



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ
ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Μεταπτυχιακή εργασία

του

Χρίστου Γ. Σταθόπουλου

Επιβλέπων: Δρ. Αργύρης Σολδάτος

Αθήνα
Σεπτέμβριος 2013

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας Δρ. Αργύρη Σολδάτο, για την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε, καθώς και για την εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπό μου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές του μεταπτυχιακού ΔΠΜΣ Συστήματα Αυτοματισμού, για την διάθεσή τους και την παροχή γνώσεων προς τους φοιτητές.

Πέρα από τα παραπάνω πρόσωπα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τον αδερφό μου Κωνσταντίνο, για την υλική και ηθική συμπαράσταση που μου παρείχαν, καθώς και τους φίλους μου από την σχολή Παναγιώτη και Μάριο, για την παρέα τους και την στήριξή τους. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την φίλη μου Ελένη, για την στήριξη και την υπομονή της, όσο καιρό εκπονούσα την παρούσα εργασία.

Περίληψη

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εξετάστηκε η συνδυασμένη χρήση μεθόδων παθητικής και ενεργητικής αντισεισμικής προστασίας με στόχο την εφαρμογή σε αντισεισμικές κατασκευές. Για την παθητική προστασία της κατασκευής εξετάστηκε η χρήση ελαστικών εφεδράνων ανάμεσα στην βάση της και το έδαφος. Για την ενεργητική προστασία εξετάστηκε η χρήση επενεργητή δύναμης στην βάση της κατασκευής με στόχο τον έλεγχο και την απόσβεση των σεισμικών δονήσεων. Στόχος του αυτομάτου ελέγχου ήταν η κατά το δυνατόν ακινητοποίηση της κατασκευής γύρω από τα σημεία ισορροπίας της.

Πραγματοποιήθηκε αναλυτική μελέτη και με χρήση προσομοίωσης, της δυναμικής συμπεριφοράς ενός τυπικού κτηρίου κατά την διάρκεια σεισμικών διαταραχών. Η χρήση ελαστικών εφεδράνων στο κτήριο, αποδείχθηκε ότι μειώνει σημαντικά την ενίσχυση των υψίσυχνων ιδιοσυχνοτήτων, οι οποίες είναι και περισσότερο επικίνδυνες για το κτήριο, προσφέροντας έτσι σημαντική προστασία. Παρόλα αυτά υπάρχει ακόμα σημαντικό περιθώριο για επιπλέον απόσβεση της ταλάντωσης του κτηρίου, κάνοντας χρήση ενεργητικών μεθόδων προστασίας.

Για την εφαρμογή πληθώρας μεθόδων αυτομάτου ελέγχου είναι απαραίτητη η γνώση της ταχύτητας και της θέσης των ορόφων του κτηρίου, ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Στην μελέτη μας, εστίασαμε στην χρήση επιταχυνσιομέτρων για την εκτίμηση των παραπάνω ποσοτήτων, καθώς και σε μεθόδους αντιμετώπισης της συσσώρευσης σφαλμάτων με την πάροδο του χρόνου. Ως αποτέλεσμα της μελέτης προέκυψε ένα σύστημα παρατήρησης το οποίο αντιμετωπίζει με αποτελεσματικό τρόπο την ύπαρξη σφαλμάτων στους αισθητήρες μέτρησης, παρέχοντας μία ικανοποιητική εκτίμηση για το διάλυσμα κατάστασης του συστήματος προς έλεγχο.

Εν συνεχεία μελετήθηκε η χρήση ενός επικουρικού συστήματος αναγνώρισης και απομόνωσης σφαλμάτων στους αισθητήρες μέτρησης του κτηρίου, με στόχο την συνδυαστική χρήση του σε ένα σύστημα παρατήρησης.

Για την αξιολόγηση της πρακτικής εφαρμογής των παραπάνω μεθόδων, ως τελικό στάδιο, μελετήθηκε η εφαρμογή αυτομάτου ελέγχου με την μέθοδο της ανατροφοδότησης κατάστασης, με την χρήση ενός αντίστοιχου παρατηρητή κατάστασης. Έπειτα από αναλυτικό έλεγχο της ευστάθειας του νέου συστήματος, πραγματοποιήθηκε αντίστοιχη προσομοίωση η οποία κατέδειξε την αποτελεσματικότητα χρήσης της μεθόδου.

Abstract

In this thesis, we combine passive and active seismic protection methods to achieve earthquake resistant structures. Passive protection of the buildings is obtained using rubber bearings between the structure and the ground. Active protection, makes use of hydraulic force actuators at the base of the structure, in order to alleviate its vibrations. The objective of the automatic control scheme is the reduction of the oscillations of the construction around its equilibrium configuration.

An analytical and numerical study of the dynamic behavior of a typical building during seismic activity has been carried out. The use of rubber bearings at the building base, reduces significantly the amplification at high resonant frequencies, which are more damaging for the building, and thus the structure and its content are protected. Methods of active control can reduce further those oscillations in both amplitude and frequency content.

The application of automatic control methods, assumes knowledge of the velocity and displacement of the floors of the structure relative to an inertial frame of reference. In our study, we focus on the use of accelerometers to estimate the above quantities, taking in to consideration various sources of measurement errors during operation. The study resulted in an observation system which compensates effectively the existence of errors in the measurement sensors, which provides a good estimate of the state vector of the system to be controlled. Furthermore, we investigated the use of a subsidiary system for the detection and isolation of faults in the measurement sensors of the structure.

Finally, in order to evaluate the practical application of these methods, we applied an appropriate state feedback law, using the proposed state observer scheme. A series of simulation studies were conducted, which demonstrated the effectiveness of the modeling, the proposed real time observer and the control algorithms.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Κτήρια με σεισμική μόνωση βάσης.....	1
1.2	Ενεργητική σεισμική προστασία.....	3
1.3	Εκτίμηση κατάστασης για την εφαρμογή ελέγχου.....	4
2	Μοντελοποίηση συστήματος κτηρίου σε μία διάσταση.....	5
2.1	Αναπαράσταση σε σύστημα απόλυτων συντεταγμένων	5
2.2	Αναπαράσταση για έλεγχο (εξισώσεις κατάστασης)	8
3	Ιδιομορφική ανάλυση του κτηριακού συστήματος	11
3.1	Ιδιοσυχνότητες κτηριακού συστήματος – ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας.....	11
3.2	Εφαρμογή	12
3.3	Προσομοίωση σεισμικής κίνησης πολυώροφου κτηρίου	16
4	Εκτίμηση της κατάστασης με χρήση επιταχυνσιόμετρου	21
4.1	Εισαγωγή – Περιγραφή του προβλήματος.....	21
4.2	Επιταχυνσιόμετρα.....	22
4.2.1	Γενικά	22
4.2.2	Μαθηματικό μοντέλο – Αρχή λειτουργίας	22
4.2.3	Πηγές και μοντελοποίηση σφαλμάτων κατά την μέτρηση της επιτάχυνσης.....	24
4.2.4	Υπολογισμός ταχύτητας και μετατόπισης	25
4.2.5	Επίδραση των σφαλμάτων μέτρησης της επιτάχυνσης στον υπολογισμό της ταχύτητας και της θέσης	26
4.2.6	Τρόποι αντιστάθμισης των σφαλμάτων και εκτίμησης της πραγματικής ταχύτητας και μετατόπισης.....	28
4.3	Εκτίμηση κατάστασης.....	38
4.3.1	Προς την σχεδίαση ενός παρατηρητή κατάστασης.....	38
4.3.2	Παρατηρητής Kalman	39
5	Διάγνωση και απομόνωση σφαλμάτων	61
5.1	Διάγνωση σφαλμάτων βασισμένη στο μοντέλο συστήματος.....	61
5.1.1	Μοντελοποίηση σφαλμάτων στους αισθητήρες του συστήματος	62
5.1.2	Δομή εξαγωγή υπολειπόμενων ποσοτήτων.....	62
5.1.3	Ανιχνευσιμότητα και δυνατότητα απομόνωσης σφαλμάτων στους αισθητήρες.....	64
5.1.4	Γενικευμένο μοντέλο παρατηρητών (Generalised Observer Scheme)	65

5.2	Προσομοίωση	67
6	Έλεγχος μέσω ανατροφοδότησης κατάστασης.....	73
6.1	Ανατροφοδότηση κατάστασης	73
6.2	Χρήση παρατηρητή κατάστασης	75
6.3	Ευστάθεια βρόχου ελέγχου	76
6.4	Προσομοίωση	78
6.4.1	Προσομοίωση χωρίς ενεργοποιημένο αυτόματο έλεγχο	78
6.4.2	Προσομοίωση με αυτόματο έλεγχο – χωρίς σύστημα παρατήρησης	80
6.4.3	Προσομοίωση με αυτόματο ελεγκτή και σύστημα παρατήρησης.....	82
7	Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία	87
7.1	Συμπεράσματα.....	87
7.2	Μελλοντική εργασία.....	88
	Βιβλιογραφία	89

1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί μία προσπάθεια να δημιουργηθεί μία σύνδεση ανάμεσα σε δύο φαινομενικά ανεξάρτητες περιοχές επιστημονικής έρευνας: την μελέτη των δυναμικών συστημάτων για εφαρμογές ελέγχου και την θεωρία και πρακτική της σεισμικής μόνωσης κτηριακών εγκαταστάσεων από σεισμικές διαταραχές. Στόχος στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι η μελέτη και η αξιοποίηση ενδεδειγμένων τεχνικών προερχόμενων και από τις δύο αυτές επιστημονικές περιοχές και ο αρμονικός συνδυασμός τους, με στόχο την κατά το δυνατόν βέλτιστη δυνατή εφαρμογή για μεθόδους αντισεισμικής προστασίας. Φυσικά, καθώς η ενοποίηση αυτή είναι σχετικά πρόσφατο επίτευγμα είναι αναμενόμενο, να προκύψει μία σειρά νέων προβλημάτων και προκλήσεων.

1.1 Κτήρια με σεισμική μόνωση βάσης

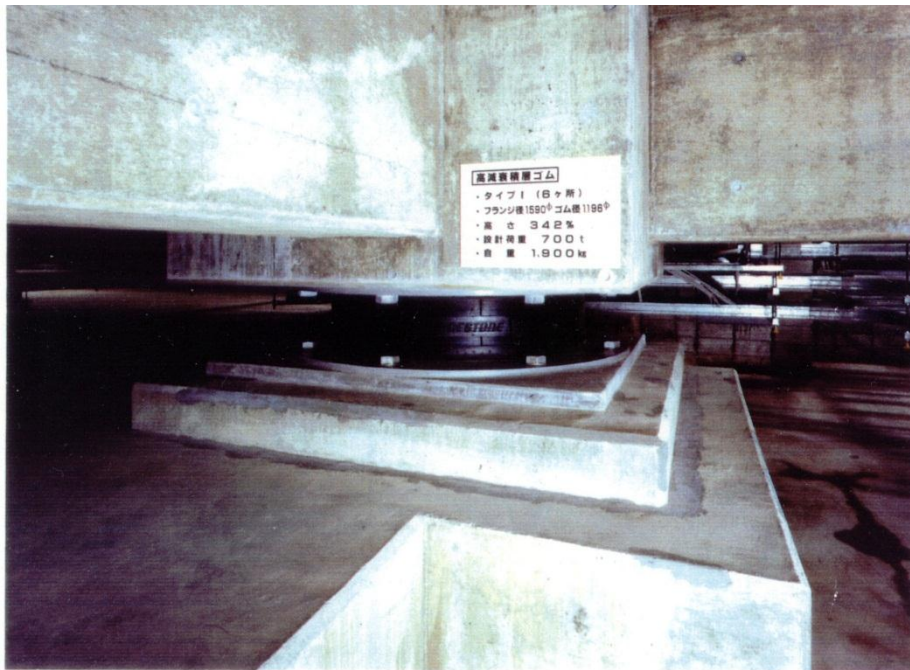
Οι συμβατικές μέθοδοι για την προστασία κτηρίων και άλλων κατασκευών από σεισμούς, βασίζονται κυρίως στην στιβαρότητα της κατασκευής αλλά και στην δυνατότητά της αποσβένει την μεταδιδόμενη ενέργεια από τον σεισμό. Η σεισμική δραστηριότητα, απαιτεί η ενέργεια των δονήσεων λόγω του σεισμού να απορροφάται από ανελαστική δράση στο δομικό πλαίσιο της κατασκευής και για τον λόγο αυτό μπορεί, σε περίπτωση πολλών κύκλων φόρτισης, να προξενήσει ζημιές στον σκελετό της κατασκευής, όπως επίσης και σε μή δομικά μέρη, εξοπλισμό στο εσωτερικό του κτηρίου, ακόμη και σε απώλειες ζωής.

Οι οριζόντιες συνιστώσες της κίνησης του εδάφους είναι οι πιο επικίνδυνες για τα κτήρια και το περιεχόμενό τους. Σύμφωνα με μία νέα προσέγγιση όσον αφορά την σεισμική προστασία, ονομαζόμενη *σεισμική μόνωση βάσης* το κτήριο εδράζεται πάνω σε μία σειρά από ελαστικά εφέδρανα, στόχος των οποίων είναι να αποζεύξουν το κτήριο από την οριζόντια κίνηση του εδάφους (εικόνα 1.1, εικόνα 1.2). Το κτήριο μονώνεται σεισμικά στην βάση, και όχι μόνο τα φορτία στην κτηριακή κατασκευή μειώνονται αλλά οι έννοιες και το περιεχόμενο του κτηρίου προστατεύεται. Οι μονωτήρες, είναι συσκευές *παθητικής* σεισμικής προστασίας. Παρότι η έννοια της σεισμικής μόνωσης βάσης δεν είναι νέα, η πρόοδος στην τεχνολογία κατασκευής ελαστικών έχει δώσει πλέον την δυνατότητα της ουσιαστικής πρακτικής εφαρμογής της.

Τα ελαστικά εφέδρανα προσφέρουν την απλούστερη μέθοδο μόνωσης, ενώ παράλληλα η κατασκευή τους είναι εύκολη. Η μακρά εμπειρία από την χρήση σε εφέδρανα γεφυρών μας διαβεβαιώνει για την ανθεκτικότητα και την αξιοπιστία τους. Τα εφέδρανα για τη σεισμική μόνωση βάσης κατασκευάζονται με σύνδεση μέσω βουλκανισμού φύλλων τεχνητού ελαστικού σε λεπτές ενισχυτικές ατσάλινες πλάκες. Τα εφέδρανα έχουν το μηχανικό χαρακτηριστικό να είναι πολύ εύκαμπτα στην οριζόντια κατεύθυνση, ενώ στην κατακόρυφη είναι πολύ δύσκαμπτα. Η δράση τους κατά την διάρκεια του σεισμού είναι να απομονώσουν το κτήριο από τις οριζόντιες συνιστώσες της κίνησης του εδάφους. Οι κατακόρυφες συνιστώσες του σεισμού μεταφέρονται αυτούσιες στην κατασκευή, παρόλο που τα εφέδρανα θα παρέχουν κάποια μόνωση στις υψηλές συχνότητες, οι οποίες προέρχονται από την κίνηση στους δρόμους και σε υπόγεια μεταφορικά μέσα. Τα εφέδρανα είναι κατάλληλα για χαμηλά κτήρια, έως επτά ορόφους, όπου και η φόρτιση λόγω του ανέμου είναι σχετικά μικρή.



Εικόνα 1.1: Ελαστικός μονωτήρας βάσης.



Εικόνα 1.2: Εγκατεστημένος ελαστικός μονωτήρας βάσης.

Αυτός ο τύπος παθητικής προστασίας βελτιώνει σημαντικά την σεισμική συμπεριφορά του κτηρίου, όμως παρόλα αυτά δεν σταματά την κίνηση του. Όπως θα δειχθεί στην συνέχεια, για να εξασφαλιστεί η

μικρή απόκλιση της κατασκευής από την αδιατάρακτη αρχική θέση του, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας συνδυασμός μεθόδων παθητικής σεισμικής μόνωσης βάσης, με ενεργητικές μορφές αυτομάτου ελέγχου της βάσης του κτηρίου.

1.2 Ενεργητική σεισμική προστασία

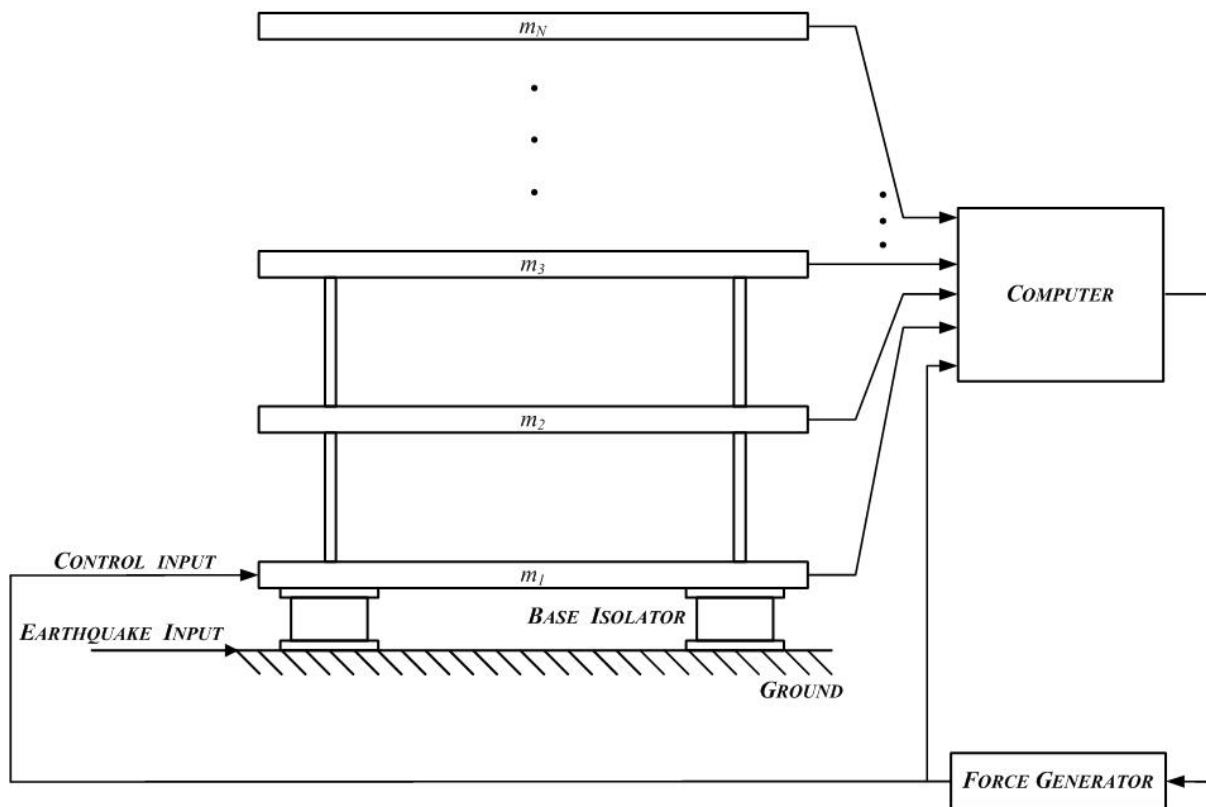
Παρά το ότι μέθοδοι παθητικής σεισμικής προστασίας, όπως η σεισμική μόνωση βάσης [1] έχουν χρησιμοποιηθεί για την μείωση των δονήσεων κτηρίων υπό σεισμικά φορτία, τα τελευταία έτη έχει δοθεί ιδιαίτερη προσοχή, σε ενεργητικές μεθόδους σεισμικής προστασίας όπως ο αυτόματος έλεγχος των δονήσεων. Σε αντίθεση με συσκευές παθητικής προστασίας, οι μηχανισμοί ενεργητικού ελέγχου, απαιτούν μεν την ύπαρξη μίας εξωτερικής πηγής ενέργειας, έχουν δε μεγαλύτερο εύρος προδιαγραφών απόδοσης. Διατάξεις οι οποίες συνδυάζουν μεθόδους παθητικής καθώς και ενεργητικής αντισεισμικής προστασίας ονομάζονται *υβριδικές*. Ο συνδυασμός παθητικών μεθόδων με ενεργητικό έλεγχο, αποδεικνύεται εξαιρετικά αποτελεσματική στρατηγική για συστήματα αντισεισμικής προστασίας όπως θα δούμε στην συνέχεια.

Ένα σύστημα ενεργητικής αντισεισμικής προστασίας με αυτόματο έλεγχο μπορεί να χωριστεί σε τρία κύρια μέρη:

1. το σύστημα αισθητήρων
2. το σύστημα επενέργησης
3. τον αυτόματο ελεγκτή

Οι αισθητήρες, είναι απαραίτητοι ώστε μέσω μετρήσεων σε πραγματικό χρόνο να γνωρίζουμε ποιά είναι η παρούσα κατάσταση του συστήματος, καθώς και ποιά είναι η διαταραχή η οποία υπεισέρχεται στο σύστημα λόγο του σεισμού. Τα δεδομένα αυτά θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των σημάτων έλεγχου στην συνέχεια. Ο ελεγκτής είναι ένα σύστημα επεξεργασίας σημάτων, συνήθως υλοποιημένος σε κάποιον ψηφιακό μικροελεγκτή ή ηλεκτρονικό υπολογιστή, ο οποίος δέχεται ως είσοδο τα σήματα μετρήσεων που προέρχονται από τους μικροελεγκτές, τα επεξεργάζεται με βάση προγραμματισμένους αλγορίθμους ελέγχου, και στην συνέχεια εξάγει συγκεκριμένα σήματα έλεγχου προς το σύστημα επενέργησης. Στόχος είναι η κατά το δυνατόν μείωση της επίδρασης του σεισμού στο κτήριο. Το σύστημα επενέργησης είναι ένα ηλεκτρονικά ελεγχόμενο σερβοϋδραβλικό έμβολο εφαρμογής δύναμης σε κάποιο σημείο του κτηρίου, συνήθως στην βάση του. Το σύστημα επενέργησης δέχεται τα σήματα έλεγχου από τις εξόδους του μικρο-ελεγκτή και με την βοήθεια ενός ανεξάρτητου αυτόματου συστήματος εφαρμόζει την ζητούμενη δύναμη στο κτήριο.

Η παραπάνω περιγραφή ενός συστήματος αντισεισμικής προστασίας με χρήση παθητικών στοιχείων σεισμικής μόνωσης σε συνδυασμό με ένα ενεργητικό σύστημα αυτομάτου ελέγχου παρουσιάζεται συνοπτικά στην εικόνα 1.3.



Εικόνα 1.3: Σχηματικό διάγραμμα διάταξης κτηρίου με παθητική αλλά και ενεργητική αντισεισμική προστασία.

1.3 Εκτίμηση κατάστασης για την εφαρμογή ελέγχου

Για την εφαρμογή από τον ελεγκτή του νόμου ελέγχου, είναι απαραίτητη η γνώση του διανύσματος κατάστασης του κτηρίου, το οποίο περιλαμβάνει τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες για τον κάθε όροφο του κτηρίου, ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Οι ποσότητες αυτές δεν μπορούν να μετρηθούν απευθείας με κάποιον αισθητήρα. Παρόλα αυτά, μπορεί να μετρηθεί η απόλυτη επιτάχυνση των ορόφων με χρήση επιταχυνσιομέτρων. Οι αντίστοιχες ζητούμενες ταχύτητες και μετατοπίσεις μπορούν να προκύψουν με ολοκλήρωση, δεδομένου ότι οι αρχικές συνθήκες είναι γνωστές και η επίδραση των θορύβων φιλτράρεται κατάλληλα. Παρόλα αυτά, όπως θα δούμε και στην συνέχεια, η ύπαρξη θορύβων και σταθερών σφαλμάτων στην έξοδο των οργάνων μέτρησης μπορεί να οδηγήσει σε βάθος χρόνου την εκτίμηση της κατάστασης σε σημαντικές αποκλίσεις από τις πραγματικές τιμές. Το γεγονός αυτό μπορεί να δημιουργήσει σημαντικά προβλήματα στην πρακτική εφαρμογή ενός αντισεισμικού συστήματος ελέγχου, και για αυτό τον λόγο, το συγκεκριμένο πρόβλημα θα αποτελέσει κύριο αντικείμενο μελέτης στην παρούσα διπλωματική εργασία.

2 Μοντελοποίηση συστήματος κτηρίου σε μία διάσταση

Το φυσικό σύστημα του κτηρίου θεωρούμε ότι είναι ένα διασυνδεδεμένο σύστημα N ορόφων, το οποίο περιλαμβάνει σεισμική μόνωση βάσης. Για την παρούσα ανάλυση το φυσικό σύστημα εξιδανικεύεται με την χρήση ενός αντίστοιχου γραμμικού μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα το κτήριο μοντελοποιείται ως ένα σύνολο μαζών, που αντιστοιχούν στους ορόφους του κτηρίου, ενώ η διασύνδεση μεταξύ των ορόφων μοντελοποιείται με την χρήση γραμμικών ελατηρίων και αποσβεστήρων. Η κίνηση των μαζών θεωρείται ότι συντελείται κατά την οριζόντια διεύθυνση. Στροφικές και εξωτερικές επιδράσεις απόσβεσης, ενώ σε γενικό πλαίσιο είναι υπαρκτές, δεν εξετάζονται στην παρούσα μελέτη.

Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να αποκτήσουμε μία μαθηματική αναπαράσταση του μοντέλου του κτηρίου, κατάλληλη για σκοπούς ελέγχου και εκτίμησης της κατάστασης του κτηρίου. Επίσης το μαθηματικό μοντέλο του κτηρίου θα είναι απαραίτητο για την ιδιομορφική ανάλυση της κατασκευής του κτηρίου και της αντίστοιχης συμπεριφοράς του στο πεδίο της συχνότητας.

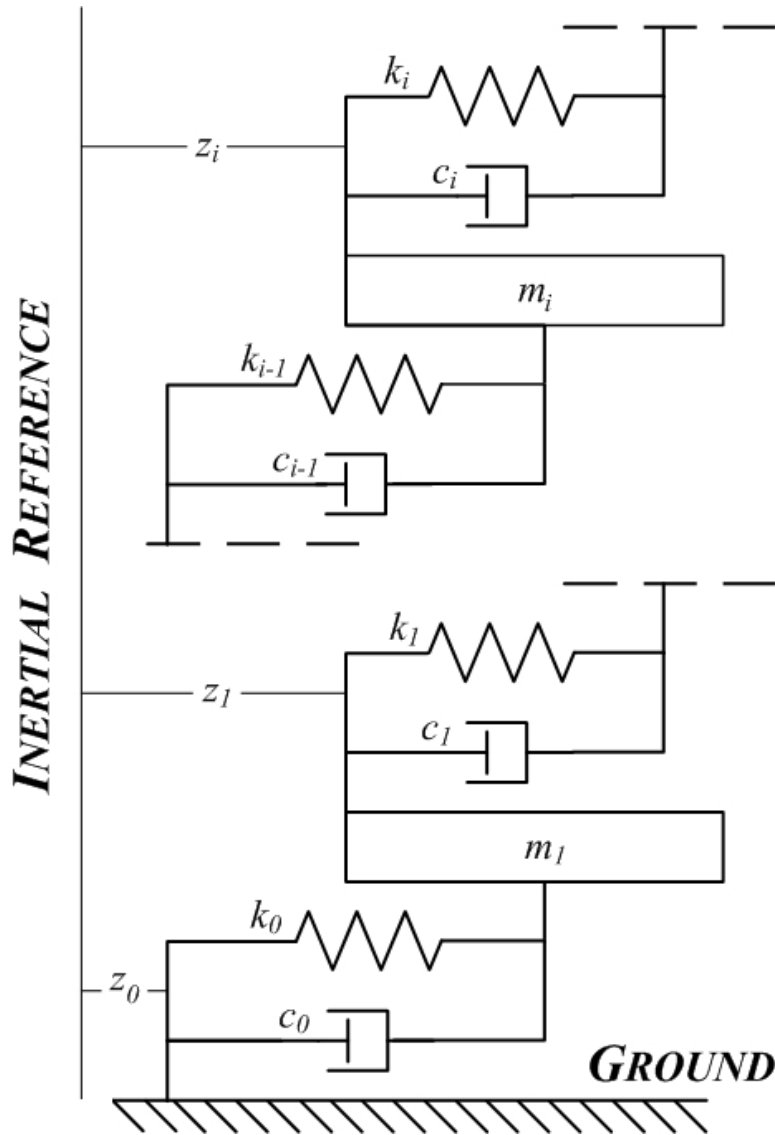
Στην παράγραφο 2.1 εισάγουμε την περιγραφή ως προς ένα απόλυτο σύστημα συντεταγμένων, ενώ στην παράγραφο 2.2 παρουσιάζουμε το αντίστοιχο μοντέλο εξισώσεων κατάστασης σε μορφή πινάκων, η οποία ενδείκνυται για τον σκοπό του ελέγχου.

2.1 Αναπαράσταση σε σύστημα απόλυτων συντεταγμένων

Στην βιβλιογραφία, χρησιμοποιούνται κυρίως δύο συστήματα συντεταγμένων, αναλόγως με την εφαρμογή. Ένας τρόπος είναι να μετρήσουμε την θέση των ορόφων του κτηρίου σε σχέση με ένα σύστημα αναφοράς προσκολλημένο στο έδαφος. Το σύστημα όμως αναφοράς του εδάφους, καθώς το έδαφος κινείται και επιταχύνεται λόγω του σεισμού, δεν είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Συνήθως η αναπαράσταση αυτή χρησιμοποιείται όταν επιθυμούμε να μετακινούμε τους ορόφους του κτηρίου παράλληλα με το έδαφος, αποσκοπώντας στην κατά το δυνατόν μείωση των σχετικών μετατοπίσεων των ορόφων μεταξύ τους, και σε σχέση με το έδαφος. Μία τέτοια πρακτική όμως θα οδηγούσε σε ισχυρές επιταχύνσεις και δυνάμεις που θα ασκούσαν σε ολόκληρο το κτήριο.

Στην περίπτωση της σεισμικής μόνωσης βάσης, ακολουθούμε μία διαφορετική φιλοσοφία. Σκοπός μας είναι να διατηρήσουμε το κτήριο κατά το δυνατόν ακίνητο ως προς ένα απόλυτο – αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Με τον τρόπο αυτό θέλουμε, ενώ το έδαφος κάτω από το κτήριο κινείται, το κτήριο να παραμένει ακίνητο, αποσβένοντας την διαταραχή που προέρχεται από το σεισμό. Για αυτό τον σκοπό, ενδείκνυται οι θέσεις των ορόφων του κτηρίου να μετρώνται ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, και όχι ως προς το σύστημα αναφοράς του εδάφους.

Πιο συγκεκριμένα ας θεωρήσουμε $z_0(t)$ την μετατόπιση του εδάφους και $z_i(t)$ την μετατόπιση του $i^{\text{ου}}$ ορόφου τη χρονική στιγμή t , σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, αρχικά ακίνητου σε σχέση με το έδαφος, όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 2.1. Έστω επίσης m_i είναι η μάζα του $i^{\text{ου}}$ ορόφου, ενώ c_{i-1} είναι η σταθερά απόσβεσης και k_{i-1} η σταθερά ελατηρίου στην σύνδεση του $i^{\text{ου}}$ ορόφου με τον αμέσως από κάτω του όροφο ή το έδαφος. Οι ποσότητες k_0 και c_0 αναφέρονται στις παραμέτρους της σεισμικής μόνωσης βάσης.



Εικόνα 2.1: Αναπαράσταση των μετατοπίσεων των ορόφων $z_i(t)$ ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος προκύπτουν ως,

$$m_1 \ddot{z}_1 = -c_0(\dot{z}_1 - \dot{z}_0) - k_0(z_1 - z_0) - c_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - k_1(z_1 - z_2)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 = -c_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - k_1(z_2 - z_1) - c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_3) - k_2(z_2 - z_3)$$

⋮

$$m_i \ddot{z}_i = -c_{i-1}(\dot{z}_i - \dot{z}_{i-1}) - k_{i-1}(z_i - z_{i-1}) - c_i(\dot{z}_i - \dot{z}_{i+1}) - k_i(z_i - z_{i+1})$$

⋮

$$m_N \ddot{z}_N = -c_{N-1}(\dot{z}_N - \dot{z}_{N-1}) - k_{N-1}(z_N - z_{N-1})$$

2.1

ενώ

$$z_i(t_0) = z_i^0, \quad \dot{z}_i(t_0) = \dot{z}_i^0 \quad 2.2$$

είναι οι αρχικές συνθήκες στο $t = t_0$, για $i = 1, 2, \dots, N$.

Σύμφωνα με τα παραπάνω οι η διαταραχή του σεισμού δύναμης $c_0\dot{z}_0 + k_0z_0$ επιδρά άμεσα μόνο στον πρώτο όροφο του κτηρίου. Η επίδραση αυτή συμπεριλαμβάνει την μετατόπιση του εδάφους z_0 και την ταχύτητα \dot{z}_0 , και μπορεί να μειωθεί ελαττώνοντας τις τιμές k_0 και c_0 .

Οι παραπάνω εξισώσεις, σε μητρική μορφή μπορούν να γραφούν ως

$$[M_z]\ddot{z}(t) + [C_z]\dot{z}(t) + [K_z]z(t) = E_z d(t), \quad \text{με } z(t_0) = z_0 \quad 2.3$$

Όπου το διάνυσμα $z(t) = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$ περιλαμβάνει τις μετατοπίσεις των ορόφων z_i , το διάνυσμα $d(t) = [\dot{z}_0 \quad z_0]^T$ περιλαμβάνει την ταχύτητα και την μετατόπιση του εδάφους, ενώ ο πίνακας M_z, C_z, K_z είναι της μορφής

$$M_z = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & m_i & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & m_N \end{bmatrix}$$

$$K_z = \begin{bmatrix} -(k_0 + k_1) & k_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ k_1 & -(k_1 + k_2) & k_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & k_{i-1} & -(k_{i-1} + k_i) & k_i & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & k_{N-1} & -k_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$C_z = \begin{bmatrix} -(c_0 + c_1) & c_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_1 & -(c_1 + c_2) & c_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & c_{i-1} & -(c_{i-1} + c_i) & c_i & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & c_{N-1} & -c_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$E_z = \begin{bmatrix} \frac{c_0}{m_1} & \frac{k_0}{m_1} \\ O_{(N-1) \times 2} \end{bmatrix}$$

2.2 Αναπαράσταση για έλεγχο (εξισώσεις κατάστασης)

Είναι επιθυμητό να κρατήσουμε την κίνηση ενός δεδομένου ορόφου σε σχέση με τον επόμενο και τον προηγούμενο όροφο όσο μικρότερη γίνεται ώστε να αποτρέψουμε πιθανές ζημιές και καταπονήσεις στο εσωτερικό του κτηρίου. Κάτι τέτοιο γίνεται εφικτό με την χρήση ενός επενεργητή ο οποίος ασκεί συγκεκριμένη δύναμη στην βάση του κτηρίου μάζας m_1 . Το ποσό της δύναμης που χρειάζεται να εφαρμοστεί για την συγκράτηση του κτηρίου και την απόσβεση των διαταραχών του σεισμού από το να διαδοθούν κατά μήκος του κτηρίου, το υπολογίζει ένα κατάλληλο σύστημα αυτομάτου ελέγχου.

Για την εφαρμογή πληθώρας τεχνικών ελέγχου είναι εξαιρετικά χρήσιμο να μετατρέψουμε την περιγραφή 2.1, 2.2 σε μοντέλο εξισώσεων κατάστασης με μορφή πινάκων. Θεωρώντας ως μεταβλητές κατάστασης τις συνιστώσες του διανύσματος $x = [x_1, x_2, \dots, x_{2N}]^T$, με $x_i = \dot{z}_i$ και $x_{i+N} = z_i$ για $i = 1, 2, \dots, N$. Οι δυναμικές εξισώσεις κίνησης 2.1, 2.2 μπορούν να γραφούν ως

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Ed(t) + Bu(t), \quad \text{με } x(t_0) = x_0 \quad 2.4$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ I_{N \times N} & O_{N \times N} \end{bmatrix}$$

με

$$A_{11} = M_z^{-1}C_z = \begin{bmatrix} -\frac{c_0 + c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1 + c_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{c_{i-1}}{m_i} & -\frac{c_{i-1} + c_i}{m_i} & \frac{c_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{N-1}}{m_N} & -\frac{c_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = M_z^{-1}K_z = \begin{bmatrix} -\frac{k_0 + k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1 + k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{k_{i-1}}{m_i} & -\frac{k_{i-1} + k_i}{m_i} & \frac{k_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{N-1}}{m_N} & -\frac{k_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} \frac{c_0}{m_1} & \frac{k_0}{m_1} \\ O_{(N-1) \times 2} \\ O_{N \times 2} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} \\ O_{(N-1) \times 1} \\ O_{N \times 1} \end{bmatrix}$$

ενώ $d(t) = [\dot{z}_0 \quad z_0]^T$ είναι η είσοδος του σεισμού και $u(t)$ είναι η δύναμη που ασκείται από τον επενεργητή του συστήματος αυτομάτου ελέγχου στον πρώτο όροφο του κτηρίου, όταν αυτό είναι ενεργοποιημένο.

3 Ιδιομορφική ανάλυση του κτηριακού συστήματος

Για την μελέτη και την κατασκευή ενός αντισεισμικού συστήματος κρίνεται σημαντικό να μελετήσουμε τα δυναμικά χαρακτηριστικά της κατασκευής για την οποία καλούμαστε να παρέχουμε αντισεισμική προστασία. Μία τέτοια ανάλυση, με βάση το υπάρχον μαθηματικό μοντέλο του κτηρίου που μελετήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι σχετικά απλή διαδικασία. Παρόλα αυτά οι πληροφορίες που μπορεί να μας παρέχει είναι καθοριστικής σημασίας για την μελέτη και την κατασκευή αντισεισμικών συστημάτων όπως αυτά που θα μελετήσουμε στην συνέχεια.

3.1 Ιδιοσυχνότητες κτηριακού συστήματος – ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας

Ξεκινώντας από το μαθηματικό μοντέλο που κατασκευάσαμε στην παράγραφο 2.2 μπορούμε σύμφωνα με την θεωρία που περιγράφεται στο [2] να υπολογίσουμε τις ιδιοσυχνότητες ταλάντωσης του κτηρίου, την συχνοτική του απόκριση, καθώς και τις ιδιόμορφες διατάξεις του.

Από τις εξισώσεις 2.3, θεωρώντας ότι οι χαρακτηριστικές τιμές των αποσβεστήρων του κτηρίου είναι κατά πολύ μικρότερες από αυτές των ελατηρίων ($C_z \ll K_z$), το αντίστοιχο ομογενές σύστημα εξισώσεων γράφεται ως

$$[M_z]\ddot{z}(t) + [K_z]z(t) = 0, \quad \text{με } z(t_0) = z_0 \quad 3.1$$

Ή μετασχηματίζοντας κατά Laplace:

$$(s^2 I + M_z^{-1} K_z)z(s) = 0$$

Επομένως για, οι ιδιοσυχνότητες – φυσικές συχνότητες ταλάντωσης του κτηρίου ω_i , μπορούν να προκύψουν εύκολα ως ρίζες του μέτρου των ιδιοτιμών του πίνακα $A_{12} = M_z^{-1} K_z$, με

$$\omega_i = \sqrt{|\lambda_i|} \quad 3.2$$

να είναι η i -οστή φυσική συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος σε rad/s, ενώ όπου λ_i είναι οι αντίστοιχες ιδιοτιμές του πίνακα A_{12} .

Η ιδιοσυχνότητα σε Hz δίνεται από τον τύπο $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$.

Με βάση τα παραπάνω, η ταλάντωση του κτηρίου κατά το σεισμό, μπορεί να αναλυθεί σε ένα σύνολο κάθετων μεταξύ των ιδιόμορφων διατάξεων. Οι διατάξεις αυτές, για ένα κτήριο με αρκετά μικρότερους συντελεστές απόσβεσης σε σχέση με αυτούς των ελατηρίων, μπορούν να βρεθούν ως τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα A_{12} , και αντιστοιχούν σε ταλαντώσεις σύμφωνα με τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες. Έτσι, τα ιδιοδιανύσματα v_i του πίνακα A_{12} μπορούν να βρεθούν ως λύσεις της εξίσωσης

$$(\omega_i^2 I - A_{12})v_i = 0 \quad 3.3$$

όπου ω_i η αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα του κτηρίου.

Ενδεικτικές επίσης για την συμπεριφορά και την συχνοτική απόκριση του κτηρίου στο φάσμα του σεισμού, είναι οι συναρτήσεις μεταφοράς του συστήματος, από τις εισόδους $d(t)$ στο διάνυσμα κατάστασης x .

Η αντίστοιχη μήτρα των συναρτήσεων μεταφοράς δίνεται από την σχέση

$$G(s) = (sI_{(2N) \times (2N)} - A)^{-1} E = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ \vdots & \vdots \\ g_{(2N)1} & g_{(2N)2} \end{bmatrix} \quad 3.4$$

με

$$x(s) = G(s)d(s)$$

όπου $g_{ij}(s)$ είναι η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος από την σεισμική είσοδο j του διανύσματος $d(t) = [\dot{z}_0 \ z_0]^T$ προς την μεταβλητή x_i του διανύσματος κατάστασης $x = [x_1, x_2, \dots, x_{2N}]^T$.

3.2 Εφαρμογή

Ενδεικτικά, για την πραγματοποίηση των προσομοιώσεών μας, επιλέγουμε ένα εξάωροφο, κτηριακό μοντέλο με χαρακτηριστικές σταθερές, όπως αυτές τις αναφέρει ο πίνακας 3.1.

Έχοντας πλέον καθορίσει με ακρίβεια το μοντέλο του κτηρίου για την προσομοίωση, κρίνουμε σκόπιμο να αναλύσουμε κάποια από τα χαρακτηριστικά του. Ειδικότερα θα χρησιμοποιήσουμε τα μαθηματικά εργαλεία που περιγράψαμε στην παράγραφο 3.1, για να υπολογίσουμε αρχικά τις ιδιοσυχνότητες του κτηρίου, και στην συνέχεια τις συναρτήσεις μεταφοράς και τα αντίστοιχα διαγράμματα που αφορούν την συχνοτική απόκριση (Bode).

Πίνακας 3.1: Χαρακτηριστικές τιμές μαζών, ελατηρίων και αποσβεστήρων για το προς ανάλυση κτήριο.

