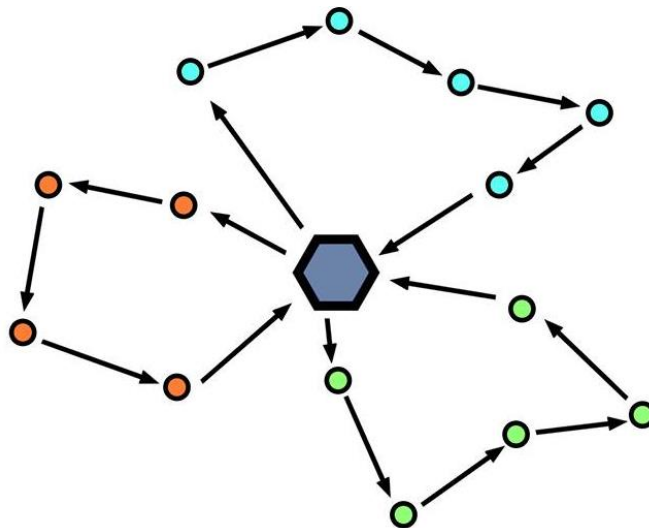




**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΑΓΑΘΩΝ**  
**VEHICLE ROUTING OPTIMIZATION FOR THE DISTRIBUTION OF GOODS**



**Θεολογία Μ. Μουστάκα**

Επιβλέποντες:

**Νικόλαος Δ. Λαγαρός, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ**

**Κωνσταντίνος Α. Κεπατσόγλου, Λέκτορας ΕΜΠ**

**ΑΘΗΝΑ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2014**



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΑΓΑΘΩΝ**  
**VEHICLE ROUTING OPTIMIZATION FOR THE DISTRIBUTION OF GOODS**

**Θεολογία Μ. Μουστάκα**

Επιβλέποντες:

**Νικόλαος Δ. Λαγαρός, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ**

**Κωνσταντίνος Λ. Κεπαπτσόγλου, Λέκτορας ΕΜΠ**

ΑΘΗΝΑ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2014

*Αφιερωμένη*  
*στον αγαπημένο μου καθηγητή*  
*κ. Ματθαίο Καρλαύτη*

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στους καθηγητές μου κ. Νικόλαο Λαγαρό και κ. Κωνσταντίνο Κεπαπτσόγλου, η συμβολή των οποίων υπήρξε καθοριστική στην ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας. Τους ευχαριστώ ιδιαίτερα για την καθοδήγηση που μου προσέφεραν καθ' όλη τη διάρκεια των συναντήσεων μας και τον χρόνο που μου διέθεσαν.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω ολόψυχα τις νονές μου Μαρίνα και Νίκη Γιαβρόγλου, Διευθύντριες της εταιρείας «Ελληνικά Εκλεκτά Έλαια» που βοήθησαν στην εκπόνηση της παρούσας εργασίας.

Εν συνεχεία, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συμφοιτητές μου για την συμπαράσταση, τη βοήθεια και την εμπύχωση που μου προσέφεραν αυτά τα πέντε χρόνια, αλλά κυρίως για τις υπέροχες αναμνήσεις που μου χάρισαν και θα με συντροφεύουν.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου, που η αγάπη τους, η στήριξη τους και η πίστη τους σε εμένα αποτέλεσαν και αποτελούν κινητήρια δύναμη για την επίτευξη των στόχων μου.

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι ο σχεδιασμός ενός βέλτιστου δικτύου δρομολόγησης για έναν ομοιογενή στόλο οχημάτων στην πόλη της Αθήνας. Στόχος της είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής χρονικής διάρκειας διαδρομών και κατά συνέπεια του συνολικού κόστους διανομής. Οι περιορισμοί που τίθενται είναι η χωρητικότητα των οχημάτων, ο αριθμός των διαδρομών και ο χρόνος μετακίνησης, στοιχεία τα οποία κάνουν το κλασσικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) να πάρει τη μορφή του Προβλήματος Δρομολόγησης με Χρονικά Παράθυρα και μόνο Διανομές (VRPTWD). Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιείται η τεχνική των Μεθευρετικών Αλγορίθμων και πιο συγκεκριμένα οι Γενετικοί Αλγόριθμοι. Η εφαρμογή του αλγορίθμου που αναπτύσσεται για το συγκεκριμένο μοντέλο δρομολόγησης επαναλαμβάνεται για διάφορες τιμές των παραμέτρων του γενετικού αλγορίθμου και της χωρητικότητας των οχημάτων. Μέσα από όλες τις επαναλήψεις εξάγονται συγκεκριμένα συμπεράσματα για το πρόβλημα της παρούσας δρομολόγησης οχημάτων.

## Λέξεις Κλειδιά:

Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων, Βελτιστοποίηση, Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι, Γενετικοί Αλγόριθμοι, Διανομή αγαθών, Χωρητικότητα Οχημάτων.

# **ABSTRACT**

The aim of this study is to design an optimal network routing for a homogeneous fleet of vehicles in the city of Athens. The objective is the minimization of the total duration of routes and as the result of the total cost of routes. The limitations that follow are the capacity of vehicles, the number of routes and the travelling time which lead the classical Vehicle Routing Problem (VRP) to the form of Vehicle Routing Problem with Time Windows and Delivery (VRPTWD). In order to solve the problem, the Metaheuristic Algorithm method is being used and specifically Genetic Algorithm. The implementation of the algorithm that is being developed for this particular model of routes is repeated for various rates in parameters of Genetic Algorithm and capacity of vehicles. Through all of these repetitions we are driven to specific conclusions.

## **Key Words:**

Vehicle Routing Problem (VRP), Optimization, Metaheuristic Algorithms, Genetic Algorithms, Goods Transport, Vehicle Capacity.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 Εισαγωγή στη μεταφορά αγαθών	1
1.2 Η έννοια της Βελτιστοποίησης – Το πρόβλημα βέλτιστης δρομολόγησης	1
1.3 Το Πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή (Travelling Salesman Problem-TSP)	3
1.4 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	5
1.5 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	6
2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ	7
2.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem-VRP)	7
2.1.1 Το κλασσικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων	8
2.1.2 Παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος VRP	10
2.1.3 Τεχνικές Επίλυσης	13
3. ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ-ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥΣ ΓΕΝΕΤΙΚΟΥΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥΣ	19
3.1 Διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου δρομολόγησης	19
3.2 Επίλυση του μαθηματικού προτύπου- Γενετικοί Αλγόριθμοι	23
3.2.1 Η έννοια του Γενετικού Αλγορίθμου	23
3.2.2 Πλεονεκτήματα των Γενετικών Αλγορίθμων	26
3.2.3 Βασικά βήματα επίλυσης προβλημάτων με χρήση Γενετικού Αλγορίθμου	28
3.3 Λόγοι επιλογής Γενετικών Αλγορίθμων ως τεχνική επίλυσης του προβλήματος δρομολόγησης	31
3.4 Επίλυση Γενετικού Αλγορίθμου-Λογισμικό Evolver	32
4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	40
4.1 Εισαγωγή-Δεδομένα προβλήματος	40
4.2 Διαμόρφωση Συνάρτησης Καταλληλότητας	46
4.3 Καθορισμός παραμέτρων Γενετικού Αλγορίθμου	47

4.4 Αποτελέσματα του αλγορίθμου	48
4.5 Ανάλυση ευαισθησίας	63
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	66
5.1 Εισαγωγή	66
5.2 Συμπεράσματα	67
5.2.1 Παράμετροι του γενετικού αλγόριθμου	67
5.2.2 Ανάλυση ευαισθησίας	67
5.2.3 Σύγκλιση του αλγορίθμου	68
5.2.4 Εφαρμογή	
5.2.5 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	70
6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	71



## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

*Στο παρόν κεφάλαιο εισάγεται η έννοια της βελτιστοποίησης και της μεταφοράς αγαθών. Επιπλέον, αναλύεται το Πρόβλημα του Περιοδούμενου Πωλητή που είναι ένα από τα γνωστότερα πρότυπα προβλήματα μορφής δικτύου. Τέλος, εξηγείται ο σκοπός της Διπλωματικής εργασίας και περιγράφεται η διάρθρωση του περιεχομένου της.*

### 1.1 Εισαγωγή στη μεταφορά αγαθών

Η μεταφορά και διανομή προϊόντων είναι από τις σημαντικότερες δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας και συνήθως αντιστοιχούν στο μεγαλύτερο ποσοστό των δαπανών logistics μιας εμπορικής ή βιομηχανικής επιχείρησης. Ως μεταφορά ορίζεται η διαδικασία κατά την οποία ένα εμπόρευμα μεταφέρεται από ένα σημείο  $i$  του χώρου σε ένα άλλο  $j$  με έναν συγκεκριμένο σκοπό, όπως είναι για παράδειγμα η μεταφορά πρώτης ύλης από το σημείο παραγωγής στο σημείο μεταποίησης (Α. Σταθόπουλος, Μ. Καρλαύτης, 2008). Η διανομή προϊόντων αφορά την εξυπηρέτηση, σε μια δεδομένη χρονική περίοδο, ενός συνόλου από πελάτες μέσω ενός πλήθους οχημάτων, τα οποία έχουν αφετηρία τους μια συγκεκριμένη τοποθεσία (λ.χ. μια αποθήκη), χρησιμοποιούνται από δεδομένο αριθμό οδηγών και πραγματοποιούν τις κινήσεις τους χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο οδικό δίκτυο (Π. Γιαννέλος, 2014).

### 1.2 Η έννοια της Βελτιστοποίησης - Το πρόβλημα βέλτιστης δρομολόγησης

Με τον όρο βελτιστοποίηση της λύσης ενός προβλήματος, νοείται η επιλογή της κατάλληλης λύσης που αξιολογείται ως η ιδανικότερη με βάση ορισμένα κριτήρια (Μ. Καρλαύτης, Ν. Λαγαρός, 2010). Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η εξεύρεση ενός συνδυασμού ανεξάρτητων μεταβλητών που λαμβάνουν πραγματικές ή ακέραιες τιμές και οι οποίες ονομάζονται παράμετροι ή μεταβλητές σχεδιασμού, έτσι ώστε να βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική

συνάρτηση του προβλήματος. Τα προβλήματα βελτιστοποίησης συνήθως υπόκεινται σε περιορισμούς οι οποίοι αποτελούν και τα φυσικά όρια που τίθενται στην επίτευξη του στόχου.

Για τον εντοπισμό και τον έλεγχο των βέλτιστων λύσεων σε ένα πρόβλημα έχουν δημιουργηθεί ορισμένες αναγκαίες και ικανές συνθήκες. Ως αναγκαίες ορίζονται οι συνθήκες που ικανοποιούνται από τη βέλτιστη λύση, αλλά είναι πιθανό να ικανοποιούνται και από μη βέλτιστες λύσεις. Ως ικανές ορίζονται οι συνθήκες που, αν ικανοποιούνται, τότε η λύση που τις ικανοποιεί είναι η βέλτιστη. Ωστόσο, το αντίστροφο δεν ισχύει δηλαδή είναι δυνατό μια βέλτιστη λύση να μην τις ικανοποιεί. Τα προβλήματα της βελτιστοποίησης χωρίζονται σε δυο κατηγορίες ανάλογα με το εάν αναζητείται το βέλτιστο για όλες τις μεταβλητές της αντικειμενικής συνάρτησης ή αν οι μεταβλητές βρίσκονται εντός μιας συγκεκριμένης περιοχής. Τέλος, υπάρχουν δύο τρόποι προσέγγισης της βελτιστοποίησης: ο άμεσος και ο έμμεσος. Στον άμεσο χρησιμοποιείται άμεσα η περιγραφή του συστήματος μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης και των καθοριζόμενων περιορισμών, ενώ στον έμμεσο εντοπίζονται οι αναγκαίες συνθήκες, επιλύονται και οι προκύπτουσες λύσεις ελέγχονται με τις ικανές συνθήκες (Μ. Καρλαύτης, Ν. Λαγαρός, 2010).

### Η Αρχή της βελτιστοποίησης

Έχοντας γίνει η εισαγωγή στην έννοια της βελτιστοποίησης, στο σημείο αυτό, μπορεί να ενταχθεί στο πρόβλημα της παρούσας εργασίας κάνοντας μία γενική παρατήρηση σε ότι αφορά τις βέλτιστες διαδρομές, η οποία αναφέρεται ως αρχή της βελτιστοποίησης και ισχύει ανεξάρτητα από την τοπολογία ή την κίνηση του δικτύου (Chris, I., & Gordon, R. 2001).

### Πρόταση

Έστω γράφημα  $G = (N, A)$ . Αν η κορυφή  $k$  βρίσκεται πάνω στη βέλτιστη διαδρομή από την κορυφή  $i$  προς την κορυφή  $j$ , τότε η βέλτιστη διαδρομή από την  $k$  προς την  $j$  είναι τμήμα της ίδιας διαδρομής.

### Απόδειξη

Πράγματι, έστω  $r$  το τμήμα της βέλτιστης διαδρομής από την  $i$  προς την  $k$  και  $s$  το τμήμα της βέλτιστης διαδρομής από την κορυφή  $k$  προς την  $j$ . Αν υπήρχε καλύτερη της  $s$  διαδρομή από την  $k$  προς την  $j$ , θα μπορούσε να αντικαταστήσει την  $s$  βελτιώνοντας έτσι την διαδρομή από την  $i$  προς την  $j$ . Αυτό όμως είναι άτοπο, αφού έχει υποθεθεί ότι η διαδρομή  $r$ - $s$  από την  $i$  προς την  $j$  είναι βέλτιστη.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται η επιστήμη της βελτιστοποίησης για να επιλυθεί το πρόβλημα της βέλτιστης δρομολόγησης. Το πρόβλημα αυτό, εμφανίζεται σε πολλές μορφές, ανάλογα με το πόσο περίπλοκο είναι το επιχειρηματικό περιβάλλον, και επιλύεται με διάφορους τρόπους που περιλαμβάνουν πλήθος αλγορίθμων βελτιστοποίησης ακέραιου προγραμματισμού. Οι αλγόριθμοι αυτοί προτείνουν βέλτιστες λύσεις δρομολόγησης ή λύσεις που πλησιάζουν τη βέλτιστη δρομολόγηση, λαμβάνοντας υπόψη πολλαπλά κριτήρια και περιορισμούς. Ένα πλήθος αστάθμητων παραγόντων (όπως καιρικές συνθήκες, έλλειψη χώρων στάθμευσης, βλάβες οχημάτων, καθυστερήσεις στην παράδοση) συνεισφέρουν στην πολυπλοκότητα του προβλήματος διανομής αγαθών. Αυτοί οι παράγοντες μπορούν να αλλοιώσουν την ποιότητα ενός βέλτιστου ή σχεδόν βέλτιστου δρομολογίου, με αποτέλεσμα να υπάρχουν σημαντικές αποκλίσεις από το προσχεδιασμένο δρομολόγιο (Π. Γιαννέλος, 2014). Στα επόμενα κεφάλαια θα περιγραφούν αναλυτικότερα οι μορφές και οι τρόποι επίλυσης του γενικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων και των παραλλαγών του. Στη συνέχεια, παρατίθεται ένα από τα γνωστότερα προβλήματα βελτιστοποίησης το Πρόβλημα του Περιοδευόντος Πωλητή.

### **1.3 Το Πρόβλημα του Περιοδευόντος Πωλητή (Travelling Salesman Problem- TSP)**

Το Πρόβλημα του Περιοδευόντος Πωλητή είναι το πλέον διαδεδομένο πρόβλημα δρομολόγησης και παράλληλα ένα από τα πιο δύσκολα σε ότι αφορά στην επίλυση του. Απαντάται συχνά στην περιοχή της Θεωρητικής Πληροφορικής και

της Μαθηματικής βελτιστοποίησης και μπορεί να ορισθεί ως εξής (Μ. Καρλαύτης, Ν. Λαγαρός, 2010):

Έστω  $n$  πόλεις (πελάτες) με γνωστό κόστος μετακίνησης  $c_{ij}$ , από τη μία πόλη  $i$  προς μια άλλη  $j$ . Ένας πωλητής (όχημα) ξεκινάει από μια πόλη (αρχικός κόμβος του δικτύου) και σκοπός του είναι να επισκεφθεί κάθε πόλη του δικτύου μία και μόνο φορά. Ζητούμενο είναι να βρεθεί η βέλτιστη διαδρομή, δηλαδή η διαδρομή με το λιγότερο δυνατό συνολικό κόστος.

Ορίζονται οι δυαδικές μεταβλητές:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα κάνει χρήση του συνδέσμου } \{i, j\} \\ 0, & \text{αλλιώς } \forall i, \forall j, i \neq j \end{cases}$$

Το μαθηματικό πρότυπο του προβλήματος διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n c_{ij} x_{ij}$$

Με τους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in \bar{C}} x_{ij} \geq 1, \quad \forall C \subset \{1, \dots, n\}, C \neq \emptyset$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \forall j, i \neq j$$

Οι περιορισμοί αυτοί βεβαιώνουν ότι κάθε πόλη (πελάτης) δέχεται επίσκεψη μία μόνο φορά.

Οι απαρχές του TSP δεν είναι σαφείς. Το πρόβλημα διατυπώθηκε για πρώτη φορά στις αρχές του 19<sup>ου</sup> αιώνα από τον Ιρλανδό μαθηματικό William Rowan Hamilton και τον Βρετανό μαθηματικό Thomas Kirkman. Η γενική μορφή του μελετήθηκε

το 1930 από τον Karl Menger ο οποίος καθόρισε και το πρόβλημα το οποίο αποτελεί βασικό αντικείμενο μελέτης και ανάλυσης για πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης.

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή, το TSP παρουσιάζει ιδιαίτερες δυσκολίες σε ότι αφορά την επίλυσή του, οι οποίες αυξάνονται δραματικά όσο αυξάνει ο αριθμός των πόλεων, από τις οποίες αποτελείται το υπό εξέταση δίκτυο. Για τον λόγο αυτό, η χρήση προσεγγιστικών μεθόδων (heuristics) κρίνεται ως η πλέον κατάλληλη για την επίλυσή του, ενώ θα πρέπει να τονιστεί ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλές φορές δεν είναι δυνατό να προσεγγιστεί η πραγματικά βέλτιστη λύση και θα πρέπει να υπάρχει συμβιβασμός σε μια απλά καλή λύση. Στη θεωρία της Υπολογιστικής Πολυπλοκότητας, κατατάσσεται στη κατηγορία προβλημάτων NP- πολυπλοκότητας. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει αλγόριθμος που να επιλύει το πρόβλημα σε πολυωνυμικό χρόνο, δηλαδή σε χρόνο που εξαρτάται πολυωνυμικά από το πλήθος των πόλεων που περιέχει σαν δεδομένο το πρόβλημα.

Το TSP έχει αρκετές εφαρμογές κάποιες από τις οποίες είναι η σχεδίαση γεωγραφικών διαδρομών στα οδικά δίκτυα, τα οικονομικά μαθηματικά και η κατασκευή μικροκυκλωμάτων. Με μια μικρή παραλλαγή στο βασικό αυτό πρόβλημα ανακαλύπτονται περισσότερες εφαρμογές, όπως για παράδειγμα η αλληλουχία των βάσεων στο DNA. Στις παραπάνω εφαρμογές, η έννοια πόλη αντιστοιχεί σε πελάτες, σημεία διανομής ή τμήματα DNA, και η απόσταση αναφέρεται σε χρόνους μετάβασης, κόστη, ή μέτρα ομοιότητας μεταξύ των τμημάτων DNA. Με την πάροδο των χρόνων έχουν υπάρξει αρκετές παραλλαγές στο αρχικό TSP που περιλαμβάνουν και διάφορους περιορισμούς.

#### **1.4 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας**

Η παρούσα εργασία επικεντρώνει το ενδιαφέρον της στη δρομολόγηση των οχημάτων ενός Εργοστασίου ελαιόλαδου για τη διανομή των προϊόντων του σε συγκεκριμένες αλυσίδες Super Market στην πόλη της Αθήνας.

Στόχος είναι ο βέλτιστος σχεδιασμός των διαδρομών των οχημάτων, ώστε να ελαχιστοποιείται η χρονική διάρκεια των διαδρομών και ο αριθμός των

απαιτούμενων διαδρομών και να επιτυγχάνεται άμεση εξυπηρέτηση των πελατών, σύμφωνα με τους περιορισμούς που έχουν τεθεί. Με αυτόν τον τρόπο υιοθετείται μια ρεαλιστική προσέγγιση, αφού αφενός ελαχιστοποιείται το κόστος του μεταφορέα (της εταιρίας στη συγκεκριμένη περίπτωση) και αφετέρου διασφαλίζεται η εξυπηρέτηση όσο το δυνατόν περισσότερων πελατών.

Η εργασία αυτή στηρίζεται στην επιστημονική προσέγγιση του παρόντος προβλήματος. Με το κατάλληλο μαθηματικό υπόβαθρο και τα πραγματικά στοιχεία που έχουν δοθεί από το Εργοστάσιο επιδιώκεται η δημιουργία ενός ρεαλιστικού μοντέλου, το οποίο μπορεί να εφαρμοστεί στην πράξη έπειτα από την ολοκλήρωση της εργασίας.

## 1.5 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Το τεύχος της διπλωματικής εργασίας δομείται ως εξής:

1. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια γενική ανασκόπηση της βιβλιογραφικής έρευνας του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων. Αναλύεται το κλασικό πρόβλημα καθώς και οι διάφορες παραλλαγές του. Στη συνέχεια, περιγράφονται οι τεχνικές επίλυσης που έχουν προταθεί για την επίλυση του και συνοψίζονται σε πίνακες οι ερευνητές που έχουν ασχοληθεί με αυτές στην πάροδο των χρόνων.
2. Το τρίτο κεφάλαιο της εργασίας εστιάζει στη διαμόρφωση του μαθηματικού προτύπου του προβλήματος που πραγματεύεται και ερμηνεύονται οι θεωρούμενοι περιορισμοί. Επιπλέον, εισάγεται η έννοια του γενετικού αλγορίθμου ο οποίος θα αποτελέσει εργαλείο επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου δρομολόγησης. Τέλος, περιγράφεται το λογισμικό που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση.
3. Το τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζει αναλυτικά την εφαρμογή του αλγόριθμου που αναπτύχθηκε με τα πραγματικά δεδομένα του προβλήματος και εξάγει τα αποτελέσματα της μεθόδου.
4. Στο πέμπτο κεφάλαιο συνοψίζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του αλγορίθμου, επισημαίνονται τα κυριότερα συμπεράσματα και διατυπώνονται ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

## 2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

*Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μία γενική ανασκόπηση της βιβλιογραφικής έρευνας σχετικά με το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem- VRP). Δίνονται η μαθηματική του διατύπωση καθώς και οι σημαντικότερες από τις παραλλαγές του κλασσικού αυτού προβλήματος. Στη συνέχεια, παρατίθενται ορισμένες από τις τεχνικές επίλυσης του όπως είναι η Ακριβής Μέθοδος , οι Ευρετικοί και οι Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι.*

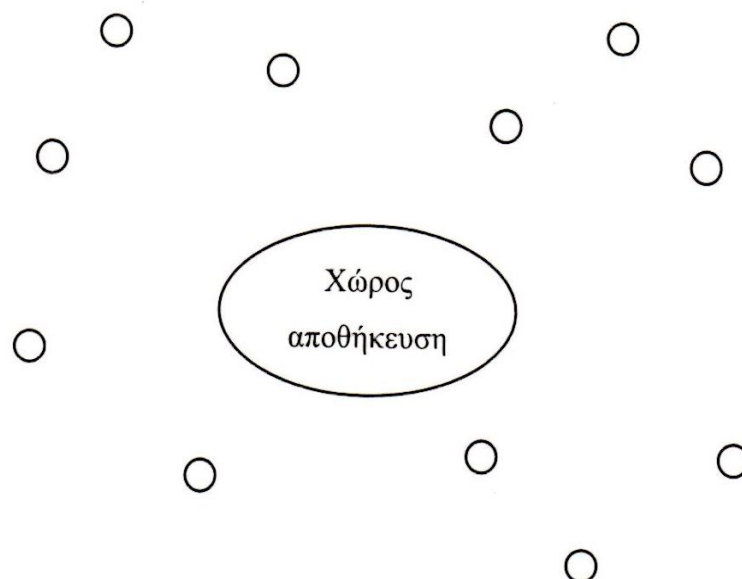
### 2.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem –VRP)

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που συναντάει κανείς στον κλάδο της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης (Combinatorial Optimization) και εντάσσεται στην κατηγορία των προβλημάτων του Ακέραιου Προγραμματισμού. Μία βασική παρατήρηση για αυτού του είδους τα προβλήματα είναι ότι δεν έχει βρεθεί αλγόριθμος που να τα επιλύει σε πολυωνυμικό χρόνο και επομένως αναφέρονται ως NP-Πολυπλοκότητας προβλήματα. Στόχος του VRP είναι ο βέλτιστος σχεδιασμός διαδρομών που μπορεί να ακολουθήσει ένας στόλος οχημάτων για την εξυπηρέτηση ενός συνόλου πελατών, που εντοπίζονται σε καθορισμένους κόμβους ενός δικτύου. Η θεωρητική έρευνα και οι πρακτικές εφαρμογές ξεκίνησαν το 1959 από τους Dantzig and Ramser όπου εισήγαγαν μια πραγματική εφαρμογή σχετικά με την διανομή καυσίμου. Στόχος ήταν να βρεθεί η βέλτιστη δρομολόγηση ενός στόλου φορτηγών διανομής καυσίμου μεταξύ ενός τερματικού σταθμού ανεφοδιασμού και ενός μεγάλου αριθμού σταθμών εξυπηρέτησης οι οποίοι τροφοδοτούνταν με καύσιμο από τον αρχικό σταθμό. Οι Dantzig and Ramser διατύπωσαν το πρώτο μαθηματικό μοντέλο προγραμματισμού και προσέγγισαν μια τεχνική επίλυσης μέσω αλγορίθμων. Λίγα χρόνια αργότερα, το 1964, οι Clarke and Wright πρότειναν έναν ευρετικό αλγόριθμο βασισμένο στην άπληστη μέθοδο (greedy method ) ο οποίος βελτίωνε την αρχική προσέγγιση των δυο πρωτοπόρων ερευνητών. Ακολουθώντας τις παραπάνω μελέτες εκατοντάδες μοντέλα και αλγόριθμοι προτάθηκαν για την βέλτιστη και κατά

προσέγγιση επίλυση των διαφόρων παραλλαγών του κλασσικού VRP. Σήμερα, υπάρχουν στην αγορά αρκετά διαθέσιμα λογισμικά για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων διαχείρισης στόλου οχημάτων (Toth P., Vigo D., 2002, Golden B., Raghavan S., Wasil E., 2008).

