



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

*Πολυπαραμετρική ανάλυση ευαισθησίας ηλεκτρικού
αισθητήρα διάδοσης ρωγμών σε οδοντωτούς τροχούς σε 3
διαστάσεις με χρήση πεπερασμένων στοιχείων*

Διπλωματική εργασία

ΧΑΡΙΚΛΕΙΑ ΑΛΙΜΠΕΡΤΗ

Επιβλέπων: Λέκτορας Β. Σπιτάς

Αθήνα 2013

Ανάλυση Ευαισθησίας Ηλεκτρικού Αισθητήρα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύσσεται και περιγράφεται μια μέθοδος που βασίζεται στην πτώση του ηλεκτρικού δυναμικού, η οποία επιτρέπει τον προσδιορισμό σε πραγματικό χρόνο λειτουργίας του μήκους της ρωγμής στον πόδα ενός οδόντα τρισδιάστατου μετωπικού οδοντωτού τροχού. Πραγματοποιούνται ηλεκτροστατικές αναλύσεις με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, εισάγοντας συνεχές ρεύμα από ένα ζεύγος ηλεκτροδίων και μετρώντας τη διαφορά δυναμικού από ένα άλλο και τα αποτελέσματα συσχετίζονται με το πραγματικό μήκος ρωγμής. Οι ηλεκτροστατικές αναλύσεις πραγματοποιούνται για τον προσδιορισμό της ευαισθησίας του ηλεκτρικού αισθητήρα στις επιπτώσεις μεγεθών, όπως το πλάτος ενός οδόντα, το module του, καθώς και η θέση τοποθέτησης των ζευγών ηλεκτροδίων.

Ανάλυση Ευαισθησίας Ηλεκτρικού Αισθητήρα

ABSTRACT

In this thesis, an electrical potential-drop method for the real time assessment of the length of a gear root crack is presented. Two measuring electrodes were placed in selected positions over the gauge area of a 3-D spur gear tooth, and their readings were associated with the actual crack length. Performing Multi-parametric Electrostatic Field Analysis Simulation using Finite Element Analysis (FEA) was determined the sensitivity of size effects of the tooth width, the module and the optimum position of the two measuring electrodes of the potential-drop sensor.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Καταρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της εργασίας Δρ. Β. Σπιτά, για όλες εκείνες τις γνώσεις που απλόχερα μου μετέδωσε καθώς και για την καθοδήγηση του σε αυτή την εργασία.

Θα ήταν αχαριστία να ξεχάσω να αναφέρω τη συμβολή του καθηγητή Θ. Κωστόπουλου στην πορεία μου ως φοιτήτρια, ο οποίος σαν από μηχανής θεός, σε μια δύσκολη προσωπική περίοδο, κατάφερε να με κάνει - όπως χαρακτηριστικά εκείνος έλεγε-, <<να ανέβω το βουνό, να κοιτάξω πέρα από αυτό, και να νιώσω έτοιμη να πετάξω μακριά>>.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω θερμά τους συμφοιτητές και φίλους από το εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών, οι οποίοι συνέβαλαν, ο καθένας με τον δικό του τρόπο, στην ολοκλήρωση αυτής της δουλειάς.

Τέλος, δε θα μπορούσα να παραλείψω την οικογένεια μου για την στήριξη που μου παρείχε όχι μόνο αυτό το διάστημα, αλλά και στο σύνολο των φοιτητικών μου χρόνων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή	σελ.11
1.1 Γενικά περί οδοντωτών τροχών	σελ.11
1.2 Βλάβες οδοντωτών τροχών	σελ.11
1.2.1. Αιτίες φθοράς οδοντωτών τροχών	σελ.11
1.3 Δημιουργία και εξέλιξη ρωγμών	σελ.12
1.3.1. Εντατική κατάσταση	σελ.12
1.3.2 Μοντελοποίηση ρωγμής	σελ.14
1.4 Διάγνωση βλαβών	σελ.15
1.4.1 Φάσμα συχνοτήτων	σελ.15
1.4.1.1 Διάγνωση βλαβών σε οδοντωτούς τροχούς	σελ.15
1.4.2 Μη-Καταστροφικές μέθοδοι διάγνωσης βλαβών	σελ.16
1.5 Μέθοδος πτώσης δυναμικού	σελ.17
Σκοπός και Διάρθρωση της Εργασίας	σελ.19
Ηλεκτροστατική Ανάλυση σε Δισδιάστατα Μοντέλα	σελ.21
3.1. Εισαγωγή	σελ.21
3.2 Αποτελέσματα δισδιάστατης μελέτης	σελ.22
Υπολογισμός Γεωμετρίας	σελ.25
4.1 Σχεδιασμός γεωμετρίας τρισδιάστατου οδόντα	σελ.25
4.1.1. Σχεδιασμός ρωγμής οδόντα	σελ.26
4.2 Μοντελοποίηση του προβλήματος σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων	σελ.27
Επίδραση Πλάτους στην Πτώση Δυναμικού	σελ.31
5.1 Επίδραση της αύξησης του πλάτους	σελ.31
5.2. Μέτρηση διαφοράς δυναμικού στο εσωτερικό ενός οδόντα	σελ.32
5.2.1. Εισαγωγή ηλεκτρικού ρεύματος επιφανειακά του οδόντα	σελ.36
5.2.2. Ομοιόμορφη κατανομή ρεύματος στο εσωτερικό οδόντα	σελ.39

Πολυπαραμετρική Ανάλυση	σελ.45
6.1 Παράμετροι ανάλυσης	σελ.45
6.2 Επεξεργασία μετρήσεων	σελ.48
6.2.1. Αποδεκτά ζεύγη ηλεκτροδίων	σελ.48
6.3 Αποτελέσματα πολυπαραμετρικής ανάλυσης	σελ.49
Αριθμητική Προσέγγιση & Συσχέτιση Πολυπαραμετρικής Ανάλυσης	σελ.51
7.1 Παραμετρικές εξισώσεις Bezier	σελ.51
7.2 Συντελεστής πολλαπλής συσχέτισεως	σελ.57
7.3 Μέση τετραγωνική απόκλιση	σελ.59
Συμπεράσματα	σελ.61
Αναφορές	σελ.63

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Γενικά περί οδοντωτών τροχών

Οι οδοντωτοί τροχοί αποτελούν στοιχεία μηχανών κατάλληλα για μετάδοση περιστροφικής κίνησης και μεταφοράς ισχύος από την κινητήρια στην κινούμενη άτρακτο μέσω κατάλληλα συνεργαζόμενων οδόντων. Οι οδόντες είναι αλληπάλληλες εσοχές και προεξοχές της επιφάνειας ενός οδοντωτού τροχού, κατάλληλες ώστε να επιτυγχάνεται συνεργασία της εσοχής του ενός οδοντωτού τροχού με την προεξοχή του συνεργαζόμενου οδοντωτού τροχού. Η κατασκευή των οδόντων μπορεί να προκύψει από διάφορα προφίλ κατατομών όπως αυτό της εξειλιγμένης, της ορθοκυκλοειδούς, της επικυκλοειδούς, της περικυκλοειδούς, της υποκυκλοειδούς καμπύλης, της σπείρας ή και από τόξο κύκλου.

Μετωπικός οδοντωτός τροχός με ευθείς ή παράλληλους οδόντες, καλείται ο τροχός κυλινδρικής μορφής, στον οποίο οι οδόντες είναι ευθείς και παράλληλοι προς τον άξονα περιστροφής και συμμετρίας του τροχού [1].

1.2 Βλάβες οδοντωτών τροχών

1.2.1. Αιτίες φθοράς οδοντωτών τροχών

Τα περισσότερα μηχανικά συστήματα, τα οποία περιλαμβάνουν οδοντωτούς τροχούς παρουσιάζουν ευαισθησία ως προς τις υπάρχουσες συνθήκες λειτουργίας. Ως ακατάλληλες ή δυσμενείς συνθήκες λειτουργίας είναι σε θέση να χαρακτηριστούν καταστάσεις κατά τις οποίες εμφανίζονται τα εξής φαινόμενα:

- Ανάπτυξη υψηλών τιμών ροπής στρέψης

- Σημειακή υπερφόρτιση των κατατομών
- Ακατάλληλη λίπανση στους οδοντωτούς τροχούς
- Ύπαρξη ξένων σωματιδίων στις συνεργαζόμενες κατατομές
- Μη επαρκής συντήρηση στο μηχανικό σύστημα, όπως κακή ευθυγράμμιση ή αζυγοσταθμία
- Κατασκευαστικό σφάλμα στη διαμόρφωση της κατατομής των οδοντωτών τροχών
- Εφαρμογή ακατάλληλης θερμικής επεξεργασίας στους οδοντωτούς τροχούς

Οι ακατάλληλες συνθήκες λειτουργίας αλλά και η ανάπτυξη ρωγμών στον οδοντωτό τροχό λόγω κόπωσης, σε συνδυασμό με υψηλές ταχύτητες περιστροφής του μηχανικού συστήματος, μπορούν να προκαλέσουν την αστοχία-φθορά του οδοντωτού τροχού. Αυτή εμφανίζεται ως

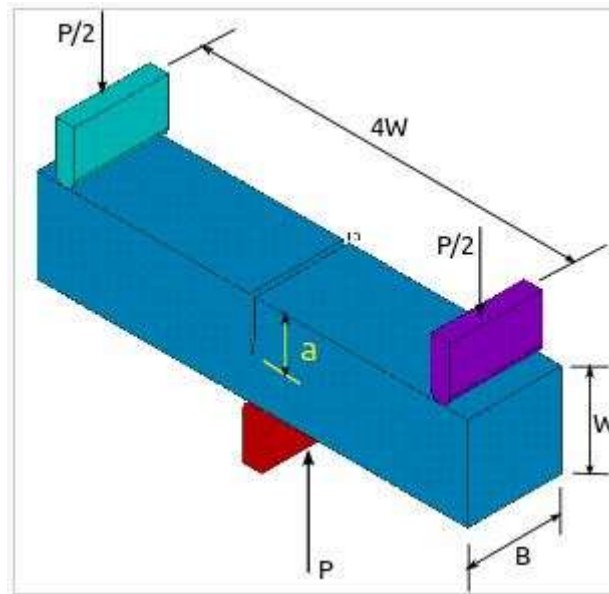
- Πλαστική παραμόρφωση
- Φθορά αποκόλλησης (pitting)
- Φθορά επικόλλησης (scoring)

1.3 Δημιουργία και εξέλιξη ρωγμών

Κατά την υποβολή των κατατομών οδόντων σε υψηλές καμπτικές καταπονήσεις, οι οποίες ξεπερνούν το όριο αντοχής του υλικού σε κόπωση, μπορεί να επέλθει αστοχία (δημιουργία ρωγμών). Το πιο συχνό φαινόμενο εμφάνισης ρωγμής παρατηρείται στον πόδα ενός οδόντα του οδοντωτού τροχού, εκεί δηλαδή όπου σημειώνεται αυξημένη συγκέντρωση τάσεων λόγω κάμψης. Άλλοι τύποι ρωγμών που μπορεί να εμφανιστούν είναι ρωγμές σο εσωτερικό του οδοντωτού τροχού εξαιτίας κόπωσης και ρωγμές που αναπτύσσονται κάτω από τις επιφάνειες των οδοντωτών τροχών.

1.3.1. Εντατική Κατάσταση

Η εντατική κατάσταση ενός οδόντα εξαρτάται από τη γεωμετρία του αλλά και από το αναπτυσσόμενο φορτίο, που εφαρμόζεται στην εργαζόμενη πλευρά του οδόντα. Το φορτίο αυτό είναι κάθετο στην επιφάνεια και δύναται να αναλυθεί σε δυο συνιστώσες, από τις οποίες η πρώτη είναι η θλιπτική και η δεύτερη είναι η καμπτική. Παραλείποντας το θλιπτικό φορτίο, μπορεί να μοντελοποιηθεί ο οδόντας ως ένας αμφιέρειστος φορέας, ο οποίος υποβάλλεται σε κάμψη τριών σημείων.



Σχήμα 1.1. Κάμψη τριών σημείων σε δοκό

Ο συντελεστής εντατικής κατάστασης προκύπτει (κατά ASTM E1290-08 Standard) από την παρακάτω σχέση [2]:

$$K_I = \frac{6P}{BW} a^{1/2} Y \quad (1.1)$$

Όπου

$$Y = \frac{1.99 - \frac{a}{W} \left(2.15 - \frac{3.93a}{W} + 2.7 \left(\frac{a}{W} \right)^2 \right)}{\left(1 + \frac{2a}{W} \right) \left(1 - \frac{a}{W} \right)^{3/2}} \quad (1.2)$$

Σημειώνεται πως κατά τον G.R. Irwin, υπάρχουν οι ακόλουθοι τρόποι εξέλιξης και διάδοσης μιας ρωγμής, ανάλογα με το είδος της φόρτισης:

- Εφελκυστικός τύπος – I (Mode I – Opening Mode)
- Συνεπίπεδος διατμητικός τύπος – II (Mode II - Sliding Mode)
- Εγκάρσιος διατμητικός τύπος – III (Mode III – Tearing Mode)

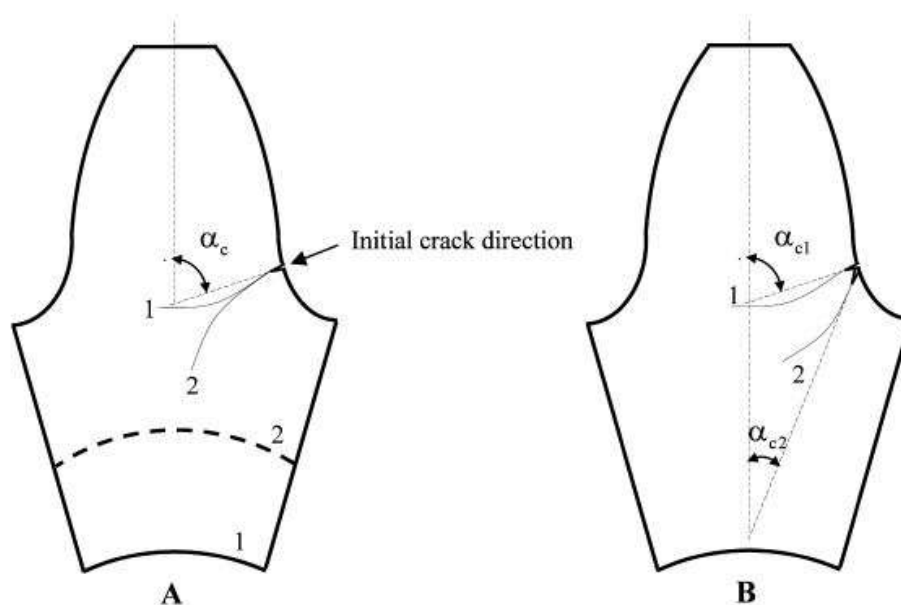
Οι αναπτυσσόμενες ρωγμές στον πόδα ενός οδόντα είναι μικτού τυπου, δηλαδή τύπου I και II. Κατόπιν τούτου, υπάρχουν δύο συντελεστές K_I και K_{II} που χαρακτηρίζουν τη εντατική κατάσταση της ρωγμής στον οδόντα. Ο συντελεστής για τον τύπο II, είναι περίπου το 10% του συντελεστή που αφορά στον τύπο I, ο οποίος αναπτύσσει τις μέγιστες

τιμές του για μεσαία μήκη ρωγμών, ενώ για μικρά μήκη ρωγμών λαμβάνει μεσαίες τιμές και για μεγάλα μήκη λαμβάνει μικρές τιμές [3].

1.3.2. Μοντελοποίηση ρωγμής

Κατά τον Lewicki [4], η δημιουργία και η διάδοση μιας ρωγμής εξαρτάται από τον λόγο $m_B = \frac{S_r}{h_t}$ (*backup ratio*) δηλαδή τον λόγο του συντελεστή πάχους στεφάνης (*rim thickness* S_r) ως προς το ολικό ύψος του οδόντα (h_t). Συγκεκριμένα αναφέρει πως για μεγάλες τιμές του *backup ratio* (m_B), η ρωγμή θα εξελιχθεί μέσα στην περιοχή του οδόντα όπως στο Σχήμα 1.2 (πορεία 1), ενώ για μικρές τιμές του *backup ratio* (m_B), η ρωγμή θα εξελιχθεί μέσα στο σώμα του γραναζιού(κάτω από τον οδόντα) όπως στο Σχήμα (πορεία 2).

Ο Lewicki προσθέτει πως η αρχική τιμή της γωνίας α_c , αποτελεί ακόμα έναν παράγοντα για την διάδοση της ρωγμής. Ισχυρίζεται πως, για χαμηλές τιμές της γωνίας α_c , η ρωγμή δεν θα εξελιχθεί εντός της περιοχής του οδόντα, ακόμα κι αν το *backup ratio* λάμβανε υψηλή τιμή, αλλά δια διαδιδόταν στην περιοχή της στεφάνης (Σχήμα 1.2).



Σχήμα 1.2. Επιρροή του backup ratio στην πορεία της ρωγμής

Επιπλέον η πορεία της ρωγμής (*crack path*), τείνει να είναι ομαλή, σχεδόν ευθεία, με ελαφριά καμπυλότητα [4].

1.4. Διάγνωση Βλαβών

1.4.1 Φάσμα Συχνοτήτων

Ανεξαρτήτως του είδους, κάθε μηχανή κατά τη λειτουργία της παράγει κραδασμούς. Σε ιδανικές συνθήκες λειτουργίας, το επίπεδο των κραδασμών είναι εντός επιτρεπτών ορίων. Σε πραγματικές καταστάσεις λειτουργίας, τυχόν υπάρχουσες κατασκευαστικές ατέλειες ή πιθανές βλάβες οδηγούν είτε στη αύξηση του επιπέδου των κραδασμών είτε ακόμη και στη μετατόπιση του φάσματος των συχνοτήτων.

Η παρακολούθηση και η ανάλυση των κραδασμών παρέχει πληροφορίες για την κατάσταση μιας μηχανής και πραγματοποιούνται μέσω σύγχρονων μετρητικών συστημάτων και οργάνων. Η αρχή λειτουργίας των μετρητικών συστημάτων βασίζεται στις αρχές επεξεργασίας των σημάτων (διακριτός μετασχηματισμός *Fourier (DFT)*, ταχύς μετασχηματισμός *Fourier (FFT)*). Το μηχανικό φυσικό μέγεθος που συνεπάγεται ο κραδασμός, μετατρέπεται σε ανάλογο ηλεκτρικό μέγεθος (ρεύμα ή τάση), και οι πληροφορίες αυτές συλλέγονται και επεξεργάζονται κατάλληλα.

Ακολούθως αναφέρονται μερικά από τα συνήθη αισθητήρια μέτρησης:

- Γραμμικοί μετασχηματιστές μεταβλητού διαφορικού (*LVDT*)
- Αισθητήρια προσέγγισης- δινορευμάτων (*Proximity –Eddy currents*)
- Αισθητήρια ταχύτητας μεταβλητής επαγωγής
- Επιταχυνσιόμετρα επικηκυνσιομέτρων
- Χωρητικά επιταχυνσιόμετρα
- Πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα
- Οπτικές-ηλεκτρονικές διατάξεις

Τα φάσματα των κραδασμών που λαμβάνονται από τα μετρητικά συστήματα χαρακτηρίζονται από αιχμές σε συχνότητες που αντιστοιχούν στις περιόδους λειτουργίας των στοιχείων μηχανής [5].

