



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΔΙΚΤΥΩΝ  
ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΡΟΘΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΑΘΗΝΑ, 2014

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΛΥΡΙΔΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	Εισαγωγή.....	5
2	Εισαγωγή στην βελτιστοποίηση προβλημάτων της επιχειρησιακής έρευνας.	7
3	Ανάλυση της χωροθέτησης (Locational analysis).....	9
3.1	Το πρόβλημα της χωροθέτησης των εγκαταστάσεων (Facility Location Problem).....	9
3.1.1	Επίπεδα μοντέλα χωροθέτησης.....	9
3.1.2	Μοντέλα αποθήκευσης.....	11
3.1.3	Μοντέλα χωροθέτησης δικτύου.....	11
3.1.4	Διακριτά μοντέλα χωροθέτησης.....	13
3.2	Προβλήματα χωροθέτησης πλήμνης (Hub location problem).....	13
4	Εκτεταμένη έρευνα των μοντέλων σχεδιασμού μεταφορών.....	16
4.1	Μοντέλα για το γενικότερο πρόβλημα χωροθέτησης p-πλημνών (p-hub location problem), υποκατηγορίες και παραλλαγές.....	16
4.1.1	Μοντέλα για το γενικό πρόβλημα χωροθέτησης πλήμνης.....	16
4.1.2	Υποκατηγορίες του προβλήματος χωροθέτησης p-πλημνών.....	19
4.1.3	Παραλλαγές του προβλήματος χωροθέτησης πλήμνης.....	23
4.2	Μελετώντας το φαινόμενο της συμφόρησης.....	26
4.2.1	Μοντέλα <<πλήμνης και ακτίνας>> με συμφόρηση (hub and spoke with congestion).....	26
4.2.2	Προέκταση του προβλήματος <<πλήμνης και ακτίνας>> υπό συμφόρηση.....	29
4.3	Ανάπτυξη μοντέλων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.....	32
4.4	Θεώρηση του μη ολοκληρωμένου μοντέλου.....	35
4.4.1	Πρότυπα μη ολοκληρωμένων μοντέλων διαφόρων κατηγοριών.....	35
4.4.2	Ελλιπή μοντέλα κάλυψης πλήμνης (hub covering models).....	39
4.5	Εργασίες με θέμα την διαχείριση αποθεματικού.....	42
4.6	Εστιάζοντας σε δίκτυα με επίγεια μέσα μεταφοράς.....	46
4.6.1	Μοντέλα με πολλαπλά μέσα μεταφοράς στο επίκεντρο.....	46
4.6.2	Η επιλογή του τρένου ως κύριο μέσο μεταφοράς.....	50
4.6.3	Μοντέλα που επιτρέπουν ενδιάμεσες στάσεις στην πορεία της μεταφοράς.....	53
4.7	Έρευνα για την επίλυση του προβλήματος χωροθέτησης μονάδων και σχεδιασμός δικτύων [facility location/ network design problem (FLDNP)].....	57
4.8	Σχεδιάζοντας 'πράσινα' δίκτυα φιλικά προς το περιβάλλον.....	60
4.9	Μοντέλα εφοδιαστικής αλυσίδας.....	65
5	Αξιολόγηση σημασίας των μοντέλων των εργασιών.....	69
5.1	Χρονολογική έρευνα.....	69
5.2	Περιοδικά δημοσίευσης.....	70
5.3	Αριθμός αναφορών στις εργασίες που αναλύθηκαν.....	71
6	Χρησιμότητα και κύρια χαρακτηριστικά των μοντέλων μελέτης.....	72
6.1	Εφαρμογές.....	72
6.2	Ταξινόμηση μοντέλων.....	74
6.2.1	Πρόβλημα χωροθέτησης p-πλημνών [p-Hub Location Problem (Klincewitz 1991)].....	75

6.2.2 Πρόβλημα διάμεσου p-πλημνών [P-Hub Median Problem (Campbell 1992)].....	76
6.2.3 Τροποποίηση του προβλήματος χωροθετησης p-πλημνών (Podnar et al. 2002).....	77
6.2.4 Το πρόβλημα χωροθέτησης p-πλημνών μονής κατανομής άνευ χωρητικότητας [Uncapacitated, Single Assignment p-Hub Location Problem (USApHLP)] (Elhendli, Hu 2005).....	78
6.2.5 Το πρότυπο χωροθετησης πλήμνης με γενικευμένες δαπάνες [Uncapacitated hub location model with general costs (UHLM-G)] (Racunica, Wynter 2005).....	79
6.2.6 Το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής με περιορισμένη χωρητικότητα και διαμορφωμένες χωρητικότητες συνδέσεων [Capacitated Single Assignment Hub Location Problem with Modular Link Capacities (CSHPL-M)] (Yaman, Carello 2005).....	80
6.2.7 Το <<άρτι αφιχθέν>> πρόβλημα σχεδίασης δικτύου πλήμνης [The Latest Arrival Hub Network Design Problem] (Yaman et al. 2007).....	81
6.2.8 Το πρόβλημα σχεδίασης δικτύου διάμεσου p-πλημνών μονής κατανομής [Single Allocation p-Hub median network design problem (Alumur et.al 2009)].....	82
6.2.9 Το ελλιπές πρόβλημα χωροθετησης κάλυψης πλήμνης [Incomplete Hub Covering Location Problem] (Calik et al. 2009).....	83
6.2.10 Το πρόβλημα σχεδίασης δικτύου εφοδιασμού πολλαπλών εμπορευμάτων [Multi-Commodity Logistics Network Design Problem (MCLNP)] (Qin et al. 2009).....	84
6.2.11 Το πρόβλημα χωροθέτησης πλήμνης μονής κατανομής υπό συμφόρηση [Single Allocation Hub Location Problem under Congestion (De Camargo et al. 2011)].....	85
6.2.12 Το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης και σχεδίασης δικτύου με πολλαπλά μέσα μεταφοράς [Multimodal hub location and hub network design problem] (Alumur et al. 2012).....	86
6.2.13 Το πρόβλημα χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμός δικτύων με περιορισμένη χωρητικότητα [Capacitated Facility Location/Network Design Problem (CFLDNP)] (Contreras et al. 2012).....	88
6.2.14 Ενήμερη δρομολόγηση ενέργειας και σχεδιασμός δικτύου με συσσωρευμένες συνδέσεις [Power Aware Routing and Network Design with Bundled Links [(PARND-BL)] (Garoppo et al. 2013).....	89
6.2.15 Το δίκτυο εφοδιαστικής αλυσίδας [Supply Chain Network (SCN)] (Shankar et al. 2013).....	90
6.3 Γραφήματα.....	91
6.3.1 Περιοχή λύσεων.....	91
6.3.2 Μορφή αντικειμενικής συνάρτησης.....	92
6.3.3 Χωρητικότητα πλήμνης.....	93
6.3.4 Προσδιορισμός αριθμού πλημνών.....	94
6.3.5 Κόστος χωροθέτησης μιας πλήμνης.....	94
6.3.6 Κόστος σύνδεσης σε μια πλήμνη.....	95
6.3.7 Κατανομή δικτύου.....	96

6.3.8 Μορφή δικτύου.....	96
7 Εργαλεία για την επίλυση των προβλημάτων.....	98
7.1 Βάσεις δεδομένων και σενάρια μελέτης .....	98
7.2 Τεχνικές επίλυσης .....	100
8 Συμπεράσματα .....	104
Βιβλιογραφία.....	106

## 1 Εισαγωγή

Ένα από τα μεγαλύτερα θέματα που αντιμετώπισε ο άνθρωπος από τις πρώτες στιγμές δημιουργίας του ήταν αυτό της εγκατάστασης, δηλαδή που θα εγκατασταθεί και θα αναπτύξει συνεκτικούς δεσμούς με τους συνάνθρωπους του. Έτσι το ενδιαφέρον το οποίο έχει αναπτυχθεί σε σχέση με τη χωροθετηση εγκαταστάσεων δεν αποτελεί σημερινό φαινόμενο. Από την επιστήμη της χωροθετησης τα οφέλη που απορρέουν είναι πολλαπλά και σημαντικά και για αυτό τα τελευταία χρόνια και με την έκρηξη της τεχνολογίας των υπολογιστικών συστημάτων τυγχάνει μεγάλης προσοχής και ανάπτυξης. Πολλοί μελετητές παγκοσμίως ασχολούνται με αυτό το ζήτημα και η εκπόνηση εργασιών έχοντας ως κεντρικό θέμα τα προβλήματα χωροθετησης και γενικότερα την βελτιστοποίηση και τελειοποίηση δικτύων παρουσιάζονται ολοένα και περισσότερο. Ο όρος εγκατάσταση χρησιμοποιείται με μια πιο ευρεία σημασία και περιλαμβάνει αεροδρόμια, λιμάνια, εργοστάσια, αποθήκες νοσοκομεία, σταθμούς άμεσης εξυπηρέτησης και αλλά.

Οι παράγοντες για τους οποίους έχουν αναπτυχθεί ευρέως τα πρότυπα χωροθετησης είναι πολλοί. Καλύπτουν ένα ιδιαίτερα ευρύ φάσμα δραστηριοτήτων και έτσι ο ρυθμός ανάπτυξης τους γίνεται όλο και εντονότερος. Τα οικονομικά οφέλη που απορρέουν δεν επηρεάζουν άμεσα μόνο το σύνολο σχεδόν όλων των δραστηριοτήτων του ανθρώπου αλλά και τον ιδιωτικό και το κρατικό τομέα. Όσον αφορά τον ιδιωτικό η αποτελεσματική χωροθετηση των εγκαταστάσεων δίνει την ικανότητα στις διαφορές εταιρείες να μπορούν να επιβιώνουν στις ανταγωνιστικές συνθήκες της κάθε αγοράς διατηρώντας παράλληλα το μερίδιο που τους αναλογεί. Εξίσου σημαντικά οφέλη έχει και ο δημόσιος τομέας καθώς με την αποτελεσματική χωροθετηση μπορεί να καταφέρει την παροχή αξιόπιστων κρατικών υπηρεσιών κρίσιμων για τον πολίτη. Ακόμη άλλος ένα σημαντικός παράγοντας που μπορεί να έχει θετικές επιπτώσεις είναι το περιβάλλον και η ανάπτυξη πρασίνων δικτύων που απορρέουν από την αποτελεσματική χωροθετηση μονάδων παροχής εξυπηρέτησης.

Γενικότερα τα προβλήματα δικτύων αφορούν στην περίπτωση οποιαδήποτε συνδυασμού ανθρώπων, δραστηριοτήτων αλλά και αντικειμένων, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με νοητές η απτές διασυνδέσεις για την επίτευξη ενός έργου η μεταφοράς η και απλής επικοινωνίας. Ένα δίκτυο που αποτελείται από  $n$  κόμβους μπορεί να περιλαμβάνει έως και  $[n \cdot (n - 1) / 2]$  συνδέσεις, οι οποίες θα ενώνουν ανά δυο τους κόμβους του δικτύου. Έτσι γίνεται σαφές ότι σε προβλήματα με πολύ μεγάλο αριθμό κόμβων και ως συνέπεια αυτού μεγάλο αριθμό συνδέσεων, η εύρεση της βέλτιστης λύσης είναι μια πολύπλοκη και δύσκολη διαδικασία, ενώ κάθε πρόβλημα αποκτά μια μοναδικότητα ως προς την πορεία επίλυσης του που ακολουθητέοι κάθε φορά. Ως εκ τούτου για τα περισσότερα προβλήματα αυτού του είδους αναπτύσσονται προσεγγιστικοί μέθοδοι επίλυσης (heuristics), χωρίς βεβαία να λείπουν οι εξαιρέσεις κυρίως σε ότι αφορά προβλήματα μικρότερου μεγέθους.

Η μείωση του κόστους μεταφοράς αγαθών και η παράλληλη αύξηση της ποσότητας των αγαθών που μεταφέρονται μέσω ενός δικτύου, όπως επίσης και η εξοικονόμηση χρόνου είναι κάποιοι από τους αντικειμενικούς στόχους ενώ προβλήματος βελτιστοποίησης, το οποίο αφορά το χώρο των μεταφορών. Επομένως στόχος της επιστημονικής κοινότητας είναι η όλο και πιο επιτυχής προτυποποίηση προβλημάτων μεταφοράς και προγραμματισμού.

Στα πλαίσια αυτή της εργασίας γίνεται μια εκτενής μελέτη στο σχεδιασμό δικτύων και ειδικότερα στα προβλήματα χωροθετησης εγκαταστάσεων (facility location problem) και στα προβλήματα χωροθετησης πλήμνης (hub location problem). Στην ενότητα 3 γίνεται εκτενής παρουσίαση αυτών των δυο προβλημάτων καθώς δίδονται οι ορισμοί τους, οι κατηγοριοποιήσεις τους, θετικά και αρνητικά καθώς και ομοιότητες και διαφορές τους. Στην ενότητα 4 παρουσιάζεται το έργο πάνω από 80 εργασιών. Αυτές διαχωρίζονται σε υποενότητες ανάλογα με το θέμα που παρουσιάζουν και γίνεται η επιλογή των κυριότερων που αναπτύσσονται λεπτομερώς καθώς γίνεται εκτενής περιγραφή και ανάλυση τους, παρουσιάζεται η μοντελοποίηση τους, δηλαδή, οι αντικειμενικές συναρτήσεις και οι περιορισμοί τους και συμπεράσματα όπως επίσης και αποτελέσματα για καθεμία ξεχωριστά.

Στη συνέχεια στην ενότητα 5 γίνεται μια αξιολόγηση και στατιστική ανάλυση των προαναφερθέντων εργασιών βάσει συγκεκριμένων κριτηρίων όπως είναι το έτος δημοσίευσης τους, τα περιοδικά δημοσίευσης τους, σε πόσες άλλες εργασίες έχουν γίνει αναφορά. Στην ενότητα 6 καταγράφονται οι εφαρμογές τους και γίνεται η εκτενής παρουσίαση κάθε μοντέλου ανάλογα με τις παραδοχές του καθώς και τις παραμέτρους εισόδου και εξόδου του. Στη συνέχεια για κάθε μια παραδοχή προκύπτει και ένα γράφημα. Στην ενότητα 7 προβάλλονται οι βάσεις δεδομένων και τα σενάρια μελέτης που χρησιμοποιούνται σε κάθε μοντέλο για την επίλυση του. Επίσης διατυπώνονται οι τεχνικές επιλύσεις κάθε μοντέλου και γίνεται εκτενής αναφορά στους αλγόριθμους που χρησιμοποιήθηκαν. Τέλος στην ενότητα 8 γίνεται η παρουσίαση των συμπερασμάτων που εξήχθησαν από την παρούσα εργασία.

## **2 Εισαγωγή στην βελτιστοποίηση προβλημάτων της επιχειρησιακής έρευνας.**

Με τον όρο επιχειρησιακή έρευνα περιγράφεται η επιστήμη που ασχολείται με τη βελτιστοποίηση της απόδοσης ενός συστήματος. Αποτελεί ένα σύνολο τεχνικών οι οποίες χρησιμοποιούν μαθηματικά μοντέλα δημιουργώντας μια ποσοτική και ορθολογική βάση για τη λήψη αποφάσεων που θα οδηγήσουν στην εύρυθμη και βελτιστοποιημένη λειτουργία ενός συστήματος. Ο σχεδιασμός ενός συστήματος που μπορεί να ικανοποιεί τις απαιτήσεις ασφαλείας δε σημαίνει ότι αποτελεί και μια επαρκή λύση. Είναι απαραίτητο να γίνει ο σχεδιασμός του συστήματος με τον πιο βέλτιστο τρόπο. Βέλτιστος ονομάζεται ένας σχεδιασμός που ικανοποιεί τις λειτουργικές προδιαγραφές, ελαχιστοποιώντας παράλληλα και συγκριμένα κριτήρια.

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η εύρεση ενός κατάλληλου συνδυασμού ανεξάρτητων μεταβλητών που μπορούν να λάβουν είτε πραγματικές είτε ακέραιες τιμές και τις οποίες αποκαλούμε ως παραμέτρους ή μεταβλητές σχεδιασμού, έτσι ώστε να επιτευχτεί η βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Οι παράμετροι σχεδιασμού κινούνται συνήθως σε συγκεκριμένο εύρος καθώς υπόκεινται σε περιορισμούς και έτσι καθορίζεται και ο χώρος αναζήτησης τους. Άλλωστε υπάρχουν και συναρτήσεις περιορισμού για τα προβλήματα βελτιστοποίησης που καθορίζουν τον χώρο των αποδεκτών λύσεων ενός συστήματος. Έτσι οι περιορισμοί αποτελούν τα φυσικά όρια που τίθενται για την επίτευξη ενός στόχου.

Ένας όρος που χρησιμοποιείται ευρέως στη επιχειρησιακή ερευνά είναι αυτός του συστήματος. Με τον όρο σύστημα θεωρείται ένα σύνολο από τοποθετήσεις αντικειμένων και υποκειμένων, τα όποια συνδυάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να αποτελούν μια ολότητα. Ιδιαίτερα στην επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας με τον όρο σύστημα αναφέρονται οι πάσης φύσεως επιχειρήσεις, βιομηχανίες κρατικές υπηρεσίες, κατασκευαστικές εταιρίες, μελετητικά γραφεία και αλλά. Για να αντιμετωπιστεί επιτυχώς η μελέτη και ο σχεδιασμός ενός συστήματος είναι απαραίτητη η χρήση ενός μαθηματικού προτύπου, μιας αναπαράστασης δηλαδή, του συστήματος, στην οποία οι σημαντικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πραγματικών χαρακτηριστικών έχουν αντικατασταθεί από σχέσεις μεταξύ μαθηματικών στοιχείων, ενώ οι μη-σημαντικές έχουν παραλειφτεί.

Πλήθος μεθοδολογιών βελτιστοποίησης έχουν δημιουργηθεί και αναπτύχτει τα τελευταία χρόνια. Από τους πρώτους αλγορίθμους βελτιστοποίησης που εφαρμόστηκαν ήταν αυτοί που πάρθηκαν από τις επιστήμες των οικονομικών, των μαθηματικών και της επιχειρησιακής ερευνάς σκι βασίζονται στον μαθηματικό προγραμματισμό. Είναι τεχνικές ιδιαίτερα εύχρηστες και αποδοτικές και μπορούν να οδηγήσουν ένα σύστημα στη βελτιστοποίηση έχοντας παράλληλα και ένα πολύ μεγάλο εύρος πρακτικών εφαρμογών. Οι

τεχνικές αυτές βελτιστοποίησης που έχουν ως βάση τον μαθηματικό προγραμματισμό μπου να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

1. Γραμμικός προγραμματισμός (Linear Programming-LP). Οι μέθοδοι γραμμικού προγραμματισμού έχουν να κάνουν με την αντιμετώπιση προβλημάτων όπου η αντικειμενική συνάρτηση όπως και οι συναρτήσεις περιορισμών είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών σχεδιασμού. Έτσι η βέλτιστη λύση βρίσκεται επί του συνόρου μιας η και περισσότερων συναρτήσεων περιορισμού. Σε αυτά τα προβλήματα ένα τοπικό ελάχιστο είναι και οπωσδήποτε και καθολικό ελάχιστο του προβλήματος.
2. Μη-Γραμμικός προγραμματισμός (Non-Linear Programming- NLP). Αποτελούν τις πιο διαδεδομένες τεχνικές μαθηματικού προγραμματισμού. Περιλαμβάνουν όλες τις περιπτώσεις όπου η αντικειμενική συνάρτηση αλλά και οι συναρτήσεις περιορισμού είναι μη-γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών σχεδιασμού. Σε αυτή την περίπτωση το τοπικό ελάχιστο δεν συμπίπτει σε καμία περίπτωση με το καθολικό ελάχιστο.
3. Ακέραιος προγραμματισμός (Integer Programming – IP). Εδώ οι μεταβλητές σχεδιασμού δεν είναι συνεχείς, αλλά παίρνουν διακριτές τιμές από κάποιο συγκεκριμένο σύνολο τιμών. Συνήθως είναι ακέραιες και γι αυτό το λόγο ονομάζεται και ακέραιος προγραμματισμός. Ακόμη υπάρχουν και περιπτώσεις <<μεικτού ακέραιου προγραμματισμού>> (mixed integer programming), όπου μερικές μεταβλητές είναι συνεχείς και άλλες διακριτές.
4. Γεωμετρικός προγραμματισμός (Geometric Programming). Αυτή η περίπτωση αποτελεί μια ειδική κατηγορία προβλημάτων όπου οι συναρτήσεις περιορισμού αλλά και η αντικειμενική συνάρτηση είναι πολυωνυμικής μορφής συναρτήσεις των μεταβλητών σχεδιασμού. Σε αυτά τα προβλήματα ισχύει ότι οι μεταβλητές σχεδιασμού λαμβάνουν μόνο θετικές τιμές.
5. Δυναμικός προγραμματισμός (Dynamic Programming – DP). Οι μέθοδοι που ακολουθούνται σε αυτού του είδους τα προβλήματα είναι κυρίως διασπαστικού χαρακτήρα, δηλαδή, το μεγάλο και σχετικά πολύπλοκο πρόβλημα αναλύεται σε μικρότερα και πιο εύκολα αντιμετωπίσιμα προβλήματα. Κάθε υπό-πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με μια από τις παραπάνω μεθόδους. Έτσι ο δυναμικός προγραμματισμός στην ουσία αποτελεί μια μέθοδο διαμερισμού των προβλημάτων βελτιστοποίησης σε μικρότερα και απλούστερα υπό-προβλήματα.

Σε αυτήν την εργασία γίνεται ανάλυση κυρίως προβλημάτων γραμμικού και ακέραιου προγραμματισμού. Επίσης παρουσιάζονται και προβλήματα μη-γραμμικού προγραμματισμού.



### **3 Ανάλυση της χωροθέτησης (Locational analysis).**

Ένα μεγάλο θέμα της επιχειρησιακής ερευνάς που τυγχάνει μεγάλης προσοχής τα τελευταία χρόνια, είναι αυτό της ανάλυσης της χωροθετησης εγκαταστάσεων για την ανάπτυξη και βελτιστοποίηση νέων δικτύων. Για τους σκοπούς αυτής της εργασίας ως ανάλυση της χωροθετησης θεωρείται η διατύπωση μοντέλων και η επίλυση τους ώστε να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα της χωροθετησης και γενικότερα η ανάπτυξη και η βελτιστοποίηση των υπό σχεδιασμό δικτύων.

#### **3.1 Το πρόβλημα της χωροθετησης των εγκαταστάσεων (Facility Location Problem)**

Τα υπό μελέτη μοντέλα χωροθετησης τυπικά περιλαμβάνουν την ανεύρεση τοποθεσίας για μια ή περισσότερες εγκαταστάσεις. Η χωροθετηση νέων εγκαταστάσεων γίνεται μετά από προσεκτική μελέτη λαμβάνοντας υπ όψιν την τοποθεσία των ήδη υπαρχουσών εγκαταστάσεων και τα μεταφορικά έξοδα που προκύπτουν είναι συνήθως ανάλογα με τις αποστάσεις μεταξύ των νέων και των υφιστάμενων εγκαταστάσεων. Όταν ο αριθμός των πιθανών τοποθεσιών για τις νέες εγκαταστάσεις είναι πεπερασμένος, συνήθως περιλαμβάνονται σταθερά και πάγια έξοδα που προκύπτουν από την δημιουργία των εγκαταστάσεων. Επίσης ένα ζήτημα μεγάλου ενδιαφέροντος θα ήταν ο καθορισμός ενός ορίου στον αριθμό των νέων εγκαταστάσεων που θα ιδρυθούν καθώς και ο καθορισμός ανώτατων ορίων μεταξύ των νέων και των ήδη υπαρχουσών εγκαταστάσεων. Επιπροσθέτως οι ποσότητες που θα μεταφερθούν μεταξύ παλιών και νέων μπορεί να είναι μεταβλητές που θα προσμετρηθούν στην αντικειμενική συνάρτηση. Ως εκ τούτου στόχος είναι η κατασκευή ενός μοντέλου με μια σειρά από μεταβλητές, περιορισμούς επί των μεταβλητών, καθώς και μια ορισμένη αντικειμενική συνάρτηση που σκοπός της θα είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς. Θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε τέσσερις κατηγορίες των μοντέλων χωροθετησης: τα επίπεδα μοντέλα, τα μοντέλα αποθήκευσης, τα μοντέλα δικτυού και τα διακριτά μοντέλα.

##### **3.1.1 Επίπεδα μοντέλα χωροθετησης**

Ειδικότερα τα επίπεδα μοντέλα χωροθετησης, όπως άλλωστε δηλώνονται και από το όνομα τους αφορούν την χωροθετηση εγκαταστάσεων σε ένα επίπεδο , όταν ο αριθμός των πιθανών τοποθετήσεων είναι συνήθως άπειρος. Τα μοντέλα αυτά τυπικά συνήθως περιλαμβάνουν ευκλείδειες αποστάσεις ή άλλες σχετικές αποστάσεις και ως προς την φύση τους είναι συνεχή. Ακριβώς επειδή είναι συνεχή επιτρέπουν πιο εύκολα την ανάλυση και μπορούν να δώσουν χρήσιμα γενικά συμπεράσματα. Όπως πιστεύουν οι περισσότεροι μελετητές τα επίπεδα μοντέλα χωροθετησης έχουν κυρίως άξια για την εικόνα που παρέχουν παρά για την ακρίβεια που προκύπτει από την ανάλυση των προβλημάτων

τους. Εμπεριέχουν συγκεκριμένες βασικές παραδοχές που περιορίζουν τον ρεαλισμό τους. Έτσι πιστεύεται ότι η κατασκευή πολύπλοκων και λεπτομερών τέτοιων μοντέλων θα μπορούσε να είναι μια πολύ καλή άσκηση.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως υπάρχει μια ποικιλία από προσεγγίσεις για να λυθούν τα προβλήματα χωροθετησης. Μια από αυτές είναι η κατασκευή των επίπεδων μοντέλων. Τυπικά το πρόβλημα χωροθετησης ενός επιπέδου μοντέλου περιλαμβάνει την χωροθετηση ενός ή περισσότερων νέων εγκαταστάσεων σε ένα επίπεδο που τα κόστη εξαρτώνται από μια επιλεγμένη επίπεδη απόσταση μεταξύ νέων εγκαταστάσεων και ήδη υπάρχουσών εγκαταστάσεων που έχουν οι τοποθεσίες τους είναι ήδη γνωστές. Οι νέες εγκαταστάσεις θα πρέπει να οροθετηθούν έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται ένα κατάλληλα επιλεγμένο συνολικό κόστος. Οι κυριότερες παραδοχές σχετικά με αυτά τα μοντέλα είναι οι εξής :

1. Ένα επίπεδο είναι μια επαρκής προσέγγιση μιας σφαίρας.
2. Οποιοδήποτε σημείο στο επίπεδο είναι μια έγκυρη τοποθεσία που πρέπει να ληφθέν υπ όψιν.
3. Οι εγκαταστάσεις που θα οροθετηθούν μπορούν να εξιδανικευτούν σαν σημεία και έτσι να υπάρχει μια κενή περιοχή.
4. Οι αποστάσεις ταξιδιού μεταξύ των νέων εγκαταστάσεων και των ήδη υπάρχουσών μπορεί να εκπροσωπηθούν επαρκώς από μια επίπεδη απόσταση.
5. Τα μεταφορικά κόστη είναι ευθέως ανάλογα με την επίπεδη απόσταση που χρησιμοποιείται με τους περιορισμούς της αναλογικότητας να είναι ανεξάρτητη από τις τιμές των αποστάσεων.
6. Τα πάγια έξοδα μπορούν να αγνοηθούν.
7. Δεν συνδέονται με προβλήματα κατανομής.

Γίνεται σαφές ότι ορισμένες από τις παραπάνω προϋποθέσεις είναι αρκετά αυστηρές. Για παράδειγμα μια πολυεθνική εταιρία δεν θα είχε κανένα ενδιαφέρον για ένα τέτοιο μοντέλο αφού εξαιτίας της θεώρησης (1) θα είχε τοπικό η περιφερειακό χαρακτήρα, κάτι που θα ήταν αντίθετο με την μορφή της. Η θεώρηση (2) είναι παρομοίως αρκετά ισχυρή, καθώς αν ένα μοντέλο που θα προτείνει για παράδειγμα μια τοποθεσία στο μέσω ενός χώρου, δεν θα είναι αρκετά αποτελεσματικό καθώς θα περιμέναμε πιο κοντινές θέσεις για την χωροθετηση μιας εγκατάστασης. Η θεώρηση (3) μπορεί να είναι η και μην είναι μια αυστηρή παραδοχή ανάλογα με το αντικείμενο του μοντέλου. Αν ένα μοντέλο θα χρησιμοποιούταν ώστε να αποφασίσει η τοποθεσία ενός μηχανήματος μέσα σε ένα εργοστάσιο τότε η (3) θα μπορούσε να είναι αρκετά αυστηρή, και το καλύτερο που θα μπορούσαμε να περιμένουμε είναι ότι μια τοποθεσία που είναι κοντά σε αυτή που υποδεικνύεται από το μοντέλο θα ήταν αποδεκτή. Η θεώρηση (4) είναι πιο περιπλοκή απ ότι εμφανίζεται, καθώς η πρώτη σκέψη για μια επίπεδη απόσταση μεταξύ δυο σημείων θα ήταν αυτή της ευθείας γραμμής που θα τα ένωνε. Ωστόσο κάτι τέτοιο δεν ισχύει αν σκεφτούμε για παράδειγμα την πολυπλοκότητα της κίνησης που ακόλουθη ένα

δρόμο που δεν είναι ποτέ ευθεία. Όσον αφορά την θεώρηση (5) είναι εύκολο να αξιολογηθεί η εμπειρία ενός άτομου που υπαγορεύει ότι πιο εύκολα θα προσεγγίσει μια κατάσταση που είναι κοντά του ώστε εξυπηρετηθεί παρά μια που είναι μακριά του. Περαιτέρω θα μπορούσαμε να αναφέρουμε ότι η κριτική που δέχεται το επίπεδο μοντέλο οφείλεται στην παραδοχή (6) καθώς τα πάγια έξοδα της ίδρυσης μιας εγκατάστασης είναι πιθανό να είναι αρκετά σημαντικά και η αγνόηση τους να προκαλεί πρόβλημα εγκυρότητας στο τελικό αποτέλεσμα. Τέλος θεωρώντας την (7) είναι συχνή η περίπτωση το ταξίδι που λαμβάνει χώρα ανάμεσα σε μια νέα εγκατάσταση και σε μια παλιά είναι ελεγχόμενο, και σε μια τέτοια περίπτωση η θεώρηση (7) μπορεί να μην είναι έγκυρη. Συνοψίζοντας θα αναφέρουμε ότι η θεώρηση των παραπάνω παραδοχών μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα επίπεδα μοντέλα εμφανίζουν έλλειψη ρεαλισμού και έτσι δεν έχουν μεγάλη χρησιμότητα.

### ***3.1.2 Μοντέλα αποθήκευσης***

Τα προϊόντα που κατασκευάζει ένα εργοστάσιο είναι σύνηθες να αποθηκεύονται σε κάποιο σημείο της διαδικασίας διακίνησης τους από τον κατασκευαστή μέχρι τον χρήστη. Λογω της σημαντικότητας της αποθήκευσης επιλέγεται τα μοντέλα αποθήκευσης να αντιμετωπίζονται σαν μια ξεχωριστή κατηγορία προβλημάτων. Τα περισσότερα από αυτά τα μοντέλα περιλαμβάνουν την χωροθετηση των τεμαχίων μέσα σε μια αποθήκη ώστε να ελαχιστοποιηθεί το σχετικό κόστος λειτουργίας. Ακόμη αλλά μοντέλα αποθήκευσης μελετούν την κατανομή των υλικών σε χώρους αποθήκευσης όπως και αυτοματοποιημένα συστήματα αποθήκευσης και ανάκτησης των προϊόντων ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος ταξιδιού. Τα προβλήματα αυτά αποτελούν μια ιδιαίτερη κατηγορία και η μελέτη τους έχει αυξηθεί εντατικά τα τελευταία χρόνια.

### ***3.1.3 Μοντέλα χωροθέτησης δικτύου***

Μια από τις πιο βασικές παραδοχές των επίπεδων μοντέλων χωροθέτησης είναι ότι οι αποστάσεις που χρησιμοποιούνται είναι αποδεκτές προσεγγίσεις πραγματικών αποστάσεων που συνήθως εμφανίζονται σε δίκτυα μεταφορών κάποιου συγκεκριμένου είδους. Έτσι ένας τρόπος για να αποφευχθεί μια επισφαλής προσέγγιση των αποστάσεων αυτών είναι να αναλύσουμε απευθείας το δίκτυο που μας ενδιαφέρει.

Όπως αναλύθηκε παραπάνω τα επίπεδα μοντέλα τοποθεσίας περιλαμβάνουν την χωροθετηση μια η περισσότερων νέων εγκαταστάσεων έτσι ώστε τα ελαχιστοποιηθεί κάποια συνάρτηση της απόστασης μεταφοράς, του χρόνου η του κόστους. Η μεταφορά που πραγματοποιείται εμφανίζεται σε ειδικά δίκτυα όπως ένα οδικό δίκτυο. Οι επίπεδες αποστάσεις είναι προσεγγίσεις των αποστάσεων του δικτύου με ένα παράδειγμα να είναι η χρήση των

ευθύγραμμων αποστάσεων όταν αναλύουμε ένα δίκτυο ευθύγραμμων δρόμων. Αλλά δίκτυα που εμφανίζονται στα προβλήματα χωροθετησης είναι τα δίκτυα αερομεταφορών η τα θαλάσσια δίκτυα μεταφορών που δεν είναι πάντα ευθύγραμμα. Επιπροσθέτως είναι συνήθως πιο ρεαλιστικό να απαιτείται η χωροθετηση των εγκαταστάσεων να γίνεται επί ή πλησίον του δικτυού που αναλύεται. Ως εκ τούτου προκύπτει το ακόλουθο ζήτημα: αντί να υπολογίζεται προσεγγιστικά η απόσταση στο δίκτυο μεταφοράς γιατί να μην γίνεται απευθείας ανάλυση του δικτυού. Για να δοθεί μια θετική απάντηση σ αυτό το ζήτημα θα μπορούσαμε να εξετάσουμε διάφορα προβλήματα χωροθετησης δικτύων, μερικά από τα οποία θα είναι απευθείας ανάλογα με τα επίπεδα προβλήματα χωροθετησης που έχουμε ήδη εξετάσει όπου οι ακριβείς αποστάσεις του δικτυού θα έχουν αντικαταστήσει τις προσεγγιστικές επίπεδες αποστάσεις που έχουν χρησιμοποιηθεί νωρίτερα.

Κάνοντας αναφορά στις επτά παραδοχές που παρουσιάστηκαν παραπάνω για τα επίπεδα μοντέλα χωροθετησης, όταν αναλύουμε τα μοντέλα χωροθετησης δικτυού θα μπορούσαμε να διαγράψουμε τις παραδοχές (1),(2) και (4). Η παραδοχή (3) ακόμα ισχύει. Την παραδοχή (5) την αλλάζουμε θεωρώντας ότι οι αποστάσεις είναι ευθέως ανάλογες με τις αποστάσεις του δικτυού. Οι παραδοχές (6) και (7) μπορεί να μην είναι αναγκαίες ανάλογα με το μοντέλο που αναλύεται. Δυο νέες παραδοχές θα μπορούσαμε να προσθέσουμε οι οποίες είναι οι εξής :

8. Οι αποστάσεις του δικτυού είναι τα μήκη των συντομότερων διαδρομών.
9. Εάν υπάρχουν περισσότερα από ένα κέντρα που πρέπει να οροθετηθούν τότε τα κέντρα αυτά είναι ομογενή και η κίνηση θα γίνεται από η προς το κοντινότερο τέτοιο κέντρο.

Τα κυριότερα προβλήματα χωροθετησης δικτυού που παρουσιάστηκαν από την εργασία του Hakim (1964) είναι τα προβλήματα n-διάμεσου (n-median) και n-κέντρου (n-center). Το πρόβλημα n-median συνίσταται από την χωροθετηση των n νέων εγκαταστάσεων που καλούνται διάμεσοι (medians), σε ένα δίκτυο όπου οι m υπάρχουσες εγκαταστάσεις θα είναι σε θέσεις κορυφής και στόχος θα είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σταθμισμένων αποστάσεων μεταξύ κάθε υπάρχουσας εγκαταστάσεις και του κοντινότερου διάμεσου της (median). Ένα παράδειγμα αυτού του προβλήματος είναι να τοποθετηθούν ταχυδρομικά κουτιά σε διάφορες γειτονιές, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική απόσταση μετακίνησης μεταξύ των ταχυδρομικών κουτιών και των γειτονιών όταν οι κάτοικοι χρησιμοποιούν το κοντινότερο τους ταχυδρομικό κουτί.

Το n-κέντρου πρόβλημα συνίσταται από την χωροθετηση n νέων εγκαταστάσεων που αποκαλούνται κέντρα, σ ένα δίκτυο σε σχέση με τις m υπάρχουσες εγκαταστάσεις που βρίσκονται σε τοποθεσίες κορυφής, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέγιστο των σταθμισμένων αποστάσεων μεταξύ κάθε υπάρχουσας εγκαταστάσεις και του πλησιέστερου τους κέντρου. Ένα

παράδειγμα ενός τέτοιου προβλήματος θα μπορούσε να είναι η εύρεση τοποθεσίας για  $n$  πυροσβεστικούς σταθμούς σε σχέση με  $m$  γειτονίες, όταν κάθε γειτονία εξυπηρετείται από το κοντινότερο πυροσβεστικό σταθμό, έτσι ώστε να μειωθεί ο μέγιστος χρόνος ανταπόκρισης σε μια πυρκαγιά.

### **3.1.4 Διακριτά μοντέλα χωροθέτησης**

Τα επίπεδα μοντέλα και τα μοντέλα δικτύου παρουσιάζουν τρεις σοβαρούς περιορισμούς που είναι οι: α) υποδηλώνουν ότι κάθε σημείο στο επίπεδο ή στο δίκτυο μπορούν να είναι μια υποψήφια τοποθεσία μιας εγκατάστασης, β) οι παράμετροι κόστους τους σχετίζονται με τις εγκαταστάσεις παρά με τις τοποθεσίες των εγκαταστάσεων και γ) οι συναρτήσεις κόστους τους είναι πιθανό να μην περιλαμβάνουν σταθερά έξοδα για τα περισσότερα ρεαλιστικά προβλήματα, όμως, αυτοί οι περιορισμοί είναι μη αποδεκτοί. Χρησιμοποιούμε τον όρο 'διακριτό πρόβλημα χωροθέτησης' έτσι ώστε να διακρίνουμε τα προβλήματα που θα εξετάσουμε από αλλά στα οποία οι τοποθεσίες των εγκαταστάσεων θα επιλέγονται από ένα συνεχές επίπεδο σημείων. Αναλύοντας τα διακριτά προβλήματα χωροθέτησης σκοπός μας δεν είναι τόσο πολύ η μετακίνηση των εγκαταστάσεων ώστε να βρεθεί η καλύτερη τοποθεσία τους αλλά η επιλογή τους από ένα πεπερασμένο σύνολο υποψήφιων εγκαταστάσεων.

### **3.2 Προβλήματα χωροθέτησης πλήμνης (Hub location problem).**

Οι μεταφορές ανθρώπων, εμπορευμάτων, πληροφοριών και ενέργειας και γενικότερα κάθε είδους μεταφορές απαιτούν ένα πολύπλοκο δίκτυο από διασυνδέσεις μεταξύ των πηγών και των προορισμών. Ένα ιδιαίτερο είδος δικτύων, που ονομάζεται δίκτυο κόμβων πλήμνης έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να εξυπηρετούνται όλες οι ροές των μεταφορών μεταξύ πολλαπλών πηγών και προορισμών. Οι κεντρικές εγκαταστάσεις μεταφόρτωσης ή αλλιώς κόμβοι πλήμνης ή απλά πλήμνες, επιτρέπουν τη κατασκευή ενός δικτύου όπου απευθείας συνδέσεις μεταξύ ζευγαριών πηγής και προορισμού μπορούν να αντικατασταθούν με λιγότερες έμμεσες συνδέσεις. Μια τέτοια παραλλαγή στο σχεδιασμό ενός δικτύου οδηγεί στη μείωση του κόστους κατασκευής, στην απλούστευση της δομής, στην συγκέντρωση και στο πιο εύκολο χειρισμό των εμπορευμάτων καθώς και επιτρέπει στους μεταφορείς να επωφεληθούν από τις οικονομίες κλίμακας μέσω της ενοποίησης των ροών.

Μελετώντας την πρώιμη βιβλιογραφία της επιχειρησιακής ερευνάς, η έννοια της πλήμνης φαίνεται να είναι συνώνυμη είτε με μια κεντρική αποθήκη είτε με μια κεντρική εγκατάσταση. Έτσι ένας κόμβος πλήμνη είναι στην ουσία μια κεντρική εγκατάσταση που χωροθετείται στο κέντρο ενός συνόλου περιοχών που παρουσιάζουν μια ζήτηση για κάποια μεταφορά. Αντιστρόφως, ο Goldman (1969) ανέλυσε τι είναι επακριβώς μια εγκατάσταση πλήμνη, ωστόσο την

ανέφερε ως ένα ‘κέντρο’. Όπως σημειώθηκε και από τον Campbell (1991) στη μελέτη του ο Goldman (1969) χωροθέτησε εγκαταστάσεις σε θέσεις ‘κέντρα’ για να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος μεταφοράς για ένα σύνολο από ζευγάρια πηγής- προορισμού και έτσι έδωσε την μαθηματική διατύπωση για ένα γενικό πρόβλημα χωροθέτησης πλημνών.

Μια κύρια εφαρμογή τέτοιων δικτύων είναι οι αεροπορικές μεταφορές. Όπως προτάθηκε από την αμερικανική ομοσπονδιακή διοίκηση αεροπορίας (FAA) ο όρος ‘κόμβος πλήμνη’ λαμβάνεται για να σημάνει μια γεωγραφική περιοχή, ταξινομημένη βάσει του ποσοστού των συνολικών επιβατών σε εκείνη την περιοχή. Για παράδειγμα στη δημοσίευση των στατιστικών δραστηριότητας αερολιμένων του 1991 η FAA όρισε ως ένα κόμβο πλήμνη μια μεγάλη περιοχή, όπου τουλάχιστον τέσσερα εκατομμύρια χρησιμοποίησαν για μεταφορικό μέσο το αεροπλάνο. Ένας τέτοιος κόμβος πλήμνη συμφωνά με τη FAA περιελάμβανε μια περιοχή από 8 επαρχίες και 55 αερολιμένες.

Άλλη κύρια εφαρμογή του σχεδιασμού ενός δικτύου με πλήμνες είναι τα συστήματα και οι υπηρεσίες παράδοσης δεμάτων. Αρχικά σε τέτοιου είδους δίκτυα ο όρος ‘κόμβος πλήμνη’ χρησιμοποιήθηκε για να δηλωθούν σχεδόν όλα τα σημαντικά κέντρα ταξινόμησης των δεμάτων. Η υπηρεσία παράδοσης δεμάτων των ΗΠΑ (United Parcel Service) το 1992 είχε πάνω από 2000 λειτουργούσες εγκαταστάσεις και από αυτές πάνω από 200 τις ανέφερε ως εγκαταστάσεις πλήμνες. Ωστόσο ως σημαντικούς κόμβους πλήμνες των εναέριων μεταφορών αναφέρει μονό τέσσερις. Ένα κεντρικό και άλλους τρεις μικρότερους περιφερικούς. Σαφέστατα αυτή η θεώρηση πλησιάζει περισσότερο στην ερμηνεία που έχει δοθεί στον κόμβο πλήμνη στις μέρες μας. Ειδικότερα σε αυτή τη μελέτη ο όρος ‘κόμβος πλήμνη’ αναφέρεται σε μια πιο εξειδικευμένη έννοια, δηλαδή, χρησιμοποιείται για να δηλώσει ένα μεγάλο κέντρο διαλογής και ταξινόμησης σε ένα σύστημα διανομής. Επομένως η βασική ιδέα είναι ότι η ροή μεταξύ ενός συνόλου ζευγαριών πηγής – προορισμού περνά μέσω μιας η περισσότερων πλημνών στην πορεία του για το τελικό προορισμό.

