



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη»

Διπλωματική Εργασία

Αριθμητική προσομοίωση κυματισμού σε περιοχές μεταβαλλόμενης βαθυμετρίας με χρήση του αριθμητικού κυματικού μοντέλου MIKE 21
by DHI



Όνοματεπώνυμο: Καζάκης Ιωάννης

Αριθμός μητρώου: 08112813

Τριμελής Επιτροπή:

Κωνσταντίνος Μπελιμπασάκης, (Επιβλέπων):
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ, Σχολή Ναυπηγών
Μηχανολόγων Μηχανικών

Σπυρίδων Α. Μαυράκος: Καθηγητής ΕΜΠ, Σχολή
Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών

Τακβόρ Σουκισσιάν: Ερευνητής Α, ΕΛΚΕΘΕ (Ελληνικό
Κέντρο Θαλασσιών Ερευνών)

Αθήνα, Μάρτης 2014

Ευχαριστίες

Θέλω να ευχαριστήσω από καρδιάς, τον καθηγητή μου και φίλο, κ. Κώστα Μπελιμπασάκη για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του καθ' όλη την διάρκεια της διπλωματικής αυτής εργασίας. Οι συμβουλές και οι υποδείξεις του, εκτός από καθοριστικό παράγοντα για την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής, αποτέλεσαν και σημείο αναφοράς και σημαντικό εφόδιο για την προσωπική μου αντίληψη.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης τον καθηγητή κ. Σπ. Μαυράκο και τον κ. Ηλία Μουσουλή για την παροχή της άδειας χρήσης του αριθμητικού κυματικού μοντέλου MIKE 21.

Επιπροσθέτως θα ήθελα να ευχαριστήσω την κ. Δρ Βασιλική Χ. Κατσαρδή για την πολύτιμη βοήθεια που μου παρείχε σε κρίσιμο σημείο της διπλωματικής εργασίας.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	2
Περίληψη.....	5
Abstract	6
Κεφάλαιο 1 ^ο – Παράκτιες ζώνες.....	7
1.1. Σημασία των παράκτιων ζωνών	7
1.2. Ορισμός παράκτιας ζώνης.....	9
1.2.1. Κατηγοριοποίηση των περιοδικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα στο παράκτιο περιβάλλον.....	11
1.3. Κυματικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στο θαλάσσιο περιβάλλον.....	13
1.3.1. Κυματικά φαινόμενα παράκτιας ζώνης	15
Κεφάλαιο 2 ^ο - Από την γραμμική στην μη γραμμική θεωρία κυματισμών	18
2.1. Γενικές εξισώσεις – οριακές συνθήκες	18
2.2. Μαθηματική περιγραφή μονοδιάστατων κυματισμών.....	20
2.2.1. Θεωρία γραμμικών κυματισμών μικρού πλάτους (Airy ή Stokes 1 ^{ης} τάξης)	21
2.3. Μη γραμμικοί κυματισμοί	23
2.3.1. Θεωρίες Stokes ανώτερης τάξης.....	23
2.3.2. Θεωρία κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal waves).....	25
2.3.3. Θεωρία μοναχικού κύματος (solitary wave)	25
2.3.4. Μέθοδος ροϊκής συνάρτησης (stream function theory)	26
2.4. Περιοχή ισχύος των θεωριών.....	27
Κεφάλαιο 3 ^ο – Μαθηματικά μοντέλα διάδοσης κυματισμών τύπου Boussinesq.....	30
3.1. Αρχικές εξισώσεις Boussinesq.....	30
3.2. Εξισώσεις Boussinesq για την περιγραφή κυματικής διάδοσης πάνω από πυθμένα ήπιας κλίσης.....	34
3.3. Εξισώσεις Boussinesq με βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς	34
Κεφάλαιο 4 ^ο – Το υπολογιστικό μοντέλο MIKE 21 BW (<i>Boussinesq Waves</i>).....	36
4.1. Εισαγωγή.....	36
4.2. Γενική περιγραφή.....	36
4.2.1. Περιγραφή των ζωνών απορρόφησης	39
4.3. Βασικές εξισώσεις	41
Κεφάλαιο 5 ^ο - Εφαρμογές του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW, σε περιπτώσεις τεχνητής βαθυμετρίας, με μια χωρική μεταβλητή (1DH) και με δύο χωρικές μεταβλητές (2DH)	44
5.1. Εισαγωγή.....	44

5.2.	Συνοπτική περιγραφή του πειράματος των Beji και Battjes (διάδοση πάνω από τραπεζοειδή πυθμένα)	44
5.2.1.	Περίληψη της εργασίας των Beji και Battjes	44
5.2.2.	Ιστορική αναδρομή	45
5.2.3.	Βασικές εξισώσεις του προβλήματος	46
5.2.4.	Δομή του πειράματος των Beji και Battjes	48
5.2.5.	Εξαγόμενες τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας από μετρήσεις που διεξήχθησαν στην πειραματική διάταξη των Beji, Battjes.	50
5.3.	Εφαρμογή του μοντέλου MIKE 21 BW για μία (1DH) και για δύο (2DH) οριζόντιες μεταβλητές 51	
5.3.1.	Εισαγωγή	51
5.3.2.	Εφαρμογή του μοντέλου στην περίπτωση μίας χωρικής μεταβλητής (1DH)	51
5.3.3.	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	52
5.4.	Εφαρμογή του μοντέλου MIKE 21 BW στην περίπτωση δύο χωρικών μεταβλητών (2DH)	59
5.4.1.	Περιγραφή	59
5.4.2.	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	63
5.5.	Εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW στην πειραματική διάταξη των Berkhoff et al. (ελλειπτικός ύφαλος πάνω σε κεκλιμένο πυθμένα)	66
5.5.1.	Εισαγωγή	66
5.5.2.	Περιγραφή του πειράματος των Berkhoff et al.	66
5.5.3.	Εγκατάσταση του μοντέλου MIKE 21 BW για το παραπάνω πείραμα	68
5.5.4.	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	70
Κεφάλαιο 6 ^ο – Εφαρμογή του Αριθμητικού Μοντέλου MIKE 21 BW σε πυθμένα φυσικής μορφολογίας		78
6.1.	Εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH στην παράκτια ζώνη της πόλης του Ρεθύμνου	78
6.1.1.	Εισαγωγή	78
6.1.2.	Γενική περιγραφή	78
6.1.3.	Εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH	84
6.1.4.	Συμπεράσματα	95
6.2.	Εφαρμογή του Αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH στην περίπτωση σύνθετης τοπογραφίας πυθμένα (υποθαλάσσιο φαράγγι)	96
6.2.1.	Εγκατάσταση του μοντέλου	98
6.2.2.	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	99
Βιβλιογραφία:		101

Περίληψη

Οι θαλάσσιοι κυματισμοί διαδίδοντας μεγάλα ποσά ενέργειας και δευτερευόντως μάζας, από την ανοιχτή θάλασσα προς τις ακτές, αποτελούν ένα πολύ σημαντικό παράγοντα που επιδρά στη διαμόρφωση των ακτών, στην ισορροπία του οικοσυστήματος στην παράκτια ζώνη, στην ρύπανση των ακτών, στην αλληλεπίδραση με τις παράκτιες κατασκευές κλπ.

Συνεπώς, προκύπτει η ανάγκη για ορθή χρήση και εκμετάλλευση των παρακτίων ζωνών καθώς και η απαίτηση σχολαστικού σχεδιασμού τόσο από τεχνολογική όσο και από κατασκευαστική άποψη κάθε δραστηριότητας που λαμβάνει χώρα στο παράκτιο περιβάλλον. Αυτό καθίσταται περισσότερο σημαντικό λαμβάνοντας υπόψη ότι το παράκτιο περιβάλλον αποτελεί θέμα ζωτικής σημασίας από οικονομική και κοινωνική άποψη για την γενικότερη ανάπτυξη μίας περιοχής.

Για την πρόβλεψη των χαρακτηριστικών διάδοσης των θαλασσίων κυματισμών σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία κοντά στην ακτή και των επιδράσεων τους, έχουν αναπτυχθεί διάφορες μεθοδολογίες και αριθμητικά μοντέλα, (βλ., π.χ., Beji & Battjes 1994, Beji & Nadaoka 1996, Belibassakis & Athanassoulis 2011 και τις αναφορές στις εργασίες αυτές). Αντίστοιχα, τα σχετικά φαινόμενα έχουν εκτεταμένα διερευνηθεί σε εργαστηριακό περιβάλλον (βλ., π.χ., Beji & Battjes 1993).

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία, γίνεται εφαρμογή ενός διαδεδομένου και ευρέως αποδεκτού και χρησιμοποιούμενου στην πράξη υπολογιστικού κυματικού μοντέλου, και συγκεκριμένα του MIKE 21 της εταιρίας DHI (Danish Hydraulic Institute), το οποίο βασίζεται σε εμπλουτισμένες εξισώσεις Boussinesq (βλ. Madsen & Sorensen 1992, Zhang et al. 2007), προκειμένου να προσομοιωθεί η κυματική διάδοση από την ανοιχτή θάλασσα προς την ακτή και να μελετηθεί η αλληλεπίδραση του κυματισμού με τον θαλάσσιο πυθμένα. Το μοντέλο εξετάζεται για την αξιοπιστία των προβλέψεων του σε μια και δύο οριζόντιες διαστάσεις και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με πειραματικές μετρήσεις οι οποίες προέρχονται από πειράματα των Beji & Battjes (Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar, Coastal Engineering 1993) και από το πείραμα που περιγράφεται από τους Berkhoff et al. (1982) και αναφέρεται στην διάδοση κυματισμού πάνω από μία ρήχωση ελλειπτικής μορφής που βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο πυθμένα. Εξάγονται έτσι συμπεράσματα για την βέλτιστη επιλογή των φυσικών και αριθμητικών παραμέτρων. Ακολούθως εφαρμόζεται σε πραγματικές περιοχές με σχετικά απλή μορφολογία. Τέλος, επιτυγχάνεται η εφαρμογή του μοντέλου για το υποθαλάσσιο φαράγγι που βρίσκεται στην παράκτια περιοχή της πόλης La Jolla, στην Καλιφόρνια των Ηνωμένων Πολιτειών. Στη δεύτερη αυτή περίπτωση η μορφολογία πυθμένα διαθέτει πολύπλοκα χαρακτηριστικά που καθιστούν το κυματικό πεδίο επίσης πολύπλοκο, πράγμα που αναδεικνύει την αποτελεσματικότητα του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW. Ως αποτέλεσμα διατυπώνονται χρήσιμα συμπεράσματα για την εφαρμοσιμότητα του σε γενικές καταστάσεις.

Abstract

Sea waves, propagating large amounts of energy and secondarily mass, from the open sea to the coast, are a very important factor that affects coast stability, the balance of the ecosystem in the coastal zone, the interaction with coastal structures, coastal pollution etc.

The appropriate use and exploitation of coastal zones is interconnected with the requirements of detailed planning concerning both technological and manufacturing activities that take place in the coastal environment. This becomes more important taking into account that the coastal environment is an extremely significant factor both in economic and social terms for the overall development of a region.

To predict the propagation characteristics of sea waves in variable bathymetry regions and especially near the coast and their effects, various methods have been developed and corresponding numerical models (see, e.g., Beji & Battjes 1994, Beji & Nadaoka 1996, Belibassakis & Athanassoulis 2011 and references cited there). Moreover, relevant phenomena have been extensively experimentally investigated in laboratory environment (see, e.g., Beji & Battjes 1993).

In this thesis, the widespread and widely accepted and used in practice numerical wave model MIKE 21 developed by DHI (Danish Hydraulic Institute) is applied to the prediction of wave characteristics in the nearshore and coastal regions. This model is based on enhanced Boussinesq equations (see Madsen and Sorensen 1992, Zhang et al. 2007), for the prediction of wave propagation from the open sea towards the coast and subsequently applied to the study of interaction of water waves with the sea bottom. The model is examined for its reliability concerning the estimates in one and two horizontal dimensions and the results are compared against experimental measurements, which are derived and presented by Beji & Battjes (Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar, Coastal Engineering 1993), and in the case of underwater shoal experiment over an upslope, described by Berkhoff et al. (1982). The latter work refers to the obliquely incident wave propagation over an elliptical shape shoal which is located over a sloping bed. As a conclusion estimates are derived for the optimal choice of physical and numerical parameters using MIKE 21 BW model. In the final part of the thesis the same wave model MIKE 21 BW is investigated as concerns its applicability to real coastal locations. First a case characterized by relatively simple seabed and coastline morphology such as the coastal zone around the city of Rethymno (Crete) is investigated. Then, the model is implemented in the case of the submarine canyon located in the coastal area of the La Jolla (San Diego), in California in the United States. In this case, the bottom topography includes very complex features with almost vertical underwater walls, that highlight the effectiveness and efficiency of the above numerical model for such difficult topographies.

Κεφάλαιο 1^ο – Παράκτιες ζώνες

1.1. Σημασία των παράκτιων ζωνών

Σημαντικό ποσοστό των πόλεων σ' όλον τον κόσμο και ιδιαίτερα στην Ελλάδα έχουν αναπτυχθεί σε παράκτιες περιοχές. Η ακτή ως περιαστικό φυσικό περιβάλλον προσφέρει πολλά πλεονεκτήματα στη πόλη, όπως ηπιότερο μικροκλίμα, γρήγορη ανανέωση του αέρα, άμεση γειτονιά με εκτεταμένο φυσικό οικοσύστημα, ευχάριστο τοπίο, και αυξημένες δυνατότητες αναψυχής. Ωστόσο, το παράκτιο οικοσύστημα απαιτεί ιδιαίτερα προσεκτική διαχείριση, διότι παρουσιάζει ειδική ευαισθησία και μπορεί να οδηγηθεί σε γρήγορη υποβάθμιση, αν εκτεθεί σε αλόγιστες επεμβάσεις.

Επίσης ο απρόσεκτος σχεδιασμός παράκτιων έργων και η αλόγιστη επέκταση επιχωματώσεων και κρηπιδωμάτων μπορούν να καταστρέψουν ανεπανόρθωτα το περιαστικό παράκτιο περιβάλλον. Η διάβρωση των ακτών μπορεί να είναι αποτέλεσμα φυσικών διεργασιών οι οποίες μπορούν να επιφέρουν την μερικώς ή πλήρη αναδιαμόρφωση του παράκτιου τοπίου. Σε πολλές περιπτώσεις οι φυσικές διεργασίες έχουν τέτοια δύναμη και ταχύτητα που προκαλούν τεράστια και δυσαναπλήρωτα αποτελέσματα για την εικόνα του παράκτιου τοπίου. Η βροχή και τα παλιρροιακά κύματα είναι φυσικές διαδικασίες οι οποίες επιφέρουν τεράστιες αλλαγές στο φυσικό τοπίο αλλά τα αποτελέσματα τους εμφανίζονται μέσα σε μεγάλο χρονικό διάστημα. Στην ιδιαίτερη περίπτωση που οι παράκτιοι χώροι γειτνιάζουν με εκβολές ποταμών, η αναδιαμόρφωση των ακτών γίνεται από την μεταφορά μεγάλων υλικών μαζών μέσω των υδάτων των ποταμών με αποτέλεσμα τη φυσική επιχωμάτωση του παράκτιου μετώπου.



Πηγή: www.dailymail.co.uk

Εικόνα 1. Έντονα φαινόμενα κυματισμού σε παράκτια περιοχή

Επιπροσθέτως, οι παράκτιες ζώνες αποτελούν ένα πολύπλοκο σύστημα με αλληλοεξαρτώμενες και διασυνδεδεμένες διαδικασίες και παράγοντες, έτσι η διαχείριση του συστήματος είναι μια απαιτητική διαδικασία υψηλής σημασίας.

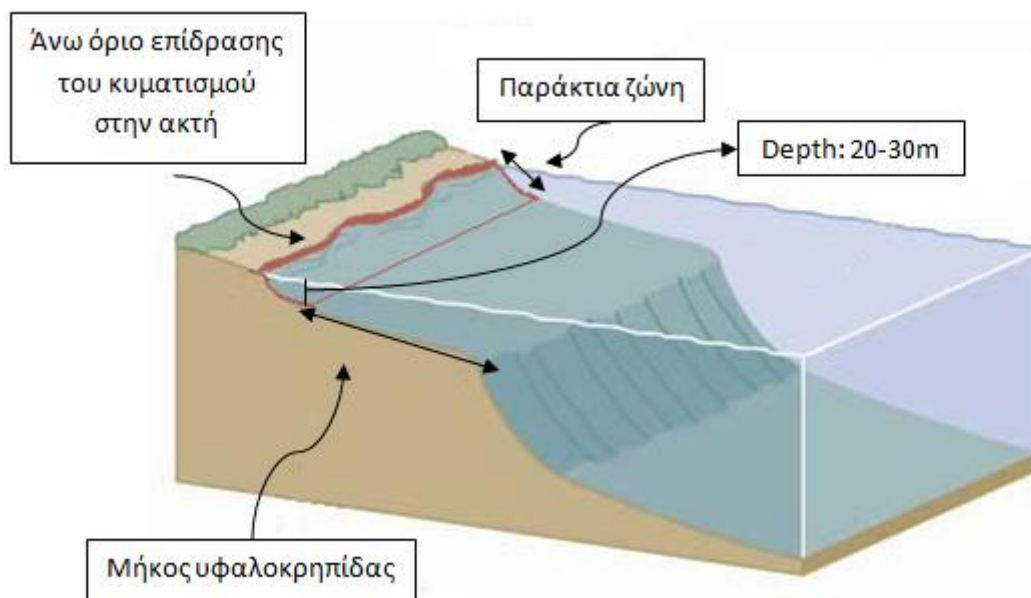
Υπάρχουν διάφοροι τύποι παράκτιων ζωνών όπως τα νησιά, τα δέλτα των ποταμών, καθώς και ηπειρωτικές παράκτιες ζώνες. Στα νησιά οι παράκτιες ζώνες αποτελούσαν από παλιά πόλο έλξης αφού οι περισσότερες οικονομικές δραστηριότητες τους όπως είναι η αλιεία, η γεωργία και ο τουρισμός συγκεντρωνόντουσαν εκεί. Οι κάτοικοι των νησιών είχαν στηριχθεί στην θάλασσα για να προμηθευτούν τροφή. Οι παράκτιες ζώνες της ηπειρωτικής χώρας περιλαμβάνουν μια ευρεία έκταση βιογεωγραφικών περιβαλλόντων και λειτουργικών χρήσεων. Οι περιοχές αυτές έχουν κατοικηθεί από παλιά και χαρακτηρίζονται από γρήγορη κοινωνικοοικονομική ανάπτυξη, έχουν σημαντικούς διαδρόμους μεταφοράς και γεωργικής εκμετάλλευσης. Τα δέλτα των ποταμών αποτελούν και αυτές παράκτιες περιοχές τεράστιας σημασίας αφού είναι εν γένει πολύ γόνιμες περιοχές. Για τον λόγο αυτό συνήθως είναι πυκνοκατοικημένες περιοχές και συνεχίζουν να έχουν σε παγκόσμιο επίπεδο μεγάλη δημογραφική και οικονομική ανάπτυξη. Ακόμα και σε άλλα Ελληνικά παράκτια οικοσυστήματα όπως είναι οι υγράτοποι, οι εκβολές των ποταμών, τα αλμυρά έλη, τα ρηχά νερά, οι λιμνοθάλασσες και οι θαμνώνες αποτελούν τα πιο παραγωγικά από οικολογικής απόψεως οικοσυστήματα και το ενδιαίτημα μεγάλης ποικιλίας ειδών πουλιών, θηλαστικών και θαλάσσιων ειδών, η επιβίωση των οποίων είναι πολύτιμη για τη διατήρηση της βιολογικής ποικιλότητας και προστατεύεται από διεθνείς συμβάσεις.

Σαν αποτέλεσμα, προβάλλεται ως αναγκαιότητα, η ορθή χρήση των παρακτίων ζωνών, καθώς και ο σχολαστικός σχεδιασμός τόσο από τεχνολογική όσο και από κατασκευαστική άποψη κάθε δραστηριότητας η οποία λαμβάνει χώρα στο παράκτιο περιβάλλον. Άρρηκτα συνδεδεμένο με το παράκτιο περιβάλλον είναι το φαινόμενο του κυματισμού το οποίο διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο σε κάθε είδους διεργασία που λαμβάνει χώρα σ' αυτό. Για τον σκοπό αυτό έχουν αναπτυχθεί στο πέρασμα των χρόνων διάφορες-πολυάριθμες υπολογιστικές μέθοδοι οι οποίες προσπαθούν να προσομοιώσουν τα κυματικά φαινόμενα που εμφανίζονται στις παράκτιες ζώνες, προς όφελος του βιοτικού επιπέδου της εκάστοτε κοινωνίας.

Στην διπλωματική αυτή εργασία, γίνεται χρήση ενός υπολογιστικού κυματικού μοντέλου, και συγκεκριμένα του MIKE 21 της εταιρίας DHI. Απώτερος στόχος είναι η προσομοίωση κυματισμού σε συγκεκριμένη βαθυμετρία με χαρακτηριστικά ομαλής κλίσης του πυθμένα. Ως εκ τούτου γίνεται χρήση μέσω του προγράμματος, των κυματικών εξισώσεων Boussinesq, οι οποίες είναι σε θέση να προσομοιάζουν ικανοποιητικά την εμφάνιση μακρών κυματισμών δηλ. κυματισμών με μεγάλο λόγο, μήκους κύματος προς βάθος νερού. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό ότι η προσομοίωση του κυματισμού θα αφορά παράκτιες περιοχές με σχετικά περιορισμένο βάθος νερού.

1.2. Ορισμός παράκτιας ζώνης

Ο όρος παράκτια ύδατα αναφέρεται στις υδάτινες μάζες οι οποίες περιορίζονται από την πλευρά του ωκεανού από τον ηπειρωτικό φλοιό, και από την πλευρά της στεριάς από το άνω άκρο επίδρασης του κυματισμού στην ακτή.

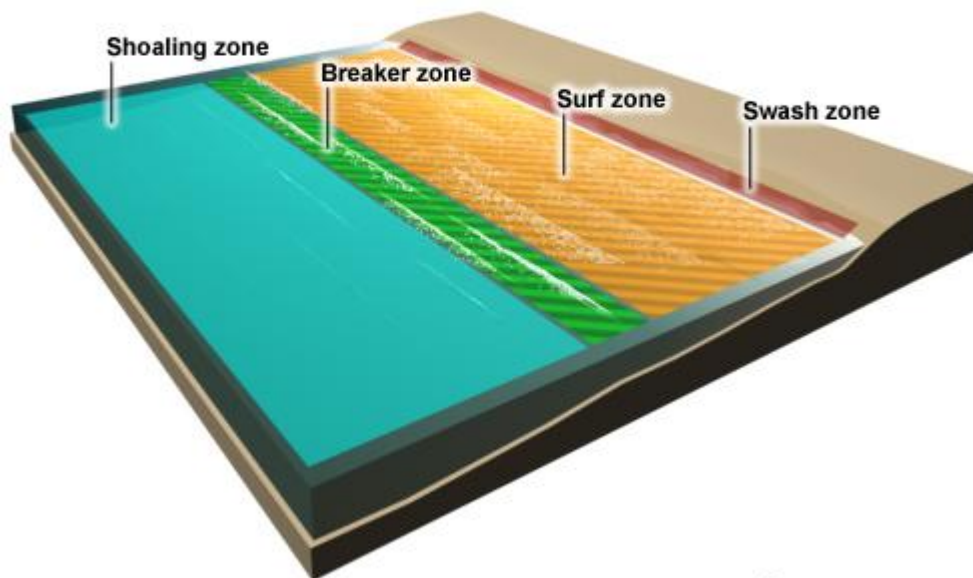


Πηγή: www.oceanography101.wikispaces.com

Σχήμα 1. Σχηματική αναπαράσταση – ορισμός των παράκτιων υδάτων

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την συμπεριφορά των υδάτων όπως αυτά εμφανίζονται στην παράκτια ζώνη, και μάλιστα σε περιοχές μεταβαλλόμενης βαθυμετρίας, ήπιας κλίσης, από βάθη 20 – 30m έως το άνω όριο επίδρασης του κυματισμού στην ακτή (swash zone). βλ. σχήμα 2. Οι υδάτινες μάζες των παρακτίων ζωνών, εμφανίζουν έντονα χαρακτηριστικά με αποτέλεσμα να διαφοροποιούνται έντονα από τις υδάτινες μάζες που συναντώνται σε μεγάλα βάθη. Η παρουσία του πυθμένα σε συνδυασμό με το μικρό βάθος του νερού, θέτει περιορισμούς στη κίνηση των υδάτων με αποτέλεσμα την δημιουργία ρευμάτων τα οποία ρέουν παράλληλα προς τον πυθμένα. Τα ανεμογενή ρεύματα επηρεάζονται επίσης έντονα από την παρουσία του πυθμένα και της ακτογραμμής.

The Nearshore Environment

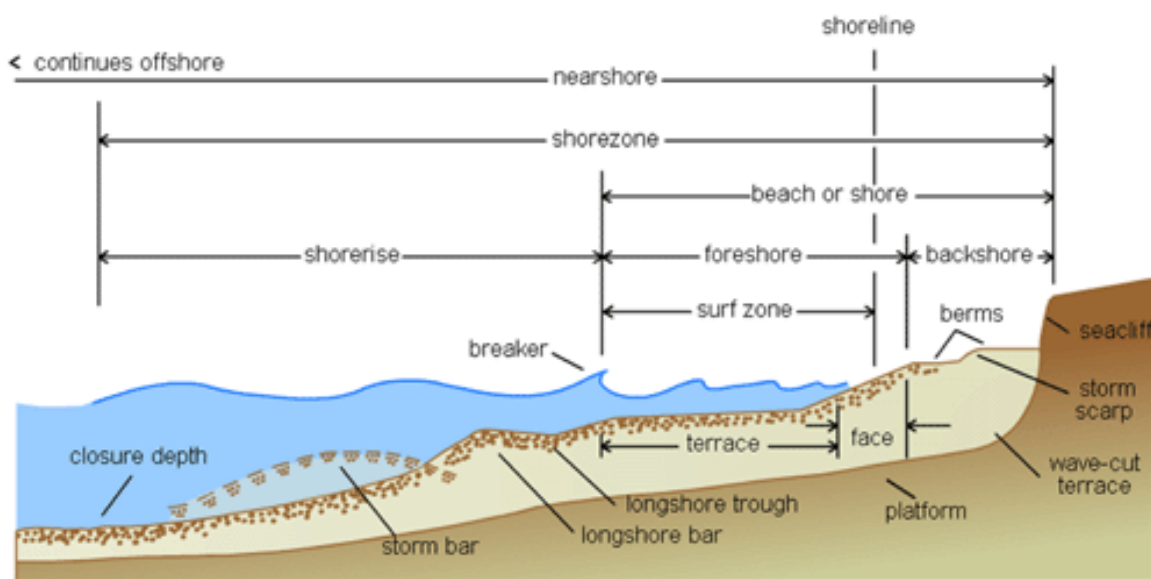


©The COMET Program

Πηγή: www.apollo.lsc.vsc.edu

Σχήμα 2. Διαμέριση της παράκτιας ζώνη

Οι κυματισμοί των ρηχών υδάτων εμφανίζουν πλήθος χαρακτηριστικών ιδιοτήτων, οι οποίες τους διαχωρίζουν από τους κυματισμούς που εμφανίζονται σε βαθιά ύδατα. Καθώς ο κυματισμός διαδίδεται προς ρηχότερα ύδατα, η δυναμική του εμφανίζει σταδιακά μη γραμμικά χαρακτηριστικά. Η ενέργεια μεταφέρεται σε περιοχές μακριά από την κορυφή του φάσματος, σε περιοχές χαμηλότερων και υψηλότερων συχνοτήτων. Αυτό οφείλεται κυρίως στην μεταβολή του βάθους του νερού. Στις περιοχές ρηχών υδάτων ένα πλήθος διεργασιών συνθέτει μια ποικιλόμορφη εικόνα της θαλάσσιας επιφάνειας και του φάσματος των κυματισμών. Μεταξύ των παραπάνω είναι οι μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις που εμφανίζονται μεταξύ των συνιστωσών του κυματικού φάσματος, η κυματική διάδοση σε περιοχές έντονης ρήχωσης, η θραύση κυματισμού, κ.α.



Πηγή: www.coastalchange.ucsd.edu

Σχήμα 3. Περαιτέρω διαμέριση της παράκτιας ζώνης

Η εισροή υδάτων από εκβολές ποταμών έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της αλατότητας των παράκτιων υδάτων και ως εκ τούτου την μεταβολή της πυκνότητάς τους. Σαν αποτέλεσμα οι περιοχές των παρακτίων υδάτων εμφανίζουν εκτεταμένες οριζόντιες βαθμίδες πίεσης, οι οποίες σχετίζονται με τις μεταβολές στα τοπικά ρεύματα,

1.2.1. Κατηγοριοποίηση των περιοδικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα στο παράκτιο περιβάλλον

Η περιοδική ανύψωση και πτώση της θαλάσσιας επιφάνειας γίνεται αντιληπτή από τον οποιονδήποτε ο οποίος ζει σε παράκτιες περιοχές. Η περιοδικές αυτές μεταβολές της στάθμης της θάλασσας μπορούν, όπως ειπώθηκε, να κατηγοριοποιηθούν με βάση τις ιδιότητές τους, σύμφωνα με την συσσωρευμένη γνώση που έχει δημιουργηθεί όλα αυτά τα χρόνια και αφορά φαινόμενα ταλάντωσης. Παράδειγμα κατηγοριοποίηση των ταλαντωτικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα στο θαλάσσιο περιβάλλον, φαίνεται στο παρακάτω πίνακα, σύμφωνα με τους Svendsen και Jonsson (1982).

Τύπος Κυματισμού	Φυσικός μηχανισμός	Περίοδος φαινομένου
Ανεμογενείς κυματισμοί Από-θάλασες κυματισμοί	Επίδραση ανέμου Επίδραση ανεμογενών κυματισμών	<15s <30s
Surf beat Seiche Εγκατάσταση λιμένων Τσουνάμι	Κυματο-ομάδες Μεταβολή ανέμου Surf beat Σεισμικές δονήσεις	1-5min 2-40min 2-40min 10min-2h
Παλίρροιες Καταιγίδες	Επίδραση βαρυτικής δύναμης Λόγο περιστροφής της σελήνης και του ηλίου, καθώς και της περιστροφής της Γής. Επίδραση ανέμου, και μεταβολή της ατμοσφαιρικής	12-24h 1-30days

Πίνακας 1.1. Κυματικά φαινόμενα, φυσικοί μηχανισμοί και περίοδοι

Κατ αρχήν, για τον ορισμό των βασικών αρχών της υδροδυναμικής, των παρακτίων περιοχών, γίνεται χρήση του τρεις-ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων, $O(x,y,z)$. Η αρχή του συστήματος, βρίσκεται στη μέση θαλάσσια στάθμη. Οι άξονες x και y είναι οριζόντιοι και ο άξονας x κατευθύνεται προς την ακτογραμμή, ενώ ο άξονας y είναι παράλληλος με αυτήν. Ο άξονας z έχει κατεύθυνση αντίθετη με την δύναμη της βαρύτητας. Για ορισμένες περιπτώσεις το μέγεθος της παράκτιας ζώνης όπως αυτή έχει οριστεί παραπάνω, θεωρείται αρκετά μεγάλο, και ως εκ τούτου υπόκειται σε περεταίρω διαχωρισμό βλ. *σχήμα 2*. Συγκεκριμένα, το περισσότερο ενεργητικό κομμάτι της παράκτιας περιοχής εντοπίζεται στην «γειτονιά» της ακτογραμμής. Ως εκ τούτου ορίζεται η έννοια της παράκτιας ζώνης. Εντοπίζεται προς τον ωκεανό από το όριο του βάθους $h = h_g \sim 20 - 30m$ και προς την ακτή, από το άνω όριο επίδρασης του κυματισμού σε αυτήν. Στις περιοχές της παράκτιας ζώνης όπου το βάθος του νερού, είναι $h \leq h_g$, η κίνηση των υδάτων και κυρίως των κυματισμών, επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από την διαμόρφωση του πυθμένα. Από την γραμμική θεωρία κυματισμών, εξάγεται το αποτέλεσμα ότι η επίδραση του πυθμένα είναι αισθητή όταν:

$$h \leq h_g = \frac{\lambda}{2}$$

Όπου λ το μήκος κύματος.

Η εξίσωση διασποράς, όπως αυτή εξάγεται από την κλασική κυματική θεωρία,

$$\omega^2 = kg \tanh(kh)$$

στην περίπτωση αυτή, εξάγει το αποτέλεσμα: $h_g \approx \frac{\pi g}{\omega^2}$. Όπου ω , η γωνιακή συχνότητα της κυματικής κίνησης.

Για τους ανεμογενείς κυματισμούς, η συχνότητα ω πρέπει να προσδιοριστεί από την συχνότητα κορυφής, ω_p , του φάσματος της κυματικής ενέργειας. Για παράδειγμα, στις μικρού μεγέθους θαλασσιές ημι-απομονωμένες περιοχές, μια τυπική τιμή της τάξης μεγέθους της συχνότητας ω_p , ανέρχεται σε $\sim 1 \text{ rad/s}$ και ως εκ τούτου, $h_g \approx \pi g \approx 30.0 \text{ m}$. Στην περίπτωση που η κλίση του πυθμένα σε μια παράκτια περιοχή λάβει την τυπική τιμή, $0.01 \div 0.015$ το μέσο πλάτος της παράκτιας ζώνης, ανέρχεται στα $2000 \div 3000 \text{ m}$

1.3. Κυματικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στο θαλάσσιο περιβάλλον

Στο θαλάσσιο περιβάλλον εξελίσσεται ταυτόχρονα ένα πλήθος κυματικών φαινομένων, αρκετά από τα οποία βρίσκονται σε ουσιώδη σύζευξη μεταξύ τους. Το γεγονός αυτό γίνεται καλύτερα κατανοητό αν λάβουμε υπ' όψη μας ότι:

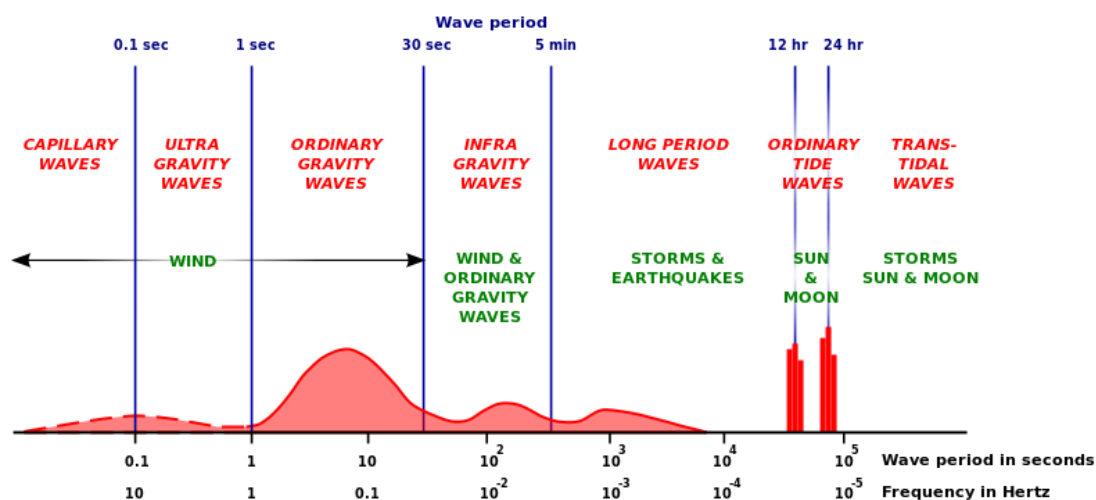
1. Το θαλασσινό νερό είναι ένα ελαφρά συμπιεστό, ανομοιογενές και αγωγίμο υγρό, το οποίο εδράζεται πάνω σ' ένα πολυστρωματοποιημένο (multilayered) παραμορφώσιμο στερεό πυθμένα (sea bed), και περατούται σε μία ελεύθερη επιφάνεια (free surface), δια της οποίας δέχεται την ηλιακή ακτινοβολία και την επίδραση του υπερκείμενου πεδίου του ανέμου, και

2. Η μάζα του θαλάσσιου νερού βρίσκεται πάνω σε μία ελαφρά μαγνητισμένη, περιστρεφόμενη, περίπου σφαιρική μάζα ($\Gamma\eta$), η οποία αλληλεπιδρά μέσω δυνάμεων βαρύτητας με άλλα ουράνια σώματα (κυρίως με τη Σελήνη και τον Ήλιο).

Χρησιμοποιώντας φαινομενολογικά κριτήρια, μπορούμε να διακρίνουμε τις ακόλουθες κύριες κατηγορίες κυματικών φαινομένων στη θάλασσα (βλ. σχετικά Phillips 1977, LeBlond and Mysak 1978):

- Επιφανειακά κύματα (surface waves)
- Εσωτερικά κύματα (internal waves)
- Γυροσκοπικά κύματα (inertial or gyroscopic waves)
- Πλανητικά κύματα (planetary or Rossby waves)
- Παλίρροιες (tides)
- Ακουστικά κύματα, που διαδίδονται στο εσωτερικό της υδάτινης μάζας (hydroacoustic waves) και είναι συζευγμένα με ακουστικά και ελαστικά κύματα που διαδίδονται στα υποστρώματα του πυθμένα.

Μία γενική εικόνα της κατανομής των θαλασσίων κυματισμών παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.:



Πηγή: en.wikipedia.org

Σχήμα 4. Αναπαράσταση του φάσματος των θαλασσίων κυματισμών

Όπως διακρίνουμε από το σχήμα αυτό οι **επιφανειακοί θαλάσσιοι κυματισμοί** αφ' ενός μεν καταλαμβάνουν πολύ σημαντικό τμήμα του φάσματος θαλασσίων κυματισμών από σκοπιάς ενεργειακής πυκνότητας, αφ' ετέρου δε αντιστοιχούν σε περιόδους πολύ σχετικές με την πλειονότητα των ανθρωπίνων δραστηριοτήτων στο θαλάσσιο και στο παράκτιο περιβάλλον. Εξετάζοντας αναλυτικότερα τους επιφανειακούς θαλάσσιους κυματισμούς, διακρίνουμε τις εξής κύριες κατηγορίες, ανάλογα με το αίτιο δημιουργίας τους:

1. Ανεμογενείς κυματισμοί, δηλαδή κύματα ανέμου (wind waves), και αποθάλασσης, (swell), οι οποίοι καταλαμβάνουν ένα μεγάλο τμήμα του φάσματος, που αντιστοιχεί σε περιόδους από $T=1$ sec έως $T=20$ sec έως $T=25$ sec, περίπου.
2. Κύματα παραγόμενα από κινήσεις επιπλεόντων ή βυθισμένων αντικειμένων (body generated waves), τα οποία, γενικώς, αντιστοιχούν στις ίδιες περιόδους με τους ανεμογενείς κυματισμούς.
3. Κυματωγή (surf beat) και κύματα ιδιοταλαντώσεων λιμανιών και υφαλοκρηπίδας (harbour resonance, seiche, shelf waves) που αντιστοιχούν σε περιόδους από $T=1$ min έως $T=40$ min, περίπου.
4. Σεισμογενείς κυματισμοί (σεισμικά κύματα, tsunamis), οι οποίοι καταλαμβάνουν μεγάλο τμήμα του φάσματος που αντιστοιχεί σε περιόδους από $T=5$ min έως $T=2$ h, περίπου.

Εκτός των ανωτέρω, προς την πλευρά των πολύ μικρών περιόδων (μεγάλων συχνοτήτων) του φάσματος των επιφανειακών θαλασσίων κυματισμών διακρίνουμε τα:

- Κύματα επιφανειακής τάσης (capillary waves), τα οποία καταλαμβάνουν το τμήμα του φάσματος που αντιστοιχεί σε περιόδους από $T=0.05$ sec έως $T=1$ sec, περίπου. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1, η ενέργεια πυκνότητα των κυμάτων επιφανειακής τάσεως είναι πολύ μικρή συγκριτικά με την πυκνότητα ενέργειας που μεταφέρουν οι ανεμογενείς κυματισμοί.

Από την ανωτέρω παρουσίαση καθίσταται φανερό ότι οι ανεμογενείς θαλάσσιοι κυματισμοί αποτελούν ένα από τα κυριότερα αίτια δυναμικής διέγερσης και φόρτισης των πλοίων και των θαλάσσιων κατασκευών εν γένει. Πέραν αυτού όμως, οι ανεμογενείς κυματισμοί, διαδίδοντας μεγάλα ποσά ενέργειάς (και, δευτερευόντως, μάζας) από την ανοικτή θάλασσα (όπου δημιουργούνται) προς τις ακτές, αποτελούν ένα πολύ σημαντικό παράγοντα που επιδρά στην διαμόρφωση των ακτών, στην ισορροπία του οικοσυστήματος στην παράκτια ζώνη, στην ρύπανση των ακτών κλπ. Επομένως, η μελέτη των μηχανισμών διάδοσης των κυματισμών αυτών και η εξέταση της αλληλεπίδρασης τους με το παράκτιο περιβάλλον αποτελεί θέμα ζωτικής σημασίας από οικονομική και κοινωνική άποψη.

1.3.1. Κυματικά φαινόμενα παράκτιας ζώνης

Ο κυματικός χαρακτήρας των επιφανειακών κυματισμών βαρύτητας είναι πολύ σημαντικός πάνω και κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού (δικαιολογώντας έτσι και τον όρο 'επιφανειακός') και εξασθενεί με σχετικά γρήγορο ρυθμό καθώς το βάθος αυξάνεται. Έτσι, καθώς οι κυματισμοί βαρύτητας διαδίδονται από την περιοχή μεγάλου βάθους (όπου κυρίως αναπτύσσονται) προς τις (γειτονικές ή και πιο απομακρυσμένες) ακτές έρχονται σε σημαντική αλληλεπίδραση με τον θαλάσσιο πυθμένα. Επιπροσθέτως, καθώς το βάθος του νερού ελαττώνεται τα φαινόμενα μη γραμμικότητας και διασποράς που σχετίζονται με τους επιφανειακούς κυματισμούς βαρύτητας καθίστανται ολοένα και πιο σημαντικά. Τα ανωτέρω έχουν ως άμεσο αποτέλεσμα η βαθυμετρία της θαλάσσιας περιοχής κοντά στις ακτές και οι μεταβολές αυτής να αποτελούν (φυσικές) παραμέτρους πρώτιστης σημασίας σε σχέση με την διαμόρφωση του κυματικού πεδίου.

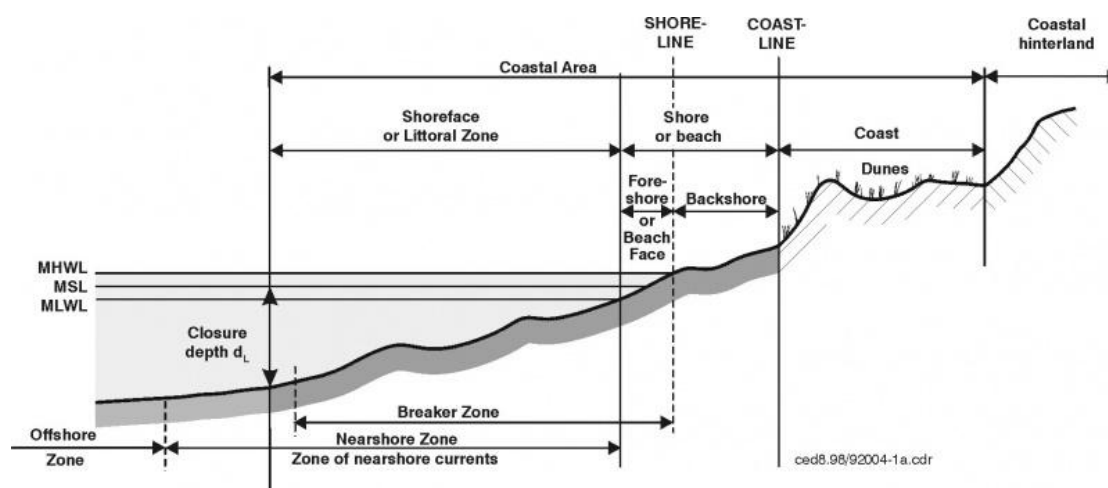
Στις περισσότερες γεωγραφικές περιοχές, η γεωμετρία του θαλάσσιου πυθμένα παρουσιάζει σχετική κανονικότητα. Η μέση κλίση του πυθμένα κοντά στην ακτή και στην γενικότερη περιοχή της υφαλοκρηπίδας κυμαίνεται από 2% έως 5%. Μετά την υφαλοκρηπίδα και προς την περιοχή των μεγάλων βαθών, η μέση κλίση του πυθμένα αυξάνεται σημαντικά (και έχει, γενικώς, τιμές μεγαλύτερες από 10% έως 15%).

Γνωρίζοντας ότι στην περίπτωση των επιφανειακών κυματισμών βαρύτητας το κυματικό πεδίο παρουσιάζει πολύ γρήγορο ρυθμό εξασθένησης με το βάθος, με την βοήθεια της σχέσεως διασποράς στο βαθύ νερό:

$$\lambda = \left(\frac{g}{2\pi}\right) T^2 = 1.56T^2$$

μπορούμε να καθορίσουμε σε πρώτο βαθμό τα (μέσα) όρια έκτασης της παράκτιας ζώνης από την ακτή προς την ανοικτή θάλασσα (βαθύ νερό).

