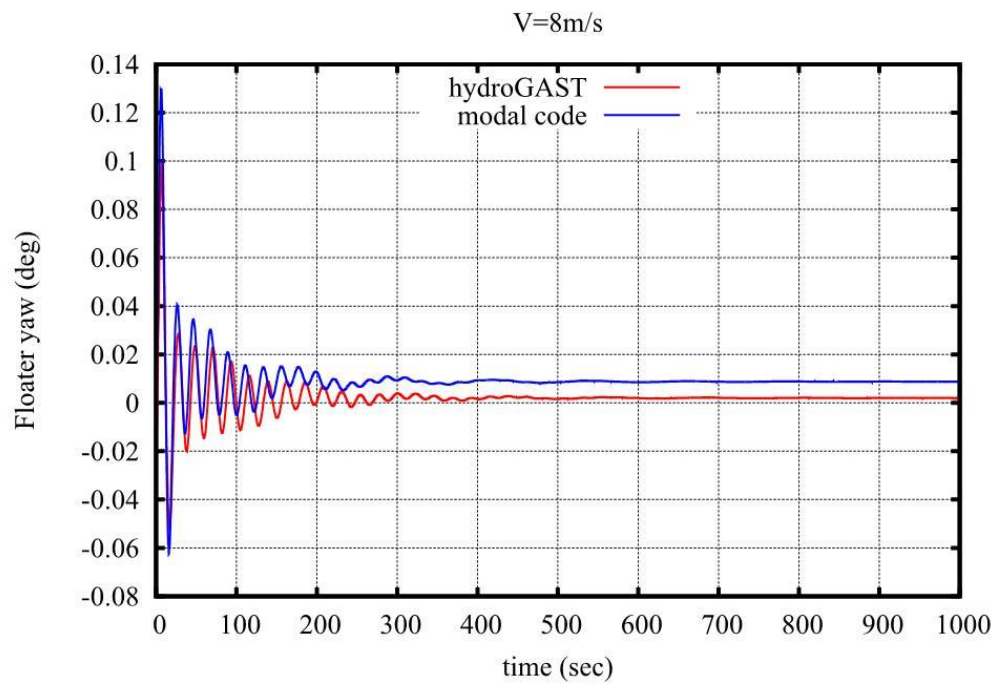
Σχήμα 4.2.34: Heave μετακίνηση του πλωτήρα.



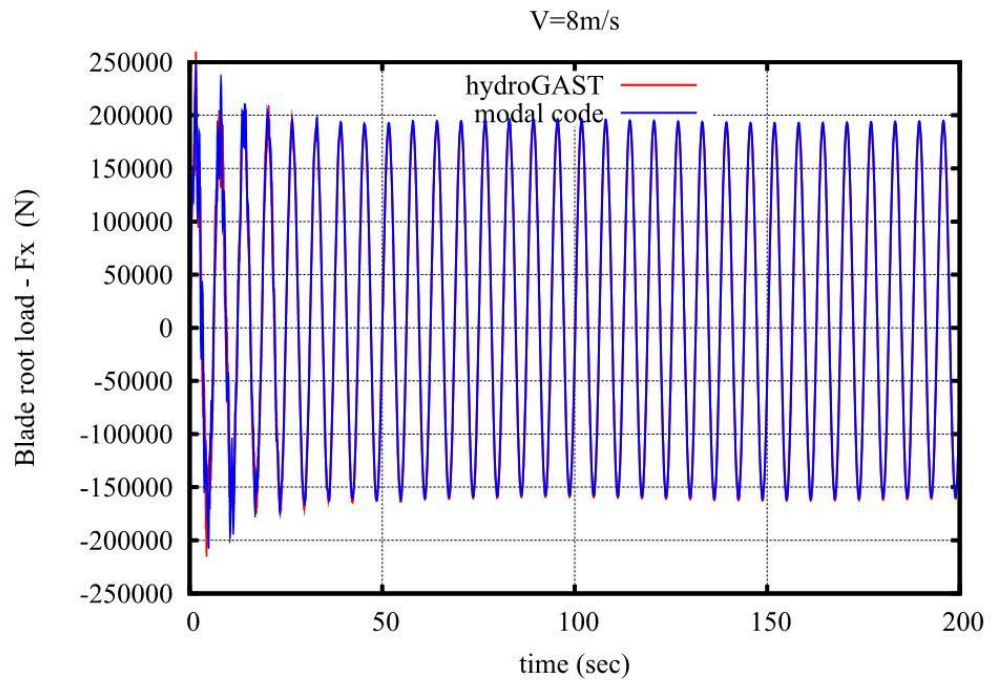
Σχήμα 4.2.35: Roll στροφή του πλωτήρα.



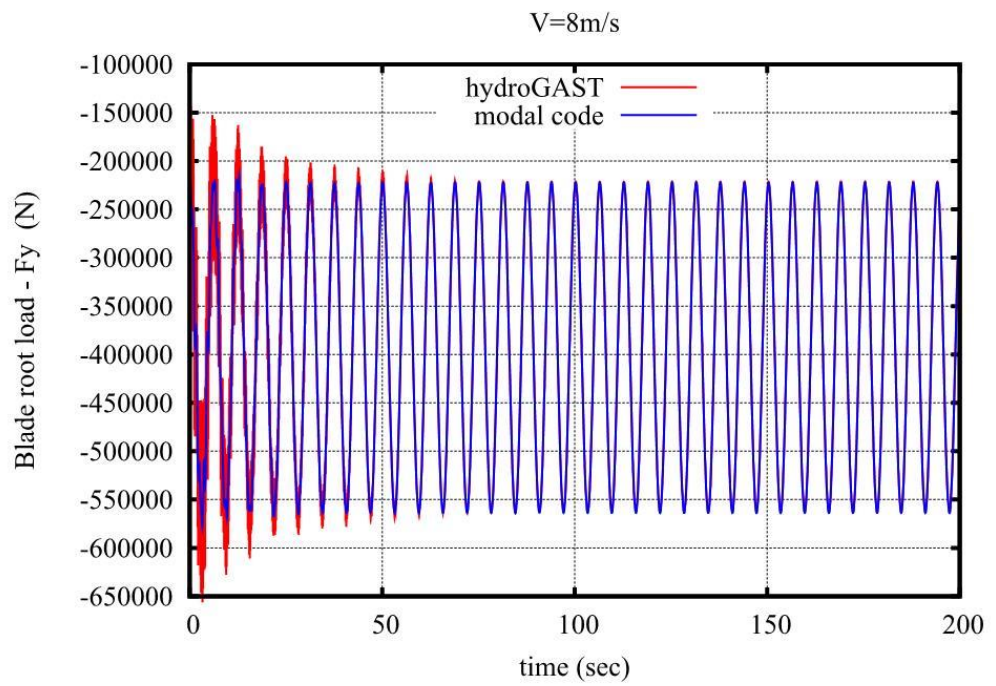
Σχήμα 4.2.36: Pitch στροφή του πλωτήρα.



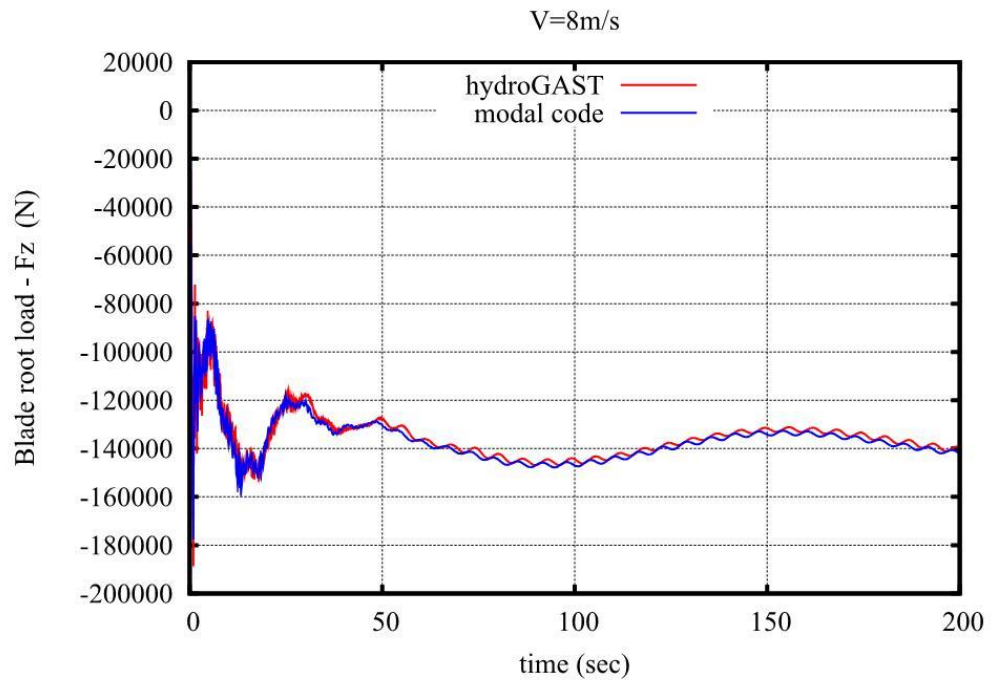
Σχήμα 4.2.37: Yaw στροφή του πλωτήρα.



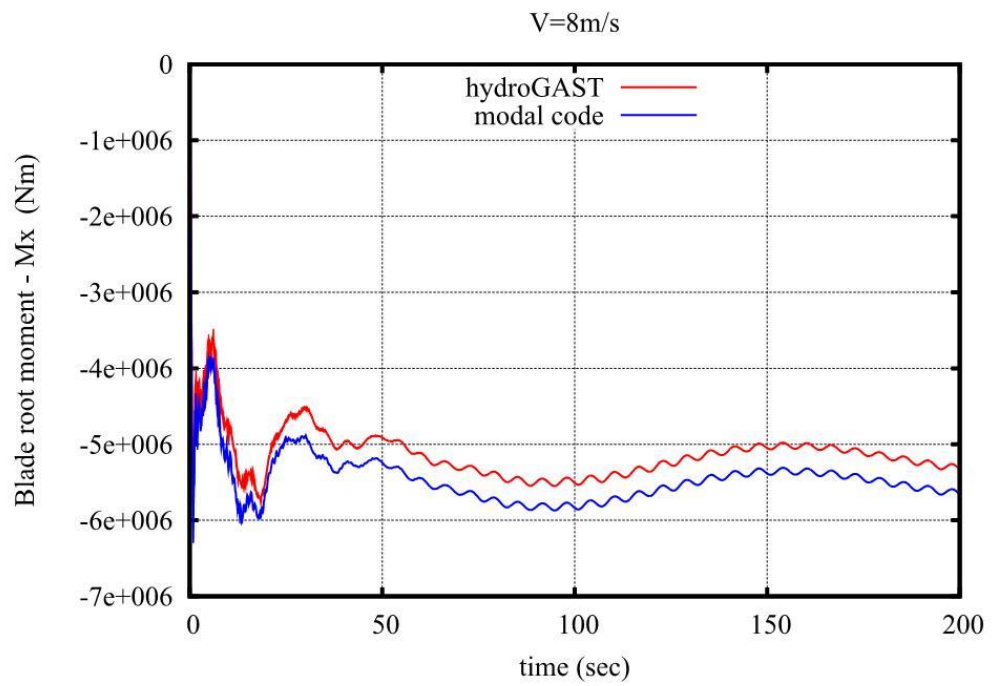
Σχήμα 4.2.38: Δύναμη Fx στη ρίζα του πτερυγίου.



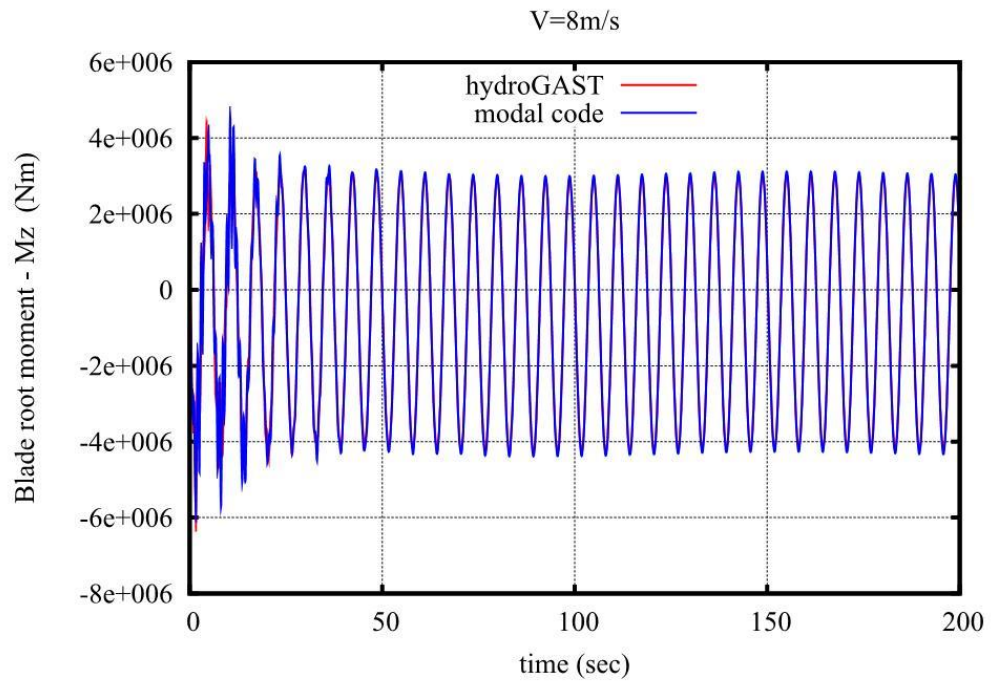
Σχήμα 4.2.39: Δύναμη Fy στη ρίζα του πτερυγίου.



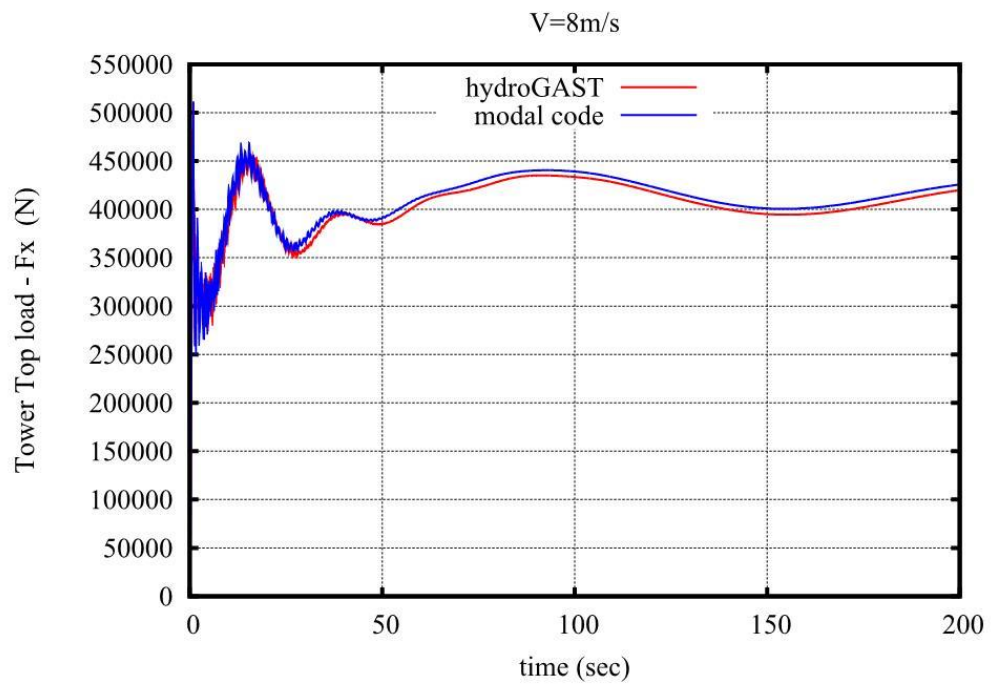
Σχήμα 4.2.40: Δύναμη Fz στη ρίζα του πτερυγίου.



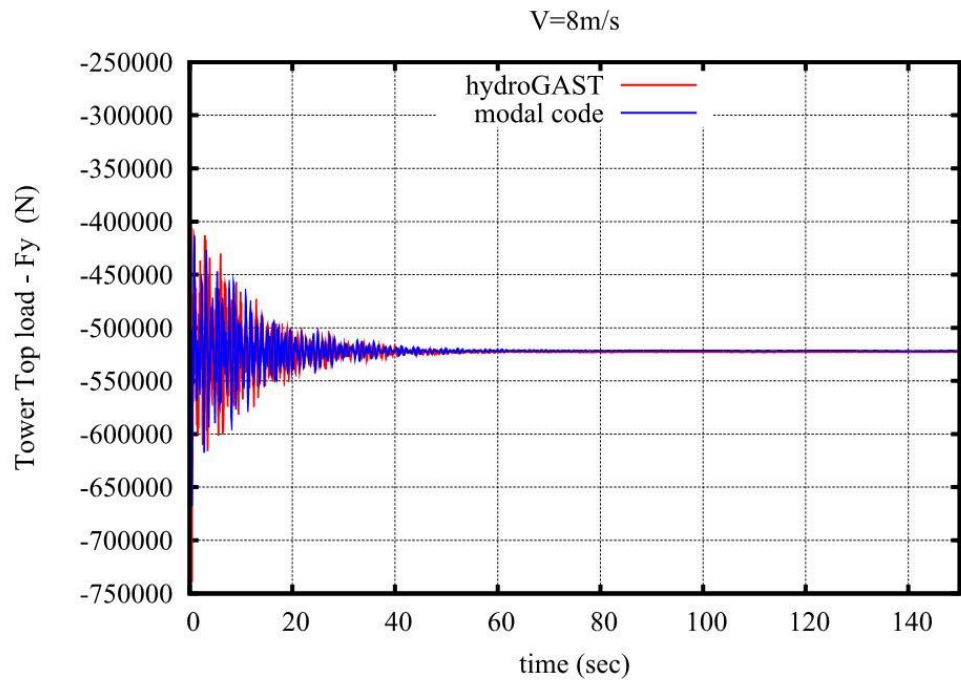
Σχήμα 4.2.41: Ροπή Mx στη ρίζα του πτερυγίου.



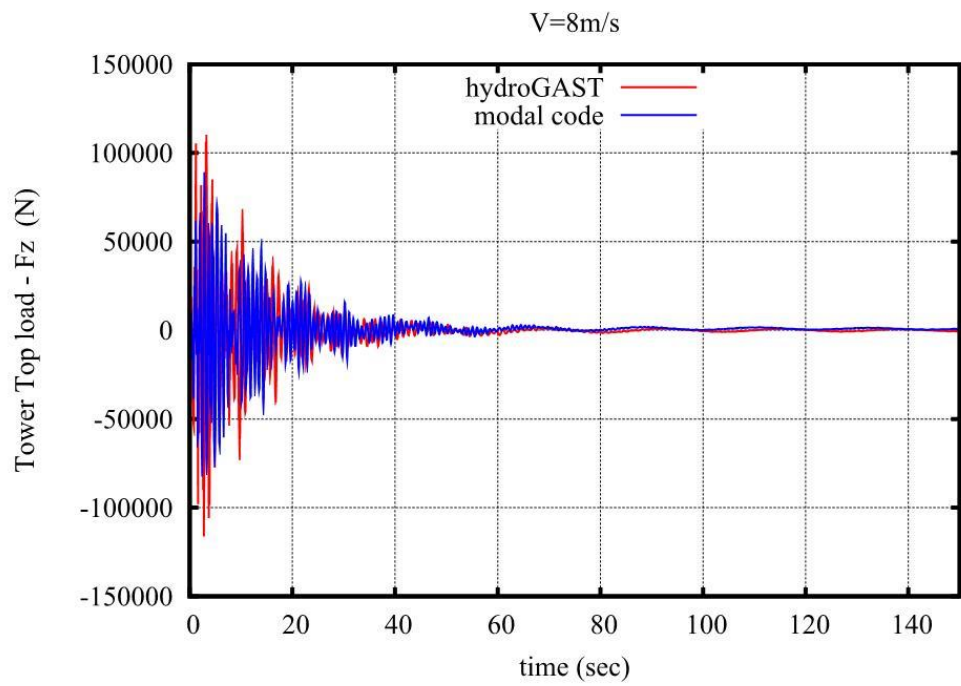
Σχήμα 4.2.42: Ροπή Mz στη ρίζα του πτερυγίου.



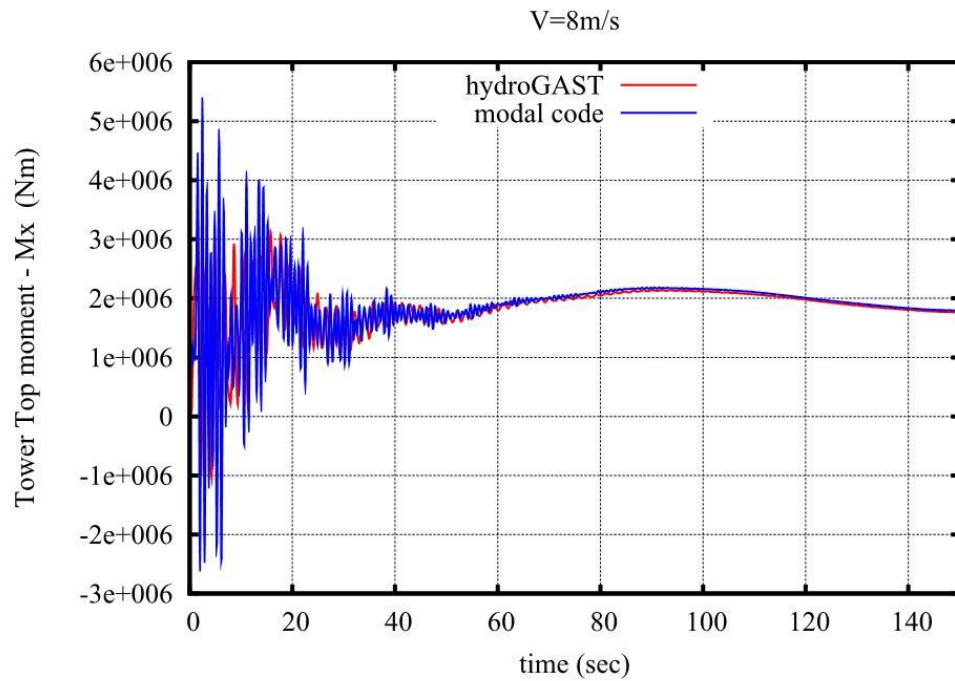
Σχήμα 4.2.43: Δύναμη Fx στη κορυφή του πύργου.



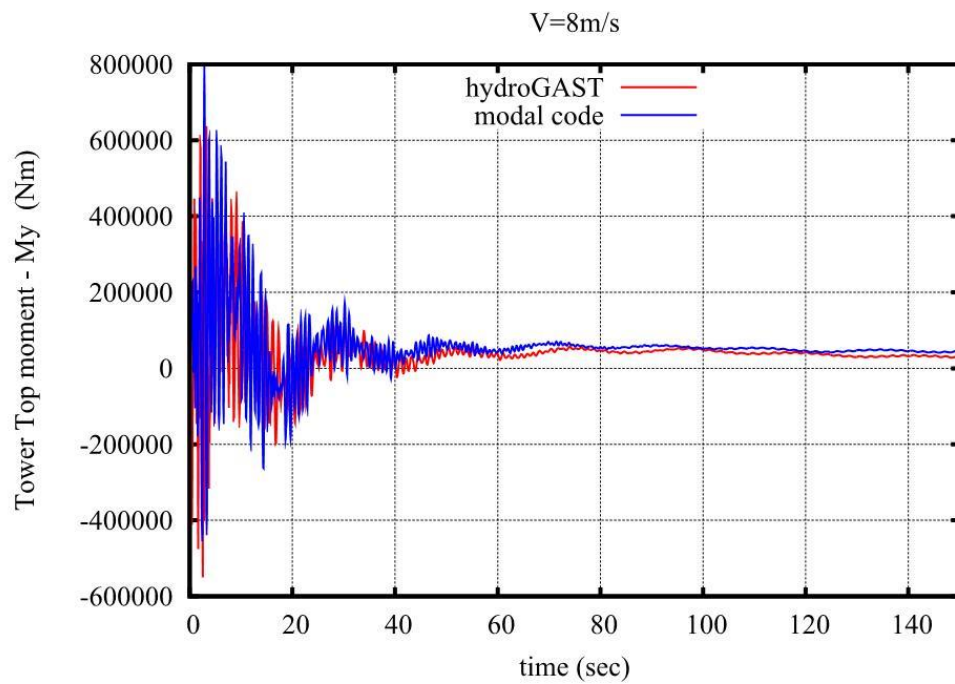
Σχήμα 4.2.44: Δύναμη F_y στη κορυφή του πύργου.



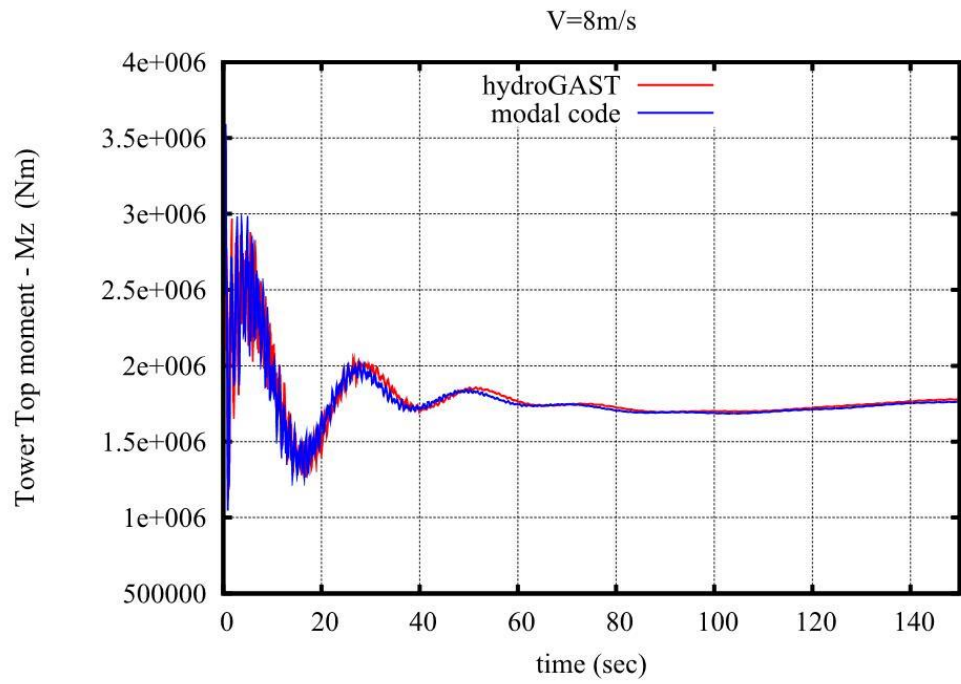
Σχήμα 4.2.45: Δύναμη F_z στη κορυφή του πύργου.



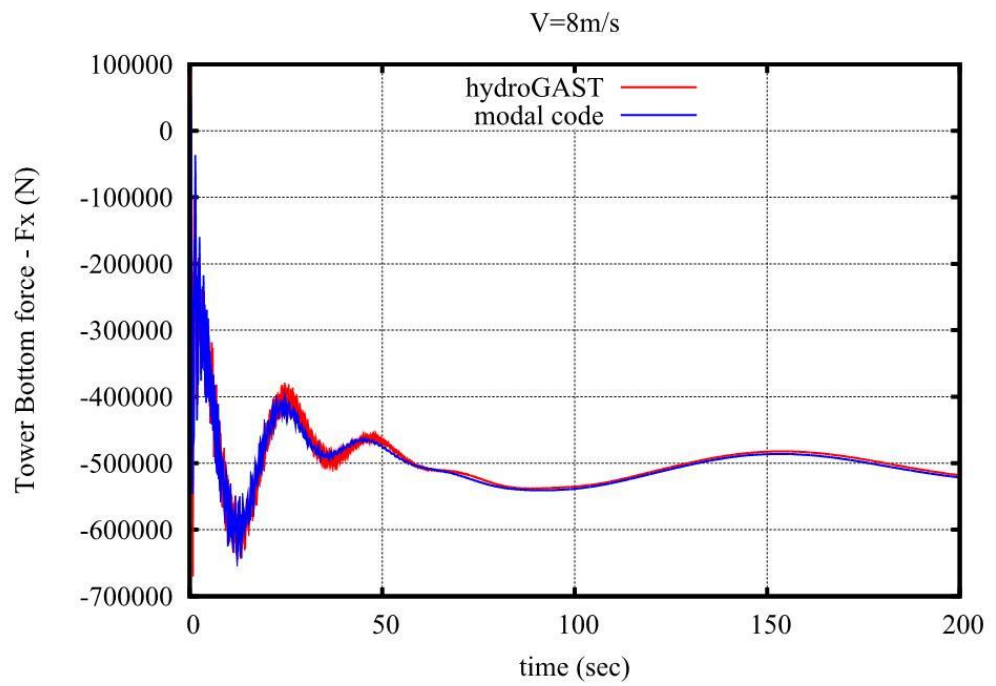
Σχήμα 4.2.46: Ροπή Mx στη κορυφή του πύργου.



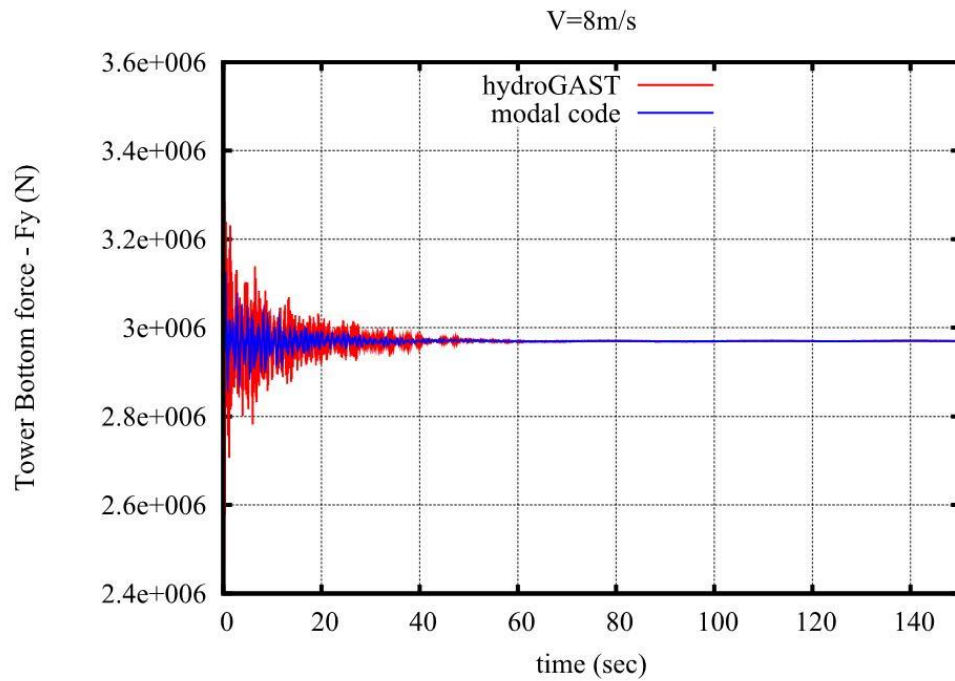
Σχήμα 4.2.47: Ροπή My στη κορυφή του πύργου.



