



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ-ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ  
ΣΠΟΥΔΩΝ**

**"ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ  
ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ"**

**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ  
ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ  
ΑΠΟ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΑΝΥΨΩΣΗΣ ΤΗΣ  
ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΗΣ  
ΘΑΛΑΣΣΑΣ**

**Δήμητρα Μαλλιούρη**

**"ΕΠΙΣΤΗΜΗ  
ΚΑΙ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ  
ΥΔΑΤΙΚΩΝ  
ΠΟΡΩΝ"**

Επιβλέπων: Καθηγητής Κ. Μέμος

Αθήνα, Ιούλιος 2014

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εκπονήθηκε κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2013-14 στο πλαίσιο του Διατμηματικού - Διεπιστημονικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Επιστήμη και Τεχνολογία Υδατικών Πόρων». Εντάσσεται στη γενικότερη έρευνα σχετικά με τον προσδιορισμό κατευθυντικότητας κυματισμών και τη μελέτη της διάδοσης αυτών από τα βαθιά προς τα ρηχά νερά με χρήση μοντέλου Boussinesq.

Εκπονήθηκε με προσωπικό ενδιαφέρον και προσήλωση, προσπαθώντας όσο το δυνατόν να παραμείνει εντός των ορίων και των στόχων του εν λόγω μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών.

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου προς τον καθηγητή μου, κ. Κωνσταντίνο Μέμο για την ανάθεση της εργασίας, την εμπιστοσύνη, την καθοδήγηση και τη διαρκή επίβλεψη της εξέλιξής της.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα του Ε.Μ.Π., κ. Μιχάλη Χονδρό για την παροχή επιστημονικού υλικού, τη συνεργασία του κατά την κωδικοποίηση του μοντέλου και τις χρήσιμες υποδείξεις που μου έδινε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας.

Αθήνα, 2014

Μαλλιούρη Δήμητρα



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σελίδα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	iii
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	v
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	xi
EXTENDED ABSTRACT.....	xiii
<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>1</b>
1.1 Αντικείμενο.....	1
1.2 Σημειακά φάσματα κυματισμών.....	1
1.3 Χρησιμότητα προσδιορισμού κατευθυντικότητας.....	2
1.4 Τεχνικές απόκτησης πληροφοριών κατευθυντικότητας.....	2
<b>2. ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ.....</b>	<b>5</b>
2.1 Περιγραφή πραγματικών κυματισμών.....	5
2.2 Παράμετροι περιγραφής πραγματικών κυματισμών.....	6
2.3 Ανάλυση στην περιοχή του χρόνου.....	8
2.4 Φασματική Ανάλυση.....	9
2.4.1 Ανάλυση στην περιοχή συχνοτήτων.....	10
2.4.2 Ανάλυση στην περιοχή συχνοτήτων και κατευθύνσεων.....	13
2.5 Διασπορά κατευθυντικότητας σε μοντέλα διάδοσης κυματισμών σε ρηχά νερά.....	20
<b>3. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ ΑΠΟ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ.....</b>	<b>22</b>
3.1 Εισαγωγή.....	22
3.2 Ανασκόπηση οργάνων μέτρησης.....	23
3.3 Βασικό θεωρητικό υπόβαθρο.....	25

3.3.1 Ανάλυση Σύνθετων Φασμάτων (Cross-Spectral Analysis).....	25
3.3.2 Σχέση μεταξύ του σύνθετου φάσματος και του κατευθυντικού φάσματος (ή της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας).....	26
3.3.3 Σύνθετα φάσματα (cross-spectra) και προσδιορισμός συνάρτησης κατευθυντικότητας.....	27
<b>3.4 Μέθοδοι Σειρών Fourier - Fourier Series Decomposition Methods.....</b>	<b>30</b>
3.4.1 Μέθοδος Αποκοπής Σειρών Fourier - Truncated Fourier Series Decomposition Method (TFS).....	30
3.4.2 Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier - Weighted Fourier Series Decomposition Method (WFS).....	31
<b>3.5 Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Maximum Likelihood Method (MLM).....</b>	<b>33</b>
3.5.1 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Extended Maximum Likelihood Method (EMLM).....	34
3.5.2 Επαναληπτική Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Iterative Maximum Likelihood Method (IMLM).....	39
3.5.3 Μέθοδος Ιδιοδιανύσματος - Eigenvector Method (EV).....	41
<b>3.6 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας - Maximum Entropy Method (MEM).....</b>	<b>41</b>
3.6.1 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	43
3.6.2 Υπολογισμός των αγνώστων πολλαπλασιαστών Lagrange.....	47
3.6.3 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας για την περίπτωση διάταξης μετρητών (Nwogu, 1989).....	47
3.6.4 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (Burg, 1967).....	50
<b>3.7 Μέθοδος Bayesian (Bayesian Directional Spectrum Estimation Method- BDM).....</b>	<b>53</b>
<b>3.8 Θεωρητική αξιολόγηση μεθόδων (Hashimoto, 1997).....</b>	<b>57</b>
<b>3.9 Κριτήρια επιλογής μεθόδων.....</b>	<b>59</b>
<b>4. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ.....</b>	<b>61</b>
4.1 Τα πειράματα του Wallingford (1997).....	61
4.2 Περιγραφή της πειραματικής διάταξης.....	62

<b>4.3 Παρουσίαση των κύριων παραμέτρων των πειραμάτων.....</b>	<b>66</b>
<b>4.4 Το πείραμα εφαρμογής.....</b>	<b>68</b>
4.4.1 Χαρακτηριστικά του πειράματος εφαρμογής.....	68
4.4.2 Επιλογή κατάλληλων αισθητήρων.....	70
4.4.3 Παρουσίαση μετρήσεων πειράματος.....	71
4.4.4 Τροποποίηση και παρουσίαση δεδομένων για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	74
<b>5. ΕΦΑΡΜΟΦΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ.....</b>	<b>80</b>
<b>5.1 Εισαγωγή.....</b>	<b>80</b>
<b>5.2 Ανάλυση σύνθετων φασμάτων (cross-spectral analysis).....</b>	<b>80</b>
<b>5.3 Εφαρμογή Μεθόδων.....</b>	<b>88</b>
5.3.1 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης.....	88
5.3.2 Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	95
5.3.3 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	100
5.3.4 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	101
<b>5.4 Σύνοψη Αποτελεσμάτων Εφαρμογής Μεθόδων στις Μετρήσεις.....</b>	<b>105</b>
<b>5.5 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων και σύγκριση μεθόδων.....</b>	<b>106</b>
<b>5.6 Αιτιολόγηση της επιλογής των συγκεκριμένων αισθητήρων στάθμης....</b>	<b>109</b>
<b>5.7 Πρόσθετα συμπεράσματα από την εφαρμογή των μεθόδων στις μετρήσεις.....</b>	<b>110</b>
<b>6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ BOUSSINESQ.....</b>	<b>112</b>
<b>6.1 Εισαγωγή.....</b>	<b>112</b>
<b>6.2 Θεωρητική σύνθεση του μοντέλου (Chondros and Memos, 2014).....</b>	<b>113</b>
6.2.1 Εξισώσεις από τους Madsen και Schaffer (1998).....	113
6.2.2 Νέες τιμές παραμέτρων ( $\alpha_1, \beta_1$ ) ( $\alpha_2, \beta_2$ ).....	115

6.2.3 Παρατηρήσεις σχετικά με την θεωρητική παραγωγή των εξισώσεων.	122
6.2.4 Διάδοση απλών και σύνθετων κυματισμών.....	125
6.2.5 Αριθμητικό σχήμα του μοντέλου.....	130
6.2.6 Οριακές Συνθήκες.....	130
6.2.7 Θραύση κυματισμών.....	132
6.2.8 Τριβή πυθμένα.....	134
6.2.8 Επαλήθευση μοντέλου.....	134
<b>6.3 Προσαρμογή του μοντέλου των Chondros and Memos (2014) για την προσομοίωση των κυματισμών του πειράματος N8-11.....</b>	<b>146</b>
6.3.1 Κυματογεννήτρια.....	147
6.3.2 Παραδοχές και οριακές συνθήκες του μοντέλου για το πείραμα.....	148
6.3.3 Βαθμονόμηση μοντέλου.....	149
6.3.4 Αποτελέσματα μοντέλου για το πείραμα.....	151
6.3.5 Επαλήθευση μοντέλου για το πείραμα.....	153
<b>7. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ BOUSSINESQ.....</b>	<b>156</b>
<b>7.1 Εισαγωγή.....</b>	<b>156</b>
<b>7.2 Ανάλυση σύνθετων φασμάτων (cross-spectral analysis).....</b>	<b>156</b>
<b>7.3 Εφαρμογή Μεθόδων.....</b>	<b>164</b>
7.3.1 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης.....	164
7.3.2 Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	170
7.3.3 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	175
5.3.4 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.....	176
<b>7.4 Σύνοψη Αποτελεσμάτων από την εφαρμογή των Μεθόδων στις Μετρήσεις.....</b>	<b>180</b>
<b>8. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....</b>	<b>183</b>
<b>8.1 Συγκριτική παρουσίαση αποτελεσμάτων.....</b>	<b>183</b>

8.2 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων.....	184
8.3 Αιτιολόγηση αποκλίσεων μεταξύ πειράματος και μοντέλου από την εφαρμογή των μεθόδων.....	186
<b>9. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>188</b>
9.1 Εισαγωγή.....	188
9.2 Συμπεράσματα για την επιλογή των μεθόδων.....	188
9.3 Συμπεράσματα για την επιλογή αισθητήρων για τη μέθοδο EMLM σε ανυψώσεις.....	189
9.4 Συμπεράσματα από την εφαρμογή των μεθόδων στις μετρήσεις του πειράματος και στα αποτελέσματα του μοντέλου.....	190
9.5 Πεδίο εφαρμογής.....	192
9.6 Εφαρμογές της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας.....	193
<b>10. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>195</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΙ ΚΩΔΙΚΕΣ</b>	
<b>ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ MATLAB</b>	
<b>(2009).....</b>	<b>205</b>





## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η πληροφορία σχετικά με την κατευθυντικότητα κυματισμών είναι σημαντική για το σχεδιασμό λιμένων, μαρίνων και γενικότερα πλωτών και σταθερών θαλάσσιων κατασκευών. Για το λόγο αυτό, αντικείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας αποτελούν οι τυχαίοι πολυκατευθυντικοί ανεμογενείς κυματισμοί και ο προσδιορισμός της κατευθυντικότητάς τους από μετρήσεις ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του προσδιορισμού κατευθυντικών φασμάτων των υπό μελέτη κυματισμών.

Αρχικά, αναλύονται οι κυριότερες μέθοδοι, που έχουν αναπτυχθεί, για τον προσδιορισμό της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας των κυματισμών ή του κατευθυντικού φάσματος. Βασίζονται σε μετρήσεις από διάφορα όργανα του πεδίου των κυματισμών. Στις μεθόδους, που μελετήθηκαν, συγκαταλέγονται η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (Weighted Fourier Series Decomposition), η Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Method) και η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (Maximum Entropy Method).

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αναφέρεται σε διατάξεις μετρητών στάθμης, λόγω των διαθέσιμων δεδομένων (ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας). Ωστόσο, είναι δυνατόν να προσδιορίζεται η κατευθυντικότητα και από την ανύψωση και τις κλίσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τους δύο κάθετους οριζόντιους άξονες, όπως συμβαίνει στις μετρήσεις του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy.

Από την εφαρμογή των μεθόδων στις παραπάνω χρονοσειρές και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των διαφόρων μεθόδων μεταξύ τους εξάγονται κάποια χρήσιμα συμπεράσματα. Οι χρονοσειρές προέρχονται από μετρήσεις του πειράματος N8-11, το οποίο διεξήχθη στις εγκαταστάσεις UK Coastal Research Facility του εργαστηρίου HR Wallingford (1997). Σημειώνεται, επίσης, ότι οι αισθητήρες στάθμης ήταν τοποθετημένοι στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά, γεγονός που επιτρέπει τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των υπό μελέτη κυματισμών σε μεγάλο τμήμα του υπολογιστικού πεδίου.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε το μαθηματικό μοντέλο διάδοσης κυματισμών τύπου Boussinesq των Chondros and Memos (2014), το οποίο τροποποιήθηκε για την προσομοίωση και αναπαραγωγή των κυματισμών του πειράματος με την κατάλληλη

συνάρτηση πηγής, τις κατάλληλες οριακές συνθήκες, τη βυθομετρία και τη θραύση των υπό μελέτη κυματισμών. Το συγκεκριμένο μοντέλο επαληθεύτηκε με σύγκριση των αποτελεσμάτων του με τις αντίστοιχες μετρήσεις του πειράματος και έδειξε ικανοποιητική απόδοση. Στις χρονοσειρές του μοντέλου εφαρμόστηκαν, και πάλι, οι μέθοδοι προσδιορισμού κατευθυντικότητας και εξήχθησαν συγκεκριμένα συμπεράσματα.

Από την εφαρμογή των μεθόδων στις μετρήσεις του πειράματος και τα αποτελέσματα του μοντέλου προέκυψαν οι ακόλουθες διαπιστώσεις και παρατηρήσεις:

- (1) Η επιτυχής επιλογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας για την συγκεκριμένη περίπτωση,
- (2) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων στο μήκος των χρονοσειρών,
- (3) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων και ιδίως των κατευθυντικών φασμάτων στον αριθμό και τις θέσεις των αισθητήρων,
- (4) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων στην ακρίβεια των συντεταγμένων των αισθητήρων,
- (5) Ο επηρεασμός των αποτελεσμάτων του μοντέλου στα βαθιά από τη κοντινή θέση της κυματογεννήτριας.

Επιπρόσθετα, σημειώνεται η γενικότερη παρατήρηση ότι υπάρχουν κάποιες αποκλίσεις μεταξύ πειράματος και μοντέλου, όσον αφορά στην εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας στις μετρήσεις και τα αποτελέσματά τους, αντίστοιχα. Αυτές μπορούν να αποδοθούν, εν συντομία, στις αποκλίσεις μεταξύ κυματογεννήτριας μοντέλου και κυματογεννήτριας πειράματος, στις αποκλίσεις των συντεταγμένων των αισθητήρων και τις διαφορές της τραχύτητας του πυθμένα, που λήφθηκαν υπόψη στο πείραμα και στο μοντέλο.

# EXTENDED ABSTRACT

## 1. Introduction

Information on wave directionality is significant for the design of marine systems such as ships, ocean and coastal structures. In order to obtain information on wave directionality, it is highly desirable to estimate the directional spreading characteristics, which are described and represented by directional spectrums, as accurate as possible, from a limited amount of data.

Although many methods for estimating the wave energy spreading function or wave spectra have been developed, based on different approaches, the commonly acknowledged appropriate for practical use are the Weighted Fourier Series Decomposition (WFS) Method, Extended Maximum Likelihood Method (EMLM), the Maximum Entropy Method (MEM) and Bayesian Approach method.

## 2. Experiment N8-11 at Wallingford (1997)

In the present work, directional spectrum is evaluated from analysis of records obtained from wave probes arrays deployed in deep and intermediate water at the UK Coastal Research Facility at HR Wallingford (1997). In particular, the aforementioned methods are applied on records of free surface elevation from wave probes arrays of experiment test 'N8-11', which was conducted at HR Wallingford (1997). The basin of the facility, with overall dimensions 27 m × 54 m, contains a narrow strip of horizontal bed and a rigid beach sloping uniformly at 5% (Fig. 1). The wavemaker can produce regular and random long- and short-crested waves of prescribed spectrum and energy spread. Experiment test N8-11, which is under consideration, refers to random short-crested waves and has an input spectrum of Jonswap type with enhancement factor  $\gamma=3.3$ ,  $T_p=0.8$  s,  $H_s=0.07$  m and the following expression of the directional spreading function:

$$G(\theta) = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^2 \theta \quad (1)$$

The wave attack at this experiment is normal, which means that the angle that the offshore main wave direction forms with the perpendicular to the shoreline is estimated to be 0°. It is also noted that there is a region of smooth bottom downstream

of the wave paddles and to the north, while the bottom in the rest area is rough (Fig.1).

It should be mentioned that time series of free surface elevation are modified by a manual process, based on the definition of slope so as the case of a single-point system to be examined. The single-point system is the heave-pitch-roll buoy, which is the most widely used (Longuet-Higgins *et al.*, 1963). It delivers the sea-surface elevation (heave) and the two orthogonal slopes of sea-surface elevation (pitch and roll).

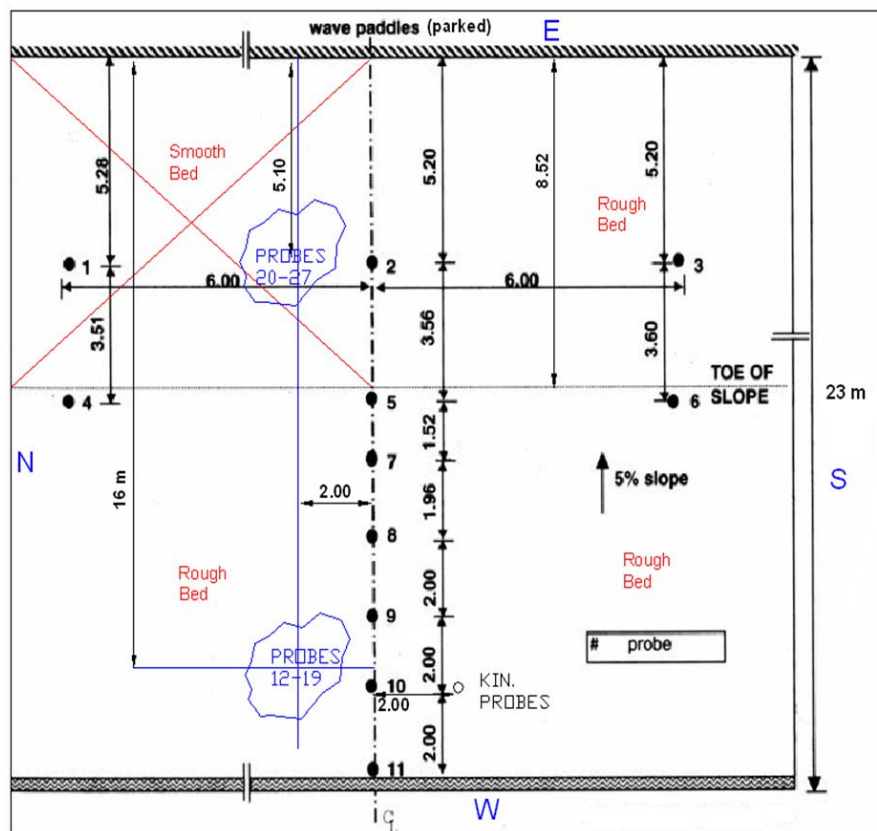
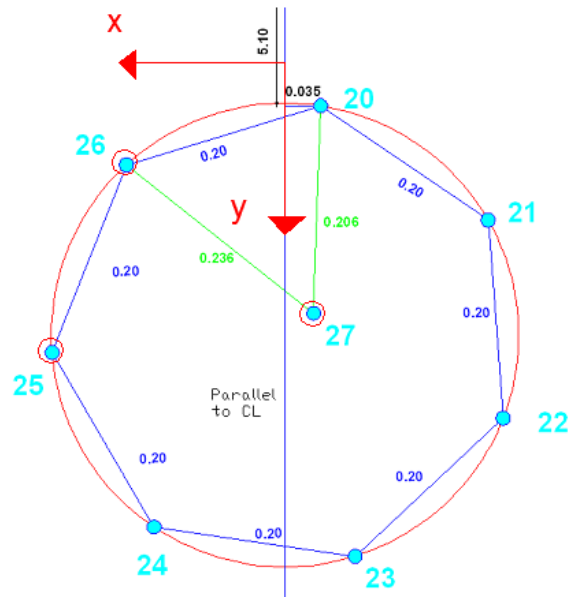
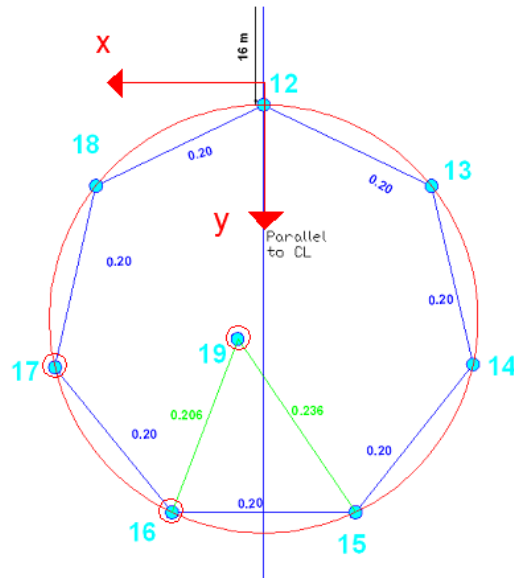


Fig. 1: Plan of the experimental setup (Memos *et al.* 2005).

From probes 20-27 in deep water and 12-19 in intermediate waters, only 3 are selected to be used, from each case, for the estimation of directional spectrum in deep and intermediate water. The selected probes are presented in figure 2 (a) and (b). These probes (25, 26, 27 and 16, 17, 19) are selected because, after testing, it is proved that they describe better wave conditions than any other combination.



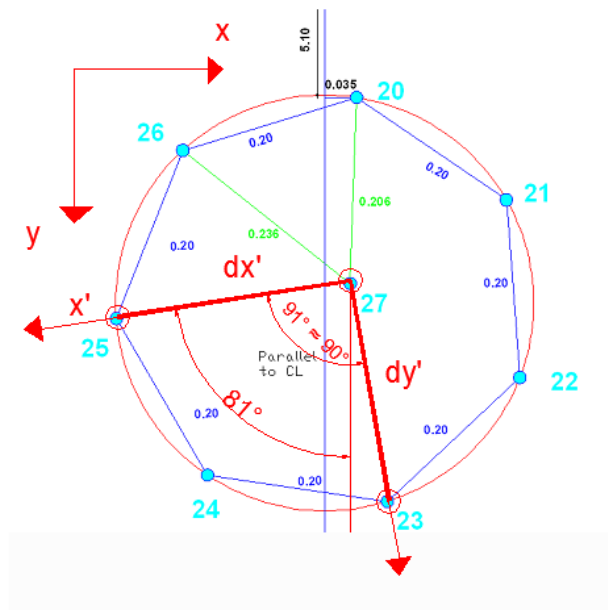
(a)



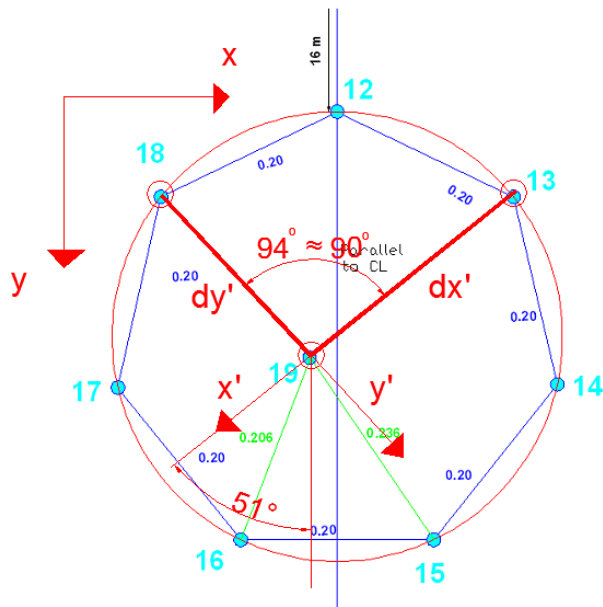
(b)

Fig. 2: Selected probes in (a) deep water: 25-26-27 and  
(b) intermediate water: 16-17-19

As for the case of heave-pitch-roll buoy, three probes are used in order to estimate the two orthogonal slopes of sea-surface elevation. From a geometric standpoint, these three sensors must form a right triangle on the horizontal plane. Probes which are used for the estimation of the two orthogonal slopes of surface elevation in deep and intermediate water are depicted in Fig. 3.



(a)



(b)

Fig. 3: Probes which are used for the estimation of the two orthogonal slopes of surface elevation (a) in deep water 23-25-27 and (b) intermediate water 13-18-19.

In particular, the following types are used for the estimation of the two orthogonal slopes of surface elevation in deep water:

$$\frac{\partial n}{\partial x'}(27) = \frac{n25 - n27}{dx'} \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y'}(27) = \frac{n23 - n27}{dy'} \quad (3)$$

Similarly, the following types are used for the estimation of the two orthogonal slopes of surface elevation in intermediate water:

$$\frac{\partial n}{\partial x'}(19) = \frac{n19 - n13}{dx'} \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y'}(19) = \frac{n19 - n18}{dy'} \quad (5)$$

### 3. Application of Methods on experimental data

Next, Extended Maximum Likelihood Method is applied on the time series of free surface elevation, as they are recorded by the selected probes shown in figure 2 (a) and (b). Afterwards, Weighted Fourier Series Decomposition Method, Extended Maximum Likelihood Method and Maximum Entropy Method are applied on the modified time series for the case of heave-pitch-roll buoy. It must be noted that the codification of the aforementioned methods was achieved by personal effort of the author, using the software package Matlab 2009. Results from application of EMLM on the respective time series of surface elevation are presented in figures 4, 5, 6 and 7.

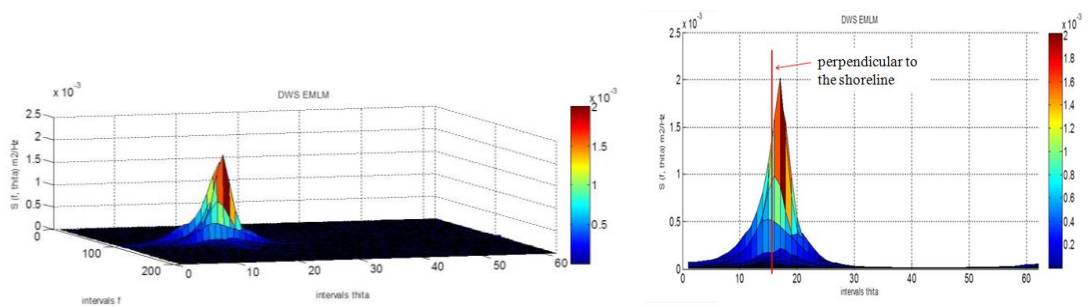


Fig. 4: Results of EMLM applied on time series for the case of wave probes array in deep water ( $\theta$  from 0 rad to  $2\pi$  rad).