Για παράδειγμα, στον Ελληνικό θαλάσσιο χώρο (αλλά και στην ευρύτερη περιοχή της Μεσογείου) η πλειονότητα (99%) των ανεμογενών κυματισμών αντιστοιχεί σε μέσες περιόδους από $T=2\text{sec}$ έως $T=10\text{sec}$. Επειδή το μήκος κύματος των επιφανειακών κυματισμών βαρύτητας αυξάνεται ανάλογα με το τετράγωνο της περιόδου, τα αναμενόμενα μήκη κύματος στο βαθύ νερό που αντιστοιχούν στο ανωτέρω διάστημα των περιόδων είναι $\lambda < 150\text{ m}$. Γνωρίζοντας ότι το κυματικό πεδίο αποσβένεται σε βάθος νερού που αντιστοιχεί, πρακτικά, σε μισό μήκος κύματος, μια πρώτη εκτίμηση του βάθους νερού στα όρια μεταξύ της παράκτιας ζώνης και της ανοικτής θάλασσας είναι $h < 70\text{ m}$. Χρησιμοποιώντας μια τυπική τιμή για την μέση κλίση πυθμένα από 2 % έως 3 % καταλήγουμε στην ακόλουθη εκτίμηση για την μέγιστη οριζόντια έκταση της παράκτιας ζώνης από την ακτή: $l < 3\text{ km}$, Διαμόρφωση της παράκτιας ζώνης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 2:



Πηγή: www.coastalwiki.org

Σχήμα 2. Απεικόνιση παράκτιας ζώνης

Η δυναμική των επιφανειακών κυματισμών βαρύτητας στην περιοχή της παράκτιας ζώνης είναι πιο πλούσια σε φυσικά φαινόμενα, και ως εκ τούτου παρουσιάζει και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον εξέτασης, Massel (1989). Στην περιοχή αυτή συναντώνται όλα τα χαρακτηριστικά κυματικά φαινόμενα, και συγκεκριμένα:

- Ανάκλαση (reflection) και διάθλαση (refraction) των κυματισμών, καθώς και τροποποίηση του πλάτους των κυματισμών λόγω ρήχωσης (shoaling),
- Αλληλεπίδραση με την τρισδιάστατη βαθυμετρία και φαινόμενα περίθλασης ή σκέδασης των κυματισμών (diffraction),
- Διασπορά των κυματισμών (dispersion),

καθώς επίσης και σημαντικά **μη γραμμικά** φαινόμενα, όπως:

- Τριβή πυθμένα και εξασθένηση της ροής της κυματικής ενέργειας (bottom friction and wave energy dissipation),
- Μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ διαφορετικών κυματικών συνιστωσών, και μεταφορά ενέργειας από μια αρχική ζώνη συχνοτήτων του φάσματος των κυματισμών προς μικρότερες και μεγαλύτερες συχνότητες (non-linear interactions),
- Δημιουργία (κυματογενών) ρευμάτων (wave induced currents) και μεταφορά μάζας,
- Θραύση των κυματισμών κοντά στην ακτή (wave breaking).

Κεφάλαιο 2^ο - Από την γραμμική στην μη γραμμική θεωρία κυματισμών

2.1. Γενικές εξισώσεις – οριακές συνθήκες

Κατά την ανάπτυξη των μαθηματικών θεωριών περιγραφής των κυματισμών, όπως εξετάζονται στο παρόν κεφάλαιο, θεωρείται ότι οι ταλαντώσεις των σωματιδίων είναι μόνιμες χωρίς απόσβεση. Κατά συνέπεια, θεωρείται ότι τα κύματα μεταδίδονται εκτός της περιοχής γένεσης, ανάπτυξης ή απόσβεσής τους. Έστω, στη γενική περίπτωση ενός τυχαίου ρευστού χωρίς τριβές με ελεύθερη επιφάνεια, ένας ορισμένος όγκος του V , μάζας M , με μηδενική συνεκτικότητα, στον καρτεσιανό χώρο και εμβαδόν περιβάλλουσας επιφάνειας S . Έστω ακόμη, ότι \vec{n} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην S , $\rho = \rho(x, y, z, t)$ η πυκνότητα του ρευστού και ότι ο όγκος κινείται με ταχύτητα $\vec{v} = (u, v, w)$. Αν υποθεθεί ότι δε λαμβάνει χώρα δημιουργία ή απώλεια μάζας, η αρχή διατήρησης της μάζας οδηγεί στην εξίσωση:

$$\frac{dM}{dt} = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (1)$$

Στη συνέχεια γίνονται οι παρακάτω παραδοχές:

- Ρευστό ομοιογενές
- Ρευστό ασυμπύεστο
- Αστρόβιλη ροή
- Σταθερό βάθος και αδιαπέρατος πυθμένας

Βάσει των παραπάνω παραδοχών προκύπτει από τη διανυσματική ανάλυση ότι η ταχύτητα προέρχεται από βαθμωτό δυναμικό:

$$\vec{v} = \text{grad}\Phi = \nabla\Phi \quad (2)$$

Λόγω των παραδοχών και της εξίσωσης 2, η εξίσωση 1 γράφεται:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3\alpha)$$

Ή

$$\Delta\Phi = \nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3\beta)$$

Η εξίσωση 3β είναι η εξίσωση Laplace και ισχύει σε ολόκληρο το πεδίο ροής.

Από την εξίσωση διατήρησης της ορμής για διδιάστατη ροή στο κατακόρυφο επίπεδο x-z, θεωρώντας μόνο την επίδραση των δυνάμεων βαρύτητας, προκύπτουν οι εξισώσεις Euler.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4\alpha)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (4\beta)$$

Όπου $p=p(x,z,t)$ η πίεση

Λύνοντας τις εξισώσεις 4α και 4β και χρησιμοποιώντας την περιορισμένη στο επίπεδο x-z εξίσωση 3β, προκύπτει η εξίσωση Bernoulli:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + gz + \frac{p}{\rho} = C(t) \quad (5)$$

Όπου η σταθερά ολοκλήρωσης $C(t)$ μπορεί να ληφθεί ίση με το μηδέν

- **Οριακή συνθήκη πυθμένα**

Επειδή ο πυθμένας θεωρείται αδιαπέρατος ισχύει η συνθήκη μηδενικής ροής:

$$w = 0 \text{ στο } z = -h \text{ (όπου } h \text{ το βάθος του νερού)}$$

ή

$$\frac{d\Phi}{dz} = 0 \text{ στο } z = -h \quad (6)$$

- **Οριακή συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας**

Στην ελεύθερη επιφάνεια πρέπει να ικανοποιούνται δύο συνθήκες:

1. Κινηματική οριακή συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας: ένα σωματίδιο της ελεύθερης επιφάνειας παραμένει διαρκώς εκεί, δηλαδή:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial n}{\partial x} \text{ στο } z = n(x, t) \quad (7\alpha)$$

2. Δυναμική οριακή συνθήκη της ελεύθερης επιφάνειας: Η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια είναι ίση με μηδέν (ατμοσφαιρική πίεση):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 + gn = C(t) = 0 \text{ στο } z = n(x, t) \quad (7\beta)$$

- **Οριακή συνθήκη περιοδικότητας**

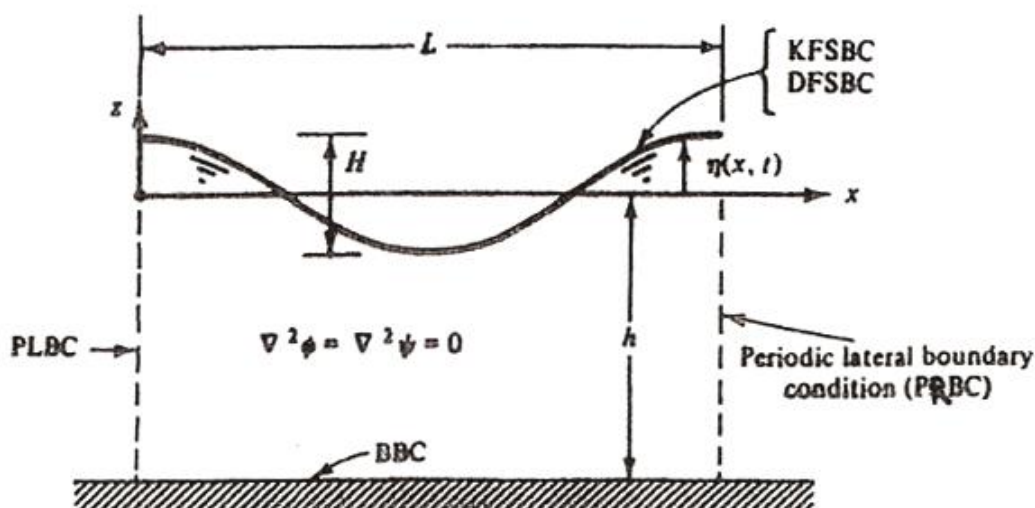
Αν ο διαδιδόμενος κυματισμός είναι περιοδικός ως προς τον χρόνο και το χώρο, ισχύουν οι επιπλέον οριακές συνθήκες:

$$\Phi(x,z,t)=\Phi(x+L,z,t) \quad (8\alpha)$$

$$\Phi(x,z,t)=\Phi(x,z,t+T) \quad (8\beta)$$

Οπού L το μήκος κύματος και T η περίοδος του κυματισμού.

Στο παρακάτω σχήμα, απεικονίζονται όλες οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές της παραπάνω ανάλυσης.



Πηγή: [13]

Σχήμα. Χρησιμοποιούμενες μεταβλητές

2.2. Μαθηματική περιγραφή μονοδιάστατων κυματισμών

Ένας βασικός διαχωρισμός των κυματισμών είναι σε απλούς και σύνθετους, (random waves). Οι απλοί κυματισμοί μπορούν επιπλέον να διαχωριστούν σε γραμμικούς και μη γραμμικούς κυματισμούς. Όπως αναφέρεται παρακάτω, ο όρος γραμμικός κυματισμός αναφέρεται στη δυνατότητα γραμμικοποίησης των οριακών συνθηκών 7α και 7β, με αποτέλεσμα οι κυματισμοί αυτής της κατηγορίας να περιγράφονται από μια απλή αρμονική (ημιτονοειδή) συνάρτηση. Ιδιότητα τους είναι η συμμετρία τόσο στον κατακόρυφο (Oz), όσο και στο οριζόντιο (Ox) άξονα. Αντίθετα, οι μη γραμμικοί κυματισμοί εμφανίζουν ασυμμετρία κατά τις δύο διευθύνσεις και δεν περιγράφονται από μια απλή αρμονική συνάρτηση. Οι σύνθετοι ή πραγματικοί κυματισμοί μπορεί να είναι τρισδιάστατοι και προέρχονται από την επαλληλία πολλών απλών κυματισμών με διαφορετικά χαρακτηριστικά (ύψη, περίοδοι, διευθύνσεις διάδοσης). Οι σύνθετοι κυματισμοί είναι αυτοί που συναντώνται κατά κανόνα στην φύση και η μελέτη τους γίνεται με στατιστικές μεθόδους και όχι με αναλυτικές.

2.2.1. Θεωρία γραμμικών κυματισμών μικρού πλάτους (Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης)

Η κλασική θεωρία κυματισμών απειροστού πλάτους βασίζεται στις παραδοχές μικρών τιμών των λόγων $\varepsilon=H/d$ και $H/L(\ll 1)$ και αμελητέων δυνάμεων ιξώδους (και κατά δυνατότητα αστρόβιλης ροής).

Οι παραδοχές αυτές επιτρέπουν τη γραμμικοποίηση των οριακών συνθηκών ελεύθερης επιφάνειας η και θ , διατηρώντας μόνο όρους πρώτης τάξης. Έτσι οι νέες αυτές οριακές συνθήκες σε συνδυασμό με την οριακή συνθήκη του πυθμένα, τις συνθήκες περιοδικότητας και την εξίσωση Laplace, αποτελούν το σύστημα διαφορικών εξισώσεων που περιγράφει στη θεωρία Airy τη διάδοση των κυματισμών. Η επίλυση γίνεται με τη θεωρία των χωριζόμενων μεταβλητών και οδηγεί στις αναλυτικές σχέσεις:

$$\Phi = \frac{Hg \cosh [k(d+z)]}{2\omega \cosh(kd)} \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (9)$$

$$\zeta = \frac{H}{2} \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (10)$$

Όπου ζ η διακύμανση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, H το ύψος του κύματος, $\omega=2\pi/T$ η γωνιακή συχνότητα, d το βάθος και $k=2\pi/L$ ο κυματάριθμος (*wavenumber*). Με αντικατάσταση των αναλυτικών σχέσεων 9 και 10 στην κινηματική συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας προκύπτει η εξίσωση:

$$\omega^2 = kg \tanh(kd) \quad (11)$$

Που είναι γνωστή ως σχέση διασποράς γιατί στη παράγωγη μορφή:

$$c = \frac{gT}{2\pi} \tanh(kd) \quad (12)$$

υποδηλώνει ότι η φασική ταχύτητα είναι αύξουσα συνάρτηση της περιόδου του κύματος και κατά συνέπεια, ένας κυματισμός που συντίθεται από μία σειρά ημιτονοειδών κυμάτων με διαφορετικές περιόδους T_1, T_2, \dots κατά τη διαδρομή του διασπείρεται καθώς οι συνιστώσες με τις μεγαλύτερες περιόδους διαδίδονται ταχύτερα από αυτές με τις μικρότερες περιόδους. Από την εξίσωση διασποράς προκύπτει η σχέση για το μήκος κύματος:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(kd) \quad (13)$$

Από την συνάρτηση δυναμικού Φ προκύπτουν οι συνιστώσες (u, w) της ταχύτητας των μορίων του νερού και τα ολοκληρώματά τους γύρω από την θέση ισορροπίας, δηλαδή οι συνιστώσες μετατοπίσεως ξ και ζ .

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\cosh [k(d+z)]}{\sinh(kd)} \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (14)$$

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\sinh [k(d+z)]}{\sinh(kd)} \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (15)$$

$$\xi = \int u dt = -\frac{H}{2} \cdot \frac{\cosh [k(d+z)]}{\sinh(kd)} \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (16)$$

$$\zeta = \int w dt = \frac{H}{2} \cdot \frac{\sinh [k(d+z)]}{\sinh(kd)} \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (17)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις (14-17) ισχύουν γενικά στο πεδίο ροής. Ωστόσο, επειδή η τιμή της υπερβολικής εφαπτομένης $\tanh(kd)$ τείνει ασυμπτωτικά προς την μονάδα στην περίπτωση των βαθέων υδάτων και προς το όρισμα (kd) στην περίπτωση των ρηχών υδάτων, οι εξισώσεις απλοποιούνται και δίνουν τις εξισώσεις των βαθέων ($d/L > 0.5$) και των ρηχών υδάτων αντίστοιχα ($d/L > 0.05$), βλ. παρακάτω πίνακα.

Με αντικατάσταση της συνάρτησης δυναμικού και των συνιστωσών της ταχύτητας στην εξίσωση Bernoulli, προκύπτει η κατανομή της πίεσης με το βάθος. Η πίεση αποτελείται από δύο συνιστώσες, την υδροστατική και την υδροδυναμική. Η υδροδυναμική συνιστώσα είναι φθίνουσα συνάρτηση του βάθους και γίνεται ανεπαίσθητη σε βάθος $d > L/2$.

$$p = -\rho g z + \frac{\rho g H}{2} \cdot \frac{\cosh [k(d+z)]}{\cosh(kd)} \cdot \cos(kx - \omega t)$$

Τέλος σημαντικό μέγεθος αποτελεί η πυκνότητα ενέργειας \bar{E} που ορίζεται ως το ενεργειακό περιεχόμενο στήλης νερού με κάτοψη ίση προς $1m^2$ και κατά μέσο όρο, κατά την περίοδο του κύματος βρίσκεται ίσο προς:

$$\bar{E} = \frac{1}{8} \rho g H^2$$

ΣΧΕΤΙΚΟ ΒΑΘΟΣ $\frac{d}{L}$	ΡΗΧΑ ΝΕΡΑ $\frac{d}{L} \leq \frac{1}{20}$	ΕΝΔΙΑΜΕΣΑ ΝΕΡΑ $\frac{1}{20} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$	ΒΑΘΙΑ ΝΕΡΑ $\frac{d}{L} \geq \frac{1}{2}$
ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΦΑΣΗΣ	$c = \sqrt{gd}$	$c = \frac{gT}{2\pi} \tanh(kd)$	$c = c_0 = \frac{gT}{2\pi}$
ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ	$L = T\sqrt{gd}$	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(kd)$	$L = L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$
ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΑΣ	$c_g = c = \sqrt{gd}$	$c_g = n \cdot c = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)}\right) \cdot c$	$c_g = \frac{c}{2}$
ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ	$u = \frac{\pi H}{T} \frac{1}{kd} \cos(kx - \omega t)$	$u = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\cosh[k(d+z)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t)$	$u = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \cos(kx - \omega t)$
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ	$w = \frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \sin(kx - \omega t)$	$w = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\sinh[k(d+z)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$	$w = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \sin(kx - \omega t)$
ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ	$\xi = \frac{H}{2} \frac{1}{kd} \sin(kx - \omega t)$	$\xi = \frac{H}{2} \cdot \frac{\cosh[k(d+z)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$	$\xi = \frac{H}{2} e^{kz} \sin(kx - \omega t)$
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ	$\zeta = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \cos(kx - \omega t)$	$\zeta = \frac{H}{2} \cdot \frac{\sinh[k(d+z)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t)$	$\zeta = \frac{H}{2} e^{kz} \cos(kx - \omega t)$

Πηγή: [14]

Πίνακας 2.1. Χαρακτηριστικά μεγέθη κυματισμών

2.3. Μη γραμμικοί κυματισμοί

Για τη συμπερίληψη των μη-γραμμικών όρων της δυναμικής και κινηματικής συνθήκης επιφάνειας και για την περιγραφή των κυματισμών στα ρηγά νερά όπου το πλάτος του κύματος (το μισό του ύψους κύματος) είναι μη αμελητέο ποσοστό του βάθους του νερού έχουν αναπτυχθεί διάφορες θεωρίες. Οι πιο σημαντικές είναι οι θεωρίες Stokes ανώτερης τάξης (κυρίως δεύτερης, τρίτης και πέμπτης τάξης), η θεωρία κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves), η θεωρία μοναχικού κύματος (solitary wave) και η πιο πρόσφατη θεωρία της ροϊκής συνάρτησης (stream function). Οι μη-γραμμικές θεωρίες περιγράφουν καλύτερα από τη θεωρία Airy το μη συμμετρικό προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας κατά την οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση.

Οι θεωρίες Stokes ανώτερης τάξης αναπτύχθηκαν και εφαρμόζονταν κυρίως σε σχέση με τις κατασκευές στην ανοιχτή θάλασσα. Η γραμμική θεωρία Airy συμπίπτει με τη θεωρία Stokes πρώτης τάξης. Η θεωρία κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου εφαρμόζεται για την περιγραφή της διάδοσης στα ρηγά νερά κυματισμών πεπερασμένου πλάτους και η θεωρία μοναχικού κύματος για την περιγραφή της διάδοσης σεισμογενών κυματισμών (μοναχικών παλμών που προκαλούνται από μετατοπίσεις ορίων ακτής ή πυθμένα) και τη θραύση των κυματισμών στις ακτές.

Στις επόμενες σελίδες γίνεται αναφορά και όχι εμπεριστατωμένη ανάλυση, μιας και ο σκοπός της εργασίας αυτής δεν είναι αυτός, στις διάφορες μη γραμμικές θεωρίες κυματισμών.

2.3.1. Θεωρίες Stokes ανώτερης τάξης

Παρά τη γραμμικοποίηση των οριακών συνθηκών ελεύθερης επιφάνειας (αμελώντας τους διαφορικούς όρους ανώτερης από την πρώτη τάξης), δεν είναι δυνατή η εξεύρεση αναλυτικής λύσης του προβλήματος. Έτσι, γίνεται μια δεύτερη απλοποίηση χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μικρών διαταραχών (perturbation method). Συγκεκριμένα, η αδιάστατη συνάρτηση δυναμικού ϕ και η αδιάστατη συνάρτηση της ελεύθερης επιφάνειας Π αναπτύσσονται σε δυναμοσειρές μιας μικρής παραμέτρου ε . Κατά την ανάλυση αυτή του Stokes συνήθως επιλέγεται η αδιάστατη παράμετρος $\varepsilon = \alpha k < 1$ ($k = 2\pi/L$ και $\alpha = H/2$), οπότε $\varepsilon = H/L$. Συνεπώς:

$$\varphi = \varphi_1 + \varepsilon\varphi_2 + \varepsilon^2\varphi_3 + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} (\varepsilon^{i-1} \cdot \varphi_i) \quad (20)$$

$$\Pi = \Pi_1 + \varepsilon\Pi_2 + \varepsilon^2\Pi_3 + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} (\varepsilon^{i-1} \cdot \Pi_i) \quad (21)$$

$$\text{Όπου } \varphi = \frac{k\phi}{\alpha\sqrt{gk}} \quad \text{και} \quad \Pi = \frac{\zeta}{\alpha}$$

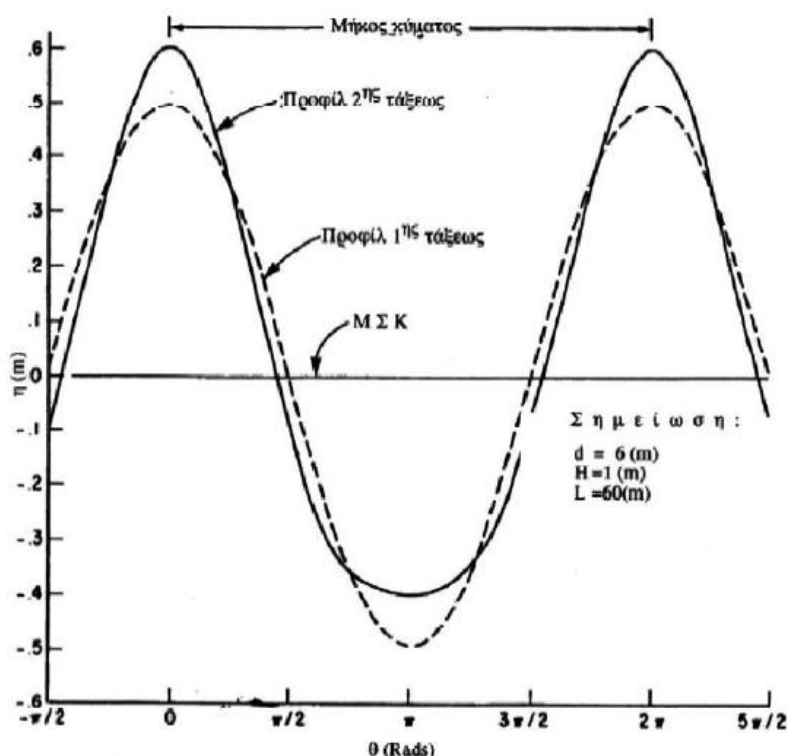
Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (20) και (21) στις μη γραμμικές αδιαστατοποιημένες συνθήκες ελεύθερης επιφάνειας, προκύπτουν οι συντελεστές των όρων 1ης, 2ης, 3ης κλπ. τάξης. Οι θεωρίες Stokes δίνουν ακριβέστερα αποτελέσματα κυρίως σε νερά ενδιάμεσου βάθους, ενώ οι θεωρίες μοναχικού κύματος και ελλειπτικού συνημιτόνου εφαρμόζονται κυρίως σε ρηγά νερά.

Στη θεωρία Stokes 2ης τάξης (1847) διατηρούνται στις δυναμοσειρές (20) και (21) οι όροι:

$$\varphi = \varphi_1 + \varepsilon\varphi_2$$

$$\Pi = \Pi_1 + \varepsilon\Pi_2$$

Οπότε επιλύοντας την εξίσωση Laplace προκύπτουν το δυναμικό και η διακύμανση της ελεύθερης επιφάνειας 1ης και 2ης τάξης.



Πηγή: [13]

Σχήμα 1. Διαμόρφωση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την θεωρία Stokes 1^{ης} και 2^{ης} τάξης.

Η θεωρία Stokes 3ης τάξης αναπτύχθηκε από τους Borgman και Chappellear (1958) και τον Skjelbreia (1959). Στη θεωρία Stokes 3^{ης} τάξης (1847) διατηρούνται στις δυναμοσειρές (20) και (21) οι όροι:

$$\varphi = \varphi_1 + \varepsilon\varphi_2 + \varepsilon^2\varphi_3$$

$$\Pi = \Pi_1 + \varepsilon\Pi_2 + \varepsilon^2\Pi_3$$

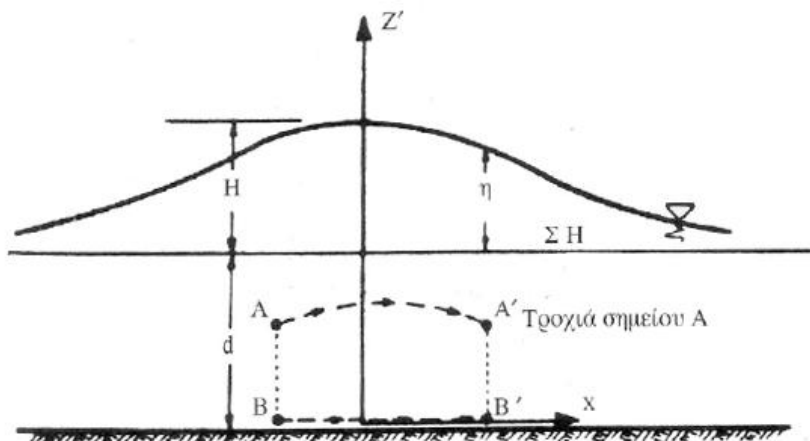
Τέλος αναφέρεται η θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης με την οποία, πρώτοι που ασχολήθηκαν με την ανάλυση πέμπτης τάξης ήταν οι De (1955), Chappellear (1961), Skjelbreia και Hendrickson (1960). Πιο πρόσφατη και ακριβής είναι η ανάλυση πέμπτης τάξης του Fenton (1985).

2.3.2. Θεωρία κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal waves)

Η διαμόρφωση στα ρηχά νερά μακρών κυματισμών πεπερασμένου πλάτους και σταθερής μορφής με εξισορρόπηση της τάσης για θραύση (από τους μη γραμμικούς όρους) και της διασποράς πλάτους πρωτοερευνηθήκε από τους Boussinesq (1877) και Korteweg και De Vries (1895). Σύμφωνα με τους Keulegan (1950) και De (1955), η θεωρία Stokes μπορεί να εφαρμοστεί επιτυχώς για λόγους $\frac{d}{L} \geq \left(\frac{1}{8} \div \frac{1}{10}\right)$. Για πιο ρηχά νερά πιο ικανοποιητική είναι η θεωρία των cnoidal κυμάτων. Τα κύματα αυτά έχουν τη μοναδική ιδιότητα να μεταπίπτουν σε μοναχικούς κυματισμούς στη μία ακραία τους περίπτωση και στην άλλη σε προφίλ ελεύθερης επιφάνειας που εκφράζεται με συνημιτονοειδείς όρους. Η ιδιότητά τους αυτή γεφυρώνει το χάσμα μεταξύ της γραμμικής θεωρίας και της θεωρίας μοναχικού κύματος. Το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας αναπτύσσεται σε όρους ενός Ιακωβιανού ελλειπτικού ολοκληρώματος, $\text{cn}(u)$, εξ' ου και η διεθνής ονομασία "cnoidal" των κυματισμών αυτών. Οι cnoidal κυματισμοί μελετήθηκαν εκτενώς από διάφορους ερευνητές (Patterson και Keulegan 1940, Laitone 1963, Keller 1948, Littman 1957 κλπ.). Οι μελέτες αυτές αφορούσαν σε προσεγγίσεις πρώτης και τρίτης τάξης. Το 1979 ο Fenton ανέπτυξε μία μεθοδολογία κάθε τάξης για τη λύση της εξίσωσης Korteweg- De Vries. Οι λύσεις 5ης και 9ης τάξης είναι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες στην πράξη.

2.3.3. Θεωρία μοναχικού κύματος (solitary wave)

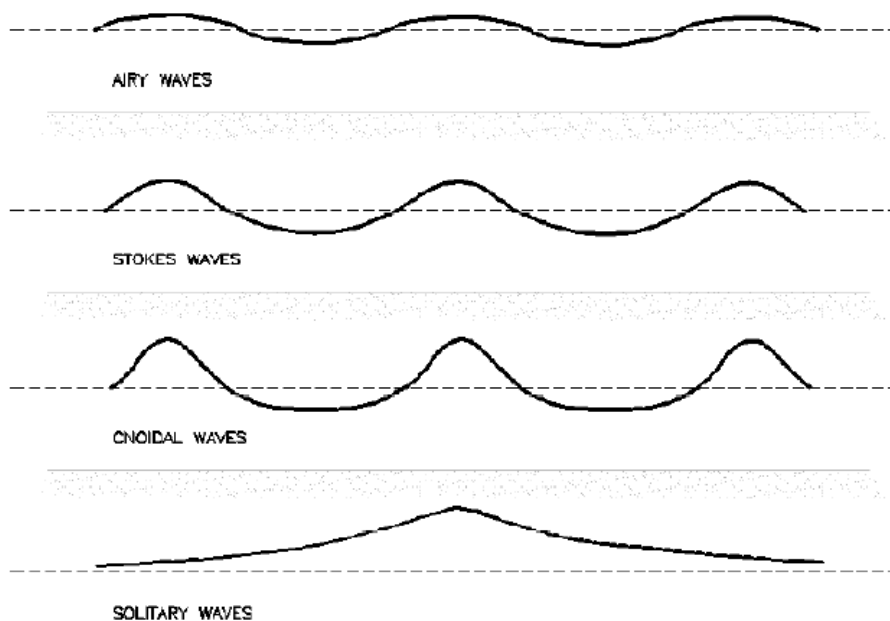
Η θεωρία μοναχικού κύματος διερευνήθηκε αρχικά από τον Russell (1844) και στη συνέχεια από τον Boussinesq (1872). Ο Munk (1949) χρησιμοποίησε τη θεωρία για την περιγραφή κυματισμών στη ζώνη θραύσης. Τα μοναχικά κύματα προκύπτουν από την επίλυση της εξίσωσης Korteweg- De Vries. Ουσιαστικά αναζητείται λύση μη-γραμμικού μεμονωμένου κύματος που δεν επηρεάζει την ελεύθερη επιφάνεια στο άπειρο, δηλαδή $\Pi = \frac{d\Pi}{dx} = 0$ για $X \rightarrow \infty$. Η μόνιμη πλευρική μετατόπιση ενός στερεού ορίου κατά ένα πεπερασμένο διάστημα προκαλεί μια ύψωση της ελεύθερης επιφάνειας και τη διαμόρφωση ενός μοναχικού κύματος με όλα τα σημεία της επιφάνειας πάνω από τη στάθμη ηρεμίας και θεωρητικά άπειρο μήκος.



Πηγή: [13]

Σχήμα 2. Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας και τροχιά μορίου νερού στη θεωρία μοναχικού κύματος

Στη φύση σπάνια εμφανίζονται καθαρά μοναχικά κύματα. Συνήθως ακολουθούνται από συρμούς κυματισμών μεγαλύτερης συχνότητας μετά τον κύριο παλμό (λόγω διασποράς). Η πιο συνηθισμένη περίπτωση είναι μακροί κυματισμοί (π.χ. tsunamis) που δημιουργούνται από μετατοπίσεις μεγάλων υδάτινων μαζών, οφειλόμενοι σε φαινόμενα όπως σεισμούς ή κατολισθήσεις, να συμπεριφέρονται σαν μοναχικοί. Θεωρητικά η περίοδος και το μήκος ενός μοναχικού κύματος τείνουν στο άπειρο. Συνεπώς, χρησιμοποιείται μόνο μία παράμετρος H/d για να προσδιορίσει το κύμα. Όπως προαναφέρθηκε, το μοναχικό κύμα είναι μία οριακή περίπτωση των cnoidal κυματισμών.



Πηγή: [15]

Σχήμα 3. Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας κύματος με βάση διάφορες θεωρίες

2.3.4. Μέθοδος ροϊκής συνάρτησης (stream function theory)

Λόγω της μεγάλης υπολογιστικής δυσκολίας για την ανάπτυξη των θεωριών Stokes ανώτερης τάξης, προέκυψε η ανάγκη για την ανάπτυξη μιας θεωρίας που θα μπορούσε εύκολα, με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών, να επεκταθεί σε οποιαδήποτε τάξη. Η πρώτη θεωρία αυτού του είδους αναπτύχθηκε από τον Charpelear (1961) και χρησιμοποιούσε τη συνάρτηση δυναμικού της ταχύτητας. Ο Dean (1965) πρότεινε τη χρήση της ροϊκής συνάρτησης Ψ ώστε να αναπτύξει μία θεωρία υπολογιστικά απλούστερη από αυτή του Charpelear. Ο Cokelet (1977) επέκτεινε μία μέθοδο που αρχικά προτάθηκε από τον Schwartz (1974) και πρόκυψε η πιο ακριβής θεωρία ως και λίγο πριν τη θραύση. Ωστόσο, η μέθοδος της ροϊκής συνάρτησης του Dean (1965) και Dalrymple (1974) είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη. Η ροϊκή συνάρτηση Ψ ορίζεται σε δισδιάστατο πεδίο ροής ασυμπίεστου ρευστού από τις σχέσεις:

$$u = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad \text{και} \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

2.4. Περιοχή ισχύος των θεωριών

Η γνώση του πεδίου εφαρμογής των παραπάνω θεωριών είναι ύψιστης σημασίας για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος με γνωστά κυματικά χαρακτηριστικά (ύψος κύματος, περίοδος, μήκος κύματος) και βάθος νερού. Η ισχύς των διαφόρων θεωριών αναλύεται σε δύο συνιστώσες: μαθηματική ισχύς και φυσική ισχύς. Η πρώτη αναφέρεται στη δυνατότητα της εκάστοτε θεωρίας να ικανοποιεί το πρόβλημα όπως εκφράζεται μαθηματικά από το σύστημα διαφορικών εξισώσεων και οριακών συνθηκών. Για παράδειγμα, όλες οι παραπάνω θεωρίες ικανοποιούν την οριακή συνθήκη πυθμένα, αλλά η θεωρία των cnoidal κυματισμών και του μοναχικού κύματος ικανοποιούν μόνο προσεγγιστικά την εξίσωση Laplace στο εσωτερικό του ρευστού. Επίσης, όλες οι θεωρίες ικανοποιούν προσεγγιστικά τη δυναμική συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας, ενώ η κινηματική συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας ικανοποιείται (με ακρίβεια εξαρτώμενη από την υπολογιστική ικανότητα του ηλεκτρονικού υπολογιστή) από τη θεωρία της ροϊκής συνάρτησης. Η φυσική ισχύς αναφέρεται στο κατά πόσο οι προγνώσεις της εκάστοτε θεωρίας συμφωνούν ή όχι με πραγματικές μετρήσεις.

Table II-1-2
Boundary Value Problem of Water Wave Theories (Dean 1968)

Theory	Exactly Satisfies			
	DE	BBC	KFSBC	DFSBC
Linear wave theory	X	X	-	-
Third-order Stokes	X	X	-	-
Fifth-order Stokes	X	X	-	-
First-order cnoidal	-	X	-	-
Second-order cnoidal	-	X	-	-
Stream function theory numerical wave	X	X	X	-

DE = Differential equation.
BBC = Bottom boundary condition.
KFSBC = Kinematic free surface boundary condition.
DFSBC = Dynamic free surface boundary condition.
X = Exactly satisfies.

Πηγή: [17]

Πίνακας 2.2. Μαθηματική ισχύς των διαφόρων θεωριών

Σε γενικές γραμμές οι μη-γραμμικές θεωρίες περιγράφουν αποτελεσματικότερα τη μεταφορά μάζας, τη θραύση των κυματισμών, τη ρήγωση, την ανάκλαση και άλλα μη γραμμικά χαρακτηριστικά. Για το λόγο αυτό η χρήση τους προτείνεται σε περιπτώσεις όπου τα φαινόμενα αυτά είναι εντονότερα. Αρχικά η ταξινόμηση των θεωριών γίνεται βάσει δύο αδιάστατων παραμέτρων, του σχετικού βάθους $\varepsilon = \frac{h}{L}$ και του σχετικού ύψους $\delta = \frac{H}{h}$. Επίσης, χρησιμοποιείται και η κλίση του κύματος $\frac{H}{L}$. Η παράμετρος ε καθορίζει κατά πόσο οι κυματισμοί είναι πλήρους, μερικής ή καθόλου διασποράς διακρίνοντας τρεις περιοχές βαθών:

- Ρηχά νερά: $\varepsilon < 0.05$ (*long waves*)
- Νερά ενδιάμεσου βάθους: $0.05 < \varepsilon < 0.5$
- Βαθειά νερά: $\varepsilon > 0.5$ (*deep water waves*)

Μικρές τιμές των ϵ και δ αποτελούν απαραίτητη προϋπόθεση για την εφαρμογή της γραμμικής θεωρίας Airy. Σε αντίθετη περίπτωση είναι απαραίτητη η εφαρμογή θεωριών πεπερασμένου πλάτους (θεωρίες Stokes ανώτερης τάξης, cnoidal κυματισμών κλπ.). Όπως παρατηρεί ο Dean, η θεωρία των cnoidal κυματισμών εφαρμόζεται επιτυχώς στα ρηχά νερά, ενώ στα βαθιά νερά η θεωρία Stokes 5ης τάξης είναι πιο ρεαλιστική. Στα νερά ενδιάμεσου βάθους η γραμμική θεωρία περιγράφει αρκετά ικανοποιητικά τους κυματισμούς, αλλά η θεωρία ροϊκής συνάρτησης, ειδικά υψηλής τάξης (τουλάχιστον 20ης τάξης), δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα ακόμη και για ρηχά νερά.

Η ταξινόμηση ανάλογα με το σύνολο των μεγεθών d , L και H οδηγεί στην εμφάνιση της παραμέτρου Ursell:

$$U = \frac{HL^2}{h^3} = \frac{\delta}{\epsilon^2}$$

Όπου H το ύψος του κυματισμού, L το μήκος του και h το βάθος του νερού,

ή στην ισοδύναμη παράμετρο Π η οποία ορίζεται ως:

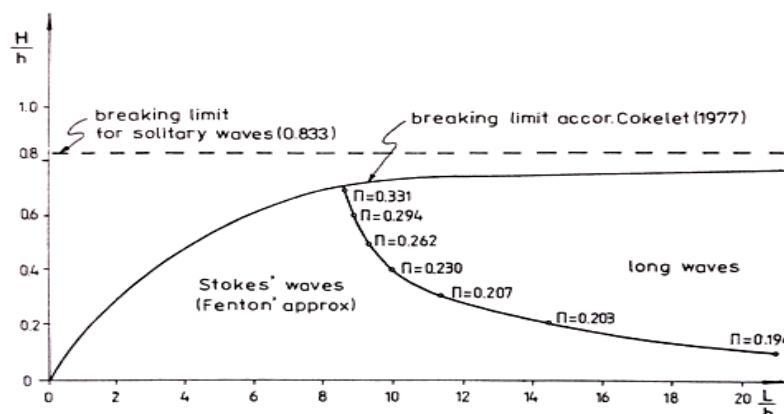
$$\Pi = (2\pi)^{-3} U$$

Στην περίπτωση που η τιμή της παραμέτρου Ursell γίνεται αρκετά μεγάλη, οι λύσεις που προέρχονται από την μέθοδο των διαταραχών Stokes, δεν είναι αποτελεσματικές. Η εκτίμηση του Fenton καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η παρούσα πέμπτης τάξης θεωρία Stokes είναι αρκετά ακριβής για μήκη κύματος δέκα φορές μικρότερα του βάθους του νερού. Για μικρές τιμές του U οι θεωρίες διάφορων τάξεων είναι δυνατό να εφαρμοστούν. Για μεγάλες τιμές, όπως στην περίπτωση μακρών κυματισμών ή κυματισμών μεγάλου εύρους, εφαρμόσιμη είναι η θεωρία κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου. Στο σχήμα 1 φαίνεται το πεδίο εφαρμογής των διαφόρων θεωριών.

Με βάση τις παραμέτρους Π και U , μπορεί να γίνει και ο παρακάτω διαχωρισμός:

- Βραχέα κύματα $\Pi \leq 0.30$ ή $U \leq 75$
- Μακρά κύματα όταν $\Pi \geq 0.30$ ή $U \geq 75$

Στο παρακάτω σχήμα είναι εμφανής ο διαχωρισμός των κυματισμών ανάλογα με το βάθος του νερού και την εφαρμογή της κάθε θεωρία.



Πηγή: [2]

Σχήμα 4. Περιοχή ισχύει των διαφόρων θεωριών σύμφωνα με την προσέγγιση του Fenton

Το παραπάνω σχεδιάγραμμα διαχωρίζει την κατανομή των κυμάτων σε δύο περιοχές. Τα βραχέα κύματα (Stokes waves) και τα μακρά κύματα (Cnoidal and solitary waves). Η διαχωριστική γραμμή αναφέρεται σε τιμή παραμέτρου Ursell περίπου 75. Η εφαρμογή των εξισώσεων Boussinesq γίνεται ακριβώς σε περιπτώσεις κυματισμών με παράμετρο Ursell περίπου 75. Τα βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς με τα οποία πλαισιώνονται οι εξισώσεις αυτές, συμβάλλουν στην διεύρυνση του πεδίου εφαρμογής τους τόσο προς την κατεύθυνση των μακρών όσο και προς την κατεύθυνση των βραχέων κυματισμών. Σε καμία περίπτωση όμως οι εξισώσεις Boussinesq, δεν είναι σε θέση να αντικαταστήσουν τις υπάρχουσες θεωρίες στις περιπτώσεις αυτές (μακρά και βραχέα κύματα), μιας και το πρωταρχικό πεδίο εφαρμογής τους εντοπίζεται στην διαχωριστική περιοχή, όπου καταφέρνουν με μεγάλη επιτυχία να μοντελοποιήσουν τα κυματικά φαινόμενα.

Κεφάλαιο 3^ο – Μαθηματικά μοντέλα διάδοσης κυματισμών τύπου Boussinesq

3.1. Αρχικές εξισώσεις Boussinesq

Κατά τη διάδοση των κυματισμών από τα βαθιά νερά στον παράκτιο χώρο, σε περιοχές τυχαίας πολύπλοκης βαθυμετρίας με την παρουσία τεχνικών έργων και λόγω των στερεών ορίων των ακτών (με μικρή ή μεγάλη κλίση πρανών), οι κυματισμοί διαμορφώνονται πολύ διαφορετικά από τις δισδιάστατες αναλυτικά περιγραφίσιμες μορφές του 2^{ου} κεφαλαίου. Οι υδροδυναμικές διεργασίες, κυρίως στη ζώνη θραύσης και στην περιοχή αναρρίχησης στις ακτές, εμφανίζουν μεγάλο επιστημονικό και τεχνικό ενδιαφέρον διότι επιδρούν στο σχεδιασμό των θαλάσσιων κατασκευών και στην εξέλιξη της ακτογραμμής. Έτσι, άμεσα και έμμεσα επηρεάζουν την ανθρώπινη δραστηριότητα στην παράκτια ζώνη. Η διάθλαση, η ρήγωση, η περίθλαση, η ανάκλαση, η αναρρίχηση, η τριβή πυθμένα και κυρίως η θραύση, που αποτελεί τον κύριο μηχανισμό διάχυσης της κυματικής ενέργειας, προσδίδουν έντονη πολυπλοκότητα στην παράκτια διάδοση των κυμάτων. Τα φαινόμενα αυτά προσεγγίζονται προκαταρκτικά με απλές ποσοτικές μεθόδους (νόμος Snell, πίνακες Wiegeler, απλές σχέσεις θραύσης κλπ.), αλλά για τη λεπτομερή και ακριβέστερη περιγραφή τους απαιτείται η εφαρμογή κάποιου μοντέλου. Ένας από τους πιο αποδοτικούς τρόπους προσομοίωσης των φαινομένων αυτών έχει αποδειχθεί τα τελευταία χρόνια ότι είναι τα μαθηματικά μοντέλα τύπου Boussinesq. Τα μοντέλα αυτά βασίζονται στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων τύπου Boussinesq. Οι εξισώσεις αυτές προκύπτουν από την ολοκλήρωση κατά βάθος των εξισώσεων Euler, θεωρώντας αστρόβιλη ροή και σε πρώτο στάδιο σχετικά μακρούς κυματισμούς. Η αρχική προσέγγιση του Boussinesq (1872) για επίπεδο πυθμένα σταθερού βάθους **προκύπτει ως εξής:**

Θεωρούμε το συναρτησιακό: $\delta J = \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} L d\vec{x} dt = 0$ στη μορφή:

$$\delta J = \delta \int_t \int_x \int_{-h}^{\zeta(x,t)} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + gz \right\} dx dz dt = 0 \quad (1)$$

Η Θεωρία των ρηχών υδάτων, με ταχύτητα που δίνεται από $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, η οποία είναι ανεξάρτητη από το βάθος του νερού z , δίνει την παρακάτω έκφραση:

$$\Phi = \sum_0^{\infty} (-1)^m \frac{(z+h)^{2m}}{(2m)!} \frac{\partial^{2m} \Phi_b}{\partial x^{2m}} \quad (2)$$

Όπου Φ_b είναι το δυναμικό της ταχύτητας για $z=-h$

Μερικές φορές είναι περισσότερο ρεαλιστική η χρήση της μέσης κατά βάθος ταχύτητας $\bar{u} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$. Έτσι η παραπάνω εξίσωση παίρνει την μορφή:

$$\bar{\Phi} = \Phi_0 - \frac{1}{6} (h + \zeta)^2 \nabla^2 \Phi_0 + O(\delta^4) \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 3 στην εξίσωση 1 και παίρνοντας τις μεταβολές $\delta\bar{\Phi}$ και $\delta\zeta$ οδηγούμαστε στο σύστημα των δύο εξισώσεων (Whitham, 1967):

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(h + \zeta) \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x} \right] = 0 \quad (4\alpha)$$

$$\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x} \right)^2 + g(\zeta + h) - \frac{1}{3} h^2 \frac{\partial^3\bar{\Phi}}{\partial x^2 \partial t} = 0 \quad (4\beta)$$

ή

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \zeta)\bar{u}] = 0 \quad (5\alpha)$$

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + g \frac{\partial\zeta}{\partial x} = \frac{1}{3} h^2 \frac{\partial^3\bar{u}}{\partial x^2 \partial t} \quad (5\beta)$$

Το σύστημα των εξισώσεων 4α και 4β αποτελεί τις εξισώσεις Boussinesq (Peregrine, 1972; Mei, 1986). Είναι επιπροσθέτως δυνατή η λήψη και άλλων σετ εξισώσεων τύπου Boussinesq, υπό τον όρο $O(v) \approx O(\delta^2)$, όπου v το σχετικό πλάτος του κυματισμού $v = \frac{A}{h}$. Ωστόσο, η ουσία της μεθόδου έγκειται στην εξάλειψη της εξάρτησης από το βάθος z , και την υιοθέτηση της χαρακτηριστικής οριζόντιας ταχύτητας, είτε ως ταχύτητα στο $z = 0$ ή στο κάτω πυθμένα $z = -h$, ή τη μέση ταχύτητα κατά το βάθος. Στην αρχική εργασία του Boussinesq, χρησιμοποιήθηκε η οριζόντια ταχύτητα u_b στον πυθμένα (Miles, 1981). Η εξάλειψη της \bar{u} στις σχέσεις 5α και 5β αποδόδει, (Vis και Dingenmans, 1978):

$$\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2} - gh \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{3\zeta^2}{2h} + \frac{h^2}{3} \frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (6)$$

Η εξίσωση 6 τελικά, αποτελεί την πρωταρχική εξίσωση Boussinesq, ωστόσο η μορφή που έδωσε ο Peregrine (1967,1972) αποτελεί ουσιαστικά τη βάση των γνωστών μοντέλων Boussinesq. Βαθμιαία τα μοντέλα αυτά επεκτάθηκαν για (ελαφρώς) μη γραμμικούς κυματισμούς και για (πλήρως) διασπειρόμενους κυματισμούς. Δύο αδιάστατες παράμετροι ποσοτικοποιούν τις ιδιότητες αυτές. Η πρώτη είναι η $\varepsilon = \frac{H}{h}$ (ύψος κύματος προς τοπικό βάθος) και εκφράζει τη μη-γραμμικότητα (non-linearity parameter). Η δεύτερη είναι η $\sigma^2 = \left(\frac{h}{L}\right)^2$, (το τετράγωνο του λόγου του βάθους προς ένα χαρακτηριστικό οριζόντιο μήκος, συνήθως το μήκος κύματος) και εκφράζει τη διασπορά συχνοτήτων (dispersion parameter).

