



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

ΤΟΜΕΑΣ ΙΙ: Σχεδιασμός, Ανάλυση και Ανάπτυξη Διεργασιών και  
Συστημάτων

**Εφαρμογή μαθηματικού προγραμματισμού  
και του κριτηρίου minimax regret στη  
βελτιστοποίηση νησιωτικού συστήματος  
ύδρευσης: Η περίπτωση της Πάρου**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Δημήτρη Νικολακάκη**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΑΥΡΩΤΑΣ

ΑΘΗΝΑ 2013

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο της ολοκλήρωσης των σπουδών του συγγραφέως στη Σχολή Χημικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Το αντικείμενο της εργασίας εντάσσεται στον τομέα του Εργαστηρίου Βιομηχανικής και Ενεργειακής Οικονομίας κατά το ακαδημαϊκό έτος 2012.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να εκφράσω τις ιδιαίτερες ευχαριστίες μου στον καθηγητή μου κ. Γιώργο Μαυρωτά, όχι μόνο για την επιστημονική καθοδήγηση και επίβλεψή του σε όλες τις φάσεις της παρούσας εργασίας αλλά και για την συνεχή ηθική υποστήριξη και ενίσχυση.

Δεν θα ήθελα να λησμονήσω να αναφέρω την πολύτιμη, από ψυχολογική πλευρά, στήριξη των μελών της οικογενείας μου, για την οποία και τους ευχαριστώ θερμά.

*Νικολακάκης Δημήτριος*

*Αθήνα, Νοέμβριος 2013*

## Περίληψη

Ένα μεγάλο μέρος των νησιών της Ελλάδος εμφανίζει βασικά προβλήματα κάλυψης των αναγκών τους σε πόσιμο αλλά και μη πόσιμο νερό. Έτσι επιβεβλημένη είναι η προσφυγή σε εναλλακτικές μεθόδους επίλησης του ζητήματος όπως είναι η αφαλάτωση θαλασσινού νερού, η ανάκτηση νερού, η επεξεργασία του νερού των λυμάτων και των υπόγειων υδάτων. Στην παρούσα μελέτη γίνεται μια προσέγγιση για την βελτιστοποίηση της διαχείρισης των υδάτων με την χρήση αυτών των βιώσιμων εναλλακτικών μεθόδων σε τέτοιες νησιωτικές περιοχές, και πιο συγκεκριμένα στο νησί της Πάρου σε συνδυασμό με το νησί της Αντιπάρου. Η βελτιστοποίηση αυτή γίνεται με την χρήση ενός μοντέλου μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed Integer Linear Programming, MILP) με διαχωρισμό του νησιού σε υποπεριοχές και με δεδομένες τις αποστάσεις, τις αποστάσεις άντλησης και τα ύψη είτε αναμέσα σε δύο πληθυσμιακά κέντρα είτε από ορισμένη τοποθεσία μιας εγκατάστασης στα πληθυσμιακά κέντρα. Λαμβάνεται επίσης υπ' όψιν και η ποιότητα του νερού (πόσιμου ή μη πόσιμου) που θα έχει προς διάθεση η κάθε μονάδα. Στο μοντέλο, με την ελαχιστοποίηση των ετήσιου κεφαλαιούχικου και λειτουργικού κόστους πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση ως προς την διαχείριση των υδάτων μέσω της αφαλάτωσης του θαλασσινού νερού, των ανακτώμενων και των υπόγειων υδάτων καθώς και των λυμάτων για ένα συγκεκριμένο φάσμα ζήτησης της εκάστοτε περιοχής. Τέλος, λαμβάνοντας ως δεδομένες τις εγκαταστάσεις και τις παροχές για ένα συγκεκριμένο επίπεδο ζήτησης, γίνεται βελτιστοποίηση των υπόλοιπων επιπέδων, εισάγοντας νερό από μεγάλα αστικά κέντρα σε περίπτωση που η παραγωγή δεν επαρκεί, και εφαρμογή συγκεκριμένης μεθοδολογίας για την εύρεση της προτιμότερης λύσης με βάση το κριτήριο minimax regret και την υπάρχουσα αβεβαιότητα ως προς το επίπεδο ζήτησης.

## **Abstract**

A big part of the islands of Greece shows basic issues concerning coverage of their needs in potable and also non-potable water. So, it is imperative to turn to alternative methods which will solve the problem such as seawater desalination, water reclamation, wastewater treatment and groundwater. This research presents an optimization approach of the water management by using these sustainable alternative methods in the Greek islands, and specifically in the island of Paros, in combination with the island of Antiparos. This optimization is conducted with the use of Mixed Integer Linear Programming (MILP) by dividing the island into sub-regions and the distances, the pumping distances and the elevations either between two population centres or from a potential plant location to a population centre are given. It is also taken into account the quality of the water (potable or non-potable) which every plant will be able to supply. In this model, by minimizing the annual capital and functional costs, an optimization is performed concerning the water management via seawater desalination, reclaimed water, ground water and wastewater treatment for a specific spectrum of need for every region. Finally, by taking as given the installations and the supplies for a specific demand level, an optimization is performed for the rest of the demand levels, by importing water where the supply isn't efficient from big urban centers and applying a certain method in order to find the best solution based on the minimax regret criterion and the existing uncertainty of the demand level.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	2
Περίληψη .....	3
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
1.1 Σκοπός και Αντικείμενο.....	7
1.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση .....	7
1.3 Δομή διπλωματικής .....	8
2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	10
2.1 Μαθηματικός Προγραμματισμός.....	10
2.1.1 Γενικά .....	10
2.1.2 Κλάδοι μαθηματικού προγραμματισμού .....	11
2.1.3 Μικτός Ακέραιος Μαθηματικός Προγραμματισμός.....	12
2.2. Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός .....	14
2.3 Το κριτήριο minimax regret .....	17
3. Η ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ: ΤΟ ΝΗΣΙ ΤΗ ΠΑΡΟΥ .....	22
4. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ .....	27
4.1 Ισοζύγια μάζας.....	28
4.2 Ροές.....	29
4.3 Δίκτυα αγωγών .....	29
4.4 Σταθμοί άντλησης .....	30
4.5 Δεξαμενές αποθήκευσης .....	30
4.6 Δυνατότητες εγκατάστασης.....	31
4.7 Μονάδες παραγωγής.....	31
4.8 Ενέργεια άντλησης.....	31
4.9 Λογικοί περιορισμοί .....	32
4.10 Αντικειμενικές συναρτήσεις .....	33
4.10.1 Το ετησιοποιημένο συνολικό κόστος .....	33
4.10.2 Ο βαθμός ικανοποίησης της μέγιστης ζήτησης.....	34
5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	36
5.1 Αποτελέσματα του δικριτηριακού μοντέλου .....	36
5.2 Αποτελέσματα εφαρμογής του κριτηρίου minimax regret .....	41
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	48

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	50
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	52
Παράρτημα Α1: Η πλατφόρμα GAMS.....	52
Παράρτημα Α2: Ονοματολογία μεταβλητών και παραμέτρων .....	56
Παράρτημα Α3: Ο κώδικας GAMS.....	60
Παράρτημα Α4: Πίνακες Αποτελεσμάτων .....	74

# 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Σκοπός και Αντικείμενο

Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία έχει δύο βασικούς σκοπούς. Πρώτον, την ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου για το σύστημα ύδρευσης στα νησιά της Πάρου και της Αντιπάρου και η βελτιστοποίησή του. Δεύτερον, την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας της ζήτησης με το κριτήριο *minimax regret*. Ο μαθηματικός προγραμματισμός για αρχικά την μοντελοποίηση και εν συνεχεία την βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με την γλώσσα μοντελοποίησης GAMS (<http://www.gams.com>).

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε στην συγκεκριμένη εργασία λαμβάνει υπ' όψιν της την οργάνωση της παραγωγής, την διανομή και αποθήκευση του αφαλατομένου νερού, του ανακτώμενου νερού και των υπόγειων υδάτων, την συλλογή και επεξεργασία των λυμάτων σε συνδυασμό με τον διαχωρισμό ανάμεσα σε συστήματα πόσιμοι και μη πόσιμοι νερού, αλλά και την εισαγωγή υδάτων από μεγάλα αστικά κέντρα σε περίπτωση μη κάλυψης της ζήτησης. Η βελτιστοποίηση για την διαχείριση των υδάτινων πόρων πραγματοποιήθηκε μέσω της τεχνικής του μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) και περιλαμβάνουν αφαλατομένο θαλασσινό νερό, λύματα, ανακτώμενο νερό, υπόγεια ύδατα και εισαγόμενο νερό. Επιπλέον, πραγματοποιείται και βελτιστοποίηση των δυναμιכוτήτων και τοποθεσιών των συγκεκριμένων εγκαταστάσεων, των βασικών δικτύων των αγωγών, του πλήθους και του τύπου των αντλιών καθώς και των δεξαμενών αποθήκευσης. Ακόμα γίνεται διερεύνηση μέσω του μαθηματικού προγραμματισμού για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας της ζήτησης σύμφωνα με το κριτήριο *minimax regret*.

## 1.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Πρόσφατα, οι τεχνικές μοντελοποίησης έχουν αναχθεί σε πολύ χρήσιμο εργαλείο για την διαχείριση των υδάτινων πόρων. Πιο συγκεκριμένα, στην έρευνα (Voivontas et al., 2003) έγινε πρόταση ενός μαθηματικού μοντέλου για την οικονομικότερη δυνατή αλλά και βέλτιστη ταυτόχρονα επέμβαση στο υδροδοτικό σύστημα στο νησί της Πάρου. Στην μελέτη των (Drafer et al., 2003) παρουσιάστηκε ένα μοντέλο οικονομοτεχνικής βελτιστοποίησης του βασικού υδροδοτικού δικτύου της πολιτείας της Καλιφόρνια. Το μοντέλο χρησιμοποιήθηκε για να προτείνει λειτουργικές εγκαταστάσεις των υδάτων και κατανομές έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η οικονομική αξία της χρήσης των γεωργικών και αστικών υδάτων της Καλιφόρνια. Μεταγενέστερα, σε μελέτη των (Medellin-Azuara et al., 2007), έγινε εφαρμογή του ίδιου οικονομικού μοντέλου για την διερεύνηση και ενσωμάτωση εναλλακτικών λύσεων για την διαχείριση των υδάτων, όπως αγορές υδάτων, επαναχρησιμοποίηση και αφαλάτωση θαλασσινού νερού στην Ενσενάντα στο Μεξικό. Εν συνεχεία, οι (Han, Xu & Xu, 2008) παρουσίασαν ένα μοντέλο γραμμικού πολυκριτηριακού προγραμματισμού που στόχευε στην διάθεση διαφόρων υδάτινων πόρων, συμπεριλαμβανομένων και των υπόγειων υδάτων, των επιφανειακών υδάτων, των ανακτώμενων υδάτων, του βρόχινου νερού, του θαλασσινού νερού για κάθε χρήση και με δεδομένη ζήτηση και πόρους στο Νταλιάν της Κίνας. Στην έρευνα των Ray et al., (2010) προτάθηκε ένα στατικό ντετερμινιστικό μοντέλο γραμμικού

προγραμματισμού (LP) το οποίο βελτιστοποιεί την διαμόρφωση του ελάχιστο κόστους της μελλοντικής παροχής νερού, της απόρριψης λυμάτων και των επιλογών επαναχρησιμοποίησης σε μία ημιάνυδρη παράκτια πόλη, όπου τα ανακτώμενα ύδατα έχουν συμπεριληφθεί ως βιώσιμη λύση παροχής νερού. Το συγκεκριμένο μοντέλο βελτιστοποίησης εφαρμόστηκε στην Βυρηττό του Λιβάνου και τα βέλτιστα συστήματα νερού και λυμάτων λήφθηκαν για ποικίλα σενάρια. Τέλος, σε μελέτη των Kondili et al., (2010) έγινε μια συστημική προσέγγιση για τον βέλτιστη πλάνο υδατικών συστημάτων με πολλαπλές πηγές παροχής και πολλαπλούς χρήστες. Το πλεόνασμα των χρηστών του νερού και το κόστος από τους πόρους του νερού έχουν συμπεριληφθεί στην αντικειμενική συνάρτηση εν αντιθέτως με το κόστος για την διανομή του νερού.

### 1.3 Δομή διπλωματικής

Στο δεύτερο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας γίνεται μία επισκόπηση τριών ουσιαστικών πεδίων της επιχειρησιακής έρευνας και πιο συγκεκριμένα τον μαθηματικό προγραμματισμό και ειδικά τον Μικτό Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό (MILP), τον Πολυκριτηριακό Προγραμματισμό και την εφαρμογή του κριτηρίου *minimax regret* για την επιλογή της προτιμότερης λύσης σε συνθήκες αβεβαιότητας..

Στη συνέχεια, το τρίτο κεφάλαιο πραγματεύεται την μελέτη της περίπτωσης. Δηλαδή γενικά για το πρόβλημα της υδροδότησης στην Πάρο (και την Αντίπαρο), γίνεται μια περιγραφή της κατάστασης και καταγράφονται οι πίνακες με όλα τα δεδομένα του νησιού που χρησιμοποιούνται μετέπειτα ως δεδομένα στην βελτιστοποίηση καθώς και η γεωγραφικός διαχωρισμός του νησιού σε υποπεριοχές.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρατίθεται το μαθηματικό μοντέλο που κατασκευάστηκε για την εφαρμογή του σε γλώσσα μοντελοποίησης GAMS, στην περίπτωση της Πάρου. Καταγράφονται δηλαδή οι σχέσεις των ισοζυγίων μάζας, των ροών, των δικτύων των αγωγών, των σταθμών άντλησης, των δεξαμενών αποθήκευσης των δυνατοτήτων των εγκαταστάσεων, των μονάδων παραγωγής, της ενέργειας άντλησης, των λογικών περιορισμών και εν τέλει της αντικειμενικής συνάρτησης η οποία αφορά την ελαχιστοποίηση του ετήσιου κόστους και μεγιστοποίηση της ζήτησης.

Αφού έχει ολοκληρωθεί η κατασκευή του μαθηματικού μοντέλου, στο πέμπτο κεφάλαιο παρατίθενται τα αποτελέσματα του δικριτηριακού μοντέλου που εξάχθηκαν μέσω της γλώσσας μοντελοποίησης GAMS και τα αποτελέσματα της εφαρμογής του κριτηρίου του *minimax regret* λόγω της αβεβαιότητας ως προς το επίπεδο της ζήτησης. Παράλληλα με την παράθεση των αποτελεσμάτων γίνεται και σχολιασμός τους από μαθηματικής αλλά και μηχανικής άποψης.

Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα τα οποία εξάγονται από την παρούσα εργασία, τόσο για τη μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε όσο και για τη δεδομένη εφαρμογή στο νησί της Πάρου. Ακόμα, γίνονται ορισμένες προτάσεις για μελλοντική έρευνα αλλά και της ενδεχόμενης πρακτικής εφαρμογής των εξαγόμενων προτάσεων. Στο παράρτημα της εργασίας παρατίθεται το μοντέλο όπως καταγράφηκε στην γλώσσα GAMS, η ονοματολογία των μεταβλητών και των παραμέτρων που



χρησιμοποιήθηκαν στο μαθηματικό μοντέλο και η πινακοποιημένη μορφή με την οποία δόθηκαν τα αποτελέσματα από το πρόγραμμα.

## 2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Το μεθοδολογικό μέρος της διπλωματικής εργασίας αποτελείται από τρία ουσιαστικά πεδία της επιχειρησιακής έρευνας: (α) τον μαθηματικό προγραμματισμό και ειδικά τον Μικτό Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό (β) Τον Πολυκριτηριακό Προγραμματισμό και (γ) την εφαρμογή του κριτηρίου minimax regret για την επιλογή της προτιμότερης λύσης σε συνθήκες αβεβαιότητας.

### 2.1 Μαθηματικός Προγραμματισμός

#### 2.1.1 Γενικά

Ο μαθηματικός προγραμματισμός (mathematical programming) είναι ίσως η πιο ανεπτυγμένη και περισσότερο χρησιμοποιημένη τεχνική υποστήριξης αποφάσεων στην οικονομία και διοίκηση. Έχει ως αντικείμενο την βέλτιστη κατανομή περιορισμένων μέσων ή πόρων μεταξύ διάφορων ανταγωνιστικών δραστηριοτήτων κάτω από συνθήκες βεβαιότητας. Ένα μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού αποτελείται από μια αντικειμενική συνάρτηση (objective function) η οποία εκφράζει το στόχο που θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε ή ελαχιστοποιήσουμε και από ένα σύνολο περιορισμών (δυναμικότητας, διαθεσιμότητας πόρων, τεχνολογίας, κλπ.), που εκφράζουν τους περιορισμούς του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο πρέπει να ληφθεί η απόφαση. Γενικό χαρακτηριστικό των μοντέλων μαθηματικού προγραμματισμού είναι ότι τόσο η αντικειμενική συνάρτηση όσο και οι περιορισμοί του προβλήματος εκφράζονται ως μαθηματικές συναρτήσεις (Πραστάκος, 2000).

Τα βασικά συστατικά ενός προβλήματος μαθηματικού προγραμματισμού είναι τα ακόλουθα:

Μεταβλητές απόφασης: Εκφράζουν ουσιαστικά τους αγνώστους του προβλήματος και είναι οι μεταβλητές που ελέγχει ο αποφασίζων, δηλ. εκείνες των οποίων τις τιμές μπορεί να καθορίσει. Το σύνολο των μεταβλητών απόφασης αποτελεί ουσιαστικά το αντικείμενο της διαδικασίας λήψης απόφασης. Η διαδικασία βελτιστοποίησης αποσκοπεί στο να βρεθούν οι τιμές εκείνες για τις μεταβλητές απόφασης οι οποίες βελτιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση.

Αντικειμενική συνάρτηση: Αποτελεί τη μαθηματική σχέση των μεταβλητών απόφασης που εκφράζει το κριτήριο βελτιστοποίησης. Επιδιώκεται είτε η ελαχιστοποίηση είτε η μεγιστοποίηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Στα προβλήματα πολυκριτηριακού μαθηματικού προγραμματισμού (multiobjective mathematical programming) υπάρχουν περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις (κριτήρια απόφασης), γι αυτό και τα προβλήματα αυτά αναφέρονται και ως προβλήματα διανυσματικής βελτιστοποίησης (vector optimization).

Περιορισμοί: Είναι οι μαθηματικές σχέσεις που καθορίζουν τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές απόφασης στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Καθορίζουν δηλαδή το πεδίο ορισμού (εφικτό χώρο) του προβλήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι ισότητες ή ανισοεξισώσεις.

*Παράμετροι:* Είναι τα εξωγενώς οριζόμενα (εκτός του ελέγχου του αποφασίζοντος) μεγέθη του προβλήματος. Πρόκειται ουσιαστικά για τους γνωστούς όρους του προβλήματος οι οποίοι έχουν σταθερή τιμή στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Συνήθως είναι συντελεστές των μεταβλητών απόφασης ή εκφράζουν ποσότητες απαραίτητες στη διαμόρφωση των περιορισμών (π.χ. την απαιτούμενη ζήτηση μιας δραστηριότητας).

### 2.1.2 Κλάδοι μαθηματικού προγραμματισμού

Ο μαθηματικός προγραμματισμός περιλαμβάνει μια σειρά από τεχνικές ανάλογα με τις προϋποθέσεις που ισχύουν στο κάθε πρόβλημα. Ο γραμμικός προγραμματισμός (linear programming) είναι ο πιο γνωστός κλάδος του μαθηματικού προγραμματισμού (Hadley, 1972, Dantzig and Thapa, 1997, Ξηρόκωστας, 1991, Σίσκος, 1998, Παπαρρίζος, 2001). Προϋποθέτει ότι οι συναρτήσεις στόχου και περιορισμών είναι γραμμικές και οι μεταβλητές αποφάσεων μπορούν να πάρουν όχι μόνο ακέραιες, αλλά και δεκαδικές τιμές. Άλλος επίσης γνωστός και ιδιαίτερα σημαντικός κλάδος του μαθηματικού προγραμματισμού, είναι ο ακέραιος προγραμματισμός (Garfinkel and Nemhauser, 1972), ο οποίος εφαρμόζεται όταν όλες οι μεταβλητές απόφασης οφείλουν να πάρουν ακέραιες τιμές. Ένας τρίτος γνωστός κλάδος του μαθηματικού προγραμματισμού είναι ο μη γραμμικός προγραμματισμός (non linear programming), όπου μερικές από τις συναρτήσεις του προβλήματος (αντικειμενική συνάρτηση ή/και περιορισμοί) είναι μη γραμμικές.

Όταν οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το πρόβλημα (αντικειμενικές συναρτήσεις και περιορισμοί), είναι γραμμικές ως προς τις μεταβλητές απόφασης τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού αποτελούν τη συντριπτική πλειοψηφία των προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού κυρίως λόγω των συγκεκριμένων χαρακτηριστικών τους και την ευκολία επίλυσης τους. Με τη μέθοδο Simplex και τις παραλλαγές της να κυριαρχούν στην επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων εδώ και 60 περίπου χρόνια, προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού με χιλιάδες μεταβλητές απόφασης και περιορισμούς, επιλύονται σήμερα σε ελάχιστο χρόνο (Hadley, 1972, Dantzig and Thapa, 1997, Ξηρόκωστας, 1991, Σίσκος, 1998, Παπαρρίζος, 2001). Αντίθετα, η επίλυση προβλημάτων μη γραμμικού προγραμματισμού είναι πιο δύσκολη υπόθεση και καταλήγει σε τοπικά βέλτιστα. Για τους λόγους αυτούς, επιδιώκεται στις περισσότερες περιπτώσεις τα πραγματικά προβλήματα να μοντελοποιούνται ως προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού προσφεύγοντας αρκετές φορές σε προσεγγίσεις μη γραμμικών συστημάτων με γραμμικές σχέσεις.

Μία άλλη ταξινόμηση, είναι ανάλογα με το είδος των μεταβλητών απόφασης, αν δηλαδή είναι συνεχείς μεταβλητές ή ακέραιες. Τα προβλήματα που έχουν μόνο συνεχείς μεταβλητές είναι πιο εύκολο να λυθούν σε σχέση με αυτά που έχουν ακέραιες μεταβλητές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το εφικτό χωρίο σε ένα πρόβλημα με ακέραιες μεταβλητές παρουσιάζει ασυνέχειες δυσκολεύοντας έτσι κατά πολύ τη διαδικασία επίλυσης. Από την άλλη μεριά όμως η δυνατότητα χρήσης ακεραίων μεταβλητών δίνει τη δυνατότητα μιας πιο ρεαλιστικής μοντελοποίησης της πραγματικότητας και επίσης επεκτείνει σημαντικά το πεδίο εφαρμογής του μαθηματικού προγραμματισμού και σε προβλήματα που έχουν συνδυαστικό

χαρακτήρα (συνδυαστική βελτιστοποίηση), τα οποία χωρίς τη χρήση ακεραίων μεταβλητών θα ήταν αδύνατο να λυθούν. Στο 95% των περιπτώσεων οι ακέραιες μεταβλητές που συναντώνται σε μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού είναι δυαδικές μεταβλητές, δηλαδή παίρνουν τιμή 0 ή 1. Αν ένα μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού έχει αποκλειστικά ακέραιες μεταβλητές χαρακτηρίζεται ως **μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού** (integer programming, Garfinkel and Nemhauser, 1972). Αν έχει και συνεχείς και ακέραιες μεταβλητές χαρακτηρίζεται ως **μοντέλο μικτού ακέραιου προγραμματισμού** (mixed integer programming). Η επίλυση προβλημάτων ακέραιου και μικτού ακέραιου προγραμματισμού γίνεται συνήθως με τη μεθοδολογία «κλάδου και φράγματος» (branch and bound), μια τεχνική συστηματικής εξερεύνησης του πεδίου των δυνατών λύσεων (Garfinkel and Nemhauser, 1972, Σίσκος, 1998). Σε κάποιες περιπτώσεις, οι παράμετροι ενός μοντέλου μαθηματικού προγραμματισμού μπορεί να μην εκφράζονται με πραγματικούς αριθμούς αλλά με κατανομές πιθανότητας ή με ασαφείς αριθμούς, απεικονίζοντας έτσι την αβεβαιότητα ως προς την τιμή τους. Τότε το πρόβλημα ανάγεται αντίστοιχα σε πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού (stochastic programming) ή ασαφούς προγραμματισμού (fuzzy programming). Τα τελευταία χρόνια μάλιστα έχει αρχίσει να απασχολεί ιδιαίτερα η διαχείριση της αβεβαιότητας ως προς τις παραμέτρους ενός μοντέλου, ξεφεύγοντας από τις απλές μορφές ανάλυσης ευαισθησίας που μπορεί να προσφέρει και ο μαθηματικός προγραμματισμός.

Τέλος, όταν υπάρχουν περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις (όπως και στην προκειμένη περίπτωση), το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως **πρόβλημα πολυκριτηριακού μαθηματικού προγραμματισμού** (multiobjective programming, multiobjective optimization). Ο όρος πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση είναι ταυτόσημος με τον όρο διανυσματική βελτιστοποίηση (vector optimization) σε αντιδιαστολή με την μονοδιάστατη βελτιστοποίηση (scalar optimization) που πραγματεύεται ο συμβατικός μαθηματικός προγραμματισμός. Ο πολυκριτηριακός μαθηματικός προγραμματισμός έκανε την εμφάνισή του τη δεκαετία του 70, όταν η θεώρηση περισσότερων από μιας αντικειμενικών συναρτήσεων άρχισε να καθορίζει ένα πιο ρεαλιστικό πλαίσιο μοντελοποίησης των πολύπλοκων προβλημάτων του μάνατζμεντ (Zeleny, 1982, Steuer, 1985, Σίσκος, 1998).

### *2.1.3 Μικτός Ακέραιος Μαθηματικός Προγραμματισμός*

Μία από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του συνεχούς γραμμικού προγραμματισμού είναι η διαιρετότητα των μεταβλητών απόφασης. Σε ένα κλασικό (συνεχές) γραμμικό πρόγραμμα, οι μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε πραγματική τιμή. Υπάρχει, όμως ένας σημαντικός αριθμός προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, στα οποία όλες οι μεταβλητές, ή μερικές από αυτές, υποχρεούνται να πάρουν μόνο ακέραιες τιμές. Τέτοιες μεταβλητές είναι, για παράδειγμα, αυτές που δηλώνουν αριθμό εργατών, αριθμό εργοστασιακών μονάδων, αποφάσεις χρηματοδότησης ή μη χρηματοδότησης ενός έργου, κλπ. Τα προβλήματα του γραμμικού προγραμματισμού στα οποία όλες ανεξαιρέτα οι μεταβλητές απόφασης περιορίζονται να πάρουν ακέραιες τιμές, εμπίπτουν στο πεδίο του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Εκείνα, στα οποία ο περιορισμός ακεραιότητας δεν

ισχύει για όλες τις μεταβλητές, αλλά για μερικές από αυτές, ονομάζονται προβλήματα μικτού ακέραιου προγραμματισμού, όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση που οι μεταβλητές είναι περιορισμένες να παίρνουν τιμές 0 ή 1. Το πρόβλημα αυτό καλείται πρόβλημα **δυναδικού ακέραιου προγραμματισμού**. Μια σημαντική χρήση μιας δυναδικής μεταβλητής είναι να κωδικοποιήσουμε μια απόφαση μεταξύ δύο εναλλακτικών που θα πρέπει να ληφθεί στο πρόβλημα. Η τιμή που θα πάρει η μεταβλητή απόφασης κατά την επίλυση δείχνει ποια απόφαση πρέπει να επιλεγεί ώστε να βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση.

Μία απλή μέθοδος επίτευξης ακέραιης λύσης σε ένα πρόβλημα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού συνίσταται στο να επιλυθεί με τη συνηθισμένη μέθοδο Simplex για συνεχή γραμμικό προγραμματισμό και στη συνέχεια, να στρογγυλευθούν στον πλησιέστερο ακέραιο οι τιμές των μεταβλητών οι οποίες παίρνουν ρητές τιμές. Μία τέτοια διαδικασία είναι πολύ επικίνδυνη, όσο απλή κι αν φαίνεται, γιατί μπορεί να καταλήξει είτε σε υποβέλτιστες λύσεις, κατώτερες δηλαδή της πραγματικά βέλτιστης ακέραιης λύσης, είτε σε λύσεις μη πραγματοποιήσιμες, που παραβιάζουν δηλαδή τουλάχιστον έναν από τους περιορισμούς του προβλήματος. Το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού που προκύπτει από ένα πρόβλημα ακέραιου ή μικτού ακέραιου προγραμματισμού αν αφαιρέσουμε τη συνθήκη οι μεταβλητές να είναι ακέραιες, ονομάζεται το **γραμμικό πρόβλημα χαλάρωσης του ακέραιου προγραμματισμού**. Στην πραγματικότητα, ο χώρος των εφικτών λύσεων για ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού περικλείεται μέσα στο χώρο των εφικτών λύσεων του αντίστοιχου γραμμικού προβλήματος χαλάρωσης. Αυτό συνεπάγεται ότι η βέλτιστη τιμή για το γραμμικό πρόβλημα χαλάρωσης θα είναι μεγαλύτερη ή ίση της αντίστοιχης βέλτιστης τιμής για το πρόβλημα του ακέραιου προγραμματισμού.

