



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING

LAB OF THERMAL TURBOMACHINES
PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

***Enhanced Variant of the Particle Swarm
Method in Optimization***

Diploma Thesis

Dimitris C. Sofroniou

Advisor: **K.C. Giannakoglou**, Professor NTUA

Athens, March 2011

Ευχαριστίες...

Οφείλω κατ' αρχήν να εκφράσω την ειλικρινή μου ευγνωμοσύνη προς τον Καθηγητή κ. Κ.Χ. Γιαννάκογλου για την υποστήριξη και την υπομονή, ιδιαίτερα κατά την εκπόνηση του παρόντος, και την εμπιστοσύνη και προσωπική μέριμνα προς το πρόσωπό μου τα τελευταία τρία χρόνια. Η συνολική εμπειρία των σπουδών μου θα ήταν τελείως διαφορετική αν απουσίαζε ο ίδιος και η δουλειά του. Εκ της ομάδας του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών, νιώθω υπόχρεος προς τη διδάκτορα Βαρβάρα Ασούτη και την υποψήφια διδάκτορα Ευγενία Κοντολέοντος για το χρόνο που μου διέθεσαν, παρέχοντάς μου συνεχή τεχνική υποστήριξη και καθοδήγηση. Τις ευχαριστώ για την καλοσύνη και την προθυμία να βοηθήσουν, πέρα από κάθε τυπική υποχρέωση, όπως και όλους τους άλλους φίλους από την ερευνητική ομάδα.

Καθότι η ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας συμπίπτει με την ολοκλήρωση των σπουδών μου στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου, θα ήθελα να ευχαριστήσω και όσους, φίλους και συναδέλφους, με τον ένα ή τον άλλο τρόπο, βοήθησαν στην περάτωση των υποχρεώσεών μου ως σπουδαστή.

Τέλος, ευχαριστώ τους δικούς μου ανθρώπους για την αγάπη και τη στήριξή τους. Ιδιαίτερα δε, τους γονείς μου, Χριστόφορο και Παναγιώτα για τις όποιες προσωπικές θυσίες μου εξασφάλισαν το προνόμιο να πραγματοποιήσω αυτές τις σπουδές.

Διπλωματική εργασία Δημήτρη Χ. Σωφρονίου
υπό την επίβλεψη του Καθηγητού Ε.Μ.Π. Κ. Χ. Γιαννάκογλου

Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής &
Βελτιστοποίησης

Αναβαθμισμένη Παραλλαγή της Τεχνικής Σμήνους ***Σωματιδίων στη Βελτιστοποίηση***

Στόχο της παρούσης εργασίας αποτέλεσε η ανάπτυξη ενός εναλλακτικού αλγορίθμου Στοχαστικής Βελτιστοποίησης βασιζομένου στην εδραιωμένη μέθοδο Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization – PSO). Η προϋπάρχουσα κεντρική ιδέα πλαισιώνεται από δοκιμασμένες στο χώρο της βελτιστοποίησης λύσεις και από ορισμένες προσθήκες του γράφοντος, με στόχο το τελικό αποτέλεσμα να αποτελέσει μία λειτουργική και ανταγωνιστική εναλλακτική λύση, ειδικά όσον αφορά προβλήματα βελτιστοποίησης ως προς περισσότερα του ενός κριτηρίων. Παρουσιάζεται διεξοδικά η πρόοδος του αλγορίθμου με κάθε προσθήκη, ενώ εκτίθενται παράλληλα και διάφορα αντιπροσωπευτικά της αιχμής του δόρατος της Στοχαστικής Βελτιστοποίησης παραδείγματα, για λόγους σύγκρισης αλλά και πληρότητας. Ιδιαίτερη μνεία γίνεται στους δημοφιλείς Εξελικτικούς Αλγορίθμους (ΕΑ), το αντίπαλο δέος, ουσιαστικά, της τεχνικής Σμήνους Σωματιδίων, επί των οποίων το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) έχει να επιδείξει σπουδαία δραστηριότητα και τεχνογνωσία και ο γράφων μία σχετική εμπειρία. Επιχειρείται μία απευθείας αντιπαραβολή, τόσο φιλοσοφίας όσο και πρακτικής, των δύο ιδεών, ενώ είναι σαφής καθ' όλη την έκταση αυτού του εκπονήματος η πρόθεση αντιστοίχισης, τμηματικά, της μίας με την άλλη, ώστε να τονιστεί ο ενιαίος χαρακτήρας του χώρου της Στοχαστικής Βελτιστοποίησης και να ταυτοποιηθούν τα πάγια χαρακτηριστικά των μεθόδων αυτών.

Ο ολοκληρωμένος αλγόριθμος δοκιμάζεται, κατόπιν, σε επιλεγμένες εφαρμογές, ακαδημαϊκού και βιομηχανικού ενδιαφέροντος, όλες δύο στόχων: Οι περιπτώσεις των μαθηματικών συναρτήσεων ZDT-1 και ZDT-3 είναι αντιπροσωπευτικά δείγματα προβλημάτων που έχουν αναπτυχθεί από ακαδημαϊκό φορέα ειδικά ως μέσο δοκιμής και σύγκρισης τέτοιων μεθόδων και αποτελούν στην ουσία μοντελοποίηση των δυσχερειών που αναμένεται να συναντήσει ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης σε βιομηχανικές εφαρμογές. Τέλος, δοκιμάζεται και έναντι της, υπό περιορισμούς, αεροδυναμικής βελτιστοποίησης πτερυγίου αεροσυμπιεστή. Τα αποτελέσματα που εκτίθενται προσφέρονται για σύγκριση της παρούσας πρότασης με έναν ενδεικτικό EA, επιβεβαιώνουν τα όσα είναι γνωστά για τις διαφορές στη συμπεριφορά των δύο τεχνικών, ενώ πιστοποιούν την ανταγωνιστικότητα του παρουσιαζόμενου λογισμικού.

Πίνακας περιεχομένων

| | |
|--|----|
| 1. Πρόλογος | 1 |
| 2. Στοχαστική Βελτιστοποίηση - Πολυ-κριτηριακή Βελτιστοποίηση..... | 3 |
| 2.1. Στοχαστικές Μέθοδοι..... | 3 |
| 2.2. Εξελκτικοί Αλγόριθμοι..... | 4 |
| 2.3. Πολύ-Κριτηριακή Βελτιστοποίηση - Κατά Pareto Κυριαρχία..... | 5 |
| 3. Περί της Μεθόδου Σμήνους Σωματιδίων | 7 |
| 3.1. Νοημοσύνη Σμήνους και Τεχνική Σμήνους Σωματιδίων..... | 7 |
| 3.2. Ρύθμιση των Κυρίων Παραμέτρων της ΒΣΣ | 9 |
| 3.3. Αντιπαραβολή ΒΣΣ και ΕΑ..... | 10 |
| 4. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος..... | 12 |
| 4.1. Επανατοποθέτηση Σμήνους | 12 |
| 4.2. Αρχικοποίηση..... | 12 |
| 4.3. Χειρισμός Επίλεκτων Λύσεων | 13 |
| 4.4. Ενημέρωση Personal Best & Απόδοση Global Best | 13 |
| 4.5. Άλλες Λειτουργίες..... | 14 |
| 4.6. Είσοδος - Προεπιλεγμένες Ρυθμίσεις..... | 16 |
| 5. Πειράματα και Πιστοποίηση | 16 |
| 5.1. Παρουσίαση δοκιμαστικών προβλημάτων..... | 16 |
| 5.2. Αποτελέσματα | 18 |
| 6. Συμπεράσματα - Προτάσεις για μελλοντική εργασία | 20 |

1. Πρόλογος

(Το κυρίως σώμα της διπλωματικής αυτής εργασίας είναι γραμμένο στην Αγγλική γλώσσα. Το κείμενο που ακολουθεί αποτελεί μια ιδιαίτερος εκτενή περίληψη αυτής, όπου γίνεται μάλιστα επίκληση σχημάτων και μαθηματικών τύπων απ' το ξενόγλωσσο τμήμα, με αποτέλεσμα να δίνει μια αρκετά πλήρη εικόνα του περιεχομένου της διπλωματικής εργασίας. Η δομή του ελληνικού κειμένου ακολουθεί αυστηρά τη δομή σε κεφάλαια του λεπτομερούς ξενόγλωσσου κειμένου.)

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην δημιουργία και δοκιμή μίας αναβαθμισμένης παραλλαγής της τεχνικής βελτιστοποίησης που βασίζεται στη μέθοδο Σμήνους Σωματιδίων (ΒΣΣ), (Particle Swarm Optimization - PSO) [1]. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος (ΠΑ) δανείζεται την προϋπάρχουσα βασική ιδέα της ΒΣΣ, επί της οποίας γίνονται στη συνέχεια προσθήκες και βελτιώσεις, με σκοπό το τελικό αποτέλεσμα να αποτελεί ένα, κατά το δυνατόν στο πλαίσιο διπλωματικής εργασίας, ανταγωνιστικό και πλήρες εργαλείο βελτιστοποίησης, για χρήση σε κάθε είδους εφαρμογές.

Το θεωρητικό υπόβαθρο του παρόντος εκτείνεται πέρα από τα στενά όρια της τεχνικής ΒΣΣ: παρουσιάζεται εκτενώς ο ευρύτερος χώρος της Στοχαστικής Βελτιστοποίησης (ΣΒ), υποπεριοχή του οποίου αποτελεί, άλλωστε, η συγκεκριμένη τεχνική και οι διάφορες παραλλαγές της. Ιδιαίτερος εμμένουμε στους λεγόμενους Εξελικτικούς Αλγόριθμους (Evolutionary Algorithms - EA) [45, 46], καθότι αποτελούν την πιο ευρέως εφαρμοσμένη και δημοφιλή μέθοδο ΣΒ ως σήμερα και είναι ενδεικτικοί της φιλοσοφίας και της πρακτικής που διέπουν τη ΣΒ. Η έντονη δραστηριότητα του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) στη χρήση και κυρίως στην ανάπτυξη λογισμικού βασισμένου στους EA απετέλεσε το έναυσμα για την εκπόνηση της εργασίας αυτής, ώστε να καταστεί δυνατή η αντιπαραβολή των δύο μεθόδων. Το πλήθος σχετικών δημοσιεύσεων προδίδει το ενδιαφέρον από ακαδημαϊκούς και βιομηχανικούς κύκλους να επενδύσουν στη ΒΣΣ, όπως ήδη κάνουν με τους EA. Παρουσιάζει, συνεπώς, έντονο ενδιαφέρον και η παράλληλη εξέταση των δύο τεχνικών, για να διαπιστωθούν τυχόν ομοιότητες ή διαφορές στη δομή και τη συμπεριφορά και να εντοπισθούν τα ειδοποιά στοιχεία της καθεμιάς, τα οποία, μάλιστα, όπως θα δειχθεί, παρουσιάζουν ευθεία αντιστοιχία μεταξύ τους. Απώτερος στόχος αυτής της θεωρητικής διερεύνησης είναι, μελετώντας αυτούς τους δύο χαρακτηριστικούς εκπροσώπους τους, να καταδείξουμε τον ενιαίο χαρακτήρα όλων των Στοχαστικών Μεθόδων. Επιπλέον, προκύπτουν συμπεράσματα για το πώς η μία ή η άλλη μπορούν να αναβαθμιστούν, ανταλλάσσοντας χαρακτηριστικά.

Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε προσανατολίζεται στη επίλυση προβλημάτων Πολυ-Κριτηριακής Βελτιστοποίησης (ΠΚΒ), δηλαδή προβλημάτων όπου επιδιώκεται η

βελτιστότητα του αποτελέσματος ως προς άνω του ενός κριτηρίων. Η ΠΚΒ είναι ένα ξεχωριστό κεφάλαιο της βελτιστοποίησης, με τις δικές του ιδιαιτερότητες και πρακτικές, γι αυτό και της γίνεται ιδιαίτερη μνεία σε σχετική παράγραφο της εργασίας. Η επέκταση ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης ώστε να ανταποκριθεί σε εφαρμογές ΠΚΒ δεν είναι απλή υπόθεση, αντίθετα είναι εξίσου απαιτητική με την ανάπτυξη του ίδιου του αλγορίθμου. Ενδεικτικό είναι, ότι το πώς θα αντιμετωπιστούν τα ζητήματα χειρισμού των υποψηφίων λύσεων σε περιπτώσεις ΠΚΒ απασχόλησε ίσως περισσότερο απ' ό,τι όλα τα υπόλοιπα μέρη του ΠΑ.

Η τεχνική ΒΣΣ ανήκει στην οικογένεια μαθηματικών μοντέλων που είναι γνωστή ως Νοημοσύνη Σμήνους (ΝΣ) [28, 29], που απαρτίζεται από πρακτικές που μιμούνται τη συλλογική συμπεριφορά ενός συνόλου εμβίων όντων, πουλιών, ψαριών, εντόμων κλπ. Γίνεται μια εκτενής επισκόπησή της ΝΣ και κατόπιν επικεντρωνόμαστε σε αυτή καθεαυτή τη ΒΣΣ: παρουσιάζεται το μαθηματικό της υπόβαθρο, όπως αυτό διαμορφώθηκε ύστερα από αρκετές προσθήκες και αλλαγές την τελευταία δεκαετία, με έμφαση στις ρυθμιστικές παραμέτρους που το διέπουν. Ακολουθώντας, εξετάζεται η επιρροή αυτών των παραμέτρων στη συμπεριφορά της ΒΣΣ κατά την αναζήτηση των βέλτιστων λύσεων. Χωρίς να διεξάγεται κάποια παραμετρική μελέτη ή πείραμα, με πλήθος αναφορών στη σχετική βιβλιογραφία [11, 12] και επίκληση της υπάρχουσας τεχνογνωσίας, τεκμηριώνονται οι επιλογές που έγιναν στο προτεινόμενο λογισμικό, όσον αφορά την τιμή και διακύμανση των ρυθμιστικών αυτών παραμέτρων.

Στο 4^ο κεφάλαιο, για πρώτη φορά γίνεται αναφορά στα νέα στοιχεία που είναι παρόντα στον ΠΑ. Ανά ενότητα παρουσιάζονται μία-μία οι κομβικότερες λειτουργίες του, με σύντομη παράθεση των επικρατέστερων στο χώρο αντίστοιχων πρακτικών, ανά περίπτωση. Σε κάποιες περιπτώσεις, εκτίθενται διάφορες εναλλακτικές που δοκιμάστηκαν και εξυπηρετούν τον ίδιο σκοπό και εξηγείται πως επιδρούν στο τελικό αποτέλεσμα. Πρέπει να τονιστεί ότι ο ΠΑ δημιουργήθηκε και προγραμματίστηκε εκ του μηδενός, με εξαίρεση φυσικά τον προϋπάρχοντα πυρήνα της ΒΣΣ. Ασφαλώς, σε κάποια σημεία, η ακολουθούμενη οδός μοιάζει με προϋπάρχουσες συνήθειες πρακτικές που κατονομάζονται, διαφέροντας στα σημεία μόνο από αυτές. Γενικά, όμως, ο ΠΑ αποκλίνει αρκετά από την πεπατημένη.

Τέλος, ο ΠΑ δοκιμάστηκε σε τρία προβλήματα, το καθένα με τις ιδιαιτερότητές του. Τα δυο πρώτα αποτελούν μαθηματικά προβλήματα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων στόχων και έχουν αναπτυχθεί ακριβώς γι αυτό το σκοπό, να αξιολογούν αλγορίθμους βελτιστοποίησης. Το πρώτο είναι σχετικά απλό και χρησίμευσε κυρίως για να πιστοποιήσει την καλή λειτουργία του ΠΑ. Το δεύτερο είναι απαιτητικότερο και πολύ διαδεδομένο στην ειδική βιβλιογραφία. Ο ΠΑ δοκιμάστηκε ακόμα σε ένα πρακτικότερης υφής πρόβλημα: χρησιμοποιήθηκε για την αναζήτηση του βέλτιστου περιγράμματος

αεροτομής του περυγίου στάτορα ενός αξονικού συμπιεστή, υπό αυστηρούς περιορισμούς και με κριτήρια την καλή αεροδυναμική απόδοση του μεμονωμένου περυγίου αλλά και την καλύτερη δυνατή λειτουργία του ως συνιστώσας του συμπιεστή.

Τα πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα των δοκιμών επιβεβαιώνουν την ανταγωνιστικότητα του ΠΑ και την καταλληλότητά του ως βάσης για πειραματισμούς και προσθήκες, με σκοπό τη βελτίωση των επιδόσεων και της πληρότητάς του. Τέτοιες προτάσεις για μελλοντικές επεμβάσεις γίνονται στην καταληκτική παράγραφο του κειμένου της διπλωματικής εργασίας.

2. Στοχαστική Βελτιστοποίηση - Πολυ-κριτηριακή Βελτιστοποίηση

2.1. Στοχαστικές Μέθοδοι

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης διακρίνονται σε Στοχαστικές (ΣΜ) και Αιτιοκρατικές [40, 45]. Η ΒΣΣ, αλλά και η οικογένεια των Εξελικτικών Μεθόδων, τις οποίες θα εξετάσουμε παρακάτω, συγκαταλέγονται στις πρώτες. Ο χαρακτηρισμός «στοχαστικές» τους αποδίδεται λόγω της τυχαιότητας που διέπει πολλές από τις λειτουργίες που συνθέτουν μια τέτοια μέθοδο: η φιλοσοφία τους βασίζεται κατά ένα βαθμό στην «περιπλάνηση» εντός του N -διάστατου χώρου (όπου N το πλήθος των μεταβλητών του προβλήματος) σε αναζήτηση των σημείων όπου το πρόβλημα βρίσκει ικανοποιητική, ει δυνατόν βέλτιστη, λύση. Πρακτικά, συμπληρώνουν αυτή την τυχαία αναζήτηση με ειδικούς μηχανισμούς που εκμεταλλεύονται την μέχρι στιγμής συγκεντρωμένη εμπειρία για τα χαρακτηριστικά του χώρου αναζήτησης, προκειμένου να επισπεύσουν την εύρεση των βελτίστων, κατευθύνοντας κατάλληλα την όλη διαδικασία και περιορίζοντας την τυχαιότητα. Αυτοί οι μηχανισμοί είναι συνήθως εμπνευσμένοι από τη φύση (εξέλιξη των ειδών - ΕΑ, συντονισμός αγέλης/σμήνους - ΒΣΣ). Μία τυπική -πληθυσμιακή- ΣΜ διαχειρίζεται ταυτόχρονα ένα πληθυσμό από υποψήφιες λύσεις που θα βρεθούν διαδοχικά σε διάφορες θέσεις στο χώρο, επιλεγμένες εντελώς τυχαία στην αρχή και υποδεικνυόμενες αργότερα.

Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι, από την άλλη, προσεγγίζουν τις βέλτιστες λύσεις με απολύτως δομημένο και στοχευμένο τρόπο, ακολουθώντας την κλίση της συνάρτησης που εκφράζει το στόχο-κριτήριο της βελτιστοποίησης. Όσο αυτή η κλίση, στην ουσία η παράγωγος της συνάρτησης-στόχου, τείνει στο μηδέν, τόσο πιο κοντά βρισκόμαστε σε ακρότατο της συνάρτησης. Αν αυτό το ακρότατο είναι ολικό, συμπίπτει με τη βέλτιστη

λύση. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι μπορούν πολύ γρήγορα να οδηγηθούν σε βέλτιστη λύση, εφόσον όμως δεν «παγιδευτούν» σε τοπικό ακρότατο. Επίσης, η εφαρμογή τους είναι αδύνατη αν δε μπορούμε να υπολογίσουμε την παράγωγο της συνάρτησης στόχου παντού ή σχεδόν παντού στο πεδίο των λύσεων που θα εξεταστεί.

Μια ΣΜ δεν έχει καμία τέτοια εξάρτηση από τη δυνατότητα εύρεσης της παραγώγου, που μπορεί να είναι και εξαιρετικά δαπανηρή, ούτε κινδυνεύει τόσο από οριστική παγίδευση σε τοπικό ακρότατο. Στην πραγματικότητα, δε χρειάζεται να γνωρίζουμε το παραμικρό για το πρόβλημα, πέραν από τις μεταβλητές του, προκειμένου να την εφαρμόσουμε. Είναι λοιπόν εύκολα προσαρμόσιμη σε κάθε πρόβλημα, έστω κι αν γενικά καθυστερεί περισσότερο να βρει ικανοποιητική λύση.

2.2. Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Η ιδέα των ΕΑ μετρά ήδη τέσσερις δεκαετίες ζωής και είναι εμπνευσμένη από τη Δαρβινιστική αντίληψη της Εξέλιξης των ειδών και της πάλης αυτών για επιβίωση. Οι υποψήφιες λύσεις που απαρτίζουν τον πληθυσμό ενός ΕΑ, αντιπροσωπεύονται από γονιδιώματα, ενδεχομένως δυαδικά κωδικοποιημένα, που εκφράζουν τον συνδυασμό τιμών μεταβλητών που δίνει την κάθε λύση. Ο ΕΑ εφαρμόζει στα γονιδιώματα αυτά ένα σύνολο από τελεστές, που με τη σειρά τους είναι εμπνευσμένοι από τις διάφορες διαδικασίες στις οποίες συνίσταται η Εξέλιξη: Διασταύρωση/Αναπαραγωγή, Φυσική Επιλογή και Μετάλλαξη. Επειδή όμως δεν είναι απολύτως σαφής ο τρόπος που τα παραπάνω συνδυάζονται, και εν τέλει δεν επαρκούν για να μοντελοποιήσουν με απόλυτη ακρίβεια τη φυσική διεργασία που οδηγεί στη βελτίωση των χαρακτηριστικών ενός είδους, υπεισέρχεται και η τυχαιότητα.

Ένας ΕΑ προσπαθεί να βρει λύση σε ένα πρόβλημα προσαρμόζοντας την αναζήτησή της, με την ίδια λογική που ένα έμβιο είδος προσαρμόζει τα χαρακτηριστικά του στις απαιτήσεις του περιβάλλοντός του, προκειμένου να επιβιώσει. Δεν καταφέρνουν όμως όλα τα είδη να επιβιώσουν, παρά μόνο αυτά που αποδεικνύονται *ικανότερα* να προσαρμοστούν, έτσι και ο ΕΑ δεν επενδύει σε όλα τα γονιδιώματα που απαρτίζουν τον πληθυσμό, αλλά απορρίπτει κάποια και γεννά καινούρια, προϊόντα της εξελικτικής διαδικασίας. Αυτή η εναλλαγή λαμβάνει χώρα κάθε γενιά-επανάληψη του αλγορίθμου. Στόχος είναι να επιβιώνουν πάντα τα προσαρμοστικότερα είδη - οι καλύτερες λύσεις - και με συνεχή διασταύρωση και μετάλλαξη αυτών να επιτυγχάνουμε την ολοένα καλύτερη προσαρμογή - λύση. Παρεμπιπτόντως, η μετάλλαξη είναι ο κύριος εκφραστής της στοχαστικότητας στον ΕΑ: στην απλούστερή της μορφή, συνίσταται στην απλή μεταβολή του 1 σε 0 ή τούμπαλιν, ενός bit του γονιδιώματος-χρωμοσώματος, με όποια ακαθόριστη επίπτωση έχει αυτό στις ιδιότητες του γονιδιώματος.