Θεωρώντας τις περιοδικές λύσεις:

$$\zeta = A \exp[i(kx - \omega t)] \text{ και } \bar{u} = U \exp[i(kx - \omega t)] \quad (7),$$

και αντικαθιστώντας αυτές στην εξίσωση 6 και αγνοώντας τους μη γραμμικούς όρους αυτής, η εξίσωση διασποράς παίρνει την μορφή:

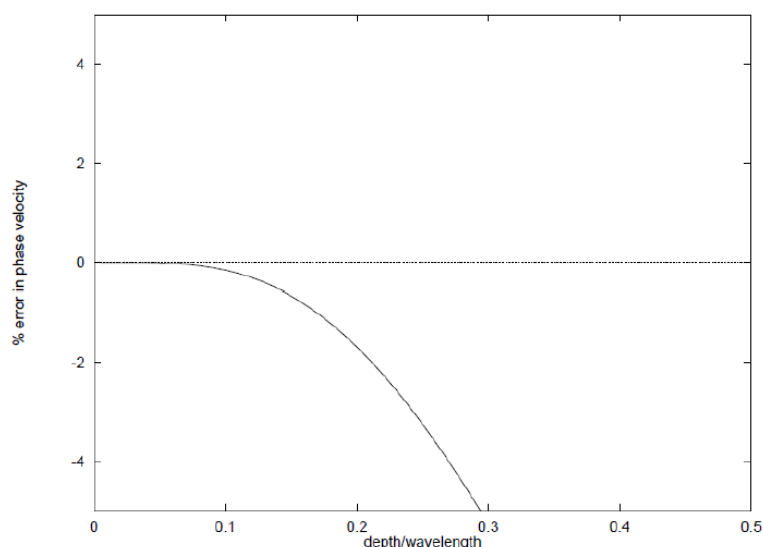
$$C = \frac{\sqrt{gh}}{[1 + \frac{1}{3}(kh)^2]^{1/2}} \approx \sqrt{gh} [1 - \frac{1}{3}(kh)^2 + \dots]^{1/2} \quad (8)$$

Όπου ο όρος $\frac{1}{3}(kh)^2$ αντιπροσωπεύει την διασπορά των κυματισμών. Η στοιχειώδης λύση της εξίσωσης Boussinesq είναι το μοναχικό (solitary) κύμα (Miles, 1980).

Η εξίσωση διασποράς λοιπόν μπορεί να γραφεί ως:

$$\omega^2 = ghk^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3}(kh)^2} \quad (8\alpha)$$

η οποία για μικρές τιμές του βάθους του νερού $kh \rightarrow 0$ συμπίπτει με την αναλυτική σχέση της ταχύτητας φάσης από την γραμμική θεωρία Airy για ρηχά νερά ($\omega^2 = ghk^2$). Για μεγαλύτερες τιμές του kh , οι αποκλίσεις από την γραμμική θεωρία είναι σημαντικές. Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, για βαθύ μεγαλύτερα του 0.3 του μήκους κύματος, το σχετικό σφάλμα (ως προς την ταχύτητα φάσης της γραμμικής θεωρίας), ξεπερνά το 5%. Οι Madsen και Sørensen (1992) δίνουν σαν όριο εφαρμογής των κλασικών εξισώσεων Peregrine το $\frac{h}{L_0} = 0.22$ όπου L_0 το μήκος κύματος στα βαθιά νερά για σταθερό βάθος και το $\frac{h}{L_0} = 0.12$ για μεταβλητή γεωμετρία.



Πηγή: Walkley, M.A., 1999. A numerical method for extended Boussinesq shallow-water wave equations. University of Leeds, School of Computer Studies.

Σχήμα 1. Σχετικό σφάλμα της ταχύτητας φάσης των εξισώσεων Peregrine ως προς την αντίστοιχη της γραμμικής θεωρίας Airy

Για μικρές τιμές του σχετικού πλάτους του κυματισμού, ν , το προφίλ γίνεται σχετικά απλό.

$$\zeta(x, t) = H \cosh^{-2} \left\{ \sqrt{\frac{3H}{4h^3}} (x - Ct) \right\}, \quad (9)$$

Όπου:

$$C = \sqrt{gh} \left(1 + \frac{H}{h}\right)^{1/2} \approx \sqrt{gh} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h}\right)\right] \quad (10)$$

Έτσι, όσο ψηλότερη είναι η κορυφή τόσο στενότερο είναι το προφίλ του κυματισμού και η ταχύτητα του κυματισμού αυξάνεται με το πλάτος. Η υψηλότερη τάξης λύση για τα μοναχικά (solitary) κύματα, διατυπώθηκε από τον Fenton (1972).

Στα βαθιά νερά η παράμετρος σ^2 , γίνεται σημαντική και συνεπώς οι αρχικές εξισώσεις Boussinesq του Peregrine δεν έχουν ισχύ.

Από υπολογιστικής άποψης τα μοντέλα Boussinesq θεωρούνται αποδοτικότερα σε σύγκριση με τις πιο περίπλοκες πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes (fully Navier-Stokes 2D/3D models) και πιο ακριβή από τις εξισώσεις ρηχών νερών. Τα πλεονεκτήματα αυτά οδήγησαν τα τελευταία χρόνια σε αρκετές επιστημονικές προσπάθειες για την υπέρβαση των αρχικών μειονεκτημάτων των μοντέλων Boussinesq. Ενώ λοιπόν οι αρχικές εξισώσεις Peregrine (1967) βασίζονται στην παραδοχή μικρών τιμών των παραμέτρων ε και σ^2 , βαθμιαία έχουν γίνει προσπάθειες για επέκταση του πεδίου εφαρμογής των μοντέλων. Έτσι, βελτιωμένες εκδόσεις μοντέλων Boussinesq επιτρέπουν την εφαρμογή τους σε βαθύτερα νερά (Witting (1984), Murray (1989), Madsen et al. (1991), Nwogu (1993), Karambas (1999), Zou (1999), Gobbi and Kirby (2000) κλπ.) βελτιώνοντας τα χαρακτηριστικά διασποράς τους. Βελτιώσεις των μοντέλων έχουν επιτευχθεί και όσον αφορά στην υπέρβαση της αρχικής υπόθεσης της ήπιας μη γραμμικότητας (Madsen et al. (2002,2003), Bingham and Agnon (2005), Schäffer (2004), Wei et al. (1995), Beji and Nadaoka (1996) κλπ.) μέχρι και λίγο πριν τη θραύση. Γενικά οι διάφορες κατευθύνσεις επέκτασης των μοντέλων Boussinesq είναι η μεταβαλλόμενη βυθομετρία, η βελτιωμένη διασπορά συχνοτήτων, η βελτιωμένη μη-γραμμική συμπεριφορά, η ανάπτυξη σε σειρά Taylor των όρων των εξισώσεων γύρω από διαφορετικές κατά βάθος θέσεις, η συμπερίληψη της θραύσης, η συμπερίληψη της τριβής πυθμένα, η συμπερίληψη της επιφανειακής τάσης, η ύπαρξη εσωτερικών κυματισμών κλπ. Οι κυριότερες διαφορές μεταξύ των διαφόρων μορφών των μοντέλων αφορούν κυρίως στη διαφορετική επιλογή (θεώρηση) της οριζόντιας ταχύτητας και στις διαφορετικές εκφράσεις των όρων ανώτερης τάξης που διατηρούνται κατά την κατάστρωση των εξισώσεων. Ως προς την επιλογή της οριζόντιας ταχύτητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέση ως προς το βάθος ταχύτητα, η ταχύτητα στην ελεύθερη επιφάνεια, η ταχύτητα σε τυχαίο βάθος ή η ταχύτητα στον πυθμένα.

3.2. Εξισώσεις Boussinesq για την περιγραφή κυματικής διάδοσης πάνω από πυθμένα ήπιας κλίσης.

Ως το σημείο αυτό η θεώρηση αφορούσε κυματισμούς που διαδίδονται σε σταθερό βάθος νερού σε δύο διαστάσεις. Το πρόβλημα της διάδοσης μακρών κυματισμών σε μη ομοιόμορφο βάθος μπορεί να επιλυθεί είτε μέσω μιας άμεσης αριθμητικής επίλυση των εξισώσεων Boussinesq 5α και 5β είτε με παραγωγή των εξισώσεων εξέλιξης για τις παραμέτρους κύματος, έτσι ώστε οι εξισώσεις 5α και 5β να ικανοποιούνται προσεγγιστικά.

Ο Peregrine, το (1967), αντιμετώπισε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση, η οποία ουσιαστικά αποτελείται από την επίλυση των εξισώσεων της ορμής και συνέχειας μέσω ενός σχήματος σύστημα διαταραχών. Χρησιμοποίησε την μέση ταχύτητα \bar{u} , ως την μεταβλητή της ταχύτητας και έλαβε τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla_h) \bar{u} + g \nabla_h \zeta = \frac{1}{2} h \nabla_h \left[\nabla_h \cdot \left(h \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) - \frac{1}{6} h^2 \nabla_h \left(\nabla_h \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) \right] \quad (11\alpha)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla_h [\bar{u}(h + \zeta)] = 0 \quad (11\beta)$$

Οι προσεγγίσεις που απαιτούνται για να εξαχθούν οι εξισώσεις αυτές, είναι οι ίδιες όπως και για τις εξισώσεις που αφορούν το ομοιόμορφο βάθος του νερού, εκτός από το γεγονός ότι πρέπει να ληφθούν υπ όψιν νέες κλίμακες μήκους που σχετίζονται τις μεταβολές του βάθους του νερού και συγκεκριμένα, ($a = \max \nabla_h h$). Για την παραγωγή των εξισώσεων 11α και 11β πρέπει να θεωρηθεί ότι $a \ll \delta$, όπου δ , το σχετικό μήκος κύματος $\delta = kh$.

3.3. Εξισώσεις Boussinesq με βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς

Το βασικό μειονέκτημα των αρχικών εξισώσεων Peregrine είναι η δυνατότητα περιγραφής κυματισμών με ακρίβεια μόνο στα ρηγά νερά. Επομένως, οι προσπάθειες γενίκευσης αφορούσαν καταρχάς στην επέκταση του πεδίου εφαρμογής των εξισώσεων τύπου Boussinesq σε βαθύτερα νερά. Η πρώτη σοβαρή προσπάθεια γίνεται από τον Witting (1984) που προσθέτει όρους στην εξίσωση ορμής ανάλογους μίας παραμέτρου διασποράς. Χρησιμοποιώντας αναπτύγματα Padé τάξεως [N,N] και [N-1,N] επεκτείνει τη σχέση διασποράς (8α) που αντιστοιχεί σε ανάπτυγμα Padé τάξης [0,2]. Έτσι, για ανάπτυγμα [2,2] προκύπτει η σχέση:

$$\frac{c^2}{gh} = \frac{1 + \frac{1}{15}(kh)^2}{1 + \frac{2}{5}(kh)^2} \quad (8\alpha)$$

Η μέθοδος των αναπτυγμάτων Padé χρησιμοποιήθηκε σε πολλές μεταγενέστερες εργασίες. Η εργασία των Schäffer και Madsen (1995) είναι ίσως η γενικότερη όλων. Οι συγγραφείς εισάγουν δύο συντελεστές (B1,B2) που βελτιώνουν τη σχέση διασποράς και την περιγραφή της ρήχωσης. Για τους διάφορους συνδυασμούς τιμών των συντελεστών αυτών, προκύπτουν οι σχέσεις διασποράς των άλλων εργασιών. Μάλιστα συνδυάζοντας τις προγενέστερες προσεγγίσεις των Madsen-Sørensen (1992) και Nwogu (1993) κατέληξαν σε εξισώσεις με χαρακτηριστικά διασποράς που αντιστοιχούν σε ανάπτυγμα Padé [4,4] της σχέσης γραμμικής διασποράς.

Οι κυριότερες εργασίες που ανήκουν στην κατηγορία των μοντέλων με βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς είναι με χρονολογική σειρά:

1. Madsen et al. (1991)
2. Madsen και Sørensen (1992)
3. Nwogu (1993)
4. Beji και Battjes (1994)
5. Beji και Nadaoka (1996)
6. Madsen και Schäffer (1998)
7. Karambas (1999)
8. Zou (1999)

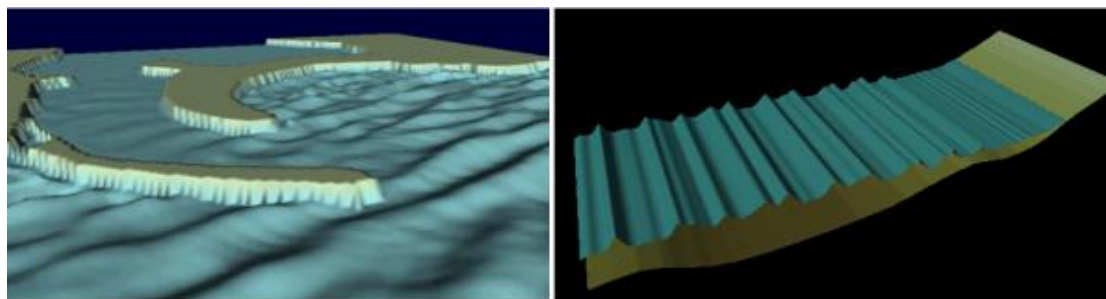
Κεφάλαιο 4^ο – Το υπολογιστικό μοντέλο MIKE 21 BW (*Boussinesq Waves*)

4.1. Εισαγωγή

Στην διπλωματική αυτή εργασία χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό μοντέλο MIKE 21 BW (*Boussinesq waves*), προκείμενου να διερευνηθεί η μεταβολή της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε συγκεκριμένες βαθυμετρίες. Το MIKE 21 BW είναι ένα μοντέλο του λογισμικού MIKE 21 της εταιρίας *Danish Hydraulic Institute (DHI)*. Είναι ένα προηγμένης τεχνολογίας πακέτο για την αριθμητική προσομοίωση της διάδοσης βραχέων και μακρών κυματισμών κοντά και εντός λιμενικών εγκαταστάσεων, καθώς και σε παράκτιες περιοχές. Αποτελεί μία από τις δημοφιλέστερες εμπορικές προτάσεις της αγοράς. Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια εκτεταμένη θεωρητική εισαγωγή που αφορά το περιβάλλον και τις χρήσεις του προγράμματος ενώ σε δεύτερο στάδιο γίνεται αναφορά στις βασικές εξισώσεις που πλαισιώνουν τόσο το δισδιάστατο μοντέλο (2DH) όσο και το μονοδιάστατο (1DH) και συνοψίζονται στις εξισώσεις ορμής και συνέχειας (*Madsen et al. (1997a,b)*). Οι πληροφορίες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο αυτό προέρχονται από το συνοδευτικό εγχειρίδιο του προγράμματος.

4.2. Γενική περιγραφή

Το πρόγραμμα MIKE 21 BW περιλαμβάνει δύο υποπρογράμματα, το μονοδιάστατο (1DH) και το δισδιάστατο (2DH) (σχ. 4.1). Τα δύο αυτά μοντέλα βασίζονται στην επίλυση στο πεδίο του χρόνου των εξισώσεων τύπου *Boussinesq*. Οι χρησιμοποιούμενες εξισώσεις περιλαμβάνουν μη-γραμμικά χαρακτηριστικά και διασπορά συχνοτήτων. Βασικά, η διασπορά των συχνοτήτων εισάγεται στις εξισώσεις ορμής λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση των κατακόρυφων επιταχύνσεων στην κατανομή των πιέσεων.



Πηγή: Εγχειρίδιο χρήσης MIKE 21 BW

Σχήμα 4.1. Αριστερά παρατηρούμε το μοντέλο 2DH που παραδοσιακά εφαρμόζεται για τον υπολογισμό της κυματικής διαταραχής σε λιμάνια και κόλπους. Δεξιά παρατηρούμε το μοντέλο 1DH μοντέλο που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της μεταβολής του κυματισμού, καθώς αυτό οδεύει από τα ανοιχτά προς την ακτή.

Το μοντέλο Mike 21 BW είναι σε θέση να δίνει λύσεις κοντά στην ακτή, λαμβάνοντας υπ όψιν την θραύση του κυματισμού και την μεταβολή της ακτογραμμής ενώ παράλληλα προσομοιάζει την συνδυασμένη επίδραση όλων των σημαντικών φαινομένων που αφορούν χώρους, όπως λιμάνια, κόλπους και γενικότερα κατασκευές άρρηκτα συνδεδεμένες με την αερομηχανική. Τα φαινόμενα αυτά είναι:

- Ρήχωσης
- Διάθλαση
- Περίθλαση
- Θραύση κυματισμού
- Επίδραση πυθμένα μέσω τριβής
- Μεταβολή της ακτογραμμής
- Μερική ανάκλαση και διάδοση
- Μη γραμμική αλληλεπίδραση μεταξύ κυματισμών
- Διασπορά συχνότητας
- Διασπορά κατεύθυνσης

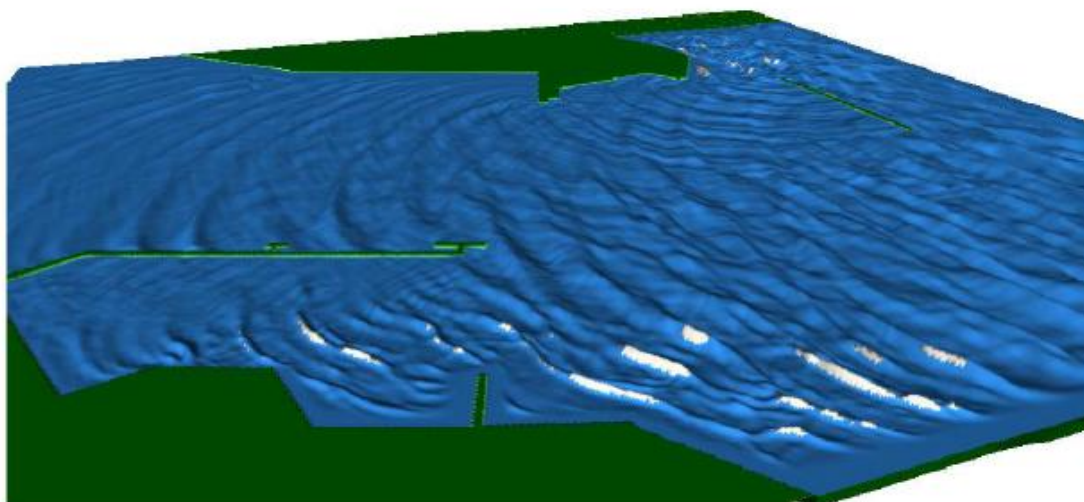
Η παρούσα έκδοση του Mike 21 BW περιλαμβάνει όπως προαναφέρθηκε δύο κυματικά μοντέλα:

- 2DH (δύο οριζόντιες χωρικές μεταβλητές) κυματικό μοντέλο Boussinesq
- 1DH (μία οριζόντια χωρική μεταβλητή) κυματικό μοντέλο Boussinesq

Τα δύο μοντέλα επιλύουν τις εξισώσεις τύπου Boussinesq χρησιμοποιώντας μια έκφραση ροής (flux-formulation) με βελτιωμένα χαρακτηριστικά γραμμικής διασποράς. Οι αρχικές εξισώσεις προτάθηκαν από τους *Madsen et al. (1991)* και τους *Madsen και Sørensen (1992)*. Με τη βελτιωμένη μορφή των εξισώσεων, τα μοντέλα είναι ικανά να περιγράψουν την κατευθυντική διάδοση μιας ομάδας κυματισμών από τα βαθιά στα ρηχά νερά. Οι εξισώσεις έχουν εφαρμογή για μέγιστο λόγο βάθους προς μήκος κύματος στα βαθιά $d/L_0 \approx 0.5$ ή ($kd \approx 3.1$), ενώ για τις κλασικές εξισώσεις του *Peregrine (1967)* ο μέγιστος λόγος είναι $d/L_0 \approx 0.22$ (ή $kd \approx 1.4$). Οι εξισώσεις του μοντέλου έχουν επεκταθεί για να λάβουν υπόψη τη θραύση των κυματισμών και τη μετακίνηση της ακτογραμμής κατά την αναρρίχηση των κυμάτων, σύμφωνα με τις εργασίες των *Madsen et al. (1997a,b)* και *Sørensen et al. (1998,2004)*. Το δισδιάστατο μοντέλο (2DH) BW επιλύει τις βελτιωμένες εξισώσεις τύπου Boussinesq μέσω ενός πεπλεγμένου αριθμητικού σχήματος πεπερασμένων διαφορών σε έναν έκκεντρο ορθογωνικό κানাβο.

Το MIKE 21 BW μπορεί επίσης να προσομοιώσει φαινόμενα όπως η ομαδοποίηση κυματισμών (wave grouping), το surf beat, η δημιουργία δεσμευμένων χαμηλών και υψηλών αρμονικών (generation of bound sub-harmonics and super-harmonics) και η αλληλεπίδραση κυματικών τριάδων κοντά στο συντονισμό (near-resonant triad interactions). Επομένως, μπορούν να περιγραφούν ικανοποιητικά λεπτομέρειες όπως η γένεση και απελευθέρωση ταλαντώσεων χαμηλών συχνοτήτων λόγω μετασηματισμών του αρχικού κύματος, φαινόμενο σημαντικό για το συντονισμό εντός των λιμένων και τις παράκτιες διεργασίες. Η θραύση των κυματισμών τύπου spilling εφαρμόζεται βάσει της προσέγγισης του επιφανειακού κυλίνδρου. Η επιρροή στην κυματική διάδοση προσομοιώνεται με την εισαγωγή επιπλέον συναγωγικών όρων στις εξισώσεις ορμής και ο προσδιορισμός των επιφανειακών κυλίνδρων γίνεται γεωμετρικά. Ο κύλινδρος λογίζεται ως ένα υδάτινο τμήμα που απομονώνεται από την υπόλοιπη

κίνηση και μεταφέρεται με την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Η θραύση ξεκινάει όταν η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας ξεπεράσει μια οριακή τιμή.



Πηγή: Εγχειρίδιο χρήσης MIKE 21 BW

Σχήμα 4.2. Εικόνα από την εφαρμογή του μοντέλου MIKE 21 BW (2DH) για τη διάδοση θραυόμενων κυματισμών στην περιοχή λιμένα. Οι επιφανειακοί κύλινδροι (surface rollers) διακρίνονται με το λευκό αφρό

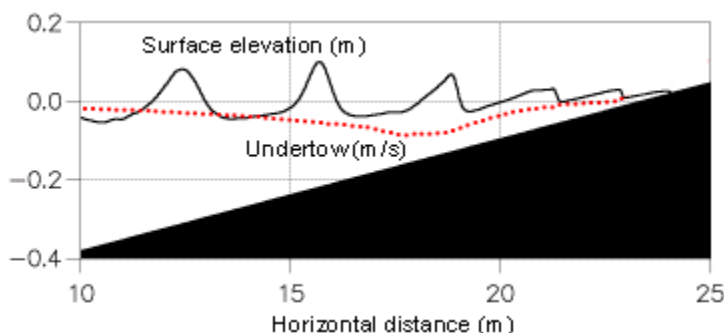
Η μετακίνηση της ακτογραμμής (moving shoreline) προσομοιώνεται βάσει της ακόλουθης προσέγγισης: το υπολογιστικό πεδίο επεκτείνεται τεχνητά με την αντικατάσταση του στερεού ορίου της ακτής από μία διαπερατή παραλία με πολύ μικρό πορώδες. Κοντά στην κινούμενη ακτογραμμή, η θαλάσσια επιφάνεια αλληλεπιδρά με τον πυθμένα και συνεχίζει στην πορώδη παραλία. Έτσι, η στιγμιαία θέση της ακτογραμμής καθορίζεται απλά από αυτή την αλληλεπίδραση. Με τη συμπερίληψη της θραύσης κυματισμών και της μετακινούμενης ακτογραμμής, το MIKE 21 BW μπορεί να περιγράψει σύνθετα παράκτια φαινόμενα, όπως η κυματογενής κυκλοφορία σε συνδυασμό με παράκτια τεχνικά έργα.



Πηγή: Εγχειρίδιο χρήσης MIKE 21 BW

Σχήμα 4.3: Προσομοίωση της διάδοσης κυματισμών με το μοντέλο MIKE 21 BW (2DH) στην περιοχή του λιμανιού Frederikshavn της Δανίας

Το μονοδιάστατο μοντέλο (1DH) BW επιλύει τις βελτιωμένες εξισώσεις τύπου Boussinesq των Madsen et al. (1997) μέσω μιας τυπικής μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων Galerkin με πεπλεγμένη παρεμβολή των μεταβλητών που ορίζονται σε έναν ακανόνιστο (ή κανονικό) κানাβο. Έτσι, το μοντέλο προσομοιώνει τη δυναμική στη ζώνη θραύσης (surf zone) και τις ταλαντώσεις στη ζώνη διαβροχής (swash zone) για οποιοδήποτε παράκτιο προφίλ βαθυμετρίας.



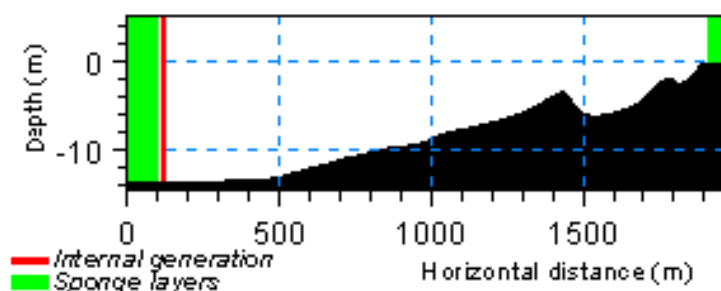
Πηγή: Εγχειρίδιο χρήσης MIKE 21 BW

Σχήμα 4.4: Η εικόνα δείχνει την χωρική κατανομή της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας και το σχετικό ρεύμα που δημιουργείται από την επιφάνεια του ύδατος, στην περίπτωση κανονικών (απλών, μονοχρωματικών) κυματισμών σε μια επικλινή ακτή.

Κατά την επίλυση των εξισώσεων τύπου Boussinesq με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, το κύριο πρόβλημα είναι η παρουσία των χωρικών παραγώγων ανώτερης τάξης. Το μοντέλο MIKE 21 BW (1DH) αντιμετωπίζει αυτό το πρόβλημα γράφοντας τις εξισώσεις σε μορφή κατώτερης τάξης εισάγοντας μια βοηθητική μεταβλητή w και μια βοηθητική αλγεβρική εξίσωση, όπως παρουσιάζεται σε ακόλουθη παράγραφο. Το μονοδιάστατο μοντέλο, όπως και η δισδιάστατη έκδοση, αναπαράγει ικανοποιητικά τις περισσότερες συνδυαστικές παράκτιες διεργασίες.

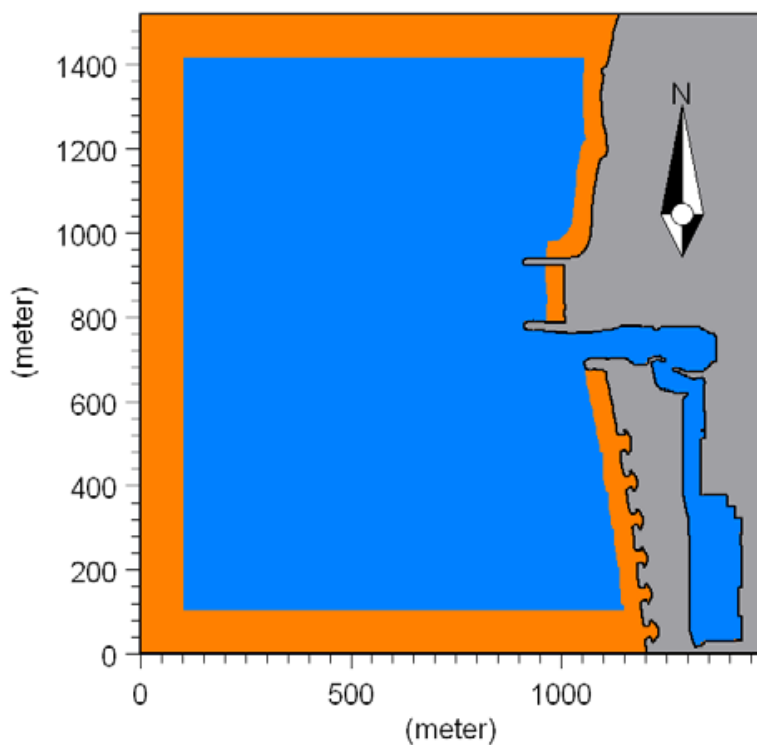
4.2.1. Περιγραφή των ζωνών απορρόφησης

Στην πράξη για όλες τις εφαρμογές του μοντέλου MIKE 21 BW πρέπει να ετοιμαστούν χάρτες (2DH, dfs2-file) ή σειρές προφίλ (1DH, dfs1-file) προκειμένου να επιτευχθεί ικανοποιητική απορρόφηση τόσο μικρών όσο και μεγάλων περιόδων κυμάτων. Οι ζώνες απορρόφησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ένα αποτελεσματικό μέσο απορρόφησης των κυματισμών κατά την προσομοίωση. Μπορούν να τοποθετηθούν κατά μήκος των συνόρων του μοντέλου ώστε να επιτρέψουν φαινόμενα ακτινοβολίας που πιθανών να εμφανίζονται κατά την πρόσπτωση των κυματισμών στο σύνορα της προς μοντελοποίηση περιοχής. Τα φαινόμενα ακτινοβολίας λειτουργούν απορροφητικά στο ποσοστό ακτινοβολίας της κυματικής ενέργειας έξω από την περιοχή μοντελοποίησης.



Πηγή: Εγχειρίδιο χρήσης MIKE 21 BW

Σχήμα 4.5. Ζώνες απορρόφησης σε συγκεκριμένο προφίλ ακτής



Πηγή: Εγχειρίδιο χρήσης MIKE 21 BW

Σχήμα 4.6: Ζώνες απορρόφησης σε διδιάστατο πλέγμα βαθυμετρίας, (Αρχείο dfs2)

Οι ζώνες απορρόφησης σε σχέση με την μοντελοποίηση μη γραμμικών κυματισμών σε προφίλ ακτών, συνήθως εφαρμόζονται στα δύο άκρα του μοντέλου, (βλ. παρακάτω σχήμα). Η ζώνη απορρόφησης στο ένα άκρο αποσκοπεί στην απορρόφηση της κυματικής ενέργειας έξω από την περιοχή μοντελοποίησης, ($j=0$). Στο άλλο άκρο ($j=j_{extr}$) ο ρόλος της ζώνης απορρόφησης επικεντρώνεται αφενός στο να απορροφά τους εισερχόμενους κυματισμούς που τείνουν να περάσουν σε περιοχές οι οποίες δεν χρήζουν μοντελοποίησης.

Καθορίζοντας τις ζώνες απορρόφησης:

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μεταξύ της χρήσης ζωνών απορρόφησης ή μη, κατά την διεξαγωγή της μοντελοποίησης του. Στην περίπτωση επιλογής ζωνών απορρόφησης στο μοντέλο πρέπει να προστεθεί ένας χαρτης (2DH εφαρμογές) ή ένα προφίλ ακτής (1DH εφαρμογές) στο οποίο να περιλαμβάνονται οι εν λόγω ζώνες. Τα αρχεία που περιέχουν το χάρτη ή το αντιστοιχο profil είναι της μορφής (dfs2 ή dfs1 αντίστοιχα).

4.3. Βασικές εξισώσεις

Το MIKE 21 BW επιλύει τις τροποποιημένες εξισώσεις τύπου Boussinesq σε μία ή δύο οριζόντιες διαστάσεις ως προς την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας ζ και τις ολοκληρωμένες κατά βάθος συνιστώσες τις οριζόντιας ταχύτητας P και Q . Το σύστημα εξισώσεων του δισδιάστατου μοντέλου (2DH) BW είναι:

Εξίσωση συνέχειας:

$$n \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (\text{σχέση 4.1})$$

Εξίσωση ορμής κατά x:

$$n \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{h} \right) + \frac{\partial R_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial R_{xy}}{\partial y} + F_x n^2 g h \frac{\partial \zeta}{\partial x} + n^2 P \left[a + \beta \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{h} \right] + \frac{gP\sqrt{P^2 + Q^2}}{h^2 c^2} + n\psi_1 = 0$$

(σχέση 4.2)

Εξίσωση ορμής κατά y:

$$n \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{h} \right) + \frac{\partial R_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial R_{xy}}{\partial x} + F_y n^2 g h \frac{\partial \zeta}{\partial y} + n^2 Q \left[a + \beta \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{h} \right] + \frac{gQ\sqrt{P^2 + Q^2}}{h^2 c^2} + n\psi_2 = 0$$

(σχέση 4.3)

όπου οι όροι διασποράς Boussinesq ψ_1 και ψ_2 δίνονται από τις εκφράσεις:

$$\psi_1 = - \left(B + \frac{1}{3} \right) d^2 (P_{xxt} + Q_{xyt}) - nBgd^3 (\zeta_{xxx} + \zeta_{xyy}) - dd_x \left[\frac{1}{3} P_{xt} + \frac{1}{6} Q_{yt} + nBgd(2\zeta_{xx} + \zeta_{yy}) \right] - dd_y \left(\frac{1}{6} Q_{xt} + nBgd\zeta_{xy} \right)$$

(σχέση 4.4)

$$\psi_2 = - \left(B + \frac{1}{3} \right) d^2 (P_{xyt} + Q_{yyt}) - nBgd^3 (\zeta_{yyy} + \zeta_{yxx}) - dd_y \left[\frac{1}{3} Q_{yt} + \frac{1}{6} P_{xt} + nBgd(2\zeta_{yy} + \zeta_{xx}) \right] - dd_x \left(\frac{1}{6} P_{yt} + nBgd\zeta_{xy} \right)$$

(σχέση 4.5)

όπου οι δείκτες x , y και t , υποδηλώνουν μερική διαφόριση ως προς το χώρο και το χρόνο αντίστοιχα.

Επεξήγηση συμβόλων:

P : Πυκνότητα ροής κατά x σε $m^3/(m \cdot sec)$

Q : Πυκνότητα ροής κατά y σε $m^3/(m \cdot sec)$

B : Boussinesq όρος διασποράς

F_x : όρος οριζόντιας τάσης κατά x

F_y : όρος οριζόντιας τάσης κατά y

x , y : οριζόντιες καρτεσιανές συντεταγμένες σε m

t : χρόνος σε sec

h : συνολικό βάθος ($h=d+\zeta$) σε m

d : Βάθος στη μέση στάθμη ηρεμίας σε m

g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 9,81 m/s^2$)

n : πορώδες

C : συντελεστής αντίστασης Chezy σε $m^{1/2}/sec$

α : συντελεστής αντίστασης για στρωτή ροή σε πορώδες μέσο

β : συντελεστής αντίστασης για τυρβώδη ροή σε πορώδες μέσο

ζ : διακύμανση της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τη στάθμη αναφοράς σε m

Οι όροι οριζόντιας τάσης δίνονται από σχέσεις που περιέχουν τις οριζόντιες βαθμίδες των ολοκληρωμένων ως προς το βάθος ταχυτήτων:

$$F_x = -\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[v_t \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \right] \right\} \quad (\text{σχέση 4.6})$$

$$F_y = -\left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial Q}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_t \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) \right] \right\} \quad (\text{σχέση 4.7})$$

Όπου v_t είναι ο οριζόντιος συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας

Οι όροι R_{xx} , R_{xy} και R_{yy} αναφέρονται στην επίδραση του επιφανειακού κυλίνδρου και της συνεπαγόμενης ανομοιομορφίας της κατακόρυφης κατανομής της οριζόντιας ταχύτητας στην εξίσωση της ορμής.

Αντίστοιχα, το σύστημα εξισώσεων του μονοδιάστατου μοντέλο 1DH είναι:

Εξίσωση συνέχειας:

$$n \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (\text{σχέση 4.8})$$

Εξίσωση ορμής κατά x:

$$n \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial R_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial R_{xy}}{\partial y} + n^2 g h \frac{\partial \zeta}{\partial x} - n \left(B + \frac{1}{3} \right) d^2 \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial x \partial t} - \frac{1}{3} d \frac{\partial d}{\partial x} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} - n^2 B g d^2 \frac{\partial w}{\partial x} + n^2 P \left[a + \beta \frac{|P|}{h} \right] + \frac{g P |P|}{h^2 c^2} = 0$$

(σχέση 4.9)

$$w = \frac{\partial}{\partial x} \left(d \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \quad (\text{σχέση 4.10})$$

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, η εξίσωση 4.10 είναι η βοηθητική εξίσωση που εισάγεται και αναφέρεται στη βοηθητική μεταβλητή w . Οι εξισώσεις 4.8, 4.9 και 4.10, περιλαμβάνουν όρους με χωρικές παραγώγους το πολύ δεύτερης τάξης. Χρησιμοποιώντας την τυπική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων Galerkin και εφαρμόζοντας το θεώρημα της απόκλισης του Gauss στους όρους διασποράς Boussinesq, οι εξισώσεις γράφονται σε μορφή που απαιτεί μόνο τη συνέχεια των συναρτήσεων παρεμβολής. Τη μεθοδολογία αυτή περιγράφουν αναλυτικά οι Sørensen et al. (2004).

Κεφάλαιο 5^ο - Εφαρμογές του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW, σε περιπτώσεις τεχνητής βαθυμετρίας, με μια χωρική μεταβλητή (1DH) και με δύο χωρικές μεταβλητές (2DH)

5.1. Εισαγωγή

Κατά την εκπόνηση της διπλωματικής αυτής εργασίας χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό κυματικό μοντέλο MIKE 21 BW, (*Boussinesq waves*) ούτως ώστε να εξαχθεί η προσομοίωση κυματισμών σε βαθυμετρία με πυθμένα ήπιας κλίσης. Προκειμένου να διερευνηθεί ο ρόλος των διαφόρων δεδομένων εισαγωγής, καθώς και η επιλογή της χωρικής και χρονικής διακριτικής ικανότητας έγιναν πολυάριθμες δοκιμές στο περιβάλλον του MIKE 21 BW με χρήση της τεχνητής βαθυμετρίας η οποία χρησιμοποιήθηκε από τους *Beji και Battjes* το 1994, σε πείραμα τους το οποίο περιγράφεται σε παρακάτω παραγράφους. Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται και αναλύονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από της δοκιμές αυτές, ενώ παράλληλα γίνεται η σύγκριση αυτών με θεωρητικές τιμές όπως αυτές αναρτήθηκαν στην δημοσίευση των *Beji και Battjes*. Η διαδικασία αυτή γίνεται, όπως προαναφέρθηκε, για να διερευνηθεί η επίδραση της χωρικής και χρονικής διακριτικής ικανότητας του προγράμματος στα αποτελέσματα, ώστε να προκύψουν τα βέλτιστα δυνατά. Στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου περιγράφεται και πραγματοποιείται στο υπολογιστικό περιβάλλον του MIKE 21 BW το πείραμα της ελλειπτικής ρήχωσης το οποίο μελετήθηκε από τον *Berkhoff*.

5.2. Συνοπτική περιγραφή του πειράματος των *Beji και Battjes* (διάδοση πάνω από τραπεζοειδή πυθμένα)

5.2.1. Περίληψη της εργασίας των *Beji και Battjes*

Με σκοπό την μοντελοποίηση μακρών κυματισμών οι οποίοι διαδίδονται προς μία διεύθυνση, πάνω από ένα βυθισμένο εμπόδιο, εκτελέστηκαν αριθμητικοί υπολογισμοί οι οποίοι βασίστηκαν στο μονοδιάστατο χρονοεξαρτώμενο κυματικό μοντέλο των εξισώσεων *Boussinesq* το οποίο περιέχει βελτιωμένους όρους διασποράς. Κατά την εξαγωγή των αποτελεσμάτων που προέκυψαν με την χρήση των ανωτέρω αριθμητικών μεθόδων διαπιστώθηκε συμφωνία μεταξύ αυτών και των πειραματικά εξαγόμενων τιμών, τόσο στις παρατηρούμενες αρμονικές λύσεις που αναφέρονται στην περιοχή της ρήχωσης, όσο και σε αυτές που αναφέρονται στην περιοχή όπου το βάθος του νερού αυξάνεται.

5.2.2. Ιστορική αναδρομή

Η παραγωγή αρμονικών λύσεων από ένα κυματικό πεδίο με σχετικά περιορισμένο φάσμα συχνοτήτων, καθώς αυτό διαδίδεται πάνω από ένα βυθισμένο εμπόδιο, ήταν από καιρό γνωστή τόσο σε εμπειρικό όσο και σε θεωρητικό επίπεδο. Οι *Johnson et al. (1951)* επεσήμαναν ότι πάνω από φυσικούς υφάλους η ενεργεία διαδίδεται σαν ένα πολύπλοκο σύστημα κορυφών. Ο *Jolas (1960)* διεξήγαγε πειράματα με βυθισμένα εμπόδια ορθογώνιας διατομής και παρατήρησε την παραγωγή των αρμονικών λύσεων κατά την πρόσπτωση ενός απλού αρμονικού κυματισμού σ' αυτά. Βασιζόμενοι σε μετρήσεις κυματικού πεδίου, σε περιοχές κοντά στην ακτογραμμή, οι *Byrne (1969)*, *Dingemans (1989)* και *Young (1989)* προέβησαν στην εξαγωγή παρόμοιων αποτελεσμάτων. Επιπροσθέτως, οι *Rey et al. (1992)* εξήγαγαν λεπτομερειακές παρατηρήσεις με χρήση παρόμοιας διάταξης βαθυμετρικών σε εργαστηριακό περιβάλλον. Από την σκοπιά της θεωρητικής ανάλυσης, η παραγωγή των προαναφερθέντων αρμονικών λύσεων, εντοπίζεται στο πεδίο των μη γραμμικών εξισώσεων όπως αυτές προέκυψαν από της ομώνυμες θεωρίες των *Boussinesq*, *Korteweg* και *de Vries*, για κυματισμούς που εντοπίζονται σε αρκούντως ρηχά ύδατα. Οι θεωρίες αυτές επαναδιατυπώθηκαν από τους *Friedrichs (1948)*, *Ursell (1953)*, και *Mei και Le Mehaute (1966)*. Ο *Peregrine (1967)* παρουσίασε έναν φορμαλισμό ο οποίος βασίζεται στις αρχικές εξισώσεις *Boussinesq* για μη γραμμικούς κυματισμούς που διαδίδονται σε πυθμένα ήπιας κλίσης και παρουσιάζουν επιπροσθέτως, φαινόμενα διασποράς. Ο θεώρηση μάλιστα αυτή έγινε σημείο αναφοράς για πολυάριθμες μελέτες τέτοιου είδους. Στις αρχές της δεκαετίας του 70' ο *Abbott* και οι συνεργάτες του, ανέπτυξαν αριθμητικά σχήματα για την επίλυση μονοδιάστατων και δισδιάστατων προβλημάτων κυματικής διάδοσης μέσω των αριθμητικών κυματικών μοντέλων *Boussinesq*. (*Abbott et al., 1973; Abbott, 1974; Abbott et al., 1978, 1984*). Ακολουθώντας μια ελαφρώς διαφορετική προσέγγιση, οι *Schaper* και *Zielke (1984)* ανέπτυξαν ένα εναλλακτικό σχήμα, με διορθώσεις για τα σφάλματα αποκοπής, το οποίο αργότερα βελτιώθηκε από τον *Pruser et al. (1986)* και εφαρμόστηκε σε πολλές περιπτώσεις που περιλαμβάνουν μη κανονικούς κυματισμούς.

Τα τελευταία χρόνια οι εξισώσεις *Boussinesq* έχουν πλαισιωθεί από έναν μεγάλο αριθμό βελτιώσεων. Ο *Witting (1984)*, εισήγαγε έναν φορμαλισμό με βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς. Ο *Madsen et al. (1991a)* χρησιμοποίησαν τα αποτελέσματα του *Witting* ώστε να παράγουν ένα νέο σετ εξισώσεων *Boussinesq* για οριζόντιο πυθμένα, το οποίο εμπεριείχε παραγωγούς 3^{ns} τάξης σε σύγκριση με το συμβατικό σετ εξισώσεων. Αυτό οδήγησε σε βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς για τις ανώτερης συχνότητας συνιστώσες, συνεισφέροντας αποτελεσματικά στους κυματισμούς βαθέων υδάτων. Η τεχνική αυτών, εφαρμόστηκε στις εξισώσεις *Boussinesq* από τους *Beji και Battjes (1991)* και από τους *Madsen και Sorensen (1992)* για πυθμένα ήπιας κλίσης. Ο φορμαλισμός που αναφέρεται παραπάνω εντοπίζεται στον τομέα του χρόνου. Παράλληλα με αυτόν έχουν αναπτυχθεί φορμαλισμοί που βασίζονται στο τομέα των συχνοτήτων και οδηγούν σε ζεύγη βελτιωμένων εξισώσεων για αργά μεταβαλλόμενα πλάτη και φάσεις των αρμονικών συνιστωσών, παρόμοια με την εργασία του *Bryant (1973)* για κύματα *Stokes*.

