



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών

Διεξοδική Μελέτη και Εφαρμογή Σημαντικών Αλγορίθμων
Κατάτμησης Εικόνας και Εφαρμογή σε Φωτογραφίες Αρχαίων
Παπύρων καθώς και σε Εικόνες Βιοιατρικού Περιεχομένου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Φασούλη Παβίνα

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς

Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
& Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής
και Συστημάτων Πληροφορικής

Διεξοδική Μελέτη και Εφαρμογή Σημαντικών Αλγορίθμων
Κατάτμησης Εικόνας και Εφαρμογή σε Φωτογραφίες Αρχαίων
Παπύρων καθώς και σε Εικόνες Βιοιατρικού Περιεχομένου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

Παβίνας Φασούλη

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς,

Αναπληρωματικός Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 27 Ιανουαρίου 2014 .

.....
Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Ηλίας Κουκούτσης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Μιχαήλ Θεολόγου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

ΠΑΒΙΝΑ ΦΑΣΟΥΛΗ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Ηλεκτρονικών Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Φασούλη Παβίνα 2014

Copyright © Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς 2014

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. –All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η εκτύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό της προϋπόθεσης να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Σε αυτή τη διπλωματική γίνεται μια οικεία ενδελεχής μελέτη, ανάλυση και υλοποίηση μερικών σημαντικών αλγορίθμων ενός συνόλου σημαντικών αλγορίθμων κατάτμησης εικόνας .Οι αλγόριθμοι αυτοί εφαρμόζονται κυρίως σε εικόνες γραμμάτων από παπύρους αλλά και σε εικόνες βιοιατρικού περιεχομένου. Ειδικότερα αναλύονται και εφαρμόζονται οι αλγόριθμοι Watershed και Active Contours. Για να ελεγχθεί η απόδοση αυτών των αλγορίθμων , προηγείται καταρχήν η δημιουργία μιας στοιχειώδους βάσεως δεδομένων , η οποία περιλαμβάνει εικόνες κατάτμησης από τον χρήστη. Οι εικόνες αυτές ισοδυναμώς αποτελούν το πρότυπο με το οποίο θα συγκριθούν τα εκάστοτε αποτελέσματα της εφαρμοσθείσας μεθόδου αυτόματης κατάτμησης . Επίσης στη παρούσα διπλωματική γίνεται βιογραφική μελέτη αναφορικά με τις δυνατότητες εφαρμογής αυτών των αλγορίθμων κατάτμησης εικόνας στην αρχαιολογία και βιοιατρική .

Λέξεις Κλειδιά

Αλγόριθμος Watershed , Active Contours ,κατάτμηση, ομαδοποίηση, Βιοιατρική , Αριστοτέλης , πάπυρος

Abstract

In this thesis we make a familiar and in depth study, analysis and implementation of some very important segmentation algorithms. These algorithms may be applied in pictures from papyrus with illustrated letters but also in pictures with biomedical content. Particularly, Watershed and Active Contours algorithms are being analyzed and materialized. The precedent step of checking the algorithms' efficiency is to create a database which includes segmentation pictures from the user. These pictures constitute the pattern compared with the results from the automatic segmentation algorithms. Furthermore, in this thesis we make a biographical study pertaining to the segmentation algorithms application in archeology and biomedicine.

Key Words

Watershed Algorithm , Active Contours, segmentation, clustering, biomedicine , Aristotle, papyrus

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Παπαοδυσσέα για την ανάθεση αυτής της διπλωματικής εργασίας σε εμένα καθώς και για την άψογη συνεργασία που είχαμε όλο αυτό το διάστημα. Ευχαριστώ τον κ. Παναγιώτη Ρουσόπουλο για την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε όποτε εγώ τη χρειάστηκα. Αυτοί οι δύο άνθρωποι δημιούργησαν ένα πολύ ευχάριστο και δημιουργικό περιβάλλον συνεργασίας που με βοήθησε σε μεγάλο βαθμό να ολοκληρώσω τη διπλωματική μου .

Ένα ευχαριστώ στους φίλους μου για την συναισθηματική υποστήριξη που μου προσέφεραν όλο αυτό το διάστημα .

Τέλος να ευχαριστήσω την οικογένεια μου που καθ' όλη τη διάρκεια των προπτυχιακών μου σπουδών στάθηκε δίπλα μου, με πολύ αγάπη σε κάθε βήμα , δίνοντας μου θάρρος, δύναμη και κουράγιο ώστε να καταφέρω να προχωρήσω στην επίτευξη των στόχων μου.

Παβίνα

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

- 1.1 Αριστοτέλης ένας σπουδαίος Έλληνας φιλόσοφοςσελίδα 9
- 1.2 Πληροφορίες για το έργο του Αριστοτέλη <<Αθηναίων Πολιτεία >>...σελίδα 11
- 1.3 << Αλκμάνον ο Παρθενίον >>σελίδα 13

Κεφάλαιο 2

- 2.1 Παράγοντες που οδηγούν στην αλλοίωση παπύρωνσελίδα 15
- 2.2 Παραδείγματα αλλοιωμένων παπύρωνσελίδα 16

Κεφάλαιο 3

- 3.1 Διαδικασία χρήσης του προγράμματος επεξεργασίας εικόναςσελίδα 19
- 3.2 Παραδείγματα γραμμάτων που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμασελίδα 20

Κεφάλαιο 4

- 4.1 Μέθοδοι Clusteringσελίδα 25
 - 4.1.1 Τεχνικές Διαμέρισηςσελίδα 25
 - 4.1.2 Ιεραρχικές Τεχνικέςσελίδα 26
 - 4.1.2.1 Γενική περιγραφήσελίδα 26
 - 4.1.2.2 Μέθοδοισελίδα 27
 - 4.1.2.3 Δυσκολίες των ιεραρχικών τεχνικώνσελίδα 28
- 4.2 Chameleon Data Clustering Algorithmσελίδα 30
 - 4.2.1 Γενική περιγραφή μεθόδουσελίδα 31
 - 4.2.2 Λειτουργία του Chameleonσελίδα 34
- 4.3 Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήσαμεσελίδα 36
- 4.4 Εφαρμογή της μεθόδουσελίδα 37
- 4.5 Συμπεράσματασελίδα 42

Κεφάλαιο 5

- 5.1 Εισαγωγήσελίδα 43
- 5.2 Αλγόριθμος Watershedσελίδα 43
- 5.3 Αναλυτική περιγραφήσελίδα 47
- 5.4 ACTIVE CONTOURSσελίδα 49
 - 5.4.1 Parametric Active Contoursσελίδα 51
 - 5.4.1.1 Classic Active Contours (Snakes)σελίδα 51
 - 5.4.1.2 Ενεργειακή προσέγγισησελίδα 53
 - 5.4.1.3 Balloons 1989σελίδα 53

5.4.1.4 Gradient Vector Flow 1998	σελίδα 54
5.4.2 Geometric Active Contours.....	σελίδα 55
5.4.2.1 Geodesic Active Contours	σελίδα 56
5.4.2.2 Βασικό Πρόβλημα.....	σελίδα 57
5.4.2.3 Geodesic Active Contours.....	σελίδα 58

Κεφάλαιο 6

6.1 Εισαγωγή	σελίδα 61
6.2 Που βρίσκει εφαρμογή η κατάτμηση εικόνας και δίνει λύση στα προβλήματα υγείας.	σελίδα 62
6.2.1 Διάγνωση Θυρεοειδικών Όζων και αυτόματος εντοπισμός τους.	σελίδα 62
6.2.2 Κατάτμηση και υπέρθεση τρισδιάστατων εικόνων μαγνητικής τομογραφίας.....	σελίδα 63

<u>Βιβλιογραφία</u>	σελίδα 65
----------------------------------	-----------

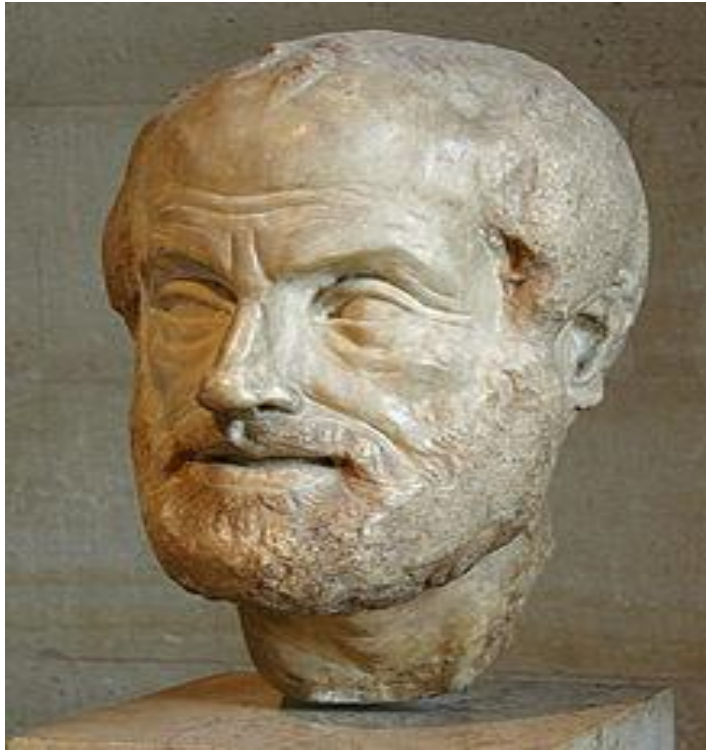
Κεφάλαιο 1

1.1 Αριστοτέλης ένας σπουδαίος Έλληνας φιλόσοφος

Το έργο <<Αθηναίων Πολιτεία>> του Αριστοτέλη βρίσκεται στο Βρετανικό Μουσείο το οποίο είναι μουσείο της ανθρώπινης ιστορίας και πολιτισμού στο Λονδίνο. Οι συλλογές του, οι οποίες αριθμούν περισσότερα από επτά εκατομμύρια αντικείμενα , είναι από τις μεγαλύτερες και πιο περιεκτικές στον κόσμο και προέρχονται από όλες τις ηπείρους, απεικονίζοντας και καταγράφοντας την ιστορία του ανθρώπινου πολιτισμού από την απαρχή του έως και σήμερα.

Θα αναφέρουμε λίγα λόγια για τον δημιουργό του έργου μας , τον Αριστοτέλη. Ο Αριστοτέλης (384 - 322 π. Χ.) ήταν αρχαίος Έλληνας φιλόσοφος. Μαζί με το δάσκαλό του Πλάτωνα αποτελεί σημαντική μορφή της φιλοσοφικής σκέψης του αρχαίου κόσμου, και η διδασκαλία του διαπερνούσε βαθύτατα τη δυτική φιλοσοφική και επιστημονική σκέψη μέχρι και την Επιστημονική Επανάσταση του 17ου αιώνα. Υπήρξε φυσιοδίφης, φιλόσοφος, δημιουργός της λογικής και ο σημαντικότερος από τους διαλεκτικούς της αρχαιότητας. Από αξιόπιστες πηγές μαθαίνουμε ότι ο Αριστοτέλης υπήρξε η ενσάρκωση του ορθού μέτρου σ' όλες τις εκδηλώσεις της ζωής του. Την έμφυτη ευγένεια και τρυφερότητα της ψυχής του τη βρίσκουμε διάχυτη μέσα στη διαθήκη του. Ο Αριστοτέλης δεν έδειξε ενδιαφέρον στη δημοσίευση των έργων του με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν σήμερα διαθέσιμα πολλά από αυτά. Ποτέ δε δημοσίευσε τα βιβλία του, εκτός από τους διαλόγους του. Οι Αλεξανδρινοί υπολόγιζαν ότι ο Αριστοτέλης έγραψε 400 περίπου συνολικά βιβλία. Ο Διογένης ο Λαέρτιος υπολόγισε το έργο του σε στίχους και βρήκε ότι έφταναν τις 44 μυριάδες, δηλ. 440.000. Μεγάλο μέρος από το έργο του αυτό χάθηκε. Ανήκε στην κατηγορία των δημόσιων ή "εξωτερικών" μαθημάτων και ήταν γραμμένα σε μορφή διαλογική. Από αυτά σώθηκε μόνο η "Αθηναίων Πολιτεία", σ' έναν πάπυρο που βρέθηκε στην Αίγυπτο. Τα σωζόμενα σήμερα έργα του αντιστοιχούν στη διδασκαλία που ο Αριστοτέλης έκανε στους προχωρημένους μαθητές του και που λέγονται "ακροαματικές ή εσωτερικές". Γι' αυτό και είναι γραμμένα σε συνεχή λόγο και όχι σε διάλογο. Αρκετά από τα βιβλία του έχουν υποστεί επεμβάσεις και επεξεργασίες και γενικά η κατάστασή τους δεν είναι καλή.

Από το τεράστιο έργο του τελικά σώθηκαν 47 βιβλία και μερικά αποσπάσματα από τα άλλα. Δε θεωρούνται όμως όλα γνήσια. Η συνηθέστερη κατάταξή τους είναι η ακόλουθη: Λογικά ή Όργανον, Φυσικά, Βιολογικά, Περί Ψυχολογίας, Μεταφυσικά, Ηθικά, Πολιτικά, Τεχνικά, Προβλήματα. Όσον αφορά τη φιλοσοφία του δεν αποκρούει την ηδονή, αλλά προτιμά την πιο τέλεια, αυτή δηλ. που πηγάζει από τη διάνοια. Ο σκοπός των ανθρώπινων ενεργειών, κατά τον Αριστοτέλη, είναι η ευδαιμονία, την οποία ορίζει ως ενέργεια σύμφωνη με την αρετή. Η αρετή, όταν κυριαρχεί στα πάθη και στις ορμές, τα ρυθμίζει, παίζοντας το ρόλο του μέτρου ανάμεσα στις δύο ακρότητες, δηλ. στην υπερβολή και την έλλειψη. Συμπλήρωμα της αρετής είναι και τα αγαθά του σώματος (δύναμη, υγεία, ομορφιά) και τα αγαθά της τύχης (πλούτος, ευγενική καταγωγή κλπ.). Σύμφωνα μ' αυτά, ευτυχισμένος είναι εκείνος που ενεργεί κατά τις επιταγές της αρετής και συγχρόνως έχει μερίδιο και στα άλλα αγαθά, τα "εκτός αγαθά", όπως τα ονομάζει. Ακόμα ο Αριστοτέλης ταλαντεύεται ανάμεσα στον ιδεαλισμό και τον υλισμό. Κάθε πράγμα, κατ' αυτόν, αποτελείται από ύλη και πνεύμα, που είναι μεταξύ τους αδιάσπαστα ενωμένα. Η ύλη είναι παθητική, είναι η δυνατότητα του πράγματος, ενώ το πνεύμα ενεργητικό, δηλ. η δύναμη που μεταβάλλει τη δυνατότητα σε πραγματικότητα. Ο κόσμος, κατά τον Αριστοτέλη, είναι ενιαίος και αιώνιος, ενώ η οικουμένη έχει σχήμα σφαίρας με κέντρο τη Γη. Ο Αριστοτέλης ήταν ο φιλόσοφος που διετύπωσε την θεωρία της ύπαρξης του πέμπτου στοιχείου της φύσης. Συγκεκριμένα οι Έλληνες φιλόσοφοι από την Ιωνία θεωρούσαν ότι στην φύση υπάρχουν τέσσερα στοιχεία ή ουσίες. Γή, ύδωρ, πύρ και αήρ. Ο Αριστοτέλης πρόσθεσε στην τετράδα τον αιθέρα ο οποίος θα αποτελέσει την πέμπτη ουσία την πεμπτουσία. Το στοιχείο αυτό παρουσιάζει κάποιες ιδιαιτερότητες, είναι αγέννητο, αγήρατο, άφθαρτο, αίδιο, αναυξές και αναλλοίωτο. Επιπλέον εντοπίζεται στον "άνω τόπο" όπου κατοικεί η Θεότητα. Σημαντικό ρόλο στην επιστημονική εξήγηση γεγονότων κατά τον Αριστοτέλη έχει η *αγχίνοια* (ευστροφία) ή ευστοχία στην ανακάλυψη του μέσου όρου σε άσκεπτο χρόνο (ακαριαία), π.χ. βλέποντας ότι η σελήνη έχει συνεχώς στραμμένη την ίδια φωτεινή πλευρά της προς τον ήλιο, και βάσει του ότι ο ήλιος φωτίζει, αποδίδει τη φωτεινότητα της σελήνης στο φως του ήλιου. Παρακάτω βλέπουμε την προτομή του φιλόσοφου Αριστοτέλη που βρίσκεται στο μουσείο του Λούβρου.