Ένας τυπικός ΕΑ ακολουθεί την εξής ροή, όπως απεικονίζεται και στο σχήμα 2.1: αφού αρχικοποιηθούν τυχαία λ το πλήθος υποψήφιες λύσεις, εφαρμόζονται επαναληπτικά τα ακόλουθα βήματα, έως ότου ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου:

- **Αξιολογούνται** οι λ λύσεις από το οποίο εξειδικευμένο λογισμικό υπολογισμού των συναρτήσεων-στόχων είναι διαθέσιμο, εξάγεται δηλαδή για την καθεμιά η αντίστοιχη τιμή της *αντικειμενικής* συνάρτησης.
- Οι καλύτερες εξ αυτών εισέρχονται στους **Επίλεκτους**, όπου, ανά πάσα στιγμή, συγκαταλέγονται οι e το πλήθος καλύτερες, μέχρι στιγμής, λύσεις.
- Επιλέγονται από τον τρέχοντα πληθυσμό οι μ το πλήθος **γονείς**, από **διασταύρωση** των οποίων θα προκύψει η επόμενη γενεά πλήθους λ , οι **απόγονοι** (ενδέχεται $\mu=\lambda$). Η διαδικασία της **επιλογής** λαμβάνει, φυσικά, υπόψη την ποιότητα της κάθε λύσης, βάσει τιμής αντικειμενικής συνάρτησης, αλλά διέπεται και από κάποια τυχειότητα.
- Πραγματοποιείται η **διασταύρωση**, μια διαδικασία που παράγει νέες υποψήφιες λύσεις συνθέτοντας τμήματα του γονιδιώματος καθενός εκ των γονέων.
- Η νέα γενιά τελικώς διαμορφώνεται με την προσθήκη προϊόντων **μετάλλαξης**, αφού αυτή εφαρμοστεί σε τυχαία επιλεγέντα μέλη του πληθυσμού, και **ελιτισμού**, ο οποίος επιβάλλει αυθαίρετα την επιβίωση και παρουσία ενός η περισσότερων επιλέκτων στη νέα γενεά, για να εγγυηθεί στοιχειωδώς την ποιότητα της νέας αυτής γενεάς.

2.3. Πολύ-Κριτηριακή Βελτιστοποίηση - Κατά Pareto Κυριαρχία

Όπως υπογραμμίστηκε στον πρόλογο, ο ΠΑ, παρότι είναι σε θέση να λύσει προβλήματα ενός στόχου, αναπτύχθηκε με γνώμονα την καλή απόδοση έναντι προβλημάτων Πολυ-κριτηριακής Βελτιστοποίησης (ΠΚΒ). Η προσέγγιση των τελευταίων είναι πολύ διαφορετική από αυτή των προβλημάτων ενός μοναδικού στόχου, για δύο κυρίους λόγους:

- I. Ένα πρόβλημα ΠΚΒ επιδέχεται γενικά περισσότερες της μιας βέλτιστες λύσεις: Αποδεκτές μπορούν να γίνουν αυτές που έχουν την απόλυτη απόδοση ως προς ένα στόχο μόνο, ασχέτως της επίδοσής τους ως προς τους υπόλοιπους. Υπάρχουν και ενδιάμεσες λύσεις που αποδίδουν ένα αποτέλεσμα περισσότερο ισορροπημένο ως προς τους διάφορους στόχους, με ικανοποιητική συνολική ποιότητα, χωρίς να επιτυγχάνουν το απόλυτο ως προς κάποιον εξ αυτών. Σπάνια

μία και μοναδική λύση θα μπορεί να εξασφαλίσει τη βέλτιστη ως προς όλα τα κριτήρια απόδοση, καθώς αυτά τα κριτήρια είναι, γενικά, αντικρουόμενα. Αν δεν είναι, άλλωστε, το πρόβλημά μας μπορεί να αναχθεί σε ενός στόχου και να αντιμετωπιστεί αναλόγως.

- II. Δεν είναι δυνατό να κατατάξουμε με απόλυτο τρόπο το σύνολο των δυνατών λύσεων ως προς την ποιότητά τους, με βάση περισσότερα του ενός κριτηρίων. Από δύο λύσεις που υπερισχύουν η μία της άλλης ως προς έναν από δυο στόχους, ποια είναι η καλύτερη? Παρ' όλα αυτά, θα χρειαστεί να επιλέξουμε μεταξύ δύο η περισσότερων λύσεων πολλές φορές, επενδύοντας σε κάποιες και απορρίπτοντας άλλες.

Γίνεται λοιπόν κατανοητό, ότι πρέπει να αναπτυχθούν μηχανισμοί που: **α)** θα κατατάσσουν τις λύσεις με τη μεγαλύτερη δυνατή *αξιοκρατία* (που θα αποφαίνονται για το ποια λύση θα προτιμηθεί έναντι μιας άλλης, εκ πρώτης όψεως ισοδύναμης), λαμβάνοντας υπόψη και τις ιδιότητες του προβλήματος, και **β)** θα ωθούν τον αλγόριθμο να ανακαλύψει λύσεις που θα καλύπτουν ένα ευρύ και ποικιλόμορφο φάσμα διαφορετικών συνδυασμών απόδοσης ως προς τα διάφορα κριτήρια.

Η πρώτη επιδίωξη βρίσκει εν μέρει διέξοδο στην έννοια της *κατά Pareto κυριαρχίας* [23], σύμφωνα με την οποία μία λύση κρίνεται ως *μη κυριαρχούμενη*, όταν καμία άλλη λύση δεν ξεπερνά την επίδοσή της ως προς ΟΛΟΥΣ τους τεθειμένους στόχους ταυτόχρονα. Θεωρούμε δε, ότι μία λύση *κυριαρχεί* επί μίας άλλης όταν είναι καλύτερη αυτής ως προς ένα στόχο τουλάχιστον, ενώ δεν είναι χειρότερη αυτής ως προς κάθε άλλον ξεχωριστά (εξ. 2.1). Το σύνολο των μη κυριαρχούμενων λύσεων που μπορούν να δοθούν σε ένα πρόβλημα διαμορφώνουν το λεγόμενο *Μέτωπο Pareto* και δεν τίθεται θέμα περαιτέρω σύγκρισης μεταξύ των.

Η δεύτερη επιδίωξη μπορεί να επιτευχθεί δια πολλών οδών. Πολλές επεμβάσεις μπορούν να γίνουν σε έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης προκειμένου να τον αποθαρρύνουν από το να επικεντρωθεί σε περιορισμένο εύρος λύσεων. Τη μεγαλύτερη συνεισφορά σε αυτό την έχουν οι ρουτίνες που αναλαμβάνουν και την κατάταξη των υποψηφίων σύμφωνα με την αρχή της κυριαρχίας, όπου μπορεί να ληφθεί επιπλέον υπόψη, δυσμενώς για την εκάστοτε υποψήφια λύση, η ύπαρξη δυσανάλογα πολλών πολύ όμοιων λύσεων.

Η λειτουργία αντιπροσωπευτικών τέτοιων ρουτινών (SPEA 2) παρουσιάζεται εκτενώς στην παράγραφο 2.3.

3. Περί της Μεθόδου Σμήνους Σωματιδίων

3.1. Νοημοσύνη Σμήνους και Τεχνική Σμήνους Σωματιδίων

Ένας καλός ορισμός της Νοημοσύνης Σμήνους (Swarm Intelligence) είναι: «η συλλογική συμπεριφορά αυταρκών μεν, αποκεντρωμένων δε, τεχνητών ή φυσικών συστημάτων». Με απλά λόγια, ΝΣ είναι αυτή η ακαθόριστη δύναμη που νοηματοδοτεί τη συμπεριφορά ενός συνόλου ατόμων κατά την επαφή τους με το περιβάλλον τους αλλά και την αλληλεπίδρασή τους: ενώ δεν υπάρχει κάποια σαφής αρχή που ορίζει πως θα συμπεριφερθεί αυτό το σύνολο, η δράση τους διέπεται από λογική και ομοιογένεια. Ένα καλό παράδειγμα είναι μία αποικία μυρμηγκιών που, χωρίς τις ιδιαίτερα εξεζητημένες διεξόδους επικοινωνίας μεταξύ των μελών της, καταφέρνει να συντονιστεί άψογα και να επιτύχει σπουδαία πράγματα. Οι μέθοδοι ΝΣ είναι μαθηματικά εργαλεία, με υπόβαθρο εμπνευσμένο από τέτοια παραδείγματα (σμήνη ψαριών, εντόμων, πουλιών κλπ.), που εκμεταλλεύονται αυτή τη νοήμονα δράση για να επιλύσουν προβλήματα.

Η τεχνική Σμήνους Σωματιδίων [1], τώρα, η οποία προέκυψε αρχικά ως εργαλείο μελέτης κοινωνικής συμπεριφοράς και μετεξελίχτηκε σε μέθοδο βελτιστοποίησης, μιμείται τη συμπεριφορά ενός σμήνους πουλιών εν πτήσει κατά την αναζήτηση τροφής. Αποκωδικοποιώντας ένα σύνολο επιμέρους δράσεων, όπως π.χ. η αποφυγή σύγκρουσης μεταξύ τους αλλά και η προσπάθεια να μην απομακρυνθούν από το σμήνος και αποδίδοντάς τις στα άτομα μιας πληθυσμιακής στοχαστικής μεθόδου καταλήγουμε στη ΒΣΣ. Όπως και τα πουλιά, τα μέλη του πληθυσμού μιας τέτοιας μεθόδου αναζητούν λύση στο πρόβλημα βασιζόμενα τόσο στην προσωπική τους αντίληψη του χώρου αναζήτησης, όσο και στη συλλογική πρόοδο του σμήνους. Αν τυχόν, δηλαδή, κάποιο άτομο δείχνει να τα πηγαίνει ιδιαίτερα καλά, έχοντας ανακαλύψει κάποια πολλά υποσχόμενη λύση ή περιοχή λύσεων, όλο το σμήνος θα συγκλίνει προς το μέρος του, διατηρώντας την ατομική του εγρήγορση.

$$\vec{X}_{i,k+1} = \vec{X}_{i,k} + \vec{V}_{i,k+1} \quad (\text{eq. 3.1})$$

$$\vec{V}_{i,k+1} = W \cdot \vec{V}_{i,k} + C_{cogn} \cdot R_{cogn} (\vec{Pbest}_i - \vec{X}_{i,k}) + C_{soc} \cdot R_{soc} (\vec{Gbest}_i - \vec{X}_{i,k}) \quad (\text{eq. 3.2})$$

Η μαθηματική διατύπωση των παραπάνω δίνεται από τις εξ. 3.1 και 3.2. Το κάθε σωματίδιο i έχει ανά πάσα στιγμή (επανάληψη k) μία ταχύτητα πτήσης $\vec{V}_{i,k}$, που καθορίζει τη θέση του στο χώρο $\vec{X}_{i,k}$. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το πώς ορίζεται η ταχύτητα πτήσης: στο 2^ο μέλος της 3.2 διακρίνουμε τρεις παράγοντες, τους όρους

Κεκτημένης Ταχύτητας ή Ορμής (inertia), Νοητικής ή Γνωστικής Επιρροής (cognitive influence) και Κοινωνικής Επιρροής (social influence) αντίστοιχα. Εξετάζουμε τον καθένα ξεχωριστά:

Ο όρος ορμής αποδίδει την επίδραση της όποιας κεκτημένης ταχύτητας έχει το σωματίδιο στη νέα του ταχύτητα πτήσης, ώστε να αποφευχθεί μια πολύ απότομη διακύμανση ταχυτήτων πτήσης που θα εξέθετε τη διαδικασία αναζήτησης. Το W σε αυτό τον όρο καλείται *Συντελεστής Ορμής*, καθορίζει τι ποσοστό της παρελθούσης τιμής ταχύτητας θα διατηρηθεί ως ορμή και, ως εκ τούτου, είναι η πρώτη εκ των τριών βασικών ρυθμιστικών παραμέτρων της ΒΣΣ.

