



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**Τομέας II: Ανάλυσης, Σχεδιασμού και Ανάπτυξης
Διεργασιών και Συστημάτων
Εργαστήριο Βιομηχανικής & Ενεργειακής Οικονομίας**

**Επιλογή χαρτοφυλακίου επενδύσεων σε
συνθήκες αβεβαιότητας ως προς τον
συνολικό προϋπολογισμό**

Διπλωματική Εργασία

Παπά Βασιλική

Επιβλέπων: Γ. Μαυρωτάς

ΑΘΗΝΑ 2013



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**Τομέας II: Ανάλυσης, Σχεδιασμού και Ανάπτυξης
Διεργασιών και Συστημάτων
Εργαστήριο Βιομηχανικής & Ενεργειακής Οικονομίας**

**Επιλογή χαρτοφυλακίου επενδύσεων σε
συνθήκες αβεβαιότητας ως προς τον
συνολικό προϋπολογισμό**

Διπλωματική Εργασία

Παπά Βασιλική

Επιβλέπων: Γ. Μαυρωτάς

ΑΘΗΝΑ 2013

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Βιομηχανικής και Ενεργειακής Οικονομίας της σχολής Χημικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κατά το ακαδημαϊκό έτος 2012-2013 υπό την επίβλεψη του Επίκουρου Καθηγητή Γεώργιου Μαυρωτά. Σκοπός της εργασίας αποτελεί η επιλογή χαρτοφυλακίου επενδύσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας ως προς τον συνολικό προϋπολογισμό.

Στο σημείο αυτό, θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον Δρ. Γεώργιο Μαυρωτά, Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος Χημικών Μηχανικών του Ε.Μ.Π., για την ανάθεση της εν λόγω εργασίας, τη στήριξη και την καθοδήγησή του καθ' όλη την διάρκεια της εκπόνησης και συγγραφής της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η συμβολή του υπήρξε καθοριστική για την ολοκλήρωσή της. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω την υποψήφια διδάκτορα κ.Olena Pechak για την πολύ καλή συνεργασία μας και για την άμεση και αβίαστη ανταπόκρισή της σε απορίες επί της διπλωματικής εργασίας.

Παππά Βασιλική

Αθήνα, 15/09/2013

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται το πρόβλημα της επιλογής ενός εύρωστου χαρτοφυλακίου επενδυτικών σχεδίων για δεδομένο εύρος προϋπολογισμού. Τα προς εξέταση επενδυτικά σχέδια είναι συνολικά 133 και αφορούν επενδυτικά σχέδια Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας (ΑΠΕ) τριών διαφορετικών τεχνολογιών, δηλαδή εκείνων των αιολικών έργων (en > wind parks, ΑΕ), των μικρών υδροηλεκτρικών σταθμών (en > small hydro plants, ΜΥΗΕ) και των φωτοβολταϊκών σταθμών (en > photovoltaic stations, ΦΣ) , κατανεμημένα στις 13 περιφέρειες της Ελλάδος.

Δεδομένου του γεγονότος ότι τα υποψήφια επενδυτικά σχέδια δεν θεωρούνται αυτόνομα αλλά είναι άμεσα εξαρτώμενα και υπόκεινται σε περιορισμούς γεωγραφικούς, οικονομικούς, ενεργειακούς και κοινωνικούς, η επιλογή του χαρτοφυλακίου βασίστηκε σε ένα συνδυασμό μεθόδων πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων, συνδυαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης και της διαδικασίας Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης.

Η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση (en > Iterative Trichotomic Approach, ΙΤΑ), είναι μια μέθοδος που αναπτύχθηκε για την επιλογή χαρτοφυλακίου επενδυτικών σχεδίων σε συνθήκες αβεβαιότητας. Τα επενδυτικά σχέδια αξιολογούνται μέσω πολυκριτηριακής ανάλυσης και μέσω της προκύπτουσας πολυκριτηριακής επίδοσης συμμετέχουν ως μία αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

Στο παρόν πρόβλημα η βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται με βάση δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, όπου η πρώτη έχει σαν στόχο τη μεγιστοποίηση της πολυκριτηριακής επίδοσης του χαρτοφυλακίου και η δεύτερη, την ελαχιστοποίηση του κόστους του χαρτοφυλακίου. Χρησιμοποιώντας πολυκριτηριακό μαθηματικό προγραμματισμό και συγκεκριμένα Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό, σε συνδυασμό με την μέθοδο AUGMECON2, παράγεται το σύνολο των χαρτοφυλακίων που θεωρούνται κατά Pareto βέλτιστα για κάθε τιμή του συνολικού προϋπολογισμού μέσα στο συγκεκριμένο εύρος.

Με την επαναληπτική διαδικασία στην οποία συμμετέχει ο αποφασίζων εκφράζοντας τις προτιμήσεις του, μειώνεται σταδιακά το εύρος του διαθέσιμου προϋπολογισμού έως ότου οδηγηθεί, από ένα μεγάλο αριθμό αρχικών υποψήφιων χαρτοφυλακίων στο τελικό χαρτοφυλάκιο. Η εφαρμογή της Τριχοτομικής Επαναληπτικής Μεθόδου (ΙΤΑ) προσφέρει σημαντικές πληροφορίες στον αποφασίζοντα μιας και κατορθώνει να ποσοτικοποιεί το βαθμό βεβαιότητας με τον οποίο το κάθε επενδυτικό σχέδιο περιλαμβάνεται ή όχι στο τελικό χαρτοφυλάκιο γεγονός που μέχρι πρότινος οι συμβατικές μέθοδοι δεν ήταν σε θέση να υπολογίσουν.

***Λέξεις κλειδιά:** Χαρτοφυλάκιο, Επενδυτικά σχέδια, Βελτιστοποίηση, Μαθηματικός Προγραμματισμός, Αβεβαιότητα, Ευρωστία*

ABSTRACT

In this current work we study the selection of a robust project portfolio for a given budget range . This specific work gives a closer eye on the candidate investment projects which their total number is around 133 and these are projects related to the Renewable Energy Sources (RES) of three different technologies : those of wind parks (WP), those of small hydro plants, (SHPS) and finally, those of photovoltaic stations, (PV) .All the forementioned are distributed in the 13 regions of Greece.

Given the fact that the candidate investment projects are not considered individually but are directly dependent on geographic, economic, social and energy restrictions, the final selection of the portfolio is based on a combination of multi-criteria decision-making methods , combinatorial optimization methods and the process of the Iterative Trichotomic Approach.(ITA)

The Iterative Trichotomic Approach (ITA) is a method which is developed for selecting project portfolio under conditions of uncertainty. The investment projects are assessed by Multiple Criteria Analysis (MCA) and the result of this analysis is the value of the multiple score that is considered as a part of the first objective function of the present problem.

In this paper, the optimization of the given problem is achieved according to two objective functions: the first aims to maximize the value of the multiple score of the project portfolio while the second, to minimize the cost of the project portfolio. Using Multi-objective Mathematical Programming and namely Integer Linear Programming, in conjunction with the method AUGMECON2, the production of all the Pareto optimal portfolios for each value of the total budget in the specific range is the output of this process .

In the iterative procedure , the decision maker is actively involved by expressing his preferences. He achieves gradually to reduce the range of the available budget until he ends up, by a large number of initial candidate portfolios to the final,desired portfolio. The application of the Iterative Trichotomic Method (ITA) provides fruitful information to the decision maker and manages to quantify the degree of certainty with which, each one investment project is included or not in the final portfolio, information that the past conventional methods were not able to calculate.

Keywords: *portfolios, investment projects, optimization, Mathematical Programming, Uncertainty, Robustness Index*

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	v
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	vi
ABSTRACT.....	vii
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	viii
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	xi
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	xvi
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή.....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:Μεθοδολογικό μέρος.....	3
2.1 Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων	3
2.2 Πολυκριτηριακή Ανάλυση	6
2.2.1 Εισαγωγή	9
2.2.2 Βασικά χαρακτηριστικά προβλήματος ΠΚΑ	9
2.2.3 Μοντέλα Έκφρασης Προτιμήσεων.....	16
2.2.4 Κλίμακα αξιολόγησης των επιδόσεων	17
2.2.5 Μερικές συναρτήσεις αξίας ή χρησιμότητας	17
2.2.6 Εκτίμηση συντελεστών βαρύτητας	19
2.3 Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός	22
2.3.1 Γενικά.....	22
2.3.2 Το πρόβλημα του ΠΚΓΠ.....	23
2.3.3 Μέθοδοι ΠΚΓΠ.....	29
2.3.4 Πολυκριτηριακός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός.....	37
2.3.5 Η πολυκριτηριακή μέθοδος Augmescop.....	39
2.3.6 Η βελτιωμένη έκδοση της μεθόδου περιορισμών AUGMECON2.....	45
2.4 Αλγεβρικές Γλώσσες Μοντελοποίησης.....	50
2.4.1 Γενικά.....	50
2.4.2 Το σύστημα GAMS	51
2.4.3 Ο επιλύτης GAMS/CPLEX	53
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:Προσαρμογή της μεθόδου ΙΤΑ στο πρόβλημα	55
3.1 Η βασική ιδέα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης	55
3.2 Η μέθοδος ΙΤΑ μέσω της διαδικασίας Monte Carlo προσομοίωσης- βελτιστοποίησης.....	57
3.3 Εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας	59
3.3.1 Προκαθορισμένος αριθμός γύρων	59
3.3.2 Μη προκαθορισμένος αριθμός γύρων.....	62
3.4 Η μέθοδος ΙΤΑ για εύρος προϋπολογισμού.....	64

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Μελέτη περίπτωσης.....	66
4.1 Εισαγωγή	66
4.2 Κατασκευή του Μοντέλου.....	86
4.2.1 Αξιολόγηση των σχεδίων με πολυκριτηριακή ανάλυση	86
4.2.2 Το μοντέλο του Ακέραιου προγραμματισμού.....	88
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Αποτελέσματα & Συζήτηση αποτελεσμάτων.....	89
5.1 Εισαγωγή.....	89
5.2 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση _[1]	91
5.2.1 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση _[1] στην περιοχή εύρους κόστους _[1]	91
5.2.2 Χρωματική απεικόνιση των επαναλήψεων με πολυκριτηριακή επίδοση _[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[1]	96
5.2.3 Ο βαθμός ευστάθειας με πολυκριτηριακή επίδοση _[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[1]	100
5.2.4 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση _[1] στην περιοχή εύρους κόστους _[2]	101
5.2.5 Χρωματική απεικόνιση των επαναλήψεων με πολυκριτηριακή επίδοση _[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[2]	107
5.2.6 Ο βαθμός ευστάθειας με πολυκριτηριακή επίδοση _[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[2]	110
5.2.7 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης στην περιοχή εύρους κόστους _[3] με πολυκριτηριακή επίδοση _[1]	111
5.2.8 Χρωματική απεικόνιση των επαναλήψεων για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[3] με πολυκριτηριακή επίδοση _[1]	117
5.2.9 Ο βαθμός ευστάθειας για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[3] με πολυκριτηριακή επίδοση _[1]	122
5.2.10 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση _[2]	122
5.2.11 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση _[2] στην περιοχή εύρους κόστους _[1]	124
5.2.12 Χρωματική απεικόνιση των με πολυκριτηριακή επίδοση _[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[1]	129
5.2.13 Ο βαθμός ευστάθειας με πολυκριτηριακή επίδοση _[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[1]	133
5.2.14 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση _[2] στην περιοχή εύρους κόστους _[2]	134
5.2.15 Χρωματική απεικόνιση των με πολυκριτηριακή επίδοση _[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[2]	140

5.2.16 Ο βαθμός ευστάθειας με πολυκριτηριακή επίδοση _[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού _[2]	144
5.3 Συζήτηση αποτελεσμάτων.....	144
Κεφάλαιο 6 : Συμπεράσματα.....	152
6.1 Γενικά συμπεράσματα της μεθόδου της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης και Μελλοντική έρευνα-προοπτικές	152
Βιβλιογραφία	155
Παράρτημα Α.....	157

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1. Διάκριση και Ταξινόμηση των μεθόδων ΠΚΛΑ	6
Σχήμα 2. Αποτελεσματικές λύσεις E_i και κυριαρχούμενες λύσεις D_i	12
Σχήμα 3. Μορφές συναρτήσεων χρησιμότητας ή αξίας.....	18
Σχήμα 4. Γραφική απεικόνιση του εφικτού χωρίου και γραφική αναπαράσταση του χαρακτηριστικού έγκαιρης εξόδου από το βρόχο της μεθόδου AUGMECON	42
Σχήμα 5. Το διάγραμμα ροής της μεθόδου AUGMECON	43
Σχήμα 6. Το διάγραμμα ροής της μεθόδου AUGMECON2	48
Σχήμα 7. Σχηματική αναπαράσταση της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγιση ...	56
Σχήμα 8. Διάγραμμα ροής της ΙΤΑ για προκαθορισμένο αριθμό γύρων	61
Σχήμα 9. Διάγραμμα ροής της ΙΤΑ για μη προκαθορισμένο αριθμό γύρων	63
Σχήμα 10. Σχηματική παράσταση της επαναληπτικής διαδικασίας.....	64
Σχήμα 11. Διασπορά τιμών ανά κριτήριο	67
Σχήμα 12. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € στην πρώτη επανάληψη.....	90
Σχήμα 13. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη	91
Σχήμα 14. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 88.3-113.4 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη	92
Σχήμα 15. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 101.07-113.34 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη	92
Σχήμα 16. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 106-112 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη	93
Σχήμα 17. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 107.5-110.5 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη	94
Σχήμα 18. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 108.5-110.5 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη	94
Σχήμα 19. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109-109.8 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη	95
Σχήμα 20. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι.....	97
Σχήμα 21. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €.....	97
Σχήμα 22. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 88.3-113.4 εκ. €.....	97
Σχήμα 23. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 101.07-113.34 εκ. €	98
Σχήμα 24. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 106-112 εκ.€	98

Σχήμα 25. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 107.5-110.5 εκ. €	98
Σχήμα 26. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 108.5-110.5 εκ. €	99
Σχήμα 27. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 109-109.8 εκ. €	99
Σχήμα 28. Συνολικό πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 75-115 εκ. €.....	100
Σχήμα 29. Συνολικό κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 75-115 εκ. €	100
Σχήμα 30. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 75-115 εκ. €.....	100
Σχήμα 31.Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη.....	101
Σχήμα 32. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 99.5-124.5 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη	102
Σχήμα 33. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 103.5-116.1 εκ.€ και μείωση εύρους στην τρίτη επανάληψη.....	103
Σχήμα 34. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109.5-115.8 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη.....	104
Σχήμα 35. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 111.22-114.51 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη	104
Σχήμα 36. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 113.5-114.5 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη	105
Σχήμα 37. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109-109.8 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη	105
Σχήμα 38. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι.....	107
Σχήμα 39. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75 – 125 εκ. €.....	107
Σχήμα 40. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 99.5-124.5 εκ. €.....	107
Σχήμα 41. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 103.5-116.1 εκ. €.....	108
Σχήμα 42. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.5-115.8 εκ. €.....	108
Σχήμα 43. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 111.2-114.5 εκ. €.....	108
Σχήμα 44. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 113.1-114.5 εκ. €.....	109
Σχήμα 45. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 113.6-114.5 εκ. €.....	109
Σχήμα 46. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 113.8-114.2 εκ. €.....	109
Σχήμα 47. Συνολικό πράσινο σύνολο με εύρος προϋπολογισμού 99-125 εκ.€	110

Σχήμα 48. Συνολικό κόκκινο σύνολο με εύρος προϋπολογισμού 99-125 εκ.€	110
Σχήμα 49. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για εύρος προϋπολογισμού 99-125 εκ. €...	110
Σχήμα 50. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη	111
Σχήμα 51. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 76.18-101 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη	112
Σχήμα 52. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 84.3-96.8 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη	112
Σχήμα 53. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.1- 91.4 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη.....	113
Σχήμα 54. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.4- 88.56 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη	114
Σχήμα 55. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.98- 87.56 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη	114
Σχήμα 56. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 86.55 – 87.36 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη	115
Σχήμα 57. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 86.65- 87 εκ. € και μείωση εύρους στην όγδοη επανάληψη	116
Σχήμα 58. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι.....	117
Σχήμα 59. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €.....	118
Σχήμα 60. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 76.18-101 εκ. €.....	118
Σχήμα 61. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 84.3-96.8 εκ. €.....	118
Σχήμα 62. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.1-91.4 εκ. €.....	119
Σχήμα 63. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.4-88.56 εκ. €.....	119
Σχήμα 64. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.98-87.56 εκ. €.....	119
Σχήμα 65. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 86.55-87.36 εκ. €.....	120
Σχήμα 66. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 86.65-87.36 εκ. €.....	120
Σχήμα 67. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 86.7-86.95 εκ. €.....	121
Σχήμα 68. Συνολικό Πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 76-101 εκ. €.....	121
Σχήμα 69. Συνολικό Κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 76-101 εκ. €.....	121
Σχήμα 70. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για εύρος προϋπολογισμού για εύρος προϋπολογισμού 76-101 εκ. €.....	122
Σχήμα 71. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € στην πρώτη επανάληψη.....	123
Σχήμα 72. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και	

μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη	124
Σχήμα 73. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 92.2-117.3 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη	125
Σχήμα 74. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 101.07-113.34 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη	125
Σχήμα 75. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 105.3-111.5 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη.....	126
Σχήμα 76. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 107.8-110.9 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη	127
Σχήμα 77. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109.2-110.9 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη	127
Σχήμα 78. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109.2-109.66 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη	128
Σχήμα 79. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι.....	129
Σχήμα 80. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €.....	130
Σχήμα 81. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ. €.....	130
Σχήμα 82. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 101.07-113.3 εκ. €.....	130
Σχήμα 83. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 105.3-111.5 εκ. €.....	131
Σχήμα 84. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 107.8-110.9 εκ. €.....	131
Σχήμα 85. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.2-110.9 εκ. €.....	131
Σχήμα 86. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.2-109.66 εκ. €.....	132
Σχήμα 87. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.44-109.66 εκ. €.....	132
Σχήμα 88. Συνολικό Πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ.€ ..	133
Σχήμα 89. Συνολικό Κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ.€ ..	133
Σχήμα 90. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για το εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ. €.....	133
Σχήμα 91. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη.....	134
Σχήμα 92. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 78.9-103.9 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη	134
Σχήμα 93. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.7-98.2 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη	135
Σχήμα 94. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 87.4- 93.7 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη.....	136
Σχήμα 95. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 87.7-90.8 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη	136

Σχήμα 96. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 87.7-89.3 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη	137
Σχήμα 97. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 88.07-88.84 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη	138
Σχήμα 98. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 88.2-88.6 εκ. € και μείωση εύρους στην όγδοη επανάληψη	138
Σχήμα 99. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι.....	139
Σχήμα 100. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €.....	139
Σχήμα 101. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 78.9-103.9 εκ. €.....	139
Σχήμα 102. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.7- 98.2 εκ. €.....	141
Σχήμα 103. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 87.4 - 93.7 εκ. €.....	141
Σχήμα 104. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 87.7 - 90.8 εκ. €.....	141
Σχήμα 105. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 87.7- 89.3 εκ. €.....	142
Σχήμα 106. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 88.07- 88.84 εκ. €.....	142
Σχήμα 107. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 88.2 - 88.62 εκ. €.....	142
Σχήμα 108. Ο χρωματικός χάρτης κατά την ένατη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 88.1- 88.25 εκ. €.....	143
Σχήμα 109. Συνολικό Πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 78.9 - 103.9 εκ.€.....	143
Σχήμα 110. Συνολικό Κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 78.9 - 103.9 εκ.€.....	143
Σχήμα 111. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για εύρος προϋπολογισμού 78.9 - 103.9 εκ. €.....	144

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

<i>Πίνακας 1: Παράδειγμα μήτρας επιδόσεων διακριτών επιλογών σε πολλαπλά κριτήρια</i>	10
<i>Πίνακας 2: Πίνακας πληρωμών προβλήματος ΠΚΓΠ με k αντικειμενικές συναρτήσεις</i>	27
<i>Πίνακας 3: Μέθοδοι Πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης ανά κατηγορία</i>	30
<i>Πίνακας 4: Ο πίνακας πληρωμών του προβλήματος</i>	46
<i>Πίνακας 5: Τα σημεία πλέγματος του προβλήματος</i>	47
<i>Πίνακας 6: Παράδειγμα αποτελεσμάτων από την 1^η επανάληψη</i>	58
<i>Πίνακας 7: Το εύρος του προϋπολογισμού σε κάθε επανάληψη</i>	65
<i>Πίνακας 8: Γεωγραφική και τεχνολογική κατανομή των επενδυτικών σχεδίων</i>	68
<i>Πίνακας 9: Τεκμαρτό (μέσο) κόστος ανά τεχνολογία σύμφωνα με τις ισχύουσες τιμές στην αγορά των Α.Π.Ε.</i>	71
<i>Πίνακας 10: Παρουσίαση των 133 επενδυτικών σχεδίων ανά γεωγραφική περιφέρεια και ανά ποσό επιχορήγησης της κάθε γεωγραφικής περιφέρειας</i>	73
<i>Πίνακας 11: Παρουσίαση του κωδικού-έργου, της περιφέρειας, της τεχνολογίας, του τεκμαρτού κόστους, του κόστους επένδυσης, του ποσού επιχορήγησης για κάθε i επενδυτικό σχέδιο</i>	74
<i>Πίνακας 12: Παρουσίαση των 5 περιοριστικών κριτηρίων και της πολυκριτηριακής επίδοσης του κάθε i επενδυτικού σχεδίου</i>	80
<i>Πίνακας 13. Χαρακτηριστικά κριτηρίων πολυκριτηριακής ανάλυσης επενδυτικών σχεδίων</i>	87
<i>Πίνακας 14 :Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (75-115) εκ.€</i>	96
<i>Πίνακας 15 :Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (75-115) εκ.€</i>	107
<i>Πίνακας 16 :Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (88-105) εκ.€</i>	118
<i>Πίνακας 17: Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (92.2-117.3) εκ.€</i>	130
<i>Πίνακας 18:Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (92.2-117.3) εκ.€</i>	140
<i>Πίνακας 19: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/Εύρος προϋπολογισμού 1 [75.000-125.000]k€ Πρώτη Επανάληψη: 33 Projects</i>	146
<i>Πίνακας 20: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/ Κόστος προϋπολογισμού 1 [109.220]k€ Τελευταία Επανάληψη: 73 Projects</i>	146
<i>Πίνακας 21: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/ Εύρος προϋπολογισμού 2 [95.000-125.000]k€ Πρώτη Επανάληψη: 33 Projects</i>	147
<i>Πίνακας 22: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/ Κόστος προϋπολογισμού 2 [113.810] k€</i>	

<i>Τελευταία Επανάληψη: 75 Projects.....</i>	<i>147</i>
<i>Πίνακας 23: Πολυκριτηριακή επίδοση ₁/ Εύρος προϋπολογισμού ₃ [75.000-105.000]k€</i>	
<i>Πρώτη Επανάληψη: 33 Projects</i>	<i>148</i>
<i>Πίνακας 24: Πολυκριτηριακή επίδοση ₁/ Κόστος προϋπολογισμού₃ [86.860]k€</i>	
<i>Τελευταία Επανάληψη: 64 Projects.....</i>	<i>148</i>
<i>Πίνακας 25: Πολυκριτηριακή επίδοση ₂/ Εύρος προϋπολογισμού ₁ [92.200-117.300]k€</i>	
<i>Πρώτη Επανάληψη: 38 Projects</i>	<i>149</i>
<i>Πίνακας 26: Πολυκριτηριακή επίδοση ₂ / Κόστος προϋπολογισμού ₁ 1[190.440k€]</i>	
<i>Τελευταία Επανάληψη: 73 Projects.....</i>	<i>149</i>
<i>Πίνακας 27: Πολυκριτηριακή επίδοση ₂/ Εύρος προϋπολογισμού ₁ [78.900-103.900]k€</i>	
<i>Πρώτη Επανάληψη: 38 Projects</i>	<i>150</i>
<i>Πίνακας 28: Πολυκριτηριακή επίδοση ₂/ Κόστος προϋπολογισμού ₂[88.250k€] -</i>	
<i>Τελευταία Επανάληψη: 65 Projects.....</i>	<i>150</i>
<i>Πίνακας 29: Οι τιμές του δείκτη ευστάθειας RI.....</i>	<i>152</i>

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Το πρόβλημα της επιλογής χαρτοφυλακίου επενδυτικών σχεδίων (en >project portfolio selection) είναι μια διαδικασία που συναντάται πολύ συχνά σε διάφορους οργανισμούς. Το ζήτημα το οποίο τίθεται και επιδιώκεται η επίλυσή του αποτυπώνεται ως εξής: αναζητείται η επιλογή του χαρτοφυλακίου εκείνου των επενδυτικών σχεδίων που μεγιστοποιεί μια αντικειμενική συνάρτηση επίδοσης και συγχρόνως υπακούει σε συγκεκριμένες απαιτήσεις που μεταφράζονται σε κατάλληλους περιορισμούς. Ο κυριότερος περιορισμός έχει να κάνει με το κόστος γιατί ο προϋπολογισμός δεν επαρκεί για το σύνολο των υποψηφίων επενδυτικών σχεδίων και πρέπει να γίνει επιλογή του καλύτερου υποσυνόλου αυτών.

Ένας συνηθισμένος τρόπος αντιμετώπισης σε τέτοιου είδους προβλήματα είναι η προσέγγιση δύο σταδίων: στο 1⁰ στάδιο προβλέπεται μια πολυκριτηριακή μέθοδος αποτίμησης των επενδυτικών σχεδίων ενώ στο 2⁰ στάδιο παρουσιάζεται το μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού που ενσωματώνει τους περιορισμούς του προβλήματος και τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, αυτής της πολυκριτηριακής επίδοσης του κάθε επενδυτικού σχεδίου και του εύρους του προϋπολογισμού. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρούμε ότι υπάρχει αβεβαιότητα ως προς τον διαθέσιμο προϋπολογισμό για τον οποίο ξέρουμε όχι την ακριβή τιμή του αλλά ένα διαθέσιμο εύρος. Μέσα στο εύρος υπάρχουν πολλά βέλτιστα χαρτοφυλάκια που για κάθε ύψος προϋπολογισμού δίνουν την καλύτερη λύση. Σκοπός μας είναι να δημιουργήσουμε μια αλληλεπιδραστική, επαναληπτική διαδικασία που σε συνεργασία με τον

αποφασίζοντα να καταλήγει καταρχήν στο προτιμότερο χαρτοφυλάκιο εντός του εύρους και κατά δεύτερο λόγο θα μας δίνει πληροφορίες για το βαθμό εμπιστοσύνης στη συμμετοχή του κάθε σχεδίου στο χαρτοφυλάκιο. Με τη βοήθεια του σχηματιζόμενου Μαθηματικού Μοντέλου που βασίζεται σε Ακέραιο Μαθηματικό Προγραμματισμό παράγεται σε κάθε επανάληψη το κατά Pareto βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία οδηγούμαστε στη λήψη του συνόλου των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων ενώ ταυτόχρονα λαμβάνεται ο βαθμός συμμετοχής του κάθε επενδυτικού σχεδίου στα βέλτιστα χαρτοφυλάκια. Με αυτό τον τρόπο εξασφαλίζεται ο διαχωρισμός του συνόλου των επενδυτικών σχεδίων (en > projects) σε 3 σύνολα : τα επονομαζόμενα "πράσινα" σχέδια (en > "green" projects) τα οποία είναι παρόντα στο τελικό χαρτοφυλάκιο ανεξαρτήτως συνθηκών, τα "κόκκινα" σχέδια (en > "red" projects) τα οποία απουσιάζουν από το τελικό χαρτοφυλάκιο και τέλος τα "γκρι" σχέδια (en > "grey" projects) τα οποία εμφανίζονται σε κάποια από τα χαρτοφυλάκια. Συνεπώς η προσοχή εστιάζεται στο σύνολο των "γκρι" σχεδίων τα οποία υπόκεινται σε περαιτέρω επεξεργασία.

Στο 2^ο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, παρατίθενται τα βασικά χαρακτηριστικά της Πολυκριτηριακής Ανάλυσης και του Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού (θεωρητικό υπόβαθρο, τύποι, μεθοδολογία) με ιδιαίτερη έμφαση στο μοντέλο του Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού το ποίο και χρησιμοποιείται στην εν λόγω διπλωματική εργασία. Επιπλέον δίνονται ορισμένες πληροφορίες για το λογισμικό GAMS με βάση το οποίο έχει κωδικοποιηθεί το εν λόγω μοντέλο καθώς και βασικές πληροφορίες περί του επιλύτη που έχει χρησιμοποιηθεί δηλαδή του επιλύτη GAMS/CPLEX. Στο 3^ο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η προτεινόμενη μέθοδος της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (en > Iterative Trichotomic Approach, ΙΤΑ) ενώ στο 4^ο κεφάλαιο παρατίθεται το παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου (en > case study) με περιγραφή του προβλήματος και της μοντελοποίησης του. Στο 5^ο κεφάλαιο παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εν λόγω εφαρμογή ενώ συνοδεύτηκαν και από εκτενή ανάλυσή τους. Στο 6^ο και τελευταίο κεφάλαιο περιλαμβάνονται κάποια γενικά συμπεράσματα που προκύπτουν από το σύνολο της εργασίας για τη μέθοδο της Τριχοτομικής Προσέγγισης σε συνδυασμό με κάποιες μελλοντικές προτάσεις που είναι απόρροια αυτών των συμπερασμάτων. Τέλος στο Παράρτημα Α παρατίθεται το μοντέλο σε GAMS και για τις δύο περιπτώσεις που δόθηκε η πολυκριτηριακή επίδοση με διαφορετικές τιμές.

Κεφάλαιο 2

Μεθοδολογικό μέρος

2.1 Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων

Η Πολυκριτηριακή Λήψη Αποφάσεων (en > Multiple Criteria Decision Making, MCDM) είναι μια ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και ταχύτατα αναπτυσσόμενη περιοχή του χώρου της Επιχειρησιακής Έρευνας η οποία ασχολείται με την επίλυση προβλημάτων λαμβάνοντας υπόψη περισσότερα από ένα κριτήρια απόφασης [1]. Αποτελεί μια συστηματική λογική προσέγγιση η οποία βοηθά τους αποφασίζοντες να επιλύσουν διλήμματα τα οποία προκύπτουν από την επιδίωξη πολλών αντιμαχόμενων στόχων [2]. Η λήψη απόφασης είναι μια διαδικασία η οποία αποσκοπεί στην επιλογή της καταλληλότερης από ένα σύνολο εναλλακτικών και υλοποιείται από τον εκάστοτε αποφασίζοντα ο οποίος συγκρίνει και αξιολογεί τις προσφερόμενες εναλλακτικές αυτές λύσεις [1].

Είναι γεγονός ότι η εισαγωγή περισσότερων του ενός κριτηρίου οδηγεί σε μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση των πραγματικών προβλημάτων ενώ ταυτόχρονα προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία και καλύτερη αντιμετώπισή τους καθώς εξετάζονται περισσότερες διαστάσεις και πτυχές τους [1].Εν αντιθέσει με το ΓΠ, το ΜΑΓΠ και τις

άλλες προσεγγίσεις του μονοκριτήριου Μαθηματικού Προγραμματισμού, η ΠΚΛΑ δεν συνιστά μια μεθοδολογία εύρεσης της άριστης λύσης επειδή απλούστατα δεν υπάρχει άριστη λύση η οποία να εμφανίζει τις καλύτερες αποδόσεις σε όλα τα κριτήρια [2].

Στα μονοκριτηριακά προβλήματα, ο αποφασίζων συμμετέχει μόνο κατά το στάδιο της διαμόρφωσης του μοντέλου αφού η επίλυσή του γίνεται χωρίς την περαιτέρω ανάμειξή του στην διαδικασία λήψης απόφασης για αυτό και δε θεωρούνται προβλήματα λήψης απόφασης αλλά ουσιαστικά αποτελούν προβλήματα υπολογισμού της βέλτιστης λύσης. [3] Αντίθετα στην ΠΚΛΑ είναι απαραίτητη η συμμετοχή του αποφασίζοντα στην όλη διαδικασία επίλυσης έτσι ώστε να είναι δυνατή η έκφραση των προτιμήσεών του σε σχέση με τις επιδόσεις των εναλλακτικών επιλογών στα εξεταζόμενα κριτήρια και να οδηγηθεί στην τελική του απόφαση. Επισημαίνεται ότι εάν υπάρχει κάποια εναλλακτική επιλογή η οποία να παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση ως προς όλα τα κριτήρια τότε η λύση του προβλήματος καθίσταται προφανής. Βέβαια η περίπτωση αυτή είναι αρκετά σπάνια καθώς τα κριτήρια απόφασης είναι συνήθως αλληλοσυγκρουόμενα μιας και εκφράζουν διαφορετικά χαρακτηριστικά των διαφόρων επιλογών [22].

Στην πράξη ο αποφασίζων ή οι αποφασίζοντες καλούνται να επιλέξουν ποια κριτήρια ή στόχους επιθυμούν να βελτιστοποιήσουν και για ποιους από αυτούς είναι διατεθειμένοι να δεχθούν απόκλιση από τις βέλτιστες αποδόσεις τους. Είναι επομένως φανερό ότι υπεισέρχεται και αναδεικνύεται η έννοια του συμβιβασμού (αντιστάθμισης) έτσι ώστε αν είναι δυνατή η επίλυση των προβλημάτων με πολλαπλά κριτήρια. Η χρησιμότητα της ΠΚΛΑ έγκειται στο γεγονός ότι βοηθά τον αποφασίζοντα να οργανώσει τις διαθέσιμες πληροφορίες, να σκεφθεί συστηματικά για τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε λύσης, να συνειδητοποιήσει τις λύσεις και τις ανοχές του και έτσι να είναι σε θέση να κάνει τους λιγότερο οδυνηρούς συμβιβασμούς και να ελαχιστοποιήσει τις πιθανότητες να μετανιώσει για την επιλογή του [2].

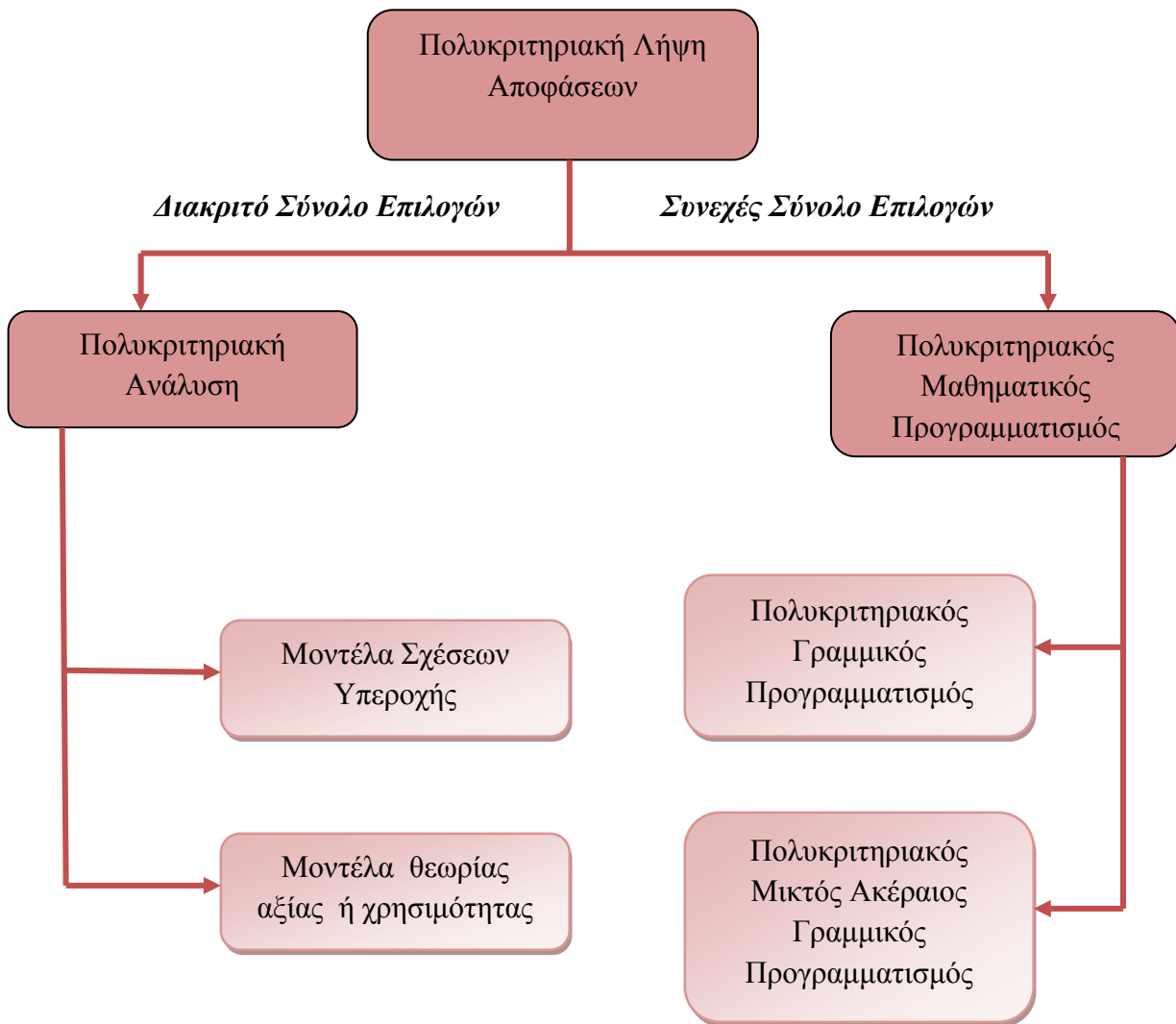
Τα προβλήματα της ΠΚΛΑ χαρακτηρίζονται ως χαμηλού βαθμού δόμησης ($n > ill$ structured problems) μιας και η ορθολογική λύση δεν καθορίζεται από το ίδιο το πρόβλημα όπως στην περίπτωση ύπαρξης ενός μόνο κριτηρίου, αλλά αποτελεί αντικείμενο αναζήτησης για άμεση εμπλοκή του αποφασίζοντα στη συγκεκριμένη διαδικασία κατά την οποία εκφράζει τις υποκειμενικές του προτιμήσεις. Για το λόγο αυτό οι μέθοδοι αντιμετώπισης τέτοιων προβλημάτων ορίζονται και ως μέθοδοι πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων ($n > Multiple$ Criteria Decision Aid, MCDA) [1].

Η ΠΚΛΑ παρουσιάζει ιδιαίτερη χρησιμότητα και εφαρμόζεται σε προβλήματα στρατηγικού σχεδιασμού τα οποία προκύπτουν σε πολλά διαφορετικά πεδία εφαρμογών όπως η στρατηγική επιχειρήσεων, ο ενεργειακός ή περιβαλλοντικός σχεδιασμός, η χωροθέτηση εγκαταστάσεων, η αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων κ.α. Ταυτόχρονα η ΠΚΛΑ χρησιμοποιείται και μπορεί να αποδειχθεί ιδιαίτερα

χρήσιμη και σε προβλήματα ρουτίνας όπως η επιλογή προμηθευτών, η αξιολόγηση υποψηφίων για δανειοδότηση ή πρόσληψη, η διάγνωση και αποκατάσταση λειτουργικών διαταραχών [2].

Ο επιστημονικός κλάδος της ΠΚΛΑ περιλαμβάνει πολλές και διαφορετικές θεωρητικές προσεγγίσεις ενώ έχει αναπτυχθεί ένα πλήθος κατάλληλων μεθόδων και τεχνικών για την αντιμετώπιση μιας μεγάλης ποικιλίας προβλημάτων. Οι μέθοδοι της ΠΚΛΑ διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες σύμφωνα με το είδος των εναλλακτικών επιλογών/ λύσεων, οι οποίες είναι [1]:

- Η Πολυκριτηριακή Ανάλυση (en > Multi-Attribute Decision Making, MADM) ο οποίος αφορά την ύπαρξη ενός συνόλου διακριτών και ρητά εκ των προτέρων καθορισμένων εναλλακτικών λύσεων [1]. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται τα μοντέλα πολυκριτηριακής θεωρίας αξίας ή χρησιμότητας (en > multi-attribute value or utility theory models) όπως οι μέθοδοι αναλυτικής ιεράρχησης (en > analytical hierarchy process) και τα μοντέλα σχέσεων υπεροχής (en > outranking models) όπως οι μέθοδοι PROMETHEE, ELECTRE κ.ά [4]
- Ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός (en > Multiple Objective Mathematical Programming, MOMP | Multiple Objective Decision Making, MODM) ο οποίος αναφέρεται σε ένα σύνολο δυνατών επιλογών το οποίο δεν είναι προκαθορισμένο και δε δίδεται ρητά αλλά έμμεσα μέσω των τιμών μεταβλητής απόφασης ενός προβλήματος Μαθηματικού Προγραμματισμού. Ο ΠΚΜΠ επιλύει το πρόβλημα βελτιστοποίησης (en > vector optimization problem) το οποίο συνιστά επέκταση της βαθμωτής βελτιστοποίησης (en > scalar optimization) με την οποία ασχολείται ο μονοκριτήριος Μαθηματικός Προγραμματισμός [1]. Στην κατηγορία αυτή ανήκει ο Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός (ΠΓΠ | en > Multiple Objective Linear Programming, MOLP), ο Πολυκριτηριακός Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (ΠΚΜΑΓΠ) κ.ά.



Σχήμα 1. Διάκριση και Ταξινόμηση των μεθόδων ΠΚΛΑ

2.2 Πολυκριτηριακή Ανάλυση

2.2.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία 30 χρόνια, στο πλαίσιο της Επιχειρησιακής Έρευνας και της Επιστήμης των Αποφάσεων, αναπτύσσεται με εντυπωσιακά ταχείς ρυθμούς η περιοχή της Πολυκριτηριακής Ανάλυσης Αποφάσεων (ΠΚΑΑ|en > Multi-Criteria Decision Analysis) ή Πολυκριτηριακής Λήψης Αποφάσεων (ΠΛΑ|en > Multi-Criteria Decision Making, MCDM) ή Πολυκριτηριακής Υποστήριξης Αποφάσεων (ΠΥΑ|en > Multi-Criteria Decision Support, MCDS). Βασικό ρόλο στην ανάπτυξη και διάδοσή της αποτέλεσε η απλή διαπίστωση, ότι η επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων λήψης

αποφάσεων δεν είναι δυνατό να πραγματοποιείται μέσω μιας μονόπλευρης και μονοδιάστατης ανάλυσης.[5]

Η Πολυκριτηριακή Ανάλυση (ΠΚΑ|en > Multi-Criteria Decision) αποτελεί μία συστηματική λογική και μαθηματική προσέγγιση που βοηθάει τους αποφασίζοντες να επιλύσουν διλήμματα που προκύπτουν από την επιδίωξη πολλών αντιμαχόμενων στόχων στη λήψη των αποφάσεων. Επιπρόσθετα, η ΠΚΑ είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν, εκτός από τη σύγκρουση των στόχων-κριτηρίων, υπάρχει σημαντική αβεβαιότητα στη μέτρηση των επιδόσεων των εναλλακτικών λύσεων σε κάθε κριτήριο, ή στη διατύπωση των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Τέλος, η ΠΚΑ μπορεί να βοηθήσει στην επίλυση των διαφωνιών που προκύπτουν όταν στην απόφαση εμπλέκονται πολλοί αποφασίζοντες, ο καθένας με διαφορετικό σύστημα προτιμήσεων.

Πρέπει να τονισθεί ότι η ΠΚΑ δεν αποτελεί μία μεθοδολογία εύρεσης της άριστης λύσης στην περίπτωση αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, απλούστατα γιατί άριστη λύση δεν υπάρχει. Η ικανοποίηση των στόχων της απόφασης δεν μπορεί να είναι πλήρης, ή με άλλα λόγια δεν υπάρχει λύση που να εμφανίζει τις καλύτερες επιδόσεις σε όλα τα κριτήρια, γιατί τότε δεν θα υπήρχε πρόβλημα απόφασης: η επιλογή που θα εμφάνιζε τέτοιες επιδόσεις θα προκρινόταν χωρίς αμφιβολία ως προς την ορθότητα της απόφασης.

Η χρησιμότητα της ΠΚΑ έγκειται στο ότι βοηθάει τον αποφασίζοντα να οργανώσει τις διαθέσιμες πληροφορίες, να σκεφθεί συστηματικά για τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα κάθε λύσης, να συνειδητοποιήσει τις προτιμήσεις και ανοχές του, έτσι ώστε να είναι σε θέση να κάνει τους λιγότερο οδυνηρούς συμβιβασμούς και να ελαχιστοποιηθούν οι πιθανότητες να μετανιώσει για την επιλογή που θα κάνει.

Στο πλαίσιο της ΠΚΑ έχουν αναπτυχθεί διαφορετικές θεωρητικές προσεγγίσεις και ένα πλήθος μεθόδων κατάλληλων για μία μεγάλη ποικιλία προβλημάτων λήψης απόφασης με πολλαπλά κριτήρια. Με βάση αυτό το θεωρητικό υπόβαθρο έχει αναπτυχθεί ένα πλήθος τεχνικών, κατάλληλων για την αντιμετώπιση ενός μεγάλου εύρους προβλημάτων που προκύπτουν στην πράξη. Αν και η ταξινόμηση των τεχνικών αυτών σε ιδιαίτερες κατηγορίες δεν είναι αυστηρή, διακρίνονται τρεις βασικές ομάδες μεθόδων:

- Προσέγγιση σχέσεων υπεροχής (en > Outranking approaches)
- Πολυκριτηριακός μαθηματικός προγραμματισμός (en > Multi- Objective Mathematical Programming)
- Πολυκριτηριακή θεωρία αξίας ή χρησιμότητας (en > Multi-Attribute Value or Utility Theory)

Το βασικό στοιχείο που διαφοροποιεί τις δύο πρώτες κατηγορίες είναι το είδος του συνόλου των επιλογών. Συγκεκριμένα, η πρώτη κατηγορία εφαρμόζεται σε προβλήματα που εξετάζουν ένα πεπερασμένο σύνολο διακριτών επιλογών, ενώ η

δεύτερη σε προβλήματα με συνεχές σύνολο άπειρου αριθμού επιλογών, στα οποία κατ' αναλογία με τα προβλήματα γραμμικού μονοκριτηριακού προγραμματισμού, οι μεταβλητές απόφασης μπορεί να παίρνουν οποιαδήποτε τιμή εντός ενός καθορισμένου πεδίου. Τέλος, η τρίτη κατηγορία μεθόδων εφαρμόζεται και σε συνεχές και σε διακριτό σύνολο επιλογών και στηρίζεται στη λογική της αναγωγής του πολυκριτηριακού σε μονοκριτηριακό πρόβλημα μέσω του προσδιορισμού μιας συνολικής συνάρτησης χρησιμότητας που συνθέτει τις επιμέρους -ανά κριτήριο- προτιμήσεις του αποφασίζοντα σε ένα ενιαίο μέτρο με βάση το οποίο προχωράει στη λήψη της απόφασης.[6]

Η χρησιμότητα της ΠΚΑ γίνεται εμφανής τόσο σε προβλήματα στρατηγικού σχεδιασμού που προκύπτουν σε πολλά και διαφορετικά πεδία εφαρμογών -στρατηγική επιχειρήσεων, ενεργειακός ή περιβαλλοντικός σχεδιασμός μονάδων ή περιφερειών, χωροθέτηση εγκαταστάσεων, αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων κλπ-και τα οποία προβλήματα αναφέρονται σε μη επαναλαμβανόμενες αποφάσεις με μεσοπρόθεσμο ή μακροπρόθεσμο χαρακτήρα και κατά κανόνα έχουν σοβαρότερες και μη αναστρέψιμες επιπτώσεις όσο και σε πολλά προβλήματα ρουτίνας, όπως η επιλογή προμηθευτών, η αξιολόγηση υποψηφίων για δανειοδότηση ή πρόσληψη, η διάγνωση και αποκατάσταση λειτουργικών διαταραχών κλπ. Οι βασικές διαφορές μεταξύ των δύο αυτών κατηγοριών προβλημάτων είναι ότι στην πρώτη περίπτωση υπάρχει πολύ υψηλότερη αβεβαιότητα, ενώ κατά κανόνα υπάρχει ανάγκη για ουσιαστική συμμετοχή στη διαδικασία λήψης αποφάσεων περισσότερων πλευρών που εμπλέκονται στην απόφαση. Επομένως η επίλυση τους συναντά μεγαλύτερες δυσκολίες και προϋποθέτει τη χρήση μεθοδολογιών ικανών να αντιμετωπίσουν τις δυσκολίες αυτές.

Εκτός από τη διάκριση μεταξύ προβλημάτων στρατηγικής και ρουτίνας, οι καταστάσεις λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια διαφοροποιούνται και με βάση το είδος (την προβληματική) της απόφασης που αναζητείται. Διακρίνονται 4 βασικές προβληματικές απόφασης για περιπτώσεις ανάλυσης διακριτών εναλλακτικών λύσεων:

- **Επιλογή:** αναζητείται μία μοναδική λύση μεταξύ πολλών εναλλακτικών, η οποία αποτελεί τη βέλτιστη λύση συμβιβασμού.
- **Ιεράρχηση:** επιδιώκεται η διάταξη των εξεταζομένων εναλλακτικών λύσεων σε σειρά φθίνουσας χρησιμότητας ή έντασης προτίμησης, έτσι ώστε να επιλεγθεί ένα υποσύνολο που τοποθετείται στις ανώτερες θέσεις.
- **Ταξινόμηση:** επιδιώκεται η κατηγοριοποίηση των εξεταζομένων εναλλακτικών λύσεων σε ιεραρχικά προσδιορισμένες ομάδες φθίνουσας χρησιμότητας ή έντασης προτίμησης (καλές, μέτριες, απορριπτές), όταν οι λύσεις που ταξινομούνται σε κάθε ομάδα δεν χρειάζεται να διαφοροποιούνται μεταξύ τους.
- **Περιγραφή:** στην περίπτωση αυτή η ΠΚΑ δεν αποσκοπεί στην άμεση υποστήριξη μίας απόφασης, αλλά στην ανάλυση με ένα συστηματικό τρόπο

ενός συνόλου διακριτών λύσεων ή αντικειμένων που χαρακτηρίζονται με βάση πολλαπλές διαστάσεις αξιολόγησης, έτσι ώστε ο αποφασίζων να αποκτήσει μία σφαιρικότερη αντίληψη για τις επιδόσεις ή επιπτώσεις τους.

Μία επιπλέον προβληματική είναι η ανάλυση χαρτοφυλακίου (en > portfolio) που αποσκοπεί στον προσδιορισμό του βέλτιστου συνδυασμού διακριτών λύσεων που προκύπτουν από την επιδίωξη περισσότερων αντιμαχόμενων στόχων. Παραδείγματα τέτοιων αποφάσεων είναι ο προσδιορισμός του βέλτιστου επενδυτικού πακέτου ή των νέων μονάδων ηλεκτροπαραγωγής που θα πρέπει να προωθηθούν προκειμένου να ικανοποιηθούν πολλαπλοί στόχοι σχεδιασμού. Η επίλυση παρόμοιων προβλημάτων στηρίζεται στην μεθοδολογία του Πολυκριτηριακού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (ΠΚΑΓΠ| en > Multiple Objective Integer Linear programming, MOILP). Τέλος, μία τελείως διαφορετική προβληματική είναι εκείνη του προσδιορισμού των βέλτιστων τιμών ενός συνόλου συνεχών μεταβλητών σε σχέση με πολλαπλούς αντιμαχόμενους στόχους, που υποστηρίζεται μεθοδολογικά από τις τεχνικές Πολυκριτηριακού Γραμμικού Προγραμματισμού που επεκτείνουν τον κλασσικό Γραμμικό Προγραμματισμό (ΓΠ| en > Linear Programming, LP) για την περίπτωση πολλών Αντικειμενικών Συναρτήσεων.

2.2.2 Βασικά χαρακτηριστικά προβλήματος ΠΚΑ

Κάθε πρόβλημα ΠΚΑ προσδιορίζεται από ορισμένα δομικά χαρακτηριστικά, που απορρέουν είτε από την ίδια τη φύση του προβλήματος, είτε από τις απόψεις και τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Το πρώτο στάδιο σε κάθε πρόβλημα λήψης απόφασης είναι η ταυτοποίηση του, δηλαδή η αποσαφήνιση των επιδιώξεων του αποφασίζοντα σε σχέση με την υπάρχουσα ή/και διαφαινόμενη κατάσταση και η αναγνώριση των δυνατοτήτων και των περιορισμών για βελτίωση της κατάστασης αυτής. Στη φάση της ταυτοποίησης, ο αποφασίζων ή η ομάδα αποφασιζόντων διερευνούν τα ενδογενή και εξωγενή χαρακτηριστικά του προβλήματος. Στην περίπτωση ομάδας αποφασιζόντων απαιτείται η ανταλλαγή απόψεων και μία κατ' αρχήν συμφωνία ως προς τα χαρακτηριστικά αυτά. Η αναγνώριση των δομικών στοιχείων ενός πολυκριτηριακού προβλήματος εντάσσεται κατά κανόνα σε ένα συστηματικό πλαίσιο ανάλυσης. Ένα τέτοιο πλαίσιο, γνωστό ως πλαίσιο CAUSE (Criteria, Alternatives, Uncertainty, Stakeholders, Environment) αναγνωρίζει πέντε βασικά δομικά στοιχεία.

➤ Κριτήρια

Το πιο σημαντικό στοιχείο ενός προβλήματος είναι η μήτρα αξιολόγησης που περιλαμβάνει ένα σύνολο διακριτών επιλογών, ένα σύνολο κριτηρίων αξιολόγησης και την επίδοση της κάθε επιλογής στο αντίστοιχο κριτήριο και το σύστημα προτιμήσεων του αποφασίζοντα που εμπεριέχει τη σχετική βαρύτητα των κριτηρίων, την κατεύθυνση προτίμησης των επιδόσεων (ελάχιστο ή μέγιστο) και τα όρια ανοχής. Κάθε εναλλακτική λύση E_i προσδιορίζεται από την επίδοση της g_{ij} , σε κάθε κριτήριο αξιολόγησης K_j , ενώ

χαρακτηριστικό του προβλήματος είναι ότι δεν υπάρχει λύση που να υπερέχει έναντι όλων των άλλων σε όλα τα κριτήρια. Τα κριτήρια αποτελούν τους άξονες αξιολόγησης πάνω στους οποίους θα κριθούν οι εναλλακτικές λύσεις και εκφράζουν τις παράλληλες επιδιώξεις του αποφασίζοντα ή άλλων εμπλεκομένων στη διαδικασία λήψης απόφασης.[2]

Πίνακας 1: Παράδειγμα μήτρας επιδόσεων διακριτών επιλογών σε πολλαπλά κριτήρια

ΕΠΙΛΟΓΕΣ	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΗΣ			
	K_1	K_2	K_j	K_m
E_1	g_{11}	g_{12}	...	g_{1m}
E_2	g_{21}	g_{22}	...	g_{2m}
E_3	g_{31}	g_{32}	...	g_{3m}
•	•	•	...	•
•	•	•	...	•
•	•	•	...	•
•	•	•	...	•
E_N	g_{N1}	g_{N2}	...	g_{Nm}

➤ *Εναλλακτικές λύσεις*

Οι εναλλακτικές λύσεις σε ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα λήψης αποφάσεων θεωρούνται πολύ συχνά ως δεδομένες, δηλαδή καθορισμένες εκ των προτέρων με απόλυτη σαφήνεια. Όμως, παρόμοιες συνθήκες παρουσιάζονται μόνο σε ορισμένα προβλήματα ρουτίνας όπως για παράδειγμα στην αξιολόγηση υποψήφιων στελεχών ή επενδυτικών προτάσεων. Σε άλλες καταστάσεις λήψης αποφάσεων η διαδικασία δόμησης του προβλήματος αποσκοπεί στο να εντοπισθούν δυνατές λύσεις μέσα από τη συστηματική διερεύνηση των στόχων του αποφασίζοντα. Πρόκειται για την προσέγγιση δόμησης των κριτηρίων εκ των άνω όπου μέσα από την αποσαφήνιση των στόχων διευκολύνεται και η αναζήτηση λύσεων που εξυπηρετούν τους στόχους αυτούς και οι οποίες δεν ήταν εξ αρχής άμεσα ορατές. Ιδιαίτερα σε προβλήματα στρατηγικού σχεδιασμού, ο εντοπισμός των εναλλακτικών επιλογών αποτελεί μία ενδιαφέρουσα πρόκληση και ένα σημαντικό πρώτο βήμα για την επίλυση του προβλήματος. Τέλος, είναι φανερό ότι σε προβλήματα Πολυκριτηριακού

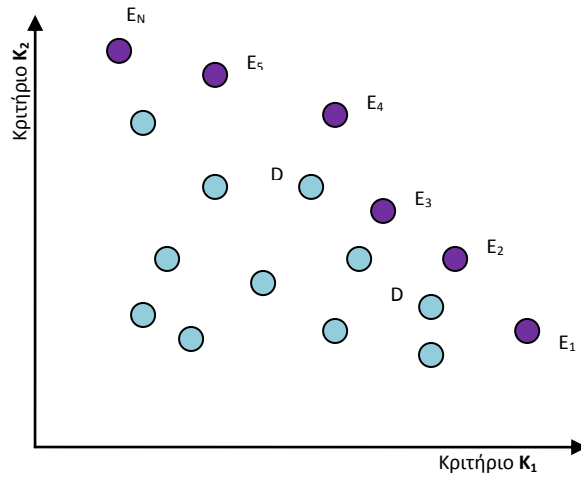
Προγραμματισμού οι λύσεις δεν είναι γνωστές εκ των προτέρων αλλά προκύπτουν από την επίλυση και ορίζονται από τις τιμές που θα αποδοθούν σε μία σειρά συνεχών - ή/και ακέραιων- μεταβλητών απόφασης.

Για να θεωρηθεί ότι μία λύση ανήκει στο σύνολο των εξεταζομένων εναλλακτικών λύσεων, πρέπει η λύση να είναι εφικτή, δηλαδή να εμφανίζει προοπτικές πρακτικής εφαρμογής της ή, σε όρους μαθηματικής διατύπωσης, να μην παραβιάζει τους περιορισμούς του προβλήματος.

Οι εφικτές λύσεις διακρίνονται σε:

- Αποτελεσματικές ή κυρίαρχες λύσεις (en > efficient solutions or dominant solutions)
- Μη αποτελεσματικές ή κυριαρχούμενες λύσεις (en > non-efficient solutions or dominated solutions)

Η έννοια της αποτελεσματικότητας ή κυριαρχίας (en > efficiency or dominance) αποτελεί βασικό εργαλείο οικονομικής ανάλυσης καθώς συνδέεται με την αποδοτική κατανομή των πόρων σε ένα οικονομικό σύστημα. Διατυπώθηκε για πρώτη φορά από τον Ιταλό οικονομολόγο Pareto και προσδιορίζει καταστάσεις ισορροπίας του συστήματος, στις οποίες δεν είναι δυνατή η βελτίωση της θέσης ενός στοιχείου του συστήματος χωρίς ταυτόχρονη χειροτέρευση της θέσης ενός άλλου στοιχείου. Ονομάζεται δε αρχή Pareto ή αρχή αριστοποίησης κατά Pareto, υποδηλώνοντας την υπό όρους αριστοποίηση. Για παράδειγμα, σύμφωνα με την αρχή αυτή, σε μία άριστη κατά Pareto κατάσταση δεν είναι δυνατή η βελτίωση της θέσης των παραγωγών, για παράδειγμα με την αύξηση της τιμής των προϊόντων τους και κατά συνέπεια των κερδών τους, χωρίς την ταυτόχρονη επιδείνωση της κατάστασης των καταναλωτών, που θα πρέπει να πληρώνουν σε υψηλότερη τιμή τα παραγόμενα αγαθά. Αντίθετα, μία κατάσταση στην οποία οι παραγωγοί έχουν τη δυνατότητα να εκμεταλλευθούν πιο αποδοτικά τους πόρους τους, π.χ. με εξοικονόμηση πρώτων υλών και ενέργειας, είναι μη άριστη κατά Pareto (μη αποτελεσματική), καθώς είναι δυνατό να αυξηθούν τα κέρδη των παραγωγών χωρίς αύξηση της τιμής των προϊόντων και επιβάρυνση των καταναλωτών. Η αριστοποίηση κατά Pareto, υποδηλώνει ακριβώς το ζητούμενο από την επίλυση ενός προβλήματος ΠΚΑ. Όπως φαίνεται στο σχήμα X στην περίπτωση προβλήματος με δύο κριτήρια, ο αποφασίζων θα πρέπει να αναζητήσει τη λύση του μεταξύ των επιλογών E_i που αποτελούν τις αποτελεσματικές λύσεις του προβλήματος.



