



**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών  
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών

Βελτιστοποίηση Προγράμματος Λειτουργίας Θερμικών Μονάδων  
Ηλεκτροπαραγωγής με Πιθανοτικές Βλάβες με Χρήση  
Εξελικτικού Αλγορίθμου και Προσομοίωσης Monte Carlo

Διπλωματική εργασία  
Τζάνης Παναγιώτης

Επιβλέπων : ΚΥΡΙΑΚΟΣ Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ  
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Απρίλιος 2014

**Βελτιστοποίηση Προγράμματος Λειτουργίας Θερμικών Μονάδων  
Ηλεκτροπαραγωγής με Πιθανοτικές Βλάβες με Χρήση Εξελικτικού  
Αλγορίθμου και Προσομοίωσης Monte Carlo**

Διπλωματική εργασία

**Τζάνης Παναγιώτης**

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2014

**Περίληψη**

Η παρούσα διπλωματική ασχολείται με το πρόβλημα της βελτιστοποίησης του προγράμματος λειτουργίας (UCP) και της ανάθεσης φορτίου (EDP) σε μονάδες ηλεκτροπαραγωγής, με σκοπό την κάλυψη δεδομένης ενεργειακής ζήτησης με ελάχιστο κόστος. Το μοντέλο που υιοθετείται είναι στοχαστικό και λαμβάνει υπόψη πιθανοτικές βλάβες των μονάδων. Για τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιείται εξελικτικός αλγόριθμος (EA) ενώ για την αξιολόγηση των λύσεων, δεδομένης της στοχαστικότητας του προβλήματος, χρησιμοποιείται η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo. Το πρόβλημα λύνεται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο που προτάθηκε στη διπλωματική εργασία του Ι. Δολιανίτη[1] και βελτιώθηκε σε αυτή του Ι. Αμωράτη[2]. Ο αλγόριθμος τροποποιείται ως προς τη μέθοδο αξιολόγησης των λύσεων, προσαρμόζοντας έτσι το πρόβλημα στο μοντέλο με βλάβες. Για την αξιολόγηση της κάθε λύσης δημιουργείται επαρκές πλήθος σεναρίων για τις καταστάσεις AV/UAV των μονάδων. Για κάθε σενάριο, υπολογίζεται το ολικό λειτουργικό κόστος (TOC) και, στο τέλος, προκύπτει το εκτιμώμενο κόστος της λύσης (ETOC) ως ο μέσος όρος του κόστους όλων των δοκιμών, το οποίο είναι και η αντικειμενική συνάρτηση της οποία επιθυμείται η ελαχιστοποίηση. Με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο το πρόβλημα λυνόταν με σχετικά μικρό υπολογιστικό κόστος υιοθετώντας ένα αιτιοκρατικό μοντέλο. Στόχος της εργασίας είναι η τροποποίηση του αλγορίθμου με τέτοιο τρόπο ώστε το μοντέλο να είναι πιο κοντά στα πραγματικά προβλήματα UC και η λύση να είναι περισσότερο ρεαλιστική. Μεταξύ άλλων περιγράφεται η μοντελοποίηση του προβλήματος, γίνεται μια γενική περιγραφή των εξελικτικών αλγορίθμων και της μεθόδου Monte Carlo, εξηγείται ο αλγόριθμος και ο τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιείται η τεχνική Monte Carlo για την αξιολόγηση των λύσεων και τέλος, παρουσιάζονται εφαρμογές της μεθόδου.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS  
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING  
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES  
UNIT OF PARALLEL COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS & OPTIMIZATION

**Unit Commitment Optimization Of Thermal Power Plants  
Considering Probabilistic Outages Using Evolutionary Algorithms and  
Monte Carlo Simulation**

Diploma Thesis

**Panagiotis Tzani**

Supervisor: K.C. Giannakoglou, Professor NTUA

Athens, April 2014

**Summary**

This diploma thesis deals with the unit commitment problem of thermal power plants along with the economic load dispatch problem, aiming to cover a specified load demand at minimum cost. A stochastic model is adopted in order to consider probabilistic unit outages. The optimization method used relies on evolutionary algorithms (EAs) while a Monte Carlo simulation is used for the evaluation of candidate solutions. The algorithm of the study is based on that is presented in the diploma thesis of I. Dolianitis and was improved in that of I.J. Amoratis. The evaluation method of the algorithm is adapted to the stochastic model. A Monte Carlo simulation creates an adequate number of availability-unavailability (AV/UAV) trial time patterns. The total operating costs (TOC) of all these trials must be evaluated. Through averaging, the expected TOC (ETOC) of the system is computed and this is the objective function to be minimized. Using the preexisting algorithm the problem is solved in a relatively economic way but a deterministic model is used. The purpose of the study is to adapt the algorithm in order to make the solution more realistic.

Among other, evolutionary algorithms and Monte Carlo simulations are described. The analysis of the algorithm and the evaluation method follows and the thesis ends up with applications.



## Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Κυριάκο Γιαννάκογλου, για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα πραγματικά ενδιαφέρον θέμα και για όλη τη βοήθεια που μου πρόσφερε άμεσα, όποτε τη χρειάστηκα κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Ευχαριστώ επίσης, τη Δρ. Βαρβάρα Ασούτη για τη σημαντική βοήθειά της και τις υποδείξεις της.

Δε θα μπορούσα να μην πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου και σε όλους τους δικούς μου ανθρώπους, οι οποίοι ήταν δίπλα μου με κάθε κόστος, όπως και στον αδερφό μου Χρήστο που με ανέχτηκε για τους τελευταίους μήνες. Ευχαριστώ τους πολύ καλούς φίλους Βαγγέλη και Πάνο και τη Φένια για τη στήριξη τους.

# Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή και Παρουσίαση Του Προβλήματος .....	10
1.1 Εισαγωγή .....	10
1.2 Το πρόβλημα .....	12
1.3 Μοντελοποίηση του προβλήματος .....	13
1.3.1 Μοντελοποίηση του κλασικού UCP χωρίς βλάβες .....	13
1.3.1.1 Συνάρτηση στόχου .....	14
1.3.1.2 Περιορισμοί του προβλήματος .....	15
1.3.2 Μοντελοποίηση του UCP λαμβάνοντας υπόψη πιθανοτικές βλάβες .....	17
1.3.2.1 Μοντελοποίηση Βλαβών .....	17
1.3.2.2 Ρυθμός Αστοχίας και Ρυθμός Επιδιόρθωσης .....	19
1.3.2.3 Εκτίμηση της τιμής της συνάρτησης στόχου στο μοντέλο με πιθανοτικές βλάβες .....	22
Κεφάλαιο 2. Εισαγωγή στους εξελικτικούς αλγορίθμους .....	25
2.1 Εισαγωγή .....	25
2.2 Περιγραφή ενός Γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου .....	27
2.3 Κωδικοποίηση μεταβλητών .....	29
Κεφάλαιο 3. Μέθοδος Monte Carlo .....	30
3.1 Εισαγωγή .....	30
3.2. Ιστορική αναδρομή .....	30
3.3. Η βασική ιδέα .....	31
3.4. Πιθανότητες .....	35
3.4.1. Κλασική πιθανότητα .....	35
3.4.2. Στατιστική πιθανότητα .....	36
3.4.3. Τυχαίες Μεταβλητές και Πιθανοτικές Κατανομές .....	36
3.4.3.1 Συνάρτηση (αθροιστικής) πιθανοτικής κατανομής .....	37
3.4.3.2 Συνάρτηση μάζας πιθανότητας για διακριτές μεταβλητές .....	37
3.4.3.3 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για συνεχείς τυχαίες μεταβλητές .....	38
3.4.3.4 Σημαντικές συναρτήσεις κατανομής .....	38

3.5. Γεννήτριες τυχαίων αριθμών .....	40
3.6. Δειγματοληψία.....	42
3.7 Εκτίμηση τιμής.....	43
Κεφάλαιο 4. Προτεινόμενη Μέθοδος Βελτιστοποίησης Προγράμματος Λειτουργίας Ηλεκτροπαραγωγικών Μονάδων.....	45
4.1 Εισαγωγή-Πίνακας μεταβλητών.....	45
4.2 Περιγραφή της μεθόδου.....	46
4.3 Επιλογή των αποδεκτών σεναρίων .....	48
4.4 Βέλτιστη ανάθεση φορτίου (EDP).....	49
4.5 Εξελικτικός αλγόριθμος .....	50
4.5.1 Επιλογή παραμέτρων EA .....	51
4.5.2 Επιλογή γονέων, διασταύρωση και μετάλλαξη .....	51
4.5.3 Αρχικοποίηση .....	51
4.5.4 Χρονική κατάτμηση .....	51
4.5.5 Αξιολόγηση των λύσεων στο μοντέλο χωρίς βλάβες .....	52
4.5.6 Αξιολόγηση των λύσεων στο μοντέλο με βλάβες.....	54
4.6 Επιδιόρθωση λύσης.....	58
Κεφάλαιο 5. Εφαρμογές του αλγορίθμου .....	60
5.1. Εφαρμογές σε προβλήματα μικρού χρονικού ορίζοντα .....	60
5.1.1 Πρόβλημα χρονικού ορίζοντα 10 ωρών και 3 μονάδων.....	60
5.1.2. Πρόβλημα χρονικού ορίζοντα 10 ωρών και 3 μονάδων. Σύγκριση των λύσεων για διαφορετικό αριθμό δοκιμών. ....	69
5.1.3 Πρόβλημα χρονικού ορίζοντα 24 ωρών και 3 μονάδων .....	71
5.2 Εφαρμογές σε προβλήματα μεγαλύτερου χρονικού ορίζοντα.....	76
5.2.1 Πρόβλημα 4 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 72 ωρών. ....	78
5.2.2 Πρόβλημα 6 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 168 ωρών. ....	83
Κεφάλαιο 6 Επίλογος. Σύνοψη και προτάσεις για περαιτέρω βελτίωση του αλγορίθμου.....	90
Βιβλιογραφία .....	92





# Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή και Παρουσίαση Του Προβλήματος

## 1.1 Εισαγωγή

Η ηλεκτρική ενέργεια επηρεάζει τις ζωές όλων σήμερα. Εστίαση, τηλεπικοινωνίες, διαδίκτυο, θέρμανση, κλιματισμός, είναι μερικά μόνο από τα κομμάτια της καθημερινότητας που απαιτούν κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας. Η αυξανόμενη ζήτηση τις τελευταίες δεκαετίες έχει ως αποτέλεσμα ρύπανση του περιβάλλοντος, μείωση των αποθεμάτων των μη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας καθώς και σημαντική αύξηση του κόστους παραγωγής. Γι' αυτό, ο τομέας της ενέργειας βρίσκεται σήμερα στο επίκεντρο τόσο της οικονομίας, όσο και της πολιτικής αλλά και συνολικότερα της κοινωνίας και γίνεται προσπάθεια ώστε να ελαττωθούν τα κόστη, οικονομικά και περιβαλλοντικά, που προκύπτουν από την παραγωγή και την κατανάλωση ηλεκτρικού ρεύματος.

Σε ότι αφορά στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, οι πηγές που είναι διαθέσιμες στη φύση είναι συγκεκριμένες και διακρίνονται στις συμβατικές που βασίζονται σε ορυκτά στερεά, υγρά ή αέρια καύσιμα, όπως το πετρέλαιο, ο άνθρακας (λιθάνθρακας και λιγνίτης), το φυσικό αέριο, στην πυρηνική ενέργεια και στις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (ΑΠΕ) που χρησιμοποιούν ανεξάντλητες πηγές (άνεμος, ήλιος, νερό, γεωθερμία κλπ.) και δεν καταναλώνουν τα περιορισμένα ενεργειακά ορυκτά αποθέματα. [3][4].

Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (ΑΠΕ) είναι μια λύση παραγωγής φιλική προς το περιβάλλον που αναπτύσσεται όλο και περισσότερο. Τα περιβαλλοντικά οφέλη είναι σημαντικά λόγω των μηδενικών ή πολύ λίγων ρύπων (στην περίπτωση της βιομάζας) που παράγονται. Γι' αυτό το λόγο και η διεθνής κοινότητα κάνει συνεχείς προσπάθειες ώστε να αυξηθεί η ενέργεια που παράγεται από ΑΠΕ ως ποσοστό επί της συνολικής ώστε να ανακουφιστεί το πρόβλημα της ατμοσφαιρικής ρύπανσης. Ωστόσο, έχουν κάποια μειονεκτήματα που δεν επιτρέπουν, ακόμα τουλάχιστον, να αναπτυχθούν στο επιθυμητό επίπεδο. Το κόστος κτήσης του απαραίτητου υλικοτεχνικού εξοπλισμού, το οποίο είναι και το μεγαλύτερο κόστος μιας τέτοιας επένδυσης, είναι ακόμη υψηλό και οι βαθμοί απόδοσης είναι σχετικά χαμηλοί με αρνητικά αποτελέσματα στη βιωσιμότητα των επενδύσεων. Επίσης, η εξάρτηση από τα μετεωρολογικά φαινόμενα και έτσι η μη χρονικά σταθερή, αλλά και κάποιες φορές μη-προβλέψιμη και μη-ελεγχόμενη, παραγωγή ενέργειας κάνει δύσκολη την διείσδυσή τους στα υπάρχοντα δίκτυα ηλεκτρικού ρεύματος, δηλαδή μόνο ένα ποσοστό επί του συνολικού ρεύματος μπορεί να προέρχεται από ΑΠΕ για λόγους σταθερότητας και αξιοπιστίας του δικτύου.

Μια άλλη εναλλακτική έναντι των συμβατικών καυσίμων είναι η πυρηνική ενέργεια. Η εκμετάλλευση της ραδιενέργειας δεν παράγει αέρια του θερμοκηπίου και το κόστος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από πυρηνικά καύσιμα είναι, περίπου, σταθερό διαχρονικά και ανταγωνιστικό σε σχέση με τις άλλες πηγές. Σημαντικά μειονεκτήματα της συγκεκριμένης τεχνολογίας είναι η ανάγκη διαχείρισης των πυρηνικών αποβλήτων

και το υψηλό αρχικό κόστος που απαιτείται για τα συστήματα ασφάλειας. Η κοινή γνώμη ανησυχεί για την ασφαλή λειτουργία των πυρηνικών εργοστασίων και, κυρίως, για τον ενδεχόμενο κίνδυνο ατυχημάτων, έστω και αν η πιθανότητα να συμβούν τέτοια ατυχήματα είναι πολύ μικρή. Υποστηρίζεται, ωστόσο, ότι η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από τη σχάση του ουρανίου είναι σχετικά ασφαλής και η σχετική τεχνολογία είναι ώριμη και επαρκώς τεκμηριωμένη. Άλλωστε, σημαντικό ποσοστό του κόστους της πυρηνικής ηλεκτρικής ενέργειας οφείλεται στα επιπρόσθετα μέτρα πρόληψης πιθανών κινδύνων, στην ελαχιστοποίηση της πιθανότητας ατυχήματος, και στην ετοιμότητα αντιμετώπισης των συνεπειών σε περίπτωση ατυχήματος, καθιστώντας τα πυρηνικά εργοστάσια αρκετά ασφαλή. Το πλέον κρίσιμο πρόβλημα της αποδοχής της πυρηνικής ενέργειας σήμερα είναι η ασφαλής διαχείριση των ραδιενεργών πυρηνικών καταλοίπων/αποβλήτων[5].

Παρά τις προσπάθειες για αύξηση της παραγωγής ρεύματος από «πράσινες» πηγές, πηγές δηλαδή που είναι φιλικές προς το περιβάλλον, το μεγαλύτερο ποσοστό της ηλεκτρικής ενέργειας σήμερα παράγεται από συμβατικά καύσιμα. Η παραγωγή σε αυτή την περίπτωση γίνεται σε μονάδες αεριοστροβιλικές, ατμοηλεκτρικές ή συνδυασμένου κύκλου. Ένα σημαντικό πρόβλημα που προκύπτει από τη χρήση αυτών αφορά στις επιπτώσεις κάποιων ρυπογόνων αερίων που ευθύνονται για περιβαλλοντικά προβλήματα όπως το φαινόμενο του θερμοκηπίου. Το δεύτερο σημαντικό πρόβλημα είναι οικονομικής φύσεως. Η εκμετάλλευση των γαιανθράκων είναι βιώσιμη μόνο σε περιοχές που έχουν κοιτάσματα στο υπέδαφός τους, ενώ όσον αφορά τους υδρογονάνθρακες, οι τιμές τους είναι σταθερά υψηλές λόγω συνδυασμού διάφορων παραγόντων όπως είναι ο νόμος προσφοράς-ζήτησης και γεωπολιτικοί συσχετισμοί[6].

Λόγω των σημαντικών επιπτώσεων της παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος σε συμβατικούς σταθμούς, η αντιμετώπιση και πρόληψή τους αποτελεί σημαντική επιστημονική πρόκληση του σήμερα. Για αυτό το σκοπό έχει αναπτυχθεί τεχνολογία αντιρρύπανσης που αφορά στην απομάκρυνση των βλαβερών ουσιών από τα καυσαέρια και γίνεται προσπάθεια αντικατάστασης των «γηρασμένων» σταθμών με νέους, λιγότερο ρυπογόνους. Οι ενέργειες αυτές μπορούν να έχουν σημαντικά περιβαλλοντικά αποτελέσματα αλλά απαιτούν πολύ μεγάλες επενδύσεις. Επίσης, σημειώνεται προσπάθεια παγκόσμια ώστε να εξορθολογιστεί η χρήση ενέργειας τόσο από τις βιομηχανίες όσο και από τους οικιακούς χρήστες και να αποφεύγεται η ενεργειακή σπατάλη. Το τελευταίο αυτό θα είχε και ένα οικονομικό όφελος καθώς όπως είναι λογικό, λιγότερη ζήτηση ενέργειας σημαίνει μικρότερο κόστος παραγωγής

Όση κι αν είναι τελικά η ζήτηση, πρέπει να εξυπηρετηθεί. Και όπως σημειώθηκε και στα προηγούμενα, η παραγωγή της απαιτούμενης ενέργειας γίνεται κατά κύριο λόγο σε θερμικούς σταθμούς με αεριοστροβιλικές, ατμοηλεκτρικές, συνδυασμένου κύκλου κλπ. μονάδες. Με δεδομένες τις μονάδες που είναι διαθέσιμες και για συγκεκριμένη ζήτηση για κάποιο χρονικό ορίζοντα προκύπτει ένα τεχνικό ζήτημα: η παραγωγή της απαιτούμενης ενέργειας με τη μικρότερη δυνατή κατανάλωση καυσίμου και συνεπακόλουθα με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Το πρόβλημα δηλαδή έγκειται στη βελτιστοποίηση του προγράμματος λειτουργίας ενός σταθμού παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας (unit commitment - UC). Αναζητείται, δηλαδή, ποιες μονάδες κάθε στιγμή θα

δουλεύουνε και ποιες όχι και πόση ενέργεια θα παράγεται από καθεμία που είναι ανοιχτή ώστε τελικά το πρόγραμμα λειτουργίας να είναι βέλτιστο.

## **1.2 Το πρόβλημα**

Το UCP αφορά στον προσδιορισμό των μονάδων που θα είναι ανοιχτές ώστε να καλυφθεί με βέλτιστο τρόπο η προβλεπόμενη χρονοσειρά ζήτησης ενέργειας σε ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα  $N$  ωρών, ο οποίος συνήθως χωρίζεται σε περιόδους μιας ώρας. Εκτός του προσδιορισμού των ανοιχτών μονάδων πρέπει να βρεθεί επιπρόσθετα πόση ενέργεια παράγει καθεμία από αυτές (πρόβλημα οικονομικής ανάθεσης φορτίου, Economic Dispatch Problem, EDP) ώστε για κάθε ώρα η παραγόμενη ενέργεια να γίνεται με βέλτιστο τρόπο. Το EDP αποτελεί ένα ανεξάρτητο υπο-πρόβλημα βελτιστοποίησης[7]. Επίσης, εκτός από την παραγωγή της προβλεπόμενης ενέργειας το πρόγραμμα λειτουργίας πρέπει να λαμβάνει υπόψη την απαίτηση στρεφόμενης εφεδρείας, διάφορες τεχνικές παραμέτρους της κάθε μονάδας όπως είναι λ.χ. οι χρόνοι έναυσης και σβέσης και τα όρια της παραγόμενης ενέργειας, οι αρχικές καταστάσεις των μονάδων και διάφορους άλλους περιορισμούς.

Όσον αφορά στις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τη λύση του έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, τόσο αιτιοκρατικές, όπως εξαντλητική απαρίθμηση (exhaustive enumeration), κατάταξη κατά σειρά προτεραιότητας (priority listing) [8], μέθοδος χαλάρωσης Lagrange (Lagrangian relaxation method) [9], [10] και [11], δυναμικός προγραμματισμός (dynamic programming) [12], διακλάδωση και περιορισμός (branch and bound) [13], μέθοδοι ακέραιου-γραμμικού προγραμματισμού (mixed integer-linear programming) [14] όσο και στοχαστικές όπως προσομοιούμενη απόπτωση (simulated annealing) [15], [16], ταμπού αναζήτηση (tabu search) [17], ασαφής λογική (fuzzy logic) [18], βελτιστοποίηση με αποικίες μυρμηγκιών (ant systems) [19], νευρωνικά δίκτυα (neural network) [20], [21] και τέλος εξελικτικοί αλγόριθμοι (evolutionary algorithms) [22], [23] και [24].

Παρότι έχουν γίνει αρκετές μελέτες του προβλήματος για δεκαετίες και διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης έχουν προταθεί, το πρόβλημα δεν φαίνεται ότι έχει λυθεί οριστικά και η έρευνα στο συγκεκριμένο πεδίο συνεχίζεται. Στους λόγους για τους οποίους το ενδιαφέρον για το UCP είναι συνεχιζόμενο, μπορεί να συμπεριλάβει κανείς τις εταιρείες παραγωγής (generation companies, GENCOs), οι οποίες ενδιαφέρονται για το βέλτιστο πρόγραμμα λειτουργίας των μονάδων καθώς έχει σημαντικό οικονομικό αντίκτυπο, τη φύση του προβλήματος η οποία είναι πολύπλοκη καθώς πρόκειται για ένα μη-γραμμικό, μη-κυρτό πρόβλημα πολλών μεταβλητών και η καθολικά βέλτιστη λύση απαιτεί σημαντικό υπολογιστικό κόστος[25] και τέλος, διάφορα νέα πρακτικά ζητήματα που εισάγονται στο πρόβλημα, κάνοντάς το έτσι ακόμα πιο πολύπλοκο αλλά ταυτόχρονα αναζητούν λύσεις περισσότερο ρεαλιστικές και πρακτικά εφαρμόσιμες[26].

Ένα από τα νέα ζητήματα στο πρόβλημα είναι η στοχαστική αντιμετώπιση διάφορων παραμέτρων, έναντι του αιτιοκρατικού μοντέλου που προτεινόταν. Στα πραγματικά UC προβλήματα υπάρχει αβεβαιότητα τόσο ως προς τη ζήτηση ενέργειας όσο και ως προς τη διαθεσιμότητα των μονάδων.

Όταν αναφερόμαστε στη ζήτηση ενέργειας εννοούμε το ποσό της ηλεκτρικής ενέργειας που θα (ζητηθεί να) καταναλωθεί από τους καταναλωτές σε ένα χρονικό ορίζοντα. Καταλαβαίνει κανείς ότι, καθώς αφορά τη συμπεριφορά πολλών ανεξάρτητων παραγόντων (οικιακοί καταναλωτές, βιομηχανία κλπ.) και μάλιστα στο μέλλον, μόνο μέσω ενός μοντέλου πρόβλεψης μπορεί να υπολογιστεί. Η ακρίβεια της πρόβλεψης εξαρτάται από το χρονικό ορίζοντα και γι' αυτό, για να είναι η πρόβλεψη ασφαλέστερη, ο βραχυπρόθεσμος προγραμματισμός ενός σταθμού γίνεται για 1 ημέρα έως 2 εβδομάδες. Η αβεβαιότητα ως προς τη διαθεσιμότητα των μονάδων αφορά την περίπτωση που μια μονάδα χρειάζεται να τεθεί εκτός λειτουργίας για να γίνει συντήρηση ή την περίπτωση που συμβεί βλάβη σε μια μονάδα, οπότε θα πρέπει να μείνει εκτός λειτουργίας όσο διάστημα απαιτεί η επιδιόρθωσή της.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται η περίπτωση των **πιθανοτικών βλαβών των μονάδων**. Αν αυτές δεν ληφθούν υπόψη, η λύση που θα προκύψει θα έχει σημαντικό μειονέκτημα ως προς την σταθερότητα και αξιοπιστία του συστήματος, καθώς υπάρχει πιθανότητα κάποια στιγμή να τεθεί κάποια μονάδα εκτός λειτουργίας και να μην έχει προβλεφθεί η κατάλληλη εφεδρεία, η ζήτηση να μην καλυφθεί και να υπάρχει ανάγκη αγοράς ενέργειας από τρίτους, κάτι που θα αυξήσει αρκετά το κόστος παραγωγής ή, σε περίπτωση απομονωμένου δικτύου π.χ. σε κάποιο νησί, να είναι αδύνατο να καλυφθεί η ζήτηση με αποτέλεσμα να προκληθεί πτώση του δικτύου (black-out). Η μέθοδος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται είναι οι **εξελικτικοί αλγόριθμοι**, ενώ για τη μοντελοποίηση των βλαβών χρησιμοποιείται η τεχνική προσομοίωσης **Monte Carlo**.

Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται η μοντελοποίηση που ακολουθεί η προτεινόμενη μέθοδος. Να σημειωθεί πως πρόκειται για την παρουσίαση των ορισμών των συναρτήσεων και των παραμέτρων και όχι η παρουσίαση του αλγορίθμου, καθώς κάτι τέτοιο γίνεται στο κεφάλαιο 4.

### **1.3 Μοντελοποίηση του προβλήματος**

#### **1.3.1 Μοντελοποίηση του κλασικού UCP χωρίς βλάβες**

Σε κάθε UC πρόβλημα ο χρονικός ορίζοντας συνήθως χωρίζεται σε  $N$  διαστήματα μιας ώρας. Η ζήτηση  $d_n$ ,  $n \in [1, N]$  σε κάθε τέτοιο χρονικό διάστημα θεωρείται, εκτός από δεδομένη, και σταθερή, ίση με τη ζήτηση στην αρχή αυτού του χρονικού διαστήματος. Όταν γίνεται λόγος, π.χ. για τη ζήτηση της 5<sup>ης</sup> ώρας, εννοείται η ζήτηση κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ των ωρών 4 και 5. Δεδομένες επίσης θεωρούνται οι  $K$  μονάδες που συνθέτουν ένα σταθμό. Για κάθε μονάδα  $u_k$ ,  $k \in [1, K]$  τα χαρακτηριστικά, όπως οι τιμές της μέγιστης και της ελάχιστης ηλεκτρικής ισχύος που μπορεί να παράγει η κάθε μονάδα ή οι συναρτήσεις κόστους, είναι γνωστά καθώς διατίθενται από την κατασκευάστρια εταιρεία.

Μια μονάδα μπορεί να βρεθεί σε 1 από τις 4 πιθανές καταστάσεις που ακολουθούν:

- Κανονική λειτουργία (ON). Μια μονάδα θεωρείται ανοιχτή (ON) όταν βρίσκεται σε κανονική κατάσταση λειτουργίας και παράγει ενέργεια  $P$ . Η ποσότητα της ενέργειας αυτής μπορεί να είναι μόνο μεταξύ του τεχνικού

ελάχιστου ( $P_{\min}$ ) και του τεχνικού μέγιστου ( $P_{\max}$ ) κάθε μηχανής. Για κάθε ώρα,  $j$ , η φόρτιση,  $x$ , κάθε μηχανής,  $i$ , ορίζεται ως:

$$x_i^j = \frac{P_j^i}{P_{\max}^i}, \quad i \in [1, K], j \in [1, N] \quad (1.1)$$

- Κράτηση (OFF). Μια μονάδα θεωρείται πως βρίσκεται σε κράτηση όταν δεν παράγει καθόλου ενέργεια. Σε αυτή την κατάσταση η φόρτιση είναι εξ' ορισμού ίση με μηδέν.
- Έναυση (Start UP, STUP). Μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση έναυσης όσο χρονικό διάστημα απαιτείται για να μεταβεί από κατάσταση κράτησης (OFF) σε κατάσταση κανονική λειτουργίας (ON). Μια μονάδα που βρίσκεται σε κατάσταση έναυσης παράγει ένα ποσό ενέργειας μικρότερο από το τεχνικό ελάχιστο. Η κατάσταση αυτή είναι μεταβατική και η ενέργεια που παράγεται δεν συμβάλλει στην κάλυψη της ζήτησης, έτσι δεν λαμβάνεται υπόψη.
- Σβέση (Shut Down, SHDN). Σε κατάσταση σβέσης βρίσκεται μια μονάδα για όσο χρονικό διάστημα απαιτείται να μεταβεί από κατάσταση κανονικής λειτουργίας (ON) σε κατάσταση κράτησης (OFF). Όπως και κατά την έναυση, όταν μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση σβέσης παράγει ποσό ενέργειας μικρότερο από το τεχνικό ελάχιστο. Η σβέση θεωρείται κι αυτή μεταβατική κατάσταση κι έτσι η παραγόμενη ενέργεια δεν λαμβάνεται υπόψη καθώς δεν συμβάλει στην κάλυψη της ζήτησης.

Από τις 4 προαναφερθείσες καταστάσεις μόνο η κανονική λειτουργία συνεισφέρει στην κάλυψη της ζήτησης, σε αντίθεση με τις άλλες 3 καταστάσεις (κράτηση, έναυση, σβέση) κατά τις οποίες είτε δεν παράγεται ενέργεια είτε είναι μεταβατικές. Με βάση αυτό το χαρακτηριστικό, η κατάσταση μιας μονάδας μπορεί να χαρακτηριστεί με μια δυαδική μεταβλητή  $s$  ως εξής:

$$s = \begin{cases} 1, & \text{αν η κατάσταση της μονάδας} \\ & \text{είναι ON} \\ 0, & \text{αν η κατάσταση της μονάδας} \\ & \text{είναι OFF ή STUP ή SHDN} \end{cases} \quad (1.2)$$

### 1.3.1.1 Συνάρτηση στόχου

Όταν η μονάδα βρίσκεται είτε σε κανονική λειτουργία, είτε σε έναυση, είτε σε σβέση καταναλώνει καύσιμο και ως εκ τούτου όσο βρίσκεται σε κάποια τέτοια κατάσταση η λειτουργία της μονάδας έχει αποτέλεσμα κάποιο κόστος. Το κόστος αυτό μπορεί να εκφραστεί είτε σε MWh καυσίμου είτε σε χρηματικές μονάδες, κάτι που βρίσκεται στην ευχέρεια του χειριστή, ανάλογα με τα δεδομένα που έχει για τις μονάδες. Το κόστος κατά τη διάρκεια κανονικής λειτουργίας λέγεται **κόστος καυσίμου** (fuel cost, FC) δίνεται από μια συνάρτηση η οποία προκύπτει πειραματικά και είναι συνάρτηση της ενέργειας  $P$  που παράγει η μονάδα. Συνήθως ως συνάρτηση κόστος καυσίμου χρησιμοποιούνται πολυώνυμα δευτέρου βαθμού με συντελεστές  $\{a_k, b_k, c_k\}$ , κάτι που ακολουθείται και σε αυτή της εργασία. Ως **κόστος έναυσης** ορίζεται το κόστος καυσίμου που καταναλώνεται κατά τη διάρκεια της έναυσης. Αυτό εξαρτάται από το χρόνο κατά τον οποίο η μονάδα είχε παραμείνει σε κράτηση προτού αρχίσει η έναυση. Αν το χρονικό διάστημα αυτό

είναι μικρότερο από ένα αριθμό ωρών, που αποτελεί χαρακτηριστικό της μονάδας, τότε η έναυση χαρακτηρίζεται «θερμή» και της αντιστοιχεί ένα κόστος «θερμής» έναυσης, ενώ αν το χρονικό διάστημα παραμονής σε κράτηση είναι μεγαλύτερο από αυτό τον αριθμό ωρών η έναυση χαρακτηρίζεται «ψυχρή» και της αντιστοιχεί ένα κόστος «ψυχρής» έναυσης. Στην παρούσα εργασία δεν λαμβάνεται ο περιορισμός αυτός υπόψη κι έτσι το κόστος έναυσης θεωρείται σταθερό ανεξάρτητα από την προηγούμενη κατάσταση της μονάδας. Επίσης, σταθερό θεωρείται το **κόστος σβέσης**, το οποίο ορίζεται ως το κόστος του καυσίμου που καταναλώνεται κατά τη διάρκεια της σβέσης.

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση του **συνολικού λειτουργικού κόστους** (total operating cost, TOC) ενός σταθμού  $K$  μονάδων για χρονικό ορίζοντα  $N$  ωρών, το οποίο ορίζεται :

$$TOC = \sum_{n=1}^N \left( \sum_{k=1}^K OC_{k,n} + V_n \right) \quad (1.3)$$

δηλαδή ως το άθροισμα, για κάθε ώρα, του ωριαίου κόστους κάθε μονάδας, το οποίο ορίζεται ως

$$OC_{k,n} = \begin{cases} a_k P_{k,n}^2 + b_k P_{k,n} + c_k + C_k^{STUP} (1 - s_{k,n-1}), & \text{αν } s_{k,n} = 1 \\ C_k^{SHDN} s_{k,n-1}, & \text{αν } s_{k,n} = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

και ενός όρου ποινής  $V_i$ . Ο όρος ποινής είναι μη-μηδενικός όταν η λύση παραβιάζει κάποιον περιορισμό του προβλήματος. Αυτοί οι περιορισμοί και αναλύονται στην επόμενη παράγραφο.

### 1.3.1.2 Περιορισμοί του προβλήματος

#### Λειτουργικοί περιορισμοί

Λειτουργικοί ονομάζονται οι περιορισμοί που αφορούν στη λειτουργία των μονάδων και στα τεχνικά τους χαρακτηριστικά. Βασικότεροι από αυτούς θεωρούνται :

1. Τα τεχνικά όρια παραγωγής των μονάδων. Το ποσό της ενέργειας που παράγει κάθε μονάδα όταν βρίσκεται σε κανονική κατάσταση λειτουργίας (ON) μπορεί να κυμαίνεται εντός ενός διαστήματος και μόνο. Το διάστημα αυτό ορίζεται από το τεχνικό ελάχιστο ( $P_{min}$ ), δηλαδή την ελάχιστη ποσότητα ενέργειας που μπορεί να παράγει η μηχανή και το τεχνικό μέγιστο ( $P_{max}$ ), δηλαδή τη μέγιστη ενέργεια που μπορεί να παράγει. Υπάρχει, δηλαδή, ο περιορισμός:

$$P_{min,k} \leq P_{t,k} \leq P_{max,k}, \forall t \in [1, N], \forall k \in [1, K] \quad (1.5)$$

2. Οι χρονικοί περιορισμοί, οι ελάχιστοι δηλαδή χρόνοι παραμονής σε μια κατάσταση και οι ελάχιστοι χρόνοι έναυσης και σβέσης. Για κάθε μονάδα ο χρόνος έναυσης ( $T_{STUP}$ ) και ο χρόνος σβέσης ( $T_{SHDN}$ ) θεωρούνται δεδομένοι και ορίζονται ως ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται ώστε να μεταβεί η μονάδα από κατάσταση OFF

σε κατάσταση ON και αντιστρόφως. Επίσης δεδομένη θεωρείται η ελάχιστη διάρκεια ( $T_{\text{RAMP-OFF}}$ ) που μια μονάδα μπορεί να βρίσκεται σε κατάσταση κράτησης προτού βρεθεί σε κατάσταση έναυσης, όπως και η ελάχιστη διάρκεια παραμονής σε κατάσταση κανονικής λειτουργίας ( $T_{\text{RAMP-ON}}$ ).

3. *Η αρχική κατάσταση των μονάδων.* Η κατάσταση των μονάδων στην αρχή του χρονικού ορίζοντα είναι γνωστή. Κάποια μπορεί να είναι κλειστή ή να λειτουργεί κανονικά για κάποιες ώρες ενώ κάποια άλλη μπορεί μόλις να έχει αρχίσει τη σβέση της. Σε κάθε περίπτωση ο αλγόριθμος οφείλει να λαμβάνει υπόψη αυτές τις καταστάσεις.

### Περιορισμοί από το διαχειριστή του συστήματος

Οι περιορισμοί που προκύπτουν ύστερα από απαίτηση του διαχειριστή συστήματος είναι:

1. *Η κάλυψη της ζήτησης.* Το UCP και το υποπρόβλημά του EDP έχουν στόχο την εύρεση των ανοιχτών μονάδων για κάθε ώρα του ορίζοντα και το ποσό της ενέργειας που παράγει κάθε ανοιχτή μονάδα για κάθε ώρα. Βασικός περιορισμός του προβλήματος είναι η απαίτηση η συνολική παραγόμενη ενέργεια κάθε ώρα να είναι ίση με τη ζήτηση. Δηλαδή πρέπει:

$$\sum_{k=1}^K P_k^t = d_t, \forall t \in [1, N], \forall k \in [1, K] \quad (1.6)$$

Εάν η παραγωγή για κάποια ώρα είναι μικρότερη από τη ζήτηση, τότε επιβάλλεται στη λύση αυτή ένας όρος ποινής  $V_i$  ο οποίος πολλές φορές, όπως και στην περίπτωση του αλγορίθμου της παρούσας εργασίας, είναι ίσος με το κόστος αγοράς της υπολειπόμενης ενέργειας. Σε περιπτώσεις απομονωμένου δικτύου, π.χ σε κάποιο νησί, όπου ενδεχόμενο έλλειμμα ενέργειας σημαίνει πρακτικά αδυναμία κάλυψης της ζήτησης, το κόστος αυτό θεωρείται πολύ μεγάλο, ώστε να αποφευχθεί να αποτελέσει βέλτιστη κάποια λύση που παραβιάζει τον συγκεκριμένο περιορισμό.

Ποινή μπορεί να επιβληθεί επίσης και στις λύσεις με παραγόμενη ενέργεια μεγαλύτερη από τη ζήτηση. Το μέγεθος της ποινής εξαρτάται και πάλι από το διαχειριστή και υπάρχει πιθανότητα να μη ληφθεί καθόλου υπ' όψιν, καθώς ούτως ή άλλως υπάρχει μια «ποινή» ενσωματωμένη στο κόστος του καυσίμου που απαιτείται για την παραγωγή του πλεονάσματος ενέργειας.

2. *Στρεφόμενη εφεδρεία.* Πολλές φορές, για λόγους ασφάλειας, αξιοπιστίας και ποιότητας της ισχύος, ο διαχειριστής του δικτύου απαιτεί τη λειτουργία στρεφόμενης ή θερμής εφεδρείας. Αυτό σημαίνει πως υπάρχει απαίτηση να μη λειτουργούν όλες οι μονάδες στο τεχνικό τους μέγιστο ή να υπάρχουν μονάδες αιχμής σε κατάσταση κράτησης ώστε να υπάρχει η δυνατότητα να αυξηθεί άμεσα η παραγωγή ενέργειας. Έτσι, σε περίπτωση που η πραγματική ζήτηση είναι τελικά μεγαλύτερη από την προβλεπόμενη να είναι δυνατή η κάλυψη της επιπλέον ζήτησης ή σε περίπτωση που εμφανιστεί βλάβη να υπάρχει δυνατότητα οι υπόλοιπες μονάδες να καλύψουν μέρος της ενέργειας που προβλεπόταν να καλύψει η μονάδα που τέθηκε εκτός. Ανάγκη εφεδρείας υπάρχει επίσης όταν στο



δίκτυο είναι συνδεδεμένες μονάδες ΑΠΕ οι οποίες εμφανίζουν στοχαστικότητα στην παραγωγή ενέργειας για μετεωρολογικούς λόγους, οπότε η εφεδρεία είναι απαραίτητη σε περίπτωση μικρής παραγωγής από τις ΑΠΕ. Συνήθως, η εφεδρεία συνήθως εκφράζεται σε ποσοστό της ζήτησης και κυμαίνεται μεταξύ 10 και 20%. Αν το ποσοστό της απαιτούμενης εφεδρείας συμβολιστεί με  $S_r$  και οι διαθέσιμες μονάδες, αυτές δηλαδή που είτε είναι κλειστές και μπορούν άμεσα να βρεθούν σε κατάσταση κανονικής λειτουργίας είτε βρίσκονται ήδη σε τέτοια κατάσταση, με  $A_v$  ο περιορισμός εκφράζεται μαθηματικά :

$$\sum_{k=1}^{A_v} P_{max}^k \geq d_t(1 + S_r), \forall t \in [1, N] \quad (1.7)$$

Εάν, κάποια ώρα, δεν ικανοποιείται ο παραπάνω περιορισμός, στο ολικό κόστος προστίθεται όρος ποινής  $V_{sr}$ .