Εικόνα 1α

1.2 Πληροφορίες για το έργο του Αριστοτέλη <<Αθηναίων Πολιτεία >>

Παρακάτω θα μιλήσουμε για το έργο του <<Αθηναίων Πολιτεία >> ή αλλιώς «Συναγωγή Πολιτειών» ή απλώς «Πολιτεΐαι» (πολιτεύματα). Αυτό είχε χαθεί από πάρα πολύ παλιά, όμως πριν από έναν περίπου αιώνα βρέθηκε σχεδόν ολόκληρο το σπουδαιότερο τμήμα του που μιλά για το πολίτευμα των Αθηναίων. Για την προπαρασκευή του συγγράμματος ο Αριστοτέλης θα χρησιμοποίησε βέβαια πολλούς συνεργάτες και μάλιστα τους επιδεξιότερους από τους μαθητές του. Την συγγραφή του όμως μπορούμε να συμπεράνουμε ότι την έκανε ο ίδιος. Είναι περίεργο ότι συνέβη τόσο νωρίς η απώλειά της γιατί υπήρχαν πολλά αντίγραφα της και της αποδιδόταν πολύ μεγάλη σημασία καθώς είχε γραφεί από ίδια και προσωπική αντίληψη του Αριστοτέλη, ο οποίος το μεγαλύτερο μέρος της ζωής του έμεινε στην Αθήνα. Από το έργο του αυτό πολλοί από τους επόμενους συγγραφείς δανείζονταν πληροφορίες, κρίσεις και περικοπές.

Το 1885 σε φθαρμένο πάπυρο της βιβλιοθήκης του Βερολίνου ανέγνωσαν αποσπάσματα ιστορικής ύλης, τα οποία αναγνωρίστηκαν ότι ανήκαν στην Αριστοτελική Αθηναίων Πολιτεία.

Επειδή ο πάπυρος μάλιστα προερχόταν από την Αίγυπτο, όπου είχαν ήδη βρεθεί οι λόγοι του ρήτορα Υπερείδη και το Παρθένιον του ποιητού Αλκμάνος, γεννήθηκε η ελπίδα ότι εκεί θα βρισκόταν και η Αθηναίων Πολιτεία. Και η ελπίδα πραγματοποιήθηκε μετά από λίγο καιρό. Το 1891 αναγγέλθηκε στο Λονδίνο ότι μεταξύ δέσμης παπύρων, άγνωστο πως και πότε εισήχθησαν στο Βρετανικό Μουσείο, βρέθηκε η Αθηναίων Πολιτεία του Αριστοτέλη. Είμαστε σήμερα σίγουροι μετά από μελέτες και έρευνες πως η συγγραφή έγινε μεταξύ του 328 και του 322 π.Χ.

Το σύγγραμμα διαιρείται σε ιστορικό και σε περιγραφικό μέρος. Το δεύτερο μέρος του έργου αναφέρεται ελάχιστα σε ιστορικές πηγές γιατί ο Αριστοτέλης σε αυτό περιγράφει το σύγχρονό του πολιτειακό σύστημα όπως εκείνος είχε αντιληφθεί και πληροφορηθεί τα πράγματα. Στο πρώτο μέρος, την ιστορική δηλαδή εξέλιξη της Αθηναίων πολιτείας, διακρίνεται δυνατή κριτική και η διήγηση ρέει ομαλά και καθαρά. Στο δεύτερο μέρος, το περιγραφικό και αναλυτικό, επικρατεί τρομερή μεθοδικότητα και διαφαίνεται ο θαυμάσιος διασαφητικός τρόπος της αριστοτελικής διάνοιας.

Συνολικά στο έργο αυτό ο Αριστοτέλης αποδεικνύεται βαθύτατος κριτικός τόσο στην χρήση των ιστορικών κειμένων όσο και στην εκλογή αυτών. Από την αρχή μέχρι το τέλος διακρίνουμε την καλή πίστη του συγγραφέως και το διαυγές, λιτό και αβίαστο αφηγηματικό ύφος το οποίο πολλοί θαύμασαν: ο Κικέρωνας ονόμασε τον αριστοτέλειο λόγο σαν 'ποταμό χρυσού', ο Διόνυσος του Αλικαρνασσεώς μιλούσε για την διαύγεια και το θέλγητρο των αριστοτελικών σαφηνίσεων και ο Πλούταρχος μιλούσε για την δύναμη και την χάρη του ύφους του. Στο έργο Αθηναίων Πολιτεία αξιοπρόσεκτη είναι επίσης η εκτίμηση της σημασίας των γεγονότων από τον Αριστοτέλη ενώ διαφαίνεται η αυθεντικότητα και η ακρίβεια του όλου κειμένου. Έτσι δε όχι μόνο από ιστορικής αλλά και από φιλολογικής απόψεως η Αθηναίων Πολιτεία είναι ένα από τα πολυτιμότερα κειμήλια, που κληροδοτήθηκαν σε μας από την ελληνική αρχαιότητα όταν βρισκόταν στην ακμή της.

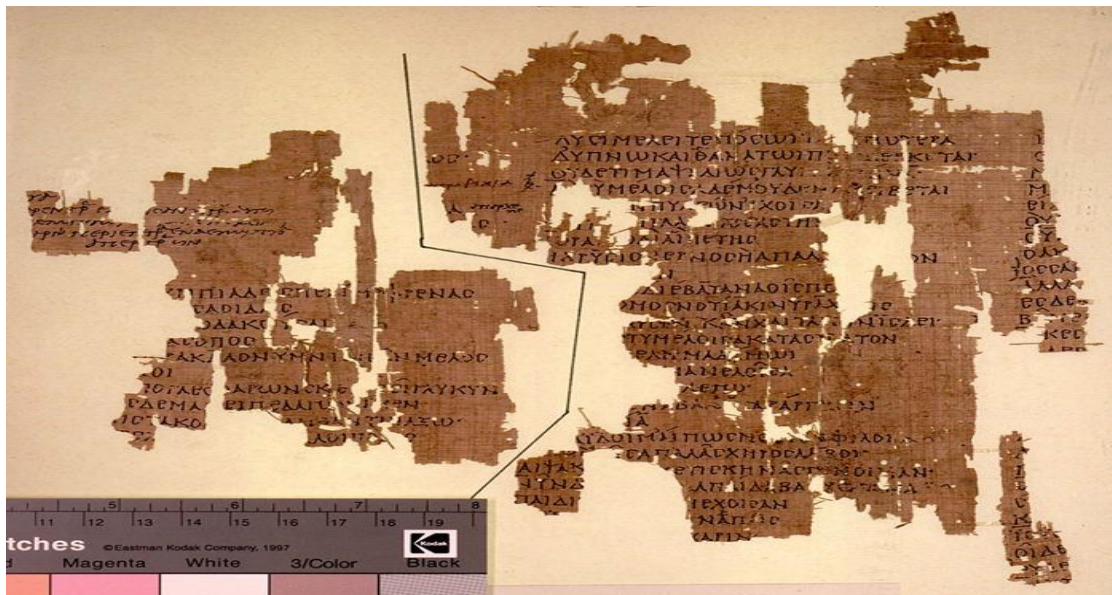
1.3 << Αλκμάνον ο Παρθενίον >>

Το μουσείο του Λούβρου στα γαλλικά *Musée du Louvre* είναι ένα από τα μεγαλύτερα και παλαιότερα μουσεία τέχνης στον κόσμο. Βρίσκεται στο κέντρο του Παρισιού, στις όχθες του Σηκουάνα και εκθέτει 35.000 έργα τέχνης, το 8% των αποκτημάτων του, που υπολογίζονται στα 445.000 κομμάτια. Οι μόνιμες συλλογές του μουσείου καταλαμβάνουν συνολικά έκταση 60.600 τετραγωνικών μέτρων και ανάμεσα σε αυτές είναι και οι ελληνικές, που καλύπτουν 25 αίθουσες ή χώρους.

Παρακάτω θα αναφέρουμε λίγα λόγια για τη ζωή και το έργο του Αλκμάν. Η ζωή του ποιητή αυτού (μέσα 7ου π.Χ. αιώνα) είναι δεμένη με την εξέλιξη της λυρικής ποιήσεως και της μουσικής στην αρχαία Ελλάδα. Είναι γνωστό, ότι τον Αλκμάν τον γνωρίζαμε ως σήμερα ως έναν λυρικό ποιητή της αρχαιότητας. Η έκπληξη όμως ήλθε το 1957 μετά τη δημοσίευση του παπύρου 2390 της Οξυρρύγχου (πόλη της Κάτω Αιγύπτου όπου σε ανασκαφές βρέθηκε ένας μεγάλος αριθμός παπύρων με ελληνικά κυρίως κείμενα που έχουν το όνομα της πόλης και έναν κωδικό αριθμό), ο οποίος χρονολογείται από τον 2ο μ.Χ. αιώνα. Στο τέλος αυτού του υποκεφαλαίου παραθέτω μια εικόνα του παπύρου του Οξυρρύγχου με γραπτά του Αλκμάν ώστε να έχουμε μια σαφέστερη εικόνα για αυτό για το οποίο μιλάμε. Στον πάπυρο αυτόν διασώζονται τμήματα από ένα σχόλιο σε πεζό λόγο όπου αποκαλύπτεται ότι σε ένα από τα ποιήματά του ο Αλκμάν ασχολείται με ένα είδος θεογονικής κοσμολογίας.

Σύμφωνα με αρχαίες μαρτυρίες ο Αλκμάν ήταν Έλληνας ιωνικής καταγωγής και γεννήθηκε στις Σάρδεις της Λυδίας. Οι αλεξανδρινοί γραμματικοί χάρισαν τα έργα του σε έξι βιβλία, τα οποία περιείχαν ύμνους, παιάνες, υπορχήματα, σχόλια και παρθένια. Ο Αλκμάν ήταν εκείνος που διαμόρφωσε τη χορική ποίηση σε ιδιαίτερο λογοτεχνικό είδος στην Σπάρτη. Δε συνέθετε μόνο το κείμενο των ποιημάτων του, αλλά καθόριζε και τη μουσική και τις χορευτικές και μιμητικές κινήσεις τους. Το 1855 ο Γάλλος αιγυπτιολόγος Mariette βρήκε σε τάφο κοντά στη δεύτερη πυραμίδα της Γκίζας έναν πάπυρο με εκατό στίχους από παρθένιο του Αλκμάν "εις Άρτεμιν ορθίαν". Αυτός ο πάπυρος σήμερα βρίσκεται στο μουσείο του Λούβρου στο Παρίσι. Το παρθένιο αρχικά αποτελούσαν δέκα ή δώδεκα στροφές, από τις οποίες σώθηκαν μόνον επτά.

Στην αρχή ο χορός από ένδεκα παρθένες, με κορυφαία την Αγησιχόρα έψελνε άσμα, το οποίο εξιστορούσε τα ηρωικά κατορθώματα του Ηρακλή κατά των Ιπποκωντιδών. Στο κύριο μέρος του ποιήματος επαινεί και προβάλλει το κάλλος των νεανίδων Αγησιχόρας και Αγιδούς που μετέχουν στο χορό. Από το έργο του Αλκμάνα σώζονται μερικά αποσπάσματα. Ο ποιητικός λόγος του συνταιριάζει την ιωνική χάρη με τη δωρική βαρύτητα. Αναφέρεται στον έρωτα και τις χαρές της ζωής και περιγράφει την ομορφιά της φύσης με ύφος απλό.



Εικόνα 1β

Κεφάλαιο 2

2.1 Παράγοντες που οδηγούν στην αλλοίωση παύρων

Η διαδικασία που κάνουμε για να αποφανθούμε τελικά εάν δύο πάπυροι είναι γραμμένοι από τον ίδιο άνθρωπο δεν είναι καθόλου εύκολη. Υπάρχουν δυσκολίες που αποτελούν σημαντικό εμπόδιο στο έργο μας όπως αυτές που θα αναφέρουμε παρακάτω .

Σε αρκετά σημεία του παύρου μας μπορεί να παρατηρήσει κανείς πώς ο ίδιος γραφέας γράφει με διαφορετικό τρόπο το ίδιο γράμμα . Δηλαδή σε έναν πάπυρο μπορούμε να εντοπίσουμε ένα συμβολόγραμμα για το οποίο υπάρχουν δύο διαφορετικές υλοποιήσεις από τον ίδιο γραφέα. Αυτό μπορούμε να το κατανοήσουμε διότι ακόμα και σήμερα εμείς οι ίδιοι σε κάποιο χειρόγραφο μας μπορούμε να παρουσιάσουμε ένα γράμμα με διαφορετικό τρόπο εάν εμείς το θελήσουμε. Ας δώσουμε ένα παράδειγμα με το γράμμα κάπα. Το συναντάμε με δύο τρόπους: κ , u από τον ίδιο γραφέα . Ακόμα βλέπουμε πώς πολύ συχνά ο ίδιος γραφέας στο γράμμα E για παράδειγμα μπορεί να τραβάει τη πάνω γραμμή του τόσο πού να ακουμπάει στο αμέσως επόμενο γράμμα ή να την κρατάει στο ίδιο μήκος με τις άλλες δύο χωρίς να το ενώσει με το διπλανό του. Έτσι θα πρέπει να είμαστε προσεκτικοί και να μην νομίζουμε πως επειδή κάθε γράμμα είναι γραμμένο διαφορετικά τότε κάθε ένα θα προέρχεται από δύο διαφορετικούς γραφείς .

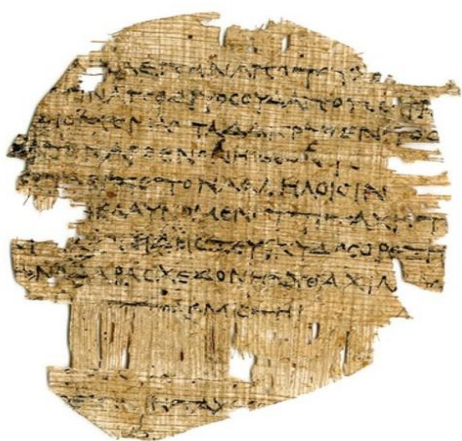
Επίσης έχουμε βρεθεί συχνά στη θέση να υπάρχουν διαφορετικές υλοποιήσεις μεταξύ των γραμμάτων ενός γραφέα που να μοιάζουν με τις διαφορετικές υλοποιήσεις γραμμάτων που προέρχονται από διαφορετικούς γραφείς . Η συσχέτιση λοιπόν αυτή δεν πρέπει να μας επηρεάσει .

Ακόμα βλέπουμε πως πολλοί πάπυροι έχουν υποστεί σημαντική φθορά από τότε που γράφτηκαν. Ένας πάπυρος μπορεί να διατηρηθεί ακόμα και τριακόσια χρόνια αλλά θα έχει υποστεί αλλοιώσεις που μας δυσκολεύουν ίσως σημαντικά στο να τον να τον μελετήσουμε. Ακόμα τα παλαιότερα χρόνια το μεγάλο πρόβλημα του παύρου ήταν πως έσπαγε εύκολα και η συχνή χρήση των μεγάλων σε μέγεθος ρολών προκαλούσε πολλές βλάβες από το διαρκές δίπλωμα και ξεδίπλωμα. Ένας άλλος μεγάλος εχθρός του παύρου ήταν η υγρασία.

Με την έκθεσή του σε αυτήν, γινόταν εύθρυπτος και το χρώμα του σκούραινε. Ένας πάπυρος που είχε βραχεί και στεγνώσει επανειλημμένα το πιο πιθανό ήταν να διαλυθεί μόλις κάποιος τον άγγιζε. Για το λόγο αυτόν τα πλουσιότερα αρχαιολογικά παπυρικά ευρήματα σώθηκαν σε ξηρά εδάφη, σε περιοχές με ξηρό κλίμα. Γενικά η φύλαξη και η διατήρησή τους έπρεπε να γίνει με προσοχή, καθώς ο σκόρος ή και τα ποντίκια μπορούσαν να προξενήσουν εξίσου μεγάλη ζημιά με την υγρασία. Στις αρχαίες βιβλιοθήκες οι κύλινδροι από πάπυρο ήταν τοποθετημένοι μέσα σε κυλινδρικές θήκες και φυλάσσονταν σε ξύλινα ράφια. Για τη μόνωση της βιβλιοθήκης από την υγρασία, ένας δεύτερος τοίχος περιέβαλλε τους εσωτερικούς τοίχους του κτηρίου αφήνοντας ένα κενό διάστημα ανάμεσα τους. Ακόμα και η διαδικασία στην οποία τους επιβάλλουμε για να τους διατηρήσουμε μέχρι σήμερα ώστε να τους μελετήσουμε ενδέχεται να προκαλέσει αλλοιώσεις στην τελική μορφή.

2.2 Παραδείγματα αλλοιωμένων παπύρων

Για να καταλάβουμε καλύτερα τι εννοούμε λέγοντας ότι ένας πάπυρος είναι αλλοιωμένος θα δώσουμε μερικές εικόνες :



Εικόνα 2α



Εικόνα 2β



Εικόνα 2γ



Εικόνα 2δ

Βλέπουμε επομένως ότι το μέγεθος αλλοίωσης ενός παπύρου άλλοτε είναι μικρό και άλλοτε μεγάλο. Σε κάθε περίπτωση όμως επιφέρει δυσκολίες που αποτελούν τροχοπέδη στο έργο μας. Εμείς καλούμαστε να τις εντοπίσουμε εκτελώντας με προσοχή κάθε μας κίνηση ώστε να οδηγηθούμε στα επιθυμητά αποτελέσματα .