Σχήμα 2. Αποτελεσματικές λύσεις E_i και κυριαρχούμενες λύσεις D_i

Έτσι, υποθέτοντας ότι και στα δύο κριτήρια, K_1 και K_2 επιδιώκεται η μεγιστοποίηση των επιδόσεων, η λύση E_3 υπερέχει των λύσεων E_2 και E_1 ως προς το κριτήριο K_2 ενώ είναι κατώτερη ως προς το κριτήριο K_1 . Αντίστοιχα, σε σχέση με τις επιλογές E_4 , E_5 και E_N , η λύση E_3 υπερέχει ως προς το κριτήριο K_1 ενώ είναι κατώτερη ως προς το κριτήριο K_2 . Επομένως, κάθε μία από τις λύσεις E_i αποτελεί μία πιθανή λύση του προβλήματος ή μία κατά Pareto άριστη λύση. Η επιλογή μία λύσης E_i έναντι μίας άλλης αποτελεσματικής λύσης εξαρτάται από τη σχετική σημαντικότητα που αποδίδεται στα κριτήρια K_1 και K_2 . Το χαρακτηριστικό των αποτελεσματικών λύσεων είναι ότι δεν είναι δυνατή η βελτίωση της επίδοσης σε ένα κριτήριο, χωρίς ταυτόχρονη χειροτέρευση της επίδοσης σε ένα ή περισσότερα άλλα κριτήρια.[2]

Αντίθετα, ο αποφασίζων δεν έχει λόγο να επιλέξει μία μη αποτελεσματική λύση D_i , καθώς υπάρχει τουλάχιστον μία αποτελεσματική λύση E_i , που υπερέχει και ως προς τα δύο κριτήρια αξιολόγησης. Στο παράδειγμα του σχήματος X δεν θα υπήρχε λόγος επιλογής της D_i , καθώς η λύση E_4 υπερέχει και ως προς τα δύο κριτήρια, ενώ αντίστοιχα, η λύση E_2 κυριαρχεί της λύσης D_k . Στη γενικευμένη περίπτωση των m κριτηρίων, μία λύση E_i είναι αποτελεσματική αν δεν υπάρχει λύση E_k τέτοια, ώστε:

$$g_{kj} \geq g_{ij} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\}, \text{ και } g_{kj} > g_{ij} \text{ για τουλάχιστον ένα κριτήριο } j$$

➤ *Αβεβαιότητα*

Η αβεβαιότητα είναι βασικό χαρακτηριστικό του σύγχρονου κόσμου, που προκύπτει από την συνεχώς αυξανόμενη πολυπλοκότητα των συστημάτων και τη μεταβλητότητα των παραμέτρων. Αυτά δυσκολεύουν πολύ τον αποφασίζοντα, ο οποίος πρέπει να συνυπολογίσει όλα τα πολύπλοκα φαινόμενα, να κατανοήσει όλες τις πληροφορίες και να εκφράσει την αντικειμενική αξία των κρίσεών του.[7]

Οι παράγοντες αβεβαιότητας διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

- **Εσωτερική αβεβαιότητα:** αναφέρεται στην ασαφή εικόνα που μπορεί να έχουν οι αποφασίζοντες για την ίδια τη φύση του εξεταζόμενου προβλήματος, δηλαδή για το ποιοί θα πρέπει να είναι οι στόχοι και τα κριτήρια της απόφασης, ποιά η εφεκτικότητα κάποιων εναλλακτικών λύσεων κλπ. Η σημαντικότερη όμως παράμετρος εσωτερικής αβεβαιότητας αφορά τη σχετική βαρύτητα των κριτηρίων.
- **Εξωτερική αβεβαιότητα:** οφείλεται στη στοχαστικότητα ορισμένων παραμέτρων που συνδέονται ή επηρεάζουν την απόφαση (ζήτηση, τιμές κλπ.) ή στην ανεπαρκή γνώση άλλων φαινομένων ή παραμέτρων της απόφασης (ύψος περιβαλλοντικών επιπτώσεων). [2]

Και οι δύο παραπάνω μορφές μπορούν να αντιμετωπισθούν ικανοποιητικά με χρήση τεχνικών που επιλέγονται ανάλογα με το είδος και την έκταση της αβεβαιότητας και με τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται συμβατότητα με το μοντέλο λήψης απόφασης που εφαρμόζεται για την επίλυση του προβλήματος. Οι πιο συνηθισμένες μεταξύ αυτών των τεχνικών είναι:

- **Ανάλυση ευαισθησίας:** εξετάζεται η σταθερότητα της λύσης από συστηματικές μεταβολές αβέβαιων παραμέτρων (επιδόσεων σε κριτήρια, συντελεστών βαρύτητας, κατωφλίων αδιαφορίας και προτίμησης).
- **Κατασκευή σεναρίων:** εφαρμόζεται εναλλακτικά με την ανάλυση ευαισθησίας προκειμένου να εξετασθεί η επίδραση στη λύση από τη διαμόρφωση συγκεκριμένων διακριτών συνθηκών που χαρακτηρίζονται από πιθανά ή αντιπροσωπευτικά επίπεδα τιμών των αβέβαιων παραμέτρων. Στην περίπτωση αβεβαιότητας ως προς τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας, τα διαφορετικά σενάρια εκφράζουν διαφορετικές οπτικές αξιολόγησης, δηλαδή διαφορετικά συμφέροντα ή

κέντρα αποφάσεων για παράδειγμα πολιτεία, τοπική αυτοδιοίκηση, περιβαλλοντικές οργανώσεις κλπ.

- **Ανάλυση πιθανοτήτων:** η τεχνική αυτή εφαρμόζεται κυρίως σε παραμέτρους εξωτερικής αβεβαιότητας, σε περίπτωση που υπάρχει ικανός αριθμός παρατηρήσεων και με στόχο τον προσδιορισμό των αναμενόμενων τιμών των αβέβαιων παραμέτρων.
- **Ποιοτικές κλίμακες:** η αξιολόγηση των επιδόσεων των επιλογών σε κριτήρια τα οποία είναι δύσκολο να ποσοτικοποιηθούν φέρ' ειπείν η φήμη μίας επιχείρησης, η κοινωνική αποδοχή μίας τεχνολογίας, γίνονται στη βάση ποιοτικής κλίμακας που μπορεί να είναι αριθμητική για παράδειγμα [1-5], ή λεκτικής όπως εξαιρετική, πολύ καλή, καλή, μέτρια κλπ.
- **Προσθήκη κριτηρίου:** σε περιπτώσεις που η αβεβαιότητα σε σχέση με ορισμένες διαστάσεις αξιολόγησης είναι δύσκολο να ενσωματωθεί στον υπολογισμό των επιδόσεων των επιλογών, προστίθεται ένα ξεχωριστό κριτήριο που αποδίδει – συνήθως σε ποιοτική κλίμακα – κατά πόσο αυτή η αβεβαιότητα μπορεί να ανατρέψει την αναμενόμενη επίδοση στο βασικό κριτήριο αξιολόγησης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου πρόσθετου κριτηρίου είναι το οικονομικό ρίσκο που συμπληρώνει το κριτήριο οικονομικής απόδοσης εναλλακτικών λύσεων. Έτσι για παράδειγμα, μία λύση που εμφανίζει υψηλή οικονομική απόδοση σε κανονικές συνθήκες εξέλιξης των πραγμάτων, μπορεί να χαρακτηρίζεται από υψηλό ρίσκο, δηλαδή κίνδυνο μεγάλης μείωσης της απόδοσης της, αν οι συνθήκες εξελιχθούν διαφορετικά.
- **Παράλληλη εφαρμογή μεθόδων:** η τεχνική αυτή αναφέρεται κυρίως στην εσωτερική αβεβαιότητα ως προς τον προσδιορισμό των συντελεστών βαρύτητας και ειδικότερα, στο κατά πόσο η εφαρμογή μίας μεθόδου εκτίμησης αποδίδει πιστά το σύστημα αξιών του αποφασίζοντα. Σε αυτές τις περιπτώσεις η χρήση περισσότερων μεθόδων προσδιορισμού των συντελεστών βαρύτητας και η επισκόπηση των περισσότερο ή λιγότερο διαφοροποιημένων αποτελεσμάτων δίνει την ευκαιρία στον αποφασίζοντα να σκεφθεί πιο συστηματικά τις προτεραιότητες και τα περιθώρια αντιστάθμισης μεταξύ των κριτηρίων και πιθανά να αναθεωρήσει τις προτιμήσεις του.
- **Χρήση ασαφούς λογικής:** τα ασαφή σύνολα (en >fuzzy sets) χρησιμοποιούνται ευρύτατα στην Επιστήμη των Αποφάσεων και ειδικότερα στην ΠΚΑ. Εκτός από τη χρήση τους για τη μοντελοποίηση της έντασης προτίμησης στις μεθόδους υπεροχής, ασαφείς αριθμοί (τριγωνικοί ή τραπεζοειδείς) χρησιμοποιούνται για την αναγωγή της αβέβαιης επίδοσης x μίας επιλογής A , σε ένα βαθμό συμμετοχής $\mu_A(x)$ που παίρνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Η τιμή 1 αποδίδεται στην πιο εύλογη ή πιο πιθανή τιμή x της εξεταζόμενης παραμέτρου αυτής χωρίς να υπάρχουν εκτιμήσεις για πιθανότητες εμφάνισης, ενώ τα ακραία όρια του διαστήματος μέσα στο οποίο μπορεί να κυμανθεί η τιμή της

αντιστοιχούν σε βαθμό συμμετοχής 0. Και οι δύο παραπάνω μορφές μπορούν να αντιμετωπισθούν ικανοποιητικά με χρήση τεχνικών που επιλέγονται ανάλογα με το είδος και την έκταση της αβεβαιότητας και με τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται συμβατότητα με το μοντέλο λήψης απόφασης που εφαρμόζεται για την επίλυση του προβλήματος.[2]

➤ *Αποφασίζοντες και εμπλεκόμενοι στην απόφαση*

Όπως και σε κάθε διαδικασία ΛΑ, οι αποφασίζοντες (en > decision makers) είναι αυτοί που έχουν την αρμοδιότητα να εντοπίσουν το πρόβλημα, να επιλέξουν τη λύση του, συχνά δε και να μεριμνήσουν για την υλοποίηση της. Ο όρος "εμπλεκόμενοι" (en > stakeholders) είναι ευρύτερος, καθώς περιλαμβάνει τους αποφασίζοντες αλλά και όλους όσους ενδιαφέρονται για τη λύση του προβλήματος γιατί θα επηρεάσει άμεσα ή έμμεσα τις δραστηριότητες τους ή την ευημερία τους. Συχνά δε, ορισμένοι εμπλεκόμενοι αν και δεν έχουν την αρμοδιότητα να λάβουν και να εφαρμόσουν την απόφαση, έχουν τη δύναμη να παρεμποδίσουν την υλοποίηση της αν κρίνουν ότι μία τέτοια απόφαση είναι αντίθετη προς τα συμφέροντα τους.

Είναι προφανές ότι σε περίπτωση πολυάριθμων ομάδων ενδιαφερομένων στη διαδικασία λήψης απόφασης θα συμμετέχει ένας ή μικρός αριθμός εκπροσώπων τους. Αν και μία τέτοια διαδικασία εμπλοκής περισσότερων κέντρων λήψης απόφασης είναι περισσότερο περίπλοκη και χρονοβόρα διασφαλίζει ότι θα εξετασθούν περισσότερες πλευρές του προβλήματος, θα διερευνηθούν λεπτομερέστερα πιθανές δευτερογενείς επιπτώσεις, επομένως και η λύση που τελικά θα επιλεγεί είναι πιθανότερο να αντιμετωπίζει πιο αποτελεσματικά το πρόβλημα. Ένα επιπρόσθετο, πολύ σημαντικό πλεονέκτημα από τη συμμετοχή πολλών εμπλεκόμενων είναι η πληρέστερη κατανόηση του προβλήματος που επιτυγχάνεται μέσα από το διάλογο και την ανταλλαγή ιδεών και επιχειρημάτων, καθώς και η από κοινού υιοθέτηση της λύσης και η διασφάλιση της υλοποίησής της.

➤ *Εξωτερικό περιβάλλον*

Αυτή η τελευταία πτυχή του προβλήματος δόμησης, είναι στενά, αλλά όχι αποκλειστικά συνδεδεμένη με το βαθμό αβεβαιότητας που σχετίζεται με τις εξωτερικές συνθήκες. Μία λύση που προκρίνεται σε ορισμένες συνθήκες πιθανό να μην είναι η καταλληλότερη σε κάποιο διαφορετικό περιβάλλον, αν δηλαδή μεταβληθούν κάποιες παράμετροι που επηρεάζουν άμεσα τις επιδόσεις

των επιλογών ή τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων σε σχέση με αυτές τις επιδόσεις.[2]

2.2.3 Μοντέλα Έκφρασης Προτιμήσεων

Η επίλυση ενός δεδομένου και δομημένου προβλήματος λήψης απόφασης εξαρτάται από το σύστημα αξιών του αποφασίζοντα, δηλαδή από το πώς αυτός αξιολογεί τις επιδόσεις των επιλογών σε κάθε κριτήριο και σε τι βαθμό η επίδοση μίας επιλογής σε ένα κριτήριο επηρεάζει τη συνολική της αξιολόγηση. Γι' αυτό μετά την ταυτοποίηση και δόμηση του προβλήματος ακολουθεί το στάδιο της μοντελοποίησης των προτιμήσεων. Το σύστημα αξιών ή απλούστερα οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα δεν είναι εύκολο να προσδιορισθούν. Κατ' αρχήν γιατί δεν προϋπάρχουν καθαρές και αμετακίνητες στο μυαλό του. Αν και είναι σχετικά εύκολο για ένα άτομο να διακρίνει αν σε ένα κριτήριο προτιμάει μία επίδοση σε σχέση με μία άλλη, είναι πολύ πιο δύσκολο να προσδιορίσει πόσο σημαντική είναι γι' αυτόν η διαφορά τους σε σύγκριση με κάποια άλλη μεγαλύτερη ή μικρότερα διαφορά. Αντίστοιχα, δυσκολεύεται να εκτιμήσει πόσο πιο σημαντικό είναι ένα κριτήριο σε σχέση με κάποιο άλλο κριτήριο. Για το λόγο αυτό η έκφραση των προτιμήσεων διευκολύνεται με την εφαρμογή τεχνικών που έχουν στόχο να θέσουν με ένα σαφή τρόπο την ουσία του διλήμματος απέναντι στο οποίο θα πρέπει να τοποθετηθεί ο αποφασίζων, και να αποτυπώσουν ποσοτικά τη στάση του έτσι ώστε να ενσωματωθεί στο μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί στην τελική φάση της επίλυσης του προβλήματος.

Οι ανθρώπινες προτιμήσεις σ' ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα διακρίνονται στις:

- Ενδοκριτηριακές προτιμήσεις (en > intra-criterion preferences): σχετίζονται με τις επιδόσεις των επιλογών σε ένα κριτήριο. Αν πρόκειται για μεθόδους πολυκριτηριακής θεωρίας αξίας ή χρησιμότητας, οι ενδοκριτηριακές προτιμήσεις εκφράζονται με τον καθορισμό των μερικών συναρτήσεων αξίας ή χρησιμότητας, ενώ σε περίπτωση μεθόδων υπεροχής με τον προσδιορισμό ορίων αδιαφορίας ή προτίμησης ανά κριτήριο.
- Διακριτηριακές προτιμήσεις (en > inter-criterion preferences): αφορούν τη συμβολή κάθε κριτηρίου στη συνολική αξιολόγηση κάθε λύσης. Εδώ οι προτιμήσεις εκφράζονται με τεχνικές εκτίμησης των συντελεστών βαρύτητας του συνόλου των κριτηρίων. [2]

2.2.4 Κλίμακα αξιολόγησης των επιδόσεων

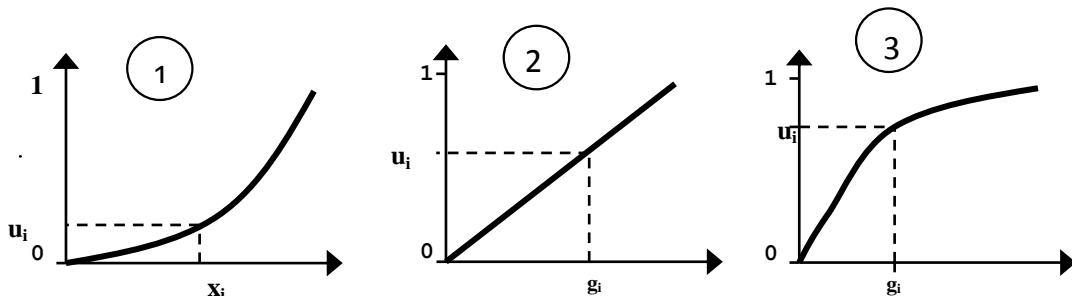
Σε πολλά κριτήρια η κλίμακα αξιολόγησης αναφέρεται σε μία φυσική και κοινά αποδεκτή κλίμακα μέτρησης των επιδόσεων, όπως για παράδειγμα η κλίμακα χρηματικών μονάδων για την εκτίμηση του κόστους ή του κέρδους, η χιλιομετρική κλίμακα για την εκτίμηση της απόστασης, η ποσότητα ρύπων - σε μονάδες μάζας ή όγκου - για την εκτίμηση των εκπομπών μίας πηγής . Σε αυτές τις περιπτώσεις, ο ρόλος του αποφασίζοντα δεν είναι ιδιαίτερα κρίσιμος και περιορίζεται στο να συμφωνήσει ότι η κλίμακα αυτή είναι κατάλληλη για την αξιολόγηση των επιλογών ως προς το συγκεκριμένο κριτήριο καθώς επίσης και να προσδιορίσει την επιθυμητή κατεύθυνση αριστοποίησης. Στις περισσότερες περιπτώσεις φυσικών κλιμάκων επιδιώκεται η μεγιστοποίηση (en > maximization) ή η ελαχιστοποίηση (en > minimization) της τιμής των επιδόσεων στην κλίμακα αυτή. Αν και συνήθως η κατεύθυνση αυτή είναι προφανής, σε ορισμένες περιπτώσεις κριτηρίων μπορεί να απαιτείται αποσαφήνιση.[2]

2.2.5 Μερικές συναρτήσεις αξίας ή χρησιμότητας

Με δεδομένη τη φορά αξιολόγησης των επιδόσεων των εναλλακτικών λύσεων σε ένα κριτήριο, ο αποφασίζων καλείται να προσδιορίσει τη στάση του σε σχέση με τις επιδόσεις που εμφανίζουν οι επιλογές στο κριτήριο αυτό, και σε σχέση με τις διαφορές μεταξύ των επιδόσεων.

Με βάση τη θεωρία της χρησιμότητας, ο ανθρώπινος νους κρίνει τις επιδόσεις σε ένα κριτήριο με βάση τη δική του αντίληψη ως προς την αξία ή χρησιμότητα ενός επιπέδου τιμών σε σχέση με κάποιο άλλο επίπεδο τιμών. Η έννοια της χρησιμότητας ή αξίας αποτελεί μία ποιοτική έννοια και εκφράζεται σε μία ποιοτική κλίμακα [0-1] ή [0-100]. Η διαφορά μεταξύ των δύο όρων είναι ότι ο όρος αξία αποδίδεται σε επιδόσεις που προσδιορίζονται με βεβαιότητα, ενώ ο όρος χρησιμότητα αναφέρεται σε επιδόσεις που είναι πιθανό να επιτευχθούν, χαρακτηρίζονται δηλαδή από αβεβαιότητα. Με βάση τη θεωρία χρησιμότητας, υπάρχουν 3 βασικά πρότυπα αναγωγής των επιδόσεων στην κλίμακα χρησιμότητας τα οποία εκφράζουν και μία διαφορετική στάση του αποφασίζοντα απέναντι στα διλήμματα που θέτει η ίδια η διαδικασία λήψης αποφάσεων. Τα ίδια πρότυπα χρησιμοποιούνται και για τη μοντελοποίηση των συναρτήσεων αξίας. Υπάρχουν τρεις βασικές μορφές συναρτήσεων, που η κάθε μια εκφράζει και μια διαφορετική στάση του αποφασίζοντα:

- 1) η κοίλη καμπύλη αποδίδει αναλογικά χαμηλότερες τιμές χρησιμότητας u_j σε μία μέση επίδοση g_j και εκφράζει ροπή προς τον κίνδυνο και ριψοκίνδυνη συμπεριφορά.
- 2) η ευθεία γραμμή αποδίδει τιμές χρησιμότητας u_j σε ευθεία αναλογία με τις τιμές επιδόσεων g_j και εκφράζει ουδετερότητα απέναντι στον κίνδυνο.
- 3) η κυρτή καμπύλη αποδίδει αναλογικά υψηλότερες τιμές χρησιμότητας u_j σε μία χαμηλή επίδοση g_j και εκφράζει αποστροφή στον κίνδυνο και συντηρητική συμπεριφορά.



Σχήμα 3. Μορφές συναρτήσεων χρησιμότητας ή αξίας

Οι συναρτήσεις αξίας ή χρησιμότητας προσδιορίζονται είτε με αναφορά στις ελάχιστες και μέγιστες αποδόσεις των εξεταζομένων επιλογών οπότε πρόκειται για τοπική κλίμακα αξιών ή χρησιμότητων, είτε με αναφορά σε ελάχιστες και μέγιστες τιμές που καταγράφονται στην θεωρία ή σε άλλες πρακτικές εφαρμογές, οπότε μιλάμε για γενική ή σφαιρική κλίμακα. Σε κάθε περίπτωση οι συναρτήσεις χρησιμότητας u_j , ή αξίας v_j , είναι συνεχείς και μονοτονικές σε σχέση με την αρχική κλίμακα των επιδόσεων.

Όταν επιζητείται η μεγιστοποίηση, η συνάρτηση είναι μονοτονικά αύξουσα και στην περίπτωση γραμμικής συνάρτησης η αξία της επιλογής υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$v_j(a) = \frac{g_j(a) - g_j(\min)}{g_j(\max) - g_j(\min)}$$

Όταν επιζητείται η ελαχιστοποίηση, η συνάρτηση είναι μονοτονικά φθίνουσα και στην περίπτωση της γραμμικής συνάρτησης η αξία της επιλογής υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$v_j(a) = \frac{g_j(\max) - g_j(a)}{g_j(\max) - g_j(\min)}$$

Οι μη γραμμικές συναρτήσεις χρησιμότητας επιτρέπουν τη διασπορά ή συγκέντρωση των επιδόσεων ανάλογα με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Η αναγωγή των γραμμικών συναρτήσεων σε μη γραμμικές γίνεται με τη χρήση της εξίσωσης:

$$v_{jcon}(a) = \frac{1 - e^{-cv_j(a)}}{1 - e^{-c}}$$

Με την επιλογή κατάλληλης τιμής στον συντελεστή c διαχωρίζονται οι κοίλες από τις κυρτές. Ειδικότερα, για κοίλες καμπύλες ο συντελεστής c είναι $c < 0$ και αντίστοιχα, για κυρτές καμπύλες το συντελεστής c είναι $c > 0$. Οι τιμές του συντελεστή c , συνήθως κυμαίνονται μεταξύ -3 και $+3$. Ένας συντελεστής $c=0$ αντιστοιχεί σε γραμμική συνάρτηση.

Το μοντέλο προτιμήσεων που είναι συμβατό με τη θεωρία χρησιμότητας και εφαρμόζεται τόσο σε μονοκριτηριακά όσο και σε πολυκριτηριακά προβλήματα αναγνωρίζει δύο σαφείς και αλληλοαποκλειόμενες καταστάσεις:

- ο Την κατάσταση αδιαφορίας όπου ο αποφασίζων είναι αδιάφορος μεταξύ των επιλογών a και b στο κριτήριο j μόνο αν η αξία (ή χρησιμότητα) τους ταυτίζονται:

$$a I_j b \Leftrightarrow v_j(a) = v_j(b)$$

- ο Την κατάσταση προτίμησης όπου ο αποφασίζων προτιμάει την επιλογή a από την επιλογή b στο κριτήριο j , αν η αξία της a είναι μεγαλύτερη από την αξία της b .

$$a P_j b \Leftrightarrow v_j(a) > v_j(b)$$

Οι δύο αυτές σχέσεις είναι μεταβατικές, δηλαδή αν ο αποφασίζων είναι αδιάφορος μεταξύ a και b , και μεταξύ b και c , τότε θα είναι αδιάφορος και μεταξύ a και c . Επίσης αν προτιμάει την a από τη b , και τη b από τη c , τότε θα προτιμάει και την a από τη c . [2,7]

2.2.6 Εκτίμηση συντελεστών βαρύτητας

Η επίλυση ενός πολυκριτηριακού προβλήματος λήψης αποφάσεων προϋποθέτει τη σύνθεση των επιδόσεων των επιλογών σε όλα τα κριτήρια στη βάση των ενδοκριτηριακών προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Η συνθετική αυτή διαδικασία πρέπει να λάβει υπόψη τη σχετική σημαντικότητα κάθε κριτηρίου, δηλαδή το βαθμό στον οποίο συμμετέχει για τη διαμόρφωση του συνολικού μέτρου της πολυκριτηριακής αξιολόγησης.

Η σημαντικότητα των κριτηρίων ποσοτικοποιείται με τους συντελεστές βαρύτητας, w_j , ενώ για να γίνει εμφανής η μεταξύ τους σχέση γίνεται αναγωγή των τιμών τους έτσι ώστε για το σύνολο των κριτηρίων i , να ισχύει:

$$\sum w_j = 1$$

Προκειμένου να διευκολυνθεί ο αποφασίζων να διατυπώσει τις προτιμήσεις του με τρόπο που να αντανakλούν τις αντιλήψεις και προτεραιότητες του, έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές εκτίμησης των συντελεστών βαρύτητας. Οι τεχνικές αυτές διαφοροποιούνται μεταξύ τους ως προς την απλότητα και ευκολία εφαρμογής τους, ενώ μία άλλη συνήθης διάκριση αφορά τον άμεσο ή έμμεσο τρόπο έκφρασης των προτιμήσεων. Οι πιο γνωστές και συχνότερα εφαρμοζόμενες τεχνικές είναι:

1. *Μέθοδος κατανομής (en > allocation method)*: πρόκειται για την απλούστερη μέθοδο άμεσης απόδοσης συντελεστών βαρύτητας. Ο αποφασίζων καλείται να κατανείμει ένα συγκεκριμένο αριθμό μονάδων βάρους (100) στα εξεταζόμενα κριτήρια ανάλογα με τη σημαντικότητα που κατά τη γνώμη του έχουν. Στο σημαντικότερο κριτήριο θα αποδώσει το μεγαλύτερο αριθμό μονάδων, στο επόμενο ένα μικρότερο αριθμό κ.ο.κ. προσέχοντας έτσι ώστε ο συνολικός αριθμός μονάδων να είναι ίσος με 100.
2. *Αναλογική μέθοδος (en > ratio method)*: είναι επίσης μία απλή άμεση μέθοδος εκτίμησης των συντελεστών βαρύτητας που μπορεί να εφαρμοσθεί με διαφορετικούς τρόπους. Μία τεχνική είναι να αποδοθεί τιμή βάρους ίση με 1 στο ή στα λιγότερο σημαντικά κριτήρια και πολλαπλάσια της μονάδας, στα περισσότερα σημαντικά ανάλογα με το λόγο που εκτιμάμε ότι αποτυπώνει τη σχέση σημαντικότητας μεταξύ τους. Μία άλλη τεχνική είναι να αποδοθούν 100 μονάδες στο περισσότερο σημαντικό κριτήριο και ένας αριθμός μικρότερος των 100 σε κάθε ένα από τα άλλα κριτήρια, ανάλογα και πάλι με τη σχετική τους σημαντικότητα ως προς το πρώτο. Γενικά, η δεύτερη αυτή τεχνική μπορεί να αποτυπώσει με μεγαλύτερη ακρίβεια διαφορές σημαντικότητας μεταξύ των κριτηρίων, λόγω της μεγαλύτερης ευελιξίας που δίνει η κλίμακα 1-100. Σε κάθε περίπτωση, στο τελικό στάδιο αυτής της μεθόδου απαιτείται η κανονικοποίηση των συντελεστών βαρύτητας, ώστε το άθροισμα τους να ισούται με τη μονάδα.
3. *Βαθμωτή μέθοδος (en > level method or card method)*: η άμεση αυτή μέθοδος χρησιμοποιεί μία κλίμακα ιεράρχησης στην οποία ο αποφασίζων τοποθετεί ανάλογα με τη σημασία τους τα κριτήρια. Στην υψηλότερη βαθμίδα τοποθετεί το ή τα πιο σημαντικά κριτήρια και στις επόμενες τα λιγότερο σημαντικά, αφήνοντας πιθανά κενά μεταξύ των βαθμίδων για να υποδηλώσει μεγαλύτερη διαφορά σημαντικότητας. Τα αρχικά βάρη προκύπτουν αριθμώντας τη βάση της κλίμακας

με 1 και αυξάνοντας το βάρος μετατοπιζόμενοι προς την κορυφή της κλίμακας. Τα βάρη αυτά στη συνέχεια κανονικοποιούνται με αναγωγή τους στη μονάδα.

4. *Δυαδική σύγκριση (en> binary comparison)*: η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται σε διάφορες παραλλαγές και στηρίζεται στη σύγκριση της σημαντικότητας κάθε κριτηρίου με όλα τα υπόλοιπα, ανά ζεύγη. Ο αριθμός N των συγκρίσεων που πραγματοποιείται σε ένα πρόβλημα m κριτηρίων είναι $N = m \cdot (m-1) / 2$. Αυτό που διαφοροποιείται μεταξύ των διαφόρων παραλλαγών της μεθόδου είναι η κλίμακα στην οποία εκφράζονται οι διαφορές σημαντικότητας μεταξύ των συγκρινόμενων επιλογών. Για παράδειγμα, μία από τις μεθόδους πολυκριτηριακής ανάλυσης, η AHP (en> Analytic Hierarchy Process) έχει ενσωματωμένη τη μέθοδο της δυαδικής σύγκρισης με μία κλίμακα από 1 έως 9, όπου το 1 υποδηλώνει ίδια σημαντικότητα των δύο κριτηρίων και 9 εξαιρετικά πιο σημαντικό το ένα κριτήριο. Οι τελικοί συντελεστές βαρύτητας προκύπτουν από την άθροιση των βαθμών που παίρνει κάθε κριτήριο στη σύγκριση του με τα υπόλοιπα και την αναγωγή τους στη μονάδα. Μία άλλη κλίμακα αποδίδει 0 στο κριτήριο με τη μικρότερη σημασία σε κάθε ζεύγος, ενώ η ισοδυναμία και η μεγαλύτερη σημασία εκφράζονται με βάρη από 1-3 ή 1-5.
5. *Μέθοδος μετατόπισης (en> swing method)*: πρόκειται για μία έμμεση μέθοδο εκτίμησης των συντελεστών βαρύτητας που στηρίζεται στη θεώρηση των χειρότερων και καλύτερων επιδόσεων σε κάθε κριτήριο. Παρουσιάζει ομοιότητες με την αναλογική μέθοδο, διαφέρει όμως στο ότι ο αποφασίζων εκφράζει τις προτιμήσεις του έχοντας καθαρή εικόνα για το εύρος των επιδόσεων στο κριτήριο, επομένως και για τη βελτίωση που είναι δυνατό να επιτευχθεί αποδίδοντας μεγαλύτερη βαρύτητα σε αυτό. Συγκεκριμένα, κατασκευάζουμε μία υποθετική επιλογή που εμφανίζει τις χειρότερες επιδόσεις σε όλα τα κριτήρια και το ερώτημα που τίθεται στον αποφασίζοντα είναι σε πιο κριτήριο θέλει μετατόπιση από τη χειρότερη στην καλύτερη επίδοση. Το κριτήριο αυτό είναι το πιο σημαντικό και βαθμολογείται με 100 μονάδες. Το επόμενο πιο σημαντικό είναι το κριτήριο που ο αποφασίζων επιλέγει να μετατοπίσει ως δεύτερο και στο οποίο αποδίδει λιγότερες από 100 μονάδες ανάλογα με τη διαφορά σημαντικότητας που πιστεύει ότι υπάρχει μεταξύ πρώτου και δεύτερου κριτηρίου. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι το τελευταίο κριτήριο, και οι συντελεστές βαρύτητας προκύπτουν με αναγωγή των βαθμών κάθε κριτηρίου στη μονάδα.
6. *Μέθοδος αντιστάθμισης (en> trade-off method)*: η έμμεση αυτή μέθοδος στηρίζεται στις αρχές της θεωρίας της χρησιμότητας προσεγγίζοντας τους συντελεστές βαρύτητας ως μέτρα που εκφράζουν τη διάθεση του αποφασίζοντα να θυσιάσει σε κάποιο βαθμό την επίδοση σε ένα κριτήριο με αντιστάθμισμα τη

βελτίωση της επίδοσης σε ένα άλλο. Με άλλα λόγια πρόκειται για μία θεωρητικά τεκμηριωμένη μέθοδο που θέτει με συστηματικό τρόπο την ουσία των διλημμάτων που αντιμετωπίζει ο αποφασίζων. Και σ' αυτή την περίπτωση γίνονται δυαδικές συγκρίσεις στη βάση των καλύτερων και χειρότερων επιδόσεων που εμφανίζει το σύνολο των επιλογών. Ο ελάχιστος αριθμός των συγκρίσεων που απαιτείται σε ένα πρόβλημα με m κριτήρια είναι $(m-1)$, δηλαδή προσδιορίζοντας τη σημαντικότητα ενός κριτηρίου σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα. Μία πληρέστερη εφαρμογή απαιτεί τη σύγκριση όλων των πιθανών ζευγών, δηλαδή την πραγματοποίηση $m \cdot (m-1)/2$ συγκρίσεων. Σε κάθε ζεύγος κριτηρίων j και k κατασκευάζονται δύο υποθετικές επιλογές που διαφέρουν μόνο στα δύο αυτά κριτήρια και συγκεκριμένα:

- Η υποθετική επιλογή A εμφανίζει την καλύτερη επίδοση στο κριτήριο j και τη χειρότερη επίδοση στο κριτήριο k .
- Η υποθετική επιλογή B εμφανίζει την καλύτερη επίδοση στο κριτήριο k και τη χειρότερη επίδοση στο κριτήριο j . [2]

2.3 Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός

2.3.1 Γενικά

Ο ΠΚΓΠ αποτελεί μια γενίκευση του ΓΠ καθώς περιλαμβάνει περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις προς αριστοποίηση. Σκοπός του είναι η αντιμετώπιση προβλημάτων πολυκριτηριακής φύσης τα οποία απαντώνται συχνά στην πράξη και η καλύτερη προσομοίωση των συνθηκών λήψης αποφάσεων. Οι αυξημένες δυνατότητες των σύγχρονων επιστημονικών συστημάτων ευνόησαν τη χρήση των διαφόρων μεθόδων ΠΚΓΠ σε πραγματικά προβλήματα μεσαίου και σχετικά μεγάλου μεγέθους οι οποίες παλαιότερα ήταν αδύνατο να αξιοποιηθούν λόγω των μεγάλων απαιτήσεων σε υπολογιστική ισχύ. Παράλληλα αυτή η τεχνολογική πρόοδος έδωσε περαιτέρω ώθηση στη δυνατότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ υπολογιστή και αποφασίζοντα έτσι ώστε ο αποφασίζων να συμμετέχει πιο ενεργά στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Γενικά πολλά προβλήματα τα οποία στην αρχή αντιμετωπίζονταν με χρήση του ΓΠ, άρχισαν σταδιακά να γίνονται αντικείμενο του ΠΚΓΠ κυρίως διότι προσέφερε μια σφαιρικότερη θεώρηση του προβλήματος καθώς και εξέταση διαφόρων εναλλακτικών λύσεων πριν την επιλογή της τελικής λύσης.[22]

2.3.2 Το πρόβλημα του ΠΚΓΠ

Ο ΠΚΓΠ ασχολείται με την εισαγωγή πολλών αντικειμενικών συναρτήσεων σε ένα κλασσικό πρόβλημα ΓΠ, δημιουργώντας έτσι το λεγόμενο πρόβλημα της γραμμικής διανυσματικής βελτιστοποίησης (en > linear vector optimization problem). Το πρόβλημα του ΠΚΓΠ μαθηματικά ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \min \text{ or } \max & \left\{ \begin{array}{l} Z_1 = c_1^T \cdot x \\ Z_2 = c_2^T \cdot x \\ \vdots \\ Z_k = c_k^T \cdot x \end{array} \right\} & (1) \\ \text{st:} & \quad x \in S, S = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid A \cdot x \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} b, x \geq 0, b \in \mathbb{R}^m \right\} \end{aligned}$$

όπου

S : το εφικτό χωρίο των περιορισμών

n : ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης

m : ο αριθμός των περιορισμών

k : ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων

Z_k : η k -οστή αντικειμενική συνάρτηση

x : το διάνυσμα ($n \times 1$) των μεταβλητών απόφασης

C_k : το διάνυσμα ($n \times 1$) των συντελεστών της k -οστής αντικειμενικής συνάρτησης

C_k^T : το ανάστροφο διάνυσμα του C_k

A : ο πίνακας (μήτρα) ($m \times n$) των τεχνολογικών συντελεστών των περιορισμών

b : το διάνυσμα ($m \times 1$) των σταθερών όρων (δεξί σκέλος) των περιορισμών

Στο πρόβλημα ΠΚΓΠ, οι μεταβλητές απόφασης x εκφράζουν τα άγνωστα μεγέθη για τα οποία πρέπει να υπολογιστούν οι τιμές τους. Ο πίνακας A περιλαμβάνει τους τεχνολογικούς συντελεστές, το διάνυσμα b αντιστοιχεί στο δεξί μέλος των περιορισμών και τα διανύσματα c_i αντιπροσωπεύουν τους συντελεστές των μεταβλητών απόφασης των αντικειμενικών συναρτήσεων (γνωστά μεγέθη). Οι

περιορισμοί του προβλήματος εκφράζουν τις διάφορες σχέσεις (ισότητες ή ανισότητες) οι οποίες πρέπει να ικανοποιούνται και οριοθετούν το εφικτό χωρίο S . Οι αντικειμενικές συναρτήσεις Z_i συνιστούν τις συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης για τις οποίες επιδιώκεται η βελτιστοποίησή τους (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) [1].

Σε αντίθεση με το ΓΠ στον οποίο η διαδικασία επίλυσης εστιάζεται στην εξέταση του χώρου των μεταβλητών \mathbb{R}^n , στον ΠΚΓΠ το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων \mathbb{R}^p . Επίσης στα μεν προβλήματα ΓΠ υφίσταται η έννοια της άριστης λύσης (βελτιστοποίηση της μοναδικής αντικειμενικής συνάρτησης) η οποία όμως δεν ισχύει στα αντίστοιχα πολυκριτηριακά προβλήματα καθώς δεν υπάρχει μια λύση η οποία να αριστοποιεί συγχρόνως όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Γι' αυτό το λόγο ο όρος άριστη λύση του ΓΠ αντικαθίσταται στον ΠΚΓΠ με εκείνον της ικανής λύσης (en > efficient solution).

Στη συνέχεια παρατίθενται ορισμένες από τις βασικές έννοιες οι οποίες απαντώνται και χαρακτηρίζουν τα προβλήματα ΠΚΓΠ και τις υπόλοιπες παραλλαγές του πολυκριτηριακού προγραμματισμού.[22]

a. Ικανή ή μη κυριαρχούμενη λύση

Μια λύση x' : $x' \in S$ ενός προβλήματος ΠΚΓΠ λέγεται ικανή (en > efficient) ή κατά Pareto βέλτιστη ή αποτελεσματική ή μη κυριαρχούμενη (en > non-dominated solution) αν και μόνο αν δεν υπάρχει άλλη λύση x : $x \in S$ τέτοια ώστε $c_i x \geq c_i x'$ για κάθε $i \in (1,2,\dots,p)$ και $c_i x > c_i x'$ για τουλάχιστον ένα i [1].

Κάθε ικανή λύση αντιστοιχεί σε ένα μη βελτιώσιμο διάνυσμα στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων με την έννοια ότι δεν μπορεί να βελτιωθεί η τιμή μιας αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς να χειροτερεύσει τουλάχιστον μία από τις υπόλοιπες [1]. Αντικειμενικός σκοπός της επίλυσης των προβλημάτων ΠΚΓΠ είναι καταρχήν ο προσδιορισμός των ικανών λύσεων και στη συνέχεια η παροχή υποστήριξης στον αποφασίζοντα προκειμένου να επιλέξει εκείνη την ικανή λύση η οποία εκφράζει καλύτερα τις προτιμήσεις του. Προφανώς απαραίτητη προϋπόθεση για να αποτελεί μία λύση ενός προβλήματος ΠΚΓΠ αποδεκτή, είναι να πρόκειται για ικανή λύση [1]

b. Ασθενώς ικανή ή ασθενώς μη κυριαρχούμενη λύση

Μια λύση x'' : $x'' \in S$ ενός προβλήματος ΠΚΓΠ λέγεται ασθενώς ικανή (en > weakly efficient) ή ασθενώς μη κυριαρχούμενη (en > weakly non-dominated solution) αν και μόνο αν δεν υπάρχει άλλη λύση x : $x \in S$ τέτοια ώστε $c_i x \geq c_i x''$ για κάθε $i \in (1,2,\dots,p)$. Κάθε ασθενώς ικανή λύση υφίσταται όταν δεν είναι δυνατόν η μεταβολή της να βελτιώσει ταυτόχρονα όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις.

c. Τελική ή σχετική βέλτιστη λύση

Τελική ή σχετικά βέλτιστη λύση (en > final or best compromise solution) είναι η ικανή λύση την οποία επιλέγει ο αποφασίζων ανάμεσα στο σύνολο των προκυπτόμενων ικανών λύσεων. Ονομάζεται και σχετικά βέλτιστη γιατί αποτελεί υποκειμενική επιλογή του εκάστοτε αποφασίζοντα σε αντιδιαστολή με τη βέλτιστη λύση ενός μονοκριτηρίου προβλήματος ΓΠ η οποία είναι αντικειμενικά προσδιοριζόμενη [22].

d. Ικανή ακραία λύση

Ικανή ακραία λύση (en > efficient extreme solution) ονομάζεται η ικανή λύση η οποία αντιστοιχεί σε ένα ακραίο σημείο του εφικτού χωρίου του προβλήματος (κορυφή). Οι ακραίες λύσεις οι οποίες βρίσκονται σε γειτονικές κορυφές στο εφικτό σύνορο ονομάζονται γειτονικές ακραίες λύσεις (en > adjacent extreme solutions). Η μετάβαση από μια ακραία λύση σε μια γειτονική της, πραγματοποιείται με μια επανάληψη της μεθόδου Simplex, δηλαδή με αντικατάσταση μιας βασικής μεταβλητής από μία μη βασική μεταβλητή έτσι ώστε να προκύψει εφικτή λύση [1].

e. Ιδεώδες σημείο

Ιδεώδες σημείο (en > ideal point) ορίζεται το σημείο εκείνο το οποίο έχει ως συντεταγμένες τα άριστα των αντικειμενικών συναρτήσεων όπως αυτά προκύπτουν από τη μεμονωμένη αριστοποίηση κάθε μίας αντικειμενικής συνάρτησης [1]. Προφανώς το ιδεώδες σημείο δεν ανήκει στο σύνολο των εφικτών λύσεων καθώς δεν υπάρχει εφικτή λύση η οποία να αριστοποιεί συγχρόνως όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις [22]. Ονομάζεται και ιδεώδες διάνυσμα (en > ideal vector) ενώ αναφέρεται συχνά και ως σημείο ουτοπίας (en > utopia point).

f. Σημείο ναδίρ

Το σημείο ναδίρ (en > nadir point) ή αλλιώς αντι-ιδεώδες σημείο (en > anti-ideal point) ορίζεται το σημείο εκείνο το οποίο έχει ως συντεταγμένες τα χείριστα των αντικειμενικών συναρτήσεων όπως αυτά προκύπτουν από τη μεμονωμένη αριστοποίηση κάθε μιας αντικειμενικής συνάρτησης. Σε προβλήματα μεγιστοποίησης, το σημείο ναδίρ είναι η ελάχιστη τιμή της αντίστοιχης στήλης στον πίνακα πληρωμών (en > pay-off table) ενώ αντίθετα σε προβλήματα ελαχιστοποίησης είναι η μέγιστη τιμή της στήλης [8]. Το σημείο ναδίρ όπως και το ιδεώδες σημείο έχει ιδιαίτερη σημασία για τον προσδιορισμό του εύρους της κάθε μιας αντικειμενικής συνάρτησης (πίνακας πληρωμών) στα πολυκριτηριακά προβλήματα αλλά διαδραματίζει και σημαντικό στις μεθοδολογίες και τους αλγόριθμους επίλυσης των προβλημάτων αυτών.[9]

g. Εναλλακτικές άριστες λύσεις

Στην περίπτωση κατά την οποία η άριστη τιμή μιας αντικειμενικής συνάρτησης προκύπτει από διαφορετικές λύσεις στο χώρο των μεταβλητών απόφασης τότε προκύπτουν εναλλακτικές άριστες λύσεις (en > alternative optima).[22]

h. Λεξικογραφική αριστοποίηση

Ο όρος λεξικογραφική αριστοποίηση (en > lexicographic optimization) περιγράφει την αριστοποίηση ενός προβλήματος ΠΚΓΠ η οποία υλοποιείται κατά στάδια ως εξής: Στο πρώτο στάδιο αριστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση και αν υπάρχουν εναλλακτικά άριστα, αναζητείται μεταξύ αυτών εκείνο το οποίο αριστοποιεί τη δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση (δεύτερο στάδιο). Έτσι με σταθερή την άριστη τιμή της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης επιδιώκεται η αριστοποίηση της δεύτερης. Στη συνέχεια διατηρώντας σταθερές τις τιμές της πρώτης και της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, επιχειρείται η βελτιστοποίηση της τρίτης κ.ο.κ μέχρι την τελευταία αντικειμενική συνάρτηση. Το αποτέλεσμα της λεξικογραφικής αριστοποίησης για κάποια αντικειμενική συνάρτηση είναι η λύση εκείνη η οποία αριστοποιεί την συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση και παρουσιάζει τις καλύτερες δυνατές τιμές για τις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις με μια σειρά προτεραιότητας. Αξίζει να σημειωθεί ότι αν δεν υπάρχουν εναλλακτικά άριστες λύσεις σε μια αντικειμενική συνάρτηση τότε το αποτέλεσμα της λεξικογραφικής αριστοποίησης ταυτίζεται με εκείνο της απλής αριστοποίησης [22]

i. Πίνακας πληρωμών ή πίνακας τιμών

Ο πίνακας πληρωμών ή πίνακας τιμών (en > pay-off table) είναι ένας τετραγωνικός πίνακας αποτελούμενος από τόσες γραμμές και στήλες όσες και οι αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος ΠΚΓΠ. Σε κάθε στήλη διαδοχικά, αριστοποιείται μεμονωμένα κάθε φορά μια αντικειμενική συνάρτηση και η τιμή της εισάγεται στο οριζόντιο διαγώνιο κελί του πίνακα, έπειτα χρησιμοποιώντας την προηγούμενη λύση υπολογίζονται και οι τιμές των υπόλοιπων μη βελτιστοποιούμενων αντικειμενικών συναρτήσεων οι οποίες και εισάγονται στα εναπομείναντα κελιά της στήλης (στις γραμμές της εκάστοτε στήλης). Με την ολοκλήρωση της διαμόρφωσης του πίνακα τιμών, τα στοιχεία της διαγωνίου αντιστοιχούν στις συντεταγμένες του ιδεώδους στοιχείου.[1]

Ο κάτωθεν πίνακας παρουσιάζει τον πίνακα τιμών ενός προβλήματος ΠΚΓΠ με k αντικειμενικές συναρτήσεις όπου με Z_i^* απεικονίζεται η άριστη τιμή της i αντικειμενικής συνάρτησης και με Z_j^* η τιμή της j αντικειμενικής συνάρτησης όπως προκύπτει από τη άριστη λύση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Πίνακας 2: Πίνακας πληρωμών προβλήματος ΠΚΓΠ με k αντικειμενικές συναρτήσεις

Z_{11}^*	Z_{12}	...	Z_{1k}
Z_{21}	Z_{22}^*	...	Z_{2k}
...
Z_{k1}	Z_{k2}	...	Z_{kk}^*

j. Αντιστάθμιση

Η έννοια της αντιστάθμισης (en > trade-off) είναι πολύ σημαντική στο χώρο της πολυκριτηριακής ανάλυσης διότι υποδηλώνει το κατά πόσο πρέπει να χειροτερεύσει η επίδοση σε ένα κριτήριο προκειμένου να βελτιωθεί η αντίστοιχη επίδοση σε κάποιο άλλο. Έτσι μεταξύ δύο ικανών λύσεων, ο συντελεστής αντιστάθμισης δείχνει πόσες «μονάδες» απαιτείται να θυσιαστούν σε ένα κριτήριο ώστε να προκύψει κέρδος σε κάποιο άλλο αντιμαχόμενο κριτήριο, μεταβαίνοντας από τη μία ικανή λύση στην άλλη.[1]

k. Σταθμισμένο άθροισμα αντικειμενικών συναρτήσεων

Το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων (en > weighted sum of objective functions) παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς χρησιμοποιείται για την μετατροπή ενός προβλήματος ΠΚΓΠ σε πρόβλημα μονοκριτηριακού ΓΠ, προκειμένου να γίνει η επίλυσή του. Η σύνθεση των αντικειμενικών συναρτήσεων μέσω του σταθμισμένου αθροίσματός τους, οδηγεί τη δημιουργία μιας γενικευμένης αντικειμενικής συνάρτησης και έτσι το πολυκριτηριακό πρόβλημα της σχέσης (1) μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\min \text{ or } \max \left\{ Z = w_1 \cdot c_1^T \cdot x \right\}, w_1 \in W, W = \left\{ w_1 \in \mathbb{R}^p \mid w_1 \in (0,1), \sum_{i=1}^p w_i = 1 \right\} \quad (2)$$

$$st: \quad x \in S, S = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid A \cdot x \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} b, x \geq 0, b \in \mathbb{R}^m \right\}$$

Προκύπτει ένα πρόβλημα ΓΠ στο οποίο συμμετέχουν και οι συντελεστές στάθμισης w_i των αντικειμενικών συναρτήσεων του αρχικού πολυκριτηριακού προβλήματος. Υπό τη λογική προϋπόθεση και σύμφωνα και με την παραπάνω μαθηματική σχέση, ότι οι εμπεριεχόμενοι συντελεστές στάθμισης είναι αυστηρά θετικοί, τότε ισχύει το θεώρημα Geoffrion.[22]

Θεώρημα: Μια λύση του προβλήματος ΠΚΓΠ της σχέσης (1) είναι ικανή εάν και εφόσον υπάρχει $w_1 \in W$, $W = \left\{ w_1 \in \mathbb{R}^p \mid w_1 \in (0,1), \sum_{i=1}^p w_i = 1 \right\}$, έτσι ώστε η συγκεκριμένη λύση να αποτελεί άριστη λύση του προβλήματος ΓΠ της σχέσης (2).

Το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων αποτελεί έναν τρόπο παραγωγής του συνόλου των ικανών λύσεων σε πολλές μεθόδους επίλυσης προβλημάτων ΠΚΓΠ. Αξίζει να σημειωθεί ότι η αναγκαιότητα του θεωρήματος Geoffrion δεν ισχύει για προβλήματα ΠΚΓΠ τα οποία εμπεριέχουν ακέραιες μεταβλητές. [1]

l. Πρόβλημα min-max

Στον ΠΚΓΠ ο όρος πρόβλημα min-max (en > min-max problem) αναφέρεται στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης της μέγιστης απόκλισης από ένα συγκεκριμένο σημείο – στόχο. Στον ΠΚΓΠ το σημείο-στόχος ανήκει στον χώρο των p διαστάσεων \mathbb{R}^p για το οποίο η μεγαλύτερη απόκλιση (ως προς τις p διαστάσεις) από το σημείο-στόχο, λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της. Ενδέχεται το σημείο-στόχος να ταυτίζεται με το λεγόμενο ιδεώδες σημείο ενός προβλήματος ΠΚΓΠ. [22]

m. Οικογένεια L_p αποστάσεων

Η καλούμενη οικογένεια L_p αποστάσεων (en > family of L_p -metrics) χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των αποστάσεων (μετρική) μεταξύ των διαφόρων λύσεων (διανυσμάτων) στο χώρο των \mathbb{R}^n των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Έτσι για τα διανύσματα: $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ και $y=(y_1, y_2, \dots, y_n)$, η απόστασή τους ορίζεται από τη σχέση :

$$|x-y|_p = \left(\sum_{i=1}^n (|x_i - y_i|^p) \right)^{\frac{1}{p}}$$

Ανάλογα με την τιμή την οποία λαμβάνει το p προκύπτει και η αντίστοιχη L_p -μετρική, μάλιστα όσο μεγαλύτερο είναι το p τόσο μεγαλύτερη είναι και η βαρύτητα η οποία δίδεται στις μεγαλύτερες αποκλίσεις. Συνηθέστερα χρησιμοποιούνται οι τιμές $p=1$ (γραμμική απόσταση, μετρική Manhattan), $p=2$ (ευκλείδεια απόσταση) και $p=\infty$ (απόσταση Tchebycheff).

Η περίπτωση της απόστασης ή μετρικής Tchebycheff είναι ιδιαίτερα σημαντική και χρησιμοποιείται ευρέως στον ΠΚΓΠ καθώς δεν καταστρέφει την γραμμικότητα του προβλήματος. Ουσιαστικά η επιδίωξη της ελαχιστοποίησης της απόστασης Tchebycheff μιας λύσης αποτελεί την επίλυση του προβλήματος min-max. [1]

$$|x-y|_{\infty} = \max \{ |x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|, \dots, |x_n - y_n| \}$$

Σε αυτό το σημείο αναφέρεται ότι η οικογένεια των L_p αποστάσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί και με συντελεστές στάθμισης για κάθε διάσταση, αποδίδοντας έτσι διαφορετική σημασία σε κάθε διάσταση. Για μια σταθμισμένη L_p μετρική, η απόσταση δύο σημείων $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ και $y=(y_1, y_2, \dots, y_n)$, δίδεται από τη σχέση:

$$|x-y|_p^m = \left(\sum_{i=1}^n (w_i |x_i - y_i|^p) \right)^{\frac{1}{p}}, \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Για την περίπτωση της σταθμισμένης απόστασης Tchebycheff, η εξίσωση λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$|x-y|_{\infty}^w = \max \{ w_1 \cdot |x_1 - y_1|, w_2 \cdot |x_2 - y_2|, \dots, w_n \cdot |x_n - y_n| \}, \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad [22]$$

2.3.3 Μέθοδοι ΠΚΓΠ

Οι μέθοδοι ΠΚΓΠ αποσκοπούν στην επίλυση των αντίστοιχων προβλημάτων, την παραγωγή των ικανών λύσεων και την υποστήριξη του αποφασίζοντα στην έκφραση των προτιμήσεων και την επιλογή του ανάμεσα στο σύνολο των ικανών λύσεων. Εν αντιθέσει με τα προβλήματα με μια αντικειμενική συνάρτηση η συμμετοχή του αποφασίζοντα στην διαδικασία επίλυσης και εντοπισμού της τελικής λύσης, είναι απαραίτητη στα προβλήματα με πολλαπλά κριτήρια έτσι ώστε να εκφράσει τις υποκειμενικές του προτιμήσεις μεταξύ μαθηματικά μη συγκρίσιμων λύσεων. Για αυτό και μια ολοκληρωμένη μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ΠΚΓΠ ουσιαστικά αποτελεί ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων [22]

Γενικά έχουν αναπτυχθεί πάρα πολλές μέθοδοι και τεχνικές επίλυσης προβλημάτων ΠΚΓΠ οι οποίες απορρέουν από την αρχική μέθοδο ΓΠ Simplex και τις επόμενες παραλλαγές της. Οι μέθοδοι ΠΚΓΠ διαφέρουν μεταξύ τους και αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι η επιλογή της μεθόδου εξαρτάται τόσο από τα χαρακτηριστικά του προβλήματος (μέγεθος, είδος μεταβλητών κλπ) όσο και από τις απαιτήσεις και τον τρόπο εμπλοκής του αποφασίζοντα στη διαδικασία επίλυσης και εύρεσης της τελικής λύσης. Ένας αρκετά διαδεδομένος τρόπος ταξινόμησης των μεθόδων ΠΚΓΠ γίνεται ανάλογα με το στάδιο επίλυσης στο οποίο εμπλέκεται και εκφράζει τις προτιμήσεις του ο αποφασίζων. Έτσι υφίστανται οι εξής τρεις βασικές κατηγορίες:

- Μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης πριν τη διαδικασία επίλυσης
- Μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης κατά τη διάρκεια της διαδικασίας επίλυσης
- Μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης μετά τη διαδικασία επίλυσης

Ο ακόλουθος συγκεντρωτικός Πίνακας παραθέτει τις πιο γνωστές μεθόδους πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης ανά κατηγορία.

Πίνακας 3: Μέθοδοι Πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης ανά κατηγορία

<i>A priori μέθοδοι πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης</i>
Προγραμματισμός Στόχων Λεξικογραφική Βελτιστοποίηση
<i>Αλληλεπιδραστικές μέθοδοι πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης</i>
STEM GDF Zionts-Wallenius Interval Criterion Weights Achievement scalarizing function Interactive surrogate worth trade-off Interactive weighted Tchebycheff VIG TRIMAP Pareto race Interactive weighted sums/filtering approach NIMBUS GUESS
<i>A posteriori μέθοδοι πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης</i>
Μέθοδος συντελεστών στάθμισης Μέθοδος περιορισμών (ϵ -constraint method) Augmented ϵ -constrained method (AUGMECON) Πολυκριτηριακή Simplex Υβριδική Μέθοδος Μέθοδος NISE

1. Μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης πριν από την επίλυση

Οι μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης πριν από την επίλυση (en > a priori methods) επιτρέπουν στον αποφασίζοντα να ορίσει ρητά τις προτιμήσεις του πριν τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος. Αυτό γίνεται με δύο τρόπους: είτε καθορίζοντας εκ των προτέρων τη σημαντικότητα των κριτηρίων είτε ορίζοντας κάποιες τιμές-στόχους για κάθε ένα από τα κριτήρια. (Μαυρωτάς Γ.,2000). Στην πρώτη περίπτωση αποδίδεται ένας συντελεστής βαρύτητας σε κάθε αντικειμενική συνάρτηση ο οποίος λαμβάνει τιμή συνήθως στο διάστημα μεταξύ [0,1] και έπειτα ακολουθεί σύνθεση των επιμέρους κριτηρίων σε ένα μοναδικό καθολικό κριτήριο.