Ο όρος νοητικής επιρροής αποδίδει την επίδραση της ίδιας εμπειρίας και αντίληψης του ατόμου στην επόμενη του κίνηση. Εκφράζεται ως μία τάση του σωματιδίου να κινηθεί προς όπου έχει καταφέρει μέχρι τώρα να σημειώσει την καλύτερη προσωπική επίδοση (*Personal best - Pbest_i*) επειδή εκεί θεωρεί ότι θα βρει ακόμα καλύτερη λύση στο πρόβλημα. Ο παράγοντας C_{cogn} καλείται *Νοητικός Συντελεστής Επιτάχυνσης* και είναι ο δεύτερος σε σειρά βασικός ρυθμιστικός παράγοντας. Ο δε R_{cogn} παίρνει τυχαία τιμές μεταξύ 0 και 1 και εκπροσωπεί το στοχαστικό στοιχείο στο νοητικό όρο.

Ο τρίτος όρος, αυτός της κοινωνικής επιρροής, αποδίδει τον τρόπο με τον οποίο η γενικότερη κατάσταση και πρόοδος σύσσωμου του σμήνους βαρύνει στην επόμενη κίνηση του σωματιδίου. Εκφράζεται ως μία τάση του σωματιδίου να κινηθεί προς τη θέση της καλύτερης μέχρι στιγμής λύσης που έχει εντοπίσει συνολικά ο αλγόριθμος (*Global best - Gbest_i*). Ο παράγοντας C_{soc} καλείται *Κοινωνικός Συντελεστής Επιτάχυνσης* και είναι ο τρίτος βασικός ρυθμιστικός παράγοντας. Για τον R_{soc} ισχύει ό,τι και για τον R_{cogn} .

Το σχετικό μέγεθος των δύο συντελεστών επιτάχυνσης καθορίζει το κατά πόσο το σωματίδιο «συμμορφώνεται» με τις επιταγές της συλλογικής συμπεριφοράς και κατά πόσο ακολουθεί το δικό του «ένστικτο». Όπως θα συζητηθεί και παρακάτω, έχει παρατηρηθεί ότι η έντονα νοητική συμπεριφορά ευνοεί την - κάπως χονδροειδή αλλά γρήγορη - εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης που είναι περισσότερο επιθυμητή κατά τα πρώτα στάδια της βελτιστοποιητικής προσπάθειας. Η συμπεριφορά βάσει κοινωνικής επιρροής, αντίθετα, ευνοεί την πιο εκλεπτυσμένη και στοχευμένη αναζήτηση στην περιοχή των βελτίστων λύσεων, αφού ο αλγόριθμος έχει εντοπίσει τις υποπεριοχές αυτές, προς το πέρας της εκτέλεσής του. Αξίζει να αναφερθεί ότι έχουν γίνει πειραματισμοί με όλα τα πιθανά εναλλακτικά σχήματα της ΒΣΣ που περιλαμβάνουν μόνο δύο εκ των όρων ορμής, νοητικής και κοινωνικής επιρροής, που επιβεβαιώνουν την ανωτερότητα του πλήρους σχήματος.

Επισημαίνεται ότι ο λόγος που και ο παράγοντας G_{best} έχει δείκτη i είναι ότι, σε προβλήματα ΠΚΒ, δεν αντιλαμβάνονται απαραίτητα όλα τα άτομα την ίδια λύση ως καθολικά καλύτερη. Άρα το G_{best} είναι γενικά ίδιον του κάθε ατόμου, όπως ακριβώς και το P_{best} .

Το σχήμα 3.1 απεικονίζει τη ροή ενός στοιχειώδη τέτοιου αλγορίθμου ΒΣΣ, κατ' αντιστοιχία με αυτήν ενός στοιχειώδη ΕΑ (σχ. 2.1).

3.2. Ρύθμιση των Κυρίων Παραμέτρων της ΒΣΣ

Η τιμή που θα λάβουν οι τρεις αυτές ρυθμιστικές παράμετροι, δηλαδή οι δύο συντελεστές επιτάχυνσης και ο συντελεστής ορμής, και η μεταβολή, ενδεχομένως, αυτής της τιμής κατά τη ροή της διαδικασίας αναζήτησης επιλέγονται με γνώμονα τις εξής δυο επιθυμητές καταστάσεις:

- I. Οι ταχύτητες πτήσης να μην πάρουν ιδιαίτερα υψηλές τιμές και, το κυριότερο, να μην υπάρχουν υπερακοντισμοί και απότομες διακυμάνσεις στις τιμές αυτές. Ειδάλλως, τίποτα δεν εμποδίζει ένα άτομο να βγει και εκτός ορίων του χώρου αναζήτησης ή, ακόμα και αν κάποιος κατάλληλος μηχανισμός το κρατάει κοντά ή εντός των ορίων αυτών, να μην έχει την επιθυμητή συμπεριφορά. Παράλληλα, δεν επιθυμούμε και να γίνουν οι ταχύτητες πολύ μικρές.
- II. Ο αλγόριθμος να επιδεικνύει ικανοποιητική εξερευνητική ικανότητα στα πρώτα στάδια της αναζήτησης, να ευνοείται δηλαδή η νοητική συμπεριφορά και οι ταχύτητες να είναι αρκούντως υψηλές ώστε σχετικά μεγάλες αποστάσεις εντός του χώρου αναζήτησης να καλύπτονται γρήγορα. Παράλληλα όμως, να μην πάσχει στα ύστερα στάδια, όταν το σμήνος έχει πιθανότατα συγκλίνει κοντά στις βέλτιστες λύσεις και για να τις εντοπίσει, πρέπει να εκλεπτυνθεί στον απαιτούμενο βαθμό η συμπεριφορά του: να οδηγηθούν σωστά και με αρκετά μικρές ταχύτητες τα σωματίδια προς τις επιδιωκόμενες λύσεις. Αυτή η φάση της στοχευμένης και εξονυχιστικά μικροσκοπικής προσέγγισης των βελτίστων με *εκμετάλλευση* της ήδη συγκεντρωμένης πληροφορίας (πιο δόκιμος είναι ο όρος *exploitation* - *εκμετάλλευση*) θεωρείται αχίλλειος πτέρνα της θεμελιώδους ΒΣΣ.

Έχουν προταθεί πολλές διορθωτικές επεμβάσεις στο μαθηματικό υπόβαθρο της ΒΣΣ προκειμένου να επιτευχθούν τα παραπάνω, μεταξύ των οποίων η επιβολή δυναμικά μεταβαλλόμενου άνω περιοριστικού όρου στην ταχύτητα πτήσης. Μία τέτοια προσθήκη ήταν και ο ίδιος ο συντελεστής ορμής W , ο οποίος απουσίαζε από την πρώτη χρονικά πρόταση της ΒΣΣ. Έχει επίσης διεξαχθεί πλήθος παραμετρικών μελετών (περισσότερες

λεπτομέρειες στο κυρίως σώμα της εργασίας).

Μία άλλη πρόταση, που υιοθετείται και στον ΠΑ, είναι αυτή των γραμμικώς μεταβαλλόμενων ρυθμιστικών παραμέτρων C_{soc} , C_{cogn} και W κατ' αναλογία του ποσοστού των συνολικών επαναλήψεων του αλγορίθμου που έχουν ολοκληρωθεί (εξ. 3.4, 3.5, 3.6). Παρατηρείστε ότι τα W και C_{cogn} μειώνονται με την πάροδο των επαναλήψεων, ενώ το C_{soc} αυξάνεται. Έτσι, ο αλγόριθμος τείνει να ευνοεί όλο και περισσότερο την αναζήτηση υπό συλλογική επιρροή, ενώ περιορίζονται σταδιακά και οι ταχύτητες πτήσης, με τη μείωση του συντελεστή ορμής. Τα άνω και κάτω όρια αυτής της μεταβολής επιβάλλονται κατάλληλα ώστε το άθροισμα των συντελεστών επιτάχυνσης και ο συντελεστής ορμής να μην επιτρέπουν υπερβολική ταχύτητα. Το παρόν σχήμα, όπως είναι προφανές, προσανατολίζεται στο να ενισχύσει την *εκμετάλλευση* χωρίς να συμβιβάσει την πολύ καλή εξερευνητική ικανότητα της ΒΣΣ.

3.3. Αντιπαραβολή ΒΣΣ και ΕΑ

Εξετάζοντας το θεωρητικό υπόβαθρο των δύο ιδεών, παρατηρούμε αμέσως τις εξής ομοιότητες: και οι δύο είναι στοχαστικές μέθοδοι και μάλιστα πληθυσμιακού τύπου, χειραγωγούν δηλαδή ένα πεπερασμένο πλήθος υποψηφίων λύσεων που κινείται με τρόπο κατά μεγάλο ποσοστό τυχαίο εντός του πεδίου ορισμού του προβλήματος αναζητώντας λύση(-εις) του. Με κατάλληλη εφαρμογή ενός συνόλου *τελεστών* επί των ατόμων του πληθυσμού αποσπών ενδείξεις για την ενδεχόμενη θέση των ζητούμενων βελτίστων, ενισχύοντας την αποδοτικότητα αυτής της διαδικασίας. Διατηρούν, βεβαίως, τα πλεονεκτήματα των στοχαστικών μεθόδων, την ευκολία χειρισμού, την ανεξαρτησία και ευελιξία τους.

Στην πράξη, μοιάζουν στο ότι διαχειρίζονται και δευτερεύοντες πληθυσμούς, όπως οι *επίλεκτοι* στους ΕΑ και το αρχείο των Pbest στη ΒΣΣ, οι οποίοι υποστηρίζουν τη λειτουργία των τελεστών χειραγώγησης του πληθυσμού. Ο δε βασικός τους πληθυσμός είναι σταθερού μεγέθους, αλλά ενώ στη ΒΣΣ διατηρείται αυτούσιος μέχρι τέλους και απλά επανατοποθετείται στο χώρο, στους ΕΑ ανανεώνεται συνεχώς, καθώς νέες λύσεις γεννώνται στη θέση αυτών που απορρίφθηκαν ελέω κακής επίδοσης. Συνεπώς η ΒΣΣ χαρακτηρίζεται από μια δέσμευση να βελτιώνει επιμελώς όλο τον πληθυσμό της, ενώ οι ΕΑ φροντίζουν απλά να διατηρούν έναν αριθμό ατόμων ανά γενιά σε υψηλό επίπεδο.