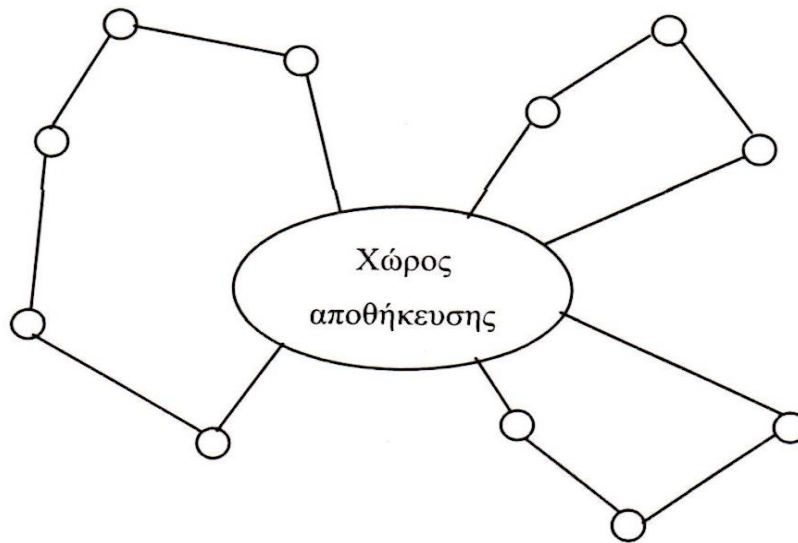
### 2.1.1 Το κλασσικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Το κλασσικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων είναι μία γενίκευση του Προβλήματος του Πλανόδιου Πωλητή ( Traveling Salesman Problem – TSP ). Το TSP αναφέρεται στην εύρεση της συντομότερης διαδρομής που να συνδέει ένα σύνολο πόλεων, περνώντας από κάθε πόλη ακριβώς μια φορά και καταλήγοντας σε αυτή από την οποία ξεκίνησε, με σκοπό την ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυθείσας απόστασης. Έτσι, το VRP αποτελεί μια επέκταση του TSP καθώς πρέπει να βρεθούν ένα πλήθος ( $n$ ) βέλτιστων διαδρομών στις οποίες κάθε όχημα ξεκινά από μία αποθήκη (depot), διατρέχει ένα σύνολο πελατών (customers) με καθορισμένη σειρά και επιστρέφει στον αρχικό κόμβο (αποθήκη). Ο αντικειμενικός σκοπός του VRP είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους για κάθε μια από τις ( $n$ ) διαδρομές (Toth P., Vigo D., 2002, Golden B., Raghavan S., Wasil E., 2008).



Σχήμα 2.1: Πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Πηγή: Μ. Καρλαύτης, Ν. Λαγαρός, 2010)





Σχήμα 2.2: Πιθανά δρομολόγια οχημάτων (Πηγή: Μ. Καρλαύτης, Ν. Λαγαρός, 2010)

Η βασική εκδοχή του προβλήματος που αποτελεί και το κλασικό πρόβλημα VRP αναλύθηκε εκτενέστατα στη βιβλιογραφία τις τελευταίες δεκαετίες και περιλαμβάνει τον περιορισμό στη χωρητικότητα του στόλου των οχημάτων.

Για την διατύπωση του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης γίνεται η θεώρηση ότι καθορίζεται από έναν γράφο  $G = \{V, A, D\}$  όπου  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  το σύνολο των κόμβων που αντιπροσωπεύουν τους πελάτες,  $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$  το σύνολο των ακμών που συνδέουν τους κόμβους και  $D = \{d_{i,j} : i, j \in V, i \neq j\}$  η απόσταση των κόμβων αυτών. Επιπλέον γίνονται οι εξής υποθέσεις: ο στόλος αποτελείται από  $N$  οχήματα, η χωρητικότητα του οχήματος είναι  $Q$  και το  $L_i$  αντιπροσωπεύει την ζήτηση στον εκάστοτε κόμβο  $i$ . Τέλος με  $R$  συμβολίζεται η ακτίνα εμβέλειας του κάθε οχήματος.

Το γραμμικό μοντέλο αποτυπώνεται από το σύνολό των παρακάτω εξισώσεων:

$$\min \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1j}^k = \sum_{j=2}^n x_{j1}^k = 1 \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{ij}^k = \sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{ji}^k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij}^k \geq 1 \quad \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \quad S \neq \emptyset \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j x_{ij}^k \leq Q \quad (5)$$

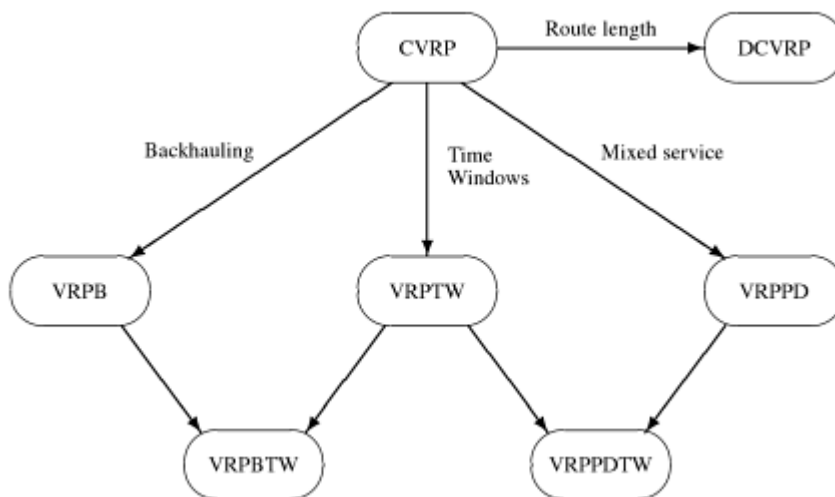
$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{ij} x_{ij}^k \leq R \quad (6)$$

Η Αντικειμενική συνάρτηση (1) εκφράζει της ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς του συνολικού στόλου. Ο Περιορισμός (2) εξασφαλίζει ότι κάθε όχημα – δρομολόγιο θα πρέπει να ξεκινήσει και να καταλήξει στην αποθήκη και να εξυπηρετήσει τουλάχιστον ένα πελάτη. Ο Περιορισμός (3) εκφράζει το γεγονός ότι όλοι οι πελάτες – κόμβοι εξυπηρετούνται ακριβώς μια φορά και ότι ένα μόνο όχημα θα φτάσει και θα φύγει από τον κόμβο αυτό. Η Συνθήκη (4) διασφαλίζει ότι δεν υπάρχουν βρόχοι στην λύση. Οι Περιορισμοί (5) και (6) εκφράζουν τον περιορισμό στην χωρητικότητα των οχημάτων καθώς και την χωρική εμβέλεια του δρομολογίου.

### 2.1.2 Παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος VRP

Μετά την πρώτη προσέγγιση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων από τους Dantzig and Ramser το 1959 και μέσα στις επόμενες τέσσερις δεκαετίες που ακολούθησαν σημειώθηκε μεγάλη πρόοδος στο συγκεκριμένο αντικείμενο μελέτης. Πολλές πρακτικές εφαρμογές με διαφορετικούς περιορισμούς και παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος έλαβαν χώρα και χιλιάδες άρθρα δημοσιεύτηκαν πάνω στις

διαφορετικές αυτές εκδοχές. Εδώ, θα αναφερθούν οι κυριότερες και εκτενέστερα αναλυμένες παραλλαγές του VRP κατά τους Toth and Vigo (έκδοση 2002).



Σχήμα 2.3: Βασικές παραλλαγές του VRP και οι μεταξύ τους διασυνδέσεις (Πηγή: Toth and Vigo, 2002)

**Capacitated and Distance-Constrained VRP:** Η βασική και πιο μελετημένη εκδοχή του βασικού προβλήματος VRP είναι η κατά την βιβλιογραφία ονομαζόμενη Capacitated VRP (CVRP). Σύμφωνα με αυτή, ένας στόλος πανομοιότυπων οχημάτων (identical vehicles) πρέπει να εξυπηρετήσει γνωστές ζητήσεις πελατών για ένα δεδομένο είδος εμπορεύματος (βασισμένος σε μία κεντρική αποθήκη). Μοναδικός περιορισμός αυτής της εκδοχής του προβλήματος είναι η χωρητικότητα των οχημάτων. Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους (μήκος και χρόνος διαδρομής) για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών. Στην περίπτωση όπου υπάρχει ταυτόχρονος περιορισμός στην χωρητικότητα του στόλου των οχημάτων και στην μέγιστο μήκος διαδρομής τότε το πρόβλημα ονομάζεται Distance-Constrained VRP (DCVRP).

**VRP with Time Windows:** Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονοπαράθυρα ή αλλιώς VRP with Time Windows (VRPTW) αποτελεί επέκταση

του CVRP. Εδώ, με δεδομένο τον περιορισμό της χωρητικότητας των οχημάτων κάθε πελάτης  $i$  σχετίζεται με ένα χρονικό διάστημα  $[a_i, b_i]$  το οποίο είναι γνωστό ως χρονοπαράθυρο. Οι πελάτες πρέπει να εξυπηρετούνται μέσα σε αυτό το χρονικό πλαίσιο και το όχημα θα πρέπει να σταματάει στον κάθε πελάτη για συγκεκριμένο χρόνο εξυπηρέτησης (service time).

**VRP with Backhauls:** Το VRPWB είναι μια προέκταση του CVRP στην οποία το σύνολο των πελατών  $V \setminus \{0\}$  διαμοιράζεται σε δύο υποσύνολα. Το πρώτο υποσύνολο,  $L$ , περιέχει  $n$  πελάτες εμπρόσθιας εξυπηρέτησης (Linehaul customers) καθένας από τους οποίους ζητά να του παραδοθεί μια συγκεκριμένη ποσότητα φορτίου. Το δεύτερο υποσύνολο, έστω  $B$ , περιέχει  $m$  πελάτες οπίσθιας εξυπηρέτησης (Backhaul customers), από τους οποίους κάποια οχήματα πρέπει να παραλάβουν ορισμένη ποσότητα εισερχόμενου φορτίου. Οι κόμβοι αριθμούνται έτσι ώστε  $L = \{1, 2, \dots, n\}$  και  $B = \{n+1, \dots, n+m\}$ . Στο VRPWB υπάρχει ένας περιορισμός που εξασφαλίζει προτεραιότητα στην εξυπηρέτηση των linehaul πελατών όταν σε μία διαδρομή πρόκειται να εξυπηρετηθούν και τα δύο είδη πελατών. Διαφορετικά, δεν ξεκινάει η εξυπηρέτηση των backhaul πελατών.

**VRP with Pick Up and Delivery:** Στην περίπτωση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με παραλαβή και διανομή προϊόντων (VRPPD) κάθε πελάτης  $i$  σχετίζεται με δυο ποσότητες  $d_i$  και  $p_i$ , που αναπαριστούν τη ζήτηση παραλαβής και επιστροφής φορτίου αντίστοιχα. Για κάθε πελάτη υπάρχει μια αποθήκη παραλαβής φορτίου και μια αποθήκη αποστολής φορτίου. Στο πρόβλημα αυτό, κάθε όχημα του στόλου έχει δεδομένη χωρητικότητα, ένα σημείο εκκίνησης και ένα σημείο τερματισμού. Επιπλέον, κάθε φορτίο πρέπει να μεταφέρεται από ένα όχημα, από το σημείο προέλευσης στο σημείο προορισμού, χωρίς την πραγματοποίηση μεταφορτώσεων σε άλλες περιοχές. Υποτίθεται ότι σε κάθε κόμβο πελάτη η παράδοση φορτίου συμβαίνει προτού ο πελάτης αποθέσει το φορτίο επιστροφής.

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται συνοπτικά οι περιορισμοί και ο αντικειμενικός σκοπός για όλες τις παραλλαγές του κλασσικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων:

Παραλλαγές προβλήματος VRP	Περιορισμοί	Αντικειμενικός σκοπός
<b>CVRP-DCVRP</b>	Χωρητικότητα οχημάτων	Ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων του στόλου και του αθροίσματος των χρόνων μετάβασης από κόμβο σε κόμβο
	Μήκος διαδρομής (Route length)	
<b>VRPTW</b>	Η εξυπηρέτηση των πελατών πρέπει να γίνεται εντός του χρονικού πλαισίου που έχει οριστεί (τήρηση άνω και κάτω φραγμάτων)	Ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων του στόλου, του συνολικού χρόνου μετάβασης και του χρόνου αναμονής προκειμένου να τηρηθούν τα χρονικά πλαίσια
<b>VRPWB</b>	Όλες οι παραλαβές μιας διαδρομής ολοκληρώνονται προτού τα οχήματα παραλάβουν επιστροφές φορτίου	Εύρεση ενός συνόλου απλών κλειστών διαδρομών ελάχιστου κόστους
<b>VRPPD</b>	Σε κάθε κόμβο η παράδοση φορτίου προηγείται από την εναπόθεση φορτίου επιστροφής	Εύρεση ενός συνόλου απλών κλειστών διαδρομών ελάχιστου κόστους

Πίνακας 2.1

### 2.1.3 Τεχνικές Επίλυσης

Το κλασσικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων είναι ένα NP-Πολυπλοκότητας πρόβλημα και για την επίλυση του προτάθηκαν πολλές τεχνικές οι οποίες ταξινομήθηκαν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες: Ακριβής μέθοδος επίλυσης (Exact algorithms), Ευρετικοί αλγόριθμοι (Heuristic algorithms) και Μεθευρετικοί αλγόριθμοι (Metaheuristic algorithms) (Toth P., Vigo D., 2002).

- **Ακριβής μέθοδος επίλυσης (Exact Methods)**

Η μέθοδος αυτή προβλέπει τη συστηματική απαρίθμηση κάθε πιθανής λύσης μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη δυνατή. Η Ακριβής μέθοδος επίλυσης περιέχει τρεις διαφορετικές τεχνικές: Branch-and-bound, Set partitioning based algorithms και Branch-and-cut algorithms. Οι δυο πιο διαδεδομένες που έχουν εφαρμοστεί στο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων είναι οι αλγόριθμοι διακλάδωσης και οριοθέτησης (branch and bound) και οι αλγόριθμοι διακλάδωσης και διακοπής (branch and cut) με βασικό χαρακτηριστικό τους ότι είναι πρακτικά εφαρμόσιμοι για προβλήματα που συμπεριλαμβάνουν ως 100 πελάτες. Μια από τις πιο γνωστές μεθόδους επίλυσης για το CVRP είναι η K-tree μέθοδος που έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση CVRP 71 κόμβων (Branch and bound Technique-Fisher 1994). Σύμφωνα με αυτή δοσμένου ενός γράφου με  $n+1$  κόμβους, ένα K-δέντρο είναι ένα σύνολο  $n+K$  ακμών που επιλύει κάθε δυνατή διαδρομή στο γράφο. Το VRP μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν το πρόβλημα της εύρεσης του ελαχίστου K-δέντρου όταν ο βαθμός του κόμβου ανεφοδιασμού είναι  $2K$ , ο βαθμός κάθε κόμβου εξυπηρέτησης είναι 2 και ικανοποιούνται οι περιορισμοί προς την χωρητικότητα των οχημάτων. Ωστόσο, παρόλο που η τεχνική αυτή έχει εφαρμοστεί για 71 κόμβους υπάρχουν ορισμένες περιπτώσεις με μικρότερο αριθμό κόμβων που αυτή η τεχνική δεν έχει δώσει ακόμα λύσεις.

Άλλες αξιόλογες έρευνες σχετίζονται με τη μέθοδο εύρεσης όλων των εφικτών διαδρομών του προβλήματος, όπου στόχος είναι να βρεθεί το σύνολο των διαδρομών με το μικρότερο δυνατό κόστος, αλλά παράλληλα σε αυτό το σύνολο να εξυπηρετείται ο κάθε πελάτης, ακριβώς μια φορά. Για την εύρεση όλων των διαδρομών (χωρίς την πλήρη απαρίθμησή τους), υπάρχουν διάφορες τεχνικές, μια από αυτές είναι η τεχνική της γεννήτριας στηλών (column generating) και σε αυτήν επικεντρώθηκαν οι έρευνες τεσσάρων ομάδων επιστημόνων. (Agarwal, Mathur, και Salkin (1989), Bixby, Coullard, και Simchi-Levi (1997), Desrochers, Desrosiers, και Solomon (1992), Hadjiconstantinou, Christofides, και Mingozzi (1995)). Για την υλοποίηση της χρησιμοποίησαν αλγόριθμους οριοθέτησης και διακλάδωσης. Στην κατηγορία των αλγόριθμων διακλάδωσης και διακοπής ο όγκος των ερευνών είναι σαφώς μικρότερος ενώ ένα μεγάλο μέρος του δεν έχει δημοσιευθεί. Οι δυο πιο σημαντικές αναφορές στη βιβλιογραφία είναι από τους Cornuejols and Harche (1993) και Araque, Hall, and Magnanti (1990).

- **Ευρετικοί Αλγόριθμοι (Heuristic algorithms)**

Ένας μεγάλος αριθμός ευρετικών αλγόριθμων έχει προταθεί για την επίλυση του VRP. Οι αλγόριθμοι αυτοί, επιτελούν μια σχετικά περιορισμένη εξερεύνηση του χώρου των λύσεων και παράγουν αποτελεσματικές προσεγγίσεις που χαρακτηρίζονται από χαμηλή υπολογιστική ικανότητα. Ίσως ο πιο γνωστός αλγόριθμος που έχει εφαρμοστεί στο πρόβλημα δρομολόγησης είναι ο αλγόριθμος αποταμίευσης των Clarke και Wright (1964), που βασίζεται στην ιδέα της εξοικονόμησης κόστους από τη συγχώνευση δύο εφικτών διαδρομών. Αργότερα οι Gaskell (1967) και Yellow (1970), δημοσίευσαν έρευνες βασισμένες στον αλγόριθμο αποταμίευσης, όπως και οι Desrochers και Verhoog (1989) και Altinkemer and Gavish (1991). Οι Nelson et al (1985) εξερεύνησαν πιο πολύπλοκες δομές δεδομένων, βασισμένες σε σωρούς, με στόχο την μείωση των απαιτήσεων αποθήκευσης και επακόλουθα την παραγωγή πιο εύκολα ανανεώσιμων διαδικασιών βελτιστοποίησης. Οι Mole και Jameson (1976), Christofides, Mingozzi και Toth (1979), ανέπτυξαν αλγορίθμους με ακολουθιακή εισαγωγή κόμβων. Οι μεν πρώτοι δημιουργώντας μία διαδρομή ανά επανάληψη του αλγορίθμου τους, ενώ στη δεύτερη περίπτωση οι διαδρομές κατασκευάζονταν παράλληλα.

Χρησιμοποιώντας την ταξινόμηση που πρότειναν οι Laport and Semet το 2002 οι ευρετικοί αλγόριθμοι μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με τις ακόλουθες επικεφαλίδες: Κατασκευαστικές Μέθοδοι Διαδρομών ( Route Construction Methods), Αλγόριθμος δυο φάσεων ( Two phase Methods) και Μέθοδοι Βελτίωσης Διαδρομής (Route Improvement Methods).

**Κατασκευαστικές Μέθοδοι Διαδρομών ( Route Construction Methods):**

Αποτελούν τους πρώτους ευρετικούς αλγορίθμους για την επίλυση του CVRP. Οι αλγόριθμοι αυτοί ξεκινούν από μια κενή λύση και σταδιακά σχεδιάζουν διαδρομές εισάγοντας έναν ή παραπάνω πελάτες σε κάθε επανάληψη μέχρι να μπουν όλοι οι πελάτες στο πρόβλημα. Έτσι, γίνεται σταδιακός σχεδιασμός της εφικτής λύσης και παρατηρείται ταυτόχρονα και η μεταβολή στο κόστος.

Οι κυριότερες μελέτες στις κατασκευαστικές μεθόδους παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Ευρετικοί αλγόριθμοι	Πρωτοπόροι Ερευνητές	Μετέπειτα Ερευνητές
Saving	Clarke and Wright (1964)	Laport and Semet (2002), Golden et al (1977), Paessens (1988), Nelson et al (1985), Desrochers and Verhoog (1989), Altinkemer and Gavish (1991)
Matching Algorithm	Wark and Holt (1994)	
Sequential insertion algorithm	Mole and Jameson (1976)	

Πίνακας 2.2

**Αλγόριθμος δυο φάσεων ( Two phase Methods):** Το πρόβλημα αυτό βασίζεται στην αποσύνθεση της διαδικασίας λύσης του VRP σε δύο ξεχωριστά υποπροβλήματα: 1) ομαδοποίηση: διαχωρισμός του συνόλου των πελατών σε υποσύνολα όπου το καθένα να αντιστοιχεί σε μια διαδρομή και 2) δρομολόγηση: προσδιορισμός της αλληλουχίας των πελατών σε κάθε διαδρομή.

Διαφορετικές τεχνικές επίλυσης έχουν προταθεί για το πρόβλημα της ομαδοποίησης ενώ για την δρομολόγηση η επίλυση ισοδυναμεί με αυτή του TSP. Οι κυριότεροι αλγόριθμοι για την πρώτη μέθοδο παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Cluster-first-route-second Method	
Ευρετικοί αλγόριθμοι	Ερευνητές
The sweep algorithm	Wren (1971), Wren and Holliday (1972), Gillet and Miller (1974)
Fisher and Jaikumar algorithm	Fisher and Jaikumar (1981)
The petal algorithm	Foster and Ryan (1976), Ryan et al (1993), Renaud et al (1996b)

Πίνακας 2.3



**Μέθοδοι Βελτίωσης Διαδρομής (Route Improvement Methods):** Οι αλγόριθμοι αυτής της κατηγορίας συχνά χρησιμοποιούνται για την βελτίωση της αρχικής λύσης που είχε παραχθεί από προηγούμενους ευρετικούς αλγόριθμους. Ξεκινώντας από μία δεδομένη λύση η μέθοδος αυτή εφαρμόζει απλές τροποποιήσεις, όπως αλλαγή των τόξων ή μετακινήσεις των πελατών, για να αποκτήσει παρόμοιες (γειτονικές) λύσεις ή καλύτερο κόστος. Οι κυριότερες βελτιώσεις προτάθηκαν και αναλύθηκαν από τους: Thompson and Psaraftis (1993), Van Breedam (1994), Kindervater and Savelsbergh (1997).