Συνήθως ο τρόπος σύνθεσης υλοποιείται με τη δημιουργία του σταθμισμένου αθροίσματος των αντικειμενικών συναρτήσεων προκειμένου να μην καταστρέφεται η γραμμικότητα του προβλήματος. Αποδεικνύεται ότι η άριστη λύση του προκυπτόμενου προβλήματος ΓΠ αποτελεί και ικανή λύση για το αρχικό πρόβλημα ΠΚΓΠ όταν όλοι οι συντελεστές βαρύτητας είναι διάφοροι του μηδενός (Steuer, 1989). Επίσης είναι σημαντικό να έχουν αναχθεί οι αντικειμενικές συναρτήσεις στην ίδια κλίμακα έτσι ώστε το σταθμισμένο άθροισμα να μην επηρεάζεται από τις μονάδες μέτρησης της κάθε μιας από αυτές. [1]

Η δεύτερη κατηγορία μεθόδων ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης πριν από την επίλυση αφορά τον Προγραμματισμό Στόχων ο οποίος αφορά μια εναλλακτική εκδοχή του ΓΠ για την ενσωμάτωση περισσότερων από ένα κριτήρια. Στον Προγραμματισμό Στόχων ο αποφασίζων καλείται αρχικά να ορίσει τους στόχους για κάθε αντικειμενική συνάρτηση τους οποίους θέλει να επιτύχει και στη συνέχεια επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση των αποστάσεων (αποκλίσεων) των διαφόρων αντικειμενικών συναρτήσεων από αυτές τις προκαθορισμένες τιμές-στόχους [11]. Η ενοποίηση των κριτηρίων γίνεται συνήθως μέσω του σταθμισμένου αθροίσματος των αποκλίσεων αυτών. Επίσης ο αποφασίζων μπορεί να θέσει ιεράρχηση στην επίτευξη των στόχων (en > preemptive goal programming) έτσι ώστε αφότου προσεγγισθεί όσο είναι δυνατόν ο πρώτος στόχος να προχωρήσει στο δεύτερο κ.ο.κ [22]

Σε σχέση με τον ΠΚΓΠ το βασικό πλεονέκτημα του Προγραμματισμού Στόχων είναι η ανάγκη καθορισμού συγκεκριμένων τιμών-στόχων για τις αντικειμενικές συναρτήσεις με βάση τις οποίες υπολογίζονται οι άριστες λύσεις και οι οποίες ενδέχεται τελικά να μην είναι ικανές λύσεις. Η έντονη κριτική η οποία υφίσταται εστιάζεται στο γεγονός ότι αδύνατο για τον αποφασίζοντα να εκφράσει εξαρχής τις πραγματικές του προτιμήσεις για τη σημαντικότητα ή τις τιμές – στόχους των κριτηρίων με ένα τόσο συγκεκριμένο στόχο. Και για αυτό το λόγο οι μέθοδοι αυτές δεν χρησιμοποιούνται μεμονωμένα αλλά συνήθως αποτελούν μέρος μιας επαναληπτικής διαδικασίας επίλυσης κατά την οποία ο αποφασίζων αποκτά σταδιακά μεγαλύτερη επίγνωση των προτιμήσεών του.[1]

II. Μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης κατά την επίλυση

Οι μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης κατά τη διάρκεια της επίλυσης ονομάζονται και αλληλεπιδραστικές μέθοδοι(en > interactive methods) λόγω της άμεσης εμπλοκής και καθοδήγησης του αποφασίζοντα στη διαδικασία επίλυσης. Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι χαρακτηρίζονται από φάσεις διαλόγου με τον αποφασίζοντα οι οποίες εναλλάσσονται με φάσεις υπολογισμών από το πρόγραμμα. Είναι επαναληπτικές διαδικασίες κατά τις οποίες η αλληλεπίδραση μεταξύ του αποφασίζοντα και μεθόδου συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης και να βρεθεί η τελική λύση [1].

Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι ακολουθούν τη λογική της σταδιακής έκφρασης των προτιμήσεων του αποφασίζοντα η οποία γίνεται με τρόπο επαναληπτικό. Σε κάθε

επανάληψη μία ή περισσότερες λύσεις παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα ο οποίος επιλέγει μια λύση εκφράζοντας την προτίμησή του και στη συνέχεια διαμορφώνεται αναλόγως η επόμενη επανάληψη για τον προσδιορισμό της νέας λύσης. Ουσιαστικά ο αποφασίζων κατευθύνει τη διαδικασία επίλυσης μέχρι ότου βρεθεί η τελική λύση.[1]

Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι παρουσιάζουν αρκετά πλεονεκτήματα όπως το γεγονός ότι δεν απαιτείται εκ των προτέρων η παροχή κάποιου είδους πληροφορίας περί των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Συνιστούν μια διαδικασία εκμάθησης για τον ίδιο τον αποφασίζοντα ο οποίος αντιλαμβάνεται καλύτερα τη συμπεριφορά του συστήματος και μέσω του επαναληπτικού χαρακτήρα των εν λόγω μεθόδων, εξερευνά βαθύτερα το πρόβλημα και συγκεκριμενοποιεί τις προτιμήσεις του. Επίσης καθώς ο αποφασίζων γίνεται συμμετέχων της διαδικασίας επίλυσης, η αποκτούμενη λύση έχει καλύτερες προοπτικές για να υλοποιηθεί. Ακόμη στις συγκεκριμένες μεθόδους δεν απαιτείται η παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων παρά μόνο αντιπροσωπευτικά δείγματα ικανών λύσεων σε κάθε επανάληψη τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση μεγάλων προβλημάτων.[1] Τέλος δεν απαιτείται κάποιο ιδιαίτερο λογισμικό καθώς χρησιμοποιούν κυρίως αλγορίθμους ΓΠ για την πραγματοποίηση των απαραίτητων (τοπικών) βελτιστοποιήσεων. Η αρνητική πλευρά των αλληλεπιδραστικών μεθόδων έγκειται στην ακρίβεια απόδοσης της προτίμησης του αποφασίζοντα και στην πιθανή κόπωσή του ειδικά όταν απαιτούνται πολλοί επαναληπτικοί κύκλοι για την επίτευξη της τελικής λύσης. [12] Οι βασικότερες αλληλεπιδραστικές μέθοδοι που έχουν μέχρι σήμερα αναπτυχθεί έχουν ήδη παρουσιαστεί στον πίνακα 3.

III. Μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης μετά από την επίλυση

Οι μέθοδοι ΠΚΓΠ με έκφραση προτίμησης μετά από την επίλυση (en > a posteriori methods) καλούνται και μέθοδοι παραγωγής (en > generation methods) και έχουν ως αντικείμενο τον υπολογισμό (παραγωγή) του συνόλου ή κάποιου αντιπροσωπευτικού υποσυνόλου των ικανών λύσεων. Προσφέρουν στον αποφασίζοντα την δυνατότητα να έχει εποπτεία όλων των λύσεων και μία πλήρη εικόνα των δυνατών επιλογών προκειμένου να εκφράσει τις προτιμήσεις του, προσδίδοντάς του έτσι μεγαλύτερη εμπιστοσύνη για την τελική του απόφαση. Επίσης οι μέθοδοι παραγωγής δεν απαιτούν την έντονη εμπλοκή του αποφασίζοντα με συχνές και πολλές φορές πολύπλοκες ερωταποκρίσεις οι οποίες μπορεί να κουράσουν ή και να μπερδέψουν τον αποφασίζοντα. [12] Ειδικά στην περίπτωση κατά την οποία υφίστανται περισσότεροι από ένα αποφασίζοντες, η καθοδήγηση της αλληλεπιδραστικής διαδικασίας σύγκλισης γίνεται προβληματική λόγω της εμφάνισης των διαφορετικών προτιμήσεων τους στα ενδιάμεσα στάδια. Επιπλέον η απαιτούμενη συχνή αλληλεπίδραση με τον αποφασίζοντα είναι αρκετές φορές προβληματική, είτε λόγω του περιορισμένου χρόνου είτε λόγω της δυσκολίας προσέγγισης του. [22]

Οι μέθοδοι παραγωγής διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: αυτές οι οποίες παράγουν το σύνολο των ακραίων ικανών λύσεων και σε εκείνες που παράγουν και τις ενδιάμεσες (μη ακραίες) ικανές λύσεις οι οποίες βρίσκονται στο εσωτερικό των εδρών ή των

ακμών του ικανού συνόρου. Για τη δεύτερη περίπτωση, η παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων, τόσο των ακραίων όσο και των ενδιάμεσων, προϋποθέτει προφανώς την παραγωγή του συνόλου των ακραίων λύσεων. Συνήθως η επιλογή αναζητείται ανάμεσα στις ακραίες ικανές λύσεις οι οποίες αρκούν για τη διαδικασία λήψης αποφάσεων [14] Ωστόσο υπάρχει η δυνατότητα μέσω της προτιμητέας ικανής ακραίας λύσης και τις γειτονικές της ακραίες ικανές λύσεις, να προκύψουν και οι ενδιάμεσες ικανές λύσεις τις οποίες μπορεί να εξετάσει ο αποφασίζων.

Η πρώτη και η πιο απλή διαδικασία παραγωγής των ακραίων ικανών λύσεων είναι μέσω του σταθμισμένου αθροίσματος των αντικειμενικών συναρτήσεων (en > weighted sum or aggregation method). Με αυτό τον τρόπο ένα πρόβλημα ΠΚΓΠ μετατρέπεται σε ΓΠ μέσω της σύνθεσης μιας γενικευμένης αντικειμενικής συνάρτησης από τις επί μέρους του αρχικού προβλήματος. Μαθηματικά η μέθοδος αυτή αποτυπώνεται ως εξής:

$$F(x) = \sum_{i=1}^m w_i \cdot f_i, \quad w_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^m w_i = 1$$

όπου f_i είναι η i -οστή αντικειμενική συνάρτηση, m είναι ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων, x το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης και w_i είναι οι συντελεστές στάθμισης των οποίων το άθροισμα ισούται με τη μονάδα.

Σύμφωνα με το θεώρημα του Geoffrion για κάθε κατά Pareto άριστη λύση ενός κυρτού προβλήματος, υπάρχει ένας θετικός συντελεστής στάθμισης για τον οποίο η λύση αυτή είναι βέλτιστη για τη συνάρτηση $F(x)$. Έτσι πραγματοποιώντας συστηματική παραμετρική μεταβολή των συντελεστών στάθμισης w_i και επιλύοντας το αντίστοιχο πρόβλημα ΓΠ επιτυγχάνεται η ανίχνευση του συνόλου των ακραίων ικανών λύσεων. Αν και η συγκεκριμένη μέθοδος είναι σχετικά απλή χωρίς ιδιαίτερες απαιτήσεις σε αλγορίθμους επίλυσης, η εξονυχιστική εξέταση των συνδυασμών των συντελεστών στάθμισης w_i για προβλήματα με περισσότερες από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, αποβαίνει αρκετά χρονοβόρα.[1] Ακόμα ένα άλλο μειονέκτημα της μεθόδου των συντελεστών στάθμισης είναι η αδυναμία παραγωγής και προσδιορισμού και των μη ακραίων ικανών λύσεων γιατί εστιάζει στο εφικτό χωρίο [8]

Μια δεύτερη γνωστή μέθοδος παραγωγής των ικανών λύσεων είναι η μέθοδος των περιορισμών (en > ε-constraint method) κατά την οποία πάλι ένα πρόβλημα ΠΚΓΠ μετασχηματίζεται σε πρόβλημα ΓΠ. Συγκεκριμένα επιλέγεται μια από τις αντικειμενικές συναρτήσεις ενώ οι υπόλοιπες μετατρέπονται σε αντίστοιχους περιορισμούς ανάλογα με την κατεύθυνση της αριστοποίησής τους (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση). Δηλαδή αν μια αντικειμενική συνάρτηση πρόκειται να μεγιστοποιηθεί, τότε μετατρέπεται σε περιορισμό "μεγαλύτερο ή ίσο" ενώ αν πρόκειται να ελαχιστοποιηθεί μετατρέπεται σε περιορισμό "μικρότερο ή ίσο". Η άριστη λύση του παραγόμενου προβλήματος ΓΠ αποτελεί ικανή λύση μόνο εάν όλοι οι περιορισμοί οι οποίοι προκύπτουν από τις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις ικανοποιούνται σαν ισότητες (en > binding constraints). Εάν δεν συμβαίνει αυτό και

υπάρχουν εναλλακτικά άριστα, τότε η άριστη λύση που θα βρεθεί μπορεί να μην αποτελεί ικανή λύση του προβλήματος. [15] Στη συνέχεια μεταβάλλεται το δεξί σκέλος των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων προκειμένου να ανιχνευθεί και να προσδιορισθεί το σύνολο των ικανών λύσεων στο οποίο περιλαμβάνονται τόσο οι ακραίες ικανές λύσεις αλλά και οι μη-ακραίες ικανές λύσεις ως προς το αρχικό πρόβλημα ΠΚΓΠ. Η συστηματική μεταβολή του δεξιού σκέλους των περιορισμών πραγματοποιείται με τη βοήθεια του πίνακα πληρωμών του προβλήματος ΠΚΓΠ ο οποίος δημιουργείται από τη μεμονωμένη αριστοποίηση της εκάστοτε αντικειμενικής συνάρτησης του αρχικού προβλήματος (ΠΚΓΠ). Η επιλογή του βήματος μεταβολής παίζει σημαντικό ρόλο στην πληρότητα παραγωγής του συνόλου των ικανών λύσεων καθώς όσο πιο μικρό είναι το εύρος του τόσο πιο πυκνό και πιο αντιπροσωπευτικό είναι και το υποσύνολο των λύσεων. Προφανώς η επιλογή του βήματος καθορίζει και την απαιτούμενη χρονική διάρκεια επίλυσης του προβλήματος καθώς η επιθυμία για επίτευξη μεγαλύτερου ποσοστού κάλυψης των ικανών λύσεων οδηγεί σε πολύ μεγαλύτερους υπολογιστικούς χρόνους. Επιπλέον διαφαίνεται ότι για προβλήματα με περισσότερες από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, η παραγωγή του συνόλου των ικανών λύσεων μέσω της μεθόδου των περιορισμών αποβαίνει αρκετά χρονοβόρα ειδικά εάν έχει επιλεγεί μικρό εύρος βήματος. Τέλος επισημαίνεται ότι ο καθορισμός της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σκέλους, μπορεί να αποτελέσει και αντικείμενο αλληλεπιδραστικής διαδικασίας με τον αποφασίζοντα.[16]

Εν συνεχεία παρατίθεται υπό μορφή σχέσεων, ένα παράδειγμα υλοποίησης της μεθόδου των περιορισμών για ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (μεγιστοποίησης). Το αρχικό πρόβλημα πολυκριτηριακού προγραμματισμού περιλαμβάνει k αντικειμενικές συναρτήσεις και ορίζεται ως εξής:

$$\max \left\{ \begin{array}{l} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_k \end{array} \right\} \quad \text{st: } x \in S$$

Σύμφωνα με τη μέθοδο των περιορισμών το άνωθεν πρόβλημα μετατρέπεται σε μονοκριτηριακό μετασχηματίζοντας της $k-1$ αντικειμενικές συναρτήσεις σε περιορισμούς του τύπου "μεγαλύτερο ή ίσο ". Οπότε προκύπτει το νέο πρόβλημα το οποίο δίδεται από τη σχέση :

$$\begin{array}{ll} \max & Z_1 \\ \text{st:} & Z_2 \geq e_2 \\ & Z_3 \geq e_3 \\ & \vdots \\ & Z_k \geq e_k \\ & x \in S \end{array}$$

όπου $e_i \forall i=[2,3,\dots,k]$ είναι τα τεχνητά δεξιά μέλη των $k-1$ περιορισμών των αντίστοιχων αντικειμενικών συναρτήσεων τα οποία υπόκεινται σε συστηματική παραμετρική παραβολή των τιμών τους προκειμένου να παραχθεί το σύνολο των ικανών λύσεων του αρχικού πολυκριτηρίου προβλήματος.

Συνοψίζοντας η μέθοδος των περιορισμών και η μέθοδος των συντελεστών στάθμισης αποτελούν τις πλέον δημοφιλείς τεχνικές στην κατηγορία των μεθόδων παραγωγής, ωστόσο η μέθοδος των περιορισμών υπερέχει έναντι της μεθόδου των συντελεστών στάθμισης στα εξής σημεία:

- Σε περιπτώσεις γραμμικών προβλημάτων, η μέθοδος των συντελεστών στάθμισης επειδή εφαρμόζεται στην αρχική εφικτή περιοχή, παράγει μόνο τις ακραίες ικανές λύσεις σε αντίθεση με τη μέθοδο των περιορισμών η οποία μεταβάλλει το αρχικό εφικτό χωρίο και παράγει επιπλέον και μη ακραίες ικανές λύσεις οι οποίες βρίσκονται στο εσωτερικό των εδρών ή των ακμών του εφικτού συνόρου. [1]
- Η μέθοδος των συντελεστών σπαταλά σημαντικό υπολογιστικό χρόνο μέσω της εκτέλεσης περιττών υπολογιστικών επαναλήψεων καθώς κατά τη σάρωση των συνδυασμών των συντελεστών στάθμισης, συχνά πολλοί συνδυασμοί οδηγούν στην ίδια ακραία ικανή λύση. Στον αντίποδα, η μέθοδος των περιορισμών αξιοποιεί σχεδόν την κάθε επανάληψη επίλυσης του μοντέλου για την παραγωγή μιας διαφορετικής κάθε φορά ικανής λύσης (ακραίας και μη) με αποτέλεσμα να επιτυγχάνεται μια πιο πλούσια αναπαράσταση του συνόλου του εφικτού χωρίου. [8]
- Στην περίπτωση των προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης (ΠΚΑΓΠ και ΠΚΜΑΓΠ), η μέθοδος των συντελεστών στάθμισης δεν δύναται να παράξει μη υποστηριζόμενες ικανές λύσεις, δηλαδή λύσεις οι οποίες δεν μπορούν να προκύψουν από κανένα γραμμικό συνδυασμό σε αντίθεση με τη μέθοδο των περιορισμών η οποία δεν εμφανίζει το συγκεκριμένο μειονέκτημα.[22]
- Ένα βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου των περιορισμών είναι η εξ ορισμού δυνατότητα ελέγχου του πλήθους των ικανών λύσεων οι οποίες πρόκειται να παραχθούν. Ο έλεγχος αυτός γίνεται μέσω του κατάλληλου καθορισμού του βαθμού διακριτοποίησης ή αλλιώς του αριθμού των σημείων του πλέγματος ο οποίος επιλέγεται για το εύρος κάθε μιας από τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Η λογική αυτή δεν αποβαίνει επιτυχής στη μέθοδο των συντελεστών στάθμισης αφού όπως προαναφέρθηκε, είναι αναπόφευκτες οι περιττές επαναλήψεις ενώ είναι αδύνατη η παραγωγή των μη ακραίων ικανών λύσεων και κατά συνέπεια δεν υφίσταται πραγματικά ο έλεγχος επί των ικανών λύσεων. [8]

Στη βιβλιογραφία απαντώνται πολλές παραλλαγές της μεθόδου των περιορισμών οι οποίες επιχειρούν τη βελτιστοποίηση της αποτελεσματικότητας και απόδοσής της ενώ ορισμένες είναι προσαρμοσμένες στην σε συγκεκριμένους τύπους πολυκριτηριακών προβλημάτων. Η κατηγορία των μεθόδων αυτών θεωρείται ως μια

συγκριτικά αποτελεσματική τεχνική για την επίλυση προβλημάτων πολυκριτήριας βελτιστοποίησης και για αυτό και για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιείται μια παραλλαγή της μεθόδου των περιορισμών η λεγόμενη augmented ϵ -constraint 2 (AUGMECON2) η οποία αποτελεί την εξέλιξη της παραδοσιακής μεθόδου augmented ϵ -constraint (AUGMECON).

Μια ακόμη μέθοδος παραγωγής είναι η μέθοδος NISE η οποία υπολογίζει προσεγγιστικά το σύνολο των ικανών λύσεων με ρυθμιζόμενο βαθμό προσέγγισης. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι εφαρμόζεται κυρίως σε προβλήματα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις.

Τέλος υπάρχουν και οι μέθοδοι παραγωγής οι οποίες δεν στηρίζονται στην μετατροπή του ΠΚΓΠ σε μονοκριτηριακό - όπως συμβαίνει με τις προαναφερθείσες- αλλά αποτελούν παραλλαγή της μεθόδου Simplex έτσι ώστε να είναι σε θέση να διαχειριστούν περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις.¹ Οι μέθοδοι αυτοί ονομάζονται μέθοδοι πολυκριτηριακής Simplex (en > multicriterion Simplex methods) και αποσκοπούν στον υπολογισμό του συνόλου των ακραίων λύσεων για προβλήματα ΠΚΓΠ. Οι μέθοδοι πολυκριτηριακής Simplex στηρίζονται στο θεώρημα ότι το σύνολο των ακραίων λύσεων είναι διασυνδεδεμένο, δηλαδή ότι κάθε ακραία ικανή λύση έχει τουλάχιστον μια γειτονική ακραία ικανή λύση. Η διαπίστωση της ικανότητας των γειτονικών ακραίων λύσεων γίνεται συνήθως μέσω της επίλυσης του υποπροβλήματος ΓΠ το οποίο σχηματίζεται από την τρέχουσα κατάσταση της λύσης. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι διαφοροποιούνται ως προς την παραλλαγή της μεθόδου Simplex στην οποία βασίζονται και τις πληροφορίες τις οποίες παρέχουν στον αποφασίζοντα.

Το βασικό μειονέκτημα των πολυκριτηριακών μεθόδων Simplex είναι οι υψηλές υπολογιστικές τους απαιτήσεις οι οποίες περιορίζουν της εφαρμογή τους σε μικρά και μεσαία προβλήματα ΠΚΓΠ. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στα μεγάλα προβλήματα ο αριθμός των γειτονικών ακραίων λύσεων αυξάνει πολύ γρήγορα με την πρόοδο της διαδικασίας, υπερβαίνοντας τη διαθέσιμη μνήμη του συστήματος με αποτέλεσμα η διαδικασία να διακόπτεται προτού ολοκληρωθεί. Παρόλα αυτά οι πολυκριτηριακές μέθοδοι Simplex θεωρούνται ως η πιο κατάλληλη τεχνική για τον προσδιορισμό του συνόλου των ακραίων ικανών λύσεων όταν αυτό επιτρέπεται από το μέγεθος του προβλήματος [1]

2.3.4 Πολυκριτηριακός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός

Τα προβλήματα ΠΚΓΠ εκτός από συνεχείς μεταβλητές απόφασης, συχνά περιλαμβάνουν και διακριτές μεταβλητές όπως τα κλασσικά προβλήματα ΑΠ. Στην

¹ Στο σημείο αυτό θα γίνει μια μικρή αναφορά στη μέθοδο Simplex για την καλύτερη κατανόηση αυτών των

περίπτωση κατά την οποία υπάρχουν αποκλειστικά μόνο ακέραιες μεταβλητές, το πρόβλημα ανήκει στον λεγόμενο Πολυκριτηριακό Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό (ΠΚΑΓΠ|en > Multiple Objective Integer Linear programming, MOILP) και ειδικότερα εάν οι ακέραιες μεταβλητές περιορίζονται στις τιμές 0 ή 1 (δυναδικές μεταβλητές) τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως Πολυκριτηριακού 0-1 Γραμμικού Προγραμματισμού (ΠΚ0-1ΓΠ| en > Multiple Objective 0-1 programming, MO0-1LP). Στις περισσότερες περιπτώσεις ενυπάρχουν τόσο συνεχείς όσο και ακέραιες ή δυαδικές μεταβλητές οπότε τα προβλήματα αναφέρονται ως προβλήματα Πολυκριτηριακού Μικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (ΠΚΜΑΓΠ |en > Multiple Objective Mixed Integer Linear Programming, MOMILP) και Πολυκριτηριακού Μικτού 0-1 Γραμμικού Προγραμματισμού (ΠΚΜ0-1ΓΠ| en > Multiple Objective Mixed 0-1 Linear Programming, MOM0-1LP). Στην παρούσα διπλωματική εργασία το ενδιαφέρον εστιάζεται στην προσέγγιση του ΠΚΑΓΠ με χρήση ακέραιων και 0-1 μεταβλητών, ο οποίος και εφαρμόζεται για την ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου για την επιλογή του κατάλληλου χαρτοφυλακίου επενδυτικών σχεδίων που αφορούν τις Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας (Α.Π.Ε).[22]

Ο ΠΚΑΓΠ αποτελεί μια ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα περιοχή του Μαθηματικού Προγραμματισμού η οποία είναι χρήσιμη σε διάφορες πρακτικές εφαρμογές τις οποίες δεν μπορεί να αντιμετωπίσει ο κλασσικός ΓΠ. Οι πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις σε συνδυασμό με τη δυνατότητα εισαγωγής ακέραιων μεταβλητών προσφέρουν μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση πολλών πραγματικών προβλημάτων και προσομοιώνουν καλύτερα τις συνθήκες λήψης απόφασης. Η μαθηματική διανυσματική διατύπωση ενός προβλήματος ΠΚΑΓΠ, δίδεται ως εξής:

$$\min \text{ or } \max \left\{ \begin{array}{l} c_1^T \cdot x = Z_1 \\ c_2^T \cdot x = Z_2 \\ \vdots \\ c_k^T \cdot x = Z_k \end{array} \right.$$

$$\text{st: } A \cdot x \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} b, x \in \left\{ \begin{array}{l} Z^n \\ \vee \\ \{0,1\}^n \end{array} \right\}, b \in \mathbb{R}^m$$

όπου:

Z^n : το σύνολο των μη αρνητικών διανυσμάτων ακεραίων τιμών n-διαστάσεων

n: ο αριθμός των ακέραιων ή δυαδικών μεταβλητών απόφασης

m: ο αριθμός των περιορισμών

k : ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων

x : το διάνυσμα n -διαστάσεων των ακεραίων μεταβλητών απόφασης

c_k : το διάνυσμα n -διαστάσεων του συντελεστή του διανύσματος x της k -οστής αντικειμενικής συνάρτησης

c_k^T : το ανάστροφο διάνυσμα του c_i

A : ο πίνακας (μήτρα) ($m \times n$) των τεχνολογικών συντελεστών του διανύσματος x των περιορισμών

b : το διάνυσμα m -διαστάσεων των σταθερών όρων (δεξί σκέλος) των περιορισμών

Λόγω της ιδιαιτερότητας που προσδίδει στο πρόβλημα η ύπαρξη των ακεραίων μεταβλητών, οι αντίστοιχες μέθοδοι ΠΚΓΠ εξετάζονται ξεχωριστά. Γενικότερα, με την ύπαρξη των ακεραίων μεταβλητών, ένα πρόβλημα ΓΠ (ή ΠΚΓΠ) γίνεται συνδυαστικό με την έννοια ότι πρέπει να ελεγχθεί ο πεπερασμένος αλλά πολύ μεγάλος αριθμός των δυνατών συνδυασμών των τιμών που μπορούν να λάβουν οι ακέραιες μεταβλητές. Τα προβλήματα αυτά χαρακτηρίζονται και ως προβλήματα πολυκριτηριακής συνδυαστικής αριστοποίησης (en >Multiple Objective Combinatorial Optimization, MOCO). Οι ασυνέχειες του εφικτού χωρίου, λόγω της ύπαρξης των ακεραίων μεταβλητών, καθιστούν μη εφαρμόσιμη τη μέθοδο Simplex σε προβλήματα ΓΠ με ακέραιες μεταβλητές. Για την επίλυση των αντίστοιχων προβλημάτων η έρευνα κατέφυγε σε διάφορες τεχνικές που χρησιμοποιούν ως υποπρόγραμμα τη μέθοδο Simplex και επιχειρούν την αποτελεσματική κάλυψη του συνόλου των δυνατών συνδυασμών, έτσι ώστε η άριστη λύση που θα βρεθεί να είναι πράγματι η άριστη λύση του προβλήματος. [22]

Η πιο δημοφιλής τεχνική για προβλήματα Ακέραιου ή Μικτού Ακέραιου ΓΠ είναι η μέθοδος *Branch and Bound* των Land & Doig που αναπτύχθηκε το 1960.[23] Στην περίπτωση του ΠΚΓΠ οι περιορισμοί που εισάγουν οι ακέραιες μεταβλητές είναι ακόμα πιο έντονοι. Το θεώρημα του Geoffrion που ορίζει ότι οι ικανές λύσεις ενός προβλήματος ΠΚΓΠ μπορούν να προκύψουν ως άριστες λύσεις του σταθμισμένου άθροισματος των αντικειμενικών συναρτήσεων στην περίπτωση ύπαρξης ακεραίων μεταβλητών, παύει να ισχύει. Στα προβλήματα ΑΠΚΓΠ, οι ικανές λύσεις που μπορούν να προκύψουν από το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων λέγονται υποστηριζόμενες ικανές λύσεις (en > supported efficient solutions), ενώ αυτές που δεν μπορούν να προκύψουν με τον τρόπο αυτό λέγονται μη υποστηριζόμενες ικανές λύσεις (en > non-supported efficient solutions). Ο εντοπισμός των μη υποστηριζόμενων ικανών λύσεων είναι η βασικότερη αιτία για την επιπλέον δυσκολία επίλυσης προβλημάτων ΠΚΑΓΠ. Οι μέθοδοι ΠΚΓΠ που παράγουν ικανές λύσεις από το σταθμισμένο άθροισμα των αντικειμενικών συναρτήσεων, στον ΑΠΚΓΠ αχρηστεύονται ή έχουν περιορισμένη ισχύ. [1]

2.3.5 Η πολυκριτηριακή μέθοδος Augmecon

Η μέθοδος augmented ϵ -constraint (en > AUGMECON) ανήκει στις πολυκριτηριακές μεθόδους με έκφραση προτίμησης μετά από την επίλυση και αποτελεί μια παραλλαγή και συνάμα μια βελτιωμένη εκδοχή της προαναφερθείσας μεθόδου των περιορισμών. Η AUGMECON μπορεί να εφαρμοσθεί σε πολλές κατηγορίες πολυκριτηριακών μοντέλων λόγω της γενικευμένης της μορφής και της ανεξαρτησίας της από το σώμα του υπόλοιπου μοντέλου. Κατά τα γνωστά, η συγκεκριμένη μέθοδος μετασχηματίζει ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα σε πρόβλημα με μια αντικειμενική συνάρτηση, μετατρέποντας εναλλασσόμενα τις υπόλοιπες εμπεριεχόμενες αντικειμενικές συναρτήσεις σε περιορισμούς.

Η χρήση της AUGMECON παρουσιάζει ορισμένα πλεονεκτήματα έναντι της κλασσικής μεθόδου των περιορισμών και προφανώς συνεχίζει να υπερτερεί σε σχέση με τη μέθοδο των συντελεστών στάθμισης για τους λόγους που έχουν ήδη αναφερθεί (να βάλω παραπάνω). Τα πλεονεκτήματα και συνάμα βελτιώσεις της AUGMECON είναι τα εξής:

- a. Χρήση της λεξικογραφικής αριστοποίησης στην κατασκευή του πίνακα πληρωμών

Όπως έχει ήδη διαμορφωθεί, η εφαρμογή της μεθόδου των περιορισμών προϋποθέτει τον προσδιορισμό του εύρους κάθε μιας αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος, συνολικά k αντικειμενικές συναρτήσεις, και σίγουρα τουλάχιστον για κάθε μία από τις $k-1$ αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται ως περιορισμοί. Ο υπολογισμός του εύρους των αντικειμενικών συναρτήσεων επί του εφικτού χωρίου δεν είναι μια εύκολη και γρήγορη διαδικασία και η συνηθέστερη προσέγγιση για τον υπολογισμό του βασίζεται στην κατασκευή του πίνακα πληρωμών. Στο πλαίσιο αυτό προσδιορίζεται το ιδεώδες σημείο και το σημείο ναδίρ τα οποία ειδικά στην περίπτωση των δικριτηριακών προβλημάτων, οριοθετούν ένα τετράγωνο στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων στο οποίο το άνω αριστερό άκρο και το κάτω δεξιό άκρο αντιστοιχούν στις άριστες τιμές – λύσεις των αντικειμενικών συναρτήσεων αντίστοιχα (λεξικογραφικά άριστες λύσεις). Έτσι ξεκινώντας από τη μία εκ των δύο άριστων λύσεων, πραγματοποιείται η εξερεύνηση του εφικτού χωρίου και χρησιμοποιείται η μέθοδος των περιορισμών. [9] Επισημαίνεται ότι ενώ η εύρεση της άριστης τιμής κάθε αντικειμενικής συνάρτησης και του ιδεώδους σημείου είναι εύκολα επιτεύξιμη μέσω της μεμονωμένης αριστοποίησης, ο προσδιορισμός του σημείου ναδίρ είναι συχνά ιδιαίτερα χρονοβόρος και δυσχερής.[8]

Ανεξάρτητα από τη προσέγγιση η οποία ακολουθείται για τον καθορισμό του εύρους των αντικειμενικών συναρτήσεων, πρέπει να διασφαλίζεται ότι οι παραγόμενες λύσεις της μεμονωμένης αριστοποίησης κάθε αντικειμενικής συνάρτησης αποτελούν άριστες

κατά Pareto λύσεις για το αρχικό πολυκριτηριακό πρόβλημα. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ύπαρξης εναλλακτικών βέλτιστων ο εκάστοτε χρησιμοποιούμενος επιλύτης δύναται να παράξει την άριστη λύση μιας αντικειμενικής συνάρτησης η οποία να μην είναι και ικανή λύση του αρχικού προβλήματος. Προκειμένου να αντιμετωπισθεί η συγκεκριμένη ασάφεια και δυσκολία, η AUGMECON χρησιμοποιεί την τεχνική της λεξικογραφικής αριστοποίησης η οποία οδηγεί στην κατασκευή του πίνακα πληρωμών με τιμές αποκλειστικά μόνον τις άριστες κατά Pareto λύσεις του προβλήματος. [8]

Επανερχοντας στο ζήτημα υπολογισμού των σημείων ναδίρ, ένας απλός τρόπος αντιμετώπισης της δυσκολίας αυτής είναι ο ορισμός-επιβολή μιας τιμής ($\epsilon_n > \text{reservation value}$) για κάθε αντικειμενική συνάρτηση η οποία λειτουργεί ως κάτω όριο (κατώφλι) για προβλήματα μεγιστοποίησης και ως άνω όριο για προβλήματα (ανώφλι) για προβλήματα ελαχιστοποίησης. Με αυτές την τακτική τιμές χειρότερες από τα ορισμένα ανώφλια και κατώφλια βρίσκονται εκτός του χώρου ικανών λύσεων και δεν επιτρέπονται. [8]

b. Διασφάλιση της παραγωγής μόνο κατά Pareto άριστων λύσεων

Η άριστη λύση του μονοκριτήριου προβλήματος το οποίο παράγεται σύμφωνα με τη μέθοδο των περιορισμών, είναι μη κυριαρχούμενη λύση του αρχικού προβλήματος μόνο εάν οι περιορισμοί οι οποίοι αντιστοιχούν στις υπόλοιπες $k-1$ αντικειμενικές συναρτήσεις, είναι δεσμευτικοί. Στην αντίθετη περίπτωση κατά την οποία ορισμένοι από τους περιορισμούς δεν είναι δεσμευτικοί και υφίστανται εναλλακτικά βέλτιστα, η άριστη λύση είναι του προβλήματος δεν είναι ικανή αλλά ασθενώς ικανή λύση. [8]

Η AUGMECON αντιμετωπίζει την παραπάνω πιθανότητα μετασχηματίζοντας $k-1$ ανισωτικούς περιορισμούς σε περιορισμούς ισότητων μέσω της ρητής ενσωμάτωσης κατάλληλων μεταβλητών απόκλισης. Ταυτόχρονα οι μεταβλητές απόκλισης συμπεριλαμβάνονται και στην αντικειμενική συνάρτηση με ελεγχόμενα αμελητέα αντίδραση (όροι με χαμηλή προτεραιότητα λόγω του πολλαπλασιασμού τους με έναν πολύ μικρό αριθμό, δ) "αναγκάζοντας" το πρόγραμμα να παράγει μόνο ικανές λύσεις.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, το νέο πρόβλημα λαμβάνει την εξής μαθηματική διατύπωση σύμφωνα με τη μέθοδο AUGMECON:

$$\begin{aligned}
 & \max (Z_1 + \delta \cdot (s_2 + s_3 + \dots + s_k)) \\
 & \text{st: } Z_2 - s_2 = e_2 \\
 & \quad Z_2 - s_3 = e_3 \\
 & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 & \quad Z_2 - s_k = e_k \\
 & x \in S, s_k \in \mathbb{R}^+, \delta \in [10^{-6}, 10^{-3}]
 \end{aligned} \tag{3}$$

Με αυτή την αλλαγή στους περιορισμούς και την αντικειμενική συνάρτηση επιτυγχάνεται η παραγωγή μόνο των ικανών λύσεων του αρχικού προβλήματος και αποφεύγεται η παραγωγή ασθενώς ικανών λύσεων. [8]

Επιπρόσθετα για να απαλειφθούν τυχόν προβλήματα διαφορετικής κλίμακας των μεγεθών s_i επιλέγεται η αντικατάσταση των μεγεθών s_i στην αντικειμενική συνάρτηση από τους ανηγμένους όρους s_i/r_i όπου r_i είναι το εύρος k -οστής αντικειμενικής συνάρτησης όπως αυτό υπολογίζεται από τον πίνακα πληρωμών. Έτσι η σχέση (3) λαμβάνει τη μορφή:

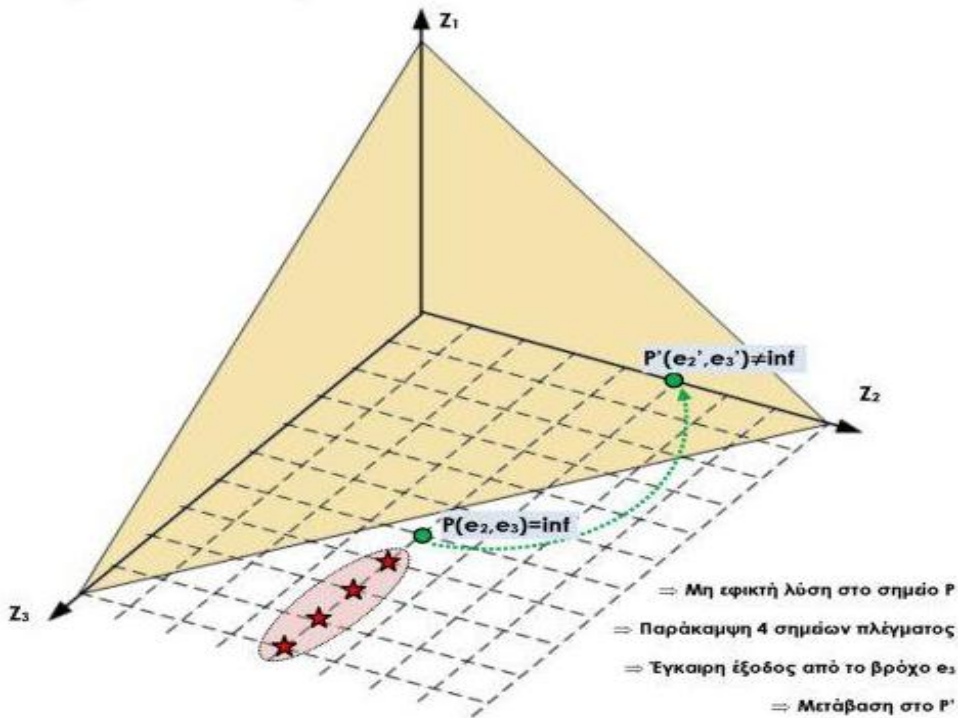
$$\max (Z_1 + \delta \cdot (\frac{s_2}{r_2} + \frac{s_3}{r_3} + \dots + \frac{s_k}{r_k} s_k))$$

Η παραπάνω παραλλαγή της μεθόδου των περιορισμών συνιστά την πεμπτούσια της μεθόδου AUGMECON.[22]

c. Επιτάχυνση του αλγορίθμου με έγκαιρη έξοδο από την επαναληπτική διαδικασία

Ένα καινοτόμο και χρήσιμο χαρακτηριστικό της AUGMECON αποτελεί η δυνατότητα της έγκαιρης εξόδου από το βρόχο (loop) της επαναληπτικής διαδικασίας όταν το πρόβλημα γίνεται μη εφικτό ($en > infeasible$). Αυτή η δυνατότητα επιταχύνει το αλγόριθμο και εξοικονομεί σημαντικό υπολογιστικό χρόνο ειδικά στην περίπτωση πολυκριτηριακών προβλημάτων με πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις (πάνω από τρεις).

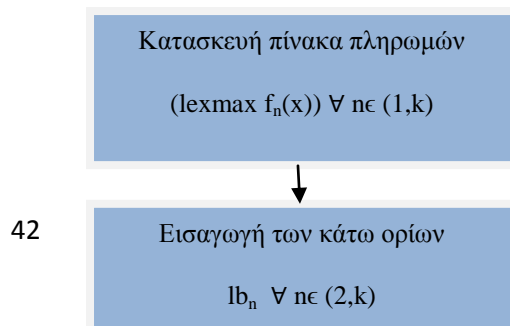
Στην πράξη ο αλγόριθμος αρχίζει με μια εκδοχή του προβλήματος στην οποία είναι πιο χαλαροί οι περιορισμοί των αντίστοιχων αντικειμενικών συναρτήσεων και στη συνέχεια σταδιακά θέτει πιο αυστηρά επιβαλλόμενα όρια. Έτσι για τις αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες πρέπει να μεγιστοποιηθούν, ξεκινάει από το ελάχιστο όριο (κατώφλι) και αυξάνει την τιμή του δεξιού σκέλους του αντίστοιχου περιορισμού μέχρι την άριστη (μέγιστη) τιμή της ενώ ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει στην περίπτωση των αντικειμενικών συναρτήσεων προς ελαχιστοποίηση. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας επίλυσης και όταν το πρόβλημα καθίσταται ανέφικτο δηλαδή μη επιλύσιμο, ενεργοποιείται η έξοδος από το βρόχο διότι δεν υπάρχει πλέον λόγος για περαιτέρω των ορίων και συνέχισης των εναπομεινάντων επαναλήψεων καθώς το πρόβλημα θα παραμένει μη επιλύσιμο. Έτσι μόλις ο αλγόριθμος εξέλθει του εσώτερου βρόχου, προχωράει στο επόμενο αναμένον σημείο του πλέγματος της προηγούμενης αντικειμενικής συνάρτησης το οποίο αντιστοιχεί στον εξώτερο βρόχο [8] Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται η λογική της περιγραφείσας επιτάχυνσης του αλγορίθμου της AUGMECON.

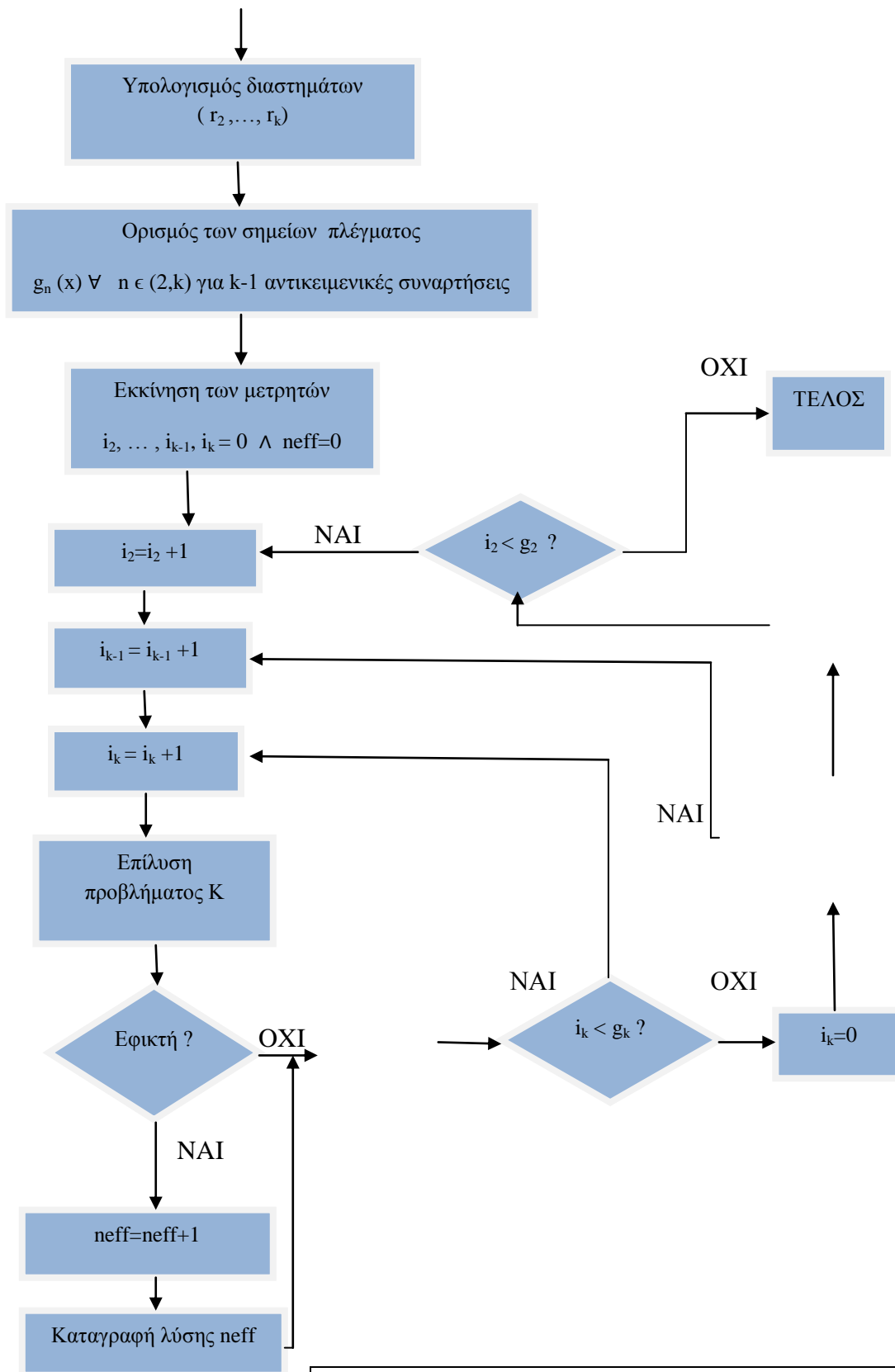


Σχήμα 4. Γραφική απεικόνιση του εφικτού χωρίου και γραφική αναπαράσταση του χαρακτηριστικού έγκαιρης εξόδου από το βρόχο της μεθόδου AUGMECON

Η υλοποίηση της μεθόδου AUGMECON παρουσιάζεται αναλυτικά στο διάγραμμα ροής του σχήματος X και στη σχέση (4) παρατίθεται το σχετικό αναφερόμενο πρόβλημα μεγιστοποίησης μαζί με κάποιες επεξηγήσεις των χρησιμοποιούμενων συμβολισμών. Εν συντομία η εν λόγω διαδικασία αρχίζει με την κατασκευή του πίνακα πληρωμών μέσω του οποίου υπολογίζεται το εύρος κάθε μιας από τις $k-1$ αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες και πρόκειται να χρησιμοποιηθούν ως περιορισμοί του προβλήματος. Στη συνέχεια το εύρος της n -οστής τέμνεται σε q_n ίσα διαστήματα σύμφωνα με τα q_n-1 ενδιάμεσα ισαπέχοντα σημεία πλέγματος τα οποία έχουν επιλεγεί. Με αυτόν τον τρόπο μαζί με τα άκρα του εύρους της αντικειμενικής συνάρτησης (άριστη και χειρίστη τιμή) προκύπτουν συνολικά q_n+1 σημεία πλέγματος τα οποία και χρησιμοποιούνται για την παραμετρική μεταβολή του δεξιού σκέλους (e_n) των περιορισμών της n -οστής αντικειμενικής συνάρτησης ενώ ο συνολικός αριθμός των απαιτούμενων επαναλήψεων ανέρχεται σε :

$$(q_2+1) \times (q_3+1) \times \dots \times (q_k+1)$$





Σχήμα 5. Το διάγραμμα ροής της μεθόδου AUGMECON

Το πρόβλημα μεγιστοποίησης K σύμφωνα με τη μέθοδο AUGMECON δηλώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \max \left\{ Z_1 + \delta \cdot \left(\frac{s_2}{r_2} + \frac{s_3}{r_3} + \dots + \frac{s_k}{r_k} \right) \right\} \\ \text{st: } & x \in S \quad Z_n - s_n = e_n \quad \forall n \in [2, k] \\ & \delta \in [10^{-6}, 10^{-3}], \quad e_n = lb_n + \frac{i_n \cdot r_n}{g_n} \end{aligned}$$

όπου:

lb_n : το κάτω όριο της n -οστής αντικειμενικής συνάρτησης

r_n : το εύρος της n -οστής αντικειμενικής συνάρτησης

S : το εφικτό χωρίο του αρχικού προβλήματος

δ : ένας πολύ μικρός πραγματικός αριθμός {συνήθως μεταξύ των 10^{-6} - 10^{-3} }

s_n : μη αρνητικές μεταβλητές απόκλισης

n_{eff} : αριθμός των παραγόμενων ικανών λύσεων [20]

Είναι εμφανές ότι ένα από τα πιο ελκυστικά χαρακτηριστικά της AUGMECON αποτελεί αυτή η δυνατότητα ελέγχου και καθορισμού της πυκνότητας αναπαράστασης του χώρου των ικανών λύσεων. Προφανώς η επιλογή μεγάλου αριθμού σημείων πλέγματος οδηγεί σε πυκνότερες αναπαραστάσεις του εφικτού χωρίου αλλά συγχρόνως προκαλεί και επιπλέον υπολογιστικό φόρτο ο οποίος αυξάνει δραματικά με τον αριθμό των αντικειμενικών συναρτήσεων του προβλήματος. Γι αυτό ανάλογα με το εξεταζόμενο πρόβλημα και την επιθυμία του αποφασίζοντα επιχειρείται η ορθότερη επιλογή (αντιστάθμιση) μεταξύ της πυκνότητας αναπαράστασης του εφικτού χωρίου και του υπολογιστικού χρόνου-φόρτου [8].

2.3.6 Η βελτιωμένη έκδοση της μεθόδου περιορισμών AUGMECON2

Αρχικά θα παρουσιαστεί μια σύντομη περιγραφή της αρχικής έκδοσης της μεθόδου περιορισμών που ονομάζεται AUGMECON [3] για την πληρότητα της εργασίας. Η μέθοδος AUGMECON προάγει τη συμβατική μέθοδο περιορισμών για την παραγωγή των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού. Η AUGMECON αντιμετωπίζει ορισμένα αδύνατα σημεία της συμβατικής μεθόδου των περιορισμών, δηλαδή, την εγγύηση του βέλτιστου Pareto συνόλου λύσεων στον πίνακα πληρωμών του καθώς και στη διαδικασία της παραγωγής και του αυξημένου χρόνου επίλυσης προβλημάτων με διάφορες (περισσότερες από δύο) αντικειμενικές συναρτήσεις.

Στην αρχική μέθοδο περιορισμών AUGMECON το πρόβλημα που λύνεται έχει ήδη αναφερθεί στην προηγούμενη παράγραφο. Στην AUGMECON2, τη βελτιωμένη έκδοση της μεθόδου AUGMECON, έχει τροποποιηθεί ελαφρώς η αντικειμενική συνάρτηση ως εξής:

$$\max \left\{ f_1(x) + \left(\frac{s_2}{r_2} + 10^{-1} \cdot \frac{s_3}{r_3} + \dots + 10^{-(k-2)} \cdot \frac{s_k}{r_k} \right) \right\}$$

Η τροποποίηση γίνεται προκειμένου να εκτελέσει ένα είδος λεξικογραφικής βελτιστοποίησης στις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις εάν υπάρχουν εναλλακτικά βέλτιστα. Για παράδειγμα, με αυτή τη σύνθεση ο επιλύτης θα βρει το βέλτιστο για την f_1 και στη συνέχεια θα προσπαθήσει να βελτιστοποιήσει την f_2 , εν συνεχεία την f_3 και ούτω καθεξής. Με την προηγούμενη διατύπωση η ακολουθία των βελτιστοποιήσεων από την f_2 έως την f_p ήταν αδιάφορη, ενώ τώρα έχουμε αναγκάσει τη διαδοχική βελτιστοποίηση των υπό περιορισμό αντικειμενικών συναρτήσεων (στην περίπτωση των εναλλακτικών βέλτιστων).

Όπως εξηγείται στο [3], για κάθε αντικειμενική συνάρτηση 2 ... p υπολογίζεται της αντικειμενικής συνάρτησης. Στη συνέχεια διαιρείται το εύρος της k -στης αντικειμενικής συνάρτησης σε q_k ίσα διαστήματα χρησιμοποιώντας $(q_k - 1)$ ενδιάμεσα και ίσης απόστασης σημεία πλέγματος. Έτσι έχουμε συνολικά $(q_k + 1)$ σημεία πλέγματος που χρησιμοποιούνται για να μεταβάλλουν παραμετρικά το RHS (e_k) της k -στης αντικειμενικής συνάρτησης. Ο συνολικός αριθμός των «τρεξιμάτων» γίνεται ίσος με $(q_2 + 1) \times (q_3 + 1) \times \dots \times (q_p + 1)$. Ορίζεται το r_k ως το εύρος της αντικειμενικής συνάρτησης k ($k = 2 \dots p$). Στη συνέχεια, το βήμα διακριτοποίησης για την αντικειμενική συνάρτηση δίνεται ως:

$$step_k = r_k / q_k$$

Το RHS του αντίστοιχου περιορισμού στην t -στη επανάληψη της συγκεκριμένης αντικειμενικής συνάρτησης θα είναι:

$$e_{kt} = fmin_k + t \times step_k$$

όπου $fmin_k$ είναι το ελάχιστο που λαμβάνεται από τον πίνακα πληρωμών και t ο απαριθμητής για τη συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση.

Σε κάθε επανάληψη ελέγχεται η πλεόνασμα μεταβλητή (surplus variable) που αντιστοιχεί στην εσώτατη αντικειμενική συνάρτηση. Σε αυτή την περίπτωση είναι η αντικειμενική συνάρτηση με το $p=2$. Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο συντελεστής παράκαμψης ως εξής:

$$b = int(S_2 / step_2)$$

όπου $int ()$ είναι η συνάρτηση που επιστρέφει το ακέραιο μέρος ενός πραγματικού αριθμού.

Όταν η μεταβλητή πλεόνασμα S_2 είναι μεγαλύτερη από το $step_2$, υπονοείται ότι στην επόμενη επανάληψη η ίδια λύση θα επιτυγχάνεται με τη μόνη διαφορά να είναι η μεταβλητή πλεόνασμα το οποίο θα έχει την τιμή $S_2 - step_2$. Το γεγονός αυτό καθιστά την επανάληψη περιττή και ως εκ τούτου μπορεί να παρακαμφθεί μιας και κανένα νέο σύνολο κατά Pareto βέλτιστων λύσεων δεν παράγεται. Ο συντελεστής παράκαμψης b δείχνει πραγματικά πόσες συνεχόμενες επαναλήψεις μπορούν να παρακαμφθούν.

Αυτό μπορεί να αποδειχθεί με το ακόλουθο παράδειγμα: ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα πρόβλημα τριών αντικειμενικών συναρτήσεων με τον ακόλουθο πίνακα πληρωμών (όλα οι αντικειμενικές συναρτήσεις μεγιστοποιούνται):

Πίνακας 4: Ο πίνακας πληρωμών του προβλήματος

	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
$\max f_1(x)$	980	796	803
$\max f_2(x)$	836	876	765
$\max f_3(x)$	809	821	905

Από τον πίνακα πληρωμών έχουμε $r_2 = 80$ και $r_3 = 140$. Στη συνέχεια, χωρίζουμε τα 2 εύρη σε 10 ίσα διαστήματα με το $step_2 = 8$ και $step_3 = 14$. Η διαδικασία της μεθόδου AUGMECON2 είναι η ακόλουθη:

```

For i = 0 to 10
  e3 = 765 + i × 14
  For j = 0 to 10
    e2 = 796 + j × 8
    Solve(I)
  Next j
Next i

```


Η αντικειμενική συνάρτηση $f_2(x)$ είναι ο πιο εσωτερικός βρόχος (j μετρητής). Ας υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε στην $2^{\text{η}}$ πιο απομακρυσμένη επανάληψη (όπου $i = 1$) και στην $5^{\text{η}}$ εσώτατη επανάληψη (όπου $j = 4$), όπου $e_3 = 779$ και $e_2 = 828$ που είναι τα σκιασμένα κελιά στον πίνακα X.[18]

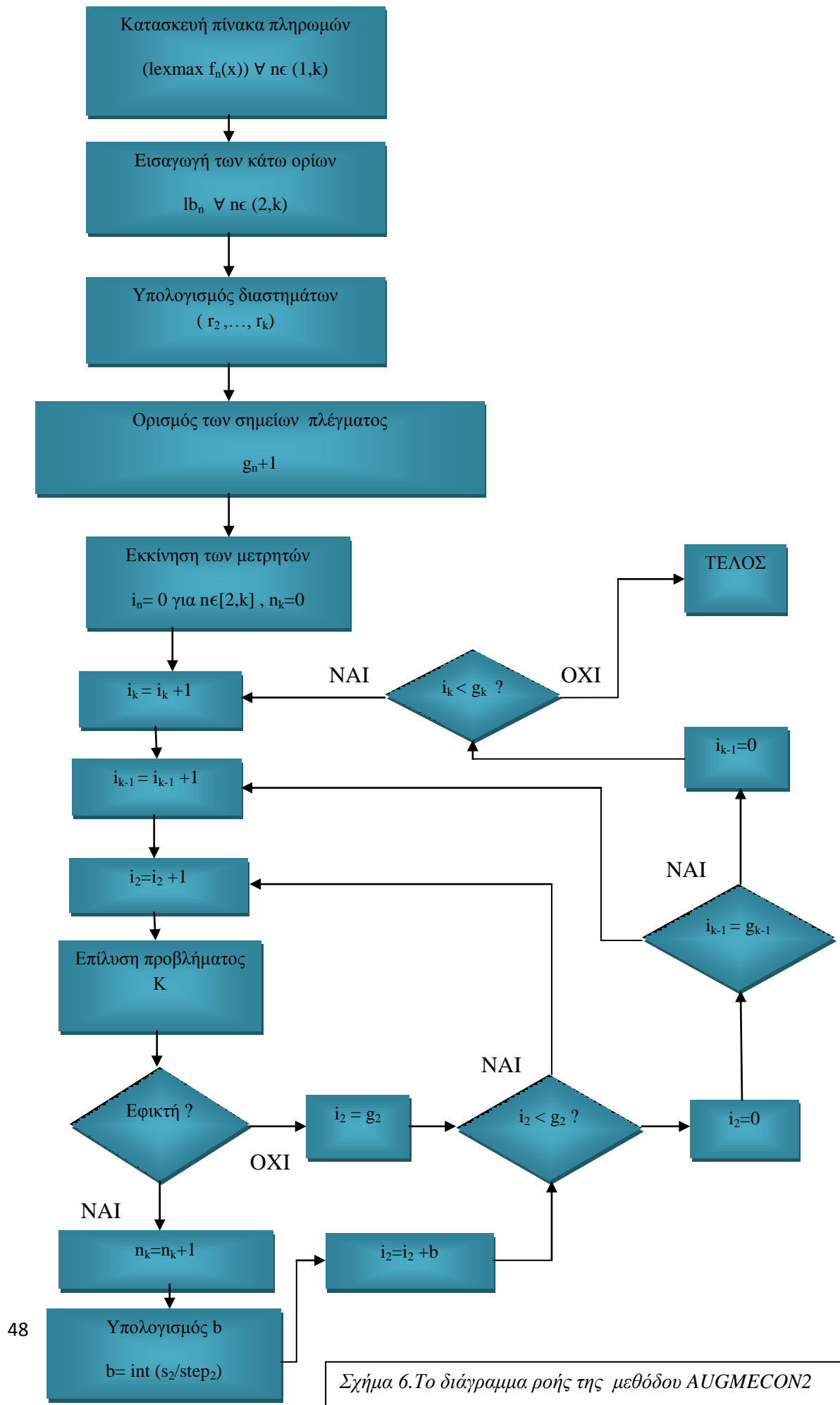
Πίνακας 5: Τα σημεία πλέγματος του προβλήματος

Αντικειμενικές Συναρτήσεις	Μετρητής	Σημεία Πλέγματος										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_2(x)$	j	796	804	812	820	828	836	844	852	860	868	876
$f_3(x)$	i	765	779	793	807	821	835	849	863	877	891	905

Μετά την βελτιστοποίηση λαμβάνεται $S_2 = 18$ και $S_3 = 9$, πράγμα που σημαίνει ότι σε αυτή την επανάληψη η τιμή για την δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$f_2 = e_2 + S_2 = 828 + 18 = 846 \quad \text{και} \quad f_3 = e_3 + S_3 = 779 + 9 = 788$$

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι είναι περιττό να εκτελέσει τις δύο επόμενες επαναλήψεις με $j=5$ και $j=6$ (διαγραφή στον πίνακα 2), γιατί θα καταλήξουμε στην ίδια κατά Pareto βέλτιστη λύση με $f_2 = 846$. Η μόνη διαφορά είναι ότι οι μεταβλητές πλεόνασμα θα είναι 10 ($= 18-8$) και 2 ($18-2 \times 8$) για $j = 5$ και $j= 6$, αντίστοιχα. Ως εκ τούτου μπορούν να παρακαμφθούν αυτές οι δύο επαναλήψεις και να πάει κατευθείαν από $j=4$ έως $j=7$, (τιμή για $e_2 = 852$ στον Πίνακα 2). Ο συντελεστής παράκαμψης b υπολογίζεται ως $b = \text{int}(18/8) = 2$. Το διάγραμμα ροής του νέου αλγορίθμου φαίνεται στο κάτωθεν σχήμα X: [18]



Σχήμα 6. Το διάγραμμα ροής της μεθόδου AUGMECON2

Το πρόβλημα μεγιστοποίησης K σύμφωνα με τη μέθοδο AUGMECON2 δηλώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \max \left\{ f_1(x) + \left(\frac{s_2}{r_2} + 10^{-1} \cdot \frac{s_3}{r_3} + \dots + 10^{-(k-2)} \cdot \frac{s_k}{r_k} \right) \right\} \\ & \text{st} \\ & x \in F \\ & f_n(x) - s_n = e_n \quad n=2 \dots k \end{aligned}$$

όπου:

$f_n(x)$: οι αντικειμενικές συναρτήσεις που μεγιστοποιούνται

$$e_n = lb_n + i_n \times \text{step}_n$$

lb_n : το κάτω όριο της n -οστής αντικειμενικής συνάρτησης

$\text{step}_n = r_k / g_k$: βήμα για την n -οστή αντικειμενική συνάρτηση

r_n : το εύρος της n -οστής αντικειμενικής συνάρτησης

g_n : αριθμός των σημείων πλέγματος

s_n : η μεταβλητή απόκλισης της n -οστής αντικειμενικής συνάρτησης

F : το εφικτό χωρίο του αρχικού προβλήματος

δ : ένας πολύ μικρός πραγματικός αριθμός {συνήθως μεταξύ των 10^{-6} - 10^{-3} }

n_p : αριθμός των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων

$b = \text{int}(s_2 / \text{step}_2)$: συντελεστής παράκαμψης { $\text{int}()$ σημαίνει ακέραιο μέρος} [20]

2.4 Αλγεβρικές Γλώσσες Μοντελοποίησης

2.4.1 Γενικά

Οι αλγεβρικές γλώσσες μοντελοποίησης (en > Algebraic Modeling Languages) είναι γλώσσες προγραμματισμού υψηλού επιπέδου για την κατασκευή και επίλυση ιδιαίτερα σύνθετων προβλημάτων με μεγάλο πλήθος μαθηματικών υπολογισμών. Οι αλγεβρικές γλώσσες μοντελοποίησης έχουν ως βασικό γνώρισμα τη χρήση της σχεσιακής άλγεβρας (en > relational algebra) και προσφέρουν ένα κατάλληλο περιβάλλον σύνταξης για την κατασκευή μοντέλων Μαθηματικού Προγραμματισμού προσαρμοσμένο στη μαθηματική λογική και συμβολισμού τους. Η ομοιότητα αυτή ανάμεσα στη σύνταξη και στη μαθηματική σημειογραφία των μοντέλων αριστοποίησης συνιστά το βασικό πλεονέκτημα των αλγεβρικών γλωσσών μοντελοποίησης το οποίο επιτρέπει μια περιεκτική και ευανάγνωστη διατύπωση των προβλημάτων. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να αναπτύξει από μικρά έως πολύ μεγάλου μεγέθους προβλήματα (χιλιάδες μεταβλητές και περιορισμοί), να τα επιλύσει και να λάβει τα αποτελέσματα και τις λύσεις τους.

