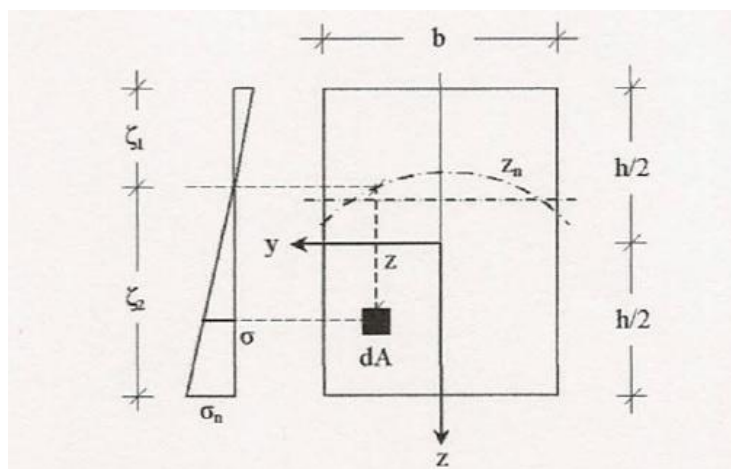




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ»

**Η ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΣΤΗΝ
ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΟΥΔΕΤΕΡΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ**



Μεταπτυχιακή Εργασία: Παναγιώτα Δ. Κούσουλα
Επιβλέπων: Γ.Θ. Μιχάλτσος, Ομότιμος Καθηγητής ΕΜΠ

ΕΜΚ ΜΕ 2013/21
ΑΘΗΝΑ, ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2013

ΚΟΥΣΟΥΛΑ Δ. ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ (2013)

Η Επιρροή των παραμενουσών τάσεων στη μορφή της ουδέτερης γραμμής

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΜΕ 2013/21

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Δομοστατικός Σχεδιασμός και Ανάλυση Κατασκευών»

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

KOUSOULA D. PANAGIOTA (2013)

The effect of residual stresses on the shape of a cross-section's neutral line

Postgraduate Thesis ΕΜΚ ΜΕ 2013/21

MSc Analysis and Design of Structures

School of Civil Engineering

Institute of Steel Structures, National Technical University, Athens

Περιεχόμενα

Περίληψη	4
Abstract	6
Ευχαριστίες	8
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	9
2. ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΩΝ ΤΑΣΕΩΝ	11
3. ΟΙ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	12
3.1 Η ΔΙΑΤΟΜΗ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ	14
3.2 Η ΣΥΜΠΑΓΗΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ.....	15
4. ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΕΣ ΤΑΣΕΙΣ	16
5. Η ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ	18
5.1 Η ΔΙΑΤΟΜΗ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ	18
5.2 Η ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ	20
6. Η ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ	21
6.1 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ 7	24
6.2 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ 8.....	26
7. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ.....	28
7.1 Η ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ	28
7.1.1 Παράδειγμα 1	28
7.1.2 Παράδειγμα 2	30
7.2 Η ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ	33
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	36
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	37
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	39

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1: Παραβολική κατανομή θερμικών παραμενουσών τάσεων σε διατομή διπλού ταυ.....	12
Σχήμα 2: Παραμένουσες τάσεις σε μια χαλύβδινη διατομή διπλού ταυ	13
Σχήμα 3: Παραμένουσες τάσεις σε μια χαλύβδινη συμπαγή τετραγωνική διατομή ...	13
Σχήμα 4: Ελαστικές-πλαστικές ζώνες λόγω κάμψης και αξονικής δύναμης και παραμενουσών τάσεων	16
Σχήμα 5: Διαγράμματα κατανομής τάσης	18
Σχήμα 6: Θέσεις ουδέτερης γραμμής.....	20
Σχήμα 7: Θέση ουδέτερης γραμμής.....	21
Σχήμα 8: Θέση ουδέτερης γραμμής.....	21
Σχήμα 9: Θέση ουδέτερης γραμμής.....	23
Σχήμα 10: Κατανομή τάσης σε διατομή I.....	29
Σχήμα 11: Κατανομή τάσης σε συμπαγή διατομή.....	30
Σχήμα 12: Μετατοπισμένη θέση της ουδέτερης γραμμής.....	31
Σχήμα 13: Η επιρροή των παραμενουσών τάσεων στη μορφή της ουδέτερης γραμμής	32
Σχήμα 14: Η ουδέτερη γραμμή μετατρέπεται σε καμπύλη.....	33
Σχήμα 15: Κατανομή τάσεων σε μια συμπαγή διατομή.....	34

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ»

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

ΕΜΚ ΜΕ 2013/21

**Η Επιρροή των παραμενουσών τάσεων στη
μορφή της ουδέτερης γραμμής**

ΚΟΥΣΟΥΛΑ Δ. ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ

(Επιβλέπων: Μιχάλης Γ.)

Περίληψη

Η παρούσα εργασία ασχολείται με τη μελέτη της επίδρασης των θερμικά επαγόμενων παραμενουσών τάσεων στη μορφή της ουδέτερης γραμμής διατομών θερμής κατεργασίας κάτω από συνθήκες συνδυασμένης φόρτισης.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη περιγραφή της επιρροής των παραμενουσών τάσεων όσον αφορά την ανάλυση και τη διαδικασία σχεδιασμού δομικών έργων από χάλυβα και εξάγεται το συμπέρασμα πως προκειμένου να παρέχονται αξιόπιστα αποτελέσματα, η επίδραση των θερμικών παραμενουσών τάσεων θα πρέπει αναμφίβολα να συνεκτιμηθεί.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις γενικές αρχές που διέπουν τις παραμένουσες τάσεις στα χαλύβδινα στοιχεία καθώς είναι γνωστό ότι κατά τη διαμόρφωση των προτύπων ελασμάτων από χάλυβα, με έλαση εν θερμώ, αναπτύσσονται στα ελάσματα αυτά ορθές τάσεις που οφείλονται στην ανομοιόμορφη προσαρμογή των διαφόρων τμημάτων της διατομής τους από την θερμοκρασία της έλασης στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

Το τρίτο κεφάλαιο αφορά το μέγεθος και την κατανομή των παραμενουσών τάσεων σε διατομές θερμικά κατεργασμένες και συγκεκριμένα για την I-διατομή (διπλού ταυ) και της ορθογωνική διατομή.

Στο τέταρτο κεφάλαιο έχουμε τις πλαστικές ζώνες λόγω κάμψης, αξονικής δύναμης και παραμενουσών τάσεων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο εξάγονται οι εξισώσεις της θέσης της ουδέτερης γραμμής για τη διατομή διπλού ταυ και για τη συμπαγή τετραγωνική διατομή στην περίπτωση που αγνοούνται και στις περίπτωση που λαμβάνονται υπόψη οι θερμικά παραμένουσες τάσεις.

Στο έκτο κεφάλαιο και εστιάζοντας στην ορθογωνική διατομή (καθώς η ουδέτερη γραμμή της φαίνεται να καμπυλώνεται υπό την επίδραση παραμενουσών τάσεων και συνδυασμένης φόρτισης) βρίσκουμε τη θέση της ουδέτερης γραμμής για της περιπτώσεις της ελαστικής και ελαστοπλαστικής ανάλυσης.

Στο έβδομο κεφάλαιο δίνονται αριθμητικά παραδείγματα για τη διατομή διπλού ταυ και την συμπαγή ορθογωνική διατομή τόσο στην ελαστική περιοχή όσο και στην ελαστοπλαστική και πλαστική περιοχή. Με τον τρόπο αυτό βρίσκουμε το εύρος της επιρροής των παραμενουσών τάσεων στην μορφή της ουδέτερης γραμμής.

Τέλος το όγδοο κεφάλαιο αφορά σε συμπεράσματα τα οποία προέκυψαν κατά την παρούσα διπλωματική εργασία. Είναι γενικά αποδεκτό ότι η ουδέτερη γραμμή είναι μια ευθεία γραμμή στη διατομή μίας δοκού. Λαμβάνοντας υπόψη τις υφιστάμενες παραμένουσες τάσεις θερμικής κατεργασίας, ο άξονας αυτός γίνεται μια καμπύλη, εφόσον στη διατομή επενεργεί καμπτική ροπή M_y ή μια ταυτόχρονη δράση καμπτικής ροπής M_y και αξονικής δύναμης N_x .

Μετατόπιση της ουδέτερης γραμμής (σε διπλά συμμετρικές διατομές) συμβαίνει στην περίπτωση της ταυτόχρονης δράσης καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης και μόνο στην ελαστική και ελαστοπλαστική περιοχή, καθώς στην πλαστική περιοχή η μορφή και η θέση της ουδέτερης γραμμής δεν επηρεάζονται.

Αυτή η μετατόπιση είναι σημαντική και έχει εύρος από 5% έως 30% του ύψους μιας διατομής διπλού ταυ και από 2% έως και 10% για μία ορθογωνική.

Αυτό που συμβαίνει στην περίπτωση της ορθογωνικής διατομής είναι η μετατροπή της ουδέτερης γραμμής από ευθεία γραμμή σε καμπύλη.

Η προαναφερθείσα αλλαγή της μορφής και η μετατόπιση της ουδέτερης γραμμής καταλήγουν στην αλλαγή των ροπών αντοχής των διατομής, που για την διατομή διπλού ταυ φτάνουν σε ποσοστό 25% για τις πάνω ίνες και 45% για τις κάτω.

Τα αντίστοιχα ποσοστά για τις ορθογωνικές διατομές είναι 20 έως 25 %.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

MSc Analysis and Design of Structures

INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

POSTGRADUATE DIPLOMA THESIS

EMK ME 2013/21

**The effect of residual stresses on the shape of a cross-section's
neutral line**

Kousoula D. Panagiota (supervised by George T. Michaltsos)

Abstract

The present work deals with the study of the effect of thermal induced residual stresses on the form of the neutral line of a hot-rolled section under combined loading conditions.

The first chapter gives a brief description of the influence of residual stresses in analysis and process design construction of steel and concludes that in order to provide reliable results the effect of thermal residual stresses should undoubtedly be taken into account.

The second chapter refers to the general principles about the residual stresses in steel elements as it is known that in hot-rolling, stresses are developed due to uneven adaptation of different parts of the section from the rolling temperature to ambient temperature .

The third chapter deals with the size and distribution of residual stresses in thermally processed sections namely the I – cross section and solid orthogonal ones.

In the fourth chapter we analyze the plastic zones due to bending, axial force and residual stresses.