### **1.3.2 Μοντελοποίηση του UCP λαμβάνοντας υπόψη πιθανοτικές βλάβες.**

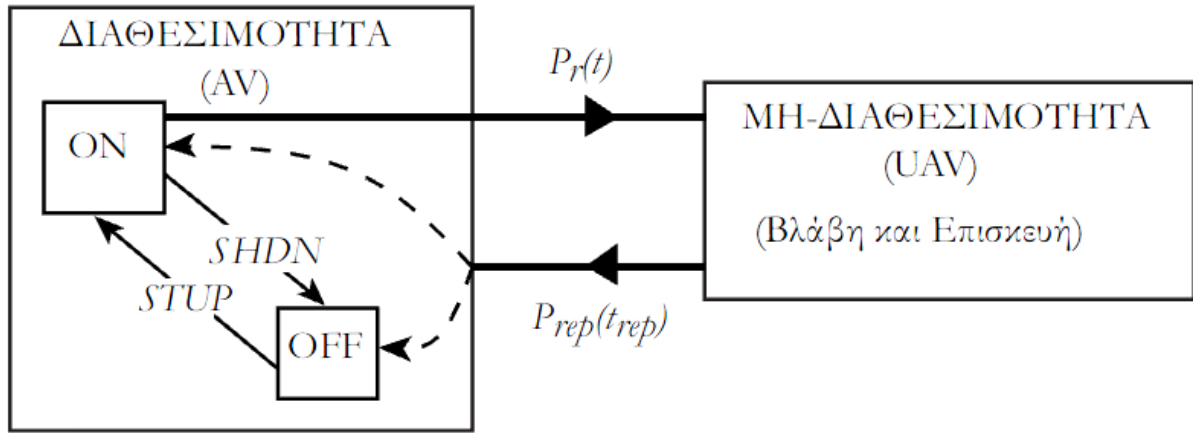
Στην παράγραφο 1.3.1 παρουσιάζονται οι βασικές παράμετροι και μεταβλητές για το κλασικό UCP, χωρίς να υπεισέρχονται στη μοντελοποίηση τυχαία συμβάντα όπως βλάβες και επιδιορθώσεις των μονάδων. Εμφάνιση τέτοιων συμβάντων μπορεί να επιφέρουν σημαντικές επιπτώσεις στο ισοζύγιο ζήτησης-παραγωγής, δημιουργώντας την ανάγκη μιας νέας μοντελοποίησης, αλλαγμένης σε κάποια σημεία από την προηγούμενη ώστε να ληφθούν υπόψη οι στοχαστικές αυτές παράμετροι. Οι εξισώσεις (1.3) και (1.4) εξακολουθούν να ισχύουν και στη μοντελοποίηση με πιθανοτικές βλάβες, αρκεί να γίνει η κατάλληλη τροποποίηση στο σενάριο σε περίπτωση εμφάνισης βλάβης. Η διαδικασία αυτή εξηγείται στις επόμενες παραγράφους.

#### **1.3.2.1 Μοντελοποίηση Βλαβών**

Στη λειτουργία μιας μονάδας χωρίς βλάβες, όπως έχει εξηγηθεί στην παράγραφο 1.3.1 οι πιθανές καταστάσεις είναι 4: STUP,ON,SHDN,OFF. Από τη σκοπιά των στοχαστικών βλαβών, οι πιθανές καταστάσεις μιας μονάδας είναι 2: διαθεσιμότητα (AV-Availability) και μη-διαθεσιμότητα (UAV-Unavailability). Η συσχέτιση όλων των πιθανών καταστάσεων φαίνεται στο σχήμα 1.1[27].

Η κατάσταση διαθεσιμότητας αναφέρεται στην περίπτωση που η μονάδα είτε λειτουργεί κανονικά και παράγει ενέργεια (ON), είτε βρίσκεται σε κράτηση (OFF), είτε σε μια από τις 2 μεταβατικές καταστάσεις (STUP,SHDN). Αυτές οι καταστάσεις χωρίζονται σε 2 κατηγορίες και διακρίνονται με βάση τη διαφορετική τιμή μιας δυαδικής μεταβλητής  $s$ . Η τιμή της μεταβλητής  $s$  είναι ίση με 1 για την κατάσταση που η μονάδα προσφέρει ενέργεια στο δίκτυο προς κάλυψη της ζήτησης, δηλαδή στην κατάσταση ON, και ίση με 0 για τις καταστάσεις OFF/STUP/SHDN κατά τις οποίες δεν προσφέρεται ενέργεια στο δίκτυο. Η κατάσταση μη-διαθεσιμότητας αναφέρεται στην περίπτωση που η μονάδα έχει υποστεί κάποια βλάβη και βρίσκεται σε διαδικασία επιδιόρθωσης. Η βλάβη θεωρείται στιγμιαίο φαινόμενο κι έτσι η μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση UAV για όσο

χρονικό διάστημα διαρκεί η επιδιόρθωσή της. Προφανώς, η μονάδα σε αυτήν την κατάσταση δεν παράγει ενέργεια, οπότε θα είναι  $s=0$  καθ' όλη τη διάρκεια αυτή. Στον πίνακα 1.1 φαίνεται ο συσχετισμός μεταξύ της μεταβλητής  $s$  και των πιθανών καταστάσεων μιας μονάδας για τα 2 μοντέλα, τόσο χωρίς όσο και με βλάβες.



Σχήμα 1.1

Συσχέτιση των πιθανών καταστάσεων μιας μονάδας. Αριστερά Η κατάσταση AV ισοδυναμεί με το μοντέλο χωρίς βλάβες. Οι πιθανές καταστάσεις είναι οι ON, OFF, STUP, SHDN. Δεξιά η κατάσταση UAV μπορεί να ισχύσει μόνο στο μοντέλο με βλάβες. Ο χρόνος παραμονής σε κατάσταση διαθεσιμότητας  $t$  έχει πιθανότητα  $P_r(t)$  και η μετάβαση στην κατάσταση μη-διαθεσιμότητας γίνεται με ρυθμό  $\lambda_f(t)$ . Αντίστοιχα, η μονάδα παραμένει σε κατάσταση UAV για όσο χρόνο  $t_{rep}$  διαρκεί η επιδιόρθωση με πιθανότητα  $P_{rep}(t_{rep})$  και η μετάβαση από την κατάσταση UAV στην κατάσταση AV γίνεται με ρυθμό  $\mu_{rep}(t_{rep})$ . (Σχήμα από τη διδακτορική διατριβή [27])

	$s=0$	$s=1$
<b>Μοντέλο χωρίς βλάβες</b>	STUP, SHDN, OFF	ON
<b>Μοντέλο με βλάβες</b>	STUP, SHDN, OFF, UAV	ON

Πίνακας 1.1

Παρουσιάζεται η αντιστοίχιση της μεταβλητής  $s$  με τις πιθανές καταστάσεις μιας μονάδας τόσο στο μοντέλο χωρίς βλάβες όσο και σε αυτό με βλάβες. Η μεταβλητή  $s$  παίρνει τιμή 1 όταν η μονάδα προσφέρει ενέργεια στο δίκτυο προς κάλυψη της ζήτησης και τιμή 0 όταν δεν προσφέρει ενέργεια στο δίκτυο.

Ο χρόνος παραμονής μιας μονάδας σε κατάσταση διαθεσιμότητας ή μη-διαθεσιμότητας είναι μια τυχαία μεταβλητή η οποία ακολουθεί μια πιθανοτική κατανομή. Συγκεκριμένα η πιθανότητα παραμονής σε κατάσταση διαθεσιμότητας για χρόνο  $t$ ,  $P_r(t)$ , ακολουθεί πιθανοτική κατανομή η οποία ονομάζεται *αξιοπιστία* ενώ η συμπληρωματική πιθανότητα ονομάζεται *πιθανότητα αστοχίας*  $P_f(t)$  και είναι ουσιαστικά η πιθανότητα να συμβεί βλάβη στη μονάδα μετά από  $t$  ώρες λειτουργίας. Επίσης, ο χρόνος ολοκλήρωσης της επισκευής σε χρόνο  $t_{rep}$  προσδιορίζεται από την πιθανότητα  $P_{rep}(t_{rep})$ . Οι μεταβάσεις

μεταξύ των καταστάσεων γίνονται σύμφωνα με τους ρυθμούς μετάβασης. Ο ρυθμός αστοχίας  $\lambda_f$  είναι ο ρυθμός με τον οποίο μια μονάδα μεταβαίνει από τη διαθεσιμότητα στη μη-διαθεσιμότητα, ενώ ο αντίστροφος είναι ο ρυθμός επιδιόρθωσης  $\mu_{rep}$ . Οι ρυθμοί αυτοί εξαρτώνται από την κατασκευή της μονάδας, τη διάταξη, τη φύση, τη συντήρηση κ.ά.. Οι χρόνοι παραμονής σε κατάσταση διαθεσιμότητας και μη-διαθεσιμότητας εξαρτώνται άμεσα από τους ρυθμούς μετάβασης, κάτι που θα εξηγηθεί στην επόμενη παράγραφο.

Να σημειωθεί ότι το μοντέλο βλαβών που υιοθετήθηκε διέπεται από τις ακόλουθες παραδοχές:

- Οι βλάβες θεωρούνται στιγμιαίο γεγονός. Αυτό σημαίνει ότι μια μονάδα παραμένει σε κατάσταση UAV όσο χρόνο απαιτείται για την επιδιόρθωσή της. Για αυτό το διάστημα η μονάδα δεν παράγει ενέργεια, οπότε  $s=0$  και  $P=0$
- Βλάβη μπορεί να εμφανιστεί σε μια μονάδα μόνο όταν βρίσκεται σε κατάσταση κανονικής λειτουργίας (ON). Η περίπτωση εμφάνισης αστοχίας σε κάποια από τις μεταβατικές καταστάσεις μπορεί να συμπεριληφθεί στην παρούσα μέθοδο σχετικά εύκολα εφόσον κάτι τέτοιο είναι επιθυμητό.
- Αμέσως μετά την επισκευή, η μονάδα βρίσκεται σε θέση να βρεθεί σε κατάσταση έναυσης (STUP) εφόσον είναι αυτό κριθεί απαραίτητο για την κάλυψη ζήτησης.

### 1.3.2.2 Ρυθμός Αστοχίας και Ρυθμός Επιδιόρθωσης

Η πιθανότητα λειτουργίας μιας μονάδας για  $t$  ώρες χωρίς να εμφανιστεί βλάβη ονομάζεται επίπεδο αξιοπιστίας ή εμπιστοσύνης και συμβολίζεται  $P_f(t)$ , ενώ η πιθανότητα να αστοχήσει μετά από  $t$  ώρες είναι η συμπληρωματική της αξιοπιστίας,  $P_f(t)$  και ονομάζεται πιθανότητα αστοχίας. Με δεδομένο επίπεδο αξιοπιστίας, ο χρόνος  $t$  που μπορεί η μονάδα να βρίσκεται σε λειτουργία χωρίς να εμφανιστεί βλάβη ονομάζεται χρόνος μέχρι αστοχίας και είναι τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $p_f(t) = \frac{dP_f(t)}{dt}$ .

Σύμφωνα με τις παραδοχές του συγκεκριμένου μοντέλου, βλάβη μπορεί να εμφανιστεί μόνο κατά την κανονική λειτουργία της μονάδας. Αυτό σημαίνει πως ο χρόνος  $t$  αρχίζει να αμέσως μετά το πέρας της επισκευής και προσμετρά μόνο το χρονικό διάστημα που η μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση ON και όχι το χρόνο που μονάδα βρίσκεται σε κράτηση ή σε έναυση ή σε σβέση. Έτσι, αν  $t$  ο πραγματικός χρόνος που έχει παρέλθει από την ολοκλήρωση της επισκευής και  $t$  ο χρόνος λειτουργίας της μονάδας, θα ισχύει  $t \leq \tau$  με την ισότητα να ισχύει μόνο στην περίπτωση που η μονάδα είναι σε κατάσταση ON καθ' όλη τη διάρκεια του εν λόγω διαστήματος.

Για να εξηγηθούν οι πιθανότητες αξιοπιστίας και αστοχίας και η πυκνότητα πιθανότητας αστοχίας θεωρούνται  $N$  όμοιες μονάδες οι οποίες βρίσκονται σε κατάσταση ON για  $t$  ώρες συνολικά εντός του χρονικού ορίζοντα  $\tau$  ωρών. Μετά το πέρας των  $\tau$  ωρών,  $N_r$  μονάδες παραμένουν σε κατάσταση AV ενώ  $N_f = N - N_r$  έχουν υποστεί τουλάχιστον μια βλάβη. Οι πιθανότητες αξιοπιστίας και αστοχίας με βάση τα παραπάνω ορίζονται:

$$P_r(t) = \frac{N_r(t)}{N} \quad (1.8)$$

$$P_f(t) = \frac{N_f(t)}{N} \quad (1.9)$$

ενώ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας εμφάνισης βλάβης ορίζεται:

$$\begin{aligned} p_f(t) &= \frac{dP_f(t)}{dt} \\ &= \frac{dN_f(t)/dt}{N} \\ &= \frac{1}{N_r(t)} \frac{dN_f(t)}{dt} \frac{N_r(t)}{N} \\ &= \frac{1}{N_r(t)} \frac{dN_f(t)}{dt} P_r(t). \end{aligned} \quad (1.10)$$

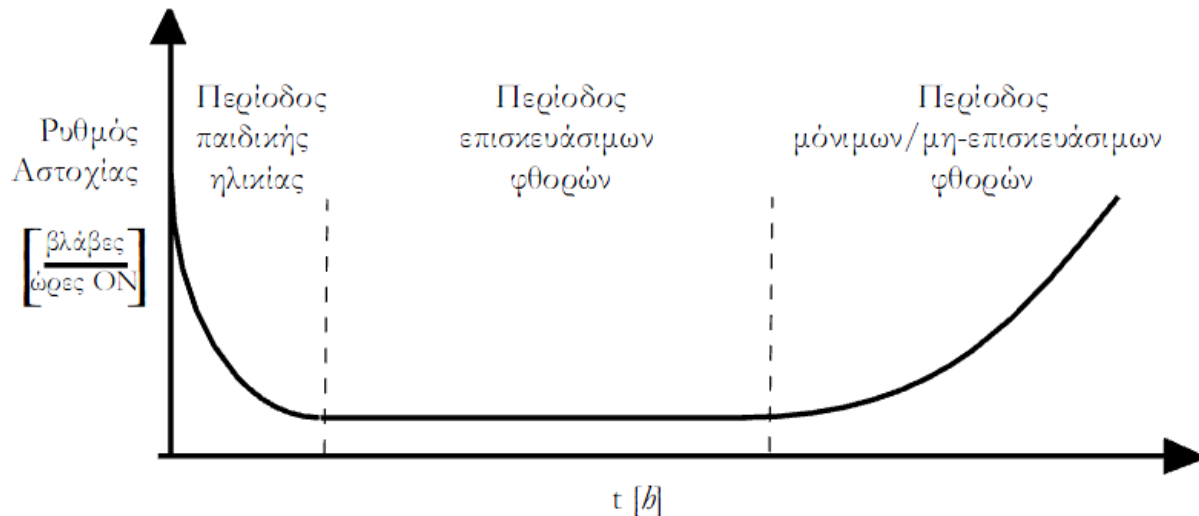
Η έκφραση (1.10) της πυκνότητας πιθανότητας εμφάνισης βλάβης αποτελείται από 2 όρους: πρώτος όρος είναι η συνάρτηση αξιοπιστίας  $P_r$ , ενώ ο δεύτερος όρος  $\frac{1}{N_r(t)} \frac{dN_f(t)}{dt}$  ονομάζεται ρυθμός αστοχίας  $\lambda_f(t)$  και αποτελεί ποσοτικοποίηση του ρυθμού με τον οποίο εμφανίζονται βλάβες όταν οι μονάδες συμπληρώσουν  $t$  ώρες λειτουργίες. Δηλαδή:

$$\lambda_f = \frac{\text{αριθμ ός μον άδων στις οπο ίες εμφαν ίζεται βλάβη στη μον άδα του χρόνου}}{\text{αριθμ ός μον άδων που δεν έχουν πάθει βλάβη}} \quad (1.11)$$

Οπότε, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας εμφάνισης βλάβης  $p_f$  συναρτήσει της αξιοπιστίας  $P_r$  και του ρυθμού αστοχίας  $\lambda_f$  γράφεται:

$$p_f(t) = \lambda_f \cdot P_r(t) \quad (1.12)$$

Σε πολλές μηχανικές διατάξεις εμφανίζονται 3 διαφορετικές χρονικές περίοδοι κατά τη διάρκεια των οποίων ο ρυθμός αστοχίας εμφανίζει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Η πρώτη περίοδος ονομάζεται «βρεφική ηλικία» και είναι οι πρώτες ώρες επανένταξης της διάταξης στο πρόγραμμα λειτουργίας. Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου παρατηρείται μεγάλος ρυθμός αστοχίας. Μετά το τέλος αυτής της περιόδου, ο ρυθμός αστοχίας μένει για ένα διάστημα σταθερός, διάστημα που ονομάζεται «περίοδος επισκευάσιμων φθορών» επειδή οι βλάβες που συμβαίνουν μπορούν να επισκευαστούν και η διάταξη να βρεθεί ξανά σε κατάσταση λειτουργίας. Μετά το τέλος αυτής της νέας περιόδου ο ρυθμός αστοχίας αυξάνεται και πάλι και μάλιστα οι βλάβες που εμφανίζονται είναι σε πολλές περιπτώσεις μη-αναστρέψιμες και γι' αυτό η περίοδος αυτή ονομάζεται «περίοδος μόνιμων/μη-επισκευάσιμων φθορών». Η εξάρτηση του ρυθμού αστοχίας από το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 1.2.



Σχήμα 1.2

Εξάρτηση του ρυθμού αστοχίας από το χρόνο που έχει παρέλθει από την ολοκλήρωση της τελευταίας επισκευής/συντήρησης μιας μηχανικής διάταξης. Στην περίπτωση των μονάδων ηλεκτροπαραγωγής τα μέτρα συντήρησης δεν επιτρέπουν την εμφάνιση ούτε μόνιμων βλαβών ούτε βλαβών παιδικής ηλικίας, με αποτέλεσμα να μπορεί να θεωρηθεί ο ρυθμός αστοχίας σταθερός. ( Σχήμα από τη διδακτορική διατριβή [27]).

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό (1.11) του ρυθμού αστοχίας και τη σχέση (1.10) προκύπτει:

$$\lambda_f(t) = \frac{1}{N_r(t)} \frac{dN_f(t)}{dt} = \frac{p_f(t)}{P_r(t)} = -\frac{1}{P_r(t)} \frac{dP_r(t)}{dt} \quad (1.13)$$

Στην περίπτωση των μονάδων ηλεκτροπαραγωγής, το υψηλό κόστος και η απαίτηση για υψηλή αξιοπιστία, αποτελούν παράγοντες για τους οποίους μια μονάδα υφίσταται μέτρα συντήρηση που δεν επιτρέπουν την εμφάνιση μόνιμων βλαβών ή βλαβών «παιδικής ηλικίας». Επομένως, μπορεί να γίνει με ασφάλεια η παραδοχή ότι μια μονάδα ηλεκτροπαραγωγής έχει σταθερό ρυθμό αστοχίας, που δεν εξαρτάται από το χρόνο  $t$  ( $\lambda_f = cst.$ ), όπως συμβαίνει όταν βρίσκεται στην περίοδο επισκευάσιμων βλαβών. Κάνοντας αυτή την παραδοχή και ολοκληρώνοντας τη σχέση (1.13) ως προς το χρόνο προκύπτει η έκφραση για την αξιοπιστία συναρτήσει του χρόνου μέχρι αστοχίας και του ρυθμού αστοχίας και στη συνέχεια μπορεί να προκύψει η έκφραση για την πυκνότητα πιθανότητας εμφάνισης βλάβης  $p_f$  και ο μέσος χρόνος μέχρι την εμφάνιση βλάβης  $T_f$ :

$$P_r(t) = e^{-\lambda_f \cdot t} \quad (1.14)$$

$$p_f(t) = -\frac{dP_r(t)}{dt} = \lambda_f e^{-\lambda_f \cdot t} \quad (1.15)$$

$$E(t) \cong T_f = \int_0^{\infty} t p_f(t) dt = \frac{1}{\lambda_f} \quad (1.16)$$

Η σχέση (1.16) δίνει έναν πρακτικό τρόπο υπολογισμού του ρυθμού αστοχίας όταν είναι γνωστός ο μέσος χρόνος εμφάνισης βλάβης και αντίστροφα. Αν, λοιπόν, μια μονάδα παθαίνει βλάβη κατά μέσο όρο μετά από  $T_f = 800$  ώρες λειτουργίας, προσμετρώντας μόνο τις ώρες που βρίσκεται σε κατάσταση ON, τότε ο ρυθμός αστοχίας σύμφωνα με τη σχέση (1.16) είναι  $\lambda_f = \frac{1}{T_f} = 0.00125 \frac{\text{ώρες μέχρι βλάβης}}{\text{ώρες ON}}$ .

Αν στη σχέση (1.14) τεθεί  $t = T_f$  τότε θα προκύψει  $P_r(T_f) = e^{-1} \cong 0.37$ . Αυτό σημαίνει πως η πιθανότητα να εμφανιστεί βλάβη στη μονάδα μετά από  $T_f$  ώρες λειτουργίας είναι σταθερή και ίση με  $P_f(T_f) = 1 - P_r(T_f) \cong 0.63$  ή 63%.

Σε απόλυτη αντιστοιχία με όσα προηγήθηκαν και αφορούσαν την περίπτωση της αστοχίας μπορούν να οριστούν και τα μεγέθη που χαρακτηρίζουν την επιδιόρθωση της βλάβης μιας μονάδας. Ο χρόνος παραμονής σε κατάσταση UAV ( $t_{rep}$ ) είναι στοχαστική μεταβλητή και η πιθανοτική κατανομή  $P_{rep}(t_{rep})$  που ακολουθεί είναι όμοια της  $P_r(t)$ , με το χρόνο μέχρι εμφάνιση βλάβης  $t$  να αντιστοιχίζεται με το χρόνο επισκευής  $t_{rep}$  και το ρυθμό αστοχίας  $\lambda_f$  με το ρυθμό επιδιόρθωσης ή επισκευής  $\lambda_{rep}$ . Η πιθανότητα επισκευής της βλάβης εντός χρόνου  $t_{rep}$  και ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης δίνονται από τις σχέσεις

$$P_{rep}(t_{rep}) = e^{-\lambda_{rep} \cdot t} \quad (1.17)$$

$$E(t_{rep}) \cong T_{rep} = \frac{1}{\lambda_{rep}} \quad (1.18)$$

### 1.3.2.3 Εκτίμηση της τιμής της συνάρτησης στόχου στο μοντέλο με πιθανοτικές βλάβες

Στο μοντέλο της παραγράφου 1.3.1 στο οποίο δεν λαμβάνονται υπόψη πιθανοτικές βλάβες των μονάδων, συνάρτηση στόχου ορίστηκε το ολικό κόστος λειτουργίας (TOC) του οποίου επιθυμείται η ελαχιστοποίηση. Στο μοντέλο της παρούσας παραγράφου στο οποίο υπάρχει πιθανότητα να συμβεί βλάβη στις μονάδες, η παραπάνω συνάρτηση δεν μπορεί να υπολογιστεί λόγω της στοχαστικής φύσης του μοντέλου, κάτι που έχει ως άμεση συνέπεια να μην είναι γνωστό πότε και ποιες μονάδες θα πάθουν βλάβη, κι έτσι είναι αδύνατος ο υπολογισμός του κόστους του σεναρίου με βάση τη σχέση (1.3). Αντί αυτού, μπορεί να υπολογιστεί μια εκτίμηση του κόστους λειτουργίας χρησιμοποιώντας τις πιθανοτικές κατανομές βλάβης και επιδιόρθωσης των μονάδων. Η τιμή που προκύπτει λέγεται **εκτιμώμενο ολικό κόστος λειτουργίας** (estimated total operating cost-ETOC). Στη συνέχεια, παρουσιάζονται η ακριβής μέθοδος υπολογισμού του ETOC και η μέθοδος Monte Carlo, για την οποία θα υπάρξει εκτενέστερη αναφορά στις παραγράφους 3 και 4.

#### Η ακριβής μέθοδος υπολογισμού του ETOC

Για να γίνει εύκολα κατανοητή η ακριβής μέθοδος θα εξεταστεί ένα παράδειγμα ανάθεσης φορτίου για μια ώρα σε μια μονάδα. Θεωρείται ότι η μονάδα έχει τεχνικό μέγιστο  $P_{\max} = 60$  MW, ολικό λειτουργικό κόστος  $TOC = 3$  MWh καυσίμου ( $MWh_f$ )

ανά MWh παραγόμενης ενέργειας και πιθανότητα αστοχίας  $P_f=12\%$ . Έστω ότι ζητείται ενέργεια 60 MWh για τη μια ώρα του παραδείγματος και το κόστος κάλυψης της ενέργειας με αγορά από άλλη πηγή είναι 5 MWh<sub>f</sub> ανά MWh. Αν η πιθανότητα αστοχίας θεωρηθεί μηδενική το κόστος είναι 180 MWh<sub>f</sub>. Αν ληφθεί υπόψη η πιθανότητα βλάβης, τότε το εκτιμώμενο κόστος είναι  $ETOC = 60(0.88 \cdot 3 + 0.12 \cdot 5) = 194.4 \text{ MWh}_f$ .

Μπορεί εύκολα να καταλάβει κανείς ότι η παραπάνω μέθοδος είναι αρκετά απλή στο συγκεκριμένο πρόβλημα μιας ώρας για μια μονάδα. Όταν όμως εμπλέκονται περισσότερες μονάδες στο πρόβλημα, η μέθοδος αυξάνει την πολυπλοκότητά της και σε περιπτώσεις μεγάλου χρονικού ορίζοντα η πολυπλοκότητα της ακριβούς μεθόδου την καθιστά ουσιαστικά μη-συμφέρουσα από άποψη υπολογιστικού κόστους αλλά και αρκετά δύσκολη να προγραμματιστεί. Γι αυτό το λόγο προκύπτει η ανάγκη μιας εναλλακτικής μεθόδου, λιγότερο πολύπλοκης και ευκολότερα προγραμματίσιμης. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι η Monte Carlo προσομοίωση.

### Η μέθοδος Monte Carlo

Η μέθοδος Monte Carlo είναι μια στοχαστική μέθοδος προσομοίωσης βασίζεται σε τυχαίους αριθμούς. Ουσιαστικά, στην περίπτωση του UCP δημιουργούνται πολλαπλά σενάρια βλαβών-επιδιόρθωσης για τις μονάδες του εκάστοτε προβλήματος. Οι χρόνοι βλάβης και επιδιόρθωσης υπολογίζονται με βάση τις γνωστές τιμές των ρυθμών βλάβης και επιδιόρθωσης ( $\lambda_f$ ,  $\lambda_{rep}$  αντίστοιχα) της κάθε μονάδας, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αντίστροφου μετασχηματισμού για τις εκθετικές κατανομές, όπως περιγράφεται στο [28]. Η προσομοίωση Monte Carlo ουσιαστικά αφορά στη δημιουργία ενός πλήθους  $J$  σεναρίων βλάβης-επιδιόρθωσης. Αυτά συνδέονται με τη ίδια υποψήφια λύση και, αφού η συστοιχία των καταστάσεων  $s$  προσαρμοστούν με βάση το κάθε σενάριο (τις ώρες που η μονάδα  $k$  είναι UAV θα είναι  $s_k=0$ ) υπολογίζονται οι αντίστοιχες τιμές του TOC ( $TOC_j$ ,  $j=1, \dots, J$ ). Η εκτιμώμενη τιμή ολικού κόστους της λύσης (ETOC) δίνεται από τη σχέση (1.19):

$$ETOC = E(TOC) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J TOC_j \quad (1.19)$$

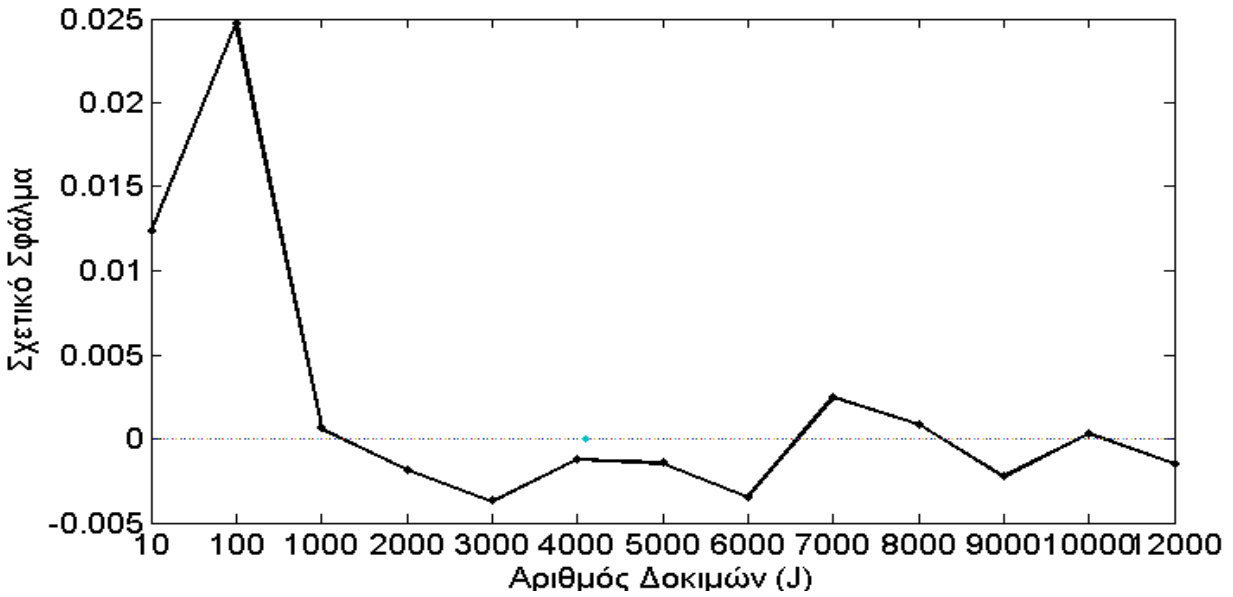
Το ETOC είναι σε αυτήν την περίπτωση η αντικειμενική συνάρτηση της οποίας επιθυμείται η ελαχιστοποίηση[25].

Με βάση τη μέθοδο αντίστροφου μετασχηματισμού για τις εκθετικές κατανομές, για να παραχθεί ένας τυχαίος χρόνος βλάβης ( $T_f^k$ ) ή επιδιόρθωσης ( $T_{rep}^k$ ) με γνωστούς τους ρυθμούς βλάβης  $\lambda_f^k$  και επιδιόρθωσης  $\lambda_{rep}^k$  της μονάδας  $k$ , αρκεί να παραχθεί ένας τυχαίος αριθμός  $U \sim U(0,1)$  και ο μετασχηματισμός γίνεται σύμφωνα με τη σχέση (1.20):

$$T_f^k = -\frac{1}{\lambda_f^k} \ln(U), \quad T_{rep}^k = \frac{1}{\lambda_{rep}^k} \ln(U) \quad (1.20)$$

Το σημαντικό χαρακτηριστικό της μεθόδου είναι ότι, παρότι έχει διάφορα πλεονεκτήματα σε ότι αφορά την αντιμετώπιση στοχαστικών προβλημάτων, απαιτείται

μεγάλος αριθμός δοκιμών για κάθε υποψήφια λύση ώστε το αποτέλεσμα να θεωρείται αξιόπιστο. Στο σχήμα 1.3 φαίνεται το σχετικό σφάλμα της λύσης για το παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου με 1 μονάδα για 1 ώρα.



Σχήμα 1.3

*Το σχετικό σφάλμα που προκύπτει για τη λύση του παραδείγματος 1 μονάδας για 1 ώρα όταν λύνεται με τη μέθοδο Monte Carlo για διάφορα πλήθη δοκιμών J*

Η μέθοδος Monte Carlo και ο τρόπος με τον οποίο προσαρμόστηκε στον προτεινόμενο αλγόριθμο θα εξηγηθούν λεπτομερώς στα κεφάλαια 3 και 4.



# Κεφάλαιο 2. Εισαγωγή στους εξελικτικούς αλγορίθμους

## 2.1 Εισαγωγή

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (evolutionary algorithms- EAs) αποτελούν ένα από τους βασικούς εκπροσώπους των **στοχαστικών** μεθόδων βελτιστοποίησης. Οι ρίζες τους βρίσκονται στη δεκαετία του 1960, όταν η ανάπτυξη των πρώτων γρήγορων, για την εποχή, υπολογιστών έδωσε τη δυνατότητα σε μηχανικούς και επιστήμονες να ασχοληθούν με προβλήματα των οποίων η μαθηματική διατύπωση και επίλυση ήταν πολύπλοκη και χρονοβόρα[29].

Οι EA έχουν εμπνευστεί από τη βιολογία και συγκεκριμένα από τη θεωρία της εξέλιξης. Σύμφωνα με τη θεωρία του Δαρβίνου, όπως αυτή διατυπώθηκε περί το 1860, το ανθρώπινο είδος όπως και κάθε σύνολο ζωντανών οργανισμών είναι προϊόν μιας διαδικασίας που ονομάζεται εξέλιξη, διαδικασία που συνεχίζει αέναα. Κάθε ζωντανός οργανισμός έχει κάποια χαρακτηριστικά, π.χ. ο άνθρωπος έχει ένα χρώμα μαλλιών, ύψος, συναισθήματα, δύναμη, συναισθήματα, εγωισμό, συντροφικότητα κλπ. Το σύνολο αυτών των χαρακτηριστικών ονομάζονται φαινότυπος και καθορίζονται από τα γονίδια, το σύνολο των οποίων ονομάζεται γενότυπος[30]. Τα μέλη ενός πληθυσμού συνεχώς ανταγωνίζονται μεταξύ τους με σκοπό να αποκτήσουν διάφορους πόρους, όπως τροφή, στέγη, σύντροφο κ.α. που έχουν σημαντικό ρόλο στην επιβίωσή τους. Στο αποτέλεσμα του ανταγωνισμού αυτού παίζει σημαντικό ρόλο το περιβάλλον υπό το οποίο τα μέλη συνυπάρχουν. Τελικά, αυτά τα μέλη που μπορούν υπό τις υπάρχουσες συνθήκες να αποκτήσουν τους αναγκαίους πόρους ώστε να εξασφαλιστεί η επιβίωσή τους, είναι και τα μέλη εκείνα που έχουν τις μεγαλύτερες πιθανότητες να αναπαραχθούν, περνώντας έτσι μέσω των γονιδίων τους τα «καλά» τους χαρακτηριστικά στους απογόνους τους, ενώ με το πέρασμα των γενεών και λόγω της μικρής πιθανότητας αναπαραγωγής τα χαρακτηριστικά των μελών που δεν ταιριάζουν στο περιβάλλον εξαλείφονται.

Στους εξελικτικούς αλγορίθμους, τα άτομα του πληθυσμού μπορούν να αντιστοιχηθούν με τις υποψήφιες λύσεις ενώ το περιβάλλον με την αντικειμενική συνάρτηση. Έτσι, οι λύσεις εκείνες που έχουν καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης έχουν μεγαλύτερες πιθανότητες να μεταβιβάσουν χαρακτηριστικά τους στις επόμενες γενιές, με αποτέλεσμα την εμφάνιση νέων μελών με, πιθανά, καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Η εύρεση βέλτιστης λύσης με τη χρήση ενός εξελικτικού αλγορίθμου δεν έχει μαθηματική απόδειξη και γι αυτό το λόγο χαρακτηρίζονται **ευριστικές** (heuristics) μέθοδοι. Η αντιστοιχία μεταξύ της φυσικής διαδικασίας της εξέλιξης και των EA φαίνεται στο σχήμα 2.1.

<b>Φυσική εξέλιξη</b>	<b>Εξελικτικοί Αλγόριθμοι</b>
<b>περιβάλλον</b>	αντικειμενική συνάρτηση
<b>άτομα</b>	υποψήφιος λύσεις
<b>προσαρμοστικότητα του ατόμου στο περιβάλλον</b>	τιμή αντικειμενικής συνάρτησης της υποψήφιας λύσης

Σχήμα 2.1

*Η αναλογία μεταξύ της φυσικής διαδικασίας της εξέλιξης και των ΕΑ.*

Τα βασικά χαρακτηριστικά που οδήγησαν στην επικράτηση των ΕΑ είναι το ενδιαφέρον, μη- μαθηματικό υπόβαθρό τους, η εύκολη προσαρμογή τους σε νέα προβλήματα με μόνη προϋπόθεση να υπάρχει το λογισμικό αξιολόγησης των υποψήφιων λύσεων και κυρίως, όπως σε όλες τις στοχαστικές μεθόδους, ο μη-εγκλωβισμός σε τοπικά ακρότατα. Βασικό μειονέκτημα της μεθόδου είναι το γεγονός ότι για τον υπολογισμό της βέλτιστης λύσης απαιτείται συνήθως μεγάλος αριθμός αξιολογήσεων, κάτι που όταν η αξιολόγηση της κάθε λύσης είναι χρονοβόρα κάνει τον όλο υπολογισμό αρκετά ακριβό.

Οι ΕΑ είναι μια κατηγορία αλγορίθμων που μπορεί να χωριστεί σε 3 υποκατηγορίες: τους γενετικούς αλγορίθμους[31], [32], οι οποίοι αποτελούν μάλλον την πιο διαδεδομένη υποκατηγορία από τις 3, τις εξελικτικές στρατηγικές και τον γενετικό προγραμματισμό[33]. Η αυστηρή απαρίθμηση των χαρακτηριστικών των παραπάνω υποκατηγοριών μάλλον δεν έχει πρακτικό νόημα, καθώς σήμερα οι σύγχρονοι ΕΑ δανείζονται στοιχεία από όλες τις κατηγορίες ανάλογα με τη φύση του εξεταζόμενου προβλήματος. Συνοπτικά, τα γενικά χαρακτηριστικά ενός αλγορίθμου είναι τα εξής:

- 1) Δεν χειρίζεται μεμονωμένες λύσεις αλλά πληθυσμούς λύσεων-ατόμων που συνεχώς εξελίσσονται.
- 2) Η εξέλιξη από γενιά σε γενιά γίνεται με βάση την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε υποψήφια λύση. Σε προβλήματα ελαχιστοποίησης οι λύσεις με μικρή τιμή αντικειμενικής έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να χρησιμοποιηθούν στα γονείς, ενώ στα προβλήματα μεγιστοποίησης συμβαίνει το αντίστροφο.
- 3) Οι γενιές διαδέχονται η μια την άλλη δυναμικά. Αυτό γίνεται με δημιουργία νέων ατόμων και εξαφάνιση άλλων με «κακή» τιμή αντικειμενικής συνάρτησης.
- 4) Κατά την εξέλιξη υπάρχει μεταβίβαση πληροφορίας από γενιά σε γενιά, δηλαδή οι απόγονοι έχουν χαρακτηριστικά των γονέων, αλλά και εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών με τυχαίο τρόπο.

## 2.2 Περιγραφή ενός Γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου

Στην παρούσα παράγραφο θα περιγραφεί μια γενική περίπτωση ΕΑ, η οποία με κατάλληλες μετατροπές διάφορων παραμέτρων του αλγορίθμου μπορεί να μεταπέσει σε κάποια από τις 3 κατηγορίες των ΕΑ. Ο αλγόριθμος εξηγείται με βάση την περιγραφή που γίνεται στο [29].

Η γενική ιδέα του αλγορίθμου είναι πως ξεκινώντας με ένα πληθυσμό  $\mu$  υποψήφιων λύσεων (γονείς) και με συνδυασμό αυτών, με βάση πάντα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της κάθε λύσης, προκύπτουν  $\lambda$  νέες υποψήφιες λύσεις (απόγονοι). Αυτές οι  $\lambda$  νέες υποψήφιες λύσεις αξιολογούνται, επιλέγονται από αυτές  $\mu$  λύσεις οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν σα γονείς για την επόμενη γενιά. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο από τα κριτήρια τερματισμού που έχει επιλεγεί. Τέτοια μπορεί να είναι το πλήθος των συνολικών γενεών, το πλήθος των γενεών για το οποίο δεν εμφανίζεται αλλαγή στη βέλτιστη λύση ή η ομογενοποίηση του πληθυσμού.

Πιο ειδικά, σε κάθε γενιά  $g$  υπάρχουν 3 κατηγορίες ατόμων: το σύνολο των γονέων  $S^{g,\mu}$  που αποτελείται από  $\mu$  άτομα, το σύνολο των απογόνων  $S^{g,\lambda}$  που αποτελείται από  $\lambda$  άτομα και το σύνολο των επίλεκτων/ελίτ ατόμων  $S^{g,e}$  το οποίο αριθμεί  $e$  άτομα. Στο τελευταίο αυτό σύνολο περιέχονται τα άτομα με την καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από όλα όσα έχουν ως εκείνη τη γενιά προκύψει. Σε προβλήματα ενός στόχου το σύνολο των ελίτ επιλέγεται συνήθως να περιέχει μόνο ένα άτομο, ενώ στα προβλήματα με περισσότερους από έναν στόχο το πλήθος επιλέγεται μεγαλύτερο. Έτσι, μετά τον τερματισμό του ΕΑ στο σύνολο αυτό περιέχονται, στην πρώτη περίπτωση, η βέλτιστη λύση και, στη δεύτερη περίπτωση, τα άτομα του μετώπου Pareto. Εκτός αυτού, τα άτομα του εν λόγω συνόλου εισάγονται στον πληθυσμό κατά την επιλογή γονέων κι έτσι τα χαρακτηριστικά τους χρησιμοποιούνται στην παραγωγή νέων γενεών, βοηθώντας έτσι στην σύγκλιση του αλγορίθμου. Ο γενικευμένος αλγόριθμος περιγράφεται σε ψευδογλώσσα στο σχήμα 2.2.

```
Αρχικοποίηση: Επιλέγονται τυχαία ο αρχικός πληθυσμός  $S^{0,\lambda}$ .  $g=0$   
Αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων  
Δημιουργία συνόλου επίλεκτων  $S^{0,e}$   
do while(κριτήριο τερματισμού)  
     $g=g+1$   
    Επιλογή Γονέων  
    Συνδυασμός Γονέων  
    Τυχαίες μεταλλάξεις στους απογόνους  
    Αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων  
    Ανανέωση του συνόλου των επίλεκτων  $S^{g,e}$   
enddo  
Τέλος
```

Σχήμα 2.2

Ο γενικευμένος εξελικτικός αλγόριθμος

Η επιλογή των γονέων, ο συνδυασμός τους, οι τυχαίες μεταλλάξεις που συμβαίνουν στους απογόνους και η επιλογή των επίλεκτων ατόμων γίνονται με τη χρήση των αντίστοιχων τελεστών  $T$ , οι οποίοι εξηγούνται παρακάτω.