Βασικό χαρακτηριστικό των γλωσσών μοντελοποίησης συνιστά το γεγονός ότι ο χρήστης δεν απαιτείται και δεν εμπλέκεται στην κατασκευή του αλγορίθμου επίλυσης /επιλύτη (en > solver) του μοντέλου καθώς αυτός παρέχεται από το λογισμικό πακέτο. Επισημαίνεται ότι η γλώσσα μοντελοποίησης δεν επιλύει απευθείας τα προβλήματα αλλά καλεί κατάλληλους εξωτερικούς επιλύτες οι οποίοι υλοποιούν την αριστοποίηση. Μάλιστα κάθε λογισμικό πακέτο διαθέτει περισσότερους από έναν επιλύτες για εξειδικευμένη χρήση ανάλογα με τον τύπο του μοντέλου (γραμμικά ή μη γραμμικά) και με διαφορετικές δυνατότητες για την επίλυση και την παραγωγή αποτελεσμάτων. Το γεγονός αυτό διευκολύνει την μοντελοποίηση γιατί ο χρήστης επικεντρώνεται μόνο σε αυτή χωρίς να "ανησυχεί" και για τον αλγόριθμο επίλυσης ενώ συνήθως έχει τη δυνατότητα παραμετροποίησης του επιλύτη ώστε να τον προσαρμόζει στις εκάστοτε ανάγκες του μοντέλου.

Η βασική εναλλακτική για την ανάπτυξη και επίλυση ενός μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού είναι οι γλώσσες προγραμματισμού οι οποίες προφανώς και δίνουν πλήρη αυτονομία και έλεγχο στο χρήστη σχετικά με την κατασκευή και την επίλυση ενός μοντέλου αλλά και περισσότερη ταχύτητα. Ωστόσο απευθύνονται σε άτομα με πιο εξειδικευμένες γνώσεις, απαιτούν σημαντικό χρόνο για την ολοκλήρωση του όλου προγράμματος (μοντέλου και επιλύτη) και είναι συχνά πολύ ογκώδης ο γραφόμενος κώδικας πέραν των αναγκών του προσομοιωμένου προβλήματος.

Μια αλγεβρική γλώσσα μοντελοποίησης αποτελείται κατά κύριο λόγο από: τη δικιά της γλώσσα προγραμματισμού, το περιβάλλον διεπαφής της με το χρήστη (en > user interface), τους εξωτερικούς επιλύτες και τα εργαλεία ανταλλαγής δεδομένων και αποτελεσμάτων (en > data exchange utilities). Τα σύγχρονα συστήματα γλωσσών μοντελοποίησης διαθέτουν φιλικότερο περιβάλλον εργασίας ενώ προσφέρουν αποτελεσματικότερη και πιο εύχρηστη διεπιφάνεια ανάμεσα στην πλευρά της επίλυσης και στην πλευρά της μοντελοποίησης. Εδώ και αρκετά χρόνια υπάρχουν και εξελίσσονται πολλά συστήματα αλγεβρικών γλωσσών μοντελοποίησης για προβλήματα Μαθηματικού Προγραμματισμού, τα οποία διατίθενται στο εμπόριο και χρησιμοποιούνται για ακαδημαϊκούς, επιστημονικούς και επαγγελματικούς σκοπούς. Ορισμένα από τα πιο γνωστά συστήματα είναι τα ακόλουθα:

- GAMS
- LINDO
- LINGO
- MPL

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται το λογισμικό πακέτο GAMS το οποίο και αναλύεται στην επόμενη παράγραφο. [24]

2.4.2 Το σύστημα GAMS

Το GAMS (General Algebraic Modeling System) είναι ένα σύστημα λογισμικού μοντελοποίησης υψηλού επιπέδου για προβλήματα Μαθηματικού Προγραμματισμού. Εξαρχής η κινητήρια δύναμη της ανάπτυξής του ήταν οι ενασχολούμενοι με το Μαθηματικό Προγραμματισμό οι οποίοι θεωρούσαν ότι η βελτιστοποίηση είναι ένα δυνατό και κομψό εργαλείο για την επίλυση των πραγματικών προβλημάτων τα οποία απαντώνται στις επιστήμες και τη μηχανική. Η σκέψη αυτή οδήγησε στην ανάγκη ύπαρξης μιας αλγεβρικής προσέγγισης με σκοπό τη γενικευμένη αναπαράσταση, διαχείριση και επίλυση αντίστοιχων μαθηματικών μοντέλων μεγάλης κλίμακας. Για το σκοπό αυτό ελήφθησαν υπόψη οι αρχές των συνόλων και των πινάκων (ως ένα μη διατεταγμένο σύνολο πλειάδων |en > tuples) χρησιμοποιήθηκε η θεωρία της σχεσιακής βάσης δεδομένων και σε συνδυασμό με τη σχεσιακή άλγεβρα κατέστη δυνατή η διαχείρισή τους. Παράλληλα το πεδίο του Γραμμικού Προγραμματισμού προσέφερε τον τρόπο έκφρασης ποικίλων τέτοιων προβλημάτων όπως και παρείχε και τους αλγόριθμους επίλυσής τους, εκμεταλλεύοντας την αραιότητα (en > sparsity) δηλαδή τις δομές των αραιών δεδομένων (en > sparse data structures) για την επίλυση μεγάλων προβλημάτων. Η ενσωμάτωση όλων των παραπάνω αρχών και τεχνικών κατέληξε στη δημιουργία της πρώτης αλγεβρικής γλώσσας μοντελοποίησης, το σύστημα GAMS το οποίο παρείχε ένα πλαίσιο εργασίας για μεγάλα και σύνθετα μοντέλα βελτιστοποίησης.[24]

Εκ των βασικών αρχών του GAMS συνιστούν ότι η μοντελοποίηση του προβλήματος είναι ανεξάρτητη της μεθόδου επίλυσης και το δομούμενο μοντέλο είναι ανεξάρτητο

του εκάστοτε υπολογιστικού συστήματος που το φιλοξενεί. Επιτρέπει τη σαφή δήλωση αλγεβρικών σχέσεων οι οποίες αντικατοπτρίζουν ένα σύστημα μεταβλητών και εξισώσεων, παρέχει κατανοητή και προχωρημένη συμβολοποίηση και επιτρέπει την εύκολη και ασφαλή τροποποίηση και αλλαγή των στοιχείων του μοντέλου. Ένα ακόμη γνώρισμα του GAMS είναι ότι περιλαμβάνει ένα πλήθος από κατηγορίες επιλυτών οι οποίοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε οποιοδήποτε πρόβλημα και εναλλασσόμενα. Επίσης το GAMS υποστηρίζει τη δημιουργία ενός μεγάλου αριθμού κατηγοριών μοντέλων Μαθηματικού Προγραμματισμού για τις οποίες διαθέτει και τους κατάλληλους επιλύτες. Ορισμένοι βασικοί τύποι μοντέλων είναι οι εξής:

- Γραμμικός Προγραμματισμός
- Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός
- Δευτεροβάθμιος Προγραμματισμός
- Μη Γραμμικός προγραμματισμός
- Μικτός Ακέραιος Μη Γραμμικός Προγραμματισμός

Στο περιβάλλον εργασίας του GAMS αναπτύσσονται και επιλύονται τα αντίστοιχα μοντέλα βελτιστοποίησης τα οποία είναι κώδικες γραμμένοι στη δική του γλώσσα προγραμματισμού. Αποτελούν δηλαδή ένα σύνολο εντολών ($en > statements$) οι οποίες εκφράζουν τις μεταβλητές, ορίζουν τις σχέσεις των μεταβλητών (εξισώσεις και ανισότητες), παράγουν και επιλύουν το μοντέλο και δημιουργούν αναφορές των αποτελεσμάτων της επίλυσης.[22]

Ο γενικός κανόνας ο οποίος ισχύει, είναι ότι κάθε συστατικό στοιχείο ενός μοντέλου GAMS πρέπει πρώτα να δηλωθεί η ύπαρξή του (να ονομαστεί $en > declaration$) και μετά να του αποδοθεί μια τιμή ή να ορισθεί υπό τη μορφή σχέσης ($en > assignment definition$). Η αλληλουχία αυτή μπορεί να γίνει είτε ταυτόχρονα στην ίδια εντολή είτε ξεχωριστά, εκτός από την περίπτωση των εξισώσεων για τις οποίες η δήλωση και ο ορισμός τους πρέπει να γίνει ξεχωριστά σε δύο εντολές. Γενικότερα οι εντολές του GAMS διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, τις εντολές δήλωσης και ορισμού και τις εντολές εκτέλεσης.

Οι βασικές κατηγορίες στοιχείων και εντολών της δομής ενός μοντέλου GAMS είναι:

- ❖ **Σύνολα ($en > Sets$):** Συνιστούν δομικά συστατικά ενός μοντέλου τα οποία αντιστοιχούν επακριβώς στους δείκτες των διαφόρων αλγεβρικών εκφράσεων των μοντέλων.
- ❖ **Δεδομένα ($en > Data$):** Αποτελούν σταθερά μεγέθη και μπορούν να εισαχθούν ως τρεις μορφές : *Βαθμωτά Μεγέθη* ($en > scalars$), *Παράμετροι* ($en > Parameters$) και *Πίνακες* ($en > Tables$) ανάλογα με το είδος των δεδομένων.
- ❖ **Μεταβλητές ($en > Variables$):** Είναι οι μεταβλητές απόφασης ενός προβλήματος οι οποίες αποτελούν τα βασικά στοιχεία ενός προβλήματος και

οι οποίες λαμβάνουν τιμές μετά την επίλυσή του. Σε αυτή την κατηγορία ανήκει και η μεταβλητή η οποία εκφράζει την αντικειμενική συνάρτηση (εξαρτημένη μεταβλητή) ενός μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού η οποία καλείται να βελτιστοποιηθεί. Οι Μεταβλητές μπορεί να είναι διαφόρων τύπων: συνεχείς, ακέραιες, δυαδικές (0 ή 1), θετικές ή αρνητικές.

- ❖ **Εξισώσεις(en > Equations):** Περιλαμβάνουν τους περιορισμούς και την αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος Μαθηματικού Προγραμματισμού. Με τον όρο εξισώσεις εννοούνται τόσο οι εξισώσεις όσο και οι ανισωτικές σχέσεις του μοντέλου. Μια δήλωση εξίσωσης στο GAMS δύναται να αντιστοιχεί σε μία ή περισσότερες μαθηματικές σχέσεις ανάλογα με τον αριθμό των στοιχείων ενός συνόλου.
- ❖ **Μοντέλα (en > Models):** Ορίζει το όνομα του συνολικού μοντέλου ή ακόμη σε πιο προχωρημένο επίπεδο ορίζει τα ονόματα διαφορετικών εκφάνσεων του μοντέλου περικλείοντας ανάλογα το σύνολο ή υποσύνολα των εξισώσεων και των περιορισμών του προβλήματος.
- ❖ **Επίλυση (en > Solve):** Είναι η εντολή η οποία έπεται των προαναφερθέντων και καλεί το σύστημα GAMS να επιλύσει το μοντέλο καλώντας τον κατάλληλο εξωτερικό επιλύτη. Με την εντολή αυτή επιλέγεται το όνομα του καλούμενου μοντέλου, ορίζεται ο τύπος του προβλήματος Μαθηματικού Προγραμματισμού (ΓΠ,ΜΑΓΠ, ΜΓΠ κλπ), δηλώνεται η κατεύθυνση της βελτιστοποίησης (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) και η μεταβλητή της αντικειμενικής συνάρτησης η οποία πρόκειται να μεγιστοποιηθεί.

Είναι προφανές ότι το περιβάλλον μοντελοποίησης GAMS διαθέτει και προσφέρει πληθώρα από εντολές για τη μοντελοποίηση προβλημάτων τα οποία δεν αποτελούν το αντικείμενο της συγκεκριμένης ενότητας και διπλωματικής εργασίας. Για περισσότερες πληροφορίες μπορεί κάποιος να μεταβεί στο σχετικό διαδικτυακό τόπο <http://www.gams.com> ενώ για πιο αναλυτικά στοιχεία, πλήρη περιγραφή των εντολών και των τρόπων ανάπτυξης των μοντέλων σε GAMS μπορεί να ανατρέξει σε διαθέσιμα εγχειρίδια. [22]

2.4.3 Ο επιλύτης GAMS/CPLEX

Η εύρεση του εύρωστου χαρτοφυλακίου μεταξύ των υποψηφίων επενδυτικών σχεδίων των Α.Π.Ε που αφορούν το προς επίλυση ζήτημα της παρούσας διπλωματικής εργασίας πραγματοποιείται με τη βοήθεια του επιλύτη CPLEX ο οποίος αποτελεί έναν δυνατό και αποτελεσματικό επιλύτη με πολλές εφαρμογές στην ακαδημαϊκή κοινότητα. Ο GAMS/CPLEX είναι ένας προσαρμοσμένος επιλύτης CPLEX του συστήματος GAMS ο οποίος εφαρμόζεται σε προβλήματα ΓΠ, τετραγωνικού προγραμματισμού και ΜΑΓΠ επιτρέποντας τον αυτόματο προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών στις περισσότερες επιλογές επίλυσης ανάλογα με τις ανάγκες του

εξεταζόμενου προβλήματος ενώ παρέχει πολλές δυνατότητες παραμετροποίησής του εάν αυτό είναι επιθυμητό από τους χρήστες.

Για την ισχύουσα περίπτωση ο επιλεγόμενος επιλύτης GAMS/CPLEX χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο διακλάδωσης και αποκοπής ο οποίος αποτελεί μια μέθοδο βελτιστοποίησης επίλυσης προβλημάτων ΑΓΠ. Η μέθοδος διακλάδωσης και αποκοπής συνιστά έναν συνδυασμό του γνωστού αλγορίθμου διακλάδωσης και ορίων και της μεθόδου αποκοπής επιπέδων τομής. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος επιλύει μια σειρά από παραγόμενα υποπροβλήματα ΓΠ σύμφωνα με τη μέθοδο Simplex χωρίς να λαμβάνει υπόψη τους περιορισμούς των ακέραιων μεταβλητών.

Σημαντικό γνώρισμα του συγκεκριμένου επιλύτη είναι η δυνατότητα εκτέλεσής του σε παράλληλη κατάσταση (en > parallel mode). Συγκεκριμένα παρέχονται δύο τρόποι παράλληλης εκτέλεσης του επιλύτη οι οποίοι αναφέρονται ως αιτιοκρατικός (en > deterministic) και ο ευκαιριακός (en > opportunistic) αντίστοιχα. Ο αιτιοκρατικός τρόπος διασφαλίζει ότι για αλληλέπληλες εκτελέσεις του ίδιου μοντέλου με τις ίδιες παραμέτρους και στο ίδιο υπολογιστικό σύστημα θα αναπαράγεται η ίδια διαδρομή επίλυσης και συνεπώς ταυτόσημα αποτελέσματα (λύση). Αντίθετα, για το ίδιο πρόβλημα και στις ίδιες συνθήκες, ακόμη και για πολύ μικρές διαφορές στους χρόνους των πυρήνων του επεξεργαστή ή στη σειρά εκτέλεσης και ανάθεσης των εργασιών στους πυρήνες, ο ευκαιριακός τρόπος παράλληλης επίλυσης συνεπάγεται πιθανή υιοθέτηση διαφορετικής διαδρομής επίλυσης και συνεπώς την εμφάνιση διαφορετικών χρόνων επίλυσης ή/και διαφορετικών λύσεων. Σε περιπτώσεις κατά τις οποίες δεν παρατηρείται πλήρης ταύτιση στις παραγόμενες λύσεις, ο ευκαιριακός τρόπος καλύτερα την παράλληλη επεξεργασία σε σχέση με τον αιτιοκρατικό καθώς απαιτεί μικρότερο βαθμό συγχρονισμού μεταξύ των πυρήνων του επεξεργαστή και έτσι επιτυγχάνει υψηλότερες αποδόσεις.

Στο πλαίσιο της επίλυσης του πολυκριτηριακού μοντέλου της διπλωματικής εργασίας αξιολογείται πλήρως η ικανότητα της παράλληλης εκτέλεσης του επιλύτη GAMS/CPLEX και συγκεκριμένα επιλέγεται ο αιτιοκρατικός τρόπος επίλυσης. Ο λόγος για τον οποίο επιλέγεται ο αιτιοκρατικός τρόπος έναντι του ευκαιριακού βασίζεται στην εξασφάλιση της επαναληψιμότητας των παραγόμενων αποτελεσμάτων. Αυτό είναι χρήσιμο σε περιπτώσεις που δεν επιζητείται η απόλυτα βέλτιστη λύση γιατί τότε ο ευκαιριακός τρόπος μπορεί να οδηγήσει σε μικρές έως και αρκετά σημαντικές διαφορές και αποκλίσεις ως προς τις λύσεις του ίδιου ακριβώς προβλήματος.[25]

Κεφάλαιο 3

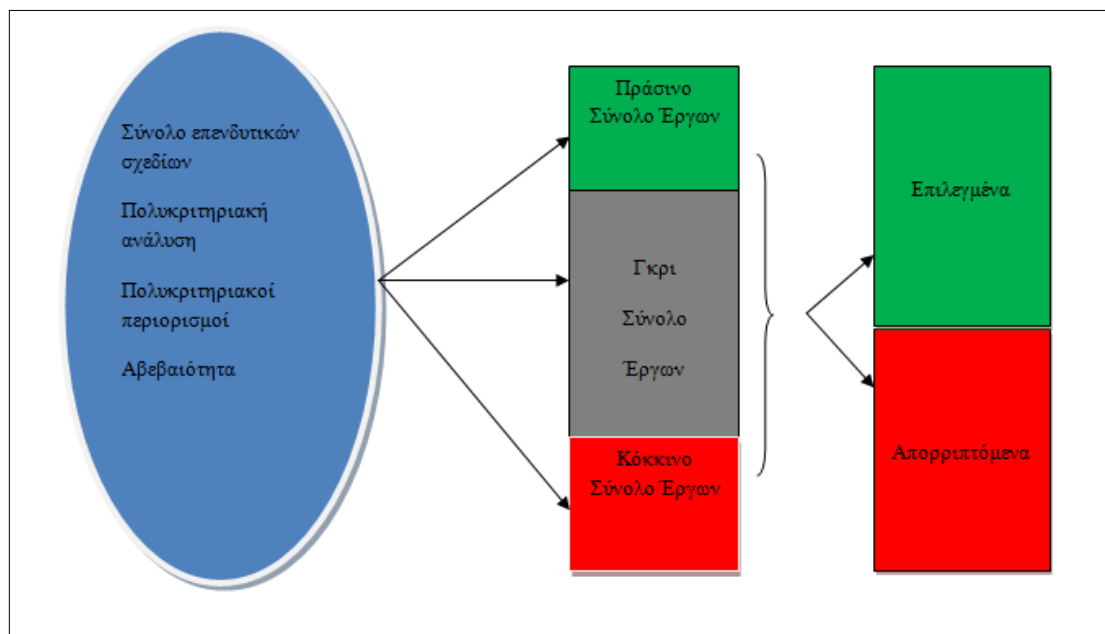
Προσαρμογή της μεθόδου ITA στο πρόβλημα

3.1 Η βασική ιδέα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης

Ο όρος «τριχοτόμηση» αναφέρεται στον διαχωρισμό ενός συνόλου σε τρία μέρη. Στο πλαίσιο αυτό του κειμένου, η προτεινόμενη διαδικασία λήψης αποφάσεων βασίζεται στο γεγονός ότι τα έργα κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες με βάση τις επιδόσεις τους και το επίπεδο αβεβαιότητάς τους. Η αβεβαιότητα έχει ενσωματωθεί με κατανομές πιθανοτήτων για την εξαγωγή των έργων. Η Monte Carlo προσομοίωση γίνεται με δειγματοληψία από αυτές τις κατανομές. Η διαδικασία βελτιστοποίησης με την χρησιμοποίηση ενός μοντέλου Μαθηματικού Προγραμματισμού παρέχει ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Αυτό το ζεύγος δειγματοληψίας και βελτιστοποίησης είναι ο πυρήνας των υπολογισμών. Για παράδειγμα, εάν ο αριθμός των προσομοιώσεων Monte Carlo ανέρχεται σε $N=1000$, τότε 1000 θα είναι και οι δειγματοληψίες και οι βελτιστοποιήσεις που θα εκτελεστούν. Η έξοδος της διαδικασίας θα είναι 1000 βέλτιστα χαρτοφυλάκια με βάση τη δειγματοληψία των παραμέτρων του μοντέλου. Καθ' αυτόν τον τρόπο το σύνολο των επενδυτικών σχεδίων χωρίζεται σε τρία υποσύνολα (κατηγορίες): τα "πράσινα" σχέδια που είναι παρόντα στο τελικό χαρτοφυλάκιο υπό όλες τις συνθήκες (δηλαδή σε όλες τις προσομοιώσεις Monte Carlo), τα "κόκκινα" έργα που απουσιάζουν από το τελικό χαρτοφυλάκιο υπό όλες τις συνθήκες και τα «γκρι» σχέδια που υπάρχουν σε ορισμένα από τις τελικά χαρτοφυλάκια. Η ταξινόμηση σε τρία υποσύνολα δεν είναι μια καινοτόμα διαδικασία στη βιβλιογραφία. Ωστόσο, ο τρόπος με τον οποίο τα έργα κατανέμονται σε κάθε υποσύνολο είναι διαφορετικός. [21]

Ο όρος "επαναληπτική" υποδεικνύει ότι η προτεινόμενη διαδικασία εξελίσσεται σε μια σειρά γύρων αποφάσεων (en > decision rounds). Ένας προκαθορισμένος αριθμός γύρων απόφασης ορίζεται από την αρχή και κάθε γύρος τροφοδοτεί το μεταγενέστερο

του μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση προς το τελικό χαρτοφυλάκιο. Από γύρο σε γύρο η αβεβαιότητα μειώνεται για το "γκρι" σύνολο έργων, αναγκάζοντας κάποια από αυτά να εισέλθουν είτε στο "πράσινο" σύνολο έργων είτε στο "κόκκινο" σύνολο έργων. Η μείωση της αβεβαιότητας μπορεί να γίνει είτε λαμβάνοντας περισσότερες πληροφορίες είτε με αυτόματη στένωση των κατανομών πιθανοτήτων των "γκρι" έργων. Η όλη διαδικασία απεικονίζεται στο κάτωθεν σχήμα:



Σχήμα 7. Σχηματική αναπαράσταση της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης

Η ιδέα πίσω από την Τριχοτομική Προσέγγιση βασίζεται στο ότι αποφασίζων (en >Decision Maker,DM) μπορεί να επικεντρωθεί στα έργα που είναι πραγματικά διφορούμενα. Τα βέβαια έργα, εννοώντας τα έργα που είτε είναι εντός του χαρτοφυλακίου είτε είναι εκτός του χαρτοφυλακίου, έχουν καθοριστεί και ο αποφασίζων μπορεί να μετατοπίσει την προσοχή του μόνο στα "αμφιλεγόμενα" επενδυτικά σχέδια δηλαδή στο "γκρι" σύνολο. Η μέθοδος παρέχει τόσο ποσοτικές όσο και ποιοτικές πληροφορίες που δεν μπορούν να αποκτηθούν χρησιμοποιώντας τις αναμενόμενες τιμές των κατανομών (expected values of the distributions). Στην τελευταία περίπτωση, ο αποφασίζων είναι εφοδιασμένος με ένα μοναδικό βέλτιστο χαρτοφυλάκιο ή με άλλα λόγια, ποιά έργα "λαμβάνονται" και ποιά έργα "απορρίπτονται" χωρίς καμία διάκριση σχετικά με το βαθμό βεβαιότητας για κάθε ένα από αυτά. Αντιθέτως, στην Τριχοτομική Προσέγγιση, ο αποφασίζων είναι εφοδιασμένος με ουσιαστικές πληροφορίες σχετικά με το βαθμό βεβαιότητας ενσωμάτωσης κάθε έργου στο χαρτοφυλάκιο. Με άλλα λόγια, ο αποφασίζων έχει μια εποπτική εικόνα των πολλαπλών υπονήφιων χαρτοφυλακίων και έχει την δυνατότητα να ελέγχει πλήρως τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Στην περίπτωση των "πολύ κοντινών προς ενσωμάτωση έργων" ο αποφασίζων είναι και πάλι ενημερωμένος για τις λιγότερο ή περισσότερο ισοδύναμες λύσεις. Με αυτόν τον τρόπο αυτός / αυτή

μπορεί να χρησιμοποιήσει πρόσθετα κριτήρια για την περαιτέρω διάκριση των υποψήφιων έργων. Με άλλα λόγια, ο αποφασίζων έχει επίγνωση της ιεράρχησης των έργων, δεδομένου ότι αυτός / αυτή γνωρίζει σε ποιο γύρο ένα επενδυτικό σχέδιο εισέρχεται στο "πράσινο" σύνολο έργων. Όσο πιο νωρίς ένα σχέδιο εισέρχεται στο "πράσινο" σύνολο τόσο πιο σίγουρος είναι ο αποφασίζων για την παρουσία του στον τελικό χαρτοφυλάκιο.[20]

3.2 Η μέθοδος ITA μέσω της διαδικασίας Monte Carlo προσομοίωσης-βελτιστοποίησης

Η Monte Carlo προσομοίωση και βελτιστοποίηση με μοντέλο Μαθηματικού Προγραμματισμού είναι μια μάλλον πρόσφατη εξέλιξη που γίνεται εφικτή με την ταχέως εξέλιξη της υπολογιστικής ισχύος κατά τη διάρκεια των τελευταίων ετών. Αν και θεωρείται μια απαιτητική υπολογιστική διαδικασία, κρίνεται σκοπίμως άξια έντονου ενδιαφέροντος και προσοχής καθώς παρέχει πλούσιες πληροφορίες σχετικά με την αβεβαιότητα της τελικής λύσης. Χρησιμοποιώντας Monte Carlo προσομοίωση [17] θεωρούνται διάφορες κατανομές πιθανοτήτων για τις αβέβαιες παραμέτρους. Με δειγματοληψία από αυτές τις κατανομές λαμβάνονται οι παράμετροι από το μοντέλο μαθηματικό προγραμματισμού που εν συνεχεία βελτιστοποιείται. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται N φορές (όπου N είναι ο αριθμός επαναλήψεων, για παράδειγμα $N=1000$) και λαμβάνονται N βέλτιστα χαρτοφυλάκια που εκφράζουν όλες τις πιθανές καταστάσεις της φύσης (μερικά από αυτά τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια μπορεί να είναι ταυτόσημα). Το μοντέλο Μαθηματικού Προγραμματισμού στην t -στη Monte Carlo επανάληψη είναι το ακόλουθο:

$$\begin{aligned} \max Z^{(t)} &= \sum c_i^{(t)} X_i \\ \text{st} & \\ X &\in S \\ X_i &\in \{0,1\} \end{aligned} \quad (1)$$

όπου $c_i^{(t)}$ είναι ο συντελεστής της αντικειμενικής συνάρτησης λειτουργίας του i -οστού επενδυτικού έργου στην t -στη Monte Carlo επανάληψη. Η τιμή του $c_i^{(t)}$ προέρχεται από τη δειγματοληψία της αντίστοιχης κατανομής. Η X_i είναι η δυαδική μεταβλητή απόφασης η οποίας αποδεικνύει εάν το i -στο επενδυτικό έργο από το αρχικό σύνολο έργων επιλέγεται ($X_j = 1$) ή όχι ($X_j = 0$) και η S μεταβλητή παριστάνει την εφικτή περιοχή σχηματιζόμενη από όλους τους επιβαλλόμενους περιορισμούς. Δεν δίνεται η δυνατότητα επιλογής μόνο τμημάτων ενός επενδυτικού σχεδίου γι' αυτό και η μοντελοποίηση γίνεται με δυαδικές μεταβλητές και όχι με συνεχείς μεταβλητές, όπως συνηθίζεται στην αρχική επιλογή χαρτοφυλακίου. Επιπλέον εκτός από τους συνηθεις περιορισμούς προϋπολογισμού, λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί πολιτικής (γεωγραφικοί, τεχνολογικοί κλπ), αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των σχεδίων (αμοιβαία αλληλοαποκλειόμενα ή προαπαιτούμενα) όπου οι παραπάνω περιορισμοί σε συνδυασμό μεταξύ τους διαμορφώνουν το χώρο απόφασης S . [20]

Το αποτέλεσμα του μοντέλου (1) είναι η εξαγωγή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου $X^{(t)}$ με $Z^{(t)}$ την τιμή για την αντικειμενική συνάρτηση. Εκμεταλλευόμενοι την πληροφορία από τα N βέλτιστα χαρτοφυλάκια, δημιουργούνται 3 κατηγορίες επενδυτικών σχεδίων (εξ'ού και η ονομασία της μεθόδου, Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση, $en >$ Iterative Trichotomic Approach, ΙΤΑ):

- τα "πράσινα" επενδυτικά σχέδια ($en >$ "green" projects) τα οποία συγκαταλέγονται σε όλα τα N χαρτοφυλάκια
- τα "κόκκινα" επενδυτικά σχέδια ($en >$ "red" projects) τα οποία δεν συγκαταλέγονται σε κανένα από τα N χαρτοφυλάκια και επίσης
- τα "γκρι" επενδυτικά σχέδια ($en >$ "grey" projects) τα οποία συγκαταλέγονται σε μερικά από τα N χαρτοφυλάκια [20]

Στον πίνακα που ακολουθεί παρατίθεται ένα παράδειγμα διαχωρισμού των P επενδυτικών σχεδίων μετά από $N=1000$ επαναλήψεις στις 3 γνωστές κατηγορίες: τα "πράσινα", τα "κόκκινα" και τα "γκρι" επενδυτικά σχέδια. Οι σειρές αντιπροσωπεύουν το διάλυμα των τιμών για τις μεταβλητές απόφασης σε κάθε μία από τις επαναλήψεις, ενώ οι στήλες αντιπροσωπεύουν τις τιμές κάθε μία από τις μεταβλητές απόφασης σε όλες τις Monte- Carlo επαναλήψεις.

Πίνακας 6: Παράδειγμα αποτελεσμάτων από την 1^η επανάληψη

Αριθμός Επαναλήψεων	x_1	x_2	x_3	x_4	...	x_p
1	1	0	0	1	...	1
2	0	0	1	1	...	1
3	0	0	0	1	...	0
...
1000	1	0	0	1	...	1
	grey	red	grey	green	...	grey

Κατά την υπολογιστική διαδικασία της φάσης (1) δίνεται έμφαση σε ορισμένα σημεία. Καταρχήν καταλήγουμε σε συμπεράσματα σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο ($en >$ portfolio) με την υψηλότερη συχνότητα μεταξύ των 1000 επαναλήψεων. Ωστόσο η τιμή αυτής της συχνότητας βρέθηκε μικρή, μόλις σε ποσοστό 1-5%, το οποίο σημαίνει ότι τα επικρατούντα βέλτιστα χαρτοφυλάκια σπάνια είναι τα ίδια μεταξύ των 1000 επαναλήψεων. Ως εκ τούτου, επειδή δεν είναι εύκολο να εξαχθούν συμπεράσματα για τα πιο συχνά χαρτοφυλάκια, προκύπτουν συμπεράσματα για τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα επενδυτικά έργα στα χαρτοφυλάκια. Αυτό ακριβώς το είδος των

πληροφοριών εκμεταλλευόμαστε στη δεύτερη φάση της μεθόδου, όπου μπορούμε να εστιάσουμε στο σύνολο των "γκρι" επενδυτικών έργων, δηλαδή σε εκείνα για τα οποία δεν είμαστε σίγουροι για το εάν συγκαταλέγονται ή όχι στα χαρτοφυλάκια.

Προκειμένου να διευκολυνθεί η διαδικασία λήψης αποφάσεων μπορούμε να ορίσουμε όρια συμμετοχής για το "πράσινο" και το "κόκκινο" σύνολο έργων, προκειμένου να χαλαρώσουν οι απαιτήσεις προσχώρησης. Για παράδειγμα, μπορούμε να ορίσουμε ένα "πράσινο" όριο ίσο με 95%, που σημαίνει ότι αν ένα έργο είναι παρόν στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο στο 95% των επαναλήψεων, θεωρείται ότι είναι μέλος του "πράσινου" συνόλου έργων. Κατά συνέπεια, αν θέσουμε ένα "κόκκινο" όριο ισάξιο του 5%, αυτό σημαίνει ότι ένα έργο το οποίο είναι παρόν στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο σε λιγότερο από 5% των επαναλήψεων θεωρείται μέλος του "κόκκινου" επενδυτικού συνόλου. Τα όρια αυτά είναι συνήθως συμμετρικά πράγμα που σημαίνει ότι εάν ένα "πράσινο" όριο λαμβάνει τιμή ίση με 99% συνεπάγεται ότι το "κόκκινο" όριο λαμβάνει τιμή ίση με 1%. Το κατώτατο όριο συμμετοχής μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν η διακριτική ικανότητα της πρώτης φάσης θα πρέπει να αυξηθεί, για παράδειγμα όπου το "πράσινο" σύνολο και το "κόκκινο" σύνολο είναι σχεδόν άδεια.[20]

3.3 Εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας

Όπως αναφέρθηκε η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση ενσωματώνει γύρους απόφασης (en > decision rounds). Σε κάθε γύρο της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης, μια διαδικασία προσομοίωσης-βελτιστοποίησης λαμβάνει χώρα παρέχοντας τα αντίστοιχα χρώματος σύνολα έργων : το "πράσινο", το "κόκκινο" και το "γκρι" σύνολο των έργων. Η διαδικασία είναι αρκετά ευέλικτη και μπορεί να εφαρμοστεί είτε με ένα προκαθορισμένο, σταθερό, αριθμό γύρων είτε μέχρις ότου επιτευχθεί επαρκής σύγκλιση.

3.3.1 Προκαθορισμένος αριθμός γύρων

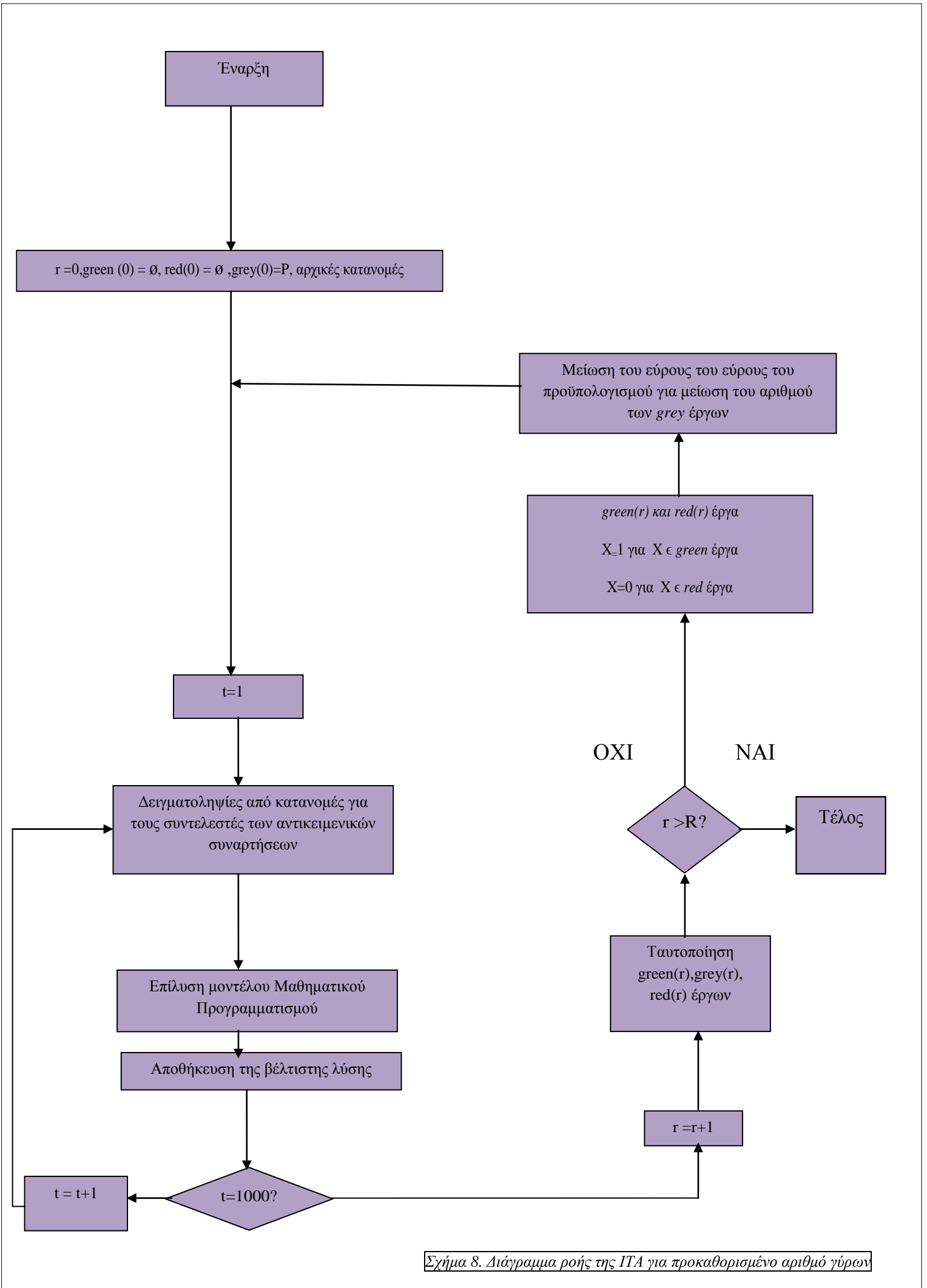
Η λήψη της απόφασης καθορίζει αρχικά τον R αριθμό των γύρων απόφασης. Στο πρώτο γύρο η κατά Monte Carlo δειγματοληψία γίνεται με τις αρχικές κατανομές πιθανοτήτων των αβέβαιων παραμέτρων. Τα αποτελέσματα που ελήφθησαν ορίζουν το "πράσινο" (1), το "κόκκινο" (1) και το "γκρι" (1) σύνολο επενδυτικών έργων (ο αριθμός στην παρένθεση υποδεικνύει τον γύρο από τον οποίο αναδύονται τα

αντίστοιχα σύνολα). Στο δεύτερο γύρο τα σχέδια από το "πράσινο" (1) σύνολο θεωρούνται δεδομένα, εκείνα που προέρχονται από το "κόκκινο" θεωρούνται απορριπτέα (1), ενώ μειώνεται η διακύμανση (αντικατοπτρίζει την ποσοτική μέτρηση της αβεβαιότητας) των παραμέτρων του "γκρι" συνόλου (1) των έργων κατά $1 / R$. Αυτή η μείωση εξαρτάται από τη μορφή της κατανομής. Για παράδειγμα, για την

κανονική κατανομή μειώνεται κατά $1 / R$ η τυπική απόκλιση ή για την ομοιόμορφη κατανομή, ελαττώνεται κατά $1/2 R$ του εύρους από τις δύο άκρες. Πρέπει να τονισθεί ότι αυτό πραγματοποιείται μόνο για τα "γκρι" σχέδια, ενώ η δειγματοληψία για τα "πράσινα" και τα "κόκκινα" έργα διατηρούν τις παραμέτρους πιθανοτήτων του προηγούμενου γύρου. Το μοντέλο για τον δεύτερο γύρο είναι το ακόλουθο:

$$\begin{aligned} \max Z^{(t)} &= \sum_{i=1}^P c_i X_i^{(t)} \\ \text{st} \\ X &\in S^{(t)} \\ X_i &\in \{0,1\} \\ X_i &= 1 \quad i \in \text{green} (1) \\ X_i &= 0 \quad i \in \text{red} (1) \end{aligned}$$

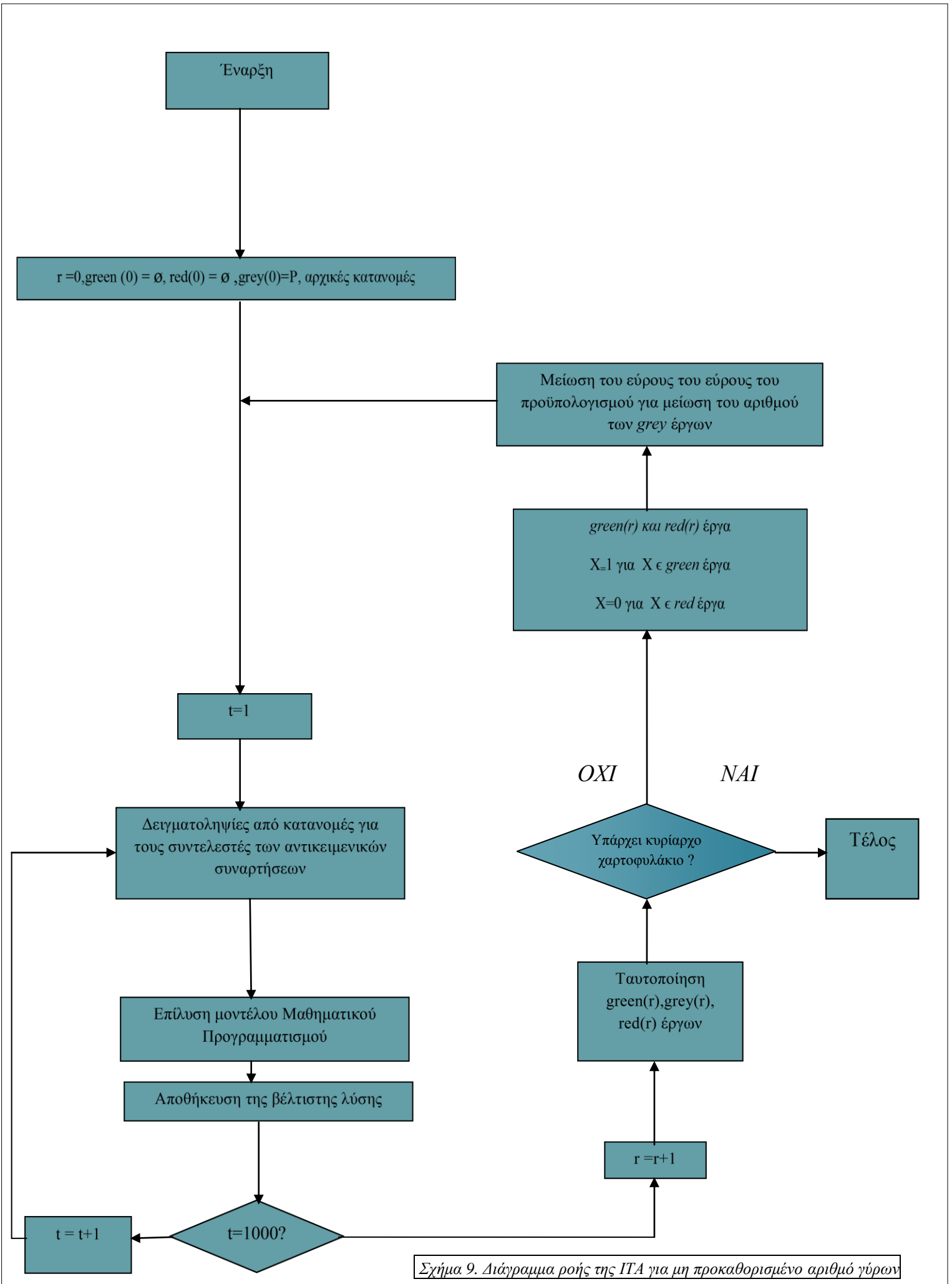
Μετά από το δεύτερο γύρο της προσομοίωσης-βελτιστοποίησης η έξοδος της διαδικασίας έχει τερματίσει. Πιο συγκεκριμένα, το "πράσινο" και το "κόκκινο" σύνολο είναι εμπλουτισμένα με νέα έργα ενώ εντοπίζονται τα νέα "γκρι" σύνολα έργων. Στη συνέχεια, για τον τρίτο γύρο μειώνεται η διακύμανση των "γκρι" έργων και θεωρούμε το νέο "πράσινο" και "κόκκινο" σύνολο όπως αναφέρεται. Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας λήψης αποφάσεων απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Η μείωση της διακύμανσης ακολουθεί ένα ενιαίο σχήμα μεταξύ των γύρων. Για παράδειγμα στην περίπτωση της κανονικής κατανομής μειώνεται η τυπική απόκλιση κατά $1 / R$ μετά από κάθε γύρο. Αυτό σημαίνει ότι μετά από r γύρους η μείωση της τυπικής απόκλισης είναι $sd \times r / R$. Έτσι, στον τελευταίο γύρο οι παράμετροι των "γκρι" έργων θεωρούνται ντετερμινιστικές (en > deterministic) (δεν έχουν καμία διαφορά σε όλα). Η έξοδος του τελευταίου γύρου είναι ένα μοναδικό χαρτοφυλάκιο μιας και όλες οι Monte Carlo επαναλήψεις προσομοίωσης-βελτιστοποίησης παράγουν την ίδια λύση.[21]



Σχήμα 8. Διάγραμμα ροής της ITA για προκαθορισμένο αριθμό γύρων

3.3.2 Μη προκαθορισμένος αριθμός γύρων

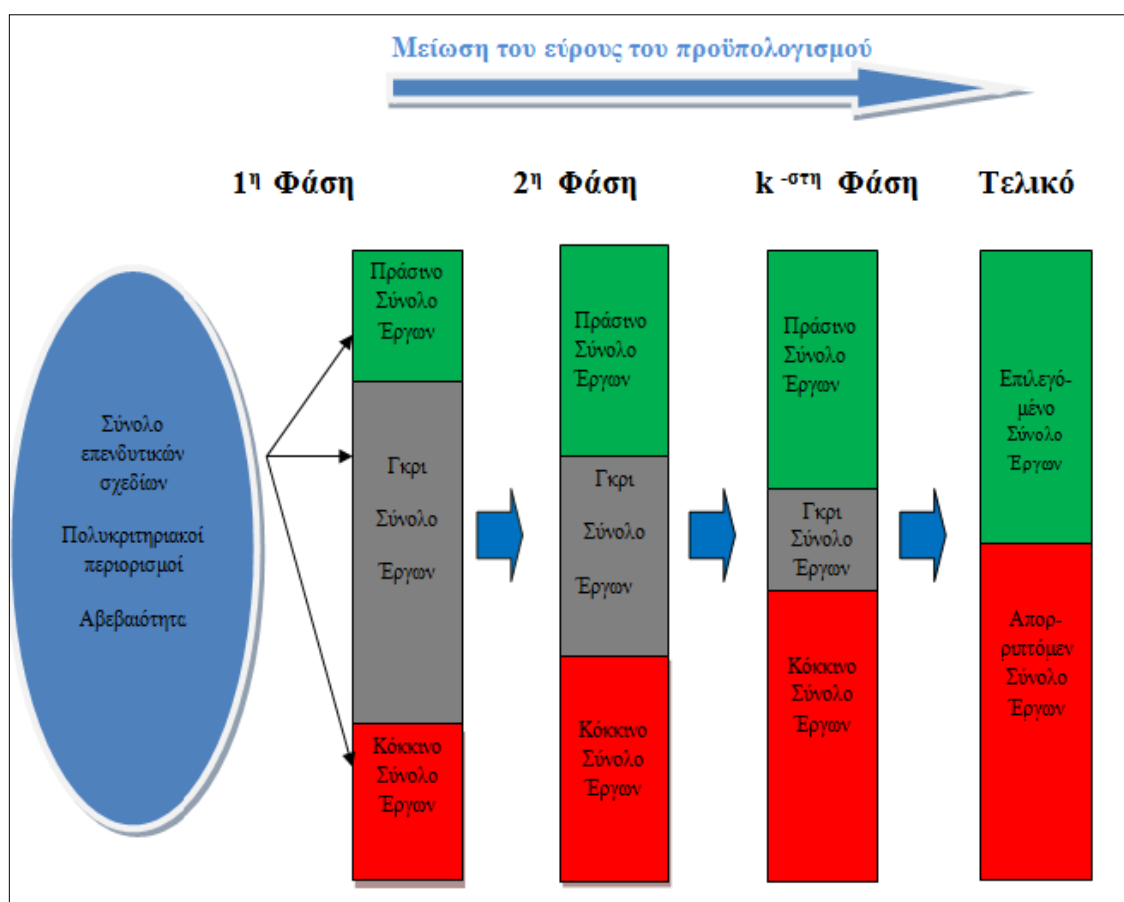
Η δεύτερη επιλογή είναι η αποφυγή του καθορισμού των γύρων και η ολοκλήρωση της συνολικής διαδικασίας λήψης αποφάσεων, όταν επαρκής σύγκλιση έχει επιτευχθεί για το τελικό χαρτοφυλάκιο. Η όλη διαδικασία είναι λιγότερο τυπική από ότι στην προηγούμενη περίπτωση. Μετά την προσέγγιση της προσομοίωσης-βελτιστοποίησης ο αποφασίζων προσδιορίζει τα "γκρι" έργα (έργα υπό αμφισβήτηση). Εκείνος συγκεντρώνει περισσότερες πληροφορίες για τα έργα αυτά που μεταφράζεται στη μείωση της διακύμανση της κατανομής των παραμέτρων τους. Πρέπει να σημειωθεί ότι η μείωση της διακύμανσης μπορεί να μην είναι ομοιόμορφη. Στον επόμενο γύρο το "γκρι" σύνολο συρρικνώνεται και ο αποφασίζων ελέγχει τη συχνότητα του κάθε ενός από τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια που λαμβάνεται στην έξοδο της προσομοίωσης. Εάν, για παράδειγμα, ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο εμφανίζεται στις 567 από τις 1000 επαναλήψεις τότε έχει 56,7% πιθανότητα να είναι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κάτω από τις δεδομένες συνθήκες αβεβαιότητας. Αν ο αποφασίζων βρίσκει ένα στοχαστικό κυρίαρχο χαρτοφυλάκιο τότε αυτός/αυτή μπορεί να τερματίσει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Ο όρος "κυρίαρχο" είναι ευέλικτος. Για παράδειγμα, ο αποφασίζων μπορεί να εξέλθει από τους βρόχους των γύρων απόφασης μόλις ένα χαρτοφυλάκιο αναδυθεί με 60% ή 70% πιθανότητα. Το όριο εξόδου (δηλαδή η πιθανότητα εμφάνισης επί του οποίου ένα χαρτοφυλάκιο θεωρείται ως επιλεγμένο) καθορίζεται από τον αποφασίζοντα σύμφωνα με τη συγκεκριμένη κατάσταση απόφασης. Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας λήψης αποφάσεων απεικονίζεται στο κάτωθεν σχήμα. Τα βήματα με πιο σκούρα σκίαση δείχνουν τις μεταβολές από την Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση με προκαθορισμένο αριθμό γύρων.[20]



Σχήμα 9. Διάγραμμα ροής της ITA για μη προκαθορισμένο αριθμό γύρων

3.4 Η μέθοδος ΙΤΑ για εύρος προϋπολογισμού

Στην προκειμένη περίπτωση θα θεωρηθεί ότι η αβεβαιότητα χαρακτηρίζει τον διαθέσιμο προϋπολογισμό. Ο προϋπολογισμός είναι γνωστός ως εύρος τιμών κι όχι ως συγκεκριμένη τιμή δηλαδή είναι χαλαρός περιορισμός του μοντέλου. Επιδιώκεται λοιπόν να βρεθεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο εντός του εύρους τιμών έτσι ώστε ο λόγος αποτελεσματικότητας/κόστους να είναι αυτός που επιθυμεί ο αποφασίζων. Η αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου εκφράζεται ως το άθροισμα των επιδόσεων του κάθε σχεδίου που τελικά περιλαμβάνεται σε αυτό. Η επίδοση του κάθε σχεδίου είναι αποτέλεσμα πολυκριτηριακής ανάλυσης. Χρησιμοποιώντας πολυκριτηριακό μαθηματικό προγραμματισμό και συγκεκριμένα την μέθοδο AUGMECON2 παράγουμε το σύνολο των χαρτοφυλακίων που θεωρούνται βέλτιστα για κάθε τιμή του συνολικού προϋπολογισμού μέσα στο συγκεκριμένο εύρος μιας και η μέθοδος AUGMECON2 έχει τη δυνατότητα να παράγει το σύνολο των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα πολυκριτηριακού ακέραιου προγραμματισμού. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι λύσεις αυτές στον αποφασίζοντα ο οποίος επαναληπτικά επιλέγει όλο και στενότερες περιοχές του εύρους του προϋπολογισμού μέχρι να καταλήξει στο τελικό χαρτοφυλάκιο. Η περιοχή που επιλέγει έχει κάθε φορά το μισό εύρος από την προηγούμενη έτσι ώστε η διαδικασία να συγκλίνει σχετικά γρήγορα.



Σχήμα 10. Σχηματική παράσταση της επαναληπτικής διαδικασίας

Τα εύρη προϋπολογισμού που επιλέγονται σε κάθε επανάληψη παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 7: Το εύρος του προϋπολογισμού σε κάθε επανάληψη

Αριθμός Επαναλήψεων	Εύρος Προϋπολογισμού (κ€)
1	50.000,000
2	25.000,000
3	12.500,000
4	6.250,000
5	3.125,000
6	1.562,500
7	781,250
8	390,625

Πρέπει να ανφερθεί ότι κάθε φορά που αλλάζει, δηλαδή που μειώνεται το εύρος προϋπολογισμού σε κάθε *i*-οστη επανάληψη, επιλέγεται το εύρος στο ίδιο πάντα διάστημα κόστους προϋπολογισμού και όχι σε διαφορετικό. Στον πρώτο γύρο με τη μέθοδο AUGMECON2 παράγονται όλα τα Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια με αντικειμενικές συναρτήσεις την μεγιστοποίηση της συνολικής επίδοσης και την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Για την δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση θέτουμε άνω και κάτω όρια αυτά που υπαγορεύονται από το εύρος του προϋπολογισμού. Στους επόμενους γύρους δεν χρειάζεται να ξαναπαράξουμε τα Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια μιας και η μέθοδος AUGMECON2 παρέχει τη δυνατότητα της απόκτησης όλων των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων από το πρώτο κιόλας "τρέξιμο" σε GAMS δηλαδή από την πρώτη κιόλας επανάληψη και στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται σε συγκεκριμένη περιοχή του εύρους του προϋπολογισμού. Για την περιοχή αυτή υπολογίζεται το "πράσινο", το "κόκκινο" και το "γκρι" σύνολο και συνεχίζεται η διαδικασία έως ότου συγκλίνει σε ένα τελικό χαρτοφυλάκιο. Σε κάθε γύρο ο αποφασίζων βλέπει πληροφορίες για το πώς εξελίσσεται η συνολική επίδοση ως προς το κόστος, τον αριθμό των σχεδίων ανά χαρτοφυλάκιο. Όπως είναι φυσικό όσο στενεύει το εξεταζόμενο εύρος τόσο αυξάνονται τα έργα στο "πράσινο" και στο "κόκκινο" σύνολο και μειώνονται αυτά στο "γκρι" σύνολο έως ότου καταλήξουμε στο τελικό χαρτοφυλάκιο στο οποίο δεν θα περιλαμβάνονται καθόλου "γκρι" έργα παρά μόνο "πράσινα" και "κόκκινα" όπως και θα αποτυπώνεται στο κεφάλαιο 5 της εργασίας όπου παρατίθενται αναλυτικά τα αποτελέσματα. Το ενδεικτικό παράδειγμα από τη μελέτη περίπτωσης της επόμενης ενότητας θα αποδείξει στην πράξη τα ανωτέρω θέματα.