Σε περιπτώσεις που οι μεταβλητές απόφασης ενός γραμμικού προβλήματος είναι φραγμένες, παίρνουν δηλαδή περιορισμένο αριθμό ακέραιων τιμών, οι ιδεώδεις μέθοδοι επίλυσης του είναι οι μέθοδοι κλάδου και φράγματος (branch and bound methods) οι οποίοι στηρίζονται σε μια έμμεση απαρίθμηση των δυνατών ακέραιων λύσεων που επιδέχεται το πρόβλημα (Σίσκος, 1998).

Φυσικά, σήμερα υπάρχουν αρκετές μέθοδοι μικτού ακέραιου και ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Παρόλο όμως, που αρκετή ανθρώπινη προσπάθεια έχει αφιερωθεί με σκοπό να κατασκευαστούν αποτελεσματικοί αλγόριθμοι για τη λύση των προβλημάτων αυτών, εν τούτοις δε μπορεί να πει κανείς ότι κάθε πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού έχει βρει τη λύση του. Πάντως, ενδιαφέρον είναι το γεγονός, ότι τα προβλήματα του ακέραιου προγραμματισμού που παρουσιάζονται σαν συνέπεια ενός πραγματικού προβλήματος, σχεδόν πάντα λύνονται.

Είναι γεγονός πάντως, ότι σε προβλήματα όπου οι μεταβλητές ξεπερνούν τις 100, το μέγεθος του προβλήματος ξεπερνά συνήθως τα όρια και η πιθανότητα να το λύσει κανείς σε ένα λογικό χρόνο στον υπολογιστή είναι πολύ μικρή.

Στον μικτό ακέραιο προγραμματισμό (mixed integer programming), οι μεταβλητές ενός γνήσιου μη κενού υποσυνόλου του συνόλου των μεταβλητών παίρνουν ακέραιες τιμές και οι υπόλοιπες μεταβλητές είναι συνεχείς. Διακρίνουμε τις περιπτώσεις του μικτού ακέραιου προγραμματισμού και του μικτού ακέραιου μη γραμμικού

προγραμματισμού. Μια εφικτή λύση, είναι κάθε διάνυσμα  $x$ , που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς που ορίζει το πρόβλημα MIP και ως εφικτή περιοχή (feasible region) του προβλήματος ορίζεται το σύνολο όλων των εφικτών λύσεων. Μια εφικτή λύση όπου η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει τη μέγιστη δυνατή τιμή (για προβλήματα μεγιστοποίησης) ή την ελάχιστη δυνατή τιμή (για προβλήματα ελαχιστοποίησης), ονομάζεται βέλτιστη λύση (optimal solution). (Σίσκος Ελευθέριος, 2011, Ανάπτυξη μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού για την προσομοίωση επιχειρηματικών αποφάσεων με έμφαση στην αντιμετώπιση της αβεβαιότητας)

## 2.2. Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός

Ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός (ΠΜΠ) αποτελεί ουσιαστικά το κοινό υποσύνολο δύο πολύ διαδεδομένων πεδίων της Επιχειρησιακής Έρευνας: του Μαθηματικού Προγραμματισμού και της Πολυκριτηριακής Λήψης Αποφάσεων (Multiple Criteria Decision Making) η οποία ασχολείται με προβλήματα λήψης απόφασης όπου εμπλέκονται περισσότερα του ενός κριτηρίων απόφασης.



**Εικόνα 1:** Γραφική παράσταση του πεδίου του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού προγραμματισμού

Τα προβλήματα ΠΜΠ ανήκουν στην κατηγορία των προβλημάτων χαμηλού βαθμού δόμησης (ill structured problems), είναι δηλαδή προβλήματα όπου η ορθολογική λύση δεν καθορίζεται από το ίδιο το πρόβλημα αλλά αποτελεί αντικείμενο προοδευτικής αναζήτησης με εμπλοκή του αποφασίζοντα στη διαδικασία αυτή (Zeleny, 1982; Σίσκος, 1998).

Το βασικό χαρακτηριστικό των προβλημάτων ΠΜΠ είναι ότι η έννοια της βέλτιστης λύσης δεν έχει πια σημασία καθότι δεν υπάρχει (συνήθως) μία λύση που να βελτιστοποιεί συγχρόνως όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις, δηλαδή μια ιδανική λύση (ideal solution). Στον ΠΜΠ υπάρχει η έννοια των κατά Pareto άριστων λύσεων (Pareto optimal solutions).

Αν θεωρήσουμε το ακόλουθο πρόβλημα ΠΜΠ με  $p$  αντικειμενικές συναρτήσεις,  $n$  μεταβλητές απόφασης και  $m$  περιορισμούς :

$$\max f_1(x) = z_1$$

$$\max f_2(x) = z_2$$

.....

$$\max f_p(x) = z_p$$

$$x \in S$$

όπου  $S$  είναι το εφικτό χωρίο των περιορισμών που καθορίζεται από τους  $m$  περιορισμούς,  $x$  είναι το διάνυσμα των  $n$  μεταβλητών απόφασης και  $f_1, f_2, \dots, f_p$  οι  $p$  αντικειμενικές συναρτήσεις.

Μία λύση  $x'$  του παραπάνω προβλήματος λέγεται κατά Pareto άριστη λύση αν και μόνο αν  $x' \in S$  και δεν υπάρχει άλλη λύση  $x \in S$  τέτοια ώστε  $f_i(x) \geq f_i(x')$  για κάθε  $i=1,2,\dots,p$  και  $f_i(x) > f_i(x')$  για τουλάχιστον ένα  $i$ .

Μια κατά Pareto άριστη λύση δεν είναι αντικειμενικά χειρότερη από καμία άλλη εφικτή λύση του προβλήματος. Επίσης, κάθε κατά Pareto άριστη λύση αντιστοιχεί σε ένα μη βελτιώσιμο διάνυσμα στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, με την έννοια ότι δεν μπορούμε να βελτιώσουμε την τιμή μιας αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς να χειροτερεύσουμε τουλάχιστον μία από τις άλλες. Ο όρος κατά Pareto άριστη λύση χρησιμοποιείται επίσης για να εκφράσει και το αντίστοιχο διάνυσμα τιμών των κριτηρίων  $z' = (f_1(x'), \dots, f_p(x'))$  στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων  $R^p$ .

Όταν υπάρχει λύση τέτοια ώστε  $f_i(x) \geq f_i(x')$  για  $i=1, 2, \dots, p$  με τουλάχιστον μία αυστηρή ανισότητα τότε η λύση  $x$  υπερτερεί (dominates) της  $x'$  και η  $x'$  κυριαρχείται από την  $x$ . Το σύνολο των κατά Pareto άριστων λύσεων ορίζεται ως το σύνολο Pareto (Pareto set). Όπως είναι κατανοητό, οι λύσεις που ενδιαφέρουν τον αποφασίζοντα στη διαδικασία εύρεσης της προτιμότερης λύσης είναι οι λύσεις που περιλαμβάνονται στο σύνολο Pareto.

Με τον όρο λοιπόν επίλυση στα προβλήματα ΠΜΠ εννοείται η εύρεση εκείνης της ικανής (κατά Pareto άριστης) λύσης που ικανοποιεί περισσότερο τον αποφασίζοντα. Οι μέθοδοι ΠΜΠ μπορούν να ταξινομηθούν ανάλογα με το στάδιο στο οποίο εμπλέκεται ο αποφασίζων στη διαδικασία λήψης απόφασης. Αν δηλαδή εκφράζει τις προτιμήσεις του πριν την επίλυση (μέθοδοι a priori, π.χ. προγραμματισμός στόχων, goal programming), κατά τη διάρκεια της επίλυσης (αλληλεπιδραστικές μέθοδοι, interactive methods) ή μετά την επίλυση (μέθοδοι παραγωγής, generation methods). Η πλειοψηφία των μεθόδων και των εφαρμογών ΠΜΠ ανήκουν στον προγραμματισμό στόχων και στις αλληλεπιδραστικές μεθόδους, κυρίως λόγω του τρόπου υπολογισμού των ικανών λύσεων, όπου αρκεί ένας επιλύτης Μαθηματικού Προγραμματισμού. Οι μέθοδοι παραγωγής είναι υπολογιστικά πιο πολύπλοκες, απαιτούν ιδιαίτερο λογισμικό, και το πεδίο εφαρμογής τους περιορίζεται όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος. Σήμερα υπάρχουν αλγόριθμοι εύρεσης του συνόλου Pareto (αλγόριθμοι διανυσματικής βελτιστοποίησης, vector maximum algorithms)

μόνο για γραμμικά προβλήματα και είναι ουσιαστικά μέθοδοι που στηρίζονται στη μέθοδο Simplex και στις παραλλαγές της (εξαντλητικές μέθοδοι). Τις περισσότερες φορές χρησιμοποιούνται μη-εξαντλητικές μέθοδοι παραγωγής με τις οποίες παράγεται ένα αντιπροσωπευτικό υποσύνολο των κατά Pareto άριστων λύσεων χρησιμοποιώντας κυρίως την παραμετρική επίλυση κατάλληλα διαμορφωμένων προβλημάτων Μαθηματικού Προγραμματισμού ( Steuer, 1989).

Οι μέθοδοι παραγωγής σε σχέση με τις *a priori* μεθόδους και τις αλληλεπιδραστικές μεθόδους έχουν συγκεκριμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Στα μειονεκτήματα είναι ο χρόνος επίλυσης και η περιορισμένη δυνατότητα χειρισμού μεγάλων προβλημάτων. Στα πλεονεκτήματα είναι η δυνατότητα που δίνεται στον αποφασίζοντα να δει τη συνολική εικόνα πριν αποφασίσει, δηλαδή το σύνολο (ή ένα αντιπροσωπευτικό υποσύνολο) των υποψηφίων για αποδοχή λύσεων (Cohon, 1978; Steuer, 1989). Τόσο στις *a priori* μεθόδους όσο και στις αλληλεπιδραστικές μεθόδους ο αποφασίζων δε βλέπει παρά ένα μικρό μέρος των υποψηφίων για αποδοχή λύσεων. Με τη χρήση μη-εξαντλητικών μεθόδων παραγωγής μπορεί να ξεπεραστούν τα μειονεκτήματα χωρίς να επηρεαστούν τα αντίστοιχα πλεονεκτήματα. Επίσης, με τη ραγδαία αύξηση της υπολογιστικής ισχύος, όλο και μεγαλύτερα προβλήματα ΠΜΠ είναι δυνατό να επιλυθούν πλέον με μεθόδους παραγωγής.

Στις μη-εξαντλητικές μεθόδους παραγωγής κυριαρχούν τρεις μέθοδοι: ***Η μέθοδος των συντελεστών βαρύτητας, η μέθοδος των περιορισμών και η μέθοδος σημείου αναφοράς.*** Στη μέθοδο των συντελεστών βαρύτητας (*weight method*) βελτιστοποιείται το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων και παράγονται οι αντίστοιχες κατά Pareto άριστες λύσεις. Εναλλάσσοντας του συντελεστές βαρύτητας λαμβάνονται διαφορετικές κατά Pareto άριστες λύσεις. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι αντικειμενικές συναρτήσεις πρέπει να έχουν αναχθεί προηγουμένως σε κοινή κλίμακα (ώστε να έχει νόημα το σταθμισμένο άθροισμα). Βασικά μειονεκτήματα της μεθόδου των συντελεστών βαρύτητας είναι ότι δεν παράγει όλες τις ικανές λύσεις σε προβλήματα με ακέραιες μεταβλητές, ενώ συνήθως καταλήγει σε ανομοιόμορφα κατανομημένο υποσύνολο ικανών λύσεων διότι παράγει μόνο ακραίες κατά Pareto άριστες λύσεις (*efficient extreme solutions*). Στη μέθοδο των περιορισμών (*e-constraint method*) βελτιστοποιείται μία αντικειμενική συνάρτηση ενώ οι υπόλοιπες συμμετέχουν ως περιορισμοί. Μεταβάλλοντας παραμετρικά το δεξί σκέλος αυτών των περιορισμών και επιλύοντας το μοντέλο ΜΠ που προκύπτει παράγονται οι αντίστοιχες κατά Pareto άριστες λύσεις. Με τον τρόπο αυτό παράγονται και μη ακραίες ικανές λύσεις. Προϋπόθεση όμως για να είναι η βέλτιστη λύση του προβλήματος ΜΠ κατά Pareto άριστη για το πρόβλημα ΠΜΠ είναι ότι οι περιορισμοί των αντικειμενικών συναρτήσεων στη βέλτιστη λύση πρέπει να είναι ενεργοί, δηλαδή να ικανοποιούνται ως ισότητες. Στη μέθοδο του σημείου αναφοράς (*reference point method*) επιχειρείται η ελαχιστοποίηση του σταθμισμένου αθροίσματος των αποστάσεων από ένα σημείο αναφοράς (*reference point*). Η μέθοδος αυτή έχει αρκετά κοινά σημεία με τον προγραμματισμό στόχων (*goal programming*). Σε πολλές περιπτώσεις χρησιμοποιείται η απόσταση Tchebyshev ανάγοντας το συγκεκριμένο πρόβλημα σε *min-max* βελτιστοποίηση (ελαχιστοποίηση της μέγιστης απόστασης) ενώ πολύ συχνά αποδίδονται και συντελεστές βαρύτητας στις αποστάσεις. (Παπαθανάση Αγγαία, Η εφαρμογή της μεθόδου Augmecon για την



παραγωγή των κατά Pareto άριστων λύσεων σε προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού, 2010)

### 2.3 Το κριτήριο minimax regret

Προκειμένου να προχωρήσουμε στην τελική επιλογή κάτω από την αβέβαιη κατάσταση απόφασης, ο αποφασίζων πρέπει να εξετάσει τις Pareto βέλτιστες λύσεις και να επιλέξει την πιο επιθυμητή για αυτόν/αυτήν. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, προκειμένου να επιλεγεί η πλέον επιθυμητή Pareto βέλτιστη λύση, προτείνουμε την εφαρμογή του minimax regret κριτηρίου η οποία εισήχθει από τον Savage (1954). Η μέθοδος minimax regret προσαρμόστηκε αναλόγως για αυτήν την περίπτωση. Άλλες προσεγγίσεις οι οποίες απαιτούν την άμεση εμπλοκή του DM, δηλαδή αλληλεπιδραστικές προσεγγίσεις, μπορούν επίσης να εφαρμοστούν).

Η προσέγγιση minimax regret αποβλέπει ουσιαστικά στην ελαχιστοποίηση της μέγιστης απώλειας σε σχέση με το βέλτιστο του κάθε σεναρίου. Αποσκοπεί στην εξεύρεση μιας λύσης η οποία θα προσφέρει στον αποφασίζοντα ένα ικανοποιητικό επίπεδο, όσο το δυνατόν πλησιέστερα προς την βέλτιστη λύση οποιαδήποτε και αν είναι η κατάσταση στο μέλλον. Η απόφαση λαμβάνεται πριν γίνουν γνωστές οι καταστάσεις του μέλλοντος.

Στον μαθηματικό προγραμματισμό, το minimax regret κριτήριο εφαρμόζεται συνήθως σε προβλήματα με ασαφείς (fuzzy, interval) συντελεστές στην αντικειμενική συνάρτηση, επιδιώκοντας ευσταθή (robust) αποτελέσματα ( βλ. παράδειγμα Inuigushi και Sakawa, 1995; Mausser και Laguna, 1999; Kazakci et al., 2006). Με τον όρο «ευσταθή» εννοούμε αποτελέσματα τα οποία θα εξαρτώνται όσο το δυνατόν λιγότερο από την μελλοντική αβεβαιότητα. Η συγκεκριμένη περίπτωση είναι κατάτι διαφορετική, καθώς η αβεβαιότητα χαρακτηρίζει το επίπεδο ζήτησης και όχι τους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης (βλ. παράδειγμα Loulou και Kanudia, 1999) .

Η εφαρμογή του minimax regret κριτηρίου στα προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού, τα οποία χαρακτηρίζονται από μία αβεβαιότητα σε ορισμένες από τις παραμέτρους τους, μπορεί να εφαρμοστεί με διάφορους τρόπους. Αρκετές προσεγγίσεις οδηγούν στην διακριτοποίηση του συνήθως συνεχούς συνόλου των αβέβαιων παραμέτρων ( Mausser και Laguna, 1999; Loulou και Kanudia, 1999) προκειμένου να δημιουργήσουν διαφορετικά σεναρία. Κατά συνέπεια, αυτά τα σεναρία μπορούν να ενσωματωθούν σε μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεταβλητές απόφασης και περιορισμούς που θα συνδέονται με κατάλληλες δυαδικές και γενικές μεταβλητές. Στο παρόν παράδειγμα, αποφεύγουμε να χρησιμοποιήσουμε αυτού του είδους την προσέγγιση καθώς οδηγεί σε μεγάλο μεγέθους μοντέλα με χιλιάδες δυαδικές μεταβλητές. Η προτεινόμενη προσέγγιση στην εργασία αυτή στηρίζεται στην αρχή του «διαίρει και βασίλευε», δηλαδή προτιμούμε να επιλύουμε έναν αριθμό από μικρότερα MILP προβλήματα παρά ένα μεγάλο MILP πρόβλημα μία φορά (βλ. επιπλέον Loulou και Kanudia, 1999).

Όσον αφορά το συγκεκριμένο πρόβλημα, το minimax regret κριτήριο εφαρμόζεται ως ακολούθως: Λαμβάνουμε υπ' όψιν δύο είδη μεταβλητών απόφασης: (α) τις δομικές (structural) και (β) τις λειτουργικές (operational). Οι δομικές μεταβλητές

περιλαμβάνουν τις δυαδικές ή ακέραιες μεταβλητές, που υποδεικνύουν την εγκατάσταση ή όχι μιας μονάδας σε έναν τομέα και τις συνεχείς μεταβλητές, που υποδεικνύουν την χωρητικότητα της εγκατεστημένης μονάδας. Οι δομικές μεταβλητές εκπροσωπούν τις αποφάσεις πρώτου επιπέδου, καθώς πρέπει να παρθούν πρωτού προσδιοριστεί με ακρίβεια το μελλοντικό επίπεδο ζήτησης και αναλόγως προσδιορίζοντας τα λειτουργικά χαρακτηριστικά. Η προτεινόμενη προσέγγιση βασίζεται στην παραγωγή Pareto βέλτιστων λύσεων που να αντιπροσωπεύουν διαφορετικά φορτία σενάρια ζήτησης. Οι Pareto βέλτιστες λύσεις αποκτώνται από το μοντέλο Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού το οποίο έχει την παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned} \min(c(\mathbf{x}) = \text{cost}) \\ \max(\text{dds}(\mathbf{x}) = \text{degree of demand satisfaction}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

s.t.

$$\mathbf{x} \in F,$$

όπου  $\mathbf{x}$  το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης και  $F$  υποδηλώνει την εφικτή περιοχή όπως ορίζεται από τους περιορισμούς του προβλήματος. Η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση εκφράζει την μεγιστοποίηση του βαθμού ικανοποίησης της ζήτησης και παίρνει τιμές από 0 έως 1. Το δικριτηριακό αυτό πρόβλημα λύνεται με την μέθοδο των περιορισμών ( $\epsilon$ -constraint) οπότε για κάθε επίπεδο του βαθμού ικανοποίησης της ζήτησης  $\text{dds}$  βρίσκουμε το ελάχιστο κόστος. Θεωρούμε στη μέθοδο  $\epsilon$ -constraint  $p$  επίπεδα ζήτησης ( $\text{dds}=0, \text{dds}=1/(p-1), \text{dds}=2/(p-1), \dots, \text{dds}=(p-1)/(p-1) = 1.0$ ).

Κάθε μία από τις  $p$  δημιουργούμενες Pareto βέλτιστες λύσεις συνοδεύεται από τις αντίστοιχες τιμές για τις δομικές μεταβλητές του μοντέλου και αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη «δομική διαμόρφωση» του συστήματος. Οι τιμές αυτών των μεταβλητών καθορίζουν την βέλτιστη δομή για ένα συγκεκριμένο επίπεδο ζήτησης. Πραγματοποιώντας αυτό, αποκτούμε  $p$  Pareto βέλτιστες λύσεις, που αντιπροσωπεύουν το σύνολο Pareto. Η θεώρηση ενός πεπερασμένου αριθμού από  $p$  σημεία είναι μια συνήθης πρακτική με παρόμοιες προσεγγίσεις (βλ. Mauser and Laguna, 1999) οδεύοντας σε μία διακριτοποίηση του συνήθους συνεχούς διαστήματος των αβέβαιων παραμέτρων προκειμένου να δημιουργήσουν διαφορετικά σενάρια. Προκειμένου να επιτευχθεί μία επαρκής αντιπροσώπευση του αβέβαιου διαστήματος, επιλέγουμε τον κατάλληλο αριθμό  $p$  των σημείων των συντεταγμένων, λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι όσο μεγαλύτερο είναι το  $p$  τόσο υψηλότερη είναι η επιτυγχανόμενη ακρίβεια και υψηλότερη η υπολογιζόμενη επιβάρυνση. Το σύνθηδες δίλημμα μεταξύ απαιτούμενης ακρίβειας και της υπολογιστικής επιβάρυνσης εμφανίζεται και εδώ.

Στην περίπτωσή μας λοιπόν για κάθε επίπεδο ζήτησης λαμβάνουμε μια βέλτιστη δομική διαμόρφωση (=οι τιμές των δομικών μεταβλητών στην αντίστοιχη Pareto βέλτιστη λύση). Η δομική αυτή διαμόρφωση για την Pareto βέλτιστη λύση  $p$  θα αναφέρεται στη συνέχεια ως σενάριο  $S(p)$ .

Στο επόμενο βήμα, επιλύουμε  $p$  πολυκριτηριακά προβλήματα ένα για κάθε σενάριο  $S(p)$ . Δηλαδή με δεδομένη τη δομική διαμόρφωση όπως ορίζεται από το  $S(p)$  επιλύουμε για όλα τα επίπεδα της ζήτησης. Με άλλα λόγια, εκτελούμε μια λειτουργική βελτιστοποίηση κάτω από αβεβαιότητα ζήτησης, με δεδομένης της δομής και της διαστασιολόγησης τους συστήματος. Ως εκ τούτου, για κάθε  $p$  επιλύουμε το κάτωθι πολυκριτηριακό πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \min(c(\mathbf{x}) = \text{cost}) \\ \max(\text{dds}(\mathbf{x}) = \text{degree of demand satisfaction}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

s.t.

$$\mathbf{x} \in F,$$

$$\mathbf{x}_s \in S(p)$$

όπου το  $\mathbf{x}_s$  υποδηλώνει το διάνυσμα των δομικών μεταβλητών και το  $S(p)$  το σενάριο που περιλαμβάνει τη δομική διαμόρφωση (= οι τιμές για τις μεταβλητές απόφασης  $\mathbf{x}_s$ ) όπως λαμβάνεται από την  $p$ - Pareto βέλτιστη λύση του προβλήματος 2.5.

Σε αυτά τα  $p$  πολυκριτηριακά προβλήματα, η διακριτοποίηση της μεθόδου  $\varepsilon$ -constraint με την οποία επιλύονται είναι η ίδια (έτσι ώστε να αντιπροσωπεύουν παρόμοια επίπεδα ζήτησης). Οι Pareto βέλτιστες λύσεις των  $p$  προβλημάτων μπορούν να παρουσιαστούν σε πινακοποιημένη μορφή όπως εμφανίζονται στον Πίνακα 1, όπου παρουσιάζεται ο αντίστοιχος πίνακας πληρωμών.

**Πίνακας 1:** Πίνακας πληρωμών με τις Pareto βέλτιστες λύσεις

	Demand level			
	DL <sub>1</sub>	DL <sub>2</sub>	...	DL <sub>p</sub>
<i>Unit configuration</i>				
CFG <sub>1</sub>	<i>Cost</i> <sub>1,1</sub> *	<i>Cost</i> <sub>1,2</sub>	...	<i>Cost</i> <sub>1,p</sub>
CFG <sub>2</sub>	<i>Cost</i> <sub>2,1</sub>	<i>Cost</i> <sub>2,2</sub> *	...	<i>Cost</i> <sub>2,p</sub>
...	...	...	...	...
CFG <sub>p</sub>	<i>Cost</i> <sub>p,1</sub>	<i>Cost</i> <sub>p,2</sub>	...	<i>Cost</i> <sub>p,p</sub> *

Στον Πίνακα 1, το  $\text{Cost}_{ij}$  υποδεικνύει το βέλτιστο κόστος για το σενάριο  $S(i)$  που αντιστοιχεί στη δομική διαμόρφωση  $i$  (CFG <sub>$i$</sub> ) όταν προκύψει το  $j$  επίπεδο ζήτησης (DL <sub>$j$</sub> ). Η  $i$ -σειρά περιλαμβάνει τις τιμές του κόστους των  $p$  Pareto βέλτιστων λύσεων του μοντέλου (2.6), όπως λαμβάνεται από την μέθοδο του  $\varepsilon$ -περιορισμού, ενώ η διαγώνιος του πίνακα απεικονίζει τα βέλτιστα κόστη για ένα συγκεκριμένο επίπεδο ζήτησης τα οποία υποδηλώνονται με έναν αστερίσκο “\*”.

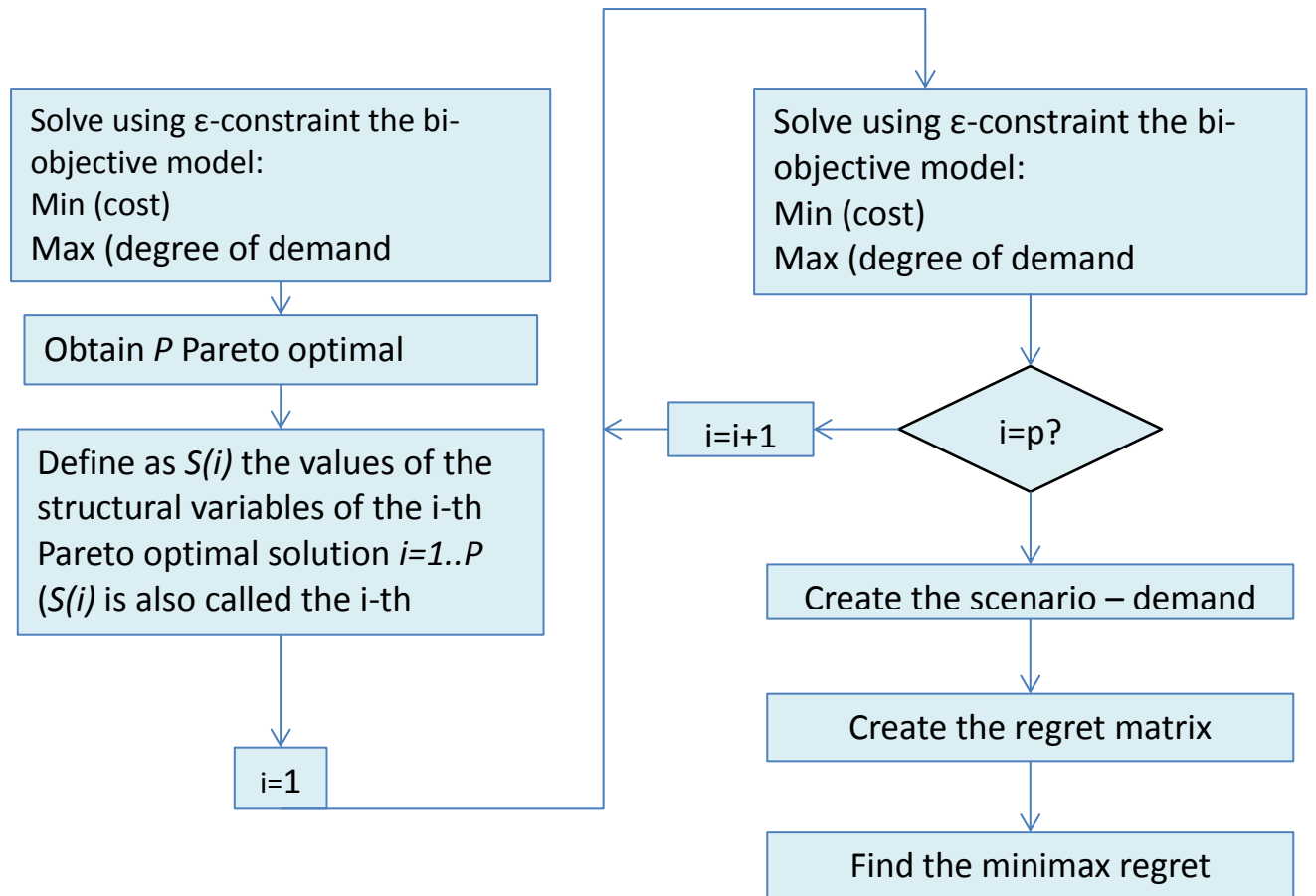
Από τον πίνακα με τα κόστη ανά σενάριο κι επίπεδο ζήτησης μπορούμε να υπολογίσουμε την μήτρα απωλειών (regret matrix) λαμβάνοντας υπ’ όψιν κάθε επίπεδο ζήτησης (Πίνακας 2).

