



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΤΜΟΚΙΝΗΤΗΡΩΝ ΚΑΙ ΛΕΒΗΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

***ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΟΛΥ
ΠΥΚΝΗΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΑΝΑΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ ΡΕΥΣΤΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΚΛΙΝΩΝ***

ΒΑΡΒΕΡΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:

Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π., Καρέλλας Σωτήριος

Αθήνα, Φεβρουάριος 2011

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

| | |
|--|-----|
| Περιεχόμενα..... | i |
| Σύνοψη..... | iii |
| Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή..... | 1 |
| Κεφάλαιο 2 – Βασικά μεγέθη σωματιδιακών υλικών και ρευστοποίησης..... | 7 |
| 2.1 – Μέση διάμετρος σωματιδίων..... | 7 |
| 2.2 – Σφαιρικότητα..... | 8 |
| 2.3 – Πρότυπα ρευστοποίησης..... | 8 |
| 2.4 – Ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης..... | 10 |
| 2.5 – Κατανομή των σωματιδίων κατά Geldart..... | 11 |
| 2.6 – Κλάσμα κενού – φαινόμενη πυκνότητα..... | 12 |
| 2.7 – Γωνία απόθεσης – εσωτερική γωνία τριβής..... | 13 |
| 2.8 – Συνεκτικότητα..... | 14 |
| 2.9 – Τανυστές τάσεων στερεού παραμορφώσιμου..... | 15 |
| 2.9.1 – Κύριες τάσεις..... | 16 |
| 2.9.2 – Αναλλοίωτες τανυστών..... | 16 |
| 2.9.3 – Αποκλίνων τανυστής τάσεων..... | 16 |
| 2.9.4 – Επίπεδη παραμόρφωση – 2D σύστημα αναφοράς..... | 17 |
| 2.9.5 – Εύρεση τάσεων σε διαφορετικό σύστημα αναφοράς σε 2D..... | 18 |
| 2.9.6 – Κύκλος του Mohr..... | 19 |
| 2.10 – Τανυστές κινηματικής ρευστών και σχέσεις μεταξύ τους..... | 19 |
| 2.10.1 – Συνεκτικός τανυστής τάσεων $\vec{\tau}$ και η σχέση του με την κλίση του διανύσματος της ταχύτητας $\text{grad}\vec{u}$ | 19 |
| 2.10.2 – Σχέση ανάμεσα στο συνεκτικό τανυστή τάσεων $\vec{\tau}$ και τον τανυστή ρυθμού παραμόρφωσης \vec{D} | 21 |
| 2.10.3 – Συνολικός τανυστής τάσης συνεκτικού ρευστού σε κίνηση..... | 22 |
| 2.11 – Η έννοια της συνεκτικότητας στη σωματιδιακή ροή..... | 23 |
| Κεφάλαιο 3 – Επισκόπηση συστημάτων ανακυκλοφορίας..... | 25 |
| 3.1 – Έλεγχος της ανακυκλοφορίας με μη-μηχανικές συσκευές..... | 25 |
| 3.2 – L-Valve..... | 25 |
| 3.3 – Loop-Seal..... | 27 |
| Κεφάλαιο 4 – Σωματιδιακή ροή και αριθμητική μοντελοποίηση..... | 29 |
| 4.1 – Μέθοδοι μοντελοποίησης..... | 29 |
| 4.2 – Η Σωματιδιακή ροή και η ανάγκη διαχωρισμού της σε αραιή και πυκνή..... | 30 |
| 4.3 – Αραιή ροή σωματιδίων – κινητική θεωρία κοκκώδους ροής..... | 32 |
| 4.4 – Πυκνή ροή και η συμπεριφορά των σωματιδιακών υλικών..... | 34 |
| 4.4.1 – Ισοστατική πίεση..... | 34 |
| 4.4.2 – Κριτήριο διαρροής και επιφάνεια διαρροής..... | 35 |

| | |
|---|-----------|
| 4.5 – Αριθμητική μοντελοποίηση της πυκνής ροής – Πλαστική θεωρία..... | 41 |
| 4.5.1 – Πλαστική θεωρία στα κοκκώδη υλικά..... | 41 |
| 4.5.2 – Κριτήριο και επιφάνεια Extended Von-Misses (Drucker-Prager)..... | 42 |
| 4.5.3 – Θεωρία κρίσιμης κατάστασης (critical state theory)..... | 45 |
| 4.5.4 – Κριτήριο και Επιφάνεια Gray-Stiles..... | 52 |
| 4.5.5 – Κριτήριο Gray-Stiles και προσδιορισμός συντελεστών συνεκτικότητας..... | 53 |
| Κεφάλαιο 5 – Μεθοδολογία - Εφαρμογή..... | 57 |
| 5.1 – Κατάστρωση των εξισώσεων του μοντέλου..... | 57 |
| 5.2 – Εφαρμογή του μοντέλου για προσομοίωση πειράματος μέτρησης γωνίας απόθεσης της άμμου..... | 61 |
| 5.2.1 – Περιγραφή πειράματος και παράμετροι του μοντέλου..... | 61 |
| 5.2.2 – Ανάλυση αποτελεσμάτων..... | 63 |
| 5.3 – Εφαρμογή του μοντέλου σε σύστημα ανακυκλοφορίας σε μονάδα CFB..... | 70 |
| Κεφάλαιο 6 – Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα..... | 75 |
| 6.1 – Συμπεράσματα..... | 75 |
| 6.2 – Περαιτέρω έρευνα..... | 76 |
| Βιβλιογραφία..... | 77 |
| Ορολογία..... | 81 |

ΣΥΝΟΨΗ

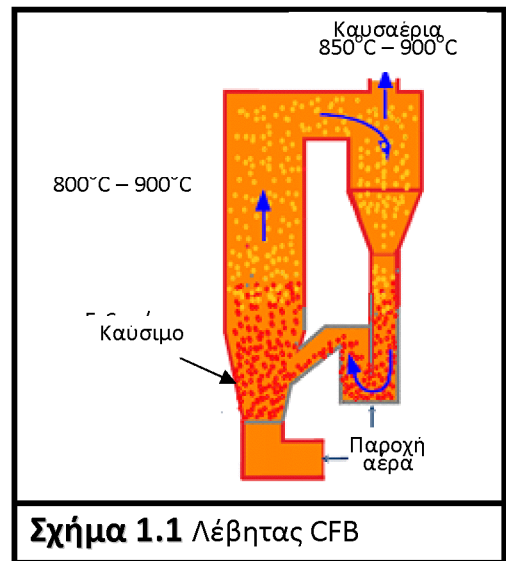
Στην παρούσα εργασία γίνεται η προσπάθεια περιγραφής ενός νέου υπολογιστικού μοντέλου Euler-Euler – TFM (tow fluids model) για την προσομοίωση της πυκνής σωματιδιακής ροής που συναντάται στο σύστημα ανακυκλοφορίας των ρευστοποιημένων κλινών. Στα πλαίσια της ανάπτυξης της σχετικά νέας τεχνολογίας των ρευστοποιημένων κλινών ανακυκλοφορίας (CFB – circulating fluidized bed) η χρήση τεχνικών υπολογιστικής ρευστομηχανικής (computational fluid dynamics - CFD) αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο για την σχεδίαση και βελτιστοποίηση τους. Ενώ οι περισσότερες προσπάθειες των ερευνητών επικεντρωνόντουσαν στην μοντελοποίηση μόνο της κλίνης, το τελευταίο διάστημα πρόσφατες μελέτες μοντελοποιούν ολόκληρη την μονάδα (κλίνη, κυκλώνα, σύστημα ανακυκλοφορίας) πιστεύοντας ότι μία πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση μπορεί να αυξήσει την ακρίβεια της μοντελοποίησης της ίδιας της κλίνης. Η προσπάθεια αυτή όμως συναντάει προβλήματα καθώς υπάρχουν περιοχές στο εσωτερικό των συστημάτων ανακυκλοφορίας όπου η ροή των σωματιδίων είναι ιδιαίτερα πυκνή. Τα έως τώρα υπολογιστικά μοντέλα κατά Euler-Euler TFM που έχουν επικρατήσει αδυνατούν να μοντελοποιήσουν με ακρίβεια την εσωτερική τριβή των σωματιδίων σε τέτοιου είδους ροές. Η αξιοποίηση όμως της ελαστο-πλαστικής θεωρίας με κριτήριο διαρροής την επιφάνεια διαρροής που προτείνανε οι Gray και Stiles σε αντίθεση με την επιφάνεια Extended Von-Mises που χρησιμοποιείται στα συμβατικά μοντέλα μπορεί να δώσει κάποιες πρώτες απαντήσεις στο παραπάνω πρόβλημα. Τα αποτελέσματα της εφαρμογής του νέου μοντέλου έδειξαν ότι η συγκεκριμένη υπολογιστική προσέγγιση δίνει πολύ πιο ακριβής περιγραφή του φαινομένου της πυκνής σωματιδιακής ροής, πετυχαίνοντας μια αρκετά ικανοποιητική προσομοίωση και της γωνίας απόθεσης αμμώδους υλικού αλλά και της λειτουργίας μίας πνευματικής βαλβίδας loop-seal κατά την συνολική μοντελοποίηση μία ολόκληρης μονάδας.

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

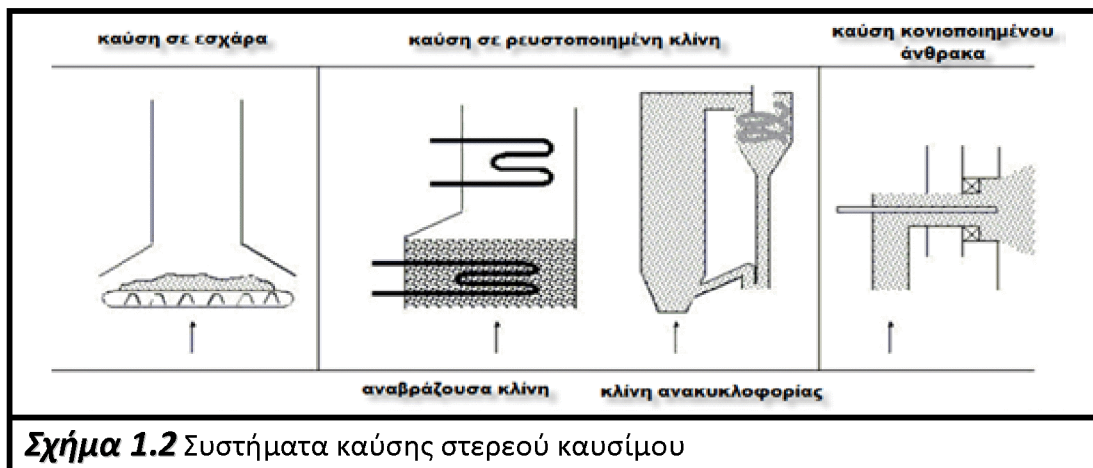
Η παγκόσμια συζήτηση σε θέματα που αφορούν την οικονομική ευημερία και ανάπτυξη των κρατών βρίσκεται σε ολοένα και πιο στενή σχέση με τις εξελίξεις στον ενεργειακό τομέα. Το μοντέλο ανάπτυξης που ακολουθείται εδώ και δεκαετίες φέρνει σε άμεση συσχέτιση την κοινωνική ευημερία με τη λειτουργία του ενεργειακού συστήματος και ιδιαίτερα της ηλεκτροπαραγωγής. Τα ενεργειακά θέματα γίνονται ολοένα και πιο κρίσιμα, καθώς η αυξανόμενη ζήτηση, η διακύμανση και εξαντλησιμότητα ενεργειακών πόρων, η αξιοποίηση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, οι διαρθρωτικές αλλαγές στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας (ιδιωτικοποίηση των τομέων παραγωγής και διαχείρισης ηλεκτρισμού, δικτύων διανομής κτλ) προοιωνίζουν τη μετεξέλιξη του παγκόσμιου ενεργειακού συστήματος σε κάτι πολύ διαφορετικό από αυτό που συναντάμε σήμερα.

Αν και τα παραπάνω αποτελούν ζητήματα που μακροπρόθεσμα θα μετεξελίξουν το ενεργειακό τοπίο, εντούτοις δεν παύει να αποτελεί επιτακτική ανάγκη η παρέμβαση σε πιο μεσοπρόθεσμη βάση. Έτσι, είναι εξίσου κρίσιμη η βελτίωση της αξιοποίησης των παραδοσιακών ενεργειακών πόρων και τεχνολογιών. Δεν αποτελεί λοιπόν ήσσονος σημασίας ζήτημα το πώς θα εισαχθούν καινοτομίες και βελτιώσεις σε τομείς όπως αυτός των ορυκτών καυσίμων, από τα οποία εξαρτάται ένα μεγάλο ποσοστό της ηλεκτροπαραγωγής σε μια σειρά από χώρες. Σε αυτό το πλαίσιο, η καύση στερεών καυσίμων σε μεσαίες και μεγάλες μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας είναι δυνατόν να βελτιωθεί σημαντικά με την τεχνολογία ρευστοποιημένων κλινών, της οποίας εφαρμογή είναι οι λέβητες ρευστοποιημένων κλινών ανακυκλοφορίας (Circulating Fluidized Bed – CFB) (σχήμα 1.1). Οι ατμοπαραγωγοί CFB πραγματοποιούν καύση ορυκτού καυσίμου υπό συνθήκες ρευστοποίησης, βελτιώνοντας σημαντικά τα επίπεδα ανάμειξης μέσα στον αντιδραστήρα σε σύγκριση με τη συμβατική τεχνολογία, επηρεάζοντας τη ρευστοδυναμική συμπεριφορά της αντίδρασης και βελτιώνοντας έτσι καταλυτικά τις συνθήκες καύσης (σχήμα 1.2).



Σχήμα 1.1 Λέβητας CFB

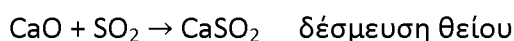
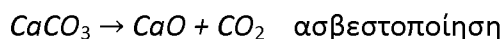
Οι ρευστοποιημένες κλίνες για καύση (CFB) κεντρίζουν ολοένα και περισσότερο το ενδιαφέρον όσων εμπλέκονται στην εγκατάσταση θερμικών σταθμών για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας λόγω των σημαντικών τους πλεονεκτημάτων^{[60],[61]} έναντι των συμβατικών μονάδων ατμοπαραγωγής κονιορτοποιημένου καυσίμου (Pulverized Coal – PC).



Σχήμα 1.2 Συστήματα καύσης στερεού καυσίμου

Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των ρευστοποιημένων κλινών προκύπτουν από τον τρόπο κατά τον οποίο γίνεται η καύση στο εσωτερικό τους. Οι συνθήκες ρευστοποίησης εντός της κλίνης οδηγούν σε ιδανικές συνθήκες ανάμειξης και «επιβάλλουν» μια ομοιομορφία στην καύση η οποία δεν διαταράσσεται όταν αλλάξει π.χ. η θερμογόνος δύναμη ή η σύσταση του καιγόμενου καυσίμου. Επιπλέον, τα σωματίδια του καυσίμου δεν αποτελούν περισσότερο από το 1-3% των στερεών στην κλίνη. Έτσι, τα σωματίδια αυτά διαχέονται με ταχύτητα και κατανέμονται - καίγονται ομοιόμορφα στο εσωτερικό του λέβητα. Επίσης, εξ αιτίας του γεγονότος ότι σε μια ρευστοποιημένη κλίνη ανακυκλοφορίας τα σωματίδια επιστρέφουν μέσω του κυκλώνα, και ενός συστήματος ανακυκλοφορίας, ξανά στο λέβητα, τα σωματίδια καυσίμου δύσκολα αποφεύγουν την καύση. Για τους παραπάνω λόγους, οι CFB μπορούν να δεχθούν ένα μεγάλο εύρος διαφορετικών τύπων καυσίμου χωρίς να σημειώνονται μεγάλες αποκλίσεις στην απόδοση της καύσης. Αντιθέτως, οι συμβατικές μονάδες δεν έχουν αυτή τη δυνατότητα, λόγω της «αυστηρότερης» σχεδιάσής τους. Πιο συγκεκριμένα, Ένας PC λέβητας σχεδιάζεται για σταθερές συνθήκες και παραμέτρους λειτουργίας (ποσοστό τέφρας, υγρασία, C,H, κτλ) και επομένως έχει σημαντικές απώλειες στην καύση κάποιου άλλου καυσίμου ακόμα και του ίδιου είδους ή και καλύτερης ποιότητας. Η ευελιξία στην χρήση καυσίμου (fuel flexibility) ίσως αποτελεί και το σημαντικότερο χαρακτηριστικό στο οποίο υπερτερούν οι ρευστοποιημένες κλίνες έναντι των συμβατικών καυστήρων. Επιπλέον λόγω των παραπάνω, οι μονάδες CFB προσφέρουν τη δυνατότητα καύσης βιομάζας, όπως και υλικών πολύ κακής ποιότητας. Επίσης, ο βαθμός απόδοσης της καύσης του καυσίμου CFB είναι ελαφρά μεγαλύτερος από αυτόν του PC (αγγίζοντας το 99%)^[2]. Ένα ακόμα σημαντικό χαρακτηριστικό, είναι ότι ο βαθμός απόδοσης παραμένει κοντά στον βέλτιστο ακόμα κι όταν ο λέβητας εργάζεται υπό μερικό φορτίο (μέχρι και 50%), σε αντίθεση με τα PF (Pulverized Fuel) που για λειτουργία σε μερικό φορτίο (partial load) ο βαθμός απόδοσης πέφτει σημαντικά^{[60],[61]}.

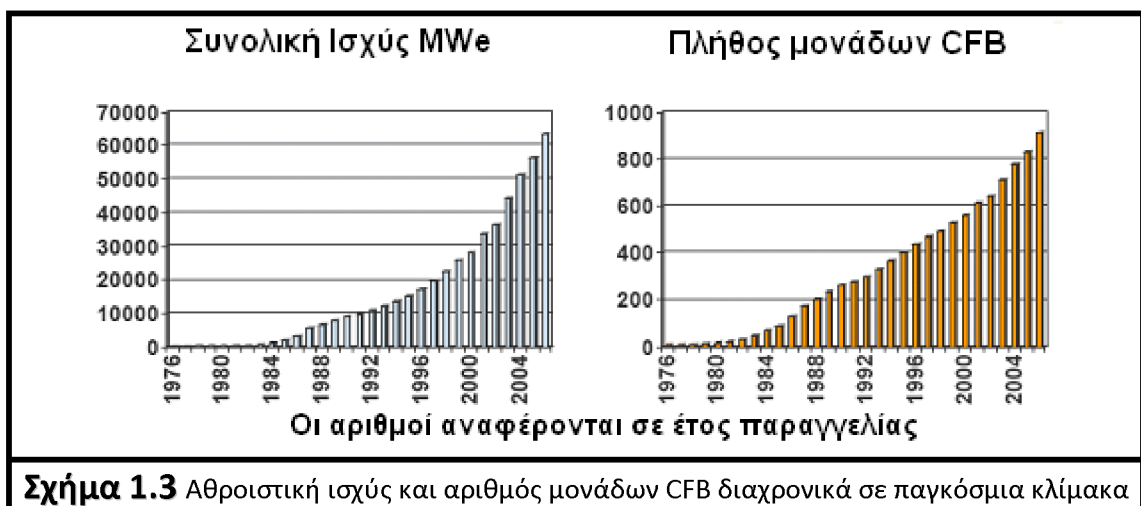
Μια σειρά από πλεονεκτήματα των CFB σχετίζονται και με τις εκπομπές ρύπων. Πρώτον, όσον αφορά τα οξείδια του θείου, μπορεί να εφαρμοστεί φτηνή και αποτελεσματική in situ δέσμευση. Λόγω των χαμηλών θερμοκρασιών καύσης 800-900°C (σε αντίθεση με έναν PC – 1200-1500°C) και με την προσαγωγή ασβεστόλιθου (CaCO₃) είναι εφικτή η φυσική αποθείωση μέσα στην κλίνη (Basu P., 2006^[2]) με την δέσμευση ουσιαστικά του διοξειδίου του θείου (SO₂) μέσω της μετατροπής του σε γύψο (CaSO₄):



Αυτή η τεχνική είναι ιδιαίτερως αποδοτική σε σύγκριση με την εγκατάσταση μονάδων δευτερογενούς αποθείωσης. Ακόμα αξίζει να τονισθεί ότι λόγω της μεγάλης διάρκειας παραμονής των σωματιδίων στην κλίνη, δεν απαιτείται τεράστια ποσότητα ασβεστόλιθου, καθώς 2 φορές περίπου της αντίστοιχης στοιχειομετρικής είναι αρκετή ώστε να έχουμε ολοκληρωτική δέσμευση SO_2 . Επιπλέον, λόγω των χαμηλών θερμοκρασιών καύσης που αναφέρθηκε και παραπάνω το άζωτο του αέρα δεν σχηματίζει θερμικά οξειδία του αζώτου, όπως συμβαίνει στους PC. Αυτό είναι ένα αρκετά σημαντικό πλεονέκτημα έναντι των συμβατικών τεχνολογιών όσον αφορά το θέμα των ρύπων.

Στα θετικά της τεχνολογίας των ρευστοποιημένων κλινών συγκαταλέγονται επίσης η μη παραγωγή τοξικών υγρών απόβλητων και η ασθενής μετάδοση θερμότητας μέσω ακτινοβολίας στις επιφάνειες συναλλαγής θερμότητας του λέβητα ^{[60],[61]}. Επειδή, δεν εντοπίζονται σημεία υψηλής θερμοκρασίας (hot spot) και υψηλή ακτινοβολία στο θάλαμο καύσης, τα σωληνοτοιχώματα δεν καταπονούνται υπερβολικά. Έτσι, η διάρκεια ζωής τους είναι συγκριτικά αυξημένη σε σχέση με αυτούς των συμβατικών θαλάμων, γεγονός που επιτρέπει στη μονάδα να έχει υψηλή διαθεσιμότητα. Τέλος, πρόκειται για μια οικονομικά ανταγωνιστική τεχνολογία λόγω της απλότητας κατασκευής, της ευελιξίας στον τύπο του καυσίμου και στο χαμηλό κόστος της αντιρρυπαντικής τεχνολογίας που απαιτείται.

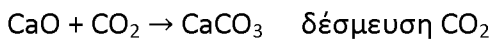
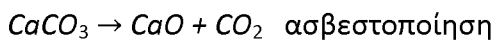
Βέβαια, η τεχνολογία των ρευστοποιημένων κλινών ανακυκλοφορίας έχει και διάφορα μειονεκτήματα για τα οποία καταβάλλονται προσπάθειες να αντιμετωπισθούν. Τέτοια είναι τα προβλήματα λόγω διάβρωσης στις επιφάνειες συναλλαγής θερμότητας από τα σωματίδια που διαφεύγουν της κλίνης, οι υψηλές εκπομπές διοξειδίων του αζώτου (N_2O) (100-200 ppm) σε σχέση με αυτές ενός PC. Ακόμα, το γεγονός ότι απαιτείται αρκετή ισχύ λόγω της εξαναγκασμένης κυκλοφορίας του αέρα στον αντιδραστήρα ο ολικός βαθμός απόδοσης της εγκατάστασης μειώνεται σημαντικά, κάτι που δεν μπορεί να αποφευχθεί. Η διαφορά αυτή στον βαθμό απόδοσης εξαρτάται και από τον τύπο του καυσίμου, όπου μειώνεται στην περίπτωση χαμηλής ή μέτριας ποιότητας καυσίμου. Επιπλέον, η σχεδίαση υπερκρίσιμου κύκλου με μέση θερμοκρασία στους $850^{\circ}C$, το οποίο συμβάλλει στη μείωση διαβρώσεων λόγω υψηλών θερμοκρασιών, είναι ακόμα σε διερευνητικό στάδιο, τη στιγμή που οι συμβατικές μονάδες έχουν αναπτυχθεί αρκετά στον συγκεκριμένο τομέα. Τέλος, μπορεί η απόδοση καύσης κακής ποιότητας καυσίμων στις CFB να υπερσχύει έναντι αυτής των PC, όμως σε πολύ καλής ποιότητας καυσίμου συμβαίνει το αντίστροφο.



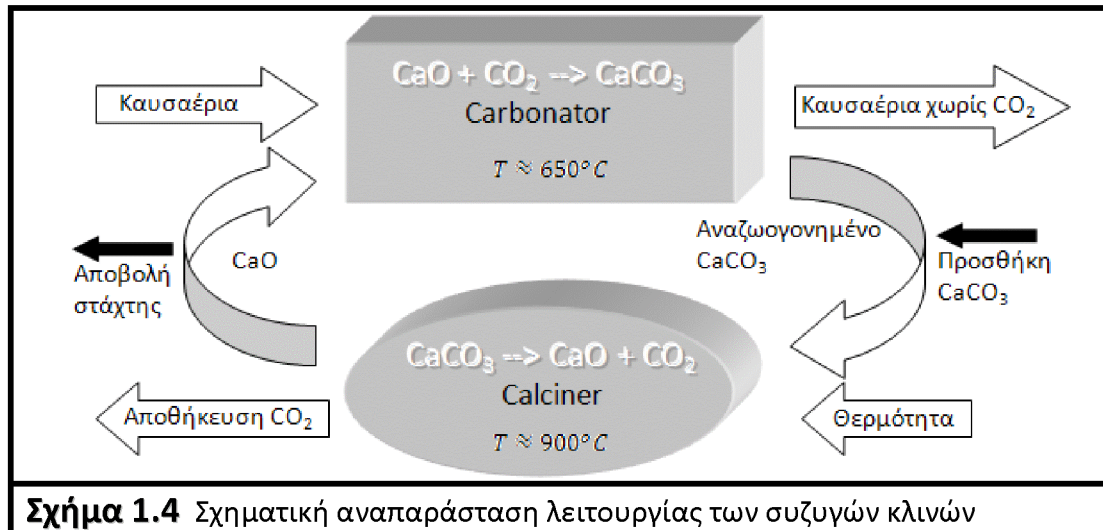
Σχήμα 1.3 Αθροιστική ισχύς και αριθμός μονάδων CFB διαχρονικά σε παγκόσμια κλίμακα

Παρά τις όποιες αδυναμίες που παρουσιάζουν οι ρευστοποιημένες κλίνες (CFB), τα κύρια χαρακτηριστικά τους τις κάνουν να είναι μια από τις πιο ανταγωνιστικές τεχνολογίες στη βιομηχανία ηλεκτροπαραγωγής. Τα παραπάνω διαγράμματα (σχήμα 1.3) υποδεικνύουν το διεθνώς αυξανόμενο ενδιαφέρον για την τεχνολογία αυτή.

Πέρα από την αξιοποίηση της συγκεκριμένης τεχνολογίας (CFB) για καύση σε εγκατάσταση θερμικών σταθμών, οι ρευστοποιημένες κλίνες ανακυκλοφορίας είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν και σε άλλους τεχνολογικούς τομείς. Στο IFK (Institut für Feuerungs- und Kraftwerkstechnik) του πανεπιστημίου της Στουτγάρδης έχουν γίνει και έρευνες για αξιοποίηση της τεχνολογίας CFB για την δέσμευση του διοξειδίου του άνθρακα από καυσαέρια (Charitos, Hawthorne, Bidwe, Korovesis, Schuster and Scheffknecht, 2010^[6] και Nikolopoulos, 2006^[32]). Η συγκεκριμένη μονάδα αποτελείται από συζυγείς κλίνες (DFB). Για να μπορέσει να δεσμευτεί το διοξείδιο του άνθρακα (CO₂) πρέπει πρώτα αυτό να απομονωθεί από τα καυσαέρια. Αυτό γίνεται με την χρήση σωματιδίων CaO τα οποία παράγονται από ασβεστόλιθο. Η βασικές αντιδράσεις πάνω στις οποίες στηρίζεται η συγκεκριμένη διαδικασία είναι:



Η πρώτη αντίδραση λαμβάνει μέρος στην μία από τις δύο ρευστοποιημένες κλίνες (Calcliner) στην οποία ουσιαστικά παράγονται τα σωματίδια CaO και ελευθερώνεται το αποδεσμευμένο διοξείδιο του άνθρακα από τα καυσαέρια. Στην άλλη κλίνη (Carbonator) με βάση την δεύτερη χημική αντίδραση δεσμεύεται το διοξείδιο του άνθρακα από τα καυσαέρια και επίσης γίνεται αναζωογόνηση του ασβεστόλιθου (σχήμα 1.4).



Σχήμα 1.4 Σχηματική αναπαράσταση λειτουργίας των συζυγών κλινών

Όπως λοιπόν γίνεται σαφές τα συστήματα ρευστοποιημένων κλινών είναι μία ιδιαίτερα αναπτυσσόμενη τεχνολογία. Συνεπώς είναι λογικό να αυξάνεται και ο αριθμός των εν λειτουργία μονάδων CFB, και το μέγεθος των μονάδων που κατασκευάζονται (Wu et al. 2004^[51]) αλλά και το πλήθος των εφαρμογών τους (Charitos et al., 2010^[6]).

Το παραπάνω γεγονός όμως δημιουργεί και απαιτήσεις από την μία πλευρά για βελτιστοποίηση της απόδοσης και της λειτουργίας τέτοιου τύπου μονάδων, αλλά και από την άλλη την ανάγκη υπέρβασης νέων τεχνολογικών προβλημάτων τα οποία προκύπτουν με τον καιρό. Οι εμπειρικές και ημιεμπειρικές προσεγγίσεις είναι πλέον ανεπαρκείς. Η χρήση τεχνικών υπολογιστικής ρευστοδυναμικής CFD (Computational

Fluid Dynamics) μπορεί να δώσει απαντήσεις σε αυτά με την εμβάθυνση στην ανάλυση της πολύπλοκης διφασικής ροής στον θάλαμο καύσης αλλά και στα συστήματα ανακυκλοφορίας (Li, Ge, Wang and Yang, 2010^[30]; Nikolopoulos, Papafotiou, Nikolopoulos, Grammelis and Kakaras, 2010^[34]; Nikolopoulos, Atsonios, Nikolopoulos, Grammelis and Kakaras, 2010^[33]; Shuai, Pengfei, Huilin, Yunchao, Lijie and Jiaying^[41]; Wang, Ge and Li, 2008^[49]; Yan, Manye, Parssinen and Zhu, 2002^[52]).

Η πιο συνηθισμένη υπολογιστική προσέγγιση είναι η TFM (Two-Fluids-Models). Οι περισσότερες προσπάθειες των ερευνητών (Zhang και VanderHeyden (2001)^[55], Nikolopoulos et al. 2010^{[33][34]} και Yuan and Gidaspow, 1990^[53]) έχουν επικεντρωθεί στη μοντελοποίηση μόνο της κλίνης (με εξισώσεις Euler- Euler). Από την άλλη πρόσφατες μελέτες όπως αυτή των Zhang et al. (2008)^[56] και των Shuai, Guodong, Huilin, Juhui, Yurong και Jiaying, 2010^[40] μοντελοποιούν όλη τη μονάδα (κλίνη, κυκλώνα, σύστημα ανακυκλοφορίας). Αυτή η πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση έχει αυξήσει την ακρίβεια της μοντελοποίησης της κλίνης.

Στα υπολογιστικά μοντέλα (κεφάλαιο 4), που έχουν επικρατήσει, για την σωματιδιακή φάση γίνεται διαχωρισμός ανάμεσα σε αραιή και πυκνή ροή. Και επομένως διαφορετική αριθμητική προσέγγιση για την κάθε περίπτωση. Ο τανυστής των τάσεων της σωματιδιακής φάσης διαμορφώνεται με βάση την *κινητική θεωρία κοκκώδους ροής* για αραιές ροές σωματιδίων και για πιο πυκνές ροές σωματιδίων, χρησιμοποιείται η *ελαστικό-πλαστική θεωρία* με ένα κατάλληλο κριτήριο διαρροής (yield criterion).

Η προσπάθεια όμως για την συνολική αυτή υπολογιστική προσέγγιση ολόκληρης της μονάδας προσκρούει συχνά σε προβλήματα και για τις δύο περιπτώσεις ροών (αραιή πυκνή). Κατά την αραιή ροή υπάρχει η δυσκολία στην ακριβή μοντελοποίηση της εναλλαγής ορμής μεταξύ των φάσεων χωρίς να προκύψει τεράστιο υπολογιστικό κόστος^{[60],[61]} (Ge et al. 2008^[16], Nikolopoulos et al. 2010^{[33][34]}). Ενώ κατά την πυκνή ροή υπάρχει αδυναμία στην ορθή μοντελοποίηση της εσωτερικής τριβής των σωματιδίων.

Το δεύτερο είναι ιδιαίτερα σημαντικό καθώς μια ποιά ενδελεχής εξέταση των συνήθων πνευματικών βαλβίδων (κεφάλαιο 3) που χρησιμοποιούνται, ως συστήματα ανακυκλοφορίας, στις κλίνες, δηλαδή η βαλβίδα L και το loop-seal, αναδεικνύει πως η υπάρχουν περιοχές πολύ πυκνής ροής. Ταυτόχρονα εφόσον η πολύπλοκη διφασική ροή του αντιδραστήρα πρέπει να μοντελοποιηθεί κατά Euler (Ge et al. 2008^[16]) η ίδια προσέγγιση πρέπει να χρησιμοποιηθεί και στο σύστημα ανακυκλοφορίας.

Κατά την αξιοποίηση της *ελαστικό-πλαστικής θεωρίας* το κριτήριο διαρροής που χρησιμοποιείται από το σύνολο των εργασιών που σχετίζονται με τις ρευστοποιημένες κλίνες ανακυκλοφορίας είναι το κριτήριο extended von Misses (Nikolopoulos et al. 2010^{[33],[34]}, Zhang και VanderHeyden, 2001^[55], Yuan και Gidaspow 1990^[53], Zhang et al. 2008^[56]). Το ίδιο και σε επιστημονικές εργασίες σχετιζόμενες με τα σιλό αποθήκευσης κοκκωδών υλικών (Christakis et al. 2002^[9], Goodey και Brown 2003^[23], Goodey και Brown 2004^[22], Christakis et al. 2006^[8]) όμως έχει αναδειχτεί πως το συγκεκριμένο κριτήριο προβλέπει σωστά μόνο την αραίωση (dilatancy) ενός όγκου ελέγχου κατά την ροή του υλικού και όχι την πύκνωση (consolidation) όπως αναφέρει ο Dartevelle 2003^[10].

Το αποτέλεσμα αυτής της αδυναμίας είναι η μη ορθή μοντελοποίηση της εσωτερικής τριβής των σωματιδίων με αποτέλεσμα το υπολογιστικό μοντέλο να μην μπορεί να προσεγγίσει σωστά την περίπτωση πολύ πυκνών ροών. Η αδυναμία αυτή φτάνει στο

σημείο να μην μπορεί να περιγραφούν ακόμα και βασικές ιδιότητες των σωματιδιακών υλικών όπως είναι η γωνία απόθεσης. Επομένως γίνεται αρκετά δύσκολη η μοντελοποίηση μιας ολόκληρης μονάδας CFB και πιο συγκεκριμένα του συστήματος ανακυκλοφορίας της, όπου, όπως αναφέρθηκε, υπάρχουν περιοχές με αρκετά πυκνή ροή.

Αυτή η απόκλιση από την φυσική πραγματικότητα μπορεί να διορθωθεί με το κριτήριο διαρροής των Pitman- Schaeffer- Gray-Stiles (εξίσωση 4.20). Το γεγονός αυτό είναι και το αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Μια καλή σύνοψη και παρουσίαση των κριτηρίων διαρροής που ισχύουν για τα κοκκώδη υλικά βρίσκεται στην εργασία των Elaskara et al. (2000)^[14].

Στην παρούσα εργασία ο διαφοροποιημένος ταχυστής των τάσεων σύμφωνα με την προαναφερθέν κριτήριο διαρροής ενσωματώθηκε στο εμπορικό πακέτο Fluent (2006)^[15] με σκοπό την ορθότερη μοντελοποίηση της γωνίας απόθεσης (ϕ) που αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο μέτρο της εσωτερικής τριβή των σωματιδίων στην περίπτωση πολύ πυκνών ροών. Ενώ επίσης έγινε χρήση του προτεινόμενου μοντέλου στην αριθμητική μοντελοποίηση ολόκληρης μονάδας περιλαμβανομένου και του συστήματος ανακυκλοφορίας της (loop – seal).

Τέλος αξίζει να σημειωθεί πως η παρούσα εργασία είναι η πρώτη προσπάθεια με εξισώσεις Euler - Euler να προσομοιωθεί η γωνία απόθεσης κοκκώδους υλικού. Οι προηγούμενες αρκετά επιτυχημένες προσπάθειες είχαν γίνει με μοντέλα Discrete Elements Models (DEM, Yuu και Umekage 2008^[54], Sitharam και Vinod 2008^[43], Zhou et al. 2002^[57]) τα οποία όμως δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μοντελοποιήσεις κλινών. Τα μοντέλα DEM έχουν πολύ μεγάλο υπολογιστικό κόστος για μεγάλο αριθμό σωματιδίων αλλά σαν αντιστάθμισμα μοντελοποιούν επακριβώς την φυσική του κάθε σωματιδίου. Παραδείγματος χάρη λαμβάνεται ρητά υπόψη η ιδιοπεριστροφή των σωματιδίων, πράγμα αδύνατο στα μοντέλα Two Fluids Models (TFM: mixture - Euler), την σημασία της οποίας υπογραμμίζει οι Zhou et al. 2002^[57]. Παρ' όλα αυτά έχουν αναπτυχθεί μοντέλα που ενσωματώνουν την επίδραση της ιδιοπεριστροφής των σωματιδίων στα μοντέλα TFM όπως αναφέρει ο Shuyan et al. 2008^[42], μέσω κυρίως της διαφορικής εξίσωσης της κοκκώδους θερμοκρασίας (Θ_s).

Κεφάλαιο 2

ΒΑΣΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΡΕΥΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

2.1 ΜΕΣΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

Σε ένα σύνολο σωματιδίων όλα τα σωματίδια δεν έχουν το ίδιο μέγεθος. Ως εκ τούτου υπάρχει η ανάγκη να περιγραφεί το μέγεθος των σωματιδίων με τη χρήση μιας μέσης διαμέτρου του συνόλου των σωματιδίων. Η κατανομή του μεγέθους των σωματιδίων περιγράφεται από τις συναρτήσεις κατανομής P και p . Ως P ορίζεται το ποσοστό όγκου των σωματιδίων που έχουν διάμετρο μικρότερη από d_p και p είναι το ίδιο κλάσμα που αφορά τα σωματίδια που έχουν διάμετρο μεταξύ d_p και $d_p + d(d_p)$. Η σχέση 2.1 περιγράφει τη συσχέτιση P και p για οποιοδήποτε μέγεθος d_{p1} .

$$P_1 = \left(\frac{dP}{d(d_p)} \right)_1 \quad (2.1)$$

και

$$p_1 = \int_0^{d_{p1}} p d(d_p) \quad (2.2)$$

Για μια διακριτή κατανομή σωματιδίων η σχέση (2.1) μπορεί να επαναπροσεγγιστεί ως:

$$P_i = \left(\frac{\Delta P}{\Delta(d_p)} \right)_i \quad (2.3)$$

με

$$P_i = \sum_1^i (p \Delta d_p)_i = \sum_1^i x_i \quad (2.4)$$

όπου x_i είναι το ποσοστό όγκου των σωματιδίων στο διάστημα i .

Η μέση διάμετρος d_p μιας διακριτής κατανομής μπορεί να υπολογιστεί από την ακόλουθη εξίσωση:

$$d_p = \frac{1}{\sum_{all\ i} (x / d_p)_i} \quad (2.5)$$

2.2 ΣΦΑΙΡΙΚΟΤΗΤΑ

Η σφαιρικότητα ενός σωματιδίου μετράται από το πόσο παρεκκλίνει το σχήμα του από αυτό μιας τέλει σφαίρας (η οποία ως γνωστόν αποτελεί τη γεωμετρία με την ελάχιστη εξωτερική επιφάνεια για δεδομένο περικλειόμενο όγκο). Έτσι:

$$\varphi_p = \left(\frac{\text{επιφάνεια σφαίρας}}{\text{επιφάνεια σωματιδίου}} \right)_{\text{ίσος όγκος}} \quad (2.6)$$

Συμπερασματικά ισχύει $\varphi_p=1$ για τέλεια σφαιρικά σωματίδια και $0 < \varphi_p < 1$ για κάθε άλλο σωματίδιο.

2.3 ΠΡΟΤΥΠΑ ΡΕΥΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

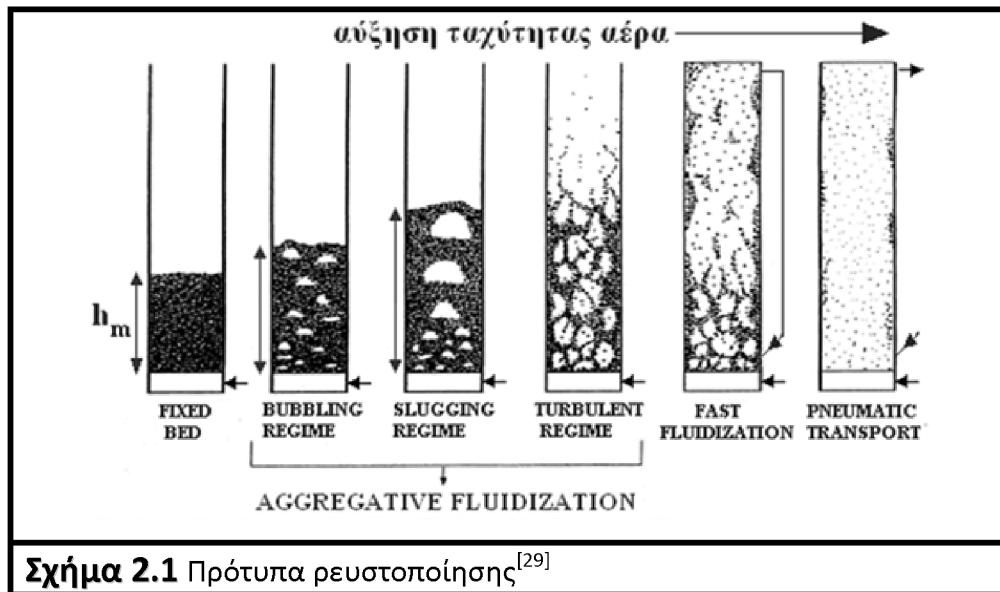
Το φαινόμενο της ρευστοποίησης αναφέρεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ μιας ποσότητας λεπτόκοκκων σωματιδίων μέσα σε ένα δοχείο (κλίνη) και του περιρρέοντος αέρα που διοχετεύεται από τη βάση της κλίνης. Κατά την αλληλεπίδραση αυτή διαμορφώνονται ειδικές ρευστοδυναμικές συνθήκες μεταξύ αέρα και στερεού οι οποίες στη βιβλιογραφία αναφέρονται ως πρότυπα ρευστοποίησης (fluidization regimes) και τα οποία ποικίλλουν ανάλογα με την ταχύτητα με την οποία εισέρχεται ο αέρας.

Θεωρούμε ένα κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο, το οποίο παίζει το ρόλο του αντιδραστήρα, δεδομένης διαμέτρου και ύψους. Το δοχείο αυτό περιέχει ποσότητα σωματιδίων, τα οποία βρίσκονται στην βάση του και σχηματίζουν ένα στρώμα. Το στρώμα σωματιδίων υποβαστάζεται από ένα μεταλλικό πλέγμα ή ένα διάτρητο δίσκο που βρίσκεται σε μια ορισμένη απόσταση από το πυθμένα του δοχείου και λειτουργεί ως κατανομέας του διοχετευόμενου στη βάση του αντιδραστήρα αέρα (distributor). Διοχετεύοντας αέρα με πολύ χαμηλή ταχύτητα, εντός της κλίνης σημειώνονται διαδοχικές μεταβολές στη μορφολογία του στρώματος σωματιδίων, οι οποίες μπορούν να περιγραφούν και να κατηγοριοποιηθούν με βάση τα πρότυπα ρευστοποίησης. Η κατηγοριοποίηση που έχει επικρατήσει και περιγράφεται συνοπτικά παρακάτω είναι αυτή που παρουσιάζεται από τους Daizo Kunii και Octave Levenspiel^[29].