Το πρόβλημα χωροθέτησης πλημνών και σχεδιασμού δικτύων (hub location problem and network design) η απλούστερα πρόβλημα χωροθέτησης πλημνών (hub location problem) όπως παρουσιάστηκε από τον O’Kelly (1986) είναι ένα σύνθετο μείγμα της ανάλυσης χωροθέτησης και της χωρικής θεωρίας αλληλεπίδρασης. Στη γενικότερη του μορφή αυτό το πρόβλημα περιλαμβάνει τα παρακάτω:

1. εύρεση των κατάλληλων θέσεων για τις εγκαταστάσεις και τις πλήμνες
2. κατανομή των απλών κόμβων, δηλαδή κόμβοι που δεν είναι πλήμνες, σε κόμβους πλήμνες
3. η ανάπτυξη συνδέσεων μεταξύ των πλημνών και
4. η δρομολόγηση των ροών διάμεσου του δικτύου.

Ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης αυτών των προβλημάτων είναι αρκετά μεγάλος, όπως και οι λύσεις σε αυτά τα υποπροβλήματα είναι ιδιαίτερα αλληλοεξαρτώμενες. Σε πρακτικό επίπεδο υπάρχουν τουλάχιστον τρεις προσεγγίσεις για αντιμετωπιστεί η πολυπλοκότητα του προβλήματος. Η πρώτη είναι να υιοθετηθεί μια μερική προσέγγιση όπου μερικές πτυχές των μεταβλητών απόφασης απλοποιούνται για να διατυπωθεί με μαθηματική ευκολία το πρόβλημα. Ένα παράδειγμα αυτής της στρατηγικής όπως το παρουσιάζει ο Campbell (1990a) είναι η κοινή παραδοχή ότι το μεταφορικό κόστος είναι ανεξάρτητο του όγκου ροής, αν και έτσι δημιουργείται μια απόκλιση με τη πραγματικότητα. Η δεύτερη είναι να βρεθεί μια τεχνική αποσύνθεσης του προβλήματος σε απλούστερα υποπροβλήματα όπως εξηγείται και στην εργασία του Chang κ.α. (1992) , όπου το δίκτυο αναλύεται στο κύριο δίκτυα και σε μικρά υποδικία που τροφοδοτούν το κύριο. Τέλος η τρίτη προσέγγιση είναι να αναγνωριστεί η έμφυτη μαθηματική δυσκολία του προβλήματος και να διερευνηθεί η λύση του σε ένα τοπικό επίπεδο παρά σε ένα βέλτιστο σφαιρικό (global).

Ένα δίκτυο με πλήμνες αποτελείται από τρία κύρια στοιχεία : τους απλούς κόμβους εξυπηρέτησης, τις πλήμνες και τις συνδέσεις. Ένας απλό κόμβος είναι ένα σημείο από όπου οι ροές μπορούν να δημιουργηθούν και οι ροές που προορίζονται γι αυτό το σημείο μπορούν να εισαχθέν. Μια πλήμνη έχει τα χαρακτηριστικά ενός απλού κόμβου αλλά επίσης επιτρέπει και το πέρασμα ροών η των ροών μεταφόρτωσης που δεν προορίζονται για αυτή τη θέση. Όλη η κίνηση που εισάγεται σε μια πλήμνη θα πρέπει και να εξέλθει. Οι συνδέσεις ή τόξα που συνδέουν τους απλούς κόμβους με τις πλήμνες θα πρέπει να έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες: 1) κάθε απλός κόμβος θα πρέπει να συνδέεται τουλάχιστον με μια πλήμνη και 2) μια έγκυρη διαδρομή θα πρέπει να υφίσταται ανάμεσα σε όλες τις πλήμνες. Αυτές οι δυο ιδιότητες διασφαλίζουν ότι υπάρχει μια εφικτή διαδρομή ανάμεσα σε όλες τις πηγές και τους προορισμούς στο δίκτυο. Ακόμη μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ένας απλός κόμβος που είναι άμεσα συνδεδεμένος με άλλους απλούς κόμβους δεν επηρεάζει το πρόβλημα σχεδιασμού ενός δικτύου με πλήμνες. Επομένως δεν λαμβάνουμε υπ όψιν έναν απλό κόμβο ως κομμάτι ενός δικτύου πλημνών αν παρακάμπει ουσιαστικά το δίκτυο.

## **4 Εκτεταμένη έρευνά των μοντέλων σχεδιασμού μεταφορών**

Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια ενδελεχής μελέτη στη βιβλιογραφία για να αναδειχτούν οι μεγαλύτερες και χαρακτηριστικότερες περιπτώσεις ανάπτυξης δικτύων. Για το σκοπό αυτό έγινε αναλυτική έρευνα ώστε να παρουσιαστούν συνοπτικά οι μελέτες που είναι συναφείς με τις εργασίες των μελετητών που προβάλλονται αναλυτικά καθώς και ομοιότητες και διαφορές τους.

### **4.1 Μοντέλα για το γενικότερο πρόβλημα χωροθετησης p-πλημνών (p-hub location problem), υποκατηγορίες και παραλλαγές.**

#### **4.1.1 Μοντέλα για το γενικό πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης.**

Στην εργασία του ο Klincewitz (1991) μελέτησε το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης και κατασκεύασε δυο διαφορετικές ομάδες ευρετικών μεθόδων για την επίλυση του, τη ευρετική μέθοδο της ανταλλαγής και τη ευρετική μέθοδο της συσσώρευσης. Οι πρώτοι που παρουσίασαν τη ευρετική μέθοδο της συσσώρευσης ήταν οι Monma κ.α.(1986) και ο Klincewitz (1991) που ανέπτυξε μια παραλλαγή της. Ο O'Kelly (1987) ήταν ο πρώτος που διατύπωσε το πρόβλημα χωροθετησης p-πλημνών ως ένα δευτεροβάθμιο πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού και πρότεινε μεθόδους απαρίθμησης για την επίλυση του. Μάλιστα αυτές τις μεθόδους χρησιμοποίησε και ο Klincewitz (1988) ώστε να τις συγκρίνει με τις ευρετικές μεθόδους που ανέπτυξε. Επίσης ο O'Kelly (1986) ασχολήθηκε με το ίδιο πρόβλημα αλλά σε ένα συνεχές επίπεδο σε αντίθεση με τον Klincewitz (1991) που ασχολήθηκε με το διακριτό αντίστοιχο πρόβλημα.

Αναλυτικότερα η εργασία του Klincewitz (1991) είναι μια από τις παλιότερες και θεμελιώδεις στο σχεδιασμό δικτύων και μας δίνει αρχικά το πλήρη ορισμό του προβλήματος χωροθετησης p-πλημνών. Αυτό συνίσταται ως εξής: έστω ένα δίκτυο από κόμβους που μπορεί να αντιπροσωπεύει οποιαδήποτε δίκτυο όπως τηλεπικοινωνίες επιβάτες αεροπορικών εταιρειών, δέματα προς παράδοση κ.α. οι κόμβοι μεταξύ τους επικοινωνούν, δηλαδή υπάρχει ροή μεταξύ τους. Είναι αναγκαίο σε ένα τέτοιο δίκτυο κάποιες από τις τοποθεσίες να είναι πλήμνες. Οι κόμβοι πλήμνες είναι πλήρως συνδεδεμένοι μεταξύ τους με απευθείας συνδέσεις ενώ οι εναπομείνουσες τοποθεσίες συνδέονται αντίστοιχα με μία πλήμνη. Έτσι οποιαδήποτε κίνηση μπορεί να σταλεί μεταξύ οποιαδήποτε ζευγαριού τοποθεσιών αρκεί να χρησιμοποιήσουν έναν ενδιάμεσο κόμβο.

Για να λυθεί το πρόβλημα πρέπει να αναπτυχτεί η μεθοδολογία ώστε να επιλέγονται οι βέλτιστες τοποθεσίες που θα ορίζονται ως πλήμνες και να γίνεται η βέλτιστη αντιστοίχιση μεταξύ των απλών τοποθεσιών και των



πλημνών. Ο στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι να ελαχιστοποιηθεί το σύνολο των δαπανών των γραμμικών συνδέσεων που υπάρχουν στο δίκτυο.

Για την επίλυση του ανώτερου προβλήματος διατυπώνονται καινοτόμες για την εποχή ευρετικοί μέθοδοι. Αρχικά αναπτύσσονται ευρετικοί μέθοδοι ανταλλαγής όπου γίνεται προσπάθεια ανεύρεσης μονό ενός συνόλου από πλήμνες που μπορεί να αντικαταστήσει το αρχικό και μπορεί να επιφέρει κάποια βελτίωση σε σχέση με το αρχικό. Συγκεκριμένα γίνεται είτε μονή είτε διπλή ανταλλαγή σε σχέση με το αρχικό βέλτιστο σύνολο και γίνεται υπολογισμός για το προσδιορισμό των αποταμιεύσεων που μπορεί να έχουν προκύψει σε σχέση με το αρχικό σύνολο. Αυτή η μέθοδος περιλαμβάνει ένα κύκλο προσπαθειών που μας οδηγεί στη βέλτιστη λύση.

Ένα άλλο σετ από ευρετικές μεθόδους που εφαρμόζονται εδώ είναι ευρετικοί μέθοδοι συσσώρευσης που ακολουθούν μια άλλη σκοπιά σε σχέση με τις παραπάνω μεθόδους. Ειδικότερα συσσωρεύουν τους κόμβους σε  $p$  ομάδες και στη συνέχεια επιλέγουν μία πλήμνη για κάθε γκρουπ. Από τη στιγμή που οι τοποθεσίες των πλημνών δεν είναι αρχικά γνώστες βρίσκουμε τη πλήμνη για κάθε γκρουπ με τη μέθοδο του υπολογισμού του κέντρου βάρους. Τέλος παρουσιάζονται και ευρετικές μέθοδοι απαρίθμησης όπου το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η απόσταση των κόμβων μεταξύ τους.

Το πρόβλημα χωροθετησης  $p$ -πλημνών ( $p$ -hub location problem) μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν ένα δευτεροβάθμιο πρόγραμμα ακεραίου προγραμματισμού. Έστω  $n$  ξεχωριστές τοποθεσίες ή απλοί κομβοί. Για οποιοδήποτε απλούς κόμβους  $i$  και  $j$  ορίζονται:

$W_{ij}$  ο αριθμός των μονάδων της κίνησης που δρομολογείται από το  $i$  στο  $j$   
 $C_{ij}$  το σταθερό κόστος ανά μονάδα κίνησης που στέλνεται σε μια σύνδεση ανάμεσα στο  $i$  και στο  $j$

Ακόμη ισχύει  $W_{ii}=0$  και  $C_{ii}=0$  για όλα τα  $i$ . Το πάγιο κόστος ανά μονάδα  $C_{ij}$  υφίσταται εάν ένας απλός κόμβος  $i$  είναι συνδεδεμένος με μια πλήμνη  $j$ . Επίσης αν τα  $i$  και  $j$  είναι και τα δυο πλήμνες υφίσταται ένας συντελεστής μείωσης  $a$  για να ληφθέν υπ όψιν οι οικονομίες κλίμακα, όπου  $a \leq 1$ .

Οι μεταβλητές απόφασης ορίζονται ως:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κομβος } i \text{ είναι συνδεδεμενος με πλημνη } j \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$Y_j = \begin{cases} 1 & \text{αν μια τοποθεσια } j \text{ είναι πλημνη} \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι η εξής:

$$\text{Minimize } \sum_i \sum_j W_{ij} \times \left( \sum_k X_{ik} C_{ik} + \sum_m X_{jm} C_{jm} + a \sum_k \sum_m X_{ik} X_{jm} C_{km} \right) \quad (1)$$

Με τους εξής περιορισμούς

$$\sum_j X_{ij} = 1 \text{ για } i=1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_j Y_j = p \quad (3)$$

$$X_{ij} \leq Y_j \text{ για } i=1, \dots, n \text{ και } j=1, \dots, n \quad (4)$$

$$X_{ij}, Y_j \in [0,1] \text{ για } i=1, \dots, n \text{ και } j=1, \dots, n \quad (5)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) αθροίζει τα κόστη για κάθε ζευγάρι  $(i, j)$  μιας πηγής και ενός προορισμού. Αυτό περιλαμβάνει το κόστος από τη πηγή  $i$  σε πλήμνη  $k$ , συν το κόστος από ένα προορισμό  $j$  σε μια πλήμνη  $m$  και το κόστος μεταξύ των πλημνών  $k$  και  $m$ . Ο περιορισμός (2) απαιτεί ότι κάθε απλός κόμβος θα συνδέεται με μια πλήμνη. Ο περιορισμός (3) απαιτεί ότι ακριβώς  $p$  πλήμνες επιλέγονται και τέλος οι περιορισμοί (4) και (5) απαιτούν ότι ένας απλός κόμβος  $i$  θα συνδεθεί με ένα κόμβο  $j$ , αν αυτός είναι πλήμνη.

Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων χρησιμοποιείται ένα απλό υπολογιστικό σύστημα της εποχής από το οποίο βέβαια επηρεάζεται και ο χρόνος επεξεργασίας που είναι αρκετά μεγάλος για την επίλυση της βέλτιστης λύσης. Η γλωσσά που είναι γραμμένοι οι αλγόριθμοι είναι και αυτή μια από τις πιο παλιές η Fortran77. Η βάση δεδομένων που αναλύεται προέρχεται από δυο πηγές. η πρώτη είναι η μια λίστα με πόλεις των ΗΠΑ όπου έχει μετρηθεί η επιβατική κίνηση στα επιβατικά αεροπλάνα. Η μέτρηση έχει γίνει από τη Civil Aeronautics Board (CAB). Παρουσιάζονται υποπαραδείγματα με 10, 15, 20 και 25 κόμβους αντίστοιχα. Η δεύτερη βάση δεδομένων προέρχεται από ένα πρόβλημα που έχει αναπτυχτεί σε προηγούμενη βιβλιογραφία και συνίσταται από 52 κόμβους.

Οι ευρετικές μέθοδοι που εξηγήθηκαν και παραπάνω αναλύονται και συγκρίνονται μεταξύ τους σε σχέση με και την πιο απλή μέθοδο της απαρίθμησης. Για κάθε παράδειγμα που επιλύεται με κάθε αλγόριθμο ξεχωριστά μας υπολογίζεται και ένας παράγοντας  $\delta$  που ορίζεται ως το ποσοστό απόκλιση της ευρεθείσας τιμής σε σχέση με της βέλτιστης λύσης.

Συνολικά οι ευρετικές μέθοδοι διπλής ανταλλαγής έχουν τα καλύτερα αποτελέσματα για τα προβλήματα χωροθετησης  $p$ -πλημνών που έχουν ανάγκη πολλών επαναλήψεων λόγω μεγάλου μεγέθους. Ο δε υπολογιστικός χρόνος επεξεργασίας δε ξεπέρασε τα 11 δευτερόλεπτα. Η ποιότητα των λύσεων κρίθηκε ως αρκετά καλή και στην πλειονότητα των περιπτώσεων πλησίασε

αρκετά τη μέθοδο της απαρίθμησης που ήταν και η πιο αξιόπιστη για μικρής έκτασης όμως προβλήματα.

#### **4.1.2 Υποκατηγορίες του προβλήματος χωροθέτησης p-πλημνών**

Στην εργασία του ο Campbell (1992) παρουσιάζει τέσσερα μαθηματικά μοντέλα για τις παραλλαγές του προβλήματος χωροθέτησης p-πλημνών. Ανήκουν και τα τέσσερα στη κατηγορία της μονής κατανομής δηλαδή ένας κόμβος κατανέμεται σε μία μόνο πλήμνη όπως άλλωστε πρότειναν και για τα μοντέλα τους οι O'Kelly (1986,1987) και Aykin (1990,1991). Τα μοντέλα των Hall (1989), O'Kelly και Lao(1991) ανήκουν στη κατηγορία της πολλαπλής κατανομής όπου μια πλήμνη μπορεί να συνδεθεί με πολλούς απλούς κόμβους. Ακόμη με διακριτά προβλήματα όπως της εργασίας του Campbell (1992) ασχολήθηκαν και οι Klincewitz (1988,1989) και Campbell(1991). Σε αντίθεση με τους Aykin και Brown(1992) και τους O'Kelly και Miller (1991) που πρότειναν ότι οι πλήμνες μπορούν να εγκατασταθούν σε οποιαδήποτε σημείο ενός δικτύου.

Η έρευνα του Campbell (1992) τοποθετείται στα αρχές της δεκαετίας του 90. Ασχολείται και αυτή με το έως τότε σχεδόν άγνωστο πρόβλημα το λεγόμενο πρόβλημα χωροθέτησης πλήμνης, δηλαδή το πρόβλημα εύρεσης και χωροθεσίας των πλημνών σε ένα δίκτυο και βέβαια την πλήρη ανάπτυξη του υπό μελέτη δικτύου. Με βασικό γνώμονα την αντικειμενική συνάρτηση κόστους ο συγγραφέας, που υπήρξε ένας από τους θεμελιωτές στην διερεύνηση του προβλήματος, παρουσιάζει τέσσερις διακριτές παραλλαγές του προβλήματος τις αναλύει και αναπτύσσει για τη καθεμία μια μαθηματική μοντελοποίηση που θα αποτελέσει μπουσουλά για την μετέπειτα έρευνα των επιστημόνων.

Τα πέντε κύρια στοιχεία που θέτονται ως προαπαιτούμενα και δίδονται είναι τα εξής:  $n$  όλες οι τοποθεσίες του δικτύου (πηγές/ προορισμοί),  $r$  πιθανές τοποθεσίες πλημνών,  $\eta$  ροή μεταξύ των τοποθεσιών ,το ανά μονάδα κόστος μεταξύ όλων των ζευγών-πηγής προορισμού, ένας συντελεστής έκπτωσης  $a$  μεταξύ των συνδέσεων των πλημνών.

Μετά τον ορισμό των κυρίων στοιχείων ακολουθεί η εκτενής παρουσίαση των τεσσάρων υποκατηγοριών. Αυτές είναι :

- i) το πρόβλημα διάμεσου p-πλημνών (p-hub median problem),
- ii) το πρόβλημα χωροθέτησης πλήμνης άνευ χωρητικότητας (uncapacitated hub location problem),
- iii) το πρόβλημα κέντρου p-πλημνών (p-hub center problem),
- iv) το πρόβλημα κάλυψης πλήμνης (hub covering problem).

Αναλυτικότερα, το πρόβλημα διάμεσου p-πλημνών (p-hub median) με εφαρμογές σε δίκτυα μεταφορών αλλά και δίκτυα τηλεπικοινωνιών έχει ως αντικείμενο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μετακίνησης. Έστω οι ακόλουθοι παράμετροι και μεταβλητές που χρησιμοποιούνται σε αυτό το πρόβλημα:

$X_{ijkm}$  είναι το κλάσμα της ροής από τη θέση  $i$  (προέλευση) στη θέση  $j$  (προορισμός) που δρομολογείται μέσω των πλημνών  $k$  και  $m$  με αυτή τη σειρά.

$Y_k =$  1 αν η τοποθεσία  $k$  είναι μια πλήμνη και 0 αν δεν είναι.

$Z_{ik} =$  1 αν η τοποθεσία  $i$  κατανέμεται σε μια πλήμνη στην τοποθεσία  $k$  και 0 στην αντίθετη περίπτωση.

$W_{ij}$  η ροη μεταξύ της τοποθεσίας  $i$  και  $j$ .

$c_{ij}$  παγία τιμή κόστους ανά μονάδα από την τοποθεσία  $i$  στην τοποθεσία  $j$ .

$$C_{ijkm} = c_{ik} + ac_{km} + c_{mj}.$$

Οι μεταβλητές απόφασης  $X_{ijkm}$  και  $Z_{ik}$  προσδιορίζουν την κατανομή των κόμβων. Η μεταβλητή  $Y_k$  υποδεικνύει τις τοποθεσίες των πλημνών.

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου είναι η ακόλουθη:

$$\text{Minimize } \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m W_{ij} X_{ijkm} C_{ijkm}$$

Με τους κάτωθι περιορισμούς

$$\sum_k Y_k = p \quad (1)$$

$$0 \leq Y_k \leq 1 \quad \text{ακεραιος για ολα τα } k \quad (2)$$

$$0 \leq X_{ijkm} \leq 1 \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (3)$$

$$\sum_k \sum_m X_{ijkm} = 1 \quad \text{για ολα τα } i,j \quad (4)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_k \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (5)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (6)$$

Ο περιορισμός (1) καθορίζει ακριβώς  $p$  πλήμνες. Ο περιορισμός (2) περιορίζει το  $Y_k$  να είναι μηδέν ή ένα. Ο περιορισμός (3) περιορίζει το εύρος των  $X$ . Ο περιορισμός (4) διαβεβαιώνει ότι η ροη για κάθε ζεύγος πηγής προορισμού δρομολογείται μέσω κάποιου ζεύγους μεταξύ πλημνών. Οι περιορισμοί (5) και (6) διαβεβαιώνουν ότι οι ροές μέσω τοποθεσιών που είναι πλήμνες.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης άνευ χωρητικότητας (uncapacitated hub location problem). Διαφέρει σε σχέση με το παραπάνω στο ότι ο αριθμός των πλημνών δεν είναι προκαθορισμένος και ένα μη αρνητικό σταθερό κόστος σχετίζεται με κάθε πιθανή θέση πλήμνης. Το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης άνευ χωρητικότητας (uncapacitated location problem) μοντελοποιείται ως εξής:

$$\text{Minimize } \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m W_{ij} X_{ijkm} C_{ijkm} + \sum_k F_k Y_k \quad (1)$$

Με τους εξής περιορισμούς:

$$0 \leq Y_k \leq 1 \quad \text{ακεραιος για ολα τα } k \quad (2)$$

$$0 \leq X_{ijkm} \leq 1 \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (3)$$

$$\sum_k \sum_m X_{ijkm} = 1 \quad \text{για ολα τα } i,j \quad (4)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_k \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (5)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (6)$$

Όπου  $F_k$  = σταθερό κόστος για την εγκαθίδρυση μια εγκατάστασης στην τοποθεσία  $k$ . Όλοι οι υπόλοιποι περιορισμοί παραμένουν ίδιοι σε σχέση με το πρόβλημα διάμεσου  $p$ -πλημνών ( $p$ -hub median problem) εκτός του ότι ο αριθμός των πλημνών εδώ δεν δίνεται.

Επίσης παρουσιάζεται το πρόβλημα κέντρου  $p$ -πλημνών ( $p$ -hub center problem) που διαφέρει σε σχέση με τα παραπάνω προβλήματα γιατί η αντικειμενική του συνάρτηση είναι της μορφής μεγιστοποίησης σε σχέση με τα παραπάνω που είναι ελαχιστοποίησης. Εφαρμόζεται σε πολύ σημαντικά δίκτυα όπως η χωροθετηση εγκαταστάσεων και οχημάτων άμεσους ανάγκης κ.α.. Το πρόβλημα κέντρου  $p$ -πλημνών είναι ανάλογο με το πρόβλημα  $p$ -κέντρου ( $p$ -center problem). Αυτού του είδους τα προβλήματα είναι σημαντικά καθώς σχετίζονται με αναλώσιμα και ευαίσθητα αγαθά όπου ο χρόνος είναι ο κυριότερος παράγοντας και το κόστος συνδέεται άμεσα με το χρόνο. Επίσης ορίζεται και ένας συντελεστής έκπτωσης χρόνου  $a$  λόγω της πολύ μεγάλης ταχύτητας της κίνησης ανάμεσα στις συνδέσεις μεταξύ πλημνών και αυτό που εξετάζεται είναι ο μέγιστος χρόνος μεταξύ πηγής προορισμού.

Η αντικειμενική συνάρτηση διατυπώνεται ως ακολούθως:

$$\text{Minimize } \text{Maximum } \{ X_{ijkm} C_{ijkm} \}$$

Με τους εξής περιορισμούς

$$\sum_k Y_k = p \quad (1)$$

$$0 \leq Y_k \leq 1 \quad \text{ακεραιος για ολα τα } k \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_m X_{ijkm} = 1 \quad \text{για ολα τα } i,j \quad (4)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_k \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (5)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (6)$$

$$0 \leq X_{ijkm} \leq 1 \quad \text{ακεραιος για ολα τα } i,j,k,m \quad (7)$$

Οι περιορισμοί είναι σχεδόν ίδιοι με το πρόβλημα διάμεσου p-πλημνών p hub median πρόβλημα. Η μόνη διαφορά είναι ότι ο (7) αντικαθιστά τον (3) καθώς το  $X_{ijkm}$  θα πρέπει να είναι ακέραιος.

Τέλος διατυπώνεται και η κατηγορία των προβλημάτων κάλυψης πλήμνης (hub covering problem) τα οποία έχουν μια αντίστροφη σχέση με τα προβλήματα κέντρου (center problems). Οι τοποθεσίες με μεγάλη ζήτηση καλύπτονται μόνο αν οι εγκαταστάσεις είναι αρκετά κοντά ώστε να εξυπηρετηθούν όντος ενός καθορισμένου εύρους. Μια επιπρόσθετη παράμετρος πρέπει να οριστεί ως  $V_{ijkm} = 1$  αν οι πλήμνες καλύπτουν το ζευγάρι πηγής προορισμού και 0 στην αντίθετη περίπτωση. Τώρα μπορεί να διατυπωθεί η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος που είναι:

$$\text{Minimize } \sum_k F_k Y_k$$

Με τους κάτωθι περιορισμούς

$$0 \leq Y_k \leq 1 \quad \text{ακεραιος για ολα τα } k \quad (2)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_k \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (5)$$

$$X_{ijkm} \leq Y_m \quad \text{για ολα } i,j,k,m \quad (6)$$

$$\sum_k \sum_m V_{ijkm} X_{ijkm} \geq 1 \quad \text{για ολα τα } i,j \quad (8)$$

Όπου το  $F_k$  είναι το σταθερό κόστος εγκαθίδρυσης μιας πλήμνης σε μια τοποθεσία k. Εάν όλα τα  $F_k$  είναι ταυτόσημα τότε ο στόχος είναι ισοδύναμος με την ελαχιστοποίηση του αριθμού των κόμβων. Για όλες τις θετικές τιμές  $F_k$  όλα τα  $X_{ijkm}$  είναι μηδέν ή ένα.

### 4.1.3 Παραλλαγές του προβλήματος χωροθέτησης πλήμνης

Στην εργασία τους ο Podnar κ.α. (2002) προτείνουν μια διαφορετική προσέγγιση του κλασικού προβλήματος χωροθέτησης πλήμνης. Το μοντέλο τους δεν αναζητά την βέλτιστη τοποθεσία για τις πλήμνες άλλα δίνεται έμφαση στις συνδέσεις μεταξύ των κόμβων όπου η ροή αν ξεπεράσει μια κρίσιμη τιμή  $T$  δέχεται μια έκπτωση βάσει ενός συντελεστή μείωσης  $a$ . Οι Ernst και Krisnamoorthy (2008) πρότειναν τον επανασχεδιασμό ενός δικτύου παράδοσης δεμάτων ώστε να ελαχιστοποιούν τις συνολικές δαπάνες. Οι υπηρεσίες στο δίκτυο μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις τύπους: συλλογή, μεταφορά, και διανομή. Το μοναδιαίο κόστος των υπηρεσιών είναι ανάλογο με την απόσταση, ενώ και αυτοί χρησιμοποιούν ένα συντελεστή έκπτωσης  $a$  για τις συνδέσεις μεταξύ των πλημνών. Στην μελέτη των O'Kelly και Bryan (1998) το πρόβλημα χωροθέτησης πλήμνης μετασχηματίζεται ώστε να συμπεριλάβε την πιθανότητα για διαφορετική μείωση στις συνδέσεις μεταξύ των πλημνών, ανάλογα με τη ποσότητα ροής που διακινείται, δηλαδή, μια σύνδεση με μεγαλύτερη ροή θα υποστεί μεγαλύτερη μείωση σε σχέση με μια σύνδεση με μικρότερη ροή. Η συνάρτηση κόστους αυξάνεται με μειωμένο ρυθμό όσο η κίνηση μεγαλώνει. Μια τέτοια προσέγγιση προσφέρει μια πιο ρεαλιστική αντιμετώπιση σχετικά με τις εκπτώσεις που υφίσταται το δίκτυο. Τέλος ο Bryan (1998) προβλέπει ορισμένες πρόσθετες επεκτάσεις στα δίκτυα ώστε να καυκηθεί η αποδοτικότητα των συνδέσεων μεταξύ πλημνών. Σε μια από τις φόρμουλες που αναπτύσσει, οι συνδέσεις που η ροή τους είναι κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή  $T$  παραμένουν ανενεργές σε ένα πλήρες ολοκληρωμένο δίκτυο όπου όλοι οι πλήμνες συνδέονται απευθείας μεταξύ τους. Έτσι αποφασίζεται ότι κάποιοι κόμβοι θα παραμένουν επίσης κλειστοί με τελικό στόχο την μείωση του κόστους.

Ο Podnar κ.α. (2002) αφού καταγράψουν το γενικότερο πρόβλημα του δικτύου <<πλήμνης και ακτίνας>> (hub and spoke network) και κάνουν μια εκτενή αναφορά σε προγενέστερες μελέτες, παρουσιάζουν μια διαφορετική προσέγγιση στο σχεδιασμό ενός δικτύου.

Το μοντέλο που έχουν σχεδιάσει και γενικότερα το πρόβλημα που διαπραγματεύονται δεν δίνει έμφαση στην επιλογή των κόμβων ως πλημνών (hubs) αλλά στις συνδέσεις ενός δικτύου ,δηλαδή δημιουργούν μια παραλλαγή του κλασικού προβλήματος χωροθετησης πλήμνης. Βέβαια το κυρίαρχο κίνητρο και τους είναι η συγχώνευση της ροής κάτι που επιτυγχάνεται μέσω της έκπτωσης του κόστους στις συνδέσεις μεταξύ πλημνών.

Μια ανάλυση ενός δικτύου με συνδέσεις μεταξύ των πλημνών (interhub) δείχνει ότι μέσω αρκετών από αυτές τις συνδέσεις διακινείται μεγάλος όγκος φορτιού. Ωστόσο τυχαίνει άλλες συνδέσεις μεταξύ των πλημνών να μεταφέρουν μικρότερο αριθμό δεδομένων. Παρ όλα αυτά και αυτές οι συνδέσεις τυγχάνουν μείωσης στα δεδομένα που μετακινούνται ανάμεσα τους.

Έτσι δημιουργείται η ιδέα να υπάρχει έκπτωση μονό στις επιβαρυμένες συνδέσεις.

Με αυτή την μεθοδολογία που αναπτύσσεται σε αυτή την εργασία δεν είναι απαραίτητο οι συνδέσεις να γίνονται μεταξύ των πλημνών (interhub links) γιατί πολύ απλά δεν υπάρχουν πλήμνες. Παρ όλα αυτά βασιζόμενοι σε κίνητρα για την συγχώνευση της ροής το δίκτυο που δημιουργούν μπορεί να έχει λιγότερες συνδέσεις από ένα πλήρως συνδεδεμένο δίκτυο.

Το πρόβλημα συνίσταται μέσω δυο μοντέλων, ένα τριών και ένα τεσσάρων διαστάσεων όπου η χρονική αύξηση εξαιτίας στην έμμεση κίνηση από μια πηγή σε ένα περιορισμό θεωρείται αμελητέα. Εάν η κίνηση μιας γραμμής είναι πολύ μεγάλη και μεγαλύτερη από μια κρίσιμη  $T$ , τότε το κόστος αυτής της ροής θα μειωθεί σημαντικά με ένα παράγοντα μείωσης  $a$ . Οι τιμές του  $a$  είναι συνήθως 0.9, 0.85, 0.8.

Αυτό το σύστημα μπορεί να έχει εφαρμογές σε τηλεπικοινωνιακά δίκτυα, παράδοση δεμάτων και σε δίκτυα αεροπλοΐας. Με τις ταχέως αυξανόμενες απαιτήσεις για μεταφορά δεδομένων κυρίως στα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα η μεγίστη χρησιμοποίηση μια γραμμής σύνδεσης δημιουργεί την ανάγκη δημιουργίας δικτύων με λιγότερες αλλά περισσότερο χρησιμοποιούμενες συνδέσεις.

Έστω  $N$  το σύνολο των κόμβων. Σε κάθε ζευγάρι κόμβων υπάρχει μια απευθείας σύνδεση. Ορίζονται :  $c_{km}$  το κόστος ανά μονάδα της ροής μέσω μιας σύνδεσης  $(k,m)$ ,  $f_{ij}$  είναι η απαιτούμενη ποσότητα ροής που σχετίζεται με κάθε ζευγάρι πηγής προορισμού  $(i,j)$ , Η ροη από τη πηγή  $i$  μπορεί να διαιρεθεί και να φτάσει στον προορισμό  $j$  μέσω διαφορετικών διαδρομών, πηγαίνοντας μέσω ενδιάμεσων κόμβων. Τέλος θεωρούν ότι οποιαδήποτε ροη μέσω μιας απευθείας σύνδεσης ξεπεράσει μια τιμή  $T$  θα μειωθεί από ένα παράγοντα μείωσης  $a$  ( $0 \leq a \leq 1$ ). Ο στόχος είναι να βρεθεί η πιο εφικτή λύση με το μικρότερο κόστος.

Το σύνολο των μεταβλητών απόφασης του μοντέλου είναι:

$$y_{km} = \begin{cases} 0 & \text{η συνδεση } (k,m) \text{ δεν εχει υποστει μειωση} \\ 1 & \text{η συνδεση } (k,m) \text{ εχει υποστει μειωση} \end{cases}$$

$$x1_{km}^{ij} = \text{ροη που δεν εχει υποστει μειωση απο το } i \text{ στο } j \text{ μεσω } (k,m)$$

$$x2_{km}^{ij} = \text{ροη που εχει υποστει μειωση απο το } i \text{ στο } j \text{ μεσω } (k,m)$$

Το πρόβλημα τώρα μπορεί να παρουσιασθεί ως έξης:

$$\min \sum_{i,j,k,m:i \neq j, k \neq m} c_{km} (x1_{km}^{ij} + ax2_{km}^{ij}) \quad (1)$$



Με τους παρακάτω περιορισμούς:

$$\sum_{i,j:i \neq j} x2_{km}^{ij} \geq y_{km} \cdot T \quad (2)$$

$$x2_{km}^{ij} \leq y_{km} \cdot f_{ij} \quad (3)$$

$$\sum_{i,j:i \neq j} x1_{km}^{ij} \leq (1 - y_{km}) T \quad (4)$$

$$\sum_{m:m \neq i} (x1_{im}^{ij} + x2_{im}^{ij}) = f_{ij} \quad (5)$$

$$\sum_{k:k \neq i} (x1_{kl}^{ij} + x2_{kl}^{ij}) = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{k:k \neq j} (x1_{kj}^{ij} + x2_{kj}^{ij}) = f_{ij} \quad (7)$$

$$\sum_{m:m \neq j} (x1_{jm}^{ij} + x2_{jm}^{ij}) = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{k:k \neq l} (x1_{kl}^{ij} + x2_{kl}^{ij}) = \sum (x1_{im}^{ij} + x2_{im}^{ij}) \quad (9)$$

$$x1, x2 \geq 0 \quad y \text{ binary.}$$

Ο περιορισμός (2) εξασφαλίζει ότι η μειωμένη ροή είναι μεγαλύτερη από τη διδομένη κρίσιμη τιμή, εξαρτωμένη από το  $y$ . Εάν μια σύνδεση  $(k,m)$  δεν μειώνεται η μειωμένη ροή ( $x2_{km}^{ij}$ ) είναι 0 (περιορισμός 3). Αυτός ο περιορισμός επίσης περιορίζει την μειωμένη ροή μέσω της σύνδεσης  $(k,m)$ . Ακόμη ο περιορισμός (4) απαιτεί ότι αν υπάρχει καμιά μη μειούμενη ροή μέσω της σύνδεσης  $(k,m)$  τότε η τιμή της δεν θα ξεπερνά την τιμή  $T$ . Ο περιορισμός (5) υποδηλώνει ότι η ροή πρέπει να πηγάζει από το  $i$  και να καταλήγει στο  $j$  (περιορισμός 7). Η διατήρηση της ροής στο κόμβο  $l$  δίνεται από τον περιορισμό (9). Ο περιορισμός (6) αποτρέπει τη ροή από ένα κόμβο  $i$  να επιστρέφει στη πηγή του. Ο περιορισμός (8) αποτρέπει τη ροή με προορισμό  $j$  να μην καταλήξει σε αυτό το κόμβο.

Η βάση δεδομένων που χρησιμοποιείται είναι η CAB. Ο μέγιστος αριθμός κόμβων είναι 25, ενώ χρησιμοποιήθηκαν τεχνικές <<κλάδου και φράγματος>> (branch and bound). Για την περίπτωση που οι κομβοί ήταν 10,15 τα αποτελέσματα εξήχθησαν σε πολύ μικρό χρόνο. Σε μεσαίου μεγέθους προβλήματα όπου, δηλαδή αριθμό κόμβων 20 οι χρόνοι αυξάνονται ενώ για μεγάλα προβλήματα την τάξης των 25 κόμβων τα αποτελέσματα εξάγονται με μια αρκετή καθυστέρηση. Η συμπεριφορά του ανεπτυγμένου μοντέλου εξαρτάται από τις δυο βασικές παραμέτρους  $(a, T)$ . Έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις όπου το κύριο μέλημα του πελάτη είναι να γίνει συγχώνευση της ροής μειώνοντας το κόστος μεταφοράς κάθε φορά που χρησιμοποιεί το δίκτυο.

## 4.2 Μελετώντας το φαινόμενο της συμφόρησης

### 4.2.1 Μοντέλα <<πλήμνης και ακτίνας>> με συμφόρηση (*hub and spoke with congestion*)

Από τους Elhendli και Hu (2005) εξετάζεται το μοντέλο <<πλήμνης και ακτίνας>> με συμφόρηση (*hub and spoke with congestion*). Λαμβάνεται υπ όψιν το φαινόμενο της συμφόρησης στις πλήμνες και προτείνεται μια ευρετική μέθοδος του LaGrange για την επίλυση του. Από τους πρώτους που εισήγαγαν την μελέτη και διερεύνηση για την επιρροή της συμφόρησης σε δίκτυα <<πλήμνης και ακτίνας>> ήταν οι Groove και O'Kelly (1986). Άλλωστε όπως πρότειναν και οι De Palma και Marshal (1998) για να περιγραφεί αυτό το φαινόμενο χρησιμοποιείται μια κοίλη συνάρτηση του κόστους. Οι Gillen και Lenvinson(1999) αναπτύσσουν για την συνάρτηση κόστους της συμφόρησης την Power law εκδοχή κάτι που υιοθετείται και από τους Elhendli και Hu (2005). Η συνάρτηση αυτή στοχεύει στο να εξισορροπήσει τη ροή ανάμεσα στους κόμβους Hubs και αποτρέπει την υπερφόρτωση κάποιων συνδέσεων σε σχέση με άλλες. Ο Ebery (2000) ακολουθεί την ίδια τακτική και επίσης θεωρεί και συγκεκριμένη χωρητικότητα στις εισερχόμενες ροές. Ωστόσο αξίζει να αναφέρουμε ότι και μοντέλα που προτείνονται στην βιβλιογραφία αν και δεν αναφέρουν ρητά αυτό το φαινόμενο καταφέρνουν να αποφύγουν την κυκλοφοριακή συμφόρηση (Campbell κ.α.2003) και τις μεγάλες καθυστερήσεις στις πλήμνες (Kara κ.α. 2001). Συγκεκριμένα οι Campbell κ.α. (2003) στη μελέτη τους ρίχνουν την προσοχή τους στην επιλογή των θέσεων των πλημνών με το λιγότερο κόστος άλλα και στην επιλογή των συνδέσεων που επιφέρουν ισορροπία στη ροή και έτσι αποφεύγουν την μεγάλη συμφόρηση. Οι Elhendli και Hu (2005) ήταν αυτοί που εισήγαγαν στην αντικειμενική συνάρτηση της συνάρτησης της συμφόρησης.

Μελετώντας τους Elhendli και Hu (2005) οι συγγραφείς ορίζουν αρχικά το πρόβλημα του δικτύου <<πλήμνης και ακτίνας>> που αποτελεί υποπερίπτωση του γενικότερου προβλήματος χωροθετησης πλήμνης. Οι εφαρμογές αυτής της μεθοδολογίας είναι πολλές και ποικίλες όπως σχεδιασμός δικτύου αερογραμμών, επίγειο σύστημα μεταφοράς φορτίων διανομή και παράδοση μηνυμάτων τηλεπικοινωνιακών δικτύων κ.α.

Το πρόβλημα ενός δικτύου <<πλήμνης και ακτίνας>> ορίζεται ως εξής: κάθε ζευγάρι από κόμβους έχει μια δεδομένη ροή και πρέπει να καθοριστούν οι κομβοί οι όποιοι θα είναι πλήμνες έτσι ώστε κάθε ροή θα δρομολογείται μέσω των πλημνών πριν προωθηθεί στο προορισμό της. Το αποτέλεσμα είναι ότι αν και μπορεί να αυξηθεί η εσωτερική απόσταση δρομολογήσεων θα μειώνεται το κόστος μεταφοράς που είναι και το ζητούμενο.

Η εργασία αυτή βασίζεται στις μεθόδους που έχουν μελετηθεί από τον O'Kelly(1985). Σε αυτή την μελέτη αναπτύσσονται ευρετικές μέθοδοι που τελειοποιούνται περαιτέρω από μεταγενέστερους μελετητές ενσωματώνοντας πιο ρεαλιστικές μεθόδους. Οι Elhendli και Hu (2005) εξετάζουν μια περεταίρω επέκταση του δικτύου <<πλήμνης και ακτίνας>> εισάγοντας και την έννοια της συμφόρησης στις πλήμνες. Τα μοντέλα που δημιουργούνται τείνουν να συγκεντρώσουν μεγάλα ποσά ροής στους κρίσιμους κόμβους και έτσι δημιουργείται η λεγομένη συμφόρηση (congestion).

Οι μελετητές μοντελοποιούν τον παράγοντα της συμφόρησης σε συγκεκριμένες πλήμνες χρησιμοποιώντας την κοίλη συνάρτηση κόστους που αυξάνεται εκθετικά όσο περισσότερες δρομολογήσεις διεξάγονται μέσω των πλημνών. Η συνάρτηση του κόστους συμφόρησης αποσκοπεί στο να ισορροπήσει τη ροή μέσω των πλημνών μη λαμβάνοντας υπ' όψιν την περίπτωση όπου μερικές συνδέσεις μεταξύ των πλημνών χρησιμοποιούνται σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό σε σχέση με άλλες.

Το πρόβλημα του δικτύου <<πλήμνης και ακτίνας>> όπως παρουσιάζεται σε αυτήν την εργασία είναι ένα πρόβλημα μη γραμμικού ακέραιου προγραμματισμού μεγάλης έκτασης. Τα στάδια ως προς την απλοποίηση και επίλυση αναφέρονται συνοπτικά ως εξής: αρχικά παρουσιάζεται μια γραμμικοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιώντας τμηματικές γραμμικές συναρτήσεις και στη συνέχεια εφαρμόζεται μια ευρετική μέθοδος του LaGrange όπου το κατώτατο όριο υπολογίζεται χρησιμοποιώντας αλγορίθμους υπορουτίνες. Έτσι προκύπτουν εφικτές λύσεις στηριζόμενες στη λύση των υποπρογραμμάτων.