- **Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι (Metaheuristic algorithms)**

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν τις τελευταίες δύο δεκαετίες. Είναι μέθοδοι επίλυσης που συνδυάζουν διαδικασίες τοπικής αναζήτησης και υψηλότερου επιπέδου στρατηγικές για να δημιουργήσουν μια διαδικασία που είναι ικανή να ξεφύγει από κάποιο τοπικό ελάχιστο. Τα τελευταία χρόνια η χρήση τους είναι έντονη για την επίλυση NP – πλήρων προβλημάτων. Η ποιότητα των λύσεων που παράγουν αυτή η κατηγορία αλγορίθμων είναι πολύ υψηλότερη από αυτή των λύσεων που δίνουν οι ευρετικοί. Στην κατηγορία των μεθευρετικών αλγορίθμων, υπάρχουν έξι επιτυχημένοι τύποι που εφαρμόστηκαν στη διάρκεια των χρόνων: προσομοιωμένη ανόπτηση, καθορισμένη ανόπτηση, περιορισμένη αναζήτηση, γενετικοί αλγόριθμοι, αλγόριθμοι μυρμηγκιών και νευρωνικά δίκτυα. Οι έρευνες των Robuste, Daganzo and Souleyrette (1990), και Alfa, Heragu, και Chen (1991) καθώς και του Osman (1993) αποτελούν τις πιο αντιπροσωπευτικές με βάση την προσομοιωμένη ανόπτηση, ενώ οι κλασικότερες έρευνες που περιέχουν καθορισμένη ανόπτηση είναι των Dueck and Scheurer (1990) και Dueck (1993). Η περιορισμένη αναζήτηση στην πορεία των χρόνων κρίνεται ως μια από τις πιο δημοφιλείς και πιο αποτελεσματικές μεθόδους. Οι σημαντικότερες έρευνες υλοποιήθηκαν από τον Osman (1993), τους Xu and Kelly (1996) που χρησιμοποίησαν μια ευφυή δομή γειτονιάς, όπου επιτρεπόντουσαν ανταλλαγές κόμβων και τοπικές διαδικασίες βελτιστοποίησης, τους Rochat and Taillard (1995), όπου χρησιμοποιήθηκε προσαρμοστική μνήμη που περιείχε μια λίστα ποιοτικών λύσεων, και ανανεωνόταν δυναμικά κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αναζήτησης. Επιπλέον, οι Toth and Vigo (2003), που ονόμασαν τη μέθοδο τους Σπυρωτή Περιορισμένη Αναζήτηση (Granular Tabu Search) και βασίστηκε στην ιδέα

του αποκλεισμού όλων των τόξων που το κόστος τους ξεπερνούσε ένα ορισμένο κατώφλι. Ο όγκος ερευνών βασισμένων σε γενετικούς αλγόριθμους, κρίνεται μάλλον ανεπαρκής. Οι πιο σημαντικοί γενετικοί αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν από τους Goldberg and Lingle (1985), Schmitt (1995) και Bean (1994). Οι Colomi, Dorigo, and Maniezzo (1991) είναι οι δημιουργοί του αλγόριθμου των μυρμηγκιών. Αποτύπωσαν αλγοριθμικά και προσομοίωσαν τον τρόπο με τον οποίο εξερευνούν τα αληθινά μυρμήγκια το περιβάλλον, οι τιμές των λύσεων αξιολογούνται βάσει της ποιότητάς τους και κρατούνται σε μια προσαρμοστική μνήμη κατά αναλογία με τα ίχνη φερομόνης που αφήνουν στην πραγματικότητα τα μυρμήγκια. Τέλος βασισμένες στα νευρωνικά δίκτυα είναι οι έρευνες των Ghaziri (1996), Matsuyama (1991), και Schumann and Retzko (1995), όπου γενίκευσαν μεθόδους ήδη εφαρμοσμένες στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, προσαρμοσμένες στις ιδιαιτερότητες του προβλήματος δρομολόγησης.

### **3. ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥΣ ΓΕΝΕΤΙΚΟΥΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥΣ**

*Στο παρόν κεφάλαιο διαμορφώνεται το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος δρομολόγησης. Επιπλέον, παρουσιάζεται και αναλύεται ο γενετικός αλγόριθμος, που θα αποτελέσει το εργαλείο επίλυσης του μαθηματικού προτύπου. Τέλος, περιγράφεται το λογισμικό *Evolver* που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του αλγορίθμου.*

#### **3.1 Διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου δρομολόγησης**

Το πρόβλημα που πραγματεύεται η παρούσα εργασία αποτελεί μια σύνθεση των δυο κύριων προβλημάτων VRP: του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα και του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Παραλαβές και Διανομές (VRPTWPD). Στο συγκεκριμένο πρόβλημα υπάρχει ένα σύνολο πελατών  $N = \{2, \dots, n\}$  που πρέπει να εξυπηρετηθούν από έναν δεδομένο αριθμό οχημάτων  $K$  που εκκινούν από την κεντρική αποθήκη της εταιρίας. Κάθε πελάτης χαρακτηρίζεται από την γεωγραφική του θέση, τον αριθμό των προϊόντων παραλαβής και διανομής  $p_i$  και  $d_i$  καθώς και από τα χρονικά παράθυρα  $(\alpha_i, \beta_i)$  στα οποία πρέπει να εξυπηρετηθεί. Ένα όχημα μπορεί να φτάσει σε έναν πελάτη νωρίτερα από το μικρότερο χρονικό όριο εξυπηρέτησης του και να περιμένει εκεί, χωρίς επιπλέον κόστος, μέχρι να τον εξυπηρετήσει. Ωστόσο δεν επιτρέπεται η εξυπηρέτηση κανενός πελάτη μετά το πέρας του χρονικού ορίου εξυπηρέτησης. Με τα σύμβολα  $c_{ij}$  και  $t_{ij}$  δηλώνεται το κόστος και ο χρόνος διαδρομής για να μετακινηθεί ένα όχημα από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$ .

Σκοπός του προβλήματος είναι η εξυπηρέτηση των πελατών με ελαχιστοποίηση του κόστους. Τα χαρακτηριστικά που το διέπουν είναι τα εξής:

- Κάθε κύκλος ξεκινάει και καταλήγει στην κεντρική αποθήκη.
- Κάθε πελάτης δέχεται επίσκεψη σε ένα μόνο κύκλο.
- Το φορτίο του οχήματος κατά τη διάρκεια ενός κύκλου δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές αλλά ούτε και να υπερβεί την χωρητικότητα του οχήματος.

- Κάθε πελάτης εξυπηρετείται μεταξύ των χρονικών ορίων  $(\alpha_i, \beta_i)$  και κάθε όχημα παραμένει εκεί για χρόνο που ισοδυναμεί με τον χρόνο εξυπηρέτησης του πελάτη.
- Για κάθε πελάτη  $i$  ο κόμβος  $O_i$  πρέπει να εξυπηρετηθεί από την ίδια διαδρομή και πριν από τον κόμβο  $D_i$ , αρκεί να είναι διαφορετικός από την κεντρική αποθήκη.
- Για κάθε πελάτη  $i$  ο κόμβος  $D_i$  πρέπει να εξυπηρετηθεί από την ίδια διαδρομή και μετά από τον κόμβο  $O_i$ , αρκεί να είναι διαφορετικός από την κεντρική αποθήκη.

Σύμφωνα με τα παραπάνω το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα, Παραλαβές και Διανομές (VRPTWPD) μπορεί να μοντελοποιηθεί ως εξής:

Αντικειμενική Συνάρτηση:

$$C^* = \min \sum_{\bar{ij}} c_{\bar{ij}} \sum_v x_{\bar{ij}v}$$

Όπου:

$D_i^v$ : ο αριθμός των διανομών που έχουν γίνει από το όχημα  $v$  μόλις φεύγει από τον πελάτη  $i$

$P_i^v$ : ο αριθμός των παραλαβών που έχουν γίνει από το όχημα  $v$  μόλις φεύγει από τον πελάτη  $i$ . **Η εργασία αυτή ασχολείται μόνο με τις διανομές προϊόντων επομένως οι παραλαβές θα είναι μηδενικές σε όλους τους παρακάτω περιορισμούς.**

$T_i^v$ : ο χρόνος στον οποίο το όχημα  $v$  φτάνει στον κόμβο  $i$ .

Περιορισμοί:

$$x_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{το όχημα } v \text{ χρησιμοποιεί το τόξο } (i, j) \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$\sum_{v \in E} \sum_{j \in V} x_{ijv} = 1 \quad \text{για κάθε } i \in N \quad (1)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ip}^v = \sum_{j \in V} x_{pj}^v \quad \text{για κάθε } p \in N, v \in K \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{1j}^v \leq 1 \quad \text{για κάθε } v \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1}^v = \sum_{j \in N} x_{1,j}^v \quad \text{για κάθε } v \in K \quad (4)$$

$$D_i^v + P_i^v \leq Q \quad \text{για κάθε } i \in V, v \in K \quad (5)$$

$$D_{n+1}^v = 0 \quad \text{για κάθε } v \in K \quad (6)$$

$$D_1^k = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{ij}^k d_i \quad \text{για κάθε } v \in K \quad (7)$$

$$P_{n+1}^v = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{ij}^v p_i \quad \text{για κάθε } v \in K \quad (8)$$

$$P_i^v = 0 \quad \text{για κάθε } v \in K \quad (9)$$

$$x_{ij}^v (P_i^v + p_i - P_j^v) = 0 \quad \text{για κάθε } i, j \in V, v \in K \quad (10)$$

$$x_{ij}^v (D_i^v - d_i - D_j^v) = 0 \quad \text{για κάθε } i, j \in V, v \in K \quad (11)$$

$$x_{ij}^v (T_i^v - t_i - T_j^v) = 0 \quad \text{για κάθε } i, j \in V, v \in K \quad (12)$$

$$\alpha_i \leq T_i \leq b_i \quad \text{για κάθε } i \in V, v \in K \quad (13)$$

$$D_i^v \geq 0 \quad \text{για κάθε } i \in V, v \in K \quad (14)$$

$$P_i^v \geq 0 \quad \text{για κάθε } i \in V, v \in K \quad (15)$$

Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της εκάστοτε διαδρομής. Ο περιορισμός (1) ελέγχει το ότι κάθε πελάτης εξυπηρετείται από ένα μόνο όχημα ενώ ο (2) δεσμεύει πως το όχημα που πηγαίνει σε ένα κόμβο είναι το ίδιο με αυτό που εξέρχεται από τον ίδιο κόμβο. Οι περιορισμοί (3) και (4) εγγυώνται ότι κάθε όχημα χρησιμοποιείται μόνο μία φορά. Με τον περιορισμό (5) ελέγχεται αν το φορτίο του οχήματος όταν εξέρχεται από κάθε κόμβο είναι μικρότερο της χωρητικότητας του φορτηγού. Οι περιορισμοί (7) και (9) δεσμεύουν κάθε όχημα να εκκινεί από την κεντρική αποθήκη γεμάτο με προϊόντα προς διάθεση, ενώ το φορτίο παραλαβής είναι ίσο με μηδέν. Στη συνέχεια, οι (6) και (8) εγγυώνται πως όταν τα οχήματα επιστρέφουν στην κεντρική αποθήκη, έχουν διανείμει και αντίστοιχα παραλάβει όλα τα προϊόντα από τους κόμβους που διήλθαν. Οι περιορισμοί-ισότητες (10), (11) δηλώνουν πως αν ένα όχημα πάει σε έναν κόμβο, τότε η ποσότητα διανομής μειώνεται κατά ποσό ίσο με το ποσό που διένειμε στον συγκεκριμένο κόμβο και η ποσότητα παραλαβής αυξάνεται αντίστοιχα. Ο (12) ελέγχει το χρόνο που εξυπηρετεί ένα όχημα κάποιον κόμβο ώστε ο χρόνος εξυπηρέτησης να είναι τουλάχιστον ίσος με τον νωρίτερο χρόνο του κόμβου. Ο περιορισμός (13), τέλος, δηλώνει τα χρονικά διαστήματα για κάθε κόμβο.

## 3.2 Επίλυση του μαθηματικού προτύπου-Γενετικοί Αλγόριθμοι

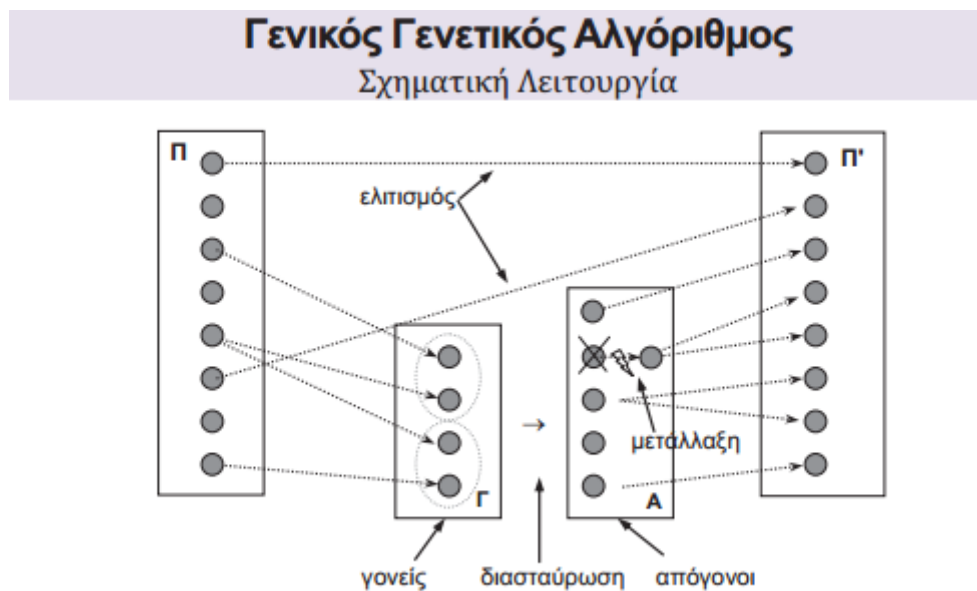
### 3.2.1 Η έννοια του Γενετικού Αλγορίθμου

Η πρώτη εμφάνιση των Γενετικών Αλγορίθμων (Γ.Α.) χρονολογείται στις αρχές του 1950, όταν διάφοροι επιστήμονες από το χώρο της βιολογίας αποφάσισαν να χρησιμοποιήσουν υπολογιστές στην προσπάθειά τους να προσομοιώσουν πολύπλοκα βιολογικά συστήματα. Η συστηματική τους ανάπτυξη όμως, που οδήγησε στην μορφή με την οποία είναι γνωστοί σήμερα, πραγματοποιήθηκε στις αρχές του 1970 από τον John Holland [ Holland 1975] και τους συνεργάτες του στο Πανεπιστήμιο του Michigan. Η βασική ιδέα που κρύβεται πίσω από τους Γ.Α. είναι η μίμηση των μηχανισμών της βιολογικής εξέλιξης που απαντώνται στη φύση, δηλαδή της διαδικασίας που οδηγεί στην αύξηση της ικανότητας ενός πληθυσμού να επιβιώνει σε ένα δεδομένο περιβάλλον (Εξελικτική προσαρμογή). Με την αναπαραγωγή, η ικανότητα αυτή περνά στις επόμενες γενιές, από τα άτομα που την είχαν και άρα επέζησαν για να αναπαραχθούν, στη βάση της φυσικής επιλογής. Κατ' αναλογία, στην περίπτωση της γενετικής βελτιστοποίησης, ένα σύνολο υποψήφιων λύσεων αναπαράγεται και εξελίσσεται και οι καλύτερες λύσεις ανάμεσά τους επιλέγονται για να φέρουν την επόμενη γενιά, μέσα από μια σειρά από μετασχηματισμούς (Eiben and Smith, 2003; Reeves and Rowe, 2003). Οι Γ.Α. χρησιμοποιούν ορολογία δανεισμένη από το χώρο της Φυσικής Γενετικής. Αναφέρονται σε άτομα (individuals) ή γενότυπους (genotypes) μέσα σε ένα πληθυσμό. Κάθε άτομο ή γενότυπος αποτελείται από χρωμοσώματα (chromosomes). Οι Γ.Α. αναφέρονται συνήθως σε άτομα με ένα μόνο χρωμόσωμα. Τα χρωμοσώματα αποτελούνται από γονίδια (genes) που είναι διατεταγμένα σε γραμμική ακολουθία και κάθε γονίδιο επηρεάζει την κληρονομικότητα ενός ή περισσότερων χαρακτηριστικών (Μακρόπουλος Χ., Ευστρατιάδης Α., 2011).

Οι Γ.Α. διατηρούν έναν πληθυσμό πιθανών λύσεων του προβλήματος πάνω στο οποίο δουλεύουν, σε αντίθεση με άλλες μεθόδους που επεξεργάζονται ένα μόνο σημείο του διαστήματος αναζήτησης. Έτσι, ένας Γ.Α. πραγματοποιεί αναζήτηση σε πολλές κατευθύνσεις και υποστηρίζει καταγραφή και ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ αυτών των κατευθύνσεων. Ο πληθυσμός υφίσταται μια προσομοιωμένη γενετική εξέλιξη. Σε κάθε γενιά, οι σχετικά “καλές” λύσεις αναπαράγονται, ενώ οι σχετικά “κακές”

απομακρύνονται. Ο διαχωρισμός και η αποτίμηση των διαφόρων λύσεων γίνεται με την βοήθεια μιας αντικειμενικής συνάρτησης (fitness measure), η οποία παίζει το ρόλο του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο εξελίσσεται ο πληθυσμός.

Η δομή ενός απλού Γ.Α. έχει ως εξής: Κατά την διάρκεια της γενιάς  $t$ , ο Γ.Α. διατηρεί ένα πληθυσμό  $\Pi$  από  $n$  πιθανές λύσεις (άτομα). Κάθε άτομο αποτιμάται και δίνει ένα μέτρο της καταλληλότητας και ορθότητας του. Αφού ολοκληρωθεί η αποτίμηση όλων των μελών του πληθυσμού, δημιουργείται ένας νέος πληθυσμός  $\Pi'$  που προκύπτει από την επιλογή των πιο κατάλληλων στοιχείων του πληθυσμού της προηγούμενης γενιάς. Μερικά μέλη από τον καινούριο αυτό πληθυσμό υφίστανται αλλαγές με την βοήθεια των γενετικών διαδικασιών της διασταύρωσης και της μετάλλαξης σχηματίζοντας νέες πιθανές λύσεις. Ο τελεστής της διασταύρωσης συνδυάζει τα στοιχεία δυο χρωμοσωμάτων γονέων για να δημιουργήσει δυο νέους απογόνους ανταλλάσσοντας αντίστοιχα κομμάτια από τους γονείς, ενώ ο τελεστής της μετάλλαξης αλλάζει αυθαίρετα ένα ή περισσότερα γονίδια ενός συγκεκριμένου χρωμοσώματος.



Σχήμα 3.1: Λειτουργία Γενετικού Αλγόριθμου (Πηγή: Φ.Κόκκορας,2008)



Σύμφωνα με τα παραπάνω η δομή ενός Γ.Α. για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα πρέπει να αποτελείται από τα παρακάτω πέντε τμήματα:

1. Μια γενετική αναπαράσταση των πιθανών λύσεων του προβλήματος
2. Έναν τρόπο δημιουργίας ενός αρχικού πληθυσμού από πιθανές λύσεις
3. Μια αντικειμενική συνάρτηση αξιολόγησης των μελών του πληθυσμού, που παίζει το ρόλο του περιβάλλοντος
4. Γενετικούς τελεστές για τη δημιουργία νέων μελών (λύσεων)
5. Τιμές για τις διάφορες παραμέτρους που χρησιμοποιεί ο Γ.Α. (μέγεθος πληθυσμού, πιθανότητες εφαρμογής των γενετικών τελεστών κλπ)

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται ο βασικός εξελικτικός κύκλος (επιλογή, ανασυνδυασμός, μετάλλαξη και επιβίωση) του γενετικού αλγόριθμου ο οποίος συνεχίζεται μέχρι την ικανοποίηση κάποιου κριτηρίου τερματισμού:

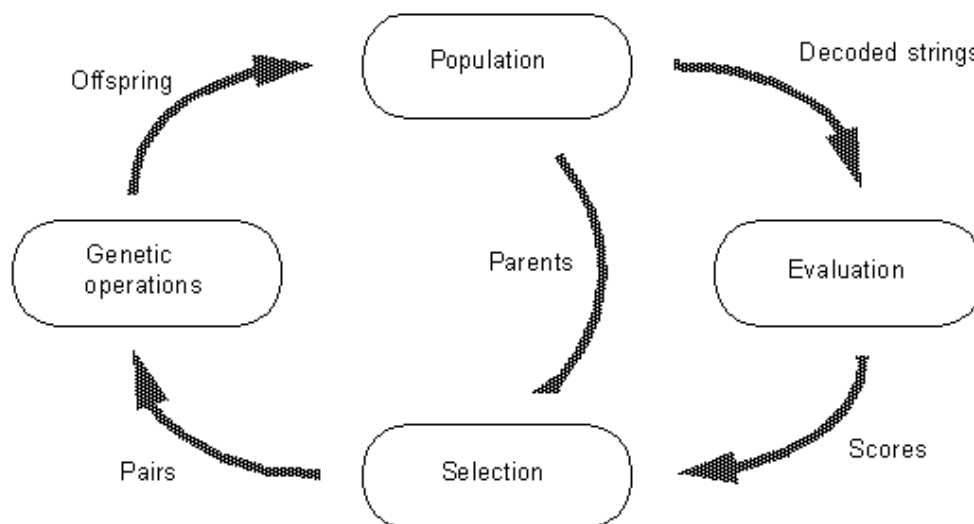


Figure 5.2: The “reproduction” cycle.

Σχήμα 3.2: Βασικός εξελικτικός κύκλος γενετικού αλγόριθμου (Πηγή: Μακρόπουλος και Ευστρατιάδης, 2011)

Σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα, οι τέσσερις φάσεις λειτουργίας του γενετικού αλγόριθμου είναι οι εξής:

- Δημιουργία ενός πληθυσμού λύσεων
- Εξέλιξη κάθε λύσης
- Επιλογή των καλύτερων λύσεων
- Γενετικές διαδικασίες και δημιουργία της νέας γενιάς πιθανών λύσεων

### 3.2.2 Πλεονεκτήματα των Γενετικών Αλγορίθμων

Μερικά από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα που έχει η χρήση Γ.Α. για την επίλυση προβλημάτων είναι τα εξής (Μακρόπουλος Χ., Ευστρατιάδης Α., 2011):

1. Μπορούν να επιλύουν δύσκολα προβλήματα γρήγορα και αξιόπιστα.  
Η μεγάλη αποδοτικότητα των Γ.Α. είναι ένας από τους σημαντικότερους λόγους χρησιμοποίησής τους. Τόσο η θεωρία, όσο και η πράξη έχουν δείξει ότι προβλήματα με δύσκολες και πολλές προσδιορισμένες λύσεις μπορούν να αντιμετωπιστούν καλύτερα από Γ.Α.
2. Μπορούν εύκολα να συνεργαστούν με τα υπάρχοντα μοντέλα και συστήματα. Οι Γ.Α. μπορούν να προσθέτονται εύκολα σε μοντέλα που ήδη χρησιμοποιούνται χωρίς να απαιτούν την επανασχεδίασή τους. Επιπλέον, συνεργάζονται με τους υπάρχοντες κώδικες. Αυτό συμβαίνει γιατί χρησιμοποιούν μόνο πληροφορίες της διαδικασίας ή συνάρτησης που πρόκειται να βελτιστοποιήσουν, χωρίς να ενδιαφέρει άμεσα ο ρόλος της μέσα στο σύστημα ή η όλη δομή του συστήματος.
3. Είναι εύκολα επεκτάσιμοι και εξελίξιμοι. Οι Γ.Α. δεν αντιστέκονται σε αλλαγές, επεκτάσεις και μεταλλάξεις, ανάλογα με την κρίση του σχεδιαστή.
4. Μπορούν να συμμετέχουν σε υβριδικές μορφές με άλλες μεθόδους. Αν η ισχύς των Γ.Α. είναι μεγάλη, σε μερικές ειδικές περιπτώσεις προβλημάτων υπάρχει η δυνατότητα χρησιμοποίησης ενός υβριδικού σχήματος Γ.Α. με άλλη μέθοδο. Αυτό συμβαίνει λόγω της μεγάλης ευελιξίας που έχουν οι Γ.Α.

5. Εφαρμόζονται σε πολύ περισσότερα πεδία από κάθε άλλη μέθοδο. Το χαρακτηριστικό που τους εξασφαλίζει αυτό το πλεονέκτημα είναι η ελευθερία επιλογής των κριτηρίων που καθορίζουν την επιλογή μέσα στο τεχνικό περιβάλλον.
6. Δεν απαιτούν περιορισμούς στις συναρτήσεις που επεξεργάζονται. Ο σημαντικότερος λόγος που καθιστά τις άλλες μεθόδους δύσκαμπτες και ακατάλληλες είναι η απαίτηση τους για ύπαρξη περιορισμών, όπως ύπαρξης παραγώγων, συνέχεια κ.α.
7. Δεν ενδιαφέρει η σημασία της υπό εξέταση πληροφορίας. Η μόνη επικοινωνία του Γ.Α. με το περιβάλλον του είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Αυτό εγγυάται την επιτυχία του ανεξάρτητα από την σημασία του προβλήματος.
8. Έχουν από την φύση τους το στοιχείο του παραλληλισμού. Γίνεται επεξεργασία μεγάλων ποσοτήτων πληροφοριών από τους Γ.Α. καθώς κάθε άτομο είναι αντιπρόσωπος πολλών άλλων. Έχει υπολογιστεί ότι 10 άτομα αντιπροσωπεύουν περίπου 1000. Είναι λοιπόν προφανές ότι μπορούν να καλύψουν με αποδοτικό ψάξιμο μεγάλους χώρους σε μικρούς χρόνους.
9. Είναι μια μέθοδος που κάνει ταυτόχρονα εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης και εκμετάλλευση της ήδη επεξεργασμένης πληροφορίας. Ο συνδυασμός αυτός σπάνια συναντάται σε άλλη μέθοδο. Οι Γ.Α. επιτυγχάνουν το βέλτιστο συνδυασμό εξερεύνησης και εκμετάλλευσης, γεγονός που τους κάνει ιδιαίτερα αποδοτικούς και ελκυστικούς.
10. Επιδέχονται παράλληλη υλοποίηση. Οι Γ.Α. μπορούν να εκμεταλλευτούν τα πλεονεκτήματα των παράλληλων μηχανών, αφού λόγω της φύσης τους, εύκολα μπορούν να δεχτούν παράλληλη υλοποίηση.