Κεφάλαιο 3

3.1 Διαδικασία χρήσης του προγράμματος επεξεργασίας εικόνας

Αφού ανοίξουμε το πρόγραμμα μας πάμε στο πάνω αριστερά μέρος της οθόνης του υπολογιστή μας και πατάμε “file” και έπειτα “open” διαλέγοντας τον πάπυρο πού θέλουμε να ανοίξουμε από τον οποίο θα ‘κόψουμε’ τα γράμματα μας. Αφού ανοίξουμε λοιπόν τον πάπυρο μας μέσα από το πρόγραμμα διαλέγουμε το γράμμα που θέλουμε να κόψουμε πηγαίνοντας στην επιλογή “crop tool” .Τετραγωνίζουμε το γράμμα μας-ουσιαστικά δηλαδή το χωρίζουμε από τον υπόλοιπο πάπυρο-πατώντας δεξί κλικ και επιλέγοντας “crop as new image”.Αυτό το κομμένο γράμμα βρίσκεται τώρα πίσω από τον πάπυρο μας και για να το φέρουμε μπροστά πατάμε ταυτόχρονα τα πλήκτρα “CTRL” και “tab” .Τώρα έχει έρθει στην οθόνη μας το γράμμα που κόψαμε και πίσω από αυτό βρίσκεται ο πάπυρός μας. Σκοπός μας σε αυτή τη φάση είναι να αποθηκεύσουμε το κομμένο γράμμα σε αυτή τη μορφή ώστε να έχουμε την εικόνα και και πριν το μαυρίσουμε εκτός από το μαυρισμένο αποτέλεσμα στο οποίο αποσκοπούμε να φτάσουμε. Πατώντας λοιπόν το πλήκτρο “ F12” καλούμαστε εμείς να αποθηκεύσουμε το γράμμα μας. Εμείς το αποθηκεύουμε στον ανάλογο φάκελο σε μορφή αρχείου TIF . Για παράδειγμα εάν έχω κόψει το γράμμα < β > αυτό θα βρίσκεται στον φάκελο με τα <β> και έχει την ονομασία “ T01_I01_1_0001.tif” .

Εν συνεχεία σκοπός μας είναι να φτιάξουμε το περίγραμμα του γράμματός μας. Πάμε στην εικόνα με το πινελάκι που βρίσκεται στη στήλη με τα εργαλεία μας και το επιλέγουμε πατώντας αριστερό κλικ στο ποντίκι του υπολογιστή μας. Διαλέγουμε για το πινέλο μας μέγεθος size 2 και χρώμα μαύρο με συντεταγμένες R:0 G:0 B:0 .Κάνω όσο ζουμ χρειάζομαι προκειμένου επιλέξω σωστότερα και ευκολότερα τα pixel που θα μαυρίσω και ξεκινάω να φτιάχνω το περίγραμμα. Μόλις τελειώσουμε με αυτή τη διαδικασία έχουμε το περίγραμμα από το γράμμα μας και πατάμε δεξί κλικ διαλέγοντας την επιλογή “Ajust” και μετά “Brightness and Contrast ” το Threshold στο 1 και πατάμε OK . Το αποτέλεσμα που παίρνουμε είναι μια εικόνα μόνο με το περίγραμμα μας σε μαύρο χρώμα και όλη η υπόλοιπη εικόνα λευκή.

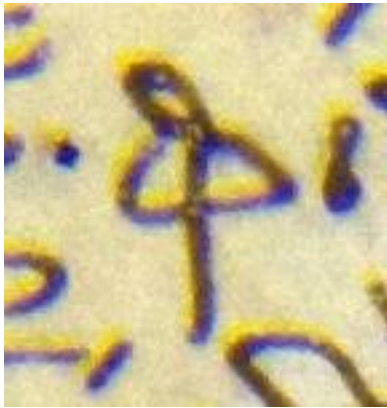
Έπειτα πάμε στην εικόνα με τον κουβά (Flood Fill Tool) που βρίσκεται στη στήλη με τα εργαλεία μας και το επιλέγουμε πατώντας αριστερό κλικ στο ποντίκι του υπολογιστή μας. Σκοπός μας εδώ είναι να γεμίσουμε με μαύρο χρώμα το γράμμα μας μέσα στα περιγράμματα που προέκυψαν από το προηγούμενο στάδιο ώστε να φτάσουμε στην τελική επιθυμητή μορφή του μαυρισμένου μας γράμματος .

Ανάλογα λοιπόν με το περίγραμμα που έχει δημιουργηθεί από το προηγούμενο στάδιο και έχοντας όπως και πριν τις συντεταγμένες R:0 G:0 B:0 για το μαύρο χρώμα γεμίζουμε μέσα το γράμμα μας με αυτό .Μόλις τελειώσουμε πατάμε δεξί κλικ στην εικόνα μας και διαλέγουμε την επιλογή “ Image” , “Decreasehold Depth” και εν συνεχεία “ 2 color palette “. Πατώντας OK έχουμε την τελική μας επιθυμητή εικόνα με το γράμμα μας μαυρισμένο και όλη η υπόλοιπη εικόνα λευκή .Πάμε τώρα να την αποθηκεύσουμε- πατώντας το πλήκτρο F12-στον φάκελο που ήμασταν ακριβώς πριν με την αρχική εικόνα του γράμματος μας πριν το φτιάξουμε περίγραμμα και το μαύρισμα πάλι σε μορφή αρχείου TIF. Για παράδειγμα για το γράμμα β που είχαμε πριν αφού φτάσουμε σε αυτό το στάδιο θα κάνουμε αποθήκευση με τίτλο “ T01_I01_1_0001_mauro.tif” .

3.2 Παραδείγματα γραμμάτων που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα

Θα δώσουμε παρακάτω μερικές εικόνες γραμμάτων που επεξεργαστήκαμε με τον παραπάνω τρόπο. Αριστερά βρίσκεται το γράμμα που κόπηκε από τον πάπυρο και δεξιά είναι η εικόνα που προκύπτει μετά την επεξεργασία του .

Εικόνα 3α

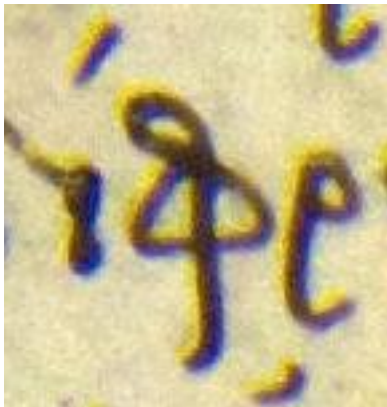


T01_I01_f_0001



T01_I01_f_0001_mauro

Εικόνα 3β

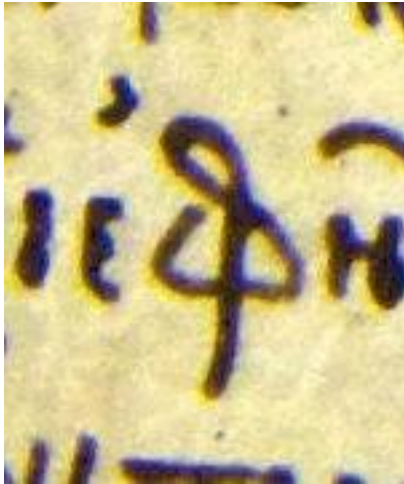


T01_I01_f_0002



T01_I01_f_0002_mauro

Εικόνα 3γ

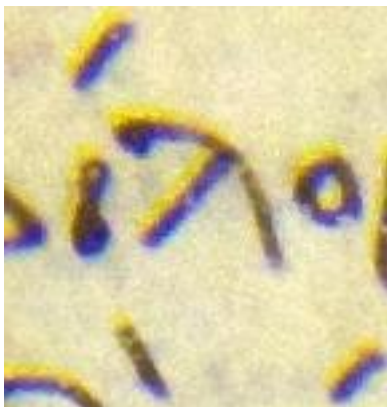


T01_I01_f_0011



T01_I01_f_0011_mauro

Εικόνα 3δ

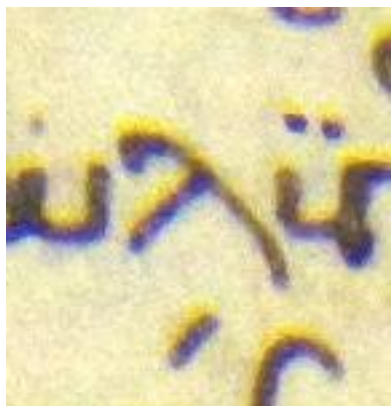


T01_I01_l_0001



T01_I01_l_0001_mauro

Εικόνα 3ε



T01_I01_1_0002



T01_I01_1_0002_mauro

Είναι πολύ σημαντικό να εξηγήσουμε με ποιο κριτήριο διαλέξαμε τα pixel που συμπεριλάβαμε σε κάθε γράμμα μας. Ο πάπυρός μας αποτελείται σχεδόν αποκλειστικά από αποχρώσεις του μαύρου και του μεζ. Από την αρχή βλέπουμε συνολικά το γράμμα μας και βάζουμε ένα όριο μέχρι πια απόχρωση του μαύρου θα συμπεριληφθεί στο γράμμα μας ώστε να το διαχωρίσουμε από τον υπόλοιπο πάπυρο διαλέγοντας στο περίγραμμα τα σωστά pixel σε όλη την έκταση του συμβολογράμματος μας με κοινό κριτήριο. Για παράδειγμα έστω ότι έχουμε το γράμμα Φ. Βλέπουμε εξ αρχής ότι μέσα στο περίγραμμα θα πάρουμε και τα pixel που έχουν χρώμα R:128 G:128 B:128 (είναι απόχρωση του μαύρου που έχει R:0 G:0 B:0) Με αυτό το κριτήριο δουλεύουμε σε όλο το περίγραμμα του Φ ώστε να εξαλειφθεί ο κίνδυνος να ξεχάσουμε να το συμπεριλάβουμε σε κάποιο σημείο που θα είχε ως αποτέλεσμα να δοθεί λάθος το περίγραμμα και εν συνεχεία να μην είναι αξιόπιστο το αποτέλεσμα τις αποκοπής του Φ.

Ο στόχος όλης της προαναφερθείσας διαδικασίας είναι να δημιουργηθεί μια στοιχειώδη βάση δεδομένων η οποία περιλαμβάνει γράμματα που έχουμε μαυρίσει εμείς. Τα μαυρισμένα αυτά γράμματα θα αποτελέσουν το δειγματικό χώρο με τον οποίο εν συνεχεία θα ελέγξουμε την ποιότητα και την απόδοση διαφόρων αλγορίθμων αυτόματης κατάτμησης εικόνας .

Κεφάλαιο 4

4.1 Μέθοδοι Clustering

Τα τελευταία χρόνια πολύ μεγάλη πρόοδο γνωρίζει ο κλάδος της επιστήμης των υπολογιστών που ασχολείται με την εξόρυξη δεδομένων data mining. Με την εξέλιξη αυτή έχουμε τον καταμερισμό ενός προβλήματος σε επιμέρους ζητήματα . Ένα από αυτά και πολύ σημαντικό μάλιστα είναι η ομαδοποίηση δεδομένων γνωστή ως data clustering. Αυτό αφορά την κατάταξη δεδομένων σε ομάδες εντός των οποίων υπάρχει ομοιότητα μεταξύ των στοιχείων τους, οι ομάδες αυτές όμως ωφελούν να είναι σαφώς διαχωρισμένες μεταξύ τους. Το clustering των δεδομένων είναι θεμελιώδους σημασίας για ποικίλα θέματα, όπως για παράδειγμα στην αναζήτηση δεδομένων σε βάσεις, αλλά και στην ορθή κατάταξη σε κατηγορίες στοιχείων για στατιστική ανάλυση και περαιτέρω επεξεργασία.

Κατά καιρούς έχουν προταθεί πολλές διαφορετικές μέθοδοι clustering λόγω της μεγάλης χρησιμότητας και εφαρμοσιμότητας που έχει η ομαδοποίηση δεδομένων. Η κάθε μια από τις μεθόδους αυτές παρουσιάζει πλεονεκτήματα ή μειονεκτήματα ανάλογα με την περίπτωση που καλείται να αντιμετωπίσει. Όλες αυτές οι μέθοδοι μπορούν να χωριστούν σε δύο κυρίαρχες τεχνικές clustering :

- Τις Τεχνικές Διαμέρισης ή Διαχωριστικές Τεχνικές (Partitional Techniques)
- Τις Ιεραρχικές Τεχνικές (Hierarchical Techniques)

4.1.1 Τεχνικές Διαμέρισης

Τεχνικές Διαμέρισης (Partitional Techniques)

Στην αρχή στις τεχνικές διαμέρισης ακολουθήθηκε προσέγγιση με βάση το κέντρο βάρους της περιοχής (centroid). Μετά εμφανίστηκαν διαφορετικές προσεγγίσεις με βάση κάποια σημεία αντιπροσώπων (medoids).

Οι τεχνικές με βάση το κέντρο βάρους της περιοχής, γνωστές και ως centroid-based ουσιαστικά αποδίδουν σημεία σε μία υποπεριοχή, όταν η απόστασή τους π.χ. Ευκλείδεια, τετραγωνική κτλ. από το κέντρο βάρους της υποπεριοχής αυτής ελαχιστοποιείται.

Μια τέτοια μέθοδος αρκετά διαδεδομένη είναι η K-means. Αυτή διαλέγει αρχικά τυχαία K περιοχές και στην συνέχεια αποδίδει σε κάθε μία από αυτές τα σημεία της αρχικής περιοχής με βάση το παραπάνω κριτήριο. Στον αλγόριθμο ISODATA επικρατεί αντίστοιχη λογική όπως και στις διάφορες παραλλαγές του.

Στις τεχνικές medoid-based ορίζονται σημεία αντιπρόσωποι (medoids), αντί για το κέντρο βάρους (centroid), έτσι ώστε η μέση διαφορά τους από τα υπόλοιπα σημεία του cluster να είναι ελάχιστη. Πρέπει να πούμε εδώ ότι με τον όρο διαφορά εννοούμε τον βαθμό ομοιότητας μεταξύ των δεδομένων, που μπορεί να είναι είτε η Ευκλείδεια απόσταση είτε άλλου είδους αποστάσεις, π.χ. manhattan, minkowski.

Σε σχέση με την κατάτμηση που θα δώσει ο K-means οι αλγόριθμοι που βασίζονται σε medoids αντί των centroids (PAM, Clarans), δίνουν πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, όμως και αυτοί δεν αποφεύγουν την αποτυχία σε clusters που διαφέρουν σημαντικά ως προς το μέγεθος, αλλά και σε αυτούς που έχουν κυρτά σχήματα. Επηρεάζονται λιγότερο από τον θόρυβο, όμως λειτουργούν καλύτερα, όπως και οι τεχνικές centroid-based, όταν οι υποπεριοχές έχουν κυκλικά σχήματα και παραπλήσια μεγέθη.

4.1.2 Ιεραρχικές Τεχνικές (Hierarchical Techniques)

4.1.2.1 Γενική περιγραφή

Οι ιεραρχικές τεχνικές ξεκινούν θεωρώντας όλα τα σημεία του συνόλου ως ξεχωριστές υποπεριοχές το καθένα και στη συνέχεια συγχωνεύουν τις δύο περιοχές που βρίσκονται κοντινότερα, σε μία. Η διαφορά αυτή των ιεραρχικών μεθόδων σε σχέση με τις διαχωριστικές τεχνικές είναι θεμελιώδης, αφού στις partitional μεθόδους οι τελικές περιοχές στις οποίες διαχωρίζονταν η συνολική ορίζονταν από την αρχή και αποδίδονταν σε κάθε μία τα σημεία. Λειτουργούν, δηλαδή συσσωρευτικά, αφού η διαδικασία της συγχώνευσης επαναλαμβάνεται κάθε φορά μέχρι να φτάσουμε στον επιθυμητό αριθμό περιοχών ή μέχρις ότου ικανοποιηθεί ένα κατάλληλο κατώφλι απόστασης μεταξύ των δεδομένων.

Τώρα θα αναφέρουμε τις γενικές αρχές που ισχύουν στις ιεραρχικές τεχνικές όταν έχουμε μία αρχική περιοχή και τα σημεία της .

Αρχικά ορίζουμε ένα μέτρο ομοιότητας μεταξύ αυτών των σημείων (π.χ. απόσταση) και κατασκευάζουμε έναν πίνακα ομοιότητας $n \times n$ όλων των σημείων μεταξύ τους.

Έπειτα από τον πίνακα ομοιότητας, σε κάθε βήμα παράγεται ένας νέος τέτοιος πίνακας, ο οποίος συνήθως είναι αραιός πίνακας. Αυτό επιτυγχάνεται με την εισαγωγή του μηδενός στα στοιχεία του πίνακα που αντιστοιχούν σε clusters που είναι πολύ ανόμοιοι. Για το λόγο αυτό αναπαρίστανται από αραιούς γράφους. Οι κόμβοι του γράφου είναι τα δεδομένα και οι σταθμισμένες ακμές του γράφου είναι οι ομοιότητες των στοιχείων μεταξύ τους.

Οι μέθοδοι που έχουν παρουσιαστεί και οι οποίες βασίζονται σε agglomerative hierarchical clustering είναι πολλές, ενώ το κυρίαρχο στοιχείο το οποίο τις διαφοροποιεί μεταξύ τους είναι ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται η ομοιότητα μεταξύ των υπάρχοντων clusters και των συγχωνευμένων, σε κάθε επανάληψη.