1.4.1.1. Διάγνωση Βλαβών σε Οδοντωτούς Τροχούς

Οι κύριες συχνότητες (*forcing frequencies*) μιας βαθμίδας οδοντωτών τροχών είναι η συχνότητα της ατράκτου εισόδου, η συχνότητα της ατράκτου εξόδου, και η συχνότητα της οδόντωσης (*gear mesh frequency*). Σημειώνεται πως η συχνότητα της οδόντωσης ισούται με τον αριθμό των οδόντων του ενός τροχού επί τη συχνότητα της ατράκτου του.

Κάθε ζεύγος οδόντων κατά τη συνεργασία του, παράγει μια συγκεκριμένη κυματομορφή. Από την κυματομορφή μπορεί κανείς να μετρήσει τον αριθμό των οδόντων ενός οδοντωτού τροχού.

Για τον έλεγχο ύπαρξης οδόντα με ρωγμή, μπορεί κανείς να μελετήσει την κυματομορφή. Για παράδειγμα σε οδοντωτό τροχό με αριθμό οδόντων Z , σε κάθε περιστροφή της ατράκτου θα πρέπει να υπάρχουν Z παλμοί ένας εκ των οποίων θα είναι πολύ διαφορετικός από τους υπόλοιπους[6].

1.4.2. Μη-Καταστροφικές Μέθοδοι Διάγνωσης Βλαβών

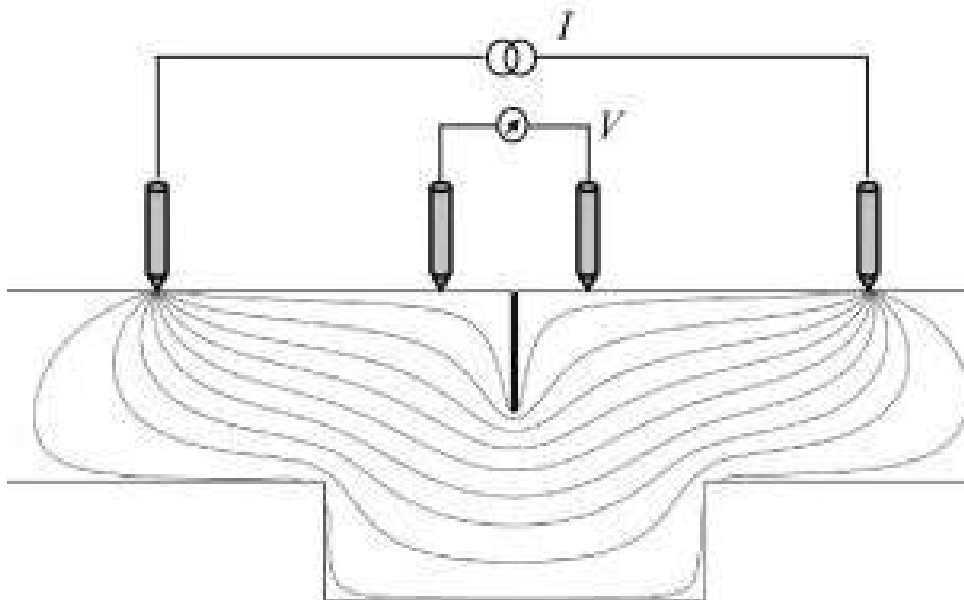
Διάφορες μη καταστροφικές μέθοδοι (*Non Destructive Testing- NDT*) ανάδειξης σφαλμάτων και ανομοιογενειών που είτε βρίσκονται εσωτερικά ενός υλικού είτε είναι αδύνατο να εντοπιστούν με το μάτι αναφέρονται παρακάτω:

- Μικροκυματικές μέθοδοι
- Έλεγχος με διεισδυτικά υγρά
 - Έλεγχος με διεισδυτικά ορατού φωτισμού
 - Έλεγχος με φθορίζοντα διεισδυτικά
- Μέθοδος ακουστικής εκπομπής
- Μαγνητικές μέθοδοι
 - Έλεγχος θορύβου Barkhausen
 - Έλεγχος με μαγνητικό μελάνι/ σκόνη
 - Έλεγχος με μαγνητικά σωματίδια
 - Μαγνητογραφία
 - Απώλεια μαγνητικής ροής
- Έλεγχοι διαρροής
- Μηχανικοί έλεγχοι
 - Μέθοδος ακουστικής πρόσκρουσης
 - Θερμογραφικός έλεγχος
 - Μέθοδοι μηχανικής αντίστασης
 - Έλεγχοι ταλαντώσεων
- Μέθοδος θερμικών εκπομπών
- Ραδιογραφικές μέθοδοι
 - Με ακτίνες Χ και ακτίνες γ
 - Με υποατομικά σωματίδια
 - Ψηφιακή ραδιογραφία – τομογραφία
- Μέθοδοι υπερήχων
 - Τεχνικές ανακλάσεις
 - Τεχνικές περίθλασης
 - Συστοιχίες φάσης υπερήχων
 - Μέθοδοι υπερήχων με laser

1.5. Μέθοδος Πτώσης Δυναμικού

Η μέθοδος της πτώσης του δυναμικού (*Potential Drop-PD*), αποτελεί μια μη καταστροφική τεχνική ανίχνευσης και διαστασιολόγησης φθορών-ελατωμάτων (ρωγμές), η οποία εφαρμόζεται σε αγωγικά υλικά. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται με δύο διαφορετικές τεχνικές [7]:

- 1) Η τεχνική κατά την οποία εφαρμόζεται συνεχές ρεύμα (*direct current potential drop-DCPD*)
- 2) Η τεχνική κατά την οποία εφαρμόζεται εναλλασσόμενο ρεύμα (*alternating current potential drop-ACPD*).



Σχήμα 1.3. Προσδιορισμός θέσης ηλεκτροδίων εισαγωγής ρεύματος και μέτρησης ηλεκτρικού δυναμικού, εκατέρωθεν της ρωγμής

Σύμφωνα με τη μέθοδο πτώσης δυναμικού τροφοδοτούνται τα υπό έλεγχο με ρεύμα (εναλλασσόμενο ή συνεχές) δοκίμια, μέσω ηλεκτρικών ακροδεκτών (ηλεκτροδίων). Το ηλεκτρικό ρεύμα εφαρμόζεται εκατέρωθεν της ρωγμής, με αποτέλεσμα της ύπαρξη διαφοράς δυναμικού σε κατάλληλα τοποθετημένα ηλεκτρόδια, ομοίως εκατέρωθεν της ρωγμής. Κάθε μεταβολή ή αύξηση της ρωγμής, θα προκαλέσει μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης και συνεπώς διαφορά του αδιαστατοποιημένου δυναμικού, το οποίο αντιπροσωπεύει την αναλογία της μετρηθείσας διαφοράς δυναμικού, ως προς την διαφορά δυναμικού που θα παρουσίαζε ένα δοκίμιο χωρίς ρωγμή [8].

2. Σκοπός και διάρθρωση της εργασίας

Ο σκοπός αυτής της εργασίας ήταν η δημιουργία ενός ηλεκτρικού αισθητήρα διάδοσης ρωγμών, σε οδοντωτό τροχό εργαζόμενο σε πραγματικό χρόνο λειτουργίας. Μέχρι σήμερα ηλεκτρικοί αισθητήρες διάδοσης ρωγμών είχαν αναλυθεί μόνο στο επίπεδο των διδιάστατων δοκιμίων, χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η επίδραση του πλάτους του οδοντωτού τροχού.

Για τον σχεδιασμό του ηλεκτρικού αισθητήρα έγινε χρήση της μεθόδου της πτώσης του ηλεκτρικού δυναμικού, σύμφωνα με την οποία τοποθετούνται ηλεκτρόδια σε κατάλληλες θέσεις, στην επιφάνεια ενός οδόντα με τα οποία εισάγεται ηλεκτρικό ρεύμα και στη συνέχεια μετράται η διαφορά του ηλεκτρικού δυναμικού μεταξύ δυο άλλων ηλεκτροδίων. Η πληροφορία της διαφοράς του ηλεκτρικού δυναμικού οδηγεί στον προσδιορισμό του μήκους της ρωγμής με δεδομένη την τροχιά της.

Η όλη προβληματική αυτής της εργασίας περιστράφηκε γύρω από την πορεία του ηλεκτρικού ρεύματος στο σώμα του οδόντα κατά τη διάχυση του από την επιφάνεια (ηλεκτρόδια) προς το εσωτερικό του οδόντα.

Στην αρχή (κεφάλαιο 3^ο) γίνεται μια αναφορά στη διδιάστατη ανάλυση που έχει πραγματοποιηθεί στο παρελθόν, στη συλλογιστική πορεία αυτής, καθώς και στα αποτελέσματα που εξήχθησαν από αυτή.

Κατόπιν τούτου, στο 4^ο κεφάλαιο, καταγράφεται η πορεία που ακολουθήθηκε για την κατασκευή της γεωμετρίας των οδόντων, οι οποίοι χρησιμοποιήθηκαν στις στατικές αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων που θα πραγματοποιήθηκαν. Επίσης, γίνεται αναφορά στην διαδικασία

μοντελοποίησης και της μεθόδου της πτώσης του δυναμικού στο εμπορικό λογισμικό ANSYS Mechanical APDL.

Μια πρώτη στατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, πραγματοποιήθηκε στο 5^ο κεφάλαιο, σε οδόντες διαφορετικού πλάτους, προερχόμενους από οδοντωτούς τροχούς με module 1mm, αριθμό οδόντων $Z=20$ και βαθμό επικάλυψης $\varepsilon=1,2$ με χρήση του εμπορικού λογισμικού ANSYS Mechanical APDL. Στα υπό μελέτη δοκίμια εφαρμόστηκε ρεύμα 5 mA, στη βέλτιστη θέση που προέκυψε από τη διαδιάστατη μελέτη και έγινε καταγραφή του ηλεκτρικού δυναμικού από την ίδια περιοχή όπου έγινε η εισαγωγή ρεύματος.

Ακολούθως, διενεργήθηκε ηλεκτροστατική ανάλυση στο 6^ο κεφάλαιο, η οποία αφορούσε στο αδιαστατοποιημένο δυναμικό που προέκυπτε σε διαφορετικές θέσεις ζευγών ηλεκτροδίων για κάθε ποσοστιαίο μήκος ρωγμής και έλαβε χώρα σε διάφορα πλάτη ενός οδόντα με γεωμετρικά χαρακτηριστικά $Z=20$ οδόντες και $m=1$. Τα ηλεκτρόδια μέτρησης του ηλεκτρικού δυναμικού τοποθετήθηκαν οριακά πριν το τέλος της εκάστοτε ρωγμής σε διαφορετικές θέσεις-αποστάσεις από αυτή. Εν συνεχεία, έγινε μια πρώτη προσπάθεια παρατήρησης της τροχιάς-διαδρομής του ηλεκτρικού ρεύματος στο εσωτερικό του γραναζιού. Για το λόγο αυτό εξετάστηκαν αρκετοί οδόντες για διαφορετικά module και πλάτη, και μετρήθηκε η διαφορά δυναμικού όχι μόνο στην επιφάνεια τους αλλά και στο εσωτερικό σε ισοκατανεμημένες διαμερίσεις κατά το πλάτος. Κατόπιν των ανωτέρω, έγινε ομοιόμορφη κατανομή ηλεκτρικού φορτίου στο εσωτερικό των ίδιων μοντέλων και υπολογίστηκε όπως και πριν η διαφορά δυναμικού σε σημεία στο εσωτερικό σε ισοκατανεμημένα διαμερίσεις.

Από τις παραπάνω αναλύσεις προέκυψε πως το ηλεκτρικό ρεύμα εξασθενεί όσο το πλάτος αυξάνεται και αυτό αποδειχθηκε ξανά από την επομένη φάση της εργασίας στο 7^ο κεφάλαιο, κατά την οποία πραγματοποιήθηκε μια πολυπαραμετρική ανάλυση ευαισθησίας του αδιαστατοποιημένου δυναμικού. Αυτή η ανάλυση λαμβάνει υπόψη τέσσερις παράγοντες, οι οποίοι είναι: το ποσοστιαίο μήκος ρωγμής, η απόσταση d_i του ζεύγους των ηλεκτροδίων μέτρησης του δυναμικού από τη ρωγμή, το πλάτος του οδόντα και το module.

3. Ηλεκτροστατική Ανάλυση σε δισδιάστατα μοντέλα

3.1 Εισαγωγή

Στη δισδιάστατη μελέτη, πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις σε επίπεδο οδόντα προερχόμενο από μετωπικό οδοντωτό τροχό με αριθμό οδόντων $Z=20$ και βαθμό επικάλυψης $\varepsilon=1,2$.

Διεξήχθη στατική ανάλυση για να εκτιμηθεί η επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση στην επικίνδυνη διατομή ποδός, φορτίζοντας τον οδόντα με μοναδιαίο φορτίο κάθετα στο ανώτατο σημείο μονής επαφής του (HPSTC). Το σημείο στην περιοχή του ποδός του οδόντα, με την μεγαλύτερη πρώτη κύρια τάση (η οποία είναι εφελκυστική), αποτελεί το σημείο έναρξης της ρωγμής και η τροχιά της ρωγμής (crack path), σχεδιάζεται σύμφωνα με τα κριτήρια (Tresca και von Mises), δηλαδή κάθετα στις γραμμές ίσης μέγιστης διατμητικής τάσης. Έτσι σχηματίζεται η ρωγμή μέχρι τον ουδέτερο άξονα του οδόντα και κατόπιν αδιαστατοποιείται ως προς αυτόν.

Για τον μετωπικό οδόντα που επιλέχθηκε, ελέγχθηκαν έντεκα διαφορετικές περιπτώσεις, μία για την κατάσταση του οδόντα χωρίς ρωγμή, και οι υπόλοιπες δέκα περιπτώσεις για δεκα ποσοστιαία μήκη ρωγμών. Συγκεκριμένα, κάθε μία εκ των ανωτέρω δέκα ρωγμών αποτελεί συνέχεια της προηγούμενης, υπό την έννοια ότι έκαστη εκ των ως άνω δέκα ρωγμών επαυξάνεται σε σχέση με την προηγούμενη κατά ποσοστό 10%, κατά τρόπο ώστε η τελευταία ρωγμή (δέκατη περίπτωση) να φτάνει στον ουδέτερο άξονα, δηλαδή το ένα εκ των άκρων σημείων της να αποτελεί και σημείο του ουδέτερου άξονα. Σε αυτά τα μοντέλα τοποθετήθηκαν ηλεκτρόδια εισαγωγής συνεχούς ρεύματος 5 mA και ηλεκτρόδια καταγραφής της διαφοράς του ηλεκτρικού δυναμικού.

3.2 Αποτελέσματα δισδιάστατης μελέτης

Οι ηλεκτροστατικές αναλύσεις που εφαρμόστηκαν σε αυτά τα μοντέλα, παρείχαν πληροφορίες, οι οποίες αφού επεξεργάστηκαν και αναλύθηκαν οδήγησαν στα εξής συμπεράσματα:

Τα ηλεκτρόδια εισαγωγής του ρεύματος για τις περιπτώσεις των οδόντων με ποσοστιαίο μήκος ρωγμής από 10% έως 40%, συνιστώνται να τοποθετούνται όσο πιο κοντά στην έναρξη της ρωγμής. Οι υπολογισμοί έδειξαν ότι όσο πιο κοντά βρίσκονται, τόσο μεγαλύτερη είναι η ένδειξη του αδιαστατοποιημένου δυναμικού V/V_0 . Επιπρόσθετα, φάνηκε ότι τα ηλεκτρόδια έχουν καλύτερη ευαισθησία ως προς τα μήκη ρωγμών που έχουν ξεπεράσει τη θέση των ηλεκτροδίων, γιατί το ρεύμα αναγκάζεται να διασχίσει μεγαλύτερη διαδρομή, με αποτέλεσμα να αυξηθεί η ηλεκτρική αντίσταση, και κατ'επέκταση η πτώση του ηλεκτρικού δυναμικού.

Για τις περιπτώσεις εκείνες που αφορούν στο 0 έως το 10% της ρωγμής παρατηρείται πως, αντίθετα με τα προηγούμενα, όσο πιο κοντά τοποθετούνται τα ηλεκτρόδια από το σημείο έναρξης της ρωγμής, τόσο πιο μειωμένες τιμές του αδιαστατοποιημένου δυναμικού συναντώνται.

Λαμβάνοντας υπόψη τις ανωτέρω δύο παρατηρήσεις, προέκυψε η βέλτιστη θέση τοποθέτησης των ηλεκτροδίων εισαγωγής ρεύματος στο μοντέλο, η οποία θα βρίσκεται στο 10 % , αφού για αυτή τη θέση λαμβάνονται οι μεγαλύτερες τιμές του αδιαστατοποιημένου δυναμικού.

Για τον πλήρη καθορισμό της θέσης των ηλεκτροδίων απαιτείται και ο καθορισμός της απόστασής τους από τη ρωγμή. Οι αναλύσεις υποδεικνύουν ότι το αδιαστατοποιημένο δυναμικό αυξάνεται, όσο

μειώνεται η απόσταση των ηλεκτροδίων από τη ρωγμή. Εκατέρωθεν της ρωγμής όμως υπάρχει μία ζώνη, στην οποία ενδέχεται να δημιουργηθεί και να εξελιχθεί η ρωγμή. Συνεπώς, τα όρια αυτής της ζώνης αποτελούν τη βέλτιστη απόσταση από τη ρωγμή για την τοποθέτηση των ηλεκτροδίων.

Επιπλέον, έγινε μαθηματική μοντελοποίηση του αδιαστατοποιημένου δυναμικού για τις διαφορετικές αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων, και από την μοντελοποίηση αυτή προέκυψε ένας αναδρομικός τύπος. Σύμφωνα με αυτόν τον τύπο μπορεί να προβλεφθεί το ποσοστό της ρωγμής, αν είναι γνωστή η τιμή του αδιαστατοποιημένου δυναμικού $\frac{\Delta V}{\Delta V_0}$, αλλά και της αδιαστατοποιημένης απόστασης μεταξύ των ηλεκτροδίων k [9].