Λαμβάνοντας υπ' όψιν την γενικότερη διατύπωση του προβλήματος χωροθετησης p-πλημνών άνευ χωρητικότητας μονής κατανομής (uncapacitated single assignment p-hub location problem) και την συνάρτηση κόστους της συμφόρησης η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος που αποτελεί και υποπερίπτωση του πεδίου της επιχειρησιακής ερευνάς είναι η εξής:

$$[\text{USApHPLC}]: \min \sum_i \sum_{j>i} \sum_k \sum_m F_{ijkm} X_{ijkm} + \sum_k a \left( \sum_i \sum_{j>i} \sum_m W_{ij} X_{ijkm} \right)^b \quad (1)$$

Με τους εξής περιορισμούς:

$$\sum_k Z_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (2)$$

$$Z_{ik} \leq Z_{kk} \quad \forall i, k \quad (3)$$

$$\sum_k Z_{kk} = p \quad (4)$$

$$\sum_m X_{ijkm} = Z_{ik} \quad \forall k, i, j > i \quad (5)$$

$$\sum_k X_{ijkm} = Z_{jm} \quad \forall m, i, j > i \quad (6)$$

$$X_{ijkm}, Z_{ik} \in [0,1] \quad \forall i, j > i, k, m \quad (7)$$

Όπου  $k$  και  $m$  είναι πιθανές θέσεις πλημνών, τα  $i$  και  $j$  είναι πιθανές θέσεις πηγής και προορισμού,  $p$  είναι ο αριθμός πλημνών που θα ιδρυθούν και  $F_{ijkm}$  είναι το συνολικό κόστος της κίνησης  $(i, j)$  διάμεσο του μονοπατιού  $(i, k, m, j)$ . Αυτό το κόστος δίνεται από:

$$F_{ijkm} = W_{ij} (C_{ij} + aC_{km} + C_{mj})$$

οπου το  $C_{ij}$  είναι το κόστος ανα μοναδα απο  $i$  σε  $j$

$W_{ij}$  η κίνηση απο το  $i$  στο  $j$

$a$  ο συντελεστής μειωσης

Οι μεταβλητές απόφασης  $Z_{ik}, Z_{kk}, Z_{km}$  παίρνουν τιμή 1 εάν ο κόμβος  $i$  συνδέεται με τη πλήμνη  $k$ , εάν ο κόμβος  $k$  επιλέχτηκε ως πλήμνη  $k$ , η ροή δρομολογείται από το  $i$  στο  $k$  στο  $m$  και τέλος στο  $j$  αντίστοιχα. Σε αντίθετη περίπτωση είναι όσοι με το 0. Ο περιορισμός (2) απαιτεί ότι κάθε απλός κόμβος αντιστοιχίζεται μόνο σε μία πλήμνη. Ο περιορισμός (3) διασφαλίζει ότι ένας απλός κόμβος δεν θα συνδεθεί με μία πλήμνη έκτος και αν η πλήμνη είναι ανοικτή. Ο περιορισμός 4 απαιτεί ότι το σύνολο πλημνών είναι ίσο με  $p$ . Τέλος οι περιορισμοί (5) και (6) απαιτούν ότι για κάθε ροή  $(i, j)$  που χρησιμοποιεί την εσωτερική σύνδεση  $(k, m)$ , οι απλοί κομβοί  $i$  και  $j$  πρέπει να αντιστοιχίζονται με τις πλήμνες  $k$  και  $m$ , αντίστοιχα.

Η βάση δεδομένων που εισάγεται στις υπορουτίνες του προγράμματος είναι αυτή που δίνεται από την US Civil Aeronautics Board (CAB). Οι βαρύνουσες παράμετροι που καθορίζουν τα αποτελέσματα είναι οι  $a$  και  $b$ . Γίνεται σαφές από τα αποτελέσματα ότι όσο αυτές οι δυο μεταβλητές αυξάνονται η επιλογή των κόμβων για να γίνουν πλήμνες αλλάζει. Το σύνολο των κόμβων είναι σχετικά μικρό (25) ενώ οι χρόνοι της υπολογιστικής επεξεργασίας με την τεχνολογία όπου έγινε η μελέτη θεωρούνται ικανοποιητικοί. Τέλος να αναφέρουμε ότι περιθώριο σφάλματος είναι 1%

Συμπερασματικά τονίζεται ότι αυτή η μελέτη ίσως είναι από τις πρώτες που εισάγει την έννοια της συμφορησης. Αν θέλαμε να τη συγκρίνουμε με μοντέλα που δεν λαμβάνουν υπ' όψιν αυτό τον κρίσιμο παράγοντα οι ερευνητές αποδεικνύουν ότι σε αυτό το πιο σύνθετο μοντέλο επιτυγχάνεται καλύτερη κατανομή των ροών μέσα στο αναπτυσσόμενο σύστημα. Έτσι δίνεται μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση του προβλήματος.

#### **4.2.2 Προέκταση του προβλήματος <<πλήμνης και ακτίνας>> υπό συμφόρηση.**

Στην εργασία τους οι De Camargo κ.α.(2011) προεκτείνουν την μελέτη των Elhendli και Hu (2005). Για να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της μονής κατανομής με συμφόρηση, προτείνουν μια νέα ευρετική λύση χρησιμοποιώντας δυο αλγορίθμους την εξωτερική προσέγγιση (Outer Approximation) και την αποσύνθεση Benders (Benders Decomposition). Έτσι καταφέρνουν να δώσουν λύση ακόμα και σε μεγάλης έκτασης παραδείγματα (έως και 200 κόμβοι). Οι Wu και Elhendli (2010) κάνουν πιο σύνθετο το μοντέλο των Elhendli και Hu (2005) και θεωρούν κάθε κόμβο Hub σαν M/M/1 ουρά και ορίζουν και μια συγκεκριμένη χωρητικότητα στους επιλεγμένους κόμβους πλήμνες. Ωστόσο καταφέρνουν να δώσουν λύση μόνο σε μικρής έκτασης προβλήματα (μέχρι 25 κόμβους). Το μοντέλο των De Camargo κ.α.(2011) είναι μονής κατανομής. Μοντέλα πολλαπλής κατανομής ανέπτυξαν οι Miranda κ.α.(2009) και οι Luna κ.α. (2009) στις εργασίες τους. Άλλες μελέτες που χρησιμοποιούν επίσης την εξωτερική προσέγγιση είναι αυτές των Duran κ.α. (1986) και Fletcher κ.α. (1994).

Στην μελέτη των De Camargo κ.α.(2011) δίνονται αρχικά τα κύρια χαρακτηριστικά του <<πλήμνης και ακτίνας>> δικτύου. Όπως αναφέρεται σε ένα τέτοιο δίκτυο κάθε ζευγάρι από πλήμνες είναι απευθείας συνδεδεμένο, κανένας από τους απλούς κόμβους δεν έχει απευθείας σύνδεση μεταξύ τους, κάθε ζήτηση κίνησης δρομολογείται μέσω μια ροής που έχει το πολύ ένα η δυο πλήμνες και οι οικονομίες κλίμακας λαμβάνονται υπ όψιν στις συνδέσεις μεταξύ των κόμβων πλημνών από ένα συντελεστή μείωσης  $a$ , όπου  $0 < a < 1$ . Τα κύρια προβλήματα που πρέπει να αντιμετωπίσουν είναι η χωροθετηση των πλημνών, η κατανομή των απλών κόμβων σε πλήμνες, η δημιουργία των συνδέσεων που έχουν υποστεί έκπτωση μέσω του συντελεστή  $a$  και η δρομολόγηση όλης της ροής μέσα στο δίκτυο.

Το <<πλήμνης και ακτίνας>> πρόβλημα έχει πολλές παραλλαγές. Σε αυτή την εργασία εξετάζεται ειδικότερα το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής υπό συμφόρηση [Single allocation hub location problem under congestion (SAHLPC)]. Αποτελείται από επιμέρους προβλήματα όπως την τοποθεσία των πλημνών, την μονή κατανομή του κάθε απλού κόμβου σε ένα κόμβο πλήμνη με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους χωροθετησης ,της δρομολόγησης της κίνησης και τις επιπτώσεων της συμφόρησης που εμφανίζεται στις πλήμνες σε όλο το δίκτυο. Το SAHLPC αποτελεί ένα μεικτού ακεραίου μη γραμμικού προγραμματισμού πρόβλημα που είναι πολύ δύσκολο να επιλυθεί με μεγάλη ακρίβεια.

Στην υπάρχουσα βιβλιογραφία έχουν αναπτυχτεί διάφορες συναρτήσεις για τον υπολογισμό του κόστους της συμφόρησης. Η πρώτη είναι η power law εκδοχή όπου το μέγεθος της συμφόρησης αυξάνεται ραγδαία όσο μεγαλύτερη κίνηση

διέρχεται από μια πλήμνη  $k$  και η δεύτερη είναι η kleinrock εκδοχή όπου ο κάθε πλήμνη συμπεριφέρεται σαν μια M/M/1 ουρά .

Επίσης οι αλγόριθμοι που έχουν δημιουργηθεί για την αντιμετώπιση της πολλαπλής κατανομής εδώ δεν έχουν εφαρμογή. Έτσι για να αντιμετωπίσει σωστά αυτό το σύνθετο πρόβλημα αναπτύσσεται ένας νέος αλγόριθμος. Αυτός ο αλγόριθμος συνδυάζει την εξωτερική προσέγγιση και μια εξειδικευμένη εκδοχή της αποσύνθεσης Benders. Η στρατηγική αυτή δίνει τη δυνατότητα στο συνταίριασμα αυτών των δυο τεχνικών ώστε να εφαρμόζονται στην ίδια μελέτη και να χρησιμοποιούνται τα καλύτερα χαρακτηριστικά τους που οδηγούν στη βέλτιστη λύση ακόμα και σε μεγάλης έκτασης προβλήματα όπως αυτό με 200 κόμβους.

Έστω ένα σύνολο κόμβων  $N$ . Οι παρακάτω παράμετροι ορίζονται για την μοντελοποίηση του προβλήματος:  $w_{ij}$  είναι η ζήτηση της ροής από μια πηγή  $i$  σε ένα προορισμό  $j$  που πρέπει να δρομολογηθεί μέσω ενός ή δυο εγκατεστημένων πλημνών. Για κάθε πιθανή πορεία  $i-k-m-j$ , το  $c_{ijkm}$  ορίζεται ως πάγιο κόστος μεταφοράς ανά μονάδα ροής και αναλύεται σε  $c_{ijkm} = c_{ik} + ac_{km} + c_{mj}$  όπου το κάθε σκέλος είναι το σταθερό μεταφορικό κόστος ανά μονάδα ροής στο εκαστοτε δρομολόγιο,  $a$  είναι ο συντελεστής μείωσης για της συνδέσεις μεταξύ των πλημνών  $k$  και  $m$ . Επίσης  $f_k$  είναι το πάγιο κόστος δημιουργίας μιας πλήμνης σε μια τοποθεσία  $k$ .

Οι συναρτήσεις κόστους για την συμφόρηση είναι οι  $\tau_k(g_k)$  με τις δυο εκδοχές του (i) power law  $\tau_k(g_k) = ag_k^b$  και (ii) kleinrock  $\tau_k(g_k) = a \frac{g_k}{(\Gamma_k - g_k)}$ , όπου  $g_k$  είναι η συνολική κίνηση μέσω μιας πλήμνης  $k$ ,  $\Gamma_k$  είναι η χωρητικότητα της πλήμνης  $k$  και οι παράμετροι  $a \geq 0$  και  $b \geq 1$  σχετίζονται με τα χαρακτηριστικά του κόμβου.

Ως  $x_{ijkm}$  ορίζεται η μεταβλητή του κλάσματος της ζήτησης  $w_{ij}$  μέσω της διαδρομής  $i-k-m-j$ . Οι μεταβλητές  $z_{ik}$  δείχνουν αν ένας κόμβος  $i \in N$  έχει κατανεμηθεί στη πλήμνη  $k \in N$  τότε  $z_{ik} = 1$ , ενώ  $z_{ik} = 0$  στην αντίθετη περίπτωση. Όταν ένας κόμβος hub κατανέμεται σε ένα απλό κόμβο  $k \in N$ , τότε  $z_{kk} = 1$ , και 0 στην αντίθετη περίπτωση. Τέλος δεδομένου ότι οι εισερχόμενες και οι εξερχόμενες ροές από έναν απλό κόμβο θα πρέπει να πάνε και να έρθουν μέσω της ίδιας πλήμνης. Το κόστος της κίνησης μπορεί να γραφεί ως  $\sum_{k \neq i} (O_i + D_i) c_{ik} z_{ik}$  όπου  $O_i = \sum_{j \in N} w_{ij}$  και  $D_i = \sum_{j \in N} w_{ji}$  είναι η συνολική εισερχόμενη και εξερχόμενη ζήτηση για ένα κόμβο  $i \in N$  αντίστοιχα.

Το μαθηματικό μοντέλο για την παρουσίαση του προβλήματος χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής υπό συμφόρηση [(Single Allocation Hub Location Problem Under Congestion(SAHLPC))] είναι:

$$\begin{aligned} \min \sum_k [f_k z_{kk} + \tau_k (g_k)] + \sum_{k \neq i} (O_i + D_i) c_{ik} z_{ik} \\ + \sum_{i < j} \sum_{k \neq i} c_{ijkm} x_{ijkm} \quad (1) \end{aligned}$$

Με τους κατωθι περιορισμούς

$$\sum_k z_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (2)$$

$$\sum_m x_{ijkm} = z_{ik} \quad \forall i < j, k \quad (3)$$

$$\sum_k x_{ijkm} = z_{jm} \quad \forall i < j, m \quad (4)$$

$$\sum_l O_l z_{lk} = g_k \quad \forall k \quad (5)$$

$$z_{ik} \leq z_{kk} \quad \forall i \neq k \quad (6)$$

$$x_{ijkm} \geq 0 \quad \forall i < j, k, m \quad (7)$$

$$g_k \geq 0 \quad \forall k \quad (8)$$

$$z_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \quad (9)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος που σχετίζεται με την χωροθετηση των πλήμνων, την επίδραση του φαινομένου της συμφόρησης και το κόστος μεταφοράς.

Ο περιορισμός (2) διαβεβαιώνει ότι όλοι οι απλοί κομβοί αντιστοιχίζονται με μία πλήμνη. Ο περιορισμός (3) διασφαλίζει ότι οι τροχιές των δρομολογίων που ξεκινούν από ένα κόμβο  $i$ , με ενδιάμεσο σταθμό τη πλήμνη  $k$  και προορισμό το κόμβο  $j$  θα υφίστανται μονό εάν ο κόμβος  $i$  έχει κατανεμηθεί στη πλήμνη  $k$ . Ομοίως ο περιορισμός (4) ότι τα δρομολόγια  $(i, j)$  με ενδιάμεσο σταθμό τη πλήμνη  $m$  θα υφίστανται μονό εάν ο απλός κόμβος  $j$  κατανέμεται στο πλήμνη  $m$ . Ο περιορισμός (5) είναι υπεύθυνος για τον υπολογισμό της κίνησης που αναχωρεί από τη πλήμνη  $k$ . Ο περιορισμός (6) επιτρέπει σε ένα κόμβο  $i$  να κατανεμηθεί σε μία πλήμνη  $k$  μονό εάν αυτό έχει δημιουργηθεί, ενώ οι περιορισμοί (7)-(9) εκφράζουν του περιορισμούς μη αρνητικότητας και πληρότητας των μεταβλητών.

Η βάση δεδομένων που χρησιμοποιείται είναι αυτή της AP (Australian Post). Η μέθοδος που εφαρμόστηκε δίνει αποτελέσματα ακόμα και για την περίπτωση των 200 κόμβων αν και ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται δραματικά σε σημείο σχεδόν μη επιτρεπτό.

Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι η παράμετρος της συμφόρησης παίζει έναν εξέχοντα ρόλο στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Έτσι είναι πολύ σημαντικό για έναν μελετητή να μην αγνοήσει αυτό τον παράγοντα. Διαφαίνεται ότι ακόμα και για ένα μικρό κόστος συμφόρησης αλλάζει όλη η δομή του δικτύου. Ακόμη για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται 3 εκδοχές σχετικά με τη συνάρτηση κόστους της συμφόρησης. Στη πρώτη δεν λαμβάνεται καθόλου, στη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιείται η power law εκδοχή και στη τρίτη περίπτωση η Kleinrock εκδοχή. Οι τελευταίες δυο όταν συγκρίνονται με την πρώτη και δίνουν πολύ πιο βελτιστοποιημένα αποτελέσματα στον σχεδιασμό ενός δικτύου. Αν θα συγκρίναμε τις δυο αυτές εκδοχές μεταξύ τους θα λέγαμε ότι η Kleinrock δίνει πιο βατίστα αποτελέσματα ωστόσο η power law εκδοχή επιλύεται πιο εύκολα.

### **4.3 Ανάπτυξη μοντέλων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.**

Το μοντέλο που αναλύεται από τους Yaman και Carello (2005) είναι αυτό του δικτύου κυρίου/δευτερεύοντος (backbone/tributary network). Ο Klincewitz (1998) παρουσιάζει μια βιβλιογραφική ερευνα σχετικά με αυτό το θέμα, όπως και ο Yuan(2001), ο οποίος εστιάζει την ερευνα του κυρίως στα δίκτυα επικοινωνίας και παρουσιάζει ένα μεγάλο όγκο εργασιών. Για τη γενικότερη κατηγορία που ανήκει το μοντέλο των Yaman και Carello (2005) δηλαδή το έχουν κατά καιρούς εκπονηθεί διάφορες μελέτες. Ο Boland κ.α. (2000) θεωρούν ότι κάθε τερματικός σταθμός θα μπορούσε ενωθεί με περισσότερους από ένα κόμβους (πολλαπλή κατανομή) σε σχέση με τους Yaman και Carello (2005) (μόνη κατανομή). Οι Ernst και Krishnamoorthy (1999) όπως και ο Labbe κ.α.(2004) θεωρούν το ίδιο πρόβλημα, στο οποίο υπάρχει ένα κόστος για την δρομολόγηση της κίνησης χωρίς όμως να δημιουργούν αυτές τις συνδέσεις. Επίσης στην μελέτη των Ernst και Krishnamoorthy (1999) η χωρητικότητα μιας πλήμνης περιορίζει μόνο την εισερχόμενη κίνηση στο κόμβο, σε αντίθεση με αυτή του Labbe κ.α.(2004). Τέλος μια γενίκευση του μοντέλου των Yaman και Carello (2005) προτείνεται και από τους Carello κ.α. (2004) χωρίς να διατυπώνουν συγκεκριμένες μεθόδους επίλυσης τους.

Αναλύοντας την μελέτη των Yaman και Carello (2005) βλέπουμε ότι αναπτύσσει ένα πολύ συχνό πρόβλημα στην αρχιτεκτονική δικτύων, το λεγόμενο δίκτυο κυρίου/δευτερεύοντος (backbone/tributary network). Σε αυτό ορίζονται δυο τύποι κόμβων, οι τερματικοί σταθμοί και οι πλήμνες. Οι τερματικοί σταθμοί αντιπροσωπεύουν τις πηγές και τους τελικούς προορισμούς μιας κίνησης που δρομολογείται. Ωστόσο επειδή είναι πολύ δαπανηρό να υπάρξει απευθείας σύνδεση μεταξύ όλων των ζευγαριών πηγής-προορισμού η μεταφορική κίνηση συλλέγεται σε κόμβους που λέγονται πλήμνες, που λαμβάνουν την κίνηση από τους τερματικούς σταθμούς και την δρομολογούν μέσω άλλων πλημνών προς τους τελικούς προορισμούς. Το δίκτυο όπου οι τερματικοί σταθμοί ενώνονται με του κόμβους πλήμνες στο οποίο ο καθένας έχει κατανεμηθεί ονομάζεται δευτερεύων δίκτυο (tributary network) και το



δίκτυο όπου ενώνονται μεταξύ τους οι πλήμνες ονομάζεται κύριο δίκτυο (backbone network). Δεδομένου ότι η μονάδα κόστους της μεταφορικής κίνησης είναι συνήθως μικρότερη στα κύρια από ότι στα δευτερεύοντα δίκτυα η συλλογή της κίνησης στις πλήμνες συμβάλλει στην μείωση του ολικού κόστους.

Εδώ μελετούνται δίκτυα με ολοκληρωμένο δίκτυο κυρίου/δευτερεύοντος και επιλύονται τα προβλήματα χωροθετησης και διαστασιοποίησης ταυτόχρονα. Οι τοποθεσίες των πλημνών επιλέγονται ανάμεσα στους τερματικούς σταθμούς και ο κάθε τερματικός σταθμός ενώνεται απευθείας με μια πλήμνη. Όλες οι πλήμνες είναι πλήρως ενωμένες μεταξύ τους, και έτσι η δρομολόγηση μιας μεταφορικής κίνησης μεταξύ δυο κόμβων γίνεται μέσω των πλημνών καταλήγοντας στον κάθε προορισμό.

Θεωρούνται ως πάγια τα έξοδα της εγκατάστασης των πλημνών όπως και το κόστος της απαιτούμενης χωρητικότητας σε κάθε σύνδεση. Η χωρητικότητα της κάθε σύνδεσης μπορεί να διαφέρει για το κάθε ένα από τους δυο τύπους δικτύων που αναπτύσσονται. Επίσης το κόστος της κάθε σύνδεσης εξαρτάται από το μήκος της. Επιπλέον, υπάρχει μια συγκεκριμένη χωρητικότητα που μπορεί να δρομολογηθεί μέσω μιας πλήμνης. Έτσι ο στόχος της μελέτης είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους όλου του δικτύου που είναι το σύνολο του κόστους της εγκαθίδρυσης των πλημνών καθώς και όλων των συνδέσεων που πραγματοποιούνται.

Από τη στιγμή που το κύριο είναι πλήρως συνδεδεμένο το πρόβλημα ανήκει στην οικογένεια του προβλήματος χωροθετησης πλήμνης. Οι συγγραφείς το ονομάζουν ως πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής με διαμορφωμένες χωρητικότητες συνδέσεων [capacitated single assignment hub location problem with modular link capacities (HLMC)]. Διαμορφώνεται ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού δευτέρου βαθμού και γίνεται σύγκριση διαφορετικών μεθόδων γραμμικοποίησης. Αναπτύσσουν δυο διαφορετικές μεθόδους επίλυσης. Τη ακριβή μέθοδο που είναι ένας αλγόριθμος <<κλάδου και τομής>> (branch and cut) και την ευρετική μέθοδο που διαμορφώνεται σε δυο επίπεδα. Ο στόχος είναι να συγκριθούν οι δυο μέθοδοι και να ερευνηθεί εάν είναι εφικτό να συνδυαστούν μεταξύ τους έτσι ώστε να έχουμε καλύτερα αποτελέσματα ως προς τον χρόνο επεξεργασίας από τα υπολογιστικά συστήματα.

Έστω  $I$  το σύνολο των τερματικών σταθμών. Ορίζουμε  $K$  το σύνολο των εμπορευμάτων. Υπάρχει ένα εμπόρευμα για κάθε απευθείας ζευγάρι κόμβων. Για τους κόμβους  $i$  και  $m$ ,  $t_{im}$  ορίζει τη κίνηση από το  $i$  στο  $m$ .

Κάθε τερματικός σταθμός είτε συνδέεται με μια πλήμνη είτε συνδέεται με ένα άλλον απλό κόμβο που και αυτός είναι συνδεδεμένος με μια πλήμνη. Η τιμή  $C_{ij}$  ορίζεται ως το κόστος εγκατάστασης  $a_i$  συνδέσεων μεταξύ των κόμβων  $i$

και  $j$ , όπου  $a_i$  είναι ο αριθμός των συνδέσεων που απαιτούνται για τη δρομολόγηση στο κόμβο  $i$ . Το κόστος της εγκατάστασης μιας πλήμνης σε μια τοποθεσία  $i$  είναι το  $C_{ii}$ . Αν ο κόμβος  $i$  γίνει πλήμνη τότε το σύνολο της κίνησης που δρομολογείται μέσω του  $i$  δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από τη χωρητικότητα του  $Q^h$ .

Ακόμη έστω  $E = \{(j,l) : j \in I, l \in I / \{j\}\}$  και  $A = \{(j,l) : j \in I, l \in I / \{j\}\}$ .

Ορίζουμε ως  $R_{jl}$  το κόστος εγκατάστασης μιας σύνδεσης στο κύριο δίκτυο στην πλευρά  $\{j,l\} \in E$ . Επίσης κάθε σύνδεση του κυρίου δικτύου έχει χωρητικότητα  $Q^b$ . Η χωρητικότητα των συνδέσεων στην πλευρά  $(j,l)$  δεν μπορεί να είναι μικρότερη από το μέγιστο της κίνησης στα τόξα  $(j,l)$  και  $(l,j)$ .

Ορίζονται οι παρακάτω μεταβλητές: η μεταβλητή αντιστοίχισης  $x_{ij}$  είναι όση με 1 αν ο σταθμός  $i \in I$  έχει κατανεμηθεί σε μια πλήμνη  $j \in I$  και 0 σε αντίθετη περίπτωση,  $z_{jl}$  είναι η κίνηση στο τόξο  $(j,l) \in A$  και  $w_{jl}$  είναι ο αριθμός των συνδέσεων του κυρίου δικτύου που έχει εγκατασταθεί σε μια πλευρά  $\{j,l\} \in E$ .

Το HLMC μπορεί να μοντελοποιηθεί ως έξης:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} C_{ij} x_{ij} + \sum_{(j,l) \in E} R_{jl} w_{jl} \quad (1)$$

Με τους εξής περιορισμούς

$$\sum_{j \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i \in I, j \in I / \{i\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in I} (t_{im} + t_{mi}) x_{ij} - \sum_{i \in I} \sum_{m \in I} t_{im} x_{ij} x_{mj} \leq Q^h x_{jj} \quad \forall j \in I \quad (4)$$

$$z_{jl} \geq \sum_{i \in I} \sum_{m \in I} t_{im} x_{ij} x_{ml} \quad \forall (j,l) \in A \quad (5)$$

$$Q^b w_{jl} \geq z_{jl} \quad \forall (j,l) \in E \quad (6)$$

$$Q^b w_{jl} \geq z_{lj} \quad \forall (j,l) \in E \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in I \quad (8)$$

$$w_{jl} \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall (j,l) \in E \quad (9)$$

Οι περιορισμοί (2),(3) και (8) προϋποθέτουν ότι κάθε απλός κόμβος μπορεί να κατανεμηθεί μόνο σε μια πλήμνη. Ο περιορισμός χωρητικότητας (4) δηλώνει ότι η χωρητικότητα μιας πλήμνης δεν μπορεί να είναι λιγότερη από το μέγεθος της κίνησης που πραγματοποιείται μέσω του συγκεκριμένης πλήμνης. Οι

μεταβλητές κίνησης  $z_{ji}$  υπολογίζονται με τη βοήθεια των περιορισμών (5). Οι περιορισμοί (6) ,(7) επιβάλλουν ότι η χωρητικότητα των συνδέσεων σε μια πλευρά πρέπει να είναι τουλάχιστον το μέγιστο της κυκλοφορίας στα δυο τόξα με τα ίδια άκρα. Τέλος η αντικειμενική συνάρτηση (1) αποτελείται από το κόστος της χωροθετησης των πλημνών και της εγκατάστασης των συνδέσεων στο κύριο και στο δευτερεύων δίκτυο.

Οι αλγόριθμοι που φτιαχτήκαν για να λύσουν το πρόβλημα δοκιμαστήκαν σε παραδείγματα της πραγματικής ζωής με τρεις διαφορετικές παραλλαγές των 12,17 και 49 κόμβων και σε προβλήματα που προέρχονται από την βάση δεδομένων της OR Library . Και αυτά διακρίθηκαν σε προβλήματα με 10,20,25,40 και 50 κόμβους. Για κάθε παράδειγμα ο ευρετικός αλγόριθμος εκτελείται για να ληφθέν ένα άνω όριο. Ο αλγόριθμος <<κλάδου και τομής>> (branch and cut) ξεκινά με το άνω όριο του ευρετικού αλγορίθμου και προσπαθεί να δώσει την πιο βέλτιστη λύση.

Για την επίλυση των παραδειγμάτων της πραγματικής ζωής χρησιμοποιήθηκε ο solver CPLEX. Αρχικά παραθέτουν τα αποτελέσματα για τις περιπτώσεις που προέρχονται από την OR βιβλιοθήκη. Στα παραδείγματα με τους 10 κόμβους ο χρόνος υπολογισμού είναι λιγότερος από ένα λεπτόγια τους 20 κόμβους ο αλγόριθμος <<branch and cut>> δεν μπόρεσε να δώσει τη βέλτιστη λύση καθώς το σφάλμα είναι πολύ μεγάλο. Τα ίδια αποτελέσματα είχαν και τα παραδείγματα με τους 25, 40 και 50 κόμβους. Στα παραδείγματα με πραγματικά δεδομένα, για τους 12 κόμβους υπήρξε λύση σε λιγότερο από μια ώρα. για τους 17 και τους 49 κόμβους η λύση δεν ήταν εφικτή.

#### **4.4 Θεώρηση του μη ολοκληρωμένου μοντέλου.**

##### ***4.4.1 Πρότυπα μη ολοκληρωμένων μοντέλων διαφόρων κατηγοριών.***

Ο Alumur κ.α.(2009) στην εργασία τους κατηγοριοποιούν το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης σε τρεις μεγάλες κατηγορίες και ασχολούνται με τη μη ολοκληρωμένη παραλλαγή του, δηλαδή, ένα δίκτυο ελλιπές όπου δεν υπάρχει απευθείας σύνδεση σε κάθε ζευγάρι μεταξύ πλημνών. Ο O'Kelly κ.α.(1994) εισήγαγαν διαφορετικές παραλλαγές του κλασικού προβλήματος και μια από αυτές ήταν το μη ολοκληρωμένο δίκτυο. Επίσης ο Nickel κ.α.(2001) πρότειναν ένα μη ολοκληρωμένο δίκτυο που έχει εφαρμογή στα δίκτυα αστικών συγκοινωνιών. Είναι τη μορφής της πολλαπλής κατανομής και στόχος του είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς. Ο Cambell κ.α. (2005a,b) πρότειναν προβλήματα με τοξωτά δίκτυα, όπου στόχος είναι η χωροθετηση τοξωτών συνδέσεων από τις πλήμνες με μειωμένα κόστη έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος μεταφοράς. Αυτό το μοντέλο μπορεί να είναι και ελλιπές εκτός και αν επιβάλλεται το αντίθετο. Άλλη μια εργασία με αντικείμενο το μη ολοκληρωμένο δίκτυο ήταν αυτή των Yoon και Current (2008) όπου η διάφορα του ήταν ότι μπορούσε να υπάρξει σύνδεση και μεταξύ των απλών κόμβων. Μια μελέτη των Alumur και Kara (2008b)

παρουσιάστηκε όπου αναλύθηκε το πρόβλημα σχεδίασης δικτύου κάλυψης πλήμνης (hub covering network design problem). Ορμώμενοι από το κίνητρο της βελτιστοποίησης του δικτύου μεταφορών της Τουρκίας πρότειναν ένα πρόβλημα κάλυψης πλήμνης στο οποίο κάθε δρομολόγιο μεταξύ πηγής – προορισμού θα πρέπει να περνά διαμέσου τουλάχιστον τριών πλημνών..

Στο πλαίσιο της έρευνας των Alumur κ.α.(2009) οι συγγραφείς παρουσιάζουν το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης. Αναλύουν την βιβλιογραφία και τονίζουν τις παραλλαγές του προβλήματος που έχουν αναπτυχτεί. Εστιάζουν κυρίως στις παρακάτω:

- το πρόβλημα διάμεσου  $p$ -πλημνών ( $p$ -hub median problem), όπου ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς για ένα αριθμό πλημνών,
- το πρόβλημα κέντρου  $p$ -πλημνών ( $p$ -hub center problem), όπου ο εντοπισμός των πλημνών γίνεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε ο χρόνος μεταφοράς να ελαχιστοποιείται
- το πρόβλημα κάλυψης πλήμνης (hub covering problem), όπου ελαχιστοποιείται ο αριθμός των πλημνών που πρέπει να ιδρυθούν διασφαλίζοντας ότι ο χρόνος ταξιδιού μεταξύ πηγής και περιορισμού δεν ξεπερνά μια συγκεκριμένη τιμή.

Μέχρι τη στιγμή γραφής της συγκεκριμένης μελέτης σχεδόν όλη η ερευνά γύρω από την ανάπτυξη δικτύων ,όπως αναφέρουν οι μελετητές, παρουσιάζει μοντέλα που είναι πλήρως ολοκληρωμένα, δηλαδή , πάντα υπάρχει μια απευθείας σύνδεση μεταξύ όλων των πλημνών. Ωστόσο μερικές φορές είναι δυνατόν να παρέχεται σχεδόν η ίδια ποιότητα και ποσότητα υπηρεσιών σε ένα μη ολοκληρωμένο σύστημα, όπου όλες οι πλήμνες δεν είναι άμεσα συνδεδεμένες μεταξύ τους. Ένα έξυπνα σχεδιασμένο ελλιπές σύστημα μπορεί να παρέχει από άποψη κόστους και χρόνου τα ίδια αποτελέσματα με ένα πλήρες. Επομένως το λειτουργικό κόστος όλου του δικτύου μπορεί να μειωθεί αισθητά. Άλλωστε και παραδείγματα πραγματικών δικτύων όπως τηλεπικοινωνιακά δίκτυα και δίκτυα χερσαίας μεταφοράς με φορτηγό δείχνουν ότι δεν λειτουργούν με δομή πλήρους δικτύου.

Έτσι σε αυτή τη μελέτη καταπιάνονται με τον σχεδιασμό δικτύων μη απολύτως ολοκληρωμένων για προβλήματα χωροθετησης των πλημνών με μονή κατανομή , όπως αυτά αναφέρονται στην βιβλιογραφία προβλήματα χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής [single allocation hub location problems (SAHLP)]. Η μονή δομή που επιβάλλεται από τους συγγραφείς είναι αυτή της συνδεσιμότητας και καμιά άλλη.

Ο κύριος στόχος είναι να παρουσιάσει μια ομοιόμορφη διαχείριση για τις ημιτελείς παραλλαγές όλων των μοντέλων αυτής της κατηγορίας των προβλημάτων ,δηλαδή του SAHLP, που έχουν αναπτυχτεί στην βιβλιογραφία. Αρχικά ορίζουν το πρόβλημα έχοντας ως σκοπό την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης κόστους όλης της μεταφορικής κίνησης.

Παρουσιάζουν μαθηματικές παραλλαγές για όλες τις κατηγορίες των προβλημάτων που αναφέρθηκαν παραπάνω και αναλύουν τα δεδομένα με ένα λογισμικό βελτιστοποίησης. Το τελικό αποτέλεσμα που εξάγεται με την ελαχιστοποίηση του μεταφορικού κόστους είναι η εύρεση των τοποθεσιών των κόμβων πλημνών, η κατανομή των απλών κόμβων σε πλήμνες και ποιες συνδέσεις εν τελεί θα πραγματοποιηθούν μεταξύ των πλημνών.

Για να παρουσιαστεί το κυριότερο πρόβλημα που αναπτύσσεται σε αυτή τη μελέτη που είναι το ελλιπές πρόβλημα σχεδίασης δικτύου διάμεσου p-πλημνών (incomplete p-hub median network design problem) πρώτα ορίζονται οι παρακάτω παράμετροι:

- $w_{ij}$  = η ροή από τον κόμβο  $i \in N$  στον κόμβο  $j \in N$
- $c_{ij}$  = το μεταφορικό κόστος ανά μονάδα κίνηση από το κόμβο  $i \in H$  στο κόμβο,
- $a$  = ο συντελεστής μείωσης του κόστους μεταφοράς στις συνδέσεις μεταξύ πλημνών,
- $p$  = ο αριθμός των πλημνών που πρέπει να εγκατασταθούν,
- $q$  = ο αριθμός των συνδέσεων μεταξύ των πλημνών

Επίσης έστω  $O_i = \sum_j w_{ij}$  η συνολική ποσότητα της ροής προερχόμενη από το κόμβο  $i$  και  $D_j = \sum_i w_{ij}$  η συνολική ποσότητα της ροής προερχόμενη από το κόμβο  $j$ . Οι μεταβλητές απόφασης του μαθηματικού μοντέλου ορίζονται ως:

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κομβος } i \in N \text{ αντιστοιχίζεται σε μια πλημνη } j \in H \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$
- $z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν μια συνδεση πλημνων ειναι εγκατεστημενη μεταξύ πλημνων} \\ & i \in H \text{ και } j \in H \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$
- $f_{ij}^k =$  η συνολική ποσότητα της ροής προερχόμενη από ένα απλό κόμβο  $k \in N$  που δρομολογείται μέσω μιας σύνδεσης μεταξύ κόμβων hubs  $\{i, j\}$  στην κατεύθυνση από  $i \in H$  στο  $j \in H$ .

Το ελλιπές πρόβλημα σχεδίασης δικτύου διάμεσου p-πλημνών (single allocation incomplete p hub median network design problem) μοντελοποιείται ως έξης:

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{k \in H} c_{ik} O_i x_{ik} + \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} \sum_{k \in N} a c_{ij} f_{ij}^k + \sum_{i \in N} \sum_{k \in H} c_{ki} D_i x_{ik} \quad (1)$$

Με τους παρακάτω περιορισμούς:

$$\sum_{j \in H} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i \in N, j \in H \quad (3)$$

$$z_{ij} \leq x_{ii} \quad \forall i, j \in H : i < j \quad (4)$$

$$z_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i, j \in H : i < j \quad (5)$$

$$\sum_{j \in H} x_{jj} = p \quad (6)$$

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in H : j > i} z_{ij} = q \quad (7)$$

$$\sum_{j \in H : j \neq i} f_{ji}^k + O_k x_{ki} + \sum_{j \in H : j \neq i} f_{ij}^k + \sum_{l \in N} w_{kl} x_{li} \quad \forall i \in H, k \in N \quad (8)$$

$$f_{ij}^k + f_{ji}^k \leq O_k z_{ij} \quad \forall i, j \in H : i < j, k \in N \quad (9)$$

$$f_{ij}^k \geq 0 \quad \forall i, j \in H : i \neq j, k \in N \quad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in H \quad (11)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in H : i < j \quad (12)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) ελαχιστοποιεί το συνολικό μεταφορικό κόστος. Ο πρώτος όρος υπολογίζει το συνολικό μεταφορικό κόστος από τους απλούς κόμβους (πήγες) σε πλήμνες, ο δεύτερος όρος υπολογίζει το μειωμένο κόστος ανάμεσα σε κόμβους πλήμνες και ο τρίτος όρος υπολογίζει το κόστος από τους κόμβους πλήμνες στους απλούς κόμβους που είναι προορισμοί. Η μόνη κατανομή ενός απλού κόμβου σε ένα κόμβο πλήμνη εξασφαλίζεται με τον περιορισμό (2). Ο περιορισμός (3) απαιτεί ότι ένας απλός κόμβος μπορεί να συνδεθεί μόνο με ένα κόμβο πλήμνη.

Οι περιορισμοί (4) και (5) διασφαλίζουν ότι μια σύνδεση μεταξύ πλημνών μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο εάν και οι δυο κομβοί είναι κομβοί πλήμνες. Οι περιορισμοί (6) και (7) απαιτούν ότι ακριβώς  $p$  εγκαταστάσεις πλημνών και  $q$  συνδέσεις πλημνών θα πραγματοποιηθούν. Με τον περιορισμό (8) υπολογίζεται το μέγεθος της ροής που θα δρομολογηθεί σε μια σύνδεση μεταξύ πλημνών ( $i, j$ ) είτε σε οποιαδήποτε προσανατολισμό μέσω του κόμβου  $k$ . Επίσης με τον περιορισμό (9) οι μεταβλητές είναι θετικές μόνο στις εγκατεστημένες συνδέσεις πλημνών. Οι τελευταίοι περιορισμοί (10)-(12) εξασφαλίζουν μη αρνητικές αλλά και δυαδικές τιμές.

Οι βάσεις δεδομένων που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση είναι δυο. Χρησιμοποιούνται παραδείγματα από τη βάση Civil Aeronautics Board (CAB) και αυτή του Τούρκικου δικτύου μεταφορών και διεξάγονται αναλύσεις και για τρεις παραλλαγές του προβλήματος που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

Στη περίπτωση του το πρόβλημα διάμεσου  $p$ -πλημνών με τη βάση CAB ο χρόνος που χρειάστηκε για την εξαγωγή αποτελεσμάτων ήταν λιγότερος από 3

λεπτά για σχεδόν όλα τα παραδείγματα με μέγιστο αυτό των 40 λεπτών για το πιο σύνθετο ενώ για το τουρκικό δίκτυο ο μέσος όρος είναι λίγο μεγαλύτερος αλλά παραμένει σε λογικά πλαίσια . Επίσης γίνεται σαφές ότι στη σύγκριση των ολοκληρωμένων σε σχέση με τα ελλιπή δίκτυα οι διαφορές είναι μικρές και επιτυγχάνεται η επιθυμητή μείωση του κόστους.

Για την περίπτωση του προβλήματος διάμεσου  $p$ -πλημνών φαίνεται ότι υπολογιστικός χρόνος και εδώ είναι αρκετά μικρός, ακόμα δε μικρότερος σε σχέση με παραπάνω για όλα τα παραδείγματα που αναλύθηκαν. Επιπροσθέτως και εδώ εξάγεται το συμπέρασμα ότι ο σχεδιασμός πλήρως συνδεδεμένων δικτύων δεν είναι ούτε απαραίτητος, ούτε αποδοτικός για δίκτυα με πολύ μεγάλο αριθμό κόμβων. Τέλος για την τελευταία παραλλαγή του προβλήματος του κέντρου  $p$ -πλημνών ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται σημαντικά χωρίς να γίνεται βέβαια μη επιτρεπτός και τα ελλιπή δίκτυα που δημιουργούνται παρουσιάζουν και αυτά ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα σε σχέση με τα αντίστοιχα ολοκληρωμένα.

#### **4.4.2 Ελλιπή μοντέλα κάλυψης πλήμνης (*hub covering models*)**

Μια από τις τελευταίες δουλειές πάνω στο ίδιο θέμα ήταν η μελέτη της του Calik κ.α. (2009) που πρότεινε μια ευρετική μέθοδο στηριζόμενη στη tabu search. Το μοντέλο που αναπτύχθηκε ήταν και αυτό της κατηγορίας του προβλήματος κάλυψης πλήμνης (*hub covering problem*) όπου στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των κόμβων hubs που πρέπει να ιδρυθούν διασφαλίζοντας ότι ο χρόνος ταξιδιού μεταξύ πηγής και περιορισμού δεν ξεπερνά μια συγκεκριμένη τιμή. Από τους πρώτους που διατύπωσαν αυτό το πρόβλημα ήταν οι Kara και Tansel (2003) όπου διατύπωσαν και γραμμικές μαθηματικές φόρμουλες για την αντιμετώπιση του. Την ίδια ευρετική μέθοδο με της εργασίας των Calik κ.α (2009) χρησιμοποίησαν και οι Pamul και Sepil (2001) όπως και ο Ernst κ.α (2002) Άλλες ευρετικοί μέθοδοι για την επίλυση των διαφόρων παραλλαγών του προβλήματος διατυπώθηκαν από τους Chen (2007) και Canovas κ.α. (2007).

Οι μελετητές στα πλαίσια της εργασίας Calik κ.α. (2009), αρχικά, κάνουν μια γενική αναφορά στην βιβλιογραφία που έχει προηγηθεί. Τονίζουν ότι έχουν αναπτύξει κυρίως δυο μοντέλα σχετικά με την κατανομή και την σύνδεση των κόμβων σε ένα δίκτυο. Αυτά είναι η μονή κατανομή όπου η σύνδεση μεταξύ ενός απλού κόμβου και ενός κόμβου πλήμνης είναι μονή και η πολλαπλή όπου αναπτύσσονται πολλές συνδέσεις μεταξύ ενός απλού κόμβου με τους υπάρχοντες κόμβους πλήμνες. Οι εφαρμογές των μοντέλων είναι κυρίως στην αεροπορική βιομηχανία στην διανομή φορτίου καθώς και σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα.

Όπως αναφέρεται προγενέστεροι μελετητές υποθέτουν ένα ολοκληρωμένο δίκτυο όπου το κάθε ζευγάρι πλημνών ενώνεται μεταξύ του με μια ξεχωριστή

σύνδεση. Ωστόσο οι συγγραφείς αναπτύσσουν την ιδέα ενός μη ολοκληρωμένου δικτύου δηλαδή να μην συνδέονται όλες οι πλήμνες μεταξύ τους. Αναφέρουν ως παράδειγμα από την διανομή φορτίων με φορτηγά ως έξης : όταν μια εταιρία Logistics στέλνει φορτηγά από μια πλήμνη προς όλες τις πλήμνες ξεχωριστά και μεμονωμένα αυτό είναι αρκετά πιο δαπανηρό από το ένα φορτηγό να σταματά σε πολλές πλήμνες το ένα μετά το άλλο. Έτσι μειώνεται αισθητά το λειτουργικό κόστος. Επίσης στην αεροπλοΐα εάν μια αεροπορική εταιρία δρομολογεί ξεχωριστά αεροπλάνα σε κάθε ξεχωριστό προορισμό προκαλεί συμφόρηση στα αεροδρόμια και ανεβάζει σημαντικά τις δαπάνες της.

Σε αυτή την εργασία αναπτύσσεται το μοντέλο του ατελούς δικτύου. Στόχος της είναι να βρεθεί η κατάλληλη τοποθεσία των πλημνών, οι συνδέσεις που πρέπει να γίνουν μεταξύ των πλημνών και να απορριφτούν οι λιγότερο συμφέρουσες, όπως και οι η κατανομή των απλών κόμβων σε κόμβους πλήμνες έτσι ώστε ο χρόνος μεταξύ πηγής προορισμού να είναι μέσα σε δοσμένα χρονικά περιθώρια.