4.2.2 Μέθοδοι

Ανάλογα με το κριτήριο που χρησιμοποιείται κάθε φορά έχουμε τις παρακάτω παραλλαγές των ιεραρχικών τεχνικών:

- Ορίζεται σε κάθε cluster ένας αντιπρόσωπος (π.χ. κέντρο βάρους). Στην αρχή κάθε σημείο είναι και ο αντιπρόσωπος του εαυτού του. Μετράται στη συνέχεια η ομοιότητα μεταξύ των αντιπροσώπων κάθε cluster και με βάση αυτό το κριτήριο και κάποιο συγκεκριμένο κατώφλι αποφασίζεται αν θα συγχωνευτούν δύο clusters.
- single link method: Κάθε cluster αντιπροσωπεύεται από όλα του τα στοιχεία και η ομοιότητα μεταξύ δύο clusters καθορίζεται από την ομοιότητα του πιο κοντινού ζεύγους στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικά clusters.
- CURE: Η μέθοδος αυτή είναι συνδυασμός των δύο προηγούμενων μεθόδων. Ορίζονται αντιπρόσωποι, αλλά περισσότεροι από ένας για κάθε cluster.

Η ομοιότητα μετράται μεταξύ των ζευγών των αντιπροσώπων των cluster και το κριτήριο συνένωσης δύο περιοχών εξαρτάται από τον βαθμό ομοιότητας των ζευγών αυτών που ανήκουν σε διαφορετικά clusters. Σε κάθε συγχώνευση clusters, δυναμικά ορίζονται νέοι αντιπρόσωποι του νέου cluster που προέκυψε. Επειδή ο αλγόριθμος αυτός αποδίδει πολλούς αντιπροσώπους σε κάθε περιοχή, αλλά και επειδή τους συρρικνώνει προς το κέντρο βάρους, αντιμετωπίζει καταστάσεις διαφορετικών μεγεθών και σχημάτων clusters με μεγαλύτερη επιτυχία. Ο αριθμός των αντιπροσώπων εξαρτάται από το μέγεθος, το σχήμα και την παρουσία θορύβου σε κάθε cluster.

- group-average method: Η μέθοδος αυτή υποθέτει διασύνδεση όλων των δεδομένων των clusters και υπολογίζει όλες τις αποστάσεις μεταξύ τους κανονικοποιώντας τις τιμές με nxm , όπου n είναι ο αριθμός των δεδομένων στην μία περιοχή και m ο αντίστοιχος στην δεύτερη, για να αντιμετωπίσει το πρόβλημα που προκύπτει όταν τα clusters έχουν διαφορετικό μέγεθος.
- ROCK: Ο αλγόριθμος αυτός μοιάζει με αυτόν που ακολουθείται στην μέθοδο group-average, κανονικοποιεί όμως με βάση κατώφλι ορισμένο από τον χρήστη, αντί του nxm .

4.1.2.3 Δυσκολίες των ιεραρχικών τεχνικών

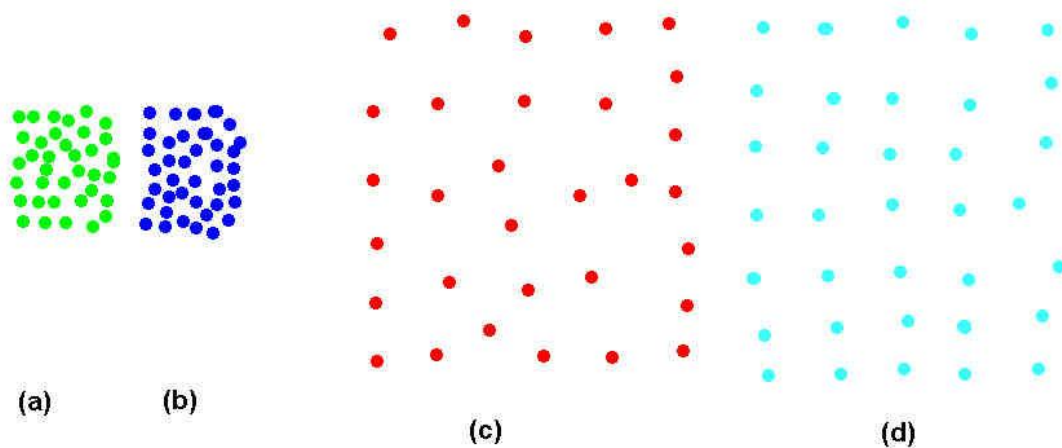
Όπως καταλαβαίνουμε οι ιεραρχικές τεχνικές παρουσιάζουν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις διαχωριστικές αλλά παρόλα αυτά εμφανίζουν και αυτές ορισμένα μειονεκτήματα κυρίως διότι βασίζονται σε στατικά μοντέλα και δεν λαμβάνουν υπ' όψιν τις ιδιαιτερότητες κάθε cluster.

- Όταν χρησιμοποιούνται ως αντιπρόσωποι τα κέντρα βάρους των περιοχών, η περίπτωση παρουσιάζει παρόμοιες αστοχίες με τις διαχωριστικές μεθόδους K-means και K-medoids σε καταστάσεις διαφορετικών σχημάτων ή μεγεθών.
- Η single link method μπορεί να αντιμετωπίσει την παραπάνω δυσκολία αποτυγχάνει όμως όταν υπάρχει θόρυβος, αφού λαμβάνει υπόψιν της όλα τα ζεύγη δεδομένων.
- Ο CURE δεν δυσκολεύεται όταν καλείται να αποφασίσει για την συγχώνευση clusters ποικίλων μεγεθών και σχημάτων.

Όμως το γεγονός ότι λαμβάνει υπόψη του μόνο την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των αντιπροσώπων και όχι τη συνολική διασύνδεση μεταξύ των δύο clusters οδηγεί σε λανθασμένες συγχωνεύσεις σε ειδικές περιπτώσεις.

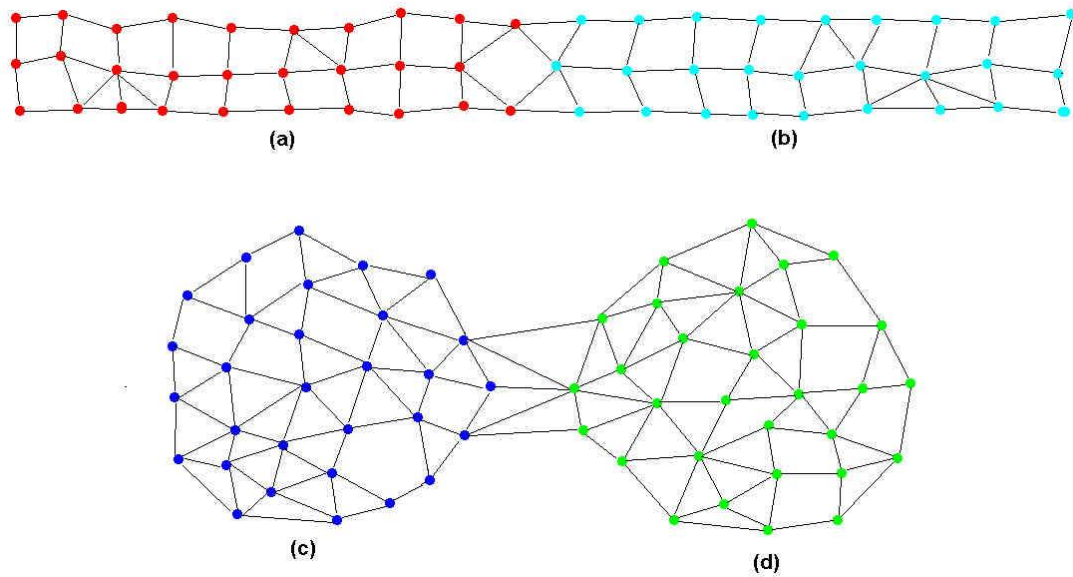
- Ο ROCK τώρα λαμβάνει υπόψη του την συνολική διασύνδεση των clusters και αδιαφορεί για την τιμή των βαρών των ακμών δια μέσου των clusters, οπότε και αυτός ο αλγόριθμος θα δίνει μη ικανοποιητικές συγχωνεύσεις σε συμπληρωματικές περιπτώσεις από αυτές που αστοχεί ο CURE.

Στις παρακάτω εικόνες 1 και 2 φαίνονται ειδικές περιπτώσεις όπου οι αλγόριθμοι CURE και ROCK παρουσιάζουν πιθανές αστοχίες κατά την απόφαση για συγχώνευση δύο περιοχών .



Εικόνα 1

Οι Cure και single line, θα συγχωνεύσουν τις περιοχές (α), (β) αντί των (c), (d), γιατί υπάρχουν μικρότερες αποστάσεις μεταξύ των αντιπροσώπων των περιοχών αυτών. Όμως οι αποστάσεις των αντιπροσώπων των περιοχών (c), (d) είναι αντίστοιχης τάξης με τις αποστάσεις των σημείων εντός των περιοχών επομένως η συγχώνευση των συγκεκριμένων περιοχών είναι προτιμότερη.



Εικόνα 2

Ο ROCK θα ενώσει τα (c) και (d), καθώς λαμβάνει υπόψιν την διασύνδεση των περιοχών, αντί των (a) και (b) που έχουν μικρότερη απόσταση μεταξύ τους.

4.2 Chameleon Data Clustering Algorithm

Τα μειονεκτήματα των μέχρι τώρα μεθόδων καλείται να αντιμετωπίσει ο αλγόριθμος chameleon που παρουσιάστηκε πρόσφατα από τους Karypis, Han και Kumar Αυτό θα γίνει εφαρμόζοντας δυναμικό μοντέλο, αντί του στατικού που παρουσιαζόταν από τους περισσότερους ιεραρχικούς αλγορίθμους. Είναι βέβαια και αυτός πιστός στο ιεραρχικό μοντέλο, αλλά η βασική του ιδέα είναι να συνδυάζει ταυτόχρονα τις ιδιαιτερότητες εντός μιας περιοχής, καθώς και την σχέση που συνδέει δύο διαφορετικές περιοχές μεταξύ τους και παράλληλα, σε κάθε επανάληψη το κατώφλι απόφασης θα εξαρτάται από τα δυναμικά χαρακτηριστικά των περιοχών και όχι στατικά από προκαθορισμένες συνθήκες.

4.2.1.Γενική περιγραφή μεθόδου

Ο chameleon προκειμένου να μπορέσουν να συνδυαστούν σωστά η σχέση των δεδομένων μεταξύ τους και οι σχέσεις μεταξύ των διαφορετικών υποπεριοχών ορίζει την διασυνδεσιμότητα (inter-connectivity) και την εγγύτητα (closeness), οι οποίες καθορίζουν και την τελική ένωση των υποπεριοχών. Τώρα θα μιλήσουμε για τα βήματα που ακολουθούνται για την εκτέλεση του αλγορίθμου chameleon .Αρχικά κατασκευάζουμε τον γράφο που συσχετίζει τα σημεία με βάση το μέτρο ομοιότητας που έχουμε ορίσει μεταξύ τους. Έπειτα θεωρούμε μια περιοχή (κόμβο του γράφου) και για κάθε σημείο της περιοχής παίρνουμε τα K – κοντινότερα σε όλη την εικόνα τα οποία ενώνουμε με το αρχικό με ευθείες (edges) αποδίδοντας ταυτόχρονα σε κάθε edge ένα βάρος (ο βαθμός ομοιότητάς τους). Τα απομακρυσμένα σημεία δεν συνδέονται καθόλου στον γράφο. Στη συνέχεια χωρίζουμε τις ομαδοποιημένες υποπεριοχές του αρχικού cluster και τέλος συγχωνεύουμε αυτά τα sub-clusters σύμφωνα με τα κριτήρια ομοιότητας που ορίζει ο chameleon, δηλαδή λαμβάνοντας υπόψιν την interconnectivity και την closeness

Ένωση δύο περιοχών (sub-clusters) C_i, C_j

Το κριτήριο της συγχώνευσης δύο sub-clusters C_i, C_j είναι να συνδέονται ταυτόχρονα με υψηλή διασυνδεσιμότητα (inter-connectivity) και εγγύτητα (Closeness), ο ορισμός των οποίων δίνεται παρακάτω:

Σχετική Inter-connectivity: Για να υπολογιστεί η σχετική διασυνδεσιμότητα (relative inter-connectivity), ορίζονται πρώτα η απόλυτη inter-connectivity εντός ενός cluster καθώς επίσης και η απόλυτη inter-connectivity μεταξύ δύο cluster.

- Απόλυτη inter-connectivity μίας περιοχής: Ο αριθμός των βαρών των edges εντός μιας περιοχής C_i χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της εσωτερικής διασύνδεσης της C_i . Διχοτομούμε την περιοχή C_i και υπολογίζουμε το άθροισμα των βαρών των edges που συναντά αυτή η τομή. Η inter-connectivity του cluster C_i είναι:

$$EC_{C_i}$$

- Απόλυτη inter-connectivity μεταξύ δύο περιοχών: Παρόμοια με την απόλυτη inter-connectivity μιας περιοχής, υπολογίζουμε την απόλυτη inter-connectivity μεταξύ δύο περιοχών C_i και C_j θεωρώντας την περιοχή που συμπεριλαμβάνει τις C_i και C_j και αθροίζοντας τα ζυγισμένα βάρη των edges που συναντά η τομή που χωρίζει το ευρύτερο cluster στις C_i και C_j .

- Συμβολίζεται $EC_{\{C_i, C_j\}}$

- Τέλος κανονικοποιούμε την απόλυτη inter-connectivity μεταξύ των δύο περιοχών, με τις απόλυτες inter-connectivity της κάθε περιοχής, για να λάβουμε την τελική σχετική inter-connectivity των δύο cluster.

$$RI_{(C_i, C_j)} = \frac{|EC_{\{C_i, C_j\}}|}{\frac{|EC_{C_i}| + |EC_{C_j}|}{2}}$$

- Σχετική Closeness: Όπως και κατά τον υπολογισμό της σχετικής διασυνδεσιμότητας ορίσαμε τα απόλυτα μεγέθη, αντίστοιχα ορίζουμε την απόλυτη εγγύτητα μιας περιοχής και την απόλυτη εγγύτητα μεταξύ δύο περιοχών.
- Εσωτερική closeness ενός cluster: Εντός μίας περιοχής υπολογίζουμε τη μέση τιμή των βαρών των συνδέσεων μεταξύ των σημείων που αποτελούν τον κόμβο. Παρόμοια με τον υπολογισμό της inter-connectivity, λαμβάνονται υπόψιν οι συνδέσεις πάνω στην ευθεία που χωρίζει το cluster σε δύο ίσα μέρη. Για τις περιοχές C_i και C_j αντίστοιχα είναι:

$$\bar{SEC}(C_i) \quad \bar{SEC}(C_j)$$

- Απόλυτη closeness μεταξύ δύο περιοχών: Ανάμεσα σε δύο clusters C_i και C_j μετράται η μέση τιμή της ομοιότητας των στοιχείων του C_i που συνδέονται με αυτά του C_j και συμβολίζεται με:

$$\bar{SEC}(C_i, C_j)$$

- Τελικά η σχετική εγγύτητα μεταξύ των cluster C_i και C_j θα δίνεται από την σχέση:

$$RC(C_i, C_j) = \frac{\bar{SEC}(C_i, C_j)}{\frac{|C_i|}{|C_i| + |C_j|} \bar{SEC}(C_i) + \frac{|C_j|}{|C_i| + |C_j|} \bar{SEC}(C_j)}$$

- Όπου με $|C_i|$, $|C_j|$ συμβολίζονται οι αριθμοί των σημείων κάθε περιοχής και χρησιμοποιούνται για την κανονικοποίηση της σχετικής closeness.

4.2.2 Λειτουργία του Chameleon

Η λειτουργία του αλγορίθμου χωρίζεται στη Φάση 1^η : Καθορισμός των αρχικών υποπεριοχών και στη Φάση 2^η : Συγχώνευση των υποπεριοχών με χρήση του δυναμικού μοντέλου. Τώρα θα μιλήσουμε πιο αναλυτικά για τις φάσεις αυτές.

Φάση 1η: Καθορισμός των αρχικών υποπεριοχών

Εδώ χωρίζεται η προς μελέτη περιοχή σε ένα αρχικό αριθμό υποπεριοχών, ώστε μετά να μπορεί να εφαρμοστεί το δυναμικό μοντέλο . Αν έχουμε δηλαδή ένα cluster C_i τον κατατέμνουμε σε δύο νέες υποπεριοχές $C_{i,A}$, $C_{i,B}$, για τις οποίες απαιτείται: να έχουν ικανό αριθμό στοιχείων , να είναι μικρότερες από τις μικρότερες περιοχές που αναμένεται να ληφθούν στο τέλος , να διαχωρίζονται έτσι ώστε η ομοιότητα μεταξύ των $C_{i,A}$, $C_{i,B}$ να είναι ελάχιστη και τέλος η κάθε μία από τις $C_{i,A}$, $C_{i,B}$ να έχει τουλάχιστον 25% των δεδομένων της αρχικής περιοχής . Για την ικανοποίηση αυτών των απαιτήσεων εφαρμόζονται αλγόριθμοι πολυεπίπεδου διαχωρισμού του γράφου των K γειτονικότερων σημείων της περιοχής. Η διαδικασία διαχωρισμού του μεγαλύτερου sub-cluster σε δύο ίσα μέρη συνεχίζεται και στους νέους sub-cluster μέχρις ότου πάντων να πληρούνται οι προϋποθέσεις.