Στη δημοσίευση των *Beji και Battjes*, παρουσιάζονται η εξέλιξη και τα αποτελέσματα των αριθμητικών υπολογισμών οι οποίοι βασίζονται στο αριθμητικό μοντέλο *Boussinesq* για πυθμένα ομαλής κλίσης και βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς. Γίνεται η θεώρηση ενός απομονωμένου βυθισμένου εμποδίου το οποίο καθιστά το φαινόμενο άκρως ενδιαφέρον, καθώς δημιουργούνται φαινόμενα αποσύνθεσης του κυματισμού, στην περιοχή όπου αυξάνεται το βάθος του νερού, στην πίσω πλευρά του εμποδίου. Η απελευθέρωση των αρμονικών λύσεων καθώς ο κυματισμός προσπέρνα το βυθισμένο εμπόδιο, ή η αποσύνθεση του κυματισμού, συμβάλλουν στην παρουσία γρήγορα μεταβαλλόμενων κυματομορφών, η οποίες μπορούν να προσομοιωθούν με ακρίβεια μόνο από ένα μη γραμμικό αριθμητικό κυματικό μοντέλο το οποίο περιέχει βελτιωμένους όρους διασποράς.

Το σύστημα των εξισώσεων που χρησιμοποιείται στην εργασία των *Beji και Battjes*, βασίζεται στο φορμαλισμό ο οποίος εισήχθη από τον *Peregrine (1967)* άλλα διαφέρει από αυτών σε τρία βασικά σημεία. Στη χρήση επιπρόσθετων όρων οι οποίοι συμβάλλουν στην βελτίωση των χαρακτηριστικών διασποράς σύμφωνα με τους *Madsen et al. (1991a)*, στη διακριτοποίηση της εξίσωσης της συνέχειας και στη χρήση του μεταθετικού όρου. Μέχρι στιγμής η μελέτη παραβλέπει το φαινόμενο της θραύσης του κυματισμού. Στο επόμενο εδάφιο, αναλύονται οι αρχικές και οι βελτιωμένες εξισώσεις *Boussinesq*.

5.2.3. Βασικές εξισώσεις του προβλήματος

5.2.3.a. Αρχικές εξισώσεις

Οι εξισώσεις κίνησης που περιγράφουν διάδοση μακρών κυματισμών, μικρού πλάτους σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία διατυπώθηκαν από τον *Peregrine (1967)*, και δίδονται παρακάτω:

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + g\nabla\zeta = \frac{1}{2}h\frac{\partial}{\partial t}\nabla[\nabla \cdot (h\mathbf{u})] - \frac{1}{6}h^2\frac{\partial}{\partial t}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \nabla[(h + \zeta)\mathbf{u}] = \mathbf{0} \quad (2)$$

Ός ζ ορίζεται η μεταβολή της θέσης της ελεύθερης επιφάνειας, \mathbf{u} το διάνυσμα της μέσης κατά βάθος οριζόντιας ταχύτητας και h το σταθερό βάθος του νερού. Για σταθερό βάθος νερού οι παραπάνω εξισώσεις καταλήγουν στις γνωστές κλασσικές εξισώσεις *Boussinesq*. Στην περίπτωση που η χωρικές μεταβολές της γεωμετρίας του πυθμένα θεωρούνται ήπιες, και παραλειφθούν οι δεύτερης και μεγαλύτερης τάξης χωρικές παράγωγοι της κλίσης του πυθμένα, οι παραπάνω εξισώσεις για μονοδιάστατη κυματική διάδοση γράφονται:

$$u_t + uu_x + g\zeta_x = \frac{1}{3}h^2u_{xxt} + hh_xu_{xt} \quad (3)$$

$$\zeta_t + [(h + \zeta)u]_x = 0 \quad (4)$$

Οι δείκτες των παραπάνω εξισώσεων δηλώνουν μερική παραγωγή και u είναι οι συνιστώσες της μέσης με το βάθος ταχύτητας στη x διεύθυνση.

Κατά γενική ομολογία, οι εξισώσεις 1 και 2 περιγράφουν κυματισμούς με μικρό άλλα όχι απειροελάχιστο πλάτος, σχετικά μακρά κύματα στο βαθμό που η αποσβεστική ιδιότητα του βάρους στο πεδίο της πίεσης να μην μπορεί να παραληφθεί εξολοκλήρου. Με άλλα λόγια οι εξισώσεις αντικατοπτρίζουν ήπια μη γραμμικότητα και διασπορά.

5.2.3.b. Εξισώσεις Boussinesq με βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς

Τα τελευταία χρόνια, οι εξισώσεις *Boussinesq* έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς για την μοντελοποίηση κυματικών φαινομένων στην ζώνη κοντά στην ακτογραμμή, όπως φαινόμενα ρήξης, διάθλασης, περίθλασης, παραγωγής αρμονικών κυματισμών κ.α.. Παρόλα αυτά η ελλιπής ικανότητα τους κατά την περιγραφή φαινομένων διασποράς σε βάθη νερού μεγαλύτερα από το 20% του μήκους κύματος του κυματισμού, αποτελούσε ένα ουσιαστικό εμπόδιο κυρίως σε θέματα που έχουν να κάνουν με την διάδοση κυματισμών από τα ανοιχτά προς την ακτογραμμή. Έγιναν αρκετές προσπάθειες προκειμένου να βελτιωθούν τα χαρακτηριστικά διασποράς των εν λόγω εξισώσεων, ούτως ώστε οι άκρως ικανοποιητικές ιδιότητες που εμφανίζουν στις περιοχές κοντά στην ακτογραμμή, να επεκταθούν σε βαθύτερα ύδατα. Ο *Witting (1984)*, εξέφρασε την κατακόρυφη μέση ταχύτητα και την επιφανειακή ταχύτητα, με την χρήση του αναπτύγματος *Taylor* και κάνοντας χρήση συντελεστών διαφορετικών από αυτούς των συνήθων συντελεστών *Taylor*. Ο καθορισμός των συντελεστών αυτών επιτεύχθηκε με την επέκταση *Pade* όπως αυτή προκύπτει από ταχύτητα φάσης της γραμμικής θεωρίας.

Εμπνευσμένος από τον φορμαλισμό του *Witting*, ο *Madsen et al. (1991a)* διατύπωσαν έναν φορμαλισμό για την περίπτωση οριζόντιου πυθμένα, στον οποίο προσέθεσαν τρίτης τάξης παραγώγους με ένα επιπρόσθετο παράγοντα αναλογίας b . Ο φορμαλισμός αυτός εφαρμόστηκε ώστε να βελτιώσει σε μεγάλο βαθμό τα χαρακτηριστικά γραμμικής διασποράς. Οι *Beji και Battjes (1991)* εφάρμοσαν την τεχνική του *Madsen et al. (1991a)* στην μορφή που διατύπωσε ο *Peregrine* για τις εξισώσεις *Boussinesq* (βλ. εξίσωση 1), για πυθμένα ομαλής κλίσης. Τα αποτελέσματα για την περίπτωση μονοδιάστατη διάδοσης κυματισμού φαίνονται παρακάτω:

$$u_t + uu_x + g\zeta_x = \frac{1}{3}h^2u_{xxt} + hh_xu_{xt} + bh^2(u_{xxt} + g\zeta_{xxx}) \quad (5)$$

$$\zeta_t + [(h + \zeta)u]_x = 0 \quad (6)$$

Το παραπάνω σετ εξισώσεων χρησιμοποιούν οι *Beji και Battjes* κατά την διεξαγωγή του πειράματός τους το οποίο θα περιγραφεί διεξοδικά σε επόμενη παράγραφο. Το σετ που χρησιμοποιείται από τους *Madsen et al. (1991a)*, καθώς και η εκτεταμένη έκδοση αυτού από τους *Madsen και Sorensen (1992)*, η οποία επιτρέπει την εφαρμογή του σε μικρές κλίσεις πυθμένα, τροποποιείται σε συντηρητική μορφή με βάση την ορμή και όχι με βάση την επιτάχυνση για την κατακόρυφη ταχύτητα (u), η οποία προτιμήθηκε διότι οδηγεί σε απλούστερη μορφή της εξίσωσης της ορμής. Η αλλαγή αυτή στο φορμαλισμό δημιουργεί μια μικρή ασυνέχεια των όρων της κλίσης του πυθμένα στην εξίσωση της ορμής

των *Madsen και Sorensen (1992)* και της εξίσωσης 5 αντίστοιχα. Παρόλα αυτά η ασυνέχεια αυτή, εμφανίζεται σε όρους υψηλότερης τάξης που έχουν είδη παραληφθεί κατά τις παραγωγές.

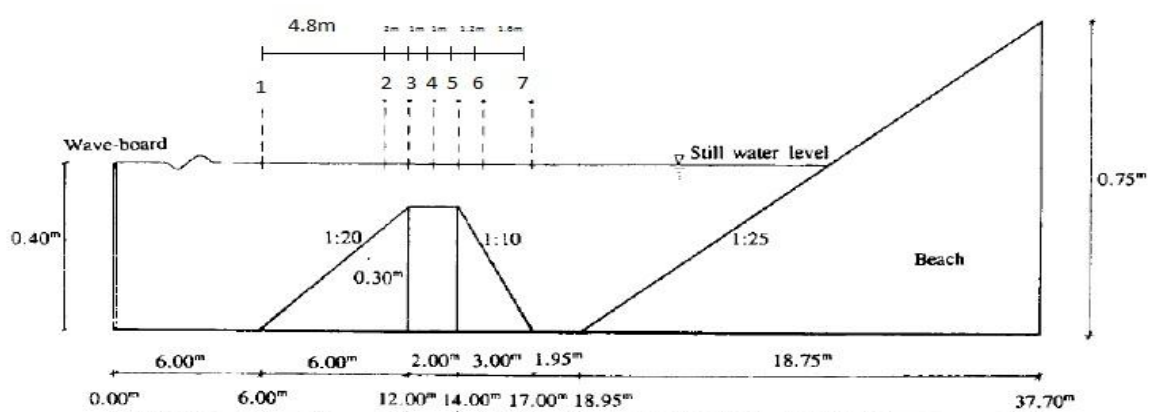
Ο παράγοντας b της εξίσωσης 5, δεν ορίζεται από τις αρχικές συνθήκες. Έχει την δυνατότητα να παίρνει οποιαδήποτε τιμή ελαχιστοποιεί το ολικό σφάλμα στην ταχύτητα φάσης. Οι *Madsen et al. (1991a)* πρότειναν ως τιμή του b η οποία οδηγεί σε σφάλμα της ταχύτητας μικρότερο του 3% για λόγο βάθος προς μήκος κύματος 0.75 , την τιμή $b=1/21$. Οι *Beji και Battjes* χρησιμοποίησαν στους υπολογισμούς τους για ικανοποιητικότερη συμφωνία μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων, της τιμή $b=1/15$, την οποία τιμή αργότερα προτίμησαν σε μεταγενέστερη δημοσίευση τους οι *Madsen et al. (1991b)*.

5.2.4. Δομή του πειράματος των Beji και Battjes

Δεδομένα εισόδου, υπολογιστικές παράμετροι

Στις επόμενες παραγράφους γίνεται αναφορά τόσο στην πειραματική διάταξη του πειράματος των *Beji και Battjes* όσο και στα δεδομένα εισόδου τα οποία πλαισιώνουν το βελτιωμένο αριθμητικό μοντέλο των εξισώσεων *Boussinesq*. Στην Διπλωματική εργασία αυτή δεν γίνεται αναφορά στα αποτελέσματα του πειράματος των *Beji και Battjes* μιας και αυτός δεν είναι ο στόχος της. Χρησιμοποιούνται μόνο οι πειραματικές τιμές όπως αυτές αναρτώνται στην δημοσίευση των *Beji και Battjes* και σε επόμενο στάδιο γίνεται η σύγκριση αυτών με αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του προγράμματος MIKE 21 BW.

Η διεξαγωγή του πειράματος έλαβε χώρα σε πειραματική δεξαμενή κατά την πρόσπτωση αρμονικού κυματισμού σε βυθισμένο τραπεζοειδές εμπόδιο. Βλ σχ. 1.



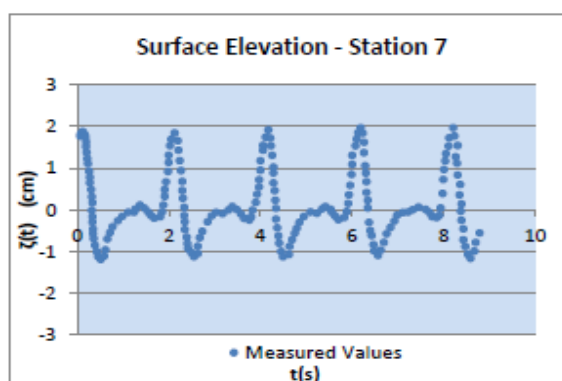
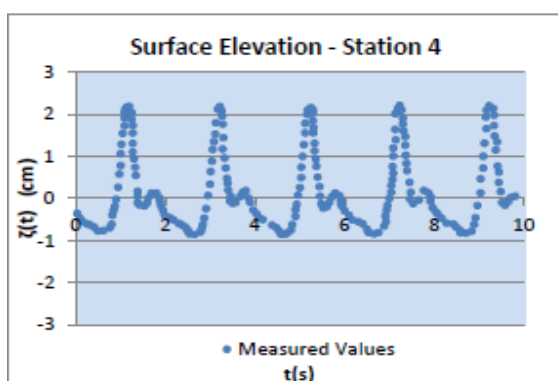
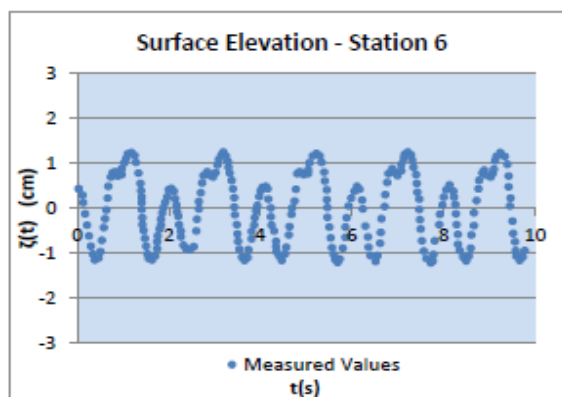
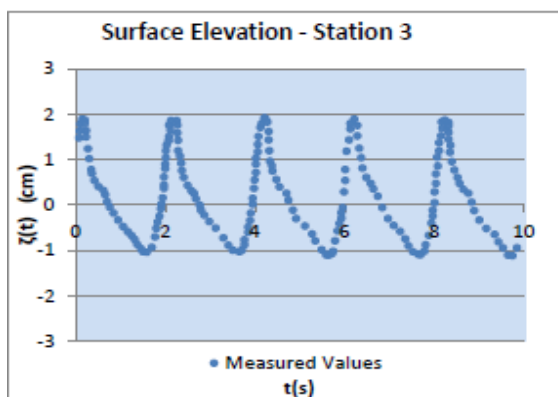
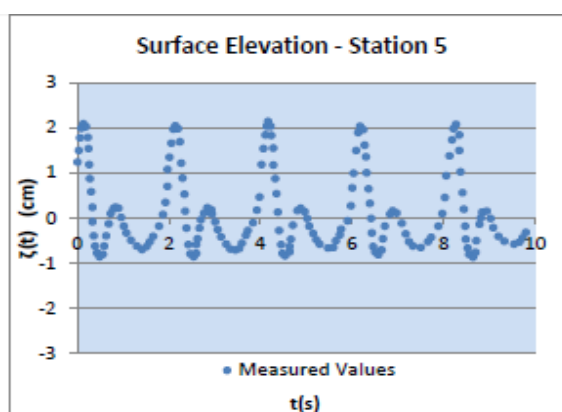
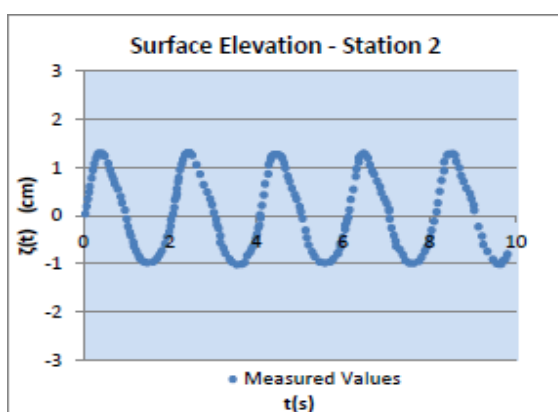
Σχήμα 1. Αναπαράσταση της πειραματικής διάταξης των Beji και Battjes (1994)

Η μεταβολή της θέσης της ελεύθερης επιφάνειας μετρήθηκε από παραλλήλους μετρητές οι οποίοι τοποθετήθηκαν σε επτά (7) θέσεις, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Κατά την πειραματική διαδικασία διεξήχθησαν μετρήσεις σε κυματισμούς τόσο χωρίς φαινόμενα θραύσης, όσο και με αυτά. Παρ' όλα αυτά, μονό τα αποτελέσματα των περιπτώσεων που δεν συμπεριελάμβαναν θραύση μελετήθηκαν. Τα αποτελέσματα λοιπόν που παραθέτονται στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία προέρχονται από τις πειραματικές τιμές όπως αυτές προέκυψαν από το πείραμα των *Beji και Battjes* και από τις τιμές οι οποίες προέκυψαν για την παραπάνω τεχνητή βαθυμετρία με εφαρμογή του MIKE 21 BW. Ο προσπίπτον κυματισμός είναι αρμονικός, συχνότητας 0.5 Hz και ύψους κύματος 2.0 cm.

Για την δημιουργία των αρχικών συνοριακών συνθηκών στο πείραμα των *Beji και Battjes* έγινε χρήση των χρονοσειρών της μετατόπισης της ελεύθερης επιφάνειας όπως αυτές προέκυψαν από τις μετρήσεις του σταθμού 1. Σε όλες τις περιπτώσεις των πειραμάτων που διεξήγαγαν οι *Beji και Battjes* η χωρική διαμέριση η οποία χρησιμοποιήθηκε από το αριθμητικό μοντέλο ήταν 1/70 του μήκος κύματος του αρχικού προσπίπτοντος κυματισμού, ενώ η χρονική διαμέριση ανήλθε στο 1/50 της περιόδου του αρχικού κυματισμού. Όσον αφορά το μήκος κύματος του αρχικού κυματισμού σημειώνουμε ότι αυτό μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την εξίσωση διασποράς όπως αυτή προκύπτει από την γραμμική θεωρία, $\omega^2 = kg \tanh(kh)$. Πρέπει να σημειωθεί ότι η χωρική και χρονική διαμέριση η οποία χρησιμοποιήθηκε κατά την προσομοίωση των πειραμάτων με την χρήση του αριθμητικού κυματικού μοντέλου MIKE 21 BW ήταν διαφορετική από αυτή των *Beji και Battjes* προκειμένου να ληφθούν αξιοσημείωτα αποτελέσματα. Επιπροσθέτως ο αριθμός Courant = $c(\Delta t / \Delta x)$ ανήλθε κοντά στην τιμή της μονάδας σύμφωνα με τους *Beji και Battjes*. Σημειώνουμε και εδώ ότι η τιμή του αριθμού αυτού, κατά την προσομοίωση με το MIKE 21 BW ήταν διαφορετική από την τιμή των *Beji και Battjes* και μάλιστα ανήλθε στο 0.5.

5.2.5. Εξαγόμενες τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας από μετρήσεις που διεξήχθησαν στην πειραματική διάταξη των Beji, Battjes.

Στο σημείο αυτό παραθέτονται οι μετρούμενες τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας όπως αυτές προέκυψαν από μετρήσεις που έγιναν στην παραπάνω πειραματική διάταξη από τους S. Beji, J.A. Battjes. Οι τιμές προέρχονται από την δημοσίευση “Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar”, των, S. Beji, J.A. Battjes.



Ομάδα διαγραμμάτων 1. Πειραματικές τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας όπως αυτές παραθέτονται στην δημοσίευση των S. Beji, J.A. Battjes.

5.3. Εφαρμογή του μοντέλου MIKE 21 BW για μία (1DH) και για δύο (2DH) οριζόντιες μεταβλητές

5.3.1. Εισαγωγή

Προκειμένου να διερευνηθεί και να διαπιστωθεί ο τρόπος με τον οποίο επιδρούν στα εξαγόμενα αποτελέσματα για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, τόσο η χωρική όσο και η χρονική διαμέριση σαν στοιχεία εισόδου στο MIKE 21 BW, έγιναν αλληπάλληλες δοκιμές με χρήση της προαναφερθείσας τεχνητής βαθυμετρίας και τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν με τις πειραματικές τιμές για την ανύψωση της επιφάνειας όπως αυτές παραθέτονται στην δημοσίευση των Beji και Battjes. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα καθώς και η διαδικασία εγκατάστασης του μοντέλου MIKE 21 BW, παρουσιάζονται παρακάτω.

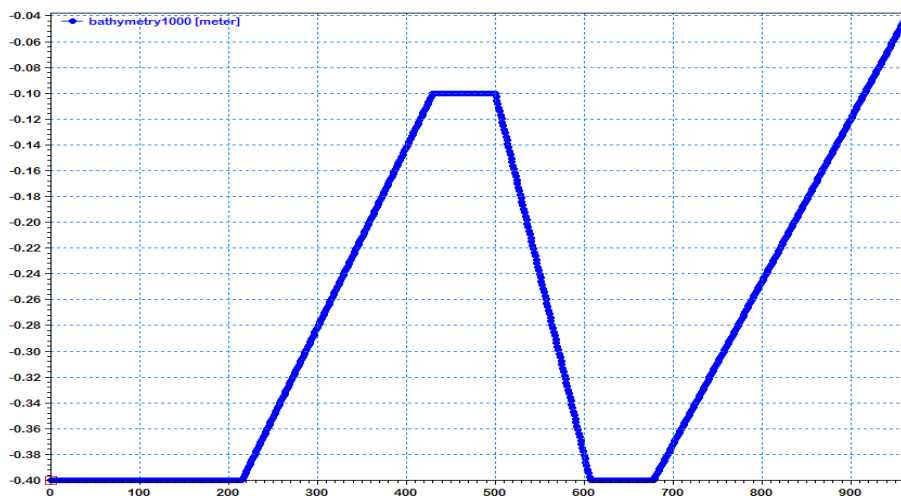
5.3.2. Εφαρμογή του μοντέλου στην περίπτωση μίας χωρικής μεταβλητής (1DH)

Για την προσομοίωση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 1DH, έγινε η τροφοδότηση αυτού με τα βασικά χαρακτηριστικά που διέπουν το πείραμα.

Αυτά είναι:

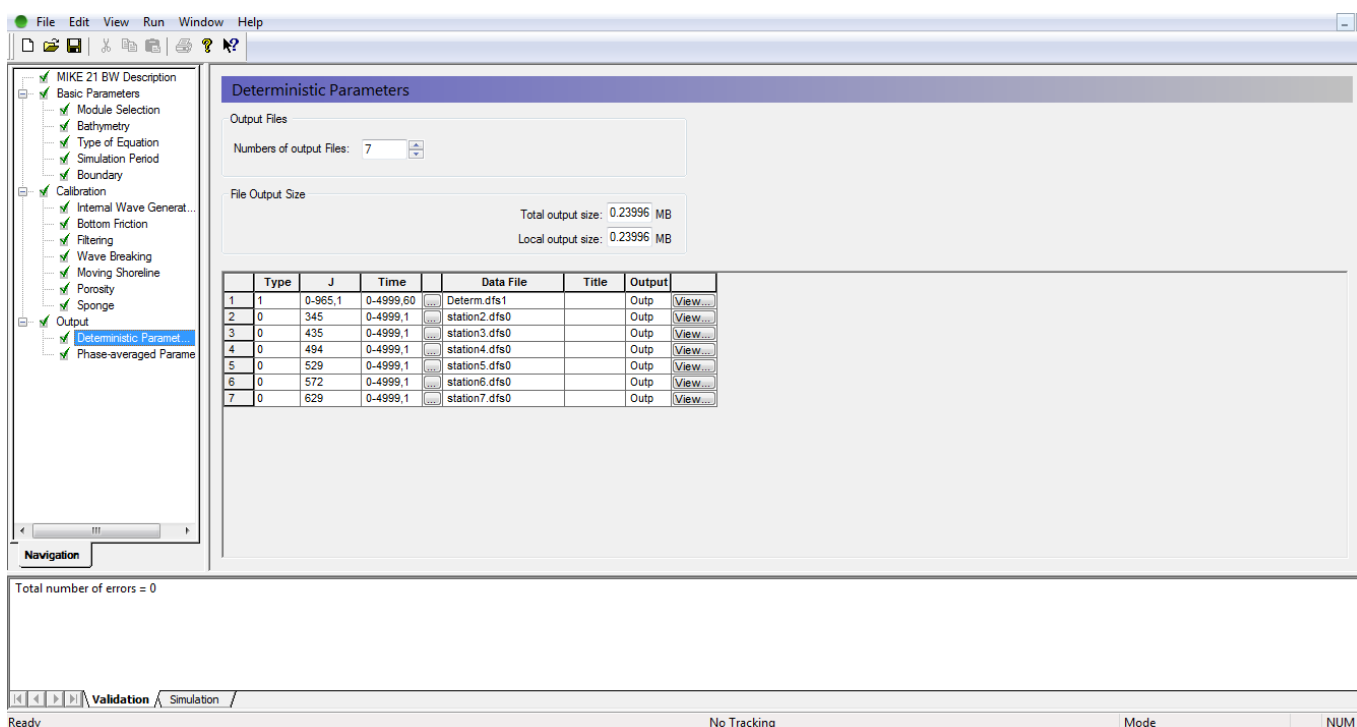
- Βαθυμετρία με διαφορετικές διαμερίσεις του άξονα, όπως περιγράφεται παρακάτω,
- Αρμονικός κυματισμός με χαρακτηριστικά όμοια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα των S. Beji, J.A. Battjes. Περίοδος κυματισμού 2s και ύψος κύματος 2cm

Η βαθυμετρία όπως αυτή χρησιμοποιείται στο περιβάλλον του MIKE 21 BW φαίνεται παρακάτω στο σχήμα:



Σχήμα2. Περιβάλλον βαθυμετρίας του MIKE 21 BW (1DH)

Ενώ το συνολικό περιβάλλον εγκατάστασης του μοντέλου και ειδικότερα το σημείο στο οποίο γίνεται ο ορισμός των ζητούμενων εξαγόμενων τιμών φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



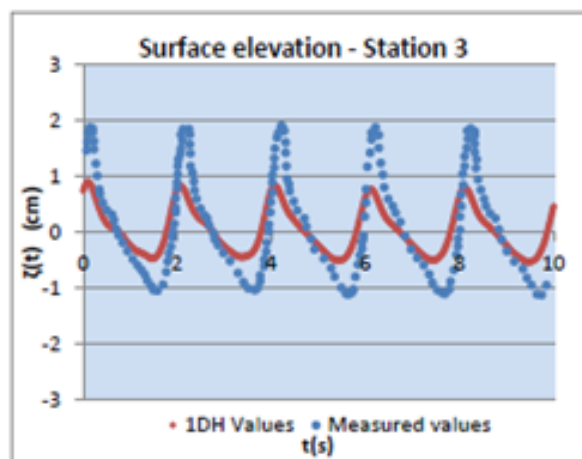
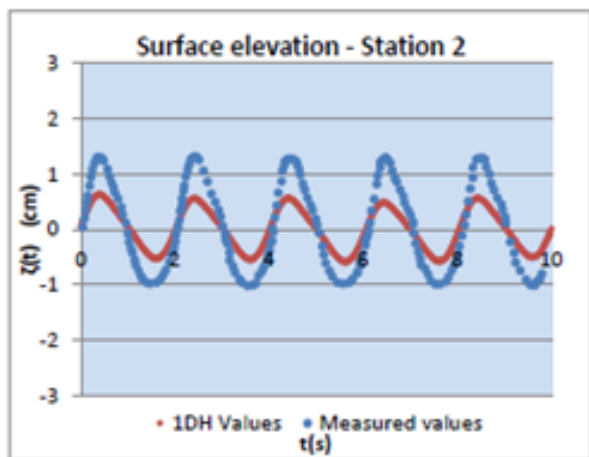
Σχήμα 3. Περιβάλλον εγκατάστασης του MIKE 21 BW 1DH

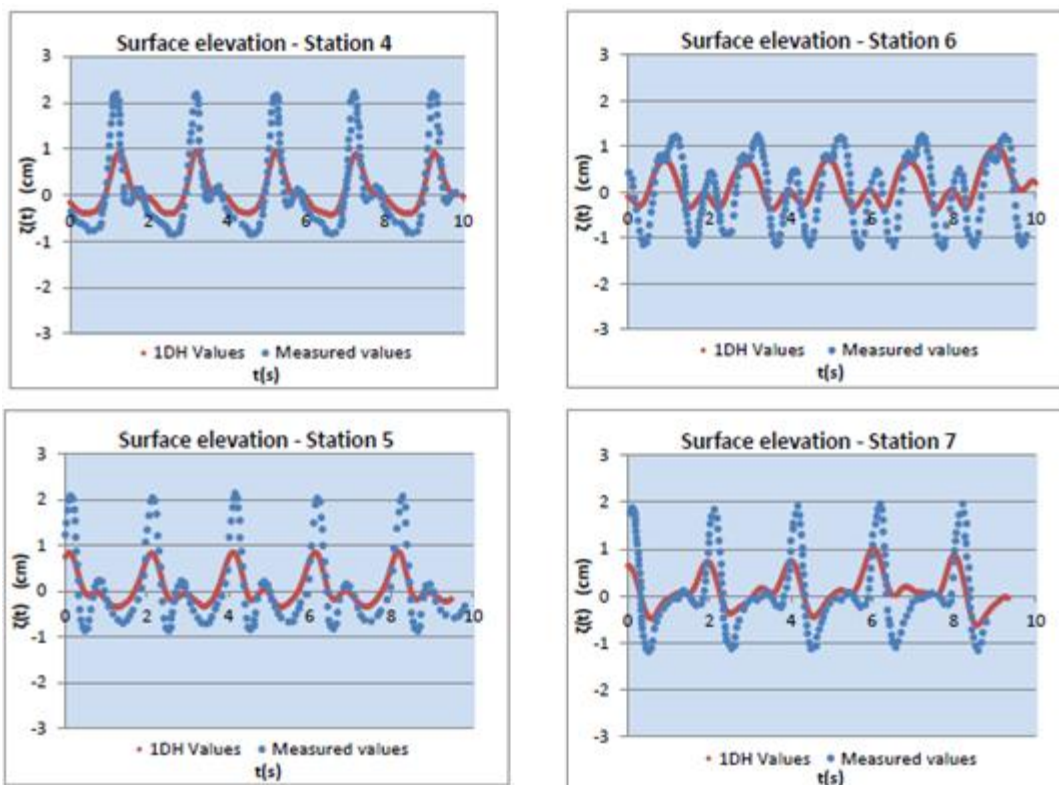
5.3.3. Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, στη θέση κάθε μετρητικού σταθμού, όπως αυτοί παρουσιάζονται στο σχ. 1. Οι τιμές προκύπτουν κατ αρχήν, από τις πειραματικές μετρήσεις οι οποίες προέρχονται από την δημοσίευση των Beji και Battjes και κατά δεύτερων από την επίλυση των εξισώσεων Boussinesq με βελτιωμένους όρους διασποράς, από το υπολογιστικό μοντέλο MIKE 21 BW 1DH. Προκειμένου να εξασφαλιστεί η βέλτιστη λειτουργία του προγράμματος χρησιμοποιήθηκαν διάφορες τιμές για την χωρική διακριτική ικανότητα του πλέγματος, όσο και για την χρονική διαμέριση της προσομοίωσης. Επιπροσθέτως σε κάθε περίπτωση προσομοίωσης παράθετε σχετικός πίνακας ο οποίος περιέχει χαρακτηριστικά μεγέθη κάθε προσομοίωσης, προκειμένου να γίνει αντιληπτό πως αυτά επηρεάζουν την αποτελεσματικότητά της. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω.

1DH_ Περίπτωση 1 ^η	Μήκος κύματος(m)		Ταχύτητα Διάδοσης(m/s)		Courant Number		Δx/λ		Δt/T
	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	
Δx=0.0528m Δt=0.01s T=2s	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.35	0.1845	0.01428	0.027	0.005

Πίνακας 5.1. Χαρακτηριστικά μεγέθη προσομοίωσης



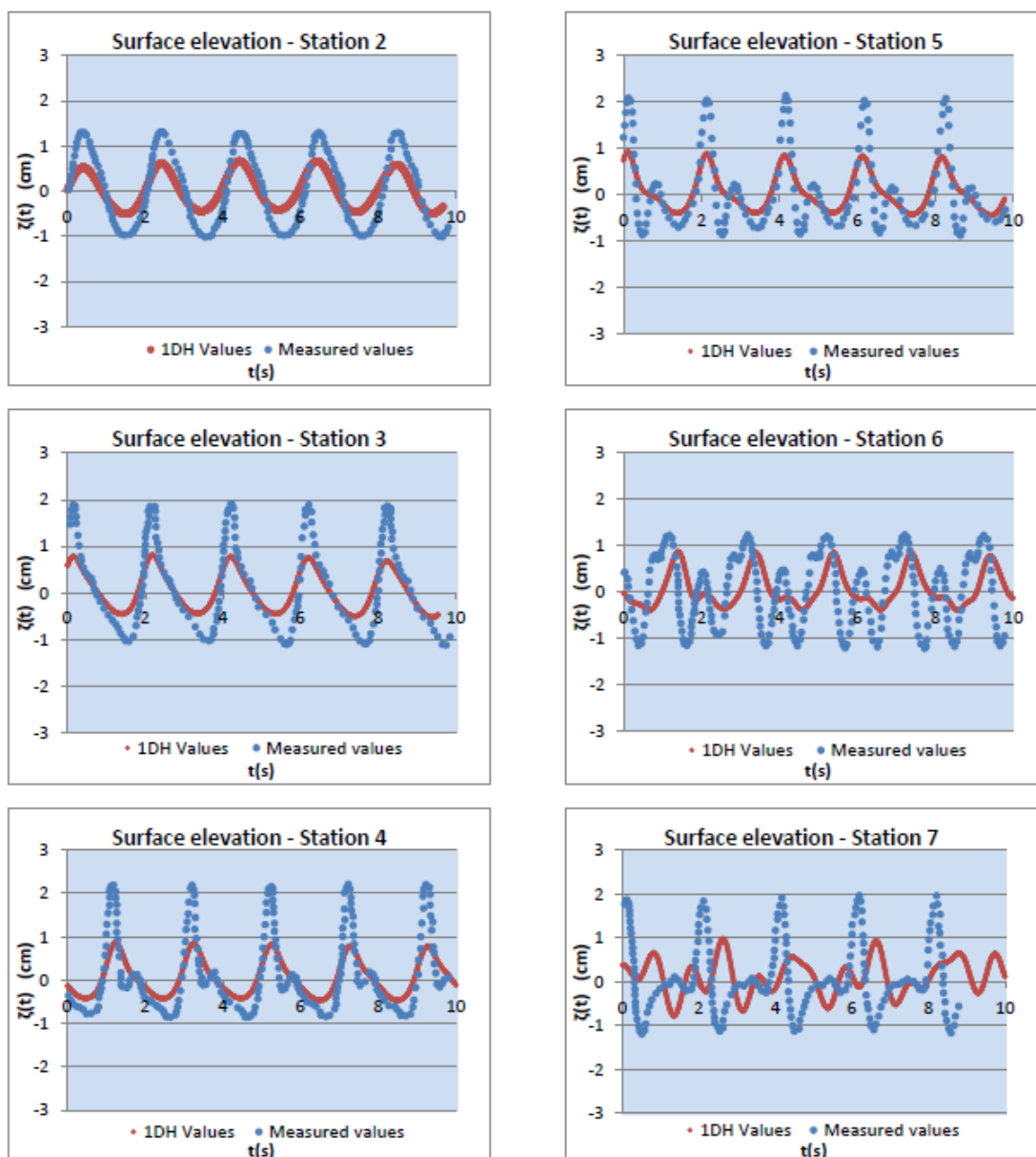


Ομάδα διαγραμμάτων 2. Πειραματικές τιμές τις ανύψωσης της ελεύθερης σε σύγκριση με τις τιμές που προκύπτουν από το MIKE 21 BW 1DH

Είναι φανερό ότι η συγκεκριμένη χωρική και χρονική διακριτική ικανότητα που χρησιμοποιήθηκαν στο μοντέλο δεν εξασφαλίζουν την συμφωνία μεταξύ πειραματικών και θεωρητικών τιμών.

1DH_Περίπτωση 2 ^η	Μήκος κύματος(m)		Ταχύτητα Διάδοσης(m/s)		Courant Number		Δx/λ		Δt/T
	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	
Δx=0.0528m Δt=0.005s T=2s	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.175	0.092	0.01428	0.027	0.0025

Πίνακας 5.2. Χαρακτηριστικά μεγέθη προσομοίωσης

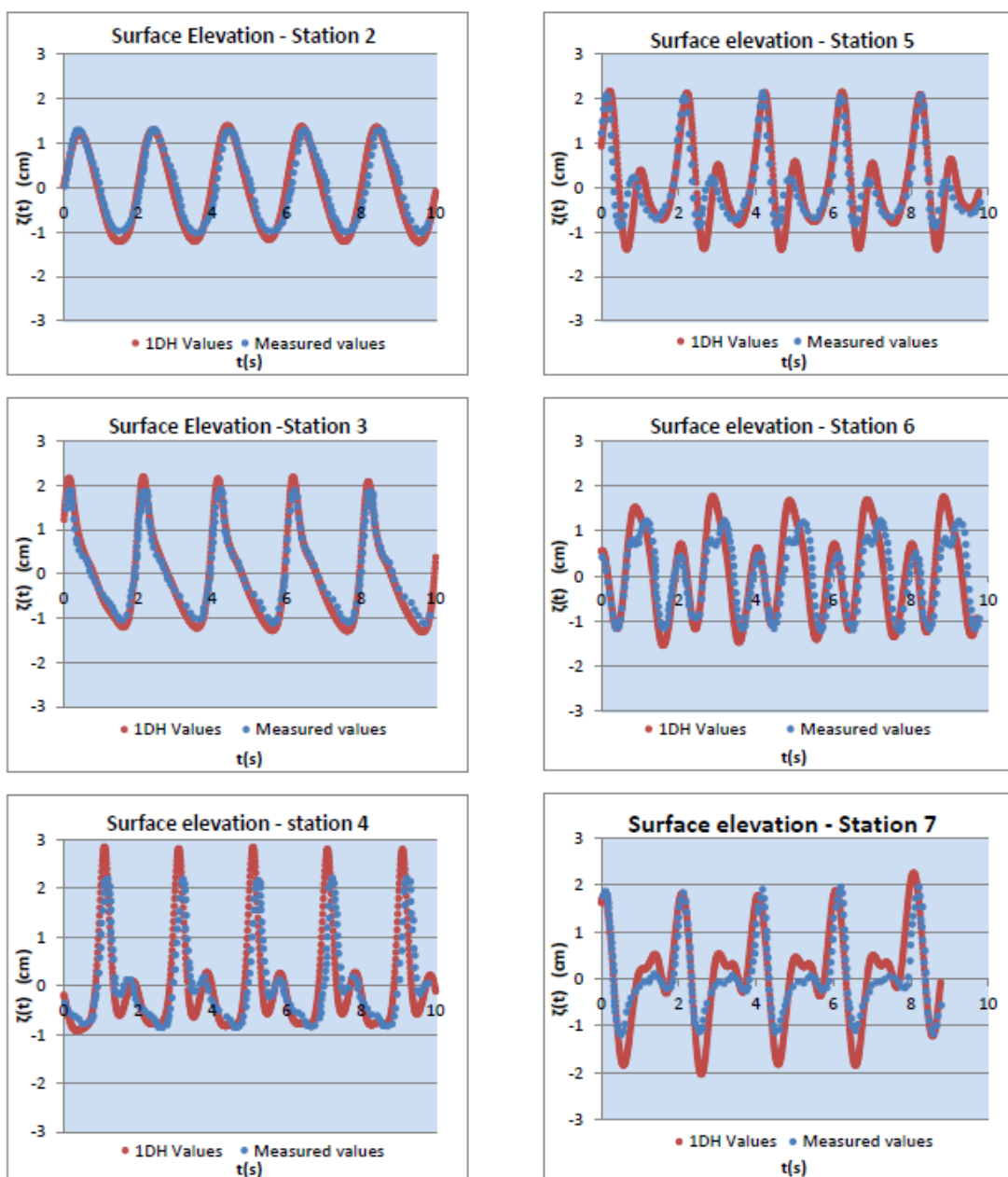


Ομάδα διαγραμμάτων 3. Πειραματικές τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης σε σύγκριση με τις τιμές που προκύπτουν από το MIKE 21 BW 1DH

Εύκολα γίνεται αντιληπτό πως και στην περίπτωση αυτή παρά την βελτίωση της χρονικής διαμέρισης του προγράμματος, δεν επέρχεται συμφωνία μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών τιμών.

1DH_ Περίπτωση 3 ^η	Μήκος κύματος(m)		Ταχύτητα Διάδοσης(m/s)		Courant Number		Δx/λ		Δt/T
	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	
Δx=0.028m Δt=0.01s T=2s	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.66	0.3478	0.0076	0.1433	0.005

Πίνακας 5.3. Χαρακτηριστικά μεγέθη προσομοίωσης

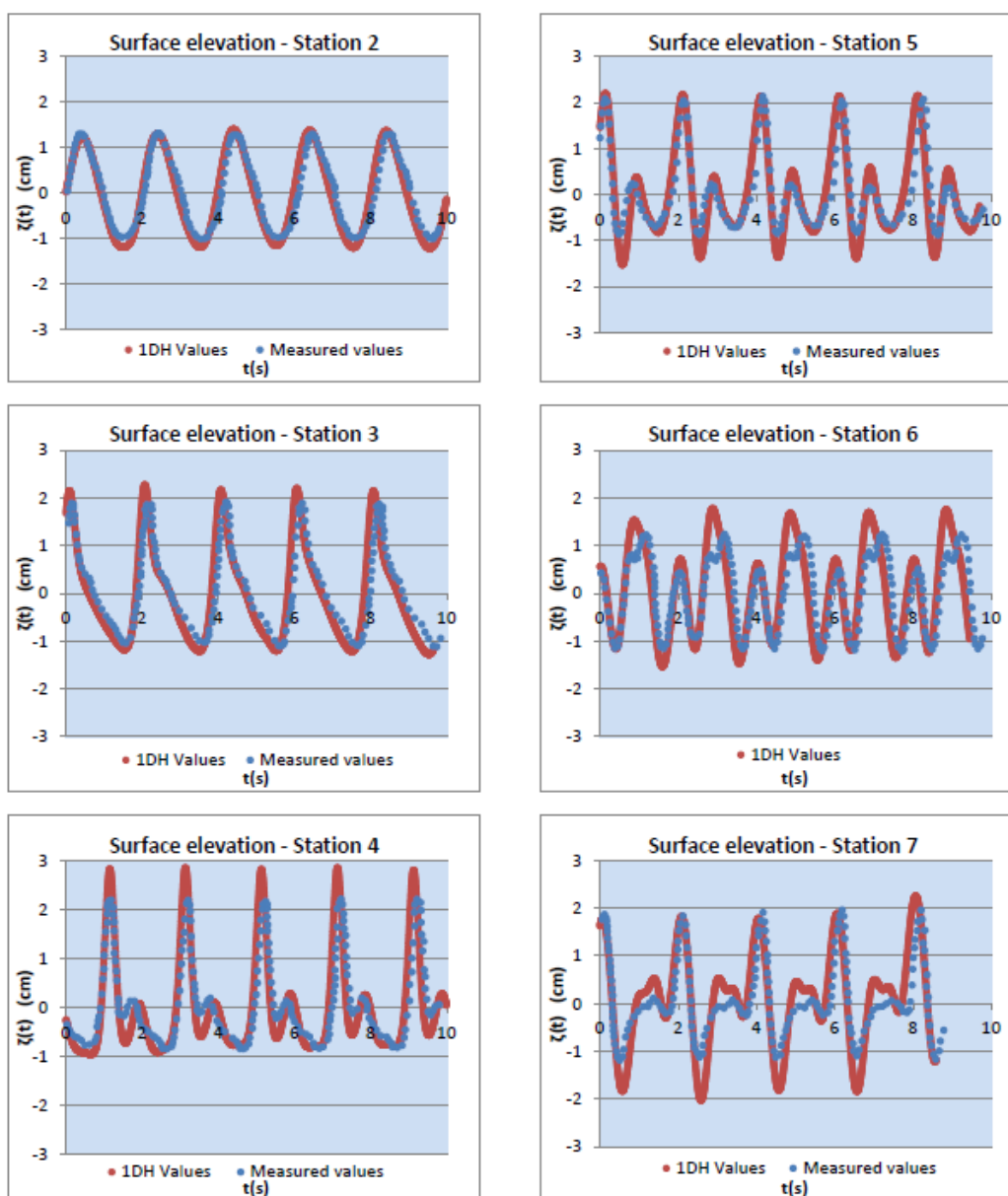


Ομάδα διαγραμμάτων 4. Πειραματικές τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης σε σύγκριση με τις τιμές που προκύπτουν από το MIKE 21 BW 1DH

Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε ότι η αύξηση της χωρικής διαμέρισης επέφερε σημαντική αλλαγή και συνέβαλλε στην βελτίωση της συμφωνίας μεταξύ πειραματικών και θεωρητικών τιμών.