Εν αντιθέσει με αλλά μοντέλα ερευνείται η ελαχιστοποίηση της δαπάνης για τις εγκαταστάσεις των πλημνών και όχι το συνολικό κόστος της ροής. Στη συνεχεία μοντελοποιείται η εκδοχή της μόνης κατανομής του προβλήματος. Επίσης δεν επιβάλλεται κάποια συγκεκριμένη δομή στο αναπτυσσόμενο μοντέλο. Το πρόβλημα κατηγοριοποιείται σε ένα πρόβλημα κάλυψης πλήμνης (hub covering problem). Για να λυθεί αυτό το σύνθετο πρόβλημα αναπτύσσεται μια ξεχωριστή ευρετική μέθοδος ώστε να δοθεί λύση και για μεγαλύτερης έκτασης παραδείγματα. Η ευρετική μέθοδος αποτελεί ουσιαστικά μια απλή παραλλαγή της tabu search, ενός αλγορίθμου που έχει τη μορφή ενός δέντρου αποφάσεων.

Έστω ένα σύνολο  $N$  από  $n$  κόμβους και ένα υποθετικό σύνολο κόμβων hub  $H \subseteq N$  με  $h$  κόμβους. Ορίζονται οι παρακάτω παράμετροι του μοντέλου ως εξής:  $f_{ij}$  είναι το πάγιο κόστος της δημιουργίας μια σύνδεσης hub μεταξύ των κόμβων  $i$  και  $j$ ,  $f_{hk}$  είναι το πάγιο κόστος της δημιουργίας μιας πλήμνης στη τοποθεσία  $k$ ,  $t_{ij}$  είναι ο χρόνος κίνησης από το κόμβο  $i$  στο  $j$ . Η παράμετρος  $T$  είναι το διδόμενο χρονικό όριο και  $a$  είναι ο συντελεστής μείωσης του χρόνου στις συνδέσεις μεταξύ των συνδέσεων πλημνών.

Όπου οι μεταβλητές απόφασης του μοντέλου ορίζονται ως:

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας κόμβος κατανέμεται σε μια πλήμνη } k, \\ 0 & \text{στην αντίθετη περίπτωση} \end{cases}$$

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν υπάρχει μια σύνδεση πλημνών μεταξύ των κόμβων } i \text{ και } j \\ 0 & \text{στην αντίθετη περίπτωση} \end{cases} \quad (i < j)$$



$Y_{ij}^{kl} =$  1 εάν μια σύνδεση πλημνών  $\{i, j\}$  χρησιμοποιείται στο μονοπάτι από τη πλήμνη  $k$  στη πλήμνη  $l$  στην κατεύθυνση από το  $i$  στο  $j$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση  
 $r_k =$  ακτίνα της πλήμνης  $k$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται ως έξης:

$$\min \sum_{i \in H} \sum_{j \in H: j > i} f_{ij} Z_{ij} + \sum_{k \in H} f_{kk} X_{kk} \quad (1)$$

Με τους κατωθι περιορισμούς

$$\sum_{k \in H} X_{ik} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$X_{ik} \leq X_{kk} \quad \forall i \in N, k \in H \quad (3)$$

$$X_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, k \in H \quad (4)$$

$$Z_{ij} \leq X_{ii} \quad \forall i, j \in H, i < j \quad (5)$$

$$Z_{ij} \leq X_{jj} \quad \forall i, j \in H, i < j \quad (6)$$

$$Y_{ij}^{kl} + Y_{ji}^{kl} \leq Z_{ij} \quad \forall i, j, k, l \in H, i < j, k \neq l \quad (7)$$

$$Y_{ij}^{kl} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k, l \in H, i \neq j, k \neq l \quad (8)$$

$$Z_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in H, i < j \quad (9)$$

$$\sum_{j \in H: j \neq i} Y_{ij}^{il} \geq X_{ii} + X_{ll} - 1 \quad \forall i, l \in H, i \neq l \quad (10)$$

$$\sum_{j \in H: j \neq i} Y_{ji}^{kl} - \sum_{j \in H: j \neq i} Y_{ij}^{kl} = 0 \quad \forall i, k, l \in H, i \neq k, i \neq l, k \neq l \quad (11)$$

$$\sum_{j \in H: j \neq i} Y_{ji}^{kl} \geq X_{ii} + X_{kk} - 1 \quad \forall i, k \in H, i \neq k \quad (12)$$

$$Y_{ij}^{kl} + Y_{ji}^{kl} \leq X_{kk} \quad \forall i, j, k, l \in H, i < j, k \neq l \quad (13)$$

$$Y_{ij}^{kl} + Y_{ji}^{kl} \leq X_{ll} \quad \forall i, j, k, l \in H, i < j, k \neq l \quad (14)$$

$$r_k \geq t_{ik} X_{ik} \quad \forall i \in N, k \in H \quad (15)$$

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in H: j \neq i} at_{ij} Y_{ij}^{kl} + r_k + r_l \leq T \quad \forall k, l \in H \quad (16)$$

Στην αντικειμενική συνάρτηση (1), στο πρώτο σκέλος της αθροίζουμε το πάγιο κόστος της δημιουργίας των συνδέσεων ενώ δεύτερο σκέλος υπολογίζουμε το συνολικό κόστος της δημιουργίας των πλημνών.

Ο περιορισμός (2) και ο περιορισμός (4) εξασφαλίζουν ότι κάθε κόμβος κατανέμεται σε μία μονό πλήμνη, ο περιορισμός (3) ότι ο κάθε κόμβος μπορεί να κατανεμηθεί μονό σε κόμβο πλήμνη και όχι σε απλό κόμβο. Οι περιορισμοί (5) και (6) δηλώνουν ότι για να δημιουργηθεί μια σύνδεση πλημνών τα  $i$  και  $j$  πρέπει να είναι πλήμνες, και ο περιορισμός (7) απαιτεί ότι αν μια σύνδεση μεταξύ κόμβων hubs πρόκειται να χρησιμοποιηθεί σαν ένα μέρος ενός

μονοπατιού που θα κατασκευασθεί για ένα δεδομένο ζευγάρι πηγής – προορισμού αυτή η σύνδεση μεταξύ πλήμνων θα πρέπει να δημιουργηθεί. Οι περιορισμοί (8) και (9) επιβάλλουν στις μεταβλητές απόφασης να είναι δυαδικές.

Οι περιορισμοί (10)-(12) εκφράζουν τους περιορισμούς ισορροπίας της ροής. Με αυτούς του περιορισμούς κάθε πλήμνη στέλνει και δέχεται μια μονάδα κίνησης και αποκαθιστάται η συνδεσιμότητα στο δίκτυο μεταξύ των πλήμνων. Οι περιορισμοί (13) και (14) διασφαλίζουν ότι η πηγή και ο προορισμός μπορούν να είναι μονό πλήμνες. Για κάθε κόμβο πλήμνη, με το περιορισμό (15) η μεταβλητή απόφασης  $r$  υπολογίζει το μέγιστο χρόνο μετακίνησης από ένα κόμβο πλήμνη σε ένα απλό κόμβο. Τέλος ο περιορισμός (16) είναι το χρονικό όριο που δίνεται.

Για την εξαγωγή αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκαν ως βάσεις δεδομένων το CAB data set και το τουρκικό δίκτυο μεταφορών. Έγινε χρήση του solver CPLEX και της ευρετικής μεθόδου. Τα αποτελέσματα από αυτές τις δυο μεθόδους παρουσιάστηκαν αναλυτικά. Ακόμη έγινε και μια σύγκριση μεταξύ τους για να βγουν συμπεράσματα σχετικά με την αποδοτικότητα τους άλλα και το ποια από τις δυο είναι η καλύτερη μέθοδος. Στον αλγόριθμο της ευρετικής μεθόδου που αναπτύχθηκε χρησιμοποιήθηκε μια στρατηγική τριών τύπων κατανομής ώσπου να βρεθεί η πιο εφικτή λύση. Περιληπτικά ο αλγόριθμος βρίσκει νέες λύσεις αλλάζοντας κάθε φορά το σετ των πλήμνων, μετά κατασκευάζει το δίκτυο διανομής και τέλος μειώνει στο ελάχιστο την συνδεσιμότητα που δεν χρειάζεται.

Η ευρετική μέθοδος είχε αποτελέσματα σε ένα πολύ κάλο και εύλογο χρονικό διάστημα και για τις δυο βάσεις δεδομένων. Από τη σύγκριση των δυο μεθόδων δηλαδή του solver CPLEX και της ευρετικής μεθόδου βρέθηκε ότι η ευρετική μέθοδος εξήγαγε πιο αποτελεσματικές λύσεις και σε μικρότερο χρόνο επεξεργασίας σε σχέση με το solver. Τέλος η βάση δεδομένων για το τουρκικό δίκτυο είναι και η μεγαλύτερη που έχει αναλυθεί για ένα μη ολοκληρωμένο πρόβλημα της κατηγορίας του προβλήματος κάλυψης πλήμνης.

#### **4.5 Εργασίες με θέμα την διαχείριση αποθεματικού.**

Στην εργασία τους ο Qin κ.α.(2009) ασχολούνται με τη στρατηγική διαχείρισης του αποθεματικού που πρέπει να αναπτύξει μια εταιρεία θεωρώντας τις απαιτήσεις της αγοράς ως στοχαστικές. Το μοντέλο που προτείνεται μπορεί να διαχειριστεί πολλά εμπορεύματα μαζί. Οι εργασίες που έχουν εκπονηθεί σχετικά με τη διαχείριση αποθεματικού πολλών εμπορευμάτων ταυτόχρονα είναι σχετικά λίγες. Μια από αυτές είναι αυτή του Shen (2005) όπου απλοποιεί το κόστος του αποθεματικού αρκετά και προτείνει έναν αλγόριθμο LaGrange για την επίλυση του προβλήματος.

Επιπροσθέτως οι μελέτες των Candás κ.α. (2007) και Qin κ.α. (2006) θεώρησαν το κόστος αποθεματικού ως μια γραμμική συνάρτηση της ποσότητας των εμπορευμάτων και τέλος ο Melo κ.α. (2005) ανέπτυξαν το πλαίσιο ενός δυναμικού μοντέλου διαχείρισης πολλών προϊόντων λαμβάνοντας υπ όψιν τη περιορισμένη χωρητικότητα των αποθηκών.

Για τη διαχείριση του αποθεματικού ενός και μόνο προϊόντος οι συγγραφείς απλοποίησαν αρκετά το πρόβλημα αγνοώντας πολλούς παράγοντες που έχουν μεγάλη επίδραση. Ο Shen (2003) μελέτησε δυο ειδικές περιπτώσεις: στη μια η διακύμανση της ζήτησης ήταν ανάλογη με τη μέση και στη δεύτερη η ζήτηση είχε μηδενική διακύμανση. Έτσι μετασχημάτισε το μοντέλο του σε γραμμικό. Ο Shu κ.α (2005) ανέπτυξε έναν πιο αποτελεσματικό αλγόριθμο για τις περιπτώσεις του Shen (2003). Τέλος οι Shen και Qi (2007) ανέλυσαν το μεταφορικό κόστος λαμβάνοντας υπόψη τη πορεία των δρομολογίων των φορτηγών σε ένα δίκτυο.

Στο πλέον πολύ ανταγωνιστικό περιβάλλον που έχει δημιουργηθεί οι εταιρίες θα πρέπει να δίνουν μεγάλη προσοχή στην διαχείριση των αποθεμάτων τους. Για την βελτιστοποίηση του συστήματος διαχείρισης αποθεματικού οι επιχειρήσεις έχουν να αντιμετωπίσουν κυρίως δυο μεγάλα ζητήματα .

Πρώτο μέλημα των Qin κ.α (2009) τους είναι η επιλογή το καταλλήλων θέσεων για την αποθήκευση των εμπορευμάτων, δηλαδή τον ακριβή προσδιορισμό των σημείων καθώς και τον ακριβή αριθμό τους . Αυτά ονομάζονται κόμβοι μεταφοράς [logistics nodes (LNs)]. Στη συνέχεια πρέπει να καθορίσουν το μέγεθος των εμπορευμάτων που θα διατηρούνται στα LNs. Έτσι σε ένα πρόβλημα που απαιτείται σχεδιασμός δικτύου μεταφορών , το πρόβλημα της χωροθετησης των εγκαταστάσεων αποθήκευσης και το πρόβλημα διαχείρισης του αποθεματικού αποτελούν τα δυο βασικά υπό προβλήματα που χρήζουν επίλυσης καθώς είναι άμεσα εξαρτώμενο το ένα από το άλλο. Ωστόσο στην βιβλιογραφία μέχρι τη εκπόνηση αυτής της μελέτης αυτά τα δυο μεγάλα θέματα έχουν εξεταστεί ξεχωριστά. Όμως όταν η διαδικασία λήψης αποφάσεων μελετάται σε δυο διαφορετικά επίπεδα τότε τα αποτελέσματα αυτής μπορούν να επηρεαστούν και να μην είναι άκρως αξιόπιστα.

Επίσης η ζήτηση εκ μέρους των έμπορων λιανικής πώλησης είναι πάντα αβέβαιη στον πραγματικό κόσμο. Βέβαια στα πλαίσια της ερευνάς, για χάριν απλούστευσης των προβλημάτων σχεδίασης δικτύων μεταφορών αυτή θεωρείται ως μια ντετερμινιστική μεταβλητή. Επιπλέον οι εταιρίες θα πρέπει να διατηρήσουν ένα ορισμένο απόθεμα ώστε να ικανοποιήσουν των στοχαστικές απαιτήσεις των πελατών τους όσο το δυνατόν καλύτερα. Οφείλουν να ελέγχουν το κόστος αποθήκευσης, επειδή αυτό το κόστος αυξάνεται όσο μεγαλύτερη είναι η ποσότητα αποθήκευσης , έτσι θα πρέπει να επιλέξουν τη σωστή πολιτική σχετικά με τη στρατηγική της αποθεματικού που διατηρούν.

Σε αυτή την εργασία η στοχαστική ζήτηση των έμπορων λιανικής πώλησης θεωρείται ότι κατανέμεται ομαλά. Το μοντέλο που παρουσιάζεται ορίζει το που θα εγκατασταθούν τα LNs και ότι θα εξυπηρετούν τη ζήτηση των λιανοπωλητών με ένα ακριβές επίπεδο εξυπηρέτησης. Ο κάθε λιανοπωλητής θα εξυπηρετείται μονό από ένα LN. όλα αυτά υπόκεινται σε συγκεκριμένους περιορισμούς.

Το μοντέλο βελτιστοποίησης που μελετούν οι συγγραφείς Qin κ.α (2009) επεκτείνεται σε προϊόντα πολλαπλής φύσης. Αποτελεί ένα τυπικό μη γραμμικό μοντέλο μεικτού ακέραιου προγραμματισμού μεγάλης έκτασης. Για την επίλυση του χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος που ονομάζεται <<συνδυασμός προσομοιωμένης ανόπτωσης>> [combined simulated annealing (CSA)]. Αυτός διαχωρίζεται σε δυο επιμέρους επίπεδα : i) εξωτερικό (outer layer algorithm-OLA που βελτιστοποιεί τις αποφάσεις χωροθετησης και στον ii) εσωτερικό (inner layer algorithm –ILA) που βελτιστοποιεί τις αποφάσεις κατανομής στα LNs και βασίζεται στα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον OLA.

Για να μοντελοποιηθεί το πρόβλημα δίνονται οι ορισμοί:  $i$  δηλώνει τη υποψηφία τοποθεσία ενός LN  $i=1,2,\dots,N$ ,  $j$  είναι ο λιανοπωλητής  $j=1,2,\dots,M$ ,  $l$  το εμπόρευμα  $l=1,2,\dots,L$ .  $F_i$  είναι το πάγιο κόστος για την εγκατάσταση ενός LN  $i$ ,  $V_i$  δηλώνει τη χωρητικότητα αποθήκευσης ενός LN,  $RP_i^l$  είναι το σημείο επαναπαραγγελίας για ένα εμπόρευμα  $l$  σε μια τοποθεσία LN,  $Q_i^l$  είναι η ποσότητα της παραγγελίας,  $d_j^l$  και  $u_j^l$  είναι η μέση και η τυπική απόκλιση της ζήτησης ενός λιανοπωλητή για ένα εμπόρευμα  $l$ ,  $D_i^l$  και  $U_i^l$  είναι η μέση και η τυπική απόκλιση της ζήτησης σε μια τοποθεσία LN  $i$  για ένα εμπόρευμα  $l$ ,  $LT_i^l$  είναι ο χρόνος καθυστέρησης από έναν προμηθευτή για ένα εμπόρευμα  $l$ ,  $H_i^l$  είναι το κόστος αποθήκευσης ενός εμπορεύματος  $l$  σε μια τοποθεσία LN,  $O_i^l$  είναι το πάγιο κόστος της τοποθέτησης ενός εμπορεύματος  $l$  σε μια τοποθεσία LN,  $R_i^l$  είναι το κόστος μεταφοράς από ένα προμηθευτή στην τοποθεσία LN για ένα εμπόρευμα  $l$ ,  $C_{ij}^l$  είναι το κόστος διανομής μιας μονάδα εμπορεύματος  $l$  μεταξύ της τοποθεσίας LN και ενός λιανοπωλητή  $j$ ,  $\theta_1$  και  $\theta_2$  είναι οι σταθμισμένοι παράγοντες που σχετίζονται με το κόστος μεταφοράς και το κόστος αποθεματικού, αντίστοιχα,  $\alpha$  είναι το επίπεδο εξυπηρέτησης του συστήματος,  $\beta$  είναι ο συντελεστής μείωσης και τέλος  $P$  είναι ο μέγιστος αριθμός των LNs που επιτρέπεται να εγκατασταθούν.

Οι μεταβλητές αποφάσεις είναι οι εξής :

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ένα LN ιδρύεται στη θέση } i \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

$$Y_{ij}^l = \begin{cases} 1 & \text{αν ένα LN } i \text{ εξυπηρετει ένα λιανοπωλητη } j \text{ με ένα εμπορευμα } l \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

Τότε η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι:

$$\begin{aligned} \min \Psi = & \beta \sum_{i=1}^N F_i X_i + \theta_2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L (C_{ij}^l + R_i^l) d_j^l Y_{ij}^l \\ & + \theta_1 \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L H_l^i Z \sqrt{L T_i^l} \sqrt{\sum_{j=1}^M u_j^l Y_{ij}^l} \\ & + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L \sqrt{2\theta_1 \theta_2 O_i^l} \sqrt{\sum_{j=1}^M u_j^l Y_{ij}^l} \end{aligned} \quad (1)$$

Με τους εξής περιορισμούς:

$$\sum_{i=1}^N Y_{ij}^l = 1 \quad \forall j, l \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L \lambda_l d_j^l Y_{ij}^l \leq V_i X_i \quad \forall i \quad (3)$$

$$Y_{ij}^l \leq X_i \quad \forall i, j, l \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i \leq P \quad (5)$$

$$Y_{ij}^l, X_i \in \{0,1\} \quad \forall i, j, l \quad (6)$$

$$V_i \geq 0 \quad \forall i \quad (7)$$

Ο περιορισμός (2) ορίζει ότι ο κάθε λιανοπωλητής θα αντιστοιχίζεται μονό σε ένα LN. Ο περιορισμός (3) απαιτεί ότι οι συνολικές απατήσεις των λιανοπωλητών που κατανέμονται σε ένα LN δεν μπορούν να ξεπεράσουν την χωρητικότητα του. Ο περιορισμός (4) ορίζει ότι οι αντιστοιχίσεις μπορούν να γίνουν μονό με ανοιχτό LNs. Ο περιορισμός (5) είναι το όριο του αριθμού ανοίγματος των LNs. Τέλος οι περιορισμοί (21) και (22) είναι τυπικοί περιορισμοί πληρότητας.

Το παράδειγμα που αναπτύσσεται ανταποκρίνεται σε μεγέθη της πραγματικής ζωής χωρίς να είναι παρμένο από κάποια συγκεκριμένη βάση δεδομένων. Αναλυτικότερα αποτελείται από 20 υποψήφια LNs ,50 λιανοπωλητές και 5 διαφορετικά εμπορεύματα. Στον αλγόριθμο που χρησιμοποιήθηκε η ποιότητα της βέλτιστης λύσης μπορεί να εξαρτάτε από την αρχική λύση. Επομένως για την εξεύρεση της πιο αξιόπιστης τελικής λύσης χρησιμοποιούνται δέκα διαφορετικές αρχικές λύσεις.

Συμφωνά με την ανάλυση των αποτελεσμάτων θα μπορούσαμε να συμπεράνουμε ότι παράγοντες όπως το επίπεδο εξυπηρέτησης , η απαιτούμενη ζήτηση, το κόστος αποθήκευσης καθώς και το κόστος μεταφοράς θα μπορούσαν να επηρεάσουν το συνολικό κόστος ενός δικτύου μεταφορών και αυτό συμβαίνει καθώς αυτοί παράγοντες είναι ευθέως ανάλογοι με το συνολικό κόστος. Έτσι οποιοσδήποτε από αυτούς τους παράγοντες αυξηθεί θα

αυξηθεί και το συνολικό κόστος. Από τη μεριά τους οι εταιρείες αν θέλουν να εκλογικεύσουν σε αποδοτικά επίπεδα το κόστος λειτουργίας τους και να αυξήσουν το κέρδος τους θα πρέπει να επιλέξουν το πιο οικονομικό στρατηγικό σχέδιο καθώς και να δώσουν την προσοχή τους κυρίως στο επίπεδο εξυπηρέτησης.

#### **4.6 Εστιάζοντας σε δίκτυα με επίγεια μέσα μεταφοράς.**

##### ***4.6.1 Μοντέλα με πολλαπλά μέσα μεταφοράς στο επίκεντρο.***

Οι Alumur και Kara (2012) εισάγουν στην βιβλιογραφία ένα νέο μοντέλο, το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης και σχεδίασης δίκτυου με πολλαπλά μέσα μεταφοράς (multimodal hub location and hub network design problem), όπου εξετάζονται από κοινού το κόστος μεταφοράς και ο χρόνος του ταξιδιού. Επίσης το επίπεδο εξυπηρέτησης διαφέρει ανάλογα με τις ανάγκες του κάθε πελάτη. Ακόμη για την κίνηση χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα μέσα μεταφοράς. Οι Bontekoning κ.α.(2004) και οι Crainic και Kim (2007) στις εργασίες του έχουν κάνει μια εκτενή βιβλιογραφική έρευνα σχετικά με μεταφορές που χρησιμοποιούνται περισσότερα από ένα μέσα. Οι O'Kelly και Lao (1991) ήταν οι πρώτοι που εισήγαγαν την έννοια της επιλογής του μεταφορικού μέσου ανάλογα με τις εκαστοτε απαιτήσεις. Στην μελέτη τους οι Limbourg και Jourquin (2009) καθόρισαν τις τοποθεσίες τερματικών σταθμών που γίνεται εναλλαγή από μεταφορά με τρένο σε οδικές μεταφορές. Οι Ishfaq και Sox (2010) επέκτειναν το p-hub median problem ώστε να συμπεριλάβουν διαφορετικά μέσα μεταφοράς, και απαιτήσεις διαφορετικών επιπέδων εξυπηρέτησης. Επίσης οι Ishfaq και Sox (2011) σε μια παράλληλη τους μελέτη ανέλυσαν το uncapacitated hub location model εισάγοντας ένα χρονικό περιορισμό στη χωροθετηση των κόμβων πλημνών ένα δίκτυο που εξυπηρετούνται από τρένα και φορτηγά ταυτόχρονα. Στην μελέτη των Meng και Wang (2011) συναντάμε τον σχεδιασμό ενός δικτύου με κόμβους πλήμνες που εξυπηρετούν διαφορετικούς τύπους μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων, κάτι που είναι κατάλληλο όταν εμπλέκονται διάφοροι φορείς όπως μεταφορείς, χείριστες, λειτουργοί του κόμβου κ.α. Τέλος στις εργασίες τους παραπάνω οι Ishfaq και Sox(2010,2011) όπως άλλωστε και ο Yaman κ.α. (2013) εφήρμοσαν διαφορετικά επίπεδα εξυπηρέτησης για τους πελάτες τους όπως ολονύχτια παράδοση.

Ειδικότερα στη εργασία των Alumur και Kara (2012) γίνεται αρχικά μια εκτενής παρουσίαση της προηγηθείσας βιβλιογραφίας. Όπως τονίζεται, αν και το πρόβλημα του σχεδιασμού ενός δικτύου έχει πολλαπλά κριτήρια συνήθως στην προϋπάρχουσα έρευνα επιλέγεται ένα κριτήριο για το στήσιμο της αντικειμενικής συνάρτησης. Έτσι αποφεύγεται η πολυπλοκότητα κάνοντας τα προβλήματα απλουστερά, ωστόσο έτσι αυτά τα προβλήματα τείνουν να χάνουν τη φύση ενός πραγματικού προβλήματος. Βεβαία όσο η έρευνα προχώρα νέες έρευνες ασχολούνται με αυτό το καίριο θέμα. Επακόλουθο είναι

να υπάρχουν πλέον και προβλήματα που δεν εστιάζουν για παράδειγμα. μόνο στο μεταφορικό κόστος άλλα να θέτουν και ένα χρονικό περιορισμό στην μεταφορά μεταξύ πηγής και προορισμού.

Επίσης άλλο ένα θέμα που δεν έχει αναπτυχτεί επαρκώς στην βιβλιογραφία μέχρι την παρούσα μελέτη είναι η επιλογή του μέσου μεταφοράς. Στην μέχρι τότε έρευνα όλα τα δίκτυα που είχαν αναπτυχτεί μόνο ένα μέσο μεταφοράς επιλέγεται για την εξυπηρέτηση του συστήματος. πχ. αεροπλάνο, φορτηγό κτλ. Ωστόσο, στην πραγματικότητα πολλές εταιρίες που δραστηριοποιούνται σε αυτό το τομέα χρησιμοποιούν ταυτόχρονα δυο διαφορετικά μέσα μεταφοράς ,κυρίως αεροπλάνο και φορτηγά. Επιπροσθέτως ο συνυπολογισμός του κριτηρίου επιπέδου εξυπηρέτησης στην φάση σχεδιασμού ενός δικτύου γεννά και την ανάγκη δημιουργίας ενός πλάνου εξυπηρέτησης που να προσαρμόζεται σε κάθε πελάτη ξεχωριστά. Για παράδειγμα οι εταιρείες προτείνουν στους πελάτες διάφορα προγράμματα παράδοσης όπως η ολονύχτια παράδοση και η παράδοση της επομένης μέρας για διαφορετικά δρομολόγια. Αν και έχουν αναπτυχτεί μελέτες που λαμβάνουν υπόψη αυτό το κριτήριο καμιά από αυτές δεν στηρίζεται σε να μη ολοκληρωμένο δίκτυο. Απόρροια αυτού είναι η δημιουργία μιας νέας πρόκλησης για τους μελετητές της συγκεκριμένης εργασίας.

Σε αυτήν την μελέτη παρουσιάζεται μια διαφορετική παραλλαγή του προβλήματος χωροθετησης πλήμνης. Το πρόβλημα διαμορφώνεται με πολλαπλά κριτήρια, δηλαδή, το κόστος και τα επίπεδο εξυπηρέτησης λαμβάνονται υπόψη ταυτόχρονα. Ακόμη παρουσιάζεται μια πιο χαλαρή εκδοχή του πλήρως ολοκληρωμένου δικτύου, τα μέσα μεταφοράς που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ταυτόχρονα είναι περισσότερα από ένα και οι χρηστές του θα μπορούν να επιλέξουν διαφορετικά επίπεδα εξυπηρέτησης. Συμφώνα με την γνώση των ερευνητών αυτή είναι η πιο γενικευμένη μορφή του προβλήματος χωροθετησης πλήμνης όπως παρουσιάζόταν στη μέχρι τότε βιβλιογραφία. Για την πιο εύκολη αντιμετώπιση του προβλήματος αναπτύσσεται μια ευρετική μέθοδος.

Περίληπτικά η λύση του προβλήματος καθορίζει την τοποθεσία των διαφόρων πλημνών, την κατανομή των απλών κόμβων σε κόμβους πλήμνες, ποιες συνδέσεις θα δημιουργηθούν μεταξύ των κόμβων πλημνών και με ποιο μεταφορικό μέσο θα γίνει η σύνδεση. Δίδονται χρονικοί παράμετροι για κάθε ζευγάρι πηγής προορισμού που μπορούν κάθε φορά να διαφέρουν. Ο τελικός στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του ολικού κόστους που αναλύεται στα παγία έξοδα για την δημιουργία του δικτύου και στα έξοδα μεταφοράς. Ονομάζουν αυτό το πρόβλημα ως πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης και σχεδίασης δίκιου με πολλαπλά μέσα μεταφοράς.

Οι παράμετροι που πρέπει να οριστούν για το μαθηματικό μοντέλο είναι:  $w_{ij}^s$  η ζήτηση μεταξύ των κόμβων  $i \in N$  και  $j \in N$  για ένα επίπεδο εξυπηρέτησης

$s \in S$ ,  $c_{ij}^m$  είναι το μεταφορικό κόστος ανά μονάδα ροής μεταξύ των κόμβων  $i \in N$  και  $j \in N$  χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ ,  $oc_k^m$  το επιχειρησιακό κόστος ανά μονάδα σε μια πλήμνη  $k \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ ,  $FH_k^m$  το πάγιο κόστος για τη δημιουργία και τη λειτουργία μιας πλήμνης  $k \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ ,  $FL_{kl}^m$  το πάγιο κόστος της λειτουργίας μιας σύνδεσης μεταξύ των πλημνών  $k \in H$  και  $l \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ ,  $t_{ij}^m$  ο χρόνος μετακίνησης μεταξύ των κόμβων  $i \in N$  και  $j \in N$  χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ ,  $ot_k^m$  ο χρόνος λειτουργίας που χρειάζεται σε μια πλήμνη  $k \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ ,  $\beta^s$  το χρονικό όριο εξυπηρέτησης για ένα επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$ ,  $a_c^m$  συντελεστής μείωσης κόστους για τις συνδέσεις μεταξύ των πλημνών χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ ,  $a_t^m$  συντελεστής μείωσης χρόνου για τις συνδέσεις μεταξύ των πλημνών χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ ,  $p$  ο συνολικός αριθμός των πλημνών που πρόκειται να δημιουργηθούν.

Οι μεταβλητές απόφασης του μαθηματικού μοντέλου είναι:

$X_{ik} =$  1 αν ο κόμβος  $i \in N$  κατανέμεται σε μια πλήμνη  $k \in H$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση.

$H_k^m =$  1 αν μια πλήμνη δημιουργείται σε ένα κόμβο  $k \in H$  χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση.

$Y_{ijkl}^{ms} =$  1 αν η ροή προερχόμενη από το κόμβο  $i \in N$  προορίζεται σε κόμβο  $j \in N$  με επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$  χρησιμοποιεί τη σύνδεση πλημνών  $\{k,l\}$  από το κόμβο  $k \in H$  στον κόμβο  $l \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση.

$Z_{kl}^m =$  1 αν μια σύνδεση κόμβων hub δημιουργείται μεταξύ των πλημνών  $k \in H$  και  $l \in H$  χρησιμοποιώντας το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση

$T_{ij}^s$  είναι ο μειωμένος χρόνος μετακίνησης από το κόμβο  $i \in H$  στον κόμβο  $j \in H$  για ένα επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$  στο κατασκευασμένο δίκτυο.

$C_{ij}^s$  είναι το μειωμένο μεταφορικό κόστος ανά μονάδα από ένα κόμβο  $i \in N$  στον κόμβο  $j \in N$  για ένα επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$  στο κατασκευασμένο δίκτυο.

Το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης και σχεδίασης δίκτυου με πολλαπλά μέσα μεταφοράς (multimodal hub location and hub network design problem) παρουσιάζεται ως εξής:

$$\min \sum_{m \in M} \sum_{k \in H} FH_k^m H_k^m + \sum_{m \in M} \sum_{k \in H} \sum_{l \in H: l > k} FL_{kl}^m Z_{kl}^m + \sum_{s \in S} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} w_{ij}^s C_{ij}^s \quad (1)$$



Με τους εξής περιορισμούς:

$$\sum_{k \in H} X_{ik} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$X_{ik} \leq X_{kk} \quad \forall i \in N, k \in H \quad (3)$$

$$H_k^m \leq X_{kk} \quad \forall k \in H, m \in M \quad (4)$$

$$\sum_{k \in H} X_{kk} = p \quad (5)$$

$$Z_{kl}^m \leq H_k^m \quad \forall k, l \in H : k < l, m \in M / \{g\} \quad (6)$$

$$Z_{kl}^m \leq H_l^m \quad \forall k, l \in H : k < l, m \in M / \{g\} \quad (7)$$

$$Z_{kl}^g \leq \sum_{m \in M} H_k^m \quad \forall k, l \in H : k < l \quad (8)$$

$$Z_{kl}^g \leq \sum_{m \in M} H_l^m \quad \forall k, l \in H : k < l \quad (9)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{l \in H : l \neq k} Y_{ijkl}^{ms} - \sum_{m \in M} \sum_{l \in H : l \neq k} Y_{ijlk}^{ms} = X_{ik} - X_{jk} \quad \forall i, j \in N : i \neq j, k \in H, s \in S \quad (10)$$

$$Y_{ijkl}^{ms} + Y_{ijlk}^{ms} \leq Z_{kl}^m \quad \forall i, j \in N : i \neq j, k, l \in H : k < l, s \in S \quad (11)$$

$$C_{ij}^s = \sum_{k \in H : k \neq i} c_{ij}^g X_{ik} + \sum_{m \in M} \sum_{k \in H} \sum_{l \in H : l \neq k} (oc_k^m + a_c^m c_{kl}^m + oc_l^m) Y_{ijkl}^{ms} + \sum_{k \in H : k \neq j} c_{kj}^g X_{jk} \quad \forall i, j \in N : i \neq j, s \in S \quad (12)$$

$$T_{ij}^s = \sum_{k \in H : k \neq i} t_{ik}^g X_{ik} + \sum_{m \in M} \sum_{k \in H} \sum_{l \in H : l \neq k} (ot_k^m + a_t^m t_{ij}^m + ot_l^m) Y_{ijkl}^{ms} + \sum_{k \in H : k \neq j} t_{kj}^g X_{jk} \quad \forall i, j \in N : i \neq j, s \in S \quad (13)$$

$$T_{ij}^s \leq \beta^s \quad \forall i, j \in N, s \in S \quad (14)$$

$$C_{ij}^s \geq 0 \quad \forall i, j \in N, s \in S \quad (15)$$

$$T_{ij}^s \geq 0 \quad \forall i, j \in N, s \in S \quad (16)$$

$$X_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, k \in H \quad (17)$$

$$H_k^m \in \{0,1\} \quad \forall k \in H, m \in M \quad (18)$$

$$Z_{kl}^m \in \{0,1\} \quad \forall k, l \in H : k < l, m \in M \quad (19)$$

Οι περιορισμοί (2) και (3) δηλώνουν ότι κάθε απλός κόμβος όπου υπάρχει κάποια ζήτηση συνδέεται με ένα κόμβο πλήμνη. Ο περιορισμός (4) επιτρέπει την δημιουργία και τη διαχείριση διαφορετικών μεταφορικών μέσων σε ένα δεδομένο κόμβο πλήμνη. Ο περιορισμός (5) απαιτεί το μοντέλο να δημιουργεί  $p$  κόμβους πλήμνες. Οι περιορισμοί (6) και (7) εξασφαλίζουν ότι μια σύνδεση μεταξύ πλήμνων για ένα συγκεκριμένο μεταφορικό μέσο μπορεί να δημιουργηθεί μόνο εάν και οι δυο τερματικοί σταθμοί είναι κομβοί πλήμνες που έχουν ιδρυθεί για αυτό το μεταφορικό μέσο. Απ την άλλη οι επίγειες

συνδέσεις μεταξύ πλημνών μπορούν να δημιουργηθούν μέσω των περιορισμών (8) και (9). Ο περιορισμός (10) είναι περιορισμός διατήρησης της ροής. Ο περιορισμός (11) εξασφαλίζει ότι η ροή δρομολογείται μονό μέσω των δημιουργημένων συνδέσεων πλημνών. Ο περιορισμός (12) υπολογίζει το μειωμένο μεταφορικό κόστος μεταξύ των κόμβων για κάθε επίπεδο εξυπηρέτησης. Αναλόγως ο περιορισμός (13) υπολογίζει το μειωμένο χρόνο μετακίνησης μεταξύ των κόμβων για κάθε επίπεδο εξυπηρέτησης. Ο περιορισμός (14) απαιτεί οι χρόνοι μετακίνησης μεταξύ πηγής προορισμού να είναι μικρότεροι από το δοσμένο χρονικό περιθώριο για κάθε επίπεδο εξυπηρέτησης.

Για την εξαγωγή αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκαν εκατέρων ο solver Gurobi και μια ευρετική μέθοδος. Οι βάσεις δεδομένων που εφαρμόστηκαν είναι το τουρκικό δίκτυο μεταφορών και το cab data set. Επειδή το παράδειγμα του τουρκικού δικτύου αποτελείται από πολλούς κόμβους (81) για να έχουν αποτελέσματα μέσα σε ένα λογικό χρονικό πλαίσιο μίκρυναν το παράδειγμα στους 25 κόμβους. Ο χρόνος επεξεργασίας ήταν λογικός καθώς δεν ξεπέρασε τα 12 λεπτά. Για την επίλυση όλου του προβλήματος επιτυχώς αναπτύχθηκε ένας ευρετικός αλγόριθμος. Μέχρι τότε οι αλγόριθμοι που είχαν αναπτυχθεί είχαν ως χρονικό όριο μόνο μια τιμή ,ενώ εδώ οι μελετητές αποφάσισαν να θέσουν δυο για δυο διαφορετικά επίπεδα εξυπηρέτησης. Έτσι ο αλγόριθμος αποτελεί και αυτός μια καινοτομία.

Συγκεντρωτικά θα αναφέραμε ότι τα αποτελέσματα για το CAB χαρακτηρίζονται ως άκρως ικανοποιητικά από τους συγγραφείς και δίδοντα σε πάρα πολύ σύντομο χρονικό διάστημα ενώ για το παράδειγμα του τουρκικού δικτύου ο χρόνος αυξάνεται άλλα παραμένει σε λογικά πλαίσια και τα αποτελέσματα ελπιδοφόρα ώστε να γίνει και μεγαλύτερη επέκταση άλλα και ανάλυση του προβλήματος.

#### **4.6.2 Η επιλογή του τρένου ως κύριο μέσο μεταφοράς**

Οι Racunica και Wynter (2005) μελετούν την βελτιστοποίηση του μοντέλου για την αντιμετώπιση της αύξησης της μεταφορικής εμπορικής κίνησης με επίγεια μέσα και ειδικότερα με τα τρένα. Μελετούν ένα παρόμοιο μοντέλο με αυτό του Crainic (2000), όπου για να επιλεχτεί η σωστή συχνότητα των τρένων που θα μετακινούν το εμπόρευμα, όπως επίσης και οι πιο κερδοφόροι προορισμοί με το λιγότερο κόστος από θέμα χρόνου, εμπεριέχουν την επίδραση της συχνότητας έμμεσα, μέσω μιας βαθμονόμησης της συνάρτησης κόστους και απορρίπτουν την υιοθέτηση ενός δυναμικού μοντέλου όπου ο χρόνος θα ήταν μια παράμετρος.

Στη μελέτη τους των Racunica και Wynter (2005) παρουσιάζεται ένα μοντέλο που έχει αναπτυχθεί για να αντιμετωπιστεί ένα πρόβλημα ,σχετικά νέο, το οποίο είναι η αύξηση του μεριδίου της αγοράς της μεταφοράς αγαθών μέσω

τραίνων. Μέχρι και τη στιγμή που εκπονήθηκε αυτή η μελέτη τα προβλήματα που αντιμετωπίζει η μεταφορά μέσω τραίνων είναι αρκετά και δισεπίλυτα. Ίσως το κυριότερο είναι η απουσία μεταφορικών τραίνων κατά τη διάρκεια της ημέρας καθώς τη μερίδα του λέοντος καταλαμβάνουν τα συχνά δρομολόγια των επιβατηγών τραίνων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το περιορισμό των δρομολογίων την ημέρα, καθώς και αυτά που πραγματοποιούνται αυξάνουν κατά πολύ το χρόνο του ταξιδιού σε μεγάλες αποστάσεις. Επίσης τα δρομολόγια που γίνονται αναλαμβάνουν σχεδόν όλη τη ποσότητα των εμπορευμάτων. Έτσι, η ταχύτητα αυξάνεται ενώ η φόρτωση τους για λόγους ασφάλειας μειώνεται. Συνεπακόλουθο είναι η αύξηση του ολικού κόστους στις μεγάλες αποστάσεις. Ένα ειδικά σχεδιασμένο δίκτυο μεταφοράς εμπορευμάτων με τρένο θα επέτρεπε στις εταιρείες να εισάγουν καινούριες υπηρεσίες. Ειδικότερα με την χρησιμοποίηση τρένων νέας γενιάς υψηλής ταχύτητας σε συνδυασμό με ένα παρόμοιο δίκτυο <<πλήμνης και ακτίνας>> (hub and spoke network) που έχει εφαρμογή στις μεταφορές μέσω αέρα η κατάσταση θα βελτιωνόταν αισθητά. Στην περίπτωση των εμπορικών τρένων τα οχήματα έχουν έναν ορισμένο αριθμό βαγονιών, τα δρομολόγια είναι προκαθορισμένα και πολλά και συχνά ανάλογα την ζήτηση για μεταφορά αγαθών. Αν και αυτό περιορίζει κάπως την διαχειρίστρια εταιρία ωφελεί τον πελάτη αφού του δίνει μια ευρεία γκάμα από δρομολόγια να επιλέξει για την μεταφορά που θέλει να πραγματοποιήσει.

Έτσι αυτή η εργασία ασχολείται με τη διαμόρφωση ενός μοντέλου για τον σχεδιασμό ενός τέτοιου καινοτόμου δικτύου <<πλήμνης και ακτίνας>> μεταφοράς εμπορευμάτων σε ειδικές ή ημί ειδικές γραμμές εμπορικών τρένων που θα μπορούν να δρομολογούνται νέου τύπου τρένα μεταξύ των κόμβων hubs. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των υπηρεσιών μεταφοράς είναι η ενσωμάτωση στο πρόβλημα των οικονομιών σε κλίμακα που προκύπτουν από την ενοποίηση των φορτίων στους τερματικούς σταθμούς.

Συνοπτικά, ο στόχος αυτού του συστήματος είναι να ελαχιστοποιήσει έναν γραμμικό συνδυασμό την εγκαθίδρυσης των πλημνών και το κόστος της ελκτικής ισχύς των τρένων, εφόσον το τελευταίο λαμβάνει υπόψη την επίδραση του φαινόμενου της ενοποίησης των αγαθών στις συνδέσεις μεταξύ των πλημνών και στα δρομολόγια μεταξύ πλημνών και τελικού προορισμού. Ακόμη οι ερευνητές οδηγούνται στο να χρησιμοποιήσουν γραμμικές συναρτήσεις κόστους στις συνδέσεις μεταξύ των πηγών και των πλημνών. Ομοίως η δαπάνη της απευθείας σύνδεσης μεταξύ πηγής και προορισμού είναι μια γραμμική συνάρτηση της απόστασης, από τη στιγμή που ο αριθμός των βαγονιών είναι ευθέως ανάλογος με τη ποσότητα που μεταφέρεται. Το προκύπτων μοντέλο είναι ένα μη γραμμικό μεικτού ακέραιου προγραμματισμού. Για την επίλυση του αναπτύσσονται δυο ευρετικές μέθοδοι κάνοντας χρήση προσφάτων αποτελεσμάτων για πολυεδρικές ιδιότητες αυτής της κατηγορίας των προβλημάτων.

Ο μέγιστος αριθμός κόμβων πλήμων δίνεται από το μέγεθος του συνόλου  $H$ . Το κάθε μονοπάτι μιας κίνησης που δρομολογείται περιλαμβάνει δυο κόμβους hubs, το οποίο προκύπτει από τον ορισμό των μεταβλητών του μονοπατιού, δηλαδή, μια κίνηση  $(i, j, k, l)$  ξεκινά από το σταθμό  $i$  σταματά σε δυο κόμβους hubs  $j$  και  $k$ , και τερματίζει στον απλό κόμβο  $l$ .