**Πίνακας 2:** Μήτρα απωλειών (regret matrix)

		Demand level			Maximum regret	
		DL <sub>1</sub>	DL <sub>2</sub>	...		DL <sub>p</sub>
<i>Unit</i>	<i>configuration</i>					
CFG <sub>1</sub>	0		$R_{1,2}$	...	$R_{1,p}$	$\max_j (R_{1,j})$
CFG <sub>2</sub>	$R_{2,1} (= Cost_{2,1} - Cost^*_{1,1})$		0	...	$R_{2,p}$	$\max_j (R_{2,j})$
...	...		...	...	...	...
CFG <sub>p</sub>	$R_{p,1}$		$R_{p,2}$	...	0	$\max_j (R_{p,j})$
Minimum max regret:						$\min_j [\max_j (R_{ij})]$

Η απώλεια (regret) ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στο κόστος κάθε κελιού και στο ελάχιστο κόστος ανάμεσα και στις υπόλοιπες διαμορφώσεις για ένα συγκεκριμένο επίπεδο ζήτησης. Η τιμή κάθε κελιού του Πίνακα 2 προκύπτει από τη διαφορά μεταξύ του αντίστοιχου κελιού του Πίνακα 1 και του ελάχιστου κελιού της συγκεκριμένης στήλης. Στη συνέχεια υπολογίζεται το μέγιστο κάθε γραμμής από τον πίνακα απωλειών (για κάθε σενάριο δηλαδή, η χειρότερη δυνατή περίπτωση) και απεικονίζεται στη δεξιότερης στήλης του Πίνακα 2. Αυτό σημαίνει ότι το  $\max_j (R_{i,j})$  είναι η ζημιά σύμφωνα με το σενάριο της χειρότερης περίπτωσης το οποίο μπορεί να εμφανιστεί ανάμεσα στα επίπεδα ζήτησης εάν η  $i$  μονάδα διαμόρφωσης έχει ήδη εγκατασταθεί. Από τη στήλη αυτή με τις μέγιστες απώλειες επιλέγεται τελικά το σενάριο το οποίο παρουσιάζει την ελάχιστη τιμή (minimax regret).

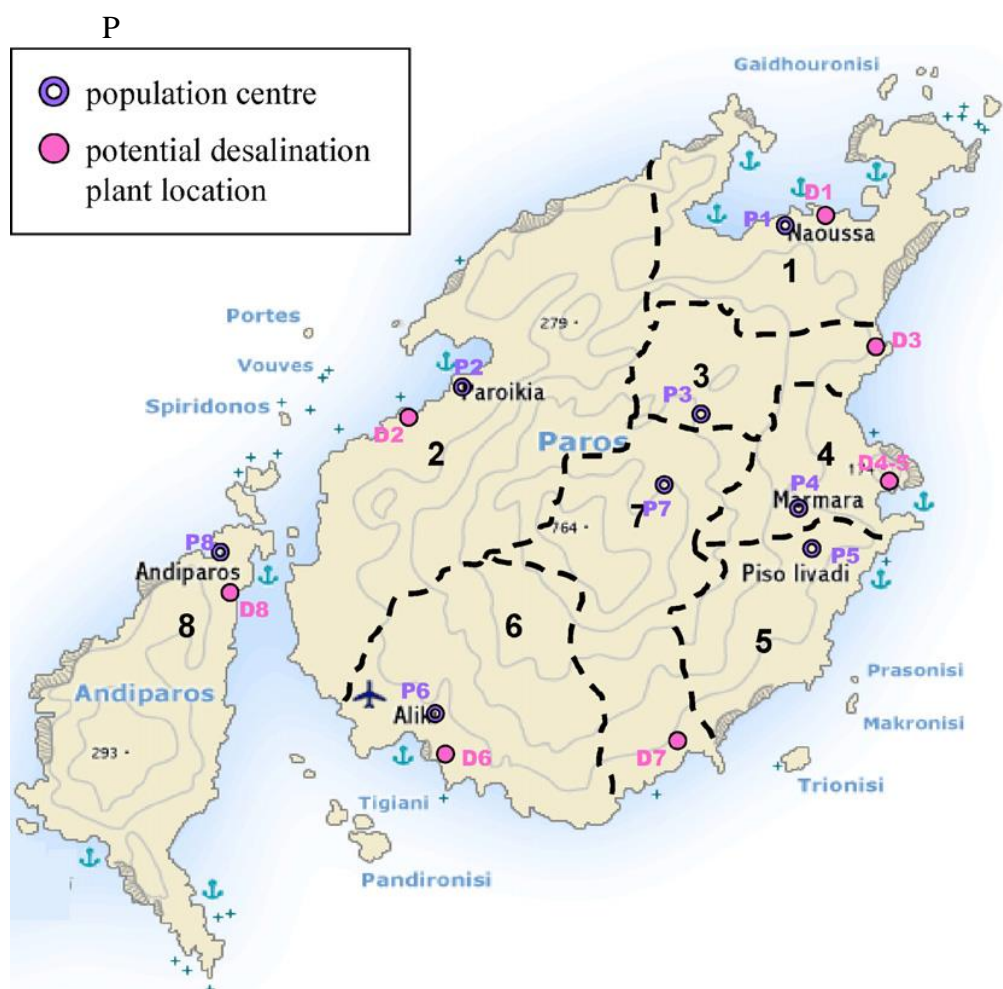
Η διαδικασία υπολογισμού της minimax regret λύσης φαίνεται παραστατικά στην Εικόνα 2.



**Εικόνα 2:** Η μέθοδος χρήσης του κριτηρίου minimax regret σε μορφή διαγράμματος ροής

### 3. Η ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ: ΤΟ ΝΗΣΙ ΤΗ ΠΑΡΟΥ

Στην έρευνά μας θα θεωρήσουμε την Πάρο σε συνδυασμό με το γειτονικό νησί της Αντιπάρου. Αυτή την στιγμή, τα υπόγεια ύδατα και το αφαλατομένο νερό χρησιμοποιούνται για τις ανάγκες και των δύο νησιών ( πόσιμο και μη πόσιμο νερό). Επιπλέον καμία εγκατάσταση ανάκτησης δεν έχει δημιουργηθεί, ωστόσο μόνο η υπάρχουσα εγκατεστημένη υποδομή για μεταφορά υπόγειων υδάτων τίθεται υπ' όψιν και όχι τα υπάρχοντα εργοστάσια αφαλάτωσης θαλασσινού νερού και καθαρισμού λυμάτων. Σύμφωνα με μία έρευνα (Voivontas et al., 2003) σχετικά με την διαχείριση υδάτινων πόρων στην Πάρο, η βέλτιστη διαχείριση είναι ο συνδυασμός υπόγειων υδάτων και αφαλατομένου νερού (η χρήση ανακτώμενου νερού δεν εξετάστηκε από την συγκεκριμένη έρευνα).



Εικόνα 3: Υποδιαίρεση των νησιών της Πάρου και της Αντιπάρου σε 8 περιοχές

Θα θεωρήσουμε ότι τα συστήματα νερού στα δύο νησιά δεν συνδέονται μεταξύ τους, συνεπώς θα θεωρηθούν ως δύο ξεχωριστά συστήματα. Η συνολική έκταση χωρίζεται σε οκτώ περιοχές όπου η R8 θα αντιπροσωπεύει όλο το νησί της Αντιπάρου, και η κάθε περιοχή αντιπροσωπεύει μία τοπική διοίκηση ενός δήμου. Υπάρχουν επτά πιθανές τοποθεσίες για εγκαταστάσεις αφαλάτωσης πλησίον της θάλασσας ( D1-D3, D4-5, D6-D8), ενώ οι εγκαταστάσεις επεξεργασίας λυμάτων, οι εγκαταστάσεις ανάκτησης και οι δεξαμενές αποθήκευσης θεωρούνται ότι βρίσκονται στα πληθυσμιακά κέντρα της κάθε περιοχής (P1-P8) και επιπλέον θεωρούμε συνολικά 15 κόμβους ( δίνονται οι αποστάσεις, οι αποστάσεις άντλησης και οι ανυψώσεις ανάμεσα στα πληθυσμιακά κέντρα και από πιθανές εγκαταστάσεις αφαλάτωσης σε πληθυσμιακά κέντρα).

**Πίνακας 3:** Αποστάσεις/ αποστάσεις άντλησης/ ύψη ανάμεσα σε δύο πληθυσμιακά κέντρα

Αποστάσεις/αποστάσεις άντλησης/ύψη (km).								
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
P1		9/4/0.14	5.4/3.6/ 0.21	7.8/0.5/0.03	x	x	x	x
P2	9/5/0.14		5.8/3.5/ 0.24	x	x	9/4.4/0.29	5.8/1.5/0.35	x
P3	5.4/0.7/ 0.05	5.8/0.7/ 0.10		3.8/0/0	x	x	2.6/2.6/0.08	x
P4	7.8/4.2/ 0.03	x	3.8/3.8/ 0.16		1/1/0.02	x	x	x
P5	x	x	x	1/0/0		10.7/4/0.4	4/4/0.22	x
P6	x	9/4.5/0.29	x	x	10.7/4.7/0.42		x	x
P7	x	5.8/2.5/ 0.11	2.6/0/0	x	4/0/0	x		x
P8	x	x	x	x	x	x	x	

όπου x: η σύνδεση ανάμεσα σε αυτά τα πληθυσμιακά κέντρα, εκ των προτέρων, δεν επιτρέπεται

Στον Πίνακα 3 παρατηρούμε πως λαμβάνουμε ως επιτρεπτές συνδέσεις μόνο εκείνες όπου οι δύο περιοχές συνορεύουν μεταξύ τους ή η απόσταση μεταξύ των συνόρων τους είναι πολύ μικρή ( π.χ. μεταξύ της περιοχής P1 και της P4). Επιπλέον παρατηρούμε ότι παρόλο που η απόσταση μεταξύ δύο περιοχών είναι χιλιομετρικά μετρήσιμη, οι αποστάσεις άντλησης και τα ύψη θεωρούνται απειροελάχιστα και συνεπώς λαμβάνονται ως μηδέν. Τέλος είναι εμφανές, όπως προαναφέρθηκε, ότι το νησί της Αντιπάρου θεωρείται ξεχωριστό σύστημα, κατά συνέπεια καμία σύνδεση του με κάποια άλλη περιοχή θεωρείται επιτρεπτή.

Στο νησί της Πάρου λαμβάνουμε υπ' όψιν τα υπόγεια ύδατα, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τις ανάγκες τόσο του πόσιμου όσο και του μη πόσιμου νερού. Οι εποχικές απαιτήσεις νερού έχουν βασιστεί στην πληθυσμιακή κατανομή ( Ε.Σ.Υ.Ε – Εθνική Στατιστική Υπηρεσία Ελλάδος) και στα δεδομένα του τοπικού τουρισμού, θεωρώντας 300/200 Lt κατά κεφαλήν ανά μέρα (Malamos & Nalbandis 2005) για θερινή/χειμερινή χρήση, ενώ για την διαθεσιμότητα των υπόγειων υδάτων έχουμε βασιστεί στην τωρινή αφαίρεση τους (Μαντι,2010). Η εκτιμώμενη θεωρητική κατανάλωση νερού μηνιαίως μεγεθύνθηκε κατά 25% λόγω απωλειών του δικτύου παροχής. Η ζήτηση του πόσιμου νερού θεωρείται το 60% της συνολικής ζήτησης και το υπόλοιπο 40% θεωρείται ως η ζήτηση του μη πόσιμου νερού. Το 75% του μη

πόσιμου νερού χρησιμοποιείται για άρδευση ( και συνεπώς απώλεια προς το περιβάλλον) ενώ το υπόλοιπο 25% συλλέγεται για επεξεργασία. Έτσι το συνολικό ποσό των λυμάτων που συλλέγεται για επεξεργασία ανέρχεται στο 70% της συνολικής ζήτησης. Τέλος, θεωρούμε ότι τα αξιοποιήσιμα λύματα σε κάθε πληθυσμιακό κέντρο δεν υπερβαίνει το 80% των λυμάτων που αξιοποιούνται την συγκεκριμένη στιγμή, ώστε να αποφευχθεί η υπερεκμετάλλευση του υδροφόρου ορίζοντα.

**Πίνακας 4:** Αποστάσεις/ αποστάσεις άντλησης/ ύψη από πιθανές τοποθεσίες μονάδων αφαλάτωσης σε πληθυσμιακά κέντρα

<b>Αποστάσεις/αποστάσεις άντλησης/ύψη (km).</b>								
	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>	<b>P5</b>	<b>P6</b>	<b>P7</b>	<b>P8</b>
<b>D1</b>	0.9/0/0	x	x	x	x	x	x	x
<b>D2</b>	x	3/0/0	x	x	x	x	x	x
<b>D3</b>	x	x	4.4/4.4/0.15	x	x	x	x	x
<b>D4-5</b>	x	x	x	2.5/2.5/0.01	3/3/0.04	x	5.7/5.7/0.25	x
<b>D6</b>	x	x	x	x	x	0.6/0/0	x	x
<b>D7</b>	x	x	x	x	x	6/3.6/0.21	x	x
<b>D8</b>	x	x	x	x	x	x	x	0.7/0/0

όπου x: η σύνδεση ανάμεσα σε αυτά τα ζεύγη των πιθανών τοποθεσιών των μονάδων αφαλάτωσης και των πληθυσμιακών κέντρων, εκ των προτέρων, δεν επιτρέπεται

Στον Πίνακα 4 παρατηρούμε πως επιτρεπτές θεωρούνται μόνο οι συνδέσεις των μονάδων αφαλάτωσης με τα πληθυσμιακά κέντρα στα οποία έχουν εγκατασταθεί με εξαίρεση το D4-5 που καλύπτει ταυτόχρονα τις περιοχές P4, P5, P7 και την περιοχή P6 που συνδέεται με δύο μονάδες (τις D6 και D7). Επιπλέον σε ορισμένες εγκαταστάσεις οι αποστάσεις άντλησης και τα ύψη θεωρούνται μηδενικά, και πιο συγκεκριμένα στις P1, P2, P6 και P8 ενώ σε άλλες εμφανίζονται σημαντικές αποστάσεις άντλησης και υψών ( στις P3, P4, P5 και P7).



**Πίνακας 5:** Εκτιμώμενες ζητήσεις νερού, παραγωγές λυμάτων και διαθέσιμες παροχές υπόγειων υδάτων

<b>Όγκος ανά ημέρα (καλοκαίρι/χειμώνας)(m<sup>3</sup>/ημέρα).</b>								
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
<b>Συνολική ζήτηση νερού</b>	2842/ 821	4238/ 1511	183/91	398/222	1398/292	831/ 258	385/182	834/ 271
<b>Ζήτηση πόσιμου νερού</b>	1705.2/ 492.6	2542.8/ 906.6	109.8/ 54.6	238.8/ 133.2	838.8/ 175.2	498.6/ 154.8	231/109.2	500.4/ 162.6
<b>Ζήτηση μη πόσιμου νερού</b>	1136.8/ 328.4	1695.2/ 604.4	73.2/36.4	159.2/ 88.8	559.2/ 116.8	332.4/ 103.2	154/72.8	333.6/ 108.4
<b>Παραγωγή λυμάτων</b>	1989.4/ 574.7	2966.6/ 105.7	128.1/ 63.7	278.6/ 155.4	978.6/ 294.4	581.7/ 180.6	269.5/ 127.4	583.8/ 189.7
<b>Διαθέσιμα υπόγεια ύδατα</b>	1568/ 755	2043/1090	306/123	298/95	511/296	566/295	246/134	0/0

**Πίνακας 6:** Κεφαλαιουχικά κόστη εγκαταστάσεων (k\$)

<b>Κεφαλαιουχικά κόστη εγκαταστάσεων (k\$).</b>			
<b>Ογκομετρική παροχή</b>	Μονάδα αφαλάτωσης	Μονάδα καθαρισμού λυμάτων	Μονάδα ανάκτησης
<b>100</b>	100	190	80
<b>1000</b>	650	1300	320
<b>2500</b>	1500	2400	800
<b>5000</b>	2300	5100	1200
<b>10000</b>	3200	10000	1600

**Πίνακας 7:** Τιμές κατανάλωσης ενέργειας των εγκαταστάσεων (kWh/m<sup>3</sup>)

<b>Τιμές κατανάλωσης ενέργειας των εγκαταστάσεων (kWh/m<sup>3</sup>).</b>			
<b>Ογκομετρική παραγωγή</b>	Μονάδα αφαλάτωσης	Μονάδα καθαρισμού λυμάτων	Μονάδα ανάκτησης
<b>50</b>	10.0	0.30	0.15
<b>1000</b>	5.0	0.25	0.12
<b>2500</b>	4.0	0.20	0.08
<b>5000</b>	3.5	0.15	0.05
<b>10000</b>	3.0	0.10	0.03

Η μονάδα κόστους ηλεκτρικής ενέργειας είναι 0.15\$/kWh. Στην εξίσωση Hazen-Williams, η σταθερά τραχύτητας C για τον πλαστικό σωλήνα είναι ίση με 150 και ο συντελεστής μετατροπής b είναι ίσος με  $167.5/24^2 \sim 0.452$  (Fujiwara & Khang, 1990). Θεωρείται η διάρκεια του έργου 20 έτη και το επιτόκιο 5%.

**Πίνακας 8:** Προαιρετικές σωληνώσεις και αντίστοιχα ποσοστά

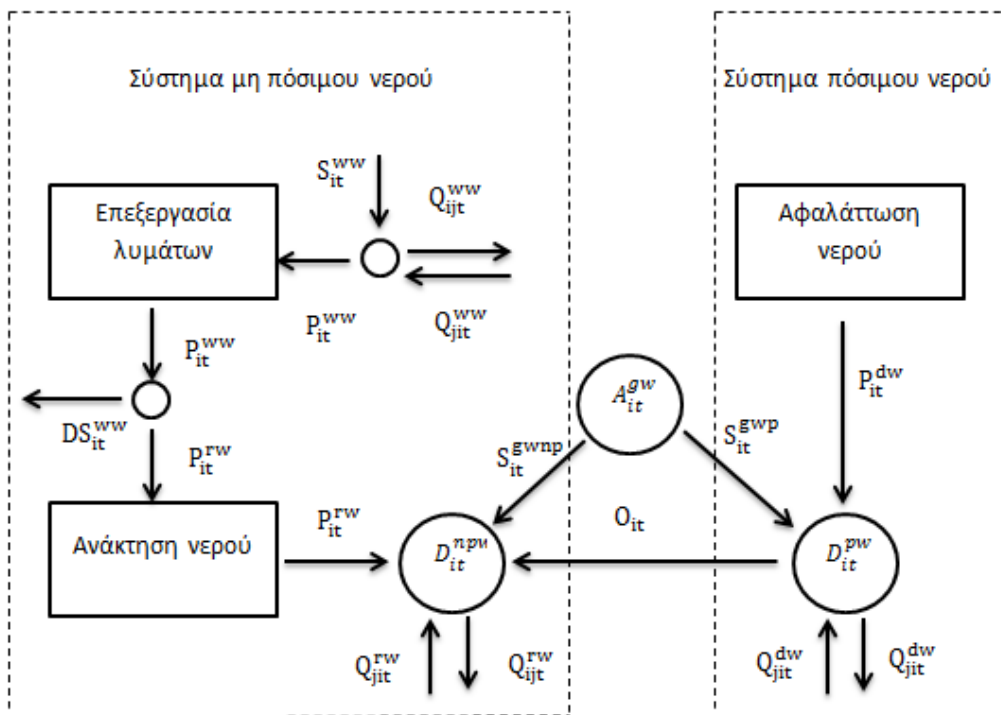
<b>Προαιρετικές σωληνώσεις και αντίστοιχα ποσοστά.</b>				
<b>Διάμετρος σωλήνας (in.)</b>	2.5	4	6	10
<b>Κόστος σωλήνας (εγκατεστημένης) (\$/m)</b>	55	60	65	70
<b>Αντίστοιχος ρυθμός ροής</b>				
<b>Αφαλατωμένου νερού</b>	218.9	560.4	1260.9	3502.4
<b>Νερού λυμάτων</b>	273.6	700.5	1576.1	4378.0
<b>Ανάκτώμενου νερού</b>	218.9	560.4	1260.9	3502.4

**Πίνακας 9:** Ρυθμοί ροής, κόστη, μέγιστα ύψη άντλησης και αποδοτικότητες αντλιών

<b>Ρυθμοί ροής, κόστη, μέγιστα ύψη άντλησης και αποδοτικότητες αντλιών.</b>				
<b>Ρυθμός ροής αντλίας (m<sup>3</sup>/ημέρα)</b>	240	720	1200	2400
<b>Αντλία νερού</b>				
<b>Κόστος αντλίας (\$)</b>	5000	10000	14000	19000
<b>Μέγιστο ύψος άντλησης (m)</b>	400	400	400	400
<b>Αποδοτικότητα (%)</b>	70	70	70	70
<b>Αντλία νερού λυμάτων</b>				
<b>Κόστος αντλίας (\$)</b>	6000	19000	28000	56000
<b>Μέγιστο ύψος άντλησης (m)</b>	50	50	50	50
<b>Αποδοτικότητα (%)</b>	55	55	55	55

## 4. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Αρχικά, παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής ισοζυγίων του νερού όπου με το γράμμα D συμβολίζεται η ζήτηση ενώ με τους δείκτες pw και npw το πόσιμο και μη πόσιμο νερό αντίστοιχα (Εικόνα 4). Το A συμβολίζει το νερό των υπόγειων υδάτων και τα S, Q και O συμβολίζουν τις παροχές. Τα P υποδηλώνουν την παραγωγή και το DS την απορριπτόμενη ποσότητα στη θάλασσα. Σε κάθε περίπτωση με dw, rw και ww συμβολίζονται τα τρία είδη νερού: αφαλατωμένο, ανακτώμενο και νερό λυμάτων αντίστοιχα. Η ονοματολογία των μεταβλητών παρουσιάζεται στο παράρτημα A2.



Εικόνα 4: Διάγραμμα ροής ισοζυγίων μάζας νερού

Η παράμετρος της ταχύτητας της ροής του νερού/ νερού λυμάτων σε έναν σωλήνα σχετίζεται με την ταχύτητα του υγρού και την διάμετρο του σωλήνα και υπολογίζεται ακολούθως:

$$Q_p^w = \alpha \cdot v^w \cdot \pi \cdot \frac{d_p^2}{4}, \forall w \in W, p \in P \quad (1)$$

## 4.1 Ισοζύγια μάζας

Σε κάθε κόμβο, η παραγωγή αφαλατωμένου νερού και η παροχή των υπόγειων υδάτων μαζί με τις παροχές αφαλατωμένου νερού που εισέρχονται ή εξέρχονται των ορίων του συστήματος αφαιρούμενης της παροχής του συστήματος μη πόσιμου νερού, είναι ίση με την τοπική ζήτηση πόσιμου νερού:

$$D_{it}^{pw} + MI \cdot \max(\text{incd}_{it}^{pw}) - \text{imppw}_{it} = S_{it}^{gwp} | i \in I^{gw} + P_{it}^{dw} | i \in I^{dw} + \sum_{j:\{i,j\} \in L^{dw}} Q_{jit}^{dw} - \sum_{j:\{i,j\} \in L^{dw}} Q_{ijt}^{dw} - O_{it},$$

$$\forall i \in I, t \in T \quad (2)$$

Σε κάθε κόμβο, το άθροισμα της καθημερινής παροχής νερού λυμάτων μαζί με τις ροές νερού λυμάτων που εισέρχονται ή εξέρχονται των ορίων του συστήματος είναι ίσο με την ποσότητα νερού λυμάτων που θα επεξεργασθεί από το πρωτογενές και δευτερογενές σύστημα επεξεργασίας:

$$P_{it}^{ww} | i \in I^{ww} = S_{it}^{ww} + \sum_{j:\{i,j\} \in L^{ww}} Q_{jit}^{ww} - \sum_{j:\{i,j\} \in L^{ww}} Q_{ijt}^{ww}, \forall i \in I, t \in T \quad (3)$$

Σε κάθε ενδεχόμενη τοποθεσία εγκατάστασης επεξεργασίας λυμάτων, η παροχή λυμάτων προς επεξεργασία είναι ίση με το άθροισμα της απορριπτόμενης παροχής λυμάτων και της τοπικής ανακτώμενης παροχής παραγωγής:

$$P_{it}^{ww} = DS_{it}^{ww} + P_{it}^{rw} | i \in I^{rw}, \forall i \in I^{ww} \quad (4)$$

Σε κάθε κόμβο η τοπική ζήτηση μη πόσιμου νερού είναι ίση με το άθροισμα της παροχής υπόγειων υδάτων μη πόσιμου νερού, της τοπικής παροχής ανακτώμενης παραγωγής νερού, της παροχής του συστήματος πόσιμου νερού και των παροχών ανακτώμενου νερού που εισέρχονται ή εξέρχονται των ορίων του συστήματος:

$$D_{it}^{npw} + MI \cdot \max(\text{incd}_{it}^{npw}) - \text{imppw}_{it} = S_{it}^{gwnp} | i \in I^{gw} + P_{it}^{rw} | i \in I^{rw} + O_{it} + \sum_{j:\{i,j\} \in L^{rw}} Q_{jit}^{rw} - \sum_{j:\{i,j\} \in L^{rw}} Q_{ijt}^{rw},$$

$$\forall i \in I, t \in T \quad (5)$$

Σε κάθε κόμβο με τροφοδοσία νερού υπόγειων υδάτων, το συνολικό εκμεταλλεύσιμο νερό υπόγειων υδάτων είναι ίσο με το γινόμενο του μέγιστου διαθέσιμου νερού υπόγειων υδάτων με το τοπικό ποσοστό χρήσης:

$$\varphi_{it} \cdot A_{it}^{gw} = S_{it}^{gwp} + S_{it}^{gwnp}, \forall i \in I, t \in T \quad (6)$$

Γίνεται υπόθεση ότι τα τοπικά υπόγεια ύδατα χρησιμοποιούνται μόνο για τοπική ζήτηση.