1DH_ Περίπτωση 4 ^η	Μήκος κύματος(m)		Ταχύτητα Διάδοσης(m/s)		Courant Number		Δx/λ		Δt/T
	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	
Δx=0.028m Δt=0.005s T=2s	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.33	0.174	0.0076	0.1433	0.0025

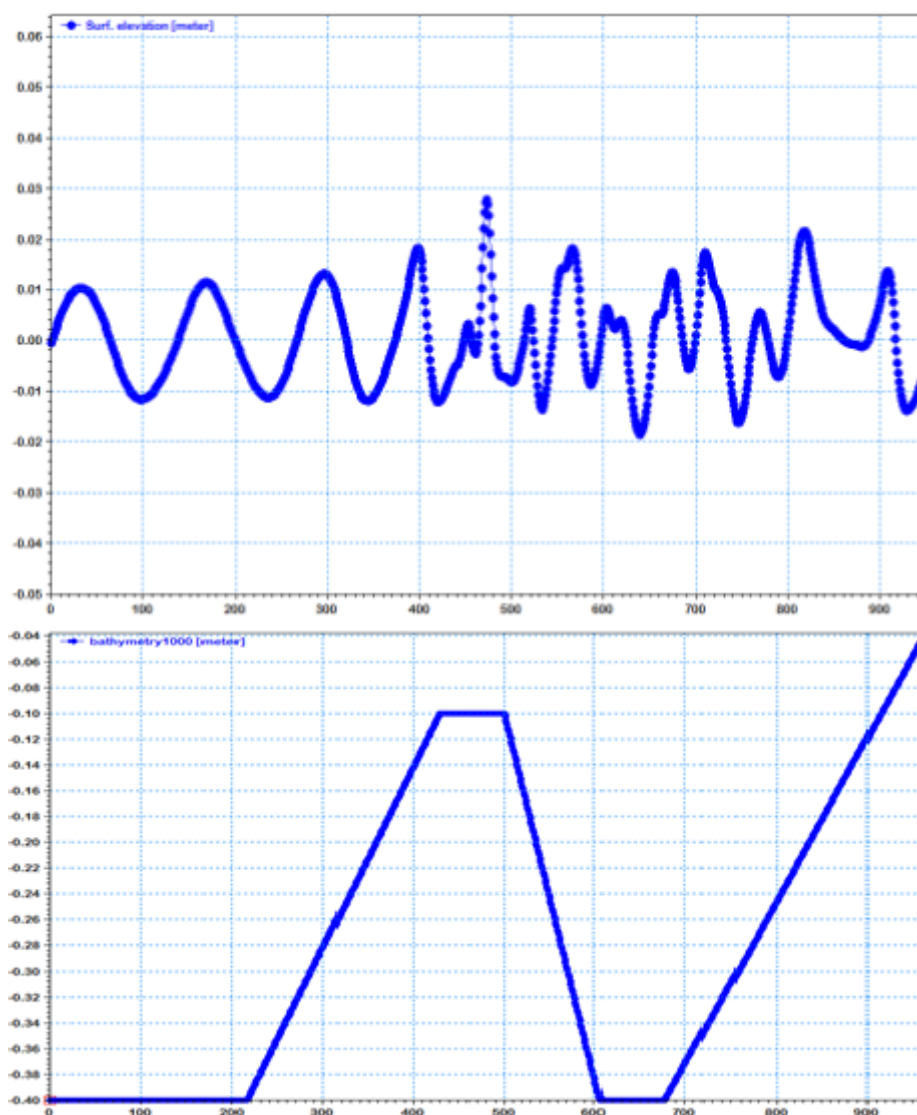
Πίνακας 5.4. Χαρακτηριστικά μεγέθη προσομοίωσης



Ομάδα διαγραμμάτων 5. Πειραματικές τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε σύγκριση με τις τιμές που προκύπτουν από το MIKE 21 BW 1DH

Με περαιτέρω αύξηση της χρονικής διαμέρισης, παρατηρείται επιπρόσθετη βελτίωση στην συμφωνία μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών τιμών. Καταληκτικά μπορεί να ειπωθεί ότι η συγκεκριμένη χωρική και χρονική διακριτική ικανότητα επιφέρει τα βέλτιστα αποτελέσματα από το πρόγραμμα καθώς η ταύτιση θεωρητικών και πειραματικών τιμών είναι πλέον εμφανής.

Με βάση την παραπάνω επιτυχημένη χωρική και χρονική διαμέριση, εξάγουμε το στιγμιότυπο της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, καθ όλη την έκταση της βαθυμετρίας.



Σχήμα 5α. Στιγμιότυπο ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε αντιστοιχία με την βαθυμετρία.

Από την παραπάνω εικόνα γίνεται αντιληπτή με μεταβολή του χαρακτήρα του κυματισμού από γραμμικό σε μη γραμμικό καθώς αυτός συναντά την ρήγωση. Η παραγωγή των πρώτων μη γραμμικών αρμονικών εμφανίζεται στην αρχή της ρήγωσης, ενώ καθώς ο κυματισμός οδεύει πάνω από αυτήν ο

γραμμικός του χαρακτήρας εξαφανίζεται και την θέση του παίρνει η μη γραμμική συμπεριφορά. Επιπροσθέτως γίνεται αντιληπτή η μεταβολή του μήκους κύματος του κυματισμού καθώς αυτό οδεύει από την περιοχή σταθερού βάθους (-0.4m) στην περιοχή της ρήχωσης (-0.1m). Λύνοντας της εξίσωση διασποράς $\omega^2 = kgtanh(kh)$ βρίσκουμε ότι το μήκος κύματος για $h=0.4m$ ανέρχεται σε 3.696m ενώ για $h=0.1m$ αυτό διαμορφώνεται σε 1.953m. Τα παραπάνω αποτελέσματα συμφωνούν με τις τιμές που παίρνουμε από το στιγμιότυπο της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας.

5.4. Εφαρμογή του μοντέλου MIKE 21 BW στην περίπτωση δύο χωρικών μεταβλητών (2DH)

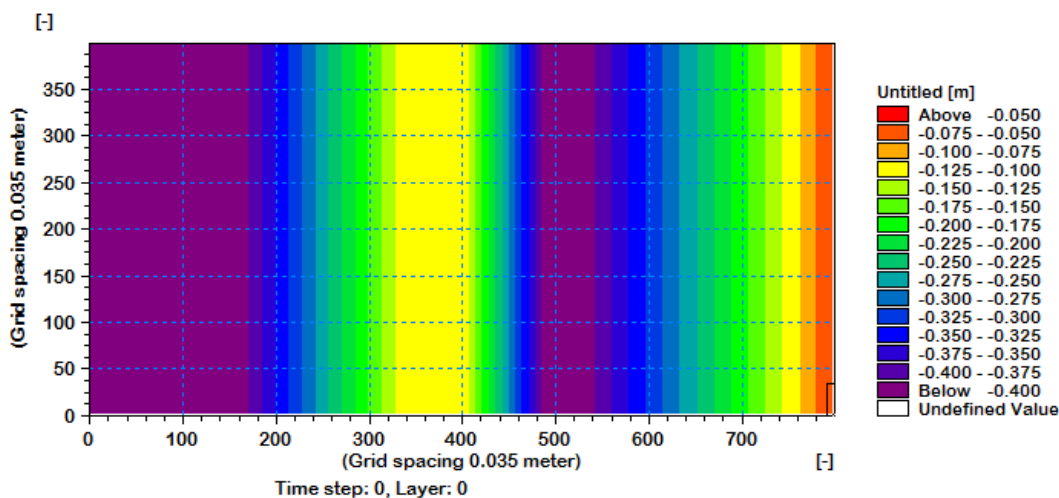
Τα εξαγόμενα αποτελέσματα που αφορούν το κυματικό πρόβλημα που περιγράφηκε παραπάνω, προκύπτουν έως το σημείο αυτό, από πειραματικά εξαγόμενες τιμές τις ανύψωσης ελεύθερης επιφάνειας, οι οποίες προέρχονται από την δημοσίευση “Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar”, των, S. Beji, J. A. Battjes, καθώς και με την εφαρμογή του αριθμητικού σχήματος MIKE 21 BW 1DH (μίας χωρικής μεταβλητής). Προκειμένου να επιτευχθεί η βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων εφαρμόστηκε το ίδιο πρόβλημα στο αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH (δύο οριζοντίων χωρικών μεταβλητών). Το γεγονός αυτό συνέβαλε αφενός στην προαναφερθείσα βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων και αφετέρου στην άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τα δύο αριθμητικά σχήματα, 1DH (μίας οριζόντιας χωρικής μεταβλητής) και 2DH (δύο οριζοντίων χωρικών μεταβλητών). Σαν αποτέλεσμα έγινε αντιληπτή η καταλληλότητα της χρήσης μεταξύ των δύο αριθμητικών μοντέλων στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Στην ενότητα αυτή αναλύεται η εφαρμογή του μοντέλου δύο χωρικών μεταβλητών (2DH).

5.4.1. Περιγραφή

Το μοντέλο τροφοδοτήθηκε με τα εξής χαρακτηριστικά στοιχεία:

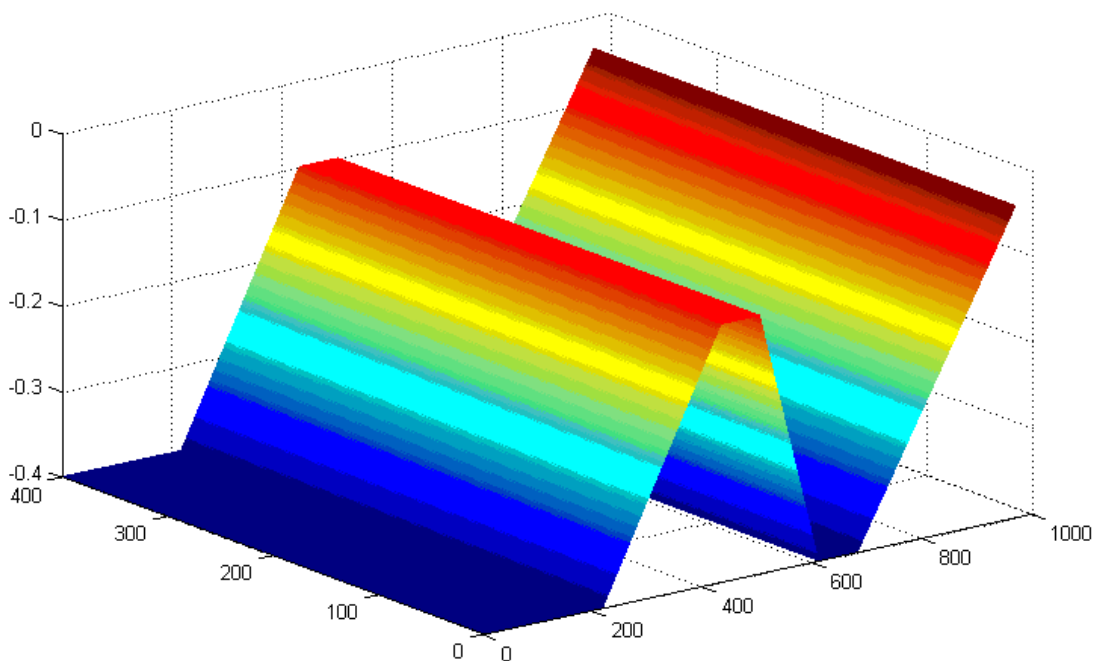
- Βαθυμετρία με διαμέριση πλέγματος 0.035m x 0.035m και συνολικός αριθμός σημείων 400x800,
- Προσπίπτων Αρμονικός κυματισμός με χαρακτηριστικά όμοια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα των S. Beji, J.A. Battjes. Περίοδος κυματισμού 2s και ύψος κύματος 2cm,
- Ζώνη απορροφητικότητας (Sponge layer) η οποία περικλείει την βαθυμετρία στο σύνολο της. (Αναλυτική περιγραφή των ζωνών απορρόφησης γίνεται στην ενότητα 4.2.1.)

Κάτοψη της βαθυμετρίας που χρησιμοποιήθηκε, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



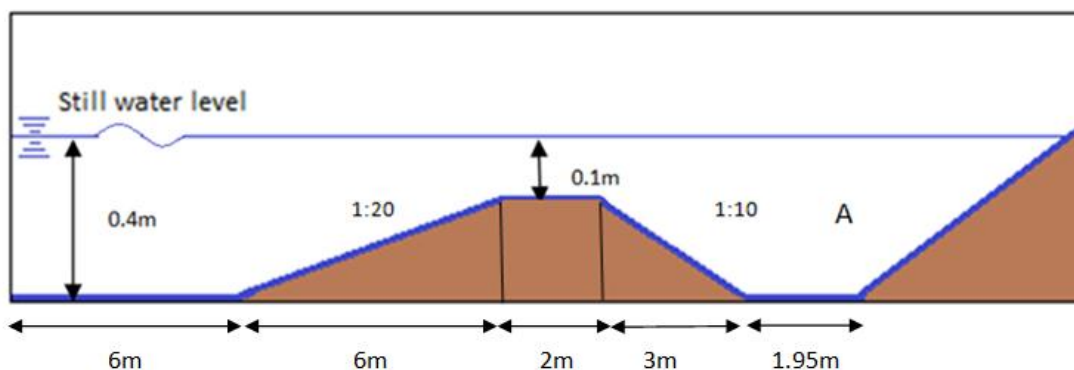
Σχήμα 4. Δεδομένα βαθυμετρίας δύο χωρικών μεταβλητών

Στο παρακάτω σχήμα αποτυπώνεται η τρισδιάστατη όψη της βαθυμετρίας, στην οποία οι έντονες διακυμάνσεις στο βάθος δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα, αλλά εξυπηρετούν εποπτικούς σκοπούς.



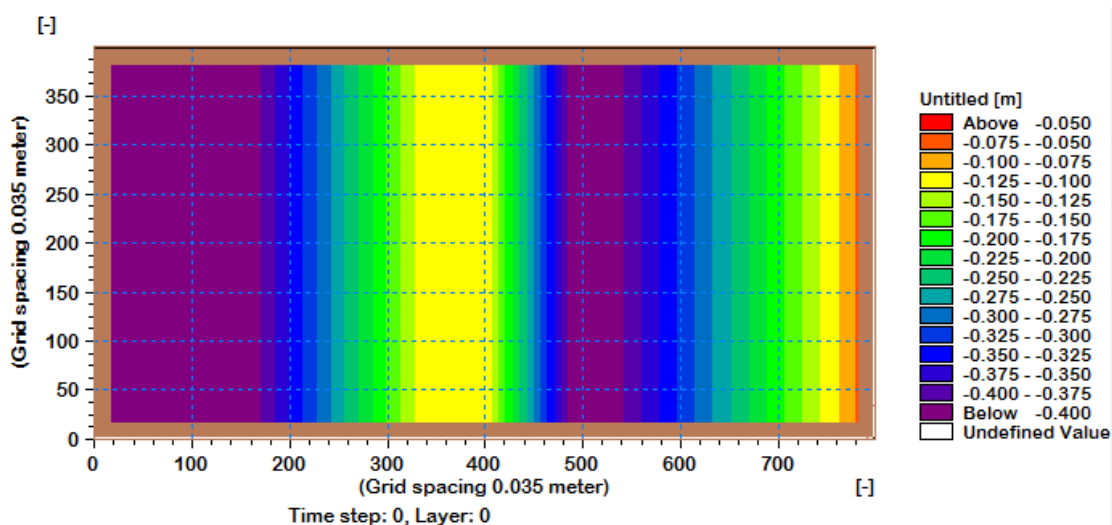
Σχήμα 5. Τρισδιάστατη όψη βαθυμετρίας

Η διακύμανση του βάθους του νερού και της γενικής γεωμετρίας της βαθυμετρίας μπορεί να γίνει αντιληπτή από το παρακάτω σχήμα:



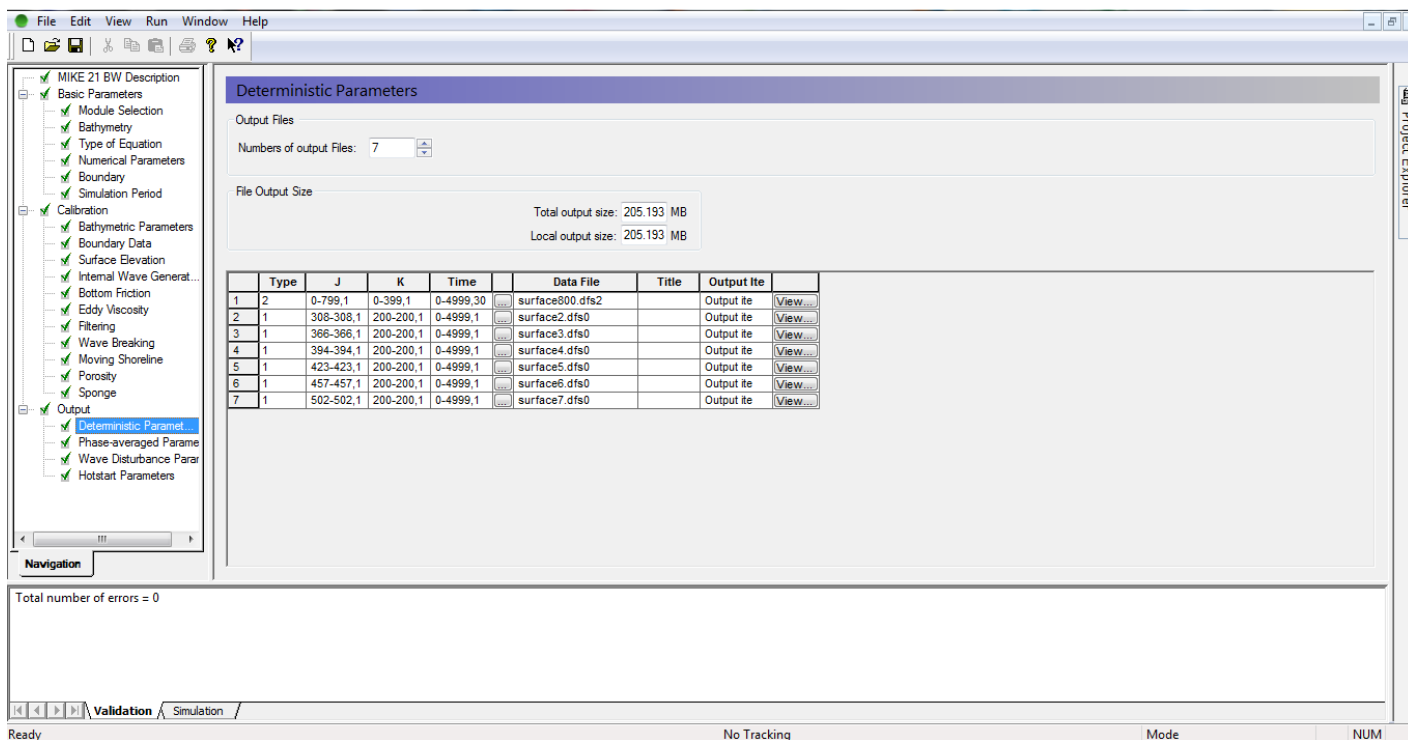
Σχήμα 6. Προφίλ βαθυμετρίας

Ενώ η ζώνη απορροφητικότητας διαμορφώθηκε όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 7. Δεδομένα βαθυμετρίας δύο χωρικών μεταβλητών και ζώνη απορροφητικότητας

Τέλος, το συνολικό περιβάλλον εγκατάστασης του μοντέλου (2DH) και ειδικότερα το σημείο στο οποίο γίνεται ο ορισμός των ζητούμενων εξαγόμενων τιμών φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



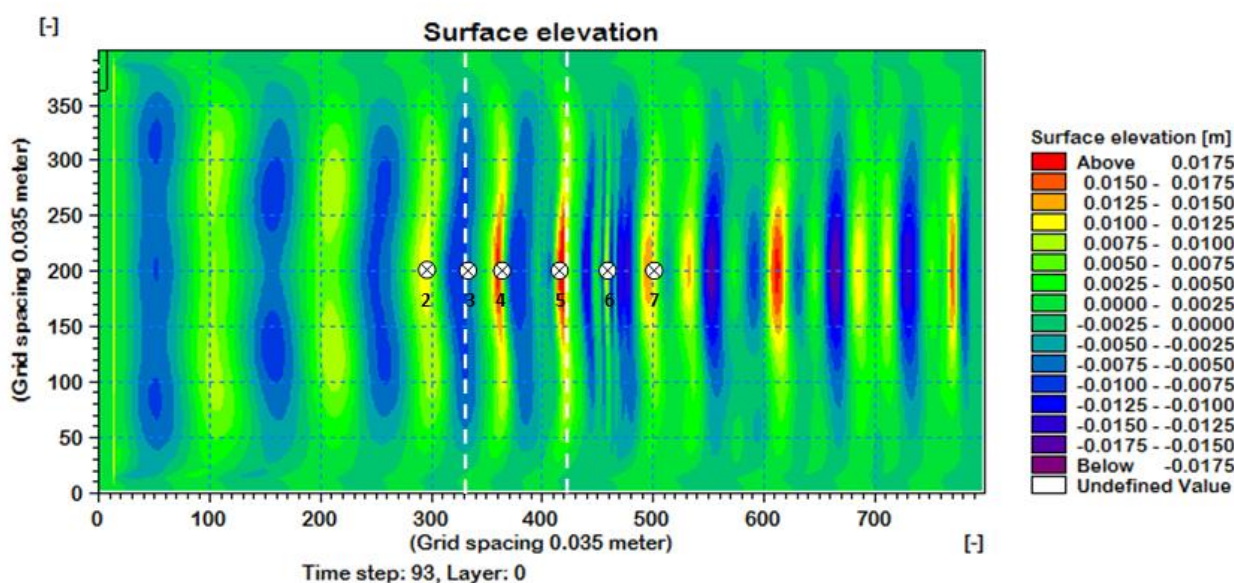
Σχήμα 8. Περιβάλλον εγκατάστασης του MIKE 21 BW 2DH

5.4.2. Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Η τρισδιάστατη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας μετά από έναν ικανοποιητικό αριθμό χρονίων βημάτων, ώστε να επιτευχθεί η επέκταση του φαινομένου σε όλη την έκταση της βαθυμετρίας, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, το οποίο προέρχεται απ' ευθείας από τα εξαγόμενα αποτελέσματα του MIKE 21 BW 2DH module.

2DH_Beji	Μήκος κύματος(m)		Ταχύτητα Διάδοσης(m/s)		Courant Number		Δx/λ		Δt/T
	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	Βαθύ h=0.4m	Ρηχό h=0.1m	
Δx=0.035m Δy=0.035m Δt=0.01s T=2s	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.528	0.278	0.0095	0.018	0.005

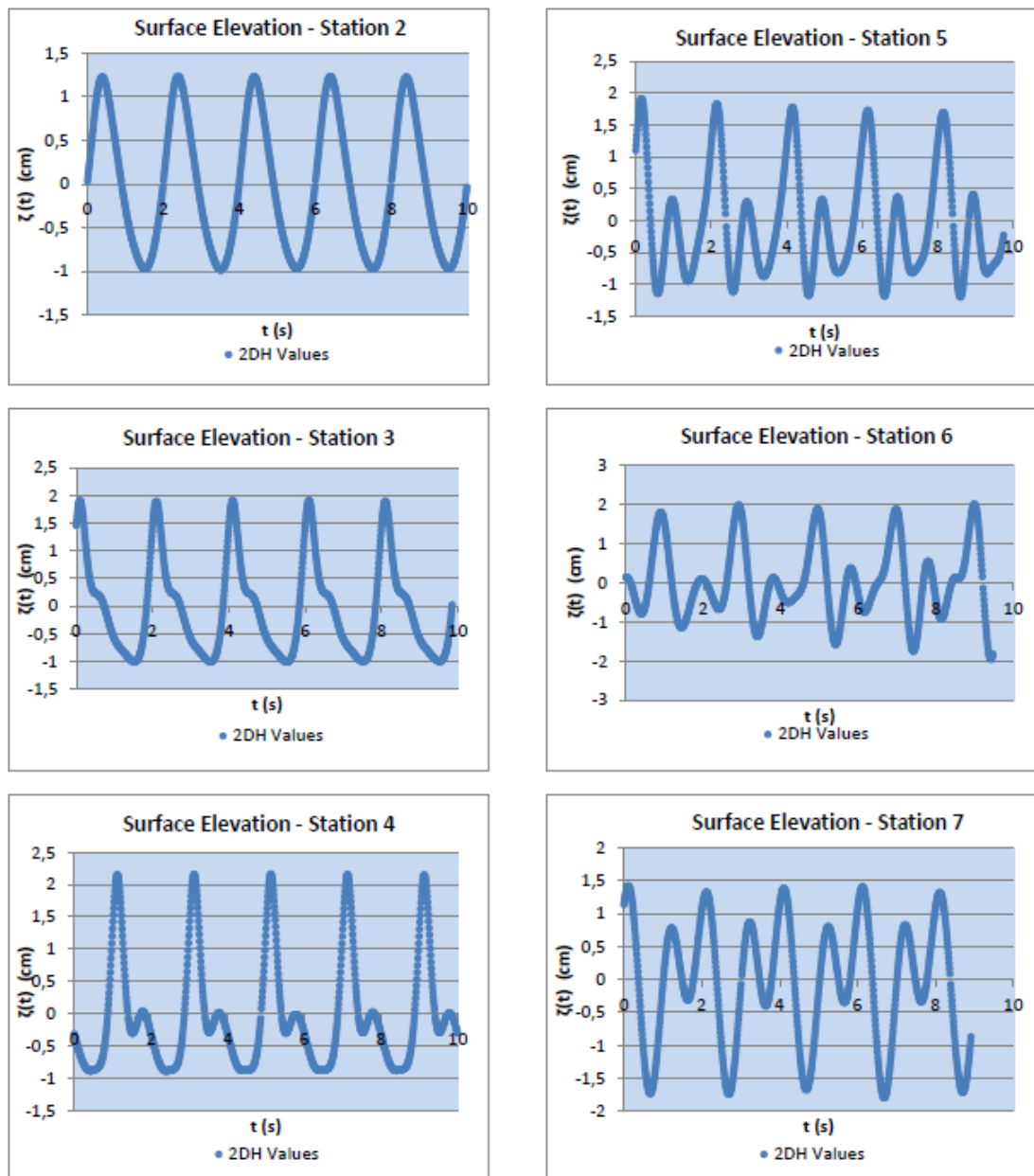
Πίνακας 5.5. Χαρακτηριστικά μεγέθη προσομοίωσης



Σχήμα 9. Τρισδιάστατη απεικόνιση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας

Στο διάγραμμα με λευκές διακεκομμένες γραμμές σημειώνεται η περιοχή της ρήξης, ενώ παράλληλα επισημαίνεται η θέση του κάθε μετρητικού σταθμού με τα κυκλικά σύμβολα. Γίνεται εύκολα αντιληπτό από το παραπάνω σχήμα ότι η μεγαλύτερες τιμές του πλάτους του κυματισμού εμφανίζονται πάνω από την τοποθεσία της ρήξης καθώς και στην περιοχή μετά την ρήξη, (περιοχή A σχήμα 6), όπου επικρατούν έντονα φαινόμενα ανάκλασης του κυματισμού τα οποία λειτουργούν ενισχυτικά στο πλάτος του κυματισμού.

Επιπροσθέτως, προκειμένου να γίνει η διερεύνηση των τιμών του πλάτους της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας στη θέση κάθε μετρητικού σταθμού (2-7), όπως αυτοί παρουσιάζονται στο *σχήμα 1*, έχουν εξαχθεί οι αντίστοιχες χρονοσειρές στα αντίστοιχα σημεία. Οι τιμές προκύπτουν από την επίλυση των εξισώσεων Boussinesq με βελτιωμένους όρους διασποράς, από το υπολογιστικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH (δύο οριζοντίων χωρικών μεταβλητών).



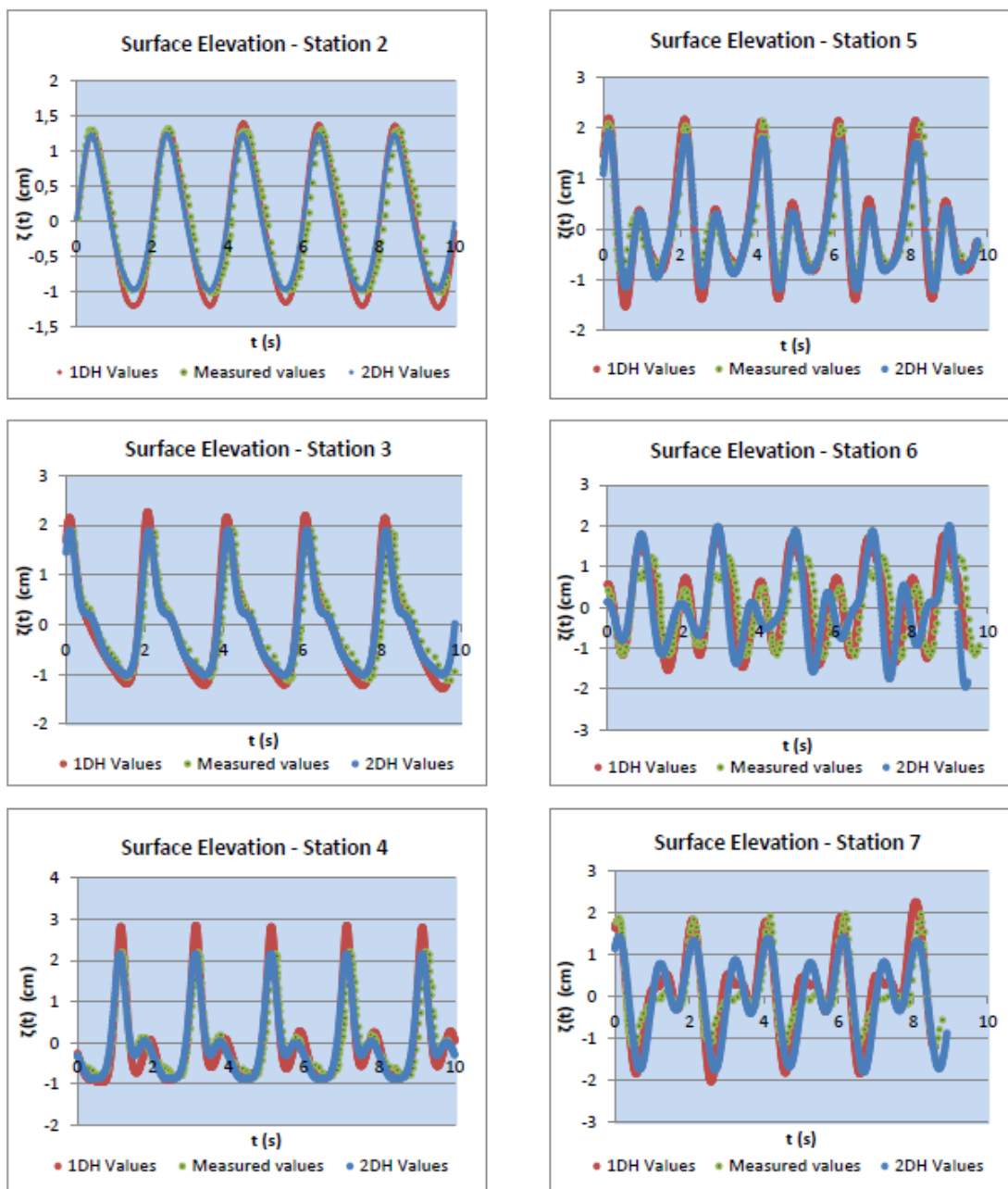
Ομάδα διαγραμμάτων 6. Τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας που προκύπτουν από το MIKE 21 BW 2DH

Σε τελικό στάδιο με σκοπό την διαπίστωση της καταλληλότητας των μοντέλων MIKE 21 BW 1DH και 2DH για το συγκεκριμένο πρόβλημα, παραθέτονται σε κοινά διαγράμματα οι μετρήσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας για τους 6 μετρητικούς σταθμούς, οι θέσεις των οποίων φαίνονται στο *σχήμα 1*. Οι καμπύλες όπως φαίνονται στη παρακάτω ομάδα διαγραμμάτων αφορούν τις

πειραματικές τιμές οι οποίες προέρχονται από την δημοσίευση των S. Beji και J. A. Battjes, και τις τιμές που προέρχονται από την επίλυση των εξισώσεων Boussinesq με βελτιωμένους όρους διασποράς από το MIKE 21 BW μίας χωρικής μεταβλητής 1DH και δύο χωρικών μεταβλητών 2DH.

Συνολικά αποτελέσματα:

- 1DH [$\Delta x=0.028\text{m}$ $\Delta t=0.005\text{s}$ grid points: 966]
- 2DH [$\Delta x=0.035\text{m}$ $\Delta y=0.035\text{m}$ $\Delta t=0.01\text{s}$ grid points: 800x400]



Ομάδα διαγραμμάτων 7. Συνολική σύγκριση αποτελεσμάτων για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας. Πειραματικές τιμές, τιμές 1DH και τιμές 2DH

5.5. Εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW στην πειραματική διάταξη των Berkhoff et al. (ελλειπτικός ύφαλος πάνω σε κεκλιμένο πυθμένα)

5.5.1. Εισαγωγή

Στην ενότητα αυτή περιγράφεται και αξιολογείται σύμφωνα με πειραματικές τιμές, η εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW στην τεχνητή βαθυμετρία που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα των J.C.W. Berkhoff, N. Booij, A.C. Radder. Εφαρμόζεται τόσο το αριθμητικό μοντέλο δυο οριζοντίων χωρικών μεταβλητών, 2DH, σε όλη την έκταση της βαθυμετρίας, όσο και το αριθμητικό μοντέλο μίας οριζόντιας χωρικής μεταβλητής, 1DH, σε συγκεκριμένες τομές αυτής. Σε τελικό στάδιο γίνεται η απευθείας σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις δύο μεθόδους, με τις πειραματικές τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, οι οποίες προκύπτουν από τα πειράματα των J.C.W. Berkhoff, N. Booij, A.C. Radder. Σαν αποτέλεσμα προκύπτει η καταλληλότητα χρήσης των δύο αριθμητικών μοντέλων 1DH και 2DH, για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

5.5.2. Περιγραφή του πειράματος των Berkhoff et al.

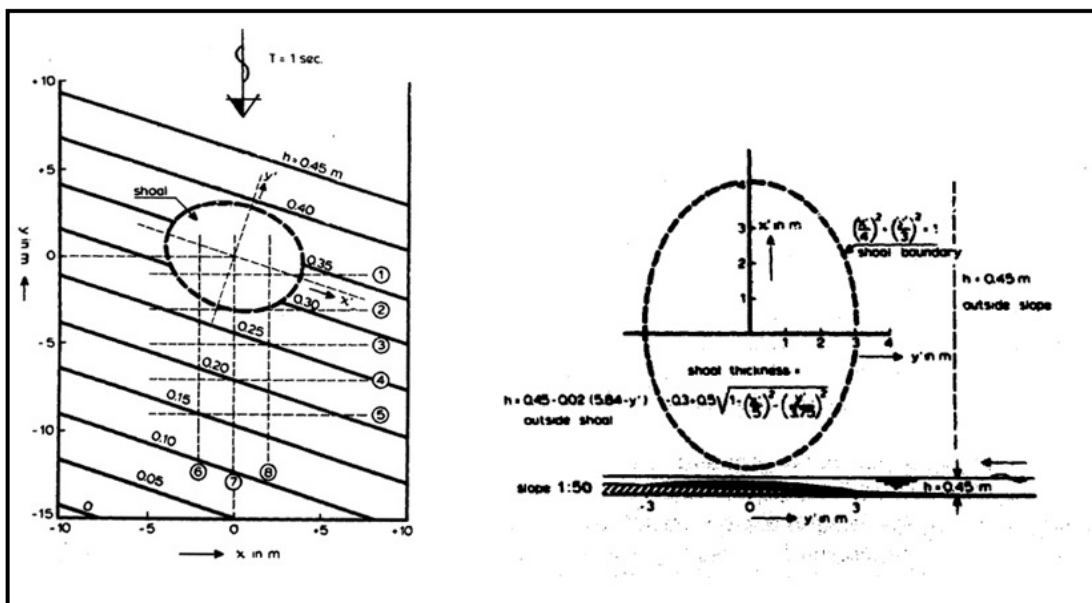
Η βαθυμετρική διάταξη περιλαμβάνει μια περιοχή διαστάσεων 20 x 25 m, με ήπια κλίση 1/50 και μια ρήχωση ελλειπτικού σχήματος. Ο κυματισμός με ύψος κύματος $H=0.046\text{m}$ και περίοδο $T=1\text{s}$, προσπίπτει με γωνία 20 μοιρών προς των μεγάλο άξονα της ελλειπτικής ρήχωσης. Στο σχήμα 1, γίνεται λεπτομερής αποτύπωση της βαθυμετρίας, ενώ παρακάτω παραθέτονται οι εξισώσεις που περιγράφουν την διάταξη.

- Για το κεκλιμένο επίπεδο ήπιας κλίσης:

$$h_i(x) = \begin{cases} 0.45, & x < -5.85 \\ 0.45 - 0.02(5.85 + x), & -5.85 \leq x \leq 14.15 \\ 0.05, & x > 14.15 \end{cases}$$

- Για την ελλειπτική ρήχωση:

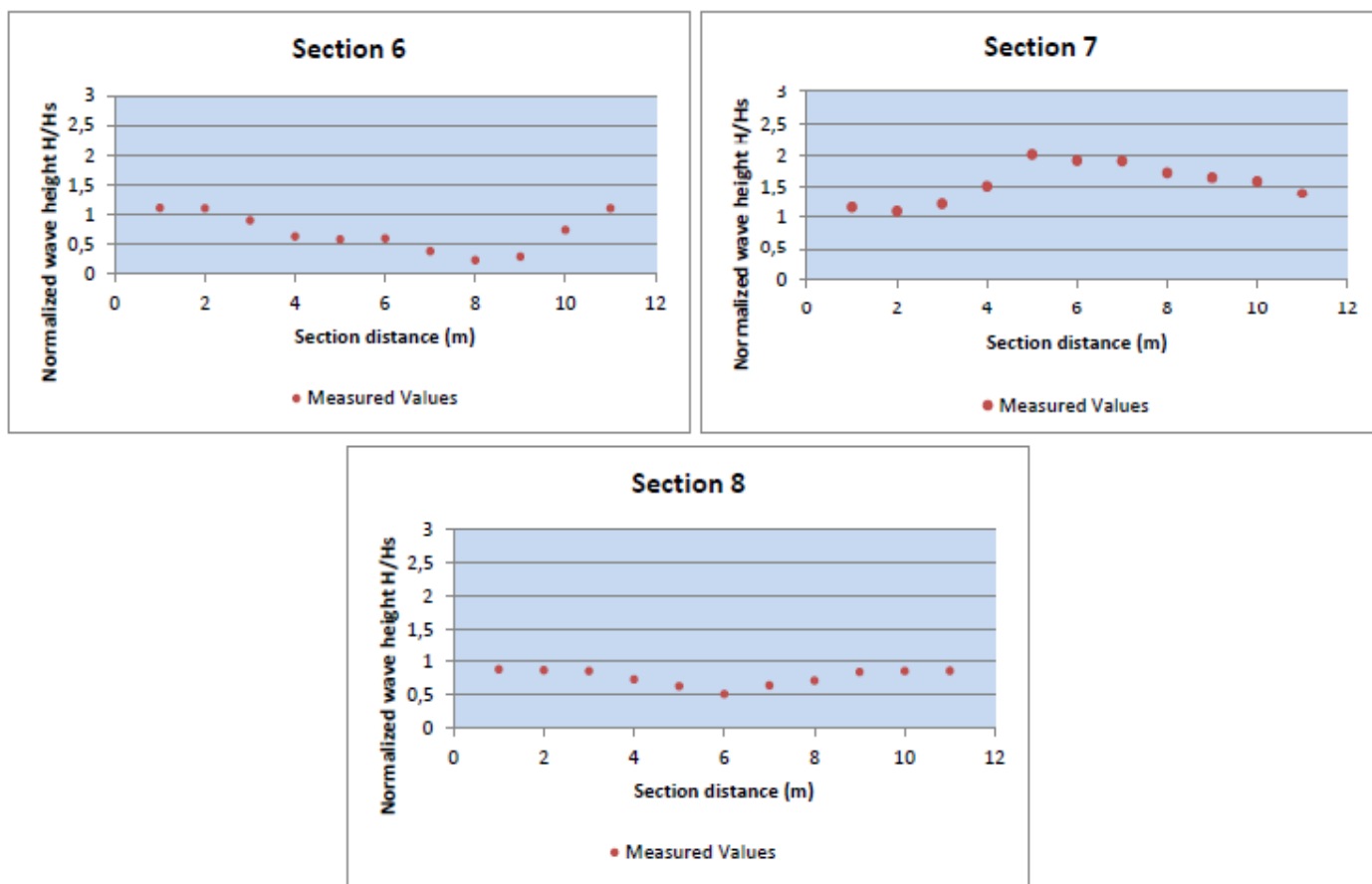
$$h_d(x, y) = \begin{cases} 0, & (x/3)^2 + (y/4)^2 > 1 \\ 0.3 - 0.5\sqrt{1 - (x/3.75)^2 - (y/5)^2}, & (x/3)^2 + (y/4)^2 \leq 1 \end{cases}$$



Πηγή: [5]

Σχήμα 10. Κάτοψη της βαθυμετρίας και της ελλειψοειδούς ρήχωσης

Τα αποτελέσματα για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στους τομείς 6, 7 και 8, η θέση των οποίων φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, όπως αυτά προέκυψαν από τις μετρήσεις των J.C.W. Berkhoff, N. Booij, A.C. Radder, παρουσιάζονται παρακάτω. Στα διαγράμματα που ακολουθούν φαίνεται ο λόγος του ύψους κύματος στις θέσεις $y=1m$ έως $11m$, προς το αρχικό ύψος κύματος ($0.046m$), με βήμα $1m$, για τους τομείς 6, 7 και 8.



Πηγή: [6]

Ομάδα διαγραμμάτων 8. Πειραματικές τιμές του λόγου, του ύψους κύματος προς το αρχικό ύψος κύματος στους τομείς 6,7 και 8 σε αποστάσεις 1m έως 11m, από την κορυφή της έλλειψης

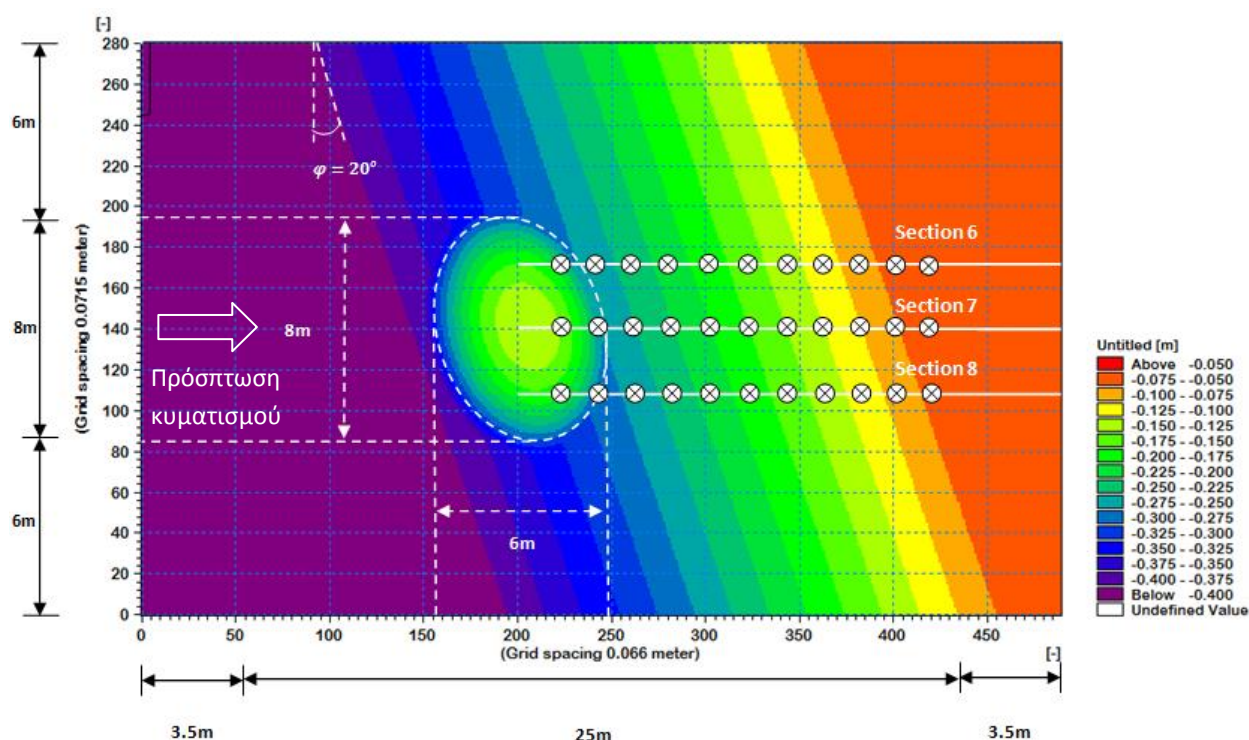
5.5.3. Εγκατάσταση του μοντέλου MIKE 21 BW για το παραπάνω πείραμα

Στο στάδιο αυτό γίνεται η προετοιμασία του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW δύο οριζοντίων χωρικών μεταβλητών (2DH) καθώς και μίας οριζόντιας χωρικής μεταβλητής, προκειμένου αυτό να είναι σε θέση να εξάγει αποτελέσματα που έρχονται σε συμφωνία με τις παραπάνω πειραματικές τιμές.

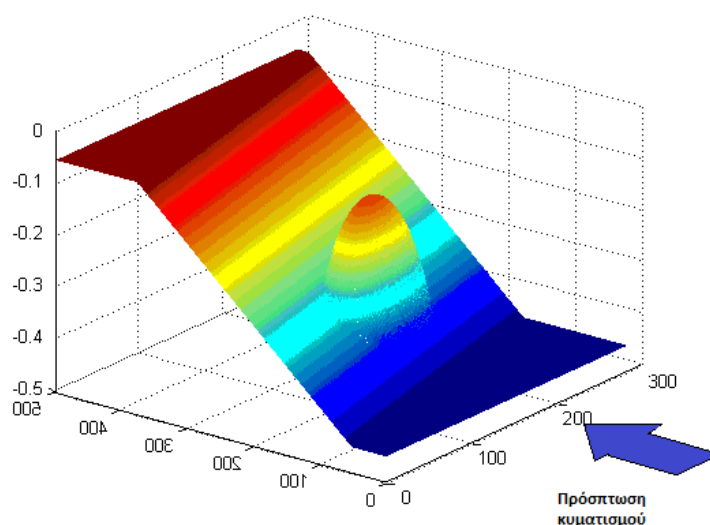
Τα απαιτούμενα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν από το μοντέλο είναι:

- Βαθυμετρία με διαμέριση πλέγματος $\Delta x=0.066\text{m}$, $\Delta y=0.0715\text{m}$ και συνολικό αριθμό σημείων 480×280 , που αναφέρονται σε πραγματικές διαστάσεις $32\text{m} \times 20\text{m}$
- Αρμονικός κυματισμός με χαρακτηριστικά, *ύψος κύματος*, $H_s=0.05\text{ m}$, *περίοδος κυματισμού* $T=1\text{s}$
- Απορροφητικό στρώμα με πάχος 20 grid points, το οποίο περικλείει την τεχνητή βαθυμετρία σε όλη την έκταση της. (Αναλυτική περιγραφή των ζωνών απορρόφησης γίνεται στην ενότητα 4.2.1.)