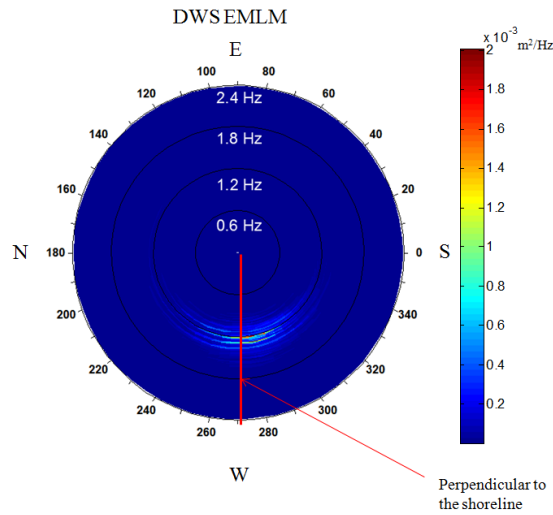


Fig 5: Energy spreading in deep water in polar coordinates (EMLM) for the case of wave probes array.

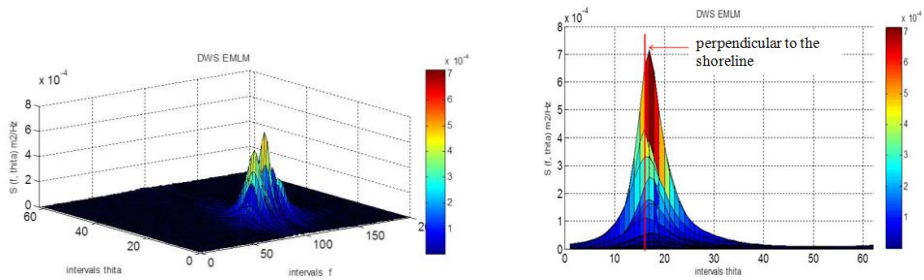


Fig. 6: Results of EMLM applied on time series for the case of wave probes array in intermediate water ( $\theta$  from 0 rad to  $2\pi$  rad).

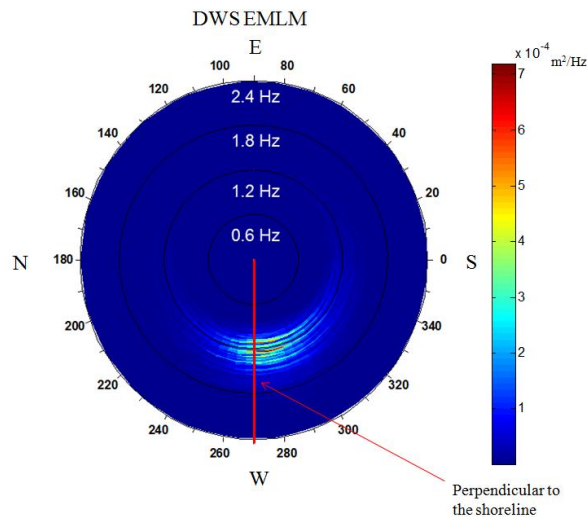


Fig. 7: Energy spreading in intermediate waters in polar coordinates (EMLM) for the case of wave probes array.

From the above results, which are presented in figures 4-7, the main direction of propagation of wave energy in deep water is estimated to be  $97.5^\circ$  to contours and the shoreline, which are parallel in this case. This result is realistic, since the anticipated main direction of wave propagation is a little bigger than  $90^\circ$  to contours. This is due to the region of smooth bottom, which is located downstream of the wave maker and to the north, while the rest area has rough bottom. This causes waves to propagate in a slightly oblique direction. In intermediate water, the main direction of wave propagation is estimated to be  $94.6^\circ$ , which is almost vertical to the shoreline. This result is also realistic, since, due to the slightly oblique incidence in deep water, small wave refraction occurs as the waves propagate in shallow water. Furthermore, as far as the directional spectrum is concerned, which represents the distribution of wave energy with respect to intervals of discretization of frequency and direction, it is always positive. This fact is considered highly acceptable, since it relates to energy.

Results obtained from the application of WFS Method and MEM on the modified time series for the case of heave-pitch-roll buoy, are quite similar, but MEM's results are more reliable. EMLM for the case of heave-pitch-roll buoy did not give valid results, which indicates the sensitivity of EMLM to timeseries. Indicatively, MEM's results in deep waters are depicted in figures 8 and 9.

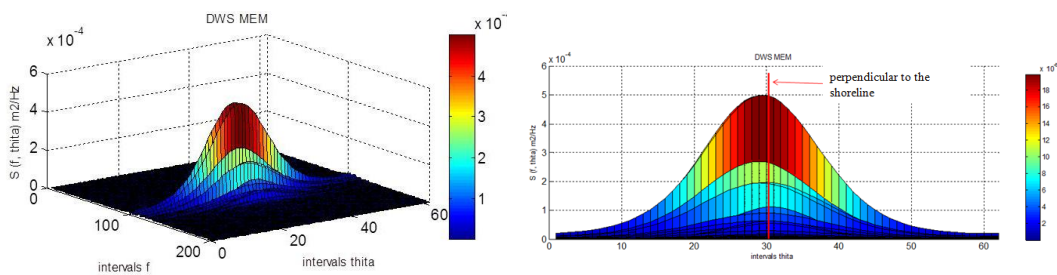


Fig. 8: Results of EMLM applied on modified time series for the case of heave-pitch-roll buoy in deep water ( $\theta$  from 0 rad to  $2\pi$  rad).

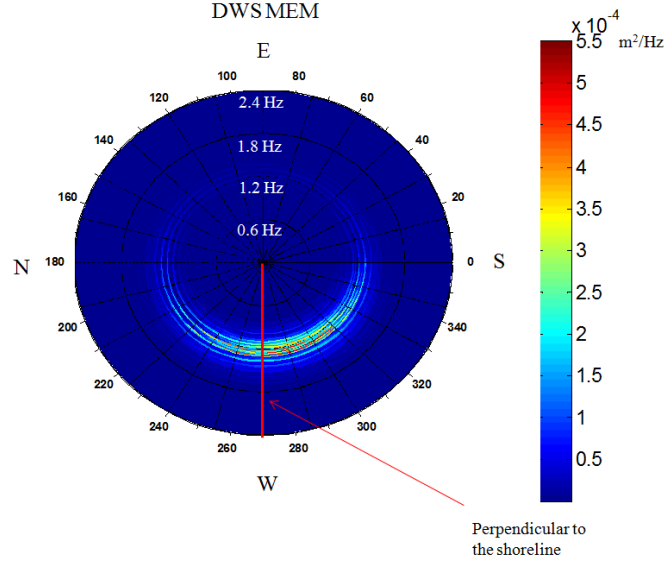


Fig. 9: Energy spreading in deep water in polar coordinates (EMLM) for the case of heave-pitch-roll buoy.

#### 4. The Boussinesq-type model

A modified Boussinesq-type model, which is introduced by Chondros and Memos (2014) is derived to account for propagation of either regular or irregular waves in two horizontal dimensions. This model is used in the present work, in order to reproduce irregular short-crested waves of the experiment N8-11. The grid spacing is chosen  $dx=dy=0.05$  m and  $dt=0.01$  s.

For this purpose, this model is adjusted to the demands of the aforementioned experiment. Especially, waves are generated inside the computational domain by adding a point source to the continuity equation. According to a technique initially proposed by Wei *et al.* (1999), the source function is written:

$$f_s(x, y, t) = F(y, t) \exp(-\beta_s(x - x_s)^2) \quad (2)$$

where  $x_s$  is the central location of the source function in the  $x$ - direction,  $F(y, t)$  is the source function for a source oriented parallel to  $y$ - axis,  $\beta_s$  is a shape coefficient equal to  $80/L^2$ . The time series of the source function is given by (Wei et al. 1999):

$$F(y, t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D_{si,j} \cos(\omega_i t - k_i y \sin \theta_j + \varepsilon_{i,j}) \quad (3)$$

where  $D_{si,j}$  is the amplitude of the source function,  $k_i$  is the wave number,  $\theta_j$  is the angle between the wave propagation and  $x$ -axis and  $\varepsilon_{i,j}$  is a random phase within the

range of  $(0, 2\pi)$ . By dividing the 2D wave spectrum into  $N=190$  components in the frequency domain and  $M=8$  components in the directional domain, the amplitude  $\eta_{oi,j}$  is obtained for each wave component of frequency  $\omega_i$  and direction angle  $\theta_j$  (Wei *et al* 1999, Lee and Suh, 1998), by  $\eta_{oi,j} = \sqrt{2S(\omega_i)G(\omega_i, \theta_j)d\omega_i d\theta_j}$  where  $S(\omega_i)$  is the frequency spectrum and  $G(\omega_i, \theta_j)$  is the directional spreading function.

The model takes into account experiment's bathymetry, absorbing boundaries, wave breaking and bottom friction.

It should be noticed that the model has been verified for regular and irregular waves. Then, the model is verified for the case of the experiment N8-11. Figure 10 shows, indicatively, model results as compared against measurements of the experiment for station 25.

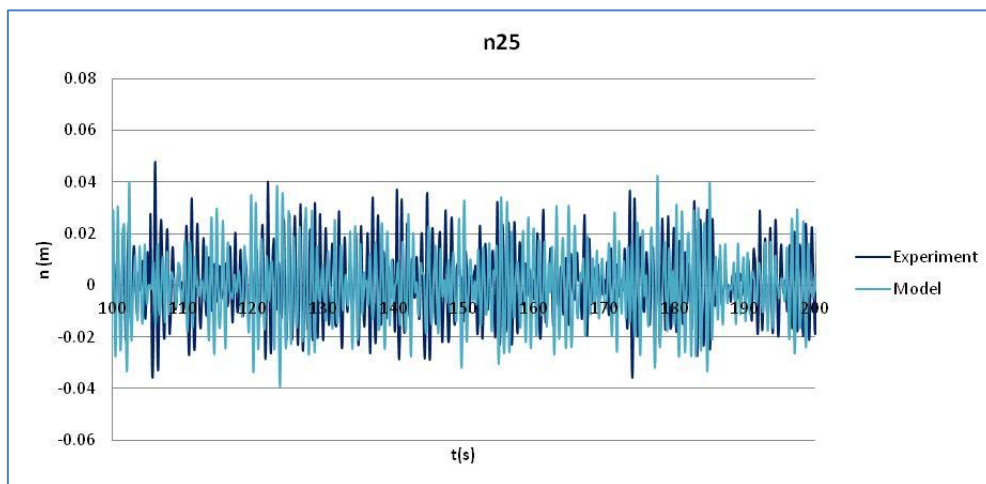
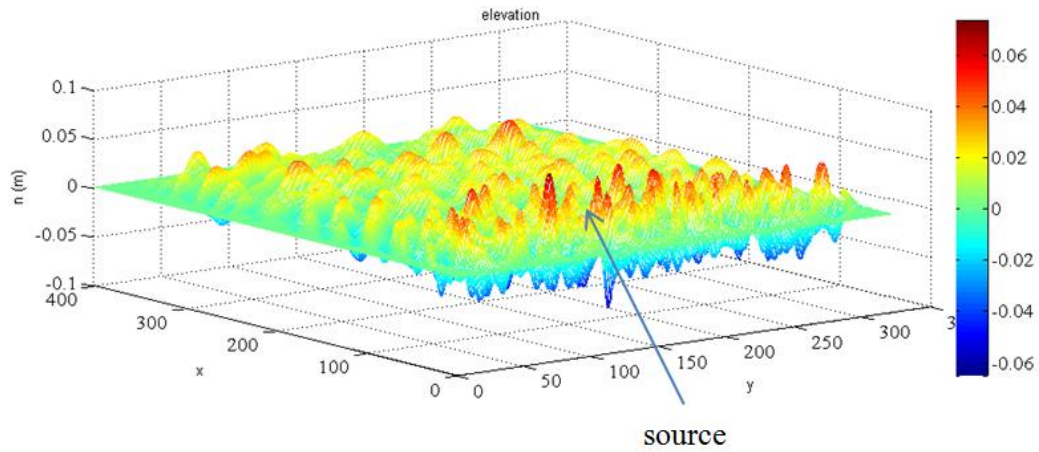


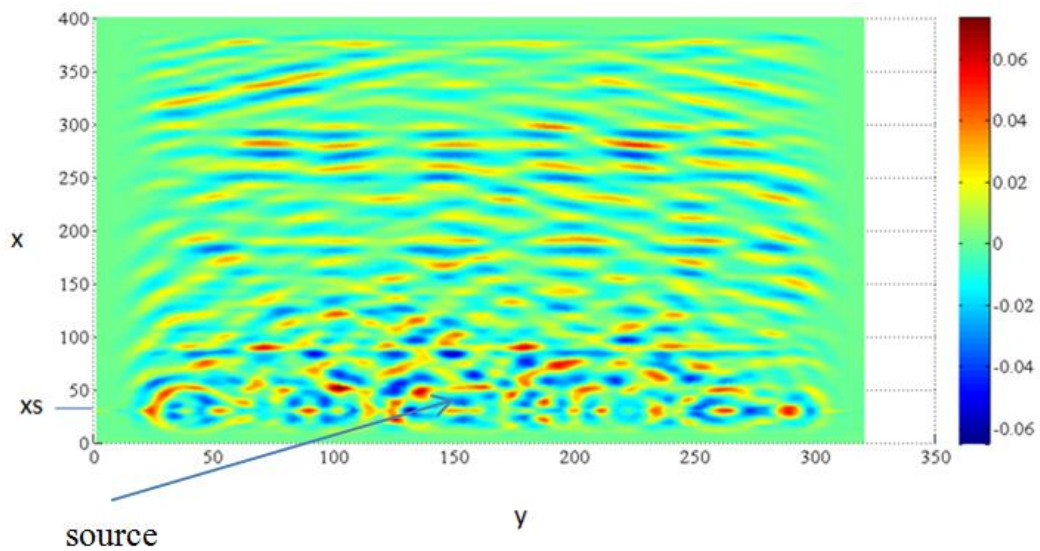
Fig. 10: Time series of surface elevation of model results for station 25 in comparison with measurements of the experiment.

Good agreement between model results and experiment data is observed, showing that this model is capable of simulating satisfactory the propagation of irregular short-crested breaking waves.

In figure 11, surface elevation in space for  $t=50$  s is depicted, which is characteristic of wave climate in the computational domain.



(a)



(b)

Fig. 11: surface elevation in space for  $t=50$  s (Model results)

(a) 3D (b) 2D.

From fig. 11, it is concluded that short-crested waves result, as they propagate in shallow waters, in long-crested waves.

## 5. Application of methods on model results

As in chapter 3, Extended Maximum Likelihood Method is applied on the time series of surface elevation of the model. Afterwards, Weighted Fourier Series Decomposition Method, Extended Maximum Likelihood Method and Maximum Entropy Method are applied on the modified time series for the case of heave-pitch-

roll buoy. Results from application of EMLM on the respective time series are presented in figures 12, 13, 14 and 15.

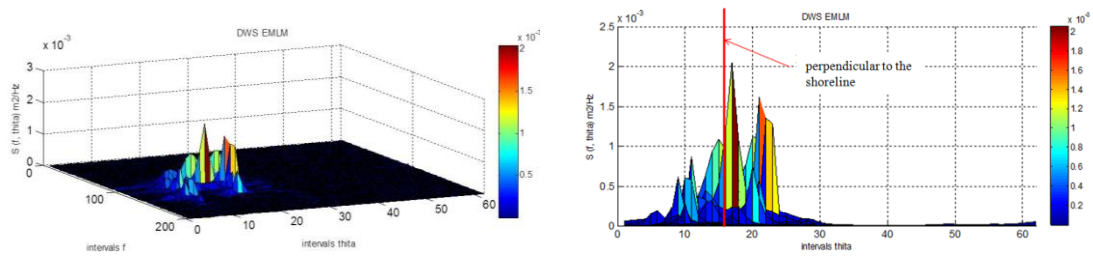


Fig. 12: Results of EMLM applied on time series of model results for the case of wave probes array in deep water ( $\theta$  from 0 rad to  $2\pi$  rad).

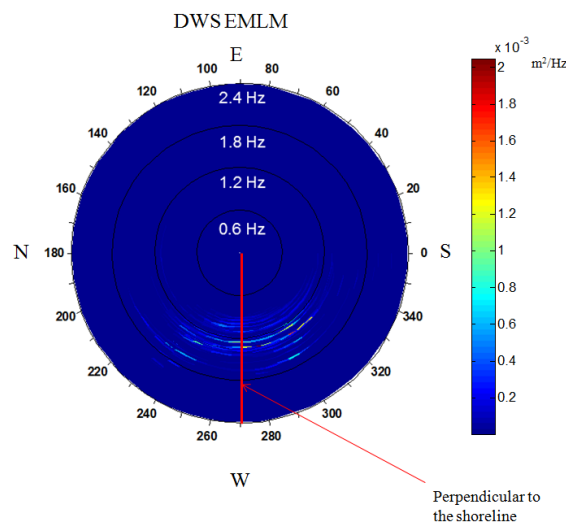


Fig. 13: Energy spreading in deep water in polar coordinates (EMLM) for the case of wave probes array (Model).

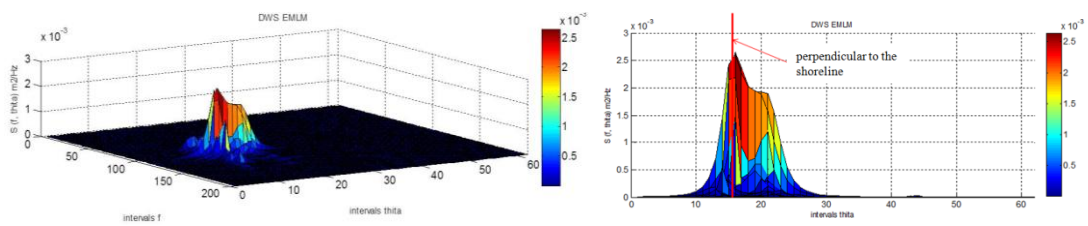


Fig. 14: Results of EMLM applied on time series of model results for the case of wave probes array in intermediate water ( $\theta$  from 0 rad to  $2\pi$  rad).

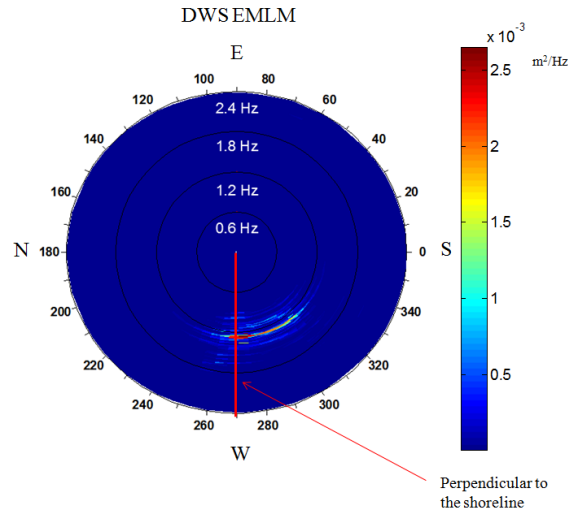


Fig. 15: Energy spreading in intermediate water in polar coordinates (EMLM) for the case of wave probes array (Model).

In the model, the bottom is regarded to be uniformly rough, for reasons of simplicity. For this reason, the main direction of wave propagation in deep and intermediate water is anticipated to be vertical to contours and the shoreline. From the above results, which are presented in figures 11-14, the main direction of propagation of wave energy is estimated to be  $97.5^\circ$  in deep and  $92.0^\circ$  in intermediate water, which are satisfactorily realistic. The relatively uneven distribution of wave energy in deep water can be attributed to the sort distance between probes in deep water and the wave maker, while in intermediate water the relative distribution is more realistic.

As in chapter 3, results obtained from the application of WFS Method and MEM on the modified time series for the case of heave-pitch-roll buoy are quite similar but MEM's results are more reliable. EMLM for the case of heave-pitch-roll buoy did not give valid results, which indicates the sensitivity of EMLM to timeseries. Indicatively MEM's results in intermediate water are depicted in figures 16 and 17.

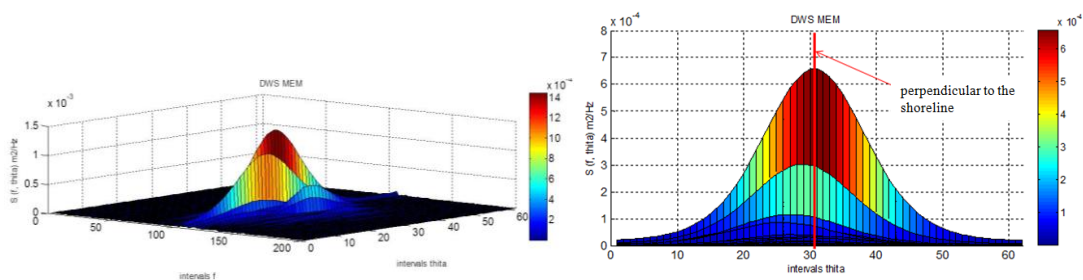


Fig. 16: Results of EMLM applied on time series of model results for the case of heave-pitch-roll buoy in intermediate water ( $\theta$  from  $0$  rad to  $2\pi$  rad).

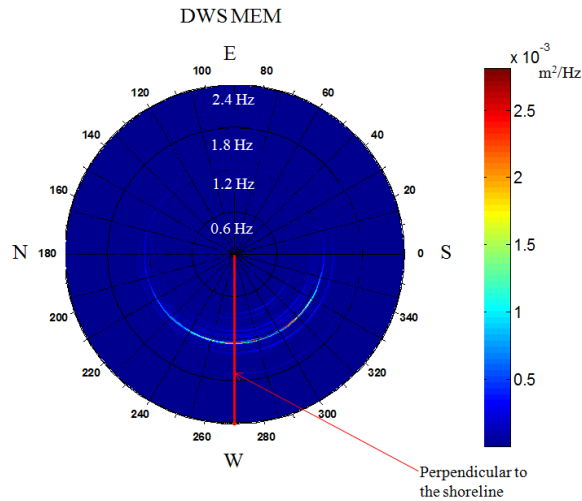


Fig. 17: Energy spreading in intermediate water in polar coordinates (EMLM) for the case of heave-pitch-roll buoy (Model).

A number of deviations has been observed between the experiment and the model, as far as the estimation of wave directionality is concerned, after the application of the above methods on the time series of each one irrespectively. These deviations might be attributed to:

- (1) deviations between the wave generator in the experiment and the simulated wave generator in the model,
  - (2) differences in coordinates,
  - (3) differences in bottom friction
- between the experiment and the model.

## 6. Concluding remarks

Conclusively, results obtained from the application of EMLM on timeseries of surface elevation and the application of WFS Method and MEM on the modified time series for the case of heave-pitch-roll buoy are quite similar, but MEM's and EMLM's results are more reliable. EMLM for the case of heave-pitch-roll buoy did not give valid results, which indicates the sensitivity of EMLM to timeseries. Furthermore, characteristic of these methods is their sensitivity to the length of time series, the number and the location of the probes and the accuracy of coordinates of the probes' position.



Moreover, Boussinesq-type model, introduced by Chondros and Memos 2014, reproduces satisfactorily the experimental results. However, some deviations have been observed between the experiment and the model, as far as the estimation of wave directionality is concerned. These deviations might be attributed to deviations between the wave generator in the experiment and the simulated wave generator in the model, differences in coordinates and differences in bottom friction between the experiment and the model.

Finally, it can be noted, that the methods for estimation wave directionality, which are used in the present work, are appropriate for the case of wind generated random short-crested waves. Besides, information on wave directionality is extremely significant for the design of ocean and coastal structures. This is because the responses of a system in a seaway, computed using a directional spectrum, are estimated precisely, since responses induced by waves of all frequencies and from all directions are regarded.

## 7. References

Chondros, M., and Memos, C., 2014. *A 2DH Nonlinear Boussinesq-type Wave Model of Improved Dispersion, Shoaling and Wave Generation Characteristics*, J. Coastal Engineering 91, 99-122.

International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR), 1997. "Random wave propagation in shoaling water" contributed by C.D. Memos.

Lee, C., and Suh, K. D., 1998. *Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations*. Coastal Engineering 128 (3), 102-113.

Longuet-Higgins M.S., Cartwright D.E., and Smith N.D. 1963. *Observations of Directional Spectrum of Sea Waves using the motions of a Floating Buoy*. Ocean Wave Spectra, Prentice Hall, 111-136.

Memos, C.D., Karambas, Th.V. and Avgeris, I., 2005. *Irregular Wave Transformation in the Nearshore Zone: Experimental Investigations and Comparison with a Higher Order Boussinesq Model*. Ocean Engineering 32, 1465-1485.

Wei, G., Kirby, J.T., and Sinha, A., 1999. *Generation of waves in Boussinesq models using a source function method*. Coastal Engineering 36, 271–299.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 Αντικείμενο

Αντικείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας αποτελούν οι τυχαίοι ανεμογενείς κυματισμοί και ο προσδιορισμός της κατευθυντικότητάς τους από μετρήσεις ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας.

Η έννοια της κατευθυντικότητας χρησιμοποιείται για την περιγραφή της διάδοσης της κυματικής ενέργειας, και κατ' επέκταση των κυματισμών, και της διασποράς της, γύρω από μία κύρια διεύθυνση. Η κύρια αυτή διεύθυνση είναι, συνήθως για την περίπτωση των κυματισμών ανέμου, η διεύθυνση πνοής του ανέμου. Ο τελευταίος συνιστά και τη γενεσιουργό αιτία της κυματογενούς κυκλοφορίας.