Ξεκινώντας από μια πολύ χαμηλή ταχύτητα ροής, το διοχετευόμενο αέριο μόλις διεισδύει στα κενά που υπάρχουν μεταξύ των σωματιδίων, τα οποία προφανώς κείτονται στο κάτω μέρος της κλίνης, σχηματίζοντας ένα στρώμα ύψους h_m . Αυτό το πρότυπο ρευστοποίησης ονομάζεται *σταθερή κλίνη* (fixed bed). Επιβάλλοντας μεγαλύτερη ταχύτητα (η οποία όμως παραμένει σχετικά χαμηλή), το κενό μεταξύ των σωματιδίων σταδιακά αυξάνεται, ώστε να διέλθει αυτή η αυξημένη ποσότητα αέρα. Το στρώμα σωματιδίων στη βάση της κλίνης παραμένει στη μορφή που είχε πριν, όμως το ύψος του αυξάνει, καταλαμβάνοντας μεγαλύτερο όγκο και σχηματίζοντας το πρότυπο ρευστοποίησης που ονομάζεται *εκτεταμένη κλίνη* (expanded bed). Όταν η ταχύτητα του αέρα φτάσει σε ένα όριο το οποίο ονομάζεται ταχύτητα ελάχιστης ρευστοποίησης, το κενό μεταξύ των σωματιδίων μεγιστοποιείται, τα σωματίδια δέχονται μια δύναμη από τον αέρα που εξισορροπεί ακριβώς το βάρος τους, ενώ παράλληλα μηδενίζονται οι δυνάμεις τριβής μεταξύ τους (αφού παύουν να εφάπτονται) και αιωρούνται το ένα δίπλα στο άλλο. Το κατώφλι αυτό ονομάζεται κατώφλι (ή πρότυπο) ελάχιστης ρευστοποίησης και η ταχύτητα στην οποία συμβαίνει αυτό ονομάζεται ταχύτητα ελάχιστης ρευστοποίησης (minimum fluidization velocity ή εναλλακτικά ταχύτητα

έναρξης ρευστοποίησης). Ανάλογη ονομασία φέρει και το ύψος του στρώματος σωματιδίων (h_{mf}) καθώς και το κλάσμα κενού ϵ_{mf} (κλάσμα κενού έναρξης ρευστοποίησης, βλέπε παραγράφους 2.4 & 2.6).

Με την αύξηση της ταχύτητας πάνω από την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης, η συμπεριφορά των σωματιδίων ξεκινά να προσιδιάζει με αυτή ενός ρευστού. Παρατηρούνται έντονες κινήσεις και εκτινάξεις των σωματιδίων, διότι ο επιπλέον αέρας τα ωθεί βίαια προς τα πάνω επιζητώντας την αύξηση της διατομής διέλευσης. Η κίνηση των σωματιδίων γίνεται ολοένα και πιο ζυηρή όσο πιο γρήγορα διέρχεται ο αέρας, ενώ παρατηρείται δημιουργία φυσαλίδων (bubbles) οι οποίες ανερχόμενες εντός της κλίνης φτάνουν στην επιφάνεια και διαλύονται. Αυτό το πρότυπο κλίνης ονομάζεται ρευστοποιημένη κλίνη φυσαλίδων (bubbling bed).



Σχήμα 2.1 Πρότυπα ρευστοποίησης^[29]

Στην συνέχεια ακολουθούν τα πρότυπα *slugging regime* και *τυρβώδους κλίνης* (turbulent regime) όπου και τα σωματίδια πλέον αρχίζουν να φτάνουν στην οροφή της κλίνης. Με την περαιτέρω αύξηση της ταχύτητας εμφανίζεται το πρότυπο κλίνης *ταχείας ρευστοποίησης* (fast fluidization regime). Το συγκεκριμένο πρότυπο είναι εκείνο το οποίο αποτελεί και την περιοχή λειτουργίας των ατμοπαραγωγών μονάδων CFB που βρίσκουν εφαρμογή στον τομέα της ηλεκτροπαραγωγής. Η ταχύτητα του αέρα είναι αρκετά μεγάλη ώστε να οδηγεί ένα ποσοστό των σωματιδίων εκτός κλίνης, καθώς αυτά εξέρχονται από το πάνω μέρος του αντιδραστήρα. Μια διάταξη ανακυκλοφορίας εξασφαλίζει τη διατήρηση της συνολικής ποσότητας σωματιδίων, διοχετεύοντας την ποσότητα που εξέρχεται από την οροφή στη βάση του αντιδραστήρα. Σε αντίθεση με τη αξονικά κεντρική περιοχή (core) του αντιδραστήρα όπου ο αέρας έχει σχετικά μεγάλη ταχύτητα (5-6 m/sec), κοντά στα τοιχώματα η ταχύτητα είναι αρκετά μικρότερη, με αποτέλεσμα τα σωματίδια εκεί να κατέρχονται. Συνεπώς, εκτός από την εξωτερική ανακυκλοφορία έχουμε και μια εσωτερική, με τροχιά ανόδου την περιοχή κοντά στον κεντρικό κατακόρυφο άξονα του αντιδραστήρα και καθοδική τροχιά κοντά στα τοιχώματα (core-annulus^[29]). Η περιεκτικότητα σε σωματίδια είναι μεγαλύτερη στις περιοχές κοντά στα τοιχώματα και μικρότερη κοντά στον κατακόρυφο κεντρικό άξονα. Επιπλέον, στον πυθμένα του αντιδραστήρα παρατηρείται μια περιοχή πολύ υψηλής συγκέντρωσης σε σωματίδια, ενώ η άνω περιοχή είναι πολύ πιο αραιή. Αυτό το πρότυπο παύει να περιγράφει τη ρευστοδυναμική κατάσταση εντός του αντιδραστήρα όταν η ταχύτητα του διοχετευόμενου αέρα γίνει ακόμα μεγαλύτερη όπου και εμφανίζεται πλέον

το πρότυπο ρευστοποίησης που ονομάζεται κλίνη μεταφοράς (fluidized bed with pneumatic transport). Κατά το συγκεκριμένο πρότυπο η συγκέντρωση των σωματιδίων είναι αρκετά ομοιόμορφη και μικρή σε όλες τις περιοχές του αντιδραστήρα, δεν συσσωρεύεται μάζα στον πυθμένα ούτε παρουσιάζεται εσωτερική ανακυκλοφορία, για αυτό και χρησιμοποιείται κυρίως για βιομηχανικές εφαρμογές μεταφορά μάζας.

2.4 ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΕΝΑΡΞΗΣ ΡΕΥΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Η ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης (minimum fluidization velocity) U_{mf} (εναλλακτικά μπορεί να χαρακτηριστεί και ως ταχύτητα ελάχιστης ρευστοποίησης) εκφράζει την ελάχιστη τιμή της φαινόμενης ταχύτητας που απαιτείται να έχει ο εισερχόμενος στην κλίνη αέρας για να ασκηθεί η κατάλληλη δύναμη στα σωματίδια ώστε αυτά μόλις που να αιωρούνται (δηλαδή η μέση δύναμη που τους ασκείται από τον αέρα θα εξισώνει το βάρος τους). Συνδυάζοντας με τα παραπάνω, πρόκειται για την ταχύτητα του αέρα όταν βρισκόμαστε στην έναρξη της εκτεταμένης κλίνης. Στη βιβλιογραφία η αριθμητική μέθοδος υπολογισμού της ταχύτητας μπορεί να γίνει με τη σχέση των Wen & Yu (1966)^[50]

$$Re_{mf} = \frac{U_{mf} \rho_g d_p}{\mu_g} \quad (2.10)$$

είναι ο αριθμός Reynolds που αντιστοιχεί στην ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης και αφορά στο μεμονωμένο σωματίδιο και

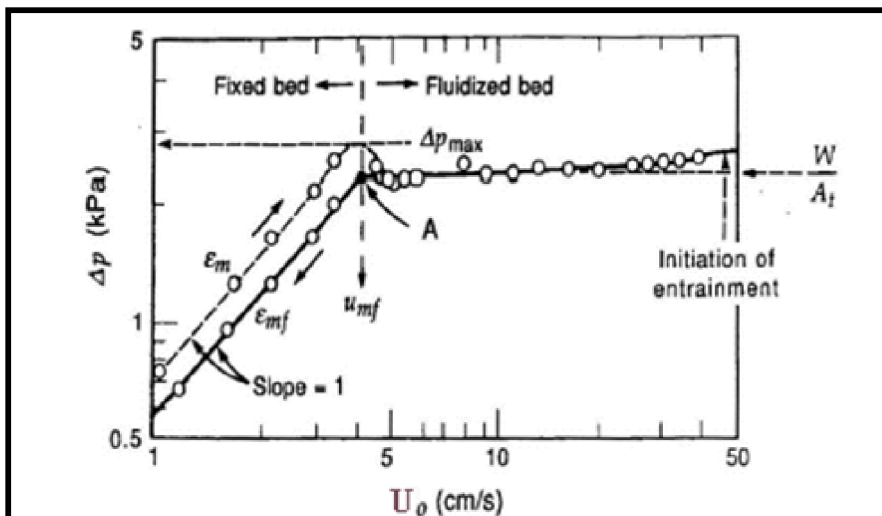
$$Ar = \frac{d_p^3 g \rho_g (\rho_s - \rho_g)}{\mu_g^2} \quad (2.11)$$

είναι ο αριθμός του Αρχιμήδη.

Η σχέση του Wen & Yu είναι η ακόλουθη:

$$Re_{mf} = \left[C_1^2 + C_2 Ar \right]^{\frac{1}{2}} - C_1 \quad (2.12)$$

Για χονδρόκοκκα σωματίδια χρησιμοποιούνται οι συντελεστές $C_1=28,7$ and $C_2=0,0494$, ενώ για λεπτόκοκκα σωματίδια χρησιμοποιούνται τα $C_1=33,7$ και $C_2=0,0408$.



Σχήμα 2.2 Απεικόνιση της πτώσης πίεσης συναρτήσει της φαινόμενης ταχύτητας U_0 ^[29]

Εντούτοις, το U_{mf} μπορεί επίσης να προσεγγιστεί πειραματικά. Το επόμενο διάγραμμα παριστάνει την πτώση πίεσης στην κλίση (το διάγραμμα αναφέρεται σε σωματίδια με μέση διάμετρο 160 μ m) συναρτήσει της φαινόμενης ταχύτητας u_0 του αέρα που εισέρχεται στην κλίση. Παρατηρούμε ότι η πτώση πίεσης αυξάνεται όσο αυξάνει η ταχύτητα του αέρα. Όταν η ταχύτητα του αέρα αυξηθεί αρκετά, η δύναμη που επάγεται στα σωματίδια είναι συγκρίσιμη του βάρους τους. Έτσι προκαλείται αναπήδηση των σωματιδίων, το διάκενο μεταξύ τους μεγαλώνει ευνοώντας την έλευση του αέρα και η πίεση δεν αυξάνεται περαιτέρω.

Στην περιοχή της χαμηλής ταχύτητας (fixed bed), όπου δεν έχει επέλθει ακόμη η ρευστοποίηση, η πτώση πίεσης (που έχει τη μορφή ευθείας με θετική κλίση) περιγράφεται από τη σχέση του Ergun

$$\frac{\Delta P}{H_{Bed}} = 150 \frac{(1-\varepsilon_{mf})^2}{\varepsilon_{mf}^3} \frac{\mu_g U_{mf}}{(\varphi_p d_p)^2} + 1,75 \frac{1-\varepsilon_{mf}}{\varepsilon_{mf}^3} \frac{\rho_g U_{mf}^2}{\varphi_p d_p} \quad (2.13)$$

Στη δεύτερη περιοχή η πτώση πίεσης σταθεροποιείται σε μια μέγιστη τιμή, ελαφρά μεγαλύτερη από τη στατική πίεσης της κλίσης. Στην περιοχή αυτή ισχύει:

$$\frac{\Delta P}{H_{Bed}} = (1 - \varepsilon_{mf})(\rho_s - \rho_g)g \quad (2.14)$$

Το U_{mf} είναι το σημείο του οριζώντιου άξονα στο οποίο γίνεται η μετάβαση από την μια περιοχή στην άλλη. Η οπισθέλκουσα δύναμη που ασκεί ο αέρας στα σωματίδια εξισορροπεί το βάρος του. Έτσι, συλλέγοντας τα αναγκαία πειραματικά δεδομένα που απαιτούνται για να συντεθεί το διάγραμμα του σχήματος 2.2 μπορεί εύκολα να υπολογιστεί το U_{mf} .

2.5 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΚΑΤΑ GELDART

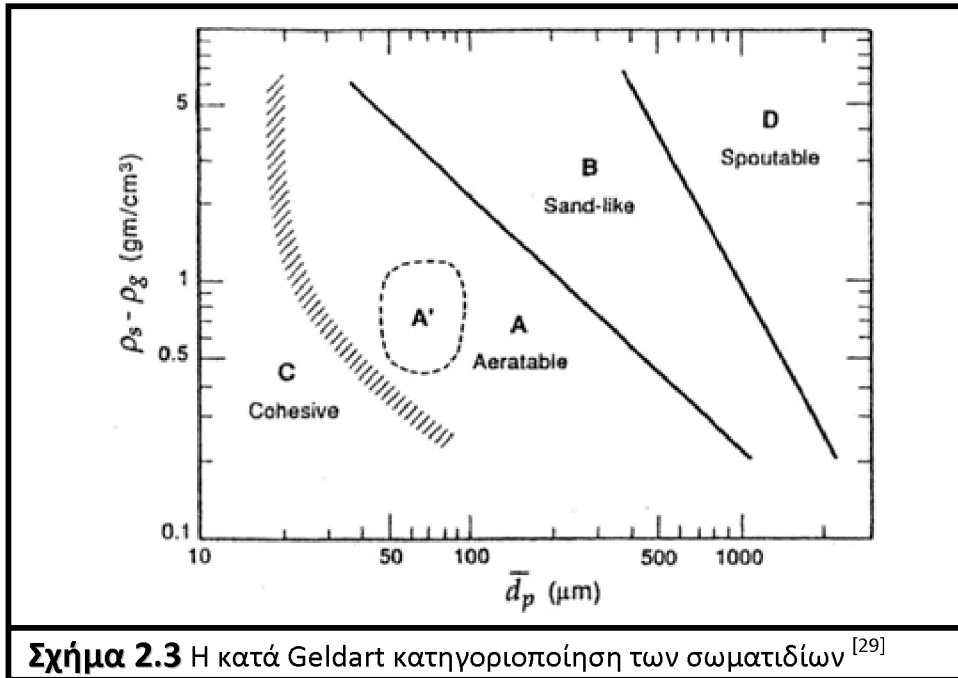
Τα χαρακτηριστικά και η συμπεριφορά της ρευστοποιημένης κλίσης εξαρτώνται έντονα από τις ιδιότητες του αερίου και των σωματιδίων που αλληλεπιδρούν. Ερευνώντας και παρατηρώντας τα διάφορα είδη και μεγέθη σωματιδίων που υπάρχουν, ο Geldart κατέληξε σε μια κατηγοριοποίηση των σωματιδίων σε τέσσερις ομάδες σχετικά διακριτές μεταξύ τους. Κατά σειρά αύξουσας διαμέτρου, οι κατηγορίες κατά Geldart είναι οι εξής:

- Ομάδα A: υλικά που αποτελούνται από σωματίδια μικρής μέσης διαμέτρου ή/και χαμηλής πυκνότητας (<1400 kg/m³). Τα σωματίδια αυτά ρευστοποιούνται εύκολα και ομαλά σε χαμηλές ταχύτητες αέρα, ενώ σε υψηλότερες ταχύτητες χαρακτηρίζονται από την ελεγχόμενη εμφάνιση φουσαλίδων μικρού μεγέθους. Αντιπροσωπευτική εφαρμογή τέτοιων σωματιδίων είναι τα FCC (Fluidized Catalyst Cracking)
- Ομάδα B: εδώ κατατάσσονται τα σωματίδια «αμμώδους» (sandlike) χαρακτήρα, μέσης διαμέτρου 40<d_p<500 μ m και πυκνότητας 1400-4000 kg/m³. Τα στερεά αυτά ρευστοποιούνται έντονα σχηματίζοντας ζυηρές και μεγάλες φουσαλίδες. Αντιπροσωπευτική εφαρμογή τέτοιων σωματιδίων είναι οι CFB (Circulating Fluidized Bed)
- Ομάδα C: σε αυτή την ομάδα ανήκουν συνεκτικά σωματίδια ή λεπτόκοκκη σκόνη. Τα στερεά αυτά φτάνουν σε συνθήκες ρευστοποίησης πολύ δύσκολα διότι οι δυνάμεις μεταξύ των σωματιδίων υπερσχύουν έναντι αυτών που προκύπτουν από την

αλληλεπίδραση σωματιδίων και αέρα. Τείνουν να κινούνται ανερχόμενα μέσα στην κλίνη δημιουργώντας ανομοιογενείς δομές (plugs) ή μέσω καναλιών που εκτείνονται από τη βάση της κλίνης (διασκορπιστήρας-distributor) ως την επιφάνεια της κλίνης.

➤ Ομάδα D: Πρόκειται για μεγάλα ή/και πυκνά σωματίδια. Όταν η κλίνη που περιέχει τέτοια σωματίδια είναι αρκετά βαθιά, ομοιόμορφη ρευστοποίηση δύσκολα μπορεί να επιτευχθεί, αφού το αέριο διέρχεται κυρίως από μεγάλα διάκενα.

Η κατηγοριοποίηση κατά Geldart, για αέρα ρευστοποίησης σε ατμοσφαιρικές συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας, παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



2.6 ΚΛΑΣΜΑ ΚΕΝΟΥ – ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ

Ως κλάσμα κενού ε (voidage) ενός οποιαδήποτε όγκου περιέχοντος σωματίδια ορίζεται το κλάσμα του όγκου το οποίο είναι ελεύθερο σωματιδίων. Έτσι, για έναν οποιαδήποτε όγκο περιέχοντα σωματίδια ισχύει:

$$\varepsilon_g = \frac{\text{όγκος αέρα}}{\text{συνολικό όγκος}} \quad (2.15)$$

Το κλάσμα κενού που αντιστοιχεί στην κατάσταση έναρξης της ρευστοποίησης της κλίνης ορίζεται ως ε_{mf} . Τυπικές τιμές για εφαρμογές ρευστοποιημένης κλίνης: 0.8 για την πυκνή περιοχή (πυθμένα) ενός αντιδραστήρα ταχείας ρευστοποίησης, 0.99-0.999 για το άνω μέρος του ίδιου αντιδραστήρα, 0.6 για ρευστοποιημένη κλίνη φυσαλίδων και 0.4 για σταθερή κλίνη.

Σε μερικές περιπτώσεις όμως, χρησιμοποιείται και το αντίστροφο του κλάσματος κενού, που εκφράζει το ποσοστό όγκου που καταλαμβάνεται από στερεά σωματίδια

$$\varepsilon_s = \frac{\text{όγκος στερεών σωματιδίων}}{\text{συνολικό όγκος}} \quad (2.16)$$

Προφανώς ισχύει $\varepsilon_g + \varepsilon_s = 1$.

Υπάρχει μία μέγιστη τιμή για το ε_s και μια ελάχιστη αντίστοιχα για το ε_g , όπου λέγεται *packing limit*, και ουσιαστικά προσδιορίζει την μέγιστη δυνατή συγκέντρωση όγκου σωματιδίων στο συνολικό όγκο του μείγματος. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι σε αντίθεση με τις διφασικές ροές υγρών όπου το μέγιστο ε_s είναι 1 στις κοκκώδεις ροές αυτό είναι γύρω στο 0.65 για γεωμετρικούς λόγους. Τα υλικά αυτά είναι σφαιρικά ή προσεγγίζουν το σφαιρικό σχήμα και άρα όσο και πυκνά να τα διατάξουμε (χωρίς να τα κονιοποιήσουμε) δεν μπορούμε να αποφύγουμε τον αέρα ανάμεσά τους.

Πολύ σημαντικό μέγεθος για τα σωματιδιακά υλικά είναι η φαινόμενη πυκνότητα (*bulk density*) που είναι το κλάσμα μάζας στερεών σωματιδίων προς το συνολικό όγκο περιέχοντος σωματιδίων.

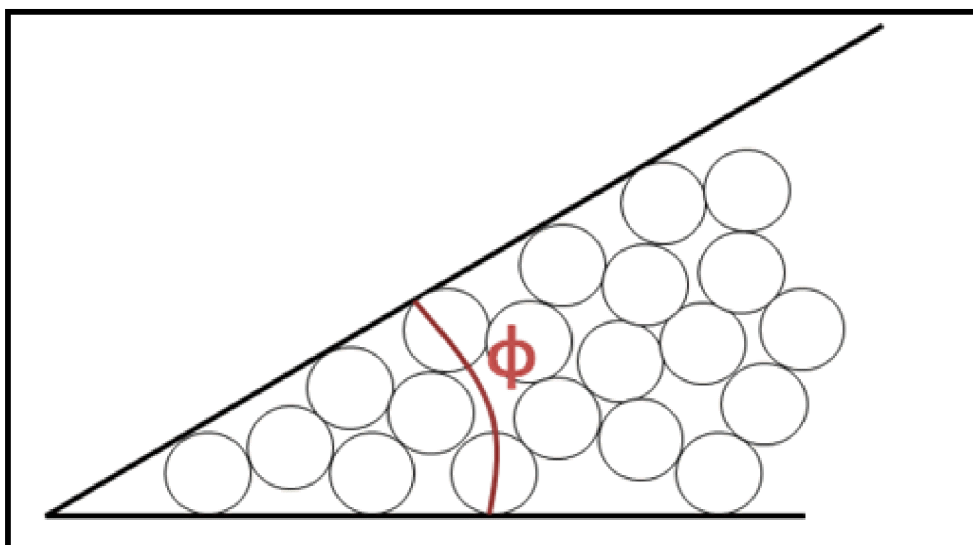
$$\rho_{bulk} = \rho_s \varepsilon_s \quad (2.17)$$

Όπου ρ_s είναι η πυκνότητα του στερεού

Το μέγεθος αυτό είναι σημαντικό για τα κοκκώδη υλικά καθώς ο όγκος που καταλαμβάνουν κατά την αποθήκευσή τους δεν είναι καθαρός όγκος του υλικού αλλά αναγκαστικά, μέρος του όγκου αυτού, είναι και ο φορέας του (πχ αέρας). Επομένως όταν ένα σωματιδιακό υλικό καταλαμβάνει έναν όγκο για να βρεθεί η αντίστοιχη μάζα του υλικού ο όγκος δεν πρέπει να πολλαπλασιαστεί με την γνωστή πυκνότητα του υλικού (ρ_s) αλλά πρέπει να πολλαπλασιαστεί με την φαινόμενη πυκνότητα.

2.7 ΓΩΝΙΑ ΑΠΟΘΕΣΗΣ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΓΩΝΙΑ ΤΡΙΒΗΣ

Αν αφηθεί ένα σωματιδιακό υλικό να εναποτεθεί σε μία οριζόντια επιφάνεια τότε θα δημιουργηθεί μία κωνική στοίβα. Η εσωτερική γωνία μεταξύ του υλικού και της επίπεδης επιφάνειας είναι γνωστή ως γωνία απόθεσης (σχήμα 2.4). Έχει παρατηρηθεί ότι η γωνία αυτή είναι μικρή για κοκκώδη υλικά με λείους, μεγάλους ή σφαιρικούς κόκκους ενώ φαίνεται να είναι μεγάλη για λεπτόκοκκα υλικά, ακανόνιστους σχηματικά κόκκους ή λιγότερο λείους κόκκους (Darteville, 2003^[10]). Επομένως η γωνία απόθεσης αποτελεί κατά κάποιο τρόπο ιδιότητα του υλικού και λέγεται και γωνία εσωτερικής τριβής. Για τα περισσότερα υλικά η γωνία αυτή κυμαίνεται μεταξύ 15° – 50°.



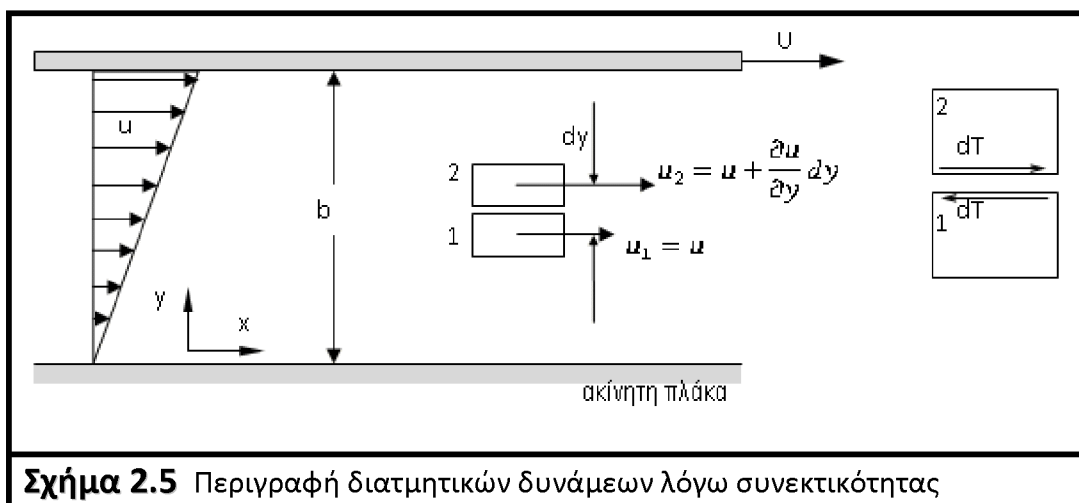
Σχήμα 2.4 Η γωνία απόθεσης

2.8 ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ

Συνεκτικότητα (viscosity) είναι χαρακτηριστική ιδιότητα των ρευστών και είναι το αίτιο της εμφάνισης της διατμητικής εντατικής κατάστασης στην μάζα τους (viscous stress tensor $\vec{\tau}$)^[58]. Η συνεκτικότητα είναι η ιδιότητα των ρευστών να ανθίστανται στην διάτμησή τους δηλαδή την σχετική κίνηση δύο στοιχείων του. Από φαινομενολογικής σκοπιάς η συνεκτικότητα μοιάζει με την τριβή δύο στερεών σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή και κινούνται σχετικά. Για αυτό και ονομάζεται και εσωτερική τριβή (internal friction). Η φύση όμως αυτών των δύο δυνάμεων είναι τελείως διαφορετική. (σχήμα 2.5)

Για δυο γειτονικά στοιχεία ρευστού που βρίσκονται σε σχετική κίνηση, είναι γνωστό ότι αναπτύσσεται μεταξύ τους εφελκόμενική δύναμη, η οποία ονομάζεται διατμητική δύναμη $d\vec{T}$. Η δύναμη αυτή ανά μονάδα επιφάνειας dE λέγεται εφελκόμενική διατμητική τάση τ .

Η εμφάνιση της διατμητικής δύναμης και η έννοια της διατμητικής τάσης φαίνεται από το παρακάτω παράδειγμα της καθαρής διάτμησης, που είναι η παράλληλη ροή συνεκτικού ρευστού μεταξύ δύο παράλληλων πλακών, όπου η μία είναι ακίνητη, ενώ η άλλη θεωρείται ότι κινείται με σταθερή ταχύτητα U και σε κατεύθυνση παράλληλη προς τις πλάκες. Τότε όπως μπορεί να θεωρηθεί σε πρώτη προσέγγιση, το ρευστό μεταξύ των δύο πλακών θα ρέει λόγω συνεκτικότητας κατά την κατεύθυνση της U .



Σχήμα 2.5 Περιγραφή διατμητικών δυνάμεων λόγω συνεκτικότητας

Τα δύο εικονιζόμενα στοιχεία 1 και 2 θα κινούνται με ταχύτητες $u_1 = u$ και $u_2 = u + \frac{\partial u}{\partial y} dy$ παράλληλες μεταξύ τους. Λόγω ακριβώς της διαφορετικής τους ταχύτητας θα αναπτύσσεται λόγω συνεκτικότητας από το ταχύτερο στοιχείο 2 στο 1 τάση dT κατά την κατεύθυνση της ταχύτητας u_1 για να το επιταχύνει και από το 1 στο 2 τάση $-dT$ αντίθετη στην ταχύτητα του για να το επιβραδύνει.

Για τα νευτώνια ρευστά έχει βρεθεί ένας πειραματικό-εμπειρικός νόμος συμπεριφοράς και λέγεται υλική εξίσωση κατά Newton. Σύμφωνα με αυτόν η διατμητική τάση (συνεκτική τάση-viscous stress) είναι ανάλογη της κλίσης της ταχύτητας (velocity gradient) κατά την κάθετο στο στοιχείο κατεύθυνση.

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (\text{Newton's Law of viscosity}) \quad (2.18)$$

Η παράμετρος μ είναι ο **συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας**.

Το ‘-’ δηλώνει ότι η συνεκτική τάση που δημιουργείται από την κλίση της ταχύτητας προσπαθεί να μειώσει το φαινόμενο που την προκαλεί, με διανυσματικούς όρους η διατμητική τάση είναι αντίθετη από την κλίση της ταχύτητα.

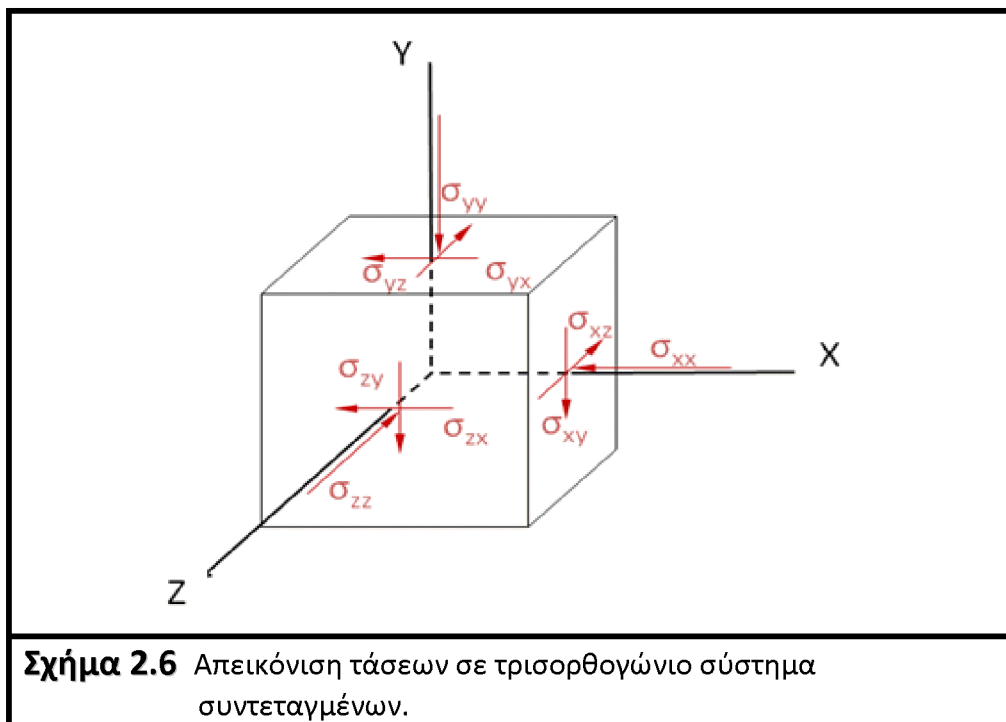
Όπως φαίνεται λοιπόν οι συνεκτικές τάσεις προσπαθούν να σταματήσουν την σχετική κίνηση μεταξύ δύο στοιχείων του ρευστού. Αυτό πρακτικά σημαίνει και ότι όταν υπάρχει κάποιος ρυθμός παραμόρφωσης (strain rate) μέσα στο ρευστό (δηλαδή κάποιο στοιχείο του ρευστού τείνει να παραμορφωθεί συναρτήσει του χρόνου λόγω κλίσης ταχύτητας) οι συνεκτικές τάσεις που δημιουργούνται προσπαθούν να μειώσουν αυτόν τον ρυθμό παραμόρφωσης. Και μάλιστα για τα νευτώνια ρευστά οι τάσεις αυτές είναι γραμμικά ανάλογες προς τον ρυθμό παραμόρφωσης. Στα μη νευτώνια ρευστά (όπως η κοκκώδης ροή) η σχέση συνεκτικών τάσεων και παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική.

2.9 ΤΑΝΥΣΤΕΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΤΕΡΕΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ

Έστω ότι ένα στερεό σώμα δέχεται συγκεκριμένες πιέσεις στις x , y , z διευθύνσεις. Η εντατική κατάσταση του σώματος αυτού περιγράφεται από έναν ταυυστή τάσεων της μορφής σ_{ij} όπου $i,j=1,2,3$

$$\vec{\Sigma} = \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Ή αλλιώς ο πρώτος δείκτης δηλώνει τον προσανατολισμό της επιφάνειας και ο δεύτερος δείχνει την διεύθυνση της πίεσης. Επίσης στην συγκεκριμένη εργασία θετικές θεωρούνται οι θλιπτικές πιέσεις.

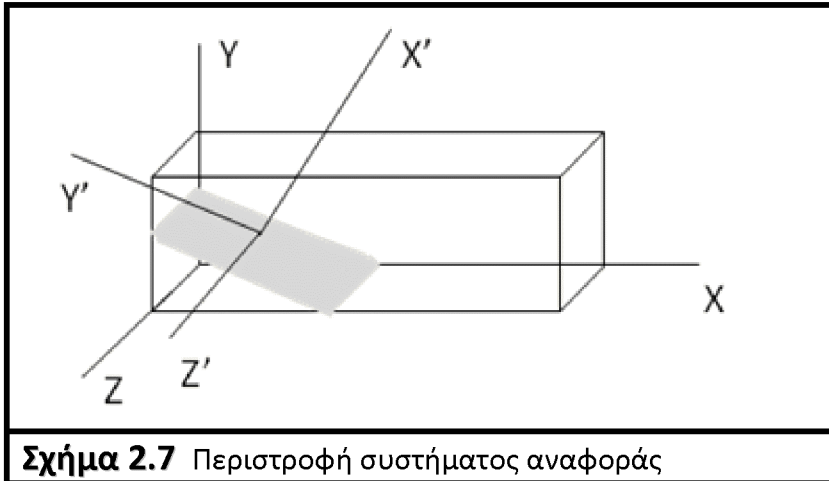


Επίσης λόγω του ότι το σώμα βρίσκεται σε ισορροπία από την διατήρηση της στροφορμής αποδεικνύεται^[59] ότι ισχύει $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Δηλαδή ο ταυυστής τάσεων είναι συμμετρικός.

2.9.1 ΚΥΡΙΕΣ ΤΑΣΕΙΣ

Περιστρέφοντας το σύστημα συντεταγμένων τα στοιχεία του τανυστή μεταβάλλονται. Αν θεωρηθεί ότι το σύστημα αναφοράς είναι οι τρεις συνιστώσες ενός διανύσματος \vec{n} κάθετο σε μία επιφάνεια (που είναι μία τομή του σώματος) περιστρέφοντας το σύστημα συντεταγμένων περιγράφεται ουσιαστικά κάθε φορά το άνωσμα της τάσης σε διαφορετικό επίπεδο εντός του σώματος.

Υπάρχει ένα επίπεδο όπου θα επικρατούν μόνο ορθές τάσεις και οι διατμητικές τάσεις θα είναι μηδενικές. Αυτό το επίπεδο ονομάζεται κύριο επίπεδο και οι τάσεις (ορθές τάσεις) πάνω σε αυτό κύριες τάσεις και συμβολίζονται ως σ_I, σ_{II} και σ_{III} ($\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$).



Σχήμα 2.7 Περιστροφή συστήματος αναφοράς

2.9.2 ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΕΣ ΤΑΝΥΣΤΩΝ

Παρά το γεγονός ότι περιστρέφοντας το σύστημα συντεταγμένων τα στοιχεία του τανυστή μεταβάλλονται, υπάρχουν κάποια μεγέθη τα οποία παραμένουν σταθερά και ονομάζονται αναλλοίωτες του τανυστή.

Οι αναλλοίωτες ενός τανυστή είναι^[59]:

Πρώτη αναλλοίωτη η οποία ονομάζεται και ίχνος ($\text{tr}\vec{\Sigma}$)

$$I_{\vec{\Sigma}} = \text{tr}\vec{\sigma} = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}$$

Δεύτερη αναλλοίωτη

$$II_{\vec{\Sigma}} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ji}$$

Τρίτη αναλλοίωτη

$$III_{\vec{\Sigma}} = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{ik} \sigma_{kj}$$

Στην παρούσα χρησιμοποιείται η σύμβαση του Einstein για τους επαναλαμβανόμενους δείκτες

2.9.3 ΑΠΟΚΛΙΝΩΝ ΤΑΝΥΣΤΗΣ ΤΑΣΕΩΝ

Έστω ένας τανυστής τάσεων $\vec{\Sigma}$ με τους όρους $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ να είναι οι ιδιοτιμές του (κύριες τάσεις $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ αντίστοιχα) τότε ονομάζεται μέση ορθή τάση $\langle \sigma \rangle$ το

$$\text{αναλλοίωτο μέγεθος } \langle \sigma \rangle = \frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = \frac{1}{3} (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}) = \frac{1}{3} I_{\vec{\Sigma}}$$

Ο τανυστής τάσεων σ_{ij} μπορεί να αναλυθεί ως άθροισμα δύο τανυστών ως εξής^[59]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \langle \sigma \rangle & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \langle \sigma \rangle & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \langle \sigma \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \langle \sigma \rangle & 0 & 0 \\ 0 & \langle \sigma \rangle & 0 \\ 0 & 0 & \langle \sigma \rangle \end{bmatrix}$$

ή

$$\vec{\Sigma} = \vec{\bar{\Sigma}} + \dot{\Sigma} = \vec{\bar{\Sigma}} + \delta_{ij} \langle \sigma \rangle \quad (2.20)$$

Ο πίνακας $\vec{\bar{\Sigma}}$ ονομάζεται αποκλίνων τανυστής τάσεων (deviatoric stress tensor) και ο τανυστής που έχει ως διαγώνια στοιχεία την μέση ορθή τάση $\langle \sigma \rangle$ λέγεται υδροστατικός ή ισότροπος τανυστής τάσεων (spherical stress tensor – $\dot{\Sigma}$). Η σημασία της ανάλυσης αυτής έγκειται στο ότι, με αυτήν επιτυγχάνεται διαχωρισμός τον τανυστή σε δύο άλλους, από τους οποίους, ο αποκλίνων είναι υπεύθυνος για την μεταβολή του σχήματος του ορθοκανονικού στοιχείου (στερεού η ρευστού), ενώ ο υδροστατικός για την μεταβολή του όγκου του. Αυτό μπορεί να γίνει αντιληπτό από το γεγονός ότι, η μέση ορθή τάση στον αποκλίνοντα τανυστή είναι μηδέν και έτσι αυτός δε συμβάλλει στη μεταβολή του όγκου. Πράγματι

$$\langle s \rangle = \frac{s_{xx} + s_{yy} + s_{zz}}{3} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} - 3\langle \sigma \rangle}{3} = 0 \quad (2.21)$$

Οι αναλλοίωτες του αποκλίνοντα τανυστή τάσεων είναι:

$$I_{\vec{\bar{\Sigma}}} = s_{xx} + s_{yy} + s_{zz} = 0$$

$$II_{\vec{\bar{\Sigma}}} = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji} = \frac{1}{2} (s_{xx}^2 + s_{yy}^2 + s_{zz}^2 + s_{xy}^2 + s_{yz}^2 + s_{zx}^2) \quad (2.22)$$

$$III_{\vec{\bar{\Sigma}}} = -s_{xx}s_{yy} - s_{yy}s_{zz} - s_{zz}s_{xx} + s_{xy}^2 + s_{yz}^2 + s_{zx}^2$$

Και τελικά συναρτήσει των κύριων τάσεων του αρχικού τανυστή τάσεων:

$$III_{\vec{\bar{\Sigma}}} = \frac{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2}{6} \quad (2.23)$$

2.9.4 ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ – 2D ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Αν θεωρηθεί ότι ένα παραμορφώσιμο στερεό δέχεται παραμόρφωση μόνο κατά μήκος των δύο αξόνων (X και Z) δηλαδή η παραμόρφωση κατά τον άξονα Y είναι μηδενική ($\varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{zy} = 0$) τότε η περίπτωση αυτή λέγεται επίπεδη παραμόρφωση και περιγράφεται από έναν τανυστή παραμόρφωσης της μορφής $\vec{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$.

Ο αντίστοιχος όμως τανυστής τάσεων που προκαλεί την παραμόρφωση αυτής της μορφής είναι ο $\vec{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$.

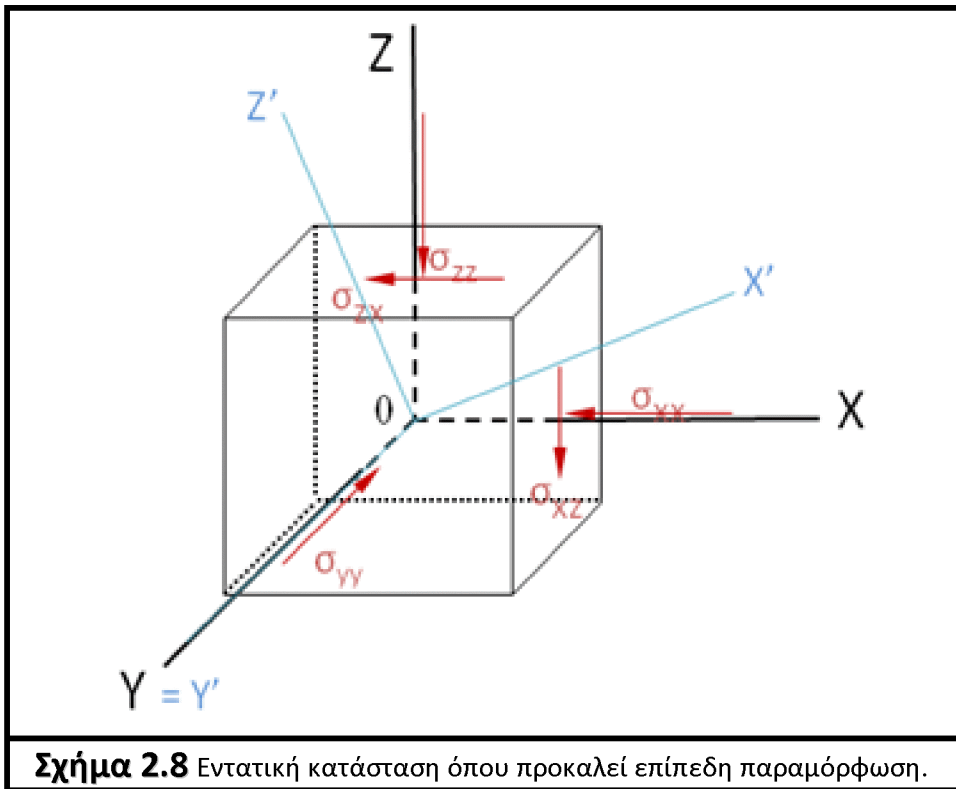
Αυτή η μορφή καταπόνηση εξασφαλίζει ότι στο επίπεδο XZ το σώμα δέχεται μόνο ορθή τάση (άρα και κύρια) η οποία θα είναι σταθερή και ίση με $\sigma_{yy} = \sigma_{II} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}$, όπου οι $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ είναι κύριες τάσεις. Ενώ στο επίπεδο XY το στερεό δέχεται μόνο ορθή (κύρια)

τάση ($\sigma_{yy} = \sigma_{II}$) ενώ στα επίπεδα XY και YZ δέχεται ορθές και διατμητικές τάσεις ($T_{xx}, T_{zx}, T_{xz}, T_{zz}$). Η μέση ορθή τάση αυτής της καταπόνησης είναι:

$$\langle \sigma \rangle^{3D} = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3} \xrightarrow{\sigma_{II} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} = \Sigma T A \theta} \langle \sigma \rangle^{3D} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} = \langle \sigma \rangle^{2D}$$

Σε αυτήν την περίπτωση θα μπορούσε να θεωρηθεί και η εντατική κατάσταση του στοιχείου ως δισδιάστατη^[10], αφού η $\sigma_{yy} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}$ παραμένει σταθερή και ίση με την μέση ορθή τάση δισδιάστατης καταπόνησης. Ενώ ταυτόχρονα στο επίπεδο ZX δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



Σχήμα 2.8 Εντατική κατάσταση όπου προκαλεί επίπεδη παραμόρφωση.