Φάση 2η: Συγχώνευση των υποπεριοχών με χρήση του δυναμικού μοντέλου

Σκοπός της φάσης αυτής είναι η συγχώνευση των περισσότερο όμοιων υποπεριοχών που έχουν προκύψει από την Φάση 1, εφαρμόζοντας βέβαια τις έννοιες που ορίστηκαν προηγουμένως της σχετικής διασυνδεσιμότητας και της σχετικής εγγύτητας.

Υπάρχουν δύο διαφορετικά Σχήματα που χρησιμοποιούνται:

1. Σχήμα (α): Κατώφλια για τις RI και RC
2. Σχήμα (β): Συνάρτηση των RI και RC

Σχήμα (α)

Για κάθε cluster C_i αναζητεί τον C_j που δίνει τιμές για την interconnectivity και την closeness μεγαλύτερες από τα προκαθορισμένα κατώφλια T_{RI} και T_{RC} . Ελέγχονται, δηλαδή οι clusters για τους οποίους ταυτόχρονα ικανοποιούνται οι συνθήκες:

$$RI(C_i, C_j) \geq T_{RI}, RC(C_i, C_j) \geq T_{RC}$$

Αφού γίνουν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί η διαδικασία επαναλαμβάνεται από την αρχή, μέχρι του σημείου όπου δεν ικανοποιούνται πλέον τα κατώφλια.

Σχήμα (β)

Ορίζεται συνάρτηση που συνδυάζει την inter-connectivity με την closeness και ζητείται η μεγιστοποίησή της. Το πιο άμεσο μοντέλο που μπορεί κανείς να υποθέσει για μια τέτοια συνάρτηση των RI, RC είναι το γινόμενό τους, αφού θέλουμε ταυτόχρονα την μεγιστοποίηση και των δύο κριτηρίων.

$$RI(C_i, C_j) * RC(C_i, C_j)^a$$

Η παράμετρος a καθορίζει σε ποιο από τα δύο κριτήρια θα δοθεί μεγαλύτερο βάρος. Προφανώς όταν $a > 1$ ο ρόλος της σχετικής closeness γίνεται σημαντικότερος, ενώ αντίθετα όταν $a < 1$ ο παράγοντας της inter-connectivity είναι εκείνος που θα επηρεάσει περισσότερο το τελικό κριτήριο.

4.3 Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήσαμε

Για την εκτέλεση του αλγορίθμου σε πραγματικά δεδομένα, χρησιμοποιήθηκε ένας αλγόριθμος παρόμοιος με τον chameleon, βασισμένος στην ίδια ακριβώς φιλοσοφία. Στον αλγόριθμο αυτό έχουμε τα εξής:

- Η πρώτη κατάτμηση της αρχικής περιοχής γίνεται με κριτήριο την κοντινότερη απόσταση και η παράμετρος του ελάχιστου εμβαδού χρησιμοποιείται όπως στον chameleon για τον χωρισμό κάθε περιοχής C_i σε C_{iA} και C_{iB} .
- Υπολογίζουμε όλες τις αποστάσεις (χρωματικές) του κάθε pixel από όλα τα υπόλοιπα και ορίζουμε μια σχέση μεταξύ τους (similarity). Το μέγιστο αυτού του βαθμού ομοιότητας μεταξύ δύο σημείων που ανήκουν στον χώρο V ορίζεται ως ο βαθμός εσωτερικής ομοιότητας του χώρου $\text{Int}(V)$ αντί της απόλυτης interconnectivity που χρησιμοποιούσε ο chameleon.
- Η διαφορά μεταξύ δύο περιοχών C_i και C_j ($\text{dif}(C_i, C_j)$) μπορεί να οριστεί ως εξής: θεωρούμε όλες τις ακμές που ενώνουν τα C_i και C_j και όλα τα αντίστοιχα βάρη αυτών $w(k)$. Η διαφορά $\text{dif}(C_i, C_j)$
 - (α) ορίζεται ως το άθροισμα των βαρών $w(k)$
 - (β) θεωρείται ότι είναι το ελάχιστο των $w(k)$
 - Το κριτήριο που αποφασίζει για την συγχώνευση δύο περιοχών είναι όπως στον αλγόριθμο chameleon, με την διαφορά ότι οι δύο περιοχές συγχωνεύονται αν $\text{dif}(C_i, C_j) > \max(\text{Int}(C_i), \text{Int}(C_j))$, δηλαδή αν η διαφορά μεταξύ δύο περιοχών – κόμβων είναι μεγαλύτερη από το μέγιστο της εσωτερικής απόστασης των δύο περιοχών.

4.4 Εφαρμογή της μεθόδου

Ο αλγόριθμος για την ομαδοποίηση δεδομένων chameleon βρίσκει εφαρμογή και στο πρόβλημα κατάτμησης εικόνας, όπως και όλοι οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι clustering. Σε αυτό το δύσκολο πρόβλημα εφαρμόσαμε και τον αλγόριθμο που περιγράφηκε ανωτέρω.

Συγκεκριμένα, ορίσαμε καταρχήν το μέτρο της απόστασης-ομοιότητας μεταξύ δύο περιοχών με τους εξής δύο τρόπους:

1. Εάν δεν μας ενδιαφέρει η χωρική απόσταση μεταξύ δύο περιοχών, αλλά μόνο η χρωματική, γεγονός που ισχύει στις συντριπτικά περισσότερες περιπτώσεις εφαρμογών που απαιτούν κατάτμηση εικόνας, τότε η απόσταση μεταξύ δύο περιοχών C_i, C_j την $D(C_i, C_j) = \sqrt{(R_i - R_j)^2 + (G_i - G_j)^2 + (B_i - B_j)^2}$, όπου R_i, G_i, B_i είναι το χρωματικό περιεχόμενο της τυχαίας περιοχής C_i .

2. Εάν θέλουμε να λάβουμε υπόψη μας και την χωρική απόσταση μεταξύ των δύο περιοχών, μπορούμε στην παραπάνω απόσταση να προσθέσουμε και μια ποσότητα που εκφράζει αυτήν ακριβώς την απόσταση, όπως π.χ. την απόσταση των κέντρων βάρους των περιοχών ή την μικρότερη απόσταση μεταξύ αυτών.

Για τους λόγους της μεγάλης εφαρμοσιμότητας που προαναφέρθηκαν επιλέξαμε τον 1^ο τρόπο.

Χρησιμοποιήσαμε σαν είσοδο στο πρόγραμμα δύο παραμέτρους και συγκεκριμένα την απόσταση όπως ορίστηκε ανωτέρω, αλλά και το ελάχιστο επιτρεπτό πλήθος στοιχείων που μπορεί να έχει η κάθε περιοχή C_i . Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε εικόνες (grayscale) αρχαίων ελληνικών επιγραφών, των οποίων η κατάτμηση είναι αρκετά δύσκολη.

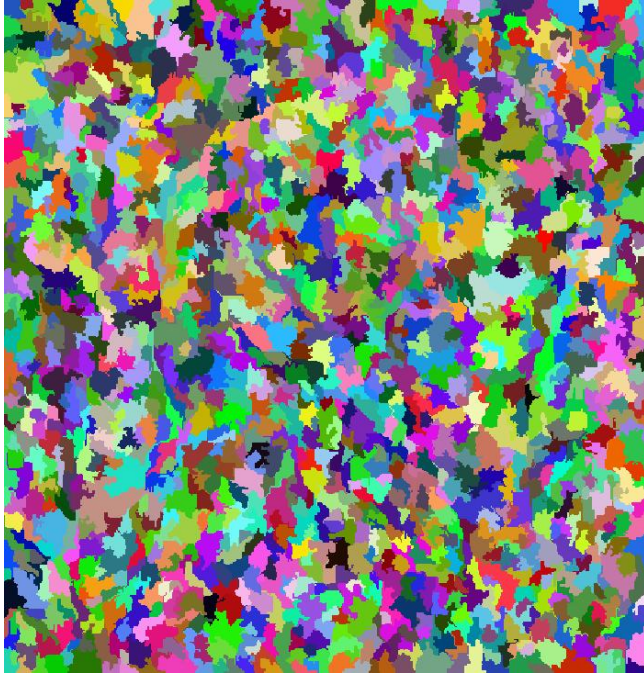
Για την πρώτη παράμετρο, το ελάχιστο επιτρεπτό εμβαδό δηλαδή, δόθηκαν οι τιμές 50 και 100 με τα αποτελέσματα της αρχικής κατάτμησης να παρουσιάζονται στις Εικόνες 4 και 5.

Στη συνέχεια για κάθε μία από τις τιμές αυτές του ελάχιστου εμβαδού αποδόθηκαν τιμές για το κατώφλι απόστασης, που ήταν 5 και 10, για την περίπτωση του εμβαδού 50, ενώ για την αντίστοιχη του εμβαδού 100 προτιμήθηκαν οι τιμές 10 και 20 για την απόσταση, ώστε να υπάρχει μεγαλύτερη ανοχή, καθώς είχαμε μεγαλύτερες περιοχές. Τα αποτελέσματα των δοκιμών αυτών φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.



Εικόνα 4.4.α : Αρχική εικόνα την οποία θέλουμε να καταμήσουμε σε όμοιες περιοχές

Φάση 1 : Καθορισμός αρχικών περιοχών

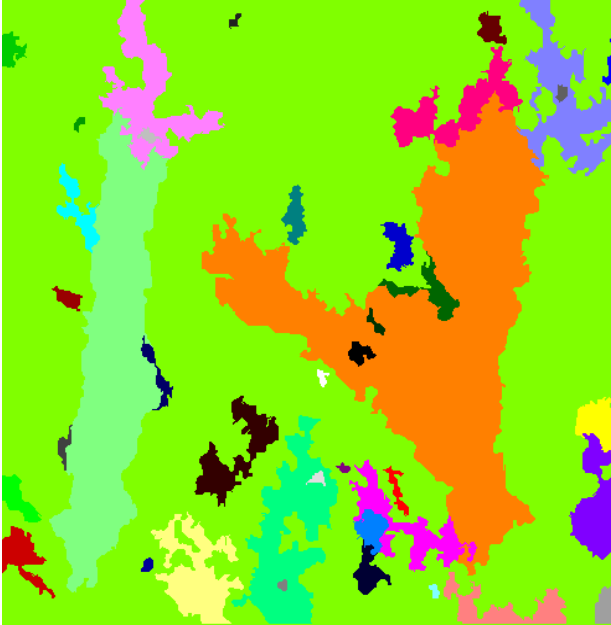


Εικόνα 4.4.β : Κατατημημένη εικόνα της αρχικής με ελάχιστο εμβαδόν 50 pixels

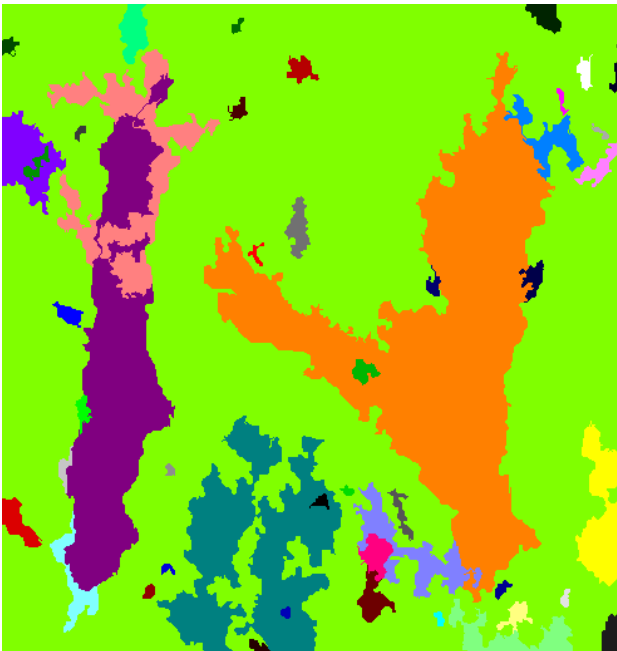


Εικόνα 4.4.γ : Κατατημημένη εικόνα της αρχικής με ελάχιστο εμβαδόν 100 pixels

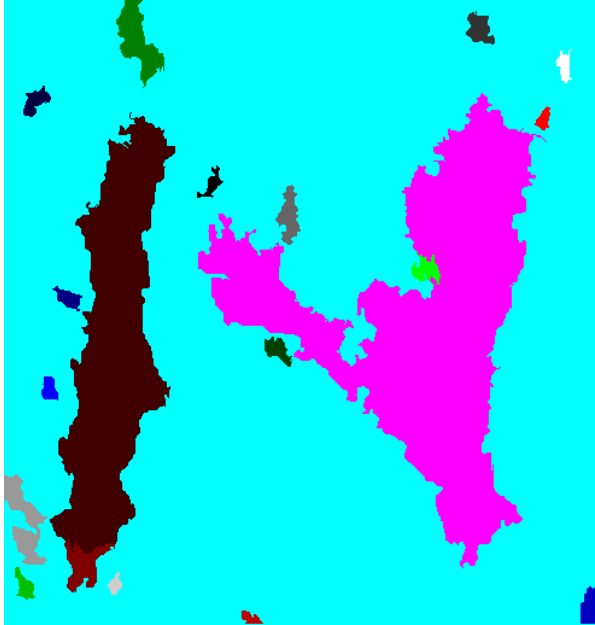
Φάση 2 : Συγχώνευση των περιοχών



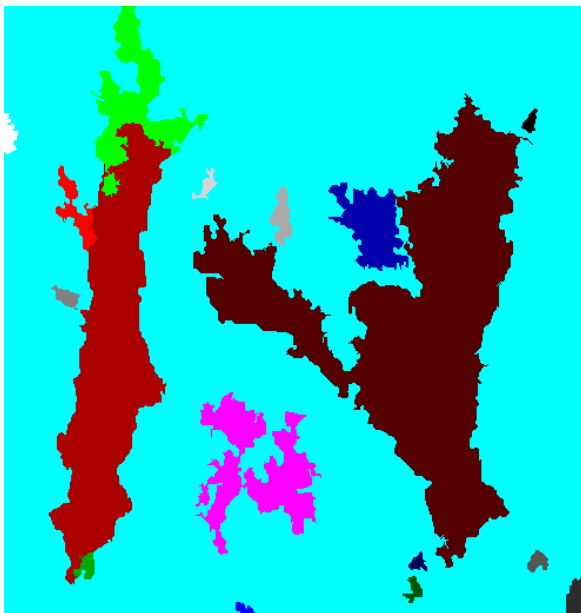
Εικόνα 4.4.δ : Συγχώνευση των περιοχών που προέκυψαν από την 1η Φάση με ελάχιστο εμβαδόν 50 και κατώφλι ομοιότητας 5.



Εικόνα 4.4.ε : Συγχώνευση των περιοχών που προέκυψαν από την 1η Φάση με ελάχιστο εμβαδόν 50 και κατώφλι ομοιότητας 10.



Εικόνα 4.4.ζ : Συγχώνευση των περιοχών που προέκυψαν από την 1η Φάση με ελάχιστο εμβαδόν 100 και κατώφλι ομοιότητας 10.



Εικόνα 4.4.η : Συγχώνευση των περιοχών που προέκυψαν από την 1η Φάση με ελάχιστο εμβαδόν 100 και κατώφλι ομοιότητας 20.

4.5 Συμπεράσματα

Παρότι η όλη διαδικασία είμαι αυστηρή ο αλγόριθμος μας στη κατάτμηση εικόνων φαίνεται να λειτουργεί ικανοποιητικά ειδικά στην περίπτωση της εξαγωγής των γραμμάτων των επιγραφών από την αρχική φωτογραφία. Η κατάτμηση της εικόνας πρέπει να γίνεται με όσο το δυνατό μεγαλύτερη ακρίβεια, ενώ παράλληλα πρέπει να είναι όσο το δυνατό πιο αυτοματοποιημένη περιορίζοντας την ανθρώπινη παρέμβαση στο ελάχιστο.

Παρατηρήθηκε ότι για τις περισσότερες εικόνες οι βέλτιστες παράμετροι ήταν 100 pixels για το ελάχιστο επιτρεπτό εμβαδό κατά την πρώτη φάση αρχικού διαχωρισμού της εικόνας σε υποπεριοχές και 10 μονάδες χρωματική απόσταση για το κατώφλι σε ότι αφορά το κριτήριο συγχώνευσης της δεύτερης φάσης.

Κεφάλαιο 5

5.1 Εισαγωγή

Κατάτμηση είναι η διαδικασία κατά την οποία μια εικόνα χωρίζεται στα αντικείμενα ή μέρη από τα οποία αποτελείται και το φόντο της. Συνήθως είναι το πιο κρίσιμο και το πιο δύσκολο βήμα στην επεξεργασία εικόνας και είναι καθοριστικό για την επιτυχία ή μη της τελικής ανάλυσης. Η κατάτμηση εικόνας υπήρξε αντικείμενο εντατικής έρευνας τις τελευταίες δεκαετίες και αυτό γιατί έχει πολλές εφαρμογές και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολλούς τομείς. Μπορεί να βρει εφαρμογές στην ιατρική, στον κατασκευαστικό τομέα, στο στρατιωτικό τομέα, στη ρομποτική όραση στην τηλεπισκόπηση, στα πολυμέσα. Στις μέρες μας που η τεχνολογία αποτελεί αναπόσπαστο στοιχείο των σύγχρονων κοινωνιών και έχοντας φτάσει σε πολύ υψηλά επίπεδα καθίσταται επιτακτική η ανάγκη για την εύρεση μεθόδων και τρόπων που χρησιμοποιούν στο έπακρο τις υπάρχουσες τεχνολογίες, συμβάλλοντας έτσι στην οικονομική ανάπτυξη και ευημερία μιας κοινωνίας, στην ανύψωση του βιοτικού επιπέδου και γενικότερα στη βελτίωση της ποιότητας ζωής του ανθρώπου. Εμείς θα μιλήσουμε για 2 βασικούς αλγόριθμους κατάτμησης, τον αλγόριθμο watershed και τον active contours (ενεργών περιγραμμάτων) ή snakes όπως αλλιώς ονομάζεται.