Οι κυριότεροι παράγοντες που συμβάλλουν στην κατευθυντικότητα των κυματογενών κυματισμών είναι η κατεύθυνση, η διάρκεια και η ταχύτητα πνοής του ανέμου, η επίδραση της μορφολογίας του πυθμένα με τους μηχανισμούς της ρήγωσης, της διάθλασης, της περίθλασης και ανάκλασης, αλλά και των γραμμικών και μη γραμμικών αλληλεπιδράσεων των κυματισμών μεταξύ τους.

Για τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των κυματισμών κρίθηκε απαραίτητη η μελέτη φασμάτων κυματισμών, πληροφορίες για τα οποία δίνονται παρακάτω.

### 1.2 Σημειακά φάσματα κυματισμών

Τα φάσματα των κυματισμών αναπαριστούν την κατανομή της κυματικής ενέργειας σε ένα συγκεκριμένο σημείο της θάλασσας. Η κυματική ενέργεια είναι η συσσώρευση/ συνάθροιση όλης της ενέργειας, που διέρχεται, από διάφορες κατευθύνσεις, στο καθορισμένο σημείο. Τα συγκεκριμένα φάσματα μπορούν να χαρακτηριστούν ως σημειακά φάσματα (point spectra).

Υπάρχουν δύο κατηγορίες σημειακών φασμάτων κυματισμών, όσον αφορά στην κατευθυντικότητα. Η πρώτη κατηγορία αναφέρεται σε φάσματα, για παράδειγμα της

κατανομής του ύψους κύματος ή της κυματικής ενέργειας ως προς τις συχνότητες ή τις περιόδους. Τα συγκεκριμένα φάσματα υποθέτουν ότι η κυματική ενέργεια διαδίδεται μόνο σε μία συγκεκριμένη κατεύθυνση, που, συνήθως, είναι ίδια με την κατεύθυνση του ανέμου. Στην προκειμένη περίπτωση, τα φάσματα είναι, συνήθως, φάσματα συχνοτήτων και μπορούν να χαρακτηριστούν ως φάσματα μονής κατευθυντικότητας (uni-directional spectra).

Στην πραγματικότητα, ωστόσο, η ενέργεια των ανεμογενών κυματισμών δεν διαδίδεται προς μία μόνο κατεύθυνση. Συνήθως, υπάρχει μία διασπορά της κυματικής ενέργειας σε διάφορες κατευθύνσεις, παρόλο που το μεγαλύτερο ποσοστό αυτής μπορεί να διαδίδεται κατά την κατεύθυνση του ανέμου. Συνεπώς, για την ακριβή περιγραφή των τυχαίων κυματισμών, είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός της κατευθυντικότητας αυτών. Τα φάσματα της παραπάνω κατηγορίας, που παριστάνουν την κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τις διάφορες συχνότητες ή περιόδους και ως προς τις διάφορες κατευθύνσεις διάδοσής της, μπορούν να χαρακτηριστούν ως κατευθυντικά φάσματα (directional spectra).

### **1.3 Χρησιμότητα προσδιορισμού κατευθυντικότητας**

Η πληροφορία σχετικά με την κατευθυντικότητα κυματισμών είναι σημαντική για το σχεδιασμό λιμένων, μαρίνων και γενικότερα πλωτών και σταθερών θαλάσσιων κατασκευών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι αντιδράσεις μίας θαλάσσιας κατασκευής σε ένα κυματικό πεδίο, υπολογισμένο χρησιμοποιώντας κατευθυντικά φάσματα (directional spectra), εκτιμώνται με ακρίβεια και λαμβάνονται υπόψη οι αντιδράσεις που προκαλούνται από κυματισμούς από όλες τις κατευθύνσεις. Αντίθετα, όταν χρησιμοποιούνται μονής κατευθυντικότητας φάσματα (uni-directional spectra), σε τέτοιες μελέτες σχεδιασμού, οι αντιδράσεις των θαλάσσιων κατασκευών υπερεκτιμώνται, ενώ οι αντιδράσεις που προκαλούνται από κυματισμούς από τις υπόλοιπες κατευθύνσεις δεν λαμβάνονται καθόλου υπόψη.

### **1.4 Τεχνικές απόκτησης πληροφοριών κατευθυντικότητας**

Με στόχο την απόκτηση πληροφοριών σχετικά με την κατευθυντικότητα κυματισμών, διάφορα όργανα μετρήσεων του κυματικού πεδίου έχουν χρησιμοποιηθεί διεθνώς.

Στα προαναφερόμενα συστήματα συγκαταλέγονται οι ακόλουθες κατηγορίες μετρητικών συστημάτων, με στόχο τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των κυματισμών σε μία θαλάσσια περιοχή:

- (α) τα σημειακά συστήματα,
- (β) οι διατάξεις μετρητών και
- (γ) τα συστήματα τηλεπισκόπησης.

Παρακάτω, γίνεται μία συνοπτική αναφορά στις συγκεκριμένες τεχνικές απόκτησης πληροφοριών, που χρησιμοποιούνται στη σημερινή εποχή, για τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας, καθώς και στα δεδομένα, τη μεθοδολογία και τις εφαρμογές της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας.

Τα σημειακά συστήματα αποτελούνται από πλωτούς μετρητές, σε μία θέση, που μετράνε περισσότερες της μίας κυματικής κινηματικής ποσότητας στη συγκεκριμένη θέση. Το πιο διαδεδομένο από αυτά είναι το heave-pitch-roll buoy, το οποίο μετράει 3 ποσότητες, την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας (*heave*) και τις κλίσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τους δύο κάθετους οριζόντιους άξονες (*pitch and roll*).

Οι διατάξεις μετρητών μπορεί να αποτελούνται από όμοιους μετρητές (για παράδειγμα μετρητές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας) σε διαφορετικές θέσεις του θαλάσσιου πεδίου ή από μετρητές διαφορετικού τύπου.

Τα συστήματα τηλεπισκόπησης λειτουργούν με διαφορετικό τρόπο, καθώς βασίζονται σε χωρικές συσχετίσεις, αντί σε χρονικές συσχετίσεις. Στα εν λόγω συστήματα χρησιμοποιούνται ραντάρ μικροκυμάτων, αεροφωτογραφίες κ.α.

Σημειώνεται ότι η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αναφέρεται στην κατηγορία μετρητών (β), λόγω των δεδομένων που είναι διαθέσιμα (ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας). Ωστόσο, με μία χειρονακτική διαδικασία, που θα αναλυθεί παρακάτω, εκτιμώνται οι κλίσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας ως προς τους δύο κάθετους οριζόντιους άξονες, καθώς είναι δυνατόν να

προσδιορίζεται η κατευθυντικότητα και με τον τρόπο αυτόν, όπως συμβαίνει στις μετρήσεις του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy.

Επιπρόσθετα, οι μέθοδοι προσδιορισμού κατευθυντικότητας, στις οποίες γίνεται αναφορά και ανάλυση στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, εφαρμόζονται και στους δύο αυτούς τύπους δεδομένων. Συνεπώς, οι μέθοδοι αυτές, χρησιμοποιούνται για συστήματα μετρητών τόσο της κατηγορίας (β), αλλά και (α) και συγκεκριμένα για το heave-pitch-roll buoy.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>

### ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ

#### 2.1 Περιγραφή πραγματικών κυματισμών

Υπάρχουν διαφόρων ειδών θαλάσσιοι κυματισμοί. Οι μονοχρωματικοί κυματισμοί θεωρούνται κύματα μίας συχνότητας με μοναδική διεύθυνση διάδοσης. Ωστόσο, μονοχρωματικοί κυματισμοί, δηλαδή με σταθερές ιδιότητες, παράγονται μεν στα εργαστήρια, αλλά στη φύση εμφανίζονται πολύ σπάνια. Στους κυματισμούς, που έχουν ταξιδέψει σε μεγάλες αποστάσεις από την περιοχή γένεσής τους, αποδίδεται ο όρος αποθάλασσα (swell). Οι εν λόγω κυματισμοί εμφανίζουν συχνά ιδιότητες παρόμοιες με αυτές των μονοχρωματικών κυματισμών.

Στην πραγματικότητα, όμως, η επιφάνεια της θάλασσας συντίθεται από ποικίλους κυματισμούς διαφόρων υψών και περιόδων που διαδίδονται σε διάφορες διευθύνσεις (εικόνες 2.1 και 2.2). Λόγω της μεγάλης μεταβλητότητας των προαναφερόμενων μεγεθών στο χώρο και στο χρόνο, η θαλάσσια επιφάνεια δεν περιγράφεται ικανοποιητικά με ντετερμινιστικές προσεγγίσεις, αλλά απαιτούνται πιθανοτικές προσεγγίσεις. Η προσέγγιση αυτή καθιστά την ανάλυση ιδιαίτερα απαιτητική και πολύπλοκη, αλλά προσφέρει μία πιο ρεαλιστική περιγραφή και προσομοίωση του θαλάσσιου πεδίου.



**Εικόνες 2.1 και 2.2:** Στιγμιότυπα πραγματικής θαλάσσιας επιφάνειας στα βαθιά (αριστερά) και στα ρηχά νερά (δεξιά)

Πηγή εικόνας 2.1: [http://freetiipixscnry.cwahi.net/stormy\\_seas.htm](http://freetiipixscnry.cwahi.net/stormy_seas.htm)

Πηγή εικόνας 2.2: <http://commons.wikimedia.org/wiki>



## 2.2 Παράμετροι περιγραφής πραγματικών κυματισμών

Η IAHR (1986) δίνει μία λεπτομερή αναφορά των κυρίων παραμέτρων περιγραφής των πραγματικών κυματισμών. Βασικότερες παράμετροι περιγραφής μίας θαλάσσιας διαταραχής αποτελούν τα διάφορα ύψη κύματος, πραγματικά ή στατιστικά, οι διάφορες περίοδοι (κορυφής, μέση και χαρακτηριστική) και η κύρια κατεύθυνση διάδοσης κύματος (mean ή central wave direction). Πραγματικά ύψη συνιστούν τα ακόλουθα μεγέθη:

- (1)  $H_{\max}$  το μέγιστο ύψος κύματος στην καταγραφή
- (2)  $H_{\min}$  το ελάχιστο ύψος κύματος στην καταγραφή

Τα στατιστικά ύψη κύματος παρουσιάζονται ακολούθως:

- (1)  $\bar{H}$  ή  $H_m$  ή  $H_{av}$  το μέσο στατιστικά ύψος κύματος της καταγραφής
- (2)  $H_{1/n}$  το μέσο ύψος του υψηλότερου  $\frac{100}{n}$  % των υψών των κυμάτων της καταγραφής. Ιδιαίτερης σημασίας είναι το χαρακτηριστικό κύμα της διαταραχής, στο οποίο αντιστοιχεί το σημαντικό ύψος κύματος που συμβολίζεται με  $H_s$  και έχει επικρατήσει σαν το αντιπροσωπευτικό ύψος του συνόλου των κυμάτων. Το σημαντικό ύψος κύματος είναι το μέσο ύψος του υψηλότερου 33% των κυμάτων, δηλαδή  $H_s = H_{1/3}$ .
- (3)  $H_{rms}$  το μέσο τετραγωνικό ύψος (root mean squares height) ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα του μέσου όρου των τετραγώνων των υψών κύματος της καταγραφής.

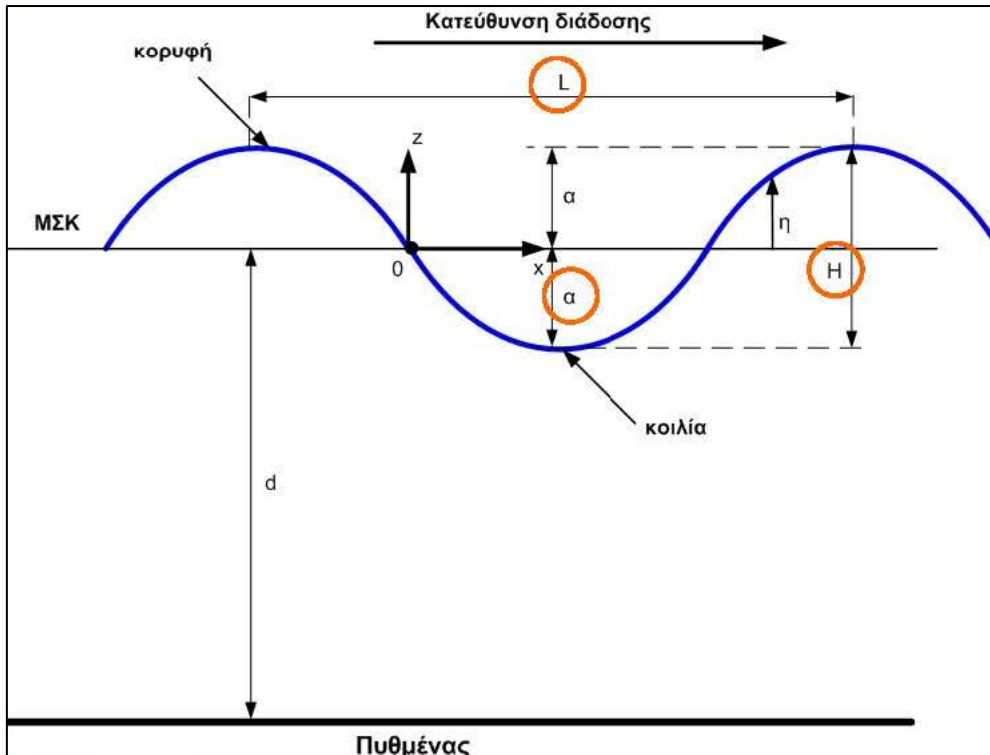
Το σημαντικό ύψος κύματος προσεγγίζεται στη φασματική ανάλυση ως  $H_{m_0} \approx 4\sqrt{m_0}$  (2.1), όπου  $m_0$  η ροπή μηδενικής τάξης του φάσματος κυμάτων. Στην περιοχή του χρόνου προσεγγίζεται από τη σχέση  $H_s \approx 4\sigma$  (2.2), όπου  $\sigma$  είναι η τυπική απόκλιση της καταγραφής της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας  $\zeta(t)$ .

Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες περίοδοι είναι:

- (1)  $\bar{T}$  ή  $T_m$  ή  $T_{av}$  η μέση στατιστικά περίοδος της καταγραφής
- (2)  $T_s$  η χαρακτηριστική περίοδος, που ορίζεται ως η μέση τιμή των περιόδων των κυμάτων που αντιστοιχούν στο υψηλότερο 33% των υψών καταγραφής.
- (3) Στη φασματική ανάλυση, η οποία αποτελεί και αντικείμενο ενδιαφέροντος στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, σημαντική παράμετρο συνιστά η συχνότητα αιχμής

$f_p$  (peak frequency). Η συχνότητα αιχμής ορίζεται ως η συχνότητα στην οποία αντιστοιχεί η μέγιστη τιμή του φάσματος, δηλαδή της κυματικής ενέργειας. Η περίοδος αιχμής  $T_p$  ορίζεται ως  $T_p = \frac{1}{f_p}$ .

Ενδεικτικά παρουσιάζεται το σχήμα 2.1, στο οποίο απεικονίζονται τα βασικά χαρακτηριστικά ενός απλού ή μονοχρωματικού κυματισμού:



**Σχήμα 2.1:** Παρουσίαση βασικών χαρακτηριστικών απλού (μονοχρωματικού) κυματισμού

- όπου:
- $d$ , το βάθος του νερού από τη Στάθμη Ηρεμίας της θάλασσας (ΜΣΚ) (m)
  - $\eta$ , το υψόμετρο στάθμης ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας πάνω από τη ΜΣΚ (m)
  - $H$ , το ύψος κύματος (κατακόρυφη απόσταση κορυφής - κοιλίας) (m)
  - $\alpha$ , πλάτος κύματος (μισό του ύψους κύματος στους απλούς ημιτονοειδούς κυματισμούς) (m)
  - $L$ , μήκος κύματος (οριζόντια απόσταση από κορυφή σε κορυφή) (m)
  - $k=2\pi/L$ , κυματαριθμός ( $m^{-1}$ )

Ακολουθεί μία εικόνα (εικόνα 1.3) πολυκατευθυντικών ακανόνιστων κυματισμών με σημαντικό ύψος κύματος 0.2 m και χαρακτηριστική περίοδο κύματος 2 s.

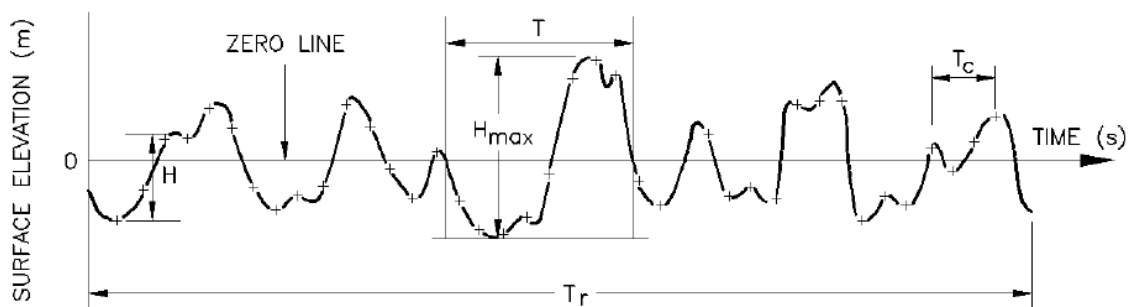


**Εικόνα 2.3:** Παρουσίαση εικόνας πολυκατευθυντικών ακανόνιστων κυματισμών.  
(Πηγή: Nohara, 2000).

### 2.3 Ανάλυση στην περιοχή του χρόνου

Στην ανάλυση στην περιοχή του χρόνου προσδιορίζονται οι χρονικές μεταβολές της θαλάσσιας επιφάνειας, όπως είναι το ύψος και το μήκος κύματος, με τη βασική παραδοχή ότι ένα ορισμένο κύμα είναι ανεξάρτητο από οποιοδήποτε άλλο. Κατά τη στατιστική ανάλυση μίας καταγραφής με διακεκριμένες τιμές του ύψους κύματος, ορίζεται το ύψος  $H_{rms}$  ως εξής:

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N H_i^2} \quad (2.3)$$



**Σχήμα 2.2:** Χαρακτηριστικά μεγέθη τυχαίου κυματισμού

Σε ένα τμήμα χρονοσειράς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας  $\eta(t)$ , όπως του σχήματος 2.2, η εφαρμογή των μεθόδων της στατιστικής κατέδειξε τα ακόλουθα:

(1) Οι ανά χρονικές αποστάσεις  $\Delta t$  τιμές του  $n$  αποτελούν ένα στοχαστικό μέγεθος, που ακολουθεί κατανομή Gauss

(2) Η εφαρμογή της τεχνικής "zero upcrossing", δηλαδή της αποτίμησης ύψους κύματος σαν διαφορά διαδοχικών ελαχίστων και μεγίστων τιμών του  $n$ , δίνει μία σειρά  $H_i$ , που επίσης είναι στοχαστικό μέγεθος. Αν η χρονοσειρά  $n(t)$  είναι μία διαδικασία μικρού εύρους διακυμάνσεως περιόδων, η κατανομή των  $H_i$  είναι κατανομή Rayleigh.

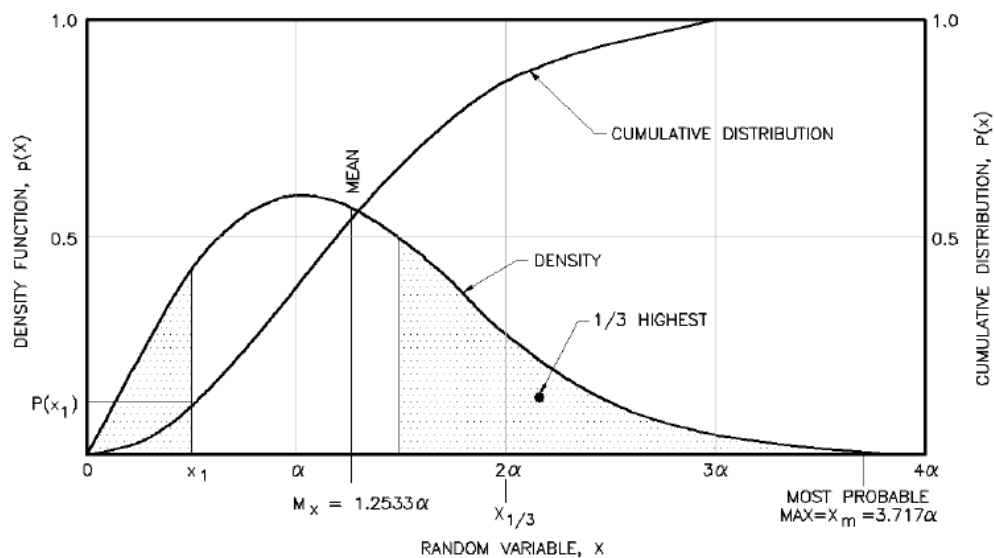
Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι:

$$p(H) = \frac{2H}{H_{rms}^2} \cdot \exp\left[-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2\right] \quad (2.4)$$

και η πιθανότητα υπέρβασης μίας τιμής  $H_*$  δίνεται από τη σχέση:

$$p(H \geq H_*) = \exp\left[-\left(\frac{H_*}{H_{rms}}\right)^2\right] \quad (2.5)$$

Στο σχήμα 2.3 φαίνονται γραφικά η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η αθροιστική κατανομή πιθανότητας.



**Σχήμα 2.3:** Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και αθροιστική κατανομή πιθανότητας (Πηγή: USACE, 2006).

## 2.4 Φασματική Ανάλυση

Στους σύνθετους κυματισμούς γίνεται η υπόθεση ότι η ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας προκύπτει από την επαλληλία πολλών μονοχρωματικών κυματισμών απειροστού ύψους και ποικίλων κατευθύνσεων:

$$\eta(\vec{x}, t) = \sum_{m=1}^M a_m \cdot \cos[\vec{k}_m \cdot \vec{x} - \omega_m t + \varphi_m] \quad (2.6)$$

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M a_m \cdot \cos[k_m (x \cdot \cos \theta_m + y \cdot \sin \theta_m) - 2\pi f_m t + \varphi_m] \quad (2.7)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, η στάθμη/ ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας είναι συνάρτηση του χρόνου  $t$  και της θέσης  $(x, y)$ . Συγκεκριμένα εκφράζεται σαν μία επαλληλία  $M$  στοιχειωδών ημιτονοειδών κυμάτων, το καθένα από το οποίο έχει εύρος  $a_m$ , συχνότητα  $f_m$ , γωνιακή ταχύτητα ή κυκλική συχνότητα  $\omega_m$ , κυματαριθμό (wave-number)  $k_m$ , διεύθυνση διάδοσης  $\theta_m$  και φάσης  $\varphi_m$ . Κάθε στοιχειώδες ημιτονοειδές κύμα ικανοποιεί την εξίσωση γραμμικής διασποράς (όπου  $d$ : το βάθος):

$$\omega_m^2 = g \cdot k_m \cdot \tanh(k_m \cdot d) \quad (2.8)$$

Όσον αφορά στις φάσεις, ισχύει η υπόθεση ότι ακολουθούν τυχαία κατανομή από 0 έως  $2\pi$  (με ομοιόμορφη κατανομή συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας).

Επίσης, σε κάθε συνιστώσα αντιστοιχεί πυκνότητα ενέργειας:

$$E_m = \frac{1}{2} g \cdot \rho \cdot \alpha_m^2 \quad (2.9)$$

#### 2.4.1 Ανάλυση στην περιοχή συχνοτήτων

Στην παράγραφο αυτήν δεν λαμβάνεται υπόψη η κατευθυντικότητα ή καλύτερα γίνεται αναφορά στα φάσματα μονής κατευθυντικότητας (uni-directional spectrums). Σύμφωνα με την παραπάνω υπόθεση, η (ανοιγμένη) συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας ορίζεται ως εξής:

$$S(f) df = \frac{1}{2} \sum_f^{f+df} \alpha_m^2 \quad (2.10)$$

Η συνάρτηση  $S(f)$  αποτελεί το ενεργειακό φάσμα και μπορεί να υπολογιστεί από μία ψηφιακή καταγραφή της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας  $\eta(t)$ , με τη μέθοδο ανάλυσης Fast Fourier Transform (FFT).

Σημαντικά μεγέθη του ενεργειακού φάσματος είναι οι ροπές  $n$  τάξεως:

$$m_n = \int_0^{\infty} S(f) \cdot f^n df, \quad n=0,1,2,.. \quad (2.11)$$

Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια γνωστά φάσματα μονής κατευθυντικότητας. Τα φάσματα συνήθως αναφέρονται στα βαθιά νερά.

### **Φάσμα Pierson-Moskowitz (1964)**

Το φάσμα Pierson-Moskowitz προέκυψε από μετρήσεις ανεμολογικών και κυματικών δεδομένων βρετανικών πλοίων στο βόρειο Ατλαντικό. Αφορά στις πλήρως ανεπτυγμένες θάλασσες (συνήθως μεγάλες θαλάσσιες εκτάσεις). Το φάσμα δίνεται από τον τύπο:

$$S(f) = \frac{\alpha \cdot g^2}{(2\pi)^4 \cdot f^5} \cdot \exp \left[ -1.25 \left( \frac{f_p}{f} \right)^4 \right] \quad (2.12)$$

όπου  $\alpha=0.0081$  και τα χαρακτηριστικά μεγέθη δίνονται από τη σχέση:

$$H_{m_0} = \frac{0.21 \cdot U_{19.5}^2}{g} \quad (2.13) \quad \text{και} \quad f_p = \frac{0.87 \cdot g}{2\pi \cdot U_{19.5}} \quad (2.13)$$

$U_{19.5}$  είναι η ταχύτητα του ανέμου 19.5 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας.