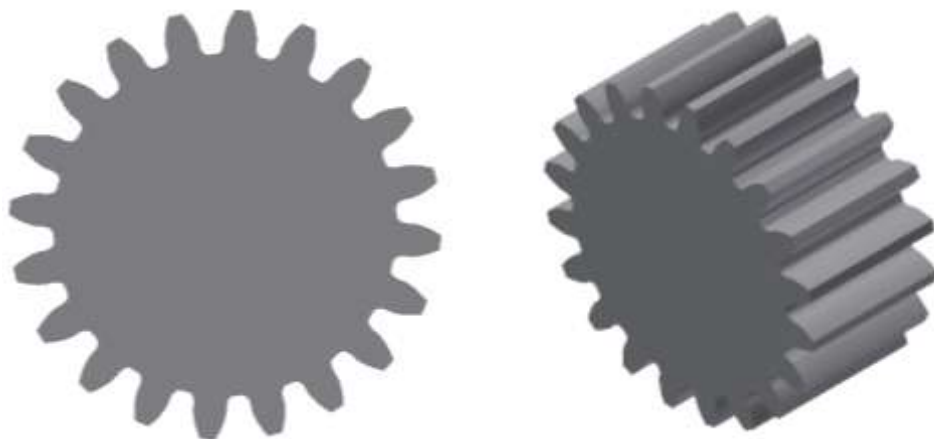
$$x\left(\frac{\Delta V}{\Delta V_0}, k\right) = \frac{\frac{\Delta V}{\Delta V_0} + 1.746 \cdot \ln(k) - 2.165}{0.041 \cdot k^{(-0.862)}} \quad (3.1)$$

Ένα ακόμη συμπέρασμα, το οποίο προέκυψε από την ανωτέρω μελέτη αποτελεί το ότι εφαρμόζοντας μοναδιαίο συνεχές ρεύμα στα ηλεκτρόδια, η ηλεκτροστατική ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων είναι ανεξάρτητη της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης..

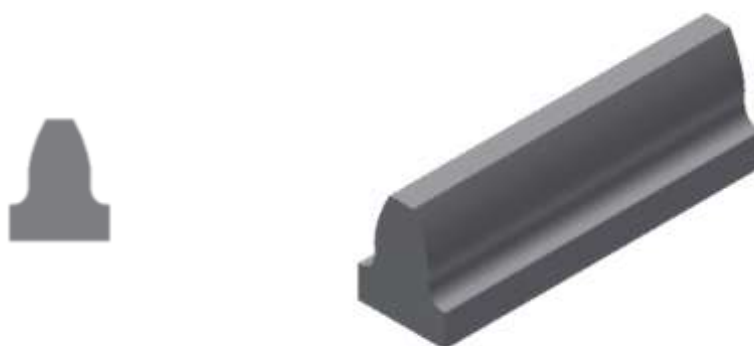
4. Υπολογισμός γεωμετρίας

4.1 Σχεδιασμός Γεωμετρίας Τρισδιάστατου οδόντα

Βασική προϋπόθεση για τις αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία στο εμπορικό λογισμικό *Ansys Mechanical APDL*, αποτέλεσε ο προσδιορισμός της γεωμετρίας των μετωπικών οδόντων. Όλες οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν επιλέχθηκε να λάβουν χώρα σε οδόντα γραναζιού με αριθμό οδόντων είκοσι $Z=20$. Αρχικά λοιπόν κατασκευάστηκε η κατατομή του οδόντος στο σχεδιαστικό πρόγραμμα *Inventor Professional*, με τη χρήση σαράντα σημείων, τα οποία (σημεία) παρήχθησαν από κώδικα κατασκευής κατατομής οδόντα, με γεωμετρικά μεγέθη: αριθμό οδόντων: είκοσι ($Z=20$), βαθμό επικάλυψης: 1,2 ($\varepsilon=1,2$), και γωνία εξειλιγμένης: 20° ($\alpha_0 = 20^\circ$). Κατόπιν τούτων, αυτή η γεωμετρία ανηγάγη σε $m=2, 3, 4, 6, 12, 24$ και $m=50$ mm. Η δισδιάστατη αυτή γεωμετρία για τις ανάγκες της κάθε ανάλυσης λάμβανε το κατάλληλο πλάτος οδόντα και έτσι τα μοντέλα είχαν πλέον μια τρισδιάστατη μορφή. Για τον εκάστοτε οδοντωτό τροχό, οι αναλύσεις αφορούν σε ένα μόνο οδόντα, ο οποίος αποκόπηκε και αποτελεί το αρχικό μοντέλο. Αυτό το αρχικό μοντέλο αποτέλεσε το δοκίμιο το οποίο δεν έχει υποστεί κάποια ρωγμή (*uncracked gear*).



Σχήμα 3.1. Μετωπικός οδοντωτός τροχός με αριθμό οδόντων $Z=20$

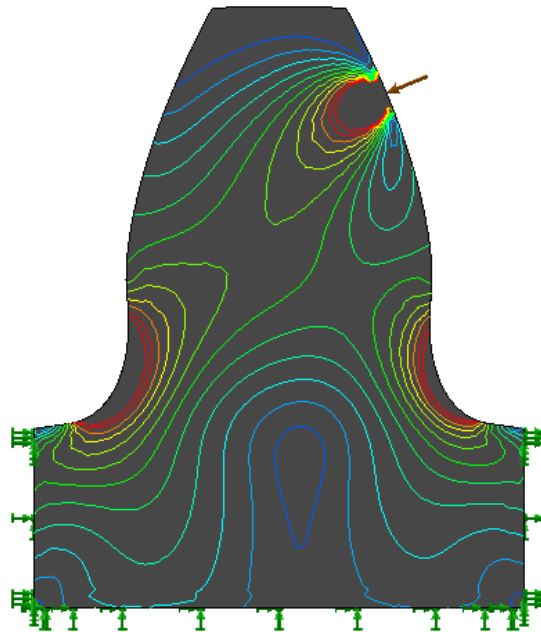


Σχήμα 3.2. Οδόντας από μετωπικό οδοντωτό τροχό με αριθμό οδόντων $Z=20$

4.1.1 Σχεδιασμός ρωγμής οδόντα

Στη συνέχεια, για να σχεδιασθεί η ρωγμή, έγινε έλεγχος φόρτισης του οδόντα με πεπερασμένα στοιχεία. Ο έλεγχος αυτός πραγματοποιήθηκε ως προς τη δυσμενέστερη περίπτωση φόρτισης κατά τη συνεργασία δυο τροχών, η οποία συμβαίνει στο ανώτερο σημείο μονής επαφής (*Highest Point Of Single Tooth Contact – HPSTC*). Για αυτή τη μέγιστη καταπόνηση του οδόντα, καταγράφεται η θέση και η τιμή της μέγιστης πρώτης κύριας τάσης στην επικίνδυνη διατομή ποδός. Η πρώτη κύρια τάση είναι εφελκυστική, και για τον λόγο αυτό ευθύνεται για τη ρηγμάτωση του οδόντα. Στο σημείο λοιπόν στο οποίο εμφανίζεται η μέγιστη πρώτη κύρια τάση έχουμε το σημείο έναρξης της ρωγμής.

Αναφορικά με την πορεία της ρωγμής, εξετάστηκαν οι γραμμές της ίσης μέγιστης διατμητικής τάσης. Σύμφωνα με διατμητικά κριτήρια *Tresca* και *von Mises*, η πορεία της ρωγμής (*crack path*) θα δημιουργηθεί τέμνοντας κάθετα κατά την πορεία της τις γραμμές αυτές μέχρι να συναντήσει τον ουδέτερο άξονα του οδόντα.



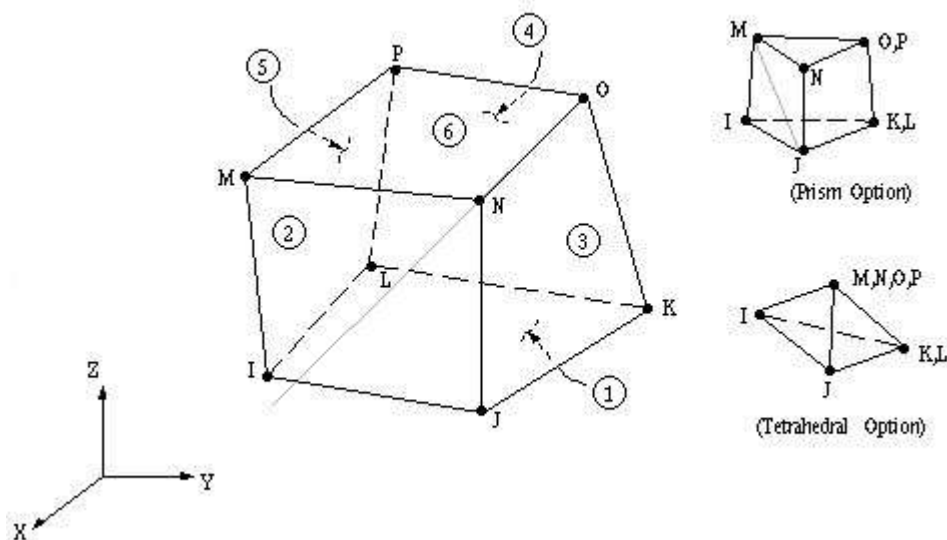
Σχήμα 3.3. Γραμμές ίσης μέγιστης διατμητικής τάσης για φορτίο στο Ανώτερο Σημείο Μονής Επαφής (HPSTC)

Γνωρίζοντας πλέον την πορεία της ρωγμής, σχεδιάζεται η τροχιά στο *Inventor Professional 2013* πάνω στο μοντέλο της ήδη υπάρχουσας κατατομής οδόντος. Για την σταδιακή διάδοση της ρωγμής γίνεται αδιαστατοποίηση της ρωγμής ως προς το συνολικό μήκος της. Συγκεκριμένα, η διάδοση της ρωγμής θα συντελεστεί σε δέκα στάδια, σε ένα εκ των οποίων η ρωγμή θα επαυξάνεται κατά ποσοστό 10% σε σχέση με το προηγούμενο στάδιο, κατά τρόπο ώστε η τελική ρωγμή (100%) να εκκινεί από το σημείο της μέγιστης πρώτης κύριας τάσης και να απολήγει σε σημείο ευρισκόμενο επί του ουδέτερου άξονα.

4.2 Μοντελοποίηση του προβλήματος σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων

Τα σχεδιασθέντα μοντέλα, εισάγονται με την μορφή ενός αρχείου *.sat* στο λογισμικό *ANSYS Mechanical APDL*. Για την ανάλυση των μοντέλων επιλέγεται το πεπερασμένο στοιχείο *Solid 69*, το οποίο είναι ένα θερμοηλεκτρικό στοιχείο για τρισδιάστατα μοντέλα. Είναι οκτακομβικό και έχει δυο βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο, γεγονός το οποίο το

καθιστά κατάλληλο για τις αναλύσεις των μοντέλων που θα πραγματοποιηθούν[8].



Σχήμα 3.4. Δομή πεπερασμένου στοιχείου Solid69

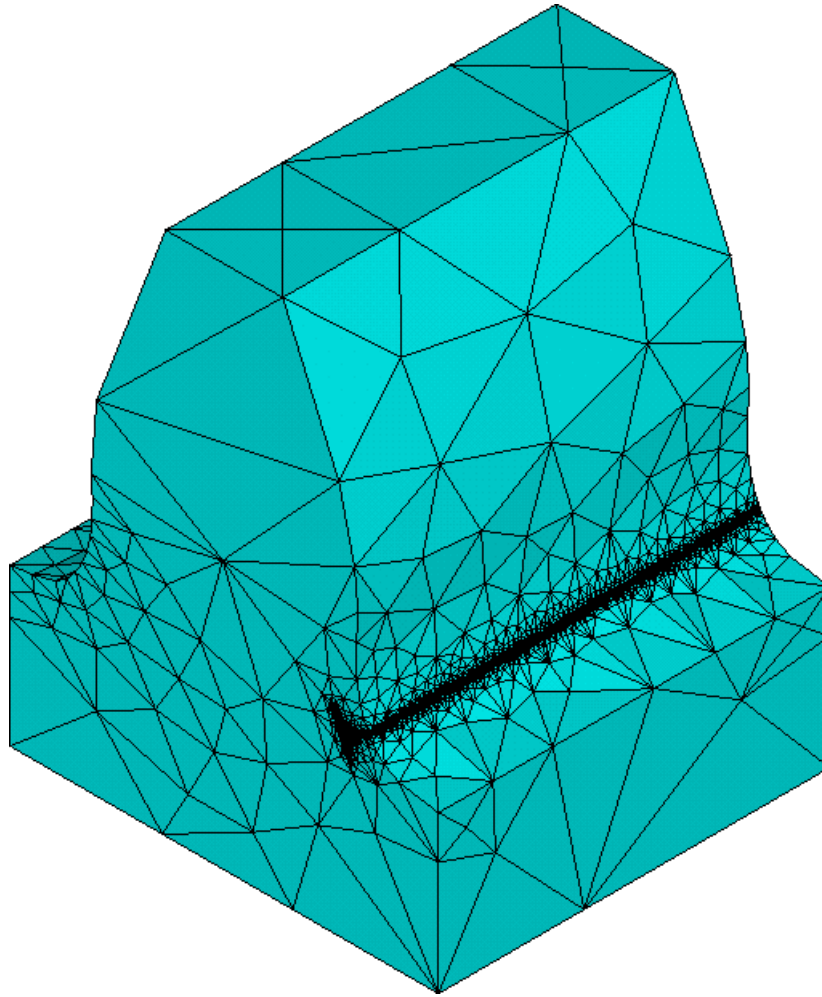
Αφού λοιπόν έχει λάβει χώρα η επιλογή του πεπερασμένου στοιχείου, το επόμενο βήμα συνίσταται στην εισαγωγή της τιμής της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης, η οποία για τον χάλυβα είναι ίση με $\rho = 1,43 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$ για συνθήκες 20°C . Σημειώνεται ότι

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (4.1)$$

όπου E είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και J η πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος.

Επόμενο στάδιο είναι η δημιουργία των *hard points*, τα οποία θα παίξουν τον ρόλο των ηλεκτροδίων, εκ των οποίων ορισμένα θα επιτελέσουν το έργο της εισαγωγής του ηλεκτρικού ρεύματος, και ορισμένα θα επιτελέσουν το έργο της καταμέτρησης του ηλεκτρικού δυναμικού.

Για τη δημιουργία του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων επιλέγεται η αυτόματη προσαρμογή του μεγέθους και της θέσης των στοιχείων από το πρόγραμμα (*smart sizing*). Στην περίπτωση κατά την οποία κριθεί ότι το πλέγμα σε ορισμένες περιοχές του μοντέλου δεν είναι ικανοποιητικό, γίνεται αναπροσαρμογή (*refinement*) του μεγέθους και της θέσης των στοιχείων.



Σχήμα 3.5. Πλέγμα Πεπερασμένων στοιχείων σε οδόντα με ρωγμή

Κατόπιν των ανωτέρω, επιλέγεται η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων αγωγής σταθερού ρεύματος (*Steady - State Current Conduction Analysis*). Εισάγεται για τον σκοπό αυτό, συνεχές ρεύμα μεγέθους πέντε [5] mA στα κατάλληλα *hard points*, και ζητείται κάθε φορά η επίλυση του προβλήματος.

Τέλος, από τον μετά-επεξεργαστή (*General PostProc*), λαμβάνονται τα αποτελέσματα για το ηλεκτρικό δυναμικό και κατόπιν προκύπτουν οι τιμές της διαφοράς ηλεκτρικού δυναμικού.

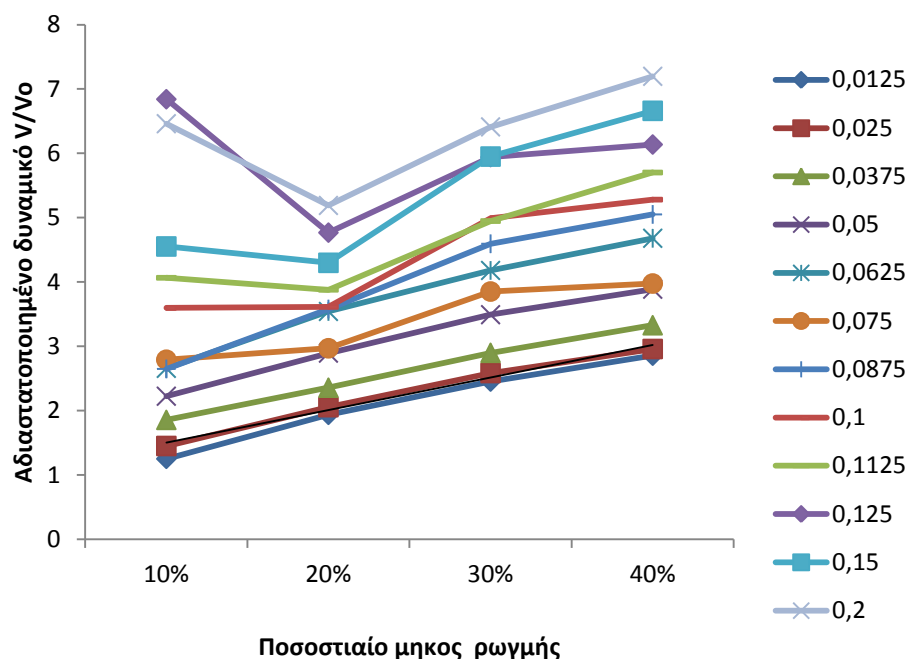
5. Επίδραση πλάτους στην πτώση του δυναμικού

5.1 Επίδραση της αύξησης του πλάτους

Καθώς τα αποτελέσματα της δισδιάστατης ανάλυσης είχαν καταστεί πλέον γνωστά, ετίθετο το ερώτημα σχετικά με το τι συμβαίνει τελικά σε μία αντίστοιχη τρισδιάστατη περίπτωση, δηλαδή πως το πλάτος επηρέαζε τα αποτελέσματα της δισδιάστατης ανάλυσης.

Μια πρώτη προσέγγιση αυτού του θέματος πραγματοποιήθηκε μέσω της ηλεκτροστατικής ανάλυσης στο λογισμικό Ansys APDL, για διαφορετικά πλάτη οδόντα. Σημειώνεται πως η ανάλυση πραγματοποιήθηκε ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με εκείνη που ακολουθήθηκε στη δισδιάστατη ανάλυση, δηλαδή τα ηλεκτρόδια εισαγωγής ρεύματος τοποθετήθηκαν στη βέλτιστη θέση (10% από την έναρξη της ρωγμής) και τα ηλεκτρόδια καταγραφής του ηλεκτρικού δυναμικού, τοποθετήθηκαν στην ίδια περιοχή και έγινε οδόντες πλάτους: 0,0125mm, 0.025mm, 0.0375mm, 0.05mm, 0.0625mm, 0.075mm, 0.0875mm, 0.1mm, 0.1125mm, 0.125mm, 0.15mm, και 0.2mm, προερχόμενοι από οδοντωτό τροχό με είκοσι οδόντες ($Z=20$), γωνία εξειλιγμένης 20° ($\alpha_0 = 20^\circ$), και βαθμό επικάλυψης 1,2 ($\varepsilon=1,2$) για φορτίο στο HPSTC.

