



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Τομέας Τοπογραφίας
Εργαστήριο Γενικής Γεωδαισίας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Το Λογισμικό *SpatialAnalyzer* &
Εφαρμογές του σε Προβλήματα
Βιομηχανικής Γεωδαισίας

Εκπόνηση: Μπούζας Βασίλειος

Επιβλέποντες: Αραμπατζή Ορθοδοξία

Δογγούρης Στέφανος

ΑΘΗΝΑ, Οκτώβριος 2014

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ	4
1.1 Εισαγωγή	4
1.2 Η Τοπογραφική Διαδικασία.....	8
1.2.1 Βασικά Στοιχεία.....	8
1.2.2 Μέθοδος Πολικών Συντεταγμένων.....	9
1.2.3 Εμπροσθοτομία	10
1.2.4 Σταθερά Δίκτυα	13
1.2.5 Ελεύθερα Δίκτυα	14
1.3 Ο Εξοπλισμός	17
1.3.1 Ψηφιακά Θεοδόλιχα και Total Stations	18
1.3.2 Laser Tracker	20
1.3.3 Laser Scanner.....	21
1.3.4 PCMM.....	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ SpatialAnalyzer (SA).....	25
2.1 Γενικά Στοιχεία.....	25
2.2 Υποστηριζόμενα Όργανα και Μετρήσεις.....	26
2.3 Κυριότερες Εφαρμογές.....	29
2.3.1 Measurement Simulation	29
2.3.2 Bundle Adjustment	30
2.3.3 Alignment & Transformations.....	30
2.3.4 Geometry Fitting.....	34
2.3.5 GD&T Inspection.....	35
2.3.6 USMN	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΟΡΓΑΝΟΥ.....	37
3.1 Εισαγωγή	37
3.2 Bundle Adjustment	38
3.2.1 Διαδικασία Μετρήσεων	38
3.2.2 Διαδικασίες Βελτιστοποίησης	39
3.2.3 Βελτιστοποίηση Υπολογισμού Σημείου	42

3.2.4 Βελτιστοποίηση Μετασχηματισμού Οργάνου.....	44
3.3 Εκτίμηση Αβεβαιότητας	48
3.4 Bundle Adjustment στο SpatialAnalyzer.....	49
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕΤΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ	51
4.1 Εισαγωγή	51
4.2 Αναπαράσταση Πεδίων Αβεβαιότητας.....	52
4.2.1 Απαιτήσεις Αναπαράστασης.....	52
4.2.2 Αναπαράσταση με Νέφη Διακριτών Σημείων	54
4.2.3 Πλεονεκτήματα ΝΔΣ	56
4.3 Μέθοδος ΝΔΣ	57
4.3.1 Μέθοδοι Monte Carlo	57
4.3.2 Στρόβιλος Mersenne	59
4.3.3 Προσομοίωση Πεδίου Αβεβαιότητας.....	60
4.4 Επίλυση Δικτύων	62
4.4.1 Κλασσική Προσέγγιση.....	62
4.4.2 Η Εφαρμογή USMN	66
4.5 USMN στο SpatialAnalyzer	73
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΝΟΧΩΝ.....	75
5.1 Εισαγωγή	75
5.2 Βασικά Στοιχεία.....	76
5.3 Πρότυπο ASME.....	77
5.3.1 Διαστασιολόγηση.....	77
5.3.2 Ανοχές Διαστάσεων	78
5.3.3 Ανοχές Γεωμετρίας.....	79
5.3.4 Πλαίσια Αναφοράς	82
5.3.5 Τροποποιητές & Ζώνη Ανοχής.....	84
5.3.6 Παραδείγματα	86
5.4 GD&T στο SpatialAnalyzer.....	90
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ	92
6.1 Εισαγωγή	92
6.2 Διεπαφή Χρήστη.....	92
6.3 Πλεονεκτήματα USMN	94
6.4 Προβληματισμοί	95
6.4.1 Μεθοδολογία.....	95

6.4.2. Εφαρμογές Μεθοδολογίας	99
6.4.3 Σχεδιασμός Δικτύων	107
6.4.4 Εφαρμογές Σχεδιασμού Δικτύων.....	110
6.4.5 Ανάλυση Μετρήσεων	117
6.4.6 Εφαρμογές Ανάλυσης Μετρήσεων.....	118
6.5 Συμπεράσματα - Προτάσεις.....	120
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΥΠΟΣΤΗΡΙΖΟΜΕΝΑ ΟΡΓΑΝΑ.....	123
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΡΟΦΗΣ	126
B.1 Στροφή κατά X,Y,Z	126
B.2 Συμβάσεις Στροφής.....	126
B.2.1 Fixed Angle XYZ.....	126
B.2.2 Fixed Angle ZYX.....	127
B.2.3 Euler Angle XYZ	127
B.2.4 Euler Angle ZYX	127
B.2.5 Euler Angle ZYZ.....	128
B.2.5. Equivalent Angle Axis	129
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	131
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	133
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ	134
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	135
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ	136

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά τους μήνες Μάιο-Σεπτέμβριο του έτους 2014 από το φοιτητή Μπούζα Βασίλειο της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών (Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο). Πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη της επίκουρης καθηγήτριας του Τομέα Τοπογραφίας κ. Αραμπατζής Ορθοδοξίας και του επιστημονικού συνεργάτη του ιδίου Τομέα κ. Δογγούρη Στέφανου.

Στόχος της εργασίας αυτής ήταν η συνοπτική παρουσίαση ορισμένων εφαρμογών του λογισμικού SpatialAnalyzer, το οποίο χρησιμοποιείται στα πλαίσια της Βιομηχανικής Γεωδαισίας, με έμφαση ως προς την εφαρμογή USMN (Unified Spatial Metrology Network) για την επίλυση μετρολογικών δικτύων και την εκτίμηση της τελικής τους αβεβαιότητας.

Συγκεκριμένα, γίνεται μια σύντομη αναφορά στον τομέα της Βιομηχανικής Γεωδαισίας και του λογισμικού SpatialAnalyzer. Ακολούθως, αναλύονται τρεις από τις κυριότερες εφαρμογές του προγράμματος: Bundle Adjustment, USMN και GD&T (Geometric Dimensioning & Tolerancing) Inspection. Τέλος, παρουσιάζονται ορισμένες εφαρμογές βασιζόμενες σε προβληματισμούς σχετικά με τη μεθοδολογία και την πρακτική χρήση του USMN.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά τις τελευταίες δεκαετίες, η ανάπτυξη του τομέα της Βιομηχανικής Γεωδαισίας έχει καταστήσει αναγκαία την ανάπτυξη αντίστοιχα διαφόρων λογισμικών για την καταγραφή και επεξεργασία των απαραίτητων μετρήσεων. Ένα από τα πιο εξειδικευμένα και ευρέως διαδεδομένα λογισμικά για εφαρμογές βιομηχανικής μετρολογίας είναι το SpatialAnalyzer της αμερικανικής εταιρείας New River Kinematics.

Το SpatialAnalyzer, εκτός των συνήθων εφαρμογών που διαθέτουν αντίστοιχα λογισμικά όπως η προσαρμογή επιφανειών και ο μετασχηματισμός συντεταγμένων σε οποιοδήποτε σύστημα συντεταγμένων, περιλαμβάνει μια νέα, επαναστατική μέθοδο επίλυσης μετρολογικών δικτύων και εκτίμησης της τελικής τους αβεβαιότητας μέσω της εφαρμογής USMN (Unified Spatial Metrology Network). Η εφαρμογή αυτή βασίζεται σε μια νέα μέθοδο bundle adjustment για την επίλυση δικτύων, καθώς και στη μέθοδο των Νεφών Διακριτών Σημείων για τη γραφική αναπαράσταση και αριθμητική εκτίμηση της αβεβαιότητας μετρήσεων.

Στόχος, λοιπόν, αυτής της διπλωματικής εργασίας ήταν η παρουσίαση ορισμένων εφαρμογών του λογισμικού SpatialAnalyzer, με έμφαση ως προς την εφαρμογή USMN.

Κατά το πρώτο κεφάλαιο επιχειρείται μια σύντομη εισαγωγή στον τομέα της Βιομηχανικής Γεωδαισίας, στα πλαίσια των εφαρμογών της οποίας και χρησιμοποιείται το SpatialAnalyzer. Συγκεκριμένα, αναλύεται η αντίστοιχη τοπογραφική διαδικασία και ο χρησιμοποιούμενος εξοπλισμός.

Στα πλαίσια του δευτέρου κεφαλαίου παρουσιάζεται συνοπτικά το ίδιο το λογισμικό και οι κυριότερες εφαρμογές που διαθέτει.

Περιεχόμενο του τρίτου κεφαλαίου αποτελεί η ανάλυση της νέας μεθόδου bundle adjustment, την οποία εισηγείται το λογισμικό και η οποία χρησιμοποιείται στα πλαίσια του USMN, μέσω της παρουσίασης μιας νέας προσέγγισης στην εκτίμηση

των σφαλμάτων μέτρησης ενός μεμονωμένου οργάνου, βασιζόμενη σε αυτή ακριβώς τη μέθοδο.

Κατά το τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος USMN και η αντίστοιχη εφαρμογή της στο USMN, αφού προηγουμένως αναλυθεί εις βάθος η μέθοδος αναπαράστασης των Νεφών Διακριτών Σημείων και των πλεονεκτημάτων της έναντι της κλασσικής προσέγγισης των σφαιρών και ελλειψοειδών σφαλμάτων.

Στόχο του πέμπτου κεφαλαίου αποτελεί μια σύντομη εισαγωγή, του αναγνώστη γενικότερα και του Τοπογράφου Μηχανικού ειδικότερα, στον ορισμό διαστάσεων και ανοχών σε μηχανολογικά σχέδια μέσω της διαδικασίας GD&T (Geometric Dimensioning & Tolerancing). Επίσης, περιλαμβάνεται μια σύντομη περιγραφή της ομώνυμης εφαρμογής του προγράμματος.

Τέλος, κατά το έκτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται ορισμένες εφαρμογές που εκτελέστηκαν για την εξέταση προβληματισμών σχετικά με τη μεθοδολογία και την πρακτική αξιοποίηση της μεθόδου USMN.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ

1.1 Εισαγωγή

Τις τελευταίες δεκαετίες, η ανάπτυξη γεωδαιτικών οργάνων που επιτρέπουν την παράλληλη μέτρηση γωνιών και μηκών με πολύ μεγάλη ακρίβεια, καθώς και κατάλληλων λογισμικών τα οποία δίνουν τη δυνατότητα επεξεργασίας μεγάλου όγκου χωρικής πληροφορίας, έχει σταθεί αφορμή για την ανάδυση ενός νέου κλάδου της Τεχνικής Γεωδαισίας, της Βιομηχανικής Γεωδαισίας.

Η παραγωγή μέσω της σύγχρονης τεχνολογίας όλο και πιο περίπλοκων και εξειδικευμένων βιομηχανικών προϊόντων έκανε επιτακτική την ανάγκη μέτρησης των διαστάσεων και του σχήματος τους, σύμφωνα πάντα με καθορισμένες προδιαγραφές. Μάλιστα, λόγω ακριβώς αυτής της περιπλοκότητάς τους, η σχεδίαση διαφόρων εξαρτημάτων της βιομηχανικής παραγωγής βασίζεται σε μαθηματικά μοντέλα. Για να επιτευχθεί, επομένως, το μέγιστο δυνατό αποτέλεσμα, είναι απαραίτητο η κατασκευή τους να αποκλίνει από την αντίστοιχη σχεδίαση κατά ελάχιστο και σαφώς γνωστό τρόπο.

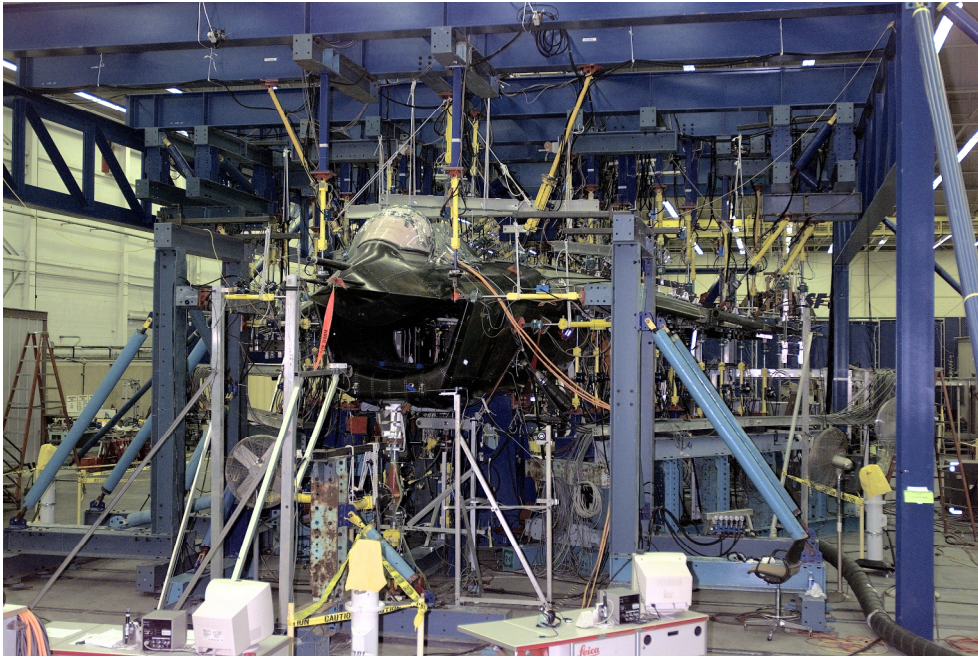
Ακόμη, λόγω του γεγονότος ότι σε πολλές περιπτώσεις τα τμήματα που αποτελούν ένα βιομηχανικό παράγωγο κατασκευάζονται από περισσότερες των μια εταιριών, με εφαρμογή διαφορετικών μεθοδολογιών, ανακύπτει συχνά η ανάγκη ύπαρξης κοινού συστήματος αναφοράς σε κάθε παράγωγο, ώστε να είναι δυνατή η συναρμολόγηση αυτών στο τελικό στάδιο της παραγωγής. Έτσι δημιουργείται ένα τοπικό αυθαίρετο σύστημα αναφοράς, όπου η θέση κάθε σημείου ελέγχου αποδίδεται μέσω τρισδιάστατων συντεταγμένων (X,Y,Z) στο σύστημα αυτό.

Όπως γίνεται προφανές από τα παραπάνω, η Γεωδαισία, ως η επιστήμη η οποία μέσω μετρήσεων και υπολογισμών αποδίδει με υπολογίσιμη ακρίβεια τις θέσεις σημείων στο χώρο, μπορεί να διαδραματίσει, σε συνδυασμό πάντα με τα σύγχρονα όργανα και μεθοδολογίες, σημαντικό ρόλο κατά τον έλεγχο βιομηχανικών παραγώγων.

Φυσικά, ο κλάδος της Βιομηχανικής Γεωδαισίας παρουσιάζει αρκετές διαφορές σε σχέση με πιο κοινότερες εφαρμογές της Γεωδαισίας γενικότερα, όπως η Τοπογραφία. Εν προκειμένω, το πεδίο εργασίας είναι ιδιαίτερος πιο μικρό (από μερικές δεκάδες εκατοστά μέχρι και μερικά μέτρα). Επιπλέον και ενώ συνήθως οι απαραίτητες εργασίες πραγματοποιούνται εντός κλειστού χώρου, οι συνθήκες εργασίας ενδέχεται να είναι πιο αντίξοες λόγω της στενότητας του χώρου ή της παράλληλης εκτέλεσης άλλων, βιομηχανικών εργασιών, γεγονός το οποίο απαιτεί ενίοτε και την εφαρμογή πιο εξειδικευμένων γεωδαιτικών μεθόδων, όπως αυτή του Κρυφού Σημείου (Hidden Point). Τέλος, η απαιτούμενη ακρίβεια στον προσδιορισμό συντεταγμένων είναι η υψηλότερη από όλους σχεδόν τους υπόλοιπους επιμέρους κλάδους της Γεωδαισίας, φθάνοντας έως και το εκατοστό του χιλιοστού (0.01mm).

Η εξέλιξη οργάνων και μεθοδολογιών έχει οδηγήσει σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών της Βιομηχανικής Γεωδαισίας, το οποίο σταδιακά διευρύνεται όλο και περισσότερο. Ενδεικτικά, εφαρμογές παρουσιάζονται στους ακόλουθους τομείς:

- Αεροναυπηγική Τεχνολογία
- Διαστημική Τεχνολογία
- Αυτοκινητοβιομηχανία
- Σιδηροδρομική
- Ναυπηγική
- Πυρηνική Βιομηχανία
- Ρομποτική
- Χαλυβουργία
- Τηλεπικοινωνίες
- Μοντελισμός / Σχεδιασμός
- Μοριακοί Επιταχυντές



Εικόνα 1.1. Δίκτυο για Εφαρμογές Αεροναυπηγικής
[www.leica-geosystems.com]



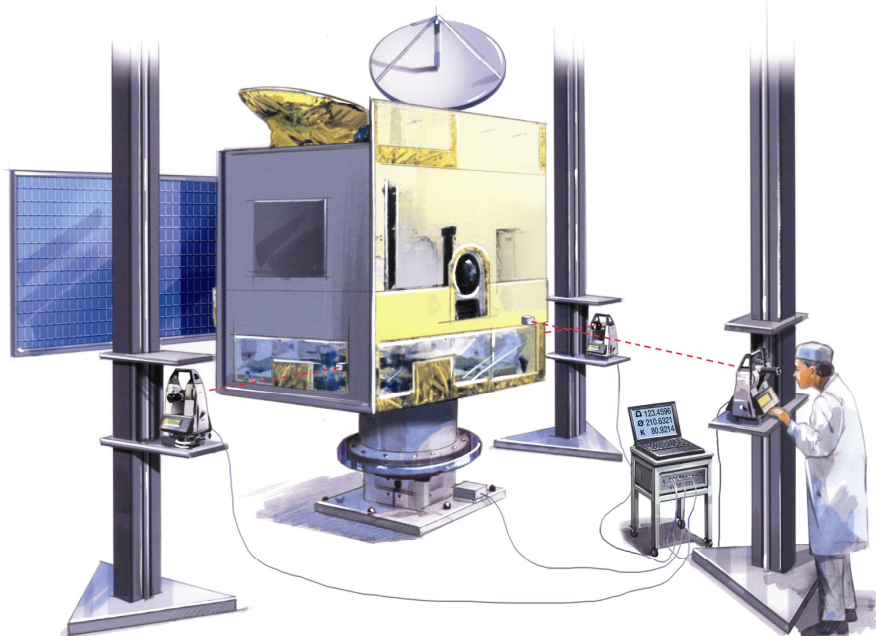
Εικόνα 1.2. Χρήση Laser Tracker σε Μονοθέσιο F1
[www.leica-geosystems.com]



Εικόνα 1.3. Μετρήσεις για Εφαρμογές Ναυπηγικής
[www.leica-geosystems.com]



Εικόνα 1.4. Χρήση Laser Tracker για Έλεγχο Ανεμογεννητριών
[www.leica-geosystems.com]



Εικόνα 1.5. Δίκτυο για Εφαρμογές Αεροδιαστημικής
[www.leica-geosystems.com]

1.2 Η Τοπογραφική Διαδικασία

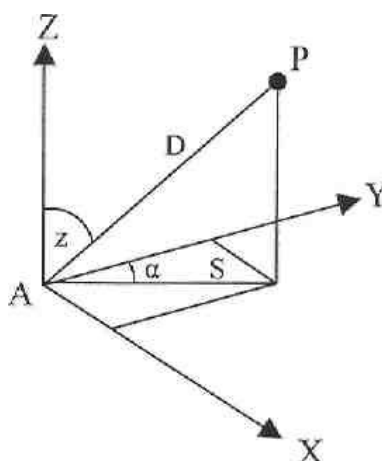
1.2.1 Βασικά Στοιχεία

Όπως έχει ήδη προαναφερθεί, βασικός στόχος της Βιομηχανικής Γεωδαισίας είναι ο προσδιορισμός των συντεταγμένων (X,Y,Z) σημείων τα οποία βρίσκονται διάσπαρτα στην επιφάνεια του υπό εξέταση αντικειμένου. Μέσω αυτής της διαδικασίας γίνεται δυνατός ο υπολογισμός της μορφής και των διαστάσεων του σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Οι συντεταγμένες αυτές, οι οποίες είτε ανήκουν σε κάποιο τοπικό αυθαίρετο σύστημα αναφοράς είτε σε σύστημα αναφοράς του αντικειμένου, συγκρίνονται τελικώς με τις δεδομένες από τον κατασκευαστή και εκτιμώνται οι όποιες αποκλίσεις.

Για τον υπολογισμό των συντεταγμένων χρησιμοποιούνται γενικώς δυο μέθοδοι: η μέθοδος των πολικών συντεταγμένων και η μέθοδος της εμπροσθοτομίας. Κατά κύριο λόγο, η πρώτη μέθοδος εφαρμόζεται όταν χρησιμοποιούνται total station (ολοκληρωμένου γεωδαιτικού σταθμού). Αντίθετα, η δεύτερη μέθοδος προτιμάται όταν το σύστημα παρακολούθησης αποτελείται από ένα ή περισσότερα θεοδόλιχα.

1.2.2 Μέθοδος Πολικών Συντεταγμένων

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου των πολικών συντεταγμένων μετράται από σημείο γνωστών συντεταγμένων η οριζόντια γωνία με αφετηρία ένα δεύτερο γνωστό σημείο προς το προς προσδιορισμό σημείο. Επίσης, μετρώνται η κατακόρυφη γωνία και το κεκλιμένο μήκος μεταξύ του πρώτου σημείου και αυτού που πρόκειται να προσδιοριστεί.



Σχήμα 1.1. Μέθοδος Πολικών Συντεταγμένων
[Γ. Γκουντινάκος, 2004]

Οι συντεταγμένες του σημείου P υπολογίζονται μέσω των ακόλουθων σχέσεων:

$$\begin{aligned} X_P &= X_A + S \sin a \\ Y_P &= Y_A + S \cos a \\ Z_P &= Z_A + D \cos z \end{aligned}$$

Με εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων στις παραπάνω σχέσεις και θεωρώντας ότι το μεν σφάλμα των συντεταγμένων του σημείου A είναι μηδενικό και οι μετρήσεις είναι μεταξύ τους στατιστικά ανεξάρτητες, τα σφάλματα των συντεταγμένων του σημείου P προκύπτουν από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} \sigma_{X_{VP}} &= (\sin a)^2 \sigma_S^2 + (S \cos a)^2 \sigma_a^2 \\ \sigma_{Y_{VP}} &= (\cos a)^2 \sigma_S^2 + (S \sin a)^2 \sigma_a^2 \\ \sigma_{Z_{VP}} &= (\cos z)^2 \sigma_D^2 + (D \sin a)^2 \sigma_z^2 \end{aligned}$$

Είναι προφανές ότι η εφαρμογή της μεθόδου των πολικών συντεταγμένων προϋποθέτει την άμεση μέτρηση της απόστασης μεταξύ γνωστού και αγνώστου

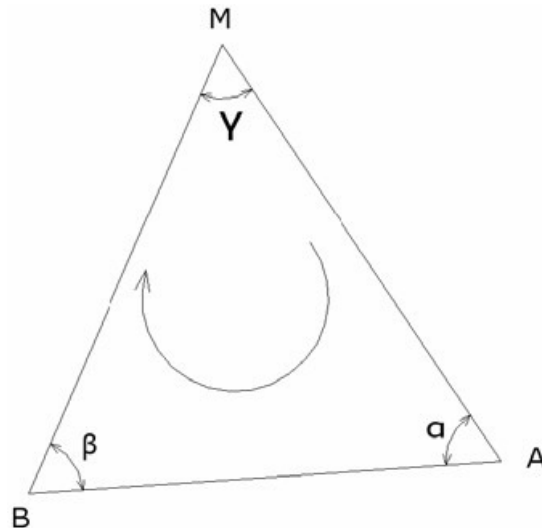
σημείου. Ακόμη, για την πλειοψηφία των εφαρμογών της Βιομηχανικής Γεωδαισίας οι μετρούμενες αποστάσεις είναι ιδιαίτερα μικρές σε σχέση με συνήθεις τοπογραφικές διαδικασίες (της τάξης των μερικών μέτρων), επομένως σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια των πολικών συντεταγμένων παίζει η ακρίβεια μέτρησης της απόστασης (s_s) των χρησιμοποιούμενων οργάνων. Βεβαίως, το γεγονός αυτό δεν απαλλάσσει τη μέθοδο από την ανάγκη για μεγάλη ακρίβεια και στις γωνιομετρήσεις.

Η χρήση καταφώτου, όπου αυτή επιτρέπεται από τις συνθήκες εργασίας, για τη μέτρηση αποστάσεων μειώνει ιδιαίτερα την ακρίβεια μέτρησης λόγω των διαστάσεων του. Αντίθετα, η χρήση ειδικών αυτοκόλλητων ανακλαστικών στόχων στα επιθυμητά σημεία της επιφάνειας του εξεταζόμενου αντικειμένου είναι δυνατόν να αποτελέσει εναλλακτική λύση. Παραταύτα, η ίδια η διαδικασία ακριβούς τοποθέτησης των στόχων αυτών ενέχει ορισμένα πρόσθετα σφάλματα.

Με τη σύγχρονη εξέλιξη της τεχνολογίας, η ύπαρξη οργάνων που επιτυγχάνουν μέτρηση μηκών χωρίς τη χρήση καταφώτου (όργανα reflectorless) προσφέρει τη δυνατότητα άμεσης μέτρησης της απόστασης προς κάποιο άγνωστο σημείο, ακόμη και αν αυτό δεν είναι προσβάσιμο. Δυστυχώς, οι επιδόσεις των οργάνων αυτών είναι προς το παρόν μειωμένες όσο αφορά τις απαιτούμενες από τη Βιομηχανική Γεωδαισία ακρίβειες, η συνεχής όμως εξέλιξη τους είναι δυνατόν να ανατρέψει αυτό τους το μειονέκτημα.

1.2.3 Εμπροσθοτομία

Η πιο διαδομένη μέθοδος για τον προσδιορισμό συντεταγμένων σημείων στις διάφορες εφαρμογές της Βιομηχανικής Γεωδαισίας είναι αυτής της εμπροσθοτομίας και συγκεκριμένα της εμπροσθοτομίας με γωνίες. Κατά την εφαρμογή της γίνονται μετρήσεις οριζόντιων και κατακόρυφων γωνιών από δυο σημεία γνωστών συντεταγμένων προς ένα σημείο άγνωστων συντεταγμένων (προσβάσιμο ή μη). Άμεση μέτρηση μήκους στη μέθοδο αυτή δεν απαιτείται, η δε κλίμακα στο όλο δίκτυο αποδίδεται από τον υπολογισμό της απόστασης μεταξύ των δυο γνωστών σημείων, τα οποία και αποτελούν σημεία παρατήρησης.



Σχήμα 1.2. Μέθοδος Εμπροσθοτομίας με Γωνίες
 [Σημειώσεις Τεχνικής Γεωδαισίας, 2005]

Αν M είναι το άγνωστο σημείο του οποίου οι συντεταγμένες πρέπει να προσδιοριστούν και A, B τα σημεία παρατήρησης (γνωστών συντεταγμένων, συνήθως σε κάποιο τοπικό αυθαίρετο σύστημα αναφοράς), τότε από τη μέτρηση των οριζόντιων γωνιών α, β του τριγώνου ABM προκύπτει:

- Μέσω του 2ου θεμελιώδους προβλήματος της Γεωδαισίας υπολογίζονται από τις συντεταγμένες των σημείων A, B η απόσταση S_{AB} και η γωνία διεύθυνσης α_{AB} :

$$S_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\tan \alpha_{AB} = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} \Rightarrow \alpha_{AB} = \arctan\left(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}\right)$$

- Μέσω του 3ου θεμελιώδους προβλήματος της Γεωδαισίας υπολογίζονται μέσω της γωνίας διεύθυνσης α_{AB} και των μετρημένων οριζόντιων γωνιών α, β οι γωνίες διεύθυνσης α_{BM}, α_{AM} :

$$\alpha_{BM} = \alpha_{BA} - \beta \quad \text{και} \quad \alpha_{AM} = \alpha_{BA} + \alpha$$

- Τέλος υπολογίζονται οι αποστάσεις S_{AB}, S_{BM} μέσω εφαρμογής του νόμου ημιτόνων στο τρίγωνο ABM :

$$S_{AM} = \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} S_{AB} \quad \text{και} \quad S_{BM} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} S_{AB}$$

Με βάση τα παραπάνω υπολογισθέντα στοιχεία είναι δυνατόν να υπολογιστούν με εφαρμογή του 1ου θεμελιώδους προβλήματος της Γεωδαισίας οι συντεταγμένες

του σημείου M, τόσο από το σημείο A όσο και το σημείο B, στο εκάστοτε σύστημα αναφοράς, μέσω των ακόλουθων εξισώσεων:

- Από το σημείο A:

$$x_M^{(A)} = x_A + S_{AM} \sin a_{AM} \quad \text{και} \quad y_M^{(A)} = y_A + S_{AM} \cos a_{AM}$$

- Από το σημείο B:

$$x_M^{(B)} = x_B + S_{BM} \sin a_{BM} \quad \text{και} \quad y_M^{(B)} = y_B + S_{BM} \cos a_{BM}$$

Οι τελικές συντεταγμένες του σημείου M προκύπτουν ως μέσος όρος των δυο λύσεων.

Αν εκτός από τις οριζοντιογραφικές συντεταγμένες τους, είναι γνωστά και τα υψόμετρα των σημείων A και B, τότε με εφαρμογή της μεθόδου της τριγωνομετρικής υψομετρίας είναι δυνατόν να υπολογιστεί αντίστοιχα το υψόμετρο του σημείου M. Αρχικά, υπολογίζονται οι υψομετρικές διαφορές

$$\Delta H_{AM} = S_{AM} \cot z_{AM} + Y_{O_A} - Y_{\Sigma_M}$$

$$\Delta H_{BM} = S_{BM} \cot z_{BM} + Y_{O_B} - Y_{\Sigma_M}$$

και στη συνέχεια το υψόμετρο του σημείου M, τόσο από το σημείο A όσο και από το σημείο B:

$$H_M^{(A)} = H_A + \Delta H_{AM} \quad \text{και} \quad H_M^{(B)} = H_B + \Delta H_{BM}$$

Και εδώ το υψόμετρο του σημείου M προκύπτει ως μέσος όρος των δυο λύσεων. Όπως γίνεται προφανές, η εφαρμογή της τριγωνομετρικής υψομετρίας απαιτεί τη μέτρηση στο πεδίο των κατακόρυφων γωνιών z_{AM} και z_{BM} , των υψών οργάνων Y_{O_A} και Y_{O_B} , και του ύψους σκόπευσης Y_{Σ_M} .

Η μέθοδος της εμπροσθοτομίας είναι δυνατόν να εφαρμοστεί, ακόμα και όταν χρησιμοποιούνται κατά τη διαδικασία των μετρήσεων περισσότερα των δυο όργανα. Σε αυτή τη περίπτωση, εφαρμόζεται η μέθοδος της πολλαπλής εμπροσθοτομίας. Συγκεκριμένα, γίνονται διαδοχικές επιλύσεις ανά ζεύγος οργάνων και οι τελικές συντεταγμένες του επιθυμητού σημείου προκύπτουν ως μέσος όρος του συνόλου των λύσεων.

Γενικότερα, γίνεται άμεσα αντιληπτό ότι η ακριβής υλοποίηση του τριγώνου της εμπροσθοτομίας είναι κρίσιμη και θα πρέπει να πραγματοποιείται με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια, καθώς οποιαδήποτε απόκλιση μεταφέρεται μέσω των μετρήσεων

στο σύνολο της επίλυσης. Για την επίλυση του προβλήματος αυτού ακολουθούνται ειδικές διαδικασίες για τον μηδενισμό των οργάνων στη σκόπευση των στάσεων, καθώς και για τη ταυτόχρονη υλοποίησης και σκόπευσης του ίδιου σημείου και από τα δυο όργανα.

Η υλοποίηση των στάσεων γίνεται με δυο τρόπους: είτε με τη χρήση σταθερών δικτύων, δηλαδή μέσα από σταθερές κορυφές με γνωστές εκ των προτέρων συντεταγμένες, είτε με τη χρήση ελεύθερων δικτύων, δηλαδή μέσα από τυχαία σημεία τα οποία υλοποιούνται σε ελεύθερες θέσεις.

1.2.4 Σταθερά Δίκτυα

Τα σταθερά δίκτυα αποτελούνται από κορυφές των οποίων οι συντεταγμένες είναι εκ των προτέρων γνωστές. Επομένως, οι θέσεις του οργάνου ή των οργάνων έχουν γνωστές συντεταγμένες και για την επίλυση του δικτύου απαιτούνται μόνο γωνιομετρήσεις. Οι κορυφές των δικτύων αυτών υλοποιούνται κυρίως μέσω βάθρων με εξαναγκασμένες κεντρώσεις ώστε τα σφάλματα κέντρωσης των οργάνων να ελαχιστοποιούνται.

Τα σταθερά δίκτυα χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο από βιομηχανίες που διαθέτουν ειδικούς χώρους εργαστηρίων και πραγματοποιούν ελέγχους σε αντικείμενα σταθερών διαστάσεων και σχήματος.

Βασικό πλεονέκτημα των σταθερών δικτύων αποτελεί το γεγονός ότι οι συντεταγμένες των στάσεων είναι γνωστές εκ των προτέρων, οπότε γίνεται δυνατή η άμεση τοποθέτηση των οργάνων πάνω στα βάθρα του δικτύου και ο προσανατολισμός τους με μηδενισμό σε σημεία γνωστών συντεταγμένων, καθιστώντας τη συνολική διαδικασία ιδιαίτερα απλή και γρήγορη.

Ταυτοχρόνως, μεγάλο μειονέκτημα των δικτύων αυτών αποτελεί το υψηλό κόστος κατασκευής των απαραίτητων βάθρων και πλακιδίων κέντρωσης. Ακόμη, η ανάγκη ύπαρξης ειδικού εργαστηριακού χώρου για την υλοποίηση αυτού ακριβώς

του τύπου δικτύου μπορεί να αποτελέσει ακόμη ένα μειονέκτημα, εκτός και αν προορίζεται για χρήση από βιομηχανία σταθερής παραγωγής.

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι τα βάθρα αυτά θα πρέπει να ελέγχονται περιοδικά με μετρήσεις και επιλύσεις μικροτριγωνομετρικών δικτύων για τον υπολογισμό των συντεταγμένων των κορυφών τους για τον εντοπισμό ενδεχόμενων μικρομετακινήσεων.

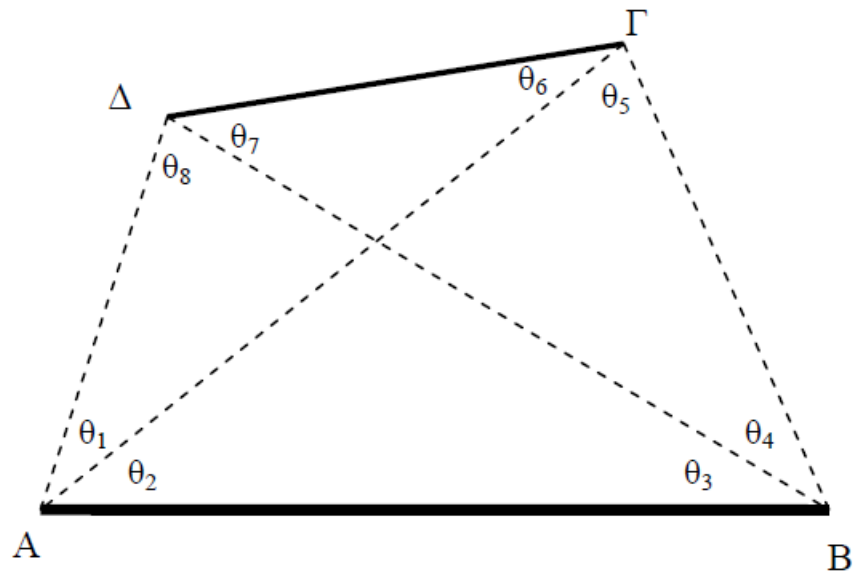
1.2.5 Ελεύθερα Δίκτυα

Στα δίκτυα αυτά, όπως δηλώνει άλλωστε και το όνομά τους, οι θέσεις των κορυφών είναι ελεύθερες και υλοποιούνται σε τυχαίες θέσεις.

Το γεγονός ότι η ύπαρξη βάθρων εκ των προτέρων δεν είναι αναγκαία αποτελεί ένα από τα πολλά πλεονεκτήματα των ελεύθερων δικτύων. Τα όργανα τοποθετούνται απλώς κατά τέτοιο τρόπο και με τέτοια διάταξη ώστε να επιτυγχάνεται η όσο το δυνατόν καλύτερη γεωμετρία με τα στοχευόμενα σημεία, όπως επίσης και η καλύτερη ορατότητα σε όλη την επιφάνεια του μετρούμενου αντικειμένου. Εάν το αντικείμενο δεν είναι δυνατόν να καλυφθεί από δυο μόνο στάσεις οργάνου, μπορούν να προστεθούν εύκολα επιπλέον στάσεις με αποτέλεσμα να υπάρχει πλήρης κάλυψη του αντικειμένου. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει η δυνατότητα χρήσης της μεθόδου πολλαπλής εμπροσθοτομίας με στόχο την αύξηση της ακρίβειας.

Σε αντίθεση βεβαίως με τα σταθερά δίκτυα, στα ελεύθερα η κλίμακα είναι εξαρχής άγνωστη και πρέπει να ακολουθηθεί διαφορετική μεθοδολογία κατά την εκτέλεση των μετρήσεων (Μέθοδος Hansen). Αρχικά, θεωρείται αυθαίρετα ότι οι συντεταγμένες της στάσης του πρώτου οργάνου είναι ίσες με $(0,0,0)$, ενώ ο άξονας X του τοπικού αυθαίρετου συστήματος συνδέει τα δυο όργανα. Επομένως, οι συντεταγμένες του δεύτερου οργάνου θα είναι ίσες με $(S_{12}, 0, \Delta h)$, όπου S_{12} η απόσταση ανάμεσα στα δυο όργανα και Δh η μεταξύ τους υψομετρική διαφορά. Επομένως, το πρόβλημα απόδοσης κλίμακας στο δίκτυο επιλύεται μέσω του υπολογισμού του S_{12} .

Συνήθως, η απόσταση ανάμεσα στα δυο όργανα προκύπτει ύστερα από υπολογισμούς και μετρήσεις που γίνονται στα άκρα μιας ειδικής ράβδου γνωστού μήκους, μετρημένου με πολύ μεγάλη ακρίβεια από τον κατασκευαστή της. Η ράβδος τοποθετείται σε τέτοια θέση ώστε να έχει την καλύτερη δυνατή γεωμετρία με τα δυο όργανα και οι μετρήσεις στους ειδικούς στόχους εντάσσονται στο σύνολο των απαραίτητων μετρήσεων.



Σχήμα 1.3. Μέθοδος Hansen
[Σοφής Άγγελος, 2008]

Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_8 = 200^s \quad (1.1)$$

$$\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 = 200^s \quad (1.2)$$

$$\theta_6 + \theta_7 = 400^s - (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_8) \quad (1.3)$$

ενώ με την εφαρμογή του νόμου των ημιτόνων στο τετράπλευρο ισχύει

$$\frac{\sin \theta_1 \cdot \sin \theta_3 \cdot \sin \theta_5 \cdot \sin \theta_7}{\sin \theta_2 \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_6 \cdot \sin \theta_8} = 1 \quad (1.4)$$

Από τις εξισώσεις (1.1) και (1.2) προκύπτουν οι γωνίες 8 και 5 αντίστοιχα, ενώ από τη επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (1.3) και (1.4) προκύπτουν οι γωνίες 6 και 7 οπότε είναι γνωστές όλες οι γωνίες του τετραπλεύρου καθώς και η πλευρά ΔΓ. Με το νόμο των ημιτόνων υπολογίζεται και η απόσταση S_{12} ανάμεσα στις δυο στάσεις.

Τέλος, δίνεται η δυνατότητα άμεσης μέτρησης της υψομετρικής διαφοράς ανάμεσα στα δυο όργανα. Οι κατακόρυφοι δίσκοι των οργάνων τοποθετούνται στους 100g, ώστε τα τηλεσκόπια των οργάνων να έρθουν παράλληλα προς το οριζόντιο επίπεδο. Κατόπιν σκοπεύεται μια κατακόρυφα τοποθετημένη σταδία και διαβάζεται η ανάγνωση και στα δυο όργανα. Η διαφορά στις δυο αναγνώσεις δίδει την υψομετρική διαφορά ανάμεσα στα δυο όργανα.

Με την παραπάνω μέθοδο τα όργανα είναι πλέον στημένα σε θέσεις με γνωστές συντεταγμένες στο αυθαίρετο τοπικό δίκτυο που έχει ιδρυθεί γύρω από το αντικείμενο και μπορεί να ξεκινήσει η διαδικασία των μετρήσεων. Για να γίνει όμως αυτό, πρέπει πρώτα τα όργανα να αυτοσκοπευτούν και να μηδενίσουν τους οριζόντιους δίσκους τους. Με τη διαδικασία αυτή οι σκοπευτικοί άξονες των οργάνων ταυτίζονται υλοποιώντας την ευθεία που ενώνει τα κέντρα μέτρησης τους.

Η διαδικασία αυτοσκόπευσης είναι πολύ σημαντική και μπορεί να επιτευχθεί με διάφορους τρόπους. Πιο κοινοί και εύχρηστοι είναι:

- Με σκόπευση και ταύτιση του σταυρονήματος του ενός με το δικό του σταυρόνημα. Αυτό γίνεται με σκόπευση μέσα από τον αντικειμενικό φακό του άλλου σταυρονήματος και ταύτιση των δυο σταυρονημάτων.
- Με τοποθέτηση ειδικών στόχων πάνω στο τηλεσκόπιο των οργάνων. Οι στόχοι τοποθετούνται εργαστηριακά πάνω στον πρωτεύοντα άξονα του οργάνου.
- Με ειδικό πρίσμα αυτοσκόπευσης που τοποθετείται στον αντικειμενικό φακό των οργάνων. Ουσιαστικά το πρίσμα αυτό είναι ένας επίπεδος καθρέφτης που τοποθετείται κάθετα στο σκοπευτικό άξονα του οργάνου. Όταν μέσα από τον καθρέφτη αυτό το όργανο μπορεί να στοχεύσει το δικό του σταυρόνημα, σημαίνει ότι ο σκοπευτικός άξονας είναι κάθετος στον καθρέφτη οπότε ταυτίζεται με το σκοπευτικό άξονα του άλλου οργάνου.

Μετά και τη διαδικασία της αυτοσκόπευσης τα όργανα είναι έτοιμα να αρχίσουν τις μετρήσεις. Σκοπεύουν ταυτόχρονα τα προς μέτρηση σημεία και καταγράφονται οι οριζόντιες και οι κατακόρυφες γωνίες. Στην περίπτωση που τα σημεία δεν είναι

προσημασμένα αλλά είναι τυχαία επάνω στην επιφάνεια του αντικειμένου, πρέπει με κάποιο τρόπο να υλοποιηθούν έτσι ώστε να σκοπεύονται από κοινού και από τα δυο όργανα. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός laser pointer προσαρτημένο στον προσοφθάλμιο φακό του οργάνου. Με τον τρόπο αυτό το ένα όργανο σκοπεύει ένα τυχαίο σημείο το οποίο υλοποιείται με τη κουκίδα ενός laser pointer, ενώ το άλλο όργανο την σκοπεύει.

Σε περίπτωση που πρέπει να χρησιμοποιηθεί και άλλο όργανο αυτό τοποθετείται σε μια τυχαία θέση έτσι ώστε να καλύπτει καλύτερα το προς μέτρηση αντικείμενο και εντάσσεται στο δίκτυο με μετρήσεις στη ράβδο και στα άλλα όργανα.

Η σύγχρονη εξέλιξη της τεχνολογίας επιτρέπει πλέον την αποφυγή όλων των παραπάνω διαδικασιών για τον προσανατολισμό των οργάνων και την ένταξη τους σε ένα κοινό δίκτυο. Με τη χρήση μεθόδων bundle adjustment, όπως αυτή η οποία αναλύεται σε μετέπειτα κεφάλαιο (Βλέπε Κεφάλαιο 3), είναι δυνατόν να προσδιοριστούν από τις μετρήσεις οι σχετικές θέσεις μεταξύ των οργάνων του χρησιμοποιούνται στην εκάστοτε εφαρμογή και η σύνδεση τους σε ένα κοινό σύστημα με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια.

1.3 Ο Εξοπλισμός

Γενικά, ο εξοπλισμός της βιομηχανικής μετρολογίας μπορεί να διαιρεθεί σε δυο βασικές κατηγορίες: το λογισμικό (software), το οποίο χρησιμοποιείται για την επίβλεψη της όλης διαδικασίας και την τελική επεξεργασία των μετρήσεων και τον υλικό εξοπλισμό (hardware), ο οποίος αποτελείται από τα όργανα του δικτύου και τα παρελκόμενα τους.

Στις σύγχρονες εφαρμογές η χρήση του κατάλληλου λογισμικού θεωρείται απαραίτητο και αναπόσπαστο τμήμα του συνολικού εξοπλισμού, με απώτερο στόχο την επίτευξη του μέγιστου δυνατού αποτελέσματος στον ελάχιστο δυνατό χρόνο. Σταδιακά αναπτύσσονται νέα προγράμματα με πλήθος διαθέσιμων εφαρμογών και δυνατότητα σύνδεσης με το σύνολο σχεδόν των σύγχρονων οργάνων. Επιπλέον, τα

προγράμματα αυτά βελτιώνονται σε σταθερή βάση ώστε να εκμεταλλεύονται στο έπακρο την συνεχώς αυξανόμενη υπολογιστική δύναμη των σύγχρονων συστημάτων.

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας εξετάζονται ορισμένες πτυχές ενός από τα πλέον διαδεδομένα λογισμικά, του SpatialAnalyzer της εταιρείας New River Kinematics. Το SpatialAnalyzer, όπως και άλλα παρόμοια προγράμματα, διαθέτει ένα σύνολο από εφαρμογές για την επίλυση μετρολογικών δικτύων, την εκτίμηση της αβεβαιότητας των σχετικών μετρήσεων και την ανάλυση τους για την προσαρμογή επιφανειών, το μετασχηματισμό μεταξύ συστημάτων συντεταγμένων, τον έλεγχο ανοχών κτλ.

Όσο αφορά τον υλικό εξοπλισμό, στην τελευταία αυτή ενότητα γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση μερικών από τα πιο διαδεδομένα όργανα στο χώρο της βιομηχανικής μετρολογίας. Εκτός από τα ψηφιακά θεοδόλιχα και τις ψηφιακούς ολοκληρωμένους γεωδαιτικούς σταθμούς (total stations), τα οποία διαθέτουν υψηλότερη ακρίβεια στην μέτρηση γωνιών και μηκών από τα συμβατικά αντίστοιχά τους για κοινές γεωδαιτικές εφαρμογές, χρησιμοποιούνται ακόμη όργανα, όπως τα laser tracker και laser scanner, καθώς και τα PCMM.

1.3.1 Ψηφιακά Θεοδόλιχα και Total Stations

Τα θεοδόλιχα τα οποία χρησιμοποιούνται στη Βιομηχανική Γεωδαισία πρέπει να είναι ηλεκτρονικά, με μεγάλη ακρίβεια στη μέτρηση των γωνιών και να έχουν τη δυνατότητα αυτοέλεγχων για πιθανά σφάλματα από τους δείκτες, μιας και οι μετρήσεις γίνονται σε μια θέση τηλεσκοπίου, σε μια ημιπερίοδο και δεν επαναλαμβάνονται. Αντίστοιχα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ολοκληρωμένοι γεωδαιτικοί σταθμοί οι οποίοι καλύπτουν τις παραπάνω προδιαγραφές, παρά το γεγονός ότι η πλειοψηφία των οργάνων αυτών δεν διαθέτει ακόμη την απαραίτητη για βιομηχανικές εφαρμογές ακρίβεια στη μέτρηση αποστάσεων οπότε η χρήση τους είναι ίδια με αυτή των θεοδολίων.