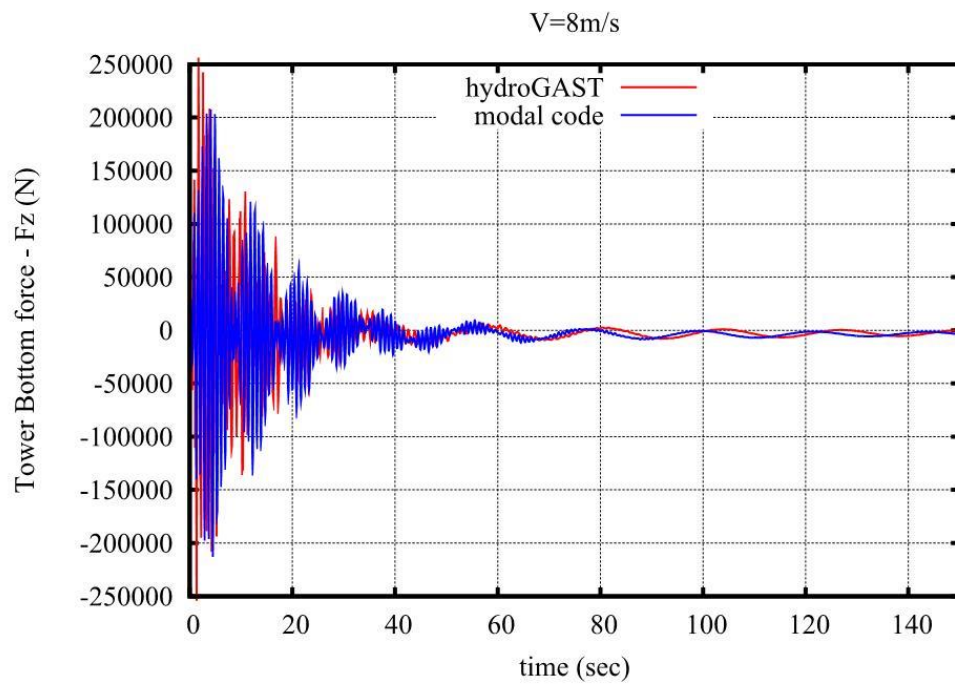
Σχήμα 4.2.48: Ροπή M_z στη κορυφή του πύργου.



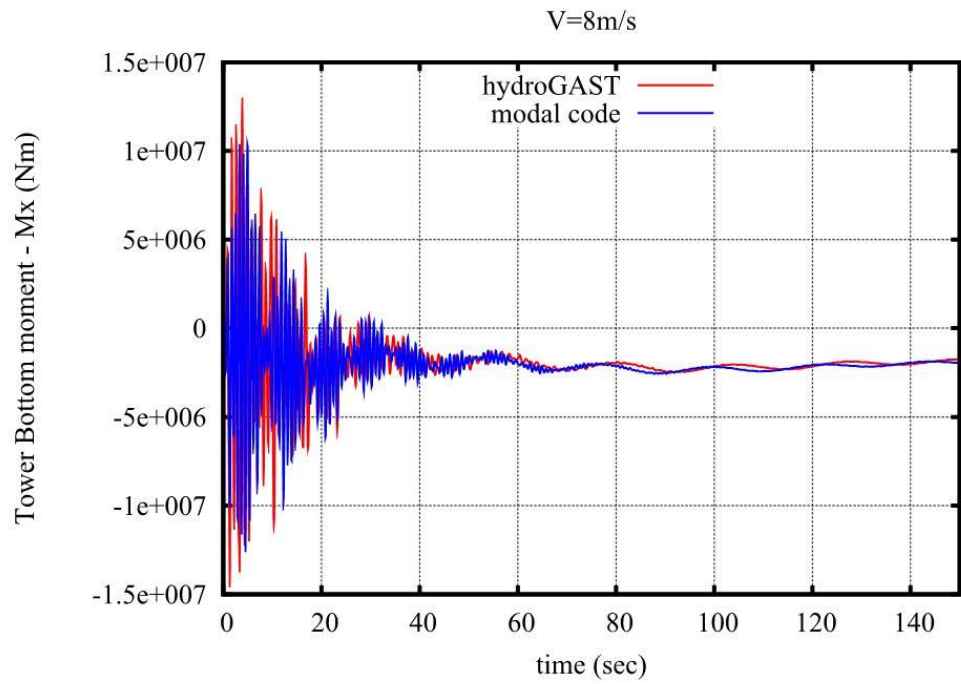
Σχήμα 4.2.49: Δύναμη F_x στη βάση του πύργου.



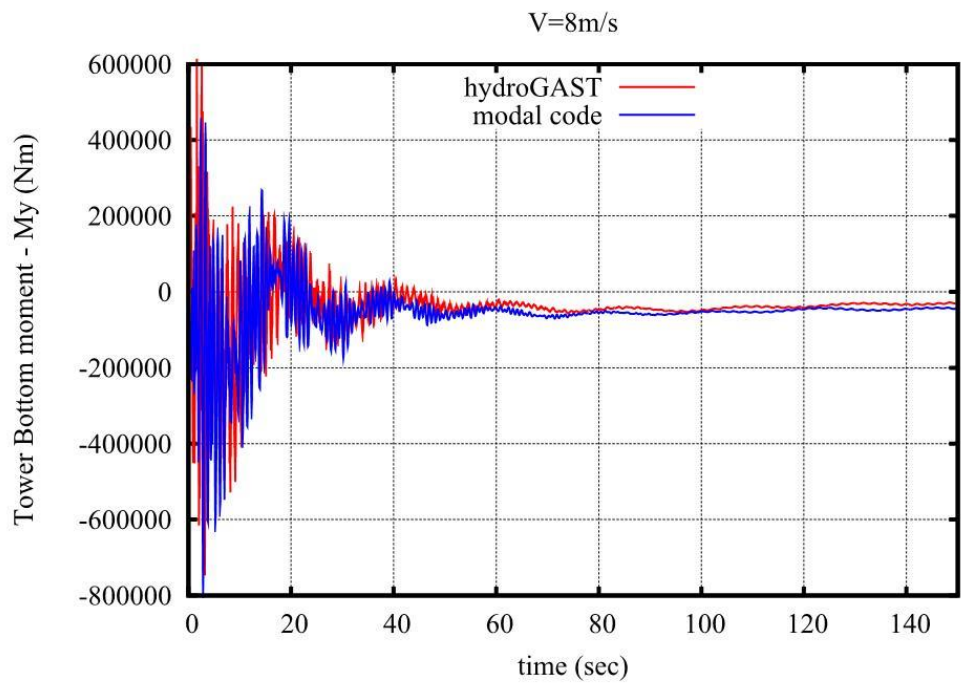
Σχήμα 4.2.50: Δύναμη Fy στη βάση του πύργου.



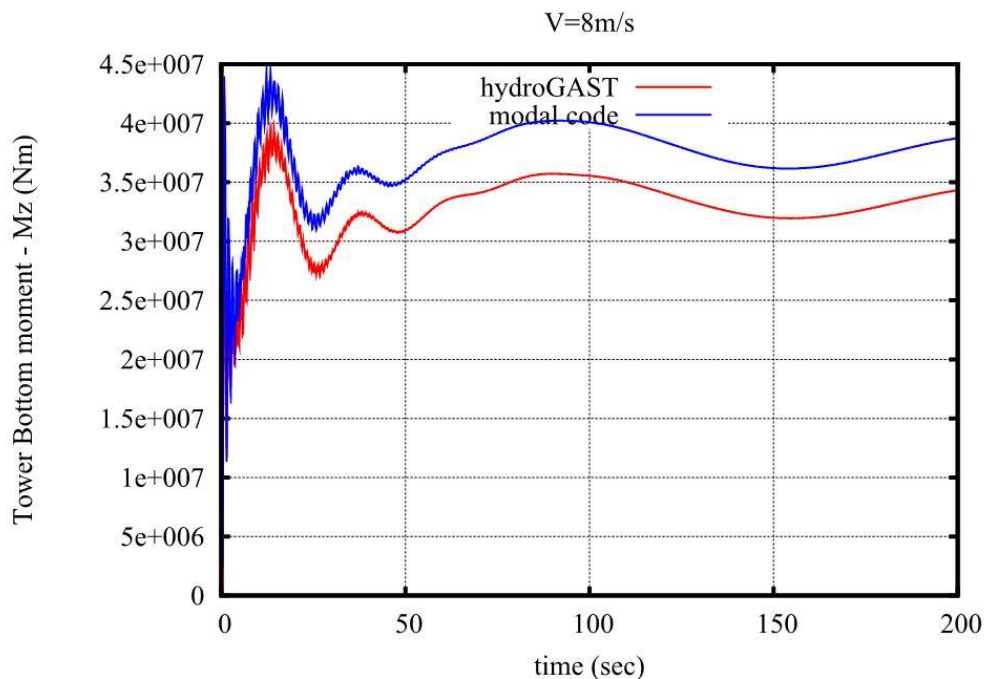
Σχήμα 4.2.51: Δύναμη Fz στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.52: Ροπή M_x στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.53: Ροπή M_y στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.54: Ροπή Mz στη βάση του πύργου.

Παρατηρώντας τα ανωτέρω διαγράμματα για ταχύτητα ανέμου 8m/s, μπορούμε να κάνουμε ορισμένες παρατηρήσεις. Αρχικά, στο Σχήμα 4.2.28, βλέπουμε πως η μετακίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση περιστροφής (edge-wise deflection) έχει το ίδιο εύρος και με τους δύο κώδικες, αλλά διαφορετική μέση τιμή –με το modal να μας δίνει μεγαλύτερη-. Οι λόγοι που έχουμε τη συγκεκριμένη διαφορά, είναι αυτοί που εξηγήσαμε και για τη ταχύτητα ανέμου 5m/s. Επίσης, συγκρίνοντας το με το αντίστοιχο Σχήμα 4.2.1, είναι εμφανές πως έχουμε μεγαλύτερη διαφορά στα 8m/s.

Στο Σχήμα 4.2.29, για τη μετακίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης, έχουμε τον κώδικα modal να μας δίνει μεγαλύτερη μέση τιμή από τον hydroGAST. Και σε αυτή τη περίπτωση ισχύει ότι αναφέραμε και για προηγουμένως για τη ταχύτητα 5m/s με τον κώδικα modal να υπερεκτιμά τη μετακίνηση κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης.

Στα Σχήματα 4.2.30 και 4.2.31 όπου παρουσιάζονται οι μετακινήσεις του πύργου, παρατηρούμε μόνο μια μικρή διαφορά στη πλευρική κίνηση όπως συνέβη και για τη ταχύτητα 5m/s.

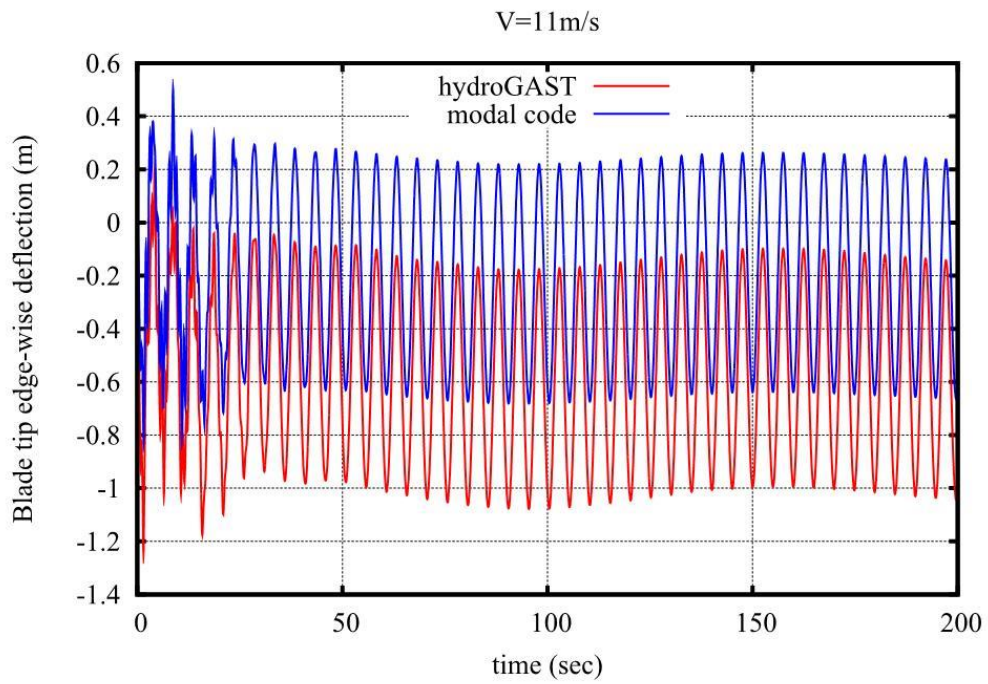
Στα Σχήματα 4.2.32 – 4.2.37 φαίνονται όλες οι κινήσεις του πλωτήρα, όπου έχουμε πρακτικά ταυτόσημα αποτελέσματα και με τους δύο κώδικες.

Έπειτα, ακολουθούν τα διαγράμματα των φορτίων στη ρίζα του πτερυγίου (Σχήματα 4.2.38 – 4.2.42). Εδώ, η μόνη παρατήρηση που πρέπει να κάνουμε αφορά στη ροπή Mx (Σχήμα 4.2.41), όπου βλέπουμε τον κώδικα modal να μας δίνει λίγο μεγαλύτερη

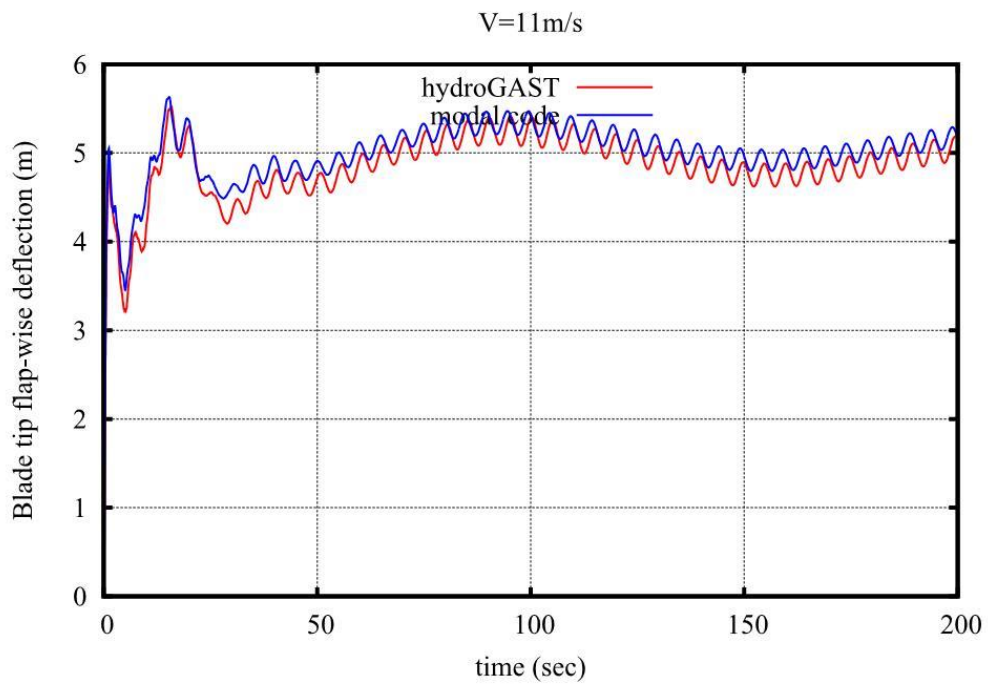
τιμή. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό, είναι ο ίδιος με τη ταχύτητα 5m/s. Κατά τα λοιπά, έχουμε πλήρη ταύτιση των δύο κωδίκων.

Στη συνέχεια, στα Σχήματα 4.2.43 – 4.2.48 παρουσιάζονται τα φορτία στη κορυφή του πύργου. Όμοια με τη ταχύτητα 5m/s, παρατηρούμε πως όλες οι δυνάμεις και οι ροπές είναι ταυτόσημες.

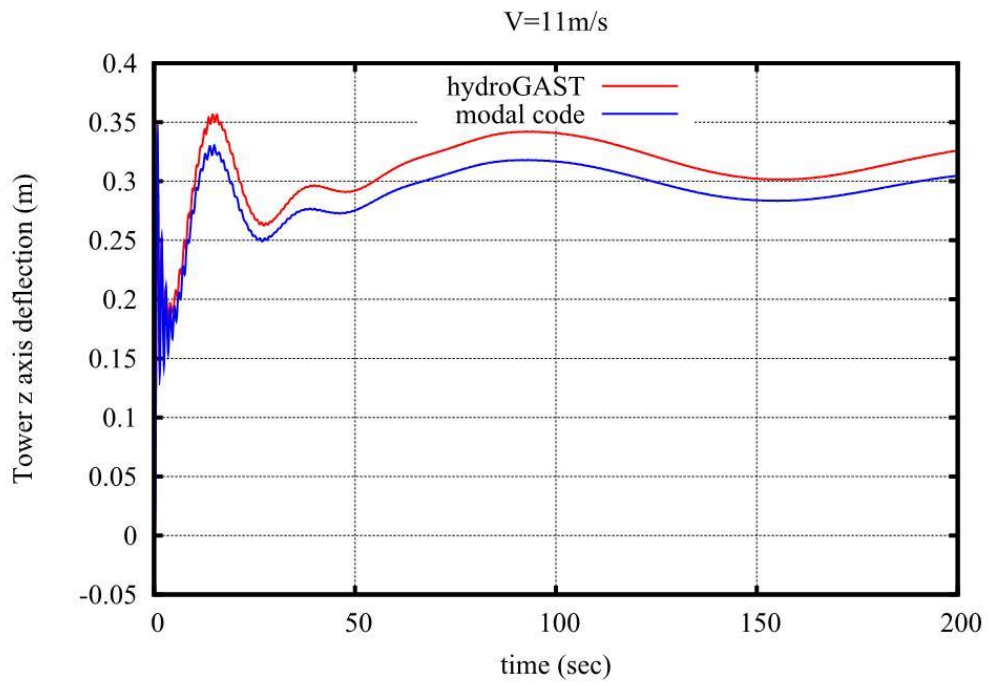
Τέλος, στα Σχήματα 4.2.49 – 4.2.54 έχουμε τα φορτία στη βάση του πύργου. Και εδώ η μόνη παρατήρηση που θα μπορούσαμε να κάνουμε, αφορά στη ροπή M_z (Σχήμα 4.2.54) όπου βλέπουμε τον modal κώδικα να μας δίνει μεγαλύτερη ροπή συγκριτικά με τον hydroGAST.



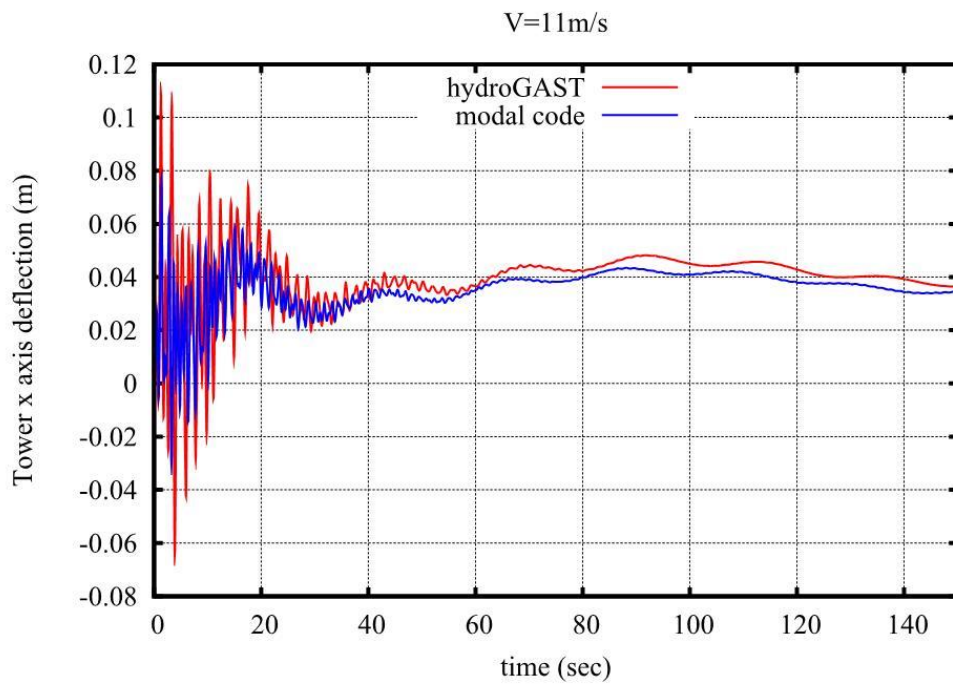
Σχήμα 4.2.55: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



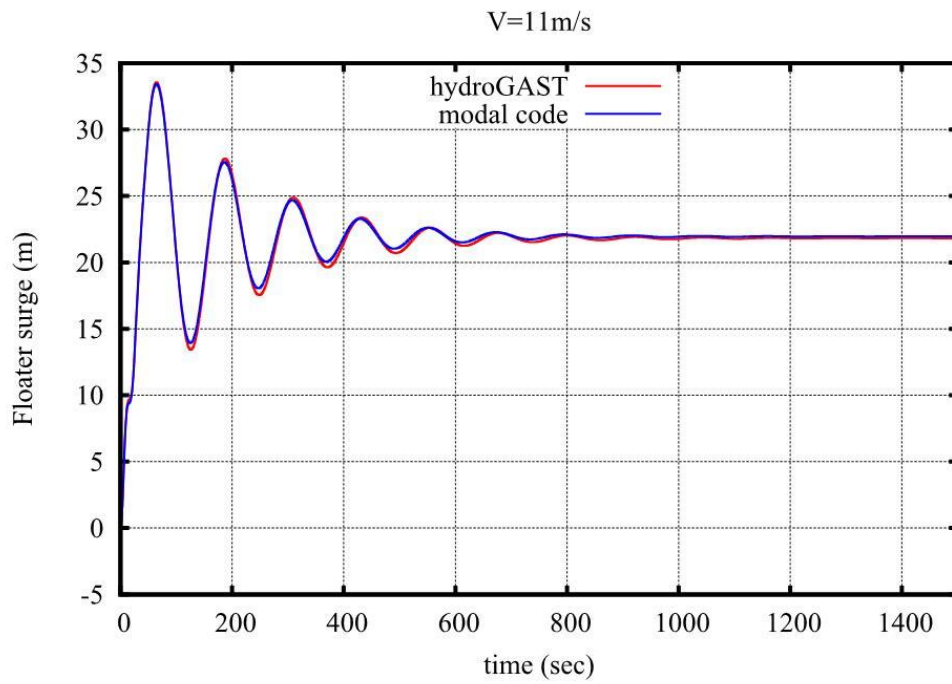
Σχήμα 4.2.56: Flap-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



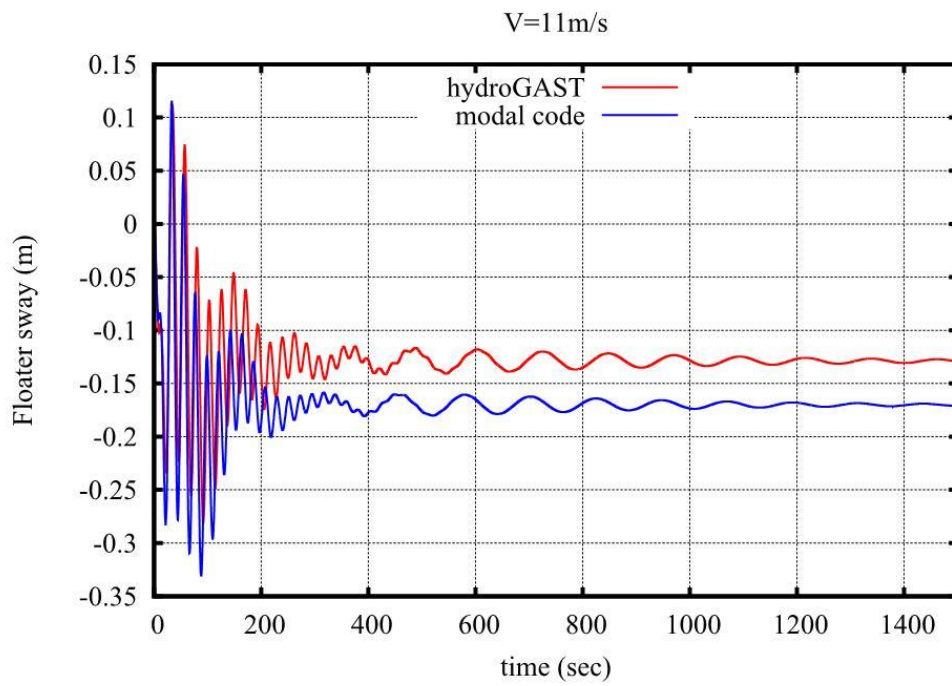
Σχήμα 4.2.57: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



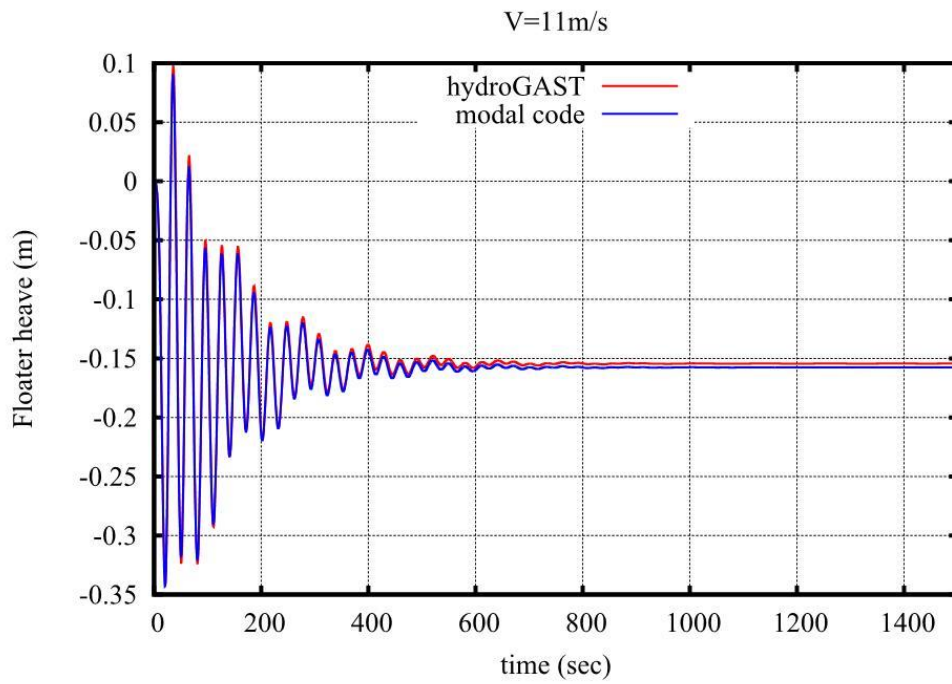
Σχήμα 4.2.58: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



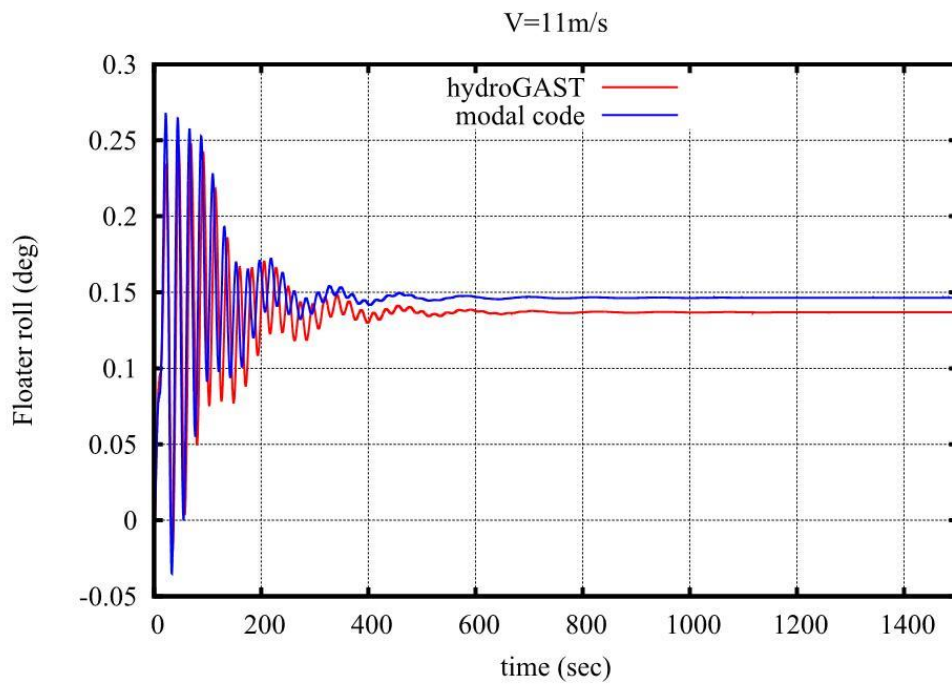
Σχήμα 4.2.59: Surge μετακίνηση του πλωτήρα.



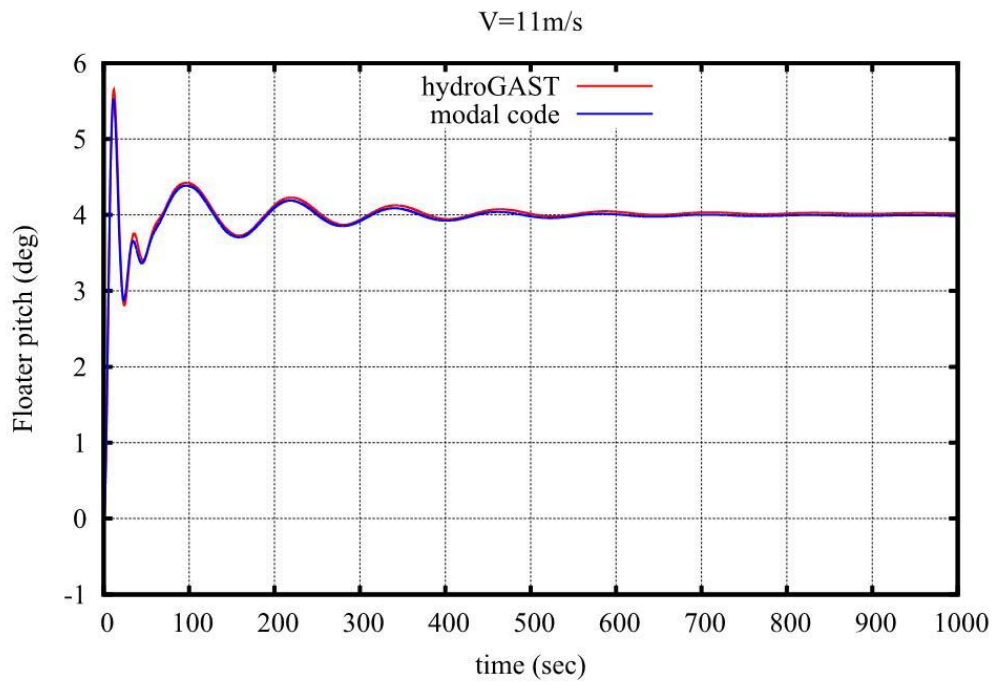
Σχήμα 4.2.60: Sway μετακίνηση του πλωτήρα.