Όπως αναφέρθηκε, οι Γ.Α. πλεονεκτούν αισθητά στη λύση προβλημάτων αναζήτησης και βελτιστοποίησης από τις άλλες μεθόδους. Αυτό συμβαίνει, διότι διαφέρουν θεμελιωδώς από αυτές. Τα κυριότερα χαρακτηριστικά που τους διαφοροποιούν είναι τα εξής:

1. Δουλεύουν με μια κωδικοποίηση του συνόλου τιμών που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές και όχι με τις ίδιες τις μεταβλητές τους προβλήματος.
2. Κάνουν αναζήτηση σε πολλά σημεία ταυτόχρονα και όχι μόνο σε ένα.
3. Χρησιμοποιούν μόνο την αντικειμενική συνάρτηση και καμία επιπρόσθετη πληροφορία.
4. Χρησιμοποιούν πιθανοθεωρητικούς κανόνες μετάβασης και όχι ντετερμινιστικούς.

### 3.2.3 Βασικά βήματα επίλυσης προβλημάτων με χρήση Γενετικού Αλγόριθμου

Τα βασικά βήματα του απλού Γ.Α. για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι τα ακόλουθα:

- Κωδικοποίηση
- Συνάρτηση καταλληλότητας
- Αρχικοποίηση
- Μηχανισμός επιλογής γονέων
- Διαδικασία αναπαραγωγής
- Μετάλλαξη
- Ορισμός του πληθυσμού της επόμενης γενιάς

Στη συνέχεια θα γίνει αναλυτικότερη περιγραφή των βημάτων του αλγόριθμου.

#### Κωδικοποίηση

Στην κλασική προσέγγιση των Γ.Α., κάθε υποψήφια λύση αναπαριστάται με μία συμβολοσειρά (string) ενός πεπερασμένου αλφάβητου. Συνήθως χρησιμοποιείται το δυαδικό αλφάβητο, οπότε οι συμβολοσειρές ονομάζονται και δυαδικές συμβολοσειρές (bit strings). Στα περισσότερα προβλήματα οι λύσεις περιγράφονται με μεταβλητές διαφόρων τύπων δεδομένων. Επομένως η διαδικασία της κωδικοποίησης περιλαμβάνει τη μετατροπή των τιμών αυτών των μεταβλητών σε αντίστοιχες δυαδικές. Η συμβολοσειρά συνήθως αναφέρεται ως χρωμόσωμα και τα επιμέρους τμήματα της που κωδικοποιούν κάποιο χαρακτηριστικό είναι τα γονίδια.

### Συνάρτηση Καταλληλότητας

Δέχεται ως είσοδο ένα χρωμόσωμα και επιστρέφει έναν αριθμό που υποδηλώνει το πόσο κατάλληλο είναι. Η αξιολόγηση αυτή χρησιμοποιείται είτε από τη συνθήκη τερματισμού ή από τη διαδικασία της πιθανοκρατικής επιλογής τους για να συμπεριληφθούν ( ή όχι) στον πληθυσμό της επόμενης γενιάς.

### Αρχικοποίηση

Στη φάση της αρχικοποίησης δημιουργείται ένας αρχικός πληθυσμός από δυνατές λύσεις. Αυτό γίνεται παράγοντας τυχαία δυαδικά ψηφία. Το μέγεθος του πληθυσμού πρέπει να είναι επαρκώς μεγάλο και παραμένει σταθερό καθ'όλη τη διάρκεια λειτουργίας του Γ.Α.

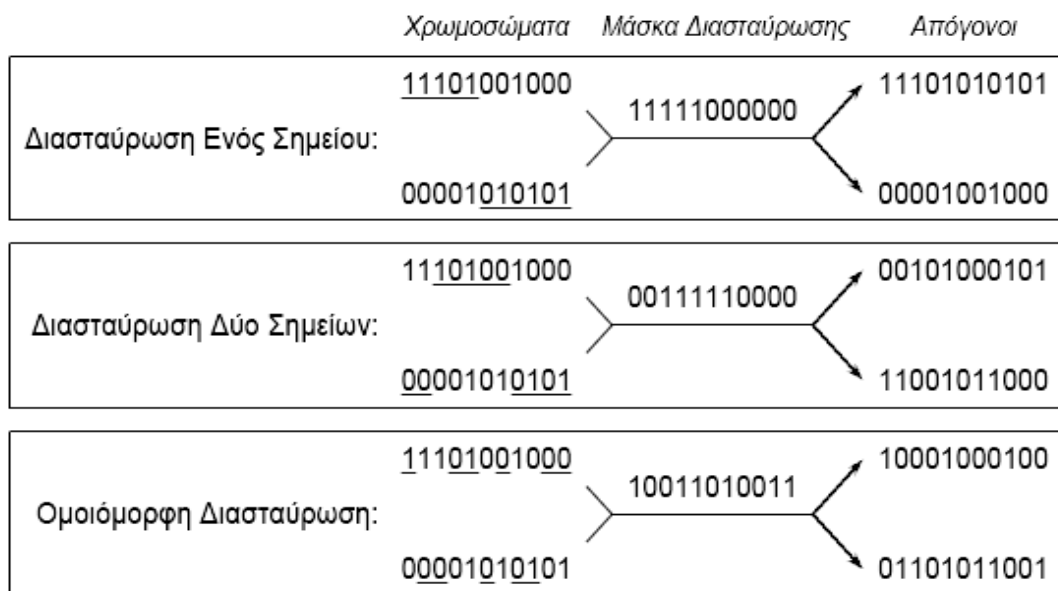
### Μηχανισμός Επιλογής Γονέων

Ζητάει τα περισσότερο ποιοτικά άτομα να έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης (άρα και αναπαραγωγής) από τα λιγότερο ποιοτικά. Αυτό μιμείται τη Θεωρία της Εξέλιξης. Θεωρείται ότι η ποιότητα τους οφείλεται στο “ γενετικό” τους υλικό επομένως στόχος είναι στοιχεία αυτού του υλικού να περάσουν στις επόμενες γενιές με μεγαλύτερη συχνότητα. Τα αδύναμα άτομα συμμετέχουν με μικρότερη συχνότητα. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί μηχανισμοί ο πιο διαδεδομένος είναι η Τεχνική της Ρουλέτας. Σύμφωνα με αυτή τη Τεχνική παράγεται το άθροισμα  $S$  όλων των τιμών αξιολόγησης των υποψηφίων λύσεων. Επιλέγεται ένας τυχαίος αριθμός  $n$ , από το  $0$  μέχρι το  $S$ , χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση ομοιόμορφης κατανομής για τη δημιουργία των τυχαίων αριθμών. Εξετάζεται επαναληπτικά κάθε υποψήφια λύση και η τιμή του αριθμού προστίθενται σε έναν καταχωρητή  $K$ . Αν η τιμή του  $K$  είναι μεγαλύτερη ή ίση του  $n$ , η λύση επιλέγεται και ο  $K$  μηδενίζεται. Στην αντίθετη περίπτωση επιστρέφει στο προηγούμενο βήμα. Αν δεν έχει επιλεγεί ικανοποιητικός αριθμός υποψηφίων λύσεων επιλέγεται ένας καινούριος τυχαίος αριθμός (βήμα 2) αλλιώς ο αλγόριθμος τερματίζει.

Αναπαραγωγή / Ανασυνδυασμός

Έχοντας δημιουργήσει τον πληθυσμό που θα συμμετάσχει στην αναπαραγωγική διαδικασία επιλέγονται από αυτόν τυχαία ζευγάρια και εφαρμόζονται τεχνικές αναπαραγωγής. Υπάρχουν πολλές τεχνικές. Το ποια θα επιλεγεί εξαρτάται από τον τρόπο περιγραφής που έχει υιοθετηθεί αρχικά. Οι βασικότερες είναι οι δυαδικές και permutation αναπαραστάσεις.

Στη διαδικασία της αναπαραγωγής εμπλέκονται ένα σύνολο από τελεστές οι οποίοι αντιστοιχούν σε διαδικασίες της βιολογικής εξέλιξης. Οι πιο συνηθισμένοι τελεστές είναι οι εξής: Διασταύρωση ενός σημείου, δύο σημείων και Ομοιόμορφη Διασταύρωση.

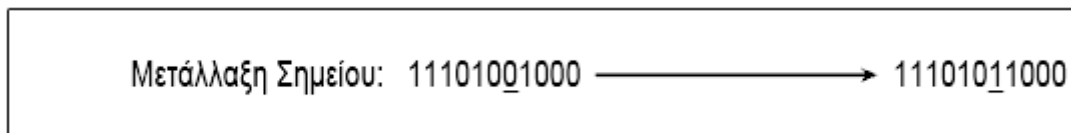


**Σχήμα 3.3: Τελεστές Αναπαραγωγής (Πηγή: Τεχνητή Νοημοσύνη Β' Έκδοση, Ι. Βλαχάβας, Π. Κεφαλάς, Ν. Βασιλειάδης, Φ. Κόκκορας, Η. Σακελλαρίου)**

Μετάλλαξη

Η μετάλλαξη επιλέγει με τυχαίο τρόπο γονίδια από τα χρωμοσώματα των μελών του πληθυσμού και μεταβάλλει την τιμή τους. Πιο συγκεκριμένα, κατά τη γενετική

αναπαράσταση με δυαδικό σύστημα, επιλέγονται ορισμένα δυαδικά ψηφία του πληθυσμού με μικρή πιθανότητα, η οποία συνήθως δε ξεπερνάει το 1%, και αντιστρέφονται, γίνεται δηλαδή μετατροπή του 0 σε 1 και αντίστροφα. Η διαδικασία της μετάλλαξης είναι απαραίτητη καθώς εξασφαλίζει την ύπαρξη μιας μόνιμης κατάστασης σε κάποια θέση, λειτουργώντας έτσι υποστηρικτικά.



**Σχήμα 3.4:** Τελεστής μετάλλαξης (Πηγή: Τεχνητή Νοημοσύνη Β' Έκδοση, Ι. Βλαχάβας, Π. Κεφαλάς, Ν. Βασιλειάδης, Φ. Κόκκορας, Η. Σακελλαρίου)

#### Ορισμός του Πληθυσμού της Επόμενης Γενιάς

Βασικό ζητούμενο είναι ο καθορισμός των ατόμων που θα αποτελέσουν την επόμενη γενιά. Δύο διαδεδομένοι τρόποι είναι με βάση την ηλικία και με βάση την ποιότητα. Επιπλέον, ένας άλλος τρόπος είναι να κρατηθεί το “καλύτερο” άτομο σύμφωνα με τον Ελιτισμό-Elitism όπου η καλύτερη λύση μεταφέρεται απευθείας στην επόμενη γενιά ώστε κατ' ελάχιστο να μη χειροτερεύει η ήδη υπάρχουσα καλύτερη λύση (άτομο).

### **3.3 Λόγοι επιλογής των Γενετικών Αλγορίθμων ως τεχνική επίλυσης του προβλήματος δρομολόγησης**

Οι κύριοι λόγοι για τους οποίους επιλέχθηκε η μέθοδος των Γενετικών Αλγορίθμων στην παρούσα εργασία είναι η μεγάλη πολυπλοκότητα που παρουσιάζει το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) (Lenstra and Kan, 1981) καθώς και η ευρεία εφαρμογή των Γ.Α. στην επίλυση αυτού με τον περιορισμό των χρονοπαραθύρων (Braysy et al., 2004). Επιπροσθέτως, η ανάγκη για υψηλής ποιότητας επίλυση σε αποδεκτό υπολογιστικό χρόνο ( Jih and Hsu, 2013) και η μη ντετερμινιστική φύση

του μοντέλου (Saita and Youssef, 1999) συνετέλεσαν στην επιλογή της συγκεκριμένης τεχνικής.

### **3.4 Επίλυση Γενετικού Αλγορίθμου – Λογισμικό Evolver**

Για την επίλυση του γενετικού αλγορίθμου που διαμορφώνεται στο υπό εξέταση πρόβλημα, θα χρησιμοποιηθεί το λογισμικό Evolver 5.5. το οποίο αποτελεί το γρηγορότερο και πιο εξελιγμένο εμπορικό εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, βασισμένο στους γενετικούς αλγόριθμους. Το λογισμικό Evolver 5.5. αναπτύχθηκε από την εταιρεία Palisade Corp και είναι ένα πρόσθετο εργαλείο στο Microsoft Excel. Όπως έχει δείξει τόσο η θεωρία όσο και η πράξη το Evolver μπορεί να βρει λύση σε προβλήματα που θεωρούνται “άλυτα” κατά τη γραμμική και μη γραμμική βελτιστοποίηση. Χρησιμοποιεί καινοτόμες τεχνολογίες γενετικών αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης σε εύρος εφαρμογών όπως σε χρηματοοικονομικές αναλύσεις, κατανομή πόρων, προϋπολογισμό μηχανολογικών μελετών κλπ. Σχεδόν οποιοδήποτε πρόβλημα μπορεί να εκφρασθεί στο Excel και εν συνεχεία να λυθεί από το Evolver βρίσκοντας την γενικότερη βέλτιστη λύση.

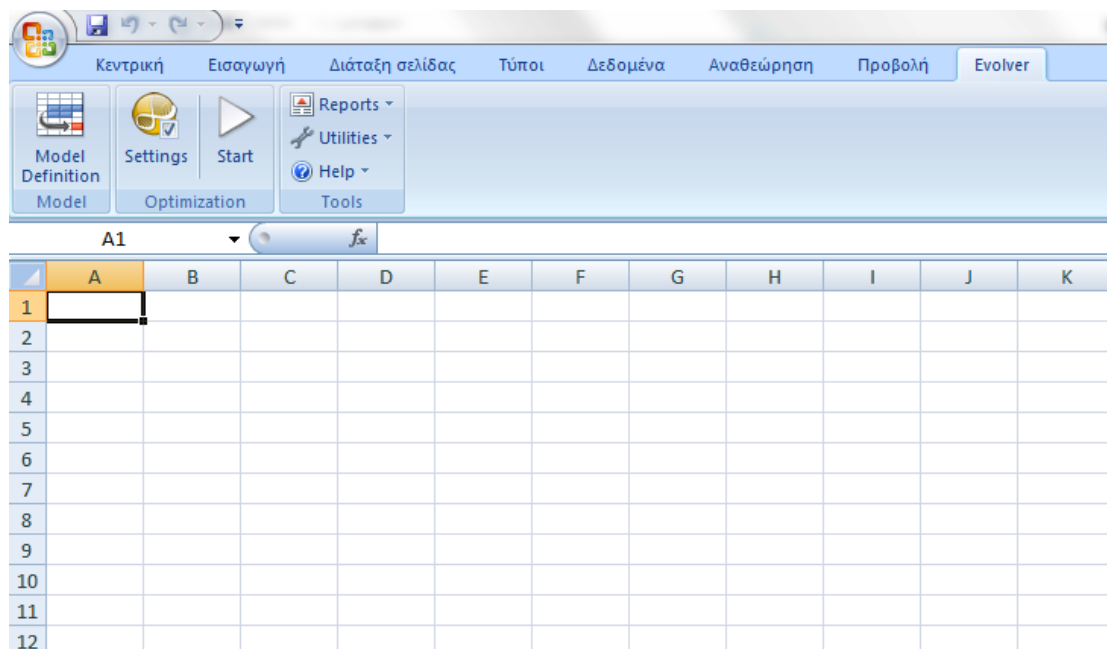
Πιο συγκεκριμένα, η μοντελοποίηση του εν λόγω προβλήματος δρομολόγησης γίνεται με το λογισμικό Excel© το οποίο παρέχει τους τύπους, τα γραφήματα και τις συναρτήσεις. Η επίλυση του προτύπου γίνεται με το Evolver© το οποίο παρέχει το περιβάλλον για να περιγραφεί η αβεβαιότητα του μοντέλου και να προσδιοριστεί ο στόχος (δηλαδή η ποσότητα που πρέπει να βελτιστοποιηθεί) καθώς και τους μηχανισμούς για να επιτευχθεί ο στόχος αυτός. Συνεπώς, το σημαντικότερο στάδιο της διαδικασίας επίλυσης αφορά στη διαμόρφωση του μοντέλου μέσω του Excel© ενώ η χρήση του Evolver© και ο προσδιορισμός της βέλτιστης λύσης αποτελεί μια απλή διαδικασία.





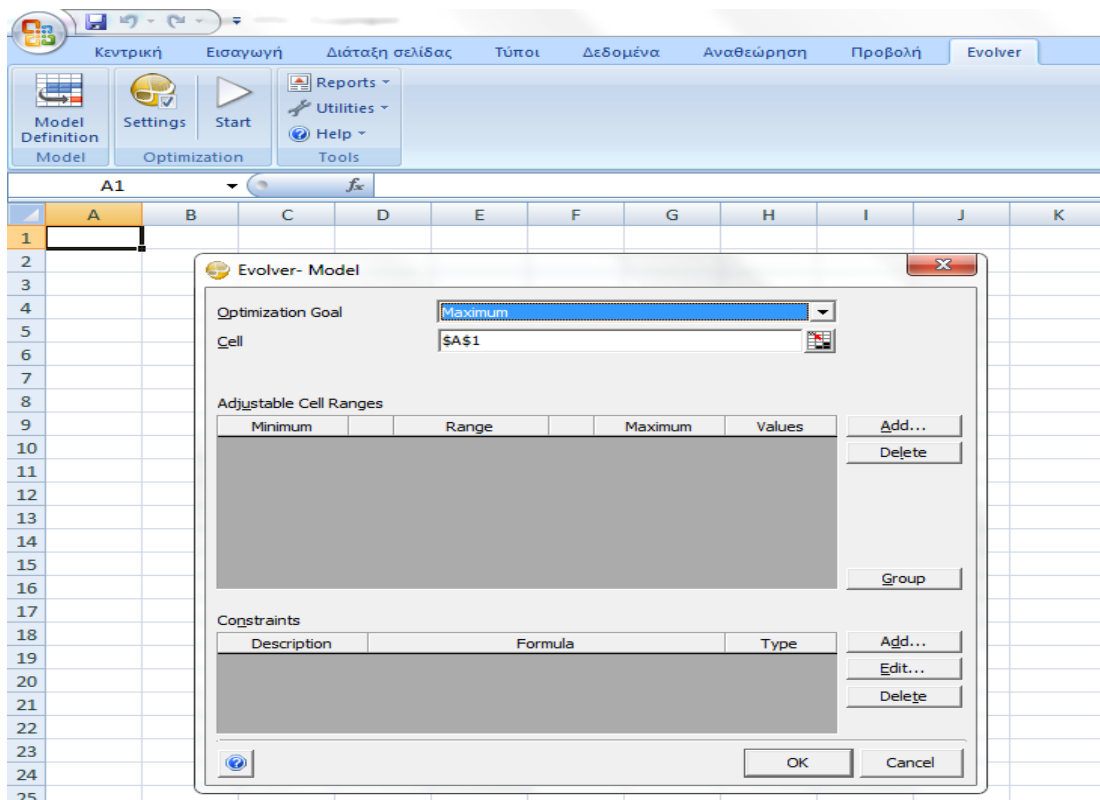
Το Evolver αποτελεί μια επιπλέον γραμμή εργαλείων στην ήδη υπάρχουσα δομή του Excel. Όταν το Evolver έχει εγκατασταθεί εμφανίζεται το μενού επιλογών του το οποίο αποτελείται από τα εξής:

- Τη δυνατότητα καθορισμού του μοντέλου (model definition)
- Τις ρυθμίσεις (settings)
- Το κουμπί εκκίνησης της διαδικασίας επίλυσης (start)
- Άλλες επιλογές όπως η εμφάνιση των αναφορών (reports) ή άλλες τεχνικές ρύθμισης (utilities)



Σχήμα 3.4.1: Μενού Επιλογών Evolver

Μέσω του **model definition** μπορούν οι χρήστες να περιγράψουν το πρόβλημα με έναν απλό και άμεσο τρόπο. Έτσι, όταν επιλεγεί αυτό το κουμπί εμφανίζεται στην οθόνη το ακόλουθο παράθυρο διαλόγου:



Σχήμα 3.4.2: Model Definition

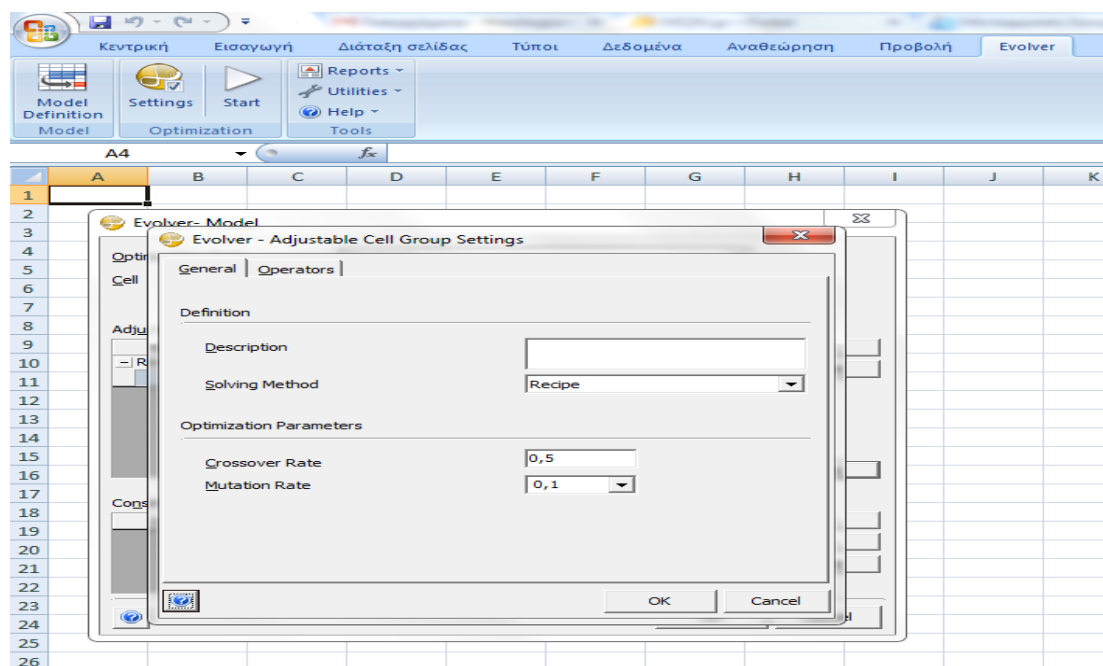
Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα το παράθυρο διαλόγου εμφανίζει τις εξής επιλογές:

- **Optimization Goal (Στόχος Βελτιστοποίησης):** Σε αυτό το κελί επιλέγεται ο στόχος τον οποίο πρέπει να αναζητήσει και να επιτύχει το Evolver. Οι επιλογές είναι Maximum, Minimum και Target Value. Στην παρούσα εργασία θα ζητηθεί ελαχιστοποίηση (Minimum) της συνολικής απόστασης διαδρομής.
- **Cell (Κελί):** Το κελί ή κελί προορισμού περιέχει την έξοδο (το αποτέλεσμα) του μοντέλου. Για κάθε λύση που παράγει το Evolver δημιουργείται μια τιμή για αυτό το κελί. Για το γενετικό αλγόριθμο του προβλήματος, το κελί προορισμού συνδέεται με τα μεταβλητά κελιά μέσω μακροεντολών VBA (Visual Basic for Applications) που έχουν δημιουργηθεί για αυτό το σκοπό. Καθώς το Evolver αναζητά μια μοναδική λύση, χρησιμοποιεί την τιμή του κελιού προορισμού ως εκτίμηση για να αξιολογήσει πόσο καλό είναι κάθε

πιθανό σενάριο και να καθορίσει ποιες τιμές των μεταβλητών θα πρέπει να συνεχίσει να διασταυρώνει και ποιες να απορρίψει.