Το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης άνευ χωρητικότητας (uncapacitated hub location model) μπορεί να μοντελοποιηθεί ως έξης:

$$\begin{aligned} \min F(x, z) &= \Psi(x) + \Phi(z) \\ &= \sum_{i \in N} \sum_{j \in H} c_{ij}(x) + \sum_{j \in H} \sum_{k \in H} c_{jk}(x) \\ &\quad + \sum_{k \in H} \sum_{l \in N} c_{kl}^2(x) + \sum_{j \in H} f_j z_j \end{aligned} \quad (1)$$

Με τους παρακάτω περιορισμούς

$$\sum_{j \in H} \sum_{k \in H} x_{ijkl} = d_{il} \quad \forall (i, l) \in W \quad (2)$$

$$\sum_{k \in H} x_{ijkl} \leq d_{il} z_k \quad \forall k \in H, (i, l) \in W \quad (3)$$

$$\sum_{k \in H} x_{ijkl} \leq d_{il} z_j \quad \forall j \in H, (i, l) \in W \quad (4)$$

$$x_{ijkl} \geq 0 \quad \forall j, k \in H, (i, l) \in W \quad (5)$$

$$0 \leq z_j \leq 1 \quad \forall j \in H \quad (6)$$

$$z_j \in [0, 1] \quad \forall j \in H \quad (7)$$

Όπου οι μεταβλητές απόφασης είναι οι ακόλουθες: οι μεταβλητές ροής  $x_{ijkl} \in \mathbb{R}_+^{|N|^2 \times |H|^2}$  με  $i$  και  $l$  να είναι η πηγή και ο προορισμός, αντίστοιχα, και οι  $j$  και  $k$  να είναι οι ενδιάμεσοι κόμβοι πλήμνης. Η μεταβλητή  $z = \{z_j\} \in \{0, 1\}^{|H|}$  είναι το διάνυσμα των δυαδικών μεταβλητών απόφασης που υποδεικνύουν εάν ένας κόμβος πλήμνη είναι ανοιχτός η όχι.

Οι απαιτήσεις για τη μεταφορά δίνονται από το διάνυσμα  $d = \{d_{il}\} \in \mathbb{R}_+^{|W|}$  για το σύνολο  $W \subseteq N^2$  για τα ζευγάρι πηγής – προορισμού. Οι περιορισμοί (7) και (8) απαιτούν ότι ο κόμβος πλήμνη  $k$ , και αντίστοιχα ο  $j$ , είναι ανοιχτός για τη ροή και δεν είναι μηδενική. Τα κόστη στη κίνηση  $(i, j, k, l)$  δίνονται από τις συναρτήσεις  $c_{ij}(x)$ . Τα πάγια έξοδα που σχετίζονται με τη μετατροπή ενός σταθμού σε ένα κόμβο πλήμνη όπως και το κόστος για υπηρεσίες υψηλής μεταφοράς σε ένα κόμβο πλήμνη  $j$  αναφέρονται ως  $f_j$ .

Το πραγματικό δίκτυο πάνω στο οποίο έγιναν δόκιμες είναι αυτό στην περιοχή των Άλπεων, που είναι ένα από τα μεγαλύτερα διεθνή δίκτυα μεταφοράς αγαθών. Αναπτύχθηκαν τρία σενάρια σε σχέση με τα πάγια έξοδα όπου διαχωρίζονται σε υψηλά, μέτρια και χαμηλά. Για να λυθεί εύκολα στη πράξη αυτό το πολύπλοκο μοντέλο σε ένα στατικό δίκτυο, πρότειναν δυο ευρετικές μεθόδους που λύνουν το πρόβλημα με τμηματική προσέγγιση των μη γραμμικών, κοίλων καμπυλών κόστους. Έτσι επιτρέπεται και ο χειρισμός ακόμη και πολύ μεγάλων προβλημάτων πολύ γρήγορα. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι η αποδοτικότητα αυτών των αιρετικών μεθόδων είναι τέτοια ώστε και το πλήρες παράδειγμα με τους 30 κόμβους είναι εύκολα επιλύσιμο. Η σύγκριση με ακριβείς λύσεις σε μικρότερα σύνολα δοκιμών δείχνουν ότι το ποσοστό απόκλισης της ευρετικής μεθόδου στις δοκιμές που έγιναν δεν ήταν μεγαλύτερο από 5%.

Ενδιαφέρουσα προέκταση στο αλγόριθμο που παρουσιάστηκε στην εργασία θα μπορούσε να ήταν η χρήση τεχνικών μη γραμμικού προγραμματισμού. Επίσης θα ήταν άξια προς διερεύνηση μια συγκριτική μελέτη των αιρετικών μεθόδων που αναπτύχθηκαν σε σχέση με άλλες τεχνικές που χειρίζονται κοίλες καμπύλες κόστους όπως μέθοδοι που βασίζονται στο γραμμικό προγραμματισμό. Τέλος τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης δείχνουν φανερά ότι περαιτέρω διερεύνηση των πολυεδρικών ιδιοτήτων του προβλήματος θα ήταν προς όφελος για τα προβλήματα μεσαίου και μεγάλου μεγέθους.

#### ***4.6.3 Μοντέλα που επιτρέπουν ενδιάμεσες στάσεις στην πορεία της μεταφοράς***

Ο Yaman κ.α.(2007) με αφορμή μια εταιρεία παράδοσης δεμάτων στο τουρκικό δίκτυο μεταφορών αναλύουν αυτό το δίκτυο και το εμπλουτίζουν με ενδιάμεσες στάσεις με στόχο την ελαχιστοποίηση του μεγίστου χρόνου παράδοσης ενός δέματος. Πρώτοι που ανέπτυξαν ένα τέτοιο μοντέλο με κόμβους πλήμνες, όπου τα μεταφερόμενα είδη συλλέγονται σε κέντρα όπου γίνεται ενοποίηση, ταξινόμηση και επαναδρομολογήση ώστε να φτάσουν στο τελικό προορισμό τους ήταν οι Sigafos και Easson (1988). Οι Kuby και Gray (1993) εισάγουν την έννοια των ενδιάμεσων στάσεων και προτείνουν ένα μοντέλο που επιτρέπονται το πολύ δυο ενδιάμεσες στάσεις σε μια διαδρομή μεταξύ ενός απλού κόμβου και ενός κόμβου πλήμνης. Με αυτό τον περιορισμό μπορούν να απαριθμήσουν διαδρομές με το πολύ δυο ενδιάμεσες στάσεις και να τις συμπεραίνουν σαν πιθανές λύσεις. Σε αντίθεση με την στρατηγική αυτή ο Yaman κ.α.(2007) θεωρούν έναν αυθαίρετο αριθμό στάσεων γενικεύοντας έτσι το πρόβλημα χωρίς βέβαια να μπορούν να ακολουθήσουν την τεχνική της απαρίθμησης όπως οι Kuby και Gray (1993). Στην εργασία τους οι Kara και Tansel(2001) μελετούν ένα γενικότερο πρόβλημα, αυτό των μεγάλων αναμονών σε κόμβους hubs εξαιτίας της έλλειψης συγχρονισμού στην άφιξη και στην αναχώρηση των οχημάτων. Ακόμη έδωσαν το ορισμό του Latest Arrival Hub Location Problem που συμπεριλαμβάνει τους χρόνους αναμονής

στους κόμβους hubs. Ο Wagner (2004) στην εργασία του παρατήρησε ότι το γενικό πρόβλημα κέντρου p-πλημνών (p-hub center problem) δίνει τις ίδιες λύσεις με το προαναφερθέν πρόβλημα. Ωστόσο οι συγγραφείς προτιμούν να ασχοληθούν με το Latest Arrival Hub Location Problem λόγω ενός μεγάλου αριθμού αντικειμένων που δεν μπορούν προβλεφτούν στο πρόβλημα κέντρου p-πλημνών. Ένα παράδειγμα αυτής της θεώρησης δίνεται από τους Kara και Tansel (2007) που ενσωματώνουν διάφορες απαιτήσεις της πραγματικής ζωής όπως η θεώρηση του "οχήματος της επόμενης μέρας (the next-day-vehicle)".

Εστιάζοντας στη μελέτη των Yaman κ.α.(2007) το θέμα με το οποίο καταπιάνονται οι συγγραφείς αυτής της εργασίας διαφέρει με τη σχετική βιβλιογραφία μέχρι τη στιγμή που γράφτηκε. Αναλύει ένα σύστημα διανομής φορτιού με επίγεια μέσα σε σχέση με την υπόλοιπη βιβλιογραφία που ασχολείται κυρίως με το σχεδιασμό δικτύων μεταφοράς μέσω αέρα.

Παρουσιάζουν αναλυτικά το δίκτυο μεταφοράς δεμάτων στην Τουρκία. Σε αυτό συνοπτικά χρησιμοποιείται ένα δίκτυο διανομής που αποτελείται από κυρίες γραμμές και από γραμμές εξπρές. Στις κυρίες γραμμές τα μέσα μεταφοράς που εδώ είναι τα φορτηγά ξεκινούν από τα υποκαταστήματα (branch offices) που παίζουν το ρόλο των απλών κόμβων, και κατευθύνονται στα κέντρα λειτουργίας (operation centers) που παίζουν το ρόλο των πλημνών. Ένα φορτηγό μπορεί να κάνει ενδιάμεσες στάσεις σε μια τέτοια γραμμή ώστε να συγκεντρώσει από τα υποκαταστήματα όσο μεγαλύτερο όγκο δεμάτων γίνεται. Ο αριθμός των στάσεων δεν είναι προκαθορισμένος. Στη συνέχεια αφού συγκεντρωθούν τα δέματα σε ένα κέντρο λειτουργίας μέσω των γραμμών εξπρές μεταφέρονται σε άλλα κέντρα λειτουργίας ανάλογα με τα υποκαταστήματα που θα εξυπηρετηθούν. Στις εξπρές γραμμές χρησιμοποιούνται μεγαλύτερα φορτηγά και δεν επιτρέπονται ενδιάμεσες στάσεις. Τέλος μέσω πάλι των κυριών γραμμών τα φορτηγά ξεκινούν από το κέντρο λειτουργίας με προορισμό τα υποκαταστήματα που θα γίνει και η παράδοση των δεμάτων στους παραλήπτες. Και εδώ επιτρέπονται οι ενδιάμεσες στάσεις ανάλογα με τον προορισμό του κάθε δέματος.

Η καινοτόμος θεώρηση που αναπτύσσεται στην εργασία είναι ότι επιτρέπεται ένας αυθαίρετος αριθμός, ο βέλτιστος κάθε φορά από ενδιάμεσες στάσεις. Έτσι προτείνεται ένα ολοκληρωμένο μοντέλο για επίγεια συστήματα μεταφοράς δεμάτων που περιλαμβάνει την αντιμετώπιση προβλημάτων σχετικά με ενδιάμεσες στάσεις, το σχεδιασμό των διαδρομών καθώς και την αναπόφευκτη αναμονή στους κόμβους πλήμνες.

Στόχος τους είναι ,η ελαχιστοποίηση του χρόνου μεταφοράς, η εγκατάσταση των κέντρων λειτουργίας στα βέλτιστα σημεία, η κατανομή των υποκαταστημάτων στα κέντρα λειτουργίας που είναι μονή και η δομή των συνδέσεων μεταξύ των υποκαταστημάτων με τα κέντρα λειτουργίας με τις πολλαπλές ενδιάμεσες στάσεις.

Το μοντέλο που παρουσιάζεται είναι της μορφής Minimax και εκτός από την κύρια μαθηματική μοντελοποίηση του προτείνονται και έγκυρες ανισότητες για την ανάπτυξη του και την πιο εύκολη επίλυση του. Ονομάζουν το πρόβλημα που μοντελοποιούν ως το <<άρτι αφιχθέν>> πρόβλημα σχεδιασμού δικτύου πλήμνης (The Latest Arrival Hub Network Design Problem).

Έστω  $q_0$  και  $q_1$  ο αριθμός των φορτηγών στις εξπρές και στις κυρίες γραμμές αντίστοιχα. Έστω  $N=\{1,2,\dots,n\}$  το σύνολο των απλών κόμβων (υποκαταστημάτων),  $t_{kl}$  είναι ο συντομότερος χρόνος από ένα κόμβο  $k \in N$  σε ένα κόμβο  $l \in N$  χρησιμοποιώντας ένα φορτηγό στη κύρια γραμμή. Ο χρόνος μεταξύ δυο επιχειρησιακών κέντρων (hubs) ορίζεται ως  $at_{kl}$  για τις γραμμές εξπρές, με  $a$  το συντελεστή μείωσης ανάμεσα σε δυο κόμβους πλήμνης,  $r_i$  είναι ο ακριβής χρόνος ενός φορτιού σε ένα υποκατάστημα  $i \in N$ ,  $\delta_j$  ο χρόνος φόρτωσης και εκφόρτωσης ενός φορτηγού σε ένα υποκατάστημα  $j \in N$ ,  $D_i$  είναι ο χρόνος στον οποίο ένα φορτηγό στην κύρια γραμμή φτάνει σε ένα κόμβο  $i \in N$ ,  $D_j$  είναι ο χρόνος αναχώρησης ενός φορτηγού στη κύρια γραμμή από ένα κόμβο hub  $j$  προς ένα υποκατάστημα και  $T_i$  είναι ο χρόνος για να φτάσει στο κόμβο  $i \in N$  διάμεσου όλων των διαδρόμων που προέρχονται από απλούς κόμβους.

Ορίζονται ακόμα οι μεταβλητές απόφασης ως εξής:

$$h_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας κομβος } i \in N \text{ είναι πλημνη} \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν υπαρχει μια κυρια γραμμη που ξεκινα απο ενα κομβο } i \in N \\ & \text{και τερματιζει σε ενα κομβο } j \in N \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

$$s_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας κομβος } i \in N \text{ είναι μια ενδιαμεση σταση} \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν υπαρχει ενα ταξιδι στο ο κομβος } i \in N \text{ προηγεται ενος κομβου } j \in N \setminus \{i\} \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

Το <<άρτι αφιχθέν>> πρόβλημα σχεδιασμού δικτύου πλήμνης Latest Arrival Hub Network Design Problem μοντελοποιείται με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\min \max (D_i + T_i) h_i \quad \text{ή}$$

$$\min Z$$

Με τους εξής περιορισμούς:

$$\sum_{j \in N} a_{ij} + s_i + h_i = 1 \quad \forall i \in N \quad (1)$$

$$a_{ij} \leq h_j \quad \forall i \in N, j \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} h_i = p \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} a_{ij} \leq q_1 \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{i\}} x_{ij} = \sum_{j \in N} a_{ij} + s_i \quad \forall i \in N \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{i\}} x_{ji} = \sum_{j \in N} a_{ji} + s_i \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$D_i' \geq r_i \quad \forall i \in N \quad (7)$$

$$D_j' \geq (D_i' + t_{ij} + \delta_i) x_{ij} \quad \forall i \in N, j \in N \setminus \{i\} \quad (8)$$

$$D_i \geq (D_j' + at_{ij}) h_j \quad \forall i \in N, j \in N \quad (9)$$

$$D_j \geq D_j' \quad \forall j \in N \quad (10)$$

$$T_j \geq (T_i + t_{ij} + \delta_i) x_{ij} \quad \forall i \in N, j \in N \setminus \{i\} \quad (11)$$

$$Z \geq (D_i + T_i) h_i \quad \forall i \in N \quad (12)$$

$$a_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in N$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in N \setminus \{i\}$$

$$s_i, h_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N$$

$$D_i, D_i', T_i \geq 0 \quad \forall i \in N$$

Με τον περιορισμό (1) διασφαλίζεται ότι κάθε υποκατάστημα θα πρέπει να του ανατεθεί ένα ταξίδι εάν δεν είναι το ίδιο μια πλήμνη, δηλαδή ένας κόμβος  $i \in N$  θα είναι είτε ένας κόμβος πλήμνη, είτε μια ενδιάμεση στάση είτε θα από κει θα ξεκινά μια διαδρομή. Με τον περιορισμό (2) διασφαλίζεται ότι οι κυρίες γραμμές θα τερματίζουν σε κόμβους πλήμνες. Ο περιορισμός (3) απαιτεί ότι ο αριθμός των φορτηγών που κινούνται δεν πρέπει να ξεπερνούν τον διαθέσιμο αριθμό φορτηγών  $q_1$ . Ο περιορισμός (4) δηλώνει ότι ο αριθμός των πλημνών που θα εγκατασταθούν θα είναι  $p$ . Ο περιορισμός (5) διασφαλίζει ότι ένας κόμβος  $i$  δεν είναι κόμβος πλήμνη υπάρχει ένα ταξίδι που ξεκινά από αυτόν το κόμβο. Λογω του περιορισμού (6) εάν ένα κόμβος  $i$  είναι μια ενδιάμεση στάση υπάρχει ακριβώς μια διαδρομή που το εξυπηρετεί. Ο περιορισμός (8) διασφαλίζει ότι ο χρόνος άφιξης σε ένα ενδιάμεσο ή σε ένα τελικό κόμβο  $i$  θα καθοριστεί από το χρόνο άφιξης σε ένα προηγούμενο κόμβο  $j$  συν τον χρόνο  $\delta_j$  συν τον χρόνο ταξιδιού  $t_{ij}$ . Ο περιορισμός (9) διατηρεί τον χρόνο της τελευταίας γραμμής εξπρές που φτάνει στη πλήμνη  $j$  και ο περιορισμός (10) κρατά τον χρόνο της τελευταίας κύριας γραμμής που φτάνει σε μια πλήμνη  $j$ . Ο περιορισμός (11) δηλώνει ότι ο χρόνος άφιξης σε ένα κόμβο  $j$  καθορίζεται



από τον χρόνο άφιξης στον προηγούμενο κόμβο  $i$  συν τον χρόνο  $\delta_i$  συν το χρόνο ταξιδιού από τον  $i$ . Τέλος ο περιορισμός (12) διαμορφώνει την αντικειμενική συνάρτηση. Οι υπόλοιποι είναι περιορισμοί θετικότητας και δυαδικότητας.

Για την εξαγωγή αποτελεσμάτων χρησιμοποιείται ο solver CPLEX 8.1. Οι βάσεις δεδομένων που αναλύονται είναι δυο. Αυτή του CAB data set και αυτή του Τούρκικου δικτύου. Για τη βάση δεδομένων CAB εξετάζονται αρχικά παραδείγματα των 10 και 15 κόμβων. Για την περίπτωση των 10 κόμβων δίνεται λύση σε λίγα δευτερόλεπτα. Για την περίπτωση των 15 κόμβων θέτοντας ένα χρονικό όριο της τάξης της μια ώρα η επίλυση το ξεπερνά. Στην εφαρμογή του Τούρκικου δικτύου αναλύεται όχι το πλήρες παράδειγμα των 81 κόμβων αλλά ένα παράδειγμα με 16 κόμβους που έχει συχνή εφαρμογή στην βιβλιογραφία. Θεωρούνται και ενδιάμεσες στάσεις. Η λύση δίνεται για όλα τα παραδείγματα περίπου μετά από μια ώρα επεξεργασίας. Βλέπουμε ότι η επίλυση πραγματικών προβλημάτων είναι μια πρόκληση και για μελλοντική εργασία και ιδιαίτερα η ανάπτυξη αιρετικών μεθόδων για να αντιμετωπιστεί με μεγαλύτερη επιτυχία το πρόβλημα.

#### **4.7 Ερευνά για την επίλυση του προβλήματος χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμός δικτύων [facility location/ network design problem (FLDNP)]**

Ο Contreras κ.α. (2012) παρουσιάζουν μια παραλλαγή της εκδοχής του p hub center problem το λεγόμενο του προβλήματος χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμού δικτύων [facility location/ network design problem (FLDNP)]. Περιλαμβάνει ταυτόχρονα δυο τύπους αποφάσεων, την χωροθετηση των εγκαταστάσεων εξυπηρέτησης καθώς και το σχεδιασμό του δικτύου. Πρωτοπόροι στην εισαγωγή του προβλήματος χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμού δικτύων στην βιβλιογραφία ήταν ο Daskin κ.α. (1993) με τη μελέτη τους. Οι Melkote και Daskin (2001) επέκτειναν το πρόβλημα θέτοντας άλλο έναν παράγοντα αυτόν της χωρητικότητας στις εγκαταστάσεις. Ο Srivastava (2008) εισήγαγε ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο για την χωροθετηση και την κατανομή των εγκαταστάσεων ώστε να περιορίσει το κόστος στα μεταφορικά δίκτυα. Άλλη μια μελέτη ήταν αυτή των Cordeau κ.α. (2006) που πρότεινε ένα ολοκληρωμένο μοντέλο δικτύου μεταφορών που περιλαμβάνει στρατηγικές αποφάσεις σχετικά με τον αριθμό, την τοποθεσία την χωρητικότητα και την τεχνολογία των εργοστασίων και των αποθηκών.

Οι Murawski και Church (2009) μελετούν ένα FLDNP και παρουσιάζουν ένα μοντέλο που στόχος του είναι να μεγιστοποιήσει τη ζήτηση που προκύπτει έχοντας θέσει παράλληλα ένα ανώτατο όριο-περιορισμό στο προϋπολογισμό του συνολικού κόστους εγκατάστασης των συνδέσεων. Ο Costa κ.α. (2011) από τη μεριά τους δημιουργούν ένα μοντέλο με εφαρμογή σε δίκτυα κατανομής ηλεκτρικής ενεργείας. Τέλος στην εργασία των Gollowitzer και

Ljubic (2011) ερευνούνται συνδυαστικά προβλήματα χωροθετησης εγκαταστάσεων, που συνδυάζουν την χωροθετηση των εγκαταστάσεων και την χρήση των δέντρων αποφάσεων του Steiner. Αντικείμενο της μελέτης είναι να ελαχιστοποιηθεί το κόστος σχεδιασμού για τις εγκαταστάσεις όπως και οι συνδέσεις του δέντρου Steiner καθώς και οι δαπάνες παροχής υπηρεσιών.

Τα προβλήματα χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμού δικτύων είναι μια κατηγορία συνδυαστικών προβλημάτων βελτιστοποίησης που περιλαμβάνουν δυο τύπους αποφάσεων. Όπως τονίζουν ο Contreras κ.α. (2012) περιλαμβάνουν τις αποφάσεις χωροθετησης που περιλαμβάνουν την επιλογή των κόμβων πού θα δημιουργηθούν οι εγκαταστάσεις και στο σχεδιασμό της κατανομής των κόμβων στις εγκαταστάσεις. Οι αποφάσεις σχεδιασμού του δικτύου αποτελείται από την επιλογή ενός συνόλου των συνδέσεων για την παροχή της σύνδεσης στις καθορισμένες εγκαταστάσεις τους.

Σε αυτή την εργασία εισάγεται μια παραλλαγή του παραπάνω προβλήματος, το πρόβλημα του κεντρικού προβλήματος χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμού δικτύων με συγκεκριμένο προϋπολογισμό [center facility location network design problem with constraint budget (CFLNDB)], όπου το αντικείμενο του προς μελέτη μοντέλου, είναι η επιλογή ενός συνόλου από κόμβους ώστε να γίνει η χωροθετηση των εγκαταστάσεων και ένα σύνολο συνδέσεων που μα επιτρέπουν την επικοινωνία μεταξύ πελατών και των εγκαταστάσεων.

Αυτό το πρόβλημα υπολογίζει μαζί το κόστος εξυπηρέτησης και το κόστος σχεδίασης. Το κόστος εξυπηρέτησης λαμβάνεται υπ όψιν στην αντικειμενική συνάρτηση της οποίας στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ταξιδιού μεταξύ ενός κόμβου και της εγκατάστασης από πού αυτό συνεργάζεται, σε αντίθεση με την ελαχιστοποίηση του ολικού κόστους εξυπηρέτησης όπως προτάσσεται σε αλλά μοντέλα (FLDNP). Το συνολικό κόστος σχεδιασμού συμπεριλαμβάνεται έχοντας θέσει έναν περιορισμό στο προϋπολογισμό του έτσι ώστε να περιορίζεται το συνολικό κόστος του με ανώτατο όριο ένα μέγιστο ποσό (μπατζετ). Ακόμη υποτίθεται ότι το μέγεθος της ζήτησης που μπορεί να εξυπηρετηθεί από τις εγκαταστάσεις είναι απεριόριστο. Οι ερευνητές για να δημιουργήσουν ένα πιο ευέλικτο δίκτυο επιτρέπουν στο δίκτυο να αποφασίσει το βέλτιστο αριθμό από εγκαταστάσεις και συνδέσεις που θα πραγματοποιηθούν στα όρια ενός προκαθορισμένου προϋπολογισμού από ότι να προκαθορίσουν από πριν τον αριθμό τους. Το κεντρικό πρόβλημα χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμού δικτύων με συγκεκριμένο προϋπολογισμό (CFLNDB) είναι μια γενίκευση του κλασικού προβλήματος p-κέντρου (p-center).

Επίσης αυτό το πρόβλημα εμπεριέχει και μια πρόσθετη δυσκολία σε σχέση με τα κλασικά προβλήματα χωροθετησης, επειδή για να τον εντοπισμό των συνδέσεων που καθορίζουν την αξία της αντικειμενικής συνάρτησης, η τοποθεσία των εγκαταστάσεων και η κατανομή των κόμβων στις εγκαταστάσεις πρέπει να είναι γνωστή έκτος από τις επιλεγμένα τόξα.

Η χρήση αυτού του μοντέλου έχει παρά πολλές εφαρμογές όπως στο σχεδιασμό δικτύων μεταφορών της περιφέρειας, σε τηλεπικοινωνιακά δίκτυα σε συστήματα επισήμανσης κίνδυνου και σε πολλά άλλα. Ειδικότερα στον σχεδιασμό ενός συστήματος μια περιφέρειας μια κυβέρνηση θα μπορούσε να εστιάσει στη κατασκευή των οδών έτσι ώστε οι εγκαταστάσεις δημοσίας εξυπηρέτησης όπως σχολείο, νοσοκομείο, αστυνομικοί και πυροσβεστικοί σταθμοί έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται ο χρόνος ταξιδιού για ένα οποιοδήποτε πολίτη για να φτάσει σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω εγκαταστάσεις.

Έστω ένα σύνολο κόμβων  $V = \{1, 2, \dots, N\}$  και ένα σύνολο συνδέσεων  $A$ . Ακόμη  $f_i \geq 0$  ορίζεται το συνολικό κόστος εγκατάστασης σε ένα κόμβο  $i$ . Για κάθε σύνδεση  $(i, j)$  έστω  $c_{ij} \geq 0$  και  $t_{ij} \geq 0$  το κόστος κατασκευής και ο χρόνος της απόστασης αντίστοιχα. Επιπροσθέτως  $B \geq 0$  είναι ο προϋπολογισμός (budget) για το συνολικό κόστος κατασκευής του δικτύου.

Ορίζουν τις παρακάτω μεταβλητές απόφασης οι όποιες είναι:

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{αν μια εγκατασταση εγκαθίσταται σε ένα κόμβο } i \\ 0 & \text{στην αντίθετη περίπτωση} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας κόμβος } i \text{ αντιστοιχεί σε μια εγκατασταση } j \\ 0 & \text{στην αντίθετη περίπτωση} \end{cases}$$

$$y_{km} = \begin{cases} 1 & \text{αν μια σύνδεση } (k, m) \text{ κατασκευάζεται} \\ 0 & \text{στην αντίθετη περίπτωση} \end{cases}$$

$$x_{km}^{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν μια σύνδεση } (k, m) \text{ βρίσκεται στη κατεύθυνση από το } i \text{ στο } j \\ 0 & \text{στην αντίθετη περίπτωση} \end{cases}$$

Επίσης ορίζουν μια συνεχής μεταβλητή  $T$  που δίνει το μέγιστο εκτιμώμενο χρόνο μετακίνησης για όλες τις συνδέσεις. Έτσι το εξεταζόμενο πρόβλημα CFLNDB μπορεί να διατυπωθεί ως:

$$\text{Min max } T, \quad (1)$$

Με τους εξής περιορισμούς:

$$\sum_{(k, m) \in A} t_{km} x_{km}^{ij} \leq T \quad \forall i, j \in V \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{ij} + z_i = 1 \quad \forall i \in V \quad (3)$$

$$\sum_{(i, k) \in A} x_{ik}^{ij} = x_{ij} \quad \forall ij \in V \quad j \neq i \quad (4)$$

$$\sum_{(k, m) \in A} x_{km}^{ij} - \sum_{(m, k) \in A, k \neq i} x_{mk}^{ij} = 0 \quad \forall ij, m \in V \quad j \neq i, m \quad (5)$$

$$\sum_{(k,j) \in A} x_{kj}^{ij} = x_{ij} \quad \forall ij \in V \quad j \neq i \quad (6)$$

$$x_{ij} \leq z_j \quad \forall ij \in V \quad j \neq i \quad (7)$$

$$x_{km}^{ij} \leq y_{km} \quad \forall ij \in V \quad j \neq i, (k,m) \in A \quad (8)$$

$$\sum_{i \in V} f_i z_i + \sum_{(k,m) \in A} c_{km} y_{km} \leq B \quad (9)$$

$$x_{km}^{ij} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in V \quad j \neq i \quad \forall (k,m) \in A \quad (10)$$

$$x_{ij}, z_i \in \{0,1\} \quad \forall ij \in V \quad (11)$$

$$y_{km} \in \{0,1\} \quad \forall (k,m) \in A \quad (12)$$

Ο περιορισμός (2) διαγράφει την τροχιά με το μέγιστο εκτιμώμενο χρόνο μετακίνησης ανάμεσα σε όλες τις πιθανές τροχιές. Ο περιορισμός (3) δηλώνει ότι εάν κόμβος  $i$  δεν είναι μια εγκατάσταση τότε θα πρέπει να κατανεμηθεί σε μια. Οι περιορισμοί (4)-(6) εκφράζουν μια ιδιαίτερη περίπτωση περιορισμών της διατήρησης της ροής. Ο περιορισμός (7) απαιτεί ότι οι κόμβοι αντιστοιχίζονται σε ανοιχτές εγκαταστάσεις ενώ ο περιορισμός (8) διασφαλίζει ότι όλες οι πλευρές μια τροχιάς κατασκευάζονται. Ο περιορισμός του προϋπολογισμού στο κόστος της κατασκευής των εγκαταστάσεων και των συνδέσεων του δικτύου εμφανίζεται στον (9). Τέλος (10)-(12) είναι περιορισμοί μη αρνητικότητας και πληρότητας για τις μεταβλητές απόφασης.

Για την επίλυση των προβλημάτων χρησιμοποιήθηκε ο solver Xpress ενώ όλοι αλγόριθμοι είναι γραμμένοι σε γλωσσά c. Για την εξαγωγή αποτελεσμάτων οι μελετητές έχουν δημιουργήσει ένα σύνολο περιπτώσεων τόσο με συμμετρικά όσο και με ασύμμετρα μεταφορικά κόστη με διαφορετικά χαρακτηριστικά και ένα κλιμακούμενο αριθμό από κόμβους που φτάνουν μέχρι και τους 100. Τα αριθμητικά αποτελέσματα των υπολογιστικών πειραμάτων δείχνουν ότι, σε γενικές γραμμές, τα συμμετρικά παραδείγματα έχουν μια μεγαλύτερη δυσκολία στην επίλυση τους από ότι τα ασύμμετρα. Ωστόσο σε αμφότερες τις περιπτώσεις η συντριπτική πλειονότητα των παραδειγμάτων μέχρι και τους 80 κόμβους οδηγήθηκαν στην βέλτιστη λύση σε λιγότερο από μια ώρα υπολογιστικής επεξεργασίας. Για τα παραδείγματα με 90 και 100 κόμβους στις περισσότερες περιπτώσεις απαιτήθηκε περισσότερος χρόνος ,που για την πλειονότητα των περιπτώσεων αυτών δεν ξεπέρασε τις 10 ώρες που ήταν και το ανώτατο χρονικό περιθώριο.

#### 4.8 Σχεδιάζοντας ‘πράσινα’ δίκτυα φιλικά προς το περιβάλλον

Ο Garoppo κ.α. (2013) εστιάζουν την προσοχή σε ένα νέο σχετικό θέμα , αυτό της εξοικονόμησης ενέργειας στις υποδομές των πληροφοριακών υπολογιστικών συστημάτων. Η βιβλιογραφία σχετικά με το θέμα αν και πρόσφατη είναι αρκετά πλούσια. Ειδικότερα η εργασία των Chabarek κ.α.

(2008) εκθέτει μετρήσεις της κατανάλωσης ενέργειας συσκευών του δικτύου και στη συνέχεια υπολογίζει την ολική κατανάλωση ισχύος του δικτύου καταγράφοντας για κάθε συσκευή ξεχωριστά την ενεργειακή της δαπάνη. Περαιτέρω στην εργασία του ο Champrouche κ.α.(2003) παρουσιάζουν ένα μοντέλο που αποστολή του είναι η εύρεση του ελαχίστου συνόλου στοιχείων ενός δικτύου με τη λιγότερη ενεργειακή κατανάλωση που θα πρέπει να είναι ενεργοποιημένα ώστε να διασφαλίζεται παράλληλα και ένα καλό επίπεδο εξυπηρέτησης.

Επίσης ο Chiaraviglio κ.α (2011) παρουσιάζουν την ανάλυση στρατηγικών που συγκεντρώνουν την κίνηση ενός δικτύου σε ένα ελάχιστο σύνολο στοιχείων του δικτύου έτσι ώστε να απενεργοποιούνται κάποια από αυτά χωρίς να διαταράσσεται η πλήρης συνδεσιμότητα του ικανοποιώντας τους μέγιστους περιορισμούς χρησιμοποίησης των συνδέσεων. Θέτουν συγκεκριμένα όρια στο υπολογιστικό χρόνο επεξεργασίας και γι αυτό εισάγουν ευρετικές μεθόδους για την ταχύτερη επίλυση του προβλήματος. Ακόμα ο Garoppo κ.α. (2011) στην μελέτη τους προτείνουν μια ευρετική μέθοδο στηριζόμενη στο αλγόριθμο Dijkstra και διερευνούν εις βάθος τις επιπτώσεις της κυκλοφορίας των φορτίων καθώς και αυτή τη τοπολογία του δικτύου στην αποδοτικότητα αυτού. Επιπροσθέτως ο Bianzino κ.α. (2010) ερευνούν το PARND πρόβλημα από μια άλλη σκοπιά θεωρώντας ότι οι συνδέσεις του δικτύου έχουν μια γραμμική ενεργειακή συμπεριφορά σε σχέση με την εργασία των Garoppo κ.α. (2013) που θεωρούν μη γραμμική την κατανάλωση ενέργειας των συνδέσεων. Μια ευρετική μέθοδος ώστε να λυθεί το PARND παρουσιάζεται από τους Antonakopoulos κ.α. (2010), όπου οι συγγραφείς εξετάζουν μόνο την κατανάλωση ενέργειας των συνδέσεων, που ξανά θεωρείται γραμμικά ανάλογη με τη κίνηση που ρέει μέσα τους. Τέλος οι πρώτες ιδέες σχετικά με τη μη γραμμική συμπεριφορά της κατανάλωσης ισχύος των δρομολογητών διατυπώθηκαν σε μια ευρετική μέθοδο που ανέπτυξαν ο Nencioni κ.α. (2011) .

Η έκρηξη στις τεχνολογίες πληροφορικής και τηλεπικοινωνιών και η διαρκώς αυξανόμενη χρήση τους οδήγησε στην εκπόνηση νέων μελετών από τους επιστήμονες. Έτσι μέχρι πρότινος εστίαζαν κυρίως στην μεγαλύτερη απόδοση και στη μεγιστοποίηση του κέρδους χρησιμοποιώντας αυτά τα συστήματα. Η νέα μεγάλη πρόκληση είναι οι μελέτες σχετικά με την εξοικονόμηση ενέργειας συγχρόνως για οικονομικούς και περιβαλλοντικούς λόγους. Έτσι αυτή η μελέτη καταπιάνεται με αυτό το μεγάλο ζήτημα και στόχος του είναι ο συνδυασμός αυξημένης απόδοσης αλλά και μειωμένης κατανάλωσης κόστους στις ICT υποδομές.

Οι μελέτες που έχουν γίνει σε σχέση με αυτό το σημαντικό ζήτημα έχουν κυρίως διαχωρίσει το κυρίως πρόβλημα σε δυο μεγάλες κατηγορίες: σχεδιασμός δικτύου συσκευής [Network Device Design (NDD)] και διαχείριση ενέργειας δικτύου [Network Power Management (NPM)]. Η πρώτη κατηγορία συνίσταται στο σχεδιασμό συστημάτων που μπορούν να συμβάλουν στην επιθυμούμενη εξοικονόμηση ενέργειας και η δεύτερη κατηγορία μου

ερευνάται ενδελεχώς σε αυτή την εργασία είναι η διαμόρφωση των κατάλληλων στρατηγικών που θα μας οδηγήσουν στην μείωση κατανάλωση ενέργειας χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες συσκευές.

Οι ερευνητές Garoppo κ.α. (2013) σε αυτή τη μελέτη επικεντρώνουν την προσοχή τους στο πρόβλημα διαχείρισης ενέργειας δικτύου (NPM) αναλύοντας τέσσερα διαφορετικά μοντέλα που είναι αυξανόμενης πολυπλοκότητας. Αυτά τα μοντέλα είναι :

1. Ενήμερη δρομολόγηση ενέργειας [Power Aware Routing (PAR)]. Με δεδομένο τη απαιτούμενη κίνηση μεταξύ των κόμβων καθορίζεται η στρατηγική δρομολόγησης που ελαχιστοποιεί την κατανάλωση ενέργειας του δικτύου λαμβάνοντας υπ όψη μόνο την ισχύ που απορροφάται από το επεξεργαστή του δρομολογητή (router)
2. Σχεδιασμός δικτύου ενήμερης ενέργειας [Power Aware Network Design (PARND)]. Εδώ καθορίζεται η στρατηγική απενεργοποιώντας ολόκληρες συνδέσεις ή και κόμβους.
3. Ενήμερη δρομολόγηση ενέργειας και σχεδιασμός δικτύου [Power Aware Routing and Network Design (PARND)]. Σε αυτό το μοντέλο γίνεται συνδυασμός των δυο παραπάνω μεθόδων.
4. Ενήμερη δρομολόγηση ενέργειας και σχεδιασμός δικτύου με συσσωρευμένες συνδέσεις [Power Aware Routing and Network Design with Bundled Links (PARND-BL)]. Στην πιο πολύπλοκη μορφή του αυτό το μοντέλο επεκτείνει το άνω μοντέλο απενεργοποιώντας PICs από συσσωρευμένες γραμμές (bundled links). Μάλιστα είναι και η πρώτη φορά που εμφανίζεται αυτή η παραλλαγή που είναι και η πιο σύνθετη στον ερευνητικό τομέα.

Έτσι στην ιεραρχία των μοντέλων διαχείρισης ενέργειας δικτύου (NPM) που μελετούνται το πιο σύνθετο είναι το 4 ενώ το 1 είναι στο πρώτο επίπεδο και τα 2, 3 βρίσκονται σε ενδιάμεσο επίπεδο πολυπλοκότητας και δυσκολίας. Τα τέσσερα αυτά προβλήματα καταλήγουν είτε σε έκτου είτε σε μη μεικτού γραμμικού προγραμματισμού μοντέλα. Οι δυο πιο σημαντικοί παράμετροι στο πρόβλημα διαχείρισης ενέργειας δικτύου (NPM) όπως παρουσιάζονται εδώ είναι: πρώτον ο χρόνος ανάλυσης των παραπάνω μοντέλων ώστε να καταλήγουν σε μια εφικτή λύση. Για το σκοπό αυτό σε αυτή τη μελέτη αναλύονται πραγματικά παραδείγματα που είναι κάτι καινοτόμο σε σχέση με τη παλιότερη βιβλιογραφία. Δεύτερον ο χαρακτηρισμός των συσκευών του συστήματος σε σχέση με την ενέργεια που καταναλώνουν ώστε να μπορεί να αξιοποιηθεί πλήρως η δυνατότητα για την μεγίστη εξοικονόμηση ενέργειας. Κατά την εκπόνηση της μελέτης μια βασική συσκευή ο δρομολογητής (router) αναλύεται στα τρία βασικά του στοιχεία που είναι το σασί (chassis) , οι PICS (physical interface cards) και ο επεξεργαστής του δρομολογητή( route processor).

Αρχικά ορίζονται οι παρακάτω παράμετροι ώστε να χαρακτηρίζεται επαρκώς η κατανάλωση ισχύος των στοιχείων του δικτύου:

- $P_{uv}^{PIC}$  είναι η κατανάλωση ισχύος ενός PIC που μεταδίδει κίνηση από ένα κόμβο u σε ένα κόμβο v
- $P_v^C$  είναι η κατανάλωση ισχύος του σασί ενός κόμβου v.
- $P_{v,T(v)}^{RP}$  είναι η κατανάλωση ισχύος για τη για τη επεξεργασία του δρομολογητή στο κόμβο v

Δεδομένου ότι κάθε λογική σύνδεση αποτελείται από ένα σύνολο απ PICs η ολική κατανάλωση ισχύος για τη μετάδοση της κίνησης για μια σύνδεση (u,v) είναι ίση με τη  $P_{uv}^{PIC}$  πολλαπλασιαζόμενη με τον αριθμό των PICs σε ένα κόμβο u που είναι συνδεδεμένα με ένα κόμβο v και είναι σε λειτουργία, δηλαδή η μέγιστη ολική κατανάλωση ισχύος σε μια σύνδεση (u,v) δίνεται από  $N_{uv} \cdot P_{uv}^{PIC}$ , όπου  $N_{uv}$  είναι ο μέγιστος αριθμός των PICs που σχηματίζουν μια συσσωρευμένη σύνδεση μεταξύ u και v.

Ακόμη ορίζονται τα παρακάτω στοιχεία:

- D είναι το σύνολο των ζευγαριών πηγής προορισμού για ένα δίκτυο
- $d_{sd}$  είναι η ζήτηση κίνησης μεταξύ ενός κόμβου-πηγής s και ενός κόμβου-προορισμού d
- $C_v^N$  είναι η χωρητικότητα ενός κόμβου v
- $C_{uv}^{PIC}$  είναι η χωρητικότητα κάθε PIC που σχηματίζει την σύνδεση (u,v)

Τέλος ορίζονται και οι κατωθι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για τα προβλήματα NPM:

- $f_{uv}^{sd}$  είναι η ποσότητα της  $d_{sd}$  διάμεσου της σύνδεσης (u,v)
- $x_v \in \{0,1\}$  είναι 1 όταν ένας κόμβος v είναι ενεργοποιημένος και 0 στην αντίθετη περίπτωση
- $n_{uv}$  είναι ο αριθμός των ενεργοποιημένων PICs που υλοποιούν την σύνδεση (u,v).

Το πιο σύνθετο πρόβλημα που παρουσιάζεται στην εργασία δηλαδή το (PARND-BL) μοντελοποιείται ως εξής:

$$\min \sum_{v \in V} P_{v,T(v)}^{RP} + \sum_{v \in V} P_v^C \cdot x_v + \sum_{v \in V} P_{uv}^{PIC} \cdot n_{uv} \quad (1)$$

Με τους παρακάτω περιορισμούς

$$\sum_{(v,u) \in E} f_{vu}^{sd} - \sum_{(u,v) \in E} f_{uv}^{sd} = \begin{cases} d_{sd} & \text{av } v=s \\ -d_{sd} & \text{av } v=d \end{cases} \forall (s,d) \in D \quad (2)$$

$$f_{sd}^{uv} \in R \geq 0 \quad \forall (u,v) \in E \quad \forall (s,d) \in D \quad (3)$$

$$T(v) \leq C_v^N \cdot x_v \quad \forall v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{(s,d) \in E} f_{sd}^{uv} \leq C_{uv}^{PIC} \cdot n_{uv} \quad \forall (u,v) \in E \quad (5)$$

$$\sum_{(u,v) \in E} n_{uv} \leq \sum_{(u,v) \in E} N_{uv} \cdot x_v \quad \forall v \in V \quad (6)$$

$$x_v \in (0,1) \quad \forall v \in V \quad (7)$$

$$n_{uv} \in N_0, n_{uv} \leq N_{uv} \quad \forall (u,v) \in E \quad (8)$$

Οι περιορισμοί (2) είναι οι τυπικοί περιορισμοί της διατήρησης της ροής. Ο περιορισμός (3) παρέχει τον ορισμό των μεταβλητών ροής. Οι περιορισμοί (4) και (5) είναι η εκτεταμένη χωρητικότητα του κόμβου και μιας σύνδεσης και περιλαμβάνουν την πιθανότητα να απενεργοποιηθούν κόμβοι και συνδέσεις αντίστοιχα. Ο περιορισμός (6) υπαγορεύει ότι ένας κόμβος μπορεί να απενεργοποιηθεί μόνο όταν προσπίπτουσες συνδέσεις απενεργοποιούνται. Ο περιορισμός (7) ορίζει ότι οι τιμές  $x_v$  είναι δυαδικές. Τέλος ο περιορισμός (8) διασφαλίζει ότι οι μονές PICs των συσσωρευμένων συνδέσεων μπορούν να απενεργοποιηθούν.