2.9.5 ΕΥΡΕΣΗ ΤΑΣΕΩΝ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΣΕ 2D

Αν θεωρηθεί δισδιάστατο σύστημα αναφοράς XOZ στο οποίο συμβαίνει η επίπεδη παραμόρφωση και 2D εντατική κατάσταση όπως στην παράγραφο 2.9.4 τότε ισχύει $\sigma_{yy} = \sigma_{yx}, \sigma_{xy}, \sigma_{zy}, \sigma_{yz} = 0$

Έστω ότι είναι γνωστή η εντατική κατάσταση στο σύστημα αναφοράς XOZ τότε ο τανυστής τάσεων στο X'OZ' θα έχει στοιχεία $\sigma_{x'x'}, \sigma_{z'z'}, \sigma_{x'z'}$ που δίνονται από τις σχέσεις^[59]:

$$\sigma_{x'x'} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\theta + \sigma_{xy} \sin 2\theta \quad \text{a}$$

$$\sigma_{z'z'} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\theta - \sigma_{xy} \sin 2\theta \quad \text{b} \quad (2.24)$$

$$\sigma_{x'z'} = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cos 2\theta \quad \text{c}$$

Αν τώρα το αρχικό σύστημα αναφοράς είναι το κύριο δηλαδή $\sigma_{xx}=\sigma_I$, $\sigma_{zz}=\sigma_{III}$ και $\sigma_{xy} = 0$ ισχύει:

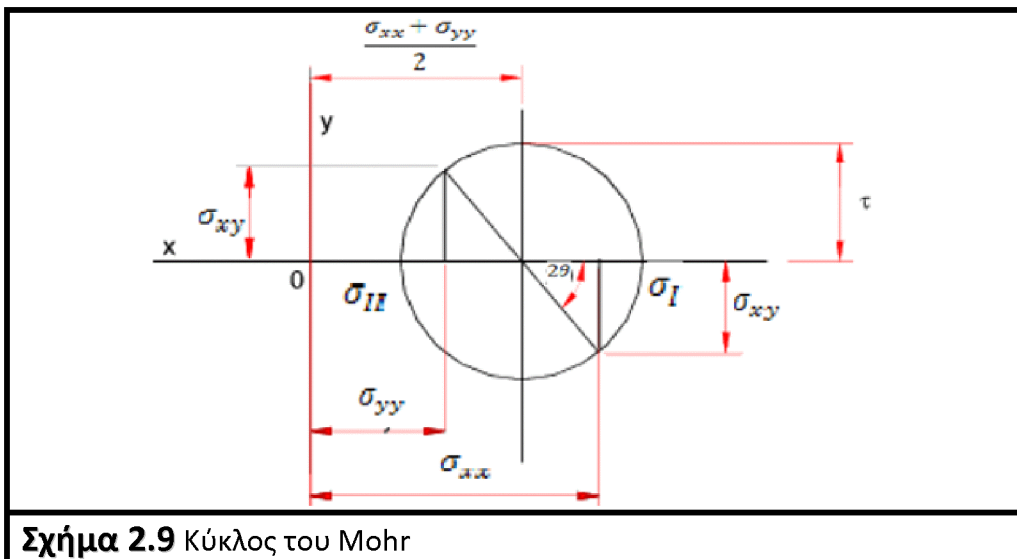
$$\sigma_{x'x'} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 2\theta \quad \text{a}$$

$$\sigma_{z'z'} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} - \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 2\theta \quad \text{b} \quad (2.25)$$

$$\sigma_{x'z'} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \sin 2\theta \quad \text{c}$$

2.9.6 ΚΥΚΛΟΣ ΤΟΥ MOHR

Ο κύκλος του Mohr είναι μία γραφική μέθοδος η οποία βοηθάει στην απεικόνιση και την εύρεση των συνιστωσών των τάσεων σε μία οποιαδήποτε επίπεδη τομή εντός του στερεού που εξετάζεται. Η γραφική απεικόνιση των διαφορετικών τάσεων και των αντίστοιχων επιπέδων προκύπτει από την περιστροφή του συστήματος των συντεταγμένων^[59].



Σχήμα 2.9 Κύκλος του Mohr

2.10 ΤΑΝΥΣΤΕΣ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗΣ ΡΕΥΣΤΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ

2.10.1 ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΣ ΤΑΝΥΣΤΗΣ ΤΑΣΕΩΝ $\vec{\tau}$ ΚΑΙ Η ΣΧΕΣΗ ΤΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΚΛΙΣΗ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ $\text{GRAD}\vec{u}$

Η συνεκτικότητα δημιουργεί εκτός των εφαπτομενικών διατμητικών τάσεων και κάθετες (ορθές) διατμητικές τάσεις. Το σύνολο των τάσεων αυτών μπορούν να γραφτούν σε ένα πίνακα 3x3 όπου τα διαγώνια στοιχεία του θα είναι οι κάθετες διατμητικές τάσεις (normal viscous stresses) και τα μη διαγώνια στοιχεία θα είναι οι εφαπτομενικές διατμητικές τάσεις (tangential viscous stresses). Ο πίνακας αυτός είναι ο τανυστής διατμητικών τάσεων ή τανυστής συνεκτικών τάσεων (viscous stress tensor)^[57,10].

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Και είναι θετικός σε περίπτωση συμπίεσης του στοιχείου

Στο προηγούμενο παράδειγμα(2D) στην περίπτωση δηλαδή της καθαρής διάτμησης δεν αναπτύσσονται κάθετες τάσεις (στην επιφάνεια του όγκου του στοιχείου) και επομένως η εντατική διατμητική κατάσταση περιορίζεται μόνο στην εφαπτομενική. Και εκφράζεται από τον τανυστή διατμητικών τάσεων (viscous stress tensor) ως $\vec{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & 0 \end{bmatrix}$

Προσπαθώντας να προσδιοριστεί ο τανυστής των συνεκτικών τάσεων στις 3 διαστάσεις παρατηρείται ότι ο τανυστής διατμητικών τάσεων ($\vec{\tau}$) δεν είναι συνάρτηση της κλίση της ταχύτητας $grad\vec{u}$ αλλά του τανυστή ρυθμού παραμόρφωσης \vec{D} (rate of strain tensor) ο οποίος δεν ταυτίζεται με την κλίση της ταχύτητας (velocity gradient) αλλά συνδέονται με κάποιο τρόπο (κινηματική των ρευστών)^[58].

Η κλίση ταχύτητας $grad\vec{u}$ ή $\nabla\vec{u}$ είναι τανυστικό μέγεθος που η μητρική του μορφή

$$\text{γράφεται } grad\vec{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} & \frac{\partial u_y}{\partial z} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \nabla\vec{u} \quad (2.27)$$

Ο πίνακας αυτός διασπάται σε άθροισμα δύο πινάκων ενός συμμετρικού και ενός αντισυμμετρικού βάση της σχέσης $\nabla\vec{u} = -(\vec{D} + \vec{R})$

$$\vec{D} = -\frac{1}{2}(\nabla\vec{u} + \nabla\vec{u}^T) \dots\dots\text{συμμετρικός}\dots\dots\dots \vec{D} = \vec{D}^T \quad (2.28)$$

$$\vec{R} = -\frac{1}{2}(\nabla\vec{u} - \nabla\vec{u}^T) \dots\dots\text{αντισυμμετρικός}\dots\dots\dots \vec{R} = -\vec{R}^T \quad (2.29)$$

Με τον \vec{D} στην μητρική του μορφή να έχει ως:

$$\vec{D} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} & 2\frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} & 2\frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Το ‘-’ δείχνει ότι η παραμόρφωση είναι θετική όταν πρόκειται για συμπίεση.

Οι τανυστές \vec{D} και \vec{R} ονομάζονται αντίστοιχα τανυστές ρυθμού παραμόρφωσης (rate of strain tensor) και ρυθμού περιστροφής (spin tensor).

Επομένως όπως φάνηκε η κλίση της ταχύτητας δεν περιγράφει μόνο το ρυθμό παραμόρφωσης του στοιχείου αλλά και την περιστροφή του στοιχείου. Έτσι ο \vec{D} είναι το συμμετρικό μέρος της $grad\vec{u}$ και αφού περιγράφει τον ρυθμό παραμόρφωσης ενός στοιχείου ρευστού είναι και το μέρος εκείνο της κλίσης της ταχύτητας που σχετίζεται με τον τανυστή διατμητικών τάσεων.

2.10.2 ΣΧΕΣΗ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΟ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟ ΤΑΝΥΣΤΗ ΤΑΣΕΩΝ $\vec{\tau}$ ΚΑΙ ΤΟΝ ΤΑΝΥΣΤΗ ΡΥΘΜΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ \vec{D}

Κάτι που δεν αναφέρθηκε στην περιγραφή της έννοιας της συνεκτικότητας είναι ότι υπάρχουν δύο είδη συνεκτικότητας η δυναμική συνεκτικότητα (shear viscosity or dynamic viscosity) που από δω και στο εξής θα συμβολίζεται ως μ^{shear} και το ιξώδες πίεσης^[58] (bulk viscosity or volume viscosity) που από δω και στο εξής θα συμβολίζεται ως μ^{bulk} . Η δυναμική συνεκτικότητα (shear viscosity) έχει να κάνει με τις διατμητικές τάσεις (shear stresses) και διατμητικές παραμορφώσεις (shear deformation) ενώ το ιξώδες πίεσης (bulk viscosity) έχει να κάνει με τις μεταβολές του όγκου δηλαδή σχετίζεται μόνο με τις ορθές συνεκτικές τάσεις (αυτές που πιο πάνω ορίσαμε ως κάθετες διατμητικές τάσεις-normal viscous stresses)

Ένας άλλος συντελεστής που συναντάται συχνά στην βιβλιογραφία είναι ο λεγόμενος δεύτερος συντελεστής συνεκτικότητας μ' (second coefficient of viscosity) ο οποίος στην ελληνική βιβλιογραφία^[58] ονομάζεται και ιξώδες όγκου και ορίζεται ως $\mu' = \mu^{\text{bulk}} - \frac{2}{3}\mu^{\text{shear}}$

Επομένως όταν υπάρχουν διατμητικοί ρυθμοί παραμόρφωσης (shear-rate-of-strain) υπάρχει αναλογία εφαιπτομενικών διατμητικών τάσεων (shear viscous stresses) με συντελεστή αναλογίας μ^{shear} και όταν πρόκειται για καθαρή μεταβολή όγκου (volumetric-rate-of-strain) υπάρχει αναλογία κάθετων διατμητικών τάσεων (normal viscous stress) με συντελεστή αναλογίας μ^{bulk} .

Ο πίνακας ρυθμού παραμόρφωσης \vec{D} αποτυπώνει όλες τις πιθανές παραμορφώσεις που συμβαίνουν σε ένα στοιχείο του ρευστού, μεταβολές όγκου (συμπίεση και αραίωση) και διατμητικές παραμορφώσεις.

Αυτές εκφράζονται ξεχωριστά αν σπάσει ο \vec{D} σε άθροισμα δυο πινάκων ο ένας θα αποτελεί το ισότροπο μέρος \dot{D} (spherical part) και ο άλλος θα αποτελεί το αποκλίνον μέρος $\bar{\bar{D}}$ (deviatoric part). Οπότε και ο \dot{D} αντιπροσωπεύει τις μεταβολές του όγκου και είναι ανάλογος του αθροίσματος των διαγώνιων στοιχείων του \vec{D} ενώ ο $\bar{\bar{D}}$ αντιπροσωπεύει μόνο τις διατμητικές παραμορφώσεις.

$$\vec{D} = \dot{D} + \bar{\bar{D}} = -\frac{1}{2}[\nabla\vec{u} + \nabla\vec{u}^T] \quad \text{a}$$

$$\dot{D} = \frac{1}{3}tr\vec{D}\delta_{ij} = -\frac{1}{3}div\vec{u}\delta_{ij} = -\frac{1}{3}\left[\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right]\delta_{ij} \quad \text{b} \quad (2.31)$$

$$\bar{\bar{D}} = \vec{D} - \dot{D} = \vec{D} - \frac{1}{3}I_D\delta_{ij} = \vec{D} + \frac{1}{3}div\vec{u}\delta_{ij} \quad \text{c}$$

Το ίχνος του πίνακα \vec{D} ισούται με την αρνητική απόκλιση της ταχύτητας $div\vec{u}$,

$$tr\vec{D} = -div\vec{u} = -\left[\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right]. \quad (2.32)$$

Αν $div\vec{u} > 0$ κατά την ροή αυξάνεται ο όγκος ενώ αν $div\vec{u} < 0$ κατά την ροή μειώνεται ο όγκος (συμπίεση). Όμως με την σύμβαση που έχει ορισθεί αρχικά για τα πρόσημα ο \dot{D} είναι θετικός όταν πρόκειται για συμπίεση.

Με την ίδια λογική και ο τανυστής τάσεων $\vec{\tau}$ μπορεί να σπάσει σε άθροισμα ενός ισότροπου και ενός αποκλίνοντα τανυστή. Με βάση αυτό ο τανυστής διατμητικών τάσεων (viscous stress tensor) γράφεται συναρτήσει του τανυστή ρυθμού παραμόρφωσης ως εξής:

$$\vec{\tau} = \underbrace{3\mu^{bulk}\dot{D}}_{\text{ισότροπο μέρος}} + \underbrace{2\mu^{shear}\bar{D}}_{\text{αποκλίνων μέρος}} \quad \text{a}$$

$$\vec{\tau} = \underbrace{-\mu^{bulk}\text{div}\vec{u}\delta_{ij}}_{\text{ισότροπο μέρος}} + \underbrace{2\mu^{shear}\left[\bar{D} + \frac{1}{3}\text{div}\vec{u}\delta_{ij}\right]}_{\text{αποκλίνων μέρος}} \quad \text{b (2.33)}$$

Όπου δ_{ij} το δ του Kronecker. Η αλλιώς κάνοντας χρήση του δεύτερου συντελεστή συνεκτικότητας μ'

$$\vec{\tau} = -\mu' \text{div}\vec{u}\delta_{ij} + 2\mu^{shear}\bar{D} \quad \text{όπου } \mu' = \mu^{bulk} - \frac{2}{3}\mu^{shear} \quad \text{c}$$

2.10.3 ΣΥΝΟΛΙΚΟΣ ΤΑΝΥΣΤΗΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

Μέσα στο ρευστό μπορεί να υπάρχουν εσωτερικές τάσεις που οφείλονται στην θερμοδυναμική πίεση του ρευστού p (fluid pressure) και όπως αναφέρθηκε παραπάνω τάσεις που οφείλονται στις συνεκτικές δυνάμεις του ρευστού (viscous forces). Επομένως ο συνολικός τανυστής τάσεων $\vec{\sigma}$ ενός συνεκτικού ρευστού σε κίνηση^[58] ισούται με:

$$\vec{T} = p\delta_{ij} + \vec{\tau} \quad (2.34)$$

Όπου $\vec{\tau}$ από την (2.33b) είναι:

$$\vec{\tau} = -\mu^{bulk}\text{div}\vec{u}\delta_{ij} + 2\mu^{shear}\left[\bar{D} + \frac{1}{3}\text{div}\vec{u}\delta_{ij}\right]$$

Ο συνολικός τανυστής μπορεί να γραφτεί και ως άθροισμα ενός ισότροπου και ενός αποκλίνοντα τανυστή. Σε αυτήν την περίπτωση η υδροστατική πίεση p θα είναι μέρος του ισότροπου τανυστή αφού είναι ορθή τάση και συμβάλει μόνο στην μεταβολή του όγκου του στοιχείου του ρευστού. Επισημαίνεται ξανά ότι για τα πρόσημα έχει θεωρηθεί ότι θετικές είναι οι τάσεις και παραμορφώσεις που δείχνουν συμπίεση.

Έτσι προκύπτει:

$$\vec{T} = p\delta_{ij} - \mu^{bulk}\text{div}\vec{u}\delta_{ij} \quad (2.35)$$

$$\bar{T} = 2\mu^{shear}\left[\bar{D} - \frac{1}{3}\text{tr}\bar{D}\delta_{ij}\right] \quad (2.36)$$

$$\text{Όπου } \bar{D} = -\frac{1}{2}(\nabla\vec{u} + \nabla\vec{u}^T) \quad (2.28)$$

$$\text{Και } \text{tr}\bar{D} = -\text{div}\vec{u} \quad (2.32)$$

2.11 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗ ΡΟΗ

Θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι στην περιγραφή του σωματιδιακού υλικού ως ρευστό υπάρχουν κάποιες αντιστοιχίες μεγεθών και εννοιών όπως η υδροδυναμική πίεση, η έννοια της συνεκτικότητας, η σχέση τανυστή τάσεων και τανυστή παραμόρφωσης και επομένως οι συντελεστές συνεκτικότητας ή ιξώδες, που συναντώνται στις βασικές εξισώσεις της μηχανικής των ρευστών (συνέχειας, ενέργειας και ορμής). Η αντιστοιχία αυτές δεν σημαίνουν ότι οι έννοιες αυτές και τα αντίστοιχα μεγέθη ταυτίζονται σε ένα ρευστό και ένα σωματιδιακό υλικό. Στην συνέχεια αυτή η αντιστοίχιση και ταυτόχρονα διαφορετικότητα των υλικών αυτών γίνεται πιο κατανοητή. Παρ' όλα αυτά όμως είναι σημαντικό να αναφερθεί εισαγωγικά ότι και σε ένα σωματιδιακό ρευστό όπως και σε κάθε ρευστό υπάρχει μία σχέση που συνδέει τον συνολικό τανυστή τάσεων με τον τανυστή ρυθμού παραμόρφωσης όπως αναπτύχθηκε μέχρι τώρα.

Επομένως και για ένα σωματιδιακό υλικό ισχύει ότι ο συνολικός τανυστής τάσεων ισούται με:

$$\overleftrightarrow{T}_s = p_s \delta_{ij} + \overleftrightarrow{\tau}_s \quad (2.37)$$

$$\text{με} \quad \overleftrightarrow{\tau}_s = -\mu^{bulk} \text{div} \vec{u} \delta_{ij} + 2\mu^{shear} \left[\overleftrightarrow{D} + \frac{1}{3} \text{div} \vec{u} \delta_{ij} \right]$$

Ή αλλιώς

$$\dot{T}_s = p_s \delta_{ij} - \mu^{bulk} \text{div} \vec{u} \delta_{ij} \quad (2.38)$$

$$\overleftrightarrow{T}_s = 2\mu^{shear} \left[\overleftrightarrow{D} - \frac{1}{3} \text{tr} \overleftrightarrow{D} \delta_{ij} \right] \quad (2.39)$$

$$\text{με} \quad \overleftrightarrow{D} = -\frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$$

$$\text{Και} \quad \text{tr} \overleftrightarrow{D} = -\text{div} \vec{u}$$

Όπου όμως το p_s ως ιστροπική/υδροστατική πίεση του σωματιδιακού ρευστού μπορεί να είναι συνάρτηση της σωματιδιακής θερμοκρασίας αν μιλάμε για αραιή ροή ή συνάρτηση της συγκέντρωσης σωματιδίων αν μιλάμε για πυκνή ροή.

Και όπου το μ^{bulk} και το μ^{shear} δεν είναι σταθερές αλλά συναρτήσεις και μάλιστα διαφορετικές για πυκνή και αραιή ροή.

Στις παραπάνω σχέσεις που αναπτύχθηκαν φαίνεται να υπάρχει μία γραμμική συσχέτιση μεταξύ των διατμητικών τάσεων συνεκτικότητας και του ρυθμού παραμόρφωσης. Αυτό πράγματι θα ίσχυε αν επρόκειτο για γραμμικά ρευστά υλικά τα λεγόμενα νευτώνια ρευστά και οι συντελεστές αναλογίας παρέμεναν σταθερές, δηλαδή $\mu^{shear} = const$ και $\mu^{bulk} = const$.

Στην περίπτωση της σωματιδιακής ροής (η οποία είναι στην ουσία διφασική ροή) μπορεί να γενικευθεί η έννοια της συνεκτικότητας (τανυστή $\overleftrightarrow{\tau}$) περιγράφοντας έτσι τις δυνάμεις και τις τάσεις που προκύπτουν εντός της ροής και επηρεάζουν την κίνηση των

σωματιδίων είτε λόγω ρευστοδυναμικών συνθηκών μεταξύ ρευστού και στερεού είτε λόγω ανελαστικών συγκρούσεων μεταξύ των σωματιδίων είτε λόγω τριβής μεταξύ τους.

Στο κεφάλαιο 4 όπου περιγράφεται αναλυτικότερα η σωματιδιακή ροή και πιο συγκεκριμένα η πυκνή σωματιδιακή ροή γίνεται πιο αντιληπτή η έννοια της συνεκτικότητας στην σωματιδιακή ροή. Εκεί φαίνεται ότι στην πολύ πυκνή ροή σωματιδίων (frictional granular flow) οι τάσεις συνεκτικότητας είναι ουσιαστικά τάσεις τριβής και επομένως είναι ανεξάρτητες από το ρυθμό παραμόρφωσης. Δηλαδή η αύξηση ρυθμού παραμόρφωσης δεν συνεπάγεται αύξηση της τάσης. Αυτό εξασφαλίζεται γιατί στην πολύ πυκνή ροή σωματιδίων υιοθετείται η ελαστικό-πλαστική θεωρία με ένα κατάλληλο κριτήριο διαρροής και επομένως στην πλαστική περιοχή η αναλογικότητα μεταξύ συνεκτικών τάσεων και ρυθμού παραμόρφωσης χάνεται. Δηλαδή για μία δοσμένη ορθή τάση και δοσμένη πυκνότητα σωματιδίων είναι αδύνατο να υπάρξει διατμητική τάση μεγαλύτερη από την διατμητική τάση διαρροής (yield shear stress) καθώς το υλικό είναι σε διαρροή(αστοχία) και ρέει πλαστικά. Για τους παραπάνω λόγους αναμένεται οι συντελεστές μ^{shear} και μ^{bulk} να είναι τέτοιοι ώστε να ικανοποιούν την παραπάνω θεωρία και να είναι με κάποιο τρόπο συνάρτηση του \vec{D}^{-1} , έτσι ώστε πολλαπλασιαζόμενοι αυτοί οι συντελεστές με τον D το γινόμενο να είναι ανεξάρτητο του D .

Κεφάλαιο 3

ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ

3.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ ΜΕ ΜΗ-ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΣΥΣΚΕΥΕΣ

Βασικό μέρος μιας ρευστοποιημένης κλίνης ανακυκλοφορίας είναι το σύστημα ανακυκλοφορίας το οποίο επιστρέφει το υλικό από τον κυκλώνα στην κλίνη. Τα πιο συνηθισμένα συστήματα ανακυκλοφορίας που χρησιμοποιούνται σε CFB είναι η L-Valve (Geldart and Jones, 1991^[18]; Arena, Langeli and Cammarota, 1998^[1]; Knowlton and Yang, 1993^[28]), το loop-seal (Basu and Cheng, 2000^[3], Cheng and Basu, 1999^[7], Kim and Kim, 2002^[27]) και το seal pot (Kunii and Levenspiel, 1991^[29]). Κατά τον σχεδιασμό συστημάτων για τον έλεγχο της ανακυκλοφορίας έχουν επικρατήσει η χρήση μη μηχανικών συσκευών, καθώς έχουν αρκετά και σημαντικά πλεονεκτήματα (χρόνου και οικονομίας) έναντι των μηχανικών συσκευών ελέγχου.

- Δεν έχουν μηχανικά κινούμενα μέρη και επομένως ούτε μελέτες για τοποθέτηση τους και διαστασιολόγησή τους. Αυτό είναι πολύ σημαντικό ειδικά αν αναλογιστούμε ότι λειτουργούν σε αρκετά υψηλές θερμοκρασίες.
- Είναι οικονομικές γιατί κατασκευάζονται μόνο από αγωγούς και εξαρτήματα σύνδεσής τους.
- Λόγω της απλής κατασκευής τους μπορούν να κατασκευαστούν επί τόπου και επομένως αποφεύγεται καθυστέρηση διανομής σε περιπτώσεις παραγγελίας, αγοράς και αντικατάστασης.

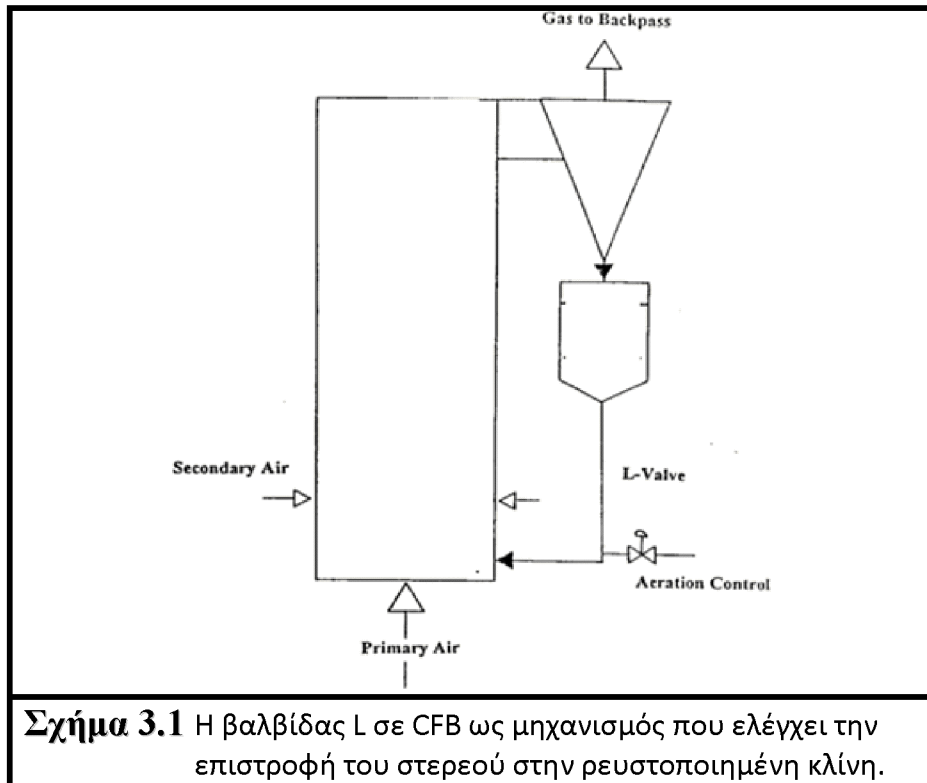
Παρακάτω γίνεται μία σύντομη περιγραφή και αναφορά στις δύο πιο διαδεδομένες συσκευές ανακυκλοφορίας που χρησιμοποιούνται σε καύσεις εντός ρευστοποιημένων κλινών, την L-Valve και το Loop-Seal.

3.2 L-VALVE

Η L-Valve είναι μία μη μηχανική βαλβίδα η οποία εφηύρε ο Knowlton. Η ροή του υλικού ελέγχεται από την διέλευση του αέρα (aeration) και την γεωμετρία του αγωγού. Για τον λόγο αυτό θα μπορούσαμε να την περιγράψουμε ως πνευματική βαλβίδα. Είναι πολύ απλή στην κατασκευή της καθώς αποτελείται από έναν κάθετο και έναν οριζόντιο αγωγό και ένα σημείο εισόδου του αέρα στον κάθετο αγωγό κοντά στην ένωση με τον οριζόντιο αγωγό. Οι δύο αγωγοί σχηματίζουν ορθή γωνία. Οι L-Valve χρησιμοποιούνται συχνά σε CFBs ως μηχανισμός που επιστρέφει το στερεό από τον κυκλώνα στην ρευστοποιημένη κλίνη (σχήμα 3.1).

Η βασικές αρχές λειτουργίας της είναι απλές. Καθώς εισάγεται αέρας από το σημείο κοντά στην ένωση των αγωγών παρασύρεται το υλικό που βρίσκεται στον οριζόντιο

αγωγό και έχουμε ελεγχόμενη ροή. Καθώς αυξάνεται η παροχή αέρα αυξάνεται και η ποσότητα μάζας του στερεού που ρέει λόγω της αύξησης της πίεσης στο σημείο εισαγωγής του αέρα (σχήμα 3.2). Ο αέρας που εισέρχεται χωρίζεται σε δύο μέρη, το ένα κινείται προς τα πάνω στον κάθετο αγωγό και το άλλο περνά από τον οριζόντιο αγωγό. Ο λόγος των δύο ρευμάτων εξαρτάται από την αντίσταση που συναντά σε κάθε πιθανή διαδρομή (για να μπορέσει το αέριο να κινηθεί σε οποιαδήποτε από τους δύο αγωγούς χρειάζεται η αντίστοιχη πτώση πίεσης). Αν η αντίσταση του κάθετου αγωγού είναι αρκετή τότε είναι πιθανό όλη η μάζα του αέρα να διέλθει από τον οριζόντιο αγωγό.

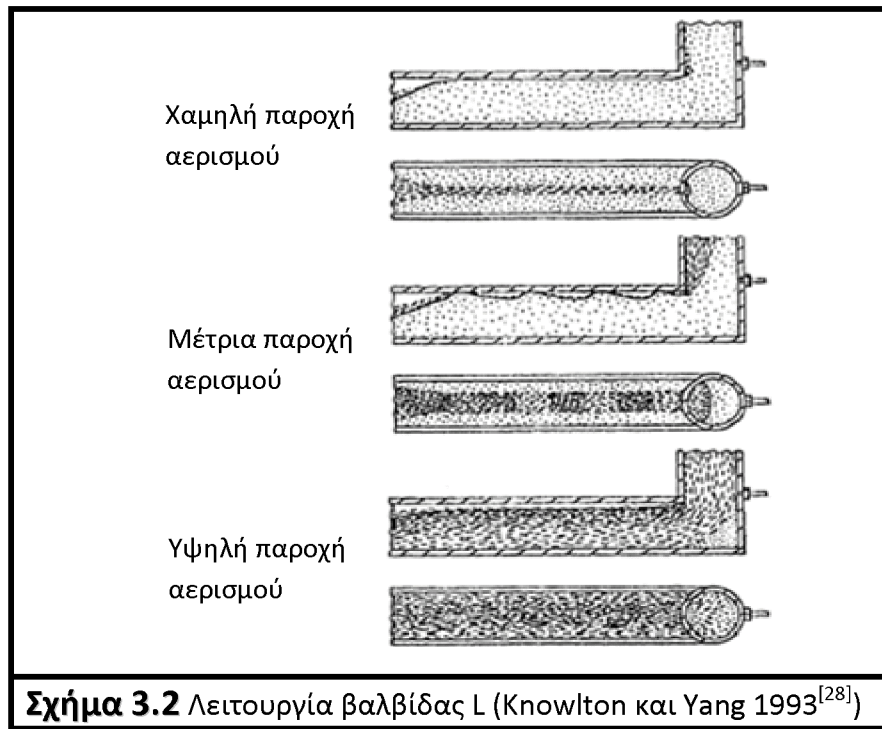


Σχήμα 3.1 Η βαλβίδας L σε CFB ως μηχανισμός που ελέγχει την επιστροφή του στερεού στην ρευστοποιημένη κλίνη.

Μία έκφραση για την πτώση πίεσης στον κάθετο αγωγό δίνεται από μετατροπή της εξίσωσης του Ergun (2.13). Από την άλλη όμως δεν έχουμε μία πλήρως αξιόπιστη σχέση για την πτώση πίεσης στον οριζόντιο αγωγό.

Καθώς αυξάνεται η παροχή αέρα υπάρχει μία τιμή της ταχύτητας του αέρα που εισέρχεται στον κάθετο αγωγό κατά την οποία δημιουργούνται συνθήκες ρευστοποίησης σε αυτόν (κεφ.2). Αν ο αερισμός φτάσει και ξεπεράσει το παραπάνω όριο τότε η L-Valve λειτουργεί ως pass-through device. Το στερεό ρευστοποιείται γιατί η οπισθέλκουσα που του ασκείται εξαιτίας της πτώσης πίεσης εξισορροπεί το βάρος των σωματιδίων του. Επομένως η μέγιστη πίεση στον κάθετο αγωγό που επιτρέπει την προς τα κάτω ροή των σωματιδίων θα είναι: $\frac{\Delta P_{DC}}{L_{DC}} = \rho_s \varepsilon_s g$.

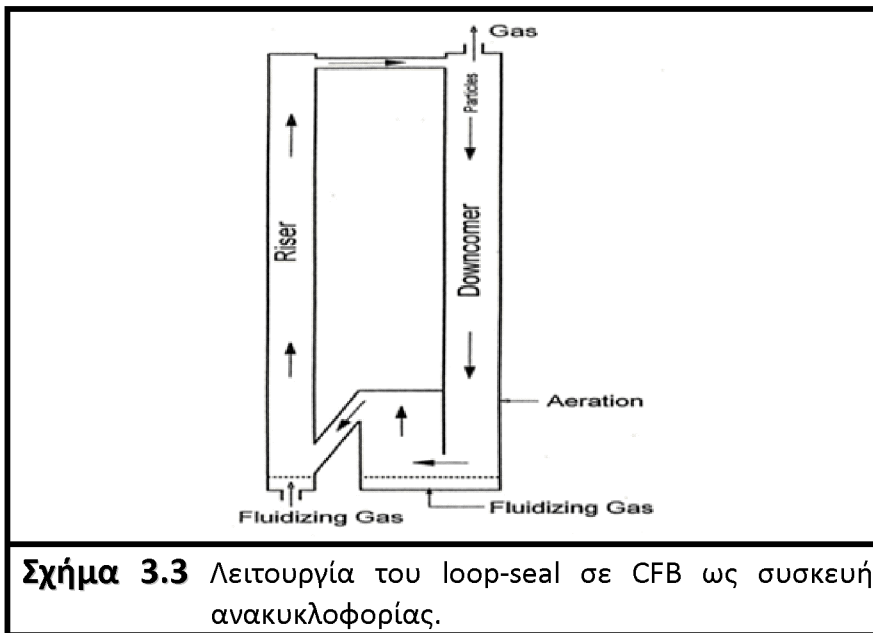
Στην βιβλιογραφία υπάρχουν διαφορετικές προσεγγίσεις στην μοντελοποίηση μίας L-Valve. Στις μελέτες αυτές η ροή του στερεού υλικού είναι συναρτήσεις της διαμέτρου των αγωγών, του μήκους των αγωγών, της διαμέτρου των σωματιδίων, της σφαιρικότητας, της φαινόμενης πυκνότητας, των ιδιοτήτων του αερίου και φυσικά του ρυθμού αερισμού. Πέντε τέτοια διαφορετικά μοντέλα (Knowlton's model, Daous's model, Tong's model, Geldart's model, Arena's model) περιγράφονται και στην μελέτη του A.Nikolopoulos, 2006^[32].



3.3 LOOP-SEAL

Το loop seal είναι και αυτή μία μη μηχανική συσκευή. Η γεωμετρία της φαίνεται στο σχήμα 3.3. Η συγκεκριμένη διάταξη μπορεί να λειτουργήσει με δύο διαφορετικούς τρόπους: Είτε ως πνευματική βαλβίδα ελέγχου ροής των σωματιδίων (Basu και Cheng 2000^[3], και Kim 2002^[27]), είτε σαν ελεύθερο πέρασμα σωματιδίων (pass through device – Basu και Cheng 2000^[3]). Οι βασικές διαφορές/ομοιότητες των δύο αυτών λειτουργιών είναι οι εξής:

- Κατά την χρήση της loop seal ως πνευματική βαλβίδα η ροή των σωματιδίων ελέγχεται μέσω του αερισμού. Ενώ κατά την χρήση της ως pass through device η μάζα του στερεού στην έξοδο είναι ίση με την μάζα εισόδου.
- Στην λειτουργία ως βαλβίδα στον κατακόρυφο αγωγό επικρατούν συνθήκες στάσιμης κλίσης ενώ για να λειτουργεί ως ελεύθερο πέρασμα σωματιδίων επικρατούν συνθήκες αναβράζουσας ρευστοποιημένης κλίσης.
- Και στις δύο περιπτώσεις το ύψος της στήλης υλικού στον κατακόρυφο αγωγό δείχνει την διαφορά πίεσης μεταξύ κυκλώνα και του σημείου επιστροφής στον αντιδραστήρα. Κατά την λειτουργία της loop seal ως βαλβίδα η διαφορά πίεσης περιγράφεται από την εξίσωση του Ergun (εξίσωση 2.13), ενώ κατά την λειτουργία της ως pass through η πτώση πίεσης περιγράφεται από την σχέση $\frac{\Delta p}{L} = \rho_s \varepsilon_s g$ και γενικά το σωματιδιακό υλικό συμπεριφέρεται ως ρευστό. Όταν ένα ρευστό είναι τοποθετημένο μέσα σε μία δεξαμενή με δύο εξόδους στις οποίες επικρατούν διαφορετικές πιέσεις μπορούμε να υπολογίσουμε την υψομετρική διαφορά του ρευστού στις δύο εξόδους από τον νόμο του Αρχιμήδη. Το ίδιο ισχύει για το ρευστοποιημένο loop seal. Η μόνη διαφορά είναι ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση η πυκνότητα του ρευστού αντικαθίσταται από την φαινόμενη πυκνότητα $\rho_{bulk} = \rho_s \varepsilon_s$.
- Τέλος οι ανάγκες αερισμού στην λειτουργία pass through είναι μεγαλύτερες. Για την ακρίβεια ο αερισμός καθορίζει τον τρόπο λειτουργίας της loop seal.



Σχήμα 3.3 Λειτουργία του loop-seal σε CFB ως συσκευή ανακυκλοφορίας.

Η ορθή μοντελοποίηση του συστήματος ανακυκλοφορίας είναι πολύ σημαντική για τις μοντελοποιήσεις όλης της μονάδας. Εφόσον η πολύπλοκη διφασική ροή του αντιδραστήρα πρέπει να μοντελοποιηθεί κατά Euler (Ge et al. 2008^[16]) η ίδια προσέγγιση πρέπει να χρησιμοποιηθεί και στο σύστημα ανακυκλοφορίας. Η ροή όμως των σωματιδίων στις περιοχές αυτές είναι πολύ πυκνότερες και τα φυσικά φαινόμενα και συνθήκες που επικρατούν είναι πολύ διαφορετικές. Μια ποιο ενδελεχής εξέταση των συνήθων πνευματικών βαλβίδων που χρησιμοποιούνται στις κλίνες, δηλαδή η βαλβίδα L και το loop-seal, αναδεικνύει πως η διφασική ροή εντός αυτών των βαλβίδων έχει διαφορετικά υδροδυναμικά χαρακτηριστικά από τα πρότυπα ταχείας ρευστοποίησης που επικρατούν στην κλίση. Η βαλβίδα L είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της πολύπλοκης φύσης διφασικής αυτής της ροής (αέρας – σωματιδιακό στερεό). Στο ανοιχτό κομμάτι του οριζόντιου αγωγού της βαλβίδας παρατηρείται πνευματική μεταφορά, στον κάθετο αγωγό επικρατούν συνθήκες στάσιμης κλίνης (fixed bed) ενώ στο κάτω (κλειστό) κομμάτι του οριζόντιου αγωγού, ανάλογα με την παροχή αέρα, μπορεί να παρατηρηθεί ακίνητο υλικό όπως αναφέρουν και οι Knowlton and Yang, 1993^[28]. Σε αρκετές περιοχές αυτής της βαλβίδας το ποσοστό όγκου των σωματιδίων προσεγγίζει το ϵ_s^{\max} ,

Από την άλλη πλευρά η ροή εντός του loop-seal είναι αρκετά πιο απλή καθώς επικρατούν συνθήκες αναβράζουσας ρευστοποιημένης κλίνης που έχουν εξεταστεί ενδελεχώς έως τώρα (Basu and Cheng, 2000^[3]). Αν και η ροή μπορεί να θεωρηθεί πυκνή ($\epsilon = \epsilon_{mf}$), τα σωματίδια κινούνται με αυξημένη ταχύτητα γεγονός που οφείλεται οπισθέλκουσες δυνάμεις που προκαλεί το περιρρέον αέριο που κινείται με ταχύτητες της τάξης 1–3m/s. Παρόλα αυτά όμως το loop-seal μπορεί να λειτουργήσει και σαν βαλβίδα ελέγχου της ροής των σωματιδίων. Σε αυτήν την περίπτωση, στο μεγαλύτερο μέρος του οριζόντιου αγωγού το ποσοστό όγκου των σωματιδίων προσεγγίζει το ϵ_s^{\max} .

Η παραπάνω ανασκόπηση αποδεικνύει ότι υπάρχουν περιοχές εντός μία μονάδας CFB όπου η ροή μπορεί να είναι πολύ πυκνή. Επομένως η μελέτη σε βάθος τέτοιων συνθηκών ροής και η δημιουργία ενός αριθμητικού μοντέλου το οποίο να μπορεί να περιγράψει με ικανοποιητική ακρίβεια τις δυνάμεις τριβής, εντός αυτών των ροών, είναι μεγάλης σημασίας.

Κεφάλαιο 4

ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗ ΡΟΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

4.1 ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

Όσον αφορά την μοντελοποίηση ρευστοποιημένων κλινών ανακυκλοφορίας έχει επικρατήσει η εξέταση του φυσικού φαινομένου της σωματιδιακής ροής σε μακροσκοπική κλίμακα. Κατά την οποία μάλιστα γίνεται η θεώρηση ότι η μακροσκοπική συμπεριφορά του υλικού είναι συνεχής (continuum model – ποσότητες όπως μάζα, ορμή, ενέργεια κτλ θεωρούνται συνεχώς κατανεμημένες σε όλο τον όγκο του υλικού).

Στα πλαίσια αυτά η πιο συνηθισμένη υπολογιστική προσέγγιση είναι η TFM (Two-Fluids-Models) η οποία αντιμετωπίζει την σωματιδιακή ροή ως διφασική, δηλαδή θεωρεί ότι τα σωματίδια του στερεού (solid phase) κινούνται εντός μίας δεύτερης ροής, ρευστής φάσης (fluid phase), που λέγεται και φορέας^[10] (carrier fluid). Για τις ρευστοποιημένες κλίνες ο φορέας είναι ο αέρας. Επίσης κατά την μοντελοποίηση των ρευστοποιημένων κλινών η πολύπλοκη διφασική ροή του αντιδραστήρα πρέπει να μοντελοποιηθεί κατά Euler (Ge et al. 2008^[16]).

Πιο συγκεκριμένα για την σωματιδιακή φάση, στα υπολογιστικά μοντέλα, που έχουν επικρατήσει, γίνεται διαχωρισμός ανάμεσα σε αραιή και πυκνή ροή. Και επομένως διαφορετική αριθμητική μοντελοποίηση για την κάθε περίπτωση. Ο τανυστής των τάσεων της σωματιδιακής φάσης διαμορφώνεται με βάση την *κινητική θεωρία κοκκώδους ροής* για αραιές ροές σωματιδίων και για πιο πυκνές ροές σωματιδίων, χρησιμοποιείται η *ελαστικό-πλαστική θεωρία* με ένα κατάλληλο κριτήριο διαρροής (yield criterion).

Το κριτήριο που χρησιμοποιείται από το σύνολο των εργασιών που σχετίζονται με τις ρευστοποιημένες κλίνες ανακυκλοφορίας (Nikolopoulos et al. 2010^{[33],[34]}, Zhang και VanderHeyden, 2001^[55], Yuan και Gidaspow 1990^[53], Zhang et al. 2008^[56]) αλλά και με τα σιλό αποθήκευσης κοκκωδών υλικών (Christakis et al. 2002^[9], Goodey και Brown 2003^[23], Goodey και Brown 2004^[22], Christakis et al. 2006^[8]) είναι το κριτήριο extended von Mises. Αλλά όμως έχει αναδειχθεί πως το συγκεκριμένο κριτήριο προβλέπει σωστά μόνο την αραίωση (dilatancy) ενός όγκου ελέγχου και όχι την πύκνωση (consolidation) όπως αναφέρει ο Dartevelle 2003^[10], Gray, Stiles, and Celik, 1991^[24]. Το αποτέλεσμα αυτής της αδυναμίας είναι η μη ορθή μοντελοποίηση της εσωτερικής τριβής των σωματιδίων με αποτέλεσμα το υπολογιστικό μοντέλο να μην μπορεί να προσεγγίσει σωστά την περίπτωση πολύ πυκνών ροών. Η αδυναμία αυτή φτάνει στο σημείο να μην μπορεί να περιγραφούν ακόμα και βασικές ιδιότητες των σωματιδιακών υλικών όπως είναι η γωνία απόθεσης. Επομένως γίνεται αρκετά δύσκολη η μοντελοποίηση μιας ολόκληρης μονάδας CFB και πιο συγκεκριμένα του συστήματος ανακυκλοφορίας της, όπου και υπάρχουν περιοχές με πολύ πυκνή ροή.