Ο τελεστής επιλογής γονέων  $T_\mu$  βοηθά στην επιλογή των γονέων της επόμενης γενιάς  $g+1$  μέσα από τα σύνολα  $S^{g,\lambda}$  και  $S^{g,\mu}$  της τρέχουσας γενιάς  $g$ . Πολλές φορές οι γονείς προκύπτουν μόνο από άτομα του συνόλου των απογόνων  $S^{g,\lambda}$ , έτσι μπορεί να θεωρηθεί ότι

$$S^{g+1,\mu} = T_\mu(S^{g,\lambda})$$

Η διαδικασία επιλογής γονέων λαμβάνει υπόψη την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης των ατόμων του συνόλου  $S^{g,\lambda}$ , δίνοντας μεγαλύτερη πιθανότητα σε ένα άτομο με καλή αυτή την τιμή να επιλεγεί σαν γονέας και παράλληλα μικρή πιθανότητα στα άτομα με κακή τιμή. Υπάρχουν διάφορα σχήματα επιλογής γονέων όπως η αναλογική επιλογή, η γραμμική κατάταξη και η πιθανοτική επιλογή με διαγωνισμό.

Ο τελεστής διασταύρωσης  $T_r$  βοηθά στο συνδυασμό 2 ή και περισσότερων γονέων ώστε να δημιουργηθούν ισόποσοι απόγονοι. Εάν χρησιμοποιούνται 2 γονείς και **διασταύρωση απλού σημείου**, τότε επιλέγεται τυχαία μια θέση του χρωμοσώματος των 2 τυχαία επιλεγμένων γονέων, τα χρωμοσώματα διαιρούνται σε 2 τμήματα το καθένα και ανταλλάσσουν από ένα τμήμα με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν 2 νέα χρωμοσώματα. Αν χρησιμοποιηθούν, π.χ σαν γονείς τα χρωμοσώματα

1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	} Γονέας 1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	

και έστω ότι έτυχε ο τελεστής να δώσει θέση διασταύρωσης το τέλος του τέταρτου ψηφίου, τότε τα χρωμοσώματα θα διαιρεθούν σε 2 τμήματα το καθένα

1	1	0	0		0	1	1	1	1	0
0	1	1	1		0	0	0	1	1	1

και μετά την αμοιβαία ανταλλαγή θα προκύψουν οι 2 απόγονοι:

0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	} Απόγονος 1
1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	

Εκτός της διασταύρωσης ενός σημείου μπορεί να χρησιμοποιηθεί διασταύρωση 2 σημείων ή περισσότερων σημείων, με ανάλογη φιλοσοφία. Η διασταύρωση των 2 επιλεχθέντων γονέων δεν έχει μοναδιαία πιθανότητα, αλλά μια πιθανότητα  $P_r$ , και αυτό γιατί στα πλαίσια της στοχαστικότητας του αλγορίθμου δίνεται η δυνατότητα σε κάποιες λύσεις να περάσουν στην επόμενη γενιά αναλλοίωτες με πιθανότητα  $(1-P_r)$ .

Ο τελεστής μετάλλαξης  $T_m$  εφαρμόζεται σε κάθε νέο απόγονο με σκοπό την πιθανή τυχαία μετάλλαξη κάποιων ψηφίων τους, ώστε να εισαχθεί νέα πληροφορία στον

πληθυσμό. Έστω ο απόγονος που προέκυψε από τη διασταύρωση που εξηγήθηκε νωρίτερα

$$1 \ 1 \ 0 \ 0 \ \boxed{0} \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

και έστω ότι ο τελεστής έδωσε μετάλλαξη στο πέμπτο ψηφίο. Τότε ο απόγονος θα γίνει:

$$1 \ 1 \ 0 \ 0 \ \boxed{1} \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

Ο τελεστής εντοπισμού των επίλεκτων  $T_e$  εντοπίζει τις λύσεις που αξίζουν να ενταχθούν στο σύνολο  $S^{g,e}$ . Αυτό γίνεται με βάση την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και αν κάποια λύση ενταχθεί στο σύνολο των ελίτ ταυτόχρονα διαγράφεται το χειρότερο άτομο του συνόλου. Σχηματικά:

$$S^{g+1,e} = T_e(S^{g,\lambda} \cup S^{g,e})$$

Τέλος, ο τελεστής επιλεκτικότητας ή ελιτισμού  $T_{e2}$  πραγματοποιεί την αντικατάσταση κάποιων (συνήθως των χειρότερων) ατόμων του πληθυσμού από κάποια (συνήθως τυχαία) άτομα του συνόλου των επίλεκτων  $S^{g,e}$ . Σχηματικά:

$$S^{g,\lambda} = T_{e2}(S^{g,\lambda} \cup S^{g+1,e})$$

### 2.3 Κωδικοποίηση μεταβλητών

Σε έναν ΕΑ οι μεταβλητές μπορούν να κωδικοποιηθούν είτε δυαδικά είτε πραγματικά. Η πιο γενική περίπτωση είναι η δυαδική κωδικοποίηση. Έστω  $\vec{x}$  το διάνυσμα των μεταβλητών με  $N$  συνιστώσες  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ . Για να εφαρμοστεί η δυαδική κωδικοποίηση απαιτούνται το κατώτατο όριο  $x_{i,L}$  και το ανώτερο όριο  $x_{i,U}$ , καθώς και το πλήθος των δυαδικών ψηφίων  $n_i$  για κάθε συνιστώσα. Το πλήθος των δυαδικών μεταβλητών  $n_i$  καθορίζει μονοσήμαντα την ακρίβεια διακριτοποίησης της αντίστοιχης μεταβλητής  $x_i$ :

$$\delta x_i = \frac{x_{i,U} - x_{i,L}}{2^{n_i} - 1}$$

Αν οι δυαδικές συστοιχίες που περιγράφουν κάθε μεταβλητή συνενωθούν, δημιουργείται μια ενιαία δυαδική συστοιχία που ονομάζεται χρωμόσωμα και περιγράφει συνολικά την υποψηφία λύση. Για παράδειγμα αν  $N=3$ ,  $n_1=5$ ,  $n_2=4$ ,  $n_3=3$ , ένα τυχαίο χρωμόσωμα μπορεί να είναι το

$$\underbrace{1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0}_{x_1} \ \underbrace{0 \ 0 \ 1 \ 1}_{x_2} \ \underbrace{1 \ 0 \ 1}_{x_3}$$

και η τιμή που αντιστοιχεί στο  $x_1$  είναι:

$$x_1 = x_{1,U} + \frac{x_{1,U} - x_{1,L}}{2^5 - 1} \text{int}(11000)$$

όπου με  $\text{int}(11000)$  συμβολίζεται ο ακέραιος που αντιστοιχεί στο δυαδικό (11000).

# Κεφάλαιο 3. Μέθοδος Monte Carlo

## 3.1 Εισαγωγή

Ένας διαχωρισμός για τα προβλήματα που μπορεί να χρειαστεί να λύσει κανείς, από το πιο απλό ως το πιο πολύπλοκο, είναι σε στοχαστικά και αιτιοκρατικά. Στοχαστικό ονομάζεται ένα πρόβλημα όταν σε αυτό εμπλέκονται τυχαία γεγονότα κι έτσι η τελική έκβαση δεν μπορεί να είναι βέβαιη. Από την άλλη, αιτιοκρατικό είναι ένα πρόβλημα, στο οποίο το αποτέλεσμα εξαρτάται μόνο από τις αρχικές συνθήκες.

Σε ότι αφορά τις μεθόδους επίλυσης ενός προβλήματος, στοχαστικού ή μη, κι αυτές διαχωρίζονται με τη σειρά τους σε στοχαστικές και αιτιοκρατικές. Στοχαστικές μέθοδοι είναι εκείνες που αναζητούν τη λύση μέσω μιας διαδικασίας που εμπλέκει τυχαία γεγονότα. Ένας εξελικτικός αλγόριθμος π.χ. είναι στοχαστική μέθοδος, καθώς η επιλογή του αρχικού πληθυσμού, η επιλογή γονέων, η διασταύρωση και η μετάλλαξη είναι γεγονότα που συμβαίνουν με τυχαίο τρόπο. Αντίθετα, μια αιτιοκρατική μέθοδος αναζητά τη λύση με αυστηρά μαθηματικό τρόπο.

Για την επίλυση στοχαστικών προβλημάτων συγκεκριμένα, οι δύο τρόποι προσέγγισης, ο αιτιοκρατικός ή αναλυτικός και ο στοχαστικός διαφέρουν στον τρόπο που αντιμετωπίζουν τα τυχαία συμβάντα. Οι αναλυτικές τεχνικές εκφράζουν το σύστημα μέσω ενός μαθηματικού, συχνά απλοποιημένου μοντέλου ενώ οι στοχαστικές μέθοδοι εκτιμούν τη λύση προσομοιάζοντας την πραγματική διαδικασία και τα τυχαία γεγονότα που μπορούν να συμβούν κατά τη διάρκεια αυτής. Το πρόβλημα, σε αυτή την περίπτωση, αντιμετωπίζεται με ένα ικανό αριθμό προσομοιώσεων μετά το πέρας των οποίων μπορεί να εξαχθεί μια ικανοποιητική εκτίμηση της λειτουργίας του συστήματος.

Οι μέθοδοι Monte Carlo είναι στοχαστικές τεχνικές προσομοίωσης. Η έκφραση «μέθοδος Monte Carlo» είναι πολύ γενική. Κάποιος γενικά αποδεκτός ορισμός δεν υπάρχει, αλλά μπορεί κάποιος να πει πως αυτό που απαιτείται για να χαρακτηριστεί μια μέθοδος ως «Monte Carlo» είναι αφενός να κάνει χρήση τυχαίων αριθμών και αφετέρου να πραγματοποιούνται πολλαπλές δοκιμές για τις μεταβλητές.

## 3.2. Ιστορική αναδρομή

Ένα από τα πρώτα πειράματα που καταδεικνύουν την ιδέα της προσομοίωσης Monte Carlo είναι γνωστό ως «Η βελόνα του Buffon». Το πρόβλημα αυτό διατυπώθηκε αρχικά το 1733 από τον Γάλλο φυσιογνώστη και μαθηματικό George-Louis Leclerc de Buffon (1707-1788) και παρουσιάστηκε με λύση από τον ίδιο το 1777. Το πείραμα αφορά την ρίψη μιας βελόνας μήκους  $\ell$  σε μια επιφάνεια με ισαπέχουσες παράλληλες ευθείες με απόσταση  $d$  ( $d > \ell$ ). Υπό ιδανικές συνθήκες η πιθανότητα η βελόνα να τέμνει μια από τις γραμμές είναι  $2\ell/\pi d$ . Έτσι, αν συμβολίσουμε με  $p_n$  το ποσοστό των τομών σε σύνολο  $n$  ρίψεων, μπορούμε να έχουμε μια προσέγγιση του αριθμού  $\pi$ :

$$\hat{\pi} = \lim_{n \rightarrow \infty} (2\ell/p_n d)$$

η οποία θα συγκλίνει στο  $\pi$  όσο το πλήθος των ρίψεων  $n$  τείνει στο άπειρο. Το πείραμα χρησιμοποιήθηκε από πολλούς ερευνητές για να προσεγγίσουν τον αριθμό  $\pi$ . Η ιδέα της προσομοίωσης τυχαίων γεγονότων για την προσέγγιση διάφορων μεγεθών είναι σήμερα βασική ιδέα στους επιστημονικούς υπολογισμούς.

Παρόλο που η ιδέα της μεθόδου Monte Carlo είχε χρησιμοποιηθεί σε πειράματα από τον 18ο αιώνα, η πρώτη συστηματική χρήση της για πραγματικά επιστημονικά ζητήματα έγινε στη διάρκεια του 2ου Παγκοσμίου πολέμου στο Los Alamos. Εκμεταλλευόμενοι τη συγκυρία της ανάπτυξης του πρώτου προγραμματίσιμου υπέρ-υπολογιστή (MANIAC-Mathematical Analyzer, Numerical Integrator And Computer) και θέλοντας να αξιοποιήσουν αυτό το -σχετικά- γρήγορο υπολογιστικό εργαλείο, οι επιστήμονες Stanislaw Ulam, John von Neumann, Nicholas Metropolis, Enrico Fermi κ.ά. επινόησαν μια μέθοδο που βασίζεται σε δοκιμές για την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων που αφορούν στην τυχαία διάχυση των νετρονίων σε σχάσιμα υλικά για το σχεδιασμό ατομικών βομβών και για τον υπολογισμό ιδιοδιανυσμάτων της εξίσωσης Schrödinger.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1950 οι N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller και E. Teller πρότειναν μια παραλλαγή της μεθόδου η οποία βασίζεται στην αλυσίδα Markov και χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση απλών ρευστών. Η μέθοδος αργότερα χρησιμοποιήθηκε σε όλο και πιο πολύπλοκα φυσικά συστήματα όπως αρμονικοί κρύσταλλοι, μοντέλα πολυμερών κλπ. Τη δεκαετία του 1980 αναπτύχθηκαν Monte Carlo μέθοδοι που είχαν εφαρμογή σε διάφορα επιστημονικά πεδία όπως μη παραμετρικοί έλεγχοι υποθέσεων, στατιστικές γενετικές αναλύσεις κ.ά. Τη δεκαετία του 1990 οι μέθοδοι Monte Carlo άρχισαν να παίζουν σημαντικό ρόλο στον τομέα της υπολογιστικής βιολογίας καθώς χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση προβλημάτων ταυτοποίησης μοτίβων αλληλουχίας και στην ανάλυση πολύπλοκων γενεαλογιών. Σήμερα η χρήση των μεθόδων είναι ευρεία και οι τομείς στους οποίους βρίσκει πρακτικές εφαρμογές είναι πολυάριθμοι: βιολογία, επιστήμη των υπολογιστών, οικονομία και οικονομικά, χημεία, φυσική, στατιστική, μηχανική και πολλοί άλλοι. Μεταξύ όλων των μεθόδων Monte Carlo, η μέθοδος αλυσίδας Markov (MCMC, Markov Chain Monte Carlo) προσφέρει τη δυνατότητα επίλυσης διάφορων πολύπλοκων στοχαστικών φυσικών συστημάτων[34].

### ***3.3. Η βασική ιδέα***

Η μέθοδος Monte Carlo είναι μια στοχαστική μέθοδος που χρησιμοποιεί τυχαίους αριθμούς. Προσαρμόζοντάς τους στο εκάστοτε πρόβλημα, πραγματοποιεί πολλαπλές δοκιμές/προσομοιώσεις όσες φορές χρειάζεται για την εξαγωγή αξιόπιστων εκτιμήσεων.

Η βασική ιδέα της μεθόδου είναι ότι εκτελώντας δειγματοληψία σε μια στοχαστική μεταβλητή σύμφωνα με την πιθανοτική της κατανομή, οι τιμές εκείνες που αντιστοιχούν σε μεγαλύτερη πυκνότητα πιθανότητας εμφανίζονται με μεγαλύτερη συχνότητα. Έτσι, παράγοντας επαρκή αριθμό τυχαίων γεγονότων και παρατηρώντας τη συμπεριφορά του προβλήματος μπορούμε να προσεγγίσουμε μεγέθη όπως ολοκληρώματα ή να λύσουμε στοχαστικά προβλήματα εκτιμώντας την τιμή κάποιων μεγεθών.

Τα βασικά πλεονεκτήματα των μεθόδων Monte Carlo είναι[35]:

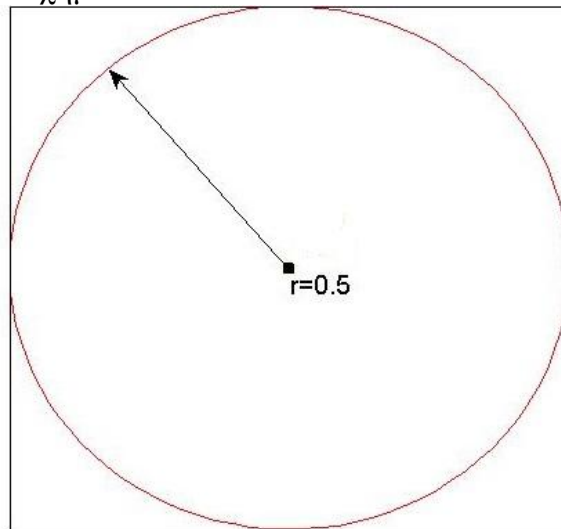
1. Η δυνατότητα μοντελοποίησης πολύπλοκων συστημάτων με μεγαλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με αναλυτικές μεθόδους.
2. Ο αριθμός των δοκιμών που απαιτούνται για συγκεκριμένο επίπεδο ακρίβειας είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του συστήματος, κάτι που αποτελεί πλεονέκτημα έναντι των αναλυτικών μεθόδων σε μεγάλα συστήματα.
3. Εκτός από τον υπολογισμό μιας εκτιμώμενης τιμής της μεταβλητής, μπορεί να εξαχθούν κι άλλα ποιοτικά χαρακτηριστικά της όπως οι συναρτήσεις κατανομής.

Μεγάλο μειονέκτημα της μεθόδου αποτελεί το γεγονός ότι η ακρίβεια είναι άμεση συνάρτηση του μεγέθους του δείγματος δηλαδή του αριθμού των δοκιμών, κάτι που σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερο είναι το δείγμα τόσο πιο ακριβές το αποτέλεσμα, άρα η αξιοπιστία της μεθόδου βρίσκεται σε αντιστρόφως ανάλογη σχέση με το υπολογιστικό κόστος.

Παρακάτω δίνονται δύο απλές εφαρμογές ώστε να γίνει κατανοητή η διαδικασία της μεθόδου:

### Παράδειγμα 1. Προσέγγιση αριθμού $\pi$

Σχεδιάζουμε ένα τετράγωνο πλευράς 0.5 και τον εγγεγραμμένο σε αυτό κύκλο με ακτίνα  $r=0.5$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1

*Τετράγωνο και ο εγγεγραμμένος σε αυτό κύκλος. Θα χρησιμοποιηθούν για την προσέγγιση του αριθμού  $\pi$  στο παράδειγμα 1*

$$\text{Το εμβαδό του τετραγώνου είναι: } E_{\tau} = (2r)^2 \quad (3.1)$$

$$\text{Το εμβαδό του κύκλου: } E_{\kappa} = \pi r^2 \quad (3.2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει :



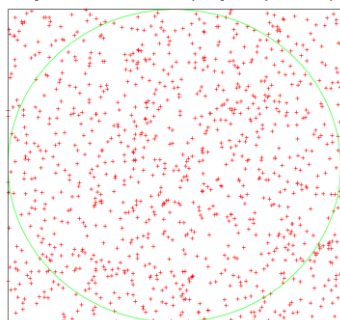
$$Eκ / Eτ = π/4 \Rightarrow π = 4 \frac{Eκ}{Eτ} \quad (3.3)$$

Αν πάρουμε 2 αριθμούς, x και y, καθένas στο διάστημα (0,1), οι 2 αυτοί αριθμοί μας δίνουν ένα σημείο (x,y) που βρίσκεται σίγουρα εντός του τετραγώνου. Αν χρησιμοποιήσουμε μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών μπορούμε να δημιουργήσουμε πολλά τέτοια τυχαία σημεία με ομοιόμορφη κατανομή.

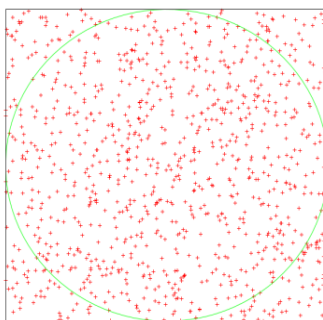
Έστω ότι έχουν δημιουργηθεί ν σημεία. Αν το πλήθος των σημείων που βρίσκονται εντός του κύκλου είναι μ (μ ≤ ν), τότε μπορούμε να υπολογίσουμε μια προσέγγιση του αριθμού π με βάση τη σχέση (3.3):

$$\hat{\pi} = 4 \frac{\mu}{\nu}$$

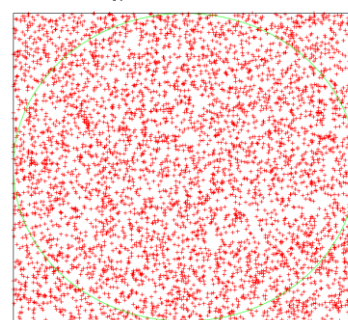
Στα σχήματα 3.2(α)-(στ) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του παραπάνω αλγορίθμου για ν=500, 1000, 5000, 10000, 15000, 20000 σημεία:



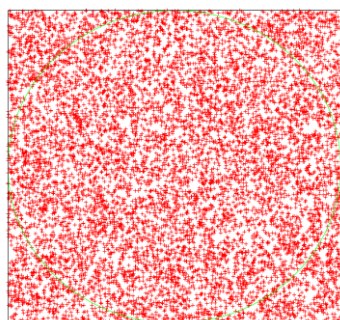
Σχήμα 3.2(α)  
ν=500 σημεία  
 $\hat{\pi}=3.224$



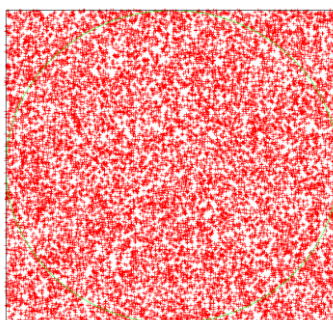
Σχήμα 3.2(β)  
ν=1000  
 $\hat{\pi}=3.164$



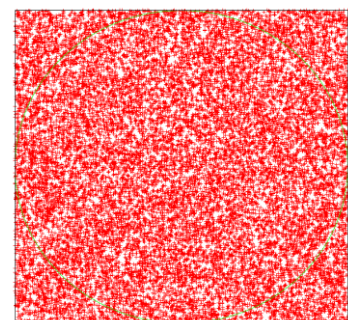
Σχήμα 3.2(γ)  
ν=5000  
 $\hat{\pi}=3.110$



Σχήμα 3.2(δ)  
ν=10000  
 $\hat{\pi}=3.1212$



Σχήμα 3.2(ε)  
ν=15000  
 $\hat{\pi}=3.145$



Σχήμα 3.2(στ)  
ν=20000  
 $\hat{\pi}=3.143$

Εφαρμογή μιας Monte Carlo μεθόδου για τον υπολογισμό του αριθμού π. Σχηματίζεται τετράγωνο και εγγεγραμμένος σε αυτό κύκλος. Δημιουργούνται ν τυχαία σημεία εντός του τετραγώνου, εκ των οποίων τα μ (μ ≤ ν) εντός του κύκλου. Η προσέγγιση του αριθμού π υπολογίζεται από τη σχέση  $\hat{\pi} = 4 \frac{\mu}{\nu}$ . Η εφαρμογή της μεθόδου για ν=500, 1000, 5000, 10000, 15000, 20000 σημεία απεικονίζεται στα σχήματα (α)-(στ) με αποτελέσματα  $\hat{\pi} = 3.224, 3.164, 3.110, 3.121, 3.145, 3.143$  αντίστοιχα.

Βλέπουμε πως όσο αυξάνεται το πλήθος των δοκιμών, τόσο καλύτερα προσομοιώνεται το πρόβλημα, κάτι που φαίνεται και από την προσέγγιση του αριθμού  $\pi$  σε καθεμιά περίπτωση. Για μικρό πλήθος δοκιμών το αποτέλεσμα έχει ένα σημαντικό σφάλμα συγκρίνοντάς το με την γνωστή τιμή του  $\pi=3.141$ , ενώ όσο αυξάνεται το πλήθος, το αποτέλεσμα συγκλίνει προς την πραγματική τιμή.

### Παράδειγμα 2. Ρίψη ζαριού

Η ρίψη ενός ζαριού είναι ένα στοχαστικό γεγονός. Υπάρχουν 6 διαφορετικά πιθανά αποτελέσματα: 1, 2, 3, 4, 5 και 6 και όλα έχουν ίδια πιθανότητα εμφάνισης.

Με μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών παράγουμε  $N$  τυχαίους αριθμούς ακολουθώντας ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[0,1]$ . Χωρίζοντας το διάστημα σε 6 υποδιαστήματα,  $[0,1/6)$ ,  $[1/6,2/6)$ ,  $[3/6,4/6)$  κ.ο.κ., κάθε τυχαίος αριθμός μπορεί να αντιστοιχηθεί σε ένα πιθανό αποτέλεσμα ρίψης. Αν αυτός βρίσκεται στο πρώτο διάστημα θεωρούμε ότι το αποτέλεσμα είναι «1», αν είναι στο δεύτερο το αποτέλεσμα είναι «2» κ.ο.κ. Έτσι κάθε παραγωγή ενός τυχαίου αριθμού με την επακόλουθη αντιστοίχιση στο αντίστοιχο αποτέλεσμα μπορεί να θεωρηθεί μια τυχαία προσομοίωση της ρίψης ενός ζαριού. Στη συνέχεια μετρώντας το πλήθος των αριθμών που βρίσκεται σε κάθε διάστημα και διαιρώντας το με το πλήθος των τυχαίων προσομοιώσεων  $N$  παίρνουμε μια προσέγγιση για την πιθανότητα εμφάνισης κάθε αριθμού.

Ακολουθώντας τη διαδικασία και δοκιμάζοντας διάφορα πλήθη προσομοιώσεων παίρνουμε τα αποτελέσματα του πίνακα 3.1.

Πλήθος ρίψεων	1		2		3		4		5		6	
	#	p	#	p	#	p	#	p	#	p	#	p
10	3	0,3	1	0,1	1	0,1	1	0,1	3	0,3	1	0,1
100	22	0,22	15	0,15	10	0,1	21	0,21	10	0,1	22	0,22
1000	157	0,157	169	0,169	179	0,179	159	0,159	158	0,158	178	0,178
5000	827	0,1654	848	0,1696	871	0,1742	855	0,1710	766	0,1532	833	0,1666
6000	980	0,1633	1017	0,1695	1015	0,1691	998	0,1663	975	0,1625	1015	0,1692
8000	1290	0,1613	1386	0,1732	1285	0,1606	1363	0,1704	1280	0,1600	1396	0,1745
10000	1612	0,1612	1618	0,1618	1674	0,1674	1666	0,1666	1713	0,1713	1717	0,1717
15000	2421	0,1614	2491	0,1661	2526	0,1684	2574	0,1716	2442	0,1628	2546	0,1697
20000	3337	<b>0,1668</b>	3355	<b>0,1678</b>	3327	<b>0,1663</b>	3353	<b>0,1676</b>	3269	<b>0,1635</b>	3359	<b>0,1679</b>

Πίνακας 3.1

*Αποτελέσματα της προσομοίωσης ρίψης ζαριού. Συγκεκριμένα φαίνεται το πλήθος εμφανίσεων κάθε αποτελέσματος και η αντίστοιχη προσέγγιση της πιθανότητας εμφάνισής του για  $N=10, 100, 1000, 5000, 6000, 8000, 10000, 15000, 20000$  ρίψεις.*

Για κάθε αριθμό σημειώνεται στην πρώτη στήλη το πλήθος των εμφανίσεων και στη δεύτερη η προσέγγιση της πιθανότητας. Το αποτέλεσμα που περιμένουμε είναι  $p=1/6=0.1667$  για κάθε αριθμό, τιμή στην οποία βλέπουμε ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει όσο αυξάνεται το πλήθος των προσομοιώσεων.

### 3.4. Πιθανότητες

#### 3.4.1. Κλασική πιθανότητα

Η έννοια της πιθανότητας συνδέεται με την αβεβαιότητά μας ως προς τα αποτελέσματα ενός πειράματος[36]. Για την ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας ή της προσδοκίας καθενός πιθανού αποτελέσματος χρησιμοποιείται ένας αριθμός μεταξύ 0 και 1. Ο αριθμός αυτός ονομάζεται *πιθανότητα* και όσο μεγαλύτερος τόσο πιο πιθανό θεωρείται το γεγονός να συμβεί. Η τιμή 0 αντιστοιχεί σε αποτελέσματα αδύνατα, που δεν αναμένονται να συμβούν, ενώ η τιμή 1 αντιστοιχεί σε εκείνα τα απολύτως βέβαια ενδεχόμενα.

Στην πράξη λίγα είναι τα ενδεχόμενα εκείνα που μπορούν να αντιστοιχηθούν με τις δύο ακραίες τιμές του εύρους της πιθανότητας. Τα περισσότερα πραγματικά προβλήματα περιέχουν στοχαστικά γεγονότα με πιθανότητες μεταξύ των δύο αυτών τιμών. Αυτά τα γεγονότα έχουν τουλάχιστον δύο πιθανά αποτελέσματα, ένα από τα οποία θεωρείται επιθυμητό ή επιτυχές και το άλλο μη επιθυμητό ή αποτυχές. Όταν τα πιθανά αποτελέσματα είναι πάνω από δύο, είναι συχνά δυνατό να ομαδοποιηθούν σε δύο ομάδες: στα επιθυμητά ή επιτυχή και στα μη επιθυμητά ή αποτυχή. Ομαδοποιώντας κατ' αυτό τον τρόπο τα πιθανά αποτελέσματα δημιουργούνται δύο υποσύνολα για τα οποία μπορεί να οριστεί η πιθανότητα του καθενός ως εξής:

$$P(\text{επιτυχίας}) = \frac{\text{αριθμ ός επιτυχιών}}{\text{αριθμ ός πιθανών αποτελεσμάτων}} \quad (3.4)$$

$$P(\text{αποτυχίας}) = \frac{\text{αριθμ ός αποτυχιών}}{\text{αριθμ ός πιθανών αποτελεσμάτων}} \quad (3.5)$$

Έτσι, αν

$s$  = αριθμός επιτυχών αποτελεσμάτων

$f$  = αριθμός ανεπιτυχών αποτελεσμάτων

τότε:

$$P(\text{επιτυχίας}) = p = \frac{s}{s+f} \quad (3.6)$$

$$P(\text{αποτυχίας}) = q = \frac{f}{s+f} \quad (3.7)$$

και

$$p + q = 1 \quad (3.8)$$

Για παράδειγμα, η ρίψη ενός κέρματος μπορεί να μας δώσει δύο πιθανά αποτελέσματα: κορώνα ή γράμματα, οπότε  $s=f=1$ . Η πιθανότητα λοιπόν σε κάθε ρίψη να έρθει κορώνα είναι ίση με την πιθανότητα να έρθει γράμματα και είναι ίση με  $\frac{1}{2}$ .

Δεύτερο παράδειγμα είναι η ρίψη ενός ζαριού. Τα πιθανά αποτελέσματα είναι έξι κι έτσι κάθε ένα έχει πιθανότητα  $\frac{1}{6}$ . Αν θεωρηθεί όμως επιτυχία όταν το αποτέλεσμα είναι άρτιος αριθμός και αποτυχία αν το αποτέλεσμα είναι περιττός τότε  $s=f=3$  και  $p=q=\frac{1}{2}$ .

Η πιθανότητα που υπολογίζεται με τις σχέσεις (3.4) ως (3.8) ονομάζεται *κλασική πιθανότητα*. Βασική προϋπόθεση για ισχύει αποτελεί η «ισοδυναμία» των

αποτελεσμάτων, δηλαδή όλα τα ενδεχόμενα πρέπει να είναι το ίδιο «δυνατά» να συμβούν.

Οι πιθανότητες για κάθε ενδεχόμενο στα προηγούμενα προκύπτουν μέσα από μια απλή διαδικασία που απαιτεί γνώση κάποιων παραμέτρων του προβλήματος όπως η γεωμετρία του κέρματος ή του ζαριού. Στα πραγματικά προβλήματα όμως, ο υπολογισμός της πιθανότητας επιτυχίας ή αποτυχίας διάφορων συνιστωσών ενός συστήματος δεν μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τον ορισμό της κλασικής πιθανότητας.

### 3.4.2. Στατιστική πιθανότητα

Το χρονικό διάστημα που μια γεννήτρια μπορεί να λειτουργήσει χωρίς βλάβη ή το χρονικό διάστημα που απαιτείται για τη διόρθωση μιας βλάβης της είναι μεγέθη στοχαστικά, ο υπολογισμός των οποίων απαιτεί μια γνώση πρακτική, που να αφορά τη λειτουργία αυτής ή όμοιων γεννητριών στις συνθήκες που αυτή τώρα λειτουργεί. Συλλέγοντας, λοιπόν, πειραματικά δεδομένα είτε πριν είτε κατά τη διάρκεια λειτουργίας των μηχανών μπορούμε να ορίσουμε την πιθανότητα οποιουδήποτε γεγονότος ως:

$$P(\text{γεγονότος}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{n} \quad (3.9)$$

όπου  $f$  = ο αριθμός των εμφανίσεων του συγκεκριμένου γεγονότος  
 $n$  = ο αριθμός των παρατηρήσεων/ πειραμάτων.

Η πιθανότητα που υπολογίζεται με βάση τον ορισμό (3.9) ονομάζεται *στατιστική πιθανότητα*. Θεωρητικά χρειάζονται άπειρα πειράματα για να υπολογιστεί μια τέτοια πιθανότητα, στην πράξη όταν ο αριθμός αυτός είναι σημαντικά μεγάλος μπορεί να εξαχθεί ένα ασφαλές, ρεαλιστικό και αξιόπιστο συμπέρασμα.

### 3.4.3. Τυχαίες Μεταβλητές και Πιθανοτικές Κατανομές

Κατά την εκτέλεση ενός πειράματος αυτό που μας ενδιαφέρει είναι όχι μόνο το αποτέλεσμα αυτό καθ' αυτό αλλά ένα, ή περισσότερα, αριθμητικά χαρακτηριστικά του αποτελέσματος αυτού [36], ώστε να μπορεί να εξαχθεί αξιόπιστο συμπέρασμα για τη συμπεριφορά του συστήματος που εξετάζεται. Όταν ένα πείραμα εκτελείται υπό ίδιες συνθήκες πάνω από μία φορές και το αποτέλεσμα αλλάζει, τότε στο σύστημα υπάρχει κάποια μεταβλητή η τιμή της οποίας δεν είναι αιτιοκρατική αλλά στοχαστική. Τέτοιες μεταβλητές ονομάζονται τυχαίες και χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: διακριτές και συνεχείς.

Διακριτές είναι οι μεταβλητές των οποίων οι πιθανές τιμές είναι πεπερασμένου πλήθους αριθμοί ή καταστάσεις. Παραδείγματα τέτοιων μεταβλητών είναι το αποτέλεσμα της ρίψης ενός ζαριού και η κατάσταση μιας γεννήτριας σε ένα ηλεκτρικό σταθμό (On ή Off).

Συνεχείς είναι οι μεταβλητές των οποίων οι πιθανές τιμές είναι άπειρες. Αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι το εύρος τιμών βρίσκεται σε όλο το διάστημα από το  $-\infty$  έως το  $+\infty$ , αλλά μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή σε ένα ή περισσότερα διαστήματα. Τέτοια

μεταβλητή είναι το μέγεθος της παραγόμενης ισχύος μιας γεννήτριας, η οποία μπορεί να παράγει οποιαδήποτε τιμή ισχύος μεταξύ 20 και 50 MW.

Η παρατήρηση και επεξεργασία των τυχαίων μεταβλητών βοηθά αφενός στην κατανόηση του υπό εξέταση συστήματος, αφετέρου στην εκτίμηση της συμπεριφοράς του και στην εξαγωγή αξιόπιστων αποτελεσμάτων για αυτό. Πολύ χρήσιμες πληροφορίες γι' αυτό το σκοπό είναι τα διαγράμματα και οι συναρτήσεις που ορίζονται στις επόμενες παραγράφους.

### 3.4.3.1 Συνάρτηση (αθροιστικής) πιθανοτικής κατανομής

Έστω τυχαία μεταβλητή  $X$  και ένας πραγματικός αριθμός  $x$ . Το ενδεχόμενο η τιμή της μεταβλητής  $X$  να είναι μικρότερη από το  $x$  συμβολίζεται  $\{s : X(s) \leq x\}$  και η πιθανότητά του  $P(s)$  ή  $P(X \leq x)$  και εξαρτάται από το  $x$ . Η συνάρτηση

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (3.10)$$

λέγεται *συνάρτηση αθροιστικής πιθανοτικής κατανομής*. Συνήθως λέγεται πιο απλά *συνάρτηση πιθανοτικής κατανομής* ή *συνάρτηση κατανομής (σ.κ.) της  $X$* .

Η σ.κ. δίνει την πιθανότητα του ενδεχομένου  $s$ , δηλαδή την πιθανότητα η τιμή του  $X$  να είναι μικρότερη από τον πραγματικό αριθμό  $x$ . Η πιθανότητα αυτή, είναι το άθροισμα των πιθανοτήτων όσων απλών ενδεχομένων έχουν τιμή μικρότερη του  $x$ , γι' αυτό και χρησιμοποιείται ο όρος "αθροιστική". Οι τιμές που μπορεί να πάρει από 0 έως 1, ενώ όσο αυξάνει το  $x$  η  $F_X$  δεν μειώνεται, πρόκειται δηλαδή για αύξουσα συνάρτηση. Επίσης ισχύουν:

- $F_X(-\infty) = 0$ ,  $F_X(+\infty) = 1$
- $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$ , για  $a, b$  πραγματικούς και με  $a < b$ .

Η σ.κ. ορίζεται τόσο για συνεχείς όσο και για διακριτές μεταβλητές.

### 3.4.3.2. Συνάρτηση μάζας πιθανότητας για διακριτές μεταβλητές

Έστω  $X$  μια διακριτή τυχαία μεταβλητή με  $x_1, x_2, \dots, x_n$  πιθανές τιμές πεπερασμένου πλήθους. Αν συμβολιστεί:  $P(X=x_i) = p(x_i)$  τότε:

$$0 < p(x_i) \leq 1, \forall i \in [1, n]$$

Η συνάρτηση

$$p_X(x) = P(X = x) \quad (3.11)$$

ονομάζεται *συνάρτηση μάζας πιθανότητας (σ.μ.π)* της  $X$  και είναι χαρακτηριστική για κάθε διακριτή μεταβλητή  $X$ . Για τις συνεχείς τυχαίες μεταβλητές δεν ορίζεται γιατί  $P(X=x) = 0$  για κάθε  $x$ .

Η σ.μ.κ. και η σ.κ. αποτελούν και οι δύο χαρακτηριστικές για μια τυχαία μεταβλητή και η σχέση τους είναι (θεωρώντας  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ ):

$$p_X(x_i) = F_X(x_i) - F_X(x_i - 1)$$

Το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των πιθανών τιμών είναι προφανώς ίση με 1, δηλαδή:

$$\sum_{i=1}^n p_X(x_i) = 1$$

### 3.4.3.3 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για συνεχείς τυχαίες μεταβλητές

Για μια τυχαία συνεχή μεταβλητή  $X$  με σ.κ.  $F_X(x)$  ορίζεται η συνάρτηση

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3.12)$$

για κάθε  $x$ . Η  $f_X(x)$  ονομάζεται *συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας* (σ.π.π.) ή απλά *συνάρτηση πυκνότητας* της  $X$ .

Η  $F_X(x)$  είναι αύξουσα, οπότε

$$f_X(x) \geq 0, \text{ για κάθε } x.$$

επίσης για την σ.π.π. ισχύουν:

- $F_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(u) du$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$
- $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x) dx$

Η σ.π.π. όπως και η σ.κ. μιας μεταβλητής μπορούν να τη χαρακτηρίσουν απόλυτα. Να σημειωθεί ότι η σ.π.π. δεν ορίζεται για διακριτές μεταβλητές καθώς η σ.κ. τους είναι ασυνεχείς και, συνεπώς, μη-διαφορίσιμες.

### 3.4.3.4 Σημαντικές συναρτήσεις κατανομής

Σημαντικές συναρτήσεις κατανομής είναι η *κανονική κατανομή*

$$F(x) = \int_{-\infty}^x (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(t - \frac{\mu}{\sigma}\right)^2\right] dt, \quad (3.13)$$

η *εκθετική κατανομή*

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} (\lambda > 0), \quad (3.14)$$

η τριγωνική κατανομή

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases} \quad (3.15)$$

και η διωνυμική κατανομή

$$F(x) = \sum_{t \leq x} \frac{n!}{t!(n-t)!} p^t (1-p)^{n-t} \quad (3.16)$$

Στην τελευταία κατανομή,  $n$  και  $t$  είναι μη-αρνητικοί ακέραιοι και  $0 \leq p \leq 1$ . Η κατανομή αυτή παρουσιάζει την κατανομή των «επιτυχών» αποτελεσμάτων όταν κάθε ένα από τα  $n$  ανεξάρτητα πειράματα έχουν πιθανότητα  $p$  να είναι επιτυχές και  $(1-p)$  να είναι αποτυχές.

Οι 4 προαναφερθείσες κατανομές (3.13) – (3.16) παρουσιάζουν ένα χαρακτηριστικό, κοινό σε πολλές κατανομές: η συνάρτηση κατανομής έχει συγκεκριμένη μαθηματική έκφραση αλλά εξαρτάται από κάποιες ανεξάρτητες σταθερές ( $\mu$  και  $\sigma$  για την (3,13),  $\lambda$  για την (3.14),  $a$  και  $b$  για την (3.15),  $n$  και  $p$  για την (3.16)). Αυτές οι σταθερές ονομάζονται *παράμετροι* των κατανομών.