5.2 Αλγόριθμος WATERSHED

Ο αλγόριθμος watershed είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς αλγόριθμους κατάτμησης και βασίζεται στην αναλογία των εναλλαγών του επιπέδου φωτεινότητας μίας εικόνας με τις εναλλαγές του υψομέτρου σε ένα τοπίο. Χρησιμοποιείται κυρίως σε εικόνες κλίσης (gradient images) και εντοπίζει τις λεκάνες απορροής (catchment basins). Προκειμένου να κατανοήσουμε τον αλγόριθμο αυτό σύμφωνα με τα λεγόμενα του Beucher θα αντιστοιχίσουμε την εικόνα με ένα τοπίο και την ένταση φωτεινότητας κάθε pixel με το υψόμετρο, όπου στις περιοχές της εικόνας που έχουν μεγάλη φωτεινότητα αντιστοιχεί περιοχή του τοπίου που βρίσκεται σε μεγάλο υψόμετρο.

Αν στο τοπίο που αναφέρθηκε αρχίσει να πέφτει νερό, ο πλημμυρισμός θα αρχίσει από τις περιοχές με χαμηλό υψόμετρο (κοιλιάδες) και θα ανέβει προς τις περιοχές μεγάλου υψομέτρου (κορυφές). Όταν νερό που έχει ξεκινήσει από διαφορετικές κοιλιάδες φτάσει σε κάποια κορυφή που τις χωρίζει, δημιουργείται το όριο ανάμεσα στις δύο αυτές κοιλιάδες. Σύμφωνα με την αντιστοίχιση που προτάθηκε παραπάνω, αν κανείς «πλημμυρήσει» την εικόνα, ξεκινώντας από τα σημεία χαμηλότερης έντασης (δηλαδή μικρότερου υψομέτρου), το νερό θα γεμίσει τις περιοχές της εικόνας, σταματώντας στα όρια τοπικού μεγίστου (που είναι οι ακμές των σχημάτων της εικόνας). Όταν το νερό που πλημμυρίζει δύο γειτονικές περιοχές φτάσει στο ίδιο μέγιστο, τότε «χτίζεται» το όριο των δύο περιοχών και με τον τρόπο αυτό πραγματοποιείται η κατάτμηση της εικόνας. Ο αλγόριθμος watershed μπορεί να χρησιμοποιηθεί με διάφορους τρόπους.

Ένας τρόπος είναι με βάση την πληροφορία που προκύπτει από το σχήμα των αντικειμένων της εικόνας. Εφαρμόζεται στην εικόνα σε αυτή τη περίπτωση μετασχηματισμός απόστασης (distance transformation). Όταν σε μια εικόνα δυαδική εφαρμοστεί ο μετασχηματισμός απόστασης προκύπτει μια γκριζα εικόνα όπου κάθε pixel είναι ενδεικτικό της απόστασης του αντίστοιχου σημείου της δυαδικής εικόνας από το κοντινότερο σημείο του φόντου. Έτσι όσο πιο μακριά είναι ένα pixel της δυαδικής εικόνας από το φόντο τόσο πιο φωτεινό είναι το αντίστοιχο pixel της εικόνας του μετασχηματισμού απόστασης, δηλαδή τόσο μεγαλύτερη είναι η ένταση της φωτεινότητας του. Ο μετασχηματισμός απόστασης βρίσκει εφαρμογή σε πολλά προβλήματα στην επεξεργασία εικόνας, όπως την περιγραφή του σχήματος, την αναγνώριση αντικειμένων, αλλά και την κατάτμηση εικόνων. Στην κατάτμηση εικόνων, αξιοποιείται το γεγονός ότι κάθε pixel στην εικόνα του μετασχηματισμού απόστασης είναι ενδεικτικό της απόστασης του αντίστοιχου pixel της αρχικής εικόνας από το φόντο. Αν λοιπόν υπολογιστεί η συμπληρωματική εικόνα της εικόνας του μετασχηματισμού απόστασης, θα προκύψει μία εικόνα που θα έχει πολύ μικρή ένταση φωτεινότητας στις περιοχές των αντικειμένων που είναι πιο μακριά από το φόντο (οι περιοχές αυτές θα είναι πολύ σκούρες), ενώ όσο τα pixel πλησιάζουν στο φόντο θα έχουν μεγαλύτερη ένταση της φωτεινότητας και οι περιοχές που αντιστοιχούν στο φόντο θα έχουν τη μέγιστη ένταση φωτεινότητας (θα είναι χρώματος λευκού).

Αν λοιπόν εφαρμοστεί ο αλγόριθμος watershed στην ανάστροφη της εικόνας του μετασχηματισμού απόστασης, ο ‘πλημμυρισμός’ θα ξεκινήσει από τις περιοχές ελαχίστου (δηλαδή τις περιοχές που βρίσκονται πιο μακριά από το φόντο) και θα ‘χτίσει’ τα όρια στις περιοχές που βρίσκονται τα όρια των αντικειμένων.

Ένας άλλος τρόπος είναι με βάση την πληροφορία που προκύπτει από τις ακμές των αντικειμένων της εικόνας. Στις ακμές των αντικειμένων παρατηρείται απότομη εναλλαγή της φωτεινότητας. Αυτό μπορεί να αξιοποιηθεί στην κατάτμηση εικόνων, ειδικά σε εικόνες που το φόντο δεν είναι ομοιόμορφο. Όταν υπολογιστεί η gradient (βαθμωτή κλίση) της εικόνας προκύπτει η εικόνα της gradient, όπου κάθε pixel παίρνει τιμές πολύ κοντά στο μηδέν (δηλαδή αντιστοιχεί σε μαύρο) όταν γύρω από το αντίστοιχο pixel της αρχικής εικόνας δεν υπάρχει μεγάλη εναλλαγή στη φωτεινότητα, ενώ πλησιάζει στην τιμή ένα όσο αυξάνεται η εναλλαγή στη φωτεινότητα γύρω από το pixel αυτό (δηλαδή εκεί η εικόνα της gradient πλησιάζει το άσπρο). Αν στην εικόνα της gradient εφαρμοστεί ο αλγόριθμος watershed, το ‘νερό’ θα ξεκινήσει από τα χαμηλότερα τμήματα της εικόνας, δηλαδή τα τμήματα όπου η μεταβολή της φωτεινότητας στην αρχική εικόνα είναι μικρή, και θα φτάσει στα υψηλότερα, δηλαδή στα τμήματα όπου η μεταβολή της φωτεινότητας είναι έντονη (δηλαδή στις ακμές των αντικειμένων).

Συνήθως, όταν εφαρμοστεί η απλή watershed κατάτμηση σε μία εικόνα, το αποτέλεσμα είναι over-segmentation, εξ αιτίας της εναλλαγής της έντασης της φωτεινότητας στο εσωτερικό των πυρήνων των κυττάρων, αλλά και του φόντου. Ένας τρόπος να αποφευχθεί αυτό είναι να αγνοηθούν κάποια ελάχιστα, ώστε ο «πλημμυρισμός» να ξεκινάει από συγκεκριμένα σημεία μόνο κι όχι από όλα. Αυτό επιτυγχάνεται με χρήση της seeded watershed κατάτμησης, στην οποία το «νερό» να ξεκινάει από συγκεκριμένα σημεία, που αποκαλούνται seeds (σπόροι), που δίνονται σαν είσοδος στην κατάτμηση. Οι ‘σπόροι’ μπορεί να δίνονται από το χρήστη ή αυτόματα. Οι μέθοδοι στις οποίες οι ‘σπόροι’ δίνονται από το χρήστη είναι πιο αξιόπιστες, αφού ο χρήστης ξεχωρίζει τα αντικείμενα και τοποθετεί ένα ‘σπόρο’ σε κάθε ένα από αυτά. Είναι όμως μια μέθοδος μη αυτοματοποιημένη και ως εκ τούτου πιο χρονοβόρα. Επίσης, η κάθε εικόνα πρέπει να αντιμετωπιστεί ξεχωριστά.

Αντίθετα, οι αυτοματοποιημένες μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για κάθε εικόνα, ανεξαρτήτως των ειδικών χαρακτηριστικών της, επομένως απαιτείται λιγότερος χρόνος για την επεξεργασία των δεδομένων. Παρ' όλα αυτά, μπορεί να γίνει λάθος στην τοποθέτηση των 'σπόρων', με αποτέλεσμα να παρουσιαστεί υπέρ-κατάτμηση (over-segmentation), αν τοποθετηθεί πάνω από ένας σε κάθε αντικείμενο, ή υπό-κατάτμηση (under-segmentation), αν τοποθετηθεί λιγότερο από ένας σπόρος ανά αντικείμενο. Επίσης, υπάρχει η πιθανότητα τοποθέτησης 'σπόρου' σε τμήμα του φόντου, με αποτέλεσμα την αναγνώριση τμήματος του φόντου ως αντικειμένου. Γενικά, οι αυτοματοποιημένες μέθοδοι προτιμούνται από τις μη αυτοματοποιημένες, αφού δεν εξαρτώνται από το χρήστη, επιτρέπουν την επεξεργασία περισσότερων δεδομένων και δεν απαιτείται η παρουσία κάποιου χρήστη για να έρθει εις πέρας η διαδικασία της κατάτμησης. Ένα παράδειγμα αυτόματης εισόδου των σημείων εκκίνησης είναι ο h -maxima μετασχηματισμός, ο οποίος φιλτράρει τα μέγιστα της εικόνας και κρατάει μόνο αυτά που είναι μεγαλύτερα από μία σταθερά h (ή ισοδύναμα ότι απορρίπτει τα ελάχιστα που είναι μικρότερα από την τιμή h). Η επιλογή της τιμής του h είναι πολύ σημαντικός παράγοντας για τη σωστή κατάτμηση της εικόνας. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του h , τόσο περισσότερα τοπικά ελάχιστα θα χρησιμοποιηθούν ως αφετηρία για το μετασχηματισμό watershed, και για πολύ μικρή τιμή του h μπορεί να προκύψουν περισσότερα από ένα σημεία εκκίνησης για κάθε αντικείμενο, κάτι που θα οδηγήσει σε over-segmentation, ενώ για πολύ μεγάλο h θα προκύψουν πολύ λίγα σημεία εκκίνησης και είναι πιθανό σε κάποια αντικείμενα να μην αντιστοιχεί κανένα. Και σε αυτήν την περίπτωση, η watershed κατάτμηση εφαρμόζεται στην κλίση (gradient) της εικόνας.

5.3 Αναλυτική περιγραφή

Θεωρώ μια συνάρτηση f από το R^n στο R , $\text{Supp}(f)$ το support της συνάρτησης, T το διάστημα στο R , γ μια συνεχή συνάρτηση από το T στο $\text{supp}(f)$, (T, γ) μια διαδρομή που περιέχεται στο support της f και ζ ένα πεπερασμένο μέρος του T όπου $\zeta = (t_1 < t_2 < \dots < t_n)$ και ει την απόσταση ανάμεσα στα σημεία γ_{i-1} και γ_i .

Ορίζεται ως $TV_\zeta = \sum_i [f(\gamma_i) - \varepsilon_i f(\gamma_{i-1})]$ η τοπογραφική μεταβολή της συνάρτησης f κατά μήκος της πολυγωνικής γραμμής ζ .

Τοπογραφική μεταβολή της συνάρτησης f στη διαδρομή (T, γ) ονομάζεται ο θετικός αριθμός πεπερασμένος ή άπειρος που ορίζεται ως $TV_\gamma = \sup TV_\zeta$ (για κάθε πεπερασμένο $\zeta \subset T$) και τοπογραφική απόσταση δύο σημείων p και q ορίζεται θεωρώντας το σύνολο $\Gamma(p, q)$ το οποίο ανήκει στο support της f .

Η λεκάνη απορροής ενός τοπικού ελαχίστου m_i συμβολίζεται CB (catchment basin) και είναι το σύνολο των σημείων x που ανήκουν στο $\text{supp}(f)$ τα οποία είναι πιο κοντά στο m_i από κάθε άλλο τοπικό ελάχιστο για την τοπογραφική απόσταση $\forall j \in I, j \neq i \Rightarrow TD(x, m_i) < TD(x, m_j)$.

Η γραμμή watershed μιας συνάρτησης f είναι το σύνολο των σημείων του $\text{supp}(f)$ τα οποία δεν ανήκουν σε καμία λεκάνη απορροής.

Ένα μονοπάτι π πλήθους n μεταξύ δύο εικονοστοιχείων p και q στο πλέγμα G είναι μια πλειάδα n -εικονοστοιχείων (p_1, p_2, \dots, p_n) τέτοια ώστε $p_1 = p, p_n = q$ και για κάθε i που ανήκει στο $[1, n-1]$ το (p_i, p_{i+1}) ανήκει στο G .

Η κλίση μεταξύ δύο εικονοστοιχείων p και p' για $f(p') < f(p)$ ορίζεται από το τύπο $slope(p, p') = \frac{f(p) - f(p')}{dist(p, p')}$.

Το σύνολο των κατώτερων γειτόνων του p για τα οποία $slope(p, p')$ είναι μέγιστη συμβολίζεται ως $\Gamma(p)$. Η τιμή αυτής της μέγιστης κλίσης ονομάζεται ελάχιστη κλίση της συνάρτησης στο σημείο p : $LS(p) = \max[\frac{f(p) - f(p')}{dist(p, p')}]$ για $p' \in NU(p)$ και $f(p') < f(p)$.

Η αντιστοίχιση (mapping) $\Gamma(p)$ επιτρέπει τον ορισμό ενός κατευθυνόμενου γράφου v , ως υπογράφο του γειτονικού γράφου $U : (p, p') \in V \Leftrightarrow p' \in \Gamma(p)$.

Ορίζεται το κόστος για την μετακίνηση στην τοπογραφική επιφάνεια από την θέση $f(p_{i-1})$ στη γειτονική θέση $f(p_i)$:

$$f(p_{i-1}) > f(p_i) \Rightarrow \text{cost}(p_{i-1}, p_i) = \text{LS}(p_{i-1}) * \text{dist}(p_{i-1}, p_i)$$

$$f(p_{i-1}) < f(p_i) \Rightarrow \text{cost}(p_{i-1}, p_i) = \text{LS}(p_i) * \text{dist}(p_{i-1}, p_i)$$

$$f(p_{i-1}) = f(p_i) \Rightarrow \text{cost}(p_{i-1}, p_i) = \frac{\text{LS}(p_i) + \text{LS}(p_{i-1})}{2} * \text{dist}(p_{i-1}, p_i)$$

Έστω f μια συνάρτηση γκρι τόνου και π η διαδρομή $(p_1=p, p_2, \dots, p_n=q)$ μεταξύ δύο εικονοστοιχείων p και q μέσα στο $\text{supp}(f)$. Τότε η π -τοπογραφική απόσταση μεταξύ των p και q στην f κατά μήκος της διαδρομής π είναι η σταθμοσμένη απόσταση (weighted distance) που ορίζεται από : $T_f^\pi(p, q) = \sum_{i>1} \text{cost}(p_{i-1}, p_i)$

Η τοπογραφική απόσταση μεταξύ δύο εικονοστοιχείων p και q ορίζεται ως η ελάχιστη π -τοπογραφική απόσταση μεταξύ των δύο εικονοστοιχείων p και q μεταξύ όλων των διαδρομών π ανάμεσα στα p και q μέσα στο $\text{supp}(f)$: $T_f(p, q) = \inf(T_f^\pi(p, q))$.

5.4 ACTIVE CONTOURES

Θα αναπαραστήσουμε με τη βοήθεια μιας παραμέτρου p μια καμπύλη C στο επίπεδο ως εξής $C(p)=\{x(p),y(p)\}$ όπου το p ανήκει στο διάστημα $[0,1]$.