Η Κάτοψη της βαθυμετρίας που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, σύμφωνα με τις πραγματικές τιμές των διαστάσεων της. Ενδεικτικά εμφανίζεται και το απορροφητικό στρώμα του όπιο το φαινόμενο πάχος δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα αλλά εξυπηρετεί εποπτικούς σκοπούς, καθώς και οι τομείς όπου σε συγκεκριμένες θέσεις αυτών, μετράται η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας (σημεία πάνω στους τομείς). Οι τομείς απέχουν μεταξύ τους 2m ενώ η απόσταση μεταξύ των σταθμών μέτρησης, ανέρχεται στο 1m.



Σχήμα 11. Λεπτομερής απεικόνιση της βαθυμετρικής διάταξης όπως αυτή προέρχεται από το περιβάλλον του MIKE 21 BW 2DH



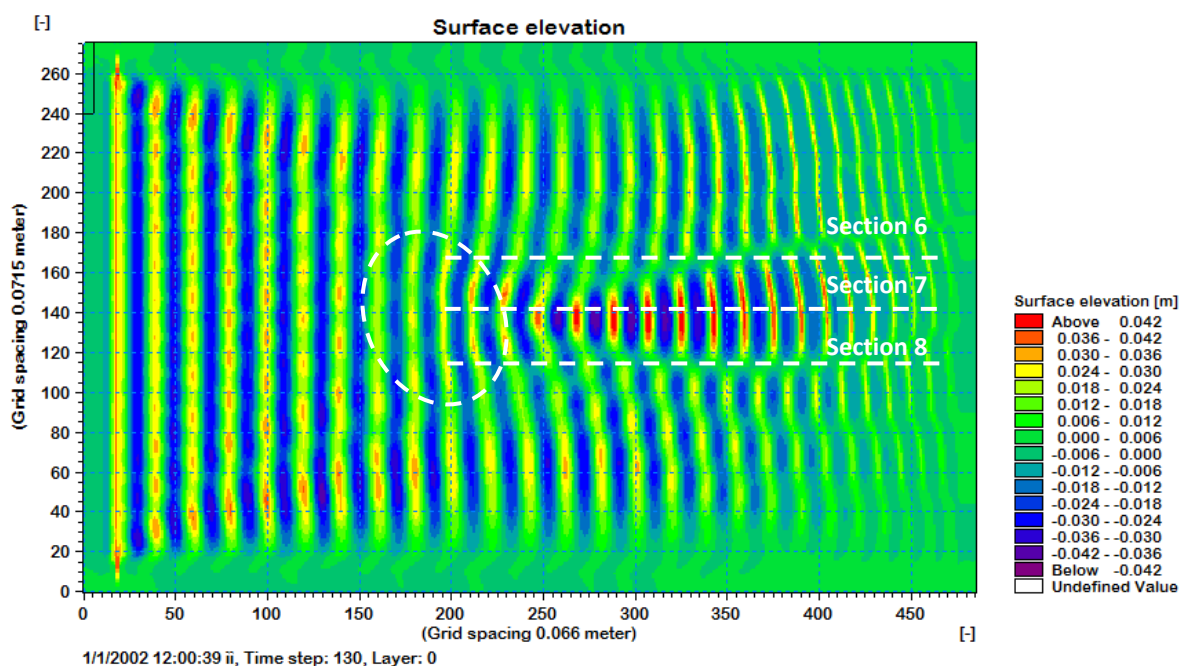
Σχήμα 12. Τρισδιάστατη απεικόνιση της βαθυμετρίας

5.5.4. Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Η τρισδιάστατη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας μετά από έναν ικανοποιητικό αριθμό χρονικών βημάτων, ώστε να επιτευχθεί η επέκταση του φαινομένου σε όλη την έκταση της βαθυμετρίας, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, το οποίο προέρχεται απ' ευθείας από τα εξαγόμενα αποτελέσματα του MIKE 21 BW 2DH module. Στο σχήμα σημειώνεται η ακριβής θέση της έλλειψης καθώς και η θέση των τομών 6,7 και 8.

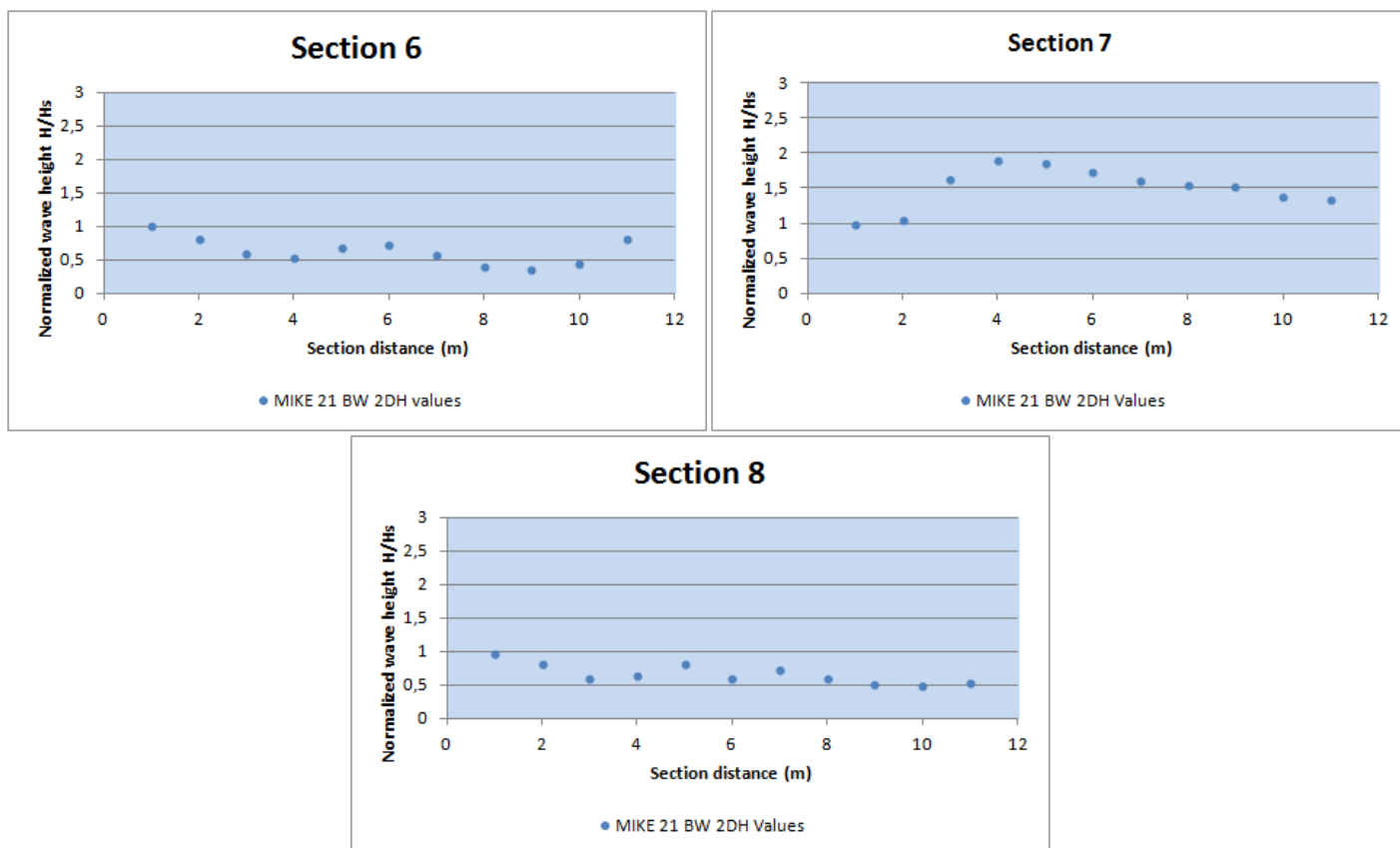
2DH_Berkhoff	Μήκος κύματος(m)		Ταχύτητα Διάδοσης(m/s)		Courant Number		Δx/λ		Δt/T
	Βαθύ h=0.45m	Ρηχό h=0.1274m	Βαθύ h=0.45m	Ρηχό h=0.1274m	Βαθύ h=0.45m	Ρηχό h=0.1274m	Βαθύ h=0.45m	Ρηχό h=0.1274m	
Δx=0.066m Δy=0.0715m Δt=0.01s T=1s	1.489 (k=4.22)	1.02 (k=6.18)	1.49	1.02	0.2256	0.1545	0.044	0.0647	0.01

Πίνακας 5.6. Χαρακτηριστικά μεγέθη προσομοίωσης



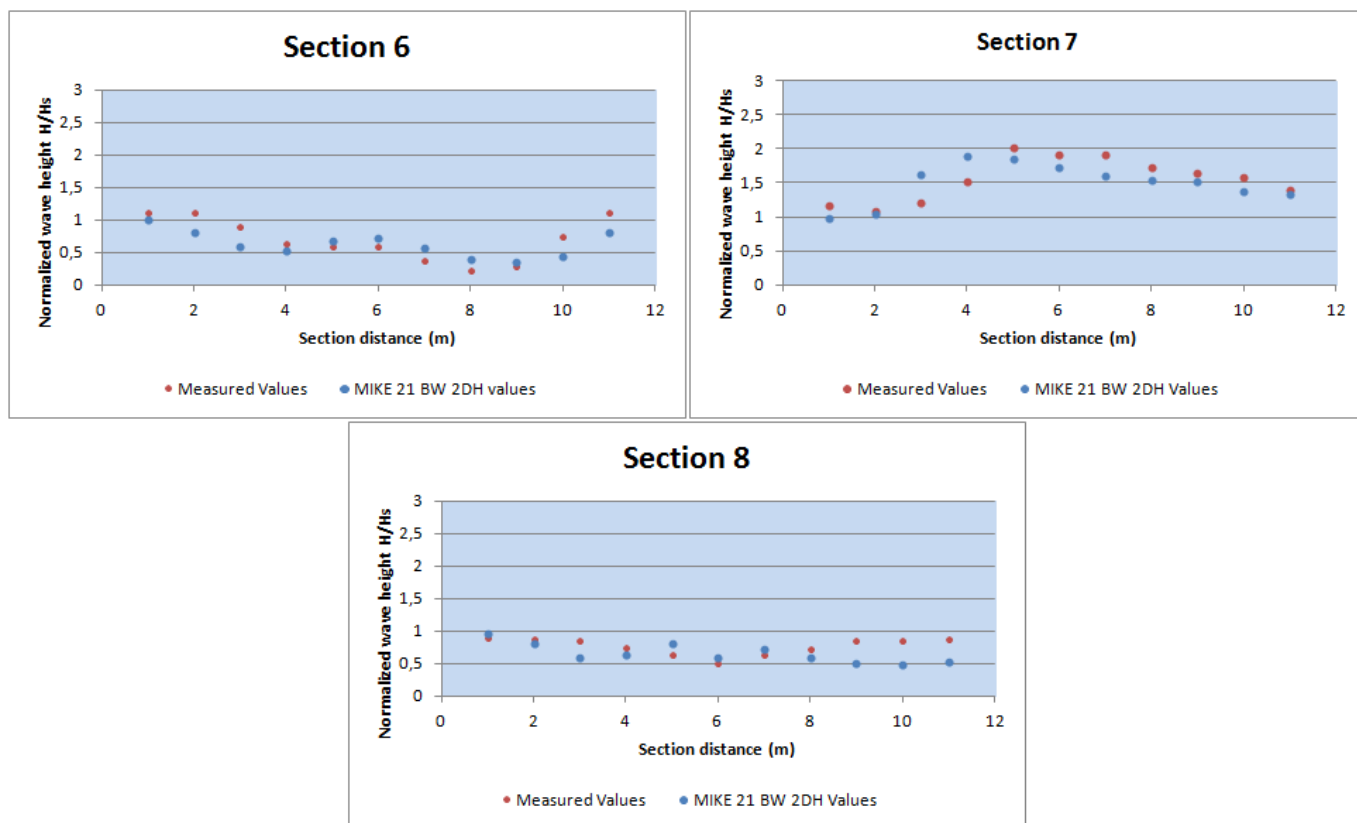
Σχήμα 13. Τρισδιάστατη απεικόνιση της διαταραχής της ελεύθερης επιφάνειας όπως αυτή εξάγεται σαν αποτέλεσμα από το MIKE 21 BW 2DH

Σε επόμενο στάδιο μελετήθηκε ο λόγος του ύψους κύματος προς το ύψος κύματος του προσπίπτοντος κυματισμού κατά μήκος των τομών 6,7 και 8, στις θέσεις που σημειώνονται στο σχήμα 11 (μαύρες τελείες). Οι θέσεις αυτές απέχουν μεταξύ τους 1m και εκτείνονται σε απόσταση 11m ξεκινώντας από την θέση μηδέν η οποία αντιστοιχεί στην κορυφή της ελλειπτικής ρήχωσης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH, δίνονται παρακάτω.



Ομάδα διαγραμμάτων 9. Τιμές του λόγου του ύψους κύματος προς το αρχικό ύψος κύματος στους τομείς 6,7 και 8 σε αποστάσεις 1m έως 11m, από την κορυφή της έλλειψης οι οποίες προκύπτουν από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH

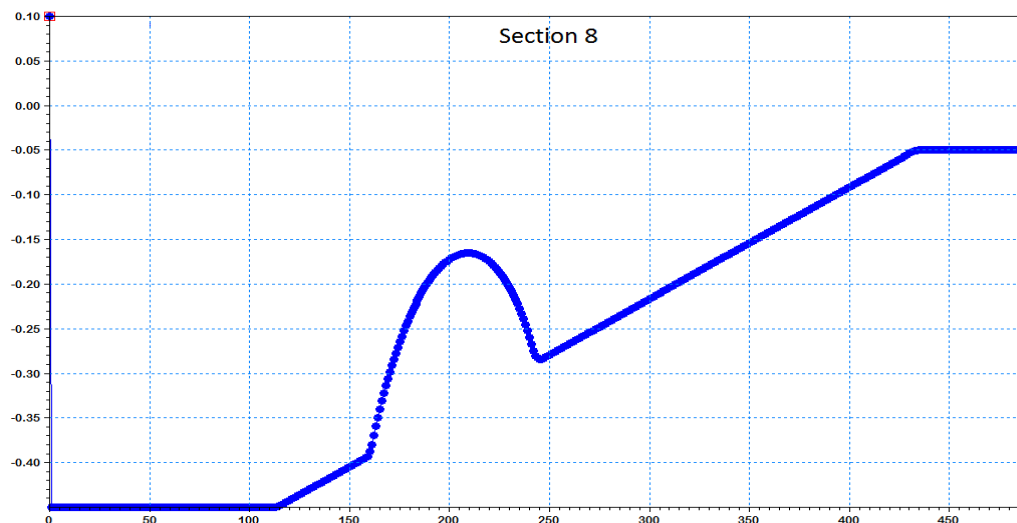
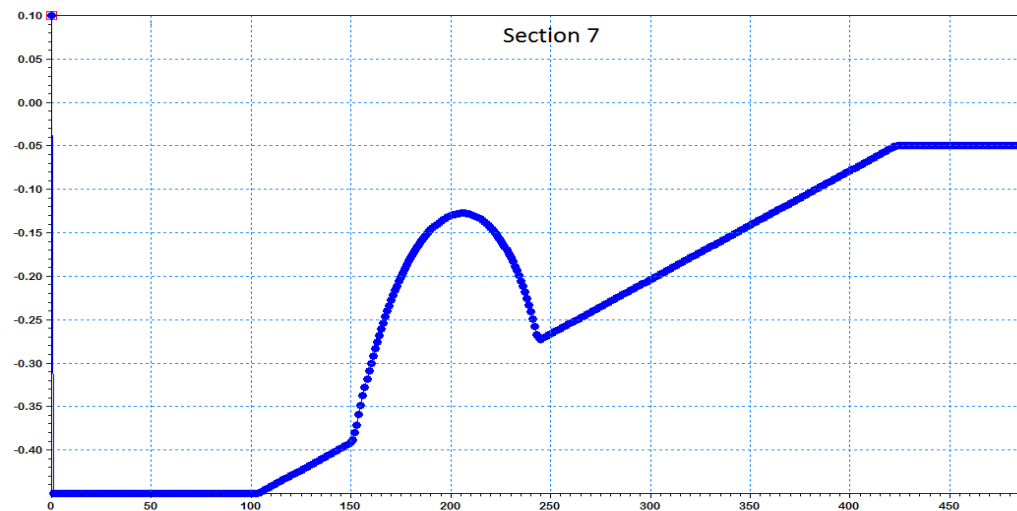
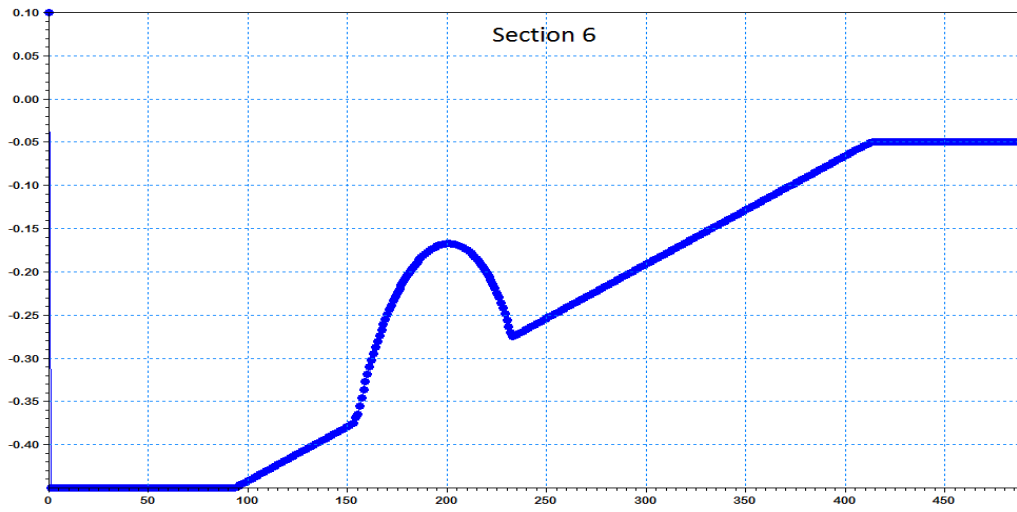
Σε επόμενο στάδιο παραθέεται η άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέρχονται από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH με τις πειραματικά εξαγόμενες τιμές που βρίσκονται στην ομάδα διαγραμμάτων 8. Η σύγκριση δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα.



Ομάδα διαγραμμάτων 10. Τιμές του λόγου του ύψους κύματος προς το αρχικό ύψος κύματος στους τομείς 6,7 και 8 σε αποστάσεις 1m έως 11m, από την κορυφή της έλλειψης οι οποίες προκύπτουν από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH σε σύγκριση με τις πειραματικές τιμές

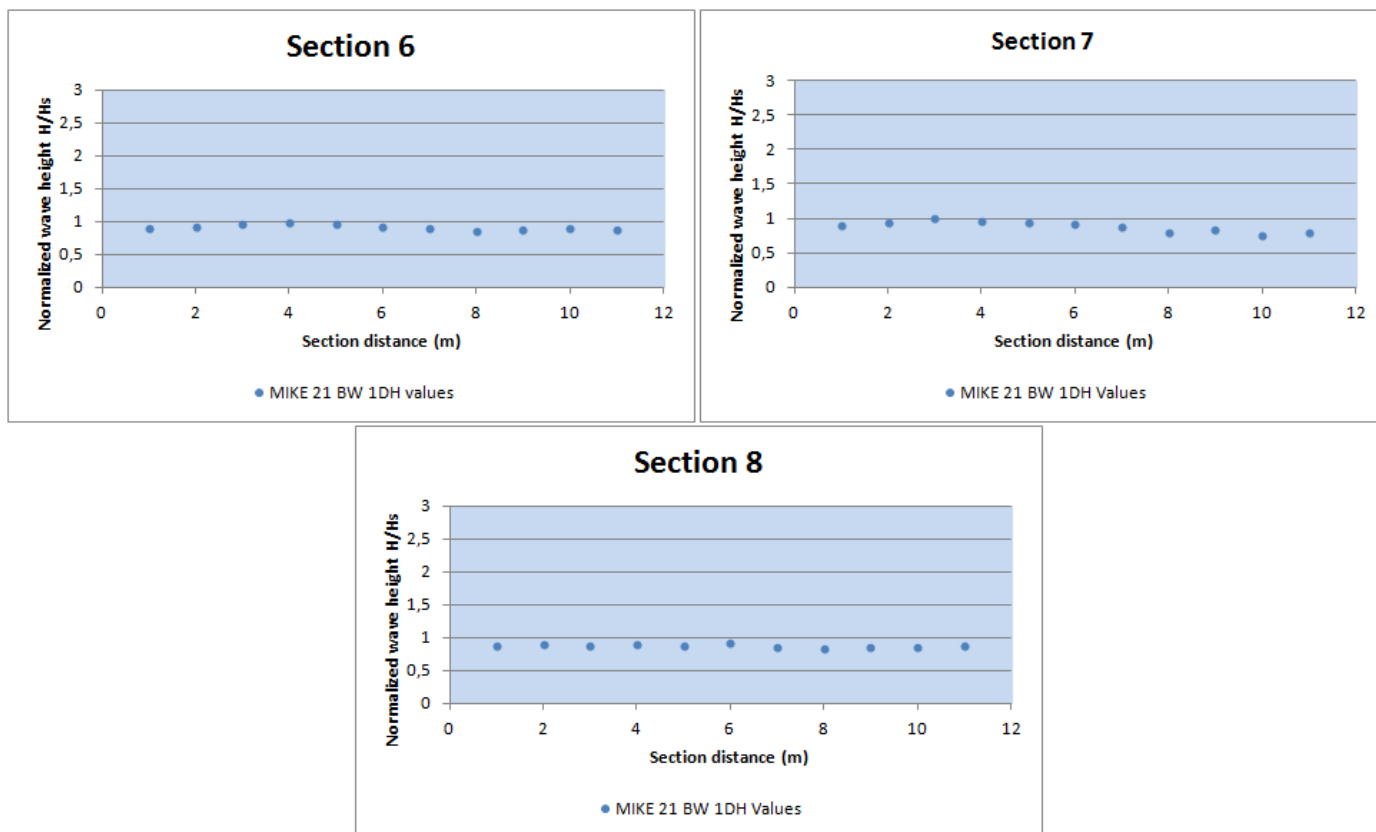
Παρατηρείται άκρως ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ των πειραματικών τιμών και των τιμών που προέρχονται από την επίλυση του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH. Το γεγονός αυτό οφείλεται αφενός στην ορθή εκλογή της χωρικής και της χρονικής διαμέρισης που χρησιμοποιήθηκε στο μοντέλο και αφετέρου στην αποτελεσματικότητα λόγω των βελτιωμένων όρων διασποράς που χρησιμοποιούνται στις εξισώσεις Boussinesq. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι χάρη στην αποτελεσματική συμφωνία που έχει επέλθει μεταξύ των δύο τιμών, το συγκεκριμένο μοντέλο είναι σε θέση να προσομοιώσει αποτελεσματικά φαινόμενα περίθλασης του κυματισμού λόγω της ρήκωσης. Έτσι λοιπόν μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα ότι σχήμα 13 αντικατοπτρίζει το φαινόμενο στην ολότητα του με ακρίβεια.

Σε επόμενο στάδιο προκειμένου να διευρυνθεί η αποτελεσματικότητα του μοντέλου MIKE 21 BW 1DH (μίας οριζόντιας χωρικής μεταβλητής) στο ίδιο πρόβλημα, έγινε η εφαρμογή αυτού κατά μήκος των τομών 6,7 και 8. Τα προφίλ των εν λόγω τομών παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα. Οι διαστάσεις και η διαμέριση του οριζοντίου άξονα, έχουν παραμείνει ακριβώς οι ίδιες όπως και στην περίπτωση των δύο οριζοντίων χωρικών μεταβλητών προκειμένου να επιτευχθεί η άμεση αντιπαράθεση και σύγκριση των δύο μοντέλων στο ίδιο πρόβλημα.



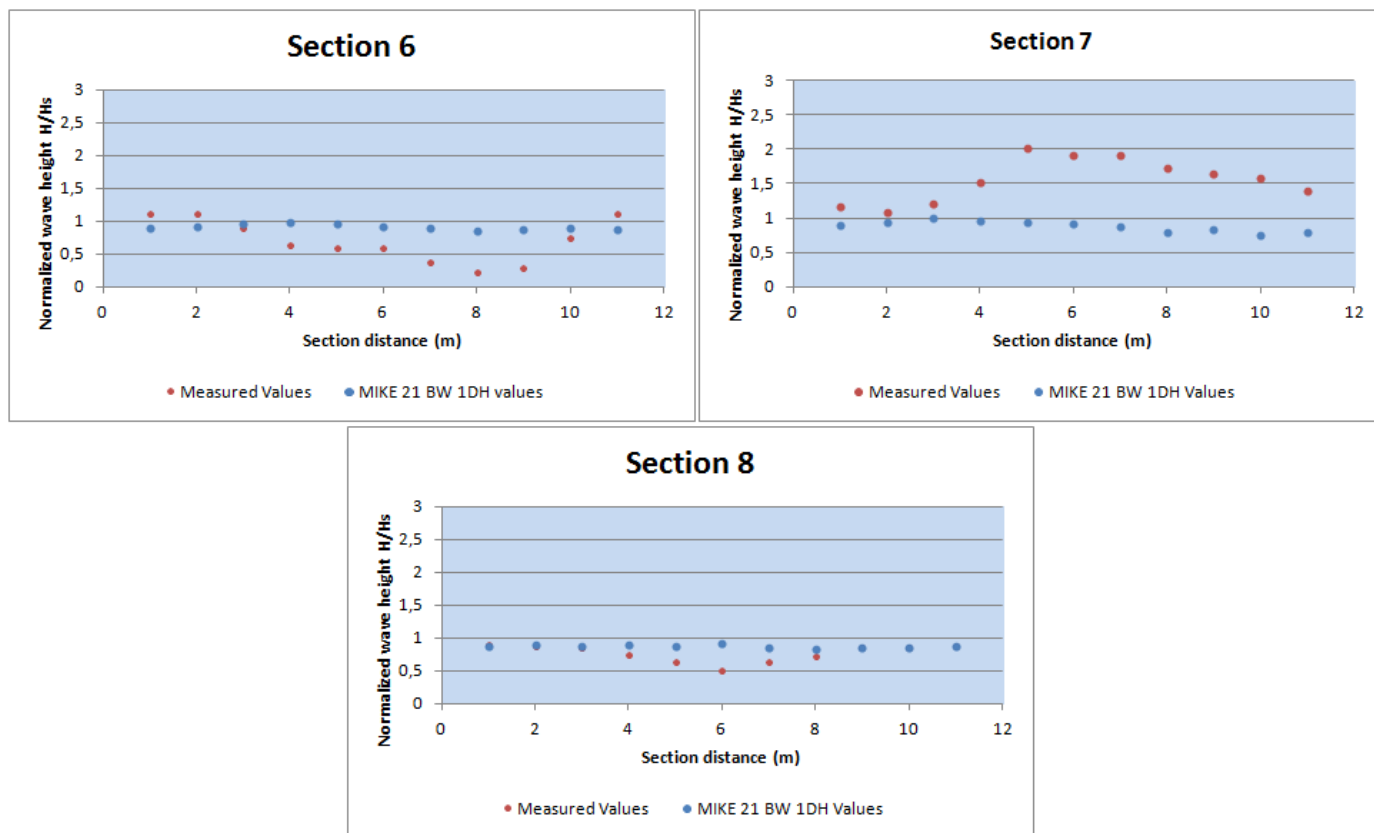
Σχήμα 14. Προφίλ των τομών 6,7 και 8

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του μοντέλου μιας οριζόντιας χωρικής μεταβλητής (MIKE 21 BW 1DH) δίνονται παρακάτω.



Ομάδα διαγραμμάτων 11. Τιμές του λόγου του ύψους κύματος προς το αρχικό ύψος κύματος στους τομείς 6,7 και 8 σε αποστάσεις 1m έως 11m, από την κορυφή της έλλειψης οι οποίες προκύπτουν από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 1DH

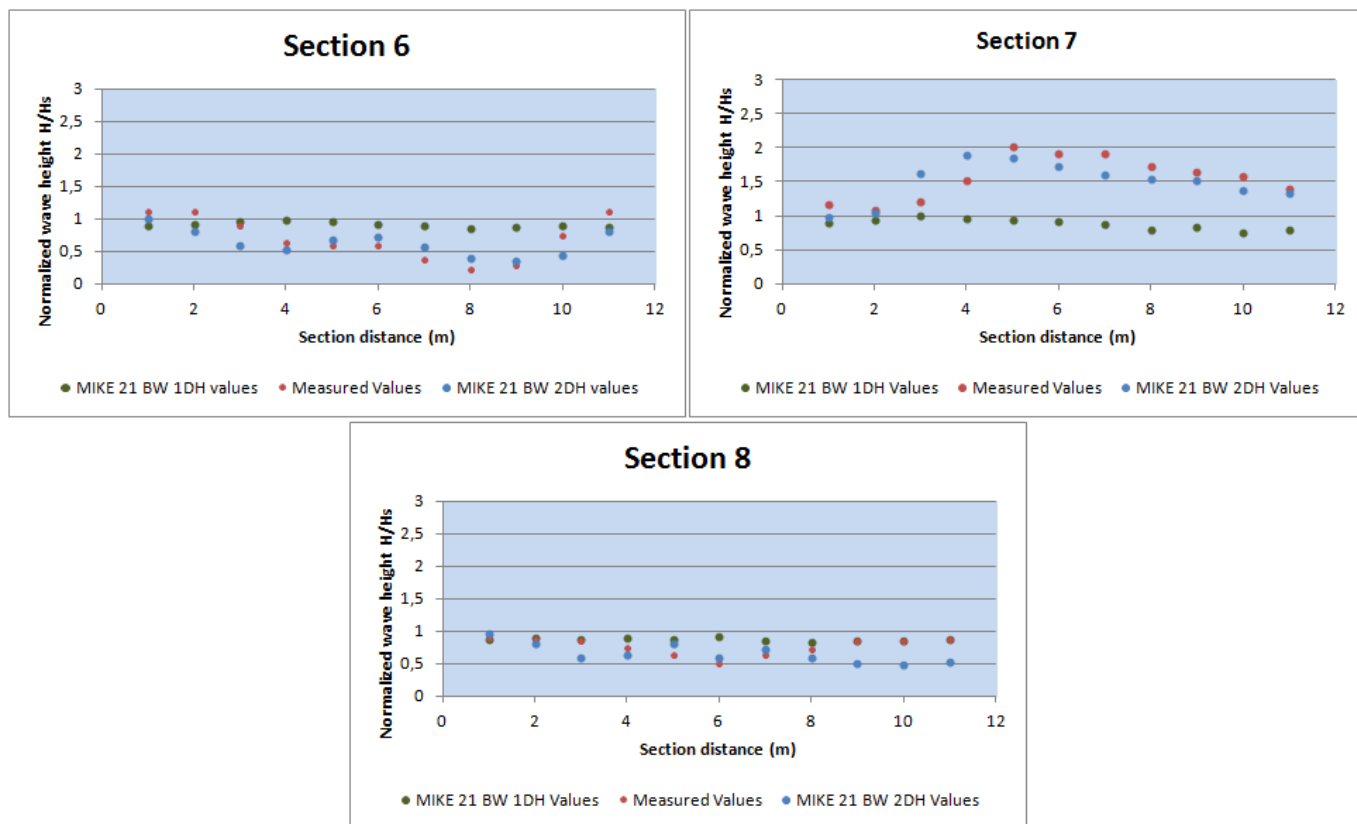
Σε επόμενο στάδιο παραθέεται η άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέρχονται από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH με τις πειραματικά εξαγόμενες τιμές που βρίσκονται στην ομάδα διαγραμμάτων 8. Η σύγκριση δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα.



Ομάδα διαγραμμάτων 12. Τιμές του λόγου του ύψους κύματος προς το αρχικό ύψος κύματος στους τομείς 6,7 και 8 σε αποστάσεις 1m έως 11m, από την κορυφή της έλλειψης οι οποίες προκύπτουν από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 1DH σε σύγκριση με τις πειραματικές τιμές

Παρατηρούμε ότι η χρήση του μοντέλου μιας οριζόντιας χωρικής μεταβλητής δεν είναι σε θέση να επιφέρει συμφωνία μεταξύ των τιμών που προκύπτουν από την επίλυση του μοντέλου 1DH και των πειρατικών τιμών. Αυτό οφείλεται στην αδυναμία του συγκεκριμένου μοντέλου να προσομοιώσει φαινόμενα περίθλασης του κυματισμού, τα οποία υπεισέρχονται στο πείραμα αυτό.

Σε τελικό στάδιο γίνεται η απευθείας σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέρχονται από την επίλυση του αριθμητικού μοντέλου μιας χωρικής μεταβλητής (1DH) και δύο χωρικών μεταβλητών (2DH), σε σχέση με τις πειραματικές τιμές.



Ομάδα διαγραμμάτων 13. Τιμές του λόγου του ύψους κύματος προς το αρχικό ύψος κύματος στους τομείς 6,7 και 8 σε αποστάσεις 1m έως 11m, από την κορυφή της έλλειψης οι οποίες προκύπτουν από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 1DH και από το μοντέλο 2DH, σε σύγκριση με τις πειραματικές τιμές

Παραθέτουμε τέλος τον συνοπτικό πίνακα όλων των χαρακτηριστικών μεγεθών, όλων των προσομοιώσεων, προκειμένου να εξάγουμε συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα κάθε προσομοίωσης, καθώς και για την συνεισφορά των μεγεθών αυτών σε κάθε περίπτωση. Με πράσινο χρώμα σημειώνονται οι περιπτώσεις που προσομοιάζουν αποτελεσματικά το κυματικό φαινόμενο, ενώ με κόκκινο χρώμα οι περιπτώσεις που δεν καταφέρνουν να προσομοιώσουν το φαινόμενο.

	Μήκος κύματος(m)		Ταχύτητα Διάδοσης(m/s)		Courant Number		Δx/λ		Δt/T
	Βαθύ	Ρηχό	Βαθύ	Ρηχό	Βαθύ	Ρηχό	Βαθύ	Ρηχό	
1DH_Beji Δx=0.028m Δt=0.01s T=2s hmin=0.1m hmax=0.4m	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.66	0.3478	0.0076	0.1433	0.005
1DH_Beji Δx=0.028m Δt=0.005s T=2s hmin=0.1m hmax=0.4m	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.33	0.174	0.0076	0.1433	0.0025
1DH_Beji Δx=0.0528m Δt=0.01s T=2s hmin=0.1m hmax=0.4m	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.35	0.1845	0.01428	0.027	0.005
1DH_Beji Δx=0.0528m Δt=0.005s T=2s hmin=0.1m hmax=0.4m	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.175	0.092	0.01428	0.027	0.0025
2DH_Beji Δx=0.035m Δy=0.035m Δt=0.01s T=2s hmin=0.1m hmax=0.4m	3.696 (k=1.7)	1.953 (k=3.22)	1.8475	0.974	0.528	0.278	0.0095	0.018	0.005
2DH_Berkhoff Δx=0.066m Δy=0.0715m Δt=0.01s T=1s hmin=0.1274m hmax=0.45m	1.489 (k=4.22)	1.02 (k=6.18)	1.49	1.02	0.2256	0.1545	0.044	0.0647	0.01

Κεφάλαιο 6^ο – Εφαρμογή του Αριθμητικού Μοντέλου MIKE 21 BW σε πυθμένα φυσικής μορφολογίας

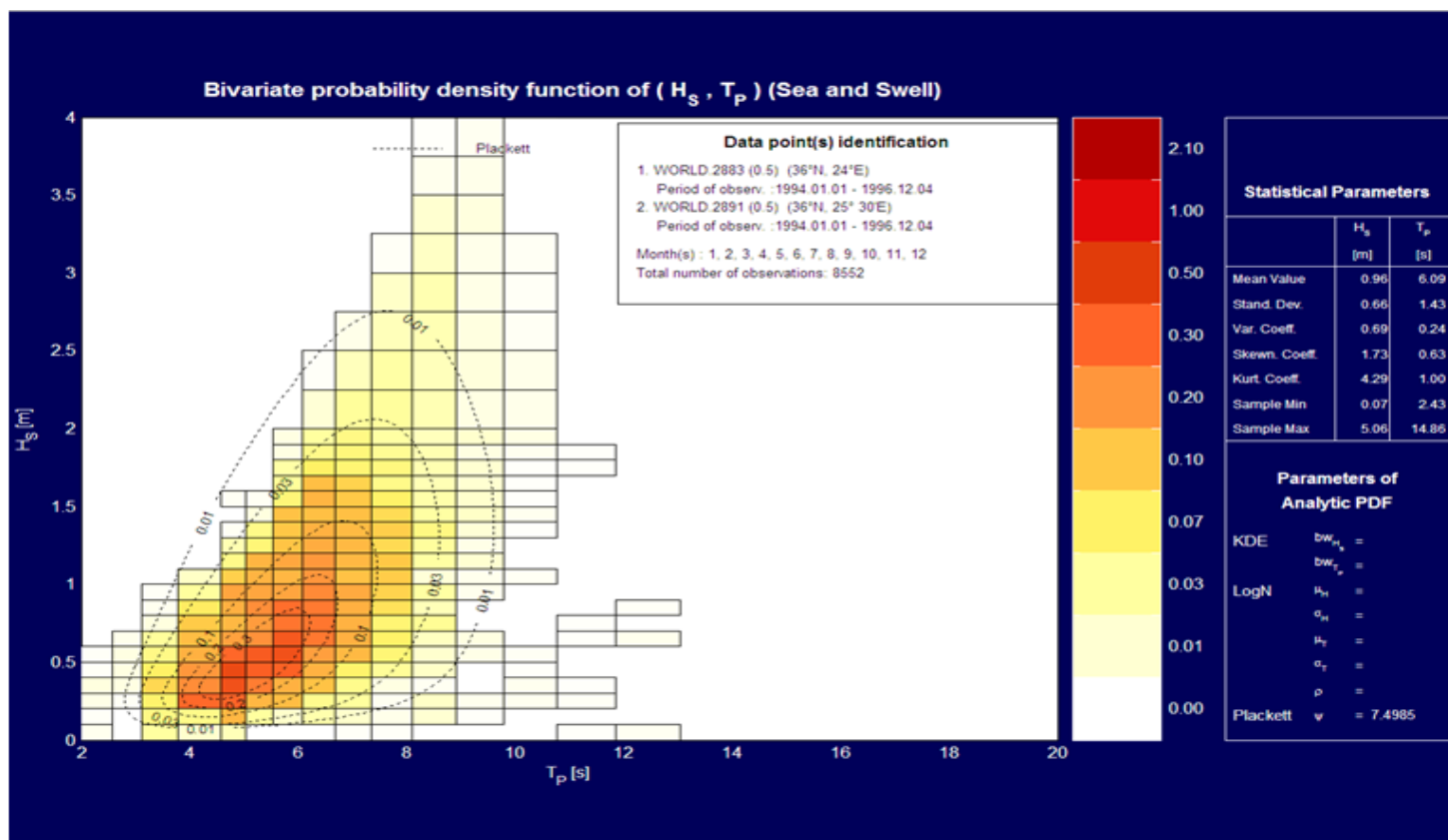
6.1. Εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH στην παράκτια ζώνη της πόλης του Ρεθύμνου

6.1.1. Εισαγωγή

Στο σημείο αυτό παρουσιάζεται η κυματική μελέτη που έγινε για το παράκτιο μέτωπο της ευρύτερης περιοχής της πόλης του Ρεθύμνου. Η μελέτη αφορά τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών των κυματισμών οι οποίοι συναντώνται μπροστά από την παράκτια ζώνη της περιοχής του λιμανιού του Ρεθύμνου. Εξετάστηκε η περίπτωση αρμονικών κυματισμών οι οποίοι προσπίπτουν στα παράκτιο μέτωπο, τόσο από βόρειες όσο και από δυτικές διευθύνσεις και τα χαρακτηριστικά των οποίων προέρχονται από στατιστικές αναλύσεις. Όπως είναι γνωστό η ευρύτερη περιοχή της πόλης του Ρεθύμνου πλήττεται καταστροφικά από έντονα κυματικά φαινόμενα που ανά τακτά χρονικά διαστήματα δρουν στην θαλάσσια περιοχή. Ως εκ τούτου σκοπός της μελέτης αυτής είναι η διερεύνηση των κυματικών συνθηκών που επικρατούν στη περιοχή μέσω του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW, με απώτερο σκοπό την πρόταση λύσεων προκριμένου τα μειωθεί η κίνδυνος καταστροφικών φαινομένων λόγω του κυματισμού.

6.1.2. Γενική περιγραφή

Σύμφωνα με πρόσφατες στατιστικές μελέτες, η θαλάσσια περιοχή που περιορίζεται μεταξύ των γεωγραφικών μηκών 24° E έως και 25° E και γεωγραφικών πλατών, $35^{\circ} 20'$ N και 36° N, η οποία έρχεται σε άμεση αλληλεπίδραση με την παράκτια ζώνη της ευρύτερης περιοχής της πόλης του Ρεθύμνου εμφανίζει τα παρακάτω στοιχεία όσων αφορά το ύψος και την περίοδο του κυματισμού.



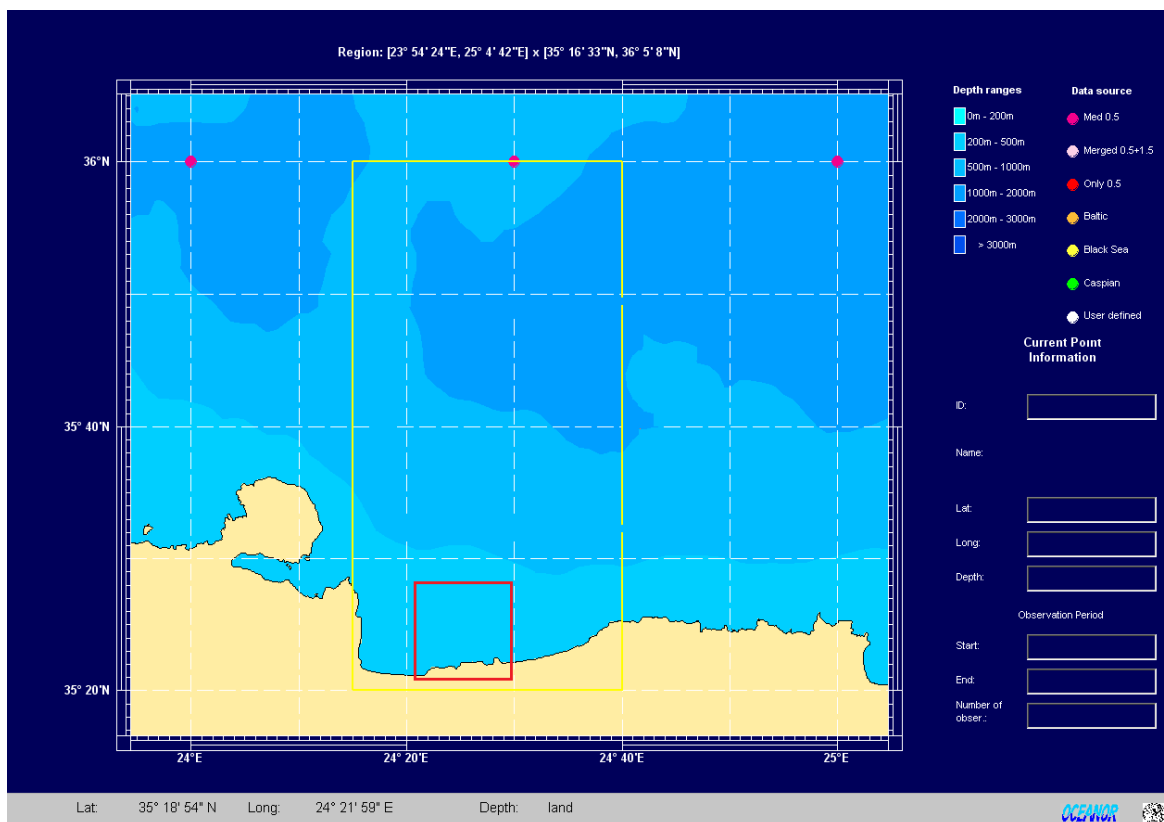
Πηγή:

Σχήμα 1. Πυκνότητα πιθανότητας σημαντικού ύψους κύματος και περιόδων κυματισμού στα ανοιχτά της θαλάσσια περιοχή του Ρεθύμνου

Σύμφωνα με την παραπάνω στατιστική κατανομή, οι πιθανές καταστάσεις κυματισμού οι οποίες εμφανίζονται στις σημειωμένες περιοχές του σχήματος 2, σύμφωνα με μετρήσεις, έχουν ως εξής:

Συχνότητα εμφάνισης	Σημαντικό ύψος κύματος	Περίοδος κυματισμού
Most probably value	0.5 m	5.0 s
Μέση τιμή [Mean]	1.0 m	6.1 s
Extreme value [E]	2.8 m	9.0 s

Πίνακας 1. Στατιστικά κυματικά μεγέθη της περιοχής ενδιαφέροντος



Πηγή:

Σχήμα 2. Καθορισμένα σημεία στην ευρύτερη θαλάσσια περιοχή της πόλης του Ρεθύμνου για την τοποθεσία των οποίων υπάρχουν στατιστικές μελέτες όσον αφορά το ύψος και την περίοδο του κυματισμού

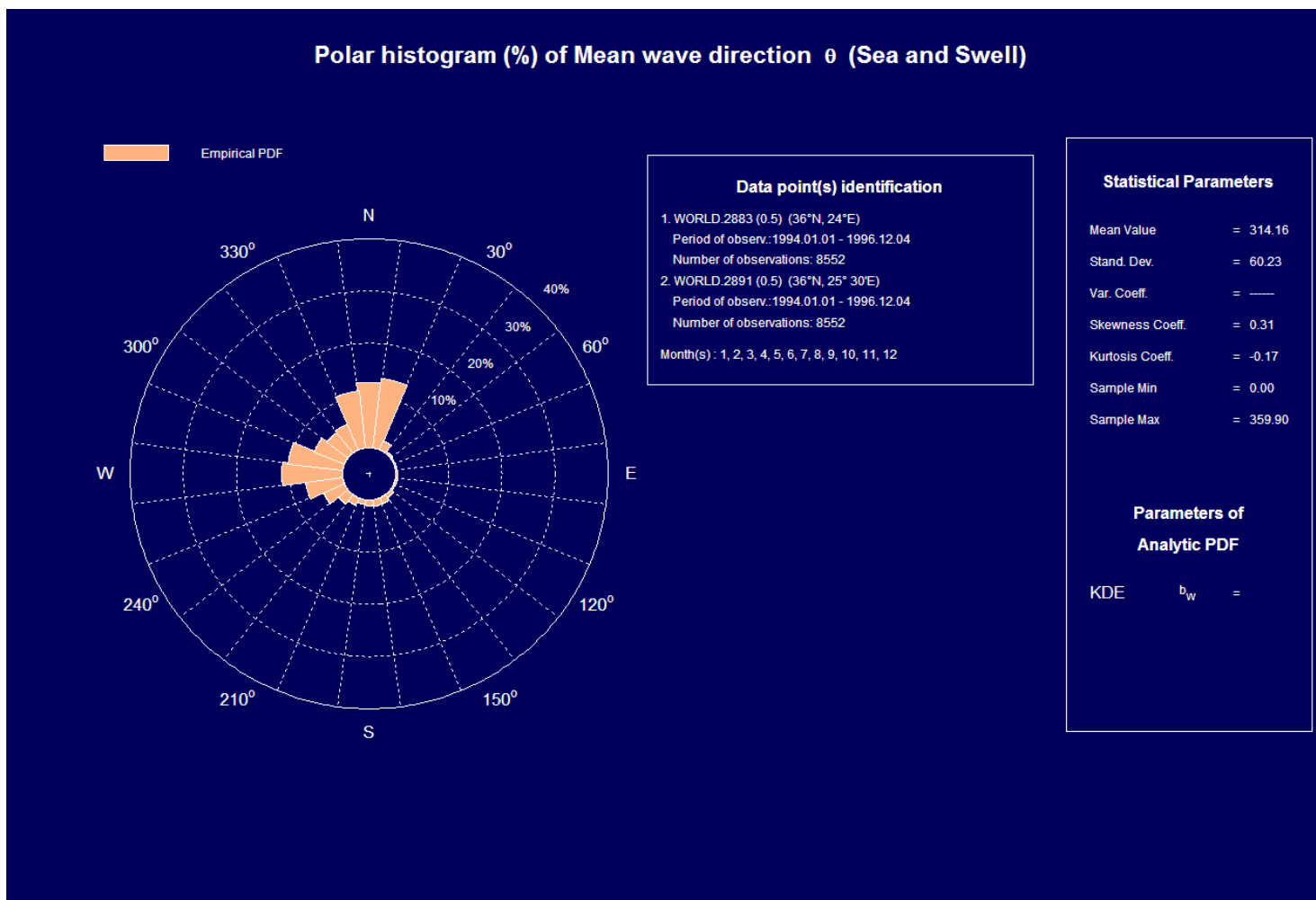
Με το κόκκινο ορθογώνιο σημειώνεται η ευρύτερη θαλάσσια περιοχή της πόλης του Ρεθύμνου, η οποία ουσιαστικά αποτελεί την περιοχή ενδιαφέροντος, και διαφαίνεται με λεπτομέρεια στην παρακάτω δορυφορική εικόνα,(σχήμα 3).