Οι 3 πρώτες από τις πιο πάνω κατανομές (3.13) ως (3.15) αναφέρονται σε συνεχείς μεταβλητές ενώ η τέταρτη (3.16) σε διακριτές και μόνο. Μια τελευταία κατανομή που θα αναφερθεί είναι η ομοιόμορφη και αφορά τόσο συνεχείς όσο και διακριτές μεταβλητές.

Στην περίπτωση συνεχούς μεταβλητής η ομοιόμορφη κατανομή έχει συνάρτηση:

$$F_X = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x < a \text{ ή } x > b \end{cases}$$

ενώ για διακριτές μεταβλητές:

$$F_X = \begin{cases} \frac{1}{b-a+1}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x < a \text{ ή } x > b \end{cases}$$

Σε αρκετές περιπτώσεις είναι δυνατό να μετατραπεί μια συνάρτηση κατανομής σε *τυποποιημένη μορφή*, κάνοντας κατάλληλο μετασχηματισμό στη μεταβλητή. Έτσι, ο μετασχηματισμός  $\zeta = (\eta - \mu) / \sigma$  εφαρμόζεται σε μια τυχαία μεταβλητή  $\eta$  κανονικής κατανομής, και η προκύπτουσα μεταβλητή  $\zeta$  έχει τυποποιημένη κανονική κατανομή:

$$F(\zeta) = \int_{-\infty}^{\zeta} (2\pi)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}t^2\right\} dt,$$

η οποία είναι η τυποποιημένη μορφή της κανονικής κατανομής.

Η τυποποιημένη μορφή της εκθετικής κατανομής προκύπτει για  $\lambda=1$ , ενώ της τριγωνικής για  $a=0, b=1$ . Οι αντίστοιχες συναρτήσεις:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & y > 1 \end{cases}$$

### 3.5. Γεννήτριες τυχαίων αριθμών

Το χαρακτηριστικό κάθε μεθόδου Monte Carlo είναι ότι κάνει χρήση τυχαίων αριθμών. Για να παραχθεί ένας τυχαίος αριθμός σε ένα υπολογιστή χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι που λέγονται *γεννήτριες τυχαίων αριθμών* (random number generators, RNGs). Αυτές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: στις *γεννήτριες πραγματικά τυχαίων αριθμών* (truly random number generators, TRNGs), και στις *γεννήτριες ψευδο-τυχαίων αριθμών* (pseudo-random number generators, PRNGs). Η βασική διαφορά τους είναι ότι οι δεύτερες είναι επαναλήψιμες ενώ οι πρώτες δεν είναι. Δηλαδή αν χρησιμοποιηθεί μια PRNG δύο φορές θα παραχθεί και τις δύο φορές η ίδια ακολουθία αριθμών, κάτι που δεν θα συμβεί με τη χρήση μιας TRNG. Επίσης, οι PRNGs είναι προγραμματισμένες με αιτιοκρατικούς αλγορίθμους και γενικά είναι πιο γρήγορες από τις πρώτες[37].

Παρότι οι γεννήτριες πραγματικά τυχαίων αριθμών χρησιμοποιήθηκαν στις τεχνικές Monte Carlo, σήμερα έχουν πρακτικά εγκαταλειφθεί και χρησιμοποιούνται οι γεννήτριες ψευδο-τυχαίων αριθμών[38]. Οι περισσότερες γλώσσες προγραμματισμού έχουν ενσωματωμένη κάποια τέτοια γεννήτρια και το μόνο που χρειάζεται είναι ένας αρχικός αριθμός, ο οποίος ονομάζεται *σπόρος* (*seed*)[39].

Η δημιουργία μιας σειράς άπειρων τυχαίων αριθμών είναι αδύνατο να επιτευχθεί με κάποιο υπολογιστή. Το καλύτερο που μπορεί κάποιος να ελπίζει στην πράξη είναι η δημιουργία μιας σειράς «τυχαίων» αριθμών με συγκεκριμένες στατιστικές ιδιότητες, ιδιότητες που θα είχε και μια πραγματικά τυχαία σειρά. Η πλειοψηφία των σημερινών RNGs βασίζονται σε απλούς αλγορίθμους οι οποίοι μπορούν εύκολα να εφαρμοστούν σε ένα υπολογιστή. Τέτοιοι αλγόριθμοι μπορούν να συμβολιστούν σαν  $(S, f, \mu, u, g)$ , όπου:

- $S$  είναι ένα πεπερασμένο σύνολο καταστάσεων,
- $f$  είναι μια συνάρτηση από το  $S$  στο  $S$ ,
- $\mu$  είναι η πιθανοτική κατανομή του  $S$ ,
- $u$  είναι το σύνολο τιμών, το οποίο για μια συνηθισμένη γεννήτρια είναι το διάστημα  $(0,1)$ ,
- $g$  είναι μια συνάρτηση από το  $S$  στο  $u$ .

Οι ιδιότητες που πρέπει να έχει μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών ώστε να θεωρηθεί κατάλληλη, εξαρτώνται από τη φύση της εφαρμογής καθεαυτής. Καθεμιά όμως πρέπει να πληροί μια σειρά από ελάχιστες προϋποθέσεις ώστε να μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστη[40]:



1. *Στατιστικός έλεγχος*. Κάθε γεννήτρια μετά τον προγραμματισμό της πρέπει να πετύχει σε κάποιους ελέγχους. Συνήθως χρησιμοποιείται σε κάποιες απλές εφαρμογές αναμενόμενου αποτελέσματος και θεωρείται αξιόπιστη μόνο αν τα πρακτικά αποτελέσματα συμπέσουν με τα αναμενόμενα. Σκοπός αυτού του ελέγχου είναι να μελετηθεί η ομοιομορφία και η ανεξαρτησία των «τυχαίων» αριθμών.
2. *Θεωρητικό υπόβαθρο*. Μια καλή γεννήτρια πρέπει να βασίζεται σε συγκεκριμένες μαθηματικές αρχές, οι οποίες να επιτρέπουν την αυστηρή εποπτεία των βασικών ιδιοτήτων της.
3. *Επαναληψιμότητα*. Είναι σημαντικό για μια γεννήτρια να έχει τη δυνατότητα να παράγει πολλές φορές την ίδια ακολουθία.
4. *Ταχύτητα*. Μια γεννήτρια πρέπει να παράγει αριθμούς με τρόπο σχετικά γρήγορο και να μην απαιτεί πολύ χώρο στη μνήμη του υπολογιστή.
5. *Μεγάλη περίοδος*. Η περίοδος μιας γεννήτριας, δηλαδή το ελάχιστο πλήθος παραγόμενων αριθμών πριν αρχίσουν να επαναλαμβάνονται, πρέπει να είναι της τάξης του  $10^{50}$  για να εξασφαλίζεται η ανεξαρτησία της κάθε προσομοίωσης.

Ο γενικός αλγόριθμος μιας Γεννήτριας τυχαίων αριθμών είναι ο εξής:

**Βήμα 1: Αρχικοποίηση.** Με βάση τον σπόρο(seed) επιλέγεται μια αρχική τιμή  $S_0$ . Ορίζεται  $t=1$ .

**Βήμα 2: Μεταφορά.** Υπολογίζεται η κατάσταση  $S_t = f(S_{t-1})$ .

**Βήμα 3: Αποτέλεσμα:** Υπολογίζεται το αποτέλεσμα  $u_t = g(S_t)$ .

**Βήμα 4: Επανάληψη:** Ορίζεται  $t=t+1$ . Επιστροφή στο βήμα 2.

Η μεγάλη πλειονότητα των γεννητριών που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι γραμμικές αναλογικές γεννήτριες – *linear congruential generators (LCGs)*. Αυτές έχουν 4 παραμέτρους: Την αρχική τιμή  $S_0$  η οποία καθορίζεται από τον σπόρο (seed) που θα δηλώσει ο χρήστης και είναι ένας ακέραιος αριθμός μεταξύ 0 και  $(m-1)$ , και τις σταθερές  $a$  (ο πολλαπλασιαστής),  $c$  (η αύξηση),  $m$  (ο διαιρέτης). Ο αλγόριθμος ακολουθεί τα βήματα που παρουσιάστηκαν πιο πάνω. Συγκεκριμένα είναι:

**Βήμα 1: Αρχικοποίηση.** Με βάση τον σπόρο(seed) επιλέγεται μια αρχική τιμή  $S_0$ . Ορίζεται  $t=1$ .

**Βήμα 2: Μεταφορά.** Υπολογίζεται η κατάσταση

$$S_t = (a \cdot S_{t-1} + c) \bmod(m)$$

**Βήμα 3: Αποτέλεσμα:** Υπολογίζεται το αποτέλεσμα  $u_t = \frac{S_t}{m}$

**Βήμα 4: Επανάληψη:** Ορίζεται  $t=t+1$ . Επιστροφή στο βήμα 2.

Ο υπολογισμός μιας κατάστασης  $S_t$  δηλαδή γίνεται χρησιμοποιώντας τον αναδρομικό τύπο του βήματος 2, ορίζοντάς την ως το υπόλοιπο της διαίρεσης  $\frac{a \cdot S_{t-1} + c}{m}$ , το οποίο είναι ένας ακέραιος αριθμός μικρότερος του  $m$ , συγκεκριμένα μεταξύ 0 και  $(m-1)$ . Στη συνέχεια υπολογίζεται ο αριθμός  $u$  διαιρώντας τον ακέραιο  $S_t$  με  $m$ , με το αποτέλεσμα να είναι σίγουρα μικρότερο της μονάδας. Ο αλγόριθμος μπορεί να εκτελεστεί όσες φορές οριστεί, το πλήθος των διαφορετικών αποτελεσμάτων που θα δίνει όμως είναι πεπερασμένο και συγκεκριμένα ίσο με  $m$ . Αυτό ισχύει γιατί μπορούν να προκύψουν μόνο  $m$  διαφορετικές τιμές υπολοίπου στο βήμα 2, άρα και  $m$  διαφορετικές καταστάσεις

S. Μετά το πέρας  $n$  επαναλήψεων προκύπτει μια ακολουθία  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  με όλες τις τιμές να είναι ομοιόμορφα κατανομημένες στο διάστημα  $[0,1]$ . Αν ορίσουμε μια μεταβλητή  $u$  με πιθανές τιμές  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ , η μεταβλητή αυτή είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στο  $[0,1]$  και αυτό συμβολίζεται  $u \sim U(0,1)$ .

Σημαντικό ρόλο για τις LCGs παίζουν οι παράμετροί της. Αυτοί πρέπει να είναι μη-αρνητικοί ακέραιοι και οι  $S_0, a, c$  να είναι μικρότεροι από το  $m$ . Για διαφορετικές τιμές αυτών οι προκύπτουσα ακολουθία είναι διαφορετική και έχει διαφορετικές ιδιότητες. Μια γεννήτρια που συχνά χρησιμοποιείται είναι αυτή που προτείνουν οι Lewis, Goodman, και Miller με  $a = 7^5 = 16807, c = 0$ , και  $m = 2^{31} - 1 = 2147483647$ . Αυτή η LCG περνάει με επιτυχία τους περισσότερους ελέγχους και εφαρμόζεται με επιτυχία σε διάφορες περιπτώσεις. Πολλές φορές, λόγω των «καλών» της ιδιοτήτων χρησιμοποιείται σαν μέτρο σύγκρισης για άλλες γεννήτριες.

### 3.6. Δειγματοληψία

Όπως έχει αναφερθεί, για την εφαρμογή μιας Monte Carlo μεθόδου είναι απαραίτητη η δημιουργία ενός πλήθους «τυχαίων» τιμών μιας μεταβλητής οι οποίες θα ακολουθούν μια συγκεκριμένη πιθανοτική κατανομή. Για να γίνει αυτό, πρώτα παράγεται ένας τυχαίος αριθμός με τη χρήση μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών και στη συνέχεια αυτός μετατρέπεται σε μια τιμή της αντίστοιχης μεταβλητής.

Αυτή η μετατροπή μπορεί να γίνει με τη μέθοδο αντίστροφης μετατροπής. Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί τόσο σε συνεχείς, όσο και σε διακριτές μεταβλητές. Αν θεωρηθεί τυχαία μεταβλητή  $X$  με αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cdf)  $F(x)$ , τότε από τη στιγμή που η  $F$  είναι μονότονη και δεξιά συνεχής, μπορεί να οριστεί η αντίστροφή της ως:

$$F^{-1}(y) = \inf\{x: F(x) \geq y\}, 0 \leq y \leq 1 \quad (3.17)$$

Αν θεωρηθεί  $U \in [0,1]$  τότε:

$$P(F^{-1}(U) \leq x) = P(F(F^{-1}(U)) \leq F(x)) = P(U \leq F(x)) \quad (3.18)$$

Και αν επιπλέον η  $U$  θεωρηθεί πως ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, τότε:

$$P(U \leq F(x)) = F(x) \quad (3.19)$$

Από τις σχέσεις (3.18) και (3.19) προκύπτει ότι:

$$P(F^{-1}(U) \leq x) = F(x) \quad (3.20)$$

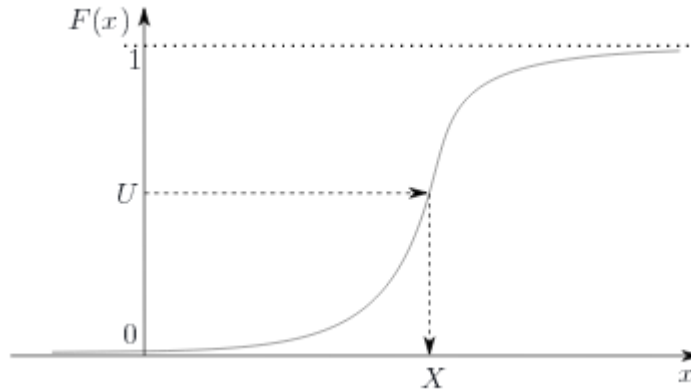
Έτσι αποδεικνύεται πως αν μια μεταβλητή  $U$  είναι ομοιόμορφη στο  $[0,1]$  τότε η  $F^{-1}(U)$  ακολουθεί την κατανομή  $F(x)$ . Άρα, για να παραχθεί μια τυχαία μεταβλητή  $X$  με συνάρτηση κατανομής  $F$ , αρκεί να παραχθεί ένας τυχαίος αριθμός  $U \sim U(0,1)$  και στη συνέχεια να υπολογιστεί το  $X = F^{-1}(U)$ . Η διαδικασία της αντίστροφης μετατροπής γίνεται αντιληπτή καλύτερα με τη βοήθεια του σχήματος 3.3 .

Για την εκθετική κατανομή για παράδειγμα,

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Λύνοντας την  $F(t) = u$  προκύπτει η αντίστροφή:

$$t = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - u) \quad (3.21)$$



**Σχήμα 3.3**

*Σχηματική περιγραφή της μεθόδου αντίστροφης μετατροπής (Το σχήμα χρησιμοποιείται στο [34])*

Άρα αν η μεταβλητή  $t$  ακολουθεί εκθετική κατανομή, παράγεται τυχαίος αριθμός  $U \sim U(0,1)$  και μετατρέπεται σε  $t$  χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση  $t(u) = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - u)$ . Μάλιστα, μπορεί αντί της (3.21) να χρησιμοποιηθεί ως συνάρτηση μετατροπής η  $t = \frac{-1}{\lambda} \ln u$ , αφού οι μεταβλητές  $u$  και  $(1-u)$  ακολουθούν ίδια κατανομή.

Η παραπάνω μέθοδος είναι αρκετά απλή όταν η μεταβλητή που εξετάζεται έχει μια συνάρτηση κατανομής με απλή μαθηματική έκφραση και είναι σχετικά απλός ο υπολογισμός της αντίστροφής της συνάρτησης.

### 3.7 Εκτίμηση τιμής

Στόχος κάθε Monte Carlo μεθόδου είναι η εκτίμηση της τιμής κάποιων μεταβλητών. Αν θεωρηθεί τυχαία μεταβλητή  $X$  με συνάρτηση μάζας πιθανότητας ή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_X(x)$ , τότε η μέση ή αναμενόμενη (expected) τιμή μιας συνάρτησης  $g(x)$  είναι:

$$\mathbb{E}(g(x)) = \sum_{x \in X} g(x) f_X(x) \quad (3.22)$$

αν η μεταβλητή  $X$  είναι διακριτή και

$$\mathbb{E}(g(x)) = \int_{x \in X} g(x) f_X(x) dx \quad (3.23)$$

αν είναι συνεχής. Σε μια Monte Carlo μέθοδο χρησιμοποιείται ένα δείγμα  $n$  τιμών της  $X$ ,  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  και υπολογίζεται η εκτιμώμενη τιμή

$$\bar{g}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i) \quad (3.24)$$

της  $\mathbb{E}(g(x))$  . Εναλλακτικά, μπορεί να γίνει λόγος για την τυχαία μεταβλητή

$$\widetilde{g}_n(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(X) \quad (3.25)$$

Σύμφωνα με τον ασθενή νόμο μεγάλων αριθμών, αν η  $\mathbb{E}(g(x))$  υπάρχει, για κάθε μικρό αριθμό  $\epsilon$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\widetilde{g}_n(X) - \mathbb{E}(g(x))| \geq \epsilon) = 0$$

Αυτό πρακτικά σημαίνει πως, όταν το πλήθος των δοκιμών είναι επαρκώς μεγάλο, η εκτίμηση είναι πολύ κοντά στην πραγματική μέση τιμή. Στην περίπτωση των Monte Carlo μεθόδων το πλήθος αυτό εξαρτάται από τη φύση της εφαρμογής, όμως σε κάθε περίπτωση πρέπει να λαμβάνεται με τέτοιο τρόπο ώστε η υπολογιζόμενη τιμή να βρίσκεται όσο το δυνατό πιο κοντά στην πραγματική[41].

# Κεφάλαιο 4. Προτεινόμενη Μέθοδος Βελτιστοποίησης Προγράμματος Λειτουργίας Ηλεκτροπαραγωγικών Μονάδων

## 4.1 Εισαγωγή-Πίνακας μεταβλητών

K	Αριθμός μονάδων
N	Χρονικός ορίζοντας
$P_{min}$	Τεχνικό ελάχιστο
$P_{max}$	Τεχνικό μέγιστο
$T_{STUP}$	Χρόνος έναυσης
$T_{SHDN}$	Χρόνος σβέσης
$T_{RAMP\_ON}$	Ελάχιστη χρονική διάρκεια παραμονής σε κατάσταση ON
$T_{RAMP\_OFF}$	Ελάχιστη χρονική διάρκεια παραμονής σε κράτηση
d	Ζήτηση ενέργειας
$C_{STUP}$	Κόστος έναυσης
$C_{SHDN}$	Κόστος σβέσης
$\alpha_2, \alpha_1, \alpha_0$	Συντελεστές πολυωνύμου κόστους καυσίμου
CF	Κόστος καυσίμου
$S_r$	Ποσοστό στρεφόμενης εφεδρείας
SRPC	Συντελεστής ποινής λόγω μη κάλυψης του ποσοστού στρεφόμενης εφεδρείας
V	Συντελεστής ποινής
$\lambda_f$	Ρυθμός αστοχίας
$\lambda_{rep}$	Ρυθμός επιδιόρθωσης
$T_f$	Μέσος χρόνος βλάβης
$T_{rep}$	Μέσος χρόνος επιδιόρθωσης
J	Πλήθος δοκιμών για την αξιολόγηση της λύσης

Πίνακας 4.1

*Μεταβλητές του προβλήματος και οι συμβολισμοί τους*

Στο κεφάλαιο 1 παρουσιάστηκε το πρόβλημα της βελτιστοποίησης του προγράμματος λειτουργίας μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, δόθηκαν οι ορισμοί για τις

παραμέτρους, τους περιορισμούς και τη συνάρτηση στόχου του προβλήματος. Στο κεφάλαιο 4 θα παρουσιαστεί η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επίλυσή του και ο τρόπος με τον οποίο το πρόβλημα μοντελοποιείται στα πλαίσια της επίλυσής του με τη χρήση εξελικτικού αλγορίθμου και της προσομοίωσης Monte Carlo στην παρούσα διπλωματική εργασία. Η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιείται είναι η Fortran. Οι μεταβλητές του προβλήματος και οι συμβολισμοί που χρησιμοποιήθηκαν δίνονται στον πίνακα 4.1.

#### 4.2 Περιγραφή της μεθόδου

Σε έναν εξελικτικό αλγόριθμο, όπως εξηγήθηκε στην παράγραφο 2, κάθε υπονήφια λύση περιγράφεται από μια συστοιχία αριθμών, το χρωμόσωμα. Κάθε χρωμόσωμα περιέχει τις τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού του προβλήματος. Στα UCP οι μεταβλητές αυτές είναι 2 ειδών: Η δυαδική μεταβλητή κατάστασης  $s$ , η οποία παίρνει τιμές 0 ή 1, με το 0 να σημαίνει ότι μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση που δεν προσφέρει ενέργεια στο δίκτυο (OFF,STUP,SHDN) και το 1 να σημαίνει ότι η μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση ON, και τη μεταβλητή  $P$  που είναι η ισχύς που παράγει η μονάδα και, ως συνεχής μεταβλητή, μπορεί να πάρει άπειρες (πραγματικές) τιμές μεταξύ των τεχνικών ορίων της μονάδας. Φαίνεται, λοιπόν, ότι το UCP είναι ένα πρόβλημα μικτού προγραμματισμού ακέραιων-πραγματικών μεταβλητών.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος, σε αντίθεση με τη γενική περίπτωση που αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2, δεν χρησιμοποιεί ακέραιη αλλά **πραγματική κωδικοποίηση** των μεταβλητών (integer coded evolutionary algorithm-ICEA). Αν το πλήθος των μονάδων είναι  $K$  τότε για κάθε ώρα υπάρχουν  $n=2^K$  διαφορετικά πιθανά σενάρια για τη μεταβλητή  $s$ . Χρησιμοποιώντας ακέραιη κωδικοποίηση για χρονικό ορίζοντα  $N$  ωρών θα προέκυπτε χρωμόσωμα μήκους  $l=N \cdot K$ . Για πρόβλημα δηλαδή 3 μονάδων χρονικού ορίζοντα 5 ωρών ένα πιθανό σενάριο θα ήταν το

1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0		
└──────────┘			└──────────┘			└──────────┘			└──────────┘			└──────────┘		
1 <sup>η</sup> ώρα			2 <sup>η</sup> ώρα			3 <sup>η</sup> ώρα			4 <sup>η</sup> ώρα			5 <sup>η</sup> ώρα		

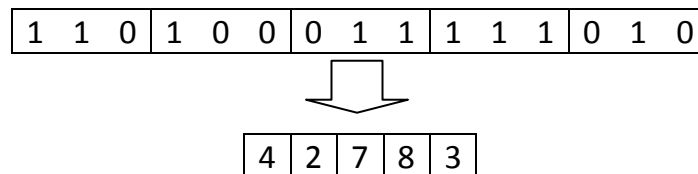
με κάθε τριάδα δυαδικών μεταβλητών να αποτελεί την κατάσταση της 1<sup>ης</sup>, της 2<sup>ης</sup> και της τρίτης μονάδας για την αντίστοιχη ώρα. Στην πραγματική κωδικοποίηση που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική κάθε ένα από τα  $2^K$  πιθανά σενάρια αντιστοιχίζεται με ένα πραγματικό αριθμό ο οποίος απορρέει από την πραγματική αποκωδικοποίηση της  $K$ -αδας των δυαδικών μεταβλητών. Για  $K=3$  μονάδες για παράδειγμα:

α/α σεναρίου	s		
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
1	0	0	0
2	1	0	0
3	0	1	0
4	1	1	0
5	0	0	1
6	1	0	1
7	0	1	1
8	1	1	1

Πίνακας 4.1

*Αντιστοίχιση των δυαδικά κωδικοποιημένων σεναρίων με τις πραγματικές μεταβλητές*

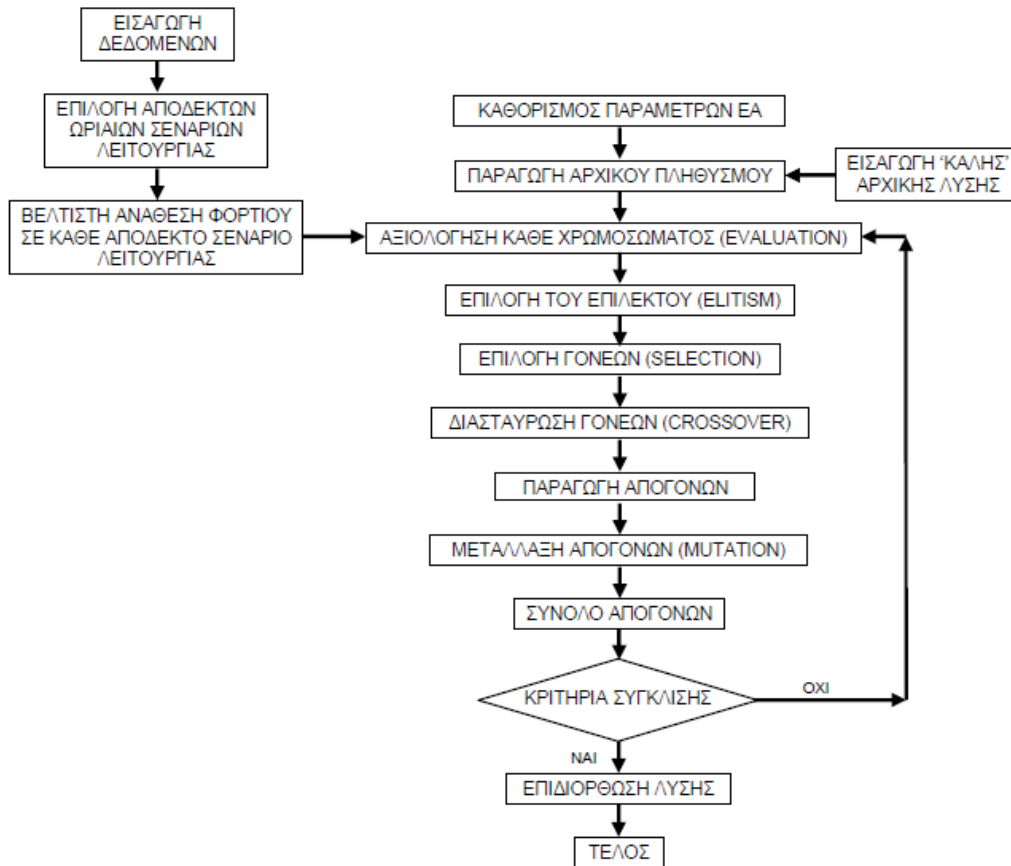
Έτσι, το πιο πάνω πιθανό σενάριο θα γινόταν:



Με την πραγματική κωδικοποίηση προκύπτει σημαντικό κέρδος στο μήκος του χρωμοσώματος, το οποίο πλέον έχει μήκος ίσο με το χρονικό ορίζοντα  $N$ . Ένα επιπλέον πλεονέκτημα αυτού του τρόπου κωδικοποίησης στο συγκεκριμένο πρόβλημα έγκειται στην παραγωγή των γενεών του ΕΑ. Συγκεκριμένα Όταν ένα χρωμόσωμα υφίσταται μετάλλαξη το νέο σενάριο που προκύπτει επιλέγεται να είναι ένα από τα αποδεκτά εκείνης της ώρας. Ποια είναι τα αποδεκτά σενάρια για κάθε ώρα θα εξηγηθεί σε επόμενη παράγραφο. Τα πλεονεκτήματα αυτά της πραγματικής κωδικοποίησης μεταφράζονται σε σημαντικό κέρδος σε υπολογιστικό χρόνο.

Στα παραπάνω, το χρωμόσωμα μιας υποψήφιας λύσης αποτελείται από τιμές μόνο για την κατάσταση  $s$  και όχι για την παραγόμενη ισχύ  $P$ . Αυτό συμβαίνει γιατί η επίλυση του UCP χωρίζεται σε 2 μέρη. Στο πρώτο μέρος λύνεται το πρόβλημα βέλτιστης ανάθεσης φορτίου (EDP), το οποίο όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 1 αποτελεί ένα ανεξάρτητο υπο-πρόβλημα. Η λύση του EDP αφορά στον υπολογισμό του βέλτιστου (από πλευράς κόστους καυσίμου) ποσού παραγόμενης ισχύος κάθε μονάδας για κάθε ένα από τα πιθανά ωριαία σενάρια. Ο αλγόριθμος της παρούσας διπλωματικής χρησιμοποιεί τη μέθοδο που προτάθηκε στη διπλωματική [2]. Στο δεύτερο μέρος, αναζητείται το βέλτιστο σενάριο λειτουργίας μέσω του ΕΑ.

Στο σχήμα 4.1 απεικονίζεται διαγραμματικά ο αλγόριθμος. (Το σχήμα χρησιμοποιήθηκε στη διπλωματική [1])



Σχήμα

4.1

Διαγραμματική παρουσίαση του αλγορίθμου για την επίλυση του UCP[1]

Στην παρούσα διπλωματική το μοντέλο έχει υποστεί αλλαγή στο τμήμα της αξιολόγησης της κάθε υποψήφιας λύσης, όπου για να ενταχθεί στο μοντέλο η πιθανότητα βλάβης των μονάδων χρησιμοποιήθηκε προσομοίωση Monte Carlo. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται ο πλήρης αλγόριθμος και, φυσικά, εξηγείται η προτεινόμενη μέθοδος αξιολόγησης των λύσεων.

### 4.3 Επιλογή των αποδεκτών σεναρίων

Πρώτο βήμα του αλγορίθμου είναι η εύρεση των αποδεκτών σεναρίων για κάθε ώρα. Ο συνολικός αριθμός σεναρίων σε πρόβλημα  $K$  μονάδων με χρονικό ορίζοντα  $N$  ωρών είναι  $N \cdot 2^K$ . Από αυτά μόνο ένα ποσοστό έχει τη δυνατότητα να παράγει ενέργεια ικανή να καλύψει τη ζήτηση και μόνο αυτά γίνονται αποδεκτά. Έτσι προκύπτει διπλό κέρδος: αφενός οι λύσεις αποτελούνται μόνο από σενάρια που μπορούν να καλύψουν τη ζήτηση για κάθε ώρα και αφετέρου μειώνεται το πλήθος των υποψήφιων λύσεων κάνοντας τη σύγκλιση του ΕΑ ταχύτερη.

Αρχικά, για κάθε ένα από τα  $2^K$  σενάρια υπολογίζονται το ανώτερο και το κατώτερο όριο παραγωγής, σύμφωνα με τις σχέσεις 4.1 και 4.2.



$$P_{max,scen} = \sum_{k=1}^K \begin{cases} P_{max} & \text{if } s_k = 1 \\ 0 & \text{if } s_k = 0 \end{cases} \quad \forall scen \in [1, 2^K] \quad (4.1)$$

$$P_{min,scen} = \sum_{k=1}^K \begin{cases} P_{min} & \text{if } s_k = 1 \\ 0 & \text{if } s_k = 0 \end{cases} \quad \forall scen \in [1, 2^K] \quad (4.2)$$

Στη συνέχεια, επιλέγονται ως αποδεκτά (feasible) σενάρια για κάθε ώρα αυτά που καλύπτουν 2 προϋποθέσεις:

- 1) Συμφωνία με τις αρχικές καταστάσεις των μονάδων και
- 2) Παράγωγή ενέργειας τουλάχιστον ίσης με τη ζήτηση της δεδομένης ώρας, δηλ.

$$P_{min,scen} \geq d_n.$$

Πρώτα ελέγχεται αν το σενάριο ακολουθεί τις αρχικές καταστάσεις των μονάδων και είναι σύμφωνο με τους χρονικούς λειτουργικούς περιορισμούς ( TRAMP\_ON, TRAMP\_OFF, TSTUP, TSHDN ) των μονάδων. Αν η αρχική κατάσταση της μονάδας είναι ON στην αρχή του ορίζοντα, τότε πρέπει να ικανοποιεί τον περιορισμό του ελάχιστου χρόνου παραμονής σε αυτή την κατάσταση (TRAMP\_ON). Αν μια μονάδα δεν παράγει ενέργεια (s=0) τότε πρέπει να παραμένει σε κατάσταση s=0 για χρόνο τουλάχιστον ίσο με (TRAMP\_OFF+TSTUP+TSHDN). Τέλος, αν το παρελθόν των μονάδων ληφθεί ελεύθερο η μονάδα μπορεί να βρεθεί σε οποιαδήποτε κατάσταση τις πρώτες ώρες χωρίς να χρειάζεται να ακολουθεί κάποιο περιορισμό.

Μετά από αυτή την καταρχήν επιλογή αποδεκτών σεναρίων γίνεται η τελική επιλογή τους με βάση το ποσό της ενέργειας που μπορούν να παράγουν. Συγκεκριμένα, για κάθε ώρα ελέγχεται το κάθε σενάριο ως προς τη μέγιστη δυνατή παραγωγή. Αν αυτή είναι μεγαλύτερη ή ίση της ζήτησης τότε το σενάριο γίνεται αποδεκτό. Αν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη, τότε ελέγχεται αν η αγορά του ελλείμματος ενέργειας είναι συμφέρουσα σε σχέση με το άνοιγμα κάποιας από τις κλειστές μονάδες ( η μονάδα για να ανοίξει πρέπει να μην περιορίζεται από την αρχική της κατάσταση). Εάν όχι, τότε το σενάριο απορρίπτεται.

Τα αποδεκτά σενάρια για κάθε ώρα αποθηκεύονται και ακολουθεί η βέλτιστη ανάθεση φορτίου.

#### 4.4 Βέλτιστη ανάθεση φορτίου (EDP)

Κατά τη διάρκεια του εξελικτικού αλγορίθμου η αξιολόγηση της κάθε υποψήφιας λύσης περιλαμβάνει εκτός των άλλων το κόστος καυσίμου του κάθε ωριαίου σεναρίου. Για να προκύψει αυτό πρέπει να προηγηθεί η ανάθεση φορτίου σε κάθε μονάδα, να υπολογιστεί δηλαδή το ποσό της ισχύος που παράγεται από την κάθε ανοιχτή μονάδα κάθε στιγμή. Το ποσό αυτό θα πρέπει να είναι τέτοιο ώστε το κάθε ωριαίο σενάριο να είναι βέλτιστο, να έχει δηλαδή ελάχιστο κόστος. Το πρόβλημα αυτό λέγεται **βέλτιστη ανάθεση φορτίου** (economic dispatch problem-EDP) και στον συγκεκριμένο αλγόριθμο λύνεται άπαξ πριν την έναρξη του EA. Ταυτόχρονα με το ποσό της φόρτισης της κάθε μονάδας υπολογίζεται το κόστος του σεναρίου, τα οποία αποθηκεύονται. Στη συνέχεια, όταν μια υποψήφια λύση αξιολογείται, το κόστος καυσίμου προκύπτει αθροίζοντας για κάθε ώρα το κόστος του σεναρίου, όπως αυτό προέκυψε από τη λύση του EDP, χωρίς να

χρειάζεται να υπολογιστεί ξανά ούτε η ανάθεση φορτίου, ούτε το κόστος του σεναρίου. Το κέρδος της επίλυσης του EDP πριν την έναρξη του EA και όχι κατά τη διάρκεια της αξιολόγησης της λύσης είναι σημαντικό στο αιτιοκρατικό μοντέλο που δε λαμβάνει υπόψη τις πιθανοτικές βλάβες αλλά γίνεται πολύ πιο σημαντικό στο μοντέλο που λαμβάνονται υπόψη οι βλάβες, εφόσον σε αυτό η αξιολόγηση της κάθε λύσης γίνεται μερικές χιλιάδες φορές.

Για οποιοδήποτε σενάριο του προβλήματος υπάρχουν 3 πιθανές περιπτώσεις:

- 1) Το μέγιστο όριο παραγωγής είναι μικρότερο από τη ζήτηση. Τότε όλες οι μονάδες λειτουργούν στο τεχνικό τους μέγιστο. Δηλαδή

$$P_{n,k}^{sce} = P_{max,k}^{sce} \quad \forall k \in [1, K_o] \text{ αν } \sum_{k=1}^{K_o} P_{max,k} \leq d_n,$$

όπου  $K_o$  το σύνολο των ανοιχτών μονάδων για το σενάριο.

- 2) Το ελάχιστο του σεναρίου είναι μεγαλύτερο από τη ζήτηση. Τότε όλες οι μονάδες λειτουργούν στο τεχνικό τους ελάχιστο. Δηλαδή

$$P_{n,k}^{sce} = P_{min,k}^{sce} \quad \forall k \in [1, K_o] \text{ αν } \sum_{k=1}^{K_o} P_{min,k} \geq d_n$$

- 3) Η ζήτηση είναι μικρότερη από το τεχνικό μέγιστο και μεγαλύτερη από το τεχνικό ελάχιστο. Σε αυτή την περίπτωση, ακολουθείται ο αλγόριθμος που προτείνεται στη διπλωματική εργασία [2] :

Αρχικά οι μονάδες χωρίζονται σε 2 υποσύνολα, το κυρτό και το κοίλο,  $U_{cnv}$  και  $U_{cnc}$  αντίστοιχα. Στο πρώτο υποσύνολο περιλαμβάνονται οι μονάδες εκείνες των οποίων η συνάρτηση κόστους είναι κυρτή και στο δεύτερο, εκείνες των οποίων η συνάρτηση κόστους είναι κοίλη.

Η ζήτηση επιμερίζεται στα δύο σύνολα, το καθένα από τα οποία αναλαμβάνει την κάλυψη συγκεκριμένου ποσού,  $D_{cnv}$  και  $D_{cnc}$  αντίστοιχα για τα οποία ισχύει:

$$D = D_{cnv} + D_{cnc}$$

Ο επιμερισμός υλοποιείται δημιουργώντας όλα τα δυνατά ζεύγη  $(D_{cnv}, D_{cnc})$ , για καθένα από τα οποία λύνεται ξεχωριστά το πρόβλημα της βέλτιστης ανάθεσης και το τελικό ζεύγος επιμερισμού θα είναι αυτό με το ελάχιστο συνολικό κόστος για τα 2 υποσύνολα.

Για τον υπολογισμό της βέλτιστης ανάθεσης, το πρόβλημα λύνεται με διαφορετικό τρόπο για κάθε ένα από τα υποσύνολα  $U_{cnv}$  και  $U_{cnc}$ . Η βελτιστοποίηση στο υποσύνολο των μονάδων με κοίλες συναρτήσεις χρησιμοποιεί τη μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης, ενώ στο υποσύνολο των κυρτών συναρτήσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν 2 διαφορετικοί αλγόριθμοι, είτε η  $\lambda$ -επανάληψη είτε με αλγόριθμος που κάνει χρήση ταξινομημένου πίνακα  $\lambda$  μέσω του οποίου υπολογίζονται εύκολα οι βέλτιστες τιμές της παραγόμενης ισχύος. Η βελτιστοποίηση στο πρώτο υποσύνολο είναι αυτή που έχει το μεγαλύτερο κόστος, ενώ για το δεύτερο οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται κάνουν το υπολογιστικό κόστος σημαντικά μικρό. Η μέθοδος εξηγείται αναλυτικά στη διπλωματική [2].

#### 4.5 Εξελικτικός αλγόριθμος

Όπως αναφέρεται στη δεύτερη παράγραφο του κεφαλαίου, ο εξελικτικός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται είναι πραγματικής κωδικοποίησης, κάθε σενάριο δηλαδή εκπροσωπείται όχι από τις αντίστοιχες δυαδικές μεταβλητές  $s$  για κάθε μονάδα, αλλά από

ένα πραγματικό αριθμό ο οποίος αποτελεί την δεκαδική αποκωδικοποίηση της Κ-άδας της συστοιχίας των δυαδικών  $s$ .

#### **4.5.1 Επιλογή παραμέτρων EA**

Ο χρήστης έχει την ελευθερία επιλογής του *πλήθους των γονέων*  $\mu$  και των *απογόνων*  $\lambda$ , ενώ το σύνολο των επίλεκτων (ελίτ)  $e$  αποτελείται μόνο από ένα άτομο, το καλύτερο που έχει προκύψει μέχρι την υφιστάμενη γενιά. Στην ευχέρεια του χρήστη βρίσκεται ακόμα η επιλογή των πιθανοτήτων *διασταύρωσης* (crossover) και *μετάλλαξης* (mutation). *Κριτήριο τερματισμού* μπορεί να αποτελέσει μόνο το πλήθος των συνολικών γενεών, κάτι που επιλέγεται επίσης από το χρήστη.

#### **4.5.2 Επιλογή γονέων, διασταύρωση και μετάλλαξη**

Για το σχήμα *επιλογής γονέων* υπάρχει δυνατότητα είτε αναλογικής επιλογής (roulette wheel) είτε πιθανοτικής επιλογής με διαγωνισμό (probabilistic tournament). Στην αναλογική επιλογή, στο  $i$ -οστό από τα  $\lambda$  άτομα αντιστοιχεί πιθανότητα  $p_i = 1 - (TOC_i / \sum_{j=1}^{\lambda} TOC_j)$  και με βάση αυτή επιλέγονται οι γονείς με τη χρήση γεννήτριας τυχαίων αριθμών. Στην αναλογική επιλογή επιλέγονται 3 τυχαία άτομα τα οποία ταξινομούνται από το καλύτερο ως το χειρότερο και τους αντιστοιχίζονται πιθανότητες  $p$ ,  $p(1-p)$  και  $p(1-p)^2$ , όπου  $p$  είναι η πιθανότητα διασταύρωσης.