Floor mass (Kg)	Stiffness coefficient (N/m)	Damping coefficient (Ns/m)
$m_1 = 6800$	$k_0 = 1200 \cdot 10^3$	$c_0 = 2400$
$m_2 = 5897$	$k_1 = 33732 \cdot 10^3$	$c_1 = 67000$
$m_3 = 5897$	$k_2 = 29093 \cdot 10^3$	$c_2 = 58000$
$m_4 = 5897$	$k_3 = 28621 \cdot 10^3$	$c_3 = 57000$
$m_5 = 5897$	$k_4 = 24954 \cdot 10^3$	$c_4 = 50000$
$m_6 = 5897$	$k_5 = 19059 \cdot 10^3$	$c_5 = 38000$

Υπολογίζοντας τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής μέσω της εξίσωσης 3.2 εύκολα μπορούμε να καταλήξουμε στο ότι το κτήριο έχει 6 φυσικές συχνότητες ταλάντωσης ίσες με

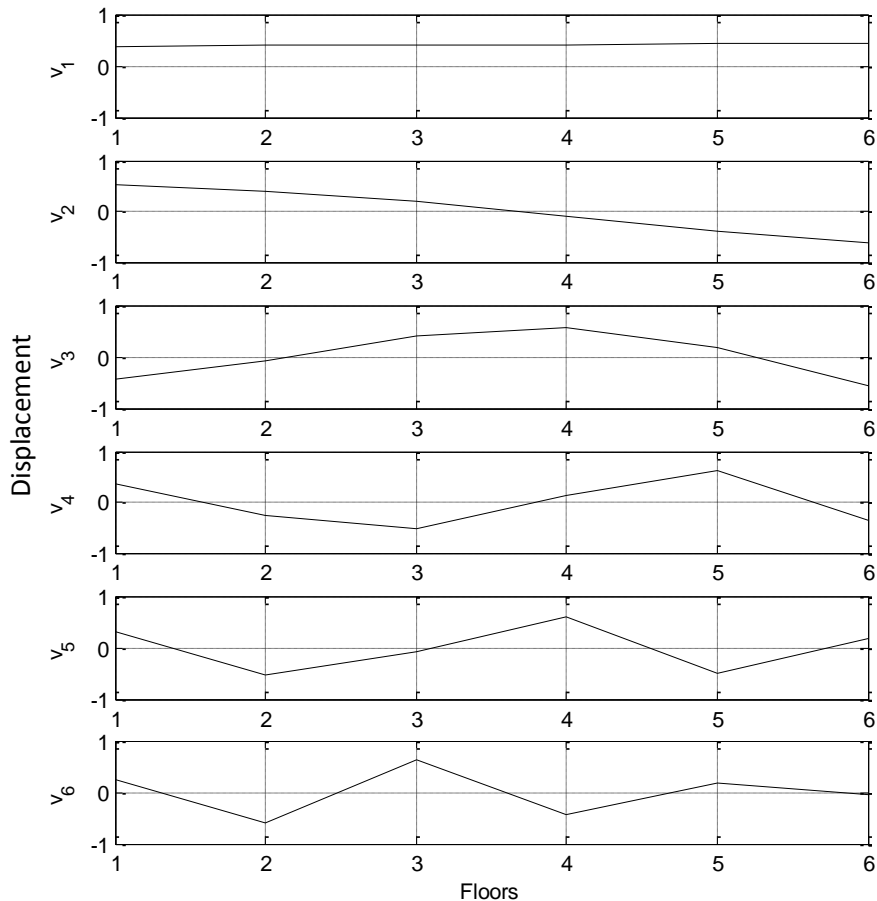
$$f_1 = 0.889 \text{ Hz}, \quad f_2 = 5.560 \text{ Hz}, \quad f_3 = 10.331 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 14.736 \text{ Hz}, \quad f_5 = 18.409 \text{ Hz}, \quad f_6 = 21.318 \text{ Hz}$$

Ενώ αντίστοιχα από την εξίσωση 3.3 προκύπτουν τα παρακάτω αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα – ιδιόμορφες διατάξεις:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.385 \\ 0.396 \\ 0.407 \\ 0.415 \\ 0.421 \\ 0.425 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.515 \\ 0.407 \\ 0.180 \\ -0.095 \\ -0.384 \\ -0.617 \end{bmatrix} \quad v_3 = \begin{bmatrix} -0.442 \\ -0.082 \\ 0.405 \\ 0.549 \\ 0.167 \\ -0.551 \end{bmatrix} \quad v_4 = \begin{bmatrix} 0.361 \\ -0.250 \\ -0.524 \\ 0.123 \\ 0.616 \\ -0.373 \end{bmatrix} \quad v_5 = \begin{bmatrix} 0.313 \\ -0.520 \\ -0.076 \\ 0.585 \\ -0.507 \\ 0.161 \end{bmatrix} \quad v_6 = \begin{bmatrix} 0.231 \\ -0.597 \\ 0.613 \\ -0.424 \\ 0.184 \\ -0.040 \end{bmatrix}$$

Οι ιδιόμορφες αυτές διατάξεις, αναπαριστώνται κανονικοποιημένες στην μονάδα, στην εικόνα 3.1.



Εικόνα 3.1: Σχήματα ιδιόμορφων διατάξεων του κτηρίου σε αύξουσα σειρά με τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες.

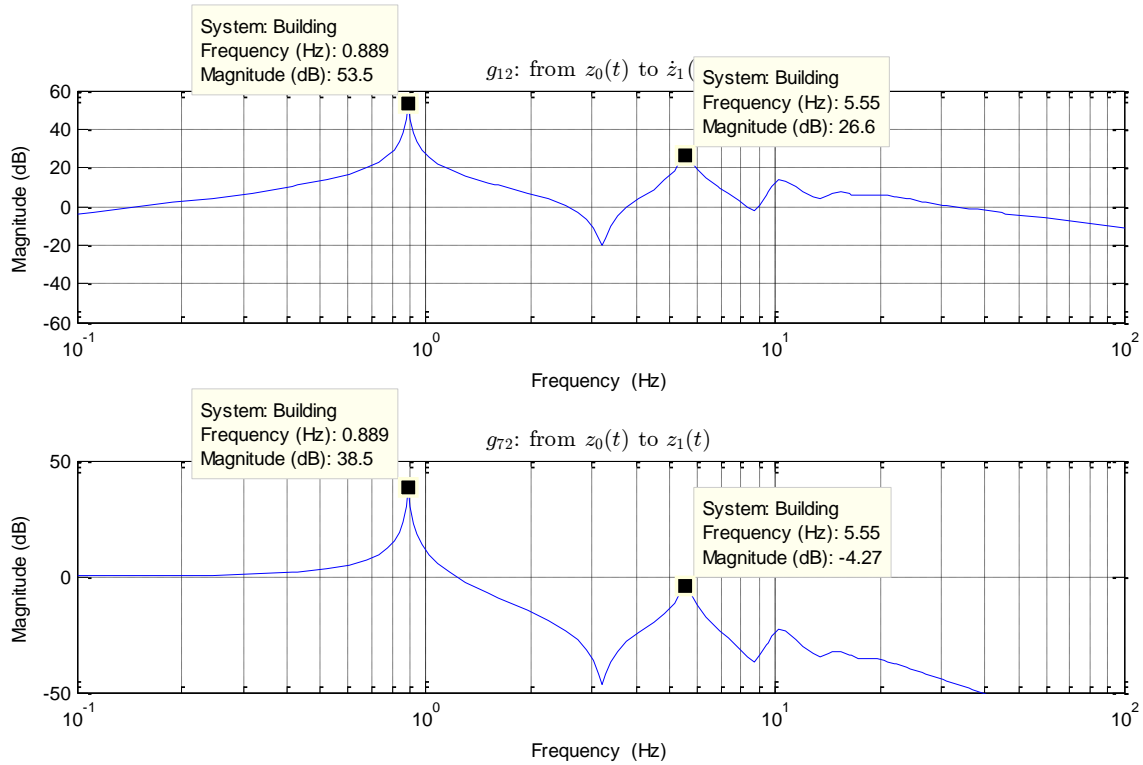
Όπως γίνεται εμφανές από την απεικόνιση των ιδιόμορφων διατάξεων, οι ιδιόμορφες διατάξεις που αντιστοιχούν σε υψηλότερες συχνότητες συντονισμού, δημιουργούν και μεγαλύτερες αποστάσεις

ανάμεσα σε γειτονικούς ορόφους, και για τον λόγο αυτό είναι πιο επικίνδυνες για την πρόκληση μηχανικής καταστροφής των συνδέσμων μεταξύ των ορόφων. Αντίθετα βλέπουμε πως η ιδιόμορφη διάταξη που αντιστοιχεί στην πρώτη συχνότητα συντονισμού, δημιουργεί ελάχιστες αποστάσεις μεταξύ των ορόφων και το κτήριο είναι σαν να κινείται ως ένα σώμα.

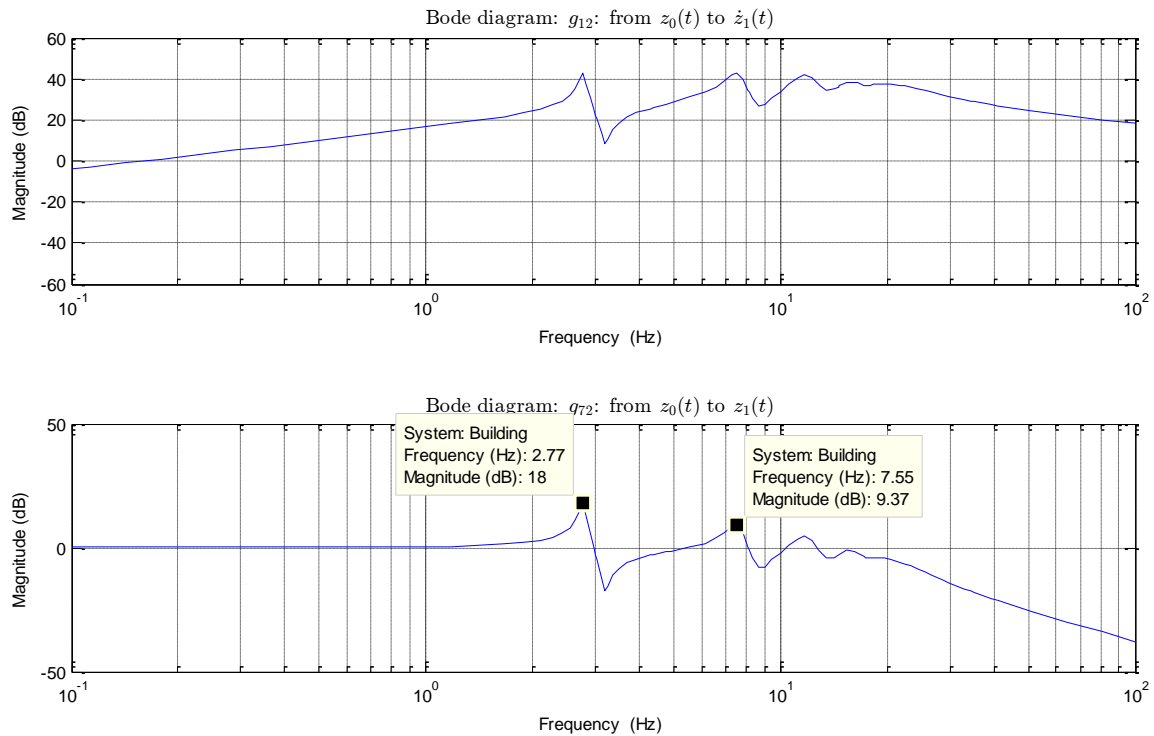
Έχοντας υπολογίσει τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιόμορφες διατάξεις του κτηρίου, έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε την συχνοτική απόκριση του. Υπολογίζοντας την μήτρα συναρτήσεων μεταφοράς για το κτήριο από την εξίσωση 3.4, μπορούμε να πάρουμε σημαντικές πληροφορίες για την απόκριση παρατηρώντας τα αντίστοιχα διαγράμματα Bode. Για λόγους οικονομίας χώρου, παρουσιάζουμε ενδεικτικά τα διαγράμματα για τις συναρτήσεις μεταφοράς g_{72} και g_{12} στην εικόνα 3.2, καθώς τα συμπεράσματα για τις υπόλοιπες συναρτήσεις μεταφοράς, δεν διαφέρουν σημαντικά. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε στα διαγράμματα στα σημεία των ιδιοσυχνοτήτων εμφανίζονται μέγιστα σημεία ενίσχυσης του πλάτους ταλάντωσης. Ειδικότερα, στην περιοχή του φάσματος από 0.2 έως 22 Hz εμφανίζονται μέγιστα των ιδιοσυχνοτήτων, με φθίνουσα πορεία προς τις μεγαλύτερες ιδιοσυχνότητες. Αυτό μας δείχνει ότι η περιοχή των 0.5 έως 10 Hz είναι και η περιοχή όπου μπορούν να εμφανιστούν μεγάλες ενισχύσεις των ταλαντώσεων κατά τον σεισμό, με την ιδιοσυχνότητα $f_1 \cong 0.9 \text{ Hz}$ να είναι αυτή με την μεγαλύτερη ενίσχυση.

Για να δείξουμε την αναμενόμενη επίδραση της σεισμικής μόνωσης βάσης στην κίνηση του κτηρίου, έχει ενδιαφέρον να δούμε τα αντίστοιχα διαγράμματα των συναρτήσεων g_{72} και g_{12} έχοντας αλλάξει τις σταθερές του μονωτή βάσης c_0 και k_0 έτσι ώστε $c_0 = c_1 = 67000 \text{ Ns/m}$ και $k_0 = k_1 = 33732 \cdot 10^3 \text{ N/m}$, καθιστώντας πλέον την μόνωση βάσης χαρακτηριστικά όμοια με τις συνδέσεις μεταξύ των υπόλοιπων ορόφων. Τα αντίστοιχα διαγράμματα φαίνονται στην εικόνα 3.3. Όπως φαίνεται ξεκάθαρα από τα διαγράμματα, το κτήριο χωρίς σεισμική μόνωση βάσης έχει υψηλότερες ιδιοσυχνότητες (μετατόπιση ιδιοσυχνοτήτων δεξιά στον άξονα), ενώ όπως είναι επίσης εμφανές, αυξάνει σημαντικά η ενίσχυση του φάσματος στην περιοχή από 1 Hz και πάνω. Αυτό σημαίνει ότι η σεισμική μόνωση βάσης, λειτουργεί ως βαθυπερατό φίλτρο, αποσβένοντας σημαντικά τις συχνότητες μεγαλύτερες του 1 Hz.

Στο σημείο αυτό αναδεικνύεται και η καθοριστική σημασία της σεισμικής μόνωσης βάσης. Καθώς με την εφαρμογή της μόνωσης βάσης, μειώνεται σημαντικά η ενίσχυση των ταλαντώσεων στο συχνοτικό φάσμα για συχνότητες μεγαλύτερες της πρώτης ιδιοσυχνότητας του κτηρίου, το κτήριο προστατεύεται από την ταλάντωση με επικίνδυνες ιδιόμορφες διατάξεις των υψηλότερων συχνοτήτων. Παρόλα αυτά, η ταλάντωση του κτηρίου στην πρώτη ιδιόμορφη διάταξη, δεν παύει να έχει σημαντική ενίσχυση, πράγμα που μπορεί ακόμη να δημιουργήσει προβλήματα στο κτήριο και ιδιαίτερα στην βάση του, λόγω μεγάλου πλάτους ταλάντωσης. Η απόσβεση των ταλαντώσεων αυτών στο χαμηλόσυχο φάσμα είναι και ο κύριος στόχος του ενεργού συστήματος ελέγχου δονήσεων.



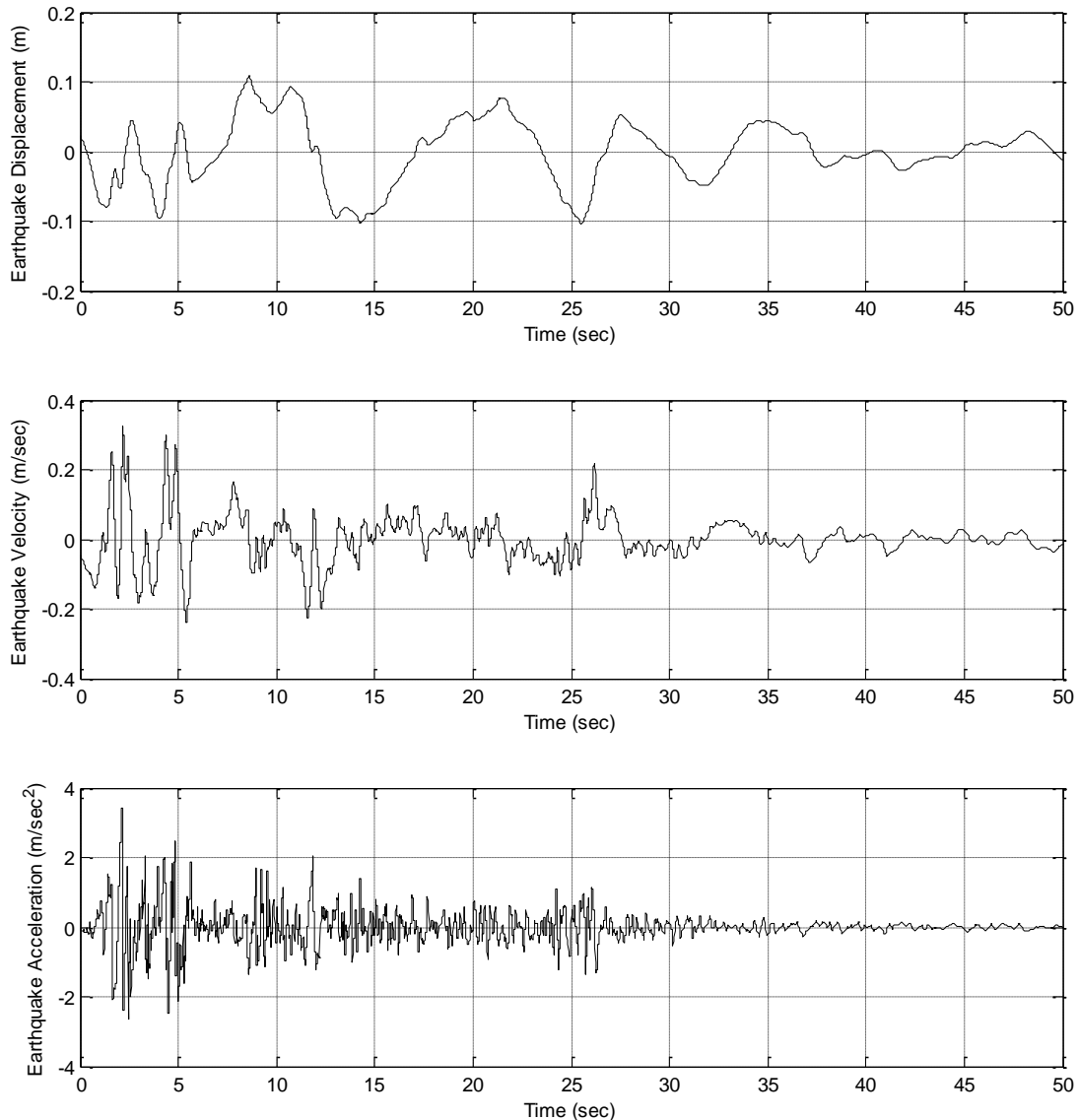
Εικόνα 3.2: Διαγράμματα Bode των συναρτήσεων μεταφοράς g_{12} και g_{72} με σεισμική μόνωση βάσης ($c_0 = \frac{2400Ns}{m}$, $k_0 = 1200 \cdot 10^3 N/m$).



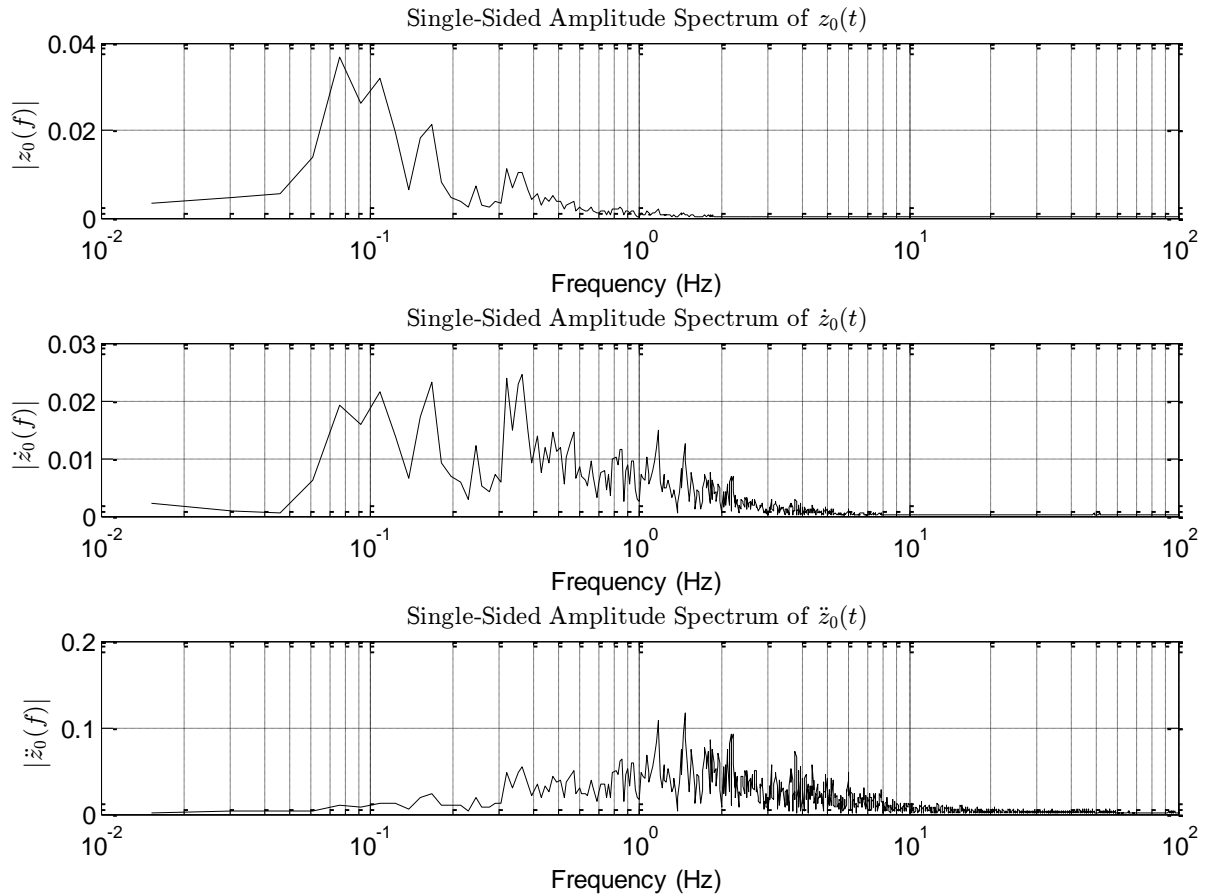
Εικόνα 3.3: Διαγράμματα Bode των συναρτήσεων μεταφοράς g_{12} και g_{72} χωρίς σεισμική μόνωση βάσης ($c_0 = c_1 = 67000 Ns/m$, $k_0 = k_1 = 33732 \cdot 10^3 N/m$).

3.3 Προσομοίωση σεισμικής κίνησης πολυώροφου κτηρίου

Για να αναδείξουμε την χρησιμότητα της παραπάνω ανάλυσης αλλά και για να εξετάσουμε καλύτερα την δυναμική συμπεριφορά πολυώροφων κτηρίων, θα πραγματοποιήσουμε προσομοίωση της κίνησης ενός τυπικού εξάωροφου κτηρίου με σεισμική μόνωση βάσης, κάνοντας χρήση σεισμικών δεδομένων από τον σεισμό στο El-Centro του 1940. Οι διαταραχές του σεισμού απεικονίζονται στο ακόλουθο διάγραμμα στην εικόνα 3.4. Ειδικότερα στα διαγράμματα απεικονίζονται τα σήματα της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του εδάφους για το χρονικό διάστημα της διαταραχής. Αντίστοιχα το φασματικό περιεχόμενο των διαταραχών του εδάφους φαίνεται στην εικόνα 3.5.



Εικόνα 3.4: Απεικόνιση σημάτων των διαταραχών του σεισμού El Centro, 1940.

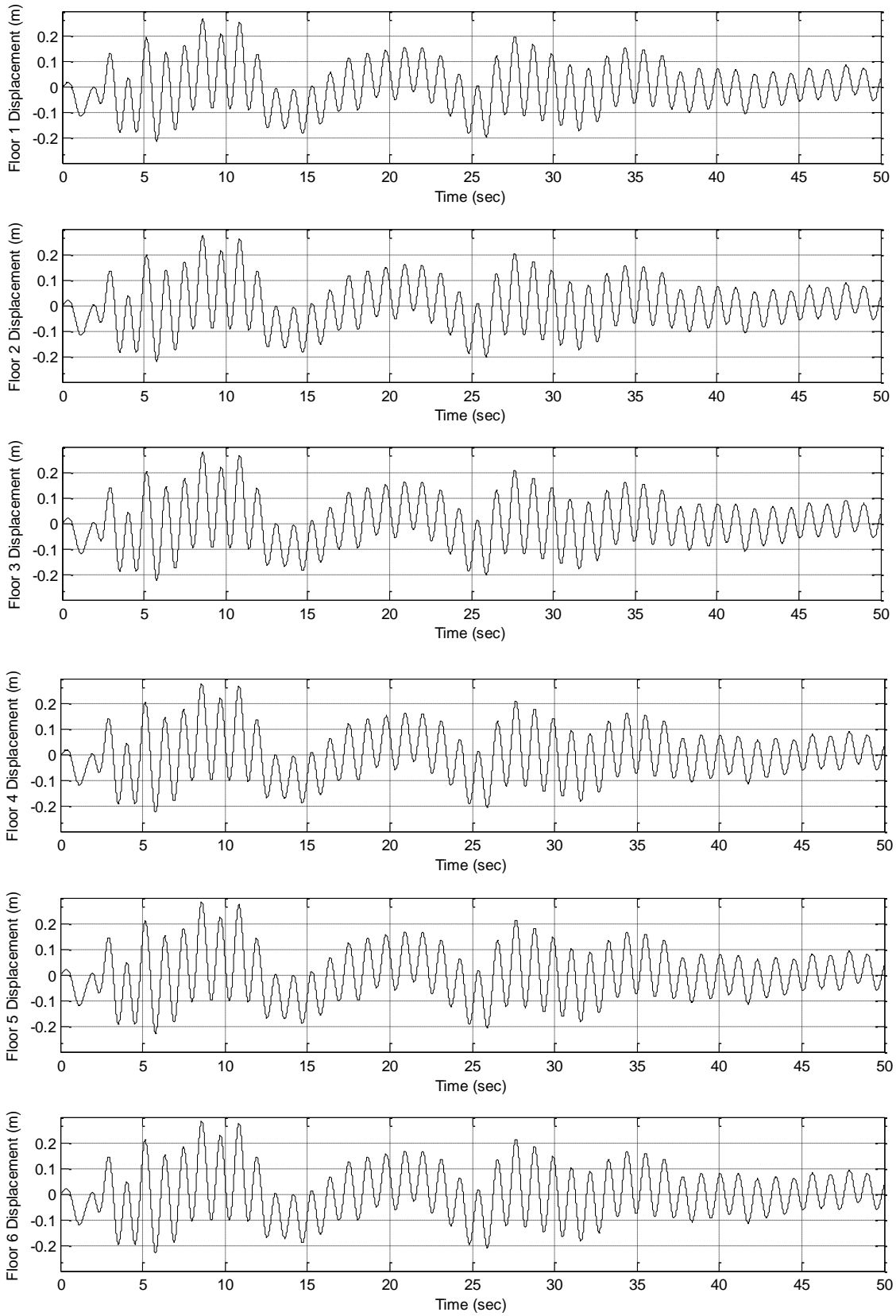


Εικόνα 3.5: Φασματικό περιεχόμενο των διαταραχών του σεισμού El Centro, 1940.

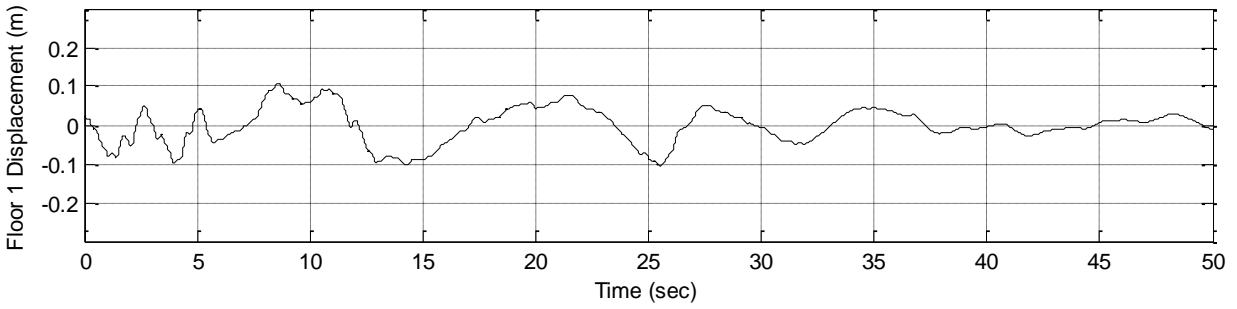
Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για το κτήριο του πίνακα 3.1, παρουσιάζονται στα ακόλουθα διαγράμματα. Η εικόνα 3.6 περιλαμβάνει τις μετατοπίσεις των ορόφων κατά την διάρκεια του σεισμού.

Παρατηρώντας τις αποκρίσεις, είναι εύκολο να συμπεράνουμε ότι υπάρχει μία κύρια συνιστώσα της ταλάντωσης η οποία βρίσκεται κοντά στα 0.9 Hz . Αυτό επιβεβαιώνεται και από το αντίστοιχο διάγραμμα φάσματος απόκρισης της μετατόπισης του $1^{\text{ου}}$ ορόφου στην εικόνα 3.9. Κάτι τέτοιο προφανώς δεν μας ξενίζει, καθώς όπως είδαμε νωρίτερα, αυτή είναι και η πρώτη κύρια ιδιοσυχνότητα του κτηρίου μας, η οποία εμφανίζει μεγάλο παράγοντα ενίσχυσης (38.5 dB). Στην συνέχεια μπορούμε να παρατηρήσουμε από την εικόνα 3.6 και εικόνα 3.8-(α) πως οι μετατοπίσεις των ορόφων είναι πολύ κοντά η μία στην άλλη. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς όπως είδαμε νωρίτερα η πρώτη ιδιόμορφη διάταξη του κτηρίου, είναι και αυτή με την μεγαλύτερη ενίσχυση.

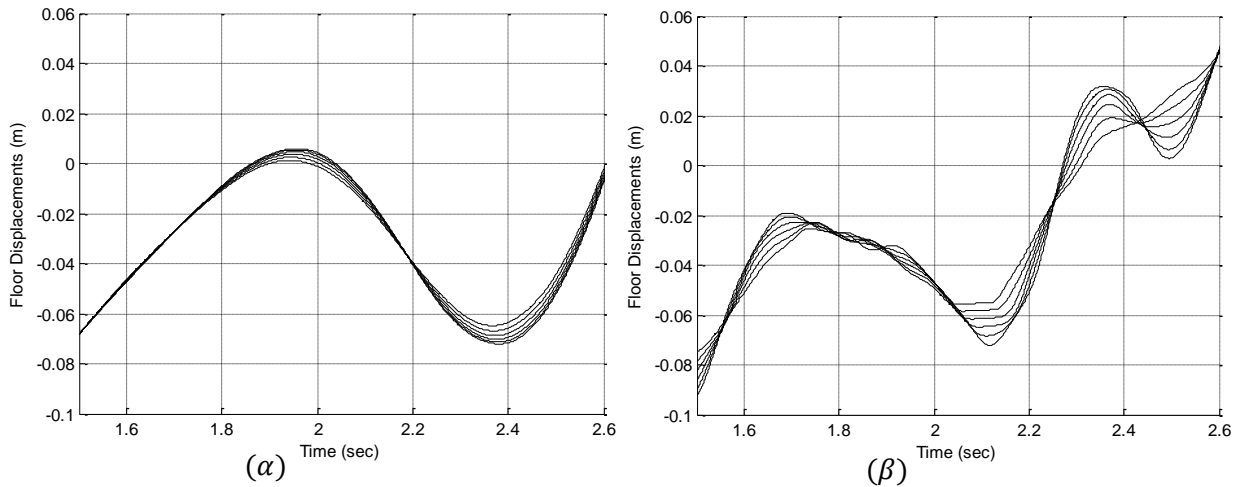
Ειδικότερα, για να καταδείξουμε την επίδραση της σεισμικής μόνωσης βάσης μπορούμε να παρατηρήσουμε την απόκριση του $1^{\text{ου}}$ ορόφου του κτηρίου στην περίπτωση απουσίας σεισμικής μόνωσης βάσης (εικόνα 3.7), τις αποστάσεις μεταξύ των ορόφων (εικόνα 3.8-(β)) και το φάσμα απόκρισης του $1^{\text{ου}}$ ορόφου (εικόνα 3.10). Από τα διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι χωρίς σεισμική μόνωση βάσης, διεγείρονται ιδιόμορφες διατάξεις υψηλότερων συχνοτήτων, με αποτέλεσμα οι αποστάσεις μεταξύ των ορόφων να αυξάνουν κατά την ταλάντωση.



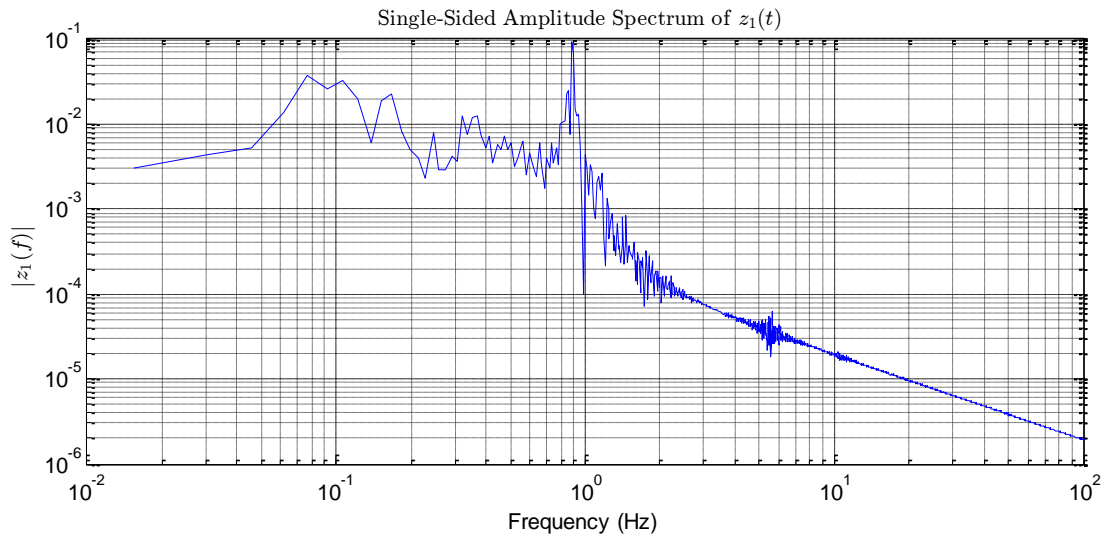
Εικόνα 3.6: Μετατοπίσεις ορόφων κατά την ελεύθερη κίνηση του κτηρίου στη διάρκεια του σεισμού.



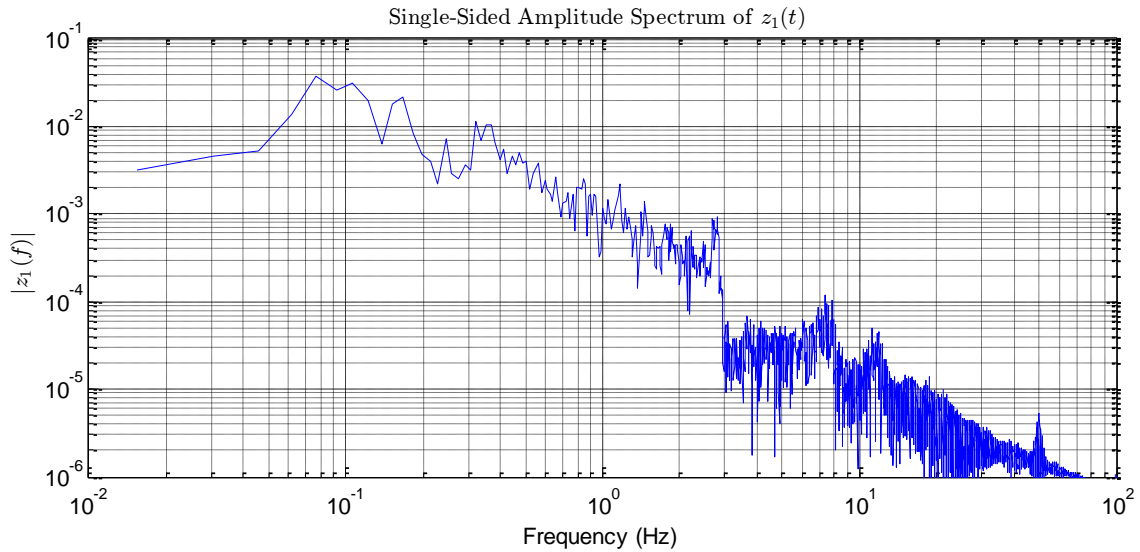
Εικόνα 3.7: Απόκριση 1^{ου} ορόφου $z_1(t)$ στον σεισμό – χωρίς σεισμική μόνωση βάσης ($c_0 = c_1 = 67000 \text{ Ns/m}$, $k_0 = k_1 = 33732 \cdot 10^3 \text{ N/m}$).



Εικόνα 3.8: Μετατοπίσεις ορόφων – με σεισμική μόνωση βάσης (α) και χωρίς σεισμική μόνωση βάσης (β).



Εικόνα 3.9: Φάσμα απόκρισης της μετατόπισης του 1^{ου} ορόφου $z_1(t)$ κατά τον σεισμό – με σεισμική μόνωση βάσης.



Εικόνα 3.10: Φάσμα απόκρισης της μετατόπισης του 1^{ου} ορόφου $z_1(t)$ κατά τον σεισμό – χωρίς σεισμική μόνωση βάσης.

Όπως είναι προφανές, αναλύοντας τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του κτηρίου, αυτά είναι σε καλή συμφωνία με την προηγούμενη θεωρητική ανάλυση των παραγράφων 3.1 και 3.2, επιβεβαιώνοντας την αξιοπιστία της. Η ανάλυση και τα συμπεράσματα του παρόντος κεφαλαίου που αφορούν την απόκριση στο πεδίο της συχνότητας είναι καθοριστικής σημασίας και θα χρησιμοποιηθούν ως βάση για την ανάλυση στα επόμενα κεφάλαια.

4 Εκτίμηση της κατάστασης με χρήση επιταχυνσιομέτρου

4.1 Εισαγωγή – Περιγραφή του προβλήματος

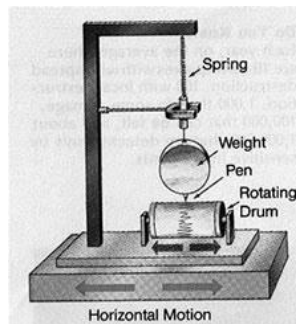
Για την εφαρμογή μεθόδων ελέγχου με στόχο την απόσβεση των διαταραχών, προερχόμενων από σεισμικές δονήσεις, απαιτείται γνώση του διανύσματος κατάστασης του κτηριακού συστήματος. Για την συγκεκριμένη εφαρμογή, η μέτρηση του διανύσματος κατάστασης, εμπεριέχει μία σειρά από εγγενείς δυσκολίες και προκλήσεις.

Εφόσον επιθυμούμε την κατά το δυνατόν απομόνωση της κατασκευής από τις δονήσεις του εδάφους, επιλέγουμε για την μέτρηση του διανύσματος κατάστασης, ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς $\Sigma_A: (x, y, z)$, ενώ το αντίστοιχο σύστημα αναφοράς προσαρμοσμένο στο έδαφος, το ονομάζουμε $\Sigma_B: (x, y, z)$. Καθώς κατά την διάρκεια ενός σεισμού, υπάρχει μετατόπιση οποιουδήποτε σημείου εντός και εκτός του κτηρίου, δεν είναι εύκολη η εξεύρεση ενός σταθερού σημείου ως προς το αδρανειακό σύστημα. Το γεγονός αυτό, προσδίδει στο πρόβλημα, την ιδιαίτερη δυσκολία μέτρησης της θέσης ή της ταχύτητας ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Ένας παραδοσιακός τρόπος μέτρησης της κίνησης μίας κατασκευής, ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς, είναι ο κλασικός αδρανειακός σειсмоγράφος, ο οποίος παρουσιάζεται στην εικόνα 4.1. Η διάταξη, αποτελείται από μία μάζα υψηλής αδράνειας, η οποία συγκρατείται από ελατήριο πολύ χαμηλής σκληρότητας. Καθώς το σύστημα αναφοράς του εδάφους, επιταχύνεται λόγω του σεισμού, το σύστημα μάζας-ελατηρίου λειτουργεί ως βαθυπερατό φίλτρο, με πολύ χαμηλή συχνότητα αποκοπής, με αποτέλεσμα οι δονήσεις του εδάφους να αποσβένονται και να μην μεταδίδονται στην μάζα του σειсмоγράφου. Με τον τρόπο αυτό, η μάζα του σειсмоγράφου, λειτουργεί ως σημείο ενός ψευδο-αδρανειακού συστήματος αναφοράς. Μετρώντας την απόσταση ενός μη σταθερού σημείου από την μάζα του σειсмоγράφου, μπορούμε στην ουσία να μετρήσουμε την θέση του σημείου αυτού ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Παρά την δυνατότητα που μας παρέχουν οι αδρανειακοί σειсмоγράφοι για την μέτρηση θέσης ως προς το Σ_A , διακατέχονται από κάποιες σημαντικές αδυναμίες. Τέτοιες είναι:

- Μεγάλος όγκος και μάζα του μετρητικού οργάνου.
- Υψηλό κόστος
- Απαιτήσεις για συχνή συντήρηση



Εικόνα 4.1: Αδρανειακός σειсмоγράφος (διάταξη)

4.2 Επιταχυνσιόμετρα

4.2.1 Γενικά

Μία πιο μοντέρνα τεχνική για την μέτρηση της θέσης και της ταχύτητας ενός σημείου ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς βασίζεται στην μέτρηση της επιτάχυνσης [3], [4], [5]. Καθώς η επιτάχυνση μπορεί να μετρηθεί με απόλυτο τρόπο, χωρίς την ανάγκη σταθερού σημείου αναφοράς, με την μέτρηση της μπορούμε ύστερα από ολοκλήρωση, να καταλήξουμε στην αντίστοιχη ταχύτητα και θέση του κινούμενου σημείου ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Τα όργανα τα οποία μετρούν την επιτάχυνση ενός σημείου ονομάζονται επιταχυνσιόμετρα, και υπάρχει πληθώρα τύπων, με διαφορετικά προτερήματα και μειονεκτήματα ο καθένας. Τα τελευταία χρόνια, ευρεία διάδοση γνωρίζουν τα Μικροηλεκτρομηχανικά Επιταχυνσιόμετρα (MEMS). Τα επιταχυνσιόμετρα αυτών των τύπων έχουν εξελιχθεί πολύ τα τελευταία χρόνια.

Τα βασικά προτερήματα των Μικροηλεκτρομηχανικών Επιταχυνσιομέτρων είναι [6]:

- Μέτρηση επιτάχυνσης χωρίς την ανάγκη για κάποιο σταθερό σημείο αναφοράς
- Υψηλή ακρίβεια μέτρησης της επιτάχυνσης
- Πολύ μικρό βάρος και μέγεθος
- Χαμηλό κόστος

Αντιθέτως, το βασικό μειονέκτημα των Μικροηλεκτρομηχανικών Επιταχυνσιομέτρων είναι το γεγονός ότι για την απόκτηση των σημάτων ταχύτητας και θέσης απαιτείται απλή και διπλή ολοκλήρωση αντίστοιχα, πράγμα το οποίο οδηγεί σε συσσώρευση σφαλμάτων με την πάροδο του χρόνου [3], [7], [8], [9]. Στην αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών θα αναφερθούμε διεξοδικά στη συνέχεια.

4.2.2 Μαθηματικό μοντέλο – Αρχή λειτουργίας

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε ένα μαθηματικό μοντέλο περιγραφής ενός επιταχυνσιομέτρου, όπως αυτό περιγράφεται στα [6], [10] το οποίο θα μας είναι χρήσιμο για την περεταίρω ανάλυση και εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού της θέσης και της ταχύτητας ενός επιταχυνόμενου σημείου στην κατασκευή μας.

Το επιταχυνσιόμετρο, χωρίς βλάβη της γενικότητας, μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένας μηχανισμός με έναν βαθμό ελευθερίας, ο οποίος περιλαμβάνει μία σχετικά μικρή μάζα m , γνωστή και ως μάζα δοκιμίου, συνδεδεμένη μέσω ενός ελατηρίου σκληρότητας k και ενός αποσβεστήρα σταθεράς c με την βάση του επιταχυνσιομέτρου, όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 4.2. Εδώ, συμβολίζουμε με $x_r(t)$ την απόσταση της μάζας m από την βάση του επιταχυνσιομέτρου, και $x_s(t)$ την θέση της βάσης του επιταχυνσιομέτρου ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς Σ_A . Κατά συνέπεια, $\ddot{x}_r(t)$ είναι η σχετική επιτάχυνση της μάζας m από την βάση του επιταχυνσιομέτρου, ενώ $\ddot{x}_s(t)$ είναι η απόλυτη επιτάχυνση που επιδρά στο επιταχυνσιόμετρο.