The fifth chapter is about extracting the equations of the position of the neutral line for the I-cross section and the solid orthogonal section in case of ignoring and in case of taking into accounts the thermal residual stresses.

In the sixth chapter and focusing in orthogonal (the neutral line seems to curve under the influence of residual stresses and the combined loading) we find the position of the neutral line for the cases of elastic and elastoplastic analysis.

The seventh chapter one can find numerical examples for both cross-sections and both in elastic region and the plastic and elastoplastic region.

In this way we find the range of influence of the residual stresses in the form of the neutral line.

Finally, the eighth chapter relates to conclusions that emerged during this thesis.

Those conclusions are listed below:

It is generally accepted that the neutral line is a straight line on the cross section of a beam. Taking into account the existing thermal residual stresses, this axis becomes a curve so long as the cross section is acted upon a bending moment M_y or a simultaneously action of a bending moment and an axial force

A displacement of the neutral line (in double symmetric sections) takes place in the case of simultaneous action of a bending moment and an axial force and only in elastic and elastoplastic region while the form and position of the neutral line in the plastic region is not affected.

This displacement is significant and ranges from 5% to 30 % of the height of an I-cross section and from 2 % to 10% for a solid orthogonal one.

What happens in the case of the solid orthogonal section is the evolution of the form of the neutral line from a straight line to a curve.

The aforementioned alteration of the form and the displacement of the neutral line lead to the change of the corresponding resistant moments, which for the I-cross of the case study amounts to 25% for the upper resistant moment and to 45 % for the bottom one.

The corresponding percentages for solid orthogonal cross-sections amounts from 20-25 %

Ευχαριστίες

Από την θέση αυτή, θα ήθελα να εκφράσω με ειλικρίνεια τις θερμές μου ευχαριστίες στον ομότιμο καθηγητή της σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ κ. Μιχάλτσο Γεώργιο, για τις πολύτιμες συμβουλές του, το ενδιαφέρον και τον χρόνο που αφιέρωσε στην εργασία μου, αλλά κυρίως, για το ενδιαφέρον που μου δημιούργησε για το αντικείμενο που πραγματεύεται η μεταπτυχιακή μου εργασία.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω εγκάρδια τον κ. Κωνσταντακόπουλο Θεόδωρο, Δρ. Πολιτικό Μηχανικό, ο οποίος αφιέρωσε τον χρόνο του για να με βοηθήσει σε κομβικά σημεία, κυρίως για την χρήση του προγράμματος Mathematica που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία.

Επιπλέον, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου, Δημήτρη και Ελένη, στον αδερφό μου, Ευστάθιο, και στον Αποστολόπουλο Παναγιώτη για την αμέριστη υποστήριξη και συμπαράστασή τους, τόσο κατά τη διάρκεια της παρούσας εργασίας, όσο και καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διάρκεια ζωής ενός δομικού στοιχείου, ανεξάρτητα από τις ιδιότητες του υλικού του, στην πραγματικότητα καθορίζεται από την αλληλεπίδραση μεταξύ των ελαττωμάτων εντός του στοιχείου και τις καταπονήσεις στις οποίες είναι εκτεθειμένο.

Αντίθετα προς τις εξωτερικά εφαρμοζόμενες καταπονήσεις οι οποίες μπορούν εύκολα και κατανοητά να εισαχθούν στο σχεδιασμό των δομικών μελών, είναι σημαντικά πιο δύσκολο να ληφθούν υπόψη οι παραμένουσες τάσεις στην ανάλυση και τη διαδικασία σχεδιασμού.

Αυτό συμβαίνει, καθώς οι τελευταίες ποικίλλουν σημαντικά σε ένταση, είναι έντονα μη γραμμικές (ως προς τη φύση και την κατανομή), απρόβλεπτες και δεν μπορούν να μετρηθούν αξιόπιστα.

Εστιάζοντας στα θερμής κατεργασίας χαλύβδινα δομικά στοιχεία, ο πιο κοινός και ταυτόχρονα αναπόφευκτος τύπος παραμενουσών τάσεων που αναπτύσσονται είναι οι λεγόμενες τάσεις θερμικής κατεργασίας, οι οποίες μπορεί να είναι είτε τάσεις αποχύσεως είτε θερμικής κατεργασίας, με τις τελευταίες να είναι κυρίαρχες.

Ο μηχανισμός ανάπτυξης των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας και η κατανομή τους σε χαλύβδινα δομικά στοιχεία απαντάται σε ένα μεγάλο αριθμό παλαιότερων αλλά και πρόσφατων εργασιών, που περιέχουν μια εκτεταμένη αναφορά και μελέτη του συγκεκριμένου τύπου τάσεων.

Για την πλειοψηφία των ευρέως χρησιμοποιούμενων διατομών θερμής κατεργασίας (όπως διπλού ταυ ή ορθογωνικές) η κατανομή είναι συμμετρική κατά μήκος των κυρίων αξόνων και έτσι η επιρροή ενός τέτοιου αυτο-ισσοροπούμενου συστήματος τάσεων παραλείπεται στην ελαστική ανάλυση ή όταν πρόκειται για απλές συνθήκες φόρτισης, π.χ. όταν η κατανομή των τάσεων λόγω εξωτερικών φορτίων είναι επίσης συμμετρική.

Αυτό δε συμβαίνει, ωστόσο, όταν συνδυασμένα φορτία ενεργούν στα στοιχεία, όπως σε καμπτόμενα υποστυλώματα, καμπτόμενες δοκούς και κατασκευές γερανών.

Με τη συνεχιζόμενη προσπάθεια όχι μόνο για την βελτιστοποίηση της απόδοσης των υλικών, αλλά ταυτόχρονα την ελαχιστοποίηση του βάρους, το κύριο πλεονέκτημα του χάλυβα, (όπως για παράδειγμα η ολκιμότητα) θα πρέπει να αξιοποιηθεί στο μέγιστο βαθμό.

Για αυτό το λόγο, ελαστοπλαστική ή πλαστική ανάλυση θα έπρεπε να χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό των δομικών έργων από χάλυβα και προκειμένου να παρέχονται αξιόπιστα αποτελέσματα, η επίδραση των θερμικών παραμενουσών τάσεων θα πρέπει αναμφίβολα να συνεκτιμηθεί.

Η ύπαρξη, εν τούτοις αποτελεσματικών, μη καταστροφικών ή ήμι-καταστροφικών τεχνικών μέτρησης σε μεγάλο βαθμό των τάσεων που αναφέρθηκαν παραπάνω, προσφέρει στις καθημερινές εφαρμογές του μηχανικού, τη δυνατότητα ενός ποσοτικού υπολογισμού του μεγέθους των θερμικά παραμενουσών τάσεων σε ένα ευρύ φάσμα διατομών χάλυβα.

Ένας περιορισμένος αριθμός δημοσιεύσεων υπάρχει στη σχετική βιβλιογραφία σχετικά με τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω. Έχει ήδη αποδειχθεί η επίδραση των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας σχετικά με την φέρουσα ικανότητα διατομών, είτε επιβαλλόμενες σε συνδυασμένη κάμψη και αξονική δύναμη ή επίσης, σε συνδυασμό ροπής κάμψης και διάτμησης.

Η παρούσα εργασία στοχεύει να συμβάλει στο συγκεκριμένο θέμα που αναφέρεται παραπάνω, και ειδικά ασχολείται με τη μελέτη της επίδρασης των παραμενουσών τάσεων θερμικής κατεργασίας για τη μορφή της ουδέτερης γραμμής μιας διατομής θερμής κατεργασίας υπό την δράση καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης.

Με τη χρήση της στοιχειώδους ελαστοπλαστικής ανάλυσης, έχουν παραχθεί απλές φόρμουλες και δίδονται χαρακτηριστικά παραδείγματα.

2. ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

Είναι γνωστό ότι κατά τη διαμόρφωση των προτύπων ελασμάτων από χάλυβα, με έλαση εν θερμώ, αναπτύσσονται στα ελάσματα αυτά ορθές τάσεις που οφείλονται στην ανομοιόμορφη προσαρμογή των διαφόρων τμημάτων της διατομής τους από την θερμοκρασία της έλασης στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος. Πράγματι, τα περισσότερα εκτεθειμένα στον αέρα και λεπτότερα τμήματα της διατομής (π.χ. άκρα πελμάτων διατομής διπλού ταυ) ψύχονται ταχύτερα από τα υπόλοιπα (π.χ. περιοχές ένωσης κορμού και πελμάτων). Η αντίστοιχη συστολή τους πραγματοποιείται ανεμπόδιστα, γιατί τα λοιπά στοιχεία της διατομής, ευρισκόμενα σε υψηλή θερμοκρασία δεν προβάλλουν αντίσταση. Αντίθετα η συστολή των τελευταίων παρεμποδίζεται να πραγματοποιηθεί γιατί τα ήδη ψυχθέντα και ήδη στερεοποιημένα τμήματα της διατομής ανθίστανται στη συστολή αυτή. Συνέπεια της διαδικασίας αυτής είναι η ανάπτυξη ορθών τάσεων στις διάφορες περιοχές της διατομής, θλιπτικών για εκείνες που ψύχονται ταχύτερα και εφελκυστικών για τις υπόλοιπες.

Είναι φανερό ότι οι τάσεις αυτές συνοδεύουν από της κατασκευής τους τα προϊόντα χάλυβα, ονομάζονται δε για το λόγο αυτό «αρχικές» ή «παραμένουσες» τάσεις. Ως εκ τούτου ο μελετητής των σιδηρών κατασκευών, κατά την ανάλυσή τους, πρέπει να λάβει υπόψη ότι τα μέλη αυτά δεν είναι απαλλαγμένα τάσεων.

Οι παραμένουσες τάσεις συνιστούν ένα αυτοϊσόρροπο σύστημα με μηδενική συνισταμένη δύναμη και ροπή.