Έπειτα, υπάρχουν σαφείς αντιστοιχίες ανάμεσα στις διαδικασίες χειραγώγησης των υποψηφίων του ενός και του άλλου (πίνακας 3.1), παρότι αυτοί καθαυτοί οι τελεστές δεν είναι τόσο διακριτοί στη ΒΣΣ όσο είναι στους ΕΑ. Η διασταύρωση θυμίζει έντονα τη διαδικασία επανατοποθέτησης του σμήνους στο χώρο, όπου

στοιχεία από διαφορετικά άτομα (ενίοτε και δευτερευόντων πληθυσμών) συνυπάρχουν στη νέα λύση που προκύπτει. Ο ορισμός Pbest/Gbest θυμίζει τον ελιτισμό, υπό την έννοια ότι και οι δύο εξυπηρετούν την ποιότητα της νέας «φουρνιάς» υποψηφίων λύσεων επιβάλλοντας να ληφθεί υπόψη η προηγούμενη θετική δραστηριότητα. Όπως θα δούμε και παρακάτω, σε περιπτώσεις ΠΚΒ, η ανάδειξη μίας λύσης σε Global Best μοιάζει πολύ με την επιλογή καθότι, έστω κι αν στη ΒΣΣ δε διακυβεύεται η επιβίωση του σωματιδίου, αν αυτό επιλεγεί, ο ρόλος του ενισχύεται σημαντικά. Είναι λοιπόν εξίσου μεγάλης βαρύτητας η επιλογή αυτή να γίνεται αξιοκρατικά.

Άλλη σημαντική ομοιότητα είναι η ύπαρξη ζωτικής σημασίας ρυθμιστικών παραμέτρων, οι οποίες μάλιστα προτιμάται να μεταβάλλονται κατάλληλα κατά τη ροή του αλγορίθμου, προκειμένου να υποβοηθήσουν τη μετάβαση από έντονη εξερευνητική δραστηριότητα στη φάση της εκμετάλλευσης. Επί παραδείγματι, ομοίως με τα όσα είδαμε για τους συντελεστές επιτάχυνσης, συνηθίζεται να επιβάλλεται και σταδιακή μείωση στην πιθανότητα εφαρμογής μετάλλαξης.

Η συζήτηση που λαμβάνει χώρα στην παράγραφο 3.4 καταλήγει σε απόπειρα σύγκρισης των χαρακτηριστικών ΕΑ και ΒΣΣ όσον αφορά στη συμπεριφορά τους κατά την εκτέλεση, το ρυθμό προόδου, τη γενικότερη επίδοση και το τελικό αποτέλεσμα. Τα σχήματα 3.3, 3.4, 3.5 απεικονίζουν τα αποτελέσματα μίας πειραματικής προσπάθειας να καταδειχθούν αυτά τα χαρακτηριστικά. Χωρίς να μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα για τις γενικότερες δυνατότητες της καθεμιάς μεθόδου, αφού υπάρχουν άπειρες παραλλαγές της καθεμιάς, ποικίλης πολυπλοκότητας και αποτελεσματικότητας, μπορούμε να παρατηρήσουμε κάποια πάγια φαινόμενα: η ΒΣΣ δείχνει να συγκλίνει πιο γρήγορα κατά τις πρώτες επαναλήψεις-γενιές, επιδεικνύοντας εξαιρετική εξερευνητική ικανότητα. Κατόπιν, κάνει την εμφάνισή της η θεμελιώδης προβληματικότητά της στη φάση της εκμετάλλευσης και η πρόοδος ανακόπτεται απότομα, ο ΕΑ κερδίζει έδαφος και ενδεχομένως προσπερνά, δίνοντας συγκρίσιμο η καλύτερο τελικό αποτέλεσμα.

Από τα παραπάνω, τα οποία διαπιστεύονται και από τα πειράματα της παρούσης εργασίας (κεφ. 5), μπορούμε να συμπεράνουμε χονδρικά ότι ο ΕΑ είναι ένας πολύ πιο ισορροπημένος μηχανισμός αναζήτησης, χωρίς εμφανή αδυναμία στη μία ή την άλλη φάση αυτής. Η ΒΣΣ, από την άλλη, δείχνει να πλεονεκτεί στη φάση της εξερεύνησης αλλά χάνει το όποιο προβάδισμα λόγω κακής συμπεριφοράς στα τελευταία στάδια. Να τονιστεί, βεβαίως, ότι ο αλγόριθμος ΒΣΣ του ανωτέρω συγκριτικού πειράματος δεν ενσωματώνει μεταβλητές παραμέτρους, οι οποίες θα βελτιώναν σαφώς την απόδοσή του, ειδικά προς το τέλος. Διαφαίνεται σαφώς η προοπτική υβριδισμού των δύο μεθόδων, με τον ΕΑ να προσφέρει την ισορροπημένη και σταθερή του απόδοση και η ΒΣΣ την περιστασιακή ταχύτητα σύγκλισής της. Η ίδια η ΒΣΣ μπορεί να βελτιωθεί σημαντικά αν

δανειστεί στοιχεία από τους ΕΑ ώστε να μπορεί να προσαρμόζει καλύτερα τα χαρακτηριστικά της ανάλογα με την πρόοδο της αναζήτησης.

4. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος

Το 4^ο κεφάλαιο παραθέτει μία-μία τις διακριτές λειτουργίες του προτεινόμενου αλγορίθμου, όπως αυτά ορίζονται με γνώμονα την διάκριση του κώδικα σε υπορουτίνες, χωρίς απαραίτητα να τηρείται η σειρά με την οποία αυτές εκτελούνται. Όταν δε γίνεται ανάλογη επισήμανση, επεξήγηση ή παραπομπή, θεωρείται ότι ο περιγραφόμενος μηχανισμός είναι πρωτότυπος. Στο τέλος του κεφαλαίου υπάρχει το πλήρες διάγραμμα ροής της ακολουθίας των διάφορων υπορουτινών (4.24).

4.1. Επανατοποθέτηση Σμήνους

Ξεκινάμε με τη διαδικασία ανανέωσης της θέσης των σωματιδίων στο χώρο αναζήτησης, μέσω του επανακαθορισμού της ταχύτητας πτήσης τους. Εφαρμόζονται δηλαδή οι θεμελιώδεις εξισώσεις της ΒΣΣ (εξ. 4.1, 4.2), που εξετάστηκαν στο κεφάλαιο 3 (επαναλαμβάνονται για λόγους πληρότητας). Εντός της ίδιας υπορουτίνας γίνεται και η προσαρμογή των συντελεστών επιτάχυνσης και του συντελεστή ορμής, σύμφωνα με το σχήμα γραμμικής μεταβολής που συζητήθηκε επίσης στο κεφάλαιο 3 και δίνεται από τις εξισώσεις 4.4, 4.5 και 4.3 για κάθε μέγεθος, αντίστοιχα.

4.2. Αρχικοποίηση

Προχωρούμε στη διαδικασία αρχικοποίησης του αλγορίθμου: εδώ αποδίδεται στο κάθε σωματίδιο η πρώτη θέση που θα λάβει στο χώρο άμα τη εκκινήσει της αναζήτησης. Μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών επιλέγει τυχαία τιμές εντός του πεδίου ορισμού των μεταβλητών σχεδιασμού και κάπως έτσι συμπληρώνεται ένα πλήρες διάλυμα σχεδιασμού για κάθε άτομο. Η ταχύτητα πτήσης δεν είναι δυνατόν να αρχικοποιηθεί τυχαία, αλλά προτιμάται να μην αποδοθεί μηδενική αρχική ταχύτητα, όπως θα ήταν μια επιλογή: τα σωματίδια ξεκινούν με μικρή ταχύτητα πτήσης προς το κέντρο του χώρου αναζήτησης, με μέτρο ανάλογο της απόστασής τους από αυτόν. Αποφεύγεται έτσι να βρεθεί κάποιο σωματίδιο εκτός χώρου αναζήτησης ήδη από την πρώτη επανάληψη.

4.3. Χειρισμός Επιλεκτων Λύσεων

Ακολουθεί η περιγραφή των λειτουργιών που έχουν να κάνουν με τη γενικότερη διαχείριση των ανά πάσα στιγμή μη κυριαρχούμενων λύσεων. Προφανώς, αυτές απευθύνονται σε προβλήματα ΠΚΒ. Θυμίζουμε ότι τα δύο κύρια ζητήματα που χρήζουν προσοχής είναι η κατάρτιση του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων και η εξασφάλιση μιας σχετικής ετερογένειας μεταξύ των περιεχομένων του, ώστε να καταλήξουμε σε ένα σύνολο λύσεων που θα καλύπτει μια ποικιλία συμβιβαστικών συνδυασμών μεταξύ των κριτηρίων. Γίνεται μια σύντομη παράθεση των δημοφιλέστερων τεχνικών (πέραν της SPEA 2 που έχει ήδη συζητηθεί), μεταξύ των οποίων η μέθοδος NSGA II, πολύ κοντά στην οποία βρίσκεται και η πρακτική που υιοθετήθηκε στον ΠΑ.

Η κατάρτιση του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων (ή των επιλέκτων, σε ορολογία EA) γίνεται σε δύο στάδια. Πρώτα συγκρίνονται μεταξύ τους οι λύσεις που αντιστοιχούν στις τρέχουσες θέσεις του σμήνους και επιλέγονται οι μη κυριαρχούμενες ανάμεσά τους (σχ. 4.1). Κατόπιν αυτές εισχωρούν στους ήδη υπάρχοντες επίλεκτους (σχ. 4.2), το σύνολο των οποίων διαμορφώνεται τελικά αφού απορριφθούν όσες λύσεις προέκυψαν κυριαρχούμενες (σχ. 4.3, 4.4, 4.5).

Η διαδικασία προώθησης της ανομοιομορφίας στο σύνολο των επιλέκτων λύσεων παίρνει τη μορφή επιλεκτικής απόρριψης αυτών που «περιττεύουν», υπό την έννοια ότι υπάρχουν κι άλλες πολύ όμοιες λύσεις, δηλαδή πολύ κοντά τους στο χώρο των κριτηρίων. Ως ότου ξεπεραστεί ένα προκαθορισμένο, από το χρήστη, άνω όριο πλήθους των επιλέκτων δε γίνεται καμία παρέμβαση στα περιεχόμενά του. Εφόσον αυτό ξεπεραστεί, απορρίπτεται το πλεονάζον πλήθος λύσεων, ως εξής: αποδίδεται σε κάθε μη κυριαρχούμενο διάνυσμα σχεδιασμού μία τιμή, ίση με την -αδιαστατοποιημένη- απόσταση από το πλησιέστερό του άλλο μη κυριαρχούμενο άτομο. Η απόσταση αυτή μετράται στο χώρο των στόχων, όχι των μεταβλητών σχεδιασμού. Ο υποψήφιος με τη μικρότερη τέτοια τιμή απορρίπτεται (σχ. 4.6), και η διεργασία επαναλαμβάνεται ως ότου οι επίλεκτοι να είναι του επιθυμητού πλήθους (σχ. 4.7, 4.8).