### **Φάσμα Jonswap (Hasselmann *et al.*, 1973)**

Εκτεταμένες μετρήσεις και αναλύσεις, κατά τη διάρκεια της δεκαετίας 1970-80 στη Βόρεια θάλασσα, έδειξαν ότι για ανάπτυξη κυματισμών με περιορισμό μήκους (πιο συνηθισμένη κατάσταση για παράκτιες λεκάνες), το ενεργειακό φάσμα μπορεί να παραμετροποιηθεί σε μία ενιαία μορφή:

$$S(f) = \frac{\alpha \cdot g^2}{(2\pi)^4 \cdot f^5} \cdot \exp \left[ -1.25 \left( \frac{f_p}{f} \right)^4 \right] \cdot \gamma^\delta \quad (2.14)$$

όπου:

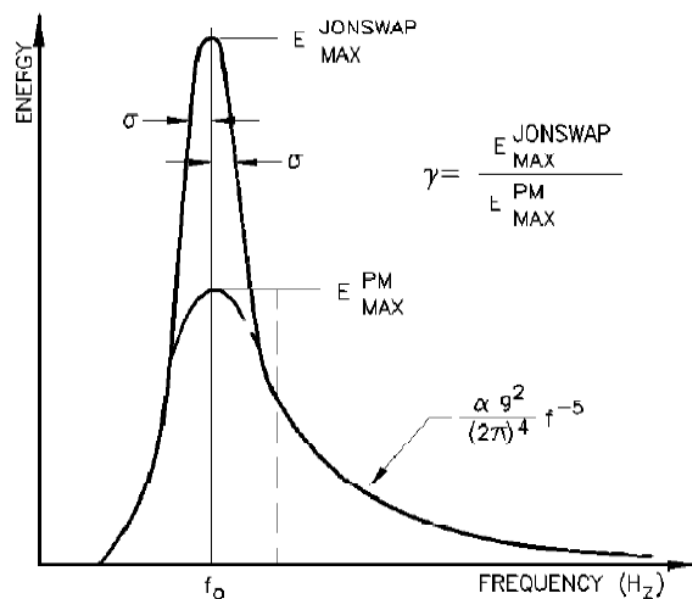
$$\delta = -\frac{\left(\frac{f}{f_p} - 1\right)^2}{2\sigma^2} \quad (2.15) \quad \text{ο συντελεστής Phillips}$$

$$f_p = \frac{3.5g}{U_{10}} \left(\frac{g \cdot F}{U_{10}^2}\right)^{-0.33} \quad (2.16)$$

$\gamma = 1 \div 7$  παράγων εξέλιξης της κορυφής με μέση τιμή 3.3

όπου: F (fetch) το ανάπτυγμα πελάγους και  $U_{10}$  την ταχύτητα του ανέμου σε ύψος 10 m από την επιφάνεια της θάλασσας.

Στο παρακάτω σχήμα 2.4 φαίνεται η σύγκριση των δύο αυτών φασμάτων, δηλαδή του φάσματος Jonswap και του Pierson-Moskowitz. Άλλα γνωστά φάσματα αποτελούν το Bretschneider (1959), το ISSC, το τροποποιημένο Wallops, το τροποποιημένο Jonswap, Ochi-Hubble (1976), Mitsuyasu (1972) κλπ.



**Σχήμα 2.4:** Σύγκριση ενεργειακών φασμάτων P-M και Jonswap

(Πηγή: USACE, 2006).

Σημειώνεται ότι οι μονάδες μέτρησης των ενεργειακών φασμάτων ως προς τις συχνότητες είναι οι  $m^2/Hz$  ή  $m^2/s^{-1}$ , καθώς αν πολλαπλασιαστούν με  $\rho g$  δίνουν τις μονάδες της κυματικής ενέργειας. Για το λόγο αυτό τα φάσματα αυτά αποκαλούνται ως ενεργειακά φάσματα.

## 2.4.2 Ανάλυση στην περιοχή συχνοτήτων και κατευθύνσεων

Στην γενική περίπτωση η πυκνότητα ενέργειας κατανέμεται στις διάφορες συχνότητες, αλλά και στις διάφορες κατευθύνσεις. Όπως προαναφέρθηκε τα ενεργειακά αυτά φάσματα ονομάζονται κατευθυντικά φάσματα (directional spectrums) και ικανοποιούν τις παρακάτω εξισώσεις:

$$S(f, \theta)df \cdot d\theta = \frac{1}{2} \sum_f^{f+df} \sum_\theta^{\theta+d\theta} \alpha_m^2 \quad (2.17)$$

$$S(f, \theta) = G(f, \theta) \cdot S(f) \quad (2.18)$$

όπου  $S(f, \theta)$  το κατευθυντικό φάσμα,  $\alpha_m$  το εύρος του στοιχειώδους ημιτονοειδούς κύματος,  $G(f, \theta)$  η συνάρτηση κατευθυντικότητας ή συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας (directional spreading function),  $S(f)$  το ενεργειακό φάσμα ως προς τις συχνότητες.

Η εξίσωση (2.17) αποτελεί και την εξίσωση ορισμού/ τυπική έκφραση του κατευθυντικού φάσματος, υπό την προϋπόθεση ότι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των κυμάτων δεν λαμβάνονται υπόψη. Επίσης, η συγκεκριμένη εξίσωση παριστάνει τη διακύμανση της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, εξαιτίας των κυμάτων συχνότητας  $f$ , που διαδίδονται προς τα κατάντη κατά τη διεύθυνση γωνίας  $\theta$ . Σημειώνεται ότι η διεύθυνση διάδοσης ενός κυματισμού προσδιορίζεται με τη γωνία πρόσπτωσής του.

Επίσης, η συνολική διακύμανση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας,  $n$ , δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_n^2 = \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi S(f, \theta)df \cdot d\theta \quad (2.19)$$

Η εξίσωση προσδιορισμού της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας (2.6 ή 2.7), με βάση την υπόθεση της επαλληλίας πολλών μονοχρωματικών κυματισμών απειροστού ύψους και ποικίλων κατευθύνσεων δόθηκε στην αρχή της §2.4. Ωστόσο, στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμη η αναφορά στην εξίσωση 2.20 (στοχαστικής ολοκλήρωσης), σύμφωνα με την οποία η στάθμη της ελεύθερης



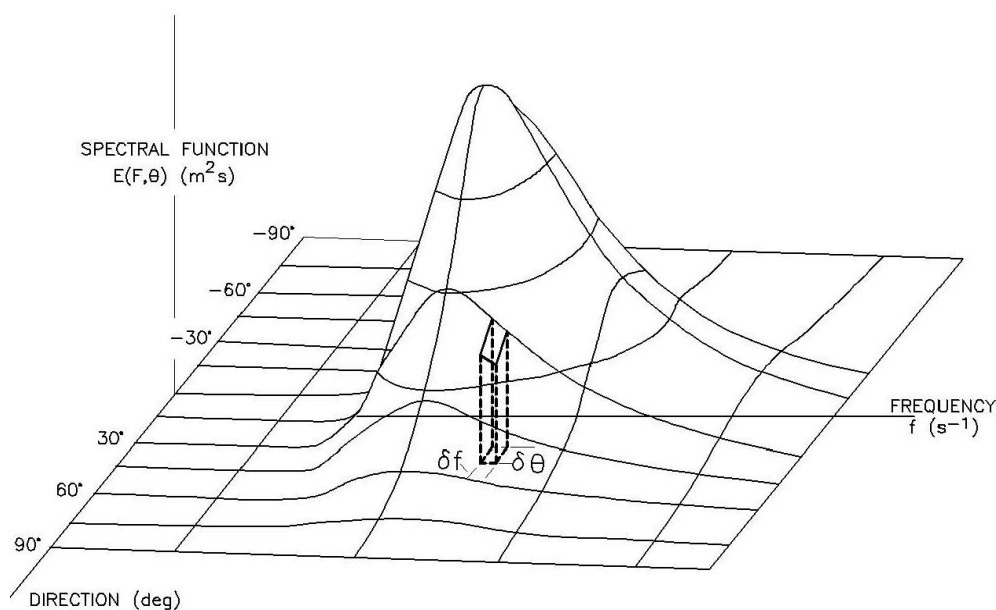
επιφάνειας της θάλασσας εκφράζεται συναρτήσει του κατευθυντικού φάσματος, ως εξής (Pierson et al., 1955):

$$\eta(x, y, t) = \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \left[ \frac{\omega^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t + \varepsilon \right] \sqrt{2S(\omega, \theta)} d\omega d\theta \quad (2.20)$$

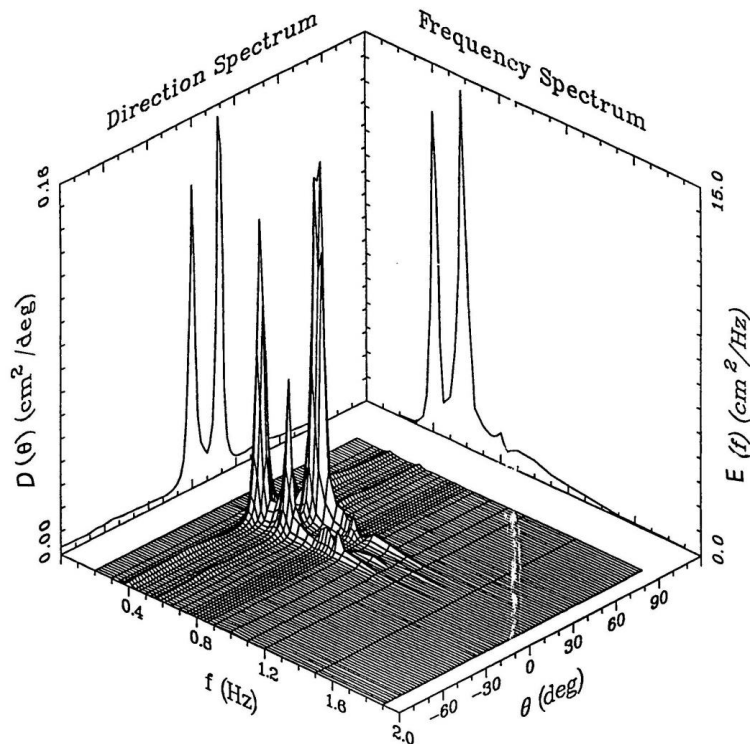
Επίσης, ισχύει η παρακάτω συνθήκη διατήρησης της συνολικής κυματικής ενέργειας:

$$\int_0^{2\pi} G(f, \theta) d\theta = 1 \quad (2.21)$$

Στα σχήματα 2.5 και 2.6 παρουσιάζονται 2 σχηματικές μορφές κατευθυντικού φάσματος.



**Σχήμα 2.5:** Σχηματική μορφή κατευθυντικού φάσματος (Πηγή: USACE, 2006).



**Σχήμα 2.6:** Σχηματική μορφή κατευθυντικού φάσματος με 2 κορυφές

(Πηγή: Briggs *et al*, 1993).

Σημειώνεται ότι οι μονάδες μέτρησης των κατευθυντικών φασμάτων είναι οι  $m^2/Hz$  ή  $m^2/s^{-1}$ , καθώς αν πολλαπλασιαστούν με  $\rho g$  δίνουν τις μονάδες της κυματικής ενέργειας. Για το λόγο αυτό τα φάσματα αυτά αποκαλούνται ως ενεργειακά φάσματα.

### **Βαθιά Ύδατα**

Η πρώτη προσπάθεια για την εύρεση μίας αριθμητικής έκφρασης του  $G(f, \theta)$ , της συνάρτησης κατευθυντικότητας ή συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας επιχειρήθηκε από τους Pierson *et al.* (1952), οι οποίοι πρότειναν μία απλή εξίσωση, στην οποία το  $G$  είναι ανεξάρτητο της συχνότητας. Η εξίσωση αυτή (2.22), που βασίστηκε στην υπόθεση ότι η γωνία  $\theta$  μετριέται από την κύρια διεύθυνση διάδοσης του κυματισμού (mean direction)  $\bar{\theta}$ , διατυπώθηκε ως εξής:

$$G(f, \theta) = G(\theta) + \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta, \quad |\theta| \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.22)$$

όπου για άλλες τιμές του  $\theta$ ,  $G(\theta) = 0$ .

Από τότε, διάφορες διατυπώσεις του  $G(f, \theta)$  έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές, κάποιες από τις οποίες παρουσιάζονται εν συντομία παρακάτω.

Οι Longuet-Higgins et al. (1963) ανέλυσαν μετρήσεις πεδίου κατευθυντικού φάσματος χρησιμοποιώντας την ακόλουθη διατύπωση της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας:

$$G(\theta) = G(s) \cdot \cos^{2s} \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.23)$$

όπου:

$$G(s) = \frac{2^{2s-1}}{\pi} \cdot \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)}$$

είναι ένας παράγοντας ομαλοποίησης που απαιτείται να

ικανοποιεί την εξίσωση (2.21),

s: μία παράμετρος που προσαρμόζει τη συμπεριφορά του  $G(\theta)$  στις πραγματικές συνθήκες του πεδίου των κυμάτων. Αυτή η παράμετρος μπορεί να θεωρηθεί ότι παρέχει με κάποιο τρόπο τη χαμένη συσχέτιση του G με τις συχνότητες των κυματισμών και, για το λόγο αυτό, έχει χρησιμοποιηθεί από πολλούς ερευνητές, όπως θα παρουσιαστεί παρακάτω.

Ο Borgman (1965) πρότεινε την εξίσωση:

$$G(\theta) = \exp(k \cdot \cos \theta) / 2\pi I_0(k) \quad (2.24)$$

όπου:

$I_0$ : η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel, μηδενικής τάξης,

k: μία παράμετρος που προσαρμόζει τη συμπεριφορά του  $G(\theta)$  στις πραγματικές συνθήκες του πεδίου των κυμάτων, όμοια με την παράμετρο s της εξίσωσης (2.23).

Ο Nagai (1972) γενίκευσε την εξίσωση (2.22) και χρησιμοποίησε στην έρευνά του σχετικά με τη διάθλαση των κυματισμών την εξής διατύπωση του  $G(\theta)$ :

$$G(\theta) = \frac{2\lambda!!}{\pi(2\lambda-1)!!} \cos^{2\lambda} \theta, \quad |\theta| \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.25)$$

όπου για άλλες τιμές του  $\theta$ ,  $G(\theta) = 0$  και

$\lambda$ : μία παράμετρος ίδιας συμπεριφοράς με την παράμετρο s στην εξίσωση (2.23) και την παράμετρο k στην εξίσωση (2.24).

Οι Mitsuyasu et al. (1975) πρότειναν μία ξεκάθαρη εξάρτηση της παραμέτρου  $s$  της εξίσωσης (2.23) με τη συχνότητα. Η εξάρτηση αυτή φαίνεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$s = 11.5 \cdot \left( \frac{C_p}{U} \right)^{2.5} \left( \frac{f}{f_p} \right)^b \quad (2.26)$$

όπου:

$C_p$ : η ταχύτητα φάσης στα βαθιά στη συχνότητα αιχμής, π.χ.  $C_p = g / 2\pi f_p$ ,

$U$ : η ταχύτητα του ανέμου σε ύψος 10 m από την επιφάνεια της θάλασσας,

$b=5$  για  $f / f_p < 1$  ή  $b=-2.5$  για  $f / f_p \geq 1$ .

Σημειώνεται ότι η ποσότητα  $\frac{C_p}{U}$  ή η κυματική ηλικία δεν επηρεάζουν καθοριστικά την παράμετρο  $s$  (Donelan et al., 1985). Μία εναλλακτική απλούστερη διατύπωση της παραμέτρου  $s$  προτάθηκε από τους Goda and Suzuki (1975), οι οποίοι τροποποίησαν την εξίσωση (2.26) ως εξής:

$$s = s_{\max} \cdot \left( \frac{f}{f_p} \right)^b \quad (2.27)$$

όπου:

$s_{\max} = 10$  για ανεμογενείς κυματισμούς

$= 25$  για αποθάλασσα που δημιουργήθηκε σε μικρή σχετικά απόσταση

$= 75$  για αποθάλασσα που δημιουργήθηκε σε μεγάλη σχετικά απόσταση

και  $b$ : όπως προηγουμένως.

Οι Hasselman et al. (1980) χρησιμοποίησαν δεδομένα από ένα pitch-roll buoy και πρότειναν μία διαφορετική έκφραση της παραμέτρου  $s$ :

$$s = \begin{cases} 6.97 \cdot \left( \frac{f}{f_p} \right)^{4.06}, & f < 1.05f_p \\ 9.77 \cdot \left( \frac{f}{f_p} \right)^\mu, & f \geq 1.05f_p \end{cases} \quad (2.28)$$

όπου η παράμετρος  $\mu$  έχει μία ασθενή εξάρτηση από την κυματική ηλικία:

$$\mu = -2.33 - 1.45 \left( \frac{U}{C_p} - 1.17 \right) \text{ με } U \text{ και } C_p \text{ όπως στην εξίσωση (2.26).}$$

Επιπρόσθετα, ο Borgman (1984) πρότεινε την ακόλουθη εξίσωση για τον προσδιορισμό του  $G(\theta)$ :

$$G(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \exp \left[ -\frac{(n \cdot \sigma_\theta)^2}{2} \right] \cos n\theta \quad (2.29)$$

όπου:

$$\sigma_\theta = \int_{-\tau}^{\tau} \theta^2 G(\theta) d\theta, \quad \theta \text{ σε rad, παριστάνει τη γωνιακή διακύμανση της συνάρτησης}$$

κατευθυντικότητας ή της συνάρτησης διασποράς της κατευθυντικότητας,

$N$ : ο μεγαλύτερος ακέραιος μικρότερος από το  $10/\sigma_\theta$ , έτσι ώστε ο εκθετικός όρος της εξίσωσης (2.29) να υπολογίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια.

Οι Donelan *et al.* (1985) ανέλυσαν δεδομένα πεδίου χρησιμοποιώντας την παρακάτω εξίσωση:

$$G(\theta) = \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2(\beta \cdot \theta) \quad (2.30)$$

όπου  $\beta$  είναι μία παράμετρος που εξαρτάται από τις συχνότητα:

$$\beta = \begin{cases} 2.61 \cdot \left( \frac{f}{f_p} \right)^{1.3}, & 0.56 < f / f_p < 0.95 \\ 2.28 \cdot \left( \frac{f}{f_p} \right)^{-1.3}, & 0.95 < f / f_p < 1.6 \end{cases} \quad (2.31)$$

Για μεγαλύτερες τιμές του  $f / f_p$ , η παράμετρος  $\beta$  θεωρείται σταθερή.

Επίσης, ο Banner (1990) πρότεινε τον ακόλουθο τύπο για την παράμετρο  $\beta$  για  $f / f_p > 1.6$ :

$$\log \beta = -0.4 + 0.839 \cdot \exp \left[ -0.567 \cdot \ln \left( \frac{f}{f_p} \right)^2 \right] \quad (2.32)$$

Τέλος, ο H. Wang συσχέτισε το 1992 την παράμετρο  $s$  της εξίσωσης (2.23) με το σημαντικό ύψος κύματος και το μήκος κύματος που αντιστοιχούν στη συχνότητα αιχμής:

$$s = 0.2 \cdot \left( \frac{H_s}{L_p} \right)^{-1.28} \left( \frac{f}{f_p} \right)^b \quad (2.33)$$

όπου το  $b$  παίρνει τιμές, όπως αναφέρεται στην εξίσωση (2.26).

### **Πεπερασμένο Βάθος**

Οι κυματισμοί που διαδίδονται σε νερά πεπερασμένου βάθους υφίστανται ρήχωση διάθλαση, περίθλαση κ.α., με αποτέλεσμα η διασπορά της κυματικής ενέργειας να τροποποιείται. Ωστόσο, αυτή η τροποποίηση δεν μπορεί αν γενικευτεί, καθώς οι μηχανισμοί αυτοί εξαρτώνται τόσο από το βάθος τοπικά, αλλά και από την ευρύτερη μορφολογία/ τοπογραφία του βυθού. Για τον προαναφερόμενο λόγο, καμία έκφραση της συνάρτησης κατευθυντικότητας που αναφέρεται σε νερά πεπερασμένο βάθος δεν μπορεί να έχει γενική εφαρμογή.

Δεδομένων των παραπάνω περιορισμών, οι Young et al. (1996) πρότειναν έναν τύπο για την παράμετρο  $s$  της εξίσωσης (2.23), που αναφέρεται σε κύματα που διαδίδονται σε ύδατα περίπου σταθερού βάθους.

$$s = 11 \left( \frac{f}{f_p} \right)^{\kappa}, \quad \kappa = 2.7 \text{ για } f < f_p \text{ και } \kappa = -2.4 \text{ για } f \geq f_p \quad (2.34)$$

Μετά τη σύγκριση της παραπάνω εξίσωσης με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των Donelan et al. (1985), επικρατεί ο ισχυρισμός ότι σε πεπερασμένα βάθη, η διασπορά της κυματικής ενέργειας ως προς τις κατευθύνσεις διάδοσης είναι πιο ευρεία σε σχέση με αυτή στα βαθιά νερά. Η διεύρυνση αυτή της διασποράς της κυματικής ενέργειας οφείλεται στους προαναφερόμενους μηχανισμούς, αλλά και σε άλλους παράγοντες όπως στις μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των κυματισμών.

### **Μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις κυματισμών**

Η χρονική εξέλιξη του πεδίου των κυματισμών μπορεί να εκφραστεί μέσω του κατευθυντικού φάσματος ως εξής (Willebrand, 1975):

$$\frac{DS(f, \theta)}{Dt} = S_{in} + S_{nl} + S_{ds} + S_b \quad (2.35)$$

όπου:

$S_{in}$ : ο άνεμος που δημιουργεί τους κυματισμούς,

$S_{nl}$ : οι μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των κυμάτων

$S_{ds}$ : η διάλυση εξαιτίας της θραύσης των κυμάτων

$S_b$ : η τριβή του πυθμένα.

Στα βαθιά νερά ο μη γραμμικός όρος  $S_{nl}$  έχει έναν καθοριστικό ρόλο στον καθορισμό του κατευθυντικού φάσματος (Banner and Young, 1994). Όσο τα νερά ρηχαίνουν, οι όροι διάλυσης  $S_{ds}$  και  $S_b$  γίνονται πιο σημαντικοί. Οι Young et al. (1996) απέδειξαν ότι οι μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις των κυμάτων ευθύνονται για την ευρύτερη διασπορά κατευθυντικότητας στο χώρο και κατ' επέκταση για το μεγαλύτερο εύρος της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας, σε ύδατα πεπερασμένου βάθους. Αυτή η διαπίστωση μπορεί να αντιστραφεί σε πολύ ρηγά νερά.

## **2.5 Διασπορά κατευθυντικότητας σε μοντέλα διάδοσης κυματισμών σε ρηγά νερά**

Όπως προαναφέρθηκε στην παράγραφο 2.4.2, είναι αδύνατο να παραχθεί μία έκφραση της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας, γενικής εφαρμογής, σε ύδατα πεπερασμένου βάθους. Η έλλειψη αυτή μπορεί να καλυφθεί με την εκτίμηση της κατάστασης του κυματικού πεδίου στο χώρο ή στο χρόνο ή και στα δύο, μέσω των διαφόρων διαθέσιμων μεθόδων.

Οι κυριότερες από τις διαθέσιμες μεθόδους θα αναφερθούν ονομαστικά παρακάτω:

- (1) Μέθοδος συνάρτησης μεταφοράς (transfer function method)
- (2) Μέθοδος ροής ενέργειας (energy flux method)
- (3) Συνδυαστικά μοντέλα διάθλασης-περίθλασης (combined refraction-diffraction models)
- (4) Χρόνο-εξαρτώμενα μοντέλα (time-dependent models)
- (5) Μοντέλα πιθανοτήτων (probabilistic models).

Οι παραπάνω μέθοδοι δε θα αναλυθούν στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, καθώς αντικείμενό της αποτελεί ο προσδιορισμός κατευθυντικότητας κυματισμών από μετρήσεις πεδίου και ειδικότερα, μετρήσεις ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας. Η αναφορά και η ανάλυση των συγκεκριμένων μεθόδων θα γίνει στο επόμενο κεφάλαιο (3).



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>

### 3.ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ

#### ΑΠΟ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

##### 3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούν και θα αναλυθούν οι κυριότερες μέθοδοι, που έχουν εφευρεθεί, για τον προσδιορισμό της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας των κυματισμών ή του κατευθυντικού φάσματος. Βασίζονται σε μετρήσεις από διάφορα όργανα του πεδίου των κυματισμών. Μια συνοπτική ανασκόπηση των προαναφερόμενων οργάνων μέτρησης θα γίνει στην επόμενη παράγραφο 3.2.

Ωστόσο, σημειώνεται ότι οι συγκεκριμένες μέθοδοι έχουν εφαρμογή στα βαθιά και ενδιάμεσα ύδατα και λιγότερο στα ρηγά. Ειδικότερα, οι μέθοδοι δεν εφαρμόζονται στη ζώνη της θραύσης, καθώς στη ζώνη αυτή χάνεται η στατιστική κατανομή του κύματος, γεγονός που αλλοιώνει την κατευθυντικότητα. Για παράδειγμα στον τύπο θραύσης εκτινάξεως, η κυματική μορφή καταστρέφεται σε πολύ κεκλιμένους πυθμένες και σε κύματα μέτριας αρχικής καμπυλότητας. Για τη μελέτη της κατευθυντικότητας στα πολύ ρηγά νερά και συγκεκριμένα στη ζώνη της θραύσης χρειάζεται μία διαφορετική προσέγγιση από αυτήν που εξετάζεται στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία.