Εικόνα 1.6. Ψηφιακό Θεοδόλιχο Leica TM5100A
[www.leica-geosystems.com]



Εικόνα 1.7. Total Station Leica TDRA6000
[www.leica-geosystems.com]

1.3.2 Laser Tracker

Τα Laser Tracker ουσιαστικά αποτελούν όργανα ακριβούς μέτρησης βιομηχανικών παραγώγων μέσω του καθορισμού της θέσης οπτικών στόχων οι οποίοι τοποθετούνται κατά μήκος της επιφάνειας του υπό εξέταση αντικειμένου. Σήμερα, η ακρίβεια των οργάνων αυτών είναι της τάξης των 0.025 mm για αποστάσεις μερικών δεκάδων μέτρων.

Για να πραγματοποιηθούν μετρήσεις, αρχικά το όργανο στήνεται πάνω σε τρίποδα, σε τυχαία θέση μέσα στο χώρο και κατά τέτοιο τρόπο ώστε καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων να παρέχεται απρόσκοπτη οπτική επαφή με το μετρούμενο αντικείμενο. Στη συνέχεια, αφαιρείται από τη βάση του laser tracker ένας ειδικός ανακλαστικός στόχος (SMR= spherically mounted retroreflector), τον οποίο ο παρατηρητής κινεί σταδιακά στην επιφάνεια του αντικειμένου δίνοντας τον απαραίτητο χρόνο στο όργανο να ακολουθήσει την κίνηση του. Όταν ο στόχος τοποθετηθεί πάνω από το επιθυμητό σημείο, ο παρατηρητής δίνει ασύρματη εντολή στο όργανο να εκτελέσει την μέτρηση. Συνήθως, το όργανο είναι συνδεδεμένο με Η/Υ ο οποίος διαθέτει λογισμικό που επεξεργάζεται απευθείας τις μετρήσεις ώστε να παράγει το τελικό σχέδιο ή να εκτιμήσει την απόκλιση από την ορθή θέση.



Εικόνα 1.8. Leica Absolute Tracker AT402

[www.leica-geosystems.com]

1.3.3 Laser Scanner

Η αρχή της λειτουργίας των Laser Scanner είναι ιδιαίτερα απλή. Σε πρώτο στάδιο, ορίζονται τα όρια της επιφάνειας που πρόκειται να σαρωθεί, καθώς και ο ρυθμός σύμφωνα με τον οποίο θα εκτελείται η σάρωση κατά την οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση (βήμα σάρωσης). Μια CCD κάμερα, η οποία είναι ενσωματωμένη στο σαρωτή, αποστέλλει την εικόνα της επιφάνειας στον ηλεκτρονικό υπολογιστή με τον οποίο είναι συνδεδεμένος και ξεκινά η εκπομπή παλμών laser προς το αντικείμενο. Ταυτόχρονα, ολοκληρωμένοι οπτικοί κωδικοποιητές μετρούν τις γωνίες ανάκλασης και το χρόνο μετάβασης και επιστροφής της ακτινοβολίας. Με βάση το χρόνο αυτό και με δεδομένη την ταχύτητα το φως, το όργανο υπολογίζει την απόσταση του στοχευόμενου σημείου. Οι πληροφορίες μεταφέρονται σε πραγματικό χρόνο στον ηλεκτρονικό υπολογιστή δημιουργώντας το τρισδιάστατο ανάγλυφο της σαρωμένης επιφάνειας.

Με την εκπομπή κάθε παλμού laser λαμβάνονται πολλές μετρήσεις από ένα σύνολο μοναδιαίων παλμών που εκπέμπεται. Από το "νέφος σημείων" (point cloud) που μετρούνται πάνω στο αντικείμενο, με πλήθος σημείων που κυμαίνεται από τα περίπου 1000 έως 100000 σημεία το δευτερόλεπτο, παράγεται μια τρισδιάστατη εικόνα του αντικειμένου, καθώς για κάθε σημείο προσδιορίζονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες του X,Y,Z ως προς το τρισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων του οργάνου.

Υπάρχουν πολλοί τύποι σαρωτών που διαφοροποιούνται ως προς την εμβέλεια, την αβεβαιότητα, τη διακριτική ικανότητα, την ταχύτητα και την πληρότητα του παραγόμενου τρισδιάστατου ανάγλυφου. Το βεληγεκές μέτρησης των σαρωτών κυμαίνεται από 1.5mm έως 1500m. Η ονομαστική αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων κυμαίνεται από $\pm 6\text{mm}$ έως $\pm 45\text{mm}$, η οποία εξαρτάται από συνθήκες όπως η φύση της υπό σάρωση επιφάνειας, οι περιβαλλοντικές συνθήκες (θερμοκρασία, υγρασία κτλ.) και οι συνθήκες φωτισμού.



Εικόνα 1.9. Leica ScanStation
[www.leica-geosystems.com]

1.3.4 PCMM

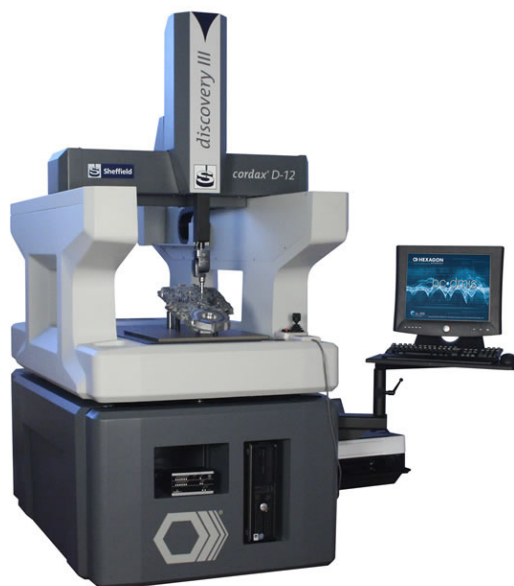
Το CMM (Coordinate Measuring Machine) ή η φορητή εκδοχή του, το Portable CMM (PCMM), η οποία χρησιμοποιείται πιο συχνά σε εφαρμογές βιομηχανικής μετρολογίας, αποτελεί συσκευή τρισδιάστατης σάρωσης (3D Scanning), όπου σε αντίθεση με το Laser Scanner η φυσική επαφή οργάνου και αντικειμένου είναι απαραίτητη.

Ένα τυπικό CMM αποτελείται από τρεις άξονες X,Y,Z. Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι ανά ζεύγη σχηματίζοντας ένα τυπικό τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων. Κάθε άξονας διαθέτει ειδική κλίμακα η οποία υποδεικνύει τη θέση ενός σημείου πάνω στον αντίστοιχο άξονα. Η συσκευή λαμβάνει την ανάγνωση από μια ειδικά κατασκευασμένη ακίδα η οποία κατευθύνεται αναλόγως από το χειριστή. Οι καταγεγραμμένες X,Y,Z συντεταγμένες για καθένα από τα σημεία του εξεταζόμενου

αντικειμένου χρησιμοποιούνται για να καθοριστούν το σχήμα του και η θέση του στο χώρο με ακρίβεια μερικών μικρομέτρων.

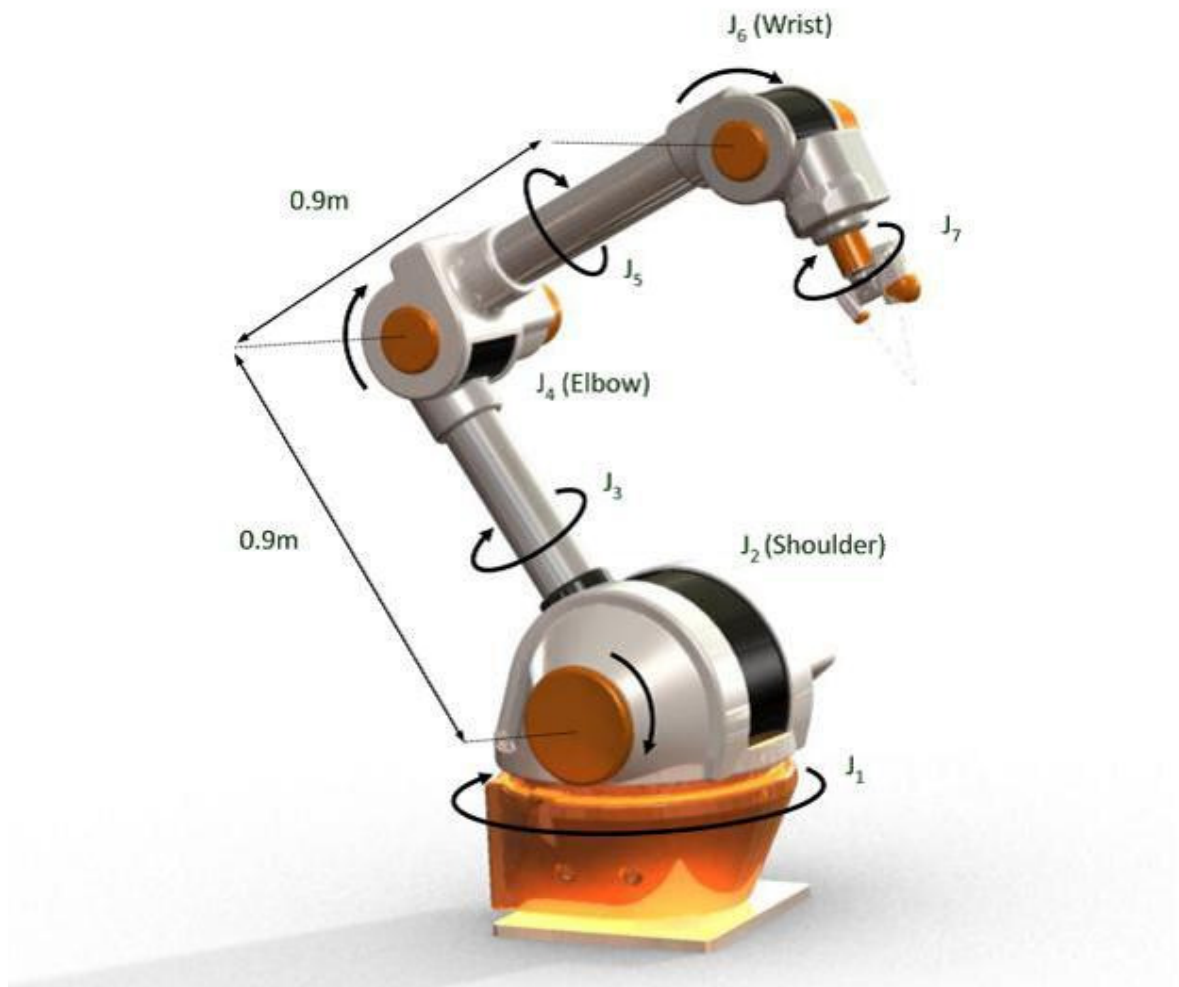
Η συσκευή CMM συνήθως χρησιμοποιείται κατά τη διαδικασία κατασκευής και συναρμολόγησης ώστε να εξεταστεί ένα βιομηχανικό παράγωγο στο σύνολό του ή τμηματικά σύμφωνα με τις προδιαγραφές σχεδιασμού. Ο απαραίτητος αριθμός σημείων συλλέγεται με τη χρήση της ειδικής ακίδας, η οποία κινείται κατά μήκος της επιφάνειας του εξεταζόμενου αντικειμένου είτε χειροκίνητα είτε αυτόματα μέσω συστήματος DCC (Direct Computer Control). Ειδικότερα, τα DCC CMM μπορούν να προγραμματιστούν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ελέγχονται επανειλημμένα αντικείμενα ιδίου τύπου, οπότε και αποτελούν στην περίπτωση αυτή μια εξειδικευμένη εφαρμογή βιομηχανικού ρομπότ.

Τα φορητά CMM (PCMM) διαφέρουν από τα παραδοσιακά CMM καθώς αποτελούνται ως επί το πλείστο από ένα αρθρωτό χέρι. Το χέρι αυτό διαθέτει έξι ή ενίοτε και επτά περιστρεφόμενους άξονες με κωδικοποιητές περιστροφής αντί για τους τυπικούς γραμμικούς άξονες. Τα φορητά χέρια είναι σχετικά ελαφριά και είναι δυνατό να μεταφερθούν και να χρησιμοποιηθούν σχεδόν παντού. Παραταύτα, η ακρίβεια τους είναι σχετικά μικρότερη από αυτή των κλασικών CMM λόγω διαφόρων παραγόντων όπως η ανάγκη για χειροκίνητη χρήση.



Εικόνα 1.10. Discovery III DCC CMM

[www.core-services.com]



Εικόνα 1.11. Robot CMM Arm Nikon RCA
[www2.warwick.ac.uk]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ SpatialAnalyzer (SA)

2.1 Γενικά Στοιχεία

Το λογισμικό SpatialAnalyzer (SA) αποτελεί μια από τις πλέον κορυφαίες εφαρμογές φορητής μετρολογίας, η οποία έχει αναπτυχθεί από την αμερικανική εταιρεία New River Kinematics. Χρησιμοποιείται παγκοσμίως σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, από τη βιομηχανία έως την επιστημονική έρευνα. Μερικές από τις εφαρμογές αυτές είναι η ναυπηγική και η αεροναυπηγική, οι μοριακοί επιταχυντές, η αυτοκινητοβιομηχανία και η βαριά βιομηχανία.

Το SA διατίθεται σε τρεις διαφορετικές εκδοχές: SA Professional, SA Ultimate και SA Machine. Το SA Professional διαθέτει δικό του σύστημα CAD (Computer-Aided Design) και επιτρέπει την αυτοματοποιημένη εκτέλεση και τη λεπτομερή καταγραφή μετρήσεων, τη συσχέτιση των μετρήσεων αυτών με το επιθυμητό σύστημα συντεταγμένων, την ανάλυση τους και τη γραφική και αριθμητική εκτίμηση της αβεβαιότητάς τους. Ακόμη, δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη για εισαγωγή και επεξεργασία μηχανολογικών σχεδίων (GD&T Inspection) και δημιουργία προγραμμάτων γεωμετρικού ελέγχου του εξεταζόμενου αντικειμένου σύμφωνα με τις εκάστοτε προδιαγραφές.

Εκτός από τα παραπάνω, το SA Ultimate επιτρέπει επιπλέον στο χρήστη την παρακολούθηση σε πραγματικό χρόνο της θέσης μηχανολογικών εξαρτημάτων, καθώς αυτά τοποθετούνται στο χώρο σύμφωνα με τις προδιαγραφές. Επίσης, περιλαμβάνει προχωρημένες εφαρμογές προσαρμογής επιφανειών και γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και ανάλυσης της αβεβαιότητας δικτύων ετερογενών οργάνων. Τέλος, η αυτοματοποίηση των μετρήσεων επεκτείνεται περαιτέρω μέσω της δόμησης ειδικών σεναρίων μετρήσεων, ενώ διατίθεται ακόμη εφαρμογή η οποία διευκολύνει την ακριβή κοπή και συναρμολόγηση επιμηκών κατασκευών, όπως ένας γραμμικός επιταχυντής.

Το SA Machine διαθέτει όλα τα τεχνικά χαρακτηριστικά των SA Professional και SA Ultimate, ενώ μέσω των εξειδικευμένων εφαρμογών που διαθέτει είναι επιπλέον

συμβατό με ρομποτικές διατάξεις και συσκευές CNC (Computerized Numerical Control).

Στους ακόλουθους πίνακες παρουσιάζονται συνοπτικά τόσο οι ελάχιστες απαιτήσεις του προγράμματος όσο και οι προτεινόμενες από τον κατασκευαστή ρυθμίσεις για βέλτιστη απόδοση.

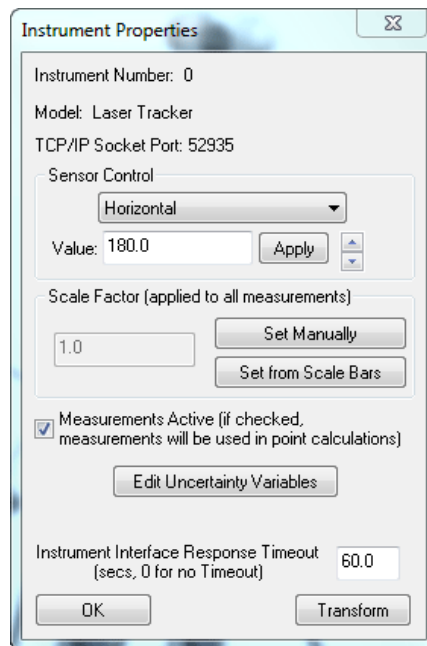
Ελάχιστες Απαιτήσεις
Microsoft Windows XP™ SP3 ή νεότερη έκδοση
512 MB RAM
560 MB χωρητικότητα δίσκου για εγκατάσταση
Ανάλυση οθόνης 1024 x 768
Microsoft .NET4.0 Runtime

Προτεινόμενες Ρυθμίσεις για Βέλτιστη Απόδοση
3 GHz ή ταχύτερος Dual-Core 64-bit επεξεργαστής
Windows 7™ (64-bit)
8 GB RAM (64-bit)
1280 x 1024 ή υψηλότερη ανάλυση
Κάρτα γραφικών με υποστήριξη OpenGL®
1 GB χωρητικότητα δίσκου

2.2 Υποστηριζόμενα Όργανα και Μετρήσεις

Το SA υποστηρίζει πάνω από 100 διαφορετικές μετρητικές διατάξεις, όπως PCMM, laser tracker, laser scanners, laser radar, total station και ψηφιακά θεοδόλιχα. Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει το όργανο που χρησιμοποιείται στην εκάστοτε εφαρμογή από μια ολοκληρωμένη ψηφιακή βάση, στην οποία καταγράφονται το μοντέλο και οι βασικές ιδιότητες των υποστηριζόμενων διατάξεων σύμφωνα με τον κατασκευαστή. Οι συντεταγμένες των μετρημένων σημείων αναπαρίστανται αυτόματα στο σύστημα συντεταγμένων του χρησιμοποιούμενου οργάνου, το οποίο μπορεί να είναι είτε ένα σύστημα σφαιρικών συντεταγμένων για όργανα όπως ένα

total station είτε ένα σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων για όργανα όπως ένα PCMM.



**Εικόνα 2.1. Παράθυρο Διαλόγου με Ιδιότητες Οργάνου
[SA User Manual]**

Στο χρήστη παρέχεται επιπλέον η δυνατότητα να προσαρμόσει, αν επιθυμεί, τις μετρήσεις σύμφωνα με έναν καθορισμένο συντελεστή κλίμακας σε περιπτώσεις όπου οι περιβαλλοντικές συνθήκες αλλοιώνουν το σχήμα του μετρούμενου αντικειμένου σε σύγκριση με το σχεδιαστικό ανάλογο (θερμική διαστολή ή συστολή). Η κλίμακα αυτή μπορεί να καθοριστεί αυθαίρετα από τον ίδιο τη χρήστη, μέσω μοντέλων θερμικής διαστολής τα οποία διαθέτει η εφαρμογή για διάφορους τύπους υλικών ή μέσω μετρήσεων σε ειδική ράβδο γνωστού μήκους, όπως αυτές που χρησιμοποιούνται κατά την εφαρμογή της μεθόδου Hansen (Βλέπε Κεφάλαιο 1).

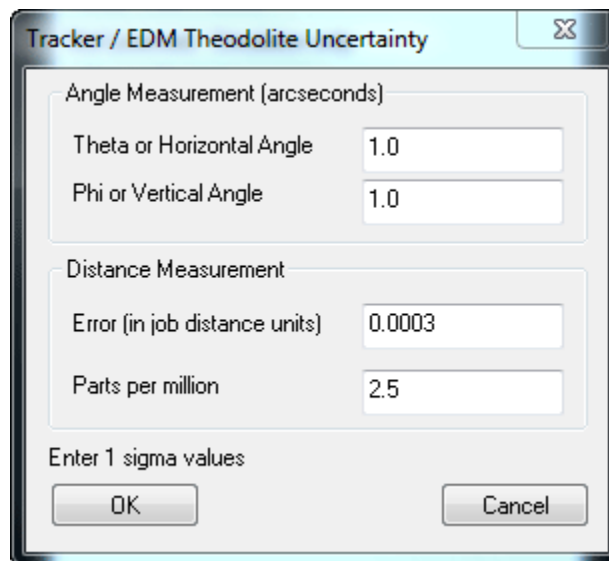
Το SA αντιμετωπίζει, επίσης, την αβεβαιότητα στις μετρήσεις των οργάνων με μια πιο γενικευμένη προσέγγιση από ό,τι συνήθως. Συγκεκριμένα, δεν εξετάζεται η αβεβαιότητα κάθε οργάνου ξεχωριστά, αλλά το σύνολο των οργάνων κατατάσσεται ως προς το στοιχείο αυτό σε τρεις ευρείες κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία απαρτίζεται από όργανα όπως laser tracker και total station (όργανα σφαιρικών μετρήσεων), τα οποία αποδίδουν ως πρωτογενή δεδομένα οριζόντιες γωνίες, κατακόρυφες γωνίες και αποστάσεις. Στη δεύτερη κατηγορία εμπίπτουν τα PCMM

διαθέτουν επτά αβεβαιότητες γωνιών για καθεμιά από τις αρθρώσεις του οργάνου. Στην τελευταία κατηγορία εντάσσονται τα ψηφιακά θεοδόλιχα με αβεβαιότητα οριζοντίων και κατακόρυφων γωνιών.

Για τις παραπάνω κατηγορίες, το λογισμικό διαθέτει προκαθορισμένες τιμές για κάθε είδος αβεβαιότητας. Παραταύτα, δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να επεξεργαστεί τις τιμές αυτές χειροκίνητα ή να τις προσδιορίσει μέσω ειδικής εφαρμογής του προγράμματος, η οποία θα αναλυθεί σε βάθος σε περαιτέρω σημείο του κειμένου.

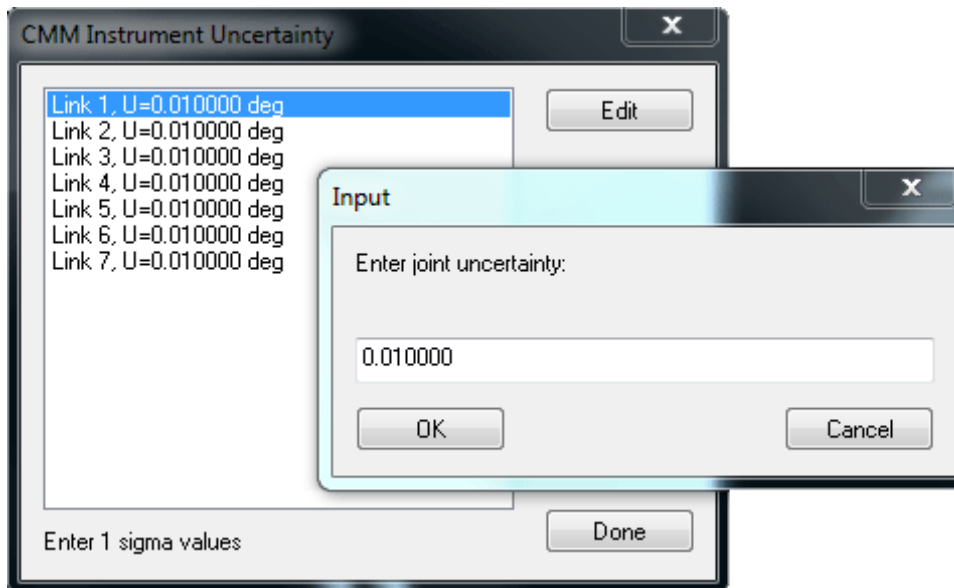
Συγκεκριμένα, όσον αφορά τα όργανα σφαιρικών μετρήσεων, η προκαθορισμένη τιμή αβεβαιότητας για τις οριζόντιες (Theta) και για τις κατακόρυφες (Phi) γωνίες είναι ίση με 1" (ή 3cc). Αντίθετα, η αβεβαιότητα της απόστασης διαχωρίζεται σε δυο μεταβλητές: ένα σταθερό στοιχείο αβεβαιότητας το οποίο είναι ίσο με το 0.0003 (ή 0.3^ο/_{οο}) της τυπικής μονάδας μέτρησης που χρησιμοποιείται στην εκάστοτε εφαρμογή και ένα μεταβλητό στοιχείο το οποίο αποτελεί συνάρτηση της εκάστοτε μετρημένης απόστασης και είναι ίσο με 2.5 ppm (parts per million). Σύμφωνα, λοιπόν, με τα παραπάνω, αν η μετρημένη απόσταση είναι ίση με 1000 (σε μονάδες μέτρησης της εφαρμογής), τότε η συνολική αβεβαιότητα στην απόσταση θα είναι ίση με

$$0.0003 + (2.5 / 10^6) \cdot 1000 = 0.0028$$

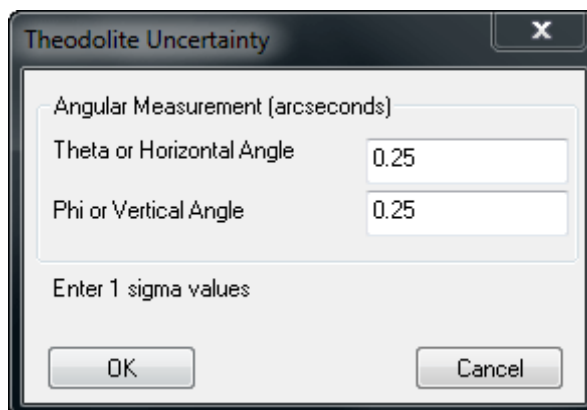


Εικόνα 2.2. Μεταβλητές Αβεβαιότητας για Όργανα Σφαιρικών Μετρήσεων

[SA User Manual]



Εικόνα 2.3. Μεταβλητές Αβεβαιότητας για Όργανα CMM
[SA User Manual]



Εικόνα 2.4. Μεταβλητές Αβεβαιότητας για Θεοδόλιχο
[SA User Manual]

2.3 Κυριότερες Εφαρμογές

2.3.1 Measurement Simulation

Η εφαρμογή Measurement Simulation (Προσομοίωση Μετρήσεων) επιτρέπει τη δόμηση διαφορετικών σεναρίων μετρήσεων με εναλλακτικούς συνδυασμούς οργάνων, στάσεων, μετρούμενων στόχων και παρατηρήσεων με σκοπό το προκαταρκτικό σχεδιασμό κάποιας εργασίας, την ανάλυση της αβεβαιότητας στις μετρήσεις για ορισμένες συνθήκες κτλ.

2.3.2 Bundle Adjustment

Η φιλοσοφία η οποία κρύβεται πίσω από τη συγκεκριμένη εφαρμογή είναι παρόμοια με τη φωτογραμμετρική διαδικασία της εργαστηριακής βαθμονόμησης φωτογραφικών μηχανών μέσω μετρήσεων σε πεδίο ελέγχου. Συγκεκριμένα, το Bundle Adjustment προσπαθεί να προσδιορίσει τους μετασχηματισμούς, δηλαδή τη θέση και το προσανατολισμό, ενός δικτύου οργάνων (θεοδόλιχο, laser tracker κτλ), οι οποίοι μειώνουν στο ελάχιστο τα σφάλματα σκόπευσης προς ένα ή περισσότερα στοχευόμενα σημεία. Η μεθοδολογία πάνω στην οποία βασίστηκε η εφαρμογή αυτή θα αναλυθεί διεξοδικά σε περαιτέρω κεφάλαιο της εργασίας αυτής (Βλέπε Κεφάλαιο 3).

2.3.3 Alignment & Transformations

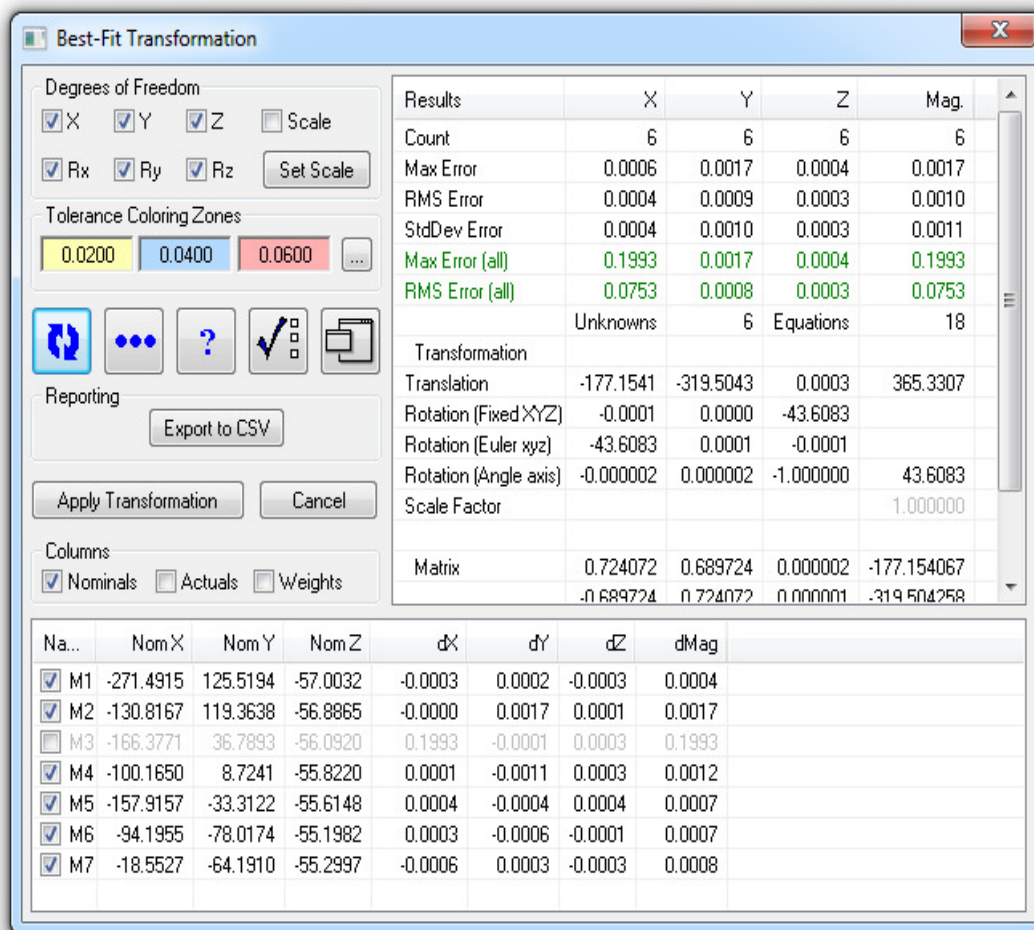
Αυτή η πτυχή του SA επιτρέπει το μετασχηματισμό ενός οργάνου στην κατάλληλη θέση και προσανατολισμό ώστε να ενταχθεί στο επιθυμητό σύστημα συντεταγμένων. Ο μετασχηματισμός βέλτιστης προσαρμογής (best-fit transformation) προσδιορίζεται με γνώμονα τη διαφορά μεταξύ των αρχικών συντεταγμένων ενός συνόλου σημείων με τις αντίστοιχες αναμενόμενες. Αφού γίνει η επίλυση, το πρόγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα και ακολούθως εφαρμόζει τον αντίστοιχο μετασχηματισμό στις υπάρχουσες μετρήσεις ή και σε άλλα αντικείμενα. Αυτή η εφαρμογή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις όπως ο συνδυασμός συνόλων συντεταγμένων από διαφορετικά συστήματα ή ο εντοπισμός ενός οργάνου σε κάποιο τοπικό σύστημα μέσω σημείων γνωστών συντεταγμένων.

Η μαθηματική διαδικασία η οποία χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των στοιχείων του επιθυμητού μετασχηματισμού είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (linear least squares fit). Μέσω της εφαρμογής μεθόδων βελτιστοποίησης, βασισμένες στα ελάχιστα τετράγωνα, εκτιμάται ο μετασχηματισμός αυτός που ελαχιστοποιεί το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ ενός συνόλου συσχετιζόμενων σημείων ή συσχετιζόμενων σημείων και επιφανειών.

Όσο αφορά τη διαδικασία προσδιορισμού του μετασχηματισμού βέλτιστης προσαρμογής ανάμεσα σε δυο συσχετιζόμενα σύνολα σημείων ονομαστικών

(nominal) και μετρημένων (measured ή actual) συντεταγμένων, αυτή είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί εφόσον υπάρχουν τουλάχιστον τρία κοινά σημεία και στα δυο σύνολα. Αν τα σημεία των δυο συνόλων δεν είναι ισάριθμα, ο μετασχηματισμός θα προσδιοριστεί μέσω των κοινών σημείων, αλλά θα εφαρμοστεί τελικώς σε όλο το σύνολο των μετρημένων σημείων.

Τα αποτελέσματα του μετασχηματισμού παρουσιάζονται συνοπτικώς στο χρήστη στη μορφή την οποία δείχνει στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 2.5. Παράθυρο Διαλόγου Μετασχηματισμού Βέλτιστης Προσαρμογής
[SA User Manual]

Πιο αναλυτικά, τα αποτελέσματα του μετασχηματισμού περιλαμβάνουν:

- **Count:** Το πλήθος το σημείο που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του μετασχηματισμού.
- **Max Error:** Το μέγιστο σφάλμα μεταξύ ενός ζεύγους συσχετιζόμενων σημείων

- **RMS Error:** Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για το σύνολο της προσαρμογής. Ο δείκτης αυτός είναι πάντα μικρότερος ή ίσο του μέγιστου σφάλματος (αν και συνήθως είναι ιδιαίτερα μικρότερος από το μέγιστο σφάλμα). Υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$RMS = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (nom_i - act_i)^2 \right)^{1/2}$$

- **StdDev Error:** Η τυπική απόκλιση των σφαλμάτων. Μικρή τιμή του δείκτη αυτού υποδηλώνει ότι κάθε ζεύγος σημείων παρουσιάζει παρόμοια σφάλματα. Αντίθετα, υψηλή τιμή υποδηλώνει ότι το σφάλμα ενός ή περισσότερων σημείων διαφέρει σημαντικά από το σύνολο. Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$SD = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2 \right)^{1/2}, \text{ όπου } e_i = (nom_i - act_i)$$

- **Max Error (all):** Το μέγιστο σφάλμα συμπεριλαμβανομένων των σημείων που δε χρησιμοποιήθηκαν κατά τον προσδιορισμό των παραμέτρων του μετασχηματισμού.
- **RMS Error (all):** Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα συμπεριλαμβανομένων των σημείων που δε χρησιμοποιήθηκαν κατά τον προσδιορισμό των παραμέτρων του μετασχηματισμού.
- **Translation:** Οι μετατοπίσεις κατά τους x,y,z άξονες
- **Rotation (Fixed XYZ):** Οι γωνίες στροφής των αξόνων του συστήματος των σημείων μετρημένων συντεταγμένων ως προς το σύστημα των σημείων ονομαστικών συντεταγμένων (σύστημα αναφοράς). (Βλέπε Παράρτημα Β)
- **Rotation (Euler XYZ):** Οι γωνίες στροφής των αξόνων του συστήματος των σημείων μετρημένων συντεταγμένων ως προς το ίδιο το σύστημα. (Βλέπε Παράρτημα Β)
- **Rotation (Angle Axis):** Οι γωνίες στροφής εκφρασμένες σε ένα μοναδιαίο διάνυσμα (οι τρεις πρώτες τιμές περιγράφουν τα στοιχεία του διανύσματος ενώ η τέταρτη τη γωνία στροφής). (Βλέπε Παράρτημα Β)
- **Scale Factor:** Ο συντελεστής κλίμακας.
- **Matrix:** Ο μετασχηματισμός εκφρασμένος σε ένα πίνακα 4x4.

Αντίστοιχα, παρατίθενται τα παρακάτω στοιχεία σχετικά με τα κοινά σημεία ανάμεσα στα δυο συστήματα συντεταγμένων:

- **Name:** Το όνομα του σημείου.
- **Nom X, Nom Y, Nom Z:** Οι ονομαστικές συντεταγμένες του σημείου.
- **Act X, Act Y, Act Z:** Οι μετρημένες συντεταγμένες του σημείου.
- **Wt X, Wt Y, Wt Z:** Το βάρος των συντεταγμένων του σημείου κατά την επίλυση του μετασχηματισμού (προκαθορισμένη τιμή ίση με τη μονάδα),
- **dX, dY, dZ:** Η τελική απόκλιση μεταξύ ονομαστικών και μετρημένων συντεταγμένων.
- **dMag:** Η τελική απόκλιση μεταξύ ονομαστικού και μετρημένου σημείου.

$$dMag = [(dX)^2 + (dY)^2 + (dZ)^2]^{1/2}$$

Τέλος, από το ίδιο παράθυρο διαλόγου δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να τροποποιήσει τα βάρη των παρατηρήσεων (αν δεν είναι δυνατόν να θεωρηθούν ισοβαρείς), όπως και ποιοι από τους συνολικά επτά βαθμούς ελευθερίας του μετασχηματισμού (τρεις μετατοπίσεις, τρεις γωνίες στροφής και ένας συντελεστής κλίμακας) θα πρέπει να υπολογιστούν.

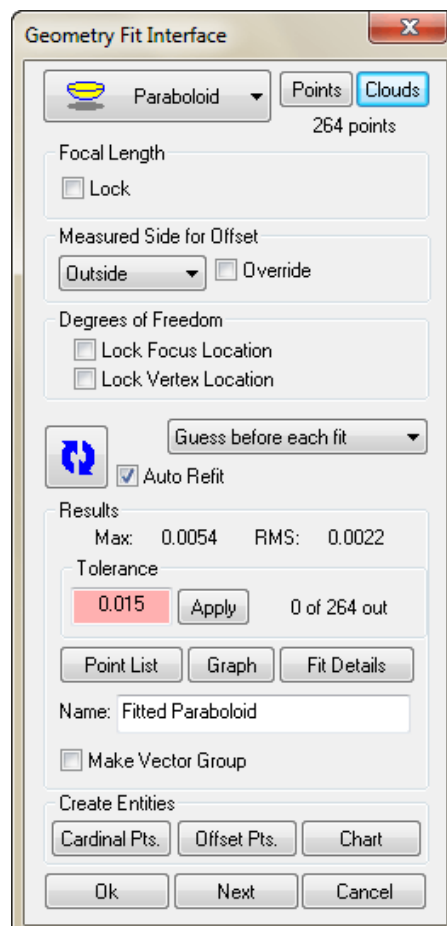
Συνοπτικά, στο πλαίσιο του SA ο μετασχηματισμός βέλτιστης προσαρμογής για σύνολα συσχετιζόμενων σημείων μπορεί να εφαρμοστεί ουσιαστικά με τρεις διαφορετικούς τρόπους: στην προσαρμογή ενός και μόνο οργάνου στο επιθυμητό σύστημα αναφοράς (instrument-based fit), στην προσαρμογή όχι μόνο του ενδιαφερόμενου οργάνου αλλά ενός συνόλου διαφορετικών οργάνων και αντικειμένων (general best-fit) και στην προσαρμογή ενός οργάνου στο επιθυμητό σύστημα αναφοράς μέσω της μέτρησης σημείων γνωστών συντεταγμένων (locate an instrument by measuring nominal points).

Τέλος, ο μετασχηματισμός βέλτιστης προσαρμογής είναι δυνατόν να εφαρμοστεί μεταξύ ενός συνόλου σημείων συσχετιζόμενων με μια δεδομένη επιφάνεια. Ουσιαστικά, μέσω της χρήσης μεθόδων βελτιστοποίησης, προσδιορίζεται ο μετασχηματισμός ο οποίος ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ των μετρήσεων και της επιφάνειας, λαμβάνοντας ταυτοχρόνως υπόψη τις προκαθορισμένες από το χρήστη ανοχές. Επειδή συνήθως το πλήθος των μετρημένων σημείων είναι αρκετά μεγάλο, η διαδικασία αυτή καθίσταται ιδιαίτερα χρονοβόρα και

υπολογιστικά αντιοικονομική. Παραταύτα, το πρόγραμμα προσφέρει μια σειρά από επιλογές οι οποίες μειώνουν τον απαιτούμενο χρόνο, όπως η ισοκατανεμημένη επιλογή ενός δείγματος από το σύνολο των σημείων (point set thinning).

2.3.4 Geometry Fitting

Η εφαρμογή αυτή επιτρέπει την προσαρμογή διάφορων γεωμετρικών σχημάτων σε ένα σύνολο από μετρημένα σημεία ή σε ένα νέφος σημείων, όπως αυτό προκύπτει από μετρήσεις, για παράδειγμα, με laser scanner. Στο πλαίσιο του SA, τα διαθέσιμα σχήματα είναι επίπεδα, κύκλοι, σφαίρες, κύλινδροι, ευθείες, παραβολοειδή, κώνοι και ελλείψεις. Η προσαρμογή, μάλιστα, είναι ιδιαίτερα γρήγορη: για παράδειγμα, η προσαρμογή μιας σφαίρας σε ένα νέφος 640,000 σημείων διαρκεί περίπου 12 δευτερόλεπτα.



**Εικόνα 2.6. Παράθυρο Διαλόγου Προσαρμογής Επιφανειών
[SA User Manual]**

Σημαντικός κατά τη διαδικασία προσαρμογής ενός επιπέδου είναι ο καθορισμός της σχετικής θέσης του ως προς τα μετρημένα σημεία (ή όπως διατυπώνεται στο πλαίσιο του προγράμματος, της "θετικής" πλευράς της γεωμετρίας). Ο καθορισμός αυτός μπορεί να γίνει με τρεις διαφορετικές μεθόδους. Στην πρώτη, η "θετική" πλευρά επιλέγεται σύμφωνα με τη διεύθυνση μέτρησης (probing direction), ενώ στη δεύτερη κατά τέτοιο τρόπο ώστε η αρχή του χρησιμοποιούμενου συστήματος συντεταγμένων να εδράζεται στη "θετική" πλευρά (working origin positive). Η τελευταία αποτελεί ουσιαστικά εφαρμογή του κανόνα του δεξιού χεριού (right-hand rule) στο επίπεδο που σχηματίζουν τα πρώτα τρία σημεία της προσαρμογής.

Με βάση τα παραπάνω, ένα επίπεδο σχήμα (κύκλος, έλλειψη κτλ.) θα προσαρμοστεί ανάλογα αν τα μετρημένα σημεία εδράζονται πάνω από αυτό (above plane), πάνω σε αυτό (probe center) ή κάτω από αυτό (below plane). Αντίστοιχα, για ακτινικές γεωμετρίες (κύκλοι, ελλείψεις, σφαίρες, κύλινδροι, παραβολοειδή), το επιθυμητό γεωμετρικό σχήμα θα προσαρμοστεί εσωτερικά του νέφους των μετρημένων σημείων (inside) αν το σχήμα έχει μετρηθεί από την εσωτερική πλευρά, εξωτερικά (outside) ή πάνω σε αυτά.

Η εφαρμογή Geometry Fitting διαθέτει, τέλος, μια σειρά από εργαλεία τα οποία επιτρέπουν στο χρήστη να αξιολογήσει την εφαρμοσμένη προσαρμογή, όπως στατιστικούς δείκτες (max error, RMS), διαστήματα ανοχής (fit tolerance), γραφήματα και ιστογράμματα βασισμένα στα σφάλματα του συνόλου των σημείων.

2.3.5 GD&T Inspection

Η εφαρμογή GD&T (Geometric and Dimensioning Tolerancing) αποτελεί μια καινοτόμα εφαρμογή του SA, η οποία επιτρέπει τόσο την εισαγωγή ανοχών μορφής και θέσης από μηχανολογικό σχέδιο μορφής CAD στο πρόγραμμα όσο και τη χρήση τους σε παράγωγα του ίδιου του προγράμματος. Για περισσότερες λεπτομέρειες, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο σχετικό με την εφαρμογή αυτή κεφάλαιο (Βλέπε Κεφάλαιο 5).

2.3.6 USMN

Με την εφαρμογή USMN (Unified Spatial Metrology Network) το SA παρουσιάζει μια τελείως νέα προσέγγιση όσο αφορά την επίλυση μετρολογικών δικτύων, την εκτίμηση της τελικής τους αβεβαιότητας και την εκτίμηση της αβεβαιότητας των στοιχείων μέτρησης μεμονωμένων οργάνων. Τα θεμελιώδη στοιχεία της εφαρμογής αυτής είναι η χρήση μεθόδου bundle adjustment για την επίλυση ενός δικτύου και ταυτοχρόνως, η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo για τη γραφική αναπαράσταση και ανάλυση πεδίων αβεβαιότητας, σε αντίθεση με την κλασσική προσέγγιση των σφαιρών και ελλειψοειδών σφαλμάτων.

Τόσο η ίδια η εφαρμογή όσο και η μεθοδολογία πάνω στην οποία αυτή βασίστηκε, αναλύονται διεξοδικά σε περαιτέρω κεφάλαιο της παρούσας εργασίας (Βλέπε Κεφάλαιο 4).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΟΡΓΑΝΟΥ

3.1 Εισαγωγή

Ένα από τα κυριότερα προβλήματα κατά την εκτέλεση μιας μετρητικής εργασίας είναι ο ακριβής προσδιορισμός της αβεβαιότητας στις μετρήσεις του οργάνου το οποίο χρησιμοποιείται. Κατά κύριο λόγο το στοιχείο αυτό παρέχεται συνήθως από τον κατασκευαστή και υιοθετείται εξίσου από τον εκάστοτε χρήστη του οργάνου σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις. Βεβαίως, ενώ αυτού του είδους η προσέγγιση παρέχει άμεση πληροφορία σχετικά με την αβεβαιότητα, ενέχει ορισμένα προβλήματα, ειδικά για εφαρμογές των οποίων η απαιτούμενη ακρίβεια είναι υψηλότερη απ' ό τι συνήθως.

Για την εκτίμηση της αβεβαιότητας, ο κατασκευαστής έχει βασιστεί σε μια σειρά από μετρήσεις οι οποίες έχουν διεξαχθεί σε εργαστηριακές εγκαταστάσεις, σε αυστηρά καθορισμένες συνθήκες και από εξειδικευμένους χειριστές. Δυστυχώς, στην πραγματικότητα όλες αυτές οι προϋποθέσεις δεν ικανοποιούνται σχεδόν ποτέ. Το περιβάλλον μετρήσεων και οι συνθήκες που επικρατούν δεν αντιστοιχούν πάντα σε αυτές του εργαστηρίου, ο εκάστοτε χειριστής του οργάνου χαρακτηρίζεται από διαφορετικό βαθμό εξειδίκευσης και η απόδοση του ίδιου του οργάνου μειώνεται σταδιακά με την πάροδο του χρόνου. Όπως, λοιπόν, γίνεται προφανές, προκύπτει μια ξεκάθαρη αναντιστοιχία μεταξύ ονομαστικής (εργαστηριακής) και πραγματικής τιμής.

Η μέθοδος Bundle Adjustment, που χρησιμοποιείται στα πλαίσια του SpatialAnalyzer, προσφέρει τη δυνατότητα άμεσης εκτίμησης της αβεβαιότητας ενός οργάνου για τις συνθήκες της εκάστοτε εφαρμογής μέσα από επιτόπιες σειρές μετρήσεων. Συνοπτικά, η διαδικασία εκτίμησης βασίζεται αρχικά στην ίδρυση ενός δικτύου σταθερών στόχων. Ακολούθως οι στόχοι αυτοί σκοπεύονται από διαφορετικές θέσεις οργάνου και εκτελείται ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης, ο οποίος υπολογίζει τα στοιχεία των μετασχηματισμών αυτών που ελαχιστοποιούν τα σφάλματα των μετρήσεων. Τέλος, τα υπόλοιπα που προκύπτουν επεξεργάζονται στατιστικά ώστε να εκτιμηθούν τα σφάλματα μέτρησης του οργάνου.