4.4. Ενημέρωση Personal Best & Απόδοση Global Best

Όσον αφορά την ανανέωση του διανύσματος Pbest, υπάρχουν διάφορες επιλογές. Όλες, όπως είναι φυσικό, ξεκινούν από σύγκριση της νέας λύσης-θέσης στο χώρο του σωματιδίου με το υπάρχον Pbest. Κυριαρχεί η μία λύση επί της άλλης? Αν ναι, τότε προφανώς επιλέγεται η κυρίαρχος λύση. Αν καμιά δεν κυριαρχεί επί της άλλης, είναι στη διακριτική μας ευχέρεια να επιλέξουμε μεταξύ αντικατάστασης ή

διατήρησης του τρέχοντος Pbest. Ο ΠΑ, καταρχήν, επιλέγει να αντικαθιστά το Pbest.

Μία άλλη διεργασία, χωρίς νόημα σε μονοκριτηριακά προβλήματα, αλλά κομβική στην ΠΚΒ με ΒΣΣ, είναι η απόδοση σε κάθε σωματίδιο ενός Gbest διανύσματος, το οποίο προφανώς θα επιλεγεί από τους επίλεκτους, αλλά πώς; Αναπτύσσονται μέθοδοι που δε θα παρεμποδίζουν, αλλά θα υποστηρίζουν την ετερογένεια του συνόλου των τελικών λύσεων. Εξετάζονται συγκεκριμένα οι εξής εναλλακτικές, με αύξουσα αποτελεσματικότητα, όπως αποδεικνύει η σύγκρισή τους, τα αποτελέσματα της οποίας απεικονίζει το σχ. 4.13:

- **Η μέθοδος της Ρουλέτας:** Επιλέγεται για κάθε σωματίδιο, ως Gbest αυτού, ένας οποιοσδήποτε εκ των εκλεκτών, εντελώς τυχαία. Εδώ η ετερογένεια εξυπηρετείται αλλά η μέθοδος δεν είναι ιδιαίτερα στοχευμένη, με επίπτωση στο ρυθμό προόδου.
- **Η μέθοδος της Εγγύτητας:** Υπολογίζεται η απόσταση, στο χώρο των στόχων, του εξεταζόμενου σωματιδίου από κάθε μέλος των επιλέκτων. Επιλέγεται το πλησιέστερο. Η λογική της εγγύτητας είναι να συνδεθεί το άτομο με μια κοντινή του μη κυριαρχούμενη λύση, που αναμένεται να έχει και παρόμοια χαρακτηριστικά, δηλαδή να δίνει όμοια σχετική βαρύτητα στον ένα ή τον άλλο στόχο. Όπως όμως εξηγούν τα σχ. 4.10, 4.11, η εγγύτητα δεν αποκλείεται να συνδέσει το σωματίδιο με μια επίλεκτη λύση η οποία ούτε καν κυριαρχεί επί αυτού! Κάτι τέτοιο δεν είναι επιθυμητό, καθώς δε συνάδει με το ρόλο του Gbest ως οδηγού προς βελτίωση.
- **Η «συνδυαστική» μέθοδος:** Εδώ εφαρμόζεται πάλι ρουλέτα, αλλά μόνο μεταξύ των κυριάρχων επί του εξεταζόμενου σωματιδίου εκλεκτών. Έτσι μπορούμε τουλάχιστο να εγγυηθούμε ότι το προκύπτον Gbest θα είναι μια συνολικά καλύτερη λύση από το εξεταζόμενο σωματίδιο στην τρέχουσα θέση του, ή εξίσου καλή, αν το σωματίδιο βρίσκεται σε μη κυριαρχούμενη θέση-λύση. Χρησιμοποιείται στην τρέχουσα έκδοση του ΠΑ.

Η παράγραφος 4.4 ολοκληρώνεται με προτάσεις για περαιτέρω βελτίωση της διαδικασίας απόδοσης Global Best.

4.5. Άλλες Λειτουργίες

Ο χειρισμός περιορισμών που τίθενται τυχόν από το πρόβλημα γίνεται από κατάλληλο τελεστή που συγκρίνει τις τιμές των περιοριστικών συναρτήσεων, για

κάθε υποψήφια λύση, με τα όρια που έχουν τεθεί. Όλοι οι περιορισμοί αντιμετωπίζονται ως άνω κλειστές ανισώσεις (εξ. 4.6), όπως αποδεικνύεται από τις εξ. 4.7, 4.8, 4.9 ότι μπορεί να γραφεί κάθε είδους περιορισμός. Ο τελεστής περιορισμών δε λαμβάνει αυστηρά υπόψη του το καθορισμένο άνω όριο αλλά δίνει και ένα επιπλέον περιθώριο, πέραν αυτού. Αν μια τιμή συνάρτησης περιορισμού βρίσκεται μεταξύ των ορίων, τότε η αντίστοιχη λύση δεν απορρίπτεται μεν, αλλά υφίσταται δυσμενή προσαρμογή των τιμών συναρτήσεων στόχων της (εξ. 4.10), σύμφωνα με το εκθετικό σχήμα της εξ. 4.11.

Το σημαντικότερο εντελώς νέο στοιχείο του ΠΑ είναι ο *Τελεστής Ανάδευσης* (shuffle operator). Ονομάζεται έτσι διότι επεμβαίνει βίαια στη ροή της βελτιστοποίησης, επαναρχικοποιεί («ανακατεύει») το σμήνος ενώ υποδεικνύει και νέες, συγκεκριμένες κατευθύνσεις αναζήτησης για τις εναπομένουσες επαναλήψεις του αλγορίθμου. Το ιδεατό σημείο εφαρμογής της *ανάδευσης* είναι κατά τα τελευταία στάδια της βελτιστοποίησης, όταν η πτήση του σμήνους έχει σχετικά ανακοπεί και τα σωματίδια έχουν κατακαθίσει λίγο πολύ στις τελικές του θέσεις. Η καλή πρόωμη συμπεριφορά της ΒΣΣ μας επιτρέπει την πολυτέλεια να ξοδέψουμε μερικές αξιολογήσεις με το να επαναρχικοποιήσουμε το σμήνος, χωρίς βέβαια να διαγράψουμε την καταγεγραμμένη πρόοδο (το αρχείο των εκλεκτών διατηρείται), κίνηση που μπορεί να αποφέρει σπουδαία οφέλη, κυρίως ως προς την ετερογένεια και ισορροπία του τελικού μετώπου, όπως δείχνουν τα σχ. 4.14 και 4.22. Ανάδευση εκτελείται μία φορά σε καθορισμένο από το χρήστη σημείο και, προαιρετικά, μία δεύτερη, εφόσον πληρούνται συγκεκριμένα κριτήρια σχετικά με την κατάσταση του μετώπου των μη κυριαρχουμένων λύσεων. Οι δύο αυτές πρέπει να απέχουν μεταξύ τους αρκετά, για να έχουν αποτέλεσμα.

Ο μηχανισμός καθορισμού ζωνών υψηλής προτεραιότητας λειτουργεί ως εξής: εντοπίζονται εκείνοι οι επίλεκτοι - προκαθορισμένου πλήθους - που είναι περισσότερο απομονωμένοι στο μέτωπο (σχ. 4.15) και χρίζονται «σημεία βαρύτητας». Παράλληλα με την επαναρχικοποίηση, το αρχείο των Pbest επανακαθορίζεται και πλέον, σε κάθε σωματίδιο αποδίδεται ως Pbest υποχρεωτικά ένα εκ των σημείων αυτών (σχ. 4.17). Στη συνέχεια αφήνεται ο αλγόριθμος να κυλήσει κανονικά, με την παρέμβαση αυτή να έχει ως αποτέλεσμα η αναζήτηση να ενταθεί στις προηγούμενες «παραμελημένες» αυτές περιοχές (σχ. 4.17 - 4.20). Το πλήθος των σημείων βαρύτητας είναι καλό να οριστεί σε χαμηλή τιμή (2:5), ώστε να εξασφαλιστεί ο επιθυμητός, υψηλής κατευθυντικότητας χαρακτήρας του μηχανισμού.

4.6. Είσοδος - Προεπιλεγμένες Ρυθμίσεις

Στο σχήμα 4.23, τέλος, απεικονίζεται το αρχείο εισόδου του ΠΑ, όπου διακρίνονται μάλιστα οι προτεινόμενες ρυθμίσεις. Επισημαίνονται οι λειτουργίες που είναι στη διάθεση του χρήστη μέσω του αρχείου, όπως η δήλωση μεταβλητών σχεδιασμού και επιβολή περιορισμών, ο ορισμός των ρυθμιστικών παραμέτρων και του πληθυσμού του σμήνους κλπ.

5. Πειράματα και Πιστοποίηση

5.1. Παρουσίαση δοκιμαστικών προβλημάτων

Τα προβλήματα που επελέγησαν για να δοκιμαστεί πειραματικά ο προτεινόμενος αλγόριθμος (ΠΑ) είναι όλα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων-στόχων. Αφενός, δηλαδή, αποτελούν περιπτώσεις πολυ-κριτηριακής βελτιστοποίησης (ΠΚΒ), στην αντιμετώπιση των οποίων κυρίως προσανατολίζεται ο ΠΑ, αφετέρου οι δύο μόνο στόχοι διευκολύνουν την επίδειξη των αποτελεσμάτων, αφού ο χώρος των λύσεων είναι διδιάστατος. Τα δύο εξ αυτών των τριών προβλημάτων προέρχονται από μια οικογένεια μαθηματικών συναρτήσεων (η γενική μορφή των οποίων δίνεται από την εξ. 5.1) που προορίζονται για τέτοιες δοκιμές λογισμικού βελτιστοποίησης, ενσωματώνοντας η καθεμία διαφορετικές προκλήσεις για τον αλγόριθμο. Η τρίτη εφαρμογή, περισσότερο πρακτικού ενδιαφέροντος, αφορά στη βελτιστοποίηση, υπό περιορισμούς, του περιγράμματος της αεροτομής ενός πτερυγίου στάτορα από συμπίεστη ελεγχόμενης διάχυσης.

Η ακριβής μαθηματική διατύπωση της πρώτης περίπτωσης, με την κωδική επωνυμία ZDT-1, δίνεται από την εξ. 5.2. Είμαστε, επιπλέον, σε θέση να υπολογίσουμε την αναλυτική λύση του προβλήματος, να εξαγάγουμε, δηλαδή, την αναλυτική έκφραση του μέτωπου Pareto των μη κυριαρχούμενων λύσεων του (εξ. 5.3). Το μέτωπο αυτό, που παρουσιάζει συνέχεια στο χώρο των λύσεων και κυρτή μορφή, απεικονίζεται στο σχήμα 5.1.

Στη δεύτερη μαθηματική συνάρτηση (ZDT-3), της οποίας η ακριβής διατύπωση δίνεται από την εξ. 5.4, υπεισέρχεται κατάλληλα ένας τριγωνομετρικός όρος που της δίνει ασυνέχεια στο χώρο των λύσεων. Συγκεκριμένα, το αναλυτικά υπολογισμένο (εξ. 5.5) μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων αυτής αποτελείται από 5 κυρτά, μη παρακαίμενα τμήματα. Η αυξημένη δυσκολία του συγκεκριμένου προβλήματος σε σχέση

με το προηγούμενο συνίσταται στον εντοπισμό λύσεων από όλα τα επιμέρους τμήματα του μετώπου, που απεικονίζεται στο σχήμα 5.2. Η ZDT-3 είναι, ως εκ τούτου, ένα πολύ καλό μέτρο της επίδοσης ενός αλγορίθμου κατά τη φάση της *εκμετάλλευσης*.