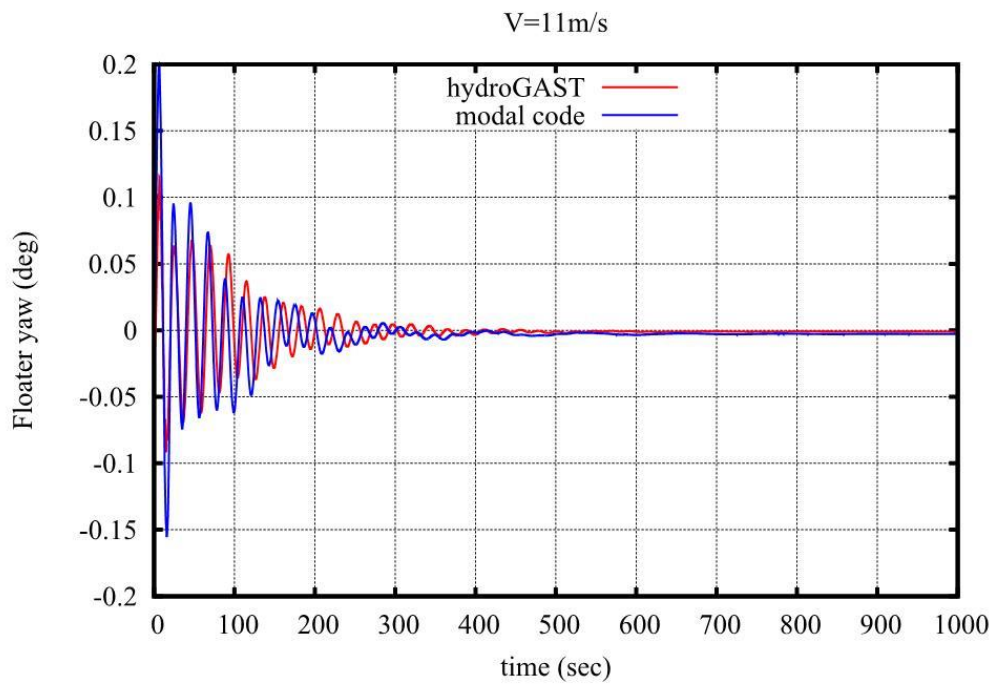
Σχήμα 4.2.61: Heave μετακίνηση του πλωτήρα.



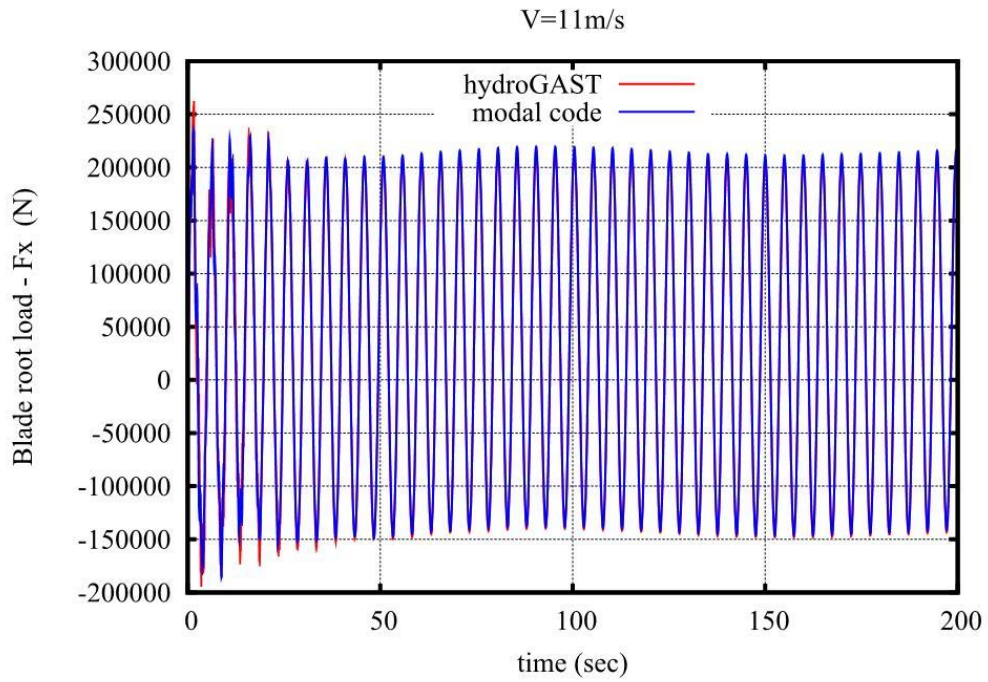
Σχήμα 4.2.62: Roll στροφή του πλωτήρα.



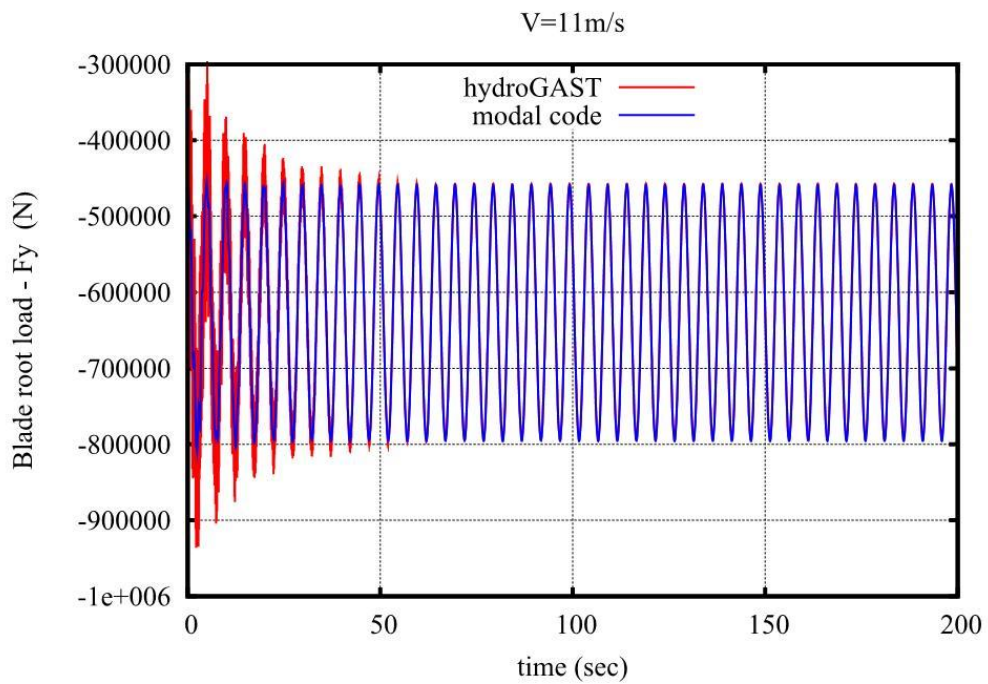
Σχήμα 4.2.63: Pitch στροφή του πλωτήρα.



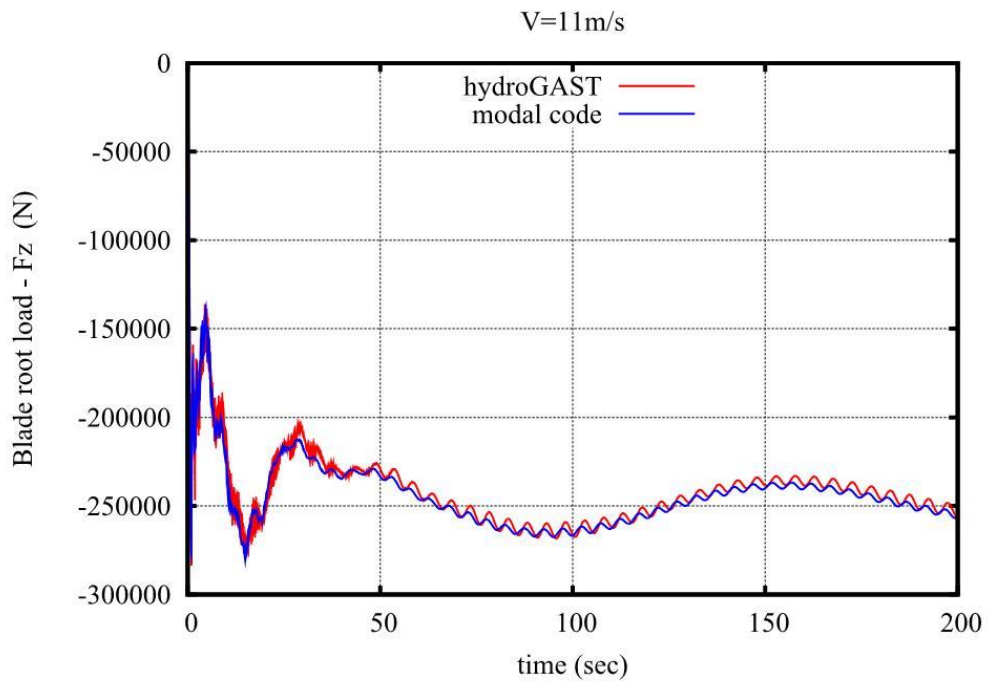
Σχήμα 4.2.64: Yaw στροφή του πλωτήρα.



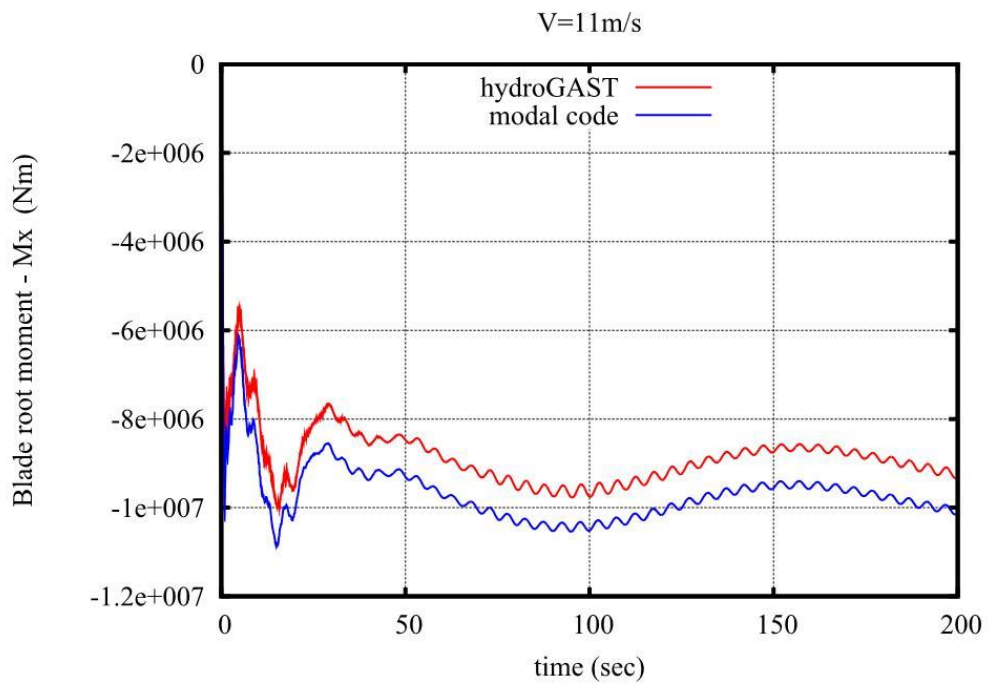
Σχήμα 4.2.65: Δύναμη Fx στη ρίζα του πτερυγίου.



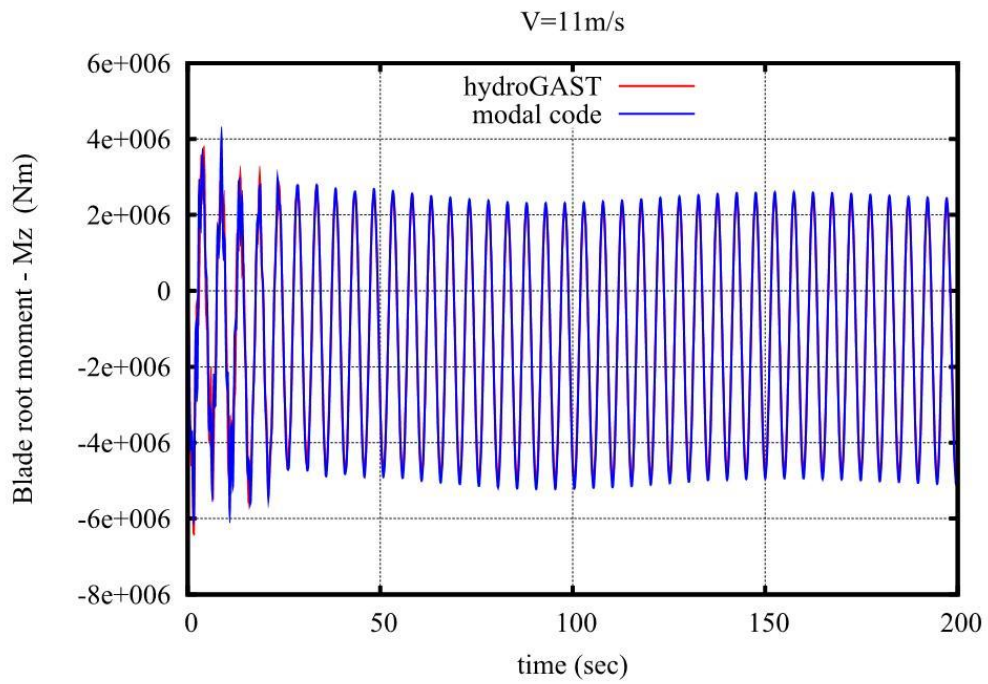
Σχήμα 4.2.66: Δύναμη Fy στη ρίζα του πτερυγίου.



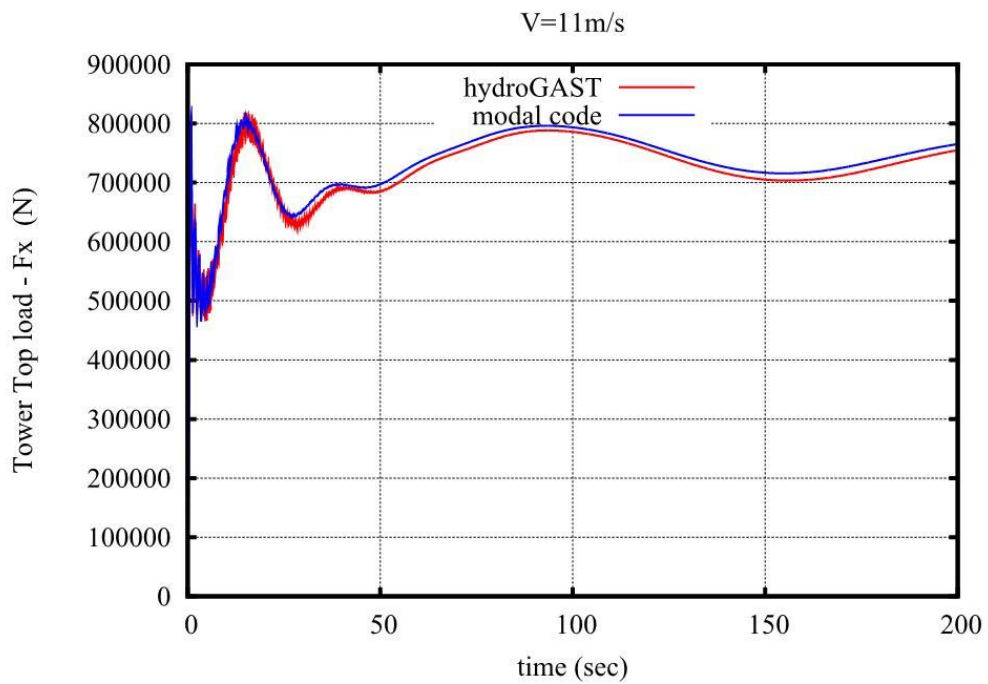
Σχήμα 4.2.67: Δύναμη Fz στη ρίζα του πτερυγίου.



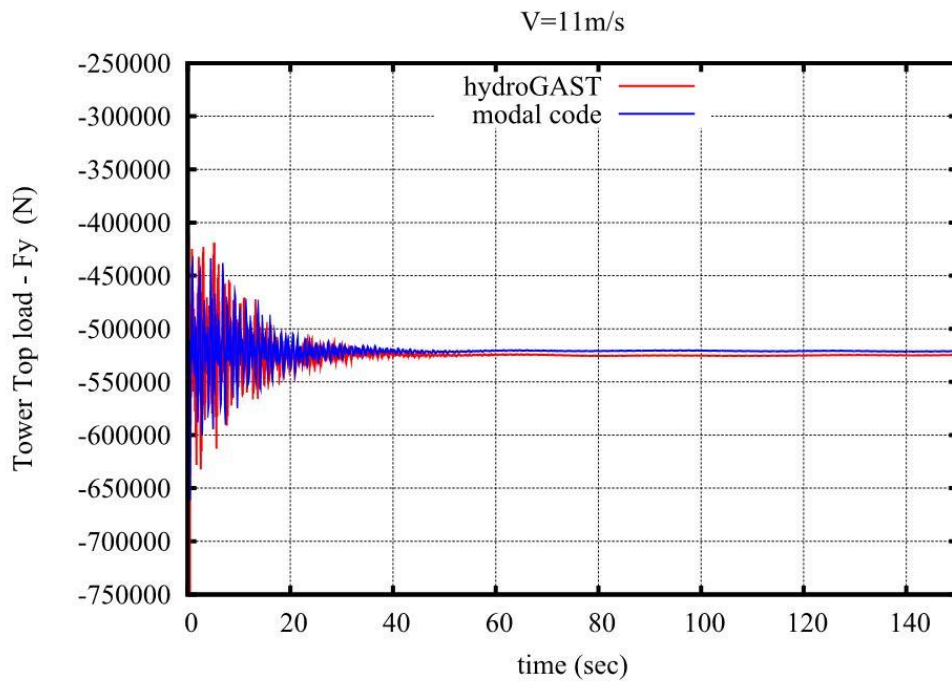
Σχήμα 4.2.68: Ροπή Mx στη ρίζα του πτερυγίου.



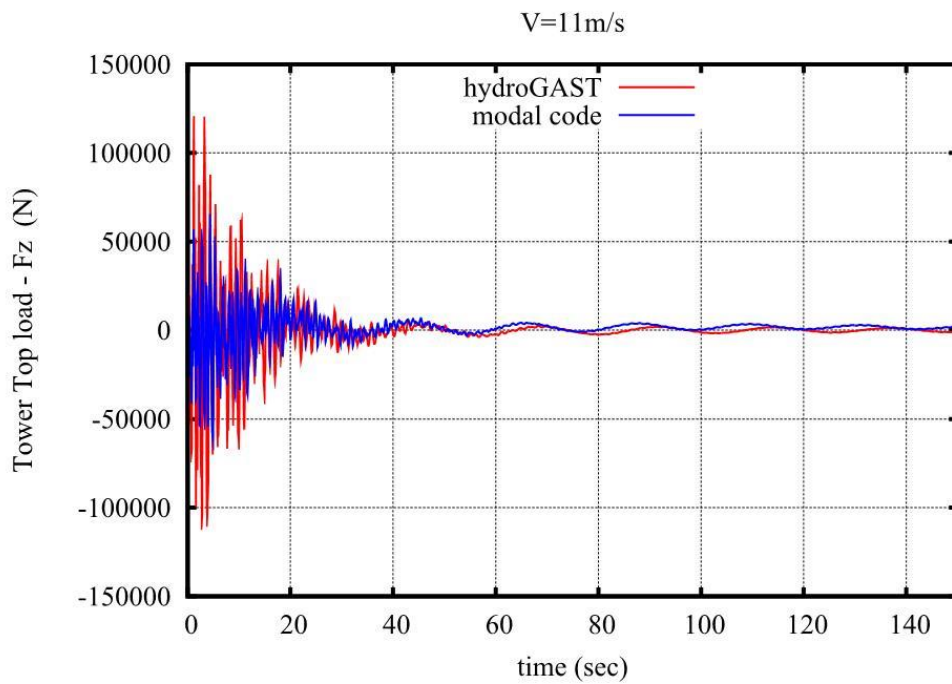
Σχήμα 4.2.69: Ροπή M_z στη ρίζα του πτερυγίου.



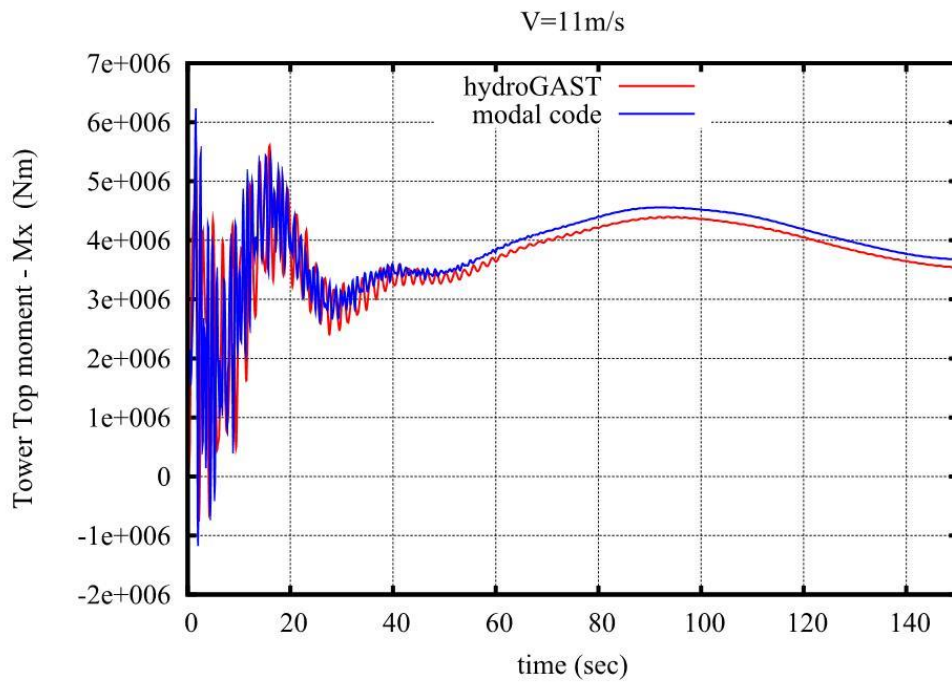
Σχήμα 4.2.70: Δύναμη F_x στη κορυφή του πύργου.



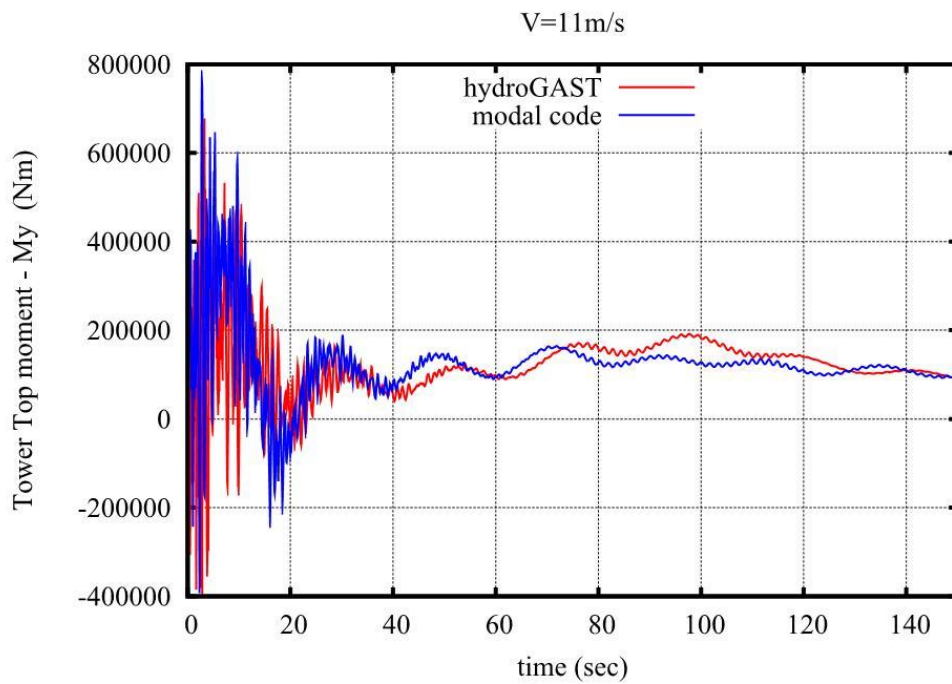
Σχήμα 4.2.71: Δύναμη F_y στη κορυφή του πύργου.



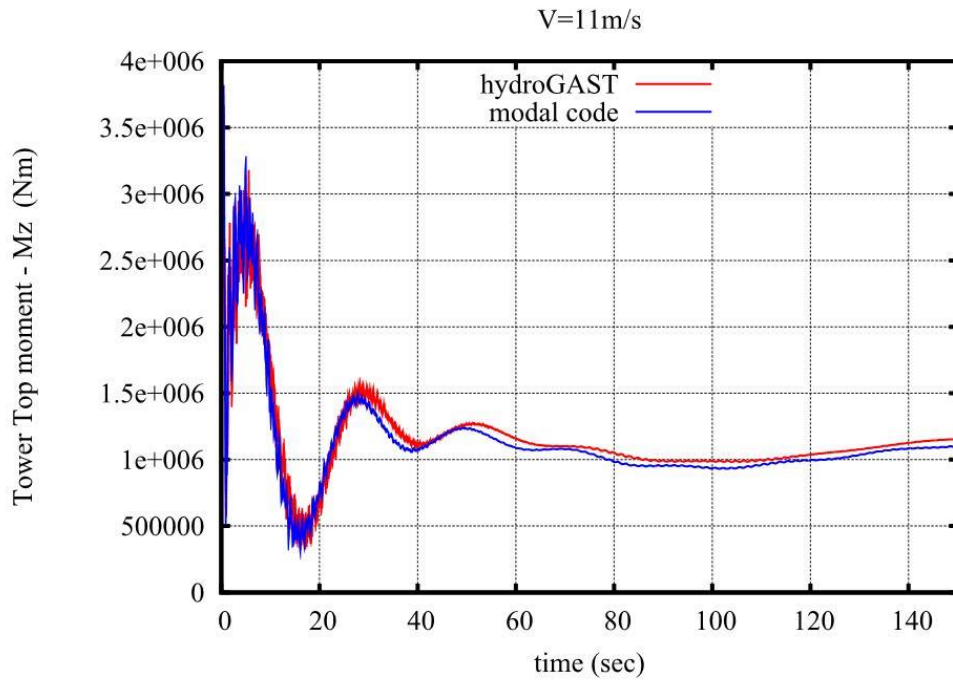
Σχήμα 4.2.72: Δύναμη F_z στη κορυφή του πύργου.



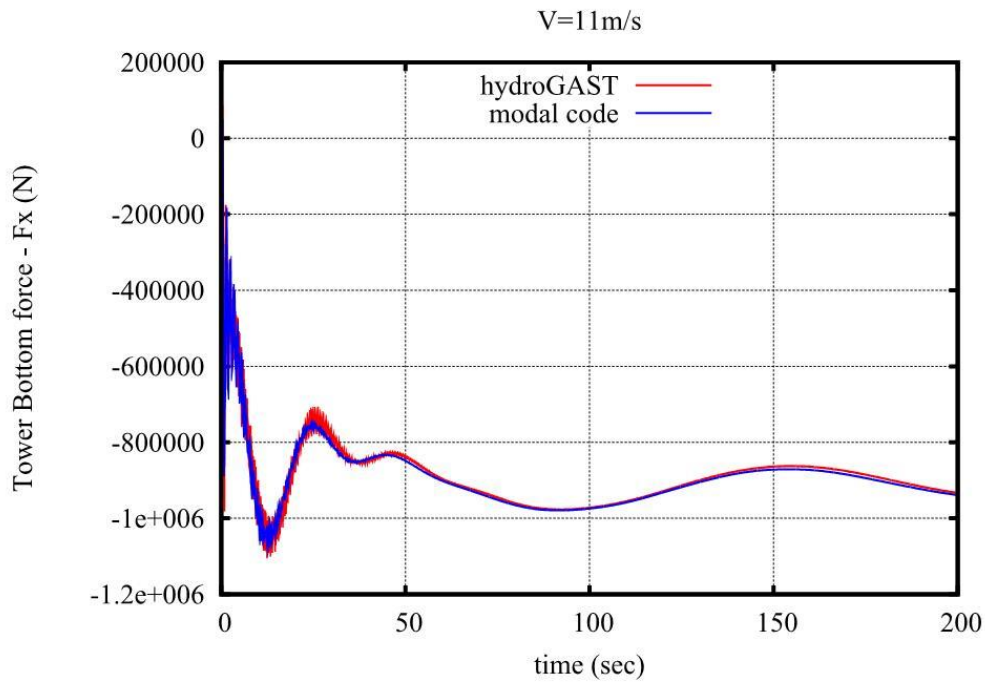
Σχήμα 4.2.73: Ροπή M_x στη κορυφή του πύργου.



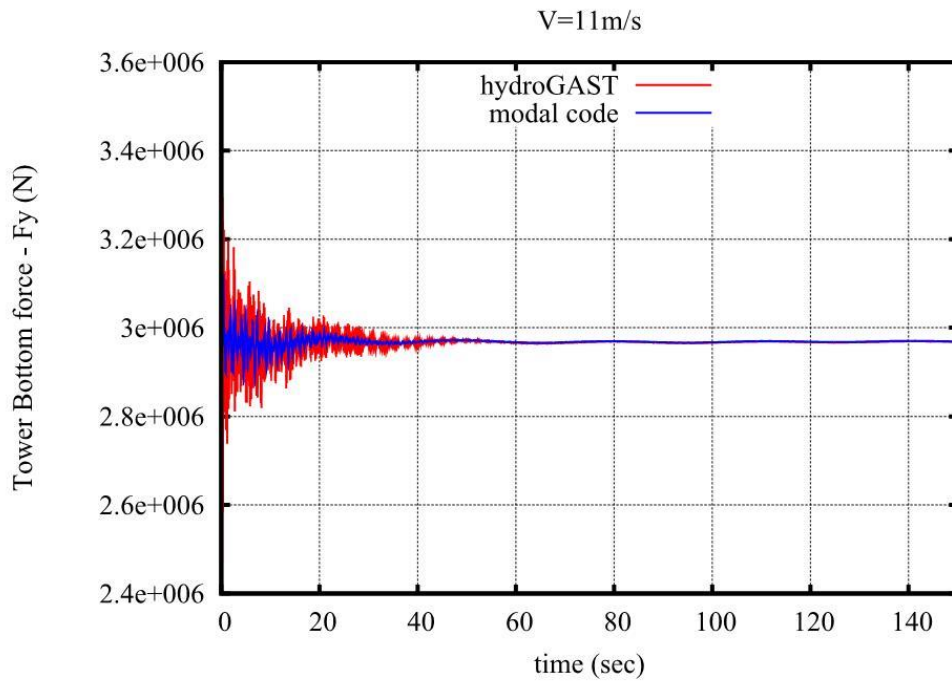
Σχήμα 4.2.74: Ροπή M_y στη κορυφή του πύργου.