Έως τώρα έχουν γίνει πολλές προσεγγίσεις ώστε να μελετηθεί ικανοποιητικά και να μοντελοποιηθεί αριθμητικά το φαινόμενο της πυκνής σωματιδιακής ροής. Μια άλλη μικροσκοπική θεώρηση του φαινομένου προσφέρει την δυνατότητα καλύτερης υπολογιστικής προσέγγισης του φαινομένου. The Discrete Particle Methodology (DEM) (Yuu and Umekage, 2008^[54], Sitharam and Vinod, 2008^[43], Zhou, Xu, Yu και Zulli, 2002^[57]) είναι μία πολύ διαδεδομένη και αρκετά πετυχημένη προσέγγιση. Βασίζεται στην υπόθεση ότι η σωματιδιακή ροή είναι ένα σύνολο από διακριτά σφαιρικά σωματίδια και επομένως επιλύονται αριθμητικά η εξισώσεις διατήρησης για κάθε σωματίδιο ξεχωριστά. Τα μοντέλα αυτά όμως παρουσιάζουν μεγάλο υπολογιστικό κόστος για μεγάλο αριθμό σωματιδίων και έτσι δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μοντελοποιήσεις κλινών όπου στο εσωτερικό τους υπάρχουν εκατομμύρια σωματίδια

Τα μοντέλα DEM όμως μπορούν να μοντελοποιούν επακριβώς την φυσική του κάθε σωματιδίου. Παραδείγματος χάρη λαμβάνεται, ρητά υπόψη, η ιδιοπεριστροφή των σωματιδίων, πράγμα αδύνατο στα μοντέλα Two Fluids Models (TFM: mixture - Euler), την σημασία της οποίας υπογραμμίζει οι Zhou et al. 2002^[57]. Παρ' όλα αυτά έχουν αναπτυχθεί μοντέλα που ενσωματώνουν την επίδραση της περιστροφής των σωματιδίων στα μοντέλα TFM όπως αναφέρει ο Shuyan et al. 2008^[42], μέσω κυρίως της διαφορικής εξίσωσης της κοκκώδους θερμοκρασίας (Θ).

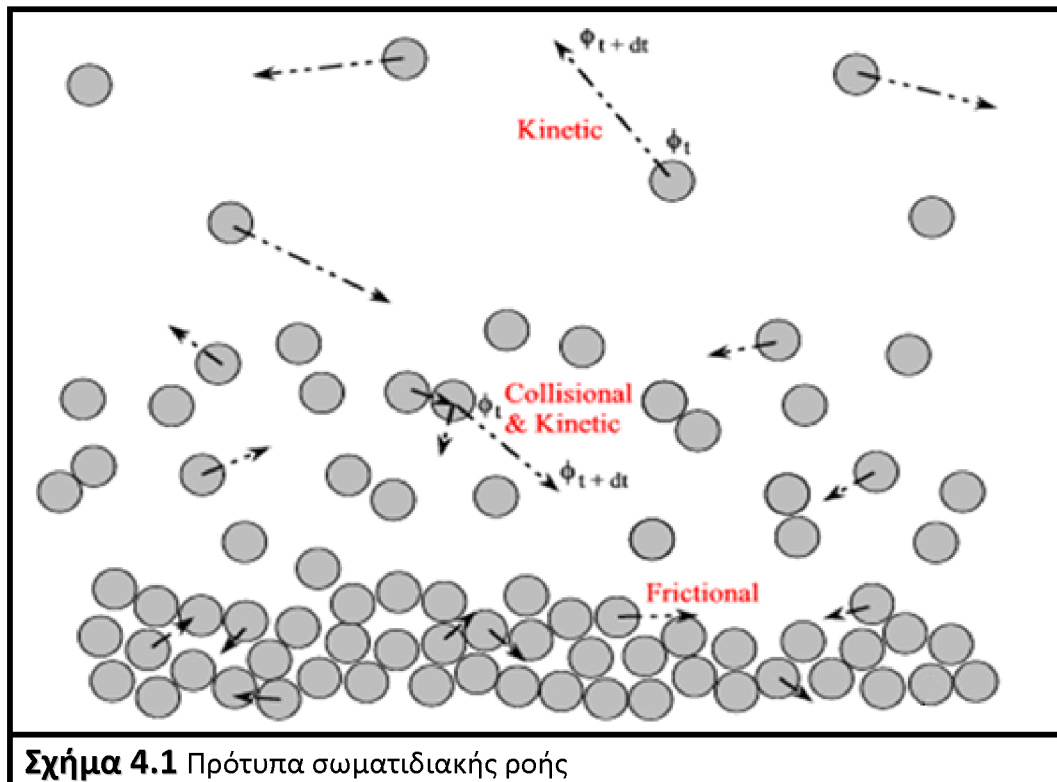
4.2 Η ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗ ΡΟΗ ΚΑΙ Η ΑΝΑΓΚΗ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΣΕ ΠΥΚΝΗ ΚΑΙ ΑΡΑΙΗ

Όπως ήδη έχει αναφερθεί η πιο ολοκληρωμένη περιγραφή της σωματιδιακής ροής είναι εκείνη που θεωρεί την ροή ως διφασική. Το μέγεθος που περιγράφει την αναλογία των δύο φάσεων είναι η αναλογία όγκων τους ϵ_s και ϵ_g (όπως ορίζονται στο κεφάλαιο 2). Επομένως ροή σωματιδίων υπάρχει και στην περίπτωση που η συγκέντρωση σωματιδίων σε έναν όγκο ελέγχου είναι πολύ μικρή (αραιή ροή) και στην περίπτωση που είναι πολύ μεγάλη (πυκνή ροή). Η συγκέντρωση των σωματιδίων σε έναν όγκο ελέγχου μπορεί να πάρει τιμές από ϵ_s^{max} (packing limit) έως και μικρότερη από $\epsilon_s=0.001$. Για παράδειγμα, στις μηχανολογικές εφαρμογές που αφορούν την παρούσα εργασία, η πυκνότητα της ροής σωματιδίων είναι, εντός μία ρευστοποιημένης κλίνης, μικρότερη από $1-\epsilon_{mf}$ αλλά στο σύστημα ανακυκλοφορίας είναι κοντά στο packing limit (για παράδειγμα σε περιοχές εντός της L-valve (κεφάλαιο 3)).

Είναι επίσης λογικό και οι δύο αυτές ροές (αραιή - πυκνή) να μην επικαθορίζονται από τα ίδια φυσικά αίτια και επομένως να μην έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα σε μία ρευστοποιημένη κλίση η ροή των σωματιδίων οφείλεται στην δύναμη που τους ασκείτε (οπισθέλκουσα) από το ρεύμα του αέρα που τα διαπερνά ενώ ταυτόχρονα επηρεάζεται από την μεταξύ τους σύγκρουση. Αντίθετα, στις πολύ πυκνές περιοχές της του συστήματος ανακυκλοφορίας, η ροή επηρεάζεται σημαντικά από τις τριβές μεταξύ των σωματιδίων (λόγω σχετικής ταχύτητας)

Το πιο σημαντικό στην περιγραφή της σωματιδιακής ροής είναι η προέλευση, τα χαρακτηριστικά και η κατανομή των τάσεων που ασκούνται στις επιφάνειες ενός όγκου ελέγχου κατά την ροή των σωματιδίων. Οι τάσεις αυτές θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν και ως συνεκτικές τάσεις.

Από την άλλη είναι πολύ σημαντικό στην αναζήτηση αριθμητικού μοντέλου για την περιγραφή της ροής σωματιδίων, να ληφθεί υπ' όψιν ότι, όπως έχει αναφερθεί, η σωματιδιακή ροή είναι διφασική ροή και μάλιστα ο φορέας είναι νευτώνειο ρευστό (αέρας). Και έτσι θα ήταν σκόπιμο να γίνει μία «αντιστοίχιση» της σωματιδιακής ροής με ένα ρευστό προσέχοντας όμως το μοντέλο να εμπεριέχει την διαφορετική της φύση. Στην μηχανική των ρευστών σημαντικότερο ρόλο παίζουν μεγέθη, έννοιες και σχέσεις, όπως πχ η υδροδυναμική πίεση, η έννοια της συνεκτικότητας, η σχέση τανυστή τάσεων και τανυστή παραμόρφωσης και επομένως οι συντελεστές συνεκτικότητας ή ιξώδες, που συναντώνται στις εξισώσεις ενέργειας και ορμής.



Σχήμα 4.1 Πρότυπα σωματιδιακής ροής

Η αντιστοίχιση της σωματιδιακής φάσης με ένα ισοδύναμο «ψευδό - ρευστό» πρέπει πάντα να λαμβάνει υπόψη τα ακόλουθα φαινόμενα:

- Στα αραιά μέρη της ροής η τυχαία κίνηση των σωματιδίων, αυτή η υδαρής διάχυση (viscous dissipation) των σωματιδίων και οι τάσεις που αναπτύσσονται ονομάζονται κινητικές (kinetic) καθώς μπορούν να αντιστοιχηθούν με τα αντίστοιχα μεγέθη που προκύπτουν από την *κινητική θεωρεία των αερίων*.
 - Σε μέρη μεγαλύτερης συγκέντρωσης, επιπρόσθετα της παραπάνω κίνησης παρατηρούνται και στιγμιαίες ανελαστικές συγκρούσεις μεταξύ των σωματιδίων προκαλώντας έτσι εντονότερες τάσεις (collisional).
 - Και σε μέρη της ροής με πολύ υψηλές συγκεντρώσεις τα σωματίδια κινούνται πολύ πιο περιορισμένα από της δύο προηγούμενες περιπτώσεις και εμφανίζονται κυρίαρχα τάσεις λόγω συνεχής επαφής και τριβής των σωματιδίων (frictional).
- Αυτά τα φαινόμενα των kinetic stresses των collisional stresses και των frictional stresses αποτελούν και πρότυπα ροής που είτε μπορεί να συνυπάρχουν σε περιοχές της ροής είτε κάποιο να κυριαρχεί επί των άλλων.

Με βάση τα παραπάνω προκύπτει η ανάγκη η ροή σωματιδίων να διαχωριστεί, σε αραιή όπου επικρατεί η *κινητική θεωρεία κοκκώδους ροής*^[20] όπου συνυπάρχουν τα δύο πρώτα

πρότυπα (δηλαδή ότι τα σωματίδια σε συνεχή και χαοτική κινητικότητα εντός του ρευστού φορέα) και σε πυκνή όπου κυρίαρχο ρόλο παίζουν οι μόνιμες και συνεχείς τάσεις επαφής και τριβών μεταξύ των σωματιδίων και επικρατεί η ελαστο-πλαστική θεωρία.

Την ανάγκη αυτήν την αναγνωρίζουν όλοι οι επιστήμονες που ασχολούνται με την σωματιδιακή ροή είδη από την δεκαετία του '80 (Darteville, 2003^[10], Gray, Stiles και Celik, 1991^[24], Elaskara, Godoya, Gray και Stiles, 2000^[14], Tardos, 1997^[45])

4.3 ΑΡΑΙΗ ΡΟΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ – ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΚΟΚΚΩΔΟΥΣ

ΡΟΗΣ

Κατά την αραιή ροή επικρατεί η κινητική θεωρία κοκκώδους ροής^[20]. Η συγκεκριμένη θεωρία έχει προκύψει κατά αναλογία με την κινητική θεωρία των αερίων. Δίνεται έτσι η δυνατότητα για ένα σωματιδιακό στερεό να οριστούν, σε αντιστοιχία με ένα αέριο, ιδιότητές όπως η δυναμική συνεκτικότητα (μ_s^{shear}), το ιξώδες πίεσης (μ_s^{bulk}), η υδροδυναμική/ισότροπη πίεση (p_s), ο συνεκτικός ταυυστής τάσεων ($\bar{\tau}$), η μέση ελεύθερη διαδρομή ($\propto d/\varepsilon_s$), όπου d η διάμετρος των σωματιδίων και ε_s η συγκέντρωση σωματιδίων. Η βασική ιδέα πίσω από την κινητική θεωρία της κοκκώδους ροής είναι ότι οι κόκκοι του υλικού βρίσκονται σε ανεξάντλητη συνεχή και χαοτική κίνηση εντός του φορέα. Η χαοτική αυτή κίνηση υπάρχει στις πολύ αραιές ροές λόγω της αλληλεπίδρασης των σωματιδίων με το περιβάλλον αέριο ενώ στις σχετικά αραιές ροές η κίνηση αυτή οφείλεται και στην σύγκρουση των κόκκων μεταξύ τους. Σε αναλογία με ένα αέριο, μπορεί να οριστεί μία «θερμοκρασία», θ_s , γνωστή και ως κοκκώδης θερμοκρασία (granular temperature) ανάλογη της μέσης τιμής του τετραγώνου της ταχύτητας ($\langle \vec{c}^2 \rangle$) της τυχαίας κίνησης των κόκκων:

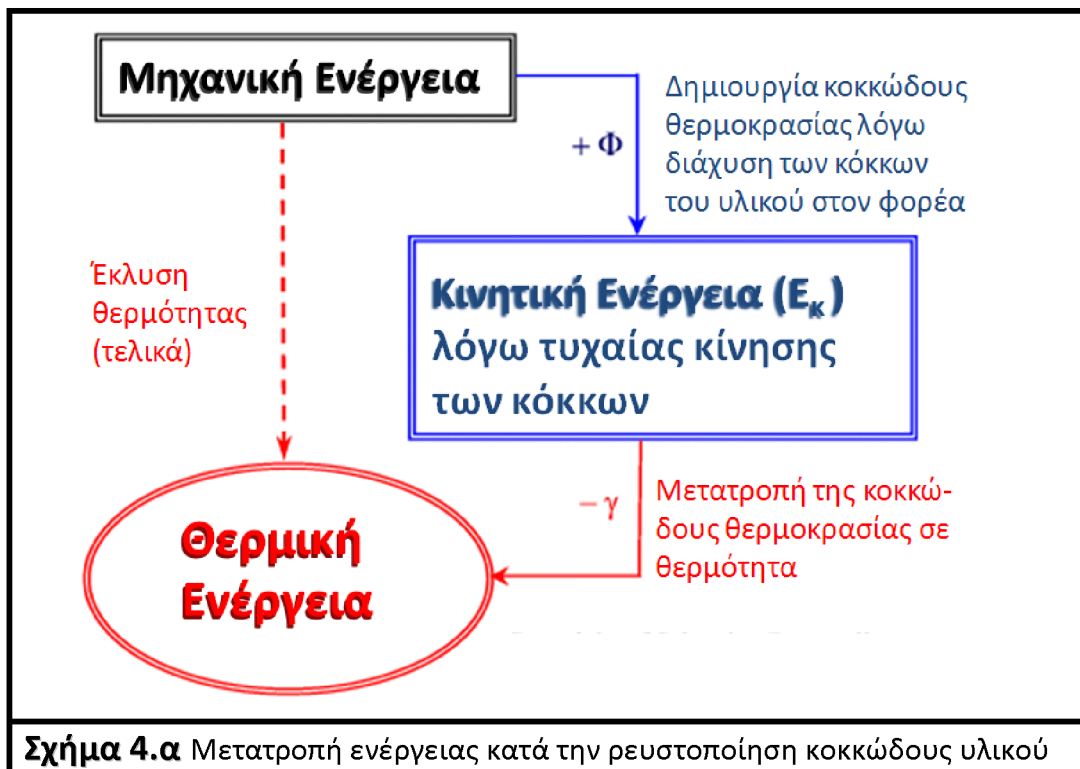
$$\theta_s = \frac{1}{3} \langle \vec{c}^2 \rangle \quad (4a)$$

Επίσης ορίζεται και η κυμαινόμενη κινητική ενέργεια ανά μονάδα μάζας του υλικού:

$$E_K = \frac{1}{2} \langle \vec{c}^2 \rangle = \frac{3}{2} \theta_s \quad (4b)$$

Όπως φαίνεται υπάρχει εντυπωσιακή ομοιότητα με την κινητική θεωρία αερίων καθώς η ίδια σχέση ισχύει και για την θερμοκρασία αερίων αν θεωρήσουμε τον λόγο της σταθεράς του Boltzmann ως προς την μάζα του μορίων του αέρα ίση με την μονάδα ($k_B/m = 1$). Πράγματι για τα κοκκώδη υλικά γίνεται θεώρηση ότι ο λόγος του k_B ως προς την μάζα των κόκκων του υλικού (m_s) είναι ίσος με την μονάδα. Επίσης, όπως συμβαίνει και με τα μόρια των ιδανικών αερίων, θεωρείται ότι οι κόκκοι του υλικού ταλαντεύονται χαοτικά και ιστροπικά γύρω από μία μέση τιμή. Η ταχύτητα επομένως ακολουθεί μία κανονική κατανομή γύρω από μία μέση τιμή, την γνωστή και ως Κατανομή Maxwell – Boltzmann. Αυτός είναι και ο λόγος (τρεις διαστάσεις) της εμφάνισης του αριθμού 3 στην σχέση (4a).

Η τυχαία κίνηση των κόκκων οφείλεται αρχικά στην υδαρή διάχυση (viscous dissipation) του υλικού εντός του φορέα (αέρα). Η αλληλεπίδραση όμως των κόκκων με τον αέρα και η ανελαστικές συγκρούσεις μεταξύ των ίδιων των κόκκων μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του κοκκώδους υλικού σε θερμότητα. Επομένως η κινητική ενέργεια E_K αντιπροσωπεύει μία μεταβατική μορφή ενέργειας στην διαδικασία έκλυσης τελικά θερμικής ενέργειας από το υλικό κατά την ρευστοποίησή του. Αξίζει να σημειωθεί ότι γενικά η κινητική θεωρία κοκκώδους ροής εφαρμόζεται και στις αραιές και στις πυκνές ροές. Επειδή όμως η κοκκώδης θερμοκρασία είναι υπολογίσιμο μέγεθος μόνο κατά τις αραιές ροές, για τις πιο πυκνές ροές όπου ουσιαστικά μηδενίζεται πρέπει να υπάρξει και μία διαφορετική προσέγγιση του φαινομένου. Αυτό συμβαίνει γιατί κατά τον ορισμό του μεγέθους αυτού ως «θερμοκρασία αερίου» σημαίνει ότι κατά την μείωση της τυχαίας κίνησης των κόκκων, το μέγεθος αυτό τείνει στο μηδέν μέχρι τελικά να φτάσει το απόλυτο μηδέν όπου και έχουμε πλήρη ακινησία των κόκκων (απόλυτο μηδέν πλήρης ακινησία μορίων αέρα). Αυτό συμβαίνει για συγκέντρωση κόκκων κοντά στο packing limit (ϵ_s^{\max}). Και επομένως κατά την πολύ πυκνή ροή που η σχετική τυχαία κίνηση (ταλάντωση) των κόκκων είναι πολύ περιορισμένη το μέγεθος αυτό δεν βοηθάει πλέον στην περιγραφή του φαινομένου επομένως για της πυκνές ροές είναι απαραίτητο ένα διαφορετικό μοντέλο προσέγγισης του φαινομένου (παρ. 4.5).



Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι η κοκκώδης θερμοκρασία δεν εμπεριέχει με κάποιο τρόπο τις συγκρούσεις των σωματιδίων. Επομένως κατά την μοντελοποίηση της αραιής ροής όλα τα μεγέθη όπως η δυναμική συνεκτικότητα (μ_s^{shear}), το ιξώδες πίεσης (μ_s^{bulk}), η υδροδυναμική/ισότροπη πίεση (p_s) και τελικά ο συνεκτικός τανυστής τάσεων (\vec{T}), θα προκύψουν συναρτήσει της κοκκώδους θερμοκρασίας (Θ_s) αλλά και ενός επιπλέον συντελεστή αποκατάστασης (e_{ss}) (κεφάλαιο 5) που ουσιαστικά θα συνυπολογίζει και την επίδραση που προκαλούν αυτές οι συγκρούσεις.

4.4 ΠΥΚΝΗ ΡΟΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΚΑΙ Η ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

4.4.1 ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Όπως περιγράφηκε και παραπάνω κατά την πυκνή ροή στην στερεή φάση τα σωματίδια (solid phase) βρίσκονται σε μόνιμη επαφή με τα γειτονικά σωματίδια και επικρατούν δυνάμεις τριβής ενώ η ρευστή φάση (fluid phase) είναι κατά πολύ μικρότερης σημασίας απ' την στερεή.

Το συγκεκριμένο πρότυπο ροής απασχολεί ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών από μηχανολογικούς τομείς (ρευστοποιημένες κλίνες, φόρτο-εκφόρτωση σιλό με κοκκώδη υλικά, Elaskara, Godoya, Gray και Stiles, 2000^[14], Goodey, Brown και Rotter, 2003^[23] Goodey, και Brown, 2004^[22], Christakis, Chappelle, και Patel, 2006^[8], Christakis, Chappelle, Patel, Wang, και Cross, 2002^[9]) και άλλους τομείς της φυσικής επιστήμης (όπως πχ. τα ηφαίστεια, Darteville, 2003^[10], Darteville, 2004^[11], Darteville, Rose, Stix, Kelfoun, και Vallance, 2004^[12])

Ας θεωρηθεί αρχικά ότι ένα κοκκώδες υλικό δεν κινείται. Σε αυτήν την περίπτωση θα ήταν λογικό η μόνη δύναμη που θα εφαρμοζόταν στους κόκκους του υλικού να ήταν η βαρύτητα. Η συνολική τάση στο πυθμένα μία στήλης ύψους h κοκκώδους υλικού, με βάση την αντιστοίχιση με οποιαδήποτε ρευστό, θα ήταν: $P = \rho gh$ όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας και ρ η πυκνότητα του υλικού. Η συνολική τάση δηλαδή στο πυθμένα της στήλης θα ήταν ορθή τάση και επομένως θα μπορούσαμε να μιλάμε για ισοστατική πίεση μόνο λόγω του βάρους. Αυτό μπορεί να ισχύει για όλα τα ρευστά αλλά δεν ισχύει για τα κοκκώδη υλικά. Σε μια στήλη κοκκώδους υλικού η πίεση μεταβάλλεται συναρτήσει του ύψους μέχρι να φτάσει μία μέγιστη τιμή από εκεί και πέρα δεν αυξάνει άλλο όσο και να αυξηθεί το ύψος της στήλης. Αυτό το φαινόμενο έχει εξηγηθεί από τον Janssen (1895) και σχετίζεται με το γεγονός ότι οι αντίστοιχες δυνάμεις μεταφέρονται προς τους πλευρικούς τοίχους και όχι στον πυθμένα της στήλης. Το κοκκώδες υλικό έχει στο εσωτερικό του και διατμητικές τάσεις τριβής ακόμα και αν δεν υπάρχει κίνηση, γεγονός που παρατηρείται στα στερεά και όχι στα υγρά. Η συνολική τάση δηλαδή εντός του υλικού σε οποιοδήποτε σημείο θα είναι άθροισμα διατμητικής και ορθής τάσης (λόγω εσωτερικών τριβών).

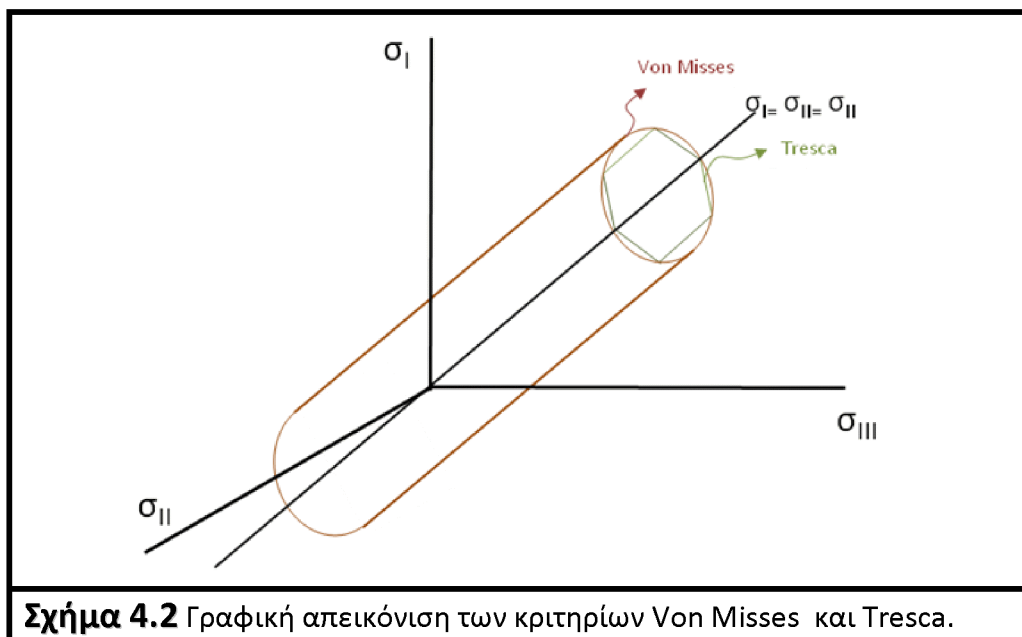
Επομένως είναι φανερό ότι το πυκνό σωματιδιακό ρευστό διαφέρει κατά πολύ από τα υπόλοιπα ρευστά. Από την άλλη πλευρά όμως, το φαινόμενο της ροής ενός πολύ πυκνού κοκκώδους υλικού μοιάζει περισσότερο με την πλαστική παραμόρφωση ενός στερεού παραμορφώσιμου σώματος.(πλαστική θεωρία παράγραφος 4.5.1)

Στα πλαίσια της πλαστικής θεωρίας υποθέτουμε ότι τα σωματιδιακά ρευστά είναι **στερεοπλαστικά υλικά (rigid-plastic materials)**. Δηλαδή ότι το υλικό είναι απαραμόρφωτο μέχρι το φορτίο να ικανοποιεί ένα κριτήριο διαρροής όπου και το υλικό τελικά θα παραμορφωθεί πλαστικά (δηλαδή θα υπάρξει ροή). Το 1776 ο Coulomb διατύπωσε το πρώτο κριτήριο διαρροής που μπορούσε να έχει εφαρμογή και στα κοκκώδη υλικά.

4.4.2 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΔΙΑΡΡΟΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΔΙΑΡΡΟΗΣ

Το κριτήριο διαρροής υποδηλώνει την έναρξη της πλαστικής συμπεριφοράς του υλικού και η γραφική του απεικόνιση αποτελεί μία επιφάνεια σε ένα τρισσορθόγωνιο σύστημα αξόνων όπου οι τρεις άξονες είναι οι τρεις κύριες τάσεις ($\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$) (Haigh-Westergaard space) έτσι ώστε κάθε πιθανή εντατική κατάσταση να αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο. Επομένως η επιφάνεια διαρροής είναι το σύνολο εκείνων των σημείων που υποδηλώνουν ότι η εντατική κατάσταση του στερεού είναι στο όριο διαρροής. Μέσα από τις επιφάνειες αυτές απεικονίζονται και οι οριακές τιμές των μέγιστων διατμητικών τάσεων.

Έχουν περιγραφεί πολλές διαφορετικές επιφάνειες διαρροής και για διάφορα υλικά. Ενδεικτικά αναφέρονται οι επιφάνεια Tresca και Von Mises οι οποίες είναι για τα όλκιμα μέταλλα όπου το κριτήριο διαρροής είναι ανεξάρτητο από την μέση ορθή τάση $\langle \sigma \rangle$. Αυτές οι επιφάνειες επειδή δεν επηρεάζονται από την $\langle \sigma \rangle$ θα είναι παράλληλες με τον υδροστατικό άξονα (άξονας που περνά από τα σημεία $(0,0,0)$ και $(1,1,1)$ στο Haigh-Westergaard space). Έτσι οι επιφάνειες αυτές είναι εξαγωνικοί (Tresca) και κυκλικοί κύλινδροι (Von Mises) (σχήμα 4.2).



Τα κοκκώδη υλικά όμως διαφέρουν από τα όλκιμα μέταλλα. Όπως έχει αναφερθεί τα κοκκώδη υλικά είναι rigid-plastic material. Όταν η διατμητική τάση φτάσει μία κρίσιμη τιμή και ξεπεραστεί το όριο διαρροής του υλικού, το υλικό ρέει προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση. Η κρίσιμη τιμή της διατμητικής τάσης στο όριο διαρροής δύναται να συσχετισθεί γραμμικώς με την ορθή τάση σύμφωνα με τη θεωρία των Mohr-Coulomb.

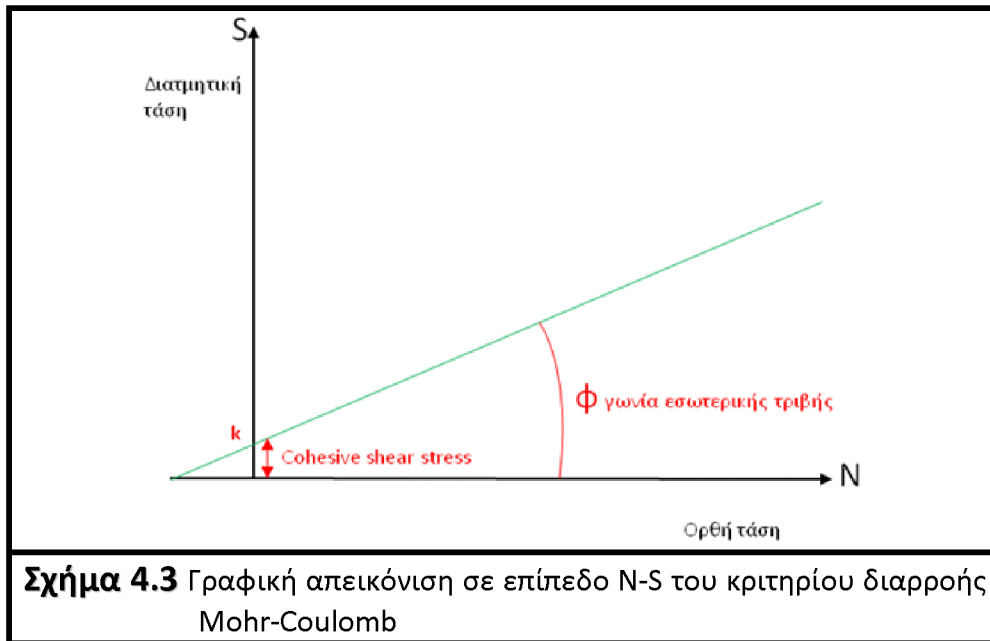
ΚΡΙΤΗΡΙΟ MOHR-COULOMB

Η κρίσιμη τιμή της διατμητικής τάσης κατά τον Coulomb περιγράφεται από την σχέση:

$$S = k + N \tan \phi \quad (4.1)$$

Όπου S είναι η διατμητική τάση, N η ορθή τάση, και ϕ η εσωτερική γωνία τριβής του υλικού (γωνία απόθεσης κεφάλαιο 2)

Το k είναι γνωστή ιδιότητα του υλικού που δηλώνει την συνεκτικότητα των κόκκων του υλικού (cohesiveness). Ουσιαστικά περιγράφει αν το υλικό έχει διατμητικές τάσεις και χωρίς να υπάρχουν ορθές τάσεις. Στην συγκεκριμένη εργασία το υλικό θεωρείται non-cohesive $k=0$. Στις περισσότερες περιπτώσεις των σωματιδιακών υλικών γίνεται η θεώρηση (Christakis et al. 2006^[8], Darteville 2003^[10]) πως η απουσία ορθών τάσεων συνεπάγεται και απουσία διατμητικών. Αναφορά σε συνεκτικά κοκκώδη υλικά έχουμε στο (Elaskara, Godoya, Gray και Stiles, 2000^[14]).



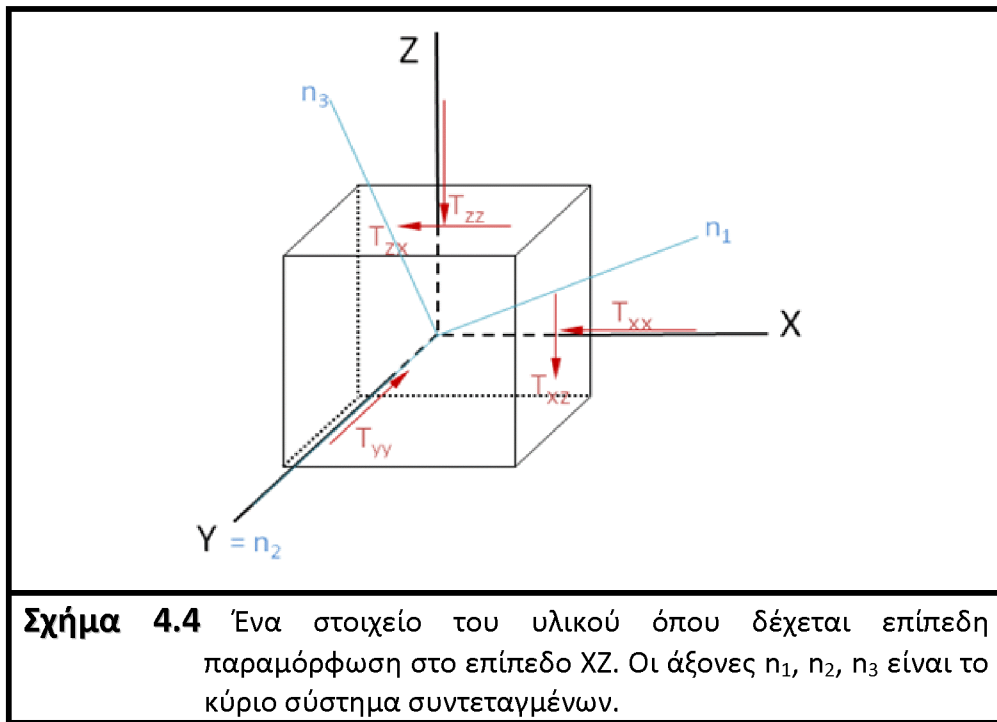
Ο νόμος διαρροής των Mohr –Coulomb περιγράφει ότι το υλικό αρχίζει να ρέει (ξεπερνάει το όριο διαρροής) παράλληλα σε μία επιφάνεια όταν η διατμητική τάση φτάνει μια κρίσιμη τιμή που δίνεται από σχέση 4.1. Όπως φαίνεται και στη γραφική παράσταση (σχήμα 4.3), στο σημείο διαρροής όσο μεγαλύτερη είναι η πίεση (N), όσο πιο συνεκτικά είναι τα σωματίδια μεταξύ τους (k) και όσο πιο μεγάλη είναι η γωνία απόθεσης (ϕ), τόσο μεγαλύτερη είναι και η κρίσιμη διατμητική τάση.

Η γραμμική αυτή σχέση ονομάζεται και «γραμμή διαρροής» (yield line) στο δισδιάστατο πεδίο ροής. Κάτω από την γραμμή αυτή το υλικό συμπεριφέρεται ως ελαστικό ή απαραμόρφωτο στερεό (στα κοκκώδη ρευστά η ελαστική παραμόρφωση θεωρείται αμελητέα – rigid-plastic). Αν η διατμητική τάση αυξηθεί για μία δοσμένη ορθή τάση έτσι ώστε η εντατική κατάσταση του σώματος να βρίσκεται ακριβώς πάνω στην γραμμή (yield line) θα έχουμε πλαστική παραμόρφωση ή αλλιώς κίνηση. Είναι αδύνατο να υπάρξει εντατική κατάσταση πάνω από την yield line καθώς όταν επιτευχθεί η τάση διαρροής τα σωματίδια ολισθαίνουν το ένα πάνω στο άλλο.

Στο σχήμα 4.4 φαίνεται ένα στοιχείο του υλικού όπου δέχεται επίπεδη παραμόρφωση στο επίπεδο XZ. Τότε ή αντίστοιχη καταπόνηση θα είναι της μορφής

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} T_{xx} & \mathbf{0} & T_{xz} \\ \mathbf{0} & T_{yy} & \mathbf{0} \\ T_{zx} & \mathbf{0} & T_{zz} \end{bmatrix}, \text{ δηλαδή η επιφάνεια XZ δέχεται μόνο ορθή τάση έτσι ώστε να}$$

παραμένει η παραμόρφωση κατά τον Y άξονα μηδενική.

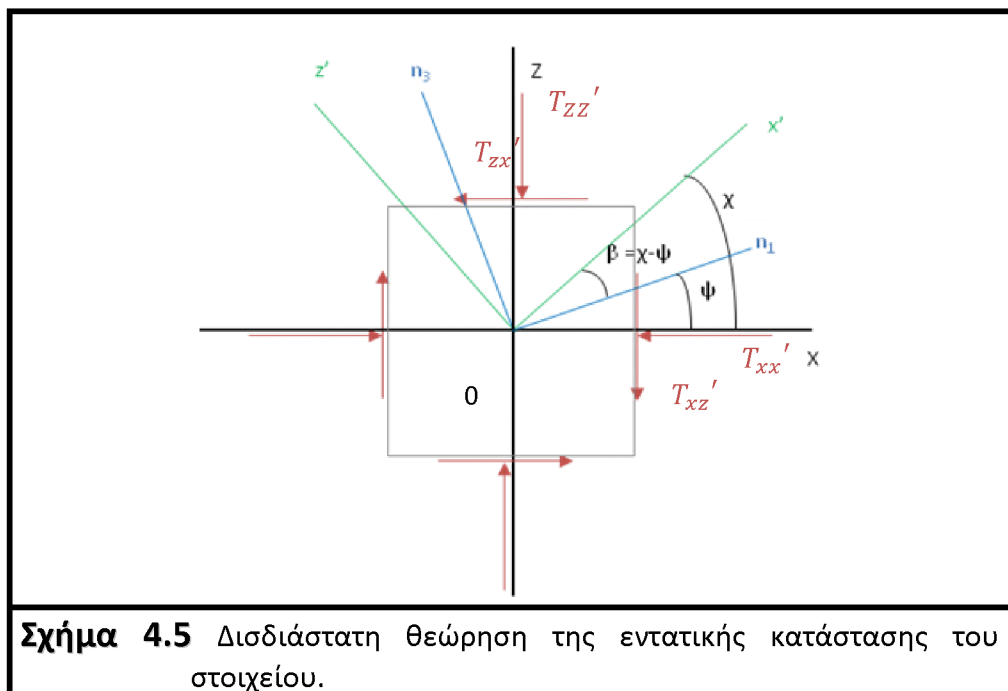


Σε αυτήν την περίπτωση θα μπορούσε να θεωρηθεί και η εντατική κατάσταση του στοιχείου ως δισδιάστατη, αφού το στοιχείο δέχεται μόνο ορθή (κύρια) τάση ($T_{yy} = \sigma_{II}$) στο επίπεδο XZ ενώ στα επίπεδα XY και YZ δέχεται ορθές και διατμητικές τάσεις ($T_{xx}, T_{zx}, T_{xz}, T_{zz}$) (παράγραφος 2.9.4). Και να οριστεί ως ορθή τάση η μέση ορθή τάση

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}$$

και ως διατμητική τάση η μέγιστη διατμητική

$$\tau = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}.$$



Επομένως όπως στο σχήμα 4.5 το στοιχείο δέχεται καταπόνηση $\vec{T}' = \begin{bmatrix} T_{xx}' & T_{xz}' \\ T_{zx}' & T_{zz}' \end{bmatrix}$ σε ένα αρχικό σύστημα συντεταγμένων ΧΟΖ. Αν το σύστημα συντεταγμένων $n_1n_2n_3$ δείχνει τις κύριες διευθύνσεις και σχηματίζει γωνία ψ με τον άξονα Χ τότε σε ένα οποιοδήποτε τυχαίο σύστημα συντεταγμένων $x'Oz'$ που σχηματίζει γωνία χ με το αρχικό θα προκύψει (παράγραφος 2.9.5):

Συνολικός τανυστής τάσεων $\vec{T} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xz} \\ T_{zx} & T_{zz} \end{bmatrix}$ όπου

$$T_{xx} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 2(\chi - \psi)$$

$$T_{zz} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} - \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cos 2(\chi - \psi) \quad (4.2\alpha)$$

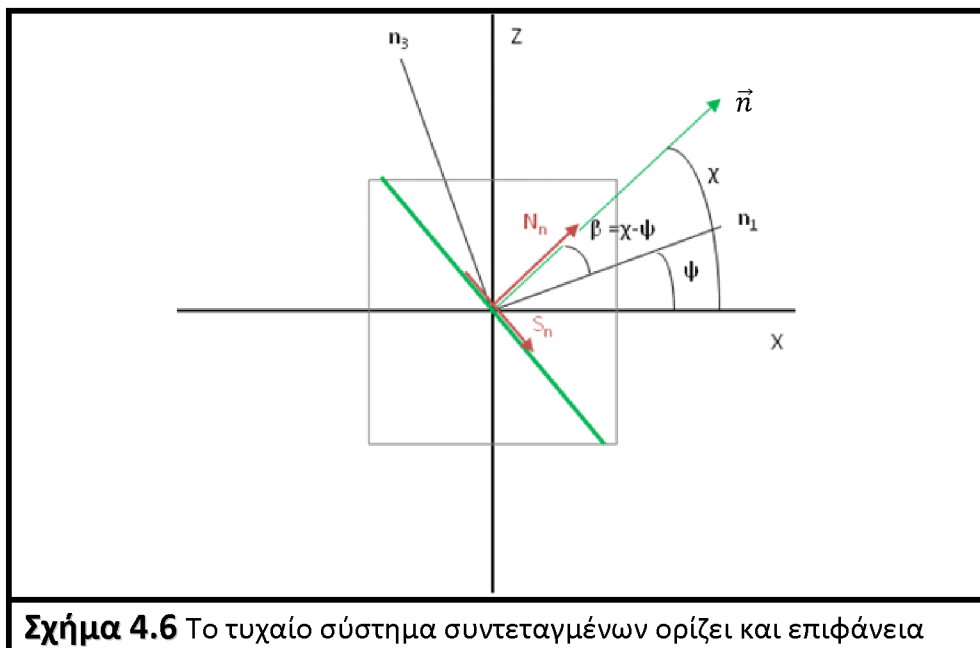
$$T_{xz} = T_{zx} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \sin 2(\chi - \psi)$$

Όπου σ_I και σ_{III} οι κύριες τάσεις ή αλλιώς

$$T_{xx} = \langle \sigma \rangle + \tau \cos 2(\chi - \psi)$$

$$T_{zz} = \langle \sigma \rangle - \tau \cos 2(\chi - \psi) \quad (4.2\beta)$$

$$T_{xz} = T_{zx} = \tau \sin 2(\chi - \psi)$$



Θεωρώντας ότι το τυχαίο σύστημα συντεταγμένων ορίζει και επιφάνεια όπως φαίνεται στο σχήμα 4.6 στην επιφάνεια αυτή ασκούνται μία ορθή (N) και μία διατμητική (S) τάση οι οποίες συναρτηθούν των κύριων τάσεων είναι ίσες με:

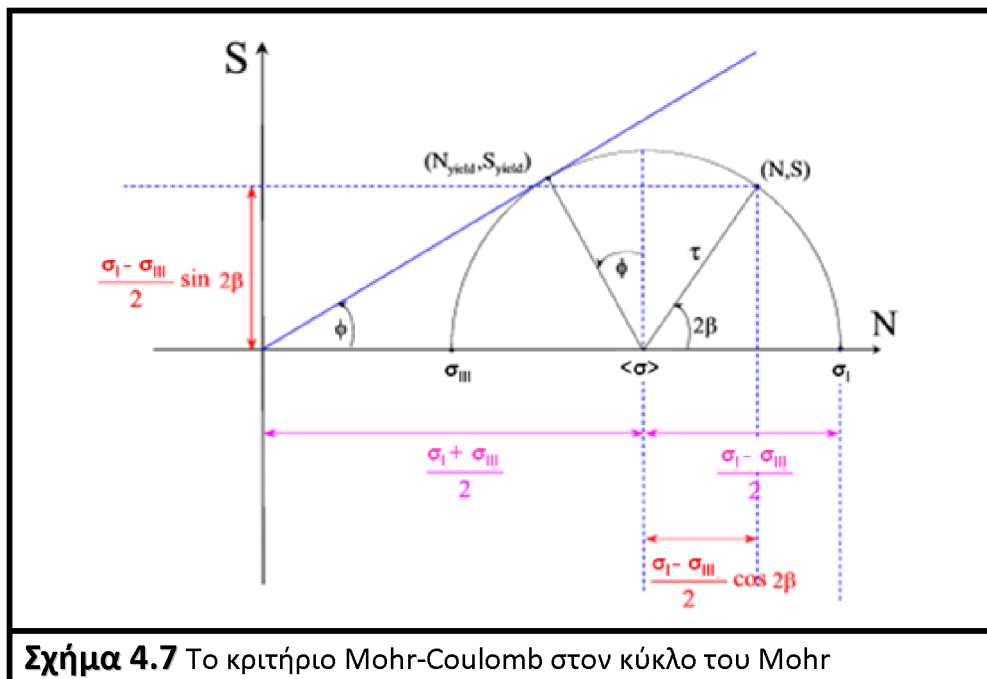
$$N = \langle \sigma \rangle + \tau \cos 2(\chi - \psi) \quad (4.3)$$

$$S = \tau \sin 2(\chi - \psi)$$

Μέχρι τώρα απλά έχει περιγραφεί η εντατική κατάσταση εντός του υλικού όπως θα συνέβαινε σε ένα οποιοδήποτε στερεό. Η εισαγωγή του κριτηρίου διαρροής του Coulomb ουσιαστικά περιγράφει ότι το υλικό ρέει από διάτμηση στην επιφάνεια (που ορίζεται από το διάνυσμα \vec{n}) όπου η διατμητική τάση φτάσει την τιμή $S = k + N \tan \varphi$.