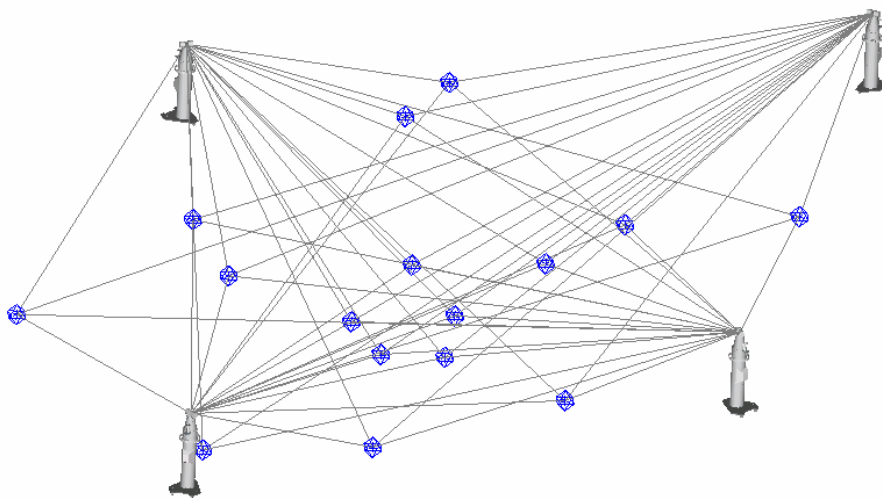
Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται στις επόμενες ενότητες βασίζεται στη διδακτορική διατριβή του J.M.Calkins για το Πολυτεχνικό Ινστιτούτο της Virginia με τίτλο "Quantifying Coordinate Uncertainty Fields in Coupled Spatial Measurement Systems" (2002).

3.2 Bundle Adjustment

3.2.1 Διαδικασία Μετρήσεων

Το αρχικό στάδιο στην διαδικασία του bundle adjustment είναι η ίδρυση ενός δικτύου σταθερών στόχων, των οποίων οι συντεταγμένες δεν είναι απαραίτητο να είναι εκ των προτέρων γνωστές (η παρούσα περιγραφή βασίζεται στην υπόθεση αυτή). Παραταύτα, προτείνεται η κατανομή των στόχων αυτών να είναι ομοιόμορφη σε όλη την επιφάνεια του αντικειμένου, το οποίο μετά την εκτίμηση της αβεβαιότητας θα εξεταστεί ως προς τη θέση του στο χώρο, το σχήμα του και της διαστάσεις του.

Επίσης, ιδιαίτερη φροντίδα πρέπει να ληφθεί κατά την επιλογή των στάσεων οργάνου στο χώρο μετρήσεων. Συγκεκριμένα, θα πρέπει να παρέχεται απρόσκοπτη οπτική επαφή από κάθε θέση οργάνου και προς όλους τους στόχους. Αν κάποιος στόχος δεν είναι ορατός από μια επιλεγθείσα στάση, τότε παραλείπεται από τη συνολική διαδικασία μετρήσεων.



Εικόνα 3.1 Δίκτυο 16 Στόχων με 4 Θέσεις Οργάνου
[J.M.Calkins, 2002]

Με την ίδρυση του δικτύου η διαδικασία μετρήσεων είναι δυνατό να ξεκινήσει. Στο σημείο αυτό επισημαίνεται ότι οι μετρήσεις θα πρέπει να διεξαχθούν κατά παρόμοιες συνθήκες με αυτές που θα επικρατούν κατά τη κεντρική φάση των μετρήσεων, ενώ ο χειριστής του οργάνου θα πρέπει να είναι ο ίδιος καθ' όλη τη διάρκεια της εφαρμογής (τόσο κατά τις προκαταρκτικές μετρήσεις για την εκτίμηση της αβεβαιότητας όσο και στη συνέχεια).

Σταδιακά το όργανο τοποθετείται από θέση σε θέση και λαμβάνονται οι σχετικές μετρήσεις, ώστε να προκύψουν οι τελικές X,Y,Z συντεταγμένες στο τοπικό σύστημα κάθε θέσης. Για ένα όργανο σφαιρικών μετρήσεων (total station, laser tracker), οι μετρήσεις αυτές συνίστανται από μετρήσεις οριζοντίων και κατακόρυφων γωνιών, καθώς και απόστασης. Αντίθετα, για μια συσκευή PCMM οι μετρήσεις συνίστανται από τις τιμές των γωνιών στροφής των αξόνων του οργάνου.

3.2.2 Διαδικασίες Βελτιστοποίησης

Προτού αναλυθούν οι ίδιες οι διαδικασίες βελτιστοποίησης οι οποίες χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των παραμέτρων των μετασχηματισμών των οργάνων, κρίνεται σκόπιμη μια συνοπτική περιγραφή των αρχών που διέπουν τις βελτιστοποιήσεις γενικότερα.

Οι διαδικασίες βελτιστοποίησης συνήθως χρησιμοποιούνται για συστήματα εξισώσεων της μορφής $\vec{e} = f(\vec{x})$, όπου \vec{e} είναι το διάνυσμα των εναπομεινάντων σφαλμάτων (residual errors) του συστήματος με διαστάσεις M, \vec{x} το διάνυσμα των αγνώστων παραμέτρων διαστάσεων N και $f(\vec{x})$ η αντικειμενική συνάρτηση (objective function) η οποία συνδέει τις άγνωστες παραμέτρους με τα υπόλοιπα.

Κατά κύριο λόγο, οι εξισώσεις του εκάστοτε συστήματος δεν είναι ποτέ γραμμικές οπότε θα πρέπει να προσδιορισθεί σε πρώτο βαθμό μια αρχική τιμή του διανύσματος \vec{x} και να ακολουθηθεί μια επαναληπτική διαδικασία για την επίτευξη της τελικής λύσης. Για την εκτέλεσή της επαναληπτικής διαδικασίας απαιτείται ο σχηματισμός του πίνακα μερικών παραγώγων (Ιακωβιανός πίνακας ή πίνακας

σχεδιασμού) του συστήματος. Κατ' ουσία ο Ιακωβιανός πίνακας A αναπαριστά το αποτέλεσμα το οποίο επιφέρουν στο διάνυσμα \vec{e} οι μεταβολές του διανύσματος \vec{x} .

Τα στοιχεία του πίνακα A μπορούν, όποτε αυτό είναι δυνατόν, να υπολογιστούν με χρήση κλειστών σχέσεων που προκύπτουν από τη γραμμικοποίηση των εξισώσεων του συστήματος μέσω πολυωνύμων Taylor. Πολλές φορές, όμως, αυτό είτε είναι αδύνατο είτε οι κλειστές αυτές σχέσεις είναι ιδιαίτερα περίπλοκες. Σε αυτή την περίπτωση, οι τιμές των μερικών παραγώγων υπολογίζονται προσεγγιστικά, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\delta e_0}{\delta x_0} & \frac{\delta e_0}{\delta x_1} & \frac{\delta e_0}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta e_0}{\delta x_{N-1}} \\ \frac{\delta e_1}{\delta x_0} & \frac{\delta e_1}{\delta x_1} & \frac{\delta e_1}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta e_1}{\delta x_{N-1}} \\ \frac{\delta e_2}{\delta x_0} & \frac{\delta e_2}{\delta x_1} & \frac{\delta e_2}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta e_2}{\delta x_{N-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\delta e_{M-1}}{\delta x_0} & \frac{\delta e_{M-1}}{\delta x_1} & \frac{\delta e_{M-1}}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta e_{M-1}}{\delta x_{N-1}} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Για κάθε στοιχείο, λοιπόν, του πίνακα A η παράγωγος υπολογίζεται προσεγγιστικά μέσω της σχέσης

$$\frac{\delta e_i}{\delta x_j} = \frac{e'_i - e_i}{dx_j} \quad (3.2)$$

όπου dx_j η διόρθωση που εφαρμόζεται στη τιμή της άγνωστης μεταβλητής και e'_i η τιμή του εναπομείναντος σφάλματος για τιμή της άγνωστης μεταβλητής ίση με $x'_j = x_j + dx_j$.

Όπως γίνεται άμεσα αντιληπτό, κρίσιμο ρόλο κατά την κατάρτιση του πίνακα A διαδραματίζει η ορθή επιλογή της τιμής dx_j . Αν η τιμή αυτή είναι απειροστά μικρή, προκύπτουν διαιρέσεις με σχεδόν μηδενικό διαιρέτη. Αντίθετα, αν η τιμή είναι ιδιαίτερα υψηλή, η σύγκλιση της διαδικασίας βελτιστοποίησης θα επιτευχθεί σε πολλαπλάσια από τα απαιτούμενα βήματα (επαναλήψεις).

Με δεδομένο τον Ιακωβιανό, η διαδικασία βελτιστοποίησης προσδιορίζει το διάνυσμα \vec{x} το οποίο ελαχιστοποιεί, σύμφωνα με την αρχή των ελαχίστων τετραγώνων, το διάνυσμα των υπολοίπων $\vec{r} = |A\vec{x} - \vec{e}|$ (ή όπως αναφέρεται πιο συχνά, ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων).

Για να επιλυθεί το σύστημα αυτό, είναι σημαντικό να υπολογιστεί ο αντίστροφος A^{-1} του Ιακωβιανού πίνακα. Για τον υπολογισμό του αντιστρόφου πίνακα διατίθεται μια ευρεία σειρά από αλγορίθμους. Μερικοί από αυτούς είναι η Αποσύνθεση $J^T J LU$ ($J^T J LU$ Decomposition), ο Αλγόριθμος Gauss-Jordan και η Αποσύνθεση Μοναδιαίας Τιμής (Singular Value Decomposition ή SVD). Στα πλαίσια της εφαρμογής Bundle Adjustment επιλέχθηκε η χρήση της SVD, καθώς αποδίδει καλύτερα σε περιπτώσεις όπου είτε η λύση οδηγεί σε μοναδικότητα (singularity) είτε τα στοιχεία του Ιακωβιανού μηδενίζονται ή αλλάζουν δραστικά λόγω της αλλαγής του πίνακα βαρών.

Η αντιστροφή του πίνακα A μέσω της μεθόδου SVD συνίσταται στην αποσύνθεση του Ιακωβιανού ως ακολούθως:

$$A_{mm} = U_{mm} \cdot S_{mm} \cdot V_{mm}^T \quad (3.3)$$

όπου οι στήλες του ορθογώνιου πίνακα U (ισχύει $U^T U = I$) αποτελούν ορθοκανονικά ιδιοδιανύσματα του πίνακα AA^T , οι στήλες του ορθογώνιου πίνακα V (ισχύει $V^T V = I$) αποτελούν ορθοκανονικά διανύσματα του πίνακα $A^T A$ και ο πίνακας S είναι διαγώνιος με στοιχεία s_j τις τετραγωνικές ρίζες των ιδιοτιμών των U ή V σε φθίνουσα σειρά. Ο αντίστροφος του πίνακα A υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A^{-1} = V \cdot \left[\text{diag} \left(\frac{1}{s_j} \right) \right] \cdot U^T \quad (3.4)$$

ενώ η διόρθωση του διανύσματος \vec{x} υπολογίζεται για κάθε επανάληψη της διαδικασίας βελτιστοποίησης μέσω της σχέσης:

$$\Delta \vec{x} = \left(V \cdot \left[\text{diag} \left(\frac{1}{s_j} \right) \right] \cdot U^T \right) \cdot \vec{e} \quad (3.5)$$

Η τελική λύση, η οποία και ελαχιστοποιεί τα υπόλοιπα, είναι η

$$\vec{x}^* = \vec{x} + \Delta \vec{x} \quad (3.6)$$

3.2.3 Βελτιστοποίηση Υπολογισμού Σημείου

Με δεδομένες τις μετρήσεις για κάθε σημείο του δικτύου από πολλαπλές θέσεις οργάνου, το επόμενο βήμα του Bundle Adjustment είναι ο προσδιορισμός των παραμέτρων των μετασχηματισμών αυτών οι οποίοι ελαχιστοποιούν την ασυμφωνία μεταξύ των παρατηρήσεων.

Ο προσδιορισμός αυτός βασίζεται σε δυο διαδικασίες βελτιστοποίησης, τη Βελτιστοποίηση Υπολογισμού Σημείου (Point Computation Optimization) και τη Βελτιστοποίηση Μετασχηματισμού Οργάνου (Instrument Transform Optimization). Με την πρώτη διαδικασία να αποτελεί θεμέλιο λίθο της δεύτερης, θεωρείται σκόπιμο να περιγραφεί πρώτη αυτή και για όργανα σφαιρικών μετρήσεων (total station, laser tracker). Παρόμοια, οι δυο αλγόριθμοι εφαρμόζονται και για άλλους τύπους οργάνων.

Όπως έχει ήδη προαναφερθεί, για κάθε είδους όργανο κάθε μέτρηση αποτελείται από επιμέρους στοιχεία. Για ένα όργανο σφαιρικών μετρήσεων (total station, laser tracker), τα στοιχεία αυτά είναι η οριζόντια γωνία, η κατακόρυφη γωνία και η απόσταση. Αντίστοιχα, για μια συσκευή PCMM κάθε μέτρηση αποτελείται από τις γωνίες στροφής των επιμέρους αρθρώσεων του οργάνου.

Για τα όργανα σφαιρικών μετρήσεων, κάθε ξεχωριστή μέτρηση είναι δυνατό να αναπαρασταθεί από ένα διάνυσμα $\vec{m} = (\ell, \theta, \varphi)$, όπου ℓ η απόσταση, θ η οριζόντια γωνία και φ η κατακόρυφη γωνία. Επομένως, το διάνυσμα μέτρησης σε αυτή την περίπτωση έχει διάσταση $\tau=3$. Από τα στοιχεία του διανύσματος αυτού εκτιμώνται οι συντεταγμένες του αντίστοιχου σημείου μέσω των σχέσεων

$$\begin{aligned} p_{x_{ik}} &= \ell \sin(\varphi) \cos(\theta) \\ p_{y_{ik}} &= \ell \sin(\varphi) \sin(\theta) \quad (3.7) \\ p_{z_{ik}} &= \ell \cos(\varphi) \end{aligned}$$

όπου \vec{p}_{ik} το διάνυσμα θέσης του σημείου i από τη θέση οργάνου k .

Η Βελτιστοποίηση Υπολογισμού Σημείου βασίζεται σε ένα διάνυσμα θέσης \vec{p}_i για κάθε σημείο, το οποίο προκύπτει από το σύνολο των μετρήσεων του δικτύου για το σημείο αυτό. Για την εκτέλεση αυτής της βελτιστοποίησης θεωρείται ότι οι

μετασχηματισμοί των οργάνων είναι ήδη γνωστοί. Το σύστημα εξισώσεων διαμορφώνεται με όρους μετρήσεων αντί της κλασσικής προσέγγισης μέσω συντεταγμένων XYZ, καθώς μπορούν να εφαρμοστούν ευκολότερα βάρη σε στοιχεία μετρήσεων, ενώ η προσέγγιση αυτή ταιριάζει καλύτερα στην καθαυτή διαδικασία μετρήσεων.

Αρχικά, για κάθε σημείο θεωρείται μια αρχική θέση, η οποία μπορεί να εκτιμηθεί κάλλιστα ως ο μέσος όρος των συντεταγμένων που προκύπτουν από το σύνολο των μετρήσεων για το εξεταζόμενο σημείο. Με την αρχική τιμή \vec{p}_i^* η αντικειμενική συνάρτηση \vec{e} εκφράζεται με όρους του αντίστοιχου διανύσματος μέτρησης \vec{m}_i^* , τα στοιχεία του οποίου υπολογίζονται με τις αντίστροφες σχέσεις των εξισώσεων (3.7), δηλαδή

$$\begin{aligned} \ell_i^* &= (p_{x_i}^2 + p_{y_i}^2 + p_{z_i}^2) \\ \theta_i^* &= \tan^{-1}\left(\frac{p_{y_i}}{p_{x_i}}\right) \\ \varphi_i^* &= \cos^{-1}\left(\frac{p_{z_i}}{p_{x_i}}\right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Οι τιμές, λοιπόν, της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ίσες με

$$\vec{e}_{ik} = \vec{m}_i^* - \vec{m}_{ik} \quad (3.9)$$

ενώ το διάνυσμα των εναπομεινάντων σφαλμάτων διαστάσεων $N=tk=3k$ για κάθε μετρημένο σημείο είναι το ακόλουθο:

$$\vec{e}_i = \begin{bmatrix} e\ell_{i0} \\ e\theta_{i0} \\ e\varphi_{i0} \\ e\ell_{i1} \\ e\theta_{i1} \\ e\varphi_{i1} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_i^* - \ell_{i0} \\ \theta_i^* - \theta_{i0} \\ \varphi_i^* - \varphi_{i0} \\ \ell_i^* - \ell_{i1} \\ \theta_i^* - \theta_{i1} \\ \varphi_i^* - \varphi_{i1} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.2.4 Βελτιστοποίηση Μετασχηματισμού Οργάνου

Με βάση τη Βελτιστοποίηση Υπολογισμού Σημείου, εκτελείται στη συνέχεια η Βελτιστοποίηση Μετασχηματισμού Οργάνου. Στόχος της είναι ο προσδιορισμός των μετασχηματισμών των συστημάτων του κάθε μεμονωμένου οργάνου ως προς ένα κοινό, καθολικό σύστημα αναφοράς, οι οποίοι και ελαχιστοποιούν τα εναπομείναντα σφάλματα.

Ο πιο διαδεδομένος μετασχηματισμός μεταξύ δυο τρισδιάστατων συστημάτων συντεταγμένων είναι ο αφινικός μετασχηματισμός (affine transformation) και συνίσταται στην ακόλουθη διαδικασία:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = m \cdot R(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

όπου (X, Y, Z) το διάνυσμα θέσης ενός σημείου στο σύστημα αναφοράς, (x, y, z) το διάνυσμα θέσης του ίδιου σημείου στο αρχικό σύστημα συντεταγμένων, (X^o, Y^o, Z^o) το διάνυσμα θέσης της αρχής του αρχικού συστήματος στο σύστημα αναφοράς, m ο συντελεστής κλίμακας (στη συγκεκριμένη ανάλυση θεωρείται ίσως με τη μονάδα) και R ένας πίνακας στροφής 3×3 ως συνάρτηση τριών γωνιών α, β, γ (οι οποίες ορίζονται ως προς το σύστημα αναφοράς).

Ένας συνήθης τρόπος έκφρασης του αφινικού μετασχηματισμού είναι επίσης μέσω ενός πίνακα 4×4 , στη μορφή με την οποία αυτός παρουσιάζεται στην ακόλουθη σχέση:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} & & & X^o \\ & R(\gamma, \beta, \alpha) & & Y^o \\ 0 & 0 & 0 & Z^o \\ & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Γίνεται, λοιπόν, προφανές ότι οι παράμετροι του μετασχηματισμού που πρέπει να εκτιμηθούν είναι συνολικά έξι (ή επτά, αν αναφερόμαστε σε πλήρη αφινικό μετασχηματισμό): οι 3 συντεταγμένες του διανύσματος θέσης της αρχής του αρχικού συστήματος ως προς το σύστημα αναφοράς και οι 3 γωνίες στροφής α, β, γ (συν το συντελεστή κλίμακας για τον πλήρη μετασχηματισμό). Οι παράμετροι αυτοί

αναπαρίστανται συνήθως από ένα διάνυσμα της μορφής:
 $\vec{x}_k = [X^o, Y^o, Z^o, R_\gamma, R_\beta, R_\alpha]^T$, όπου k η αντίστοιχη θέση οργάνου.

Επομένως, για τον υπολογισμό των παραμέτρων αυτών πρέπει να διατίθενται τουλάχιστον δυο σημεία με όλες τους συντεταγμένες στο αρχικό σύστημα γνωστές. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις, το πλήθος των μετρημένων σημείων είναι αρκετά μεγαλύτερο, οπότε η εκτίμηση των παραμέτρων γίνεται με τη χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων.

Έστω, λοιπόν, ότι ο αριθμός των διαφορετικών θέσεων οργάνου που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διαδικασία μετρήσεων είναι ίσος με K (όπου k=0 ο αύξων αριθμός της πρώτης θέσης). Αυτό συνεπάγεται ότι για το μετασχηματισμό των διαφορετικών τοπικών συστημάτων συντεταγμένων θα πρέπει να προσδιοριστούν συνολικά 6 X K παράμετροι. Παραταύτα, επιλέγεται ως σταθερή μια από τις θέσεις οργάνου (συνήθως η πρώτη) ώστε το συνολικό δίκτυο να μην "αιωρείται" στο κοινό σύστημα αναφοράς. Αυτομάτως οι απαραίτητοι παράμετροι μειώνονται σε 6 X (K-1). Συνεπώς, ο πίνακας των αγνώστων λαμβάνει τη μορφή:

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \vec{x}_1 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} \vec{x}_2 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} \dots \end{array} \right] \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Όπως και σε κάθε διαδικασία βελτιστοποίησης, η απόδοση αρχικών τιμών στις άγνωστες παραμέτρους (στην περίπτωση αυτή, στις παραμέτρους των μετασχηματισμών) μειώνει σημαντικά το χρόνο επίλυσης και οδηγεί τη σωστή λύση. Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή, μια πρόσφορη μέθοδος εκτίμησης των αρχικών τιμών των παραμέτρων μετασχηματισμού είναι μέσω της επίλυσης του αφινικού μετασχηματισμού για ένα ζεύγος κοινών σημείων μεταξύ ενός τοπικού συστήματος και του καθολικού συστήματος αναφοράς.

Οι εξισώσεις οι οποίες διέπουν τη συγκεκριμένη διαδικασία βελτιστοποίησης είναι ίδιες ακριβώς με την εξίσωση (3.9) που προκύπτει από τη Βελτιστοποίηση Υπολογισμού Σημείου. Για κάθε από τα I σημεία του δικτύου μετρήσεων αντιστοιχεί μια μέτρηση από κάθε K θέση οργάνου. Επομένως, το διάνυσμα των εναπομεινάντων σφαλμάτων για το σύνολο των μετρημένων σημείων θα είναι διαστάσεων M (όπου $M=\tau IK$ ($\tau=3$ για όργανα σφαιρικών μετρήσεων) και μορφής

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \vec{e}_0 \\ \vec{e}_1 \\ \dots \end{array} \right] \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

όπως τα διανύσματα \vec{e}_i δίνονται από την εξίσωση (3.10).

Αντίστοιχα, ο Ιακωβιανός πίνακας θα είναι διαστάσεων $M \times N$, όπου $M=\tau IK$ και $N=6(K-1)$. Για παράδειγμα, το τμήμα του Ιακωβιανού πίνακα που αναφέρεται στα στοιχεία μέτρησης του πρώτου σημείου από την πρώτη θέση οργάνου συναρτήσει των παραμέτρων μετασχηματισμού της θα έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta l_{00}}{\delta X_1^0} & \frac{\delta l_{00}}{\delta Y_1^0} & \frac{\delta l_{00}}{\delta Z_1^0} & \frac{\delta l_{00}}{\delta R_{\gamma 1}} & \frac{\delta l_{00}}{\delta R_{\beta 1}} & \frac{\delta l_{00}}{\delta R_{\alpha 1}} \\ \frac{\delta \theta_{00}}{\delta X_1^0} & \frac{\delta \theta_{00}}{\delta Y_1^0} & \frac{\delta \theta_{00}}{\delta Z_1^0} & \frac{\delta \theta_{00}}{\delta R_{\gamma 1}} & \frac{\delta \theta_{00}}{\delta R_{\beta 1}} & \frac{\delta \theta_{00}}{\delta R_{\alpha 1}} \\ \frac{\delta \varphi_{00}}{\delta X_1^0} & \frac{\delta \varphi_{00}}{\delta Y_1^0} & \frac{\delta \varphi_{00}}{\delta Z_1^0} & \frac{\delta \varphi_{00}}{\delta R_{\gamma 1}} & \frac{\delta \varphi_{00}}{\delta R_{\beta 1}} & \frac{\delta \varphi_{00}}{\delta R_{\alpha 1}} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

όπου ενδεικτικά,

$$\frac{\delta l_{00}}{\delta X_1^0} = \frac{(\ell_{00}^* - \ell_{00})' - (\ell_{00}^* - \ell_{00})}{dX_1^0}$$

$$\frac{\delta \theta_{00}}{\delta X_1^0} = \frac{(\theta_{00}^* - \theta_{00})' - (\theta_{00}^* - \theta_{00})}{dX_1^0}$$

$$\frac{\delta \varphi_{00}}{\delta X_1^0} = \frac{(\varphi_{00}^* - \varphi_{00})' - (\varphi_{00}^* - \varphi_{00})}{dX_1^0}$$

Συχνά, η Βελτιστοποίηση Μετασχηματισμού Οργάνου εκτελείται, όπως και άλλους είδους διαδικασίες βελτιστοποίησης, μέσω της εφαρμογής βαρών στις παρατηρήσεις. Αυτή η επιλογή μπορεί να βασίζεται είτε στην αβεβαιότητα των παρατηρήσεων είτε απλώς στην προσπάθεια ομογενοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή την έκφραση του συνόλου των παρατηρήσεων σε κοινές μονάδες.

Για την παρούσα βελτιστοποίηση είναι δυνατό να μετατρέψουμε ένα στοιχείο μήκους σε ένα αντίστοιχο γωνιακό μέσω της σχέσης:

$$e_L = \tan^{-1}\left(\frac{e\ell}{\ell^*}\right)$$

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το διάνυσμα εναπομεινάντων σφαλμάτων να μετατραπεί σε ομογενές ως προς τις μονάδες μέτρησης. Έτσι γίνεται δυνατόν να εφαρμοστούν σχετικά βάρη για το σύνολο των παρατηρήσεων, τόσο αποστάσεων όσο και γωνιών. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ενός laser tracker το βάρος της μετρημένης απόστασης θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της μετρημένης γωνίας λόγω της ακριβέστερης μέτρησης αποστάσεων. Για την περίπτωση ενός total station, η κατάσταση αυτή αντιστρέφεται.

Γενικά, η μέθοδος Bundle Adjustment είναι δυνατό να συνοψισθεί στα ακόλουθα βήματα:

1. Αρχικά, ιδρύεται ένα δίκτυο στόχων οι οποίοι και σκοπεύονται από πολλαπλές θέσεις οργάνου
2. Οι μετρήσεις μετατρέπονται σε συντεταγμένες των σημείων στα μεμονωμένα συστήματα συντεταγμένων της κάθε θέσης
3. Θεωρώντας σταθερή κάποια από τις θέσεις οργάνου, οι συντεταγμένες χρησιμοποιούνται για μια αρχική εκτίμηση του διανύσματος \bar{x} των παραμέτρων μετασχηματισμού των συστημάτων στο καθολικό σύστημα αναφοράς
4. Μέσω των μετασχηματισμών οι συντεταγμένες των σημείων αναπαρίστανται στο καθολικό σύστημα

5. Για κάθε σημείο εκτιμάται το διάνυσμα \vec{p}_i^* και το αντίστοιχο διάνυσμα μέτρησης \vec{m}_i^*
6. Σχηματίζεται ο πίνακας των εναπομεινάντων σφαλμάτων \vec{e} μέσω της σχέσης $\vec{e}_{ik} = \vec{m}_i^* - \vec{m}_{ik}$
7. Εφαρμόζεται για καθεμιά από τις παραμέτρους των μετασχηματισμών η προκαθορισμένη διόρθωση dx_k και εκτελούνται εκ νέου τα βήματα 4 έως 6
8. Σχηματίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας A μέσω της σχέσης

$$\frac{\delta e_{ik}}{\delta x_k} = \frac{e'_{ik} - e_{ik}}{dx_k}$$

9. Αντιστρέφεται μέσω της μεθόδου SVD ο πίνακας A και εκτιμάται η διόρθωση του διανύσματος των αγνώστων $\vec{\Delta x}$, καθώς και το διάνυσμα $\vec{x}^* = \vec{x} + \Delta \vec{x}$
10. Τα βήματα 4 έως 9 επαναλαμβάνονται έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση

3.3 Εκτίμηση Αβεβαιότητας

Από τη στιγμή που το αρχικό δίκτυο μετρήσεων έχει απαλλαχτεί από κάθε είδους συστηματικό σφάλμα, τα υπόλοιπα που προκύπτουν από τις παραπάνω διαδικασίες βελτιστοποίησης εκφράζουν τα τυχαία σφάλματα που οφείλονται σε παράγοντες όπως η αβεβαιότητα μέτρησης των οργάνων, οι συνθήκες μέτρησης κτλ. Τα εναπομεινάντα σφάλματα των επιμέρους στοιχείων μετρήσεων δίδονται από το διάνυσμα \vec{e} της εξίσωσης (3.14).

Το πρώτο, λοιπόν, βήμα στην εκτίμηση της αβεβαιότητας είναι η οργάνωση των στοιχείων του διανύσματος \vec{e} σε ομάδες των επιμέρους στοιχείων μέτρησης για κάθε σημείο του δικτύου από όλες τις θέσεις οργάνου. Για ένα όργανο σφαιρικών μετρήσεων (παρομοίως με την περιγραφή των διαδικασιών βελτιστοποίησης), η ομαδοποίηση αυτή θα ήταν η εξής:

$$\vec{r}_\ell = [\text{το σύνολο των } \vec{e}_\ell]$$

$$\vec{r}_\theta = [\text{το σύνολο των } \vec{e}_\theta]$$

$$\vec{r}_\varphi = [\text{το σύνολο των } \vec{e}_\varphi]$$

Με τη στατιστική επεξεργασία των στοιχείων των παραπάνω διανυσμάτων εκτιμάται η αβεβαιότητα του οργάνου για κάθε επιμέρους στοιχείο ξεχωριστά. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, επιλέγεται η τυπική απόκλιση η οποία και υπολογίζεται πχ. για το στοιχείο της απόστασης από τη σχέση

$$\sigma_{\ell} = \left(\frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (r_{\ell})_j^2 \right)^{1/2}$$

όπου J=IK όπου I ο αριθμός των σημείων του δικτύου και K ο αριθμός των θέσεων οργάνων. Με τον τρόπο αυτό εκτιμώνται οι αβεβαιότητες $\sigma_{\ell}, \sigma_{\theta}, \sigma_{\phi}$ για επίπεδο εμπιστοσύνης ένα σίγμα ή 68%.

3.4 Bundle Adjustment στο SpatialAnalyzer

Γενικότερα, με τον όρο Bundle Adjustment εννοείται η διαδικασία εύρεσης των μετασχηματισμών ενός δικτύου οργάνων, οι οποίοι ελαχιστοποιούν τα εναπομείναντα σφάλματα κατά τη διεξαγωγή μετρήσεων.



Εικόνα 3.2. Παράθυρο Διαλόγου Bundle Adjustment
[SA User Manual]

Στα πλαίσια, λοιπόν, του SpatialAnalyzer περιλαμβάνεται ομώνυμη εφαρμογή για την αντιμετώπιση ακριβώς αυτού του προβλήματος. Αντίθετα και λόγω της χρήσης των ίδιων διαδικασιών βελτιστοποίησης για την επίλυση μετρολογικών δικτύων, η

εκτίμηση της αβεβαιότητας ενός μεμονωμένου οργάνου γίνεται μέσω μιας άλλης εφαρμογής του λογισμικού, του USMN (Βλέπε Κεφάλαιο 4).

Αρχικά, ο χρήστης καλείται να δηλώσει το σύνολο των στόχων που θα χρησιμοποιηθούν για την εκτέλεση του Bundle Adjustment. Αν στο ευρύτερο δίκτυο συμπεριλαμβάνονται πρότυπες ράβδοι (Βλέπε Κεφάλαιο 1), είναι δυνατόν να ληφθούν υπόψη στη διαδικασία υπολογισμού με ορισμένη αβεβαιότητα. Επίσης, παρέχεται η επιλογή της παύσης ή επανεκκίνησης της εκτέλεσης υπολογισμών, αν θεωρηθεί ότι έχει επιτευχθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα ή ότι ο χρόνος εκτέλεσης είναι υπερβολικός. Τέλος, διατίθεται μια σειρά από στατιστικούς δείκτες για την αξιολόγηση των τελικών αποτελεσμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕΤΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

4.1 Εισαγωγή

Συχνά σε εφαρμογές της Βιομηχανικής Γεωδαισίας κρίνεται αναγκαία η χρήση περισσότερων του ενός οργάνων, τα οποία είναι αρκετές φορές διαφορετικού τύπου και τα δεδομένα των οποίων θα πρέπει να συνδυαστούν ώστε να προκύψει ένα κοινό τελικό παράγωγο. Τέτοιες περιπτώσεις εμφανίζονται, για παράδειγμα, όταν το αντικείμενο μελέτης είναι ιδιαίτερα μεγάλων διαστάσεων, οπότε και η κάλυψη του με ένα όργανο ή από μόνο μια θέση οργάνου είναι αδύνατη. Ακόμη, υπάρχουν περιπτώσεις όπου όργανα, όπως τα ψηφιακά θεοδόλιχα, θα πρέπει να συνδυαστούν και με άλλου είδους εξοπλισμό με σκοπό την εκτίμηση των συντεταγμένων των στοχευόμενων σημείων.

Τα προβλήματα που προκύπτουν από τέτοιου είδους διαδικασίες είναι, κατά κύριο λόγο, δυο. Αρχικά, οι μετρήσεις των διαφορετικών οργάνων θα πρέπει να αναπαρασταθούν σε ένα κοινό σύστημα αναφοράς, το οποίο σε αρκετές περιπτώσεις είναι το αντίστοιχο σύστημα του μοντέλου CAD. Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος, η συνήθης διαδικασία προβλέπει την εκτίμηση ανά ζεύγος οργάνων των παραμέτρων του μετασχηματισμού του ενός οργάνου ως προς το άλλο, μέσω τριών ή περισσότερων κοινών σημείων (αν ο εν λόγω σχηματισμός είναι πλήρης αφινικός). Αυτή η "αλυσίδα" μετασχηματισμών καταλήγει σταδιακά στη σύνδεση του συστήματος του "πρώτου" κατά σειρά οργάνου με το σύστημα συντεταγμένων του μοντέλου CAD.

Το δεύτερο πρόβλημα, το οποίο και ανακύπτει, είναι η εκτίμηση της ίδιας της αβεβαιότητας της συνολικής διαδικασίας. Η αβεβαιότητα αυτή είναι προϊόν δυο βασικών παραγόντων: της αβεβαιότητας των μετασχηματισμών για τη συσχέτιση των οργάνων σε ένα κοινό σύστημα και της αβεβαιότητας των μετρήσεων του κάθε μεμονωμένου οργάνου. Καθίσταται, επομένως, αναγκαίος ο συνδυασμός των επιμέρους αβεβαιοτήτων των οργάνων ώστε να υπολογιστεί η αβεβαιότητα του τελικού προϊόντος.

Η εφαρμογή USMN (Unified Spatial Metrology Network) αντιμετωπίζει και τα δυο αυτά προβλήματα με μια νέα, ρηξικέλευθη προσέγγιση. Συγκεκριμένα, σε αντίθεση με τη κλασική μέθοδο σύνδεσης των οργάνων ανά ζεύγη, στα πλαίσια της παρούσας εφαρμογής ολόκληρο το δίκτυο επιλύεται ταυτοχρόνως και προκύπτουν τα επιθυμητά αποτελέσματα στο επιθυμητό σύστημα συντεταγμένων. Επιπρόσθετα, εκτιμάται η αβεβαιότητα του συνολικού δικτύου μέσω του συνδυασμού των μεμονωμένων "Νεφών Διακριτών Σημείων" (discrete point cloud), τα οποία αποτελούν μια επαναστατική προσέγγιση στην αναπαράσταση του πεδίου αβεβαιότητας μιας μέτρησης.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα αναλυθεί σε πρώτο στάδιο η προσέγγιση του SA στην αναπαράσταση των πεδίων αβεβαιότητας, ενώ στη συνέχεια θα περιγραφεί η μεθοδολογία που εφαρμόζεται τόσο για την επίλυση του συνολικού δικτύου όσο και για τον υπολογισμό της τελικής αβεβαιότητάς του.

Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται στις επόμενες ενότητες βασίζεται στη διδακτορική διατριβή του J.M.Calkins για το Πολυτεχνικό Ινστιτούτο της Virginia με τίτλο "Quantifying Coordinate Uncertainty Fields in Coupled Spatial Measurement Systems" (2002).

4.2 Αναπαράσταση Πεδίων Αβεβαιότητας

4.2.1 Απαιτήσεις Αναπαράστασης

Για να θεωρηθεί μια μέθοδος αναπαράστασης ενός πεδίου αβεβαιότητας ως επιτυχής, θα πρέπει να ικανοποιεί τις ακόλουθες απαιτήσεις (J.M.Calkins, 2002):

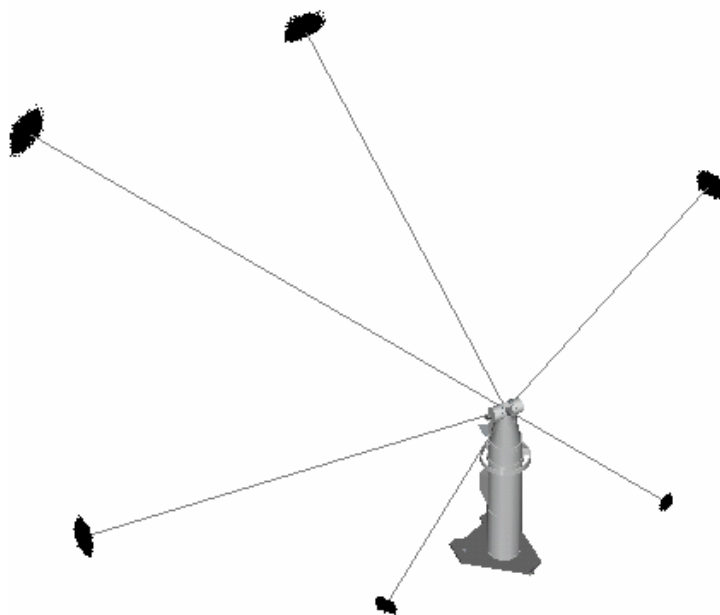
1. **Επαρκής αναπαράσταση της χωρικής αβεβαιότητας του μετρητικού συστήματος:** Κάθε μετρητικό σύστημα μετατρέπει τις μετρήσεις που λαμβάνει σε XYZ συντεταγμένες, των οποίων η αβεβαιότητα εξαρτάται από την αβεβαιότητα των ίδιων των στοιχείων μέτρησης και του μοντέλου που χρησιμοποιείται για την μετατροπή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανομοιόμορφη κατανομή της αβεβαιότητας στους άξονες X, Y και Z.

2. **Να μπορεί να μετασχηματίζεται μεταξύ συστημάτων συντεταγμένων δίχως απώλεια πληροφορίας:** Η αβεβαιότητα στις συντεταγμένες ενός μετρημένου σημείου συνήθως εκφράζεται στο σύστημα συντεταγμένων του οργάνου. Πολλές φορές όμως απαιτείται η αναπαράσταση της αβεβαιότητας σε κάποιο άλλο σύστημα από αυτό του οργάνου (πχ. στο σύστημα συντεταγμένων του εξεταζόμενου αντικειμένου)
3. **Δυνατότητα συνδυασμού για την παραγωγή σύνθετης αβεβαιότητας:** Έστω ότι για τον υπολογισμό των συντεταγμένων ενός σημείου χρησιμοποιούνται μετρήσεις από περισσότερα του ενός όργανα. Οι επιμέρους αβεβαιότητες που έχουν προκύψει από κάθε όργανο πρέπει να αναπαρίστανται κατά τρόπο ο οποίος επιτρέπει το συνδυασμό τους ώστε να προκύψει η τελική αβεβαιότητα των συντεταγμένων.
4. **Διασθητική και εύκολα εφαρμόσιμη στο σχεδιασμό της διαδικασίας μετρήσεων:** Η μέθοδος αναπαράστασης του πεδίου αβεβαιότητας θα πρέπει να προσφέρει άμεση πληροφορία στο χρήστη, ενώ θα πρέπει να διευκολύνει το σχεδιασμό της διαδικασίας μετρήσεων με σκοπό την ελαχιστοποίηση των εμπλεκόμενων σφαλμάτων.
5. **Υπολογιστικά λογική:** Το κριτήριο αυτό αναφέρεται κατά κύριο λόγο στον απαιτούμενο χρόνο για την αναπαράσταση του πεδίου αβεβαιότητας από Η/Υ, ο οποίος αποτελεί παράλληλα συνάρτηση της απαιτούμενης υπολογιστικής δύναμης.
6. **Εφαρμόσιμη σε λειτουργίες ανάλυσης μετρήσεων:** Σε αρκετές περιπτώσεις, οι μετρήσεις ενός οργάνου αποτελούν τη βάση για διαδικασίες, όπως η προσαρμογή γεωμετρικών επιφανειών, η κατασκευή επιφανειών αντίστροφης μηχανικής (reverse-engineered surfaces) και η αξιολόγηση ανοχών διαστάσεων και θέσης. Επομένως, η μέθοδος αναπαράστασης πρέπει να είναι ικανή να εφαρμοστεί στις διαδικασίες αυτές.

4.2.2 Αναπαράσταση με Νέφη Διακριτών Σημείων

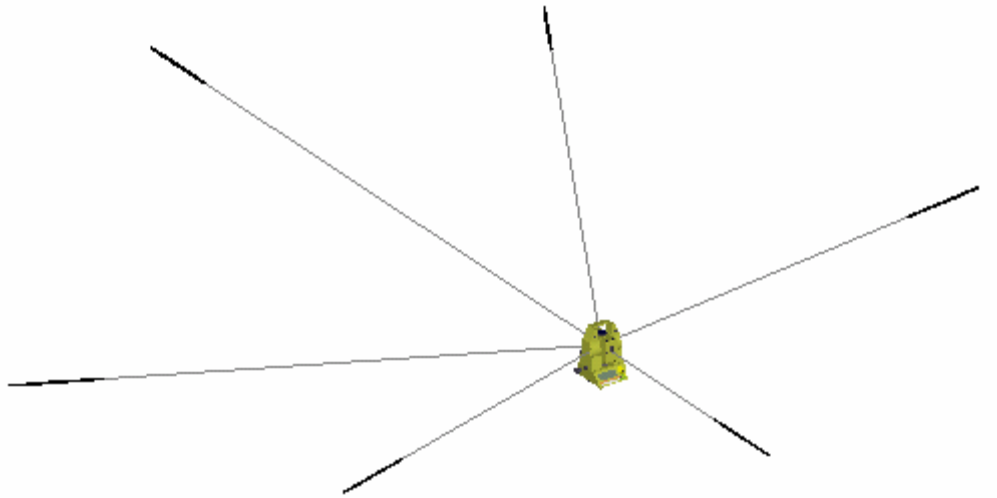
Με βάση τα παραπάνω κριτήρια, στο πλαίσιο του λογισμικού SA χρησιμοποιείται μια νέου είδους αναπαράσταση, αυτή τους Νέφους Διακριτών Σημείων (ΝΔΣ). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το πεδίο αβεβαιότητας αναπαριστάται μέσω ενός συνόλου διακριτών σημείων, τα οποία δημιουργούνται μέσω της προσομοίωσης των ενδεχόμενων αποτελεσμάτων που επιφέρουν τα σφάλματα μέτρησης ενός οργάνου στις συντεταγμένες ενός σημείου. Η μέθοδος αναλύεται διεξοδικά σε μετέπειτα ενότητα του παρόντος κεφαλαίου.

Χαρακτηριστικά, παρατίθενται οι αναπαραστάσεις των πεδίων αβεβαιότητας σημείων μέσω ΝΔΣ για τρεις από τις πιο συνηθισμένες μετρητικές διατάξεις οι οποίες χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές της βιομηχανικής μετρολογίας: laser tracker, total station και PCMM. Όσο αφορά το laser tracker, τα πεδία αβεβαιότητας των μετρημένων σημείων εμφανίζονται πεπλατυσμένα σε διεύθυνση κάθετη από αυτή της μέτρησης, καθώς το σφάλμα στη μέτρηση γωνιών είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο στη μέτρηση αποστάσεων. Το αντίθετο παρατηρείται για την περίπτωση του total station, ενώ για το PCMM διαπιστώνεται ανομοιομορφία ως προς το μέγεθος, σχήμα και προσανατολισμό των πεδίων.



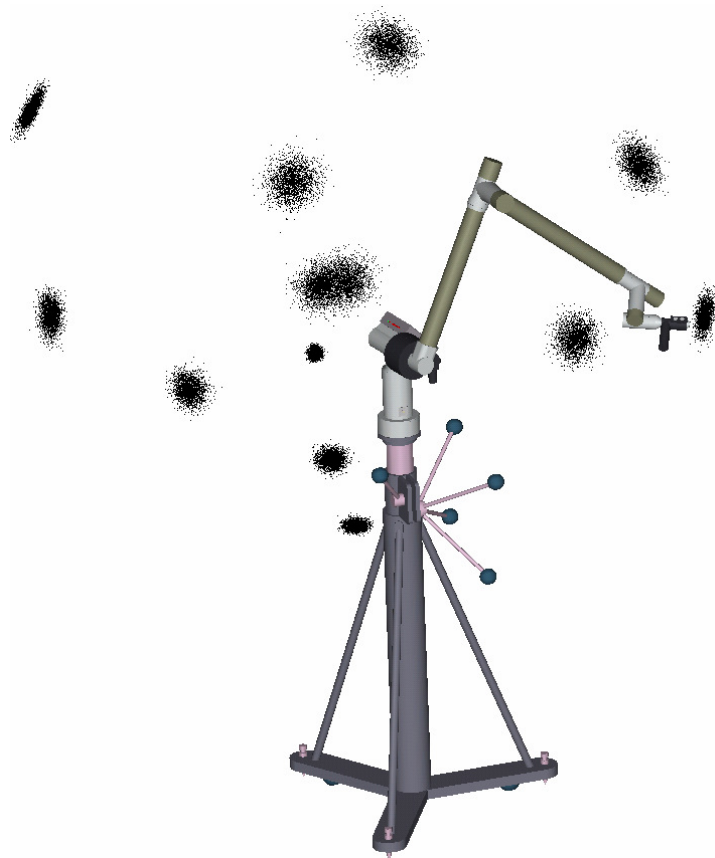
Εικόνα 4.1. Νέφη Διακριτών Σημείων (Laser Tracker)

[J.M.Calkins,2002]



Εικόνα 4.2. Νέφη Διακριτών Σημείων (Total Station)

[J.M.Calkins,2002]



Εικόνα 4.3. Νέφη Διακριτών Σημείων (PCMM Arm)

[J.M.Calkins,2002]

4.2.3 Πλεονεκτήματα ΝΔΣ

Αναλογιζόμενοι τα κριτήρια της ενότητας 4.2.1, τα οποία πρέπει να ικανοποιεί μια μέθοδος αναπαράστασης πεδίων αβεβαιότητας ώστε να θεωρείται επιτυχής, γίνεται προφανές ότι η μέθοδος ΝΔΣ προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι της κλασσικής προσέγγισης με τη χρήση σφαιρών και ελλειψοειδών σφαλμάτων.

Σε πρώτο στάδιο και σε αντίθεση με τα ελλειψοειδή και τις σφαίρες, το ΝΔΣ απεικονίζει με πιο ρεαλιστικό τρόπο το πεδίο αβεβαιότητας, καθώς το σχήμα του δεν περιορίζεται σε μια δυάδα τρισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων. Επιπλέον, η πυκνότητα του πεδίου δεν παρουσιάζεται ομοιόμορφη σε όλο το χώρο αλλά με διακυμάνσεις, μια αναπαράσταση η οποία προσεγγίζει πιο ιδανικά την πραγματική εικόνα.

Ακόμη, η συγκεκριμένη μέθοδος αναπαράστασης προσφέρει τη δυνατότητα μετασχηματισμού της και σε άλλα συστήματα συντεταγμένων πλην του συστήματος του οργάνου. Απλώς προσδιορίζονται οι παράμετροι του επιθυμητού μετασχηματισμού και με την εφαρμογή του σε κάθε μεμονωμένο σημείο από το συνολικό πληθυσμό, το πεδίο αναπαριστάται στο νέο σύστημα. Επιπλέον, εφόσον καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας δεν γίνεται καμία υπόθεση, ο εφαρμοζόμενος μετασχηματισμός δεν επιφέρει απώλεια της σχετικής με το πεδίο πληροφορίας.