Κεφάλαιο 4

Μελέτη περίπτωσης

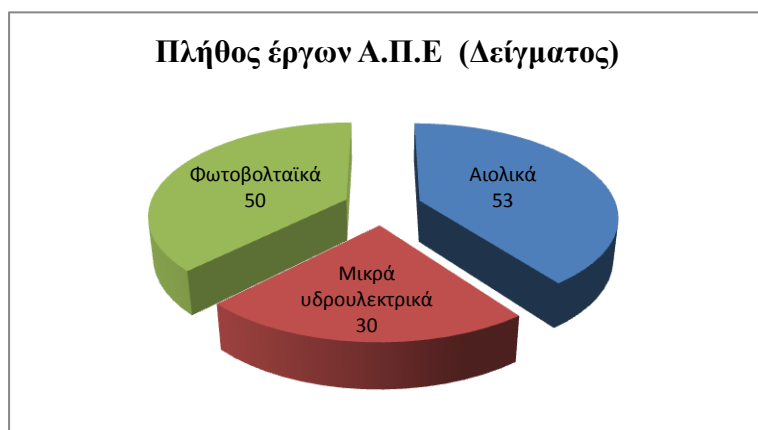
4.1 Εισαγωγή

Η χρήση των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας (en > Renewable Energy Sources, Α.Π.Ε) διεκδικεί δυναμικά μια θέση ανάμεσα στις συμβατικές μορφές ενέργειας όπως το πετρέλαιο, το φυσικό αέριο και ο άνθρακας που αποτελούν τις κύριες πηγές κάλυψης των ενεργειακών μας αναγκών. Η θέρμανση χώρων, η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και η λειτουργία των βιομηχανικών μονάδων είναι μερικές από αυτές τις ανάγκες του αιώνα που διανύουμε. Είναι επομένως αναμενόμενη η αύξηση της ανάγκης για ενέργεια αφού ο πληθυσμός της γης αυξάνεται με γοργούς ρυθμούς αλλά και η βελτίωση του βιοτικού επιπέδου του ανθρώπου πολλαπλασιάζει τις δραστηριότητές του, οι οποίες τελικά απαιτούν μεγαλύτερα ποσά ενέργειας για κατανάλωση. Έτσι ενώ τα αποθέματα των συμβατικών μορφών ενέργειας τείνουν να αποκτήσουν ημερομηνία λήξης, οι Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας (Α.Π.Ε) ανανεώνονται μέσω του κύκλου της φύσης και θεωρούνται πρακτικά ανεξάντλητες. Η χρήση των συμβατικών μορφών ενέργειας ως πρώτων μορφών ενέργειας που χρησιμοποίησε ο άνθρωπος οδήγησε στην εντατικοποίηση της χρήσης του άνθρακα και των υδρογονανθράκων με δυσμενείς για το περιβάλλον συνέπειες, γεγονός που αντιμετωπίζεται σήμερα σε μεγαλύτερη κλίμακα. Η παραγωγή και χρήση της ενέργειας αυτής για την κάλυψη αυτών των αναγκών οδήγησε στη δημιουργία πολλαπλών περιβαλλοντικών προβλημάτων με σημαντικότερο ίσως ,του Φαινομένου

του Θερμοκηπίου (en > Greenhouse Effect). Η χρήση επομένως των Α.Π.Ε όχι μόνο δεν επιφέρει αρνητικές περιβαλλοντικές επιπτώσεις αλλά η αξιοποίησή τους μπορεί να επιφέρει οικονομικά οφέλη σε αυτόν που θα δεσμεύσει το ενεργειακό τους δυναμικό. Απαραίτητη προϋπόθεση αποτελεί η αξιόπιστη σύνδεση μεταξύ της υπάρχουσας τεχνολογίας και των Α.Π.Ε ώστε να αποφέρουν το μεγαλύτερο δυνατό ενεργειακό κέρδος όπου αυτό είναι εφικτό.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται το πρόβλημα της επιλογής χαρτοφυλακίου επενδυτικών σχεδίων για ένα εύρος προϋπολογισμού. Τα επενδυτικά σχέδια είναι συνολικά 133 και αφορούν επενδυτικά σχέδια Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας (ΑΠΕ) από τρεις διαφορετικές τεχνολογίες, δηλαδή περιλαμβάνονται αιολικά έργα (en > wind parks, ΑΕ), μικροί υδροηλεκτρικοί σταθμοί (en > small hydro plants, ΜΥΗΕ) και φωτοβολταϊκοί σταθμοί (en > photovoltaic stations, ΦΣ) για τις 13 περιφέρειες της Ελλάδος. Η συλλογή των πληροφοριακών χαρακτηριστικών για κάθε επενδυτικό σχέδιο λήφθηκε από το αρχείο του τμήματος Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας της Ρυθμιστικής Αρχής Ενέργειας (Ρ.Α.Ε) έτσι όπως αποτυπώθηκε κατόπιν επεξεργασίας στην διπλωματική εργασία του Μακρυβέλιος Ε. («Πολυκριτηριακή αξιολόγηση επενδύσεων σε έργα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας», Αθήνα 2011). Επιλέχθησαν επενδυτικά έργα από τις τρεις προαναφερθείσες τεχνολογίες Α.Π.Ε καθώς θεωρούνται πιο διαδεδομένες σε σχέση με τις άλλες τεχνολογίες Α.Π.Ε αλλά και γιατί ήταν διαθέσιμα προς επεξεργασία από την Ρ.Α.Ε τα στοιχεία των συγκεκριμένων τεχνολογιών. Ο αριθμός των υποψήφιων έργων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας που επιλέχθηκε ως δείγμα -αναφέρεται στον αριθμό 133- για την εκπόνηση της παρούσας έρευνας, κρίνεται ικανοποιητικός για τη διεξαγωγή ασφαλών αποτελεσμάτων.

Αρχικά επιχειρείται μια πρώτη επεξεργασία αυτού του δείγματος των έργων με σκοπό να προσδιοριστεί για κάθε τεχνολογία (αιολικά πάρκα, μικροί υδροηλεκτρικοί σταθμοί, φωτοβολταϊκοί σταθμοί) το εύρος διακύμανσης διαφόρων ενεργειακών, οικονομικών, κοινωνικών και περιβαλλοντικών χαρακτηριστικών καθώς επίσης και ο υπολογισμός της επίδοσης του κάθε υποψήφιου επενδυτικού σχεδίου στηριζόμενη στις τιμές των προαναφερθέντων χαρακτηριστικών. Στο κάτωθεν σχήμα παρουσιάζεται το πλήθος των έργων ανά τεχνολογία που συγκροτούν το υπό εξέταση δείγμα.



Σχήμα 10. Πλήθος έργων Α.Π.Ε δείγματος ανά τεχνολογία

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα υποψήφια επενδυτικά σχέδια καταναμημένα ανά περιφέρεια και ανά τεχνολογία.

Πίνακας 8: Γεωγραφική και τεχνολογική κατανομή των επενδυτικών σχεδίων

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ[W]	ΜΥΗΕ[SH]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΣΥΝΟΛΟ
Ανατολικής Μακεδονίας&Θράκης[EMD]	3	-	2	5
Αττικής [ATT]	-	1	-	1
Βορείου Αιγαίου [NAG]	-	-	6	6
Δυτικής Ελλάδος [WGR]	-	-	1	1
Δυτικής Μακεδονίας[WMD]	3	-	6	9
Ηπείρου [EPR]	-	3	8	11
Θεσσαλίας [THE]	1	7	9	17
Ιονίων Νησιών [ION]	1	-	-	1
Κεντρικής Μακεδονίας [CMD]	3	5	6	14
Κρήτης [CRE]	-	-	4	4
Νοτίου Αιγαίου [SAG]	1	-	-	1
Πελοποννήσου [PEL]	8	1	3	12
Στερεά Ελλάδος [STE]	33	13	5	51
ΣΥΝΟΛΟ	53	30	50	133

W=wind parks, **SH**=small hydro plants, **PV**= photovoltaic stations

Σύμφωνα με τον άνωθεν πίνακα, τα περισσότερα αιολικά πάρκα που έχουν λάβει θετική γνώμη από την Ρ.Α.Ε ανήκουν διοικητικά στη Στερεά Ελλάδα. Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και για την περίπτωση των μικρών υδροηλεκτρικών έργων όπου και πάλι η Στερεά Ελλάδα προεδρεύει εν αντιθέσει με την περίπτωση των φωτοβολταϊκών έργων στην οποία η περιφέρεια της Θεσσαλίας έχει τον πρώτο λόγο.

Με βάση τα διαθέσιμα στοιχεία που έχουν ληφθεί από τους παραπάνω πίνακες κρίνεται αναγκαία η εξεύρεση ενός μεγέθους το οποίο θα είναι χαρακτηριστικό για το κάθε υποψήφιο επενδυτικό σχέδιο και το οποίο θα προκύπτει από τιμές και σχέσεις γνωστών μεγεθών. Το χαρακτηριστικό αυτό μέγεθος δεν είναι άλλο από την *επίδοση του κάθε επενδυτικού έργου* που αποτελεί και την μία εκ των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων που χρησιμοποιούνται στη συγκεκριμένη εφαρμογή. Η εύρεση της τιμής του μεγέθους της επίδοσης βασίζεται στην αξιολόγηση που υπόκεινται το κάθε επενδυτικό σχέδιο σε 5 βασικά κριτήρια –σύμφωνα με την κρίση του αποφασίζοντα οποία είναι:

- η περιφερειακή ανάπτυξη (en > regional development)
- οι θέσεις εργασίας (en > employment)
- η οικονομική αξιολόγηση (en > IRR, εσωτερικός συντελεστής επίδοσης)
- οι εκπομπές CO₂ που αποφεύγονται με βάση το ενεργειακό μίγμα της περιφέρειας (en > tCO₂)
- η δέσμευση γης (en > land)

Πριν γίνει η έκθεση των αποτελεσμάτων αξιολόγησης του συνόλου των επενδυτικών σχεδίων, κρίνεται απαραίτητη μια σαφής παρουσίαση των πέντε βασικών κριτηρίων που επιλέγονται από τον αποφασίζοντα μεταξύ πολλαπλών διαφορετικών κριτηρίων για την τελική αξιολόγηση των υποψηφίων επενδυτικών έργων.

1. Περιφερειακή ανάπτυξη (en > regional development)

Ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των επενδύσεων σε έργα Α.Π.Ε είναι η συμβολή τους στην περιφερειακή ανάπτυξη. Οι μονάδες Α.Π.Ε είναι διάσπαρτες γεωγραφικά και συμβάλλουν στην αποκέντρωση τόσο του ενεργειακού συστήματος δίνοντας τη δυνατότητα κάλυψης των ενεργειακών αναγκών σε τοπικό και περιφερειακό επίπεδο όσο και στην τοπική και περιφερειακή ανάπτυξη του τόπου στον οποίο εγκαθίστανται. Η υλοποίηση μιας επένδυσης Α.Π.Ε συμβάλλει στην αύξηση του Α.Ε.Π της περιοχής που πραγματοποιείται δημιουργώντας πολλά κοινωνικά και οικονομικά οφέλη για τους κατοίκους της. Η περιφερειακή ανάπτυξη όπως αυτή εκφράζεται από το λόγο των ετήσιων ακαθάριστων εσόδων ανά μεγαβάτ, που προκύπτουν από τη λειτουργία των έργων Α.Π.Ε προς το Ακαθόριστο Εγχώριο Προϊόν της περιοχής στην οποία πρόκειται να εγκατασταθεί και να λειτουργήσει η ενεργειακή επένδυση είναι ένα από τα δύο κοινωνικά κριτήρια της πολυκριτηριακής αξιολόγησης. Για τον προσδιορισμό των ακαθάριστων εσόδων λήφθηκε υπόψη η προβλεπόμενη ετήσια παραγόμενη ενέργεια όπως αυτή υπολογίστηκε από την ενεργειακή μελέτη του κάθε έργου και η τιμή

αγοράς κάθε παραγόμενης κιλοβατώρας που προβλέπεται για κάθε τεχνολογία στο νέο νόμο για τις Α.Π.Ε (Νόμος 3851/2010 ,ΦΕΚ Α' 85/04-06-10).[19]

2. Θέσεις εργασίας - Απασχόληση (*en* > *Employment*)

Οι Α.Π.Ε αναγνωρίζονται πλέον όχι μόνο ως ο βασικός πυλώνας μαζί με την εξοικονόμηση ενέργειας, της ενεργειακής και περιβαλλοντικής πολιτικής σε παγκόσμιο επίπεδο, αλλά και ως ένα ιδιαίτερα δυναμικός τομέας για την τόνωση της ανάπτυξης και πρώτιστα της απασχόλησης και την αντιμετώπιση της παγκόσμιας κρίσης. Επιχειρείται να προσδιοριστεί η συνολική απασχόληση που αναμένεται να προκύψει από την υλοποίηση των έργων του δείγματος ανά τεχνολογία και ανά γεωγραφική περιφέρεια. Το μεθοδολογικό πλαίσιο που χρησιμοποιήθηκε είχε αρχικά την επιδίωξη της εκτίμησης της απασχόλησης που δημιουργείται στο πλαίσιο των συγκεκριμένων επενδύσεων σε φυσικούς όρους, δηλαδή σε πρόσθετα ανθρωποέτη εργασίας. Για τον προσδιορισμό των ανθρωποετών που δημιουργούνται ανά μεγαβάτ το ποίο αποτελεί το δεύτερο κοινωνικό κριτήριο, λήφθηκε υπόψη η ισχύς του κάθε έργου, ο συντελεστής απασχόλησης (ανθρωποέτη / μεγαβάτ) που έχει προσδιοριστεί για κάθε τεχνολογία της παρούσας έρευνας καθώς και το ποσοστό ανεργίας που υπάρχει σε κάθε περιοχή που πρόκειται να εγκατασταθεί και να λειτουργήσει η επένδυση. [19]

3. Οικονομική αξιολόγηση (εσωτερικός συντελεστής απόδοσης, *en* > *IRR*)

Σε κάθε επένδυση δεσμεύονται σήμερα οικονομικοί πόροι, με την προσδοκία κάποιων ωφελειών στο μέλλον. Οι περισσότερες επενδύσεις σε Α.Π.Ε, ανεξάρτητα από το φορέα που τις υλοποιεί, χαρακτηρίζονται από σημαντικό αρχικό κόστος επένδυσης, σχετικά χαμηλό κόστος λειτουργίας ενώ τα οφέλη προκύπτουν από την παραγωγή ή την εξοικονόμηση ενέργειας. Η οικονομική αποδοτικότητα μιας τέτοιας επένδυσης εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, οι κυριότεροι των οποίων είναι το κόστος αγοράς του εξοπλισμού, το κόστος γης και έργων υποδομής, το δυναμικό της περιοχής, τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της τεχνολογίας και η διάρκεια ζωής της, η αξία της ενέργειας που παράγεται ή υποκαθίσταται, το κόστος χρήματος, το νομοθετικό πλαίσιο και οι κανόνες της αγοράς. Ο εσωτερικός συντελεστής απόδοσης *IRR* είναι ένας ευρύτατα εφαρμοζόμενος δείκτης που μετράει την οικονομική αποδοτικότητα των επενδύσεων. Είναι επίσης άμεσα μετρήσιμος, καθώς παρέχει δυνατότητα σύγκρισης διαφορετικής φύσης επενδύσεων και είναι κατανοητός από τους εκάστοτε αποφασίζοντες. Ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης των έργων Α.Π.Ε προσδιορίστηκε με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού και αποτελεί ένα οικονομικό κριτήριο για την ισχύουσα διπλωματική εργασία.

Ως μέσο κόστος ανά κιλοβάτ για κάθε τεχνολογία υιοθετείται το μέσο κόστος ανά κιλοβάτ για κάθε τεχνολογία, όπως αυτό έχει προσδιοριστεί στη σημερινή αγορά των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας.[19]

Πίνακας 9: Τεκμαρτό (μέσο) κόστος ανά τεχνολογία σύμφωνα με τις ισχύουσες τιμές στην αγορά των Α.Π.Ε

Τεχνολογία	Τεκμαρτό Κόστος σύμφωνα με την αγορά
Αιολικά Πάρκα	1250 €/ KW
Μικροί Υδροηλεκτρικοί Σταθμοί	1700 €/ KW
Φωτοβολταϊκοί Σταθμοί	3000 €/ KW

4. Περιβαλλοντικές Επιπτώσεις

Το Φαινόμενο του θερμοκηπίου, το σοβαρότερο ίσως από τα περιβαλλοντικά προβλήματα, αποτελεί αντικείμενο έντονου προβληματισμού, τόσο σε επιστημονικό όσο και σε πολιτικό επίπεδο. Η επιστημονική κοινότητα, παρά το σημαντικό βαθμό αβεβαιότητας ως προς τη χρονική εξέλιξη και την ένταση του φαινομένου, συγκλίνει στη διαπίστωση ότι οι ανθρωπογενείς εκπομπές αερίων, γνωστών ως αερίων του θερμοκηπίου επιδεινώνουν το φυσικό φαινόμενο του θερμοκηπίου και συντελούν στη σταδιακή αύξηση της κανονικής θερμοκρασίας της γης, συνιστώντας έτσι σοβαρή απειλή για μια γενικότερη μεταβολή ικανή να διαταράξει την οικολογική ισορροπία του πλανήτη. Για την αντιμετώπιση του Φαινομένου του Θερμοκηπίου τον Μάρτιο του 2007 οι αρχηγοί κρατών της Ευρωπαϊκής Ένωσης πήραν μια σημαντική απόφαση η οποία ήταν καθοριστική και για το μέλλον των Α.Π.Ε. Αυτή η απόφαση περιελάμβανε τρεις στόχους με ορίζοντα το 2020:

- Μείωση των εκπομπών των αερίων του θερμοκηπίου κατά 20% σε σχέση με τις εκπομπές του 1990.
- Μείωση της κατανάλωσης ενέργειας κατά 20% σε σχέση με την προβλεπόμενη κατανάλωση το 2020.
- Το 20% της συνολικής κατανάλωσης ενέργειας το 2020 να προέρχονται από Α.Π.Ε.

Οι Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας συμβάλλουν μεταξύ των άλλων και στη μείωση των εκπομπών των αερίων του θερμοκηπίου καθώς παράγουν. Έτσι λαμβάνοντας υπόψη το ενεργειακό μείγμα της χώρας σε κάθε περιφέρεια που ανήκουν τα έργα Α.Π.Ε της έρευνας και με βάση την ετήσια εκτιμηθείσα

παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας κάθε έργου προσδιορίστηκε η ετήσια εξοικονόμηση ρύπων CO₂ κάθε ενεργειακής επένδυσης.[19]

5. Δέσμευση Γης

Η εγκατάσταση μονάδων Α.Π.Ε σημαίνει ταυτόχρονα και δέσμευση γης. Κάθε επένδυση Α.Π.Ε καταλαμβάνει μια συγκεκριμένη έκταση γι αυτό και η υπερσυγκέντρωση και η ανεξέλεγκτη ανάπτυξη εγκαταστάσεων μεγάλης κλίμακας σε δάση, οικοσυστήματα, μοναδικά τοπία, ιστορικές περιοχές, εκτάσεις γης υψηλής παραγωγικότητας μπορεί να επιφέρει περισσότερα προβλήματα παρά οφέλη από την ανάπτυξη μιας επένδυσης σε Α.Π.Ε. Με βάση το περιβαλλοντικό κριτήριο, λαμβάνεται υπόψη στην πολυκριτηριακή αξιολόγηση η έκταση σε $1000 \times m^2$ που απαιτείται προκειμένου να εγκατασταθεί κάθε ενεργειακή επένδυση της έρευνας. Για τον προσδιορισμό των τιμών του συγκεκριμένου κριτηρίου αντλήθηκαν στοιχεία από τη γεωγραφική αποτύπωση των ενεργειακών επενδύσεων η οποία πραγματοποιείται από το τμήμα Α.Π.Ε της Ρυθμιστικής Αρχής Ενέργειας (Ρ.Α.Ε).

Κατόπιν την ανάλυση περιγραφής των 5 κριτηρίων που λήφθηκαν υπόψη για τον υπολογισμό της πολυκριτηριακής επίδοσης του κάθε επενδυτικού σχεδίου, θα παρουσιαστούν αναλυτικά σε μορφή πινάκων οι τιμές όλων των μεγεθών, όπως προέκυψαν είτε από βάσεις δεδομένων είτε από ισχύουσες μαθηματικές σχέσεις. Στον κάτωθεν πίνακα 10 παρουσιάζονται σε πρώτη ανάγνωση το σύνολο των 133 υποψήφιων επενδυτικών έργων κατανεμημένα με βάση τη γεωγραφική περιοχή στην οποία εντάσσονται, το είδος της τεχνολογίας που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί – αιολικά πάρκα, μικρά υδροηλεκτρικά φράγματα, φωτοβολταϊκοί σταθμοί -, το κόστος του κάθε επενδυτικού σχεδίου υπολογισμένο με βάση το τεκμαρτό κόστος της αγοράς καθώς και το ποσό επιχορήγησης.[19]

Πίνακας 10: Παρουσίαση των 133 επενδυτικών σχεδίων ανά γεωγραφική περιφέρεια και ανά ποσό επιχορήγησης της κάθε γεωγραφικής περιφέρειας

Α/Α	Περιφέρεια	Αριθμός Έργων	Κόστος Επένδυσης ανά περιοχή[€]	% Αριθμού Έργων	% Προϋπολογισμού
1	ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ & ΘΡΑΚΗΣ	5	42.210.000	3,8%	6,4%
2	ΑΤΤΙΚΗΣ	1	214.000	0,8%	0,0%
3	ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	6	10.000	4,5%	0,0%
4	ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	1	5.400.000	0,8%	0,8%
5	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	9	73.180.000	6,8%	11,1%
6	ΗΠΕΙΡΟΥ	11	25.631.000	8,3%	3,9%
7	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	17	32.396.000	12,8%	4,9%
8	ΙΟΝΙΩΝ ΝΗΣΙΩΝ	1	10.200.000	0,8%	1,5%
9	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	14	61.211.000	10,5%	9,3%
10	ΚΡΗΤΗΣ	4	558.000	3,0%	0,1%
11	ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	1	600.000	0,8%	0,1%
12	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	12	133.402.000	9,0%	20,2%
13	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	51	274.712.000	38,3%	41,6%

Πίνακας 11: Παρουσίαση του κωδικού-έργου , της περιφέρειας, της τεχνολογίας, του τεκμαρτού κόστους, του κόστους επένδυσης, του ποσού επιχορήγησης για κάθε *i* επενδυτικό σχέδιο

A/A	Έργο [ACR]	Περιφέρεια	Τεχνολογία	€/kW	Κόστος Επένδυσης [€]
1	WP87	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	5.625.000
2	WP442	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	4.800.000
3	WP230	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	3.450.000
4	WP348	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	14.450.000
5	WP197	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	11.250.000
6	WP152	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	3.825.000
7	WP462	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	19.550.000
8	WP49	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	9.675.000
9	WP401	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	9.000.000
10	WP198	ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ & ΘΡΑΚΗΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	3.150.000
11	WP402	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	12.750.000
12	WP185	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	7.425.000
13	WP50	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	7.200.000
14	WP205	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	13.163.000
15	WP455	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	16.500.000
16	WP473	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	3.000.000
17	WP228	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	2.588.000
18	WP48	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	13.500.000
19	WP98	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	6.413.000
20	WP200	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	10.125.000

21	WP320	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	9.750.000
22	WP193	ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ & ΘΡΑΚΗΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	17.100.000
23	WP186	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	7.425.000
24	WP357	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	15.750.000
25	WP206	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	5.400.000
26	WP135	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	12.938.000
27	WP99	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	7.650.000
28	WP380	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	2.700.000
29	WP245	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	18.750.000
30	WP232	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	6.000.000
31	WP396	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	6.000.000
32	WP208	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	11.138.000
33	WP228	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	2.588.000
34	WP141	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	5.738.000
35	WP207	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	11.475.000
36	WP321	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	9.000.000
37	WP328	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	11.250.000
38	WP241	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	8.700.000
39	WP250	ΙΟΝΙΩΝ ΝΗΣΙΩΝ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	10.200.000
40	WP134	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	6.075.000
41	WP470	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	24.000.000
42	WP469	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	6.000.000
43	WP378	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	14.625.000
44	WP400	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	12.750.000

45	WP252	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	4.800.000
46	WP357	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	15.750.000
47	WP172	ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	600.000
48	WP38	ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ & ΘΡΑΚΗΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	15.600.000
49	WP143	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	3.525.000
50	WP455	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	16.500.000
51	WP63	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	5.063.000
52	WP122	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	9.263.000
53	WP226	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΑΙΟΛΙΚΑ	1250	4.725.000
54	SHPS52	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	296.000
55	SHPS72	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	388.000
56	SHPS82	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	77.000
57	SHPS35	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	3.128.000
58	SHPS91	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	507.000
59	SHPS70	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	332.000
60	SHPS67	ΑΤΤΙΚΗΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	214.000
61	SHPS79	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	51.000
62	SHPS21	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	168.000
63	SHPS209	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	83.000
64	SHPS89	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	995.000
65	SHPS103	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	816.000
66	SHPS87	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	507.000
67	SHPS11	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	286.000
68	SHPS105	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	7.004.000

69	SHPS90	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	485.000
70	SHPS188	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	510.000
71	SHPS88	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	434.000
72	SHPS92	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	507.000
73	SHPS254	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	112.000
74	SHPS179	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	439.000
75	SHPS10	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	2.856.000
76	SHPS157	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	995.000
77	SHPS255	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	498.000
78	SHPS71	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	301.000
79	SHPS275	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	1.252.000
80	SHPS93	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	1.785.000
81	SHPS110	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	306.000
82	SHPS214	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	2.703.000
83	SHPS101	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΜΙΚΡΑ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑ	1700	4.335.000
84	PV78	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	35.100.000
85	PV30	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	8.100.000
86	PV476	ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	2.000
87	PV475	ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.000
88	PV210	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	2.676.000
89	PV227	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.068.000
90	PV101	ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ & ΘΡΑΚΗΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	6.000.000
91	PV17	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	2.430.000
92	PV391	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	4.950.000

93	PV16	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	2.430.000
94	PV419	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	270.000
95	PV294	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.233.000
96	PV250	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	912.000
97	PV488	ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	4.000
98	PV474	ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.000
99	PV3	ΚΡΗΤΗΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	117.000
100	PV204	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	5.424.000
101	PV232	ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	5.400.000
102	PV7	ΚΡΗΤΗΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	54.000
103	PV223	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.350.000
104	PV250	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	907.000
105	PV52	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	891.000
106	PV248	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	516.000
107	PV79	ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	9.900.000
108	PV90	ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ & ΘΡΑΚΗΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	360.000
109	PV133	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.440.000
110	PV391	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	4.950.000
111	PV337	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.755.000
112	PV333	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.755.000
113	PV300	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	480.000
114	PV8	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	360.000
115	PV229	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	3.699.000
116	PV70	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	270.000

117	PV69	ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	270.000
118	PV478	ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.000
119	PV84	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	720.000
120	PV479	ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.000
121	PV271	ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΟΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	2.655.000
122	PV292	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.782.000
123	PV430	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.560.000
124	PV246	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.782.000
125	PV299	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.782.000
126	PV245	ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	1.782.000
127	PV6	ΚΡΗΤΗΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	117.000
128	PV10	ΚΡΗΤΗΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	270.000
129	PV64	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	5.160.000
130	PV460	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	612.000
131	PV274	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	3.540.000
132	PV278	ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	2.124.000
133	PV254	ΗΠΕΙΡΟΥ	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ	3000	2.124.000

Πίνακας 12: Παρουσίαση των 5 περιοριστικών κριτηρίων και της πολυκριτηριακής επίδοσης του κάθε *i* επενδυτικού σχεδίου

A/A	Έργο [ACR]	Περιφερειακή Ανάπτυξη [TR/MW*ΑΕΠ]	Εξοικονόμηση Ρύπων CO ₂ [τόνοι]	IRR %	Απασχόληση [man-years/MW*ΔΑ]	Δέσμευση Γης [$\times 1000m^2$]	Πολυκριτηριακή επίδοση
1	WP87	0,1250	0,7365	0,7029	0,2095	0,7738	0,542
2	WP442	0,0625	0,5931	0,6486	0,1907	0,7647	0,485
3	WP230	0,0625	0,3609	1,0000	0,1373	0,9121	0,579
4	WP348	0,2500	0,7855	0,2629	0,6018	0,8951	0,509
5	WP197	0,0625	0,9428	0,3514	0,4194	0,9049	0,505
6	WP152	0,8750	0,2985	0,3086	0,1043	0,9900	0,481
7	WP462	0,2500	0,8150	0,2629	0,6248	0,7295	0,490
8	WP49	0,0625	0,8190	0,3600	0,3606	0,9203	0,480
9	WP401	0,0625	0,7669	0,3629	0,3356	0,8623	0,459
10	WP198	0,1250	0,2654	0,5657	0,0693	0,9828	0,429
11	WP402	0,1875	0,9224	0,2629	0,2742	0,7554	0,444
12	WP185	0,0625	0,6500	0,3829	0,2767	0,9226	0,446
13	WP50	0,0625	0,6318	0,3829	0,2684	0,9466	0,446
14	WP205	0,6250	0,7163	0,1086	0,3585	0,4614	0,396
15	WP455	0,0625	0,8000	0,0514	0,8927	0,7874	0,440
16	WP473	0,1875	0,3017	0,4800	0,1214	0,9091	0,413
17	WP228	0,0625	0,2709	0,5114	0,1031	0,9841	0,407
18	WP48	0,0625	0,8869	0,2057	0,5033	0,7068	0,428
19	WP98	0,1875	0,5331	0,3486	0,1377	0,8661	0,403

20	WP200	0,0625	0,7365	0,2657	0,3773	0,9014	0,434
21	WP320	0,3125	0,6131	0,1829	0,5417	0,5867	0,403
22	WP193	0,0625	0,8308	0,2000	0,3769	0,9043	0,429
23	WP186	0,0625	0,6065	0,3371	0,2767	0,9330	0,425
24	WP357	0,0625	1,0000	0,1886	0,6265	0,0000	0,344
25	WP206	0,6875	0,3389	0,1829	0,1469	0,9201	0,410
26	WP135	0,1250	0,7732	0,1571	0,5238	0,8931	0,438
27	WP99	0,1875	0,6001	0,3114	0,1644	0,8425	0,403
28	WP380	0,7500	0,1830	0,2229	0,0734	0,9790	0,405
29	WP245	0,0625	0,9651	0,0800	0,4770	0,8972	0,426
30	WP232	0,3750	0,4154	0,2371	0,3335	0,9350	0,422
31	WP396	0,0625	0,5129	0,3657	0,2237	0,9245	0,409
32	WP208	0,6250	0,6010	0,1029	0,3034	0,3382	0,346
33	WP228	0,0625	0,2709	0,5114	0,1031	0,9841	0,407
34	WP141	0,0625	0,4906	0,3657	0,2137	0,9492	0,408
35	WP207	0,6250	0,6002	0,0886	0,3126	0,5156	0,372
36	WP321	0,3125	0,5663	0,1829	0,5000	0,5163	0,377
37	WP328	0,1250	0,7470	0,2114	0,2663	0,9045	0,411
38	WP241	0,3125	0,5055	0,1400	0,4833	0,9328	0,418
39	WP250	0,3125	0,5182	0,2314	0,3727	0,6813	0,391
40	WP134	0,0625	0,5054	0,3514	0,2258	0,9176	0,402
41	WP470	0,1875	0,7842	0,0000	1,0000	0,3385	0,384
42	WP469	0,1250	0,4818	0,3257	0,2429	0,8218	0,387
43	WP378	0,1250	0,7174	0,0571	0,7913	0,7482	0,415
44	WP400	0,1250	0,8000	0,1829	0,2742	0,7791	0,390

45	WP252	0,6875	0,2937	0,1714	0,1302	0,7660	0,370
46	WP357	0,0625	1,0000	0,1886	0,6265	0,0000	0,344
47	WP172	0,1250	0,0343	0,6057	0,0083	0,9529	0,388
48	WP38	0,1875	0,7404	0,1857	0,2391	0,9414	0,413
49	WP143	0,0625	0,3238	0,4171	0,1306	0,9747	0,387
50	WP455	0,0625	0,8000	0,0514	0,8911	0,7874	0,440
51	WP63	0,0625	0,4320	0,3657	0,1886	0,9574	0,395
52	WP122	0,0625	0,6690	0,2629	0,3443	0,6830	0,380
53	WP226	0,0625	0,4075	0,3714	0,1761	0,9646	0,392
54	SHPS52	0,1250	0,0497	0,4657	0,0188	1,0000	0,354
55	SHPS72	0,1250	0,0463	0,6143	0,0213	1,0000	0,403
56	SHPS82	0,1250	0,0056	0,4029	0,0050	1,0000	0,323
57	SHPS35	0,4375	0,2338	0,4657	0,1469	1,0000	0,458
58	SHPS91	0,2500	0,0574	0,5686	0,0184	1,0000	0,410
59	SHPS70	0,1250	0,0395	0,6114	0,0179	1,0000	0,401
60	SHPS67	0,0000	0,0387	0,6200	0,0121	1,0000	0,382
61	SHPS79	0,3125	0,0053	0,4971	0,0017	1,0000	0,385
62	SHPS21	0,2500	0,0181	0,5257	0,0075	1,0000	0,388
63	SHPS209	1,0000	0,0055	0,2057	0,0029	1,0000	0,403
64	SHPS89	0,2500	0,0974	0,4543	0,0359	1,0000	0,382
65	SHPS103	0,2500	0,0790	0,4457	0,0292	1,0000	0,375
66	SHPS87	0,3125	0,0475	0,4200	0,0167	1,0000	0,369
67	SHPS11	0,1875	0,0271	0,4971	0,0125	1,0000	0,370
68	SHPS105	0,3125	0,3791	0,2543	0,3414	1,0000	0,423
69	SHPS90	0,1250	0,0475	0,4543	0,0104	1,0000	0,348

70	SHPS188	0,9375	0,0308	0,1543	0,0192	1,0000	0,382
71	SHPS88	0,1250	0,0425	0,4543	0,0096	1,0000	0,347
72	SHPS92	0,2500	0,0471	0,4171	0,0184	1,0000	0,358
73	SHPS254	0,1875	0,0104	0,4171	0,0050	1,0000	0,339
74	SHPS179	0,9375	0,0265	0,1514	0,0167	1,0000	0,380
75	SHPS10	0,4375	0,1595	0,2714	0,1223	1,0000	0,377
76	SHPS157	0,8750	0,0571	0,1286	0,0371	1,0000	0,371
77	SHPS255	0,1875	0,0444	0,3886	0,0179	1,0000	0,337
78	SHPS71	0,0625	0,0284	0,4286	0,0163	1,0000	0,327
79	SHPS275	0,1875	0,1103	0,3800	0,0309	1,0000	0,348
80	SHPS93	0,1250	0,1579	0,3829	0,0388	1,0000	0,348
81	SHPS110	0,2500	0,0253	0,3371	0,0100	1,0000	0,326
82	SHPS214	0,4375	0,1437	0,0857	0,1014	1,0000	0,309
83	SHPS101	0,4375	0,2685	0,1686	0,3310	1,0000	0,395
84	PV78	0,1875	0,4153	0,0257	0,7742	0,7684	0,365
85	PV30	0,3750	0,1202	0,2714	0,0947	0,7710	0,317
86	PV476	0,6875	0,0000	0,2286	0,0000	1,0000	0,357
87	PV475	0,6875	0,0000	0,2286	0,0000	1,0000	0,357
88	PV210	0,8750	0,0274	0,1343	0,0559	0,9899	0,369
89	PV227	0,8750	0,0110	0,1371	0,0225	0,9962	0,363
90	PV101	0,3125	0,0605	0,2143	0,1536	0,9523	0,317
91	PV17	0,7500	0,0310	0,1829	0,0734	0,9635	0,364
92	PV391	0,2500	0,0614	0,0857	0,8890	0,9764	0,390
93	PV16	0,7500	0,0310	0,1829	0,0734	0,9577	0,363
94	PV419	0,7500	0,0035	0,1914	0,0083	0,9980	0,357

95	PV294	0,1250	0,0198	0,3200	0,0229	0,9933	0,300
96	PV250	0,5000	0,0099	0,1714	0,0167	0,9965	0,311
97	PV488	0,5000	0,0000	0,2286	0,0000	1,0000	0,326
98	PV474	0,5000	0,0000	0,2286	0,0000	1,0000	0,326
99	PV3	0,0625	0,0011	0,3171	0,0012	0,9999	0,283
100	PV204	0,6250	0,0528	0,1086	0,0922	0,9724	0,326
101	PV232	0,1875	0,0827	0,1971	0,1085	0,9482	0,286
102	PV7	0,1875	0,0005	0,2943	0,0004	1,0000	0,296
103	PV223	0,8125	0,0189	0,1514	0,0409	0,9928	0,361
104	PV250	0,5000	0,0099	0,1714	0,0167	0,9965	0,311
105	PV52	0,2500	0,0120	0,2143	0,0263	0,9897	0,284
106	PV248	0,5000	0,0056	0,1629	0,0096	0,9979	0,306
107	PV79	0,1875	0,1171	0,1429	0,2183	0,8997	0,284
108	PV90	0,3125	0,0035	0,2029	0,0092	0,9785	0,284
109	PV133	0,1250	0,0220	0,2914	0,0167	0,9908	0,289
110	PV391	0,2500	0,0614	0,0857	0,8890	0,9764	0,390
111	PV337	0,1250	0,0265	0,2857	0,0200	0,9782	0,286
112	PV333	0,1250	0,0265	0,2857	0,0200	0,9477	0,281
113	PV300	0,5000	0,0050	0,1514	0,0088	0,9985	0,302
114	PV8	0,2500	0,0048	0,2057	0,0104	0,9976	0,279
115	PV229	0,3750	0,0526	0,1571	0,0476	0,9796	0,294
116	PV70	0,1875	0,0036	0,2171	0,0025	0,9982	0,271
117	PV69	0,1875	0,0036	0,2171	0,0025	0,9975	0,270
118	PV478	0,3125	0,0000	0,2286	0,0000	1,0000	0,295
119	PV84	0,5625	0,0061	0,1171	0,0121	0,9980	0,302

120	PV479	0,3125	0,0000	0,2286	0,0000	1,0000	0,295
121	PV271	0,1250	0,0421	0,3114	0,0576	0,9818	0,304
122	PV292	0,3125	0,0262	0,1743	0,0255	0,9885	0,283
123	PV430	0,5000	0,0159	0,1314	0,0292	0,9926	0,300
124	PV246	0,3125	0,0262	0,1743	0,0255	0,9885	0,283
125	PV299	0,3125	0,0262	0,1743	0,0255	0,9885	0,283
126	PV245	0,3125	0,0262	0,1743	0,0255	0,9885	0,283
127	PV6	0,0625	0,0011	0,2714	0,0012	0,9999	0,267
128	PV10	0,1875	0,0023	0,2457	0,0021	0,9999	0,280
129	PV64	0,4375	0,0419	0,0943	0,1177	0,9801	0,294
130	PV460	0,5000	0,0058	0,1800	0,0138	0,9985	0,313
131	PV274	0,1875	0,0412	0,1314	0,0613	0,9712	0,253
132	PV278	0,1875	0,0247	0,1314	0,0367	0,9653	0,246
133	PV254	0,5000	0,0218	0,0657	0,0426	0,9396	0,272

Το συνολικό κόστος των 133 διαθέσιμων επενδυτικών σχεδίων ανέρχεται στα 659.724.000€. Ο διαθέσιμος προϋπολογισμός κυμαίνεται από 75.000.000€ ως 125.000.000 €. Επίσης τίθενται οι εξής επιπλέον περιορισμοί πολιτικής:

- Το σύνολο των χρημάτων που θα διατεθούν σε έργα για την Στερεά Ελλάδα πρέπει να είναι μικρότερο από το 30% του συνολικού κόστους
- Το σύνολο των χρημάτων που θα διατεθούν σε έργα για την Πελοπόννησο πρέπει να είναι μικρότερο από το 15% του συνολικού κόστους
- Το σύνολο των χρημάτων που θα διατεθούν σε έργα για την Ανατολική Μακεδονία & Θράκη, Βόρειο Αιγαίο, Δυτική Μακεδονία, Ήπειρο, Νότιο Αιγαίο πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το 10% του συνολικού κόστους
- Ο αριθμός των έργων από κάθε τεχνολογία πρέπει να είναι ανάμεσα στο 20% και στο 60% του συνολικού αριθμού των επιλεχθέντων έργων
- Η συνολική ισχύς του τελικού χαρτοφυλακίου να είναι μεγαλύτερη από 170 MW.

Οι προαναφερθέντες περιορισμοί πολιτικής αλλά και οι περιορισμοί των πέντε κριτηρίων, χρησιμοποιούνται στην κατασκευή – κατάστρωση του κώδικα που θα οδηγήσει στην επίλυση του υπολογιστικού μοντέλου.

4.2 Κατασκευή του Μοντέλου

4.2.1 Αξιολόγηση των σχεδίων με πολυκριτηριακή ανάλυση

Για την πολυκριτηριακή ανάλυση χρησιμοποιείται η μέθοδος των συναρτήσεων χρησιμότητας. Για κάθε κριτήριο επιλέγεται η μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας ανάλογα με τη συσσώρευση των τιμών έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η διαχωριστική ικανότητα του κάθε κριτηρίου. Ο τρόπος που γίνεται αυτό είναι να κανονικοποιηθούν οι επιδόσεις των κριτηρίων στο διάστημα $[0,1]$ με μια γραμμική σχέση ως εξής:

$$Is_{ij} = \frac{X_{ij} - X_{jmin}}{X_{jmax} - X_{jmin}}$$

όπου :

Is_{ij} : η γραμμική επίδοση του i -σχεδίου στο j -κριτήριο
 x_{ij} : είναι η τιμή του i -σχεδίου στο j - κριτήριο και με
 $jmin$: το ελάχιστο κάθε κριτηρίου
 $jmax$: το μέγιστο κάθε κριτηρίου

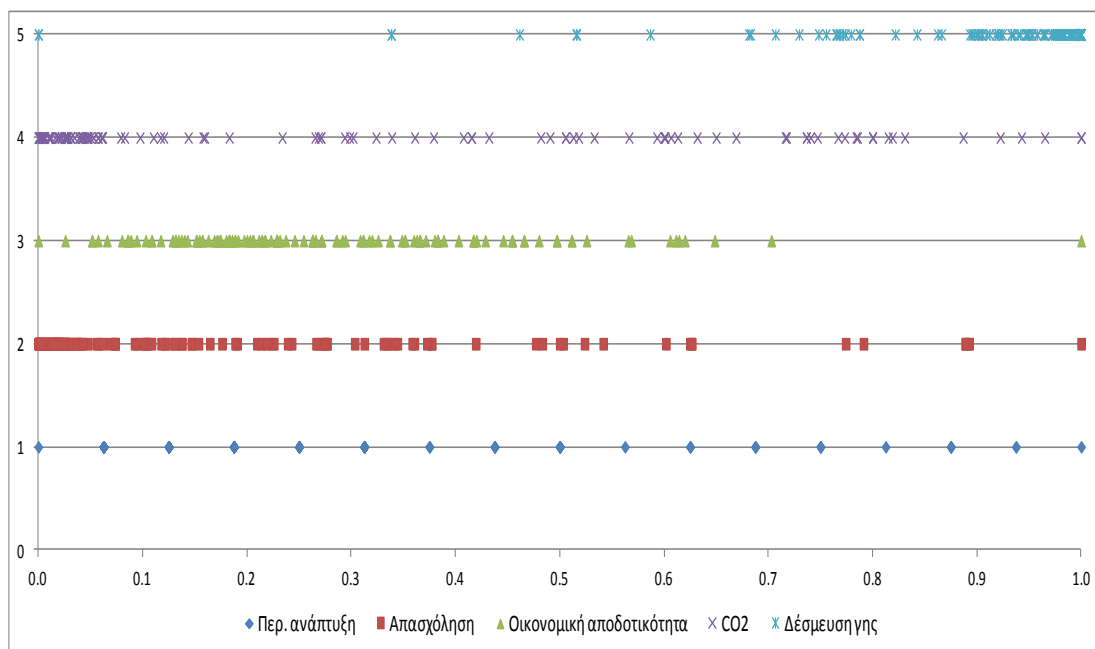
Για κριτήρια προς ελαχιστοποίηση η κανονικοποίηση γίνεται με το $(1-Is_{ij})$ έτσι ώστε η καλύτερη επίδοση να είναι πάντα η μονάδα και η χειρότερη το μηδέν. Στη συνέχεια εφαρμόζονται κοίλες ή κυρτές συναρτήσεις χρησιμότητας με βάση τη σχέση:

$$S_{ij} = \frac{1 - e^{c_j \times Is_{ij}}}{1 - e^{c_j}}$$

όπου

s_{ij} : είναι η επίδοση του i -σχεδίου στο j -κριτήριο
 c_j : η παράμετρος της συνάρτησης χρησιμότητας για το j -κριτήριο που παίρνει τιμές στο $[-5, 5]$ και υποδεικνύει την κλίση της Η επιλογή των c_j γίνεται έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η διαχωριστική ικανότητα κάθε κριτηρίου.

Στο σχήμα 11 φαίνεται η διασπορά των τιμών σε κάθε κριτήριο και στον πίνακα X το είδος, οι παράμετροι κλίσης της συνάρτησης χρησιμότητας και οι συντελεστές βαρύτητας κάθε κριτηρίου w_j (όπου θεωρούνται ισοβαρή τα κοινωνικά κριτήρια (1) και (2), το οικονομικό (3) και τα περιβαλλοντικά (4) και (5)).



Σχήμα 11. Διασπορά τιμών ανά κριτήριο

Πίνακας 13. Χαρακτηριστικά κριτηρίων πολυκριτηριακής ανάλυσης επενδυτικών σχεδίων

		Συνάρτηση Χρησιμότητας	Συντελεστής κλίσης c_j	Συντελεστής βαρύτητας w_j
1	Περιφερειακή Ανάπτυξη	Γραμμική	0.001	0,167
2	Απασχόληση	Κοίλη	-5	0,166
3	Οικονομική Αποδοτικότητα	Κοίλη	-3	0,334
4	Αποφυγή εκπομπών CO ₂	Κοίλη	-1	0,167
5	Δέσμευση γης	Κυρτή	5	0,166

Η συνολική πολυκριτηριακή επίδοση για κάθε επενδυτικό σχέδιο i δίνεται από τη σχέση:

$$ms_i = \sum_{j=1}^5 w_j s_{ij}$$

4.2.2 Το μοντέλο του Ακέραιου προγραμματισμού

Βασιζόμενοι στους προαναφερθέντες περιορισμούς πολιτικής αλλά και στους περιορισμούς των πέντε κριτηρίων, καταστρώνεται ο κώδικας που θα οδηγήσει στην επίλυση του υπολογιστικού μοντέλου. Το μοντέλο του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού παρατίθεται κάτωθεν:

$$\begin{aligned} \max Z_1 &= \sum_{i=1}^{133} ms_i X_i \\ \min Z_2 &= \sum_{i=1}^{133} cost_i X_i \quad \text{with } Z_2 \in [lb, ub] \\ \text{st} \\ \sum_{i \in \text{STE}} cost_i X_i &\leq 0.3 \times Z_2 \\ \sum_{i \in \text{PEL}} cost_i X_i &\leq 0.15 \times Z_2 \\ \sum_{i \in \text{EMD, NAG, WMD, EPR, SAG}} cost_i X_i &\geq 0.1 \times Z_2 \\ 0.2 \times \sum_{i=1}^{133} X_i &\leq \sum_{i \in \text{W}} X_i \leq 0.6 \times \sum_{i=1}^{133} X_i \\ 0.2 \times \sum_{i=1}^{133} X_i &\leq \sum_{i \in \text{SH}} X_i \leq 0.6 \times \sum_{i=1}^{133} X_i \\ 0.2 \times \sum_{i=1}^{133} X_i &\leq \sum_{i \in \text{IPV}} X_i \leq 0.6 \times \sum_{i=1}^{133} X_i \\ \sum_{i=1}^{133} mw_i X_i &\geq 170 \end{aligned}$$

όπου

X_i : είναι η δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή $X_i=1$ αν το i -σχέδιο ενταχθεί στο χαρτοφυλάκιο ή παίρνει την τιμή $X_i=0$ αν το i -σχέδιο απορριφθεί από το χαρτοφυλάκιο

ms_i : είναι η πολυκριτηριακή επίδοση για το i -σχέδιο

$cost_i$: είναι το κόστος για το i -σχέδιο

mw_i : είναι η ισχύς του i -σχεδίου (σε MW).

Κεφάλαιο 5

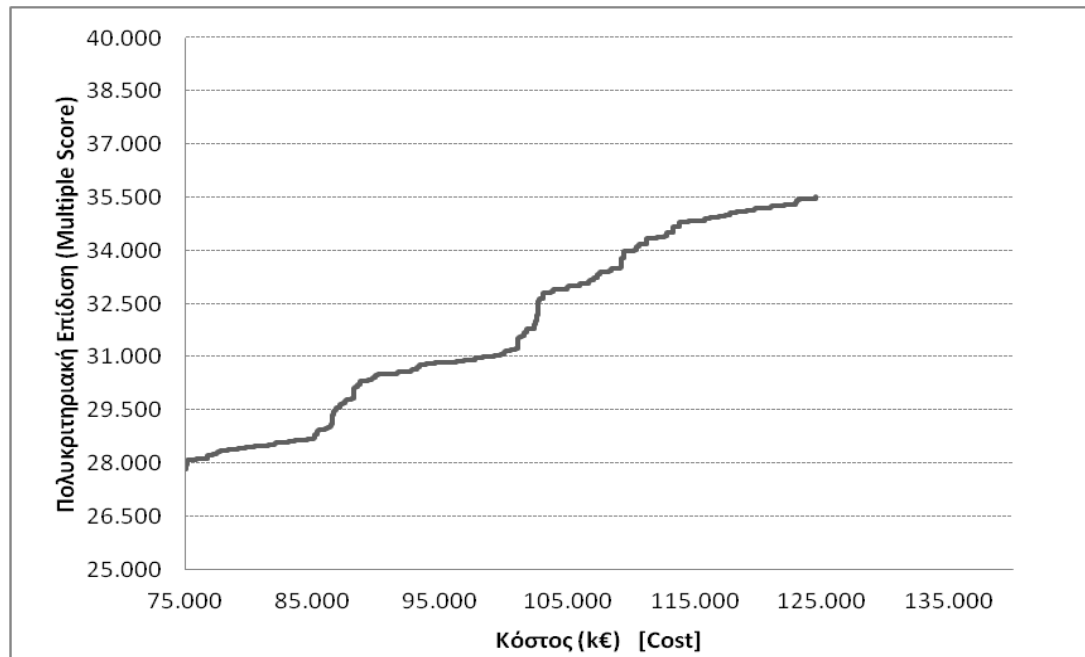
Αποτελέσματα & Συζήτηση αποτελεσμάτων

5.1 Εισαγωγή

Η εφαρμογή της μεθόδου AUGMECON2 παράγει το σύνολο των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων στο εύρος προϋπολογισμού 75.000.000€ – 125.000.000€. Η μεθοδος AUGMECON2 υλοποιήθηκε σε περιβάλλον GAMS και χρησιμοποιείται ο επιλύτης CPLEX 12.2 για την επίλυση. Ο χρόνος επίλυσης είναι 175 sec σε ένα Intel Core i5 στα 2.5 GHz.

Το μέτωπο Pareto αποτελείται από 411 Pareto βέλτιστες λύσεις-χαρτοφυλάκια που κάθε ένα αποτελείται από διαφορετικό συνδυασμό έργων. Κάθε χαρτοφυλάκιο

περιλαμβάνει από 60 έως 77 έργα. Παρατηρείται από το Σχήμα 12 ότι η γραμμή δεν είναι ομαλή αλλά υπάρχουν αυξομειώσεις της κλίσης λόγω του ασυνεχούς (μη κυρτού) πεδίου ορισμού για τα X_i . Είναι προφανές ότι ο ορθολογικός αποφασίζων θα εστιάσει την προσοχή του στις περιοχές με μεγάλη κλίση όπου με μια μικρή αύξηση του κόστους επιτυγχάνεται μεγάλη αύξηση του δείκτη πολυκριτηριακής επίδοσης του χαρτοφυλακίου.



Σχήμα 12. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € στην πρώτη επανάληψη

Από το σχήμα 12 παρατηρούνται τρεις διαφορετικές περιοχές που επιτυγχάνονται αυτά τα τοπικά "άλματα" της πολυκριτηριακής επίδοσης και οι οποίες περιοχές αντιστοιχούν στα εξής εύρη κόστους :

- Εύρος Κόστους [1] 75.000 - 115.000 [k€]
- Εύρος Κόστους [2] 99.000 - 125.000 [k€]
- Εύρος Κόστους [3] 76.000 - 105.000 [k€]

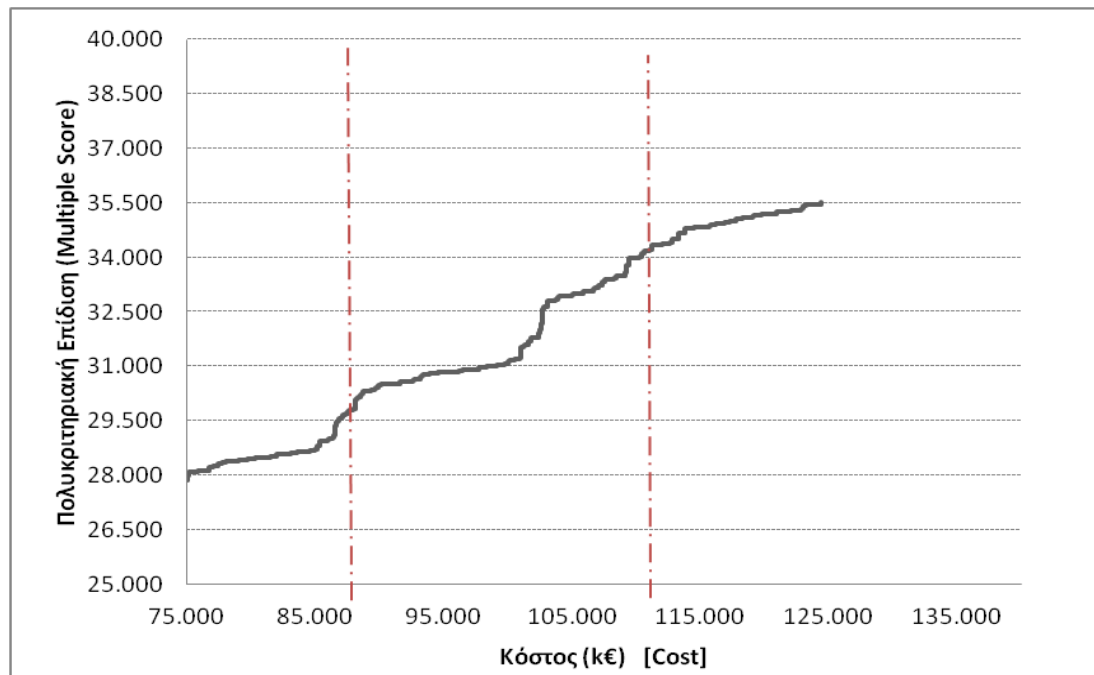
Ο ορθολογικός αποφασίζων με βάση αυτή την παρατήρηση θα αξιολογήσει την κάθε περιοχή ξεχωριστά, εφαρμόζοντας τη μέθοδο της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (ΙΤΑ), ξεχωριστά, και στις τρεις προαναφερθείσες περιοχές προκειμένου να αναλυθούν και να εξαχθούν ορισμένα συμπεράσματα.