Η εξίσωση 4.3 ορίζει κύκλο στο σύστημα N-S με κέντρο το σημείο $(\langle \sigma \rangle, 0)$ γωνία ίση με τ (κύκλος του Mohr). Αν στο ίδιο διάγραμμα μαζί με το κύκλο σχεδιάσουμε και την yield line του Coulomb (για $k=0$) παρατηρούμε ότι (σχήμα 4.7):

- για κάποιες φόρτισης P $(\sigma_I + \sigma_{III}/2)$ ο κύκλος του Mohr είναι κάτω από την yield line χωρίς σημείο επαφής. Σε αυτήν την περίπτωση το σώμα βρίσκεται σε εντατική καταπόνηση αλλά παραμένει απαραμόρφωτο (rigid-plastic material) δηλαδή ισχύει σε όλα τα επίπεδα ισχύει $S < N \tan \varphi$
- για κάποιες φόρτισης P $(\sigma_I + \sigma_{III}/2)$ ο κύκλος του Mohr έχει ένα σημείο τομής με την yield line. Σε αυτήν την περίπτωση εντός του στοιχείου υπάρχει ένα επίπεδο όπου η διατμητική τάση είναι ίση με $S = N \tan \varphi$ και επομένως το υλικό ρέει πάνω στην επιφάνεια αυτή (σχήμα 4.7).
- δεν γίνεται να υπάρξουν εντατικές καταστάσεις (κύκλοι Mohr) πάνω από την yield line.



Αν εξεταστεί καλύτερα η περίπτωση που η καταπόνηση περιγράφεται από κύκλο με ένα σημείο επαφής με την γραμμή κρίσιμης κατάστασης (yield line), προκύπτει ότι για κάθε σημείο εντός του στοιχείου ισχύει:

$$S - N \tan \varphi \leq 0 \quad (4.4)$$

Η ισότητα στην σχέση αυτή ισχύει για

$$2(\chi - \psi) = 2\beta = \varphi + \frac{\pi}{2}$$

Έτσι οι τιμές της ορθής (N) και διατμητικής (S) τάσης στο σημείο διαρροής συναρτήσει $\langle \sigma \rangle$, τ , φ είναι:

$$\begin{aligned} N_{yield} &= \langle \sigma \rangle - \tau \sin \varphi \\ S_{yield} &= \tau \cos \varphi \end{aligned} \quad (4.5) \quad \text{αφού} \quad \begin{aligned} \cos 2\beta &= \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) = -\sin \varphi \\ \sin 2\beta &= \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) = \cos \varphi \end{aligned}$$

Η ανίσωση 4.4 λόγω των εξισώσεων 4.5 μπορεί να πάρει πλέον την μορφή:

$$\tau - \langle \sigma \rangle \sin \varphi \leq 0 \quad (4.6)$$

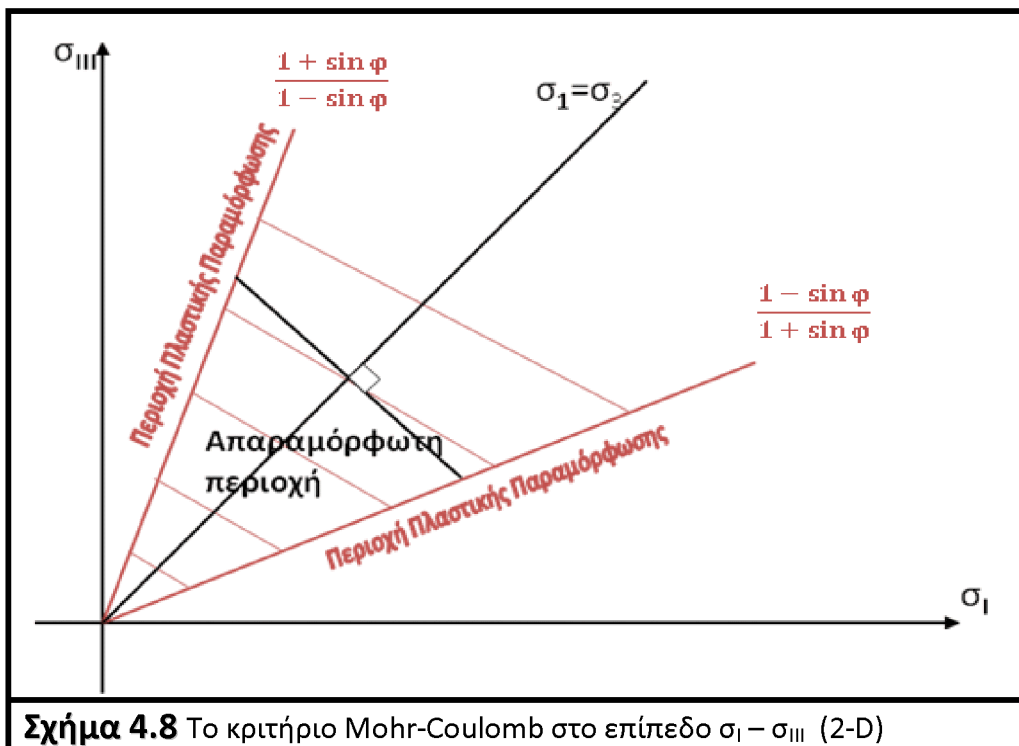
και επομένως το κριτήριο Coulomb μπορεί να γραφτεί και ως:

$$\frac{\sigma_I}{\sigma_{III}} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4.7) \quad \text{αφού} \quad \begin{aligned} \langle \sigma \rangle &= \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \\ \tau &= \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \end{aligned}$$

Η τελευταία σχέση δίνει μια σχέση μεταξύ των δύο κύριων τάσεων με βάση το κριτήριο Coulomb. Απ' όπου και προκύπτει ότι

$$Y \equiv \sigma_I(1 - \sin \varphi) - \sigma_{III}(1 + \sin \varphi) = 0 \quad (4.8)$$

και στο επίπεδο $\sigma_I - \sigma_{III}$ (2-D) προκύπτουν οι ευθείες:



4.5 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΠΥΚΝΗΣ ΡΟΗΣ – ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

4.5.1 ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΑ ΚΟΚΚΩΔΗ ΥΛΙΚΑ

Η θεωρία της πλαστικότητας εμπεριέχει δύο υποθέσεις μια συνθήκη διαρροής (yield condition) και έναν κανόνα ροής (flow rule) . Το yield condition (συνθήκες διαρροής) προσδιορίζει εάν και πότε εντός ενός στοιχείου υπάρχει πλαστική παραμόρφωση (παράγραφος 4.2.2) και το flow rule ορίζει την κατεύθυνση αυτής της παραμόρφωσης. Για τα σωματιδιακά ρευστά έχει γίνει η θεώρηση ότι είναι **στερεοπλαστικά (rigid-plastic materials)**. Δηλαδή ότι το υλικό είναι απαραμόρφωτο μέχρι το φορτίο να ικανοποιεί το κριτήριο διαρροής όπου και το υλικό τελικά θα παραμορφωθεί πλαστικά (δηλαδή θα υπάρξει ροή). Το μόνο που ορίζει όμως το κριτήριο διαρροής είναι κάτω από ποιές συνθήκες συμβαίνει η πλαστική παραμόρφωση (διαρροή). Για να μπορέσει όμως να εξαχθεί μία εξίσωση ορμής για το υλικό που ρέει πρέπει να διατυπωθεί ένας **κανόνας ροής (flow rule)**. Ο κανόνας αυτός εμπεριέχει μια εξίσωση πλαστικότητας G (plastic potential function) όπου η κλίση της ως προς τον ταυιστή τάσεων να είναι ανάλογη του πίνακα του ρυθμού παραμόρφωσης:

$$D_{ij} = q \frac{\partial G}{\partial T_{ij}} \quad (4.9)$$

Η εξίσωση 4.9 μπορεί να γραφτεί συναρτήσει των κύριων διευθύνσεων των D και T και να πάρει την μορφή:

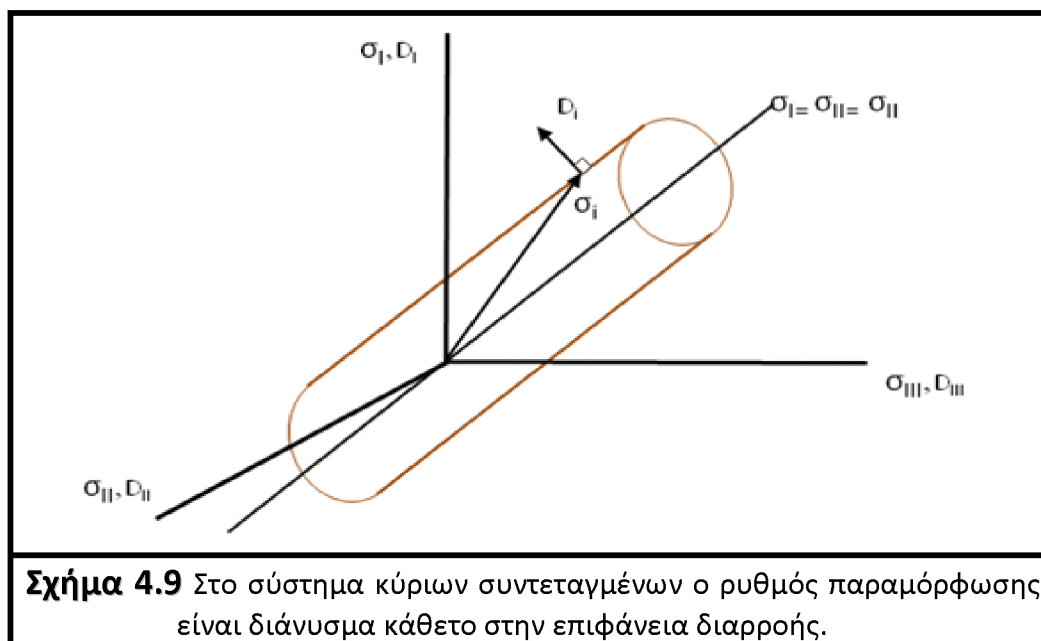
$$D_i = q \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \quad (4.10)$$

Ένας αρκετά συνηθισμένος κανόνας ροής, γνωστός και ως associated flow rule, ορίζει ως εξίσωση πλαστικότητας (G) την εξίσωση της επιφάνειας διαρροής (Y). Οπότε σύμφωνα με τον associated flow rule η 4.10 γίνεται:

$$D_i = q \frac{\partial Y}{\partial \sigma_i} \quad (4.11)$$

Δύο αξιοσημείωτες παρατηρήσεις για την πλαστική θεωρία με associated flow rule είναι πως:

- Από την εξίσωση 4.11 προκύπτει (από τις ιδιότητες της παραγώγου) ότι στο σύστημα κύριων συντεταγμένων ο ρυθμός παραμόρφωσης είναι διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια διαρροής (σχήμα 4.9 πχ για την επιφάνεια Von-misses). (normality condition)
- Οι κύριες διευθύνσεις του ρυθμού παραμόρφωσης ταυίζονται με αυτές της εντατικής κατάστασης. Αυτό φαινομενολογικά σημαίνει ότι όταν το υλικό έχει $\sigma_I \neq \sigma_{II} \neq \sigma_{III}$ τότε το υλικό διαστέλλεται στην διεύθυνση με την μεγαλύτερη κύρια τάση και συμπιέζεται στην διεύθυνση της μικρότερης κύριας τάσης (σύμβαση προσήμων). Η αλλιώς αν $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ όπου δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις ($T_{ij}=0$) δεν θα υπάρξει και διατμητική παραμόρφωση ($D_{ij}=0$). Αυτή παρατήρηση φαίνεται καθαρά στην σχέση 4.11 (co-axiality or alignment condition)



Στα πλαίσια της πλαστικής θεωρίας και του associated flow rule, η επιλογή μίας επιφάνειας διαρροής είναι αυτή που θα καθορίσει αν τελικά η μοντελοποίηση θα έχει την επιθυμητή ακρίβεια περιγραφής του φαινομένου. Μια καλή ιστορική αναδρομή στις έρευνες σχετικά με τις επιφάνειες διαρροής για τα συμπιεστά, τριβώδη, στερεό-πλαστικά υλικά, αλλά και τα κριτήρια που πρέπει να πληρούν αναφέρεται στο Darveville, 2003^[10], Gray, Stiles και Celik, 1991^[24].

Τα σωματιδιακά υλικά δεν παρουσιάζουν κράτυνση. Παρ' όλα αυτά όμως γίνονται πιο ανθεκτικά στην διαρροή αν αυξηθεί η φαινόμενη πυκνότητά τους. Αυτό σημαίνει ότι ουσιαστικά υφίσταται μία οικογένεια επιφανειών που κάθε μία αντιστοιχεί σε μία φαινόμενη πυκνότητα και μάλιστα οι επιφάνειες των υψηλών πυκνοτήτων εμπεριέχουν τις επιφάνειες των χαμηλών πυκνοτήτων (βλ παράγραφο 4.5.4).

Επίσης κομβικά αναφέρεται ότι οι επιφάνειες διαρροής ενός συμπιεστού, τριβώδους, στερεό-πλαστικού υλικού που υπακούει στον associated flow rule πρέπει να είναι (convex, symmetric, closed, nested, dissipative – Gray, Stiles και Celik, 1991^[24])

1. Κυρτή (convex) επιφάνεια
2. Συμμετρικές ως προς τον υδροστατικό άξονα
3. Κλειστές με τις δύο κορυφές πάνω στον υδροστατικό άξονα
4. Να μεταβάλλεται η ακτίνα της συναρτήσει της μέσης ορθής τάσης (nested)
5. Και να έχει θετικό ρυθμό καταστροφής ενέργειας κατά την πλαστική παραμόρφωση (θετικό ρυθμό έκλυσης ενέργειας)

4.5.2 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΔΙΑΡΡΟΗΣ EXTENDED VON MISES (Drucker – Prager)

Η πρώτη προσπάθεια εφαρμογής της πλαστικής θεωρίας έγινε από τους Drucker και Prager οι οποίοι έθεσαν τις βάσεις εξαγωγής καταστατικών εξισώσεων από κριτήριο διαρροής. Ο Coulomb περιέγραψε ότι στα κοκκώδη υλικά (σε αντίθεση για παράδειγμα με τα όλκιμα μέταλλα) ότι το κριτήριο διαρροής εξαρτάται γραμμικά από την μέση ορθή

τάση. Αυτό ώθησε και τους Drucker και Prager να τροποποιήσουν την επιφάνεια διαρροής του von Mises έτσι ώστε η ακτίνα του κυλίνδρου (βλ. σχέδιο 4.2 επιφάνειας von Mises) να είναι γραμμική συνάρτηση της μέσης ορθής πίεσης $\langle \sigma \rangle$. Η μαθηματική σχέση στην οποία κατέληξαν είναι πως η μέση ορθή τάση είναι ανάλογη της ρίζας της δεύτερης αναλλοίωτης του αποκλίνοντα τανυστή τάσεων (κεφάλαιο 2). Έτσι προκύπτει η επιφάνεια διαρροής από την εξίσωση:

$$Y \equiv \Pi_{\bar{T}} - \langle \sigma \rangle^2 \sin^2 \varphi = 0 \tag{4.12}$$

Με $\langle \sigma \rangle = \frac{T_{xx}+T_{yy}+T_{zz}}{3} = \frac{\sigma_I+\sigma_{II}+\sigma_{III}}{3} = \frac{1}{3}I_T$ όπου I_T η πρώτη αναλλοίωτη του τανυστή τάσεων. Και όπου το $\Pi_{\bar{T}}$ είναι η δεύτερη αναλλοίωτη του αποκλίνοντα τανυστή τάσεων.

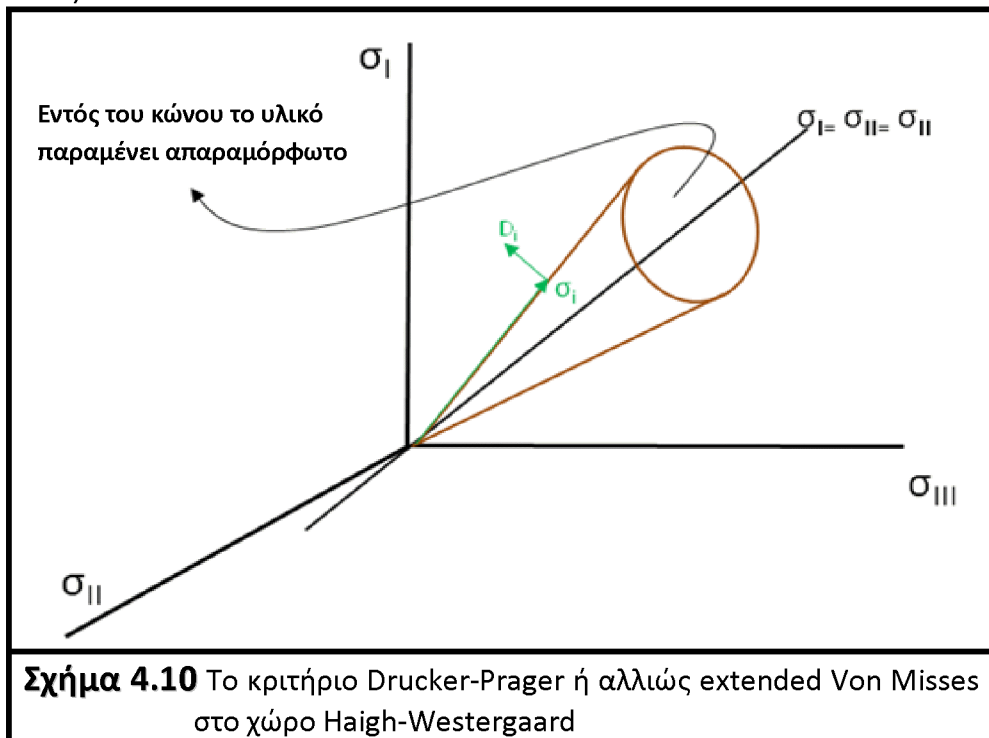
Ως συνάρτηση κύριων ορθών τάσεων:

$$\begin{aligned} \Pi_{\bar{T}} &= \frac{(\sigma_I - \langle \sigma \rangle)^2 + (\sigma_{II} - \langle \sigma \rangle)^2 + (\sigma_{III} - \langle \sigma \rangle)^2}{2} & a \\ \Pi_{\bar{T}} &= \frac{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2}{6} & b \\ \Pi_{\bar{T}} &= \frac{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2 - \sigma_I \sigma_{II} - \sigma_{II} \sigma_{III} - \sigma_I \sigma_{III}}{3} & c \end{aligned} \tag{4.13}$$

Ως συνάρτηση των στοιχείων του τανυστή τάσεων:

$$\Pi_{\bar{T}} = \frac{(T_{xx} - T_{yy})^2 + (T_{yy} - T_{zz})^2 + (T_{zz} - T_{xx})^2}{6} T_{xy}^2 + T_{yz}^2 + T_{xz}^2 \tag{4.14}$$

Όπως περιγράφηκε πριν το κριτήριο του Coulomb της δισδιάστατης θεώρησης απεικονίζεται στο χώρο Haigh-Westergaard ως δύο ευθείες ενώ η επιφάνεια διαρροής του Von Mises είναι η επιφάνεια ενός κυλίνδρου. Τώρα το κριτήριο Drucker-Prager ή αλλιώς extended Von Mises δίνει επιφάνεια διαρροής την επιφάνεια ενός κώνου. (σχήμα 4.10)



Ένα βασικό πρόβλημα για την εφαρμογή απευθείας ενός κριτηρίου όπως διατυπώθηκε από τους Mohr-Coulomb είναι ότι ουσιαστικά κατά το κριτήριο αυτό θεωρείται δισδιάστατη παραμόρφωση – δισδιάστατο πεδίο ροής (δηλαδή έχει γίνει η θεώρηση ότι η ορθή τάση κατά τον Y είναι σταθερή και ίση με την ενδιάμεση κύρια τάση $T_{yy} = \text{const} = \sigma_{II}$). Επομένως το κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb είναι ανεξάρτητο της ενδιάμεσης τάσης (σ_{II}). Το δισδιάστατο πεδίο ροής δεν είναι πάντα κατάλληλο για αριθμητική μοντελοποίηση και ιδιαίτερα για ορισμένα σωματιδιακά υλικά.

Επομένως είναι απαραίτητη μία εναλλακτική προσέγγιση γενικευμένη σε τρισδιάστατο πεδίο ροής (χωρίς καμία υπόθεση για την ενδιάμεση κύρια τάση).

Ορίζεται αρχικά η ορθή τάση ως η μέση τιμή των τριών κύριων τάσεων.

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3} \quad (4.15a)$$

Και ως διατμητική τάση η:

$$\tau = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2} \quad (4.15b)$$

Οι παραπάνω σχέσεις (4.15) λέγονται και οκταεδρική ορθή και οκταεδρική διατμητική τάση αντίστοιχα. Στην εξίσωση (4.15b) κάθε διαφορά κυρίων τάσεων είναι ίση με την διάμετρο ενός συγκεκριμένου κύκλου του Mohr και επομένως είναι ίση με το διπλάσιο της μέγιστης διατμητικής τάσης στο αντίστοιχο επίπεδο ($\sigma_I - \sigma_{II}$, $\sigma_{III} - \sigma_{II}$, $\sigma_I - \sigma_{III}$). Η οκταεδρική διατμητική τάση είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας των τριών μέγιστων δυνατών διατμητικών τάσεων.

Έχοντας υπ' όψιν τον νόμο Mohr-Coulomb είναι αναμενόμενο να υπάρξει κάποια αναλογική σχέση μεταξύ των δυο παραπάνω τάσεων (της ορθής και της διατμητικής). Και πράγματι ισχύει:

$$\tau = \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \varphi \langle \sigma \rangle \quad (4.16a)$$

ή αλλιώς με αντικατάσταση του τ από την (4.15b):

$$(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 = 6 \sin^2 \varphi \langle \sigma \rangle^2 \quad (4.16b)$$

Και από την 4.13b τελικά προκύπτει η (4.12):

$$\Pi_{\bar{\tau}} = \langle \sigma \rangle^2 \sin^2 \varphi \rightarrow$$

$$Y \equiv \Pi_{\bar{\tau}} - \langle \sigma \rangle^2 \sin^2 \varphi = 0$$

Για αυτό θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι η σχέση 4.12 είναι ένα γενικευμένο κριτήριο διαρροής σε τρισδιάστατο πεδίο ροής. Όταν η ενδιάμεση κύρια τάση είναι ίση με την μέση τιμή των δύο άλλων κύριων τάσεων (μέγιστης και ελάχιστης) δηλαδή $\sigma_{II} = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2}$ προκύπτει το κριτήριο Mohr-Coulomb. Πρέπει να σημειωθεί ότι η γωνία εσωτερικής

τριβής μπορεί να έχει διαφορετική τιμή για δισδιάστατη και διαφορετική για τριαξονική παραμόρφωση.

4.5.3 ΘΕΩΡΙΑ ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ (CRITICAL STATE THEORY)

Στα πλαίσια λοιπόν της πλαστικής θεωρίας και χρησιμοποιώντας ως κανόνα ροής των associated flow rule μπορεί να γραφτεί η εξίσωση (4.11) χρησιμοποιώντας ως επιφάνεια διαρροής την extended Von Misses (σχέση 4.12) και ως \bar{I}_T την (σχέση 4.13c). Έτσι προκύπτει ότι το κύριο διάνυσμα του ρυθμού παραμόρφωσης ισούται με:

$$D_i = q \left[(\sigma_i - \langle \sigma \rangle) - \frac{2}{3} \sin^2 \varphi \langle \sigma \rangle \right] \quad (4.17)$$

Η εξίσωση (4.17) μπορεί να γενικευτεί για τον τανυστή παραμόρφωσης (σχέσεις 4.11, 4.12, 4.14) στην μορφή:

$$\vec{D} = q \bar{T} - \frac{2}{3} q \sin^2 \varphi \langle \sigma \rangle \delta_{ij} \quad (4.18)$$

Όπου \vec{D} , δ_{ij} , \bar{T} είναι ο τανυστής ρυθμού παραμόρφωσης, το δ του Kronecker και ο αποκλίνων συνολικός τανυστής τάσεων αντίστοιχα.

Ο αποκλίνων συνολικός τανυστής τάσεων είναι:

$$\bar{T} = \vec{T} - \dot{T} = \vec{T} - \langle \sigma \rangle \delta_{ij} = \vec{T} - \frac{1}{3} I_T \delta_{ij}$$

Όπου \dot{T} είναι ο ισότροπος τανυστής τάσεων (βλ. κεφάλαιο 2)

Αν υπολογιστεί το $div \vec{u}$ που ισούται με το $-tr \vec{D}$ θα προκύψει να είναι πάντα θετικό που σημαίνει πως το υλικό όταν είναι σε ροή, **συνεχώς αραιώνει**.

$$div \vec{u} = -tr \vec{D} = 2q \sin^2 \varphi \langle \sigma \rangle > 0 \quad (4.19)$$

Αυτό φαίνεται και από το σχήμα (4.10) όπου η προβολή των κάθετων προς τα έξω διανυσμάτων στον υδροστατικό άξονα ($\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$) είναι πάντα αρνητική.

Το γεγονός ότι το σωματιδιακό υλικό κατά την ροή του αραιώνει είναι ως ένα βαθμό σωστό (Reynolds' Principle of Dilatancy – 1885). Παρότι όμως αυτή η παρατήρηση ισχύει δεν σημαίνει ότι αυτό συμβαίνει πάντα σε όλες τις ροές τέτοιων υλικών. Υπάρχει η πιθανότητα αν το υλικό είναι κοντά στο packing limit να αραιώσει κατά την ροή του (dilatancy), υπάρχει όμως και η πιθανότητα να πυκνώσει σε περίπτωση χαμηλότερων συγκεντρώσεων σωματιδίων (consolidation). Επίσης αυτά τα φαινόμενα (πύκνωση και αραιώση) θα συμβούν μέχρι να επιτευχθεί μία συγκεκριμένη τιμή της φαινόμενης πυκνότητας (bulk density) όπου από εκείνη την στιγμή και ύστερα θα παραμείνει σταθερή κατά την ροή^[39].

Παράλληλα ο ρυθμός έκλυσης ενέργειας είναι μηδέν γεγονός μη αποδεκτό για τριβώδες φαινόμενο:

Ρυθμός καταστροφής ενέργειας κατά την πλαστική παραμόρφωση (The rate of energy dissipation)

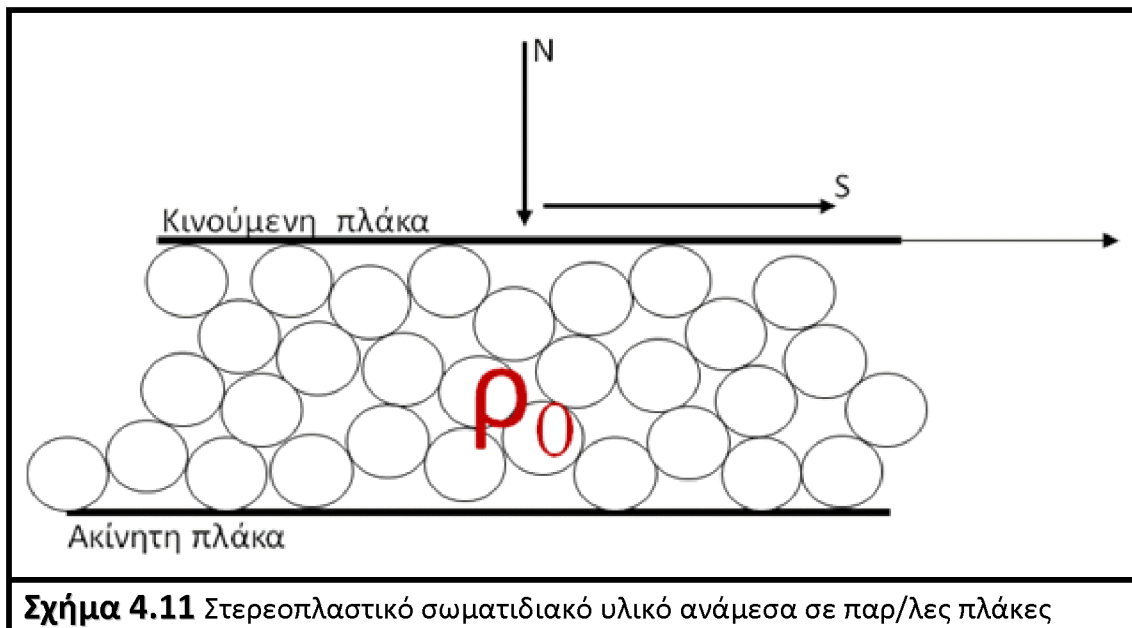
$$W = D_1 \sigma_1 = 2q(\Pi_{\bar{T}} - \sin^2 \varphi(\sigma)^2) = 0 \quad (4.20)$$

Επομένως το έργο των Drucker και Prager δεν κατάφερε να αποδώσει μια ακριβή περιγραφή του φαινομένου αλλά όμως έθεσε την βάση με την οποία μπορεί να εξαχθεί μία εξίσωση ορμής από ένα κριτήριο διαρροής.

Για να δοθεί μία πιο ακριβή περιγραφή της πυκνής σωματιδιακής ροής θα πρέπει πρώτα να γίνει κατανοητή η συμπεριφορά του υλικού κατά την διαρροή (πύκνωση – αρραίωση) και να αναλυθεί η *θεωρία κρίσιμης κατάστασης για τα σωματιδιακά υλικά (critical state theory)* (Schofield και Worth, 1968^[39]).

CRITICAL STATE THEORY

Θεωρείται στερεοπλαστικό σωματιδιακό υλικό (plastic-rigid και cohesionless) ανάμεσα σε παράλληλες πλάκες όπου η μία πλάκα είναι ακίνητη ενώ η άλλη κινείται με ταχύτητα παράλληλη στις πλάκες, τέτοια ώστε να προκαλεί στο υλικό διατμητική τάση (S) και επομένως το υλικό να παραμορφώνεται με την κίνηση της πλάκας (σχήμα 4.11). Ολόκληρο το υλικό έχει ομοιόμορφη φαινόμενη πυκνότητα (ρ_0) και βρίσκεται κάτω από σταθερό φορτίο N (ορθή τάση) λόγω της πάνω πλάκας.

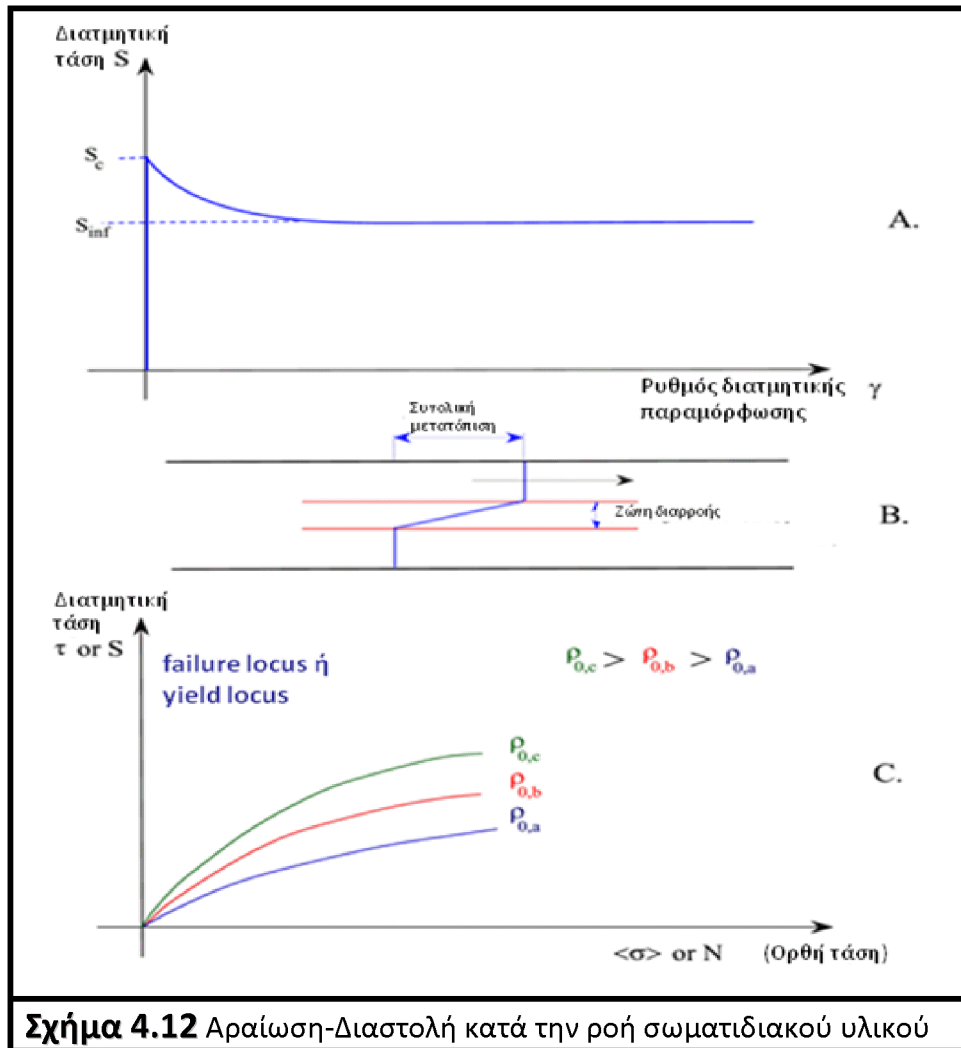


Υπάρχουν δύο πιθανές συμπεριφορές του υλικού ανάλογα με το κάθετο φορτίο (N) και την αρχική φαινόμενη πυκνότητα (ρ_0): Αραίωση και Πύκνωση.

Αραίωση-Διαστολή

Για υψηλή πυκνότητα ή μικρό κάθετο φορτίο, η συμπεριφορά λέγεται διαστολή-αραίωση failure, dilatation, dilatancy) (σχήμα 4.12). Αρχικά όσο αυξάνεται η διατμητική τάση δεν παρατηρείται κάποια παραμόρφωση, μέχρι να επιτευχθεί η τιμή της κρίσιμης διατμητικής τάσης (S_c) η οποία εξαρτάται από την ορθή τάση και την αρχική πυκνότητα.

Ύστερα αντί να απαιτείται μια σταθερή διατμητική τάση για την παραμόρφωση υπάρχει αρχικά μία ασυμπτωτική πτώση μέχρι μία σταθερή τιμή (S_{inf}) ανεξάρτητη της πυκνότητας αλλά συναρτήσει της ορθής τάσης (σχήμα 4.12a). Καθώς κινείται η πάνω πλάκα ουσιαστικά η διατμητική παραμόρφωση συμβαίνει σε ένα λεπτό στρώμα (ζώνη διαρροής) παράλληλο στις πλάκες αλλά μακριά από την κινούμενη πλάκα, δηλαδή κατά την ροή, ένα μέρος του υλικού κοντά στην κινούμενη πλάκα, κινείται μαζί της χωρίς ιδιαίτερη παραμόρφωση στο εσωτερικό του (σχήμα 4.12b).



Σχήμα 4.12 Αραίωση-Διαστολή κατά την ροή σωματιδιακού υλικού

Η μείωση της τιμής της S που χρειάζεται για να διατηρήσει την διαρροή αφού ξεπεραστεί η κρίσιμη τιμή (failure point S_c) σχετίζεται με την εξασθένιση του υλικού κατά την διάρκεια της πλαστικής παραμόρφωσης (βασικά χρειάζεται μικρότερη διατμητική τάση για την παραμόρφωση του υλικού). Στην ζώνη διαρροής παρατηρείται μείωση της φαινόμενης πυκνότητας. Αυτό το φαινόμενο διαστολής προκύπτει από το γεγονός ότι ένα πυκνό σωματιδιακό υλικό διασκορπίζεται έτσι ώστε να δημιουργηθεί χώρος και να μπορέσουν να κινηθούν τα σωματίδια του.

Στο επίπεδο τ - $\langle \sigma \rangle$ ή στο επίπεδο S - N για μία αρχική φαινόμενη πυκνότητα στην διαρροή προκύπτει μία κυρτή καμπύλη όπως στο σχήμα(4.12c). Αυτή η καμπύλη ονομάζεται failure locus ή yield locus. Έτσι όσο μεγαλύτερη είναι η ορθή τάση N τόσο μεγαλύτερη θα είναι η διατμητική τάση S ώστε να επιτευχθεί το σημείο της διαρροής. Επίσης φαίνεται ότι υπάρχει διαφορετικό failure locus για διάφορες τιμές της φαινόμενης πυκνότητας.

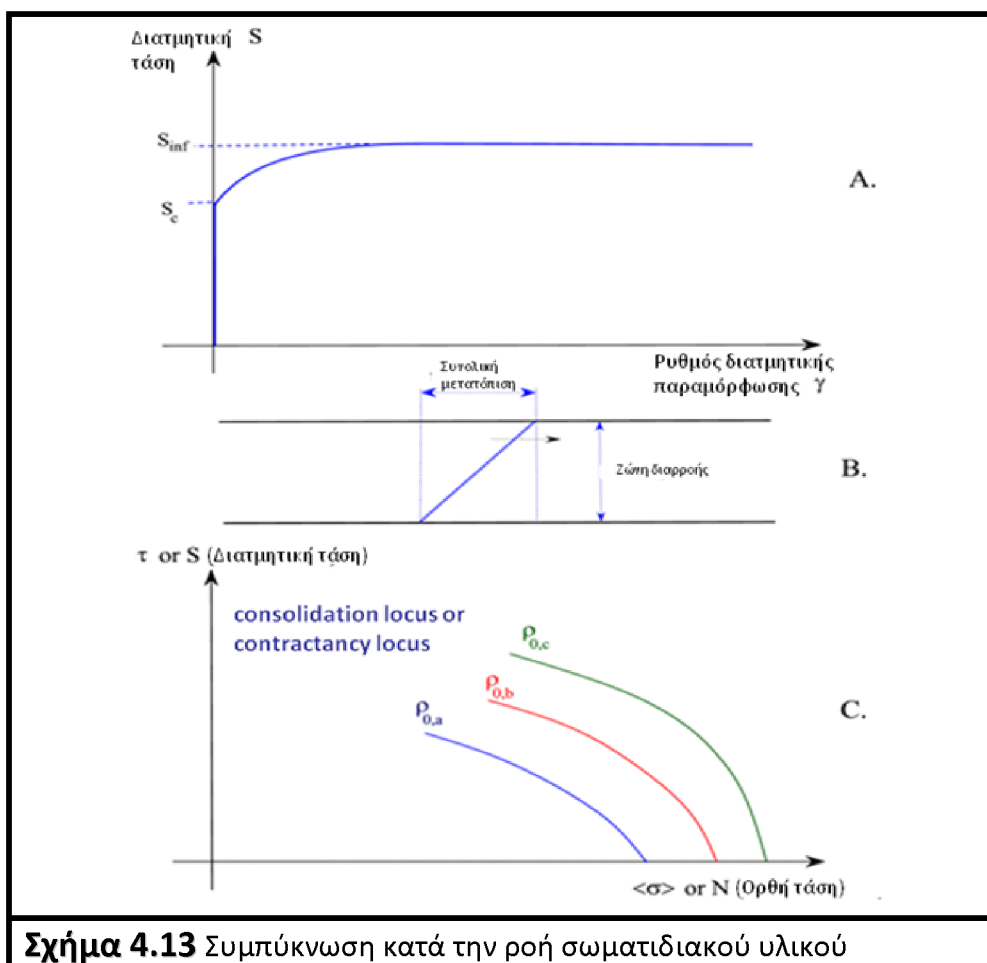
Για μια συγκεκριμένη ορθή τάση N , όσο μεγαλύτερη είναι η φαινόμενη πυκνότητα τόσο μεγαλύτερη είναι η διατμητική δύναμη για να φτάσουμε στο σημείο διαρροής.

Πρέπει να αναφερθεί ότι αφού η τιμή του S τείνει στο S_{inf} το υλικό τείνει προς μία σταθερή τιμή της φαινόμενης πυκνότητας και επομένως το φαινόμενο της διαστολής κάποια στιγμή θα σταματήσει.

Σύμφωνα με το νόμο Coulomb φαίνεται το yield locus να είναι ευθεία και όχι καμπύλη. Αυτό συμβαίνει γιατί ο νόμος του Coulomb περιγράφει μία ιδανική κατάσταση. Παρ' όλα αυτά όμως για τα περισσότερα υλικά η κυρτότητα αυτή είναι πολύ μικρή και μπορεί να προσομοιωθεί με μία ευθεία.

Συμπύκνωση

Όταν η αρχική φαινόμενη πυκνότητα είναι μικρή ή το N είναι μεγάλο η συμπεριφορά του υλικού είναι τελείως διαφορετική (σχήμα 4.13). Και πάλι χρειάζεται να επιτευχθεί μία κρίσιμη τιμή της διατμητικής τάσης (S_c) ώστε να αρχίσει η παραμόρφωση. Έπειτα αφού η παραμόρφωση ξεκινήσει για να διατηρηθεί πρέπει να αυξηθεί πλέον ασυμπτωτικά η εφαρμοζόμενη διατμητική τάση σε μία τελικά σταθερή τιμή (S_{inf}), ανεξάρτητη της φαινόμενης πυκνότητας (σχήμα 4.13a). Όπως δείχνει το (σχήμα 4.13b) η παραμόρφωση διανέμεται ομοιόμορφα σε όλο το σώμα του υλικού και όχι σε ένα λεπτό στρώμα όπως με το φαινόμενο της αραίωσης. Ως αποτέλεσμα αυτής της παραμόρφωσης έρχεται η αύξηση της φαινόμενης πυκνότητας σε όλο το σώμα του υλικού. Όταν όμως επιτευχθεί τιμή S_{inf} τότε και η φαινόμενη πυκνότητα τείνει σε σταθερή τιμή.



Σε αυτή την περίπτωση το υλικό παρουσιάζει κράτυνση και επομένως χρειάζεται μεγαλύτερη διατμητική τάση για να συνεχίσει την παραμόρφωσή του. Η αύξηση της φαινόμενης πυκνότητας μπορεί να φανεί και από το γεγονός ότι κατά την διάρκεια ενός τέτοιου πειράματος η κινούμενη πάνω πλάκα κινείται και προς τα κάτω. Το φαινόμενο αυτό λέγεται πύκνωση (consolidation, contractancy ή negative dilatancy).

Στο τ - $\langle\sigma\rangle$ επίπεδο ή στο S-N επίπεδο, για μία αρχική φαινόμενη πυκνότητα στο σημείο διαρροής (σχήμα 4.13c) όσο μεγαλύτερη είναι η ορθή τάση τόσο μικρότερη διατμητική τάση χρειαζόμαστε για να ξεκινήσει η διαρροή. Όπως και στην αραιώση αυτές οι καμπύλες εξαρτώνται από την αρχική φαινόμενη πυκνότητα. Για μία δοσμένη ορθή τάση, όσο μεγαλύτερη είναι η ρ_0 τόσο μεγαλύτερη είναι και η απαιτούμενη διατμητική τάση για να φτάσουμε το σημείο διαρροής. Αυτές οι καμπύλες στο τ - $\langle\sigma\rangle$ επίπεδο ονομάζονται consolidation locus or contractancy locus. Αξίζει να σημειωθεί ότι από το διάγραμμα (σχήμα 4.13c) φαίνεται ότι για πολύ μεγάλες ορθές τάσεις ισχύει $\tau = S = 0$ καθώς η καμπύλη τέμνει το άξονα N. Σε αυτό το σημείο το υλικό συμπυκνώνεται κάτω υπό την επίδραση μόνο ορθής τάσης χωρίς καθόλου διατμητική συνισταμένη.