Η δύναμη η οποία επιδρά στην μάζα m είναι:

$$F = m(\ddot{x}_s(t) + \ddot{x}_r(t))$$

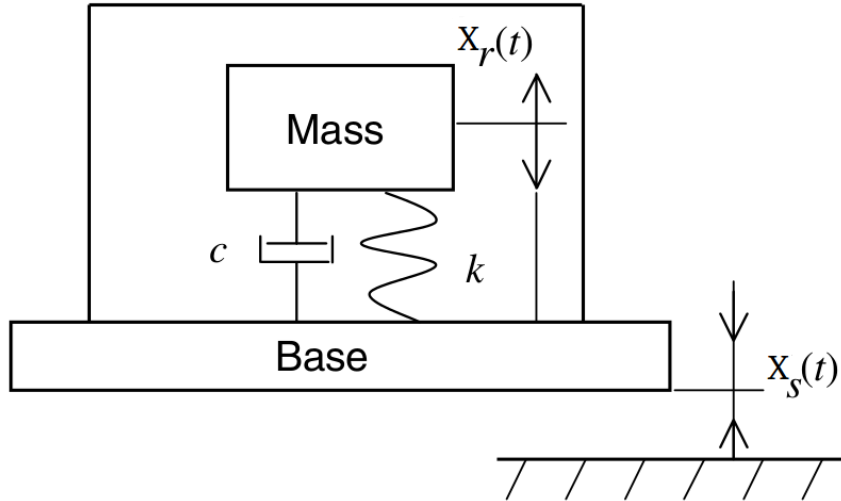
Εφόσον όμως:

$$F = -kx_r(t) - c\dot{x}_r(t)$$

Επομένως ισχύει:

$$-m\ddot{x}_s(t) = m\ddot{x}_r(t) + c\dot{x}_r(t) + kx_r(t)$$

4.1



Εικόνα 4.2: Μηχανικό μοντέλο Μικροηλεκτρομηχανικού Επιταχυνσιόμετρου (MEMS)

Παρατηρούμε ότι η οποιαδήποτε επιτάχυνση υφίσταται η βάση του επιταχυνσιόμετρου, προκαλεί αντίστοιχη μετατόπιση, στην μάζα m . Η μετατόπιση αυτή, μπορεί να μετρηθεί από κατάλληλα μέσα, ανάλογα με τον τύπο του επιταχυνσιόμετρου (πιεζοηλεκτρικό, μεταβλητής χωρητικότητας κλπ), και να μετατραπεί σε ηλεκτρικό σήμα. Το μέτρο της τάσης του ηλεκτρικού σήματος, θα είναι ανάλογο της μετατόπισης κατά μία σταθερά k_a η οποία ονομάζεται κέρδος του επιταχυνσιόμετρου.

$$v = k_a x_r$$

Μετασχηματίζοντας την εξίσωση 4.1 κατά Laplace, με $\ddot{x}_s(t) = a_s(t)$ μπορούμε να πάρουμε την συνάρτηση μεταφοράς του επιταχυνσιόμετρου:

$$-m a_s(s) = m s^2 x_r(s) + c s x_r(s) + k x_r(s)$$

Οπότε:

$$x_r(s) = -\frac{1}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} a_s(s) = -G(s) \cdot a_s(s)$$

Όπου η $G(s)$ είναι συνάρτηση μεταφοράς συστήματος δευτέρας τάξης:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \quad 4.2$$

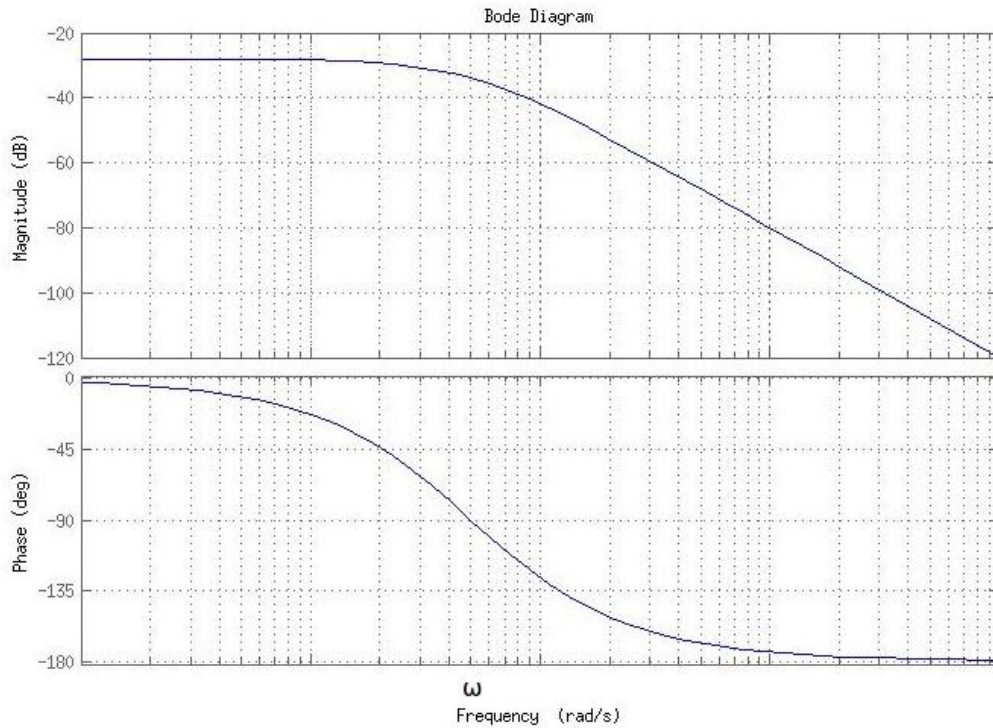
Με φυσική συχνότητα ταλάντωσης ω και σταθερά απόσβεσης ζ :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{και} \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

Θεωρώντας ότι έχουμε κρίσιμη απόσβεση ($\zeta=1$), το διάγραμμα Bode του επιταχυνσιόμετρου (εικόνα 4.3) είναι όμοιο με αυτό ενός βαθυπερατού φίλτρου 2ας τάξης, και συχνότητας αποκοπής

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Όπως παρατηρούμε στο διάγραμμα, το επιταχυνσιόμετρο μπορεί να μας παρέχει

πληροφορίες για το σήμα επιτάχυνσης που προσπαθούμε να μετρήσουμε, για συχνότητες έως την συχνότητα αποκοπής. Για συχνότητες μεγαλύτερες από ω_0 η συνάρτηση μεταφοράς του επιταχυνσιόμετρου αποσβαίνει σημαντικά. Επίσης, παρατηρούμε ότι καθώς η συχνότητα πλησιάζει στην συχνότητα αποκοπής, προστίθεται σημαντική καθυστέρηση φάσης. Αυτό, μπορεί να εισάγει σημαντική παραμόρφωση στο μετρούμενο σήμα, πράγμα μή επιθυμητό. Για το λόγο αυτό, είναι χρήσιμο να φροντίσουμε το επιταχυνσιόμετρό μας να έχει αρκετά μεγάλη ιδιοσυχνότητα ω_0 , ώστε να αποφεύγονται σημαντικές παραμορφώσεις στο σήμα.



Εικόνα 4.3: Διαγράμματα Bode απόκρισης συχνότητας και φάσης επιταχυνσιόμετρου.

Πέραν του εύρους των ωφέλιμων συχνοτήτων μέτρησης, σημαντική για την επιλογή ενός επιταχυνσιόμετρου είναι και η ακρίβεια του κατά τις μετρήσεις, η σταθερότητά του, όπως και η ανθεκτικότητά του κατά την λειτουργία του.

4.2.3 Πηγές και μοντελοποίηση σφαλμάτων κατά την μέτρηση της επιτάχυνσης

Κατά την μέτρηση του σήματος της επιτάχυνσης είναι δεδομένο ότι υπεισέρχονται σφάλματα διαφόρων ειδών. Στην μελέτη [7], περιλαμβάνεται μια λεπτομερής ανάλυση των πηγών σφαλμάτων σε ηλεκτρομηχανικά συστήματα και επιταχυνσιόμετρα. Τέτοιες πηγές όπως αναφέρονται και στα [6], [3] είναι κατά κύριο λόγο:

- Θερμικός – Μηχανικός θόρυβος
- Ηλεκτρονικός θόρυβος εξ αιτίας των τρανζίστορς
- Ηλεκτρομαγνητικός θόρυβος κατά την μέτρηση
- Αποκλίσεις στην παροχή τάσης του αισθητήρα
- Σφάλματα στην ρύθμιση και την βαθμονόμηση του αισθητήρα

Ειδικότερα, το σημείο μηδενικής επιτάχυνσης στο επιταχυνσιόμετρο το οποίο κατά κανόνα ισοδυναμεί με το μισό της τάσης τροφοδοσίας ($V_{dd}/2$) μπορεί να μετατοπιστεί κατά μία τιμή, προσθέτοντας έτσι ένα σταθερό σφάλμα b (bias).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, και κάνοντας την υπόθεση ότι το επιταχυνσιόμετρό μας έχει αρκετά μεγάλη ιδιοσυχνότητα ω_0 για να καλύψει ικανοποιητικά το φάσμα του σήματος της επιτάχυνσης που θέλουμε να μετρήσουμε μπορούμε να συνεχίσουμε την διαδικασία θεωρώντας ότι το σήμα που λαμβάνουμε από το επιταχυνσιόμετρο, μπορεί να μοντελοποιηθεί ως [6]

$$a(t) = k_a \ddot{x}(t) + w(t) + b \quad 4.3$$

όπου $\ddot{x}(t)$ είναι η προς μέτρηση επιτάχυνση του επιταχυνσιομέτρου, $w(t)$ είναι γκαουσιανός θόρυβος με μέση τιμή $E[w(t)] = 0$, και b είναι ένα σταθερό σφάλμα κατά την μέτρηση.

4.2.4 Υπολογισμός ταχύτητας και μετατόπισης

Μαθηματικά, η ταχύτητα $\dot{x}(t)$ και η μετατόπιση $x(t)$ υπολογίζονται από το αντίστοιχο σήμα της επιτάχυνσης $a(t)$ με ολοκλήρωση

$$\dot{x}(t) = \int_0^t a(\tau) d\tau + \dot{x}(0)$$

$$x(t) = \int_0^t \int_0^u a(\tau) d\tau du + \dot{x}(0)t + x(0)$$

Όπου $\dot{x}(0)$ είναι η αρχική ταχύτητα, και $x(0)$ η αρχική θέση του σημείου μέτρησης.

Σε διακριτό χρόνο, η αντίστοιχη διακριτή ολοκλήρωση γίνεται ώστε να πάρουμε μία προσέγγιση με αριθμητική παρεμβολή ως

$$\int_{t_0}^{t_n} a(t) dt \approx \sum_{i=1}^n \left[\frac{a(i-1) - a(i)}{2} \right] \Delta t$$

Υπάρχει πληθώρα τεχνικών για αριθμητική ολοκλήρωση, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Ο κανόνας του παραλληλογράμμου, ο κανόνας του τραπεζίου, και οι κανόνες του Simpson και του Tick αποτελούν παραδείγματα τεχνικών ολοκλήρωσης στο πεδίο του χρόνου [8], [11]. Αντίστοιχα είναι αρκετές φορές χρήσιμη και η ολοκλήρωση στο πεδίο της συχνότητας [11] παρόλο που σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου δεν συνηθίζεται.

4.2.5 Επίδραση των σφαλμάτων μέτρησης της επιτάχυνσης στον υπολογισμό της ταχύτητας και της θέσης

Στο σημείο αυτό κρίνεται εξαιρετικά σημαντικό για την μελέτη του υπολογισμού της ταχύτητας και θέσης από το μετρούμενο σήμα επιτάχυνσης, να δούμε την επίδραση του θορύβου και των σφαλμάτων μέτρησης της επιτάχυνσης στα σήματα αυτά. Στις αναφορές [8], [9], [12] έχει μελετηθεί η επίδραση θορύβων της μορφής της εξίσωσης 4.3 όπου περιλαμβάνει θόρυβο με μηδενική μέση τιμή, καθώς και σταθερό σφάλμα.

Έτσι, με βάση το [9] τα σφάλματα της μορφής 4.3 μπορούν να μοντελοποιηθούν ως ακολουθεί.

4.2.5.1 Διπλή ολοκλήρωση ενός σταθερού σφάλματος (*dc bias*)

Αν η επιτάχυνση εμπεριέχει ένα σταθερό σφάλμα b , τότε, θεωρώντας γνωστές τις αρχικές συνθήκες της ταχύτητας $v(0)$ και της θέσης $x(0)$, τα αντίστοιχα σφάλματα της υπολογιζόμενης ταχύτητας $\hat{v}(t)$ και μετατόπισης $\hat{x}(t)$, σε σχέση με τις πραγματικές τους τιμές, θα είναι

Για την ταχύτητα

$$e_v(t) = \hat{v}(t) - v(t) = \int_0^t [\hat{a}(\tau) - a(\tau)] d\tau = \int_0^t b d\tau = b \cdot t \quad 4.4$$

το οποίο παρατηρούμε ότι αυξάνει γραμμικά με τον χρόνο, ενώ το αντίστοιχο σφάλμα μετατόπισης θα είναι

$$e_x(t) = \hat{x}(t) - x(t) = \int_0^t \int_0^u [\hat{a}(\tau) - a(\tau)] d\tau du = \int_0^t \int_0^u b d\tau du = \frac{1}{2} b \cdot t^2 \quad 4.5$$

Και το οποίο προφανώς αυξάνει τετραγωνικά με τον χρόνο. Έτσι, στην περίπτωση ύπαρξης *dc* σταθερού σφάλματος στην μέτρηση της επιτάχυνσης, τα σφάλματα συσσωρεύονται και οδηγούν μέσα σε μικρό χρόνο σε μεγάλη απόκλιση από την πραγματική θέση. Το φαινόμενο αυτό αναφέρεται στην βιβλιογραφία και ως ολίσθηση (*drifting*).

4.2.5.2 RMS τιμή σφάλματος θέσης σε διπλή ολοκλήρωση λευκού θορύβου για στατικό επιταχυνσιόμετρο

Θεωρώντας ένα σήμα επιτάχυνσης διάρκειας t δευτερολέπτων, το οποίο δειγματοληπτείται με συχνότητα δειγματοληψείας f_s Hz, ο αριθμός δειγμάτων θα είναι $N = t \cdot f_s$. Υπάρχουν δύο φαινόμενα που επιδρούν στην εξέλιξη της μέσης τετραγωνικής τιμής του σφάλματος. Αρχικά, καθώς ολοκληρώνουμε στον χρόνο η RMS τιμή του μέσου σφάλματος της επιτάχυνσης θα είναι

$$RMS(e_a^N) = \frac{\sigma_a}{\sqrt{N}} = \frac{\sigma_a}{\sqrt{t \cdot f_s}} \quad 4.6$$

Όπου σ_a είναι η τυπική απόκλιση του θορύβου της επιτάχυνσης σε κάθε δείγμα.

Επιπλέον, η διπλή ολοκλήρωση της rms τιμής του σφάλματος της επιτάχυνσης, εισάγει έναν παράγοντα $\frac{1}{2} t^2$ στο αντίστοιχο rms σφάλμα της μετατόπισης. Συνδυάζοντας τους δύο αυτούς παράγοντες, η RMS

τιμή για το σφάλμα μετατόπισης εξελίσσεται με βάση την χρονική διάρκεια της ολοκλήρωσης t και την συχνότητα δειγματοληψίας f_s σύμφωνα με τον παράγοντα

$$RMS(e_x) = \frac{\sigma_d}{\sqrt{t \cdot f_s}} \cdot \frac{t^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_d t^{1.5}}{\sqrt{f_s}} \quad 4.7$$

Ο παραπάνω παράγοντας δείχνει ότι στην περίπτωση του λευκού θορύβου $w(t)$, η rms τιμή του αντίστοιχου σφάλματος θέσης αυξάνει με το χρόνο κατά ένα παράγοντα $t^{1.5}$. Μία πιο λεπτομερής εξαγωγή του τύπου 4.7 μπορεί να βρεθεί στο [9].

4.2.5.3 Διπλή ολοκλήρωση φιλτραρισμένου θορύβου

Τις περισσότερες φορές κατά την ψηφιακή δειγματοληψία του σήματος, χρησιμοποιούμε anti-aliasing φίλτρα. Για τον λόγο αυτό, ο θόρυβος ο οποίος ολοκληρώνεται για την εύρεση της ταχύτητας και της θέσης είναι χρωματισμένος και όχι λευκός. Έτσι οι αντίστοιχοι τύποι 4.6 και 4.7 πλέον ισχύουν μόνο προσεγγιστικά.

Στην αναφορά [9] εξάγονται αντίστοιχες αναλυτικές εκφράσεις για την εξέλιξη της rms τιμής του σφάλματος θέσης για τέτοιου τύπου χρωματισμένο θόρυβο. Παρόλα αυτά οι εκφράσεις αυτές είναι αρκετά πολύπλοκες και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε περίπτωση που απαιτούνται ακριβείς υπολογισμοί.

4.2.5.4 Σφάλματα στον υπολογισμό θέσης λόγω αριθμητικής ολοκλήρωσης

Στην πιο συχνή περίπτωση η ολοκλήρωση πραγματοποιείτε από κάποιον μικροελεγκτή σε διακριτό χρόνο. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για αριθμητική ολοκλήρωση είναι η μέθοδος του παραλληλογράμμου, η μέθοδος του τραπεζίου, καθώς και άλλες πιο εξελιγμένες [3], [13], [14], [15].

Μία αναλυτική μελέτη της επίδρασης της αριθμητικής ολοκλήρωσης του σήματος της επιτάχυνσης, στα σφάλματα του υπολογισμού της θέσης δίνεται στα [3], [15]. Συνοπτικά, σύμφωνα με τις μελέτες, η αριθμητική ολοκλήρωση, προσθέτει επιπλέον σφάλματα στον υπολογισμό της θέσης.

Έτσι, οι προαναφερθέντες τύποι 4.6, 4.7 πρέπει να αντικατασταθούν από τους αντίστοιχους που περιλαμβάνουν και τα σφάλματα λόγω της αριθμητικής ολοκλήρωσης [3].

Παρόλα αυτά, σε πρακτικές εφαρμογές επιλέγοντας μία αρκετά υψηλή συχνότητα δειγματοληψίας, τα σφάλματα αυτά είναι πολύ μικρά σε σχέση με τα σφάλματα λόγω αβεβαιοτήτων κατά την μέτρηση [15], στα οποία αναφερθήκαμε στην προηγούμενη παράγραφο (4.2.5).

4.2.6 Τρόποι αντιστάθμισης των σφαλμάτων και εκτίμησης της πραγματικής ταχύτητας και μετατόπισης

Όπως παρατηρούμε από τις προηγούμενες παραγράφους, τα σφάλματα κατά την μέτρηση του σήματος της επιτάχυνσης μπορούν με την πάροδο του χρόνου να οδηγήσουν σε μεγάλες αποκλίσεις από την πραγματική θέση του σημείου που θέλουμε να μετρήσουμε. Ειδικά σε περιπτώσεις που δεν έχουμε την δυνατότητα άμεσης μέτρησης της πραγματικής θέσης από κάποιον αισθητήρα, με στόχο την διόρθωση των αποκλίσεων αυτών, είναι εξαιρετικά σημαντικό να καταφέρουμε τη βέλτιστη δυνατή αξιοποίηση των υπάρχοντων μετρήσεων για την ορθότερη εκτίμηση της θέσης. Προς την κατεύθυνση αυτή έχουν αναπτυχθεί αρκετές τεχνικές, τις βασικότερες από τις οποίες θα αναφέρουμε στην συνέχεια.

Στο σημείο αυτό να υπενθυμίσουμε ότι για τις αντισεισμικές εφαρμογές, μας ενδιαφέρουν κυρίως τεχνικές οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο και σε αυτές θα εστιάσουμε.

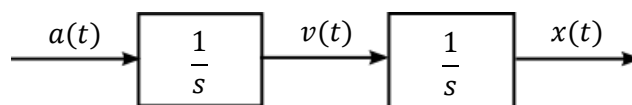
4.2.6.1 *Drift-Free* ολοκληρωτής

Όπως παρατηρήσαμε στην παράγραφο 4.2.5, η ύπαρξη σφαλμάτων κατά την μέτρηση της επιτάχυνσης, οδηγεί στο φαινόμενο του drifting. Ειδικά για μεγάλους χρόνους ολοκλήρωσης, το dc σφάλμα μέτρησης είναι αυτό που κυριαρχεί στην δημιουργία σφάλματος και αποκλίσεων από την πραγματική ταχύτητα και θέση [16].

Στην συνέχεια θα αναλύσουμε μία τεχνική που περιλαμβάνει την χρήση φίλτρων, με στόχο την καλύτερη αξιοποίηση των μετρήσεων της επιτάχυνσης, μέσω του περιορισμού του φαινομένου του drifting. Η συγκεκριμένη τεχνική, που προτείνεται σε πληθώρα δημοσιεύσεων ([6], [12], [4], [5]), βρίσκει εφαρμογή σε σεισμικές εφαρμογές, καθώς και σε εφαρμογές μέτρησης, ελέγχου και απόσβεσης δονήσεων γενικότερα.

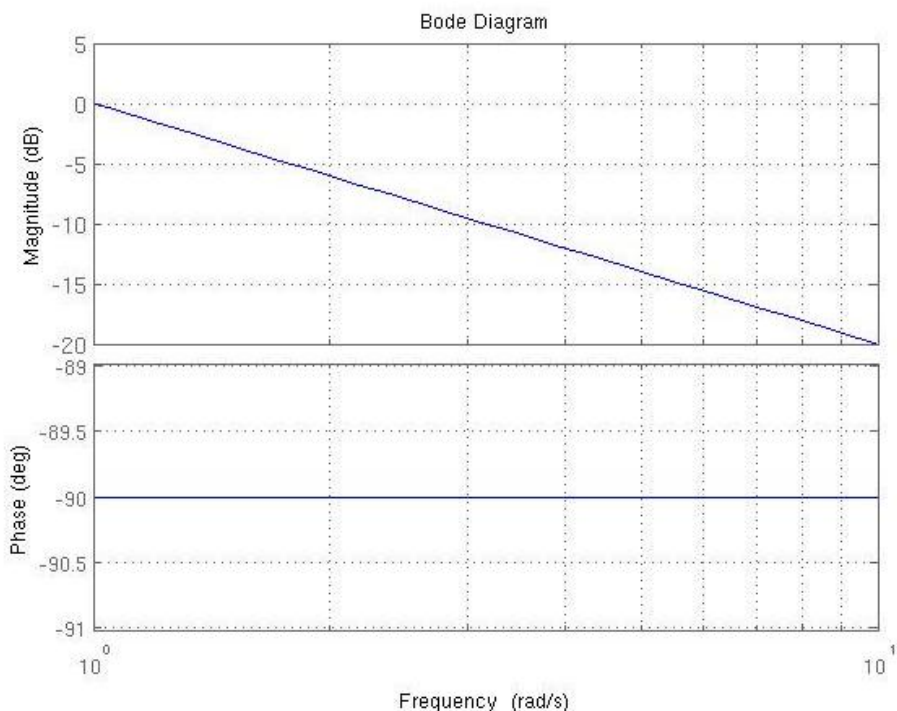
Στο σημείο αυτό, πρέπει να επισημάνουμε κάποιες απαραίτητες υποθέσεις για την συνέχεια. Αρχικά, για μία μεγάλη γκάμα σεισμικών εφαρμογών και απόσβεσης δονήσεων, είναι αρκετό να θεωρήσουμε ότι το μέσο διάδοσης της διαταραχής μας, στην προκειμένη περίπτωση του σεισμού, είναι ένα ελαστικό μέσο, χωρίς σημαντικές μόνιμες μηχανικές παραμορφώσεις. Κατά συνέπεια η διαταραχή είναι μία ταλάντωση γύρω από το σημείο ηρεμίας του μέσου με προσεγγιστικά μηδενική μέση τιμή, και δεν εμπεριέχει κάποια ισχυρή dc συνιστώσα. Αυτό είναι σε αντίθεση με άλλες εφαρμογές όπου το κινητό σημείο μπορεί να κινείται οπουδήποτε στον χώρο χωρίς περιορισμούς, με τυχαίο τρόπο. Στην συνέχεια θα δούμε πως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το γεγονός αυτό προς όφελός μας, για την καλύτερη εκτίμηση της ταχύτητας και της θέσης του κινητού μας σημείου.

Ειδικότερα, είναι χρήσιμο να μελετήσουμε την διαδικασία της διπλής ολοκλήρωσης στο πεδίο της συχνότητας. Ο διπλός ολοκληρωτής μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα αντίστοιχο σύστημα το οποίο παρουσιάζεται στην εικόνα 4.4



Εικόνα 4.4 Μπλοκ διάγραμμα ιδανικού διπλού ολοκληρωτή

όπου $G(s) = \frac{1}{s}$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς του απλού ολοκληρωτή στο πεδίο της συχνότητας. Το διάγραμμα bode της $G(s)$ το οποίο φαίνεται στην εικόνα 4.5, μας δείχνει ότι η απλή ολοκλήρωση είναι ένα βαθυπερατό φίλτρο. Επομένως, κατά την ολοκλήρωση του σήματος της επιτάχυνσης, οι υψηλές συχνότητες αποσβένουν, ενώ το χαμηλό φάσμα συχνοτήτων ενισχύεται.



Εικόνα 4.5: Διάγραμμα Bode τέλειου απλού ολοκληρωτή με συνάρτηση μεταφοράς $G(s) = \frac{1}{s}$.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορούμε να δούμε ότι για σήματα επιτάχυνσης, όπως τα σεισμικά, τα οποία δεν περιέχουν κάποια ισχυρή dc συνιστώσα, τα σφάλματα της μέτρησης στο χαμηλόσυχο φάσμα κυριαρχούν στην έξοδο του ολοκληρωτή, με αποτελέσματα όπως αυτά που περιγράφηκαν στην ενότητα 4.2.5 οδηγώντας τελικά σε συνεχώς αυξανόμενες αποκλίσεις από τα πραγματικά σήματα (drifting).

4.2.6.1.1 Κατασκευή ολοκληρωτή με χρήση υψιπερατών φίλτρων

Για τον περιορισμό της ολίσθησης (drifting) σε σεισμικές εφαρμογές, στις μελέτες [6], [12], [4], [5], [16] προτείνεται η κατάλληλη χρήση υψιπερατών φίλτρων. Κάνοντας χρήση των υψιπερατών φίλτρων, μπορούμε να καταπιέσουμε τις χαμηλές συχνότητες στα αντίστοιχα σήματα επιτάχυνσης, ταχύτητας και θέσης που οδηγούν σε σταδιακή απομάκρυνση του εκτιμώμενου σήματος από το πραγματικό, στην περίπτωση ύπαρξης σταθερού σφάλματος στην μέτρηση της επιτάχυνσης, ή θορύβου.

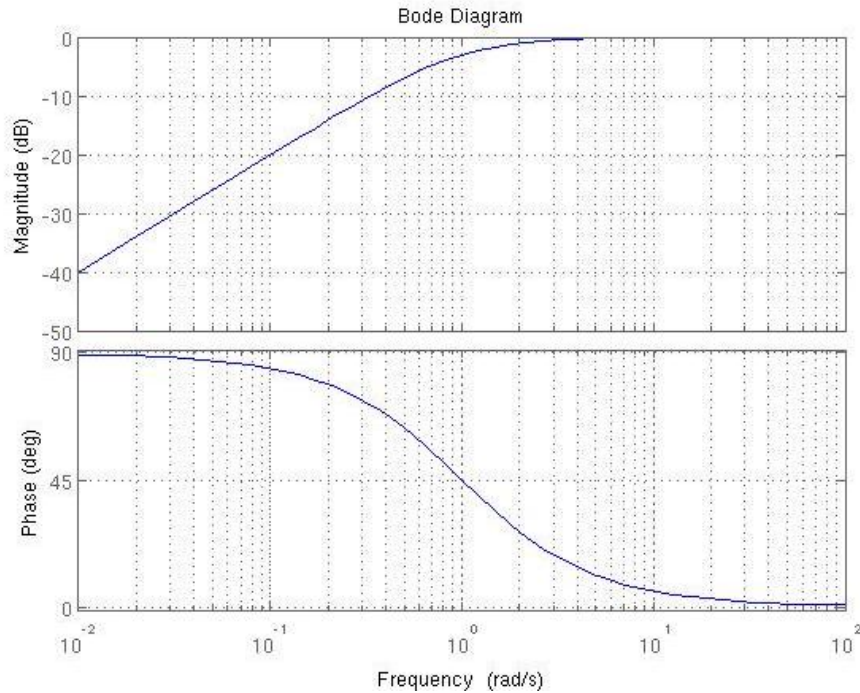
Έτσι, αρχικά μπορούμε να εισάγουμε εντός του ολοκληρωτή μία σειρά από απλά υψιπερατά φίλτρα πρώτης τάξης.

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός τέτοιου υψιπερατού φίλτρου είναι της μορφής

$$H(s) = \frac{s}{s + 1/\tau}$$

4.8

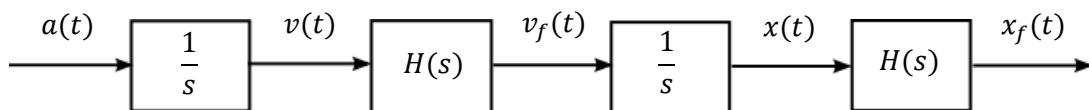
Όπου τ είναι η σταθερά χρόνου, ενώ $f_c = \frac{1}{2\pi\tau}$ είναι η αντίστοιχη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου σε Hz. Το διάγραμμα bode του υψιπερατού φίλτρου φαίνεται στην εικόνα 4.6.



Εικόνα 4.6: Διάγραμμα Bode υψιπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής 1 rad/s ($\tau=1$).

Όπως εύκολα διακρίνεται από το διάγραμμα Bode, το υψιπερατό φίλτρο θα καταπιέσει τις χαμηλές συχνότητες στο σύστημα, ενώ για τις υπόλοιπες θα διατηρήσει σταθερό το κέρδος. Παρόλα αυτά όμως, είναι σημαντικό να επισημάνουμε εδώ, ότι σε μία περιοχή κοντά στην συχνότητα αποκοπής, το φίλτρο προσθέτει παραμόρφωση στην φάση των αντίστοιχων χαμηλών συχνοτήτων.

Το διάγραμμα του νέου συστήματος ολοκληρωτών φαίνεται στο σχήμα στην εικόνα 4.7



Εικόνα 4.7: Μπλοκ διάγραμμα διπλού ολοκληρωτή με χρήση υψιπερατών φίλτρων $H(s)$.

όπου έχουμε συμβολίσει με v_f και x_f τα φιλτραρισμένα πλέον σήματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης αντίστοιχα.

Συνδυάζοντας τώρα τον ολοκληρωτή με το υψιπερατό φίλτρο σε σειρά, έχουμε ένα στάδιο «υψιπερατής ολοκλήρωσης» με συνάρτηση μεταφοράς

$$F(s) = G(s) \cdot H(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{s}{s + 1/\tau} = \frac{1}{s + 1/\tau} \quad 4.9$$

Η επίδραση της χρήσης του υπερβατικού φίλτρου στον ολοκληρωτή μπορεί να φανεί υπολογίζοντας την απόκριση ενός σταδίου ολοκλήρωσης σε ένα σταθερό σφάλμα επιτάχυνσης (bias) πλάτους b .

Έτσι, υπολογίζοντας την βηματική απόκριση της $H(s)$, με $a(s) = \frac{b}{s}$ έχουμε

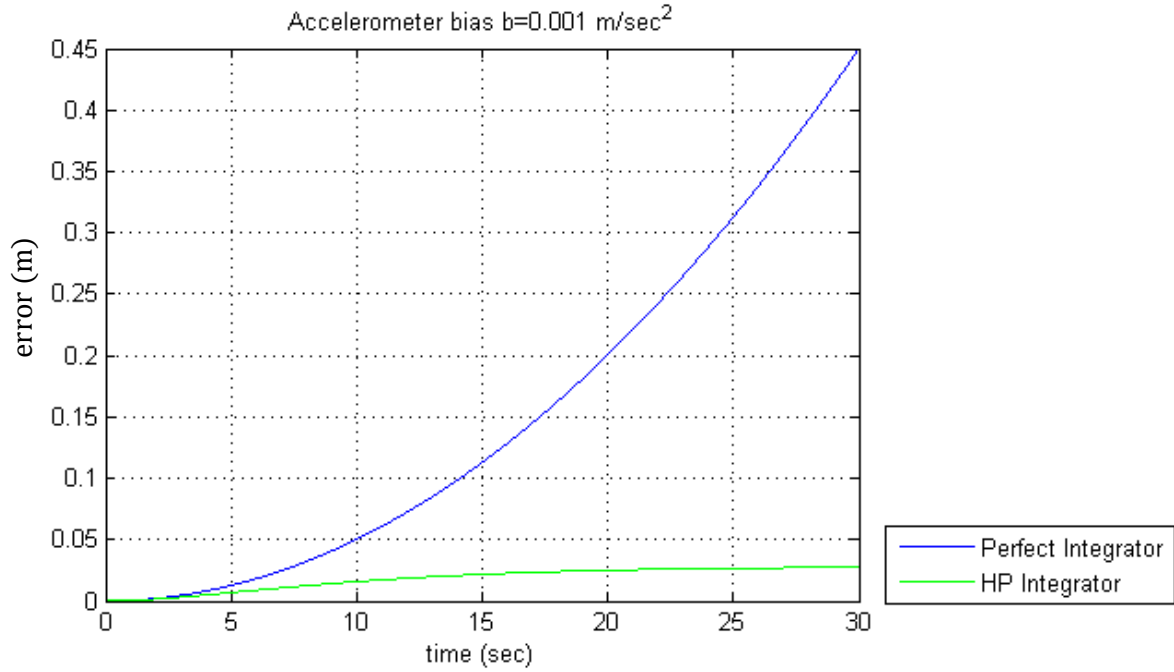
$$\begin{aligned} \frac{v_f}{a}(s) = H(s) &\Rightarrow v_f(s) = F(s) \cdot a(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} \cdot \frac{b}{s} \\ \Rightarrow v_f(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} \cdot \frac{b}{s} \right\} = b \cdot \tau \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \end{aligned}$$

Για τον διπλό ολοκληρωτή με φίλτρο η βηματική απόκριση είναι

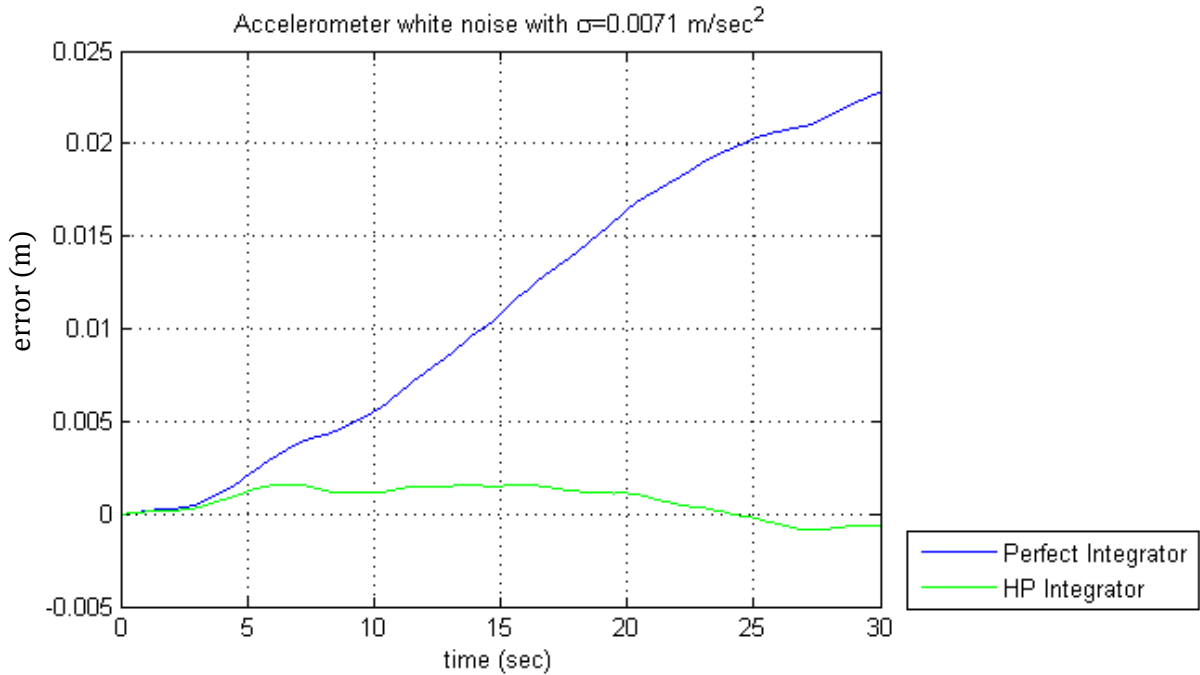
$$\begin{aligned} x_f(s) = F(s) \cdot F(s) \cdot a(s) &= \frac{1}{\left(s + \frac{1}{\tau}\right)^2} \cdot \frac{b}{s} \\ \Rightarrow x_f(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{b}{s \cdot \left(s + \frac{1}{\tau}\right)^2} \right\} = b \cdot \tau^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-t/\tau}\right) \end{aligned}$$

Οι παραπάνω υπολογισμοί μας δείχνουν ότι σε βάθος χρόνου η ολίσθηση του διπλού ολοκληρωτή μπορεί να μειωθεί σημαντικά. Αυτό γίνεται εμφανές καθώς σε βάθος χρόνου ακόμη και για μεγάλες τιμές του τ ο παράγοντας $\tau^2 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-t/\tau})$ προκύπτει φραγμένος, και έτσι σημαντικά μικρότερος από τον αντίστοιχο t^2 . Μικρένοντας την σταθερά χρόνου, περιορίζουμε το φαινόμενο του drifting, παρόλα αυτά παράλληλα αυξάνουμε την αντίστοιχη παραμόρφωση του σήματος στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων – μικρότερων από $f_c = \frac{1}{2\pi\tau}$.

Η επίδραση της χρήσης υπερβατικών φίλτρων για την ολοκλήρωση όπως περιγράφηκε παραπάνω, φαίνεται στα διαγράμματα (εικόνα 4.8, εικόνα 4.9) για τις περιπτώσεις σταθερού σφάλματος, καθώς και λευκού θορύβου κατά την μέτρηση της επιτάχυνσης. Όπως γίνεται εμφανές, και στις δύο περιπτώσεις, τα υπερβατικά φίλτρα περιορίζουν σημαντικά την εξέλιξη τέτοιων σφαλμάτων, απαλλάσσοντας τον ολοκληρωτή από το φαινόμενο της ολίσθησης.



Εικόνα 4.8: Χρονική εξέλιξη του σταθερού σφάλματος (bias) $b = 0.001 \text{ m/s}^2$ για διάστημα 30 sec. Η συχνότητα αποκοπής του υπερβατού ολοκληρωτή είναι $f_c = 0.03 \text{ Hz}$.



Εικόνα 4.9: Χρονική εξέλιξη του σφάλματος λευκού θορύβου με τυπική απόκλιση $\sigma_a = 0.0071 \text{ m/s}^2$ για διάστημα 30 sec (simulation). Η συχνότητα αποκοπής του υπερβατού ολοκληρωτή είναι $f_c = 0.03 \text{ Hz}$.

4.2.6.1.2 Υλοποίηση στο πεδίο του χρόνου

Σύμφωνα με την συνάρτηση μεταφοράς του υψιπερατού φίλτρου (εξίσωση 4.8) στο πεδίο του χρόνου ισχύει για τις αντίστοιχες μεταβλητές εισόδου και εξόδου:

$$\frac{v_f}{v} = H(s) = \frac{\tau \cdot s}{\tau \cdot s + 1} \Rightarrow s \cdot v_f = -\frac{1}{\tau} v_f + s \cdot v \Rightarrow \dot{v}_f = -\frac{1}{\tau} v_f + \dot{v} \quad 4.10$$

Ενώ για τον υψιπερατό ολοκληρωτή (εξίσωση 4.9) ισχύει

$$\frac{v_f}{a} = F(s) = \frac{1}{s + 1/\tau} \Rightarrow s \cdot v_f = -\frac{1}{\tau} v_f + a \Rightarrow \dot{v}_f = -\frac{1}{\tau} v_f + a \quad 4.11$$

Αντίστοιχα για το δεύτερο στάδιο ολοκλήρωσης έχουμε

$$\dot{x}_f = -\frac{1}{\tau} x_f + \dot{x} \quad \text{ή} \quad \dot{x}_f = -\frac{1}{\tau} x_f + v_f \quad 4.12$$

Έτσι τελικά η αντίστοιχη υλοποίηση του διπλού ολοκληρωτή με υψιπερατά φίλτρα σε μορφή εξισώσεων κατάστασης θα είναι:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_f \\ \dot{x}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_f \\ x_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1/\tau & 0 \\ 0 & -1/\tau \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_f \\ x_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot a$$

Στο σημείο αυτό, μπορούμε να κάνουμε μία σημαντική παρατήρηση. Όπως φαίνεται καθαρά από τις εξισώσεις 4.10 - 4.12, ανεξάρτητα από το αν πρόκειται για υψιπερατό φίλτρο ή υψιπερατό ολοκληρωτή, οι όροι $-\frac{1}{\tau} v_f$ και $-\frac{1}{\tau} x_f$ είναι αυτοί οι οποίοι κόβουν τις χαμηλές συχνότητες από το παραγόμενο σήμα στην έξοδο του αντίστοιχου συστήματος. Το γεγονός αυτό είναι και κάτι που θα μας φανεί χρήσιμο στην συνέχεια.

4.2.6.2 Baseline Correction

Στην περίπτωση ύπαρξης σταθερού σφάλματος (bias) του επιταχυνσιομέτρου ή θορύβου, για να περιορίσουμε το φαινόμενο της σταδιακής μετατόπισης μπορούμε να εφαρμόσουμε μία επιπλέον τεχνική γνωστή και ως Baseline Correction ([6], [17], [18], [19], [20]). Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται κυρίως για εκ των υστέρων επεξεργασία των σεισμικών δεδομένων τις περισσότερες φορές σε συνδυασμό με χρήση υψιπερατών φίλτρων όπως τα περιγράψαμε στην ενότητα 4.2.6.1.1. Παρόλα αυτά η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε πραγματικό χρόνο, όμως με σημαντικά χαμηλότερη απόδοση. Στην μελέτη [6] προτείνεται η συνδυαστική χρήση Baseline Correction με υψιπερατά φίλτρα για την εύρεση της θέσης και της ταχύτητας.

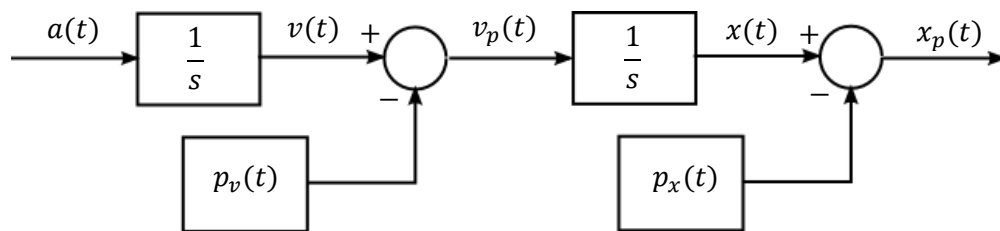
Η λογική της μεθόδου είναι η εξής: αρχικά ολοκληρώνουμε το σήμα της επιτάχυνσης $a(t)$ παίνοντας ένα αντίστοιχο σήμα της ταχύτητας $v(t)$. Στην συνέχεια, από τις μετρήσεις του σήματος της ταχύτητας πραγματοποιούμε πολυωνμική παρεμβολή, μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, με ένα πολυώνυμο τάξης n , για την ταχύτητα. Συνήθως αρκεί ένα πολυώνυμο 1^{ns} ή 2^{ns} τάξης. Ενδεικτικά για ένα πολυώνυμο 2^{ns} τάξης έχουμε

$$p_v(t) = p_{v2}t^2 + p_{v1}t + p_{v0} \quad 4.13$$

Έπειτα από τον υπολογισμό των συντελεστών του πολυωνύμου 4.13 μπορούμε να υπολογίσουμε το διορθωμένο πλέων σήμα $v_p(t) = v(t) - p_v(t)$. Έχοντας αποκτήσει το διορθωμένο σήμα της ταχύτητας, μπορούμε να επαναλάβουμε την διαδικασία για να αποκτήσουμε το αντίστοιχο σήμα για την θέση. Κάνοντας χρήση του πολυωνύμου

$$p_x(t) = p_{x2}t^2 + p_{x1}t + p_{x0} \quad 4.14$$

Υπολογίζουμε το διορθωμένο σήμα για την θέση $x_p(t) = x(t) - p_x(t)$. Η παραπάνω διαδικασία φαίνεται σχηματικά στο μπλόκ διάγραμμα στην εικόνα 4.10.