## 4.2 Ροές

Εισάγοντας το ποσοστό λειτουργίας της αντλίας  $\gamma_{ijt}^w$  η καθημερινή παροχή νερού/νερού λυμάτων ,στους κόμβους με ανάγκη αντλίας, είναι ίση με το γινόμενο της αντίστοιχης παροχής ( $m^3/ημέρα$ ) και του ποσοστού της αντλίας  $\gamma_{ijt}^w$  :

$$Q_{ijt}^w = \gamma_{ijt}^w \cdot \sum_{p \in P} Q_p^w \cdot Y_{ijp}^w = \sum_{p \in P} Q_p^w \cdot \gamma_{ijt}^w \cdot Y_{ijp}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T \quad (7)$$

Για τους υπόλοιπους κόμβους ,που η παρουσία αντλίας δεν είναι αναγκαία, ο περιορισμός είναι η πραγματική παροχή να είναι οριακά μικρότερη της επιτρεπτής για δεδομένο αγωγό:

$$Q_{ijt}^w \leq \sum_{p \in P} Q_p^w \cdot Y_{ijp}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in L^w \setminus PL^w, t \in T \quad (8)$$

Ο παραπάνω όρος  $\gamma_{ijt}^w \cdot Y_{ijp}^w$  στην εξίσωση (7) θα πρέπει να γραμμικοποιηθεί. Συνήθως χρησιμοποιούνται συνεχείς μεταβλητές για την αντικατάσταση μη γραμμικών μεταβλητών. Εν προκειμένω η εξίσωση (7) είναι ισοδύναμη με τις (9), (10), (11):

$$Q_{ijt}^w = \sum_{p \in P} Q_p^w \cdot YG_{ijpt}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T \quad (9)$$

$$YG_{ijpt}^w \leq Y_{ijp}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T, p \in P \quad (10)$$

$$\gamma_{ijt}^w = \sum_{p \in P} YG_{ijpt}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T \quad (11)$$

## 4.3 Δίκτυα αγωγών

Τρία ανεξάρτητα δίκτυα θα καθοριστούν : αφαλατωμένου νερού, νερού λυμάτων και ανακτώμενου νερού. Σε κάθε ένα από τα δίκτυα αγωγών πρέπει να επιλεγεί τουλάχιστον ένας τύπου  $p$  αγωγός.

$$\sum_{p \in P} Y_{ijp}^w \leq 1, \forall w \in W, \{i, j\} \in L^w: \{j, i\} \in L^w, i < j, \text{ ή } \{j, i\} \notin L^w \quad (12)$$

Ο αγωγός από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$  είναι προφανώς ο ίδιος με τον αγωγό από τον κόμβο  $j$  στον κόμβο  $i$ :

$$Y_{ijp}^w = Y_{jip}^w, \forall w \in W, p \in P, \{i, j\} \in L^w: \{j, i\} \in L^w, i < j \quad (13)$$

#### 4.4 Σταθμοί άντλησης

Σταθμοί άντλησης θα εγκατασταθούν μόνο αν υπάρχει αγωγός από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$  και σε κάθε περίπτωση το πολύ ένας τύπος αντλίας.

$$\sum_{s \in S} Z_{ijs}^w \leq \sum_{p \in P} Y_{ijp}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w \quad (14)$$

Στην περίπτωση που δεν υπάρχει αντλία από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$  τότε το αντίστοιχο ποσοστό λειτουργίας της αντλίας θα είναι μηδέν:

$$\sum_{s \in S} Z_{ijs}^w \geq \gamma_{ijt}^w, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, t \in T \quad (15)$$

Η μέγιστη παροχή της συγκεκριμένης αντλίας θα πρέπει να είναι μικρότερη της αντίστοιχης πραγματικής;

$$\sum_{s \in S} \mu_s^w \cdot Z_{ijs}^w \geq \sum_{p \in S} Q_p^w \cdot Y_{ijp}^w - U \cdot \left(1 - \sum_{s \in S} Z_{ijs}^w\right), \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w \quad (16)$$

Όπου το  $U$  είναι το μέγιστο όριο της παροχής.

Ακόμα, το άθροισμα υψών άντλησης όλων των αντλιών προς μία κατεύθυνση θα πρέπει να είναι μικρότερο από το αντίστοιχο ύψος άντλησης αν αφαιρεθεί η κατά κεφαλήν απώλεια:

$$\theta_s^w \cdot N_{ijs}^w \geq H_{ij} + \Delta H_{ij}^w - U \cdot (1 - Z_{ijs}^w), \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w, s \in S \quad (17)$$

Εξίσωση Hazen-Williams:

$$\Delta H_{ij}^w = b \cdot \alpha_{ij} \cdot \sum_{p \in P} \left(\frac{Q_p^w}{C}\right)^{1.852} \cdot \frac{Y_{ijp}^w}{d_p^{4.87}}, \forall w \in W, \{i, j\} \in PL^w \quad (18)$$

Όπου το  $b$  αποτελεί την αριθμητική σταθερά μετατροπής, η οποία βασίζεται στις μονάδες που χρησιμοποιούνται, και τον παράγοντα  $C$  που αποτελεί την σταθερά τραχύτητας η οποία βασίζεται στο υλικό του αγωγού. Άντληση για τα υπόγεια ύδατα δεν έχει συμπεριληφθεί εφόσον τα ίδια ρέουν λόγω βαρύτητας μετά την εξαγωγή.

#### 4.5 Δεξαμενές αποθήκευσης

Αποθήκευση κρίνεται απαραίτητη μόνο για αφαλατωμένο νερό και ανακτώμενο, το άθροισμα των μεγθών των επιλεγόμενων δεξαμενών αποθήκευσης θα πρέπει να καλύπτει τις ανάγκες για τη δεδομένη χρονική κάλυψη  $t$ .

$$\sum_{m \in M} TN_{im}^{pw} \cdot TS_m \geq \tau \cdot D_{it}^{pw}, \forall i \in I^{pw}, t \in t_i^* \quad (19)$$

$$\sum_{m \in M} TN_{im}^{npw} \cdot TS_m \geq \tau \cdot D_{it}^{npw}, \forall i \in I^{npw}, t \in t_i^* \quad (20)$$

#### 4.6 Δυνατότητες εγκατάστασης

Η χωρητικότητα της εγκατάστασης μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας τις τιμές χωρητικότητας στα όρια ευαισθησίας της γραμμικής συνάρτησης κόστους κεφαλαίου:

$$A_i^w = \sum_{k \in K} A_k^w \cdot \lambda_{ik}^w, \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (21)$$

Όπου  $\lambda_{ik}^w$  είναι μια SOS2 μεταβλητή που ενεργοποιείται μόνο αν η εγκατάσταση βρίσκεται σε κόμβο  $i$ .

$$\sum_{k \in K} \lambda_{ik}^w = E_i^w, \forall w \in W, i \in I^w \quad (22)$$

#### 4.7 Μονάδες παραγωγής

Η μονάδα όγκου παραγωγής πρέπει να οριοθετείται σύμφωνα με την χωρητικότητά της.

$$P_{it}^w \leq A_i^w, \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (23)$$

Ο όγκος παραγωγής εκφράζεται ως:

$$P_{it}^w = \sum_{k \in K} P_k^w \cdot \xi_{itk}^w, \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (24)$$

όπου  $\xi_{itk}^w$  είναι μια SOS2 μεταβλητή, η οποία οριοθετείται από τον περιορισμό:

$$\sum_{k \in K} \xi_{itk}^w = X_{it}^w, \forall w \in W, i \in I^w, t \in T \quad (25)$$

#### 4.8 Ενέργεια άντλησης

Η καθημερινή απαιτούμενη ενέργεια άντλησης είναι ίση με την ενέργεια που απαιτείται να αντληθεί το νερό/νερό λυμάτων στο ύψος άντλησης αν προστεθεί η κατά κεφαλήν απώλεια, και διαιρεθούν με την αποδοτικότητα της αντλίας.

$$PE_t^w = \frac{1}{\beta^w} \cdot \rho \cdot g \cdot \sum_{\{i,j\} \in PL^w} (H_{ij} + \Delta H_{ij}^w) \cdot Q_{ijt}^w, \forall w \in W, t \in T \quad (26)$$

Η εξίσωση (27) είναι ισοδύναμη της (26) αν γραμμικοποιηθούν οι όροι  $\Delta H_{ij}^w \cdot Q_{ijt}^w$  και  $Q_{ijt}^w$ .

$$PE_t^w = \frac{1}{\beta^w} \cdot \rho \cdot g \cdot \sum_{\{i,j\} \in PL^w} \sum_{p \in P} [H_{ij} + b \cdot a_{ij} \cdot \sum_{p \in P} \left( \frac{Q_p^w}{C} \right)^{1.852}] \cdot Q_p^w \cdot YG_{ijpt}^w,$$

$$\forall w \in W, t \in T \quad (27)$$

Από τον ορισμό του  $YG_{ijpt}^w$  και τη φύση των δυαδικών μεταβλητών προκύπτει ότι  $Y_{ijp}^w \cdot YG_{ijpt}^w = YG_{ijpt}^w$  :

$$PE_t^w = \frac{1}{\beta^w} \cdot \rho \cdot g \cdot \sum_{\{i,j\} \in PL^w} \sum_{p \in P} \left[ H_{ij+} \frac{b * a_{ij}}{d_p^{4.87}} \cdot \left( \frac{Q_p^w}{C} \right)^{1.852} \right] \cdot Q_p^w \cdot YG_{ijpt}^w, \quad (28)$$

$$\forall w \in W, t \in T$$

#### 4.9 Λογικοί περιορισμοί

Αν σε ένα κόμβο δεν υπάρχει εγκατάσταση  $w$ , δεν υπάρχει παραγωγή σε καμία περίοδο  $t$ .

$$\sum_{t \in T} X_{it}^w \leq U \cdot E_i^w, \forall w \in W, i \in I^w \quad (29)$$

Σε κάθε κόμβο με ζήτηση πόσιμου νερού, αν το νερό υπόγειων υδάτων δεν είναι αρκετό για να καλύψει τη ζήτηση, θα πρέπει να γίνει εγκατάσταση αφαλάτωσης ή θα πρέπει γίνει σύνδεση με δίκτυο αγωγών αφαλατωμένου νερού.

$$E_i^{dw} | i \in I^{dw} + \sum_{j:\{j,i\} \in L^{dw}} \sum_{p \in P} Y_{jip}^{dw} + B^{gwp}, \forall i \in I^{pw} \quad (30)$$

Σε κάθε κόμβο με ζήτηση μη πόσιμου νερού, αν το νερό υπόγειων υδάτων δεν είναι αρκετό για να καλύψει τη ζήτηση, θα πρέπει να γίνει εγκατάσταση αφαλάτωσης/ανάκτησης ή θα πρέπει γίνει σύνδεση με δίκτυο αγωγών αφαλατωμένου/ ανακτώμενου νερού.

$$E_i^{dw} | i \in I^{dw} + \sum_{j:\{j,i\} \in L^{dw}} \sum_{p \in P} Y_{jip}^{dw} + E_i^{rw} | i \in I^{rw} + \sum_{j:\{j,i\} \in L^{rw}} \sum_{p \in P} Y_{jip}^{rw} + B^{gwnp} \geq 1, \quad (31)$$

$$\forall i \in I^{npw}$$

Σε κάθε κόμβο με παραγωγή νερού λυμάτων θα πρέπει να υπάρχει εγκατάσταση καθαρισμού νερού λυμάτων ή σύνδεση με δίκτυο αγωγών νερού λυμάτων.

$$E_i^{ww} | i \in I^{ww} + \sum_{j:\{j,i\} \in L^{ww}} \sum_{p \in P} Y_{jip}^{ww} \geq 1, \forall i \in I^{pw} \quad (32)$$

Στην περίπτωση που εγκατάσταση αφαλάτωσης βρίσκεται σε έναν κόμβο χωρίς ζήτηση πόσιμου νερού, οι αγωγοί αφαλατωμένου νερού θα πρέπει να τοποθετηθούν με σκοπό την μεταφορά του σε άλλους κόμβους. Το ίδιο ισχύει και για τα υπόλοιπα είδη νερού (ανακτώμενου, νερού λυμάτων).



$$E_i^{dw} \leq \sum_{\{i,j\} \in L^{dw}} \sum_{p \in P} Y_{ijp}^{dw}, \forall i \in I^{dw} \setminus I^{pw} \quad (33)$$

$$E_i^{rw} \leq \sum_{\{i,j\} \in L^{rw}} \sum_{p \in P} Y_{ijp}^{rw}, \forall i \in I^{rw} \setminus I^{npw} \quad (34)$$

$$E_i^{ww} \leq \sum_{\{i,j\} \in L^{ww}} \sum_{p \in P} Y_{ijp}^{ww}, \forall i \in I^{ww} \setminus I^{pw} \quad (35)$$

## 4.10 Αντικειμενικές συναρτήσεις

### 4.10.1 Το ετησιοποιημένο συνολικό κόστος

Το ετησιοποιημένο συνολικό κόστος στο στόχο περιλαμβάνει το κόστος κεφαλαίου και το λειτουργικό κόστος.

Κόστος κεφαλαίου εγκατάστασης αγωγών, το οποίο σχετίζεται με το μήκος και την τιμή του αγωγού ανάλογα της επιλεγμένης διαμέτρου.

$$PLCC = \sum_{w \in W} \sum_{p \in P} PLC^p \cdot \left( \sum_{\{i,j\} \in L^w: \{j,i\} \in L^w, i < j} L_{ij} \cdot Y_{ijp}^w + \sum_{\{i,j\} \in L^w: \{j,i\} \notin L^w} L_{ij} \cdot Y_{ijp}^w \right) \quad (36)$$

Κόστος κεφαλαίου εγκατάστασης άντλησης, το οποίο σχετίζεται με το πλήθος και το κόστος της κάθε εγκατάστασης άντλησης η οποία περιλαμβάνει το κόστος δυο αντλιών (μιας που λειτουργεί και μιας σε κατάσταση standby) και του σταθμού άντλησης.

$$PSCC = \sum_{w \in W} \sum_{\{i,j\} \in PL^w} \sum_{s \in S} (2 \cdot \sigma_s^w + \lambda) \cdot N_{ijs}^w \quad (37)$$

Κόστος κεφαλαίου δεξαμενών αποθήκευσης:

$$STCC = \sum_{i \in I^{pw}} \sum_{m \in M} TN_{im}^{pw} \cdot TC_m + \sum_{i \in I^{npw}} \sum_{m \in M} TN_{im}^{npw} \cdot TC_m \quad (38)$$

Κόστος κεφαλαίου εγκαταστάσεων, ως γραμμική συνάρτησης χωρητικότητας εγκατάστασης μέσω σχέσεων (21),(22):

$$PCC^w = \sum_{i \in I^w} \sum_{k \in K} CC_k^w \cdot \lambda_{ik}^w, \forall w \in W \quad (39)$$

Λειτουργικό κόστος άντλησης, το οποίο σχετίζεται με την καθημερινή ενέργεια άντλησης και το κόστος ηλεκτρισμού:

$$APuOC = \sum_{w \in W} \sum_{t \in T} ND_t \cdot EC \cdot PE_t^w, \forall w \in W \quad (40)$$

Λειτουργικό κόστος παραγωγής, ως τμηματικά γραμμικής συνάρτησης του όγκου παραγωγής πολλαπλασιασμένου με την αντίστοιχη κατανάλωση ενέργειας και την τιμή ηλεκτρισμού:

$$APrOC^w = \sum_{i \in I^w} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} ND_t \cdot EC \cdot PEC_k^w \cdot \xi_{itk}^w, \forall w \in W \quad (41)$$

Το ετησιοποιημένο συνολικό κόστος:

$$ATC = \sum_{i \in I^w} APrOC^w + APuOC + \left( \sum_{w \in W} PCC^w + PLCC + PSCC + STCC \right) \cdot \frac{r \cdot (1+x)^n}{(1+x)^n - 1}, \forall w \in W \quad (42)$$

Ο τελευταίο όρος λέγεται (CRF) συντελεστής ανάκτησης κεφαλαίου όπου  $r$  το επιτόκιο και  $n$  η διάρκεια του έργου.

(Γιαμπουράς Κωνσταντίνος, Βελτιστοποίηση του συστήματος ύδρευσης στη Σύρο με την βοήθεια Μαθηματικού Προγραμματισμού, 2012)

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι τελικά η εξής:

$$\min z_1 = ATC \quad (43)$$

#### 4.10.2 Ο βαθμός ικανοποίησης της μέγιστης ζήτησης

Ο βαθμός ικανοποίησης της μέγιστης ζήτησης είναι ουσιαστικά η μεταβλητή  $MI$  που υπάρχει στις εξισώσεις (2) και (5) και εκφράζει πόσο πάνω από την ελάχιστη απαιτούμενη ζήτηση βρίσκεται η παρεχόμενη ποσότητα νερού (πόσιμου και μη πόσιμου).

$$\max z_2 = MI \quad (44)$$

Το  $MI$  παίρνει τιμές από 0 έως 1.

Εν τω συνόλω το ολοκληρωμένο πρόβλημα διαχείρισης υδάτινων πόρων διατυπώνεται σε πρόβλημα δικριτηριακού μεικτού ακέραιο γραμμικού προγραμματισμού (BOMILP) που περιγράφεται από τις εξισώσεις (2)-(6),(8)-

(25),(28)-(42) ως περιορισμούς και (43), (44) που είναι οι αντικειμενικές συναρτήσεις.

## 5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Εφαρμόσαμε το μοντέλο του κεφαλαίου 4 στην περίπτωση της υδροδότησης της Πάρου. Στην αρχή λύσαμε το δικριτηριακό μοντέλο (min cost – max demand safety) έτσι ώστε να λάβουμε τη βέλτιστη λύση για κάθε επίπεδο ζήτησης. Στη συνέχεια εφαρμόσαμε τη μεθοδολογία του κεφαλαίου 2.3 για την εύρεση της προτιμότερης λύσης με βάση το κριτήριο minimax regret και την υπάρχουσα αβεβαιότητα ως προς το επίπεδο ζήτησης.

### 5.1 Αποτελέσματα του δικριτηριακού μοντέλου

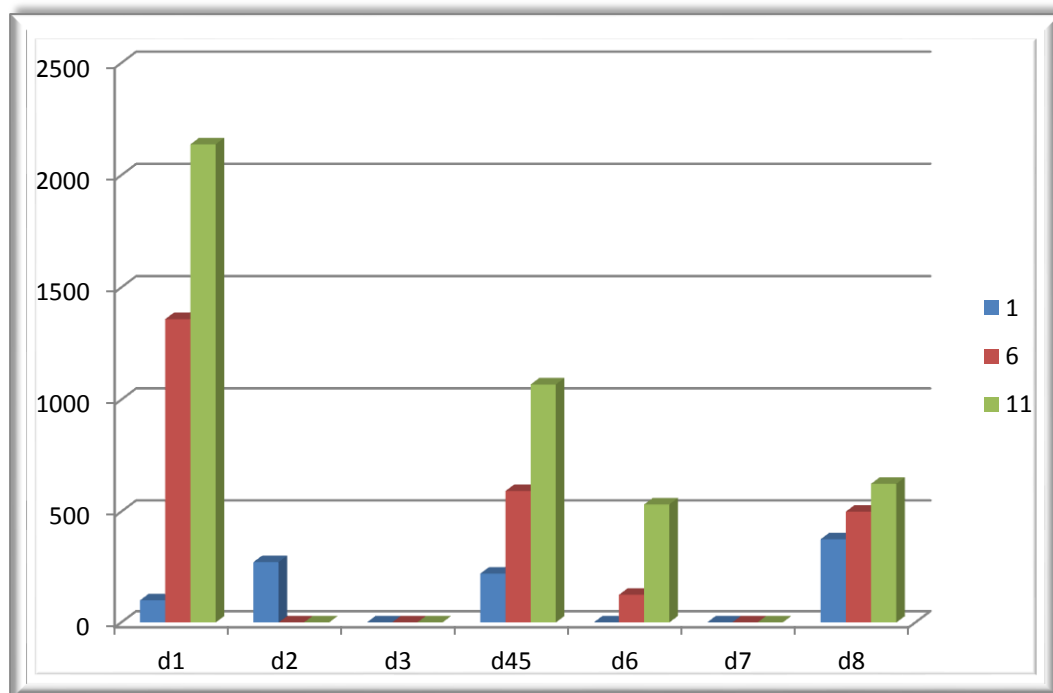
Αρχικά, γίνεται βελτιστοποίηση του μοντέλου για την περίπτωση της Πάρου χωρίς την χρήση περιορισμών ως προς τις δομικές μεταβλητές και λαμβάνονται οι ζητήσεις σε κάθε περιοχή για αφαλατομένο νερό, για ανακτούμενο νερό και για επεξεργασμένο νερό λυμάτων. Στη συνέχεια, καταστρώνουμε πίνακες και διαγράμματα με επιλεκτική χρήση των περιπτώσεων 1,6,11 που συμβολίζουν το επίπεδο ζήτησης για  $\mu=0$ ,  $\mu=0,5$  και  $\mu=1$ . Η ανοχή επίλυσης που χρησιμοποιήθηκε ήταν  $optcr=0,005$  (0,5%).

Αναφορικά λοιπόν με το κόστος για την ζήτηση σε αφαλατομένο νερό έχουμε:

**Πίνακας 10:** Κόστος σε κάθε περιοχή για τις περιπτώσεις 1,6,11 για αφαλατομένο νερό

	1	6	11
<b>d1</b>	100	1359,2	2138
<b>d2</b>	272,7	0	0
<b>d3</b>	0	0	0
<b>d45</b>	220,3	593,2	1068,1
<b>d6</b>	0	124,65	532,5
<b>d7</b>	0	0	0
<b>d8</b>	375,3	500,4	625,5

και το αντίστοιχο διάγραμμα είναι όπως φαίνεται στην εικόνα 5:



**Εικόνα 5:** Διάγραμμα του ύψους του κόστους στα επίπεδα ζήτησης 1,6,11 για αφαλατωμένο νερό

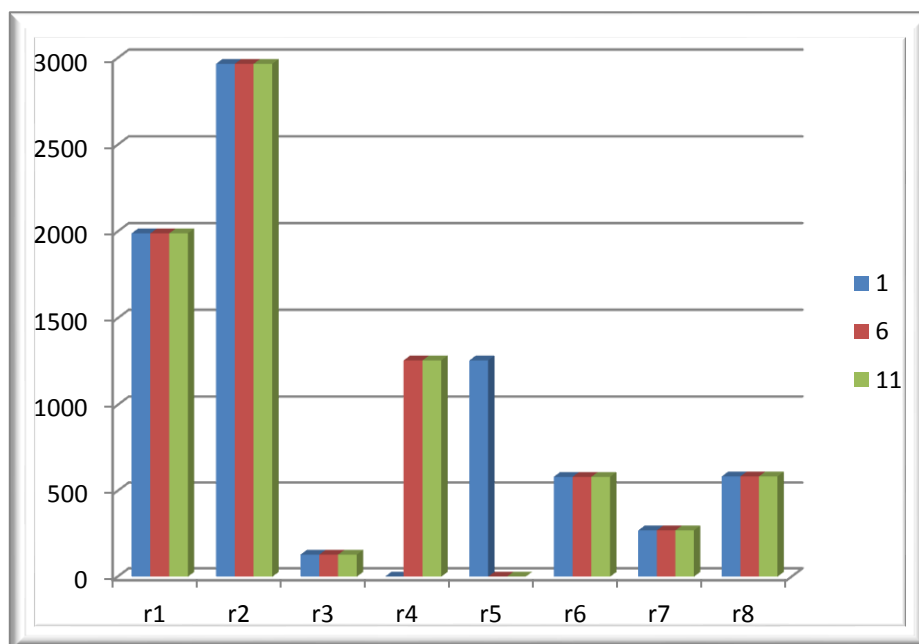
Παρατηρούμε ότι η ζήτηση σε αφαλατωμένο νερό είναι πάντα μεγαλύτερη στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=1.0$  (εκτός από την περιοχή 2), με μεγαλύτερη αυτή στην περιοχή 8 (στην περιοχή της Αντιπάρου).

Αναφορικά με το κόστος κάθε ζήτησης σε επεξεργασμένο νερό λυμάτων έχουμε:

**Πίνακας 11:** Κόστος σε κάθε περιοχή για τις περιπτώσεις 1,6,11 για επεξεργασμένο νερό λυμάτων

	1	6	11
r1	1989,4	1989,4	1989,4
r2	2966,6	2966,6	2966,6
r3	128,1	128,1	128,1
r4	0	1257,2	1257,2
r5	1257,2	0	0
r6	581,7	581,7	581,7
r7	269,5	269,5	269,5
r8	583,8	583,8	583,8

και το αντίστοιχο διάγραμμα είναι όπως φαίνεται στην εικόνα 6:



**Εικόνα 6:** Διάγραμμα του ύψους του κόστους στα επίπεδα ζήτησης 1,6,11 για επεξεργασμένο νερό λυμάτων

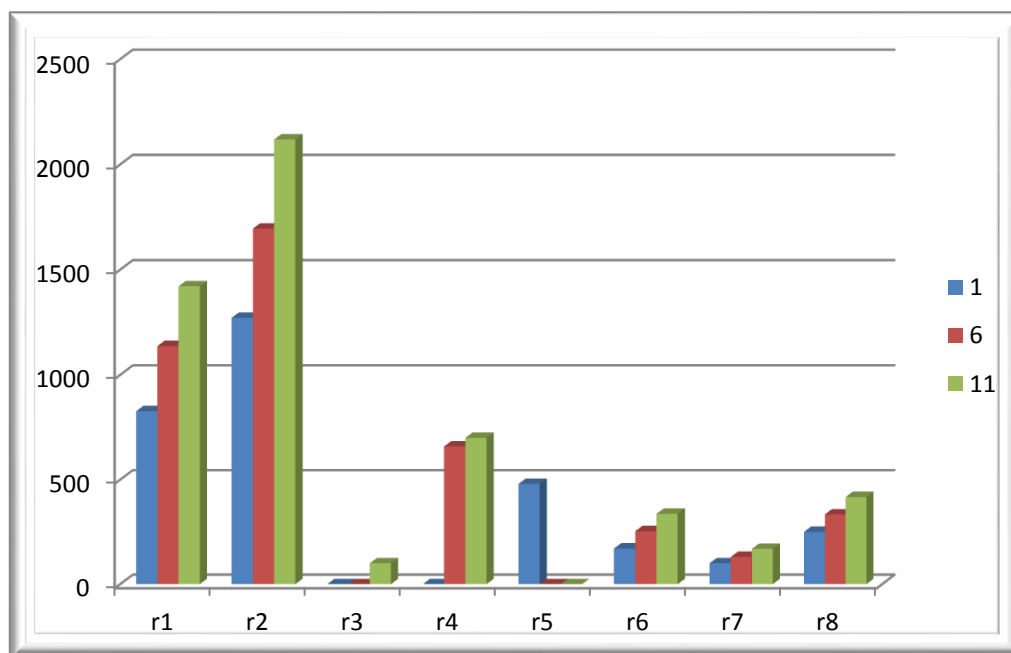
Παρατηρούμε ότι για κάθε περιοχή, τα ετήσια κόστη είναι ίσα μεταξύ τους, ακόμα και στις περιοχές 4 και 5 καθώς και οι δύο εξυπηρετούνται από τις ίδιες εγκαταστάσεις και τα κόστη άντλησης είναι απειροελάχιστα. Αυτό οφείλεται στην απουσία κόστους σε αντλίες αλλά και σε σωληνώσεις, κάτι που δεν ισχύει στην περίπτωση του αφαλατομένου νερού.

Τέλος, αναφορικά με το κόστος σε κάθε ζήτηση σε ανακτώμενο νερό έχουμε:

**Πίνακας 12:** Κόστος σε κάθε περιοχή για τις περιπτώσεις 1,6,11 για ανακτώμενο νερό

	1	6	11
<b>r1</b>	827,1	1136,8	1421
<b>r2</b>	1271,4	1695,2	2119
<b>r3</b>	0	0	100
<b>r4</b>	0	659,1	700,1
<b>r5</b>	479,5	0	0
<b>r6</b>	170,45	253,55	336,65
<b>r7</b>	100	130,45	168,95
<b>r8</b>	250,2	333,6	417

και το αντίστοιχο διάγραμμα είναι όπως φαίνεται στην εικόνα 7:



Εικόνα 7: Διάγραμμα του ύψους του κόστους στα επίπεδα ζήτησης 1,6,11 για ανακτώμενο νερό

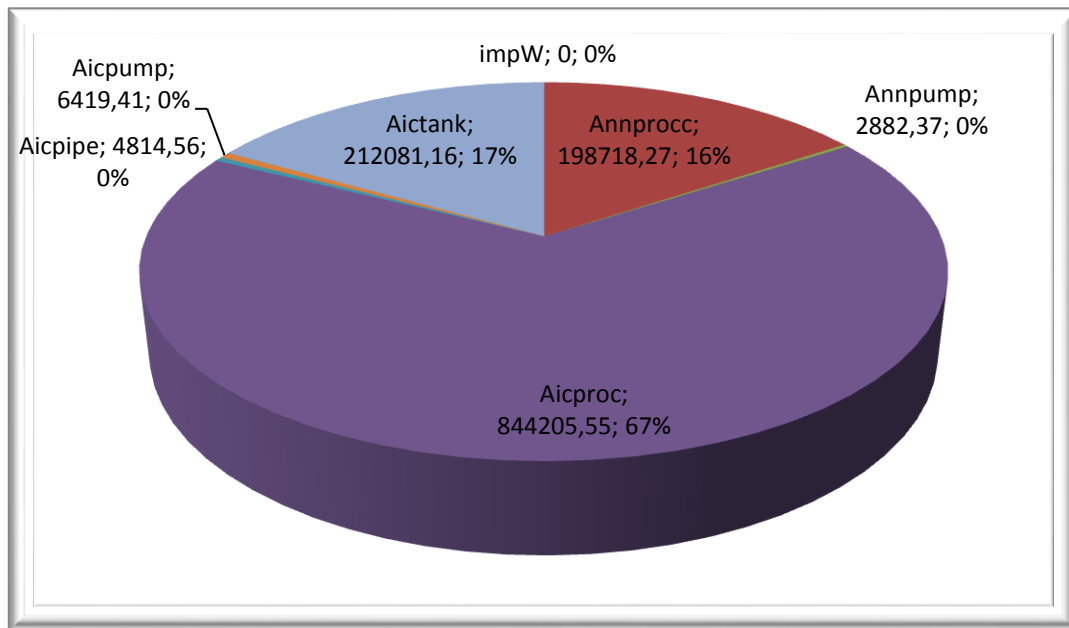
Εδώ παρατηρούμε επίσης ότι αναφορικά με τα ετήσια κόστη σε ανακτώμενο νερό, τα μεγαλύτερα ποσά εμφανίζονται στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=1.0$ . Παρατηρούμε ακόμα μια αναλογική αύξηση στα κόστη κάθε περιοχής σε σχέση με το επίπεδο ζήτησης, με τις μεγαλύτερες τιμές να εμφανίζονται στην περιοχή 2.