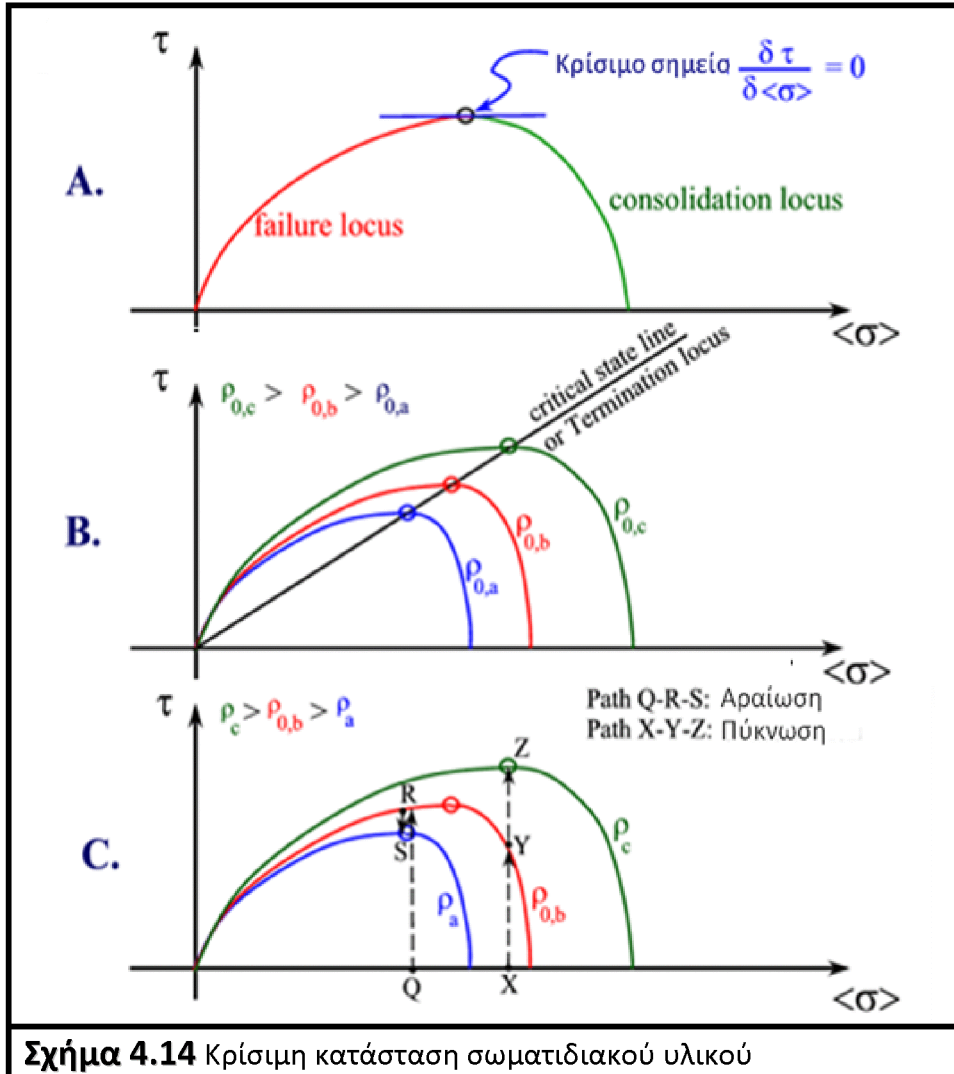
Επιφάνεια διαρροής και Κρίσιμη κατάσταση

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η επιφάνεια διαρροής, το yield locus (δηλαδή το failure locus και το consolidation locus) είναι μία συνάρτηση της αρχικής φαινόμενης πυκνότητας και την ορθής τάσης. Για μία δοσμένη πυκνότητα και 2D καταπόνηση η συνάρτηση διαρροής $\tau_{\langle\sigma\rangle,\rho_0}$, είναι μία καμπύλη στο επίπεδο τ - $\langle\sigma\rangle$ /S-N (σχήματα 4.14). Στο σχήμα (4.14A), όπου είναι σχεδιασμένες και οι δύο περιοχές, (γεωμετρικοί τόποι αραιώσης και πύκνωσης) η καμπύλη αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τμήμα μίας επιφάνειας στο $\tau - \langle\sigma\rangle - \rho$ χώρο. Στην εδαφική μηχανική το κομμάτι της επιφάνειας που παρουσιάζει την αραιώση λέγεται Hovrlsev Surface ενώ το κομμάτι που περιγράφει την πύκνωση λέγεται Roscoe surface. Το υλικό είναι απαραμόρφωτο αν το τ είναι μικρότερο από την τιμή της συνάρτησης $\tau_{\langle\sigma\rangle,\rho_0}$ ενώ είναι πλαστικό πάνω στην καμπύλη. Όπως έχει ήδη αναφερθεί όσο μεγαλύτερη είναι η πυκνότητα τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η απαιτούμενη τάση ώστε να παραμορφωθεί όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.14B. Στο $\tau - \langle\sigma\rangle - \rho$ χώρο το σύνολο των σημείων τομής (ένωσης) των επιφανειών Hovrlsev και Roscoe ορίζει μία καμπύλη που ονομάζεται Critical State Locus ή αλλιώς Termination Locus (στο τ - $\langle\sigma\rangle$ επίπεδο). Η καμπύλη αυτή είναι συνήθως ευθεία γραμμή και τέμνει την επιφάνεια διαρροής στα σημεία κρίσιμης κατάστασης (Critical State) του υλικού σχήματα (4.14B).

Ορισμένοι ερευνητές δίνουν μία επιπλέον ιδιότητα στα σημεία αυτά: Σε μία δοσμένη επιφάνεια διαρροής (δηλαδή για δοσμένη αρχική φαινόμενη πυκνότητα) το σημείο κρίσιμης κατάστασης είναι εκεί όπου η παράγωγος του $\tau_{\langle\sigma\rangle,\rho_0}$ είναι μηδεν δηλαδή $\frac{\partial \tau_{\langle\sigma\rangle,\rho_0}}{\partial \langle\sigma\rangle} = 0$.

Το υλικό θα πυκνώσει ή θα αραιώσει αν κατά την διαρροή το σημείο $(\tau, \langle\sigma\rangle)$ βρίσκεται δεξιά ή αριστερά της κρίσιμης γραμμής αντίστοιχα. Επομένως στην επιφάνεια διαρροής έχουμε μία πλευρά πύκνωσης (δεξιά πλευρά όπου $\frac{\partial \tau_{\langle\sigma\rangle,\rho_0}}{\partial \langle\sigma\rangle} < 0$) και μία πλευρά αραιώσης (αριστερή πλευρά όπου $\frac{\partial \tau_{\langle\sigma\rangle,\rho_0}}{\partial \langle\sigma\rangle} > 0$). Αυτό σημαίνει ότι όταν το υλικό φτάσει

ένα σημείο κρίσιμης κατάστασης ($\frac{\partial \tau_{((\sigma), \rho_0)}}{\partial \langle \sigma \rangle} = 0$), τότε θα παραμορφώνεται χωρίς καμία αλλαγή του όγκου του. Και επειδή στην διαρροή το υλικό αλλάζει φαινόμενη πυκνότητα το παραπάνω σημαίνει ότι καθώς παραμορφώνεται θα μεταφέρεται από μία επιφάνεια διαρροής σε μία άλλη μέχρι τελικά να φτάσει σε μία κρίσιμη κατάσταση όπου πλέον θα παραμορφώνεται χωρίς να αλλάζει ο όγκος του.

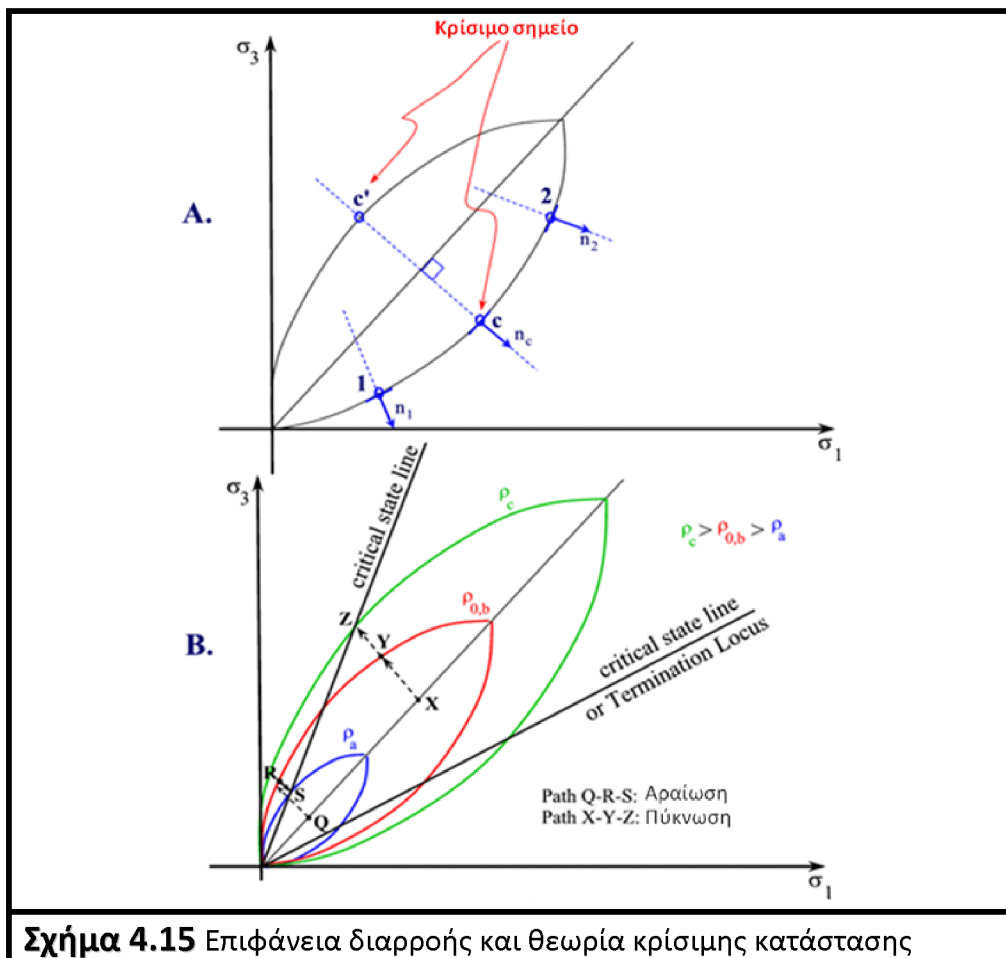


Σχήμα 4.14 Κρίσιμη κατάσταση σωματιδιακού υλικού

Το ερώτημα που πρέπει να απαντηθεί τώρα είναι, τί συμβαίνει σε ένα σωματιδιακό υλικό μίας αρχικής φαινόμενης πυκνότητας ρ_0 όταν εφαρμόζεται μέση ορθή τάση μεγαλύτερη ή μικρότερη από την μέση ορθή τάση στο κρίσιμο σημείο του (σχήμα 4.14C). Αν η μέση ορθή τάση είναι μεγαλύτερη τότε το υλικό θα έχει πυκνωτική συμπεριφορά (διαδρομή X-Y-Z). Σε αυτή την περίπτωση το υλικό είναι αρχικά στο σημείο X και δεν θα δεχτεί καμία παραμόρφωση όσο η διατμητική τάση είναι μικρότερη από αυτή που ορίζει το σημείο Y από την consolidation curve $\tau_{((\sigma), \rho_0)}$. Όταν η διατμητική τάση φτάσει στο σημείο Y το υλικό θα αρχίσει να παραμορφώνεται πλαστικά και να πυκνώνει μέχρι να φτάσει στην termination locus και το σημείο κρίσιμης κατάστασης Z. Το υλικό δηλαδή θα έχει αλλάξει φαινόμενη πυκνότητα από ρ_0 σε υψηλότερη ρ_c . Από εκεί και πέρα το υλικό θα συνεχίσει να ρέει αλλά με σταθερή φαινόμενη πυκνότητα. Αν η μέση ορθή τάση είναι μικρότερη από την μέση ορθή τάση του κρίσιμου σημείου το υλικό θα έχει συμπεριφορά αραίωσης (διαδρομή Q-R-S). Το υλικό αρχικά είναι στο σημείο M και δεν δέχεται καμία παραμόρφωση μέχρι η διατμητική τάση να είναι ίση με το σημείο N από την failure curve

$\tau_{(\sigma, \rho_0)}$. Από το σημείο N και μετά το υλικό θα ρέει πλαστικά ενώ ταυτόχρονα θα αραιώνει μέχρι να φτάσει στην termination locus και επομένως στην κρίσιμη κατάσταση μία άλλης χαμηλότερης φαινόμενης πυκνότητας ρ_a

Τα παραπάνω μπορούν να αναλυθούν και επίπεδο σ_1 - σ_3 . Σε αυτό το επίπεδο η επιφάνειες διαρροής έχουν την μορφή που φαίνεται στο σχήμα 4.15A. Φαίνονται επίσης και ότι η προβολή των κάθετων προς τα έξω διανυσμάτων στον υδροστατικό άξονα ($\sigma_1 = \sigma_{II}$) είναι διαφορετικές για αρραίωση και πύκνωση. Για χαμηλές σ_1 - σ_3 σημείο 1 παρατηρείται αρνητική προβολή του διανύσματος επομένως αρνητικό $tr\vec{D}$ και επομένως θετικό $din\vec{v}$ άρα αρραίωση. Για ψηλές σ_1 - σ_3 σημείο 2 το ανάποδο και επομένως συμβαίνει πύκνωση. Είναι εύκολο με αυτή την λογική να εντοπιστεί και το σημείο C ως κρίσιμο σημείο εκεί όπου το διάνυσμα είναι κάθετο και επομένως η προβολή μηδέν και έτσι δεν υπάρχει αλλαγή όγκου. Στο σχήμα 4.15B φαίνονται στο ίδιο επίπεδο διαφορετικές καμπύλες για τρεις διαφορετικές φαινόμενες πυκνότητες ενώ επίσης φαίνεται και η line of critical state. Επίσης υπάρχουν και η διαδρομές X-Y-Z και Q-R-S κατά την διάρκεια της αρραίωσης και πύκνωσης αντίστοιχα, σε αυτό το επίπεδο.



Σχήμα 4.15 Επιφάνεια διαρροής και θεωρία κρίσιμης κατάστασης

Περιγράφοντας λοιπόν την συμπεριφορά του υλικού κατά την διαρροή και αναπτύσσοντας την θεωρία της κρίσιμης κατάστασης προκύπτει ότι το κριτήριο Mohr-Coulomb και κατ' επέκταση η επιφάνεια διαρροής extended von Mises δεν εμπεριέχουν ούτε το φαινόμενο της πύκνωσης ούτε το σημείο την κρίσιμη κατάσταση του υλικού. Τα δύο αυτά κριτήρια κατ' αρχήν περιγράφουν μόνο την failure locus και με τέτοιο τρόπο (ευθεία γραμμή) που δεν μπορεί να περιγραφτεί ούτε το σημείο κρίσιμης κατάστασης.

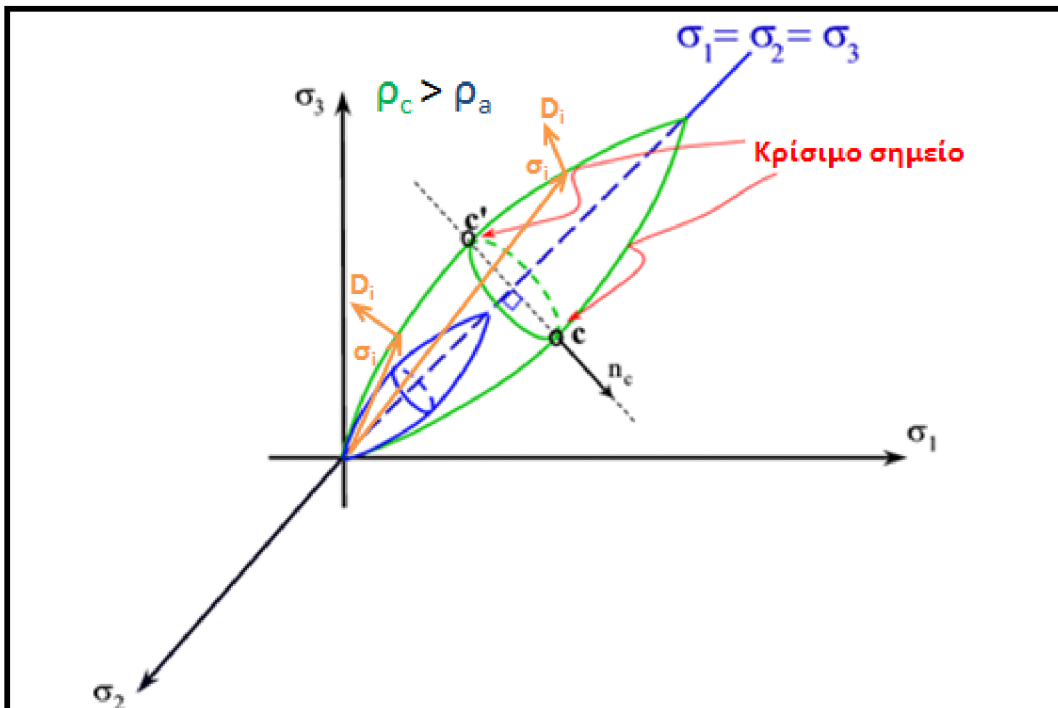
Είναι λοιπόν γεγονός ότι αναζητώντας ένα καλύτερο κριτήριο διαρροής πρέπει σε αυτό να εμπεριέχεται η θεωρία κρίσιμου σημείου (γραφικά αυτό σημαίνει μια κλειστή επιφάνεια που να συμπεριλαμβάνει ένα ελάχιστο και ένα μέγιστο σημείο πάνω στον υδροστατικό άξονα). Πέρα όμως από αυτό προκύπτει και η ανάγκη αυτή η επιφάνεια να είναι διαφορετική για κάθε φαινόμενη πυκνότητα. Επομένως η εξίσωση της επιφάνειας πρέπει να έχει και παραμέτρους όχι μόνο συναρτήσει ιδιοτήτων του υλικού (πχ $\tan\phi$) αλλά και συναρτήσει της φαινόμενης πυκνότητας. Αυτά τα χαρακτηριστικά εμπεριέχονται στην επιφάνεια που πρότεινε οι Gray και Stiles το 1988^[24].

4.5.4 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΔΙΑΡΡΟΗΣ GRAY-STILES

Μία εξίσωση επιφάνειας διαρροής που εμπεριέχει όλες τις ιδιότητες που περιγράφηκαν παραπάνω (αραίωση, πύκνωση, κρίσιμη κατάσταση υλικού, θετικό rate of energy dissipation) είναι η εξής κατά τους Gray και Stiles:

$$Y \equiv \Pi_{\bar{\tau}} + \sin^2 \varphi [(\langle \sigma \rangle - P)^2 - P^2] = 0 \quad (4.20)$$

Όπου, όπως και προηγουμένως, $\Pi_{\bar{\tau}}$, $\langle \sigma \rangle$, φ είναι η δεύτερη αναλλοίωτη του αποκλίνοντα τανυστή τάσεων, η συνολική μέση ορθή τάση και η γωνία εσωτερικής τριβής του υλικού αντίστοιχα. Κατά τους Gray και Stiles^[24] το P είναι μία θετική συνάρτηση που μετράει την συμπίεστικότητα του σωματιδιακού υλικού και αυξάνει μονότονα συναρτήσει της φαινόμενης πυκνότητας. Το P είναι μια υδροστατική πίεση λόγω εσωτερικής τριβής του σωματιδιακού υλικού (frictional pressure). Επομένως ισχύει $P = p_s^{fr}$ και ουσιαστικά είναι η πίεση του υλικού στην κρίσιμη κατάσταση σε μία δεδομένη φαινόμενη πυκνότητα. Η γραφική απεικόνιση της εξίσωσης (4.20) φαίνεται στο σχήμα 4.16 για δύο διαφορετικές φαινόμενες πυκνότητες.



Σχήμα 4.16 Η γραφική απεικόνιση της επιφάνειας διαρροής Gray και Stiles
Εντός της επιφάνειας μη παραμορφώσιμη κατάσταση ενώ πάνω
στην επιφάνεια πλαστική παραμόρφωση

Ουσιαστικά η επιφάνεια των Gray-Stiles είναι ένα σύνολο επιφανειών που κάθε επιφάνεια αντιστοιχεί σε κάποιο P που είναι συνάρτηση της φαινόμενης πυκνότητας. Επίσης αυτή η επιφάνεια φαίνεται να έχει δύο κορυφές πάνω στον υδροστατικό άξονα. Αυτό συμβαίνει γιατί η συγκεκριμένη επιφάνεια υπολογίζει και το φαινόμενο της αραίωσης και το φαινόμενο της πύκνωσης και επομένως είναι κλειστή επιφάνεια (παρ4.5.1).

Η ακτίνα της επιφάνειας (4.20) για μία σταθερή τιμή P συναρτήσει της $\langle\sigma\rangle$ ισούται με:

$$R_Y = \sqrt{2 \sin^2 \varphi \|(\langle\sigma\rangle - P)^2 - P^2\|} \quad (4.21)$$

Στις δύο κορυφές της επιφάνειας αυτής η ακτίνα είναι μηδέν (πάνω στο υδροστατικό άξονα) για $\langle\sigma\rangle = 0$ και $\langle\sigma\rangle = 2P$ και η ακτίνα είναι μέγιστη όταν $\langle\sigma\rangle = P$, που εκεί ορίζεται και το σημείο κρίσιμης κατάστασης. Λόγω της κυρτότητας της επιφάνειας αυτής, το κάθετο στην επιφάνεια και προς τα έξω διάνυσμα (D_i) έχει αρνητική προβολή στον υδροστατικό άξονα για $\langle\sigma\rangle < P$ (αραίωση) και θετική για $\langle\sigma\rangle > P$ (πύκνωση). Ενώ για το σημείο $\langle\sigma\rangle = P$ που ορίζει και την κρίσιμη κατάσταση του υλικού όπου το υλικό ρέει χωρίς μεταβολή της φαινόμενης πυκνότητας, το διάνυσμα είναι κάθετο στον υδροστατικό άξονα.

Επίσης αν γίνει χρήση του associated flow rule (εξ. 4.11) με αυτήν την εξίσωση επιφάνειας διαρροής (εξ. 4.20) και με την βοήθεια της (4.13c) για την δεύτερη αναλλοίωτη του αποκλίνοντα τανυστή τάσεων $\Pi_{\bar{r}}$ προκύπτει:

$$D_i = q \left[\frac{\partial Y}{\partial \sigma_i} \right] = q \left[(\sigma_i - \langle\sigma\rangle) + \frac{2}{3} \sin^2 \varphi (\langle\sigma\rangle - P) \right] \quad (4.22)$$

Για το $\text{div} \vec{u}$ πλέον ισχύει:

$$\text{div} \vec{u} = -\text{tr} \vec{D} = -\sum_{i=1}^3 D_i = -2q \sin^2 \varphi (\langle\sigma\rangle - P) \quad (4.23)$$

Και έτσι το αν το $\text{div} \vec{u}$ θα είναι θετικό ή αρνητικό εξαρτάται από το $(\langle\sigma\rangle - P)$. Αν $(\langle\sigma\rangle - P) < 0$ το $\text{div} \vec{u} > 0$ και έχουμε πράγματι αραίωση. Αν $(\langle\sigma\rangle - P) > 0$ τότε $\text{div} \vec{u} < 0$ και έχουμε πύκνωση. Ενώ αν $(\langle\sigma\rangle - P) = 0$ τότε $\text{div} \vec{u} = 0$ και δεν έχουμε ούτε αύξηση ούτε μείωση της φαινόμενης πυκνότητας όπως περιγράφεται και θεωρητικά για την κρίσιμη κατάσταση του υλικού.

4.5.5 ΚΡΙΤΗΡΙΟ GRAY-STILES ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Για την εξαγωγή της εξίσωσης ορμής του σωματιδιακού υλικού κατά την ροή του χρειάζεται με βάση την πλαστική θεωρία ένα κριτήριο διαρροής ή καλύτερα μία εξίσωση επιφάνειας διαρροής και ένας κανόνας ροής. Αν θεωρηθεί ως κανόνας ο associated flow rule μένει να επιλεγθεί εκείνη η επιφάνεια που περιγράφει καλύτερα την διαρροή του υλικού. Στην συγκεκριμένη εργασία προτείνεται η επιφάνεια διαρροής Gray-Stiles.

Η εξίσωση (4.22) γενικεύεται:

$$\vec{D} = q \vec{\bar{T}} + \frac{2}{3} q \sin^2 \varphi (\langle\sigma\rangle - P) \delta_{ij} \quad (4.24)$$

Και με χρήση της (4.23), η (4.24) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= q\bar{T} - \frac{1}{3} \operatorname{div}\vec{u} \delta_{ij} & a \\ \vec{D} + \frac{1}{3} \operatorname{div}\vec{u} \delta_{ij} &= q\bar{T} & b \\ \bar{D} &= q\bar{T} & c \end{aligned} \quad (4.25)$$

Όπου \bar{D} είναι ο αποκλίνων τανυστής ρυθμού παραμόρφωσης και \bar{T} ο αποκλίνων συνολικός τανυστής τάσεων. Με αυτήν την σχέση προκύπτει μία σχέση μεταξύ του τανυστή τάσεων και του ρυθμού παραμόρφωσης μόνο από το κανόνα ροής. Ένας τέτοιος κανόνας ροής που δίνει απευθείας αποτέλεσμα από την πλαστική θεωρία συχνά ονομάζεται Levy-Von Misses. Ο κανόνας ροής Levy-Von Misses αναγκαστικά υπονοεί ότι η σωματιδιακή ροή είναι ελαφρώς συμπιεστή. Αν η ροή είναι ασυμπιέστη τότε θα έπρεπε $\operatorname{div}\vec{u} = 0$

Επισημαίνεται επίσης κατά τον κανόνα ροής Levy-Von Misses οι κύριες διευθύνσεις του ρυθμού παραμόρφωσης ταυτίζονται με αυτές της εντατικής κατάστασης (co-axiality condition – κεφάλαιο 4.5.1). Τέλος ισχύει και η καθετότητα του ρυθμού παραμόρφωσης (normality conditions – κεφάλαιο 4.5.1) με την επιφάνεια διαρροής καθώς αποτελεί associated flow rule.

Απευθείας από την εξίσωση Gray-Stiles (4.20) προκύπτει ότι:

$$\Pi_{\bar{T}} = -\sin^2 \varphi [(\sigma) - P]^2 - P^2 \quad (4.26)$$

Η Ευκλείδεια νόρμα του αποκλίνοντα τανυστή τάσεων και του αποκλίνοντα τανυστή ρυθμού παραμόρφωσης είναι:

$$\|\bar{T}\| = \sqrt{\Pi_{\bar{T}}} \quad \text{και} \quad \|\bar{D}\| = \sqrt{\Pi_{\bar{D}}} \quad \text{αντίστοιχα.}$$

Οπότε μπορούμε να γραφτεί η (4.25c) ως:

$$\|\bar{T}\| = q\|\bar{D}\| \Leftrightarrow \Pi_{\bar{D}} = q^2 \Pi_{\bar{T}} \quad (4.27)$$

Από την εξίσωση (4.26) και με την (4.27) και την (4.23)

$$(4.26) \Rightarrow \frac{\Pi_{\bar{T}}}{\sin^2 \varphi} = P^2 - ((\sigma) - P)^2 \stackrel{(4.23)}{\Leftrightarrow} \frac{\Pi_{\bar{T}}}{\sin^2 \varphi} = P^2 - \frac{(\operatorname{div}\vec{u})^2}{4q^2 \sin^4 \varphi} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P^2 = \frac{4q^2 \Pi_{\bar{T}} \sin^2 \varphi + (\operatorname{div}\vec{u}_s)^2}{4q^2 \sin^4 \varphi} \stackrel{(4.27)}{\Leftrightarrow}$$

$$\stackrel{(4.27)}{\Leftrightarrow} 4q^2 \sin^4 \varphi P^2 = 4\Pi_{\bar{D}} \sin^2 \varphi + (\operatorname{div}\vec{u}_s)^2 \Leftrightarrow$$

$$q = \frac{\sqrt{4\Pi_{\bar{D}} \sin^2 \varphi + (\operatorname{div}\vec{u}_s)^2}}{2 \sin^2 \varphi P} \quad (4.28)$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί όλη αυτή η διαδικασία είναι απαραίτητη ώστε να εξαχθεί μία εξίσωση ορμής κατά την ροή ενός σωματιδιακού ρευστού. Η εξίσωση αυτή προκύπτει

από την αρχή διατήρησης της ορμής και είναι γνωστή ως εξίσωση Navier – Stokes για τα νευτώνια ρευστά. Η εξίσωση διατήρησης της ορμής εκφράζει τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, ότι δηλαδή η χρονική μεταβολή της ορμής ισούται με το άθροισμα των δροσών δυνάμεων. Μόνο από το κανόνα ροής έχουμε σχέσεις μεταξύ του τανυστή τάσεων και του ρυθμού παραμόρφωσης. Επίσης στο κεφάλαιο 2 (παρ. 2.11) από κινηματική των ρευστών έχουμε αντίστοιχες σχέσεις. Με παραλληλισμό των σχέσεων αυτών μπορούν να βρεθούν οι συντελεστές μ^{bulk} και μ^{shear} .

Ο συνολικός τανυστής τάσεων (παρ 2.11) για ένα πυκνό σωματιδιακό ρευστό είναι:

$$\vec{T}_s = p_s^{fr} \delta_{ij} + \vec{\tau}_s \quad a \quad (4.29)$$

$$\text{με} \quad \vec{\tau}_s = -\mu^{bulk} \text{div} \vec{u} \delta_{ij} + 2\mu^{shear} \left[\vec{D}_s + \frac{1}{3} \text{div} \vec{u}_s \delta_{ij} \right] \quad b$$

Ή αλλιώς

$$\vec{T}_s = \dot{T}_s + \bar{\bar{T}}_s \quad a$$

$$\dot{T}_s = p_s^{fr} \delta_{ij} - \mu^{bulk} \text{div} \vec{u}_s \delta_{ij} \quad b \quad (4.30)$$

$$\bar{\bar{T}}_s = 2\mu^{shear} \bar{\bar{D}} = 2\mu^{shear} \left[\vec{D}_s - \frac{1}{3} \text{tr} \vec{D}_s \delta_{ij} \right] \quad c$$

$$\text{με} \quad \vec{D}_s = -\frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) \quad d$$

$$\text{Και} \quad \text{tr} \vec{D}_s = -\text{div} \vec{u}_s$$

Όπου οι εξισώσεις (4.29) και (4.30a) είναι ο συνολικός τανυστής τάσεων, η εξίσωση (4.30b) είναι ο υδροστατικός/ισότροπος συνολικός τανυστής τάσεων, η εξίσωση (4.30c) είναι ο αποκλίνων συνολικός τανυστής τάσεων, η εξίσωση (4.30d) είναι ο τανυστής ρυθμού παραμόρφωσης (θετική είναι η συμπίεση), $\bar{\bar{D}}$ είναι ο αποκλίνων τανυστής ρυθμού παραμόρφωσης. Όπου δ_{ij} το δ του Kronecker και μ^{bulk} και μ^{shear} είναι οι συντελεστές ιξώδους πίεσης και συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας αντίστοιχα.

Αναζητώντας εκφράσεις για τους συντελεστές μ^{bulk} και μ^{shear} έχουμε

Από εξισώσεις (4.23) και (4.30b) με q από (4.28):

$$(4.30b) \xrightarrow{\text{η μέση ορθή πίεση}} \langle \sigma \rangle = p_s^{fr} - \mu^{bulk} \text{div} \vec{u}_s \xrightarrow{(4.23) \text{ με } P=p_s^{fr}}$$

$$\mu^{bulk} = \frac{1}{2q \sin^2 \varphi} \xrightarrow{(4.28)}$$

$$\boxed{\mu^{bulk} = \frac{p_s^{fr}}{\sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{\bar{D}}} + (\text{div} \vec{u}_s)^2}}} \quad (4.31)$$

Και από κανόνα Levy-Von Misses εξίσωση (4.25c) και από κινηματική ρευστών εξίσωση (4.30c):

$$\mu^{shear} = \frac{1}{2q} = \frac{p_s^{fr} \sin^2 \varphi}{\sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{D}} + (\text{div} \vec{u}_s)^2}} \quad (4.32)$$

Παρατηρείται όπως ήταν αναμενόμενο (παρ 2.11) κατά την σωματιδιακή ροή ο τανυστής τάσεων είναι ανεξάρτητος του τανυστή ρυθμού παραμόρφωσης. Τα στοιχεία του \vec{T}_s παραμένουν ίδια καθώς ο \vec{D}_s πολλαπλασιάζεται από έναν συντελεστή όπου στον παρονομαστή έχει $II_{\bar{D}}$ και $\text{div} \vec{u}_s$.

Με αντίστοιχο τρόπο προκύπτουν οι συντελεστές συνεκτικότητας και στην περίπτωση που ως επιφάνεια διαρροής θεωρηθεί αυτή των Drucker – Prager (extended Von Misses) οι οποίες και παρατίθενται παρακάτω. Οι σχέσεις αυτές χρησιμοποιούνται και στο συμβατικό μοντέλο του εμπορικού πακέτου Fluent 2006^[15].

$$\mu^{shear} = \frac{1}{2q} = \frac{p_s^{fr} \sin \varphi}{\sqrt{II_{\bar{D}}}} \quad (4.33)$$

Για το μ^{bulk} από την άλλη δεν μπορεί να βρεθεί κάποια σχέση και για το λόγο αυτόν θεωρείται μηδενικό.

$$\mu^{bulk} = 0 \quad (4.34)$$

Κεφάλαιο 5

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΗ

5.1 ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΩΝ ΕΙΣΩΣΕΩΝ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Κατά την αριθμητική μοντελοποίηση των CFBs τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται βασίζονται στις εξισώσεις Euler για τις δύο φάσεις της ροής (TFM-Two Fluids Model). Και επομένως η ίδια προσέγγιση θα χρησιμοποιηθεί και στο σύστημα ανακυκλοφορίας. Όπως προκύπτει από την δουλειά του Ge et al.^[16] Αυτή η μεθοδολογία είναι η μόνη πρακτικά εφαρμόσιμη σε τόσο πυκνές ροές με εκατομμύρια σωματίδια. Η μοντελοποίηση κατά Lagrange που ακολουθείται σε λέβητες κονιοποιημένου καυσίμου έχει επαρκή ακρίβεια για ποσοστά όγκου σωματιδίων μικρότερα από 1% λόγω της δυσκολίας μοντελοποίησης των δυνάμεων μεταξύ των σωματιδίων.

Στην εξίσωση 5.1 παρουσιάζεται η εξίσωση συνέχειας για το αέριο και το στερεό αντίστοιχα:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_g \rho_g) + \nabla \cdot (\varepsilon_g \rho_g \vec{u}_g) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_s \rho_s) + \nabla \cdot (\varepsilon_s \rho_s \vec{u}_s) &= 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

Εξ' ορισμού ισχύει $\varepsilon_s + \varepsilon_g = 1$

Στην εξίσωση 5.2 έχουμε την εξίσωση της ορμής για το αέριο και το στερεό. Η βασική αρχή κατά την προσέγγιση TFM είναι ότι η στερεή σωματιδιακή φάση προσομοιώνεται με ρευστό (παρ 4.1) με ανηγμένη συνεκτικότητα. Επομένως και για την σωματιδιακή στερεή φάση χρησιμοποιείται ως εξίσωση ορμής μία αντίστοιχη των ρευστών.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_g \rho_g \vec{u}_g) + \nabla \cdot (\varepsilon_g \rho_g \vec{u}_g \vec{u}_g) &= -\varepsilon_g \nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau}_g + \varepsilon_g \rho_g \vec{g} + \beta (\vec{u}_s - \vec{u}_g) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_s \rho_s \vec{u}_s) + \nabla \cdot (\varepsilon_s \rho_s \vec{u}_s \vec{u}_s) &= -\varepsilon_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \vec{\tau}_s + \varepsilon_s \rho_s \vec{g} + \beta (\vec{u}_g - \vec{u}_s) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι το σύστημα εξισώσεων 5.1 και 5.2 είναι υπερβολικό για τα σωματίδια και παραβολικό για την αέρια φάση (Tsuo and Gidaspow, 1990^[46]).

Όπως περιγράφεται εισαγωγικά του κεφαλαίου 4(παρ 4.2) η σωματιδιακή στερεή φάση διακρίνεται σε δύο περιπτώσεις ανάλογα με την συγκέντρωση των σωματιδίων (ε_s). Όσον αφορά την αραιή/σχετικά αραιή ροή, εκεί επικρατεί η κινητική σωματιδιακή θεωρία (τα σωματίδια βρίσκονται σε συνεχή και χαοτική κινητικότητα εντός του ρευστού φορέα). Στην περίπτωση της πυκνής ροής, επικρατεί η ελαστο-πλαστική θεωρία και

κυρίαρχο ρόλο παίζουν οι μόνιμες και συνεχείς τάσεις επαφής και τριβών μεταξύ των σωματιδίων. Η κρίσιμη τιμή της συγκέντρωσης των σωματιδίων που ορίζει τη μετάβαση από την μία περίπτωση στην άλλη στην διεθνή βιβλιογραφία είναι η τιμή $\varepsilon_s^{fr} = 0,5$ [21].

Επομένως διακρίνονται δύο περιπτώσεις όπου:

- Για $\varepsilon_s < \varepsilon_s^{fr} = 0,5$ και αραιή ροή προτείνεται:

Η πίεση του στερεού και οι τάσεις είναι εκφρασμένες με βάση την κινητική σωματιδιακή θεωρία ώστε να επιτυγχάνεται καλή προσέγγιση της φυσικών νόμων που διέπουν το φαινόμενο. Επομένως ορίζεται μία σωματιδιακή θερμοκρασία Θ_s σε αντιστοιχία με το γνωστό μέγεθος της θερμοκρασίας αερίου. Με τον ίδιο τρόπο ορίζεται και η μερική διαφορική εξίσωση της μεταφοράς της κοκκώδους θερμοκρασίας (Ding and Gidasrow, 1994^[13]). Χάρην απλούστευσης και χωρίς κάποια σημαντική επίδραση στην ακρίβεια του υπολογιστικού μοντέλου οι Wachem et al., 2001^[48] εισήγαγαν μια αλγεβρική έκφραση για την κοκκώδη θερμοκρασία (εξ. 5.3).

$$(-p_s \vec{I} + \vec{\tau}_s) : \nabla \vec{u}_s - \gamma_{\Theta_s} - 3\beta \Theta_s = 0 \quad \text{Syamlal et al. 1988}^{[44]} \quad (5.3)$$

Πρέπει να επισημανθεί πως η προαναφερθείσα αλγεβρική εξίσωση προκύπτει από την αντίστοιχη μερική διαφορική εάν αμεληθούν οι όροι διάχυσης και συναγωγής.