Εικόνα 4.10: Σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας Baseline Correction για την εξάλειψη του drifting

Η παραπάνω μέθοδος είναι εύκολο όπως προαναφέραμε να χρησιμοποιηθεί για επεξεργασία δεδομένων σε δεύτερο χρόνο. Καθώς ο αριθμός των δειγμάτων αυξάνει με τον χρόνο, αυξάνει και η πολυπλοκότητα για τον υπολογισμό των πολυωνύμων $p_v(t)$ και $p_x(t)$ με χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (LMS). Για την εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικό χρόνο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν αντίστοιχο αναδρομικό αλγόριθμο ελαχίστων τετραγώνων (RLMS) όπως αυτός περιγράφεται στην αναφορά [21]. Ο RLMS θα μας δώσει τα ίδια αποτελέσματα, μειώνοντας όμως εξαιρετικά την πολυπλοκότητα, κάνοντας τον αλγόριθμο κατάλληλο για μία εφαρμογή πραγματικού χρόνου.

Τα αποτελέσματα του Baseline Correction, για την μέτρηση ενός τυπικού σήματος μετατόπισης ενός κτηρίου κατά την διάρκεια του σεισμού φαίνονται στις αντίστοιχες εικόνες (εικόνα 4.11, εικόνα 4.12). Όπως παρατηρούμε ενώ ο αλγόριθμος δίνει ένα σχετικά καλό αποτέλεσμα σε βάθος χρόνου, κατά την διαδικασία της εκκίνησης, το εκτιμώμενο σήμα αποκλίνει σημαντικά από το πραγματικό. Αυτό συμβαίνει καθώς στην περίοδο εκκίνησης το πολυώνυμο προσεγγίζει πολύ κοντά το πραγματικό σήμα και κατά συνέπεια οδηγούμαστε σε σημαντική απόκλιση. Με την πάροδο του χρόνου το πολυώνυμο σταθεροποιείται πιο κοντά στην γραμμή του drifting και τα αποτελέσματα γίνονται εμφανώς καλύτερα.

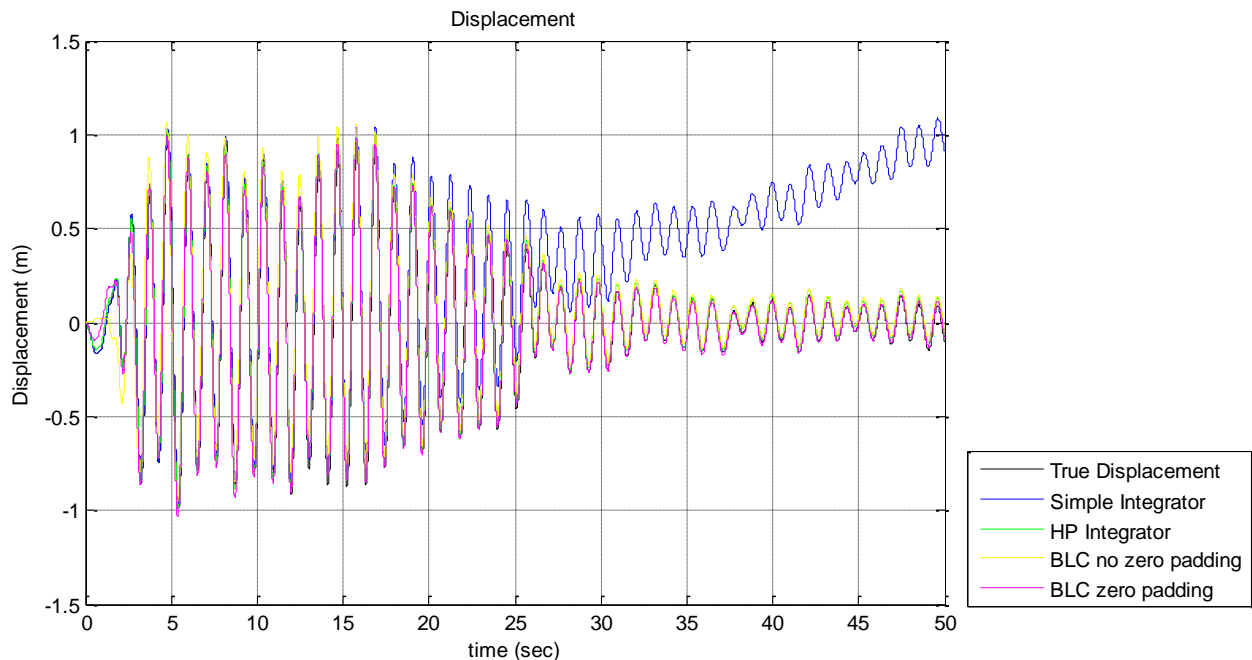
Για την αποφυγή της μεγάλης απόκλισης στην περίοδο της εκκίνησης, μπορούμε να εκκινήσουμε νωρίτερα τον υπολογισμό του πολυωνύμου θεωρώντας μία προγενέστερη σειρά μηδενικών μετρήσεων ορισμένων δευτερολέπτων. Αυτό το τέχνασμα ονομάζεται και zero-padding.

4.2.6.3 Σύγκριση των μεθόδων

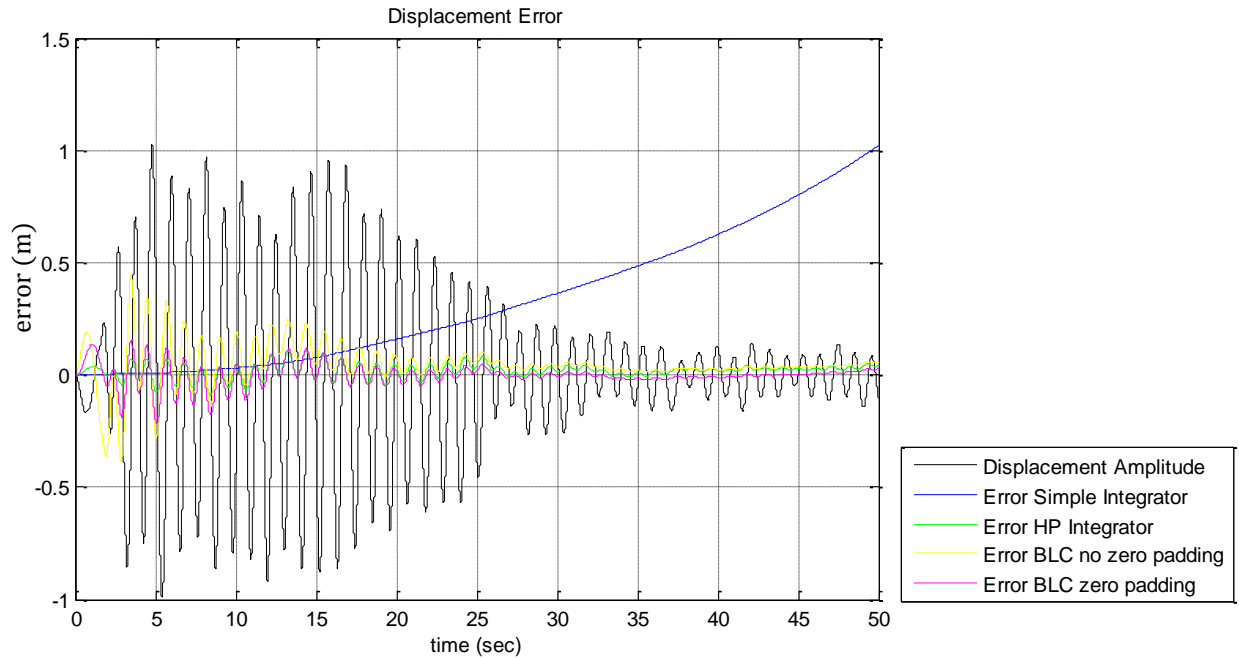
Για την πρακτική αξιολόγηση των παραπάνω μεθόδων πραγματοποιήσαμε μία πειραματική σύγκριση μέσω προσομοίωσης. Χρησιμοποιώντας δεδομένα επιταχυνσιομέτρου, από την κίνηση ενός κτηρίου την ώρα του σεισμού εφαρμόσαμε τις παραπάνω μεθόδους για την καλύτερη εκτίμηση του σήματος της αντίστοιχης θέσης και ταχύτητας του κτηρίου. Το μετρούμενο σήμα επιτάχυνσης που χρησιμοποιήθηκε περιείχε σταθερό σφάλμα $b = 0.001 \text{ m/s}^2$ και λευκό θόρυβο τυπικής απόκλισης $\sigma_a = 0.0071 \text{ m/s}^2$. Ο υψιπερατός ολοκληρωτής είχε συχνότητα αποκοπής των φίλτρων $f_c = 0.03 \text{ Hz}$, ενώ για το Baseline Correction χρησιμοποιήθηκαν πολυώνυμα $1^{\text{ης}}$ τάξης, και στην περίπτωση του zero-padding, μηδενικές μετρήσεις 4 sec .

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά στα διαγράμματα (εικόνα 4.11, εικόνα 4.12 και εικόνα 4.13). Όπως μπορούμε να δούμε, στις (εικόνα 4.11 και εικόνα 4.12), το σφάλμα του απλού ολοκληρωτή προφανώς αποκλίνει σημαντικά μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, όπως ήταν αναμενόμενο. Ο υψιπερατός ολοκληρωτής εμφανίζει σταθερή απόδοση με αρκετά μικρό σφάλμα, ενώ όπως προαναφέραμε, η ολοκλήρωση με Baseline Correction εμφανίζει προβλήματα κατά την εκκίνησή της.

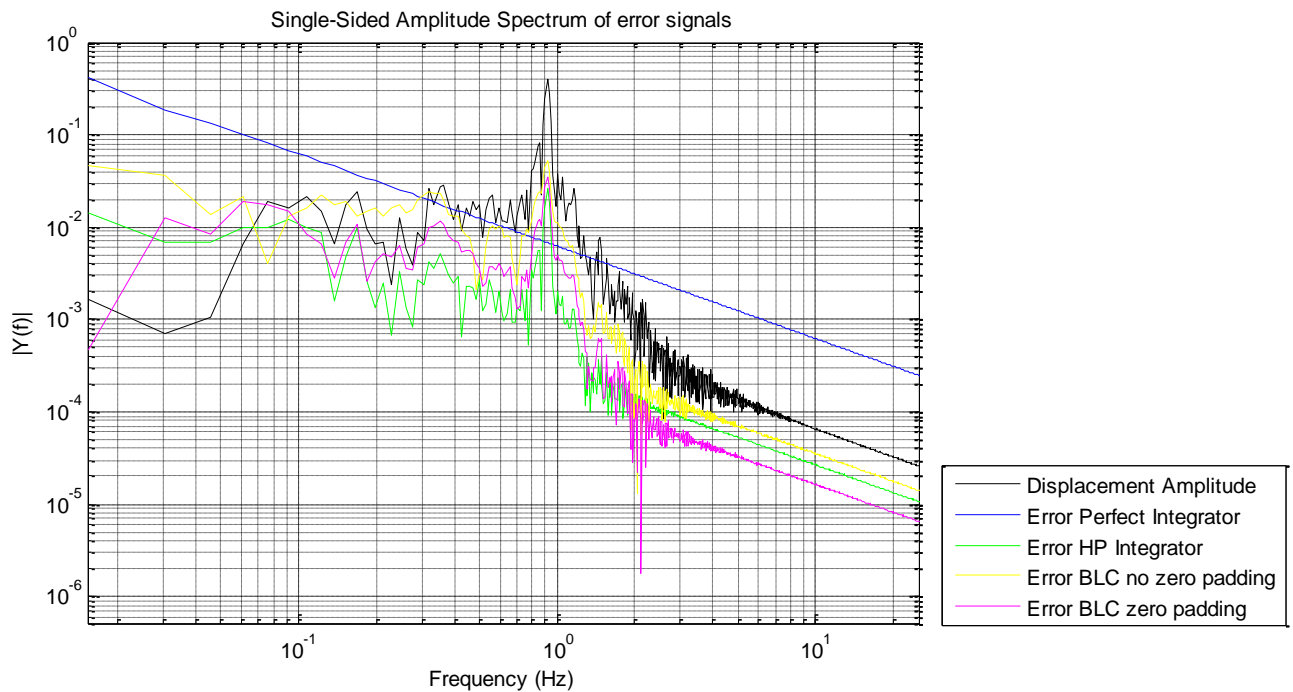
Ως προς το φασματικό περιεχόμενο ο υψιπερατός ολοκληρωτής εμφανίζει τα καλύτερα αποτελέσματα στην μπάντα από 0.2 έως 1.1 Hz, ενώ το baseline correction εμφανίζει καλή συμπεριφορά αλλά πιο ασταθή.



Εικόνα 4.11: Σήματα απόκρισης θέσης, όπως υπολογίζονται από τις αντίστοιχες μεθόδους.



Εικόνα 4.12: Σήματα σφαλμάτων υπολογισμού της θέσης, σε σχέση με το πλάτος του πραγματικού σήματος μετατόπισης



Εικόνα 4.13: Διάγραμμα Πλάτους-Συχνότητας για τα σήματα σφάλματος θέσης όπως υπολογίστηκαν από τις αντίστοιχες μεθόδους.

Όπως μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε από τα αποτελέσματα, ο υψιπερατός ολοκληρωτής μετράει με επάρκεια τις συχνότητες μεγαλύτερες των 0.2 Hz αποσβένοντας σημαντικά την ολίσθηση στη έξοδο του. Αντίθετα, στην μπάντα χαμηλότερα των 0.1 Hz εμφανίζει απόκλιση από το πραγματικό σήμα, λόγω παραμόρφωσης, από το φίλτρο στην έξοδο του ολοκληρωτή. Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι αναμενόμενα σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε για τον υψιπερατό ολοκληρωτή.

Στο σημείο αυτό είναι ενδιαφέρον να συνδυάσουμε τα αποτελέσματα της παρούσας ενότητας με αυτά του κεφαλαίου 3. Όπως είδαμε στο κεφάλαιο 3 για την πρακτική μας εφαρμογή, το φάσμα του σεισμού το οποίο μπορεί να διεγείρει ιδιοσυχνότητες του τυπικού κτηρίου μας και να τις ενισχύσει, είναι στην περιοχή μεγαλύτερη των 0.3 Hz , η οποία όπως παρατηρούμε μπορεί να μετρηθεί αποτελεσματικά από ένα επιταχυνσιόμετρο με χρήση υψιπερατών φίλτρων. Αντίθετως, στο χαμηλόσυχο φάσμα, όπου εμφανίζεται παραμόρφωση του μετρούμενου σήματος δεν υπάρχουν ιδιοσυχνότητες του κτηρίου. Επομένως, με την χρήση του υψιπερατού φίλτρου, δεν απαλείφεται σημαντική πληροφορία ως προς την σεισμική διαταραχή, για το μετρούμενο σήμα.

4.3 Εκτίμηση κατάστασης

Οι τεχνικές που μελετήσαμε μέχρι στιγμής, αναφέρονται στην εξεύρεση της θέσης και της ταχύτητας ενός σημείου σύμφωνα με ένα απόλυτο-αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων, κάνοντας χρήση επιταχυνσιομέτρου. Στην περίπτωση του ελέγχου ενός πολυώροφου κτηρίου είναι επιθυμητή η αξιόπιστη γνώση του διανύσματος κατάστασης του κτηρίου όπως αυτό περιγράφηκε στην παράγραφο 2.2. Το πρόβλημα αυτό ενέχει ένα σύνολο σημαντικών προκλήσεων και δεν είναι τετριμμένο, ενώ παράλληλα πρέπει να ικανοποιείται πληθώρα σχεδιαστικών προδιαγραφών. Πιο συγκεκριμένα είναι σημαντικό να αναφέρουμε ορισμένες σχεδιαστικές προϋποθέσεις για την πρακτική εφαρμογή ενός τέτοιου συστήματος σε συνδυασμό με τα υπόλοιπα αντισεισμικά συστήματα. Τέτοιες προϋποθέσεις είναι οι εξής:

1. Το σύστημα θα πρέπει να υπολογίζει το διάνυσμα κατάστασης του κτηρίου με αρκετή ακρίβεια έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί έλεγχος με δυνατότητα αποτελεσματικής αντιστάθμισης των διαταραχών για την προστασία του κτηρίου.
2. Η μέτρηση του διανύσματος κατάστασης θα πρέπει να μπορεί να διαχειρίζεται αποτελεσματικά το φαινόμενο της σταδιακής μετατόπισης (drifting) λόγω θορύβου ή σφαλμάτων στις μετρήσεις, έτσι ώστε το κτήριο κατά την διάρκεια του σεισμού να παραμένει εντός των ορίων ταλάντωσης της βάσης και του συστήματος επενέργησης.
3. Να γίνεται καλή αξιοποίηση του συνόλου των αισθητήρων που είναι εγκατεστημένοι στο κτήριο.

Για την συνέχεια της μελέτης μας, θεωρούμε ότι υπάρχουν εγκατεστημένοι στο κτήριο μας οι εξής αισθητήρες:

- 6 επιταχυνσιόμετρα με προδιαγραφές όπως αναφέρθηκαν στις προηγούμενες ενότητες για την μέτρηση της επιτάχυνσης του κάθε ορόφου, καθώς και ένα επιπλέον για την επιτάχυνση του εδάφους
- 6 αισθητήρες μέτρησης απόστασης, εγκατεστημένοι για την μέτρηση των σχετικών αποστάσεων μεταξύ των ορόφων καθώς και του πρώτου ορόφου με το έδαφος

Έχοντας θέσει τα πλαίσια απαιτήσεων για το σύστημα εκτίμησης της κατάστασης στην συνέχεια θα μελετήσουμε τεχνικές που μπορούν να αξιοποιηθούν με στόχο την σχεδίαση ενός τέτοιου συστήματος.

4.3.1 Προς την σχεδίαση ενός παρατηρητή κατάστασης.

Μία απλοϊκή σκέψη για την εκτίμηση της ταχύτητας και θέσης των ορόφων, η οποία προκύπτει άμεσα από την τεχνική που περιγράψαμε στην παράγραφο 4.2.6.1, είναι η χρήση «υψιτερατών ολοκληρωτών» ξεχωριστά σε κάθε όροφο για την ολοκλήρωση της επιτάχυνσης του. Ενώ όμως ο υψιτερατός ολοκληρωτής δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για την εκτίμηση και τον έλεγχο ενός συστήματος μίας μάζας, στην περίπτωση ενός πολυώροφου κτηρίου η μέθοδος αυτή από μόνη της δεν μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία.

Αρχικά, όπως έχουμε δει στις προηγούμενες παραγράφους, ακόμη και μικρά σταθερά σφάλματα στα επιταχυνσιόμετρα ή η ύπαρξη θορύβου μπορεί εύκολα να οδηγήσει με την πάροδο του χρόνου σε σημαντικές αποκλίσεις από την πραγματική θέση (drifting). Κάνοντας χρήση υπερπλεονάζουσων φίλτρων μπορούμε να περιορίσουμε την συνεχή απόκλιση έως ένα επιτρεπτό βαθμό, όχι όμως ολοκληρωτικά. Σε μία εφαρμογή πολλών ορόφων, καθώς κάθε επιταχυνσιόμετρο μπορεί να έχει διαφορετικό σφάλμα από τα υπόλοιπα, σε βάθος χρόνου οι εκτιμώμενες θέσεις των ορόφων μπορούν να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Στην περίπτωση ελέγχου του κτηρίου, όπου το σύστημα ελέγχου θα επιχειρεί να επαναφέρει τους ορόφους στο σημείο μηδέν, η εσφαλμένη εκτίμηση των σχετικών αποστάσεων μεταξύ των ορόφων μπορεί να οδηγήσει σε εφαρμογή καταστροφικού ελέγχου για το κτήριο.

Για την προστασία του συστήματος από τέτοιου είδους καταστροφή, εγκαθιστούμε ένα επιπλέον σύνολο αισθητήρων το οποίο μετρά την σχετική απόσταση μεταξύ των ορόφων με ακρίβεια. Με τον τρόπο αυτό μας δίνεται η δυνατότητα να εκμεταλλευτούμε τις επιπλέον μετρήσεις μας ώστε οι εκτιμώμενες θέσεις των ορόφων μεταξύ τους να μην αποκλίνουν σημαντικά από τις πραγματικές. Γνωρίζοντας επίσης τις σχετικές θέσεις μεταξύ των ορόφων, στην περίπτωση που κάποιο επιταχυνσιόμετρο δίνει λανθασμένη μέτρηση, μπορούμε να βασιστούμε σε μετρήσεις των υπολοίπων και να υπολογίσουμε την πραγματική επιτάχυνση.

4.3.2 Παρατηρητής Kalman

Μία πολύ διαδεδομένη τεχνική για την βέλτιστη αξιοποίηση των διαθέσιμων μετρήσεων είναι η κατάλληλη εφαρμογή ενός φίλτρου Kalman [21]. Το φίλτρο Kalman είναι ένα μαθηματικό μοντέλο, το οποίο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για την εκτίμηση μεταβλητών ενός μεγάλου εύρους συστημάτων. Η ισχύς του φίλτρου Kalman έγκειται στο γεγονός ότι μπορεί να αποδειχθεί μαθηματικά πως η χρήση του οδηγεί σε ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του σφάλματος της εκτίμησης, για τις αντίστοιχες μεταβλητές κατάστασης.

Για την εφαρμογή του φίλτρου Kalman, απαιτείται η περιγραφή του συστήματός μας να βρίσκεται σε συγκεκριμένη μορφή, όπως και να πληρούνται απαιτήσεις παρατηρησιμότητας του συστήματος. Επίσης απαιτείται η γνώση των σημάτων εισόδου του συστήματος καθώς και συγκεκριμένες προδιαγραφές για τον θόρυβο των μετρήσεων μας.

Συνοπτικά, για να εφαρμόσουμε τον παρατηρητή Kalman, το σύστημά μας πρέπει να είναι γραμμένο στην ακόλουθη μορφή

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ea(t) + Gw(t) \tag{4.15}$$

$$y(t) = Cx + D_u u(t) + D_a a(t) + Hw(t) + v(t)$$

Όπου $x(t)$ το διάνυσμα κατάστασης, $u(t)$ και $a(t)$ θεωρούνται γνωστά σήματα, $y(t)$ είναι οι έξοδοι των αισθητήρων του συστήματος, ενώ οι πίνακες $A, B, E, C, D_u, D_a, G, H$ είναι πίνακες κατάλληλων διαστάσεων. Τα διανύσματα $w(t)$ και $v(t)$ περιέχουν σήματα γκαουσιανού θορύβου με μηδενική μέση τιμή, και μηδενική αλληλοσυσχέτιση μεταξύ τους. Οι μήτρες

$$Q = E\{w \cdot w^T\}, \quad R = E\{v \cdot v^T\}$$

περιέχουν τις διακυμάνσεις των θορύβων $w(t)$ και $v(t)$ αντίστοιχα.

Έχοντας το σύστημα σε κατάλληλη μορφή, μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν παρατηρητή Kalman με εξισώσεις κατάστασης

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Ea + L(y - C\hat{x} - D_u u - D_a a) \quad 4.16$$

Όπου \hat{x} είναι το διάνυσμα κατάστασης του παρατηρητή και το οποίο αποτελεί εκτίμηση για το διάνυσμα x του πραγματικού συστήματος, ενώ L είναι ο πίνακας κερδών του παρατηρητή Kalman συνεχούς χρόνου, ο οποίος υπολογίζεται με

$$L = PC^T R^{-1}$$

ενώ P είναι η λύση της αντίστοιχης διαφορική εξίσωσης Riccati

$$\dot{P} = -PC^T R^{-1}CP + AP + PA^T + Q \quad 4.17$$

$$\text{με } P(0) = E\{(x(0) - \hat{x}(0))(x(0) - \hat{x}(0))^T\}$$

Ειδικότερα, για την λύση στην μόνιμη κατάσταση με $\dot{P} = 0$ η εξίσωση 4.17 γίνεται πλέον αλγεβρική, και το αντίστοιχο κέρδος Kalman L σταθερό.

Βασικές συνθήκες για την δυνατότητα κατασκευής του παρατηρητή Kalman είναι [21]

- I. Το ζεύγος μητρών (A, G) της εξίσωσης να 4.15 είναι σταθεροποιήσιμο.
- II. Το σύστημα των εξισώσεων 4.15 να είναι ανιχνεύσιμο.

Αυτό συνοπτικά σημαίνει ότι για να συγκλίνει το σφάλμα εκτίμησης του παρατηρητή $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ασυμπτωτικά στο μηδέν είναι αναγκαία συνθήκη η μήτρα ελεγχιμότητας

$$Co = [G \quad AG \quad A^2G \quad \dots \quad A^{n-1}G]$$

να είναι πλήρους τάξης n (ελέξιμο σύστημα) ή αν είναι μικρότερης, οι πόλοι του μη ελέξιμου μέρους του συστήματος να είναι ευσταθείς (σταθεροποιήσιμο), καθώς επίσης και η μήτρα παρατηρησιμότητας

$$Ob = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

να είναι πλήρους τάξης (παρατηρήσιμο), ή οι πόλοι του μη παρατηρήσιμου μέρους του συστήματος να είναι ευσταθείς (ανιχνεύσιμο).

4.3.2.1 Ανάλυση του συστήματος για την εφαρμογή παρατηρητή Kalman

Εξετάζοντας το μοντέλο του συστήματος μας, όπως έχει γραφεί στην εξίσωση 2.4 μπορούμε εύκολα να δούμε πως το διάνυσμα εισόδου του σεισμού $d = [\dot{z}_0 \quad z_0]^T$ περιλαμβάνει την απόλυτη θέση και την ταχύτητα του εδάφους, οι οποίες δεν είναι απευθείας μετρήσιμες ποσότητες. Κατά συνέπεια το μοντέλο 2.4 δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή φίλτρου Kalman για το σύστημα μας. Η αντίστοιχη μετρήσιμη ποσότητα της διαταραχής του σεισμού στην περίπτωση μας είναι η επιτάχυνση του εδάφους \ddot{z}_0 , η οποία μπορεί να μετρηθεί με τη χρήση ενός επιταχυνσιομέτρου. Είναι χρήσιμο λοιπόν να ξαναγράψουμε τις εξισώσεις για το σύστημα 2.4 σε μία μορφή που να περιλαμβάνει ως εισόδους, μετρήσιμες ποσότητες. Μία τέτοια μορφή είναι αυτή που ακολουθεί.

Θεωρώντας ένα νέο διάνυσμα κατάστασης x , το οποίο πλέον συμπεριλαμβάνει την μετατόπιση και την ταχύτητα του εδάφους ως συνιστώσες του,

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_{2N_k}]^T = [\dot{z}_0, \dot{z}_1, \dots, \dot{z}_N, z_0, z_1, \dots, z_N]^T$$

όπου $N_k = N + 1$,

μπορούμε να ξαναγράψουμε το σύστημα στην ισοδύναμη μορφή 4.18, όπου ως σεισμική είσοδος πλέον θεωρείτε η επιτάχυνση του εδάφους $a(t) = \ddot{z}_0 + w(t)$ την οποία και μετράμε.

$$\dot{x}(t) = A_k x(t) + E_k a(t) + B_k u(t) + G_k w(t), \quad \text{με } x(t_0) = x_0 \quad \mathbf{4.18}$$

όπου

$$A_k = \begin{bmatrix} A_{11}^k & A_{12}^k \\ I_{N_k \times N_k} & O_{N_k \times N_k} \end{bmatrix}$$

με

$$A_{11}^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{c_0}{m_1} & -\frac{c_0 + c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1 + c_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{c_{i-1}}{m_i} & -\frac{c_{i-1} + c_i}{m_i} & \frac{c_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{N-1}}{m_N} & -\frac{c_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$A_{12}^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{k_0}{m_1} & -\frac{k_0 + k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1 + k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{k_{i-1}}{m_i} & -\frac{k_{i-1} + k_i}{m_i} & \frac{k_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{N-1}}{m_N} & -\frac{k_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$E_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \text{---} \\ \text{---} \\ O_{(N_k-1) \times 1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ O_{N_k \times 1} \end{bmatrix}, \quad B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ O_{(N_k-2) \times 1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ O_{N_k \times 1} \end{bmatrix}$$

όπου ο πίνακας E_k είναι ο πίνακας εισόδου του σήματος επιτάχυνσης του σεισμού, ο πίνακας B_k είναι ο πίνακας εισόδου της δύναμης που εφαρμόζεται στον πρώτο όροφο του κτηρίου από τον επενεργητή της βάσης, ενώ για τον πίνακα G_k ισχύει ότι $G_k = E_k$ με $w(t)$ να είναι ο θόρυβος που προκύπτει κατά την μέτρηση του σήματος της επιτάχυνσης του εδάφους $a(t)$.

Το διάνυσμα των εξόδων του συστήματος περιλαμβάνει όλες τις μετρήσιμες ποσότητες που μπορούμε να πάρουμε από τους αισθητήρες, οι οποίες στην περίπτωση μας είναι οι επιταχύνσεις των ορόφων του κτηρίου από τα επιταχυνσιόμετρα, καθώς και οι αποστάσεις μεταξύ των ορόφων από τους αισθητήρες θέσης.

$$y(t) = C_k x(t) + D_u^k u(t) + v(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \vdots \\ \ddot{z}_N \\ \text{---} \\ z_0 - z_1 \\ z_1 - z_2 \\ \vdots \\ z_{N-1} - z_N \end{bmatrix} + v(t) = \begin{bmatrix} C_{11}^k & C_{12}^k \\ \text{---} \\ \text{---} \\ O_{N \times N_k} & C_{22}^k \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ O_{(N-1) \times 1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ O_{N \times 1} \end{bmatrix} u(t) + v(t) \quad 4.19$$

Όπου

$$C_{11}^k = \begin{bmatrix} \frac{c_0}{m_1} & -\frac{c_0 + c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1 + c_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{c_{i-1}}{m_i} & -\frac{c_{i-1} + c_i}{m_i} & \frac{c_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{N-1}}{m_N} & -\frac{c_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$C_{12}^k = \begin{bmatrix} \frac{k_0}{m_1} & -\frac{k_0 + k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1 + k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{k_{i-1}}{m_i} & -\frac{k_{i-1} + k_i}{m_i} & \frac{k_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{N-1}}{m_N} & -\frac{k_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$C_{22}^k = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \dots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

όπου έχουμε θεωρήσει $H_k = 0$ ενώ $v(t)$ είναι το διάνυσμα των αντίστοιχων θορύβων στην έξοδο των αισθητήρων.

Υπολογίζοντας το $rank\{Co\}$ για το σύστημα 4.18, το εξετάζουμε προς την ελεγχιμότητα του, όπου κατά κανόνα το σύστημα προκύπτει πλήρως ελέγξιμο. Αντίστοιχα, θέλοντας να ελέγξουμε την ανιχνευσιμότητα του συστήματος, υπολογίζουμε τον πίνακα παρατηρησιμότητας Ob ο οποίος προκύπτει τάξης κατά δύο μικρότερης από την τάξη του συστήματος, δηλαδή $rank\{Ob\} = 2N_k - 2 = 2N$, όπου $2N$ η τάξη του συστήματος 2.4. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα δεν είναι ολικά παρατηρήσιμο.

Για την συνέχιση της ανάλυσης, θα επιχειρήσουμε τον διαχωρισμό του συστήματος σε παρατηρήσιμο και μή-παρατηρήσιμο μέρος. Επιλέγουμε τον μετασχηματισμό συντεταγμένων στον χώρο κατάστασης του συστήματος 4.18 ως

$$\begin{aligned}\psi_i &= \dot{z}_{i-1} - \dot{z}_i, & i &= 1, 2, \dots, N \\ \psi_{N+i} &= z_{i-1} - z_i, & i &= 1, 2, \dots, N \\ \psi_{2N+1} &= \dot{z}_0, & \psi_{2N+2} &= z_0\end{aligned}$$

ή ισοδύναμα σε μητρική μορφή

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_{N_k} \end{bmatrix} = T x = \begin{bmatrix} T_{11} & O_{N \times N_k} \\ O_{N \times N_k} & T_{22} \\ T_{31} & T_{32} \end{bmatrix} x \quad 4.20$$

με

$$\begin{aligned}T_{11} = T_{22} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \dots & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ T_{31} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad T_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι τα πρώτα N τον αριθμό στοιχεία του διανύσματος ψ είναι οι διαφορές των ταχυτήτων μεταξύ των ορόφων, τα στοιχεία ψ_{N+1} έως ψ_{2N} είναι οι διαφορές των μετατοπίσεων μεταξύ των ορόφων, ενώ τα δύο τελευταία στοιχεία ψ_{N_k-1} και ψ_{N_k} είναι η ταχύτητα και η μετατόπιση του εδάφους αντίστοιχα.

Κάνοντας χρήση του μετασχηματισμού συντεταγμένων 4.20 στον χώρο κατάστασης για το σύστημα 4.18, αυτό μετασχηματίζεται σε

$$\begin{aligned}\dot{\psi}(t) &= A_\psi \psi(t) + E_\psi a(t) + B_\psi u(t) + G_\psi w(t), \quad \mu\epsilon \quad \psi(t_0) = \psi_0 \\ y(t) &= C_\psi \psi(t) + D_u^k u(t) + v(t)\end{aligned} \quad 4.21$$

με

$$\begin{aligned}A_\psi &= T A_k T^{-1} = \begin{bmatrix} A_{ob} & O_{2N \times 2} \\ O_{2 \times 2N} & A_{uo} \end{bmatrix} \\ C_\psi &= C_k T^{-1} = [C_{ob} \quad O_{2N \times 2}]\end{aligned}$$

$$E_\psi = TE_k = \begin{bmatrix} E_{ob} \\ E_{uo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ O_{(2N-1) \times 1} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_\psi = TB_k = \begin{bmatrix} B_{ob} \\ B_{uo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m_1} \\ \frac{1}{m_1} \\ O_{(2N-2) \times 1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$G_\psi = TG_k = \begin{bmatrix} G_{ob} \\ G_{uo} \end{bmatrix} = E_\psi$$

όπου χωρίζοντας πλέον το διάνυσμα κατάστασης ψ σε δύο τμήματα με

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_{ob} \\ \psi_{uo} \end{bmatrix}, \quad \psi_{ob} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_{2N} \end{bmatrix}, \quad \psi_{uo} = \begin{bmatrix} \psi_{2N_k-1} \\ \psi_{2N_k} \end{bmatrix}$$

γίνεται αντιληπτό ότι A_{ob} είναι η μήτρα κατάστασης του παρατηρήσιμου υποσυστήματος, ενώ A_{uo} είναι η μήτρα κατάστασης του μή-παρατηρήσιμου μέρους η οποία προκύπτει ίση με

$$A_{uo} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Τα δύο νέα υποσυστήματα μπορούν πλέον να γραφούν ως

I. Παρατηρήσιμο υποσύστημα:

$$\dot{\psi}_{ob}(t) = A_{ob}\psi_{ob}(t) + E_{ob}a(t) + B_{ob}u(t) + G_{ob}w(t), \quad \text{με } \psi_{ob}(t_0) = \psi_{ob,0}$$

$$y(t) = C_{ob}\psi_{ob}(t) + D_u^k u(t) + v(t)$$

4.22

όπου $E_{ob}, B_{ob}, G_{ob}, C_{ob}$ είναι μήτρες κατάλληλων διαστάσεων, με το ζεύγος (A_{ob}, C_{ob}) να προκύπτει παρατηρήσιμο.

II. Μή-παρατηρήσιμο υποσύστημα:

$$\dot{\psi}_{uo}(t) = A_{uo}\psi_{uo}(t) + E_{uo}a(t) + G_{uo}w(t), \quad \text{με } \psi_{uo}(t_0) = \psi_{uo,0}$$

4.23

όπου E_{uo}, G_{uo} είναι μήτρες κατάλληλων διαστάσεων σε συμφωνία με τις εξισώσεις 4.21 με $B_{uo} = 0$.

Παρατηρώντας τα υποσυστήματα των εξισώσεων 4.22, 4.23 μπορούμε να κάνουμε τις ακόλουθες σημαντικές παρατηρήσεις. Αρχικά, καθώς κανένα από τα δύο συστήματα δεν συμπεριλαμβάνει στις αντίστοιχες εξισώσεις το διάνυσμα κατάστασης του άλλου, προκύπτουν ανεξάρτητα μεταξύ τους. Επίσης, βλέπουμε ότι το μή παρατηρήσιμο υποσύστημα, δεν εμφανίζεται καθόλου στο διάνυσμα των εξόδων, ενώ οι πόλοι του βρίσκονται και οι δύο στο μηδέν και επομένως δεν είναι ασυμπτωτικά ευσταθές. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει τρόπος να κατασκευάσουμε παρατηρητή για το διάνυσμα ψ_{uo} ο οποίος να συγκλίνει σε αυτό με την πάροδο του χρόνου. Έτσι, είναι μόνο είναι εφικτό, να

βασιστούμε στα σήματα εισόδου, στο μοντέλο του μή παρατηρήσιμου συστήματος, και στην καλή γνώση των αρχικών συνθηκών, για να κάνουμε μία κατά το δυνατόν καλή εκτίμηση του ψ_{uo} .

Ειδικότερα, παρατηρώντας την μήτρα κατάστασης του συστήματος 4.23, αντιλαμβανόμαστε ότι πρόκειται για έναν διπλό ολοκληρωτή, όμοιο με αυτόν που μελετήσαμε στην προηγούμενη παράγραφο 4.2. Ο συγκεκριμένος διπλός ολοκληρωτής έχει ως είσοδο το σήμα της πρώτης γραμμής του αθροίσματος $E_{uo}a(t) + G_{uo}w(t)$. Η δεύτερη γραμμή είναι μηδενική.

Όπως βλέπουμε από τα διανύσματα κατάστασης ψ_{ob} και ψ_{uo} του παρατηρήσιμου και του μή-παρατηρήσιμου συστήματος αντίστοιχα, οι συνιστώσες του ψ_{ob} αντιστοιχούν σε σχετικά μεγέθη ανάμεσα στους ορόφους, τα οποία είναι άμεσα μετρήσιμα, ενώ οι συνιστώσες του ψ_{uo} αντιστοιχούν σε μεγέθη απόλυτα με βάση το αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Αυτό είναι λογικό, καθώς τα απόλυτα αυτά μεγέθη δεν είναι δυνατόν να τα μετρήσουμε με τους υπάρχοντες αισθητήρες.

4.3.2.2 Εφαρμογή φίλτρου Kalman με σταθεροποιητή υψιπερατών φίλτρων

Έχοντας διαχωρίσει το σύστημα σε παρατηρήσιμο και μή παρατηρήσιμο τμήμα μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι για το σύστημα 4.22 οι συνθήκες για την κατασκευή παρατηρητή Kalman ικανοποιούνται. Έτσι, υπολογίζοντας τις αντίστοιχες μήτρες Q, R ως

$$Q = \sigma_a^2, \quad R = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \cdot I_{N \times N} & O_{N \times N} \\ O_{N \times N} & \sigma_z^2 \cdot I_{N \times N} \end{bmatrix}$$

όπου σ_a^2 είναι η διακύμανση του θορύβου στην έξοδο των επιταχυνσιομέτρων, ενώ σ_z^2 είναι η διακύμανση του θορύβου στην έξοδο των αισθητήρων μέτρησης απόστασης μεταξύ των ορόφων, μπορούμε πλέον να κατασκευάσουμε έναν παρατηρητή Kalman του οποίου οι εξίσωση θα είναι στα πρότυπα της εξίσωσης 4.16, και δίνεται ως

$$\hat{\psi}_{ob} = A_{ob}\hat{\psi}_{ob} + B_{ob}u + E_{ob}a + L(y - C_{ob}\hat{\psi}_{ob} - D_u u) \quad 4.24$$

όπου $\hat{\psi}_{ob}$ η εκτίμηση για το διάνυσμα ψ_{ob} και L το κέρδος Kalman το οποίο υπολογίζεται από την λύση της αντίστοιχης εξίσωσης Riccati (4.17).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, το διάνυσμα του παρατηρητή θα συγκλίνει ασυμπτωτικά στο διάνυσμα κατάστασης του παρατηρήσιμου μέρους του συστήματός μας, ενώ στην περίπτωση που οι θόρυβοι στους αισθητήρες έχουν μηδενική μέση τιμή, η σύγκλιση αυτή θα είναι βέλτιστη υπό την έννοια της ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος του παρατηρητή.

Όσον αφορά το μή παρατηρήσιμο τμήμα του συστήματος, όπως είδαμε, είναι ένας διπλός ολοκληρωτής. Εξετάζοντας την εξίσωση 4.23, βλέπουμε ότι στην είσοδο του ολοκληρωτή, το σήμα $a(t)$ είναι μετρήσιμο, όπως επίσης το σήμα $u(t)$ - εφόσον υπάρχει - είναι γνωστό. Παράλληλα θεωρούμε ότι έχουμε καλή γνώση των αρχικών συνθηκών του ολοκληρωτή. Με αυτά ως δεδομένα, θα μπορούσαμε να κατασκευάσουμε ένα σύστημα της μορφής

$$\dot{\hat{\psi}}_{uo}(t) = A_{uo}\hat{\psi}_{uo}(t) + E_{uo}a(t), \quad \text{με} \quad \hat{\psi}_{uo,0} = \psi_{uo,0} \quad 4.25$$

ως εκτιμητή για την κατάσταση του διπλού ολοκληρωτή 4.23. Κάτι τέτοιο θα ήταν πολύ βολικό αν συνέβαινε, παρόλα αυτά, σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην παράγραφο 4.2, λόγω της μη ανιχνευσιμότητας του συστήματος, και λόγω της ύπαρξης θορύβου στην είσοδο του ολοκληρωτή, καθώς επίσης και του πιθανού σταθερού σφάλματος, το διάνυσμα κατάστασης του ολοκληρωτή με την πάροδο του χρόνου θα αποκλίνει σταδιακά από το πραγματικό.

Σύμφωνα με την παράγραφο 4.2.6, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποια από τις τεχνικές τις οποίες αναφέραμε, για την σταθεροποίηση του διπλού ολοκληρωτή 4.23. Για λόγους αποτελεσματικότητας, σταθερότητας στην λειτουργία, και απλής υλοποίησης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε υψιπερατά φίλτρα για την αποκοπή των χαμηλών συχνοτήτων, και την ανακοπή της σταδιακής ολίσθησης του ολοκληρωτή και απομάκρυνσης του από την θέση μηδέν. Η υλοποίηση του υψιπερατού πλέον ολοκληρωτή είναι απλή, όπως έχει περιγραφεί στην παράγραφο 4.2.6.1.2. Έτσι, προσθέτοντας έναν όρο της μορφής $-\frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{\psi}_{uo}(t)$ στο δεξιό μέλος της εξίσωσης 4.25 αυτή γίνεται

$$\dot{\hat{\psi}}_{uo}(t) = A_{uo}^f \hat{\psi}_{uo}(t) + E_{uo}a(t), \quad \text{με} \quad \hat{\psi}_{uo,0} = \psi_{uo,0} \quad 4.26$$

με

$$A_{uo}^f = A_{uo} - \frac{1}{\tau} I_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}$$

όπου A_{uo}^f θα είναι ο νέος πίνακας κατάστασης του ολοκληρωτή, ενώ τ είναι η σταθερά χρόνου των υψιπερατών φίλτρων. Ρυθμίζοντας κατάλληλα την παράμετρο τ μπορούμε να αποφύγουμε υψηλές τιμές απόκλισης λόγω ολίσθησης του ολοκληρωτή. Μικρές τιμές του τ ελαχιστοποιούν την ολίσθηση, αλλά αυξάνουν το σφάλμα του ολοκληρωτή στις χαμηλές συχνότητες, ενώ αντίστοιχα πολύ υψηλές τιμές αυξάνουν την αντίστοιχη ολίσθηση. Η καλή ρύθμιση της παραμέτρου, εξαρτάται από τις τιμές σφαλμάτων στους αισθητήρες, την μέγιστη επιτρεπτή ολίσθηση, όπως επίσης και από το αντίστοιχο φάσμα ιδιοσυχνοτήτων του κτηρίου για το οποίο προορίζεται το σύστημα.