Από την βελτιστοποίηση του μοντέλου μας μέσω του προγράμματος GAMS λάβαμε ξεχωριστά για κάθε επίπεδο ζήτησης τα ποσά σε εισαγόμενο νερό (σε κυβικά μέτρα) που απαιτούνται, τα ετήσια λειτουργικά κόστη, τα ετήσια κόστη άντλησης, καθώς και τα ετήσια κόστη επένδυσης για επεξεργασία, για αγωγούς, για αντλίες και για δεξαμενές.

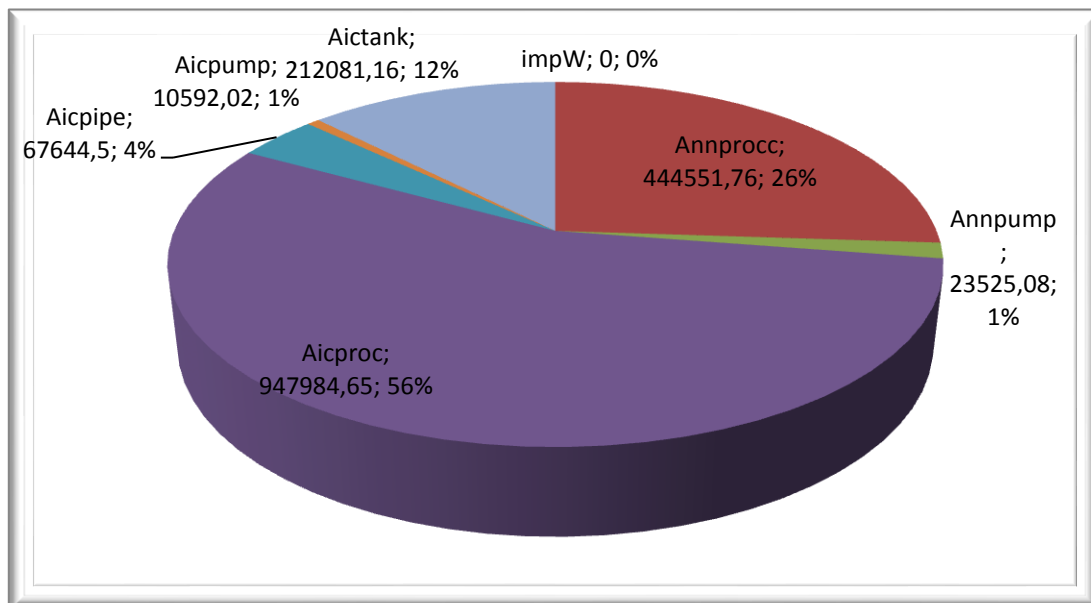
Παρακάτω εμφανίζονται τα διαγράμματα σε μορφή πίτας για την κατανομή του ετήσιου κόστους στα επίπεδα ζήτησης  $\mu=0.0$ ,  $\mu=0.5$  και  $\mu=1.0$

Πίνακας 13 : Συμβολισμοί για τα διαγράμματα κατανομής του ετήσιου κόστους

Κόστος για εισαγόμενο νερό	<b>impW</b>
Ετήσιο λειτουργικό κόστος για διεργασίες	<b>Annproc</b>
Ετήσιο κόστος για αντλίες	<b>Annump</b>
Ετησιοποιημένο κόστος επένδυσης για διεργασίες	<b>Aicproc</b>
Ετησιοποιημένο κόστος επένδυσης για σωληνώσεις	<b>Aicpipe</b>
Ετησιοποιημένο κόστος επένδυσης για άντληση	<b>Aicump</b>
Ετησιοποιημένο κόστος επένδυσης για αποθήκευση	<b>Aictank</b>

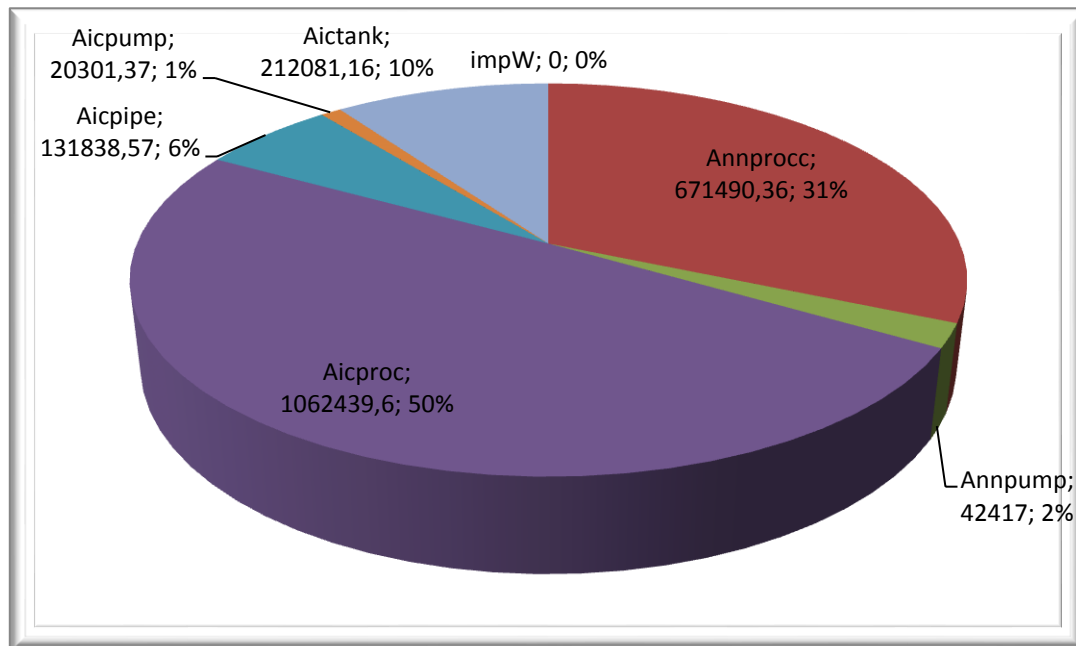


Εικόνα 8: Διάγραμμα κατανομής του κόστους στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=0.0$



Εικόνα 9: Διάγραμμα κατανομής του κόστους στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=0.5$





**Εικόνα 10:** Διάγραμμα κατανομής του κόστους στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=1.0$

Αρχικά παρατηρούμε ότι και στα τρία επίπεδα ζήτησης, τα ποσά σε εισαγόμενο νερό είναι μηδενικά. Κατανοούμε λοιπόν ότι η εγκατάσταση μίας άλλης μονάδας ή η μεταφορά νερού από κάποια άλλη μονάδα του νησιού ανέρχεται σε χαμηλότερο κόστος από την εισαγωγή νερού από την Αθήνα. Επιπλέον στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=0.0$  τα ετήσια κόστη επένδυσης σε άντληση και σε αγωγούς είναι απειροελάχιστα ενώ στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=0.5$  είναι αυξημένα και ακόμα μεγαλύτερα στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=1.0$ . Ακόμα παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται το επίπεδο ζήτησης, έχουμε ανάλογη αύξηση στα ετήσια λειτουργικά κόστη ενώ έχουμε μείωση του ετήσιου λειτουργικού κόστους επένδυσης όπως και του κόστους επένδυσης σε αποθηκευτικούς χώρους

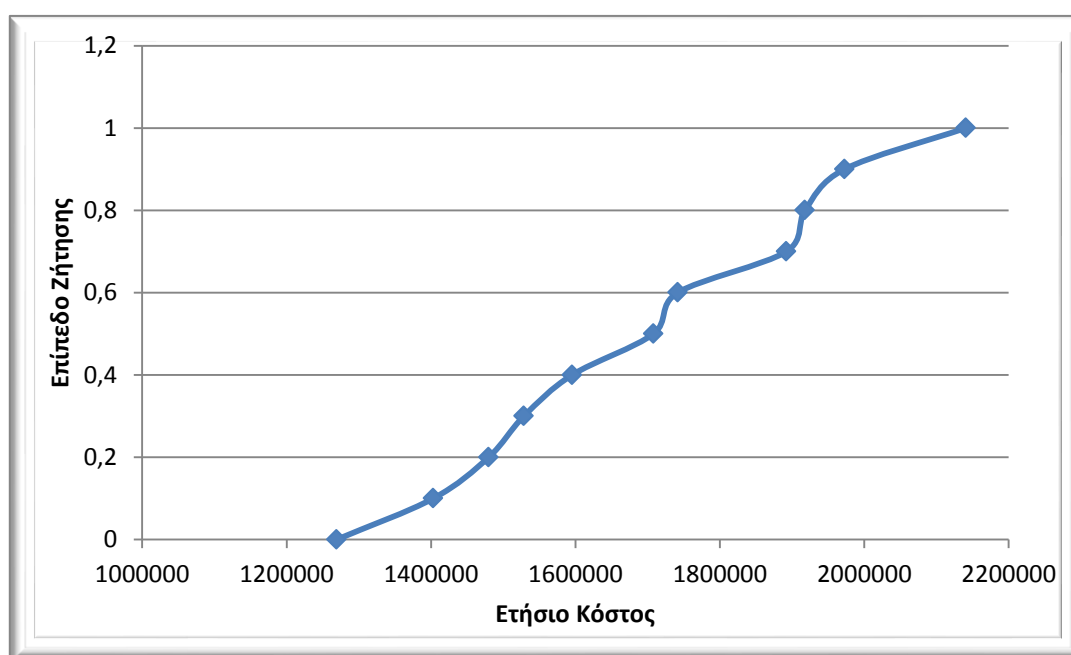
## 5.2 Αποτελέσματα εφαρμογής του κριτηρίου *minimax regret*

Αρχικά εφαρμόσαμε βελτιστοποίηση χωρίς να θέσουμε κάποιον περιορισμό ως προς τις δομικές μεταβλητές και υπολογίστηκαν για κάθε επίπεδο ζήτησης τα αντίστοιχα ετήσια κόστη.

**Πίνακας 14:** Ετήσια κόστη για κάθε ζήτηση χωρίς περιορισμούς

#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση
1	1269121,31	0
2	1403006,95	0,1
3	1479726,54	0,2
4	1528532,39	0,3
5	1595260,34	0,4
6	1707922,81	0,5
7	1741513,99	0,6
8	1892046,06	0,7
9	1917816,33	0,8
10	1972602,5	0,9
11	2140568,07	1

Παραθέτουμε και σε μορφή διαγράμματος πως μεταβάλεται το ετήσιο κόστος σε σχέση με τα επίπεδα ζήτησης:



**Εικόνα 11:** Διάγραμμα μεταβολής του ετήσιου κόστους ως προς τα επίπεδα ζήτησης

Η αύξηση του ετήσιου κόστους παρατηρούμε ότι είναι γραμμική με μικρές αποκλίσεις, κάτι που οφείλεται στην ανοχή της επίλυσής μας, δηλαδή λόγω του  $optcr=0,005$ .

Στην συνέχεια έγιναν έντεκα βελτιστοποιήσεις του μοντέλου, σε κάθε μία θέτοντας ως δεδομένες τις δομικές μεταβλητές που επιλέχτηκαν για κάθε επίπεδο ζήτησης. Έτσι, παρατηρούμε πως αυξάνεται το ετήσιο κόστος στα υπόλοιπα επίπεδα.

**Πίνακας 15:** Ετήσια κόστη ως προς την ζήτηση με δομικές μεταβλητές των  $\mu=0$  και  $\mu=0.1$

$\mu=0$			$\mu=0.1$		
#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση	#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση
1	1269121,31	0	1	1331699,65	0
2	1528415,74	0,1	2	1403006,95	0,1
3	1698595,91	0,2	3	1571038,14	0,2
4	1862747,81	0,3	4	1764761,54	0,3
5	2007398,24	0,4	5	1908741,43	0,4
6	2150549,04	0,5	6	2042874,55	0,5
7	2301551,44	0,6	7	2169575,45	0,6
8	2474926,67	0,7	8	2302178,58	0,7
9	2629983,66	0,8	9	2443898,35	0,8
10	2777692,5	0,9	10	2596897,3	0,9
11	2982541,6	1	11	2749354,75	1

**Πίνακας 16:** Ετήσια κόστη ως προς την ζήτηση με δομικές μεταβλητές των  $\mu=0.2$  και  $\mu=0.3$

$\mu=0.2$			$\mu=0.3$		
#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση	#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση
1	1347019,52	0	1	1350282,13	0
2	1436614,25	0,1	2	1439139,91	0,1
3	1479726,54	0,2	3	1481048,44	0,2
4	1696195,3	0,3	4	1528532,43	0,3
5	2027793,01	0,4	5	1757671,68	0,4
6	2450913,64	0,5	6	1972544,73	0,5
7	2866433,19	0,6	7	2258369,08	0,6
8	3322552,88	0,7	8	2674340,56	0,7
9	3750698,76	0,8	9	3108928,82	0,8
10	4177578,92	0,9	10	3522663,96	0,9
11	4618286,65	1	11	3950607,32	1

**Πίνακας 17:** Ετήσια κόστη ως προς την ζήτηση με δομικές μεταβλητές των  $\mu=0.4$  και  $\mu=0.5$

$\mu=0.4$				$\mu=0.5$		
#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση		#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση
1	1368671,5	0		1	1437259,32	0
2	1457458,3	0,1		2	1515616,88	0,1
3	1499290,8	0,2		3	1565063,34	0,2
4	1548682,8	0,3		4	1614963,59	0,3
5	1595260,3	0,4		5	1662114,27	0,4
6	1839422,8	0,5		6	1707922,83	0,5
7	2046230	0,6		7	1895329,89	0,6
8	2343764,5	0,7		8	2043834,41	0,7
9	2774282,9	0,8		9	2178237,69	0,8
10	3200898,2	0,9		10	2303852,52	0,9
11	3621597,8	1		11	2427509,52	1

**Πίνακας 18:** Ετήσια κόστη ως προς την ζήτηση με δομικές μεταβλητές των  $\mu=0.6$  και  $\mu=0.7$

$\mu=0.6$				$\mu=0.7$		
#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση		#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση
1	1418029,35	0		1	1534377,57	0
2	1506606,02	0,1		2	1606496,06	0,1
3	1548648,61	0,2		3	1656912,07	0,2
4	1596059,06	0,3		4	1704994,81	0,3
5	1644618,17	0,4		5	1751317,84	0,4
6	1693520,02	0,5		6	1797977,88	0,5
7	1741513,99	0,6		7	1844645,72	0,6
8	1987488,53	0,7		8	1892046,06	0,7
9	2142363,71	0,8		9	2086056,95	0,8
10	2303793,51	0,9		10	2217046,91	0,9
11	2568961,26	1		11	2342466,66	1

**Πίνακας 19:** Ετήσια κόστη ως προς την ζήτηση με δομικές μεταβλητές των  $\mu=0.8$  και  $\mu=0.9$

$\mu=0.8$			$\mu=0.9$		
#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση	#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση
1	1521454,65	0	1	1516303,94	0
2	1598271,41	0,1	2	1597981,39	0,1
3	1644716,64	0,2	3	1641370,91	0,2
4	1692286,61	0,3	4	1689817,07	0,3
5	1740877,46	0,4	5	1739284,1	0,4
6	1788680,97	0,5	6	1787963,78	0,5
7	1832601,32	0,6	7	1837532,18	0,6
8	1874901,49	0,7	8	1881853,44	0,7
9	1917816,33	0,8	9	1927185,34	0,8
10	2133943,17	0,9	10	1972602,53	0,9
11	2281610,96	1	11	2217851,47	1

**Πίνακας 20:** Ετήσια κόστη ως προς την ζήτηση με δομικές μεταβλητές του  $\mu=1.0$

$\mu=1.0$		
#	Ετήσιο Κόστος	Ζήτηση
1	1269121,31	0
2	1444336,11	0,1
3	1479726,54	0,2
4	1528532,43	0,3
5	1596408,39	0,4
6	1706379,17	0,5
7	1741513,95	0,6
8	1892046,06	0,7
9	1911867,93	0,8
10	2009399,79	0,9
11	2140568,07	1

Τέλος, εφαρμόζουμε το κριτήριο minimax regret, η χρήση του οποίου περιγράφηκε στο μεθοδολογικό μέρος της εργασίας. Πρώτα παραθέτουμε το πίνακα πληρωμών σε κάθε «σενάριο» (S1-S11) για κάθε επίπεδο ζήτησης ( $\mu=0.0-1.0$ ), όπως προέκυψε από τους πίνακες που παρατέθηκαν παραπάνω.

**Πίνακας 21:** Πίνακας πληρωμών (Payoff Table) για τα «σενάρια» S1-S11

	$\mu=0.0$	$\mu=0.1$	$\mu=0.2$	$\mu=0.3$	$\mu=0.4$	$\mu=0.5$	$\mu=0.6$	$\mu=0.7$	$\mu=0.8$	$\mu=0.9$	$\mu=1.0$
<b>S1</b>	1269121	1528416	1698596	1862748	2007398	2150549	2301551	2474927	2629984	2777693	2982542
<b>S2</b>	1331700	1403007	1571038	1764762	1908741	2042875	2169575	2302179	2443898	2596897	2749355
<b>S3</b>	1347020	1436614	1479727	1696195	2027793	2450914	2866433	3322553	3750699	4177579	4618287
<b>S4</b>	1350282	1439140	1481048	1528532	1757672	1972545	2258369	2674341	3108929	3522664	3950607
<b>S5</b>	1368672	1457458	1499291	1548683	1595260	1839423	2046230	2343765	2774283	3200898	3621598
<b>S6</b>	1437259	1515617	1565063	1614964	1662114	1707923	1895330	2043834	2178238	2303853	2427510
<b>S7</b>	1418029	1506606	1548649	1596059	1644618	1693520	1741514	1987489	2142364	2303794	2568961
<b>S8</b>	1534378	1606496	1656912	1704995	1751318	1797978	1844646	1892046	2086057	2217047	2342467
<b>S9</b>	1521455	1598271	1644717	1692287	1740877	1788681	1832601	1874901	1917816	2133943	2281611
<b>S10</b>	1516304	1597981	1641371	1689817	1739284	1787964	1837532	1881853	1927185	1972603	2217851
<b>S11</b>	1623148	1683156	1734485	1786025	1832447	1879503	1928871	1981903	2032293	2086340	2138646

Στον Πίνακα 22, καταγράφεται η μήτρα απολειών (regret matrix).

**Πίνακας 22:** Μήτρα απολειών (regret matrix) του πίνακα πληρωμών

	$\mu=0.0$	$\mu=0.1$	$\mu=0.2$	$\mu=0.3$	$\mu=0.4$	$\mu=0.5$	$\mu=0.6$	$\mu=0.7$	$\mu=0.8$	$\mu=0.9$	$\mu=1.0$
<b>S1</b>	0	125409	218869	334215	412138	457029	560037	600025	712167	805090	843896
<b>S2</b>	62578	0	91312	236229	313481	349355	428061	427277	526082	624295	610709
<b>S3</b>	77898	33607	0	167663	432533	757394	1124919	1447651	1832882	2204976	2479641
<b>S4</b>	81161	36133	1322	0	162411	279025	516855	799439	1191112	1550061	1811962
<b>S5</b>	99550	54451	19564	20150	0	145903	304716	468863	856467	1228296	1482952
<b>S6</b>	168138	112610	85337	86431	66854	14403	153816	168933	260421	331250	288864
<b>S7</b>	148908	103599	68922	67527	49358	0	0	112587	224547	331191	430316
<b>S8</b>	265256	203489	177186	176462	156058	104458	103132	17145	168241	244444	203821
<b>S9</b>	252333	195264	164990	163754	145617	95161	91087	0	0	161341	142965
<b>S10</b>	247183	194974	161644	161285	144024	94444	96018	6952	9369	0	79206
<b>S11</b>	354026	280149	254759	257493	237186	185983	187357	107001	114477	113738	0

Τα αποτελέσματα προέκυψαν από την αφαίρεση της κάθε τιμής του πίνακα πληρωμών (Πίνακας 21) από την ελάχιστη τιμή κάθε στήλης, δηλαδή από το ελάχιστο ποσό πληρωμών όλων των σεναρίων για ένα δεδομένο επίπεδο ζήτησης.

Από όλες τα επίπεδα ζήτησης λαμβάνεται η μέγιστη τιμή για κάθε σενάριο και καταγράφεται στο παρακάτω πίνακα.

**Πίνακας 23:** Πίνακας με την μέγιστη τιμή του κάθε σεναρίου από το regret matrix

<b>S1</b>	843896
<b>S2</b>	624294,8
<b>S3</b>	2479641
<b>S4</b>	1811962
<b>S5</b>	1482952
<b>S6</b>	331250
<b>S7</b>	430315,7
<b>S8</b>	265256,3
<b>S9</b>	252333,3
<b>S10</b>	<b>247182,6</b>
<b>S11</b>	354026,4

Από τον Πίνακα 23, επιλέγουμε την ελάχιστη από τις μέγιστες τιμές και συμπερασματικά λαμβάνουμε την βέλτιστη τιμή, δηλαδή την ελάχιστη απώλεια από τις μέγιστες του κάθε σεναρίου που είναι αυτή για το «σενάριο» S10 και αντιστοιχεί στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=0.9$ .

## 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα συμπεράσματα τα οποία προέκυψαν από την βελτιστοποίηση του συστήματος ύδρευσης στο νησί της Πάρου με τη χρήση Μαθηματικού Προγραμματισμού διαχωρίζονται σε συμπεράσματα που αφορούν τη χρησιμοποιούμενη μέθοδο, σε συμπεράσματα που αφορούν τα αποτελέσματα της εφαρμογής και σε συμπεράσματα που αφορούν την χρήση του κριτηρίου *minimax regret*.

Η μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση και βελτιστοποίηση ενός ζητήματος με πολλές παραμέτρους μέσω της χρήσης του μαθηματικού προγραμματισμού κρίνεται ως η πλέον κατάλληλη γνωρίζοντας ότι οι συγκεκριμένες παράμετροι συνδέονται μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε η επίλυση τους να μην καθίσταται εφικτή με διαφορετικό τρόπο. Ο μαθηματικός προγραμματισμός αποδείχθηκε μια άριστη χρησιμοποιούμενη τεχνική μαθηματικής μοντελοποίησης για τον καθορισμό της βέλτιστης κατανομής των πόρων ανάμεσα σε ανταγωνιστικές δραστηριότητες. Έχει ευελιξία αλλά και αρκετές απαιτήσεις σε δεδομένα, για τον λόγο αυτό συστήνεται ανεπιφύλακτα στην περίπτωση διαχείρισης πόρων. Σχετικά με τη γλώσσα μοντελοποίησης GAMS και το πρόγραμμα εφαρμογής της, αυτή αποδείχθηκε άκρως εύχρηστη, κατανοητή και αισθητά απλή στη χρήση της για οποιονδήποτε, ακόμα και αν δεν είναι εξοικειωμένος παρά μόνο με απλές εφαρμογές προγραμματισμού. Η καταγραφή και επαλήθευση του μαθηματικού μοντέλου στην γλώσσα GAMS, για την περίπτωσή μας πραγματοποιήθηκε με επιτυχία σε συνδυασμό με την χρήση του αντίστοιχου εγχειριδίου που περιελάμβανε το πρόγραμμα (tutorial), του οποίου η βοήθεια ήταν καταλυτική όχι μόνο ως προς την συγγραφή του μοντέλου αλλά και ως προς την καλύτερη κατανόηση των γλωσσών βελτιστοποίησης. Αναφορικά με το πρόβλημα του συστήματος ύδρευσης της Πάρου που αντιμετωπίσαμε, παρουσιάζεται η ανάγκη υπολογισμού μεταβλητών τύπου 0 ή 1 (δυαδικές) όπως στη περίπτωση ύπαρξης μονάδων επεξεργασίας σε περιοχές, είτε ποσοτικών μεταβλητών όπως σε περιπτώσεις δυναμικότητας. Ακόμα καθίσταται αναγκαία η ευελιξία του μοντέλου σε αλλαγές των στοιχείων δεδομένων με την πάροδο του χρόνου έτσι ώστε το μοντέλο να μπορεί να εφαρμοστεί και σε διάφορες περιοχές όπου εμφανίζονται παραπλήσια (ή και όχι) προβλήματα. Έτσι η μοντελοποίησης στην συγκεκριμένη περίπτωση αποσκοπεί στην δόμηση του μοντέλου κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι εφαρμόσιμο, μετά από ορισμένες αλλαγές στα δεδομένα αναλόγως την περίπτωση, σε οποιαδήποτε περιοχή (νησιωτική ή όχι) εμφανίζεται το πρόβλημα της ύδρευσης με ιδιαίτερη ευκολία και με αξιοπιστία στα αποτελέσματα.

Πιο συγκεκριμένα για το σύστημα ύδρευσης της Πάρου, στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων του κεφαλαίου 5.1, παρατηρείται η διακύμανση του κόστους για ένα φάσμα ζήτησης. Παρατηρήσαμε τα διαφορετικά ύψη του κόστους σε κάθε περιοχή για διαφορετικά επίπεδα ζήτησης στην περίπτωση του αφαιρούμενου νερού αλλά και του ανακτώμενου νερού, κάτι που οφείλεται στην ύπαρξη λειτουργικού κόστους αλλά και συστημάτων άντλησης. Αντιθέτως παρατηρήσαμε στην περίπτωση των επεξεργασμένων νερών από λύματα ότι το ύψος του κόστους σε όλα τα επίπεδα ζήτησης είναι ίσο, κάτι που οφείλεται στην απουσία κόστους σε συστήματα αγωγών και σε συστήματα άντλησης. Ως προς την κατανομή του ετήσιου κόστους για κάθε



επίπεδο ζήτησης είναι εμφανές ότι με την αύξηση της ζήτησης έχουμε και αύξηση των λειτουργικών εξόδων, που είναι λογικό διότι αύξηση της ζήτησης οδηγεί σε αύξηση στην παραγωγή πόσιμου και μη πόσιμου νερού άρα και σε λειτουργικά έξοδα.

Στο κεφάλαιο 5.2 εμφανίζονται τα αποτελέσματα που εξάχθηκαν από την βελτιστοποίηση αρχικά χωρίς την χρήση κάποιων περιορισμών, μετέπειτα με την χρήση των δομικών μεταβλητών κάθε επιπέδου ζήτησης ως δεδομένα και εν τέλει στην εύρεση της προτιμότερης λύσης με βάση το κριτήριο *minimax regret* και την υπάρχουσα αβεβαιότητα ως προς το επίπεδο ζήτησης. Αναφορικά με τις βελτιστοποιήσεις παρατηρούμε πως όταν θέτουμε τις δομικές μεταβλητές ενός επιπέδου ζήτησης ως δεδομένες, τα ετήσια κόστη στα υπόλοιπα επίπεδα είναι αισθητά αυξημένα καθ'ότι δεν διαθέτουν τις ιδανικές συνθήκες για την κάλυψη των αναγκών τους και κατά συνέπεια κάθε περιοχή ενδέχεται να αντλήσει πόσιμο και μη πόσιμο νερό από μακρινότερες περιοχές ή να καταφύγει στην εισαγωγή νερού που επιφέρει περισσότερα έξοδα. Επιπλέον εάν απεικονίζαμε τα ετήσια κόστη κάθε περίπτωσης σε μορφή διαγράμματος, θα παρατηρούσαμε πως ακολουθούν και αυτά γραμμική αύξηση με μια μικρή απόκλιση, κάτι που οφείλεται στην ανοχή επίλυσης από το πρόγραμμα (σε εμάς  $\text{optcr}=0.005$  δηλ. 0,5%). Σχετικά με την εύρεση της προτιμότερης λύσης είδαμε πως οι μέγιστες απώλειες για κάθε «σενάριο» δεν αντιστοιχούν πάντα στο μέγιστο επίπεδο ζήτησης κάτι που οφείλεται στην αβεβαιότητα αλλά και στις βέλτιστες ιδιότητες κάθε επιπέδου. Επίσης η εμφάνιση της ελάχιστης απώλειας από τις μέγιστες του κάθε σεναρίου που αντιστοιχεί στο επίπεδο ζήτησης  $\mu=0.9$  αντικατοπτρίζει την αβεβαιότητα σε ένα φάσμα ζήτησης από 0%-50% (το οποίο εμείς συμβολίζουμε με 0.0-1.0) και πως με αύξηση της ζήτησης όταν έχεις προκαθορισμένες δυνατότητες παροχής δεν συματοδοτεί αναγκαστικά και αυξανόμενες απώλειες. Η λύση αυτή υποδεικνύει ότι με βάση το κριτήριο *minimax regret* προτιμάται να κατασκευασθεί εξ αρχής το σύστημα για να αντιμετωπίσει σχεδόν τη μέγιστη ζήτηση ( $\mu=0.9$ ), δηλαδή να επιβαρυνθεί με αυξημένα κόστη επένδυσης παρά να αναγκαστεί να εισάγει νερό όπως θα συνέβαινε αν δεν είχε προβλέψει τόσο μεγάλες επενδύσεις.