Επιπρόσθετα, είναι δυνατόν μεμονωμένα ΝΔΣ να συνδυαστούν ώστε να προκύψει ένα νέο συνδυασμένο πεδίο. Αντιθέτως, τα ελλειψοειδή αποτελούν ιδιαίτερα πολύπλοκες μαθηματικές επιφάνειες, γεγονός το οποίο καθιστά τη συνένωση τους σε ένα κοινό γεωμετρικό σώμα όχι μόνο αρκετά δύσκολη, αλλά πολλές φορές και αδύνατη. Η μεθοδολογία πίσω από τη δημιουργία υβριδικών ΝΔΣ θα αναλυθεί εκτενώς στη συνέχεια.

Όπως και τα ελλειψοειδή, έτσι και τα ΝΔΣ προσφέρουν έναν άμεσο και διαισθητικό τρόπο μετάδοσης της σχετικής πληροφορίας για πεδία αβεβαιότητας, τόσο με γραφικά όσο και αριθμητικά δεδομένα. Αυτό επιτρέπει την εφαρμογή της μεθόδου στο προκαταρκτικό σχεδιασμό διάφορων εφαρμογών και σε λειτουργίες για την ανάλυση μετρήσεων. Τέλος, αποτελεί μια υπολογιστικά λογική μέθοδο

αναπαράστασης πεδίων, όπως αποδεικνύει και η λιτή μεθοδολογία πάνω στην οποία βασίζεται.

4.3 Μέθοδος ΝΔΣ

4.3.1 Μέθοδοι Monte Carlo

Βασικό πυλώνα της μεθόδου αναπαράστασης πεδίων αβεβαιότητας ΝΔΣ αποτελεί η προσομοίωση Monte Carlo (Monte Carlo Simulation). Προτού αναλυθεί η μεθοδολογία πίσω από το ΝΔΣ, κρίνεται σκόπιμη μια συνοπτική περιγραφή της Monte Carlo και των εφαρμογών της ώστε να γίνει αντιληπτός στον αναγνώστη ο ακριβής λόγος για την επιλογή της εφαρμογής της και στο προκείμενο πρόβλημα.

Οι μέθοδοι Monte Carlo αποτελούν μια ευρεία κλάση υπολογιστικών αλγορίθμων οι οποίοι βασίζονται σε επαναλαμβανόμενες διαδικασίες τυχαίας δειγματοληψίας με σκοπό την εκτίμηση αριθμητικών αποτελεσμάτων. Τυπικά συνίστανται στην εκτέλεση μιας σειράς προσομοιώσεων με απώτερο στόχο την εκτίμηση της κατανομής μιας πιθανοκρατικής οντότητας. Το όνομά τους προκύπτει από την ομώνυμη περιοχή της πόλης του Μονακό και το φημισμένο καζίνο της, καθώς είναι έκδηλη η ομοιότητα των τεχνικών αυτών με ένα κλασσικό παιχνίδι ρουλέτας.

Ειδικότερα, η σύγχρονη εκδοχή της μεθόδου εφευρέθηκε κατά τα τέλη της δεκαετίας του 1940 από τον επιστήμονα Stanislaw Ulam, ο οποίος ασχολείτο με την κατασκευή πυρηνικών όπλων στο Εθνικό Εργαστήριο του Los Alamos. Το όνομα της αποδίδεται στο Nicholas Metropolis λόγω της προσφιούς συνήθειας ενός θείου του Ulam να παίζει στο ομώνυμο καζίνο. Ο μαθηματικός John von Neumann ήταν από τους πρώτους που αντιλήφθηκαν τη σημασία της μεθόδου για την επιστήμη της πληροφορικής και μάλιστα την εφάρμοσε λίγο καιρό μετά τη δημοσίευσή της σε έναν από τους πρώτους υπερυπολογιστές, τον ENIAC.

Η πιο διαδεδομένη χρήση των αλγορίθμων αυτών γίνεται για την επίλυση φυσικών και μαθηματικών προβλημάτων, ιδιαίτερος είτε όταν η περιγραφή μιας ποσότητας μέσω μιας κλειστής έκφρασης είναι δύσκολη (ή ακόμα και αδύνατη) είτε όταν η εφαρμογή ενός ντετερμινιστικού αλγορίθμου είναι ανέφικτη. Γενικά, τα

προβλήματα για την επίλυση των οποίων χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι Monte Carlo είναι δυνατό να συμπεριληφθούν σε τρεις ευρείες κατηγορίες: βελτιστοποίηση, αριθμητική ολοκλήρωση και παραγωγή γραφημάτων από μια τυχαία ακολουθία.

Στον τομέα της φυσικής, οι μέθοδοι Monte Carlo αποδεικνύονται ιδιαίτερα χρήσιμοι στην προσομοίωση συστημάτων συζευγμένων συστημάτων (συστημάτων τα οποία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους), όπως ρευστά και κυτταρικές δομές. Άλλα παραδείγματα περιλαμβάνουν τη μοντελοποίηση φαινομένων με δεδομένα σημαντικής αβεβαιότητας, όπως είναι η εκτίμηση του ρίσκου επιχειρηματικών σχεδίων και αντίστοιχα στον τομέα των μαθηματικών, ο υπολογισμός πολυδιάστατων ορισμένων ολοκληρωμάτων με περίπλοκες συνοριακές συνθήκες. Τέλος, στη διαδικασία εύρεσης ενεργειακών κοιτασμάτων έχει διαπιστωθεί ότι η εφαρμογή των μεθόδων Monte Carlo είναι αποδίδει καλύτερα από την ανθρώπινη διαίσθηση.

Παρά το ευρύ φάσμα των παραλλαγών, η δομή των διαφόρων Monte Carlo είναι ως επί το πλείστο παρόμοια και βασίζεται στην εφαρμογή των ακόλουθων τεσσάρων βημάτων:

1. Ορισμός ενός πεδίου πιθανών δεδομένων
2. Τυχαία παραγωγή δεδομένων στο πεδίο μέσω μιας τυχαίας κατανομής
3. Επεξεργασία των δεδομένων μέσω ενός ντετερμινιστικού αλγορίθμου
4. Συγκέντρωση των αποτελεσμάτων

Κρίσιμο στοιχείο της όλης διαδικασίας, όπως γίνεται αντιληπτό, είναι η απαίτηση για ένα ευρύ σύνολο τυχαίων αριθμών, το οποίο χρησιμοποιείται κατά την παραγωγή των δεδομένων. Κατά κύριο λόγο, οι μέθοδοι Monte Carlo δε βασίζονται σε πραγματικά τυχαίους αριθμούς, αλλά σε ντετερμινιστικά παραγόμενες ψευδο-τυχαίες ακολουθίες από γεννήτριες τυχαίων αριθμών (pseudo-random number generator ή PRNG). Στην περίπτωση αυτή, η επιτυχία της προσομοίωσης εξαρτάται από το αν η επιλεγόμενη ακολουθία ικανοποιεί μια σειρά από στατιστικά τεστ. Για παράδειγμα, εξετάζεται αν οι παραγόμενοι αριθμοί ακολουθούν την ομοιόμορφη ή οποιαδήποτε επιθυμητή κατανομή.

Γενικά, η επιτυχημένη εφαρμογή μιας μεθόδου Monte Carlo εξαρτάται, σε πρώτο στάδιο, από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών την οποία χρησιμοποιεί. Τα χαρακτηριστικά μιας καλής γεννήτριας είναι η μεγάλη "περίοδος" (μια από τις κυριότερες ιδιότητες των PRNG) και η "τυχειότητα" του συνόλου των αριθμών που παράγει. Ακόμη, καθοριστικό παράγοντα στην εφαρμογή της Monte Carlo αποτελεί το πλήθος των παραγόμενων αριθμών και κατά συνέπεια, το πλήθος των δεδομένων. Όσο περισσότερα δεδομένα εισάγονται στην προσομοίωση, τόσο η τελική προσέγγιση βελτιώνεται και αναπαριστά την πραγματική κατάσταση του υπό μελέτη φαινομένου.

4.3.2 Στρόβιλος Mersenne

Όπως ήδη προαναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα, κρίσιμο ρόλο κατά την εφαρμογή της Monte Carlo διαδραματίζει η εκλογή της κατάλληλης γεννήτριας παραγωγής τυχαίων αριθμών για τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Για την αναπαράσταση πεδίων αβεβαιότητας, το λογισμικό SA χρησιμοποιεί το Στρόβιλο Mersenne (Mersenne Twister), ο οποίος παράγει σύνολα αριθμών που ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή (uniform distribution).

Ο αλγόριθμος αυτός δημιουργήθηκε από τους Matsumoto και Nishimura το 1998 και θεωρείται μια ιδιαίτερα καλή μέθοδος. Το βασικό της μειονέκτημα είναι ότι για την εκτέλεσή της σε H/Y απαιτείται μεγαλύτερο τμήμα μνήμης σε σχέση με παρόμοιες διαδικασίες. Παραταύτα, η απώλεια σε υπολογιστική απόδοση είναι αμελητέα. Αντιθέτως, η μεγάλη περίοδος της σε σχέση με άλλες γεννήτριες αποτελεί το κυριότερο πλεονέκτημά της. Η περίοδος αυτή βασίζεται στον αριθμό ($2^{19937}-1$), ο οποίος ανήκει στο σύνολο των πρώτων αριθμών Mersenne, εξ ου και η ονομασία του αλγόριθμου. Ουσιαστικά, πρόκειται για πρώτους αριθμούς οι οποίοι είναι δυνατό να εκφραστούν με τη μορφή 2^n-1 .

Οι παραγόμενοι αριθμοί, όπως ειπώθηκε παραπάνω, ακολουθούν σε αρχικό στάδιο την ομοιόμορφη κατανομή, γεγονός που ισχύει για την πλειοψηφία των διαθέσιμων γεννητριών. Συνήθως, κατά την εφαρμογή της Monte Carlo προτιμάται η κανονική κατανομή, καθώς αναπαριστά ρεαλιστικότερα τα σφάλματα των επιμέρους

στοιχείων των μετρήσεων ενός οργάνου (Βλέπε ενότητα 4.3.3). Για το μετασχηματισμό των δεδομένων από την ομοιόμορφη στην κανονική κατανομή χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη εφαρμογή ο μετασχηματισμός Box-Muller. Για την εφαρμογή του μετασχηματισμού αυτού απαιτούνται ζεύγη ομοιόμορφα καταταμημένων τυχαίων αριθμών και παράγει νέα ζεύγη που ακολουθούν την κατανομή Gauss. Ο μετασχηματισμός συνίσταται, στην κλασσική του μορφή, στις ακόλουθες δυο σχέσεις:

$$y_1 = \sqrt{-2\ln(x_1)} \cos(2\pi x_2)$$

$$y_2 = \sqrt{-2\ln(x_1)} \sin(2\pi x_2)$$

όπου y_1, y_2 είναι κανονικά καταταμημένοι τυχαίοι αριθμοί με μηδενικό μέσο και τυπική απόκλιση ίση με τη μονάδα, ενώ x_1, x_2 ομοιόμορφα καταταμημένοι. Παραταύτα, προτιμάται η πολική μορφή του μετασχηματισμού Box-Muller, η οποία σε μορφή ψευδοκώδικα έχει ως εξής:

```
double x1, x2, w, y1, y2;
do
{
    x1 = 2.0 * Random() - 1.0;
    x2 = 2.0 * Random() - 1.0;
    w = x1 * x1 + x2 * x2;
} while ( w >= 1.0 );
w = sqrt( (-2.0 * log( w ) ) / w );
y1 = x1 * w;
y2 = x2 * w;
```

όπου Rand() η εκάστοτε εφαρμοσμένη γεννήτρια αριθμών.

4.3.3 Προσομοίωση Πεδίου Αβεβαιότητας

Για την προσομοίωση του πεδίου αβεβαιότητας της μέτρησης ενός οργάνου πρέπει σε αρχικό στάδιο να είναι δεδομένες οι αβεβαιότητες των επιμέρους στοιχείων της. Αυτό επιτυγχάνεται είτε μέσω της υιοθέτησης των αντίστοιχων τιμών που δίδονται από τον κατασκευαστή είτε μέσω της εφαρμογής της μεθόδου Bundle Adjustment (Βλέπε Κεφάλαιο 3). Κατά παρόμοιο τρόπο με το προηγούμενο κεφάλαιο, η ανάλυση της διαδικασίας προσομοίωσης θα περιοριστεί στα όργανα σφαιρικών μετρήσεων (total station, laser tracker), παρόλο που η εφαρμογή της είναι ουσιαστικά η ίδια και για τα υπόλοιπα είδη οργάνων.

Το πρωταρχικό στάδιο κατά τη διαδικασία προσομοίωσης είναι η κατάρτιση του διανύσματος των αβεβαιοτήτων των επιμέρους στοιχείων μέτρησης, το οποίο για ένα όργανο σφαιρικών μετρήσεων έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\vec{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{\ell} \\ \sigma_{\theta} \\ \sigma_{\phi} \end{bmatrix}$$

Με τη χρήση της γεννήτριας τυχαίων αριθμών παράγονται σταδιακά διανύσματα διάστασης τ (όπου $\tau=3$ για τη συγκεκριμένη ανάλυση) και μορφής:

$$\vec{R}_j = \begin{bmatrix} f(rand) \\ f(rand) \\ f(rand) \end{bmatrix}$$

όπου j ο αύξων αριθμός του παραγόμενου διανύσματος και $f(rand)$ ένας τυχαίος αριθμός μεταξύ $[-1,1]$ ο οποίος παράγεται από τη χρησιμοποιούμενη γεννήτρια.

Μέσω των δυο αυτών διανυσμάτων παράγεται ένα νέο διάνυσμα, το οποίο αναπαριστά το τυχαίο σφάλμα κάθε επιμέρους στοιχείου μέτρησης σύμφωνα με την προσομοίωση, δηλαδή

$$\vec{\varepsilon}_j = \vec{R}_j \cdot \vec{\sigma} = \begin{bmatrix} f(rand) \cdot \sigma_{\ell} \\ f(rand) \cdot \sigma_{\theta} \\ f(rand) \cdot \sigma_{\phi} \end{bmatrix}$$

Τέλος, το διάνυσμα $\vec{\varepsilon}_j$ εφαρμόζεται στο πραγματικό διάνυσμα μέτρησης ώστε να προκύψει ένα νέο διάνυσμα μέτρησης σύμφωνα με την προσομοίωση:

$$\vec{m}_j^* = \vec{m} + \vec{\varepsilon}_j = \begin{bmatrix} \ell + f(rand) \cdot \sigma_{\ell} \\ \theta + f(rand) \cdot \sigma_{\theta} \\ \phi + f(rand) \cdot \sigma_{\phi} \end{bmatrix}$$

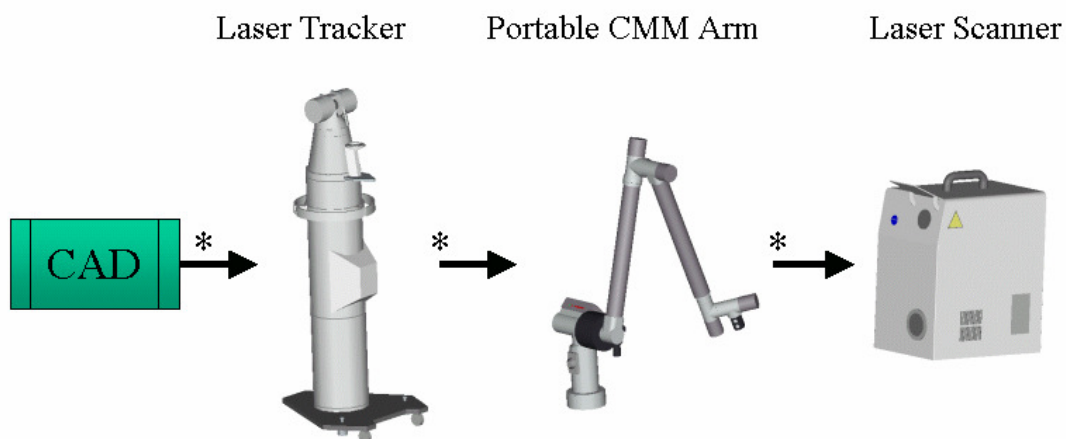
Όπως και το πραγματικό διάνυσμα μέτρησης \vec{m} , έτσι και κάθε διάνυσμα που προκύπτει από τη διαδικασία προσομοίωσης μπορεί να εκφραστεί σε ένα διάνυσμα θέσης \vec{p}_j^* σε καρτεσιανές συντεταγμένες XYZ. Με αυτόν τον τρόπο, παράγεται σταδιακά ένα νέφος σημείων γύρω από το αντίστοιχο πραγματικό. Το πλήθος των σημείων αυτών εξαρτάται, όπως γίνεται προφανές, από τον αριθμό των παραγόμενων διανυσμάτων μέσω της γεννήτριας τυχαίων αριθμών.

Εκτός από τη γραφική αναπαράσταση, παρέχεται, επιπρόσθετα, αριθμητική εκτίμηση της αβεβαιότητας των συντεταγμένων του μετρημένου σημείου μέσω της στατιστικής επεξεργασίας των καρτεσιανών συντεταγμένων των σημείων του νέφους. Συγκεκριμένα, εκτιμάται για κάθε συντεταγμένη η αντίστοιχη τυπική διασπορά $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$, ανάλογα με το επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης C (1 έως 3 σίγμα). Επιπλέον, αν κρίνεται αναγκαία η αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων, ο απαραίτητος μετασχηματισμός εφαρμόζεται, εκτός από τα μετρημένα σημεία, και για τα σημεία των αντίστοιχων νεφών και μέσω των νέων συντεταγμένων υπολογίζονται εκ νέου οι επιθυμητές αβεβαιότητες.

4.4 Επίλυση Δικτύων

4.4.1 Κλασσική Προσέγγιση

Η συνήθης μέθοδος επίλυσης μετρολογικών δικτύων, τα οποία αποτελούνται από ένα ή περισσότερα του ενός είδη οργάνων, είναι μέσω της σταδιακής προσαρμογής όλων των επιμέρους συστημάτων συντεταγμένων στο επιθυμητό σύστημα. Ως παράδειγμα παρατίθεται το ακόλουθο, χαρακτηριστικό δίκτυο:



Εικόνα 4.4. Δίκτυο Οργάνων, συνδεδεμένων με μοντέλο CAD (1η εκδοχή)

[J.M.Calkins,2002]

Στο παραπάνω δίκτυο, ένα laser tracker έχει χρησιμοποιηθεί για την μέτρηση σημείων σε ένα τμήμα της επιφάνειας ενός αντικειμένου, σύμφωνα με ένα αντίστοιχο μοντέλο CAD. Για τη μέτρηση κάποιων χαρακτηριστικών του ίδιου τμήματος

απαιτήθηκε η χρήση μιας συσκευής PCMM, η οποία και συσχετίζεται με το laser tracker μέσω της σκόπευσης σε κοινά σημεία των δυο οργάνων. Τέλος, για τη λεπτομερέστερη καταγραφή μιας συγκεκριμένης περιοχής του εξεταζόμενου τμήματος, χρησιμοποιήθηκε ένα laser scanner παρομοίως συσχετισμένο με τη συσκευή PCMM. Τονίζεται ότι στη συγκεκριμένη ανάλυση θεωρείται ότι δεν έχουν μετρηθεί άλλα κοινά σημεία πλην των όσων αναφέρθηκαν πιο πάνω (πχ. κοινά σημεία για laser tracker και laser scanner).

Ο στόχος όλων των μετρήσεων από το δίκτυο αυτό των οργάνων είναι η δημιουργία ενός τελικού παραγώγου μέσω των συντεταγμένων των μετρημένων σημείων σε ένα κοινό σύστημα αναφοράς. Συνήθως, ως σύστημα αναφοράς επιλέγεται το αντίστοιχο του μοντέλου CAD. Κρίνεται, επομένως, απαραίτητη η έκφραση των συντεταγμένων του συνόλου των σημείων από όλα τα όργανα στο επιθυμητό σύστημα μέσω του προσδιορισμού των παραμέτρων ενός μετασχηματισμού.

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, ο πιο διαδεδομένος μετασχηματισμός μεταξύ συστημάτων τρισδιάστατων συντεταγμένων είναι ο αφινικός μετασχηματισμός, ο οποίος στην πλήρη του μορφή συνίσταται στον ακόλουθο πίνακα:

$$T = \begin{bmatrix} & & & X^o \\ & R(\gamma, \beta, \alpha) & & Y^o \\ & & & Z^o \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Σε αυτή τη μορφή, ο μετασχηματισμός ορίζεται από επτά (7) ανεξάρτητες παραμέτρους. Βεβαίως, είναι δυνατό να επιλεγθεί διαφορετικός συντελεστής κλίμακας m για κάθε επιμέρους άξονα, οπότε αυτόματα το πλήθος των παραμέτρων αυξάνεται σε εννέα (9). Συχνά, όμως, επιλέγεται η παράμετρος της κλίμακας να αφαιρείται από τις παραμέτρους του μετασχηματισμού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο πίνακας μετασχηματισμού μετατρέπεται ως εξής:

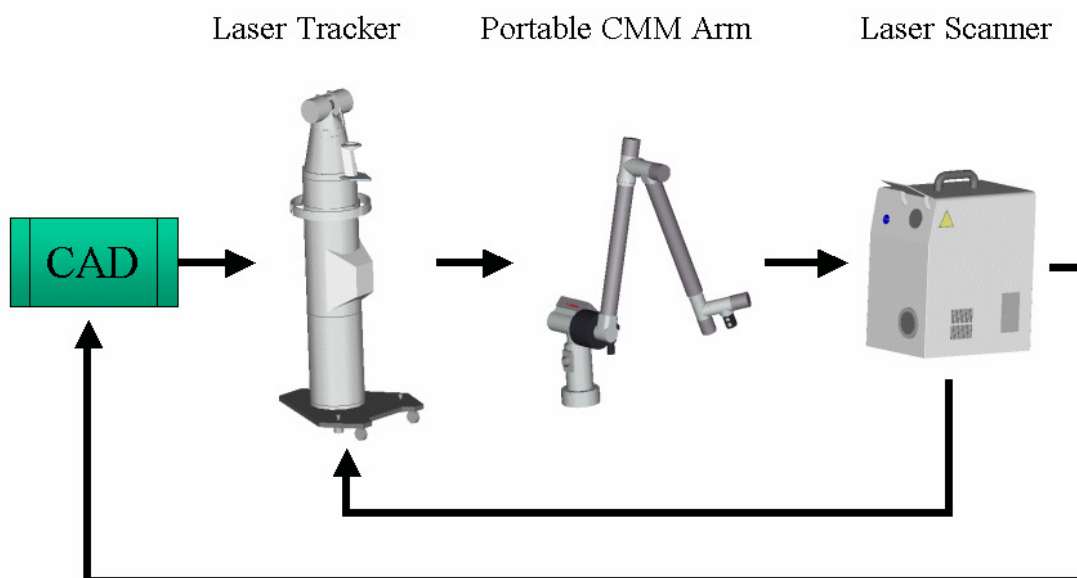
$$T = \begin{bmatrix} & & & X^o \\ & R(\gamma, \beta, \alpha) & & Y^o \\ & & & Z^o \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο μετασχηματισμός αυτός των έξι (6) παραμέτρων χρησιμοποιείται σταδιακά για τη σύνδεση των επιμέρους συστημάτων συντεταγμένων του δικτύου. Για το παράδειγμα της εικόνας 4.1, αρχικά προσδιορίζεται μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων ο πίνακας μετασχηματισμού του συστήματος του laser scanner ως προς το σύστημα της συσκευής PCMM, δηλαδή ο πίνακας $T_{Scanner}^{PCMM}$. Κατά αντίστοιχο τρόπο, εκτιμώνται σταδιακά οι πίνακες μετασχηματισμού $T_{PCMM}^{Tracker}$ και $T_{Tracker}^{CAD}$. Συγκεκριμένα, ο μετασχηματισμός, για παράδειγμα, του συστήματος του laser tracker στο αντίστοιχο του μοντέλου CAD γίνεται με τη χρήση του πίνακα:

$$T_{Scanner}^{CAD} = T_{Tracker}^{CAD} \cdot T_{PCMM}^{Tracker} \cdot T_{Scanner}^{PCMM}$$

Με αυτή τη μέθοδο, λοιπόν, τα συστήματα μετατρέπονται "αλυσιδωτά" από το ένα σύστημα οργάνου στο άλλο, καταλήγοντας στο τέλος στην έκφραση του συστήματος του "πρώτου" κατά σειρά στο επιθυμητό σύστημα αναφοράς

Παρά το γεγονός ότι η διαδικασία αυτή προσφέρει ένα εύκολο και γρήγορο τρόπο έκφρασης των επιμέρους συστημάτων ενός μετρολογικού δικτύου σε ένα κοινό σύστημα, ενέχει παράλληλα και ορισμένες ατέλειες ή κινδύνους. Μια από τις ατέλειες αυτές γίνεται προφανής, αν το δίκτυο της εικόνας 4.1 διαφοροποιηθεί ως εξής:



Εικόνα 4.5. Δίκτυο Οργάνων, συνδεδεμένων με μοντέλο CAD (2η εκδοχή)

[J.M.Calkins,2002]

Στη συγκεκριμένη εκδοχή και σε αντίθεση με το πρώτο δίκτυο, δεν παρέχονται κοινά σημεία μόνο μεταξύ διαδοχικών συστημάτων, αλλά ένα όργανο είναι δυνατόν να συνδέεται με δυο ή παραπάνω τμήματα του δικτύου. Στην περίπτωση αυτή, το laser scanner διαθέτει κοινά σημεία τόσο με τη συσκευή PCMM όσο και με το laser tracker, ενώ παράλληλα έχει σαρώσει ανεξάρτητα ένα τμήμα του εξεταζόμενου αντικειμένου, το οποίο και αναπαριστάται στο μοντέλο CAD.

Αν το δίκτυο αυτό αντιμετωπιστεί με την κλασική προσέγγιση, τότε θα πρέπει να εκτιμηθούν "σειριακά" οι παράμετροι των μετασχηματισμών των οργάνων του δικτύου στο επιθυμητό σύστημα. Αυτό, όμως, θα έχει σαν αποτέλεσμα την παράλειψη των μετρήσεων που συνδέουν μη διαδοχικά συστήματα. Η αξιοποίηση αυτής της επιπρόσθετης για τη διαδικασία αυτή πληροφορίας είναι δυνατό, υπό άλλες συνθήκες, να συνεισφέρει σημαντικά στην τελική λύση

Ένα άλλο πρόβλημα, το οποίο ανακύπτει, είναι η αβεβαιότητα του τελικού παραγώγου. Από τη στιγμή που το τελικό παράγωγο προκύπτει από το συνδυασμό μετρήσεων ενός συνόλου διαφορετικών οργάνων, θα πρέπει παράλληλα το σφάλμα προσδιορισμού του να αποτελεί συνάρτηση της αβεβαιότητας στις μετρήσεις κάθε επιμέρους οργάνου. Επομένως, είναι απαραίτητος ο συνδυασμός των αβεβαιοτήτων αυτών και η έκφρασή τους σε ένα κοινό σύστημα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, όμως, αυτό είναι αδύνατο.

Τέλος, η σειριακή εφαρμογή μετασχηματισμών επί ήδη μετασχηματισμένων συστημάτων αποτελεί μια ακόμη ατέλεια της διαδικασίας αυτής. Ακόμη και αν θεωρηθεί ότι τα κοινά σημεία μεταξύ των επιμέρους συστημάτων είναι χωρίς σφάλμα (υπόθεση σαφώς λανθασμένη), οι παράμετροι που εκτιμώνται μέσω της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων συνοδεύονται από μια σχετική αβεβαιότητα, η οποία και προφανώς δε μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Διαπιστώνεται με αυτό τον τρόπο ότι όσο περισσότεροι μετασχηματισμοί εφαρμόζονται σε ένα σύστημα τόσο το σφάλμα των συντεταγμένων των σημείων του αρχικού συστήματος, εκπεφρασμένο στο τελικό, αυξάνεται. Το σφάλμα αυτό έχει σαφές αντίκτυπο και στην ακρίβεια του τελικού παραγώγου.

4.4.2 Η Εφαρμογή USMN

Όπως αναφέρθηκε ήδη και στην εισαγωγή του κεφαλαίου αυτού, η εφαρμογή USMN αντιμετωπίζει το πρόβλημα της επίλυσης μετρολογικών δικτύων με διαφορετικό τρόπο σε σχέση με την κλασική προσέγγιση. Η πρώτη σημαντική διαφορά εντοπίζεται στην ταυτόχρονη επίλυση ολόκληρου του δικτύου οργάνων, σε αντίθεση με τη σειριακή εφαρμογή μετασχηματισμών μεταξύ διαδοχικών οργάνων για τη σύνδεσή τους σε ένα ενιαίο σύστημα συντεταγμένων.

Η εφαρμογή USMN βασίζεται για την επίλυση του δικτύου στη μέθοδο bundle adjustment, η οποία χρησιμοποιείται στα πλαίσια του SpatialAnalyzer και η οποία αναλύθηκε διεξοδικώς σε προηγούμενο κεφάλαιο (Βλέπε Κεφάλαιο 3). Όπως και στην περίπτωση του Bundle Adjustment, έτσι και το USMN βασίζεται σε δυο ξεχωριστές διαδικασίες βελτιστοποίησης: τη Βελτιστοποίηση Υπολογισμού Σημείου (Point Computation Optimization) και τη Βελτιστοποίηση Μετασχηματισμού Οργάνων (Instrument Transform Optimization).

Στο πλαίσιο του USMN, το αντίστοιχο δίκτυο στόχων που χρησιμοποιείται κατά την εκτέλεση του Bundle Adjustment αντικαθίσταται από τα κοινά σημεία του συνόλου του μετρολογικού δικτύου, δηλαδή σημεία τα οποία έχουν σκοπευθεί από τουλάχιστον δυο διαφορετικά όργανα. Ακόμη, δεν υφίστανται πλέον διαφορετικές στάσεις του ίδιου οργάνου μέσα στο χώρο μετρήσεων, αλλά αυτές πλέον αντιστοιχούν στη θέση κάθε μεμονωμένου οργάνου. Αυτό συνεπάγεται ότι ως άγνωστοι παράμετροι θεωρούνται, στη συγκεκριμένη εφαρμογή, οι παράμετροι μετασχηματισμού των συστημάτων του συνόλου των οργάνων ως προς το αντίστοιχο επιθυμητό.

Επιπρόσθετα, με βάση τα κοινά σημεία εκτιμώνται για όλα τα συστήματα οι αρχικές τιμές των παραμέτρων των μετασχηματισμών. Αυτές οι τιμές αποτελούν δεδομένα για τη διαδικασία Βελτιστοποίησης Υπολογισμού Σημείου, κατά την εκτέλεσή της οποίας υπολογίζονται τα διανύσματα βέλτιστης θέσης \vec{p}_i^* και τα αντίστοιχα διανύσματα μέτρησης \vec{m}_i^* για το σύνολο των κοινών σημείων. Με τον τρόπο αυτό καταρτίζεται σταδιακά ο πίνακας εναπομεινάντων σφαλμάτων \vec{e} και ο

Ιακωβιανός πίνακας A . Το τελικό αποτέλεσμα κάθε επανάληψης της διαδικασίας αυτής είναι η διόρθωση $\vec{\Delta x}$, η οποία και εφαρμόζεται στο διάνυσμα των αγνώστων ώστε να εκτιμηθούν οι νέες τιμές των παραμέτρων μετασχηματισμού.

Για να γίνει πιο κατανοητή η όλη μέθοδος επίλυσης μετρολογικών δικτύων, παρατίθεται το επόμενο παράδειγμα. Έστω, λοιπόν, ένα τμήμα από ένα ευρύτερο δίκτυο οργάνων, το οποίο συνίσταται από ένα total station και ένα ψηφιακό θεοδόλιχο. Τα δυο αυτά όργανα έχουν σκοπεύσει από διαφορετικές θέσεις τρία (3) κοινά σημεία με ονομασία 1 έως 3 αντίστοιχα. Οι παράμετροι των μετασχηματισμών των οργάνων ως προς το κοινό, επιθυμητό σύστημα αποτελούν στοιχεία του διανύσματος των αγνώστων

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \dots \\ \vec{x}_{total} \\ \vec{x}_{theo} \\ \dots \end{bmatrix}, \text{ όπου } \vec{x}_{total} = \begin{bmatrix} X_{total}^O \\ Y_{total}^O \\ Z_{total}^O \\ R_{total}^\gamma \\ R_{total}^\beta \\ R_{total}^\alpha \end{bmatrix} \text{ και } \vec{x}_{theo} = \begin{bmatrix} X_{theo}^O \\ Y_{theo}^O \\ Z_{theo}^O \\ R_{theo}^\gamma \\ R_{theo}^\beta \\ R_{theo}^\alpha \end{bmatrix}$$

όπου το σχετικό τμήμα του πίνακα έχει διάσταση $6 \cdot K = 6 \cdot 2 = 12$ (για την περίπτωση του μη πλήρους αφινικού μετασχηματισμού).

Για το total station το διάνυσμα μέτρησης ενός σημείου έχει τη μορφή $\vec{m}_{i,total} = (\ell_{i,total}, \theta_{i,total}, \phi_{i,total})$, ενώ για το ψηφιακό θεοδόλιχο $\vec{m}_{i,theo} = (\theta_{i,theo}, \phi_{i,theo})$. Όπως γίνεται προφανές, οι μετρήσεις μόνο οριζοντίων και κατακόρυφων γωνιών από το θεοδόλιχο δεν επιτρέπουν τον υπολογισμό των καρτεσιανών συντεταγμένων των σημείων του συστήματος αυτού, καθώς δεν παρέχεται ουδεμία πληροφορία σχετικά με την απόσταση μέτρησης. Για αυτό το λόγο, η κλασσική προσέγγιση για την επίλυση του δικτύου μέσω καρτεσιανών συντεταγμένων θα προκαλούσε προβλήματα. Αντίθετα, η προσέγγιση του USMN με τη συσχέτιση των επιμέρους στοιχείων των μετρήσεων των οργάνων αποδεικνύεται ιδιαίτερα πιο αποδοτική, όπως φαίνεται και από το σχεδιασμό του πίνακα εναπομεινάντων σφαλμάτων.

Για όλα τα όργανα του δικτύου, συμπεριλαμβανομένων του total station και του ψηφιακού θεοδόλιχου, εκτιμώνται, με κάποιο τρόπο, αρχικές τιμές για τις παραμέτρους των μετασχηματισμών. Στη συνέχεια, μέσω της διαδικασίας Βελτιστοποίησης Υπολογισμού Σημείου υπολογίζονται για όλα τα κοινά σημεία του δικτύου, όπως και για τα σημεία 1 έως 3, τα διανύσματα βέλτιστης θέσης \vec{p}_i^* και τα αντίστοιχα διανύσματα μέτρησης \vec{m}_i^* . Επομένως, είναι δυνατό να σχηματιστεί ο πίνακας εναπομεινάντων σφαλμάτων, ο οποίος πχ. για το σημείο 1 έχει ως εξής:

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} \dots \\ \vec{e}_{total} \\ \dots \\ \vec{e}_{theo} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \ell_1^* - \ell_{1,total} \\ \theta_1^* - \theta_{1,total} \\ \phi_1^* - \phi_{1,total} \\ \dots \\ \theta_1^* - \theta_{1,total} \\ \phi_1^* - \phi_{1,total} \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

Δηλαδή, το τμήμα του πίνακα που αναφέρεται στα κοινά σημεία των δυο υπό εξέταση οργάνων θα έχει διάσταση $N = \tau_{total} \cdot I + \tau_{theo} \cdot I = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 15$.

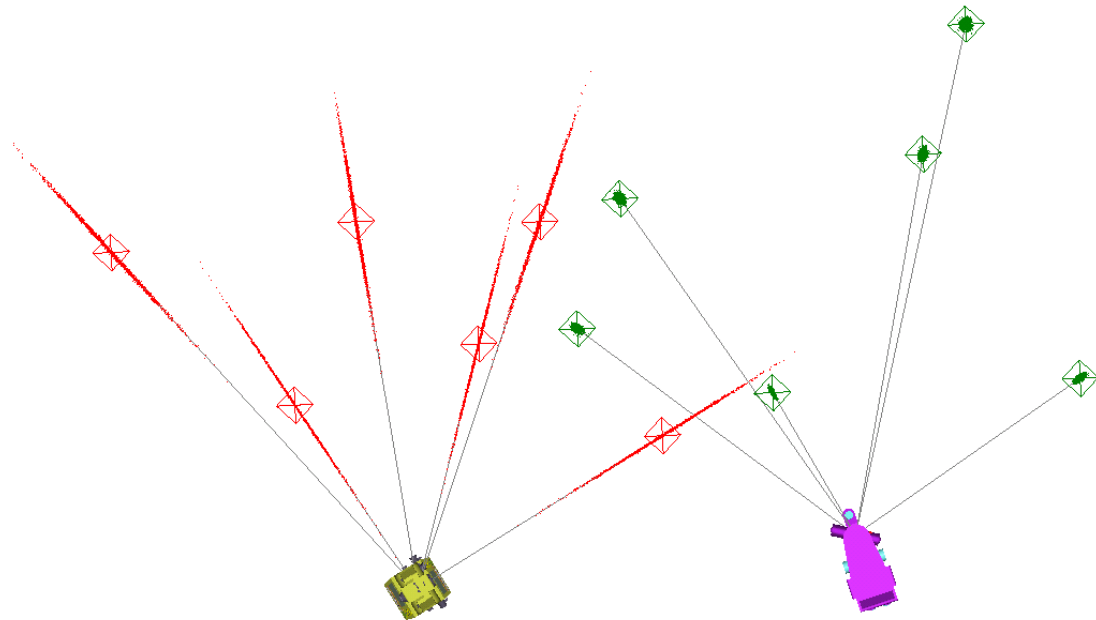
Παρομοίως σχηματίζεται και ο Ιακωβιανός πίνακας A, ο οποίος για το σημείο 1 των δυο οργάνων και μόνο για τις παραμέτρους του total station λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$A = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\delta \ell_{1,total}}{\delta X_{total}^O} & \frac{\delta \ell_{1,total}}{\delta Y_{total}^O} & \frac{\delta \ell_{1,total}}{\delta Z_{total}^O} & \frac{\delta \ell_{1,total}}{\delta R_{total}^\gamma} & \frac{\delta \ell_{1,total}}{\delta R_{total}^\beta} & \frac{\delta \ell_{1,total}}{\delta R_{total}^\alpha} & \dots \\ \frac{\delta \theta_{1,total}}{\delta X_{total}^O} & \frac{\delta \theta_{1,total}}{\delta Y_{total}^O} & \frac{\delta \theta_{1,total}}{\delta Z_{total}^O} & \frac{\delta \theta_{1,total}}{\delta R_{total}^\gamma} & \frac{\delta \theta_{1,total}}{\delta R_{total}^\beta} & \frac{\delta \theta_{1,total}}{\delta R_{total}^\alpha} & \dots \\ \frac{\delta \phi_{1,total}}{\delta X_{total}^O} & \frac{\delta \phi_{1,total}}{\delta Y_{total}^O} & \frac{\delta \phi_{1,total}}{\delta Z_{total}^O} & \frac{\delta \phi_{1,total}}{\delta R_{total}^\gamma} & \frac{\delta \phi_{1,total}}{\delta R_{total}^\beta} & \frac{\delta \phi_{1,total}}{\delta R_{total}^\alpha} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\delta \theta_{1,theo}}{\delta X_{total}^O} & \frac{\delta \theta_{1,theo}}{\delta Y_{total}^O} & \frac{\delta \theta_{1,theo}}{\delta Z_{total}^O} & \frac{\delta \theta_{1,theo}}{\delta R_{total}^\gamma} & \frac{\delta \theta_{1,theo}}{\delta R_{total}^\beta} & \frac{\delta \theta_{1,theo}}{\delta R_{total}^\alpha} & \dots \\ \frac{\delta \phi_{1,theo}}{\delta X_{total}^O} & \frac{\delta \phi_{1,theo}}{\delta Y_{total}^O} & \frac{\delta \phi_{1,theo}}{\delta Z_{total}^O} & \frac{\delta \phi_{1,theo}}{\delta R_{total}^\gamma} & \frac{\delta \phi_{1,theo}}{\delta R_{total}^\beta} & \frac{\delta \phi_{1,theo}}{\delta R_{total}^\alpha} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Η επίλυση, από αυτό το σημείο και έπειτα, ακολουθεί τα ίδια βήματα όπως και στην περίπτωση του Bundle Adjustment. Βεβαίως, είναι δυνατόν στην όλη διαδικασία να χρησιμοποιηθούν, όπως και σε κάθε διαδικασία βελτιστοποίησης, βάρη στις παρατηρήσεις. Μάλιστα, το γεγονός ότι η μέθοδος USMN βασίζεται στα στοιχεία των μετρήσεων και όχι σε συντεταγμένες σημείων επιτρέπει την επιλογή αυτή, καθώς διευκολύνει την απόδοσή βαρών στις επιμέρους παρατηρήσεις. Τα βάρη αυτά διαμορφώνονται, ως επί το πλείστο, από τα σφάλματα μέτρησης των οργάνων του δικτύου.

Με την παραπάνω μεθοδολογία, η εφαρμογή USMN προσφέρει τη δυνατότητα ταυτόχρονης επίλυσης ενός μετρολογικού δικτύου. Επιπλέον, όμως, μπορεί παράλληλα να εκτιμήσει την αβεβαιότητα των συντεταγμένων στο κοινό σύστημα αναφοράς του συνόλου των σημείων που έχουν μετρηθεί από το δίκτυο αυτό.

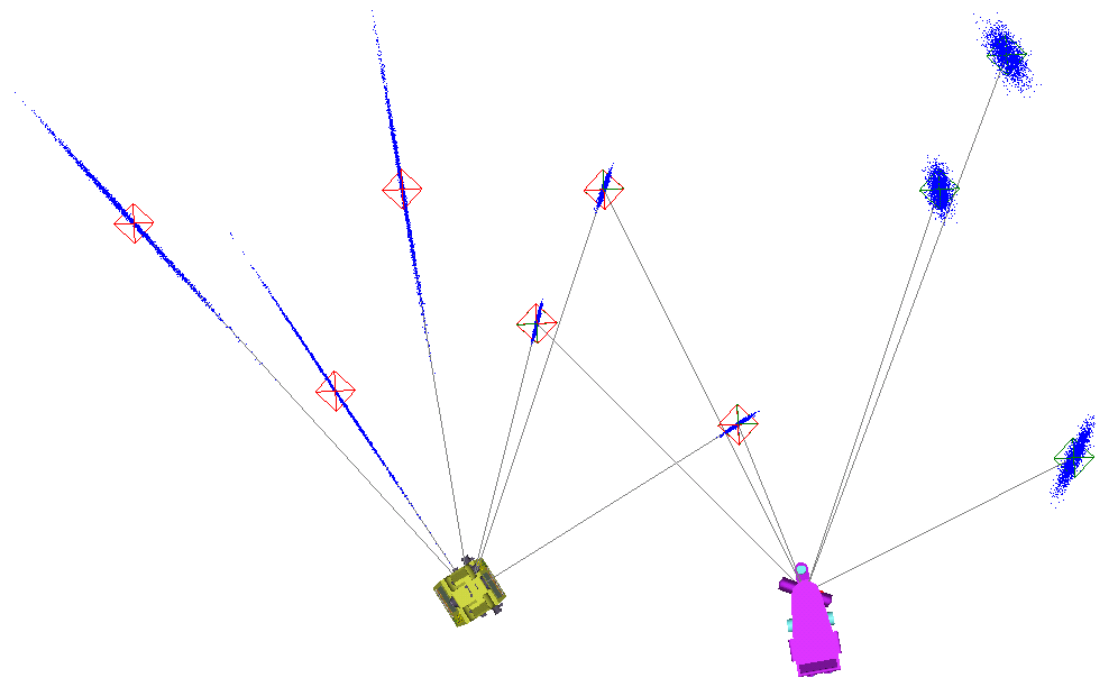
Με δεδομένα τα σφάλματα μέτρησης του κάθε οργάνου, είτε μέσω των τιμών που παρέχονται από τον κατασκευαστή είτε μέσω του προσδιορισμού τους με την εφαρμογή Bundle Adjustment, είναι δυνατόν, σε πρώτο στάδιο, να αναπαρασταθούν τα πεδία αβεβαιότητας των μετρημένων σημείων μέσω της μεθόδου ΝΔΣ στα αρχικά συστήματα συντεταγμένων.



Εικόνα 4.6. Πεδία Αβεβαιότητας για Total Station και Laser Tracker (Πριν την επίλυση)
[J.M.Calkins,2002]

Με την εφαρμογή της ΝΔΣ κάθε σημείο από όλα τα πεδία αβεβαιότητας συνδέεται με ένα αντίστοιχο διάνυσμα μέτρησης, το οποίο έχει προκύψει μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo. Για την εκτίμηση, λοιπόν, των τελικών πεδίων αβεβαιότητας, η όλη διαδικασία της μεθόδου USMN εκτελείται εκ νέου και κατ' επανάληψη μετά το πέρας της αρχικής επίλυσης του δικτύου.

Συγκεκριμένα, κατά την πρώτη εκτέλεση θεωρείται ότι το πρώτο κατά αύξοντα αριθμό σημείο από κάθε πεδίο αβεβαιότητας αποτελεί πλέον το μετρημένο στόχο του αρχικού δικτύου. Με αυτό τον τρόπο και με την εκτέλεση των δυο διαδικασιών βελτιστοποίησης, προσδιορίζονται από τα κοινά σημεία νέοι παράμετροι μετασχηματισμών των οργάνων με την εφαρμογή των οποίων τα σημεία του νέου δικτύου μεταφέρονται στο σύνολό τους στο σύστημα αναφοράς. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται εξ αρχής για το δεύτερο κατά σειρά σημείο κάθε πεδίου, για το τρίτο και ούτω καθεξής.



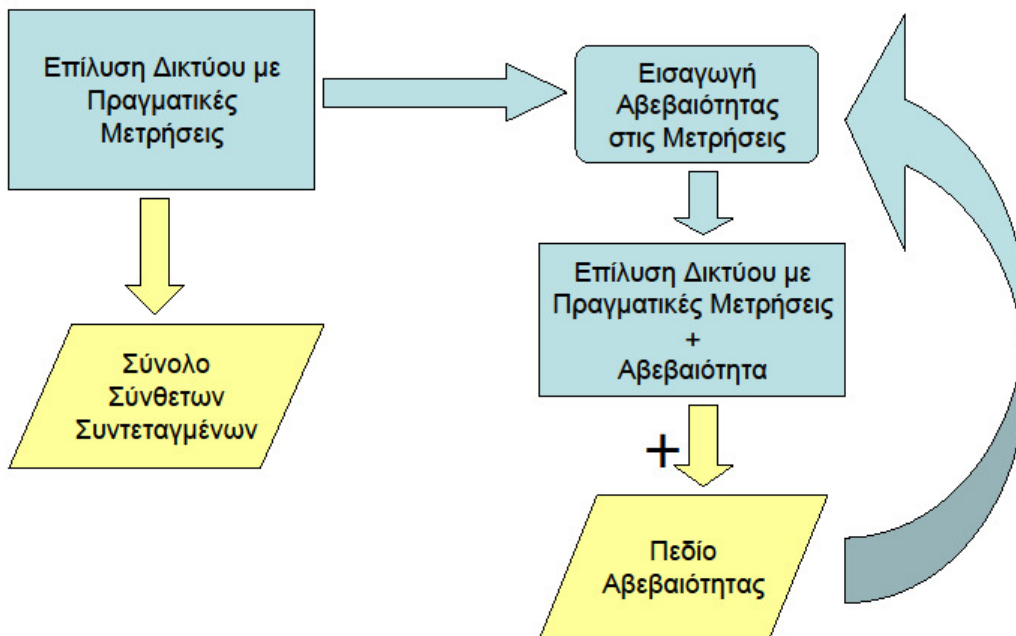
Εικόνα 4.7. Πεδία Αβεβαιότητας για Total Station και Laser Tracker (Μετά την επίλυση)
[J.M.Calkins,2002]

Τα τελικά πεδία αβεβαιότητας των σημείων του δικτύου αποκτούν τη μορφή που παρουσιάζεται στην παραπάνω εικόνα. Όσο αφορά τα σημεία τα οποία έχουν μετρηθεί μόνο από ένα όργανο, παρατηρείται αύξηση του μεγέθους του αντίστοιχου νέφους τους αλλά και σταθερότητα στο σχήμα τους. Το αποτέλεσμα αυτό είναι

αναμενόμενο, εφόσον οι συντεταγμένες των σημείων αυτών στο σύστημα αναφοράς, εκτός από την αβεβαιότητα μέτρησης, συμπεριλαμβάνουν και την αβεβαιότητα στην εκτίμηση των παραμέτρων μετασχηματισμού του σχετικού οργάνου.