Παρόλο που πολλές μέθοδοι έχουν εφευρεθεί για τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των κυματισμών, βασισμένες σε διαφορετικές προσεγγίσεις, στις πιο ευρέως αποδεκτές, για πρακτικούς κυρίως λόγους, συγκαταλέγονται η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (Weighted Fourier Series Decomposition), η Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Method), η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (Maximum Entropy Method) και η μέθοδος Bayesian (Bayesian Approach Method).

### 3.2 Ανασκόπηση οργάνων μέτρησης

Με στόχο την απόκτηση πληροφοριών σχετικά με την κατευθυντικότητα κυματισμών, διάφορα όργανα μετρήσεων του κυματικού πεδίου έχουν χρησιμοποιηθεί διεθνώς. Διάφορες τεχνικές μετρήσεων έχουν προταθεί και εφαρμοσθεί επί τόπου ή σε εργαστηριακές εφαρμογές (Horikawa, 1988). Αυτές μπορούν να διακριθούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

(α) σημειακά συστήματα:

μετρούν ταυτόχρονα στη ίδια θέση περισσότερες της μίας κυματικής κινηματικής ποσότητας. Συνήθως, τα εν λόγω συστήματα καταγράφουν 3 σήματα κυμάτων. Τα πιο ευρέως διαδεδομένα είναι:

(i) το heave-pitch-roll buoy (Longuet-Higgins *et al.*, 1963 ; Lygre and Krogstad, 1986 ; Mardsen and Juszko, 1987 ; Brissette and Tsanis, 1994), που αποδίδει την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας (*heave*) και τις κλίσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τους δύο κάθετους οριζόντιους άξονες (*pitch and roll*).

(ii) ο μετρητής ρευμάτων συνδυασμένος με έναν αισθητήρα πίεσης ή έναν μετρητή ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας (Briggs, 1984 ; Schäffer and Hyllested, 1994 ; Benoit and Teisson, 1994).

Άλλοι πιθανοί συνδυασμοί περιλαμβάνουν 3 μετρητές ρεύματος, επιταχύνσεων ή μετατοπίσεων (έναν για κάθε άξονα του τρισδιάστατου καρτεσιανού συστήματος).

Από τα προαναφερόμενα, το heave-pitch-roll buoy είναι το πιο διαδεδομένο, καθώς αποτελεί ένα σημειακό μετρητικό σύστημα με μέτριο σχετικά κόστος και εύκολη φύλαξη (Benoit *et al.*, 1997).

Το clover-leaf buoy που επινοήθηκε/ αναπτύχθηκε από τους Mitsuyasu *et al.* (1975) σχεδιάστηκε να μετρά 6 καταγραφές κύματος, τρεις καμπυλότητες της επιφάνειας της

θάλασσας ( $\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 \eta}{\partial xy^2}$ ), μαζί με τις τρεις καταγραφές που μετρά το heave-pitch-roll buoy.

(β) διατάξεις μετρητών:

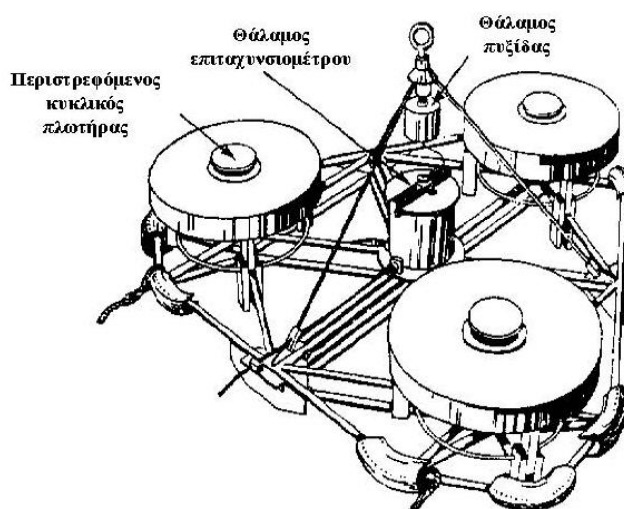
αποτελούνται από πολλαπλούς ανιχνευτές κύματος, οι οποίοι τοποθετούνται σε διάφορες θέσεις στο θαλάσσιο πεδίο. Οι ανιχνευτές μπορεί να είναι όμοιοι, όπως μετρητές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, ή διαφορετικού τύπου

(π.χ. μετρητές ανύψωσης με μετρητές θαλάσσιων ρευμάτων και πίεσης) (Hashimoto *et al.*, 1987, 1997 ; Benoit and Teisson, 1994).

(γ) συστήματα τηλεπισκόπισης:

τα συγκεκριμένα συστήματα λειτουργούν με διαφορετικό τρόπο, καθώς βασίζονται σε χωρικές συσχετίσεις, αντί σε χρονικές συσχετίσεις. Θεμελιώδης αρχή τους συνιστά η απόδοση του κυματικού καθεστώτος/ πεδίου σε μία συγκεκριμένη περιοχή. Το κυματικό καθεστώς υποτίθεται ότι είναι ομογενές στην περιοχή, ώστε το κατευθυντικό φάσμα να είναι δυνατό να υπολογιστεί από το μετασχηματισμό Fourier του πεδίου ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας (Benoit *et al.*, 1997). Στα εν λόγω συστήματα χρησιμοποιούνται ραντάρ μικροκυμάτων (Jackson *et al.*, 1985), αεροφωτογραφίες κ.α.

Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζεται το cloverleaf buoy, όπως σχεδιάστηκε από τους Cartwright και Smith (1964), το οποίο κρίνεται μοναδικό και το πιο κατάλληλο για τον ακριβή προσδιορισμό του κατευθυντικού φάσματος κυματισμών.



**Σχήμα 3.1:** το cloverleaf buoy

(Πηγή: Ochi, 1998).

Μετά από αυτήν την ανασκόπηση, σημειώνεται ότι η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αναφέρεται στην κατηγορία μετρητών (β), λόγω των δεδομένων που χρησιμοποιούνται (ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας). Ωστόσο, με μία χειρονακτική διαδικασία, που θα αναλυθεί παρακάτω, εκτιμώνται οι κλίσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τους δύο κάθετους οριζόντιους άξονες. Επιπρόσθετα, οι μέθοδοι προσδιορισμού κατευθυντικότητας, στις οποίες γίνεται

αναφορά και ανάλυση, εφαρμόζονται και στους δύο αυτούς τύπους δεδομένων. Συνεπώς, οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούνται για συστήματα μετρητών τόσο της κατηγορίας (β), αλλά και (α) και συγκεκριμένα για το heave-pitch-roll buoy.

### 3.3 Βασικό θεωρητικό υπόβαθρο

#### 3.3.1 Ανάλυση Σύνθετων Φασμάτων (Cross-Spectral Analysis)

Ας θεωρηθεί μία γενική διάταξη μετρητών, που αποτελείται από  $N$  αισθητήρες. Κάθε αισθητήρας καταγράφει ένα σήμα/ μία κυματική ποσότητα (π.χ. στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, ταχύτητα, κλίση της επιφάνειας της θάλασσας κ.α.), που συμβολίζεται εδώ ως:  $P_n(t)$ , ( $n=1$  έως  $N$ ). Το διάνυσμα θέσης των μετρητών συμβολίζεται ως:  $\overline{x_n}$ , ( $n=1$  έως  $N$ ) σε σχέση με ένα σημείο αναφοράς. Τα σήματα καταγράφονται ταυτόχρονα στους  $N$  αισθητήρες της διάταξης κατά μία καθορισμένη διάρκεια  $T$  και με χρονικό βήμα  $\Delta t$ .

Η ανάλυση της συσχέτισης, μεταξύ 2 σημάτων, γίνεται ως προς τις συχνότητες, με εκτίμηση του σύνθετου φάσματος (cross-covariance spectral densities - cross spectra)  $G_{mn}(f)$  μεταξύ κάθε ζεύγους σημάτων ( $P_n, P_m$ ) και περιγράφεται ακολούθως:

$$G_{mn}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{mn}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.1)$$

όπου:

$$R_{mn}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T P_m(t) P_n(t+\tau) dt \quad (3.2)$$

Στην πράξη, το σύνθετο φάσμα  $G_{mn}(\omega)$  υπολογίζεται συνήθως από διακριτές και πεπερασμένης διάρκειας χρονοσειρές, με ψηφιακές διαδικασίες βασισμένες στο μετασχηματισμό Fast Fourier Transform (Jenkins and Watts, 1968).

Τα παραπάνω σύνθετα φάσματα συνήθως υπολογίζονται για  $m \leq n$  μόνο, καθώς αποδεικνύεται ότι τα σύνθετα φάσματα  $G_{mn}(\omega)$  και  $G_{nm}(\omega)$  είναι φάσματα συζυγών μιγαδικών αριθμών. Ο συνολικός αριθμός των συνδυαστικών μιγαδικών

φασμάτων που χρειάζεται να υπολογιστούν για μία διάταξη  $N$  μετρητών είναι  $N(N+1)/2$ . Από αυτά:

(1) τα  $N$  είναι απλά φάσματα (auto-spectra) ( $m=n$ ), τα οποία είναι φάσματα πραγματικών αριθμών. Εάν  $P_n(t)$  είναι καταγραφή στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, τότε το  $G_{nn}(\omega)$  υπολογίζεται άμεσα από το ενεργειακό φάσμα ως προς τις συχνότητες  $S(\omega)$ .

(2) τα  $N(N-1)/2$  είναι σύνθετα φάσματα ( $m < n$ ), εκ των οποίων τα πραγματικά μέρη  $C_{mn}(\omega)$  ονομάζονται co-spectra και τα φανταστικά μέρη ονομάζονται quad-spectra.

Ισχύει, δηλαδή,  $G_{mn}(\omega) = C_{mn}(\omega) + i \cdot Q_{mn}(\omega)$ .

3.3.2 Σχέση μεταξύ του σύνθετου φάσματος και του κατευθυντικού φάσματος (ή της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας)

Στη γραμμική θεωρία και την υπόθεση ότι οι φάσεις των διαφόρων συνιστωσών του πεδίου των κυματισμών είναι τυχαία κατανεμημένα στο σύνολο  $[0, 2\pi]$ , στηρίζεται η ακόλουθη εξίσωση μεταξύ του κατευθυντικού φάσματος  $S(\omega, \theta)$  και του σύνθετου φάσματος  $G_{mn}(\omega)$ :

$$G_{mn}(\omega) = \int_0^{2\pi} H_m(\omega, \theta) \cdot H_n^*(\omega, \theta) \cdot e^{-i\vec{k}(\vec{x}_n - \vec{x}_m)} \cdot S(\omega, \theta) d\theta \quad (3.3)$$

που μπορεί, επίσης, να διατυπωθεί σαν μία εξίσωση με τη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας  $G(\omega, \theta)$ , χρησιμοποιώντας την εξίσωση ορισμού του κατευθυντικού φάσματος (2.18):

$$G_{mn}(\omega) = S(\omega) \cdot \int_0^{2\pi} H_m(\omega, \theta) \cdot H_n^*(\omega, \theta) \cdot e^{-i\vec{k}(\vec{x}_n - \vec{x}_m)} \cdot G(\omega, \theta) d\theta \quad (3.4)$$

όπου:  $H_m(\omega, \theta)$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς από την καταγραφή της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας σε καταγραφή κυματικής ποσότητας  $P_m(t)$  (π.χ. πίεση, ταχύτητα, επιτάχυνση, κλίση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας κ.α.).

Το σύμβολο \* συμβολίζει το συζυγή μιγαδικό αριθμό, αφού η  $H_m(\omega, \theta)$  είναι συνάρτηση μιγαδικών αριθμών στη γενική της μορφή:

$$H_m(\omega, \theta) = h_m(\omega) \cdot \cos^{\alpha_m} \theta \cdot \sin^{\beta_m} \theta \quad (3.5)$$

Οι παράμετροι  $h_m(\omega)$ ,  $\alpha_m$ ,  $\beta_m$  εξαρτώνται από τον τύπο της καταγραφής  $P_m(t)$ .

Οι εκφράσεις τους παρουσιάζονται στο πίνακα 3.1, για καταγραφές διαφόρων κυματικών ποσοτήτων (Πηγή: Isobe *et al.*, 1984).

**Πίνακας 3.1:** Συναρτήσεις μετάθεσης βασισμένες στη γραμμική θεωρία

MEASURED QUANTITY	SYMBOL	$h(k, \omega)$	$\alpha$	$\beta$
Water surface elevation	$\eta$	1	0	0
Excess pressure	$p$	$\rho g \frac{\cosh kz}{\cosh kd}$	0	0
Vertical water surface velocity	$\eta_t$	$-i\omega$	0	0
Vertical water surface acceleration	$\eta_{tt}$	$-\omega^2$	0	0
Surface slope (x)	$\eta_x$	$ik$	1	0
Surface slope (y)	$\eta_y$	$ik$	0	1
Water particle velocity (x)	$u$	$\omega \frac{\cosh kz}{\sinh kd}$	1	0
Water particle velocity (y)	$v$	$\omega \frac{\cosh kz}{\sinh kd}$	0	1
Water particle velocity (z)	$w$	$-\omega \frac{\cosh kz}{\sinh kd}$	0	0

$k$ : κυματικός αριθμός,  $\omega$ : κυκλική συχνότητα,  $d$ : βάθος υδάτων,  $z$ : ανύψωση μετρούμενη από τον πυθμένα,  $\rho$ : πυκνότητα ρευστού,  $g$ : επιτάχυνση της βαρύτητας

### 3.3.3 Σύνθετα φάσματα (cross-spectra) και προσδιορισμός συνάρτησης κατευθυντικότητας

Σε όλες τις μεθόδους, που θα αναλυθούν παρακάτω, είναι απαραίτητη η εκτίμηση των σύνθετων φασμάτων και ειδικότερα των πραγματικών και φανταστικών μερών τους. Είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός τόσο των σύνθετων, όσο και των απλών φασμάτων.

Για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy, το οποίο καταγράφει, στην ίδια θέση, τη στάθμη και τις κλίσεις, ως προς τους δύο κάθετους οριζόντιους άξονες, της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, έχουμε τα εξής σήματα από τους κυματισμούς:

$$[P_1(t), P_2(t), P_3(t)] = \left[ n(t), \frac{\partial n}{\partial x}(t), \frac{\partial n}{\partial y}(t) \right] \text{ και τα παρακάτω 6 σύνθετα φάσματα:}$$

$$C_{11}(\omega) = \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) d\theta = S(\omega) \quad (3.6)$$

$$Q_{11}(\omega) = 0 \quad (3.7)$$

$$C_{22}(\omega) = S(\omega) \cdot k^2 \cdot \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \cos^2(\theta) d\theta \quad (3.8)$$

$$Q_{22}(\omega) = 0 \quad (3.9)$$

$$C_{33}(\omega) = S(\omega) \cdot k^2 \cdot \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \sin^2(\theta) d\theta \quad (3.10)$$

$$Q_{33}(\omega) = 0 \quad (3.11)$$

$$C_{12}(\omega) = 0 \quad (3.12)$$

$$Q_{12}(\omega) = S(\omega) \cdot k \cdot \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \cos(\theta) d\theta \quad (3.13)$$

$$C_{13}(\omega) = 0 \quad (3.14)$$

$$Q_{13}(\omega) = S(\omega) \cdot k \cdot \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \sin(\theta) d\theta \quad (3.15)$$

$$C_{23}(\omega) = S(\omega) \cdot k^2 \cdot \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) d\theta \quad (3.16)$$

$$Q_{23}(\omega) = 0 \quad (3.17)$$

Όπως παρατηρείται, από τους παραπάνω 12 συντελεστές, μόνο 6 είναι διάφοροι του μηδενός. Επιπρόσθετα, το  $C_{11}(\omega)$  δεν φέρει καμία πληροφορία σχετικά με την κατανομή της κατευθυντικότητας και ισούται με το ενεργειακό φάσμα ως προς τις συχνότητες. Σημειώνεται, επίσης, ότι τα απλά φάσματα,  $C_{11}(\omega)$ ,  $C_{22}(\omega)$ ,  $C_{33}(\omega)$  συσχετίζονται με την ακόλουθη εξίσωση:

$$C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega) = k^2 \cdot C_{11}(\omega) \quad (3.18)$$

Η εξίσωση (3.18) χρησιμοποιείται, συχνά, για την εκτίμηση μία εμπειρικής τιμής του κυματικού αριθμού  $k$ , αντί της εξίσωσης γραμμικής διασποράς (2.8):

$$k = \sqrt{\frac{C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)}{C_{11}(\omega)}} \quad (3.19)$$

Είναι, συνεπώς, δυνατό να υπολογίζονται 5 ανεξάρτητοι συντελεστές για κάθε συχνότητα, από τους οποίους ο ένας είναι ίσος με το ενεργειακό φάσμα  $S(\omega)$  και οι υπόλοιποι 4 συντελεστές χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό της συνάρτησης κατευθυντικότητας  $G(\omega, \theta)$  στη συγκεκριμένη κυκλική συχνότητα. Το γεγονός αυτό, σε όρους συντελεστών Fourier της συνάρτησης κατευθυντικότητας, μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$a_n = \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \cos(n \cdot \theta) d\theta \quad (3.20) \quad b_n = \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \sin(n \cdot \theta) d\theta \quad (3.21)$$

Για σημειακά συστήματα, δηλαδή για συστήματα με 3 αισθητήρες στην ίδια θέση ( $N=3$ ), μόνο οι 4 πρώτοι συντελεστές Fourier ( $a_1, b_1, a_2, b_2$ ) μπορούν να υπολογιστούν. Οι τέσσερις αυτοί συντελεστές φέρουν όλη την απαραίτητη πληροφορία για τον προσδιορισμό της συνάρτησης κατευθυντικότητας  $G(\omega, \theta)$  ή κατ' επέκταση του κατευθυντικού φάσματος  $S(\omega, \theta)$ . Οι εκφράσεις αυτών των συντελεστών από τα cross-spectra, για διαφόρων ειδών σημειακά συστήματα, δίνονται στον πίνακα 3.2.

Επίσης, σημειώνεται ότι και για την περίπτωση των διατάξεων μετρητών, αλλά και άλλων ειδών μετρητικών συστημάτων κατευθυντικότητας κυματισμών, τα σύνθετα φάσματα προκύπτουν με παρόμοια προσέγγιση, δηλαδή με την ανάλυση σύνθετων φασμάτων, η αναφορά της οποίας λαμβάνει χώρα στην § 3.3.1.



**Πίνακας 3.2:** Συντελεστές Fourier της συνάρτησης κατευθυντικότητας για διάφορα σημειακά συστήματα (Πηγή: Benoit *et al.* 1997).

n°	Single-point measuring device	E(f)	a <sub>1</sub> (f)	b <sub>1</sub> (f)	a <sub>2</sub> (f)	b <sub>2</sub> (f)
1	Heave-pitch-roll buoy [ $\eta$ ; $\frac{\partial \eta}{\partial x}$ ; $\frac{\partial \eta}{\partial y}$ ]	C <sub>11</sub>	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{22}-C_{33}}{C_{22}+C_{33}}$	$\frac{2 \cdot C_{23}}{C_{22}+C_{33}}$
2	Elevation probe + 2D current-meter [ $\eta$ ; u <sub>x</sub> (z <sub>2</sub> ) ; u <sub>y</sub> (z <sub>2</sub> ) ]	C <sub>11</sub>	$\frac{C_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{22}-C_{33}}{C_{22}+C_{33}}$	$\frac{2 \cdot C_{23}}{C_{22}+C_{33}}$
3	Pressure gage + 2D current-meter [ p(z <sub>1</sub> ) ; u <sub>x</sub> (z <sub>2</sub> ) ; u <sub>y</sub> (z <sub>2</sub> ) ]	$C_{11} \left( \frac{1}{\rho g} \frac{ch(k \cdot d)}{ch(k(d+z_1))} \right)^2$	$\frac{C_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{22}-C_{33}}{C_{22}+C_{33}}$	$\frac{2 \cdot C_{23}}{C_{22}+C_{33}}$
4	Device recording three displacements [ $\eta$ ; $\xi_x(0)$ ; $\xi_y(0)$ ]	C <sub>11</sub>	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{22}-C_{33}}{C_{22}+C_{33}}$	$\frac{2 \cdot C_{23}}{C_{22}+C_{33}}$
5	Device recording three velocities [ u <sub>z</sub> (z <sub>1</sub> ) ; u <sub>x</sub> (z <sub>2</sub> ) ; u <sub>y</sub> (z <sub>2</sub> ) ]	$C_{11} \left( \frac{1}{\omega} \frac{sh(k \cdot d)}{sh(k(d+z_1))} \right)^2$	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{22}-C_{33}}{C_{22}+C_{33}}$	$\frac{2 \cdot C_{23}}{C_{22}+C_{33}}$
6	Device recording three accelerations [ a <sub>z</sub> (z <sub>1</sub> ) ; a <sub>x</sub> (z <sub>2</sub> ) ; a <sub>y</sub> (z <sub>2</sub> ) ]	$C_{11} \left( \frac{1}{\omega} \frac{sh(k \cdot d)}{sh(k(d+z_1))} \right)^2$	$\frac{Q_{12}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{Q_{13}}{\sqrt{C_{11}(C_{22}+C_{33})}}$	$\frac{C_{22}-C_{33}}{C_{22}+C_{33}}$	$\frac{2 \cdot C_{23}}{C_{22}+C_{33}}$

### 3.4 Μέθοδοι Σειρών Fourier - Fourier Series Decomposition Methods

#### 3.4.1 Μέθοδος Αποκοπής Σειρών Fourier - Truncated Fourier Series Decomposition Method (TFS)

Σύμφωνα με τους Benoit et al (1997), καθώς η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας αναφέρεται, συνήθως, σε πολυκατευθυντικούς κυματισμούς, η συνεχής συνάρτηση στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ , η οποία ικανοποιεί τη συνθήκη:  $G(\omega, 0) = G(\omega, 2\pi)$ , γράφεται σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μέθοδο ως εξής:

$$G(\omega, \theta) = \frac{a_0}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(n \cdot \theta) + b_n \cdot \sin(n \cdot \theta)] \quad (3.22)$$

όπου: a<sub>n</sub> και b<sub>n</sub> (n>0) δίνονται από τις εξισώσεις (3.20) και (3.21) και

$$a_0 = \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) d\theta = 1 \quad (3.23)$$

Ο πιο άμεσος τρόπος να χρησιμοποιηθεί αυτή η προσέγγιση συνιστά η αποκοπή της παραπάνω σειράς Fourier, ώστε να διατηρηθούν μόνο οι όροι, των οποίων οι συντελεστές δύνανται να υπολογιστούν από τα διαθέσιμα δεδομένα σύνθετων φασμάτων. Αν η μέγιστη τιμή της τάξης της αποκοπής, που μπορεί να υπολογιστεί,

συμβολιστεί με  $K$  τότε προκύπτει η παρακάτω εξίσωση υπολογισμού του κατευθυντικού φάσματος από αυτήν τη μέθοδο:

$$S_{\text{TFS}}(\omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^K [a_n \cdot \cos(n \cdot \theta) + b_n \cdot \sin(n \cdot \theta)] \quad (3.24)$$

Για παράδειγμα, για τα σημειακά συστήματα προσδιορισμού της κατευθυντικότητας κυματισμών, μόνο οι όροι της πρώτης και της δεύτερης τάξης υπολογίζονται από τα co- και quad-spectra (βλ. § 3.3.2). Για τη συγκεκριμένη περίπτωση η εξίσωση (3.24) διαμορφώνεται ως εξής:

$$S_{\text{TFS}}(\omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} [a_1 \cdot \cos(\theta) + b_1 \cdot \sin(\theta) + a_2 \cdot \cos(2\theta) + b_2 \cdot \sin(2\theta)] \quad (3.25)$$

Η εξίσωση (3.25) είναι εύκολη στην εφαρμογή και υπολογιστικά αποδοτική. Ωστόσο, σημαντικό μειονέκτημά της αποτελεί το γεγονός ότι, μερικές φορές, παράγει αρνητικές τιμές. Οι αρνητικές τιμές δεν είναι αποδεκτές για το κατευθυντικό φάσμα, καθώς το τελευταίο αποτελεί την κατανομή τις κυματικής ενέργειας ως προς τις συχνότητες και τις κατευθύνσεις διάδοσης. Ένας επαναπροσδιορισμός αυτής της μεθόδου παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο (βλ. § 3.4.2), ώστε να αντιμετωπιστεί αυτό το μειονέκτημα.

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι για μία διάταξη  $N$  μετρητών ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, η τάξη της αποκοπής της σειράς Fourier ανέρχεται στα  $N(N-1)/2$ , εάν οι αισθητήρες στάθμης είναι ανεξάρτητοι αν δύο (Borgman, 1969). Για πρακτικούς λόγους, είναι συχνά επιθυμητή η μείωση της τάξης κατάτμησης σε  $K=N(N-1)/2-2$  ή ακόμα και σε μικρότερη τιμή, ώστε να επιτευχθεί ένα σταθερό φάσμα.