Προφανώς, έχοντας πλέον μία εκτίμηση για το σύνολο του διανύσματος $\psi = \begin{bmatrix} \psi_{ob} \\ \psi_{uo} \end{bmatrix}$, μπορούμε χρησιμοποιώντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό συντεταγμένων να πάρουμε μία αντίστοιχη εκτίμηση για το διάνυσμα x ως

$$\hat{x}(t) = T^{-1}\hat{\psi}(t)$$

Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να επισημάνουμε τί έχουμε πετύχει μέχρι στιγμής με την κατασκευή του παραπάνω παρατηρητή. Αρχικά, έχουμε καταφέρει, με την κατασκευή του φίλτρου Kalman για το παρατηρήσιμο μέρος, να έχουμε μία σωστή εκτίμηση όσον αφορά τις σχετικές θέσεις των ορόφων μεταξύ τους, η οποία δεν αποκλίνει με την πάροδο του χρόνου. Αυτό είναι καθοριστικής σημασίας,

καθώς με την αντίστοιχη χρήση ενός απλού συστήματος μέτρησης μέσω της επιτάχυνσης για τον κάθε όροφο ξεχωριστά, οι μετρήσεις θα αποκλίνανε σε βάθος χρόνου πράγμα που θα σήμαινε την εφαρμογή πιθανόν καταστροφικού ελέγχου για το κτήριο. Η εκτίμηση μάλιστα, στην περίπτωση γκαουσιανών θορύβων στους αισθητήρες, με μηδενική μέση τιμή γίνεται με βέλτιστο τρόπο.

Επιπλέον, έχοντας σταθεροποιήσει με χρήση υψιπερατών φίλτρων τις τιμές του διανύσματος που αφορούν την απόλυτη ταχύτητα και θέση του εδάφους κατά τον σεισμό, μπορούμε να εξαλείψουμε το φαινόμενο της συνεχούς ολίσθησης της εκτίμησης για την απόλυτη θέση του κτηρίου.

4.3.2.3 Σταθεροποίηση μέσω της μήτρας εξόδου

Ένας διαφορετικός τρόπος να κατασκευάσουμε μία εκτίμηση για το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος 4.18 είναι μέσω της μήτρας εξόδου C_{st} . Όπως είδαμε και νωρίτερα, καθώς δεν έχουμε κάποιον αισθητήρα που να μετράει με απόλυτο τρόπο την θέση κάποιου σημείου στο σύστημα, αυτό προκύπτει ως μή παρατηρήσιμο, και επομένως μπορούμε να κατασκευάσουμε παρατηρητή Kalman μόνο για το παρατηρήσιμο τμήμα του.

Σκοπός μας με αυτή την μέθοδο είναι να μπορέσουμε να συγκρατήσουμε την εκτίμηση των συνιστωσών του διανύσματος κατάστασης, πιο κοντά στο μηδενικό άξονα με την πάροδο του χρόνου, περιορίζοντας έτσι το φαινόμενο της ολίσθησης. Για την εφαρμογή της μεθόδου, είναι απαραίτητο να κάνουμε συγκεκριμένες παραδοχές, στις οποίες θα στηρίξουμε και την λειτουργία της, όπως κάναμε αντίστοιχα για την χρήση υψιπερατών φίλτρων στον διπλό ολοκληρωτή της παραγράφου 4.2.6.1.

Όπως αναφέραμε και νωρίτερα, θεωρούμε ότι η σεισμική διαταραχή διαδίδεται σε ένα κατά προσέγγιση ελαστικό μέσο. Για τον λόγο αυτό θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν μόνιμες παραμορφώσεις στο έδαφος κατά την διάρκεια του σεισμού, και ως εκ τούτου η διαταραχή του σεισμού δεν περιέχει ισχυρές συνιστώσες στο χαμηλόσυχο φάσμα. Επομένως μπορούμε να δεχθούμε ότι για τις χαμηλές συχνότητες ισχύει η προσέγγιση $z_0 \approx 0$. Είναι προφανές ότι μία τέτοια παραδοχή δεν ισχύει σε καμία περίπτωση για υψηλότερες συχνότητες, καθώς τότε δεν θα υπήρχε σεισμική διαταραχή.

Κάνοντας την παραπάνω παραδοχή, μπορούμε να την εκμεταλλευτούμε κατάλληλα έτσι ώστε να κατασκευάσουμε έναν παρατηρητή κατάστασης για το σύστημα 4.18 βασιζόμενοι στο μοντέλο του παρατηρητή Kalman. Στο μοντέλο Kalman, μετρήσεις για τις οποίες θεωρούμε υψηλές τιμές διακύμανσης στον αντίστοιχο θόρυβο, λαμβάνονται υπ όψιν λιγότερο, από ότι μετρήσεις με αντίστοιχα χαμηλό ποσοστό θορύβου. Αυτό σημαίνει ότι μία μέτρηση με υψηλό θόρυβο, επηρεάζει σημαντικά το σύστημα σε βάθος χρόνου, και όχι άμεσα. Αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί από τα αντίστοιχα διαγράμματα Bode, για τις συναρτήσεις μεταφοράς του φίλτρου Kalman από την είσοδο μετρήσεων y του φίλτρου, προς τις εξόδους του.

Παρατηρώντας ενδεικτικά διαγράμματα Bode της εικόνας Εικόνα 4.24 συμπεραίνουμε ότι ορίζοντας μεγάλες τιμές θορύβου σε μία είσοδο του διανύσματος y αντίστοιχα το φίλτρο Kalman το οποίο προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης Ricatti, αποκόπτει τις υψηλές συχνότητες της μέτρησης λειτουργώντας ως βαθυπερατό φίλτρο. Σύμφωνα με τα παραπάνω λοιπόν, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι πλέον το z_0 είναι μία μετρήσιμη ποσότητα με προσεγγιστική τιμή ίση με $z_0 \approx 0$.

Οι νέοι πίνακες εξόδων που μπορούμε επομένως να θεωρήσουμε είναι οι επαυξημένοι, σε σχέση με αυτούς των εξισώσεων 4.19, και θα περιλαμβάνουν επιπλέον μία μέτρηση για το z_0 . Έτσι οι νέες μήτρες εξόδων ορίζονται ως

$$C_{st} = \begin{bmatrix} C_k \\ C_{z_0} \end{bmatrix}, \quad \text{με } C_{z_0} = [O_{1 \times N_k} \quad 1 \quad O_{1 \times (N_k - 1)}]$$

και

$$D_u^{st} = \begin{bmatrix} D_u^k \\ 0 \end{bmatrix}$$

ενώ η αντίστοιχη εξίσωση για τα σήματα εξόδου του συστήματος είναι

$$y(t) = C_{st}x + D_u^{st}u(t) + v_{st}(t) \quad 4.27$$

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε, το νέο σύστημα για το οποίο θέλουμε να κατασκευάσουμε έναν παρατηρητή Kalman, δίνεται πλέον από τις εξισώσεις 4.18 και 4.27. Εξετάζοντας εκ νέου το σύστημα, εύκολα συμπεραίνουμε ότι το νέο ζεύγος (A_k, C_{st}) προκύπτει παρατηρήσιμο. Συνεπώς, μπορούμε να κατασκευάσουμε απ' ευθείας παρατηρητή κατάστασης βασισμένο στο μοντέλο Kalman.

Καθώς έχουμε ορίσει μία μηδενική επιπλέον «ψευδο-μέτρηση», στο διάνυσμα $y(t)$, η νέα μήτρα διακύμανσης $R_{st} = E\{v_{st} \cdot v_{st}^T\}$ του διανύσματος του θορύβου $v_{st}(t)$ θα έχει διαστάσεις αυξημένες κατά ένα, δηλαδή $(2N + 1) \times (2N + 1)$. Έτσι ο νέος παρατηρητής θα έχει εξίσωση κατάστασης

$$\hat{x} = A_k \hat{x} + B_k u + E_k a + L_{st}(y - C_{st} \hat{x} - D_u^{st} u), \quad \text{με } \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad 4.28$$

όπου L_{st} το αντίστοιχο κέρδος Kalman.

Κατασκευάζοντας τις μήτρες Q και R ως

$$Q_{st} = \sigma_a^2, \quad R_{st} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \cdot I_{N \times N} & O_{N \times N} & O_{N \times 1} \\ O_{N \times N} & \sigma_z^2 \cdot I_{N \times N} & O_{N \times 1} \\ O_{1 \times N} & O_{1 \times N} & \sigma_{z_0}^2 \end{bmatrix}$$

έχουμε την ευχέρεια να ρυθμίσουμε την διακύμανση του σφάλματος για το z_0 , η τιμή $\sigma_{z_0}^2$ της οποίας, κατά κανόνα πρέπει να είναι σχετικά μεγάλη σε σχέση με αυτές για τους υπόλοιπους αισθητήρες. Μικραίνοντας την τιμή της $\sigma_{z_0}^2$ μειώνουμε την ολίσθηση στις μετρήσεις, όμως επιρεάζουμε το σφάλμα εκτίμησης σε υψηλότερες συχνότητες, ενώ μεγαλώνοντας την προφανώς συμβαίνει το αντίστροφο. Έχοντας καθορίσει τις μήτρες R_{st}, Q_{st} και με $G_{st} = E_k$ και $H_{st} = O$, μπορούμε πλέον να λύσουμε την εξίσωση Ricatti (4.17) και να υπολογίσουμε το αντίστοιχο κέρδος Kalman L_{st} .

4.3.2.4 Σταθεροποίηση μέσω της εισόδου

Ένας τρίτος τρόπος να κατασκευάσουμε παρατηρητή κατάστασης για το σύστημα, ο οποίος να αντισταθμίζει την εμφανιζόμενη ολίσθηση, είναι απευθείας μέσω του συστήματος όπως το έχουμε ορίσει στην εξίσωση 2.4. Όπως είδαμε νωρίτερα, το σύστημα σε αυτή την μορφή έχει άγνωστη είσοδο

από τον σεισμό το διάνυσμα $d(t) = [\dot{z}_0 \ z_0]^T$. Παρόλα αυτά, χρησιμοποιώντας παρόμοια επιχειρήματα με αυτά των προηγούμενων παραγράφων, για το συχνοτικό περιεχόμενο των σημάτων z_0 και \dot{z}_0 , μπορούμε να τα θεωρήσουμε μηδενικά με $d(t) = [\dot{z}_0 \ z_0]^T = [0 \ 0]^T$, εισάγοντας παράλληλα υψηλή αβεβαιότητα για αυτά μέσω υψηλών τιμών $\sigma_{z_0}^2$ και $\sigma_{\dot{z}_0}^2$ για την διακύμανση του θορύβου στην είσοδο του συστήματος.

Έτσι, για το σύστημα της εξίσωσης 2.4 η έξοδος καθορίζεται ως

$$y(t) = Cx(t) + D_E d(t) + D_u u(t) + v(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \vdots \\ \ddot{z}_N \\ \hline z_0 - z_1 \\ z_1 - z_2 \\ \vdots \\ z_{N-1} - z_N \end{bmatrix} + v = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \hline O_{N \times N} & C_{22} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{c_0}{m_1} & \frac{k_0}{m_1} \\ \hline O_{(N-1) \times 2} & 1 \\ \hline O_{(N-1) \times 2} & \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} \\ \hline O_{(2N-1) \times 1} \end{bmatrix} u + v \quad 4.29$$

όπου A_{11} , A_{12} οι αντίστοιχες υπο-μήτρες του πίνακα A των εξισώσεων 2.4,

ενώ

$$C_{22} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & 0 & \cdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Με βάση το παραπάνω μοντέλο, πλέον μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν αντίστοιχο παρατηρητή Kalman με εξίσωση

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Ed + L_{std}(y - C\hat{x} - D_u u), \quad \text{με } \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad 4.30$$

Κατασκευάζοντας τις μήτρες Q και R ως

$$Q_{std} = \begin{bmatrix} \sigma_{z_0}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{z}_0}^2 \end{bmatrix}, \quad R_{std} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \cdot I_{N \times N} & O_{N \times N} \\ O_{N \times N} & \sigma_z^2 \cdot I_{N \times N} \end{bmatrix}$$

έχουμε την ευχέρεια να ρυθμίσουμε την διακύμανση του σφάλματος για τα z_0 και \dot{z}_0 , οι τιμές $\sigma_{z_0}^2$ και $\sigma_{\dot{z}_0}^2$ των οποίων, κατά κανόνα πρέπει να είναι σχετικά μεγάλες σε σχέση με αυτές για τους υπόλοιπους αισθητήρες. Μικραίνοντας τις τιμές των $\sigma_{z_0}^2$ και $\sigma_{\dot{z}_0}^2$ μειώνουμε την ολίσθηση στις μετρήσεις, όμως επηρεάζουμε το σφάλμα εκτίμησης σε υψηλότερες συχνότητες, ενώ μεγαλώνοντας τις προφανώς συμβαίνει το αντίστροφο. Έχοντας καθορίσει τις μήτρες R_{std}, Q_{std} και με $G_{std} = E$ και $H_{std} = D_d$, μπορούμε πλέον να λύσουμε την εξίσωση Ricatti (4.17) και να υπολογίσουμε το αντίστοιχο κέρδος

Kalman L_{std} . Στο σημείο αυτό είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ότι ο τελευταίος παρατηρητής, λειτουργεί ως παρατηρητής κατάστασης αγνώστων εισόδων ως προς την διαταραχή του σεισμού, καθώς για την εκτίμηση της κατάστασης, δεν απαιτείται η μέτρηση ή η γνώση του σήματος της διαταραχής.

4.3.2.5 Προσομοίωση

Για την επιβεβαίωση της πρακτικής εφαρμογής των μεθόδων κατασκευής παρατηρητών κατάστασης για το σύστημά μας, αλλά και την σύγκρισή τους, πραγματοποιήσαμε μία σειρά αντίστοιχων προσομοιώσεων. Το σύστημα στο οποίο θα εφαρμόσουμε τους παρατηρητές είναι το εξάωρο κτήριο του παραδείγματος της παραγράφου 3.2 θεωρώντας τα σεισμικά σήματα εισόδου του σεισμού El-Centro, 1940, που χρησιμοποιήσαμε στην παράγραφο 3.3.

Θα προσομοιώσουμε την χρήση τριών παρατηρητών κατάστασης τις μεθόδους σχεδίασης των οποίων αναφέραμε στις παραγράφους 4.3.2.2, 4.3.2.3 και 4.3.2.4.

Οι διακυμάνσεις των γκαουσιανών θορύβων των αισθητήρων που χρησιμοποιήθηκαν για τις προσομοιώσεις είναι όπως τις αναφέρει ο πίνακας 4.1.

Πίνακας 4.1: Διακυμάνσεις θορύβων των αισθητήρων.

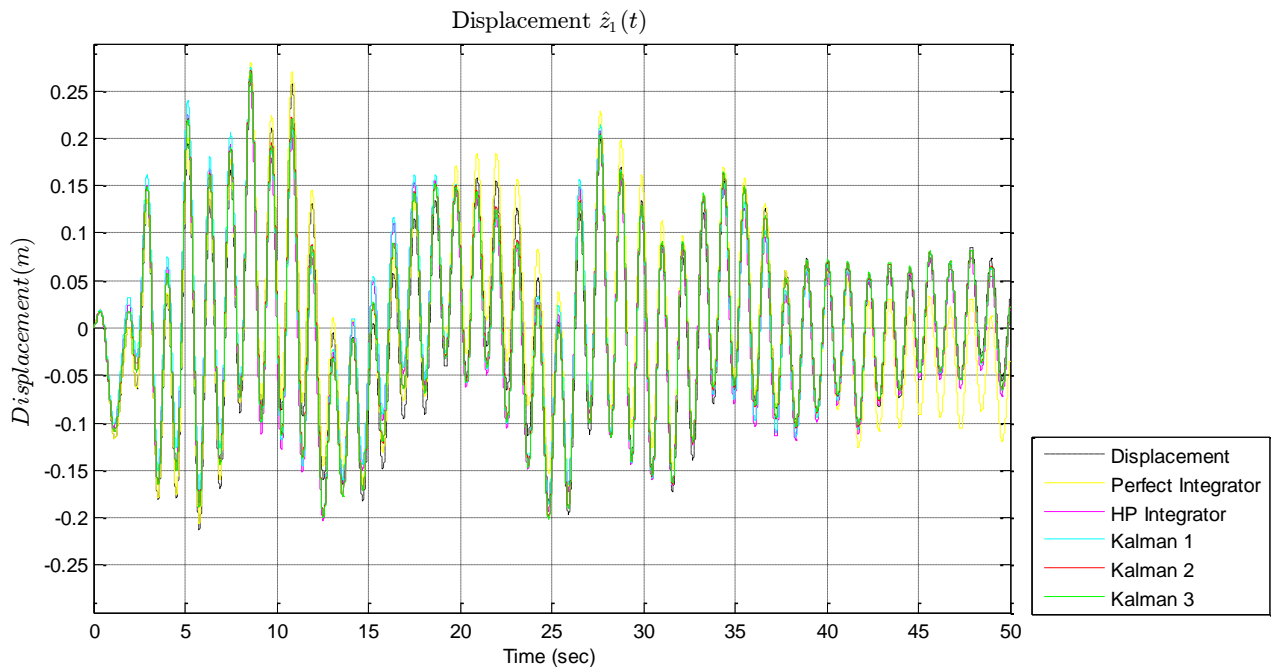
Διακύμανση θορύβου για επιταχυνσιόμετρα	$\sigma_a^2 = 5 \cdot 10^{-5} (m^2/s^4)$
Διακύμανση θορύβου για αισθητήρες μέτρησης απόστασης	$\sigma_z^2 = 2.5 \cdot 10^{-7} (m^2)$

Για το φίλτρο Kalman με σταθεροποίηση μέσω υψιπερατών φίλτρων (Kalman 1), η συχνότητα αποκοπής των φίλτρων που χρησιμοποιήθηκαν είναι $f_c = 0.03 \text{ Hz}$, ενώ για την σταθεροποίηση μέσω του πίνακα εξόδων (Kalman 2) η διακύμανση της μέτρησης του z_0 τέθηκε ίση με $\sigma_{z_0}^2 = 0.01 (m^2)$. Στον παρατηρητή με σταθεροποίηση μέσω των εισόδων (Kalman 3) οι αντίστοιχες διακυμάνσεις για τα z_0 και \dot{z}_0 τέθηκαν ίσες με $\sigma_{z_0}^2 = 0.01 (m^2)$ και $\sigma_{\dot{z}_0}^2 = 0.01 (m^2/s^2)$.

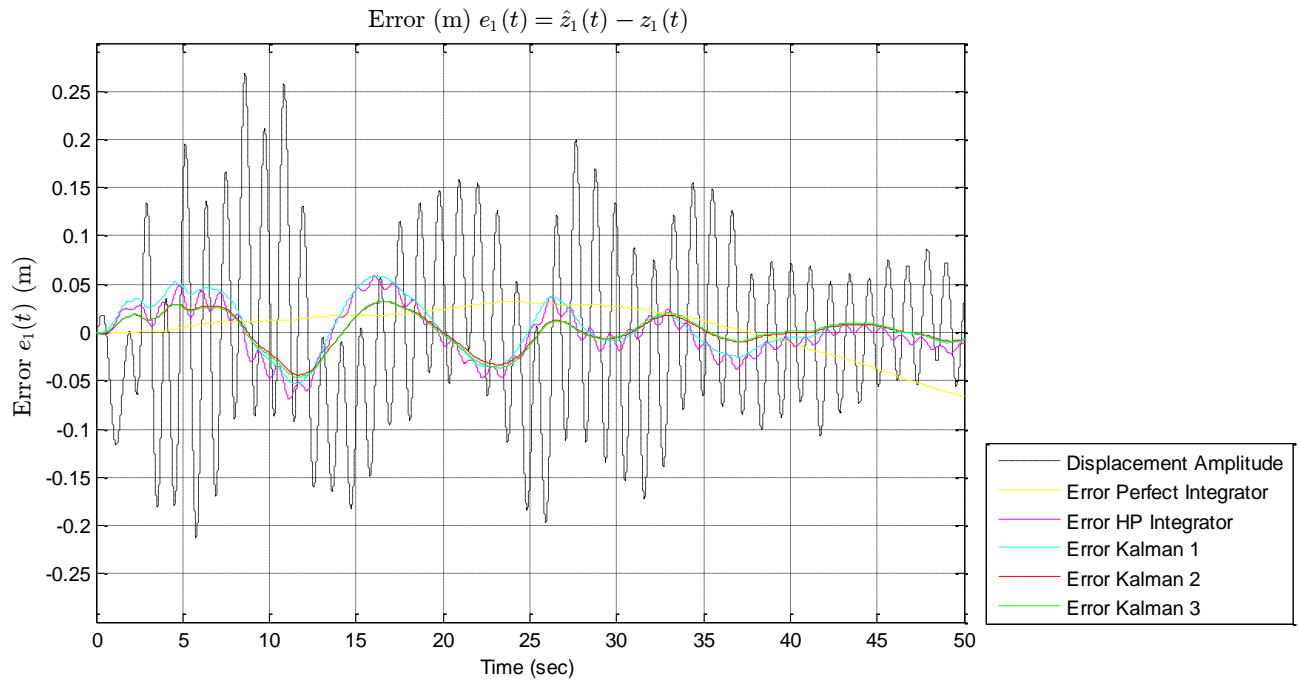
Στην πρώτη προσομοίωση, έχουμε θεωρήσει ότι οι αισθητήρες μας έχουν γκαουσιανούς θορύβους με τις παραπάνω διακυμάνσεις και μέση τιμή μηδέν. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης δίνονται στα διαγράμματα (εικόνα 4.14, εικόνα 4.15 και εικόνα 4.16). Στα πρώτα διαγράμματα, για λόγους οικονομίας χώρου, παραθέτουμε τα αποτελέσματα για τον πρώτο όροφο του κτηρίου. Παρόμοια αποτελέσματα ισχύουν και για τους υπόλοιπους ορόφους.

Αρχικά, μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα διαγράμματα (εικόνα 4.14, εικόνα 4.15) ότι με χρήση απλού ολοκληρωτή η εκτίμησή μας για την μετατόπιση του ορόφου, αποκλίνει σταδιακά από την πραγματική θέση. Με την χρήση υψιπερατού ολοκληρωτή, η ολίσθηση περιορίζεται σημαντικά όμως το σφάλμα εμφανίζει σημαντική ταλάντωση. Οι τρεις παρατηρητές που έχουμε σχεδιάσει, στα διαγράμματα αυτά εμφανίζουν παρόμοιο σφάλμα, με τον παρατηρητή Kalman 1 να εμφανίζει ελαφρώς

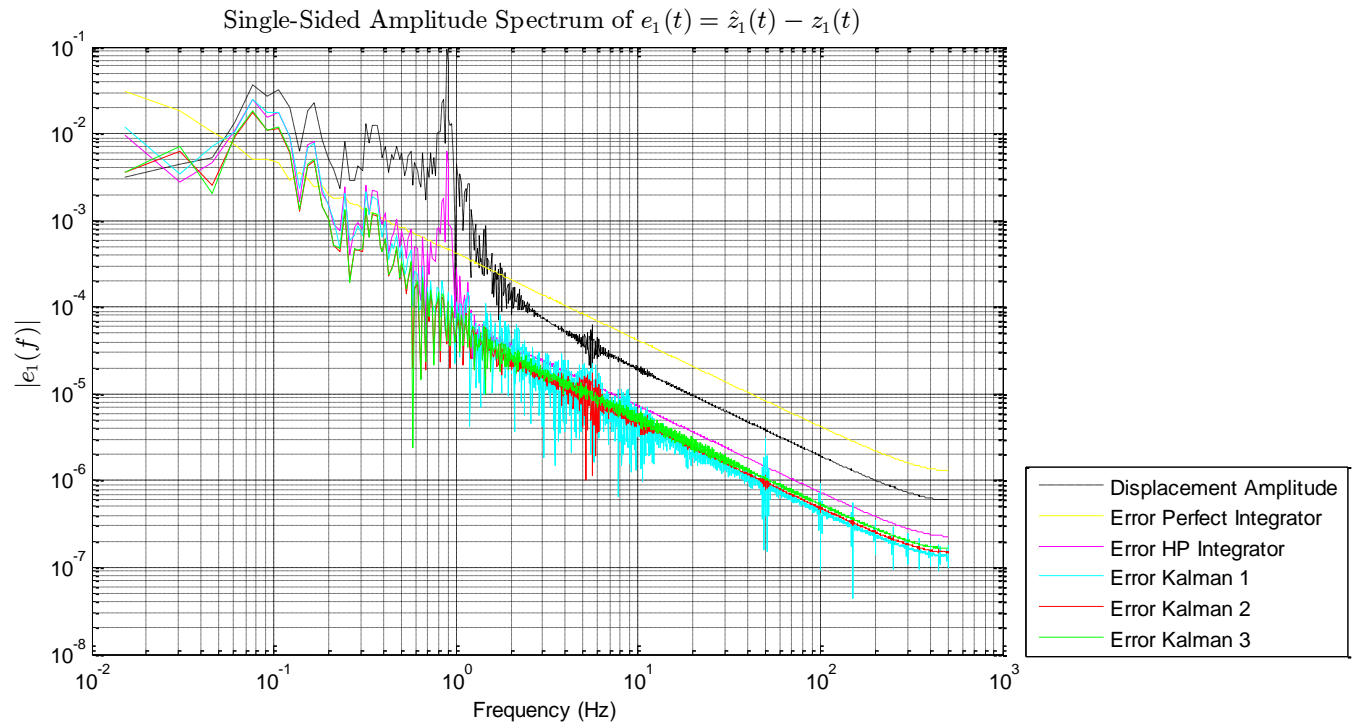
υψηλότερο σφάλμα, ενώ οι παρατηρητές Kalman 2 και 3, εμφανίζουν αρκετά όμοια σφάλματα. Αυτά επιβεβαιώνονται και από το διάγραμμα (εικόνα 4.16) όπου παρουσιάζεται το συχνοτικό περιεχόμενο του σφάλματος. Παρατηρώντας το διάγραμμα βλέπουμε πως για τις συχνότητες οι οποίες μας ενδιαφέρουν να ελέγξουμε ($> 0.2 \text{ Hz}$), ενώ ο απλός και υπερβατικός ολοκληρωτής παρουσιάζουν σημαντικά σφάλματα, για τους παρατηρητές κατάστασης Kalman υπάρχει πολύ καλύτερη εκτίμηση της μετατόπισης των ορόφων. Ειδικότερα στην περιοχή κοντά στην κύρια ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης του κτηρίου ($\approx 1 \text{ Hz}$) η εκτίμηση είναι εξαιρετικά καλή με το σφάλμα να είναι δύο με τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερο του πλάτους ταλάντωσης του ορόφου. Κάτι τέτοιο είναι ιδιαίτερα σημαντικό, καθώς με την χρήση ενεργού συστήματος απόσβεσης κραδασμών, κυρίως στοχεύουμε στον έλεγχο των χαμηλόσυχων ιδιοσυχνοτήτων του κτηρίου.



Εικόνα 4.14: Εκτίμηση μετατόπισης του πρώτου ορόφου για τους διάφορους εκτιμητές της κατάστασης – χωρίς μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των αισθητήρων.



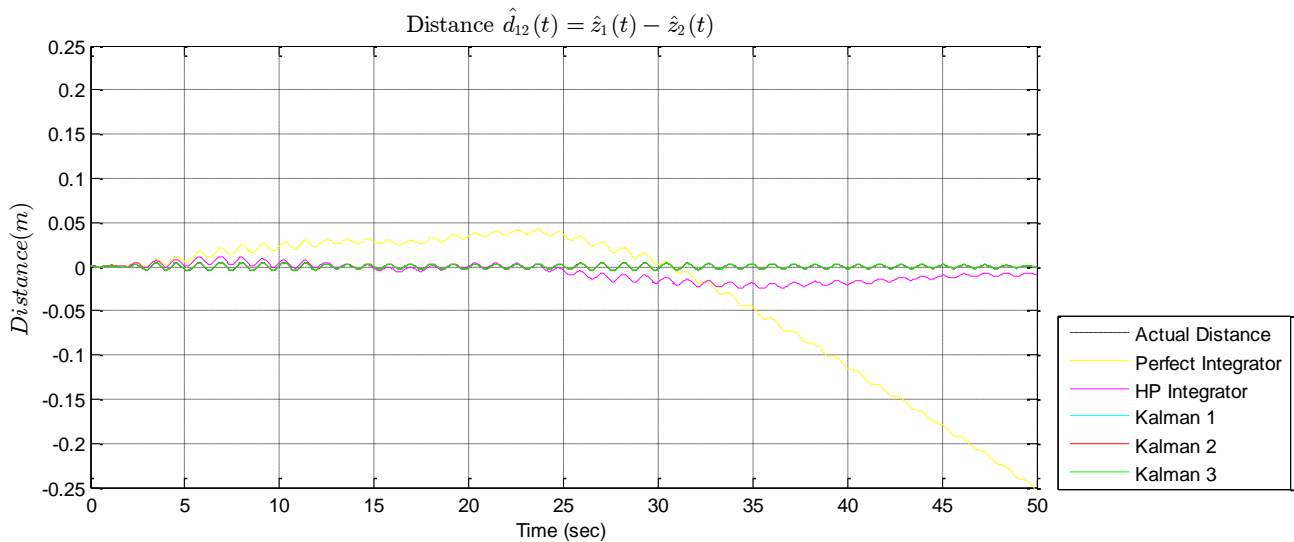
Εικόνα 4.15: Σφάλματα εκτίμησης μετατόπισης πρώτου ορόφου σε σύγκριση με την συνολική κίνηση – χωρίς μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των αισθητήρων.



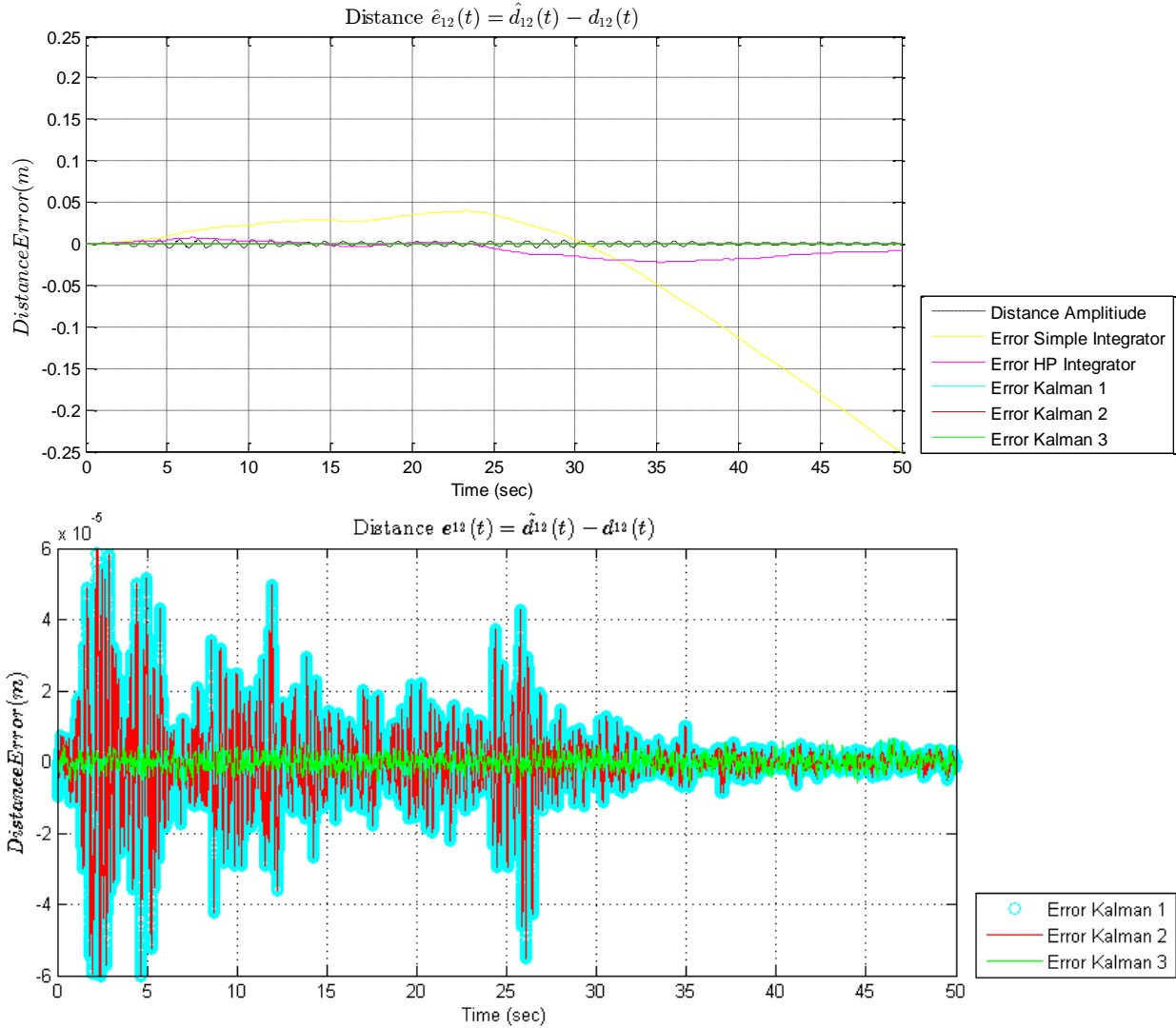
Εικόνα 4.16: Συχνотική ανάλυση του σφάλματος εκτίμησης της μετατόπισης του πρώτου ορόφου – χωρίς μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των αισθητήρων.

Πέραν των παραπάνω είναι επίσης σημαντικό να δούμε μέσω της προσομοίωσης το κατά πόσο υπάρχει καλή εκτίμηση όσον αφορά τις σχετικές σχέσεις μεταξύ των ορόφων του κτηρίου. Για αυτό το σκοπό,

παραθέτουμε ενδεικτικά στο διάγραμμα (εικόνα 4.17) την εκτίμηση για την διαφορά ανάμεσα στον πρώτο και τον δεύτερο όροφο του κτηρίου, σε σύγκριση με την πραγματική τιμή της διαφοράς, καθώς και στο διάγραμμα (εικόνα 4.18) όπου περιλαμβάνει τα σφάλματα εκτίμησης της απόστασης μεταξύ των ορόφων για τους παρατηρητές που κατασκευάσαμε. Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα, τα σφάλματα της απόστασης μεταξύ των ορόφων, με εφαρμογή του απλού και του υψιπερατού ολοκληρωτή ξεχωριστά για κάθε όροφο είναι πολύ σημαντικά, ξεπερνώντας κατά πολύ σε μέτρο το πλάτος της πραγματικής μέγιστης απόστασης μεταξύ των ορόφων. Τα σφάλματα αυτά, που οφείλονται στο φαινόμενο της ολίσθησης στους ολοκληρωτές, προφανώς μπορούν να αποβούν καταστροφικά σε περίπτωση εφαρμογής ελέγχου για το κτήριο. Αντιθέτως, παρατηρώντας την απόκριση και τα αντίστοιχα σφάλματα για τους παρατηρητές Kalman που κατασκευάσαμε, βλέπουμε ότι αυτή εμφανίζεται να είναι τουλάχιστον δύο με τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερη του μέγιστου πλάτους ταλάντωσης, με τον παρατηρητή Kalman με σταθεροποίηση μέσω της εισόδου να εμφανίζει σταθερά το χαμηλότερο σφάλμα από τις υπόλοιπες μεθόδους έχοντας την καλύτερη απόδοση.



Εικόνα 4.17: Εκτίμηση της απόστασης μεταξύ πρώτου και δεύτερου ορόφου $\hat{d}_{12}(t) = \hat{z}_1(t) - \hat{z}_2(t)$ – χωρίς μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των αισθητήρων.



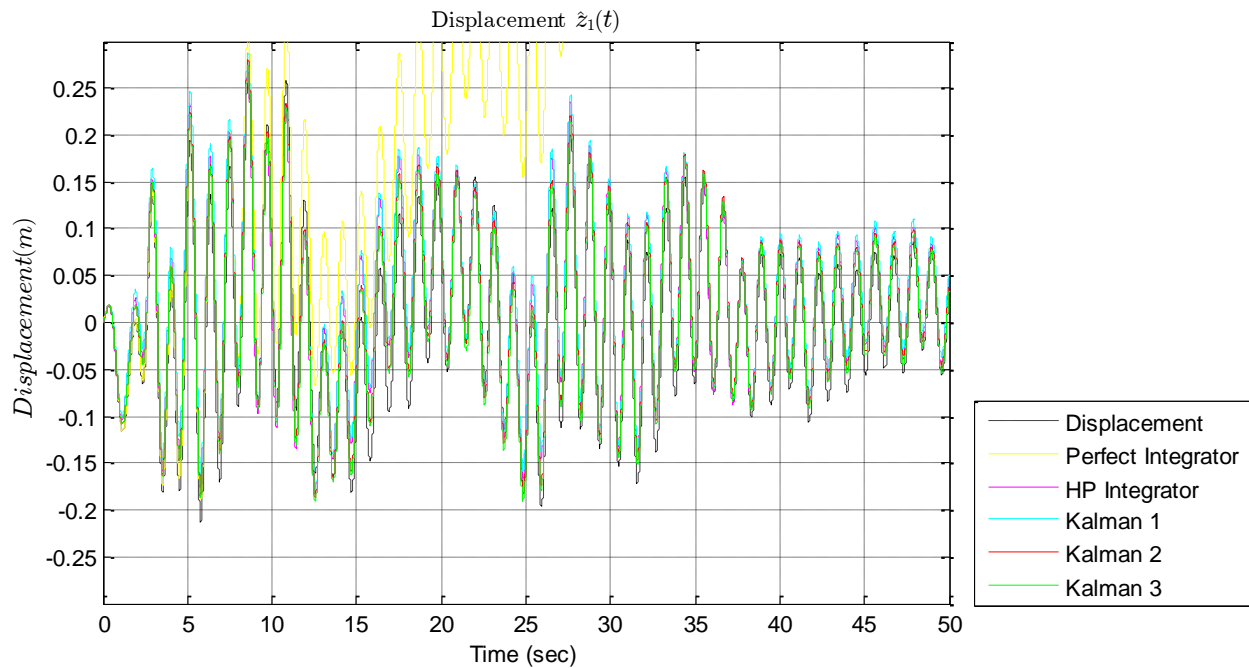
Εικόνα 4.18: Σφάλματα εκτίμησης της απόστασης μεταξύ πρώτου και δεύτερου ορόφου $e_{12}(t) = \hat{d}_{12}(t) - d_{12}(t)$ – χωρίς μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των αισθητήρων.

Στο δεύτερο στάδιο της προσομοίωσης, θέλουμε να δούμε την επίδραση της ύπαρξης σταθερού σφάλματος (bias) στους μετρητές της επιτάχυνσης, στο αντίστοιχο σφάλμα εκτίμησης της κατάστασης για τις διάφορες μεθόδους εκτίμησης. Έτσι, ενώ στην προηγούμενη προσομοίωση, θεωρήσαμε θόρυβο μηδενικής μέσης τιμής στους αισθητήρες, πλέον προσθέτουμε και ένα σταθερό σφάλμα μέτρου $b = 0.001 \text{ m/s}^2$ στους αισθητήρες μέτρησης της επιτάχυνσης του κτηρίου. Πιο συγκεκριμένα τις τιμές του σταθερού σφάλματος για τον κάθε αισθητήρα τις αναφέρει ο πίνακας 4.2.

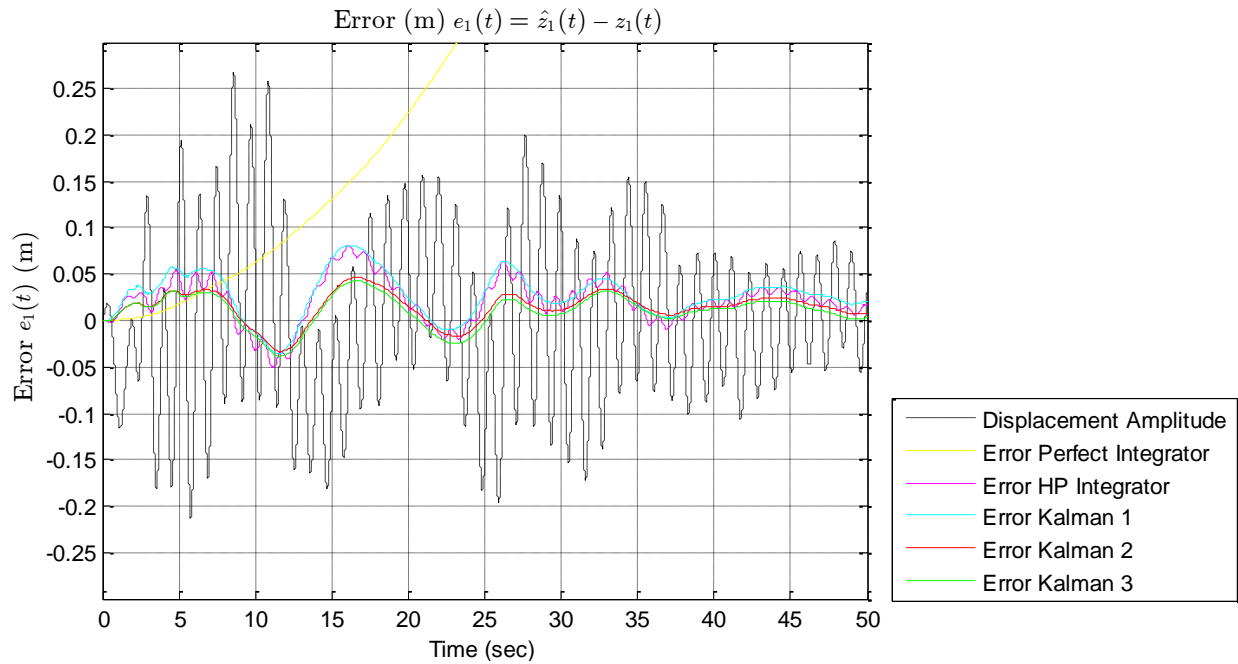
Πίνακας 4.2: Σταθερά σφάλματα για τους αντίστοιχους αισθητήρες μέτρησης επιτάχυνσης κατά την προσομοίωση (2).