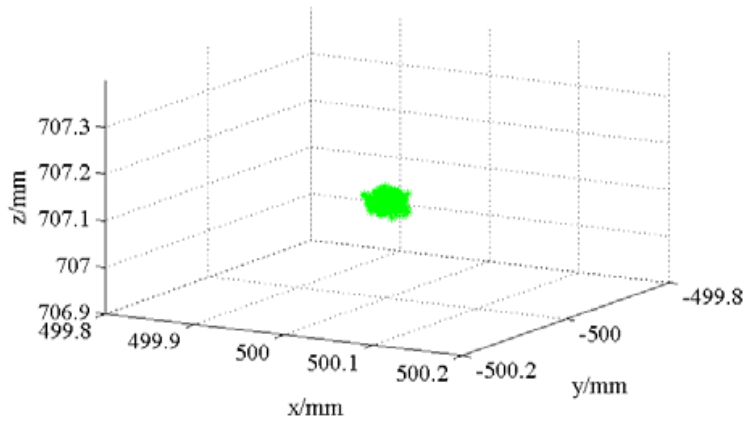
Αντίθετα, το κύριο χαρακτηριστικό των νεφών των κοινών σημείων είναι η σημαντική διαφοροποίησή τους ως προς το σχήμα και τον προσανατολισμό τους στο χώρο. Αυτό οφείλεται στο συνδυασμό των αρχικών νεφών, τα οποία και παρουσίαζαν μεγάλες αποκλίσεις ως προς τη μορφή τους. Τα νέφη, τα οποία συσχετιζόνταν με το total station, εμφανίζονταν ιδιαίτερα επιμήκη κατά τη διεύθυνση μέτρησης, λόγω του μεγαλύτερης ακρίβειας στη μέτρηση γωνιών από αυτή την αντίστοιχη κατά τη μέτρηση αποστάσεων. Από την άλλη και για τους αντίστοιχους λόγους, τα νέφη αβεβαιότητας του laser tracker ήταν πεπλατυσμένα σε διεύθυνση κάθετη από αυτή της μέτρησης. Το τελικό, "υβριδικό" νέφος κληρονομεί στοιχεία από τα δυο αρχικά, τα οποία και συνδυάζονται για την δημιουργία του.

Η μέθοδος USMN

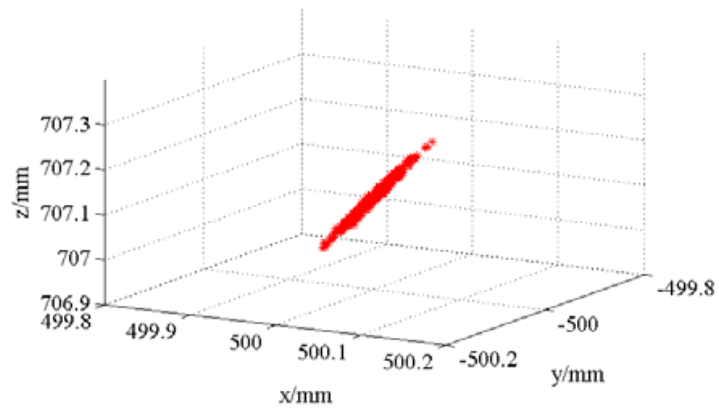


Σχήμα 4.1. Η μέθοδος USMN

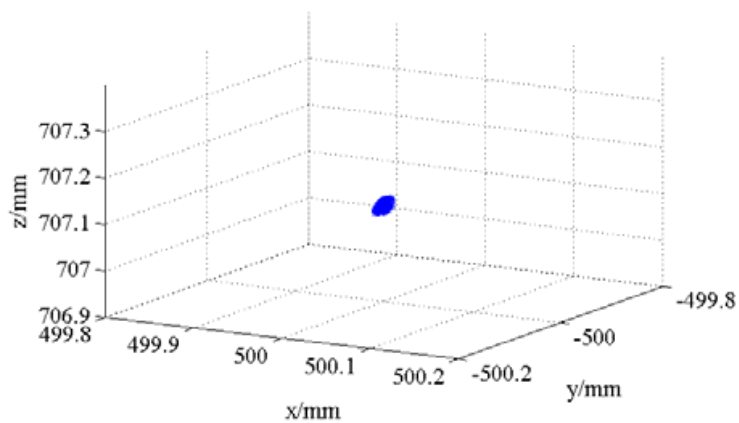
[J.M.Calkins,2002]



Σχήμα 4.2. Νέφος Αβεβαιότητας (Laser Tracker)
[Fumin Zhang & Xinghua Qu, 2012]



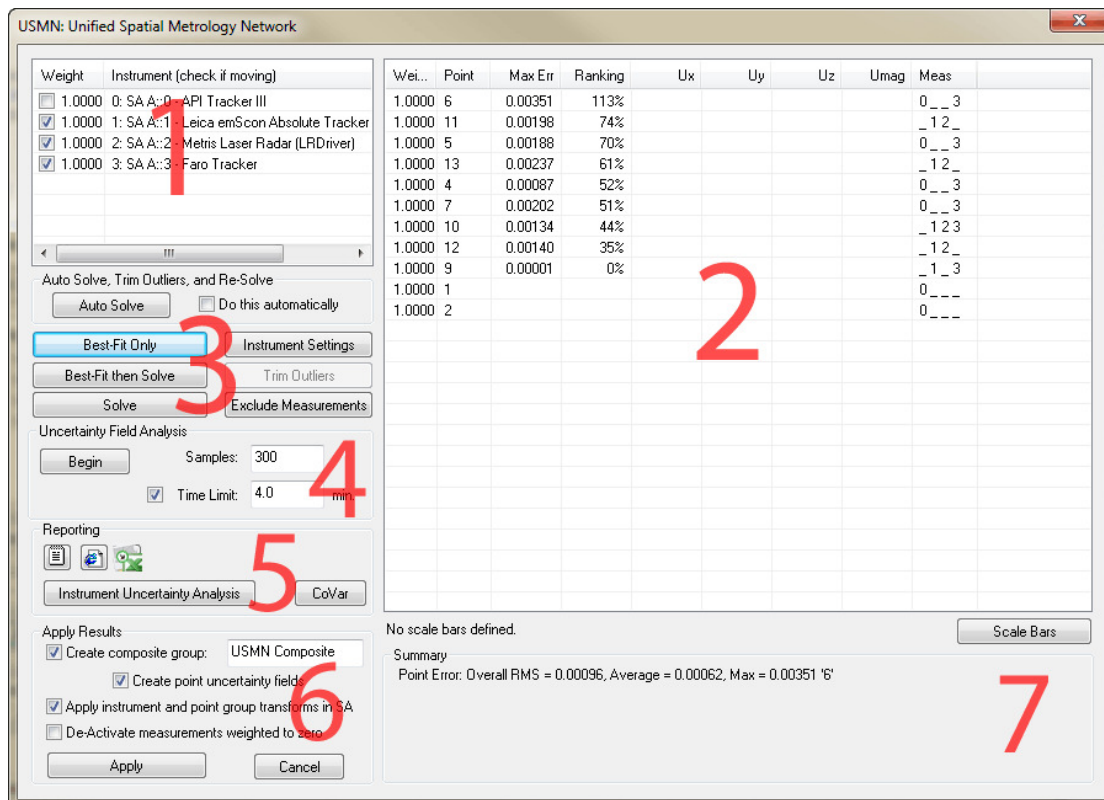
Σχήμα 4.3. Νέφος Αβεβαιότητας (Laser Radar)
[Fumin Zhang & Xinghua Qu, 2012]



Σχήμα 4.4. Συνδυασμένο Νέφος (Laser Tracker & Laser Rader)
[Fumin Zhang & Xinghua Qu, 2012]

4.5 USMN στο SpatialAnalyzer

Όπως αναφέρθηκε και στην τελευταία ενότητα του Κεφαλαίου 3, η εφαρμογή USMN χρησιμοποιείται, εκτός από την επίλυση μετρολογικών δικτύων, και για τον προσδιορισμό της αβεβαιότητας ενός οργάνου. Στην περίπτωση αυτή το υπό εξέταση δίκτυο δεν αποτελείται από πολλαπλά όργανα, αλλά από το ίδιο όργανο τοποθετημένο σε πολλαπλές στάσεις μέσα στο χώρο μετρήσεων. Επίσης, τα σημεία του δικτύου είναι τα κοινά σημεία τα οποία έχουν σκοπευθεί από διαφορετικές θέσεις οργάνου.



Εικόνα 4.8. Παράθυρο Διαλόγου USMN
[SA User Manual]

Αρχικά, λοιπόν, ο χρήστης καλείται να δηλώσει το σύνολο των οργάνων του δικτύου προς επίλυση. Από τα όργανα αυτά και εφόσον το όλο δίκτυο δεν απαιτείται να συσχετιστεί με κάποιο "εξωτερικό" σύστημα αναφοράς (πχ. το σύστημα συντεταγμένων ενός μοντέλου CAD, ένα από αυτά επιλέγεται ως σταθερό προς το καθολικό σύστημα αναφοράς.

Στη συνέχεια, το πρόγραμμα εντοπίζει όλα τα σημεία του δικτύου και τα διακρίνει σε δυο κατηγορίες: τα σημεία που έχουν μετρηθεί τουλάχιστον από δυο διαφορετικά όργανα, δηλαδή τα κοινά σημεία του δικτύου, και τα σημεία που έχουν μετρηθεί από ένα μόνο όργανο. Τα κοινά σημεία είναι αυτά τα οποία και θα χρησιμοποιηθούν κατά την επίλυση του δικτύου. Παράλληλα, παρέχεται η δυνατότητα στο χρήστη εφαρμογής βαρών σε κάθε μεμονωμένη παρατήρηση, ανάλογα με τη σημαντικότητά της.

Ακόμη, καθορίζονται οι παράμετροι των οργάνων του δικτύου, όπως η αβεβαιότητα, καθώς και το ακριβές σύνολο των μετρήσεων που θα χρησιμοποιηθούν, αν επιθυμείται η αφαίρεση παρατηρήσεων που είχαν προστεθεί αρχικά. Όσο αφορά την επίλυση του ίδιου του δικτύου, το πρόγραμμα προσφέρει στο χρήστη τρεις επιλογές:

- Μετασχηματισμός Βέλτιστης Προσαρμογής (Best-Fit Only), ο οποίος ουσιαστικά αποτελεί την κλασσική μέθοδο επίλυσης μετρολογικών δικτύων
- Εφαρμογή Μετασχηματισμού Βέλτιστης Προσαρμογής και χρήση του ως αρχική λύση για την επίλυση του δικτύου κατά τη μέθοδο USMN (Best-Fit then Solve)
- Απευθείας επίλυση κατά τη μέθοδο USMN (Solve)

Τέλος και με την ολοκλήρωση της βασικής επίλυσης, μπορεί να γίνει ανάλυση της τελικής αβεβαιότητας του δικτύου. Ο χρήστης επιλέγει το πλήθος των διακριτών σημείων από τα οποία θα αποτελείται κάθε μεμονωμένο νέφος αβεβαιότητας και εκκινεί τη διαδικασία υπολογισμού.

Η εφαρμογή προσφέρει μια σειρά από τυπικούς στατιστικούς δείκτες, όπως Max Error και RMS Error, για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της επίλυσης. Ένας αρκετά ενδιαφέρον, εσωτερικός δείκτης του προγράμματος είναι ο δείκτης Ranking. Στην πραγματικότητα, ο δείκτης αυτός αποτελεί μια ένδειξη της συγκέντρωσης των σημείων ενός πεδίου αβεβαιότητας γύρω από το πραγματικό σημείο. Ένα σημείο με Ranking 100% έχει παρατηρήσεις, οι οποίες κατανέμονται ομοιόμορφα σε όλο το νέφος αβεβαιότητας για επίπεδο εμπιστοσύνης 98%. Οι παρατηρήσεις για μικρότερο Ranking συγκεντρώνονται όλο και περισσότερο γύρω από την ιδανική θέση του σημείου, στοιχείο που δηλώνει μεγαλύτερη αξιοπιστία μέτρησης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΝΟΧΩΝ

5.1 Εισαγωγή

Ο έλεγχος βιομηχανικών παραγώγων αποτελεί μια από τις συχνότερες εφαρμογές της Βιομηχανικής Γεωδαισίας. Η ανάγκη αυτή του ελέγχου μηχανών και εξαρτημάτων τους προκύπτει από τη φύση της διαδικασίας που ακολουθείται κατά την κατασκευή τους. Αρχικά, ένα μηχανικό εξάρτημα σχεδιάζεται, ως επί το πλείστο σε περιβάλλον υπολογιστή, με συγκεκριμένη μορφή και διαστάσεις ώστε να εξυπηρετεί το στόχο για τον οποίο και απαιτείται η κατασκευή του. Στη συνέχεια και ύστερα από ειδικά προγραμματισμένες διεργασίες, το εξάρτημα αυτό είτε παράγεται σε περιορισμένο αριθμό, αν αποτελεί τμήμα μιας εξειδικευμένης διάταξης, είτε τίθεται σε μαζική παραγωγή.

Παραταύτα, ακόμα και αν οι συνθήκες κατασκευής είναι ιδανικές, το τελικό παράγωγο θα είναι παρόμοιο, αλλά όχι ακριβώς ίδιο με το σχεδιαστικό ανάλογο (ονομαστικό μοντέλο). Με άλλα λόγια, τόσο η μορφή όσο και οι διαστάσεις του θα διαφέρουν ως ένα βαθμό από το επιθυμητό. Το θέμα, λοιπόν, το οποίο τίθεται είναι κατά πόσο οι διαφορές αυτές επιτρέπουν στο παράγωγο αυτό να αποδώσει τον αναμενόμενο σκοπό του ή το καθιστούν ακατάλληλο προς χρήση.

Συνήθως, η κλίμακα και η φύση αυτών των διαφορών, καθώς και η σχέση τους με την απόδοση του τελικού παραγώγου, καθορίζονται κατά τη φάση σχεδίασης. Με απλά λόγια, ο σχεδιαστής θέτει όρια ως προς τις διαστάσεις και τη μορφή που μπορεί να λάβει ένα παράγωγο ώστε να θεωρείται ικανοποιητικό. Το σύστημα που καθορίζει τον τρόπο αναπαράστασης διαστάσεων και ανοχών με τρόπο άμεσα αντιληπτό από οποιοδήποτε χρήστη ονομάζεται GD&T (Geometric Dimensioning & Tolerancing).

Με βάση το σύστημα αυτό, κάθε παράγωγο τίθεται σε μια διαδικασία μετρήσεων μετά το πέρας της κατασκευής του. Με τη χρήση ορισμένης μετρητικής διάταξης λαμβάνονται μετρήσεις από χαρακτηριστικά στοιχεία του αντικειμένου, τα οποία ορίζονται επίσης από τη διαδικασία σχεδίασης. Ακολούθως και με δεδομένες τις παραπάνω μετρήσεις, καθορίζονται οι διαστάσεις και μορφή του, οι οποίες

συγκρίνονται με τις αντίστοιχες αναμενόμενες. Αν εμπίπτουν εντός των επιτρεπόμενων ορίων, το παράγωγο γίνεται αποδεκτό και έτοιμο προς χρήση, ενώ στην αντίθετη περίπτωση απορρίπτεται.

Σκοπός, λοιπόν, αυτού του κεφαλαίου είναι η εξοικείωση του Τοπογράφου Μηχανικού με ορισμένα από τα βασικά στοιχεία του συστήματος GD&T, το οποίο και συμπεριλαμβάνεται στο σύνολο των διατιθέμενων εφαρμογών του SA. Συγκεκριμένα, το λογισμικό επιτρέπει τόσο την εισαγωγή στο περιβάλλον του διαστάσεων και ανοχών από μοντέλο CAD όσο και τον ορισμό τους σε ένα μοντέλο στο οποίο αυτές πρέπει να επιβληθούν εκ των υστέρων.

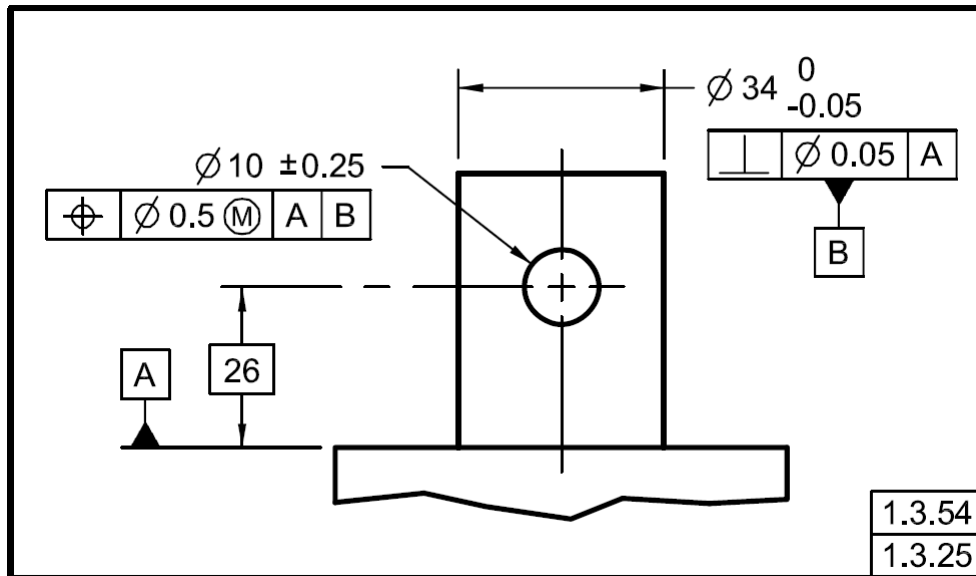
5.2 Βασικά Στοιχεία

Το GD&T αποτελεί ένα σύστημα μέσω του οποίου παρέχεται ο ορισμός και η μέθοδος αναπαράστασης διαφόρων ειδών μηχανολογικής αβεβαιότητας. Χρησιμοποιεί ένα ευρύ πλήθος συμβόλων για μηχανολογικά σχέδια και τρισδιάστατα μοντέλα σε υπολογιστικό περιβάλλον, τα οποία περιγράφουν εκτενώς τη γεωμετρία του ονομαστικού μοντέλου και την επιτρεπόμενη απόκλιση από αυτήν. Ουσιαστικά αποτελεί δείκτη του απαιτούμενου βαθμού ακριβείας κατά την κατασκευή βιομηχανικών παραγώγων.

Το σύστημα αυτό συνίσταται στον ορισμό δυο ειδών προδιαγραφών. Το πρώτο είδος καλύπτει τον προσδιορισμό διαστάσεων, οι οποίες ορίζουν την επιθυμητή γεωμετρία. Το δεύτερο είδος αφορά τον προσδιορισμό ανοχών, οι οποίες περιγράφουν την επιτρεπόμενη απόκλιση από τη μορφή και ενδεχομένως το μέγεθος των επιμέρους τμημάτων ενός αντικειμένου, όπως και την αντίστοιχη απόκλιση στον προσανατολισμό και τη σχετική τους θέση.

Παγκοσμίως υιοθετούνται πολλά διαφορετικά πρότυπα, τα οποία περιλαμβάνουν περιγραφή του χρησιμοποιούμενου συμβολισμού και τη θέσπιση σχετικών κανόνων. Δυο από τα πιο ευρέως διαδεδομένα είναι το πρότυπο Y14.5-2009 της Αμερικανικής Κοινότητας Μηχανολόγων Μηχανικών (ASME) και το πρότυπο του Διεθνούς Οργανισμού Προτυποποίησης (ISO). Τα δυο αυτά πρότυπα παρουσιάζουν ελαφρές

αποκλίσεις μεταξύ τους. Το πρότυπο Y14.5 παρέχει τη δυνατότητα της αναπαράστασης του συνόλου της απαιτούμενης πληροφορίας σε ένα και μόνο κείμενο. Αντιθέτως, το πρότυπο ISO αντιμετωπίζει τα διαφορετικά είδη απαιτούμενων προδιαγραφών μεμονωμένα. Στα πλαίσια του SA υιοθετείται το πρώτο σύστημα, τα βασικά στοιχεία του οποίου αναλύονται στις επόμενες ενότητες.



Εικόνα 5.1. Τυπικό Μηχανολογικό Σχέδιο (Πρότυπο ASME)
[ASME Y.14.5-2009]

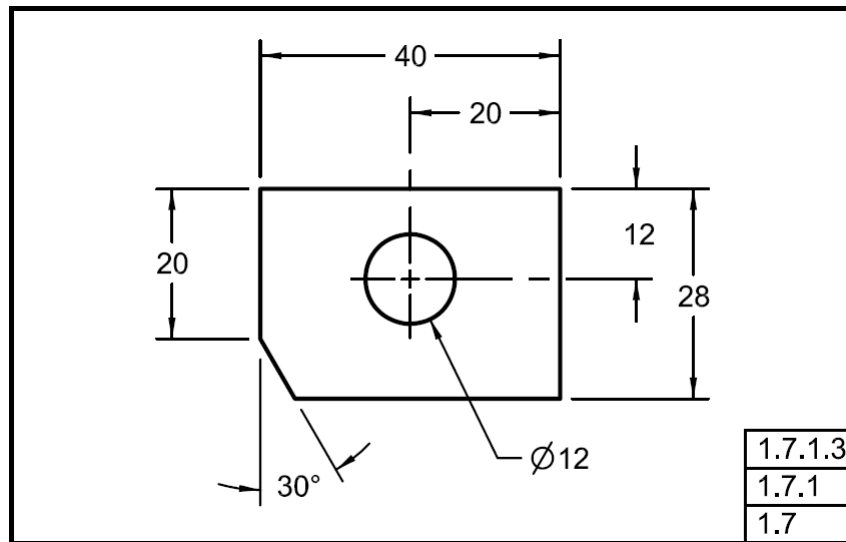
5.3 Πρότυπο ASME

5.3.1 Διαστασιολόγηση

Σύμφωνα με το πρότυπο ASME, ως διάσταση ορίζεται η αριθμητική τιμή ή η μαθηματική έκφραση σε κατάλληλες μονάδες μέτρησης, η οποία και χρησιμοποιείται για τον ορισμό της μορφής, του μεγέθους, του προσανατολισμού και της θέσης στο χώρο ενός αντικειμένου. Οι διαστάσεις κατατάσσονται κατά κύριο λόγο σε δυο κατηγορίες: τις βασικές διαστάσεις, οι οποίες αποτελούν θεωρητικά ακριβείς διαστάσεις, και τις διαστάσεις αναφοράς, οι οποίες παρουσιάζονται συνήθως χωρίς όρια ανοχής και καθαρά για περαιτέρω πληροφόρηση.

Στα πλαίσια του προτύπου αυτού οι διαστάσεις αποδίδονται τυπικά σε μονάδες του Διεθνούς Μετρητικού Συστήματος (SI), αν και ο καθορισμός της

χρησιμοποιούμενης μονάδας μέτρησης επαφίεται τελικώς στην κρίση του ίδιου του χρήστη.

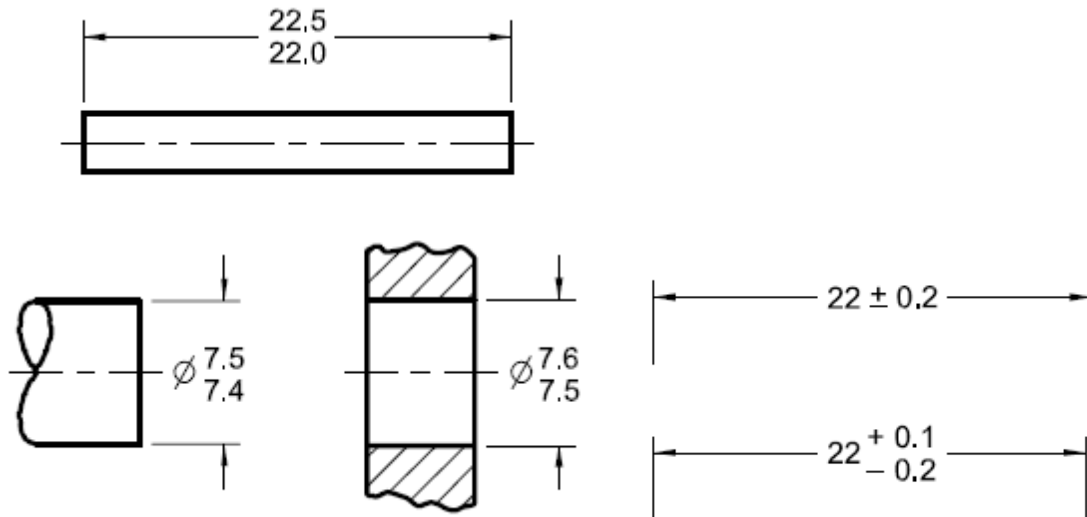


Εικόνα 5.2. Τυπικές Διαστάσεις κατά ASME
[ASME Y.14.5-2009]

5.3.2 Ανοχές Διαστάσεων

Σύμφωνα με το πρότυπο ASME, ως ανοχή διάστασης ορίζεται η συνολική ποσότητα κατά την οποία μια ορισμένη διάσταση επιτρέπεται να αποκλίνει από την ονομαστική της τιμή. Γενικότερα, οι ανοχές διαστάσεων δίνονται με τη μορφή ενός διαστήματος τιμών, εκτός από τις περιπτώσεις κατά τις οποίες ορίζεται η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή που μπορεί να λάβει μια διάσταση. Οι ανοχές του τελευταίου αυτού είδους συμβολίζονται με την τιμή της εκάστοτε διάστασης ακολουθούμενη από την ένδειξη max ή min.

Στα μηχανολογικά σχέδια παρουσιάζονται πολλές διαφορετικές μορφές διαστημάτων ή πεδίων ανοχής. Αν η ανοχή είναι συμμετρική γύρω από τη βασική διάσταση N ($N \pm 30$), τότε το πεδίο αυτό ονομάζεται συμμετρικό, ενώ στην αντίθετη περίπτωση ($N-20, N+50$) ονομάζεται ασύμμετρο. Ακόμη, υπάρχουν τα λεγόμενα μονόπλευρα πεδία ανοχής, τα οποία υφίστανται σε τέσσερις διαφορετικές μορφές: τα πεδία ($N+40, N+100$) και ($N, N+40$) χαρακτηρίζονται ως θετικώς μονόπλευρα, ενώ τα πεδία ($N-90, N-30$) και ($N-40, N$) ως αρνητικώς μονόπλευρα.



Εικόνα 5.3. Ανοχές Διαστάσεων κατά ASME
[ASME Y.14.5-2009]

5.3.3 Ανοχές Γεωμετρίας

Εκτός από τις ανοχές διαστάσεων, στο μηχανολογικό σχέδιο εμφανίζεται επίσης μια ολόκληρη κλάση ανοχών, οι οποίες περιγράφονται στο σύνολο τους ως ανοχές γεωμετρίας. Οι ανοχές γεωμετρίας κατατάσσονται σε πέντε (5) επιμέρους κατηγορίες: ανοχές μορφής, προφίλ, προσανατολισμού, θέσης και εκκεντρότητας.

Οι ανοχές μορφής (form tolerances) χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο τεσσάρων (4) βασικών ιδιοτήτων:

- **Ευθυγραμμότητα (Straightness):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια γραμμή, ακμή ή γενέτειρα μιας επιφάνειας γίνεται αποδεκτή ως ευθεία γραμμή
- **Επιπεδότητα (Flatness):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια επιφάνεια γίνεται αποδεκτή ως επίπεδη
- **Κυκλικότητα (Circularity):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια κυκλική γραμμή ή ακμή που μπορεί να είναι περιφέρεια ή τόξο γίνεται αποδεκτή ως κύκλος ή τόξο κύκλου
- **Κυλινδρικότητα (Cylindricity):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια επιφάνεια γίνεται αποδεκτή ως κυλινδρική

Οι ανοχές προφίλ (profile tolerances), οι οποίες συχνά απαντώνται στην βιβλιογραφία ως υποσύνολο των ανοχών μορφής, χρησιμοποιούνται για τον ορισμό μιας ζώνης ανοχής με σκοπό τον έλεγχο της μορφής ή ενός συνδυασμού μεγέθους, μορφής, προσανατολισμού και θέσης σε σύγκριση με το ονομαστικό προφίλ του αντικειμένου. Οι δυο βασικές ανοχές προφίλ είναι οι:

- **Προφίλ Γραμμής (Line Profile):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια γραμμή γίνεται αποδεκτή σύμφωνα με καθορισθείσα γεωμετρικά ιδανική γραμμή
- **Προφίλ Επιφάνειας (Surface Profile):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια επιφάνεια γίνεται αποδεκτή σύμφωνα με καθορισθείσα γεωμετρικά ιδανική επιφάνεια

Οι ανοχές προσανατολισμού (orientation tolerances) χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο τριών (3) βασικών ιδιοτήτων:

- **Κλίση (Angularity):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια γραμμή, ένας άξονας, γενέτειρα μιας επιφάνειας ή επιφάνεια, γίνονται αποδεκτά έχοντας συγκεκριμένη κλίση ως προς γραμμή ή επιφάνεια αναφοράς
- **Καθετότητα (Perpendicularity):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια γραμμή, ένας άξονας, γενέτειρα μιας επιφάνειας ή επιφάνεια, γίνονται αποδεκτά ως κάθετα με γραμμή ή επιφάνεια αναφοράς
- **Παραλληλότητα (Parallelism):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια γραμμή, ένας άξονας, γενέτειρα μιας επιφάνειας ή επιφάνεια γίνονται αποδεκτά ως παράλληλα με μια γραμμή ή επιφάνεια αναφοράς







Οι ανοχές θέσης (location tolerances) ορίζουν μια ζώνη εντός της οποίας το κέντρο, ο άξονας ή το κεντρικό επίπεδο ενός χαρακτηριστικού μεγέθους επιτρέπεται να αποκλίνει από τη θεωρητικά ορθή τιμή. Οι βασικές ανοχές θέσης είναι οι ακόλουθες:

- **Θέση ή Τοποθέτηση (Position):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας μια γραμμή, ένας άξονας ή επίπεδη επιφάνεια, γίνονται αποδεκτά έχοντας συγκεκριμένη τοποθέτηση ως προς γραμμή ή επιφάνεια αναφοράς
- **Ομοκεντρικότητα ή Ομοαξονικότητα (Concentricity):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας ένας άξονας είναι αποδεκτός ως ομοαξονικός με άξονα αναφοράς
- **Συμμετρία (Symmetry):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας ένας άξονας ή επίπεδο συμμετρίας γίνονται αποδεκτά ως συμμετρικά με άλλο επίπεδο αναφοράς ή αναφοράς και συμμετρίας









Τέλος, οι ανοχές εκκεντρότητας (runout tolerances) χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο των εξής ιδιοτήτων:

- **Κυκλική Κίνηση (Circular Runout):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας γίνεται αποδεκτή μια περιστρεφόμενη κυλινδρική επιφάνεια ως προς άξονα αναφοράς
- **Γενική Κίνηση (Total Runout):** Ορίζει την ανοχή βάσει της οποίας γίνεται αποδεκτή επίπεδη επιφάνεια πλευρική σε περιστρεφόμενη επιφάνεια ως προς άξονα αναφοράς

Τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση καθεμιάς από τις παραπάνω ανοχές παρουσιάζονται στους επόμενους δυο πίνακες:

ΤΥΠΟΣ ΑΝΟΧΗΣ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ	ΣΥΜΒΟΛΟ
Μορφή	Ευθυγραμμότητα	
	Επιπεδότητα	
	Κυκλικότητα	
	Κυλινδρικότητα	
Προφίλ	Προφίλ Γραμμής	
	Προφίλ Επιφάνειας	

Πίνακας 5.1. Σύμβολα Ανοχών Μορφής & Προφίλ κατά ASME

ΤΥΠΟΣ ΑΝΟΧΗΣ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ	ΣΥΜΒΟΛΟ
Προσανατολισμός	Κλίση	
	Καθετότητα	
	Παραλληλότητα	
Θέση	Θέση ή Τοποθέτηση	
	Ομοκεντρικότητα ή Ομοαξονικότητα	
	Συμμετρία	
Εκκεντρότητα	Κυκλική Κίνηση	
	Γενική Κίνηση	

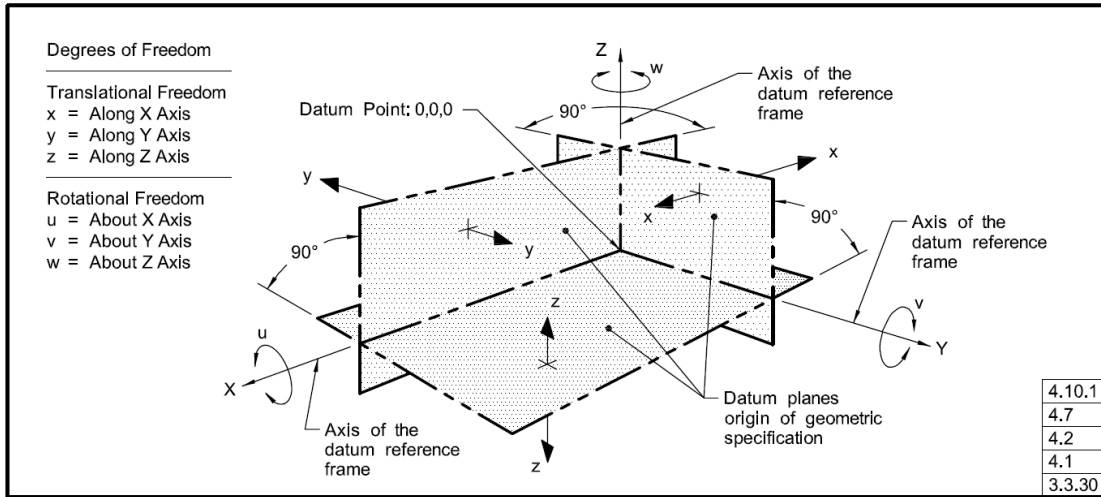
Πίνακας 5.2. Σύμβολα Ανοχών Προσανατολισμού, Θέσης & Εκκεντρότητας κατά ASME

5.3.4 Πλαίσια Αναφοράς

Ο ορισμός πλαισίων αναφοράς κατά τη σύνταξη ενός μηχανολογικού σχεδίου είναι απαραίτητος, καθώς πάνω σε αυτόν βασίζεται κατ' επέκταση ο ίδιος ο ορισμός των γεωμετρικών ανοχών.

Όπως είναι γνωστό, ένα τρισδιάστατο πλαίσιο αναφοράς ορίζεται από τρία επίπεδα XY, YZ και XZ τα οποία είναι ανά ζεύγη κάθετα μεταξύ τους και οι τομές των οποίων αποτελούν τους άξονες X,Y,Z του. Καθένα από αυτά τα επίπεδα ορίζεται από τρία σημεία. Για τον πλήρη ορισμό ενός πλαισίου απαιτείται ο καθορισμός έξι (6) βασικών παραμέτρων, οι οποίες περιλαμβάνουν τρεις (3) παραμέτρους μεταφοράς κατά τους άξονες X,Y,Z και τρεις (3) παραμέτρους περιστροφής γύρω από τους άξονες αυτούς.

Συνήθως, κατά τον ορισμό ανοχών γεωμετρίας δεν απαιτείται ο πλήρης ορισμός του χρησιμοποιούμενου πλαισίου αναφοράς, αλλά ανάλογα με το σχήμα του εξεταζόμενου αντικειμένου επιλέγεται ένα χαρακτηριστικό σημείο, άξονας ή επίπεδο ως προς το οποίο αυτές αναφέρονται.



Εικόνα 5.4. Τοπικό Πλαίσιο Αναφοράς
 [ASME Y.14.5-2009]

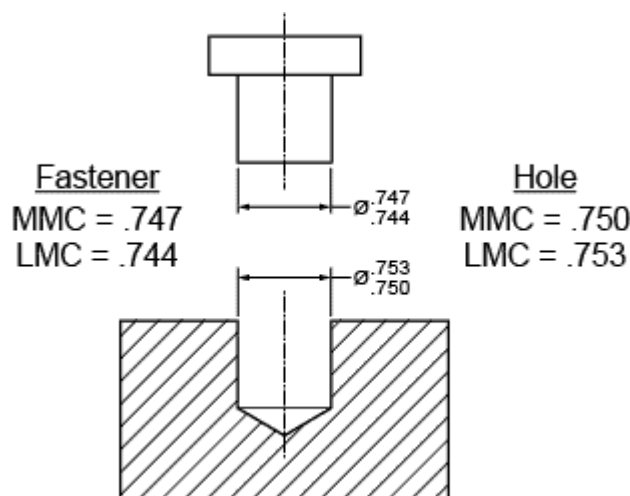
ΤΥΠΟΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΥ	ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ	ΑΝΑΦΟΡΑ & ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΥ	ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ
ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ				ΕΠΙΠΕΔΟ
ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ				ΚΕΝΤΡΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ
ΣΦΑΙΡΑ				ΣΗΜΕΙΟ
ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ				ΑΞΟΝΑΣ
ΚΩΝΟΣ				ΑΞΟΝΑΣ & ΣΗΜΕΙΟ

Πίνακας 5.3. Στοιχεία Αναφοράς για Χαρακτηριστικά Στερεά

5.3.5 Τροποποιητές & Ζώνη Ανοχής

Ένας ακόμη όρος ο οποίος εμφανίζεται σε μηχανολογικά σχέδια κατά το πρότυπο ASME και κατ' επέκταση στα πλαίσια του SA είναι αυτός των Τροποποιητών (Modifiers). Οι τροποποιητές εφαρμόζονται σε δυο περιπτώσεις: στον ορισμό γεωμετρικών ανοχών, οι οποίες αφορούν τμήματα που παρουσιάζουν μεταξύ τους συνδέσεις (για παράδειγμα, μια βίδα-κοχλίας και μια οπή) και στον ορισμό στοιχείων αναφοράς.

Όταν ένα χαρακτηριστικό του εξεταζόμενου αντικειμένου περιέχει τη μέγιστη ποσότητα υλικού που επιτρέπεται μέσα στα όρια των διαστάσεών του, τότε λέγεται ότι βρίσκεται σε Συνθήκη Μέγιστου Υλικού (Maximum Material Condition ή MMC). Αντίθετα, όταν διαθέτει την ελάχιστη ποσότητα μέσα στα επιτρεπτά όρια διάστασης, τότε βρίσκεται σε Συνθήκη Ελάχιστου Υλικού (Least Material Condition ή LMC). Οι ορισμοί αυτοί γίνονται πιο κατανοητοί μέσα από το παράδειγμα της ακόλουθης εικόνας:



Εικόνα 5.5. Κοχλίας και Οπή με Ανοχές Διάστασης

[www.creativewebart.net]

Για τον κοχλία (fastener) η συνθήκη MMC υφίσταται όταν η διάμετρος του είναι η μέγιστη δυνατή (.747), καθώς σε αυτή την περίπτωση διαθέτει το περισσότερο υλικό. Αντίστοιχα, η συνθήκη LMC υφίσταται όταν η διάμετρος είναι η ελάχιστη δυνατή (.744).

Για την οπή ισχύει το ακριβώς αντίθετο. Η συνθήκη MMC ικανοποιείται όταν η διάμετρος της οπής είναι ελάχιστη, καθώς σε αυτή την περίπτωση έχει αφαιρεθεί το ελάχιστο δυνατό υλικό που απαιτείται για τη δημιουργία της. Αντίστοιχα, η συνθήκη LMC ικανοποιείται όταν η διάμετρος είναι μέγιστη.

Αναλογιζόμενοι τα παραπάνω, για τον ορισμό γεωμετρικών ανοχών χρησιμοποιούνται δυο (2) βασικοί τροποποιητές: ο Τροποποιητής MMC και ο Τροποποιητής LMC. Όταν μια γεωμετρική ανοχή εφαρμόζεται σε συνθήκες RFS (Regardless of Size), αυτό σημαίνει ότι η ανοχή αυτή είναι ανεξάρτητη των διαστάσεων οπότε και πρέπει να εφαρμοστεί σε όλες τις περιπτώσεις. Αν μια γεωμετρική ανοχή εφαρμόζεται σε συνθήκες MMC, τότε η αναγραφόμενη τιμή της ισχύει μόνο για περιπτώσεις μέγιστου υλικού. Τέλος, το ακριβώς αντίθετο ισχύει για την εφαρμογή μιας ανοχής γεωμετρίας σε συνθήκες LMC.

Παρομοίως, κατά τον ορισμό στοιχείων αναφοράς χρησιμοποιούνται επίσης τρεις (2) τροποποιητές: ο Τροποποιητής MMB (Maximum Material Boundary) και ο Τροποποιητής LMB (Least Material Boundary). Όταν ο ορισμός ενός στοιχείου αναφοράς εφαρμόζεται σε συνθήκες RMB (Regardless of Material Boundary), αυτό σημαίνει ότι η θέση και γενικότερα τα στοιχεία του παραμένουν αμετάβλητα από τις αλλαγές των διαστάσεων του αντίστοιχου χαρακτηριστικού μέσα στα όρια ανοχής. Όταν ο ορισμός αυτός γίνεται σε συνθήκες MMB, αυτό συνεπάγεται ότι το στοιχείο αναφοράς με τις δεδομένες ιδιότητές του χρησιμοποιείται μόνο σε περιπτώσεις όπου το αντίστοιχο χαρακτηριστικό διαθέτει τις μέγιστες διαστάσεις. Το αντίθετο ισχύει για συνθήκες LMB.

Τέλος, ένας ακόμη ενδιαφέρων όρος που εμφανίζεται στο πρότυπο ASME είναι αυτός της Προβαλλόμενης Ζώνης Ανοχής (Projected Tolerance Zone). Ουσιαστικά πρόκειται για μια ζώνη ανοχής η οποία εφαρμόζεται σε οπές και χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της καθετότητας τους. Η ζώνη αυτή εκτείνεται από την επιφάνεια του εξεταζόμενου αντικειμένου και σύμφωνα με το ύψος που αναγράφεται.

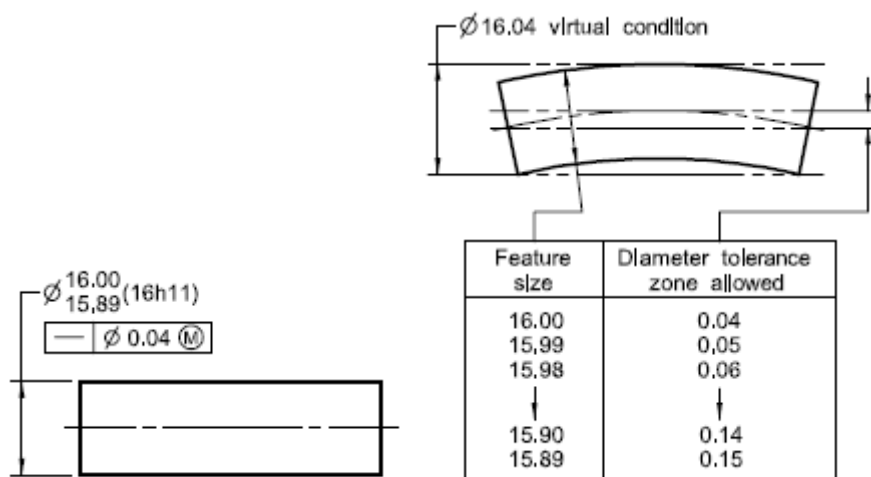
ΟΡΟΣ	ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ
ΣΥΝΘΗΚΗ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ - MMC (όταν εφαρμόζεται σε ανοχές γεωμετρίας) ΟΡΙΟ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ - MMB (όταν εφαρμόζεται στον ορισμό στοιχείου αναφοράς)	Ⓜ
ΣΥΝΘΗΚΗ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ - LMC (όταν εφαρμόζεται σε ανοχές γεωμετρίας) ΟΡΙΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ - LMB (όταν εφαρμόζεται στον ορισμό στοιχείου αναφοράς)	Ⓛ
ΠΡΟΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΖΩΝΗ ΑΝΟΧΗΣ	Ⓟ

Πίνακας 5.4. Σύμβολα Τροποποιητών & Προβαλλόμενης Ζώνης Ανοχής

5.3.6 Παραδείγματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται ενδεικτικά ορισμένα παραδείγματα ανοχών. Συγκεκριμένα, σε κάθε παράδειγμα η μέθοδος συμβολισμού κατά ASME ενός τύπου ανοχής και πραγματικό ανάλογό του. Το σύνολο των παρακάτω εικόνων προέρχεται από το ειδικό εγχειρίδιο της Αμερικανικής Κοινότητας Μηχανολόγων Μηχανικών.

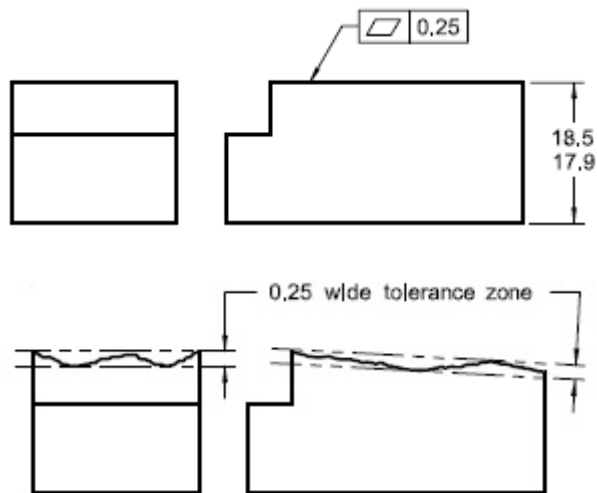
- Ευθυγραμμότητα (Straightness) σε συνθήκη MMC



Στο συγκεκριμένο παράδειγμα παρουσιάζεται στα αριστερά μια τυπική ανοχή ευθυγραμμότητας και στα δεξιά το πραγματικό της ανάλογό. Σύμφωνα με αυτή, ο κεντρικός άξονας του συγκεκριμένου χαρακτηριστικού πρέπει σε συνθήκη MMC

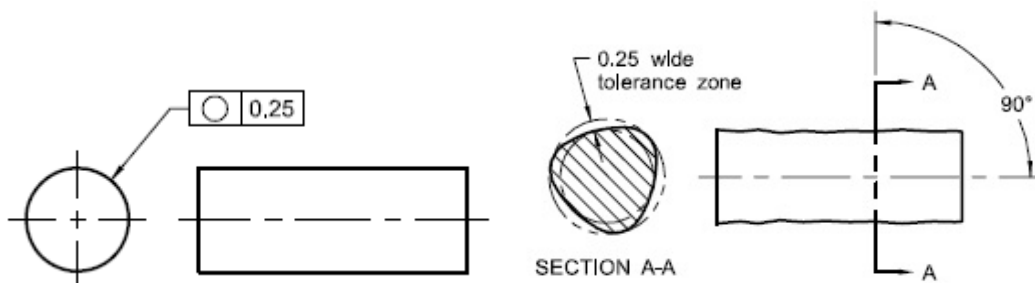
(διάμετρος χαρακτηριστικού 16.00) να εδράζεται εντός κυλινδρικής ζώνης με διάμετρο 0.04 ώστε να θεωρείται ευθύγραμμος. Αν δεν ικανοποιείται η συνθήκη αυτή, τότε η διάμετρος της ζώνης αυτής αυξάνεται αναλόγως με τη μείωση της αντίστοιχης διαμέτρου του χαρακτηριστικού, όπως φαίνεται και στο σχετικό πίνακα της δεξιάς εικόνας.