- **Adjustable Cell Ranges (Εύρος ρυθμιζόμενων κελιών):** Το παράθυρο αυτό, εμφανίζει κάθε περιοχή που περιέχει τα κελιά ή τις τιμές που το Evolver μπορεί να ρυθμίσει, σε συνδυασμό με την περιγραφή που έχει εισαχθεί σε αυτά τα κελιά. Πιο συγκεκριμένα, καθορίζονται οι ομάδες των κελιών που σύμφωνα με το χρήστη, πρέπει το πρόγραμμα να ρυθμίζει κατά τη διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης λύσης. Ένα ή περισσότερα σύνολα κελιών μπορούν να εισαχθούν στο πεδίο της ρυθμιζόμενης ομάδας κελιών, τα οποία όμως χαρακτηρίζονται από κοινή μέθοδο, κοινό ποσοστό διασταύρωσης και κοινό ρυθμό μετάλλαξης. Η προσθήκη αυτών των κελιών μπορεί να γίνει μέσω της επιλογής **Add** (Προσθήκη) που βρίσκεται δίπλα στη λίστα Adjustable Cell Ranges. Στη συνέχεια, αφού έχει προσδιοριστεί η θέση των ρυθμιζόμενων κελιών οι **Maximum** και **Minimum** καταχωρήσεις ορίζουν το εύρος των αποδεκτών τιμών για κάθε ρυθμιζόμενο κελί. Εξ ορισμού, κάθε ρυθμιζόμενο κελί παίρνει έναν πραγματικό αριθμό με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων με τιμές μεταξύ  $-\infty$  και  $+\infty$ . Η αναφορά του κελιού που θα ρυθμιστεί κάθε φορά γίνεται στο πεδίο **Range**. Αυτό μπορεί να γίνει είτε βρίσκοντας το κελί αυτό με το ποντίκι στη σελίδα του Excel είτε πατώντας απευθείας την ονομασία του κελιού. Τέλος, το πεδίο **Values** επιτρέπει να ορίζεται, όταν χρειάζεται, στο Evolver να αντιμετωπίζει όλες τις μεταβλητές ως ακέραιους αριθμούς και όχι ως πραγματικούς. Αυτή η επιλογή είναι διαθέσιμη μόνο όταν χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι επίλυσης “recipe” και “budget”. Η προεπιλογή είναι να αντιμετωπίζουν τις μεταβλητές ως πραγματικούς αριθμούς.
- **Group (Ομάδα):** Η επιλογή αυτή είναι μια από τις σημαντικότερες, καθώς γίνονται κάποιες βασικές ρυθμίσεις για το σύνολο των κελιών του προηγούμενου πεδίου. Αρχικά πρέπει να επιλεγεί η **μέθοδος επίλυσης (solving method)**. Υπάρχουν οι εξής 6 μέθοδοι: Recipe solving method, Order Solving method, grouping solving method, budget solving method, project solving method, schedule solving method. Κάθε μέθοδος επίλυσης είναι, στην ουσία, ένας εντελώς διαφορετικός γενετικός αλγόριθμος με τους δικούς του τρόπους επιλογής, διασταύρωσης και μετάλλαξης. Κάθε μέθοδος επίλυσης, χειρίζεται τις τιμές των μεταβλητών με έναν διαφορετικό τρόπο. Για τον αλγόριθμο που επιλέγεται σε αυτή την εργασία, επιλέγεται η μέθοδος order,

της οποίας αντικείμενο αποτελεί η εναλλαγή των στοιχείων μιας λίστας ώστε να επιτευχθεί ο σκοπός που έχει τεθεί. Τη λίστα αυτή αποτελούν τα κελιά που αντικατοπτρίζουν τους κόμβους του δικτύου μέσω ενός κωδικού αριθμού, ενώ ο σκοπός που έχει τεθεί είναι η ελαχιστοποίηση του fitness value.

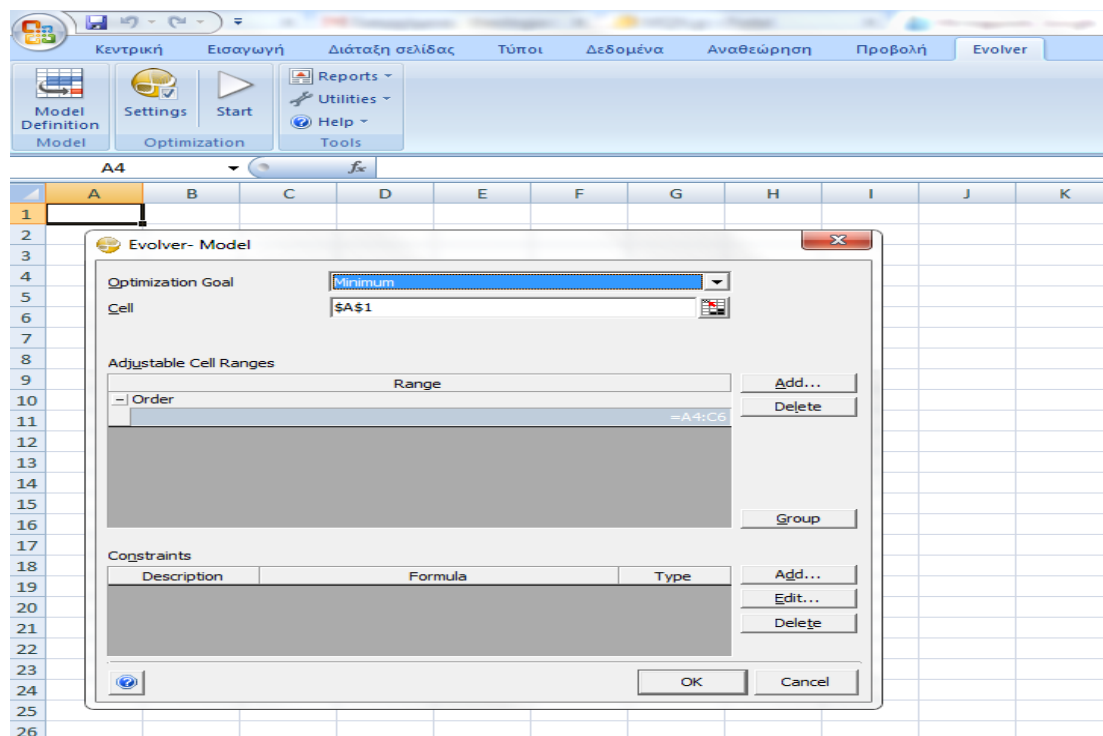


Σχήμα 3.4.3: Group Settings

Εκτός από την επιλογή της μεθόδου επίλυσης στο παράθυρο Group Settings υπάρχουν ακόμα δύο σημαντικά πεδία: ο **βαθμός διασταύρωσης (crossover rate)** και ο **βαθμός μετάλλαξης (mutation rate)**. Ο βαθμός διασταύρωσης κυμαίνεται μεταξύ 0,01 και 1,00 και αντανακλά την πιθανότητα μελλοντικά σενάρια ή “οργανισμοί” να περιέχουν ένα μείγμα πληροφοριών από την προηγούμενη γενιά του γονικού οργανισμού (ατόμων- λύσεων). Ένα ποσοστό της τάξης του 0,5 σημαίνει ότι ένας απόγονος θα περιέχει περίπου 50% των τιμών των γονιδίων του από τον ένα γονέα και τις υπόλοιπες τιμές από τον άλλο γονέα. Το ποσοστό αυτό μπορεί να αλλάξει από έμπειρους χρήστες του Evolver για σύνθετα προβλήματα. Ο ρυθμός μετάλλαξης μπορεί να ρυθμιστεί μεταξύ 0,0 και 1,0 και αντανακλά την πιθανότητα μελλοντικά σενάρια να περιέχουν κάποιες τυχαίες τιμές. Ένα υψηλότερο ποσοστό μετάλλαξης απλά σημαίνει ότι περισσότερες μεταλλάξεις ή τυχαίες γονιδιακές τιμές θα εισαχθούν εντός του πληθυσμού. Επειδή η μετάλλαξη συμβαίνει μετά την

διασταύρωση, η ρύθμιση του ρυθμού μετάλλαξης σε 1 (100% τυχαίες τιμές) θα εμποδίσει αποτελεσματικά την διασταύρωση να έχει οποιαδήποτε επίδραση στα νέα άτομα και το Evolver θα δημιουργήσει τελείως τυχαία σενάρια.

Εφόσον έχουν ορισθεί όλα τα παραπάνω το παράθυρο διαλόγου του model definition παίρνει την ακόλουθη μορφή:

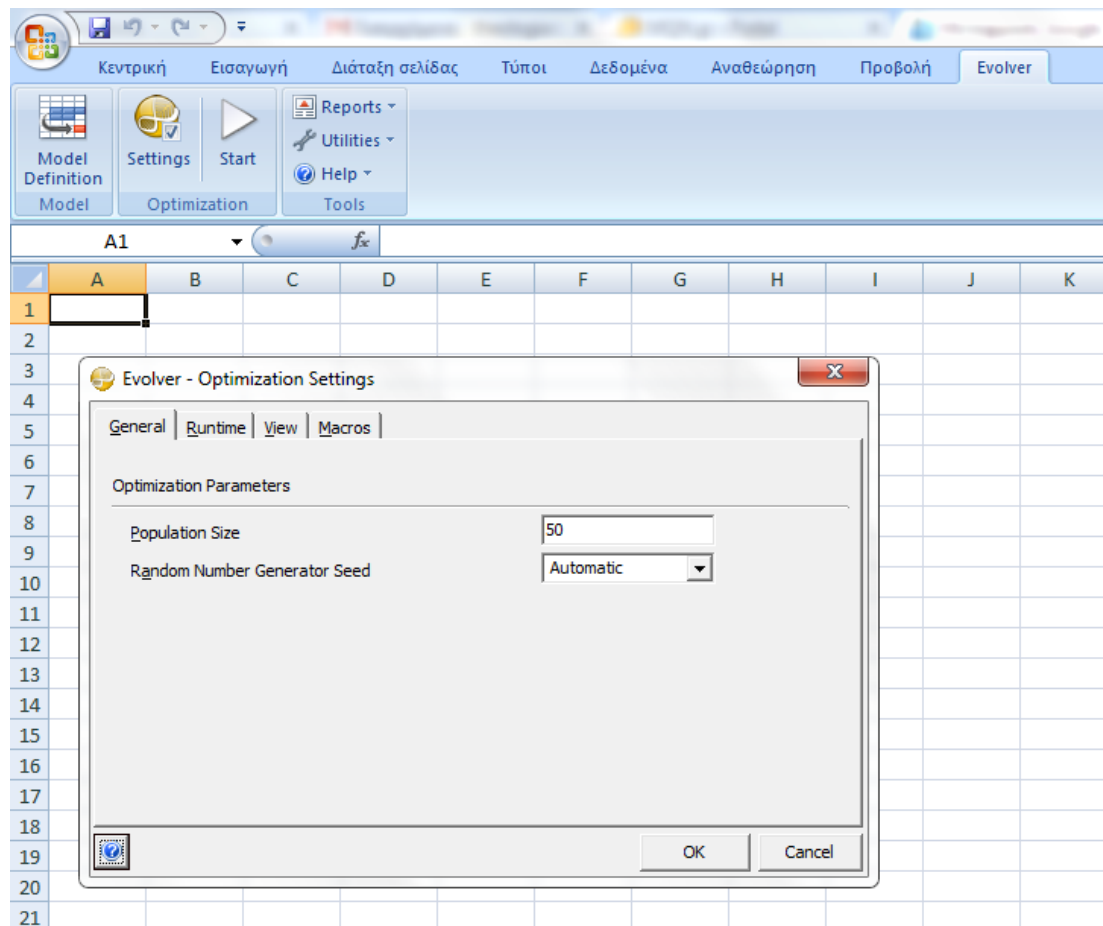


Σχήμα 3.4.4: Τελική μορφή στο παράθυρο διαλόγου

Όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα υπάρχει ένα τελευταίο πεδίο που ονομάζεται **πεδίο περιορισμών (constraints)**. Στο πεδίο αυτό δε συμπεριλαμβάνονται οι συνθήκες του προβλήματος, καθώς αυτές έχουν συμπεριληφθεί στις μακροεντολές που έχουν συνταχθεί.

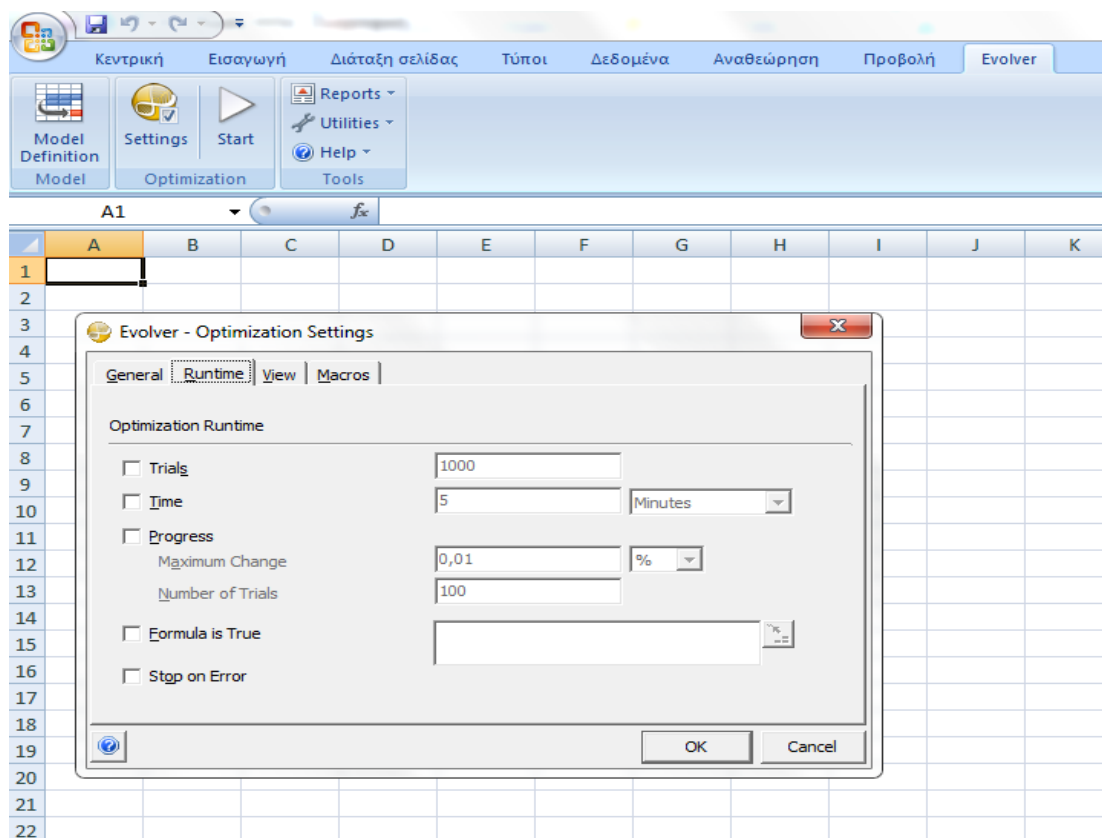
Γυρίζοντας στο κεντρικό μενού έχοντας ολοκληρώσει την διαδικασία που αναλύθηκε παραπάνω, μια επιπλέον δυνατότητα του λογισμικού αποτελούν οι **ρυθμίσεις (settings)**. Στην καρτέλα General μπορεί να επιλεγεί το μέγεθος του πληθυσμού από τον οποίο μπορεί να ξεκινήσει η Βελτιστοποίηση. Η Random Number Generator Seed επιλογή δίνει τη δυνατότητα να οριστεί η αρχική τιμή για τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών που χρησιμοποιείται στο Evolver. Αυτή η αρχική τιμή επιλέγεται συνήθως

αυτόματα από το λογισμικό, αλλά υπάρχει και η δυνατότητα χειροκίνητου καθορισμού.



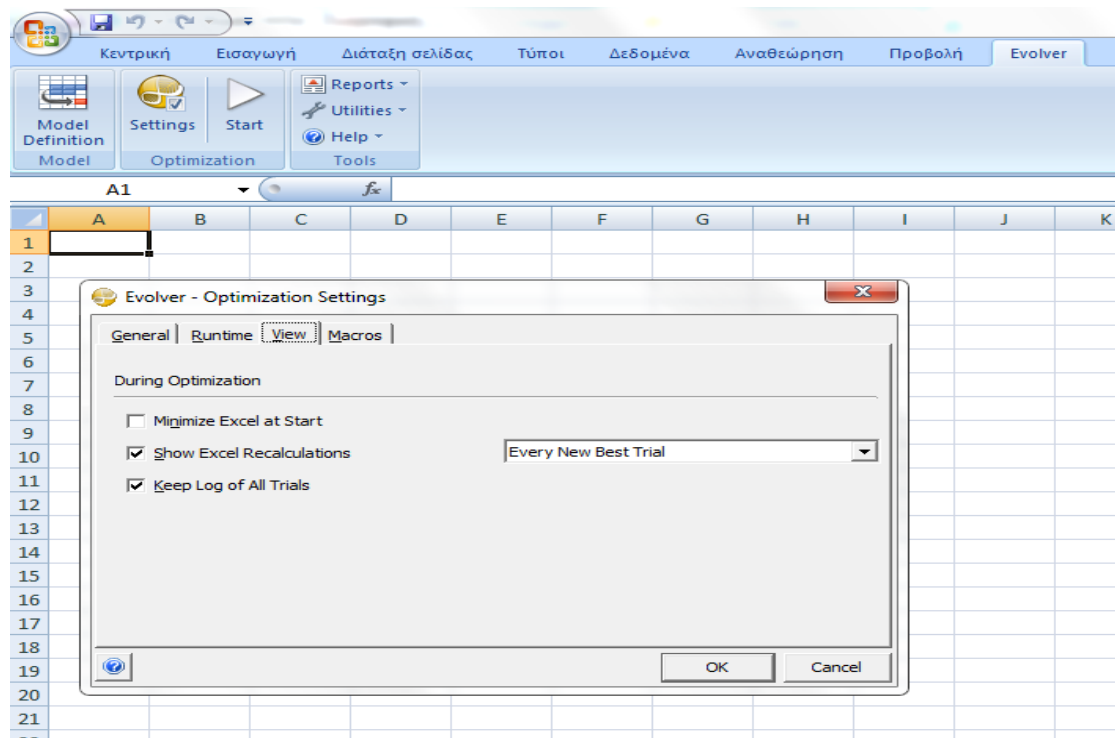
Σχήμα 3.4.5: Ρυθμίσεις Βελτιστοποίησης ( Optimization Settings)

Στο παραπάνω παράθυρο ρυθμίσεων εκτός από την καρτέλα General υπάρχουν τρεις ακόμα χρήσιμες καρτέλες. Η καρτέλα Runtime στην οποία υπάρχει η δυνατότητα καθορισμού του χρόνου της βελτιστοποίησης. Αυτό μπορεί να γίνει με τους ακόλουθους τρόπους: ορίζοντας μέγιστο αριθμό επαναλήψεων (trials), μέγιστο χρόνο εκτέλεσης (time), μέγιστη ποσοστιαία μεταβολή του κελιού-στόχου (progress). Επιπλέον, ορίζοντας διακοπή της βελτιστοποίησης κατά συνθήκη (formula is true) καθώς και σε περίπτωση λάθους (stop on error).

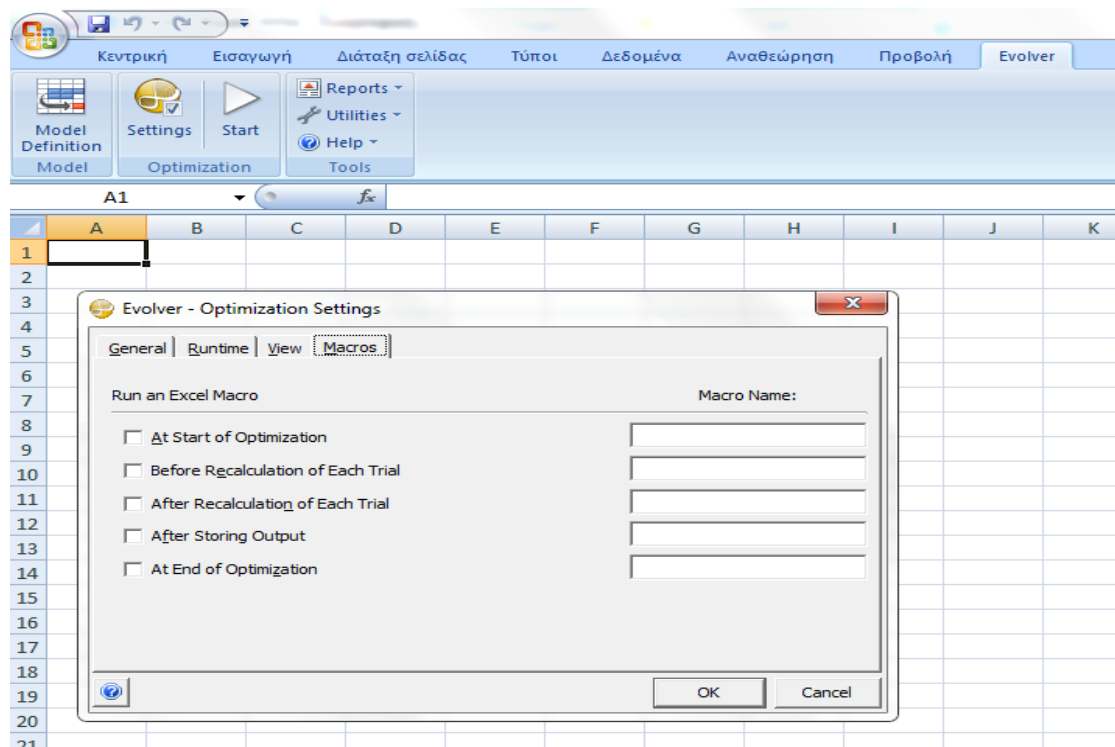


Σχήμα 3.4.6: Καρτέλα Runtime

Στη συνέχεια, στην καρτέλα View εμφανίζονται οι ρυθμίσεις ιδιοτήτων των εμφανιζόμενων επαναυπολογισμών και μπορούν είτε να ανανεώνονται τα κελιά με κάθε νέα βέλτιστη δοκιμή (every new best trial) είτε με κάθε δοκιμή (every trial). Τέλος, η καρτέλα Macros σχετίζεται με το πότε είναι επιθυμητό να εκτελεστούν οι μακροεντολές του προβλήματος.



Σχήμα 3.4.7: Καρτέλα View

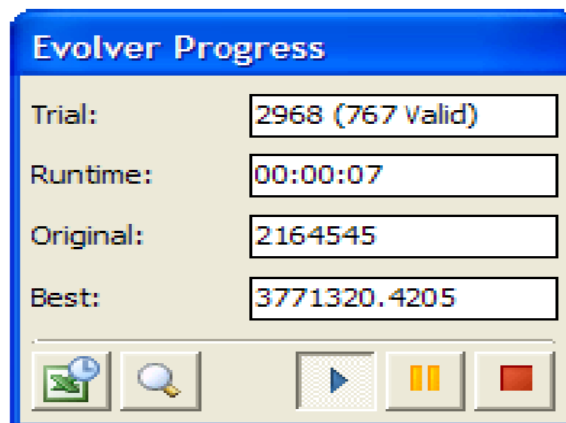


Σχήμα 3.4.8: Καρτέλα Macros



Έχοντας ολοκληρωθεί όλες οι παραπάνω ρυθμίσεις και έχουν οριστεί όλες οι αναγκαίες παράμετροι η διαδικασία της βελτιστοποίησης είναι έτοιμη να ξεκινήσει. Επιλέγοντας την εντολή **Start (έναρξη)** ξεκινάει η βελτιστοποίηση του ενεργού μοντέλου.

Μόλις το Evolver αρχίσει και τρέχει θα εμφανιστεί το ακόλουθο παράθυρο προόδου:



Σχήμα 3.4.9: Παράθυρο Προόδου

Στον παραπάνω πίνακα η ένδειξη trial αναφέρεται στον αριθμό της δοκιμής που κάθε στιγμή βρίσκεται η διαδικασία, η run time το χρόνο που έχει περάσει από την εκκίνηση της βελτιστοποίησης, η original την αρχική τιμή του κελιού-στόχου και η best τη βέλτιστη τιμή που έχει επιτευχθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή.

Έπειτα από την ολοκλήρωση του αλγορίθμου και εφόσον έχει ικανοποιηθεί κάποια από τις συνθήκες τερματισμού εμφανίζεται ως φύλλο εργασίας του Excel© αναφορά (optimization summary) με τις παραμέτρους που ορίστηκαν για τη βελτιστοποίηση, με τον αριθμό των δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν καθώς και με τη βέλτιστη τιμή του κελιού-στόχου όπως προέκυψε από τη διαδικασία.