Η ανάλυση αυτή αφορά σε ποσοστιαία μήκη ρωγμών 10%,20%,30%,40% και τα αποτελέσματα της παρατίθενται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 4.1. Διάγραμμα επίδρασης του πλάτους οδόντα για μήκη ρωγμών έως 40%

Παρατηρείται πως, για πολύ μικρά πλάτη οδόντων η συσχέτιση του πλάτους της ρωγμής με το αδιαστατοποιημένο δυναμικό είναι υψηλή, με μία σχεδόν γραμμική σχέση. Κατά την αύξηση του πλάτους πέραν των 0,1mm, τα ηλεκτρόδια παρουσιάζουν καλύτερη ευαισθησία (μεγάλη τιμή του αδιαστατοποιημένου δυναμικού) στα μικρά μήκη ρωγμής-περίπου στο 10%, ενώ στη συνέχεια συναντάται μια μεγάλη πτώση του δυναμικού μέχρι το 20% της ρωγμής και μετά το 20% ξεκινάει μια αύξηση του δυναμικού όσο αυξάνεται η ρωγμή.

5.2 Μέτρηση διαφοράς δυναμικού στο εσωτερικό ενός οδόντα

Μια πρώτη ιδέα αποτέλεσε η παρατήρηση του τι ακριβώς συμβαίνει στο ρεύμα καθώς αυτό κινείται προς το εσωτερικό του οδόντα, σε μια τομή του μέσω μιας απεικόνισης από την ηλεκτροστατική ανάλυση στο λειτουργικό *ANSYS Mechanical APDL*. Κάτι τέτοιο ωστόσο δεν μπορούσε να λάβει χώρα, διότι δεν υπήρχε μια άμεση εικόνα να ομολογήσει τι τελικά συνέβαινε με τη πορεία του ρεύματος. Ωστόσο, η έλλειψη αυτής της άμεσης απεικόνισης δημιούργησε τις προϋποθέσεις, ούτως ώστε να γεννηθεί μία νέα ιδέα.

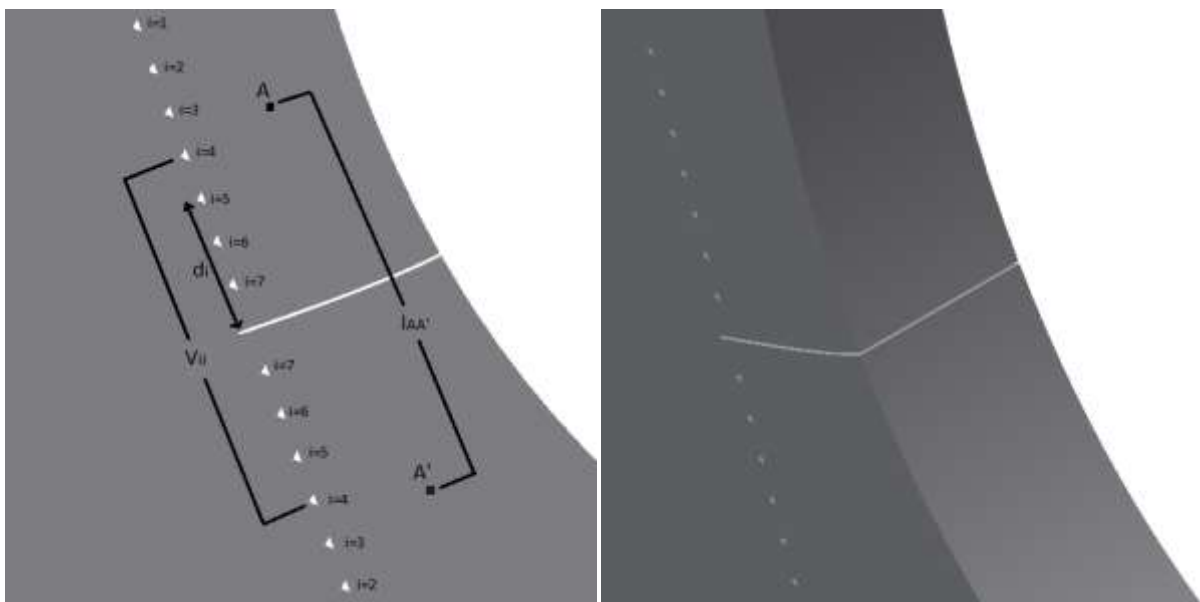
Ο πυρήνας της νέας αυτής ιδέας περιείχε την αντίληψη ότι εφόσον «με το μάτι» δεν μπορούσαν να εξαχθούν αποτελέσματα, η μόνη λύση συνίστατο στο να εξαχθούν τα αποτελέσματα από τους αριθμούς: δηλαδή

να υπολογισθούν. Έτσι γεννήθηκε η ιδέα να τοποθετηθούν «σημεία ελέγχου» σε διάφορα ισαπέχοντα επίπεδα (διαμερίσεις) στο εσωτερικό του οδόντα κάθετα κατά το πλάτος του οδόντα. Αυτά τα «σημεία ελέγχου» θα επιτελούσαν τον ρόλο του πληροφοριοδότη για το ηλεκτρικό δυναμικό στο εσωτερικό του οδόντα. Το ρόλο αυτών των «σημείων ελέγχου» επιτέλεσαν τα *hard points* στο λειτουργικό ANSYS Mechanical APDL.

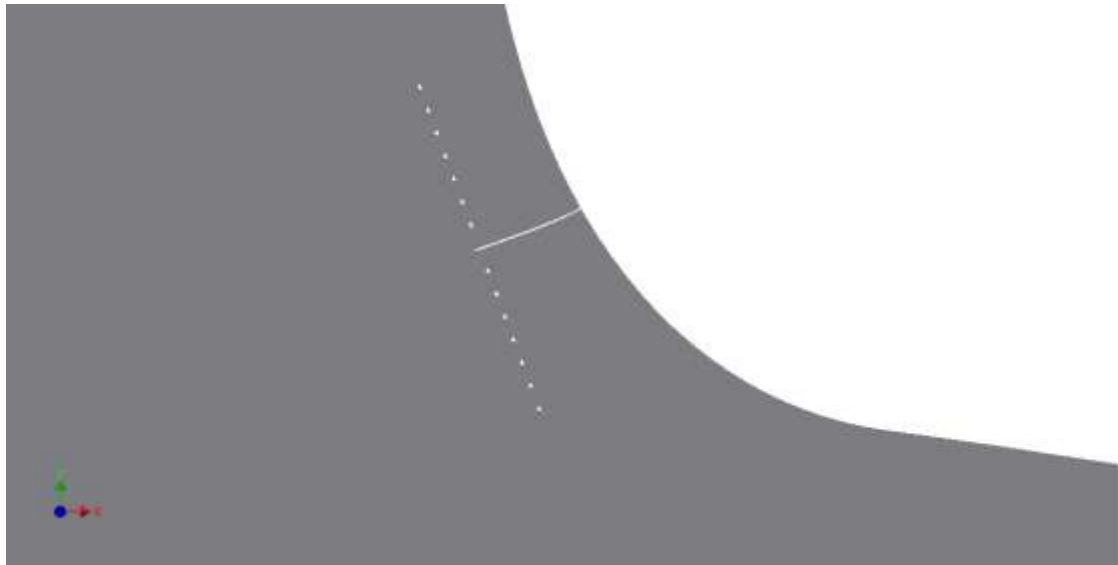
Απαίτηση του λειτουργικού για τη δημιουργία *hard point* είναι η τοποθέτηση τους είτε πάνω σε κάποια *area*, είτε πάνω σε κάποια *line*. Πέρα από τα *hard points* που θα τοποθετούνταν στην πάνω και κάτω επιφάνεια του οδόντα, τα οποία ευρίσκοντο όντως πάνω σε *area*, όλα τα υπόλοιπα άνηκαν απλά σε κάποιο *volume*, και όχι σε *area* ή *line*. Η ανάγκη της τοποθέτησής τους πάνω είτε σε *area* είτε σε *line*, οδήγησε στην διάνοιξη πολύ μικρών οπών κατά την έννοια του πλάτους, από την μία επιφάνεια του οδόντα μέχρι την άλλη. Στις επιφάνειες (*areas*) των οπών που δημιουργήθηκαν, ήταν δυνατόν πλέον να δημιουργηθούν *hard points*. Έκαστη εκ των οπών τοποθετήθηκε σε απόσταση d_i , για $i=1-7$, όπου

$$d_i = m \cdot (0.002 \cdot i + 0.0015). \quad (6.1)$$

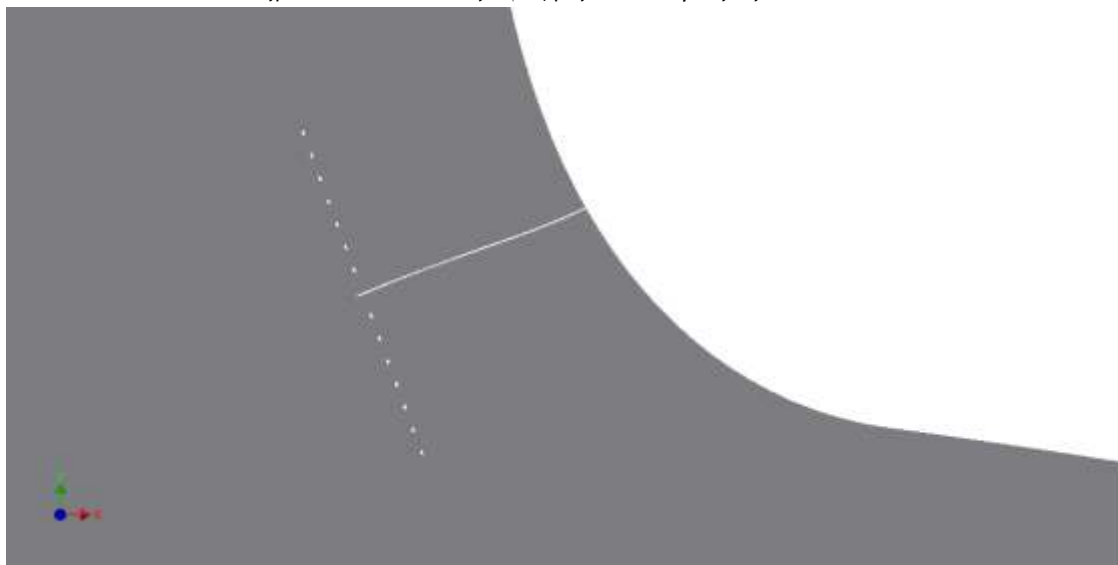
Παρακάτω παρουσιάζονται οι οπές αυτές για τα 4 στάδια της ρωγμής που θα μελετηθούν [10%, 20%, 30%, 40%].



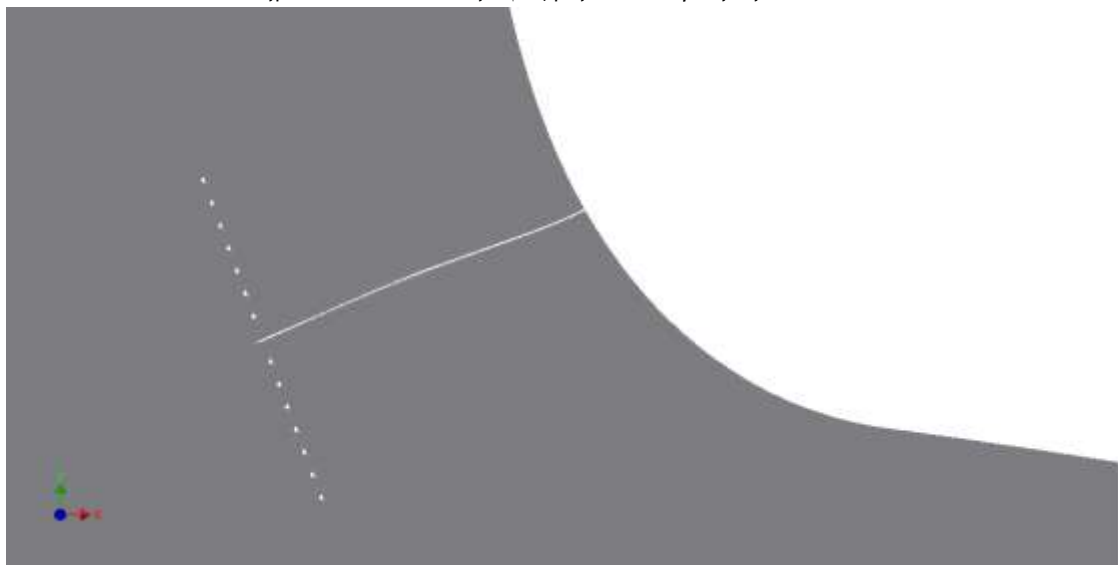
Σχήμα 5.1. Σχηματική απεικόνιση των θέσεων των βοηθητικών οπών, πριν το τέλος της ρωγμής



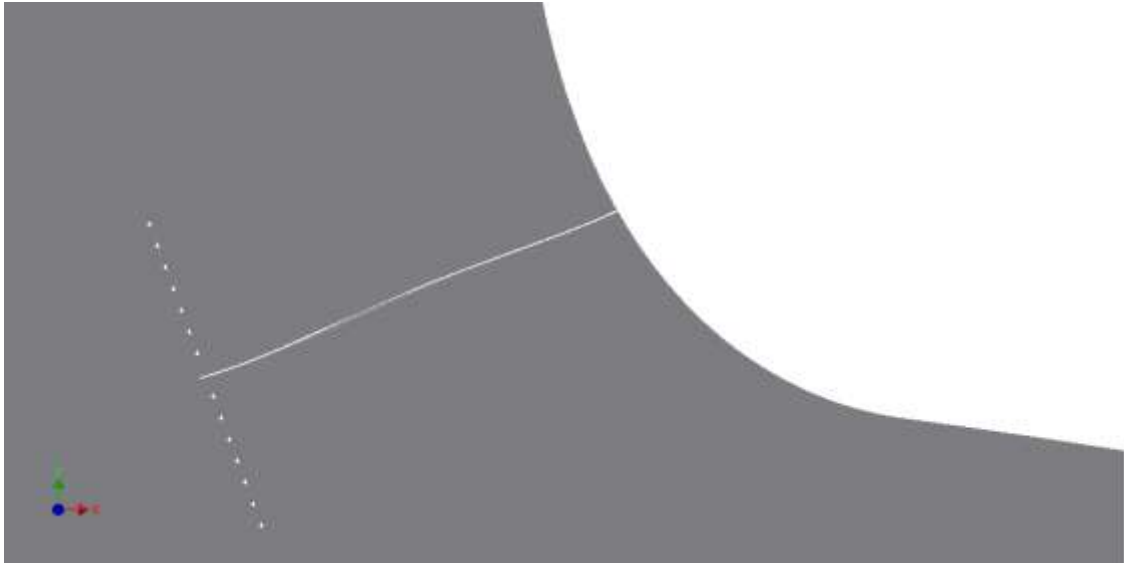
Σχήμα 5.2. Το 10% της ρωγμής και οι βοηθητικές σπές



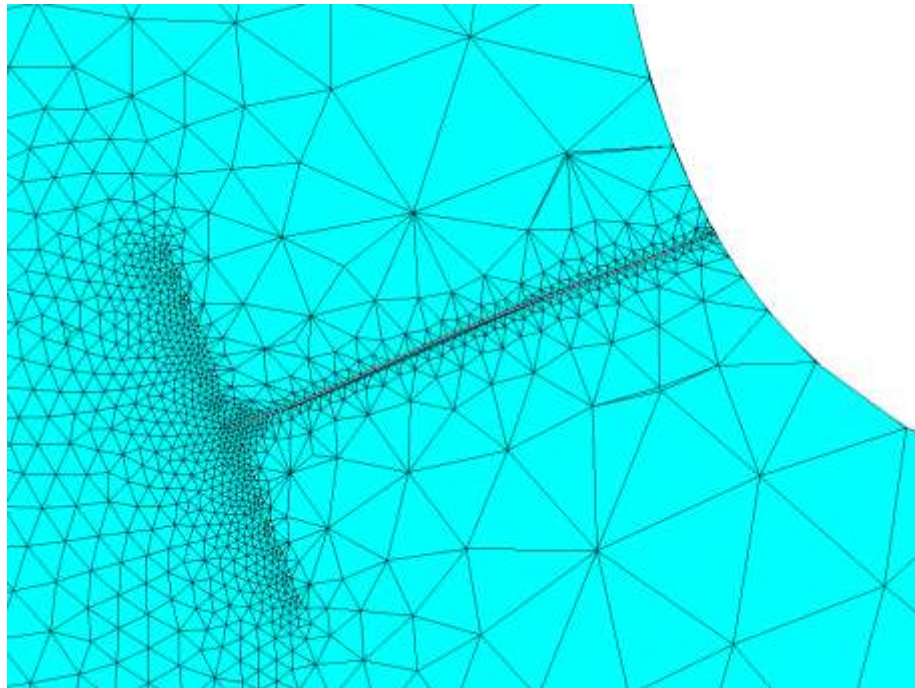
Σχήμα 5.3. Το 20% της ρωγμής και οι βοηθητικές σπές



Σχήμα 5.4 Το 30% της ρωγμής και οι βοηθητικές σπές

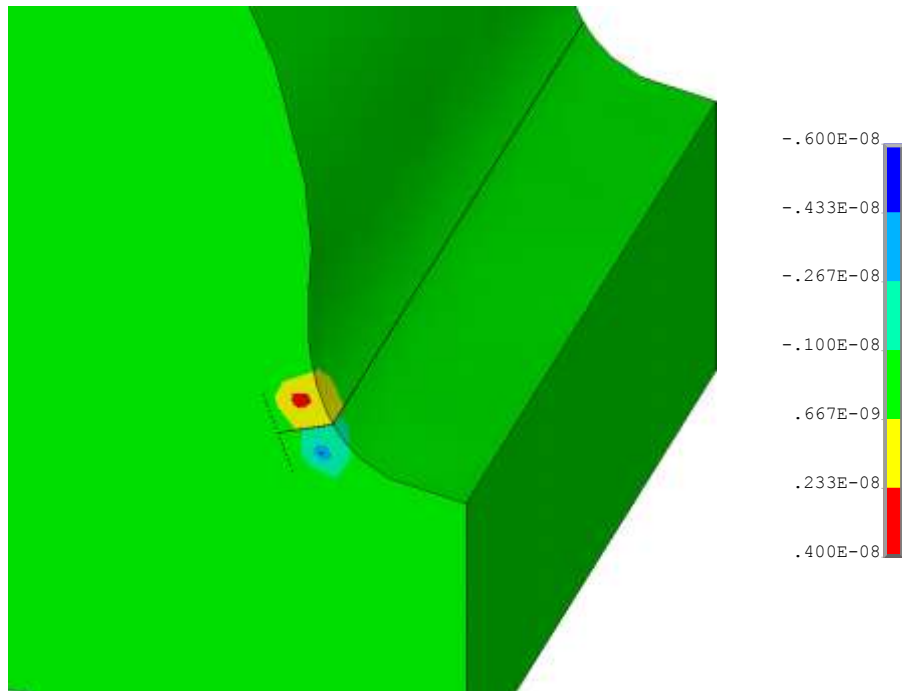


Σχήμα 5.5. Το 40% της ρωγμής και οι βοηθητικές σπές



Σχήμα 5.6. Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων κοντά στη ρωγμή

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι σπές αυτές, οι οποίες διανοίχθηκαν, είναι αρκετά μικρές, με αποτέλεσμα να μην επηρεάζουν τα αποτελέσματα, γεγονός το οποίο επιβεβαιώνεται από την εικόνα (5.7).