5.2 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση^[1]

5.2.1 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση^[1] στην περιοχή εύρους κόστους ^[1]

1^η επανάληψη

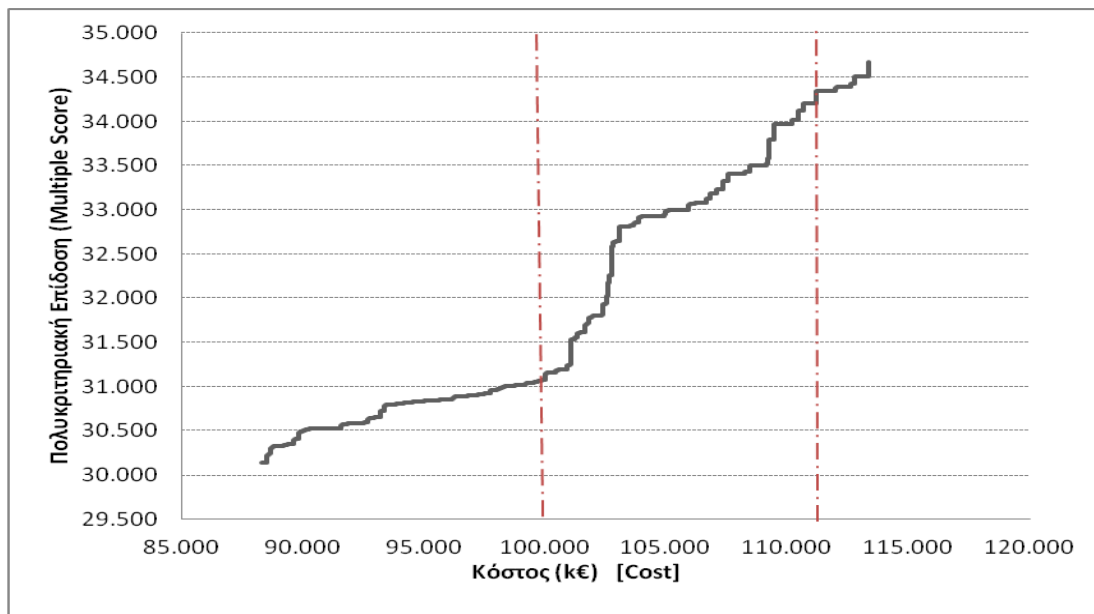
Αρχικά αναλύεται η πρώτη περιοχή με εύρος κόστους 75.000 κ€ με 125.000 κ€. Στην συγκεκριμένη περίπτωση τρέχοντας τον κώδικα σε περιβάλλον GAMS –όπως έχει ήδη αναφερθεί – περιλαμβάνονται 411 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, από όπου και προέκυψαν 35 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 46 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 52 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 13. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη

2^η επανάληψη

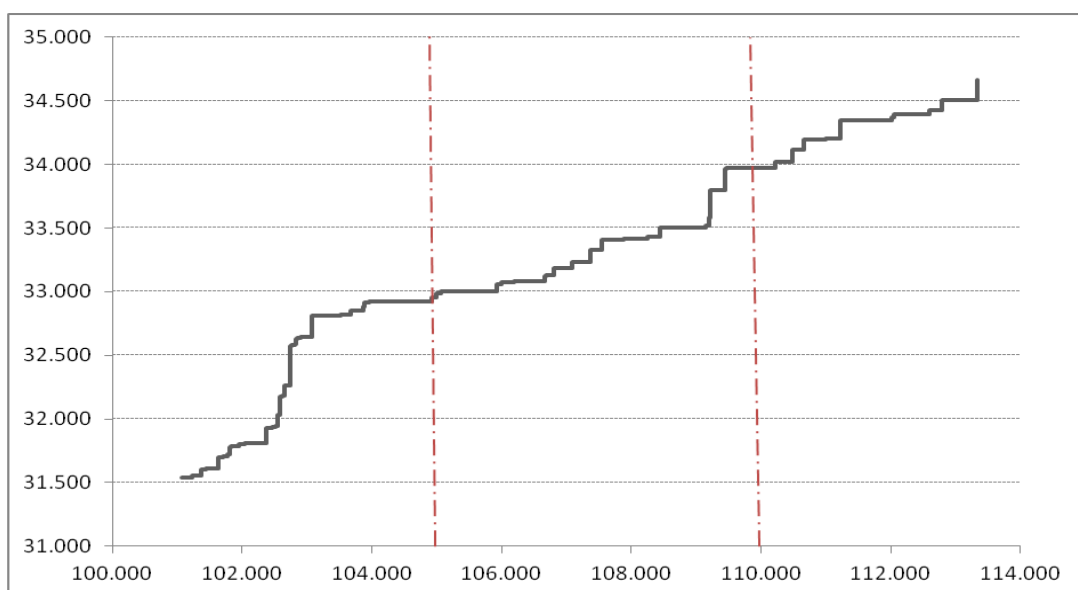
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αρχικό δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{50}{2} = 25 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 88.3-113.340 εκ.€. Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 185 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 41 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 50 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 42 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 14. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 88.3-113.4 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη

3^η επανάληψη

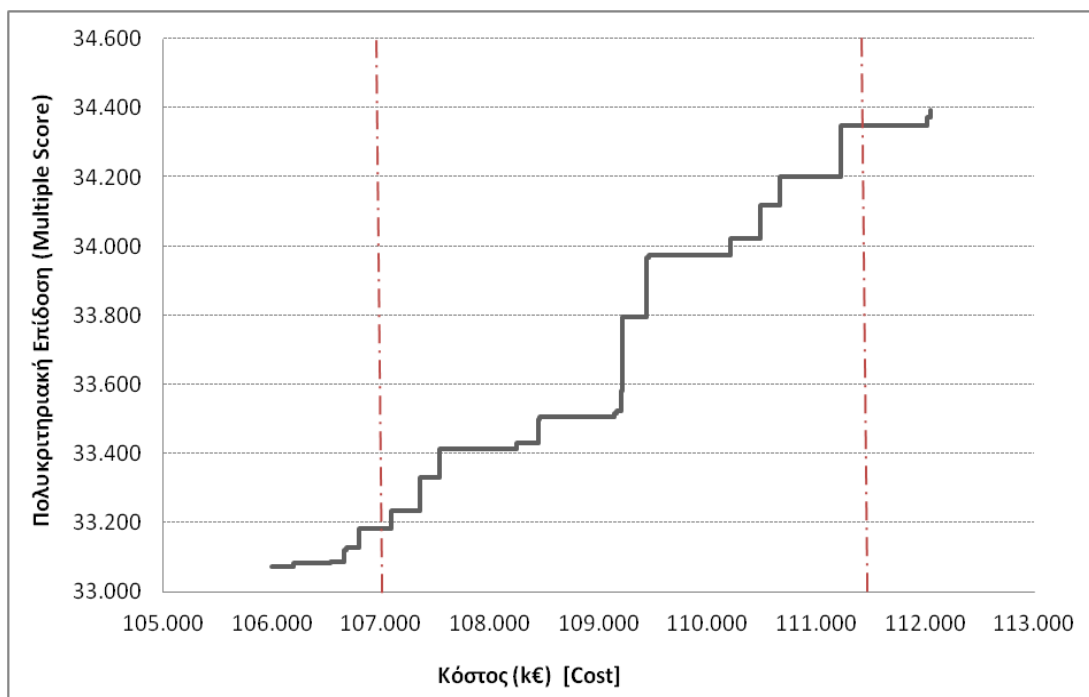
Ακολουθώς ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών και είναι η περιοχή μεταξύ 101.070 -113.340 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 78 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 45 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 50 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 38 γκρί επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 15. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 101.07-113.34 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη

4^η επανάληψη

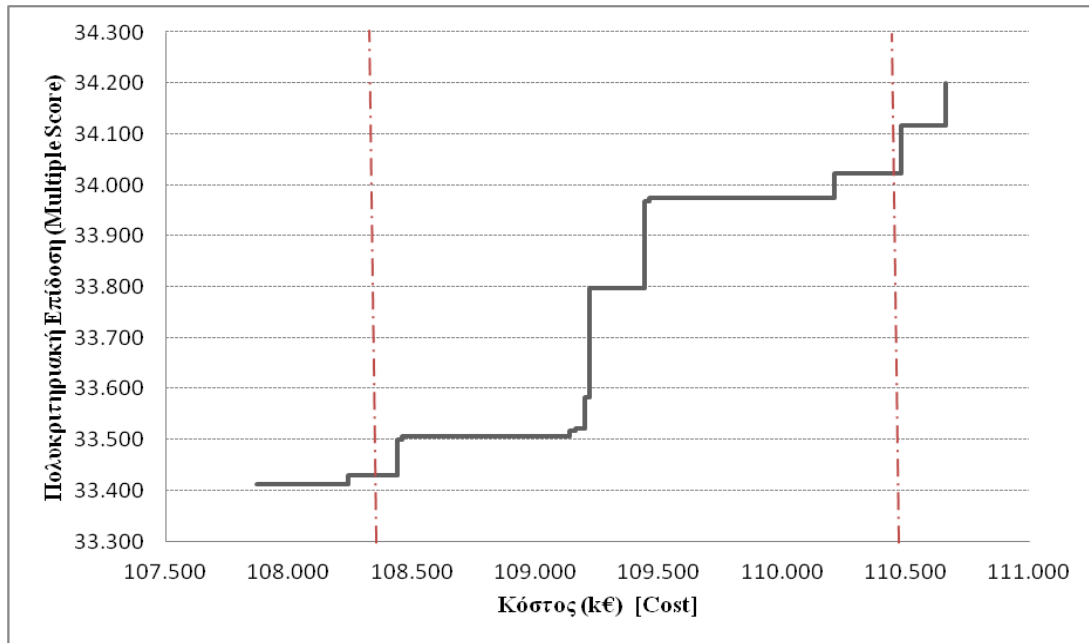
Εν συνεχεία ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 105.5 -113 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 28 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 58 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 52 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 23 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 16. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 106-112 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη

5^η επανάληψη

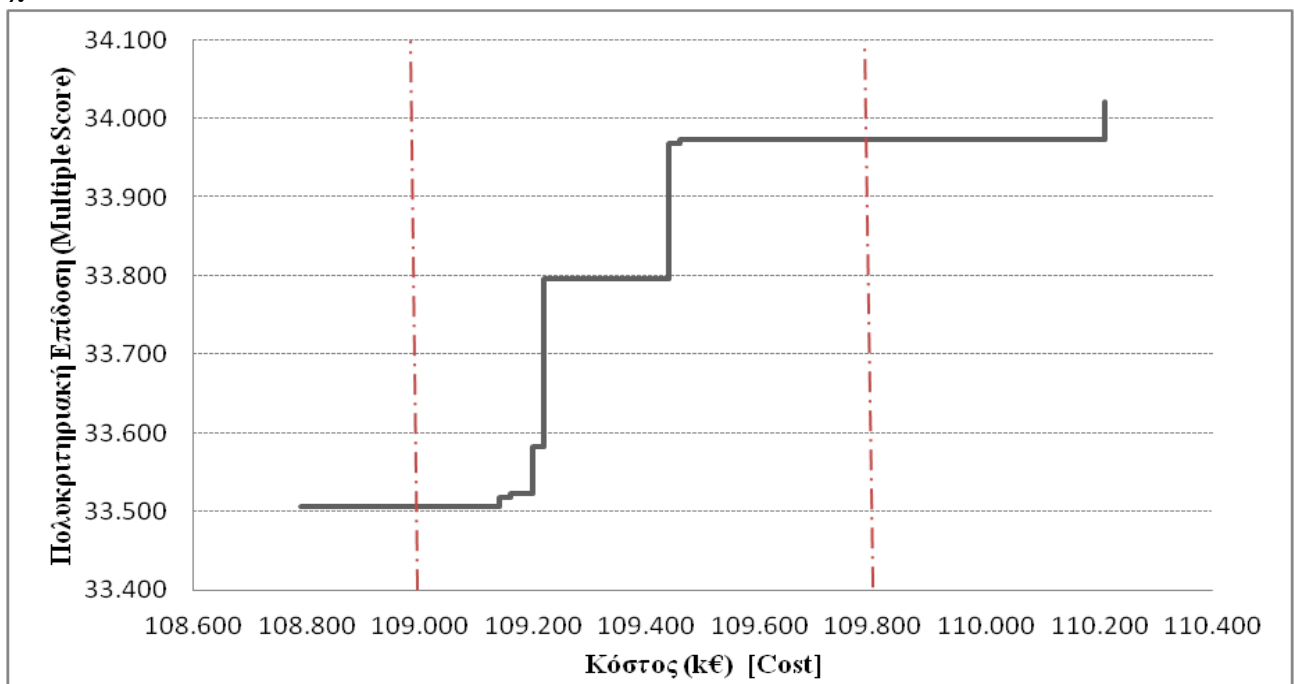
Κατόπιν ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{6,25}{2} = 3,125 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 107.5 -110.5 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 15 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 64 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 56 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 13 γκρι επενδυτικά σχέδια



Σχήμα 17. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 107.5-110.5 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη

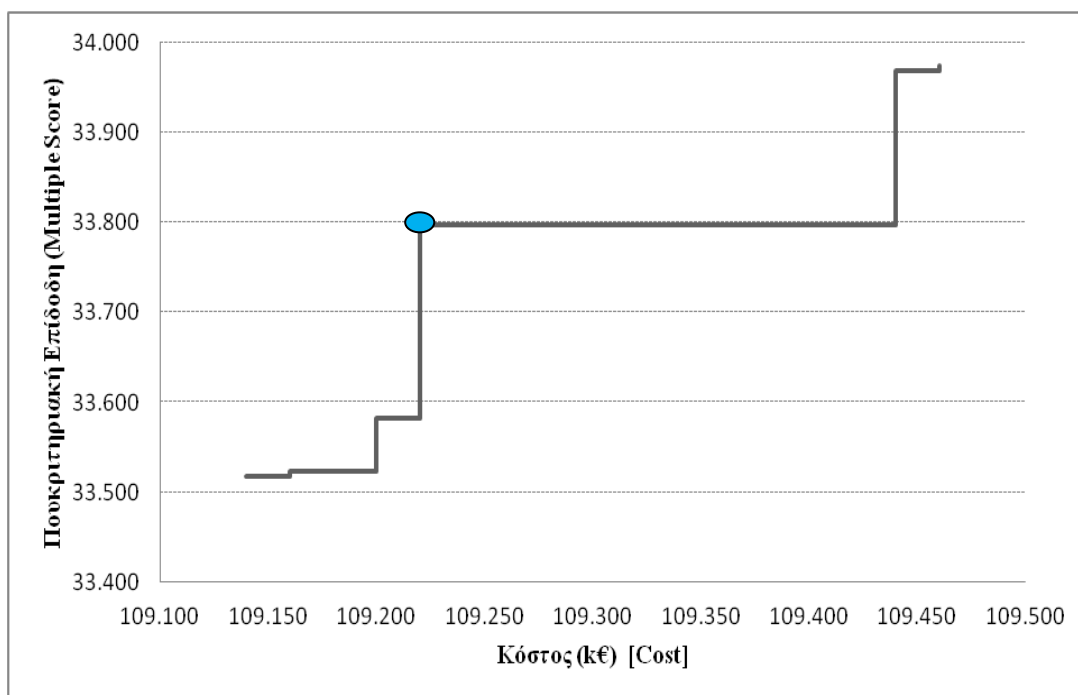
6^η επανάληψη

Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{3,125}{2} = 1.562,5 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 108.5 -110.5 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 8 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 64 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 56 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 13 γκρι επενδυτικά σχέδια.



7^η επανάληψη

Για μια ακόμη φορά, ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{1.562,5}{2} = 0,781 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 109-109.8 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 6 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 67 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 57 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 9 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 19. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109-109.8 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη

8^η επανάληψη

Στην τελευταία επανάληψη προκύπτει και το τελικό χαρτοφυλάκιο που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο – "γαλάζιο"- σημείο του σχήματος X που αντιστοιχεί σε πολυκριτηριακή επίδοση ίση με την τιμή 33.797 και κόστος ισότιμο με 109.220 (k€) και που περιλαμβάνει 1 χαρτοφυλάκιο με 73 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 60 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 0 γκρι επενδυτικά σχέδια (όπως ήταν αναμενόμενο). Είναι αξιοσημείωτο ότι από το σχήμα X παρατηρείται ότι το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο προκύπτει από μια μεγάλη κάθετη μετατόπιση και η παρατεταμένη οριζόντια γραμμή δείχνει ότι είναι αρκετά εύρωστο αφού είναι βέλτιστο για μεγάλο σχετικά εύρος κόστους.

Κάτωθεν παρουσιάζεται ένας συνοπτικός πίνακας των 8 συνεχόμενων επαναλήψεων ο οποίος περιλαμβάνει συγκεντρωτικά δεδομένα που αφορούν το κόστος του

προϋπολογισμού, τον αριθμό των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων, το πράσινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων, το κόκκινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων και το γκρι σύνολο επενδυτικών σχεδίων για κάθε n επανάληψη.

Πίνακας 14 :Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού (75-115) εκ.€

Γύρος	Εύρος προϋπολογισμού (εκ. €)	Αριθμός Pareto χαρτοφυλακίων	Πράσινο σύνολο	Κόκκινο σύνολο	Γκρι σύνολο
1	75 - 125	411	35	46	52
2	88.3 – 113.4	185	41	50	42
3	100.07-113.34	78	45	50	38
4	106-112	28	58	52	23
5	107.5-110.5	15	64	56	13
6	108.5-110.5	8	64	56	13
7	109-109.8	6	67	57	9
8	109.2-109.4	1	73	60	0

5.2.2 Χρωματική απεικόνιση των επαναλήψεων με πολυκριτηριακή επίδοση_[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού_[1].

Η συνολική εικόνα του χαρτοφυλακίου φαίνεται με χρωματικούς κωδικούς στα επόμενα σχήματα. Αρχικά θεωρούνται όλα τα υποψήφια επενδυτικά σχέδια γκρι, δηλαδή όλα έχουν την ίδια πιθανότητα να εισέλθουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο. Εν συνεχεία πραγματοποιούνται οι επαναλήψεις όπως έχει ήδη περιγραφεί αναλυτικά παραπάνω, με μείωση του εύρους του κόστους του προϋπολογισμού, σε κάθε επανάληψη, στη μισή τιμή της προηγούμενης τιμής του. Σε κάθε επανάληψη προκύπτει ο αριθμός των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων καθώς και ο αριθμός των πράσινων, των κόκκινων και των γκρι επενδυτικών σχεδίων που εν τέλει περιλαμβάνονται σε κάθε επανάληψη. Στα "χρωματικά" σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα τρία είδη των επενδυτικών σχεδίων που εντάσσονται σε κάθε επανάληψη, που απορρίπτονται, ή που μένουν διαφορούμενα ως προς την τελική τους έκβαση. Όσο πιο σκούρο είναι το χρώμα τόσο πιο σίγουροι είμαστε για την κατάσταση του συγκεκριμένου έργου. Δηλαδή η ένταση του χρώματος -η οποία είναι πιο σκούρα στις πρώτες επαναλήψεις -παρέχει πληροφορίες στον αποφασίζοντα σχετικές με την ένταση βεβαιότητας με την οποία συμμετέχει ή δε συμμετέχει το κάθε υποψήφιο έργο στο τελικό χαρτοφυλάκιο. Τα πράσινα είναι τα έργα που τελικά

εντάσσονται και τα κόκκινα αυτά που απορρίπτονται. Με άλλα λόγια, το κέρδος σε σχέση με τις συμβατικές προσεγγίσεις είναι ότι με την ΙΤΑ ο αποφασίζων δεν καταλήγει απλώς στο τελικό χαρτοφυλάκιο έργων αλλά βλέπει και την «ένταση» της έγκρισης ή «απόρριψης» του κάθε έργου. Αρχικά όπως έχει ήδη διατυπωθεί, όλα τα επενδυτικά σχέδια θεωρούνται ως ισότιμα επενδυτικά σχέδια έχοντας όλα την ίδια πιθανότητα να εισέλθουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 20. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι

Παρακάτω παρουσιάζονται τα "χρωματικά" σχήματα των επενδυτικών σχεδίων όπως λαμβάνονται έπειτα από κάθε επανάληψη.

1^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 21. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €

iter 1: iter 1:

2^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 22. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 88.3-113.4 εκ. €

iter 1: iter 1:
 iter 2: iter 2:

3^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 23. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 101.07-113.34 εκ.€

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:

4^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 24. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 106-112 εκ.€

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:

5^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 25. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 107.5-110.5 εκ.€

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:

6^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 26. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 108.5-110.5 εκ.€

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:

7^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 27. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 109-109.8 εκ.€

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:

2	3	6	10	16	17	19	28	33	37	39	42	47	49	53	54	55	56	57	58
59	60	61	62	63	64	65	66	67	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
81	86	87	89	94	95	96	97	98	99	102	104	105	106	108	111	112	113	114	116
117	118	119	120	122	123	124	125	126	127	128	130	132							

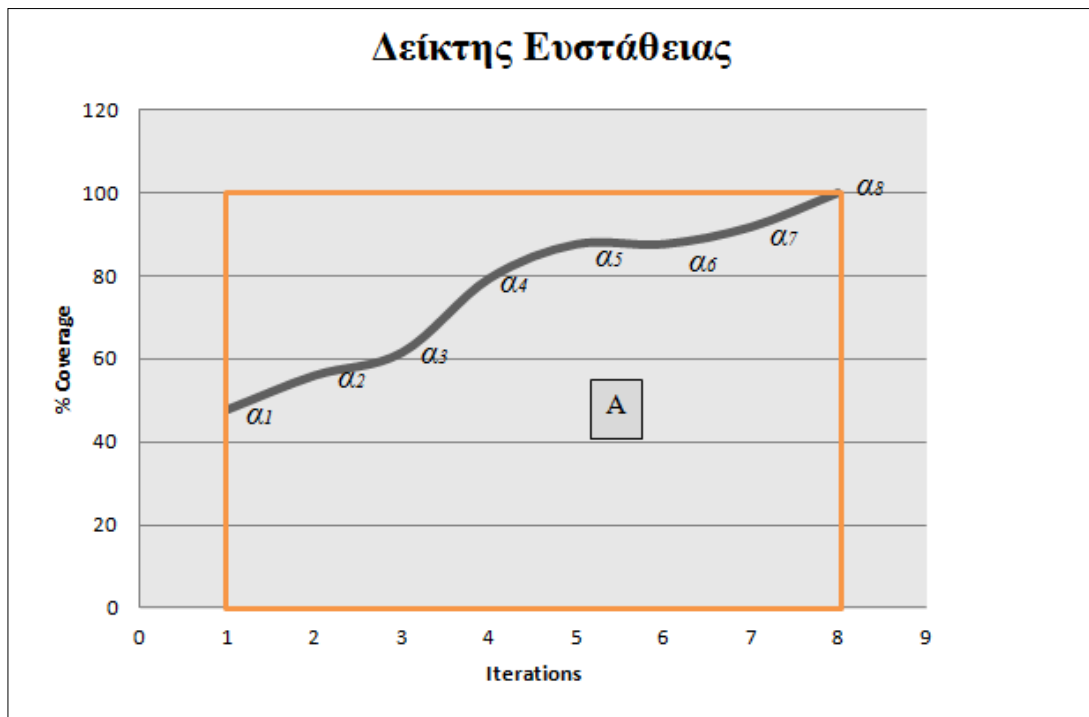
Σχήμα 28. Συνολικό πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού (75-115) εκ.€

1	4	5	7	8	9	11	12	13	14	15	18	20	21	22	23	24	25	26	27
29	30	31	32	34	35	36	38	40	41	43	44	45	46	48	50	51	52	68	80
133	82	83	84	85	88	90	91	92	93	100	101	103	107	109	110	115	121	129	131

Σχήμα 29. Συνολικό κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού (75-115) εκ.€

5.2.3 Ο βαθμός ευστάθειας με πολυκριτηριακή επίδοση^[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού^[1].

Δεδομένου του συγκεκριμένου εύρους προϋπολογισμού μπορεί να υπολογιστεί και ο βαθμός ευρωστίας του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου με βάση το πόσο νωρίς στην επαναληπτική διαδικασία εντάσσονται τα έργα. Αν για παράδειγμα από τον πρώτο γύρο έχει βρεθεί το 100% των έργων του τελικού χαρτοφυλακίου τότε το τελικό χαρτοφυλάκιο θα είχε την απόλυτη ευρωστία (θα ήμασταν απόλυτα σίγουροι για τη σύνθεσή του). Αντίθετα αν όλα τα έργα του χαρτοφυλακίου προέκυπταν στον τελευταίο γύρο τότε θα είχε την ελάχιστη ευρωστία. Ο δείκτης ευρωστίας ή διαφορετικά δείκτης ευστάθειας, που υπολογίζεται ποσοτικοποιεί την ευρωστία ανάλογα με το τι ποσοστό των έργων εντάσσονται στην *i*-οστή επανάληψη της διαδικασίας. Ο δείκτης ευρωστίας προκύπτει ως το εμβαδό κάτω από την αθροιστική καμπύλη του χαρτοφυλακίου προς το εμβαδό της περιοχής απόλυτης ευρωστίας.



Σχήμα 30. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού (75-115) εκ.€

RI _[Πολυκριτηριακή Επίδοση 1-Εύρος 1]	76,908
---	---------------

Η αθροιστική καμπύλη του χαρτοφυλακίου ορίζεται από τα σημεία a_n . Ως a_n ορίζεται το ποσοστό των έργων του τελικού χαρτοφυλακίου που έχουν προκύψει ως την τελική επανάληψη n . Αν λοιπόν a_1, a_2, \dots, a_n είναι οι τεταγμένες των σημείων καμπής στο σχήμα X και n ο αριθμός των επαναλήψεων, τότε ο δείκτης ευρωστίας RI υπολογίζεται ως:

$$RI = \left(\frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_2 + a_3}{2} + \dots + \frac{a_{n-1} + a_n}{2} \right) / (n-1)$$

ή

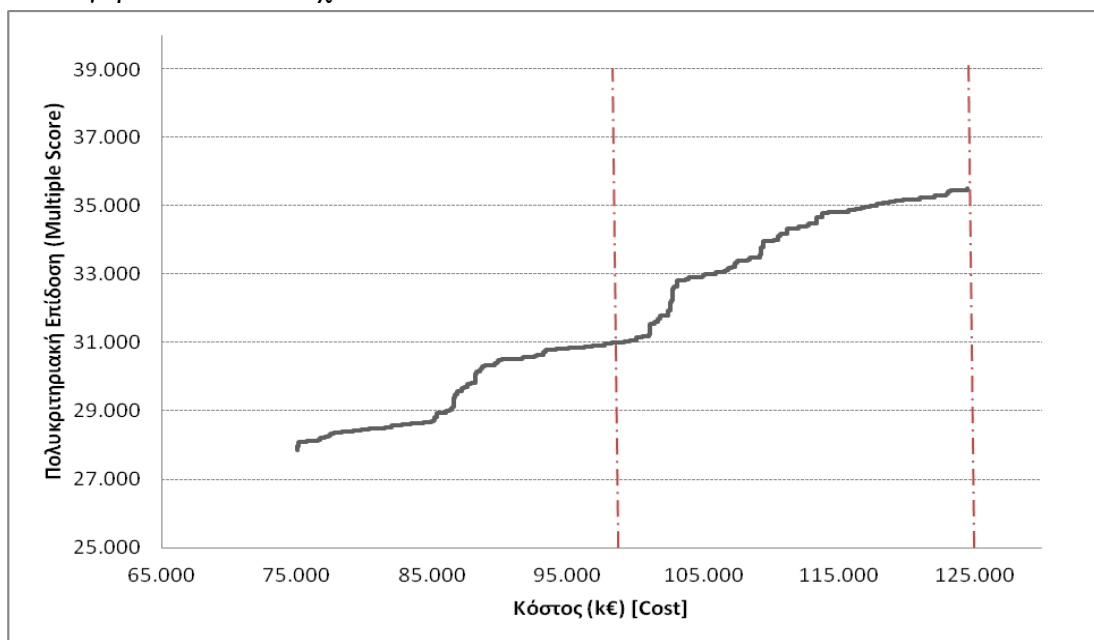
$$RI = \left(\frac{a_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} a_i + \frac{a_n}{2} \right) / (n-1) = \left(\frac{a_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} a_i + \frac{1}{2} \right) / (n-1)$$

Μέσα από τον δείκτη ευρωστίας είναι δυνατή η άμεση σύγκριση μεταξύ διαφόρων χαρτοφυλακίων ως προς τον δείκτη ευρωστίας τους μιας και είναι ο δείκτης αυτός που ποσοτικοποιεί τον βαθμό ευρωστίας ως προς την αβεβαιότητα σε σχέση με το εύρος του διαθέσιμου προϋπολογισμού.

5.2.4 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση^[1] στην περιοχή εύρους κόστους^[2].

1^η επανάληψη

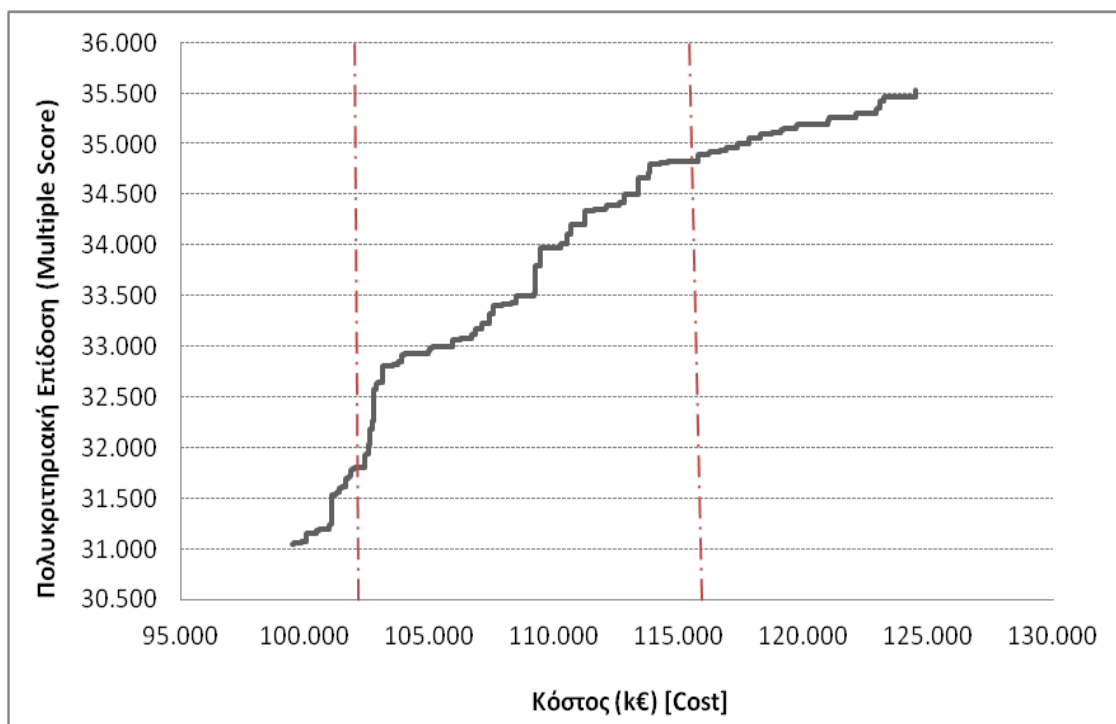
Αρχικά αναλύεται η δεύτερη περιοχή με εύρος κόστους 75.000 κ€ με 125.000 κ€. Στην συγκεκριμένη περίπτωση τρέχοντας τον κώδικα σε περιβάλλον GAMS –όπως έχει ήδη αναφερθεί – περιλαμβάνονται 411 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, από όπου και προέκυψαν 35 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 46 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 52 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 31. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη

2^η επανάληψη

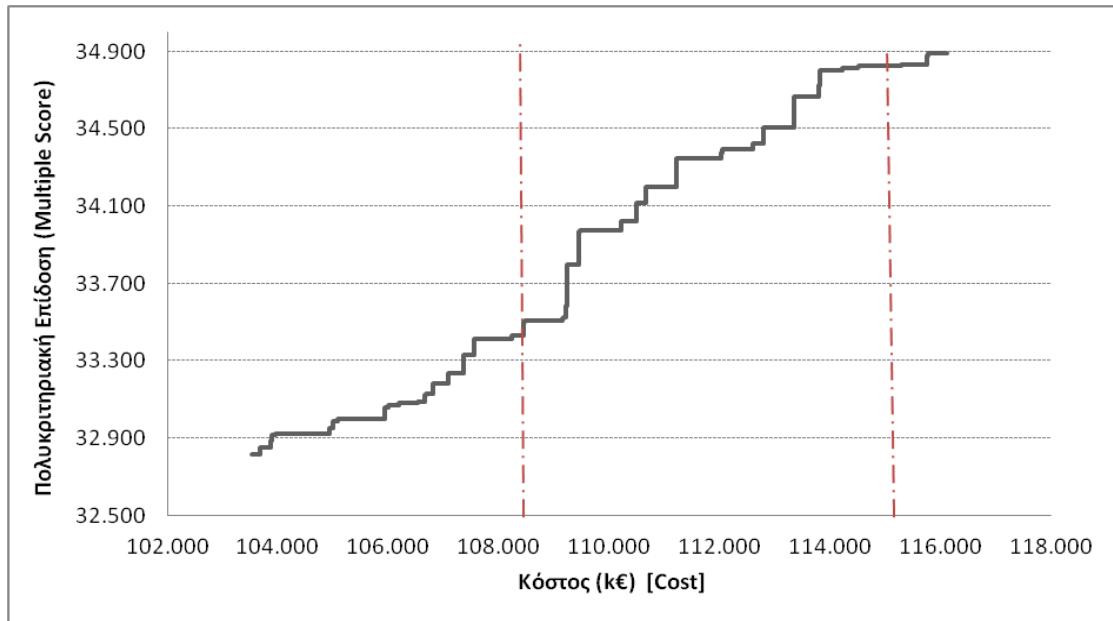
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αρχικό δηλαδή *εύρος κόστους* $= \frac{50}{2} = 25$ εκ. €. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 99.5-124.5 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 158 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 43 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 48 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 36 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 32. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 99.5-124.5 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη

3^η επανάληψη

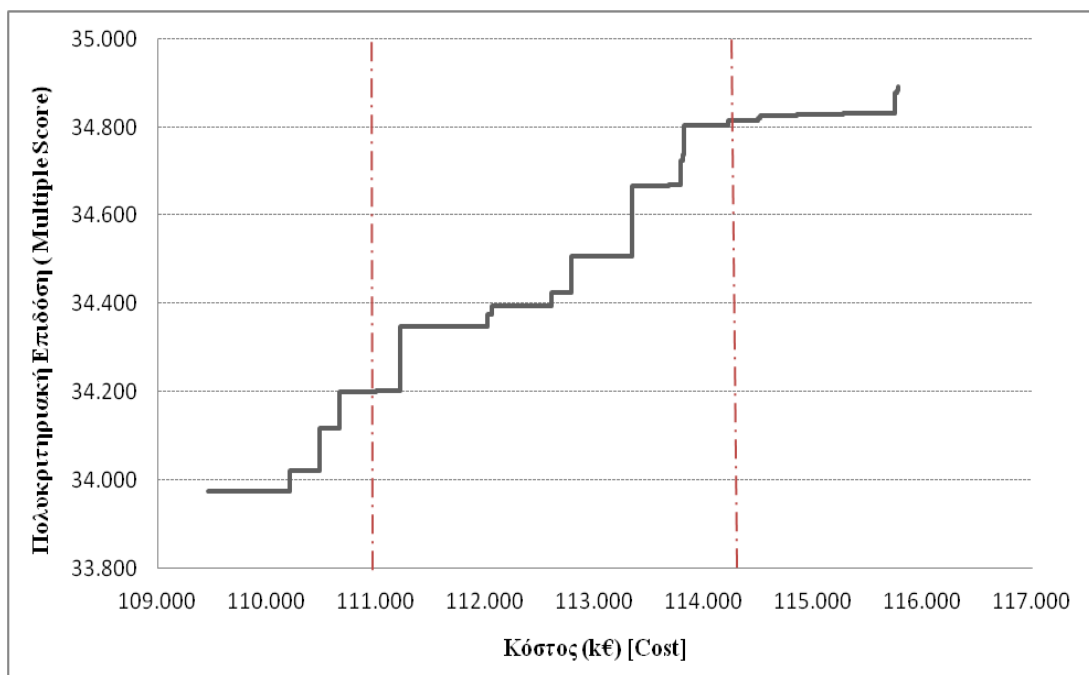
Ακολουθώντας ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή *εύρος κόστους* $= \frac{25}{2} = 12,5$ εκ. €. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών και είναι η περιοχή μεταξύ 103.5 -116.1 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 56 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 49 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 48 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 36 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 33. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 103.5-116.1 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη

4^η επανάληψη

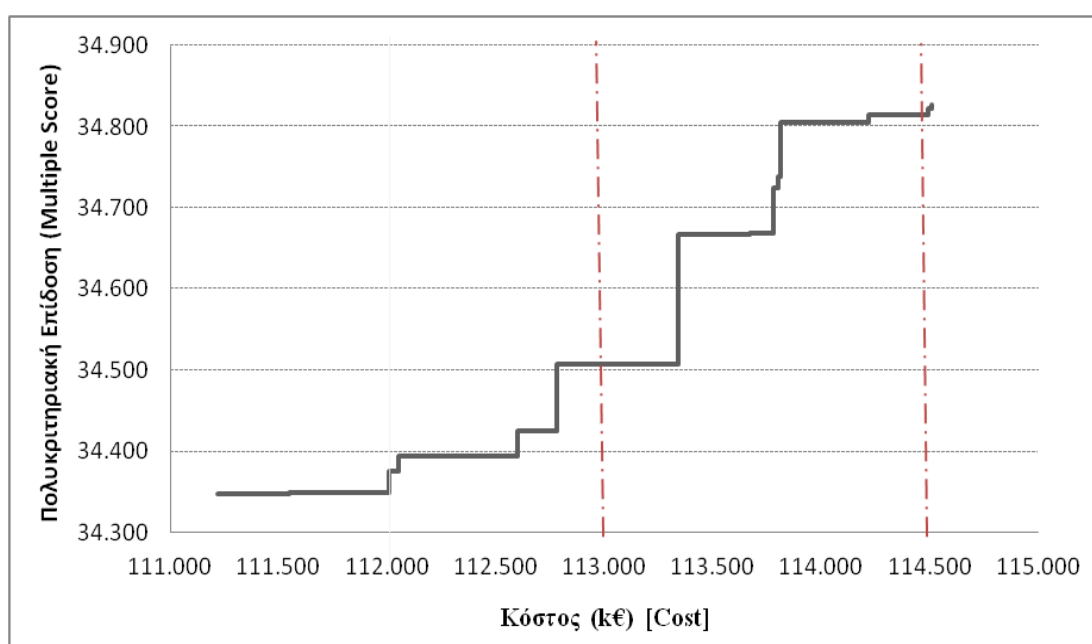
Εν συνεχεία ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 109.5 -115.8 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 25 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 60 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 49 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 24 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 34. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109.5-115.8 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη

5^η επανάληψη

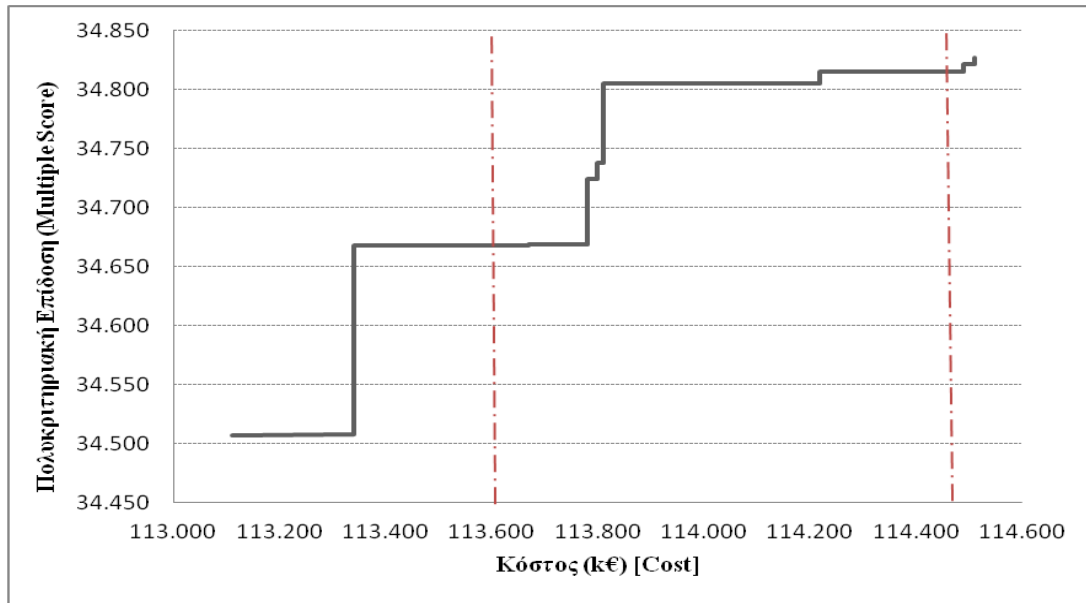
Κατόπιν ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{6,25}{2} = 3,125 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 111.22 -114.51 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 15 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 63 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 51 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 19 γκρι επενδυτικά σχέδια



Σχήμα 35. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 111.22-114.51 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη

6^η επανάληψη

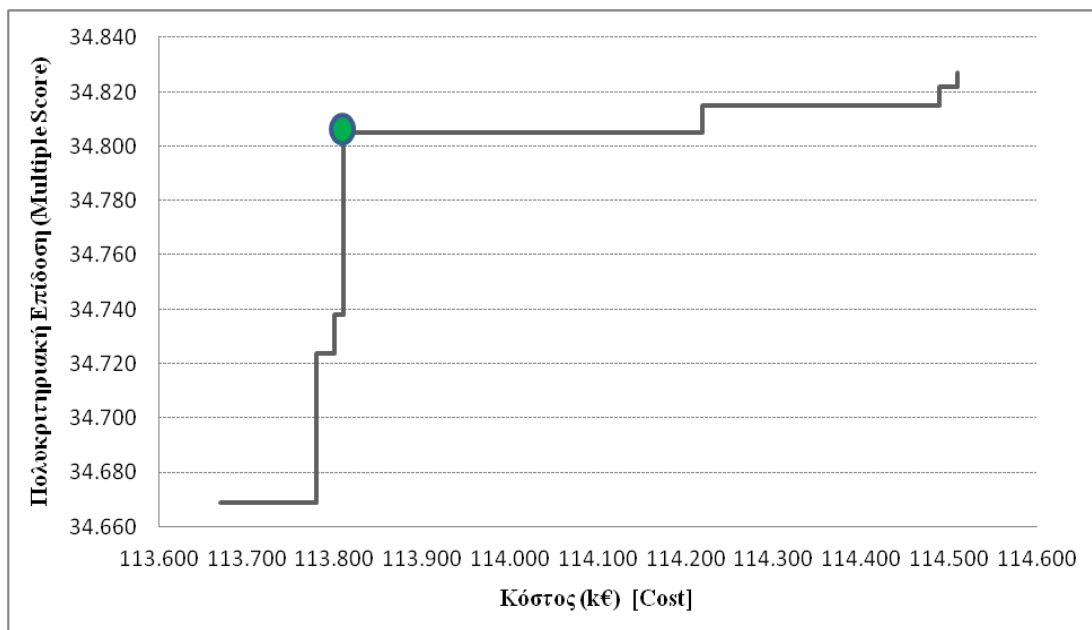
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{3,125}{2} = 1,562,5 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 113.5 -114.5 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 9 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 66 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 53 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 14 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 36. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 113.5-114.5 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη

7^η επανάληψη

Για μια ακόμη φορά, ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{1.562,5}{2} = 0,781 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 113.6 -114.5 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 7 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 67 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 54 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 12 γκρί επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 37. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109-109.8 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη

8^η επανάληψη

Στην τελευταία επανάληψη προκύπτει και το τελικό χαρτοφυλάκιο που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο – "πράσινο"- σημείο του σχήματος X που αντιστοιχεί σε πολυκριτηριακή επίδοση ίση με την τιμή 34.805 και κόστος ισότιμο με 113.81 (κ€) και που περιλαμβάνει 1 χαρτοφυλάκιο με 75 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 58 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 0 γκρι επενδυτικά σχέδια (όπως ήταν αναμενόμενο). Είναι αξιοσημείωτο ότι από το σχήμα X παρατηρείται ότι το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο προκύπτει από μια μεγάλη κάθετη μετατόπιση και η παρατεταμένη οριζόντια γραμμή δείχνει ότι είναι αρκετά εύρωστο αφού είναι βέλτιστο για μεγάλο σχετικά εύρος κόστους.

Κάτωθεν παρουσιάζεται ένας συνοπτικός πίνακας των 8 συνεχόμενων επαναλήψεων ο οποίος περιλαμβάνει συγκεντρωτικά δεδομένα που αφορούν το κόστος του προϋπολογισμού, τον αριθμό των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων, το πράσινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων, το κόκκινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων και το γκρι σύνολο επενδυτικών σχεδίων για κάθε n επανάληψη.

Πίνακας 15: Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος προϋπολογισμού 99-125 εκ.€

Γύρος	Εύρος προϋπολογισμού (εκ. €)	Αριθμός Pareto χαρτοφυλακίων	Πράσινο σύνολο	Κόκκινο σύνολο	Γκρι σύνολο
1	75 - 125	411	35	46	52
2	99.5-124.5	158	43	46	46
3	103.5-116.1	56	49	48	36
4	109.5-115.8	25	60	49	24
5	111.2-114.5	15	63	51	19
6	113.1-114.5	9	66	53	14
7	113.6-114.5	7	67	54	12
8	113.8-114.2	1	75	58	0

5.2.5 Χρωματική απεικόνιση των επαναλήψεων με πολυκριτηριακή επίδοση^[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού^[2].

Η συνολική εικόνα του χαρτοφυλακίου φαίνεται με χρωματικούς κωδικούς στα επόμενα σχήματα όπου παρουσιάζονται τα τρία είδη των επενδυτικών σχεδίων που εντάσσονται σε κάθε επανάληψη, που απορρίπτονται, ή που μένουν διαφορούμενα ως προς την τελική τους έκβαση. Αρχικά όπως έχει ήδη διατυπωθεί, όλα τα επενδυτικά σχέδια θεωρούνται ως ισότιμα επενδυτικά σχέδια έχοντας όλα την ίδια πιθανότητα να εισέλθουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 38. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι

Παρακάτω παρουσιάζονται τα "χρωματικά" σχήματα των επενδυτικών σχεδίων όπως λαμβάνονται έπειτα από κάθε επανάληψη.

1^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 39. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75 – 125 εκ. €

iter 1: iter 1:

2^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 40. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 99.5-124.5 εκ. €

iter 1: iter 1:
iter 2: iter 2:

3^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 41. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 103.5-116.1 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:

4^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 42. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.5-115.8 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:

5^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 43. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 111.2-114.5 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:

6^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 44. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 113.1-114.5 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:

7^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 45. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 113.6-114.5 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:

8^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 46. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 113.8-114.2 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:
iter 8:	iter 8:

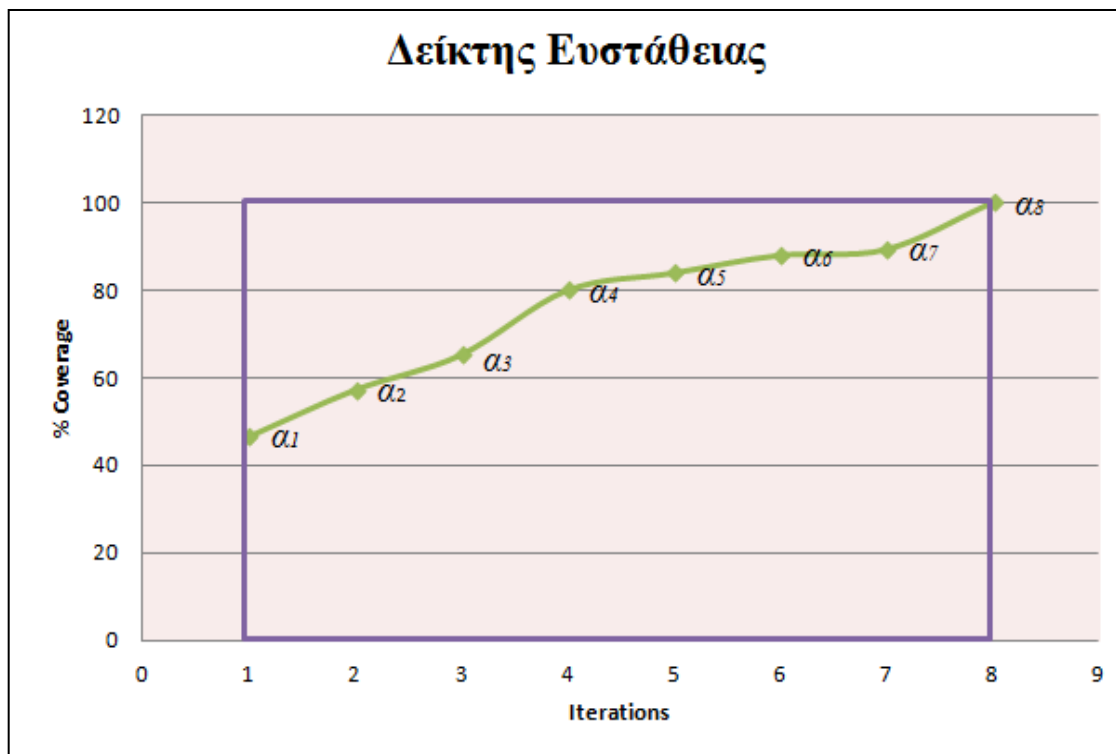
2	3	6	10	16	17	27	28	33	37	39	42	47	49	53	54	55	56	57	58
59	60	61	62	63	64	65	66	67	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
81	86	87	88	89	94	95	96	97	98	99	102	103	104	105	106	108	109	111	112
113	114	116	117	118	119	120	122	123	124	125	126	127	128	130					

Σχήμα 47. Συνολικό πράσινο σύνολο με εύρος προϋπολογισμού 99-125 εκ.€

1	4	5	7	8	9	11	12	13	14	15	18	20	21	22	23	24	25	26	29
30	31	32	34	35	36	38	40	41	43	44	45	46	48	50	52	68	80	82	83
84	85	90	91	92	93	100	101	107	110	121	129	131	132	133	115	19	51		

Σχήμα 48. Συνολικό κόκκινο σύνολο με εύρος προϋπολογισμού 99-125 εκ.€

5.2.6 Ο βαθμός ευστάθειας₁ με πολυκριτηριακή επίδοση_[1] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού_[2].



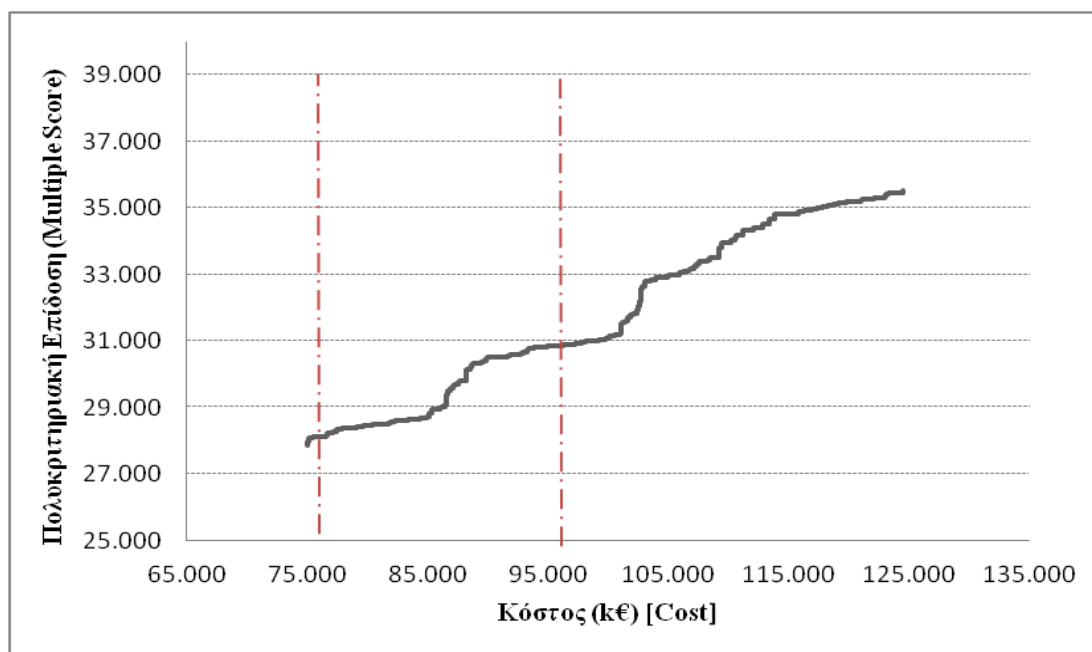
Σχήμα 49. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για εύρος προϋπολογισμού 99-125 εκ. €

RI _[Πολυκριτηριακή Επίδοση 1-Εύρος 2]	76,762
--	--------

5.2.7 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης στην περιοχή εύρους κόστους [3] με πολυκριτηριακή επίδοση[1].

1^η επανάληψη

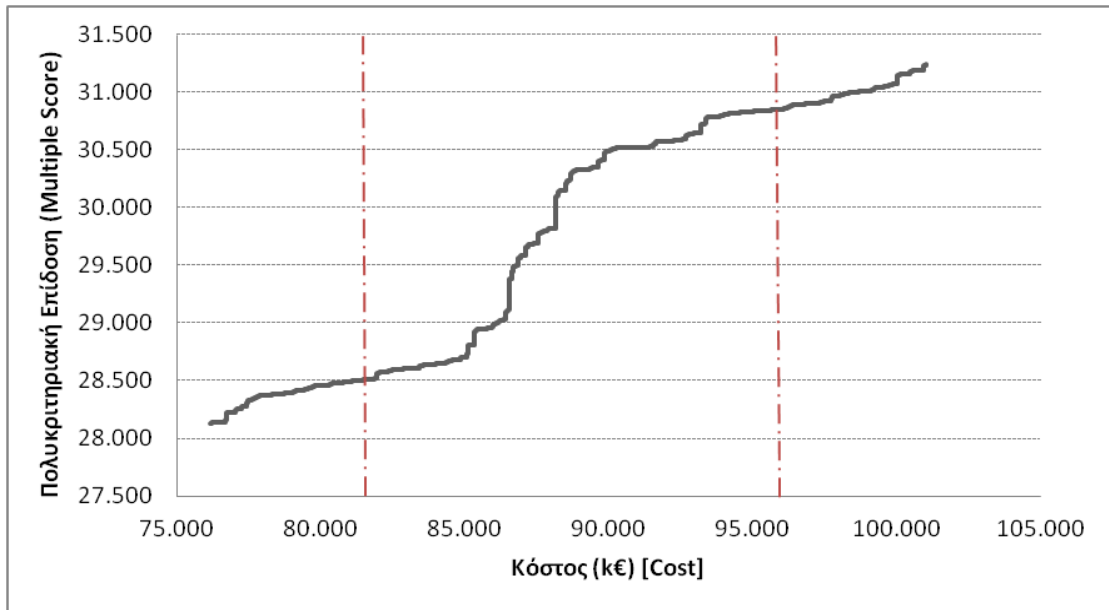
Αρχικά αναλύεται η δεύτερη περιοχή με εύρος κόστους 75.000 κ€ με 125.000 κ€. Στην συγκεκριμένη περίπτωση τρέχοντας τον κώδικα σε περιβάλλον GAMS –όπως έχει ήδη αναφερθεί – περιλαμβάνονται 411 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, από όπου και προέκυψαν 35 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 46 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 52 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 50. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη

2^η επανάληψη

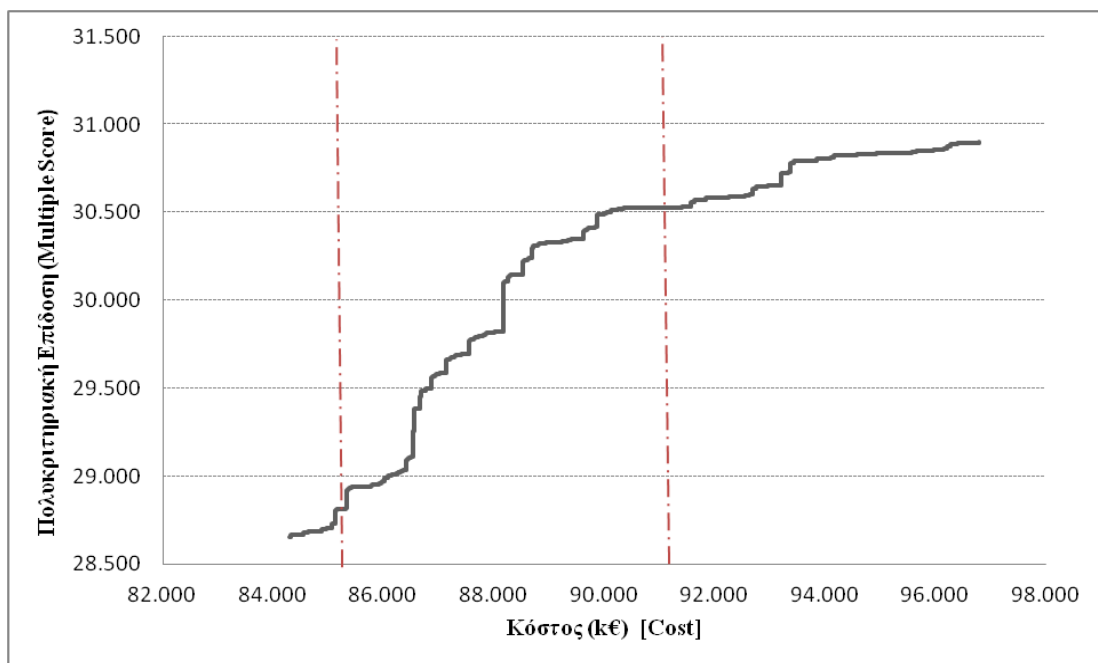
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αρχικό δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{50}{2} = 25 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 76.18 -101 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 263 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 36 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 54 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 43 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 51. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 76.18-101 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη

3^η επανάληψη

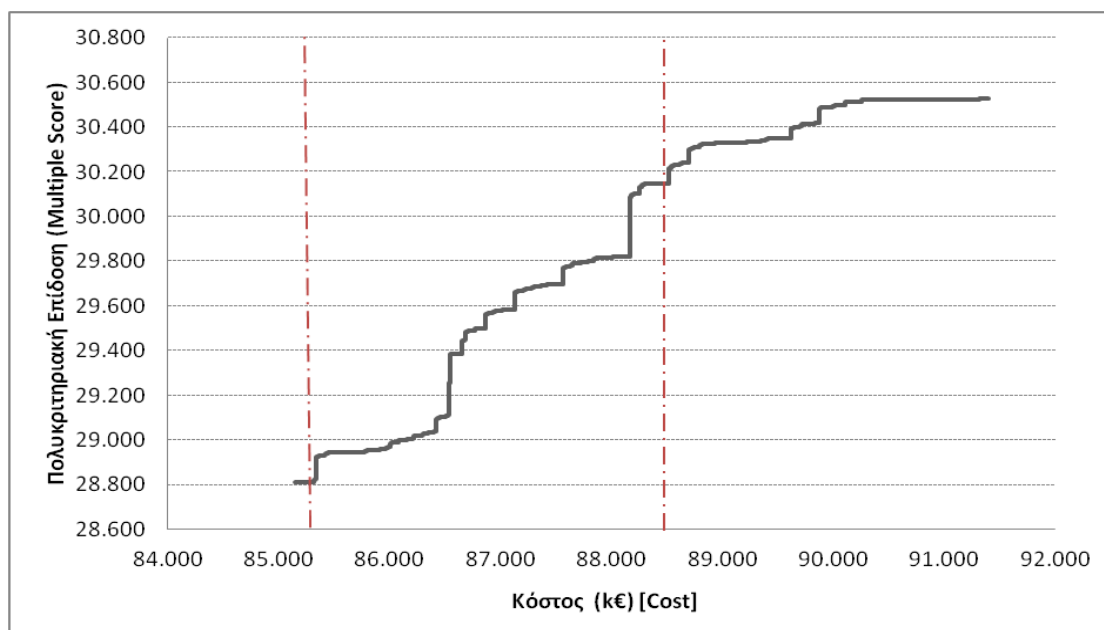
Ακολουθώντας ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών και είναι η περιοχή μεταξύ 84.3 – 96.8 εκ.€. Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 159 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 39 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 54 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 40 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 52. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 84.3-96.8 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη

4^η επανάληψη

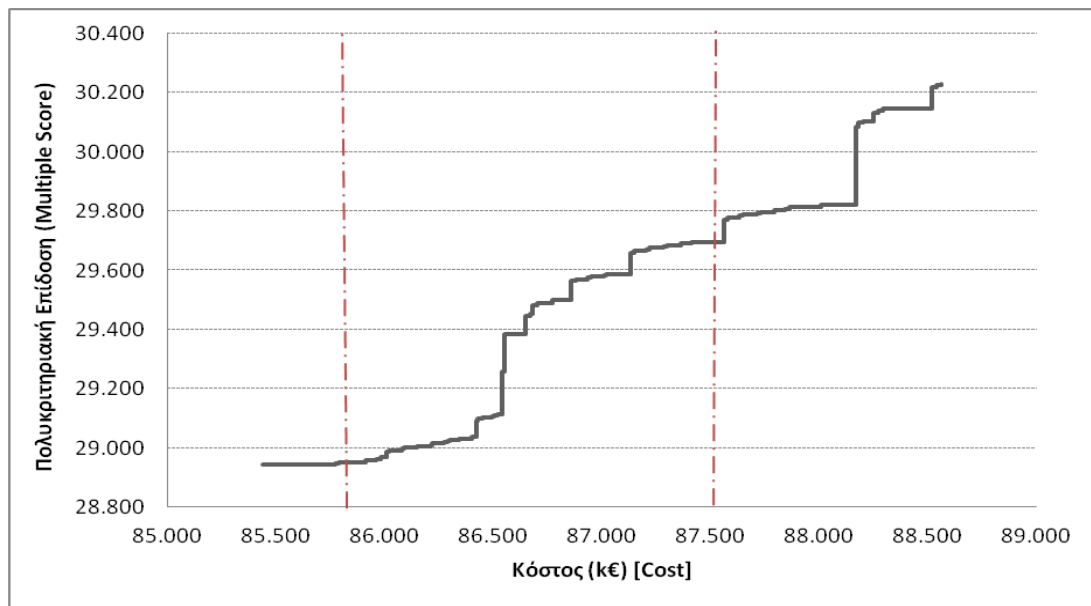
Εν συνεχεία ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 85.1-91.4 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 113 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 45 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 60 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 28 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 53. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.1- 91.4 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη

5^η επανάληψη

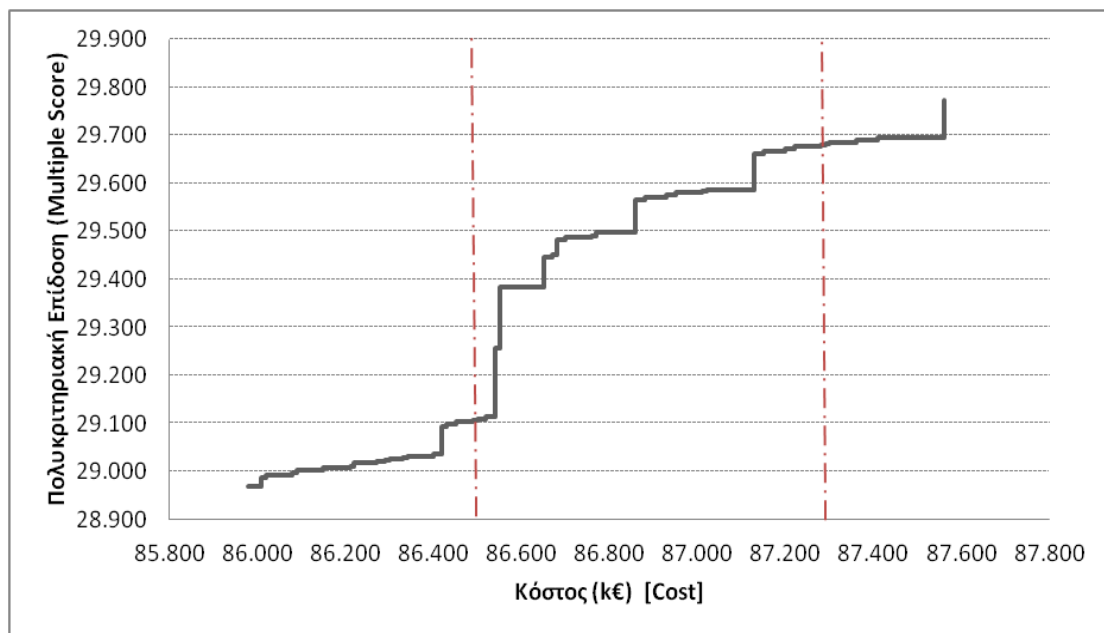
Κατόπιν ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{6,25}{2} = 3,125 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 85.4 – 88.56 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 71 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 51 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 60 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 22 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 54. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.4- 88.56 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη

6^η επανάληψη

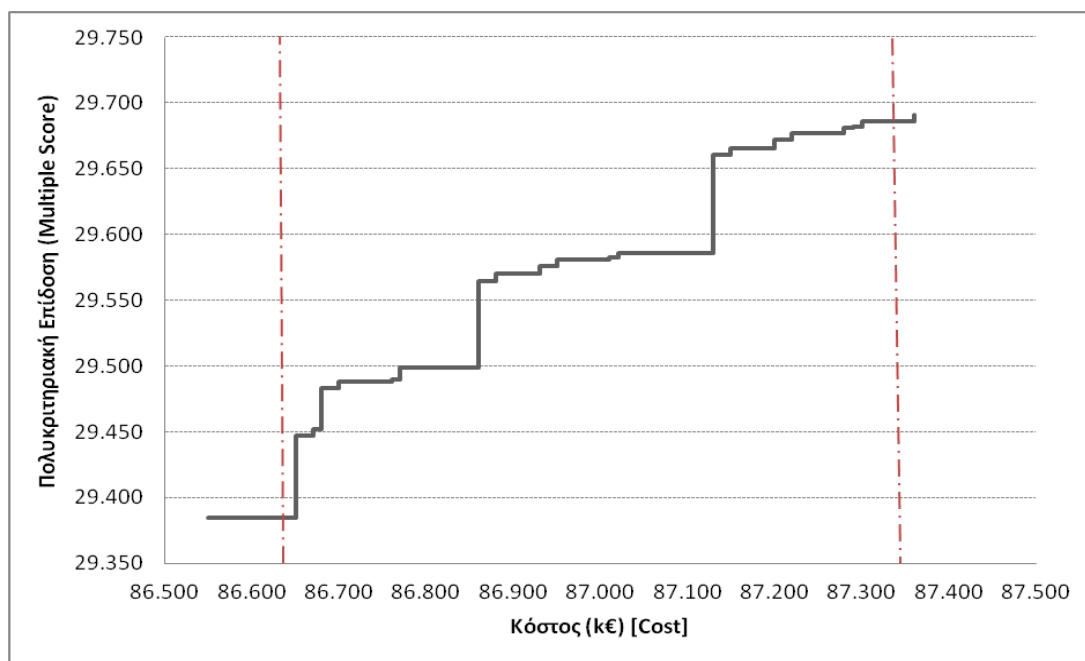
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{3,125}{2} = 1.562,5 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 85.98- 87.56 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 46 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 53 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 60 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 20 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 55. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.98- 87.56 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη

7^η επανάληψη

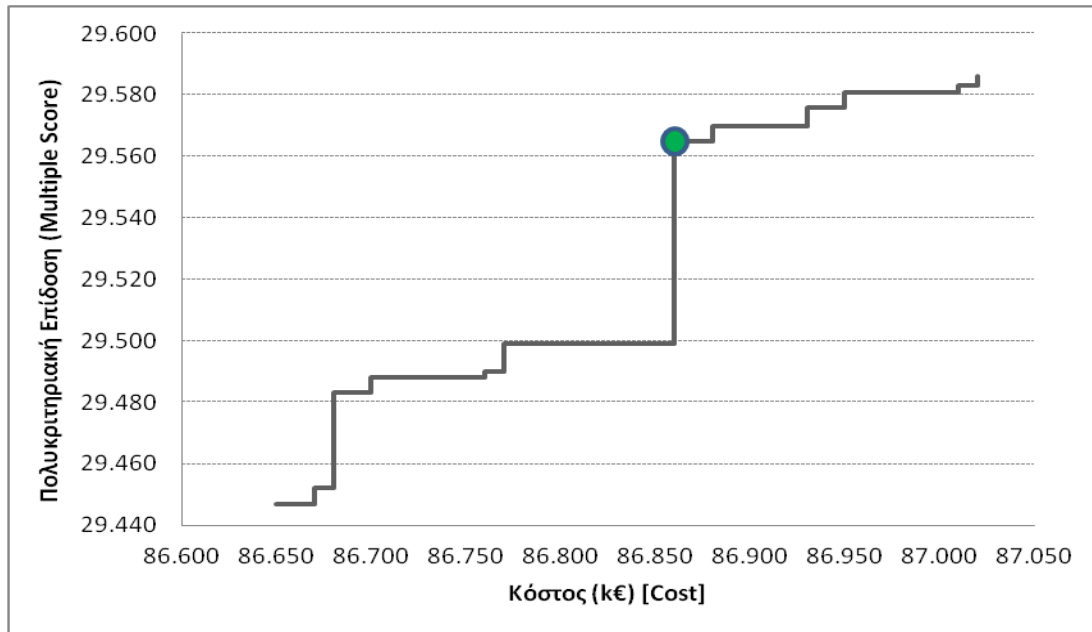
Για μια ακόμη φορά, ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{1.562,5}{2} = 0,781 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 86.55 – 87.36 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 21 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 54 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 60 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 19 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 56. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 86.55 – 87.36 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη

8^η επανάληψη

Για μια ακόμη φορά, ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{781,25}{2} = 0,391 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 86.65- 87 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 12 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 57 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 63 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 13 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 57. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 86.65- 87 εκ. € και μείωση εύρους στην όγδοη επανάληψη

9^η επανάληψη

Στην τελευταία επανάληψη προκύπτει και το τελικό χαρτοφυλάκιο που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο – "πράσινο"- σημείο του σχήματος X που αντιστοιχεί σε πολυκριτηριακή επίδοση ίση με την τιμή 29.565 και κόστος ισότιμο με 86.860 (k€) και που περιλαμβάνει 1 χαρτοφυλάκιο με 64 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 69 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 0 γκρι επενδυτικά σχέδια (όπως ήταν αναμενόμενο). Είναι αξιοσημείωτο ότι από το σχήμα X παρατηρείται ότι το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο προκύπτει από μια μεγάλη κάθετη μετατόπιση και η παρατεταμένη οριζόντια γραμμή δείχνει ότι είναι αρκετά εύρωστο αφού είναι βέλτιστο για μεγάλο σχετικά εύρος κόστους.