## 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

*Το κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει την εφαρμογή του αναπτυχθέντος αλγόριθμου σε ένα δίκτυο Σούπερ Μάρκετ στην πόλη της Αθήνας. Εισάγονται τα δεδομένα του προβλήματος και οι παράμετροι του γενετικού αλγόριθμου και περιγράφεται η συνάρτηση καταλληλότητας. Τέλος, παρουσιάζονται και αναλύονται τα επιμέρους αποτελέσματα.*

### 4.1 Εισαγωγή – Δεδομένα προβλήματος

Το πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά όρια και αποκλειστικά διανομές (VRPTWD), όπως διατυπώθηκε και μοντελοποιήθηκε στις προηγούμενες ενότητες, εφαρμόζεται σε ένα δίκτυο Σούπερ Μάρκετ στην πόλη της Αθήνας. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εύρεση της βέλτιστης δρομολόγησης που θα ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος μεταφοράς ή αλλιώς το συνολικό χρόνο διαδρομής των οχημάτων.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος εφαρμόζεται για τη δρομολόγηση 2 ομοιογενών οχημάτων (φορτηγά), σε ένα δίκτυο που απαρτίζεται από 7 Σούπερ Μάρκετ. Ως κεντρική αποθήκη και αρχικός κόμβος του δικτύου θεωρείται το εργοστάσιο ελαιόλαδου. Στην διαδικασία του καθορισμού της χωροταξίας του προβλήματος, αρχικά πρέπει να εντοπιστούν οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων και της κεντρικής αποθήκης. Οι αποστάσεις είναι κρίσιμο στοιχείο της επίλυσης, δεδομένου ότι καθορίζουν και τον χρόνο διαδρομής. Με βάση τα παραπάνω, με αφετηρία το εργοστάσιο (κεντρική αποθήκη) και προορισμό τα 7 Σούπερ Μάρκετ εντοπίστηκαν, με την βοήθεια της υπηρεσίας Google Maps, ο χρόνος και το μήκος των διαδρομών για όλα τα πιθανά ζεύγη προέλευσης-προορισμού του δικτύου.

Τα στοιχεία αυτά παρουσιάζονται στους πίνακες που ακολουθούν:

ΠΙΝΑΚΑΣ ΧΡΟΝΟΥ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ (minutes)									
Από	Προς	Εργοστάσιο Ελαιόλαδου	Μαρινόπουλος, Μάνδρα	Μαρινόπουλος, Σπάτα	ΑΒ Βασιλόπουλος	Σκλαβενίτης	Metro	Μακρο	Bazaar
Εργοστάσιο Ελαιόλαδου		0	36	59	36	51	74	39	55
Μαρινόπουλος, Μάνδρα		36	0	29	0	21	44	12	26
Μαρινόπουλος, Σπάτα		57	27	0	27	19	41	27	27
ΑΒ Βασιλόπουλος		36	0	29	0	21	44	12	26
Σκλαβενίτης		49	19	22	19	0	36	21	8
Metro		72	42	42	42	34	0	42	41
Μακρο		42	10	29	10	23	45	0	27
Bazaar		54	25	26	25	9	41	26	0

Πίνακας 4.1: Χρονικές αποστάσεις μεταξύ των κόμβων του δικτύου

ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΗΚΟΥΣ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ (km)									
Από	Προς	Εργοστάσιο Ελαιόλαδου	Μαρινόπουλος, Μάνδρα	Μαρινόπουλος, Σπάτα	ΑΒ Βασιλόπουλος	Σκλαβενίτης	Metro	Μακρο	Bazaar
Εργοστάσιο Ελαιόλαδου		0,0	52,2	91,8	52,2	70,5	118,0	56,1	75,1
Μαρινόπουλος, Μάνδρα		52,2	0,0	43,9	0,0	32,8	70,3	7,9	27,5
Μαρινόπουλος, Σπάτα		91,6	43,3	0,0	43,3	27,2	64,4	36,8	34,2
ΑΒ Βασιλόπουλος		52,2	0,0	43,9	0,0	32,8	70,3	7,9	27,5
Σκλαβενίτης		69,8	22,0	29,0	22,0	0,0	55,6	18,7	7,0
Metro		117,0	69,3	64,2	69,3	53,3	0,0	62,7	60,3
Μακρο		57,2	6,8	37,1	6,8	19,5	64,0	0,0	24,1
Bazaar		74,9	27,1	34,1	27,1	7,4	60,7	23,8	0,0

Πίνακας 4.2: Χιλιομετρικές αποστάσεις μεταξύ των κόμβων του δικτύου

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα στοιχεία της ζήτησης όλων των κόμβων του δικτύου όπως καταγράφηκαν από το εργοστάσιο ελαιόλαδου που αποτελεί την αποθήκη παραγωγής. Τα στοιχεία αυτά είναι καταγεγραμμένα σε ετήσια ζήτηση ανά σημείο διανομής και σε ζήτηση μιας τυπικής ημέρας. Τα δεδομένα ζήτησης είναι εκφρασμένα σε συσκευασμένα μπουκάλια λαδιού του ενός λίτρου (1 lt) και μετατρέπονται σε παλέτες, που ενδείκνυται για την διανομή και διακίνηση των εμπορευμάτων, σύμφωνα με την παρακάτω θεώρηση:

Επιλέγονται παλέτες τύπου ISO 80x120 cm. Κάθε παλέτα χωράει στη βάση της 150 μπουκάλια λάδι του ενός λίτρου, θεωρώντας ότι κάθε ένα από αυτά έχει διάμετρο βάσης 8cm κι ύψος 23cm. Λόγω ότι κάθε παλέτα αντέχει βάρος 1500 κιλά, επιλέχθηκε να τοποθετηθούν τρεις στρώσεις συσκευασμένων μπουκαλιών καθ' ύψος με συνολικό ύψος 81cm. Επομένως, κάθε παλέτα θα μεταφέρει 450 μπουκάλια λάδι.

Με βάση την παραπάνω θεώρηση προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας που περιλαμβάνει την ζήτηση μιας τυπικής ημέρας σε συσκευασμένα μπουκάλια και παλέτες:

Σημεία Διανομής	Ετήσια ζήτηση ανά σημείο διανομής	Ζήτηση Τυπικής Ημέρας (συσκευασμένα μπουκάλια 1lt)	Ζήτηση Τυπικής Ημέρας (Παλέτες)
Μαρινόπουλος, Μάνδρα	965322	2645	<b>6</b>
Μαρινόπουλος, Σπάτα	2051776	5621	<b>13</b>
ΑΒ Βασιλόπουλος	336886	923	<b>3</b>
Σκλαβενίτης	2338378	6407	<b>15</b>
Metro	116204	318	<b>1</b>
Μακρο	183724	503	<b>2</b>
Bazaar	26740	73	<b>1</b>
<b>Σύνολο Παλετών:</b>			<b>41</b>

**Πίνακας 4.3: Ζήτηση κάθε σημείου διανομής σε παλέτες**

Ένας από τους σημαντικότερους περιορισμούς που έχουν τεθεί στο πρόβλημα δρομολόγησης είναι η χωρητικότητα των οχημάτων. Ένα τυπικό φορτηγό διανομής έχει τις εξής εσωτερικές διαστάσεις: 2,4m πλάτος, 2,3m ύψος και 7,2m μήκος. Με βάση αυτές, και λαμβάνοντας υπόψη την παραπάνω θεώρηση που έγινε για τις παλέτες, η συνολική χωρητικότητα ενός μεσαίου φορτηγού είναι 36 παλέτες. Ωστόσο, θα γίνουν δοκιμές για διάφορες τιμές της χωρητικότητας για δύο κυρίως λόγους. Αρχικά, επειδή ο περιορισμός της χωρητικότητας είναι πολύ σημαντικός και

με την αλλαγή στην τιμή της μπορεί να υπάρξουν διαφορετικά αποτελέσματα στο πρόβλημα τα οποία πρέπει να ερευνηθούν. Στη συνέχεια, λόγω ότι οι διαστάσεις των φορτηγών δεν είναι γνωστές θα επιλυθεί το πρόβλημα για μικρές, μεσαίες και μεγαλύτερες χωρητικότητες ώστε να καλυφθούν όλες οι περιπτώσεις διανομών.

Τέλος, γίνεται μια κατ' εκτίμηση θεώρηση του χρόνου παραμονής των οχημάτων στα σημεία διανομής διάρκειας 15 λεπτών.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται όλα τα σημεία διανομής με τον χρόνο παραμονής των οχημάτων σε αυτά καθώς και τον χρόνο που απαιτείται για να φτάσουν τα φορτηγά από την αφετηρία στο κάθε ένα σημείο.

ID	Service time (minutes)	Time from the beginning (minutes)	Σημεία Διανομής
1	15	36	Μαρινόπουλος, Μάνδρα
2	15	59	Μαρινόπουλος, Σπάτα
3	15	36	ΑΒ Βασιλόπουλος
4	15	51	Σκλαβενίτης
5	15	74	Metro
6	15	39	Makro
7	15	55	Bazaar

Πίνακας 4.4: Χρόνος διαδρομής από την κεντρική αποθήκη στα σημεία διανομής

## 4.2 Διαμόρφωση Συνάρτησης Καταλληλότητας

Όπως εξηγήθηκε αναλυτικά στο κεφάλαιο 3 οι Γ.Α. αναφέρονται σε άτομα μέσα σε ένα πληθυσμό και τα άτομα αποτελούνται από χρωμοσώματα. Κάθε χρωμόσωμα αναπαριστά μια ακολουθία κόμβων, η οποία ερμηνεύεται ως η σειρά με την οποία ένα όχημα πρέπει να επισκεφτεί όλους τους κόμβους, εάν το ίδιο όχημα έπρεπε να πραγματοποιήσει όλες τις διαδρομές διαδοχικά. Κάθε χρωμόσωμα αποτιμάται με βάση το μέτρο της συνάρτησης ικανότητας, το οποίο είναι το άθροισμα του συνολικού χρόνου διαδρομής (συμπεριλαμβανομένου και του χρόνου εξυπηρέτησης) και του ποσοστού ισορροπίας των διαδρομών (Balance) πολλαπλασιασμένου με τους αντιστοιχούν συντελεστές βαρύτητας, και ενός αριθμού κυρώσεως (Cap Penalty), ο οποίος προκύπτει όταν στην επίλυση υπάρχει μη εξυπηρετούμενη ποσότητα της ζήτησης, πολλαπλασιασμένο με τον συντελεστή 0,01.

Το μέτρο της συνάρτησης καταλληλότητας δίνεται από τη σχέση :

$$X = \left( \sum_{r \in R} \sum_{n \in W_r \subseteq W} t_{r,(n-1)n} + \sum_{m \in W} e_m \right) \times a + (B \times \beta) + P \times 0,01$$

Όπου R το σύνολο των διαδρομών, r η διαδρομή που ανήκει στο R, W το σύνολο των κόμβων,  $W_r$  το σύνολο των κόμβων που περιλαμβάνονται στη διαδρομή r, n κόμβος που ανήκει στο W,  $e_m$  ο χρόνος εξυπηρέτησης στον κόμβο m, B ο βαθμός ισορροπίας των διαδρομών, P ο αριθμός κυρώσεως και  $\alpha, \beta$  οι συντελεστές βαρύτητας που στην παρούσα εφαρμογή θα έχουν την τιμή 1.

Ο βαθμός ισορροπίας των διαδρομών (B) προκύπτει ως εξής:

Έστω X ο χρόνος διαδρομής του ενός οχήματος και Xaver ο μέσος όρος των διαδρομών των δύο οχημάτων. Ζητούμενο είναι η εξισορρόπηση των χρόνων διαδρομής των δύο οχημάτων ή αλλιώς η ελαχιστοποίηση της παρακάτω συνάρτησης:

$$\left( \frac{X - Xaver}{Xaver} \right)^2$$

### 4.3 Καθορισμός παραμέτρων Γενετικού Αλγορίθμου

Ο καθορισμός των βασικών παραμέτρων του γενετικού αλγόριθμου, με τρόπο συμβατό με τη φύση και τα δεδομένα της εφαρμογής, είναι απαραίτητος για την επίλυσή του μέσω του λογισμικού Evolver. Οι βασικές αυτές παράμετροι είναι ο πληθυσμός, ο βαθμός διασταύρωσης και ο βαθμός μετάλλαξης.

Αρχικά, ως προς τον **πληθυσμό**, επιλέγονται 3 διαφορετικές τιμές λαμβάνοντας υπόψη το μέγεθος της λύσης. Λόγω ότι η εφαρμογή αναφέρεται σε 7 κομβικά σημεία διανομής (Σουπερ Μάρκετ), η κάθε λύση δρομολόγησης αποτελείται από 7 γονίδια, επομένως το μέγεθος του πρώτου πληθυσμού που επιλέγεται είναι **10** (λίγο μεγαλύτερος από τον αριθμό των γονιδίων). Στη συνέχεια, εξετάζεται το πρόβλημα και για μεγαλύτερο μέγεθος πληθυσμού με τιμές ίσες με **20** και **30**, δεδομένου ότι με αυξημένο πληθυσμό είναι πιθανότερο να βρεθεί συνολικά βέλτιστη λύση λόγω μεγαλύτερης ποικιλίας γονιδίων.

Δεύτερη σημαντική παράμετρος που χρειάζεται να καθοριστεί είναι ο **βαθμός διασταύρωσης** (crossover rate). Κατά την εκτέλεση των δοκιμών με το λογισμικό, ο βαθμός διασταύρωσης λαμβάνει διαδοχικά τις τιμές **0,2**, **0,4** και **0,6** για κάθε τιμή πληθυσμού. Για καθεμία από τις παραπάνω τιμές, θεωρούνται διαδοχικά για το **βαθμό μετάλλαξης** (mutation rate) οι τιμές **0,05**, **0,1** και **0,15**. Ο βαθμός μετάλλαξης δε λαμβάνει μεγάλες τιμές, προκειμένου η τυχαιότητα να μην επηρεάζει σημαντικά την κάθε παραγόμενη λύση του αλγόριθμου. Με αυτόν τον τρόπο σχηματίζονται 27 διαφορετικοί συνδυασμοί των παραμέτρων του γενετικού αλγόριθμου για κάθε έναν από τους οποίους εκτελείται ο αλγόριθμος 5 φορές. Επομένως ο συνολικός αριθμός εκτέλεσης του αλγόριθμου ανέρχεται στις **135** φορές και για κάθε μια από τις αυτές στόχος είναι ο υπολογισμός του μέτρου καταλληλότητας. Για κάθε εκτέλεση του αλγόριθμου η γεννήτρια τυχαίων αριθμών επιλέγεται αυτόματα από το λογισμικό. Ο γενετικός αλγόριθμος τερματίζεται όταν δεν παρατηρείται βελτίωση της συνάρτησης καταλληλότητας (ή η βελτίωση είναι μικρότερη από 0,1%) για έναν αριθμό γονέων, που στην παρούσα εφαρμογή ορίζεται στις 10.000. Η επίλυση του γενετικού αλγόριθμου για όλους τους συνδυασμούς αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του μέτρου καταλληλότητας που υλοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση και συνεπώς στην εύρεση της βέλτιστης δρομολόγησης.

#### 4.4 Αποτελέσματα του αλγορίθμου

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η επίλυση του γενετικού αλγορίθμου θα εφαρμοστεί για διάφορες τιμές της χωρητικότητας οχημάτων λόγω ότι θεωρείται ένας από τους κυριότερους περιορισμούς του προβλήματος δρομολόγησης. Για κάθε τιμή ο αλγόριθμος θα εκτελεστεί 135 φορές περιλαμβάνοντας όλους τους συνδυασμούς των παραμέτρων που περιγράφηκαν παραπάνω.

##### Εκτέλεση του αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 30 παλέτες

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την επίλυση του αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 30 παλέτες και για όλους τους παραπάνω συνδυασμούς παραμέτρων. Τα αποτελέσματα αφορούν στην τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας, στον συνολικό χρόνο διαδρομής, στον υπολογιστικό χρόνο για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, στην εύρεση μη εξυπηρετούμενων μονάδων και στον αριθμό των διαδρομών που προκύπτουν στο πλαίσιο κάθε λύσης.

ID	Population	Crossover	Mutation	Travel Time (min)	Objective	Route ID	Unserved	Running time (sec)
1A	10	0,2	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	54
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	40
E				386	<b>386,21</b>	2	0	47
2A	10	0,2	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	49
B				386	<b>386,21</b>	2	0	50
C				386	<b>386,21</b>	2	0	49
D				386	<b>386,21</b>	2	0	51
E				386	<b>386,21</b>	2	0	51
3A	10	0,2	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	49
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	40
E				386	<b>386,21</b>	2	0	49

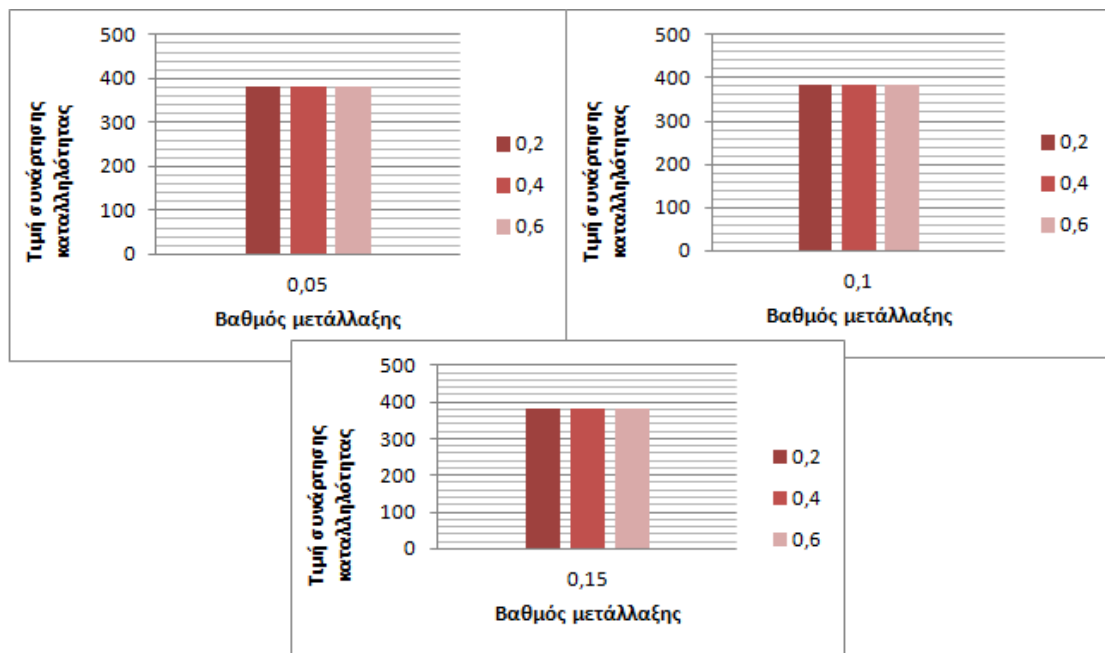


4A	10	0,4	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	56
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	51
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
5A	10	0,4	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	47
B				386	<b>386,21</b>	2	0	49
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	47
6A	10	0,4	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	49
B				386	<b>386,21</b>	2	0	44
C				386	<b>386,21</b>	2	0	49
D				386	<b>386,21</b>	2	0	47
E				386	<b>386,21</b>	2	0	45
7A	10	0,6	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	47
B				386	<b>386,21</b>	2	0	50
C				386	<b>386,21</b>	2	0	47
D				386	<b>386,21</b>	2	0	43
E				386	<b>386,21</b>	2	0	47
8A	10	0,6	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	50
B				386	<b>386,21</b>	2	0	51
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	47
E				386	<b>386,21</b>	2	0	50
9A	10	0,6	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	48
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	43
E				386	<b>386,21</b>	2	0	47
10A	20	0,2	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	51
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
11A	20	0,2	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	47
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	49
D				386	<b>386,21</b>	2	0	50
E				386	<b>386,21</b>	2	0	47
12A	20	0,2	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	51
B				386	<b>386,21</b>	2	0	44
C				386	<b>386,21</b>	2	0	49
D				386	<b>386,21</b>	2	0	47

E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
13A	20	0,4	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	43
B				386	<b>386,21</b>	2	0	44
C				386	<b>386,21</b>	2	0	47
D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	49
14A	20	0,4	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	43
B				386	<b>386,21</b>	2	0	44
C				386	<b>386,21</b>	2	0	47
D				386	<b>386,21</b>	2	0	45
E				386	<b>386,21</b>	2	0	49
15A	20	0,4	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	45
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	43
16A	20	0,6	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	47
B				386	<b>386,21</b>	2	0	48
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	47
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
17A	20	0,6	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	43
B				386	<b>386,21</b>	2	0	45
C				386	<b>386,21</b>	2	0	47
D				386	<b>386,21</b>	2	0	47
E				386	<b>386,21</b>	2	0	49
18A	20	0,6	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	45
B				386	<b>386,21</b>	2	0	44
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	45
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
19A	30	0,2	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	47
B				386	<b>386,21</b>	2	0	48
C				386	<b>386,21</b>	2	0	45
D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
20A	30	0,2	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	45
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	43
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
21A	30	0,2	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	44
B				386	<b>386,21</b>	2	0	46
C				386	<b>386,21</b>	2	0	48

D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	46
22A	30	0,4	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	43
B				386	<b>386,21</b>	2	0	44
C				386	<b>386,21</b>	2	0	47
D				386	<b>386,21</b>	2	0	50
E				386	<b>386,21</b>	2	0	49
23A	30	0,4	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	44
B				386	<b>386,21</b>	2	0	46
C				386	<b>386,21</b>	2	0	43
D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44
24A	30	0,4	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	47
B				386	<b>386,21</b>	2	0	49
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	43
E				386	<b>386,21</b>	2	0	45
25A	30	0,6	0,05	386	<b>386,21</b>	2	0	45
B				386	<b>386,21</b>	2	0	47
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	43
E				386	<b>386,21</b>	2	0	50
26A	30	0,6	0,1	386	<b>386,21</b>	2	0	45
B				386	<b>386,21</b>	2	0	43
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	44
E				386	<b>386,21</b>	2	0	47
27A	30	0,6	0,15	386	<b>386,21</b>	2	0	47
B				386	<b>386,21</b>	2	0	45
C				386	<b>386,21</b>	2	0	44
D				386	<b>386,21</b>	2	0	43
E				386	<b>386,21</b>	2	0	44

Πίνακας 4.4.1: Αποτελέσματα για διάφορους συνδυασμούς παραμέτρων του ΓΑ



Σχήμα 4.4.1: Τιμές συνάρτησης καταλληλότητας για διάφορους συνδυασμούς πιθανότητας διασταύρωσης και μετάλλαξης και για όλες τις τιμές πληθυσμού

Σύμφωνα με τα παραπάνω διαγράμματα και τον πίνακα των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων, παρατηρείται ότι η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας και του συνολικού χρόνου διαδρομής δεν επηρεάζονται από τις διάφορες παραμέτρους του προβλήματος όπως είναι ο πληθυσμός και ο βαθμός διασταύρωσης και μετάλλαξης. Επιπλέον, κοινό χαρακτηριστικό όλων των αποτελεσμάτων αποτελούν οι δυο διαδρομές για την εξυπηρέτηση του δικτύου. Η μόνη μικρή διαφοροποίηση που προκύπτει είναι στους χρόνους υπολογισμού της βέλτιστης τιμής της συνάρτησης καταλληλότητας.

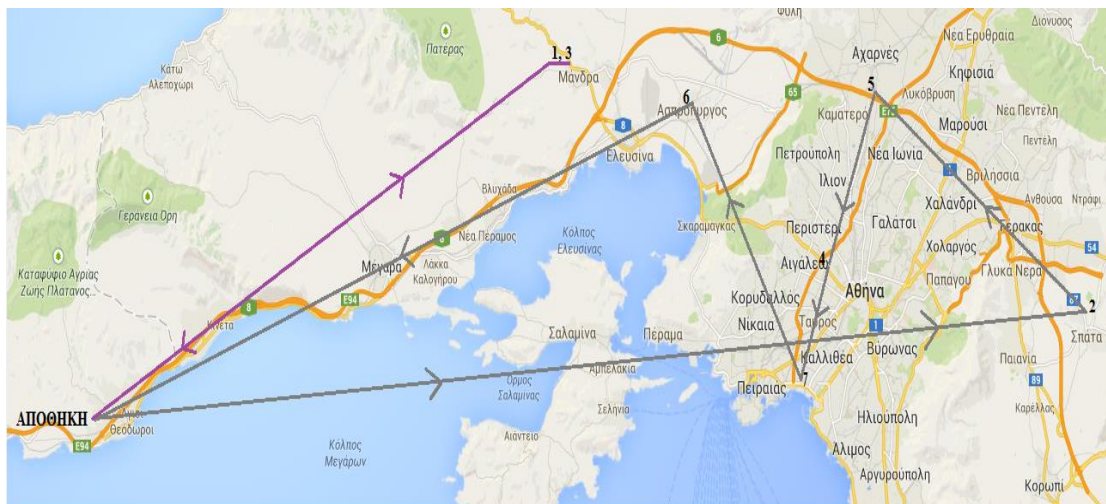
Με βάση τα κοινά αποτελέσματα όλων των επαναλήψεων, προκύπτει το βέλτιστο σύνολο διαδρομών και πιο συγκεκριμένα, οι κόμβοι της κάθε διαδρομής και η σειρά που ακολουθείται κατά την πραγματοποίηση του κάθε δρομολογίου:

Τελικά αποτελέσματα διαδρομών					
Cust Order	Route ID	Name	Cust Order	Route ID	Name
2	1	Μαρινόπουλος, Σπάτα	2	1	Μαρινόπουλος, Σπάτα
5	1	Metro	5	1	Metro
4	1	Σκλαβενίτης	4	1	Σκλαβενίτης
7	1	Bazaar	7	1	Bazaar
6	1	Makro	6	1	Makro
1	2	Μαρινόπουλος, Μάνδρα	3	2	ΑΒ Βασιλόπουλος
3	2	ΑΒ Βασιλόπουλος	1	2	Μαρινόπουλος, Μάνδρα

Πίνακας 4.4.2: Βέλτιστο σύνολο διαδρομών

Όπως παρατηρείται, η μοναδική διαφοροποίηση που υπάρχει μεταξύ των δύο ισότιμων ως προς τον χρόνο διαδρομής και την τιμής της συνάρτησης καταλληλότητας λύσεων είναι η αλλαγή των δύο τελευταίων διαδρομών από το (1)→(3) και από το (3)→(1) (σύμφωνα με την αρίθμηση των κόμβων). Αυτή η διαφοροποίηση ήταν αναμενόμενη και συμβαίνει λόγω ότι οι δυο αυτοί κόμβοι έχουν την ίδια χρονική διάρκεια διαδρομής (10 min) από τον κόμβο (6) (ή αλλιώς το Σούπερ Μάρκετ Makro) και χρειάζονται τον ίδιο χρόνο (36 min) για να φτάσουν στον τελικό προορισμό που είναι η κεντρική αποθήκη.