#### 3.4.2 Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier - Weighted Fourier Series Decomposition Method (WFS)

Με στόχο την αντιμετώπιση των συχνών αρνητικών τιμών του κατευθυντικού φάσματος από την προηγούμενη μέθοδο (TFS), χρησιμοποιείται μία συνάρτηση ως συντελεστής βαρύτητας της ακόλουθης μορφής (Longuet-Higgins et al., 1963):

$$w_K(\theta) = R_K \cdot \cos^{2K}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.26)$$

όπου:  $K$  είναι η τάξη της Κατατετημένης Μεθόδου Σειρών Fourier και η σταθερά κανονικοποίησης  $R_K$  ορίζεται ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη:

$$\int_0^{2\pi} w_K(\theta) d\theta = 1 \quad (3.27)$$

η οποία μετά από μερικές αλγεβρικές πράξεις δίνει:

$$R_K = \frac{2^{2K-1} (K!)^2}{\pi(2K)!} \quad (3.28)$$

Η συνάρτηση βαρύτητας  $w_K(\theta)$  μπορεί να εκφραστεί σαν μία πεπερασμένη σειρά Fourier:

$$w_K(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^K a_k^K \cdot \cos(n \cdot \theta) \quad (3.29)$$

Οι συντελεστές Fourier, ύστερα από λίγες αλγεβρικές πράξεις, ικανοποιούν την παρακάτω εξίσωση:

$$a_k^K = \frac{(K!)^2}{(K-k)! (K+k)!} \quad (3.30)$$

Συνεπώς, το κατευθυντικό φάσμα, που βασίζεται στη συγκεκριμένη μέθοδο, προκύπτει από την εισαγωγή της συνάρτησης βαρύτητας στην τύπο (3.24) της Κατατετημένης Μεθόδου Σειρών Fourier, ως εξής:

$$S_{WTF}(\omega, \theta) = \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta') \cdot w_K(\theta' - \theta) d\theta' \quad (3.31)$$

που δίνει τελικά την παρακάτω εξίσωση:

$$S_{WFS}(\omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^K a_n^K \cdot [a_n \cdot \cos(n \cdot \theta) + b_n \cdot \sin(n \cdot \theta)] \quad (3.32)$$

Σημειώνεται ότι για ένα σημειακό σύστημα, δηλαδή 3 αισθητήρων στην ίδια θέση,  $K=2$  και η συνάρτηση βαρύτητας λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$w_2(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \cdot \left[ \frac{2}{3} \cos(\theta) + \frac{1}{6} \cos(2\theta) \right] \quad (3.33)$$

και η εξίσωση προσδιορισμού του κατευθυντικού φάσματος διαμορφώνεται ως ακολούθως:

$$S_{WFS}(\omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{2}{3\pi} [a_1 \cdot \cos(\theta) + b_1 \cdot \sin(\theta)] + \frac{1}{6\pi} [a_2 \cdot \cos(2\theta) + b_2 \cdot \sin(2\theta)] \quad (3.34)$$

Σε αντίθεση με το  $S_{TFS}(\omega, \theta)$ , το  $S_{WFS}(\omega, \theta)$  είναι πάντα θετικό. Ωστόσο η χρήση της συνάρτησης βαρύτητας οδηγεί σε μία διάχυση της κυματικής ενέργειας γύρω από τις διευθύνσεις, που περιβάλλουν τις κύριες κορυφές του φάσματος. Οι συγκεκριμένες κορυφές, ως προς τις κατευθύνσεις, υπολογίζονται, με τη συγκεκριμένη μέθοδο, συστηματικά πιο χαμηλά. Επίσης, οι κατανομές του φάσματος γύρω από τις κορυφές αυτές, επίσης στον τομέα των κατευθύνσεων, προκύπτουν πιο πεπλατυσμένες από ότι είναι πραγματικά. Εξαιτίας των προαναφερόμενων επιχειρημάτων, η συγκεκριμένη μέθοδος δεν χρησιμοποιείται ευρέως. Θα μπορούσε, ωστόσο, να χρησιμοποιηθεί σαν μία πρώτη δοκιμή για διάφορες επαναληπτικές μεθόδους, χάρη στην απλότητά της και την υπολογιστική της απόδοση.

### 3.5 Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Maximum Likelihood Method (MLM)

Η μέθοδος της Μέγιστης Πιθανοφάνειας είχε αρχικά προταθεί από τους Caron et al. (1967) και τον Caron (1969) για τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας σεισμικών κυματισμών. Οι προαναφερόμενοι θεώρησαν ένα σήμα μονοχρωματικού κύματος, παρουσία θορύβου, θεώρησαν ότι τα στοιχεία του θορύβου είναι πολυκατευθυντικά και ακολουθούν κανονική κατανομή και εφάρμοσαν την εν λόγω μέθοδο. Η συγκεκριμένη μέθοδος χαρακτηρίζεται από υψηλή ακρίβεια και έχει το χαρακτηριστικό ότι δεν χρειάζεται καμία *a priori* υπόθεση σχετικά με το σχήμα του ζητούμενου κατευθυντικού φάσματος.

Οι Davis and Regier (1977) εφάρμοσαν την προσέγγιση του Caron για τον προσδιορισμό κατευθυντικών φασμάτων κυματισμών, οι οποίοι καταγράφονταν από διατάξεις πολλαπλών ανιχνευτών κύματος. Τα αποτελέσματα αυτών των εφαρμογών χαρακτηρίστηκαν από υψηλή ανάλυση/ ακρίβεια. Δυστυχώς, ωστόσο, οι μέθοδοί τους εφαρμόζονταν μόνο σε μετρήσεις από διατάξεις μετρητών ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας.

Οι Isobe et al. (1984) επέκτεινε την προσέγγιση των Davis and Regier (1977) και ανέπτυξαν μία μέθοδο εφαρμόσιμη σε μετρήσεις διαφόρων μετρητικών οργάνων, π.χ. πίεσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης, κλίσεων της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας κ.α.. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή σαν Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης

Πιθανοφάνειας - Extended Maximum Likelihood Method (EMLM). Η μέθοδος εφαρμόζεται όχι μόνο σε δεδομένα μετρήσεων από διατάξεις μετρητών στάθμης, αλλά και σημειακών συστημάτων διαφόρων μετρητικών οργάνων.

### 3.5.1 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Extended Maximum Likelihood Method (EMLM)

Στην συγκεκριμένη παράγραφο θα γίνει ανάλυση της Διευρυμένης Μεθόδου Μέγιστης Πιθανοφάνειας, σύμφωνα με τον Ochi (1998).

Σύμφωνα, λοιπόν, με τη συγκεκριμένη προσέγγιση, το κατευθυντικό φάσμα μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει του διανύσματος κύματος ή κυματοδιανύσματος  $\vec{k}$  (μέτρο του διανύσματος κύματος είναι ο κυματαριθμός  $k$ ), των διανυσμάτων θέσης  $\vec{x}$  των διαφόρων μετρητών και της κυκλικής συχνότητας  $\omega$ . Σημειώνεται ότι το κατευθυντικό φάσμα  $S(\vec{k}, \omega)$  είναι ισοδύναμο του  $S(\omega, \theta)$ , καθώς το διάνυσμα κύματος  $\vec{k}$  μπορεί να εκφραστεί σε όρους κυματικής ενέργειας που διαδίδεται κατά τη διεύθυνση  $\theta$  και με κυκλική συχνότητα  $\omega$ . Η ισοδυναμία προκύπτει με χρησιμοποίηση της εξίσωσης γραμμικής διασποράς.

Θα ακολουθήσει μία αλληλουχία εξισώσεων που θα καταλήξουν στον προσδιορισμό του ζητούμενου κατευθυντικού φάσματος από μετρήσεις διαφόρων τύπων συναρτήσεων των παραπάνω μεταβλητών. Η συνάρτηση μεταφοράς  $H_m(\omega, \theta)$  από την καταγραφή της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας σε καταγραφή οποιαδήποτε κυματικής ποσότητας  $P_m(t)$  (π.χ. πίεση, ταχύτητα, επιτάχυνση, κλίση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας κ.α.) είναι ισοδύναμη της συνάρτησης (3.5) (Isobe *et al.*, 1984):

$$H(\vec{k}, \omega) = h(k, \omega) \cdot \cos(\theta)^\alpha \cdot \sin(\theta)^\beta \quad (3.35)$$

Οι παράμετροι  $h$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  εξαρτώνται από τον τύπο της καταγραφής  $P_m(t)$ . Οι εκφράσεις τους παρουσιάζονται στο πίνακα 3.1, για καταγραφές διαφόρων κυματικών ποσοτήτων (Isobe *et al.*, 1984).

Επίσης, η εξίσωση συσχέτισης των σύνθετων φασμάτων με το κατευθυντικό φάσμα (3.3) εκφράζεται και αυτή συναρτήσει του διανύσματος κύματος, των διανυσμάτων

θέσης των μετρητών και της κυκλικής συχνότητας και αποκτά την παρακάτω ισοδύναμη μορφή:

$$G_{mn}(\omega) = \int_0^{2\pi} H_m(\vec{k}, \omega) \cdot H_n^*(\vec{k}, \omega) \cdot e^{-i\vec{k}(\overline{x_n} - \overline{x_m})} \cdot S(\vec{k}, \omega) d\vec{k} \quad (3.36)$$

Όπως έχει προαναφερθεί το \* συμβολίζει το συζυγή μιγαδικό αριθμό.

Με βάση την εξίσωση (3.36) το κατευθυντικό φάσμα παρουσιάζεται σαν ένας γραμμικός συνδυασμός των σύνθετων φασμάτων  $G_{mn}(\omega)$ , ως εξής:

$$S(\vec{k}, \omega) = \sum_m \sum_n \alpha_{mn}(\vec{k}) \cdot G_{mn}(\omega) \quad (3.37)$$

Στην παραπάνω εξίσωση τα  $\alpha_{mn}(\vec{k})$  και  $\alpha_{nm}(\vec{k})$  είναι συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί, ώστε το κατευθυντικό φάσμα  $S(\vec{k}, \omega)$  να είναι μία συνάρτηση πραγματικών αριθμών.

Επιπρόσθετα, γίνεται η υπόθεση ότι τα  $\alpha_{mn}(\vec{k})$  μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\alpha_{mn}(\vec{k}) = \gamma_m(\vec{k}) \cdot \gamma_n^*(\vec{k}) \quad (3.38)$$

όπου  $\gamma_m(\vec{k})$  και  $\gamma_n^*(\vec{k})$  2 παράμετροι που αφορούν στους μετρητές m και n αντίστοιχα και ικανοποιούν την εξίσωση (3.38). Η εξίσωση (3.37), με χρησιμοποίηση της εξίσωσης (3.38), μπορεί να διατυπωθεί όπως διευκρινίζεται παρακάτω:

$$S(\vec{k}, \omega) = \sum_m \sum_n \gamma_m(\vec{k}) \cdot G_{mn}(\omega) \cdot \gamma_n^*(\vec{k}) \quad (3.39)$$

Μετά από αρκετές αλγεβρικές πράξεις, υπό διάφορους περιορισμούς και συνθήκες βελτιστοποίησης, η κατανομή της κυματικής ενέργειας συναρτήσει του διανύσματος κύματος και της κυκλικής συχνότητας  $\omega$  παρουσιάζεται ως ακολούθως:

$$S_{EMLM}(\vec{k}, \omega) = C / \left\{ \sum_m \sum_n G_{mn}^{-1}(\omega) \cdot H_m^*(\vec{k}, \omega) \cdot H_n(\vec{k}, \omega) \cdot \exp\left[i\vec{k}(\overline{x_n} - \overline{x_m})\right] \right\} \quad (3.40)$$

όπου C μία σταθερά, που ικανοποιεί την ακόλουθη συνθήκη:

$$S(\omega) = \int_k S_{EMLM}(\vec{k}, \omega) d\vec{k} \quad (3.41)$$

Δηλαδή, η σταθερά  $C$  καθορίζεται έτσι ώστε το ολοκλήρωμα του κατευθυντικού φάσματος, ως προς τον κυματαριθμό, να ισούται με το ενεργειακό φάσμα (ως προς τις συχνότητες). Η τιμή της σταθεράς προσδιορίζεται κάθε φορά για την κάθε κυκλική συχνότητα και το διάνυσμα κύματος.

Όπως προαναφέρθηκε, μέσω της εξίσωσης γραμμικής διασποράς και της εξίσωσης μεταφοράς (3.35) μπορεί να γίνει η μετάβαση από τις ανεξάρτητες μεταβλητές  $\vec{k}, \omega$  στις  $\theta, \omega$ . Η μεταβλητή  $\theta$  είναι η γωνία πρόσπτωσης του κυματισμού, δηλαδή η διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας και  $\omega$  η κυκλική συχνότητα:

Συνεπώς, οι εξισώσεις διαμορφώνονται ως εξής:

$$S_{EMLM}(\omega, \theta) = C' \left\{ \sum_m \sum_n G_{mn}^{-1}(\omega) \cdot h_m^*(\omega, \theta) \cdot h_n(\omega, \theta) \cdot (\cos \theta)^{\alpha_m + \alpha_n} \right. \\ \left. \times (\sin \theta)^{\beta_m + \beta_n} \cdot \exp \left[ i \vec{k} \cdot (\vec{x}_n - \vec{x}_m) \right] \right\} \quad (3.42)$$

όπου  $C'$  μία σταθερά, που ικανοποιεί την ακόλουθη συνθήκη:

$$S(\omega) = \int_0^{2\pi} S_{EMLM}(\omega, \theta) d\theta \quad (3.43)$$

Η συνάρτηση  $h(\omega, \theta)$ , στην εξίσωση (3.42), βασίζεται στη γραμμική θεωρία κυματισμών, όπως δίνεται στο πίνακα 3.1 (Isobe *et al.*, 1984). Ωστόσο, συνιστάται να εκτιμάται από τα δεδομένα των μετρήσεων στην πράξη. Για παράδειγμα, για δεδομένα μετρήσεων από heave-pitch-roll buoy, συμβολίζοντας  $\eta=1$ ,  $\frac{\partial \eta}{\partial x} = 2$ ,  $\frac{\partial \eta}{\partial y} = 3$ ,

η συνάρτηση  $h(\omega, \theta)$  συνιστάται να εκτιμάται από τα απλά φάσματα όπως υποδεικνύεται παρακάτω:

$$h(\omega, \theta) = \left\{ [C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)] / C_{11}(\omega) \right\}^{1/2} \quad (3.44)$$

και για δεδομένα μετρήσεων από cloverleaf buoy, συμβολίζοντας

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 4, \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 5, \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \cdot \partial y} = 6, \text{ η συνάρτηση } h(\omega, \theta) \text{ εκτιμάται από τα απλά φάσματα}$$

ως εξής:

$$h(\omega, \theta) = \left\{ [C_{44}(\omega) + C_{55}(\omega) + C_{66}(\omega)] / C_{11}(\omega) \right\}^{1/2} \quad (3.45)$$

Επιπρόσθετα, ορίζεται η συνάρτηση  $\Phi_{mn}(\omega)$ :

$$\Phi_{mn}(\omega) = G_{mn}(\omega) / \left[ h_m(\omega, \theta) \cdot h_n^*(\omega, \theta) \right] \quad (3.46)$$

Ο αντίστροφος του  $G_{mn}(\omega)$  στην εξίσωση (3.42) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$G_{mn}^{-1}(\omega) = \Phi_{mn}^{-1}(\omega) / \left[ h_m^*(\omega, \theta) \cdot h_n(\omega, \theta) \right] \quad (3.47)$$

Αφού ο  $\Phi_{mn}(\omega)$  είναι ερμιτιανός πίνακας, και ο αντίστροφός του, ο  $\Phi_{mn}^{-1}(\omega)$  είναι, επίσης, ερμιτιανός και μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\Phi_{mn}^{-1}(\omega) = a_{mn}(\omega) - i \cdot b_{mn}(\omega) \quad (3.48)$$

όπου  $a_{mn}(\omega)$  και  $b_{mn}(\omega)$  είναι πίνακες πραγματικών αριθμών και:

$$a_{mn}(\omega) = a_{nm}(\omega) \text{ και } b_{mn}(\omega) = -b_{nm}(\omega) \quad (3.49)$$

Με εφαρμογή των εξισώσεων (3.47) και (3.49) στην εξίσωση (3.42), προκύπτει:

$$S_{EMLM}(\omega, \theta) = C' \left\{ \sum_m \sum_n (\cos \theta)^{\alpha_m + \alpha_n} \cdot (\sin \theta)^{\beta_m + \beta_n} \right. \\ \left. \times \left\{ a_{mn}(\omega) \cdot \cos \left[ \vec{k} \cdot (\vec{x}_n - \vec{x}_m) \right] + b_{mn}(\omega) \cdot \sin \left[ \vec{k} \cdot (\vec{x}_n - \vec{x}_m) \right] \right\} \right\} \quad (3.50)$$

Στο σημείο αυτό η μέθοδος EMLM συνοψίζεται, σύμφωνα με τους *Isobe et al.* (1984) στα (4) παρακάτω βήματα:

(1) Αρχικά, υπολογίζονται, για ένα σύνολο δεδομένων, τα cross-spectra  $G_{mn}(\omega)$  για όλους τους διαθέσιμους συνδυασμούς μετρητών.

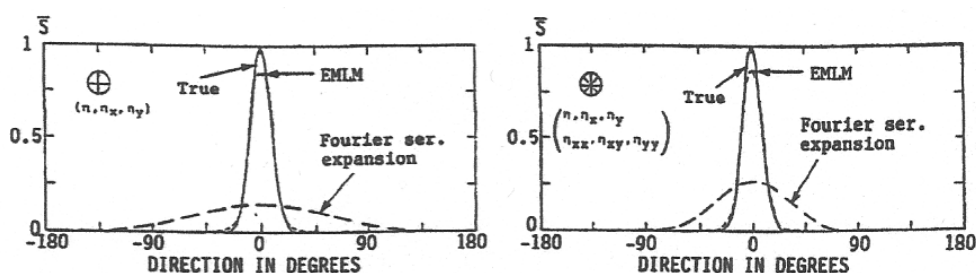
(2) Καθορίζεται η συνάρτηση μετάθεσης  $h_m(\omega, \theta)$  για μία δεδομένη κυκλική συχνότητα  $\omega$ , για παράδειγμα μέσω των εξισώσεων (3.44) και (3.45), ανάλογα με την περίπτωση.

(3) Εκτιμώνται το πραγματικό και φανταστικό μέρος του πίνακα  $\Phi_{mn}^{-1}(\omega)$ , δηλαδή τα  $a_{mn}(\omega)$  και  $b_{mn}(\omega)$ , μέσω της εξίσωσης (3.46).

(4) Τέλος, υπολογίζεται το κατευθυντικό φάσμα  $S_{EMLM}(\omega, \theta)$  μέσω της εξίσωσης (3.50). Η σταθερά  $C'$  εκτιμάται από τη συνθήκη (3.43).

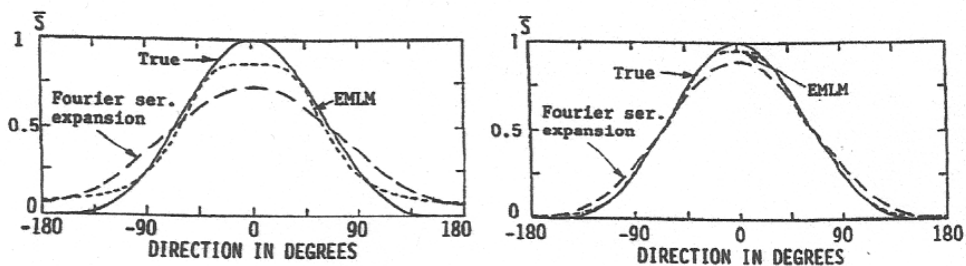


Τα σχήματα 3.2 και 3.2 δείχνουν παραδείγματα σύγκρισης μεταξύ του πρωταρχικά γνωστού (πραγματικού) κατευθυντικού φάσματος, το οποίο είναι διαθέσιμο στην προκειμένη περίπτωση, και των κατευθυντικών φασμάτων, που προσδιορίστηκαν με τη μέθοδο EMLM με αξιοποίηση δεδομένων, που αποτελούν μετρήσεις διαφόρων συστημάτων αισθητήρων κυματισμών. Στα σχήματα αυτά γίνεται εστίαση του ενδιαφέροντος στην διασπορά κατευθυντικότητας. Σημειώνεται ότι η συχνότητα παραλείπεται χωρίς απώλεια της γενικότητας. Η περίπτωση (α) αναφέρεται σε ένα υπολογιστικό παράδειγμα από ένα σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy, ενώ η περίπτωση (β) αναφέρεται σε ένα υπολογιστικό παράδειγμα από ένα σημειακό σύστημα cloverleaf. Το μέγεθος  $\bar{s}$  είναι ένα αδιάστατο φάσμα  $S/S_{\max}$ , όπου  $S_{\max}$  είναι η μέγιστη τιμή του πραγματικού κατευθυντικού φάσματος. Στις συγκεκριμένες συγκρίσεις συμπεριλαμβάνεται η διασπορά κατευθυντικότητας διάδοσης της κυματικής ενέργειας από τη μέθοδο ανάλυσης Fourier, όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 3.4. Επιπρόσθετα, στα σχήματα αυτά παρατηρείται ότι τα αποτελέσματα της EMLM ταιριάζουν σημαντικά με αυτά του πραγματικού φάσματος (True στο σχήμα 3.2).



**Σχήμα 3.2:** Σύγκριση μεταξύ των κατευθυντικών φασμάτων από τη μέθοδο EMLM και τη μέθοδο Ανάλυσης Fourier, (α) για το heave-pitch-roll buoy και (β) για το cloverleaf. Εστίαση στον τομέα των κατευθύνσεων. (Πηγή: Isobe *et al.*, 1984)

Το σχήμα 3.3 παρουσιάζει συγκρίσεις φασμάτων, ομοίως με το σχήμα 3.2. Στα παραδείγματα του συγκεκριμένου σχήματος, ωστόσο, η EMLM παρουσιάζει σχεδόν τέλεια αποτελέσματα (όπως και πριν), αλλά και τα αποτελέσματα της μεθόδου ανάλυσης Fourier ταιριάζουν, σε σχετικά ικανοποιητικό βαθμό, με το πραγματικό φάσμα (True στο σχήμα 3.3), ειδικά στην περίπτωση του cloverbuoy.



**Σχήμα 3.3:** Σύγκριση μεταξύ των κατευθυντικών φασμάτων από τη μέθοδο EMLM και τη Μέθοδο Ανάλυσης Fourier, (α) για το heave-pitch-roll buoy και (β) για το cloverleaf. Εστίαση στον τομέα των κατευθύνσεων. (Πηγή: Isobe *et al.*, 1984)

Εάν ο πίνακας των σύνθετων φασμάτων υπολογιστεί αντιστρόφως από το κατευθυντικό φάσμα  $S_{EMLM}(\omega, \theta)$  και, στη συνέχεια, εάν ο πίνακας αυτός χρησιμοποιηθεί σαν δεδομένο στην EMLM, το ζητούμενο κατευθυντικό φάσμα που θα υπολογιστεί, θα είναι διαφορετικό από το αρχικό  $S_{EMLM}(\omega, \theta)$  στις περισσότερες περιπτώσεις. Με στόχο τη βελτίωση αυτού του μειονεκτήματος της EMLM, έχει αναπτυχθεί μία επαναληπτική μέθοδος, η οποία είναι γνωστή ως η Επαναληπτική Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Iterative Maximum Likelihood Method (IMLM), η οποία θα αναλυθεί στην επόμενη παράγραφο.

### 3.5.2 Επαναληπτική Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Iterative Maximum Likelihood Method (IMLM)

Η συγκεκριμένη μέθοδος αναπτύχθηκε από τον Pawka (1983) για τον προσδιορισμό κατευθυντικού φάσματος κυματισμών, οι οποίοι καταγράφονταν από μία γραμμική διάταξη μετρητών και από τους Oltman-Shay και Guza (1984) για την περίπτωση ενός heave-pitch-roll buoy. Οι Krogstad *et al.* (1988) χρησιμοποίησαν το ακόλουθο επαναληπτικό σχήμα προσδιορισμού της συνάρτησης κατευθυντικότητας ή συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας:

$$G_n = G_{n-1} + \gamma \cdot (G - G'_{n-1}) \quad (3.51)$$

όπου:

$G$  : η συνάρτηση κατευθυντικότητας υπολογισμένη σύμφωνα με τη EMLM

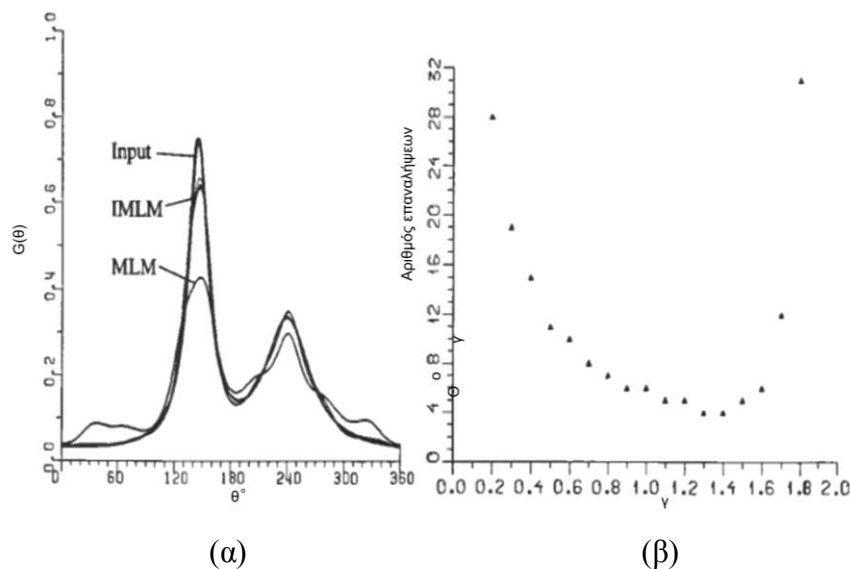
$G'_{n-1}$ : η συνάρτηση κατευθυντικότητας που προκύπτει από τα σύνθετα φάσματα, που βασίζονται στη συνάρτηση κατευθυντικότητας  $G_{n-1}$ . Για την πρώτη επανάληψη ( $n=1$ ), το  $G'_0$  υπολογίζεται βασισμένο στο  $G$

$G_{n-1}$ : η συνάρτηση κατευθυντικότητας για τη ( $n-1$ ) επανάληψη. Για την πρώτη επανάληψη ( $n=1$ ),  $G_0 = G$ .

$G_n$ : η συνάρτηση κατευθυντικότητας που προκύπτει από την  $n$  επανάληψη.

$\gamma$ : παράμετρος χαλάρωσης που λαμβάνει τιμές από 1.0 έως 1.2, όπως έχει προταθεί από τους Krogstad *et al.* (1988).