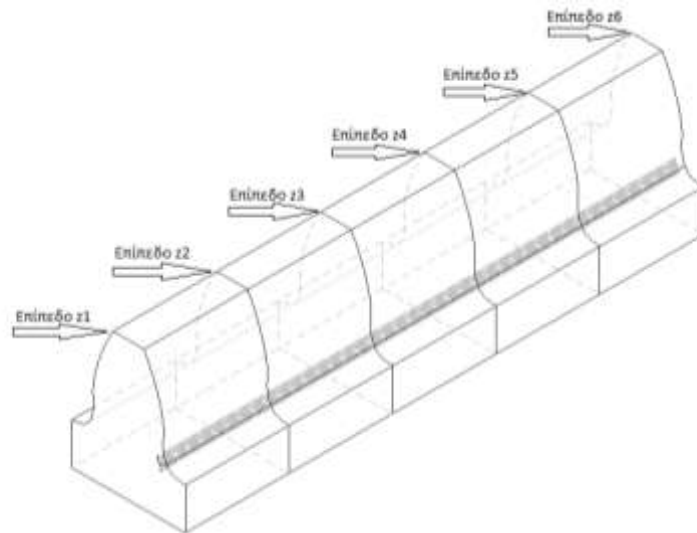


Σχήμα 5.7. Ισοδυναμικές γραμμές για οδόντα πλάτους 5mm και ρωγμής 20%

Κατόπιν των ανωτέρω, κάθε ένα από τα δοκίμια από εδώ και στο εξής, μοντελοποιείται με τον τρόπο που αναφέρθηκε, ούτως ώστε να περάσει στην επόμενη φάση της ηλεκτροστατικής ανάλυσης, με τη βοήθεια των πεπερασμένων στοιχείων.

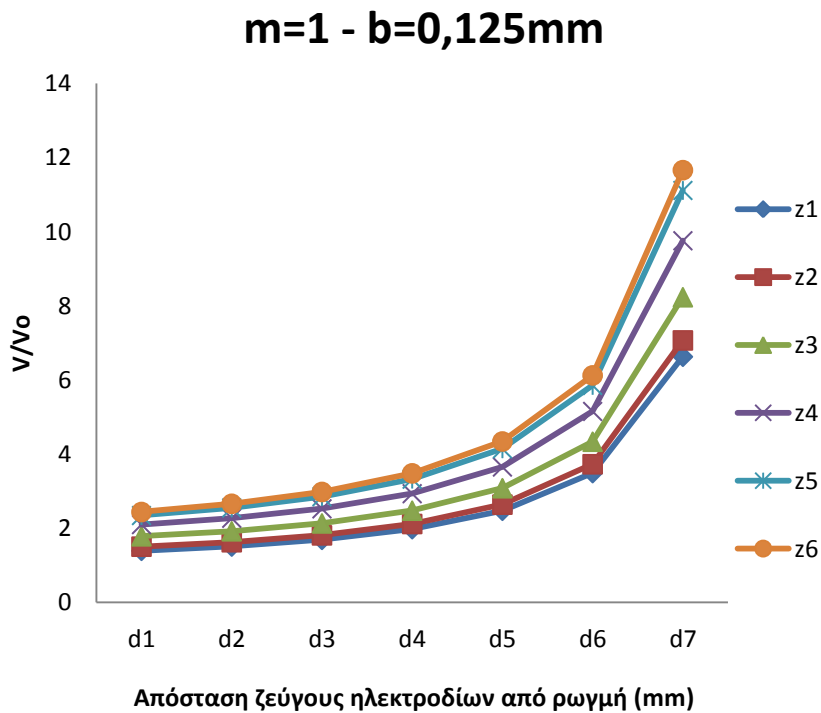
5.2.1 Εισαγωγή Ηλεκτρικού Ρεύματος επιφανειακά του οδόντα

Σε αυτό το στάδιο, λαμβάνει χώρα μια πρώτη προσπάθεια κατανόησης της πορείας του ρεύματος στο εσωτερικό ενός γραναζιού. Για το λόγο αυτό λοιπόν, κατασκευάστηκε μοντέλο με *module* $m=1$ (mm), πλάτους $0,125 \cdot m$ (mm) και για ποσοστιαίο μήκος ρωγμής 15%. Εφαρμόστηκε συνεχές ρεύμα 5 mA μέσω του ζεύγους των ηλεκτροδίων A-A' και μετρήθηκε η διαφορά δυναμικού από $(6 \times 7=42)$ 42 διαφορετικά ζεύγη. Διαμερίστηκε υποθετικά ο οδόντας σε πέντε ζώνες κατά την έννοια του πλάτους και σε καθεμία από αυτές-όπως και στις εξωτερικές επιφάνειες-τοποθετήθηκαν έξι ζεύγη ηλεκτροδίων.



Σχήμα 5.8. Σχηματική απεικόνιση των 5 υποθετικών ζωνών και των 6 υποθετικών επιπέδων του οδόντα.

Από τις ηλεκτροστατικές αναλύσεις στο λογισμικό Ansys APDL προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα 5.9.

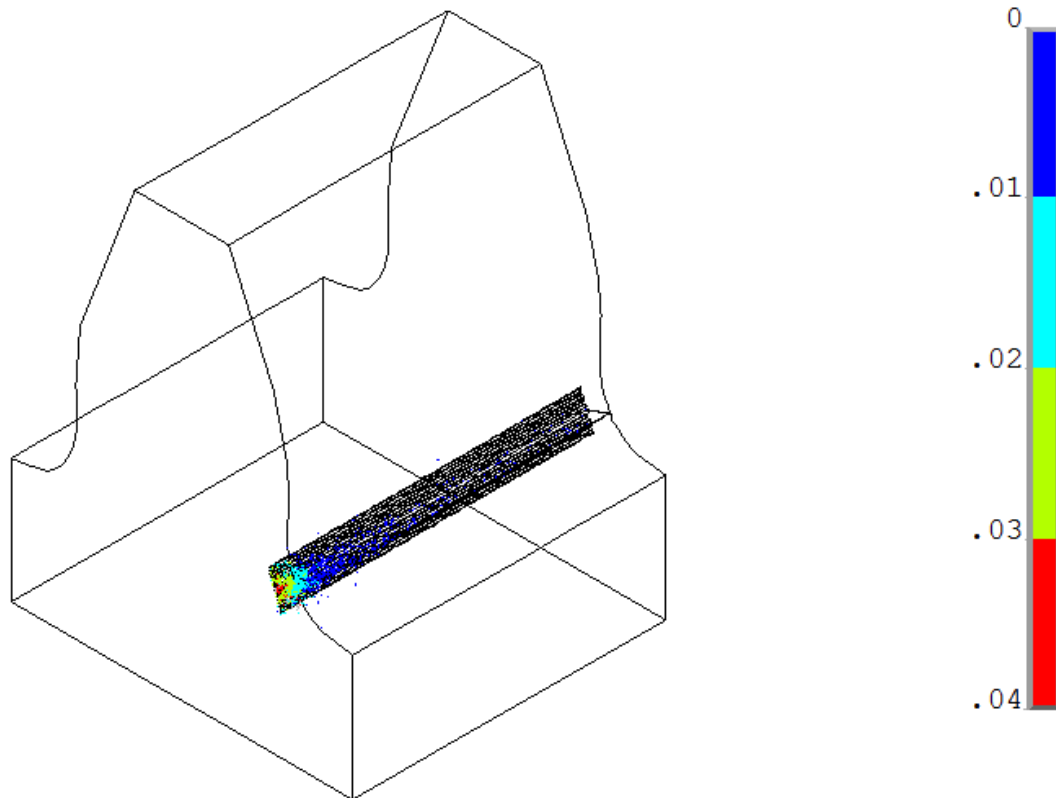


Σχήμα 5.9. Διάγραμμα αδιαστατοποιημένου δυναμικού στο εσωτερικό του οδόντα, με επιφανειακή κατανομή ρευματος

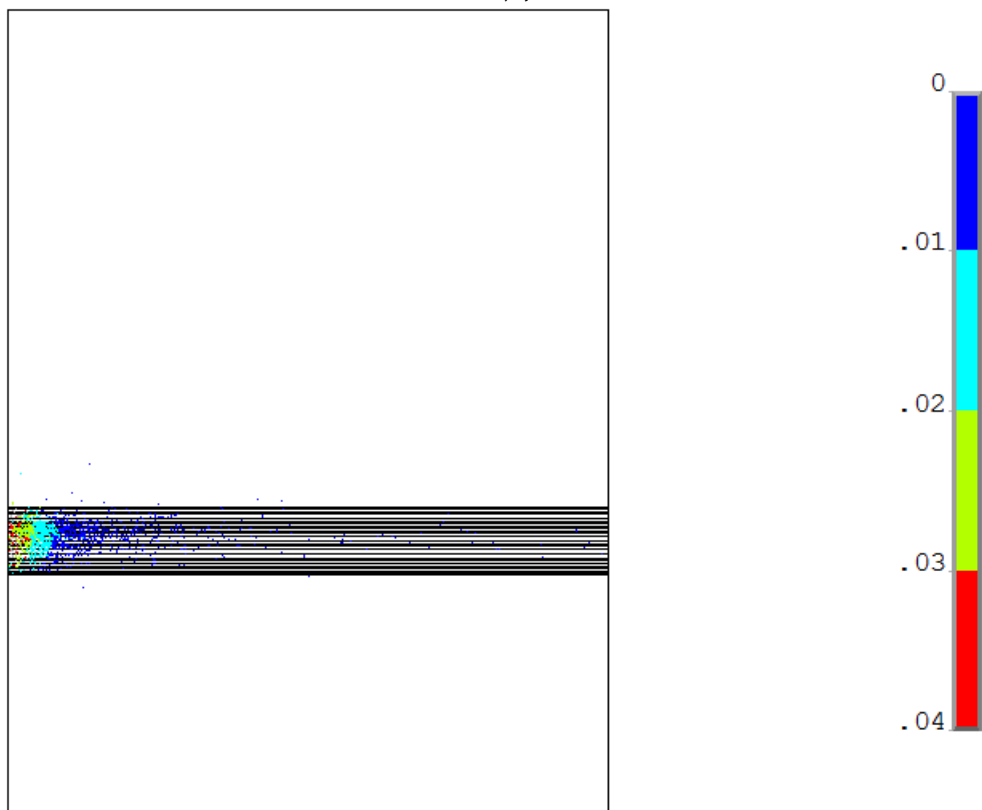
Το διάγραμμα αυτό προδίδει την εξασθένηση του ηλεκτρικού φορτίου όσο αυτό προχωράει προς το εσωτερικό του οδόντα. Επίσης, για τα ζεύγη που βρίσκονται σε μικρότερη απόσταση από τη ρωγμή, το

Ανάλυση Ευαισθησίας Ηλεκτρικού Αισθητήρα

αδιαστατοποιημένο δυναμικό γίνεται λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές σε σχέση με τα ζεύγη που απομακρύνονται από τη ρωγμή.



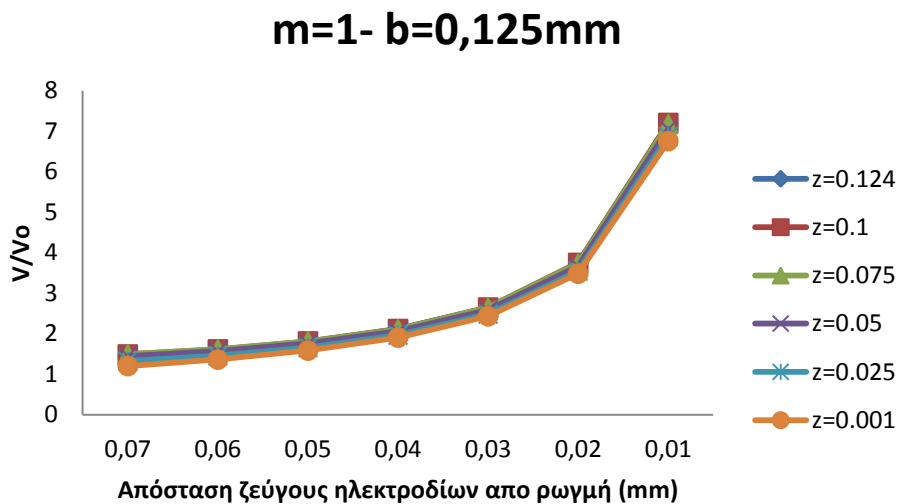
Σχήμα 5.10. Εξασθένιση της πυκνότητας του ρεύματος κατά το πλάτος σε ισομετρική όψη



Σχήμα 5.11. Εξασθένιση της πυκνότητας του ρεύματος σε πλάγια όψη του οδόντα

5.2.2 Ομοιόμορφη Κατανομή Ρεύματος στο εσωτερικό οδόντα

Κατόπιν των ανωτέρω, γεννάται η απορία του τι θα συνέβαινε στις παραπάνω καμπύλες, στην περίπτωση κατά την οποία το ρεύμα εφαρμόζοταν ομοιόμορφα στο σώμα του οδόντα. Για τον λόγο αυτό εφαρμόστηκε μια άλλη ανάλυση στο ίδιο μοντέλο, το οποίο εξετάστηκε και προηγουμένως, με τη μόνη διαφορά, ότι στην προκειμένη περίπτωση θα ισοκατανεμηθεί το ρεύμα από τα ηλεκτρόδια κατά το πλάτος του οδόντα. Όπως συνέβη και προηγουμένως, διανοίγονται οπές όχι μόνο στις θέσεις καταμέτρησης του ηλεκτρικού δυναμικού, αλλά και στις θέσεις για την εισαγωγή ρεύματος και στην συνέχεια ισομοιράζεται και ισοκατανέμεται το ηλεκτρικό ρεύμα στο εσωτερικό του οδόντα, με την εισαγωγή αυτή τη φορά 1 mA σε κάθε ένα από τα επίπεδα που έχουν δημιουργηθεί. Εκτελείται πάλι ηλεκτροστατική ανάλυση και τα αποτελέσματα για το ηλεκτρικό δυναμικό παρουσιάζονται παρακάτω:



Σχήμα 5.12. Διάγραμμα αδιαστατοποιημένου δυναμικού στο εσωτερικό του οδόντα, με ομοιόμορφη κατανομή ρευματος

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα οι καμπύλες αυτές σχεδόν ταυτίζονται. Συνεπώς, κατά την εισαγωγή ρεύματος 1 mA σε κάθε διαμέριση, επηρεάζεται μόνο ένα μικρό πλάτος του οδόντα κάθε φορά το οποίο είναι μικρότερο της.



Σχήμα 5.13. Οδόντες με $m=1$, $m=3$, $m=6$, $m=12$, $m=24$, $m=50$ mm

Ακολούθως, επαναλαμβάνεται η ίδιου τύπου ηλεκτροστατική ανάλυση αυτή τη φορά όμως για περισσότερα *module*. Εκλέγεται τυχαία να χρησιμοποιηθούν σε αυτή την ανάλυση οδόντες με $m=1$, $m=3$, $m=6$, $m=12$, $m=24$ και $m=50$. Τα πλάτη αυτών των οδόντων είναι αντίστοιχα $0,125 \cdot \text{module}$ (mm). Για τα μοντέλα αυτά εφαρμόζεται δύο φορές για έκαστο εξ αυτών ηλεκτροστατική ανάλυση. Κατά την πρώτη εφαρμογή, το ρεύμα εισάγεται επιφανειακά και κατά τη δεύτερη ισοκατανέμεται στις πέντε διαμερίσεις έκαστου οδόντα.

Πιο αναλυτικά τα πλάτη των ζωνών κάθε οδόντα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

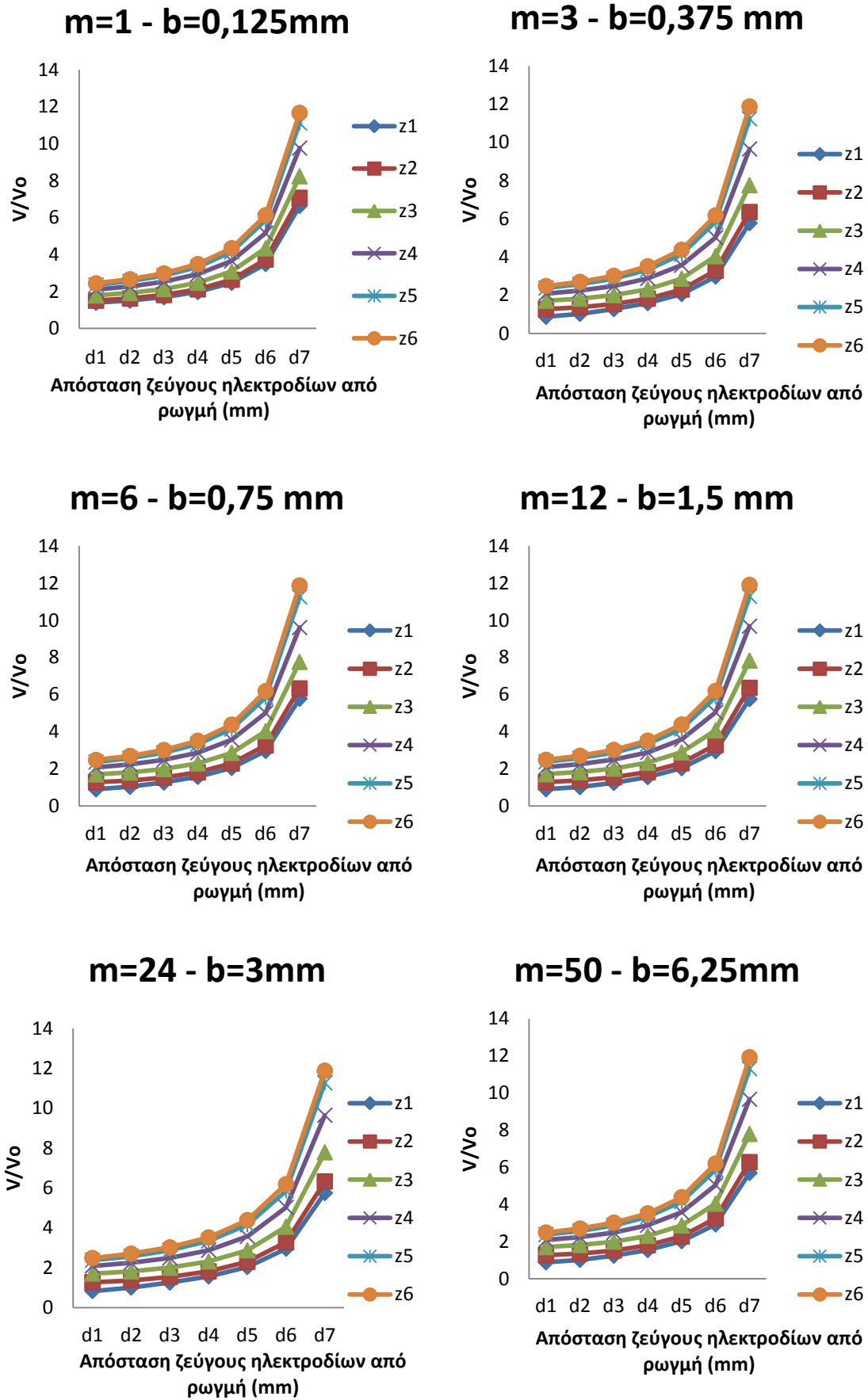
Module (mm)	1	3	6	12	24	50
Πλάτος οδόντα (mm)	0.125	0.375	0.75	1.5	3	6.25
Πλάτος ζώνης (mm)	0.025	0.075	0.15	0.3	0.6	1.25