- Επιπεδότητα (Flatness)



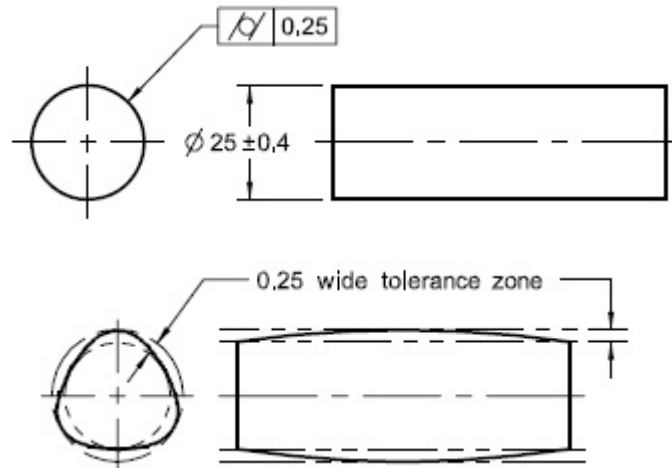
Για μια δεδομένη επιφάνεια του αντικείμενου του συγκεκριμένου παραδείγματος, το οποίο παρουσιάζεται σε δυο διαφορετικές όψεις, έχει τεθεί συνθήκη επιπεδότητας ίση με 0.25. Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία της επιφάνειας αυτής θα πρέπει να εδράζονται μεταξύ δυο παράλληλων επιπέδων με μεταξύ τους απόσταση ίση με 0.25, ώστε να γίνει αποδεκτή ως επίπεδη.

- Κυκλικότητα (Circularity)



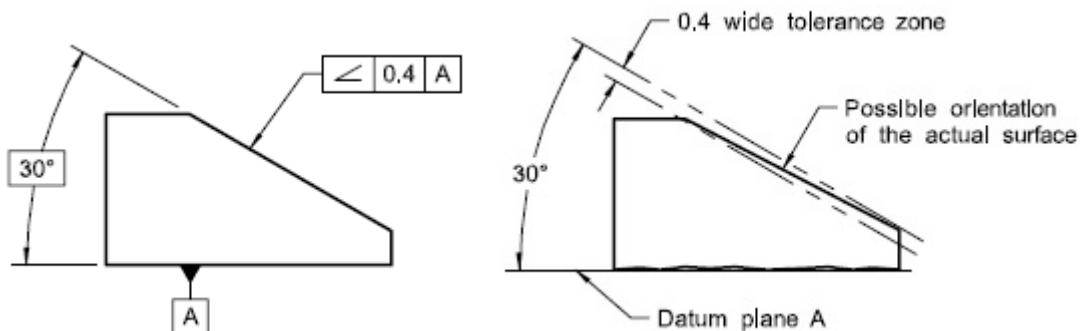
Για να θεωρηθεί μια διατομή του κυλίνδρου του παραδείγματος αυτή ως κυκλική, είναι απαραίτητο τα σημεία της περιφέρειας της να εδράζονται μεταξύ δυο ομόκεντρων κύκλων, με τον εξωτερικό να διαθέτει ακτίνα μεγαλύτερη κατά 0.25 από τον εσωτερικό.

- Κυλινδρικότητα (Cylindricity)



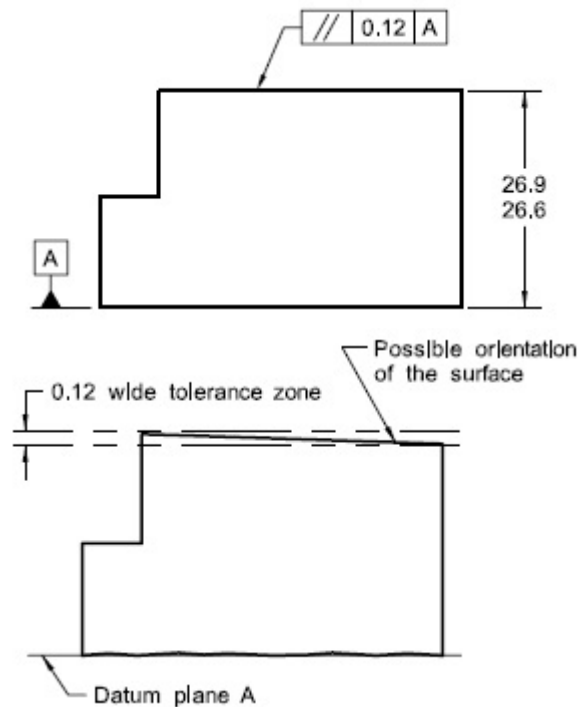
Για να γίνει το αντικείμενο της εικόνας αποδεκτό ως κύλινδρος θα πρέπει τα σημεία της επιφάνειας του να εδράζονται μεταξύ δυο ομοαξονικών κυλίνδρων, όπου ο πρώτος διαθέτει από το δεύτερο ακτίνα κατά 0.25 μεγαλύτερη.

- Κλίση (Angularity)



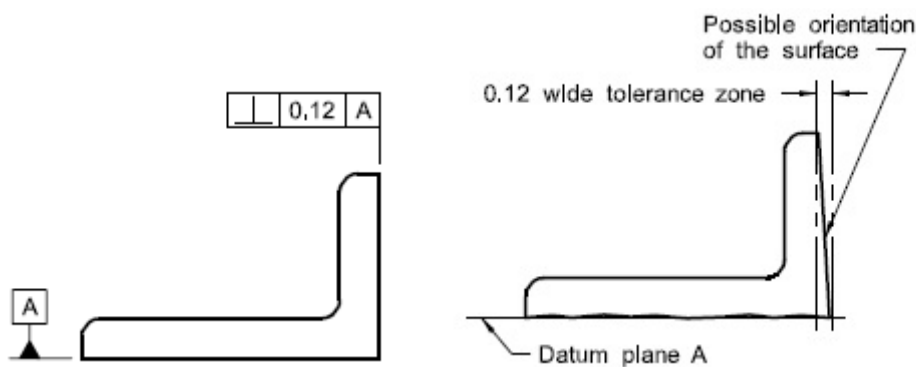
Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η ενδεδειγμένη επιφάνεια του αντικειμένου πρέπει να σχηματίζει γωνία 30° με το επίπεδο της βάσης, το οποίο έχει επιλεγεί ως στοιχείο αναφοράς με όνομα A. Για να θεωρηθεί ότι η επιφάνεια διαθέτει την επιθυμητή κλίση, πρέπει τα σημεία της να εδράζονται μεταξύ δυο παράλληλων επιπέδων με μεταξύ τους απόσταση 0.4 και κλίση 30° ως προς το στοιχείο A.

- Παραλληλότητα (Parallelism)



Η ενδεικτική επιφάνεια του αντικείμενου του συγκεκριμένου παραδείγματος πρέπει να είναι παράλληλη προς τη βάση του, δηλαδή το επίπεδο αναφοράς Α. Για να ικανοποιείται η συνθήκη αυτή, τα σημεία της πρέπει να εδράζονται μεταξύ δυο επιπέδων με μεταξύ τους απόσταση 0.12, παράλληλων ως προς την επιφάνεια Α.

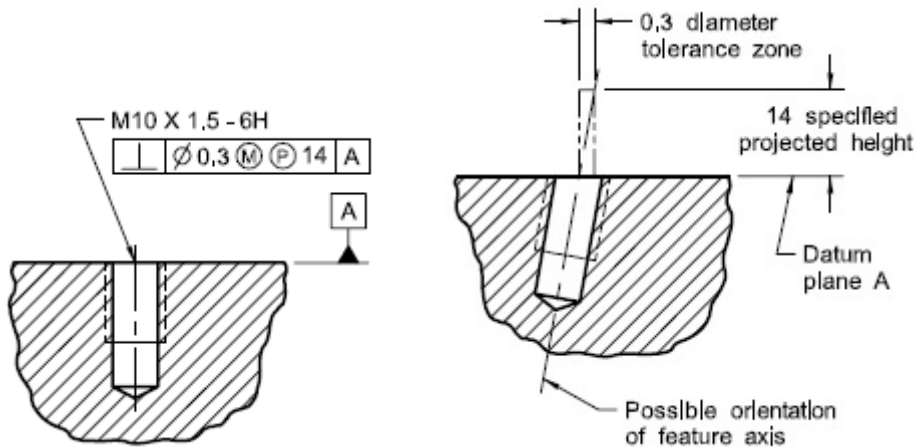
- Καθετότητα (Perpendicularity)



Η ενδεικτική επιφάνεια του αντικείμενου του παραδείγματος αυτού πρέπει να είναι κάθετη ως προς τη βάση του, δηλαδή το επίπεδο αναφοράς Α. Για να ικανοποιείται η συνθήκη αυτή, πρέπει τα σημεία της επιφάνειας αυτής να εδράζονται

μεταξύ δυο παράλληλων επιπέδων με μεταξύ τους απόσταση 0.12, κάθετων ως προς την επιφάνεια A.

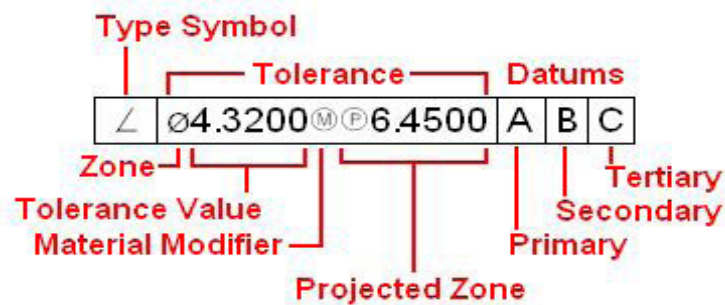
- Προβαλλόμενη Ζώνη Αντοχής (Projected Tolerance Zone)



Για την οπή του συγκεκριμένου παραδείγματος, ο άξονας της πρέπει να είναι κάθετος ως προς την επιφάνεια A. Για να ικανοποιείται η συνθήκη αυτή, τα σημεία του άξονα πρέπει να εδράζονται μεταξύ κυλινδρικής ζώνης διαμέτρου 0.3 σε συνθήκη MMC και ύψους 14 από την επιφάνεια A.

5.4 GD&T στο SpatialAnalyzer

Το λογισμικό SA, όπως έχει ήδη αναφερθεί, δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη επεξεργασίας και εποπτείας διαστάσεων ή ανοχών σε μοντέλα CAD μέσω της εφαρμογής GD&T Inspection. Μια τυπική σήμανση γεωμετρικής ανοχής στα πλαίσια του SA έχει την ακόλουθη μορφή:

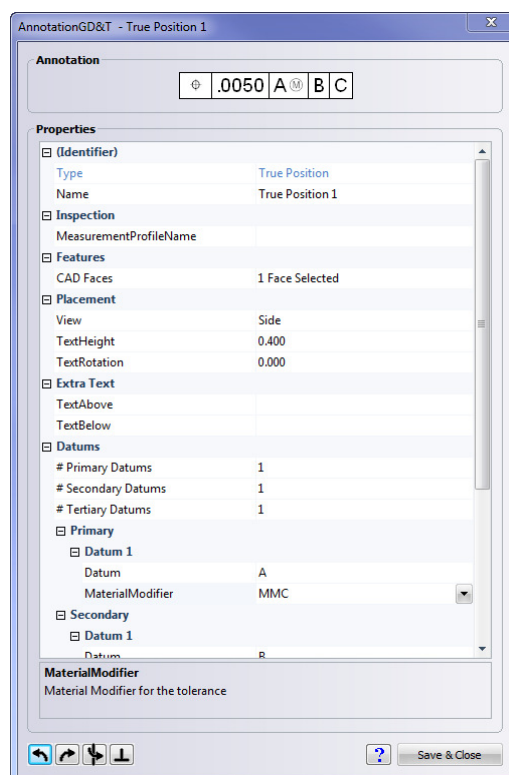


Εικόνα 5.6. Δήλωση Γεωμετρικής Ανοχής στο GD&T Inspection

[SA User Manual]

Πιο αναλυτικά, τα στοιχεία μιας δήλωσης ανοχής γεωμετρίας μέσω της εφαρμογής GD&T Inspection είναι τα ακόλουθα:

- **Type Symbol:** Η εφαρμοζόμενη γεωμετρική ανοχή μέσω του αντίστοιχου συμβόλου
- **Zone:** Η μορφή της ζώνης μέσα στην οποία η ανοχή εφαρμόζεται
- **Tolerance Value:** Η τιμή της ανοχής
- **Material Modifier:** Ο επιλεγμένος τροποποιητής τόσο για τον ορισμό της ανοχής όσο και για τον ορισμό στοιχείου αναφοράς (στη συγκεκριμένη περίπτωση δεν έχει εφαρμοσθεί για κανένα από τα δηλωμένα στοιχεία). Η επιλογή γίνεται για συνθήκες MMC/LMC/RFS για τις γεωμετρικές ανοχές και MMB/LMB/RMB για τα στοιχεία αναφοράς.
- **Projected Zone:** Αν υπάρχει προβαλλόμενη ζώνη ανοχής, δηλώνει παράλληλα με τη διάστασή της
- **Datum:** Δηλώνονται, αν απαιτούνται, οι επιφάνειες αναφοράς για τη συγκεκριμένη γεωμετρική ανοχή



Εικόνα 5.7. Παράθυρο Διαλόγου Annotation GD&T

[SA User Manual]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

6.1 Εισαγωγή

Στο πλαίσιο της διπλωματικής αυτής εργασίας αναλύθηκαν ορισμένες από τις εφαρμογές του λογισμικού SpatialAnalyzer, με έμφαση ως προς την εφαρμογή USMN (Unified Spatial Metrology Network), η οποία αποτελεί ουσιαστική καινοτομία στο χώρο ανάπτυξης προγραμμάτων για εφαρμογές βιομηχανικής μετρολογίας. Περιεχόμενο, λοιπόν, της τελευταίας αυτής ενότητας αποτελεί μια συνοπτική περιγραφή της ενασχόλησης του γράφοντος με το πρόγραμμα με επίκεντρο την εφαρμογή USMN.

Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται σε συνοπτική μορφή ορισμένα από τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής USMN, τα οποία αναλύθηκαν εν μέρει στις προηγούμενες ενότητες. Στη συνέχεια, παρατίθενται ορισμένοι προβληματισμοί που προέκυψαν από τη σχετική μεθοδολογία, καθώς και από τις δυνατότητες που προσφέρει η πρακτική εφαρμογή της. Ταυτόχρονα, αναλύονται ορισμένα σενάρια μετρήσεων, τα οποία βασίζονται στους προβληματισμούς αυτούς και τα οποία εξετάστηκαν μέσω της μεθόδου USMN.

6.2 Διεπαφή Χρήστη

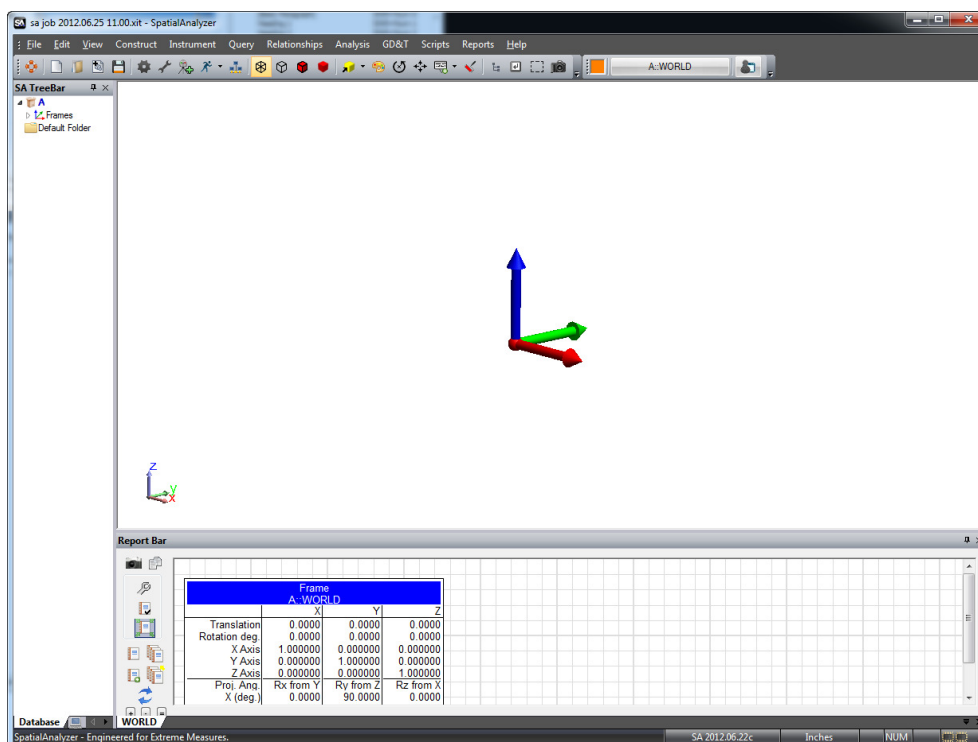
Προτού περάσουμε στο κεντρικό θέμα του κεφαλαίου αυτού, κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν ορισμένες εντυπώσεις του γράφοντος, οι οποίες προέκυψαν κατά την εκτέλεση διαφόρων εφαρμογών και αφορούν ως επί το πλείστο τη διεπαφή του λογισμικού.

Το λογισμικό SpatialAnalyzer αποδεικνύεται στην πράξη ως ένα ιδιαίτερα φιλικό προς το χρήστη πρόγραμμα λόγω της προσεκτικά σχεδιασμένης διεπαφής του (interface). Συγκεκριμένα, η οργάνωση του μενού εφαρμογών και η εξαιρετική γραφική απεικόνιση βοηθούν σε πρώτο βαθμό στην εξοικείωση του χρήστη με το πρόγραμμα. Παράλληλα, κατά τη μετέπειτα χρήση του είτε άμεσα στο πεδίο μετρήσεων είτε στο γραφείο, διευκολύνουν την εκτέλεση εργασιών και παρέχουν την

απαιτούμενη πληροφορία με άμεσο και διαισθητικό τρόπο. Βεβαίως, η σχετική πληροφορία είναι δυνατόν να παρουσιαστεί και με τη μορφή συνοπτικών αναφορών, τις οποίες ο χρήστης μπορεί να διαχειριστεί.

Ακόμη, λόγω του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού ο οποίος αποτελεί θεμέλιο λίθο για τη σύνταξη του, η λειτουργία του προγράμματος βασίζεται στην επεξεργασία συσχετιζόμενων αντικειμένων-οντοτήτων. Το σύνολο των αντικειμένων που χρησιμοποιούνται σε μια δεδομένη εφαρμογή, καθώς και οι μεταξύ τους σχέσεις, παρουσιάζονται ιεραρχικά μέσω ενός καταλόγου δενδροειδούς μορφής (Treebar). Με παρέμβαση στον κατάλογο αυτό, παρέχεται στο χρήστη πλήρη εποπτεία και η δυνατότητα απομόνωσης και διαχείρισης των αντικειμένων που επιθυμεί.

Για την καλύτερη δυνατή χρήση του προγράμματος, προϋποτίθεται ότι ο χρήστης διαθέτει την απαραίτητη γνώση και έχει κατανοήσει τη μεθοδολογία πίσω από τις εφαρμογές, ειδικά τις πιο εξειδικευμένες (όπως το USMN), κάτι που επιτυγχάνεται με ενδελεχή μελέτη τόσο των οδηγιών χρήσης όσο και της σχετικής εκτενούς βιβλιογραφίας.



Εικόνα 6.1. Διεπαφή SpatialAnalyzer
[SA User Manual]

6.3 Πλεονεκτήματα USMN

Στο Κεφάλαιο 4 της παρούσας εργασίας αναλύθηκε η μεθοδολογία πίσω από την εφαρμογή USMN του λογισμικού Spatial Analyzer. Όπως αναφέρθηκε ήδη εκεί, η εφαρμογή αυτή ουσιαστικά βασίζεται σε μια μέθοδο bundle adjustment με σκοπό την επίλυση ενός μετρολογικού δικτύου, την ανάλυση της αβεβαιότητας του ή τον προσδιορισμό της αβεβαιότητας ενός μεμονωμένου οργάνου σε πραγματικές συνθήκες μετρήσεις.

Τα πλεονεκτήματα της νέας αυτής προσέγγισης που προσφέρει η εφαρμογή αυτή στην αντιμετώπιση των παραπάνω προβλημάτων είναι πολλά. Αρχικά και σε αντίθεση με την κλασική προσέγγιση, κατά τη διαδικασία της επίλυσης χρησιμοποιούνται πρωτογενή δεδομένα, δηλαδή τα ίδια τα στοιχεία των μετρήσεων, και όχι οι συντεταγμένες των σημείων, όπως αυτές έχουν εκτιμηθεί στο σύστημα κάθε μεμονωμένου οργάνου. Το γεγονός αυτό προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία ως προς την αξιολόγηση των μεμονωμένων παρατηρήσεων και της σημαντικότητας τους, οπότε και στην εφαρμογή βαρών.

Επιπλέον, η χρήση των πρωτογενών δεδομένων μετρήσεων επιτρέπει, στην περίπτωση των μετρολογικών δικτύων, τη δυνατότητα ταυτόχρονης επίλυσης του συνόλου των δικτύων αντί για την αλυσιδωτή εφαρμογή μετασχηματισμών μεταξύ των συστημάτων συντεταγμένων των εμπλεκόμενων οργάνων. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγονται τα σφάλματα που υπεισέρχονται στην επίλυση λόγω των σφαλμάτων στον προσδιορισμό των παραμέτρων μετασχηματισμού, ενώ είναι πλέον εφικτό να χρησιμοποιηθεί το σύνολο των παρατηρήσεων για την επίτευξη της κοινής λύσης (π.χ. όταν ένα όργανο συνδέεται μέσω κοινών σημείων με παραπάνω της μιας άλλες μετρητικές διατάξεις).

Όσο αφορά την αβεβαιότητα ενός οργάνου, η μέθοδος αυτή προσφέρει τη δυνατότητα άμεσης εκτίμησής της από μετρήσεις στο εκάστοτε πεδίο εργασίας και για τις συνθήκες περιβάλλοντος και παρατήρησης που επικρατούν για τη δεδομένη εφαρμογή. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται η υιοθέτηση της αβεβαιότητας την οποία αναφέρει ο κατασκευαστής και οποία έχει προσδιοριστεί ως επί το πλείστο για ιδανικές, δηλαδή μη αντιπροσωπευτικές, συνθήκες εργασίας.

Από την άλλη, επαναστατική είναι η αντιμετώπιση της εφαρμογής όσο αφορά την αναπαράσταση ενός πεδίου αβεβαιότητας. Η γραφική απεικόνιση των πεδίων αβεβαιότητας των μετρήσεων μέσω Νεφών Διακριτών Σημείων (ΝΔΣ), τα οποία παράγονται με τη χρήση της προσομοίωσης Monte Carlo, αποτελεί μια μέθοδο αναπαράστασης ιδιαιτέρως πιο διαισθητική για το χρήστη και συνάμα, πιο ρεαλιστική σε σύγκριση με την κλασσική προσέγγιση των σφαιρών και ελλειψοειδών αβεβαιότητας.

Τέλος, η μέθοδος ΝΔΣ επιτρέπει την εκτίμηση της συνολικής αβεβαιότητας ενός δικτύου μετά το πέρας της επίλυσης του. Εκμεταλλευόμενη την ολοένα αυξανόμενη υπολογιστική ικανότητα των σύγχρονων συστημάτων, η εφαρμογή USMN δε βασίζεται για το σκοπό αυτό στον προσδιορισμό των στοιχείων των επιμέρους ελλειψοειδών αβεβαιότητας και στην προσπάθεια συνένωσής τους στο τελικό επιθυμητό σύστημα. Αντιθέτως, εισάγοντας κάθε φορά και διαφορετικό σφάλμα στις αρχικές μετρήσεις του δικτύου, εκκινεί εξ αρχής την επίλυση και παρουσιάζει τις διαφορές που αυτό επιφέρει στις τελικές συντεταγμένες του δικτύου. Έτσι, σχηματίζονται σταδιακά τα τελικά νέφη αβεβαιότητας στο καθολικό σύστημα.

6.4 Προβληματισμοί

Όλα τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής USMN, ορισμένα από τα οποία παρατέθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, συνοδεύονται παράλληλα από μια σειρά προβληματισμών. Οι προβληματισμοί αυτοί συνδέονται τόσο με την ίδια τη μεθοδολογία, πάνω στην οποία βασίστηκε η ανάπτυξη της συγκεκριμένης εφαρμογής, όσο και στη χρήση για την επίλυση ζητημάτων που εμφανίζονται συχνά μέσα στα πλαίσια διάφορων εφαρμογών της βιομηχανικής μετρολογίας.

6.4.1 Μεθοδολογία

Ένα κρίσιμο θέμα, το οποίο τίθεται σχετικά με τη μεθοδολογία, αφορά τη μέθοδο αναπαράστασης ΝΔΣ και συγκεκριμένα την απαιτούμενη πυκνότητα. Όπως αναφέρθηκε και κατά την ανάλυση της μεθόδου (Βλέπε Κεφάλαιο 4), μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo εισάγονται σε πολλαπλές επαναλήψεις τυχαία σφάλματα στις αρχικές μετρήσεις, τα οποία βασίζονται στη δεδομένη αβεβαιότητα του εκάστοτε

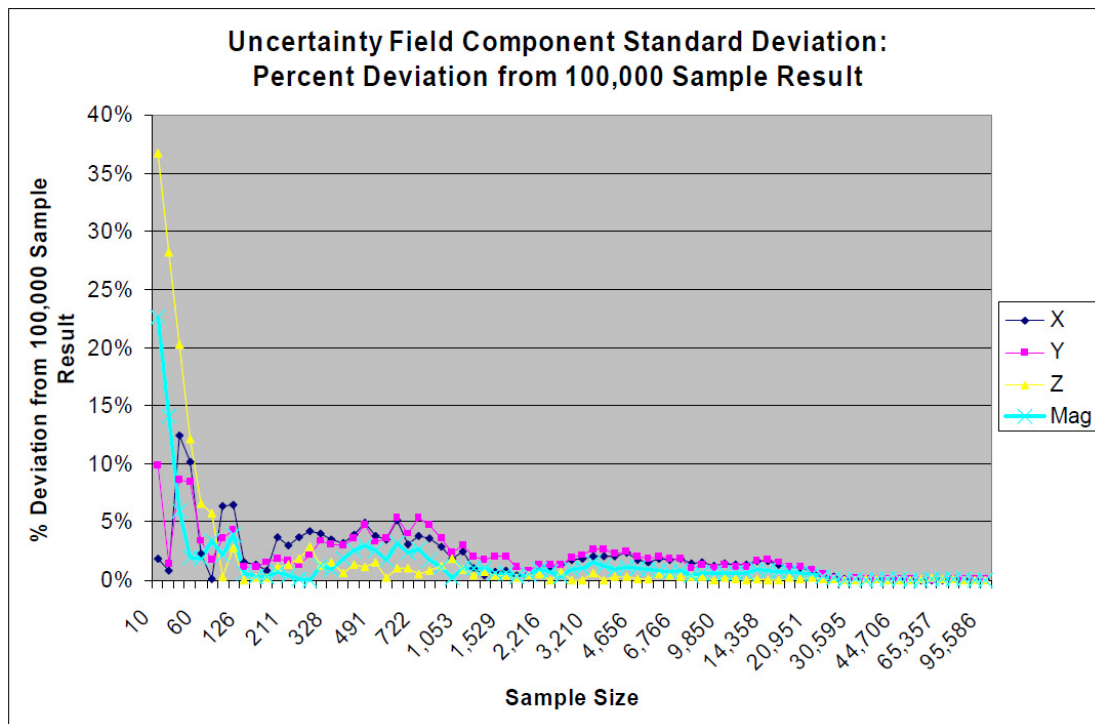
οργάνου, και εκτιμάται η επίδραση τους στην τελική θέση του σημείου. Σταδιακά παράγεται ένα πλήθος σημείων γύρω από την πραγματική θέση του σημείου, το μέγεθος του οποίου καθορίζεται από το χρήστη. Τέλος, οι συντεταγμένες των σημείων του νέφους αναλύονται στατιστικά ώστε να προκύψει η τελική αβεβαιότητα για το επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης (συνήθως της τάξης του 68%).

Το ζήτημα, λοιπόν, το οποίο ανακύπτει, στρέφεται γύρω από τον απαιτούμενο αριθμό σημείων ώστε να επιτευχθεί μια ρεαλιστική εκτίμηση της αβεβαιότητας μίας μέτρησης. Με άλλα λόγια, τίθεται το ερώτημα ύπαρξης ή όχι ενός ορίου ως προς το πλήθος των σημείων που αποτελούν ένα μεμονωμένο νέφος, πάνω από το οποίο η προσθήκη επιπλέον πληροφορίας δεν προσφέρει ουσιαστικά στην τελική αβεβαιότητα. Το ερώτημα αυτό είναι κρίσιμο, όχι μόνο για την ίδια την αβεβαιότητα, αλλά και για τον υπολογιστικό χρόνο, ως συνάρτηση της ικανότητας του χρησιμοποιούμενου συστήματος, που απαιτείται για την παραγωγή του νέφους.

Το πρόβλημα αυτό, το οποίο ανέκυψε ήδη από την περίοδο αρχικής ανάπτυξης της εφαρμογής USMN και γενικότερα της εφαρμογής της μεθόδου Monte Carlo σε προβλήματα αβεβαιότητας βιομηχανικής μετρολογίας, έχει αποτελέσει αντικείμενο μελέτης για πολλές εργασίες. Ενδεικτικά, αναφέρονται η σχετική ενότητα στη διδακτορική διατριβή του J.M.Calkins για το Πολυτεχνικό Ινστιτούτο της Virginia με τίτλο "Quantifying Coordinate Uncertainty Fields in Coupled Spatial Measurement Systems" (2002), καθώς και το άρθρο των Fumin Zhang και Xinghua Qu του Πανεπιστημίου Tianjin της Κίνας με τίτλο "Fusion Estimation of Point Sets from Multiple Stations of Spherical Coordinate Instruments Utilizing Uncertainty Estimation Based on Monte Carlo" (2012).

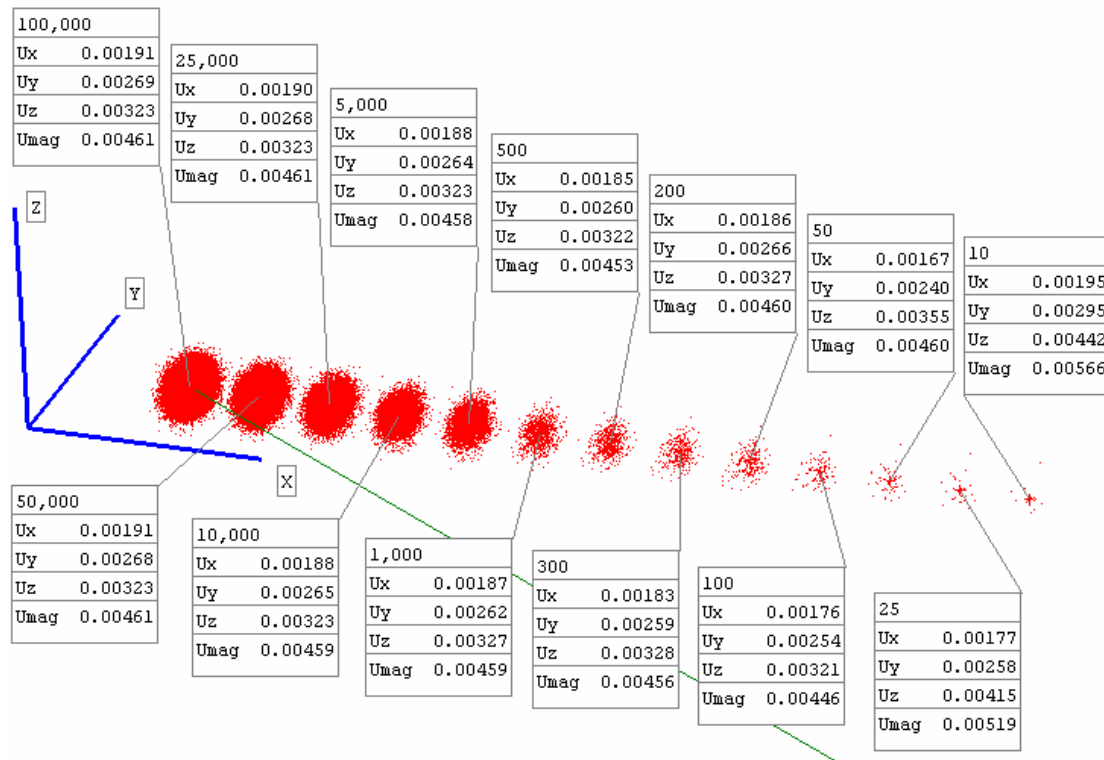
Οι τρόποι ανάλυσης και στις δυο παραπάνω εργασίες είναι παρόμοιοι, με την πρώτη να ακολουθεί μια πιο αναλυτική προσέγγιση. Συγκεκριμένα, στην εργασία αυτή, αναλύεται η αβεβαιότητα μέτρησης ενός laser tracker. Στη συνέχεια, παράγεται μέσω του προγράμματος το αντίστοιχο νέφος αβεβαιότητας με συνεχή πρόσθεση νέων διακριτών σημείων. Με τον τρόπο αυτό, ένα αρχικό νέφος 10 σημείων καταλήγει σταδιακά σε ένα τελικό των 100,000 σημείων.

Καθένα από τα νέφη, που προκύπτουν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής, αναλύεται στατιστικά ώστε να προκύψει η τελική αβεβαιότητα. Τέλος, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε ένα τελικό συγκεντρωτικό διάγραμμα, όπου καταγράφεται η απόκλιση της αβεβαιότητας κάθε νέφους από την αντίστοιχη του νέφους των 100,000 σημείων, το οποίο και λαμβάνεται ως στοιχείο αναφοράς.



Σχήμα 6.1. Απόκλιση Αβεβαιότητας από Νέφος 100,000 Σημείων
[J.M. Calkins,2002]

Επίσης, για λόγους πληρότητας, παρουσιάζεται στην επόμενη σελίδα μια σειρά από τα παραπάνω εξεταζόμενα νέφη αβεβαιότητας, με κύριο χαρακτηριστικό τη διαφοροποίησή τους ως προς το στοιχείο της πυκνότητας (δηλαδή το σύνολο των σημείων από τα οποία και απαρτίζονται).. Τα νέφη αυτά συνοδεύονται από τα αντίστοιχα στοιχεία αβεβαιότητας, τα οποία έχουν εκτιμηθεί μέσω της στατιστικής ανάλυσης των σημείων που τα αποτελούν.



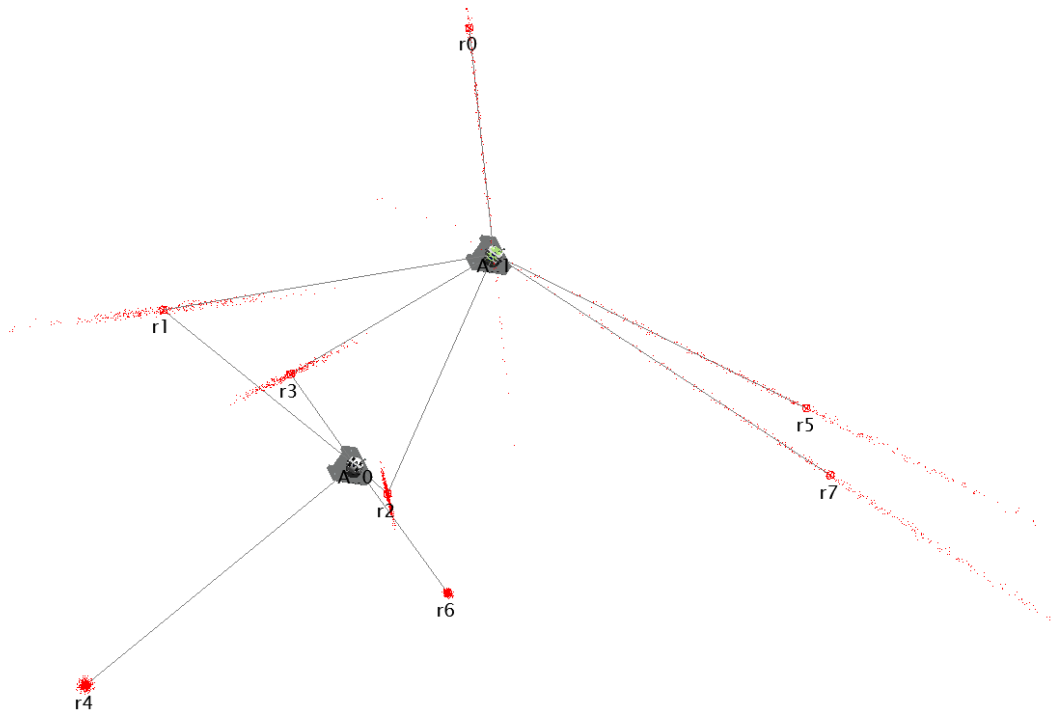
Σχήμα 6.2. Νέφη Αβεβαιότητας για Διαφορετικές Πυκνότητες
[J.M. Calkins,2002]

Από την εξέταση των Σχημάτων 6.1 και 6.2 παρατηρείται ότι για νέφη με πλήθος άνω των 200-300 σημείων, η αβεβαιότητα που προκύπτει παρουσιάζει απόκλιση της τάξης του 5% ως προς την αντίστοιχη πρότυπη. Λαμβάνοντας υπόψη ότι από το όριο αυτό και μετέπειτα, ο ρυθμός μείωσης της απόκλισης αυτής είναι σχετικά μικρός, το όριο των 300 σημείων μπορεί να θεωρηθεί ως ικανοποιητικό για την εκτίμηση της αβεβαιότητας στις μετρήσεις ενός οργάνου. Αυτή η τιμή αποτελεί και το προεπιλεγμένο πλήθος σημείων για ανάλυση USMN στο πλαίσιο του λογισμικού SpatialAnalyzer.

Η απαιτούμενη πυκνότητα νέφους για ρεαλιστική εκτίμηση της αβεβαιότητας μέτρησης ενός οργάνου, καθώς και ορισμένα άλλα στοιχεία γύρω από τη μεθοδολογία USMN, εξετάστηκαν μέσω της εκτέλεσης ορισμένων εφαρμογών με τη χρήση της ομώνυμης εφαρμογής. Οι εφαρμογές αυτές αναλύονται συνοπτικά στην ακόλουθη ενότητα.

6.4.2. Εφαρμογές Μεθοδολογίας

Για την εκτέλεση εφαρμογών σχετικών με τα βασικά στοιχεία του USMN, δημιουργήθηκε δίκτυο, το οποίο αποτελείται από δυο (2) όργανα: ένα Leica emScon AT402 Laser Tracker (A::0) και ένα Leica TDRA6000 Total Station (A::1). Τα δύο αυτά όργανα έχουν λάβει μετρήσεις για ένα σύνολο οκτώ (8) σημείων, τυχαία κατανεμημένων στο χώρο και με μέγιστη απόσταση από κάθε όργανο μικρότερη των δέκα (10) μέτρων, όπως φαίνεται και στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 6.2. Αρχικό Δίκτυο

Όργανο	Ακρίβεια Μέτρησης		
	Οριζόντια Γωνία (")	Κατακόρυφη Γωνία (")	Απόσταση (mm)
Leica emScon AT402	1.0	1.0	0.00762 ± 2.5ppm
Leica TDRA6000 Total Station	0.5	0.5	0.999998 ± 1.0ppm

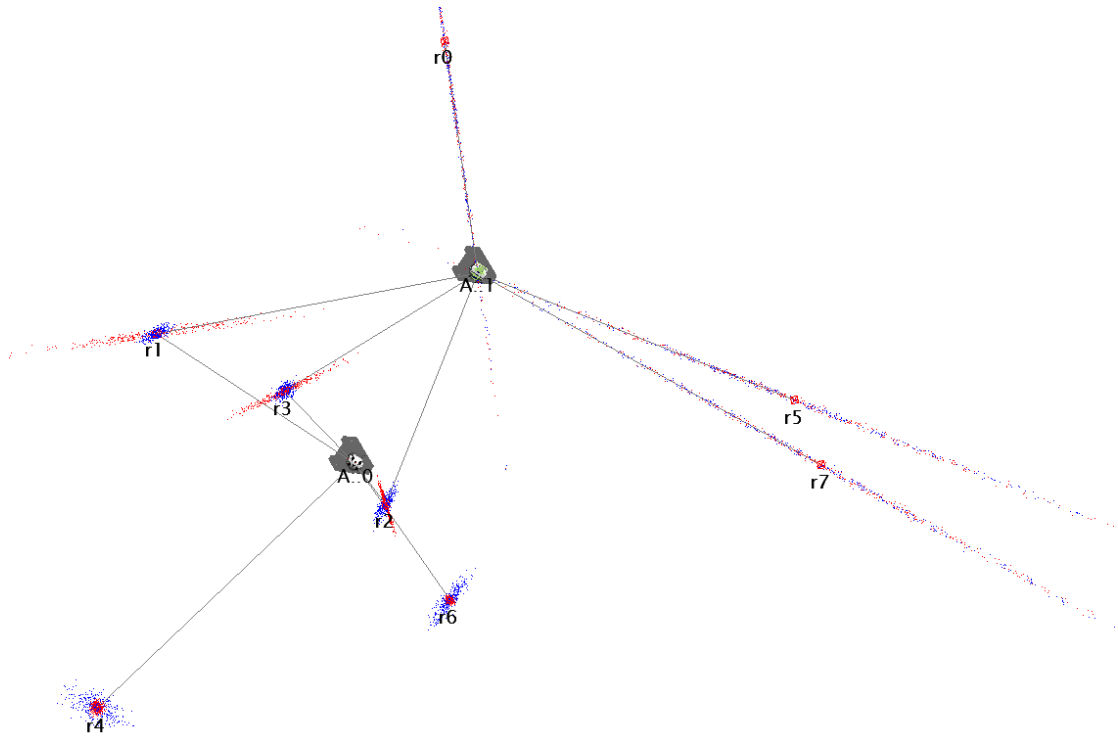
Πίνακας 6.1. Αβεβαιότητα Μέτρησης Οργάνων

Στην εικόνα αυτή παρουσιάζονται επίσης τα νέφη αβεβαιότητας που αντιστοιχούν για κάθε σημείο, σύμφωνα με τα στοιχεία για την ακρίβεια μέτρησης των χρησιμοποιούμενων οργάνων (Βλέπε Πίνακα 1.1). Καθένα από τα νέφη αυτά αποτελείται από ένα σύνολο 300 σημείων, ενώ αναπαρίστανται σε κλίμακα 2000:1 ώστε να γίνεται άμεσα αντιληπτό το σχήμα και το σχετικό μέγεθός τους.

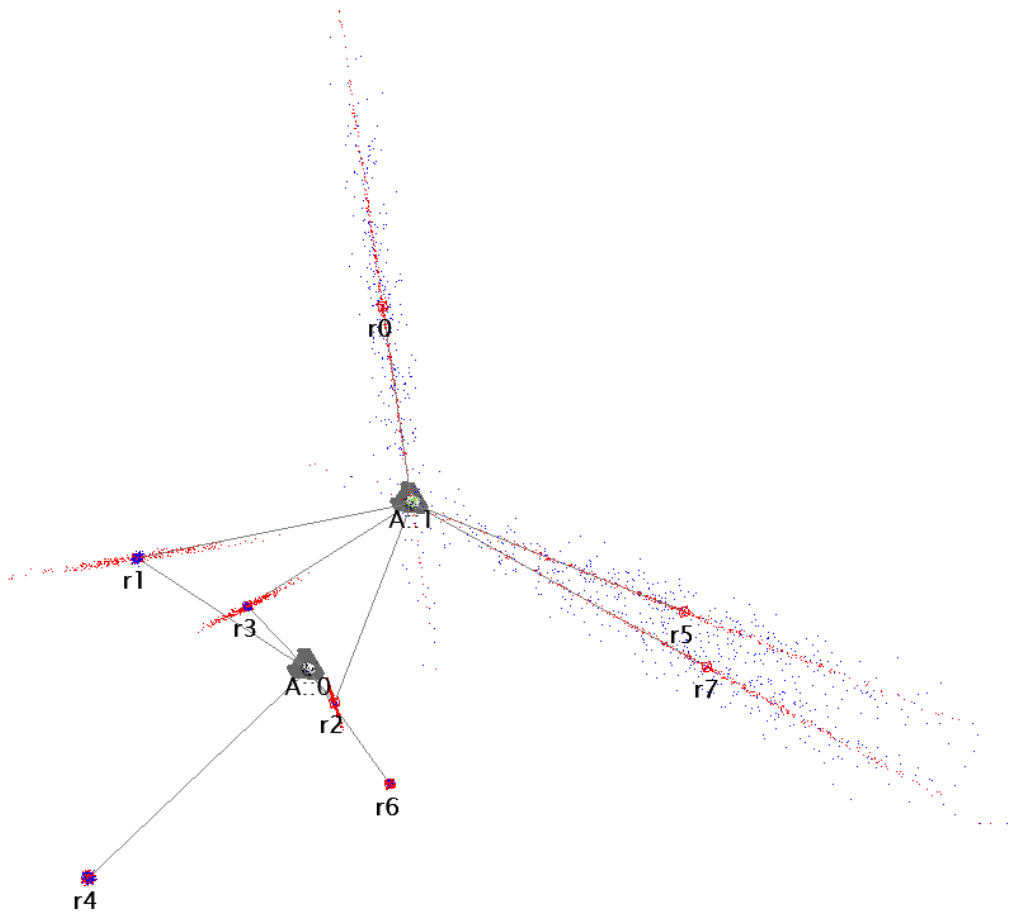
Όπως διαπιστώνεται από τον Πίνακα 6.1, το laser tracker διαθέτει μεγαλύτερη ακρίβεια στη μέτρηση αποστάσεων, ενώ το total station υπερέχει από άποψη ακρίβειας στις γωνιομετρήσεις. Το γεγονός αυτό αντικατοπτρίζεται στο σχήμα των νεφών αβεβαιότητας των σημείων, ανάλογα με το όργανο από το οποίο έχουν μετρηθεί. Νέφη βασιζόμενα στην αβεβαιότητα του laser tracker εμφανίζονται πεπλατυσμένα κατά διεύθυνση κάθετη προς την αντίστοιχη της μέτρησης. Αντίθετα, στην περίπτωση του total station, τα νέφη είναι ιδιαίτερος επιμήκη σε διεύθυνση παράλληλη προς αυτή της μέτρησης.

Το δίκτυο, λοιπόν, αυτό επιλύθηκε μέσω της εφαρμογής USMN και για διαφορετικές, κάθε φορά, συνθήκες. Αρχικά, εξετάστηκε η επίδραση της επιλογής του οργάνου, το οποίο θεωρείται σταθερό κατά τη φάση της επίλυσης, στην εκτίμηση της τελικής αβεβαιότητας (Βλέπε Κεφάλαιο 4). Στην πρώτη περίπτωση, θεωρήθηκε για τις ανάγκες της επίλυσης ως σταθερό το total station, ενώ στη δεύτερη περίπτωση το laser tracker. Στην επόμενη σελίδα, παρουσιάζονται σε δυο διαδοχικές εικόνες το αρχικό δίκτυο με τα τελικά νέφη αβεβαιότητας και για τις δυο αυτές επιλύσεις.