Για την *διασταύρωση* χρησιμοποιείται σχήμα 3 σημείων, δηλαδή αφού επιλεγούν οι γονείς, επιλέγονται 3 τυχαία σημεία και τα χρωμοσώματα χωρίζονται σε 4 τμήματα, τα οποία συνδυάζονται και προκύπτουν 2 απόγονοι.

Η *μετάλλαξη* βασίζεται στην πιθανότητα που ορίζει ο χρήστης. Το σενάριο που μεταλλάσσεται μπορεί να πάρει τιμές μόνο από το σύνολο των αποδεκτών για την ώρα σεναρίων και δεν υπάρχει δυνατότητα να προκύψει ξανά το προ-μετάλλαξης σενάριο.

#### **4.5.3 Αρχικοποίηση**

Η έναρξη του EA γίνεται με την τυχαία επιλογή των τόμων της πρώτης γενιάς. Υπάρχει η επιλογή στον αρχικό αυτό πληθυσμό να εισαχθούν (inject) κάποιες λύσεις, με πιο συνηθισμένη επιλογή την εισαγωγή του χρωμοσώματος που περιέχει τη βέλτιστη λύση κάθε ώρας, τη λύση δηλαδή που δίνει το ελάχιστο κόστος καυσίμου, όπως αυτό προέκυψε από τη λύση του EDP. Το συγκεκριμένο σενάριο συνήθως δεν υπακούει στους περιορισμούς του προβλήματος, παρόλα αυτά η εισαγωγή του στον αρχικό πληθυσμό απ' ό,τι φαίνεται έχει θετικές συνέπειες στη σύγκλιση του EA.

#### **4.5.4 Χρονική κατάτμηση**

Μια επιλογή που μπορεί να γίνει για την επιτάχυνση του αλγορίθμου, ειδικά σε προβλήματα μεγάλου χρονικού ορίζοντα είναι η κατάτμηση του ορίζοντα σε μικρότερες υπο-περιόδους. Ο αλγόριθμος ξεκινά βελτιστοποιώντας την πρώτη υπο-περίοδο. Μετά το τέλος αυτής της διαδικασίας, το τμήμα αυτό θα παραμένει αμετάβλητο και θα ακολουθήσει βελτιστοποίηση της δεύτερης υποπεριόδου, με την αξιολόγηση της κάθε λύσης να γίνεται από την αρχή του ορίζοντα μέχρι το τέλος της δεύτερης υποπεριόδου. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να βελτιστοποιηθούν όλες οι περιόδοι της κατάτμησης και

ακολουθεί η βελτιστοποίηση ολόκληρου του χρωμοσώματος. Σχηματικά παράδειγμα φαίνεται στο σχήμα 4.2

6	7	3	5	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	5	6	3	8	*	*	*	*
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	4	5	4	3
6	8	3	5	4	6	3	8	4	8	6	3

Σχήμα 4.2

Απλό παράδειγμα χρονικού ορίζοντα 12 ωρών με χρονική κατάτμηση 4 ωρών. Στην πρώτη σειρά γίνεται η βελτιστοποίηση των πρώτων 4 ωρών, στη δεύτερη το τμήμα των πρώτων 4 ωρών μένει σταθερό και βελτιστοποιούνται οι επόμενες 4 ώρες. Στην Τρίτη με ίδιο τρόπο βελτιστοποιούνται οι 4 τελευταίες ώρες και στην τελευταία σειρά γίνεται βελτιστοποίηση για ολόκληρο τον ορίζοντα.

#### 4.5.5 Αξιολόγηση των λύσεων στο μοντέλο χωρίς βλάβες

Κεντρικής σημασίας διαδικασία και αυτή με το μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος σε έναν ΕΑ αποτελεί η αξιολόγηση των λύσεων. Με τον όρο «αξιολόγηση» εννοείται ο υπολογισμός της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε άτομο του πληθυσμού μιας γενιάς. Στα UC προβλήματα η διαδικασία εξαρτάται από το μοντέλο που υιοθετείται σε κάθε περίπτωση. Στην παρούσα παράγραφο θα εξηγηθεί ο τρόπος αξιολόγησης στο αιτιοκρατικό μοντέλο, σε αυτό δηλαδή που οι βλάβες των μονάδων δε λαμβάνονται υπόψη ενώ στην επόμενη παράγραφο θα εξηγηθεί η διαδικασία αξιολόγησης όταν οι βλάβες θεωρούνται πιθανές. Το πρώτο μοντέλο θα καλείται στο εξής *μοντέλο χωρίς βλάβες* και το δεύτερο *μοντέλο με βλάβες*.

##### Αντικειμενική συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση στο μοντέλο χωρίς βλάβες είναι το ολικό κόστος λειτουργίας (TOC) η οποία δίνεται από τη σχέση 1.3 και επαναλαμβάνεται για ευκολία:

$$TOC = \sum_{n=1}^N \left( \sum_{k=1}^K OC_{k,n} + V_n \right) \quad (4.1)$$

όπου με OC συμβολίζεται το λειτουργικό κόστος (operating cost), στο οποίο περιλαμβάνονται το κόστος καυσίμου (FC) και τα κόστη έναυσης ( $C_{STUP}$ ) και σβέσης ( $C_{SHDN}$ ), και  $V_n$  ο όρος ποινής σε περίπτωση που δεν ικανοποιούνται κάποιοι περιορισμοί.

##### Κόστος καυσίμου

Η αξιολόγηση της λύσης ξεκινά με την άθροιση του κόστους καυσίμου για κάθε ώρα, το οποίο έχει υπολογιστεί και αποθηκευτεί σε «πίνακα δεδομένων» στη φάση της επίλυσης του EDP. Ταυτόχρονα το πραγματικό χρωμόσωμα «μεταφράζεται» σε δυαδικό ώστε να εξεταστεί η κάθε μονάδα ξεχωριστά ως προς τη λειτουργία της.

### Χρονικοί περιορισμοί

Στη συνέχεια, εξετάζεται η λύση ως προς τους χρονικούς περιορισμούς, δηλαδή τους χρόνους έναυσης, σβέσης, παραμονής σε κράτηση ή σε κανονική λειτουργία. Μια μονάδα πρέπει να παραμένει σε κατάσταση  $s=1$  για χρόνο τουλάχιστον ίσο με  $T_{RAMP-ON}$ , και σε κατάσταση  $s=0$  για χρόνο τουλάχιστον ίσο με  $(T_{RAMP-OFF}+T_{STUP}+T_{SHDN})$ . Κάθε λύση που δεν ικανοποιεί τους περιορισμούς αυτούς δε διορθώνεται, αντιθέτως παραμένει ως έχει και απλά χρεώνεται με ποινή. Η ποινή αυτή υπολογίζεται ως εξής:

Αν την ώρα  $T$  υπάρξει αλλαγή στην κατάσταση  $s$  μιας μονάδας που δημιουργεί ασυμβατότητα με κάποιο περιορισμό, τότε αναζητείται το πλήθος των ωρών που προηγούνται για τις οποίες πρέπει να αλλαχθεί η κατάσταση από  $s=0$  σε  $s=1$  ώστε το σενάριο να γίνει αποδεκτό. Για κάθε τέτοιο σενάριο η μονάδα χρεώνεται με ποινή η οποία ισούται με το κόστος έναυσης ( αν θα ήταν απαραίτητο ) και το κόστος καυσίμου που θα προέκυπτε αν η μονάδα λειτουργούσε στο τεχνικό της ελάχιστο. Ουσιαστικά, δηλαδή, το χρωμόσωμα δεν αλλάζει, καθώς η διόρθωσή του ίσως δεν ευνοούσε τη σύγκλιση του αλγορίθμου, αλλά στο κόστος του υπολογίζεται η λειτουργία της μονάδας (στο τεχνικό ελάχιστο) που παραβιάζει κάποιο χρονικό περιορισμό. Μπορεί κανείς να πει ότι δεν διορθώνεται το χρωμόσωμα αλλά η χρέωσή του. Η διορθωτική αυτή ποινή προκύπτει από τη σχέση (4.2), όπου με  $count0s_i$  συμβολίζεται το πλήθος των ωρών για τις οποίες η μονάδα πρέπει να αλλάξει κατάσταση από  $s=0$  σε  $s=1$ .

$$V_{Pmin} = \sum_{i=1}^K count0s_i \cdot (a_2 P_{min,i}^2 + a_1 P_{min,i} + a_0) \quad (4.2)$$

### Κόστος έναυσης/σβέσης

Ταυτόχρονα με τον παραπάνω έλεγχο γίνεται καταμέτρηση του πλήθους εναύσεων και σβέσεων που συμβαίνουν σε κάθε μονάδα και, στο τέλος, υπολογίζεται το συνολικό κόστος έναυσης και σβέσης για κάθε λύση, σύμφωνα με τη σχέση:

$$C_{ON-OFF} = \sum_{i=1}^K count_{STUP,i} \cdot C_{STUP,i} + count_{SHDN,i} \cdot C_{SHDN,i} \quad (4.3)$$

όπου  $count_{STUP,i}$  και  $count_{SHDN,i}$  το πλήθος εναύσεων και σβέσεων κάθε μονάδας.

### Κόστος αδυναμίας κάλυψης ενέργειας

Στη συνέχεια, αθροίζεται για κάθε ώρα η παραγόμενη ενέργεια κάθε μονάδας, πληροφορία η οποία προκύπτει από τον «πίνακα δεδομένων» που δημιουργήθηκε κατά την επίλυση του EDP. Εάν αυτό το άθροισμα είναι μικρότερο από τη ζήτηση, επιβάλλεται στη λύση ποινή ίση με το κόστος αγοράς του ελλείμματος ενέργειας, το κόστος  $cost_{deficit}$  της οποίας επιλέγεται από το χρήστη. Ποινή, το κόστος  $cost_{excess}$  της οποίας επίσης καθορίζεται από το χρήστη, μπορεί να επιβληθεί σε περίπτωση που η συνολική παραγόμενη ενέργεια είναι περισσότερη από τη ζητούμενη. Η συνολική παραγόμενη ενέργεια κάθε ώρας  $j$  είναι  $sum_j = \sum_{i=1}^K P_i$  και οι ποινές δίνονται από τη σχέση 4.4

$$V_{deficit-excess} = \sum_{j=1}^N \begin{cases} (d_j - sum) \cdot cost_{deficit} , if sum < d_j \\ (sum - d_j) \cdot cost_{excess} , if sum > d_j \end{cases} \quad (4.4)$$

#### Στρεφόμενη εφεδρεία

Στη συνέχεια, γίνεται ο έλεγχος που αφορά στον περιορισμό της στρεφόμενης εφεδρείας. Για να γίνει αυτό γίνεται προσαύξηση της ζήτησης με ένα όρο  $Sr$ , ο οποίος εκφράζει την ανάγκη εφεδρείας ως ποσοστό της ζήτησης. Στη συνέχεια αθροίζεται η μέγιστη δυνατή παραγόμενη ενέργεια όλων των διαθέσιμων μονάδων  $Av$ , εκείνων δηλαδή που είναι ανοιχτές και εκείνων που μπορούν άμεσα να ανοίξουν, έχουν δηλαδή μηδενικό χρόνο έναρξης. Εάν η ενέργεια αυτή είναι μικρότερη από την προσαυξημένη τιμή της ζήτησης τότε επιβάλλεται ποινή που δίνεται από τη σχέση 4.5.

$$V_{SPIN\_VIOLATION} = SRPC \cdot \sum_{j=1}^K \left( d_j (1 + Sr) - \sum_{i=1}^{Av} P_{max,i} \right) \quad (4.5)$$

#### Υπολογισμός τιμής αντικειμενικής συνάρτησης

Το ολικό κόστος κάθε λύσης προκύπτει ως άθροισμα του κόστους καυσίμου, του κόστους έναυσης-σβέσης και όλων των ποινών, δηλαδή από τη σχέση 4.6:

$$TOC = CF + C_{ON-OFF} + V_{Pmin} + V_{deficit-excess} + V_{SPIN\_VIOLATION} \quad (4.6)$$

#### **4.5.6 Αξιολόγηση των λύσεων στο μοντέλο με βλάβες**

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται η προσαρμογή του τρόπου αξιολόγησης των λύσεων όταν πρόκειται για το μοντέλο με βλάβες, όταν δηλαδή οι μονάδες τελούν υπό πιθανότητα αστοχίας. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε αυτή την περίπτωση θα είναι μια εκτίμηση ή θα μπορούσε να πει κανείς μια αντιπροσωπευτική τιμή του κόστους, η οποία προκύπτει με τη χρήση Monte Carlo προσομοίωσης. Η μέθοδος Monte Carlo εξηγείται στο κεφάλαιο 3 της εργασίας.

Γενικά, στη μέθοδο αυτή παράγονται τυχαία σενάρια βλαβών-επιδιορθώσεων, η υποψήφια λύση προσαρμόζεται σε αυτά και ακολουθεί αξιολόγηση της προσαρμοσμένης λύσης. Η διαδικασία γίνεται για ένα πλήθος  $J$  δοκιμών για κάθε λύση και το εκτιμώμενο κόστος της υπολογίζεται ως ο μέσος όρος αυτών που προκύπτουν από την κάθε δοκιμή. Είναι εύκολα αντιληπτό ότι η μέθοδος αυξάνει το υπολογιστικό κόστος αναλογικά ως προς τον παράγοντα  $J$  και μάλιστα, επειδή το πλήθος αυτό πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο (8000-10000) ώστε η λύση να θεωρηθεί αξιόπιστη, καταλαβαίνει κανείς ότι το πρόβλημα γίνεται εν τέλει υπολογιστικά αρκετά ακριβό.

#### Αντικειμενική συνάρτηση

Όπως εξηγήθηκε και στο κεφάλαιο 1, στο μοντέλο με βλάβες η αντικειμενική συνάρτηση δεν είναι πλέον το ολικό λειτουργικό κόστος αλλά η εκτίμηση αυτού (ETOC-estimated operating cost), όπως αυτή προκύπτει από τη μέθοδο Monte Carlo. Για ευκολία επαναλαμβάνεται ότι :

$$ETOC = E(TOC) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J TOC_j \quad (4.7)$$

όπου J το πλήθος δοκιμών και  $TOC_j$  το ολικό λειτουργικό κόστος της που υπολογίζεται μέσω της σχέσης 4.1 μετά από προσαρμογή της λύσης στο σενάριο βλαβών-επιδιορθώσεων της j δοκιμής.

#### Τα σενάρια βλαβών-επιδιορθώσεων

Δεδομένων των ρυθμών αστοχίας  $\lambda_{f,k}$  και επιδιόρθωσης  $\lambda_{rep,k}$  των μονάδων μπορούν να υπολογιστούν οι μέσοι χρόνοι βλάβης και επιδιόρθωσης,  $T_f$  και  $T_{rep}$  αντίστοιχα μέσω των σχέσεων

$$T_{f,k} = \frac{1}{\lambda_{f,k}} \quad (4.8)$$

$$T_{rep,k} = \frac{1}{\lambda_{rep,k}} \quad (4.9)$$

Για να παραχθεί ένα σενάριο βλάβης σε μια δοκιμή j, για να βρεθεί δηλαδή ένας τυχαίος χρόνος βλάβης  $T_{f,k}^j$ , τέτοιος ώστε όταν η μονάδα k συμπληρώσει τόσες ώρες λειτουργίας (υπολογίζεται μόνο η κατάσταση ON) θα εμφανιστεί βλάβη, χρησιμοποιείται η μέθοδος αντίστροφου μετασχηματισμού, η οποία εξηγείται στο κεφάλαιο 2. Παράγοντας έναν τυχαίο αριθμό U ο χρόνος βλάβης ισούται με

$$T_f^k = -\frac{1}{\lambda_f^k} \ln(U) \quad (4.10)$$

Η σχέση 4.10 αποτελεί την έκφραση της μεθόδου αντίστροφου μετασχηματισμού για εκθετικές συναρτήσεις κατανομής. Οι χρόνοι βλάβης και επιδιόρθωσης ακολουθούν εκθετικές συναρτήσεις κατανομής όπως αποδείχθηκε στο κεφάλαιο 1.

Έχοντας δεδομένο το χρόνο βλάβης  $T_f^k$  της μονάδας k για τη δοκιμή j, ξεκινώντας από την αρχή του ορίζοντα αθροίζονται οι ώρες λειτουργίας της μονάδας, οι ώρες δηλαδή που είναι  $s_k=1$ . Όταν για τη μονάδα συμπληρωθούν  $T_f^k$  ώρες λειτουργίας συμβαίνει βλάβη στη μονάδα. Θεωρείται ότι η βλάβη θα συμβεί όταν συμπληρωθεί και η τελευταία ώρα, επομένως θα τεθεί εκτός λειτουργίας την αμέσως επόμενη ώρα, κάτι που θα γίνει χωρίς η μονάδα να χρεωθεί σβέση. Να σημειωθεί ότι η πραγματική ώρα του ορίζοντα t που συμβαίνει η βλάβη και ο χρόνος  $T_f^k$  δεν συμπίπτουν, αλλά ισχύει  $t \geq T_f^k$ , με την ισότητα να ικανοποιείται μόνο όταν η μονάδα είναι ανοιχτή για όλες τις ώρες του ορίζοντα.

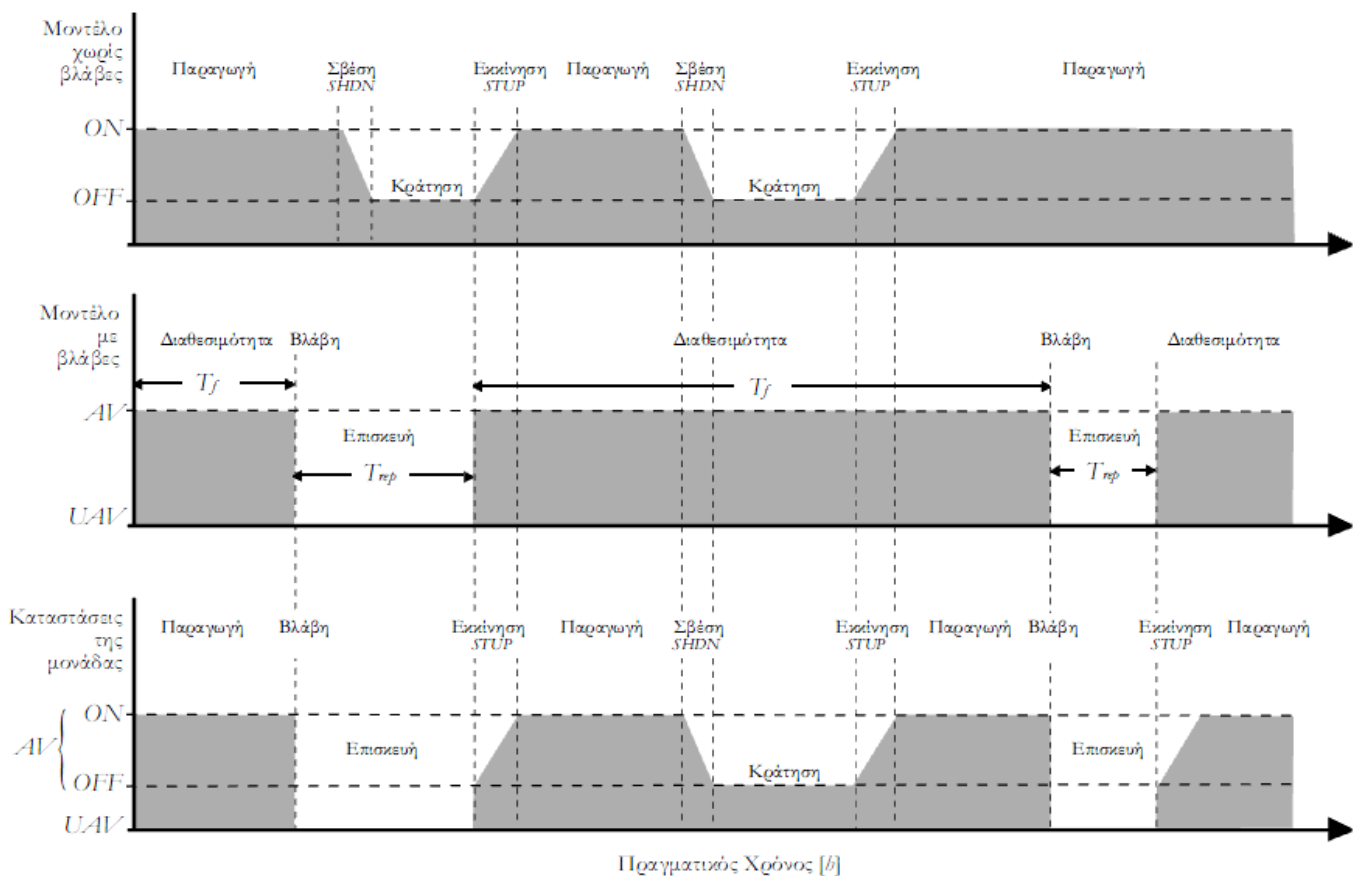
Αφού λοιπόν εμφανιστεί βλάβη, η μονάδα τίθεται εκτός λειτουργίας και μεταβαίνει σε κατάσταση μη-διαθεσιμότητας (UAV-unavailable) για χρόνο ίσο με το χρόνο επιδιόρθωσης  $T_{rep}^k$ , κατά τη διάρκεια του οποίου η δυαδική μεταβλητή s έχει αναγκαστικά τιμή s=0. Ο χρόνος επιδιόρθωσης υπολογίζεται κι αυτός με τη μέθοδο αντίστροφου μετασχηματισμού για εκθετικές συναρτήσεις κατανομής, σύμφωνα με τη σχέση 4.11:

$$T_{rep}^k = -\frac{1}{\lambda_{rep}^k} \ln(U) \quad (4.10)$$

με  $U \sim U(0,1)$ .

Η μονάδα αμέσως μετά το τέλος της επιδιόρθωσης βρίσκεται ξανά σε κατάσταση διαθεσιμότητας (AV-available) και μπορεί, εφόσον κάτι τέτοιο επιβάλλεται από τη ζήτηση, να τεθεί σε κατάσταση έναυσης. Για να φτάσει δηλαδή ξανά σε κατάσταση κανονικής λειτουργίας πρέπει από την ώρα εμφάνισης βλάβης  $t$  να παρέλθει χρονικό διάστημα τουλάχιστον ίσο με  $(T_{rep}^k + T_{STUP}^k)$ . Έτσι, για τη διευκόλυνση της εξήγησης της μεθόδου προσαρμογής της λύσης στα σενάρια, μια μονάδα θα θεωρείται ότι βρίσκεται σε κατάσταση UAV για όλο αυτό το χρονικό διάστημα και αμέσως μετά θα έχει τη δυνατότητα να βρεθεί σε κατάσταση ON χωρίς κανένα περιορισμό.

Μετά το τέλος της επιδιόρθωσης και αφού η μονάδα είναι σε θέση να λειτουργήσει ξανά, επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία παραγωγής σεναρίων βλάβης-επιδιόρθωσης μέχρι το τέλος του χρονικού ορίζοντα. Στο τέλος του ορίζοντα υπάρχει περίπτωση η μονάδα να βρίσκεται σε κατάσταση μη-διαθεσιμότητας, σε περίπτωση που η τελευταία επιδιόρθωση δεν προλάβει να ολοκληρωθεί. Ένα χρονοδιάγραμμα βλαβών-επιδιορθώσεων φαίνεται στο σχήμα 4.3, το οποίο χρησιμοποιείται στην διδακτορική διατριβή [27]



Σχήμα 4.3

Τυχαίο σενάριο βλαβών-επισκευών για μια μονάδα. [27]



### Η προσαρμογή της λύσης στα σενάρια βλαβών-επιδιόρθωσης

Όταν μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση επιδιόρθωσης δεν παράγει ενέργεια, οπότε αναγκαστικά θα πρέπει να ληφθεί η μεταβλητή κατάστασης  $s$  για εκείνες τις ώρες ίση με 0. Γίνεται σαφές ότι για την αξιολόγηση μιας λύσης δεν αρκεί η διαδικασία που ακολουθείται στο μοντέλο χωρίς βλάβες, καθώς οι καταστάσεις των μονάδων δεν δίνονται από τη αποκωδικοποίηση του χρωμοσώματος, αλλά πρέπει να προσαρμοστούν στις βλάβες και στις επιδιορθώσεις που προκύπτουν στην κάθε δοκιμή για την κάθε μονάδα.

Για να γίνει κάτι τέτοιο, αφού παραχθούν τα σενάρια βλαβών-επιδιορθώσεων για μια δοκιμή, ξεκινώντας από την αρχή του ορίζοντα ελέγχεται ποιες μονάδες βρίσκονται σε κατάσταση UAV. Σε περίπτωση που όλες οι μονάδες είναι διαθέσιμες για την ώρα, τότε το σενάριο του χρωμοσώματος είναι και αυτό στο οποίο τελικά θα λειτουργήσουν οι μονάδες, οπότε δε γίνεται καμιά αλλαγή.

Αν κάποια μονάδα  $i$  βρίσκεται σε κατάσταση UAV τότε πρέπει το σενάριο να προσαρμοστεί κατάλληλα. Εκτός του ότι η μονάδα  $i$  δεν βρίσκεται σε θέση να παράγει ενέργεια, πρέπει όσες απομένουν σε κατάσταση AV και βρίσκονται σε κατάσταση λειτουργίας να προσαρμόσουν την παραγωγή τους, ώστε να καλυφθεί, όσο είναι δυνατό, η ζήτηση και αυτό να γίνει με βέλτιστο τρόπο. Στο σχήμα 4.4 φαίνεται μια απλή, τυχαία περίπτωση:

1	1	1*	1*	1*	1
0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0

↓

1	1	0*	0*	0*	1
0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0

Σχήμα 4.4

Το σενάριο βλάβης- επιδιόρθωσης έθεσε τη μονάδα UAV για τις ώρες 3,4 και 5. Τις ώρες αυτές θα γίνει  $s_1 = 0$ . Εκτός αυτού όμως θα πρέπει να προσαρμοστούν και οι μονάδες 2, 3 τις ώρες που λειτουργούν ώστε να καλύψουν ει δυνατόν τη ζήτηση με βέλτιστο τρόπο.

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.4 τα σενάρια ωριαία σενάρια έχουν πλέον αλλάξει. Το πρόβλημα που προκύπτει είναι η βέλτιστη ανάθεση φορτίου στις μονάδες που είναι διαθέσιμες, ένα EDP δηλαδή. Οι πιθανές περιπτώσεις είναι 2:

- 1) Το σενάριο που προκύπτει είναι ένα από τα αποδεκτά εκείνης της ώρας. Τότε αυτό έχει λυθεί κατά τη φάση επίλυσης EDP οπότε υπάρχει έτοιμη η πληροφορία τόσο για το επίπεδο παραγωγής της κάθε μονάδας, όσο και το κόστος καυσίμου για την ώρα.
- 2) Το σενάριο να είναι ένα από τα μη αποδεκτά. Αυτό σημαίνει ότι η συνολική μέγιστη δυνατότητα παραγωγής των ανοιχτών μονάδων είναι μικρότερη της ζήτησης. Σε αυτή την περίπτωση οι μονάδες λειτουργούν στο τεχνικό τους μέγιστο, δηλαδή

$$P_i^k = P_{max}^k \forall k \in [1, K] \text{ if } \sum_{k=1}^K P_{min}^k \leq d_i, i \in [1, N] \quad (4.11)$$

και το έλλειμμα ενέργειας καλύπτεται με αγορά από εξωτερικούς πωλητές. Το κόστος αγοράς επιλέγεται από το χρήστη και χρεώνεται σαν ποινή.

Να σημειωθεί ότι η παραπάνω προσαρμογή αφορά μόνο στην αξιολόγηση της λύσης και όχι στο χρωμόσωμα. **Το χρωμόσωμα παραμένει ίδιο, όπως όταν εισήλθε στη διαδικασία της αξιολόγησης.**

#### Υπολογισμός του συνολικού λειτουργικού κόστους της j δοκιμής

Αφού η λύση προσαρμοστεί στα σενάρια βλαβών-επιδιόρθωσης υπολογίζεται το λειτουργικό κόστος για τη δοκιμή j είναι γνωστά το κόστος καυσίμου της κάθε ώρας, οι εναύσεις και οι σβέσεις κάθε μηχανής, η παραγόμενη ενέργεια κάθε ώρας, με λίγα λόγια όλα όσα απαιτούνται για την εύρεση του ολικού λειτουργικού κόστους  $TOC_j$ . Ο υπολογισμός του γίνεται όπως και στο μοντέλο χωρίς βλάβες, μέσω της σχέσης

$$TOC_j = CF + C_{ON-OFF} + V_{Pmin} + V_{deficit-excess} + V_{SPIN\_VIOLATION} \quad (4.12)$$

#### Υπολογισμός του εκτιμώμενου κόστους της λύσης

Κάθε υποψήφια λύση υφίσταται J δοκιμές, με επανάληψη της διαδικασίας που έχει ως τώρα περιγραφεί. Μετά το τέλος των δοκιμών, υπολογίζεται το εκτιμώμενο κόστος της λύσης ως ο μέσος όρος των  $TOC_j$ :

$$ETOC = E(TOC) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J TOC_j$$

#### Σύνοψη αλγορίθμου

Συνοπτικά, τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

**Βήμα 1.** Δημιουργία σεναρίου βλαβών-επιδιορθώσεων

**Βήμα 2.** Προσαρμογή της λύσης στο σενάριο βλαβών-επιδιορθώσεων.

**Βήμα 3.** Αξιολόγηση της προσαρμοσμένης λύσης.

**Βήμα 4.** Επανάληψη των βημάτων 2 και 3 J φορές.

**Βήμα 5.** Υπολογισμός ETOC.

### **4.6 Επιδιόρθωση λύσης**

Μετά το πέρας του εξελικτικού αλγορίθμου η τελική βέλτιστη λύση υφίσταται επιδιόρθωση αν για κάποιες ώρες δεν καλύπτεται κάποιος χρονικός περιορισμός για κάποια μονάδα. 2 είναι οι λόγοι που μπορεί να οδηγήσουν μια τέτοια λύση να θεωρηθεί βέλτιστη. Ο πρώτος είναι ο πρόωρος τερματισμός του αλγορίθμου. Ο δεύτερος έχει να κάνει με τον τρόπο με τον οποίο «διορθώνεται» η κοστολόγηση ενός σεναρίου που δεν καλύπτεται ο περιορισμός του ελάχιστου χρόνου παραμονής σε κατάσταση  $s=1$  ή  $s=0$  για κάποια μονάδα. Συγκεκριμένα, σε αυτή την περίπτωση αναζητούνται οι ώρες κατά τις οποίες πρέπει να αλλάξει η κατάσταση από  $s=0$  σε  $s=1$  ώστε να ικανοποιηθεί ο περιορισμός. Κατά τις ώρες αυτές η μονάδα κοστολογείται ως εάν να λειτουργούσε στο τεχνικό της ελάχιστο. Όμως, υπάρχει πιθανότητα η λύση αυτή, με τη μηχανή δηλαδή σε  $P_{min}$  να είναι και η πραγματική βέλτιστη λύση. Προκύπτουν έτσι 2 χρωμοσώματα

διαφορετικά, το ένα εκ των οποίων σέβεται όλους τους περιορισμούς και το άλλο όχι, και έχουν και τα 2 τιμή αντικειμενικής συνάρτησης ίδια και μάλιστα βέλτιστη. Σε αυτή την περίπτωση λοιπόν, το ποια από τις 2 θα βρίσκεται στο σύνολο των ελίτ εξαρτάται από την χρονική στιγμή της εμφάνισής τους, δηλαδή από την τύχη.

Γι' αυτό, η βέλτιστη λύση αμέσως μετά το πέρας του ΕΑ υφίσταται μια και μόνο φορά διόρθωση, ώστε τελικά η λύση που θα δει ο χρήστης ως βέλτιστη να πληροί όλους τους περιορισμούς.

## Κεφάλαιο 5. Εφαρμογές του αλγορίθμου

Στα κεφάλαια 1 και 4 παρουσιάστηκε λεπτομερώς η μοντελοποίηση και ο προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος. Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται διάφορες εφαρμογές του αλγορίθμου. Στην παράγραφο 5.1 εξετάζονται δύο προβλήματα μικρού «μεγέθους», 3 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 10 και 24 ωρών, ενώ στην παράγραφο 5.2 εξετάζονται 2 προβλήματα μεγαλύτερου «μεγέθους», συγκεκριμένα στην παράγραφο 5.2.1 ένα πρόβλημα 4 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 72 και στην παράγραφο 5.2.2 πρόβλημα 6 μονάδων για ορίζοντα 168 ωρών. Να σημειωθεί πως στις εφαρμογές που παρουσιάζονται στην παράγραφο δεν λήφθηκε υπόψη ο περιορισμός της στρεφόμενης εφεδρείας, αλλά αν κάτι τέτοιο είναι επιθυμητό μπορεί να εφαρμοστεί καθώς προβλέπεται από τον αλγόριθμο της παρούσας εργασίας.

Υπενθυμίζεται ότι όταν γίνεται αναφορά σε κάποια ώρα εννοείται το χρονικό διάστημα μεταξύ της προηγούμενης και της συγκεκριμένης – δηλαδή, όταν λ.χ. μιλάμε για την 3<sup>η</sup> ώρα εννοούμε το χρονικό διάστημα μεταξύ της 2<sup>ης</sup> και της 3<sup>ης</sup> ώρας - και κατά τη διάρκεια αυτή τα μεγέθη  $d$ ,  $s$ ,  $P$  - δηλαδή η ζήτηση, η κατάσταση (On ή Off) κάθε μονάδας και η ενέργεια που παράγεται από την καθεμία - παραμένουν σταθερά.

### **5.1. Εφαρμογές σε προβλήματα μικρού χρονικού ορίζοντα**

Στα παραδείγματα της παρούσας παραγράφου παρουσιάζονται κάποια προβλήματα μικρού χρονικού ορίζοντα. Τα προβλήματα θα έχουν κυρίως ως σκοπό την κατανόηση των αλλαγών που επιφέρονται στη βέλτιστη λύση λόγω της πιθανότητας βλαβών στις μονάδες και την γενικότερη κατανόηση της φιλοσοφίας του προτεινόμενου στοχαστικού αλγορίθμου προσομοίωσης. Γι' αυτό το λόγο επιλέχθηκαν παραδείγματα με ίσως όχι μεγάλη αξία από την πλευρά της πραγματικής εφαρμογής, αλλά κάποια άλλα με αποτελέσματα που, σε κάποιο βαθμό τουλάχιστον, μπορούν να ελεγχθούν ως προς τη λογική και την «ορθότητά» τους.

#### **5.1.1 Πρόβλημα χρονικού ορίζοντα 10 ωρών και 3 μονάδων.**

Σαν πρώτη εφαρμογή επιλέγεται ένα παράδειγμα προγραμματισμού μιας μονάδας 3 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 10 ωρών. Οι μονάδες δεν είναι πραγματικές αλλά υποθετικές γιατί επιθυμείται το πρώτο αυτό παράδειγμα να είναι αρκετά απλό. Έτσι, επιλέγεται οι - υποθετικές - μονάδες να έχουν γραμμικές συναρτήσεις κόστους καυσίμου, δηλαδή με  $a_2 = a_0 = 0$ , της μορφής  $C_{fuel} = a_1 \cdot P$ , χρόνο έναυσης και χρόνο σβέσης ίσους με 1 ώρα για κάθε μονάδα και μηδενικούς χρόνους παραμονής σε κατάσταση On ή Off. Το κόστος έναυσης θεωρείται 20 μονάδες κόστους (μ.κ.) για όλες της μονάδες ενώ το κόστος σβέσης 5 μ.κ. Το κόστος αγοράς ενέργειας από τρίτους καθώς και το κόστος υπερπαραγωγής θεωρούνται και τα δύο ίσα με 3 μ.κ. ανά MWh. Τέλος, η αρχική κατάσταση των μονάδων είναι ελεύθερη. Στους πίνακες 5.1.1 και 5.1.2 φαίνονται τα χαρακτηριστικά των μονάδων και η ωριαία ζήτηση ενέργειας.

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
P <sub>min</sub> (MW)	40	30	20
P <sub>max</sub> (MW)	100	60	50
Κόστος Καυσίμου	P	1,1·P	1,2·P

Πίνακας 5.1.1

Ο πίνακας δείχνει τα τεχνικά χαρακτηριστικά των 3 μονάδων του παραδείγματος 5.1.1. Το κόστος έναυσης θεωρείται 20 μονάδες κόστους για όλες της μονάδες ενώ το κόστος σβέσης 5. Το κόστος αγοράς ενέργειας από τρίτους καθώς και το κόστος υπερπαραγωγής θεωρούνται και τα δύο ίσα με 3 μονάδες κόστους ανά MWh.

Ώρα (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ζήτηση (MW)	50	70	80	90	130	110	120	100	50	70

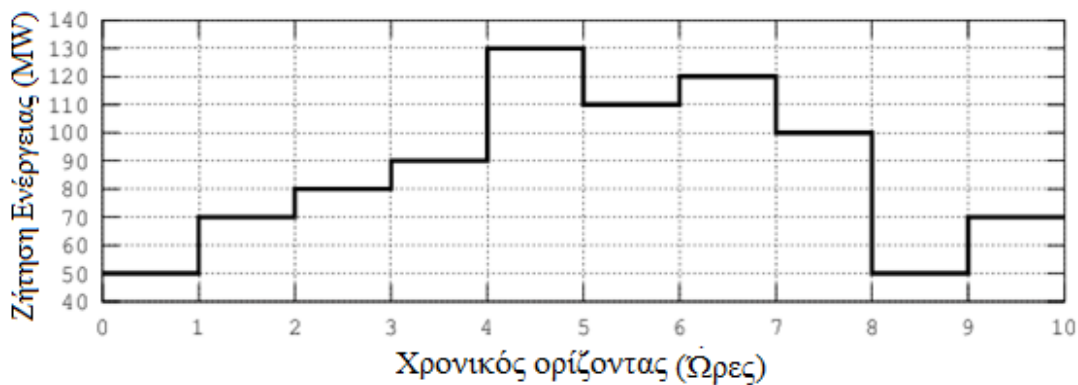
Πίνακας 5.1.2

Ωριαία ζήτηση ενέργειας για την εφαρμογή 5.1.1

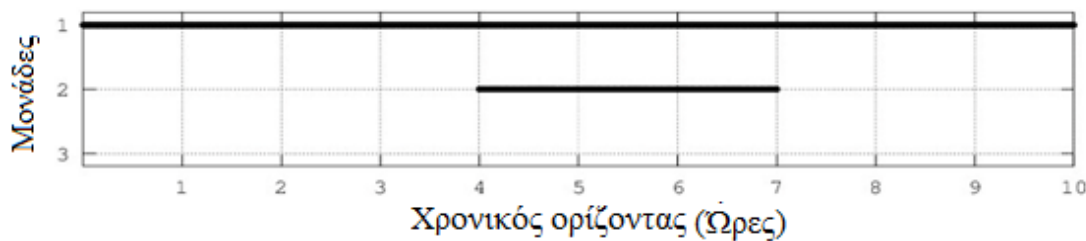
Ακολουθούν 5 διαφορετικές περιπτώσεις του προβλήματος. Σε κάθε μία από αυτές υποτίθενται διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους  $\lambda_f$  και  $\lambda_{\text{τερ}}$ , δηλαδή διαφορετικές τιμές για το ρυθμό βλάβης και επιδιόρθωσης των μονάδων, αλλάζοντας έτσι το μέσο όρο του χρονικού διαστήματος που απαιτείται για να εμφανιστεί και να διορθωθεί κάποια βλάβη σε κάθε περίπτωση.

### 1<sup>η</sup> Περίπτωση

Στην πρώτη περίπτωση το πρόβλημα λύνεται με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η πιθανότητα να συμβεί βλάβη σε κάποια μονάδα.



Σχήμα 5.1.1(α)



Σχήμα 5.1.1(β)

(α) Ωριαία ζήτηση και (β) η λύση που προκύπτει υποθέτοντας σενάριο χωρίς βλάβες. Η μαύρη γραμμή δείχνει το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση On.

Στα σχήματα 5.1.1 βλέπουμε την ωριαία ζήτηση για τις 10 ώρες του προβλήματος και το βέλτιστο πρόγραμμα λειτουργίας του σταθμού. Όπως αναμενόταν, η μονάδα 1 η οποία είναι και η πιο φθηνή από τις τρεις θα λειτουργήσει καθ' όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα. Τις ώρες «αιχμής» 5,6,7 κατά τη διάρκεια των οποίων η ζήτηση είναι άνω του μέγιστου ορίου παραγωγής της μονάδας 1, το οποίο είναι 100 MW, θα ανοίξει και η μονάδα 2, η οποία είναι η αμέσως πιο φθηνή (για εκείνες τις ώρες το καλύτερο σενάριο είναι αυτό με τις δύο αυτές ανοιχτές). Η ταυτόχρονη λειτουργία των δύο αυτών μονάδων καλύπτει τη ζήτηση για τις 3 αυτές ώρες, επομένως η μονάδα 3 θα παραμείνει κλειστή καθ' όλη τη διάρκεια του ορίζοντα.

Το εκτιμώμενο κόστος για αυτή τη λύση είναι **904 μονάδες κόστους**, οι οποίες αναλύονται σε 879 μ.κ. καυσίμου και 25 μ.κ. για έναυση και σβέση των μονάδων .

## 2<sup>η</sup> Περίπτωση

Σε αυτή τη δοκιμή, όπως και σε όσες ακολουθούν, κάθε υποψήφια λύση θα υφίσταται 100 δοκιμές, αριθμός σαφώς πολύ μικρός σε σχέση με τις 7.000-10.000 δοκιμές που είναι ο ενδεικτικός αριθμός αν θέλουμε αξιόπιστα αποτελέσματα, αλλά όπως αναφέρθηκε ο στόχος του κεφαλαίου δεν είναι η εύρεση τελικής λύσης αλλά εποπτικός.