Εκτός από τις πρότυπες διατομές θερμής έλασης, παραμένουσες τάσεις εμφανίζονται και σε σύνθετες διατομές, που μορφώνονταν δηλαδή με συγκόλληση επί μέρους ελασμάτων. Η κατανομή και το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων των τελευταίων διατομών διαφέρει σημαντικά από εκείνη των ελασμάτων θερμής έλασης, παρά το γεγονός ότι τα αίτια δημιουργίας των τάσεων αυτών είναι τα ίδια (ανομοιομορφία ψύξης των διαφόρων περιοχών της σύνθετης διατομής)

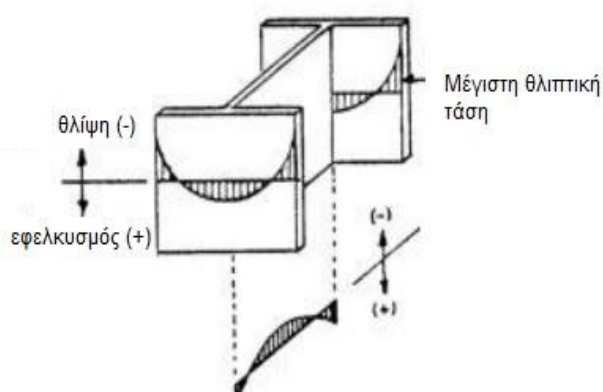
Παραμένουσες, τέλος, τάσεις προκαλούνται στα ελάσματα κατά την κάμψη ή καμπύλωση τους εν ψυχρώ, κατά την διάνοιξη οπών και κατά την κοπή τους

3. ΟΙ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΑΣ

Οι παραμένουσες τάσεις οφείλονται στον τρόπο της επεξεργασίας και παραγωγής του δομικού χάλυβα και αποτελούν ένα ισόρροπο σύστημα τάσεων.

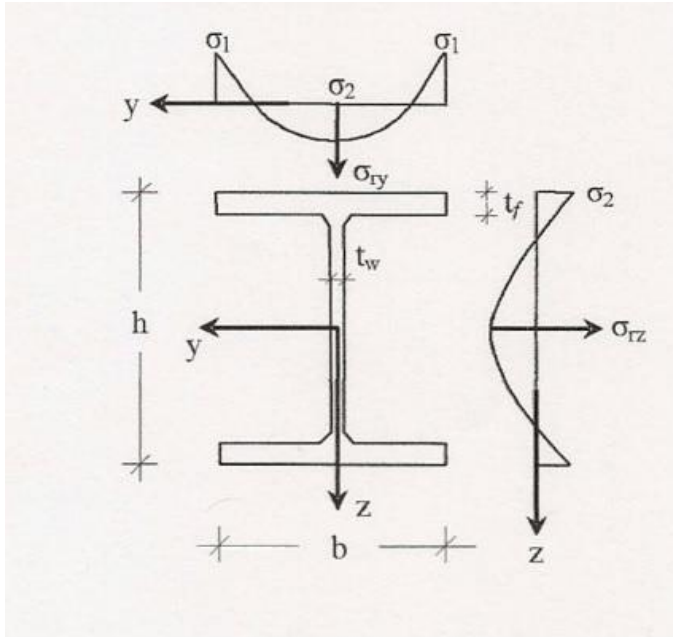
Ως εκ τούτου, συνήθως αγνοούνται.

Η κατανομή και το μέγεθος των παραμενουσών τάσεων είναι συνάρτηση της διαδικασίας κατασκευής, της γεωμετρίας και των διαστάσεων της διατομής, καθώς και των ιδιοτήτων του υλικού. Μια κατανομή που προσεγγίζει την πραγματικότητα (όσον αφορά τη διατομή διπλού ταυ) είναι η παραβολική κατανομή στα πέλατα και στον κορμό όπως φαίνονται στο σχήμα 1.

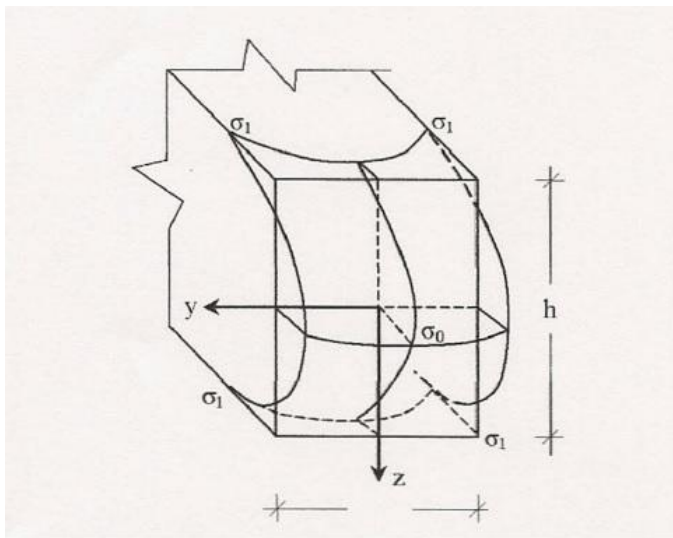


Σχήμα 1: Παραβολική κατανομή θερμικών παραμενουσών τάσεων σε διατομή διπλού ταυ

Το μέγεθος και η κατανομή των παραμενουσών τάσεων σε διατομές θερμικά κατεργασμένες δίνονται στο σχήμα 2 για την I-διατομή (διπλού ταυ) και στο σχήμα 3 για μια ορθογωνική διατομή. (Alpsten [2] και Eurocode 3[8])



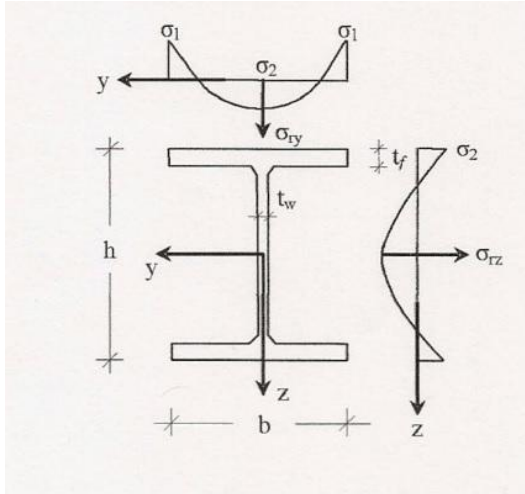
Σχήμα 2: Παραμένουσες τάσεις σε μια χαλύβδινη διατομή διπλού ταυ



Σχήμα 3: Παραμένουσες τάσεις σε μια χαλύβδινη συμπαγή τετραγωνική διατομή

3.1 Η ΔΙΑΤΟΜΗ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ

Για την κατανομή του σχήματος 2 και λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες :



$$\sigma_{ry}(0) = \sigma_2$$

$$\sigma_{ry}\left(\pm \frac{b}{2}\right) = \sigma_1$$

$$\sigma_{ry}(0) = \sigma_{rz}\left(\pm \frac{h}{2}\right)$$

$$2t_f \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_{ry}(y) dy + t_w \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{rz}(z) dz = 0$$

Από τις οποίες βρίσκουμε:

$$\sigma_{ry}(y) = \frac{4(\sigma_1 - \sigma_2)}{b^2} y^2 + \sigma_2$$

$$\sigma_{rz}(z) = Az^2 + B$$

Όπου:

$$A = \frac{4A_f(\sigma_1 + 2\sigma_2) + 3\sigma_2(A_w - t_f t_w)}{t_w(2h^3 - 3ht_f^2 + t_f^3)}$$

$$B = \sigma_2 - \frac{h^2}{4} A$$

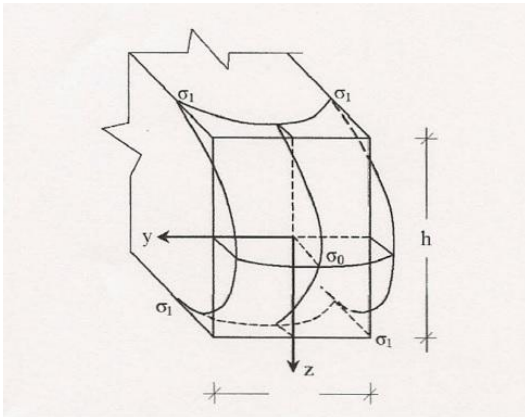
$$A_f = 2bt_f$$

$$A_w \cong t_w h$$

(1)

3.2 Η ΣΥΜΠΑΓΗΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ

Για την κατανομή του σχήματος 3 λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες :



$$\sigma_r\left(\pm\frac{b}{2}, \pm\frac{h}{2}\right) = \sigma_1$$

$$\sigma_r(0,0) = \sigma_0$$

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dy \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_r(y,z) dz = 0$$

Βρίσκουμε:

$$\sigma_r(y,z) = A(y^2 + z^2) + By^2z^2 + \Gamma$$

Όπου:

$$A = \frac{-2(\sigma_1 + 8\sigma_0)}{b^2 + h^2}$$

$$B = \frac{24(\sigma_1 + 2\sigma_0)}{b^2h^2}$$

$$\Gamma = \sigma_0$$

(2)

Στη συνέχεια θα αποδείξουμε πως οι θερμικές παραμένουσες τάσεις προκαλούν μετατόπιση της ουδέτερης γραμμής σε διατομές όπως αυτές του σχήματος 2, ενώ για διατομή του σχήματος 3, η ουδέτερη γραμμή μετατρέπεται σε καμπύλη.

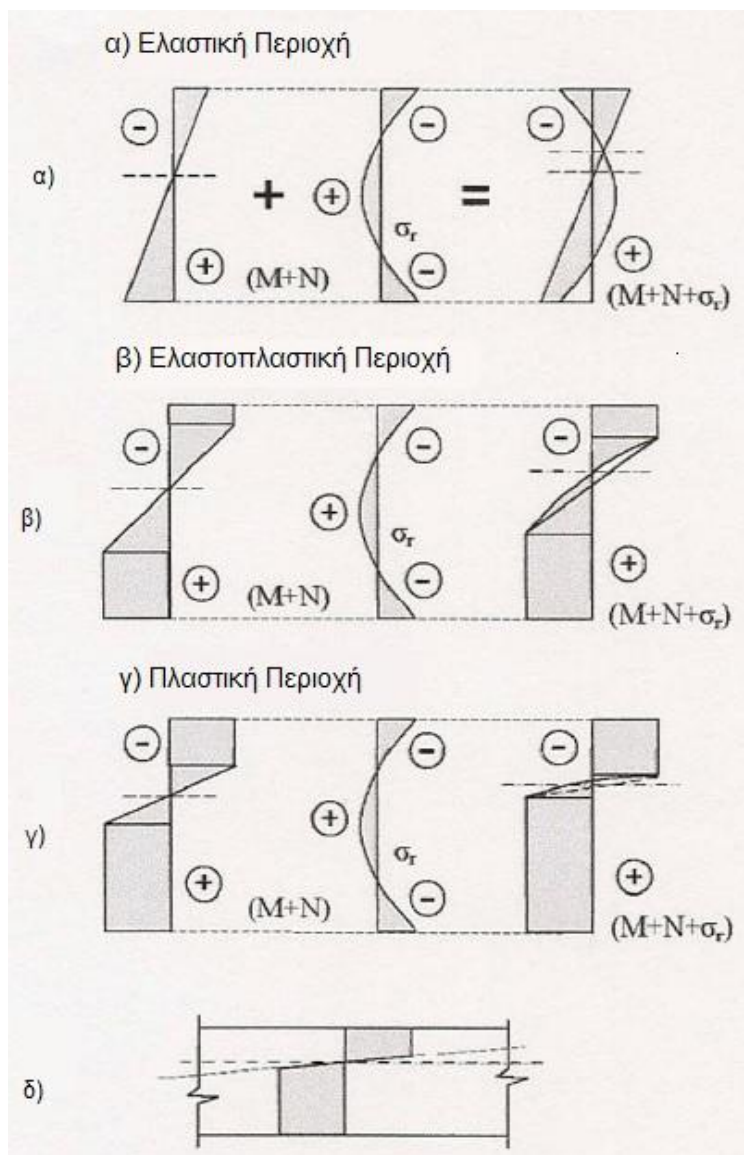
4. ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΕΣ ΤΑΣΕΙΣ

Ας εξετάσουμε τώρα μια διατομή που υποβάλλεται στη δράση μιας ροπής M_y και μιας αξονικής δύναμης N_x .