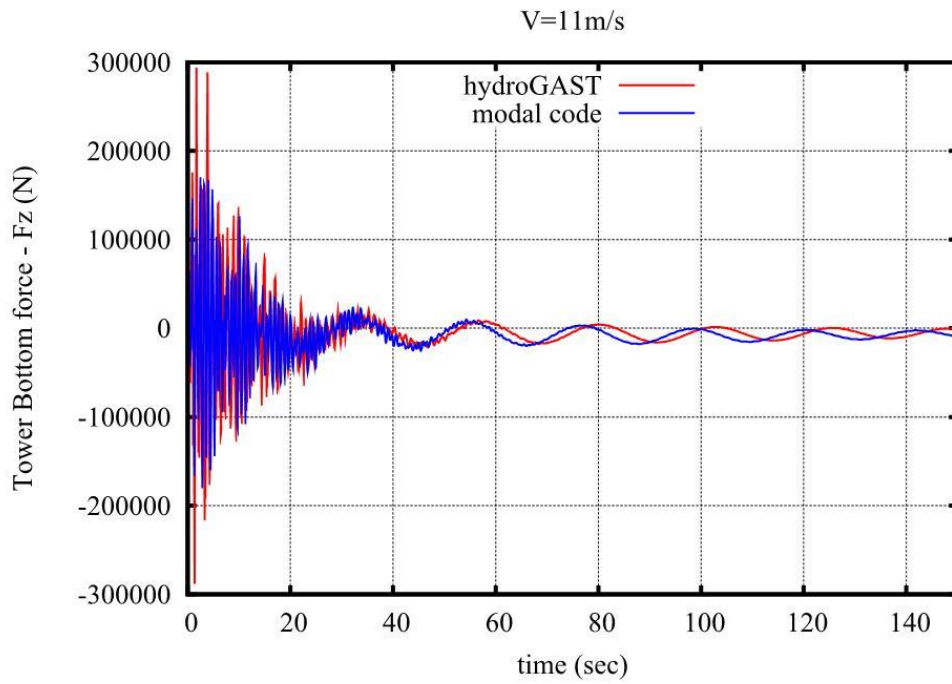
Σχήμα 4.2.75: Ροπή M_z στη κορυφή του πύργου.



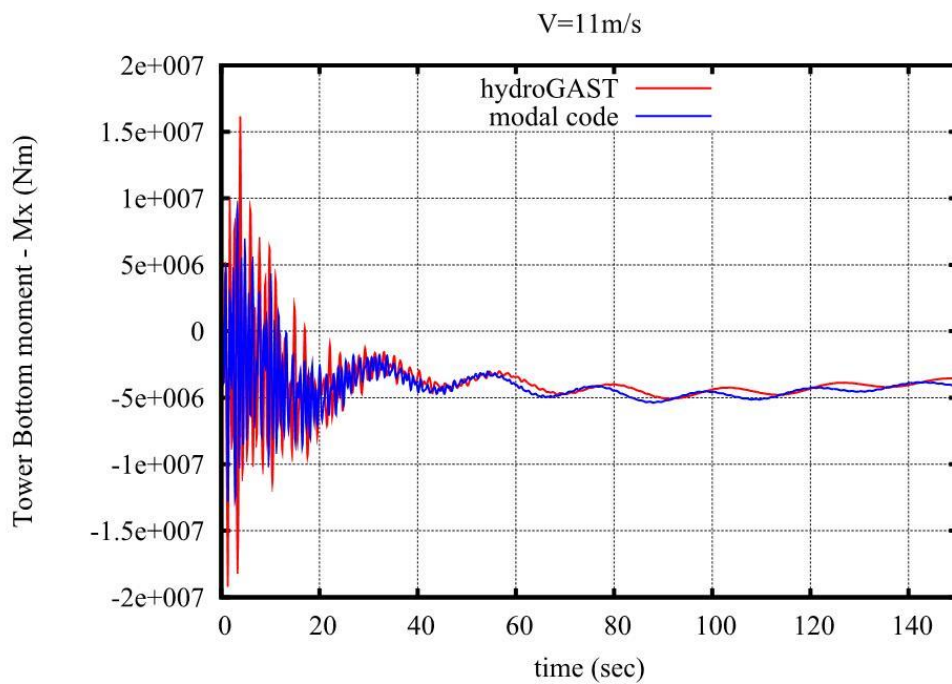
Σχήμα 4.2.76: Δύναμη F_x στη βάση του πύργου.



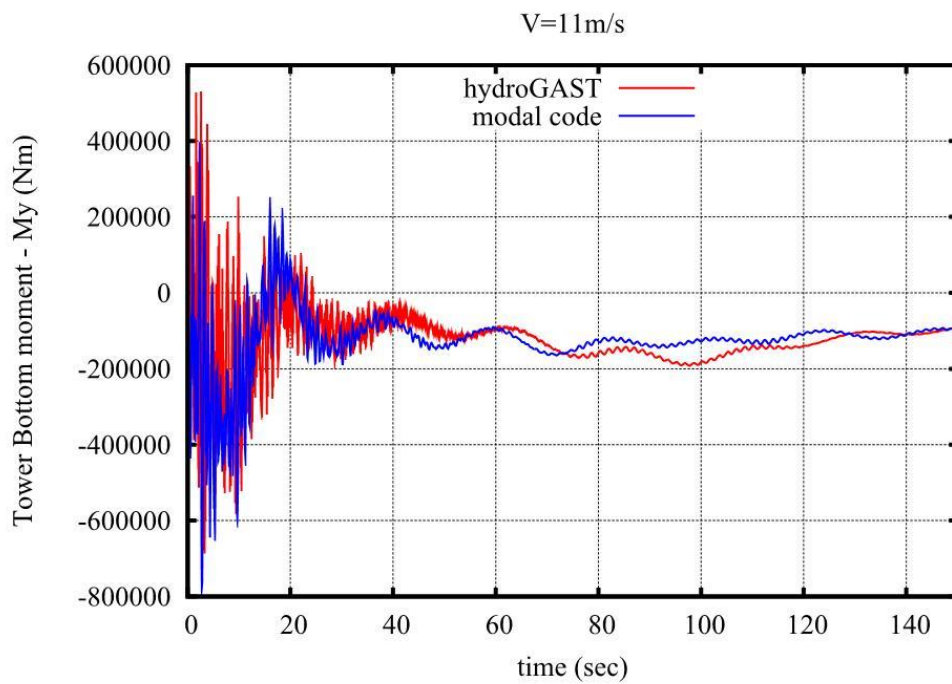
Σχήμα 4.2.77: Δύναμη F_y στη βάση του πύργου.



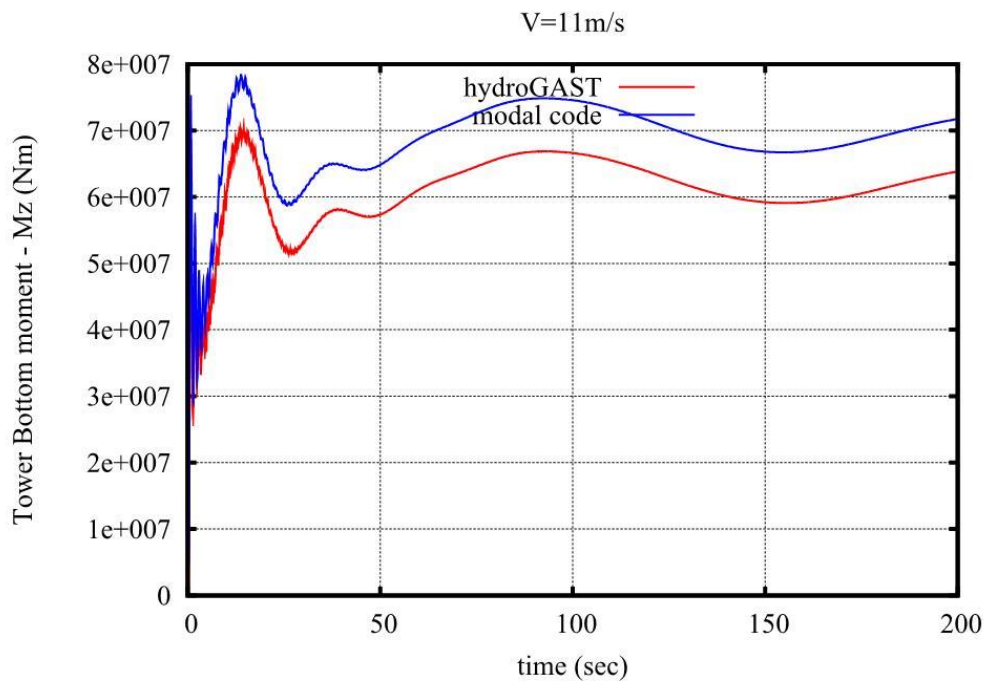
Σχήμα 4.2.78: Δύναμη F_z στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.79: Ροπή Mx στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.80: Ροπή My στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.81: Ροπή M_z στη βάση του πύργου.

Παρατηρώντας τα διαγράμματα για τη ταχύτητα ανέμου 11m/s, μπορούμε να κάνουμε τις ακόλουθες παρατηρήσεις. Αρχικά, στο Σχήμα 4.2.55 όπου παρουσιάζεται η μετακίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση περιστροφής, βλέπουμε πως και εδώ έχουμε ίδιο εύρος αλλά διαφορετική μέση τιμή. Παρατηρούμε επίσης, πως με την αύξηση της ταχύτητας του ανέμου, έχουμε και αύξηση της διαφοράς στη μέση τιμή. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό, είναι η αύξηση της επίδρασης των μη γραμμικών όρων που λαμβάνει υπ' όψιν του ο hydroGAST. Όμοια με τις προηγούμενες ταχύτητες ανέμου, στη μετακίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης (Σχήμα 4.2.56) έχουμε μια μικρή υπερεκτίμηση της μετακίνησης από τον κώδικα modal.

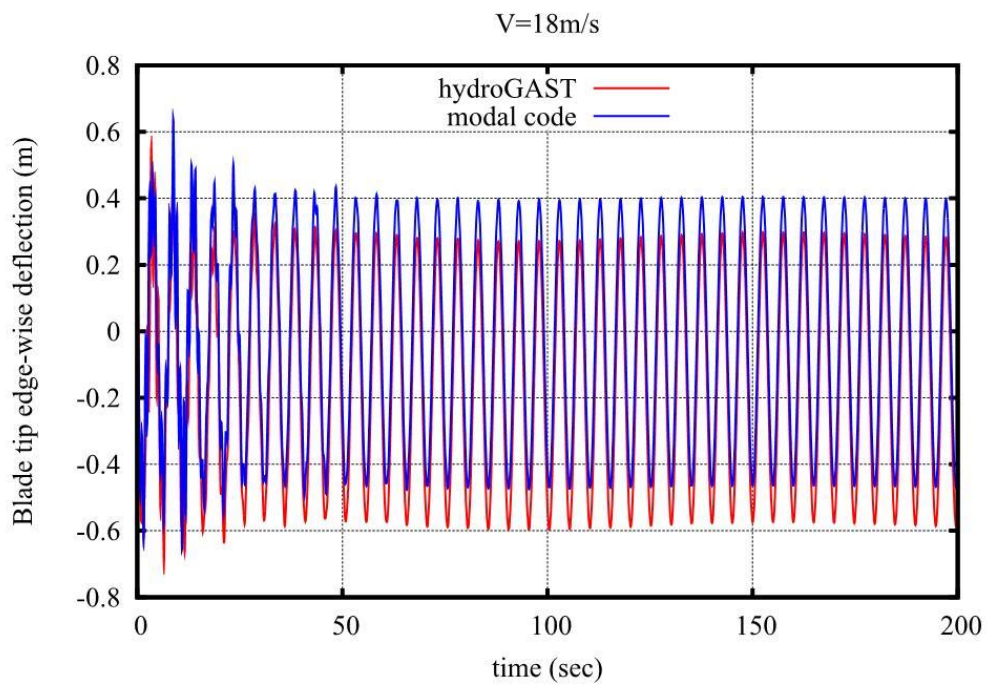
Στα Σχήματα 4.2.57 και 4.2.58 βλέπουμε τις μετακινήσεις του πύργου, όπου εντοπίζουμε μια μικρή διαφορά στη πλευρική μετακίνηση.

Στα Σχήματα 4.2.59 – 4.2.64 όπου φαίνονται οι μετακινήσεις και οι στροφές του πλωτήρα, έχουμε σχεδόν ταύτιση των αποτελεσμάτων.

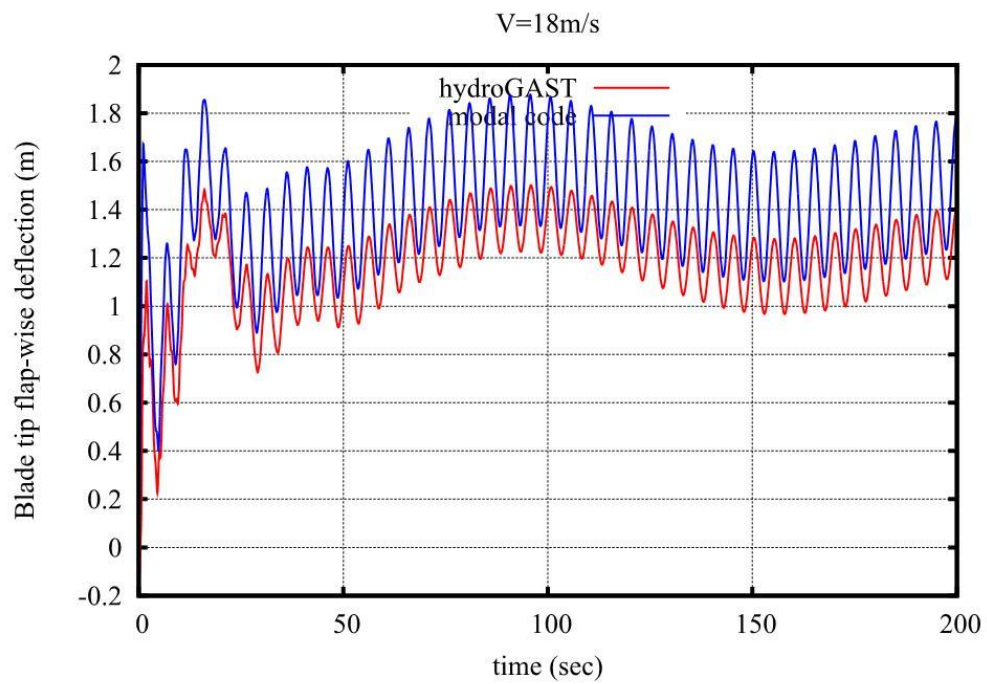
Στα Σχήματα 4.2.65 – 4.2.69 παρουσιάζονται τα φορτία στη ρίζα του πτερυγίου, όπου έχουμε ταύτιση των αποτελεσμάτων εκτός από τη ροπή M_x (Σχήμα 4.2.68) για τους λόγους που περιγράψαμε και στις προηγούμενες ταχύτητες ανέμου.

Στα Σχήματα 4.2.70 – 4.2.75 έχουμε τα φορτία στη κορυφή του πύργου, όπου και εδώ έχουμε ταύτιση.

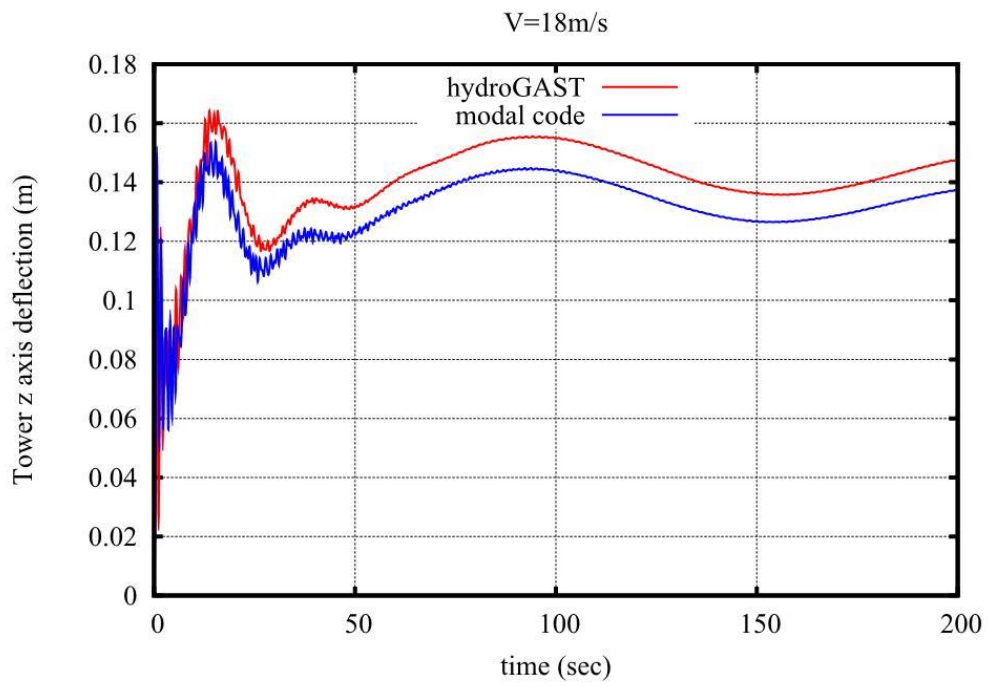
Όμοια και για τα φορτία στη βάση του πύργου (Σχήματα 4.2.76 – 4.2.81) έχουμε ταύτιση εκτός από τη ροπή M_z .



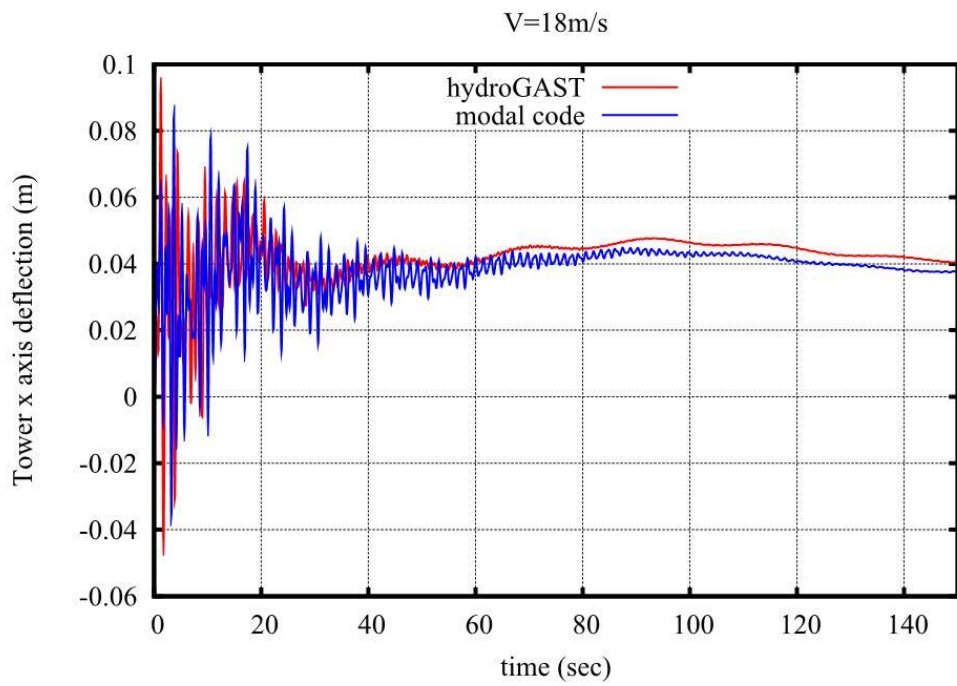
Σχήμα 4.2.82: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



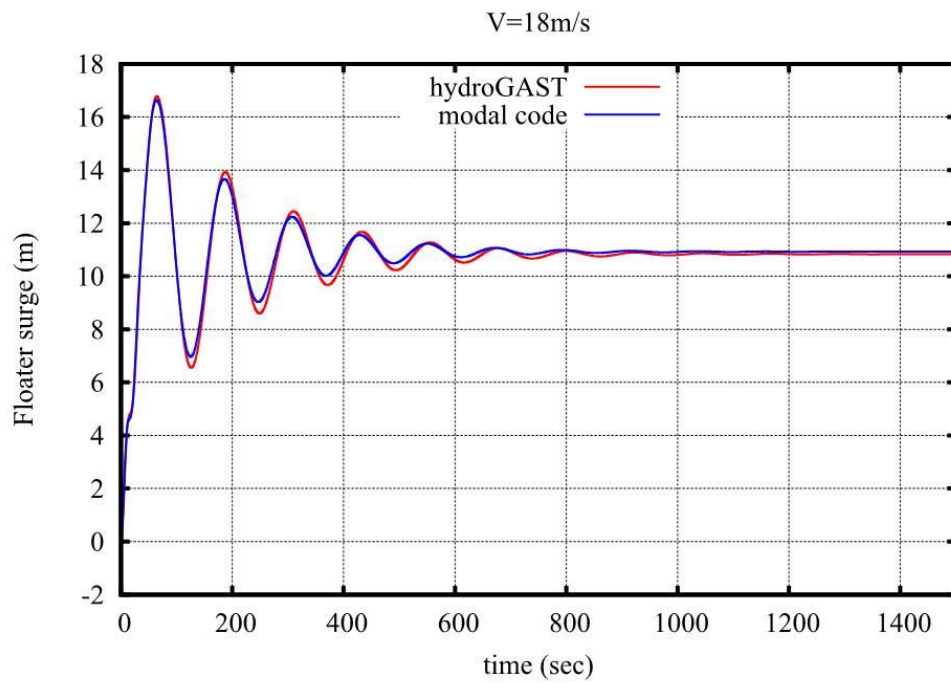
Σχήμα 4.2.83: Flap-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



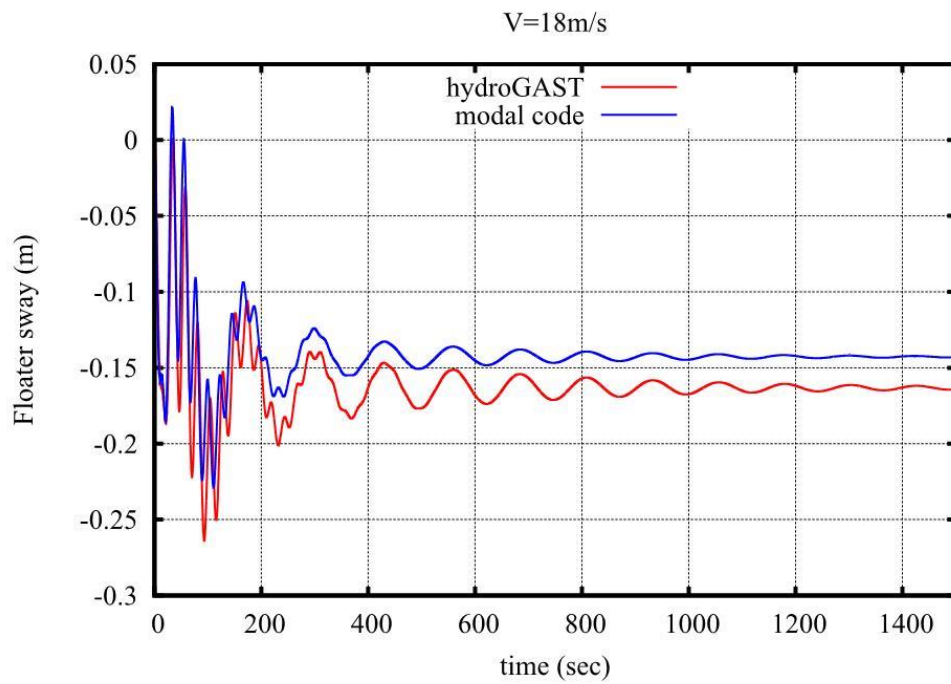
Σχήμα 4.2.84: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



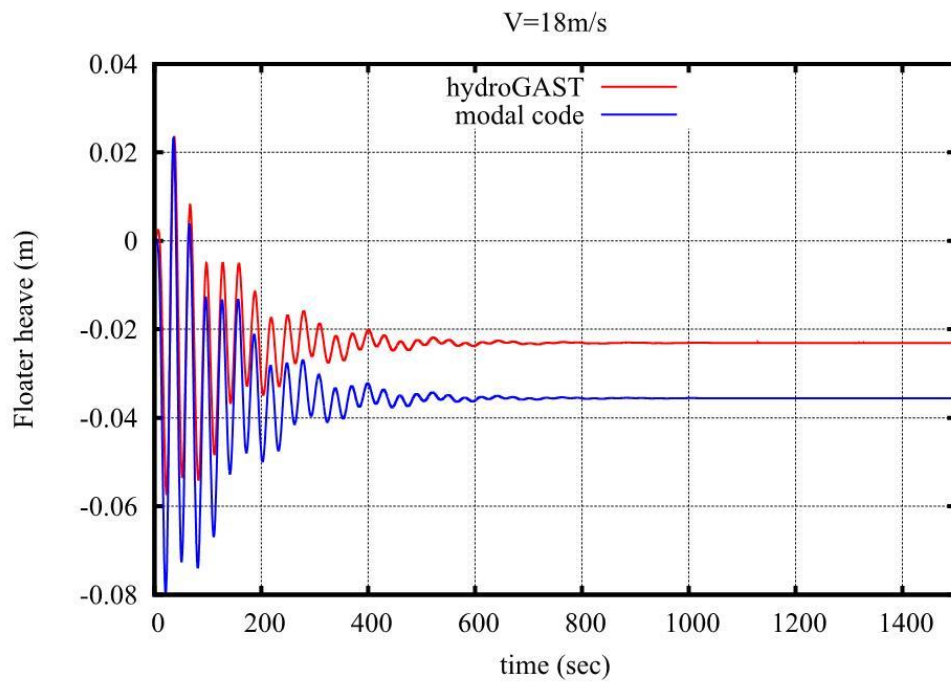
Σχήμα 4.2.85: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



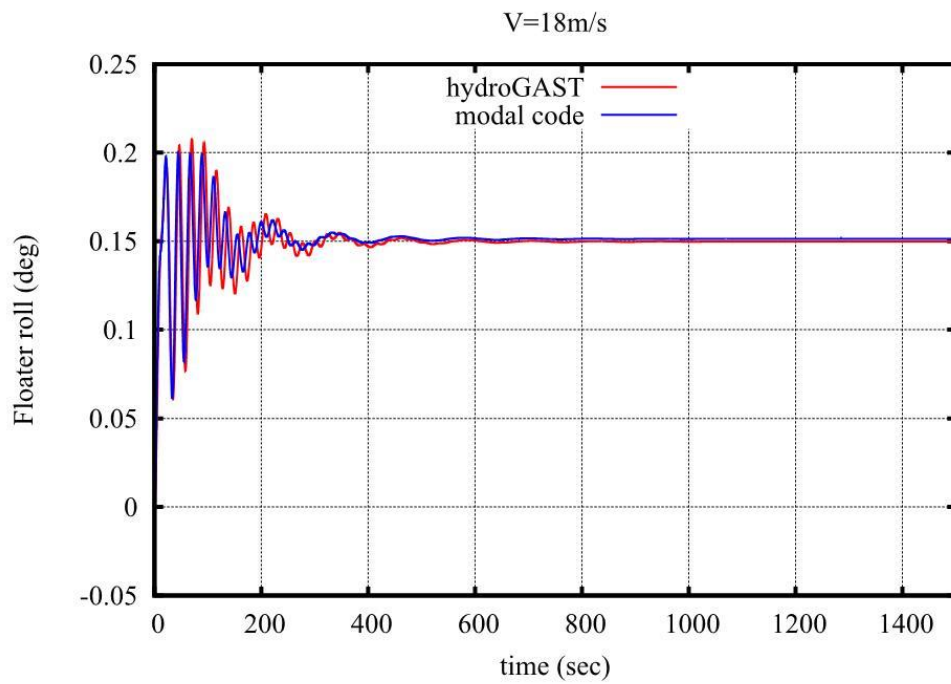
Σχήμα 4.2.86: Surge μετακίνηση του πλωτήρα.



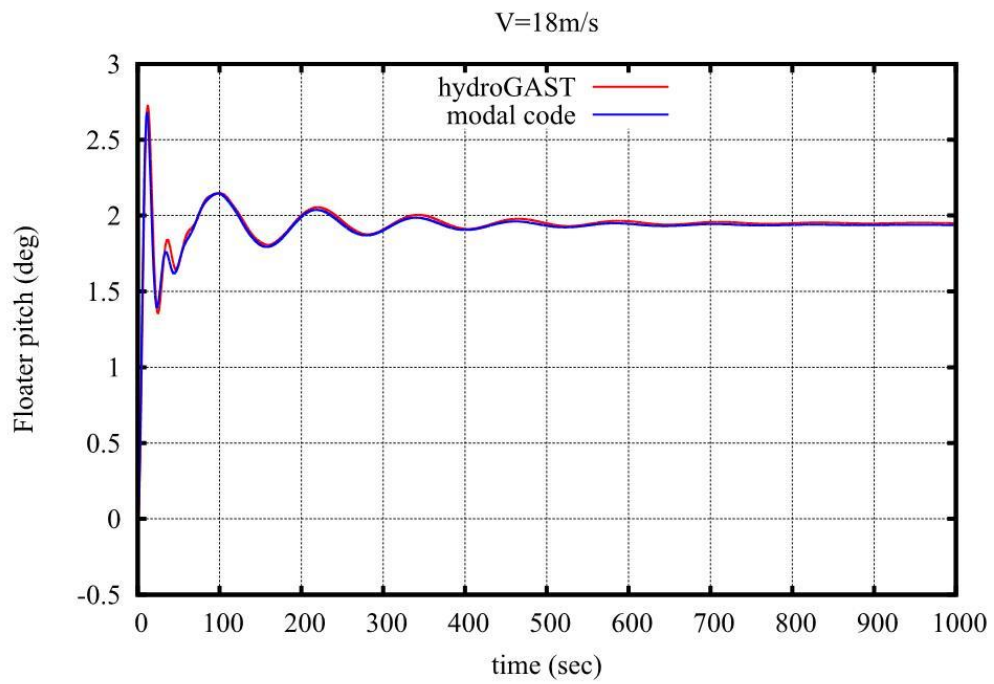
Σχήμα 4.2.87: Sway μετακίνηση του πλωτήρα.