Η πίεση του στερεού ορίζεται μέσω μία καταστατικής εξίσωσης. Στην εξίσωση 5.4 ο πρώτος όρος είναι όμοιος με την γνωστή καταστατική εξίσωση για τα ιδανικά αέρια. Ο δεύτερος όρος συνυπολογίζει την επίδραση των συγκρούσεων μεταξύ των σωματιδίων.

$$p_s = \varepsilon_s \rho_s \Theta_s + 2\rho_s (1 + e_{ss}) \varepsilon_s^2 g_0 \Theta_s \quad \text{Lun et al., 1984}^{[31]} \quad (5.4)$$

Ο συνεκτικός τανυστής τάσεων $\vec{\tau}$ για την κάθε φάση (αέριο – στερεό) δίνεται από την σχέση (κεφ2)

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_g &= \varepsilon_g \mu_g^{shear} (\nabla \vec{u}_g + \nabla \vec{u}_g^T) - \varepsilon_g \left(\mu_g^{bulk} - \frac{2}{3} \mu_g^{shear} \right) (\nabla \cdot \vec{u}_g) \vec{I} \\ \vec{\tau}_s &= \varepsilon_s \mu_s^{shear} (\nabla \vec{u}_s + \nabla \vec{u}_s^T) - \varepsilon_s \left(\mu_s^{bulk} - \frac{2}{3} \mu_s^{shear} \right) (\nabla \cdot \vec{u}_s) \vec{I} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Ο δυναμικός συντελεστής συνεκτικότητας του στερεού (μ_s^{shear}) είναι το άθροισμα

$$\mu_s^{shear} = \mu_{s,kin} + \mu_{s,col} \quad \text{όπου:}$$

$$\begin{aligned} \mu_{s,kin} &= \frac{2}{3} \sqrt{\Theta_s} \sqrt{\frac{3\pi}{2} \frac{d_p \rho_s}{24 \varepsilon_s g_0} \frac{(5 + 2\varepsilon_s g_0 (1 + e_{ss}) (3e_{ss} - 1))}{(1 + e_{ss}) (3 - e_{ss})}} \times \\ &\times \left(1 + \frac{45}{6} \frac{\mu_g}{\varepsilon_s d_p \rho_s g_0 \Theta_s (1 + e_{ss}) (3 - e_{ss})} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Boelle et al. 1995^[4] & Gevrin et al. 2008^[19]

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5} \varepsilon_s \rho_s g_0 (1 + e_{ss}) \left(\mu_{s,kin} + d_p \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} \right) \quad (5.7)$$

Boelle et al. 1995^[4] & Gevrin et al. 2008^[19]

Ο συντελεστής ιξώδους πίεσης (μ_s^{bulk}) ορίζεται στην εξίσωση 5.8

$$\mu_s^{bulk} = \frac{4}{3} \varepsilon_s \rho_s d_p g_0 (1 + e_{ss}) \left(\frac{\theta_s}{\pi} \right)^{1/2} \quad \text{Lun et al., 1984}^{[31]} \quad (5.8)$$

- Για $\varepsilon_s \geq \varepsilon_s^{fr} = 0,5$ και πυκνή ροή έχουμε:

Η υδροστατική πίεση του στερεού προσεγγίζεται από την σχέση των Johnson και Jackson (1987) αλλά υπάρχουν και εναλλακτικές προσεγγίσεις όπως των Ogawa et al. (1980)^[35]. Η πίεση αυτή μετράει την συμπιεστότητα του σωματιδιακού υλικού και ουσιαστικά είναι η πίεση του υλικού στην κρίσιμη κατάσταση σε μία δεδομένη φαινόμενη πυκνότητα, συνεπώς είναι συνάρτηση του ποσοστού όγκου των σωματιδίων. (παρ 4.5.3 – 4.5.4).

$$p_s^{fr} = 0,1 \varepsilon_s \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_s^{fr})^2}{(\varepsilon_s^{max} - \varepsilon_s)^5} \quad \text{Johnson και Jackson (1987)}^{[26]} \quad (5.9)$$

Οι ταυιστές τάσεων για την στερεή φάση είναι ίδιος με εκείνον της αραιής ροής (εξ 5.5) όπου όμως:

- ο δυναμικός συντελεστής συνεκτικότητας (shear viscosity – μ_s^{shear}) είναι πλέον το άθροισμα:

$$\mu_s^{shear} = \mu_{s,kin} + \mu_{s,col} + \mu_{s,fr}$$

όπου οι $\mu_{s,kin}$, $\mu_{s,col}$ δίνονται από τις σχέσεις 5.6, 5.7

ενώ ο τελευταίος επιπλέον όρος ($\mu_{s,fr}^{shear}$) δίνεται από την σχέση 5.10:

$$\mu_{s,fr}^{shear} = \frac{p_s^{fr} \sin^2 \varphi}{\sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{D}} + (div \vec{u})^2}} \quad (5.10)$$

- Και ο συντελεστής ιξώδους πίεσης (bulk viscosity) δίνεται από την σχέση 5.11:

$$\mu_{s,fr}^{bulk} = \frac{p_s^{fr}}{\sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{D}} + (div \vec{u})^2}} \quad (5.11)$$

Οι δύο τελευταίες σχέσεις προέκυψαν χρησιμοποιώντας ως επιφάνεια διαρροής εκείνη των Gray – Stiles (παρ 4.5.4)

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται συνοπτικά η παραπάνω μεθοδολογία (πιν. 5.1), οι οποία και εισήχθη στο εμπορικό πακέτο Fluent χρησιμοποιώντας κατάλληλες συναρτήσεις χρήστη (User Defined Functions- UDFs) καθώς και οι διαφορές με το συμβατικό μοντέλο του Fluent (πιν. 5.2)

$$\begin{aligned}
\text{a. } & \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_s \rho_s) + \nabla \cdot (\varepsilon_s \rho_s \vec{u}_s) = 0 \\
\text{b. } & \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_s \rho_s \vec{u}_s) + \nabla \cdot (\varepsilon_s \rho_s \vec{u}_s \vec{u}_s) = -\varepsilon_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \vec{\tau}_s + \varepsilon_s \rho_s \vec{g} + \beta (\vec{u}_g - \vec{u}_s) \\
\text{c. } & P_s = \begin{cases} \varepsilon_s < \varepsilon_s^{fr} & \Rightarrow \varepsilon_s \rho_s \theta_s + 2\rho_s (1 + e_{ss}) \varepsilon_s^2 g_0 \theta_s & \text{Lun et al. (1984)} \\ \varepsilon_s \geq \varepsilon_s^{fr} & \Rightarrow P_s^{fr} = 0,1 \varepsilon_s \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_s^{fr})^2}{(\varepsilon_s^{max} - \varepsilon_s)^5} & \text{Johnson και Jackson (1987)} \end{cases} \\
\text{d. } & \vec{\tau}_s = \varepsilon_s \mu_s^{shear} (\nabla \vec{u}_s + \nabla \vec{u}_s^T) - \varepsilon_s \left(\mu_s^{bulk} - \frac{2}{3} \mu_s^{shear} \right) (\nabla \cdot \vec{u}_s) \vec{I} \\
\text{e. } & \mu_s^{shear} = \begin{cases} \varepsilon_s < \varepsilon_s^{fr} & \Rightarrow \mu_{s,kin} + \mu_{s,col} \\ \varepsilon_s \geq \varepsilon_s^{fr} & \Rightarrow \mu_{s,kin} + \mu_{s,col} + \mu_{s,fr} \end{cases} \\
\text{f. } & \mu_s^{bulk} = \begin{cases} \varepsilon_s < \varepsilon_s^{fr} & \Rightarrow \frac{4}{3} \varepsilon_s \rho_s d_s g_0 (1 + e_{ss}) \left(\frac{\theta_s}{\pi} \right)^{1/2} & \text{Lun et al., 1984} \\ \varepsilon_s \geq \varepsilon_s^{fr} & \Rightarrow \mu_{s,fr}^{bulk} \end{cases}
\end{aligned}$$

Πίνακας 5.1. Συνοπτική παρουσίαση της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε.

| | Συμβατικό μοντέλο (Fluent) | Προτεινόμενο μοντέλο |
|----------------------|---|--|
| $\mu_{s,kin}$ | $\frac{10\rho_s d_p \sqrt{\theta_s \pi}}{96(1+e_{ss})g_0} \times \left(1 + \frac{4}{5} g_0 \varepsilon_s (1 + e_{ss})\right)^2 \text{ †}$ | $\frac{2}{3} \sqrt{\theta_s} \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \frac{d}{24\varepsilon_s g_0} \frac{(5+2\varepsilon_s g_0(1+e_{ss})(3e_{ss}-1))^{-1}}{(1+e_{ss})(3-e_{ss})} \times \left(1 + \frac{45}{6} \frac{\mu_g}{\varepsilon_s d_p \rho_s g_0 \theta_s (1+e_{ss})(3-e_{ss})}\right) \text{ †, ‡}$ |
| $\mu_{s,col}$ | $\frac{4}{5} \varepsilon_s \rho_s d_p g_0 (1 + e_{ss}) \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} \text{ †}$ | $\frac{4}{5} \varepsilon_s \rho_s g_0 (1 + e_{ss}) \left(\mu_{s,kin} + d_p \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} \right) \text{ †, ‡}$ |
| $\mu_{s,fr}^{shear}$ | $\frac{P_s^{fr} \sin \varphi}{2\sqrt{II_{\bar{D}}}} \text{ ‡}$ | $\frac{P_s^{fr} \sin^2 \varphi}{\sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{D}} + (\nabla \cdot \vec{u})^2}} \text{ †}$ |
| $\mu_{s,fr}^{bulk}$ | 0 | $\frac{P_s^{fr}}{\sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{D}} + (\nabla \cdot \vec{u})^2}} \text{ †}$ |
| g_0 | $\left(1 - \left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s^{max}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} \text{ †}$ | $\left(1 - \left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s^{max}}\right)\right)^{-2,5\varepsilon_s^{max}} \text{ †}$ |

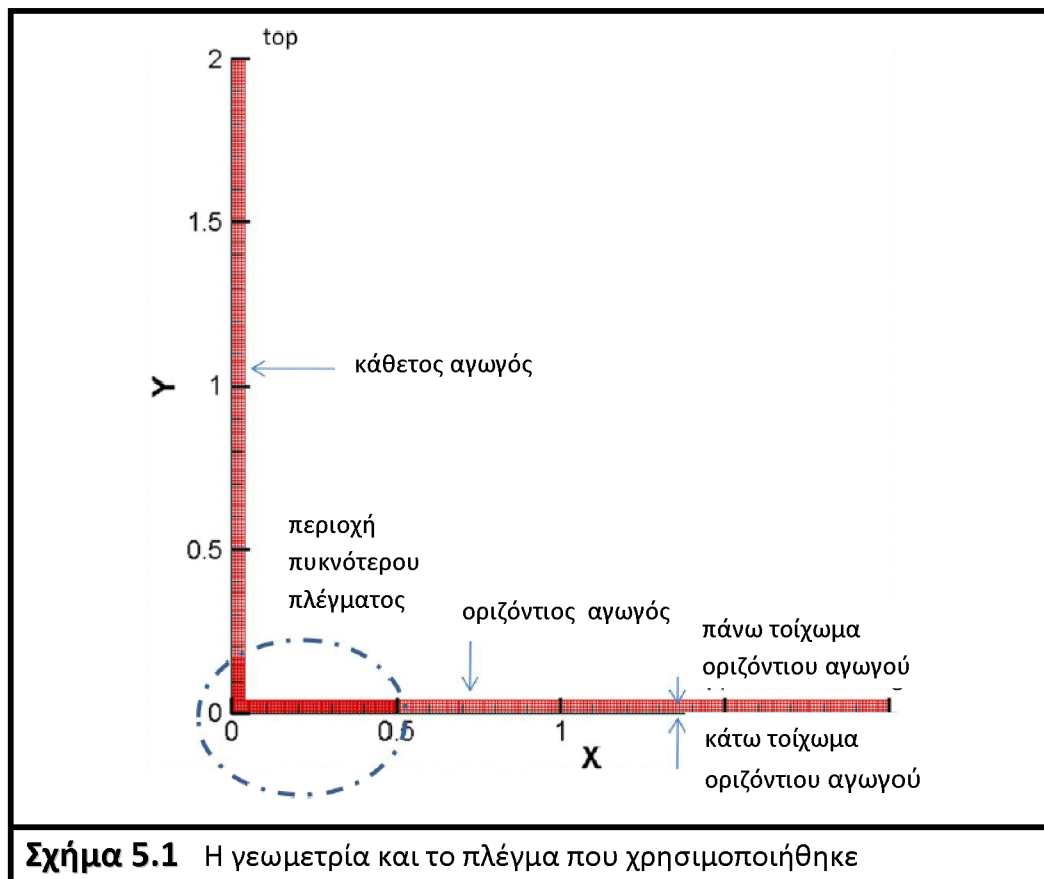
Πίνακας 5.2. Διαφορές στις εξισώσεις συνεκτικότητας των δύο μοντέλων. † Gidaspow, et al. 1984; ‡ Boelle et al. 1995^[4]; † Gevrin et al. 2008^[19]; ‡ Johnson και Jackson, 1987^[26]; † Dartevelle 2003^[10]; † Ogawa et al. 1980^[35]; † Lun et al. 1984^[31]

5.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΑΠΟΘΕΣΗΣ ΤΗΣ ΑΜΜΟΥ

5.2.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Για την διερεύνηση της ορθής μοντελοποίησης της εσωτερικής τριβής των πολύ πυκνών ρών σωματιδίων επιλέχθηκε να μοντελοποιηθεί ένα πείραμα για την μέτρηση της γωνίας απόθεσης άμμου το οποίο διεξήχθη στο Πανεπιστήμιο της Στουτγάρδης από τον Νικολοπουλος (2006)^[32]. Η γεωμετρία της εγκατάστασης που χρησιμοποιήθηκε κατά το πείραμα ήταν απλή και αποτελείται από δύο κάθετους αγωγούς, διαμέτρου 40 mm, σε σχήμα L όπου στον κατακόρυφο αγωγό αφέθηκε με σταθερό ρυθμό να πέσει με ελεύθερη πτώση το υλικό. Αφού το υλικό στο κομμάτι που ενώνονται οι δύο αγωγοί σταμάτησε να κινείται μετρήθηκε η γωνία απόθεσης ($\phi = 36.03^\circ$). Η μέση διάμετρος της άμμου (d_p) που χρησιμοποιήθηκε ήταν 462 μm ενώ η πυκνότητα 2600 kg/m^3 .

Διερευνώντας λοιπόν την ορθή αριθμητική μοντελοποίηση του πειράματος θα εφαρμοστούν και τα δύο μοντέλα το ένα το συμβατικό μοντέλο του fluent που συναντάμε και στην βιβλιογραφία και το άλλο το προτεινόμενο που αναπτύχθηκε ως τώρα στην παρούσα εργασία (πίνακας 5.2). Επιλέχθηκε η δισδιάστατη μοντελοποίηση για λόγους υπολογιστικού κόστους. Το κύριο αριθμητικό πλέγμα είχε ανάλυση $10^{-4} \text{ m}^2/\text{cell}$ και επομένως 2352 τετράγωνα κελιά. Για να μεγαλύτερη αριθμητική ακρίβεια γύρω από το σημείο ένωσης των δύο αγωγών χρησιμοποιήθηκε πυκνότερο πλέγμα με ανάλυση $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{cell}$. Η γεωμετρία της διάταξης αλλά και το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο σχήμα 5.1



Ο συντελεστής β (συντελεστής εναλλαγής ορμής μεταξύ των φάσεων) εκφράζεται από την σχέση 5.12 του Gidaspow (Ding and Gidaspow, 1990^[13]) αφού σε τόσο πυκνή ροή σωματιδίων η υπόθεση ομογενών συνθηκών εντός του όγκου ελέγχου είναι αρκετά ακριβής (Nikolopoulos, Atsonios, Nikolopoulos, Grammelis and Kakaras, 2010^[33], Zhang, Lu, Wang and Li, 2008^[56])

$$\beta = \begin{cases} \frac{3}{4} C_{D0,f} \frac{\rho_g \varepsilon_g \varepsilon_s |\bar{u}_g - \bar{u}_s|}{d_p} \varepsilon_g^{-2,65}, & \varepsilon_s \leq 0,2 \\ 150 \frac{\varepsilon_s^2 \mu_g}{\varepsilon_g d_p^2} + 1,75 \frac{\rho_g \varepsilon_s |\bar{u}_g - \bar{u}_s|}{d_p}, & \varepsilon_s > 0,2 \end{cases} \quad (5.12)$$

Στον πίνακα 5.3 παρουσιάζονται οι πιο σημαντικές παράμετροι του μοντέλου

| | | | | |
|-----------------------|---------------------|-----|---|-------------------|
| e_{ss} | 0,9 | ‡ Ж | ρ_s | 2600 |
| ε_s^{max} | 0,65 | | d_p | 462 μm |
| ε_s^{fr} | 0,5 | † | Πίνακα 5.3 Παράμετροι του μοντέλου. ‡ Ding και Gidaspow 1990 ^[13] ; Ж Hartge, Ratschow, Wischnewski και Werther, 2009 ^[25] ; † Gidaspow, Bezburuah και Ding 1992 ^[21] | |
| ρ_g | 1,225 | | | |
| μ_g | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | | | |

Ο συντελεστής αποκατάστασης (restitution coefficient, e_{ss}) τέθηκε ίσος με 0.9, τυπική τιμή (Nikolopoulos^b et al. 2010^{[33][34]}, Ding και Gidaspow 1990^[13], Hartge et al. 2009^[25]) για Geldart B σωματίδια (Geldart, 1973^[17]). Επιπλέον όσον αφορά τις συνοριακές συνθήκες μεγάλη πολυπλοκότητα παρουσιάζει η συνθήκη για την αλληλεπίδραση ορμής μεταξύ σωματιδίων και στερεών τοιχωμάτων (Boutreux, Raphae και Gennes, 1997^[5]). Εν γένει στις ρευστοποιημένες κλίνες έχουν χρησιμοποιηθεί συνθήκες μη ολίσθησης, ελεύθερης ολίσθησης αλλά και μερικής ολίσθησης (Johnson και Jackson, 1987^[26]). Η μερική ολίσθηση των σωματιδίων θεωρείται ως η πιο ορθή μοντελοποίηση για τον αντιδραστήρα όπου υπάρχουν όμως ροές με ποσοστό όγκου σωματιδίων μικρότερο από το ε_{fr} . Τέλος, στην παρούσα εργασία δοκιμάστηκαν παραμετρικά όλες οι προσεγγίσεις όσον αφορά τα τοιχώματα του οριζόντιου αγωγού.

Τέλος η μάζα των σωματιδίων δεν μετρήθηκε πειραματικά. Η τιμή της μάζας δεν επηρεάζει την γωνία απόθεσης του υλικού όπως θα φανεί και αργότερα. Επιλέγοντας τιμή παροχής τα 1,04kg/s για χρονική περίοδο 0,4s μας δίνει μάζα 0,416kg. Μετά την πάροδο των 0,4 δευτερολέπτων η παροχή στην είσοδο τέθηκε ίση με μηδέν και επομένως η ποσότητα των 0,416kg έπεσε ελεύθερα κατά μήκος του κάθετου αγωγού. Πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι η μάζα εισήχθηκε ομοιόμορφα στο κάθετο αγωγό.

Στον πίνακα 5.4 φαίνονται όλες οι περιπτώσεις που δοκιμάστηκαν και έτρεξαν με την βοήθεια του εμπορικού πακέτου Fluent έτσι ώστε να προσεγγιστεί αριθμητικά το επιθυμητό πείραμα. Οι δύο πρώτες περιπτώσεις A και B που έτρεξαν είναι ουσιαστικά οι δύο υπολογιστικές προσεγγίσεις, η μία η συμβατική που υιοθετεί το κριτήριο διαρροής Drucker Prager (case A) και η δεύτερη η προτεινόμενη που υιοθετεί το κριτήριο Pitman–Shaeffer–Gray–Stiles (case B). Και στα δύο μοντέλα (A, B) αρχικά στα τοιχώματα θεωρήθηκαν συνθήκες μη ολίσθησης. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις γίνεται, για το προτεινόμενο μοντέλο, παραμετρική εξέταση όσον αφορά της επίδρασης διαφορετικών συνοριακών συνθηκών (case C,D,E) καθώς και η περίπτωση διέλευσης διπλάσιας μάζας (case F).

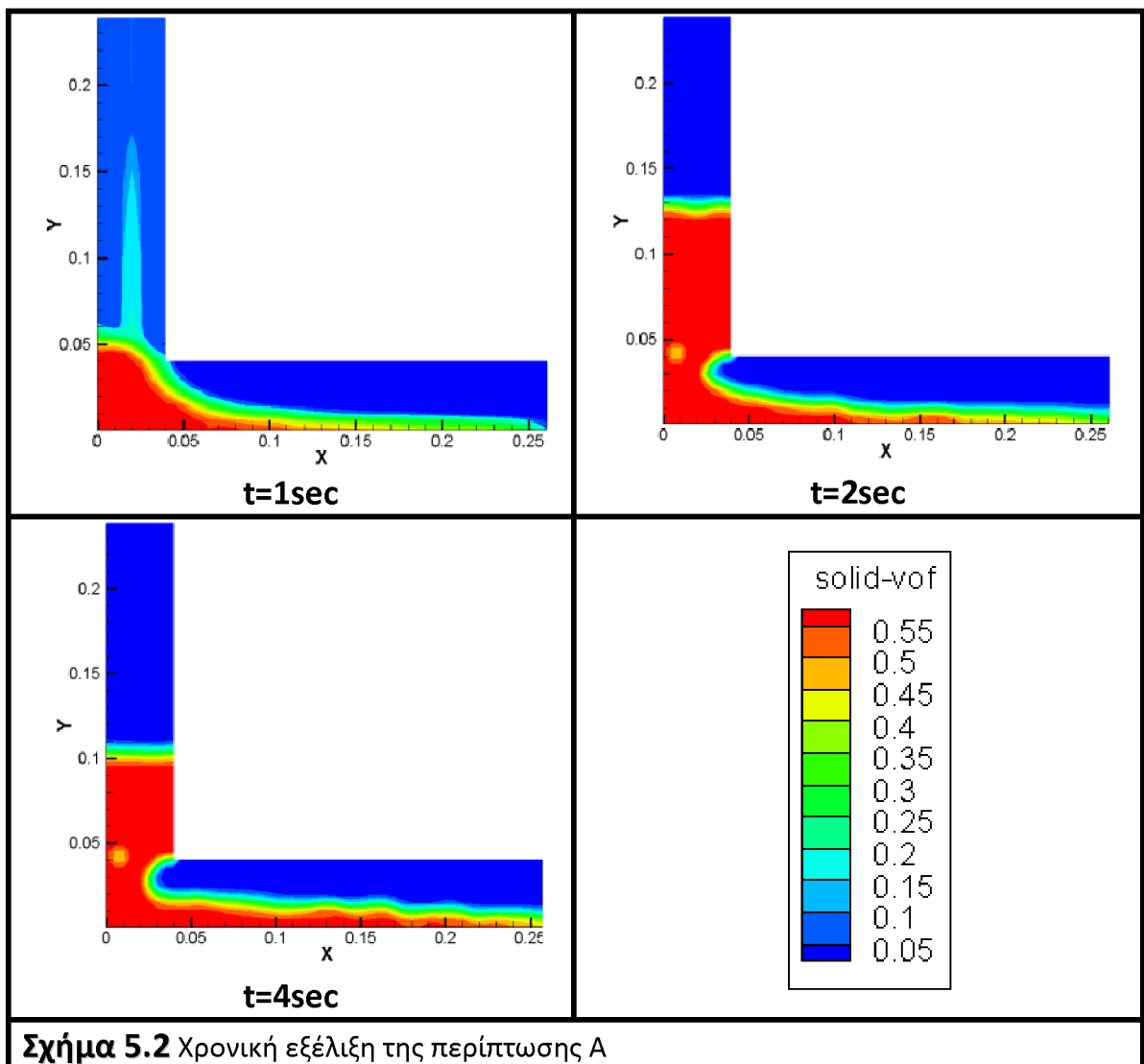
| Περιπτώσεις | μοντέλο | Μάζα (kg) | Κάθετος αγωγός | Οριζόντιος αγωγός (Κάτω τοίχωμα) | Οριζόντιος αγωγός (Πάνω τοίχωμα) |
|-------------|----------------|-----------|-----------------|----------------------------------|----------------------------------|
| A | Drucker–Prager | 1,04 | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση |
| B | Grey – Styles | 1,04 | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση |
| C | Grey – Styles | 1,04 | Μη-ολίσθηση | Μερική-ολίσθηση | Μερική-ολίσθηση |
| D | Grey – Styles | 1,04 | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση | Μερική-ολίσθηση |
| E | Grey – Styles | 1,04 | Μερική-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση |
| F | Grey – Styles | 2,08 | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση | Μη-ολίσθηση |

Πίνακας 5.4 Οι αρχικές και συνοριακές συνθήκες των περιπτώσεων που εξετάστηκαν

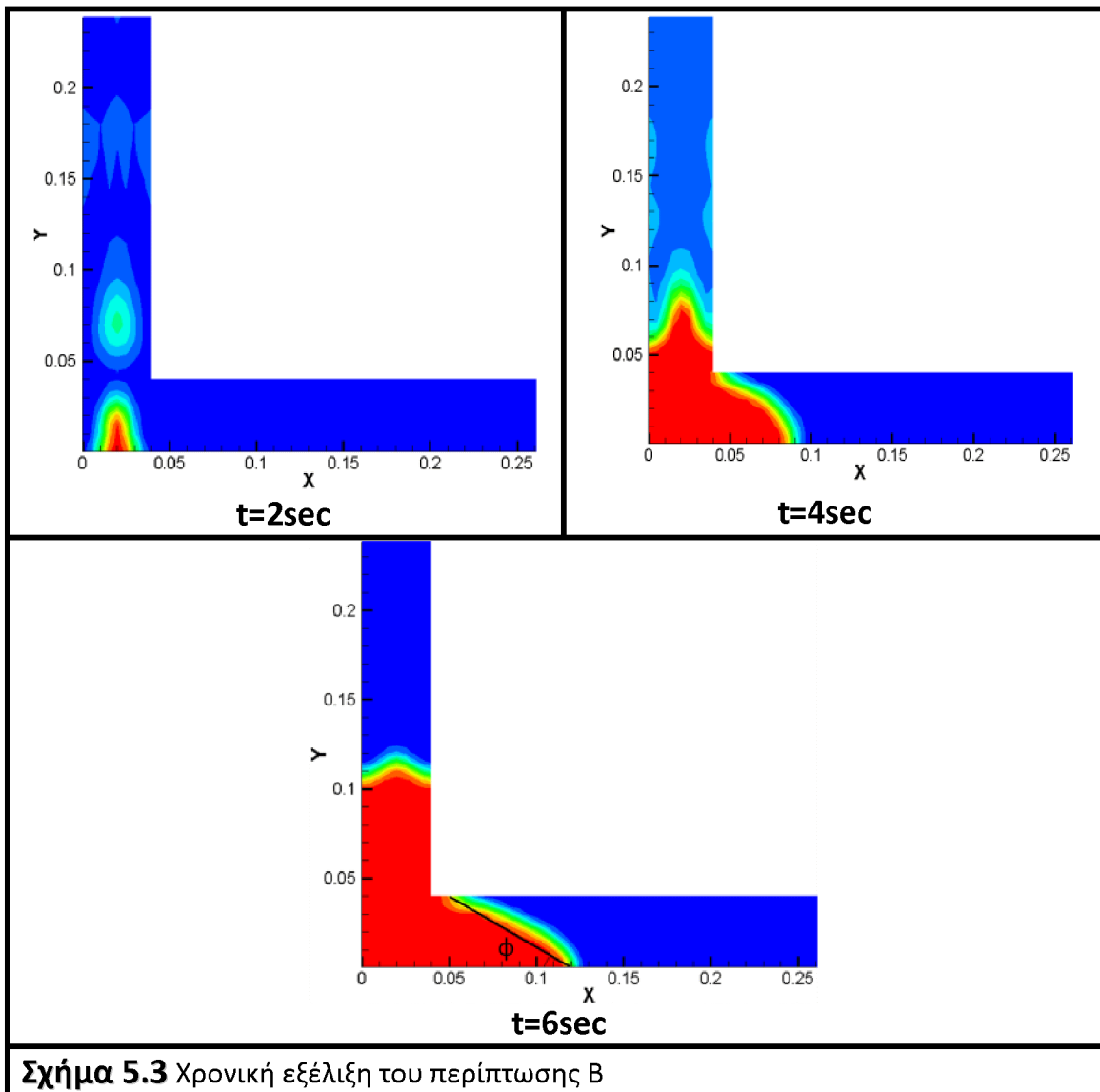
5.2.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΥ ΚΑΙ ΣΥΜΒΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στα σχήματα 5.2 και 5.3 φαίνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα όσον αφορά τη σχηματική εξέλιξη του φαινομένου για τις δύο πρώτες περιπτώσεις (A, B).



Στο σχήμα 5.2 φαίνεται πως το συμβατικό μοντέλο απέχει κατά πολύ από την σωστή περιγραφή του φαινομένου όπως αυτό εξελίχτηκε πραγματικά κατά το πείραμα. Κατά το πείραμα το στερεό σταμάτησε να ρέει στον οριζόντιο αγωγό φτάνοντας μία τελική γωνία απόθεσης ίση με $36,03^\circ$. Όπως έχουμε αναφέρει και στο κεφάλαιο 4 το κριτήριο Drucker – Prager που έχει υιοθετηθεί σε αυτό το μοντέλο προσομοιώνει επιτυχώς το φαινόμενο της αραίωσης κατά την ροή του στερεού αλλά όχι και το φαινόμενο της συμπίκνωσης καθώς η συγκεκριμένη επιφάνεια διαρροής δεν εμπεριέχει την θεωρία της κρίσιμης κατάστασης του στερεού. Το αποτέλεσμα αυτής της απλοποίησης είναι κατά την μοντελοποίηση του φαινομένου το στερεό να βρίσκεται σε συνεχή ροή και μετά το χρονικό διάστημα των 4s. Το υλικό φαίνεται να μην σταματάει ποτέ, γεγονός που μάλλον οφείλεται στο ότι ο ρυθμός έκλυσης ενέργειας κατά την πλαστική παραμόρφωση είναι μηδενικός (rate of energy dissipation κεφάλαιο 4). Το υλικό συμπεριφέρεται σαν υγρό αλλά με μεγάλο ιξώδες, δηλαδή συνεχώς απλώνει με αργούς ρυθμούς χωρίς να πετυχαίνει ποτέ την επιθυμητή γωνία απόθεσης. Για την ακρίβεια στα 4s το συγκεκριμένο μοντέλο δίνει μία πολύ μικρή γωνία απόθεσης σχεδόν μηδενική.



Σχήμα 5.3 Χρονική εξέλιξη του περιπτώσης B

Στο σχήμα 5.3 απεικονίζεται η εξέλιξη του ίδιου φαινομένου αλλά με την υιοθέτηση ως επιφάνεια διαρροής αυτή των Gray – Stiles όπου αποτελεί και το προτεινόμενο μοντέλο. Συγκρινόμενο με το προηγούμενο συμβατικό μοντέλο σε αυτήν την περίπτωση η ροή του σωματιδιακού υλικού σταματάει στον οριζόντιο αγωγό φτάνοντας σε μία ακίνητη φάση με μία γωνία απόθεσης περίπου $32,03^\circ$ (σχήμα 5.3 $t=6s$). Πρέπει να αναφερθεί ότι η ταχύτητα των σωματιδίων είναι πολύ δύσκολο να φτάσει ακριβώς μία μηδενική τιμή λόγω της αριθμητικής διάχυσης κατά την μοντελοποίηση κατά Euler. Παρόλα αυτά όμως όσο το χρονικό διάστημα της προσομοίωσης μεγαλώνει η ταχύτητα των σωματιδίων συνεχώς μειώνεται. Η γωνία απόθεσης που επιτυγχάνεται με αυτό το μοντέλο είναι πολύ κοντά στην επιθυμητή που μετρήθηκε κατά το πείραμα.

Στην εικόνα 5.3 όμως την χρονική στιγμή $t=4s$ στον πάτο του οριζόντιου αγωγού η σχηματιζόμενη γωνία του υλικού με το κάτω τοίχωμα του αγωγού είναι αρκετά μεγάλη (περίπου 70°). Μια τέτοια συμπεριφορά του υλικού είναι απίθανο να συμβεί στην πραγματικότητα. Κάτι τέτοιο πρέπει να σχετίζεται με την υιοθέτηση συγκεκριμένων συνριακών συνθηκών. Στην πραγματικότητα η απόθεση του υλικού θα πρέπει να σχηματίζει μία ευθεία επιφάνεια και όχι κυρτή όπως φαίνεται στο σχήμα. Σε αντίθεση με την συγκεκριμένη υπολογιστική προσέγγιση, μια προσέγγιση DEM πετυχαίνει καλύτερη προσέγγιση στην επιθυμητή επιφάνεια. (Yuu και Umekage, 2008^[54]; Sitharam και Vinod, 2008^[43]; Zhou, Xu, Yu, και Zulli, 2002^[57]). Αυτό μάλλον οφείλεται στο γεγονός ότι το μοντέλο θέλει μία καλύτερη υπολογιστική προσέγγιση στην περιοχή επαφής του υλικού με τα τοιχώματα στα πλαίσια των συνριακών συνθηκών κάτι που θα μπορούσε να αποτελέσει κάποια μελλοντική εργασία.

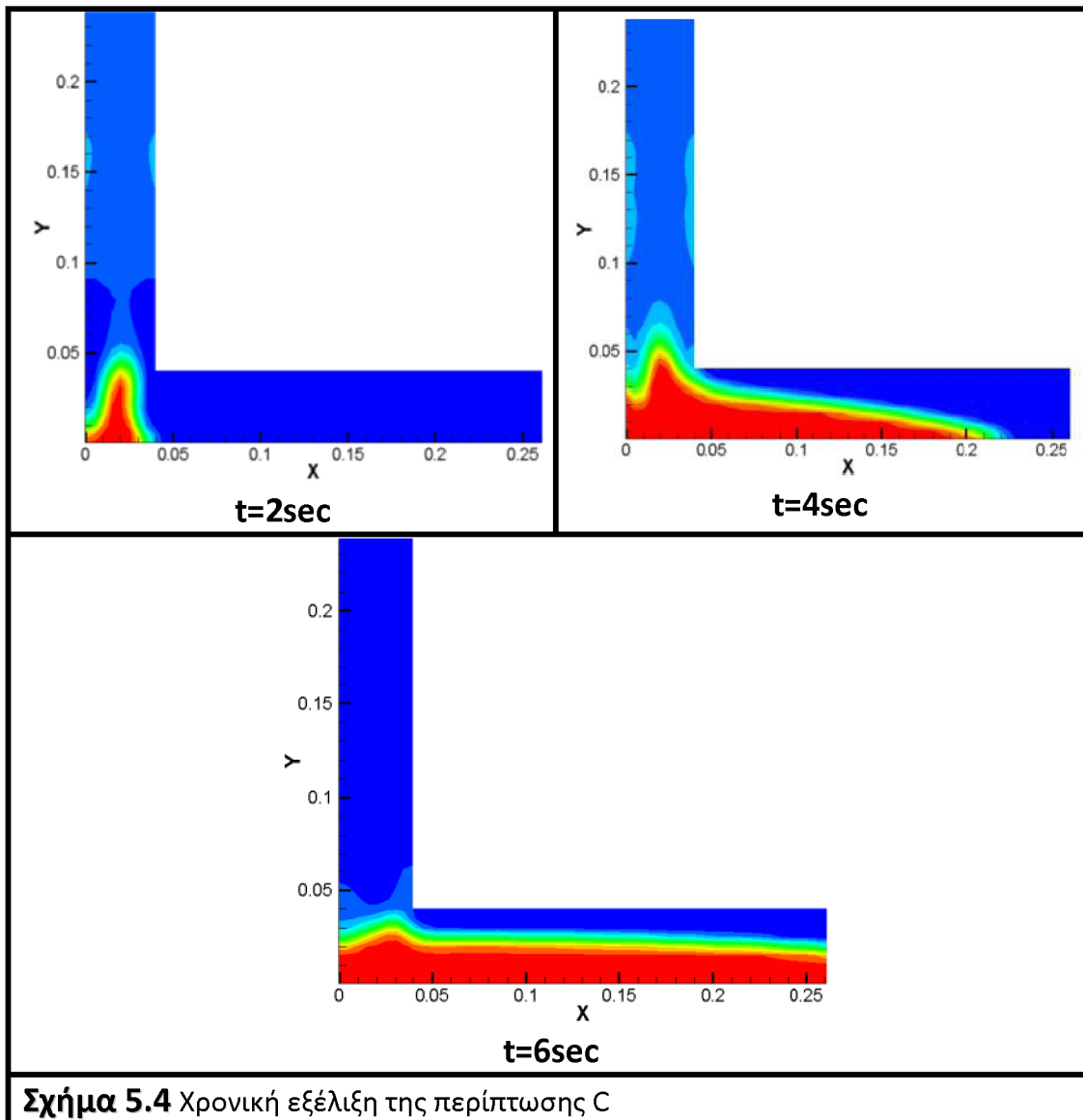
Στις πολύ πυκνές ροές έχει αναφερθεί από τους Boutreux, Raphael και Gennes (1997)^[5] ότι υπάρχουν αρκετές δυσκολίες που πρέπει να ξεπεραστούν στο μέλλον ώστε να επιτευχθεί μία καταλληλότερη σχηματοποίηση των συνριακών συνθηκών για την περιγραφή των τάσεων τριβής μεταξύ του στερεού υλικού και των τοιχωμάτων. Και επομένως οι δεδομένες συνριακές συνθήκες ελεύθερης-ολίσθησης, μερικής-ολίσθησης και μη-ολίσθησης φαίνεται να μην είναι αρκετά ακριβείς στην περίπτωση των πυκνών σωματιδιακών ροών. Όμως και μία πιο μελετημένη σχέση που να περιγράφει καλύτερα το συγκεκριμένο φαινόμενο δεν είναι εύκολο καθώς δεν είναι πλήρως γνωστή η αλληλεπίδραση των δύο στερεών υλικών (σωματίδια – τοιχώματα αγωγού).

Ένα ακόμα σοβαρό μειονέκτημα (Zhou, Xu, Yu, και Zulli, 2002^[57]) της προσέγγισης κατά Euler είναι η αδυναμία συνυπολογισμού της ιδιοπεριστροφής των σωματιδίων, γεγονός το οποίο επίσης επηρεάζει την ακρίβεια των αριθμητικών αποτελεσμάτων.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ

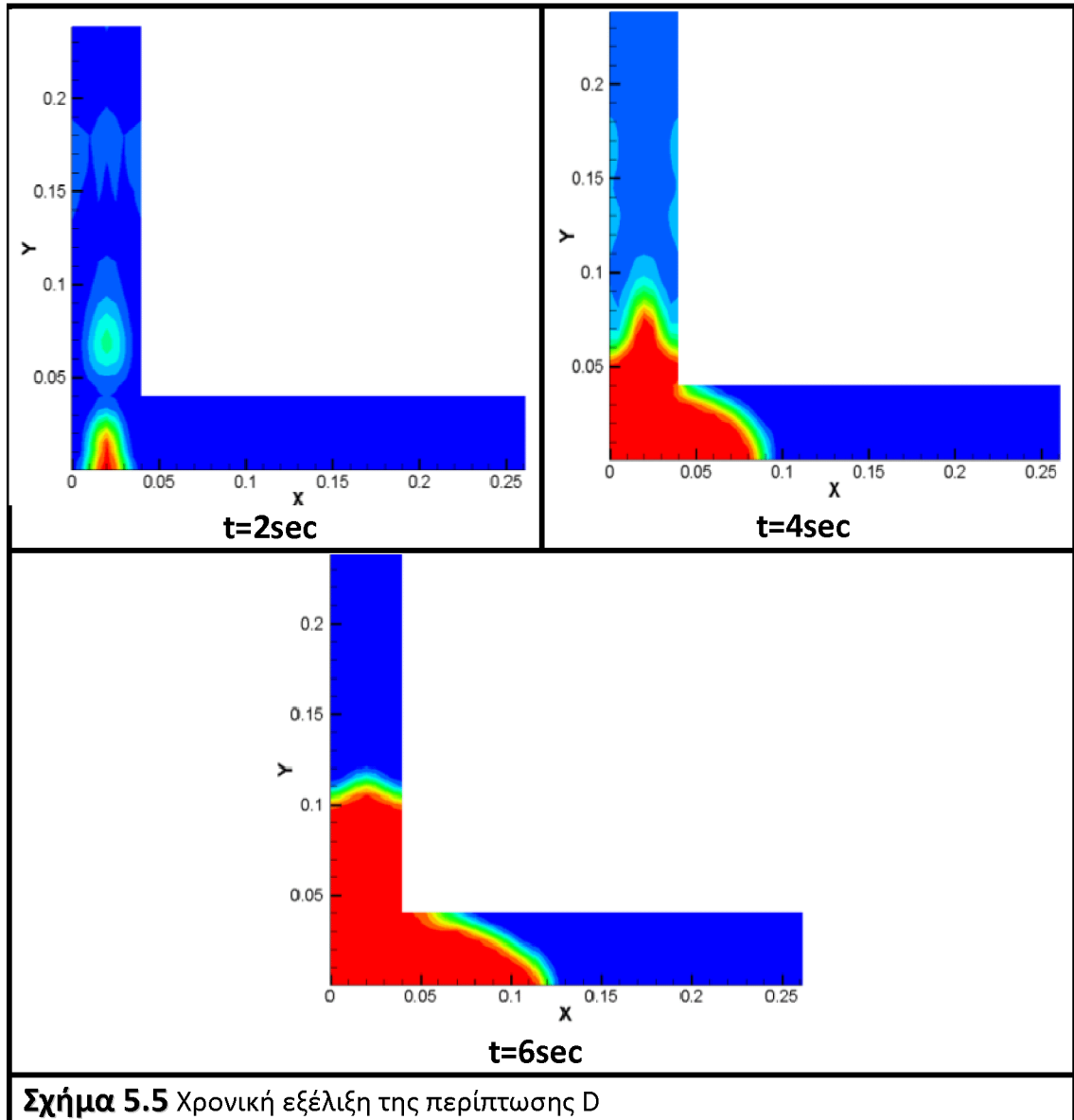
Για να μπορέσει να διερευνηθεί η επίδραση των συνριακών συνθηκών στην εξέλιξη του φαινομένου, η περίπτωση B δοκιμάστηκε με συνριακή συνθήκη μερικής ολίσθησης στον οριζόντιο αγωγό (case C), με συνθήκη μη-ολίσθησης για το κάτω τοίχωμα του οριζόντιου αγωγού και με μερική ολίσθηση στο πάνω τοίχωμα του (case D). Η διερεύνηση αυτή έδειξε ότι πιο κατάλληλη είναι η περίπτωση D.

Στα σχήματα 5.4 και 5.5 απεικονίζονται οι χρονική εξέλιξη του φαινομένου για τις περιπτώσεις C και D αντίστοιχα. Στην περίπτωση C, κατά την οποία χρησιμοποιήθηκε για τα τοιχώματα του οριζόντιου αγωγού συνθήκη μερικής ολίσθησης με specularity coefficient 0.6, παρατηρήθηκε συνεχή ροή στον οριζόντιο αγωγό παρά το γεγονός ότι χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο Gray – Stiles. Αποδεικνύοντας έτσι την αδυναμία της συνθήκης της μερικής-ολίσθησης να περιγράψει αλληλεπίδραση του πυκνού σωματιδιακού υλικού με τα τοιχώματα του αγωγού με αποτέλεσμα να παρατηρηθούν μεγάλες ταχύτητες στα σωματίδια κοντά στα τοιχώματα (περίπου 0,04 m/s).

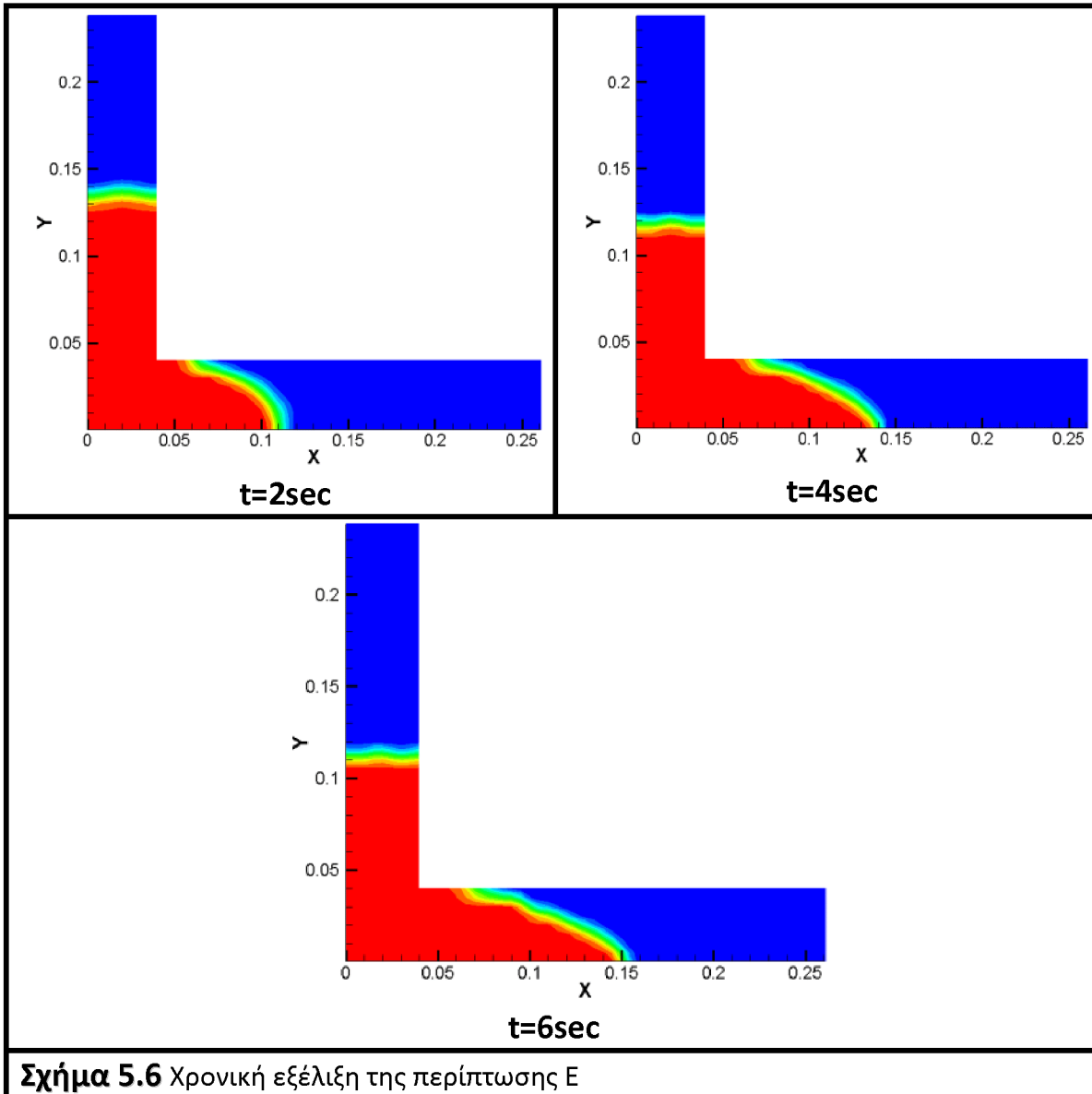


Σχήμα 5.4 Χρονική εξέλιξη της περίπτωσης C

Από την άλλη όμως η περίπτωση D θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως η πιο ακριβής απ' όλες της περιπτώσεις που εξετάστηκαν καθώς από αυτήν προκύπτουν τα καλύτερα αριθμητικά αποτελέσματα σε σύγκριση με τα πειραματικά. Η γωνία απόθεσης σε αυτήν την περίπτωση προβλέπεται κοντά στις $\phi=35,42^\circ$.



Σε μία επιπλέον περίπτωση που εξετάστηκε (case E), χρησιμοποιήθηκε ως συνοριακή συνθήκη μερικής ολίσθησης για τον κάθετο αγωγό. Στο σχήμα 5.6, όπου φαίνεται η χρονική εξέλιξη του φαινομένου, προβλέπεται γωνία $\phi=26,5^\circ$ δείχνοντας ότι όσο πιο εύκολα ρέει το υλικό στον κάθετο αγωγό τόσο μικρότερη θα είναι η γωνία απόθεσής του.



Σχήμα 5.6 Χρονική εξέλιξη της περίπτωσης E

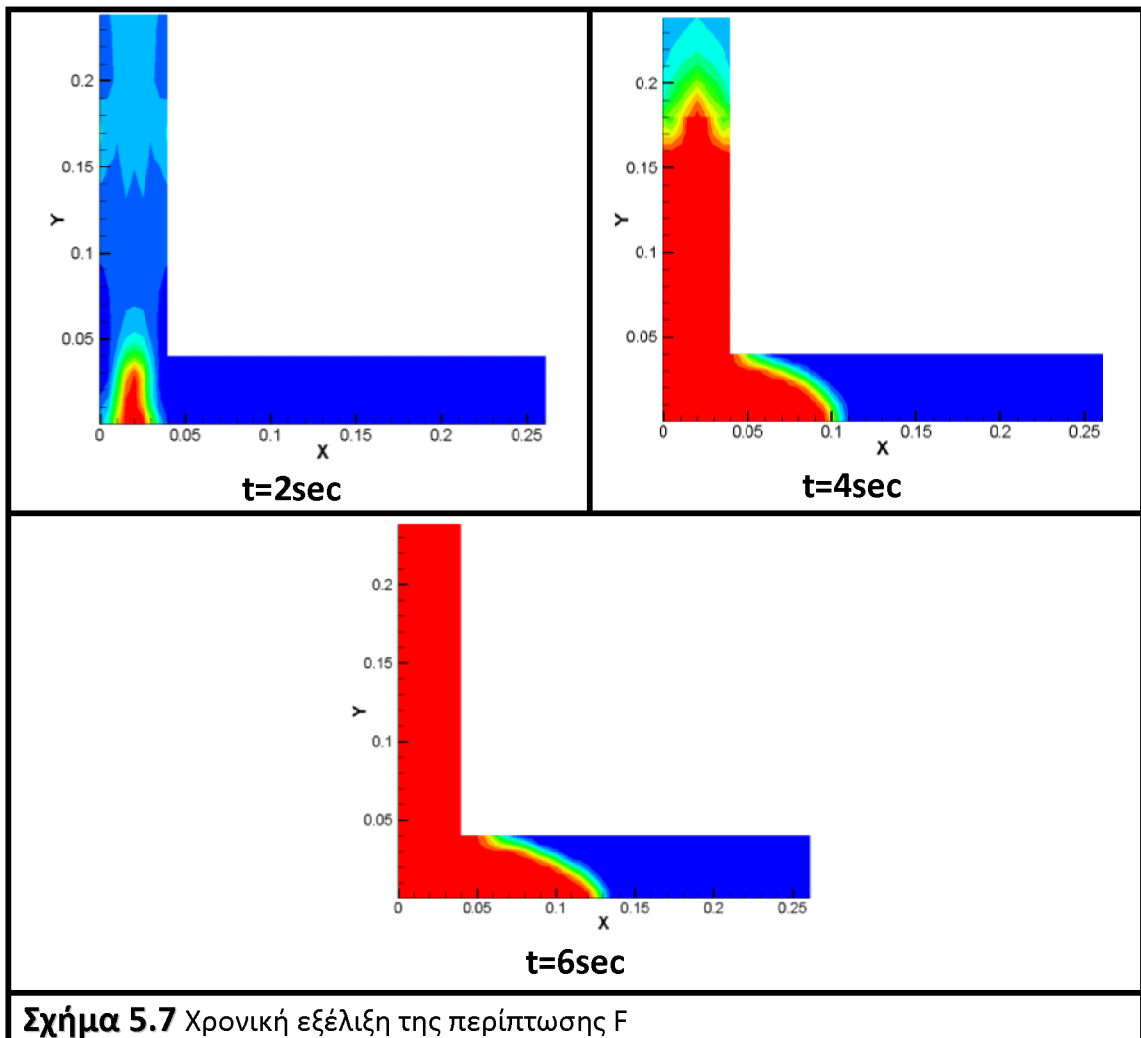
Συγκρίνοντας συνολικά τις περιπτώσεις βλέπουμε ότι η αλλαγή της συνοριακής συνθήκης στο πάνω τοίχωμα του αγωγού δεν επηρεάζει πολύ την εξέλιξη του φαινομένου. Σε αντίθεση με την επιλογή επιφάνειας διαρροής και τις συνοριακές συνθήκες στον κάθετο αγωγό και το κάτω τοίχωμα του οριζόντιου αγωγού που φαίνονται να είναι καθοριστικές παράμετροι για μία πετυχημένη και πιο ακριβή περιγραφή του φαινομένου.