Πίνακας 5.1. Διακριτοποίηση των μοντέλων

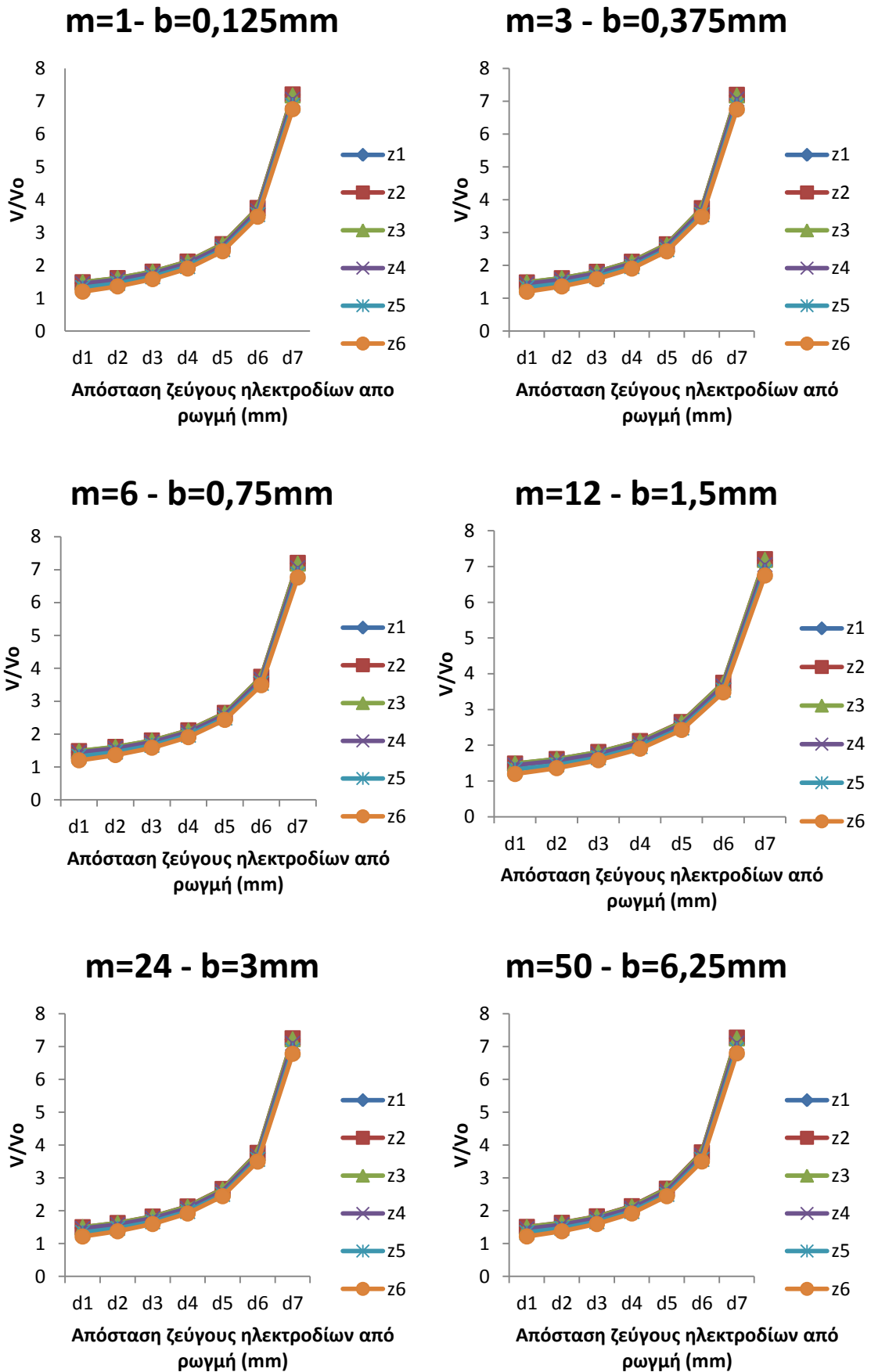
Τα αποτελέσματα για τις ηλεκτροστατικές αναλύσεις στις οποίες εφαρμόστηκε ρεύμα επιφανειακά φαίνονται στο διάγραμμα (5.14) και τα αποτελέσματα των αναλύσεων στις οποίες υπήρξε ομοιόμορφη κατανομή ρεύματος στο σώμα των οδόντων παρουσιάζονται στο διάγραμμα (5.15). Τα διαγράμματα αποτυπώνουν το αδιαστατοποιημένο δυναμικό σε σχέση με τα επτά διαφορετικά ζεύγη των ηλεκτροδίων, για έκαστη εκ των πέντε ζωνών κάθε οδόντα, για όλους τους επιλεγέντες οδόντες.

Παρατηρείται πως στην περίπτωση της επιφανειακής εισαγωγής ρεύματος στον οδόντα, σε όλα τα μοντέλα, ανεξαιρέτως module, τα αποτελέσματα κυμαίνονται στις ίδιες περιοχές τιμών με ελάχιστες διαφορές. Συγκεκριμένα στην επιφάνεια της εισαγωγής του ρεύματος το αδιαστατοποιημένο δυναμικό λαμβάνει τις μικρότερες τιμές, σε σχέση με τα χαμηλότερα επίπεδα του δοντιού, αφού συμβαίνει αύξηση της ηλεκτρικής αντίστασης, καθώς το ρεύμα διασχίζει μεγαλύτερη διαδρομή κατά την διαρροή του στο εσωτερικό του οδόντα.

Οι αναλύσεις οι οποίες πραγματοποιήθηκαν για ομοιόμορφη κατανομή ρεύματος στο εσωτερικό του οδόντα, παρουσιάζουν και αυτές μια ταύτιση των αποτελεσμάτων όλων των οδόντων, για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις οδόντων διαφορετικών module. Οι καμπύλες αυτές ταυτίζονται πια, σε σχέση με τις προηγούμενες αναλύσεις και δεν παρουσιάζουν διαφορά του αδιαστατοποιημένου δυναμικού από επίπεδο σε επίπεδο του οδόντα.



Σχήμα 5.14. Διαγράμματα V/V_o σε οδόντες, με επιφανειακή κατανομή ρευματος



Σχήμα 5.15. Διάγραμμα V/V_o σε οδόντες, με ομοιόμορφη κατανομή ρευματος

6. Πολυπαραμετρική Ανάλυση

6.1 Παράμετροι Ανάλυσης

Σε αυτό το στάδιο της εργασίας θα γίνει μια πολυπαραμετρική ανάλυση ευαισθησίας του αδιαστατοποιημένου δυναμικού. Οι παράμετροι αυτοί αποτελούν το ποσοστιαίο μήκος ρωγμής, το *module*, το πλάτος του οδόντα και η απόσταση του ζεύγους των ηλεκτροδίων από τη ρωγμή.

Το εύρος του μήκους ρωγμής που θα μελετηθεί εκτείνεται από το 10% μέχρι το 40%. Όσο αφορά στην παράμετρο *module*, οι οδόντες που θα μελετηθούν θα έχουν $m=2$, $m=3$ και $m=4$.

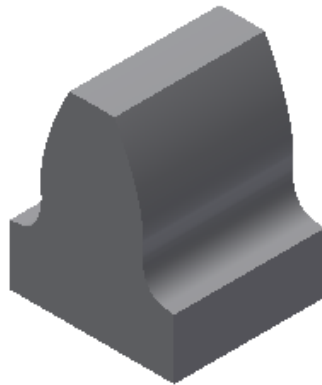


Σχήμα 6.1. Οδόντες με $m=2$, $m=3$, $m=4$

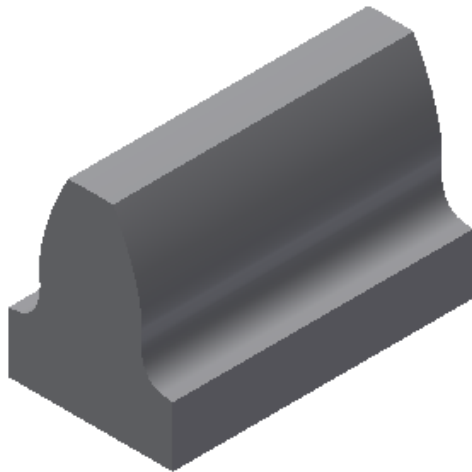
Τα πλάτη των οδόντων θεωρήθηκε ότι θα έπρεπε να κυμαίνονται από $0,1 \cdot m$ έως $10 \cdot m$. Για το λόγο αυτό, επελέγησαν τα $0,1 \cdot m$, $2,5 \cdot m$, $5 \cdot m$, $7,5 \cdot m$ και $10 \cdot m$. Στον πίνακα 6.2. φαίνονται όλες οι τιμές ανά κατηγορία *module*.



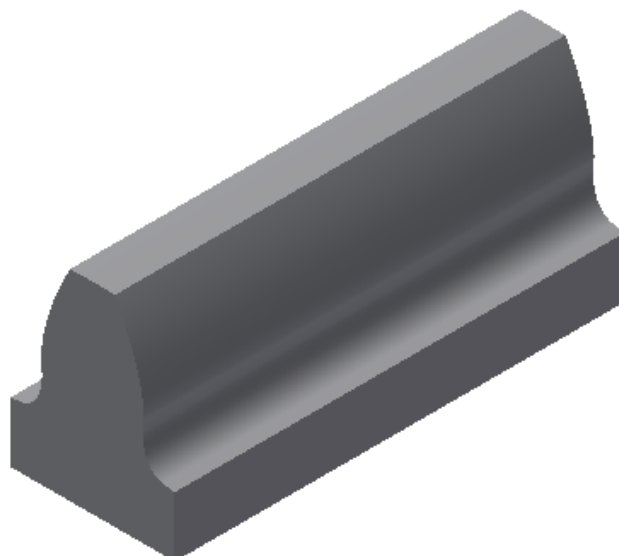
Σχήμα 6.2. Οδόντας πλάτους $b_1=0.1\text{m}$



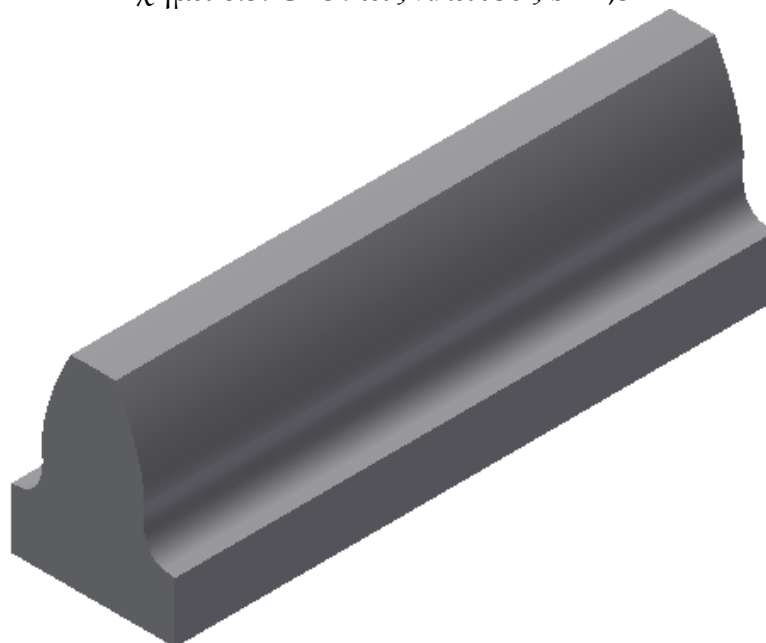
Σχήμα 6.3. Οδόντας πλάτους $b_2=2.5\text{m}$



Σχήμα 6.4. Οδόντας πλάτους $b_3=5\text{m}$



Σχήμα 6.5. Οδόντας πλάτους $b_4=7,5\cdot m$



Σχήμα 6.6. Οδόντας πλάτους $b_5=10\cdot m$

Module(mm)	2	3	4
	0.2	0.3	0.4
	5	7.5	10
Πλάτος οδόντα (mm)	10	15	20
	15	22.5	30
	20	30	40

Πίνακας 6.2. Πλάτος δοκιμίων ανα module

Τέλος, για την απόσταση των ηλεκτροδίων από τη ρωγμή, επισημαίνεται ότι ελέγχονται επτά ζεύγη ηλεκτροδίων, σε πέντε διαμερίσεις ανά πλάτος για κάθε οδόντα. Δημιουργούνται συνεπώς συνολικά $7 \times 6 \times 2 = 84$ *hardpoints* (42 ζεύγη από *hardpoints*) για κάθε φάση της ρωγμής (10%, 20%, 30%, 40%) και αντιστοίχως κάθε οδόντα, σε απόσταση d_i από τη ρωγμή. Αυτά τα ζεύγη τοποθετούνται πάντα οριακά λίγο πριν το τέλος της ρωγμής.

6.2 Επεξεργασία μετρήσεων

Από κάθε ένα ζεύγος ηλεκτροδίων λαμβάνονται οι δύο τιμές του ηλεκτρικού δυναμικού, υπολογίζεται η διαφορά τους και καταγράφεται. Τα αποτελέσματα αυτά, σε συνδυασμό με τις παραμέτρους *module*, πλάτος και ποσοστιαίο μήκος ρωγμής, απεικονίζονται γραφικά. Σημειώνεται ότι για την απλούστευση και την καλύτερη κατανόηση του πολυπαραμετρικού διαγράμματος δεν λαμβάνονται υπόψη οι τιμές του ηλεκτρικού δυναμικού στα ζεύγη των ηλεκτροδίων που βρίσκονται στο εσωτερικό του οδόντα, παρά μόνον αυτών που βρίσκονται στην επιφάνεια. Αυτό συμβαίνει αφού είναι ξεκάθαρο για άλλη μια φορά από τις τιμές των αποτελεσμάτων πως το ρεύμα εξασθενεί όσο προχωράει στο εσωτερικό και είναι σχεδόν επιφανειακό.

6.2.1 Αποδεκτά ζεύγη ηλεκτροδίων

Ακολουθεί μια στατική ανάλυση στο λογισμικό *Solidworks*, έτσι ώστε να παρατηρηθεί ποια από τα επτά ζεύγη ανήκουν σε «ασφαλή» περιοχή. Ασφαλής περιοχή θεωρείται η ζώνη εκείνη γύρω από τη ρωγμή, στην οποία δεν προβλέπεται ότι θα δημιουργηθεί και θα εξελιχθεί ρωγμή.

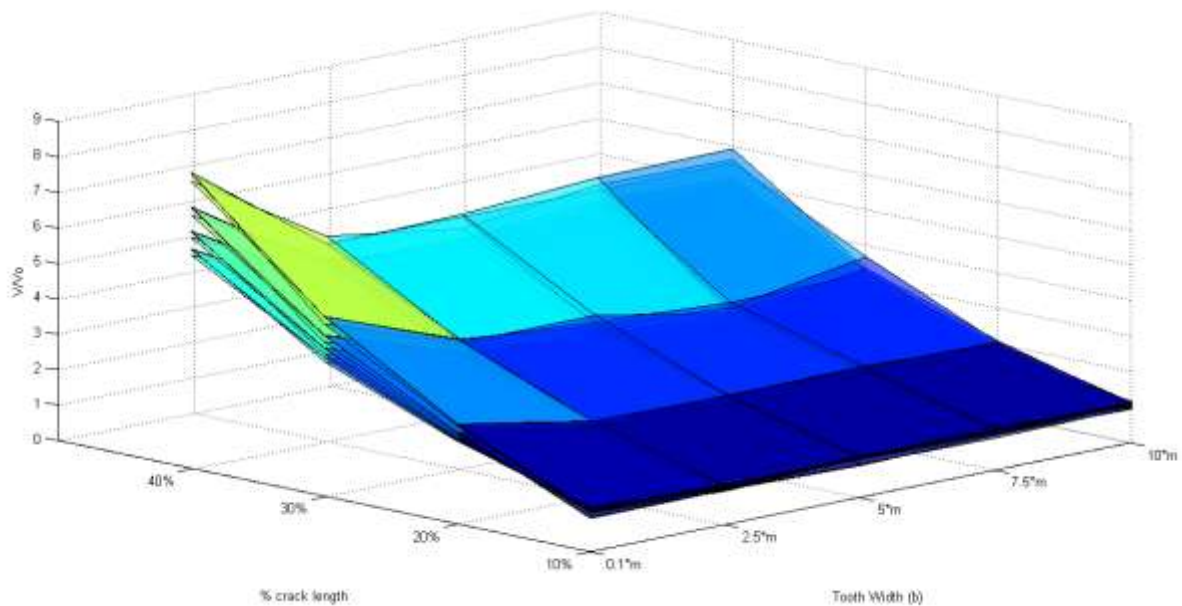
Η ως άνω στατική ανάλυση πραγματοποιείται δύο φορές. Την πρώτη φορά ασκείται φορτίο στο σημείο πρώτης επαφής του οδόντα και την δεύτερη στο τελευταίο σημείο επαφής. Λαμβάνονται οι τιμές για την πρώτη κύρια τάση, και καταγράφεται το σημείο κοντά στον πόδα με την μέγιστη τιμή, και στις δυο περιπτώσεις. Αυτές οι θέσεις ορίζονται ως οι οριακές θέσεις έναρξης της ρωγμής, και ανάλογα διαμορφώνεται η επικίνδυνη ζώνη εξέλιξης της ρωγμής.