Η Επαναληπτική Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (IMLM) βελτιώνει το εκτιμώμενο κατευθυντικό φάσμα, όπως διαπιστώνεται από το σχήμα 3.4 (α). Οι Krogstad *et al.* (1988) απέδειξαν ότι η ταχύτητα, με την οποία οι επαναλήψεις συγκλίνουν σε μία σταθερή λύση, δηλαδή σε ένα σταθερό κατευθυντικό φάσμα, εξαρτάται από την παράμετρο χαλάρωσης  $\gamma$  και τον αριθμό των απαιτούμενων επαναλήψεων, όπως παρατηρείται στο σχήμα 3.3 (β). Επίσης, όπως παρατηρείται από το σχήμα αυτό, η απόκλιση συμβαίνει για τιμές του συντελεστή χαλάρωσης  $\gamma$  μεγαλύτερες από 1.5.



**Σχήμα 3.4:** (α) Σύγκριση μεταξύ των κατευθυντικών φασμάτων που υπολογίζονται σύμφωνα με τη μέθοδο MLM και τη μέθοδο IMLM και (β) συντελεστής χαλάρωσης  $\gamma$  και ο αριθμός των απαραίτητων επαναλήψεων (Πηγή: Krogstad *et al.* 1988).

### 3.5.3 Μέθοδος Ιδιοδιανύσματος - Eigenvector Method (EV)

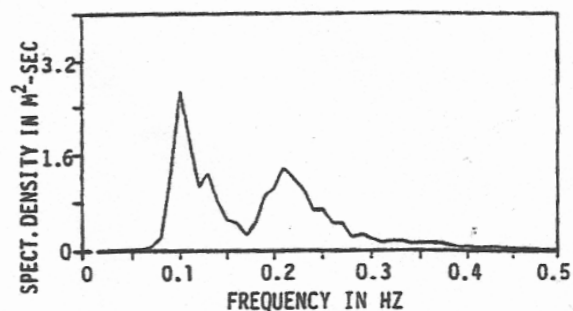
Μία άλλη ενδιαφέρουσα προσέγγιση αποτελεί μία τροποποιημένη εκδοχή της MLM, στην οποία τα δεδομένα διαχωρίζονται σε σήμα και θόρυβο. Οι Marsden and Juszko (1987) παρουσίασαν μία μεθοδολογία, η οποία ονομάζεται Μέθοδος Ιδιοδιανύσματος - Eigenvector Method (EV), για τον προσδιορισμό κατευθυντικού φάσματος κυματισμών από ένα heave-pitch-roll buoy.

Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μεθοδολογία, ο διαχωρισμός των δεδομένων σε στοιχεία σήματος και στοιχεία θορύβου επιτυγχάνεται μέσω της διαγωνιοποίησης του πίνακα των σύνθετων φασμάτων (cross-spectra matrix). Γίνεται, λοιπόν, η υπόθεση ότι τα ιδιοδιανύσματα, που αντιστοιχούν στις δύο μικρότερες ιδιοτιμές, καλύπτουν το θόρυβο των μετρήσεων, ενώ το ιδιοδιάνυσμα με τη μεγαλύτερη ιδιοτιμή καλύπτει το σήμα. Το κατευθυντικό φάσμα προσδιορίζεται, συνεπώς, με ελαχιστοποίηση του στοιχείου του θορύβου. Η εν λόγω μέθοδος είναι όμοια με τη MLM, με την προϋπόθεση της υπόθεσης ότι τα 3 ιδιοδιανύσματα καλύπτουν το στοιχεία του σήματος της καταγραφής των κυματισμών.

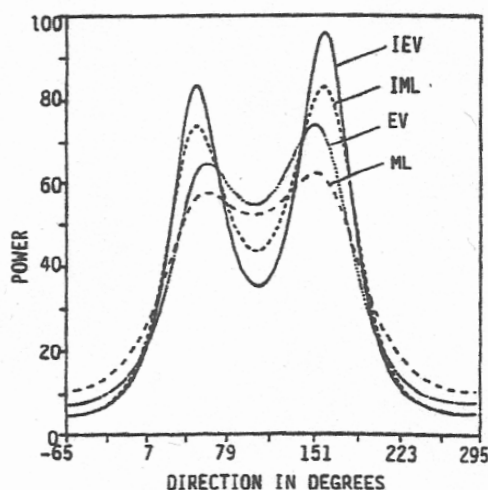
Και στη συγκεκριμένη περίπτωση ένα επαναληπτικό σχήμα εφαρμόζεται στην μέθοδο EV, γνωστό ως Επαναληπτική Μέθοδος Ιδιοδιανύσματος (IEV-method). Ένα παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου IEV παρουσιάζεται στο σχήμα 3.5. Το σχήμα 3.5(α) απεικονίζει ένα ενεργειακό φάσμα συχνοτήτων, το οποίο προέκυψε από δεδομένα που ελήφθησαν από τη Newfoundland και παρουσιάζει δύο κορυφές: η μία σε συχνότητα 0.1 Hz, η οποία είναι και η συχνότητα αιχμής, δηλαδή αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη κυματική ενέργεια και η δεύτερη κορυφή σε συχνότητα 0.2 Hz. Η κορυφή στη συχνότητα 0.1 Hz, που είναι και η υψηλότερη, μπορεί να αποδοθεί σε αποθάλασσα (swell).

Το σχήμα 3.5(β) απεικονίζει το κατευθυντικό φάσμα για συχνότητα 0.1 Hz, που προέκυψε από την εφαρμογή των μεθόδων MLM, IMLM, EV-method και IEV-method. Το σχήμα αυτό δείχνει τη διάδοση της κυματικής ενέργειας σε δύο κύριες διευθύνσεις: στις 60° και στις 170°. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων σε συχνότητα των 0.2 Hz καταλήγει ότι η κυματική ενέργεια που διαδίδεται σχηματίζοντας γωνία 60° με την κάθετο στις ισοβαθείς και την ακτογραμμή, καθώς όλες αυτές είναι παράλληλες μεταξύ τους, οφείλεται σε τοπικό άνεμο και κατ' αντιστοιχία οι κυματισμοί είναι κυματισμοί ανέμου. Επίσης, η κυματική ενέργεια που διαδίδεται

κατά τη γωνία των  $60^\circ$  αποδίδεται σε αποθάλασσα (swell). Επιπρόσθετα, από το σχήμα 3.5, παρατηρείται ότι η EV-method παρουσιάζεται καλύτερης απόδοσης σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους στην προκειμένη περίπτωση.



(α)



(β)

**Σχήμα 3.5:** (α) Ενεργειακό φάσμα και (β) σύγκριση των κατευθυντικών φασμάτων (στον τομέα των κατευθύνσεων), που προκύπτουν από τις μεθόδους MLM, IMLM, EV-method και IEV-method για συχνότητα 0.1 Hz (Marsden and Juszko, 1987).

### 3.6 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας - Maximum Entropy Method (MEM)

Η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM) αναπτύχθηκε αρχικά σαν ένα μέτρο αβεβαιότητας στη στατιστική θεωρία και έχει εφαρμοστεί για τον προσδιορισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας μίας τυχαίας μεταβλητής, από δεδομένα στα οποία η πληροφορία σχετικά με την κατανομή τους είναι ανεπαρκής. Η εντροπία για

μία συνεχή τυχαία μεταβλητή  $X$  με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(x)$  ορίζεται ως εξής:

$$H = -\int f(x) \cdot \ln f(x) dx = E[-\ln f(x)] \quad (3.52)$$

όπου η ολοκλήρωση λαμβάνει χώρα στο χώρο του  $X$  και η  $H$  μεγιστοποιείται ως προς  $f(x)$ , δηλαδή  $\partial H / \partial f = 0$ .

Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίζεται στην παραδοχή ότι η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας κατανέμει την κυματική ενέργεια σε όλες τις διευθύνσεις. Συνεπώς, η τιμή της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας, ή της συνάρτησης κατευθυντικότητας, όπως έχει προαναφερθεί, λαμβάνει τιμές μεταξύ του 0 και του 1, ήτοι (0,1). Επομένως, η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας μπορεί να θεωρηθεί ως μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κυματικής ενέργειας στο χώρο των κατευθύνσεων διάδοσης ή στο χώρο των γωνιών πρόσπτωσής της. Η συγκεκριμένη προσέγγιση δικαιολογεί τη χρήση της έννοιας της εντροπίας, όπως αυτή ορίζεται στη θεωρία πιθανοτήτων, για την ανάπτυξη μίας μεθόδου ανάλυσης των μετρήσεων κατευθυντικότητας κυματισμών.

### 3.6.1 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

Οι Kobune and Hashimoto (1986) εφάρμοσαν την MEM για τον προσδιορισμό της διασποράς κατευθυντικότητας της κυματικής ενέργειας ή του κατευθυντικού φάσματος για ένα heave-pitch-roll buoy.

Στο σημείο αυτό η εξίσωση (3.4) διατυπώνεται για την περίπτωση των σημειακών συστημάτων μέτρησης 3 κυματικών ποσοτήτων ως ακολούθως:

$$\frac{G_{mn}(\omega)}{h_m(\omega) \cdot h_n^*(\omega) \cdot S(\omega)} = \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \cos^{\alpha_m + \alpha_n} \theta \cdot \sin^{\beta_m + \beta_n} \theta \cdot d\theta \quad (3.53)$$

Εάν το σημειακό σύστημα είναι το heave-pitch-roll buoy, δηλαδή αν καταγραφεί τη στάθμη και τις ορθογωνικές οριζόντιες κλίσεις της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, η εξίσωση 3.53 με διαδοχικές αλγεβρικές πράξεις λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$\int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot A_i(\theta) \cdot d\theta = B_i, \quad (i=0, \dots, 4) \quad (3.54)$$

όπου εφαρμόζονται οι ακόλουθες συνθήκες/ περιορισμοί:

$$\left. \begin{array}{l} A_0(\theta) = 1, \\ A_1(\theta) = \cos \theta, \\ A_2(\theta) = \sin \theta, \\ A_3(\theta) = \cos 2\theta, \\ A_4(\theta) = \sin 2\theta, \end{array} \right\} \begin{array}{l} B_0 = 1, \\ B_1 = Q_{12}(\omega) / [k \cdot C_{11}(\omega)], \\ B_2 = Q_{13}(\omega) / [k \cdot C_{11}(\omega)], \\ B_3 = [C_{22}(\omega) - C_{33}(\omega)] / [k^2 \cdot C_{11}(\omega)], \\ B_4 = 2C_{23}(\omega) / [k^2 \cdot C_{11}(\omega)] \end{array} \quad (3.55)$$

Όπως προαναφέρθηκε, η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας  $G(\omega, \theta)$ , στην εξίσωση (3.54), δεν λαμβάνει αρνητικές τιμές και ικανοποιεί και την εξίσωση (2.24), κατά την οποία το ολοκλήρωμα της  $G(\omega, \theta)$  ως προς τις κατευθύνσεις στο διάστημα από 0 έως  $2\pi$  ισούται με τη μονάδα, και θεωρείται ως μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κυματικής ενέργειας στο χώρο των κατευθύνσεων διάδοσης ή στο χώρο των γωνιών πρόσπτωσής της. Η συνάρτηση αυτή, συνεπώς, δύναται να υπολογιστεί με διαδικασία παρόμοια εκείνης για τον προσδιορισμό της αντίστοιχης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Υπό τους εκάστοτε περιορισμούς, η μέθοδος της μέγιστης εντροπίας χρησιμοποιείται ευρέως με στόχο την εκτίμηση διαφόρων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, όπως η ομοιόμορφη, η κανονική κατανομή και η κατανομή Gumbel.

Εν συντομία, οι Kobune and Hashimoto (1986) αντικατέστησαν τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(x)$  στην εξίσωση (3.53) με τη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας και η νέα αυτή εξίσωση διαμορφώθηκε ως εξής:

$$H = - \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \ln G(\omega, \theta) \cdot d\theta \quad (3.56)$$

Η ζητούμενη συνάρτηση κατευθυντικότητας  $G_{MEM}(\omega, \theta)$  μεγιστοποιεί την εντροπία  $H$  στην εξίσωση (3.56) υπό τους περιορισμούς (3.54). Ο προσδιορισμός της  $G_{MEM}(\omega, \theta)$  επιτυγχάνεται με τη μέθοδο των αγνώστων πολλαπλασιαστών Lagrange (Lagrange's unknown multipliers method), σύμφωνα με την οποία μία

βοηθητική συνάρτηση με άγνωστες παραμέτρους  $\lambda_i$  (τους αγνώστους πολλαπλασιαστές Lagrange) διαμορφώνεται ως ακολούθως:

$$L = - \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot \ln G(\omega, \theta) \cdot d\theta + (\lambda_0 - 1) \cdot \left[ 1 - \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot d\theta \right] + \sum_{i=1}^4 \lambda_i \cdot \left[ B_i - \int_0^{2\pi} G(\omega, \theta) \cdot A_i(\theta) \cdot d\theta \right] \quad (3.57)$$

Ο υπολογισμός της μέγιστης εντροπίας  $G_{MEM}(\omega, \theta)$  επιτυγχάνεται με τη μεγιστοποίηση του  $L$  της εξίσωσης (3.57), ώστε  $\partial L / \partial G(\omega, \theta) = 0$ . Τελικά προκύπτει:

$$G_{MEM}(\omega, \theta) = \exp \left[ -\lambda_0 - \sum_{i=1}^4 \lambda_i \cdot A_i(\theta) \right] \quad (3.58)$$

Σύμφωνα, λοιπόν, με τη εξίσωση (3.58) η ζητούμενη συνάρτηση κατευθυντικότητας μέσω της μεθόδου της μέγιστης εντροπίας αποτελεί μία εκθετική συνάρτηση, τον οποίο ο εκθέτης εκφράζεται με τη μέθοδο αποκοπής σειρών Fourier.

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (3.58) στην εξίσωση (3.54), προκύπτει το ακόλουθο μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων για τους αγνώστους πολλαπλασιαστές Lagrange  $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ):

$$\int_0^{2\pi} [B_i - A_i(\theta)] \cdot \exp \left[ -\sum_{j=1}^4 \lambda_j \cdot A_j(\theta) \right] d\theta, \quad (i=1, \dots, 4) \quad (3.59)$$

στο οποίο η αριθμητική λύση για  $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) αποδίδεται με την εξής μορφή:

$$\lambda_0 = \ln \left\{ \int_0^{2\pi} \exp \left[ -\sum_{i=1}^4 \lambda_i \cdot A_i(\theta) \right] d\theta \right\} \quad (3.60)$$

Συνεπώς, η ζητούμενη  $G_{MEM}(\omega, \theta)$  προκύπτει με την αντικατάσταση των τιμών των πολλαπλασιαστών Lagrange  $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) στην εξίσωση (3.58).

Αξίζει να σημειωθεί ότι η διαδικασία προσδιορισμού της συνάρτησης κατευθυντικότητας  $G_{MEM}(\omega, \theta)$ , μέσω της εξίσωσης (3.54) για  $i=0, 1, 2$ , καταλήγει στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, η οποία περιγράφει την κυκλική κανονική



κατανομή, που προτάθηκε από τον Borgman (1969). Για  $i=0, 1, 2$ , η εξίσωση (3.58) μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$G_{MEM}(\omega, \theta) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 \cdot \cos \theta - \lambda_2 \cdot \sin \theta) \quad (3.61)$$

Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις  $-\lambda_1 = \alpha \cdot \cos \theta_0$  και  $-\lambda_2 = \alpha \cdot \sin \theta_0$ , το  $\lambda_0$  μπορεί να υπολογιστεί μέσω της εξίσωσης (3.60) ως ακολούθως:

$$\lambda_0 = \ln \int_0^{2\pi} \exp[\alpha \cdot \cos(\theta - \theta_0)] \cdot d\theta = \ln[2\pi \cdot I_0(\alpha)] \quad (3.62)$$

όπου:

$\theta_0$  η κύρια διεύθυνση διάδοσης του κυματισμού,

$I_0(\ )$  η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel,

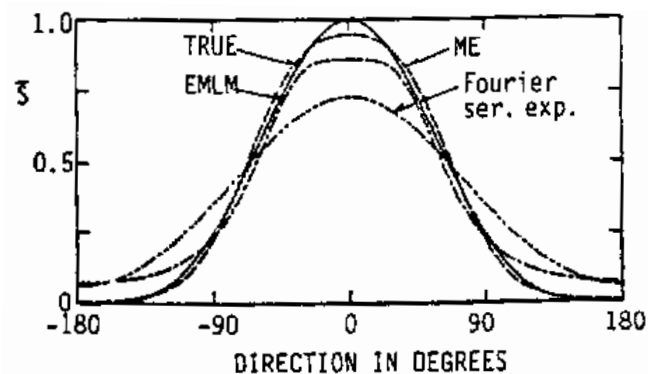
$\alpha$  μία αυθαίρετη σταθερά.

Ισοδύναμη της εξίσωσης (3.61) αποτελεί η παρακάτω εξίσωση:

$$G(\omega, \theta) = \frac{\exp[\alpha \cdot \cos(\theta - \theta_0)]}{2\pi \cdot I_0(\alpha)} \quad (3.63)$$

Η εξίσωση (3.63) περιγράφει την κυκλική κανονική κατανομή, που προτάθηκε από τον Borgman (1969).

Στο σχήμα 3.6 παρουσιάζεται ένα αδιάστατο κατευθυντικό φάσμα στον τομέα των κατευθύνσεων, που εκτιμήθηκε με τη μέθοδο της μέγιστης εντροπίας (MEM) και συγκρίνεται με το πραγματικό φάσμα και τα αντίστοιχα φάσματα άλλων μεθόδων, συγκεκριμένα της EMLM και της μεθόδου ανάλυσης Fourier.



**Σχήμα 3.6:** Παράδειγμα κατευθυντικού φάσματος προσδιορισμένο με τη μέθοδο ME και σύγκριση αυτού με φάσματα άλλων μεθόδων

(Πηγή: Kobune and Hashimoto, 1989).

### 3.6.2 Υπολογισμός των αγνώστων πολλαπλασιαστών Lagrange

Το σύστημα εξισώσεων (3.58) ως προς  $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) είναι μη γραμμικό και σχετικά δύσκολο να επιλυθεί. Για αυτό το λόγο, λοιπόν, θα εφαρμοστεί η τεχνική του Newton (Newton's technique) της τοπικής γραμμικοποίησης και επαναλήψεων με στόχο την επίλυση του συστήματος (3.59). Μετά από ορισμένες αλγεβρικές πράξεις, προκύπτει το ακόλουθο γραμμικοποιημένο σύστημα εξισώσεων ως προς  $\varepsilon_j$ :

$$\sum_{j=1}^4 A_{i,j} \cdot \varepsilon_j = B_i \quad (i=1, \dots, 4) \quad (3.64)$$

$$A_{i,j} = \int_0^{2\pi} [A_i(\theta) - B_i] \cdot A_j(\theta) \cdot \exp\left[-\sum_{k=1}^4 \lambda_k \cdot A_k(\theta)\right] d\theta \quad (3.65)$$

$$B_i = \int_0^{2\pi} [A_i(\theta) - B_i] \cdot \exp\left[-\sum_{k=1}^4 \lambda_k \cdot A_k(\theta)\right] d\theta \quad (3.66)$$

$$\lambda_j^{k+1} = \lambda_j^k + \varepsilon_j \quad (3.67)$$

όπου τα  $k$  και  $k+1$  συμβολίζουν την επανάληψη  $k$  και  $k+1$  αντίστοιχα.

Η εξίσωση (3.64) χρησιμοποιείται αρχικά για την εκτίμηση των  $\varepsilon_j$  για τις αρχικές τιμές των  $\lambda_j^0 = 0$  ( $j=1, \dots, 4$ ). Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών των πολλαπλασιαστών  $\lambda_j^1$  μέσω της εξίσωσης (3.67). Στη συνέχεια, αντικαθιστώντας τα  $\lambda_j^0$  με τα  $\lambda_j^1$  στις εξισώσεις (3.65) και (3.66), οι εξισώσεις (3.64) και (3.67) χρησιμοποιούνται ξανά διαδοχικά, με στόχο τον υπολογισμό των υπολοίπων  $\varepsilon_j$  και των  $\lambda_j^2$  αντιστοίχως. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται έως τα υπόλοιπα  $\varepsilon_j$  να γίνουν αρκετά μικρά και τότε προσδιορίζονται τα  $\lambda_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ), που είναι τα  $\lambda_j^k$  που αντιστοιχούν σε αυτά τα ικανοποιητικά μικρά  $\varepsilon_j$ .

### 3.6.3 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας για την περίπτωση διάταξης μετρητών (Nwogu, 1989)

Η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας εφαρμόστηκε από τον Nwogu (1989) για τον προσδιορισμό κατευθυντικού φάσματος από δεδομένα μετρήσεων μίας διάταξης μετρητών κυματισμών. Σύμφωνα με τη δική του προσέγγιση, η συνάρτηση των σύνθετων φασμάτων διαμορφώνεται ως εξής:

$$S_{mn}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} \exp[ik(x_n - x_m)] \cdot S(\omega, \theta) \cdot d\theta \quad (3.68)$$

όπου:

$$S(\omega, \theta) = S(\omega) \cdot G(\omega, \theta).$$

Η εξίσωση (3.68) μπορεί να διατυπωθεί ως ακολούθως:

$$\varphi_j(\omega) = \frac{S_{mn}(\omega)}{S(\omega)} = \int_{-\pi}^{\pi} q_j(\omega) \cdot G(\omega, \theta) d\theta, \quad j=1,2,\dots,(M+1) \quad (3.69)$$

όπου:  $M=N(N-1)$ ,  $N$  ο αριθμός των μετρητών και

$$\Phi_j(\omega) = \begin{cases} \operatorname{Re} \left\{ S_{mn}(\omega) / [S_m(\omega) \cdot S_n(\omega)]^{1/2} \right\}, & j=1,2,\dots,(M/2) \\ \operatorname{Im} \left\{ S_{mn}(\omega) / [S_m(\omega) \cdot S_n(\omega)]^{1/2} \right\}, & j=(M/2)+1,\dots,M \\ 1, & j=M+1,\dots \end{cases} \quad (3.70)$$

$$q_j(\theta) = \begin{cases} \cos[k \cdot r_j \cdot \cos(\beta_j - \theta)], & j=1,2,\dots,(M/2) \\ \sin[k \cdot r_j \cdot \cos(\beta_j - \theta)], & j=(M/2)+1,\dots,M \\ 1, & j=M+1,\dots \end{cases} \quad (3.71)$$

όπου:

$$r_j = \left[ (x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2 \right]^{1/2} \quad (3.72)$$

$$\beta_j = \tan^{-1} [(y_n - y_m) / (x_n - x_m)] \quad (3.73)$$

Σύμφωνα με τον Ochi (1998), ο αριθμός των σύνθετων φασμάτων για  $N$  μετρητές κυμάτων εκτιμάται ως  $N(N-1)+1$ , ο οποίος διατυπώνεται ως  $M+1$  στις εξισώσεις (3.69), (3.70) και (3.71). Για παράδειγμα, για  $N=4$ , υπολογίζονται 13 ποσότητες, από τις οποίες τα πραγματικά μέρη είναι  $j=1, 2, \dots, 7$  και τα φανταστικά  $j=8, 9, \dots, 13$ .

Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μέθοδο, η εκτιμώμενη συνάρτηση κατευθυντικότητας διαμορφώνεται ως εξής:

$$G_{MEM}(\omega, \theta) = \exp \left[ -1 + \sum_{j=1}^{M+1} \lambda_j \cdot q_j(\theta) \right] \quad (3.74)$$

Οι πολλαπλασιαστές Lagrange  $\lambda_j$  υπολογίζονται από την παρακάτω εξίσωση:

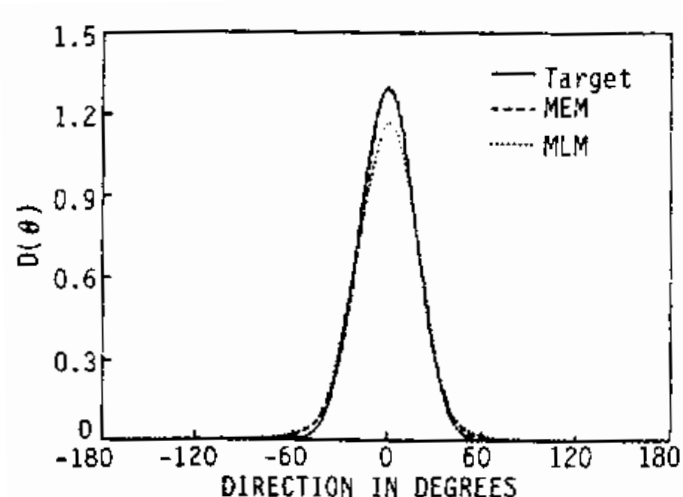
$$\Phi_k(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left[ -1 + \sum_{j=1}^{M+1} \lambda_j \cdot q_j(\theta) \right] \cdot q_k(\theta) \cdot d\theta \quad (3.75)$$

όπου  $k=1, 2, \dots, (M+1)$ .

Το σχήμα 3.7 περιγράφει τη σύγκριση μεταξύ της μετρημένης και των εκτιμημένων συναρτήσεων διασποράς κατευθυντικότητας μέσω των μεθόδων ME και ML. Το συγκεκριμένο σχήμα περιγράφει την περίπτωση πολυκατευθυντικών κυματισμών, οι οποίοι παρήχθησαν, σε δεξαμενή, για να προσομοιώσουν ένα φάσμα Jonswar με την ακόλουθη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας ως προς τις κατευθύνσεις διάδοσης των κυματισμών και συγκεκριμένα για  $s=5$ :

$$G(\theta) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Gamma^2 \cdot (s-1)}{\Gamma \cdot \left( s + \frac{1}{2} \right)} \cdot \cos^{2s}(\theta) \quad |\theta| < \frac{\pi}{2} \quad (3.76)$$

Η συνάρτηση κατευθυντικότητας, η οποία εκτιμήθηκε άμεσα από τις μετρήσεις από μία διάταξη 5 μετρητών ανύψωσης της ελεύθερης υγρής επιφάνειας της δεξαμενής και, στη συνέχεια, συγκρίθηκε με την αντίστοιχη συνάρτηση κατευθυντικότητας που προέκυψε από την εφαρμογή των MEM και MLM στα ίδια δεδομένα.