Επιταχυνσιόμετρο ορόφου No	0	1	2	3	4	5	6
bias	$+b$	$+b$	$-b$	$+b$	$-b$	$+b$	$+b$

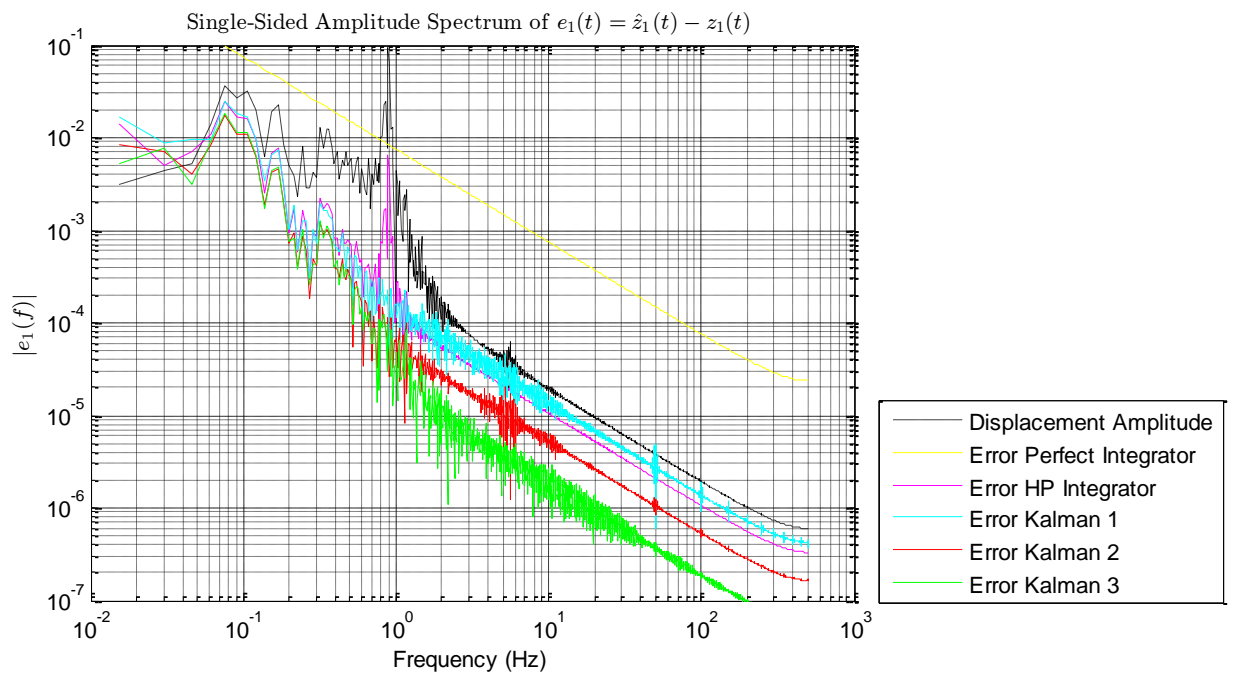
Τα αντίστοιχα αποτελέσματα δίνονται στα ακόλουθα διαγράμματα. Όπως παρατηρούμε στα διαγράμματα (εικόνα 4.19 και εικόνα 4.20), η ύπαρξη μόνιμου σφάλματος κατά την μέτρηση της επιτάχυνσης, για τον απλό ολοκληρωτή, οδηγεί στην ταχεία απόκλιση του σήματος της εκτιμώμενης θέσης για τον πρώτο όροφο (αντίστοιχα και για τους υπόλοιπους) από την πραγματική του τιμή (ολίσθηση). Αντίθετα, βλέπουμε ότι οι υπόλοιποι παρατηρητές είναι ανθεκτικοί στην ύπαρξη μόνιμου σφάλματος στην μέτρηση, κάτι το οποίο επιβεβαιώνει την αποτελεσματικότητα του σχεδιασμού τους. Όσον αφορά το συχνοτικό περιεχόμενο των σφαλμάτων, το οποίο παρουσιάζεται στην εικόνα 4.21, παρατηρούμε ότι ο παρατηρητής Kalman της παραγράφου 4.3.2.4 εμφανίζει σταθερά χαμηλότερο σφάλμα και καλύτερη απόδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους παρατήρησης.



Εικόνα 4.19: Εκτίμηση μετατόπισης του πρώτου ορόφου για τους διάφορους εκτιμητές της κατάστασης – με μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των επιταχυνσιομέτρων.

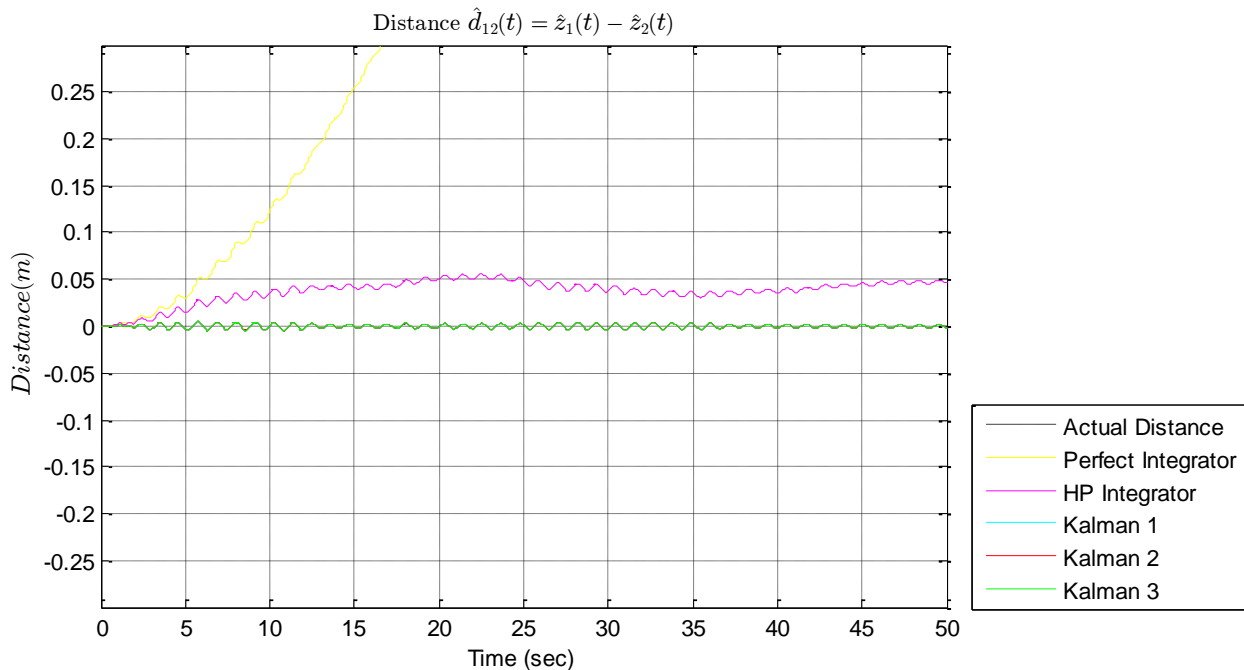


Εικόνα 4.20: Σφάλματα εκτίμησης μετατόπισης πρώτου ορόφου σε σύγκριση με την συνολική κίνηση – με μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των επιταχυνσιομέτρων.

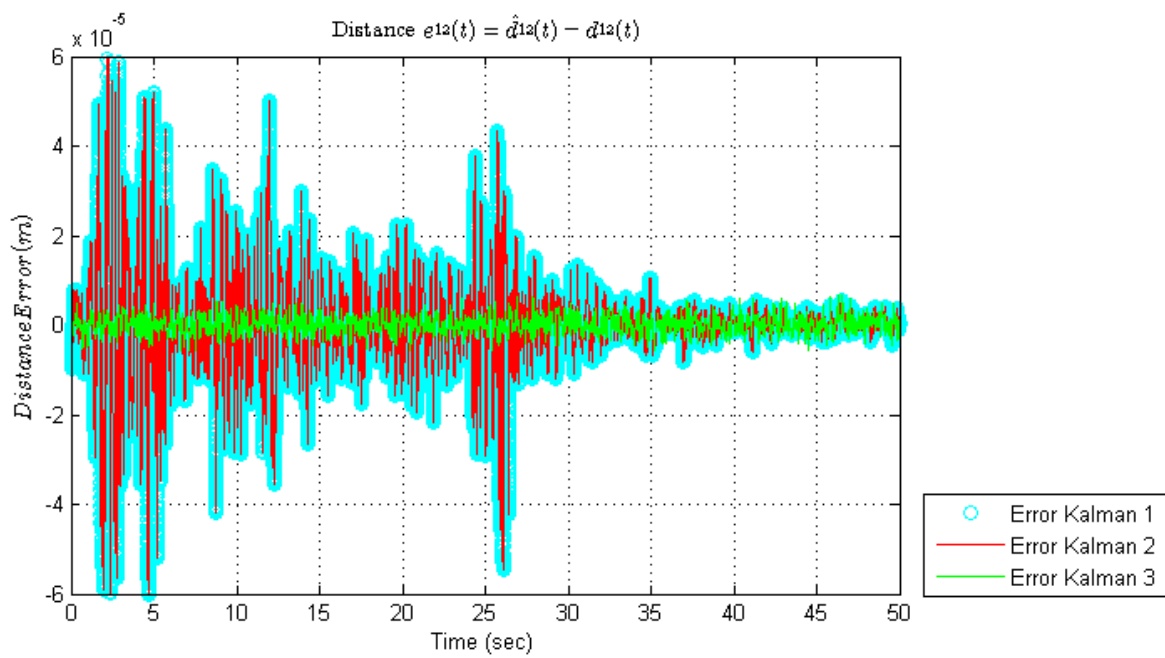
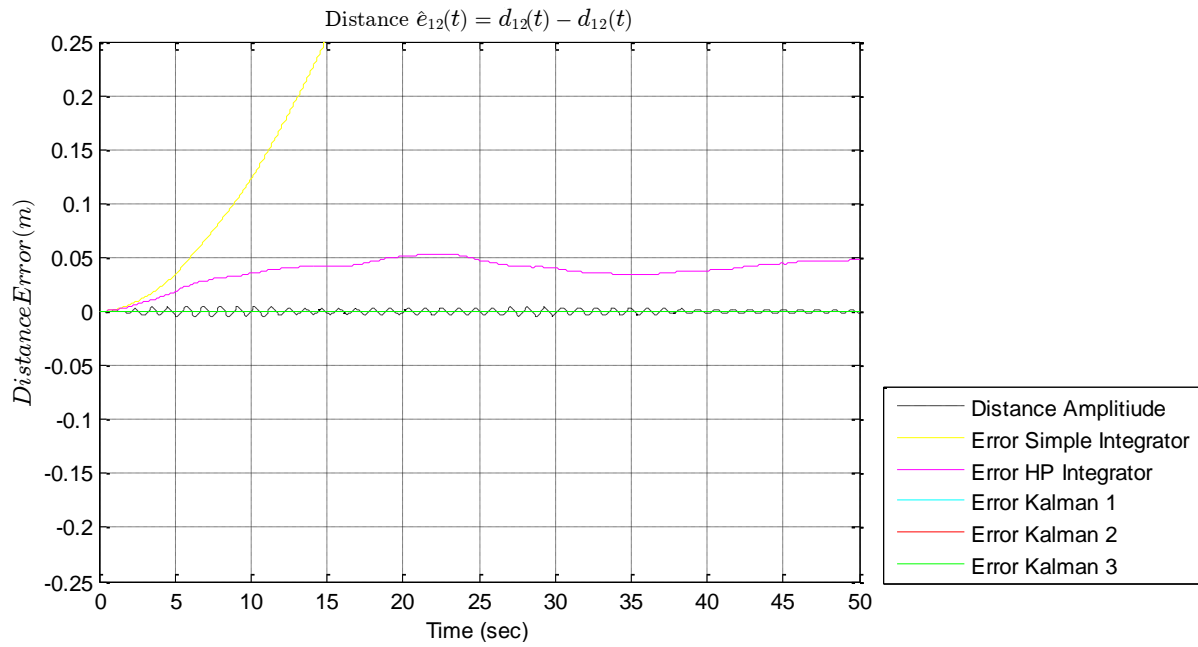


Εικόνα 4.21: Συχνотική ανάλυση του σφάλματος εκτίμησης της μετατόπισης του πρώτου ορόφου – με μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των επιταχυνσιομέτρων.

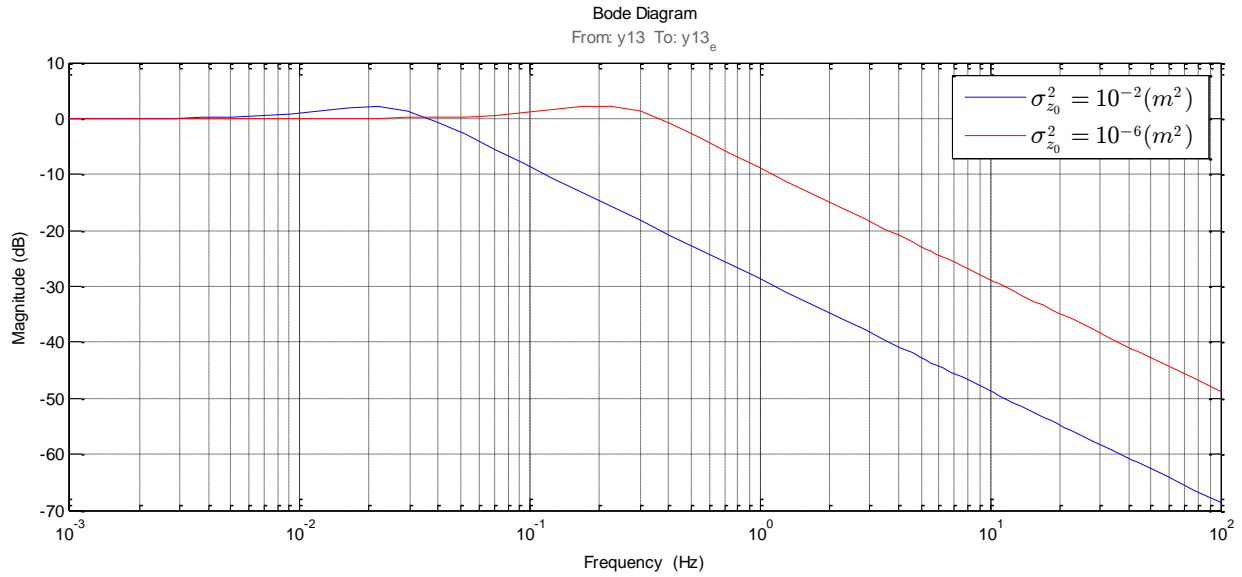
Στην συνέχεια, είναι επίσης σημαντικό να ελέγξουμε την ορθότητα της εκτίμησης για τους διάφορους εκτιμητές κατάστασης, ως προς τις αποστάσεις μεταξύ των ορόφων κατά την κίνηση του συστήματος. Οι εκτιμήσεις της απόστασης και τα αντίστοιχα σφάλματα μεταξύ πρώτου και δεύτερου ορόφου, των οποίων τα επιταχυνσιόμετρα εμφανίζουν μόνιμο σφάλμα αντίθετου πρόσημου στην έξοδό τους, παρουσιάζονται στα διαγράμματα (εικόνα 4.22 και εικόνα 4.23). Όπως είναι αναμενόμενο, για τον απλό ολοκληρωτή το σφάλμα της εκτίμησης αποκλίνει σημαντικά λόγω της ολίσθησης. Για τον υψιτερατό ολοκληρωτή, υπάρχει και πάλι αυξημένο σφάλμα καθώς οι φορές των σταθερών σφαλμάτων στους αισθητήρες είναι αντίθετες, όμως σαφώς περιορισμένο σε σχέση με τον απλό ολοκληρωτή. Από το διάγραμμα στην εικόνα 4.23 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι τρεις παρατηρητές κατάστασης, οι οποίοι κάνουν χρήση και των μετρήσεων από τους αισθητήρες απόστασης εμφανίζουν πολύ μικρότερα σφάλματα στην εκτίμηση της απόστασης μεταξύ των ορόφων. Πιο συγκεκριμένα, ο παρατηρητής Kalman της παραγράφου 4.3.2.4, εμφανίζει και πάλι αρκετά μικρότερο σφάλμα σε σχέση με τους άλλους δύο παρατηρητές κατάστασης που προσομοιώσαμε. Για τον λόγο αυτό, ο τελευταίος παρατηρητής, όπου χρειαστεί θα χρησιμοποιηθεί και ως παράδειγμα χρήσης στα επόμενα κεφάλαια.



Εικόνα 4.22: Εκτίμηση της απόστασης μεταξύ πρώτου και δεύτερου ορόφου $\hat{d}_{12}(t) = \hat{z}_1(t) - \hat{z}_2(t)$ – με μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των επιταχυνσιόμετρων.



Εικόνα 4.23: Σφάλματα εκτίμησης της απόστασης μεταξύ πρώτου και δεύτερου ορόφου $e_{12}(t) = \hat{d}_{12}(t) - d_{12}(t)$ – με μόνιμο σφάλμα στην έξοδο των επιταχυνσιομέτρων.



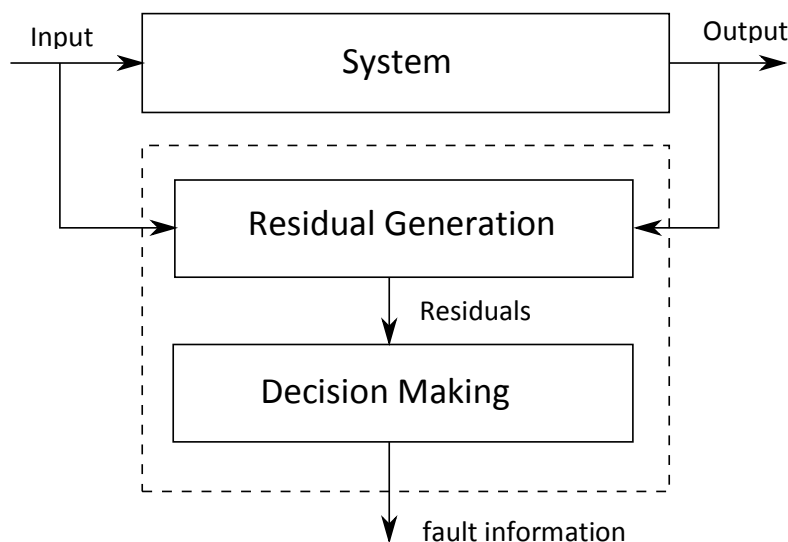
Εικόνα 4.24: Διάγραμμα Bode της συνάρτησης μεταφοράς για το φίλτρο Kalman της παραγράφου 4.3.2.3, από την ψευδο-είσοδο μέτρησης της θέσης του εδάφους z_0 προς την έξοδο εκτίμησης του \hat{z}_0 . Ο υπολογισμός γίνεται για δύο διαφορετικές τιμές διακύμανσης $\sigma_{z_0}^2 = 10^{-2} m^2$ και $\sigma_{z_0}^2 = 10^{-6} m^2$. Βλέπουμε ότι για υψηλότερες τιμές διακύμανσης το φίλτρο Kalman λειτουργεί ως βαθυπερατό φίλτρο μειώνοντας την συχνότητα αποκοπής. Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν και για τις υπόλοιπες εξόδους.

5 Διάγνωση και απομόνωση σφαλμάτων

Όπως αναλύσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν παρατηρητή κατάστασης για την εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης του κτηρίου κατά την διάρκεια του σεισμού. Ο παρατηρητής συνδυάζει όλες τις διαθέσιμες μετρήσεις από τους αισθητήρες του κτηρίου με στόχο την καλύτερη δυνατή εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης. Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε τί συμβαίνει στην περίπτωση όπου κάποιος αισθητήρας του κτηρίου χαλάσει, με αποτέλεσμα να μας δίνει εσφαλμένες μετρήσεις, και πώς αυτό μπορεί να επηρεάσει την σωστή εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης. Επίσης, θα μελετήσουμε έναν μηχανισμό αναγνώρισης και απομόνωσης των σφαλμάτων καθώς και την διαδικασία ανάκαμψης από τέτοιου είδους σφάλματα σε πραγματικό χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, θα ακολουθήσουμε μία τακτική διάγνωσης σφαλμάτων η οποία βασίζεται στο μαθηματικό μοντέλο που έχουμε για το σύστημα (Model-Based Fault Diagnosis - MBFD) η οποία περιγράφεται αναλυτικά στο σχετικό βιβλίο των Chen και Patton [22].

5.1 Διάγνωση σφαλμάτων βασισμένη στο μοντέλο συστήματος

Όπως αναφέρεται στο [22], η διάγνωση σφαλμάτων βασισμένη στο μοντέλο συστήματος μπορεί να ορισθεί ως ο εντοπισμός, η απομόνωση και ο χαρακτηρισμός σφαλμάτων σε συνιστώσες ενός συστήματος, κάνοντας χρήση των διαθέσιμων μετρήσεων, λαμβάνοντας όμως παράλληλα υπ όψιν το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος. Τα σφάλματα εντοπίζονται θέτοντας ένα όριο κατωφλίου, σε μία υπολειπόμενη ποσότητα (residual) η οποία παράγεται από την διαφορά μεταξύ των πραγματικών τιμών μετρήσεων, και των εκτιμώμενων τιμών τους, κάνοντας χρήση του μαθηματικού μοντέλου. Ένα σύνολο από υπολειπόμενες ποσότητες μπορεί να κατασκευαστεί με την κάθε μία να είναι ευαίσθητη σε συγκεκριμένα σφάλματα του συστήματος. Εφόσον το όριο που έχουμε θέσει για τα residuals ξεπεραστεί, αναλύοντας τα σήματα αυτά μπορούμε να οδηγηθούμε σε αναγνώριση και απομόνωση του σφάλματος στο σύστημα. Στην συνέχεια, έχοντας αναγνωρίσει το είδος και την ακριβή θέση του σφάλματος μπορούμε να πράξουμε ανάλογα για την καλύτερη δυνατή ανάκαμψη του συστήματος. Μία αναπαράσταση της παραπάνω διαδικασίας φαίνεται στο ακόλουθο σχεδιάγραμμα (εικόνα 5.1).



Εικόνα 5.1 Αναπαράσταση της διαδικασίας διάγνωσης σφαλμάτων βασισμένη στο μοντέλο συστήματος.

5.1.1 Μοντελοποίηση σφαλμάτων στους αισθητήρες του συστήματος

Για την μελέτη και την κατασκευή ενός συστήματος διάγνωσης σφαλμάτων στους αισθητήρες, είναι πρώτιστα αναγκαία η μαθηματική μοντελοποίηση του συστήματος προς παρατήρηση και των αντίστοιχων σφαλμάτων. Για την κατασκευή ενός τέτοιου μοντέλου, θα θεωρήσουμε ότι οι m τον αριθμό αισθητήρες μέτρησης του συστήματος, εκτός της πραγματικής τιμής της μέτρησης, στην έξοδο τους συμπεριλαμβάνουν ένα επιπλέον σήμα σφάλματος $f_i(t)$ με $i = 1, 2, \dots, m$.

Έτσι, το παρατηρούμενο σύστημα πλέον μπορεί να μοντελοποιηθεί με βάση το γνωστό μοντέλο των εξισώσεων κατάστασης ως εξής

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx + Du(t) + f(t)\end{aligned}\tag{5.1}$$

όπου $x(t) \in \mathbb{R}^n$ το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ το διάνυσμα εισόδων, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ το διάνυσμα εξόδων του συστήματος, ενώ $f(t) \in \mathbb{R}^m$ είναι το διάνυσμα σφαλμάτων στους αντίστοιχους αισθητήρες.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η αναπαράσταση του συστήματος 5.1 με μήτρες μεταφοράς δίνεται ως

$$y(s) = G_u(s)u(s) + f(s)\tag{5.2}$$

με

$$G_u(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

5.1.2 Δομή εξαγωγή υπολειπόμενων ποσοτήτων

Με βάση το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος προς παρατήρηση, και τις διαθέσιμες μετρήσεις από τους αισθητήρες, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα σύνολο συγκεκριμένων υπολειπόμενων ποσοτήτων (residuals). Οι ποσότητες αυτές οφείλουν να αντανακλούν τις ασυνέπειες στις τιμές των αισθητήρων σε σχέση με αυτές που αναμένονται με βάση το μαθηματικό μοντέλο. Επίσης, είναι επιθυμητό στην περίπτωση της μη ύπαρξης σφάλματος, οι υπολειπόμενες ποσότητες να βρίσκονται κοντά στο μηδέν αναδεικνύοντας την ομαλή λειτουργία του συστήματος.

Ένας τρόπος να το πετύχουμε αυτό είναι η κατασκευή ενός παρατηρητή του συστήματος ο οποίος θα υπολογίζει την αναμενόμενη τιμή του διανύσματος των εξόδων $\hat{y}(t)$. Έχοντας την εκτίμηση του διανύσματος των εξόδων μπορούμε να συγκρίνουμε την αναμενόμενη τιμή με βάση το μαθηματικό μοντέλο, με την μετρούμενη τιμή $y(t)$ από τους αισθητήρες του συστήματος. Από την διαφορά τους μπορούμε να αντιληφθούμε εάν υπάρχει σφάλμα στο σύστημα. Η διαδικασία αυτή παρουσιάζεται στην εικόνα 5.2 όπου $F_1(u, y)$ είναι το σύστημα του παρατηρητή, με εισόδους τα διανύσματα των εισόδων $u(t)$ και εξόδων $y(t)$ του προς παρατήρηση συστήματος, και έξοδο την εκτίμηση του διανύσματος εξόδων $\hat{y}(t)$, ενώ $F_2(\hat{y}, y)$ είναι μία συνάρτηση υπολογισμού των υπολοιπόμενων ποσοτήτων, για την οποία, σε περίπτωση μη ύπαρξης σφάλματος θα πρέπει να ισχύει

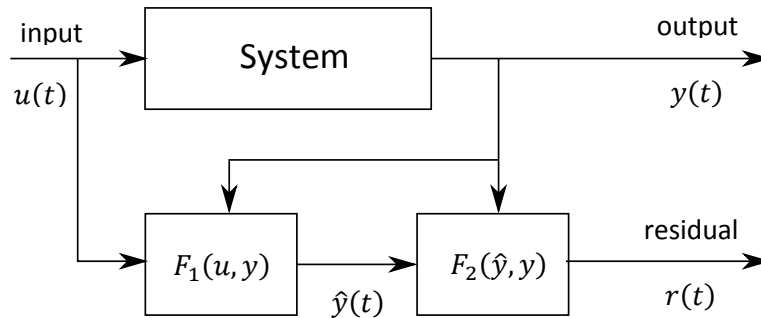
$$r(t) = F_2(y(t), \hat{y}(t)) = 0\tag{5.3}$$

Μία απλή επιλογή για την συνάρτηση F_2 είναι η

$$F_2(\hat{y}, y) = \|Q(\hat{y} - y)\|$$

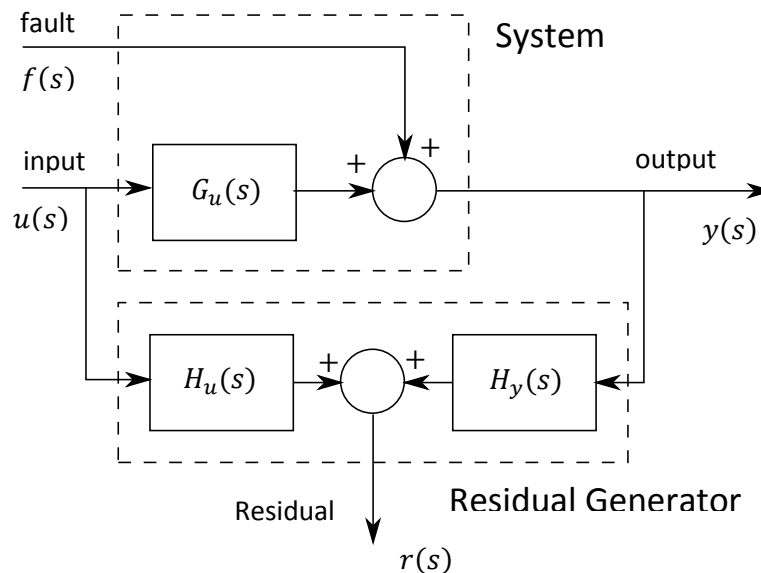
5.4

όπου Q είναι μία στατική ή δυναμική μήτρα βαρών για τους αντίστοιχους αισθητήρες.



Εικόνα 5.2: Μπλοκ διάγραμμα της διαδικασίας υπολογισμού υπολειπομένων ποσοτήτων $r(t)$.

Μία γενική αναπαράσταση ενός συστήματος εξαγωγής υπολειπόμενων ποσοτήτων για τα αντίστοιχα σφάλματα φαίνεται στην εικόνα 5.3. Στην γενική αυτή αναπαράσταση μπορούμε να μετατρέψουμε ένα μοντέλο όπως το προηγούμενο, όπου πλέον $G_u(s)$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος 5.1, 5.2 ενώ η $H_u(s)$ είναι η μήτρα συναρτήσεων μεταφοράς του συστήματος παρατήρησης από τις εισόδους u προς την υπολειπόμενη ποσότητα $r(s)$, και $H_y(s)$ είναι η μήτρα συναρτήσεων μεταφοράς του συστήματος παρατήρησης από τις εισόδους y προς την ποσότητα $r(s)$.



Εικόνα 5.3: Γενική δομή εξαγωγέα υπολειπομένων ποσοτήτων (residuals).

Με βάση τα παραπάνω ισχύει ότι

$$r(s) = H_u(s)u(s) + H_y(s)y(s) \quad 5.5$$

ενώ για να ισχύει $r(t) = 0$ για την περίπτωση όπου δεν υπάρχει σφάλμα ($f(t) = 0$), πρέπει να ισχύει η σχέση

$$H_u(s) + H_y(s)G_u(s) = 0 \quad 5.6$$

5.1.3 Ανιχνευσιμότητα και δυνατότητα απομόνωσης σφαλμάτων στους αισθητήρες

Εφόσον προκύψει ένα σφάλμα f_i στον αισθητήρα i του συστήματος η απόκριση στο διάνυσμα υπολειπομένων ποσοτήτων είναι

$$r(s) = H_y f(s) = \sum_{i=1}^m [H_y(s)]_i f_i(s) \quad 5.7$$

όπου $[H_y(s)]_i$ είναι η i -οστή στήλη της μήτρας μεταφοράς $H_y(s)$.

Για να είναι εφικτή η αξιόπιστη ανίχνευση του σφάλματος f_i , από την υπολειπόμενη ποσότητα $r(t)$ με βάση τις εξισώσεις 5.2, 5.5 πρέπει να ισχύει ότι

$$[H_y(0)]_i \neq 0 \quad 5.8$$

Εφόσον έχουμε κατασκευάσει τις υπολειπόμενες ποσότητες, έπεται η διαδικασία απομόνωσης του σφάλματος. Στόχος της διαδικασίας απομόνωσης είναι να διαχωρίσει ένα συγκεκριμένο σφάλμα, από τα υπόλοιπα δυνατά σφάλματα. Παρόλο που με την χρήση ενός μόνο σήματος υπολειπομένων ποσοτήτων μπορεί να γίνει διάγνωση ενός σφάλματος, συνήθως χρειάζεται ένα σύνολο σημάτων από υπολειπόμενες ποσότητες είναι αναγκαίο για την απομόνωση του. Εάν ένα σφάλμα είναι εφικτό να απομονωθεί από ένα σύνολο υπολειπομένων ποσοτήτων, τότε αυτό το σφάλμα αποκαλείται και *απομονώσιμο* με χρήση του συγκεκριμένου συνόλου υπολειπομένων ποσοτήτων. Εάν ένα σύνολο υπολειπομένων ποσοτήτων μπορεί να απομονώσει όλα τα πιθανά σφάλματα, τότε λέμε ότι το σύνολο έχει την ιδιότητα της *απομονωσιμότητας*.

Ένα τρόπος να κατασκευάσουμε ένα σύνολο με δυνατότητα απομονωσιμότητας για τα σφάλματα, είναι σύμφωνα με τις συνθήκες

$$r_i(t) = R(f_i(t)) \quad 5.9$$

όπου $R(\cdot)$ δηλώνει μία συναρτησιακή σχέση. Με βάση την σχέση 5.9 το κάθε στοιχείο του συνόλου είναι ευαίσθητο και αντιστοιχεί σε ένα και μοναδικό σφάλμα. Αυτό το σύνολο ονομάζεται και *δομημένο σύνολο υπολειπομένων ποσοτήτων*. Ένα τέτοιο σύνολο παρότι θα βόλευε για την άμεση απομόνωση του προβληματικού αισθητήρα, είναι συνήθως δύσκολο να κατασκευαστεί στην πράξη [22]. Εναλλακτικά, τις περισσότερες φορές στρεφόμαστε στην κατασκευή ενός συνόλου με την παρακάτω δομή

$$\begin{aligned}
r_1(t) &= R(f_2(t), \dots, f_m(t)) \\
&\vdots \\
r_i(t) &= R(f_1(t), \dots, f_{i-1}(t), f_{i+1}(t), \dots, f_m(t)) \\
&\vdots \\
r_m(t) &= R(f_1(t), \dots, f_{m-1}(t))
\end{aligned} \tag{5.10}$$

όπου παρατηρούμε ότι το κάθε στοιχείο r_i του συνόλου των υπολοιπόμενων ποσοτήτων είναι ευαίσθητο σε όλα τα σφάλματα, εκτός του σφάλματος $f_i(t)$. Το σύνολο αυτό ονομάζεται *γενικευμένο σύνολο υπολειπομένων ποσοτήτων*. Με βάση το γενικευμένο σύνολο, μπορούμε να πραγματοποιήσουμε την απομόνωση ενός σφάλματος $f_i(t)$ πραγματοποιώντας έναν έλεγχο της μορφής

$$\left. \begin{aligned} r_i(t) &\leq T_i \\ r_j(t) &> T_j \quad \forall j \in \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, m\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_i(t) \neq 0 \tag{5.11}$$

όπου T_i είναι σταθερές ή μεταβλητές ποσότητες κατωφλίου που αντιστοιχούν στα στοιχεία του διανύσματος υπολειπομένων ποσοτήτων r_i με $i = 1, 2, \dots, m$.

5.1.4 Γενικευμένο μοντέλο παρατηρητών (Generalised Observer Scheme)

Ένας απλός τρόπος να κατασκευάσουμε ένα γενικευμένο σύνολο υπολειπομένων ποσοτήτων με χρήση μίας σειράς παρατηρητών κατάστασης είναι μέσω του λεγόμενου *γενικευμένου μοντέλου παρατηρητών*. Στο μοντέλο αυτό, χρησιμοποιούμε παρατηρητές κατάστασης, για να εκτιμήσουμε τις εξόδους του συστήματος από τις διαθέσιμες μετρήσεις. Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε τα σφάλματα εκτίμησης των εξόδων του κάθε παρατηρητή για να υπολογίσουμε τα στοιχεία του διανύσματος υπολειπομένων ποσοτήτων.

Πιο συγκεκριμένα, για την κατασκευή της συστοιχίας παρατηρητών με στόχο την κατασκευή ενός γενικευμένου συνόλου υπολειπομένων ποσοτήτων, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το γενικό μοντέλο του παρατηρητή κατάστασης Kalman ή Luenberger [21], πλήρους τάξης, ο οποίος με βάση το μοντέλο συστήματος 5.1 για τον κάθε παρατηρητή θα έχει την μορφή

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}^j &= A\hat{x}^j + Bu + L^j(y^j - C^j\hat{x}^j - D^ju) \\
\hat{y}^j &= C\hat{x}^j + Du
\end{aligned} \tag{5.12}$$

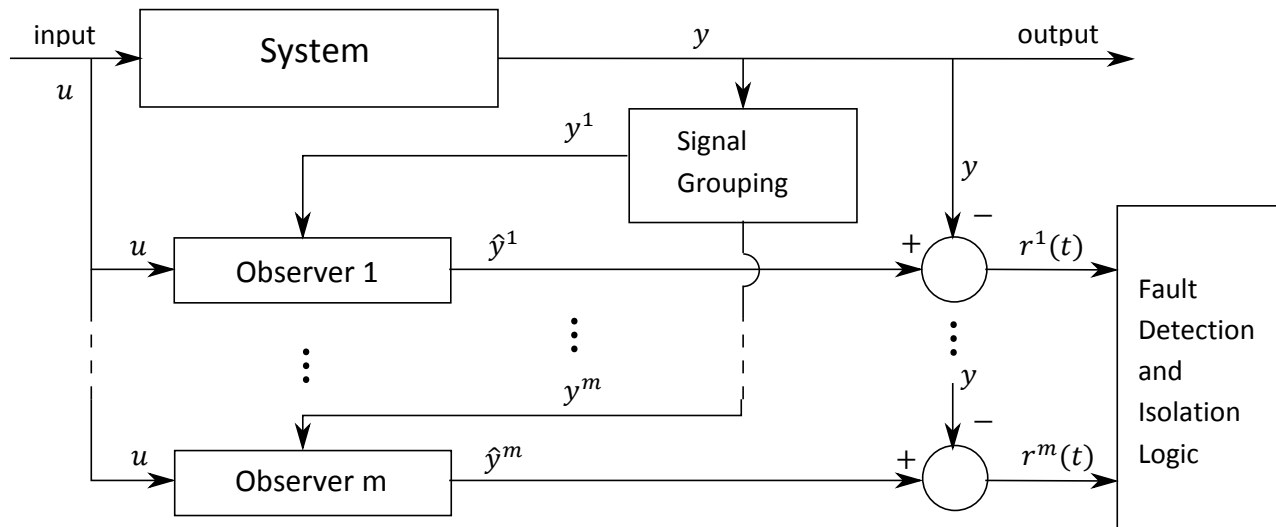
όπου η μήτρας $C^j \in \mathbb{R}^{(m-1) \times n}$ και $D^j \in \mathbb{R}^{(m-1) \times p}$ προκύπτουν από τις αντίστοιχες μήτρες C και D έπειτα από διαγραφή των σειρών j , ενώ $\hat{x}^j \in \mathbb{R}^n$ είναι το διάνυσμα κατάστασης του παρατηρητή j , $y^j \in \mathbb{R}^{m-1}$ είναι το διάνυσμα εξόδων του συστήματος χωρίς το στοιχείο j , και $\hat{y}^j \in \mathbb{R}^m$ είναι η εκτίμηση των εξόδων του συστήματος με βάση τον παρατηρητή j . Η μήτρα L^j είναι το κέρδος για τον παρατηρητή j και μπορεί να υπολογιστεί για τον κάθε παρατηρητή ξεχωριστά είτε με τοποθέτηση πόλων για την περίπτωση Luenberger, είτε με την μέθοδο Kalman για την περίπτωση φίλτρου Kalman.

Με βάση το μοντέλο 5.12 και τις εξισώσεις 5.3, 5.5 μπορούμε να ορίσουμε τα στοιχεία του διανύσματος υπολειπομένων ποσοτήτων ως

$$r^j(t) = \left\| Q^j (\hat{y}^j(t) - y(t)) \right\| \quad 5.13$$

όπου $Q^j \in \mathbb{R}^{m \times m}$ είναι μήτρα βαρών για το αντίστοιχο στοιχείο του διανύσματος υπολειπομένων ποσοτήτων.

Η δομή του συστήματος εξαγωγής υπολειπομένων ποσοτήτων με βάση το γενικευμένο μοντέλο παρατηρητών όπως το ορίσαμε φαίνεται στο διάγραμμα στην εικόνα 5.4.



Εικόνα 5.4: Δομή Γενικευμένου Μοντέλου Παρατηρητών (Generalized Observer Scheme).

Όπως μπορούμε να δούμε από το διάγραμμα, αφαιρώντας το διάνυσμα των εξόδων του πραγματικού συστήματος μας από το αντίστοιχο εκτιμώμενο διάνυσμα με βάση τον παρατηρητή j έχουμε ένα μέτρο για το κατά πόσο ο παρατηρητής j υπολογίζει μία καλή εκτίμηση για την έξοδο του συστήματος, άρα και για το κατά πόσο αυτός βασίζεται σε εσφαλμένες μετρήσεις. Έτσι, στην περίπτωση που εντοπιστεί αύξηση των σημάτων υπολειπόμενων ποσοτήτων για τους παρατηρητές κατάστασης, πλην ενός για τον οποίο το σήμα θα παραμένει χαμηλά, είναι εύκολο να συνάγουμε το συμπέρασμα ότι ο αισθητήρας του οποίου την μέτρηση δεν λαμβάνει υπ όψιν ο συγκεκριμένος παρατηρητής παρουσιάζει το σφάλμα.

Έχοντας πλέον ανιχνεύσει και απομονώσει το σφάλμα στον αισθητήρα j , μπορούμε στην συνέχεια να αντικαταστήσουμε στην έξοδο του συνολικού συστήματος εκτίμησης, την εκτίμηση κατάστασης \hat{x} , που εξάγουμε από τον αρχικό παρατηρητή, με την αντίστοιχη εκτίμηση \hat{x}^j του παρατηρητή j , η οποία παράγεται χωρίς να λαμβάνεται υπ όψιν το σήμα που προέρχεται από τον αισθητήρα όπου εντοπίζεται το πρόβλημα.

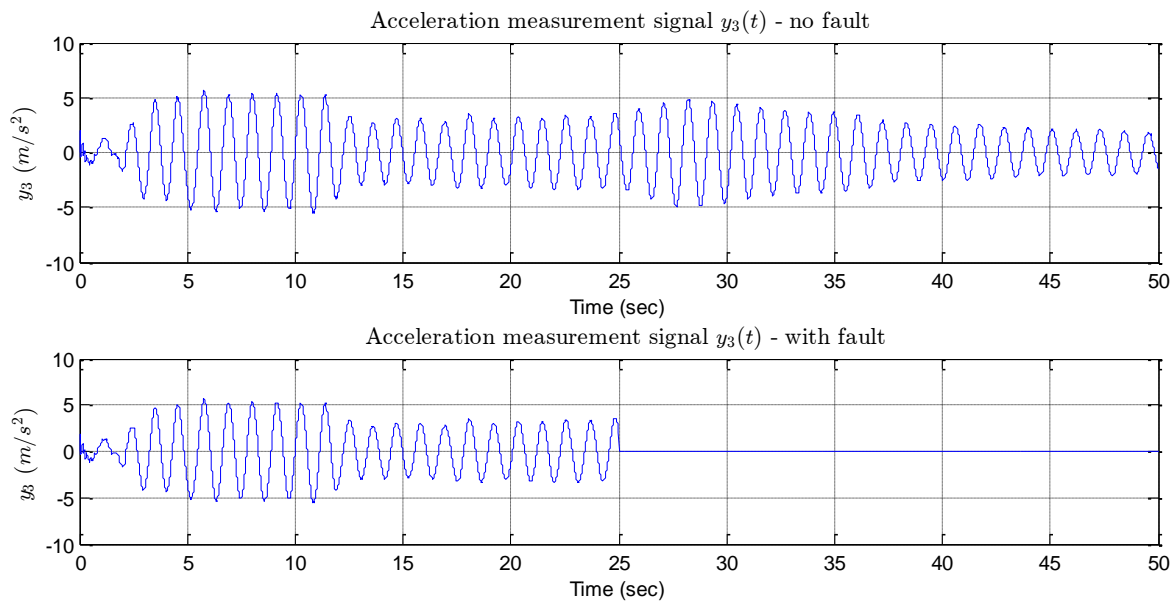
Όπως είναι φυσικό, ο παραπάνω αλγόριθμος είναι αρκετά εύκολο να υλοποιηθεί σε κάποιον ψηφιακό ελεγκτή ή επεξεργαστή σήματος.

Η εφαρμογή του μοντέλου διάγνωσης και απομόνωσης σφαλμάτων, όπως παρουσιάστηκε στο παρών κεφάλαιο μπορεί εύκολα να γίνει σε συνδυασμό με την ανάλυση που πραγματοποιήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο αν για το σύστημα εξισώσεων 5.1, στο διάνυσμα εισόδων u πλέον εντάξουμε εκτός από το σήμα εισόδου επενέργειας, και τα σήματα διαταραχής του σεισμού.

5.2 Προσομοίωση

Για την επιβεβαίωση της εφαρμοσιμότητας του μοντέλου που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα, πραγματοποιήσαμε αντίστοιχη προσομοίωση. Ενδεικτικά, για την κατασκευή ενός γενικευμένου μοντέλου παρατηρητών, από τα τρία μοντέλα παρατηρητών κατάστασης που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα χρησιμοποιήσουμε τον παρατηρητή Kalman της παραγράφου 4.3.2.4, καθώς αυτό είναι πιο απλό να κατασκευαστεί, ενώ επίσης μας έδωσε και καλύτερα αποτελέσματα κατά τις προσομοιώσεις.

Για την συγκεκριμένη προσομοίωση, θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι το μοντέλο του εξαώροφου κτηρίου που χρησιμοποιήσαμε στις παραγράφους 3.3 και 4.3.2.5. Ειδικότερα στο σενάριο που θέλουμε να μοντελοποιήσουμε, θεωρούμε ότι κατά την διενέργεια του σεισμού και συγκεκριμένα την χρονική στιγμή $t_1 = 25 \text{ sec}$ ο αισθητήρας μέτρησης της επιτάχυνσης \ddot{z}_3 του 3^{ου} ορόφου παρουσιάζει σφάλμα και μας δίνει σταθερή τιμή εξόδου $y_3(t) = 0$ για $t \geq 25 \text{ sec}$ (εικόνα 5.5).