Πηγή: Google Earth

Σχήμα 3. Δορυφορική άποψη της θαλάσσιας περιοχής της πόλης του Ρεθύμνου

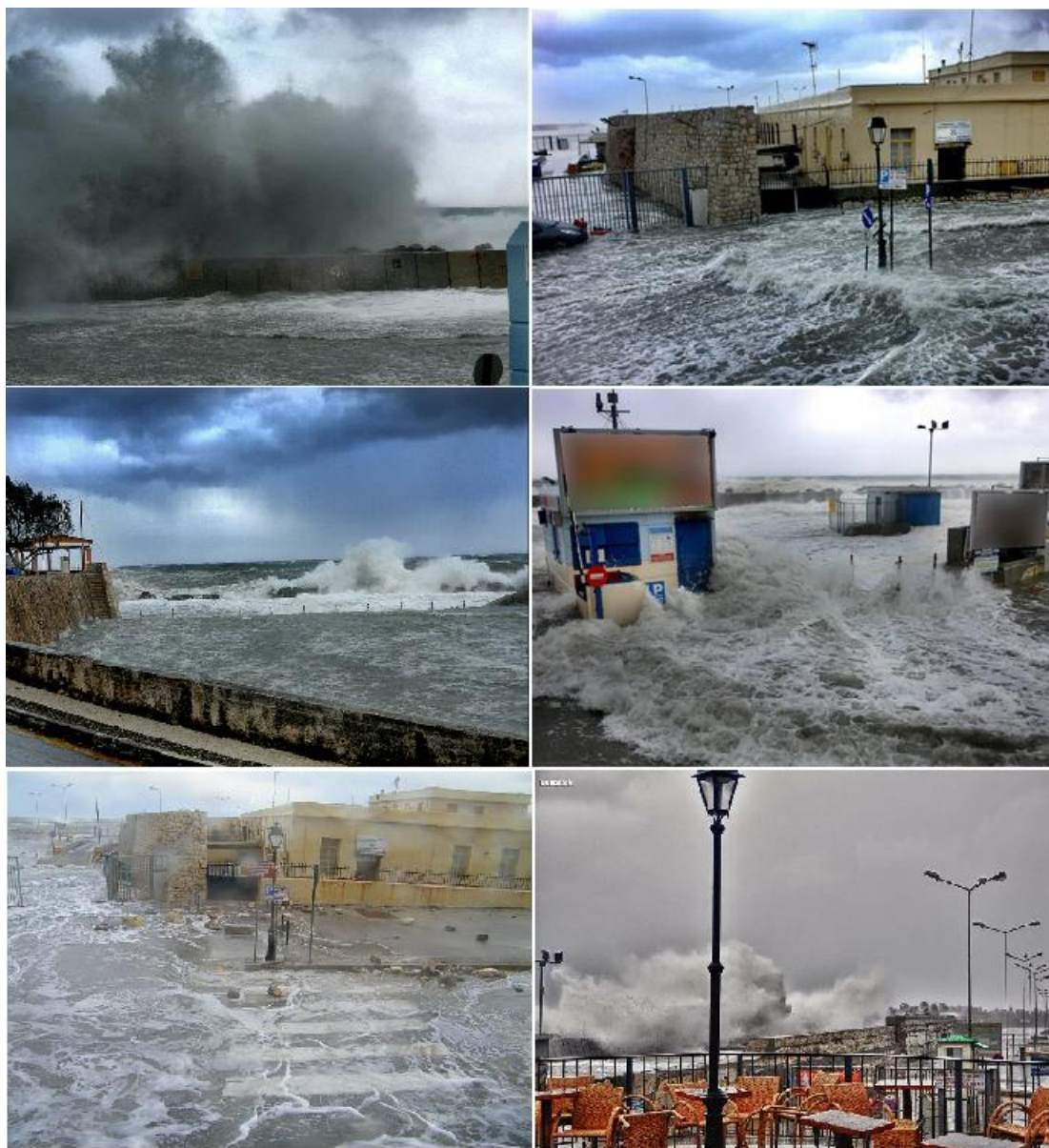
Οι επικρατούντες κυματισμοί της περιοχής, σύμφωνα με στατιστικές μελέτες επιδρούν στην παράκτια ζώνη της πόλης του Ρεθύμνου, προερχόμενοι κατά βάση από Βόρειες και Δυτικές διευθύνσεις, σύμφωνα με το παρακάτω πολιτικό ιστόγραμμα, (σχήμα 4).



Πηγή:

Σχήμα 4. Στατιστικό διάγραμμα που αφορά την κατεύθυνση διάδοσης των κυματισμών που επιδρούν στην παράκτια ζώνη του Ρεθύμνου

Σύμφωνα με πρόσφατες αναφορές (Φεβρουάριος 2012) η έξαρση της κατάστασης του κυματισμού στην περιοχή, κυρίως κατά την χειμερινή περίοδο, επιφέρει καταστροφικά αποτελέσματα στην παράκτια ζώνη της πόλης. Στην σειρά εικόνων που ακολουθεί φαίνονται οι επιπτώσεις των έντονων κυματικών φαινομένων στην περιοχή του λιμανιού του Ρεθύμνου.



Πηγή: www.rethemnosnews.gr

Σειρά εικόνων 1. Επιπτώσεις έντονων κυματικών φαινομένων στην περιοχή του λιμανιού του Ρεθύμνου

Προκειμένου να αποφευχθούν παρόμοια καταστροφικά φαινόμενα στο μέλλον, παρουσιάζεται ως επιτακτική ανάγκη η εμπειριστατωμένη μελέτη των κυματικών φαινομένων που αναπτύσσονται στην εν λόγω θαλάσσια περιοχή. Στην εργασία αυτή γίνεται ένα πρωταρχικό βήμα προς την κατεύθυνση αυτή. Επιτυγχάνεται η προσομοίωση της διάδοσης κυματισμών με χαρακτηριστικά όμοια με αυτά που παρουσιάζονται στον πίνακα 1 του συγκεκριμένου κεφαλαίου μέσω του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW. Μελετάται η διάδοση κυματισμών οι οποίοι προέρχονται τόσο από Βόρεια όσο από την Δυτική διεύθυνση, και παρουσιάζεται το ύψος κυματισμού που επιδρά στην ακτή.

6.1.3. Εφαρμογή του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH

6.1.3.a. Εγκατάσταση του μοντέλου

Για την επίτευξη της προσομοίωσης του κυματισμού στην παράκτια ζώνη της ευρύτερης περιοχής της πόλης του Ρεθύμνου, το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW, τροφοδοτήθηκε με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

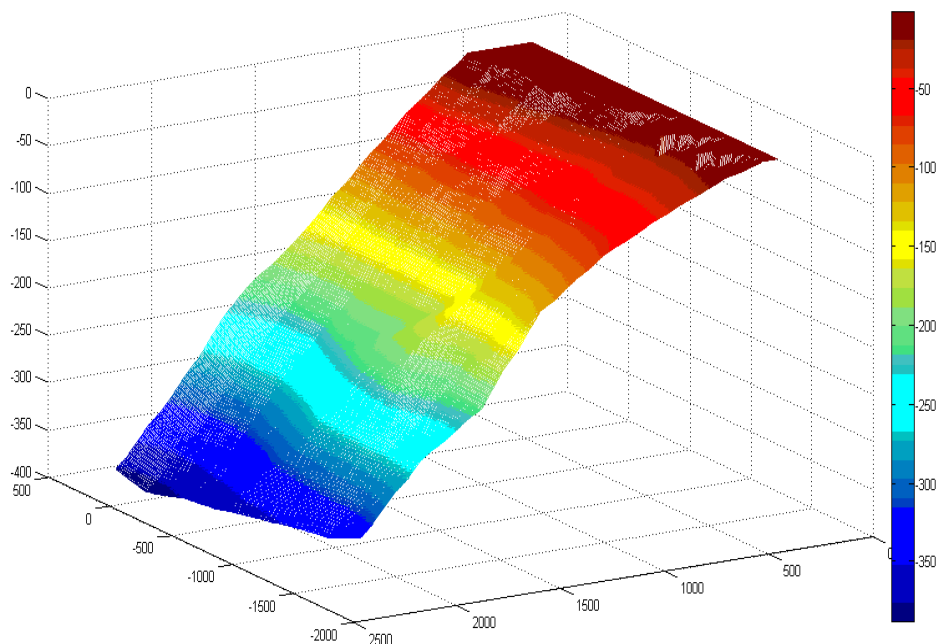
1. Πλέγμα βαθυμετρίας αποτελούμενο από 301x301 σημεία κατά την x και y διεύθυνση που αντιστοιχεί σε πραγματική έκταση 2000m x 2000m, με διαμέριση πλέγματος $\Delta x=6.64\text{m}$ και $\Delta y=6.64\text{m}$.
2. Προσπίπτων αρμονικός κυματισμός τα χαρακτηριστικά του οποίου δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Συχνότητα εμφάνισης	Σημαντικό ύψος κύματος $H(s)$	Περίοδος κυματισμού $T(s)$
Most probably value [Mp]	0.5 m	5.0 s
Μέση τιμή [Mean]	1.0 m	6.1 s
Extreme value	2.8 m	9.0 s

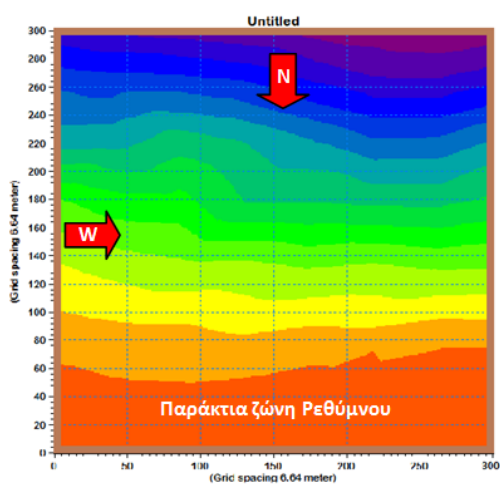
Εξετάστηκε η κάθε μια από τις τρεις παραπάνω περιπτώσεις για κυματισμούς προερχόμενους από Βόρεια και Δυτική κατεύθυνση. (Συνολικά 6 περιπτώσεις)

3. Απορροφητικό στρώμα το οποίο περικλείει την βαθυμετρία στο σύνολο της, με πάχος 12 grid points.

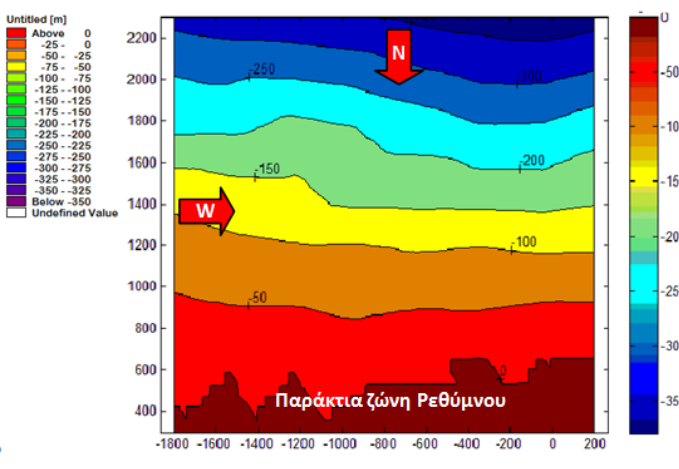
Η βαθυμετρία σε συνδυασμό με το απορροφητικό στρώμα παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα, 5, 5.1 και 5.2.



Σχήμα 5. Τρισδιάστατη απεικόνιση της βαθυμετρίας



Σχήμα 5.1



Σχήμα 5.2

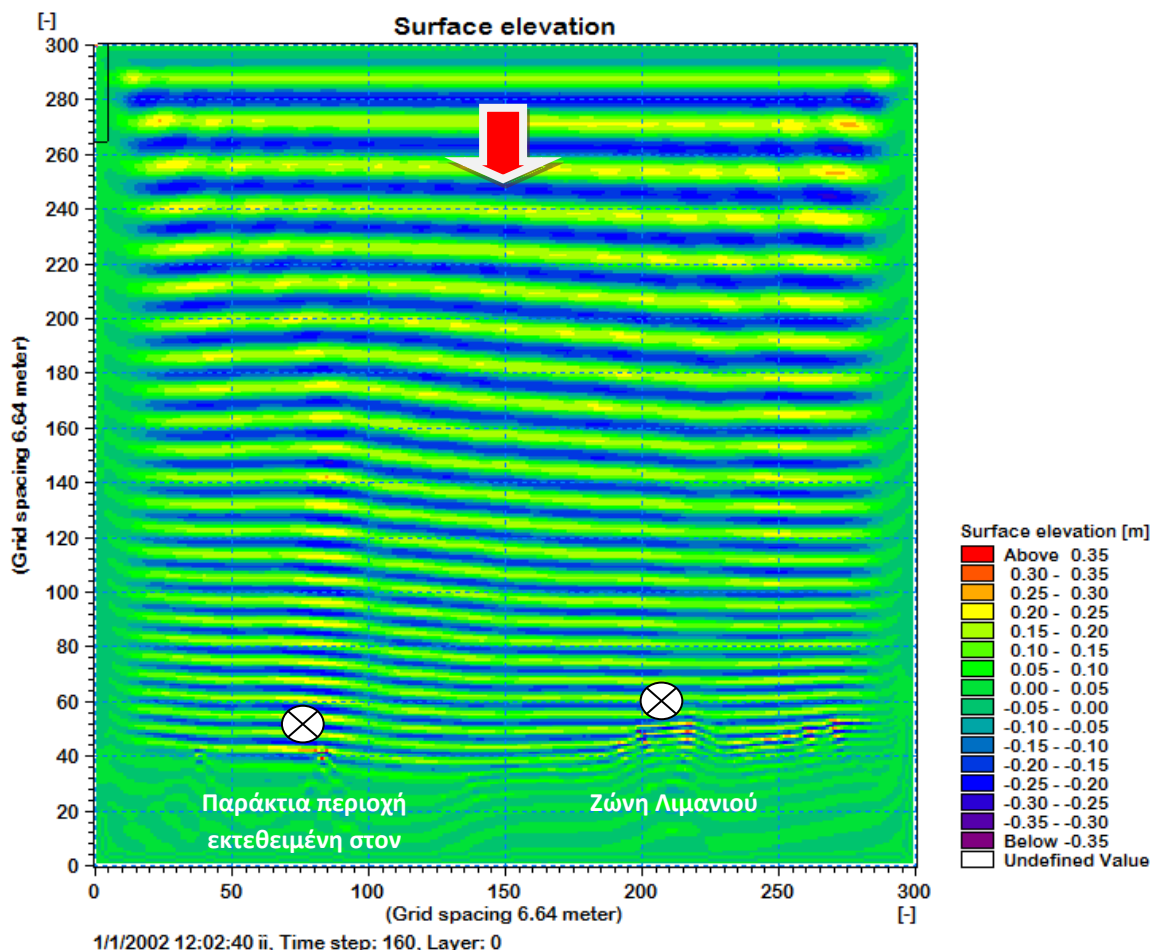
Σχήματα 5.1 και 5.2. Κάτοψη της βαθυμετρίας με σημειωμένες τις διευθύνσεις των κυματισμών (5.2) και κάτοψη της βαθυμετρίας με διευθύνσεις και απορροφητικό στρώμα προερχόμενο από το περιβάλλον εργασίας του MIKE 21 BW, (5.1)

6.1.3.b. Παρουσίαση των αποτελεσμάτων

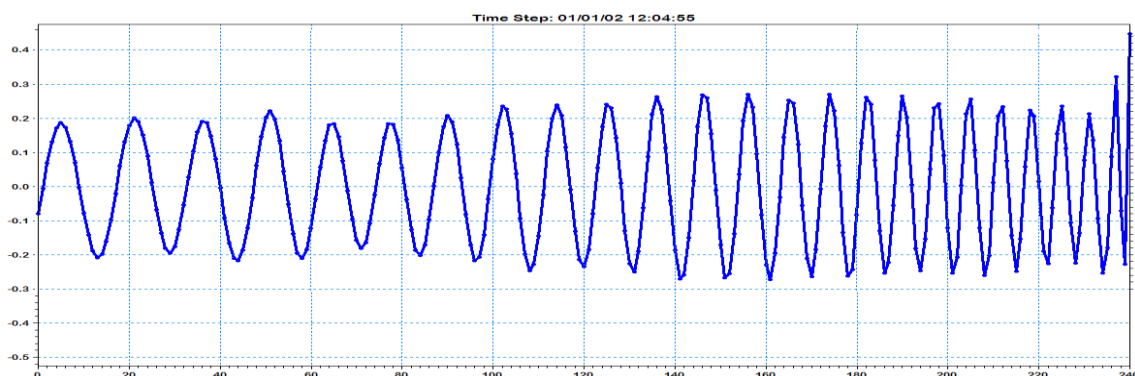
Στα παρακάτω παρουσιάζεται η διαμόρφωση του κυματικού πεδίου για κυματισμούς με χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν παραπάνω. Εξετάζεται η πρόσπτωση κυματισμών προερχόμενων τόσο από Βόρειες όσο και από

Δυτικές διευθύνσεις, και μελετάται το ύψος κύματος που εμφανίζεται τόσο στην είσοδο του λιμανιού (περιοχή 1 σχ. 3) όσο και σε παράκτια ζώνη εκτεθειμένη στο κυματισμό (περιοχή 2 σχ. 3).

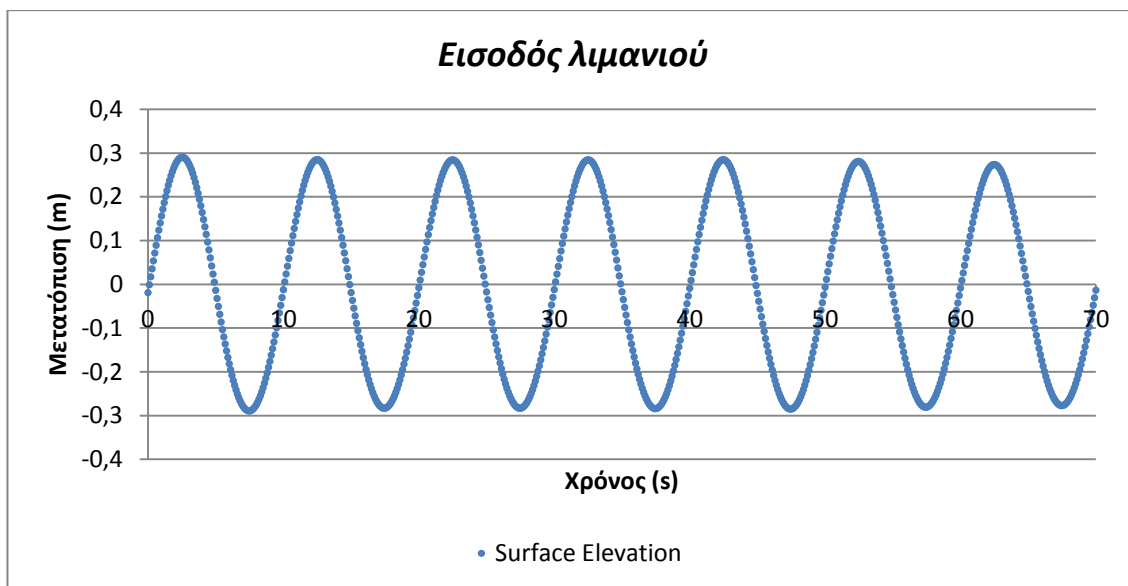
Περίπτωση 1^η :Κυματισμοί προερχόμενοι από Βορρά, ύψους κύματος 0.5 m και περιόδου 5 s



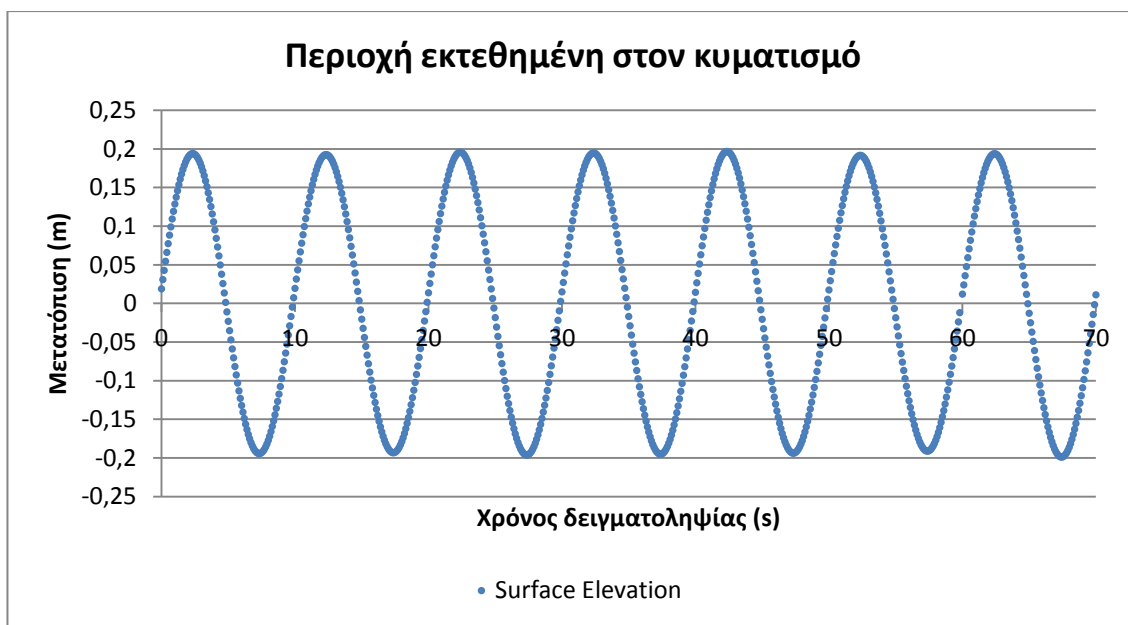
Σχήμα 6. Τρισδιάστατη απεικόνιση της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας για κυματισμούς προερχόμενους από Βορρά



Σχήμα 6α. Στιγμιότυπο του profile του κυματισμού καθώς αυτός οδεύει προς την ακτή



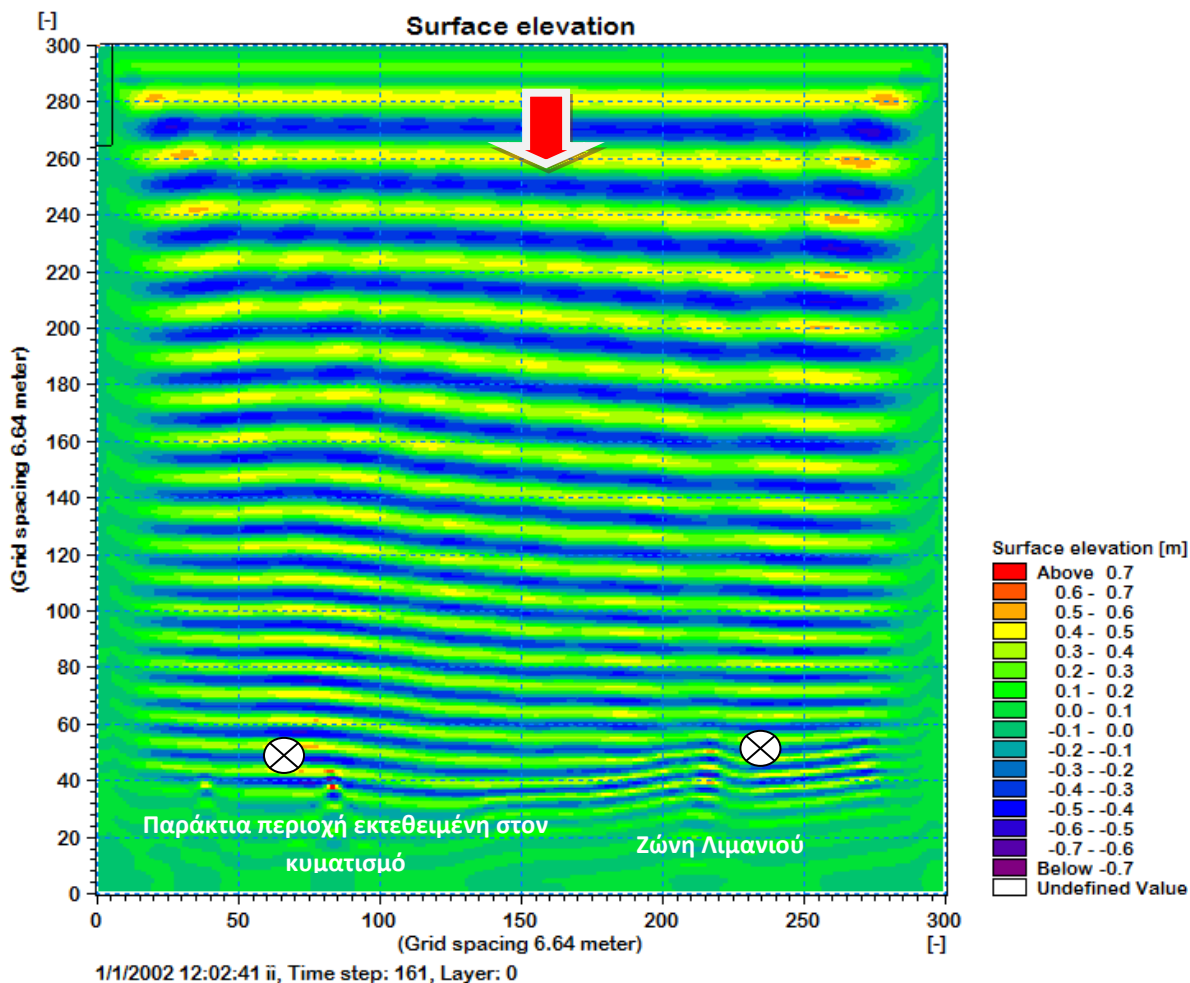
Σχήμα 6.1



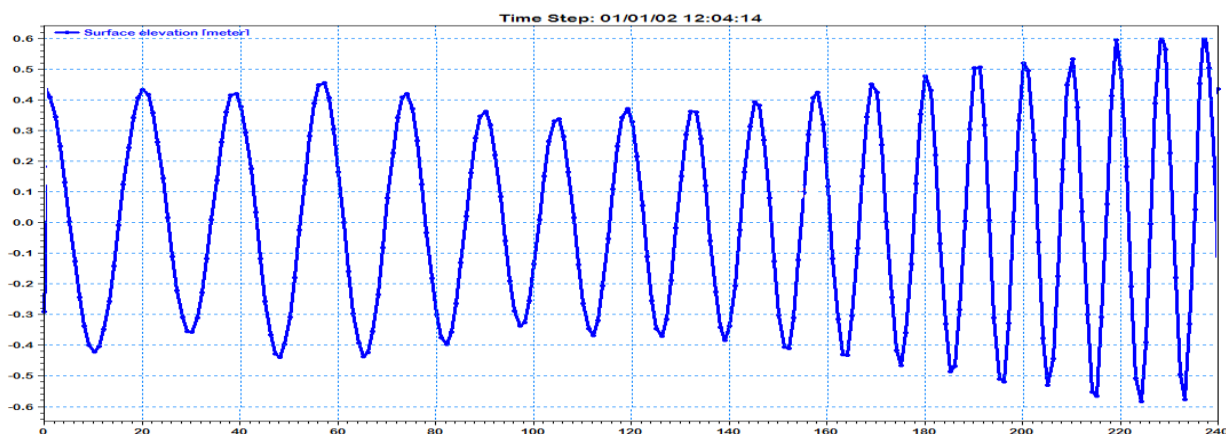
Σχήμα 6.2

Σχήματα 6.1 και 6.2. Χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας λόγω του προσπίπτοντος από Βόρεια διεύθυνση κυματισμού στην είσοδο του λιμανιού, (σχ. 6.1) και έμπροσθεν της παράκτιας περιοχής, (σχ. 6.2). Οι περιοχές ενδιαφέροντος σημειώνονται στα σχήματα 3 και 6.

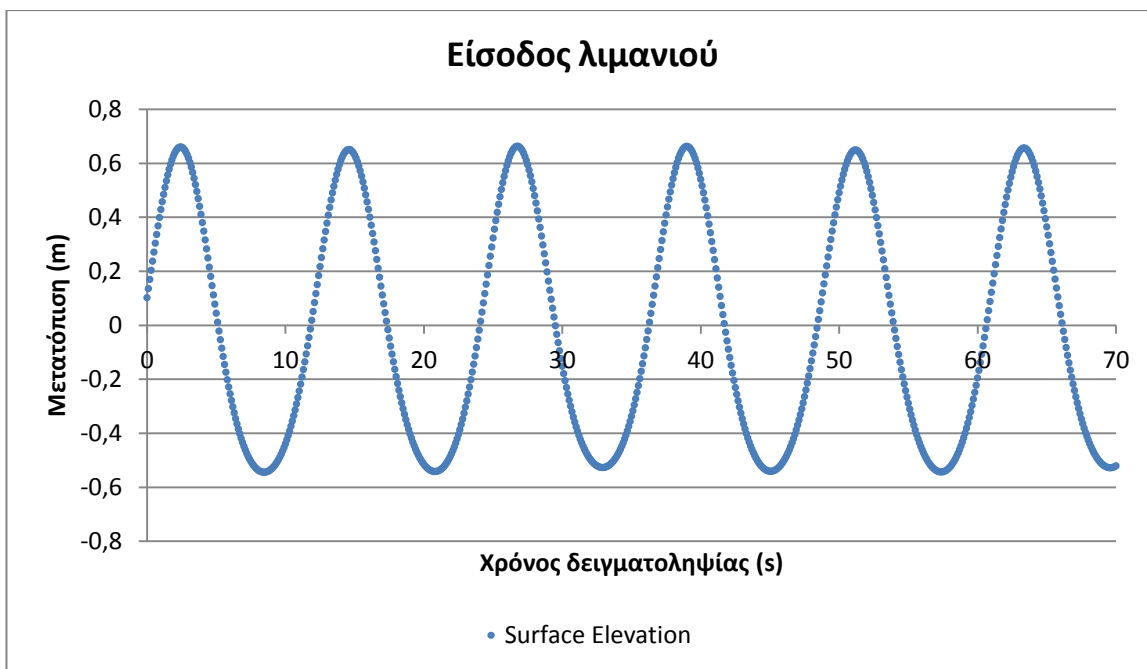
Περίπτωση 2^η :Κυματισμοί προερχόμενοι από Βορρά, ύψους κύματος 1 m και περιόδου 6.1 s



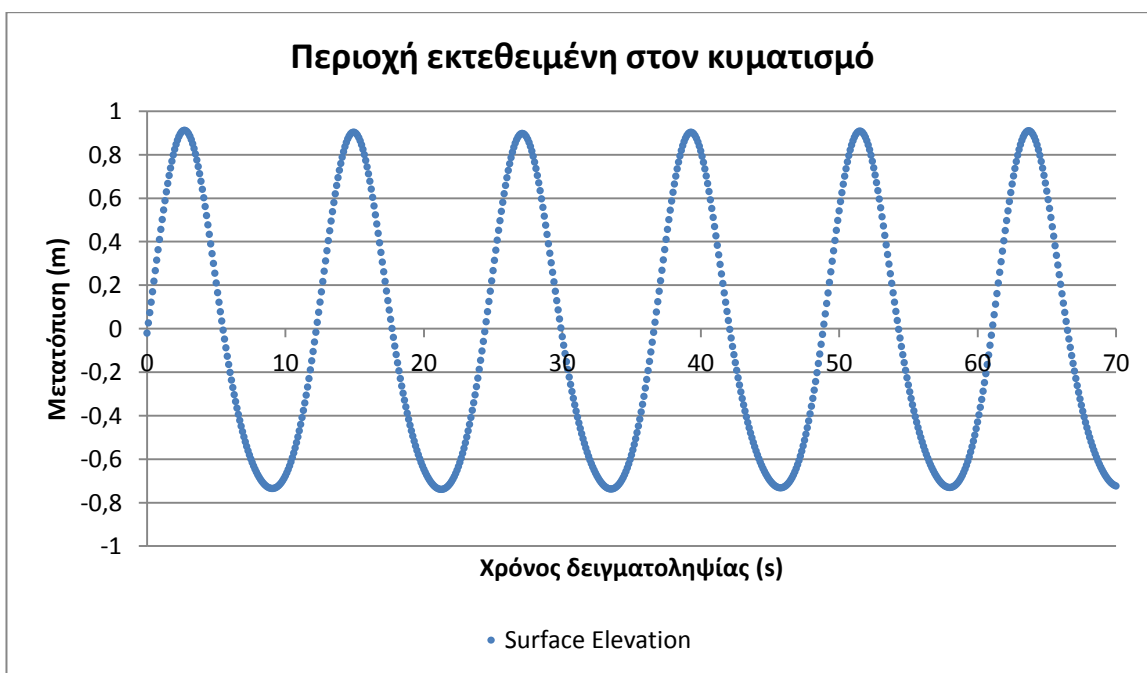
Σχήμα 7. Τρισδιάστατη απεικόνιση της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας για κυματισμούς προερχόμενους από Βορρά



Σχήμα 7α. Στιγμιότυπο του profile του κυματισμού καθώς αυτός οδεύει προς την ακτή



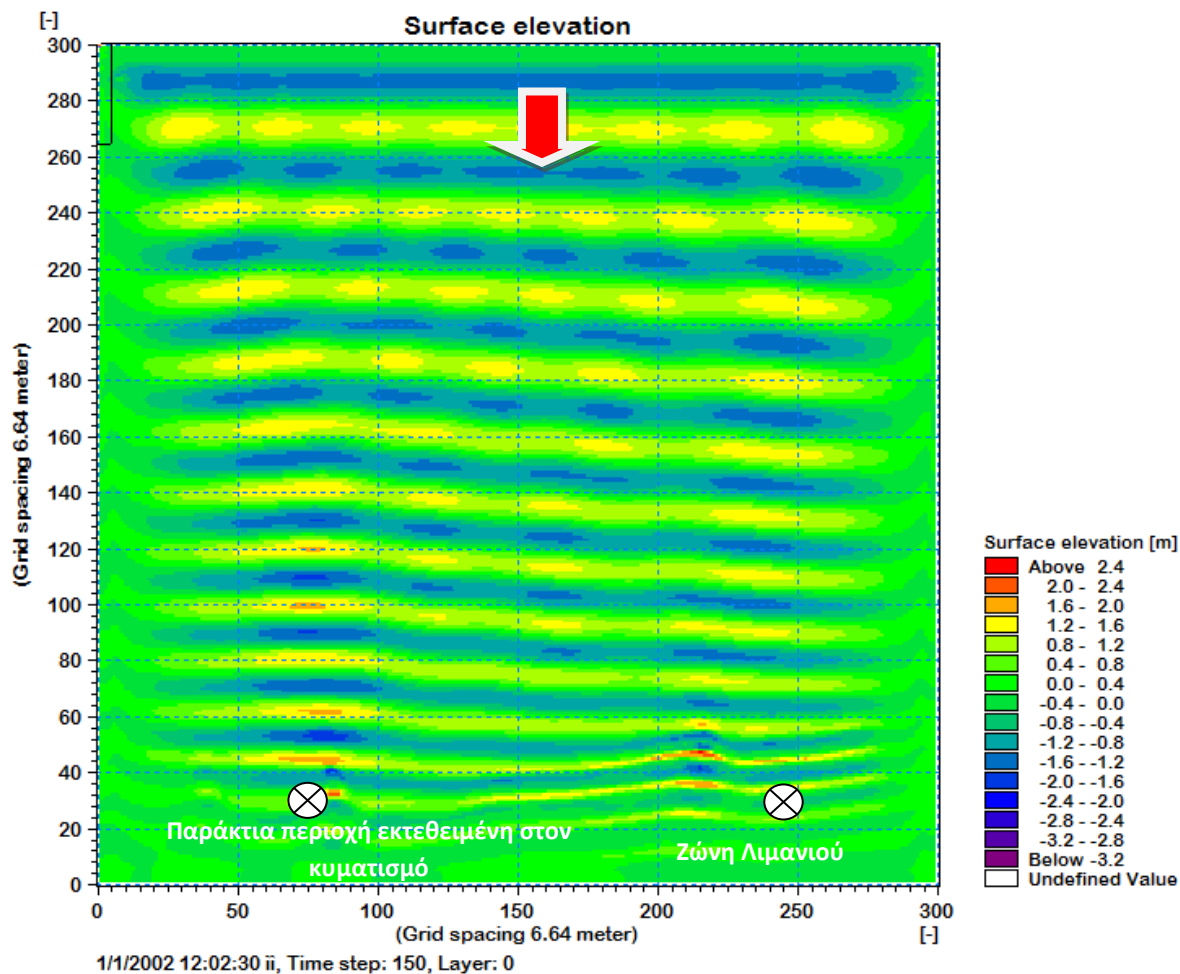
Σχήμα 7.1



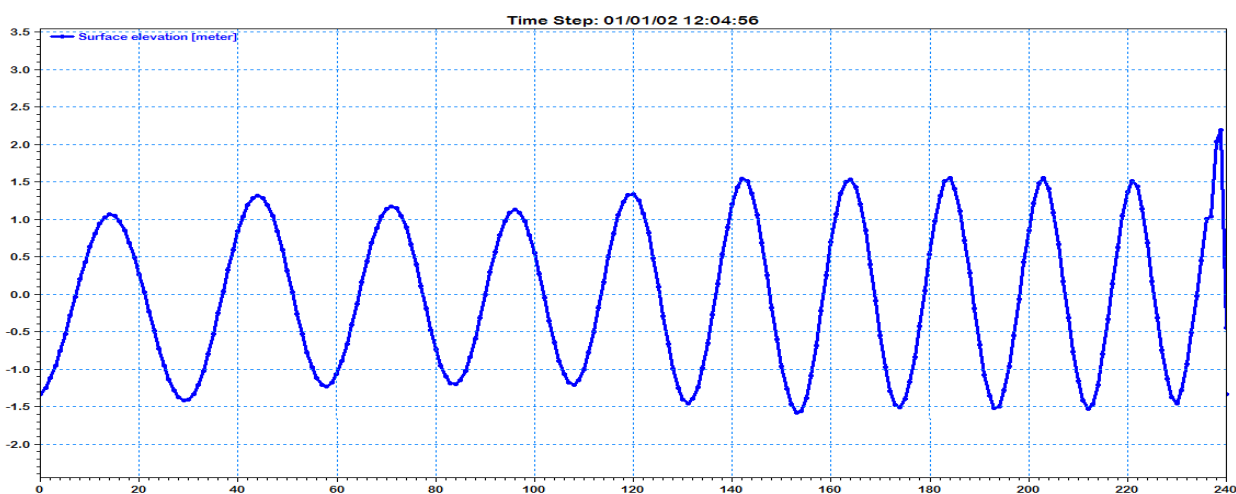
Σχήμα 7.2

Σχήματα 7.1 και 7.2. Χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας λόγω του προσπίπτοντος από Βόρεια διεύθυνση κυματισμού, στη ζώνη του λιμανιού (σχ. 7.1) και έμπροσθεν της παράκτιας περιοχής η οποία είναι εκτεθειμένη στον κυματισμό, (σχ. 7.2). Οι περιοχές ενδιαφέροντος σημειώνονται στα σχήματα 3 και 6.