Κάθε τιμή της παραμέτρου p δίνει τις συντεταγμένες ενός σημείου στο επίπεδο και κατά συνέπεια ένα σημείο της καμπύλης C . Ορίζουμε σε κάθε σημείο της καμπύλης:

α) \vec{T} το εφαπτομενικό διάνυσμα σε αυτό το σημείο της καμπύλης

β) \vec{N} το κάθετο διάνυσμα σε αυτό το σημείο

Αυτά τα δύο διανύσματα σχηματίζουν ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων διότι είναι κάθετα μεταξύ τους και τους αποδίδουμε συνήθως μοναδιαίο μέτρο

γ) $\kappa(p)$ η καμπυλότητα της καμπύλης η οποία ορίζεται ως η μεταβολή της γωνίας $\theta(p)$ του εφαπτομενικού διανύσματος \vec{T} κατά μήκος της καμπύλης και είναι

$$\kappa(p) = \frac{d\theta}{ds}$$

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά της καμπύλης συνδέονται με τις εξής σχέσεις :

$$\vec{T}(p) = \frac{\vec{C}_p}{\|\vec{C}_p\|} - \frac{\vec{C}_p}{\sqrt{x_p^2 - y_p^2}}$$

$$\vec{T}_p(p) = \kappa \vec{N}$$

$$\vec{N}_p(p) = -\kappa \vec{T}$$

Υποθέτουμε πως μια καμπύλη C εξελίσσεται στο χρόνο t . Ονομάζουμε την αρχική καμπύλη $\vec{C}_0 = \vec{C}(p, t=0)$ και την καμπύλη σε μια χρονική στιγμή $t > 0$ ως $\vec{C} = \vec{C}(p, t)$. Η εξίσωση της μορφής $\vec{C} = \vec{C}(p, t)$ μας δίνει την εξίσωση της καμπύλης στο χρόνο. Θεωρώ ότι κάθε σημείο της καμπύλης έχει ταχύτητα \vec{V} η οποία αποτελείται από δύο συντεταγμένες: μία V_t παράλληλη στο \vec{T} και μια V_n παράλληλη στο \vec{N} οπότε θα είναι $\vec{V} = (V_t, V_n)$ και άρα $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \vec{V}_t \vec{T} + \vec{V}_n \vec{N}$. Τα \vec{V}_t και

\vec{V}_n εξαρτώνται από την καμπυλότητα κ . Το \vec{V}_t είναι εφαπτομενική συνιστώσα και το \vec{V}_n κάθετη. Η εξίσωση κίνησης γίνεται $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \vec{V}(\kappa) \vec{N}$. Η ποσότητα $|\vec{C}_p| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}$ δείχνει πόσο έντονη είναι η παραμετροποίηση της καμπύλης. Ορίζουμε το μέγεθος της ολικής ταλάντωσης μέσα από τη σχέση $Var(t) = \int_c |\kappa(p, t)| |\vec{C}_p| dp$. Η ποσότητα $\frac{dVar(t)}{dt}$ μας δείχνει πως εξελίσσεται η καμπύλη (εάν θα ομαλοποιηθεί ή ένα θα παραμορφωθεί). Ισχύει ότι $\left. \frac{dV}{d\kappa} \right|_{\kappa=0} \leq 0 \Rightarrow \frac{dVar}{dt} \leq 0$ και ότι $\left. \frac{dV}{d\kappa} \right|_{\kappa=0} \geq 0 \Rightarrow \frac{dVar}{dt} \geq 0$ και εάν γνωρίζω τη $V(\kappa)$ μπορώ να προβλέψω την εξέλιξη της καμπύλης.

Όπως αναφέραμε και παραπάνω σε μια τυπική περίπτωση, ένα αντικείμενο διαχωρίζεται από το υπόλοιπο μέρος της εικόνας εξαιτίας πχ μιας απότομης αλλαγής στη φωτεινότητα ή στο χρώμα. Σε κάθε περίπτωση, υπάρχει κάποια συνοριακή γραμμή ή καμπύλη η οποία αποτελεί το σύνορο του αντικειμένου. Μπορεί κανείς να ξεκινήσει από κάποια αρχική καμπύλη στο επίπεδο και στη συνέχεια να επιβάλλει σε αυτή να ακολουθήσει μια εξίσωση κίνησης, η οποία θα την αναγκάσει να καταλήξει στην καμπύλη που αποτελεί το σύνορο του αντικειμένου. Οι καμπύλες αυτές ονομάζονται Ενεργές Καμπύλες (active contours), διότι προσαρμόζονται σταδιακά στην εκάστοτε εικόνα. Για να γίνει αυτό πρέπει να θεσπιστούν κατάλληλα κριτήρια, τα οποία θα απορρέουν από την προς κατάτμηση εικόνα και θα επιδρούν με τέτοιο τρόπο στην αρχική καμπύλη ώστε αυτή θα κινείται προς τα σύνορα των αντικειμένων.

Γενικά τα κριτήρια αυτά προκύπτουν όταν με κατάλληλη επεξεργασία της αρχικής εικόνας προκύπτει μια δύναμη \vec{F} η οποία «έλκει» την αρχική καμπύλη προς τις ακμές των αντικειμένων. Το πώς θα γίνει αυτή η επεξεργασία ώστε να προκύψει μια αποτελεσματική δύναμη \vec{F} είναι ένα θέμα που επιδέχεται πολλές λύσεις, άλλες λιγότερο και άλλες περισσότερο αποτελεσματικές. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε μερικές τέτοιες προτάσεις και ιδέες.

5.4.1 PARAMETRIC ACTIVE CONTOURES

5.4.1.1 Classic Active Contours (Snakes)

Μια πρώτη εμφάνιση των active contours έχουμε το 1987 από τους Kass, Witkin και Terzopoulos. Ο νόμος κίνησης $\gamma \frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \vec{F}$ χαρακτήριζε τη δυναμική της καμπύλης.

Ισχύει γενικά ότι η \vec{F} αποτελείται από δύο διανύσματα. Το διάνυσμα της δύναμης που απορρέει ανά πάσα στιγμή από την ίδια την καμπύλη και δεν έχει σχέση με την εικόνα της οποίας κάποιο σύνορο μέσα σε αυτή πρέπει να ανιχνευθεί και το διάνυσμα της δύναμης που απορρέει από την εικόνα και την έλκει προς τις ακμές κάποιου αντικειμένου. Το πρώτο το συμβολίζουμε \vec{F}_{int} και το δεύτερο \vec{F}_{ext} . Έτσι έχω ότι $\vec{F} = \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext}$.

Το διάνυσμα \vec{F}_{int} αποτελείται από δύο άλλα διανύσματα δυνάμεων. Το ένα συμβολίζεται ως $\vec{F}_{elastic}$ και το άλλο ως \vec{F}_{rigid} και είναι $\vec{F}_{int} = \vec{F}_{elastic} + \vec{F}_{rigid}$.

Το $\vec{F}_{elastic}$ καθορίζεται από την ελαστικότητα της καμπύλης. Είναι δηλαδή μεγαλύτερη όσο περισσότερο απέχουν διαδοχικά σημεία της καμπύλης και τείνει συνεχώς να μειώσει το μήκος της καμπύλης. Επίσης θεωρώντας ένα βάρος a ρυθμίζεται πόσο έντονη θα είναι η επίδραση της στην εξέλιξη της καμπύλης: $\vec{F}_{elastic} = a\vec{C}_{pp}$

Η \vec{F}_{rigid} καθορίζεται από την ακαμψία της καμπύλης. Είναι μεγαλύτερη όσο περισσότερες «ρυτίδες» έχει η καμπύλη και τείνει συνεχώς να ομαλοποιήσει την καμπύλη και να εξαλείψει τις ανωμαλίες πάνω σε αυτή. Θεωρώντας ένα βάρος β είναι: $\vec{F}_{rigid} = \beta \vec{C}_{pppp}$.

Η \vec{F}_{ext} (εξωτερική δύναμη) γράφεται στη μορφή $\vec{F}_{ext} = -gradU_{ext} = -\nabla U_{ext}$ και είναι αυτή που καθορίζει την κίνηση της καμπύλης προς τις ακμές της εικόνας. Πάμε τώρα να δούμε τη συμβαίνει με το U_{ext} μέσω του οποίου θα κατανοήσουμε καλύτερα την \vec{F}_{ext} . Θεωρώ μια δισδιάστατη εικόνα $I(x,y)$. Το δυναμικό αυτό λοιπόν μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$U_{ext} = -|\nabla I(x,y)|^2$$

$$U_{ext} = -|\nabla [G_\sigma(x,y) * I(x,y)]|^2$$

$$U_{ext} = -\frac{1}{1+|\nabla [G_\sigma(x,y) * I(x,y)]|^q} \text{ όπου } q=1 \text{ ή } q=2$$

$$U_{ext} = 1 - \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma}} e^{-\frac{|\nabla [G_\sigma(x,y) * I(x,y)]|^2}{2\sigma^2}}$$

Οι παραπάνω συναρτήσεις έχουν την ιδιότητα να αναγκάζουν την καμπύλη να κινηθεί προς τις ακμές που είναι τα σημεία του ελαχίστου δυναμικού δηλαδή έχουν την ιδιότητα να ελαχιστοποιούνται στα σημεία που υπάρχουν ακμές.

Στους παραπάνω τύπους παρατηρούμε ότι εμφανίζεται η συνέλιξη $G_\sigma(x,y) * I(x,y)$. Αυτή βοηθά στη μείωση του θορύβου αλλά ταυτόχρονα και στη μείωση της ακρίβειας των ακμών. Τέλος άλλη μια συνάρτηση που υπάρχει για την U_{ext} θεωρώντας μια φθίνουσα θετική συνάρτηση $f(r)$ έχει τη μορφή $U_{ext} = \gamma f(\nabla I(\vec{C}))$.

Συνοψίζοντας τα όσα έχουμε πει η εξίσωση της καμπύλης γράφεται στη μορφή $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = a\vec{C}_{pp} + \beta\vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext}$.

Ο σκοπός είναι να βρεθεί η καμπύλη C η οποία θα οδηγή στην κατάλληλη ισορροπία των δυνάμεων που επιδρούν στη καμπύλη. Η ισορροπία αυτή επιτυγχάνεται όταν η καμπύλη «φθάσει» στις ακμές της εικόνας. Τότε θα ισχύει :

$$\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = 0 \text{ και } \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext} = 0 \text{ και } a\vec{C}_{pp} + \beta\vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext} = 0.$$

Η εξίσωση $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = a\vec{C}_{pp} + \beta\vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext}$ μπορεί να λυθεί αριθμητικά

διακριτοποιώντας την, και εκτελώντας μια επαναληπτική μέθοδο. Όταν η λύση σε αυτή την εξίσωση σταθεροποιηθεί, τότε θα ικανοποιείται και η εξίσωση Euler .

5.4.1.2 Ενεργειακή προσέγγιση

Μπορούμε για την κίνηση της καμπύλης να δουλέψουμε με τη βοήθεια της ενέργειας αντί για δυνάμεις. Θα έχω λοιπόν :

$$E(\vec{C}) = \int_c (E_{int} + E_{ext}) dp \Leftrightarrow E(\vec{C}) = \int_c (a|\vec{C}_{pp}|^2 + \beta|\vec{C}_{pppp}|^2 + \gamma|g(\nabla I(x, y))|^2) dp$$

Σκοπός είναι να βρεθεί κατάλληλη καμπύλη C η οποία θα ελαχιστοποιεί την παραπάνω συνάρτηση .

5.4.1.3 Balloons 1989

Από αυτό το σημείο ξεκινάνε οι διάφορες βελτιώσεις που μπορούν να προστεθούν στο αρχικό μοντέλο που αναφέρθηκε. Οι βελτιώσεις αυτές έγκεινται στην κατάλληλη επιλογή της μορφής των εξωτερικών δυνάμεων που θα αναγκάσουν την αρχική καμπύλη να πλησιάσει τις ακμές της εικόνας.

Ένα βασικό πρόβλημα που παρουσιάζει η κλασική μέθοδος των snakes είναι η αρχικοποίηση της καμπύλης, δηλαδή ποια θα είναι η αρχική καμπύλη η οποία θα εξελιχθεί. Υπάρχει το ενδεχόμενο αν επιλεγεί μια αρχική καμπύλη μακριά από τις ακμές της εικόνας, τότε να μην την έλκει αρκετά ώστε να κινηθεί προς αυτές. Επίσης, μια κακή αρχική καμπύλη μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα η καμπύλη να συρρικνωθεί σε ένα σημείο, αν δεν ασκηθούν κατάλληλες δυνάμεις. Ακόμα, εξαιτίας της διακριτοποίησης για την αριθμητική λύση του προβλήματος, μπορεί να παρουσιαστούν μεμονωμένα σημεία ως ακμές και η καμπύλη να «ξεγελαστεί» και να μείνει σε αυτά αγνοώντας τις πραγματικές (ισχυρές) ακμές της εικόνας. Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα προτάθηκε [5] στην εξωτερική δύναμη να ασκηθεί επιπλέον μια δύναμη η οποία να ωθεί πάντα την καμπύλη προς τα έξω, σαν ένα μπαλόνι που σταδιακά φουσκώνει (από το γεγονός αυτό ονομάστηκαν τα snakes αυτά balloons).

Δηλαδή η εξωτερική δύναμη να έχει τη μορφή: $\vec{F}_{ext} = k_1 \vec{n}(p) - k \frac{\nabla U_{ext}}{\|\nabla U_{ext}\|}$.

Στον τύπο αυτό $\vec{n}(p)$ είναι το κάθετο διάνυσμα (με μοναδιαίο μέτρο) σε κάθε σημείο της καμπύλης.

5.4.1.4 Gradient Vector Flow 1998

Τα balloons λύνουν μεν τα προβλήματα που αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο, όμως δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν προβλήματα που προκύπτουν από τη γεωμετρία των ακμών της εικόνας, όπως είναι οι κοιλότητες.

Παραπάνω είπαμε ότι η \vec{F}_{ext} (εξωτερική δύναμη) γράφεται στη μορφή $\vec{F}_{ext} = -grad U_{ext} = -\nabla U_{ext}$. Τώρα Οι Xu και Prince θεώρησαν σαν εξωτερική δύναμη ένα γενικότερο πεδίο που έχει τη μορφή $\vec{F}_{ext} = \vec{v}(u(x, y), v(x, y))$. Αυτό το διάνυσμα ονομάστηκε Gradient Vector Flow. Με τη βοήθεια της ενέργειας θα είναι :

$$E = \iint \left[\mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |v - \nabla f|^2 \right] dx dy.$$

Όταν το $|\nabla f|$ είναι μικρό ο δεύτερος όρος του αθροίσματος είναι μικρός και η ενέργεια κυριαρχείται από το άθροισμα των μερικών παραγώγων του πεδίου, οπότε η ελαχιστοποίηση έχει σαν αποτέλεσμα ένα αργά μεταβαλλόμενο πεδίο. Αντίθετα όταν το $|\nabla f|$ είναι μεγάλο, κυριαρχεί ο δεύτερος όρος του αθροίσματος, και η ενέργεια ελαχιστοποιείται όταν $v = \nabla f$.

5.4.2 Geometric Active Contours

Μέχρι το σημείο αυτό μελετήσαμε τα active contours θεωρώντας παραμετρική μορφή των καμπυλών και είπαμε ότι η εξίσωση της καμπύλης γράφεται στη μορφή

$$\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \alpha \vec{C}_{pp} + \beta \vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext} .$$

Η μορφή αυτή δεν είναι μοναδική για την ίδια καμπύλη.

Το επιθυμητό είναι η εξέλιξη μιας καμπύλης να περιγράφεται από μια εξίσωση η οποία θα περιλαμβάνει μόνο τα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά. Τέτοιες καμπύλες είναι οι Geometric Active Contours .Το 1993 προτάθηκε ως διαφορική εξίσωση για την εξέλιξη των καμπυλών η εξής :

$$\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = (f \kappa) \vec{N} .$$

Η εξίσωση αυτή δίνει τα σημεία

της καμπύλης καθώς πλησιάζει προς τις ακμές και εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και όχι από κάποια παραμετροποίηση. Ενώ στην παραμετρική περιγραφή απαιτείται να ασκούνται στην καμπύλη δυνάμεις για να διατηρηθεί η συνοχή της στη γεωμετρική περιγραφή το ρόλο αυτό ελέγχει η καμπυλότητα. Εάν προσθέσουμε έναν σταθερό όρο ταχύτητας (που το βλέπουμε στα Baloon snakes) δίνουμε μια σταθερή συνεχή ώθηση στην κίνηση της καμπύλης και μπορούμε έτσι να πάρουμε μια βελτιωμένη εκδοχή της παραπάνω εξίσωσης η οποία έχει τη μορφή :

$$\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = f(\kappa + V_0) \vec{N} .$$

Αυτές οι εξισώσεις λειτουργούν αρκετά καλά σε εικόνες που

έχουν δυνατό contrast.

Σε περιπτώσεις όμως που οι ακμές δεν είναι τόσο ευδιάκριτες ή υπάρχουν μικρά κενά , παρουσιάζεται το φαινόμενο της διαρροής κατά το οποίο η καμπύλη διαρρέει προς το εξωτερικό του συνόρου. Η λύση έρχεται σε αυτή τη περίπτωση με τα geodesic active contours .