Τα νέφη αυτά αποτελούνται από τον ίδιο αριθμό σημείων όπως τα αντίστοιχα αρχικά τους, ενώ αναπαρίστανται εξίσου στην ίδια ακριβώς κλίμακα. Επίσης, τα τελικά νέφη προβάλλονται επάνω στα αρχικά, για διευκόλυνση της σύγκρισής τους ως προς το μέγεθος και το σχήμα τους. Τα αρχικά νέφη αναπαρίστανται με κόκκινο χρώμα, ενώ τα τελικά με μπλε. Αυτές οι συμβάσεις ισχύουν και για μετέπειτα σενάρια που εμφανίζονται στα πλαίσια του κεφαλαίου αυτού, πλην των περιπτώσεων όπου αναφέρεται ρητώς το αντίθετο.



Εικόνα 6.3. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Σταθερό Total Station)



Εικόνα 6.4. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Σταθερό Laser Tracker)

Όπως διαπιστώνεται από τις εικόνες 6.3 και 6.4, τα νέφη αβεβαιότητας των σημείων, τα οποία έχουν μετρηθεί μόνο από το εκάστοτε σταθερό όργανο παραμένουν σχετικώς αναλλοίωτα, καθώς το τελικό σύστημα αναφοράς στο οποίο αναπαρίστανται αντιστοιχεί με το αρχικό. Αντιθέτως, τα νέφη των σημείων του δεύτερου οργάνου αυξάνονται σε μέγεθος, γεγονός το οποίο οφείλεται στην αύξηση της σχετικής αβεβαιότητας τους με την επίλυση του δικτύου. Η αύξηση αυτή αποτελεί συνέπεια της αβεβαιότητας των παραμέτρων αφινικού μετασχηματισμού, ο οποίος και εφαρμόζεται για τη συσχέτιση του συστήματος του οργάνου με το τελικό σύστημα (το σύστημα του σταθερού οργάνου.) Τέλος, τα νέφη των κοινών σημείων διαμορφώνονται με βάση τα χαρακτηριστικά των αντίστοιχων αρχικών.

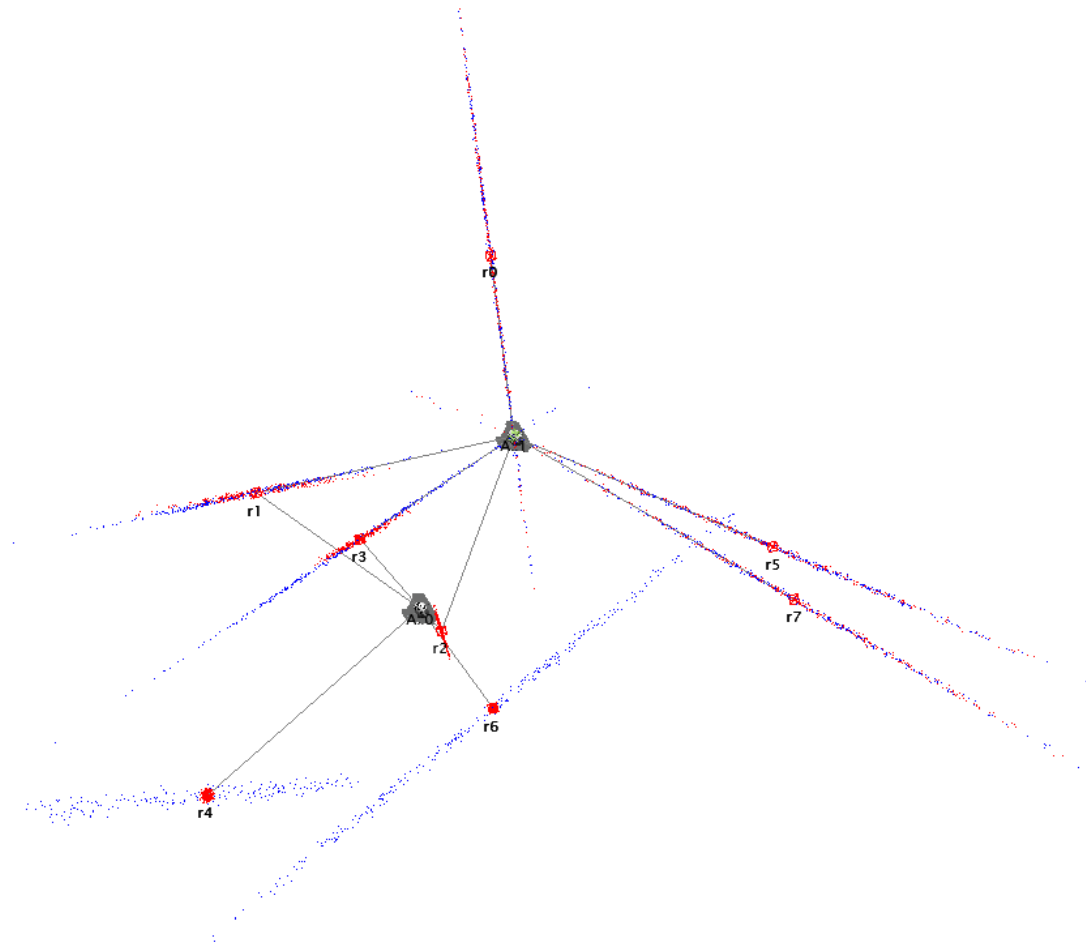
Μια πιο αναλυτική σύγκριση είναι δυνατόν να γίνει μέσω του ακόλουθου πίνακα, στον οποίο και παρατίθενται για κάθε σημείο το αντίστοιχο μέγεθος αβεβαιότητας (UMag) για το αρχικό δίκτυο και τις δυο προαναφερόμενες επιλύσεις.

Σημείο	UMag (mm)		
	Αρχικό Δίκτυο	Σταθ. Total Station	Σταθ. Laser Tracker
r0	1.04	1.00	1.04
r1	0.38	0.06	0.03
r2	0.10	0.07	0.02
r3	0.19	0.06	0.02
r4	0.04	0.43	0.04
r5	1.03	0.96	1.08
r6	0.02	0.11	0.02
r7	1.00	0.99	1.06

Πίνακας 6.2. Αβεβαιότητα Σημείων (Επιλογή Σταθερού Οργάνου)

Ένα άλλο στοιχείο, το οποίο εξετάστηκε στο πλαίσιο της εφαρμογής αυτής, ήταν η αλλαγή, την οποία επιφέρει στην επίλυση και στην εκτίμηση της τελικής αβεβαιότητας η αφαίρεση κοινών παρατηρήσεων. Υπενθυμίζεται ότι η μέθοδος USMN βασίζεται στον υπολογισμό των παραμέτρων μετασχηματισμού των μεμονωμένων συστημάτων των οργάνων στο κοινό σύστημα μέσω των κοινών σημείων του δικτύου (Βλέπε Κεφάλαιο 4). Στο αρχικό δίκτυο, τα κοινά σημεία

μεταξύ των οργάνων είναι τρία (3), τα r_1, r_2 και r_3 . Από αυτά, διαπιστώθηκε μέσω του δείκτη Ranking ότι οι μετρήσεις του σημείου r_2 είναι οι χειρίστες από την όλη τριάδα. Ως εκ τούτου, το σημείο αυτό αφαιρέθηκε και το δίκτυο επιλύθηκε εκ νέου. Ως σταθερό όργανο θεωρήθηκε το total station.



Εικόνα 6.5. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Αφαίρεση Παρατηρήσεων)

Όπως γίνεται προφανές και από την εικόνα 6.5, η αφαίρεση μιας κοινής παρατήρησης οδηγεί αυτόματα σε αύξηση της συνολικής αβεβαιότητας του δικτύου, καθώς λόγω των μειωμένων πλέον κοινών παρατηρήσεων η αβεβαιότητα των παραμέτρων μετασχηματισμού αυξάνεται αντίστοιχα. Βεβαίως, σε περιπτώσεις όπου ο αριθμός των κοινών σημείων είναι αρκετά μεγαλύτερος, η αφαίρεση κοινών παρατηρήσεων, οι οποίες θεωρούνται αμφισβητούμενης ποιότητας, μπορεί να οδηγήσει σε βελτίωση της λύσης. Το ίδιο ισχύει και για την πρόσθεση επιπλέον παρατηρήσεων. Γενικότερα, το ζήτημα των κοινών σημείων επανεξετάζεται στη σχετική ενότητα για το σχεδιασμό του δικτύου (Βλέπε Ενότητα 6.4.4).

Μια πιο αναλυτική σύγκριση είναι δυνατόν να γίνει μέσω των ακόλουθων δυο πινάκων. Στο μεν πρώτο παρουσιάζονται τα στοιχεία επίλυσης για το αρχικό και το τελικό δίκτυο, ενώ στον δε δεύτερο παρατίθενται για κάθε σημείο το αντίστοιχο μέγεθος αβεβαιότητας (UMag) και για τα δυο δίκτυα.

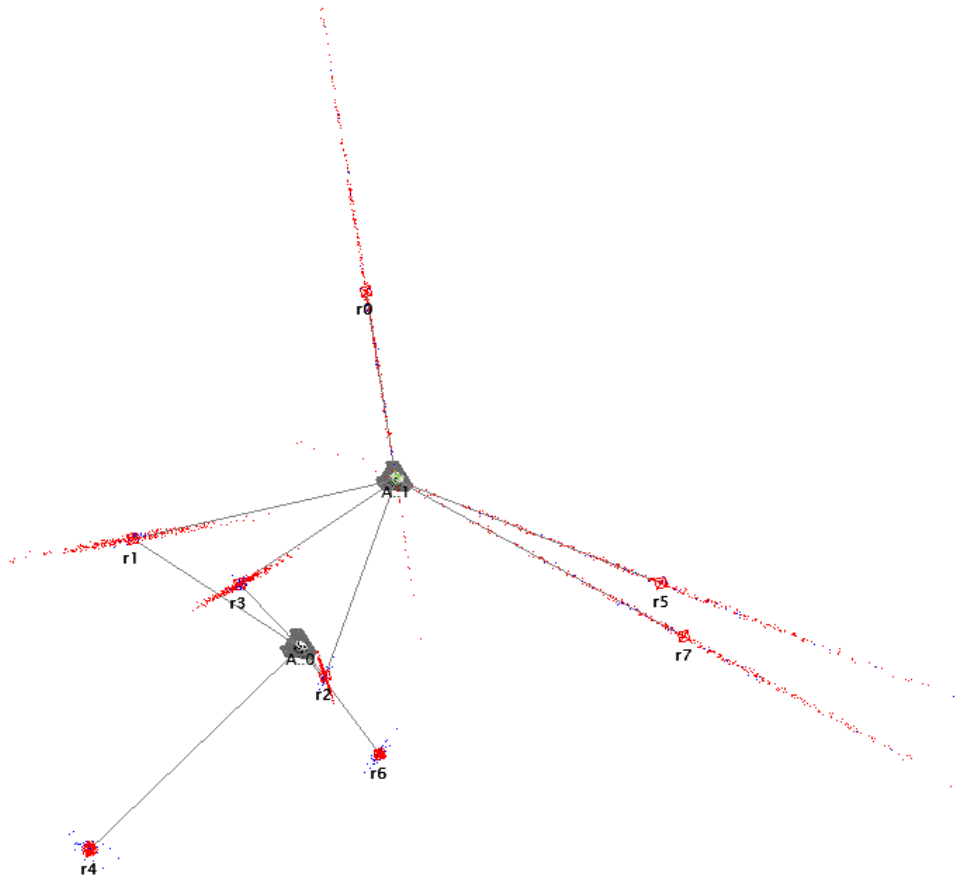
Σημείο	Αρχικό Δίκτυο			Τελικό Δίκτυο		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
r0	423.02	1485.11	-5.23	423.02	1485.11	-5.23
r1	5517.82	420.45	-13.37	5517.83	420.45	-13.37
r2	5763.86	4031.27	-23.23	-	-	-
r3	5247.89	2180.14	-15.60	5247.91	2180.13	-15.60
r4	9908.99	2355.12	8.15	9909.01	2355.08	8.09
r5	1855.92	7667.82	-5.80	1855.92	7667.82	-5.80
r6	6342.33	5367.90	-0.31	6342.37	5367.88	-0.34
r7	2365.51	8395.14	-24.41	2365.51	8395.14	-24.41

Πίνακας 6.3. Αβεβαιότητα Σημείων (Επιλογή Σταθερού Οργάνου)

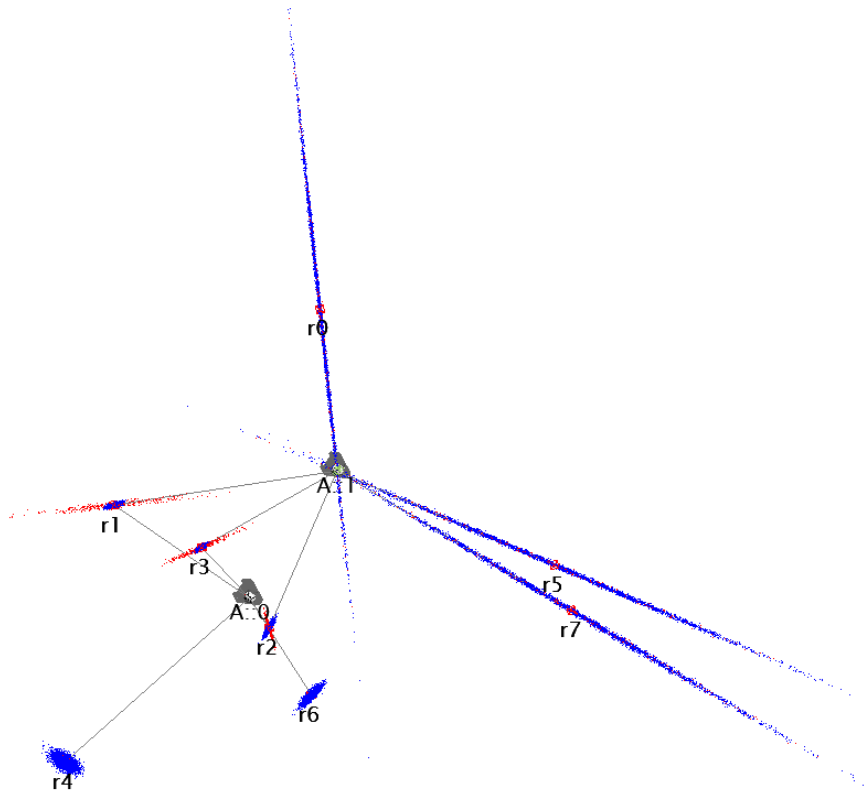
Σημείο	UMag (mm)	
	Αρχικό Δίκτυο	Αφαίρεση Παρατηρήσεων
r0	1.04	1.05
r1	0.38	0.56
r2	0.10	-
r3	0.19	0.85
r4	0.04	2.81
r5	1.03	0.96
r6	0.02	1.93
r7	1.00	0.98

Πίνακας 6.4. Αβεβαιότητα Σημείων (Επιλογή Σταθερού Οργάνου)

Τέλος, εξετάστηκε η επίδραση της πυκνότητας των νεφών στην εκτίμηση της αβεβαιότητας μετρήσεων, ζήτημα η ανάλυση του οποίου αποτέλεσε περιεχόμενο της προηγούμενης ενότητας (Βλέπε Ενότητα 6.4.1).



Εικόνα 6.6. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Νέφη 30 Σημείων)



Εικόνα 6.7. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Νέφη 3000 Σημείων)

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, εκτιμήθηκε εκ νέου η αβεβαιότητα μέτρησης του αρχικού δικτύου, θεωρώντας ως σταθερό το total station, με νέφη 30 και 3000 σημείων αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα παρατίθενται συνοπτικά στον επόμενο πίνακα.

Σημείο	UMag (mm)			
	Αρχικό Δίκτυο	Νέφη 30 Σημείων	Νέφη 300 Σημείων	Νέφη 3000 Σημείων
r0	1.04	1.05	1.00	1.03
r1	0.38	0.06	0.06	0.04
r2	0.10	0.07	0.07	0.05
r3	0.19	0.05	0.06	0.03
r4	0.04	0.44	0.43	0.27
r5	1.03	0.95	0.96	1.00
r6	0.02	0.11	0.11	0.08
r7	1.00	0.83	0.99	1.01

Πίνακας 6.5. Αβεβαιότητα Σημείων (Πυκνότητα Νέφους)

Από την εξέταση του Πίνακα 6.5, διαπιστώνουμε ότι οι μεταβολές στην εκτίμηση της αβεβαιότητας μεταξύ της επίλυσης των 300 και 3000 σημείων είναι αρκετά μικρές, πλην του σημείου r4. Για το σημείο αυτό, η διαφορά οφείλεται στη διαφοροποίηση στην αβεβαιότητα της συντεταγμένης Z (U_z) μεταξύ των δυο επιλύσεων. Γενικά, συστήνεται η τελική αβεβαιότητα του δικτύου να εξετάζεται για διαφορετικές πυκνότητες νεφών (άνω των 300 σημείων), ώστε να διαπιστώνεται αν υφίστανται σημαντικές διαφοροποιήσεις από επίλυση σε επίλυση.

Επίσης, μια αρκετά καλή πρακτική είναι η a priori εκτίμηση της αβεβαιότητας στις συντεταγμένες μετρημένων σημείων μέσω αναλυτικών σχέσεων. Για παράδειγμα, θεωρείται εφαρμογή κατά την οποία πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ένα Leica TDRA6000 Total Station για τη μέτρηση δέκα (10) τυχαίων σημείων. Για να αποφασιστεί η κατάλληλη για την παρούσα περίπτωση πυκνότητα των νεφών αβεβαιότητας, εκτιμώνται σε πρώτο στάδιο τα σφάλματα μέτρησης συντεταγμένων με αναλυτικό τρόπο. Συγκεκριμένα, η αβεβαιότητα των συντεταγμένων, ως συνάρτηση της αβεβαιότητας των στοιχείων μέτρησης του δεδομένου οργάνου,

προκύπτουν από εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων στις σχέσεις των πολικών συντεταγμένων (Βλέπε Κεφάλαιο 1 και 3) και είναι οι ακόλουθες:

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= (\sin \varphi \cos \theta)^2 \sigma_\ell^2 + (\ell \cos \varphi \cos \theta)^2 \sigma_\phi^2 + (\ell \sin \varphi \sin \theta)^2 \sigma_\theta^2 \\ \sigma_y^2 &= (\sin \varphi \sin \theta)^2 \sigma_\ell^2 + (\ell \cos \varphi \sin \theta)^2 \sigma_\phi^2 + (\ell \sin \varphi \cos \theta)^2 \sigma_\theta^2 \\ \sigma_z^2 &= (\cos \varphi)^2 \sigma_\ell^2 + (\ell \sin \theta)^2 \sigma_\theta^2\end{aligned}$$

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι αβεβαιότητες συντεταγμένων, τόσο μέσω αναλυτικών σχέσεων, όσο και μέσω νεφών αβεβαιότητας με πυκνότητα 30, 300 και 3000 σημείων αντίστοιχα:

Σημείο	Κατ. Γωνία (deg)	Ορ.Γωνία (deg)	Απόσταση (mm)	U _{Mag} (mm)	U _{Mag} (mm) (30)	U _{Mag} (mm) (300)	U _{Mag} (mm) (3000)
r0	90.3025	192.2470	3959.27	1.00	1.09	0.94	0.98
r1	90.5446	8.9098	1887.62	1.00	0.97	0.99	0.99
r2	89.5334	181.4162	2646.86	1.00	1.11	0.98	0.99
r3	90.1812	346.2833	4625.97	1.00	0.98	0.97	0.99
r4	90.1178	306.8101	5041.35	1.00	0.76	1.07	1.00
r5	90.1833	76.5618	3790.29	1.00	0.95	1.02	1.01
r6	89.8734	179.0209	4775.61	1.00	0.96	1.00	0.99
r7	89.7852	227.3999	6695.61	1.00	1.18	1.04	1.02
r8	90.1434	339.1935	3026.39	1.00	0.87	0.95	1.01
r9	89.1273	337.3476	1059.96	1.00	0.98	1.05	0.98

Πίνακας 6.6. Εκτίμηση Αβεβαιότητας με Αναλυτικό Τρόπο και Νέφη Διακριτών Σημείων

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων διαπιστώνεται ότι νέφη άνω των 300 σημείων περιγράφουν σε ικανοποιητικό βαθμό την πραγματική αβεβαιότητα των μετρημένων συντεταγμένων.

6.4.3 Σχεδιασμός Δικτύων

Πέρα από τη μεθοδολογία, είναι σημαντικό να εξεταστεί η συνεισφορά της μεθόδου USMN στην επίλυση πρακτικών προβλημάτων. Ένα από τα ζητήματα, λοιπόν, που ανακύπτουν συχνά σε εφαρμογές της βιομηχανικής μετρολογίας είναι ο προκαταρκτικός σχεδιασμός δικτύων.

Ο προκαταρκτικός σχεδιασμός αποτελεί ένα κρίσιμο στάδιο της συνολικής διαδικασίας μετρήσεων. Αρχικά, ο εκ των προτέρων σχεδιασμός του δικτύου οργάνων, που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτέλεση των απαιτούμενων παρατηρήσεων, είναι δυνατόν να μειώσει σημαντικά την διάρκεια εργασίας στο πεδίο, ενώ μπορεί να βελτιώσει παράλληλα την ποιότητά της. Επίσης, μπορεί να αποκαλύψει αδυναμίες του εξεταζόμενου δικτύου σε θεωρητικό επίπεδο (πχ. μικρότερη ακρίβεια από την επιθυμητή). Η εξέταση των αδυναμιών αυτών και η αντιμετώπισή τους (πχ. με προσθαφαίρεση παρατηρήσεων) συνεισφέρει σε σημαντικό βαθμό στην ποιότητα του τελικού παραγώγου.

Το ερώτημα, λοιπόν, το οποίο τίθεται, είναι κατά πόσο η εφαρμογή USMN είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για την προκαταρκτική εξέταση και σχεδιασμό ενός μετρολογικού δικτύου. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό αποτελεί κατά κύριο λόγο συνάρτηση ενός άλλου ερωτήματος: είναι δυνατόν η εφαρμογή USMN να αποκαλύψει αδυναμίες ενός δικτύου, οι οποίες δεν θα μπορούσαν να εντοπιστούν με τη χρήση ενός άλλου τρόπου ανάλυσης ή με την ίδια ευκολία;

Κατά τους Baarda (1973) και Graferand (1974) διακρίνονται τέσσερις φάσεις ή βαθμοί κατά τη διαδικασία σχεδιασμού ενός δικτύου:

- **Σχεδιασμός Μηδενικού Βαθμού (Zeroth-Order Design ή ZOD):** Στο στάδιο περιλαμβάνεται ο προσδιορισμός του βέλτιστου συστήματος αναφοράς των συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου (εφόσον δεν απαιτείται το δίκτυο να ενταχθεί σε συγκεκριμένο σύστημα)
- **Σχεδιασμός Πρώτου Βαθμού (First-Order Design ή FOD):** Το στάδιο αυτό συνίσταται στον προσδιορισμό της βέλτιστης μορφής του δικτύου, δηλαδή των θέσεων των κορυφών του δικτύου και του αριθμού των παρατηρήσεων
- **Σχεδιασμός Δευτέρου Βαθμού (Second-Order Design ή SOD):** Κατά το στάδιο αυτό επιλέγονται τα βέλτιστα βάρη που θα αποδοθούν στις παρατηρήσεις

- **Σχεδιασμός Τρίτου Βαθμού (Third-Order Design ή THOD):** Στην περίπτωση αυτή, απαιτείται η βελτιστοποίηση ενός υπάρχοντος δικτύου, το οποίο έχει ιδρυθεί και επιλυθεί, με προσθήκη νέων παρατηρήσεων ή κορυφών ή και συνδυασμό αυτών. το πρόβλημα αυτό σχεδιασμού αποτελείται συνδυασμό των τριών πρώτων.

Για την επίλυση των παραπάνω προβλημάτων σχεδιασμού διατίθενται δυο διαφορετικές μέθοδοι: η αναλυτική και αριθμητική μέθοδος (analytical and numerical method) και η μέθοδος των δοκιμών (trial-and-error method). Κατά την εφαρμογή της πρώτης, υπάρχει μια μοναδική σειρά μαθηματικών βημάτων μέσω των οποίων παρέχεται αυτόματα ένα δίκτυο με τα βέλτιστα μέτρα ελέγχου της ποιότητάς του.

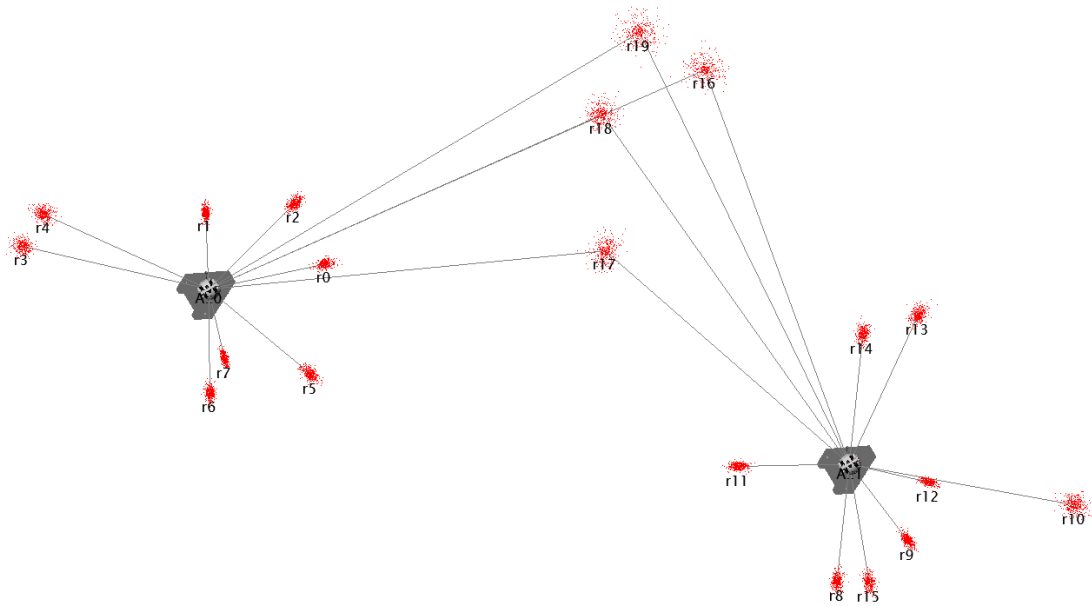
Αντιθέτως, σύμφωνα με τη δεύτερη, ευρυστική μέθοδο παρέχεται μια αρχική λύση του δικτύου, η οποία εξετάζεται ως προς ορισμένα κριτήρια σχεδιασμού. Αν τα κριτήρια αυτά δεν ικανοποιούνται, παράγεται μια νέα λύση, βασιζόμενη στην αρχική, και το νέο δίκτυο ελέγχεται εκ νέου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται συνεχώς μέχρι την επίτευξη μιας ικανοποιητικής λύσης. Η μέθοδος αυτή, λόγω των πολλαπλών επαναλήψεων που ενδεχομένως απαιτούνται για την επίτευξη της βέλτιστης λύσης, εφαρμόζεται ως επί το πλείστο με τη χρήση H/Y.

Η εφαρμογή USMN είναι, λοιπόν, δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για τη βελτιστοποίηση ενός δικτύου μέσω της μεθόδου των δοκιμών. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο χρήστης σχεδιάζει σε πρώτο βαθμό το δίκτυο που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για τις ανάγκες μιας συγκεκριμένης εφαρμογής, το επιλύει με τη μέθοδο USMN και εξετάζει την τελική του αβεβαιότητα. Αν η ακρίβεια δεν είναι επιθυμητή ή απαιτείται η αλλαγή του δικτύου λόγω πρακτικών δυσκολιών (πχ. μια αρχική κορυφή του δικτύου διαπιστώνεται στην πράξη πως δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί κατά τη φάση των μετρήσεων), το δίκτυο επανασχεδιάζεται και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται εξ αρχής μέχρι την επίτευξη της βέλτιστης λύσης.

Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζονται ορισμένες εφαρμογές σε αυτοσχέδια δίκτυα και επιλύθηκαν μέσω της εφαρμογής USMN. Μέσω των σεναρίων αυτών παρουσιάζονται ορισμένες γενικές κατευθύνσεις σχετικά με το σχεδιασμό μετρολογικών δικτύων.

6.4.4 Εφαρμογές Σχεδιασμού Δικτύων

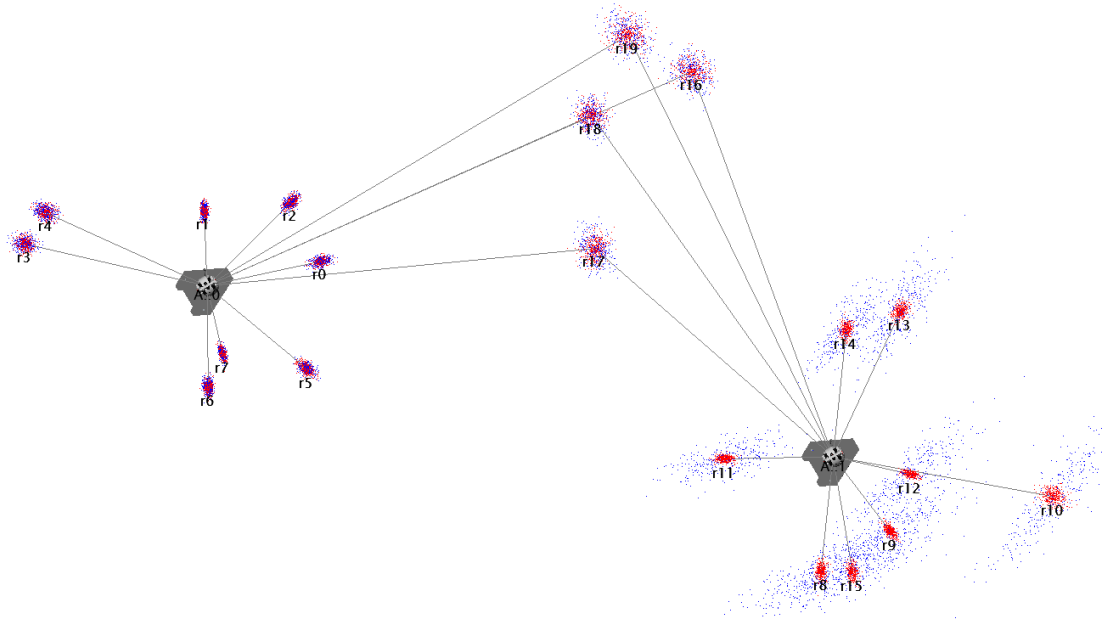
Στα πλαίσια της πρώτης εφαρμογής εξετάστηκε η επίδραση, την οποία επιφέρει ο αριθμός των κοινών παρατηρήσεων, τόσο στην επίλυση του δικτύου όσο και στην εκτίμηση της τελικής αβεβαιότητας του. Για το σκοπό αυτό, δημιουργήθηκε το ακόλουθο δίκτυο:



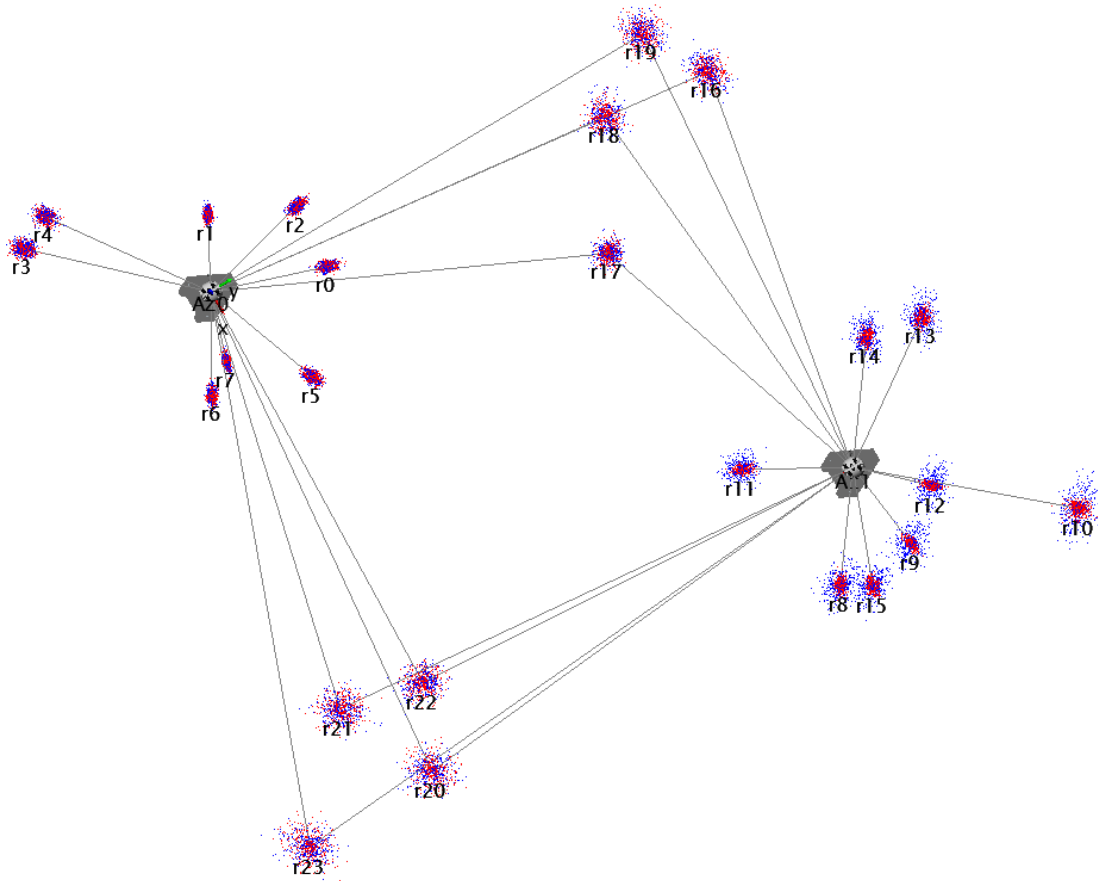
Εικόνα 6.8. Αρχικό Δίκτυο

Το δίκτυο της εικόνας 6.8 αποτελείται από δυο Leica emScon AT402 Laser Tracker, των οποίων τα στοιχεία αβεβαιότητας παρατίθενται σε προηγούμενη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου (Βλέπε Πίνακα 6.1). Στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέχθηκε ως κλίμακα απεικόνισης των νεφών αβεβαιότητας η 5000:1, ώστε τα νέφη να είναι άμεσα διακριτά οπτικώς.

Το παραπάνω δίκτυο επιλύθηκε αρχικά, θεωρώντας ως σταθερό το όργανο στην αριστερή πλευρά της εικόνας. Στην περίπτωση αυτή, τα δυο όργανα συνδέονται μεταξύ τους με παρατηρήσεις επί τεσσάρων (4) κοινών σημείων, τα οποία αποτελούν και τη βάση πάνω στην οποία βασίζεται η επίλυση μέσω της μεθόδου USMN. Στη συνέχεια, προστέθηκαν στο αρχικό δίκτυο επιπλέον τέσσερις κοινές παρατηρήσεις και επιλύθηκε εκ νέου. Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζεται η αντίστοιχη γραφική απεικόνιση και για τις δυο αυτές επιλύσεις.



Εικόνα 6.9. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (4 Κοινές Παρατηρήσεις)



Εικόνα 6.10. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (8 Κοινές Παρατηρήσεις)

Από τη σύγκριση των εικόνων 6.9 και 6.10 διαπιστώνεται ότι η προσθήκη επιπλέον κοινών παρατηρήσεων μειώνει σημαντικά την αβεβαιότητα θέσης των σημείων που έχουν μετρηθεί μόνο από το μη σταθερό όργανο (στην παρούσα περίπτωση, το όργανο από τη δεξιά πλευρά των εικόνων. Μια πιο αναλυτική σύγκριση μπορεί να γίνει μέσω των αποτελεσμάτων των δυο επιλύσεων, τα οποία παρατίθενται συνοπτικά στους επόμενους δυο πίνακες.

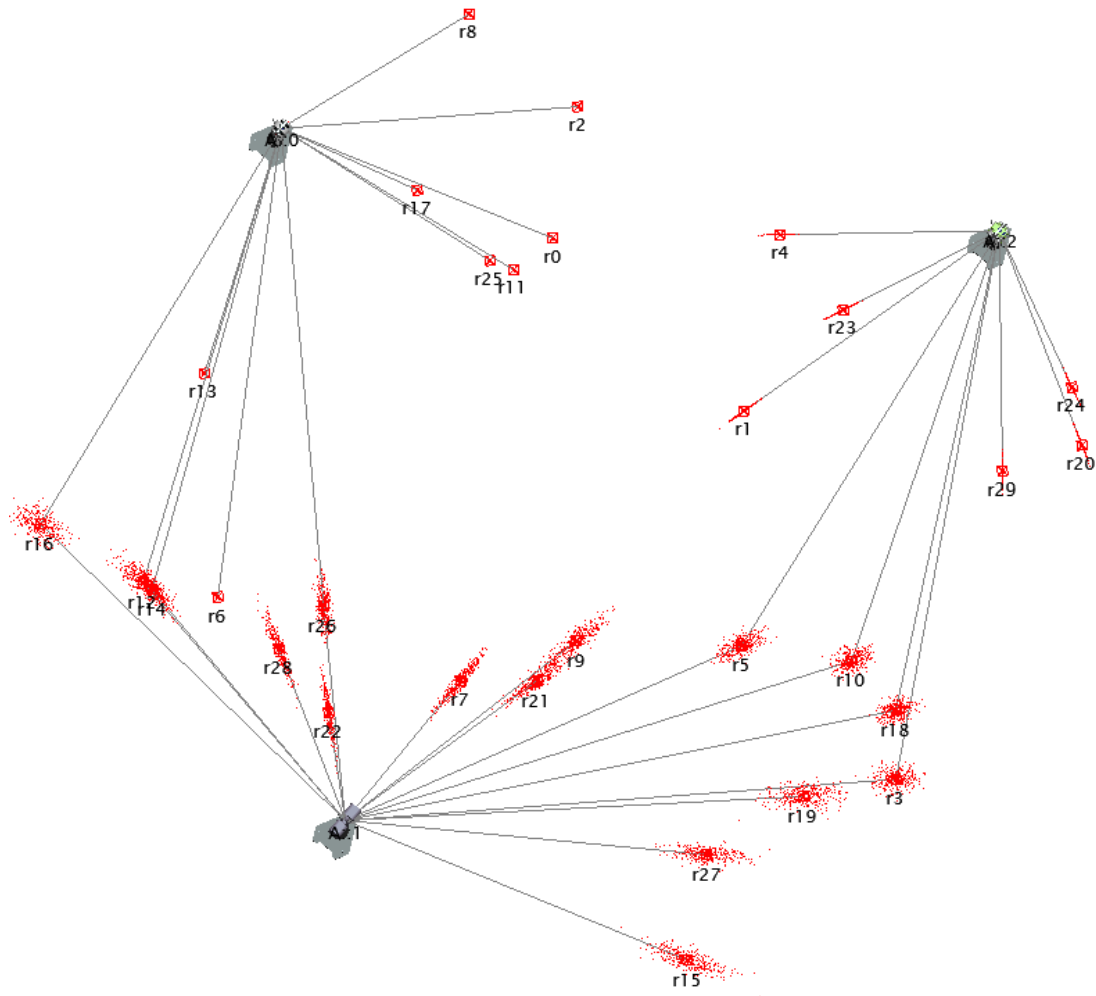
Point Group A: USMN Composite							
Point Name	X	Y	Z	Ux	Uy	Uz	Mag
r0	375.52	1098.82	21.16	0.01	0.01	0.01	0.01
r1	-651.56	361.88	16.95	0.01	0.01	0.00	0.01
r2	-280.32	1146.05	19.43	0.01	0.01	0.01	0.01
r3	-1296.64	-1340.88	8.60	0.01	0.01	0.01	0.02
r4	-1455.22	-1001.40	-8.45	0.01	0.01	0.01	0.02
r5	1221.65	426.96	0.96	0.01	0.01	0.01	0.01
r6	869.10	-506.71	24.39	0.01	0.01	0.00	0.01
r7	657.13	-214.28	-21.92	0.01	0.00	0.00	0.01
r8	5595.75	3782.70	12.39	0.02	0.09	0.24	0.25
r9	5607.07	4577.98	1.44	0.02	0.08	0.26	0.28
r10	6154.70	6151.46	-15.04	0.04	0.09	0.34	0.36
r11	4143.64	3538.44	-5.15	0.03	0.06	0.16	0.17
r12	5228.30	5042.71	-6.94	0.02	0.08	0.26	0.27
r13	3783.18	5798.33	2.89	0.03	0.06	0.21	0.22
r14	3667.48	5238.48	2.22	0.03	0.05	0.18	0.19
r15	5766.44	4046.59	-20.80	0.02	0.09	0.25	0.27
r16	665.93	5247.27	-15.58	0.02	0.02	0.03	0.05
r17	1675.16	3506.46	19.26	0.02	0.02	0.03	0.04
r18	522.79	4165.03	12.45	0.02	0.02	0.02	0.03
r19	23.32	4890.33	16.19	0.03	0.02	0.03	0.05

Πίνακας 6.7. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (4 Κοινές Παρατηρήσεις)

Point Group A: USMN Composite							
Point Name	X	Y	Z	Ux	Uy	Uz	Mag
r0	375.52	1098.82	21.16	0.01	0.01	0.01	0.01
r1	-651.56	361.88	16.95	0.01	0.01	0.00	0.01
r2	-280.32	1146.05	19.43	0.01	0.01	0.01	0.01
r3	-1296.64	-1340.88	8.60	0.01	0.01	0.01	0.02
r4	-1455.22	-1001.40	-8.45	0.01	0.01	0.01	0.02
r5	1221.65	426.96	0.96	0.01	0.01	0.01	0.01
r6	869.10	-506.71	24.39	0.01	0.01	0.00	0.01
r7	657.13	-214.28	-21.92	0.01	0.00	0.00	0.01
r8	5595.75	3782.70	12.41	0.02	0.02	0.17	0.17
r9	5607.07	4577.98	1.46	0.02	0.02	0.20	0.20
r10	6154.70	6151.46	-15.01	0.02	0.02	0.26	0.27
r11	4143.64	3538.43	-5.14	0.02	0.02	0.11	0.11
r12	5228.30	5042.71	-6.92	0.02	0.02	0.19	0.20
r13	3783.18	5798.33	2.91	0.02	0.02	0.16	0.16
r14	3667.48	5238.47	2.23	0.02	0.02	0.14	0.14
r15	5766.44	4046.59	-20.78	0.02	0.02	0.19	0.19
r16	665.93	5247.27	-15.58	0.02	0.02	0.02	0.04
r17	1675.16	3506.46	19.26	0.01	0.01	0.02	0.03
r18	522.79	4165.03	12.45	0.02	0.02	0.02	0.04
r19	23.32	4890.33	16.19	0.02	0.02	0.03	0.04
r20	5095.32	-555.54	-3.94	0.02	0.02	0.03	0.04
r21	4119.25	-1008.17	-2.93	0.02	0.02	0.03	0.05
r22	4313.22	-187.74	-18.79	0.02	0.02	0.02	0.04
r23	5113.10	-1949.27	6.14	0.02	0.02	0.03	0.04

Πίνακας 6.8. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (8 Κοινές Παρατηρήσεις)

Στο πλαίσιο της δεύτερης εφαρμογής εξετάστηκε ένα κρίσιμο θέμα, το οποίο αφορά τη μορφή του δικτύου. Συγκεκριμένα, εξετάστηκε η επίδραση της επιλογής ενός ανοιχτού δικτύου ή ενός αντίστοιχου κλειστού, όπου το τελευταίο κατά σειρά όργανο συνδέεται με το πρώτο μέσω κοινών σημείων, στην τελική αβεβαιότητα. Για το σκοπό αυτό, δημιουργήθηκε το ακόλουθο δίκτυο:

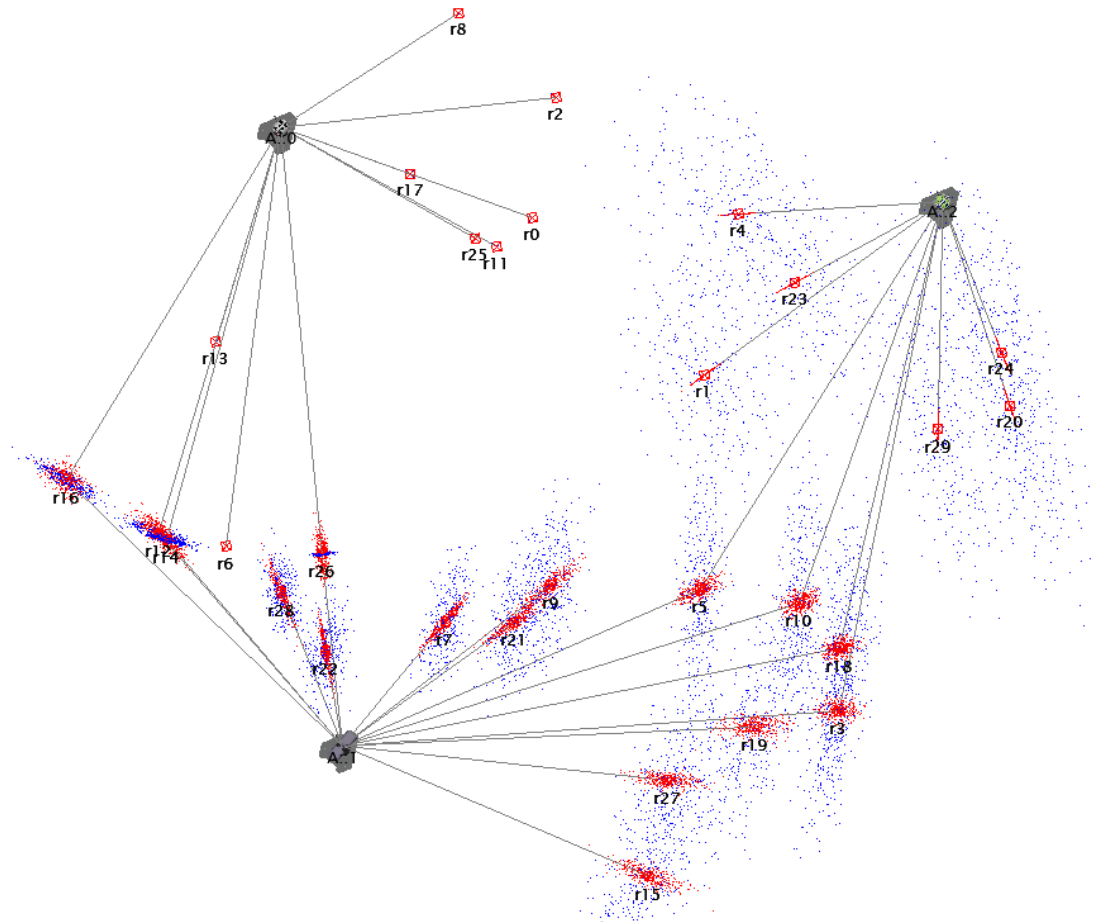


Εικόνα 6.11. Αρχικό Δίκτυο

Το δίκτυο της εικόνας 6.8 αποτελείται από τρία όργανα: ένα Leica emScon AT402 Laser Tracker (A::0), ένα Faro Scanner Photon/LS/Focus 3D (A::1) και ένα Leica TDRA 6000 Total Station (A::2) έχουν λάβει μετρήσεις για ένα σύνολο 30 σημείων. Τα στοιχεία αβεβαιότητας των laser tracker και total station παρατίθενται σε προηγούμενη ενότητα (Βλέπε Πίνακα 6.1). Τα αντίστοιχα στοιχεία για το laser scanner είναι ακρίβεια μέτρησης $\pm 30''$ για οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες, ενώ ακρίβεια μέτρησης $\pm(2.0066\text{mm} \pm 76.5\text{ppm})$ για αποστάσεις αντίστοιχα. Οι επιλύσεις

του δικτύου μέσω της εφαρμογής USMN έχουν γίνει θεωρώντας ως σταθερό όργανο το laser tracker.