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
P <sub>min</sub> (MW)	40	30	20
P <sub>max</sub> (MW)	100	60	50
Κόστος Καυσίμου	P	1,1·P	1,2·P
Ρυθμός αστοχίας( $\lambda_f$ )	0,04	0,04	0,04
Ρυθμός επιδιόρθωσης( $\lambda_{rep}$ )	0,2	0,2	0,2

Πίνακας 5.1.3

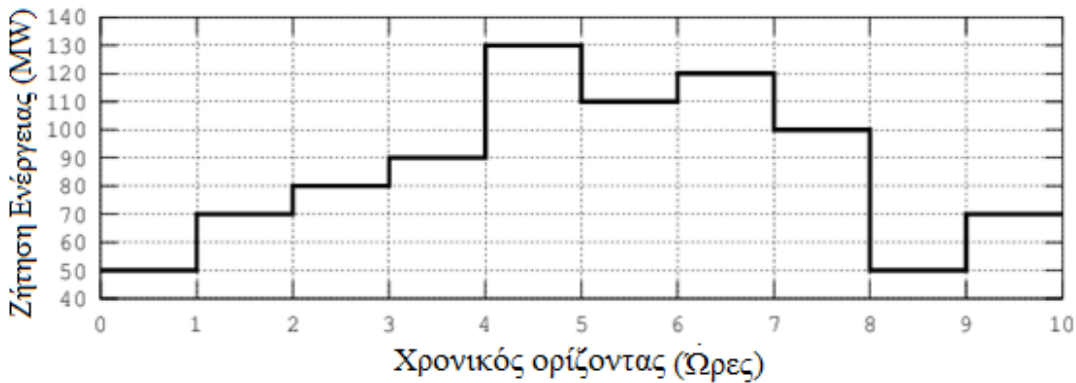
Τεχνικά όρια παραγωγής των μονάδων, οι συναρτήσεις κόστους καυσίμου καθώς και οι παράμετροι βλάβης για την 2<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1

Στην πρώτη δοκιμή με βλάβες, ορίζονται για όλες τις μονάδες ρυθμός αστοχίας  $\lambda_f=0.04$  και ρυθμός επιδιόρθωσης  $\lambda_{rep}=0.2$ , κάτι που σημαίνει πως κατά μέσο όρο η κάθε μονάδα παθαίνει βλάβη κάθε 25 ώρες λειτουργίας και η επιδιόρθωσή της διαρκεί 5 κατά μέσο όρο.

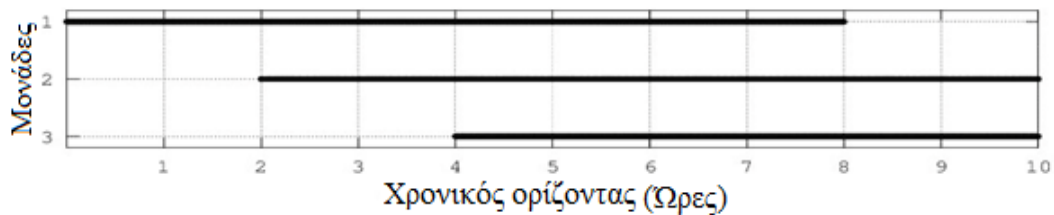
Αναμένεται, για λόγους ασφαλούς λειτουργίας και αξιοπιστίας να ενταχθούν στο πρόγραμμα λειτουργίας τόσο η μονάδα 2 για περισσότερες ώρες όσο και η μονάδα 3.

Η βέλτιστη λύση που προκύπτει για **100 δοκιμές** φαίνεται στο σχήμα 5.1.2(β), ενώ στο σχήμα 5.1.2(α) φαίνεται η ωριαία ζήτηση.

Όπως αναμενόταν, όταν λαμβάνεται υπ' όψιν η πιθανότητα οι μηχανές να πάθουν βλάβη, η βέλτιστη λύση είναι διαφορετική σε σχέση με τη λύση που προκύπτει από το μοντέλο χωρίς βλάβες. Παρατηρείται ότι ακόμα και η μονάδα 3 που είναι η πιο ακριβή, εντάσσεται στο πρόγραμμα λειτουργίας για σημαντικό πλήθος ωρών.



Σχήμα 5.1.2(α)



Σχήμα 5.1.2(β)

(α) Ωριαία ζήτηση και (β) η λύση που προκύπτει για τη 2<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1. Η μαύρη γραμμή δείχνει το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση On.

Τις δύο πρώτες ώρες οι πιθανότητα εμφάνισης βλάβης είναι μικρές για τη μονάδα 1 κι έτσι καλύπτει μόνη τη ζήτηση η οποία ακόμη βρίσκεται σε χαμηλά επίπεδα. Στη συνέχεια, που τόσο η πιθανότητα βλάβης όσο και η ζήτηση ενέργειας αυξάνονται, ανοίγει η αμέσως πιο φθηνή μονάδα, δηλαδή η 2. Τις ώρες με που η ζήτηση είναι «μεγάλη», δηλαδή τις ώρες 5, 6, 7, και 8 λειτουργούν και οι 3 μονάδες. Έτσι σε

περίπτωση βλάβης κάποιας/κάποιων εξ αυτών, να μην είναι αναγκαία η αγορά μεγάλης ποσότητας ενέργειας από τρίτους. Όταν η μονάδα 1 έχει ήδη δουλέψει 8 ώρες και έχουν αυξηθεί οι πιθανότητες εμφάνισης βλάβης, η ζήτηση, η οποία βρίσκεται σε χαμηλά επίπεδα, καλύπτεται από τις μονάδες 2 και 3.

Το εκτιμώμενο κόστος του παραπάνω βέλτιστου σεναρίου είναι **1023 μονάδες κόστους**, οι οποίες αναλύονται σε 888.2 μ.κ. λόγω καυσίμου, 46.9 μ.κ. λόγω εναύσεων-σβέσεων, 87.9 μ.κ. για αγορά ενέργειας από τρίτους τις ώρες που λόγω βλάβης αυτό είναι απαραίτητο. Περίσσεια ενέργειας δεν μπορεί να παραχθεί καμία ώρα, ακόμα και όταν δεν υπάρχει καμιά βλάβη, κι έτσι δεν υπάρχει καμιά επιπλέον επιβάρυνση στο κόστος λόγω υπερπαραγωγής.

### 3<sup>η</sup> Περίπτωση

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
P <sub>min</sub> (MW)	40	30	20
P <sub>max</sub> (MW)	100	60	50
Κόστος Καυσίμου	P	1,1·P	1,2·P
Ρυθμός αστοχίας( $\lambda_f$ )	0,08	0,08	0,08
Ρυθμός επιδιόρθωσης( $\lambda_{rep}$ )	0,5	0,5	0,5

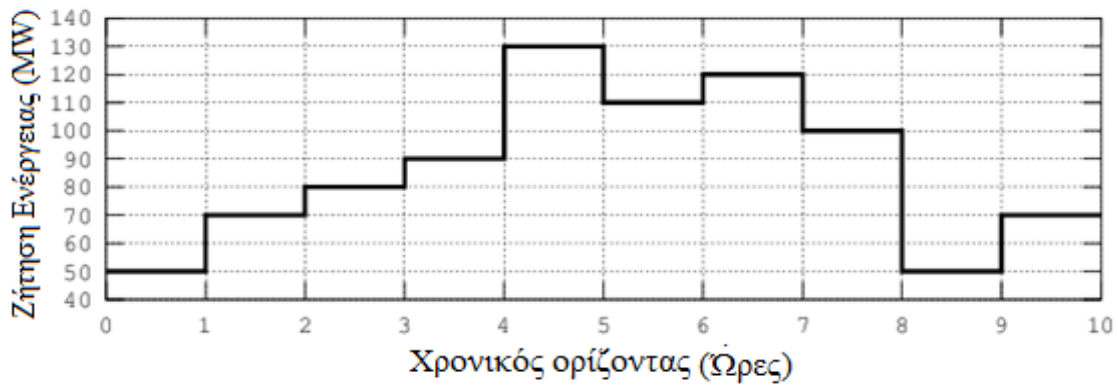
Πίνακας 5.1.4

*Τεχνικά όρια παραγωγής των μονάδων, οι συναρτήσεις κόστους καυσίμου καθώς και οι παράμετροι βλάβης για την 3<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1*

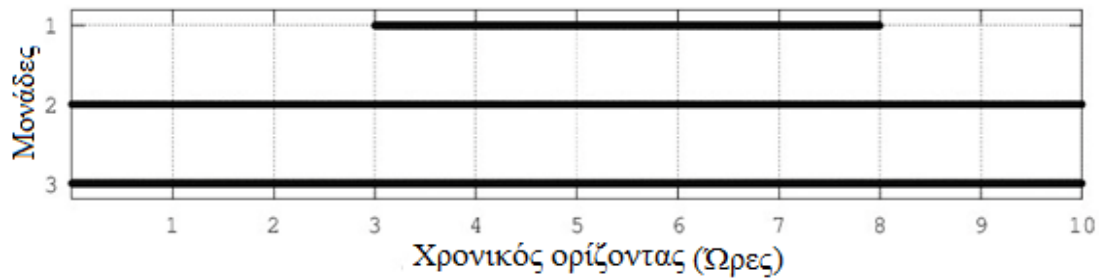
Σε αυτή τη δοκιμή οι μονάδες έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να πάθουν βλάβη απ' ότι στο προηγούμενο παράδειγμα, αλλά η επιδιόρθωσή της διαρκεί κατά μέσο όρο λιγότερο. Συγκεκριμένα, θεωρείται για όλες τις μονάδες ρυθμός αστοχίας  $\lambda_f=0.08$  και ρυθμός επιδιόρθωσης  $\lambda_{rep}=0.5$ , κάτι που σημαίνει πως κατά μέσο όρο η κάθε μονάδα παθαίνει **βλάβη κάθε 12.5 ώρες λειτουργίας** και η **επιδιόρθωσή της διαρκεί 2** κατά μέσο όρο.

Παρατηρούμε πως κάθε ώρα υπάρχουν τουλάχιστον δύο μονάδες ανοιχτές. Η μονάδα 1 μένει κλειστή τις πρώτες ώρες καθώς κρίνεται απαραίτητη η λειτουργία της τις ώρες με τη μεγαλύτερη ζήτηση, ενώ οι μονάδες 2 και 3 αν και οι πιο ακριβές μένουν ανοιχτές σε όλο τον ορίζοντα.





Σχήμα 5.1.3(α)



Σχήμα 5.1.3(β)

(α) Ωριαία ζήτηση και (β) η λύση που προκύπτει για την 3<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1. Η μαύρη γραμμή δείχνει το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση On.

Το κόστος του βέλτιστου σεναρίου για την παρούσα περίπτωση είναι **1059.2 μονάδες κόστους**, οι οποίες αναλύονται σε 902.6 μ.κ. λόγω καυσίμου, 36.5 μ.κ. λόγω εναύσεων-σβέσεων και 120.1 μ.κ. για αγορά ενέργειας από τρίτους τις ώρες που λόγω βλάβης αυτό είναι απαραίτητο.

#### 4<sup>η</sup> Περίπτωση

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
P <sub>min</sub> (MW)	40	30	20
P <sub>max</sub> (MW)	100	60	50
Κόστος Καυσίμου	P	1,1·P	1,2·P
Ρυθμός αστοχίας(λ <sub>f</sub> )	0,3	0,004	0,004
Ρυθμός επιδιόρθωσης(λ <sub>rep</sub> )	0,1	0,5	0,5

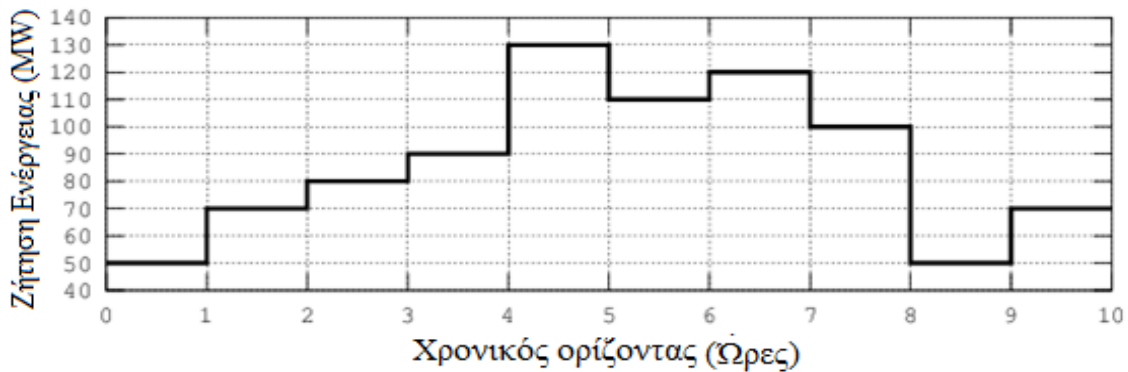
Πίνακας 5.1.5

Τα τεχνικά όρια παραγωγής των μονάδων, οι συναρτήσεις κόστους καυσίμου καθώς και οι παράμετροι βλάβης για την 4<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1

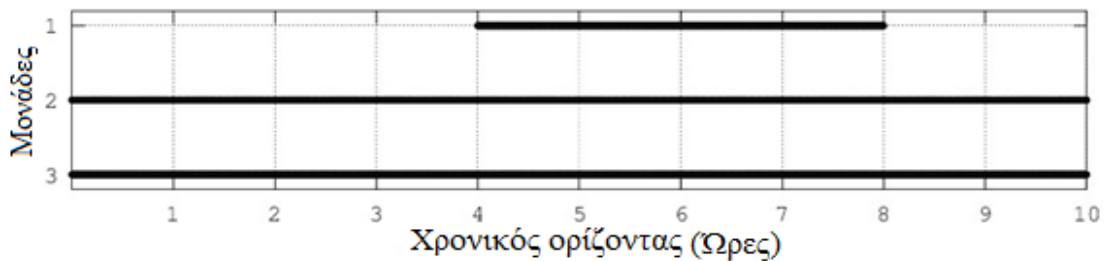
Στην επόμενη περίπτωση που εξετάζεται θα θεωρηθεί η μονάδα 1 αρκετά πιο αναξιόπιστη σε σχέση με τις άλλες 2. Υπενθυμίζεται ότι η μονάδα 1 είναι η «καλή» μονάδα, τόσο από άποψη κόστους όσο και από την άποψη του εύρους της ενέργειας που μπορεί να παράξει.

Θεωρείται, λοιπόν, για τη μονάδα 1  $\lambda_f=0.3$  και  $\lambda_{rep}=0.1$ , δηλαδή κατά μέσο όρο γίνεται μια βλάβη ανά 3 ώρες λειτουργίας η οποία θέτει τη μονάδα μη διαθέσιμη για 10 ώρες, ενώ οι μονάδες 2,3 θα θεωρηθούν αρκετά πιο αξιόπιστες, με  $\lambda_f=0.004$  και  $\lambda_{rep}=0.5$ , δηλαδή στις μονάδες 2 και 3 εμφανίζεται βλάβη κάθε 250 ώρες λειτουργίας και η επιδιόρθωσή της διαρκεί μόλις 2 ώρες κατά μέσο όρο.

Η βέλτιστη λύση που προκύπτει για 100 δοκιμές Monte-Carlo φαίνεται στο σχήμα 5.1.4.(β), ενώ στο σχήμα 5.1.4.(α) φαίνεται η ωριαία ζήτηση ενέργειας:



Σχήμα 5.1.4(α)



Σχήμα 5.1.4(β)

(α) Ωριαία ζήτηση και (β) η λύση που προκύπτει για την 4<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1. Η μαύρη γραμμή δείχνει το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση On.

Η μονάδα 1 «προστατεύεται» τις πρώτες ώρες για να είναι διαθέσιμη κατά τις ώρες αιχμής 5,6,7. Οι προηγούμενες, όπως και οι επόμενες ώρες καλύπτονται από τις μονάδες 2 και 3 μαζί.

Το εκτιμώμενο κόστος της λύσης είναι **1004.9 μονάδες κόστους** οι οποίες αναλύονται σε 947.6 μ.κ. λόγω καυσίμου, 22.8 μ.κ. λόγω εναύσεων-σβέσεων και 34.5 μ.κ. για αγορά ενέργειας από τρίτους τις ώρες που λόγω βλάβης αυτό είναι απαραίτητο.

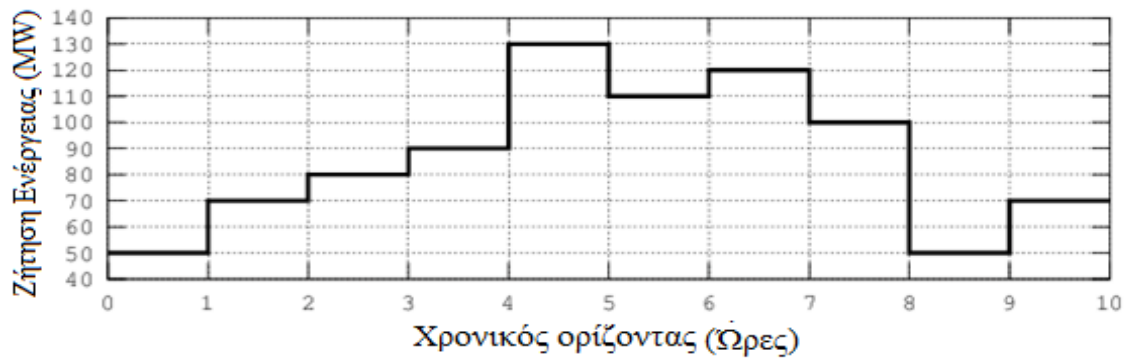
## 5<sup>η</sup> Περίπτωση

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
P <sub>min</sub> (MW)	40	30	20
P <sub>max</sub> (MW)	100	60	50
Κόστος Καυσίμου	P	1,1·P	1,2·P
Ρυθμός αστοχίας( $\lambda_f$ )	1	0,004	0,004
Ρυθμός επιδιόρθωσης( $\lambda_{rep}$ )	0,1	0,5	0,5

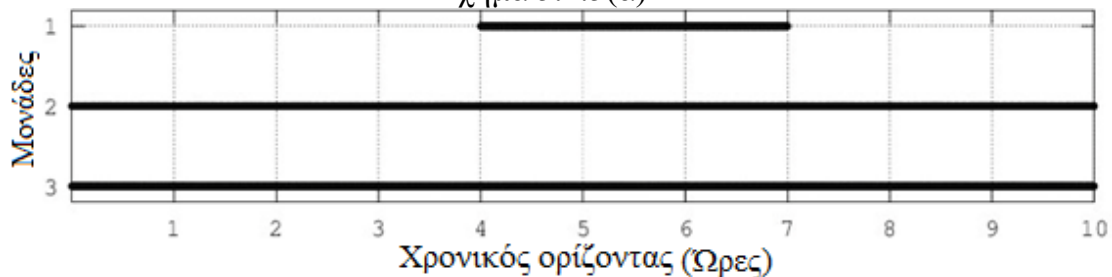
Πίνακας 5.1.6

Τεχνικά όρια παραγωγής των μονάδων, οι συναρτήσεις κόστους καυσίμου καθώς και οι παράμετροι βλάβης για την 5<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1

Σε αυτή τη δοκιμή οι μονάδες 2,3 θεωρούνται το ίδιο αξιόπιστες με την 4<sup>η</sup> περίπτωση, με  $\lambda_f=0.004$  και  $\lambda_{rep}=0.5$ . Αυτό που αλλάζει είναι η συχνότητα βλάβης και επιδιόρθωσης της μονάδας 1. Συγκεκριμένα, θεωρείται  $\lambda_f=1$  και  $\lambda_{rep}=0.1$ , δηλαδή η μονάδα 1 παθαίνει κατά μέσο όρο βλάβη μετά από μία ώρα λειτουργίας η οποία διαρκεί για 10 ώρες.



Σχήμα 5.1.5(α)



Σχήμα 5.1.5(β)

(α) Ωριαία ζήτηση και (β) η λύση που προκύπτει για την 5<sup>η</sup> περίπτωση της εφαρμογής 5.1.1. Η μαύρη γραμμή δείχνει το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μια μονάδα βρίσκεται σε κατάσταση On.

Το εκτιμώμενο κόστος της βέλτιστης λύσης είναι **1010.1 μονάδες κόστους** οι οποίες αναλύονται σε 957.4 μ.κ. λόγω καυσίμου, 20.3 μ.κ. λόγω εναύσεων-σβέσεων και 32.4 μ.κ. για αγορά ενέργειας από τρίτους τις ώρες που λόγω βλάβης αυτό είναι απαραίτητο.

### Σύνοψη αποτελεσμάτων

		περίπτωση 1	περίπτωση 2	περίπτωση 3	περίπτωση 4	περίπτωση 5
Μονάδα 1	$\lambda_f$	-	0,04	0,08	0,3	1
	$\lambda_{rep}$	-	0,2	0,5	0,1	0,1
Μονάδα 2	$\lambda_f$	-	0,04	0,08	0,004	0,004
	$\lambda_{rep}$	-	0,2	0,5	0,5	0,5
Μονάδα 3	$\lambda_f$	-	0,04	0,08	0,004	0,004
	$\lambda_{rep}$	-	0,2	0,5	0,5	0,5
Εκτιμώμενο Κόστος καυσίμου		879	888,2	902,5	947,6	957,4
Εκτιμώμενο Κόστος έναυσης-σβέσης		25	46,9	36,5	22,8	20,3
Εκτιμώμενο Κόστος αγοράς ενέργειας		0	87,9	120,1	34,5	32,4
Εκτιμώμενο μέσο εκτιμώμενο κόστος		904	1023	1059,2	1004,9	1010,1

Πίνακας 5.1.7

*Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τις 5 περιπτώσεις της εφαρμογής 5.1.1. Συγκεκριμένα για κάθε περίπτωση φαίνονται οι ρυθμοί βλάβης και επιδιόρθωσης και τα εκτιμώμενα κόστη της εκάστοτε βέλτιστης λύσης.*

Στην πρώτη αυτή εφαρμογή του αλγορίθμου εξετάστηκαν 4 περιπτώσεις με διαφορετικές τιμές στις παραμέτρους των βλαβών και επιδιορθώσεων των μονάδων. Όπως γίνεται αντιληπτό από τα παραπάνω, όταν υπάρχει πιθανότητα βλάβης των μονάδων το πρόγραμμα λειτουργίας προσαρμόζεται ώστε να επιτευχθεί η ασφαλέστερη δυνατή λειτουργία. Αυτό γίνεται με την ταυτόχρονη λειτουργία περισσότερων της μιας μονάδας για κάποιες ώρες, κάτι που σημαίνει ένταξη στο πρόγραμμα λειτουργίας ακόμα και κάποιων «ακριβών» μονάδων που στην περίπτωση που οι βλάβες δε λαμβάνονται υπόψη δεν θα λειτουργούσαν για κανένα διάστημα του χρονικού ορίζοντα. Όσο μεγαλύτερη η πιθανότητα βλάβης και η ζήτηση, τόσο μεγαλύτερη ανάγκη για ταυτόχρονη λειτουργία μονάδων. Σημαντικό ρόλο στην ένταξη μιας μονάδας στο πρόγραμμα λειτουργίας δεν έχει μόνο το κόστος λειτουργίας της αλλά και η πιθανότητα βλάβης της. Όπως φαίνεται, όσο η μονάδα 1 θεωρείται πιο «αναξιόπιστη» τόσο λιγότερες ώρες εντάσσεται στο πρόγραμμα, αν και είναι η φθηνότερη μονάδα από τις 3.

Απ' ότι φαίνεται και στον πίνακα 5.1.7 σημαντικές διαφορές υπάρχουν, όχι μόνο στο βέλτιστο πρόγραμμα λειτουργίας που προκύπτει σε κάθε περίπτωση αλλά και στο κόστος αυτού. Συγκρίνοντας κάθε αποτέλεσμα με το κόστος της λύσης της πρώτης περίπτωσης - αυτής χωρίς βλάβες - προκύπτει το συμπέρασμα πως όταν λαμβάνονται υπόψη πιθανοτικές βλάβες των μονάδων, το κόστος είναι κατά κανόνα μεγαλύτερο, κάτι που είναι αναμενόμενο.

**5.1.2. Πρόβλημα χρονικού ορίζοντα 10 ωρών και 3 μονάδων. Σύγκριση των λύσεων για διαφορετικό αριθμό δοκιμών.**

Σε αυτή την παράγραφο λύνεται η 1<sup>η</sup> περίπτωση της παραγράφου 5.1.1 για διαφορετικά πλήθη δοκιμών των υποψήφιων λύσεων,  $N$ , για να φανεί η σύγκλιση της μεθόδου όσο αυξάνει το πλήθος των δοκιμών. Στη συνέχεια επιλέγεται μια τυχαία υποψήφια λύση και υπολογίζεται το εκτιμώμενο κόστος της για διαφορετικά πλήθη δοκιμών.

<b>Ώρα (h)</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Ζήτηση (MW)</b>	50	70	80	90	130	110	120	100	50	70

Πίνακας 5.1.8

*Ωριαία ζήτηση ενέργειας για την εφαρμογή 5.1.2*

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
$P_{min}$ (MW)	40	30	20
$P_{max}$ (MW)	100	60	50
Κόστος Καυσίμου	$P$	$1,1 \cdot P$	$1,2 \cdot P$
Ρυθμός αστοχίας( $\lambda_f$ )	0,04	0,04	0,04
Ρυθμός επιδιόρθωσης( $\lambda_{rep}$ )	0,2	0,2	0,2

Πίνακας 5.1.9

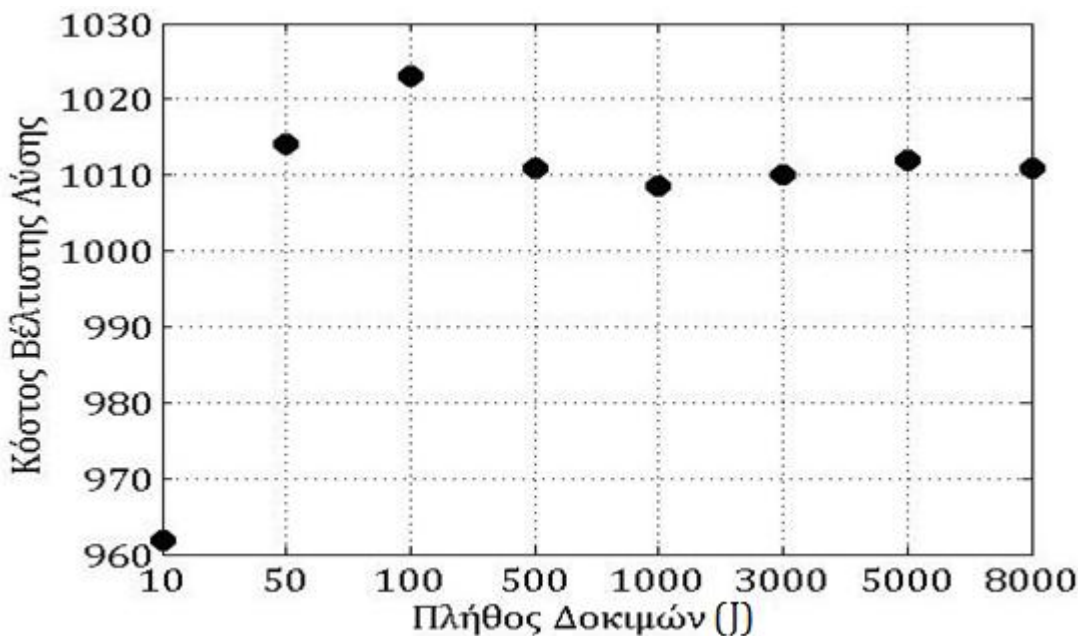
*Τεχνικά όρια παραγωγής των μονάδων, οι συναρτήσεις κόστους καυσίμου καθώς και οι παράμετροι βλάβης για την εφαρμογή 5.1.2. Το κόστος έναυσης θεωρείται 20 μονάδες κόστους για όλες της μονάδες ενώ το κόστος σβέσης 5. Το κόστος αγοράς ενέργειας από τρίτους καθώς και το κόστος υπερπαραγωγής θεωρούνται και τα δύο ίσα με 3 μονάδες κόστους ανά MWh.*

Το πρόβλημα λύθηκε για  $J= 10, 50, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 8000$  δοκιμές. Σε όλες τις περιπτώσεις οι παράμετροι του εξελικτικού αλγορίθμου ήταν οι ίδιοι. Οι αριθμοί γονέων και απογόνων ήταν  $(\mu, \lambda)=(20,50)$ , η πιθανότητα διασταύρωσης ίση με 0.90 και η πιθανότητα μετάλλαξης 0.02. Κριτήριο τερματισμού θεωρήθηκαν οι 5000 γενιές. Στο σχήμα 5.1.7 φαίνεται το κόστος της βέλτιστης λύσης συναρτήσει του πλήθους των δοκιμών, ενώ η βέλτιστη λύση για  $J=8000$  δοκιμές φαίνεται στο σχήμα 5.1.6



Σχήμα 5.1.6

Βέλτιστη λύση για το πρόβλημα 3 μονάδων για ορίζοντα 10 ωρών, όταν κάθε λύση υφίσταται 8000 δοκιμές.

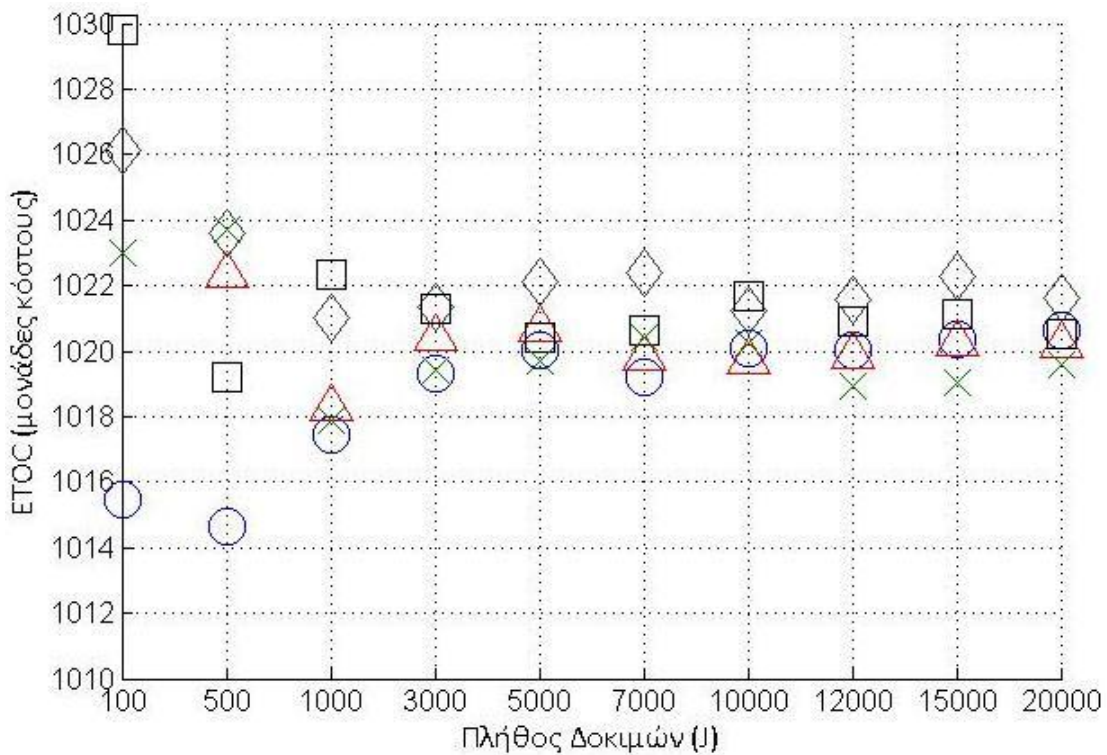


Σχήμα

5.1.7

Σύγκλιση του κόστους της βέλτιστης λύσης για το πρόβλημα 3 μονάδων με χρονικό ορίζοντα 10 ώρες.

Στη συνέχεια αξιολογήθηκε μια τυχαία υποψήφια λύση για διαφορετικά πλήθη δοκιμών και για 5 διαφορετικές γεννήτριες τυχαίων αριθμών και τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 5.1.8. Αυτό που φαίνεται είναι η σύγκλιση του ETOC για αυξανόμενο πλήθος δοκιμών. Όπως προκύπτει και για τις 5 RNGs, όσο αυξάνει το πλήθος των δοκιμών που υφίσταται η υποψήφια λύση, τόσο αυτή συγκλίνει προς μία τιμή, ίδια για όλες τις γεννήτριες τυχαίων αριθμών, η οποία προφανώς είναι η ακριβής τιμή του κόστους. Απ' ότι φαίνεται όμως, η αύξηση του αριθμού των δοκιμών δεν δίνει με απόλυτη σιγουριά πιο ακριβή λύση καθώς για  $J=3000$  δοκιμές το ETOC είναι και για τις 5 γεννήτριες πολύ κοντά στην τιμή σύγκλισης ενώ για  $J=15000$  δοκιμές φαίνεται πως μια γεννήτρια δίνει μεγαλύτερο σφάλμα. Κάτι τέτοιο βέβαια δεν βλάπτει τη γενικότητα του συμπεράσματος ότι όσο αυξάνει το πλήθος των δοκιμών η εκτίμηση είναι πιο ακριβής, αλλά επισημαίνει ότι η σύγκλιση εξαρτάται από την RNG που θα χρησιμοποιηθεί.



Σχήμα 5.1.8

Επιλέχθηκε μεμονωμένο χρωμόσωμα, συγκεκριμένα αυτό της βέλτιστης λύσης του προβλήματος 3 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 10 ωρών και αξιολογήθηκε για διάφορα πλήθη δοκιμών (J) με 5 διαφορετικές γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Βλέπουμε πως όλες τους, για  $J \geq 3000$  δίνουν κοντινές τιμές για το εκτιμώμενο κόστος και μάλιστα αρκετά κοντά στην τιμή που προκύπτει για πολύ μεγάλους αριθμούς δοκιμών. Αυτό σημαίνει πως για προβλήματα τέτοιας κλίμακας, αριθμός  $J=3000$  δοκιμών επαρκεί για την αξιολόγηση των λύσεων.

### 5.1.3 Πρόβλημα χρονικού ορίζοντα 24 ωρών και 3 μονάδων

Στην παράγραφο αυτή θα εξεταστεί το πρόβλημα ανάθεσης φορτίου σε 3 μονάδες για χρονικό ορίζοντα 24 ωρών. Οι μονάδες που επιλέχθηκαν είναι αυτές των προηγούμενων παραγράφων 5.1.1, 5.1.2. Υπενθυμίζεται πως πρόκειται για μονάδες με γραμμικές συναρτήσεις κόστους καυσίμου, δηλαδή με  $a_2=a_0=0$ , της μορφής  $C_{fuel} = a_1 \cdot P$ , χρόνο έναυσης και χρόνο σβέσης ίσους με 1 ώρα για κάθε μονάδα και μηδενικούς χρόνους παραμονής σε κατάσταση On ή Off. Το κόστος έναυσης θεωρείται 20 μονάδες κόστους (μ.κ.) για όλες της μονάδες ενώ το κόστος σβέσης 5 μ.κ. Το κόστος αγοράς ενέργειας από τρίτους καθώς και το κόστος υπερπαραγωγής θεωρούνται και τα δύο ίσα με 3 μ.κ. ανά MWh. Τέλος, η αρχική κατάσταση των μονάδων είναι ελεύθερη. Στους πίνακες 5.1.10 και 5.1.11 φαίνονται τα χαρακτηριστικά των μονάδων και η ωριαία ζήτηση ενέργειας.

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Pmin (MW)	40	30	20
Pmax (MW)	100	60	50
Κόστος Καυσίμου	P	1,1·P	1,2·P

Πίνακας 5.1.10

Τεχνικά χαρακτηριστικά των 3 μονάδων του παραδείγματος 5.1.1. Το κόστος έναυσης θεωρείται 20 μονάδες κόστους για όλες της μονάδες ενώ το κόστος σβέσης 5. Το κόστος αγοράς ενέργειας από τρίτους καθώς και το κόστος υπερπαραγωγής θεωρούνται και τα δύο ίσα με 3 μονάδες κόστους ανά MWh.

Hour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
demand(MW)	50	60	70	80	90	90	110	110	130	130	130	120

hour	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
demand(MW)	100	90	110	120	120	100	90	70	70	60	50	50

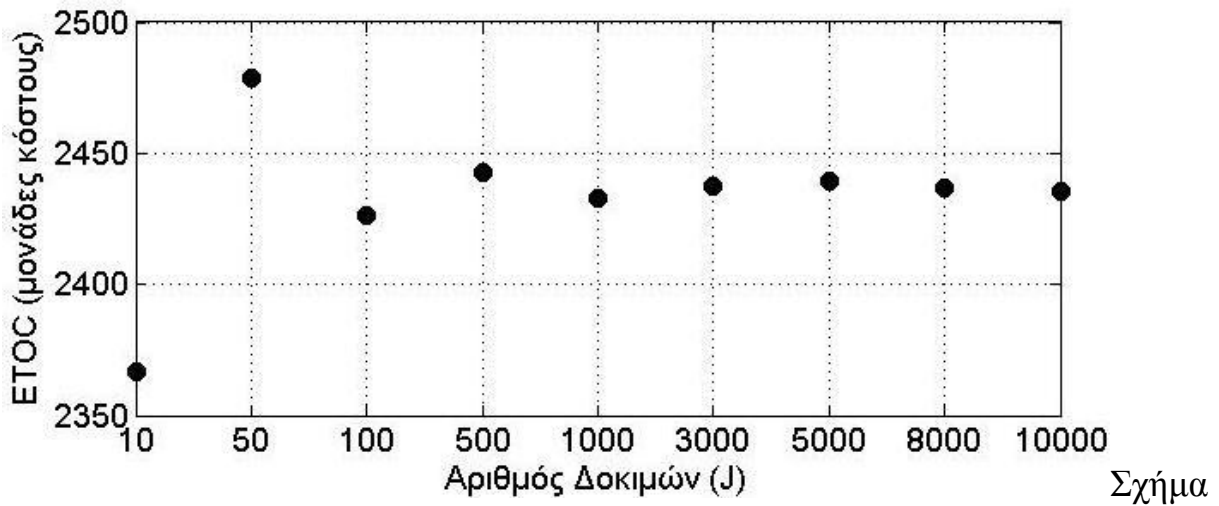
Πίνακας 5.1.11

Ωριαία ζήτηση για το πρόβλημα 3 μονάδων χρονικού ορίζοντα 24 ωρών της παραγράφου 5.1.3

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα θεωρήθηκε ρυθμός βλάβης  $\lambda_f=0.015$  και ρυθμός επιδιόρθωσης  $\lambda_{rep}=0.25$  για όλες τις μονάδες, κάτι που σημαίνει ότι συμβαίνει βλάβη κατά μέσο όρο κάθε  $T_f=66,6$  ώρες λειτουργίας και η επιδιόρθωση κρατάει κατά μέσο όρο 4 ώρες. Η αρχική κατάσταση των μονάδων είναι ελεύθερη. Στον εξελικτικό αλγόριθμο επιλέχθηκαν  $\mu=20$  γονείς και  $\lambda=50$  απόγονοι, ενώ ο αλγόριθμος τερματίστηκε μετά από 15000 γενιές. Η πιθανότητα διασταύρωσης ήταν 0.90 ενώ η πιθανότητα μετάλλαξης αρχικά ήταν 0.10, και άλλαζε μετά από 400 ανενεργές γενιές μέχρι την τιμή 0.02. Αυτή η τιμή επιβάλλονταν να είναι σταθερή μετά την 4000<sup>η</sup> γενιά.

Το πρόβλημα λύθηκε για  $J=10, 50, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 8000, 10000$  δοκιμές και το εκτιμώμενο κόστος της βέλτιστης λύσης φαίνεται στο σχήμα 5.1.9.