Μια επιπλέον παρατήρηση είναι ότι κατά την περίπτωση E η γωνία απόθεσης στον κάθετο αγωγό είναι σχεδόν μηδενική. Σε αντίθεση με τις περιπτώσεις B,C και D όπου στην κορυφή του υλικού στον κάθετο αγωγό σχηματίζεται ένα τρίγωνο. Αυτή η συμπεριφορά είναι σωστή και αναμενόμενη και οφείλεται στην επιλογή μη-ολίσθησης ως συνθήκη στα τοιχώματα του κάθετου αγωγού. Μη τέτοια συνθήκη εμποδίζει την

ελεύθερη κίνηση του υλικού κοντά στα τοιχώματα με αποτέλεσμα να μαζεύεται περισσότερο υλικό στο κέντρο του αγωγού. Στην περίπτωση E κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει γιατί έχουμε επιλέξει συνθήκη μερικής ολίσθησης για τα τοιχώματα του κάθετου αγωγού.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Μία ακόμα παράμετρος που θα μπορούσε να έχει κάποια σημασία στην εξέλιξη του φαινομένου, είναι η μάζα του υλικού που εισέρχεται στο κάθετο αγωγό. Για το λόγο προσομοιώθηκε και μία ακόμα περίπτωση (case F) με όπου η εισερχόμενη μάζα ήταν διπλάσια και ίση με 2,08kg. Οι συνοριακές συνθήκες για αυτήν την περίπτωση είναι ίδιες με την περίπτωση B. Από το σχήμα 5.7, όπου φαίνεται η χρονική εξέλιξη του φαινομένου και σε σύγκριση με τις υπόλοιπες περιπτώσεις προκύπτει το συμπέρασμα ότι και η τελική κατάσταση (αν σταματάει ή όχι το υλικό) και η γωνία απόθεσης είναι ανεξάρτητη από την μάζα του υλικού που θα πέσει στον κάθετο αγωγό. Στην περίπτωση F η γωνία απόθεσης είναι $\phi=33,8^\circ$.



Το συγκεκριμένο γεγονός είναι σε απόλυτη συμφωνία με την θεωρητική ερμηνεία του φαινομένου όπου θέλει την γωνία απόθεσης να είναι ανεξάρτητη από την ποσότητα του υλικού αλλά να εξαρτάται από τις φυσικές ιδιότητες του υλικού, το περιρρέον αέριο και την επιφάνεια πάνω στην οποία κυλάει το υλικό. Επομένως το γεγονός ότι η γωνία απόθεσης δεν αλλάζει πολύ από την περίπτωση B στην F αποδεικνύει ότι το

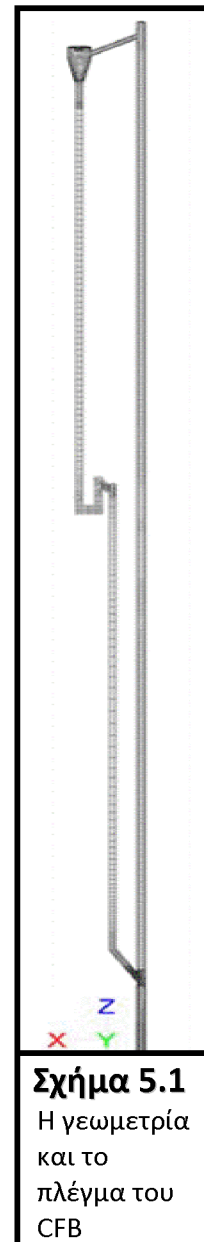
προτεινόμενο μοντέλο συμβαδίζει με την θεωρητική ανάλυση του φαινομένου. Η μικρή διαφορά στην γωνία μπορεί να οφείλεται στην αριθμητική διάχυση που παρουσιάζει η επίλυση των εξισώσεων όπως συμβαίνει σε κάθε TFM μεθοδολογία αριθμητικής μοντελοποίησης.

5.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ ΣΕ ΜΟΝΑΔΑ CFB

Το προτεινόμενο μοντέλο που αναπτύχθηκε στα παραπάνω κεφάλαια δοκιμάστηκε και σε μοντελοποίηση μίας ολόκληρης μονάδας (κλίνη, κυκλώνα, σύστημα ανακυκλοφορίας) CFB του IFK, Stuttgart (Charitos et al., 2010^[6]). Η γεωμετρία της διάταξης φαίνεται στο σχήμα 5.8 ενώ για περισσότερες πληροφορίες για την πειραματική διαδικασία και ακριβή γεωμετρικά μεγέθη της μονάδας φαίνονται στην εργασία του Charitos et al.^[6]. Η εν λόγω μονάδα είναι μια υπό κλίμακα (Glicksman et al.) πειραματική εγκατάσταση από plexi-glass που προσομοιώνει ένα αντιδραστήρα ενανθράκωσης (carbonator) που έχει προταθεί ως κατάλληλος για τη δέσμευση CO₂ από καυσαέρια. Το αριθμητικό πλέγμα αποτελείται από 24418 στοιχεία τα περισσότερα εκ των οποίων είναι εξαγωνικά εκτός από κάποιες περιοχές, με περίπλοκη γεωμετρία, όπου χρησιμοποιήθηκαν τετραεδρικά στοιχεία.

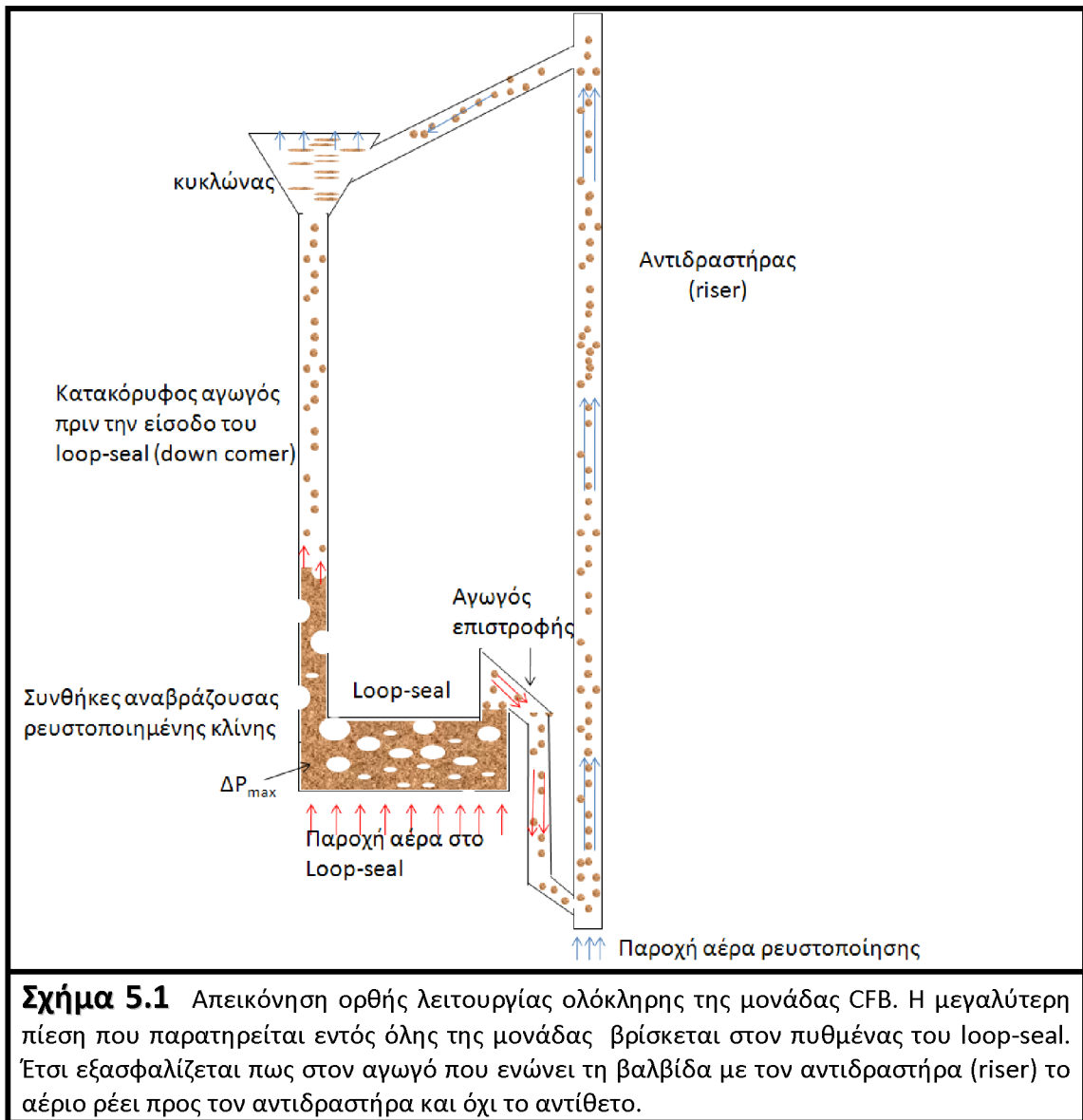
Οι καταστατικές εξισώσεις για την τρισδιάστατη προσομοίωση της μονάδας μπορεί να την βρεί κανείς στην εργασία του Nikolopoulos et al., 2010^{[33][34]}. Η ρευστοποίηση του υλικού στον αντιδραστήρα (riser) έγινε με αέρα (φαινόμενης ταχύτητας 2,9 m/s). Τα σωματίδια άνθρακα είχαν διάμετρο 146 μm και η πυκνότητά τους ήταν 5700 kg/m³. Η συνολική μάζα στερεού στον αντιδραστήρα ήταν 1,5 kg. Η μάζα αυτή τελικά χωρίστηκε ανάμεσα στον riser και την επιστροφή από το loop-seal για επανατροφοδότηση του riser.

Για να μπορέσει να υπάρξει ισορροπία και σωστή λειτουργία της διάταξης, θα πρέπει στον κατακόρυφο αγωγό που τροφοδοτεί την είσοδο του loop-seal (downcomer) να παραμένει προσωρινά κάποια ποσότητα μάζας του στερεού ώστε να λειτουργεί σαν φράγμα (seal) και επομένως ο αέρας ρευστοποίησης να μην ρέει ανάποδα στο σύστημα ανακυκλοφορίας αλλά να ρευστοποιεί το στερό με κατεύθυνση προς τον κυκλώνα. Αυτό σημαίνει πως στον πυθμένας της εν λόγω πνευματικής βαλβίδας επικρατεί η μεγαλύτερη πίεση σε όλη την μονάδα. Έτσι εξασφαλίζεται πως ο αέρας ρευστοποίησης δεν ρέει στον αγωγό που ενώνει τη βαλβίδα με τον αντιδραστήρα αλλά μόνο στον αντιδραστήρα (riser). Ταυτόχρονα όμως πρέπει συνεχώς μία ποσότητα στερεών να φεύγει από το loop-seal και να επανατροφοδοτεί τον αντιδραστήρα μέσω του προαναφερθέντα αγωγού επιστροφής. Επόμενως, θα μπορούσαμε να πούμε ότι, πέρα από μία ποσότητα του στερεού που βρίσκεται κάθε στιγμή στο loop-seal, η χρονικά μέση παροχή στερεού στην έξοδο του αντιδραστήρα και στην έξοδο του loop-seal θα πρέπει να είναι ίσες.



Σχήμα 5.1

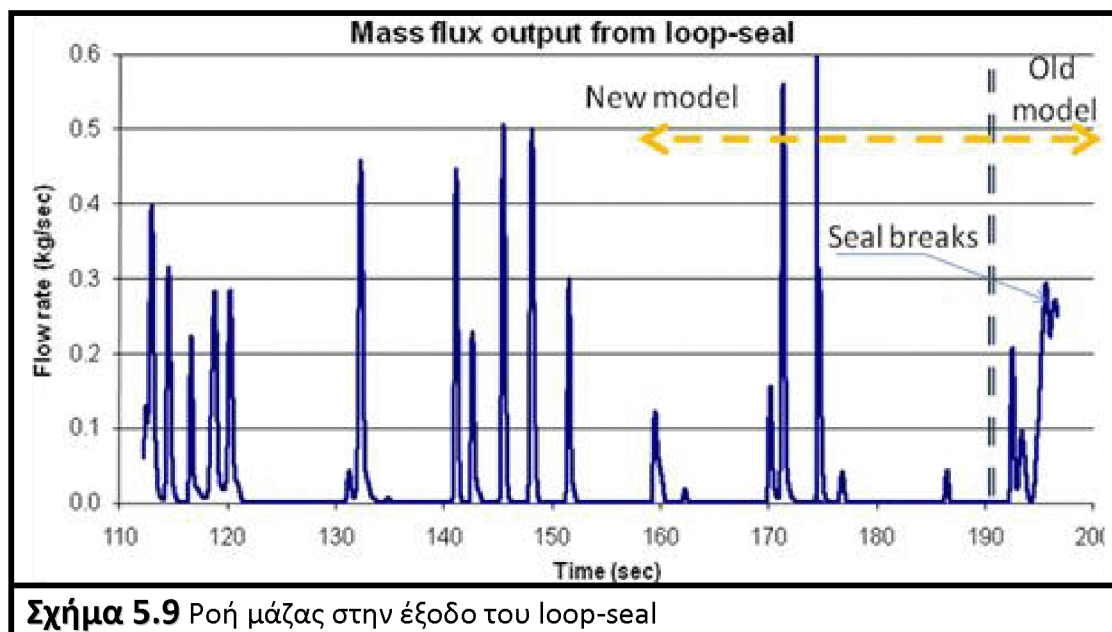
Η γεωμετρία και το πλέγμα του CFB



Κατά την διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας αυτό επιτεύχθηκε για ένα εύρος φαινομένων ταχυτήτων και συνολικής μάζας στερεού (Charitos et al., 2010^[6]). Κατά την αριθμητική όμως μοντελοποίηση η επίτευξη αυτής της ισορροπίας δεν ήταν τόσο εύκολη. Ειδικά όταν εφαρμοζόταν το συμβατικό αριθμητικό μοντέλο στο σύστημα ανακυκλοφορίας η ροή μάζας στερεού στην έξοδο του loop-seal ήταν εξαιρετικά μεγάλη ακόμα και για μηδενική παροχή αέρα στον loop-seal. Στην πραγματικότητα με βάση την θεωρία χωρίς παροχή αέρα στο loop-seal το στερεό θα έπρεπε να σταματάει να ρέει στο εσωτερικό του. Αυτό, δεν παρατηρήθηκε και η αποτυχία του συμβατικού μοντέλου οφείλεται στην σοβαρή ανακρίβεια με την οποία υπολογίζονται οι εσωτερικές δυνάμεις τριβής εντός του στερεού σε τόσο πυκνές ροές. Από την άλλη το προτεινόμενο μοντέλο έδωσε μία πολύ καλύτερη περιγραφή της μονάδας στο σύστημα ανακυκλοφορίας όπου τελικά η ισορροπία που αναζητούσαμε μπόρεσε να επιτευχθεί.

Στο σχήμα 5.9 παρουσιάζεται η παροχή της μάζας στην έξοδο του loop-seal. Ενώ αρχικά χρησιμοποιήθηκε, για την αριθμητική μοντελοποίηση, το νέο προτεινόμενο μοντέλο, που υιοθετεί την επιφάνεια διαρροής των Gray – Stiles από την χρονική στιγμή $t=190s$ και μετά χρησιμοποιήθηκε το συμβατικό μοντέλο.

Από την χρονική στιγμή αυτή και μετά παρατηρήθηκε συνεχή αύξηση της ροής του στερεού στην έξοδο του loop-seal με αποτέλεσμα σε λίγα δευτερόλεπτα να καταρέψει το loop-seal (ως φράγμα) και πλέον η μονάδα να μην μπορεί να λειτουργήσει καθώς ο αέρας ρευστοποιήσης δεν περναγε πλέον από τον αντιδραστήρα αλλά κινούταν προς το loop-seal και μέσω αυτού ανάποδα στον κυκλώνα. Με βάση λοιπόν την μοντελοποίηση αυτή η μονάδα δεν θα μπορούσε να λειτουργήσει κάτι που δεν ισχύει γιατί στην πραγματικότητα τα πειραματικά δεδομένα υποδεικνύουν ότι η μονάδα λειτουργούσε κανονικά. Σε αντίθεση, επομένως, με το συμβατικό μοντέλο το νέο μπόρεσε να μοντελοποιήσει καλύτερα την ανακυκλοφορία του στερεού. Επίσης είναι ενδιαφέρον ότι κατά την χρήση του προτεινόμενου μοντέλου παρατηρήθηκε περιοδική εξαγωγή (in pulse) μάζας από το loop-seal, γεγονός που επιβεβαιώνεται και από οπτικές παρατηρήσεις του πειραματιστή (Charitos 2010 προσωπική επαφή).



Σχήμα 5.9 Ροή μάζας στην έξοδο του loop-seal

Κεφάλαιο 6

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

6.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στόχος της παρούσας εργασίας ήταν να μοντελοποιηθούν, με μεγαλύτερη ακρίβεια, οι εσωτερικές δυνάμεις τριβής των πολύ πυκνών ροών σωματιδίων στα συστήματα ανακυκλοφορίας με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να ενσωματωθεί σε υπολογιστικά μοντέλα που προσομοιώνουν ολόκληρη την μονάδα CFB. Για το λόγο αυτό η μοντελοποίηση πρέπει να χρησιμοποιεί την κατά Euler TFM (two-fluids-model) προσέγγιση όπως έχει επικρατήσει και για την ροή εντός των κλινών^[16]. Σε αυτά τα πλαίσια, έγινε εφαρμογή μίας νέας προσέγγισης για τον υπολογισμό του τανυστή τάσεων στην περίπτωση της πυκνής κοκκώδους ροής.

Η νέα προσέγγιση προτείνει την υιοθέτηση της επιφάνειας διαρροής των Gray-Stiles, σε αντίθεση με την επιφάνεια extended Von-Misses που υιοθετούν τα συμβατικά μοντέλα, για την κατά Euler υπολογιστική μοντελοποίηση των περιπτώσεων πολύ πυκνών σωματιδιακών ροών.

Η ακρίβεια του προτεινόμενου μοντέλου δοκιμάστηκε αρχικά σε σύγκριση με ένα απλό πείραμα έγχυσης ποσότητας μάζας αμμώδους υλικού στο εσωτερικό μίας βαλβίδας L για την μέτρηση της γωνίας απόθεσης του υλικού. Σε αντίθεση με το συμβατικό μοντέλο και την επιφάνεια extended Von-Misses, το προτεινόμενο μοντέλο όχι μόνο προέβλεψε την ακινησία των σωματιδίων μετά από κάποιο χρονικό διάστημα αλλά επίσης προέβλεψε και την επιθυμητή γωνία απόθεσης που δημιουργεί το υλικό με το κάτω τοίχωμα του οριζόντιου αγωγού. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην πιο ακριβή μοντελοποίηση των εσωτερικών δυνάμεων τριβών του υλικού. Επιπλέον έγινε παραμετρικός έλεγχος των συνοριακών συνθηκών για τα τοιχώματα των αγωγών της βαλβίδας που έρχονται σε επαφή με το κοκκώδες υλικό. Από τον έλεγχο αυτό προέκυψε ότι πιο κατάλληλη θεώρηση είναι αυτή της υιοθέτησης συνθηκών μη-ολίσθησης, σε αντίθεση με συνθήκες μερικής ολίσθησης και specularity coefficient ίσο με 0.6 (τυπική τιμή).

Στην συνέχεια το προτεινόμενο μοντέλο δοκιμάστηκε και στην μοντελοποίηση ολόκληρης πιλοτικής μονάδας CFB που αποτελεί τον ενανθρακωτή μονάδας DFB (συζυγών κλινών) για την δέσμευση CO₂ με ασβεστόλιθο. Η μονάδα CFB χρησιμοποιεί πνευματική βαλβίδα loop-seal στο σύστημα ανακυκλοφορίας. Το νέο μοντέλο μπόρεσε να περιγράψει με πιο ακριβή τρόπο τις περιοχές πυκνής ροής, με αποτέλεσμα να μπορέσουν να υπάρξουν καλύτερες εκτιμήσεις των πιέσεων εντός του loop-seal και επομένως να αποφευχθούν περιπτώσεις αντίστροφης διέλευσης του αέρα ρευστοποίησης προς το σύστημα ανακυκλοφορίας. Γεγονός που ήταν αδύνατο με την συμβατική μοντελοποίηση. Από την άλλη όμως η μοντελοποίηση του riser της ίδιας μονάδας με το προτεινόμενο μοντέλο παρουσίασε πρόβλημα αποκλίνουσας αριθμητικής συμπεριφοράς, σε αντίθεση με το σύστημα ανακυκλοφορίας που δεν παρατηρήθηκε κάτι τέτοιο. Επομένως στο riser χρησιμοποιήθηκε η δοκιμασμένη συμβατική αριθμητική μοντελοποίηση. Τέτοια προβλήματα αποκλίνουσας αριθμητικής συμπεριφοράς αναφέρονται και στην μελέτη των Pitman και Schaeffer^{[36][37][38]}.

Η νέα αυτή υπολογιστική προσέγγιση με την υιοθέτηση της επιφάνειας διαρροής των Gray-Stiles δίνει την δυνατότητα να προσομοιώνεται επιτυχώς και το φαινόμενο της αραίωσης κατά την ροή του στερεού αλλά και το φαινόμενο της συμπύκνωσης καθώς η συγκεκριμένη επιφάνεια εμπεριέχει την θεωρία της κρίσιμης κατάστασης του σωματιδιακού στερεού. Έτσι προσεγγίζεται μία πιο ακριβής περιγραφή των φυσικών διαδικασιών της πυκνής σωματιδιακής ροής η οποία μπορεί να βοηθήσει στην δυνατότητα βελτιστοποίησης της σχεδίασης και λειτουργίας των ρευστοποιημένων κλινών ανακυκλοφορίας.

6.2 ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Αν και το νέο μοντέλο που προτείνεται φαίνεται να βελτιώνει αισθητά την υπολογιστική προσέγγιση της πυκνής σωματιδιακής ροής, σε καμία περίπτωση δεν μπορούμε να πούμε ότι η συγκεκριμένο μοντέλο δεν χρήζει επιπλέον επεξεργασίας και βελτίωσης. Παραδείγματος χάριν, θα μπορούσε να γίνει μία μελέτη για το πώς το μοντέλο μπορεί να λάβει υπ' όψιν του διαφορετικές διαμέτρους σωματιδίων αντί για την χρήση του μεγέθους, της μέσης διαμέτρου σωματιδίων (d_p).

Όσον αφορά μία μελλοντική εργασία θα είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον να εισαχθεί στο μοντέλο, αντί των σχέσεων που προτείνονται για τον συντελεστή δυναμικής συνεκτικότητας (4.32) και του ιξώδους πίεσης (4.31), οι σχέσεις που προτείνονται στην μελέτη του Dartevelle, 2004^[11] όπως φαίνονται και στην εργασία των Vun, Naser, Witt, 2006^[47].

$$\mu^{shear} = \frac{p_s^{fr} \sin^2 \varphi}{2\varepsilon_s \sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{D}} + (\text{div} \vec{u}_s)^2 + \left(\frac{\theta_s}{d^2}\right)}}$$

$$\mu^{bulk} = \frac{p_s^{fr}}{\sqrt{4 \sin^2 \varphi II_{\bar{D}} + (\text{div} \vec{u}_s)^2 + \left(\frac{\theta_s}{d^2}\right)}}$$

Επίσης, όπως φάνηκε κατά την υπολογιστική προσομοίωση της γωνίας απόθεσης, από την παραμετρικό έλεγχο, παρουσιάστηκαν αξιοσημείωτες διαφορές ανάλογα με τις διαφορετικές συνοριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν στα τοιχώματα των αγωγών. Επομένως προκύπτει η ανάγκη να υπάρξει μια αυτοτελής μελέτη των συνοριακών συνθηκών και ίσως η εξαγωγή μιας πιο ακριβής σχέσης που να περιγράφει καλύτερα τις τάσεις τριβής μεταξύ του στερεού υλικού και των τοιχωμάτων των αγωγών.

Η μελέτη του συγκεκριμένου μοντέλου πρέπει να συνεχιστεί ώστε να μπορέσει τελικά να μοντελοποιηθεί υπολογιστικά η λειτουργία της βαλβίδας L. Η μοντελοποίηση της βαλβίδας L φαίνεται να είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη καθώς στο εσωτερικό της συνυπάρχουν, η πολύ πυκνή, η σχετικά αραιή και η πολύ αραιή ροή. Ταυτόχρονα, υπάρχουν πειραματικά δεδομένα που θα βοηθούσαν μία τέτοια μελέτη^[32]. Ενώ επίσης υπάρχουν μονάδες CFB με βαλβίδα L, για τις οποίες είναι απαραίτητο κατά την συνολική τους μοντελοποίηση να υπάρχει σωστή υπολογιστική προσέγγιση του συστήματος ανακυκλοφορίας τους.

Τέλος είναι σημαντικό να γίνει εφαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου και σε άλλες μονάδες ρευστοποιημένης κλίνης ανακυκλοφορίας έτσι ώστε να εξεταστεί η καθολικότητα του μοντέλου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Arena, U., Langeli, C. B. and Cammarota, A. (1998). L-Valve behavior with solids of different size and density. *Powder Technology* 98, 231-240.
- [2] Basu P., "Combustion and gasification in fluidized-beds". Taylor & Francis Group, LLC, 2006.
- [3] Basu, P. and Cheng, L., (2000). An analysis of loop seal operations in a circulating fluidized bed, *Institution of Chemical Engineers* 78 Part A, 991-998.
- [4] Boelle, A., Balzer and G., Simonin, O. (1995). Second-order prediction of the particle-phase stress tensor of inelastic spheres in simple shear dense suspensions, *Gas-Particle Flows*, ASME FED 228, 9–18.
- [5] Boutreux, T., Raphael, E. and Gennes, P. G. (1997). Propagation of a pressure step in a granular material: The role of wall friction. *Physical Review E* 55 (5), 5759-5773.
- [6] Charitos, A., Hawthorne, C., Bidwe, A.R., Korovesis, L., Schuster, A. and Scheffknecht, G., (2010). Hydrodynamic analysis of a 10 kWth calcium looping dual fluidized bed for postcombustion CO₂ capture. *Powder Technology* 200, 117–127.
- [7] Cheng, L. and Basu, P. (1999). Effect of pressure on loop seal operation for a pressurized circulating fluidized bed. *Powder Technology* 103, 203-211.
- [8] Christakis, N., Chapelle, P. and Patel, M. K. (2006). Analysis and modeling of heaping behavior of granular mixtures within a computational mechanics framework. *Advanced Powder Technol.* 17 (4), 383–398.
- [9] Christakis, N., Chapelle, P., Patel, M.K., Wang, J., and Cross, M. *Mathematical Modelling of the Behaviour of Granular Material in a Computational Fluid Dynamics Framework using Micro- Mechanical Models*. Fifth World Congress on Computational Mechanics July 7-12, 2002, Vienna, Austria
- [10] Dartevelle, S. (2003). Numerical and granulometric approaches to geophysical granular flows, Ph.D. thesis, Michigan Technological University, Department of Geological and Mining Engineering, Houghton, Michigan.
- [11] Dartevelle, S. (2004). Numerical modeling of geophysical granular flows: 1. A comprehensive approach to granular rheologies and geophysical multiphase flows. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 5 (8). art. no. Q08003
- [12] Dartevelle, S., Rose, W.I., Stix, J., Kelfoun, K. and Vallance, J.W. (2004). Numerical modeling of geophysical granular flows: 2. Computer simulations of plinian clouds and pyroclastic flows and surges. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 5 (8). art. no. Q08004
- [13] Ding, J. and Gidaspow, D. (1990). A bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow, *AIChE Journal* 36 (4), 523–538.
- [14] Elaskara, S. A., Godoya, L. A., Gray, D. D. and Stiles, J. M. (2000). A viscoplastic approach to model the flow of granular solids. *International Journal of Solids and Structures* 37, 2185-2214.
- [15] Fluent (2006). *Fluent 6.3 Users Guide*
- [16] Ge, W., Wang, W., Dong, W., Wang, J., Lu, B., Xiong, Q. and Li, J., (2008). Meso-scale structure—a challenge of computational fluid dynamics for circulating fluidized bed risers. In: *9th International Conference on Circulating Fluidized Beds*, Hamburg.

- [17] Geldart, D. (1973). Types of gas fluidization, *Powder Technology* 7 (5), 285–292.
- [18] Geldart D. and Jones P.. The behavior of L-Valves with granular powders. *Powder Technology*, vol. 67 (1991) pag. 163-174
- [19] Gevrin, F., Masbernata, O. and Simonin, O. (2008). Granular pressure and particle velocity fluctuations prediction in liquid fluidized beds. *Chemical Engineering Science* 63, 2450 – 2464
- [20] Gidaspow, D., *Multiphase flow and fluidization: continuum and kinetic theory descriptions*, Εκδόσεις Academic Press, , California, USA 1994
- [21] Gidaspow, D., Bezburuah, R. and Ding, J. (1992). Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds, Kinetic Theory Approach. In *Fluidization VII, Proceedings of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization*, pages 75-82.
- [22] Goodey, R.J. and Brown, C.J. (2004). The influence of the base boundary condition in modeling filling of a metal silo. *Computers and Structures* 82, 567–579.
- [23] Goodey, R.J., Brown, C.J. and Rotter, J.M. (2003). Verification of a 3-dimensional model for filling pressures in square thin-walled silos. *Engineering Structures* 25, 1773–1783.
- [24] Gray, D. D., Stiles, J. M. and Celik, I., (1991). Theoretical and Numerical Studies of Constitutive Relations for Frictional Granular Flow. Contract No.' DE-FC21-87MC24207
- [25] Hartge, E.U., Ratschow, L., Wischnewski, R. and Werther, J. (2009). CFD-simulation of a circulating fluidized bed riser, *Particuology* 7, 283–296.
- [26] Johnson, P. C. and Jackson, R. (1987). Frictional- Collisional Constitutive Relations for Granular Materials, with Application to Plane Shearing. *J. Fluid Mech.* 176, 67-93.
- [27] Kim, S. W. and Kim, S. D (2002). Effects of particle properties on solids recycle in loop-seal of a circulating fluidized bed. *Powder Technology* 124, 76-84.
- [28] Knowlton, T.M. and Yang, W.C. (1993) L-Valve equations. *Powder Technology* 77, 49-54.
- [29] Kunii, D. and Levenspiel, O., (1991). *Fluidization Engineering*. Butterworth-Heinemann, Boston, USA.
- [30] Li, J., Ge, W., Wang, W. and Yang, N. (2010). Focusing on the meso-scales of multi-scale phenomena—In search for a new paradigm in chemical engineering. *Particuology*, Volume 8 (6), 634-639
- [31] Lun, C. K. K., Savage, S. B., Jeffrey, D. J. and Chepurniy, N. (1984). Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field. *J. Fluid Mech.* 140, 223-256.
- [32] Nikolopoulos, A. (2006). Hydrodynamic study and design of solid circulation devices and configurations for dual fluidised bed system for CO₂ capture, Diploma thesis Nr. 2816, University of Stuttgart, 2006.
- [33] Nikolopoulos, A., Atsonios, K., Nikolopoulos, N., Grammelis, P. and Kakaras, E. (2010). An advanced EMMS scheme for the prediction of drag coefficient under a 1.2 MWth CFBC isothermal flow-Part II: Numerical implementation. *Chemical Engineering Science* 65 (13), 4089-4099.
- [34] Nikolopoulos, A., Papafotiou, D., Nikolopoulos, N., Grammelis, P. and Kakaras, E. (2010). An advanced EMMS scheme for the prediction of drag coefficient under a 1.2 MWth CFBC isothermal flow-Part I: Numerical formulation. *Chemical Engineering Science* 65 (13), 4080- 4088.
- [35] Ogawa, S., Umemura, A., and Oshima, N. (1980) On the Equation of Fully Fluidized Granular Materials. *J. Appl. Math. Phys.* 31, 483-493.

- [36] Pitman, E.B. and Schaeffer, D.G. (1987). Stability of Time Dependent Compressible Granular Flow in two dimensions. *Communication on Pure and Applied Mathematics* 40, 421-447
- [37] Schaeffer, D.G. (1987). Instability in the Evolution Equation Describing Granular Flow. *Journal of Differential Equations* 66, 19-50
- [38] Schaeffer, D.G. and Pitman, E.B. (1988). Ill-Posedness in Three-dimensional Plastic Flow. *Communication on Pure and Applied Mathematics* 41, 879-890
- [39] Schofield A. and Worth P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*. McGraw-Hill, New York, 1968
- [40] Shuai, W., Guodong, L., Huilin, L., Juhui, C., Yurong H. and Jiaying, W. (2010). Fluid dynamic simulation in a chemical looping combustion with two interconnected fluidized beds. *Fuel Processing Technology*, In Press, Corrected Proof, doi:10.1016/j.fuproc.2010.09.032
- [41] Shuai, W., Pengfei, X., Huilin, L., Yunchao, Y., Lijie, Y. and Jiaying, W. Simulation of particles and gas flow behavior in a riser using a filtered two-fluid model. *Chemical Engineering Science*, In Press, Corrected Proof, doi:10.1016/j.ces.2010.10.039
- [42] Shuyan, W., Zhiheng, S., Huilin, L., Long Y., Wentie, L. and Yonlong, D. (2008). Numerical predictions of flow behavior and cluster size of particles in riser with particle rotation model and cluster-based approach. *Chemical Engineering Science* 63, 4116 - 4125.
- [43] Sitharam, T. G. and Vinod, J. S. (2008). Critical state behaviour of granular materials from isotropic and rebounded paths: DEM simulations *Advanced Powder Technology* 19, 203–230.
- [44] Syamlal, M., Rogers, W. and O'Brien, T.J. (1993). *Mfix Documentation Theory Guide*, U.S. Dept. of Energy, Office of Fossil Energy, Tech. Note.
- [45] Tardos, G.I. (1997) A fluid mechanistic approach to slow, frictional flow of powders. *Powder Technology* 92, 61-74.
- [46] Tsuo Y.P. and Gidaspow D., Computation of flow patterns in circulating fluidized beds, *AIChE Journal* 36 (6) (1990), pp. 885–896.
- [47] Vun, S., Naser, J., Witt, P., Inclusion of a soil mechanics based solids rheology model into the kinetic theory of granular flow, Fifth International Conference on CFD in the Process Industries CSIRO, Melbourne, Australia 13-15 December 2006.
- [48] Wachem B.G.M, Schouten J.C., and Bleek C.M., Comparative analysis of CFB models of dense gas–solid systems, *AIChE Journal* 47 (5) (2001), pp. 1035–1050.
- [49] Wang, J., Ge, W. and Li, J. (2008). Eulerian simulation of heterogeneous gas–solid flows in CFB risers: EMMS-based sub-grid scale model with a revised cluster description. *Chemical Engineering Science* 63 (6), 1553–1571.
- [50] Wen C.Y., Yu Y.H., "Mechanics of fluidization". *Chemical Engineering Progress Symposium Series* 62, 100–111(12), 1966.
- [51] Wu Y., Lu J. and Zhang, J. (2004). Conceptual design of an 800MWe supercritical pressure circulating fluidized bed boiler. *Boiler Technology* 35 (3), 12-16.
- [52] Yan, A., Manyele, S.V., Parssinen, J.H. and Zhu, J.X. (2002). The interdependence of micro and macro flow structures under a high-flux flow. In: *Seventh International Circulating Fluidized Beds Conference*, Canadian Society for Chemical Engineering, pp. 357–364.
- [53] Yuan, P.T. and Gidaspow, D. (1990). Computation of flow patterns in circulating fluidized beds. *AIChE Journal* 36 (6), 885–896.
- [54] Yuu, S. and Umekage, T. (2008). Constitutive Relations and Computer Simulation of Granular Material. *Advanced Powder Technology* 19 (3), 203-230.

- [55] Zhang, D.Z. and VanderHeyden, W.B., (2001). High-resolution three-dimensional simulation of a circulating fluidized bed. *Powder Technology* 116, 133–141.
- [56] Zhang, N., Lu, B., Wang, W. and Li, J., (2008). Virtual experimentation through 3D full-loop simulation of a circulating fluidized bed. *Particuology* 6, 529–539.
- [57] Zhou, Y.C., Xu, B.H., Yu, A.B. and Zulli, P (2002). An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder Technology* 125, 45– 54.
- [58] Τσαγγάρης Σ., *Μηχανική των ρευστών*, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα, 2004
- [59] Τσαμασφύρος Γ.Ι., *Μηχανική παραμορφώσιμων σωμάτων, τόμος Ι*, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, 1990.
- [60] Παπαφωτίου Δ., *Ανάπτυξη και εφαρμογή μοντέλου EMMS για τη μελέτη της υδροδυναμικής πυκνών διφασικών ροών των ρευστοποιημένων κλινών*, μεταπτυχιακή εργασία στο Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Παραγωγή και Διαχείριση Ενέργειας» στο Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009
- [61] Ατσώνιος Κ., *Υπολογιστική διερεύνηση της ισοθερμοκρασιακής ροής σε ρευστοποιημένη κλίνη ανακυκλοφορίας*, διπλωματική εργασία στο εργαστήριο θερμοκινητήρων και λεβήτων του Ε.Μ.Π., Αθήνα 2010

ΟΡΟΛΟΓΙΑ

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

| | |
|-----------------------------|---|
| Ar | αριθμός του Αρχιμήδη (-) |
| $\langle \bar{c}^2 \rangle$ | μέση τιμή τετραγώνου της ταχύτητας της τυχαίας κίνησης των κόκκων/μορίων του σωματιδιακού υλικού/αερίου (m^2/s^2) |
| d_p | μέση διάμετρος σωματιδίων (m) |
| \vec{D} | τανυστής ρυθμού παραμόρφωσης με στοιχεία D_{ij} , $i,j=x,y,z$ (s^{-1}) |
| \bar{D} | αποκλίνων τανυστής παραμόρφωσης (s^{-1}) |
| \dot{D} | ισότροπος τανυστής παραμόρφωσης (s^{-1}) |
| e_{ss} | συντελεστής αποκατάστασης (-) |
| g_0 | ακτινική συνάρτηση της κατανομής του στερεού, (-) |
| G | εξίσωση πλαστικότητας (-) |
| H | ύψος (m) |
| k | συντελεστής συνεκτικότητας των κόκκων του σωματιδιακού υλικού ύπο μηδενικές ορθές τάσεις (cohesiveness) (-) |
| k_B | σταθερά Boltzmann (-) |
| L | μήκος αγωγού (m) |
| m | μάζα (kg) |
| N | ορθή τάση (Pa) |
| p | ισοστατική/υδροστατική πίεση (Pa) |
| Re | αριθμός Reynolds (-) |
| \vec{R} | τανυστής ρυθμού περιστροφής (s^{-1}) |
| S | διατμητική τάση (Pa) |
| u | ταχύτητα (m/s) |
| Y | εξίσωση επιφάνειας διαρροής (-) |
| β | συντελεστής εναλλαγής ορμής μεταξύ των φάσεων (-) |
| ΔP | πτώση πίεσης (Pa) |
| δ_{ij} | το δ του Kronecker (-) |
| \vec{E} | τανυστής παραμόρφωσης με στοιχεία ε_{ij} , $i,j=x,y,z$ (-) |
| ε_g | κλάσμα κενού (-) |
| ε_s | ποσοστό σωματιδίων εντός του όγκου ελέγχου (-) |
| ε_s^{fr} | ποσοστό σωματιδίων εντός του όγκου ελέγχου κατά την έναρξη θεώρησης της ροής ως πυκνή (-) |
| Θ_s | κοκκώδης θερμοκρασία (m^2/s^2) |
| $I_{\vec{n}}$ | πρώτη αναλλοίωτη του πίνακα \vec{n} (-) |
| $II_{\vec{n}}$ | δεύτερη αναλλοίωτη του πίνακα \vec{n} (-) |
| $III_{\vec{n}}$ | τρίτη αναλλοίωτη του πίνακα \vec{n} (-) |
| μ' | ιξώδες όγκου (kg/m/s) |

| | |
|---------------------------------------|---|
| μ^{shear} | συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας (ιξώδες) (kg/m/s) |
| μ^{bulk} | ιξώδες πίεσης (kg/m/s) |
| ρ | πυκνότητα (kg/m ³) |
| ρ_{bulk} | φαινόμενη πυκνότητα (kg/m ³) |
| $\vec{\Sigma}$ | τανυστής τάσεων παραμ/σιμου στερεού σώματος με στοιχεία σ_{ij} , $ij=x,y,z$ (Pa) |
| $\dot{\Sigma}$ | ισότροπος τανυστής τάσεων παραμορφώσιμου στερεού σώματος (Pa) |
| $\bar{\Sigma}$ | αποκλίνων τανυστής τάσεων παραμ/σιμου στερεού με στοιχεία s_{ij} , $ij=x,y,z$ (Pa) |
| $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ | κύριες ορθές τάσεις (Pa) |
| $\langle \sigma \rangle$ | μέση ορθή τάση (Pa) |
| \vec{T} | συνολικός τανυστής τάσεων ρευστού με στοιχεία T_{ij} , $i,j=x,y,z$ (Pa) |
| \dot{T} | ισότροπος τανυστής τάσεων του ρευστού (Pa) |
| \bar{T} | αποκλίνων τανυστής τάσεων του ρευστού (Pa) |
| $\vec{\tau}$ | συνεκτικός τανυστής τάσεων ρευστού με στοιχεία τ_{ij} , $i,j=x,y,z$ (Pa) |
| τ | μέγιστη διατμητική τάση (Pa) |
| ϕ_p | σφαιρικότητα σωματιδίων (-) |
| ϕ | εσωτερική γωνία τριβής ή γωνία απόθεσης του σωματιδιακού υλικού (rad) |

ΔΕΙΚΤΕΣ

| | |
|-------|---|
| max | μέγιστο |
| fr | (frictional) πυκνή ροή |
| Bed | κλίνη |
| yield | στο σημείο διαρροής |
| DC | (down comer) κατακόρυφος αγωγός πριν την είσοδο στην πνευματική βαλβίδα |
| col | (collisional) που οφείλεται στις συγκρούσεις |
| kin | (kinetic) που οφείλεται στην κινητική θεωρία κοκκώδους ροής |
| mf | έναρξη ρευστοποίησης |
| g | (gas phase) αέρια φάση |
| s | (solid phase) στερεά φάση |
| p | σωματίδιο |

ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

| | |
|-----|------------------------------|
| CFB | Circulating Fluidized Bed |
| CFD | Computational Fluid Dynamics |
| DFB | Dual Fluidized Bed |
| DEM | Discrete Elements Models |
| FBC | Fluidized Bed Combustion |
| PC | Pulverized Coal |
| PF | Pulverized Fuel |
| TFM | Two Fluids Model |
| UDF | User-Defined Function |