5.4.2.1 Geodesic Active Contours

Θεωρώ καμπύλη την $C(p)=\{x(p),y(p)\}$ όπου το p ανήκει στο διάστημα $[0,1]$.Το

μήκος της είναι το $L = \int_0^1 \|\vec{C}_p\| dp$.Εάν θεωρήσω κ την καμπυλότητα της καμπύλης

και \vec{N} το μοναδιαίο κάθετο προς τα μέσα διάνυσμα σε αυτή σε κάθε σημείο της

τότε η εξίσωση $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \kappa \vec{N}$ είναι εκείνη που εάν το μήκος της καμπύλης την ακολουθεί

τότε ελαχιστοποιείται όσο το δυνατόν ταχύτερα. Η εξίσωση $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \kappa \vec{N}$ είναι

γεωμετρική και δεν εξαρτάται από την παραμετροποίηση της καμπύλης αλλά μόνο

από την καμπυλότητα και το κάθετο διάνυσμα. Ο Grayson απέδειξε ότι μια καμπύλη

που ακολουθεί αυτή την εξίσωση κίνησης(κινείται δηλαδή υπό την επίδραση της

καμπυλότητας)θα συρρικνωθεί σε ένα σημείο χωρίς να δημιουργήσει κάποια

ασυνέχεια. Για να χρησιμοποιήσουμε τη γεωμετρική περιγραφή των καμπυλών για

την ανίχνευση ακμών, θα πρέπει να «οδηγήσουμε» μια αρχική καμπύλη στην

καμπύλη που περιγράφει τις ακμές της εικόνας, δηλαδή να ελαχιστοποιήσουμε την

«απόσταση» ανάμεσα στις δύο αυτές καμπύλες.

Αντί να προσπαθήσουμε να ελαχιστοποιήσουμε το απλό μήκος της

καμπύλης $L = \int_0^1 \|\vec{C}_p\| dp$ μπορούμε να ελαχιστοποιήσουμε το γενικευμένο μήκος της

καμπύλης $L = \int_0^1 \|\vec{C}_p\| f dp$ που εξαρτάται από τη συνάρτηση βάρους f .

Μπαίνει δηλαδή ο περιορισμός της συνάρτησης f στο πώς θα ελαχιστοποιηθεί το μήκος της καμπύλης. Τώρα αντί του απλού στοιχειώδους μήκους της καμπύλης dl για το οποίο ισχύει ότι : $dl = dx^2 + dy^2 = \|\vec{C}_p\| dp = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} dp$ ορίζουμε το γενικευμένο στοιχειώδες μήκος dl_f για το οποίο ισχύει : $dl_f = \|\vec{C}_p\| f dp$ το οποίο συμπεριλαμβάνει στη συνάρτηση f τη γεωμετρική πληροφορία για τις ακμές της εικόνας.

Στις Geodesic Active Contours έχω την εξίσωση $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = [f(k + V_0)] - [\nabla f \vec{N}] \vec{N}$. Η ποσότητα ∇f έλκει την καμπύλη προς τις ακμές της εικόνας αν αυτή διαφύγει προσωρινά στο εξωτερικό του συνόρου. Αντί για την εξίσωση αυτή μπορεί να συναντήσουμε την εξίσωση $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \mu \nabla^2 \vec{v} - f |\nabla f|^2 (\vec{v} - \nabla f)$ που είναι γενικευμένη (κοντά στις ακμές της εικόνας ισχύει ότι $\vec{v} = \nabla f$)

5.4.2.2 Βασικό Πρόβλημα

Ένα βασικό πρόβλημα που εμφανίζουν τόσο η παραμετρική όσο και η γεωμετρική περιγραφή των active contours είναι το πρόβλημα της τοπολογίας. Αυτό σημαίνει ότι ξεκινώντας από κάποια αρχική καμπύλη C_0 , η τελική καμπύλη θα έχει μορφή παρόμοια με αυτή της C_0 . Για παράδειγμα δεν είναι δυνατό μία κλειστή καμπύλη να χωριστεί σε δύο κλειστές καμπύλες με φυσικό τρόπο διότι εμφανίζονται ασυνέχειες και «σπασίματα» στην εξέλιξή της. Έτσι σε μία εικόνα δεν είναι δυνατό να ανιχνευθούν ταυτόχρονα περισσότερα από ένα αντικείμενα. Το πρόβλημα αυτό έλυσαν το 1998 οι Osher και Sethian.

Η βασική ιδέα είναι η εξής. Μια οποιαδήποτε καμπύλη στο επίπεδο, μπορώ να την ορίσω σαν την τομή με ένα επίπεδο μιας τρισδιάστατης επιφάνειας. Δεδομένης μιας καμπύλης C_0 στο επίπεδο, μπορεί να κατασκευαστεί μια επιφάνεια $\Phi: z = \Phi(x, y)$ σε 3 διαστάσεις τέτοια ώστε η τομή της με το επίπεδο $z=0$ (δηλαδή η $\Phi=0$) να είναι η καμπύλη C_0 . Αντί τώρα να αφήσουμε τη καμπύλη C_0 να εξελιχθεί σύμφωνα με το νόμο $\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = \bar{F}(\bar{C})$ μπορούμε ισοδύναμα να εξελίξουμε την επιφάνεια

Φ σύμφωνα με κάποιο αντίστοιχα ισοδύναμο νόμο $\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} = \bar{G}(\bar{\Phi})$ όπου η συνάρτηση G είναι κατασκευασμένη με τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε φάση της εξέλιξης η τομή $\Phi=0$ να δίνει την αντίστοιχη καμπύλη C , όπως αυτή θα εξελισσόταν σύμφωνα με την πρώτη εξίσωση.

Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να παρακολουθούμε μόνο την εξέλιξη της τρισδιάστατης επιφάνειας και ανά πάσα στιγμή να βρίσκουμε την επιθυμητή δισδιάστατη καμπύλη παίρνοντας απλώς $\Phi=0$ από τη λύση. Δηλαδή εκφράζουμε την καμπύλη C σαν τη zero level set function της επιφάνειας Φ .

Χρησιμοποιώντας την τεχνική αυτή οι τοπολογικές αλλαγές στην δισδιάστατη καμπύλη χειρίζονται αυτόματα, διότι αν και οι αλλαγές αυτές μπορεί να είναι απότομες και ασυνεχείς σε δύο διαστάσεις, σε 3 διαστάσεις οι αλλαγές εμφανίζουν ομαλή συμπεριφορά.

5.4.2.3 Geodesic Active Contours

Η θεωρία των level sets εμφανίστηκε χρονικά λίγο αφού διατυπώθηκαν τα πρώτα snakes και πριν τις Geometric active contours. Ο συνδυασμός των level sets και των geodesic active contours δημιούργησε ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για την κατάτμηση των εικόνων. Η βασική αρχή βέβαια είναι η ίδια: ξεκινώντας από κάποια αρχική καμπύλη, την παραμορφώνουμε κατάλληλα ώστε να καταλήξει προς τις ακμές μιας εικόνας. Θα δούμε τώρα πώς συνδυάζονται αυτές οι δύο τεχνικές.

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις που δείξαμε παραπάνω στα geometric active contours μπορούμε να γράψουμε τις αντίστοιχες μορφές τους για τα level sets. Για

παράδειγμα η εξίσωση $\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = f(\kappa + V_0) \bar{N}$ αντιστοιχεί στην $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = f(\kappa + V_0) \|\nabla \Phi\|$ με

την καμπυλότητα να δίνεται από τον τύπο $\kappa = -\text{div}\left(\frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|}\right)$. Η εξίσωση

$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = [f(\kappa + V_0)] - [\nabla f \bar{N}] \bar{N}$ έχει στη level set έκδοση τη μορφή

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = f(\kappa + V_0) |\nabla \Phi| + \nabla f \nabla \Phi .$$

Κεφάλαιο 6

6.1 Εισαγωγή

Η κατάτμηση εικόνας όπως προαναφέραμε βρίσκει πολύ σημαντικές εφαρμογές και στη βιοιατρική . Η Βιοϊατρική Τεχνολογία είναι η εφαρμογή των αρχών των θετικών επιστημών και των παραγώγων τους στην ανάλυση και την επίλυση προβλημάτων στους τομείς της Ιατρικής και της Βιολογίας.

Η συμμετοχή της Βιοϊατρικής Τεχνολογίας είναι απαραίτητη σε πολλούς τομείς της Υγείας όπως είναι η πρόσληψη και η αντιμετώπιση των ασθενειών ή η αποκατάσταση ασθενών π.χ. με κινητικά προβλήματα . Η Βιοϊατρική τεχνολογία προέρχεται από τους τομείς των θετικών επιστημών, της Βιολογίας και της Ιατρικής. Η επιστήμη αυτή βασίζεται πάνω στην κλασική Μηχανολογία και την Ηλεκτρολογία. Με τον καιρό όμως και με την σύγχρονη εξέλιξη της τεχνολογίας και ειδικά της Ηλεκτρονικής αυτή έχει επεκταθεί και σε άλλους τομείς όπως είναι η τεχνολογία ιατρικών οργάνων, κλινική μηχανική, τεχνητά μέλη και όργανα κ.α.

Θα δώσουμε τώρα μερικά παραδείγματα για ένα μέρος από τις τόσες εφαρμογές της Βιοϊατρικής Τεχνολογίας προκειμένου να κατανοήσουμε τη σημαντικότητά της. Τέτοια παραδείγματα είναι :

- η δημιουργία συστημάτων υποστήριξης ζωής (life support systems),
- ο σχεδιασμός και η δημιουργία τεχνητών οργάνων όπως τεχνητή καρδιά, τεχνητός νεφρός, τεχνητοί τένοντες, τεχνητά μέλη
- η δημιουργία συσκευών και συστημάτων π.χ. για άτομα με ειδικές ανάγκες με σκοπό την εκπαίδευση τους με ηλεκτρονικούς υπολογιστές και την επανένταξη και απασχόληση τους μέσα στο κοινωνικό σύνολο,
- η βελτίωση του καθημερινού τρόπου ζωής π.χ. φακοί επαφής
- βιοιατρική πληροφορική
- εφαρμοσμένη βιολογία (bionics)

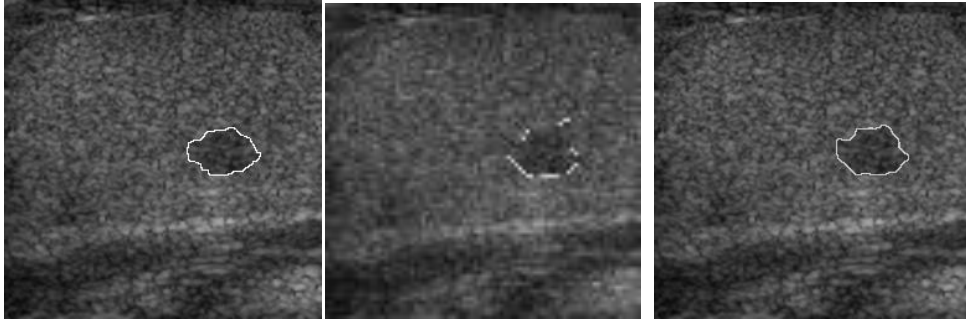
Στις μέρες μας συναντάμε μεγάλη εξέλιξη στο Βιοιατρικό Τομέα. Η εξέλιξη αυτή σε συνδυασμό με την ραγδαία και εξειδικευμένη ανάπτυξη της Βιοϊατρικής Τεχνολογίας καθώς και με τις αυξανόμενες απαιτήσεις της ιατρικής κάνουν όλο και πιο επιτακτική την ανάγκη για χρήση μεθόδων που θα μας δίνουν τα βέλτιστα επιθυμητά αποτελέσματα στις διαδικασίες που επιτελούνται στο πλαίσιο του βιοιατρικού τομέα. Μια από αυτές τις μεθόδους-και εδώ είναι που φαίνεται επίσης η σημαντικότητά των αλγορίθμων κατάτμησης εικόνας-είναι και η αυτόματη κατάτμηση ιατρικής εικόνας που συχνά γίνεται με σκοπό την διάγνωση.

6.2 Που βρίσκει εφαρμογή η κατάτμηση εικόνας και δίνει λύση στα προβλήματα υγείας.

6.2.1 Διάγνωση Θυρεοειδικών Όζων και αυτόματος εντοπισμός τους

Οι όζοι του θυρεοειδούς είναι ένα πολύ συνηθισμένο εύρημα στο μισό σχεδόν του παγκόσμιου πληθυσμού. Όσο αυξάνεται η ηλικία του ατόμου η πιθανότητα να αναπτύξει κανείς όζους στο θυρεοειδή μεγαλώνει. Αν και οι περισσότεροι είναι ακίνδunami και δεν προκαλούν συμπτώματα, ένα ποσοστό 5% μπορεί να είναι κακοήθεις και θέλουν προσοχή.

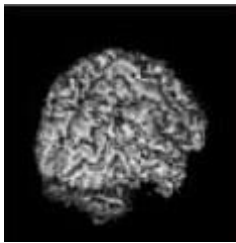
Σε τέτοιες περιπτώσεις λοιπόν προτείνεται ως λύση το μοντέλο των **Ενεργών Περιγραμμάτων (Active Contours)** για τον αυτόματο εντοπισμό θυρεοειδικών όζων σε υπερηχογραφικές εικόνες. Το προτεινόμενο αυτό μοντέλο μπορεί να εφαρμοσθεί χωρίς προεπεξεργασία στην εικόνα γιατί είναι ανεξάρτητο από ακμές. Ακόμα είναι ικανό να ανιχνεύσει δύο οι περισσότερους όζους χάρη στη δυνατότητά του να υλοποιεί τοπολογικές αλλαγές όπως πχ η διάσπαση του περιγράμματος. Τέλος παρέχει βελτιωμένη ακρίβεια συγκρινόμενο με το μοντέλο Ενεργού Περιγράμματος χωρίς Ακμές. Ειδικότερα η βελτίωση στην ακρίβεια του περιγράμματος είναι σημαντική εξαιτίας του γεγονότος ότι το μέγεθος και το σχήμα των όζων είναι παράγοντες που αξιολογούνται από τον ιατρό κατά τον χαρακτηρισμό των όζων.



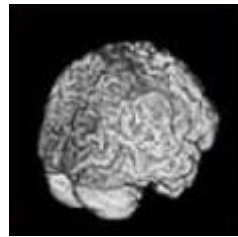
Εικόνα 1

6.2.2 Κατάτμηση και υπέρθεση τρισδιάστατων εικόνων μαγνητικής τομογραφίας

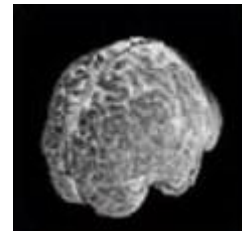
Σε αυτή τη περίπτωση έχουμε κατάτμηση τρισδιάστατων εικόνων σε τρεις τύπους ιστών (λευκή ουσία, φαιά ουσία ,εγκεφαλονωτιαίο υγρό) που έχει σε πολλές εφαρμογές νευροαπεικόνισης μεγάλη σημασία. Η ανατομία του ανθρώπινου εγκεφάλου είναι πολύπλοκη αλλά υπάρχουν μοντέρνες τεχνικές επεξεργασίας και ανάλυσης εικόνων μαγνητικής τομογραφίας εγκεφάλων.



λευκή ουσία



φαιά ουσία



εγκεφαλονωτιαίο υγρό

Εικόνα 2

Βιβλιογραφία:

- ❖ Sethian, J.A., Level Set methods, Cambridge University Press 1996
- ❖ Sethian, J.A., Curvature and the evolution of fronts, *Coom. In Math. Phys.*, 101, pp. 487-499, 1985
- ❖ M.Kass, A.Witkin, D.Terzopoulos, Snakes: Active Contour Models, *International Journal of Computer Vision*, 321-331, 1988
- ❖ V.Caselles, R.Kimmel, G.Sapiro, Geodesic Active Contours, *International Journal of Computer Vision* 22(1), 61-79, 1997
- ❖ Cohen, L.D., On active contour models and balloons, *In computer vision, graphics and image processing: Image understanding*, 53(2):211-218, 1991
- ❖ L.D. Cohen, I. Cohen, Finite elements methods for active contour models and balloons for 2D and 3D images, *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, PAMI-15, 1993
- ❖ B.Leroy, I.Herlin, and L.D.Cohen, Multi resolution algorithms for active contour models, in 12th Int. Conf. Analysis and optimization of systems, 1996, pp. 65-80
- ❖ C.Xu, J.L.Prince, Snakes, Shapes and Gradient Vector Flow, *IEEE transactions on image processing*, Vol. 7, No. 3, 1998
- ❖ R.Courant, D.Hilbert, *Methods of Mathematical Physics*, vol. 1, New York: Interscience, 1953
- ❖ C.Xu, J.L.Prince, Generalized gradient vector flow external forces for active contours, *Signal Processing* 71, (1998) 131-139
- ❖ V.Caselles, F.Catte, F.Dibos, A geometric model for active contours, *Numerische Mathematik*, 66:1-31, 1993
- ❖ R.Malladi, J.A.Sethian, B.C.Vemuri, Shape modeling with front propagation: A level set approach. *IEEE T. Patt. Anal. Mach. Intell.* 17(2):158-175, 1995
- ❖ A.Yezzi, S.Kichenassamy, A.Kumar, P.Olver, A.Tannenbaum A geometric snake model for segmentation of medical imagery. *IEEE T.Med. Imag.*, 16:199-209, 1997
- ❖ N.Paragios, O.Mellina-Gottardo, V.Ramesh, Gradient vector flow fast geodesic active contours, 2001
- ❖ S. Osher, J.A.Sethian, Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations, *Journal of Computational Physics*, 79, pp.12-49, 1998
- ❖ J.A.Sethian, Hypersurfaces moving with curvature dependent speed: hamilton-jacobi equations, conservation laws and numerical algorithms, *Jouranal of differential geometry*, 31, pp. 131-161, 1989