Η τρίτη εφαρμογή, βγαλμένη από το χώρο των Στροβιλομηχανών, συνίσταται στην εύρεση του βέλτιστου περιγράμματος αεροτομής πτερυγίου από την ακτίνα ποδός του στάτορα αξονικού συμπιεστή. Βέλτιστου, με κριτήρια την καλή αεροδυναμική απόδοση του μεμονωμένου πτερυγίου (ελαχιστοποίηση του συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης της ροής γύρω του) αλλά και τη συνεισφορά του στην επιθυμητή λειτουργία του συμπιεστή ως συνόλου, δηλαδή τη στροφή της ροής και συνακόλουθη αύξηση της στατικής της πίεσης. Ο μαθηματικός ορισμός των κριτηρίων γίνεται στις εξ. 5.6 και 5.7.

Μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος είναι οι συντεταγμένες των 14 ελεύθερων (εκ των 18 συνολικά) σημείων ελέγχου των καμπυλών Bezier με τη βοήθεια των οποίων σχηματίζεται το περίγραμμα των αεροτομών. Τα σημεία αυτά μοιράζονται μεταξύ των πλευρών υπερπίεσης και υποπίεσης, που αποδίδονται από ξεχωριστή καμπύλη η καθεμιά (σχ. 5.3).

Για να μπορούμε να εγγυηθούμε την κατασκευασιμότητα και επαρκή μηχανική αντοχή του πτερυγίου που θα προκύψει από τη διαδικασία, επιβάλλουμε περιορισμό στο ελάχιστο πάχος που μπορεί να έχει ένα οποιοδήποτε τέτοιο πτερύγιο σε διάφορες θέσεις κατά μήκος του. Τα ελάχιστα αυτά πάχη, που εκφράζονται ως ποσοστό του μήκους της χορδής του, δίνονται στην εξ. 5.8. Τέτοιους περιορισμούς στο πάχος, θέτει και το ίδιο το λογισμικό αξιολόγησης, που μάλιστα εξετάζει την ικανοποίησή τους αμέσως μόλις διαμορφωθεί η γεωμετρία, πριν η υποψήφια λύση προωθηθεί στον επιλύτη της ροής. Οι περιορισμοί αυτοί είναι λιγότερο αυστηροί από τους παραπάνω και το σκεπτικό τους είναι να απορρίψουν τις εντελώς απαράδεκτες γεωμετρίες πριν αυτές δεσμεύσουν τους σημαντικούς υπολογιστικούς πόρους που απαιτεί η επίλυση της ροής γύρω τους.

Ένας επιπλέον περιορισμός που τίθεται είναι η στροφή της ροής που επιτυγχάνουν τα πτερύγια να είναι τουλάχιστον 20° , για να μην επιτραπεί υπερβολικός συμβιβασμός της ικανότητας του πτερυγίου να λειτουργεί ως συνιστώσα συμπιεστή, στην προσπάθεια για καλή αεροδυναμική απόδοση (εξ. 5.9).

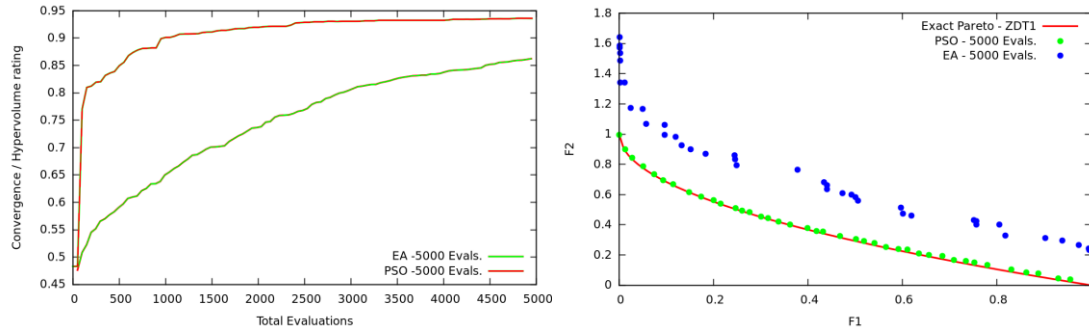
Ο επιλύτης ροής που χρησιμοποιήθηκε, του M. Drela, πραγματοποιεί μια ικανοποιητική πρόβλεψη των χαρακτηριστικών της διδιάστατης ροής γύρω από το πτερύγιο, επιλύοντας το οριακό στρώμα με χρήση ολοκληρωματικής μεθόδου και, αριθμητικά, τις εξισώσεις Euler για το εξωτερικό πεδίο ροής.

5.2. Αποτελέσματα

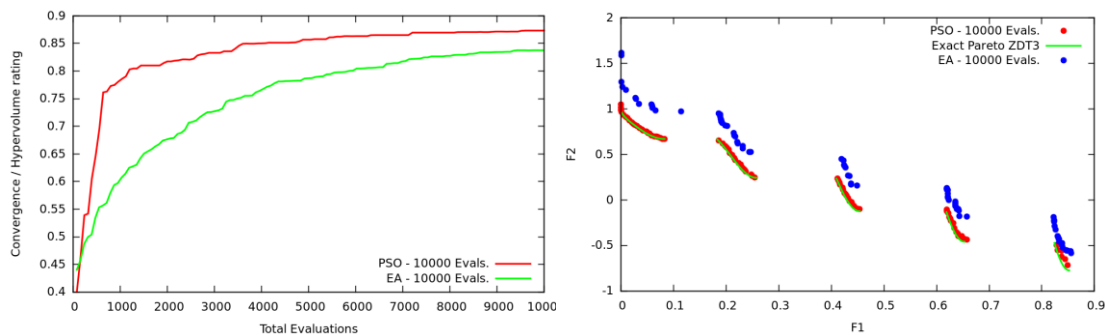
Παράλληλα με τον ΠΑ δοκιμάστηκε και ένας αρκετά πλήρης και δοκιμασμένος ΕΑ της υποκατηγορίας των Εξελικτικών Στρατηγικών, που έχει αναπτυχθεί από το ΕΘΣ, όχι τόσο για λόγους απευθείας σύγκρισης, όσο για να εξαχθούν ποιοτικά συμπεράσματα για τη συμπεριφορά των δύο μεθόδων και, δίπλα στο δεδομένης αποτελεσματικότητας λογισμικό ΕΑ, να διαπιστευτεί και η ανταγωνιστικότητα του παρόντος εκπονήματος.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με τη μορφή των μετώπων μη κυριαρχούμενων λύσεων στα οποία κατέληξε η εκτέλεση κάθε αλγορίθμου, για δεδομένο άνω όριο πλήθους αξιολογηθέντων υποψηφίων. Πραγματοποιήθηκαν 5 διαφορετικές εκτελέσεις με διαφορετική γενέτειρα τυχαίων αριθμών για καθεμία, ώστε να εξαλειφθεί η επιρροή της τυχαιότητας στο ενδεικτικό αποτέλεσμα. Επιπλέον διαμορφώθηκε και παρουσιάζεται, για κάθε πείραμα ξεχωριστά και καθεμία εκ των δύο μεθόδων, το αντίστοιχο διάγραμμα *Δείκτη Υπερόγκου*. Ο δείκτης υπερόγκου είναι μια μετρική συνάρτηση που παρέχει μία ποιοτική εικόνα της προόδου της αναζήτησης, καταγράφοντας το ποσοστό ενός προκαθορισμένου τμήματος του χώρου των λύσεων επί του οποίου «κυριαρχεί» ανά πάσα στιγμή το σύνολο των μη κυριαρχούμενων λύσεων που έχει βρει ο βελτιστοποιητής. Το τελικό διάγραμμα που επιδεικνύεται είναι προϊόν εξαγωγής του μέσου όρου των διαγραμμάτων καθεμιάς εκ των 5 εκτελέσεων ανά περίπτωση.

Στα σχήματα 5.5 και 5.6 φαίνεται η επίδοση του κάθε βελτιστοποιητή στο πρόβλημα ZDT-1, εκπεφρασμένη μέσω του διαγράμματος δείκτη υπερόγκου και τα σημεία του μετώπου Pareto, όπου διακρίνεται και η αναλυτική λύση για καλύτερη εποπτεία. Τα δύο λογισμικά εκτελέστηκαν με τις προεπιλεγμένες ρυθμίσεις τους και με ίδια χαρακτηριστικά πληθυσμού, ενώ επετράπησαν 5000 αξιολογήσεις στο καθένα. Ομοίως και για τη δοκιμή έναντι της ZDT-3, όπου επετράπησαν 10000 αξιολογήσεις το πολύ. Παρά την αυστηρότητα, για τις απαιτήσεις του προβλήματος, του ορίου αυτού, και οι δύο αλγόριθμοι τα πήγαν περίφημα στον εντοπισμό λύσεων και από τα 5 διακριτά τμήματα του μετώπου. Ο δε ΠΑ συνέπεσε σχεδόν εξ ολοκλήρου με την αναλυτική λύση (σχ. 5.7, 5.8).

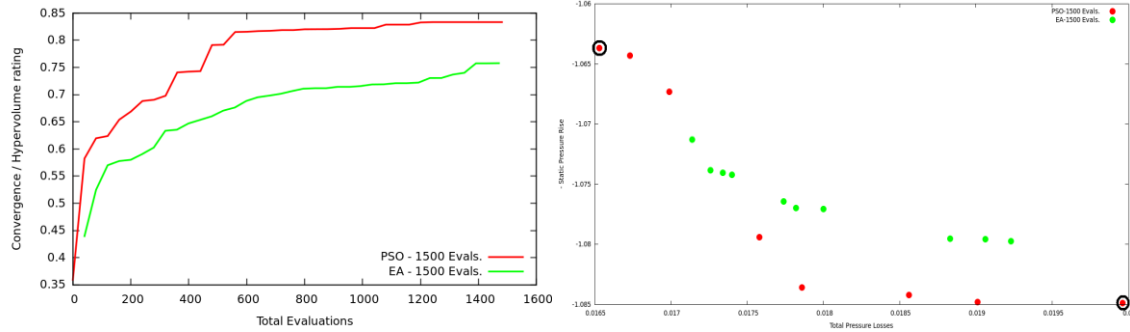


Σχ. 5.5, 5.6. Καμπύλες υπερόγκου συναρτήσει πραγματοποιηθεισών αξιολογήσεων και τελικά μέτωπα μη κυριαρχουμένων λύσεων ΠΑ και ΕΑ ύστερα από 5000 αξιολογήσεις (πρόβλημα ZDT-1).

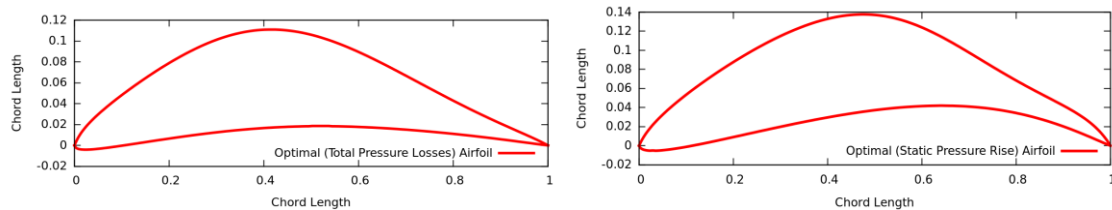


Σχ. 5.7, 5.8. Καμπύλες υπερόγκου συναρτήσει πραγματοποιηθεισών αξιολογήσεων και τελικά μέτωπα μη κυριαρχουμένων λύσεων ΠΑ και ΕΑ ύστερα από 10000 αξιολογήσεις (πρόβλημα ZDT-3).