Συγκρίνοντας τις θέσεις των ηλεκτροδίων με αυτή την κρίσιμη ζώνη, παρατηρείται ότι τα τρία πιο κοντινά ζευγάρια στη ρωγμή εξαιρούνται από τις παρατηρήσεις μας, καθώς δεν βρίσκονται στην ασφαλή περιοχή και θα ήταν δυνατόν οποιαδήποτε στιγμή τα δύο ηλεκτρόδια από κάθε ζεύγος να μην βρίσκονται εκατέρωθεν της ρωγμής, αλλά τελικά να βρίσκονται από την μία πλευρά αυτής. Από εδώ και στο

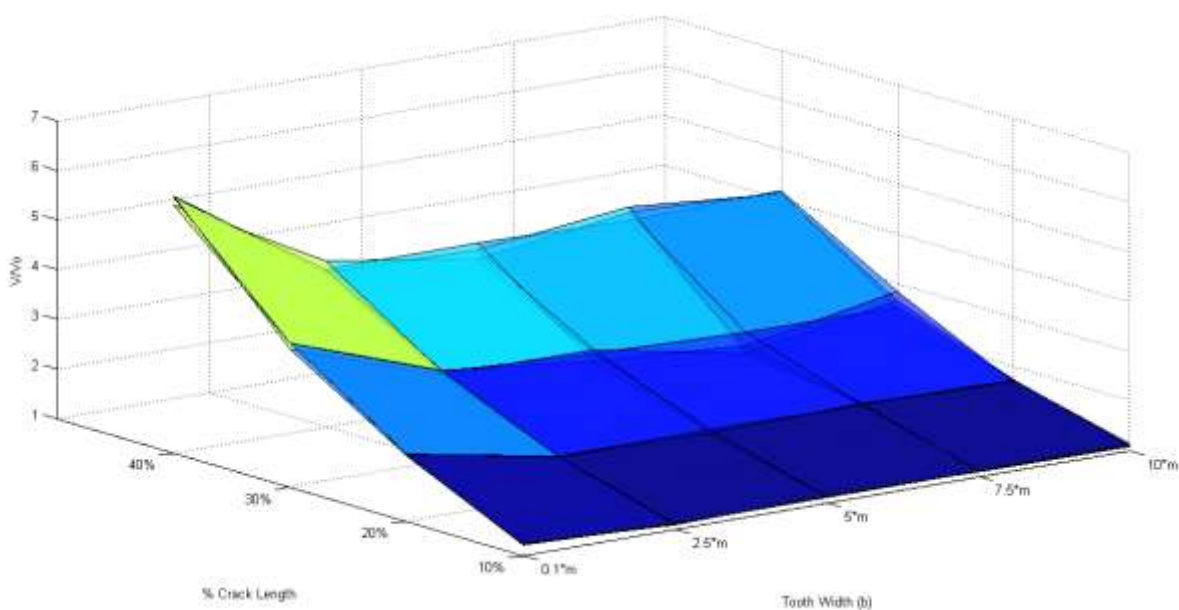
εξής η απόσταση d_i θα ορίζεται διαφορετικά και η νέα της τιμή θα υπολογίζεται ως εξής: $d_i = m \cdot (0.0815 + 0.02 \cdot i)$, όπου το i αυτή τη φορά θα λαμβάνει τιμές από το 1 έως το 4, με το 1 να αντιστοιχεί στη πιο μακρινή θέση ως προς τη ρωγμή και το 4 στην πιο κοντινή.

6.3 Αποτελέσματα πολύπαραμετρικής ανάλυσης

Ύστερα από την συλλογή και την επεξεργασία των μετρήσεων, τα αποτελέσματα απεικονίζονται παρακάτω:



Σχήμα 6.7. Διάγραμμα αδιαστατοποιημένου δυναμικού V/V_o με παράμετρο την απόσταση των ηλεκτροδίων από τη ρωγμή, για $m=2, m=3, m=4$



Σχήμα 6.7. Διάγραμμα αδιαστατοποιημένου δυναμικού V/V_o για $m=2, m=3, m=4$

Από το διάγραμμα 6.6 και 6.7 συμπεραίνεται ότι το πλάτος ενός οδόντα δεν επηρεάζει το αδιαστατοποιημένο δυναμικό, παρα μόνον για πολύ μικρά πλάτη οδόντα ($0,1 \cdot m$), κατά τα οποία παρατηρείται μια αύξηση του αδιαστατοποιημένου δυναμικού. Το *module* ενός οδόντα, τουλάχιστον για το εύρος που μελετήθηκε ($m=2, m=3, m=4$), δεν επιδρά στην τιμή του αδιαστατοποιημένου ηλεκτρικού δυναμικού. Αντιθέτως, η εξέλιξη της ρωγμής από το 10% έως το 40%, είναι αυτή που αυξάνει την τιμή του σχεδόν γραμμικά. Όσον αφορά στα ζεύγη των ηλεκτροδίων μέτρησης του δυναμικού, παρατηρείται ότι όσο πιο μικρή είναι η απόσταση τους από τη ρωγμή, τόσο πιο αυξημένη τιμή του δυναμικού καταγράφεται. Συνεπώς τα κοντινά στη ρωγμή ζεύγη ηλεκτροδίων είναι καταλληλότερα για τον ηλεκτρικό αισθητήρα, με την προϋπόθεση πάντα, να τηρείται το όριο της ασφαλούς ζώνης τοποθέτησης των ηλεκτροδίων.

7. Αριθμητική Προσέγγιση & Συσχέτιση Πολυπαραμετρικής Ανάλυσης

7.1 Παραμετρικές εξισώσεις Bezier

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια προσπάθεια αριθμητικής μοντελοποίησης των αποτελεσμάτων που προηγήθηκαν. Για το λόγο αυτό θα ακολουθήσει μια προσέγγιση των καμπυλών που πρόεκυψαν μέσω των πολυωνύμων *Bezier*.

Για κάθε μια από τις τρεις εξεταζόμενες περιπτώσεις ($m=2$, $m=3$, $m=4$), προκύπτουν όπως εδείχθη, τέσσερις επιφάνειες (για τα 4 ζεύγη ηλεκτροδίων), οι οποίες επιφάνειες δημιουργούνται από είκοσι σημεία κάθε φορά.

Λαμβάνοντας για κάθε περίπτωση αυτά τα είκοσι σημεία ως σημεία ελέγχου των εξισώσεων *Bezier*, προκύπτει τελικά η μητρική γραφή των καμπυλών και οι παραμετρικές εξισώσεις[10]. Η μητρική γραφή δίνει κάθε σημείο \vec{r}_N της καμπύλης *Bezier* ως εξής:

$$\vec{r}_N(t) \equiv \vec{r}(t) = \sum_{i=0}^{N=19} \vec{r}_i \cdot C_i(t) \quad (7.1)$$

Η μητρική γραφή και συγκεκριμένα ο πίνακας M διαστάσεων 20×20 , με στοιχεία $m_{i,j}$ προέκυψε με τη χρήση του λογισμικού *Matlab*, και παρουσιάζεται κατωθι. Τα στοιχεία $m_{i,j}$ ορίζονται ως:

$$m_{i,j} = (-1)^{j-1} \cdot \binom{N}{j} \cdot \binom{j}{i} \quad (7.2)$$

$$C = M \times \Gamma \quad (7.3)$$

Όπου

$$C = (C_0(t), C_1(t), C_2(t), C_3(t), C_4(t), C_5(t), C_6(t), C_7(t), C_8(t), C_9(t), C_{10}(t), C_{11}(t), C_{12}(t), C_{13}(t), C_{14}(t), C_{15}(t), C_{16}(t), C_{17}(t), C_{18}(t), C_{19}(t))^T \quad (7.4)$$

$$\Gamma = (t^0, t^1, t^2, t^3, t^4, t^5, t^6, t^7, t^8, t^9, t^{10}, t^{11}, t^{12}, t^{13}, t^{14}, t^{15}, t^{16}, t^{17}, t^{18}, t^{19})^T \quad (7.5)$$

Ο πίνακας M που προέκυψε από το λογισμικό της Matlab, είναι ο:

$$M = (M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8, M_9, M_{10}, M_{11}, M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{14}, M_{15}, M_{16}, M_{17}, M_{18}, M_{19}) \quad (7.6)$$

Όπου:

$$M_0 = (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.7)$$

$$M_1 = (-19,19,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.8)$$

$$M_2 = (171, -342,171,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.9)$$

$$M_3 = (-969,2907, -2907,969,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.10)$$

$$M_4 = (3876, -15504,23256, -15504,3876,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.11)$$

$$M_5 = (-11628,58140, -116280,116280, -58140, 11628,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.12)$$

$$M_6 = (27132, -162792,406980, -542640,406980, -162792,27132,0,0, 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.13)$$

$$M_7 = (-50388,352716, -1058148,1763580, -1763580,1058148, -352716,50388, 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)^T \quad (7.14)$$

$$M_8 = (75582, -604656, 2116296, -4232592, 5290740, -4232592, 2116296, -604656, 75582, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.15)$$

$$M_9 = (-92378, 831402, -3325608, 7759752, -11639628, 11639628, -7759752, 3325608, -831402, 92378, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.16)$$

$$M_{10} = (92378, -923780, 4157010, -11085360, 19399380, -23279256, 19399380, -11085360, 4157010, -923780, 92378, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.17)$$

$$M_{11} = (-75582, 831402, -4157010, 12471030, -24942060, 34918884, -34918884, 24942060, -12471030, 4157010, 831402, 75582, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.18)$$

$$M_{12} = (50388, -604656, 3325608, -11085360, 24942060, -39907296, 46558512, -39907296, 24942060, -11085360, 3325608, -604656, 50388, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.19)$$

$$M_{13} = (-27132, 352716, -2116296, 7759752, -19399380, 34918884, -46558512, 46558512, -34918884, 19399380, -7759752, 2116296, -352716, 27132, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.20)$$

$$M_{14} = (11628, -162792, 1058148, -4232592, 11639628, -23279256, 34918884, -39907296, 34918884, -23279256, 11639628, -4232592, 1058148, -162792, 11628, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.21)$$

$$M_{15} = (-3876, 58140, -406980, 1763580, -5290740, 11639628, -19399380, 24942060, -24942060, 19399380, -11639628, 5290740, -1763580, 406980, -58140, 3876, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.22)$$

$$M_{16} = (969, -15504, 116280, -542640, 1763580, -4232592, 7759752, -11085360, 12471030, -11085360, 7759752, -4232592, 1763580, -542640, 116280, -15504, 969, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.23)$$

$$M_{17} = (-171, 2907, -23256, 116280, -406980, 1058148, -2116296, 3325608, -4157010, 4157010, -3325608, 2116296, -1058148, 406980, -116280, 23256, -2907, 171, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.24)$$

$$M_{18} = (19, -342, 2907, -15504, 58140, -162792, 352716, -604656, 831402, -923780, 831402, -604656, 352716, -162792, 58140, -15504, 2907, -342, 19, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.25)$$

$$M_{19} = (-1, 19, -171, 969, -3876, 11628, -27132, 50388, -75582, 92378, -92378, 75582, -50388, 27132, -11628, 3876, -969, 171, -19, 1, 0, 0, 0, 0)^T \quad (7.26)$$

Ο συνδυασμός της μητρικής γραφής και των είκοσι σημείων για κάθε επιφάνεια, οδηγεί στις παραμετρικές εξισώσεις των επιφανειών

αυτών. Είναι λογικό πως οι παραμετρικές εξισώσεις που παρέχουν τις συντεταγμένες x και y , (το πλάτος του οδόντα και το ποσοστιαίο μήκος ρωγμής) θα είναι κοινές για όλες τις περιπτώσεις των καμπυλών, και οι μόνες που θα διαφοροποιούνται θα είναι αυτές που παρέχουν την συντεταγμένη z , δηλαδή το αδιαστατοποιημένο ηλεκτρικό δυναμικό.

Σημειώνεται ότι η παράμετρος t παίρνει τιμές από το 0 μέχρι το 1. Αυτό το εύρος τιμών του t αντιστοιχίζεται για κάθε άξονα σε διαφορετικές τιμές. Πιο συγκεκριμένα για τον άξονα x οι οριακές τιμές 0,1 αντιστοιχούν σε τιμές πλάτους από $0,1 \times m$ έως $10 \times m$ και για τον άξονα y αντιστοιχούν σε μήκος ρωγμής από 10% έως 40% .

Οι παραμετρικές εξισώσεις που προέκυψαν είναι οι ακόλουθες:

$$\begin{aligned}
 x(t) = & 0.1 + 45.6 \cdot t + 17.1 \cdot t^2 + (-96.9) \cdot t^3 + 387.6 \cdot t^4 + (-145350) \cdot t^5 \\
 & + 1682184 \cdot t^6 + (-9346974) \cdot t^7 + 32651424 \cdot t^8 \\
 & + (-79676025) \cdot t^9 + 142031175 \cdot t^{10} + (-185553810) \cdot t^{11} \\
 & + 169555620 \cdot t^{12} + (-90553050) \cdot t^{13} + (-1162800) \cdot t^{14} \\
 & + (-48450000) \cdot t^{15} + (-43556550) \cdot t^{16} + 20081812.5 \cdot t^{17} \\
 & + (-4981562.5) \cdot t^{18} + (523562.5) \cdot t^{19}
 \end{aligned}
 \tag{7.27}$$

$$\begin{aligned}
 y(t) = & 0.1 + (-3.4 \cdot 10^{-13}) \cdot t^4 + 1162.8 \cdot t^5 + (-13566) \cdot t^6 + 75582 \cdot t^7 \\
 & + (-264537) \cdot t^8 + 646646 \cdot t^9 + (-1154725) \cdot t^{10} + 1511640 \\
 & \cdot t^{11} + (-1385670) \cdot t^{12} + (746130) \cdot t^{13} + (9.44 \cdot 10^{-10}) \cdot t^{14} \\
 & + (-387600) \cdot t^{15} + (351262.5) \cdot t^{16} + (-162450) \cdot t^{17} + 40375 \\
 & \cdot t^{18} + (-4250) \cdot t^{19}
 \end{aligned}
 \tag{7.28}$$

Για οδόντα με $m=2$, και για τις 4 διαφορετικές αποστάσεις d_i προκύπτει:

d_1 :

$$\begin{aligned}
 z(t) = & 1.24 + (-2.09) \cdot t + 17.1 \cdot t^2 + (-77.52) \cdot t^3 + (232.56) \cdot t^4 \\
 & + (13604.76) \cdot t^5 + (-179342.52) \cdot t^6 + (1089892) \cdot t^7 \\
 & + (-4126777.2) \cdot t^8 + (10861805.24) \cdot t^9 + (-20773964.64) \cdot t^{10} \\
 & + (28859475.06) \cdot t^{11} + (-27533010.96) \cdot t^{12} + (14426084.4) \\
 & \cdot t^{13} + (2371181.76) \cdot t^{14} + (-11455595.52) \cdot t^{15} \\
 & + (10122464.7) \cdot t^{16} + (-4753632.42) \cdot t^{17} + (1207125.48) \cdot t^{18} \\
 & + (-129477.73) \cdot t^{19}
 \end{aligned}
 \tag{7.29}$$

d_2 :

$$\begin{aligned}
 z(t) = & 1.13 + (-0.57) \cdot t + (5.13) \cdot t^2 + (-19.38) \cdot t^3 + (-116.28) \cdot t^4 \\
 & + (17558.28) \cdot t^5 + (-210001.68) \cdot t^6 + (1235009.88) \cdot t^7 \\
 & + (-4578757.56) \cdot t^8 + (11.828079.12) \cdot t^9 + (-22166101.1) \\
 & \cdot t^{10} + (29978088.66) \cdot t^{11} + (-27278047.68) \cdot t^{12} \\
 & + (12212655.84) \cdot t^{13} + (5846209.56) \cdot t^{14} + (-14683567.08) \\
 & \cdot t^{15} + (12087015.3) \cdot t^{16} + (-5525192.97) \cdot t^{17} + (1384832.48) \\
 & \cdot t^{18} + (-147646.6) \cdot t^{19}
 \end{aligned}$$

(7.30)

d_3 :

$$z(t) = 0.97 + (0.19) \cdot t + (-10.26) \cdot t^2 + (77.52) \cdot t^3 + (38.76) \cdot t^4 \\ + (15232.68) \cdot t^5 + (-210815.64) \cdot t^6 + (1303537.56) \cdot t^7 \\ + (-4938527.88) \cdot t^8 + (12869179.18) \cdot t^9 + (-24127286.04) \\ \cdot t^{10} + (32378572.98) \cdot t^{11} + (-28793718) \cdot t^{12} + (11625790) \\ \cdot t^{13} + (8369020.44) \cdot t^{14} + (-17639443.44) \cdot t^{15} \\ + (14099550.78) \cdot t^{16} + (-6370155.27) \cdot t^{17} + (1587943.81) \\ \cdot t^{18} + (-168983.36) \cdot t^{19}$$

(7.31)

d_4 :

$$z(t) = 1.15 + (-2.47) \cdot t + (39.33) \cdot t^2 + (-339.15) \cdot t^3 + (1627.92) \cdot t^4 \\ + (16395.48) \cdot t^5 + (-256668.72) \cdot t^6 + (1570090.08) \cdot t^7 \\ + (-5863651.56) \cdot t^8 + (15114888.36) \cdot t^9 + (-28117091.86) \\ \cdot t^{10} + (37515881.52) \cdot t^{11} + (-33201157.08) \cdot t^{12} \\ + (13305261.48) \cdot t^{13} + (9703798.56) \cdot t^{14} + (-20289503.4) \\ \cdot t^{15} + (16165982.04) \cdot t^{16} + (-7284336.66) \cdot t^{17} \\ + (1810881.64) \cdot t^{18} + (192091.06) \cdot t^{19}$$

(7.32)

Για οδόντα με $m=3$, και για τις 4 διαφορετικές αποστάσεις d_i προκύπτει:

d_1 :

$$z(t) = 1.25 + (-2.85) \cdot t + (35.91) \cdot t^2 + (-310.08) \cdot t^3 + (1782.96) \cdot t^4 \\ + (7558.2) \cdot t^5 + (-165776.52) \cdot t^6 + (1074776.04) \cdot t^7 \\ + (-4109393.34) \cdot t^8 + (10710305.32) \cdot t^9 + (-20004455.9) \cdot t^{10} \\ + (26657771.4) \cdot t^{11} + (-23399683.32) \cdot t^{12} + (9007824) \cdot t^{13} \\ + (7436454.84) \cdot t^{14} + (-14834459.76) \cdot t^{15} + (11711392.14) \\ \cdot t^{16} + (-5266664.91) \cdot t^{17} + (1313442.26) \cdot t^{18} + (-140593.47) \\ \cdot t^{19}$$

(7.33)

d_2 :

$$z(t) = 1.18 + (-2.09) \cdot t + (32.49) \cdot t^2 + (-358.53) \cdot t^3 + (2596.92) \cdot t^4 \\ + (3023.28) \cdot t^5 + (-157094.28) \cdot t^6 + (1107528.24) \cdot t^7 \\ + (-4401895.68) \cdot t^8 + (11812374.86) \cdot t^9 + (-22714826.42) \\ \cdot t^{10} + (31407344.28) \cdot t^{11} + (-29448762.72) \cdot t^{12} \\ + (14540852.76) \cdot t^{13} + (3963985.2) \cdot t^{14} + (-13517588.76) \\ \cdot t^{15} + (11556352.14) \cdot t^{16} + (-5368461.21) \cdot t^{17} \\ + (1362195.69) \cdot t^{18} + (-147292.84) \cdot t^{19}$$