Το συγκεκριμένο μοντέλο δίνει την δυνατότητα για διεύρυνση της μελέτης αναφορικά με την αντιμετώπιση των προβλημάτων που εμφανίζονται σε νησιωτικές περιοχές. Περαιτέρω μελέτες θα μπορούσαν να ασχοληθούν με την βέλτιστη κάλυψη των αναγκών σε ηλεκτρικό ρεύμα, σε θέρμανση αλλά και σε επίπεδο τηλεπικοινωνιών. Επίσης μελέτη της βέλτιστης κάλυψης των αναγκών από εναλλακτικές πηγές ενέργειας όπως ηλιακή, γεωθερμική, αιολική και κυρίως ενέργεια από την θάλασσα μέσω της διαμόρφωσης εγκαταστάσεων και πάρκων για εκμετάλλευση. Φυσικά, πρέπει αρχικά να γίνει μία αξιολόγηση βάσης του προϋπολογισμού και του εργατικού δυναμικού που έχει να προσφέρει η κάθε περιοχή και μετέπειτα η μαθηματική προσέγγιση και βελτιστοποίηση.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

Dantzig, G.B. and M. Thapa, Linear programming, Volumes 1, 2, 3, Springer-Verlag, New York, 1997.

Draper, A. J., Jenkins, M. W., Kirby, K. W., Lund, J. R., & Howitt, R. E. Economic engineering optimization for California water management. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 2003; 129; 155–164.

Fujiwara, O., & Khang, D. B. A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks. *Water Resources Research*, 1990; 26; 539-549.

Garfinkel, R.S. and G.L. Nemhauser, Integer programming, John Wiley, New York, 1972.

Hadley, G., Linear programming, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1972.

Han, Y., Xu, S., & Xu, X. Modeling multisource multiuser water resources allocation. *Water Resources Management*, 2008; 22; 911–923.

<http://www.gams.com/>

Inuiguchi, M., Sakawa, M., 1995. Minimax regret solution to linear programming problems with an interval objective function. *European Journal of Operational Research* 86, 526–536.

Kazakci, A.O., Rozakis, S., Vanderpooten, D., 2006. Energy supply in France: a min-max regret approach. *Journal of the Operations Research Society* available online

Kondili, E., Kaldellis, J. K., & Papapostolou, C. A novel systemic approach to water resources optimization in areas with limited water resources. *Desalination*, 2010; 250; 297–301.

Liu, S., Konstantopoulou, F., Gikas, P., Papageorgiou, L. A mixed integer optimisation approach for integrated water resources management, 2011

Loulou, R., Kanudia, A., 1999. Minimax regret strategies for greenhouse gas abatement: methodology and application. *Operations Research Letters* 25, 219-230

Malamos, N., & Nalbandis, I. 2005. Analysis of water demand management practices. In *The ODYSSEUS Project – integrated management of water systems in conjunction with an advanced information system*, Vol.15, operational program “Competitiveness”. General Secretariat of Research and Technology, Hellenic Ministry of Development (in Greek).

Mausser, H.E., Laguna, M., 1999. Minimising the maximum relative regret for linear programmes with interval objective function coefficients. *Journal of Operational Research Society* 50, 1063-1070

Mavri, M. 2010. Paros water and wastewater enterprises personal communication.

- Medellín-Azuara, J., Mendoza-Espinosa, L. G., Lund, J. R., & Ramírez-Acosta, R. J. The application of economic-engineering optimization for water management in Ensenada, Baja California, Mexico. *Water Science and Technology*, 2007; 55(1–2); 339–347.
- Ray, P.A., Kirshen, P. H., & Vogel, R. M. Integrated optimization of a dual quality water and waste water system. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 2010; 136; 37–47.
- Savage, L.J., 1954. *The Foundations of Statistics*. Wiley, New York
- Steuer, R.E., *Multiple criteria optimization: Theory, Computation and application*, Wiley, New York, 1985
- Voivontas, D., Arampatzis, G., Manoli, E., Karavitis, C., & Assimacopoulos, D. Water supply modeling towards sustainable environmental management in small islands: The case of Paros, Greece. *Desalination*, 2003; 156; 127-135.
- Zeleny, M., *Multiple criteria decision making*, MacGraw-Hill, New York, 1982.
- Παπαθανάση Αγλαΐα, Η εφαρμογή της μεθόδου Augmecon για την παραγωγή των κατά Pareto άριστων λύσεων σε προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού, 2010.
- Παπαρρίζος, Κ. Γραμμικός προγραμματισμός, Θεσσαλονίκη, 2001.
- Πραστάκος, Γ.Π. Διοικητική επιστήμη: Λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων στην κοινωνία της πληροφορίας, Εκδόσεις Σταμούλη, Πειραιάς, 2000.
- Σίσκος, Γ. Γραμμικός προγραμματισμός, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1998.
- Σίσκος Ελευθέριος, Ανάπτυξη μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού για την προσομοίωση επιχειρηματικών αποφάσεων με έμφαση στην αντιμετώπιση της αβεβαιότητας, 2011.
- Γιαμπουράς Κωνσταντίνος, Βελτιστοποίηση του συστήματος ύδρευσης στη Σύρο με την βοήθεια Μαθηματικού Προγραμματισμού, 2012.

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## Παράρτημα Α1: Η πλατφόρμα GAMS

Το Γενικό Αλγεβρικό Σύστημα Μοντελοποίησης GAMS (General Algebraic Modelling System) σχεδιάζεται για την ανάλυση γραμμικών, μη γραμμικών εφαρμογών αλλά και μικτών προβλημάτων βελτιστοποίησης ακέραιων αριθμών. Το σύστημα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για μεγάλα και πολυσύνθετα προβλήματα, ενώ επιτρέπει στο χρήστη να επικεντρωθεί στο πρόβλημα του μοντέλου με το να καταστήσει την οργάνωσή του απλή. Ο χρήστης μπορεί να αλλάξει τη διατύπωση γρήγορα και εύκολα μετατρέποντας ένα γραμμικό πρόβλημα σε μη γραμμικό χωρίς μεγάλη δυσκολία. Η γλώσσα, που χρησιμοποιεί το GAMS, είναι τυπικά παρόμοια με τις συνήθως χρησιμοποιημένες γλώσσες προγραμματισμού, καθιστώντας την οικία σε οποιονδήποτε, που έχει κάποια επαφή με τον προγραμματισμό.

Χρησιμοποιώντας το GAMS, τα στοιχεία εισάγονται μόνο μια φορά με τη γνωστή μορφή καταλόγων και πινάκων. Όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος εισάγονται σε μια δήλωση και το GAMS παράγει αυτόματα περιορισμό για κάθε εξίσωση και αφήνει το χρήστη να κάνει τις εξαιρέσεις σε περιπτώσεις όπου η γενικότητα δεν επιδιώκεται.

Ο σχεδιασμός στο GAMS έχει ενσωματώσει τις έννοιες, που προέρχονται από τη θεωρία βάσεων δεδομένων και το μαθηματικό προγραμματισμό και προσπαθεί να συγχωνεύσει αυτές τις ιδέες να ανταποκριθούν στις ανάγκες των σχεδιασμών των μοντέλων. Η σχετική θεωρία βάσεων δεδομένων παρέχει ένα δομημένο πλαίσιο για τις γενικές ικανότητες οργάνωσης και μετασχηματισμού των στοιχείων του μοντέλου και σε συνδυασμό με το μαθηματικό προγραμματισμό που προσφέρει ποικίλες μεθόδους βοηθούν στην επίλυση δύσκολων προβλημάτων.

Ο κώδικας GAMS είναι σχεδιασμένος ώστε να:

- Παρέχει μια αλγεβρικά βασισμένη και υψηλού επιπέδου γλώσσα για την παρουσίαση μεγάλων και πολύπλοκων μοντέλων,
- Επιτρέπει αλλαγές στο μοντέλο σχεδιασμού με απλότητα και ασφάλεια,
- Δηλώνονται σαφώς οι αλγεβρικών σχέσεις,
- Παρέχει ένα περιβάλλον, όπου ο χρήστης να μπορεί να αναπτύξει το μοντέλο του με ένα μικρό σύνολο δεδομένων και στη συνέχεια την επέκτασή του σε ένα ευρύτερο και ορθό πλαίσιο,
- Επιτρέπει τη χρήση περισσότερων μεταβλητών, εξισώσεων, ονόματα δεικτών, σχολίων και ορισμών δεδομένων, τα οποία συνοδεύονται από υπολογισμούς δημιουργώντας ένα τεκμηριωμένο και αυτόνομο αρχείο,
- Ενημερώνεται με τις νεότερες και αποτελεσματικότερες εκδόσεις επιλυτών,
- Αυτοματοποιεί τη μοντελοποίηση με τους υπολογισμούς δεδομένων, την ορθή διόρθωση των δηλώσεων, τον έλεγχο των λαθών, την διασύνδεση με επιλυτές και την αποθήκευση λύσεων,
- Επιτρέπει τη φορητότητα του μοντέλου σε διαφορετικούς υπολογιστές,
- Μετατρέπει εύκολα το μοντέλο από γραμμικό σε μη γραμμικό,

- Διευκολύνει την εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων από και προς διαφορετικά πακέτα υπολογιστών,
- Επιτρέπει τη χρήση από άτομα ή ομάδες διαφορετικής εμπειρίας,
- Παρέχει πρότυπα μοντέλα, τα οποία βοηθούν το χρήστη, μέσω βιβλιοθήκης πληροφοριών.

Παρακάτω εξηγούνται τα βασικά συστατικά που αποτελούν τη δομή οποιουδήποτε μοντέλου του GAMS, τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά στον πίνακα.

**Πίνακας 24:** Βασικά συστατικά ενός μοντέλου GAMS

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sets – (Σύνολα)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Declaration - (Δήλωση τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Assignment of members - (Καθορισμός των μελών τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Data (Parameters, Tables, Scalars) – Δεδομένα (Παράμετροι, Πίνακες, Πίνακες στοιχείων)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Declaration - (Δήλωση τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Assignment of values - (Καθορισμός των τιμών τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Variables - (Μεταβλητές)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Declaration - (Δήλωση τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Assignment of type - (Καθορισμός του τύπου τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Assignment of bounds and/or initial values (optional) - (Καθορισμός των ορίων ή των αρχικών τιμών)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Equations – (Εξισώσεις)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Declaration - (Δήλωση τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Definition - (Ορισμός τους)</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Model and Solve statements – (Δήλωση Μοντέλου και Επίλυσης)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Display statement (optional) – (προαιρετική Εμφάνιση δήλωσης)</b></li> </ul>
<p><b>Outputs (Εξοδος Αποτελεσμάτων):</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Echo Print – (Αποτύπωση προγράμματος)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Symbol Reference Maps – (Χάρτες Αναφοράς Συμβόλων)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Equation Listings – (Λίστα Εξισώσεων)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Status Reports – (Αναφορά Κατάστασης)</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Results – (Αποτελέσματα)</b></li> </ul>

Σε αυτό το σημείο, είναι απαραίτητο να επισημανθούν κάποιες απαραίτητες παρατηρήσεις που αποτελούν και απαράβατους κανόνες του προγράμματος GAMS:

- Ένα μοντέλο στο GAMS είναι μια συλλογή των δηλώσεων στη γλώσσα GAMS. Κάθε οντότητα (εξαρτημένη ή ανεξάρτητη, μεταβλητή ή σταθερή) στο μοντέλο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν δεν έχει δηλωθεί προηγουμένως.
- Οι οντότητες στο GAMS μπορούν να δηλωθούν σχεδόν με οποιοδήποτε τρόπο επιθυμεί ο χρήστης. Έτσι, επιτρέπονται οι δηλώσεις σε πολλαπλές γραμμές, οι κενές γραμμές μεταξύ των δηλώσεων όπως και οι πολλαπλές δηλώσεις ανά γραμμή.
- Η ολοκλήρωση κάθε δήλωσης πρέπει να συνοδεύεται με το σύμβολο ελληνικού ερωτηματικού «;» ('semicolon'). Ο μεταγλωττιστής ('compiler') GAMS δεν διακρίνει κεφαλαία και πεζά γράμματα, έτσι είναι και τα δύο είδη αποδεκτά.
- Τα επεξηγηματικά σχόλια είναι χρήσιμα για την τεκμηρίωση των μαθηματικών μοντέλων. Είναι καλύτερο να ενσωματώνονται μέσα στο ίδιο το μοντέλο παρά να παρουσιάζονται ξεχωριστά. Υπάρχουν δύο τρόποι να παρεμβληθεί η επεξήγηση μέσα σε μια εφαρμογή του GAMS. Καταρχήν, οποιαδήποτε γραμμή που αρχίζει με έναν αστερίσκο (\*) στη πρώτη στήλη λαμβάνεται ως γραμμή σχολίου από το μεταγλωττιστή GAMS. Δεύτερον, ίσως το σημαντικότερο, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS.
- Η δημιουργία οντοτήτων στο GAMS περιλαμβάνει δύο βήματα: μια δήλωση ('declaration') και μια ανάθεση ή καθορισμός ('assignment'). Η δήλωση περιλαμβάνει την ύπαρξη της οντότητας στο πρόγραμμα δίνοντας ένα όνομα. Η ανάθεση ή καθορισμός δίνει μια συγκεκριμένη τιμή ή μια μορφή. Στην περίπτωση των εξισώσεων, πρέπει να γίνεται δήλωση και ανάθεση σε ξεχωριστές δηλώσεις στο GAMS. Για όλες τις άλλες οντότητες του GAMS, ωστόσο, υπάρχει η επιλογή των δηλώσεων και αναθέσεων στην ίδια δήλωση ή χωριστά.
- Τα ονόματα που δίνονται στις οντότητες του μοντέλου πρέπει να αρχίζουν με γράμμα και μπορούν να ακολουθηθούν μέχρι 31 οποιοδήποτε χαρακτήρες ή ψηφία.
- Όλες οι γραμμές δεν είναι μέρος της γλώσσας GAMS. Δύο ειδικά σύμβολα, ο αστερίσκος «\*» και το σύμβολο δολαρίου «\$» μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πρώτη θέση σε μια γραμμή για να δείξει μια μη-γλωσσική γραμμή.

### Σχόλια

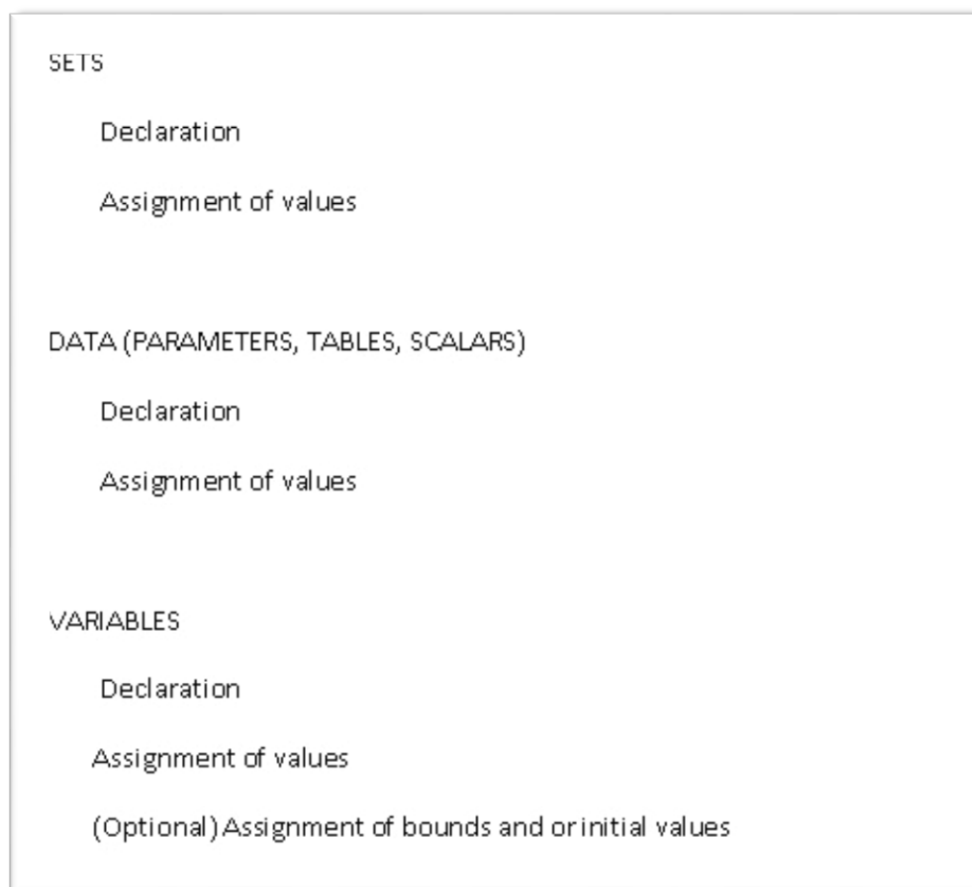
Ένα σχόλιο ('comment') είναι ένα επεξηγηματικό κείμενο, που δεν υποβάλλεται σε επεξεργασία και δεν διατηρείται από τον υπολογιστή. Υπάρχουν τρεις τρόποι να συμπεριληφθούν τα σχόλια σε ένα πρόγραμμα GAMS, η επιλογή μεταξύ των οποίων είναι ένα θέμα μεμονωμένης προτίμησης ή χρησιμότητας.

Ο πρώτος, αναφέρθηκε ήδη παραπάνω, πρόκειται να αρχίσει μια γραμμή με έναν αστερίσκο "\*" στην πρώτη θέση χαρακτήρα. Οι υπόλοιποι χαρακτήρες στη γραμμή αγνοούνται αλλά τυπώνονται στο αρχείο output.

Δεύτερον, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS

Ο τρίτος τρόπος πρόκειται να χρησιμοποιήσει τους ειδικούς οριοθέτες ('blocks'), που αναγκάζουν το GAMS να αγνοήσει ένα ολόκληρο τμήμα του προγράμματος. Το σύμβολο δολαρίου '\$' πρέπει να είναι στην πρώτη θέση. Η αρχή ενός σχολίου πρέπει να ξεκινάει στην πρώτη γραμμή με τη φράση '\$ontext' και να καταλήγει με τη φράση '\$offtext'.

Έτσι η μορφή που έχει ένα πρόγραμμα σε γλώσσα GAMS είναι η εξής:



**Εικόνα 12:** Βασική δομή ενός προγράμματος σε γλώσσα GAMS

## Παράρτημα Α2: Ονοματολογία μεταβλητών και παραμέτρων

### Δείκτες

$i, j$	κόμβος
$k$	σημείο διακοπής της τμηματικά γραμμικής συνάρτησης
$p$	τύπος σωλήνα
$m$	τύπος δεξαμενής αποθήκευσης
$s$	τύπος αντλίας
$t$	χρονική περίοδος
$t_i^*$	χρονική περίοδος με μέγιστη ζήτηση νερού στον κόμβο $i$
$w$	τύπος νερού/νερού λυμάτων (εργοστάσιο) = $dw$ , $ww$ ή $rw$

### Σύνολα

$I$	σύνολο κόμβων
$I^{gw}$	σύνολο κόμβων με διαθέσιμα υπόγεια ύδατα
$I^p$	σύνολο κόμβων με ζήτηση πόσιμου νερού
$I^{np}$	σύνολο κόμβων με ζήτηση μη πόσιμου νερού
$I^w$	σύνολο κόμβων που είναι οι πιθανές τοποθεσίες των μονάδων $w$
$I^{wp}$	σύνολο κόμβων με παραγωγή νερού λυμάτων
$L^w$	σύνολο επιτρεπτών συνδέσεων $\{i, j\}$ για νερό/νερό λυμάτων $w$
$K$	σύνολο σημείων διακοπής
$M$	σύνολο από τύπους δεξαμενών αποθήκευσης
$P$	σύνολο από τύπους αγωγών
$PL^W$	σύνολο των επιτρεπτών συνδέσεων για νερό/νερό λυμάτων $w$ όπου χρειάζονται αντλίες
$S$	σύνολο από τύπους αντλιών
$T$	σύνολο από χρονικές περιόδους
$W$	σύνολο από τύπους νερού/νερού λυμάτων (εργοστάσιο) = $dw$ , $ww$ ή $rw$

### Παράμετροι

$a$	συντελεστής μετατροπής για παροχή
$A_{it}^{gw}$	ημερήσια διαθέσιμα υπόγεια ύδατα στον κόμβο $i$ κατά την περίοδο $t$ ( $m^3/day$ )
$A_{it}^{gw}$	χωρητικότητα της μονάδας $w$ στο σημείο διακοπής $k$ ( $m^3/day$ )
$b$	συντελεστής μετατροπής στην εξίσωση Hazen-Williams



$B_{it}^{gwnp}$	1 εάν τα υπόγεια ύδατα ικανοποιούν την ζήτηση σε μη πόσιμο νερό στον κόμβο $i$ την περίοδο $t$
$B_{it}^{gwp}$	1 εάν τα υπόγεια ύδατα ικανοποιούν την ζήτηση σε πόσιμο νερό στον κόμβο $i$ την περίοδο $t$
$C$	συντελεστής τραχύτητας για πλαστικό αγωγό
$CC_k^w$	κόστος κεφαλαίου της μονάδας $w$ στο σημείο διακοπής $k$ (\$)
$D_{it}^{npw}$	ημερήσια ζήτηση μη πόσιμου νερού στον κόμβο $i$ την περίοδο $t$ ( $m^3/day$ )
$D_{it}^{pw}$	ημερήσια ζήτηση πόσιμου νερού στον κόμβο $i$ την περίοδο $t$ ( $m^3/day$ )
$d_p$	διάμετρος αγωγού τύπου $p$ (in.)
$EC$	κόστος μονάδας για ηλεκτρισμό (\$/kWh)
$g$	σταθερή βαρύτητα ( $m/s^2$ )
$H_{ij}$	ανύψωση άντλησης από τον κόμβο $i$ και $j$ (m)
$L_{ij}$	απόσταση από τον κόμβο $i$ στον $j$ (m)
$n$	διάρκεια της μελέτης
$ND_t$	διάρκεια της περιόδου $t$ (day/year)
$P_k^w$	ημερήσιος όγκος παραγωγής της μονάδας $w$ στο σημείο διακοπής $k$ ( $m^3/day$ )
$PEC_k^w$	κατανάλωση ενέργειας της μονάδας $w$ στο σημείο διακοπής $k$ (kWh/ $m^3$ )
$PLC_p$	κόστος αγωγού για αγωγό τύπου $p$ (\$/m)
$Q_p^w$	παροχή νερού/νερού λυμάτων $w$ σε αγωγό για τύπο $p$ ( $m^3/day$ )
$r$	επιτόκιο
$S_{it}^{ww}$	ημερήσια παροχή νερού λυμάτων στον κόμβο $i$ την περίοδο $t$ ( $m^3/day$ )
$TC_m$	κόστος κεφαλαίου μίας δεξαμενής αποθήκευσης τύπου $m$ (\$)
$TS_m$	διαστάσεις της δεξαμενής αποθήκευσης τύπου $m$ ( $m^3$ )
$U$	ένας μεγάλος αριθμός
$v^w$	ταχύτητα του νερού/νερού λυμάτων $w$ (m/s)
$a_{ij}$	απόσταση άντλησης από τον κόμβο $i$ στον $j$ (m)
$\beta^w$	αποτελεσματικότητα των αντλιών για νερό/νερό λυμάτων $w$
$\theta_s^w$	μέγιστο αντλητικό ύψος για αντλίες τύπου $s$ για νερό/νερό λυμάτων $w$ ( $m^3/day$ )
$\lambda$	κέλυφος ενός σταθμού άντλησης (\$)
$\mu_s^w$	μέγιστη παροχή μίας αντλίας τύπου $s$ για νερό/νερό λυμάτων $w$ ( $m^3/day$ )
$\rho$	πυκνότητα νερού ( $kg/m^3$ )
$\sigma_s^w$	κόστος για μία αντλία τύπου $s$ για νερό/νερό λυμάτων $w$ (\$)
$\tau$	χρόνος κάλυψης της αποθήκης νερού (day)

$\varphi^U$  άνω όριο του κλάσματος χρήσης του υπόγειου νερού

### Συνεχείς Μεταβλητές

$A_i^w$  χωρητικότητα της μονάδας w στον κόμβο i ( $m^3/day$ )

$APrOC^w$  ετήσιο λειτουργικό κόστος παραγωγής της μονάδας w ( $\$/year$ )

$APuOC$  ετήσιο λειτουργικό κόστος άντλησης ( $\$/year$ )

$ATC$  ετήσιο συνολικό κόστος ( $\$/year$ )

$DS_{it}^{ww}$  ημερήσιος όγκος του νερού λυμάτων που απορρίπτεται στην θάλασσα στον κόμβο i την περίοδο t ( $m^3/day$ )

$O_{it}$  ημερήσια ροή πόσιμου νερού σε σύστημα μη πόσιμου νερού από τον κόμβο i στον j, κατά την περίοδο t ( $m^3/day$ )

$P_{it}^w$  ημερήσιος όγκος παραγωγής της μονάδας w στον κόμβο i την περίοδο t ( $m^3/day$ )

$PCC^w$  κόστος κεφαλαίου της μονάδας w ( $\$$ )

$PLCC$  κόστος κεφαλαίου του αγωγού ( $\$$ )

$PSCC$  κόστος κεφαλαίου του αντλητικού σταθμού ( $\$$ )

$STCC$  κόστος κεφαλαίου της δεξαμενής αποθήκευσης ( $\$$ )

$PE_t^w$  ημερήσια ενέργεια άντλησης για νερό/νερό λυμάτων w την περίοδο t ( $m^3/day$ )

$Q_{ijt}^w$  ημερήσια ροή νερού/νερού λυμάτων από τον κόμβο i στον j την περίοδο t ( $m^3/day$ )

$S_{it}^{gnpw}$  ημερήσια προσφορά υπόγειων υδάτων για μη πόσιμο νερό στον κόμβο i την περίοδο t ( $m^3/day$ )

$S_{it}^{gpw}$  ημερήσια προσφορά υπόγειων υδάτων για πόσιμο νερό στον κόμβο i την περίοδο t ( $m^3/day$ )

$YG_{ijpt}^w$  γραμμικοποιημένος όρος του  $Y_{ijp}^w \cdot \gamma_{ijt}^w$

$\gamma_{ijt}^w$  κλάσμα λειτουργίας των αντλιών για νερό/νερό λυμάτων w από τον κόμβο i στον j την περίοδο t

$\Delta H_{ij}^w$  κατά κεφαλήν απώλεια νερού/νερού λυμάτων w από τον κόμβο i στον j (m)

$\lambda_{ik}^w$  SOS2 μεταβλητή στο σημείο διακοπής k για κόστος κεφαλαίου λειτουργίας της μονάδας w στον κόμβο i

$\xi_{itk}^w$  SOS2 μεταβλητή στο σημείο διακοπής k για παραγωγικό κόστος λειτουργίας της μονάδας w στον κόμβο i

$\varphi_{it}$  κλάσμα χρήσης υπόγειων υδάτων στον κόμβο i την περίοδο t

### Διαδικές Μεταβλητές

- $E_i^w$  1 εάν η μονάδα  $w$  είναι κατανεμημένη στον κόμβο  $i$ , διαφορετικά 0
- $X_{it}^w$  1 εάν υπάρχει παραγωγή στην μονάδα  $w$  στον κόμβο  $i$  την περίοδο  $t$ , διαφορετικά 0
- $Y_{ijp}^w$  1 εάν ο αγωγός τύπου  $p$  έχει επιλεχτεί για νερό/νερό λυμάτων  $w$  από τον κόμβο  $i$  στον  $j$ , διαφορετικά 0
- $Z_{ijs}^w$  1 εάν η αντλία τύπου  $s$  έχει επιλεχτεί για νερό/νερό λυμάτων  $w$  από τον κόμβο  $i$  στον  $j$ , διαφορετικά 0