Για την επίλυση χρησιμοποιούνται οι solver CPLEX και BONMIN. Οι βάσεις δεδομένων που εισήχθησαν για την ανάλυση των παρουσιαζομένων μοντέλων είναι από πραγματικές τοπολογίες δικτύων. Το πρώτο σενάριο που εφαρμόζεται είναι από τη Simple Network Description Library ενώ τα άλλα σενάρια είναι σπονδυλωτά δίκτυα παρμένα από τη βάση δεδομένων Rocketfuel και συγκριμένα οι τοπολογίες :Exodus, Ebone, Abovenet και Sprintlink.

Η απόδοση και η συμπεριφορά αυτών των διαφορετικών προσεγγίσεων στις διαφορές τοπολογίες αποτιμάται με βάση τους παρακάτω δείκτες:

- Συνολική κατανάλωση ενέργειας; όπου το πιο σύνθετο μοντέλο (PARND-BL) παρουσιάζει και την μικρότερη κατανάλωση ενέργειας
- Χρόνος επεξεργασίας cur; όπως αναμενόταν όσο πιο σύνθετη η τοπολογία που εφαρμόζεται σε σχέση και με την πολυπλοκότητα της μεθόδου που χρησιμοποιείται ο χρόνος αυξάνεται δραματικά με το συνδυασμό του παραδείγματος (PARND-BL, Sprintlink) να είναι το πιο χρονοβόρο φτάνοντας στα όρια των 6 ωρών που είναι και το χρονικό όριο που έχει τεθεί από τους ερευνητές.
- Ποιότητα των λύσεων που εκφράζεται με ενεργοποιημένων συνδέσεων ; Όπου και εδώ το μοντέλο PARND-BL εμφανίζει την καλύτερη συμπεριφορά.
- Αριθμός των διαδρομών για κάθε ζευγάρι πηγής προορισμού; όπου όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα ο μέσος όρος των διαδρομών για όλες τις προσεγγίσεις είναι πολύ χαμηλός (λίγο πάνω από τη μονάδα) και έτσι χαρακτηρίζονται όλες ως κατάλληλες.



Τέλος οι συγγραφείς θεωρούν ότι τα μοντέλα που ανέπτυξαν χρήζουν περισσότερης έρευνας ώστε να μειωθεί στις πιο σύνθετες μεθόδους ο χρόνος επεξεργασίας που είναι μια από τις κυριότερες παραμέτρους. Γι αυτό θέτουν ως στόχο μελλοντικής μελέτες την χρησιμοποίηση αιρετικών μεθόδων για τη επίλυση του προβλήματος.

#### **4.9 Μοντέλα εφοδιαστικής αλυσίδας**

Η εργασία των Shankar κ.α. (2013) καταπιάνεται από τους συγγραφείς με ένα πολύ επίπεδο και πολύπλοκο σύστημα αυτό της εφοδιαστικής αλυσίδας. Η αρχιτεκτονική του διαρθρώνεται σε τέσσερα επίπεδα με πρώτο την παράγωγη και τελευταίο την κατανάλωση. Ο αντικειμενικός της στόχος είναι διττός: η ελαχιστοποίηση του κόστους και η μεγιστοποίηση του κέρδους εξυπηρετώντας κάθε πιθανή ζήτηση. Οι Sambri και Beamon (2000) αναπτύσσουν ένα μοντέλο για τη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας με το συνδυασμό της επιχειρησιακής και στρατηγικής σχεδίασης με τη αυτή της λήψης κρίσιμων αποφάσεων χρησιμοποιώντας μια επαναληπτική διαδικασία. Υιοθετούν μια αντικειμενική συνάρτηση με πολλαπλούς στόχους όπου γίνεται ταυτόχρονη βελτιστοποίηση του κόστους, του επίπεδου εξυπηρέτησης. Οι Nozick και Turnquist (2001) χρησιμοποιούν μια γραμμική συνάρτηση για την ασφαλή διαχείριση του αποθεματικού, η οποία στη συνέχεια ενσωματώνεται σε ένα σταθερής χρέωσης δίκτυο. Οι Chen και Lee (2004) προτείνουν ένα μοντέλο που βελτιστοποιεί ταυτόχρονα αντικρουόμενα συμφέροντα όπως το κέρδος κάθε συμμετέχοντα, το μέσο επίπεδο εξυπηρέτησης και το μέσο επίπεδο ασφάλειας του αποθεματικού. Επίσης ο Shen (2006) ασχολείται με τη μεγιστοποίηση του κέρδους σε ένα μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας όπου μια εταιρεία μπορεί να επιλέξει εάν θα ικανοποιήσει τη ζήτηση ενός πελάτη. Τέλος ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την επίλυση του μοντέλου των Shankar κ.α. (2013) διατυπώνεται αρχικά από τους Parsopoulos και Vrahatis (2002) Άλλες εργασίες που χρησιμοποιούν τον ίδιο αλγόριθμο είναι αυτές των Guo και Hou (2010) και των Marinakis και Marinaki (2010).

Ενδελεχεστερα ο Shankar κ.α. (2013) ασχολούνται με τη διατύπωση, επίλυση και ανάπτυξη ενός ιδιαίτερα πολύ επίπεδου συστήματος, αυτό της εφοδιαστικής αλυσίδας (supply chain) . Είναι ένα ολοκληρωμένο σύστημα που περιλαμβάνει όλα τα στάδια από την παράγωγη έως και την κατανάλωση ενός προϊόντος . Δηλαδή ο συγχρονισμός δραστηριοτήτων όπως η προμήθεια των πρώτων υλών, η μεταποίηση σε ενδιάμεσα και τελικά προϊόντα και η διάθεση τους στους καταναλωτές. Βέβαια κύριος στόχος των εμπλεκόμενων εταιρειών που συνεργάζονται για την εύρυθμη λειτουργία του συστήματος είναι διάφοροι παράγοντες όπως τα όσο δυνατόν μικρότερα λειτουργικά κόστη , μικρότερος χρόνος παραγωγής, συντομότερος χρόνος παράδοσης, μικρότερο στοκ ,μεγαλύτερο εύρος προϊόντων, υψηλότερη ποιότητα κ.α. Επομένως η

αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι πολλαπλή καθώς περισσότερα από ένα αντικείμενα είναι προς βελτιστοποίηση.

Στην παραδοσιακή διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας η εστίαση στο σχεδιασμό του μανάτζμεντ ενός συστήματος είναι σε ένα μόνο ζητούμενο δηλαδή στο λιγότερο κόστος ή στο μεγαλύτερο κέρδος. Ωστόσο προσομοιάζοντας πραγματικά παραδείγματα σε συστήματα supply chain οι στόχοι είναι πολλαπλοί και συνδυαστικοί ως προς τη φύση τους και έτσι απαιτείται ένας αλγόριθμος που να μπορεί να εφαρμοστεί ώστε να έχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα σε σχετικά μικρούς χρόνους. Άλλωστε έχει διαφανεί και από τη βιβλιογραφία ότι τέτοιοι εξελιγμένοι αλγόριθμοι δίνουν βέλτιστα αποτελέσματα όταν εφαρμόζονται σε συνδυαστικά προβλήματα.

Αυτή η μελέτη προτείνει τη χρησιμότητα του swarm optimization αλγορίθμου για την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση δυο στόχων, την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της εφοδιαστικής αλυσίδας και τη μεγιστοποίηση του κέρδους εξυπηρετώντας κάθε πιθανή ζήτηση. Υιοθετείται μια αρχιτεκτονική τεσσάρων επιπέδων ώστε να καταλήξει σε ένα αποτελεσματικό σχεδιασμό της εφοδιαστικής αλυσίδας. Τα τέσσερα επίπεδα της αρχιτεκτονικής του μοντέλου που αναλύεται είναι τα κάτωθι: το πρώτο είναι οι περιοχές πελατών (customer zones-cz) από όπου προμηθεύονται τα προϊόντα οι τελικοί καταναλωτές, το δεύτερο είναι τα κέντρα διανομής (distribution systems-dc), το τρίτο είναι οι κατασκευαστές και οι μεταποιητές και στο τέταρτο επίπεδο είναι οι προμηθευτές πρώτων υλών στους κατασκευαστές.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την βέλτιστη λύση του προβλήματος ονομάζεται multi-objective particle hybrid swarm optimization (MOHPSO) και αναπτύσσεται σε γλωσσά C. Επιλέγει τη λύση που κυριαρχεί ανάμεσα σε ένα πλήθος βέλτιστων λύσεων.

Έστω οι παρακάτω παράμετροι:  $m$  ο αριθμός των περιοχών πελατών,  $t$  ο αριθμός των αποθηκών,  $n$  ο αριθμός των εργοστασίων,  $l$  ο αριθμός των προμηθευτών,  $p$  ο αριθμός των προϊόντων,  $D_j$  η μέση ζήτηση της αγοράς σε μια χρονική περίοδο,  $K_i$  η χωρητικότητα ενός εργοστασίου,  $K_e$  η χωρητικότητα μιας αποθήκης,  $S_{ch}$  η ικανότητα προμηθεύσεις από ένα προμηθευτή  $h$  για ένα προϊόν  $c$ ,  $f$  ετήσιο πάγιο κόστος διατήρησης ενός εργοστασίου ενεργό,  $f_e$  ετήσιο πάγιο κόστος διατήρησης μια αποθήκης ενεργή,  $c_{chi}$  κόστος ανά μονάδα μεταποίησης πρώτης ύλης σε ένα εργοστάσιο  $c_{ie}$  κόστος παράγωγης αποθήκευσης και μεταφοράς ανά μονάδα προϊόντος από ένα εργοστάσιο σε μια αποθήκη και  $c_{ej}$  κόστος ανά μονάδα μεταφοράς ενός προϊόντος από τη αποθήκη σε περιοχή εξυπηρέτησης πελατών (κατάστημα λιανικής πώλησης).

Ακόμη έστω οι παρακάτω μεταβλητές απόφασης:

$y_i =$	1 αν ένα εργοστάσιο $i$ είναι ανοιχτό, 0 κλειστό
$y_e =$	1 αν μια αποθήκη $e$ είναι ανοιχτή, 0 κλειστή
$x_{hci}$	η ποσότητα ενός προϊόντος $c$ που μεταφέρεται από ένα προμηθευτή $h$ στο εργοστάσιο $i$
$x_{ie}$	η ποσότητα που μεταφέρεται από ένα εργοστάσιο $i$ σε μια αποθήκη $e$
$x_{ej}$	η ποσότητα που μεταφέρεται από μια αποθήκη $e$ σε ένα κατάστημα $(cz) j$

Το πρόβλημα μοντελοποιείται με την παρακάτω μορφή:

$$\min \sum_{i=1}^n f_i y_i + \sum_{e=1}^t f_e y_e + \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^l \sum_{c=1}^p c_{chi} x_{hci} + \sum_{i=1}^n \sum_{e=1}^t c_{ie} x_{ie} + \sum_{e=1}^t \sum_{j=1}^m c_{ej} x_{ej} \quad (1)$$

$$\max \frac{\sum_{e=1}^t \sum_{j=1}^m x_{ej}}{\sum_{j=1}^m D_j} \quad (2)$$

Με τους παρακάτω περιορισμούς:

$$\sum_{i=1}^n x_{hci} \leq S_{ch} \quad \text{για } h=1, \dots, l \quad c=1, \dots, p \quad (3)$$

$$\sum_{e=1}^t x_{ej} \leq D_j \quad \text{για } j=1, \dots, m \quad (4)$$

$$\sum_{e=1}^t x_{ej} \leq K_i y_i \quad \text{για } i=1, \dots, n \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ej} \leq K_e y_e \quad \text{για } e=1, \dots, t \quad (6)$$

$$\sum_{h=1}^l x_{hci} - \sum_{e=1}^t x_{ie} \geq 0 \quad \text{για } i=1, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ie} - \sum_{j=1}^m x_{ej} \geq 0 \quad \text{για } e=1, \dots, t \quad (8)$$

$$0.80 \leq \frac{\sum_{e=1}^t \sum_{j=1}^m x_{ej}}{\sum_{j=1}^m D_j} \leq 1 \quad (9)$$

$$y_i, y_e \in \{0,1\} \quad \text{για } i=1, \dots, n \quad e=1, \dots, t \quad (10)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) ελαχιστοποιεί το συνολικός κόστος της εγκατάστασης και της συντήρησης του δικτύου ενώ η αντικειμενική συνάρτηση (2) μεγιστοποιεί το επίπεδο εξυπηρέτησης.

Ο περιορισμός (3) ορίζει ότι η συνολική ποσότητα που δίνει ένας προμηθευτής δεν μπορεί να ξεπεράσει τη προμηθευτική του δυνατότητα. Ο περιορισμός (4) απαιτεί ότι η ζήτηση κάθε τοπικής αγοράς θα ικανοποιείται στο μέγιστο βαθμό. Ο περιορισμός (5) δηλώνει ότι κανένα εργοστάσιο δεν μπορεί να προμηθεύσει εμπόρευμα που να ξεπερνά τη χωρητικότητα του. Αναλόγως ο περιορισμός (6) δηλώνει ότι καμιά αποθήκη δεν μπορεί να προμηθεύσει παραπάνω από τη χωρητικότητά της. Ο περιορισμός (7) δηλώνει ότι η ποσότητα που εκρέει από ένα εργοστάσιο δεν μπορεί να ξεπεράσει την ποσότητα της πρώτης ύλης που έχει παραλάβει, ομοίως ο περιορισμός (8) δηλώνει ότι η ποσότητα που μεταφέρεται από μια αποθήκη δεν μπορεί να ξεπεράσει την ποσότητα που έχει παραλάβει. Ο περιορισμός (9) δηλώνει ότι το ποσοστό εξυπηρέτησης θα είναι ανέσα στο 0.8 και 1. Τέλος ο περιορισμός (10) προϋποθέτει ότι κάθε εργοστάσιο θα είναι είτε ανοικτό ( $y_i=1$ ) είτε κλειστό ( $y_i=0$ )

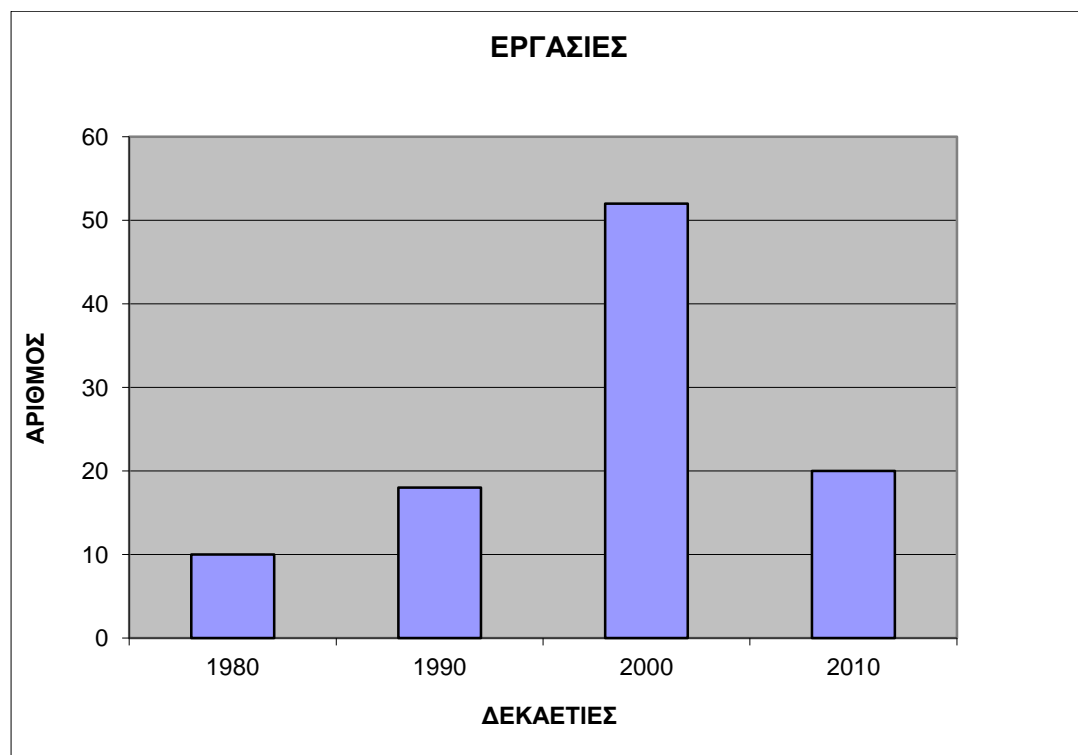
Το υποθετικό σενάριο που εφαρμόζεται αποτελείται από τα τέσσερα προαναφερόμενα επίπεδα αποτελούμενο από 3 προμηθευτές, 5 κατασκευαστές, 6 κέντρα διανομής και 7 κέντρα εξυπηρέτησης πελατών. Οι λύσεις που προκύπτουν είναι επτά και αναλύονται αναλυτικά για τον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης. Οι πληροφορίες που μας δύνονται εντοπίζονται στο προσδιορισμό της χωροθεσίας αλλά και της κατανομής των εγκαταστάσεων στα τέσσερα απαιτούμενα επίπεδα. Τέλος γίνεται αναφορά στο ότι η μεθοδολογία που ακολουθητέε μπορεί να χρησιμοποιηθεί ταυτόχρονα και σε περισσότερες από δυο αντικειμενικές συναρτήσεις.

## 5 Αξιολόγηση σημασίας των μοντέλων των εργασιών.

Παρακάτω γίνεται αξιολόγηση της σημασίας των μοντέλων βάσει συγκεκριμένων κριτηρίων όπως είναι το έτος δημοσίευσης των εργασιών, τα περιοδικά δημοσίευσης και οι αναφορές που έχουν γίνει σε κάθε εργασία από άλλους μελετητές

### 5.1 Χρονολογική έρευνα

Για τις παραπάνω εργασίες που μελετήθηκαν παρουσιάζουμε μια κατηγοριοποίηση τους ανάλογα με τη δεκαετία δημοσίευσης τους. Όπως φαίνεται και από το σχήμα 1 το πρόβλημα χωροθέτησης  $p$ -πλημνών αποτελεί ένα σχετικά νέο θέμα μελέτης. Οι πρώτες μελέτες εκπονηθήκαν στα μέσα της δεκαετίας του 1980 δίνοντας κυρίως έμφαση στην δημιουργία απλών μοντέλων παρουσιάζοντας παράλληλα και απλές μεθόδους επίλυσης. Τα παραδείγματα που αναλύθηκαν ήταν μικρά της τάξεως των 10 κόμβων. Στη δεκαετία του 1990 η δραστηριότητα των ερευνητών αυξήθηκε. Πλέον νέοι παράμετροι εισάγονται τα μοντέλα βελτιώνονται και πιο σύνθετοι αλγόριθμοι αναπτύσσονται. Κατά την δεκαετία του 2000 θεωρείται ότι έγινε η έκρηξη ανάπτυξης και τελειοποίησης των μοντέλων. Πλέον αναλύονται μεγάλα παραδείγματα της καθημερινής ζωής, νέοι σύνθετοι αλγόριθμοι προτείνονται, όπως και νέα θέματα εισάγονται προς επίλυση. Σε όλα αυτά βοήθησε βεβαία και η μεγάλη ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων. Το ενδιαφέρον για αυτό το μελετητικό πεδίο παραμένει αναλλοίωτο και όλο και περισσότεροι μελετητές ερευνούν την ανάπτυξη, βελτίωση αλλά και επίλυση του.



Σχήμα 1. Αριθμός εργασιών που εκπονηθήκαν ανά δεκαετία.

## 5.2 Περιοδικά δημοσίευσης

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα περιοδικά όπου έχουν εκδοθεί οι εργασίες που μελετήθηκαν παραπάνω. Για λόγους προτεραιότητας αναφέρονται μονό τα περιοδικά που έχουν από 2 δημοσιεύσεις και πάνω. Θα μπορούσαμε να αναφέρουμε ότι το European Journal of Operation Research (13) έχει εκδώσει τις περισσότερες εργασίες. Εξίσου πολλές έχει και το Transportation Research (10), ενώ τα περιοδικά Computers and Operation Research (7) και Omega(6) εμφανίζουν ένα σεβαστό αριθμό εργασιών. Τέλος θα αναφερθούν τα Operation Research(5) και Management Science (4) με λιγότερες δημοσιεύσεις

ΤΙΤΛΟΣ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΥ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ
European Journal of Operational Research	13
Transportation Research	10
Computers and Operations Research	7
Omega	6
Operation Research	5
Management Science	4
Journal of the Operation Research Society	3
Transportation Science	3
Mathematical Programming	3
Geographical Analysis	3
Green Community 3	2
Annuals of Operation Research	2
Transactions in Networking	2
Systems Engineering	2

Πίνακας 1. Περιοδικά όπου δημοσιεύτηκαν οι μελέτες παρουσίασης

### 5.3 Αριθμός αναφορών στις εργασίες που αναλύθηκαν.

Ένα πολύ ενδιαφέρον στατιστικό στοιχείο είναι να παρουσιαστούν πόσες αναφορές έχουν γίνει σε κάθε εργασία που έχει αναλυθεί στα πλαίσια αυτής της μελέτης. Απ τον πίνακα 2 συμπεραίνουμε ότι αφενός όσο πιο παλιά είναι μια εργασία και όσο πιο σημαντική για την βιβλιογραφία τόσο περισσότερες αναφορές θα έχει. Αφετέρου για τις εργασίες των τελευταίων χρόνων οι αναφορές λιγοστεύουν. Ωστόσο κάτι τέτοιο δεν μειώνει τη σημαντικότητα τους καθώς όσο περνούν τα χρόνια σίγουρα οι αναφορές σε αυτά θα αυξηθούν σημαντικά. Ακόμη οι πιο τελευταίες άπτονται θεμάτων πρόσφατης τεχνολογικής ανάπτυξης που είναι σίγουρο ότι θα τύχουν μεγάλης προσοχής στο μέλλον καθώς αναδεικνύουν καίρια θέματα σχετικά με τη βελτιστοποίηση στο σχεδιασμό των δικτύων.

<b>ΕΡΓΑΣΙΑ</b>	<b>ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΦΟΡΩΝ</b>
Klincewitz (1991)	212
Campbell (1994)	481
Podnar et.al (2002)	64
Elhendli & Hu (2005)	74
Racunica & Wynter (2005)	104
Yamaha et.al ( 2005)	48
Yaman et.al (2007)	51
Kara et.al (2009)	60
Calik et.al (2009)	55
Qin et.al(2009)	34
De Camargo et.al (2011)	25
Alumur et.al (2012)	20
Contreras et.al (2012)	16
Garoppo et.al (2013)	10
Shankar et.al (2013)	12

Πινάκας 2. Αριθμός αναφορών σε κάθε μελέτη που αναλύθηκε

## **6 Χρησιμότητα και κύρια χαρακτηριστικά των μοντέλων μελέτης.**

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η άμεση χρησιμότητα καθώς και η αξιοποίηση των μοντέλων μελέτης. Δίνεται έμφαση στις εφαρμογές των προτύπων που παρουσιάστηκαν. Επίσης φωτίζονται τα κυριότερα χαρακτηριστικά τους καθώς παρουσιάζονται οι ιδιότητες-παραδοχές τους, κατηγοριοποιούνται ανάλογα με αυτές και δίνεται μια στατιστική ανάλυση μέσω γραφημάτων για αυτές τις παραδοχές τους. Επιπροσθέτως αναδεικνύονται στις παράμετροι είσοδοι τους καθώς και οι έξοδοι του κάθε προτύπου που είναι οι μεταβλητές απόφασης. Τέλος γίνεται αναφορά στις αντικειμενικές συναρτήσεις και στους περιορισμούς αυτών κάθε μοντέλου ξεχωριστά.

### **6.1 Εφαρμογές**

Οι κυριότερες εφαρμογές των εργασιών που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο είναι οι εξής:

Αεροπορικές γραμμές και αερομεταφορές: Τα περισσότερα μοντέλα που παρουσιάστηκαν έχουν εφαρμογή σε αυτό το πεδίο. Το γενικό μοντέλο του Klincewitz (1991) μπορεί να εφαρμοστεί σε αεροπορικά δίκτυα, όπως και αυτά των Podnar κ.α. (2002), Elhendli και Hu (2005), Alumur κ.α. (2009). Τέλος μια ακόμη εργασία ανάπτυξης ενός δικτύου για τις μεταφορές με αεροπλάνο είναι αυτή των Calik κ.α. (2009).

Τηλεπικοινωνίες και δίκτυα επικοινωνίας γενικότερα: Άλλος ένας τομέας με τον οποίον έχουν ασχοληθεί διάφοροι μελετητές. Εργασίες που έχουν εκπονηθεί που εφαρμόζονται σε τηλεπικοινωνιακά δίκτυα είναι αυτές των Klincewitz (1991), Podnar κ.α. (2002), Elhendli και Hu (2005), Yamaha κ.α (2005) όπου λαμβάνονται υπ όψιν συγκεκριμένοι περιορισμοί χωρητικότητας. Άλλες είναι αυτές των Alumur κ.α. (2009), De Camargo κ.α. (2011) που μελετάται και το φαινόμενο της συμφόρησης. Τέλος θα αναφέρουμε και τις εργασίες των Calik κ.α. (2009), Alumur κ.α.(2012), Contreras κ.α. (2012).

Μεταφορές φορτίων με έμφαση στα επίγεια μέσα: Η μελέτη των Racunika κ.α (2005) επικεντρώθηκε στις μεταφορές αγαθών με τρένο σε συνδυασμό με άλλα μέσα και η εργασία των Yaman κ.α (2007) μελετά το δίκτυο μεταφορών της Τουρκίας με φορτηγά. Περαιτέρω εργασίες που μπορούν να έχουν εφαρμογή σε αυτό το τομέα είναι αυτή των Alumur κ.α.(2012), Calik κ.α. (2009), Alumur κ.α. (2009).

Ταχεία αποστολή δεμάτων και υπηρεσίες ταχυδρομείου: Η κυριότερη εργασία είναι αυτή που μελετήθηκε από τους Yaman κ.α (2007). Ακόμη το γενικό μοντέλο του Klincewitz (1991) θα μπορούσε να εφαρμοστεί για ένα τέτοιο δίκτυο.



Υπηρεσίες άμεσης ανάγκης: Η μελέτη των Contreras κ.α.(2012) βρίσκει εφαρμογή σε αυτή την κρίσιμη περιοχή.

Μοντέλα διαχείρισης αποθεματικού: Ο Qin κ.α.(2009) προτείνουν έναν αλγόριθμο για την καλύτερη αντιμετώπιση του θέματος της διαχείρισης αποθεματικού από τις εταιρίες ενδιαφέροντος.

Εφοδιαστική αλυσίδα : Στην εργασία των Shankar κ.α. (2013) βρίσκουμε ένα ολοκληρωμένο μοντέλο τεσσάρων επίπεδων της εφοδιαστικής αλυσίδας και προτάσεις για την βελτιστοποίηση του.

Μοντέλα μείωσης κατανάλωσης ενέργειας σε υποδομές τηλεπικοινωνίας: Το θέμα της εργασίας των Garoppo κ.α (2013) είναι η μείωση της ισχύος για περιβαλλοντικούς και οικονομικούς λόγους σε υποδομές του διαδικτύου.

## 6.2 Ταξινόμηση μοντέλων

Παρακάτω προτείνεται μια ταξινόμηση των διαφόρων τύπων των μοντέλων που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο ανάλογα με τις ιδιότητες τους. Εκτός αυτού προβάλλονται οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου καθώς και οι έξοδοι του μοντέλου που είναι οι μεταβλητές απόφασης, δηλαδή για ποιες μεταβλητές δίνει αποτέλεσμα το μοντέλο. Ακόμη για κάθε μοντέλο γίνεται αναφορά στην αντικειμενική συνάρτηση και στους περιορισμούς της που παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στη συνέχεια θα γίνει παρουσίαση του κάθε μοντέλου ξεχωριστά και θα ακολουθούσουν ποσοτικά διαγράμματα ανάλογα με την κάθε κατηγορία. Αυτές είναι :

1. Περιοχή λύσεων: διακριτή, συνεχής .
2. Μορφή αντικειμενικής συνάρτησης: Minimax, minisum.
3. Προσδιορισμός του αριθμού των κόμβων hubs: εξωγενές μοντέλο όταν είναι προκαθορισμένος , ενδογενές όταν δεν είναι.
4. Χωρητικότητα πλημνών: απεριόριστη, περιορισμένη.
5. Κόστος χωροθετησης ενός κόμβου πλήμνης: κανένα κόστος , σταθερό κόστος.
6. Κατανομή απλών κόμβων σε κόμβους πλήμνες: απλή κατανομή, όπου ένας κόμβος συνδέεται αποκλειστικά σε ένα κόμβο πλήμνη, πολλαπλή κατανομή όπου ένας κόμβος μπορεί να συνδεθεί με πολλούς πλήμνες ταυτόχρονα
7. Κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη: κανένα κόστος, σταθερό κόστος, μεταβαλλόμενο κόστος.
8. Μορφή δικτυού: ολοκληρωμένο όπου όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών είναι απευθείας συνδεδεμένα, μη ολοκληρωμένο όταν δεν είναι όλα τα ζευγάρια ενωμένα μεταξύ τους.

Αναλυτικά για τα μοντέλα που μελετήθηκαν έχουμε για κάθε κατηγορία παραδοχών:

### 6.2.1 Πρόβλημα χωροθετησης $p$ -πλημνών [ $p$ -Hub Location Problem (Klincewitz 1991)]

Ο Klincewitz (1991) παρουσιάζει μια γενική μορφή του προβλήματος χωροθετησης  $p$ -πλημνών (P-Hub Location Problem). Οι παραδοχές του μοντέλου συμφωνά με τις κατηγορίες που παρουσιάστηκαν παραπάνω είναι οι εξής: η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή, και η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι  $\text{minisum}$ . Ακόμη ο αριθμός των πλημνών είναι δεδομένος άρα το μοντέλο είναι εξωγενές.

Η χωρητικότητα των κόμβων πλημνών είναι απεριόριστη καθώς δεν τίθεται συγκεκριμένος περιορισμός. Επίσης το κόστος χωροθετησης μιας πλήμνης δεν συμπεριλαμβάνεται, και ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με ένα κόμβο πλήμνη αποκλειστικά, δηλαδή μοντέλο μονής κατανομής. Τέλος το κόστος σύνδεσης ενός κόμβου με ένα απλό κόμβο είναι πάγιο και σταθερό και σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών υφίσταται απευθείας σύνδεση, άρα έχουμε ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

$$W_{ij} = \begin{array}{l} \text{ο αριθμός των μονάδων της κίνησης που δρομολογείται από το } i \\ \text{στο } j \end{array}$$
$$C_{ij} = \begin{array}{l} \text{το σταθερό κόστος ανά μονάδα κίνησης που στέλνεται σε μια} \\ \text{σύνδεση ανάμεσα στο } i \text{ και στο } j \end{array}$$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κομβος } i \text{ είναι συνδεδεμενος με εναν κομβο πλημνη } j \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$Y_j = \begin{cases} 1 & \text{αν μια τοποθεσια } j \text{ είναι κομβος πλημνη} \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.1.1

### 6.2.2 Πρόβλημα διάμεσου $p$ -πλημνών [*P-Hub Median Problem (Campbell 1992)*]

Ο Campbell (1992) ορίζει μια από τις μεγάλες υποκατηγορίες του προβλήματος χωροθετησης  $p$ -πλημνών το πρόβλημα διάμεσου  $p$ -πλημνών. Σε αυτό το μοντέλο οι παραδοχές είναι: η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή, και η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι *minisum*. Επιπροσθέτως ο αριθμός των πλημνών είναι γνωστός εξ αρχής άρα είναι ένα εξωγενές μοντέλο και η χωρητικότητα των πλημνών δεν υπόκειται σε κάποιο περιορισμό άρα είναι απεριόριστη.

Ακόμη το κόστος χωροθετησης μιας πλήμνης δεν συμπεριλαμβάνεται άρα δεν θεωρείται κάποιο κόστος, και ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με μια πλήμνη, δηλαδή μονή κατανομή. Επίσης το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη δεν είναι σταθερό αφού είναι μεταβαλλόμενο ανάλογα με την απόσταση της σύνδεσης.. Τέλος σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών υφίσταται απευθείας σύνδεση, άρα το μοντέλο είναι ολοκληρωμένο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

$W_{ij}$  = ροή μεταξύ της τοποθεσίας  $i$  και  $j$ .

$c_{ij}$  = παγία τιμή κόστους ανά μονάδα από την τοποθεσία  $i$  στην τοποθεσία  $j$ .

$C_{ijkm} = c_{ik} + ac_{km} + c_{mj}$ .

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$Y_k$  = 1 αν η τοποθεσία  $k$  είναι μία πλήμνη και 0 αν δεν είναι.

$Z_{ik}$  = 1 αν η τοποθεσία  $i$  κατανέμεται σε ένα κόμβο πλήμνη στην τοποθεσία  $k$  και 0 στην αντίθετη περίπτωση.

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιαστήκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.1.2

### 6.2.3 Τροποποίηση του προβλήματος χωροθετησης $p$ -πλημνών (Podnar *et al.* 2002)

Ο Podnar κ.α. (2002) εισάγουν μια παραλλαγή του κλασσικού προβλήματος όπου δεν υπάρχουν πλήμνες, όπου όλοι οι απλοί κόμβοι μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους και οι υπερφορτωμένες συνδέσεις υπόκεινται σε μια μείωση από ένα συντελεστή μείωσης  $a$ .

Από τη στιγμή που δεν υπάρχουν συγκεκριμένοι χώροι πλήμνες οι παραδοχές που μπορούμε να αναφέρουμε είναι ότι η περιοχή των λύσεων είναι διακριτή και ότι η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι Minisum.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

$c_{km}$  το κόστος ανά μονάδα της ροής μέσω μιας σύνδεσης  $(k,m)$ ,  
 $f_{ij}$  είναι η απαιτούμενη ποσότητα ροής που σχετίζεται με κάθε ζευγάρι πηγής προορισμού  $(i,j)$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$$y_{km} = \begin{cases} 0 & \text{η σύνδεση } (k,m) \text{ δεν έχει υποστεί μείωση} \\ 1 & \text{η σύνδεση } (k,m) \text{ έχει υποστεί μείωση} \end{cases}$$

$$x1_{km}^{ij} = \text{ροή που δεν έχει υποστεί μείωση από το } i \text{ στο } j \text{ μέσω } (k,m)$$

$$x2_{km}^{ij} = \text{ροή που έχει υποστεί μείωση από το } i \text{ στο } j \text{ μέσω } (k,m)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.1.3

#### 6.2.4 Το πρόβλημα χωροθέτησης $p$ -πλημνών μονής κατανομής άνευ χωρητικότητας [Uncapacitated, Single Assignment $p$ -Hub Location Problem (USApHLP)] (Elhendli, Hu 2005)

Οι Elhendli και Hu (2005) παρουσίασαν ένα δίκτυο <<πλήμνης και ακτίνας>> όπου λαμβάνεται υπ όψιν και η συνάρτηση κόστους της συμφόρησης. Οι παραδοχές του μοντέλου είναι οι επόμενες: η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή, η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι  $\text{minisum}$  ενώ ο αριθμός των πλημνών είναι γνωστός άρα έχουμε ένα εξωγενές μοντέλο. Επίσης η χωρητικότητα των πλημνών είναι απεριόριστη καθώς δεν υπάρχει κάποιος σχετικός περιορισμός.

Ακόμη για το κόστος χωροθέτησης ενός κόμβου πλήμνης δεν τίθεται κάποιο κόστος άρα έχουμε κανένα κόστος και ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με ένα κόμβο πλήμνη, δηλαδή έχουμε μονή κατανομή. Τέλος το κόστος σύνδεσης σε μια πλήμνη είναι σταθερό και σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ κόμβων πλημνών υφίσταται απευθείας σύνδεση, όποτε είναι ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

$$F_{ijkm} = W_{ij} (C_{ij} + aC_{km} + C_{mj})$$

όπου το  $C_{ij}$  είναι το κόστος ανα μοναδα απο  $i$  σε  $j$

$W_{ij}$  η κίνηση απο το  $i$  στο  $j$

$a$  ο συντελεστής μείωσης

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$Z_{ik}, Z_{kk}, Z_{km}$  παίρνουν τιμή 1 εάν ο κόμβος  $i$  συνδέεται με τη πλήμνη  $k$ , εάν ο κόμβος  $k$  επιλέχθηκε ως πλήμνη  $k$ , η ροή δρομολογείται από το  $i$  στο  $k$  στο  $m$  και τέλος στο  $j$  αντίστοιχα. Σε αντίθετη περίπτωση είναι όσοι με το 0.

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.2.1

**6.2.5 Το πρότυπο χωροθετησης πλήμνης με γενικευμένες δαπάνες [Uncapacitated hub location model with general costs (UHLM-G)] (Racunica, Wynter 2005)**

Οι Racunica και Wynter (2005) προτείνουν ένα μοντέλο για την αυξανόμενη χρήση τρένων στις επίγειες μεταφορές. Για το μοντέλο τους ισχύουν τα παρακάτω: η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή ενώ η αντικειμενική συνάρτηση είναι της μορφής *minisum*. Ακόμη ο αριθμός των πλήμνων δίνεται εκ των πρότερων άρα έχουμε ένα εξωγενές μοντέλο και η χωρητικότητα των πλήμνων είναι απεριόριστη καθώς δεν τίθεται σχετικός περιορισμός.

Περαιτέρω το κόστος χωροθετησης μιας πλήμνης είναι σταθερό και εισάγεται στην αντικειμενική συνάρτηση ενώ ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με μία πλήμνη, δηλαδή το μοντέλο είναι μονής κατανομής. Επιπροσθέτως το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη υπάρχει πιθανότητα να μην είναι γραμμικό και θεωρείται ως μεταβαλλόμενο και τέλος σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλήμνων υφίσταται απευθείας σύνδεση, άρα χαρακτηρίζεται ως ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

$c_{..}(x)$  = τα κόστη στη κίνηση  $(i, j, k, l)$ .

$d = \{d_{ii}\} \in \mathbf{R}_+^{|W|}$  για το σύνολο  $W \subseteq N^2$ : οι απαιτήσεις για τη μεταφορά για το ζευγάρι πηγής – προορισμού.

$f_j =$  τα πάγια έξοδα που σχετίζονται με τη μετατροπή ενός σταθμού σε ένα κόμβο πλήμνη όπως και το κόστος για υπηρεσίες υψηλής μεταφοράς σε ένα κόμβο πλήμνη  $j$ .

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

οι μεταβλητές ροής  $x_{ijkl} \in \mathbf{R}_+^{|N|^2 \times |H|^2}$  με  $i$  και  $l$  να είναι η πηγή και ο προορισμός, αντίστοιχα, και οι  $j$  και  $k$  να είναι οι ενδιάμεσες πλήμνες. Η μεταβλητή  $z = \{z_j\} \in \{0,1\}^{|H|}$  είναι το διάνυσμα των δυαδικών μεταβλητών απόφασης που υποδεικνύουν εάν ένας κόμβος πλήμνη είναι ανοιχτός ή όχι.

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.6.2

**6.2.6 Το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής με περιορισμένη χωρητικότητα και διαμορφωμένες χωρητικότητες συνδέσεων [Capacitated Single Assignment Hub Location Problem with Modular Link Capacities (CSHPL-M)] (Yaman, Carello 2005)**

Το μοντέλο των Yaman και Carello (2005) ορίζει ένα συγκεκριμένο περιορισμό χωρητικότητας σε ένα κόμβο πλήμνη όπως και συγκεκριμένη χωρητικότητα στις συνδέσεις του δικτύου. Για το συγκεκριμένο μοντέλο ισχύουν τα παρακάτω: η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι  $\min$  και η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή καθώς αντανακλά σε παραδείγματα της πραγματικής ζωής. Επιπροσθέτως, ο αριθμός των πλημνών δεν είναι εξ αρχής γνωστός άρα είναι ένα ενδογενές μοντέλο ενώ η χωρητικότητα των πλημνών είναι περιορισμένη και δεν ξεπερνά μια συγκεκριμένη τιμή σε αντίθεση με προηγούμενα μοντέλα που αναλύθηκαν.

Επίσης το κόστος χωροθετησης ενός κόμβου πλήμνης συμπεριλαμβάνεται και είναι σταθερό και ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με ένα κόμβο πλήμνη, δηλαδή μοντέλο μονής κατανομής. Οι δυο τελευταίες παραδοχές είναι πρώτον ότι το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη δεν είναι σταθερό αφού είναι μεταβαλλόμενο και δεύτερον ότι σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών υφίσταται απευθείας σύνδεση, άρα έχουμε ένα ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- $C_{ij}$  το κόστος εγκατάστασης  $a_i$  συνδέσεων μεταξύ των κόμβων  $i$  και  $j$ ,  
 $a_i$  είναι ο αριθμός των συνδέσεων που απαιτούνται για τη δρομολόγηση στο κόμβο  $i$ .  
 $R_{jl}$  το κόστος εγκατάστασης μιας σύνδεσης στο δίκτυο backbone στην πλευρά  $\{j,l\} \in E$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

η μεταβλητή αντιστοίχισης  $x_{ij}$  είναι όση με 1 αν ο σταθμός  $i \in I$  έχει κατανεμηθεί σε ένα κόμβο hub  $j \in I$  και 0 σε αντίθετη περίπτωση,  $z_{jl}$  είναι η κίνηση στο τόξο  $(j,l) \in A$  και  $w_{jl}$  είναι ο αριθμός των συνδέσεων του κυρίου (backbone) δικτύου που έχει εγκατασταθεί σε μια πλευρά  $\{j,l\} \in E$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.3



### 6.2.7 Το <<άρτι αφιχθέν>> πρόβλημα σχεδίασης δικτυού πλήμνης [The Latest Arrival Hub Network Design Problem] (Yaman et al. 2007)

Ο Yaman κ.α (2007) προτείνουν ένα νέο μοντέλο μεταφοράς φορτιού με ενδιάμεσες στάσεις. Μετά από ενδελεχή ερευνά εξήχθησαν τα παρακάτω συμπεράσματα για τις παραδοχές του μοντέλου. Αρχικά η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή, και η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι Minimax καθώς στόχος της είναι η ελαχιστοποίηση του μεγίστου χρόνου κίνησης μέχρι να παραδοθεί και το τελευταίο τεμάχιο στο προορισμό του. Επιπλέον ο αριθμός των πλημνών είναι γνωστός άρα είναι ένα εξωγενές μοντέλο καθώς και η χωρητικότητα τους είναι περιορισμένη.

Παράλληλα ισχύει και ότι το κόστος χωροθετησης μιας πλήμνης δεν συμπεριλαμβάνεται άρα δεν έχουμε κανένα κόστος στη θεώρηση μας και ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με μία πλήμνη, δηλαδή και εδώ ένα μοντέλο μονής κατανομής. Κλείνοντας αναφέρουμε ότι το κόστος σύνδεσης σε μία πλήμνη δεν λαμβάνεται υπ όψιν στην αντικειμενική συνάρτηση άρα κανένα κόστος. και σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών υφίσταται απευθείας σύνδεση, άρα είναι ένα ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- $D_j$  είναι ο χρόνος αναχώρησης ενός φορτηγού στη κύρια γραμμή από μια πλήμνη  $j$  προς ένα υποκατάστημα
- $T_i$  είναι ο χρόνος για να φτάσει στο κόμβο  $i \in N$  διάμεσου όλων των διαδρόμων που προέρχονται από απλούς κόμβους

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$$h_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας κομβος } i \in N \text{ είναι κομβος πλημνη} \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν υπαρχει μια κυρια γραμμη που ξεκινα απο ενα κομβο } i \in N \\ & \text{και τερματιζει σε ενα κομβο } j \in N \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$s_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας κομβος } i \in N \text{ είναι μια ενδιαμεση σταση} \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν υπαρχει ενα ταξιδι στο ο κομβος } i \in N \text{ προηγεται ενος κομβου } j \in N \setminus \{i\} \\ 0 & \text{σε αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.6.3

### 6.2.8 Το πρόβλημα σχεδίασης δικτύου διάμεσου $p$ -πλημνών μονής κατανομής [Single Allocation $p$ -Hub median network design problem (Alumur et.al 2009)]

Ο Alumur κ.α.(2009) εισάγουν το μη ολοκληρωμένο δίκτυο στη μελέτη του προβλήματος χωροθετησης πλήμνης. Οι παραδοχές του μοντέλου εμφανίζονται ως εξής: αφενός η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή καθώς και εδώ αντιμετωπίζονται πραγματικά προβλήματα, και η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι minisum. Παράλληλα ισχύει ότι ο αριθμός των πλημνών είναι γνωστός άρα έχουμε ένα εξωγενές μοντέλο και για τη χωρητικότητα τους δεν λαμβάνεται κάποιος περιορισμός άρα είναι απεριόριστη.