Κάτωθεν παρουσιάζεται ένας συνοπτικός πίνακας των 9 συνεχόμενων επαναλήψεων ο οποίος περιλαμβάνει συγκεντρωτικά δεδομένα που αφορούν το κόστος του προϋπολογισμού, τον αριθμό των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων, το πράσινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων, το κόκκινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων και το γκρι σύνολο επενδυτικών σχεδίων για κάθε n επανάληψη.

Πίνακας 16 :Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (76-101) εκ.€

Γύρος	Εύρος προϋπολογισμού (εκ. €)	Αριθμός Pareto χαρτοφυλακίων	Πράσινο σύνολο	Κόκκινο σύνολο	Γκρι σύνολο
1	75-125	411	35	46	52
2	76.18-101	263	36	54	43
3	84.3-96.8	159	39	54	40
4	85.1-91.4	113	45	60	28
5	85.4-88.56	71	51	60	22
6	85.98-87.56	46	53	60	20
7	86.55-87.36	21	54	60	19
8	86.65-87.36	12	57	63	13
9	86.7-86.95	1	64	69	0

5.2.8 Χρωματική απεικόνιση των επαναλήψεων για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού^[3] με πολυκριτηριακή επίδοση^[1].

Η συνολική εικόνα του χαρτοφυλακίου φαίνεται με χρωματικούς κωδικούς στα επόμενα σχήματα όπου παρουσιάζονται τα τρία είδη των επενδυτικών σχεδίων που εντάσσονται σε κάθε επανάληψη, που απορρίπτονται, ή που μένουν διαφορούμενα ως προς την τελική τους έκβαση. Αρχικά όπως έχει ήδη διατυπωθεί, όλα τα επενδυτικά σχέδια θεωρούνται ως ισότιμα επενδυτικά σχέδια έχοντας όλα την ίδια πιθανότητα να εισέλθουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 58. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι

Παρακάτω παρουσιάζονται τα "χρωματικά" σχήματα των επενδυτικών σχεδίων όπως λαμβάνονται έπειτα από κάθε επανάληψη.

1^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 59. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €



2^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 60. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 76.18-101 εκ. €



3^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 61. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 84.3-96.8 εκ. €



4^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 62. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.1-91.4 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:

5^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 63. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.4-88.56 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:

6^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 64. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.98-87.56 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:

7^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 65. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 86.55-87.36 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:

8^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 66. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 86.65-87.36 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:
iter 8:	iter 8:

9^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 67. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 86.7-86.95 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:
iter 8:	iter 8:
iter 9:	iter 9:

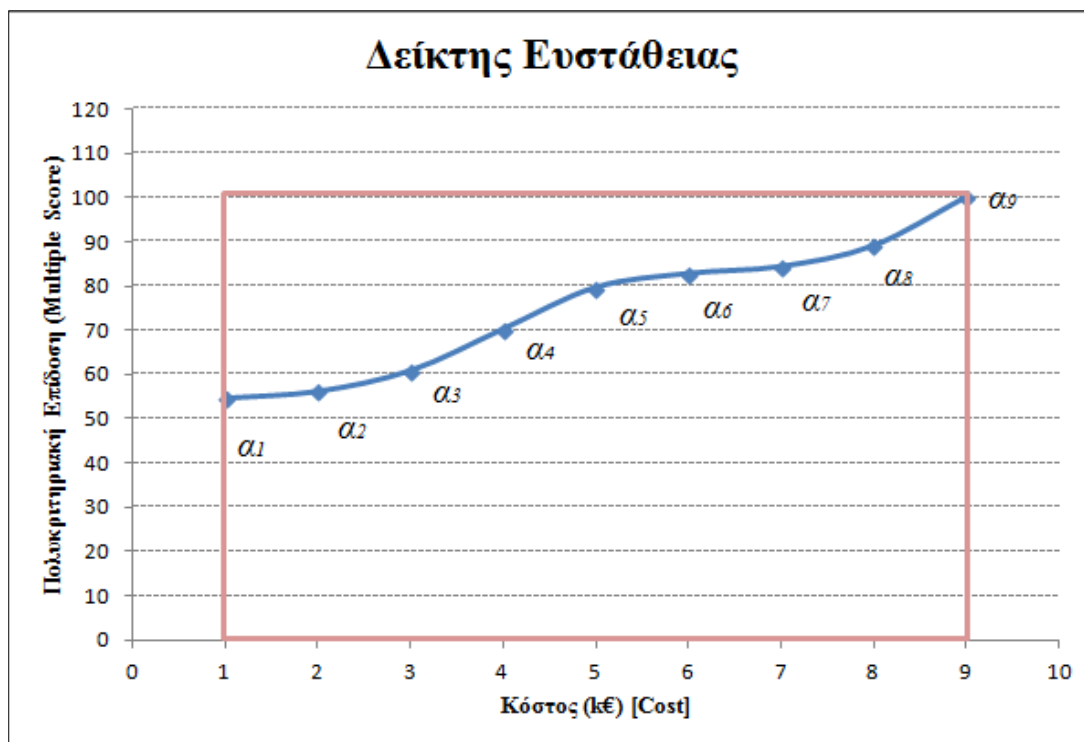
3	6	10	16	17	28	33	37	39	47	49	53	54	55	56	58	59	60	42	61
62	63	64	65	66	67	71	72	73	74	75	77	78	79	81	86	87	89	94	95
96	97	98	99	102	104	105	106	108	109	111	112	113	114	116	117	118	119	120	122
123	127	128	130																

Σχήμα 68. Συνολικό Πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 76-101 εκ. €

1	2	4	5	7	8	9	11	12	13	14	15	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	29	30	31	32	34	35	36	38	40	41	43	44	45	46	48	50	51	52
57	68	69	70	76	80	82	83	84	88	90	91	92	93	100	101	103	107	110	115
121	124	125	126	129	131	132	133												

Σχήμα 69. Συνολικό Κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 76-101 εκ. €

5.2.9 Ο βαθμός ευστάθειας για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού^[3] με πολυκριτηριακή επίδοση^[1].



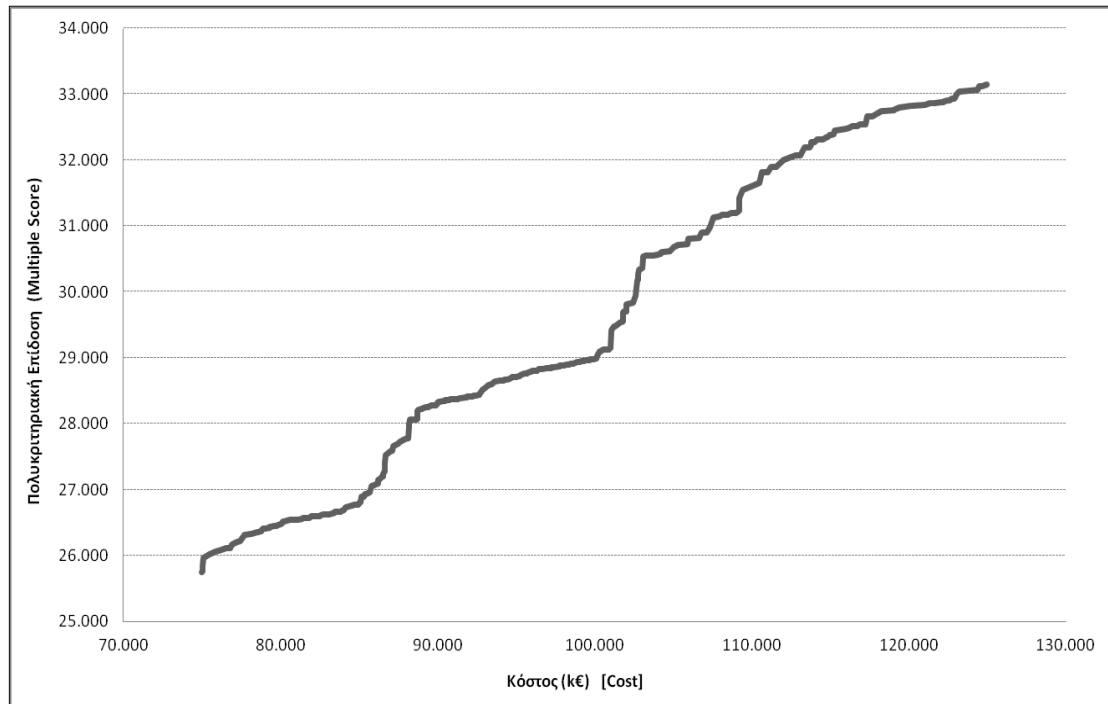
Σχήμα 70. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για εύρος προϋπολογισμού για εύρος προϋπολογισμού 76-101 εκ. €

RI _[Πολυκριτηριακή Επίδοση 1-Εύρος 3]	63,282
---	---------------

5.2.10 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση^[2].

Με μία πρώτη ανάγνωση των παραπάνω αποτελεσμάτων, παρατηρείται μια έντονη τάση από τις πρώτες κιόλας επαναλήψεις της μεθόδου ΙΤΑ, η απόρριψη των υποψήφιων επενδυτικών αιολικών έργων με υψηλά νούμερα σε ισχύ (MW), δηλαδή την τοποθέτηση τους στο "κόκκινο" σύνολο έργων. Επειδή αυτό δεν είναι ιδιαίτερα επιθυμητό, γεννήθηκε η ιδέα της διαφοροποίησης της τιμής του ενός κριτηρίου από τα πέντε συνολικά στα οποία θα πρέπει να υπακούει το ισχύον μοντέλο πολυκριτηριακού μαθηματικού προγραμματισμού. Το "κοινωνικό" κριτήριο που διαφοροποιείται είναι εκείνο της περιφερειακής ανάπτυξης. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η περιφερειακή ανάπτυξη εκφράζεται από το λόγο των ετήσιων ακαθάριστων εσόδων ανά μεγαβάτ, που προκύπτουν από τη λειτουργία των έργων Α.Π.Ε προς το Ακαθόριστο Εγχώριο Προϊόν της περιοχής στην οποία πρόκειται να εγκατασταθεί και να λειτουργήσει η ενεργειακή επένδυση. Έτσι πολλαπλασιάζοντας την ισχύ (MW) του κάθε έργου επί την τιμή της περιφερειακής ανάπτυξης ($TR/MW * ΑΕΠ$) επίσης του κάθε έργου, προκύπτει μια νέα τιμή η οποία είναι ανεξάρτητη από μονάδες ισχύος – τώρα η περιφερειακή ανάπτυξη μετρείται σε $TR/ ΑΕΠ$ – και η οποία τιμή εισάγεται στο ισχύον μοντέλο τροποποιώντας την αξία της πολυκριτηριακής επίδοσης. Έχοντας

λοιπόν μια νέα τιμή στο μέγεθος της πολυκριτηριακής επίδοσης θα επιχειρηθεί η ίδια μεθοδολογία που αναλύθηκε και προηγουμένως, δηλαδή η εφαρμογή της μεθόδου ΙΤΑ θα εστιαστεί σε περιοχές με μεγάλη κλίση όπου μια μικρή αύξηση του κόστους επιτυγχάνει μεγάλη αύξηση του δείκτη της πολυκριτηριακής επίδοσης του χαρτοφυλακίου.



Σχήμα 71. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € στην πρώτη επανάληψη

Από το σχήμα 73 παρατηρούνται τρεις διαφορετικές περιοχές που επιτυγχάνονται αυτά τα τοπικά "άλματα" της πολυκριτηριακής επίδοσης και οι οποίες περιοχές αντιστοιχούν στα εξής εύρη κόστους :

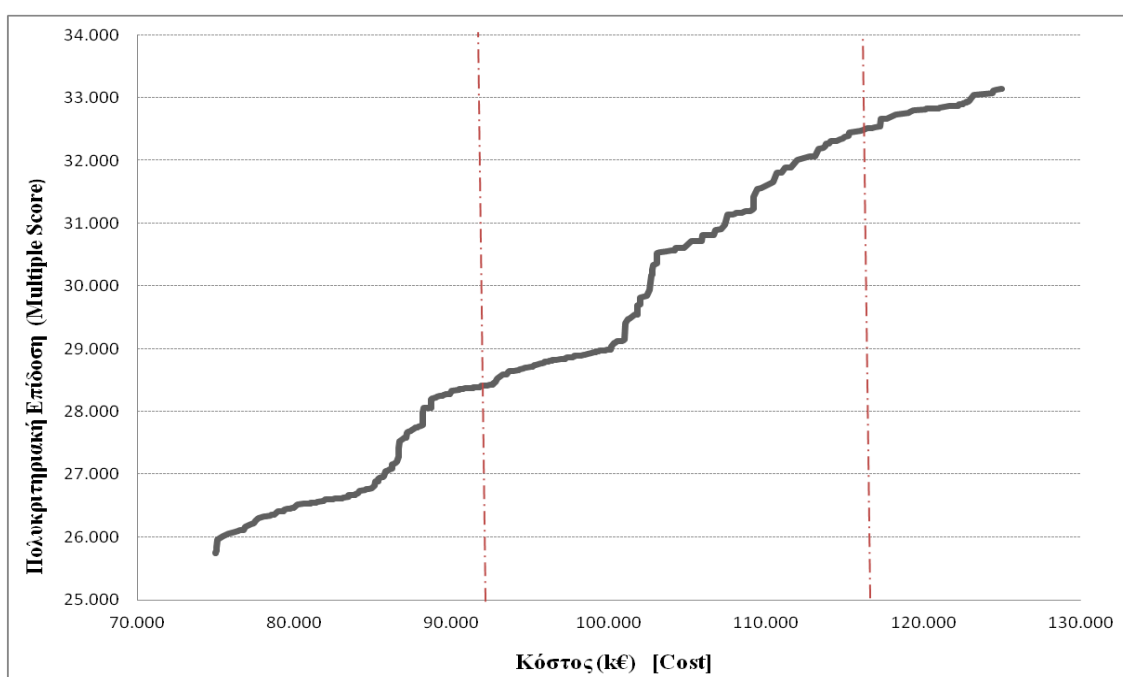
- Εύρος Κόστους [1] 92.2 - 117.3 [κ€]
- Εύρος Κόστους [2] 78.9 - 103.9 [κ€]

Ο ορθολογικός αποφασίζων με βάση αυτή την παρατήρηση θα αξιολογήσει την κάθε περιοχή ξεχωριστά, εφαρμόζοντας τη μέθοδο της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης (ΙΤΑ), ξεχωριστά, και στις δύο προαναφερθείσες περιοχές προκειμένου να αναλυθούν και να εξαχθούν ορισμένα συμπεράσματα.

5.2.11 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση^[2] στην περιοχή εύρους κόστους ^[1].

1^η επανάληψη

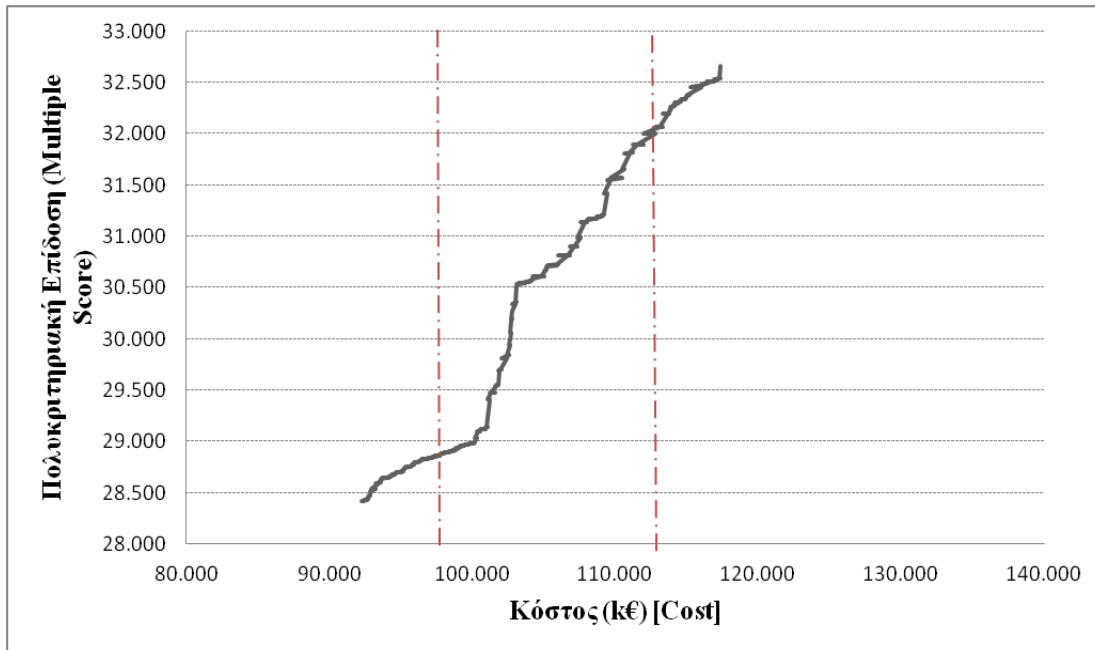
Αρχικά αναλύεται η πρώτη περιοχή με εύρος κόστους 75.000 κ€ με 125.000 κ€. Στην συγκεκριμένη περίπτωση τρέχοντας τον κώδικα σε περιβάλλον GAMS –όπως έχει ήδη αναφερθεί – περιλαμβάνονται 332 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, από όπου και προέκυψαν 38 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 46 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 49 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 72. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη

2^η επανάληψη

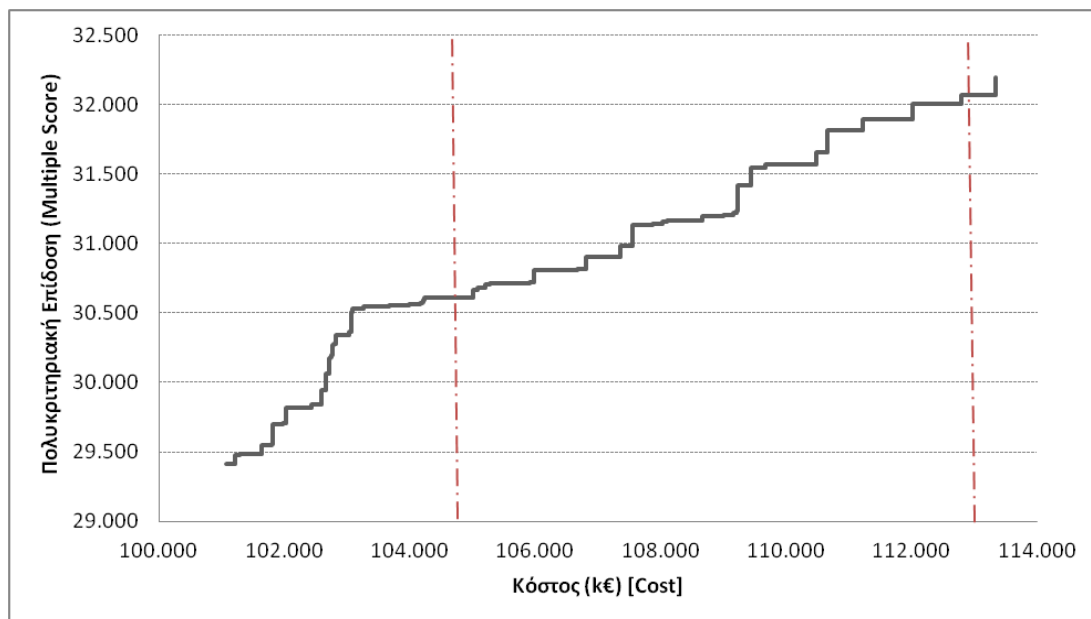
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αρχικό δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{50}{2} = 25 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 92.2 -117.3 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 164 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 43 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 47 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 43 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 73. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 92.2-117.3 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη

3^η επανάληψη

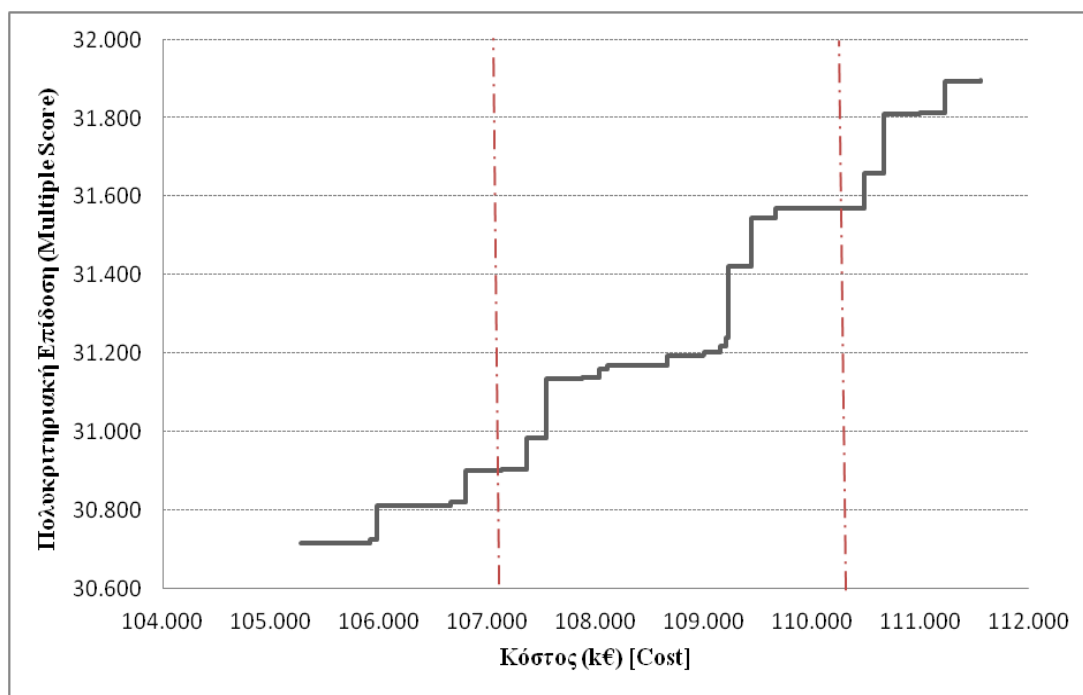
Ακολουθώς ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή εύρος κόστους $= \frac{25}{2} = 12,5$ εκ. €. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών και είναι η περιοχή μεταξύ 101.07-113.34 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 64 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 46 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 49 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 38 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 74. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 101.07-113.34 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη

4^η επανάληψη

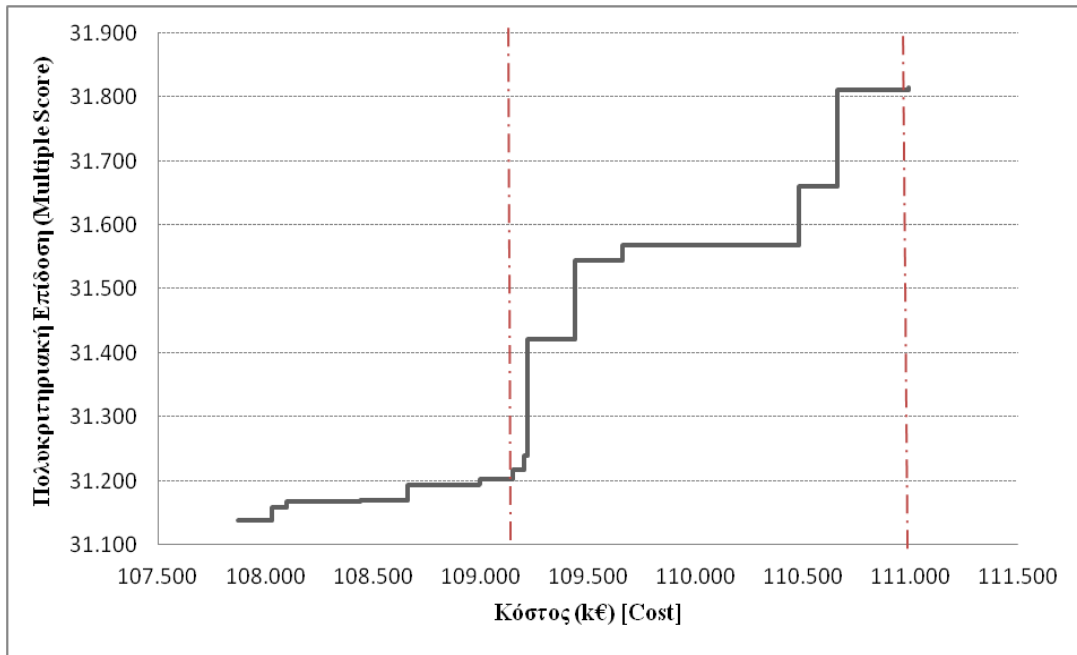
Εν συνεχεία ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 105.3 -111.5 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 26 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 59 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 53 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 21 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 75. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 105.3-111.5 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη

5^η επανάληψη

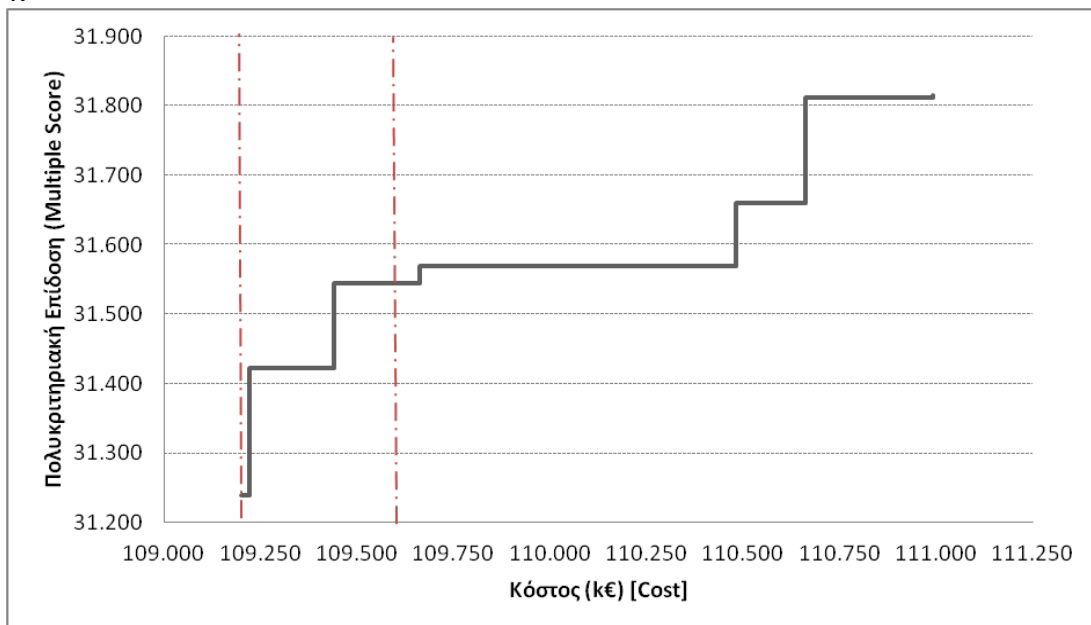
Κατόπιν ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{6,25}{2} = 3,125 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 107.8 -110.9 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 16 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 64 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 56 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 13 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 76. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 107.8-110.9 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη

6^η επανάληψη

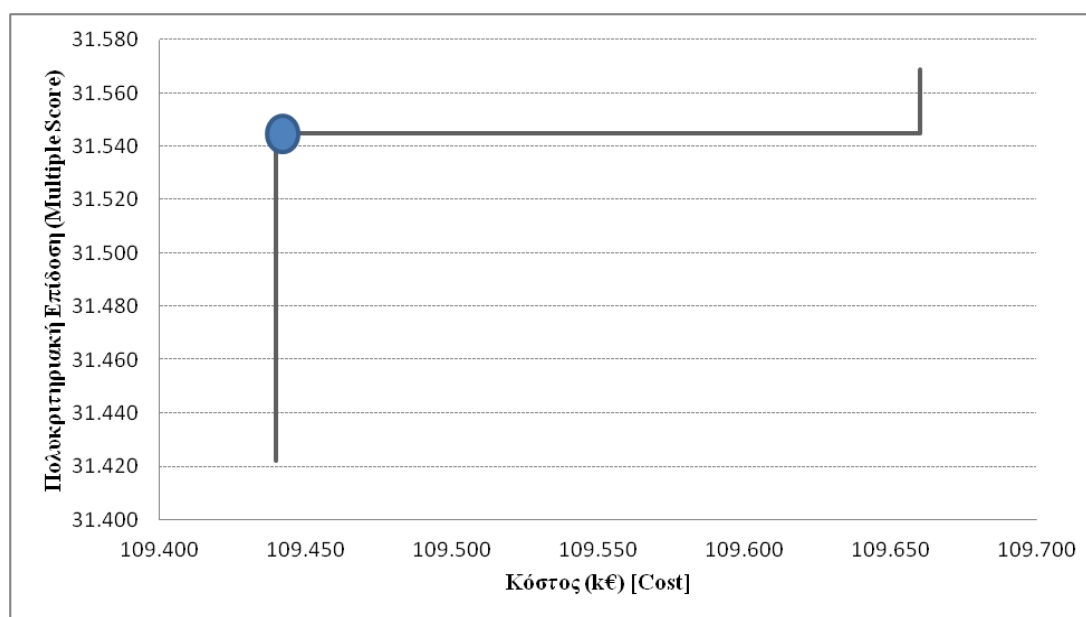
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{3,125}{2} = 1.562,5 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 109.2 -110.9 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 7 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 67 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 56 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 10 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 77. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109.2-110.9 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη

7^η επανάληψη

Για μια ακόμη φορά, ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{1.562,5}{2} = 0,781 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 109.2 -109.66 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 3 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 70 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 58 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 5 γκρί επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 78. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 109.2-109.66 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη

8^η επανάληψη

Στην τελευταία επανάληψη προκύπτει και το τελικό χαρτοφυλάκιο που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο – "γαλάζιο"- σημείο του σχήματος X που αντιστοιχεί σε πολυκριτηριακή επίδοση ίση με την τιμή 31,545 και κόστος ισότιμο με 109.660 (k€) και που περιλαμβάνει 1 χαρτοφυλάκιο με 73 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 60 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 0 γκρί επενδυτικά σχέδια (όπως ήταν αναμενόμενο). Είναι αξιοσημείωτο ότι από το σχήμα X παρατηρείται ότι το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο προκύπτει από μια μεγάλη κάθετη μετατόπιση και η παρατεταμένη οριζόντια γραμμή δείχνει ότι είναι αρκετά εύρωστο αφού είναι βέλτιστο για μεγάλο σχετικά εύρος κόστους.

Κάτωθεν παρουσιάζεται ένας συνοπτικός πίνακας των 8 συνεχόμενων επαναλήψεων ο οποίος περιλαμβάνει συγκεντρωτικά δεδομένα που αφορούν το κόστος του προϋπολογισμού, τον αριθμό των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων, το πράσινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων, το κόκκινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων και το γκρί σύνολο επενδυτικών σχεδίων για κάθε n επανάληψη.

Πίνακας 17: Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (92.2-117.3) εκ.€

Γύρος	Εύρος προϋπολογισμού (εκ. €)	Αριθμός Pareto χαρτοφυλακίων	Πράσινο σύνολο	Κόκκινο σύνολο	Γκρι σύνολο
1	75 - 125	332	38	46	49
2	92.2-117.3	164	43	47	43
3	101.07-113.3	64	46	49	38
4	105.3-111.5	26	59	53	21
5	107.8-110.9	16	64	56	13
6	109.2-110.9	7	67	56	10
7	109.2-109.66	3	70	58	5
8	109.44-109.66	1	73	60	0

5.2.12 Χρωματική απεικόνιση των με πολυκριτηριακή επίδοση^[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού^[1].

Η συνολική εικόνα του χαρτοφυλακίου φαίνεται με χρωματικούς κωδικούς στα επόμενα σχήματα. Αρχικά όπως έχει ήδη διατυπωθεί, όλα τα επενδυτικά σχέδια θεωρούνται ως ισότιμα επενδυτικά σχέδια έχοντας όλα την ίδια πιθανότητα να εισέλθουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 79. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι

Παρακάτω παρουσιάζονται τα "χρωματικά" σχήματα των επενδυτικών σχεδίων όπως λαμβάνονται έπειτα από κάθε επανάληψη.

1^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 80. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €

iter 1: iter 1:

2^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 81. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ. €

iter 1: iter 1:
iter 2: iter 2:

3^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 82. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 101.07-113.3 εκ. €

iter 1: iter 1:
iter 2: iter 2:
iter 3: iter 3:

4^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 83. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 105.3-111.5 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:

5^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 84. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 107.8-110.9 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:

6^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 85. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.2-110.9 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:

7^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 86. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.2-109.66 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:

8^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 87. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 109.44-109.66 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:
iter 8:	iter 8:

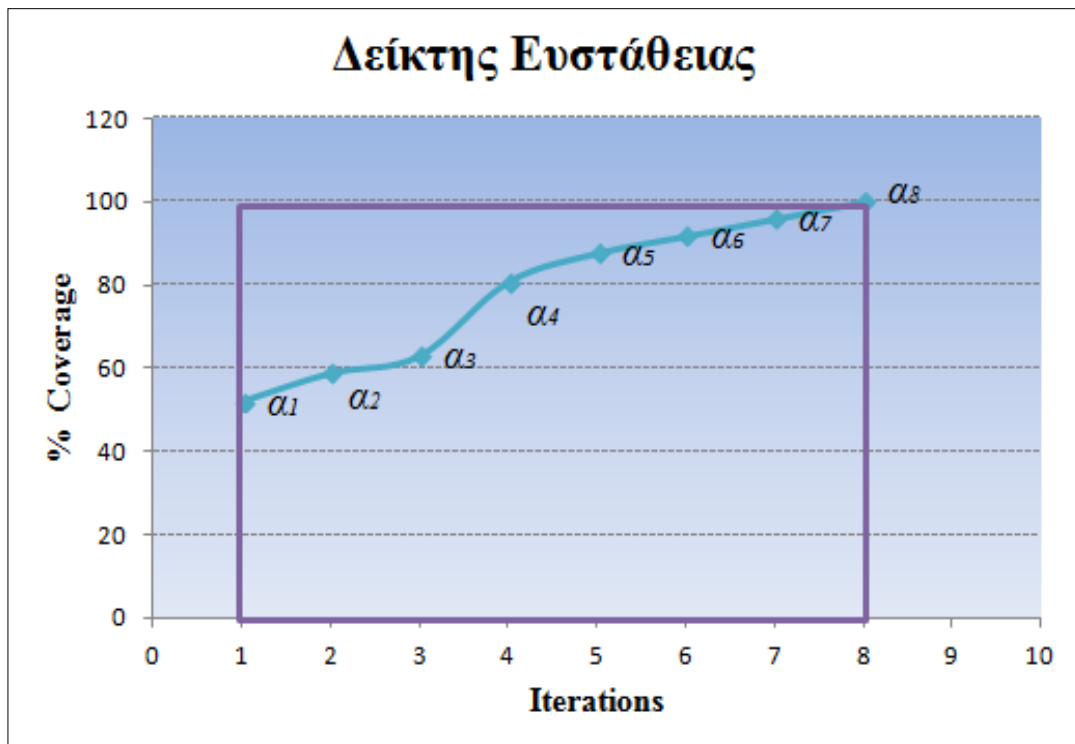
2	3	6	10	16	17	19	28	33	37	39	42	47	49	53	54	55	56	57	58
59	60	61	62	63	64	65	66	67	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
81	86	87	88	89	94	95	96	97	98	99	102	104	105	106	108	109	111	112	113
114	116	117	118	119	120	122	123	124	125	127	128	130							

Σχήμα 88. Συνολικό Πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ.€

1	4	5	7	8	9	11	12	13	14	15	18	20	21	22	23	24	25	26	27
29	30	31	32	34	35	36	38	40	41	43	45	46	48	50	51	52	68	80	82
83	84	85	90	91	92	93	100	101	103	107	110	115	121	126	129	131	132	133	44

Σχήμα 89. Συνολικό Κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ.€

5.2.13 Ο βαθμός ευστάθειας με πολυκριτηριακή επίδοση_[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού_[1].



Σχήμα 90. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για το εύρος προϋπολογισμού 92.2-117.3 εκ. €

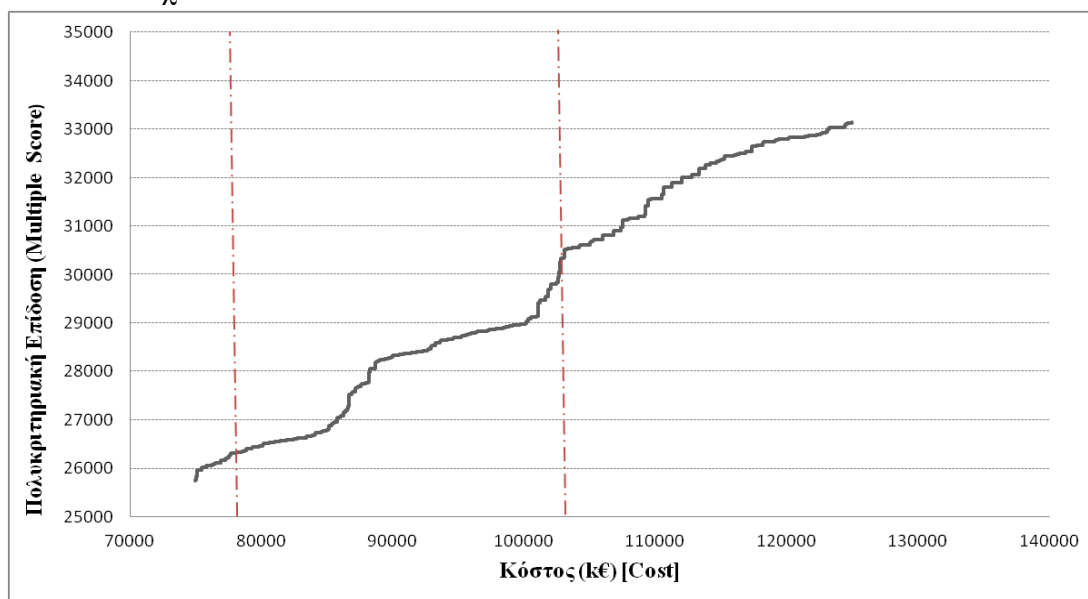
$RI_{[Πολυκριτηριακή\ Επίδοση\ 2-Εύρος\ 1]}$	79,159
--	--------

5.2.14 Τα αποτελέσματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης με πολυκριτηριακή επίδοση_[2] στην περιοχή εύρους κόστους_[2]

1^η επανάληψη

Αρχικά αναλύεται η πρώτη περιοχή με εύρος κόστους 75.000 κ€ με 125.000 κ€. Στην συγκεκριμένη περίπτωση τρέχοντας τον κώδικα σε περιβάλλον GAMS –όπως έχει ήδη αναφερθεί – περιλαμβάνονται 332 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, από όπου και

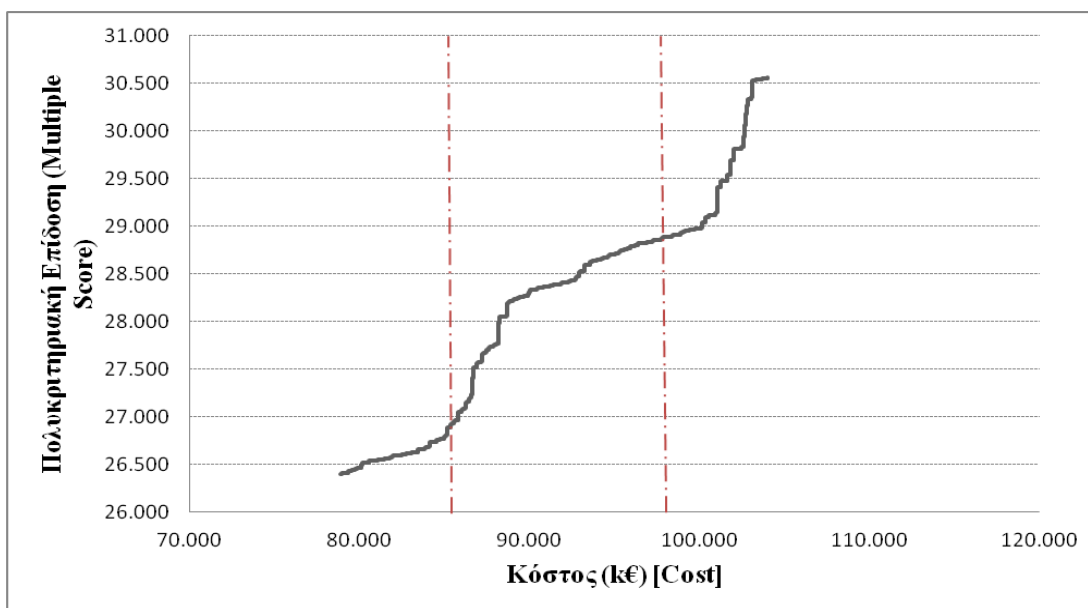
προέκυψαν 38 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 46 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 49 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 91. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 75-125 εκ. € και μείωση εύρους στην πρώτη επανάληψη

2^η επανάληψη

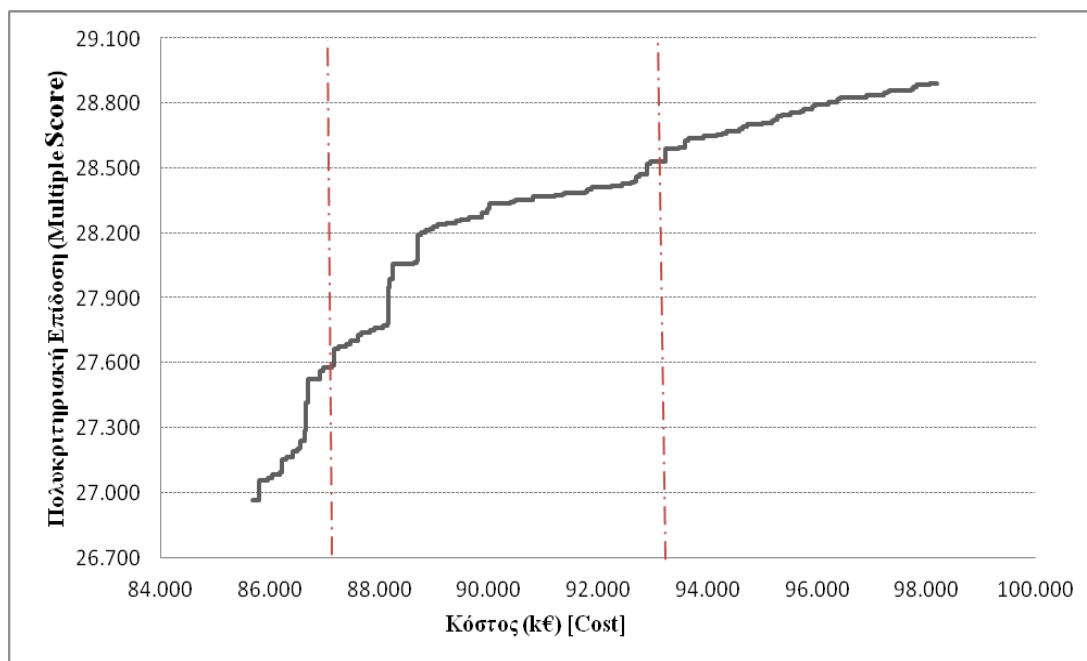
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αρχικό δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{50}{2} = 25 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 78.9 -103.9 εκ.€. Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 214 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 39 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 49 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 45 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 92. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 78.9-103.9 εκ. € και μείωση εύρους στη δεύτερη επανάληψη

3^η επανάληψη

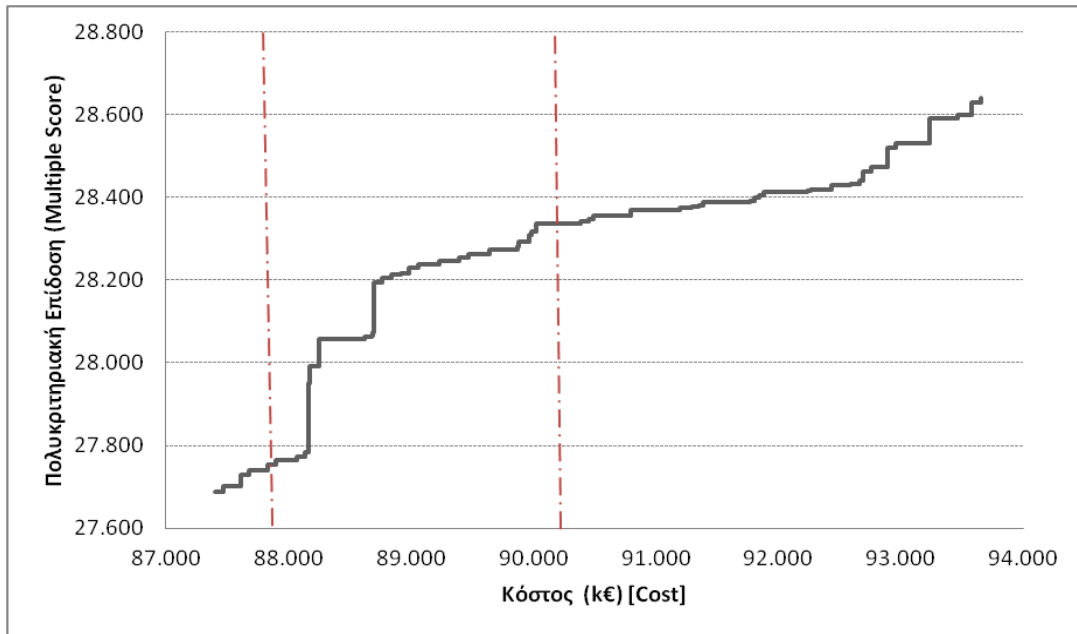
Ακολουθώς ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών και είναι η περιοχή μεταξύ 85.7-98.2 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 114 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 45 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 56 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 32 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 93. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 85.7-98.2 εκ.€ και μείωση εύρους στη τρίτη επανάληψη

4^η επανάληψη

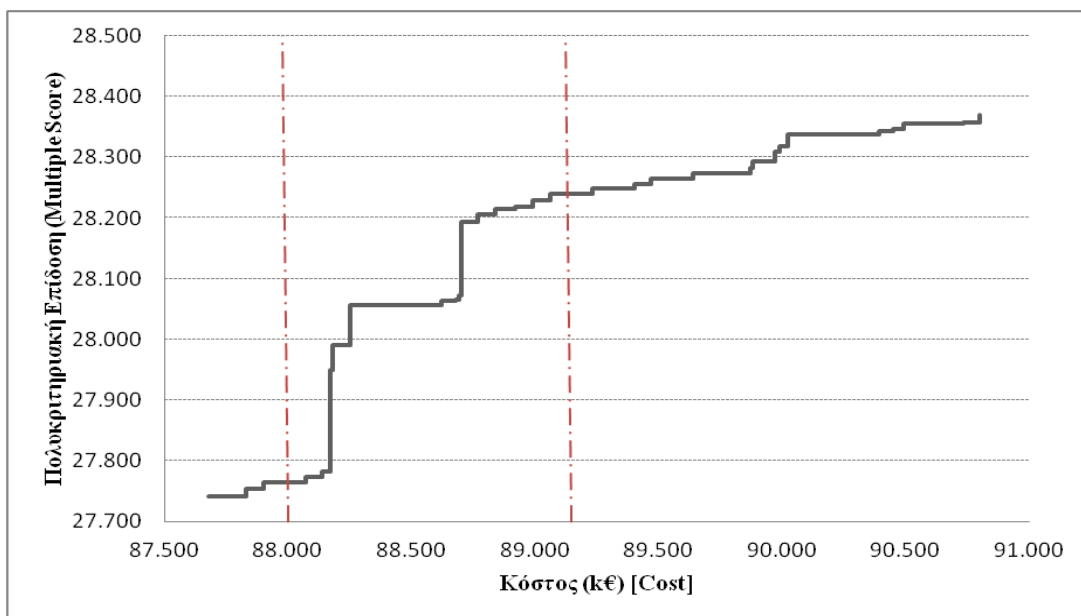
Εν συνεχεία ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ εκ. €}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 87.4-93.7 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 58 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 48 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 57 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 28 γκρι επενδυτικά σχέδια .



Σχήμα 94. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 87.4- 93.7 εκ. € και μείωση εύρους στην τέταρτη επανάληψη

5^η επανάληψη

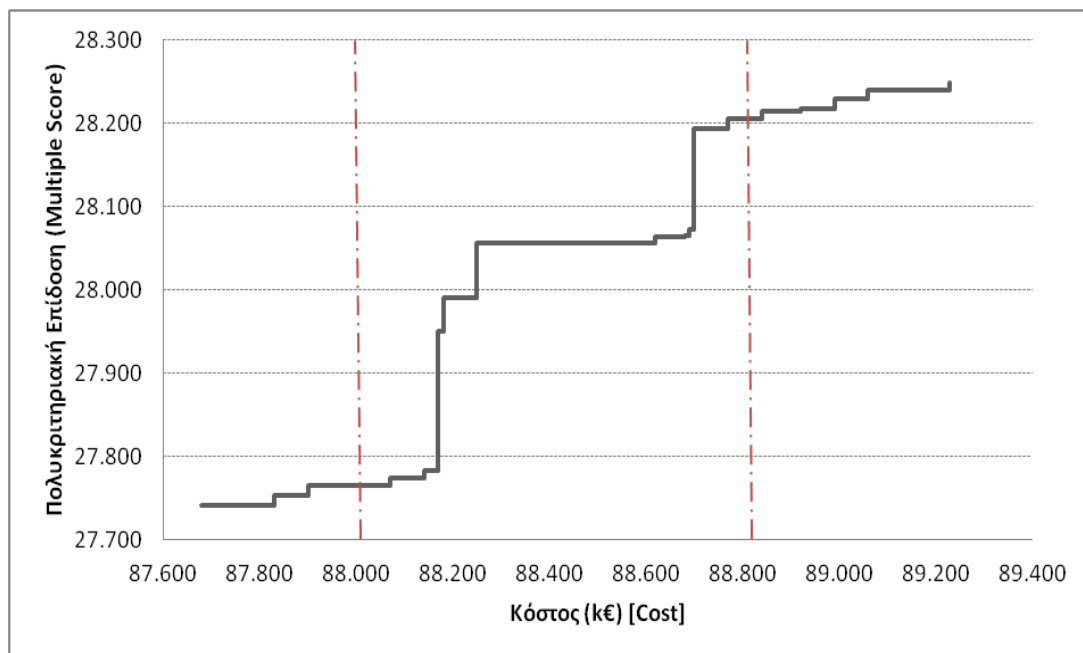
Κατόπιν ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή *εύρος κόστους* = $\frac{6,25}{2} = 3,125$ εκ.€. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 87.7 – 90.8 εκ.€. Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 32 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 49 πράσινα επενδυτικά σχέδια , 60 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 24 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 95. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 87.7-90.8 εκ. € και μείωση εύρους στην πέμπτη επανάληψη

6^η επανάληψη

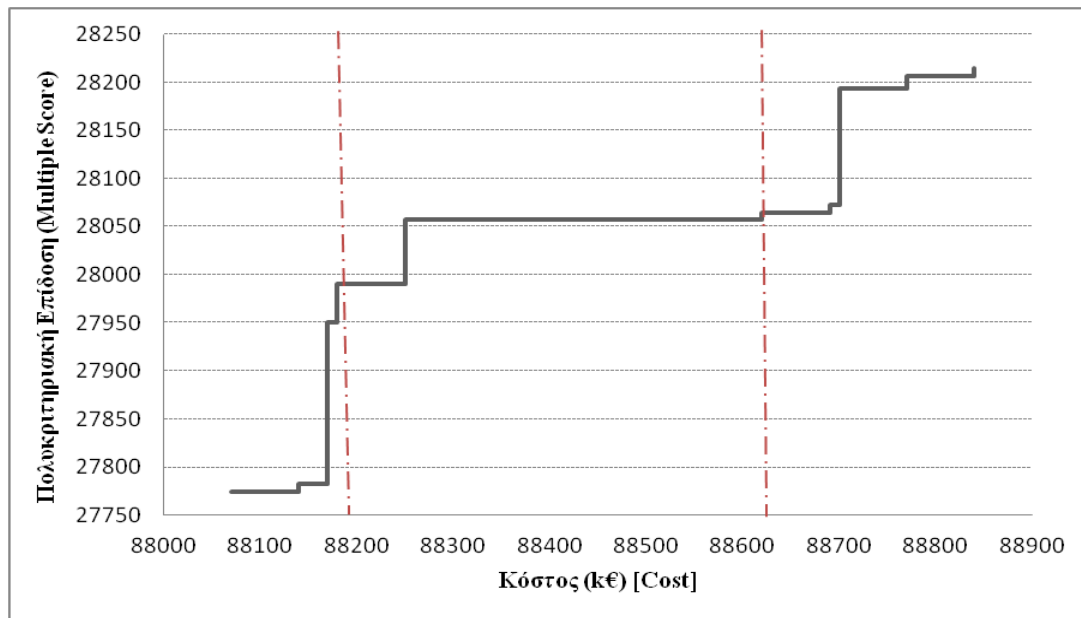
Στη συνέχεια ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{3,125}{2} = 1.562,5 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 87.7 - 89.3 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 19 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 54 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 61 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 18 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 96. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 87.7-89.3 εκ. € και μείωση εύρους στην έκτη επανάληψη

7^η επανάληψη

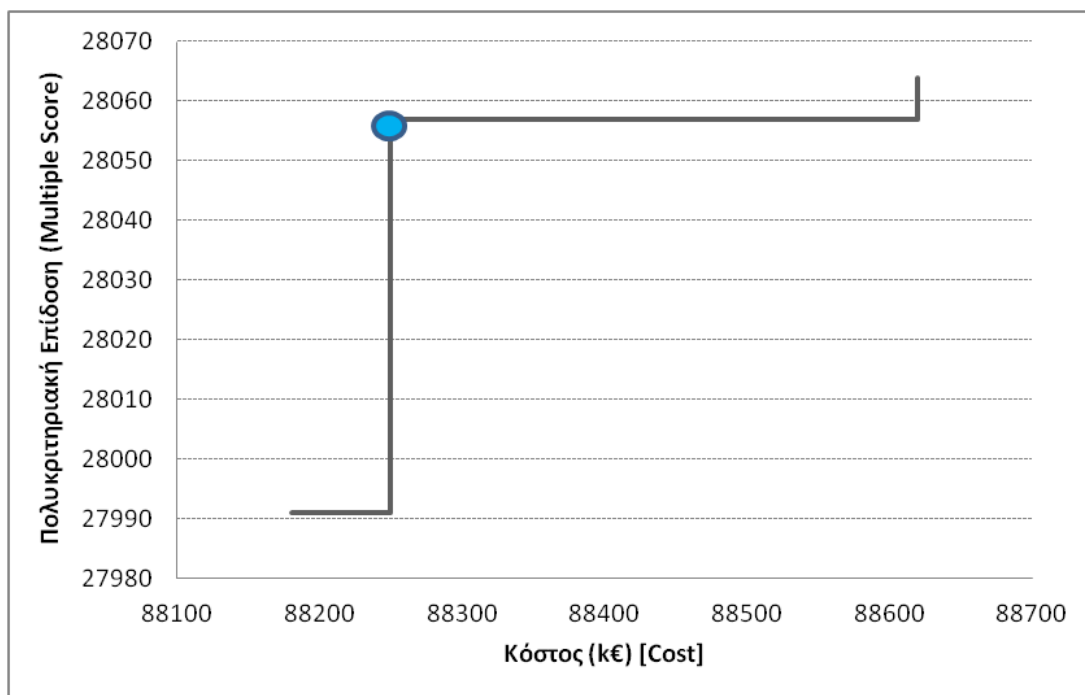
Για μια ακόμη φορά, ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{1.562,5}{2} = 0,781 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 88.07-88.84 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 12 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 54 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 61 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 18 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 97. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 88.07-88.84 εκ. € και μείωση εύρους στην έβδομη επανάληψη

8^η επανάληψη

Για μια ακόμη φορά, ο αποφασίζων επιλέγει μια περιοχή του συνολικού κόστους που έχει το μισό εύρος από το αμέσως προηγούμενο δηλαδή $\text{εύρος κόστους} = \frac{781.25}{2} = 0,391 \text{ εκ.€}$. Η περιοχή που επιλέχθηκε φαίνεται στο Σχήμα X μεταξύ των διακεκομένων γραμμών. Είναι η περιοχή μεταξύ 88.2 -88.7 εκ.€ . Για την περιοχή αυτή που περιλαμβάνει 3 κατά Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταγράφονται 61 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 65 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 7 γκρι επενδυτικά σχέδια.



Σχήμα 98. Μέτωπο Pareto των χαρτοφυλακίων στο διάστημα 88.2-88.6 εκ. € και μείωση εύρους στην όγδοη επανάληψη

9^η επανάληψη

Στην τελευταία επανάληψη προκύπτει και το τελικό χαρτοφυλάκιο που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο – "γαλάζιο"- σημείο του σχήματος X που αντιστοιχεί σε πολυκριτηριακή επίδοση ίση με την τιμή 28.057 και κόστος ισότιμο με 88.250 (κ€) και που περιλαμβάνει 1 χαρτοφυλάκιο με 65 πράσινα επενδυτικά σχέδια, 68 κόκκινα επενδυτικά σχέδια και 0 γκρι επενδυτικά σχέδια (όπως ήταν αναμενόμενο). Είναι αξιοσημείωτο ότι από το σχήμα X παρατηρείται ότι το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο προκύπτει από μια μεγάλη κάθετη μετατόπιση και η παρατεταμένη οριζόντια γραμμή δείχνει ότι είναι αρκετά εύρωστο αφού είναι βέλτιστο για μεγάλο σχετικά εύρος κόστους.