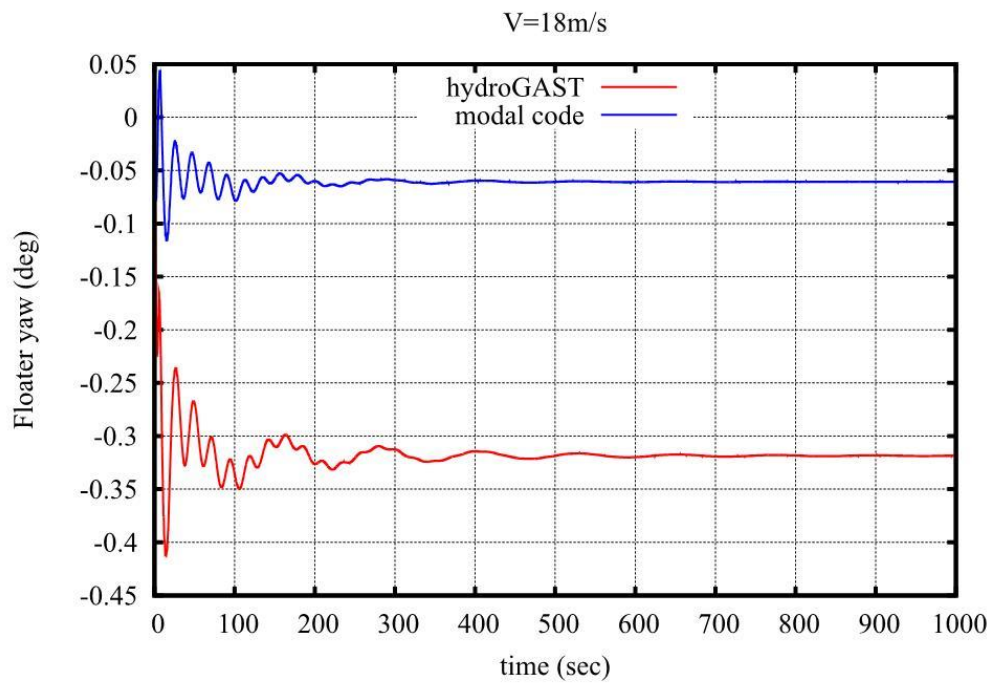
Σχήμα 4.2.88: Heave μετακίνηση του πλωτήρα.



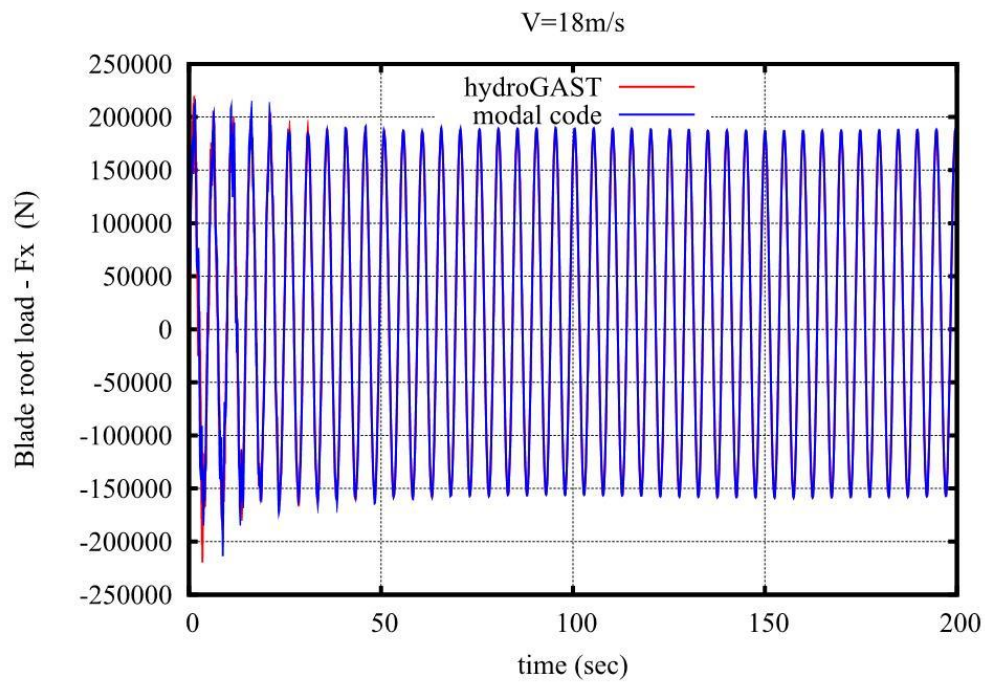
Σχήμα 4.2.89: Roll στροφή του πλωτήρα.



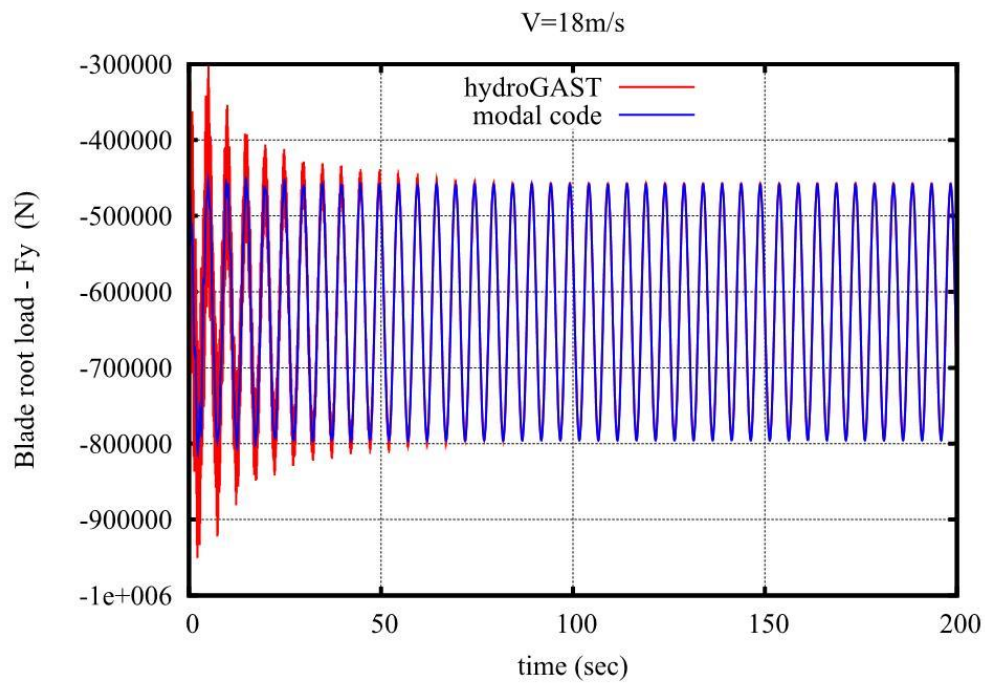
Σχήμα 4.2.90: Pitch στροφή του πλωτήρα.



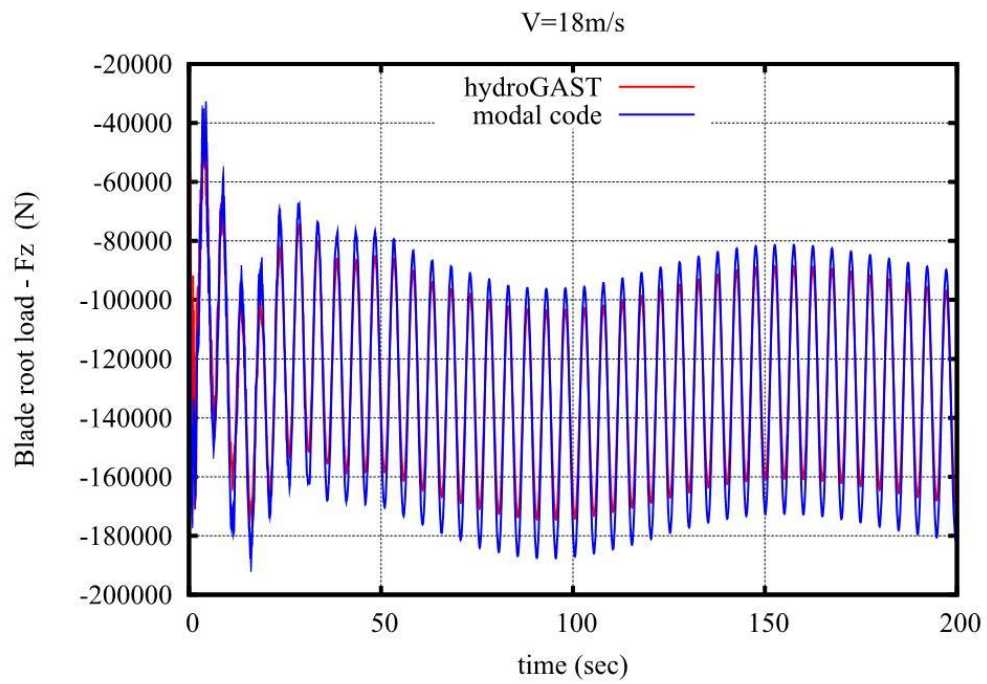
Σχήμα 4.2.91: Yaw στροφή του πλωτήρα.



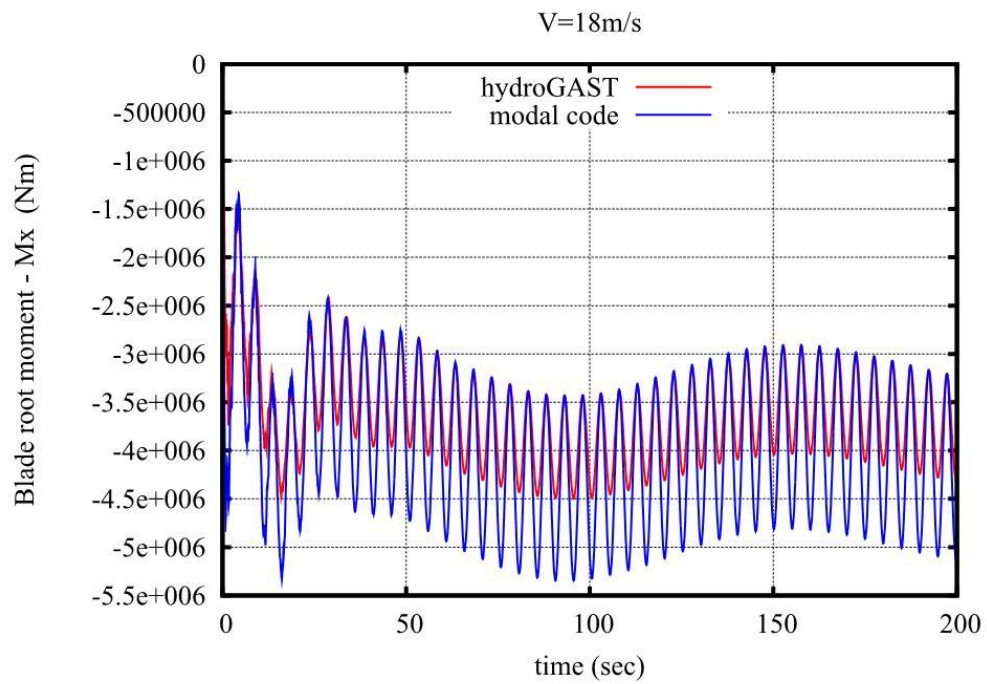
Σχήμα 4.2.92: Δύναμη Fx στη ρίζα του πτερυγίου.



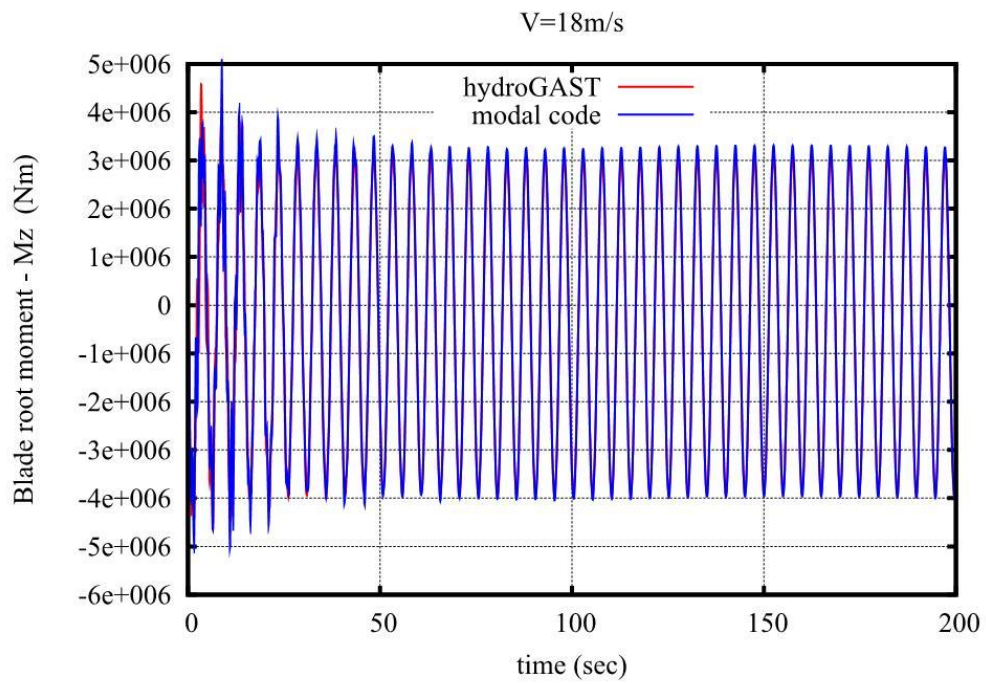
Σχήμα 4.2.93: Δύναμη Fy στη ρίζα του πτερυγίου.



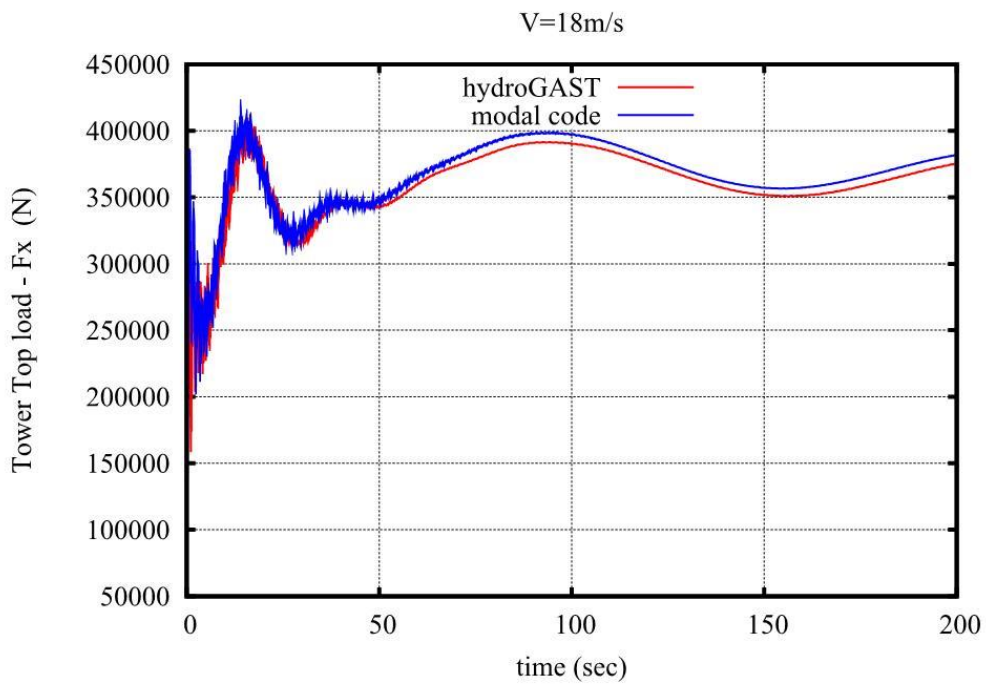
Σχήμα 4.2.94: Δύναμη F_z στη ρίζα του πτερυγίου.



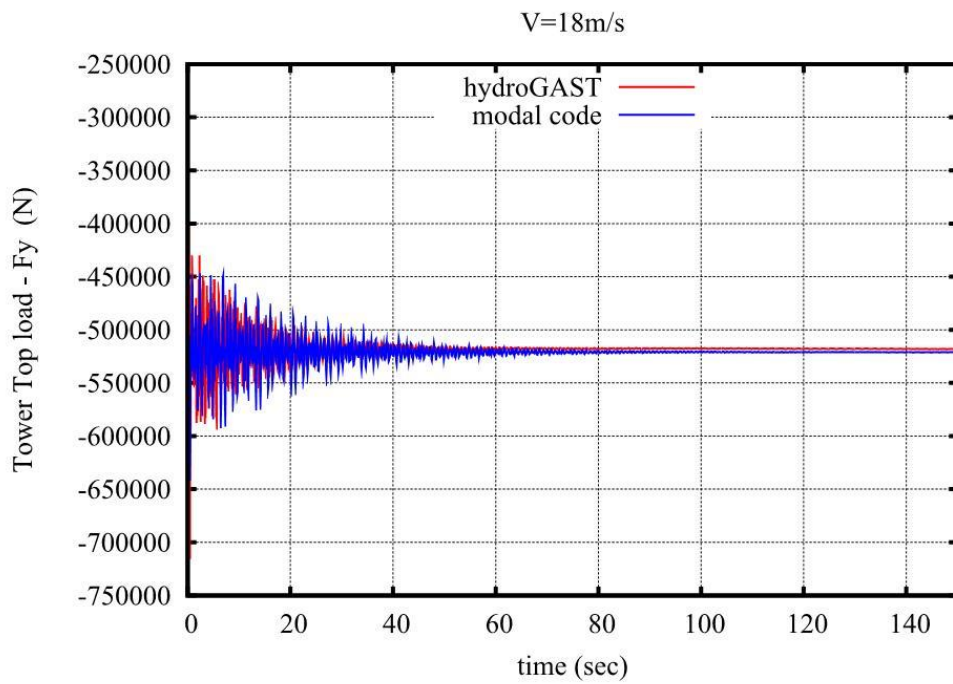
Σχήμα 4.2.95: Ροπή M_x στη ρίζα του πτερυγίου.



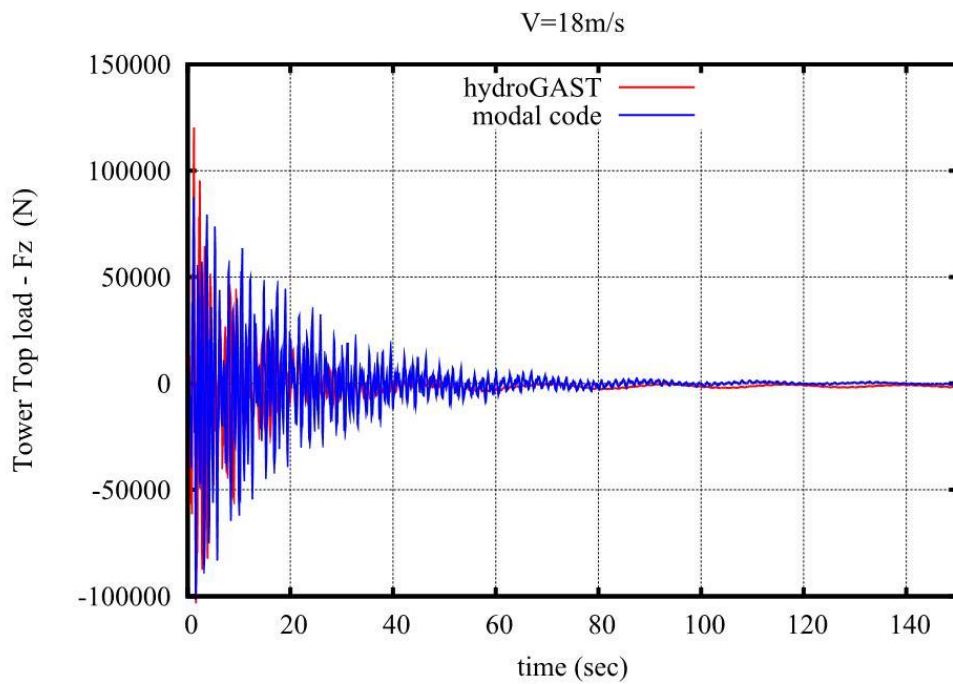
Σχήμα 4.2.96: Ροπή Mz στη ρίζα του πτερυγίου.



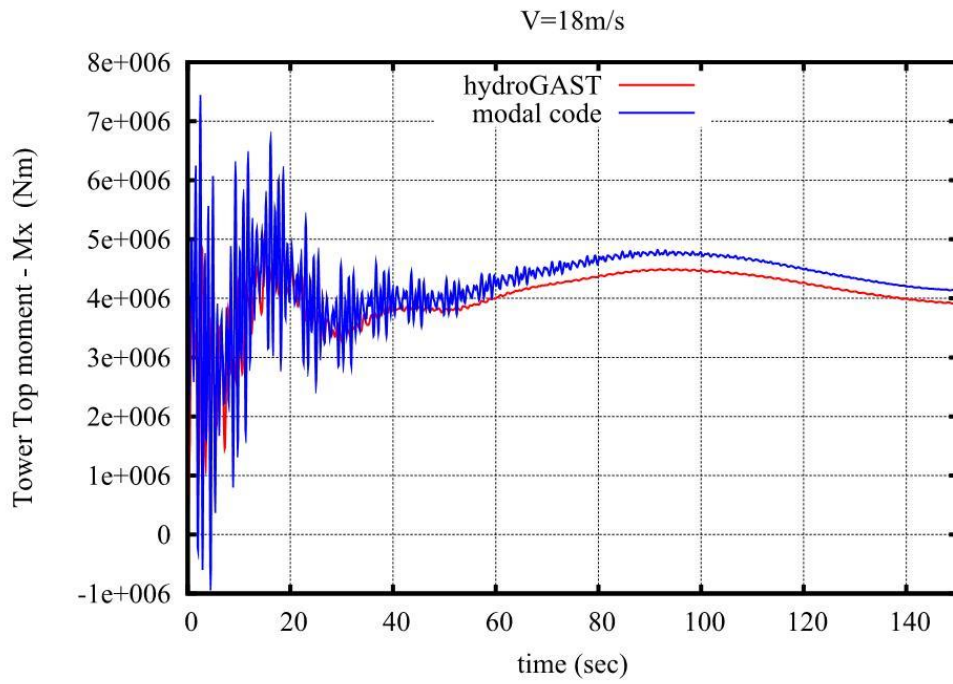
Σχήμα 4.2.97: Δύναμη Fx στη κορυφή του πύργου.



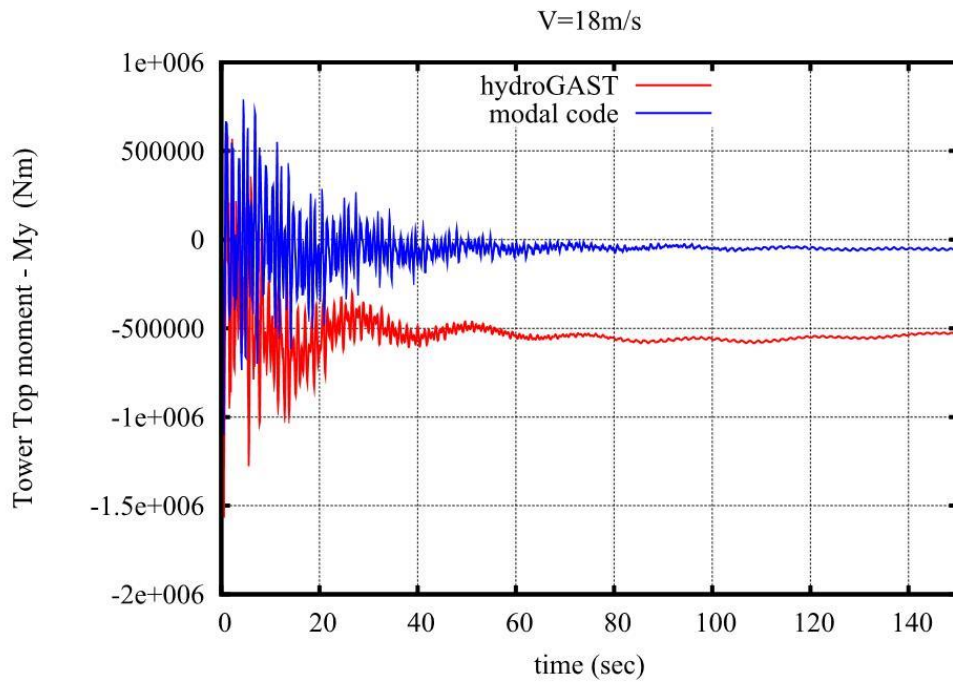
Σχήμα 4.2.98: Δύναμη F_y στη κορυφή του πύργου.



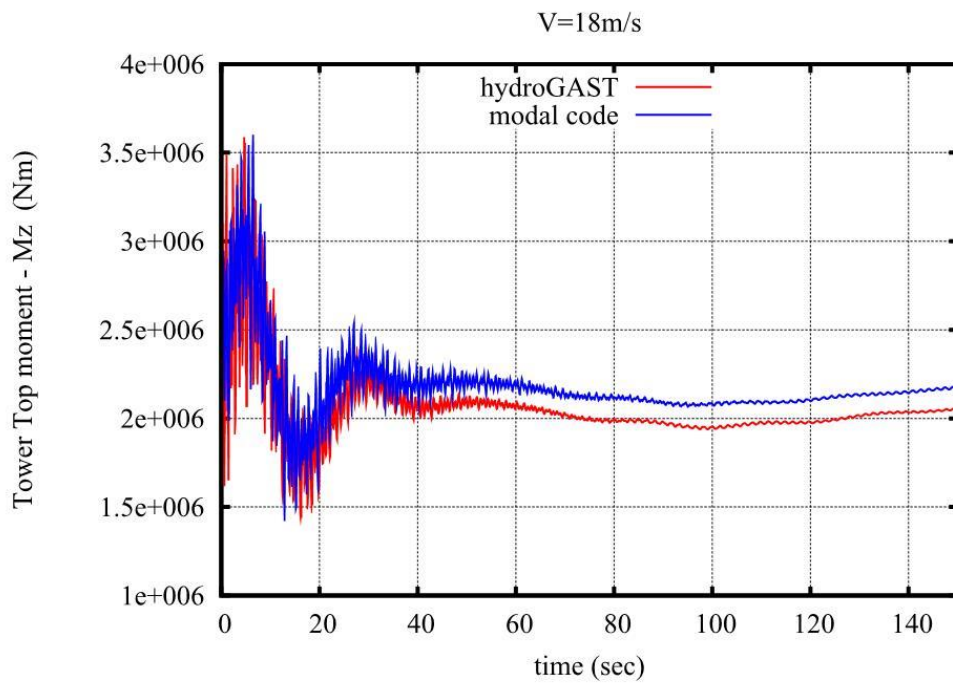
Σχήμα 4.2.99: Δύναμη F_z στη κορυφή του πύργου.



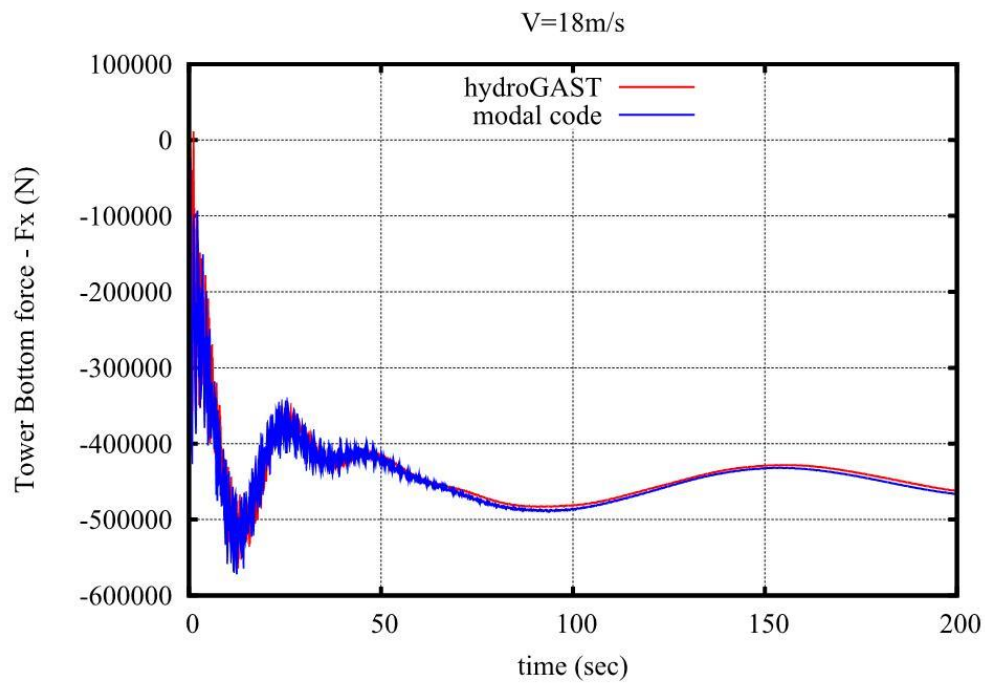
Σχήμα 4.2.100: Ροπή M_x στη κορυφή του πύργου.



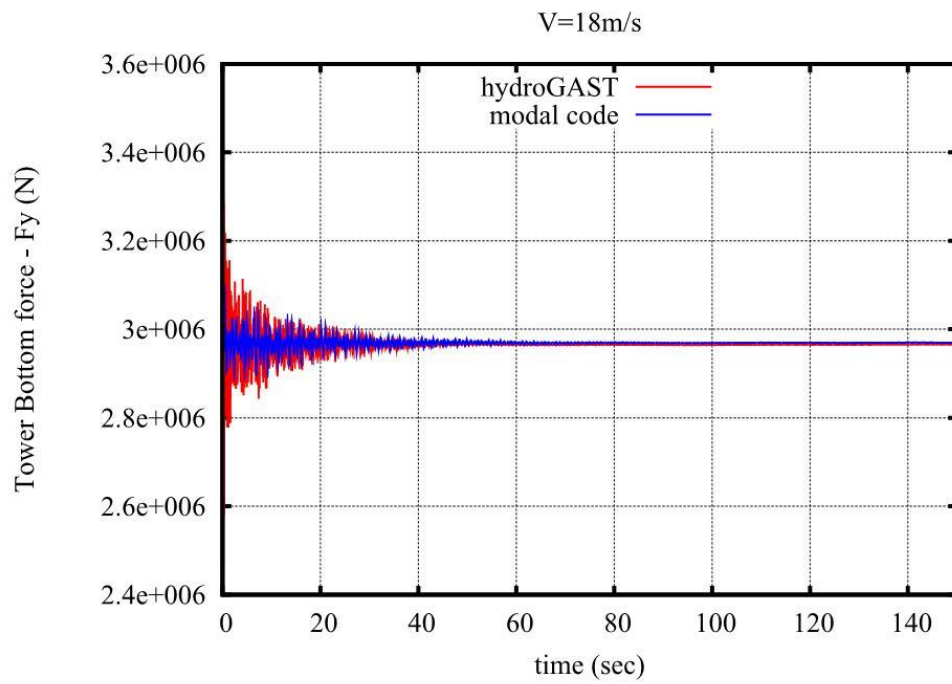
Σχήμα 4.2.101: Ροπή M_y στη κορυφή του πύργου.