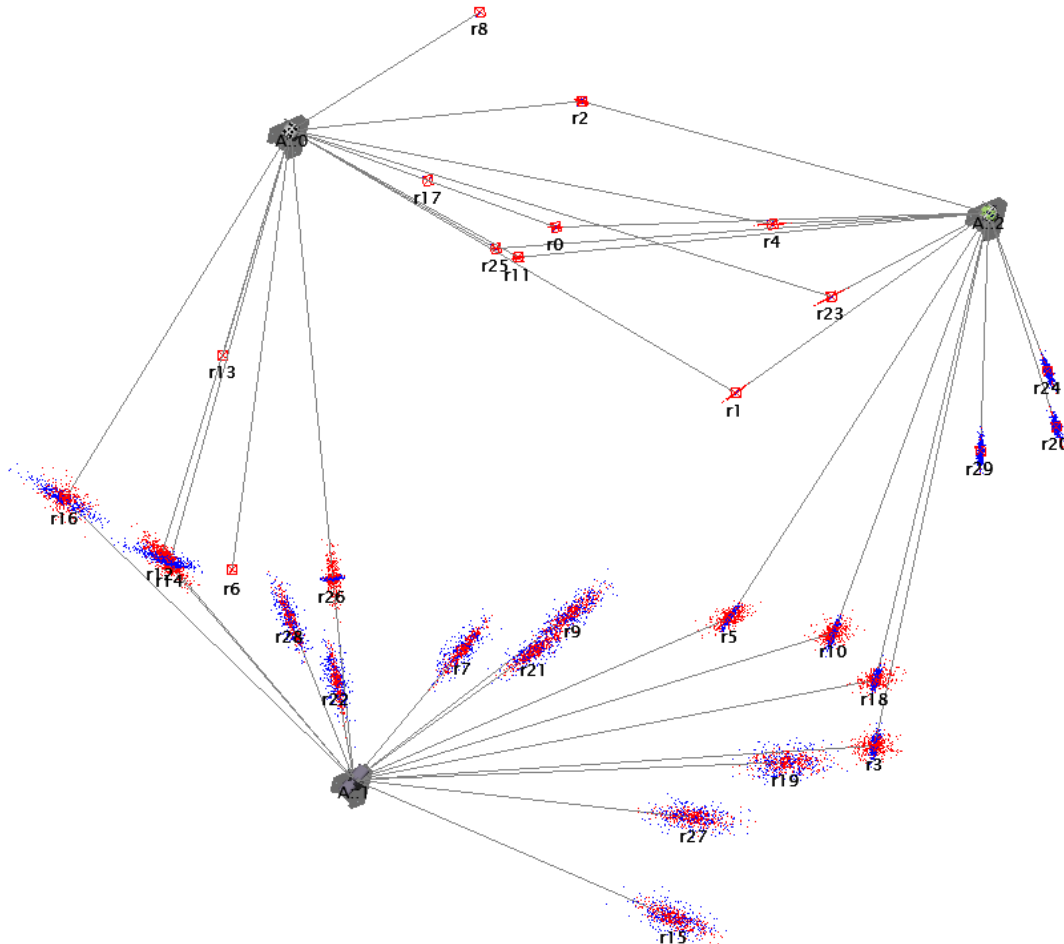
Κατά την πρώτη φάση, το δίκτυο επιλύθηκε ακριβώς με τη μορφή που παρουσιάζεται στην εικόνα 6.11 και εκτιμήθηκε η τελική του αβεβαιότητα. Σε αυτό το δίκτυο, τα όργανα μοιράζονται κοινές παρατηρήσεις μόνο με τα αντίστοιχα διαδοχικά τους, ενώ το πρώτο και το τελευταίο όργανο δε συνδέονται.



Εικόνα 6.12. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Ανοιχτό Δίκτυο)

Όπως φαίνεται και στην εικόνα 6.12, τα νέφη αβεβαιότητας των σημείων αυξάνονται σε μέγεθος όσο αποκρινόμαστε από το πρώτο κατά σειρά όργανο της αλυσίδας των οργάνων του δικτύου (δηλαδή, το σταθερό όργανο). Το γεγονός αυτό οφείλεται στην αβεβαιότητα στην εκτίμηση των παραμέτρων μετασχηματισμού των οργάνων, η οποία με τη σειρά της οφείλεται στην αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων των κοινών σημείων στο σύστημα αναφοράς.

Στη συνέχεια, το αρχικό δίκτυο τροποποιήθηκε μέσω της προσθήκης παρατηρήσεων μεταξύ του πρώτου και του τελευταίου οργάνου και επιλύθηκε εκ νέου μέσω της εφαρμογής USMN. Η επίλυση αυτή αναπαρίσταται γραφικά στην ακόλουθη εικόνα.



Εικόνα 6.13. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Κλειστό Δίκτυο)

Από τη σύγκριση των εικόνων 6.12 και 6.13 παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση ως προς το μέγεθος των νεφών στην περίπτωση του κλειστού δικτύου. Τονίζεται ότι για τα κοινά σημεία μεταξύ του πρώτου και τελευταίου οργάνου, λόγω του μεγέθους της αβεβαιότητάς τους τα αντίστοιχα νέφη αναπαρίστανται ιδιαίτερος μικρά στη ση χρησιμοποιούμενη κλίμακα (100:1). Επίσης, πρέπει να επισημανθεί ότι παρά την μείωση σε σχέση με το ανοιχτό δίκτυο, το ενδιάμεσο τμήμα της αλυσίδας των οργάνων παρουσιάζει τη μεγαλύτερη αβεβαιότητα στο συνολικό δίκτυο.

Point Group A: USMN Composite							
Point Name	X	Y	Z	Ux	Uy	Uz	Mag
r0	2767.13	7386.71	24.32	0.02	0.02	0.02	0.03
r1	5790.69	7271.91	-25.75	6.59	5.12	20.36	22.00
r2	1996.24	8778.03	1.23	0.02	0.02	0.02	0.03
r3	9938.70	5070.79	-11.36	4.28	7.71	7.24	11.41
r4	4780.62	9153.39	-30.01	9.06	5.02	33.91	35.46
r5	7544.57	5109.60	-0.84	4.27	5.45	4.59	8.31
r6	2478.10	1567.44	4.79	0.02	0.02	0.03	0.04
r7	5286.06	2658.29	-19.06	2.08	3.83	3.81	5.79
r8	319.52	8799.08	-22.13	0.01	0.02	0.01	0.03
r9	6024.69	3903.85	-11.18	3.20	4.73	2.71	6.33
r10	8645.44	5806.78	15.25	4.97	6.49	5.45	9.83
r11	2655.73	6800.46	23.15	0.02	0.02	0.02	0.03
r12	1699.91	1125.87	20.38	2.22	0.99	2.49	3.48
r13	664.39	3505.36	2.01	0.01	0.02	0.02	0.03
r14	1832.33	1130.45	13.25	1.03	0.51	1.07	1.57
r15	9435.93	1836.41	-10.36	2.61	7.18	20.66	22.03
r16	335.72	883.53	-17.55	2.43	0.64	2.63	3.64
r17	1187.19	6797.08	-9.61	0.01	0.01	0.01	0.02
r18	9416.97	5696.48	-10.60	4.85	7.20	5.00	10.02
r19	9235.76	4202.90	24.00	3.78	7.11	8.56	11.76
r20	9080.95	9528.14	6.99	9.49	6.86	23.61	26.35
r21	5974.57	3227.95	20.53	2.63	4.31	3.36	6.06
r22	4344.62	1361.26	-5.44	2.10	2.85	7.42	8.22
r23	5915.53	8946.48	-22.07	8.70	4.97	29.33	30.99
r24	8552.75	9984.59	-25.96	10.04	6.37	27.69	30.13
r25	2373.42	6703.99	16.62	0.02	0.01	0.02	0.03
r26	3494.07	2292.53	-1.19	0.40	0.42	0.56	0.81
r27	8814.06	2942.55	5.29	3.00	6.66	13.17	15.06
r28	3413.27	1568.48	-21.04	2.08	1.91	3.54	4.53
r29	8560.72	8692.83	-17.00	8.48	6.47	20.41	23.03

Πίνακας 6.9. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (Ανοιχτό Δίκτυο)

Point Group A: USMN Composite							
Point Name	X	Y	Z	Ux	Uy	Uz	Mag
r0	2767.14	7386.71	24.34	0.03	0.05	0.04	0.07
r1	5789.53	7273.70	-14.98	0.05	0.06	0.07	0.11
r2	1996.23	8778.03	1.22	0.11	0.08	0.13	0.19
r3	9937.70	5072.74	-13.55	0.50	0.88	0.36	1.07
r4	4779.36	9155.14	-12.09	0.04	0.06	0.06	0.09
r5	7543.57	5111.35	0.81	0.19	0.86	0.29	0.93
r6	2478.10	1567.44	4.79	0.02	0.02	0.03	0.04
r7	5285.52	2659.21	-20.24	0.80	2.18	1.29	2.65
r8	319.52	8799.08	-22.13	0.01	0.01	0.01	0.02
r9	6023.88	3904.92	-10.54	0.90	2.35	0.78	2.63
r10	8644.40	5808.66	17.24	0.37	0.90	0.31	1.01
r11	2655.73	6800.46	23.15	0.03	0.05	0.05	0.08
r12	1699.91	1125.87	20.38	2.14	1.00	2.49	3.43
r13	664.39	3505.36	2.01	0.01	0.02	0.02	0.03
r14	1832.33	1130.45	13.25	1.02	0.50	1.10	1.58
r15	9435.58	1838.26	-18.33	2.31	1.32	6.05	6.61
r16	335.72	883.53	-17.55	2.60	0.62	2.40	3.59
r17	1187.19	6797.08	-9.61	0.01	0.01	0.01	0.02
r18	9415.90	5698.45	-10.13	0.41	0.77	0.31	0.92
r19	9234.92	4204.62	21.42	1.97	1.90	2.49	3.70
r20	9079.72	9530.02	19.35	0.83	0.54	0.35	1.04
r21	5973.95	3228.94	19.76	0.97	2.16	1.11	2.62
r22	4344.39	1361.95	-8.32	1.81	1.41	2.43	3.34
r23	5914.27	8948.24	-6.52	0.03	0.04	0.04	0.07
r24	8551.44	9986.53	-11.42	0.77	0.47	0.39	0.98
r25	2373.42	6703.99	16.62	0.02	0.04	0.04	0.06
r26	3494.07	2292.53	-1.19	0.43	0.43	0.59	0.85
r27	8813.48	2944.22	0.48	2.23	1.68	3.88	4.78
r28	3412.97	1568.99	-22.35	2.07	1.19	1.38	2.76
r29	8559.50	8694.75	-6.32	0.65	0.80	0.34	1.09

Πίνακας 6.10. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (Κλειστό Δίκτυο)

6.4.5 Ανάλυση Μετρήσεων

Στη βιομηχανική μετρολογία ο απλός προσδιορισμός των συντεταγμένων ορισμένων σημείων στην επιφάνεια ενός αντικειμένου από μετρήσεις στο πεδίο εργασίας είναι σπάνιος. Η συνήθης περίπτωση είναι η μετέπειτα επεξεργασία των συντεταγμένων αυτών για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με το μέγεθος, τη μορφή του εξεταζόμενου αντικειμένου κτλ. Επομένως, η λήψη μετρήσεων αποτελεί απλώς ένα ενδιάμεσο στάδιο στη συνολική διαδικασία, το οποίο ακολουθείται ως επί το πλείστο από την ανάλυση των μετρήσεων αυτών.

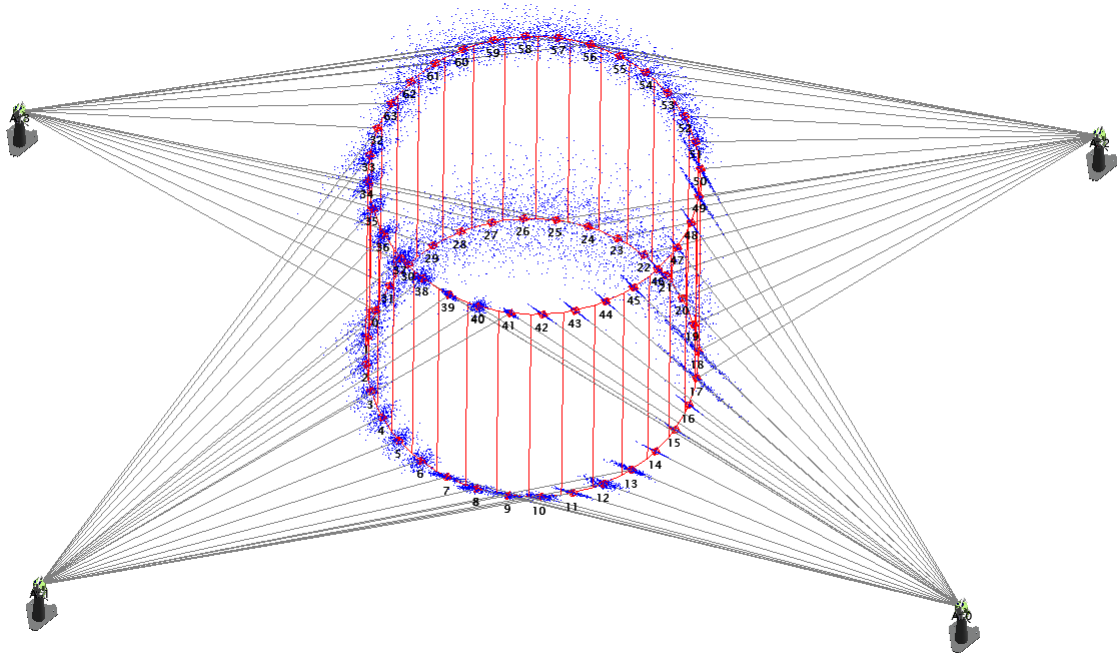
Η εφαρμογή USMN συνεισφέρει σημαντικά και στον τομέα αυτό και πιο συγκεκριμένα, στην προσαρμογή επιφανειών με τη χρήση σημείων γνωστών συντεταγμένων. Κατά κύριο λόγο, η διαδικασία αυτή γίνεται μέσω του κλασσικού Geometry Fitting, το οποίο συμπεριλαμβάνεται στα πλαίσια του SpatialAnalyzer ως πρόσθετη εφαρμογή (Βλέπε Κεφάλαιο 2). Αυτή η εφαρμογή, ουσιαστικά, συνίσταται στην εφαρμογή μιας απλής μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, μέσω της οποίας προσδιορίζονται από τις συντεταγμένες των δεδομένων σημείων τα στοιχεία της επιλεγθείσας επιφάνειας και το αντίστοιχο σφάλμα τους.

Αντιθέτως με την κλασσική αυτή προσέγγιση, η μέθοδος USMN εξετάζει το εν λόγω ζήτημα από διαφορετική σκοπιά όσο αφορά την εκτίμηση της τελικής αβεβαιότητας της προσαρμογής. Αρχικά, εφαρμόζεται geometry fitting με τη χρήση των συντεταγμένων των σημείων, όπως αυτές έχουν προκύψει από τη βασική επίλυση του δικτύου. Ακολούθως, το δίκτυο επιλύεται εκ νέου με την εισαγωγή αβεβαιότητας στις μετρήσεις, η οποία βασίζεται στα στοιχεία αβεβαιότητας των χρησιμοποιούμενων δικτύων. Τέλος, για κάθε επίλυση του δικτύου που προκύπτει εφαρμόζεται geometry fitting, αυτή τη φορά με τη χρήση των νέων συντεταγμένων των σημείων.

Με αυτό το τρόπο, η εφαρμογή υπολογίζει σταδιακά για κάθε επίλυση νέες επιφάνειες, ο αριθμός των οποίων βασίζεται στο αντίστοιχο πλήθος διακριτών σημείων των χρησιμοποιούμενων νεφών αβεβαιότητας. Καθεμιά από τις επιφάνειες αυτές συγκρίνεται με αυτή, που έχει προκύψει από τα στοιχεία της βασικής επίλυσης, και έτσι εκτιμάται η αβεβαιότητά της.

6.4.6 Εφαρμογές Ανάλυσης Μετρήσεων

Για να παρουσιαστούν οι δυο αυτές προσεγγίσεις στην προσαρμογή επιφανειών, δημιουργήθηκε αρχικά δίκτυο, που είχε ως στόχο τον προσδιορισμό της ακριβούς μορφής ενός κυλινδρικού αντικείμενου με ονομαστική διάμετρο και μήκος ίσο με 5 μέτρα. Η επίλυση του δικτύου αυτού μέσω της εφαρμογής USMN παρουσιάζεται γραφικά στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 6.14. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Ανάλυση Μετρήσεων)

Το δίκτυο της εικόνας 6.14. αποτελείται τέσσερα (4) Leica TDRA6000 Total Station, τα στοιχεία αβεβαιότητας των οποίων παρουσιάζονται στα πλαίσια προηγούμενης ενότητας (Βλέπε Πίνακα 6.1) Τα όργανα αυτά έχουν λάβει μετρήσεις για 64 σημεία του κυλίνδρου, τα οποία κατανέμονται ομοιόμορφα στις περιφέρειες των δυο βάσεων. Όπως φαίνεται και από τα νέφη αβεβαιότητας, το παραπάνω δίκτυο έχει λυθεί θεωρώντας ως σταθερό το όργανο A::0 με κοινές παρατηρήσεις μεταξύ διαδοχικών οργάνων.

Για τον προσδιορισμό της ακριβούς μορφής του αντικειμένου χρησιμοποιήθηκε αρχικά η εφαρμογή Geometry Fitting, χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τις συντεταγμένες των σημείων από την επίλυση του δικτύου μέσω USMN. Στη συνέχεια και με βάση τα νέφη αβεβαιότητας που προέκυψαν από την επίλυση αυτή,

εξετάστηκε η αβεβαιότητα της προσαρμογής με τη προσέγγιση της μεθόδου USMN. Τα αποτελέσματα των δυο αναλύσεων συνοψίζονται στους ακόλουθους πίνακες.

Geometry Fit Results (USMN Composite) (Summary)			
4/10/2014 11:20:34 μμ			
Working Frame	A::WORLD	Units	Millimeters
Cylinder Fit Results:			
Length	5001.38	(free)	
	X	Y	Z
Translation	0.28	0.37	-0.28
Rotation (deg.)	-0.0058	0.0028	153.4312
Direction	-0.000089	-0.000068	1.000000
Proj. Ang. (deg.)	Rx from Y 90.0039	Ry from Z -0.0051	Rz from X -142.6162
DEVIATION STATS			
Mean	-0.00	RMS	0.55
Max	Magnitude 1.57	Min	0.00
Max	Signed 1.03	Min	-1.57
Total Number	64		
In Tolerance	37		
Out of Tolerance	27		
Tolerance	0.38		
Fit Mode	Least Squares (Std. Cylinder)		
Measured on outside.			
All offsets set to	0.00		

Πίνακας 6.11. Αποτελέσματα Geometry Fitting

Geometry Fit Uncertainty Analysis	
4/10/2014 11:24:36 μμ	
Geometry Fit Uncertainty Analysis	
64 points: Uncertainty field count ranges from 300 to 300	
68.26% Confidence Interval (1.0 sigma)	
Working Frame: A::WORLD, Units: Millimeters	
Cylinder:	
Diameter Uncertainty: 0.62 [Millimeters]	
Cylinder axis uncertainty: 0.0345 (deg.)	
Angle about +X from +Y in YZ plane: 0.0327	
Angle about +Y from +Z in XZ plane: 0.0111	
Angle about +Z from +X in XY plane: 187.9302	
Analysis time: 0.3 sec	
Cylinder Fit Results:	
Radius = 2500.3738 Millimeters (free)	
Diameter = 5000.7475 Millimeters	
Length = 5002.3859 Millimeters	
Translation: x=-0.0200, y=0.9418, z=-0.7045	
Rotation: rx=-0.0181, ry=-0.0070, rz=153.4443	
Direction: x=-0.000033, y=-0.000337, z=1.000000	
Proj. Ang.: Rx from Y=90.0193, Ry from Z=-0.0019, Rz from X=-95.5668	
DEVIATION STATS	
Mean = -0.000000	RMS = 0.958155 Millimeters
Magnitude	
Max = 2.498945	Min = 0.004443 Millimeters
Signed	
Max = 2.136083	Min = -2.498945 Millimeters

Πίνακας 6.12. Αποτελέσματα Προσαρμογής μέσω USMN

6.5 Συμπεράσματα - Προτάσεις

Όπως διαπιστώθηκε από την παραπάνω ανάλυση των εφαρμογών που πραγματοποιήθηκαν, η μέθοδος USMN παρουσιάζει μια σειρά από σημαντικά πλεονεκτήματα, αλλά και μειονεκτήματα, τα οποία είναι απαραίτητο να λάβει υπόψη κανείς κατά τη χρήση του προγράμματος.

Αρχικά, όσον αφορά τη μεθοδολογία πίσω από τη συγκεκριμένη εφαρμογή, η μέθοδος αναπαράστασης πεδίων αβεβαιότητας μέσω νεφών διακριτών σημείων αποτελεί ένα ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο, το οποίο όμως θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί με προσοχή και παράλληλα με άλλες διαδεδομένες μεθόδους ανάλυσης της αβεβαιότητας μετρήσεων, όπως ο νόμος μετάδοσης σφαλμάτων. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται η καλύτερη δυνατή ανάλυση των δεδομένων μετρήσεων και κατ' επέκταση, η βέλτιστη ποιότητα του τελικού παραγώγου.

Επίσης, η μέθοδος USMN μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό μετρολογικών δικτύων, τόσο σε προκαταρκτικό στάδιο όσο και μετά το πέρας της απαραίτητης διαδικασίας μετρήσεων. Από τις σχετικές εφαρμογές διαπιστώθηκε ότι γενικές αρχές του σχεδιασμού δικτύων, όπως ο υψηλότερος δυνατός αριθμός κοινών παρατηρήσεων μεταξύ του συνόλου των οργάνων ενός δεδομένου δικτύου, καθώς και η χρήση κλειστών δικτύων έναντι ανοικτών, είναι δυνατόν να εξεταστούν με ιδιαίτερη ευκολία μέσω απλών σεναρίων στο πλαίσιο του προγράμματος και να αξιοποιηθούν για τη μείωση της συνολικής αβεβαιότητας.

Τέλος, η εφαρμογή USMN προσφέρει μια νέα προσέγγιση, όχι μόνο στην επίλυση και εξέταση της αβεβαιότητας μετρολογικών δικτύων, αλλά και στην ανάλυση μετρήσεων, η οποία αποτελεί στην πλειοψηφία των εφαρμογών το τελικό ζητούμενο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση παρουσιάστηκε η χρήση της μεθόδου στην εκτίμηση της αβεβαιότητας στην προσαρμογή επιφανειών σε σύνολα μετρημένων σημείων.

Εν κατακλείδι, η εφαρμογή USMN και το λογισμικό SpatialAnalyzer είναι δυνατόν να αποτελέσει ένα σημαντικότατο εργαλείο σε εφαρμογές βιομηχανικής μετρολογίας. Ταυτόχρονα, όμως, ο χρήστης πρέπει να διαθέτει το κατάλληλο γνωστικό υπόβαθρο ώστε να εκμεταλλευτεί στο έπακρο τις δυνατότητες του

προγράμματος και να εξασφαλίσει το βέλτιστο αποτέλεσμα. Επομένως, είναι απαραίτητο να ανατρέχει συνεχώς στη σχετική βιβλιογραφία, καθώς ο περιορισμός στις οδηγίες χρήσης του προγράμματος κρίνεται ανεπαρκής, τόσο λόγω πολυπλοκότητας των διατιθέμενων εφαρμογών όσο και της ελλιπούς παροχής πληροφορίας από την εταιρεία ανάπτυξης του λογισμικού.

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α:
ΥΠΟΣΤΗΡΙΖΟΜΕΝΑ ΟΡΓΑΝΑ**

Automated Precision Incorporated (API)	Portable CMM Arms	Axxis 6 dof and dof arms	
	Laser Trackers	API Omnitrac 2	
		API Tracker II	
		API Tracker III	
		API Radian	
Auxiliary Devices	API Laser Rail		
Faro Technologies	Portable CMM Arms	Faro laser line Scanner for 7 DOF	
		Gold and Silver Series Arms	
		USB Arms - Platinum, Titanium, Quantum, and Edge	
	Laser Trackers	Si, S, Xi, X and Ion Trackers	
		SMX Tracker 4000, 4500	
		Vantage	
	Scanners	Photon/LS/Focus 3D Scanners	
Hexagon Metrology	Portable CMM Arms	All Romer Absolute, Multi-Gage 6 and 7 dof arms	
		All Cimcore 6 and 7 dof arms	
		Perceptron laser line scanner for 7 dof	
	Laser Trackers	Leica Emscon Absolute AT 900 series trackers	
		Leica Emscon AT 401, 402	
		Leica TP-Link Trackers	
		Leica Emscon LT 500 - LT800 series trackers	
	Total Stations	Leica Nova Series MultiStations	
		Leica TC2000, TC2002	
		Leica TDA5005	
		Leica TDRA 6000 series	
		Leica TPS Total Station (2003, 5000,5005)	
		Leica TS15, TS30 series	
		Leica T1200 series	
	Theodolites	Leica TM6100A Theodolites	
		Leica TPS (1800, 5100) Theodolites	
		Leica/Wild (T2000, T2002, T3000)Theodolites	
	Nikon Metrology	Scanner	Metris Laser Radar CLR100, MV200, MV300
		GPS Networks	Metris iGPS Surveyor and Surveyor 2
Photogrammetry		Metris K-Series K-Scan and SpaceProbe	

Virtek		Laser Projector
AICON	Photogrammetry	AICON ProCam 3D Probe
		AICON MoveInspect
Assembly Guidance		LaserGuide Projection System
Creaform	Photogrammetry	Creaform Handy Probe
	Scanners	Creaform HandyScan 3D
Geodetic Services, Inc. (GSI)	Photogrammetry	M-System
		V-Stars Single Camera
		V-Stars Bundle Network Uncertainty Simulation Interface
Laser Projection Technologies (LPT)		Laser Projector
Metronor	Photogrammetry	Metronor Portable Measurement System
Minolta	Scanners	VIVID 700 and 900 Scanners
Northern Digital (NDI)	Photogrammetry	NDI OptoTrak
Sokkia	Total Stations	Net-1, Net-2, SETX, Net05X, Net05AX
Surphaser	Scanners	Surphaser 3D Laser Scanners
SwissTek	Theodolites	Kern E Series
VICON	Photogrammetry	Vicon Tracker
Zeiss	Theodolites	Zeiss Eth 2
Other		Boeing Laser Tracker
		Boeing TaLLS Scanner
		Sandia National Labs Arm
		Romer Sigma Arm 2022
		Metron Scanner
		Nivel 20 Two Axis Level
		Thommen HM30 Weather Station
		Davis Perception II Weather Station
		Scan Alert Temperature Probe
		On-Track Laser Line System
		Ultrasonic Thickness Gauge
	Digital Levels for USMN Networks	

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΡΟΦΗΣ

B.1 Στροφή κατά X,Y,Z

Οι πίνακες στροφής για καθένα από τους άξονες X,Y,Z ενός τυπικού τρισδιάστατου καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων είναι οι ακόλουθοι:

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Για παράδειγμα, για στροφή 30° κατά τον άξονα X, για στροφή 60° και στροφή 90° κατά τον άξονα Z, οι πίνακες στροφής λαμβάνουν την ακόλουθη μορφή:

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.866 & -0.500 \\ 0 & 0.500 & 0.866 \end{bmatrix} \quad R_y(\theta) = \begin{bmatrix} 0.500 & 0 & 0.866 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.866 & 0 & 0.500 \end{bmatrix} \quad R_z(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.2 Συμβάσεις Στροφής

B.2.1 Fixed Angle XYZ

Έστω δυο ταυτόσημα πλαίσια συντεταγμένων A και B. Περιστρέφουμε το σύστημα B γύρω από τον άξονα X του A, στη συνέχεια γύρω από τον άξονα Y του A και τέλος, γύρω από τον άξονα Z του A. Η συνολική διαδικασία περιστροφής του πλαισίου B είναι δυνατόν να συνοψισθεί στην παρακάτω έκφραση:

$$R_{xyz}(30^\circ, 60^\circ, 90^\circ) = R_z(90^\circ)R_y(60^\circ)R_x(30^\circ) = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.866 & 0.500 \\ 0.500 & 0.433 & 0.750 \\ -0.866 & 0.250 & 0.433 \end{bmatrix}$$

Στην κλασική περίπτωση, λοιπόν, το πλαίσιο B περιστρέφεται στο σύνολο του, σταδιακά γύρω από κάθε άξονα του πλαισίου A σύμφωνα με καθορισμένη γωνία.

B.2.2 Fixed Angle ZYX

Έστω δυο ταυτόσημα πλαίσια συντεταγμένων A και B. Περιστρέφουμε το σύστημα B γύρω από τον άξονα Z του A, στη συνέχεια γύρω από τον άξονα Y του A και τέλος, γύρω από τον άξονα X του A. Η συνολική διαδικασία περιστροφής του πλαισίου B είναι δυνατόν να συνοψισθεί στην παρακάτω έκφραση:

$$R_{z'yx'}(90^\circ, 60^\circ, 30^\circ) = R_x(30^\circ)R_y(60^\circ)R_z(90^\circ) = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.500 & 0.866 \\ 0.866 & -0.433 & -0.250 \\ 0.500 & 0.750 & 0.433 \end{bmatrix}$$

B.2.3 Euler Angle XYZ

Έστω δυο ταυτόσημα πλαίσια συντεταγμένων A και B. Περιστρέφουμε το σύστημα B γύρω από τον άξονα X του B, στη συνέχεια γύρω από τον άξονα Y του B και τέλος, γύρω από τον άξονα Z του B. Η συνολική διαδικασία περιστροφής του πλαισίου B είναι δυνατόν να συνοψισθεί στην παρακάτω έκφραση:

$$R_{x'y'z'}(90^\circ, 60^\circ, 30^\circ) = R_x(30^\circ)R_y(60^\circ)R_z(90^\circ) = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.500 & 0.866 \\ 0.866 & -0.433 & -0.250 \\ 0.500 & 0.750 & 0.433 \end{bmatrix}$$

Στην περίπτωση των γωνιών Euler, δεν περιστρέφεται το πλαίσιο αναφοράς B, αλλά σταδιακά περιστρέφονται οι άξονες του πλαισίου κατά δεδομένη γωνία.

B.2.4 Euler Angle ZYX

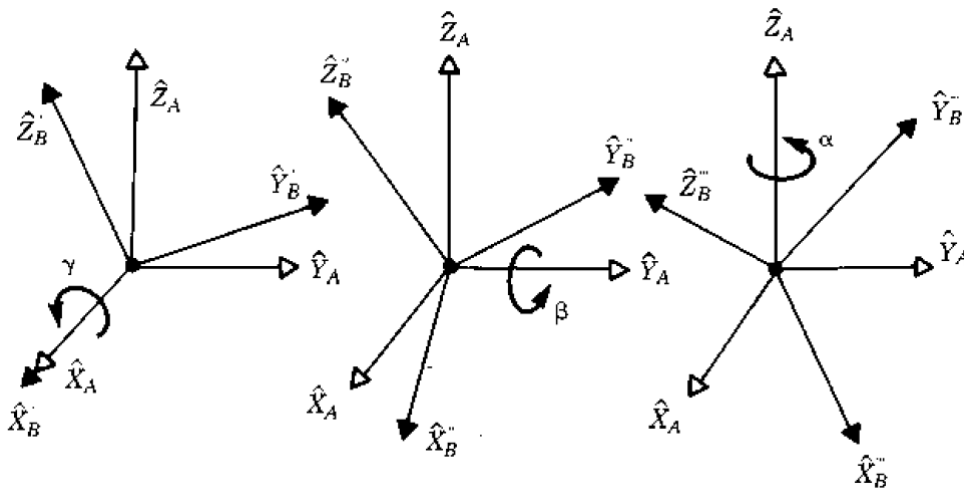
Έστω δυο ταυτόσημα πλαίσια συντεταγμένων A και B. Περιστρέφουμε το σύστημα B γύρω από τον άξονα Z του B, στη συνέχεια γύρω από τον άξονα Y του B και τέλος, γύρω από τον άξονα X του B. Η συνολική διαδικασία περιστροφής του πλαισίου B είναι δυνατόν να συνοψισθεί στην παρακάτω έκφραση:

$$R_{z'yx'}(90^\circ, 60^\circ, 30^\circ) = R_z(90^\circ)R_y(60^\circ)R_x(30^\circ) = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.866 & 0.500 \\ 0.500 & 0.433 & 0.750 \\ -0.866 & 0.250 & 0.433 \end{bmatrix}$$

B.2.5 Euler Angle ZYZ

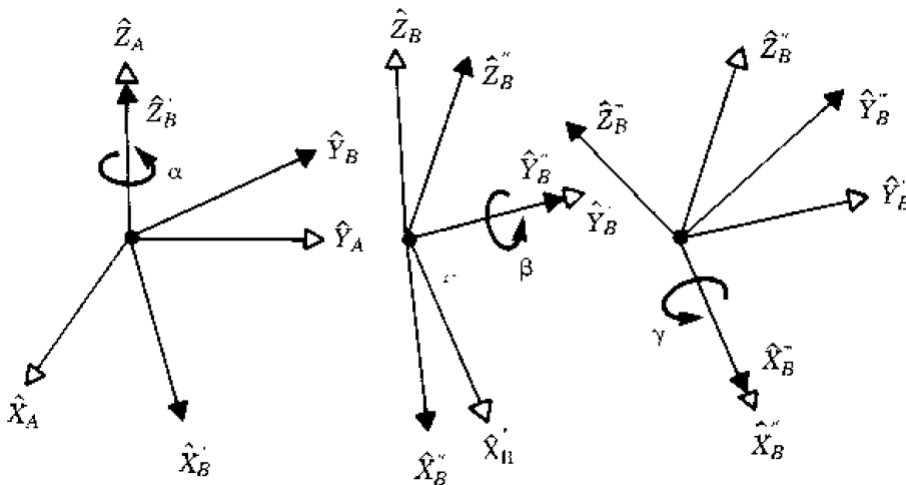
Έστω δυο ταυτόσημα πλαίσια συντεταγμένων A και B. Περιστρέφουμε το σύστημα B γύρω από τον άξονα Z του B, στη συνέχεια γύρω από τον άξονα Y του B και τέλος, γύρω από τον άξονα Z του B. Η συνολική διαδικασία περιστροφής του πλαισίου B είναι δυνατόν να συνοψισθεί στην παρακάτω έκφραση:

$$R_{z'y'z'}(90^\circ, 60^\circ, 90^\circ) = R_z(90^\circ)R_y(60^\circ)R_z(90^\circ) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.500 & 0.866 \\ 0 & 0.866 & 0.500 \end{bmatrix}$$



Εικόνα B.1. Fixed Angle XYZ

[John J.Craig, 1986]

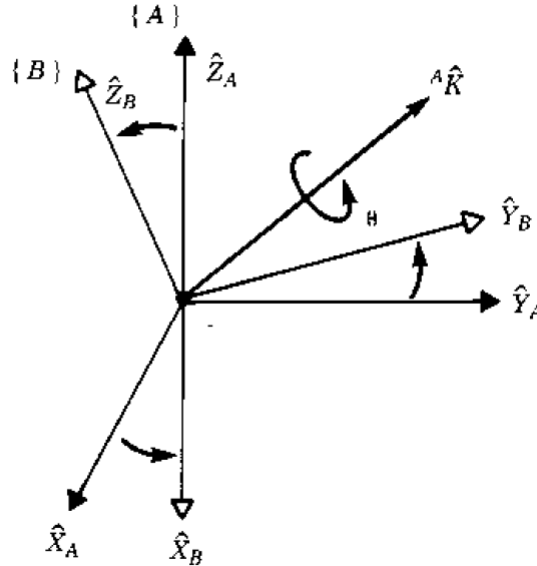


Εικόνα B.2. Euler Angle ZYX

[John J.Craig, 1986]

B.2.5. Equivalent Angle Axis

Η συγκεκριμένη σύμβαση βασίζεται στο γεγονός ότι η περιστροφή ενός πλαισίου είναι δυνατόν να περιγραφεί μέσω ενός μοναδιαίου άξονα περιστροφής και μιας καθορισμένης γωνίας στροφής, όπως παρουσιάζεται και στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα B.3. Equivalent Angle Axis
[John J.Craig, 1986]

Μέσω της σύμβασης αυτής, ο πίνακας στροφής ενός πλαισίου αναφοράς λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$R(K, \theta) = \begin{bmatrix} K_x K_x u_\theta + \cos \theta & K_x K_x u_\theta - K_z \sin \theta & K_x K_z u_\theta + K_y \sin \theta \\ K_x K_y u_\theta + K_z \sin \theta & K_y K_y u_\theta + \cos \theta & K_y K_z u_\theta - K_x \sin \theta \\ K_x K_z u_\theta - K_y \sin \theta & K_z K_y u_\theta + K_x \sin \theta & K_z K_z u_\theta + \cos \theta \end{bmatrix}$$

όπου $u_\theta = 1 - \cos \theta$ και K_x, K_y, K_z είναι τα στοιχεία του μοναδιαίου διανύσματος K . Ένας άλλος τρόπος έκφρασης της περιστροφής ενός πλαισίου, σχετικός με τη σύμβαση αυτή, είναι τα Quaternions ή παράμετροι Euler:

$$\varepsilon_1 = K_x \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \varepsilon_2 = K_y \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \varepsilon_3 = K_z \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \varepsilon_4 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Fumin Zhang & Xinghua Qu, "Fusion Estimation of Point Sets from Multiple Stations of Spherical Coordinate Instruments Utilizing Uncertainty Estimation Based on Monte Carlo", Measurement Science Review, Volume 12 No.2 2012
2. John J. Craig, "Introduction to Robotics Mechanics and Control", Addison-Wesley Publishing Company, 1989
3. Joseph M.Calkins, "Quantifying Coordinate Uncertainty Fields in Coupled Spatial Measurement Systems", Dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia 2002
4. Kirk Baker, "Singular Value Decomposition Tutorial", 2013
5. New River Kinematics, "SpatialAnalyzer User Manual", NRK Metrology Institute, Williamsburg 2014
6. Shlomo S. Sawilowsky, "You think you've got trivials?", Journal of Modern Applied Statistical Methods, 2003
7. The American Society of Mechanical Engineers, "ASME Y14.5-2009: Dimensioning and Tolerancing, Engineering Drawing and Related Documentation Practices", New York 2009
8. Αγατζά - Μπαλοδήμου Α.Μ., "Θεωρία Σφαλμάτων & Συνορθώσεις Ι", Σημειώσεις μαθήματος, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2009
9. Αγατζά - Μπαλοδήμου Α.Μ., "Θεωρία Σφαλμάτων & Συνορθώσεις ΙΙ", Σημειώσεις μαθήματος, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2009
10. Γκουντικάκος Γ., "Ο Γεωδαιτικός Σταθμός Leica TDA 5005 - Εργαστηριακοί Έλεγχοι - Συνδυασμένη Χρήση με το Λογισμικό Βιομηχανικής Γεωδαισίας AXYZ", Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2004

11. Δογγούρης Σ., "Βιομηχανική Γεωδαισία", Σημειώσεις Τεχνικής Γεωδαισίας, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2005
12. Δούμας Α. & Παπαγούνα Μ., "Έλεγχος Ευθυγράμμισης Επιταχυντή Ηλεκτρονίων με Χρησιμοποίηση του Λογισμικού Συστήματος Βιομηχανικής Γεωδαισίας MANCAT", Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 1998
13. Λάμπρου Ε. & Πανταζής Γ., "Εφαρμοσμένη Γεωδαισία", Εκδόσεις Ζήτη, Αθήνα 2011
14. Μπακόπουλος Γ., "Σύγκριση Συστημάτων Βιομηχανικής Γεωδαισίας μέσω των Λογισμικών AXYZ v.1.4 και CYCLONE 5.1", Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2006
15. Μπαλοδήμος Δ.Δ. & Σταθάς Δ., "Γεωδαιτικά Όργανα και Μέθοδοι Μέτρησης Γωνιών και Μηκών", Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 1993
16. Παρτσινέβελος Π. & Παπαδάκη Ε., "Προσαρμογή Μαθηματικών Μοντέλων σε Φυσικές Επιφάνειες - Εφαρμογή: Παραβολικές Κεραίες", Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 1996
17. Σοφής Α., "Γεωμετρική Τεκμηρίωση Νομέων Υ/Β με Μεθόδους Βιομηχανικής Γεωδαισίας", Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., Σ.Α.Τ.Μ., Αθήνα 2008

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

<http://creativewebart.net>

<http://en.wikipedia.org>

<http://metrology.leica-geosystems.com>

<http://www.etinews.com>

<http://www.kinematics.com>

<http://www.m3.tuc.gr>

<http://www.quadibloc.com>

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1.1. Δίκτυο για Εφαρμογές Αεροναυπηγικής.....	6
Εικόνα 1.2. Χρήση Laser Tracker σε Μονοθέσιο F1	6
Εικόνα 1.3. Μετρήσεις για Εφαρμογές Ναυπηγικής	7
Εικόνα 1.4. Χρήση Laser Tracker για Έλεγχο Ανεμογεννητριών.....	7
Εικόνα 1.5. Δίκτυο για Εφαρμογές Αεροδιαστημικής	8
Εικόνα 1.6. Ψηφιακό Θεοδόλιχο Leica TM5100A.....	19
Εικόνα 1.7. Total Station Leica TDRA6000.....	19
Εικόνα 1.8. Leica Absolute Tracker AT402	20
Εικόνα 1.9. Leica ScanStation	22
Εικόνα 1.10. Discovery III DCC CMM.....	23
Εικόνα 1.11. Robot CMM Arm Nikon RCA.....	24
Εικόνα 2.1. Παράθυρο Διαλόγου με Ιδιότητες Οργάνου	27
Εικόνα 2.2. Μεταβλητές Αβεβαιότητας για Όργανα Σφαιρικών Μετρήσεων	28
Εικόνα 2.3. Μεταβλητές Αβεβαιότητας για Όργανα CMM	29
Εικόνα 2.4. Μεταβλητές Αβεβαιότητας για Θεοδόλιχο	29
Εικόνα 2.5. Παράθυρο Διαλόγου Μετασχηματισμού Βέλτιστης Προσαρμογής	31
Εικόνα 2.6. Παράθυρο Διαλόγου Προσαρμογής Επιφανειών	34
Εικόνα 3.1. Δίκτυο 16 Στόχων με 4 Θέσεις Οργάνου	38
Εικόνα 3.2. Παράθυρο Διαλόγου Bundle Adjustment	49
Εικόνα 4.1. Νέφη Διακριτών Σημείων (Laser Tracker)	54
Εικόνα 4.2. Νέφη Διακριτών Σημείων (Total Station)	55
Εικόνα 4.3. Νέφη Διακριτών Σημείων (PCMM Arm)	55
Εικόνα 4.4. Δίκτυο Οργάνων, συνδεδεμένων με μοντέλο CAD (1η εκδοχή).....	62
Εικόνα 4.5. Δίκτυο Οργάνων, συνδεδεμένων με μοντέλο CAD (2η εκδοχή).....	64
Εικόνα 4.6. Πεδία Αβεβαιότητας για Total Station και Laser Tracker (Πριν την επίλυση)	69
Εικόνα 4.7. Πεδία Αβεβαιότητας για Total Station και Laser Tracker (Μετά την επίλυση)	70
Εικόνα 4.8. Παράθυρο Διαλόγου USMN	73
Εικόνα 5.1. Τυπικό Μηχανολογικό Σχέδιο (Πρότυπο ASME)	77
Εικόνα 5.2. Τυπικές Διαστάσεις κατά ASME	78

Εικόνα 5.3. Ανοχές Διαστάσεων κατά ASME.....	79
Εικόνα 5.4. Τυπικό Πλαίσιο Αναφοράς.....	83
Εικόνα 5.5. Κοχλίας και Οπή με Ανοχές Διάστασης.....	84
Εικόνα 5.6. Δήλωση Γεωμετρικής Ανοχής στο GD&T Inspection.....	90
Εικόνα 5.7. Παράθυρο Διαλόγου Annotation GD&T	91
Εικόνα 6.1. Διεπαφή SpatialAnalyzer	93
Εικόνα 6.2. Αρχικό Δίκτυο	99
Εικόνα 6.3. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Σταθερό Total Station).....	101
Εικόνα 6.4. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Σταθερό Laser Tracker)	101
Εικόνα 6.5. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Αφαίρεση Παρατηρήσεων).....	103
Εικόνα 6.6. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Νέφη 30 Σημείων).....	105
Εικόνα 6.7. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Νέφη 3000 Σημείων).....	105
Εικόνα 6.8. Αρχικό Δίκτυο	110
Εικόνα 6.9. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (4 Κοινές Παρατηρήσεις).....	111
Εικόνα 6.10. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (8 Κοινές Παρατηρήσεις).....	111
Εικόνα 6.11. Αρχικό Δίκτυο	113
Εικόνα 6.12. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Ανοιχτό Δίκτυο).....	114
Εικόνα 6.13. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Κλειστό Δίκτυο).....	115
Εικόνα 6.14. Επίλυση Δικτύου μέσω USMN (Ανάλυση Μετρήσεων)	118
Εικόνα B.1. Fixed Angle XYZ	128
Εικόνα B.2. Euler Angle ZYX.....	128
Εικόνα B.3. Equivalent Angle Axis.....	129

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1. Μέθοδος Πολικών Συντεταγμένων	9
Σχήμα 1.2. Μέθοδος Εμπροσθοτομίας με Γωνίες	11
Σχήμα 1.3. Μέθοδος Hansen	15
Σχήμα 4.1. Η μέθοδος USMN	71
Σχήμα 4.2. Νέφος Αβεβαιότητας (Laser Tracker).....	72
Σχήμα 4.3. Νέφος Αβεβαιότητας (Laser Radar).....	72
Σχήμα 4.4. Συνδυασμένο Νέφος (Laser Tracker & Laser Rader)	72
Σχήμα 6.1. Απόκλιση Αβεβαιότητας από Νέφος 100,000 Σημείων.....	97
Σχήμα 6.2. Νέφη Αβεβαιότητας για Διαφορετικές Πυκνότητες	98

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 5.1. Σύμβολα Ανοχών Μορφής & Προφίλ κατά ASME.....	81
Πίνακας 5.2. Σύμβολα Ανοχών Προσανατολισμού, Θέσης & Εκκεντρότητας κατά ASME	82
Πίνακας 5.3. Στοιχεία Αναφοράς για Χαρακτηριστικά Στερεά	83
Πίνακας 5.4. Σύμβολα Τροποποιητών & Προβαλλόμενης Ζώνης Ανοχής.....	86
Πίνακας 6.1. Αβεβαιότητα Μέτρησης Οργάνων	99
Πίνακας 6.2. Αβεβαιότητα Σημείων (Επιλογή Σταθερού Οργάνου).....	102
Πίνακας 6.3. Αβεβαιότητα Σημείων (Επιλογή Σταθερού Οργάνου).....	104
Πίνακας 6.4. Αβεβαιότητα Σημείων (Επιλογή Σταθερού Οργάνου).....	104
Πίνακας 6.5. Αβεβαιότητα Σημείων (Πυκνότητα Νέφους).....	106
Πίνακας 6.6. Εκτίμηση Αβεβαιότητας με Αναλυτικό Τρόπο και Νέφη Διακριτών Σημείων.....	107
Πίνακας 6.7. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (4 Κοινές Παρατηρήσεις)...	112
Πίνακας 6.8. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (8 Κοινές Παρατηρήσεις)...	112
Πίνακας 6.9. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (Ανοιχτό Δίκτυο)	116
Πίνακας 6.10. Συντεταγμένες & Αβεβαιότητα Σημείων (Κλειστό Δίκτυο).....	116
Πίνακας 6.11. Αποτελέσματα Geometry Fitting	119
Πίνακας 6.12. Αποτελέσματα Προσαρμογής μέσω USMN	119