Καθώς η ανωτέρω ροπή και αξονική δύναμη αυξάνονται, η διατομή εισέρχεται, από την ελαστική περιοχή πρώτα στην ελαστοπλαστική περιοχή και στη συνέχεια στην πλαστική (βλ. σχήματα 4(α) και 4(γ))

Έχει αποδειχθεί ότι η πλαστικοποίηση της διατομής, όπως την γνωρίζουμε από θεωρητική άποψη, δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί.

Γύρω από τον ουδέτερο άξονα (όταν θα φτάσει στην τελική του θέση) παραμένει πάντα ένας μικρός πυρήνας που συμπεριφέρεται ελαστικά, δεδομένου ότι κάθε περαιτέρω πλαστικοποίηση περιλαμβάνει μια εξαιρετικά μεγάλη (και για την περίπτωση που εξετάζεται άπειρη) παραμόρφωση των ακραίων ινών, που στην πραγματικότητα δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί (σχήμα 4(δ)).



Σχήμα 4: Ελαστικές-πλαστικές ζώνες λόγω κάμψης και αξονικής δύναμης και παραμενουσών τάσεων

Αυτός ο πυρήνας επεκτείνεται σε ένα ποσοστό 2-4 τοις εκατό του συνολικού εμβαδού της διατομής.

Συνεπώς μια κατάσταση όπως αυτή φαίνεται στο σχήμα 4(γ), θα πρέπει να θεωρείται ως μια πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή.

5. Η ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

5.1 Η ΔΙΑΤΟΜΗ ΔΙΠΛΟΥ ΤΑΥ

Αγνοώντας τις θερμικές παραμένουσες τάσεις, η θέση της ουδέτερης γραμμής δίνεται από την έκφραση:

$$z_0 = -\frac{I_b N_x}{A_b M_y} \quad (3.1a)$$

όπου M_y και N_x είναι η ροπή και η αξονική δύναμη και I_b και A_b η ροπή αδράνειας και το εμβαδόν της διατομής αντίστοιχα.

Λαμβάνοντας υπόψη της θερμικές παραμένουσες τάσεις έχουμε:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_b} z + \frac{N_x}{A_b} + \sigma_{rz} \quad (3.1.b)$$

Και για τον προσδιορισμό της θέσης της ουδέτερης γραμμής θα είναι:

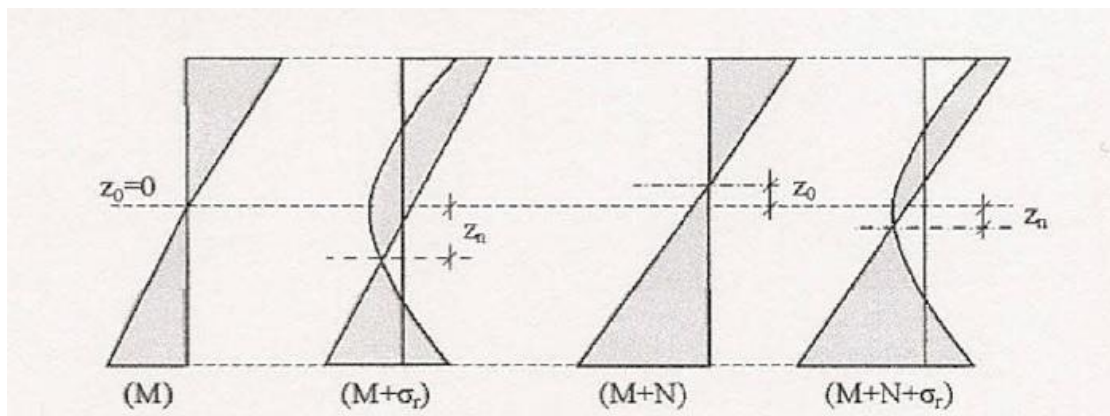
$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_b} z + \frac{N_x}{A_b} + \sigma_{rz} = 0$$

ή λόγω της εξίσωσης (1)

$$\frac{M_y}{I_b} z_n + \frac{N_x}{A_b} + A z_n^2 + B = 0$$

Και τελικά:

$$z_n = \frac{1}{2A} \left(-\frac{M_y}{I_b} + \sqrt{\left(\frac{M_y}{I_b}\right)^2 - 4A \left(B + \frac{N_x}{A_b} \right)} \right) \quad (3.2)$$



Σχήμα 5: Διαγράμματα κατανομής τάσης

Στο σχήμα 5 φαίνεται η παλιά (z_0) και η καινούργια (z_n) θέση της ουδέτερης γραμμής καθώς και τα αντίστοιχα διαγράμματα σ_x στην περίπτωση μιας καμπτικής ροπής που δρα μόνη της καθώς επίσης και της παράλληλης δράσης καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης.

5.2 Η ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ

Αγνοώντας τις θερμικές παραμένουσες τάσεις, η θέση της ουδέτερης γραμμής δίνεται επίσης από την έκφραση:

$$z_0 = -\frac{I_b N_x}{A_b M_y} \quad (3.1a)$$

όπου M_y και N_x είναι η ροπή και η αξονική δύναμη, I_b και η A_b ροπή αδράνειας και το εμβαδόν της διατομής αντίστοιχα.

Λαμβάνοντας υπόψη της θερμικές παραμένουσες τάσεις έχουμε:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_b} z + \frac{N_x}{A_b} + \sigma_r(y, z) = 0 \quad (3.1b)$$

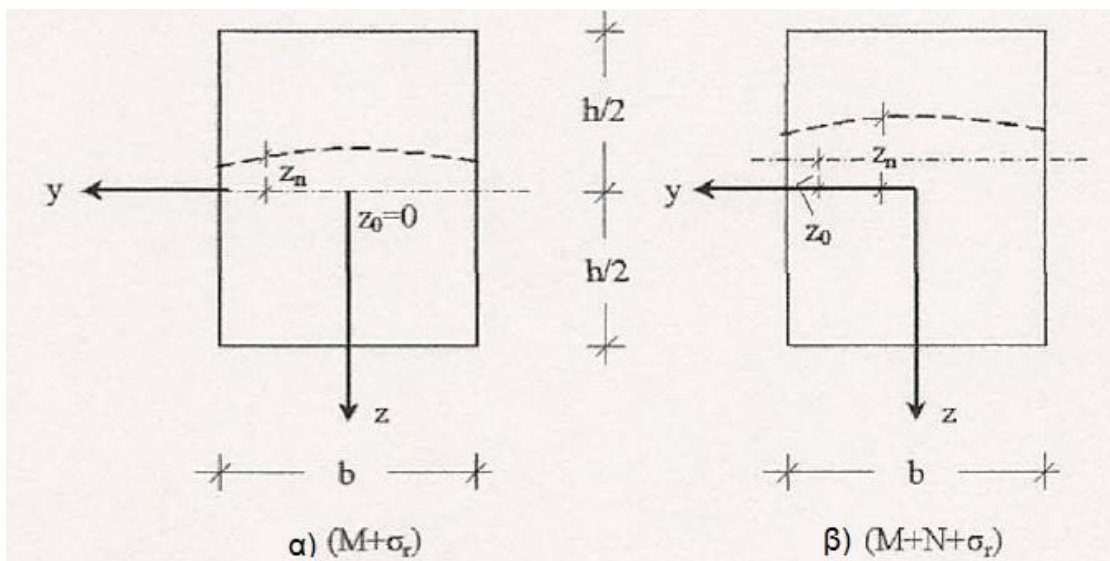
Θέτοντας $\sigma_x=0$ και λόγω της εξίσωσης 2 έχουμε:

$$\frac{M_y}{I_b} z_n + \frac{N_x}{A_b} + A(y^2 + z_n^2) + B y^2 z_n^2 + \Gamma = 0$$

Και τελικά:

$$z_n = \frac{1}{2(A + B y^2)} \left(-\frac{M_y}{I_b} + \sqrt{\left(\frac{M_y}{I_b}\right)^2 - 4(A + B y^2) \left(A y^2 + \Gamma + \frac{N_x}{A_b} \right)} \right) \quad (3.3)$$

Η εικόνα 6 δείχνει τη θέση της ουδέτερης γραμμής για την περίπτωση της ροπής που δρα μόνη της (6α) και για την παράλληλη δράση ροπής και αξονικής δύναμης (6β).