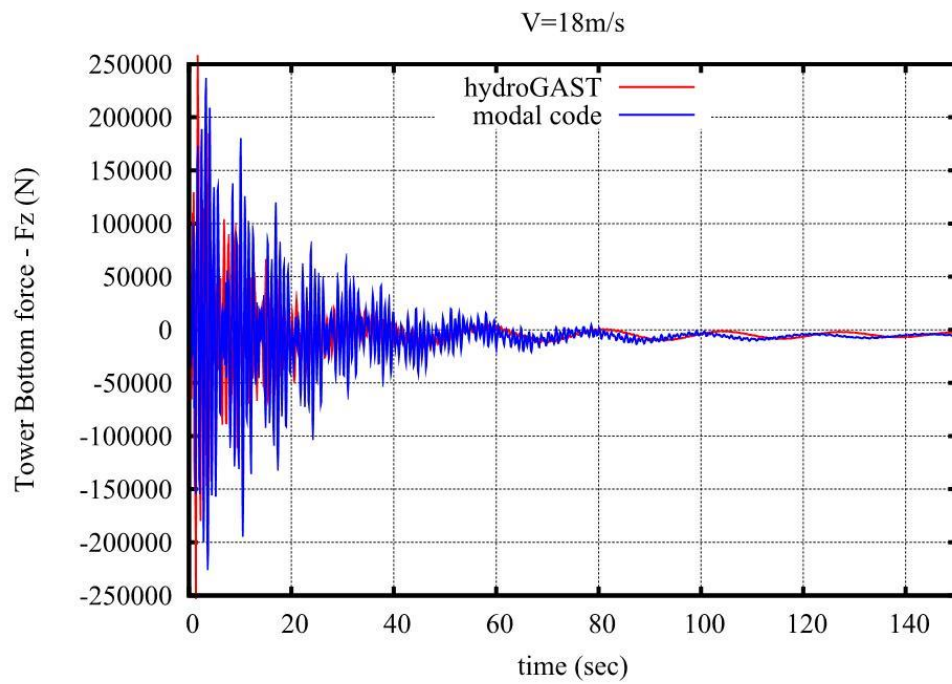
Σχήμα 4.2.102: Ροπή Mz στη κορυφή του πύργου.



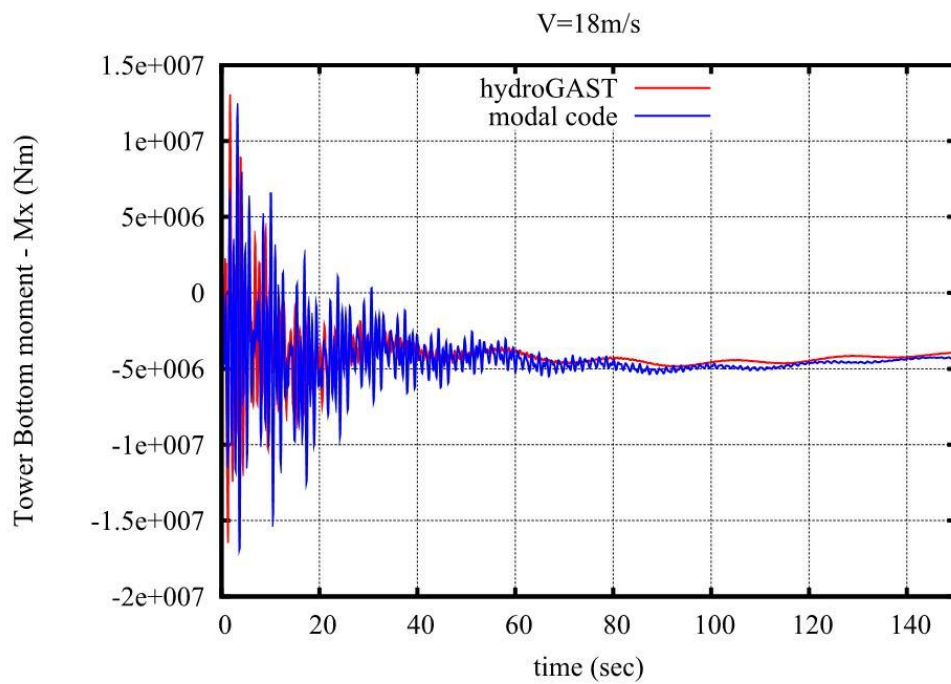
Σχήμα 4.2.103: Δύναμη Fx στη βάση του πύργου.



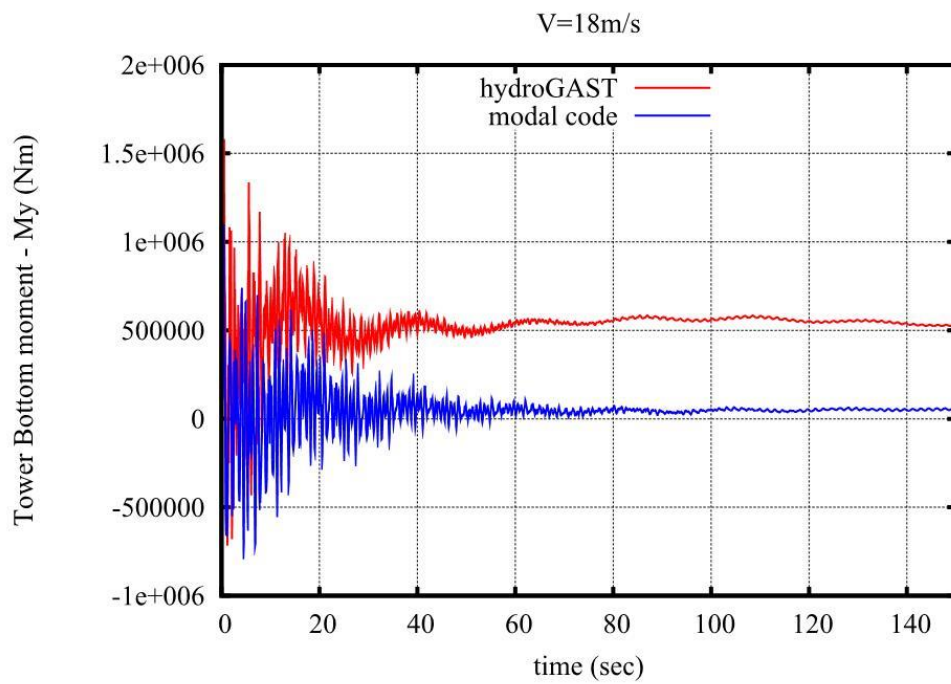
Σχήμα 4.2.104: Δύναμη Fy στη βάση του πύργου.



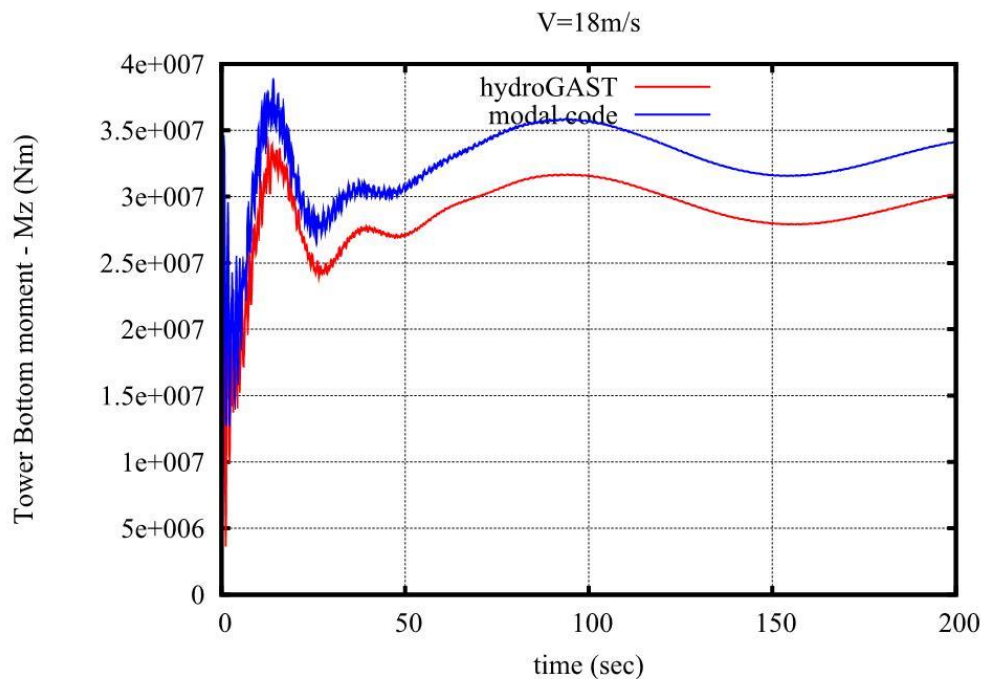
Σχήμα 4.2.105: Δύναμη Fz στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.106: Ροπή M_x στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.107: Ροπή M_y στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.108: Ροπή Mz στη βάση του πύργου.

Παρατηρούμε τώρα τα διαγράμματα για ταχύτητα ανέμου 18m/s. Αρχικά, στο Σχήμα 4.2.82 βλέπουμε τη μετακίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση περιστροφής. Όπως προηγουμένως, έχουμε το ίδιο εύρος αλλά διαφορετική μέση τιμή. Σε αυτή τη περίπτωση όμως, βλέπουμε πως η διαφορά στη μέση τιμή των δύο κωδικών, μειώθηκε σε αυτή τη περίπτωση παρά την αύξηση της ταχύτητας του ανέμου. Αυτό συνέβη διότι, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.2.83, οι μετακινήσεις του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση πτερυγίωσης μειώθηκαν λόγω της επίδρασης της γωνίας βήματος και επομένως και η επίδραση των μη γραμμικών όρων. Επίσης, στο Σχήμα 4.2.83, βλέπουμε αρκετά μεγαλύτερη μέση τιμή αλλά και εύρος από τον κώδικα modal.

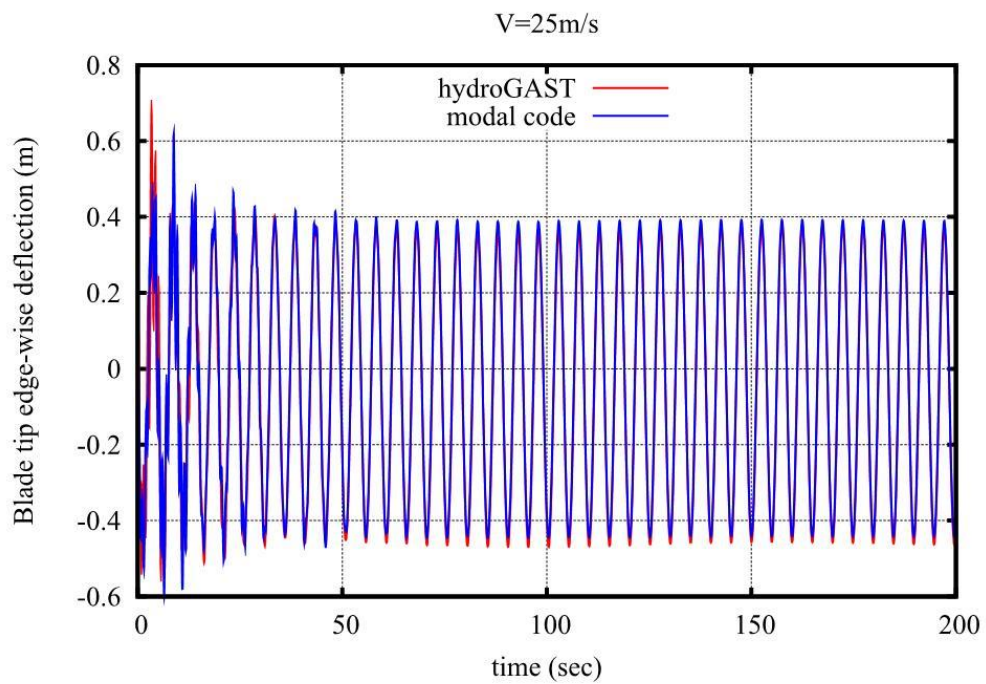
Στα Σχήματα 4.2.84 και 4.2.85 παρουσιάζονται οι μετακινήσεις του πύργου κατά τις δύο κατευθύνσεις. Εδώ, παρατηρούμε πάλι τη μικρή διαφορά στη πλευρική μετακίνηση του πύργου. Στα Σχήματα 4.2.86 – 4.2.91 φαίνονται τα διαγράμματα των κινήσεων του πλωτήρα. Και εδώ έχουμε σχεδόν ταύτιση των αποτελεσμάτων, με πολύ μικρές διαφορές μόνο στις μετακινήσεις sway (Σχήμα 4.2.87) και heave (Σχήμα 4.2.88). Επίσης, έχουμε μια διαφορά στη γωνία yaw (Σχήμα 4.2.91) της τάξης των 0.3°.

Στα Σχήματα 4.2.92 – 4.2.96 όπου φαίνονται τα διαγράμματα των φορτίων στη ρίζα του πτερυγίου, έχουμε σχεδόν ταύτιση εκτός από τη ροπή Mx (Σχήμα 4.2.95) όπου ισχύει ότι περιγράψαμε στις προηγούμενες ταχύτητες ανέμου.

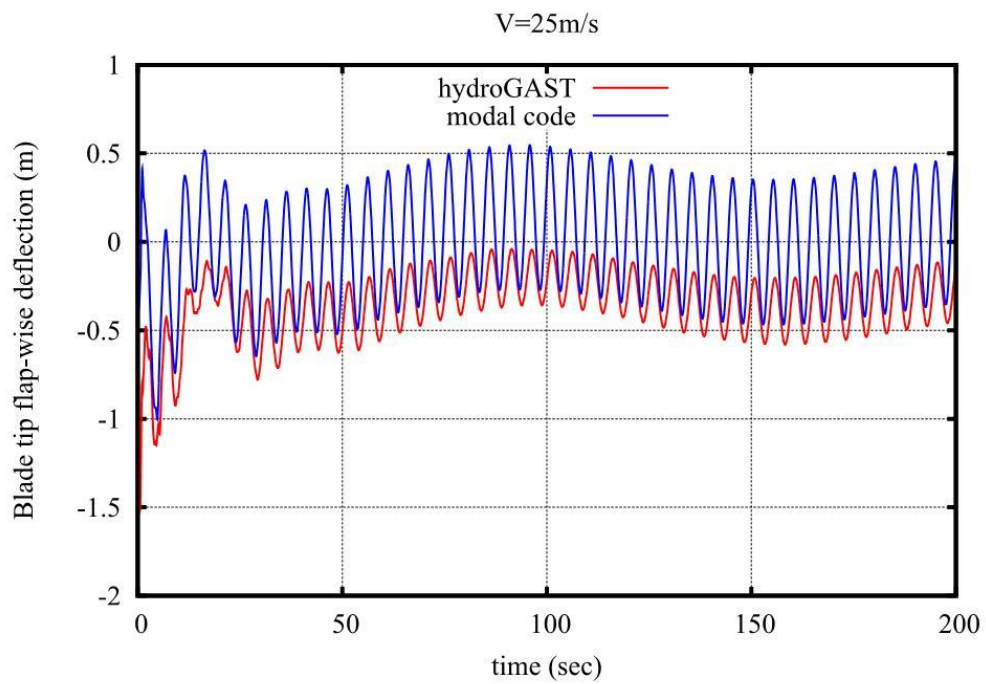
Στα φορτία στη κορυφή του πύργου (Σχήματα 4.2.97 – 4.2.102) παρατηρούμε διαφορές μονάχα στη ροπή My (Σχήμα 4.2.101) και στη ροπή Mz (Σχήμα 4.2.102). Η διαφορά στη ροπή My, πιθανά να οφείλεται στην επίδραση της στρέψης καθώς

δημιουργεί ανομοιόμορφη φόρτιση στον δρομέα, ενώ η διαφορά στη ροπή M_z είναι σχετικά μικρή.

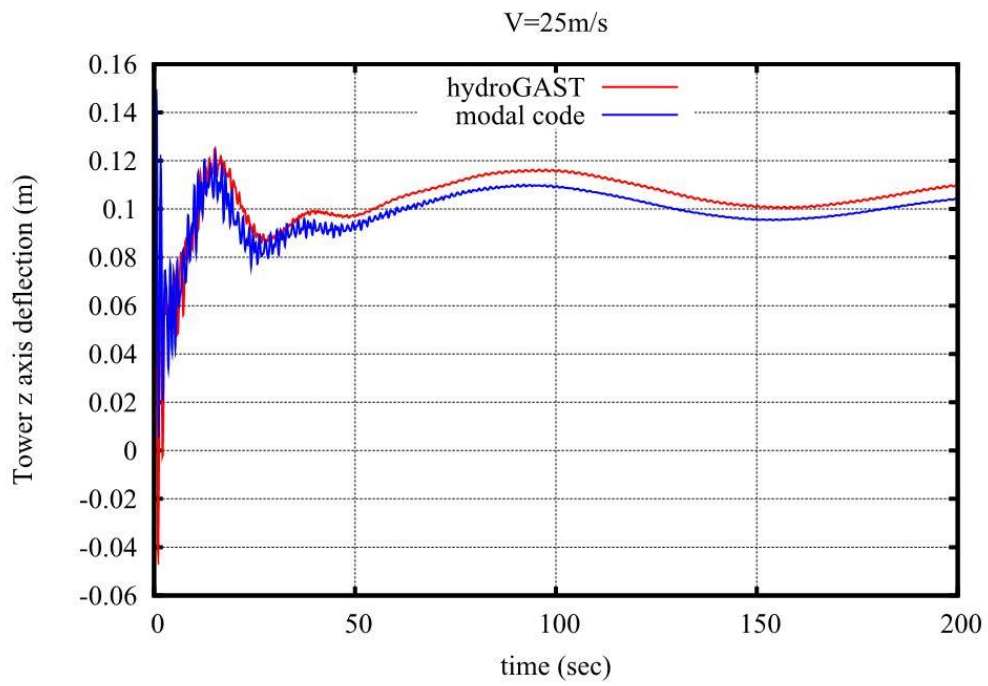
Τέλος, στα Σχήματα 4.2.103 – 4.2.108 φαίνονται τα φορτία στη βάση του πύργου. Εδώ, διαφορές βλέπουμε όπως μόνο στις ροπές M_y (Σχήμα 4.2.107) και M_z (Σχήμα 4.2.108).



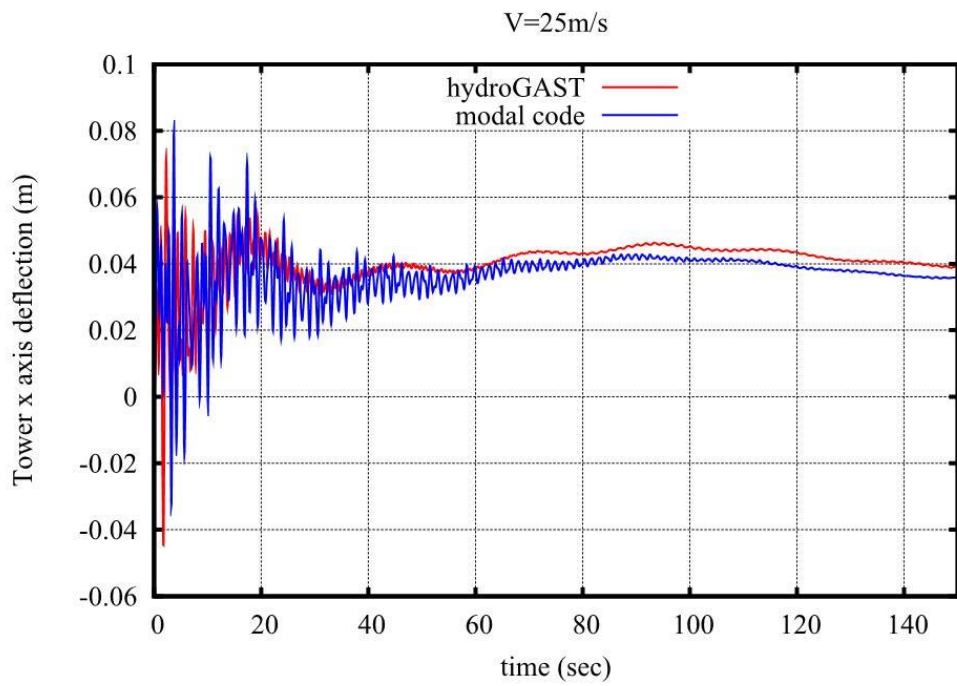
Σχήμα 4.2.109: Edge-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



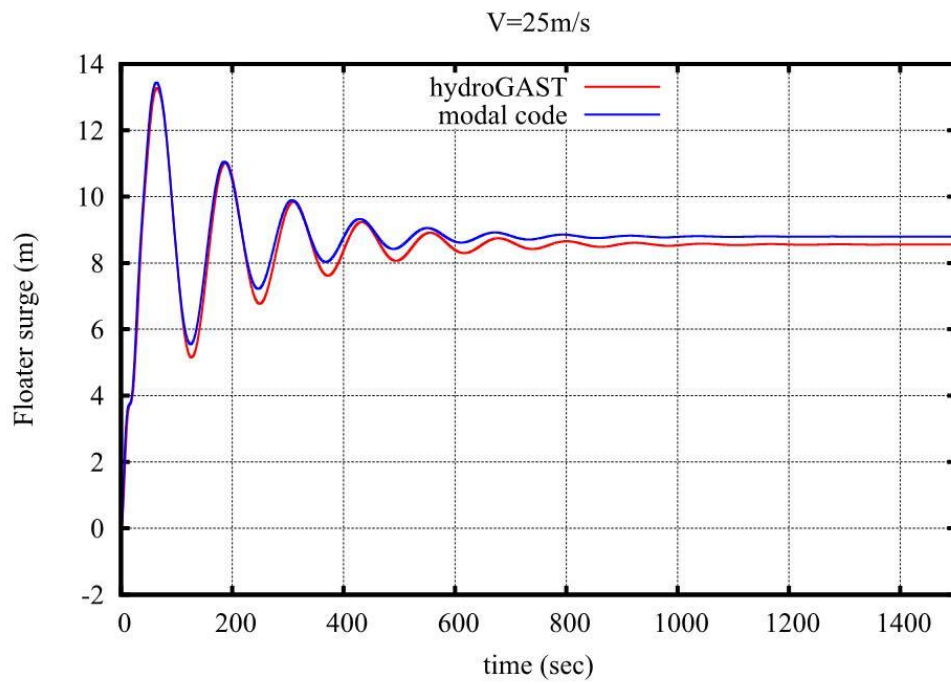
Σχήμα 4.2.110: Flap-wise μετακίνηση του πτερυγίου.



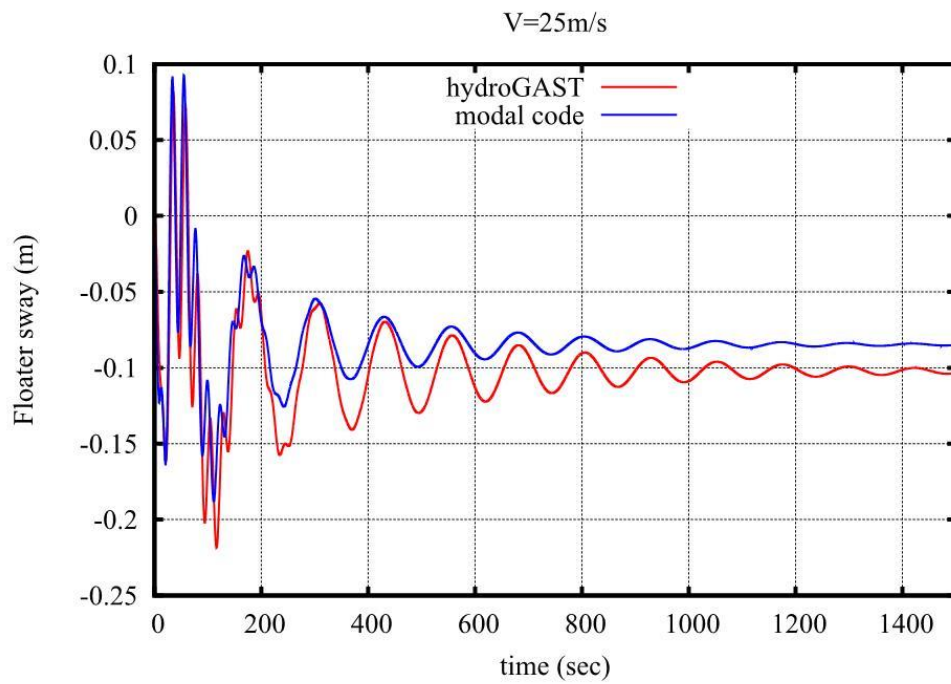
Σχήμα 4.2.111: Πλευρική μετακίνηση του πύργου.



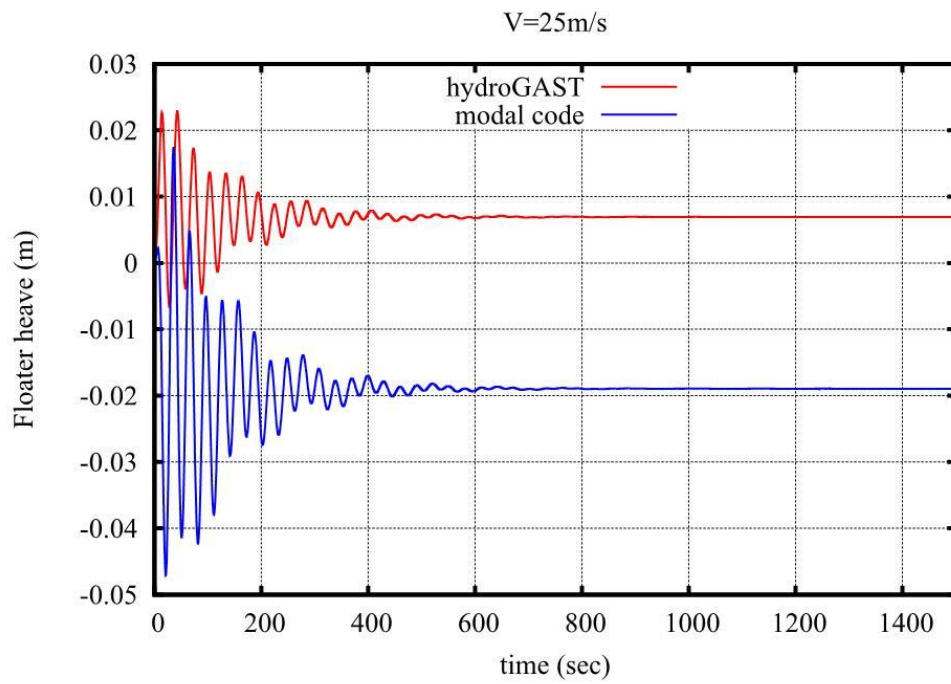
Σχήμα 4.2.112: Εμπρός-πίσω μετακίνηση του πύργου.



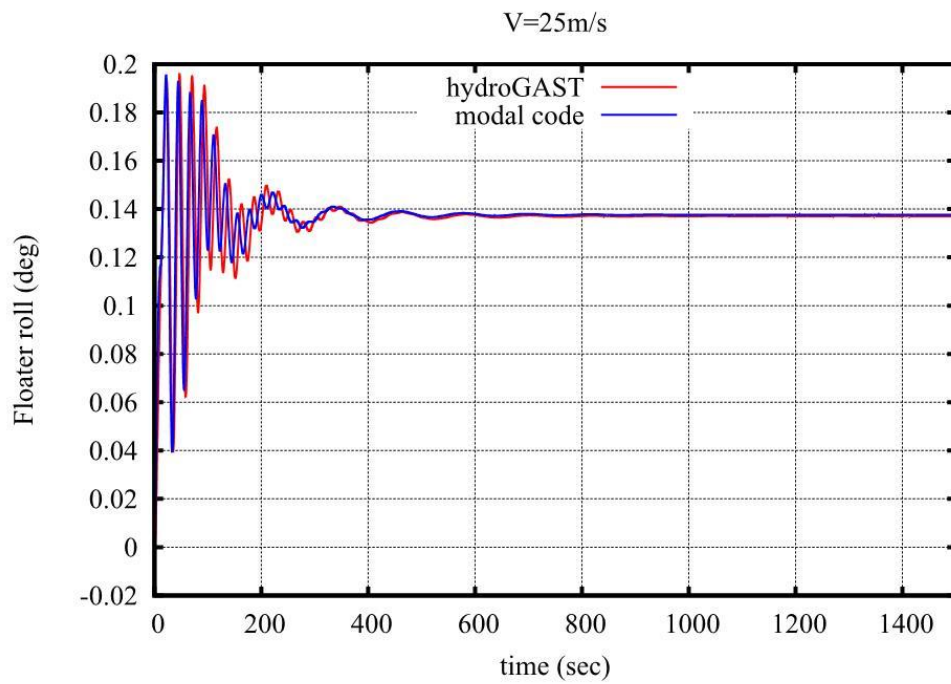
Σχήμα 4.2.113: Surge μετακίνηση του πλωτήρα.



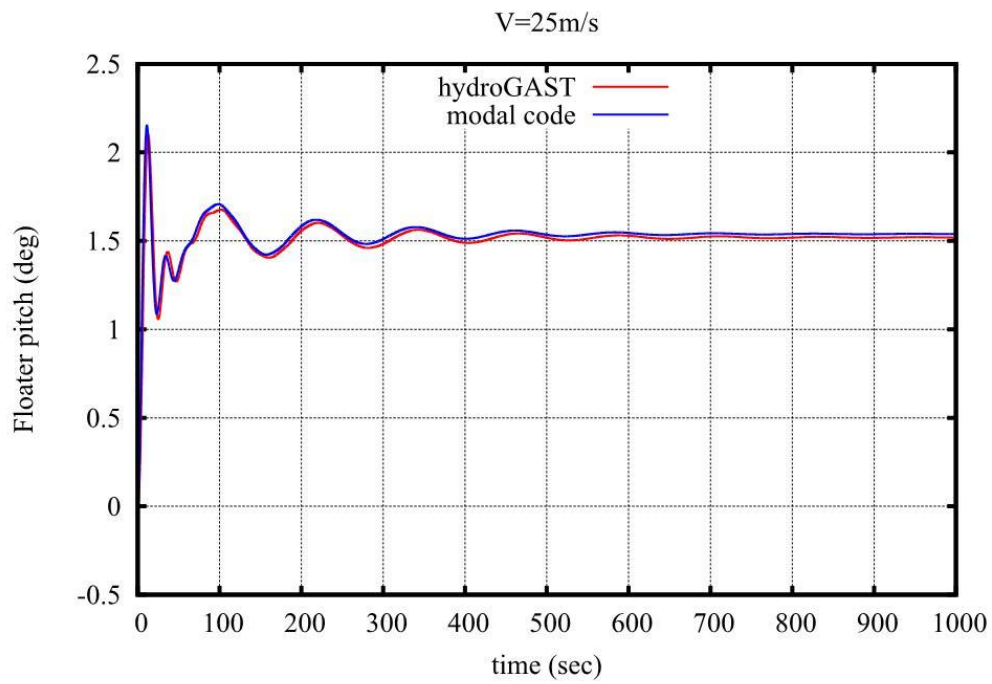
Σχήμα 4.2.114: Sway μετακίνηση του πλωτήρα.