(7.34)

d_3 :

$$\begin{aligned}
 z(t) = & 0.94 + (0.57) \cdot t + (-18.81) \cdot t^2 + (281.01) \cdot t^3 + (-2403.12) \cdot t^4 \\
 & + (32325.84) \cdot t^5 + (-293296.92) \cdot t^6 + (1607881.08) \cdot t^7 \\
 & + (-5843244.42) \cdot t^8 + (15071470.7) \cdot t^9 + (-28506003.24) \cdot t^{10} \\
 & + (39425838.66) \cdot t^{11} + (-37887241.08) \cdot t^{12} + (20948617.2) \\
 & \cdot t^{13} + (860704.56) \cdot t^{14} + (-12985297.68) \cdot t^{15} \\
 & + (11966103.48) \cdot t^{16} + (-5698754.55) \cdot t^{17} + (1461812.69) \\
 & \cdot t^{18} + (-158771.99) \cdot t^{19}
 \end{aligned}
 \tag{7.35}$$

d_4 :

$$\begin{aligned}
 z(t) = & 1.14 + (-2.47) \cdot t + (34.2) \cdot t^2 + (-251.94) \cdot t^3 + (1279.08) \cdot t^4 \\
 & + (14535) \cdot t^5 + (-233606.52) \cdot t^6 + (1472841.24) \cdot t^7 \\
 & + (-5664870.9) \cdot t^8 + (15066851.8) \cdot t^9 + (-29066737.7) \cdot t^{10} \\
 & + (40719802.5) \cdot t^{11} + (-39305159.4) \cdot t^{12} + (21322496.16) \\
 & \cdot t^{13} + (2057458.32) \cdot t^{14} + (-14963801.88) \cdot t^{15} \\
 & + (13527588.84) \cdot t^{16} + (-6412469.22) \cdot t^{17} + (1642198.5) \cdot t^{18} \\
 & + (-178181.24) \cdot t^{19}
 \end{aligned}
 \tag{7.36}$$

Για οδόντα με $m=4$, και για τις 4 διαφορετικές αποστάσεις d_i προκύπτει:

d_1 :

$$\begin{aligned}
 z(t) = & 1.22 + (-1.98) \cdot t + (17.62) \cdot t^2 + (-96.04) \cdot t^3 + (269.17) \cdot t^4 \\
 & + (14339.08) \cdot t^5 + (-185578.2) \cdot t^6 + (1113509.17) \cdot t^7 \\
 & + (-4167010.21) \cdot t^8 + (10820365.17) \cdot t^9 + (-20352544.78) \\
 & \cdot t^{10} + (27681854.02) \cdot t^{11} + (-25590240.03) \cdot t^{12} \\
 & + (12310040.03) \cdot t^{13} + (3967103.53) \cdot t^{14} + (-12361491.68) \\
 & \cdot t^{15} + (10583035) \cdot t^{16} + (-4977614.39) \cdot t^{17} + (1286504.86) \\
 & \cdot t^{18} + (-142456.59) \cdot t^{19}
 \end{aligned}
 \tag{7.37}$$

d_2 :

$$\begin{aligned}
 z(t) = & 1.16 + (-1.8) \cdot t + (19.4) \cdot t^2 + (-98.31) \cdot t^3 + (76.72) \cdot t^4 \\
 & + (17233.92) \cdot t^5 + (-206755.06) \cdot t^6 + (1209327.43) \cdot t^7 \\
 & + (-4465062.6) \cdot t^8 + (11497180.48) \cdot t^9 + (-21498465.71) \cdot t^{10} \\
 & + (29083402.89) \cdot t^{11} + (-26657820.93) \cdot t^{12} + (12438795.16) \\
 & \cdot t^{13} + (4804428.07) \cdot t^{14} + (-13532578.25) \cdot t^{15} \\
 & + (11426462.23) \cdot t^{16} + (-5336154.82) \cdot t^{17} + (1370727.38) \\
 & \cdot t^{18} + (-150712.91) \cdot t^{19}
 \end{aligned}
 \tag{7.38}$$

d_3 :

$$z(t) = 1.09 + (-2.84) \cdot t + (56.92) \cdot t^2 + (-413.05) \cdot t^3 + (891.26) \cdot t^4 + (22795.22) \cdot t^5 + (-269314.08) \cdot t^6 + (1514546.52) \cdot t^7 + (-5427726.69) \cdot t^8 + (13673215.45) \cdot t^9 + (-25165198.12) \cdot t^{10} + (33698353.48) \cdot t^{11} + (-30809052.07) \cdot t^{12} + (14702648.07) \cdot t^{13} + (4713165.75) \cdot t^{14} + (-14610238.97) \cdot t^{15} + (12450258.41) \cdot t^{16} + (-5825741.77) \cdot t^{17} + (1495899.03) \cdot t^{18} + (-164138.71) \cdot t^{19} \quad (7.39)$$

d_4 :

$$z(t) = 1.12 + (-1.66) \cdot t + (22.21) \cdot t^2 + (-227.98) \cdot t^3 + (1765.78) \cdot t^4 + (9739.08) \cdot t^5 + (-205723.24) \cdot t^6 + (13.41060.55) \cdot t^7 + (-5155279.53) \cdot t^8 + (13535713.63) \cdot t^9 + (-25601432.5) \cdot t^{10} + (34907282.39) \cdot t^{11} + (-32185491.26) \cdot t^{12} + (15079035.68) \cdot t^{13} + (5876779.51) \cdot t^{14} + (-16561039.07) \cdot t^{15} + (14009080.14) \cdot t^{16} + (-6548009.85) \cdot t^{17} + (1681066.38) \cdot t^{18} + (-184335.85) \cdot t^{19} \quad (7.40)$$

7.2 Συντελεστής Πολλαπλής Συσχετίσεως

Μια πρώτη ματιά στα διαγράμματα της πολυπαραμετρικής ανάλυσης, μαρτυρά την συσχέτιση του αδιαστατοποιημένου δυναμικού ως προς το ποσοστιαίο μήκος ρωγμής και όχι ως προς το πλάτος του οδόντα. Για την επιβεβαίωση αυτών υπολογίζεται μια φορά η συσχέτιση του αδιαστατοποιημένου δυναμικού με το πλάτος και μία με το μήκος της ρωγμής. Κοιτάζοντας τα αποτελέσματα, επιβεβαιώνεται η παραπάνω παρατήρηση, πως δηλαδή οι μεταβλητές αδιαστατοποιημένο δυναμικό και ποσοστιαίο μήκος ρωγμής έχουν αρκετά υψηλή θετική συσχέτιση, σε βαθμό που καθορίζεται από τον συντελεστή πολλαπλού προσδιορισμού R^2 . Αυτό το συμπέρασμα εξάγεται επίσης από τον συντελεστή a_1 , ο οποίος εκφράζει την κλίση της ευθείας αναδρομής, και στην προκειμένη περίπτωση διαφέρει σημαντικά του μηδενός[11].

Από την άλλη πλευρά, εξάγεται το συμπέρασμα πως το αδιαστατοποιημένο δυναμικό δεν συσχετίζεται με το πλάτος του οδόντα, αφού ο δείκτης R^2 παίρνει τιμές πολύ χαμηλές. Οσο αφορά στον συντελεστή a_1 , δεν μπορεί να εξαχθεί άμεσα συμπέρασμα για το αν στατιστικά διαφέρει σημαντικά του μηδενός.

Για το έλεγχο αυτού, θα ακολουθήσει ένα στατιστικό τεστ κατά το οποίο θα διαπιστωθεί αν οι τιμές που παίρνει ο συντελεστής a_1 , είναι στατιστικώς ίσες με το 0.

Θα γίνει έλεγχος της μηδενικής υποθέσεως με:

$$H_0: a_1 = a_{10} = 0 \quad (7.41)$$

$$H_1 = a_1 \neq a_{10} \quad (7.42)$$

Για να γίνει κάτι τέτοιο, υπολογίζεται το σφάλμα της κλίσεως a_1 , $se(a_1)$, και κατόπιν το διάστημα εμπιστοσύνης της a_1 .

Υπενθυμίζεται ότι υπάρχουν $3 \times 4 = 12$ περιπτώσεις που θα ελεγχθούν, για τις 4 περιπτώσεις τοποθέτησης των ηλεκτροδίων, για κάθε ένα από τις 3 εξεταζόμενες περιπτώσεις module. Προκύπτει λοιπόν το σφάλμα για αυτές τις 12 κλίσεις από τον τύπο:

$$se(a_1) = \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x}_i)^2}} \quad (7.43)$$

Όπου $s^2 = \frac{\sum(y_i - \bar{y}_i)^2}{n-2}$, η μεταβλητότητα της αναδρομής.

Module(mm)	Απόσταση ηλεκτροδίων	a_1	$se(a_1)$
m=2	d_1	-0,08324	0.08829
	d_2	-0,08876	0,098683
	d_3	-0,09693	0,114165
	d_4	-0,11152	0,129385
m=3	d_1	-0,08374	0,090139
	d_2	-0,08757	0,100373
	d_3	-0,09272	0,116161
	d_4	-0,10493	0,131278
m=4	d_1	-0,08153	0,090379
	d_2	-0,08572	0,100557
	d_3	-0,0907	0,11408
	d_4	-0,10532	0,132282

Πίνακας 7.1. Η κλίση a_1 και το σφάλμα της κλίσης $se(a_1)$, για τα αποδεκτά ζευγη ηλεκτροδίων ανα κατηγορία module

Το διάστημα εμπιστοσύνης της κλίσεως δίνεται από :

$$a_1 \pm t_{\frac{1+p}{2}, n-2} \cdot se(a_1) \quad (7.44)$$

σε επίπεδο εμπιστοσύνης 100p%.

Η τιμή συγκρίσεως είναι:

$$t_0 = \frac{a_1}{se(a_1)} \quad (7.45)$$

Module(mm)	Απόσταση ηλεκτροδίων	t_0
m=2	d_1	-0,94281
	d_2	-0,89941
	d_3	-0,84903
	d_4	-0,86194
m=3	d_1	-0,92896
	d_2	-0,87248
	d_3	-0,79823
	d_4	-0,79929
m=4	d_1	-0,90205
	d_2	-0,85245
	d_3	-0,79504
	d_4	-0,79615

Πίνακας 7.2. Τιμή συγκρίσεως t_0 για τα αποδεκτά ζεύγη ηλεκτροδίων ανα κατηγορία module

Συνεπώς, σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1%, με $v=20-2=18$ βαθμούς ελευθερίας προκύπτει η τιμή συγκρίσεως t_c από πίνακες για κατανομή Student, για

$$t_{0,975,18} = 2.101$$

$$t_{0,995,18} = 2.878$$

Αφού για όλες τις περιπτώσεις ισχύει ότι $|t_0| < |t_c|$, εξάγεται το συμπέρασμα ότι στατιστικά οι τιμές της a_1 είναι ίσες με 0. Κατι τέτοιο επιβεβαιώνει την πρώτη εντύπωση ότι δεν υπάρχει εξάρτηση του πλάτους των οδόντων με το αδιαστατοποιημένο ηλεκτρικό δυναμικό.

7.3 Μέση τετραγωνική απόκλιση

Υπολογίζεται επίσης, ένας άλλος δείκτης, η μέση τετραγωνική απόκλιση *RMS*, ο οποίος δείχνει ποσοτικά το πόσο καλά προσαρμόζεται η αναδρομή. Από τα αποτελέσματα, είναι εμφανές πως στην πρώτη περίπτωση, με μεταβλητές $[\alpha]$ το αδιαστατοποιημένο δυναμικό και $[\beta]$ το ποσοστιαίο μήκος ρωγμής, ο δείκτης *RMS* λαμβάνει τιμές γύρω στο 20-25%, δηλαδή έχουμε μια καλή προσαρμογή. Να σημειωθεί πως ο δείκτης αυτός κυμαίνεται από 0-100%, τείνει δε προς την τιμή 0% όσο πιο καλή είναι η προσαρμογή. Από την άλλη πλευρά, για τις μεταβλητές $[\alpha]$

αδιαστατοποιημένο δυναμικό και $[\beta]$ πλάτος οδόντα, ο δείκτης αυτός λαμβάνει τιμές από 52-63 %, ένδειξη μιας κακής προσαρμογής.

Module(mm)	Απόσταση ηλεκτροδίων	RMS
m=2	d_1	19,64638
	d_2	20,92088
	d_3	21,98603
	d_4	25,13594
m=3	d_1	21,13254
	d_2	22,23836
	d_3	23,33551
	d_4	26,1324
m=4	d_1	21,42198
	d_2	22,62596
	d_3	25,04337
	d_4	26,70011

Πίνακας 7.3. Μέση τετραγωνική απόκλιση της αναδρομής του αδιαστατοποιημένου δυναμικού και του μήκους ρωγμής, για τα αποδεκτά ζεύγη ηλεκτροδίων ανά module

Module(mm)	Απόσταση ηλεκτροδίων	RMS
m=2	d_1	52,24127
	d_2	55,5727
	d_3	60,65172
	d_4	61,57845
m=3	d_1	53,39231
	d_2	56,39458
	d_3	61,40651
	d_4	62,01232
m=4	d_1	53,81497
	d_2	56,76933
	d_3	59,78463
	d_4	62,81935

Πίνακας 7.4. Μέση τετραγωνική απόκλιση της αναδρομής του αδιαστατοποιημένου δυναμικού και του πλάτους οδόντα, για τα αποδεκτά ζεύγη ηλεκτροδίων ανά module

8. Συμπεράσματα

Με την ολοκλήρωση της μελέτης αυτής, παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο, συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα που εξήχθησαν.

Στην πρώτη φάση αυτής της μελέτης, πραγματοποιήθηκαν ηλεκτροστατικές αναλύσεις σε δοκίμια με ένα εύρος πλάτους οδόντα από 0,0125 mm έως 0,2 mm, για ποσοστά ρωγμής από 10% έως 40%. Κατά τις ηλεκτροστατικές αυτές μελέτες τα ηλεκτρόδια εισαγωγής ρεύματος και τα ηλεκτρόδια καταγραφής του ηλεκτρικού δυναμικού, τοποθετούνται στο 10% της ρωγμής. Για τα μοντέλα με πλάτος κάτω από 1mm περίπου η σχέση του αδιαστατοποιημένου δυναμικού και της αύξησης της ρωγμής είναι σχεδόν γραμμική. Ενώ για το δοκίμια, με πλάτος που υπερβαίνει τα 0,1 mm δεν παρατηρείται γραμμική σχέση μεταξύ του ηλεκτρικού δυναμικού και της ρωγμής. Συγκεκριμένα στο 10% της ρωγμής συναντώνται υψηλές τιμές του δυναμικού, οι οποίες μειώνονται καθώς η ρωγμή εξελίσσεται στο 20% και για περαιτέρω εξέλιξη της ρωγμής, παρατηρείται αύξηση του αδιαστατοποιημένου δυναμικού.

Στη συνέχεια αυτής της μελέτης λαμβάνουν χώρα ηλεκτροστατικές αναλύσεις σε δοκίμια με μήκος ρωγμής 15%, κατά τις οποίες η εισαγωγή ρεύματος παραμένει όπως προηγουμένως στο 10% από την έναρξη της ρωγμής ενώ τα ηλεκτρόδια καταγραφής του ηλεκτρικού δυναμικού τοποθετούνται οριακά λίγο πριν το τέλος της ρωγμής, αφενός στην επιφάνεια του οδόντα και αφετέρου εσωτερικά του οδόντα σε διαμερίσεις κατά το πλάτος. Γίνεται η καταγραφή του ηλεκτρικού δυναμικού και τα αποτελέσματα όλων των μοντέλων ανεξαρτήτως module παρουσιάζουν μια παρόμοια συμπεριφορά, με σταδιακή αύξηση των τιμών του αδιαστατοποιημένου δυναμικού για τα επίπεδα από την επιφάνεια εισαγωγής ρεύματος και κάτω.

Κατόπιν πραγματοποιούνται για τα ίδια δοκίμια ηλεκτροστατικές μελέτες, κατά τις οποίες το ρεύμα ισοκατανέμεται ομοιόμορφα στον

οδόντα εισάγοντας ισόποσα σε κάθε ζώνη το ρεύμα και καταγράφοντας το όπως και πριν από κάθε ζώνη στο εσωτερικό του. Σε αυτές τις αναλύσεις, παρατηρείται πως οι καμπύλες για κάθε επίπεδο του οδόντα ταυτίζονται. Κάτι τέτοιο υπονοεί πως η εισαγωγή ρεύματος επηρεάζει μικρότερο πλάτος οδόντα από τις διαμερίσεις που έγιναν στους οδόντες.

Από την πολυπαραμετρική ανάλυση, η οποία εφαρμόστηκε σε οδόντες διαφορετικών module και πλάτους, κατά την οποία η μέτρηση του ηλεκτρικού δυναμικού έγινε σε διαφορετικές θέσεις οριακά πριν από τη ρωγμή, παρατηρήθηκαν τα κατωθι:

- Η μεταβλητή module, τουλάχιστον για το εύρος module: [2,3,4mm], δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα του αδιαστατοποιημένου δυναμικού.
- Η μεταβλητή πλάτος οδόντα, πέρα από το γεγονός ότι για πολύ μικρά πλάτη οδόντα (< 1m) παρουσιάζει ελαφρώς μία αύξηση του αδιαστατοποιημένου δυναμικού, κατά τα άλλα δεν επηρεάζει καθόλου τα αποτελέσματα της ηλεκτροστατικής ανάλυσης
- Τα ζεύγη ηλεκτροδίων, από τα οποία γίνεται η μέτρηση του ηλεκτρικού δυναμικού, παρουσιάζουν καλύτερη ευαισθησία, όσο πιο μικρή απόσταση από τη ρωγμή έχουν. Αυτό βεβαίως οριοθετείται από μια επικίνδυνη περιοχή έναρξης και διάδοσης της ρωγμής.

Τέλος, σημειώνεται πως για όλες τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν, παρατηρείται πως τα ζεύγη των ηλεκτροδίων μέτρησης του ηλεκτρικού δυναμικού, αντιλαμβάνονται καλύτερα το ηλεκτρικό δυναμικό, όσο πιο κοντά στη ρωγμή βρίσκονται.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Θ. Ν. Κωστόπουλος, *Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών*, εκδόσεις Συμεών, 2005
- [2] Wikipedia-the free encyclopedia,
http://en.wikipedia.org/wiki/Three_point_flexural_test
- [3] G. K. Sfantos, V. A. Spitas, G. A. Papadopoulos, T. N. Costopoulos, *Determination of the Stress Intensity Factors (K_I , K_{II}) in Loaded Cracked Spur Gear Teeth by the Optical Method of Caustics*, Athens, 2002
- [4] Fakher Chaari, Tahar Fakhfakh, Mohamed Haddar, *Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness*, European Journal of Mechanics-A/Solids, Vol. 28 (3), 461-468, 2009.
- [5] Α. Κανάραχος, Ι. Αντωνιάδης, *Δυναμική Μηχανών*, εκδόσεις Παπασωτηρίου, 1998
- [6] Θ. Ν. Κωστόπουλος, *Διάγνωση Βλαβών και Συντήρηση Περιστροφόμενων Μηχανών*, εκδόσεις Συμεών, 2009

[7] V. Spitas, D C. Spitas, P. Michelis, *Real-time measurement of shear fatigue crack propagation at high-temperature using the potential drop technique* , Measurement, Vol 41 (4),424-432 ,2008

[8] *Ansys Help*

[9] Α. Νικολακάκης, *Ανάλυση και σχεδιασμός ηλεκτρικού αισθητήρα ρωγμών οδοντωτών τροχών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων*, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π. Σχολή Μηχ/γων Μηχ/κών, Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών, Αθήνα 2012

[10] Κ. Χ. Γιαννάκογλου, Ι. Αναγνωστόπουλος, Γ. Μπεργελές, *Αριθμητική Ανάλυση για Μηχανικούς*,2003

[11] Σ. Ε. Σιμοπουλου, *Μετρήσεις Τεχνικών Μεγεθών*, 1989