Το παρακάτω σχήμα αποτελεί μια χαρτογραφική απεικόνιση των διαδρομών της βέλτιστης δρομολόγησης:



Σχήμα 4.4.1

**Εκτέλεση του αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 36 παλέτες**

Στον πίνακα 4.4.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την επίλυση του αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 36 παλέτες και για όλους τους συνδυασμούς των παραμέτρων που αναφέρθηκαν παραπάνω. Τα αποτελέσματα αφορούν στην τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας, στον συνολικό χρόνο διαδρομής, στον υπολογιστικό χρόνο για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, στην εύρεση μη εξυπηρετούμενων μονάδων και στον αριθμό των διαδρομών που προκύπτουν στο πλαίσιο κάθε λύσης.

ID	Population	Crossover	Mutation	Travel Time (min)	Objective	Route ID	Unserved	Running time (sec)
1A	10	0,2	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	46
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
2A	10	0,2	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	45
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
3A	10	0,2	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	43
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	43
4A	10	0,4	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	43
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	43
5A	10	0,4	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	46
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
6A	10	0,4	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	45
C				382	<b>382,43</b>	2	0	44

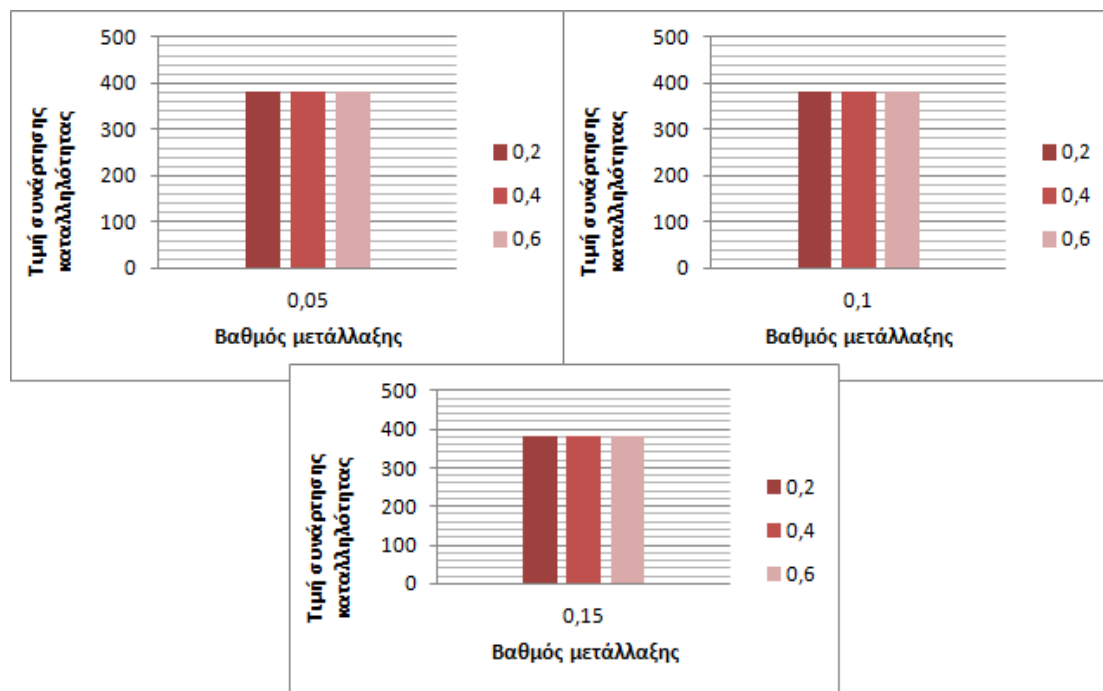
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
7A	10	0,6	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	43
C				382	<b>382,43</b>	2	0	44
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	45
8A	10	0,6	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	43
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	44
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
9A	10	0,6	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	45
B				382	<b>382,43</b>	2	0	43
C				382	<b>382,43</b>	2	0	44
D				382	<b>382,43</b>	2	0	45
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
10A	20	0,2	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
11A	20	0,2	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
12A	20	0,2	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	43
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	43
13A	20	0,4	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	46
B				382	<b>382,43</b>	2	0	43
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	43
14A	20	0,4	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
15A	20	0,4	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	45

C				382	<b>382,43</b>	2	0	44
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
16A	20	0,6	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	43
C				382	<b>382,43</b>	2	0	44
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	45
17A	20	0,6	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	43
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	44
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
18A	20	0,6	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	43
C				382	<b>382,43</b>	2	0	44
D				382	<b>382,43</b>	2	0	45
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
19A	30	0,2	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
20A	30	0,2	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
21A	30	0,2	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	43
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	43
22A	30	0,4	0,05	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	43
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	43
E				382	<b>382,43</b>	2	0	43
23A	30	0,4	0,1	382	<b>382,43</b>	2	0	44
B				382	<b>382,43</b>	2	0	44
C				382	<b>382,43</b>	2	0	43
D				382	<b>382,43</b>	2	0	44
E				382	<b>382,43</b>	2	0	44
24A	30	0,4	0,15	382	<b>382,43</b>	2	0	44



B				382	382,43	2	0	45
C				382	382,43	2	0	44
D				382	382,43	2	0	44
E				382	382,43	2	0	44
25A	30	0,6	0,05	382	382,43	2	0	44
B				382	382,43	2	0	43
C				382	382,43	2	0	44
D				382	382,43	2	0	44
E				382	382,43	2	0	45
26A	30	0,6	0,1	382	382,43	2	0	43
B				382	382,43	2	0	44
C				382	382,43	2	0	44
D				382	382,43	2	0	43
E				382	382,43	2	0	44
27A	30	0,6	0,15	382	382,43	2	0	44
B				382	382,43	2	0	43
C				382	382,43	2	0	44
D				382	382,43	2	0	45
E				382	382,43	2	0	44

Πίνακας 4.4.3: Αποτελέσματα για διάφορους συνδυασμούς παραμέτρων του ΓΑ



Σχήμα 4.4.2: Τιμές συνάρτησης καταλληλότητας για διάφορους συνδυασμούς πιθανότητας διασταύρωσης και μετάλλαξης και για όλες τις τιμές πληθυσμού

Σύμφωνα με τα παραπάνω διαγράμματα και τον πίνακα των συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων, παρατηρείται ότι η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας και του συνολικού χρόνου διαδρομής μένουν ανεπηρέαστες από τις διάφορες παραμέτρους του προβλήματος. Επομένως, για το σύνολο των 135 επαναλήψεων η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας παρέμεινε 382,43 και ο συνολικός χρόνος διαδρομής υπολογίστηκε 382 min.

Με βάση τα κοινά αποτελέσματα όλων των επαναλήψεων, προκύπτει το βέλτιστο σύνολο διαδρομών και πιο συγκεκριμένα, οι κόμβοι της κάθε διαδρομής και η σειρά που ακολουθείται κατά την πραγματοποίηση του κάθε δρομολογίου:

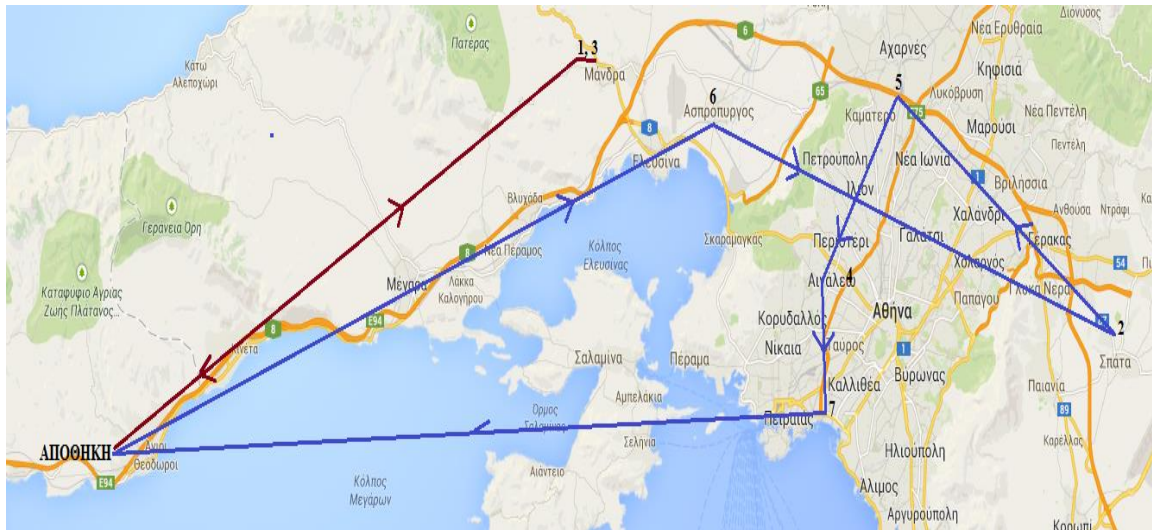
Τελικά αποτελέσματα διαδρομών					
Cust Order	Route ID	Name	Cust Order	Route ID	Name
6	1	Μakro	6	1	Μakro
2	1	Μαρινόπουλος, Σπάτα	2	1	Μαρινόπουλος, Σπάτα
5	1	Metro	5	1	Metro
4	1	Σκλαβενίτης	4	1	Σκλαβενίτης
7	1	Bazaar	7	1	Bazaar
1	2	Μαρινόπουλος, Μάνδρα	3	2	ΑΒ Βασιλόπουλος
3	2	ΑΒ Βασιλόπουλος	1	2	Μαρινόπουλος, Μάνδρα

Πίνακας 4.4.4: Βέλτιστο σύνολο διαδρομών

Όπως παρατηρείται στον πίνακα που προηγήθηκε υπάρχει μια διαφοροποίηση μεταξύ των δύο ισότιμων, ως προς τον χρόνο διαδρομής και την τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας, λύσεων. Η αλλαγή αυτή αφορά τις δύο τελευταίες διαδρομές από το (1)→(3) και από το (3)→(1) (σύμφωνα με την αρίθμηση των κόμβων). Αυτή η διαφοροποίηση ήταν αναμενόμενη και συμβαίνει λόγω ότι οι δυο αυτοί κόμβοι έχουν την ίδια χρονική απόσταση (25 min) από τον κόμβο (7) (ή αλλιώς το Σούπερ Μάρκετ

Bazaar) και χρειάζονται τον ίδιο χρόνο (36 min) για να φτάσουν στον τελικό προορισμό που είναι η κεντρική αποθήκη.

Ακολουθεί σχήμα με την χαρτογραφική απεικόνιση των διαδρομών της βέλτιστης δρομολόγησης:



Σχήμα 4.4.2

### Επιπλέον δοκιμές

Στις δύο επιλύσεις που προηγήθηκαν παρατηρήθηκε ότι η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας και του συνολικού χρόνου διαδρομής επηρεάστηκαν και μεταβλήθηκαν μόνο λόγω του παράγοντα της χωρητικότητας ενώ η διαφοροποίηση των παραμέτρων του πληθυσμού, του βαθμού διασταύρωσης και μετάλλαξης δεν επέφεραν καμία αλλαγή στα αποτελέσματα. Για τον λόγο αυτό, αποφασίστηκε να γίνουν κάποιες επιπλέον δοκιμές με μεταβολή μόνο της χωρητικότητας ώστε να καθοριστούν τα όρια αυτής. Με τον όρο όρια εννοούνται οι τιμές που μπορεί αυτή να πάρει ώστε να μην υπάρξουν μη εξυπηρετούμενοι κόμβοι και εμπορεύματα και να χρησιμοποιούνται και τα δύο διαθέσιμα οχήματα.

Στις δοκιμές που ακολουθούν θεωρήθηκαν οι εξής τιμές των παραμέτρων:

1. Πληθυσμός: 30
2. βαθμός διασταύρωσης: 0,4
3. βαθμός μετάλλαξης: 0,15

Επίλυση αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 20 παλέτες

Cust Order	Route ID	TotLoad	Arrival
4	1	15	51
2	2	13	59
1	2	19	101
6	2	2	39
7	2	15	83
5	2	16	143
3			

Travel Time	Unservd Demand	Cap Penalty	Balance	Objective
218	7	1096,633158	0,3112533	229,278
Weight				
1		0,001	1	

**Πίνακας 4.4.5**

Για χωρητικότητα 20 παλέτες ο πίνακας 4.4.5 δείχνει ότι η επίλυση δεν βρίσκει την βέλτιστη τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας καθώς υπάρχει ένας αριθμός παλετών που δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί και επιπλέον, ο κόμβος (3) δεν αποτελεί σημείο διανομής του δικτύου.

Επίλυση αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 25 παλέτες

Cust Order	Route ID	TotLoad	Arrival
2	1	13	59
4	2	15	51
1	2	21	85
3	2	24	100
6	2	17	87
7	2	18	147
5	2	19	203

Travel Time	Unserved Demand	Cap Penalty	Balance	Objective
225	4	54,59815	0,23423	225,78
Weight				
1		0,001	1	

Πίνακας 4.4.6

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα ένα ποσοστό της ζήτησης σε παλέτες δεν εξυπηρετείται. Αυτό γίνεται φανερό παρατηρώντας ότι στο κελί με όνομα Unserved Demand δεν αναγράφεται η τιμή μηδέν. Επομένως, η λύση της συνάρτησης καταλληλότητας 225,78 δεν θεωρείται βέλτιστη και πρέπει να γίνουν επιπλέον δοκιμές για την εύρεση του ελάχιστου ορίου χωρητικότητας.

Επίλυση αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 28 παλέτες

Cust Order	Route ID	TotLoad	Arrival
6	1	2	39
5	1	3	99
4	1	18	148
7	1	19	171
1	1	25	211
3	1	28	226
2	2	13	59

Travel Time	Unserved Demand	Cap Penalty	Balance	Objective
387	0	0	0,3724269	387,372
Weight				
1		0,001	1	

Πίνακας 4.4.7

Με βάση τον πίνακα 4.4.7 εξυπηρετείται όλο το ζητούμενο φορτίο σε παλέτες και όλοι οι κόμβοι αποτελούν σημεία διανομής του δικτύου. Η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας είναι 387,37 και αποτελεί βέλτιστη λύση του προβλήματος για χωρητικότητα οχημάτων 28 παλέτες. Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να τονιστεί ότι η τιμή αυτή της χωρητικότητας αποτελεί και το **ελάχιστο επιτρεπτό όριο** που μπορεί να πάρει για την διανομή των προϊόντων και την εξαγωγή της βέλτιστης λύσης.

Επίλυση αλγορίθμου για χωρητικότητα οχημάτων 40 παλέτες

Έχοντας βρει το ελάχιστο όριο χωρητικότητας γίνεται μια τελευταία δοκιμή για την εύρεση της τιμής της συνάρτησης καταλληλότητας για το μέγιστο όριο το οποίο δεν μπορεί να είναι άλλο από 40. Αυτό συμβαίνει διότι όπως ειπώθηκε και στην αρχή θα πρέπει να χρησιμοποιούνται όλα τα οχήματα που είναι διαθέσιμα. Αν η χωρητικότητα του οχήματος γίνει 41, ίση δηλαδή με τον αριθμό των συνολικών ζητούμενων παλετών, τότε το δεύτερο όχημα θα μείνει αχρησιμοποίητο και η διανομή θα γίνεται μόνο με ένα όχημα.

Cust Order	Route ID	TotLoad	Arrival
6	1	2	39
2	1	15	83
4	1	30	117
7	1	31	140
1	1	37	180
3	1	40	195
5	2	1	74

Travel Time	Unserved Demand	Cap Penalty	Balance	Objective
371	0	0	0,21274	371,213
Weight				
1		0,001	1	

Πίνακας 4.4.8

Η βέλτιστη τιμή του συνολικού χρόνου διαδρομής είναι 371 min και η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας αντιστοιχεί σε 371,213.

Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας των αποτελεσμάτων όλων των δοκιμών:

Χωρητικότητα	Βέλτιστος Χρόνος Διαδρομής (min)	Βέλτιστη Τιμή Συνάρτησης Καταλληλότητας
20	Δεν υπάρχει	Δεν υπάρχει
25	Δεν υπάρχει	Δεν υπάρχει
28	387	387,37
30	386	386,21
36	382	382,43
40	371	371,21

**Πίνακας 4.4.9**

Με βάση τον συγκεντρωτικό πίνακα παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η τιμή της χωρητικότητας μειώνεται ο συνολικός χρόνος διαδρομής. Αυτό είναι ένα λογικό αποτέλεσμα καθώς ένα όχημα που διαθέτει μεγαλύτερη χωρητικότητα θα μπορέσει να εξυπηρετήσει κάποιους παραπάνω κόμβους-πελάτες που βρίσκονται σε κοντινή απόσταση κάτι που σε αντίθετη περίπτωση θα έπρεπε να κάνει το δεύτερο όχημα και θα διένυε περισσότερα χιλιόμετρα.

#### 4.5 Ανάλυση ευαισθησίας

Η ανάλυση ευαισθησίας πραγματοποιείται με σκοπό να αξιολογηθεί η αποδοτικότητα του αλγορίθμου που δομήθηκε. Η ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) μελετά την επίδραση που έχουν οι αλλαγές των παραμέτρων του μοντέλου του προβλήματος στα αποτελέσματα του και εν προκειμένω στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Στο παρόν πρόβλημα δρομολόγησης οι παράμετροι οι οποίοι μεταβάλλονται σχετίζονται άμεσα με τις παραδοχές του, επομένως η εκτίμηση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης μπορεί να επιφέρει χρήσιμα συμπεράσματα για την ισχύ του αλγορίθμου. Στην εν λόγω εφαρμογή, η παράμετρος που μεταβάλλεται είναι η χωρητικότητα των οχημάτων διανομής και τα αποτελέσματα από την εκτέλεση του ΓΑ για καθεμία από τις διαφορετικές τιμές που τέθηκαν φαίνονται στο πίνακα που προηγήθηκε (4.4.9). Σημειώνεται ότι για την κάθε νέα εκτέλεση του ΓΑ οι παράμετροι των γενετικών τελεστών που χρησιμοποιήθηκαν είναι (πληθυσμός=30, πιθανότητα διασταύρωσης=0,4, πιθανότητα μετάλλαξης=0,15). Ωστόσο, θα πρέπει να

αναφερθεί ότι είναι πρακτικά ασήμαντη η τιμή τους καθώς όπως παρατηρήθηκε δεν επιφέρουν καμία διαφοροποίηση στα αποτελέσματα.

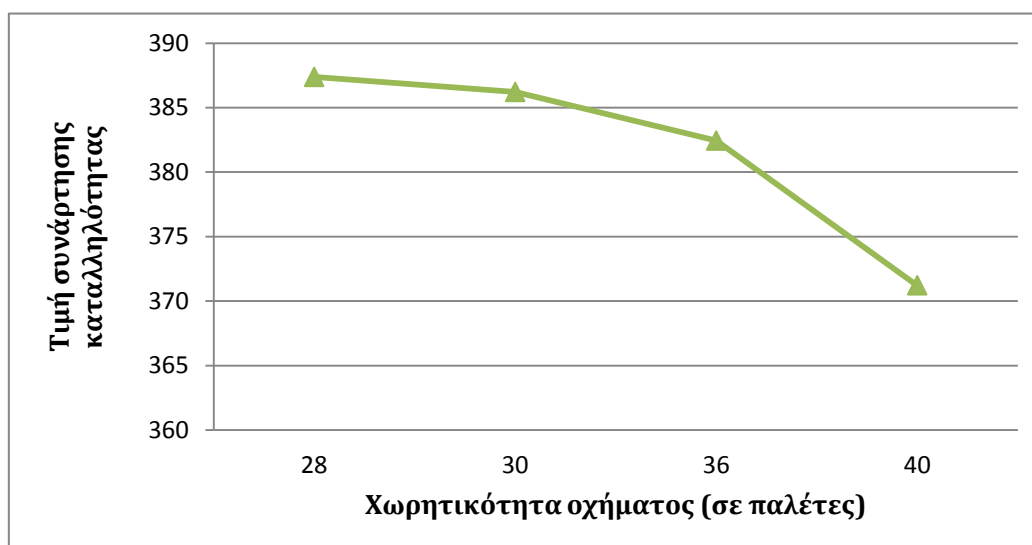
Λόγω ότι χωρητικότητα των οχημάτων ποικίλει εξετάζεται η ευαισθησία του αλγορίθμου σε μεταβολές της μεταφορικής ικανότητας του στόλου. Πιο συγκεκριμένα, διερευνάται η απόκριση του αλγορίθμου για τιμές χωρητικότητας 28, 30, 36, 40 και τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Πληθυσμός	Βαθμός διασταύρωσης	Βαθμός μετάλλαξης	Χωρητικότητα	Βέλτιστος Χρόνος Διαδρομής (min)	Βέλτιστη Τιμή Συνάρτησης Καταλληλότητας	Αριθμός διαδρομών
30	0,4	0,15	28	387	387,37	2
30	0,4	0,15	30	386	386,21	2
30	0,4	0,15	36	382	382,43	2
30	0,4	0,15	40	371	371,21	2

Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα αλγορίθμου για διάφορες τιμές χωρητικότητας

Όλες οι υπόλοιπες παράμετροι του προβλήματος παραμένουν σταθερές. Στην παρούσα περίπτωση, εκτός από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης δεν μεταβάλλεται τίποτα άλλο (όπως οι παράμετροι και ο αριθμός των διαδρομών).

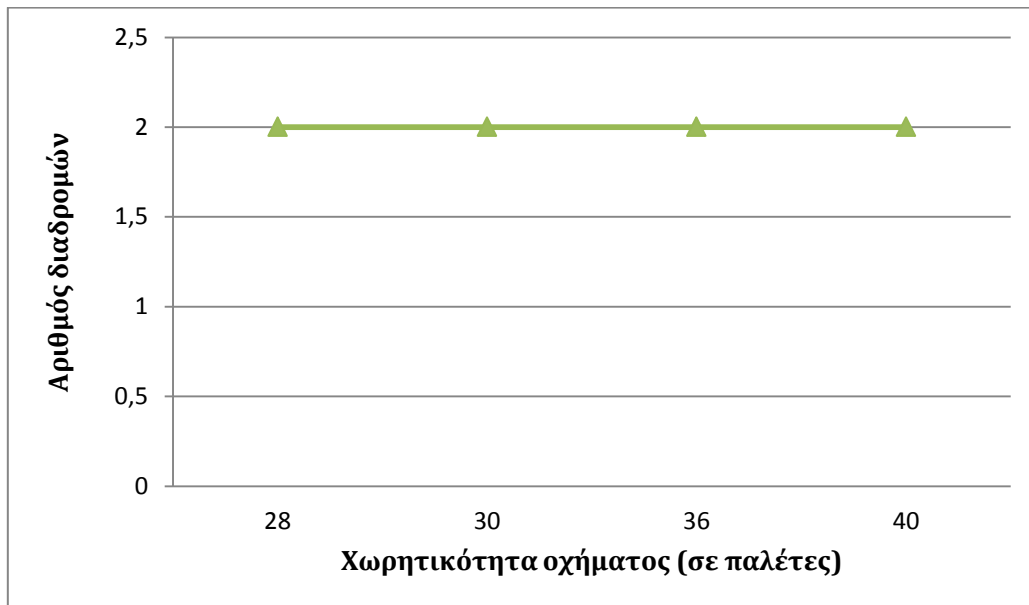
Ακολουθούν τα διαγράμματα της χωρητικότητας ενός οχήματος με τις τιμές της συνάρτησης καταλληλότητας και τον αριθμό των διαδρομών:



Σχήμα 4.5.1: Τιμές συνάρτησης καταλληλότητας για διάφορες τιμές χωρητικότητας



Από το διάγραμμα χωρητικότητας-μέτρου καταλληλότητας και τον συγκεντρωτικό πίνακα παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η τιμή της χωρητικότητας μειώνεται η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας και ο συνολικός χρόνος διαδρομής. Από την χωρητικότητα των 28 παλετών μέχρι αυτή των 40 παλετών παρατηρείται μια μείωση του μέτρου καταλληλότητας της τάξης του 4,17%. Αυτό είναι ένα λογικό αποτέλεσμα καθώς ένα όχημα που διαθέτει μεγαλύτερη χωρητικότητα θα μπορέσει να εξυπηρετήσει κάποιους παραπάνω κόμβους-πελάτες που βρίσκονται σε κοντινή του απόσταση κάτι που σε αντίθετη περίπτωση θα έπρεπε να κάνει το δεύτερο όχημα και θα διένυε περισσότερα χιλιόμετρα.