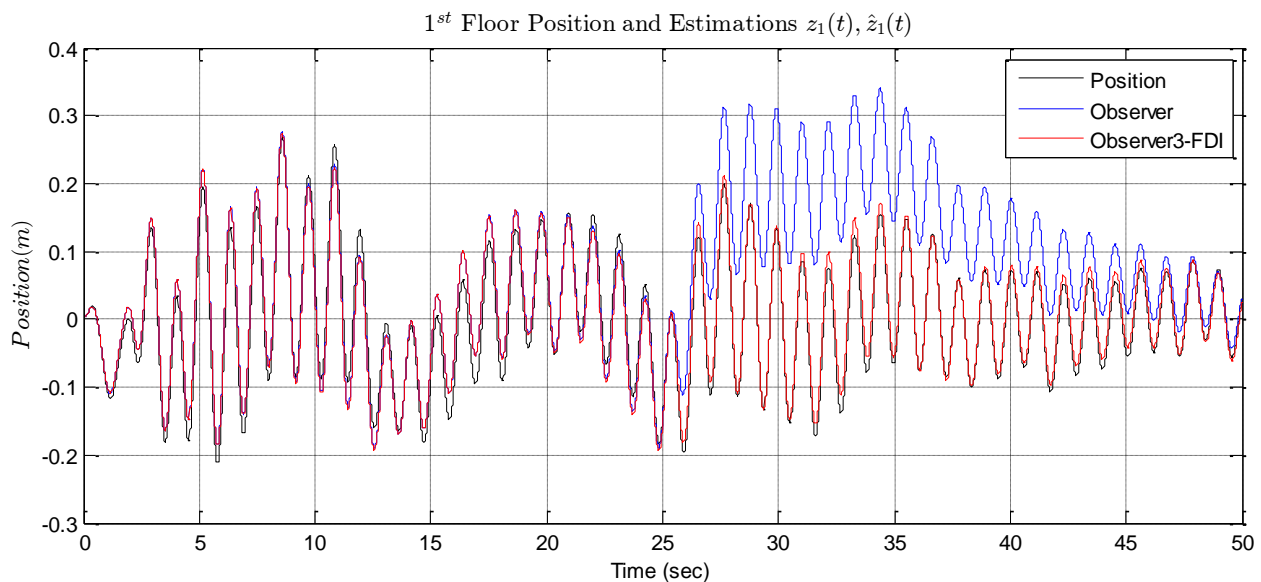


Εικόνα 5.5: Σήματα επιτάχυνσης του 3^{ου} ορόφου του κτηρίου, όπως μετρώνται από τον αισθητήρα 3, για τις περιπτώσεις ύπαρξης και μη σφάλματος στην έξοδό του.

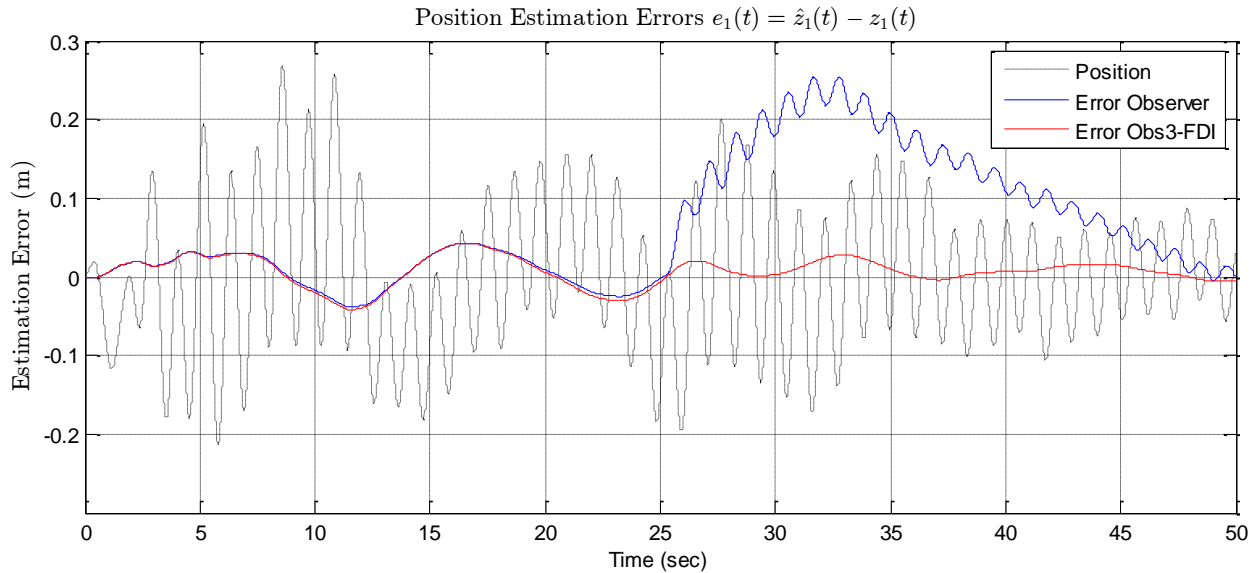
Οι χαρακτηριστικές τιμές για τον παρατηρητή Kalman της παραγράφου 4.3.2.4 έχουν επιλεγεί ως $\sigma_{z_0}^2 = 0.01 \text{ (m}^2\text{)}$ και $\sigma_{z_0}^2 = 0.01 \text{ (m}^2\text{/s}^2\text{)}$. Οι διακυμάνσεις του θορύβου στα επιταχυνσιόμετρα και στους αισθητήρες θέσης δίνονται από τον πίνακα 4.1 ενώ έχουμε θεωρήσει και την ύπαρξη σταθερών σφαλμάτων μέτρησης για τα επιταχυνσιόμετρα, των οποίων τις τιμές για τον κάθε αισθητήρα δίνει ο πίνακας 4.2. Για την κατασκευή των υπολειπόμενων ποσοτήτων έχουμε χρησιμοποιήσει τον τύπο 5.13

με μήτρες $Q^j = I_{m \times m}$ για ισοβαρή προσμέτρηση των συνιστωσών της διαφοράς του εκτιμώμενου \hat{y}^j από το πραγματικό y , ενώ για τον έλεγχο της σχέσης 5.11, η τιμή για το $r^3(t)$ κάτωθι της οποίας αναγνωρίζεται σφάλμα στον αισθητήρα 3, έχει τεθεί ως $T_3 = \frac{1}{2} \cdot \|\hat{y}(t) - y(t)\|$, δηλαδή την μισή της υπολειπόμενης ποσότητας για τον αρχικό παρατηρητή κατάστασης, αν και εφόσον ισχύει ότι $\|\hat{y}(t) - y(t)\| \geq 100$.

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρουσιάζονται αναλυτικά στα ακόλουθα διαγράμματα. Αρχικά στην εικόνα 5.6 παρουσιάζουμε το σήμα εκτίμησης της θέσης του 1^{ου} ορόφου του κτηρίου όπως αυτό υπολογίζεται από τον απλό εκτιμητή Kalman χωρίς την χρήση σχήματος FDI. Αντίστοιχα, στην εικόνα 5.7 παρουσιάζουμε την τιμή του σφάλματος εκτίμησης του παρατηρητή από την πραγματική μετατόπιση. Καθώς οι αποκλίσεις ανάμεσα στους ορόφους είναι αρκετά μικρές σε σχέση με την συνολική ταλάντωση, και για λόγους οικονομίας χώρου, στα διαγράμματα παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα για τον 1^ο όροφο μόνο, παρόλα αυτά παρόμοια είναι τα συμπεράσματα και για τους υπόλοιπους ορόφους του κτηρίου. Όπως παρατηρούμε, από την στιγμή $t_1 = 25 \text{ sec}$ όπου εμφανίζεται το σφάλμα στον αισθητήρα 3, η εκτίμηση της μετατόπισης από τον παρατηρητή, σταδιακά αποκλίνει, και το σφάλμα αυξάνει σημαντικά. Επίσης στα διαγράμματα περιλαμβάνονται και τα αντίστοιχα σήματα εκτίμησης μετατόπισης και σφάλματος, για τον παρατηρητή 3 του γενικευμένου συνόλου παρατηρητών, ο οποίος βασίζεται σε μετρήσεις που δεν περιλαμβάνουν τον αισθητήρα 3. Είναι εμφανές, όπως και αναμενόμενο, ότι το σφάλμα του παρατηρητή 3 δεν αυξάνει με τον χρόνο.

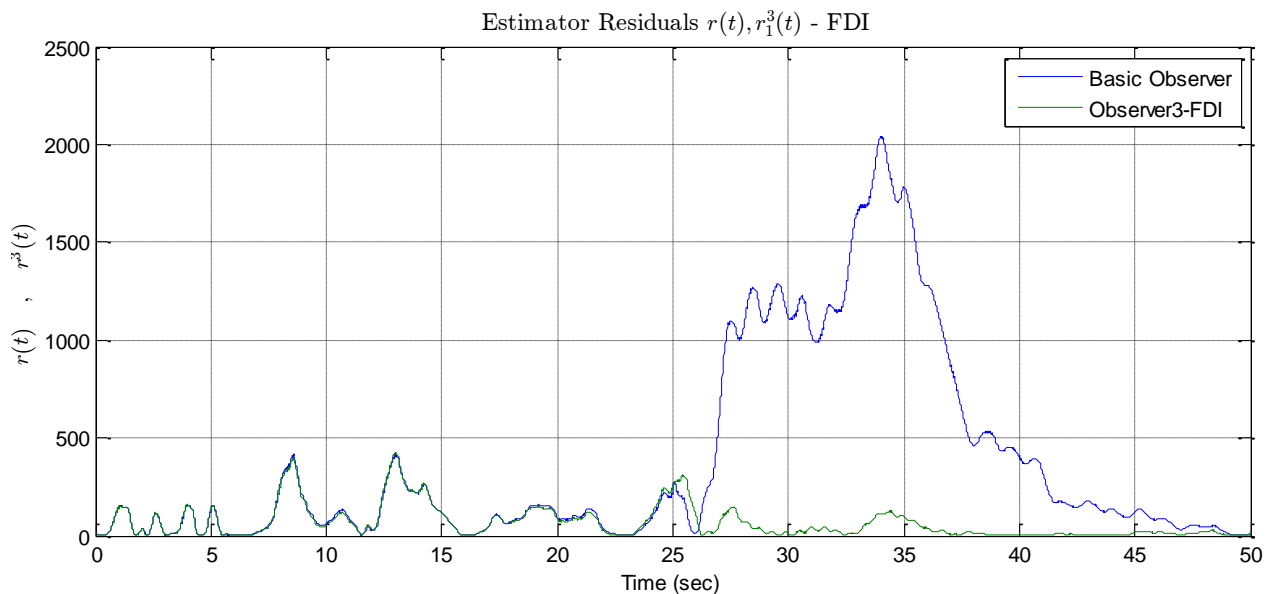


Εικόνα 5.6: Σήματα εκτίμησης μετατόπισης από τον αρχικό παρατηρητή κατάστασης Kalman, και τον παρατηρητή 3 του Γενικευμένου Συνόλου Παρατήρησης, σε σχέση με την πραγματική μετατόπιση του 1^{ου} ορόφου.



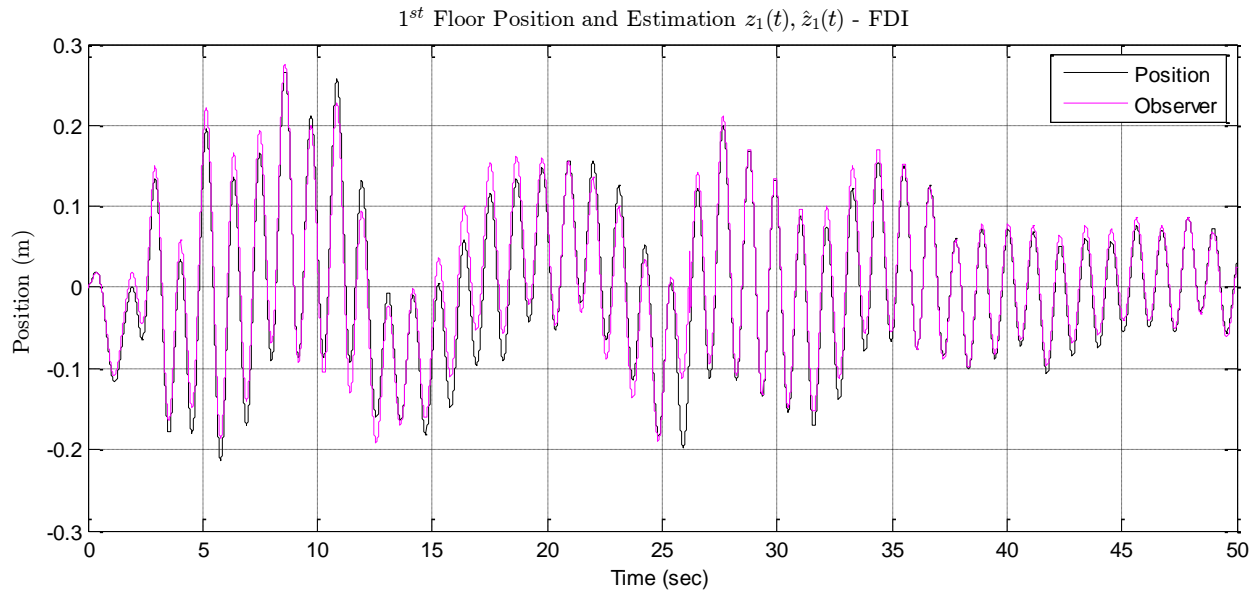
Εικόνα 5.7: Σήματα σφάλματος εκτίμησης μετατόπισης του 1^{ου} ορόφου, για τον αρχικό παρατηρητή κατάστασης Kalman, και για τον παρατηρητή 3 του Γενικευμένου Συνόλου Παρατήρησης. Ενδεικτικά, για λόγους σύγκρισης συμπεριλαμβάνεται και το σήμα της πραγματικής μετατόπισης του 1^{ου} ορόφου $z_1(t)$.

Για την εφαρμογή της λειτουργίας απομόνωσης και ανάκαμψης από το σφάλμα του αισθητήρα, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των υπολειπόμενων ποσοτήτων $r(t) = \|\hat{y}(t) - y(t)\|$ και $r^j(t) = \|\hat{y}^j(t) - y(t)\|$. Στο διάγραμμα στην εικόνα 5.8 παρουσιάζονται τα σήματα των υπολειπόμενων ποσοτήτων $r(t)$ και $r^3(t)$. Παρατηρούμε ότι την χρονική στιγμή $t_2 = 26.2 \text{ sec}$ όπου το $r(t)$ γίνεται το διπλάσιο του $r^3(t)$, αυτόματα και κατόπιν ελέγχου των αντίστοιχων συνθηκών, η έξοδος του συστήματος παρατήρησης της κατάστασης, αλλάζει και πλέον εξάγει την εκτίμηση κατάστασης \hat{x}^3 του παρατηρητή 3, η οποία βρίσκεται πιο κοντά στις πραγματικές τιμές του διανύσματος κατάστασης.

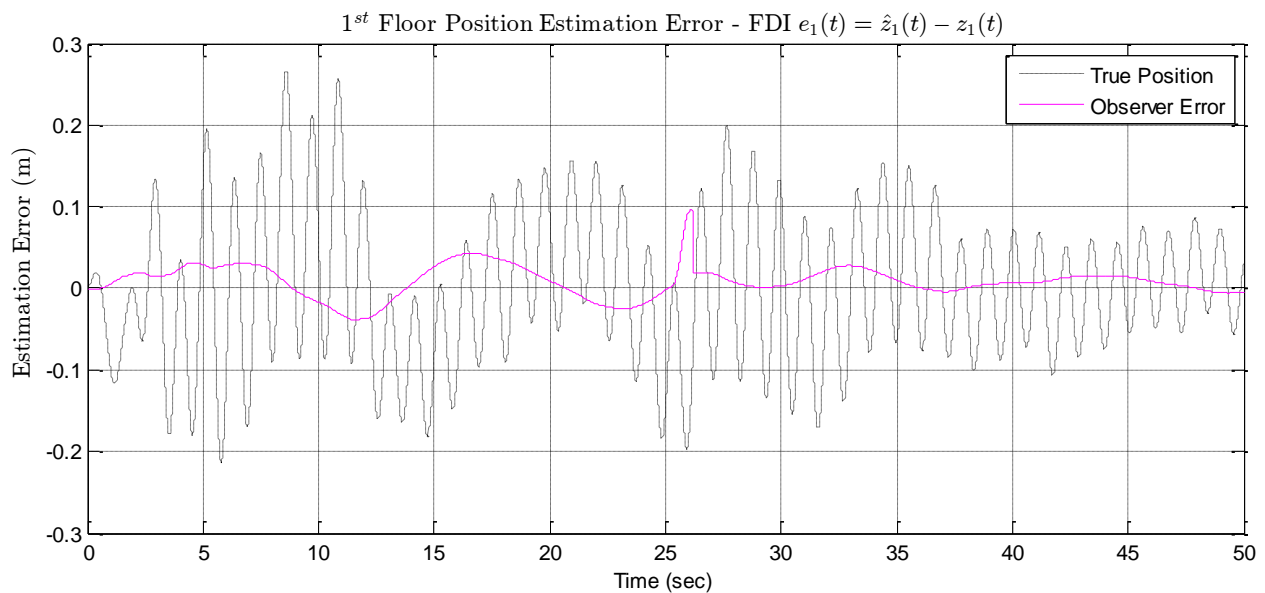


Εικόνα 5.8 Υπολειπόμενες ποσότητες $r(t), r^3(t)$ για τον βασικό παρατηρητή, αλλά και τον παρατηρητή 3 του ΓΣΠ.

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα, το τελικό αποτέλεσμα για την εκτίμηση της κατάστασης, φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα (εικόνα 5.9, εικόνα 5.10).



Εικόνα 5.9: Διάγραμμα σημάτων εκτίμησης της μετατόπισης του 1^{ου} ορόφου του κτηρίου με βάση το γενικευμένο σύστημα FDI.



Εικόνα 5.10: Σήμα σφάλματος στην εκτίμηση της μετατόπισης του 1^{ου} ορόφου του κτηρίου με βάση το γενικευμένο σύστημα FDI.

Στα τελικά διαγράμματα για την εκτίμηση της κατάστασης με βάση το γενικό σύστημα FDI, μπορούμε να παρατηρήσουμε την απότομη αύξηση του σφάλματος την στιγμή $t_1 = 25 \text{ sec}$ όπου εμφανίζεται το σφάλμα στον αισθητήρα. Παρόλα αυτά, γίνεται εμφανές πως το σύστημα FDI, σε σύντομο χρονικό διάστημα, αναγνωρίζει το σφάλμα, το απομονώνει και ανακάμπτει άμεσα, αντικαθιστώντας την

εκτίμηση της κατάστασης στην έξοδό του από την αρχική τιμή \hat{x} του βασικού παρατηρητή κατάστασης Kalman, στην \hat{x}^3 του παρατηρητή 3 του Γενικευμένου Συνόλου Παρατηρητών, και ο οποίος βασίζεται στις μετρήσεις εκτός του αισθητήρα 3, ο οποίος παρουσιάζει και το σφάλμα.

6 Έλεγχος μέσω ανατροφοδότησης κατάστασης

Ως απώτερος σκοπός της μελέτης που έχουμε πραγματοποιήσει μέχρι στιγμής, η οποία έχει εστιάσει στην κατασκευή ενός συστήματος παρατήρησης της κατάστασης του κτηρίου, προς εφαρμογή της αντισεισμικής προστασίας, είναι ο αυτόματος έλεγχος. Όπως είδαμε και στα προηγούμενα κεφάλαια, η χρήση ελαστικών εφεδράνων ως σεισμική μόνωση βάσης, μπορεί να αποσβέσει σε σημαντικό βαθμό τις σεισμικές διαταραχές, και να εμποδίσει με τον τρόπο αυτό την διέγερση υψίσυχων ιδιοσυχνοτήτων και ιδιόμορφων διατάξεων της κατασκευής. Παρόλα αυτά, υπάρχει ακόμη η κύρια ιδιοσυχνότητα του κτηρίου, η οποία ενισχύεται σημαντικά, και σύμφωνα με την οποία κατά κύριο τρόπο ταλαντώνεται το κτήριο. Για την καλύτερη απόσβεση των ταλαντώσεων και την σημαντική μείωση του πλάτους ταλάντωσης του κτηρίου, κρίνουμε σκόπιμο να εφαρμόσουμε στο σύστημα κάποια μέθοδο αυτομάτου ελέγχου. Ο έλεγχος αυτός, λαμβάνει υπ όψιν την κατάσταση του συστήματος, και αντίστοιχα ασκεί μία δύναμη μέσω του επενεργητή στην βάση του κτηρίου τέτοια ώστε να μειώνεται κατά το δυνατόν η ταλάντωση του κτηρίου σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Για την ταχεία απόσβεση των δονήσεων του σεισμού, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε πληθώρα μεθόδων αυτομάτου ελέγχου, ενώ ο τομέας αυτός αποτελεί ευρύ και ανοιχτό πεδίο έρευνας. Για την εφαρμογή της πλειοψηφίας των μεθόδων ελέγχου απαιτείται η γνώση του διανύσματος κατάστασης του συστήματος προς έλεγχο, ή τουλάχιστον μία εκτίμηση του διανύσματος αυτού. Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε την εφαρμογή της μεθόδου ανατροφοδότησης κατάστασης (State Feedback) [1], [23], [24] για την τοποθέτηση των πόλων του συστήματος στα επιθυμητά σημεία. Επιλέγουμε ενδεικτικά να παρουσιάσουμε την μέθοδο ανατροφοδότησης κατάστασης, έναντι άλλων πιο σύνθετων, κυρίως λόγω της απλότητάς της στην υλοποίηση, με στόχο την επιβεβαίωση της αποδοτικής εφαρμογής των τεχνικών που έχουμε μελετήσει μέχρι στιγμής στην παρούσα εργασία.

6.1 Ανατροφοδότηση κατάστασης

Θεωρούμε το κτήριο του κεφαλαίου 2, με εξισώσεις περιγραφής της μορφής 2.4

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) &= Cx(t) + D_u u(t) + D_E d(t) \end{aligned} \quad 6.1$$

Όπως γνωρίζουμε από την θεωρία συστημάτων, ένα γραμμικό πολυμεταβλητό σύστημα, όπως το σύστημά μας, χαρακτηρίζεται ως προς την ευστάθειά του από τις αντίστοιχες ιδιοτιμές s_i του πίνακα κατάστασης A , οι οποίες ταυτίζονται με τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου

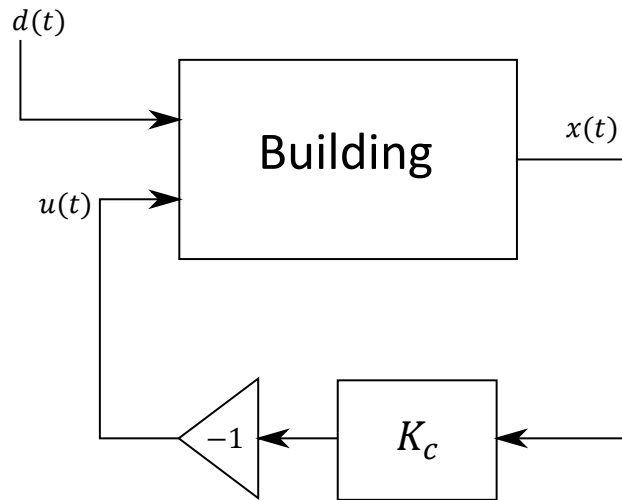
$$\Psi(s) = \det(s \cdot I_{n \times n} - A) \quad 6.2$$

Στόχος μας, για την σύντομη απόσβεση των διαταραχών είναι η μετάθεση των ιδιοτιμών s_i του συστήματός μας αριστερότερα στο μιγαδικό επίπεδο έτσι ώστε το σύστημά μας να επανέρχεται σε μικρό χρονικό διάστημα στην θέση μηδέν. Σύμφωνα με την μέθοδο μετάθεσης των ιδιοτιμών, μέσω ανατροφοδότησης της κατάστασης κάτι τέτοιο μπορεί να επιτευχθεί θέτοντας στο σύστημα 6.1 είσοδο της μορφής (εικόνα 6.1)

$$u(t) = -K_c \cdot x(t)$$

6.3

Όπου $u(t)$ είναι η δύναμη η οποία ασκεί ο επενεργητής στη βάση του κτηρίου και K_f είναι μια σταθερή μήτρα κερδών διαστάσεων $1 \times n$. Αντίστοιχα, καθώς τα σήματα του σεισμού $d(t)$ είναι μη ελέγξιμα σήματα, μπορούν να μοντελοποιηθούν ως διαταραχές στο σύστημα.



Εικόνα 6.1: Μπλοκ σχεδιάγραμμα αναπαράστασης της μεθόδου ανατροφοδότησης κατάστασης για το κτηριακό σύστημα.

Με βάση τα παραπάνω, η εξίσωση του συστήματος 6.1 πλέον γίνεται

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + E d(t), \quad \text{με } x(t_0) = x_0 \quad 6.4$$

όπου ο πίνακας κατάστασης του νέου συστήματος (κλειστού βρόχου) είναι

$$A_c = A - B \cdot K_c$$

Έτσι, το νέο χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου, προκύπτει ως

$$\Psi_c(s) = \det(s \cdot I_{n \times n} - A + BK_c) \quad 6.5$$

Όπως είναι γνωστό από την θεωρία ελέγχου [23], εφόσον το σύστημά ανοικτού βρόχου είναι πλήρως ελέγξιμο από την είσοδο $u(t)$, μπορεί να βρεθεί κατάλληλος σταθερός πίνακας κερδών K_c έτσι ώστε να είναι εφικτή η τοποθέτηση όλων ανεξαιρέτως των πόλων του συστήματος στα αντίστοιχα επιθυμητά σημεία του μιγαδικού επιπέδου.

Είναι εύκολο να βεβαιώσουμε την ελεγχιμότητα του συστήματος προς έλεγχο, υπολογίζοντας την τάξη του πίνακα ελεγχιμότητας για την είσοδο u :

$$C_o = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

Αν και εφόσον η τάξη του πίνακα C_o προκύπτει ίση με την τάξη n του συστήματος, δηλαδή

$$\text{rank}(Co) = n$$

τότε το σύστημα είναι πλήρως ελέγξιμο και η τοποθέτηση των ριζών του χαρακτηριστικού πολυωνύμου $\Psi_c(s)$ είναι εφικτή.

Στην γενική περίπτωση το σύστημα του κτηρίου μας όπως περιγράφεται στις εξισώσεις 2.4, προκύπτει ελέγξιμο, και για τον λόγο αυτό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο τοποθέτησης των ιδιοτιμών του συστήματος μέσω της ανατροφοδότησης κατάστασης.

Η τοποθέτηση των ιδιοτιμών του συστήματος αριστερότερα στο μιγαδικό επίπεδο από τις αρχικές, θα έχει ως αποτέλεσμα την ταχύτερη απόσβεση των διαταραχών, στην ταλάντωση του συστήματος, και κατά συνέπεια την μείωση της επίδρασης του σεισμού σε αυτό. Με την χρήση του συστήματος ελεγκτή και επενεργητή, επομένως μπορούμε να προστατεύσουμε το σύστημα από ισχυρές ταλαντώσεις και μετατοπίσεις από την αρχική του θέση ισορροπίας. Παρόλα αυτά, η μετατόπιση των επιθυμητών ιδιοτιμών του συστήματος κατά πολύ αριστερά, ενώ έχει ως αποτέλεσμα την εξαιρετικά ταχεία απόσβεση των ταλαντώσεων, παράλληλα συνεπάγεται και ισχυρά σήματα ελέγχου για το σύστημα, τα οποία θα μπορούσαν να ξεπεράσουν τα όρια του επενεργητή, και να τον οδηγήσουν σε κορεσμό. Για τον λόγο αυτό, κατά την κατασκευή του ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης, η τοποθέτηση των πόλων του συστήματος θα πρέπει να γίνει προσεκτικά, λαμβάνοντας υπ' όψιν τις προδιαγραφές για την επιθυμητή ταχύτητα απόσβεσης των διαταραχών κατά τον σεισμό, αλλά και τις αντίστοιχες προδιαγραφές που αφορούν τα όρια λειτουργίας του επενεργητή.

6.2 Χρήση παρατηρητή κατάστασης

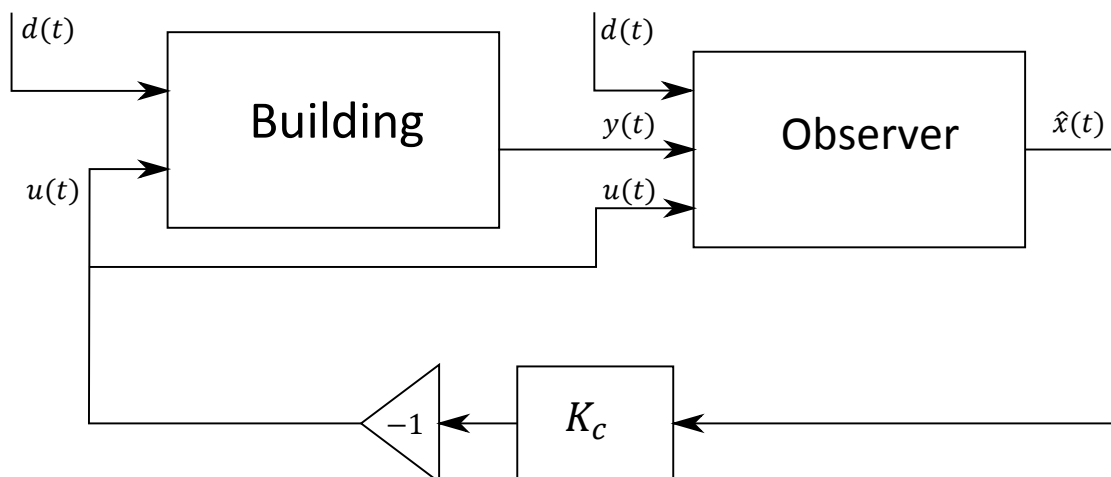
Σύμφωνα με την μεθοδολογία που περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο, για να εφαρμόσουμε στο σύστημα έλεγχο ανατροφοδότησης κατάστασης, είναι απαραίτητη η γνώση του διάνυσματος κατάστασης x του κτηρίου. Το διάνυσμα κατάστασης όμως είναι μη μετρήσιμο και επί της ουσίας άγνωστο. Παρά το γεγονός αυτό όμως, όπως μελετήσαμε στο κεφάλαιο 4, μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν παρατηρητή κατάστασης, ο οποίος θα μας κατασκευάζει μία - κατά το δυνατόν - καλή εκτίμηση \hat{x} για το διάνυσμα κατάστασης x του κτηρίου. Έτσι, για την εφαρμογή του ελέγχου, αντί του πραγματικού διάνυσματος κατάστασης x του κτηρίου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αντίστοιχη εκτίμηση \hat{x} για το διάνυσμα κατάστασης.

Η χρήση ενός παρατηρητή κατάστασης του συστήματος, για την εφαρμογή ελέγχου στο σύστημά μας παρουσιάζεται σε μπλοκ διάγραμμα στην εικόνα 6.2.

Επομένως το η νέα είσοδος στο σύστημά μας θα πρέπει να είναι

$$u(t) = -K_C \cdot \hat{x}(t) \quad 6.6$$

όπου $\hat{x}(t)$ το διάνυσμα κατάστασης του παρατηρητή κατάστασης.



Εικόνα 6.2: Μπλοκ διάγραμμα συνδεσμολογίας ελέγχου ανατροφοδότησης κατάστασης, με χρήση συστήματος παρατηρητή κατάστασης.

Επιπλέον, σύμφωνα με την αρχή του διαχωρισμού [23], μπορούμε να σχεδιάσουμε ξεχωριστά τον παρατηρητή κατάστασης του συστήματος, και ξεχωριστά τον ελεγκτή.

6.3 Ευστάθεια βρόχου ελέγχου

Παρά το γεγονός ότι, σύμφωνα με την θεωρία, μπορούμε να σχεδιάσουμε ξεχωριστά έναν παρατηρητή κατάστασης για το σύστημα, και ξεχωριστά έναν αντίστοιχο ελεγκτή, και έτσι το σύστημα κλειστού βρόχου να προκύπτει τελικά ασυμπτωτικά ευσταθές, αυτό ισχύει για παρατηρητές οι οποίοι συγκλίνουν ασυμπτωτικά στην πραγματική κατάσταση του συστήματος προς παρατήρηση. Όπως είδαμε όμως στο κεφάλαιο 4, το σύστημα μας είναι μη ανιχνεύσιμο οπότε δεν είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε έναν τέτοιο παρατηρητή. Τα συστήματα παρατήρησης που κατασκευάσαμε, εξ αιτίας ορισμένων ισχυρών που αναγκαστήκαμε να κάνουμε, κατά κύριο λόγο παρουσίαζαν υψηλό σφάλμα στο φάσμα των χαμηλών συχνοτήτων. Σε κάθε περίπτωση είναι χρήσιμο να μπορούμε να βεβαιώσουμε την ευστάθεια του βρόχου ελέγχου του συστήματος, για να είμαστε βέβαιοι ότι το σύστημα ποτέ δεν πρόκειται να πέσει σε αστάθεια.

Για να το κάνουμε αυτό, είναι χρήσιμο να ξαναγράψουμε το σύστημα σύμφωνα με τις αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς στο πεδίο της συχνότητας, όπως αυτό παρουσιάζεται στην εικόνα 6.3.

Με βάση τις εξισώσεις 6.1 του κτηρίου μπορούμε να εξάγουμε τις αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς ως

$$G_u(s) = C(sI - A)^{-1}B + D_u$$

$$G_d(s) = C(sI - A)^{-1}E + D_E$$

6.7

ενώ θεωρώντας έναν παρατηρητή κατάστασης της μορφής 4.30,

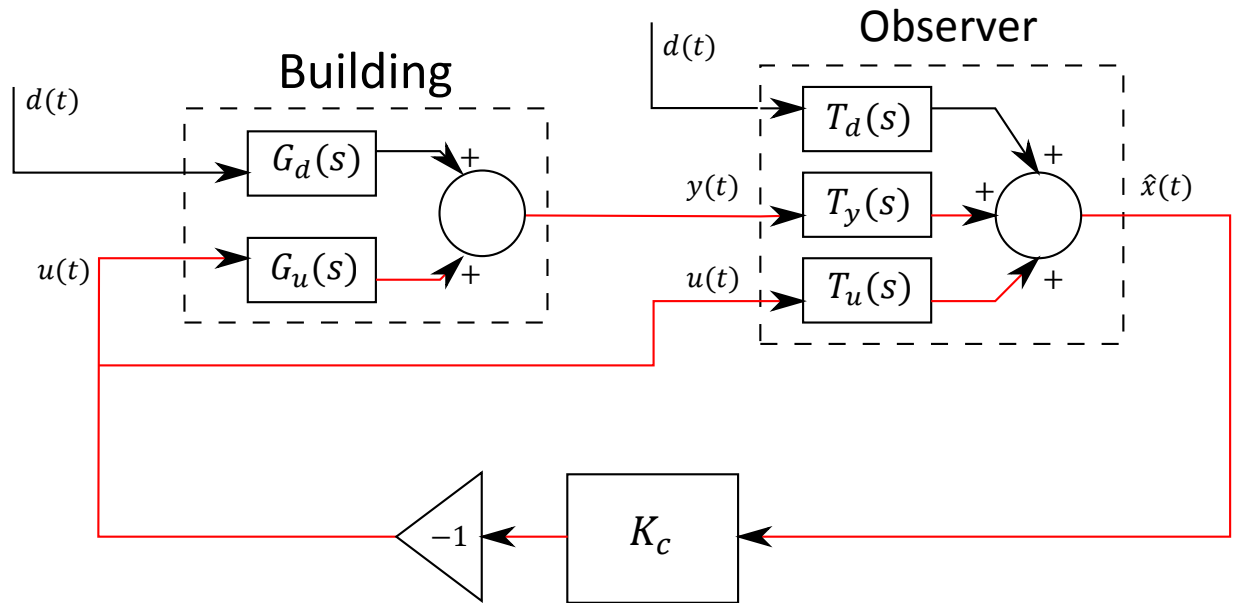
$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Ed + L(y - C\hat{x} - D_u u), \quad \text{με } \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad 6.8$$

οι συναρτήσεις μεταφοράς $T_u(s), T_y(s), T_d(s)$ μπορούν να εξαχθούν εύκολα ως

$$T_u(s) = (sI - A + LC)^{-1}(B - LD_u) \quad 6.9$$

$$T_y(s) = (sI - A + LC)^{-1}L$$

Στο σημείο αυτό κρίνουμε σκόπιμο να σημειώσουμε ότι και για τους υπόλοιπους τύπους παρατηρητών, μπορούν να υπολογιστούν με εύκολο τρόπο, αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς.



Εικόνα 6.3: Μπλοκ διάγραμμα συστήματος, παρατηρητή, ελεγκτή με χρήση συναρτήσεων μεταφοράς. Ο βρόχος ελέγχου είναι χρωματισμένος με κόκκινο χρώμα.

Για τον έλεγχο της ευστάθειας του συστήματος κλειστού βρόχου μπορούμε να υπολογίσουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο κλειστού βρόχου του συστήματος, ο οποίος στο διάγραμμα στην εικόνα 6.3 έχει σημειωθεί με κόκκινο χρώμα. Με βάση την θεωρία πολυμεταβλητών συστημάτων [24], το χαρακτηριστικό πολυώνυμο κλειστού βρόχου $P_c(s)$ μπορεί να υπολογιστεί ως

$$P_c(s) = \det(R_u(s)) \cdot P_o(s) \quad 6.10$$

όπου
$$R_u(s) = 1 + K_c(T_y \cdot G_u + T_u) \quad 6.11$$

είναι η μήτρα επιστρεφόμενων διαφορών του κλειστού βρόχου για το σήμα u , ενώ

ενώ
$$P_o(s) = \det(sI - A) \cdot \det(sI - A + LC) \quad 6.12$$

είναι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του αντίστοιχου συστήματος ανοιχτού βρόχου.

Ελέγχοντας τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου κλειστού βρόχου του συστήματος, μπορούμε να αποφανθούμε, και να επιβεβαιώσουμε την ευστάθεια του βρόχου ελέγχου, εξασφαλίζοντας ότι το σύστημά μας δεν πρόκειται σε καμία περίπτωση να πέσει σε αστάθεια.

6.4 Προσομοίωση

Για την επιβεβαίωση της εφαρμοσιμότητας και της αποδοτικότητας του συνδυασμού των μεθόδων αυτομάτου ελέγχου και παρατήρησης της κατάστασης, που μελετήσαμε στην παρούσα διπλωματική εργασία, θα πραγματοποιήσουμε μία αντίστοιχη σειρά προσομοιώσεων.

Για την προσομοίωση έχουμε επιλέξει ένα κτήριο τεσσάρων ορόφων με σεισμική μόνωση βάσης, του οποίου τα χαρακτηριστικά αναφέρει αναλυτικά ο πίνακας 6.1. Η σεισμική διαταραχή που θα χρησιμοποιηθεί, είναι η ίδια με αυτή που χρησιμοποιήσαμε για την προσομοίωση στην παράγραφο 3.3, κάνοντας χρήση σεισμικών δεδομένων από τον σεισμό του El-Centro το 1940 (εικόνα 3.4).

Πίνακας 6.1: Χαρακτηριστικές τιμές μαζών, ελατηρίων και αποσβεστήρων για κτήριο της προσομοίωσης.

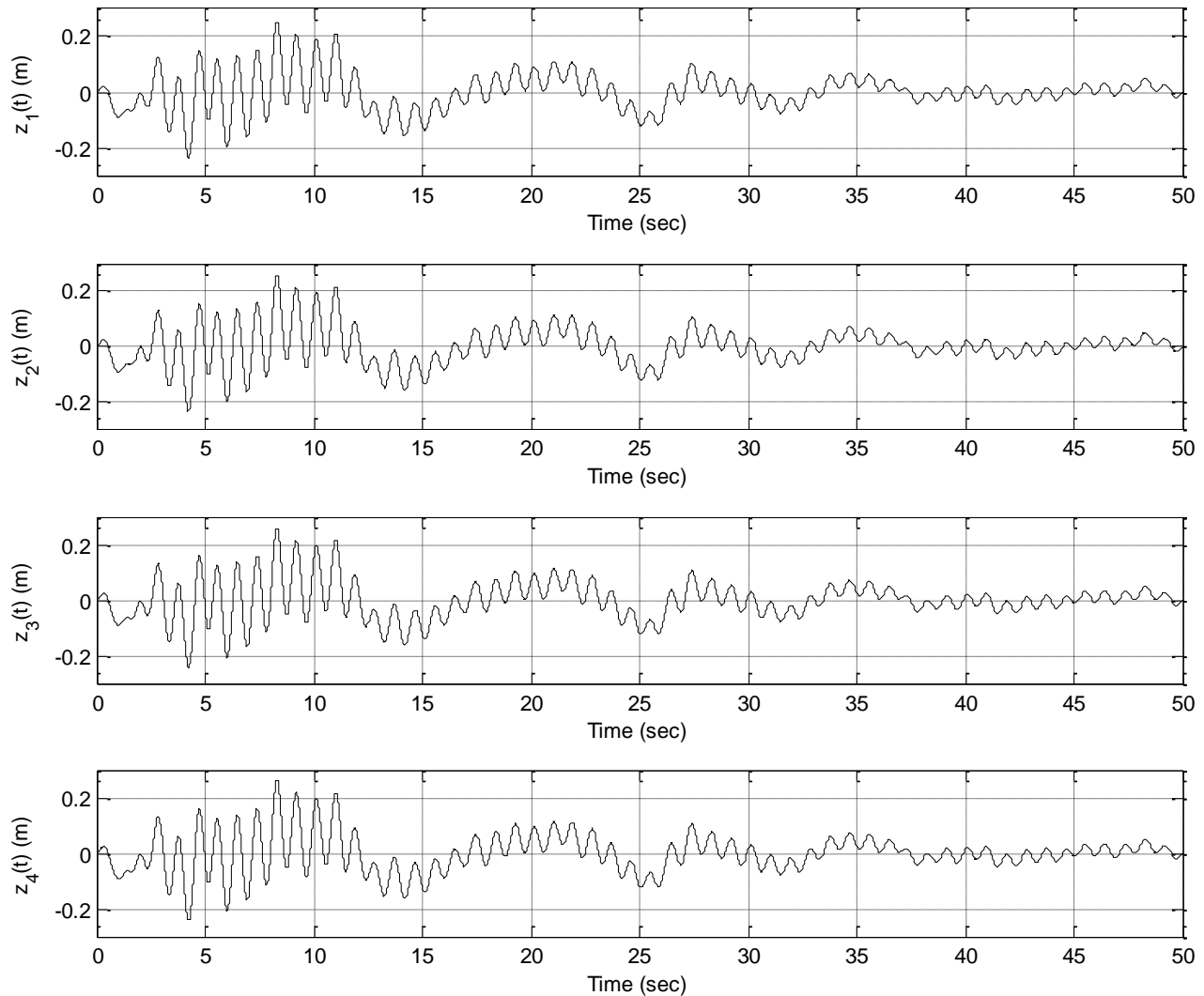
Floor mass (Kg)	Stiffness coefficient (N/m)	Damping coefficient (Ns/m)
$m_1 = 6800$	$k_0 = 1200 \cdot 10^3$	$c_0 = 2400$
$m_2 = 5897$	$k_1 = 33732 \cdot 10^3$	$c_1 = 67000$
$m_3 = 5897$	$k_2 = 29093 \cdot 10^3$	$c_2 = 58000$
$m_4 = 5897$	$k_3 = 28621 \cdot 10^3$	$c_3 = 57000$

Αρχικά θα πραγματοποιήσουμε μια ενδεικτική προσομοίωση χωρίς σύστημα ελέγχου σε λειτουργία. Στην συνέχεια θα πραγματοποιήσουμε προσομοίωση με ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης όπως αυτός που περιγράψαμε στην παράγραφο 6.1, θεωρώντας το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος ως γνωστό. Τέλος θα πραγματοποιήσουμε μία προσομοίωση κατά την οποία το σύστημα κλειστού βρόχου θα περιλαμβάνει συνδυασμό ελεγκτή, και παρατηρητή κατάστασης σε λειτουργία.