### Ακέραιες Μεταβλητές

- $N_{ijs}^w$  αριθμός των αντλιών τύπου  $s$  που λειτουργούν για νερό/ νερό λυμάτων  $w$  από τον κόμβο  $i$  στον  $j$
- $TN_{im}^{npw}$  αριθμός των δεξαμενών αποθήκευσης τύπου  $m$  για μη πόσιμο νερό στον κόμβο  $i$
- $TN_{im}^{pw}$  αριθμός των δεξαμενών αποθήκευσης τύπου  $m$  για πόσιμο νερό στον κόμβο  $i$

## Παράρτημα Α3: Ο κώδικας GAMS

```

$ontext
This is a model for the water planning from Liu et al. Comp&ChemEng 2011
$offtext

$eolcom //
*****

sets
k          objective functions /1*2/
i          total nodes /r1*r8,d1,d2,d3,d45,d6,d7,d8/
dem(i)    demand nodes /r1*r8/
des(i)    desalination nodes /d1,d2,d3,d45,d6,d7,d8/

alias(i,j)
sets
i_gw(i)   nodes with available groundwater /r1*r8/
i_p(i)    nodes with potable water demands /r1*r8/
i_np(i)   nodes with non-potable water demands /r1*r8/
i_w(i)    nodes which are the potential locations of plants w except
desalination /r1*r8/
i_dw(i)   nodes which are the potential locations of desalination
plants /d1,d2,d3,d45,d6,d7,d8/
i_wp(i)   nodes with wastewater productions /r1*r8/
l_w(i,j)  allowed links i j for water wastewater w
/r1.(r2,r3,r4,d1),r2.(r1,r3,r6,r7,d2),r3.(r1,r2,r4,r7,d3),
r4.(r1,r3,r5,d45),r5.(r4,r6,r7,d45),r6.(r2,r5,d6),r7.(r2,r3,r5,d45,d7),
d1.r1, d2.r2,
d3.r3, d45.(r4,r5,r7),d6.r6,d7.r7,d8.r8/
pl_w(i,j) allowed links for water wastewater w where pumps are needed
/r1.(r2,r3,r4),r2.(r1,r3,r6,r7),r3.(r1,r2,r7),
r4.(r1,r3,r5),r5.(r6,r7),r6.(r2,r5),r7.(r2)
d3.r3,d45.(r4,r5,r7),d7.r7,d8.r8/
lud_w(i,j) allowed links i j for upper diagonal for water wastewater w
/r1.(r2,r3,r4,d1),r2.(r3,r6,r7,d2),r3.(r4,r7,d3),r4.(r5,d45),r5.(r6,r7,d45),
r6.d6,r7.(d45,d7),r8.d8/
npl_w(i,j) allowed links for water wastewater w where no pumps are
needed /r3.(r4), r7.(r3,r5), d1.r1, d2.r2, d6.r6/
kb          breakpoints /100,1000,2500,5000,10000/
m          storage tanks /50, 100, 200,500/
p          pipe types /'2.5','4','6','10'/
s          pump types /240, 720, 1200, 2400/
t          time periods /high-demand,low-demand/
w          water or wastewater plant types /dw,ww,rw/

scalars
*a          conversion factor for flow rate /55.74/
b          conversion constant in the Hazen-Williams equation /0.452/
c          roughness coefficient for plastic pipe /150/
ec         unit electricity cost($ per kWh) /0.15/
gr         standard gravity(m per s^2) /9.81/
n         duration of project (year) /20/
r         interest rate /0.05/
uu_g      a big number related to maxflow eq. 16 /10000/
uu_h      a big number related to max height eq. 17 /1000/
uu_t      a big number equal to number of time intervals eq. 29 /2/
l_e       shell of one pumping station ($) /11000/
r_e       density of water (4 C)(kg per m3) /1000/
t_e       water storage cover age time(day) /2/
cimpw     cost of imported water euro per m3 /8.6/
```

```

;
parameters
dir(k)          direction of objective function k
/
1  -1
2   1
/
*a_gw(i,t)     daily available groundwater at node i during period t (m3
per day)
b_gwnp(i)      1 if groundwater can satisfy non-potable water demand at
node i in period t
b_gwp(i)       1 if groundwater can satisfy potable water demand at node i
in period t

d(p)           diameter of pipe in type p (in.)
/
'2.5' 2.5,
'4'    4,
'6'    6,
'10'   10
/

nd(t)         duration of period t (day per year)
/
high-demand 122,
low-demand  243
/

plc(p)        unit pipeline cost for pipe type p ($ per m)
/
'2.5' 55,
'4'   60,
'6'   65,
'10'  70
/

tc(m)         capital cost of one storage tank of type m ($)
/
50  9500,
100 16000,
200 41000,
500 76000
/

ts(m)         size of storage tank of type m (m3)
/
50  50,
100 100,
200 200,
500 500
/

b_e(w)        efficiency of pumps for water or wastewater w
/
dw 0.7
ww 0.55
rw 0.7
/

;
table aaa(kb,w) capacity of plant w at thebreakpoint k (m3 per day)
          dw      ww      rw
100      100     100     100
1000    1000    1000    1000
2500    2500    2500    2500
5000    5000    5000    5000
10000   10000   10000   10000 ;

```

table ccc(kb,w) capital cost of plant w at breakpoint k (\$)

	dw	ww	rw
100	100000	190000	80000
1000	650000	1300000	320000
2500	1500000	2400000	800000
5000	2300000	5100000	1200000
10000	3200000	10000000	1600000

table d\_npw(t,i) daily demand of non-potable water at node i during period t (m3 per day)

period	t	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7
high-demand	852.6	1271.4	54.9	119.4	419.4	249.3		
low-demand	250.2	0	0	0	0	0	0	0
	246.3	453.3	27.3	66.6	87.6	77.4		
	81.3	0	0	0	0	0	0	0

table d\_pw(t,i) daily demand of potable water at node i during period t (m3 per day)

period	t	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7
high-demand	1278.9	1907.1	82.35	179.1	629.1	373.95		
low-demand	375.3	0	0	0	0	0	0	0
	369.45	679.95	40.95	99.9	131.4	116.1		
	21.95	0	0	0	0	0	0	0

table maxincd\_npw(t,i) daily demand of non-potable water at node i during period t (m3 per day)

period	t	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7
high-demand	568.4	847.6	36.6	79.6	279.6	166.2	77	
low-demand	166.8	0	0	0	0	0	0	0
	164.2	302.2	18.2	44.4	58.4	51.6		
	36.4	54.2	0	0	0	0	0	0

table maxincd\_pw(t,i) daily demand of potable water at node i during period t (m3 per day)

period	t	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7
high-demand	852.6	1271.4	54.9	119.4	419.4	249.3		
low-demand	250.2	0	0	0	0	0	0	0
	246.3	453.3	27.3	66.6	87.6	77.4		
	81.3	0	0	0	0	0	0	0

table s\_ww(t,i) daily wastewater supply at node i during period t (m3 per day)

d1	d2	d3	d45	d6	d7	d8	r4	r5	r6	r7	r8
high-demand			1989.4	2966.6	128.1	278.6	978.6	581.7	269.5	583.8	
low-demand	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	574.7	1057.7	63.7	155.4	294.4	180.6	127.4	189.7	

table a\_gw(t,i) daily groundwater supply at node i during period t (m3 per day)

d1	d2	d3	d45	d6	d7	d8	r4	r5	r6	r7	r8

```

    high-demand    1568    2043    306    298    511    566    246    0
0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
    low-demand    755    1090    123    95    296    295    134    0
0    0    0    0    0    0    0    0 ;

```

table allow(i,j) allowed link from node i to j (km)

```

    r1    r2    r3    r4    r5    r6    r7    r8    d1    d2
d3  d45  d6    d7    d8
r1    0    1    1    1    0    0    0    1    0
0    0    0    0    0
r2    1    0    1    0    0    1    1    0    1
0    0    0    0    0
r3    1    1    0    1    0    0    1    0    0
1    0    0    0    0
r4    1    0    1    0    1    0    0    0    0
0    1    0    0    0
r5    0    0    0    1    0    1    1    0    0
0    1    0    0    0
r6    0    1    0    0    1    0    0    0    0
0    0    1    0    0
r7    0    1    1    0    1    0    0    0    0
0    1    0    1    0
r8    0    0    0    0    0    0    0    0    0
0    0    0    0    1
d1    1    0    0    0    0    0    0    0    0
0    0    0    0    0
d2    0    1    0    0    0    0    0    0    0
0    0    0    0    0
d3    0    0    1    0    0    0    0    0    0
0    0    0    0    0
d45   0    0    0    1    1    0    1    0    0
0    0    0    0    0
d6    0    0    0    0    0    1    0    0    0
0    0    0    0    0
d7    0    0    0    0    0    0    1    0    0
0    0    0    0    0
d8    0    0    0    0    0    0    0    1    0
0    0    0    0    0

```

table l(i,j) distance from node i to j (m)

```

    r1    r2    r3    r4    r5    r6    r7    r8    d1    d2
d3  d45  d6    d7    d8
r1    0    9000  5400  7800
r2    9000  0    5800
r3    5400  5800  0    3800
r4    7800    3800  0    1000
r5    1000  0    10700  4000
r6    9000  10700  0
r7    5800  2600  4000  0
r8    0
d1    900    0
d2    3000    0
d3    4400
0
d45   2500  3000  5700
0
d6    600
0
d7    6000
0
d8    700
0
;

```

table a\_e(i,j) pumping distance (m)

```

    r1    r2    r3    r4    r5    r6    r7    r8    d1    d2
d3  d45  d6    d7    d8
r1    0    4000  3600  500

```

```

r2      5000  0      3500      4400  1500
r3      700   700   0          2600
r4      4200      3800  0      1000
r5      0          4000  4000
r6      4500      4700  0
r7      2500      0
r8      0
d1      0          0
d2      0          0
d3      4400
0
d45     2500  3000      5700
0
d6      0
0
d7      3600
0
d8      0
0

```

;

table h(i,j) pumping elevation (m)

```

      r1  r2  r3  r4  r5  r6  r7  r8  d1  d2
d3  d45  d6  d7  d8
r1      0  140  210  30
r2     140  0  240      290  350
r3     50  100  0          80
r4     30      160  0      20
r5      0          400  220
r6      290      420  0
r7      110      0      0
r8      0          0
d1     0          0
d2      0          0
d3      150
0
d45     10  40      250
0
d6      0
0
d7      210
0
d8      0
0

```

;

table ppp(kb,w) daily production volume of plant w at breakpoint k (m3 per day)

```

      dw  ww  rw
100   50  50  50
1000  1000 1000 1000
2500  2500 2500 2500
5000  5000 5000 5000
10000 10000 10000 10000 ;

```

table pec(kb,w) energy consumption of plant w at breakpoint k (kWh per m3)

```

      dw  ww  rw
100   10  0.3  0.15
1000  5  0.25  0.12
2500  4  0.2  0.08
5000  3.5  0.15  0.05
10000 3  0.1  0.03 ;

```

table qq(p,w) flow rate of water wastewater w in pipe of type p (m3 per day)

```

      dw  ww  rw

```



'2.5'	218.9	273.6	218.9
'4'	560.4	700.5	560.4
'6'	1260.9	1576.1	1260.9
'10'	3502.4	4378	3502.4

table u\_e(s,w) maximum pumping height for pump of type s for water wastewater w (m)

	dw	ww	rw
240	400	50	400
720	400	50	400
1200	400	50	400
2400	400	50	400

;

table m\_e(s,w) maximum flow rate of pump of type s for water wastewater w (m3 per day)

	dw	ww	rw
240	240	240	240
720	720	720	720
1200	1200	1200	1200
2400	2400	2400	2400

;

table s\_e(s,w) cost for one pump of type s for water wastewater w (\$)

	dw	ww	rw
240	5000	6000	5000
720	10000	19000	10000
1200	14000	28000	14000
2400	19000	56000	19000

;

positive variables

AA(w,i) capacity of plant w at node i (m3 per day)  
 APrOC(w) annual production operating cost of plant w (\$ per year)  
 APuOC annual pumping operating cost(\$ per year)  
 DS\_ww(i,t) daily volume of waste water disposed to the sea at node i during period t (m3 per day)  
 O(i,t) daily flow of potable water to non-potable water system from node i to j during period t (m3 per day)  
 PP(w,i,t) daily production volume of plant w in node i during period t (m3 per day)  
 PCC(w) capital cost of plant w (\$)  
 PLCC pipeline capital cost(\$)  
 PSCC pumping station capital cost(\$)  
 STCC storage tank capital cost(\$)  
 PE(w,t) daily pumping energy for water wastewater w during period t (kWh per day)  
 Q(w,i,j,t) daily flow of water wastewater w from node i to j during period t (m3 per day)  
 S\_gnpw(t,i) daily groundwater supply for non-potable water at node i during period t (m3 per day)  
 S\_gpw(t,i) daily groundwater supply for potable water at node i during period t (m3 per day)  
 YG(w,i,j,p,t) linearisation term of  $Y_w(ijpt) \times C_w(ijp)$   
 CC(w,i,j,t) operating fraction of pumps for water wastewater w from node i to j during period t  
 DH(w,i,j) head loss of water wastewater w from node i to j (m)  
 F\_e(i,t) groundwater usage fraction at node i during period t  
 imppw(i,t) imported water going for potable water in node j in period t  
 impnpw(i,t) imported water going for non-potable water in node j in period t  
 ImpW total quantity of imported water  
 ZOBJ(k) objective function value

binary variables

E(w,i) 1 if plant w is allocated at node i 0 else  
 X(w,i,t) 1 if there is production of plant w at node i during period t 0 else  
 Y(w,i,j,p) 1 if pipe of type p is selected for\_ water wastewater w from node i to j 0 else

$Z(w,i,j,s)$  1 if pump of type  $s$  is selected for\_ water wastewater  $w$  from node  $i$  to  $j$  0 ;

integer variables

$NN(w,i,j,s)$  number of operating pumps of type  $s$  for\_ water wastewater  $w$  from node  $i$  to  $j$

$TN_{npw}(i,m)$  number of storage tank of type  $m$  for\_ non-potable water at node  $i$

$TN_{pw}(i,m)$  number of storage tank of type  $m$  for\_ potable water at node  $i$  ;

SOS2 variables

$LL_e(w,i,kb)$  SOS2 variable at breakpoint  $k$  for capital cost function of plant  $w$  at node  $i$

$X_e(w,i,t,kb)$  SOS2 variable at breakpoint  $k$  for production cost function of plant  $w$  at node  $i$  during period  $t$

free variables

ATC annualised total cost objective(\$ per year)

MI membership function  $i$

;

equations

\*mass balances

$mass2(t,i)$  local potable water demand

$mass3(t,i)$  ammount of wastewater treated by primary n' secondary treatment systems

$mass4(t,i)$  treated wastewater flow

$mass5(t,i)$  local non potable demand

$mass6(t,i)$  total exploited groundwater

\*flows

\* $flow7(w,pl_w,t)$  daily water wastewater flows at each link

$flow8(w,i,j,t)$  guaranteee1

$flow9(w,i,j,t)$  linearisation1 of term  $C*Y$

$flow10(w,i,j,p,t)$  linearisation2

$flow11(w,i,j,t)$  linearisation3

\*pipeline networks

$pipe12(w,i,j)$  guaranteee2

$pipe13(w,i,j,p)$  guaranteee3

\*pumping stations

$pump14(w,i,j)$  guaranteee4

$pump15(w,i,j,t)$  guaranteee5

$pump16(w,i,j)$  guaranteee6

$pump17(w,i,j,s)$  guaranteee7

$pump18(w,i,j)$  Hazen-Williams

\*storage tanks

$stor19(i)$  storage for potable water

$stor20(i)$  storage for non potable water

\*plant capacities

$plcap21(w,i)$  plant capacity

$plcap22(w,i)$  SOS2 variable1

\*plant productions

$plpro23(w,i,t)$  guaranteee8

$plpro24(w,i,t)$  production volume

$plpro25(w,i,t)$  SOS2 variable2

\*pumping energy

\* $pumen26(w,t)$  daily required pumping energy

\* $pumen27(w,t)$  linearisation4 of term  $DH*Q$

$pumen28(w,t)$  combined 26-27 equation

\*logical constraints

$loco29(w,i)$  guaranteee9

$loco30(i)$  if the groundwater is not enough for potable water demand

there should be desalination plant or pipeline

$loco31(i)$  if the groundwater is not enough for non potable water demand

there should be desalination reclamation plant or pipeline

$loco32(i)$  if there is wastewater production there should be wastewater treatment plant or pipeline

```

loco33(i)      desalinated water distribution
*loco34(i)     reclaimed water distribution
*loco35(i)     waste water distribution
*objective function
objfun36      PLCC pipeline capital cost ($)
objfun37      PSCC pumping station capital cost($)
objfun38      STCC storage tank capital cost($)
objfun39(w)   PCC plant capital cost ($)
objfun40      APuOC pumping operatin cost($)
objfun40b     Calculation of imported water
objfun41(w)   APrOC production operating cost($)
objfun42      ATC annualised total cost ($)
objfundef1    definition of first objective function
objfundef2    definition of first objective function
;

mass2(t,i) .. d_pw(t,i)+MI*maxincd_pw(t,i)-imppw(i,t) =e= S_gpww(t,i) +
PP('dw',i,t) + sum(j,Q('dw',j,i,t)) - sum(j,Q('dw',i,j,t)) - O(i,t)
;
mass3(t,i) .. PP('ww',i,t) =e= s_ww(t,i) + sum(j,Q('ww',j,i,t)) -
sum(j,Q('ww',i,j,t))
;
mass4(t,i)$i_wp(i) .. PP('ww',i,t) =e= DS_ww(i,t) + PP('rw',i,t) ; //
can DS_ww(i,t) be 0?
mass5(t,i) .. d_npw(t,i)+MI*maxincd_npw(t,i)-imppnw(i,t) =e= S_gnpw(t,i) +
PP('rw',i,t) + sum(j,Q('rw',j,i,t)) - sum(j,Q('rw',i,j,t)) + O(i,t) ;
mass6(t,i)$i_gw(i) .. F_e(i,t)*a_gw(t,i) =e= S_gpww(t,i) + S_gnpw(t,i)
;
*
F_e(i,t)<=1 (upper bound) / d_npw(i,t) is the upper bound of
S_gnpw(i,t) kai gia pw antistoixa
*flow7(i,j,t) .. Q(w,i,j,t) =e= C(w,i,j,t)*sum(p,Q(w,i,j,t)*Y(w,i,j,p)) =e=
sum(p,Q(w,i,j,t))*C(w,i,j,t)*Y(w,i,j,p) ;
*
7 equation is out because of 9 equation
flow8(w,i,j,t)$npl_w(i,j) .. Q(w,i,j,t) =l= sum(p,qq(p,w)*Y(w,i,j,p))
;
*
kanonika to (i,j) anikei sto l_w tomi pl_w !neo synolo
flow9(w,i,j,t)$pl_w(i,j) .. Q(w,i,j,t) =e= sum(p,qq(p,w)*YG(w,i,j,p,t))
;
flow10(w,i,j,p,t)$pl_w(i,j) .. YG(w,i,j,p,t) =l= Y(w,i,j,p)
;
flow11(w,i,j,t)$pl_w(i,j) .. CC(w,i,j,t) =e= sum(p,YG(w,i,j,p,t))
;

pipe12(w,i,j)$lud_w(i,j) .. sum(p,Y(w,i,j,p)) =l= 1
;
*domh elegxou pipe 12 + pipe13 NA TA XANADW
pipe13(w,i,j,p)$lud_w(i,j) .. Y(w,i,j,p) =e= Y(w,j,i,p)
;
*syntaktika ok logika den ypodilwnetai i katefthinsi NA TA XANADW
;
pump14(w,i,j)$pl_w(i,j) .. sum(s,Z(w,i,j,s)) =l= sum(p,Y(w,i,j,p))
;
pump15(w,i,j,t)$pl_w(i,j) .. sum(s,Z(w,i,j,s)) =g= CC(w,i,j,t)
;
pump16(w,i,j)$pl_w(i,j) .. sum(s,m_e(s,w)*Z(w,i,j,s)) =g=
sum(p,qq(p,w)*Y(w,i,j,p)) - uu_q*(1-sum(s,Z(w,i,j,s))) ;
*
* opou u is the upper bound of the flow rate = max Q
pump17(w,i,j,s)$pl_w(i,j) .. u_e(s,w)*NN(w,i,j,s) =g= h(i,j) + DH(w,i,j)
- uu_h*(1-Z(w,i,j,s)) ;
pump18(w,i,j)$pl_w(i,j) .. DH(w,i,j) =e=
b*a_e(i,j)*sum(p,(qq(p,w)/c)**1.852/d(p)**4.87*Y(w,i,j,p))
;
stor19(i)$dem(i) .. sum(m,TN_pw(i,m)*ts(m)) =g= t_e*max(d_pw('high-
demand',i),d_pw('low-demand',i)) ;
stor20(i)$dem(i) .. sum(m,TN_npw(i,m)*ts(m)) =g= t_e*max(d_npw('high-
demand',i),d_npw('low-demand',i)) ;

plcap21(w,i) .. AA(w,i) =e= sum(kb,aaa(kb,w)*LL_e(w,i,kb))
;

```

```

plcap22(w,i) .. sum(kb,LL_e(w,i,kb)) =e= E(w,i)
;
plpro23(w,i,t) .. PP(w,i,t) =l= AA(w,i)
;
plpro24(w,i,t) .. PP(w,i,t) =e= sum(kb,ppp(kb,w)*X_e(w,i,t,kb))
;
plpro25(w,i,t) .. sum(kb,X_e(w,i,t,kb)) =e= X(w,i,t)
;
*pumen26(w,t) .. PE(w,t) =e= (1/b_e(w))*r_e *g*sum((i,j),(h(i,j) +
DH(w,i,j))*Q(w,i,j,t))
;
*pumen27(w,t) .. PE(w,t) =e= (1/b_e(w))*r_e *g*sum(pl_w,(sum(p,(h(i,j) +
b*a_e(i,j)*sum(p,(qq(p,w)/c)**1.852)*(Y(w,i,j,p)/(d(p)**4.87))*qq(p,w)*YG(w,
i,j,p,t))
;
pumen28(w,t) .. 3600000*PE(w,t) =e= (1/b_e(w))*r_e
*gr*sum((i,j)$pl_w(i,j),sum(p,(h(i,j)*qq(p,w) +
b*a_e(i,j)/d(p)**4.87*qq(p,w)**2.852/c**1.852)*YG(w,i,j,p,t))) ;
loco29(w,i) .. sum(t,X(w,i,t)) =l= uu_t*E(w,i)
;
loco30(i)$i_p(i) .. E('dw',i) + sum(j,sum(p,Y('dw',i,j,p))) + b_gwp(i) =g=
1
;
loco31(i)$i_np(i) .. E('dw',i) + sum(j,sum(p,Y('dw',i,j,p))) + E('rw',i) +
sum(j,sum(p,Y('rw',i,j,p))) + b_gwnp(i) =g= 1
;
loco32(i)$i_wp(i) .. E('ww',i) + sum(j,sum(p,Y('ww',i,j,p))) =g= 1
;
loco33(i)$des(i) .. E('dw',i) =l= sum(j,sum(p,Y('dw',i,j,p)))
;
*loco34(i)$dem(i) .. E('rw',i) =l= sum(j,sum(p,Y('rw',i,j,p)))
;
*loco35(i)$dem(i) .. E('ww',i) =l= sum(j,sum(p,Y('ww',i,j,p)))
;
objfun36 .. PLCC =e= sum(w,sum(p,plc(p)*sum(lud_w,l(lud_w)*Y(w,lud_w,p)))
;
objfun37 .. PSCC =e= sum(w,sum(pl_w,sum(s,(2*s_e(s,w) +
l_e)*NN(w,pl_w,s))))
;
objfun38 .. STCC =e= sum(i,sum(m,TN_pw(i,m)*tc(m)) +
sum(i,sum(m,TN_npw(i,m)*tc(m)))
;
objfun39(w) .. PCC(w) =e= sum(i,sum(kb,ccc(kb,w)*LL_e(w,i,kb)))
;
objfun40 .. APuOC =e= sum(w,sum(t,nd(t)*ec*PE(w,t)))
;
objfun40b.. ImpW =e= sum(t,nd(t)*(sum(i,imppw(i,t))+sum(i,imnpw(i,t))))
* APuOC(w)?
objfun41(w) .. APrOC(w) =e=
sum(i,sum(kb,sum(t,nd(t)*ec*pec(kb,w)*ppp(kb,w)*X_e(w,i,t,kb)))
;
objfun42 .. ATC =e= sum(w,APrOC(w)) + ImpW*cimpw+ APuOC +(sum(w,PCC(w)) +
PLCC + PSCC + STCC)* ((r*(1 + r)**n)/((1 + r)**n - 1))
;
*
o teleftaios oros legetai kai CRF capital recovery factor
objfundef1.. ZOBJ('1')=e=ATC;
objfundef2.. ZOBJ('2')=e=MI;

```

```

LL_e.UP(w,i,kb)=1 ;
X_e.UP(w,i,t,kb)=1 ;
E.FX('dw',dem)=0; //desalination units not inside the demand nodes
E.FX('ww',des)=0;
E.FX('rw',des)=0;
Y.FX('ww',des,i,p)=0;
Y.FX('rw',des,i,p)=0;

NN.UP(w,i,j,s)=10;
TN_npw.UP(i,m)=10;
TN_pw.UP(i,m)=10;

```

```

*for groundwater production
loop(t,
loop(i,

```

```

        if (d_pw(t,i) > a_gw(t,i), b_gwp(i)=0 else b_gwp(i)=1) ;
        if (d_npw(t,i) > a_gw(t,i), b_gwnp(i)=0 else b_gwnp(i)=1) ;
    )
);
S_gpw.up(t,i)=d_pw(t,i);
S_gnpw.up(t,i)=d_npw(t,i);
F_e.up(i,t)=0.8;
MI.lo=0.0;
MI.up=1.0;
Y.FX(w,i,j,p)$ (allow(i,j)=0)=0;
Q.FX(w,i,j,t)$ (allow(i,j)=0)=0;
Q.FX('dw',dem,des,t)=0;

Model water_paros /all/ ;

*****
**
$STitle eps-constraint method

Set k1(k) the first element of k, km1(k) all but the first elements of k;
k1(k)$ (ord(k)=1) = yes; km1(k)=yes; km1(k1) = no;
Parameter
    rhs(k)      right hand side of the constrained obj functions in eps-
constraint
    maxobj(k)   maximum value from the payoff table
    minobj(k)   minimum value from the payoff table
Variables
    a_objval    auxiliary variable for the objective function
Positive Variables
    sl(k)      slack or surplus variables for the eps-constraints
Equations
    con_obj(k) constrained objective functions
    augm_obj   augmented objective function to avoid weakly efficient
solutions
;
con_obj(km1)..   ZOBJ(km1) - dir(km1)*sl(km1) =e= rhs(km1);

* We optimize the first objective function and put the others as constraints
* the second term is for avoiding weakly efficient points
augm_obj..
    sum(k1,dir(k1)*ZOBJ(k1))+1e-4*sum(km1,sl(km1)/(maxobj(km1)-minobj(km1)))
=e= a_objval;

Model mod_epsmethod / water_paros, con_obj, augm_obj / ;

* option limrow=0, limcol=0, solprint=off, solvelink=2;
option optcr=0.25;

minobj('2')=0;
maxobj('2')=1;

*$set fname p.scr
File fx / c:\gams\paros_all_1.out /;
File rhsx / c:\gams\paros_obj_1.out /;
fx.pw=2000;

$if not set gridpoints $set gridpoints 10

Set g grid points /g0*g%gridpoints%/
    grid(k,g) grid
Parameter
    gridrhs(k,g) rhs of eps-constraint at grid point
    maxg(k) maximum point in grid for objective k
    posg(k) grid position of objective
    firstOffMax, lastZero some counters
    numk(k) ordinal value of k starting with 1
    numg(g) ordinal value of g starting with 0