Ακόμη το κόστος χωροθετησης μιας πλήμνης δεν συμπεριλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση άρα θεωρείται ως κανένα κόστος, και η σύνδεση ενός απλού κόμβου με ένα κόμβο πλήμνη είναι μονή δηλαδή το μοντέλο είναι μονής κατανομής. Επίσης το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη εξαρτάται από την απόσταση της άρα το κόστος είναι μεταβαλλόμενο και τέλος όπως αναφέρθηκε και ανωτέρω το μοντέλο μελέτης είναι μη ολοκληρωμένο καθώς δεν συνδέονται όλα τα ζευγάρια πλημνών μεταξύ τους με απευθείας σύνδεση.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

$w_{ij}$  η ροή από τον κόμβο  $i \in N$  στον κόμβο  $j \in N$

$c_{ij}$  το μεταφορικό κόστος ανά μονάδα κίνηση από το κόμβο  $i \in H$  στο κόμβο  $j \in N$ ,

$O_i = \sum_j w_{ij}$  η συνολική ποσότητα της ροής προερχόμενη από το κόμβο  $i$  και

$D_j = \sum_i w_{ij}$  η συνολική ποσότητα της ροής προερχόμενη από το κόμβο  $j$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κομβος } i \in N \text{ αντιστοιχίζεται σε μια πλημνη } j \in H \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$

$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν μια συνδεση κομβων hub ειναι εγκατεστημενη μεταξυ των πλημνων } i \in H \text{ και } j \in H \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$

$f_{ij}^k$  η συνολική ποσότητα της ροής προερχόμενη από ένα απλό κόμβο  $k \in N$  που δρομολογείται μέσω μιας σύνδεσης μεταξύ πλημνών  $\{i, j\}$  στην κατεύθυνση από  $i \in H$  στο  $j \in H$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.4.1

### 6.2.9 Το ελλιπές πρόβλημα χωροθετησης κάλυψης πλήμνης [Incomplete Hub Covering Location Problem] (Calik et al. 2009)

Ο Calik κ.α. (2009) μελετούν το πρόβλημα εισάγοντας ένα περιορισμό στη διάρκεια της απόστασης μεταξύ πηγής-προορισμού. Οι παραδοχές του μοντέλου παρουσιάζονται και είναι οι εξής: η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι  $\min$  ενώ η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή. Περαιτέρω ο αριθμός των πλημνών είναι γνωστός και δεδομένος άρα είναι ένα εξωγενές μοντέλο και η χωρητικότητα τους είναι απεριόριστη καθώς δεν υπάρχει κάποιο όριο.

Παράλληλα το κόστος χωροθετησης ενός κόμβου πλήμνης συμπεριλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση και είναι πάγιο και σταθερό και η σύνδεση ενός απλού κόμβου με ένα κόμβο πλήμνη, είναι αποκλειστική άρα χαρακτηρίζεται ως μοντέλο μονής κατανομής. Τέλος θα αναφέρουμε ότι το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη είναι σταθερό και δεν υφίσταται απευθείας σύνδεση σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών, άρα έχουμε ένα μη ολοκληρωμένο η ελλιπές μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- $f_{ij}$  είναι το πάγιο κόστος της δημιουργίας μια σύνδεσης πλημνών μεταξύ των κόμβων  $i$  και  $j$ ,
- $fh_k$  είναι το πάγιο κόστος της δημιουργίας μίας πλήμνης στη τοποθεσία  $k$ ,
- $t_{ij}$  είναι ο χρόνος κίνησης από το κόμβο  $i$  στο  $j$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

- $X_{ik} =$  1 αν ένας κόμβος κατανέμεται σε ένα μια πλήμνη  $k$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση
- $Z_{ij} =$  1 αν υπάρχει μια σύνδεση πλημνών μεταξύ των πλημνών  $i$  και  $j$  ( $i < j$ ), 0 στην αντίθετη περίπτωση
- $Y_{ij}^{kl} =$  1 εάν μια σύνδεση πλημνών  $\{i, j\}$  χρησιμοποιείται στο μονοπάτι από το κόμβο πλήμνη  $k$  στο κόμβο πλήμνη  $l$  στην κατεύθυνση από το  $i$  στο  $j$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.4.2

### 6.2.10 Το πρόβλημα σχεδίασης δικτύου εφοδιασμού πολλαπλών εμπορευμάτων [Multi-Commodity Logistics Network Design Problem (MCLNP)] (Qin et al. 2009)

Ο Qin κ.α. (2009) προτείνουν ένα ολοκληρωμένο μοντέλο διαχείρισης του αποθεματικού για περισσότερα από ένα εμπορεύματα. Μετά την μελέτη του μοντέλου έχουμε τια κατωθι θεωρήσεις : η περιογή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή και η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι *minisum*. Επίσης ο αριθμός των πλημνών είναι γνωστός άρα είναι ένα εξωγενές μοντέλο και η χωρητικότητα των κέντρων μεταφοράς (LNs) που αντικαθιστούν το ρολό των πλημνών είναι περιορισμένη αφού τίθεται συγκεκριμένος περιορισμός.

Ακόμη το κόστος χωροθετησης ενός κόμβου πλήμνης συμπεριλαμβάνεται και είναι σταθερό και ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με ένα κόμβο πλήμνη, δηλαδή μοντέλο μονής κατανομής. Κλείνοντας θα αναφέρουμε ότι το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη λαμβάνεται υπ όψιν ως σταθερό και υφίσταται απευθείας σύνδεση σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών, άρα είναι ένα ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- $H_i^l$  είναι το κόστος αποθήκευσης ενός εμπορεύματος  $l$  σε μια τοποθεσία LN,  $O_i^l$  είναι το πάγιο κόστος της τοποθέτησης ενός εμπορεύματος  $l$  σε μια τοποθεσία LN,
- $R_i^l$  είναι το κόστος μεταφοράς από ένα προμηθευτή στην τοποθεσία LN για ένα εμπόρευμα  $l$ ,
- $C_{ij}^l$  είναι το κόστος διανομής μιας μονάδα εμπορεύματος  $l$  μεταξύ της τοποθεσίας LN και ενός λιανοπώλη  $j$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ενα LN ιδρυεται στη θεση } i \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$Y_{ij}^l = \begin{cases} 1 & \text{αν ενα LN } i \text{ εξυπηρετει ενα λιανοπωλητη } j \text{ με ενα εμπορευμα } l \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιαστήκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.5

### 6.2.11 Το πρόβλημα χωροθέτησης πλήμνης μονής κατανομής υπό συμφόρηση [Single Allocation Hub Location Problem under Congestion (De Camargo et al. 2011)]

Ο De Camargo κ.α (2011) μελετούν το πρόβλημα χρησιμοποιώντας δυο παραλλαγές για τη συνάρτηση συμφόρησης που αναλύθηκαν παραπάνω. Για τις κατηγορίες που επισημανθήκαν παραπάνω έχουμε ότι: η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι minisum και η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή ενώ ο αριθμός των πλημνών δεν είναι γνωστός εκ των πρότερων άρα είναι ένα ενδογενές μοντέλο.

Πρόσθετα, έχουμε ότι η χωρητικότητα των πλημνών περιορίζεται από μια συγκεκριμένη τιμή και για το κόστος χωροθέτησης μίας πλήμνης προβλέπεται μια πάγια τιμή. Ακόμη ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με ένα κόμβο πλήμνη, δηλαδή μονή κατανομή και το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη είναι σταθερό. Τέλος υπάρχει μια απευθείας σύνδεση σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών, άρα είναι ένα ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

$O_i = \sum_{j \in N} w_{ij}$  και  $D_i = \sum_{j \in N} w_{ji}$  είναι η συνολική εισερχόμενη και εξερχόμενη ζήτηση για ένα κόμβο  $i \in N$  αντίστοιχα.

$c_{ijkm}$  ορίζεται ως πάγιο κόστος μεταφοράς ανά μονάδα ροής και αναλύεται σε  $c_{ijkm} = c_{ik} + ac_{km} + c_{mj}$  όπου το κάθε σκέλος είναι το σταθερό μεταφορικό κόστος ανά μονάδα ροής στο εκαστοτε δρομολόγιο,

$f_k$  είναι το πάγιο κόστος δημιουργίας ενός κόμβου πλήμνης σε μια τοποθεσία  $k$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$x_{ijkm}$  ορίζεται η μεταβλητή του κλάσματος της ζήτησης  $w_{ij}$  μέσω της διαδρομής  $i-k-m-j$ . Οι μεταβλητές  $z_{ik}$  δείχνουν αν ένας κόμβος  $i \in N$  έχει κατανεμηθεί στο κόμβο hub  $k \in N$  τότε  $z_{ik} = 1$ , ενώ  $z_{ik} = 0$  στην αντίθετη περίπτωση. Όταν ένας κόμβος hub κατανέμεται σε ένα απλό κόμβο  $k \in N$ , τότε  $z_{kk} = 1$ , και 0 στην αντίθετη περίπτωση.

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.2.2

**6.2.12 Το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης και σχεδίασης δικτύου με πολλαπλά μέσα μεταφοράς [Multimodal hub location and hub network design problem] (Alumur et al. 2012)**

Ο Alumur κ.α. (2012) παρουσιάζουν ένα ξεχωριστό μοντέλο όπου τα μέσα μεταφοράς είναι περισσότερα από ένα και δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στο επίπεδο εξυπηρέτησης. Μετά από ερευνά που έγινε επισημαίνονται τα παρακάτω: η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή και η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι  $\text{minisum}$ .

Ο αριθμός των πλημνών είναι γνωστός άρα είναι ένα εξωγενές μοντέλο και η χωρητικότητα τους δεν περιορίζεται. Παράλληλα ισχύει ότι το κόστος χωροθετησης ενός κόμβου πλήμνης συμπεριλαμβάνεται και είναι σταθερό και η σύνδεση ενός απλού κόμβου με μία πλήμνη είναι μονή, δηλαδή μοντέλο μονής κατανομής. Τέλος επισημαίνεται ότι το κόστος σύνδεσης σε ένα κόμβο πλήμνη είναι σταθερό και το μοντέλο είναι ελλιπές καθώς δεν υφίσταται απευθείας σύνδεση σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- $w_{ij}^s$  η ζήτηση μεταξύ των κόμβων  $i \in N$  και  $j \in N$  για ένα επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$ ,
- $c_{ij}^m$  είναι το μεταφορικό κόστος ανά μονάδα ροής μεταξύ των κόμβων  $i \in N$  και  $j \in N$  χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ ,
- $oc_k^m$  το επιχειρησιακό κόστος ανά μονάδα σε ένα κόμβο πλήμνη  $k \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ ,
- $FH_k^m$  το πάγιο κόστος για τη δημιουργία και τη λειτουργία ενός κόμβου πλήμνης  $k \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ ,
- $FL_{kl}^m$  το πάγιο κόστος της λειτουργίας μιας σύνδεσης μεταξύ των πλημνών  $k \in H$  και  $l \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ ,
- $t_{ij}^m$  ο χρόνος μετακίνησης μεταξύ των κόμβων  $i \in N$  και  $j \in N$  χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ ,
- $ot_k^m$  ο χρόνος λειτουργίας που χρειάζεται σε μία πλήμνη  $k \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

- $X_{ik} =$  1 αν ο κόμβος  $i \in N$  κατανέμεται σε μια πλήμνη  $k \in H$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση.
- $H_k^m =$  1 αν μια πλήμνη δημιουργείται σε ένα κόμβο  $k \in H$  χρησιμοποιώντας ένα μέσο  $m \in M$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση.
- $Y_{ijkl}^{ms} =$  1 αν η ροή προερχόμενη από το κόμβο  $i \in N$  προορίζεται σε κόμβο  $j \in N$  με επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$  χρησιμοποιεί τη σύνδεση πλημνών  $\{k,l\}$  από το κόμβο  $k \in H$  στον κόμβο  $l \in H$  με το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση.
- $Z_{kl}^m =$  1 αν μια σύνδεση πλημνών δημιουργείται μεταξύ των πλημνών  $k \in H$  και  $l \in H$  χρησιμοποιώντας το μεταφορικό μέσο  $m \in M$ , 0 στην αντίθετη περίπτωση
- $T_{ij}^s$  είναι ο μειωμένος χρόνος μετακίνησης από το κόμβο  $i \in H$  στον κόμβο  $j \in H$  για ένα επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$  στο κατασκευασμένο δίκτυο.
- $C_{ij}^s$  είναι το μειωμένο μεταφορικό κόστος ανά μονάδα από ένα κόμβο  $i \in N$  στον κόμβο  $j \in N$  για ένα επίπεδο εξυπηρέτησης  $s \in S$  στο κατασκευασμένο δίκτυο.

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.6.1

### 6.2.13 Το πρόβλημα χωροθετησης μονάδων και σχεδιασμός δικτύων με περιορισμένη χωρητικότητα [Capacitated Facility Location/Network Design Problem (CFLDNP)] (Contreras et al. 2012)

Ο Contreras κ.α (2012) προτείνουν ένα Minimax πρόβλημα που στόχος του είναι η ελαχιστοποίηση του μεγίστου χρόνου μεταφοράς από την εγκατάσταση στο πελάτη. Οι παραδοχές για αυτό το μοντέλο είναι ότι η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή και όπως προαναφέρθηκε η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι Minimax. Επιπροσθέτως το μοντέλο είναι ενδογενές καθώς ο αριθμός των πλημνών δεν είναι γνωστός εκ των πρότερων και η χωρητικότητα τους είναι απεριόριστη.

Το κόστος χωροθετησης ενός κόμβου πλήμνης συμπεριλαμβάνεται και είναι σταθερό και ένας απλός κόμβος συνδέεται μονό με μία πλήμνη, δηλαδή μοντέλο μονής κατανομής. Τελικά, θα αναφέρουμε για αυτό το μοντέλο ότι το κόστος σύνδεσης σε μία πλήμνη μεταβάλλεται ανάλογα με την απόσταση άρα είναι μεταβαλλόμενο και υφίσταται απευθείας σύνδεση σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών, άρα είναι ένα ολοκληρωμένο μοντέλο.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- $f_i$  ορίζεται το συνολικό κόστος εγκατάστασης σε ένα κόμβο  $i$ .
- $c_{ij} \geq 0$  το κόστος κατασκευής για κάθε σύνδεση  $(i, j)$
- $t_{ij}$  ο χρόνος της απόστασης αντίστοιχα.

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{αν μια εγκατασταση εγκαθίσταται σε ένα κομβο } i \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας κομβος } i \text{ αντιστοιχειζεται σε μια εγκατασταση } j \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$y_{km} = \begin{cases} 1 & \text{αν μια συνδεση } (k,m) \text{ κατασκευαζεται} \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$
$$x_{km}^{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν μια συνδεση } (k,m) \text{ βρισκεται στη κατευθυνση απο το } i \text{ στο } j \\ 0 & \text{στην αντιθετη περιπτωση} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.7



#### 6.2.14 Ενήμερη δρομολόγηση ενέργειας και σχεδιασμός δικτύου με συσσωρευμένες συνδέσεις [Power Aware Routing and Network Design with Bundled Links [(PARND-BL)] (Garoppo et al. 2013)

Ο Garoppo κ.α (2013) παρουσίασαν το πιο σύνθετο μοντέλο σχετικά με την εξοικονόμηση ενέργειας σε υποδομές υπολογιστικών συστημάτων. Οι θεωρήσεις αυτού του μοντέλου διαφέρουν με τα προηγούμενα καθώς δεν ακολουθείται το τυπικό παράδειγμα δικτύου με κόμβους πλήμνες. Έτσι αυτά που επισημαίνονται είναι ότι: η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή, η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι *minisum* και η χωρητικότητα ενός κόμβου  $v$  είναι περιορισμένη αφού τίθεται σχετικός περιορισμός.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής:

- $P_{uv}^{PIC}$  είναι η κατανάλωση ισχύος ενός PIC που μεταδίδει κίνηση από ένα κόμβο  $u$  σε ένα κόμβο  $v$
- $P_v^C$  είναι η κατανάλωση ισχύος του σασί ενός κόμβου  $v$ .
- $P_{v,T(v)}^{RP}$  είναι η κατανάλωση ισχύος για τη για τη επεξεργασία του δρομολογητή στο κόμβο  $v$

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

- $f_{uv}^{sd}$  είναι η ποσότητα της  $d_{sd}$  διάμεσου της σύνδεσης  $(u,v)$ ,
- $x_v \in \{0,1\}$  είναι 1 όταν ένας κόμβος  $v$  είναι ενεργοποιημένος και 0 στην αντίθετη περίπτωση,
- $n_{uv}$  είναι ο αριθμός των ενεργοποιημένων PICs που υλοποιούν την σύνδεση  $(u,v)$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.8

### 6.2.15 Το δίκτυο εφοδιαστικής αλυσίδας [Supply Chain Network (SCN)] (Shankar et al. 2013)

Ο Shankar κ.α. (2013) παρουσίασαν ένα ολοκληρωμένο μοντέλο της εφοδιαστικής αλυσίδας τεσσάρων επιπέδων που περιλαμβάνει όλα τα στάδια από τη προμήθεια της πρώτης ύλης μέχρι τον τελικό καταναλωτή. Οι παραδοχές αυτού του μοντέλου διαφέρουν από τα προηγούμενα καθώς δεν έχουμε δίκτυο με κόμβους πλήμνες. Θα αναφέρουμε τους επομένους: η περιοχή λύσεων του μοντέλου είναι διακριτή ενώ η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι *minisum*. Ακόμη η χωρητικότητα όλων των εγκαταστάσεων που υπάρχουν στο σύστημα υπόκεινται σε περιορισμό άρα περιορισμένη χωρητικότητα.

Οι παράμετροι είσοδοι του μοντέλου όπως αυτοί παρουσιάζονται είναι οι εξής

$f_i$	ετήσιο πάγιο κόστος διατήρησης ενός εργοστάσιου $i$ ενεργό,
$f_e$	ετήσιο πάγιο κόστος διατήρησης μια αποθήκης $e$ ενεργή,
$c_{chi}$	κόστος ανά μονάδα μεταποίησης πρώτης ύλης σε ένα εργοστάσιο $i$ ,
$c_{ie}$	κόστος παράγωγης αποθήκευσης και μεταφοράς ανά μονάδα προϊόντος από ένα εργοστάσιο $i$ σε μια αποθήκη $e$
$c_{ej}$	κόστος ανά μονάδα μεταφοράς ενός προϊόντος από τη αποθήκη $e$ σε περιοχή εξυπηρέτησης πελατών (κατάστημα λιανικής πώλησης).

Ενώ οι έξοδοι του μοντέλου που εκφράζονται μέσω των μεταβλητών απόφασης είναι οι κατωθι:

$y_i =$	1 αν ένα εργοστάσιο $i$ είναι ανοιχτο, 0 κλειστό
$y_e =$	1 αν μια αποθήκη $e$ είναι ανοιχτή, 0 κλειστή
$x_{hci} :$	η ποσότητα ενός προϊόντος $c$ που μεταφέρεται από ένα προμηθευτή $h$ στο εργοστάσιο $i$
$x_{ie}$	η ποσότητα που μεταφέρεται από ένα εργοστάσιο $i$ σε μια αποθήκη $e$
$x_{ej}$	η ποσότητα που μεταφέρεται από μια αποθήκη $e$ σε ένα κατάστημα $(cz) j$

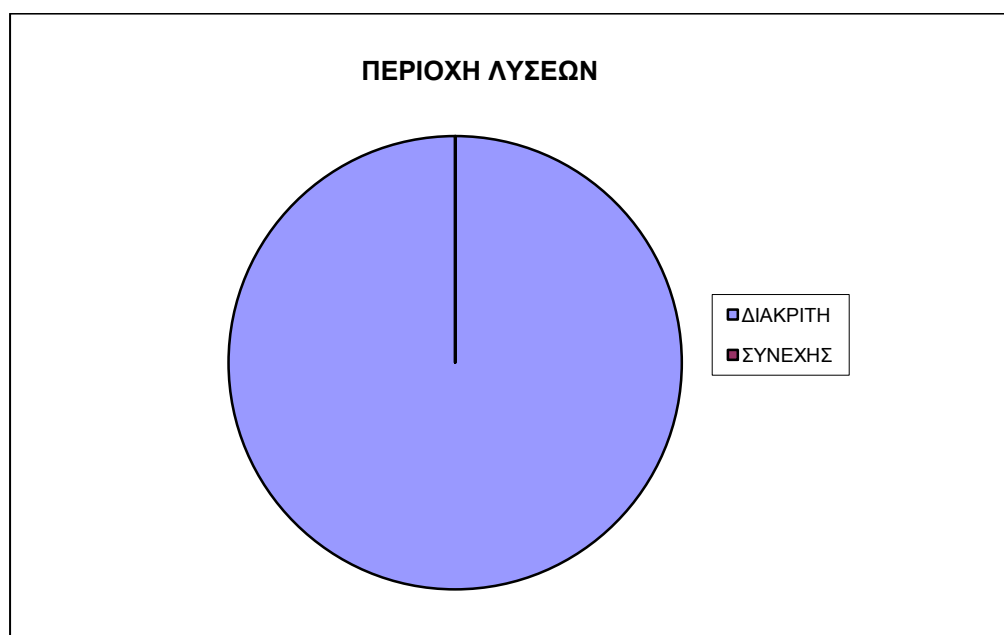
Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου καθώς και οι περιορισμοί της παρουσιάστηκαν στην αναλυτική μελέτη πιο πάνω στην παράγραφο 3.9

## 6.3 Γραφήματα

Παρακάτω παρουσιάζονται γραφήματα ανάλογα με τις κατηγορίες που διατυπώθηκαν ανωτέρω.

### 6.3.1 Περιοχή λύσεων

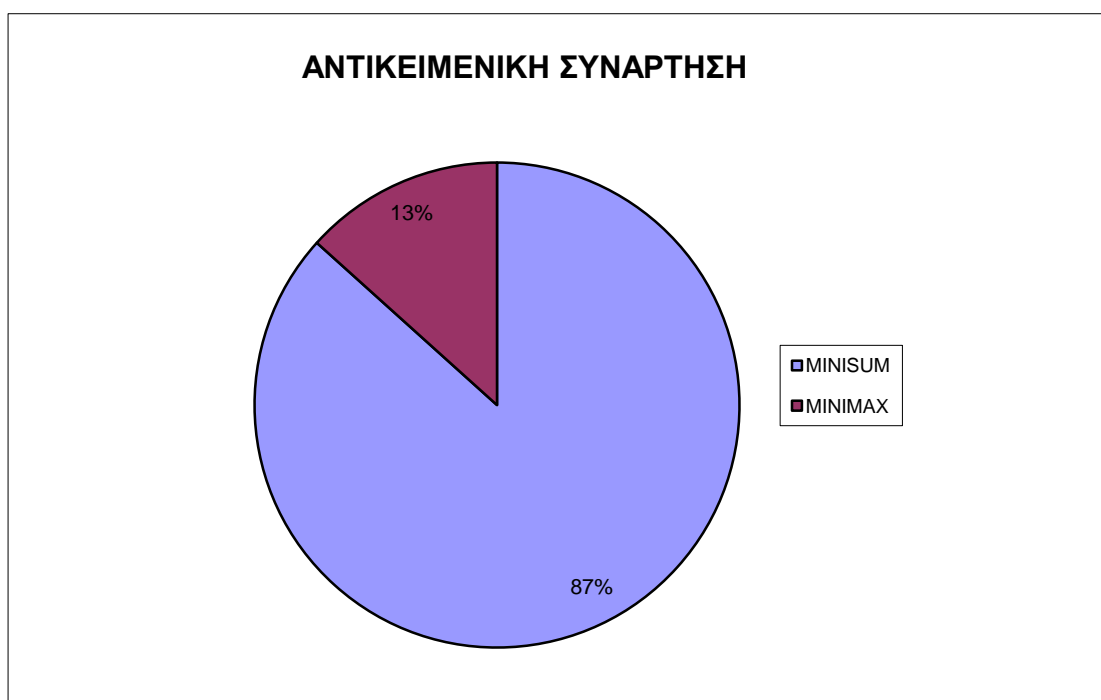
Όπως φαίνεται και στο γράφημα 1 παρακάτω η περιοχή λύσεων των μοντέλων που παρουσιάστηκαν αναλυτικά είναι καθόλα διακριτή. Αυτό είναι κάτι που δεν προξενεί εντύπωση καθώς τα διακριτά προβλήματα ανταποκρίνονται σε παραδείγματα της πραγματικής ζωής. Το συνεχές επίπεδο ανάλυσης κρίνεται ανεπαρκές για παραδείγματα που αντανακλούν το πραγματικό πεδίο ανάλυσης αφού εμφανίζουν έλλειψη ρεαλισμού και έτσι δεν έχουν μεγάλη χρησιμότητα.



Γράφημα 1. Ποσοστά της περιοχής λύσεων των μοντέλων

### 6.3.2 Μορφή αντικειμενικής συνάρτησης

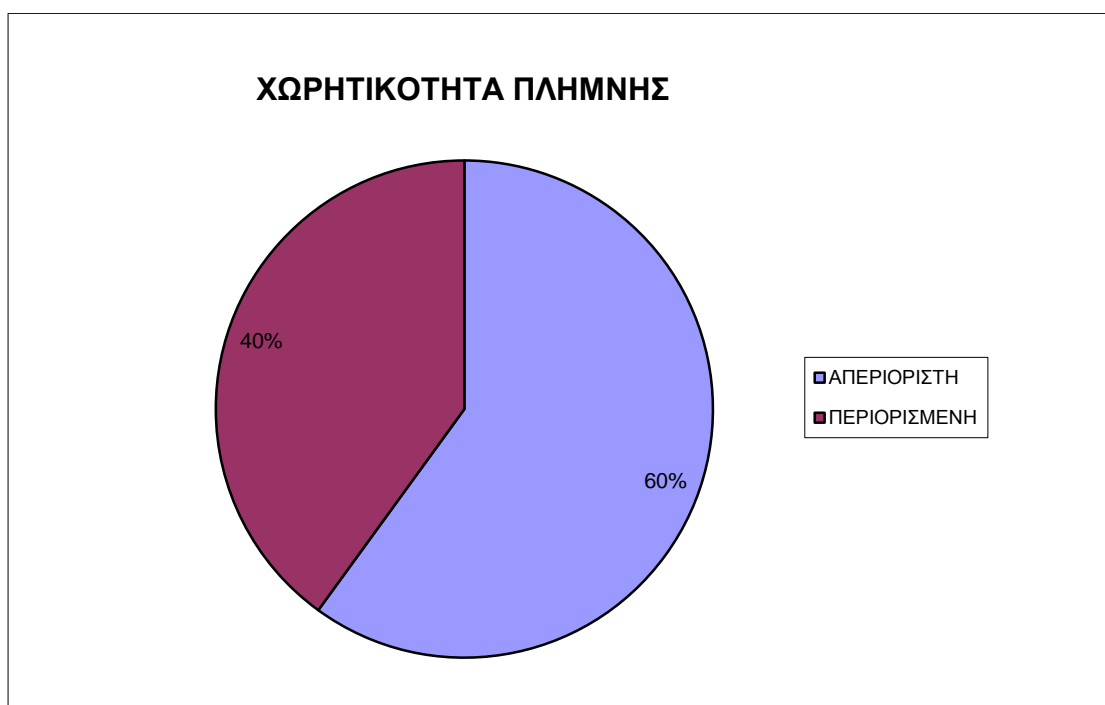
Η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης στα περισσότερα μοντέλα είναι κατά κύριο λόγο *minisum*, όπως μας δείχνει και το γράφημα 2. Το ποσοστό τους φτάνει στο 87% ενώ το ποσοστό των μοντέλων με μορφή αντικειμενικής συνάρτησης *minimax* είναι της τάξης του 13%. το αποτέλεσμα θεωρείται αναμενόμενο καθώς το μεγαλύτερο μέρος των ερευνητών έχει εστιάσει στην ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς που είναι και ο κύριος αντικειμενικός στόχος των μοντέλων *Minisum*. Απ την άλλη το θέμα της ελαχιστοποίησης του μεγίστου χρόνου ταξιδιού από μια πηγή σε ένα προορισμό που κατά κύριο λόγο εξετάζουν τα μοντέλα *Minimax* έχει λάβει μικρότερης προσοχής αλλά περιμένει ένα πεδίο που στο μέλλον θα αναπτυχτεί με σκοπό την βελτιστοποίηση των μοντέλων.



Γράφημα 2. Ποσοστά μορφής της αντικειμενικής συνάρτησης στα μοντέλα

### 6.3.3 Χωρητικότητα πλήμνης

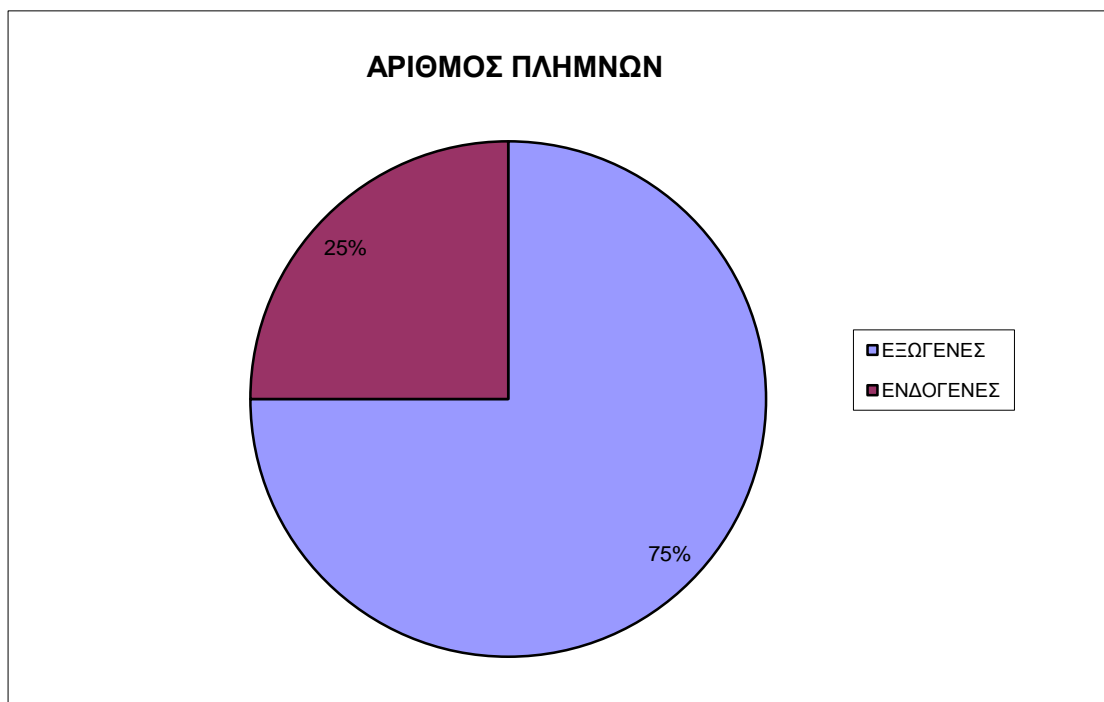
Η παράμετρος του περιορισμού χωρητικότητας των πλημνών έχει εισήχθη στην μαθηματική μοντελοποίηση των προβλημάτων το τελευταίο καιρό. Αποτελεί μια ρεαλιστική παράμετρο αν και δημιουργούσε θέματα πολυπλοκότητας φαίνεται ότι τα νέα μοντέλα σε μεγάλο ποσοστό τους τη συμπεριλαμβάνουν. Όπως διαφαίνεται και στο γράφημα 3 η πλειοψηφία των μοντέλων δεν την έχουν συμπεριλάβει καθώς όπως αναφέρθηκε είναι μια σχετικά νέα μεταβλητή. Το ποσοστό στα μοντέλα του μέλλοντος όπου θα θέτουν ένα συγκεκριμένο περιορισμό για τη χωρητικότητα είναι σίγουρο ότι θα αυξηθεί.



Γράφημα 3. Ποσοστά της χωρητικότητας πλήμνης στα μοντέλα

#### 6.3.4 Προσδιορισμός αριθμού πλημνών

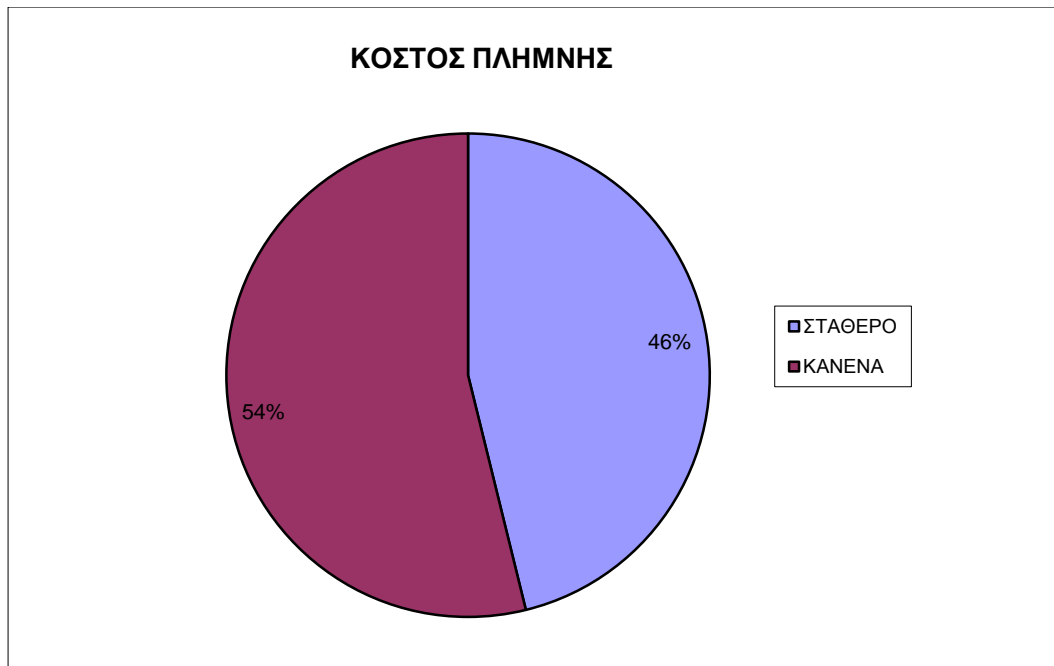
Στα περισσότερα μοντέλα που αναλύθηκαν ο αριθμός των πλημνών ήταν συγκεκριμένος και ορισμένος εξ αρχής. Στο παρακάτω γράφημα 4 γίνεται σαφές ότι το ποσοστό τους φτάνει στο 75% (εξωγενές μοντέλο), ωστόσο υπάρχει και ένα μικρό ποσοστό της τάξεως του 25% (ενδογενές μοντέλο) που ο αριθμός των πλημνών προκύπτει από την βελτιστοποίηση του μοντέλου.



Γράφημα 4. Ποσοστά με τον εξ αρχής προσδιορισμό αριθμό πλημνών.

#### 6.3.5 Κόστος χωροθέτησης μιας πλήμνης

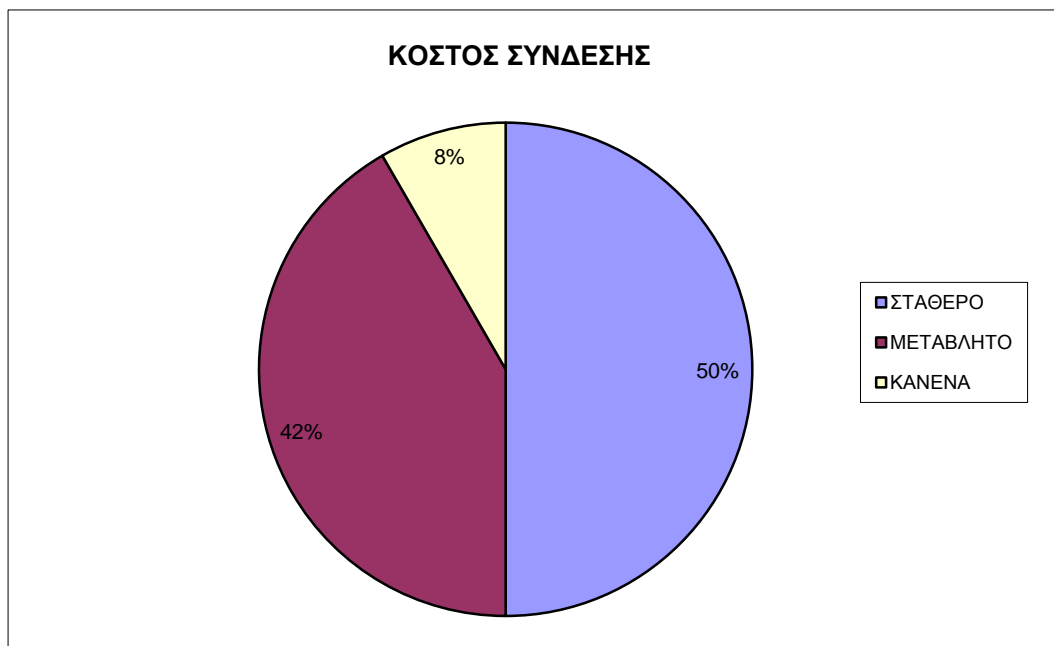
Άλλη μια παράμετρος που κάνει το υπό μελέτη πρόβλημα πιο σύνθετο είναι αυτό του κόστους χωροθέτησης ενός κόμβου πλήμνης. Τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν από τα μέσα της δεκαετίας του 2000 και περά θεωρούν αυτήν της παράμετρο, την εισαγάγουν στην αντικειμενική συνάρτησή τους με στόχο να προσεγγίσουν όσο το δυνατότερο την πραγματικότητα κάνοντας ρεαλιστικότερα τα μοντέλα που παρουσιάζουν. Το γράφημα 5 μας πληροφορεί ότι το ποσοστό του πάγιου κόστους παραμένει κάτω του 50 % αλλά θεωρείται βέβαιο ότι στο μέλλον θα αυξηθεί.



Γράφημα 5. Ποσοστά για το αν λαμβάνεται υπ όψιν το κόστος μιας πλήμνης .

### 6.3.6 Κόστος σύνδεσης σε μια πλήμνη

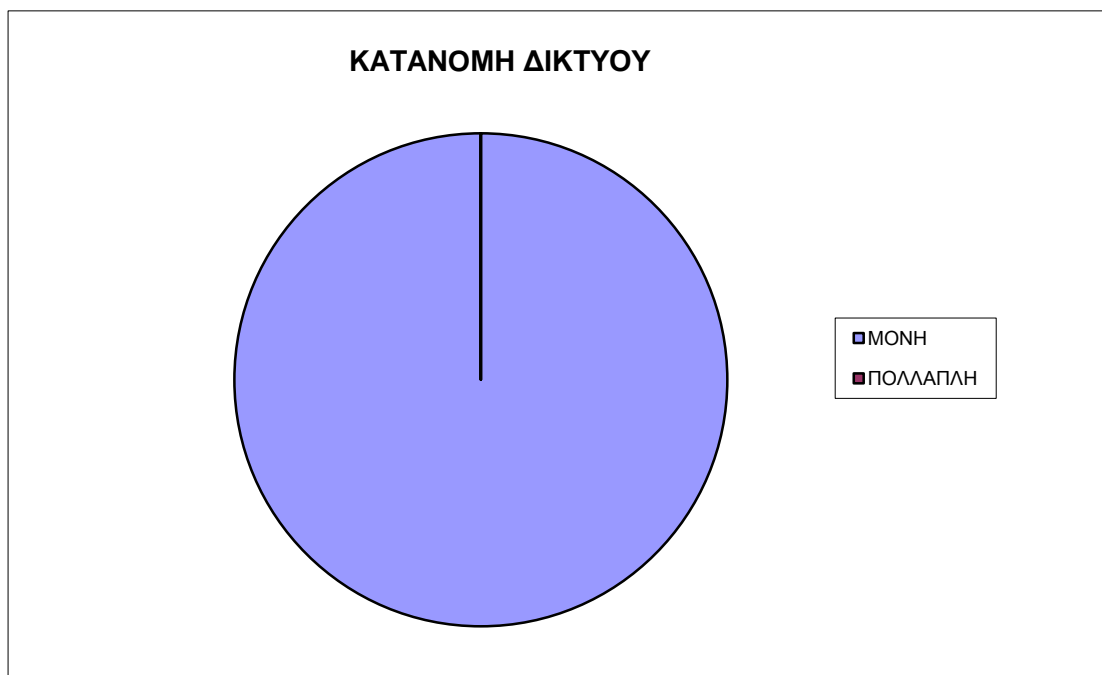
Το κόστος σύνδεσης ενός απλού κόμβου με ένα κόμβο πλήμνη σχεδόν σε όλα τα μοντέλα λαμβάνεται υπ όψιν. Απ το παρακάτω γράφημα 6 βλέπουμε ότι το ποσοστό όπου δεν συμπεριλαμβάνεται είναι πολύ μικρό, στο 8% των μοντέλων. Στις μισές ακριβώς περιπτώσεις 50%, η παράμετρος αυτή θεωρείται ως πάγια και σταθερή ενώ σε λιγότερες της τάξεως του 42% εξαρτάται από την απόσταση και υπολογίζεται ως μεταβλητό.



Γράφημα 6. Ποσοστά για το κόστος σύνδεσης ενός κόμβου με μία πλήμνη .

### 6.3.7 Κατανομή δικτύου

Τα μοντέλα που αναλύθηκαν λεπτομερώς στα πλαίσια αυτής της εργασίας είναι όλα μονής κατανομής κάτι άλλωστε που γίνεται ορατό και από το παρακάτω γράφημα 7.

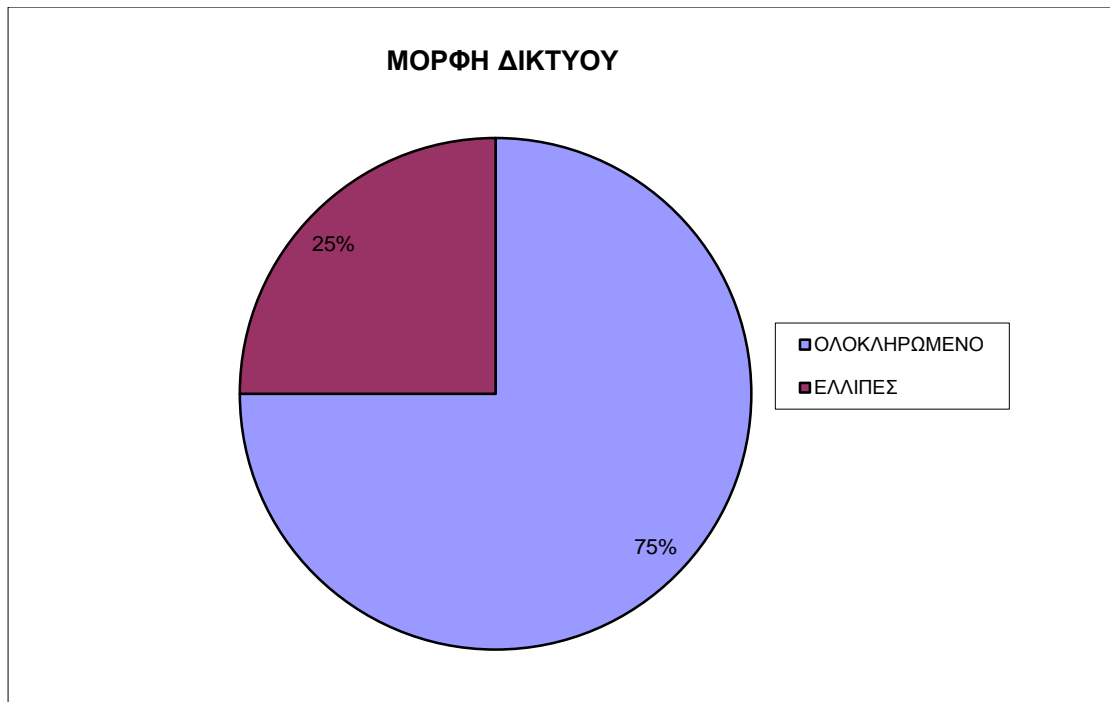


Γράφημα 7. Ποσοστά για την κατανομή του δικτύου.