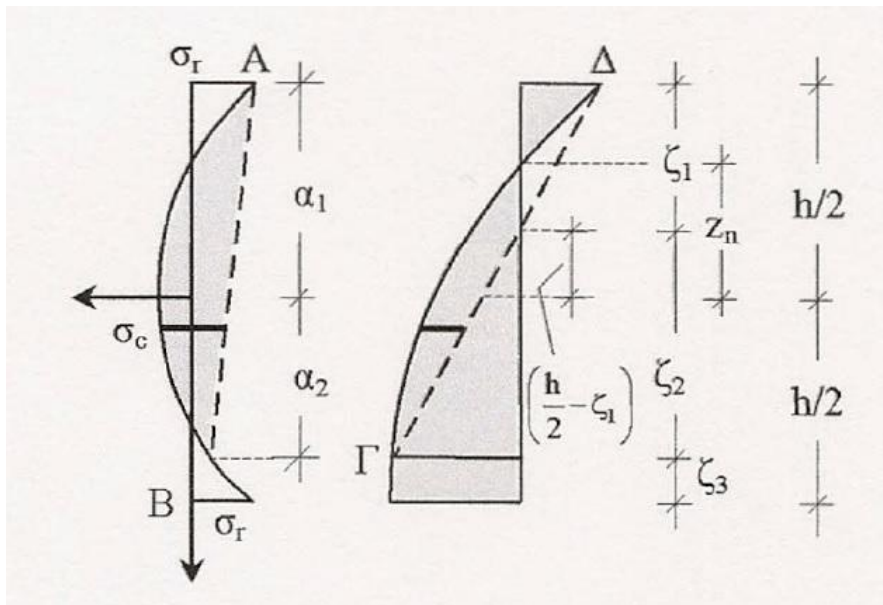
Σχήμα 6: Θέσεις ουδέτερης γραμμής

Παρατηρούμε πως, εκτός από την αλλαγή της θέσης η ουδέτερη γραμμή αλλάζει από ευθεία γραμμή σε καμπύλη.

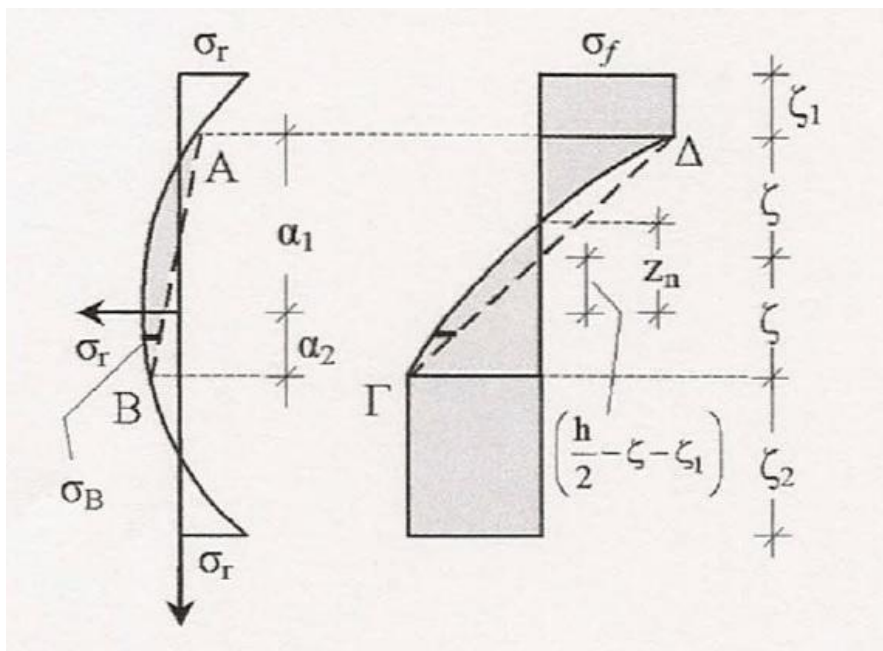
6. Η ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

Καθώς η επίδραση των θερμικών παραμενουσών τάσεων είναι περισσότερο εμφανής και αντιπροσωπευτική σε μια ορθογωνική διατομή, οι ακόλουθες αναλύσεις θα εστιάσουν σε αυτή τη διατομή.

Από τη στιγμή που μια διατομή εισέρχεται στην ελαστοπλαστική περιοχή, η κατανομή των τάσεων (συμπεριλαμβανομένων και των θερμικών παραμενουσών τάσεων) θα έχει μία από τις μορφές που εμφανίζονται στα σχήματα 7 και 8.



Σχήμα 7: Θέση ουδέτερης γραμμής



Σχήμα 8: Θέση ουδέτερης γραμμής

Το τμήμα ΓΔ των διαγραμμάτων 7 και 8 είναι μία καμπύλη, ίδιας μορφής με το τμήμα ΑΒ του διαγράμματος σ_r .

Αυτή η καμπύλη μπορεί να προσδιοριστεί ως ακολούθως:

ΣΗΜΕΙΟ Α:

$$\sigma_{rA} = A(y^2 + a_1^2) + By^2 a_1^2 + \Gamma$$

ΣΗΜΕΙΟ Β:

$$\sigma_{rB} = A(y^2 + a_2^2) + By^2 a_2^2 + \Gamma$$

(4.1)

Η εξίσωσης της ευθείας γραμμής ΑΒ είναι:

$$\frac{\sigma_{AB} - \sigma_{rA}}{\sigma_{rA} - \sigma_{rB}} = \frac{z - a_1}{a_1 - a_2} \quad \text{ή}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{z - a_1}{a_1 - a_2} (\sigma_{rA} - \sigma_{rB}) + \sigma_{rA}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{z - a_1}{a_1 - a_2} (a_1^2 - a_2^2) (A + By^2) + A(y^2 + a_1^2) + By^2 a_1^2 + \Gamma$$

ή τελικά:

$$\sigma_{AB} = (z - a_1)(a_1 + a_2)(A + By^2) + A(y^2 + a_1^2) + By^2 a_1^2 + \Gamma \quad (4.2)$$

Και το σ_c από το διάγραμμα του σ_r (σχ. 7 ή 8) θα είναι:

$$\sigma_c = \sigma_r - \sigma_{AB}$$

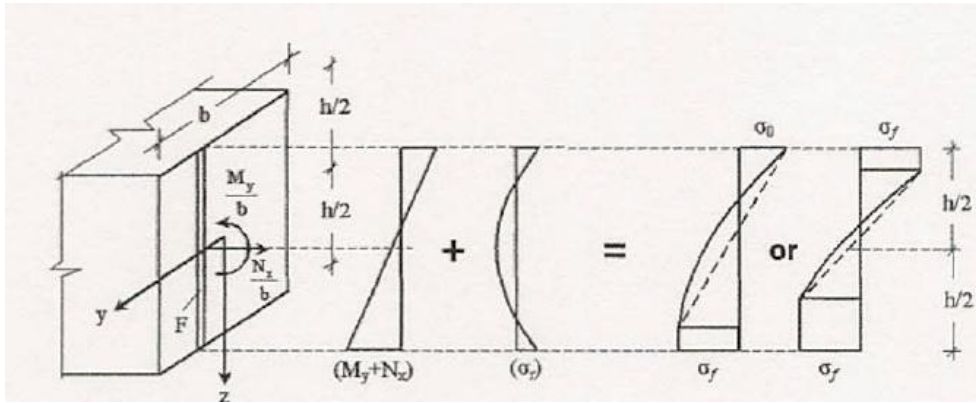
$$\sigma_c = A(y^2 + z^2) + By^2 z^2 + \Gamma - (z - a_1)(a_1 + a_2)(A + By^2) - A(y^2 + a_1^2) - By^2 a_1^2 - \Gamma$$

$$\sigma_c = A(z^2 - a_1^2) + By^2(z^2 - a_1^2) - (z - a_1)(a_1 + a_2)(A + By^2)$$

$$\sigma_c = (z^2 - a_1^2)(A + By^2) - (z - a_1)(a_1 + a_2)(A + By^2)$$

$$\sigma_c = (A + By^2)(z - a_1) - (z + a_1 - a_1 - a_2)$$

$$\sigma_c = (z - a_1)(z - a_2)(A + By^2) \quad (4.3)$$



Σχήμα 9: Θέση ουδέτερης γραμμής

6.1 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ 7

Με τους συμβολισμούς του σχήματος 7 έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{h}{2} \\ \alpha_2 &= \zeta_1 + \zeta_2 - \frac{h}{2} \\ \zeta_3 &= h - \zeta_1 + \zeta_2 \\ \sigma_0 &= \sigma_f \frac{\zeta_1}{\zeta_2} \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Οι άγνωστοι ζ_1 και ζ_2 μπορούν να προσδιοριστούν από τις ακόλουθες συνθήκες:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma dF &= \frac{N_x}{b} \\ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_z dF &= \frac{M_y}{b} \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

Η πρώτη συνθήκη δίνει:

$$\frac{N_x}{b} = \sigma_f (h - \zeta_1 - \zeta_2) + \frac{1}{2} \sigma_f \zeta_2 - \frac{1}{2} \sigma_0 \zeta_1 + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma_c dz$$

ή τελικά:

$$\sigma_f \left(h - \zeta_1 - \frac{\zeta_2}{2} - \frac{\zeta_1^2}{2\zeta_2} \right) + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^3}{6} (A + By^2) = \frac{N_x}{b} \quad (5.3)$$

Η δεύτερη συνθήκη δίνει:

$$\frac{My}{b} = \frac{1}{2} \sigma_0 \zeta_1 \left(\frac{h}{2} - \frac{\zeta_1}{3} \right) + \frac{1}{2} \sigma_f \zeta_2 \left(\frac{2\zeta_2}{3} - \left(\frac{h}{2} - \zeta_1 \right) \right) + \sigma_f \zeta_3 \left(\frac{h}{2} - \frac{\zeta_3}{2} \right) + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma_c \left(z + \frac{h}{2} - \zeta_1 \right) dz$$

ή τελικά:

$$\sigma_f \left[\frac{\zeta_1^2}{2\zeta_2} \left(\frac{h}{2} - \frac{\zeta_1}{3} \right) + \frac{\zeta_2}{2} \left(\frac{2\zeta_2}{3} + \zeta_1 - \frac{h}{2} \right) + \zeta_3 \left(\frac{h}{2} - \frac{\zeta_3}{2} \right) \right] + \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_2)^3}{12} (A + By^2) + \left(\frac{h}{2} - \zeta_1 \right) \left(\frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^3}{6} \right) (A + By^2) = \frac{My}{b} \quad (5.4)$$

Η λύση του συστήματος των εξισώσεων 5.3 και 5.4 δίνει τις άγνωστες παραμέτρους ζ_1 και ζ_2 .