Σχήμα 4.5.2: Αριθμός διαδρομών για διάφορες τιμές χωρητικότητας

Είναι εμφανές πως η αύξηση της χωρητικότητας του οχήματος διατηρεί σταθερό τον αριθμό των διαδρομών. Η τάση αυτή εκπορεύεται από την δομή του αλγορίθμου, όπου για την εξαγωγή των διαδρομών απαραίτητη προϋπόθεση αποτελεί η χρησιμοποίηση όλων των διαθέσιμων οχημάτων διανομής. Επομένως, στην παρούσα εργασία ο αριθμός των διαδρομών δεν θα μπορούσε να είναι μικρότερος του 2 λόγω ότι τα διαθέσιμα οχήματα είναι 2 και δεν θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερος του 2 καθώς η ζητούμενη ποσότητα παλετών δεν είναι αρκετά μεγάλη ώστε να εξαντλεί την χωρητικότητα των οχημάτων.

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

*Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια γενική ανασκόπηση των στόχων, της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε και των αποτελεσμάτων που εκπορεύονται από τη διερεύνηση του προβλήματος δρομολόγησης. Επισημαίνονται τα κομβικά σημεία και τα κυριότερα συμπεράσματα και διατυπώνονται ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.*

### 5.1 Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν ο σχεδιασμός ενός βέλτιστου δικτύου δρομολόγησης οχημάτων στην πόλη της Αθήνας. Το πρόβλημα διατυπώθηκε μαθηματικά, στοχεύοντας στην ελαχιστοποίηση του συνολικού μεταφορικού χρόνου ή αλλιώς του συνολικού κόστους διανομής. Οι περιορισμοί που τέθηκαν ήταν η χωρητικότητα των οχημάτων, ο αριθμός των διαδρομών και ο χρόνος μετακίνησης, στοιχεία τα οποία έκαναν το κλασσικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) να πάρει την μορφή του Προβλήματος Δρομολόγησης με Χρονικά Παράθυρα και μόνο Διανομές (VRPTWD). Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε η τεχνική των μεθευρετικών αλγορίθμων και πιο συγκεκριμένα οι γενετικοί αλγόριθμοι. Στη συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στην εργασία χωρίζοντάς την ανά κεφάλαιο.

Στο πρώτο κεφάλαιο έγινε μια εισαγωγή των κύριων εννοιών του προβλήματος περιγράφοντας όρους όπως είναι η μεταφορά αγαθών και η βελτιστοποίηση. Εμβάθυνση έγινε στην επιστήμη της βελτιστοποίησης περιγράφοντας και την βασική αρχή της και τέλος παρουσιάστηκε το βασικότερο και παλαιότερο πρόβλημα δρομολόγησης αυτό του Περιοδευόντος Πωλητή (TSP).

Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε μια γενική ανασκόπηση της βιβλιογραφικής έρευνας του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP). Περιγράφηκε το κλασσικό πρόβλημα, οι διάφορες παραλλαγές του και παρουσιάστηκαν οι τεχνικές επίλυσης που έχουν προταθεί για την επίλυση του.

Στο τρίτο κεφάλαιο διαμορφώθηκε το μαθηματικό πρότυπο του προβλήματος που πραγματεύεται η συγκεκριμένη εργασία. Επιπλέον, εισήχθη η έννοια του γενετικού

αλγορίθμου ο οποίος αποτέλεσε εργαλείο επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου δρομολόγησης. Τέλος, περιγράφηκε το λογισμικό *Envolnei* που χρησιμοποιήθηκε στην επίλυση.

Στο τέταρτο κεφάλαιο έγινε εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου στα δεδομένα του προβλήματος και αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος δημιουργίας διαδρομών. Έπειτα, παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα των διαφόρων δοκιμών και πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας για την παράμετρο της χωρητικότητας.

Στην συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την διπλωματική εργασία και προτείνονται κάποια θέματα για περαιτέρω διερεύνηση.

## **5.2 Συμπεράσματα**

### **5.2.1 Παράμετροι του γενετικού αλγόριθμου**

Έπειτα από την ολοκλήρωση της εφαρμογής του αλγορίθμου προέκυψε ότι η επιλογή των παραμέτρων του γενετικού αλγόριθμου δεν επηρεάζει καθόλου την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Πιο συγκεκριμένα, για τα μεγέθη πληθυσμού 10, 20, 30, για τις τιμές του βαθμού διασταύρωσης 0,2, 0,4, 0,6 και για τις τιμές του βαθμού μετάλλαξης 0,05, 0,10, 0,15 η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας δεν μεταβλήθηκε. Η πιθανότερη αιτία αυτού του αποτελέσματος είναι ότι το μέγεθος του δείγματος (το δίκτυο των Σουπερ Μάρκετ) δεν ήταν αρκετά μεγάλο ώστε να επηρεαστεί η τιμή της συνάρτησης. Ένας μικρός πληθυσμός δεν έχει πολλές εναλλακτικές βέλτιστες λύσεις.

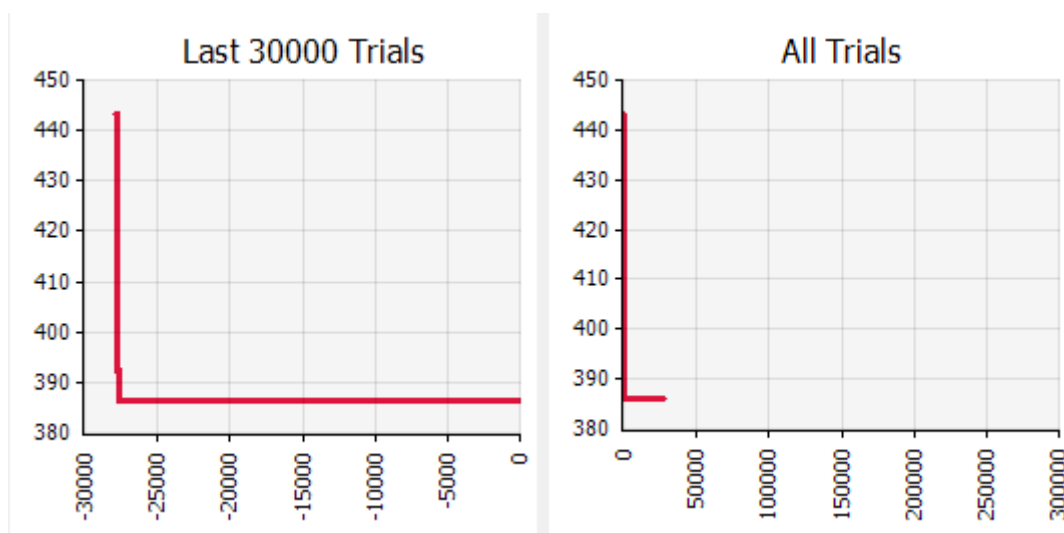
### **5.2.2 Ανάλυση ευαισθησίας**

Από την ανάλυση ευαισθησίας προκύπτει ότι η λύση που δίνει το πρόβλημα είναι ευαίσθητη ως προς την χωρητικότητα. Μεταβάλλοντας την χωρητικότητα παρατηρήθηκαν διάφορες αλλαγές. Αρχικά έχοντας θέσει χαμηλές τιμές στην χωρητικότητα (όπως 20, 21, 25), υπήρχαν διαδρομές που διακόπτονταν, πελάτες-κόμβοι που δεν εξυπηρετούνταν, εμπορεύματα που δεν διανεμόνταν και ο βαθμός

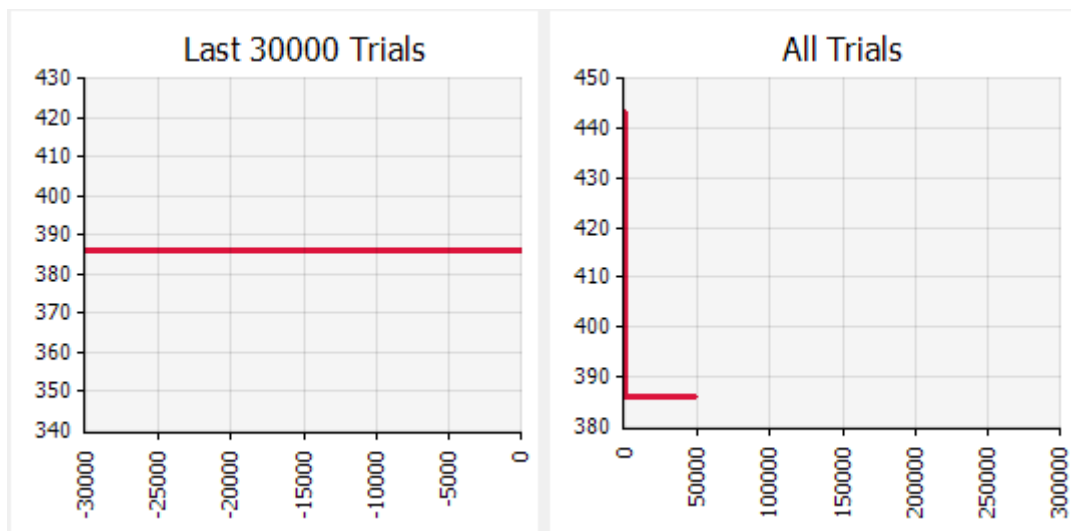
κυρώσεως ανέβαινε εκθετικά. Στην συνέχεια, θέτοντας υψηλότερες τιμές στην χωρητικότητα ( όπως 28, 30, 36, 40) τα παραπάνω προβλήματα σταμάτησαν να υπάρχουν και πλέον εξάγονταν μόνο βέλτιστες τιμές στην συνάρτηση καταλληλότητας. Παρατηρώντας τις τιμές της συνάρτησης εξήχθη το συμπέρασμα ότι αυξανομένης της χωρητικότητας οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης μειώνονται το οποίο αποτελεί και ένα λογικό συμπέρασμα. Τέλος, με βάση όλα τα αποτελέσματα τέθηκαν δυο όρια στις τιμές που μπορούσε να πάρει η χωρητικότητα ώστε να υπάρχουν βέλτιστες λύσεις με το κατώτερο να αντιστοιχεί στην τιμή 28 παλέτες και το ανώτερο στις 40 παλέτες.

### 5.2.3 Σύγκλιση του αλγορίθμου

Από τα παρακάτω διαγράμματα προόδου παρατηρείται ότι ενώ η αρχική τιμή (original) που βρίσκει ο αλγόριθμος στην επίλυση είναι 443,09 αυτή αλλάζει κατακόρυφα και πέφτει στο 386,21 που θεωρείται ως βέλτιστη τιμή (best) και την κρατάει σταθερή σε όλη την διάρκεια της επίλυσης και για τον συνολικό αριθμό των δοκιμών (50.000 trials). Αυτό συνέβη για όλες τις δοκιμές και για όλες τις λύσεις επομένως ο αλγόριθμος δεν εγκλωβίζεται σε τοπικά βέλτιστα.



Σχήμα 5.1: Τιμές συνάρτησης καταλληλότητας στις 27.000 δοκιμές



Σχήμα 5.2: Τιμές συνάρτησης καταλληλότητας στις 50.000 δοκιμές

Η παραπάνω επίλυση έγινε για μέγεθος πληθυσμού 30, πιθανότητα διασταύρωσης και μετάλλαξης 0,6 και 0,15 αντίστοιχα και για χωρητικότητα οχήματος 30 παλέτες.

#### 5.2.4 Εφαρμογή

Ο αλγόριθμος που διαμορφώθηκε στην παρούσα εργασία μπορεί να εφαρμοστεί για την δημιουργία διαδρομών από οποιαδήποτε εταιρία μεταφοράς εμπορευμάτων, καθώς ανταποκρίνεται σε ρεαλιστικές συνθήκες και παρέχει γρήγορα αποτελέσματα. Μπορεί να τροποποιείται με βάση τον συνολικό αριθμό οχημάτων, την ζήτηση, την χωρητικότητα ή οποιαδήποτε διαφορετική πολιτική ακολουθεί κάθε εταιρεία στις μεταφορές της.

Σε σχέση με άλλες προσεγγίσεις που περιλαμβάνουν πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση, η συγκεκριμένη μέθοδος παράγει ικανοποιητικές λύσεις σε αποδεκτό χρόνο, αντιμετωπίζοντας άμεσα το πρόβλημα της δρομολόγησης. Οι αποδεκτοί υπολογιστικοί χρόνοι επιτρέπουν πολλαπλές εκτελέσεις του αλγόριθμου για προσαρμογή του σε ρεαλιστικά δεδομένα.

### 5.2.5 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Στόχος αυτής της ενότητας είναι η πρόταση βελτιώσεων για την συγκεκριμένη αλγοριθμική αντιμετώπιση που εφαρμόστηκε στην παρούσα εργασία. Το πρόβλημα που διερευνήθηκε, βασίζεται σε ορισμένες παραδοχές που καθορίζουν το περίγραμμα των πραγματικών συνθηκών και οι οποίες θα μπορούσαν να διαφοροποιηθούν με κάποιες διαφορετικές υποθέσεις οι οποίες προτείνονται στη συνέχεια.

Αρχικά, θα ήταν ενδιαφέρον να επιλυθεί το πρόβλημα δρομολόγησης θεωρώντας στοχαστικούς χρόνους διαδρομής. Αυτό θα μπορούσε να γίνει θέτοντας χρονοπαράθυρα στη λειτουργία των οχημάτων όπως έκαναν οι Li et al. (2010). Επιπλέον, θα μπορούσε να συμπεριληφθεί η επίδραση των καιρικών συνθηκών που μετατρέπουν και πάλι τους χρόνους διαδρομής από ντετερμινιστικούς σε στοχαστικούς.

Μια διαφορετική αντιμετώπιση της εργασίας θα ήταν η επίλυση της με ταυτόχρονη Παραλαβή και Διανομή δηλαδή ακολουθώντας την παραλλαγή του κλασσικού Προβλήματος Δρομολόγησης που ονομάζεται Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Παραλαβή και Διανομή (VRPPD). Η παραλαβή θα μπορούσε να περιλαμβάνει την επιστροφή των παλετών από τους πελάτες-κόμβους στην κεντρική αποθήκη.

Στη συνέχεια, η ζήτηση των εμπορευμάτων θα μπορούσε να μην ανάγεται σε ζήτηση μιας τυπικής ημέρας από την ετήσια ζήτηση (που αποτελεί θεώρηση της παρούσας εργασίας) αλλά να προκύπτει με στοιχεία που έχουν συλλεχθεί κατά την διάρκεια του έτους συμπεριλαμβανομένης της ημέρας με τη μέγιστη ζήτηση και βρίσκοντας την απόκλιση της από την τυπική ημέρα.

Τέλος, θα μπορούσε να εξεταστεί κατά πόσο η αρχική λύση επηρεάζει το αποτέλεσμα που δίνει ο αλγόριθμος, δεδομένου ότι στην παρούσα εργασία ο αρχικός πληθυσμός παρείχεται τυχαία. Επομένως, Θα μπορούσε να κατασκευαστεί μια μέθοδος για την παραγωγή της αρχικής λύσης και να ερευνηθεί αν και κατά πόσο βελτιώνεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και του υπολογιστικού χρόνου.

## **6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

Agarwal Y., Mathur K., Salkin H.M. (1989). A set-partitioning-based exact algorithm for the vehicle routing problem. *Networks*, 19:731-749.

Alfa A.S., Heragu S.S., Chen M. (1991). A 3-opt based simulated annealing algorithm for vehicle routing problems. *Computers & Industrial Engineering*, 21:635-639.

Altinkemer K., Gavish B. (1991). Parallel savings based heuristic for the delivery problem. *Operations Research*, 39:456-469.

Araque J.R., Hall L., Magnanti T.L. (1990). Capacitated trees, capacitated routing and associated polyhedra. Discussion Paper 9061, CORE, University of Louvain La Neuve. Belgium.

Bean J.C. (1994). Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization. *ORSA Journal on Computing*, 6:154-160.

Bixby A., Coullard C., Simchi-Levi D. (1997). The capacitated prize-collecting traveling salesman problem. Working paper, Department of Industrial Engineering and Engineering Management, Northwestern University, Evanston, IL.

Bräysy, O., Dullaert, W., & Gendreau, M. (2004). Evolutionary algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics*, 10(6), 587-611.

Chris I., Gordon R. (2001). *Αλγεβρική Θεωρία Γραφημάτων*. Εκδόσεις Springer-Verlag.

Christofides N., Mingozzi A., Toth P. (1979). The vehicle routing problem. In Christofides N., Mingozzi A., Toth P., and Sandi C., editors, *Combinatorial Optimization*. Wiley, Chichester, UK. pp. 315-338.

Clarke G., Wright J. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, *Operations Research*. 12 #4, 568-581.

Colorni A., Dorigo M., Maniezzo V. (1991). Distributed optimization by ant colonies. In Varela F., Bourguin P., editors, *Proceedings of the European Conference on Artificial Life*. Elsevier.

Cordeau J. F., Laporte G., Mercier A. (2001). A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows, *Journal of the Operational research society*.

Cornuejols G., Harche F. (1993). Polyhedral study of the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical Programming*, 60:21-52.

- Dantzig B., Ramser H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*.
- Desrochers M., Desrosiers J., Solomon M.M. (1992). A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research*, 40:342-354.
- Desrochers M., Verhoog T.W. (1989). A matching based savings algorithm for the vehicle routing problem. Technical Report Cahiers du GERAD G8904, Ecole des Hautes Etudes Commerciales de Montreal. Canada.
- Dueck G. (1993). New optimization heuristics: The great deluge algorithm and the record to record travel. *Journal of Computational Physics*, 104:86-92.
- Dueck G., Scheurer T. (1990). Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm. *Journal of Computational Physics*, 90:161-15.
- Eiben, A. E., & Smith, J. E. (2003). Introduction (pp. 1-14). Springer Berlin Heidelberg.
- Fisher M., Jaikumar R. (1981). A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing. *Networks*. 11:109-124.
- Fisher M.L. (1994). Optimal solution of vehicle routing problems using minimum f-trees. *Operations Research*. 42:626-642.
- Gaskell T.J. (1967). Bases for vehicle fleet scheduling. *Operational Research Quarterly*, 18:281-295.
- Ghaziri H. (1991). Solving routing problems by a self-organizing map. *Artificial Neural Networks*. pp. 829-834.
- Gillett B.E., Miller L.R. (1974). A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. *Operations Research*, 22:340-349.
- Goldberg D.E, Lingle R. (1985). Alleles, loci and the traveling salesman problem. In Grefenstette J.J., editor, *ings of the First International Conference on Genetic Algorithms*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ, pp. 154-159.
- Golden B., Raghavan S., Wasil E. (2008). *The Vehicle Routing Problem, Latest Advances and New Challenges*. Εκδόσεις Springer.
- Hadjiconstantinou E., Christofides N., Mingozzi A. (1995). A new exact algorithm for the vehicle routing problem based on q-paths and shortest paths relaxations. *Annals of Operations Research*, 61:21-43.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. U Michigan Press.



- Jih, W. R., & Hsu, Y. (2004). A family competition genetic algorithm for the pickup and delivery problems with time window. *Bulletin of the College of Engineering*, 90, 121-130.
- Matsuyama Y. (1991). Self-organization via competition, cooperation and categorization applied to extended vehicle routing problems. In *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, Seattle, WA. pp. 385-390.
- Mole R.H., Jameson S.R. (1976). A sequential route-building algorithm employing a generalized savings criterion. *Operational Research Quarterly*, 27:503-511.
- Nelson M.D., Nygard K.E., Griffin J.H., Shreve WE. (1985). Implementation techniques for the vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 12:273-283.
- Osman I.H. (1993). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, 41:421-451.
- Parragh S., Doerner K., Hartl R. (2008). A survey on pickup and delivery problems, Part II: Transportation between pickup and delivery locations.
- Robuste F., Daganzo C.F., Souleyrette R. (1990). Implementing vehicle routing models. *Transportation Research B*, 24:263-286.
- Rochat Y., Taillard E.D. (1995). Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. *Journal of Heuristics*, 1:147-167.
- Saita, S.M., Youssef, H. (1999). *Iterative Computer Algorithms with Applications in Engineering. Solving Combinatorial Optimization Problems*, chapter 3. IEEE Computer Society.
- Schmitt L.J. (1995). An evaluation of a genetic algorithmic approach to the vehicle routing problem. Working paper, Department of Information Technology Management, Christian Brothers University, Memphis, TN.
- Schumann M., Retzko R. (1995). Self-organizing maps for vehicle routing problems—minimizing an explicit cost function. In Fogelman-Soulie F., editor, *Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks*, Paris. pp. 401-406.
- Toth P., Vigo D. (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Εκδόσεις Siam.
- Wren A., Holliday A. (1972). Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points. *Operational Research Quarterly*, 23:333-344.
- Xu J., Kelly J.P. (1996). A network flow-based tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Transportation Science*, 30:379-393.

Yellow P. (1970). A computational modification to the savings method of vehicle scheduling. *Operational Research Quarterly*, 21:281-283.

Αντρέου Μ. (2008). Μελέτη Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων με την εργαλειοθήκη του Matlog. Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης.

Βλαχάβας Ι., Κεφαλάς Π., Βασιλειάδης Ν., Κόκκορας Φ., Σακελλαρίου Η. (2011). Τεχνητή Νοημοσύνη Γ' Έκδοση.

Γεωργόπουλος Ε., Λυκοθανάσης Σ. (1999). Εισαγωγή στους Γενετικούς Αλγόριθμους. Εργαστήριο αναγνώρισης προτύπων, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Γιαννέλος Π. (2014). Βελτιστοποίηση Δρομολόγησης Οχημάτων Μέρος Α'.

Ηλιοπούλου Χ. (2013). Διπλωματική Εργασία για τα Υδροπλάνα, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών.

Καρλαύτης Μ., Λαγαρός Ν. (2010). Επιχειρησιακή έρευνα και βελτιστοποίηση για μηχανικούς. Εκδόσεις Συμμετρία.

Κεραμιώτης Κ. (2006). Παραμετρική Μελέτη Γενετικού Αλγόριθμου για την Επίλυση του Προβλήματος Ομαδικού Προσανατολισμού. Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Σχολή Επιστημών της Διοίκησης, Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης.

Κινικλής Β. (2009). Αλγόριθμος επαναληπτικής επανασύνδεσης διαδρομών με χρήση τοπικής αναζήτησης για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων. Διπλωματική Εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης.

Λαζαρόπουλος Ν. (2010). Βέλτιστη δρομολόγηση οχήματος σε συνθήκες αβεβαιότητας. Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών.

Λιγνός Γ. (2010). Επίλυση Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα και Χωρητικότητα (VRPTW). Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Χημικών Μηχανικών.

Μακρόπουλος Χ., Ευστρατιάδης Α. (2011). Γενετικοί Αλγόριθμοι, Σημειώσεις βελτιστοποίησης Συστημάτων και Υδροπληροφορικής, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τομέας υδατικών πόρων και περιβάλλοντος.

Μαρκουλάκης Β. Αλγόριθμος Περιορισμένης Αναζήτησης για το Πρόβλημα Δρομολόγησης και Αποθεματοποίησης. Διπλωματική Εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης.

Ξυδιάρη Α. (2008). Μεθοδολογία γενετικού αλγόριθμου για τη βέλτιστη επέκταση συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας σε περιβάλλον απελευθερωμένης

αγοράς. Μεταπτυχιακή Διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης.

Πέτικας Ι. (2012). Υβριδικοί εξελικτικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης και εφαρμογές σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Τμήμα Πληροφορικής.

Σταθόπουλος Α., Καρλαύτης Μ. (2008). Σχεδιασμός Μεταφορικών Συστημάτων, Εκδόσεις Παπασωτηρίου.

Σωτηρίου Κ. (2010). Ανάπτυξη υπηρεσίας Trip Planning, Δρομολόγηση υπό περιορισμούς, Εφαρμογή σε οδικό δίκτυο. Μεταπτυχιακή Διατριβή, Χαροκόπειο Πανεπιστήμιο, Τμήμα Γεωγραφίας.

Τζιλιβάκης Α. (2010). Προσαρμογή και εφαρμογή μεθευρετικών αλγόριθμων στην επίλυση προβλημάτων σχεδιασμού δικτύων. Μεταπτυχιακή Διατριβή, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης.

Φούντας Γ. (2013). Δρομολόγηση πλοίων μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων με στοχαστικούς χρόνους διαδρομής, ταυτόχρονες παραλαβές και παραδόσεις και χρονικούς περιορισμούς: Η περίπτωση του Αιγαίου πελάγους. Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών.

23<sup>ο</sup> Εθνικό Συνέδριο Ελληνικής Εταιρίας Επιχειρησιακών Ερευνών (2012). Διαχείριση ενεργειακών πόρων και συστημάτων.