### 6.3.8 Μορφή δικτύου

Η ανάπτυξη των μοντέλων που παρουσιάζουν ένα πιο χάλαιο δίκτυο αυτό του ελλιπούς αναπτύχθηκε και αυτό στα τέλη της δεκαετίας του 2000. Το κόστος φαίνεται να μειώνεται καθώς δεν υφίσταται απευθείας σύνδεση ανάμεσα σε όλα τα ζευγάρια μεταξύ πλημνών αλλά μονό σε αυτά με μεγάλη κυκλοφορία. Τα μοντέλα που αναλύσαμε όπως φαίνεται και από το γράφημα 8 δείχνουν ότι το 75% εξ αυτών είναι ολοκληρωμένα. Για να αποφανθούμε ποιο είναι πιο βέλτιστο δίκτυο χρήζει ακόμα περαιτέρω διερεύνησης καθώς αν και στο μη ολοκληρωμένο φαινομενικά διαφαίνεται μείωση του μεταφορικού κόστους εγείρονται ερωτήματα αποτελεσματικότητας και αποδοτικότητας του δικτύου.





Γράφημα 8. Ποσοστά για τη μορφή δικτύου των μοντέλων.

## **7 Εργαλεία για την επίλυση των προβλημάτων**

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τις βάσεις δεδομένων που χρησιμοποίησαν οι συγγραφείς στις μελέτες τους καθώς και σενάρια από πραγματικά αλλά και υποθετικά δίκτυα που αναλύθηκαν. Ακόμη παρουσιάζονται οι τεχνικές επίλυσης που χρησιμοποιήθηκαν.

### **7.1 Βάσεις δεδομένων και σενάρια μελέτης**

1 Επιτροπή Πολίτικης Αεροπλοΐας στις ΗΠΑ (Civil Aeronautics Board-CAB).

Μια από τις πιο διαδεδομένες βάσεις δεδομένων από όπου αντλούν παραδείγματα οι μελετητές για την ανάλυση των μοντέλων τους. Συνίσταται από μια λίστα πόλεων των ΗΠΑ καθώς και μετρήσεις της κίνησης που έγιναν το 1970 σε επιβατικές αεροπορικές εταιρείες. Ο Klincewitz (1991) χρησιμοποίησε παραδείγματα των 10, 15, 20, 25 κόμβων. Ακριβώς τα ίδια παραδείγματα ανέλυσαν ο Rodnar κ.α (2002), όπως και οι Elhendli και Hu (2005). Άλλοι που χρησιμοποίησαν την ίδια βάση είναι ο Yaman κ.α (2007) με το παράδειγμα των 25 κόμβων, όπως και ο Alumur κ.α. (2009), και Alumur κ.α. (2012). Ο Carik κ.α (2009) από τη μεριά τους χρησιμοποίησαν παράδειγμα με 10, 15 , 20 κόμβους αντίστοιχα.

2 Δίκτυο περιοχής των Άλπεων

Ένα από τα πιο κρίσιμα δίκτυα μεταφορών για τη δυτική Ευρώπη είναι αυτό των Άλπεων. Αποτελείται από 32 σταθμούς και είναι ένα από τα μεγαλύτερα διεθνή δίκτυα μεταφοράς εμπορευμάτων. Στην εργασία τους οι Racunica και Wynter (2005) χρησιμοποίησαν αυτό το δίκτυο για να τρέξουν το μοντέλο που πρότειναν.

3 Βιβλιοθήκη OR

Μια από τις μεγαλύτερες βιβλιοθήκες με παραδείγματα από τη πραγματική ζωή είναι αυτή της επιχειρησιακής ερευνάς. Αποτελείται από εκατοντάδες παραδείγματα. Ο Yaman και ο Garello (2005) στη μελέτη τους χρησιμοποίησαν παραδείγματα από αυτή τη βιβλιοθήκη. Αυτά τα παραδείγματα είχαν αντίστοιχα 12, 17 και 49 κόμβους.

#### 4 Αυστραλιανό ταχυδρομικό δίκτυο. (Australian Post- AP).

Το ταχυδρομικό δίκτυο της Αυστραλίας έχει τύχει και αυτό μεγάλης προσοχής από τους ερευνητές. Αποτελείται από 50 κόμβους και καταλαμβάνει και αυτό σχεδόν όλη την επικράτεια της Αυστραλίας. Εργασίες που στα πλαίσια τους χρησιμοποιήθηκε αυτό το δίκτυο στην πλήρη ανάπτυξη του (50 κόμβοι ) αλλά και τμηματικά ( παραδείγματα των 10, 20, 30 ,40 κόμβων) είναι αυτές των De Camargo κ.α. (2011) και Yaman και Garello (2005).

#### 5 Τουρκικό δίκτυο μεταφορών

Άλλο ένα εξίσου συνηθισμένο δίκτυο που χρησιμοποιούν οι συγγραφείς είναι αυτό του Τούρκικου δικτύου μεταφορών. Αποτελεί μια πραγματική αποτύπωση του δικτύου και αποτελείται από 81 πόλεις κόμβους που καλύπτουν σχεδόν όλες τις περιοχές της Τουρκίας. Εργασίες που ανέπτυξαν το μοντέλο τους και έκαναν υπολογισμούς με αυτό το δίκτυο είναι των Yaman κ.α (2007), Alumur κ.α. (2009), Carik κ.α (2009), Alumur κ.α. (2012). Μάλιστα σε αυτές τι εργασίες έγινε και παράλληλα σύγκριση με τα αποτελέσματα που εξήχθησαν για τη βάση δεδομένων του CAB.

#### 6 Τοπολογίες δικτύων ιντερνέτ

Ο Garoppo κ.α (2013) για να αναλύσουν το μοντέλο που ανέπτυξαν σχετικά με την εξοικονόμηση ενέργειας σε υποδομές διαδικτύου, χρησιμοποίησαν τις πραγματικές τοπολογίες δικτύων που είναι : η Ευρωπαϊκή παρμένη από την βιβλιοθήκη Simple Network Description όπως και οι Exodus (US), Ebone (EU), Abovenet (Australia) και Sprintlink (US) που προέρχονται από τη βάση δεδομένων Rocketfuel.

#### 7 Υποθετικά παραδείγματα

Εκτός από τα πραγματικά παραδείγματα πολλοί ερευνητές χρησιμοποίησαν και υποθετικά παραδείγματα ώστε να αναλύσουν την επιτυχία των αλγορίθμων και των μοντέλων που πρότειναν. Ο Klinecwitz (1991) θέλοντας να αναλύσει και ένα μεγαλύτερου βεληνεκούς πρόβλημα από το CAB δημιούργησε ένα παράδειγμα δικτύου με 52 κόμβους. Επίσης ο Qin κ.α. (2009) για να θέσουν σε εφαρμογή το μοντέλο της διαχείρισης αποθεματικού που ανέπτυξαν δημιούργησαν ένα υποθετικό παράδειγμα με δεδομένα 20 υποψήφια LNs, 50 λιανοπωλητές και 5 εμπορεύματα. Επιπροσθέτως ο Contreras κ.α. (2012) δημιούργησαν δίκτυα με ένα ευρύ φάσμα κόμβων ( από 10-100) για να βγάλουν αποτελέσματα. Τέλος ο Shankar κ.α.(2013) δημιούργησαν την υποθετικό σενάριο μελέτης μιας εφοδιαστικής αλυσίδας τεσσάρων επίπεδων που αποτελείται από 3 προμηθευτές, 5 εργοστάσια, 6 κέντρα διανομής και 7 κέντρα εξυπηρέτησης πελατών.

## 7.2 Τεχνικές επίλυσης

Για την επίλυση των διαφόρων μοντέλων που παρουσιάστηκαν, αναπτύχθηκαν διάφοροι αλγόριθμοι. Παρακάτω παρουσιάζονται οι κυριότεροι που βοήθησαν στην απλούστευση και πιο έγκυρη αντιμετώπιση των υπό μελέτη προβλημάτων.

Ευρετικές μεθόδους μονής και διπλής ανταλλαγής καθώς και μεθόδους συσσώρευσης ανέπτυξε ο Klincewitz (1991) για την επίλυση του γενικού προβλήματος χωροθετησης  $p$ -πλημνών [p-hub location problem (p-HLP)]. Χρησιμοποιώντας μεθόδους ανταλλαγής ο ερευνητής προσπαθεί να βρει τα σύνολα πλημνών που υπόσχονται κάποια βελτίωση σε σχέση με το αρχικό βέλτιστο. Συγκριμένα λαμβάνοντας υπ όψιν ένα δεδομένο σύνολο  $p$ -πλημνών ερευνώνται περισσότερο τα σύνολα που διαφέρουν σε μια ή δυο θέσεις πλημνών σε σχέση με το αρχικό βέλτιστο. Έτσι αποφασίζεται η ανταλλαγή είτε μονή είτε διπλή τοποθεσιών βασιζόμενη σε ένα μετρό τοπικής βελτίωσης. Το τοπικό μετρό βελτίωσης που χρησιμοποιείται καθορίζει την μείωση του κόστους στην αντικειμενική συνάρτηση εάν ένας κόμβος  $q$  απλά αντικαταστήσει ένα κόμβο  $r$  ως πλήμνη, με τις υπόλοιπες συνδέσεις να παραμένουν ίδιες. Αυτή είναι σαφέστατα μια συντηρητική εκτίμηση μείωσης, δεδομένου ότι οι νέες τοποθεσίες μπορούν να οδηγήσουν και σε περαιτέρω μείωση κόστους. Οι μέθοδοι συγκέντρωσης ακολουθούν μια διαφορετική προσέγγιση. Αρχικά συγκεντρώνουν τους κόμβους σε  $p$ -ομάδες, έπειτα επιλέγουν μια θέση πλήμνης για κάθε ομάδα. Από τη στιγμή που οι τοποθεσίες των πλημνών δεν είναι γνωστές υπολογίζεται το κέντρο βάρους της κάθε ομάδας. Η τοποθεσία του κόμβου που βρίσκεται πιο κοντά στο κέντρο της μάζας της κάθε ομάδας επιλέγεται ως πλήμνη.

Ευρετικές μεθόδους μείωσης των μεταβλητών απόφασης ανέπτυξαν οι Racunica και Wynter (2005) στη μελέτη τους για να επιλύσουν το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης άνευ χωρητικότητας με γενικές δαπάνες ροής [Uncapacitated hub location model with general flow costs (UHLM-G)]. Κάνουν χρήση των πολυεδρικών ιδιοτήτων του γραμμικού προβλήματος χωροθετησης πλήμνης και λύνουν το πρόβλημα ως ένα μονό μεγάλο μεικτού ακέραιου προγραμματισμού. Ο αριθμός των δυαδικών μεταβλητών που συνδέονται με τα κομμάτια των τμηματικά γραμμικών καμπυλών είναι πολύ μεγάλος. Προκειμένου να προσεγγιστεί ακριβώς κάθε κοίλη καμπύλη δαπανών είναι απαραίτητο να επιβληθεί ο περιορισμός ότι το δεύτερο κομμάτι κάθε τμηματικά γραμμικής συνάρτησης είναι ίσο με 1, εάν είναι και το πρώτο ίσο με 1 και ομοίως για το τρίτο κομμάτι και ούτω καθεξής και για τα υπόλοιπα. Έπειτα για να λυθεί το μοντέλο έχουν επινοήσει μια προσεγγιστική μέθοδο που δίνει λύση σε μια ακολουθία χαλαρωμένων υποπροβλημάτων. Με αυτή τη τεχνική μειώνονται οι ελεύθερες μεταβλητές, αναγκάζοντας τα αρχικά κομμάτια να είναι 1 επιτρέποντας μονό στο τελευταία να είναι κλασματικό, όπως θα έπρεπε να συμβεί.

Οι Yaman και Carello (2005) ανέπτυξαν έναν αλγόριθμο που έχει ως στόχο την αποσύνθεση του προβλήματος σε δυο υποπροβλήματα, αυτό της χωροθετησης των πλημνών, και αυτό της αντιστοίχισης των απλών κόμβων με πλήμνες. Στην ευρετική μέθοδο που παρουσιάζεται το πρώτο υποπρόβλημα λύνεται μέσω της tabu ερευνάς που εφαρμόζεται για να βρεθεί το καλύτερο σύνολο πλημνών. Για να ολοκληρωθεί η λύση, που αντιπροσωπεύεται από ένα σύνολο πλημνών, και για να υπολογιστεί η αντικειμενική άξια, όλοι οι τερματικοί κόμβοι θα πρέπει να αντιστοιχιστούν. Στο κομμάτι της ερευνάς tabu, για κάθε γειτονική τοποθεσία, οι αντιστοιχίσεις καθορίζονται με τη βοήθεια ενός <<άπληστου>> αλγορίθμου (greedy). Στη συνέχεια κατά τη λύση του δευτέρου προβλήματος γίνεται μια τοπική ερευνά για τα 20 καλύτερα σύνολα πλημνών που έχουν εξήχθη από την tabu ερευνά για να βελτιωθεί η λύση του προβλήματος αντιστοίχισης που έχει υπολογιστεί από τον άπληστο αλγόριθμο. Έτσι γίνεται δυνατό να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής με συγκεκριμένη χωρητικότητα και χωρητικότητες συνδέσεων [Capacitated Single Assignment Hub Location Problem with Modular Link Capacities (CSHLP-C)].

Ο Calik κ.α. (2009) ανέπτυξαν μια ευρετική μέθοδο που στηρίζεται στη tabu ερευνά για να αντιμετωπίσει το ελλιπές πρόβλημα χωροθετησης κάλυψης [incomplete hub covering problem (IHCP)]. Αυτή η μέθοδος περιλαμβάνει φάσεις κατασκευής και βελτίωσης. Στην αρχή ο αλγόριθμος παίρνει ως δεδομένο ένα σύνολο πλημνών και κατανέμει τους υπόλοιπους κόμβους στις πλήμνες σχεδιάζοντας έτσι ένα δίκτυο. Στην πραγματικότητα ο αλγόριθμος δεν ξεκινά με μια εφικτή και αποτελεσματική λύση αλλά με μια μερική, δηλαδή, ένα σύνολο πλημνών, το οποίο δεν εγγυάται μια εφικτή λύση κατανομής. Κατά τη διάρκεια της φάσης κατασκευής τρεις διαφορετικές μέθοδοι βασισμένες σε διαφορετικές στρατηγικές κατανομής χρησιμοποιούνται. Σε καθεμία από αυτές τις στρατηγικές εφικτές λύσεις αναζητούνται για το αρχικά πλήρες δίκτυο. Όταν μια εφικτή λύση βρεθεί, στη φάση της βελτίωσης, συνδέσεις μεταξύ πλημνών που δεν οδηγούν σε βελτιστοποίηση του δικτύου απομακρύνονται από το δίκτυο ώστε να γίνει πιο αποτελεσματικό και αποδοτικό. Έτσι δημιουργείται ένα βέλτιστο ελλιπές δίκτυο.

Ο Qin κ.α.(2009) κατασκεύασαν έναν αλγόριθμο δυο επίπεδων, τον <<συνδυασμό προσομοιωμένης απόκτησης>> [combined simulated annealing (CSA)] που διαχωρίζεται σε δυο επίπεδα τον εξωτερικό (outer layer algorithm-OLA) και τον εσωτερικό (inner layer algorithm-ILA). Ο εξωτερικός βελτιστοποιεί τις αποφάσεις χωροθετησης και ο εσωτερικός βελτιστοποιεί την κατανομή της ζήτησης βάση των αποτελεσμάτων του εξωτερικού. Με αυτό τον αλγόριθμο δίνουν λύση στο πρόβλημα σχεδίασης δικτύου εφοδιασμού πολλαπλών εμπορευμάτων [Multi-Commodity Logistics Network Design Problem (MCLNP)]

Στην εργασία τους ο Camargo κ.α (2011) προτείνουν τον συνδυασμό δυο γνωστών αλγορίθμων, αυτό της εξωτερικής προσέγγισης (Outer Approximation-OA) και της αποσύνθεσης του Benders (Benders Decomposition-BD). Αυτές οι δυο μέθοδοι είναι επαναληπτικές τεχνικές με χειρισμούς που κάνουν ανακύκλωση μεταξύ των λύσεων ενός κυρίου χαλαρωμένου προβλήματος και ενός υποπροβλήματος. Το πρώτο, ένα πρόβλημα μεικτού ακεραίου προγραμματισμού, παρέχει χαμηλά όρια για την βέλτιστη λύση, ενώ το δεύτερο, ένα γραμμικό πρόβλημα, επιτρέπει περικοπές που εμπλουτίζουν το κύριο πρόβλημα σε κάθε επανάληψη. Όπως έχει αποδειχτεί τα χαμηλά όρια που απορρέουν από την OA μέθοδο είναι καλύτερα η έστω ίσα με τη μέθοδο BD, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα τις λιγότερες επαναλήψεις για να επιτευχτεί η σύγκλιση. Ωστόσο αυτά τα όρια παρέχονται στο κύριο παράβλημα με έναν αριθμό από μεταβλητές και περιορισμούς μεγαλύτερο από ότι παρέχει η μέθοδος BD. Συνεπώς το μεγαλύτερο παράδειγμα που μπορεί να επιλύσει η μέθοδος OA είναι μικρότερο από αυτό στο οποίο μπορεί να δώσει λύση η μέθοδος BD. Έτσι συνδυάζοντας αυτές τις δυο μεθόδους προκύπτει μια υβριδική μέθοδος που είναι σε θέση να δώσει λύση στο πρόβλημα χωροθετησης πλήμνης μονής κατανομής υπό συμφόρηση [Single allocation hub location problem under congestion (SAHLPC)].

Ο Alumur κ.α. (2012) προτείνουν μια απλή ευρετική μέθοδο για την επίλυση του προβλήματος χωροθετησης πλήμνης και σχεδιασμός δικτύου με πολλαπλά μέσα μεταφοράς [multimodal hub location and hub network design problem (MHLNDP)].

Ο Shankar κ.α. (2013) χρησιμοποιούν και προσαρμόζουν στο μοντέλο που έχουν αναπτύξει, έναν αρκετά διαδεδομένο αλγόριθμο, αυτό της βελτιστοποίησης ενός σμήνους σωματιδίων (Particle Swarm Optimization-PSO). Αυτός ο αλγόριθμος βασίζεται στην συμπεριφορά πληθυσμών που έχουν ένα κοινό στόχο, όπως για παράδειγμα στη φύση που τα πουλιά όταν ψάχνουν για τροφή. Με επικοινωνία και κοινή συνεργασία αναζητούν και βρίσκουν την τροφή τους. Σε αυτόν τον αλγόριθμο κάθε σωματίδιο- άτομο αντιπροσωπεύει μια λύση στο n-διαστατό χώρο. Επίσης κάθε άτομο γνωρίζει από την εμπειρία που έχει αποκτήσει την βέλτιστη λύση που έχει βρεθεί από ολόκληρο το σμήνος.

Έτσι κάθε άτομο επαναπροσδιορίζει την κατεύθυνση του χρησιμοποιώντας τις παρακάτω εξισώσεις:

$$v_{ij} = w \cdot v_{ij} + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_{ij} - x_{ij}) + c_2 \cdot r_2 \cdot (p_{gj} - x_{ij})$$

$$x_{ij} = x_{ij} + v_{ij}$$

όπου το  $w$  είναι ο παράγοντας αδράνειας που επηρεάζει τις τοπικές και τις σφαιρικές δυνατότητες του αλγορίθμου,  $v_{ij}$  είναι η ταχύτητα του ατόμου  $i$  στη  $j$ -διάσταση,  $c_1$  και  $c_2$  είναι βάρη που έχουν επιπτώσεις σε γνωστικούς και κοινωνικούς παράγοντες,  $r_1$  και  $r_2$  είναι ομοιόμορφες τυχαίες μεταβλητές

μεταξύ 0 και 1, και δυο τυχαίες τιμές παράγονται ανεξάρτητα,  $p_{ij}$  είναι η βέλτιστη τιμή που βρίσκεται από το άτομο  $i$ , και  $p_{gj}$  δηλώνει την βέλτιστη σφαιρική τιμή που βρίσκεται από όλο το σμήνος. Όταν η ταχύτητα επαναπροσδιορίζεται η νέα θέση  $i$  στη  $j$ -διάσταση υπολογίζεται. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε διάσταση και για όλα τα άτομα του σμήνους. Τελικά το σμήνος συνολικά, όπως ένα σμήνος από πουλιά, είναι πιθανό να κινηθεί κοντά στη βέλτιστη θέση. Ο αλγόριθμος αυτός είναι πολύ δημοφιλής λόγω της απλότητας που επιδεικνύει και λόγω της γρήγορης σύγκλισης στη βέλτιστη λύση. Έτσι αυτός ο αλγόριθμος βρίσκει ένα σύνολο πιθανών λύσεων. Με αυτό το τρόπο αναλύεται το δίκτυο της εφοδιαστικής αλυσίδας (Supply Chain Network-SCN). Στο παρακάτω πινάκα φαίνονται συνοπτικά οι τεχνικές επίλυσης για το κάθε πρόβλημα.

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΟΜΒΩΝ
Klincewitz (1991)	(HLP)	Clustering and Double-Exchange Heuristics	25
Racunica και Wynter (2005)	(UHLM-G)	Variable Reduction Heuristic	32
Yaman και Carello (2005)	(CSHLP-C)	Tabu search and Local search Heuristic	49
Calik κ.α. (2009)	(IHCP)	Tabu search based algorithm	81
Qin κ.α.(2009)	(MCLNP)	Combined Simulated Annealing (CSA)	20
Camargo κ.α (2011)	(SAHLPC)	Outer-Approximation Benders Decomposition Algorithm	200
Shankar κ.α. (2013)	(SCN)	Particle Swarm Optimization(PSO)	-

Πίνακας 4. Συνοπτική παρουσίαση τεχνικών επίλυσης των μοντέλων.

## 8 Συμπεράσματα

Κύριος στόχος αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η λεπτομερής μελέτη και η εκτενής αξιολόγηση μοντέλων σχεδιασμού δικτύων μεταφορών. Ειδικότερα στην εισαγωγή παρουσιάζονται τα κυριότερα προβλήματα βελτιστοποίησης της επιχειρησιακής ερευνάς εστιάζοντας περαιτέρω στα προβλήματα ακέραιου, γραμμικού αλλά και μη-γραμμικού προγραμματισμού. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα πολύ σημαντικό θέμα της επιχειρησιακής ερευνάς, αυτό της ανάλυσης της χωροθετησης που κύριος στόχος του είναι η εύρεση της κατάλληλης τοποθεσίας για την εγκατάσταση των απλών κόμβων αλλά και των κόμβων πλημνών που αποτελούν τις κρίσιμες θέσεις για τα δίκτυα μεταφορών. Όπως αναλύθηκε και παραπάνω τα διακριτά σε σχέση με τα συνεχή προβλήματα παρουσιάζουν το ρεαλισμό που απαιτεί η αντιμετώπιση πραγματικών προβλημάτων σχεδιασμού δικτύων.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η λεπτομερής μελέτη ενός πολύ μεγάλου επιστημονικού έργου που έχει συντελεστεί από ένα πλήθος διακεκριμένων επιστημόνων. Ένα ποσό της τάξης των ογδόντα εργασιών μελετώνται. Οι σημαντικότερες εξ αυτών παρουσιάζονται εκτενώς. Η φιλοσοφία που ακολουθήθηκε για την επιλογή και την αναλυτική παρουσίαση κάποιων εξ αυτών ήταν η σημαντικότητα, η διαφορετικότητα σε σχέση με άλλες καθώς και η πολυπλοκότητα που προσδίδουν στο πρόβλημα που παρουσιάζουν. Οι περισσότερες έχουν εκπονηθεί τα τελευταία χρόνια καθώς με την έκρηξη της τεχνολογίας και την ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων οι μελετητές έχουν περισσότερα εργαλεία για να αντιμετωπίζουν προβλήματα πιο σύνθετα με πολλούς και σημαντικούς παραμέτρους σε πολύ μικρότερο χρόνο. Ακόμη οι εργασίες των τελευταίων ετών είναι <<επικαιροποιημένες>> και ως προς την αντικειμενική τους συνάρτηση αλλά τους περιορισμούς αυτής. Βεβαία έχουν παρατεθεί και εργασίες που θεωρούνται θεμελιώδεις καθώς δίνουν τους ορισμούς των προβλημάτων και των παραμέτρων αυτών καθώς και μορφές αντικειμενικών συναρτήσεων που θεωρούνται οι βάσεις για τις μεταγενέστερες εργασίες.

Έχει γίνει ιδιαίτερη μνεία σε σημαντικές παραμέτρους του προβλήματος της βελτιστοποίησης στο σχεδιασμό δικτύων μεταφοράς όπως είναι αυτή της συμφόρησης. Επίσης αναπτύσσονται εργασίες με πολλαπλές εφαρμογές καλύπτοντας έτσι μια ευρεία γκάμα εφαρμογών. Άλλωστε ο Όρος δίκτυα μεταφοράς χρησιμοποιείται με την διευρυμένη έννοια του περιλαμβάνοντας όχι μόνο κλασικά δίκτυα μεταφορών κάποιου φορτίου αλλά και δίκτυα διαχείρισης αποθεματικού, μοντέλα εφοδιαστικής αλυσίδας και δίκτυα που κύριος στόχος τους είναι η προστασία του περιβάλλοντος μειώνοντας στο ελάχιστο δυνατό τη κατανάλωση ενέργειας.

Έπειτα τα μοντέλα των εργασιών αξιολογούνται με συγκεκριμένα κριτήρια. Αυτά είναι το έτος δημοσίευσης τους, όπου συμπεραίνεται ότι η



δραστηριότητα και το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας όσο περνούν τα έτη γίνεται όλο και πιο ζωντανό. Επίσης αναδεικνύονται τα περιοδικά όπου έχουν ρίξει το μεγαλύτερο βάρος στην ανάδειξη τέτοιων εργασιών, καθώς και προβάλλονται οι έως τώρα αναφορές για κάθε εργασία που αναλύθηκαν παραπάνω. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι οι εργασίες που έχουν επιλεγεί για πλήρη ανάλυση θεωρούνται ως άκρως σημαντικές αφού έχουν ήδη πολλές αναφορές αλλά και οι νεότερες είναι σίγουρο ότι θα τύχουν ενδελεχώς μελέτης από πολλούς αναγνώστες στο μέλλον.

Ακολούθως απουσιάζονται οι πολλαπλές εφαρμογές των μοντέλων παρατηρώντας το διευρυμένο πλαίσιο εφαρμογών που μπορούν να εφαρμοστούν. Περαιτέρω γίνεται μια κατηγοριοποίηση των μοντέλων της αναλυτικής μελέτης ανάλογα με τις παραδοχές τους και προβάλλονται σε μορφή εγχειριδίου συστηματοποιημένα παρουσιάζοντας για το καθένα οι εισοδοί και οι έξοδοι καθώς και οι αντικειμενικές συναρτήσεις τους όπως και οι περιορισμοί τους. Εξάγονται ποσοτικά διαγράμματα- γραφήματα για κάθε κατηγορία παραδοχών και αναπτύσσονται τα αποτελέσματα για το καθένα. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η μονή κατηγορία που θα έπρεπε ίσως να τύχει μεγαλύτερης προσοχής θα ήταν τα πρότυπα πολλαπλής κατανομής έχοντας για τις άλλες κατηγορίες άκρως ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Επιπροσθέτως δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στις βάσεις δεδομένων και τα σενάρια μελέτης βλέποντας και άδω ότι μελετώνται μερικά από τα πιο κύρια δίκτυα παγκοσμίως καταδεικνύοντας έτσι για μια άλλη φορά τη σημαντικότητα των επιλεγμένων εργασιών. Τέλος γίνεται πλήρης ανάλυση και καταγραφή των τεχνικών επίλυσης δηλαδή των αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν από τον εκαστοτε μελετητή για την επίλυση του κάθε μοντέλου βελτιστοποίησης.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να αναφέρουμε ότι αυτή η εργασία αποτελεί μια πλήρη ερευνά στη βελτιστοποίηση δικτύων και θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί από μελετητές του μέλλοντος που θα ήθελαν να έχουν μια εικόνα σχετικά με το υπάρχον επιστημονικό έργο στο καίριο ζήτημα της ανάπτυξης βέλτιστων δικτύων εστιάζοντας σε δίκτυα μεταφοράς.

## Βιβλιογραφία

Antonakopoulos S, Fortune S, Zhang L. Power-aware routing with rate-adaptive network elements. In: Proceedings of the 3rd international workshop on green communications (GreenComm3); 2010. p. 1428–32.

Aykin, T. (1990), "On 'A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities'", *European Journal of Operational Research* 46, 409-411.

Aykin, T. (1991a), "Networking policies for hub-and-spoke systems with application to the air transportation system", Unpublished paper.

Aykin, T., and Brown, G.F, (1992), "Interacting new facilities and location-allocation problems", *Transportation Science* 26, 212-222

Alumur, S., Kara, B.Y., 2008b. A hub covering network design problem for cargo applications in Turkey. *Journal of the Operational Research Society*, doi:10.1057/jors.2008.92

Alumur S, Bahar Y. Kara, Oya E. Karasan “The design of single allocation incomplete hub networks” *Transportation Research Part B: Methodological*, Volume 43, Issue 10, December 2009, Pages 936-951

Alumur, S., Kara, B.Y, Karasan O, “Multimodal hub location and hub network design”, *Omega*, Volume 40, Issue 6, December 2012, Pages 927-939

Bryan D. Extensions to the hub location problem: Formulation and numerical examples, *Geographical Analysis* 30 (4) (1998) 315-330.

Bianzino A, Chaudet C, Larroca F, Rossi D, Rougier J. Energy-aware routing: a reality check. In: Proceedings of the 3rd international workshop on green communications (GreenComm3); 2010. p. 1422–7.

Bontekoning YM, Macharis C, Trip JJ. Is a new applied transportation research field emerging? A review of intermodal rail–truck freight transport literature *Transportation Research Part A* 2004;38:1–34.

Boland N, Ebery J, Ernst A, Krishnamoorthy M. The capacitated multiple allocation hub location problem: formulation and algorithms. *European Journal of Operational Research* 2000;120:614–31.

Calik H, Alumur S, Kara B, Karasan B “A tabu-search based heuristic for the hub covering problem over incomplete hub networks” *Computers & Operations Research*, Volume 36, Issue 12, December 2009, Pages 3088-3096

Campbell J.F, “Integer programming formulations of discrete hub location problems” *European Journal of Operational Research*, Volume 72, Issue 2 , January 1994, Pages 387-405

Campbell JF, Stiehr G, Ernst AT, Krishnamoorthy M. Solving hub arc location problems on a cluster of workstations. *Parallel Computing* 2003;29:555–74.

Campbell, J.F., Ernst, A.T., Krishnamoorthy, M., 2005a. Hub arc location problems: Part I–Introduction and Results. *Management Science* 51 (10), 1540–1555.

Campbell, J.F., Ernst, A.T., Krishnamoorthy, M., 2005b. Hub arc location problems: Part II–formulations and optimal algorithms. *Management Science* 51 (10), 1556–1571.

Camargo R.S, G. Miranda Jr., R. Ferreira, H.P. Luna, Multiple allocation hub and-spoke network design under hub congestion, *Computers and Operations Research* 36 (2009) 3097–3106.

Camargo R.S, G. Miranda Jr., H.P. Luna, Benders Decomposition for hub location problems with economies of scale, *Transportation Science* 43 (2009) 86–97

Camargo R.S, Gilberto de Miranda Jr., Ricardo P.M. Ferreira ”A hybrid Outer approximation/ Benders decomposition for the single allocation hub location problem under congestion” *Operations Research Letters*, Volume 39, Issue 5, September 2011, Pages 329-337

Candas M F, Kutanoglu E. Benefits of considering inventory in service parts logistics network design problems with time-based service constraints. *IIE Transactions*, 2007, 39(2): 159–176

Cánovas L, García S, Marín A. Solving the uncapacitated multiple allocation hub location problem by means of a dual-ascent technique. *European Journal of Operational Research* 2007;179:990–1007.

Carello G, Della Croce F, Ghirardi M, Tadei R. Solving the hub location problem in telecommunication network design: a local search approach. *Networks*, 2004, to appear.

Chabarek J, Sommers J, Barford P, Estan C, Tsiang D, Wright S. Power awareness in network design and routing. In: *Proceedings of the 27th IEEE conference on computer communications (INFOCOM 2008)*; 2008. p. 457–65.

Ghamlouche I, Crainic TG, Gendreau M. Cycle-based neighbourhoods for fixed-charge capacitated multicommodity network design. *Operations Research* 2003;51(4):655–67.

Chiaraviglio L, Mellia M, Neri F. Minimizing ISP network energy cost: formulation and solutions. *IEEE/ACM Transactions on Networking* 2011;PP(99): 1–14.

Chen, Cheng-Liang, & Lee, Wen-Cheng (2004). Multi-objective optimization of multi-echelon supply chain networks, with uncertain product demands and prices. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 1131–1144.

Chen JF. A hybrid heuristic for the uncapacitated single allocation hub location problem. *Omega* 2007;35:211–20

Chung, S.-H., Myung, Y.-S., and Tcha, D.-W. (1992) ‘Optimal design of a distributed network with a two-level hierarchical structure’. *European Journal of Operational Research*. 62, pp. 105-115

Cordeau J-F, Pasin F, Solomon MM. An integrated model for logistics network design. *Annals of Operations Research* 2006;144:59–82.

Contreras I, Fernandez E and Reinelt G “Minimizing the maximum travel time in a combined model of facility location and network design”, *Omega*, Volume 40, Issue 6, December 2012, Pages 847-860

Costa A, Franca PM, Lyra Filho C. Two-level network design with intermediate facilities: an application to electrical distribution systems. *Omega* 2011;39:3–13.

Crainic, T.G., 2000. Service network design in freight transportation. *European Journal of Operations Research* 122,272–288.

Crainic TG, Kim KH. Intermodal transportation. In: Barnhart C, Laporte G, editors. *Transportation*. Amsterdam: North Holland; 2007.

Daskin MS, Hurter AP, Van Buer MG. Toward an integrated model of facility location and transportation network design. Working Paper. Evanston, IL, USA: The Transportation Center, Northwestern University; 1993.

De Palma A, Marchal F, From W. Vickrey to large-scale dynamic traffic models. Paper presented at the European Transport Conference, Loughborough University, UK, 1998

Duran M.A. , I.E. Grossmann, An Outer-Approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs, *Mathematical Programming* 36 (1986) 307.

Elhedhli S., H. Wu, A lagrangean heuristic for hub-and-spoke system design, *INFORMS Journal on Computing* 22 (2) (2010) 282–296.

Elhendli S and Hu F.X, “Hub-and-spoke network design with congestion” *Computers & Operations Research*, Volume 32, (2005), Pages 1615-1632

Ernst A, Krishnamoorthy M. Solution algorithms for the capacitated single allocation hub location problem. *Annals of Operations Research* 1999;86:141–59

Ernst A, Krishnamoorthy M, Exact and heuristic algorithms for the Uncapacitated multiple allocation p-hub median problem, *European Journal of Operational Research* 104 (1998) 100-112.

Ernst A, Hamacher H, Jiang H, Krishnamoorthy M, Woeginger G. Uncapacitated single and multiple allocation p-hub center problems. Unpublished Report, CSIRO Mathematical and Information Sciences, Australia; 2002.

Fletcher R, S. Leyfer, Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation, *Mathematical Programming* 66 (1994) 327

Gillen D, Levinson D. The full cost of air travel in the California corridor. Presented in the 78th Annual meeting of Transportation Research Board, Washington DC, Jan. 10–14, 1999.

Garroppo RG, Giordano S, Nencioni G, Pagano M. Energy aware routing based on energy characterization of devices: solutions and analysis. In: *Proceedings of the 4th international workshop on green communications (GreenComm4)*; 2011. p. 1–5

Garroppo RG, Giordano S, Nencioni G, Scutella MG. Network power management: models and heuristic approaches .In: *Proceedings of the IEEE global communications conference(Globecom2011)*;2011.

Garroppo R, Giordano S, Nencioni G, Scutella M, “Mixed integer non liner programming models for green network design” *Computers & Operations Research*, Volume 40, Issue 1, 2013, Pages 273-281

Goldman, A.J. (1969) ‘Optimal location for centers in a network’. *Transportation Science*: 3. pp. 352-360

Gollowitzer S, Ljubic' I. MIP models for connected facility location: a theoretical and computational study. *Computers & Operations Research* 2011;38: 435–49.

Grove GP, O'Kelly ME. Hub networks and simulated schedule delay. *Papers of the Regional Science Association* 1986;59:103–19.

Guo, Shin-Ming, & Hou, Chih Wei (2010). Multi- objective optimization for VMI operations in the LCD supply chain. *Computers and Industrial Engineering*, 16, 1–6.

Hall, R.W. (1989), "Configuration of an overnight package air network", *Transportation Research A* 23, 139-149

Hakimi S.L , Optimal locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph, *Operations Res.* 12 (1964) 450-459.

Ishfaq R, Sox CR. Intermodal logistics: the interplay of financial, operational and service issues. *Transportation Research Part E* 2010;46:926–49.

Ishfaq R, Sox CR. Hub location-allocation in intermodal logistic networks. *European Journal of Operational Research* 2011;210:213–30.

Kara BY, Tansel BC. The latest arrival hub location problem. *Management Science* 2001;47:1408–20.

Kara BY, Tansel B. The single assignment hub covering problem. *Journal of the Operational Research Society* 2003;54:59–64.

Klincewitz, J.G. (1989), "Avoiding local optima in the p-hub location problem using tabu search and GRASP", Unpublished manuscript

Klincewicz JG. Hub location in backbone tributary network design: a review. *Location Science* 1998;6:307–35.

Klincewicz JG. Heuristics for the p-hub location problem. *European Journal of Operational Research* 1991; 53: 25–37

Kuby, M.J., Gray, R.G., 1993. The hub network design problem with stopover and feeders: the case of federal express. *Transportation Research Part A* 27, 1–12.

Labbe M, Yaman H, Gourdin E. A branch and cut algorithm for the hub location problems with single assignment. *Mathematical Programming*, 2004, to appear.

Limbourg S, Jourquin B. Optimal rail–road container terminal locations on the European network. *Transportation Research Part E* 2009;45:551–63.

Marinakis, Yannis, & Marinaki, Magdalene (2010). A hybrid multi-swarm particle swarm optimization algorithm for the probabilistic travelling salesman problem. *Computers & Operations Research*, 37(3), 432–442

Melkote S, Daskin MS. Capacitated facility location/network design problems. *European Journal of Operational Research* 2001;129:481–95

Melo M T, Nickel S, Saldanha da Gama F. Dynamic multicommodity capacitated facility location: A mathematical modeling framework for strategic supply chain planning. *Computers and Operations Research*, 2005, 33(1): 181–208.

Meng Q, Wang X. Intermodal hub-and-spoke network design: incorporating multiple stakeholders and multi-type containers. *Transportation Research Part B* 2011;45: 724–42.

Monma, C.L., and Sheng, D.D., "Backbone network design and performance analysis: A methodology for packet switching networks", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 4/6 (1986) 946-965

Murawski L, Church RL. Improving accessibility to rural health services: the maximal covering network improvement problem. *Socio-Economic Planning Sciences* 2009;43:102–10.

Nickel, S., Schobel, A., Sonneborn, T., 2001. Chapter 1: hub Location problems in urban traffic networks. In: Niittymaki, J., Pursula, M. (Eds.), *Mathematics Methods and Optimization in Transportation Systems*. Kluwer Academic Publishers, pp. 1–12.

Nozick, L., & Turnquist, M. (2001). Inventory, transportation, service quality and the location of distribution centers. *European Journal of Operations Research*, 129, 362–371

O’Kelly, M.E., Miller, H.J., 1994. The hub network design problem: a review and synthesis. *Journal of Transport Geography* 2 (1), 31–40.

O’Kelly ME, Lao Y. Mode choice in a hub-and-spoke network: a zero-one linear programming approach. *Geographical Analysis* 1991;23:283–397

O’Kelly ME, Bryan D, Hub locations with flow economies of scale, *Transportation Research* 32 (1987) 261-287.

O'Kelly, M.E., "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities", *European Journal of Operational Research* 32/3 (1987) 393-404.

O'Kelly, M.E., "The location of interacting hub facilities", *Transportation Science* 20/2 (1986) 92-106.

O'Kelly, M.E. (1986b), "Activity levels at hub facilities in interacting networks", *Geographical Analysis* 18, 343-356.

O'Kelly, M.E., and Miller, H.J. (1991) "Solution strategies for the single facility minimax hub location problem", *Papers in Regional Science: The Journal of the RSAI* 70, 367-380.

O'Kelly, M.E., and Lao, Y. (1991) "Mode choice in a hub-and-spoke network: A zero-one linear programming approach", *Geographical Analysis* 23, 283-297

Pamuk FS, Sepil C. A solution to the hub center problem via a single-relocation algorithm with tabu search. *IIE Transactions* 2001;33(5):399–411.

Parsopoulos, K.E., & Vrahatis, M.N., 2002. Particle swarm optimization method in multiobjective problems. In *Proceedings of the ACM 2002 symposium on applied computing* (pp. 603–607).

Podnar H.A , Skorpin-Kapov J.B, , Skorpin-Kapov D.C ,”Network cost minimization using threshold-based discounting” ” *European Journal of Operational Research*, Volume 137, Issue 2 , March 2002, Pages 371-486

Qin X W, Fan Y S, Yin C W. Research on hybrid particle swarm optimization for automobile logistics network design problem. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2006, 26(7): 47–53.

QIN Jin; SHI Feng, MIAO Li-xin, TAN Gui-jun “Optimal model and algorithm for multicommodity logistics network design considering stochastic demand and inventory control” *Systems Engineering – Theory & Practice*, Volume 29, Issue 4, April 2009, Pages 176-183

Racunica I, and Wynter L “Optimal location of intermodal freight hubs” *Transportation Research Part B* 39(2005) 453-377

Sabri, E. H., & Beamon, B. M. (2000). A multi-objective approach to simultaneous strategic and operational planning in supply chain design. *Omega*, 28(5), 581–598

Shankar L, Basavarajappa S, Jason C.H. Chen Rajeshwar S. Kadadevaramath “location and allocation decisions for multi-echelon supply chain network- a



multiobjective evolutionary approach” *Expert Systems with Applications*, Volume 40, Issue 2 , 2013, Pages 551-562

Shen Z J, Daskin M S. Trade-offs between customer service and cost in integrated supply chain design. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2005, 7(3): 188–207.

Shen M, Collette C, Mark S D. A joint location-inventory model. *Transportation Science*, 2003, 37(1): 40–55.

Shen, Z. J. (2006). A profit maximizing supply chain network design model with demand choice flexibility. *Operations Research Letters*, 34, 673–682.

Shen Z J, Qi L. Incorporating inventory and routing costs in strategic location models. *European Journal of Operational Research*, 2007, 179(2): 372–389.

Shu J, Teo C P, Shen Z J. Stochastic transportation inventory network design problem. *Operation Research*, 2005, 53(1): 48–60.

Sigafoos, R.A., Easson, R.R., 1988. *Absolutely Positively Overnight: The Unofficial Corporate History of FedEx*. St Lukes Press, Memphis

Srivastava SK. Network design for reverse logistics. *Omega* 2008;36:535–48.

Wagner, B., 2004. A note on “The latest arrival hub location problem”. *Management Science* 50, 1751–1752.

Yaman H, and Carellob G “Solving the hub location problem with modular link capacities” *Computers & Operations Research*, Volume 32, Issue 12, December 2005, Pages 3227-3245

Yaman H, Karasan OE, Kara BY. Release time scheduling in cargo delivery. *Operations Research*, accepted for publication.

Yaman H Kara BY and Tansel BC. ‘The latest arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers’, *Transportation Research Part B: Methodological*, Volume 41, Issue 8, October 2007, Pages 906-919.

Yoon, M.G., Current, J., 2008. The hub location and network design problem with fixed and variable arc costs: formulation and dual-based solution heuristic. *Journal of the Operational Research Society* 59 (1), 80–89.

Yuan D. An annotated bibliography in communication network design and routing. In: *Optimization models and methods for communication network design and routing*. PhD thesis, Department of Mathematics, Linköping University, Sweden, 2001.