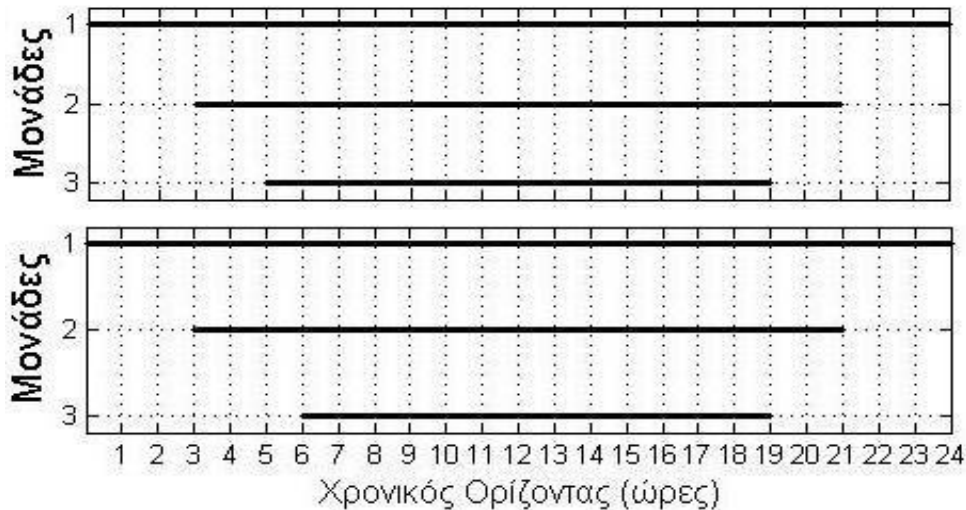




5.1.9

Πρόβλημα 3 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 24 ωρών της παραγράφου 5.1.3. Φαίνεται το εκτιμώμενο κόστος της βέλτιστης λύσης για διαφορετικά πλήθη δοκιμών των υποψήφιων λύσεων

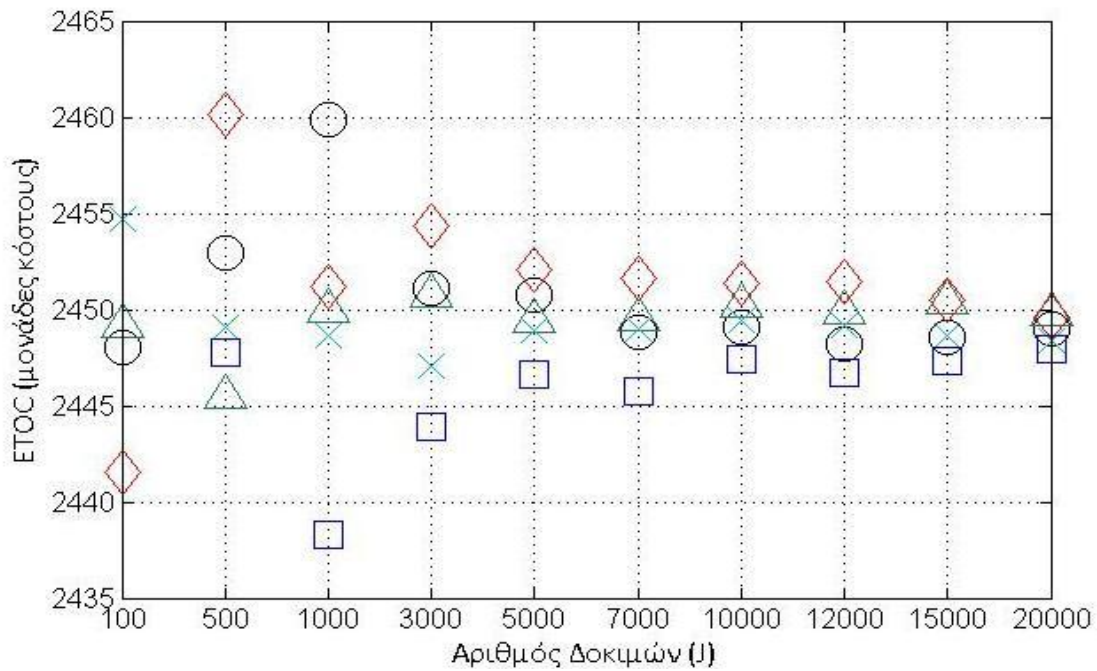
Όπως φαίνεται, το κόστος της βέλτιστης λύσης όσο αυξάνει το πλήθος των δοκιμών κυμαίνεται γύρω από μια τιμή. Μάλιστα. Αν συγκρίνει κανείς το χρωμόσωμα της βέλτιστης λύσης για 3000 και για 10000 δοκιμές θα βρει πολύ μικρές διαφορές. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.1.10 η μόνη διαφορά βρίσκεται στην 6<sup>η</sup> ώρα κατά την οποία στο για 3000 δοκιμές μονάδα 3 είναι ανοιχτή ενώ για 10000 δοκιμές παραμένει κλειστή και ανοίγει την επόμενη ώρα.



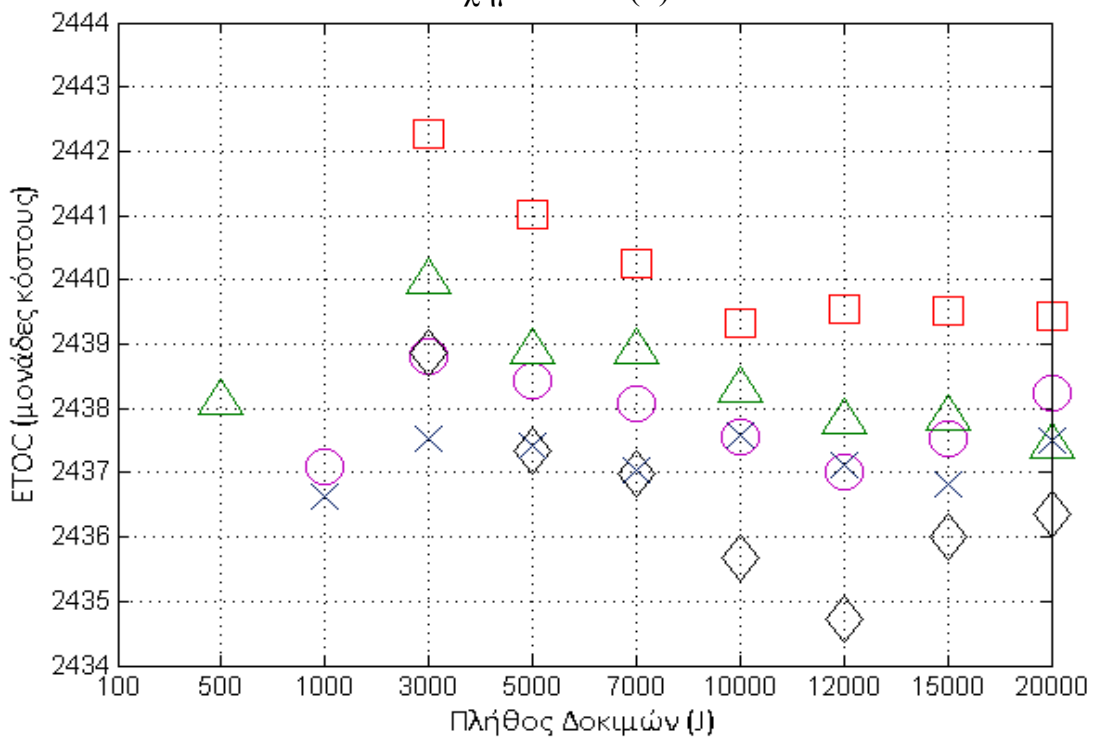
Σχήμα 5.1.10

Στο σχήμα 5.1.10 φαίνονται οι βέλτιστες λύσεις: πάνω για 10000 δοκιμές και κάτω για 3000 δοκιμές κάθε υποψήφιας λύσης.

Στη συνέχεια, επιλέχθηκαν τα χρωμοσώματα της βέλτιστης λύσης για 3000 και για 10000 δοκιμές και αξιολογήθηκαν μεμονωμένα με 5 διαφορετικές RNGs για διαφορετικό πλήθος δοκιμών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα 5.1.11(α),(β).



Σχήμα 5.1.11(α)

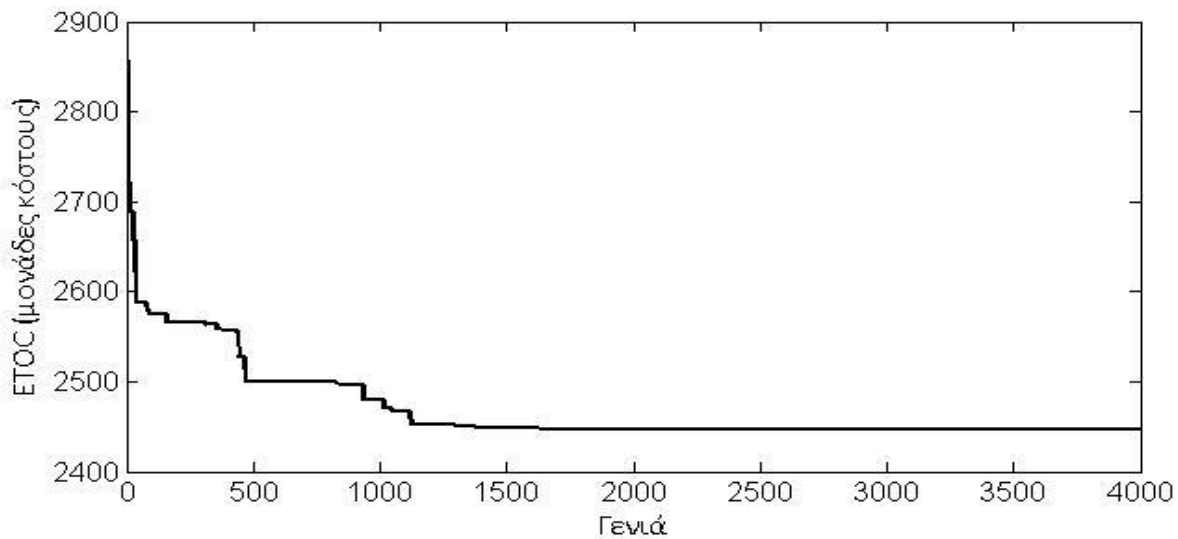


Σχήμα 5.1.11(β)

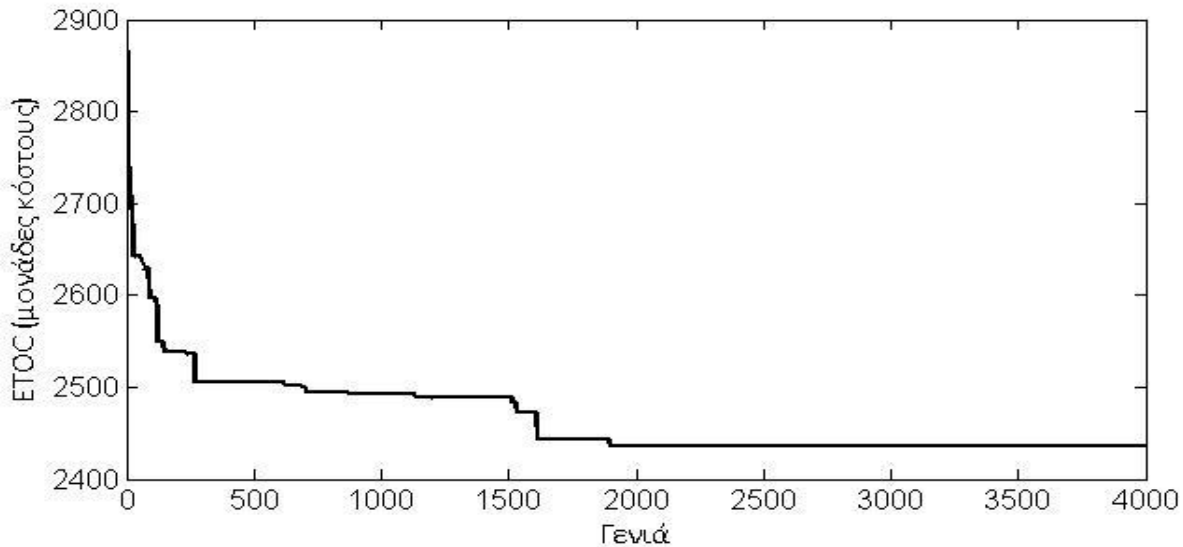
Σύγκλιση του ETOC για 2 διαφορετικά χρωμοσώματα του προβλήματος 3 μονάδων για 24 ώρες. Χρησιμοποιήθηκαν για το καθένα 5 διαφορετικές RNGs.

Η σύγκλιση του εξελικτικού αλγορίθμου για τις παραμέτρους που δόθηκαν στην αρχή της παραγράφου δίνεται στο σχήμα 5.1.12(α). Όταν χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικές παράμετροι η σύγκλιση βελτιώθηκε αισθητά. Συγκεκριμένα, αλλαγή έγινε στη γεννήτρια τυχαίων αριθμών του EA και στην πιθανότητα μετάλλαξης, η οποία είχε αρχική τιμή

0.08, ειδική τιμή 0.1 και τελική τιμή 0.02. Η πιθανότητα άλλαζε μετά από 100 ανενεργές γενιές και μετά τη χλιοστή γενιά επιβλήθηκε η σταθερά η τελική τιμή. Η σύγκλιση για τη 2<sup>η</sup> περίπτωση φαίνεται στο σχήμα 5.1.12(β). Η διαφορά αυτή υπάρχει γιατί η πιθανότητα μετάλλαξης στην πρώτη περίπτωση αλλάζει με πολύ μικρό ρυθμό κι έτσι χάνεται η δυνατότητα μεταφοράς των χαρακτηριστικών των καλών λύσεων. Κάτι τέτοιο δε συμβαίνει στη δεύτερη περίπτωση καθώς η πιθανότητα μετάλλαξης μειώνεται σχετικά γρήγορα και αφού υπήρξε στις πρώτες γενιές μεγάλη δυνατότητα «εξερεύνησης» λύσεων, και ύστερα, όντας η πιθανότητα μετάλλαξης σε φυσιολογικά επίπεδα η μέθοδος συνέκλινε περαιτέρω. Για **J=10000** δοκιμές ο αλγόριθμος απαιτεί περίπου **200 λεπτά** για την αξιολόγηση **4000 γενεών** χρησιμοποιώντας προσωπικό H/Y DAUL CORE 3.00 GHz.



Σχήμα 5.1.12(α)



Σχήμα 5.1.12(β)

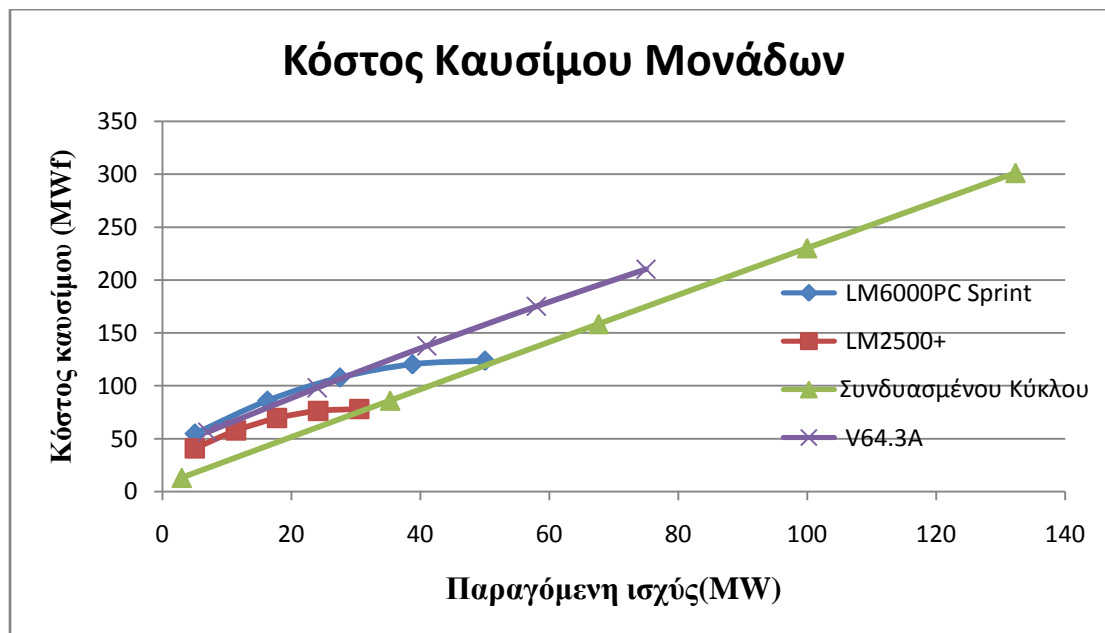
*Σύγκλιση του εξελικτικού για τις 2 περιπτώσεις της πιθανότητας μετάλλαξης.*

## 5.2 Εφαρμογές σε προβλήματα μεγαλύτερου χρονικού ορίζοντα

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθόδου για 2 περιπτώσεις: η πρώτη αφορά σε πρόβλημα ανάθεσης 4 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 72 ωρών ενώ στη δεύτερη ο αριθμός των μονάδων είναι 6 και η ανάθεση γίνεται για ορίζοντα 168 ωρών.

Οι μονάδες που επιλέχθηκαν και για τις 2 αυτές εφαρμογές είναι αυτές που περιγράφηκαν και χρησιμοποιήθηκαν στη διπλωματική εργασία [6]. Τα τεχνικά τους χαρακτηριστικά φαίνονται στον πίνακα 5.2.1 και το κόστος καυσίμου στο σχήμα 5.2.1. Τα κόστη είναι εκφρασμένα σε ενέργεια καυσίμου και η συναρτήσεις κόστους καυσίμου είναι πολυώνυμα δεύτερου βαθμού. Συγκεκριμένα πρόκειται για 4 διαφορετικές μονάδες:

- 2 μονάδες αιχμής:
  - Αεριοστρόβιλος LM6000PC Sprint
  - Αεριοστρόβιλος LM2500+
- 2 μονάδες βάσης:
  - Μονάδα Συνδυασμένου Κύκλου δύο αεριοστρόβιλων GT8C, ενός ατμοστρόβιλου και δύο ανακομιστών θερμότητας.
  - Αεριοστρόβιλος V64.3A



Σχήμα 5.2.1

Κόστος καυσίμου για τις 4 μονάδες των εφαρμογών της παραγράφου 5.2

	Μονάδα Συνδυασμένου Κύκλου	V64.3A	LM6000PC Sprint	LM2500+
$P_{min}(MW)$	3	7	5	5
$P_{max}(MW)$	132.3	75	50	30.5
$a_2 (MW_f/MW^2)$	-0,0003	-0,0039	-0,0366	-0,0622
$a_1 (MW_f/MW)$	2,268	2,5839	3,5464	3,6743
$a_0 (MW_f)$	6,4139	38,326	37,875	23,937
χρόνος έναυσης (ώρες)	3	1	1	1
χρόνος σβέσης (ώρες)	1	1	0	0
κόστος έναυσης (MWh <sub>f</sub> )	278	14	14	8,5
κόστος σβέσης (MWh <sub>f</sub> )	116	7	7	4,5
χρόνος παραμονής σε κατάσταση ON(ώρες)	1	1	0	0
χρόνος παραμονής σε κατάσταση OFF(ώρες)	1	1	0	0

Πίνακας 5.2.1

*Τεχνικά χαρακτηριστικά των μονάδων της παραγράφου 5.2*

Απ' ότι φαίνεται στο σχήμα 5.2.1 η μονάδα συνδυασμένου κύκλου έχει το χαμηλότερο κόστος σε σχέση με τις υπόλοιπες σε όλο το εύρος λειτουργίας και γι αυτό αναμένεται να αποτελέσει μονάδα βάσης. Ο αεριοστρόβιλος V64.3A αν και θεωρείται μονάδα βάσης γενικά, στο παρόν πρόβλημα φαίνεται πως στα χαμηλά ποσά παραγόμενης ενέργειας το κόστος καυσίμου του είναι συγκρίσιμο ή μεγαλύτερο σε σχέση με των υπολοίπων ενώ για μεγαλύτερες τιμές ενέργειας το κόστος της αυξάνει ακόμα περισσότερο. Γι' αυτό αναμένεται να αποτελέσει τελικά μονάδα αιχμής και όχι βάσης.

Η χρονοσειρά ζήτησης που χρησιμοποιήθηκε επίσης χρησιμοποιείται στην διπλωματική [6], προσαρμόζοντάς την στην κάθε περίπτωση ανάλογα τη μέγιστη δυναμικότητα των μονάδων, όπως εξηγήθηκε στην διπλωματική [2]. Συγκεκριμένα, η δεδομένη χρονοσειρά ζήτησης 168 ωρών αρχικά αδιαστατοποιήθηκε, διαιρώντας τη ζήτηση κάθε ώρας με το μέγιστο τεχνικό όριο ( $\sum P_{max}$ ) του σταθμού του αρχικού προβλήματος. Στη συνέχεια, με σκοπό η μέγιστη τιμή της ζήτησης που προκύπτει να μην ξεπερνά το 80% του συνολικού μέγιστου τεχνικού ορίου των μονάδων, η ζήτηση προσαρμόστηκε πολλαπλασιάζοντας την αδιάστατη τιμή με τον όρο  $D_{max} = 0.8 \cdot \sum P_{max}$  του κάθε σταθμού.

Για την επίλυση των προβλημάτων χρησιμοποιήθηκε εξελικτικός αλγόριθμος χρονικής κατάτμησης. Συγκεκριμένα επιλέχθηκε σε κάθε περίπτωση ο χρονικός ορίζοντας να χωριστεί σε τμήματα των 24 ωρών. Υπενθυμίζεται ότι σε αυτή την περίπτωση κάθε τμήμα βελτιστοποιείται ξεχωριστά και η αξιολόγηση γίνεται από την αρχή του χρονοσώματος μέχρι το τέλος του εκάστοτε τμήματος. Μετά την αυτόνομη βελτιστοποίηση του κάθε τμήματος ακολουθεί βελτιστοποίηση ολόκληρου του

χρωμοσώματος. Η χρονική κατάτμηση στο συγκεκριμένο πρόβλημα επιταχύνει τη σύγκλιση κατά περισσότερες της μιας τάξεις μεγέθους.

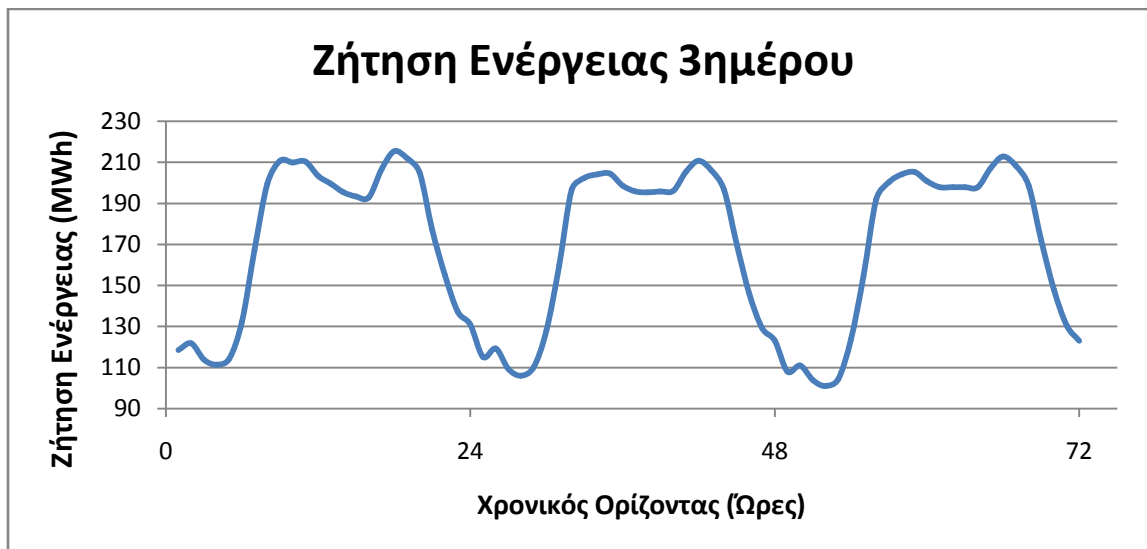
### 5.2.1 Πρόβλημα 4 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 72 ωρών.

Στην παρούσα παράγραφο υποτίθεται σταθμός ο οποίος αποτελείται από τις 4 μονάδες του πίνακα 5.2.1, συγκεκριμένα:

- Μονάδα 1: Μονάδα Συνδυασμένου Κύκλου
- Μονάδα 2: Αεριοστρόβιλος V64.3A
- Μονάδα 3: Αεριοστρόβιλος LM6000PC Sprint
- Μονάδα 4: Αεριοστρόβιλος LM2500+.

Η μέγιστη δυναμικότητα του σταθμού είναι  $\sum P_{max} = 287,8 MW$ . Η ζήτηση ενέργειας για τις 3 ημέρες του χρονικού ορίζοντα φαίνονται στον πίνακα 5.2.2 και στο σχήμα 5.2.2.

Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε **χρονικά κατανεμημένη βελτιστοποίηση** 3 τμημάτων, 24 ωρών το καθένα. Η βελτιστοποίηση κάθε τμήματος τερματίστηκε μετά από 1000 γενιές. Το πλήθος των γονέων κάθε γενιάς επιλέχθηκε ίσο με  $\mu=20$ , ενώ των απογόνων  $\lambda=60$ . Η πιθανότητα διασταύρωσης ήταν ίση με 0.9, ενώ η πιθανότητα μετάλλαξης ήταν 0.02.



Σχήμα 5.2.2

Η ζήτηση ενέργειας για την εφαρμογή 4 μονάδων με χρονικό ορίζοντα 72 ωρών

Ώρα	Ζήτηση ενέργειας (MWh)		
	Ημέρα 1η	Ημέρα 2η	Ημέρα 3η
1	118	115	108
2	122	119	111
3	114	109	104
4	111	106	101
5	114	110	104
6	133	128	124
7	167	160	155
8	199	197	192
9	211	202	200
10	210	204	204
11	210	204	205
12	203	199	201
13	199	196	198
14	195	195	198
15	193	196	198
16	193	196	198
17	207	205	207
18	215	211	213
19	212	206	208
20	205	197	199
21	177	170	172
22	155	146	148
23	137	129	130
24	131	123	123

Πίνακας 5.2.2

*Η ζήτηση ενέργειας για το πρόβλημα 4 μονάδων με χρονικό ορίζοντα 72 ώρες*

Σε ότι αφορά τις βλάβες των μονάδων, για τις μονάδες 1,3,4 θεωρήθηκε ρυθμός αστοχίας  $\lambda_f=0.00125$  και ρυθμός επιδιόρθωσης  $\lambda_{rep}=0.08$ , κάτι που αντιστοιχεί σε 1 βλάβη ανά 800 ώρες λειτουργίας και επιδιόρθωσή της σε 12.5 ώρες κατά μέσο όρο, ενώ η μονάδα 2 θεωρήθηκε πιο αξιόπιστη, με ρυθμό αστοχίας  $\lambda_f=0.0005$  και ρυθμό επιδιόρθωσης  $\lambda_{rep}=0.25$ , δηλαδή μέσος χρόνος εμφάνισης βλάβης είναι 2000 ώρες λειτουργίας και επιδιόρθωσης 4 ώρες. Δηλαδή, για τις μονάδες 1,3,4 η πιθανότητα να τεθεί κάποια εκτός λειτουργίας λόγω βλάβης τουλάχιστον μια φορά στο χρονικό ορίζοντα είναι  $P_f = 1 - e^{-\lambda_f t} \cong 30\%$ , ενώ για την μονάδα 2 η αντίστοιχη πιθανότητα είναι 3.6%. Η αγορά ενέργειας από τρίτους σε περίπτωση που οι ανοιχτές μονάδες δεν

μπορούν να καλύψουν τη ζήτηση κοστολογείται με  $25\text{MW}_f$  ανά  $\text{MWh}$ , ενώ δεν χρεώνεται κάποια ποινή για αν παράγεται ενέργεια περισσότερη από τη ζήτηση. Για την αξιολόγηση της κάθε λύσης χρησιμοποιήθηκαν  $J=3000$  σενάρια βλάβης-επιδιόρθωσης.

Η βέλτιστη λύση του προβλήματος όταν δε λαμβάνονται υπόψη οι βλάβες είναι  $\text{TOC}=28766 \text{ MWh}_f$ , ενώ όταν οι βλάβες θεωρηθούν πιθανές τότε η βέλτιστη λύση έχει εκτιμώμενο κόστος  $\text{ETOC}= 31615.55 \text{ MWh}_f$ , οι οποίες αναλύονται σε  $28962.25 \text{ MWh}_f$  καυσίμου,  $194.3 \text{ MWh}_f$  έναυσης-σβέσης και  $2459 \text{ MWh}_f$  λόγω ελλείμματος ενέργειας, δηλαδή προκύπτει κατά μέσο όρο έλλειμμα περίπου  $100 \text{ MW}_h$  ενέργειας στο σύνολο των  $12157 \text{ MWh}_f$  που είναι η συνολική ζήτηση ενέργειας για τις 72 ώρες. Ο βαθμός απόδοσης του σταθμού στο σενάριο χωρίς βλάβες είναι

$$\eta_{no-outages} = \frac{\sum_{i=1}^{72} d_i}{\text{TOC}_{no-outages}} = 0.4226 ,$$

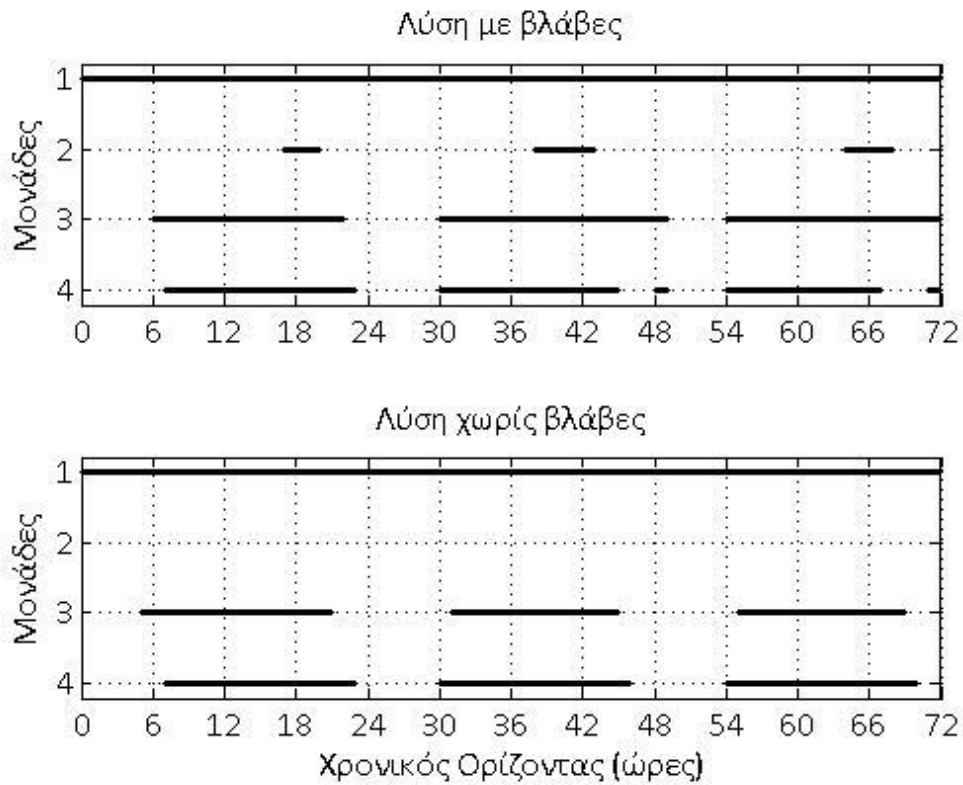
ενώ στο σενάριο με βλάβες ο βαθμός απόδοσης της λύσης για το σενάριο με βλάβες είναι

$$\eta_{with-outages} = \frac{\sum_{i=1}^{168} d_i}{\text{ETOC}_{with-outages}} = 0.3845$$

Η σύγκριση των λύσεων για τις 2 περιπτώσεις φαίνεται στο σχήμα 5.2.3. Όπως φαίνεται, όταν οι βλάβες δεν λαμβάνονται υπόψη στο πρόγραμμα δεν προβλέπεται λειτουργία της μονάδας 2 για καμία ώρα του ορίζοντα, παρότι θεωρείται μονάδα βάσης, σε αντίθεση με τη μονάδα 1 η οποία λειτουργεί καθόλη τη διάρκεια του τριημέρου. Όταν οι βλάβες θεωρούνται πιθανές τότε η μονάδα 2 εντάσσεται στο πρόγραμμα λειτουργίας για συνολικά 12 ώρες.

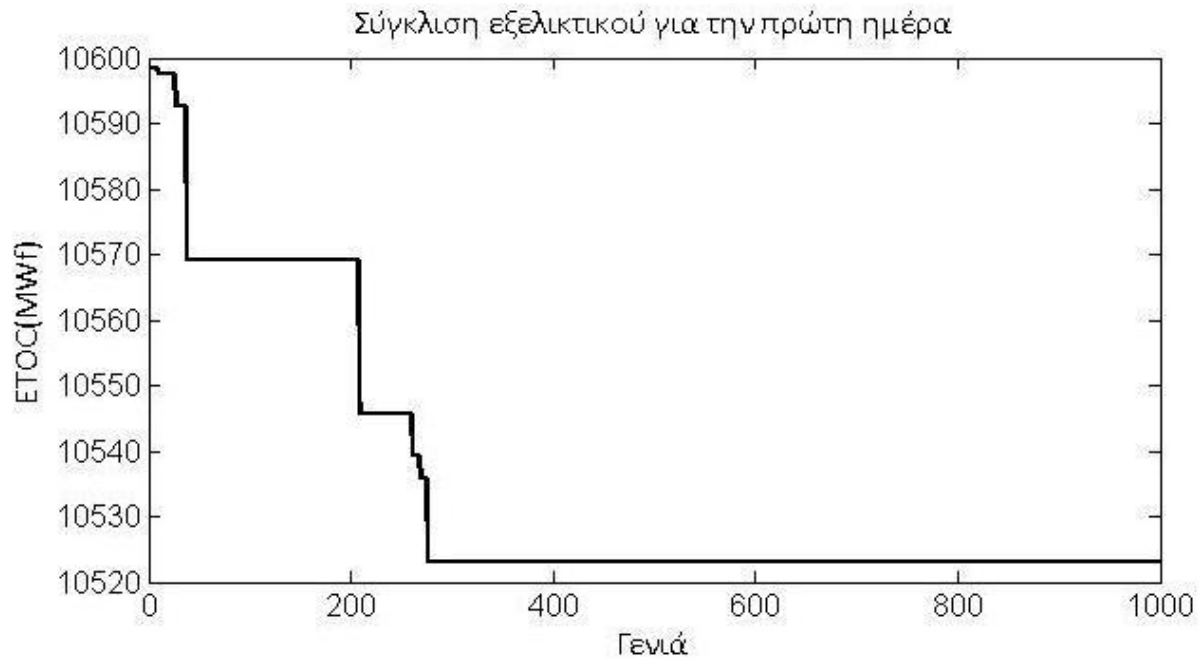
Στα σχήματα 5.2.4(α)-(δ) φαίνεται η σύγκλιση του προτεινόμενου εξελικτικού αλγορίθμου. Η λύση για το συγκεκριμένο πλήθος δοκιμών των υποψήφιων λύσεων και το συγκεκριμένο κριτήριο τερματισμού ( $J=3000$  δοκιμές, τερματισμός μετά από **1000 γενιές για κάθε τμήματα**) απαιτεί περίπου **100 λεπτά** (η επίλυση έγινε σε προσωπικό υπολογιστή Dual-Core 3.00 GHz) , όταν για να επιτευχθεί η ίδια λύση χωρίς χρονική κατάτμηση η συγκεκριμένη λύση προκύπτει ύστερα από 8500 γενιές και το υπολογιστικό κόστος είναι περίπου 5 φορές μεγαλύτερο.





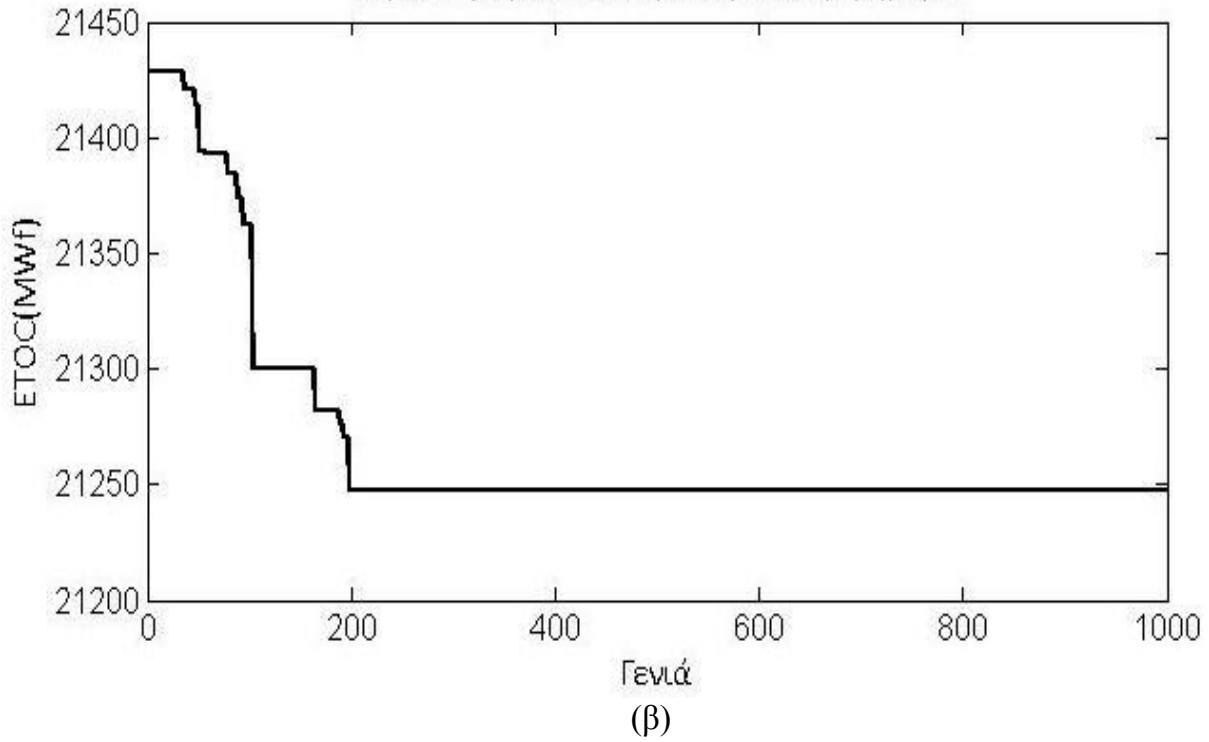
Σχήμα 5.2.3

Λύσεις του προβλήματος 4 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 72 ωρών. Πάνω είναι η λύση όταν λαμβάνονται υπόψη πιθανές βλάβες των μονάδων, κάτω όταν οι μονάδες δεν εμφανίζουν βλάβη.