6.4.1 Προσομοίωση χωρίς ενεργοποιημένο αυτόματο έλεγχο

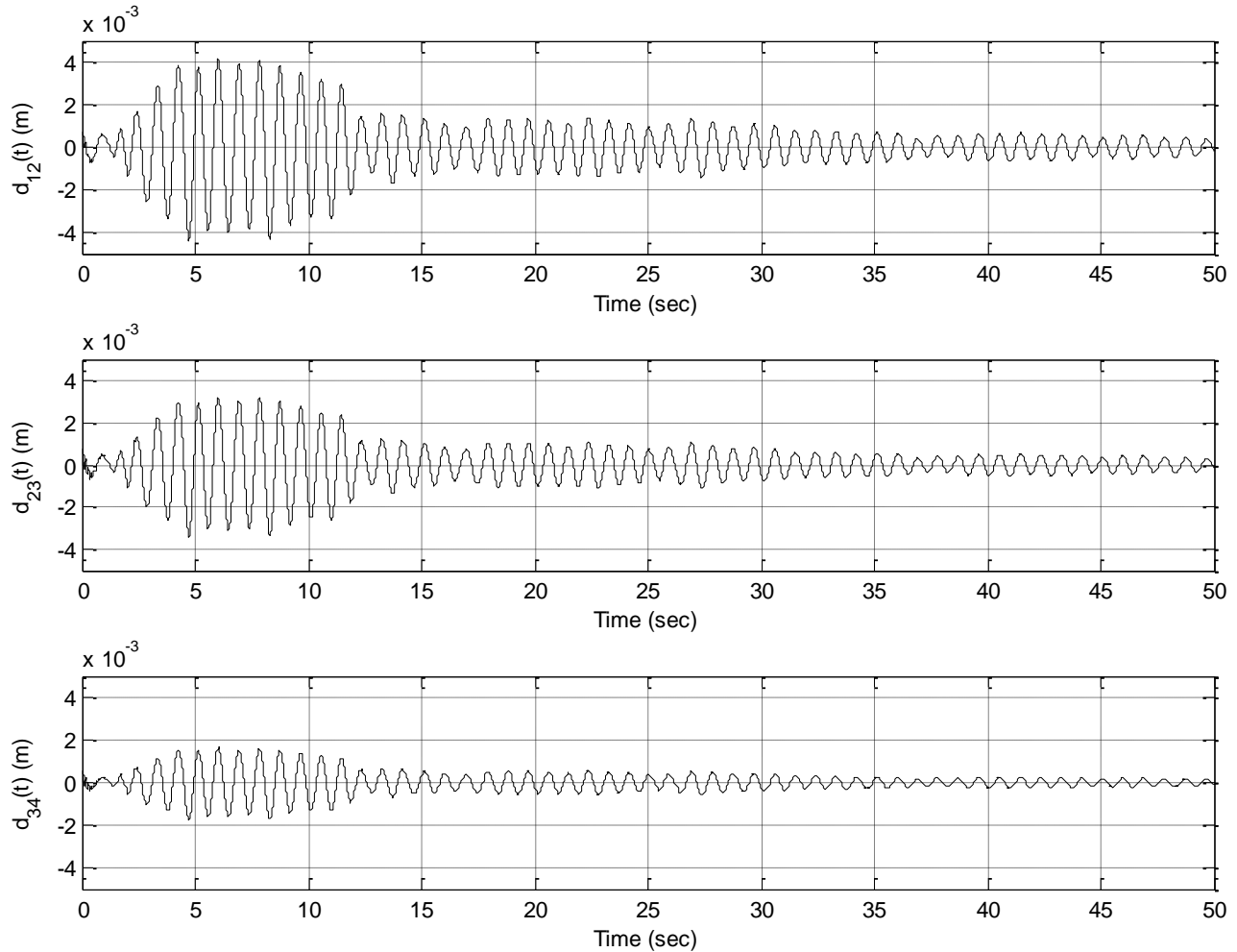
Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της κίνησης του κτηρίου χωρίς την εφαρμογή αυτομάτου ελέγχου στην βάση του παρουσιάζονται στα ακόλουθα διαγράμματα. Στην εικόνα 6.4 φαίνεται η κίνηση του κάθε ορόφου του κτηρίου ξεχωριστά κατά την διάρκεια του σεισμού. Όπως εύκολα παρατηρούμε η

μετατοπίσεις των ορόφων είναι πολύ κοντά μεταξύ τους. Επίσης, παρατηρούμε μία κυρίαρχη ταλάντωση του κτηρίου με συχνότητα πολύ κοντά στο 1Hz.



Εικόνα 6.4 Μετατόπιση ορόφων του κτηρίου κατά την διάρκεια του σεισμού – χωρίς εφαρμογή ελέγχου (ελεύθερη κίνηση).

Είναι ακόμη σημαντικό να παρατηρήσουμε την μεταβολή των σχετικών αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών ορόφων. Οι αποστάσεις, αυτές όπως έχουμε εξηγήσει και σε προηγούμενα κεφάλαια, επιθυμούμε να παραμένουν μικρές έτσι ώστε να αποφευχθούν οι μηχανικές ζημιές στο κτήριο κατά την διάρκεια των ταλαντώσεων. Στην εικόνα 6.5 παραθέτονται οι αντίστοιχες αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών ορόφων του κτηρίου $d_{i,i+1} = z_i - z_{i+1}$. Τα σήματα των σχετικών μετατοπίσεων μεταξύ των ορόφων όπως παρουσιάζονται στην εικόνα 6.5, θα μας είναι ιδιαίτερα χρήσιμα στην συνέχεια, καθώς θα μπορέσουμε να τα συγκρίνουμε με τα αντίστοιχα σήματα για τις περιπτώσεις εφαρμογής ελέγχου, ούτως ώστε να έχουμε μία ποσοτική σύγκριση της αποδοτικότητας των συστημάτων μας ως προς την δυνατότητα της μηχανικής προστασίας του κτηρίου από καταστροφές.



Εικόνα 6.5: Σχετικές αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών ορόφων του κτηρίου $d_{i,i+1} = z_i - z_{i+1}$ για σεισμική κίνηση – χωρίς την εφαρμογή ελέγχου.

6.4.2 Προσομοίωση με αυτόματο έλεγχο – χωρίς σύστημα παρατήρησης

Στην παράγραφο αυτήν θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα μίας προσομοίωσης της σεισμικής κίνησης του κτηρίου, κατά την οποία όμως έχουμε εφαρμόσει στο σύστημα έλεγχο ανατροφοδότησης κατάστασης, όπως αυτός που περιγράφηκε στην παράγραφο 6.1, έχοντας θεωρήσει ως γνωστό το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος. Όπως έχουμε εξηγήσει νωρίτερα, σε μια πραγματική υλοποίηση, το διάνυσμα κατάστασης είναι άγνωστο και μη μετρήσιμο, επομένως είναι προφανές ότι η συγκεκριμένη προσομοίωση έχει νόημα μόνο ως υπόθεση εργασίας για την επιβεβαίωση της λειτουργίας και την αξιολόγηση της αποδοτικότητας αποκλειστικά και μόνο του ελεγκτή μας, σε ένα εξιδανικευμένο παράδειγμα χρήσης.

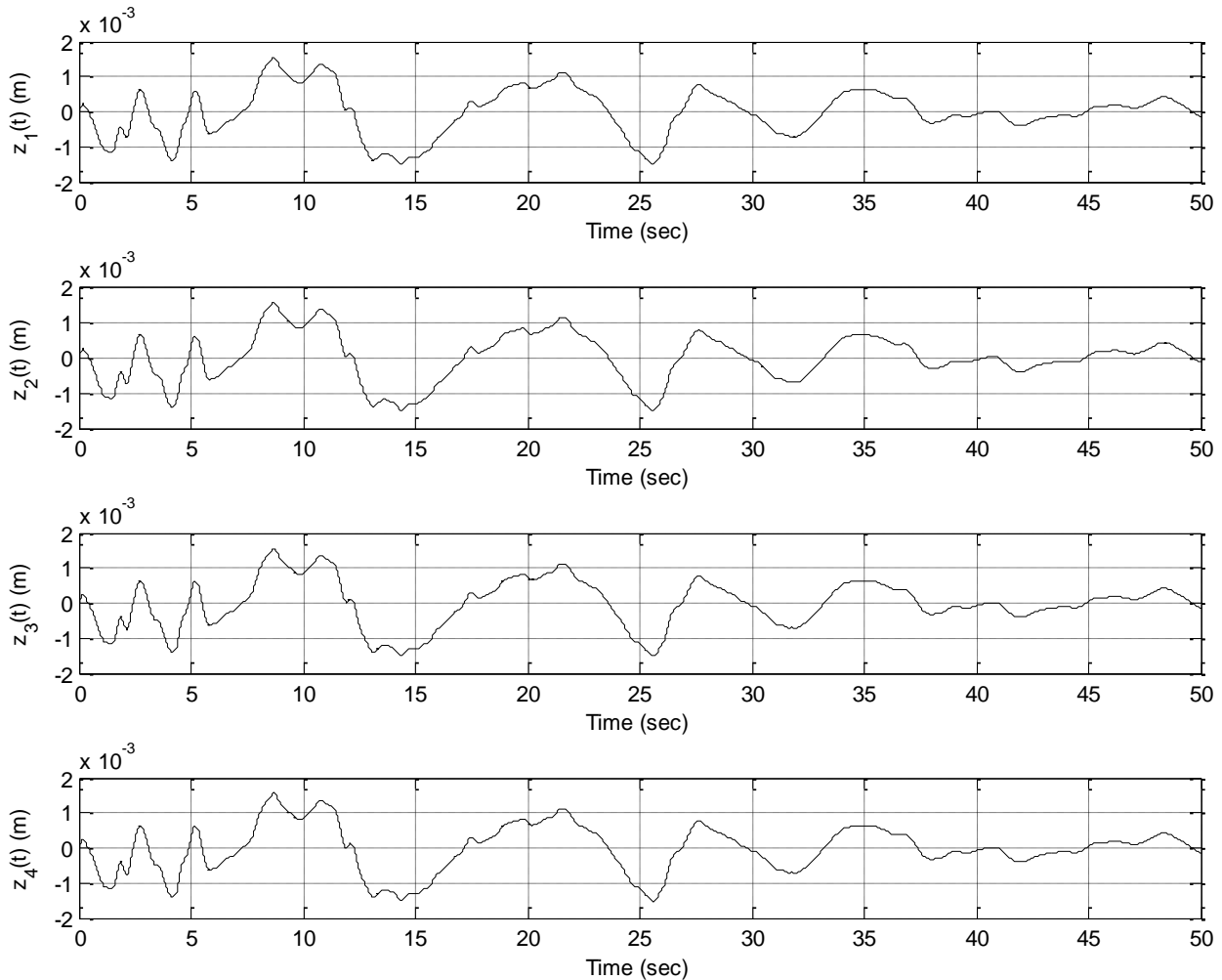
Έτσι για την διαδικασία της τοποθέτησης πόλων του συστήματος κλειστού βρόχου, έχουμε επιλέξει οι επιθυμητοί πόλοι να βρίσκονται στις θέσεις

$$p_i = (-60, -66, -72, -78, -84, -90, -96, -102) \quad 6.13$$

και απαιτώντας το χαρακτηριστικό πολυώνυμο $\Psi_c(s)$ της σχέσης 6.5, να είναι ίσο με το επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο, του οποίου οι ρίζες είναι οι πόλοι p_i της σχέσης 6.13, για κάθε τιμή του s , προκύπτει ο αντίστοιχος πίνακας κερδών του ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης ως

$$K_c = [4 \quad 10.53 \quad -15.05 \quad 8.353 \quad 709.4 \quad -736.1 \quad -294.5 \quad 401.7] \cdot 10^6 \quad 6.14$$

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης φαίνονται στην εικόνα 6.6.



Εικόνα 6.6: Μετατόπιση ορόφων του κτηρίου κατά την διάρκεια του σεισμού – με εφαρμογή ελέγχου, έχοντας θεωρήσει γνωστό το διάνυσμα κατάστασης x του κτηρίου.

Όπως παρατηρούμε στα διαγράμματα, μετά την εφαρμογή του ελέγχου, η μέγιστη μετατόπιση των ορόφων του κτηρίου από το σημείο ισορροπίας τους, είναι της τάξης του $10^{-3}m$, επομένως ο ελεγκτής, λειτουργώντας αποτελεσματικά, έχει καταφέρει να κρατήσει το κτήριο πρακτικά ακίνητο. Έτσι γίνεται πλέον εμφανής η αποδοτικότητα του ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης για την αποτελεσματική απόσβεση της σεισμικής διαταραχής και την δραστική μείωση των ταλαντώσεων στο κτήριο.

6.4.3 Προσομοίωση με αυτόματο ελεγκτή και σύστημα παρατήρησης

Έχοντας ήδη μελετήσει την αποδοτικότητα της μεθόδου ελέγχου που εφαρμόσαμε στο προηγούμενο παράδειγμα προσομοίωσης, έχει εξέχουσα σημασία να προσομοιώσουμε την λειτουργία ενός αντίστοιχου ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης σε ένα ρεαλιστικό παράδειγμα χρήσης, όπου πλέον το διάνυσμα κατάστασης του κτηρίου, μας είναι άγνωστο, και οι μόνες μετρήσιμες ποσότητες του συστήματος είναι τα αντίστοιχα σήματα που προέρχονται από τους αισθητήρες του κτηρίου, και αφορούν τις επιταχύνσεις των ορόφων, και τις αποστάσεις ανάμεσά τους, καθώς και την απόσταση του εδάφους από τον πρώτο όροφο.

Έτσι για την τελευταία προσομοίωση, θα χρησιμοποιήσουμε το συνολικό σχήμα ελέγχου όπως αυτό περιγράφηκε στις παραγράφους 6.2, 6.3 το οποίο περιλαμβάνει παρατηρητή κατάστασης για την εκτίμηση του διανύσματος x . Ο αυτόματος ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης θα έχει τα ίδια στοιχεία με αυτά του προηγούμενου παραδείγματος 6.4.2 και μήτρα κερδών K_c όπως δίνεται στην σχέση 6.14. Ο παρατηρητής κατάστασης που θα χρησιμοποιήσουμε είναι αυτός που περιγράφεται στην παράγραφο 4.3.2.4. Για τον καθορισμό της μήτρας κερδών L του παρατηρητή, έχουμε θεωρήσει τιμές διακυμάνσεων για τα z_0 και \dot{z}_0 ίσες με $\sigma_{z_0}^2 = 0.01 (m^2)$ και $\sigma_{\dot{z}_0}^2 = 0.01 (m^2/s^2)$ όπως και στην προσομοίωση της παραγράφου 4.3.2.5, ενώ οι τιμές της διακύμανσης του θορύβου σ_a^2 για τους αισθητήρες επιτάχυνσης και σ_z^2 για τους αισθητήρες μέτρησης της απόστασης μεταξύ των ορόφων, είναι αυτές που δίνει ο πίνακας 4.1. Πέραν του γκαουσιανού θορύβου στις εξόδους των επιταχυνσιόμετρων υπάρχει και σταθερό σφάλμα (bias) μέτρου $b = 0.001 m/s^2$, ενώ τις συγκεκριμένες τιμές του σταθερού σφάλματος για κάθε ένα από τους αισθητήρες των ορόφων παραθέτει ο πίνακας 6.2.

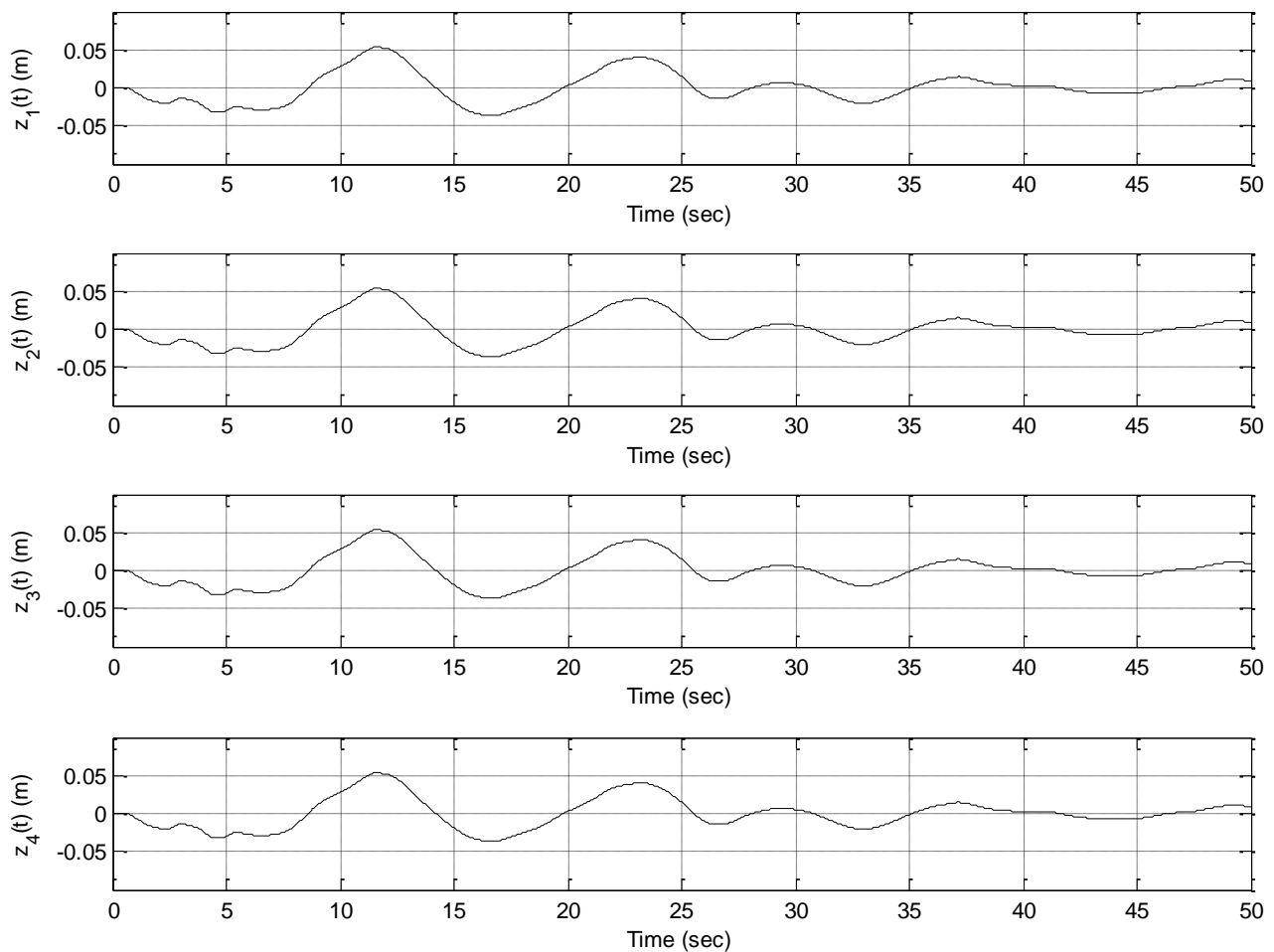
Πίνακας 6.2: Τιμές σταθερού σφάλματος για τα επιταχυνσιόμετρα των αντίστοιχων ορόφων, με μέτρο $b = 0.001 m/s^2$.

Επιταχυνσιόμετρο ορόφου No	1	2	3	4
bias	$+b$	$-b$	$+b$	$+b$

Με βάση τα παραπάνω, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρουσιάζονται στα ακόλουθα διαγράμματα.

Στην εικόνα 6.7, μπορούμε να δούμε την νέα απόκριση των ορόφων του κτηρίου ως προς την μετατόπιση $z_i(t)$ από το σημείο ισορροπίας κατά την διάρκεια του σεισμού. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά των προηγούμενων δύο παραδειγμάτων (εικόνα 6.4, εικόνα 6.6), παρατηρούμε ότι σε σχέση με την περίπτωση ελεύθερης ταλάντωσης (εικόνα 6.6), στην παρούσα περίπτωση ελέγχου η μέγιστη μετατόπιση από το σημείο ισορροπίας είναι σημαντικά μικρότερη, κατά έναν παράγοντα $\sim 1/4$. Πέραν της μικρότερης κατά μέτρο μετατόπισης των ορόφων, στην παρούσα περίπτωση ελέγχου, παρατηρούμε ότι πλέον, η ταλάντωση η οποία συμβαίνει στο σύστημα, αποτελείται μόνο από χαμηλόσυχνες συνιστώσες, και όχι από υψίσυχη ταλάντωση όπως φαίνεται καθαρά στα αποτελέσματα της αρχικής προσομοίωσης για ελεύθερη κίνηση. Αντίστοιχα, συγκρίνοντας με τα αποτελέσματα του ελέγχου με γνωστό το διάνυσμα κατάστασης (εικόνα 6.6), βλέπουμε ότι με την χρήση παρατηρητή και την ύπαρξη σφαλμάτων και θορύβων στους αισθητήρες κατά την μέτρηση,

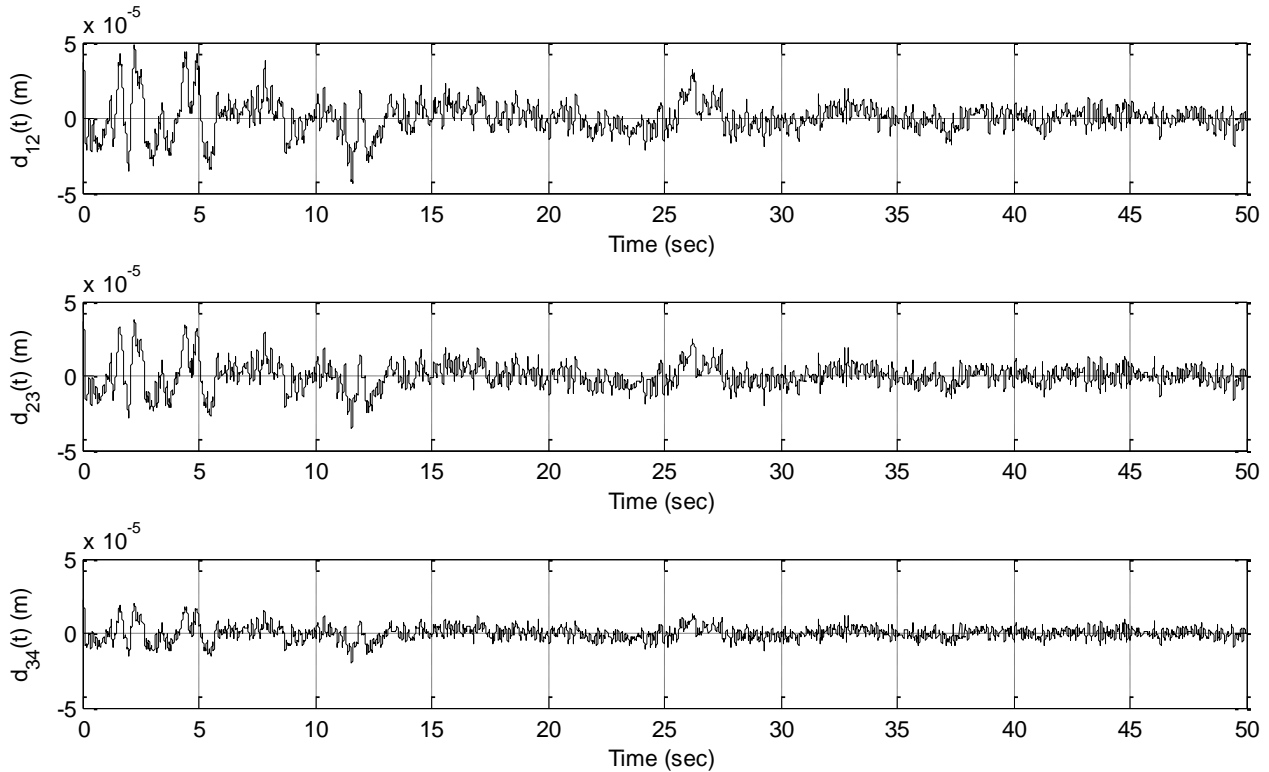
εμφανίζεται πλέον μία αργή-χαμηλόσυχη ταλάντωση μέγιστου πλάτους 0.05 m . Ο λόγος που εμφανίζεται η ταλάντωση αυτή είναι, όπως δείξαμε και στο κεφάλαιο 4 αναφορικά με την κατασκευή του παρατηρητή, ότι ο παρατηρητής για να αποφύγει το φαινόμενο της ολίσθησης, καταπιέζει και παραμορφώνει τις χαμηλές συχνότητες ($< 0.3\text{Hz}$), και έτσι δημιουργείτε αυξημένο σφάλμα παρατήρησης σε αυτή τη συχνοτική περιοχή. Έχοντας αυξημένο σφάλμα στον παρατηρητή για τις χαμηλές συχνότητες, ο έλεγχος που πραγματοποιείτε, καθώς βασίζεται στην εκτίμηση \hat{x} του διανύσματος κατάσταση, σε αυτή την περιοχή του φάσματος, αναμένεται να έχει και αντίστοιχα μειωμένη απόδοση για την απόσβεση χαμηλόσυχων διαταραχών. Παρόλα αυτά, η εκτίμηση του διανύσματος κατάσταση x στις υψηλότερες συχνότητες είναι αρκετά ακριβής. Έτσι ο αντίστοιχος έλεγχος που πραγματοποιείτε στην υψηλές συχνότητες είναι σαφώς αποτελεσματικότερος και συνεπώς οι υψίσυχνες ταλαντώσεις αποσβένονται σημαντικά, κάτι που δεν θα συνέβαινε χωρίς την εφαρμογή του συστήματος ελεγκτή-παρατηρητή.



Εικόνα 6.7: Μετατόπιση ορόφων του κτηρίου κατά την διάρκεια του σεισμού – με εφαρμογή ελέγχου, κάνοντας χρήση παρατηρητή για την εκτίμηση του διανύσματος κατάσταση x του κτηρίου.

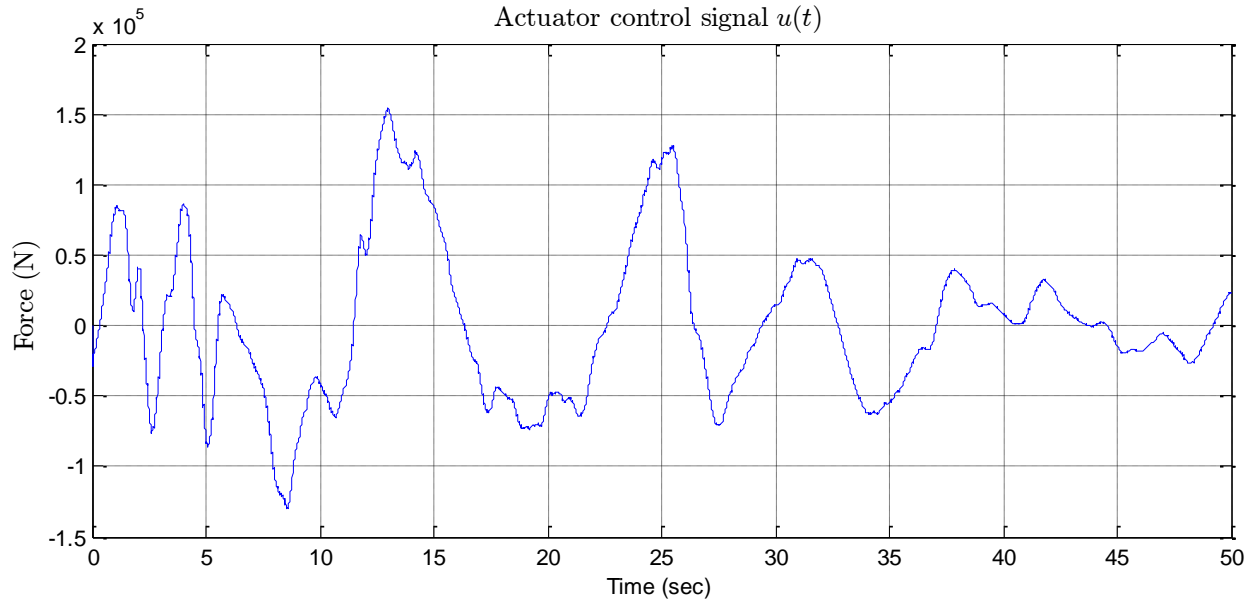
Στο διάγραμμα στην εικόνα 6.8, παρουσιάζονται οι αντίστοιχες διαφορές των μετατοπίσεων ανάμεσα σε διαδοχικούς ορόφους κατά την διάρκεια του σεισμού. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα αυτά με τα αντίστοιχα στην εικόνα 6.5, βλέπουμε ότι στην περίπτωση όπου έχουμε εφαρμόσει έλεγχο με χρήση

παρατηρητή κατάστασης, οι μέγιστες αποστάσεις ανάμεσα σε διαδοχικούς ορόφους για διάρκεια του σεισμού, παραμένουν κατά δύο τάξεις μεγέθους μικρότερες από ότι για κίνηση χωρίς εφαρμογή ελέγχου στο σύστημα. Τα αποτελέσματα αυτά καταδεικνύουν ότι το σύστημα αυτόματου ελεγκτή – παρατηρητή κατάστασης, λειτουργεί αποτελεσματικά, κρατώντας τις σχετικές μετατοπίσεις μεταξύ των ορόφων του κτηρίου εντός των ορίων κίνησής τους, προστατεύοντας συνεπώς το κτήριο από πιθανές μηχανικές καταστροφές οι οποίες θα μπορούσαν να συμβούν λόγω μετακίνησης των διαδοχικών ορόφων σε μεγαλύτερες αποστάσεις μεταξύ τους.



Εικόνα 6.8: Σχετικές αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών ορόφων του κτηρίου $d_{i,i+1} = z_i - z_{i+1}$ για σεισμική κίνηση – με εφαρμογή ελέγχου, κάνοντας χρήση παρατηρητή κατάστασης.

Τέλος, στο διάγραμμα (εικόνα 6.9) παρουσιάζεται το σήμα ελέγχου του επενεργητή, και το οποίο αντιπροσωπεύει την δύναμη που ασκείται από τον επενεργητή στην βάση του κτηρίου, με στόχο την αποτελεσματική απόσβεση της διαταραχής του σεισμού στο κτήριο. Παρατηρούμε ότι το μέτρο της ασκούμενης δύναμης παραμένει χαμηλότερα από 160 kN , όριο απολύτως αποδεκτό για έναν τυπικό σερβο-υδραυλικό επενεργητή βάσης, διαθέσιμο στην αγορά για τέτοιες εφαρμογές.



Εικόνα 6.9: Σήμα εφαρμοζόμενης δύναμης ελέγχου στην βάση του κτηρίου από τον επενεργητή του συστήματος, για αποτελεσματικό έλεγχο της διαταραχής.

Συμπερασματικά, μέσω της προσομοίωσης, βλέπουμε ότι η εφαρμογή ελέγχου με βάση το συνολικό σύστημα που κατασκευάσαμε, βασιζόμενοι στην μελέτη του παρόντος και των προηγούμενων κεφαλαίων της παρούσας διπλωματικής εργασίας, συμβάλει σημαντικά στην προστασία της δομής ενός κτηρίου από μία σεισμική διαταραχή, και επιφέρει πολύ καλύτερο αποτέλεσμα σε συνδυασμό, από ότι η απλή χρήση ελαστικών εφεδράνων στην βάση του κτηρίου, ως σεισμική μόνωση βάσης.

7 Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία

7.1 Συμπεράσματα

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εξετάσαμε την συνδυασμένη χρήση μεθόδων παθητικής και ενεργητικής αντισεισμικής προστασίας με στόχο την εφαρμογή σε αντισεισμικά κτήρια. Πιο συγκεκριμένα, για την παθητική προστασία του κτηρίου εξετάστηκε η χρήση ελαστικών εφεδράνων ανάμεσα στην βάση του κτηρίου και το έδαφος. Για την ενεργητική προστασία εξετάστηκε η χρήση επενεργητή δύναμης στην βάση του κτηρίου με στόχο τον έλεγχο και την απόσβεση των δονήσεων στο κτήριο. Στόχος του αυτομάτου ελέγχου είναι η κατά το δυνατόν ακινητοποίηση του κτηρίου γύρω από τα σημεία ισορροπίας του, με βάση ένα αρχικά ακίνητο, αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Μελετώντας αναλυτικά, και με την χρήση προσομοιώσεων την δυναμική συμπεριφορά ενός τυπικού κτηρίου κατά την διάρκεια σεισμικών διαταραχών, είδαμε ότι αυτή μπορεί να αναλυθεί με την χρήση ιδιόμορφων διατάξεων και αντίστοιχων ιδιοσυχνοτήτων. Η χρήση ελαστικών εφεδράνων στο κτήριο, αποδείχθηκε ότι μειώνει σημαντικά την ενίσχυση των υψίσυχνων ιδιοσυχνοτήτων, των οποίων οι ιδιόμορφες διατάξεις είναι και περισσότερο επικίνδυνες για το κτήριο, προσφέροντας έτσι σημαντική προστασία. Παρόλα αυτά, η κύρια ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης του κτηρίου παραμένει ενισχυμένη, και επομένως μπορεί να προκληθεί συντονισμός λόγω του σεισμού και το κτήριο να ταλαντωθεί με μέγιστο πλάτος με ενδεχόμενες καταστροφικές συνέπειες.

Με στόχο την περεταίρω εξάλειψη της ταλάντωσης του κτηρίου, εξετάσαμε την χρήση συστήματος επενέργειας και αντίστοιχου αυτομάτου ελέγχου. Για την εφαρμογή πληθώρας μεθόδων αυτομάτου ελέγχου είναι απαραίτητη η γνώση της ταχύτητας και της μετατόπισης των ορόφων του κτηρίου, ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Στην μελέτη μας, εστίασαμε στην χρήση επιταχυνσιομέτρων για την εκτίμηση των παραπάνω ποσοτήτων. Τα σφάλματα όμως, τα οποία συσσωρεύονται κατά την ολοκλήρωση του σήματος της επιτάχυνσης για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της θέσης αντίστοιχα, μπορούν να οδηγήσουν σε βάθος χρόνου σε πολύ σημαντικές αποκλίσεις από τις πραγματικές τιμές. Αυτό με την σειρά του μπορεί να καταλήξει σε εφαρμογή καταστροφικού ελέγχου για το σύστημα. Ειδικότερα, για την εξάλειψη του φαινομένου αυτού (drifting), κάναμε χρήση του δεδομένου ότι το έδαφος ταλαντώνεται γύρω από κάποιο σημείο ισορροπίας, χωρίς κάποια σημαντική μόνιμη παραμόρφωση, και επομένως τα σήματα κίνησης του εδάφους, δεν περιέχουν ισχυρές συνιστώσες στο χαμηλόσυχο φάσμα. Έτσι, μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι οι όποιες χαμηλόσυχνες μετατοπίσεις στην εκτίμηση της θέσης και της ταχύτητα των ορόφων, είναι αποτέλεσμα αντίστοιχων σφαλμάτων μέτρησης της επιτάχυνσης, και με χρήση κατάλληλων υψιπερατών φίλτρων να τις απαλείψουμε.

Με βάση τα παραπάνω, και κάνοντας χρήση ενός επιπλέον συστήματος αισθητήρων μέτρησης των αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών ορόφων, μελετήσαμε την κατασκευή ενός αποτελεσματικού συστήματος παρατήρησης της κατάστασης, απαλλαγμένου από σημαντικά σφάλματα, κατάλληλου για πρακτική εφαρμογή σε συνδυασμό με ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου. Ο παρατηρητής αυτός, όπως ήταν αναμενόμενο εμφανίζει σημαντικότερα σφάλματα στις χαμηλές συχνότητες παρατήρησης, καθώς εκεί τα σφάλματα ήταν ισχυρότερα, και σε αυτές τις συχνότητες τα υψιπερατά φίλτρα παραμορφώνουν τα αντίστοιχα σήματα.

Έχοντας πλέον κατασκευάσει έναν αποδοτικό παρατηρητή κατάστασης, εξετάσαμε την περίπτωση εμφάνισης σφάλματος σε κάποιον από τους αισθητήρες του συστήματος. Το σύστημα παρατήρησης, θα πρέπει σε πραγματικό χρόνο, να αναγνωρίζει την ύπαρξη του σφάλματος σε κάποιον από τους αισθητήρες, να το απομονώνει εντοπίζοντας τον προβληματικό αισθητήρα, και να εκτελεί ενέργειες για την ομαλή ανάκαμψη του συστήματος από την προβληματική κατάσταση λειτουργίας. Για την πραγματοποίηση των παραπάνω λειτουργιών, χρησιμοποιήθηκε ένα σχήμα FDI, ενός γενικευμένου συνόλου παρατηρητών κατάστασης. Έπειτα από αντίστοιχη προσομοίωση, καταδείχθηκε η δυνατότητα για αποτελεσματική εφαρμογή ενός τέτοιου επικουρικού σχήματος, στο σύστημα παρατήρησης.

Για την αξιολόγηση της πρακτικής εφαρμογής των παραπάνω μεθόδων, ως τελικό στάδιο, μελετήθηκε η συνδυαστική εφαρμογή αυτομάτου ελέγχου με την μέθοδο της ανατροφοδότησης κατάστασης, με την χρήση παρατηρητή κατάστασης όπως αυτός μελετήθηκε νωρίτερα. Έπειτα από αναλυτικό έλεγχο της ευστάθειας του νέου συστήματος, πραγματοποιήθηκε αντίστοιχη προσομοίωση η οποία κατέδειξε την αποτελεσματικότητα χρήσης της μεθόδου. Με βάση τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, παρατηρήθηκε ότι το σύστημα ελέγχου κατάφερε να μειώσει κατά πολύ το πλάτος και την συχνότητα των ταλαντώσεων του κτηρίου, καθώς επίσης και τις αποστάσεις ανάμεσα σε διαδοχικούς ορόφους του, προστατεύοντας έτσι αποτελεσματικά το κτήριο από ενδεχόμενες μηχανικές καταστροφές. Η εναπομείνασα κίνηση του κτηρίου, αποτελούνταν από χαμηλόσυχο φασματικό περιεχόμενο χαμηλού πλάτους, η οποία και δεν αποτελεί κίνδυνο για την ουσιαστική ασφάλεια του κτηρίου.

7.2 Μελλοντική εργασία

Το σύστημα το οποίο μελετήθηκε στην παρούσα εργασία, αποτελεί ένα πολύ σημαντικό αντικείμενο μελέτης, όσον αφορά την πρακτική υλοποίηση ενεργητικής αντισεισμικής προστασίας για κτήρια και εγκαταστάσεις, και ως συνέπεια έχει πολλές προεκτάσεις. Περεταίρω έρευνα θα μπορούσε να εστιάσει σε

- Αναλυτικότερη και πειραματική αξιολόγηση διαφόρων μεθόδων παρατήρησης, με στόχο την βέλτιστη δυνατή εκτίμηση της κατάστασης του συστήματος και της αξιοποίησής της για τον έλεγχο σεισμικών διαταραχών και της προστασίας κτηρίων.
- Μελέτη περισσότερο εξελιγμένων μεθόδων για την κατασκευή ενός συστήματος προσαρμοστικού παρατηρητή, ο οποίος θα πραγματοποιεί αναγνώριση και εκτίμηση διαφόρων παραμέτρων του μοντέλου του συστήματος, με στόχο την αποδοτικότερη εκτίμηση της κατάστασής του και κατά συνέπεια τον αποτελεσματικότερο έλεγχό του.
- Έρευνα νέων τεχνικών ελέγχου, όπως ο εύρωστος ή ο μη γραμμικός έλεγχος, για εφαρμογή στο σύστημα αντισεισμικής προστασίας.
- Μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς ενός συστήματος επενέργησης και επίδρασής της στο σύστημα αυτομάτου ελέγχου, καθώς επίσης και μελέτη μιας τρισδιάστατης πλατφόρμας επενέργησης για ένα πραγματικό κτηριακό μοντέλο τριών διαστάσεων.

Βιβλιογραφία

- [1] T. K. Datta, *Seismic Analysis of Structures*, Singapore: John Wiley & Sons (Asia), 2010.
- [2] Z.-F. Fu and J. He, *Modal analysis*, Butterworth-Heinemann, 2001.
- [3] Y. Thong, M. Woolfson, J. Crowe, B. Hayes-Gill and D. J. Jones, "Numerical double integration of acceleration measurements in noise," *Measurement*, vol. 36, pp. 73-92, 2004.
- [4] J. M. Hensley, A. Peters and S. Chu, "Active low frequency vertical vibration isolation," *Review of scientific instruments*, vol. 70, no. 6, pp. 2735--2741, 1999.
- [5] H. Gilbert, O. Celik and M. O'Malley, "Long-term double integration of acceleration for position sensing and frequency domain system identification," in *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on*, 2010.
- [6] S. Thenozhi and W. Yu, "A novel numerical integrator for structural control and monitoring," in *IEEE 13th International Conference on Information Reuse and Integration (IRI)*, 2012.
- [7] Z. Djuric, "Mechanisms of noise sources in microelectromechanical systems," *Microelectronics Reliability*, vol. 40, pp. 919--932, 2000.
- [8] Y. Thong, M. Woolfson, J. Crowe, B. Hayes-Gill and D. J. Jones, "Numerical double integration of acceleration," *Measurement*, vol. 36, pp. 73-92, 2004.
- [9] Y. K. Thong, M. S. Woolfson, J. A. Crowe, B. R. Hayes-Gill and R. E. Challis, "Dependence of inertial measurements of distance on accelerometer noise," *Measurement Science and Technology*, no. 13, p. 1163--1172, 2002.
- [10] A. Link and H.-J. von Martens, "Accelerometer identification using shock excitation," *Measurement*, vol. 35, pp. 191--199, 2004.
- [11] K. Worden, "Data processing and experiment design for the restoring force surface method, part I: integration and differentiation of measured time data," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 4, no. 4, pp. 295--319, 1990.
- [12] H. P. Gavin, R. Morales and K. Reilly, "Drift-free integrators," *Review of scientific instruments*, vol. 69, pp. 2171--2175, 1998.
- [13] D. S. G. Pollock, R. C. Green and T. Nguyen, *Handbook of time series analysis, signal processing, and dynamics*, Access Online via Elsevier, 1999.

- [14] J. Farrell and M. Barth, *The global positioning system and inertial navigation*, McGraw-Hill New York, 1999.
- [15] D. M. Boore, "Analog-to-digital conversion as a source of drifts in displacements derived from digital recordings of ground acceleration," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 93, no. 5, pp. 2017-2024, 2003.
- [16] P. Horowitz, W. Hill and T. C. Hayes, *The art of electronics*, vol. 2, Cambridge university press Cambridge, 1989.
- [17] D. M. Boore, "Effect of baseline corrections on displacements and response spectra for several recordings of the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 91, no. 5, pp. 1199-1211, 2001.
- [18] D. M. Boore, C. D. Stephens and W. B. Joyner, "Comments on baseline correction of digital strong-motion data: Examples from the 1999 Hector Mine, California, earthquake," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 92, no. 4, pp. 1543-1560, 2002.
- [19] M. Arraigada and M. Partl, "Calculation of displacements of measured accelerations, analysis of two accelerometers and application in road engineering," in *6th Swiss Transport Research Conference*, Monte Verità / Ascona, 2006.
- [20] H.-C. Chiu, "Stable baseline correction of digital strong-motion data," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 87, no. 4, pp. 932-944, 1997.
- [21] D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*, John Wiley and Sons, 2006.
- [22] J. Chen and R. J. Patton, "Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems," 1999.
- [23] C.-T. Chen, *Linear system theory and design*, Oxford University Press, 1998.
- [24] Τ. Γ. Κουσιουρής, *Θεωρία Γραμμικών Πολυμεταβλητών Συστημάτων*, Αθήνα, 1990.
- [25] C. C. Tsang, *Error Reduction Techniques for a MEMS Accelerometer-based Digital Input Device*, The Chinese University of Hong Kong, 2008.
- [26] G. Pang and H. Liu, "Evaluation of a low-cost MEMS accelerometer for distance measurement," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 30, no. 3, pp. 249--265, 2001.
- [27] S. Nikbakht, M. Mazlom and A. Khayatian, "Evaluation of solid-state accelerometer for positioning of vehicle," in *Industrial Technology, 2005. ICIT 2005. IEEE International Conference on*, 2005.