Κάτωθεν παρουσιάζεται ένας συνοπτικός πίνακας των 9 συνεχόμενων επαναλήψεων ο οποίος περιλαμβάνει συγκεντρωτικά δεδομένα που αφορούν το κόστος του προϋπολογισμού, τον αριθμό των κατά Pareto βέλτιστων χαρτοφυλακίων, το πράσινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων, το κόκκινο σύνολο επενδυτικών σχεδίων και το γκρι σύνολο επενδυτικών σχεδίων για κάθε n επανάληψη.

Πίνακας 18: Χαρακτηριστικά της επαναληπτικής διαδικασίας επιλογής επενδυτικών σχεδίων για περιοχή με εύρος κόστους (78.9 - 103.9) εκ.€

Γύρος	Εύρος προϋπολογισμού (εκ. €)	Αριθμός Pareto χαρτοφυλακίων	Πράσινο σύνολο	Κόκκινο σύνολο	Γκρι σύνολο
1	75-125	332	38	46	49
2	78.9-103.9	214	39	49	45
3	85.7- 98.2	114	45	56	32
4	87.4 - 93.7	58	48	57	28
5	87.7 - 90.8	32	49	60	24
6	87.7- 89.3	19	54	61	18
7	88.07- 88.84	12	54	61	18
8	88.2 - 88.62	3	61	65	7
9	88.1- 88.25	1	65	68	0

5.2.15 Χρωματική απεικόνιση των με πολυκριτηριακή επίδοση_[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού_[2].

Η συνολική εικόνα του χαρτοφυλακίου φαίνεται με χρωματικούς κωδικούς στα επόμενα σχήματα. Αρχικά όπως έχει ήδη διατυπωθεί, όλα τα επενδυτικά σχέδια θεωρούνται ως ισότιμα επενδυτικά σχέδια έχοντας όλα την ίδια πιθανότητα να εισέλθουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 99. Το σύνολο των υποψήφιων επενδυτικών σχεδίων θεωρείται γκρι

Παρακάτω παρουσιάζονται τα "χρωματικά" σχήματα των επενδυτικών σχεδίων όπως λαμβάνονται έπειτα από κάθε επανάληψη.

1^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 100. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πρώτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 75-125 εκ. €

iter 1: iter 1:

2^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 101. Ο χρωματικός χάρτης κατά την δεύτερη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 78.9-103.9 εκ. €

iter 1: iter 1:
iter 2: iter 2:

3^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 102. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τρίτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 85.7- 98.2 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:

4^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 103. Ο χρωματικός χάρτης κατά την τέταρτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 87.4 - 93.7 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:

5^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 104. Ο χρωματικός χάρτης κατά την πέμπτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 87.7 - 90.8 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:

6^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 105. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έκτη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 87.7- 89.3 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:

7^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 106. Ο χρωματικός χάρτης κατά την έβδομη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 88.07- 88.84 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:

8^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 107. Ο χρωματικός χάρτης κατά την όγδοη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 88.2 - 88.62 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:
iter 8:	iter 8:

9^η επανάληψη

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133							

Σχήμα 108. Ο χρωματικός χάρτης κατά την ένατη επανάληψη με εύρος προϋπολογισμού 88.1- 88.25 εκ. €

iter 1:	iter 1:
iter 2:	iter 2:
iter 3:	iter 3:
iter 4:	iter 4:
iter 5:	iter 5:
iter 6:	iter 6:
iter 7:	iter 7:
iter 8:	iter 8:
iter 9:	iter 9:

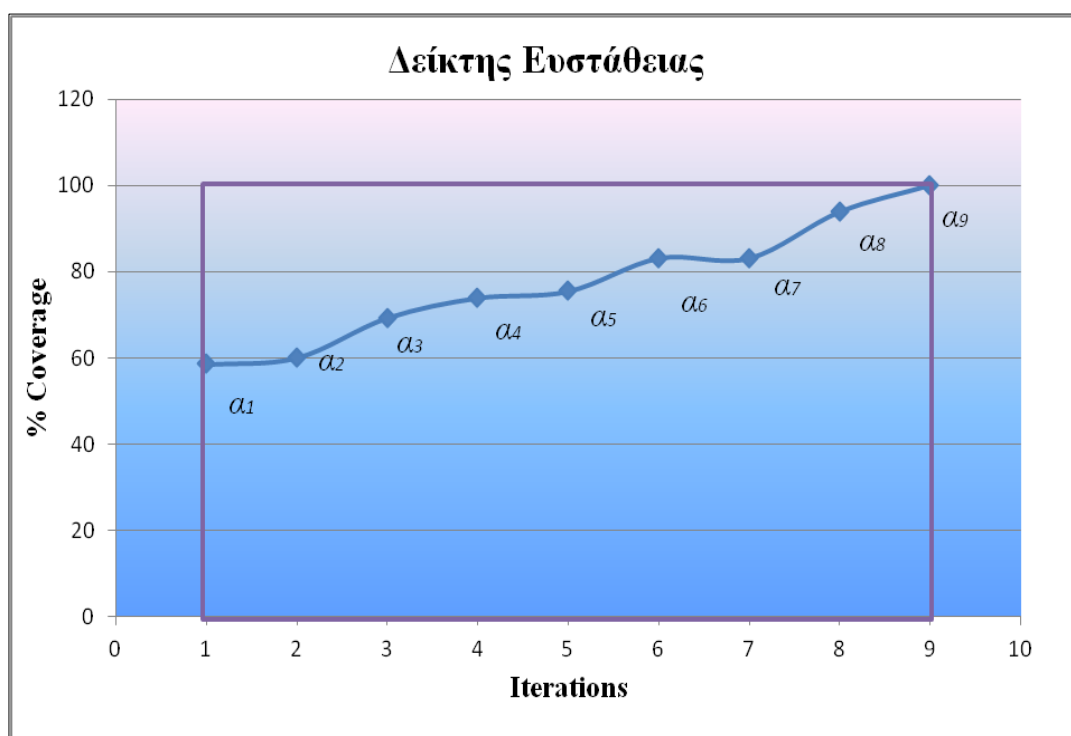
3	6	10	16	17	19	28	33	37	39	47	49	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	69	71	72	73	74	77	78	79	81	86	87	89	94
95	96	97	98	99	102	104	105	106	108	109	111	112	113	114	116	117	118	119	120
122	124	127	128	130															

Σχήμα 109. Συνολικό Πράσινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 78.9 - 103.9 εκ. €

1	2	4	5	7	8	9	11	12	13	14	15	18	20	21	22	23	24	25	26
27	29	30	31	32	34	35	36	38	40	41	43	44	45	46	48	50	51	52	68
70	75	76	80	82	83	84	85	88	90	91	92	93	100	101	103	107	110	115	121
123	125	126	129	131	132	133	42												

Σχήμα 110. Συνολικό Κόκκινο σύνολο για εύρος προϋπολογισμού 78.9 - 103.9 εκ. €

5.2.16 Ο βαθμός ευστάθειας με πολυκριτηριακή επίδοση^[2] για την περιοχή εύρους προϋπολογισμού^[2].



Σχήμα 111. Διάγραμμα Δείκτη Ευστάθειας για εύρος προϋπολογισμού 78.9 - 103.9 εκ. €

RI _[Πολυκριτηριακή Επίδοση 2-Εύρος 2]	65,096
---	---------------

5.3 Συζήτηση αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματα των παραπάνω επαναλήψεων αποτυπώνονται στους παρακάτω πίνακες οι οποίοι περιλαμβάνουν το σύνολο των επενδυτικών έργων που εντάσσονται στο τελικό χαρτοφυλάκιο για κάθε εύρος προϋπολογισμού και για κάθε τιμή της πολυκριτηριακής επίδοσης, με βάση το είδος της τεχνολογίας που χρησιμοποιείται ανά περιφέρεια, δηλαδή αιολικά έργα (en > wind parks, AE), μικροί υδροηλεκτρικοί σταθμοί (en > small hydro plants, ΜΥΗΕ) και φωτοβολταϊκοί σταθμοί. Αναλυτικά:

Πίνακας 19: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/ Εύρος προϋπολογισμού 1 [75.000κ€-125.000κ€]

Πρώτη Επανάληψη: 35 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	0	1
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	1	1
Ηπείρου	0	0	0	0
Θεσσαλίας	1	7	0	7
Ιονίων Νησιών	0	0	0	0
Κεντρικής Μακεδονίας	0	4	0	0
Κρήτη	0	0	3	3
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	0
Πελοποννήσου	1	0	0	1
Στερεάς Ελλάδος	6	4	0	10
ΣΥΝΟΛΟ	9	16	10	35
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	26%	46%	28%	

Πίνακας 20: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/ Κόστος προϋπολογισμού 1 [109.220κ€]

Τελευταία Επανάληψη: 73 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	1	2
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	3	3
Ηπείρου	0	2	6	8
Θεσσαλίας	1	7	7	15
Ιονίων Νησιών	1	0	0	1
Κεντρικής Μακεδονίας	0	4	4	8
Κρήτη	0	0	4	4
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	1
Πελοποννήσου	3	2	0	5
Στερεάς Ελλάδος	8	10	1	19
ΣΥΝΟΛΟ	21	26	32	73
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	20%	36%	44%	
ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ [RI]	76,908			

Πίνακας 21: Πολυκριτηριακή επίδοση ₁/ Εύρος προϋπολογισμού ₂ [95.000-125.000κ€]

Πρώτη Επανάληψη: 35 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	0	1
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	1	1
Ηπείρου	0	0	0	0
Θεσσαλίας	1	7	0	7
Ιονίων Νησιών	0	0	0	0
Κεντρικής Μακεδονίας	0	4	0	0
Κρήτη	0	0	3	3
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	0
Πελοποννήσου	1	0	0	1
Στερεάς Ελλάδος	6	4	0	10
ΣΥΝΟΛΟ	9	16	10	35
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	26%	46%	28%	

Πίνακας 22: Πολυκριτηριακή επίδοση ₁/ Κόστος προϋπολογισμού ₂ [113.810.000€]

Τελευταία Επανάληψη: 75 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	1	2
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	3	3
Ηπείρου	0	2	6	8
Θεσσαλίας	1	7	8	16
Ιονίων Νησιών	1	0	0	1
Κεντρικής Μακεδονίας	0	5	4	9
Κρήτη	0	0	4	4
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	1
Πελοποννήσου	3	1	0	4
Στερεάς Ελλάδος	8	10	2	20
ΣΥΝΟΛΟ	15	26	34	75
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	20%	35%	45%	
ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ [RI]	76,762			

Πίνακας 23: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/ Εύρος προϋπολογισμού 3 [75.000-105.000κ€]

Πρώτη Επανάληψη: 35 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	0	1
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	1	1
Ηπείρου	0	0	0	0
Θεσσαλίας	1	7	0	7
Ιονίων Νησιών	0	0	0	0
Κεντρικής Μακεδονίας	0	4	0	0
Κρήτη	0	0	3	3
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	0
Πελοποννήσου	1	0	0	1
Στερεάς Ελλάδος	6	4	0	10
ΣΥΝΟΛΟ	9	16	10	35
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	26%	46%	28%	

Πίνακας 24: Πολυκριτηριακή επίδοση 1/ Κόστος προϋπολογισμού 3 [86.860.000€]

Τελευταία Επανάληψη: 64 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	1	2
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	2	2
Ηπείρου	0	1	6	7
Θεσσαλίας	1	7	5	13
Ιονίων Νησιών	1	0	0	1
Κεντρικής Μακεδονίας	0	5	4	9
Κρήτη	0	0	4	4
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	1
Πελοποννήσου	2	1	0	3
Στερεάς Ελλάδος	7	7	1	15
ΣΥΝΟΛΟ	13	22	29	64
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	20%	34%	45%	
ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ [RI]	63,2815			

Πίνακας 25: Πολυκριτηριακή επίδοση 2/ Εύρος προϋπολογισμού 1 [92.200-117.300 κ€]

Πρώτη Επανάληψη: 38 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	1	1
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	0	0
Ηπείρου	0	0	0	0
Θεσσαλίας	0	7	0	7
Ιονίων Νησιών	0	0	0	0
Κεντρικής Μακεδονίας	0	4	3	7
Κρήτη	0	0	4	4
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	1
Πελοποννήσου	1	0	0	1
Στερεάς Ελλάδος	6	4	0	10
ΣΥΝΟΛΟ	9	16	13	38
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	24%	42%	34%	

Πίνακας 26: Πολυκριτηριακή επίδοση 2/ Κόστος προϋπολογισμού 1 [190.440.000€]

Τελευταία Επανάληψη: 73 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	1	2
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	3	3
Ηπείρου	0	2	6	8
Θεσσαλίας	1	7	7	15
Ιονίων Νησιών	1	0	0	1
Κεντρικής Μακεδονίας	0	5	4	9
Κρήτη	0	0	4	4
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	1
Πελοποννήσου	3	1	0	4
Στερεάς Ελλάδος	8	10	1	19
ΣΥΝΟΛΟ	15	26	32	73
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	21%	36%	44%	
ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ [RI]	79,159			

Πίνακας 27: Πολυκριτηριακή επίδοση 2/ Εύρος προϋπολογισμού 2 [78.900-103.900κ€]

Πρώτη Επανάληψη: 38 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	1	1
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	0	0
Ηπείρου	0	0	0	0
Θεσσαλίας	0	7	0	7
Ιονίων Νησιών	0	0	0	0
Κεντρικής Μακεδονίας	0	4	3	7
Κρήτη	0	0	4	4
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	1
Πελοποννήσου	1	0	0	1
Στερεάς Ελλάδος	6	4	0	10
ΣΥΝΟΛΟ	9	16	13	38
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	24%	42%	34%	

Πίνακας 28: Πολυκριτηριακή επίδοση 2/ Κόστος προϋπολογισμού 2 [88.250.000€] - Τελευταία Επανάληψη: 65 Projects

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ	ΑΙΟΛΙΚΑ [WP]	ΜΥΗΕ [SHPS]	ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ [PV]	ΑΡΙΘΜΟΣ GREEN PROJECTS (ανά περιφέρεια)
Ανατολικής Μακεδονίας & Θράκης	1	0	1	2
Αττικής	0	1	0	1
Βορείου Αιγαίου	0	0	6	6
Δυτικής Ελλάδας	0	0	0	0
Δυτικής Μακεδονίας	0	0	2	2
Ηπείρου	0	1	5	6
Θεσσαλίας	1	7	6	14
Ιονίων Νησιών	1	0	0	1
Κεντρικής Μακεδονίας	0	5	4	9
Κρήτη	0	0	4	4
Νοτίου Αιγαίου	1	0	0	1
Πελοποννήσου	2	1	0	3
Στερεάς Ελλάδος	7	8	1	16
ΣΥΝΟΛΟ	13	23	29	65
% ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ	20%	35%	45%	
ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ [RI]	65,096			

Συγκρίνοντας τους παραπάνω πίνακες συμπεραίνεται ότι μεταβάλλοντας τις τιμές της μιας μεταβλητής, αυτής της πολυκριτηριακής επίδοσης που αποτελεί τη μία εκ των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων που τίθεται στη συγκεκριμένη εφαρμογή, και μεταβάλλοντας κάθε φορά τις περιοχές του εύρους του συνολικού προϋπολογισμού, δεν παρατηρείται διαφοροποίηση ως προς τον αριθμό των υπό κατηγορία έργων-αιολικών, υδροηλεκτρικών, φωτοβολταϊκών- που απαρτίζουν το σύνολο των επιλεχθέντων "πράσινων" επενδυτικών σχεδίων του τελικού χαρτοφυλακίου. Δηλαδή παρατηρείται ότι ο τελικός αριθμός των αιολικών έργων κινείται μεταξύ των τιμών [13-15], εκείνος των υδροηλεκτρικών έργων κινείται μεταξύ των τιμών [23-26] και αντίστοιχα, ο αριθμός των φωτοβολταϊκών έργων κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 29 με 34. Ωστόσο ακόμη και αν παρατηρείται μια μικρή αυξομείωση στον αριθμό των έργων, παρ' όλα αυτά, το ποσοστό συμμετοχής μένει πρακτικά το ίδιο και ίσο με: για τα αιολικά έργα 20%, για τα υδροηλεκτρικά έργα 35% και για τα φωτοβολταϊκά έργα ίσο με 45%. Αυτό συμβαίνει γιατί σε κάθε αλλαγή της τιμής της μεταβλητής της πολυκριτηριακής επίδοσης μεταβάλλεται και το εύρος του συνολικού προϋπολογισμού επομένως στο τελικό χαρτοφυλάκιο ο αριθμός των "πράσινων" έργων είναι διαφορετικός κάθε φορά όμως επειδή το % ποσοστό συνεισφοράς των υπό κατασκευή έργων δίνεται από την ακόλουθη έκφραση :

$$\% \text{συνεισφοράς} = \frac{\text{Αριθμός των υπό κατασκευή έργων της κάθε κατηγορίας που μετέχουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο}}{\text{Συνολικό Αριθμό των επιλεχθέντων σχεδίων του τελικού χαρτοφυλακίου}}$$

Επιπλέον παρατηρείται ότι ούτε η γεωγραφική κατανομή του συνόλου των έργων αυτών υπόκειται σε μεταβολή κατά την μεταβολή των τιμών τόσο της πολυκριτηριακής επίδοσης των επενδυτικών έργων όσο και του εύρους του συνολικού προϋπολογισμού. Έτσι η προσπάθεια που πραγματώθηκε για την αποφυγή της πρόωρης απόρριψης από τους πρώτους γύρους επαναλήψεων των επενδυτικών σχεδίων έχοντας για τεχνολογία εκείνη των αιολικών έργων δεν οδήγησε στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Υπενθυμίζεται ότι η προσπάθεια αυτή επιχειρήθηκε έχοντας ως σκέψη τη μεταβολή της τιμής της πολυκριτηριακής επίδοσης πολλαπλασιάζοντας την ισχύ (MW) του κάθε έργου επί την τιμή της περιφερειακής ανάπτυξης (TR/MW*ΑΕΠ) επίσης του κάθε έργου, λαμβάνοντας μια νέα τιμή η οποία είναι ανεξάρτητη από μονάδες ισχύος και η οποία τιμή εισάγεται στο ισχύον μοντέλο τροποποιώντας την αξία της πολυκριτηριακής επίδοσης.

Επιπλέον η μέθοδος ΙΤΑ δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς την βεβαιότητα με την οποία "εισάγονται" ή "απορρίπτονται" τα projects στο τελικό χαρτοφυλάκιο. Παρατηρούνται δηλαδή από τις πρώτες επαναλήψεις μέχρι και την τελευταία, συγκεκριμένα επενδυτικά σχέδια, σταθερά επαναλαμβανόμενα γεγονός που μας κάνει θετικά προσκείμενους στην ένταξη τους στο τελικό χαρτοφυλάκιο ή στην απόρριψή τους από το τελικό χαρτοφυλάκιο.

Επίσης ο υπολογισμός του δείκτη ευρωστίας ποσοτικοποιεί την ευρωστία ανάλογα με το τι ποσοστό των έργων εντάσσονται σε κάποιον γύρο της διαδικασίας. Δηλαδή:

Πίνακας 29: Οι τιμές του δείκτη ευστάθειας RI

Δείκτης Ευστάθειας [RI]	Τιμή
RI_[Πολυκριτηριακή Επίδοση 1-Εύρος 1]	76,908
RI_[Πολυκριτηριακή Επίδοση 1-Εύρος 2]	76,762
RI_[Πολυκριτηριακή Επίδοση 1-Εύρος 3]	63,282
RI_[Πολυκριτηριακή Επίδοση 2-Εύρος 1]	79,159
RI_[Πολυκριτηριακή Επίδοση 2-Εύρος 2]	65,096

Από τον παραπάνω πίνακα 29 είναι δυνατή η σύγκριση μεταξύ διαφόρων τελικών χαρτοφυλακίων ως προς τον δείκτη ευστάθειάς τους που ποσοτικοποιεί τον βαθμό ευρωστίας ως προς την αβεβαιότητα σε σχέση με το εύρος του διαθέσιμου προϋπολογισμού.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

6.1 Γενικά συμπεράσματα της μεθόδου της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης και μελλοντική έρευνα-προοπτικές

Η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση στην επιλογή κατάλληλου χαρτοφυλακίου έργων είναι μια προσπάθεια αντιμετώπισης της αβεβαιότητας σε ένα ασταθές περιβάλλον απόφασης. Ο στόχος είναι να παρέχει τον αποφασίζοντα με όσο το δυνατόν πιο "σίγουρες" πληροφορίες πριν την τελική επιλογή του. Η ύπαρξη πολλών περιορισμών είναι δείγμα των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των έργων και η εν δυνάμει αβεβαιότητα εκφρασμένη με κατανομές πιθανοτήτων συνεπάγεται τη χρήση μιας συστηματικής προσέγγισης. Για το λόγο αυτό, μια υβριδική μέθοδος αναπτύχθηκε η οποία συνδυάζει Ακέραιο Μαθηματικό Προγραμματισμό και τη μέθοδο AUMECON2. Υπό αυτές τις συνθήκες, η ύπαρξη ενός μοναδικού βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι σχεδόν αδύνατη γι' αυτό και η Τριχοτομική Προσέγγιση κινεί τον αποφασίζοντα στην επιλογή του χαρτοφυλακίου με την μεγαλύτερη αποδοχή. Η προσέγγιση αυτή μειώνει την επιβάρυνση πληροφοριών με την αποκάλυψη και τη μετατόπιση της εστίασης ενδιαφέροντος του αποφασίζοντα μόνο στα ασαφή "γκρι" σχέδια. Χάρη στην ευελιξία της μεθόδου, μπορεί εύκολα να προσαρμοστεί σε οποιαδήποτε κατάσταση στην οποία απαιτείται λήψη απόφασης και σε οποιονδήποτε αποφασίζοντα.

Η απουσία ενός κυρίαρχου χαρτοφυλακίου στον αρχικό γύρο ήταν στην πραγματικότητα η έμπνευση για να προχωρήσει η μεθοδολογία των έργων και να

δημιουργηθούν τα υποσύνολα των έργων του αρχικού συνόλου αυτών που διακρίνονται με βάση τα χρώματά τους σε: "πράσινο", "κόκκινο" και "γκρι" σύνολο. Στη συνέχεια προχωρώντας επαναληπτικά, αξιοποιούνται οι πληροφορίες από τους προηγούμενους γύρους. Σε κάθε επόμενο γύρο, η μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων μειώνεται και το χαρτοφυλάκιο (ή χαρτοφυλάκια) με τη μεγαλύτερη αποδοχή αναγνωρίζεται(-ονται) εύκολα. Ενδιαφέρουσες πληροφορίες προκύπτουν όχι μόνο για τα έργα τα οποία έχουν τελικά επιλεγεί, αλλά και το κατά πόσο σίγουροι είμαστε σχετικά με τα επιλεγμένα ή τα μη επιλεγμένα έργα. Σε αντίθεση με μια ενιαία διαδικασία λήψης αποφάσεων φάσης που χρησιμοποιεί μόνο τις μέσες τιμές απόδοσης των έργων (χαλαρή προσέγγιση), η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση έχει το πλεονέκτημα της σταδιακής προσθήκης του "πράσινου" και του "κόκκινου" συνόλου, δίνοντας πληροφορίες στον αποφασίζοντα για την αξιοπιστία της ένταξης ή του αποκλεισμού των έργων στο τελικό χαρτοφυλάκιο (σύμφωνα με την μεθοδολογία σε κάθε επανάληψη κάθε έργο περιλαμβάνεται στο "πράσινο" ή στο "κόκκινο" σύνολο έργων).

Τα πλεονεκτήματα της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης σε σχέση με την "χαλαρή" προσέγγιση που χρησιμοποιεί μόνο τις μέσες τιμές παρουσιάζονται μέσα από την εφαρμογή της μεθόδου που εξετάστηκε. Από ένα αρχικό σύνολο υποψήφιων επενδυτικών έργων Α.Π.Ε έργων ίσο σε αριθμό με 133 λαμβάνονται τελικά χαρτοφυλάκια τα οποία περιλαμβάνουν τα επιλεγόμενα επενδυτικά σχέδια τα οποία είναι σε αριθμό μεταξύ των τιμών 65 έως 75 συνολικά, πάντα συναρτήσει του διαφορετικού εύρους προϋπολογισμού καθώς και της διαφορετικής πολυκριτηριακής επίδοσης, που ικανοποιούν τους περιορισμούς και παρέχουν πληροφορίες σχετικά με το βαθμό βεβαιότητας για την έγκριση ή όχι για κάθε ένα από αυτά. Η χρησιμοποιούμενη γλώσσα μοντελοποίησης GAMS αποδείχθηκε ένα αξιόπιστο και κατάλληλο εργαλείο για αυτού του είδους τους υπολογιστικούς συνδυασμούς.

Μέσω της επιλογής των επενδυτικών έργων μας, ο στόχος ήταν η μεγιστοποίηση της πολυκριτηριακής επίδοσης και η όσο το δυνατό ευνοϊκότερη επιλογή του εύρους του προϋπολογισμού έστω και αν τελικά οι τιμές και των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων δεν είναι εκ των προτέρων καθορισμένοι αριθμοί. Τα ληφθέντα τελικά χαρτοφυλάκια αποκαλύπτουν πώς είναι δυνατόν να γίνει μια ισορροπημένη επιλογή συμπεριλαμβανομένου των οικονομικών, τεχνολογικών, κοινωνικών, περιβαλλοντικών και γεωγραφικών περιορισμών. Στην παρούσα περίπτωση, η μοντελοποίηση της αβεβαιότητας μεταξύ των πιο αβέβαιων παραμέτρων των έργων ελέγχθηκε. Όπως έχει ήδη αναφερθεί στα τελικά χαρτοφυλάκια περιλαμβάνονται σε μεγαλύτερο ποσοστό τα επενδυτικά σχέδια που αντιστοιχούν στην τεχνολογία των φωτοβολταϊκών πάρκων σε ποσοστό περίπου ίσο με 45% , εν συνεχεία εκείνα τα επενδυτικά σχέδια που περιλαμβάνουν τα υδροηλεκτρικά έργα σε ποσοστό ίσο με 35% και τέλος τα αιολικά έργα αυτά που αντιστοιχούν σε μόλις 20% ποσοστό συμμετοχής.

Όσον αφορά τη μελλοντική έρευνα που θα εμπλουτίσει τη μέθοδο και θα διευρύνει το πεδίο εφαρμογής, υπάρχουν κάποιες σκέψεις και σχέδια πάνω σε δύο τομείς : η

πρώτη σκέψη είναι ότι η Επαναληπτική Τριχοτομική Προσέγγιση μπορεί επίσης να εφαρμοστεί και στην περίπτωση που έχουμε περισσότερες από δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Πιο συγκεκριμένα στην ήδη υπάρχουσα εφαρμογή μπορεί να προστεθεί μια επιπλέον αντικειμενική συνάρτηση όπως για παράδειγμα οι εκπομπές των καυσαερίων. Σε αυτήν την περίπτωση θα γίνει μια προσπάθεια εύρεσης του βέλτιστου χαρτοφυλακίου που θα πληροί τις εξής προϋποθέσεις: ελαχιστοποίηση των εκπομπών καυσαερίων και του κόστους του διαθέσιμου προϋπολογισμού ενώ θα αναζητείται η μεγιστοποίηση της πολυκριτηριακής επίδοσης του χαρτοφυλακίου. Θα λαμβάνεται και πάλι ένα σύνολο κατά Pareto βέλτιστων λύσεων στο οποίο ο αριθμός των εμφανίσεων που θα προκύπτει σε όλες τις κατά Pareto βέλτιστες λύσεις θα οδηγεί σε χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με την ένταξη του έργου στο "πράσινο", "κόκκινο" ή "γκρι" σύνολο.

Το δεύτερο πεδίο σκέψης είναι η εφαρμογή της Επαναληπτικής Τριχοτομικής Προσέγγισης στην περίπτωση της επιλογής του χαρτοφυλακίου των έργων διαμέσου Ομάδας Λήψης Αποφάσεων (en > Group Decision Making) για παράδειγμα όταν υπάρχουν πολλαπλοί αποφασίζοντες καθένας εκφράζει τη γνώμη του σχετικά με τις τιμές των παραμέτρων. Για παράδειγμα, αν έχουμε 10 ιθύνοντες διατρέχουμε 10 βελτιστοποιήσεις στον αρχικό γύρο και στη συνέχεια προχωράμε όπως και προηγουμένως με το διαχωρισμό των έργων για τα "πράσινα" "κόκκινα" και "γκρι" σύνολα επενδυτικών σχεδίων. Μια κατά *Delphi* προσέγγιση μπορεί να διαμορφωθεί έτσι ώστε να αθροίσει τα αποτελέσματα σε κάθε γύρο και να επιτρέψει στους αποφασίζοντες (en > Decision Makers, DMs) να αναθεωρήσουν τις απόψεις τους σχετικά με τις παραμέτρους απόφασης (ώστε να συγκλίνουν προς ένα τελικό χαρτοφυλάκιο για τον επόμενο γύρο. Με τον τρόπο αυτό μια επαναληπτική διαδικασία σταδιακά θα εμπλουτίζει το «πράσινο» και το «κόκκινο» σύνολο έργων που θα σχεδιαστεί.

Επιπλέον μια ενδεχόμενη μελλοντική πρόταση είναι η ένταξη του παράγοντα του χρόνου στον κώδικα που διατρέχουμε. Δηλαδή να ενσωματωθεί στο ισχύον σχέδιο η χρονική διάρκεια που απαιτείται για να υλοποιηθούν και τα 133 αρχικά, υποψήφια επενδυτικά σχέδια οπότε να προστεθεί ένας ακόμη περιοριστικός παράγοντας στους ήδη υπάρχοντες, όπου και θα αποτυπωθεί στην πράξη ο βαθμός επίδρασής του στο τελικό χαρτοφυλάκιο.

Τέλος μια ακόμη προσπάθεια εμπλουτισμού της υπάρχουσας εφαρμογής είναι η διαφοροποίηση των συντελεστών βαρύτητας- ενδεχομένως η αυξομείωση τους- προκειμένου να αποτυπωθεί και στην πράξη η σημασία της επίδρασής τους στο τελικό χαρτοφυλάκιο.

Βιβλιογραφία

1. Μαυρωτάς Γ.(2000), Πολυκριτηριακός Προγραμματισμός σε Συνθήκες Αβεβαιότητας, Κατασκευή Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων και Εφαρμογή στον Ενεργειακό Σχεδιασμό, Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Χημικών Μηχανικών, Αθήνα
2. Διακουλάκη Δ. (2003), Ανάλυση Συστημάτων και Λήψη Αποφάσεων, Αθήνα, Ε.Μ.Π
3. Carlsson C. (1982), Tackling an MCDM-problem with the help of some results from fuzzy set theory, *European Journal of Operational Research*, pages 270-281
4. Belton V. & Stewart T.J (2002), *Multiple Criteria Decision Analysis, An Integrated Approach*, Kluwer Academic Publications
5. Ζοπουνίδης Κ.(2003), Βασικές Αρχές και Σύγχρονα Θέματα του Χρηματοοικονομικού Μάνατζμεντ, εκδόσεις Κλειδάριθμος, σελ. 331.
6. Unit of Enviromental Science and Technology (UEST), Έκθεση σχετικά με τις μεθόδους πολυκριτηριακής ανάλυσης, Development of best management systems for high priority waste streams in Cyprus, LIFE03 TCY/CY/000018, N.T.U.A., 2005.
7. D. Diakoulaki, C.H. Antunes, A.G. Martins, MCDA and Energy Planning, *Multiple Criteria Decision Analysis: State Of The Art Surveys*, International Series in Operations Research & Management Science, 2005, Volume 78, VII, 859-890.
8. Mavrotas G. (2009), Effective implementation of the e-constraint method in multi-objective mathematical programming problems, *Appl. Math. Comput.*213, pages 455–465
9. Ehrgott M. & Tenfelde-Podehl. D(2003), Computation of ideal and Nadir values and implications for their use in MCDM methods, *European Journal of Operational Research*, 151, pages 119-139
10. Steuer R.E,(1989), *Multiple Criteria optimization: Theory, Computation and Application*, Malabar, Florida: Robert G. Krieger Publishing
11. Ehrgott. M & Candibleux X. (2000), A survey and annotated bibliography of multi-objective combinatorial optimization, *OR spectrum*, 22, pages 425-460
12. Hwang C.L, Paidy S.R, Yoon K. & Masud A. S. (2000), *Mathematical programming with multiple objectives :A tutorial*, *Computers & Operations Research*, pages 5-31
13. Daellenbach H.G & Buchaman J.T (1989), *Desirable properties of interactive multi-objective optimization problems*, Springer Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems (Vol 33) Springer Verlag
14. Breslawski S.T & Zionts S. (1992), Some results concerning the quality of vertex solutions found by a method for multiple-objective linear programming, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, pages 139-153

15. Cohon J.L (2003), Multi-objective Programming and Planning, New York: Dover Publications
16. Chankong V. & Haimes Y.Y (1983), Multi-objective Decision Making Theory and Methodology, New York: North-Holland
17. Vose D. (1996), Quantative Risk Analysis: A guide to Monte Carlo Simulation Modelling, Wiley, UK
18. Mavrotas G. & Florios K. (2013), An improved method of the augmented ϵ -constraint method (AUGMECON2) for finding the exact Pareto set in multi-objective programming problems.
19. Μακρυβέλιος Ε. (2011), Πολυκριτηριακή αξιολόγηση επενδύσεων σε έργα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, Διπλωματική εργασία στο ΔΠΜΣ "Οργάνωση και Διοίκηση Βιομηχανικών Συστημάτων", Αθήνα
20. Pechak O, Mavrotas G, Diakoulaki D. (2011), Role and contribution of Clean Development Mechanism to the development of wind energy, Assessment and Simulation Tools for Sustainable Energy Systems, Green Energy and Technology Volume 129, 2013, pages 333-356
21. Mavrotas G, Pechak O, (2011) The trichotomic approach for dealing with uncertainty in project portfolio selection: Combining MCDA, mathematical programming and Monte Carlo simulation
22. Γεωργίου Ν. Παρασκευάς (2010), Ανάπτυξη μοντέλου μαθηματικού προγραμματισμού και κατασκευή πληροφοριακού συστήματος υποστήριξης αποφάσεων για το μακροχρόνιο ενεργειακό σχεδιασμό του ελληνικού συστήματος ηλεκτροπαραγωγής, Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Χημικών Μηχανικών, Αθήνα.
23. Σίσκος Γ. (1998), Γραμμικός προγραμματισμός, Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών
24. GAMS (2010), GAMS Model Types, Ανάκτηση February 2010 από GAMS
25. GAMS (2007), Solver descriptions, CPLEX 12, Ανάκτηση March 2010 από GAMS

Παράρτημα Α

A.1 Μοντέλο στο GAMS με πολυκριτηριακή επίδοση [1]

```
*TITLE eps-Constraint Method for Multiobjective Optimization
(EPSCM,SEQ=319)
$ontext
The eps-Constraint Method

$offtext

$inlinecom [ ]
$eolcom //
$STitle Example model definitions

sets
    p project /1*133/
    geo districts /1*13/
$ontext
1          Eastern Macedonia Thrace
2          Attica
3          Northern Aegean
4          Western Greece
5          Western Macedonia
6          Epirus
7          Thessaly
8          Éonian
9          Central Macedonia
10         Crete
11         Southern Aegean
12         Peloponnese
13         Sterea Ellada
$offtext
    tech type of technology / WIND, SH, PV/
    k objective functions /1*2/

pgeo(geo,p) mapping of projects to districts
/
1. (10,22,48,90,108)
2. (60)
3. (86,87,97,98,118,120)
4. (101)
5. (4,7,41,88,89,129,130,131,132)
6. (57,68,75,96,100,104,106,113,119,123,133)
7. (37,58,64,65,66,72,77,81,95,109,111,112,115,122,124,125,126)
8. (39)
9. (15,43,50,56,62,67,73,79,92,105,110,114,116,117)
10. (99,102,127,128)
11. (47)
12. (11,16,19,26,27,29,42,44,61,84,85,107)
13. (1,2,3,5,6,8,9,12,13,14,17,18,20,21,23,24,25,28,30,31,32,33,34,35,
36,38,40,45,46,49,51,52,53,54,55,59,63,69,70,71,74,76,78,80,82,83,91,
93,94,103,121)
/

ptech(tech,p) mapping of projects to technologies
/
WIND. (1*53)
SH. (54*83)
```


PV. (84*133)
/

Parameter dir(k) direction of the objective functions 1 for max and -
1 for min

/ 1 1
2 -1
/

parameter mcs(p) multicriteria score for project p

/
1 0.629
2 0.583
3 0.614
4 0.634
5 0.650
6 0.652
7 0.583
8 0.641
9 0.604
10 0.571
11 0.555
12 0.614
13 0.625
14 0.487
15 0.428
16 0.549
17 0.569
18 0.519
19 0.536
20 0.584
21 0.498
22 0.562
23 0.598
24 0.489
25 0.537
26 0.547
27 0.533
28 0.541
29 0.500
30 0.587
31 0.577
32 0.452
33 0.569
34 0.585
35 0.451
36 0.482
37 0.550
38 0.548
39 0.509
40 0.567
41 0.346
42 0.526
43 0.422
44 0.494
45 0.454
46 0.489
47 0.462
48 0.560
49 0.561

50	0.428
51	0.573
52	0.501
53	0.572
54	0.479
55	0.512
56	0.439
57	0.646
58	0.525
59	0.507
60	0.483
61	0.493
62	0.498
63	0.499
64	0.521
65	0.510
66	0.496
67	0.487
68	0.626
69	0.469
70	0.476
71	0.467
72	0.485
73	0.455
74	0.471
75	0.550
76	0.468
77	0.465
78	0.451
79	0.488
80	0.495
81	0.446
82	0.421
83	0.576
84	0.362
85	0.403
86	0.455
87	0.455
88	0.468
89	0.448
90	0.454
91	0.471
92	0.450
93	0.467
94	0.451
95	0.422
96	0.404
97	0.424
98	0.424
99	0.393
100	0.422
101	0.407
102	0.404
103	0.460
104	0.404
105	0.390
106	0.393
107	0.394
108	0.370
109	0.403
110	0.450

111	0.395
112	0.374
113	0.385
114	0.377
115	0.393
116	0.367
117	0.367
118	0.393
119	0.374
120	0.393
121	0.438
122	0.379
123	0.385
124	0.379
125	0.379
126	0.379
127	0.373
128	0.383
129	0.395
130	0.408
131	0.344
132	0.320
133	0.307

/

parameter budg(p) budget for project p in keuro

/

1	5630
2	4800
3	3450
4	14450
5	11250
6	3830
7	19550
8	9680
9	9000
10	3150
11	12750
12	7430
13	7200
14	13160
15	16500
16	3000
17	2590
18	13500
19	6410
20	10130
21	9750
22	17100
23	7430
24	15750
25	5400
26	12940
27	7650
28	2700
29	18750
30	6000
31	6000
32	11140
33	2590
34	5740
35	11480

36	9000
37	11250
38	8700
39	10200
40	6080
41	24000
42	6000
43	14630
44	12750
45	4800
46	15750
47	600
48	15600
49	3530
50	16500
51	5060
52	9260
53	4730
54	300
55	390
56	80
57	3130
58	510
59	330
60	210
61	50
62	170
63	80
64	1000
65	820
66	510
67	290
68	7000
69	490
70	510
71	430
72	510
73	110
74	440
75	2860
76	1000
77	500
78	300
79	1250
80	1790
81	310
82	2700
83	4340
84	35100
85	8100
86	10
87	10
88	2680
89	1070
90	6000
91	2430
92	4950
93	2430
94	270
95	1230
96	910

```

97      10
98      10
99     120
100     5420
101     5400
102      50
103     1350
104     910
105     890
106     520
107     9900
108     360
109     1440
110     4950
111     1760
112     1760
113     480
114     360
115     3700
116     270
117     270
118      10
119     720
120      10
121     2660
122     1780
123     1560
124     1780
125     1780
126     1780
127     120
128     270
129     5160
130     610
131     3540
132     2120
133     2120
/

```

parameter

upb(k) upper bound for objective k

```

/
1  INF
2  125000
/

```

lob(k) lower bound for objective k

```

/
1  -INF
2  75000
/

```

Variables

Z(k) objective function variables for in.use.fac coefficients
NUMP number of projects

Binary Variables

X(p) decision variables indicating if project p is selected
if eq to 1

Equations

```

objfun1    objective function for multicriteria score
objfun2    objective function for budget
totnum     calculation of total number of projects
geo1       geographical constraint 1
geo2       geographical constraint 2
geo3       geographical constraint 3
tech1a     technological constraint 1a
tech1b     technological constraint 1b
tech2a     technological constraint 2a
tech2b     technological constraint 2b
tech3a     technological constraint 3a
tech3b     technological constraint 3b
;

objfun1..  sum(p,mcs(p)*X(p)) =e= Z('1');
objfun2..  sum(p,budg(p)*X(p)) =e= Z('2');
totnum..   sum(p,x(p))=e= NUMP;

geo1..     sum(pgeo('13',p),budg(p)*X(p))=l=0.3*Z('2');
geo2..     sum(pgeo('12',p),budg(p)*X(p))=l=0.15*Z('2');
geo3..     sum(pgeo('1',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('3',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('5',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('6',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('11',p),budg(p)*X(p))=g=0.10*Z('2');
tech1a..   sum(ptechn('WIND',p),X(p)) =g= 0.2*NUMP;
tech1b..   sum(ptechn('WIND',p),X(p)) =l= 0.6*NUMP;
tech2a..   sum(ptechn('SH',p),X(p)) =g= 0.2*NUMP;
tech2b..   sum(ptechn('SH',p),X(p)) =l= 0.6*NUMP;
tech3a..   sum(ptechn('PV',p),X(p)) =g= 0.2*NUMP;
tech3b..   sum(ptechn('PV',p),X(p)) =l= 0.6*NUMP;

NUMP.lo=10;
Z.up(k)=upb(k);
Z.lo(k)=lob(k);

model project133 / all/ ;

*-----
-----
$STitle eps-constraint method

Set k1(k) the first element of k, kml(k) all but the first elements
of k;
k1(k)$ (ord(k)=1) = yes; kml(k)=yes; kml(k1) = no;
Set kk(k)      active objective function in constraint allobj

Parameter
  rhs(k)       right hand side of the constrained obj functions in
eps-constraint
  maxobj(k)    maximum value from the payoff table
  minobj(k)    minimum value from the payoff table
  intervals(k) number of intervals that we divide the k-1 objective
functions
  bestobj(k)   the best objective function value (maxobj for dir=1
minobj for dir=-1)
  worstobj(k)  the worst objective function value (minobj for dir=1
maxobj for dir=-1)
  step(k)      the step obtained from range divided by intervals
  jump(k)      the jump for augmecon2

```

```

Scalar
iter    total number of iterations
infeas  total number of infeasibilities
elapsed_time elapsed time for payoff and e-sonstraint
start   start time
finish  finish time
summax  auxiliary parameter
firstOffMax, lastZero some counters

Variables
  a_objval  auxiliary variable for the objective function
  obj       auxiliary variable during the construction of the
payoff table
Positive Variables
  sl(k)     slack or surplus variables for the eps-constraints
Equations
  con_obj(k) constrained objective functions
  augm_obj  augmented objective function to avoid weakly efficient
solutions
  allobj    all the objective functions in one expression;

con_obj(km1)..  z(km1) - dir(km1)*sl(km1) =e= rhs(km1);

* We optimize the first objective function and put the others as
constraints
* the second term is for avoiding weakly efficient points
*augm_obj..
*  sum(k1,dir(k1)*z(k1))+1e-3*sum(km1,sl(km1)/(maxobj(km1)-
minobj(km1))) =e= a_objval;
augm_obj..
  sum(k$(ord(k)=1),dir(k)*z(k)) + 1.0e-
3*sum(k$(ord(k)>1),power(10,-(ord(k)-1))*sl(k)/(maxobj(k)-minobj(k)))
=e= a_objval;

allobj..  sum(kk, dir(kk)*z(kk)) =e= obj;

Model mod_payoff    / project133, allobj / ;
Model mod_epsmethod / project133, con_obj, augm_obj / ;

Parameter
  payoff(k,k)  payoff tables entries;
Alias(k,kp);

option optcr=0.000;

* Generate payoff table applying lexicographic optimization
loop(kp,
  kk(kp)=yes;
  repeat
    solve mod_payoff using mip maximizing obj;
    payoff(kp,kk) = z.l(kk);
    z.fx(kk) = z.l(kk); // freeze the value of the last objective
optimized
    kk(k+1) = kk(k); // cycle through the objective functions
  until kk(kp); kk(kp) = no;
* release the fixed values of the objective functions for the new
iteration
  z.up(k) = upb(k); z.lo(k) =lob(k);
);

```

```

if (mod_payoff.modelstat<>1 and mod_payoff.modelstat<>8, abort 'no
optimal solution for mod_payoff');

File fx / c:\gams\133proj_v2.out /;
fx.pw=2100;

PUT fx ' PAYOFF TABLE' / ;
loop (kp,
      loop(k, put payoff(kp,k):12:3);
      put /;
    );
put fx /;

*display payoff;
minobj(k)=smin(kp,payoff(kp,k));
maxobj(k)=smax(kp,payoff(kp,k));

*-----
---
*new 17.03.2013
*-----
---
loop(k, intervals(k)=maxobj(k)-minobj(k));
*loop(k, intervals(k)=100);

loop(k,
      if (dir(k)=1,
          bestobj(k)=maxobj(k);
          worstobj(k)=minobj(k);
        else
          bestobj(k)=minobj(k);
          worstobj(k)=maxobj(k);
        );
      step(k)=(maxobj(k)-minobj(k))/intervals(k);
    );

rhs(k)=worstobj(k);
iter=0;
infeas=0;
start=jnow;

repeat
  solve mod_epsmethod maximizing a_objval using mip;
  iter=iter+1;
  if (mod_epsmethod.modelstat<>1 and mod_payoff.modelstat<>8, // not
      optimal is in this case infeasible
      infeas=infeas+1;
      put fx iter:5:0, ' infeasible' /;
      lastZero = 0;
      loop(k$(ord(k)>1),
            if(abs(rhs(k)-worstobj(k))>0.000001 and lastzero=0,
lastzero=ord(k)
            );
      loop(k$(ord(k)>1 and ord(k)<=lastzero), rhs(k)=bestobj(k));
  else
    put fx iter:5:0;
    loop(k, put fx Z.1(k):12:3);
    put NUMP.L:10:0;
    loop(p, put X.1(p):3:0);
  * the jump is for AUGMECON2
  jump(k)=1;

```



```

* The jump is calculated for the innermost objective function
(ord(k)=2)
  jump(k)$(ord(k)=2) = 1+floor(sl.L(k)/step(k));
  loop(k$(jump(k)>1),put '  jump');
  put /;
);
* Proceed forward in the grid
firstOffMax = 0;
loop(k$(ord(k)>1),
  if(abs(rhs(k)-bestobj(k))>0.000001 and firstOffMax=0,
    if (dir(k)=1,
rhs(k)=min((rhs(k)+jump(k)*step(k)),bestobj(k))
    else rhs(k)=max((rhs(k)-jump(k)*step(k)),bestobj(k))
    );
    firstOffMax=ord(k)
  );
);
loop(k$(ord(k)>1),
  if(ord(k)< firstOffMax, rhs(k)=worstobj(k));
);
summax=0;
loop(k$(ord(k)>1),
  if(abs(rhs(k)-bestobj(k))<0.000001, summax=summax+1);
);
until summax=card(k)-1 and firstOffMax=0;

finish=jnow;
elapsed_time=(finish-start)*86400;

put /;
put 'Infeasibilities = ', infeas:5:0 /;
put 'Elapsed time: ',elapsed_time:7:2, ' seconds' / ;

putclose fx; // close the point file

```

A.2 Μοντέλο στο GAMS με πολυκριτηριακή επίδοση [2]

```

*TITLE eps-Constraint Method for Multiobjective Optimization
(EPSCM,SEQ=319)
$ontext
The eps-Constraint Method

$offtext

$inlinecom [ ]
$eolcom //
$STitle Example model definitions

sets
  p project /1*133/
  geo districts /1*13/
$ontext
1          Eastern Macedonia Thrace
2          Attica
3          Northern Aegean
4          Western Greece
5          Western Macedonia
6          Epirus
7          Thessaly
8          Éonian
9          Central Macedonia

```

```

10         Crete
11         Southern Aegean
12         Peloponnese
13         Sterea Ellada
$offtext
    tech type of technology / WIND, SH, PV/
    k objective functions /1*2/

pgeo(geo,p) mapping of projects to districts
/
1. (10,22,48,90,108)
2. (60)
3. (86,87,97,98,118,120)
4. (101)
5. (4,7,41,88,89,129,130,131,132)
6. (57,68,75,96,100,104,106,113,119,123,133)
7. (37,58,64,65,66,72,77,81,95,109,111,112,115,122,124,125,126)
8. (39)
9. (15,43,50,56,62,67,73,79,92,105,110,114,116,117)
10. (99,102,127,128)
11. (47)
12. (11,16,19,26,27,29,42,44,61,84,85,107)
13. (1,2,3,5,6,8,9,12,13,14,17,18,20,21,23,24,25,28,30,31,32,33,34,35,
36,38,40,45,46,49,51,52,53,54,55,59,63,69,70,71,74,76,78,80,82,83,91,
93,94,103,121)
/

ptech(tech,p) mapping of projects to technologies
/
WIND. (1*53)
SH. (54*83)
PV. (84*133)
/

Parameter dir(k) direction of the objective functions 1 for max and -
1 for min
    / 1 1
      2 -1
    /

parameter mcs(p) multicriteria score for project p
/
1          0.666
2          0.601
3          0.624
4          0.728
5          0.698
6          0.652
7          0.691
8          0.682
9          0.642
10         0.577
11         0.652
12         0.645
13         0.654
14         0.549
15         0.496
16         0.567
17         0.575
18         0.576

```

19	0.592
20	0.627
21	0.587
22	0.617
23	0.629
24	0.554
25	0.573
26	0.631
27	0.599
28	0.535
29	0.575
30	0.649
31	0.600
32	0.514
33	0.575
34	0.608
35	0.513
36	0.568
37	0.626
38	0.632
39	0.601
40	0.591
41	0.461
42	0.567
43	0.514
44	0.577
45	0.485
46	0.554
47	0.447
48	0.652
49	0.571
50	0.496
51	0.592
52	0.541
53	0.589
54	0.461
55	0.494
56	0.419
57	0.634
58	0.492
59	0.489
60	0.483
61	0.442
62	0.459
63	0.338
64	0.497
65	0.483
66	0.455
67	0.460
68	0.661
69	0.453
70	0.352
71	0.450
72	0.453
73	0.425
74	0.343
75	0.535
76	0.376
77	0.441
78	0.442
79	0.473

80	0.490
81	0.410
82	0.417
83	0.599
84	0.467
85	0.431
86	0.341
87	0.340
88	0.383
89	0.329
90	0.453
91	0.408
92	0.453
93	0.404
94	0.334
95	0.407
96	0.334
97	0.341
98	0.340
99	0.383
100	0.397
101	0.414
102	0.373
103	0.365
104	0.334
105	0.357
106	0.317
107	0.426
108	0.321
109	0.390
110	0.453
111	0.383
112	0.362
113	0.309
114	0.339
115	0.381
116	0.338
117	0.337
118	0.340
119	0.292
120	0.340
121	0.431
122	0.349
123	0.325
124	0.349
125	0.349
126	0.349
127	0.363
128	0.354
129	0.381
130	0.334
131	0.333
132	0.301
133	0.254
/	
parameter budg(p)	budget for project p in keuro
/	
1	5630
2	4800
3	3450
4	14450

5	11250
6	3830
7	19550
8	9680
9	9000
10	3150
11	12750
12	7430
13	7200
14	13160
15	16500
16	3000
17	2590
18	13500
19	6410
20	10130
21	9750
22	17100
23	7430
24	15750
25	5400
26	12940
27	7650
28	2700
29	18750
30	6000
31	6000
32	11140
33	2590
34	5740
35	11480
36	9000
37	11250
38	8700
39	10200
40	6080
41	24000
42	6000
43	14630
44	12750
45	4800
46	15750
47	600
48	15600
49	3530
50	16500
51	5060
52	9260
53	4730
54	300
55	390
56	80
57	3130
58	510
59	330
60	210
61	50
62	170
63	80
64	1000
65	820

66	510
67	290
68	7000
69	490
70	510
71	430
72	510
73	110
74	440
75	2860
76	1000
77	500
78	300
79	1250
80	1790
81	310
82	2700
83	4340
84	35100
85	8100
86	10
87	10
88	2680
89	1070
90	6000
91	2430
92	4950
93	2430
94	270
95	1230
96	910
97	10
98	10
99	120
100	5420
101	5400
102	50
103	1350
104	910
105	890
106	520
107	9900
108	360
109	1440
110	4950
111	1760
112	1760
113	480
114	360
115	3700
116	270
117	270
118	10
119	720
120	10
121	2660
122	1780
123	1560
124	1780
125	1780
126	1780

```

127         120
128         270
129         5160
130         610
131         3540
132         2120
133         2120
/

```

parameter

upb(k) upper bound for objective k

```

/
1  INF
2  125000
/

```

lob(k) lower bound for objective k

```

/
1  -INF
2  75000
/

```

Variables

Z(k) objective function variables for in.use.fac coefficients
NUMP number of projects

Binary Variables

X(p) decision variables indicating if project p is selected

if eq to 1

Equations

objfun1 objective function for multicriteria score
objfun2 objective function for budget
totnum calculation of total number of projects
geo1 geographical constraint 1
geo2 geographical constraint 2
geo3 geographical constraint 3
tech1a technological constraint 1a
tech1b technological constraint 1b
tech2a technological constraint 2a
tech2b technological constraint 2b
tech3a technological constraint 3a
tech3b technological constraint 3b

;

objfun1.. sum(p,mcs(p)*X(p)) =e= Z('1');
objfun2.. sum(p,budg(p)*X(p)) =e= Z('2');
totnum.. sum(p,x(p))=e= NUMP;

geo1.. sum(pgeo('13',p),budg(p)*X(p))=l=0.3*Z('2');
geo2.. sum(pgeo('12',p),budg(p)*X(p))=l=0.15*Z('2');
geo3.. sum(pgeo('1',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('3',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('5',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('6',p),budg(p)*X(p)) +
sum(pgeo('11',p),budg(p)*X(p))=g=0.10*Z('2');
tech1a.. sum(ptechn('WIND',p),X(p)) =g= 0.2*NUMP;
tech1b.. sum(ptechn('WIND',p),X(p)) =l= 0.6*NUMP;
tech2a.. sum(ptechn('SH',p),X(p)) =g= 0.2*NUMP;
tech2b.. sum(ptechn('SH',p),X(p)) =l= 0.6*NUMP;
tech3a.. sum(ptechn('PV',p),X(p)) =g= 0.2*NUMP;

```

tech3b..      sum(ptechn('PV',p),X(p)) =l= 0.6*NUMP;

NUMP.lo=10;
Z.up(k)=upb(k);
Z.lo(k)=lob(k);

model project133 / all/ ;

*-----
-----
$STitle eps-constraint method

Set k1(k) the first element of k, km1(k) all but the first elements
of k;
k1(k)$ (ord(k)=1) = yes; km1(k)=yes; km1(k1) = no;
Set kk(k)      active objective function in constraint allobj

Parameter
  rhs(k)      right hand side of the constrained obj functions in
eps-constraint
  maxobj(k)   maximum value from the payoff table
  minobj(k)   minimum value from the payoff table
  intervals(k) number of intervals that we divide the k-1 objective
functions
  bestobj(k)  the best objective function value (maxobj for dir=1
minobj for dir=-1)
  worstobj(k) the worst objective function value (minobj for dir=1
maxobj for dir=-1)
  step(k)     the step obtained from range divided by intervals
  jump(k)     the jump for augmecon2

Scalar
iter  total number of iterations
infeas total number of infeasibilities
elapsed_time elapsed time for payoff and e-sonstraint
start start time
finish finish time
summax  auxiliary parameter
firstOffMax, lastZero some counters

Variables
  a_objval  auxiliary variable for the objective function
  obj       auxiliary variable during the construction of the
payoff table
Positive Variables
  sl(k)     slack or surplus variables for the eps-constraints
Equations
  con_obj(k) constrained objective functions
  augm_obj  augmented objective function to avoid weakly efficient
solutions
  allobj    all the objective functions in one expression;

con_obj(km1)..  z(km1) - dir(km1)*sl(km1) =e= rhs(km1);

* We optimize the first objective function and put the others as
constraints
* the second term is for avoiding weakly efficient points
*augm_obj..
*  sum(k1,dir(k1)*z(k1))+1e-3*sum(km1,sl(km1)/(maxobj(km1)-
minobj(km1))) =e= a_objval;

```



```

augm_obj..
  sum(k$(ord(k)=1),dir(k)*z(k)) + 1.0e-
3*sum(k$(ord(k)>1),power(10,-(ord(k)-1))*sl(k)/(maxobj(k)-minobj(k)))
=e= a_objval;

allobj.. sum(kk, dir(kk)*z(kk)) =e= obj;

Model mod_payoff / project133, allobj / ;
Model mod_epsmethod / project133, con_obj, augm_obj / ;

Parameter
  payoff(k,k) payoff tables entries;
Alias(k,kp);

option optcr=0.000;

* Generate payoff table applying lexicographic optimization
loop(kp,
  kk(kp)=yes;
  repeat
    solve mod_payoff using mip maximizing obj;
    payoff(kp,kk) = z.l(kk);
    z.fx(kk) = z.l(kk); // freeze the value of the last objective
optimized
    kk(k+1) = kk(k); // cycle through the objective functions
    until kk(kp); kk(kp) = no;
* release the fixed values of the objective functions for the new
iteration
  z.up(k) = upb(k); z.lo(k) =lob(k);
);
if (mod_payoff.modelstat<>1 and mod_payoff.modelstat<>8, abort 'no
optimal solution for mod_payoff');

File fx / c:\gams\133proj_v2.out /;
fx.pw=2100;

PUT fx ' PAYOFF TABLE' / ;
loop(kp,
  loop(k, put payoff(kp,k):12:3);
  put /;
);
put fx /;

*display payoff;
minobj(k)=smin(kp,payoff(kp,k));
maxobj(k)=smax(kp,payoff(kp,k));

*-----
---
*new 17.03.2013
*-----
---
loop(k, intervals(k)=maxobj(k)-minobj(k));
*loop(k, intervals(k)=100);

loop(k,
  if (dir(k)=1,
    bestobj(k)=maxobj(k);
    worstobj(k)=minobj(k);
  else
    bestobj(k)=minobj(k);

```

```

        worstobj(k)=maxobj(k)
    );
    step(k)=(maxobj(k)-minobj(k))/intervals(k)
);

rhs(k)=worstobj(k);
iter=0;
infeas=0;
start=jnow;

repeat
    solve mod_epsmethod maximizing a_objval using mip;
    iter=iter+1;
    if (mod_epsmethod.modelstat<>1 and mod_payoff.modelstat<>8, // not
optimal is in this case infeasible
        infeas=infeas+1;
        put fx iter:5:0, ' infeasible';;
        lastZero = 0;
        loop(k$(ord(k)>1),
            if(abs(rhs(k)-worstobj(k))>0.000001 and lastzero=0,
lastzero=ord(k))
                );
            loop(k$(ord(k)>1 and ord(k)<=lastzero), rhs(k)=bestobj(k));
        else
            put fx iter:5:0;
            loop(k, put fx Z.1(k):12:3);
            put NUMP.L:10:0;
            loop(p, put X.1(p):3:0);
* the jump is for AUGMECON2
            jump(k)=1;
* The jump is calculated for the innermost objective function
(ord(k)=2)
            jump(k)$(ord(k)=2) = 1+floor(sl.L(k)/step(k));
            loop(k$(jump(k)>1), put ' jump');
            put /;
        );
* Proceed forward in the grid
        firstOffMax = 0;
        loop(k$(ord(k)>1),
            if(abs(rhs(k)-bestobj(k))>0.000001 and firstOffMax=0,
                if (dir(k)=1,
rhs(k)=min((rhs(k)+jump(k)*step(k)),bestobj(k))
                    else rhs(k)=max((rhs(k)-jump(k)*step(k)),bestobj(k))
                        );
                    firstOffMax=ord(k)
                );
            );
            loop(k$(ord(k)>1),
                if(ord(k)< firstOffMax, rhs(k)=worstobj(k));
            );
            summax=0;
            loop(k$(ord(k)>1),
                if(abs(rhs(k)-bestobj(k))<0.000001, summax=summax+1);
            );
until summax=card(k)-1 and firstOffMax=0;

finish=jnow;
elapsed_time=(finish-start)*86400;

put /;
put 'Infeasibilities = ', infeas:5:0 /;

```

```
put 'Elapsed time: ',elapsed_time:7:2, ' seconds' / ;  
putclose fx; // close the point file
```