```

```

    earlyex, pareto_num, numloop parameters auxiliary
elapsed_time elapsed time for payoff and e-sonstraint
start start time
finish finish time
;

start=jnow;
lastZero=1; loop(kml, numk(kml)=lastZero; lastZero=lastZero+1); numg(g) =
ord(g)-1;

grid(kml,g) = yes; // Here we could define different grid intervals for
different objectives
maxg(kml) = smax(grid(kml,g), numg(g)); //used if different number of grid
points are set for objective kml
gridrhs(grid(kml,g))$(dir(kml)=-1) = maxobj(kml) -
numg(g)/maxg(kml)*(maxobj(kml)- minobj(kml));
gridrhs(grid(kml,g))$(dir(kml)=1) = minobj(kml) +
numg(g)/maxg(kml)*(maxobj(kml)- minobj(kml));
display gridrhs;

* Walk the grid points and take shortcuts if the model becomes infeasible
posg(kml) = 0;
earlyex=0;
pareto_num=0;
numloop=0;
put rhsx ' # Annual Cost MI '/;

repeat
    numloop=numloop+1;
    rhs(kml) = sum(grid(kml,g)$(numg(g)=posg(kml)), gridrhs(kml,g));
* loop((kml,g)$(numg(g)=posg(kml)),put rhsx gridrhs(kml,g):10:4);
    solve mod_epsmethod maximizing a_objval using mip;
    if (mod_epsmethod.modelstat<>1 and mod_epsmethod.modelstat<>8, // not
optimal is in this case infeasible
        put rhsx 'INF'/;
        lastZero = 0; loop(kml$(posg(kml)>0 and lastZero=0),
lastZero=numk(kml)); //find the first non-zero posg
        posg(kml)$(numk(kml)<=lastZero) = maxg(kml); // skip all solves for more
demanding values of rhs(kml)
        earlyex=earlyex+1
    else
* put rhsx /;
        pareto_num:=pareto_num+1;
        put rhsx pareto_num:4:0;
        loop(k, put rhsx (ZOBJ.l(k)):12:2); put /;
        put fx pareto_num:4:0;
        loop(k, put fx (ZOBJ.l(k)):12:2);
* put fx DZ.l('1'):12:4 ;
* loop(I, put X.l(I):6:0);
* loop(j,if (B.L(J)=1, put ord(J):4:0, ' ',X.l(J):6:3));
        put /;
        loop(w,
            loop(i,
                if (AA.l(w,i)<>0, put "AA.fx('",w.tl,"',' ",i.tl,"') =
",AA.L(w,i):12:2," ;" /)
            )
        loop(w,
            loop(i,
                loop(j,
                    loop(s,
                        if (NN.l(w,i,j,s)<>0, put
"NN.fx('",w.tl,"',' ",i.tl,"',' ",j.tl,"',' ",s.tl,"') = ",NN.l(w,i,j,s):12:2,"
;" /)
                    )
                )
            )
        )
    )

```

```

        loop(w,
            loop(i,
                loop(j,
                    loop(p,
                        if (Y.l(w,i,j,p)<>0, put
"Y.fx('",w.tl,"',' ",i.tl,"',' ",j.tl,"',' ",p.tl,"') = ",Y.l(w,i,j,p):12:2, "
;" /)
                    )
                )
            )
        )
        loop(i,
            loop(m,
                if (TN_npw.l(i,m)<>0, put "TN_npw.fx('",i.tl,"',' ",m.tl,"') =
",TN_npw.l(i,m):12:2," ;" /)
            )
        )
        loop(i,
            loop(m,
                if (TN_pw.l(i,m)<>0, put "TN_pw.fx('",i.tl,"',' ",m.tl,"') =
",TN_pw.l(i,m):12:2," ;" /)
            )
        )
    );
    put "* Annual Imported Water (m3) = ", impw.L:12:2 /;

    put "Cost of Imported water = ", (ImpW.L*cimpw):12:2 /;
    put "Annual operational cost processes = ", (sum(w,APrOC.L(w))):12:2 /;
    put "Annual pump cost = ", APuOC.L:12:2 /;
    put "annualized investment cost for processes = ", (sum(w,PCC.L(w))*((r*(1 +
r)**n)/((1 + r)**n - 1))):12:2 /;
    put "annualized investment cost for pipelines = ", (PLCC.L*((r*(1 +
r)**n)/((1 + r)**n - 1))):12:2 /;
    put "annualized investment cost for pumps = ", (PSCC.L*((r*(1 + r)**n)/((1 +
r)**n - 1))):12:2 /;
    put "annualized investment cost for tanks = ", (STCC.L*((r*(1 + r)**n)/((1
+ r)**n - 1))):12:2 /;
    put /;

    *Y(w,i,j,p)
    *NN(w,i,j,s)
    *TN_npw(i,m)
    *TN_pw(i,m)

    * Proceed forward in the grid
    firstOffMax = 0;
    loop(km1$(posg(km1)<maxg(km1) and firstOffMax=0), posg(km1)=posg(km1)+1;
firstOffMax=numk(km1));
    posg(km1)$(numk(km1)<firstOffMax) = 0;
    until sum(km1$(posg(km1)=maxg(km1)),1)=card(km1) and firstOffMax=0;

    finish=jnow;

    putclose rhsx;

    put fx 'Number of solves in e-constraint: ', numloop:0:0/;
    put fx 'Number of early exits from the loop: ', earlyex:0:0/;
    finish=jnow;
    elapsed_time=(finish-start)*86400;
    put fx /;
    put fx 'Elapsed time: ',elapsed_time:7:2, ' seconds' / ;

    putclose fx; // close the point file

```

Επί παραδείγματι παρατίθεται και η διαμόρφωση που πραγματοποιούμε στο μοντέλο όταν θέτουμε τις δομικές μεταβλητές για το επίπεδο ζήτησης  $\mu=0$  ως δεδομένες.

```

* configuration for m=0
AA.fx('dw      ', 'd1      ') =      100.00 ;
AA.fx('dw      ', 'd2      ') =      272.70 ;
AA.fx('dw      ', 'd45     ') =      220.30 ;
AA.fx('dw      ', 'd8      ') =      375.30 ;
AA.fx('ww      ', 'r1      ') =     1989.40 ;
AA.fx('ww      ', 'r2      ') =     2966.60 ;
AA.fx('ww      ', 'r3      ') =      128.10 ;
AA.fx('ww      ', 'r4      ') =     1257.20 ;
AA.fx('ww      ', 'r6      ') =      581.70 ;
AA.fx('ww      ', 'r7      ') =      269.50 ;
AA.fx('ww      ', 'r8      ') =      583.80 ;
AA.fx('rw      ', 'r1      ') =      827.10 ;
AA.fx('rw      ', 'r2      ') =     1271.40 ;
AA.fx('rw      ', 'r4      ') =      479.50 ;
AA.fx('rw      ', 'r6      ') =      170.45 ;
AA.fx('rw      ', 'r7      ') =      100.00 ;
AA.fx('rw      ', 'r8      ') =      250.20 ;
NN.fx('dw      ', 'd45     ', 'r5      ', '720 ') =      1.00 ;
NN.fx('rw      ', 'r4      ', 'r5      ', '720 ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r1      ', 'd1      ', '10  ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r2      ', 'd2      ', '10  ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r3      ', 'd3      ', '4   ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r4      ', 'd45     ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r5      ', 'd45     ', '4   ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r6      ', 'd6      ', '10  ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r7      ', 'd45     ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r7      ', 'd7      ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'r8      ', 'd8      ', '4   ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd1      ', 'r1      ', '10  ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd2      ', 'r2      ', '10  ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd3      ', 'r3      ', '4   ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd45     ', 'r4      ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd45     ', 'r5      ', '4   ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd45     ', 'r7      ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd6      ', 'r6      ', '10  ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd7      ', 'r7      ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('dw      ', 'd8      ', 'r8      ', '4   ') =      1.00 ;
Y.fx('ww      ', 'r4      ', 'r5      ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('ww      ', 'r5      ', 'r4      ', '2.5 ') =      1.00 ;
Y.fx('rw      ', 'r4      ', 'r5      ', '4   ') =      1.00 ;
Y.fx('rw      ', 'r5      ', 'r4      ', '4   ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r1      ', '100    ') =      2.00 ;
TN_npw.fx('r1      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r1      ', '500    ') =      3.00 ;
TN_npw.fx('r2      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r2      ', '500    ') =      5.00 ;
TN_npw.fx('r3      ', '100    ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r3      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r4      ', '100    ') =      2.00 ;
TN_npw.fx('r4      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r5      ', '100    ') =      3.00 ;
TN_npw.fx('r5      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r5      ', '500    ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r6      ', '500    ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r7      ', '100    ') =      2.00 ;
TN_npw.fx('r7      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r8      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_npw.fx('r8      ', '500    ') =      1.00 ;
TN_pw.fx('r1      ', '100    ') =      1.00 ;
TN_pw.fx('r1      ', '500    ') =      5.00 ;
TN_pw.fx('r2      ', '100    ') =      3.00 ;
TN_pw.fx('r2      ', '50     ') =      1.00 ;
TN_pw.fx('r2      ', '500    ') =      7.00 ;

```



```
TN_pw.fx('r3      ', '100      ') =      2.00 ;
TN_pw.fx('r4      ', '100      ') =      4.00 ;
TN_pw.fx('r5      ', '100      ') =      3.00 ;
TN_pw.fx('r5      ', '500      ') =      2.00 ;
TN_pw.fx('r6      ', '100      ') =      2.00 ;
TN_pw.fx('r6      ', '50      ') =      1.00 ;
TN_pw.fx('r6      ', '500      ') =      1.00 ;
TN_pw.fx('r7      ', '100      ') =      3.00 ;
TN_pw.fx('r7      ', '50      ') =      1.00 ;
TN_pw.fx('r8      ', '100      ') =      3.00 ;
TN_pw.fx('r8      ', '500      ') =      1.00 ;
```

## Παράρτημα Α4: Πίνακες Αποτελεσμάτων

Παραθέτουμε τα αποτελέσματα που προέκυψαν για όλα τα επίπεδα ζήτησης όπως εμφανίστηκαν από το πρόγραμμα GAMS.

	1	1269121	0		
AA.fx('dw	','d1	')	=	100	;
AA.fx('dw	','d2	')	=	272.7	;
AA.fx('dw	','d45	')	=	220.3	;
AA.fx('dw	','d8	')	=	375.3	;
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;
AA.fx('ww	','r5	')	=	1257.2	;
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;
AA.fx('rw	','r1	')	=	827.1	;
AA.fx('rw	','r2	')	=	1271.4	;
AA.fx('rw	','r5	')	=	479.5	;
AA.fx('rw	','r6	')	=	170.45	;
AA.fx('rw	','r7	')	=	100	;
AA.fx('rw	','r8	')	=	250.2	;
NN.fx('dw	','d45	','r5	','720	')	= 1 ;
NN.fx('ww	','r4	','r5	','720	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','4	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','4	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','4	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','4	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','4	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','4	')	= 1 ;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','4	')	= 1 ;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','4	')	= 1 ;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;

TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_npw.fx('r5	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r5	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r7	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','100	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','500	')	=	5	;
TN_pw.fx('r2	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;
TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;
	2	1403007	0.1		
AA.fx('dw	','d2	')	=	399.84	;
AA.fx('dw	','d45	')	=	404.64	;
AA.fx('dw	','d6	')	=	100	;
AA.fx('dw	','d8	')	=	400.32	;
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;
AA.fx('ww	','r5	')	=	1257.2	;
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;
AA.fx('rw	','r1	')	=	909.44	;
AA.fx('rw	','r2	')	=	1356.16	;
AA.fx('rw	','r5	')	=	515.42	;
AA.fx('rw	','r6	')	=	162	;
AA.fx('rw	','r7	')	=	100	;
AA.fx('rw	','r8	')	=	266.88	;

NN.fx('dw	','r3	','r1	','240	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r5	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','240	')	=	1	;
NN.fx('ww	','r4	','r5	','720	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r1	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','4	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','4	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')			=	2	;
TN_npw.fx('r1	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r1	','500	')			=	3	;
TN_npw.fx('r2	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r2	','500	')			=	5	;
TN_npw.fx('r3	','100	')			=	1	;
TN_npw.fx('r3	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r4	','100	')			=	2	;
TN_npw.fx('r4	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r5	','100	')			=	3	;
TN_npw.fx('r5	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r5	','500	')			=	1	;
TN_npw.fx('r6	','500	')			=	1	;
TN_npw.fx('r7	','100	')			=	2	;
TN_npw.fx('r7	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r8	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r8	','500	')			=	1	;
TN_pw.fx('r1	','100	')			=	1	;
TN_pw.fx('r1	','500	')			=	5	;
TN_pw.fx('r2	','100	')			=	3	;

TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;		
TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;		
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;		
	3	1479727	0.2				
AA.fx('dw	','d1	')	=	195.02	;		
AA.fx('dw	','d2	')	=	526.98	;		
AA.fx('dw	','d45	')	=	369.46	;		
AA.fx('dw	','d6	')	=	100	;		
AA.fx('dw	','d8	')	=	425.34	;		
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;		
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;		
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;		
AA.fx('ww	','r4	')	=	1257.2	;		
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;		
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;		
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;		
AA.fx('rw	','r1	')	=	966.28	;		
AA.fx('rw	','r2	')	=	1440.92	;		
AA.fx('rw	','r4	')	=	551.34	;		
AA.fx('rw	','r6	')	=	203.55	;		
AA.fx('rw	','r7	')	=	107.35	;		
AA.fx('rw	','r8	')	=	283.56	;		
NN.fx('dw	','d45	','r5	','240	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','240	')	=	1	;
NN.fx('rw	','r4	','r5	','720	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r5	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','6	')	=	1	;

Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','6	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r4	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r5	','r4	','4	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')			=	2	;
TN_npw.fx('r1	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r1	','500	')			=	3	;
TN_npw.fx('r2	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r2	','500	')			=	5	;
TN_npw.fx('r3	','100	')			=	1	;
TN_npw.fx('r3	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r4	','100	')			=	2	;
TN_npw.fx('r4	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r5	','100	')			=	3	;
TN_npw.fx('r5	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r5	','500	')			=	1	;
TN_npw.fx('r6	','500	')			=	1	;
TN_npw.fx('r7	','100	')			=	2	;
TN_npw.fx('r7	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r8	','50	')			=	1	;
TN_npw.fx('r8	','500	')			=	1	;
TN_pw.fx('r1	','100	')			=	1	;
TN_pw.fx('r1	','500	')			=	5	;
TN_pw.fx('r2	','100	')			=	3	;
TN_pw.fx('r2	','50	')			=	1	;
TN_pw.fx('r2	','500	')			=	7	;
TN_pw.fx('r3	','100	')			=	2	;
TN_pw.fx('r4	','100	')			=	4	;
TN_pw.fx('r5	','100	')			=	3	;
TN_pw.fx('r5	','500	')			=	2	;
TN_pw.fx('r6	','100	')			=	2	;
TN_pw.fx('r6	','50	')			=	1	;
TN_pw.fx('r6	','500	')			=	1	;
TN_pw.fx('r7	','100	')			=	3	;
TN_pw.fx('r7	','50	')			=	1	;
TN_pw.fx('r8	','100	')			=	3	;
TN_pw.fx('r8	','500	')			=	1	;
		4	1528532	0.3			
AA.fx('dw	','d1	')			=	280.28	;

AA.fx('dw	','d2	')	=	654.12	;		
AA.fx('dw	','d45	')	=	444.04	;		
AA.fx('dw	','d6	')	=	100	;		
AA.fx('dw	','d8	')	=	450.36	;		
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;		
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;		
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;		
AA.fx('ww	','r4	')	=	1257.2	;		
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;		
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;		
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;		
AA.fx('rw	','r1	')	=	1023.12	;		
AA.fx('rw	','r2	')	=	1525.68	;		
AA.fx('rw	','r4	')	=	587.26	;		
AA.fx('rw	','r6	')	=	220.31	;		
AA.fx('rw	','r7	')	=	115.05	;		
AA.fx('rw	','r8	')	=	300.24	;		
NN.fx('dw	','d45	','r5	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','240	')	=	1	;
NN.fx('rw	','r4	','r5	','720	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','6	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r4	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r5	','r4	','4	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;		

TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_npw.fx('r5	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r5	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r7	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','100	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','500	')	=	5	;
TN_pw.fx('r2	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;
TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;
	5	1595260	0.4		
AA.fx('dw	','d1	')	=	365.54	;
AA.fx('dw	','d2	')	=	781.26	;
AA.fx('dw	','d45	')	=	518.62	;
AA.fx('dw	','d6	')	=	100	;
AA.fx('dw	','d8	')	=	475.38	;
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;
AA.fx('ww	','r5	')	=	1257.2	;
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;
AA.fx('rw	','r1	')	=	1079.96	;
AA.fx('rw	','r2	')	=	1610.44	;
AA.fx('rw	','r5	')	=	623.18	;
AA.fx('rw	','r6	')	=	236.93	;
AA.fx('rw	','r7	')	=	122.75	;
AA.fx('rw	','r8	')	=	316.92	;



NN.fx('dw	','d45	','r5	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','240	')	=	1	;
NN.fx('ww	','r4	','r5	','720	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','4	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','4	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;		
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','100	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r5	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','500	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r6	','500	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r7	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r7	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','500	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','100	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','500	')	=	5	;		
TN_pw.fx('r2	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;		
TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;		

TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;		
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;		
	6	1707923	0.5				
AA.fx('dw	','d1	')	=	1359.2	;		
AA.fx('dw	','d45	')	=	593.2	;		
AA.fx('dw	','d6	')	=	124.65	;		
AA.fx('dw	','d8	')	=	500.4	;		
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;		
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;		
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;		
AA.fx('ww	','r4	')	=	1257.2	;		
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;		
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;		
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;		
AA.fx('rw	','r1	')	=	1136.8	;		
AA.fx('rw	','r2	')	=	1695.2	;		
AA.fx('rw	','r4	')	=	659.1	;		
AA.fx('rw	','r6	')	=	253.55	;		
AA.fx('rw	','r7	')	=	130.45	;		
AA.fx('rw	','r8	')	=	333.6	;		
NN.fx('dw	','r1	','r2	','2400	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r5	','2400	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','720	')	=	1	;
NN.fx('rw	','r4	','r5	','720	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','r2	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','r1	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','2.5	')	=	1	;

Y.fx('dw	','d45	','r4	','6	)	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','6	)	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','4	)	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	)	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','2.5	)	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','6	)	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','2.5	)	=	1	;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','2.5	)	=	1	;
Y.fx('rw	','r4	','r5	','4	)	=	1	;
Y.fx('rw	','r5	','r4	','4	)	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	)	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	)	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r2	','500	)	=	5	;		
TN_npw.fx('r3	','100	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r3	','50	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r4	','100	)	=	2	;		
TN_npw.fx('r4	','50	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','100	)	=	3	;		
TN_npw.fx('r5	','50	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','500	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r6	','500	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r7	','100	)	=	2	;		
TN_npw.fx('r7	','50	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','50	)	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','500	)	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','100	)	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','500	)	=	5	;		
TN_pw.fx('r2	','100	)	=	3	;		
TN_pw.fx('r2	','50	)	=	1	;		
TN_pw.fx('r2	','500	)	=	7	;		
TN_pw.fx('r3	','100	)	=	2	;		
TN_pw.fx('r4	','100	)	=	4	;		
TN_pw.fx('r5	','100	)	=	3	;		
TN_pw.fx('r5	','500	)	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','100	)	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','50	)	=	1	;		
TN_pw.fx('r6	','500	)	=	1	;		
TN_pw.fx('r7	','100	)	=	3	;		
TN_pw.fx('r7	','50	)	=	1	;		
TN_pw.fx('r8	','100	)	=	3	;		
TN_pw.fx('r8	','500	)	=	1	;		
	7	1741514	0.6				
AA.fx('dw	','d1	)	=	536.06	;		
AA.fx('dw	','d2	)	=	1035.54	;		
AA.fx('dw	','d45	)	=	667.78	;		
AA.fx('dw	','d6	)	=	149.58	;		

AA.fx('dw	','d8	')	=	525.42	;		
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;		
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;		
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;		
AA.fx('ww	','r4	')	=	278.6	;		
AA.fx('ww	','r5	')	=	978.6	;		
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;		
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;		
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;		
AA.fx('rw	','r1	')	=	1193.64	;		
AA.fx('rw	','r2	')	=	1779.96	;		
AA.fx('rw	','r5	')	=	695.02	;		
AA.fx('rw	','r6	')	=	270.17	;		
AA.fx('rw	','r7	')	=	138.15	;		
AA.fx('rw	','r8	')	=	350.28	;		
NN.fx('dw	','d45	','r5	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','240	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','4	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;		
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','100	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r5	','50	')	=	1	;		

TN_npw.fx('r5	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r7	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','100	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','500	')	=	5	;
TN_pw.fx('r2	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;
TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;
	8	1892046	0.7		
AA.fx('dw	','d1	')	=	2002.9	;
AA.fx('dw	','d3	')	=	523.46	;
AA.fx('dw	','d6	')	=	174.51	;
AA.fx('dw	','d8	')	=	550.44	;
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;
AA.fx('ww	','r4	')	=	278.6	;
AA.fx('ww	','r5	')	=	978.6	;
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;
AA.fx('rw	','r1	')	=	1250.48	;
AA.fx('rw	','r2	')	=	1864.72	;
AA.fx('rw	','r5	')	=	730.94	;
AA.fx('rw	','r6	')	=	286.79	;
AA.fx('rw	','r7	')	=	145.85	;
AA.fx('rw	','r8	')	=	366.96	;
NN.fx('dw	','r1	','r2	','2400	')	= 1 ;
NN.fx('dw	','r1	','r3	','240	')	= 1 ;
NN.fx('dw	','r3	','r7	','240	')	= 1 ;
NN.fx('dw	','r4	','r5	','720	')	= 1 ;
NN.fx('dw	','d3	','r3	','2400	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r1	','r2	','6	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r1	','r3	','2.5	')	= 1 ;

Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','r1	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r1	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r4	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','r3	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','r4	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','4	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;		
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','100	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r5	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','500	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r6	','500	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r7	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r7	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','500	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','100	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','500	')	=	5	;		
TN_pw.fx('r2	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;		

TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;
	9	1917816	0.8		
AA.fx('dw	','d1	')	=	1523.52	;
AA.fx('dw	','d2	')	=	1289.82	;
AA.fx('dw	','d6	')	=	199.44	;
AA.fx('dw	','d8	')	=	575.46	;
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;
AA.fx('ww	','r4	')	=	1385.3	;
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;
AA.fx('rw	','r1	')	=	1307.32	;
AA.fx('rw	','r2	')	=	1949.48	;
AA.fx('rw	','r4	')	=	766.86	;
AA.fx('rw	','r6	')	=	303.41	;
AA.fx('rw	','r7	')	=	153.55	;
AA.fx('rw	','r8	')	=	383.64	;
NN.fx('dw	','r1	','r4	','2400	')	= 1 ;
NN.fx('dw	','r4	','r5	','2400	')	= 1 ;
NN.fx('dw	','r5	','r7	','240	')	= 1 ;
NN.fx('rw	','r4	','r5	','2400	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r1	','r4	','6	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','4	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r4	','r1	','6	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r4	','r5	','6	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','6	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r5	','r4	','6	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r5	','r7	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','4	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r7	','r5	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','2.5	')	= 1 ;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','6	')	= 1 ;

Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','6	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r3	','r4	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r4	','r5	','6	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r5	','r4	','6	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;		
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','100	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r5	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r5	','500	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r6	','500	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r7	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r7	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r8	','500	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','100	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r1	','500	')	=	5	;		
TN_pw.fx('r2	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;		
TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;		
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;		
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;		
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;		
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;		

10 1972603 0.9



AA.fx('dw	','d1	')	=	236.16	;		
AA.fx('dw	','d2	')	=	1416.96	;		
AA.fx('dw	','d45	')	=	1447.2	;		
AA.fx('dw	','d6	')	=	224.37	;		
AA.fx('dw	','d8	')	=	600.48	;		
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;		
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;		
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;		
AA.fx('ww	','r4	')	=	278.6	;		
AA.fx('ww	','r5	')	=	978.6	;		
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;		
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;		
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;		
AA.fx('rw	','r1	')	=	1364.16	;		
AA.fx('rw	','r2	')	=	2034.24	;		
AA.fx('rw	','r5	')	=	802.78	;		
AA.fx('rw	','r6	')	=	320.03	;		
AA.fx('rw	','r7	')	=	161.25	;		
AA.fx('rw	','r8	')	=	400.32	;		
NN.fx('dw	','r4	','r1	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r5	','2400	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','1200	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','r4	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','r1	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','6	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;		

TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_npw.fx('r5	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r5	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_npw.fx('r7	','100	')	=	2	;
TN_npw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','50	')	=	1	;
TN_npw.fx('r8	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','100	')	=	1	;
TN_pw.fx('r1	','500	')	=	5	;
TN_pw.fx('r2	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r2	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r2	','500	')	=	7	;
TN_pw.fx('r3	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r4	','100	')	=	4	;
TN_pw.fx('r5	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r5	','500	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','100	')	=	2	;
TN_pw.fx('r6	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r6	','500	')	=	1	;
TN_pw.fx('r7	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r7	','50	')	=	1	;
TN_pw.fx('r8	','100	')	=	3	;
TN_pw.fx('r8	','500	')	=	1	;
	11	2140568		1	
AA.fx('dw	','d1	')	=	2138	;
AA.fx('dw	','d45	')	=	1068.1	;
AA.fx('dw	','d6	')	=	532.5	;
AA.fx('dw	','d8	')	=	625.5	;
AA.fx('ww	','r1	')	=	1989.4	;
AA.fx('ww	','r2	')	=	2966.6	;
AA.fx('ww	','r3	')	=	128.1	;
AA.fx('ww	','r4	')	=	1257.2	;
AA.fx('ww	','r6	')	=	581.7	;
AA.fx('ww	','r7	')	=	269.5	;
AA.fx('ww	','r8	')	=	583.8	;
AA.fx('rw	','r1	')	=	1421	;
AA.fx('rw	','r2	')	=	2119	;
AA.fx('rw	','r3	')	=	100	;
AA.fx('rw	','r4	')	=	700.1	;
AA.fx('rw	','r6	')	=	336.65	;
AA.fx('rw	','r7	')	=	168.95	;
AA.fx('rw	','r8	')	=	417	;

NN.fx('dw	','r1	','r2	','2400	')	=	1	;
NN.fx('dw	','r4	','r5	','2400	')	=	1	;
NN.fx('dw	','r6	','r2	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r4	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r5	','720	')	=	1	;
NN.fx('dw	','d45	','r7	','720	')	=	1	;
NN.fx('rw	','r4	','r5	','720	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','r2	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r1	','d1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','r1	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','r6	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r2	','d2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','r7	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r3	','d3	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','r5	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r4	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','r4	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r5	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','r2	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r6	','d6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','r3	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d45	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r7	','d7	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','r8	','d8	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d1	','r1	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d2	','r2	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d3	','r3	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r4	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d45	','r7	','4	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d6	','r6	','10	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d7	','r7	','6	')	=	1	;
Y.fx('dw	','d8	','r8	','6	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r4	','r5	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('ww	','r5	','r4	','2.5	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r3	','r7	','6	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r4	','r5	','4	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r5	','r4	','4	')	=	1	;
Y.fx('rw	','r7	','r3	','6	')	=	1	;
TN_npw.fx('r1	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r1	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r1	','500	')	=	3	;		
TN_npw.fx('r2	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r2	','500	')	=	5	;		
TN_npw.fx('r3	','100	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r3	','50	')	=	1	;		
TN_npw.fx('r4	','100	')	=	2	;		
TN_npw.fx('r4	','50	')	=	1	;		

```

TN_npw.fx('r5      ','100  ')      =      3  ;
TN_npw.fx('r5      ','50   ')      =      1  ;
TN_npw.fx('r5      ','500  ')      =      1  ;
TN_npw.fx('r6      ','500  ')      =      1  ;
TN_npw.fx('r7      ','100  ')      =      2  ;
TN_npw.fx('r7      ','50   ')      =      1  ;
TN_npw.fx('r8      ','50   ')      =      1  ;
TN_npw.fx('r8      ','500  ')      =      1  ;
TN_pw.fx('r1       ','100  ')      =      1  ;
TN_pw.fx('r1       ','500  ')      =      5  ;
TN_pw.fx('r2       ','100  ')      =      3  ;
TN_pw.fx('r2       ','50   ')      =      1  ;
TN_pw.fx('r2       ','500  ')      =      7  ;
TN_pw.fx('r3       ','100  ')      =      2  ;
TN_pw.fx('r4       ','100  ')      =      4  ;
TN_pw.fx('r5       ','100  ')      =      3  ;
TN_pw.fx('r5       ','500  ')      =      2  ;
TN_pw.fx('r6       ','100  ')      =      2  ;
TN_pw.fx('r6       ','50   ')      =      1  ;
TN_pw.fx('r6       ','500  ')      =      1  ;
TN_pw.fx('r7       ','100  ')      =      3  ;
TN_pw.fx('r7       ','50   ')      =      1  ;
TN_pw.fx('r8       ','100  ')      =      3  ;
TN_pw.fx('r8       ','500  ')      =      1  ;
Number of solves in e-11
constrain
Number of early exits from the loop: 0
Elapsed time: 1.02E+04 seconds

```