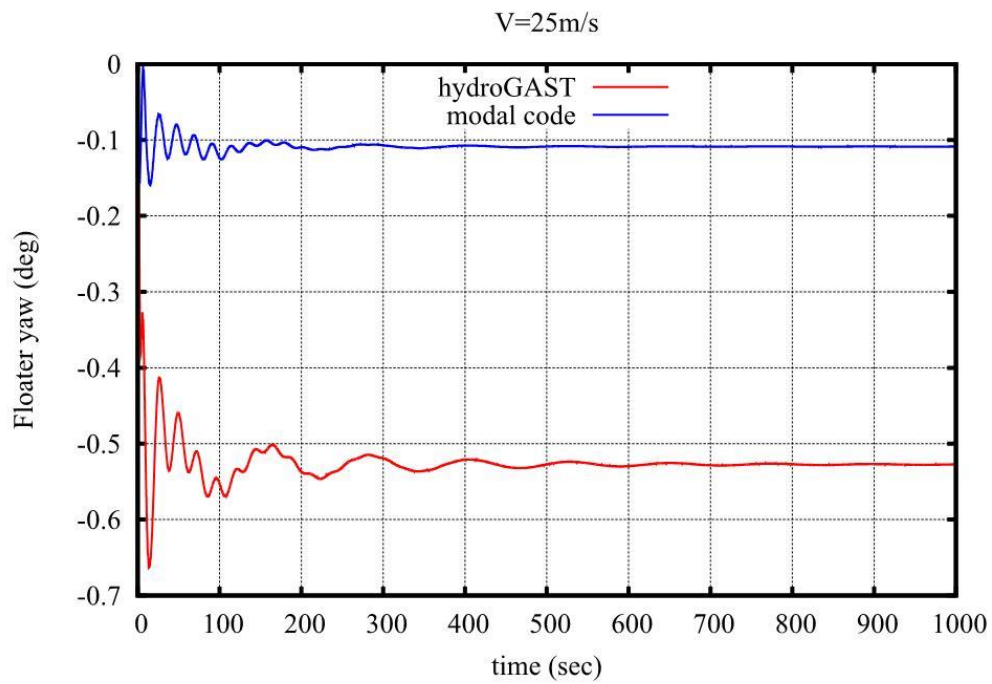
Σχήμα 4.2.115: Heave μετακίνηση του πλωτήρα.



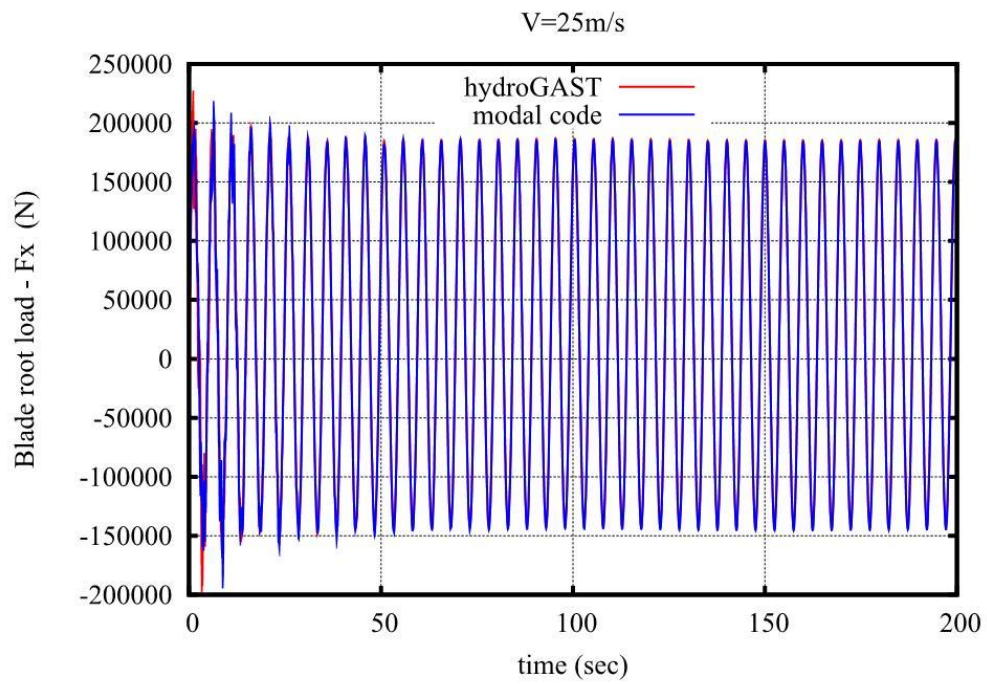
Σχήμα 4.2.116: Roll στροφή του πλωτήρα.



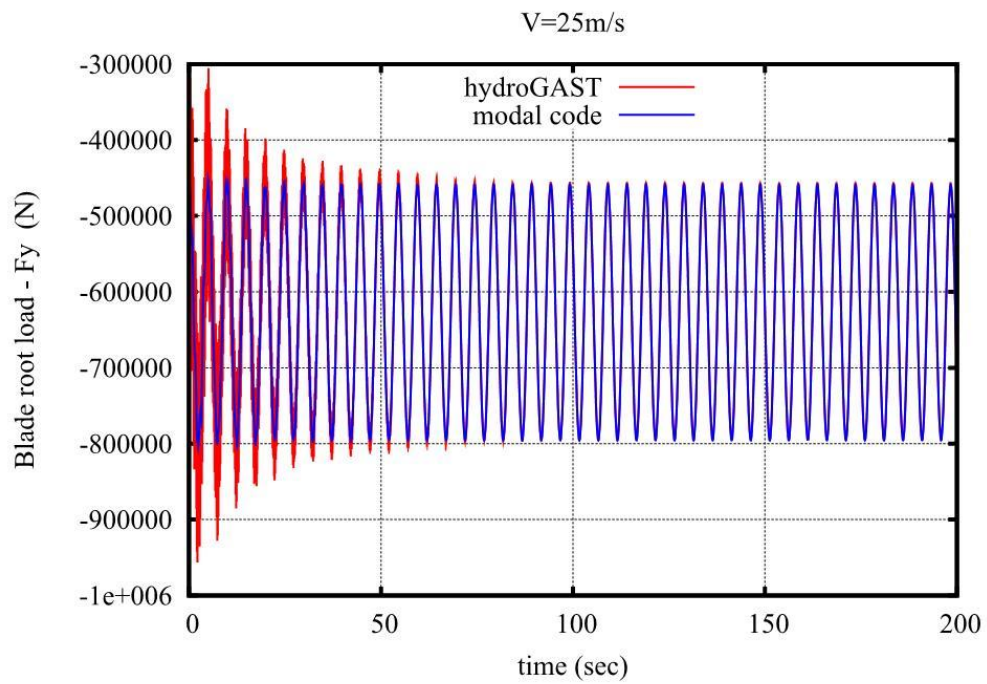
Σχήμα 4.2.117: Pitch στροφή του πλωτήρα.



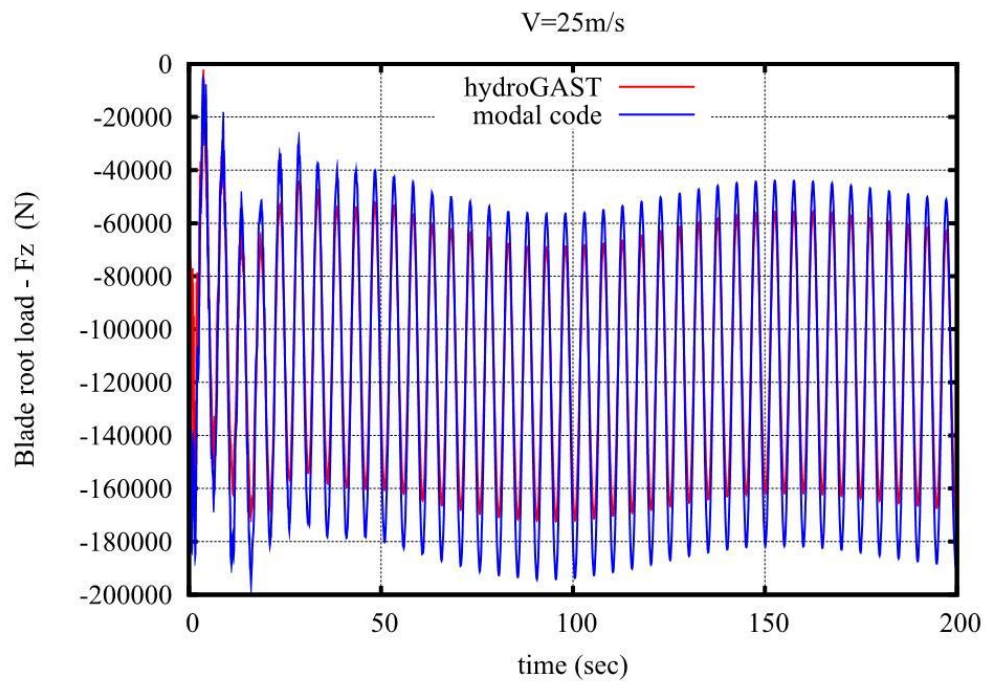
Σχήμα 4.2.118: Yaw στροφή του πλωτήρα.



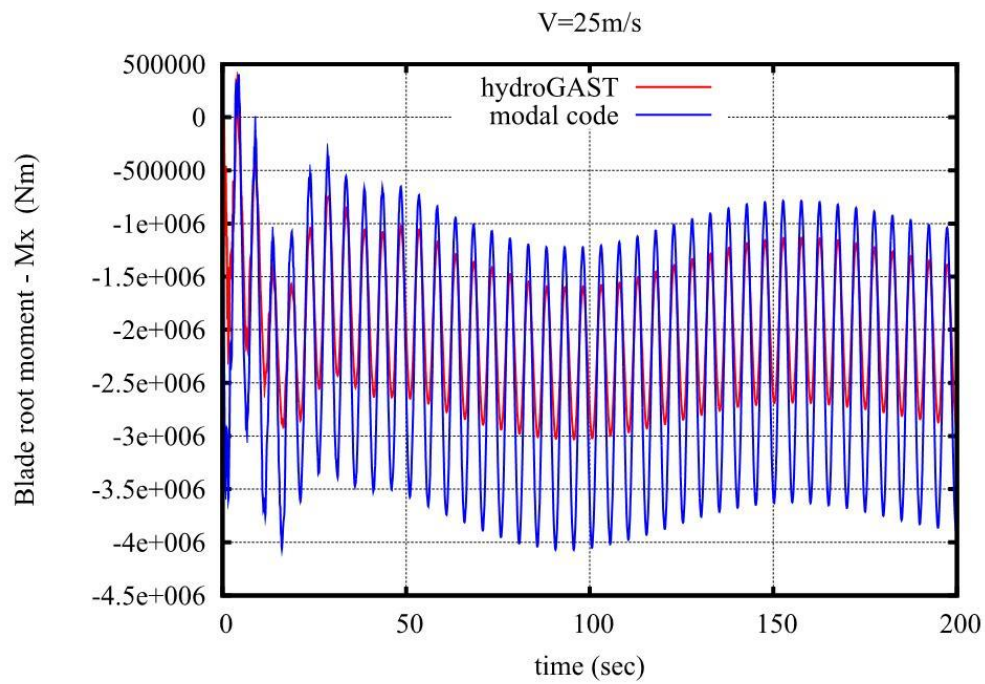
Σχήμα 4.2.119: Δύναμη Fx στη ρίζα του πτερυγίου.



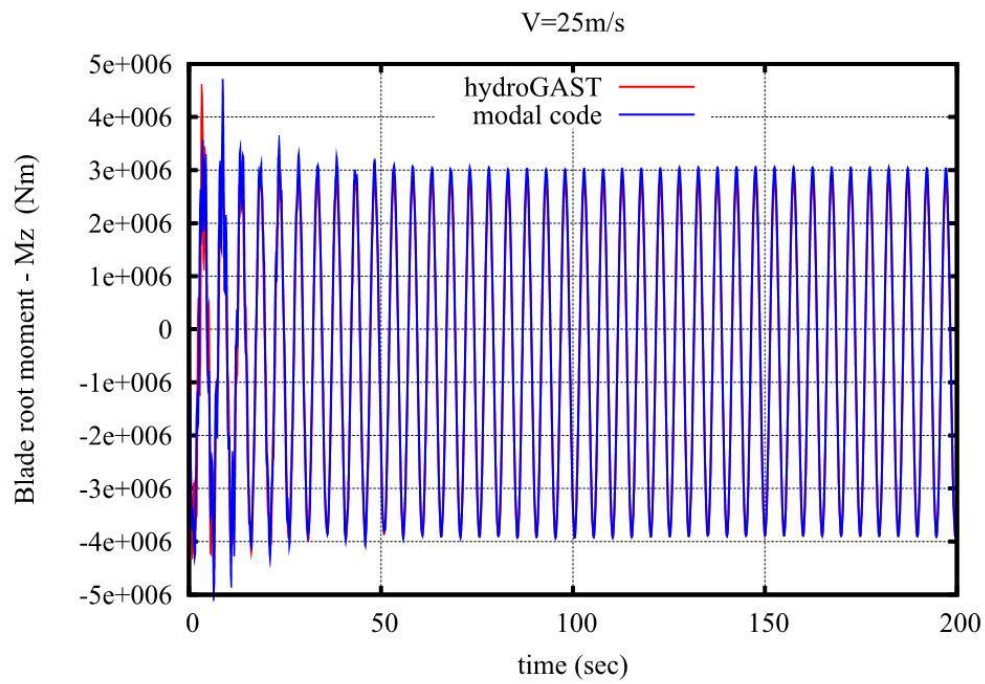
Σχήμα 4.2.120: Δύναμη Fy στη ρίζα του πτερυγίου.



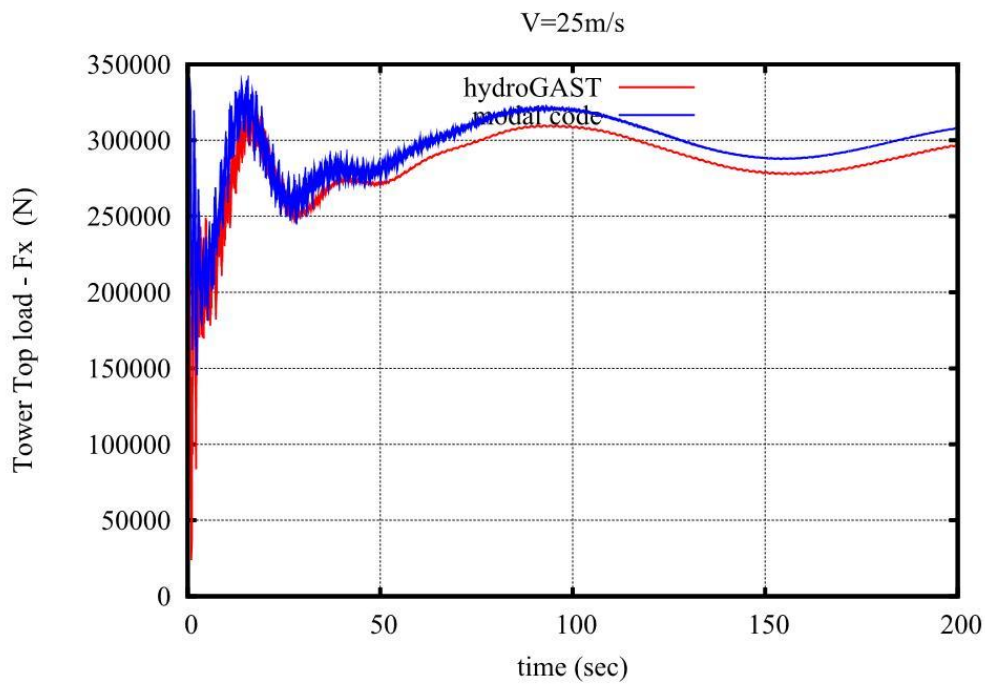
Σχήμα 4.2.121: Δύναμη Fz στη ρίζα του πτερυγίου.



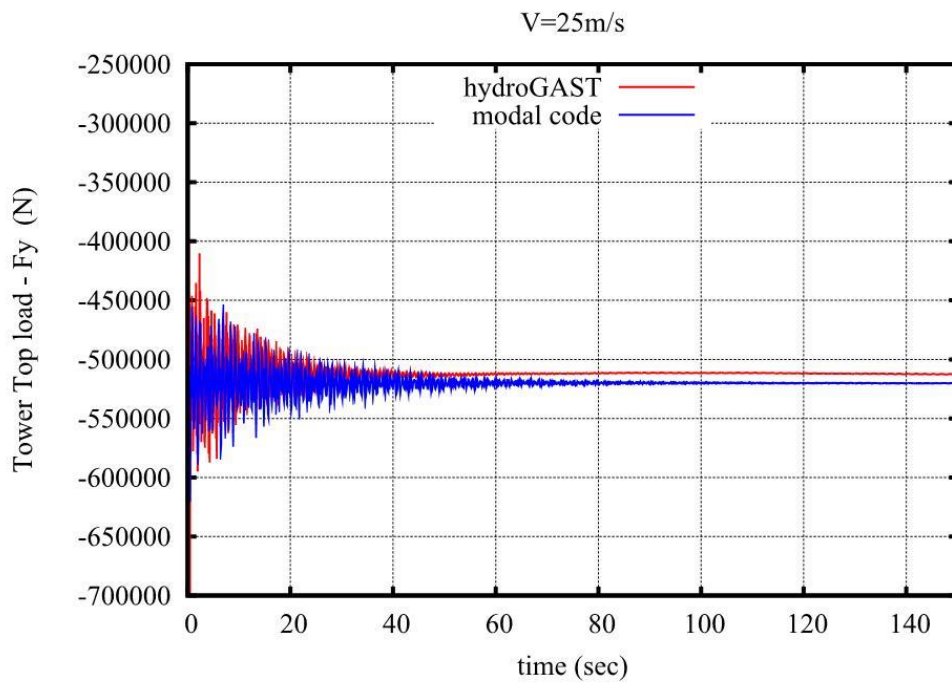
Σχήμα 4.2.122: Ροπή Mx στη ρίζα του πτερυγίου.



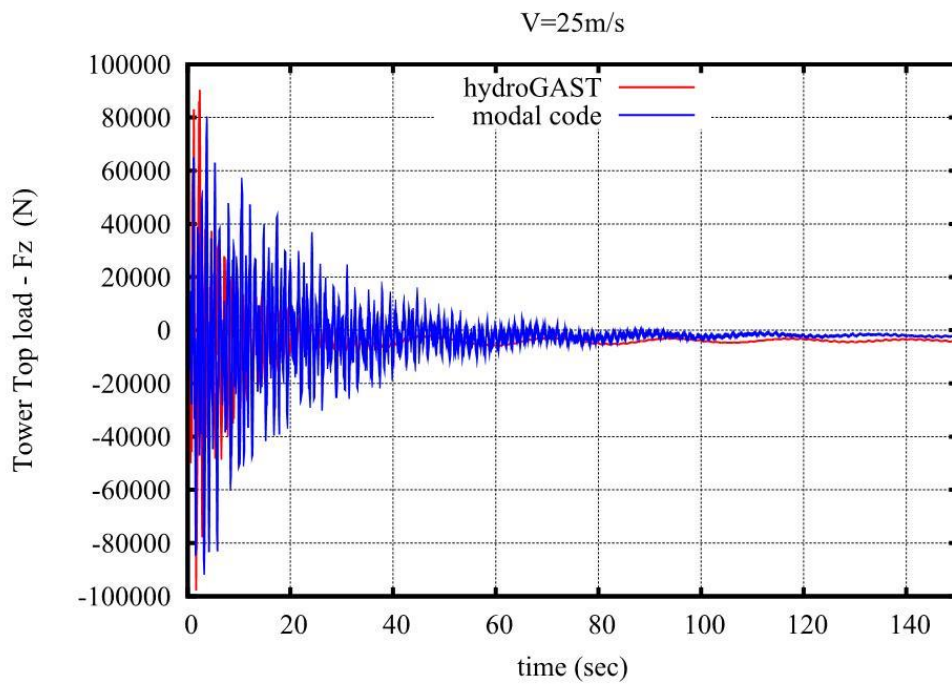
Σχήμα 4.2.123: Ροπή Mz στη ρίζα του πτερυγίου.



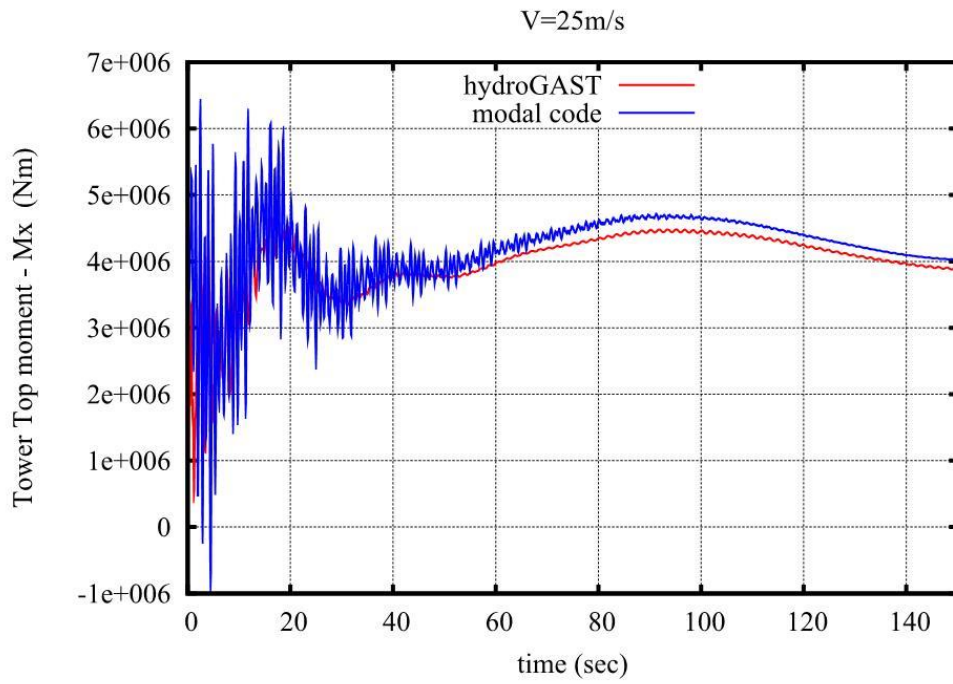
Σχήμα 4.2.124: Δύναμη Fx στη κορυφή του πύργου.



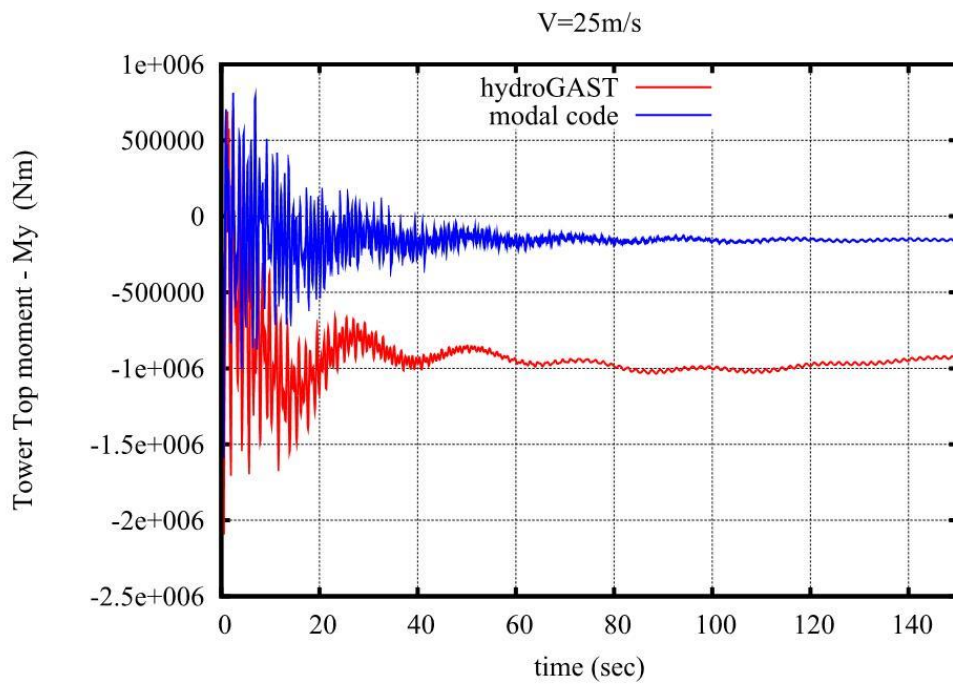
Σχήμα 4.2.125: Δύναμη Fy στη κορυφή του πύργου.



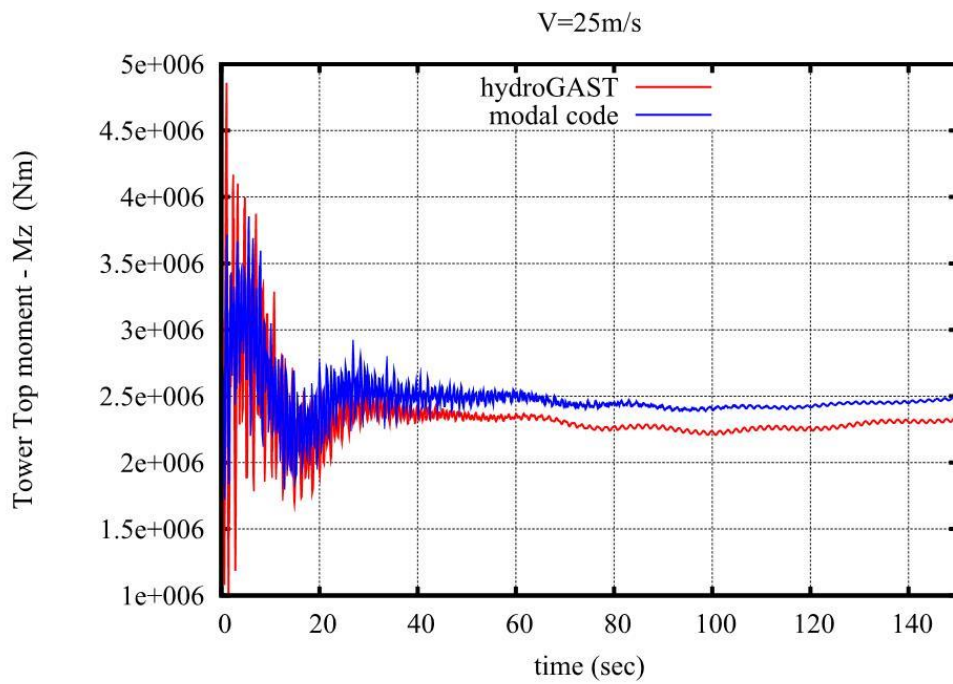
Σχήμα 4.2.126: Δύναμη Fz στη κορυφή του πύργου.



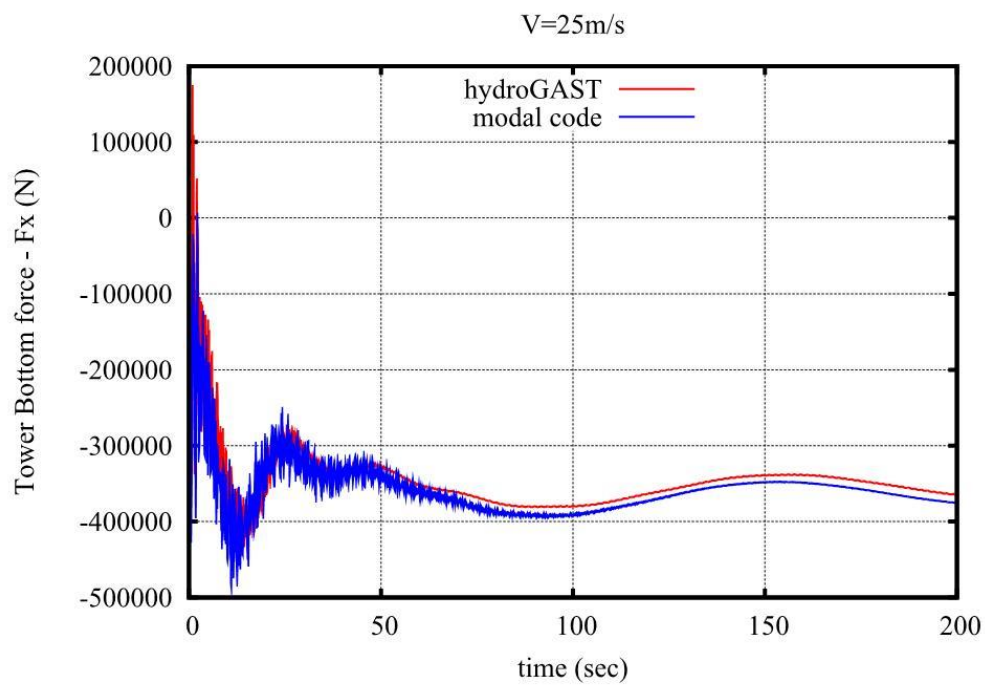
Σχήμα 4.2.127: Ροπή M_x στη κορυφή του πύργου.



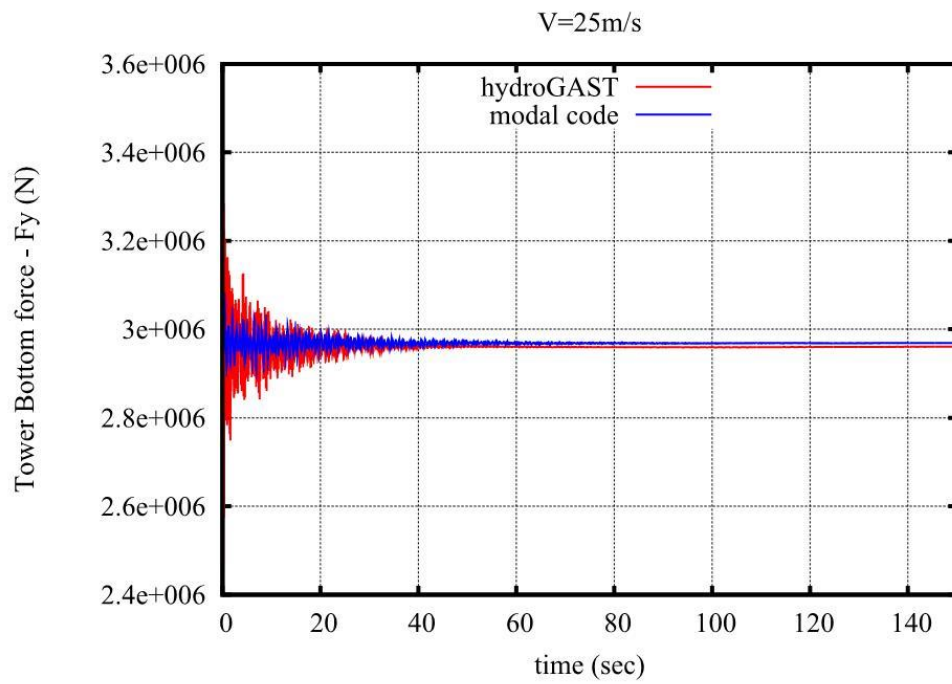
Σχήμα 4.2.128: Ροπή M_y στη κορυφή του πύργου.