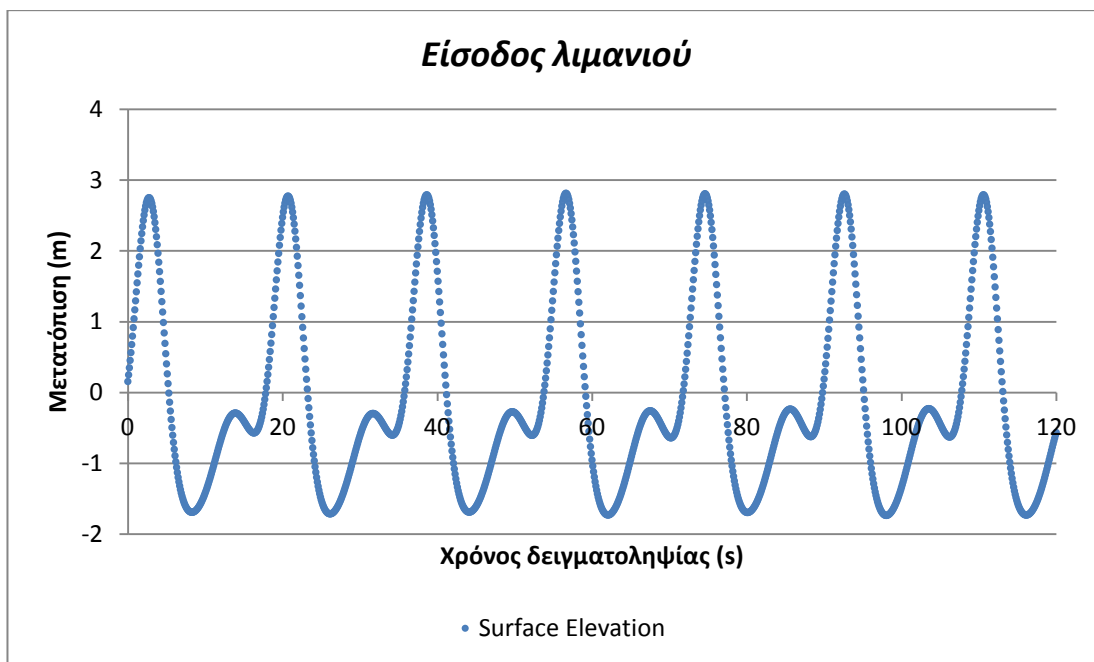
Περίπτωση 3^η :Κυματισμοί προερχόμενοι από Βορρά, ύψους κύματος 2.8 m και περιόδου 9 s



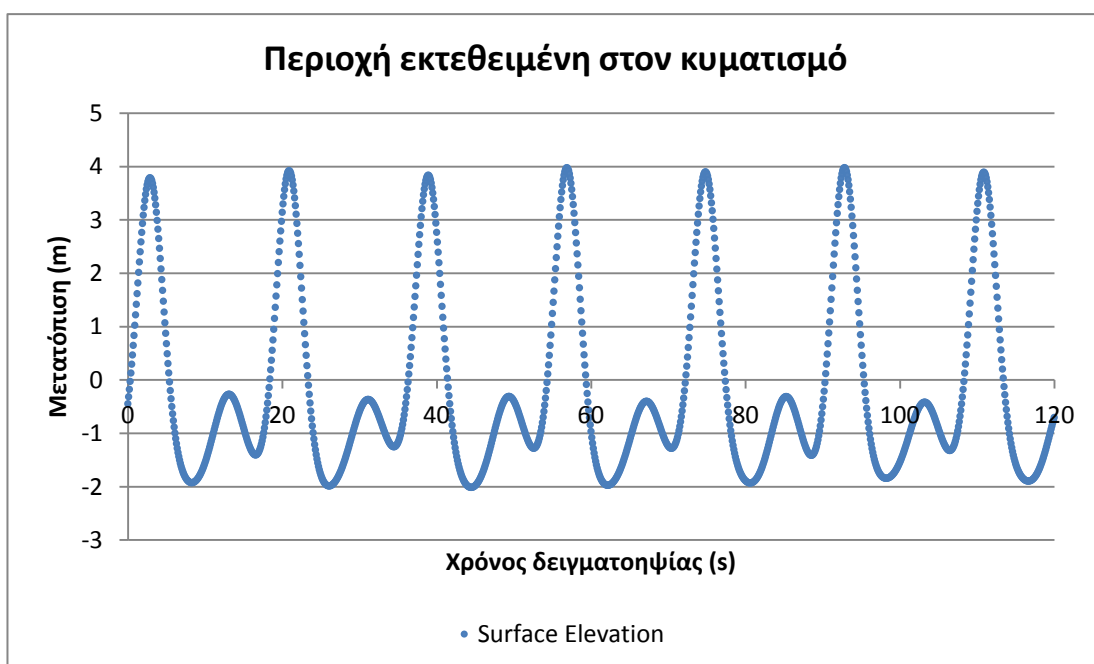
Σχήμα 8. Τρισδιάστατη απεικόνιση της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας για κυματισμούς προερχόμενους από Βορρά



Σχήμα 8α. Στιγμιότυπο του profile του κυματισμού καθώς αυτός οδεύει προς την ακτή



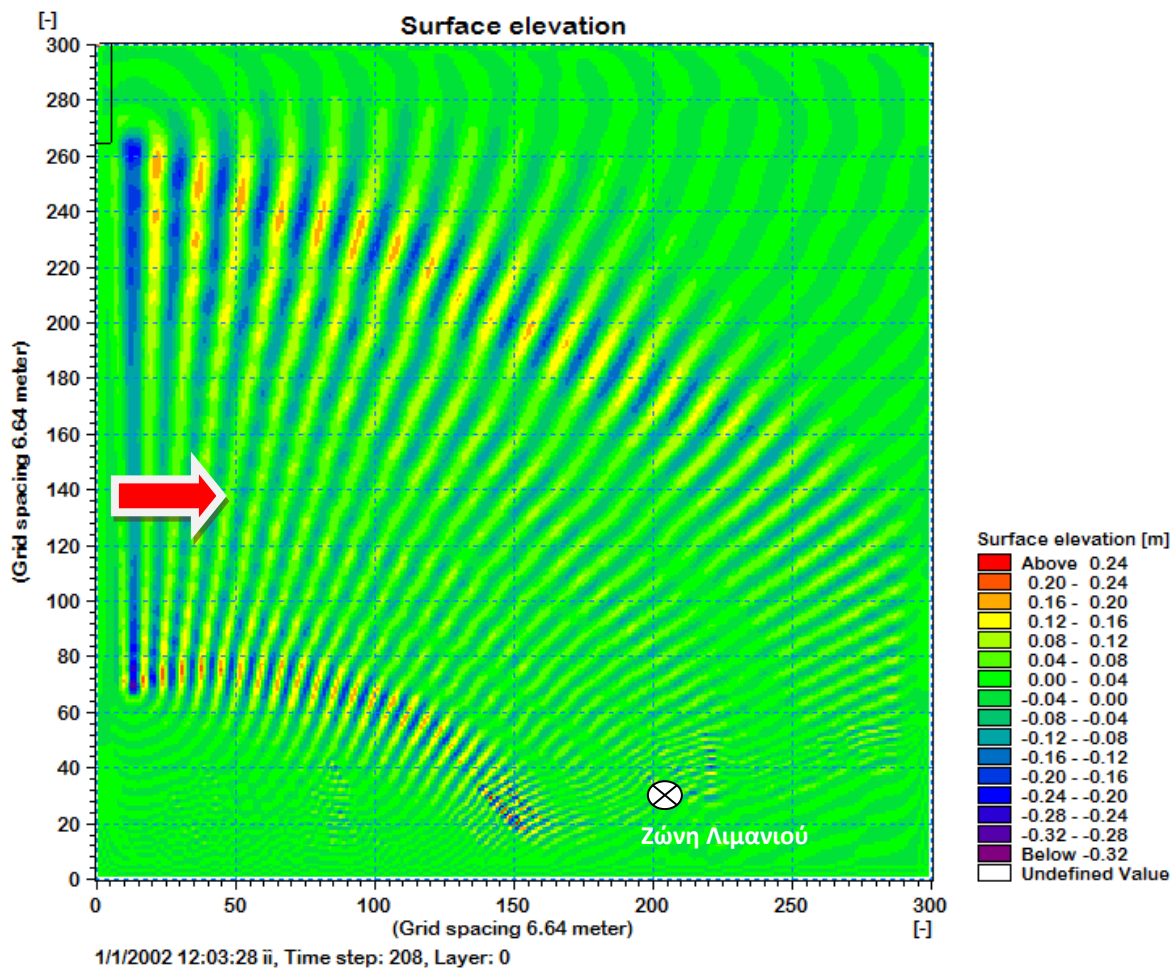
Σχήμα 8.1



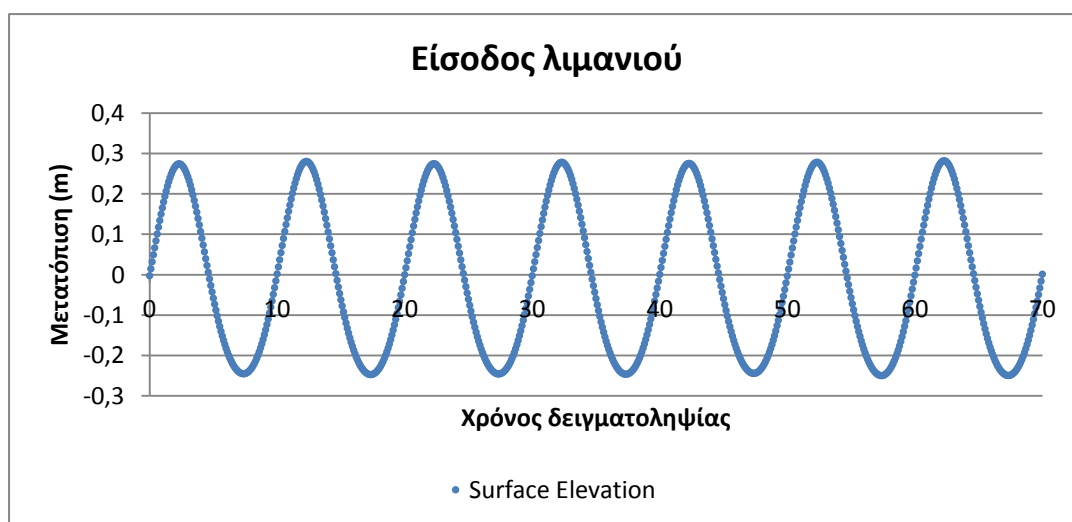
Σχήμα 8.2

Σχήματα 8.1 και 8.2. Χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας λόγω του προσπίπτοντος από Βόρεια διεύθυνση κυματισμού, στη ζώνη του λιμανιού, (σχ. 8.1) και έμπροσθεν της περιοχής η οποία είναι εκτεθειμένη στον κυματισμό, (σχ. 8.2). Οι περιοχές ενδιαφέροντος σημειώνονται στα σχήματα 3 και 6.

Περίπτωση 4^η :Κυματισμοί προερχόμενοι από Δύση, ύψους κύματος 0.5 m και περιόδου 5 s

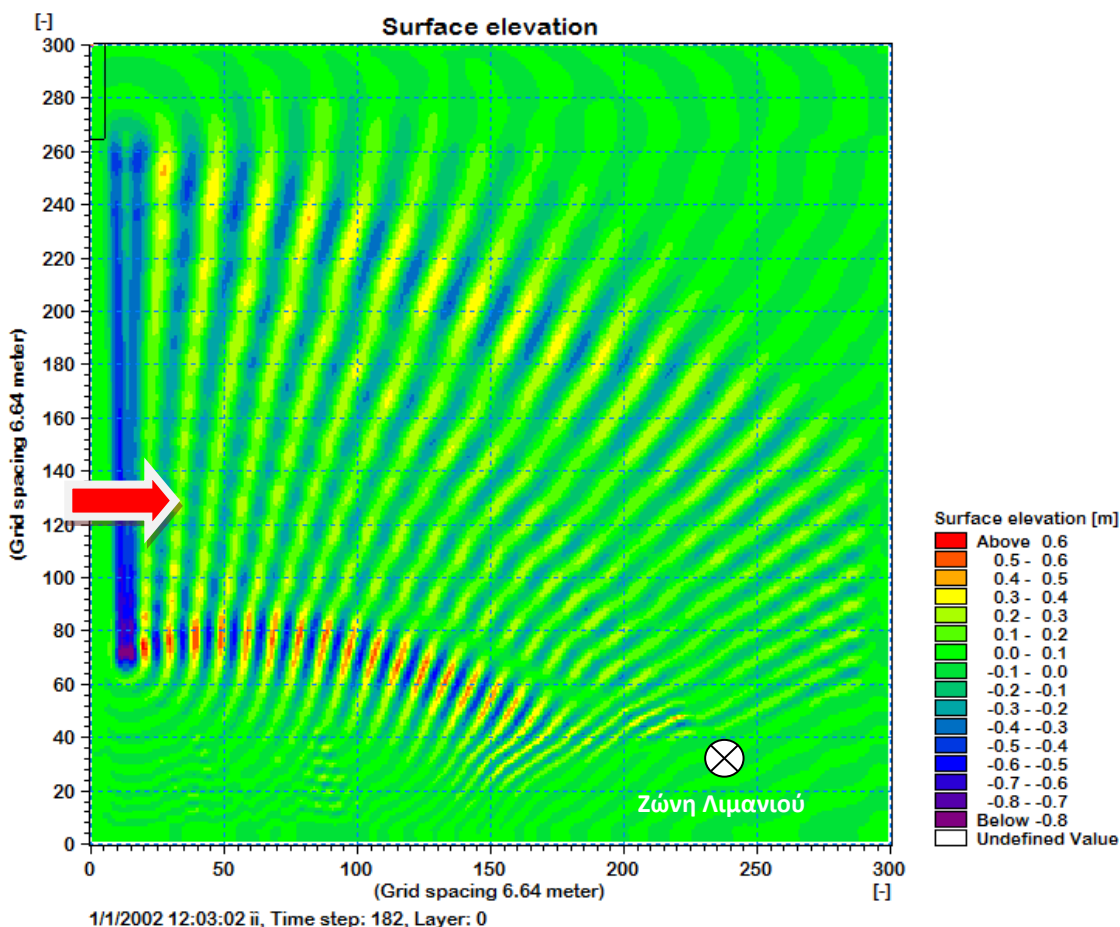


Σχήμα 9. Τρισδιάστατη απεικόνιση της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας για κυματισμούς προερχόμενους από Δύση

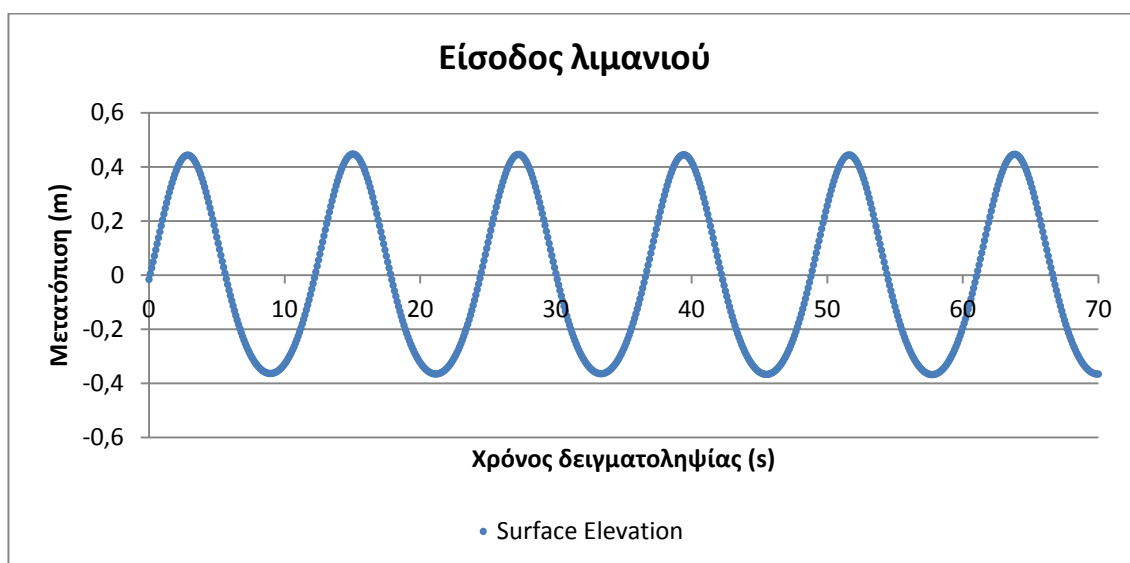


Σχήμα 9.1. Χρονοσειρά ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας λόγω του προσπίπτοντος από Δυτική διεύθυνση κυματισμού, μπροστά στην είσοδο του λιμανιού

Περίπτωση 5^η :Κυματισμοί προερχόμενοι από Δύση, ύψους κύματος 1 m και περιόδου 6.1 s

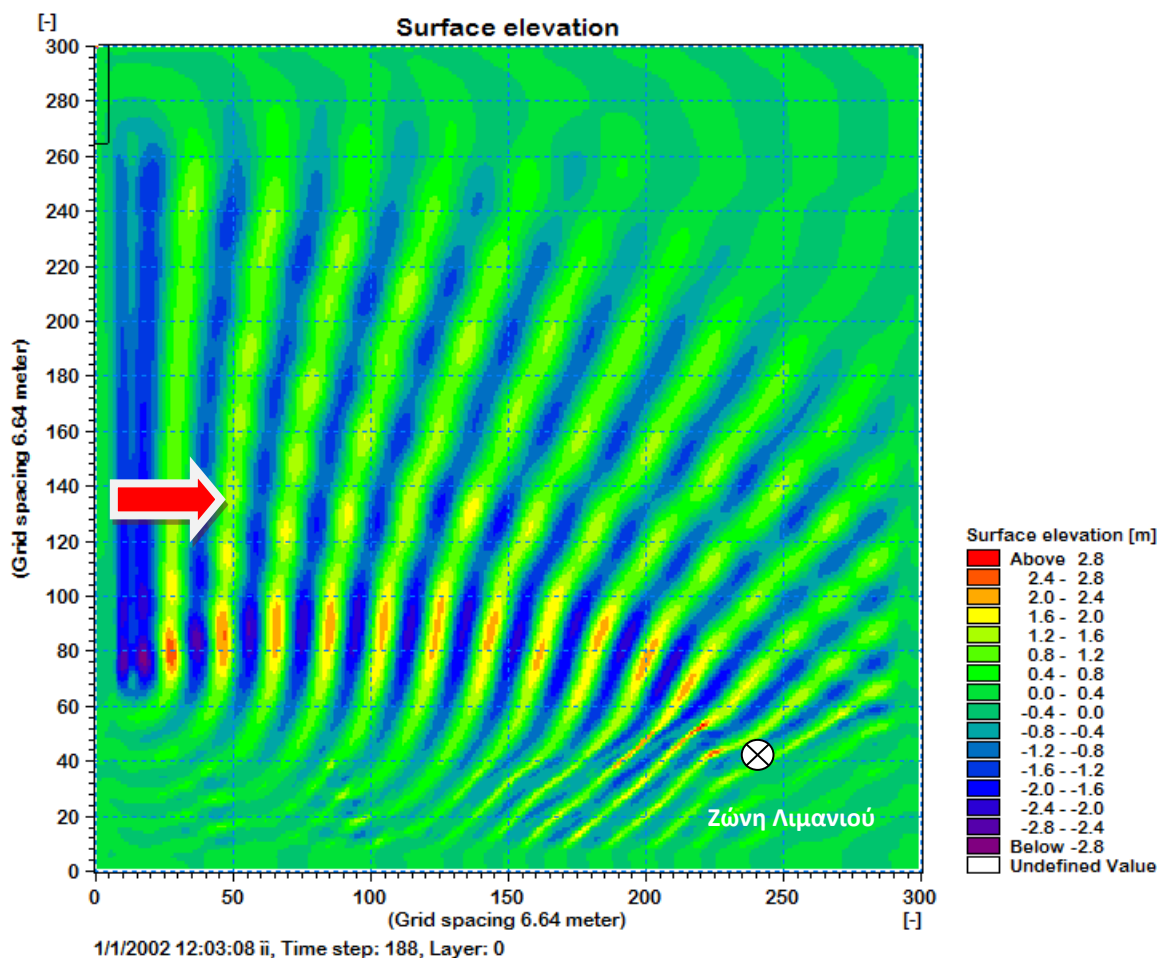


Σχήμα 10. Τρισδιάστατη απεικόνιση της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας για κυματισμούς προερχόμενους από Δύση

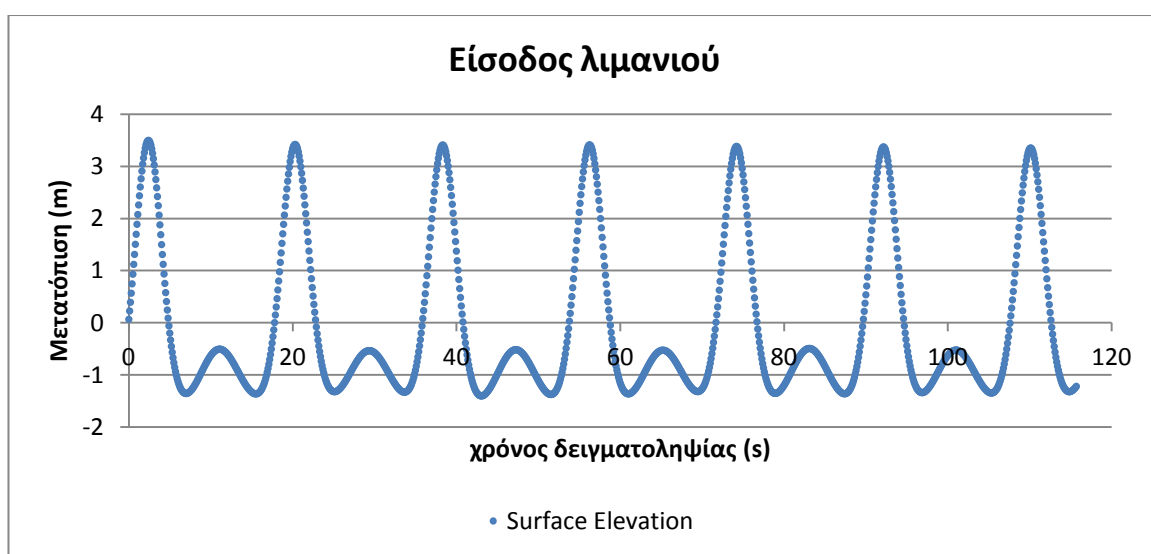


Σχήμα 10.1. Χρονοσειρά ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας λόγω του προσπίπτοντος από Δυτική διεύθυνση κυματισμού, έμπροσθεν της ζώνης του λιμανιού.

Περίπτωση 6^η :Κυματισμοί προερχόμενοι από Δύση, ύψους κύματος 2.8 m και περιόδου 9 s



Σχήμα 11. Τρισδιάστατη απεικόνιση της ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας για κυματισμούς προερχόμενους από Δύση



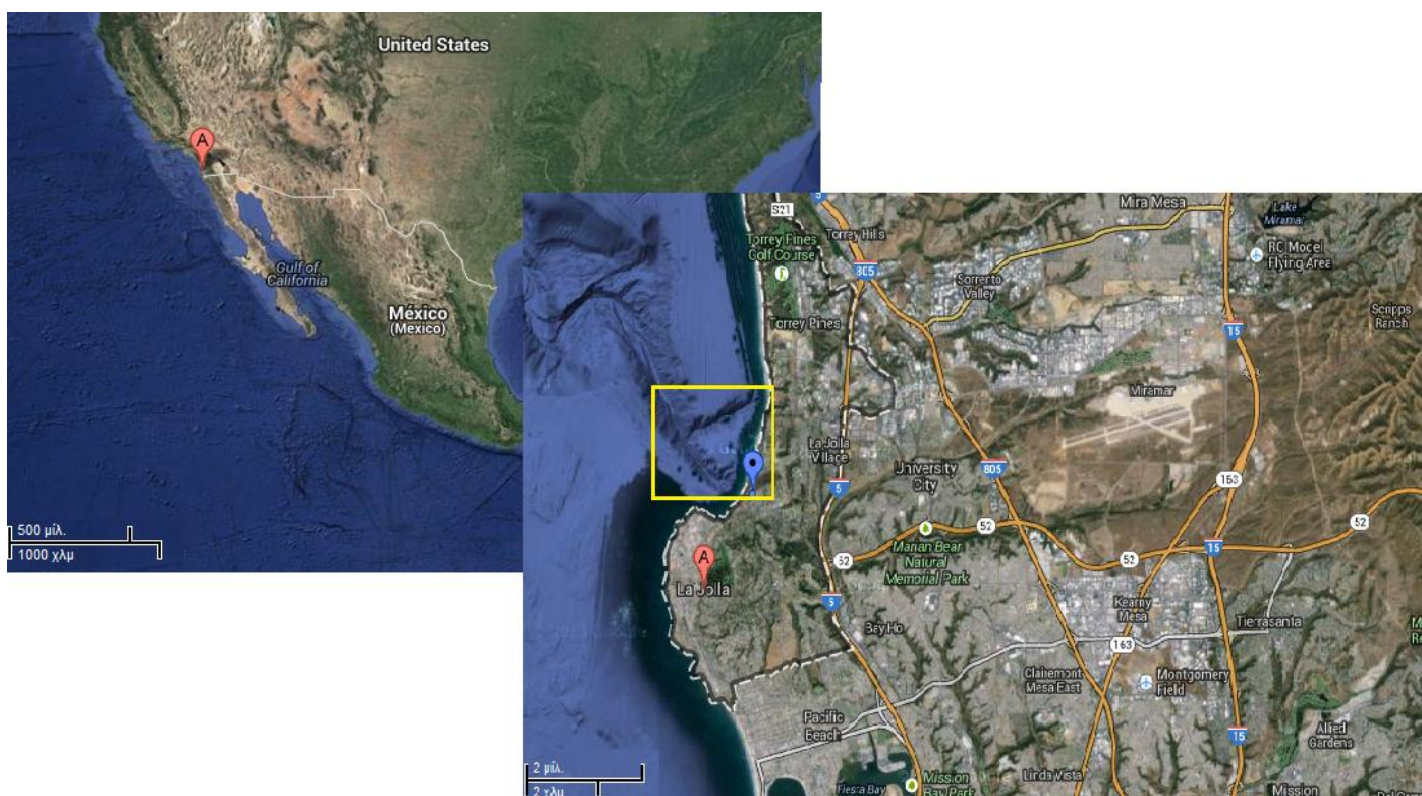
Σχήμα 11.2. Χρονοσειρά ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας λόγω του προσπίπτοντος από Δυτική διεύθυνση κυματισμού, μπροστά στη ζώνη του λιμανιού

6.1.4. Συμπεράσματα

Από τις παραπάνω μετρήσεις γίνεται αντιληπτό ότι η παράκτια ζώνη της περιοχής της πόλης του Ρεθύμνου είναι εκτεθειμένη στα διαφορά κυματικά φαινόμενα που κυριαρχούν στην περιοχή. Συγκεκριμένα η εμφάνιση κυματισμών στα ανοιχτά με ύψος κύματος που αντιστοιχεί στην μέση τιμή αυτού, (1m), είναι ικανή να επιφέρει αρνητικές επιπτώσεις στο παράκτιο μέτωπο μιας και ο κυματισμός ενισχύεται σε ύψος καθώς οδεύει προς την ακτή, προερχόμενος τόσο από Βόρεια όσο και από Δυτική διεύθυνση, φτάνοντας μέχρι και τα δύο μέτρα (σχ. 7, 7.1, 7.2, 10, 10.1, 10.2). Γίνεται αντιληπτό ότι οι κυματισμοί που προέρχονται από Βόρεια διεύθυνση μπορούν να χαρακτηριστούν επικινδυνότεροι σε σχέση με αυτούς που προέρχονται από την Δύση. Παρ' όλα αυτά ακόμη και οι Δυτικοί κυματισμοί είναι ικανοί να αποφέρουν αρνητικές επιπτώσεις μιας και η ενίσχυση του ύψους τους οδηγεί στην εμφάνιση κυματισμών με ύψος κύματος μέχρι και 1.5 m (σχ. 10, 10.1, 10.2, 11, 11.1, 11.2). Ο συνδυασμός Βορείων και Δυτικών κυματισμών είναι προφανές ότι οδηγεί στην εμφάνιση επικίνδυνων για την περιοχή κυματισμών οι οποίοι δημιουργούν τις δυσμενείς καταστάσεις που περιγράφηκαν στην αρχή του κεφαλαίου. Όσον αφορά την εμφάνιση ακραίων τιμών ύψους κύματος στα ανοιχτά, (περιπτώσεις 3 και 6) είναι οφθαλμοφανές ότι η ενίσχυση του ύψους του κύματος καθώς ο κυματισμός οδεύει προς την στεριά, οδηγεί σε καταστροφικές συνέπειες αφού το ύψος του κύματος που συναντάται μπροστά από την ζώνη του λιμανιού διαμορφώνεται μεταξύ 4 και 6 μέτρων (σχήματα 8.1, 11.1, 11.2).

6.2. Εφαρμογή του Αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH στην περίπτωση σύνθετης τοπογραφίας πυθμένα (υποθαλάσσιο φαράγγι)

Στο τελευταίο αυτό στάδιο, προκειμένου να διερευνηθεί η αποτελεσματικότητα του MIKE 21 BW σε προσομοίωση κυματισμών όπως αυτοί οδεύουν πάνω από πολυσύνθετη βαθυμετρία πυθμένα, μελετήθηκε η περίπτωση του υποθαλασσιού φαραγγιού που βρίσκεται στη θαλασσιά περιοχή της πόλης La Jolla, στην Καλιφόρνια των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής. Η ακριβής τοποθεσία την περιοχής σημειώνεται στις παρακάτω εικόνες οι οποίες προέρχονται από το Google Earth.

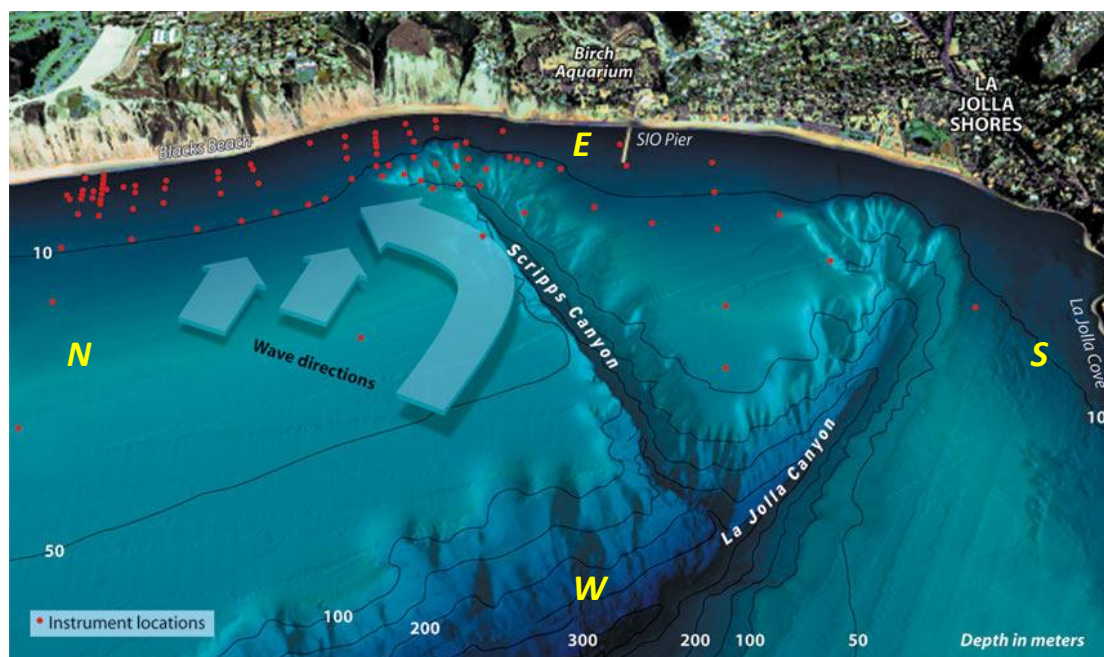


Πηγή: Google Earth

Εικόνα 1. Τοποθεσία υποθαλάσσιου φαραγγιού “la Jolla Canyon”

Λόγω της σύνθετης βαθυμετρίας του πυθμένα η οποία γίνεται ήδη αντιληπτή από τις εικόνες του Google Earth, αναμένεται η εμφάνιση έντονων φαινομένων μεταβολής του αρχικού προσπίπτοντος κυματισμού τα οποία γίνονται αντιληπτά μέσω της ανάκλασης και της διάθλασης αυτού λόγω των έντονων μεταβολών στο βάθος του νερού. Επιπροσθέτως και στην περίπτωση αυτή εμφανίζονται οι επιδράσεις της ρήξης, καθώς ο κυματισμός οδεύει από βάθος νερού 350 m μέχρι την ακτή. Το εξεταζόμενο χωρίο καταλαμβάνει έκταση 3000 m x 3000 m και σημειώνεται με το κίτρινο πλαίσιο της εικόνας 1. Η εξεταζόμενη διεύθυνση των κυματισμών είναι Δυτική με ύψος κύματος 1m και περιόδου 15 s.

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται το εξεταζόμενο χωρίο, καθώς και η εξέλιξη της πορείας κυματισμών που προέρχονται από Βόρειο-Δυτική διεύθυνση. Όπως είναι αναμενόμενο εμφανίζεται έντονη μεταβολή της πορείας των κυματισμών λόγω του έντονου αναγλύψου της βαθυμετρίας. Σκοπός του μέρους αυτού της εργασίας είναι η επίτευξη μιας αντίστοιχης εικόνας κυματισμών με χρήση του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH. Η εικόνα αναφέρεται σε πειραματικά αποτελέσματα που προέρχονται από το “Nearshore Canyon Experiment (NCEX)”, το οποίο διεξήχθη στο παρελθόν. Δεν γίνεται περεταίρω αναφορά στο εν λόγω πείραμα μιας και δεν εστιάζεται εκεί ο σκοπός της εργασίας αυτής.



Πηγή: Scripps institution of oceanography UC San Diego

http://explorationsarchives.ucsd.edu/ncex/images/LaJollaCanyon_big2.jpg

Εικόνα 2. Περιοχή μελέτης με σημειωμένη την κατεύθυνση των κυματισμών

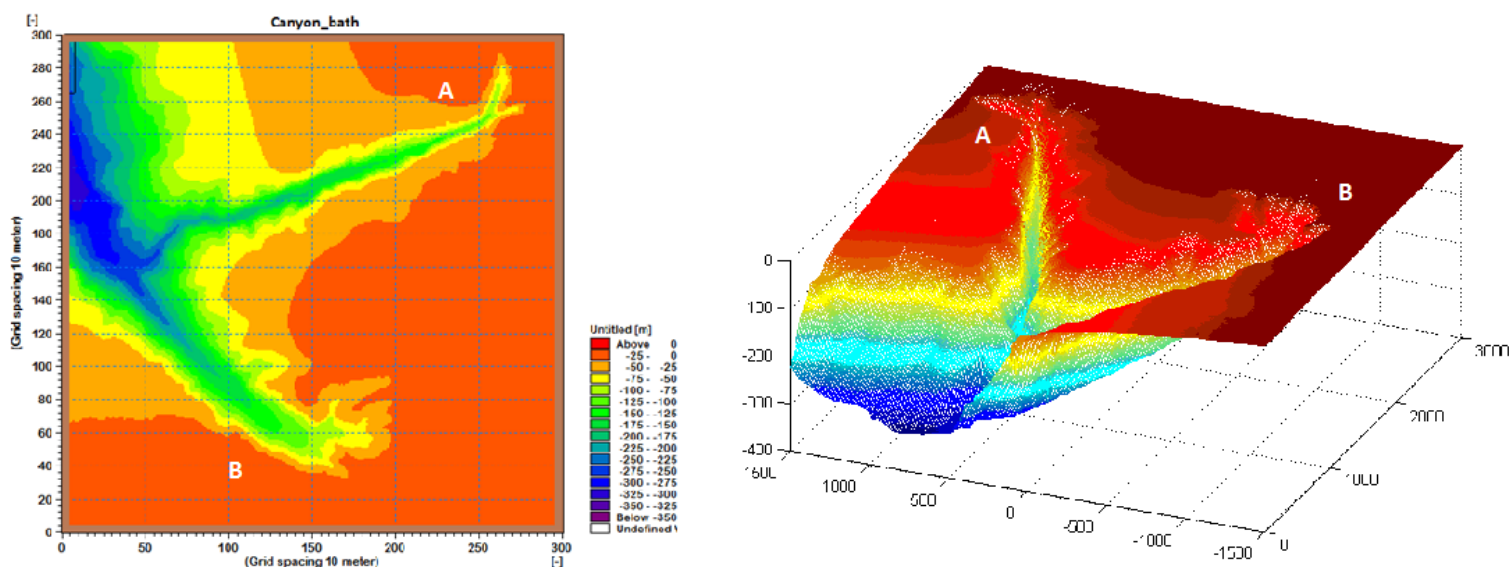
6.2.1. Εγκατάσταση του μοντέλου

Προκείμενου να επιτευχθεί η προσομοίωση των κυματικών συνθηκών στην περιοχή ενδιαφέροντος, το MIKE 21 BW, τροφοδοτήθηκε με τα παρακάτω στοιχεία:

1. Βαθυμετρία που αντιστοιχεί σε έκταση 3000m x 3000m, με διαμέριση πλέγματος των δύο οριζοντίων χωρικών μεταβλητών, $\Delta x=10m$, $\Delta y=10m$.
2. Απορροφητικό στρώμα το οποίο περιβάλλει την βαθυμετρία στο σύνολο της και αποτελείται από 12 στρώσεις,
3. Προσπίπτων αρμονικός κυματισμών με ύψος 1m και περιόδου 15 s, με διαμέριση $\Delta t=0.1s$, ο οποίος έχει γνωρίσματα κυματισμών που αναπτύσσονται σε βαθιά ύδατα.

Ο αριθμός Courant στην συγκεκριμένη περίπτωση ανήλθε στην τιμή 0.74 η οποία συμφωνεί με το πρωτόκολλο χειρισμού του προγράμματος. (Σε περιπτώσεις εφαρμογών δύο χωρικών μεταβλητών - 2DH, η τιμή του αριθμού Courant δεν θα πρέπει να υπερβαίνει την μονάδα.)

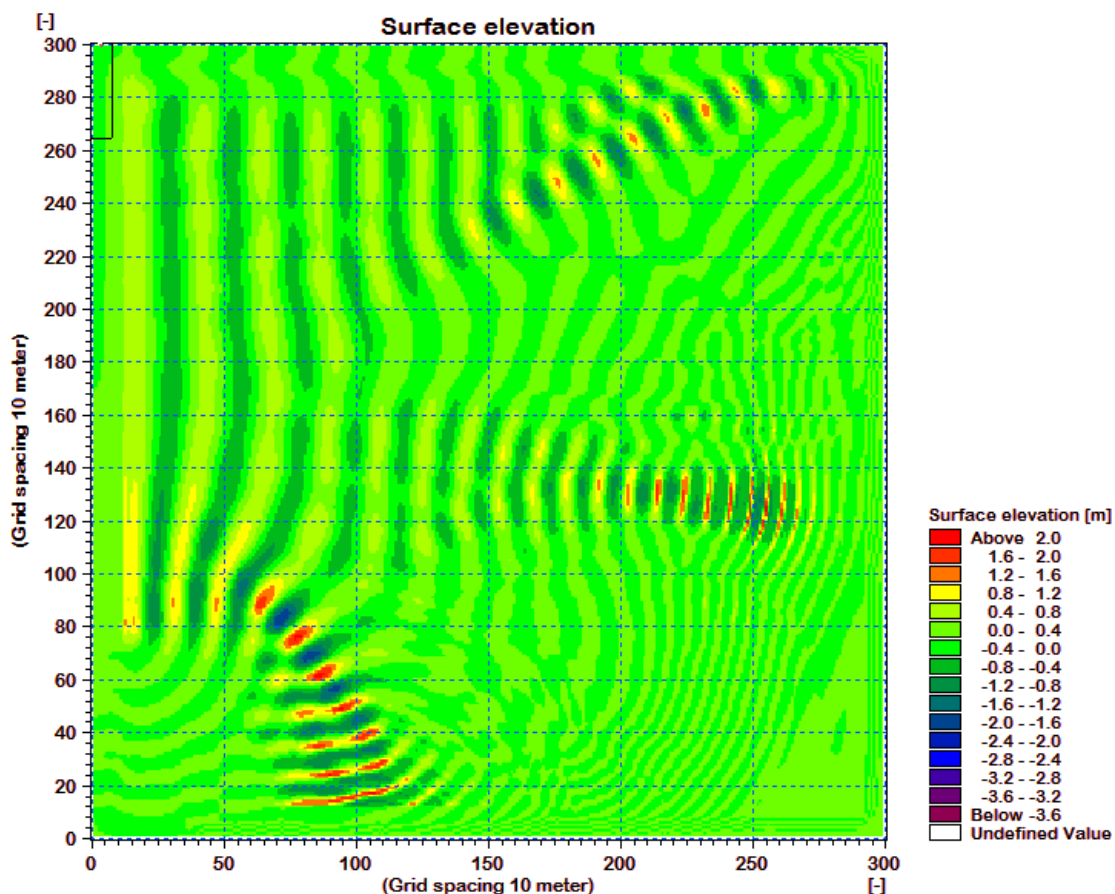
Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η τρισδιάστατη άποψη της βαθυμετρίας και η βαθυμετρία σε συνδυασμό με το απορροφητικό στρώμα 12 στρώσεων, όπως αυτά προέρχονται το περιβάλλον εργασίας του αριθμητικού μοντέλου MIKE 21 BW 2DH. Το μέγιστο βάθος αντιστοιχεί στην τιμή των 350m και το ελάχιστο στην τιμή των 3m



Σχήμα 1. Βαθυμετρία υποθαλασίου φαραγγιού σε συνδυασμό με το απορροφητικό στρώμα και τρισδιάστατη άποψη της βαθυμετρίας

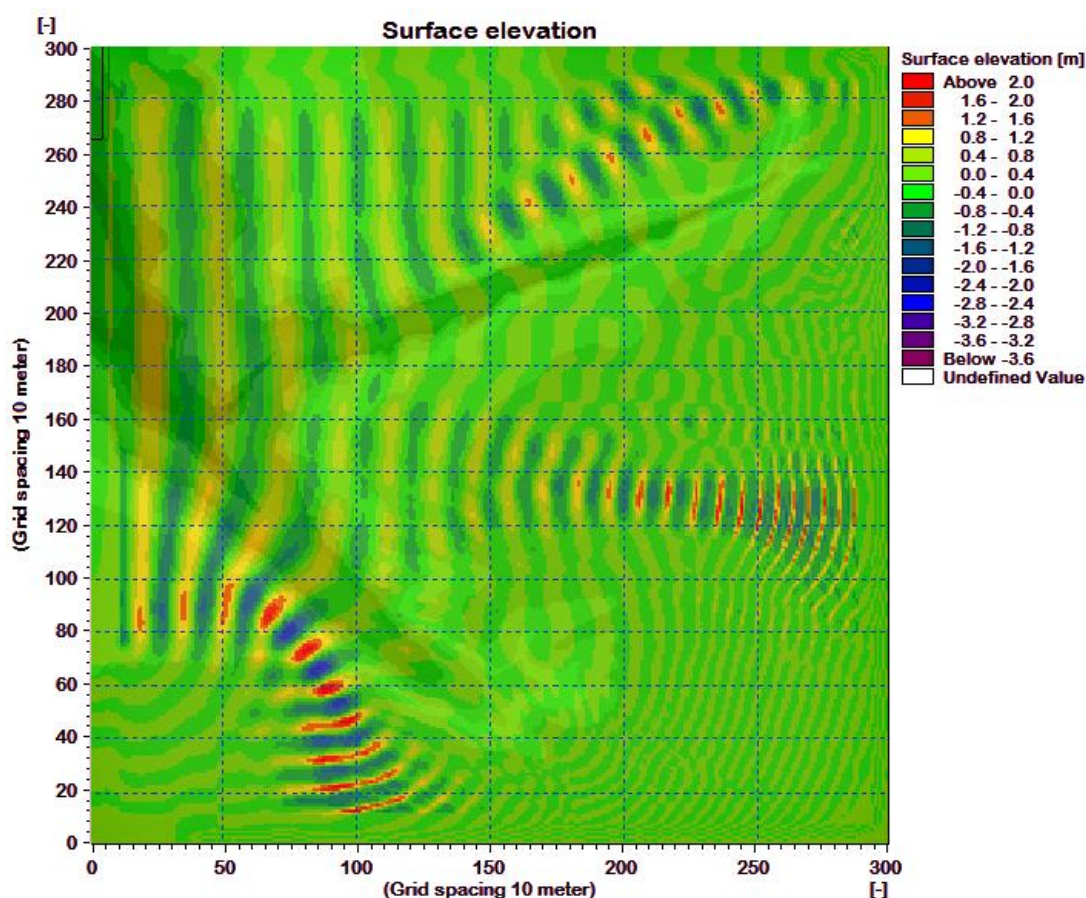
6.2.2. Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζεται η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της εξεταζόμενης θαλάσσιας περιοχής. Το αποτέλεσμα προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων Boussinesq με βελτιωμένους όρους διασποράς, από το αριθμητικό μοντέλο MIKE 21 BW 2DH.



Σχήμα 2. Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας

Προκειμένου να γίνει αντιληπτή η διαμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας σε συνδυασμό με την μορφολογία του πυθμένα δίνεται το παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3. Ανύψωση ελεύθερης επιφάνειας σε συνδυασμό με την διαμόρφωση του πυθμένα

Καθίσταται αντιληπτό ότι η διαμόρφωση του κυματικού πεδίου συμβαδίζει με την μορφή του κυματισμού που εμφανίζεται στην εικόνα 1. Γίνεται άμεσα αντιληπτή η επίδραση της ύπαρξης του υποθαλάσσιου φαραγγιού καθώς ο προσπίπτων αρμονικός κυματισμός, μεταβάλλει ριζικά την κατεύθυνση του καθώς διαδίδεται πάνω από τα δύο στελέχη του φαραγγιού. Επιπροσθέτως γίνεται αντιληπτή η επίδραση της ρήχωσης στο μήκος και στο ύψος κύματος καθώς κοντά στην ακτογραμμή (δεξιά πλευρά του χωρίου παρατηρείται έντονη αύξηση του ύψους κύματος και ελάττωση του μήκους).

Βιβλιογραφία:

1. Αθανασούλης Γ.Α., Μπελιμπασάκης Κ.Α., 2007, Κυματικά φαινόμενα στο θαλάσσιο περιβάλλον, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Αθήνα.
2. Massel S. R., 1989, Hydrodynamics of coastal zones, Elsevier Oceanography Series.
3. Beji S., Battjes J.A., 1993, Experimental investigation of wave propagation over a bar, Coastal Engineering 19, 151-162.
4. Beji S., Battjes J.A., 1994, Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar, Coastal Engineering 23, 1-16.
5. Beji S., Nadaoka K., 1996. A formal derivation and numerical modelling of the improved Boussinesq equations for varying depth, Ocean Engineering, 23, 691–704.
6. Belibassakis K.A., Athanassoulis G.A., 2011, A coupled-mode system with application to nonlinear water waves propagating in finite water depth and in variable bathymetry regions, Coastal Engineering, 58, pp.337-350.
7. Berkhoff J.C.W., Booij N., Radder A.C., 1982, Verification of numerical wave propagation models, for simple harmonic linear water waves, Coastal engineering, 6 255-279 .
8. Belibassakis K.A., Athanassoulis G.A., Gerostathis Th., 2001, A coupled-mode system for the refraction-diffraction of linear waves over steep three dimensional topography, Applied Ocean Research, 23, 319-336.
9. Αγαδάκος Σταμ., 2009, “Διερεύνηση των αναπτυξιακών χαρακτηριστικών στη παράκτια ζώνη, εφαρμογή στη περιοχή του Πειραιά”, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Διπλωματική Εργασία Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών.
10. Walkley M.A., 1999. “A numerical method for extended Boussinesq shallow-water wave equations”. Thesis, University of Leeds, School of Computer Studies.
11. Dean R.G., Dalrymple, R.A., 1984. Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists. Prentice- Hall.
12. Dingemans M., 1997. Water Wave Propagation over Uneven Bottoms. World Scientific.
13. Κουτίτας Χ., 1994, Εισαγωγή στην παράκτια τεχνική και τα λιμενικά έργα, Θεσσαλονίκη.
14. Κλωνάρης Γεώργιος, 2011, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών Διπλωματική εργασία: «Συμβολή στην προσομοίωση της θραύσης κυματισμών σε εξελιγμένο μοντέλο Boussinesq», Αθήνα.
15. Madsen P.A., Sørensen O.R., 1992, A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry, Coastal Engineering, 18, 183–204.

16. MIKE 21 , 2012, Εγχειρίδιο Χρήσης του Προγράμματος MIKE 21 BW, version 2012
17. US Army Corps of Engineers, 2006. Coastal Engineering Manual, Engineer Research and Development Center, (USACE)
18. Zhang H. Schäffer H. A., Jacobsen KP. 2007, Deterministic combination of numerical and physical coastal wave models, Coastal Engineering, 54(2), 171–186.