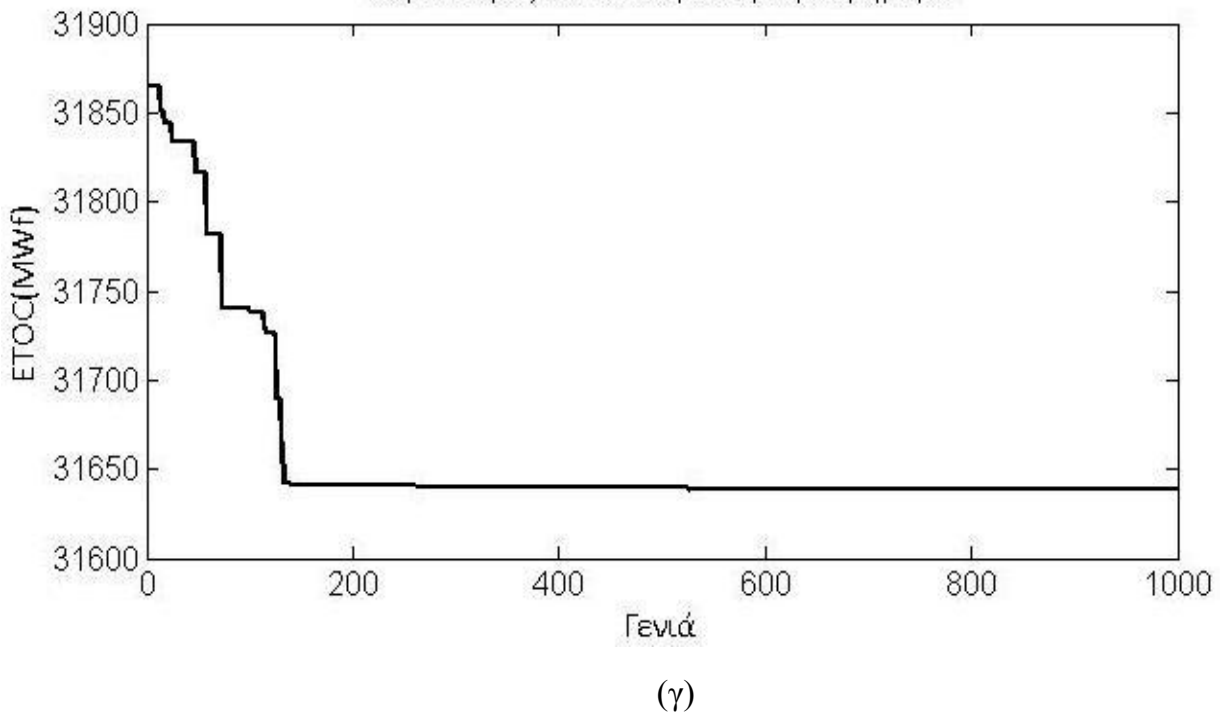


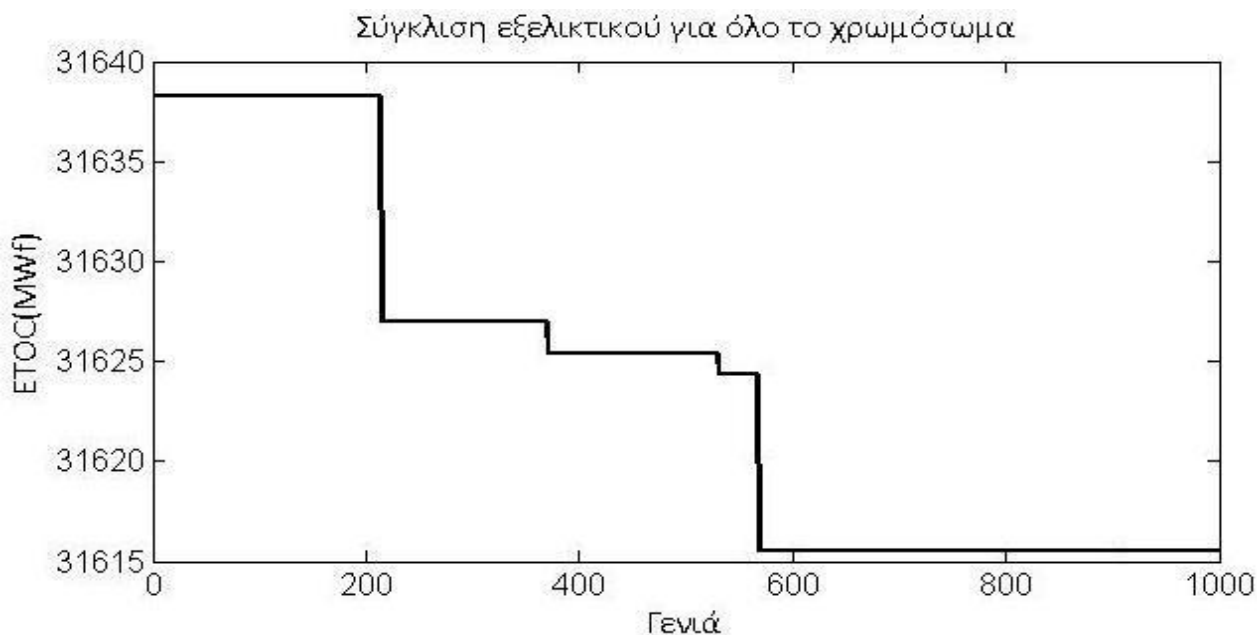
(α)

Σύγκλιση εξελικτικού για τη δεύτερη ημέρα



Σύγκλιση εξελικτικού για την τρίτη ημέρα





(δ)

*Σύγκλιση του εξελικτικού για τα τμήματα της χρονικής κατάταξης. Αρχικά βελτιστοποιείται αυτόνομα κάθε τμήμα, με την αξιολόγηση να γίνεται από την αρχή του χρονικού ορίζοντα μέχρι το τέλος του εκάστοτε τμήματος και στο τέλος γίνεται βελτιστοποίηση για ολόκληρο τον ορίζοντα*

### **5.2.2 Πρόβλημα 6 μονάδων για χρονικό ορίζοντα 168 ωρών.**

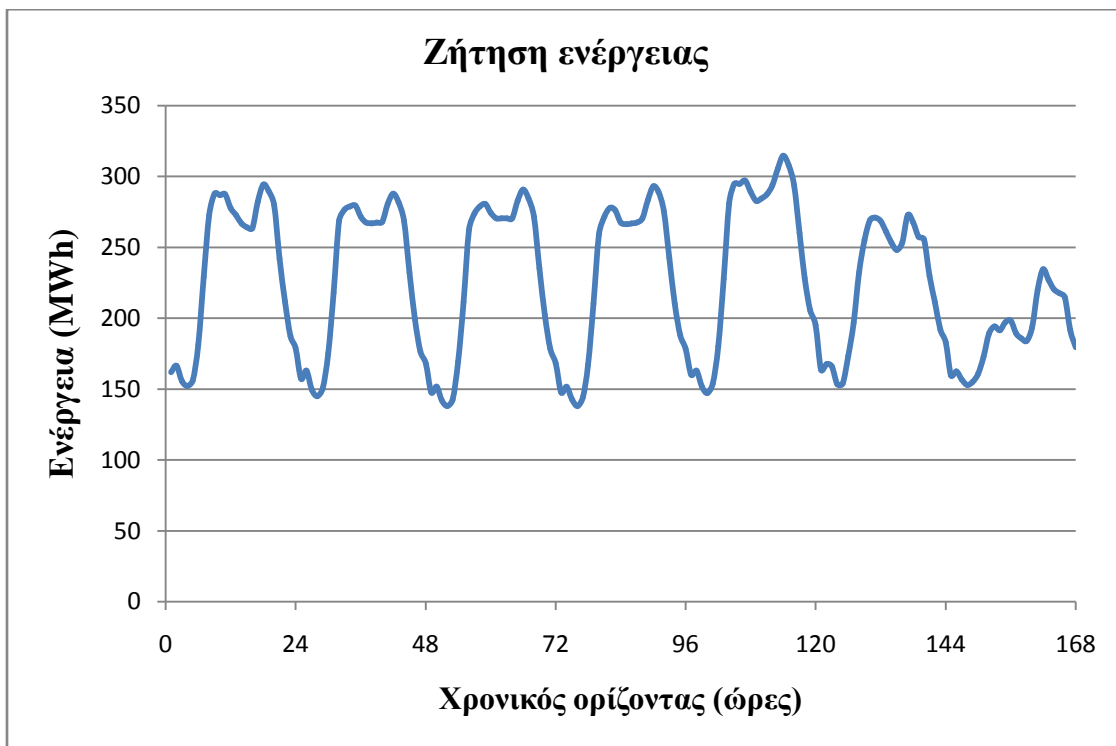
Στην εφαρμογή της παρούσας παραγράφου ο σταθμός αποτελείται από 6 μονάδες. Τα χαρακτηριστικά των μονάδων φαίνονται στον πίνακα 5.2.1. Συγκεκριμένα, οι μονάδες του σταθμού είναι:

- Μονάδα 1: Μονάδα Συνδυασμένου Κύκλου
- Μονάδες 2&3: Αεριοστρόβιλοι V64.3A
- Μονάδα 4: Αεριοστρόβιλος LM6000PC Sprint
- Μονάδες 5,6: Αεριοστρόβιλοι LM2500+

Η χρονοσειρά ζήτησης για ο χρονικό ορίζοντα φαίνεται στον πίνακα 5.2.3 και στο σχήμα 5.2.2.

Ώρα	Ζήτηση ενέργειας (MWh)						
	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή
1	162	157	148	148	160	164	160
2	166	163	152	152	163	168	162
3	156	149	142	143	152	166	157
4	152	145	138	138	147	153	153
5	156	151	143	144	154	154	155
6	181	175	169	167	180	173	161
7	229	218	211	210	228	197	173
8	273	269	262	259	281	232	189
9	288	277	274	271	295	255	194
10	287	279	279	278	295	269	191
11	287	279	281	276	297	271	197
12	278	271	274	268	289	269	198
13	273	268	270	266	283	261	189
14	267	267	270	267	285	253	186
15	264	268	270	268	287	248	184
16	264	268	270	270	294	253	194
17	282	281	283	283	306	273	220
18	294	288	291	293	315	268	235
19	290	282	285	289	308	257	227
20	280	269	271	275	294	256	220
21	242	232	235	243	260	230	218
22	212	199	202	210	228	211	215
23	187	177	178	188	206	192	191
24	179	168	168	178	195	183	179

Πίνακας 5.2.3  
*Ζήτηση ενέργειας για τις 168 ώρες του ορίζοντα*

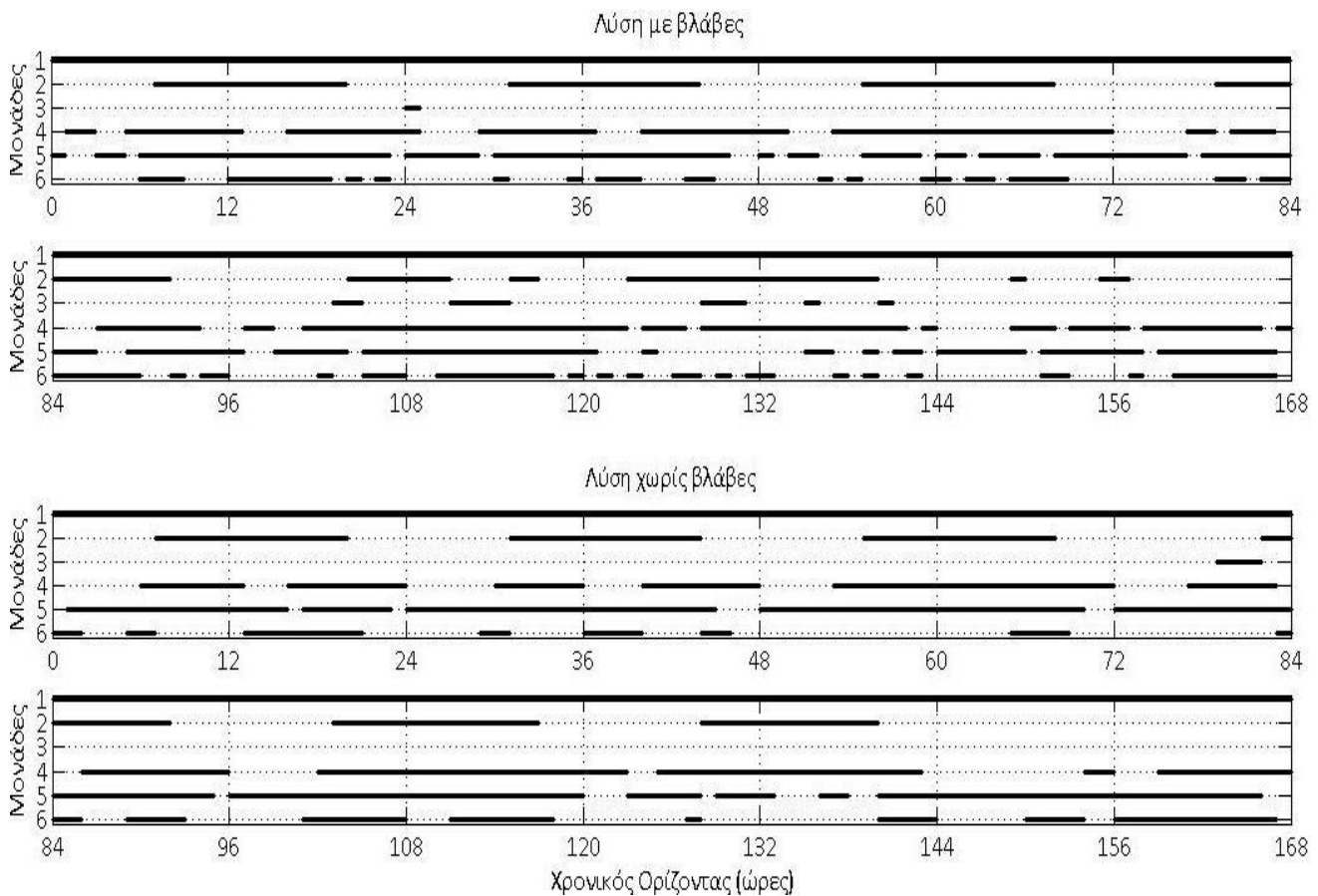


Σχήμα 5.2.5

*Ζήτηση ενέργειας για την εφαρμογή 6 μονάδων με χρονικό ορίζοντα 168 ωρών*

Για την επίλυση χρησιμοποιήθηκε εξελικτικός αλγόριθμος χρονικής κατάτμησης. Ο χρονικός ορίζοντας χωρίστηκε σε 7 τμήματα των 24 ωρών, κάθε ένα από τα οποία βελτιστοποιήθηκε αυτόνομα για 1000 γενιές. Το πλήθος των γονέων και των απογόνων κάθε γενιάς ήταν  $(\mu, \lambda) = (20, 60)$  και η πιθανότητα διασταύρωσης ίση με 0.90. Η αρχική πιθανότητα μετάλλαξης θεωρήθηκε ίση με 0.10, η ειδική πιθανότητα 0.07, ενώ η τελική 0.02. Η αλλαγή της πιθανότητας γινόταν ύστερα από 50 ανενεργές γενιές και μετά την 600<sup>η</sup> γενιά επιβλήθηκε η τελική τιμή.

Σε ότι αφορά τις βλάβες, θεωρήθηκε για όλες τις μονάδες ρυθμός αστοχίας  $\lambda_f = 0.00025$  και ρυθμός επιδιόρθωσης  $\lambda_{\text{τερ}} = 0.0417$ , δηλαδή ο μέσος χρόνος αστοχίας είναι 4000 ώρες και ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης 24 ώρες. Έτσι, η πιθανότητα για κάποια μονάδα να τεθεί εκτός λειτουργίας λόγω βλάβης κάποια στιγμή εντός του χρονικού ορίζοντα των 168 ωρών είναι  $P_f = 1 - e^{-\lambda_f t} \cong 4\%$ . Αν κάποια ώρα η ζήτηση δεν μπορεί να καλυφθεί από τις ανοιχτές μονάδες αγοράζεται ενέργεια από τρίτους με κόστος  $25 \text{ MW}_f$  ανά MWh, ενώ δεν χρεώνεται κάποια ποινή για αν παράγεται ενέργεια περισσότερη από τη ζήτηση. Κάθε υποψήφια λύση αξιολογήθηκε για  $J=3000$  σενάρια βλάβης επιδιόρθωσης. Η επίλυση με τον προτεινόμενο αλγόριθμο για τις συγκεκριμένες παραμέτρους του εξελικτικού αλγορίθμου απαιτεί περίπου 10 ώρες (η επίλυση έγινε σε προσωπικό υπολογιστή Dual-Core 3.00 GHz). Οι λύσεις για τις 2 περιπτώσεις φαίνονται στο σχήμα 5.2.6.



Σχήμα 5.2.6

Πάνω η βέλτιστη λύση όταν οι μονάδες έχουν πιθανότητα βλάβης. Κάτω όταν η πιθανότητα βλαβών είναι μηδενική.

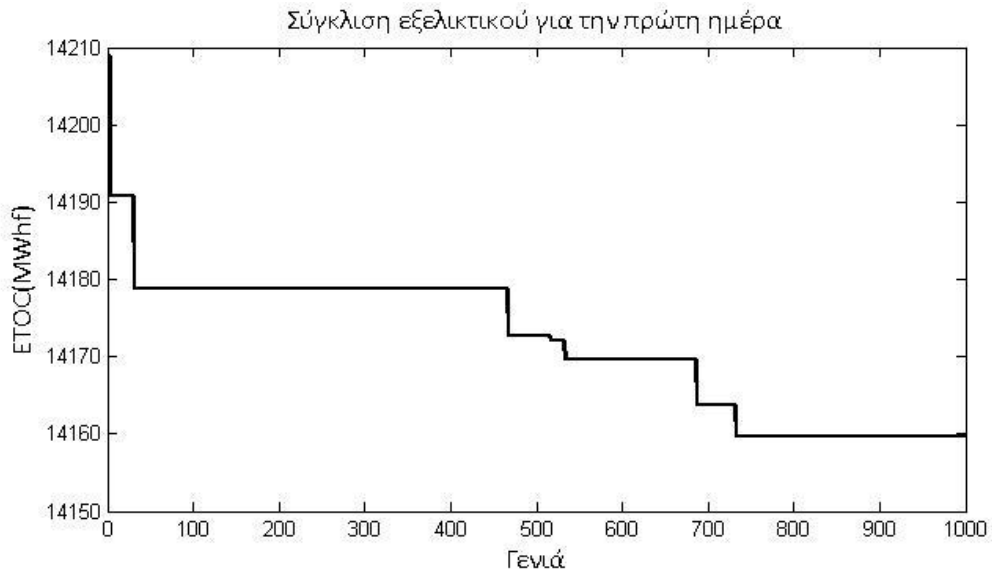
Η βέλτιστη λύση έχει κόστος  $ETOC_{with-outages}=97265.8 \text{ MWh}_f$ , ενώ όταν οι βλάβες δεν λαμβάνονται υπόψη η βέλτιστη λύση έχει κόστος  $TOC_{no-outages}= 93201.8 \text{ MWh}_f$ . Στο κόστος της λύσης του προτεινόμενου αλγορίθμου υπάρχει ενσωματωμένο το κόστος αγοράς ενέργειας όταν και το οποίο είναι ίσο με  $2956.4 \text{ MWh}_f$ , κάτι που σημαίνει ότι κατά μέσο όρο προκύπτει έλλειμμα περίπου  $128 \text{ MWh}$  σε σύνολο  $37900 \text{ MWh}$  απαιτούμενης ενέργειας για όλο τον ορίζοντα των 168 ωρών. Ο βαθμός απόδοσης του σταθμού στο σενάριο χωρίς βλάβες είναι

$$\eta_{no-outages} = \frac{\sum_{i=1}^{168} d_i}{TOC_{no-outages}} = 0.4066 ,$$

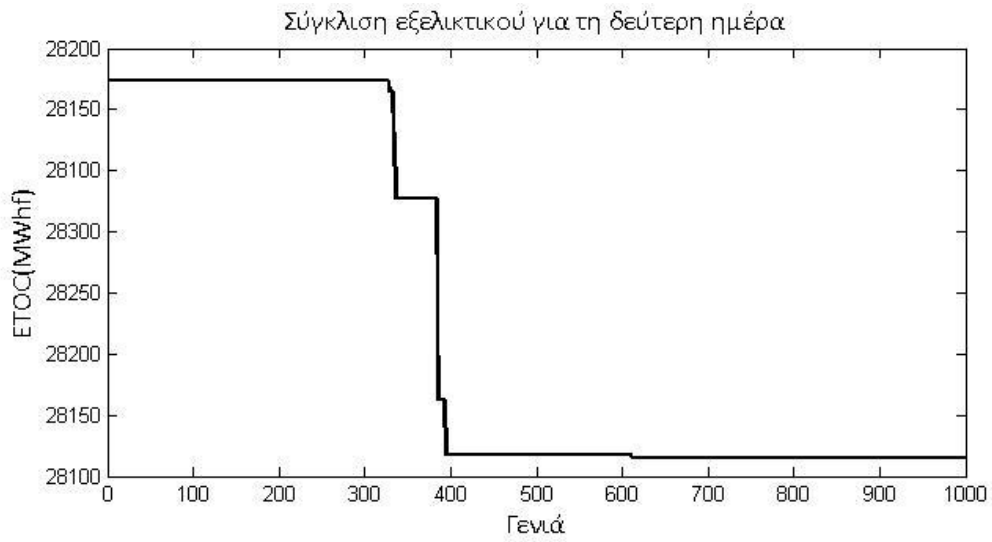
ενώ στο σενάριο με βλάβες ο βαθμός απόδοσης της λύσης για το σενάριο με βλάβες είναι

$$\eta_{with-outages} = \frac{\sum_{i=1}^{168} d_i}{ETOC_{with-outages}} = 0.3897$$

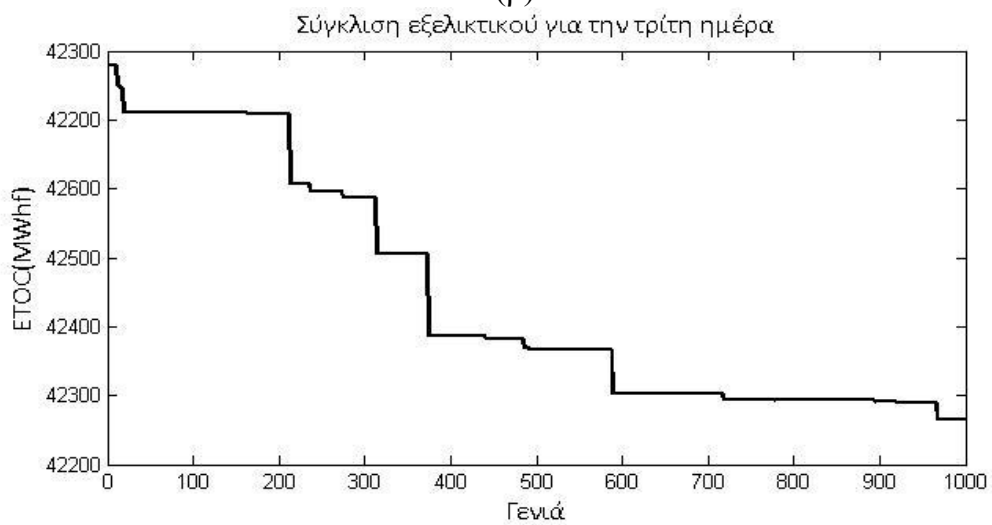
Στα σχήματα 5.2.7(α)-(η) φαίνεται η σύγκλιση του εξελικτικού αλγορίθμου για το κάθε τμήμα της κατάτμησης αλλά και για ολόκληρο το χρωμόσωμα.



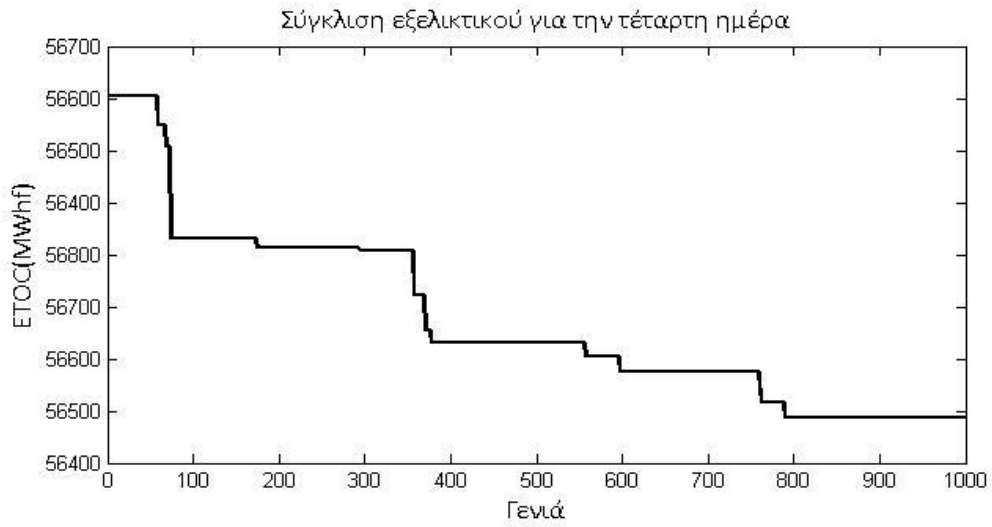
(α)



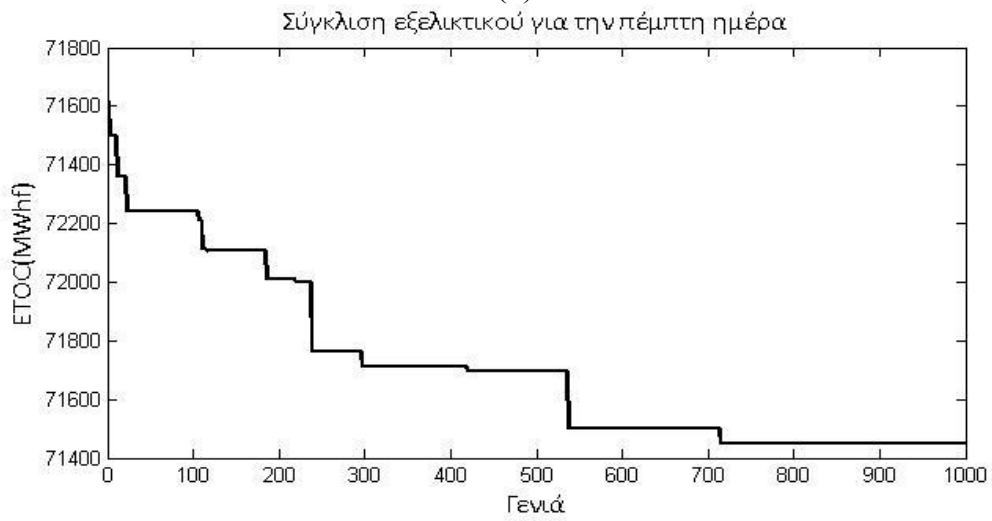
(β)



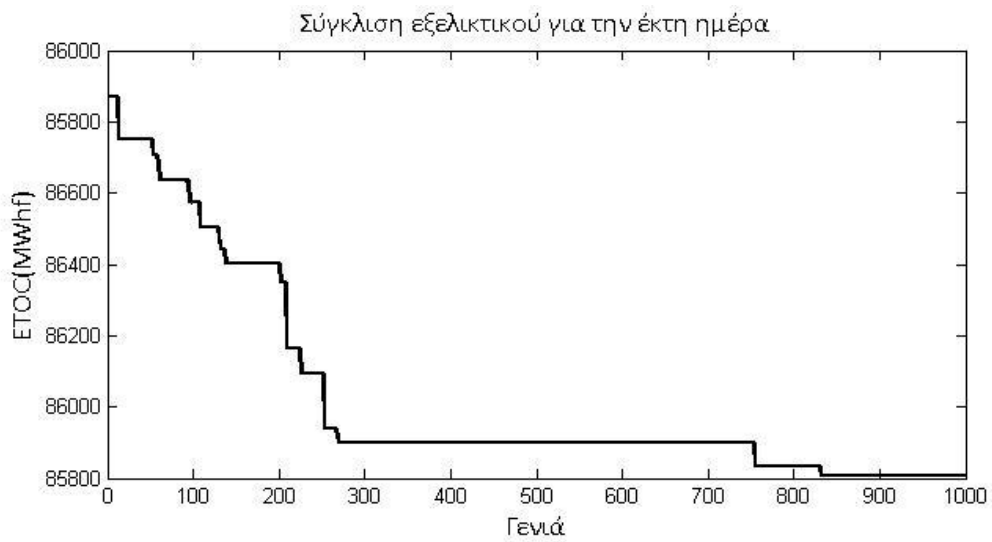
(γ)



(δ)

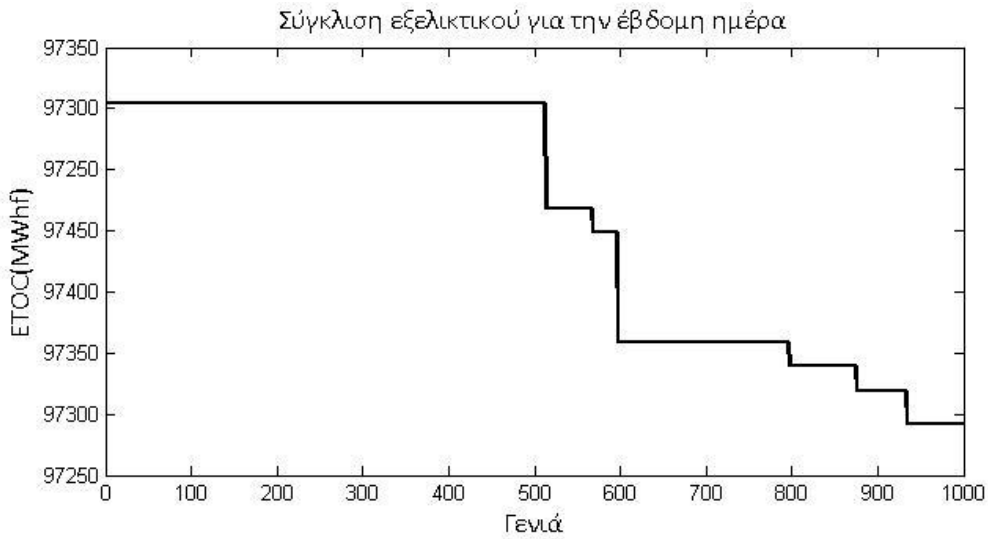


(ε)

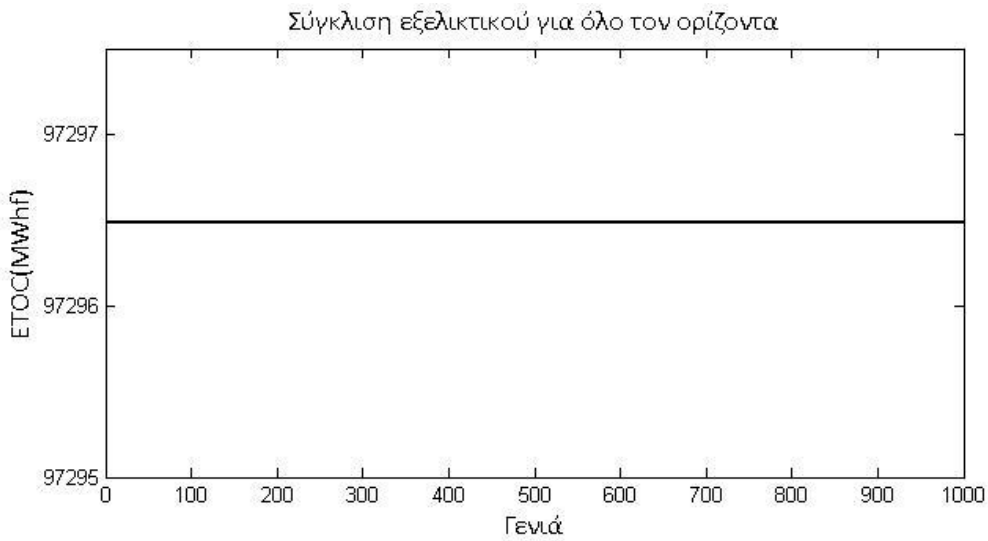


(στ)





(ζ)



(η)

*Σύγκλιση του εξελικτικού αλγορίθμου για κάθε ένα τμήμα του χρονικού ορίζοντα. Στο σχήμα 5.2.7(η) φαίνεται ότι για ολόκληρο το χρομόσωμα δε βρέθηκε καλύτερη λύση από αυτή της πρώτης γενιάς.*

## Κεφάλαιο 6 Επίλογος. Σύνοψη και προτάσεις για περαιτέρω βελτίωση του αλγορίθμου

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με τη βελτιστοποίηση του προγράμματος λειτουργίας (UCP) και της ανάθεσης φορτίου (EDP) σε μονάδες ηλεκτροπαραγωγής, με σκοπό την κάλυψη της δεδομένης ενεργειακής ζήτησης με ελάχιστο κόστος. Ως βάση χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ ο οποίος παρουσιάζεται στη διπλωματική εργασία του Ι. Δολιανίτη[1] και ένα τμήμα του βελτιώθηκε στη διπλωματική του Ι. Αμωράτη[2]. Η μέθοδος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας ο αλγόριθμος τροποποιήθηκε έτσι ώστε να υιοθετηθεί ένα διαφορετικό μοντέλο για τις πιθανές καταστάσεις των μονάδων. Συγκεκριμένα, πλέον λαμβάνεται υπόψη η πιθανότητα εμφάνισης βλάβης στις μονάδες. Η μέθοδος αξιολόγησης κάθε λύσης υπέστη αλλαγή και πλέον αυτή γίνεται με τη χρήση προσομοίωσης Monte Carlo. Μια μονάδα παθαίνει βλάβη όταν συμπληρώσει ένα πλήθος ωρών λειτουργίας. Την επόμενη στιγμή η μονάδα μπαίνει σε κατάσταση επιδιόρθωσης και παραμένει σε τέτοια μέχρι αυτή να ολοκληρωθεί. Τόσο ο χρόνος εμφάνισης βλάβης όσο και ο χρόνος επιδιόρθωσης είναι τυχαίες μεταβλητές. Δεδομένων των ρυθμών αστοχίας και επιδιόρθωσης κάθε μονάδας, μπορούν να παραχθούν τυχαία σενάρια βλαβών/επιδιορθώσεων για όλο το χρονικό ορίζοντα. Για κάθε λύση δημιουργείται επαρκές πλήθος τέτοιων σεναρίων βλαβών/επιδιορθώσεων, για καθένα από τα οποία μετά από κατάλληλη προσαρμογή της λύσης υπολογίζεται το ολικό λειτουργικό κόστος. Τελικά, ο μέσος όρος του κόστους όλων αυτών των σεναρίων ισούται με το εκτιμώμενο κόστος (ETOC) της λύσης, το οποίο είναι και η νέα αντικειμενική συνάρτηση.

Στην εργασία γίνεται παρουσίαση της αναγκαιότητας της επίλυσης του UCP στις σύγχρονες κοινωνίες, παρουσιάζεται το πρόβλημα ορίζοντας τη συνάρτηση στόχου, τις μεταβλητές και τους περιορισμούς του τόσο για το μοντέλο χωρίς βλάβες όσο και για αυτό που θεωρεί τις βλάβες πιθανές. Στη συνέχεια γίνεται μια περιγραφή των εξελικτικών αλγορίθμων και της μεθόδου Monte Carlo από μια γενική σκοπιά. Ακολουθεί η εξήγηση του αλγορίθμου που χρησιμοποιείται, περιγράφοντας και τις 2 περιπτώσεις, με και χωρίς βλάβες. Τέλος παρουσιάζονται κάποιες πρακτικές εφαρμογές. Η πρώτη είναι ένα απλό πρόβλημα, σκοπός του οποίου είναι κυρίως η κατανόηση της αλλαγής που επιφέρει στη λύση η πιθανότητα βλάβης των μονάδων. Η δεύτερη είναι ένα μεγαλύτερο πρόβλημα όπου παρουσιάζεται η εξάρτηση της ακρίβειας της Monte Carlo μεθόδου από το πλήθος δοκιμών. Οι 2 τελευταίες είναι προβλήματα με υποθετικούς σταθμούς, πραγματικών παρόλα αυτά μονάδων. Γίνεται η σύγκριση των λύσεων για τα 2 μοντέλα και εξετάζεται η σύγκλιση του εξελικτικού αλγορίθμου.

Η αλλαγή που έγινε στον αλγόριθμο έδωσε τη δυνατότητα οι λύσεις να θεωρούν πιθανές τις βλάβες των μονάδων, κάνοντας έτσι τις λύσεις σαφώς πιο ρεαλιστικές και εφαρμόσιμες σε πραγματικά προβλήματα. Όπως προκύπτει όμως από τις εφαρμογές, το μεγάλο μειονέκτημα είναι ότι για να εξασφαλιστεί η αξιοπιστία της λύσης απαιτούνται πολλές δοκιμές των λύσεων (της τάξης των 10000) κάνοντας έτσι τον υπολογισμό αρκετά κοστοβόρο από άποψη υπολογιστικού κόστους.

Σε μετέπειτα βελτιώσεις του αλγορίθμου αυτό κρίνεται αναγκαίο να ελαττωθεί, χρησιμοποιώντας τεχνικές όπως τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Νέα ζητήματα με τα οποία θα μπορούσε κανείς να ασχοληθεί είναι η στοχαστικότητα στη ζήτηση και το ενδεχόμενο ρίσκο που προκύπτει από αυτή, η προσθήκη κάποιων επιπλέον περιορισμών στο πρόβλημα όπως η αναγκαστική λειτουργία κάποιων μονάδων, το μέγιστο όριο του ρυθμού αλλαγής της φόρτισης των μονάδων (ramp rate) και η ένταξη των εκπομπών ρύπων είτε ως περιορισμός είτε ως αντικειμενική συνάρτηση.

# Βιβλιογραφία

- [1] Ιωάννης Κ. Δολιανίτης, “Βελτιστοποίηση Προγράμματος Λειτουργίας Θερμικών Μονάδων Ηλεκτροπαραγωγής με Χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων και Μιας Νέας Παραμετροποίησης,” 2011.
- [2] Ιωάννης Ιάσοντας Αμωράτης, “Διπλωματική Εργασία Βελτιωμένη μέθοδος επίλυσης του προβλήματος οικονομικής ανάθεσης φορτίου για χρήση κατά τη βελτιστοποίηση του προγράμματος λειτουργίας σταθμών ηλεκτροπαραγωγής μέσω Εξελικτικών Αλγορίθμων,” 2012.
- [3] Ε. Κακαράς, Δ. Γιαννακόπουλος, Σ. Καρέλλας, Π. Βουρλιώτης, *Σημειώσεις αντιρρυπαντικής τεχνολογίας θερμικών σταθμών*. Αθήνα: Εκδόσεις ΕΜΠ, 2009.
- [4] “Ρυθμιστική Αρχή Ενέργειας (ΡΑΕ), <http://www.rae.gr>.” .
- [5] “Πορίσματα της Ομάδας Εργασίας της Επιτροπής Ενέργειας της Ακαδημίας Αθηνών επί του θέματος «Πυρηνική Ενέργεια και Ενεργειακές Ανάγκες της Ελλάδος».”
- [6] Κωνσταντίνος Τσιάκας, “Μέθοδος προγραμματισμού και υπολογισμού της βέλτιστης ανάθεσης φορτίου σε μονάδες απομονωμένων συστημάτων ηλεκτροπαραγωγής με πιθανοτικές βλάβες.”
- [7] B. Saravanan, E. R. Vasudevan, and D. P. Kothari, “Unit commitment problem solution using invasive weed optimization algorithm,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 55, pp. 21–28, Feb. 2014.
- [8] Burns RM, Gibson CA, “Optimization of priority lists for a unit commitment program,” presented at the Proceedings of IEEE power engineering society summer meeting, 1975.
- [9] F. Zhuang, F.D. Galiana, “Toward a more rigorous and practical unit commitment by lagrangian relaxation,” *IEEE Trans Power Syst*, vol. 3, pp. 763–770, 1988.
- [10] A. Bakirtzis, C. Zournas, “Lambda of lagrangian relaxation solution to unit commitment problem,” *IEE Proc Gener Transm Distrib* 147 2 2000 Pp 131–136.
- [11] V. K. Tumuluru, Z. Huang, and D. H. K. Tsang, “Unit commitment problem: A new formulation and solution method,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 57, pp. 222–231, May 2014.
- [12] S.K. Tong, S.M. Shahidehpour, “Hydrothermal unit commitment with probabilistic constraints using segmentation method,” *IEEE Trans Power Syst*, vol. 5 (1) (1990), pp. pp. 276–282.
- [13] A. Cohen, M. Yoshimura, “A branch-and-bound algorithm for unit commitment,” *IEEE Trans Power Appar. Syst PAS-102* 1983 Pp 444–451.
- [14] G. Ferrari-Trecate, E. Gallestey, P. Letizia, M. Spedicato, M. Morari, M. Antoine, “Modeling and control of co-generation power plants: a hybrid system approach,” *IEEE Trans Control Syst Technol*, 2004.

- [15] F. Zhuang, F.D. Galiana, "Unit commitment by simulated annealing," *IEEE Trans Power Syst* 5 1990 Pp 311–318.
- [16] D. Simopoulos, S.D. Kavatza, C.D. Vournas, "Unit commitment by an enhanced simulated annealing algorithm," *EEE Trans Power Syst* 21 1 2006 Pp 68–76.
- [17] A. H. Mantawy, Y. L. Abdel-Magid, and S. Z. Selim, "A new genetic-based tabu search algorithm for unit commitment problem," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 49, no. 2, pp. 71–78, Mar. 1999.
- [18] M. M. El-Saadawi, M. A. Tantawi, and E. Tawfik, "A fuzzy optimization-based approach to large scale thermal unit commitment," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 72, no. 3, pp. 245–252, Dec. 2004.
- [19] C. C. Columbus, K. Chandrasekaran, and S. P. Simon, "Nodal ant colony optimization for solving profit based unit commitment problem for GENCOs," *Appl. Soft Comput.*, vol. 12, no. 1, pp. 145–160, Jan. 2012.
- [20] H. Sasaki, M. Watanabe, R. Yokoyama, "A solution method of unit commitment by artificial neural networks."
- [21] R.-H. Liang and F.-C. Kang, "Thermal generating unit commitment using an extended mean field annealing neural network," *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, vol. 147, no. 3, pp. 164–170, 2000.
- [22] C. A. Georgopoulou and K. C. Giannakoglou, "Metamodel-assisted evolutionary algorithms for the unit commitment problem with probabilistic outages," *Appl. Energy*, vol. 87, no. 5, pp. 1782–1792, May 2010.
- [23] G. Dudek, "Unit commitment by genetic algorithm with specialized search operators," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 72, no. 3, pp. 299–308, Dec. 2004.
- [24] S. A. Kazarlis, A. G. Bakirtzis, and V. Petridis, "A genetic algorithm solution to the unit commitment problem," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 11, no. 1, pp. 83–92, 1996.
- [25] V.G. Asouti & K.C. Giannakoglou, "A low-cost evolutionary algorithm for the unit commitment problem considering probabilistic unit outages," *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 43, no. 7, pp. 1322–1335, 2012.
- [26] D. F. Rahman, A. Viana, and J. P. Pedroso, "Metaheuristic search based methods for unit commitment," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 59, pp. 14–22, Jul. 2014.
- [27] Χαρίκλεια Γεωργοπούλου, "Τεχνικές Βελτιστοποίησης για τον προγραμματισμό λειτουργίας αεριο/ατμοστροβιλικών μονάδων και το σχεδιασμό συνιστωσών τους." 2009.
- [28] R. Billinton, R.N. Allan, *Reliability evaluation of engineering systems: concepts and techniques*, 2nd ed. New York: Plenum Press, 1992.
- [29] Κ. Χ. Γιαννάκογλου, *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*, 3rd ed. Αθήνα: Εκδόσεις ΕΜΠ, 2005.
- [30] De Jong Kenneth A., *Evolutionary computation : a unified approach*. Massachusetts Institute of Technology: The MIT Press, 2006.

- [31] D. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [32] Michalewicz Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer-Verlag, 1992.
- [33] R. R. Bill Worzel, *GENETIC PROGRAMMING: THEORY AND PRACTICE*. 2011.
- [34] Jun S. Liu, *Monte Carlo Strategies In Scientific Computing*. Department of Statistics, Harvard University, 2002.
- [35] X. Luo, C. Singh, and A. D. Patton, "Power system reliability evaluation using self organizing map," in *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000*, 2000, vol. 2, pp. 1103–1108 vol.2.
- [36] Ι. Σ. Γ.Κοκολάκης, *Εισαγωγή Στις Πιθανότητες*. Αθήνα: Συμεών, 2002.
- [37] A. Akhshani, A. Akhavan, A. Mobaraki, S.-C. Lim, and Z. Hassan, "Pseudo random number generator based on quantum chaotic map," *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 19, no. 1, pp. 101–111, Jan. 2014.
- [38] P. L'Ecuyer, "Uniform random number generation," *Ann. Oper. Res.*, vol. 53, no. 1, pp. 77–120, Dec. 1994.
- [39] Dirk P. Kroese, *Monte Carlo Methods*. Department of Mathematics School of Mathematics and Physics The University of Queensland.
- [40] P. Hellekalek, "Good random number generators are (not so) easy to find," *Math. Comput. Simul.*, vol. 46, no. 5–6, pp. 485–505, Jun. 1998.
- [41] J.M. Hammersley, D.C. Handscomb, *Monte Carlo Methods*. Great Britain, 1964.