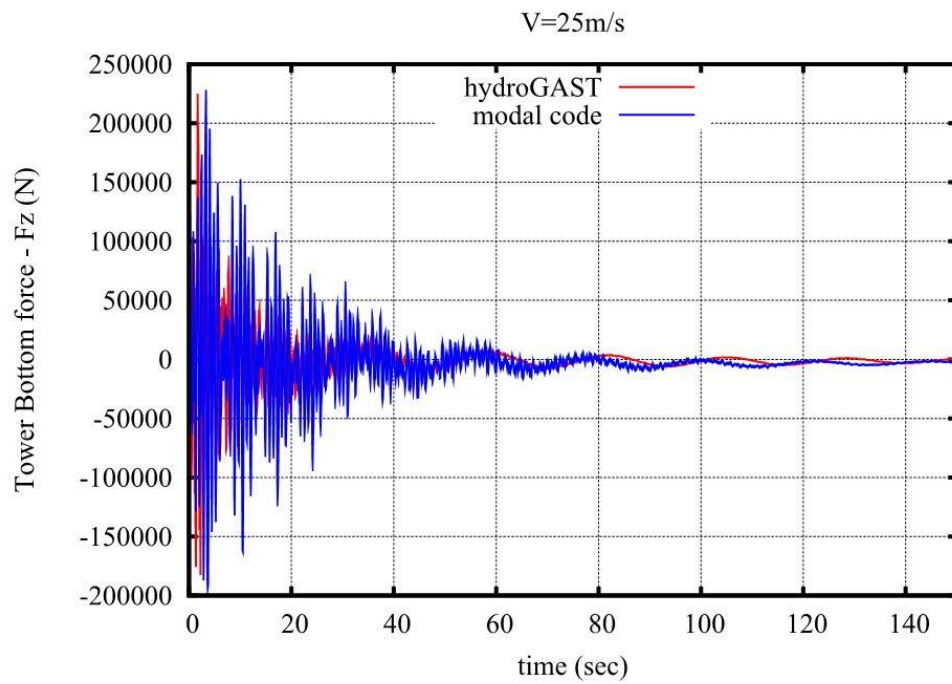
Σχήμα 4.2.129: Ροπή M_z στη κορυφή του πύργου.



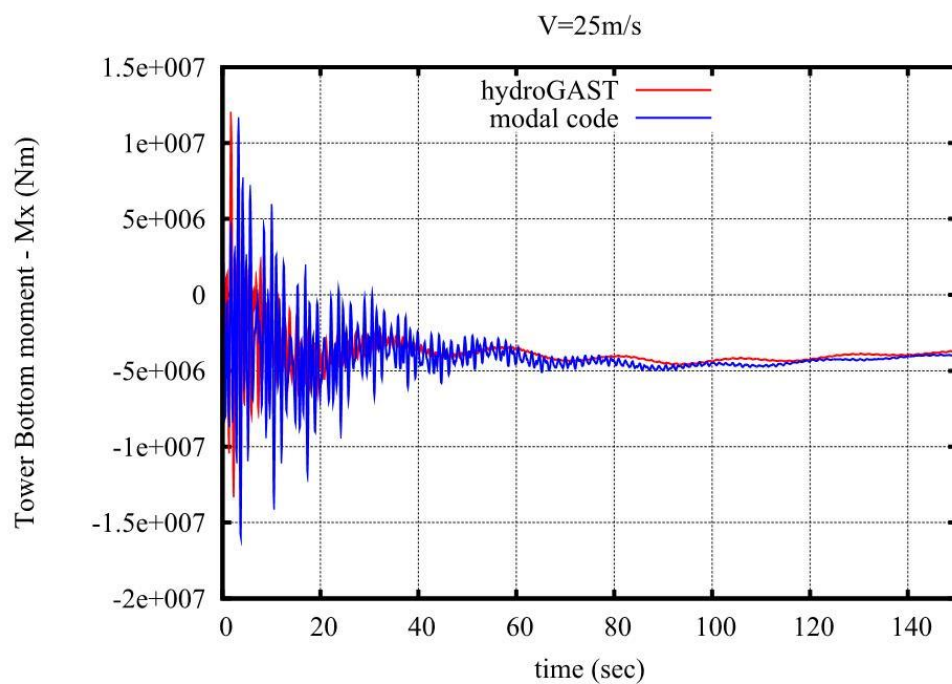
Σχήμα 4.2.130: Δύναμη F_x στη βάση του πύργου.



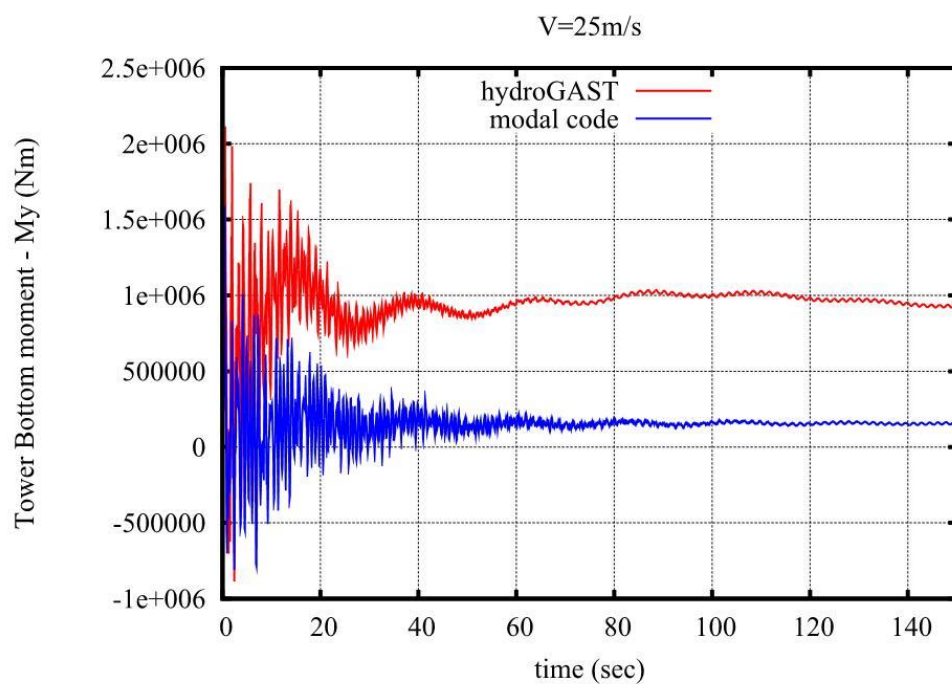
Σχήμα 4.2.131: Δύναμη Fy στη βάση του πύργου.



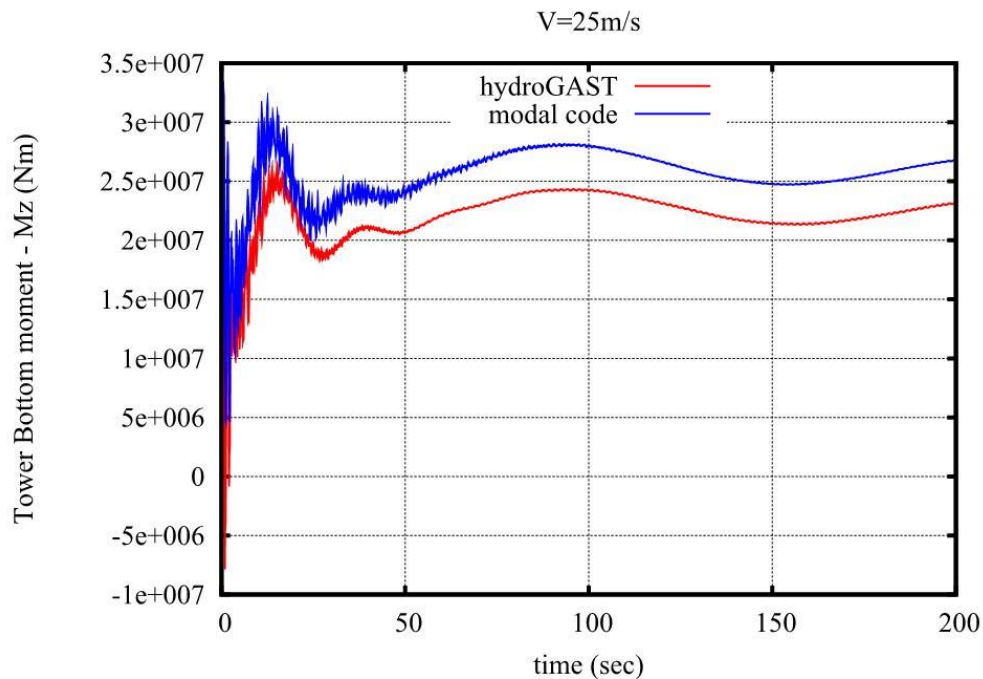
Σχήμα 4.2.132: Δύναμη Fz στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.133: Ροπή M_x στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.134: Ροπή M_y στη βάση του πύργου.



Σχήμα 4.2.135: Ροπή Mz στη βάση του πύργου.

Ολοκληρώνουμε τη σύγκριση μας με τη ταχύτητα ανέμου 25m/s. Αρχικά, στο Σχήμα 4.2.109 βλέπουμε πως η μετακίνηση του πτερυγίου κατά τη κατεύθυνση περιστροφής, είναι πρακτικά ίδια και με τους δύο κώδικες. Αυτό οφείλεται στην μείωση της επίδρασης των μη γραμμικών όρων, πράγμα που φαίνεται και από τις μικρές τιμές στη μετακίνηση κατά τη κατεύθυνση πτερύγισης (Σχήμα 4.2.110). Στο ίδιο σχήμα, φαίνεται επίσης πως με τον κώδικα modal έχουμε μεγαλύτερη μέση τιμή στη μετακίνηση του πτερυγίου. Στη συνέχεια, ακολουθούν οι μετακινήσεις του πύργου (Σχήματα 4.2.111 και 4.2.112) όπου έχουμε πολύ μικρές διαφορές. Έπειτα, στα Σχήματα 4.2.113 – 4.2.118) όπου φαίνονται οι κινήσεις του πλωτήρα, παρατηρούμε γενικά πολύ μικρές διαφορές στα αποτελέσματα. Στα Σχήματα 4.2.119 – 4.2.123 παρουσιάζονται τα φορτία στη ρίζα του πτερυγίου. Εδώ, έχουμε γενικά μικρές διαφορές εκτός από τη ροπή Mx (Σχήμα 4.2.122) όπου ισχύει ότι περιγράφηκε και στις προηγούμενες ταχύτητες ανέμου. Μετά, έχουμε στα Σχήματα 4.2.124 – 4.2.129 τα φορτία στη κορυφή του πύργου, όπου όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, έχουμε διαφορές μόνο στη ροπή My (Σχήμα 4.2.128) και στη ροπή Mz (Σχήμα 4.2.129). Τέλος, στα Σχήματα 4.2.130 – 4.2.135 φαίνονται τα διαγράμματα των φορτίων στη βάση του πύργου. Όμοια με τις προηγούμενες περιπτώσεις, έχουμε και εδώ παρόμοια αποτελέσματα, με τη σημαντικότερη απόκλιση να παρατηρείται πάλι στη ροπή My (Σχήμα 4.2.134) και μια μικρή απόκλιση στη ροπή Mz (Σχήμα 4.2.135).

Κεφάλαιο 5^ο: Συμπεράσματα και Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη

1. Συμπεράσματα

Ολοκληρώνοντας τη παρούσα διπλωματική εργασία, καταλήγουμε σε ορισμένα συμπεράσματα. Αρχικά, ο κώδικας modal, όπως ήταν αναμενόμενο λειτουργεί σωστά, βγάζοντας αποτελέσματα άμεσα συγκρίσιμα με αυτά του GAST και του hydroGAST. Η σύγκριση έγινε για όλο το φάσμα των πιθανών ταχυτήτων ανέμου, και σε γενικές γραμμές θα μπορούσαμε να πούμε πως είχαμε ίδια αποτελέσματα και με τους δύο κώδικες. Οι όποιες διαφορές εντοπίστηκαν, γνωρίζουμε πως θα μειωθούν σημαντικά με τη προσθήκη της στρέψης (torsion) ως βαθμό ελευθερίας στο σύστημα μας. Η ολοκλήρωση της ανάπτυξης του συγκεκριμένου κώδικα, μπορεί να προσφέρει ένα γρήγορο και αξιόπιστο υπολογιστικό εργαλείο, ικανό να πραγματοποιήσει δυναμική ανάλυση τόσο για χερσαίες όσο και για πλωτές ανεμογεννήτριες.

2. Συστάσεις για Περαιτέρω Ανάπτυξη

Το συγκεκριμένο υπολογιστικό εργαλείο, έχει σίγουρα αρκετά περιθώρια βελτίωσης και περαιτέρω ανάπτυξης ώστε να φτάσει στα επίπεδα του GAST και του hydroGAST. Θα μπορούσαμε να τα συνοψίσουμε στα εξής:

- Μοντελοποίηση του κλωβού και του άξονα στη κορυφή του πύργου μέσω συγκεντρωμένων μαζών.
- Εισαγωγή του βαθμού ελευθερίας της στρέψης (torsion) στο σύστημά μας για τα πτερύγια και τον πύργο.
- Αντικατάσταση της αεροδυναμικής μόνιμης κατάστασης με αεροδυναμική μη μόνιμη κατάσταση.
- Προσθήκη του προτύπου δυναμικής αποκόλλησης (dynamic stall) και του προτύπου δυναμικού ομόρρου (dynamic inflow).
- Γραμμική ανάλυση ευστάθειας (stability analysis) για την εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιομορφών του συστήματος
- Διατύπωση των εξισώσεων κατάστασης του συστήματος - Απόκριση συχνότητας για σχεδίαση στρατηγικών ελέγχου.
- Προσθήκη ελέγχου (controller) στον κώδικα.
- Προσθήκη της επίδρασης των φορτίων από τα κύματα.
- Προσθήκη στοχαστικού ανέμου.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Παράρτημα Α'

Λεπτομέρειες σχετικά με τον υπολογισμό των μητρώων των αεροδυναμικών φορτίων για τη περίπτωση της αεροδυναμικής μόνιμης κατάστασης. Στη περίπτωση αυτή, τα μητρώα των φορτίων για τα διάφορα επί μέρους στοιχεία μήκους L, υπολογίζεται όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \underbrace{\mathbf{\Pi}_0}_{2 \times 1} \cdot \delta \mathbf{P} \, dy = \int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \begin{Bmatrix} \delta P_x \\ \delta P_z \end{Bmatrix} \, dy \quad (\text{A.1})$$

όπου,

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \delta P_x \\ \delta P_y \\ \delta P_z \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \delta P_x^0 \\ 0 \\ \delta P_z^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \Theta_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta u_B^G \\ \delta w_B^G \\ \delta \Theta_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u}_B^G \\ \delta \dot{w}_B^G \\ \delta \dot{\Theta}_y \end{Bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u} \\ \delta \dot{w} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (A.2) στην (A.1), έχουμε:

$$\begin{aligned} \int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \underbrace{\mathbf{\Pi}_0}_{2 \times 1} \cdot \delta \mathbf{P} \, dy &= \int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \begin{Bmatrix} \delta P_x \\ 0 \\ \delta P_z \end{Bmatrix} \, dy + \\ &+ \int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \Theta_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta u_B^G \\ \delta w_B^G \\ \delta \Theta_y \end{Bmatrix} \, dy + \\ &+ \int_L \mathbf{\Phi}_k^T \cdot \mathbf{\Pi}_0 \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u}_B^G \\ \delta \dot{w}_B^G \\ \delta \dot{\Theta}_y \end{Bmatrix} \, dy + \end{aligned}$$

$$\int_L \Phi_k^T \cdot \Pi_0 \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \dot{u} \\ \delta \dot{w} \end{Bmatrix} dy +$$

Από τα ανωτέρω ολοκληρώματα, από το πρώτο καταλήγουμε σε ένα μητρώο φορτίου διάστασης 4×1 το οποίο τοποθετείται στο καθολικό μητρώο \mathbf{Q} . Από το δεύτερο, το τρίτο και το τέταρτο ολοκλήρωμα καταλήγουμε σε $4 \times N_q$ ή 4×4 μητρώα δυσκαμψίας ή απόσβεσης, αφού λάβουμε υπ' όψιν τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\begin{Bmatrix} \delta \dot{u}_B^G \\ \delta \dot{v}_B^G \\ \delta \dot{w}_B^G \end{Bmatrix} = \underbrace{\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\rho})^0}_{3 \times N_q} \cdot \underbrace{\delta \mathbf{q}}_{N_q \times 1} + \underbrace{\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\rho})^0}_{3 \times N_q} \cdot \underbrace{\delta \dot{\mathbf{q}}}_{N_q \times 1} +$$

$$+ \underbrace{\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0}_{3 \times N_q} \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix}}_{N_q \times 1} \cdot \delta \mathbf{q} + \underbrace{\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0}_{3 \times N_q} \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \\ 0 \end{Bmatrix}}_{N_q \times 1} \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} +$$

$$+ \underbrace{\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T}_{3 \times N_q} \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix}}_{N_q \times 1} \cdot \delta \mathbf{q} + \underbrace{\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T}_{3 \times N_q} \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix}}_{N_q \times 1} \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \underbrace{(\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T}_{3 \times 2} \cdot \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{u} \\ \delta \mathbf{w} \end{Bmatrix}$$

$$\delta \Theta_y = \underbrace{(\mathbf{A}^{0T} \cdot \partial_q \mathbf{A}^0)_{(1,3)}}_{1 \times N_q} \cdot \underbrace{\delta \mathbf{q}}_{N_q \times 1}$$

$$\delta \mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{u} \\ \delta \mathbf{w} \end{Bmatrix} = \underbrace{\Phi_k}_{2 \times 4} \cdot \underbrace{\delta \mathbf{a}}_{4 \times 1}$$

$$\delta \dot{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} \delta \dot{u} \\ \delta \dot{w} \end{Bmatrix} = \underbrace{\Phi_k}_{2 \times 4} \cdot \underbrace{\delta \dot{\mathbf{a}}}_{4 \times 1}$$

$$\mathbf{u}^0 = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^0 \\ \mathbf{w}^0 \end{Bmatrix} = \underbrace{\Phi_k}_{2 \times 4} \cdot \underbrace{\mathbf{a}^0}_{4 \times 1}$$

Τα $\delta \dot{\Theta}_y$, δu_B^G και δw_B^G , παρά το γεγονός πως εμφανίζονται στις παραπάνω εκφράσεις, ο υπολογισμός τους δεν είναι αναγκαίος, μιας και πολλαπλασιάζονται με συντελεστές ίσους με το μηδέν..

Παράρτημα Β'

Γραμμική μορφή των φορτίων από σώμα σε σώμα.

Οι εσωτερικές δυνάμεις στη ρίζα του k σώματος σε γραμμική μορφή γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{el\ k} = & \mathbf{F}_{el\ k}^0 + \mathbf{M}_{Fel\ k} \cdot \delta \ddot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{C}_{Fel\ k} \cdot \delta \dot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{K}_{Fel\ k} \cdot \delta \mathbf{a}_k \\ & + \mathbf{M}_{Fel\ k}^q \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{Fel\ k}^q \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{Fel\ k}^q \cdot \delta \mathbf{q} \\ & + \mathbf{M}_{Fel_aer\ k} \cdot \delta \ddot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{C}_{Fel_aer\ k} \cdot \delta \dot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{K}_{Fel_aer\ k} \cdot \delta \mathbf{a}_k \\ & + \mathbf{M}_{Fel_aer\ k}^q \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{Fel_aer\ k}^q \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{Fel_aer\ k}^q \cdot \delta \mathbf{q} \end{aligned}$$

Ο δείκτης «aer» χρησιμοποιείται για να υποδηλώσει μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας που λαμβάνονται μέσω της γραμμικοποίησης των αεροδυναμικών φορτίων.

Στη παραπάνω έκφραση, ισχύει:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{el\ k}^0 = & - \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \right)^0 \cdot \mathbf{g} + \begin{Bmatrix} \delta P_x^0 \\ 0 \\ \delta P_z^0 \end{Bmatrix} \right. \\ & - \int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{p}}_k \right)^0 - \\ & - \int_A (\rho dA) \left(\left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \mathbf{r}_0 + \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) - \\ & - 2 \int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \\ & \left. - \int_A (\rho dA) \mathbf{S}^0 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_k^0 \right) \end{aligned} \quad (3x1)$$

$$\mathbf{M}_{Fel\ k} = \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi_k \right) \quad (3x4)$$

$$\mathbf{C}_{Fel\ k} = \sum_e \int_{L_e} dy \left(2 \int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi_k \right) \quad (3x4)$$

$$\mathbf{K}_{Fel\ k} = \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0 \cdot \mathbf{S}^0 \cdot \Phi_k \right) \quad (3x4)$$

$$\mathbf{M}_{\text{Fel } k}^q = \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \right) + \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) \right) \quad (3 \times N_q)$$

$$\mathbf{C}_{\text{Fel } k}^q = \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \right) + \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) \right) + \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) 2 \cdot \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \cdot \left(\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0 \right) \right) \quad (3 \times N_q)$$

$$\mathbf{K}_{\text{Fel } k}^q = \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{p}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \right) + \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \ddot{\mathbf{A}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \cdot \left(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \cdot \mathbf{u}_k^0 \right) \right) + \sum_e \int_{L_e} dy \left(\int_A (\rho dA) 2 \cdot \underbrace{\partial_{\dot{q}} \left(\mathbf{A}_k^T \cdot \dot{\mathbf{A}}_k \right)^0}_{3 \times N_q} \cdot \left(\mathbf{S}^0 \cdot \dot{\mathbf{u}}_k^0 \right) \right) \quad (3 \times N_q)$$

Στη περίπτωση της αεροδυναμικής μόνιμης κατάστασης, τα μητρώα $\mathbf{M}_{\text{Fel_aer } k}$, $\mathbf{C}_{\text{Fel_aer } k}$, $\mathbf{K}_{\text{Fel_aer } k}$, $\mathbf{M}_{\text{Fel_aer } k}^q$, $\mathbf{C}_{\text{Fel_aer } k}^q$, $\mathbf{K}_{\text{Fel_aer } k}^q$ γράφονται:

$$\mathbf{M}_{\text{Fel_aer } k} = 0 \quad (3 \times 4)$$

$$\mathbf{C}_{\text{Fel_aer } k} = - \sum_e \int_{L_e} dy \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{\mathbf{u}}} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{\mathbf{w}}} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{\mathbf{u}}} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{\mathbf{w}}} \end{bmatrix} \cdot \Phi_k \right) \quad (3 \times 4)$$

$$\mathbf{K}_{\text{Fel_aer } k} = - \sum_e \int_{L_e} dy \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{\mathbf{u}}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{\mathbf{w}}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{\mathbf{u}}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{\mathbf{w}}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left(\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} \right)^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \Phi_k \text{ (1)} \\ \left(\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} \right)^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \Phi_k \text{ (3)} \\ 0 \end{array} \right\} \right) \quad (3 \times 4)$$

όπου οι δείκτες (1), (3) υποδηλώνουν τη πρώτη και τη Τρίτη γραμμή του 3x4 μητρώου $(\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \mathbf{\Phi}_k$ αντίστοιχα.

$$\mathbf{M}_{\text{Fel_aer } k}^q = 0 \quad (3 \times N_q)$$

$$\mathbf{C}_{\text{Fel_aer } k}^q = - \sum_e \int_{L_e} dy \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{p}})^0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{r}_0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \mathbf{u}_k^0) (1) \\ (\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{p}})^0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{r}_0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \mathbf{u}_k^0) (3) \\ 0 \end{array} \right\} \quad (3 \times N_q)$$

όπου το $\mathbf{r}_0 = \{0 \quad y \quad 0\}^T$ και ξανά οι δείκτες (1), (3) υποδηλώνουν τον αριθμό της γραμμής του $3 \times N_q$ μητρώου $\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{p}})^0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{r}_0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \mathbf{u}_k^0$

$$\mathbf{K}_{\text{Fel_aer } k}^q = - \sum_e \int_{L_e} dy \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{p}})^0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{r}_0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \mathbf{u}_k^0) (1) \\ (\partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{p}})^0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{r}_0 + \partial_q (\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}})^0 \cdot \mathbf{\Pi}_0^T \cdot \mathbf{u}_k^0) (3) \\ 0 \end{array} \right\} -$$

$$- \sum_e \int_{L_e} dy \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \Theta_y} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ (\mathbf{A}^{0T} \cdot \partial_q \mathbf{A}^0)_{(1,3)} \end{array} \right\} \quad (3 \times N_q)$$

όπου ο δείκτης (1,3) υποδηλώνει το στοιχείο (1,3) του μητρώου $\mathbf{A}^{0T} \cdot \partial_q \mathbf{A}^0$.

Όμοια, οι εσωτερικές ροπές στη ρίζα του k σώματος σε γραμμική μορφή γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\text{el } k} &= \mathbf{M}_{\text{el } k}^0 + \mathbf{M}_{\text{Mel } k} \cdot \delta \ddot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{C}_{\text{Mel } k} \cdot \delta \dot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{K}_{\text{Mel } k} \cdot \delta \mathbf{a}_k \\ &+ \mathbf{M}_{\text{Mel } k}^q \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{\text{Mel } k}^q \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{\text{Mel } k}^q \cdot \delta \mathbf{q} \\ &+ \mathbf{M}_{\text{Mel_aer } k} \cdot \delta \ddot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{C}_{\text{Mel_aer } k} \cdot \delta \dot{\mathbf{a}}_k + \mathbf{K}_{\text{Mel_aer } k} \cdot \delta \mathbf{a}_k \\ &+ \mathbf{M}_{\text{Mel_aer } k}^q \cdot \delta \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{\text{Mel_aer } k}^q \cdot \delta \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{\text{Mel_aer } k}^q \cdot \delta \mathbf{q} \\ &+ \mathbf{C}_{\text{Mel_aer } k}^\Gamma \cdot \delta \dot{\mathbf{u}}_{ak} + \mathbf{K}_{\text{Mel_aer } k}^\Gamma \cdot \delta \mathbf{u}_{ak} \end{aligned}$$

Τα διάφορα μητρώα στην ανωτέρω έκφραση υπολογίζονται από τα μητρώα των δυναμέων, πολλαπλασιάζοντας τα με τον τελεστή της ροπής:

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} \times (\dots) = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \cdot (\dots)$$

Παράρτημα Γ'

Μέθοδος ολοκλήρωσης κατά Gauss για τον αριθμητικό υπολογισμό των επί μέρους στοιχείων των μητρώων του συστήματος.

Η ολοκλήρωση κατά μήκος του στοιχείου μπορεί να γίνει εύκολα με χρήση της μεθόδου αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss. Η μέθοδος Gauss είναι καλά προσαρμοσμένη για τον υπολογισμό ολοκληρωμάτων πολυωνυμικών συναρτήσεων καθώς παρέχει ακριβή αποτελέσματα. Η ολοκλήρωση βασίζεται στην ακόλουθη εξίσωση:

$$\int_0^L f(y) \cdot dy = \sum_{i=1}^N \frac{L}{2} \cdot w_i(\xi_i) \cdot f(y_i)$$

$$\text{όπου } \xi_i = 2 \left(\frac{y_i}{L} \right) - 1$$

Για N=6:

$$\xi_1 = -0.932469514203152 \quad w_1 = 0.171324492379170$$

$$\xi_2 = -0.661209386466265 \quad w_2 = 0.360761573048139$$

$$\xi_3 = -0.238619186083197 \quad w_3 = 0.467913934572691$$

$$\xi_4 = 0.238619186083197 \quad w_4 = 0.467913934572691$$

$$\xi_5 = 0.661209386466265 \quad w_5 = 0.360761573048139$$

$$\xi_6 = 0.932469514203152 \quad w_6 = 0.171324492379170$$

Βιβλιογραφία

1. Riziotis, V.A., Politis, E.S., (2010) “Methods for linearizing the servo-aero-elastic equations of the full wind turbine.” Center for Renewable Energy Sources and Saving, National Technical University of Athens
2. Riziotis, V.A., Politis, E.S., (2010) “Detailed description and justification of the methodology and algorithms for the implementation in a stability analysis tool by GAMESA. PART 1: Isolated rotor linearized aeroelastic model based on NEREA modal formulation.” Center for Renewable Energy Sources and Saving, National Technical University of Athens
3. Riziotis, V.A., Politis, E.S., (2010) “Detailed description and justification of the methodology and algorithms for the implementation in a stability analysis tool by GAMESA. PART 2: Full wind turbine linearized aeroelastic model based on NEREA modal formulation.” Center for Renewable Energy Sources and Saving, National Technical University of Athens
4. Jonkman J., Butterfield S., Musial W., Scott G. (2009) “Definition of a 5-MW Reference Wind Turbine for Offshore Wind Development” National Renewable Energy Laboratory.
5. Jonkman, J. (2010) “Definition of the Floating System for Phase IV of OC3.” National Renewable Energy Laboratory.
6. Ριζιώτης, Β. (2003), “Αεροδυναμική και Αεροελαστική Ανάλυση της απώλειας στήριξης σε δρομείς Ανεμογεννητριών”, διδακτορική διατριβή, ΕΜΠ
7. Garrad, A.D. and Hassan, U., (1986), “The dynamic response of wind turbines for fatigue life and extreme load prediction”, Proceedings of EWEC'86, Rome.
8. Øye, S. (1994), “FLEX4 – Documentation” DTU internal report.
9. Ganander, H. and Olsson, B., (1994), “VIDYN, Version 6, time simulation program for wind turbines”, TG internal report 1994-12-14.
10. Thirstrup Petersen, J., (1990), “Kinematically nonlinear finite element model of a horizontal axis wind turbine. Part 1 and 2”, Risoe National Laboratory, Roskilde, Denmark.
11. Lindenburg, C. and Snel, H., (1993), “PHATAS-II, program for horizontal axis wind turbine analysis and simulation, Version II”, In S.M. Hock, editor, Wind Energy –1993-, Houston Texas, January 1993. Proceedings of the 12th ASME Wind Energy Symposium.
12. Lindenburg, C. and Schepers, J.G., (1996), “PHATAS-III, Aeroelastic Modeling”, ECN-C-96-025, Netherlands Energy Research Foundation ECN, Petten, The Netherlands.
13. Riziotis, V.A., Chaviaropoulos, P.K. and Voutsinas, S.G. (1996), “Development of a state-of-the-art aeroelastic simulator for horizontal axis wind turbines. Part 1: Aerodynamic Aspects and Application”, J. Wind Engineering, vol.20, no 6.
14. Chaviaropoulos, P.K., (1996), “Development of a state-of-the-art aeroelastic simulator for horizontal axis wind turbines. Part 1: Structural Aspects”, J. Wind Engineering, vol.20, no 6.
15. Riziotis, V.A. and Voutsinas, S.G., (a) (1997), “GAST: A general aerodynamic and structural prediction tool for wind turbines”, EWEC' 97, Dublin, Ireland.

16. Schepers, J.G., (2001), "VEWTDC: Verification of European Wind Turbine Design Codes", Final Report for JOR3-CT98-0267 Joule III project, ECN.
17. Fragoulis, A., (1996), "MOUNTURB: Load and Power Measurement Program on Wind Turbines Operating in Complex Mountainous Regions", Final Report for JOU2-CT93-0378 CEU project.
18. Fragoulis, A., (1998), "COMTER.ID: Investigation of Design Aspects and Design Options for Wind Turbines Operating in Complex Terrain Environments", Final Report for JOR3-CT95-0033 CEU project.
19. Riziotis, V.A. and Voutsinas, S.G., (2000), "Fatigue Loads on Wind Turbines of different control strategies operating in complex terrain", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 85(2000), pp211-240.
20. Kühn, M., (2001), "Dynamics and design optimization of offshore wind energy conversion systems", published by DUWIND Delft University Wind Energy Research Institute.
21. Holierhoek J. (2008), "Aeroelasticity of Large Wind Turbines", PhD, TU Delft