Όσον αφορά, τέλος, την πρακτική εφαρμογή βελτιστοποίησης της αεροτομής του πτερυγίου, επιτράπησαν μόνο 1500 αξιολογήσεις, δεδομένου του υπολογιστικού κόστους αυτών, εντός των οποίων, πάντως, οι δύο αλγόριθμοι δείχνουν να συνέκλιναν. Τονίζεται η προφανής εξάρτηση των αποτελεσμάτων από τα προεπιλεγμένα όρια μεταβλητών σχεδιασμού. Τα σχ. 5.9 και 5.10 απεικονίζουν το διάγραμμα δείκτη υπερόγκου και τις τελικές λύσεις που απέδωσαν οι προσπάθειες των δύο λογισμικών. Από το τελευταίο, για την περίπτωση του ΠΑ, επιλέγονται δύο ακραίες λύσεις και στα σχ. 5.11 αναπαράγεται, χωρίς να τηρηθεί κλίμακα, η γεωμετρία τους, όπου φαίνεται ο διαφορετικός προσανατολισμός (ελάχιστες απώλειες το ένα, μέγιστη συμπίεση ροής το άλλο) δύο, κατά τα άλλα «βέλτιστων» εναλλακτικών επιλογών.



Σχ. 5.9, 5.10. Καμπύλες υπερόγκου συναρτήσεως πραγματοποιηθεισών αξιολογήσεων και τελικά μέτωπα μη κυριαρχουμένων λύσεων ΠΑ και ΕΑ ύστερα από 1500 αξιολογήσεις (πρόβλημα σχεδιασμού αεροτομής). Οι δύο ακραίες κυκλωμένες λύσεις αντιστοιχούν στις παρακάτω αεροτομές (σχ. 5.11).



Σχ. 5.11. Δύο ενδεικτικές τελικές λύσεις (δεν έχει τηρηθεί κλίμακα).

Τα παραπάνω πειράματα κατέδειξαν την ανταγωνιστικότητα του προτεινόμενου λογισμικού, αφού αυτό στάθηκε επάξια δίπλα στον ΕΑ, ξεπερνώντας τον στα σημεία. Το ευχάριστο είναι, ότι ενώ η παραλλαγή αυτή της ΒΣΣ επέδειξε και πάλι την πολύ γρήγορη εξερευνητική συμπεριφορά που χαρακτηρίζει τη μέθοδο, δεν φάνηκε να προβληματίζεται καθόλου στα τελευταία στάδια της αναζήτησης, δείγμα ότι οι σχετικές παρεμβάσεις απέδωσαν καρπούς.

6. Συμπεράσματα - Προτάσεις για μελλοντική εργασία

Τα ικανοποιητικά δείγματα των δυνατοτήτων του ΠΑ που λάβαμε κατά τις δοκιμές τον καθιστούν μια στέρεα βάση για πειραματισμούς και υποδεικνύουν καλές προοπτικές για περαιτέρω ανάπτυξη του. Ήδη από το κεφάλαιο 4 έχουν γίνει κάποιες νύξεις για τις πρώτες διαφαινόμενες βελτιώσεις. Υπάρχουν αρκετές προσθήκες που μπορούν να τον αναβαθμίσουν σημαντικά, τόσο από άποψη επίδοσης όσο και πληρότητας και ευελιξίας, κάποιες εκ των οποίων μπορούν να γίνουν άμεσα και κάποιες, πιο φιλόδοξες και μεγαλύτερης κλίμακας, που ίσως να μπορούν να συμπεριληφθούν στους στόχους μελλοντικής διπλωματικής εργασίας:

- **Περαιτέρω βελτίωση του μηχανισμού απόδοσης Gbest.** Όπως έχει επανειλημμένα τονιστεί, η διαδικασία αυτή είναι κομβικής σημασίας. Κάθε βελτίωσή της έχει άμεση θετική επίπτωση στην ταχύτητα προόδου του αλγορίθμου. Οι δυσκολίες και προκλήσεις που παρουσιάζει η επιλογή Gbest είναι κοινές με το γενικότερο πρόβλημα της ΠΚΒ, αυτό της επιλογής βάσει πολλαπλών κριτηρίων. Ως εκ τούτου, μπορούμε να στραφούμε προς το γενικότερο χώρο της ΠΚΒ για να αντλήσουμε ιδέες για αποτελεσματική αναβάθμισή της. Στην παράγραφο 4.4 αναφέραμε τα οφέλη που θα έχει πιθανή εμπλοκή μιας μετρικής συνάρτησης που θα λαμβάνει υπόψη τη μορφή του μετώπου Pareto. Σκοπός είναι να επιλέγουμε Gbest για κάθε σωματίδιο, βάσει εξασφάλισης όχι μόνο των καλύτερων προοπτικών βελτίωσης της συγκεκριμένης λύσης αλλά και της καλύτερης δυνατής ετερογένειας του μετώπου των μη κυριαρχούμενων λύσεων.
- **Ασύγχρονη αναζήτηση - Συμβατότητα με πολύ-επεξεργαστικά περιβάλλοντα.** Καθότι η πλειονότητα των υπολογιστικών προβλημάτων σήμερα αντιμετωπίζεται υπό καθεστώς παράλληλης επεξεργασίας, είναι απαραίτητο να γίνουν όλες οι δυνατές προσαρμογές ώστε ο ΠΑ να μπορεί να λειτουργήσει με τη μέγιστη αποδοτικότητα σε ένα τέτοιο περιβάλλον. Κάτι τέτοιο προϋποθέτει να μη χρειαστεί επ' ουδενί να μείνει κάποιος εκ των διαθέσιμων επεξεργαστών αδρανής. Πρέπει λοιπόν να απεμπλέξουμε την αξιολόγηση των σωματιδίων από την έννοια της «επανάληψης» του αλγορίθμου. Στην παρούσα μορφή του ΠΑ, ένας κύκλος λειτουργίας του ολοκληρώνεται όταν ολοκληρωθεί η αξιολόγηση όλων των θέσεων στις οποίες βρίσκεται σωματίδιο. Ακολούθως, όλο το σμήνος επανατοποθετείται στο χώρο και προχωρά προς επαναξιολόγηση. Για να αποφύγουμε το φαινόμενο να «περιμένει» το σύστημα την καθυστερημένη ολοκλήρωση της αξιολόγησης ενός υποψηφίου για να ολοκληρωθεί ο κύκλος, θα επαναπρογραμματιστεί ο ΠΑ ώστε ένας κύκλος του να συμπίπτει με την εξέταση ενός και μόνο υποψηφίου: με την «επιστροφή» ενός υποψηφίου από αξιολόγηση, το σωματίδιο θα επανατοποθετείται αμέσως, ενώ οι εξισώσεις 3.1 και 3.2 θα λαμβάνουν υπόψη τη μέχρι στιγμής υπαρκτή πληροφορία, ασχέτως του τι κάνουν οι υποψήφιοι που αξιολογούνται εκείνη τη στιγμή.
- **Προσαρμογή του τελεστή ανάδευσης.** Στην παράγραφο 4.5 εξηγήθηκε ο ρόλος του τελεστή ανάδευσης και δείχθηκε ότι μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική βελτίωση του τελικού αποτελέσματος. Παρ' όλα αυτά, παραμένει ένας υπερβολικά παρεμβατικός μηχανισμός, ενώ, στην παρούσα μορφή του, απαιτεί να έχει προχωρήσει αρκετά η αναζήτηση προτού αυτός εμπλακεί, ειδάλλως δεν έχει την επιθυμητή συμπεριφορά. Αξίζει να εξετάσουμε μια εναλλακτική προσέγγιση, όπου ο τελεστής ανάδευσης θα απασχολεί μόνο ένα ποσοστό του σμήνους. Αυτό

θα περιορίσει το ρίσκο εμπλοκής του, με αποτέλεσμα να μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε νωρίτερα. Σκοπός είναι να μεταμορφωθεί ο τελεστής σε βασική συνιστώσα του αλγορίθμου, συμμετέχοντας πιο αρμονικά στη διαδικασία βελτιστοποίησης και καθ' όλη την έκταση αυτής.

→ **Διερεύνηση των ρυθμιστικών παραμέτρων.** Ο συντελεστής ορμής και οι δύο συντελεστές επιτάχυνσης χρήζουν προσοχής. Εξηγήσαμε ήδη γιατί διαφορετικές τιμές αυτών ταιριάζουν καλύτερα σε διάφορες φάσεις της διαδικασίας βελτιστοποίησης και υιοθετήθηκε ένα σχήμα γραμμικής προσαρμογής αυτών συναρτήσεων των αξιολογήσεων που έχουν ολοκληρωθεί. Το σχήμα αυτό είναι μεν αποτελεσματικό, ειδικά κατά το τελικό στάδιο της αναζήτησης, αλλά δε συγκρίνεται με την εξαιρετική προσαρμοστικότητα που παρουσιάζουν σε ανάλογες περιπτώσεις οι ΕΑ (στρατηγικές μετάλλαξης κλπ.). Πρέπει να αναπτυχθούν πιο εξεζητημένα μέσα ανίχνευσης των αναγκών του προβλήματος σε κάθε φάση και δυναμικής προσαρμογής των παραμέτρων σε αυτές. Πέραν αυτού, πρέπει να διεξαχθεί και μια πλήρης παραμετρική διερεύνηση για αυτά τα τρία μεγέθη, καθώς και για τις διάφορες ρυθμίσεις του τελεστή *ανάδευσης*.

→ **Εφαρμογή κάποιας μεθόδου μη ακριβούς προ-αξιολόγησης.** Υπάρχουν μαθηματικά μοντέλα που δίνουν τη δυνατότητα να επιτύχουμε μια καλή προσέγγιση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης μίας υποψηφίας λύσης εκμεταλλευόμενοι την πληροφορία που είναι διαθέσιμη για τον περιβάλλοντα τη λύση αυτή χώρο αναζήτησης, δηλαδή τις προηγουμένως εξετασθείσες λύσεις που γειτονεύουν με αυτήν [41]. Μία τέτοια μέθοδος μπορεί να υποκαταστήσει περιστασιακά το διαθέσιμο λογισμικό ακριβούς αξιολόγησης, με προφανές όφελος, αφού αυτή η διαδικασία παρεμβολής (ή όμοια) έχει πολύ μικρότερο υπολογιστικό κόστος στην πλειοψηφία των πρακτικών εφαρμογών. Μία τέτοια μέθοδος θα μπορούσε να χρησιμεύσει για να μας δώσει -χωρίς ιδιαίτερη επιβάρυνση- μια πρώτη ένδειξη του πως θα εξελιχθεί ένα σωματίδιο εφόσον του αποδοθεί κάθε ένα εκ των υποψηφίων Gbest, καθιστώντας αυτή τη δύσκολη απόφαση «εκ του ασφαλούς». Ένα ενδεικτικό τέτοιο μαθηματικό εργαλείο είναι το λεγόμενο *Kriging*, εκ του G. Krige που το πρότεινε. Το *Kriging* διαφοροποιείται από άλλα τέτοια εργαλεία λόγω της ιδιότητάς του να παρέχει, εκτός της εκτίμησης της συνάρτησης κόστους, το κανονικά κατανοημένο πιθανό σφάλμα αυτής. Η εμπλοκή του *Kriging* σε προβλήματα ΠΚΒ παρουσιάζει προκλήσεις όμοιες με αυτές που αντιμετωπίσαμε με την πολύ-κριτηριακή επέκταση της ΒΣΣ, ο δε γράφων έχει μία σχετική εμπειρία στην εφαρμογή του σε συνδυασμό με ΕΑ.