Για να βρούμε την εξίσωση της ουδέτερης γραμμής πρέπει να βρούμε την εξίσωση της καμπύλης $\Gamma\Delta$. (σχ. 7)

Η εξίσωση της ευθείας $\overline{\Gamma\Delta}$ δίνεται από την σχέση:

$$\frac{\sigma_{\Gamma\Delta} - \sigma_0}{\sigma_0 - \sigma_f} = \frac{z - a_1}{a_1 - a_2} \quad \text{ή}$$

$$\sigma_{\Gamma\Delta} = \frac{z - a_1}{a_1 - a_2} (\sigma_0 - \sigma_f) + \sigma_0$$

Και η εξίσωση της καμπύλης $\Gamma\Delta$ θα είναι:

$$\sigma = \sigma_{\Gamma\Delta} + \sigma_c$$

$$\sigma = \frac{z - a_1}{a_1 - a_2} (\sigma_0 - \sigma_f) + \sigma_0 + (z - a_1)(z - a_2)(A + By^2) \quad (5.5)$$

Η λύση της εξίσωσης $\sigma = 0$ δίνει τον ουδέτερο άξονα z_n για διάφορες τιμές του y .

6.2 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ 8

Με βάση τους συμβολισμούς του σχήματος 8 έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \\ \zeta_1 &= \frac{h}{2} - a_1 \\ \zeta_2 &= \frac{h}{2} - a_2 \\ \zeta_1 - \zeta_2 &= \alpha_1 - \alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

Όπου, οι άγνωστες α_1 και α_2 μπορούν να προσδιοριστούν από τις συνθήκες (5.2).

Η πρώτη συνθήκη δίνει:

$$\frac{N_x}{b} = \sigma_f (\zeta_2 - \zeta_1) + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma_c dz$$

ή τελικά:

$$\sigma_f (\zeta_2 - \zeta_1) + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^3}{6} (A + By^2) = \frac{N_x}{b} \quad (6.2)$$

Η δεύτερη συνθήκη δίνει:

$$\frac{M_y}{b} = \sigma_f \zeta_1 \left(a_1 + \frac{\zeta_1}{2} \right) + \sigma_f \zeta_2 \left(a_2 + \frac{\zeta_2}{2} \right) + \sigma_f \frac{2\zeta^2}{3} + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma_c \left(\zeta + \frac{h}{2} - \zeta - \zeta_1 \right) dz$$

ή τελικά:

$$\begin{aligned} \sigma_f \left[\alpha_1 \zeta_1 + \alpha_2 \zeta_2 + \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{2} + \frac{2\zeta^2}{3} \right] + \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_2)^3}{12} (A + By^2) + \\ + \left(\frac{h}{2} - \zeta - \zeta_1 \right) \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^3}{6} (A + By^2) = \frac{M_y}{b} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Οι εξισώσεις (6.2) και (6.3) αποτελούν ένα σύστημα η λύση του οποίου μας δίνει τα άγνωστα μεγέθη α_1 και α_2 .

Η εξίσωση της ευθείας γραμμής $\Gamma\Delta$ δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\sigma_{\Gamma\Delta} + \sigma_f}{-\sigma_f - \sigma_f} = \frac{z - a_1}{a_1 - a_2}$$

ή

$$\sigma_{\Gamma\Delta} = -2 \frac{z - a_1}{a_1 - a_2} \sigma_f + \sigma_f$$

Η εξίσωση της καμπύλης $\Gamma\Delta$ δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = \sigma_{\Gamma\Delta} + \sigma_c = \frac{2(z - a_1)}{a_1 - a_2} \sigma_f - \sigma_f + (z - a_1)(z - a_2)(A + By^2) \quad (6.4)$$

Η λύση της εξίσωσης $\sigma = 0$ δίνει πάλι τον ουδέτερο άξονα z_n για διάφορες τιμές του y .

7. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

7.1 Η ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

7.1.1 Παράδειγμα 1

Θεωρούμε μια διατομή ΙΡΕ200 με $\sigma_f=3000 \text{ dN/cm}^2$ η οποία έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

$$h = 20\text{cm}$$

$$b = 10\text{cm}$$

$$t_f = 0.85\text{cm}$$

$$t_w = 0.56\text{cm}$$

$$I_y = 1940\text{cm}^4$$

$$A_b = 38.50\text{cm}^2$$

$$A_w = 10.36\text{cm}^2$$

Επίσης θεωρούμε πως οι θερμικές παραμένουσες τάσεις έχουν την μορφή του σχήματος (2) με μέγεθος $\sigma_1 = -400\text{dN/cm}^2$ και $\sigma_2 = 400\text{dN/cm}^2$

Η διατομή υποβάλλεται σε μια ροπή $M_y = 200000\text{dNcm}$ και σε αξονική δύναμη $N_x = 5000\text{dN}$.

Αγνοώντας αρχικά τις θερμικές παραμένουσες τάσεις, η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται ως εξής:

$$z_0 = \frac{-N_x / A_b}{M_y / I_y} = \frac{-5000 \cdot 1940}{200000 \cdot 38.50} = -1.259\text{cm}$$

Και οι τάσεις σ_0 και σ_u στις πάνω και κάτω ίνες αντίστοιχα είναι:

$$\sigma_0 = \frac{M_y}{I_y} \cdot \left(-\frac{h}{2} \right) + \frac{N_x}{A_b} = -\frac{200000}{1940} \cdot 10 + \frac{5000}{38.50} = -307.05\text{dN/cm}^2$$

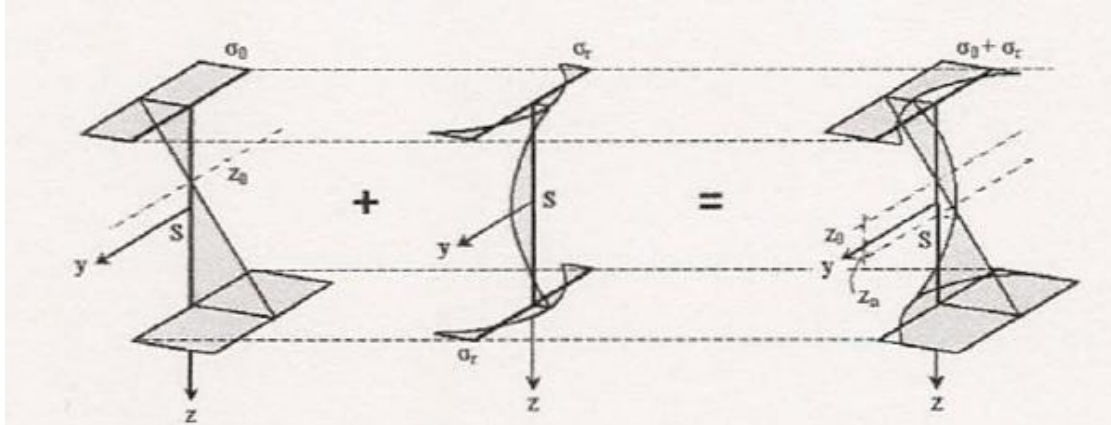
$$\sigma_u = \frac{M_y}{I_y} \cdot \left(+\frac{h}{2} \right) + \frac{N_x}{A_b} = \frac{200000}{1940} \cdot 10 + \frac{5000}{38.50} = 1160.76\text{dN/cm}^2$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (3.2)

$$z_n = \frac{1}{2A} \left(-\frac{M_y}{I_b} + \sqrt{\left(\frac{M_y}{I_b}\right)^2 - 4A \left(B + \frac{N_x}{A_b} \right)} \right)$$

Έχουμε:

$$z_n = +2.54 \text{ cm}$$



Σχήμα 10: Κατανομή τάσης σε διατομή I

Θα αναλύσουμε τώρα την επιρροή των θερμικών παραμενουσών τάσεων στην ουδέτερη γραμμή και στις ροπές αντοχής.

Αγνοώντας τις θερμικές παραμένουσες τάσεις έχουμε:

$$W_o = \frac{1940}{10 - 1.259} = 221.94 \text{ cm}^3$$

$$W_u = \frac{1940}{10 + 1.259} = 172.31 \text{ cm}^3$$

Λαμβάνοντας όμως υπόψη τις θερμικές παραμένουσες τάσεις είναι:

$$W_o = \frac{1940}{10 + 2.54} = 154.70 \text{ cm}^3$$

$$W_u = \frac{1940}{10 - 2.54} = 260.05 \text{ cm}^3$$

7.1.2 Παράδειγμα 2

Στη συνέχεια θεωρούμε μια συμπαγή ορθογωνική διατομή διαστάσεων $b \cdot h = 4 \cdot 6 \text{ cm}^2$.

Και θεωρούμε επιπλέον ότι οι παραμένουσες τάσεις έχουν την μορφή του σχήματος 11 με $\sigma_1 = -400 \text{ dN/cm}^2$ και με $\sigma_0 = 100 \text{ dN/cm}^2$..

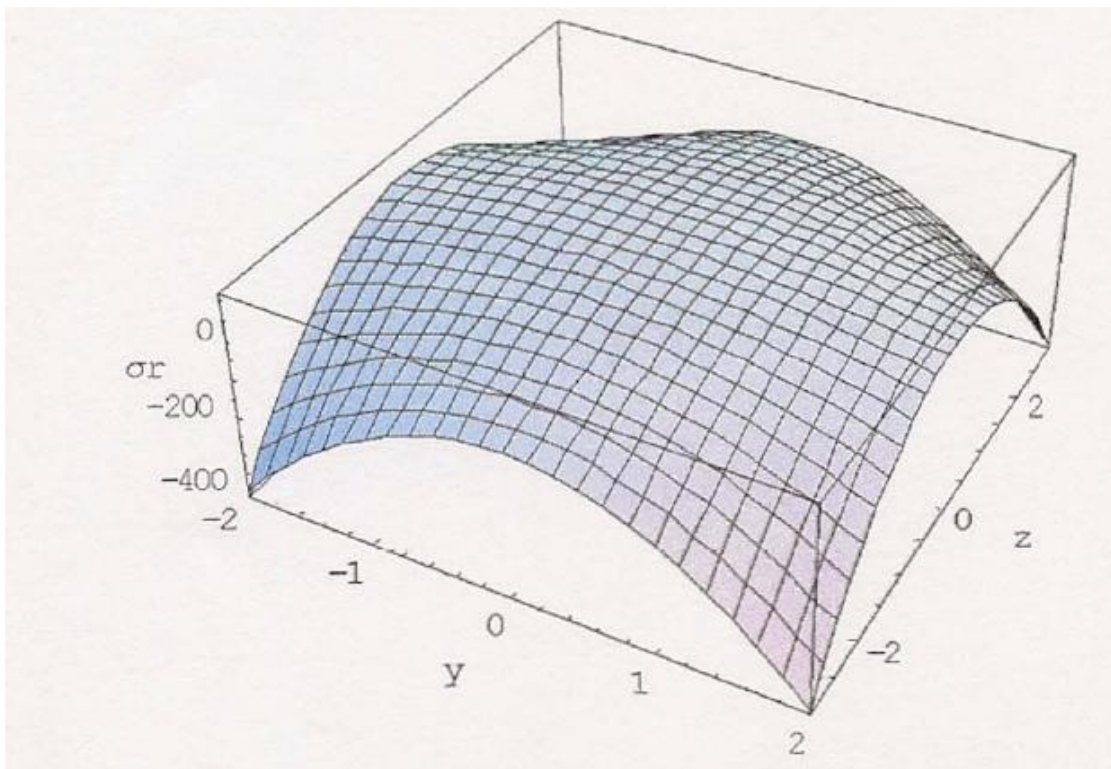
Για την παραπάνω διατομή είναι:

$$I_y = 72 \text{ cm}^4$$

$$A_b = 24 \text{ cm}^2$$

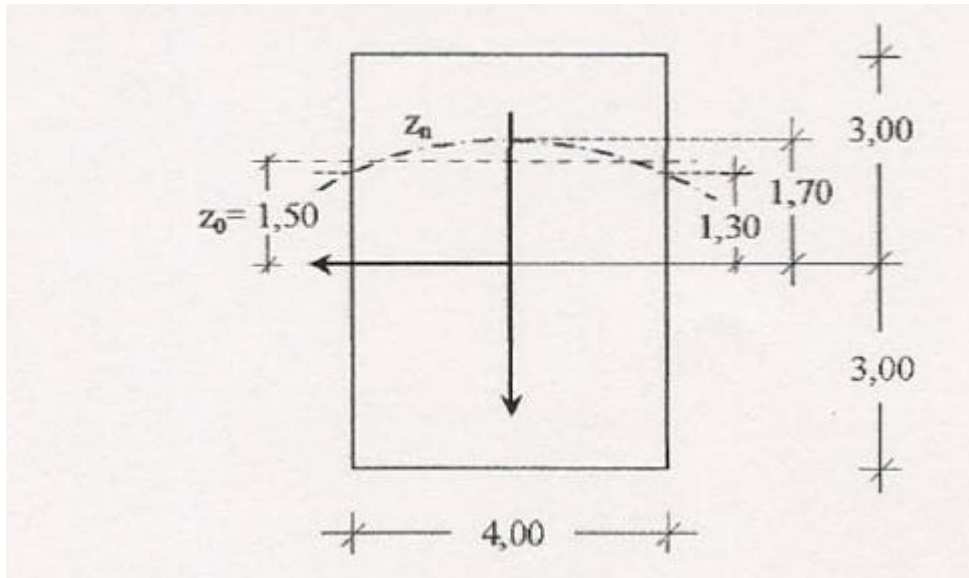
Υπό τη δράση μια ροπής $M_y = 2400 \text{ dNcm}$ και μίας αξονικής δύναμης $N_x = 12000 \text{ dN}$ βρίσκουμε ότι η ουδέτερη γραμμή z_0 (χωρίς την επιρροή των θερμικών παραμενουσών τάσεων) θα είναι στη θέση:

$$z_0 = -\frac{N_x / A_b}{M_y / I_y} = -\frac{12000 \cdot 72}{24000 \cdot 24} = -1.50 \text{ cm}$$



Σχήμα 11: Κατανομή τάσης σε συμπαγή διατομή

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (3.3) , βρίσκουμε τη θέση της ουδέτερης γραμμής z_n όπως φαίνεται στο σχήμα 12 , όπου η θέση της ουδέτερης γραμμής z_0 επίσης απεικονίζεται.



Σχήμα 12: Μετατοπισμένη θέση της ουδέτερης γραμμής

Ας δούμε τώρα τη επιρροή των θερμικών παραμενουσών τάσεων στη μορφή της ουδέτερης γραμμής και στις ροπές αντοχής της διατομής.

Χωρίς της επιρροή των σ_r είναι:

$$M = \int_A \sigma \cdot z \cdot dA = \int_{A_1} \sigma_o \frac{z}{\zeta_1} z dA_1 + \int_{A_2} \sigma_u \frac{z}{\zeta_2} z dA_2$$

$$= b \sigma_u \left[\int_0^{\zeta_1} \frac{z^2}{\zeta_2} dz + \int_0^{\zeta_2} \frac{z^2}{\zeta_2} dz \right] = b \sigma_u \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{3\zeta_2}$$

Και τελικά έχουμε:

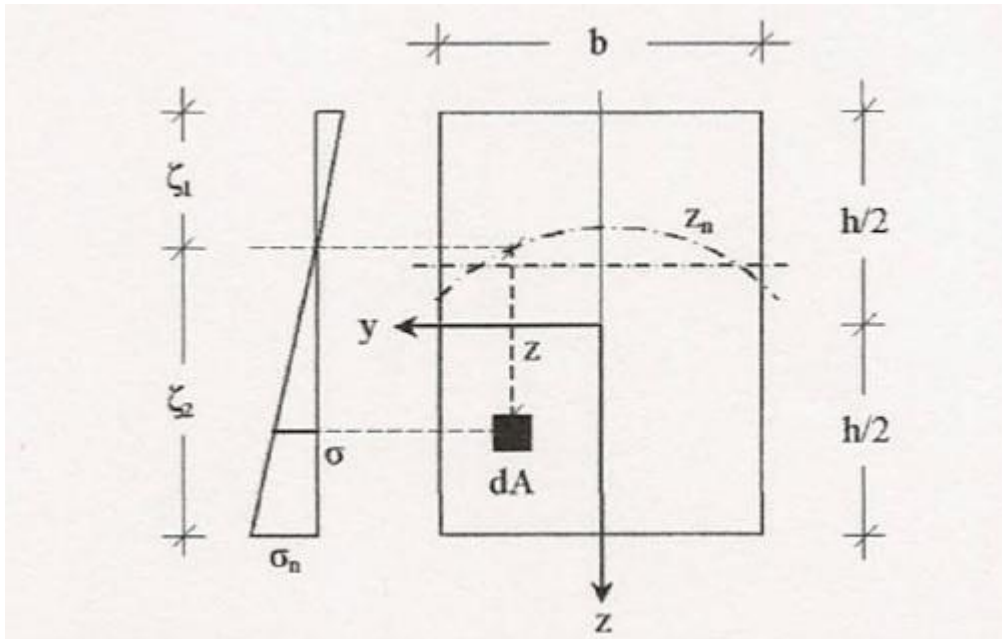
$$W_u = b \cdot \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{3\zeta_2}$$

$$W_o = b \cdot \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{3\zeta_1}$$

Με της επιρροή των σ_r είναι και με ανάλογη διαδικασία είναι:

$$W_u = \frac{1}{3} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{\zeta_2} dy$$

$$W_o = \frac{1}{3} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{\zeta_1} dy$$



Σχήμα 13: Η επιρροή των παραμενουσών τάσεων στη μορφή της ουδέτερης γραμμής

Από τις παραπάνω εξισώσεις, χωρίς την επιρροή των θερμικών παραμενουσών τάσεων είναι:

$$W_o = 84cm^3$$

$$W_u = 28cm^3$$

Με την επιρροή των θερμικών παραμενουσών τάσεων είναι:

$$W_o = 93,17cm^3$$

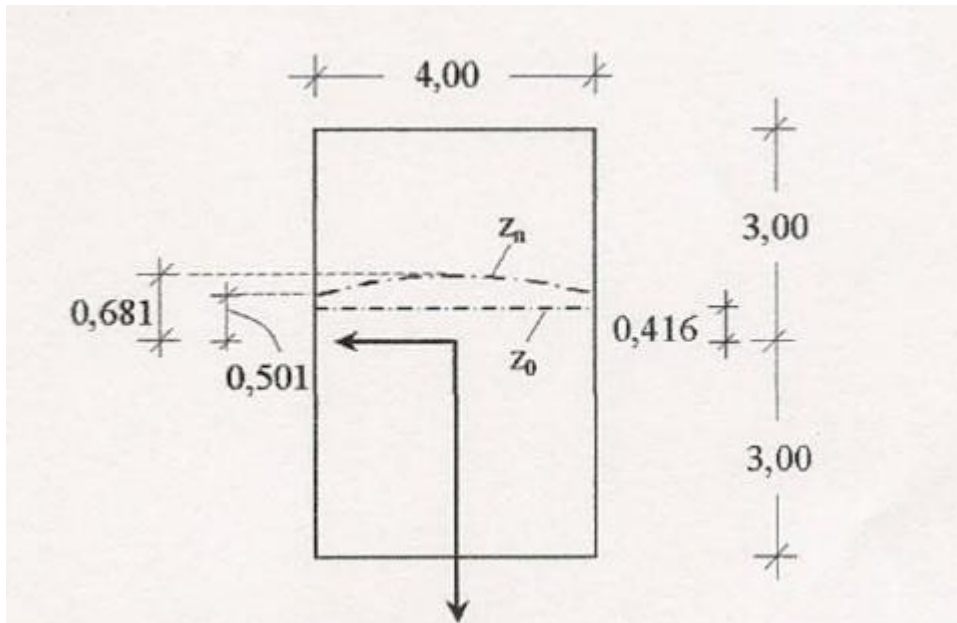
$$W_u = 28,75cm^3$$

7.2 Η ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

Θεωρώντας πάλι την παραπάνω ορθογωνική διατομή μπορούμε να βρούμε την πλαστική ροπή (την ροπή που προκαλεί την πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής):

$$M_F = 108000 \text{ dNcm}$$

Υπό την δράση μιας ροπής $M_y = 80000 \text{ dNcm}$ και μιας αξονικής δύναμης $N_x = 10000 \text{ dN}$ και αγνοώντας την δράση των σ_t ο ουδέτερος άξονας θα είναι στη θέση $z_o = -0.4167 \text{ cm}$.



Σχήμα 14: Η ουδέτερη γραμμή μετατρέπεται σε καμπύλη

Θεωρώντας την κατανομή τάσης του σχήματος 7 και εφαρμόζοντας τις εξισώσεις (6.2) (6.3) και (6.4) βρίσκουμε ότι η ουδέτερη γραμμή γίνεται καμπύλη όπως φαίνεται στο σχήμα (14).

Αγνοώντας την επιρροή της σ_r έχουμε:

$$M = \int_A \sigma_z dA = 2 \int_{A_e} \sigma_f \frac{z^2}{\zeta} dA_e + b\sigma_f \left(\zeta_1 \frac{h_1 + \zeta}{2} + \zeta_2 \frac{h_2 + \zeta}{2} \right)$$

Και από τη στιγμή που είναι:

$$\zeta_1 = h_1 - \zeta$$

$$\zeta_2 = h_2 - \zeta$$

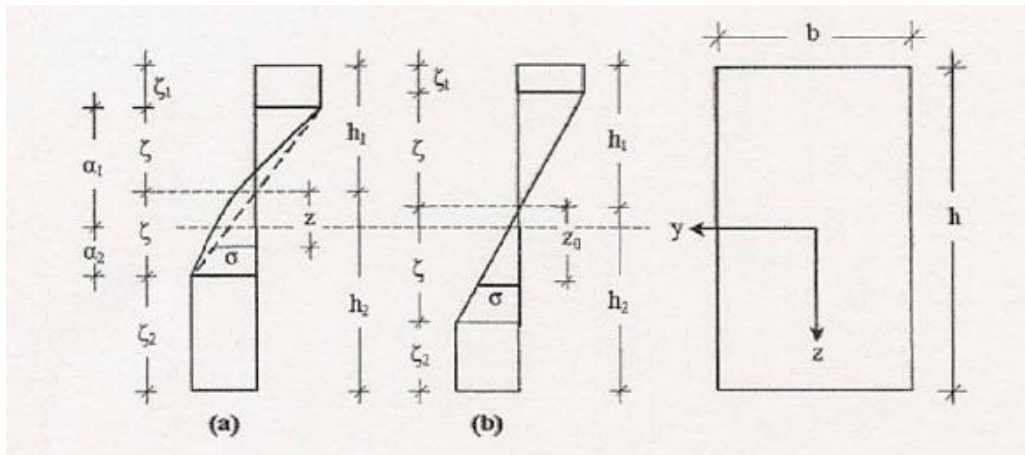
Έχουμε:

$$M = 2b\sigma_f \frac{z^3}{\zeta} + b\sigma_f \left(\frac{(h_1 + \zeta)(h_1 - \zeta)}{2} + \frac{(h_2 + \zeta)(h_2 - \zeta)}{2} \right) =$$

$$= \sigma_f b \left(\frac{h_1^2 + h_2^2}{2} - \frac{\zeta^2}{3} \right)$$

Και

$$W = \frac{b}{2}(h_1^2 + h_2^2) - \frac{b\zeta^2}{3}$$



Σχήμα 15: Κατανομή τάσεων σε μια συμπαγή διατομή

Υπολογίζοντας την επιρροή της σ_r έχουμε:

$$\sigma = \sigma_f \frac{z}{\zeta}$$

$$M = \int_A \sigma_z \frac{z}{\zeta} dA_\varepsilon + \sigma_f \int_{-b/2}^{b/2} \zeta_1 \frac{h_1 + \zeta}{2} dy + \sigma_f \int_{-b/2}^{b/2} \zeta_2 \frac{h_2 + \zeta}{2} dy + \int_{-b/2}^{b/2} dy \int_{a_1}^{a_2} \sigma_c (z + \frac{h}{2} - h_1) dz$$

Επίσης είναι:

$$\zeta_1 = h_1 - \zeta$$

$$\zeta_2 = h_2 - \zeta$$

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned} M &= \sigma_f \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{h_1^2 + h_2^2}{2} - \frac{\zeta^3}{3} \right) \\ &+ \int_{-b/2}^{b/2} \left\{ \frac{(a_1 + a_2)(a_1 - a_2)^3}{12} \right\} (A + By^2) dy \\ &+ \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{h}{2} - h_1 \right) \frac{(a_1 - a_2)^3}{6} (A + By^2) dy = \\ &= \sigma_f \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{h_1^2 + h_2^2}{2} - \frac{\zeta^3}{3} + \frac{(a_1 - a_2)^3}{12} (\zeta_1 + \zeta_2 - 2h_1) \frac{A + By^2}{\sigma_f} \right) dy \end{aligned}$$

Καθώς επίσης και:

$$W = \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{h_1^2 + h_2^2}{2} - \frac{\zeta^3}{3} + \frac{(a_1 - a_2)^3}{12} (\zeta_1 + \zeta_2 - 2h_1) \left(\frac{2k + 16\lambda}{b^2 + h^2} + \frac{24k + 48\lambda}{b^2 h^2} y^2 \right) \right) dy$$

όπου:

$$k = \frac{\sigma_1}{\sigma_f}$$

$$\lambda = \frac{\sigma_e}{\sigma_f}$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις χωρίς την επιρροή της σ_r έχουμε $W=28.0556 \text{ cm}^3$ ενώ υπολογίζοντας την επιρροή της σ_r είναι $W=23.7684 \text{ cm}^3$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα εργασία αφορά την επιρροή των θερμικών παραμενουσών τάσεων στη θέση και τη μορφή της ουδέτερης γραμμής.

Μετατόπιση της ουδέτερης γραμμής (σε διπλά συμμετρικές διατομές) συμβαίνει στην περίπτωση της ταυτόχρονης δράσης καμπτικής ροπής και αξονικής δύναμης και μόνο στην ελαστική και ελαστοπλαστική περιοχή, καθώς στην πλαστική περιοχή η μορφή και η θέση της ουδέτερης γραμμής δεν επηρεάζονται.

Αυτή η μετατόπιση είναι σημαντική και έχει εύρος από 5% έως 30% του ύψους μιας διατομής διπλού ταυ και από 2% έως και 10% για μία ορθογωνική.

Αυτό που συμβαίνει στην περίπτωση της ορθογωνικής διατομής είναι η μετατροπή της ουδέτερης γραμμής από ευθεία γραμμή σε καμπύλη.

Η προαναφερθείσα αλλαγή της μορφής και η μετατόπιση της ουδέτερης γραμμής καταλήγουν στην αλλαγή των ροπών αντοχής των διατομής, που για την διατομή διπλού ταυ φτάνουν σε ποσοστό 25% για τις πάνω ίνες και 45% για τις κάτω.

Τα αντίστοιχα ποσοστά για τις ορθογωνικές διατομές είναι 20 έως 25 %.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ

```
ClearAll[σr, y, z, A, B, Γ, σ1, σ0, b, h, Ib, Ab, Nx, My, z0, zn]
b=4;
h=6;
σ1=-400;
σ0=100;
A=-((2*(σ1+8σ0))/(b2+h2));
B=(24*(σ1+2σ0))/(b2*h2);
Γ=σ0;
σr=A(y2+z2)+B*y2*z2+Γ
Plot3D[σr, {y, -2, 2}, {z, -3, 3}]

Ib=(b*h3)/12;
Ab=b*h;
Nx=12000;
My=24000;
z0=-((Nx/Ab)/(My/Ib))
zn=1/(2(A+B*y2))*(- (My/Ib) +
 $\sqrt{\left(\frac{My}{Ib}\right)^2 + 4(A+B*y^2) + \left(A*y^2 + \Gamma\right)\frac{Nx}{Ab}}$ )
Plot[zn, {y, -2, 2}]
```

```

ClearAll[G1,G2,Go,OL,y,z,σ1,σ0,b,h,A,B,Γ,a]
b=4;
h=6;
σ1=-400;
σ0=200;
A=-((2*(σ1+8*σ0))/(b2+h2));
B=(24*(σ1+2*σ0))/(b2+h2);
Γ=σ0;
ClearAll[My,Nx,Ib,Ab,σf,ξ,ξI,ξ2,zn]
σf=3000;
My=80000/b;
Nx=10000/b+(h3*(A+B*y2))/12+h*(A*y2+Γ);
Ib=72;
Ab=b*h;
k=0.25;
ξ=N[ $\sqrt{3+\left(\frac{h^2}{4}\cdot\left(\frac{Nx}{2+\sigma f}\right)^2\cdot\frac{My}{\sigma f}\right)}$ ];
ξI=N[h/2-Nx/(2*σf)-ξ];
ξI=N[h/2+Nx/(2*σf)-ξ];
2*ξ+ξ1+ξ2;
Zn=h/2-ξ2-ξ;
Plot[zn,{y,-
b/2,b/2},AspectRatio→k,AxesLabel→{"y","zn"}]
ClearAll[y]
y=0
ξ=N[ $\sqrt{3+\left(\frac{h^2}{4}\cdot\left(\frac{Nx}{2+\sigma f}\right)^2\cdot\frac{My}{\sigma f}\right)}$ ];
ξI=N[h/2-Nx/(2+σf)-ξ];
ξI=N[h/2+Nx/(2+σf)-ξ];
ClearAll[y]
y=2
ξ=N[ $\sqrt{3+\left(\frac{h^2}{4}\cdot\left(\frac{Nx}{2+\sigma f}\right)^2\cdot\frac{My}{\sigma f}\right)}$ ];
ξI=N[h/2-Nx/(2+σf)-ξ];
ξI=N[h/2+Nx/(2+σf)-ξ];

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Huber WA, Beedle SL. Residual stresses and Compressive Strength of Steel. *Welding Journal* 1954; 33: 589-614.
- [2] Alpsten AG Thermal Residual Stresses in Hot-Rolled Steel Members. Fritz Laboratory 1968; Report No 337.3
- [3] Michaltsos GT. The elastoplastic analysis on Steel Structures (in Greek) Symeon Publ., Athens, 2009.
- [4] Marcelin JL, Abouaf M, Chenot JL. Analysis of Residual Stresses in Hot-Rolled Complex Beams. *Comp Meth Appl Mech Eng* 1968; 56(1): 1-16.
- [5] Dixit US, Dixit PA A study on residual stresses in rolling. *Int J Of Machine Tools & Manufacture* 1997; 37(6): 837-53.
- [6] Michaltsos GT, Sophianopoulos DS. The effect of thermal residual stresses on the bearing capacity of Hot-Rolled I sections under Combined Bending and Axial Force. In: Proc. of the 6th Nat Conf of Steel Structures, Patras, Greece, 2002.
- [7] Sophianopoulos DS, Michaltsos GT. The effect of Thermal residual stresses on the bearing capacity of Hot-Rolled I sections under Combined Bending and Shearing Force. In: Proc. of the 3rd European Conf on Steel Structures – EUROSTEEL 2002, Coibra, Portugal, 2002.
- [8] Eurocode 3, Part 8. Thermal stresses. European Committee for Standardization, Brussels, 2003.
- [9] Michaltsos GT – Raftoyiannis I.G. “The neutral line concept in Hot-rolled Steel Cross-Section” *J. of Open Mechanics*, 7, 2013, pp 1-9