**Σχήμα 3.7:** Σύγκριση συνάρτησης κατευθυντικότητας, προσδιορισμένη με τη μέθοδο ME, με την αντίστοιχη της MLM (Πηγή: Nwogu, 1989).

Το σχήμα 3.7 φανερώνει άριστη συμφωνία της προσδιορισμένης, μέσω της MEM, συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας και της πραγματικής, δηλαδή της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας, που προέκυψε άμεσα από τις μετρήσεις.

#### 3.6.4 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (Burg, 1967)

Σημειώνεται ότι υπάρχει και μία άλλη Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας, η οποία αναπτύχθηκε από τον Burg (1967) και μπορεί να εφαρμοστεί για τον προσδιορισμό κατευθυντικών φασμάτων κυματισμών.

Παρόλο που αυτή μέθοδος, που θα αναλυθεί αμέσως παρακάτω, είναι γνωστή ως Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας, ο ορισμός της μέγιστης εντροπίας και της βασικής αρχής είναι διαφορετικά από αυτούς των στατιστικών Μεθόδων Μέγιστης Εντροπίας. Η εντροπία, στην εν λόγω προσέγγιση, ορίζεται βασισμένη σε μία σταθερή τυχαία διαδικασία γκαουσιανής (Gaussian) μορφής, ως ακολούθως:

$$H = \frac{1}{\omega_*} \int_0^{\infty} \ln[S(\omega)] \cdot d\omega = \frac{1}{\omega_*} \int_0^{\infty} \ln \left[ \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \Phi(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau\Delta\tau} \right] \cdot d\omega \quad (3.77)$$

όπου:

$S(\omega)$ : ενεργειακό φάσμα ως προς τις συχνότητες,

$\Phi(\tau)$ : συνάρτηση αυτοσυσχέτισης,

$\omega^*$  : σταθερά,

$\Delta\tau$  : βήμα συχνοτήτων.

Το ζητούμενο κατευθυντικό φάσμα μπορεί να προκύψει με τη μεγιστοποίηση της εντροπίας ως προς την άγνωστη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης  $\Phi(\tau)$ , με έναν περιορισμό στον πίνακα συνδιακύμανσης. Σημειώνεται ότι η διαδικασία μεγιστοποίησης επιτυγχάνεται μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης.

Οι Lygre and Krogstad (1986) εφάρμοσαν τη συγκεκριμένη μέθοδο μέγιστης εντροπίας για την περίπτωση δεδομένων μετρήσεων από heave-pitch-roll buoy. Στην προσέγγισή τους αυτή, η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας διατυπώνεται σε μορφή σειράς Fourier, ως εξής:

$$G(\omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{in\theta} \quad (3.78)$$

όπου:  $C_0 = 1$  και  $C_{-n} = C_n^*$  (συζυγής του  $C_n$ ) και η μέγιστη εντροπία ως ακολούθως:

$$H = \int_{-\pi}^{\pi} \ln[G(\omega, \theta)] \cdot d\theta \quad (3.79)$$

Σύμφωνα με την προσέγγιση του Burg (1967), κατά τη διαδικασία εκτίμησης της  $G_{MEM}(\omega, \theta)$ , ισχύει η ακόλουθη συνθήκη-περιορισμός:

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(\omega, \theta) \cdot e^{-ik\theta} \cdot d\theta = c_k \quad (3.80)$$

Για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy, η σειρά Fourier της εξίσωσης (3.78) περιορίζεται μόνο στα  $C_1$  και  $C_2$ . Στη συγκεκριμένη περίπτωση η εκτιμώμενη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας προκύπτει από την ακόλουθη εξίσωση:

$$G_{MEM}(\omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1 - \Phi_1 \cdot C_1^* - \Phi_2 \cdot C_2^*}{|1 - \Phi_1 \cdot e^{-i\theta} - \Phi_2 \cdot e^{-i2\theta}|^2} \quad (3.81)$$

Οι παράμετροι  $\Phi_1$  και  $\Phi_2$  εκτιμούνται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\Phi_1 = \frac{C_1 - C_1^* \cdot C_2}{1 - |C_1|^2} \quad (3.82)$$

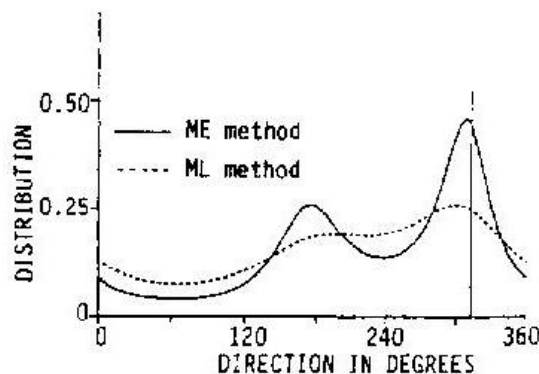
$$\Phi_2 = C_2 - C_1 \cdot \Phi_1 \quad (3.83)$$

όπου  $C_1$  και  $C_2$  αποτελούν εκτιμήσεις των συντελεστών Fourier και  $C_1^*$  και  $C_2^*$  οι συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί των  $C_1$  και  $C_2$  αντιστοίχως. Επιπρόσθετα, η εκτίμηση των  $C_1$  και  $C_2$  από τα σύνθετα και απλά φάσματα επιτυγχάνεται, σύμφωνα με τον Long (1980), μέσω των παρακάτω εξισώσεων:

$$C_1 = \frac{Q_{12} + i \cdot Q_{13}}{(C_{11} \cdot C_{22} + C_{33})^{1/2}} \quad (3.84)$$

$$C_2 = \frac{(C_{22} - C_{33}) - i2C_{23}}{C_{22} + C_{33}} \quad (3.85)$$

Στο σχήμα 3.8 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα της εκτιμώμενης συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας μέσω της εξίσωσης (3.81), με χρήση δεδομένων που αποκτήθηκαν από μετρήσεις στη νορβηγική θάλασσα (Lygre and Krogstad, 1986). Συμπεριλαμβανόμενο στο συγκεκριμένο σχήμα, συνιστά η εκτίμηση της αντίστοιχης συνάρτησης μέσω της μεθόδου ML. Η κάθετη γραμμή στον άξονα των διευθύνσεων διάδοσης της κυματικής ενέργειας δηλώνει την διεύθυνση του ανέμου κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Στην προκειμένη περίπτωση ο συγκεκριμένος άνεμος αποτελεί και τη κύρια αιτία της κυματογενέσεως.



**Σχήμα 3.8:** Σύγκριση συνάρτησης κατευθυντικότητας, προσδιορισμένης μέσω της μεθόδου MEM, με την αντίστοιχη της ML. (Πηγή: Lygre and Krogstad 1986)

### 3.7 Μέθοδος Bayesian (Bayesian Directional Spectrum Estimation Method-BDM)

Η Μέθοδος Bayesian στη στατιστική θεωρία και, ειδικότερα, το ακόλουθο τροποποιημένο θεώρημα του Baye, αναλύεται στην συγκεκριμένη παράγραφο με στόχο τον προσδιορισμό της μακροπρόθεσμης ακραίας κατάστασης της θάλασσας:

$$f(\theta|x) = C \cdot h(\theta) \cdot L(\theta|x) \quad (3.86)$$

όπου:

$f(\theta|x)$  : η μεταγενέστερη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$h(\theta)$  : η προγενέστερη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$L(\theta|x)$ : συνάρτηση πιθανότητας του  $\theta$  για μία δεδομένη τιμή του  $x$

$C$  : σταθερά κανονικοποίησης

Η παραπάνω εξίσωση (3.86) δηλώνει ότι η μεταγενέστερη κατανομή πιθανότητας είναι ανάλογη του γινομένου της συνάρτησης πιθανότητας με τη προγενέστερη κατανομή πιθανότητας. Η τροποποιημένη Μέθοδος Bayesian, που παρουσιάζεται συνοπτικά στην εξίσωση (3.86), εφαρμόστηκε από τους Hashimoto and Kobune (1988) για την εκτίμηση της συνάρτησης διασποράς της κυματικής ενέργειας. Στην προσέγγισή τους αυτήν, η προγενέστερη κατανομή  $h(\theta)$  δεν δίνεται σαν μία συνάρτηση του  $\theta$  και μόνο αυτού, αλλά προκύπτει από ανάλυση, η οποία παρουσιάζεται παρακάτω.

Καταρχήν, γίνεται η υπόθεση ότι η συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας  $G(\omega, \theta)$  αποτελείται από  $K$  συνεχείς, τμηματικά, συναρτήσεις, ισαπέχουσες στην περιοχή των κατευθύνσεων από 0 έως  $2\pi$ . Θέτοντας, λοιπόν:

$$\ln G(\omega, \theta_k) = x_k(\omega), \quad k=1, 2, \dots, K \quad (3.87),$$

η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας διατυπώνεται ως ακολούθως:

$$G(\omega, \theta) = \sum_{k=1}^K e^{x_k(\omega)} \cdot I_k(\omega, \theta) \quad (3.88)$$

όπου:

$$I_k(\omega, \theta) = \begin{cases} 1, & (k-1)\Delta\theta < \theta < k \cdot \Delta\theta \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3.89)$$



Στη συνέχεια, με χρησιμοποίηση της εξίσωσης διασποράς,  $\omega^2 = kg \tanh(kh)$  (όπου  $h$ : το βάθος της θάλασσας), το σύνθετο φάσμα, που εκτιμάται από την εξίσωση (3.3), παρουσιάζεται στην παρακάτω μορφή, σαν μία συνάρτηση των  $\omega$  (κυκλική συχνότητα) και  $\theta$  (γωνίας):

$$G_{mn}(\omega) = \int H_j(\omega, \theta) \cdot S(\omega, \theta) d\theta \quad (3.90)$$

Εφαρμόζοντας τότε την εξίσωση (3.88) στην εξίσωση (3.90) προκύπτει:

$$\begin{aligned} G_{mn}(\omega) &= \int H_j(\omega, \theta) \cdot S(\omega) \cdot G(\omega, \theta) \cdot d\theta \\ &= S(\omega) \cdot \sum e^{x_k(\omega)} \cdot \int H_j(\omega, \theta) \cdot I_k(\omega, \theta) \cdot d\theta \\ &= S(\omega) \cdot \left( \sum_{k=1}^K \alpha_{j,k}(\omega) \cdot e^{x_k(\omega)} \right) \end{aligned} \quad (3.91)$$

όπου:

$$\alpha_{j,k}(\omega) = \int H_j(\omega, \theta) \cdot I_k(\omega, \theta) \cdot d\theta \quad (3.92)$$

Σημειώνεται ότι ο όρος μέσα στην παρένθεση, της εξίσωσης (3.91), είναι ισοδύναμος με τη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας για μία συγκεκριμένη κυκλική συχνότητα.

Αν υποθεθεί ότι τα σύνθετα φάσματα, που προκύπτουν από δεδομένα μετρήσεων, φέρουν ένα σφάλμα  $\varepsilon(\omega)$ , η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας διατυπώνεται ως εξής:

$$\Phi_j(\omega) = \sum_{k=1}^K \alpha_{j,k}(\omega) \cdot e^{x_k(\omega)} + \varepsilon_j(\omega), \quad j=1, 2, \dots, 2N \quad (3.93)$$

Κατά την εφαρμογή της εξίσωσης (3.93) σε δεδομένα ανάλυσης, τα σφάλματα (για  $j=1, 2, \dots, 2N$ ) θεωρούνται ότι είναι ανεξάρτητα και ότι ακολουθούν κανονική κατανομή με μηδενικό μέσο όρο και άγνωστη διακύμανση  $\sigma^2$ . Η εκτίμηση της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας μπορεί να επιτευχθεί μέσω της μεγιστοποίησης της ακόλουθης συνάρτησης πιθανότητας ως προς τα  $x_k$  και  $\sigma^2$ :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_k; \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^N}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left[ \Phi_j(\omega) - \sum_{k=1}^K \alpha_{j,k}(\omega) \cdot e^{x_k(\omega)} \right]^2 \right\} \quad (3.94)$$

Κατά τη μεγιστοποίηση της παραπάνω συνάρτησης πιθανότητας, μία πρόσθετη συνθήκη πρέπει να ληφθεί υπόψη, καθώς η συνάρτηση πιθανότητας αναπτύχθηκε με βάση την υπόθεση ότι η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας  $G(\omega, \theta)$  είναι μία τμηματικά συνεχής συνάρτηση. Είναι, λοιπόν, δόκιμο η δεύτερη παράγωγος του  $\ln G(\omega, \theta_k) = x_k(\omega)$  να είναι πολύ κοντά στο μηδέν, ώστε η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας  $G(\omega, \theta)$  να είναι ομαλή και συνεχής. Η τελευταία θεώρηση καταλήγει στη μεγιστοποίηση της εξίσωσης (3.93), η οποία ισοδυναμεί με τη μεγιστοποίηση της παρακάτω ποσότητας/ έκφρασης:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_K; \sigma^2) \cdot \exp \left[ -\frac{u^2}{2\sigma^2} \cdot \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right] \quad (3.95)$$

όπου  $u$  είναι μία παράμετρος που θα προσδιοριστεί αργότερα, μαζί με την άγνωστη διακύμανση  $\sigma^2$ .

Από τη σύγκριση της παραπάνω έκφρασης με το δεξί μέλος της εξίσωσης (3.86), συμπεραίνεται ότι η παραπάνω έκφραση μπορεί να θεωρηθεί ως μία μεταγενέστερη κατανομή, εάν η προγενέστερη κατανομή του  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_K)$  δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$h(\vec{x} | u^2, \sigma^2) = \left( \frac{u}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \right)^K \cdot \exp \left[ -\frac{u^2}{2\sigma^2} \cdot \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right] \quad (3.96)$$

Στην προκειμένη περίπτωση, ο τύπος του Baye, ο οποίος δίνεται στην εξίσωση (3.86), μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$f(\vec{x} | u^2, \sigma^2) = C \cdot h(\vec{x} | u^2, \sigma^2) \cdot L(\vec{x}, \sigma^2) \quad (3.97)$$

Η εκτίμηση του διανύσματος  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_K)$  επιτυγχάνεται με τη μεγιστοποίηση της παραπάνω εξίσωσης. Εάν η τιμή της παραμέτρου  $u$  είναι γνωστή, η τιμή του  $\vec{x}$ , που μεγιστοποιεί την εξίσωση (3.97), προσδιορίζεται μέσω την ελαχιστοποίησης της ακόλουθης έκφρασης ανεξαρτήτως της διακύμανσης  $\sigma^2$ :

$$\sum_{j=1}^{2N} \left[ \Phi_j(\omega) - \sum_{k=1}^K \alpha_{j,k} \cdot e^{x_k(\omega)} \right]^2 + u^2 \cdot \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \quad (3.98)$$

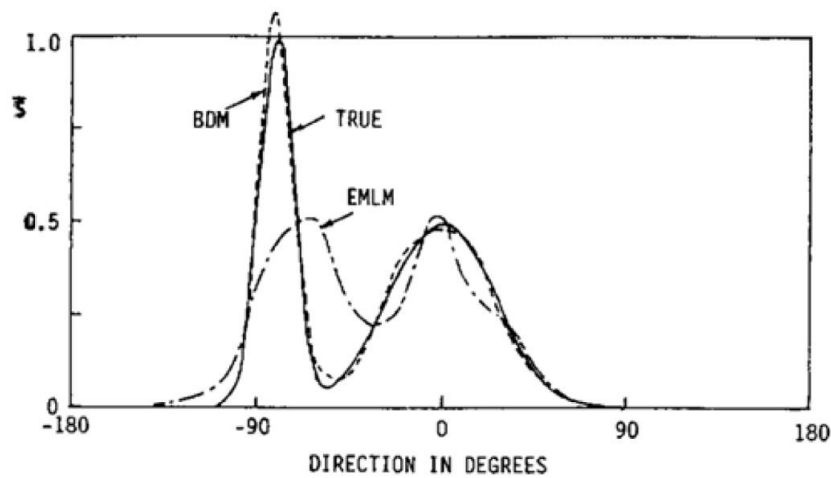
όπου:  $\alpha_{j,k} = \text{Re}[\alpha_{j,k}(\omega)]$ .

Από την άλλη μεριά, οι τιμές των  $u$  και  $\sigma^2$  μπορούν να εκτιμηθούν από την ελαχιστοποίηση της παρακάτω έκφρασης:

$$-2 \ln \int L(\bar{x}, \sigma^2) h(\bar{x} | u^2, \sigma^2) dx \quad (3.99)$$

Η μέθοδος Bayesian, που αναπτύχθηκε από τους Hashimoto and Kobune (1988), για τον προσδιορισμό κατευθυντικού φάσματος, αποδίδει εκτιμήσεις, υψηλής ανάλυσης, της συνάρτησης διασποράς της κυματικής ενέργειας. Η προσέγγιση, ωστόσο, περιλαμβάνει πολλές άγνωστες μεταβλητές  $x_k$ . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα χρονοβόρες επαναληπτικές υπολογιστικές απαιτήσεις στην πράξη, γεγονός που καθιστά τη μέθοδο ιδιαίτερα σύνθετη και απαιτητική.

Στο σχήμα 3.9, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα σύγκρισης της πραγματικής συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας, δηλαδή της συνάρτησης κατευθυντικότητας που προέκυψε άμεσα από τις μετρήσεις, με τις αντίστοιχες συναρτήσεις των μεθόδων Bayesian και Μέγιστης Πιθανοφάνειας. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η Μέθοδος Bayesian (BDM) παρουσιάζει ικανοποιητική ακρίβεια και, μάλιστα, καλύτερη από αυτή της Διευρυμένης Μεθόδου Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM).



**Σχήμα 3.9:** Σύγκριση συνάρτησης κατευθυντικότητας, προσδιορισμένης μέσω της μεθόδου BDM, με την αντίστοιχη της EMLM (Πηγή: Hashimoto and Kobune 1988).

### 3.8 Θεωρητική αξιολόγηση μεθόδων (Hashimoto, 1997)

Στη συγκεκριμένη παράγραφο θα γίνει αναφορά στα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε μεθόδου, όπως έχει ευρέως διαπιστωθεί, από πολλούς μελετητές.

Στις συμβατικές μεθόδους συγκαταλέγονται η Μέθοδος Αποκοπής Σειρών Fourier και η Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας. Όσον αφορά στην πρώτη μέθοδο, αυτή χαρακτηρίζεται από υπολογιστική ευκολία. Ωστόσο, η ακρίβεια της κατευθυντικότητας, που προκύπτει από την εν λόγω μέθοδο, είναι σχετικά μικρή και, εκτός αυτού, μερικές φορές στα αποτελέσματα, παρουσιάζονται αρνητικές τιμές στην κατανομή της κυματικής ενέργειας. Όπως προαναφέρθηκε, η άρση αυτού του προβλήματος των αρνητικών τιμών της κυματικής ενέργειας μπορεί να αρθεί με τη Σταθμισμένη Μέθοδο Σειρών Fourier. Εντούτοις, η έλλειψη ικανοποιητικής ακρίβειας στα αποτελέσματα και αυτής της μεθόδου συνεχίζει να υπάρχει. Επίσης, σημειώνεται ότι οι δύο Μέθοδοι Ανάλυσης Σειρών Fourier, δηλαδή η Μέθοδος Αποκοπής Σειρών Fourier και η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier βρίσκουν πιο εύκολη εφαρμογή σε σημειακά συστήματα, τα οποία καταγράφουν συνήθως 3 κυματικές ποσότητες, ενώ γίνονται πιο σύνθετες για την περίπτωση της διάταξης πολλαπλών μετρητών κυματισμών. Η άλλη συμβατική μέθοδος, η Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας, αποδίδει υψηλής ακρίβειας αποτελέσματα κατευθυντικότητας κυματισμών και παρουσιάζει περισσότερη ευελιξία σε σχέση με τις προηγούμενες. Η συγκεκριμένη ευελιξία αφορά στον αριθμό των κυματικών ποσοτήτων που καταγράφονται από τα διάφορα μετρητικά όργανα, των οποίων οι μετρήσεις χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εισόδου στα μοντέλα της μεθόδου.

Από την άλλη μεριά, η εν λόγω μέθοδος είναι αρκετά ευαίσθητη σε σφάλματα στρογγυλοποιήσεων κατά την διάρκεια των υπολογισμών, γεγονός το οποίο μπορεί να έχει σαν κατάληξη τον μη κατάλληλο προσδιορισμό κατευθυντικού φάσματος. Επιπρόσθετα, ένα δεύτερο πρόβλημα προκύπτει, όταν τα σύνθετα φάσματα ενέχουν σφάλματα, τα οποία έχουν σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση αρνητικών τιμών στο προσδιοριζόμενο κατευθυντικό σφάλμα ή την απόκλιση της κυματικής ενέργειας έως το άπειρο.

Όλες οι συμβατικές μέθοδοι προσδιορισμού της κατευθυντικότητας κυματισμών έχουν το τελευταίο μειονέκτημα της EMLM, κοινό. Οι μέθοδοι αυτές δεν λαμβάνουν

υπόψη, σε ικανοποιητικό βαθμό, τα σφάλματα στα σύνθετα φάσματα, τα οποία επηρεάζουν σημαντικά τη σταθερότητα και την αξιοπιστία της λύσης, δηλαδή του ζητούμενου κατευθυντικού φάσματος. Επίσης, η διάταξη μίας συστοιχίας μετρητών κυματισμών διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην αξιοπιστία των αποτελεσμάτων, καθώς μία ακατάλληλη διάταξη μετρητών, σε συνδυασμό με μερικά λάθη στα σύνθετα φάσματα, μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα (Goda, 1985).

Όπως έχει προαναφερθεί, πέραν των συμβατικών μεθόδων, έχουν αναπτυχθεί και άλλες μέθοδοι, όπως η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM) και η Μέθοδος Bayesian (BDM), οι οποίες παρέχουν υψηλότερες ακρίβειας αποτελέσματα σε σύγκριση με τις συμβατικές.

Η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM) βασίζεται στην υπόθεση ότι η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας ή συνάρτηση κατευθυντικότητας είναι παραπλήσια με την ομοιόμορφη κατανομή, σε σύγκριση με διάφορες άλλες υποψήφιες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας. Παρόλο που το τελευταίο μπορεί να φαίνεται ασυνήθιστο, η θεώρηση ότι η ομοιόμορφη κατανομή μπορεί να παριστάνει την απλούστερη κατανομή κυματικής ενέργειας, επιτρέπει την εκτίμηση της συνάρτησης κατευθυντικότητας, μέσω της Μεθόδου Μέγιστης Εντροπίας, χρησιμοποιώντας μόνο τη στοιχειώδη πληροφορία από τα σύνθετα φάσματα, χωρίς να επηρεάζεται από άλλες πληροφορίες.

Ωστόσο, η MEM δεν ρυθμίζει την κατανομή του μοντέλου, αλλά αντιθέτως, ρυθμίζει την πραγματική κατανομή έτσι ώστε να είναι, όσο το δυνατόν, πλησιέστερη στην ομοιόμορφη κατανομή. Από τη σκοπιά της στατιστικής προτυποποίησης, η κατανομή του μοντέλου θα έπρεπε να ρυθμιστεί ώστε να συμπίπτει με την σταθερή πραγματική κατανομή. Για τον προαναφερόμενο λόγο, η μεθοδολογία της MEM μπορεί να θεωρηθεί σαν μία αντίστροφη προσέγγιση, η οποία χρησιμοποιείται, συνήθως, για τον προσδιορισμό του ζητούμενου κατευθυντικού φάσματος.

Τελευταία αξιολογείται η Μέθοδος Bayesian (BDM). Στη συγκεκριμένη μέθοδο μπορεί να χρησιμοποιηθούν δεδομένα μετρήσεων από μετρητές πολλαπλών κυματικών ποσοτήτων, σε σύνθετες διατάξεις. Επίσης, τα αποτελέσματα της μεθόδου αυτής χαρακτηρίζονται ως τα πιο ακριβή και η εν λόγω μέθοδος αποτελεί ένα ισχυρό και αξιόπιστο μέσο για τον προσδιορισμό κατευθυντικών φασμάτων, που προέρχονται από σύνθετα φάσματα, στα οποία υπάρχουν σφάλματα.

Ωστόσο, το κύριο μειονέκτημα της Μεθόδου Bayesian συνιστά το γεγονός ότι απαιτεί σύνθετους χρονοβόρους επαναληπτικούς υπολογισμούς και δε μπορεί πάντα να εφαρμοστεί σε δεδομένα μετρήσεων από σημειακά συστήματα μέτρησης 3 κυματικών ποσοτήτων. Τα σημειακά συστήματα μέτρησης 3 κυματικών ποσοτήτων παρέχουν τον ελάχιστο αριθμό δεδομένων που απαιτούνται για τον προσδιορισμό κατευθυντικών φασμάτων κυματισμών στο πλήρες εύρος κατευθύνσεων  $[0, 2\pi]$ , γεγονός το οποίο καθιστά ιδιαίτερο δύσκολη την εκτίμηση των χαρακτηριστικών των σφαλμάτων, που εμπεριέχονται στα σύνθετα φάσματα. Σε αυτήν την περίπτωση, η μέθοδος BDM προσαρμόζεται ώστε το κατευθυντικό φάσμα να υπολογίζεται με χρήση της *a priori* συνθήκης ότι η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας είναι ομαλή και συνεχής σε όλο το εύρος. Από την άλλη μεριά, όπως προαναφέρθηκε, για ένα μεγαλύτερο αριθμό μετρούμενων κυματικών ποσοτήτων η τελευταία μέθοδος παρέχει ένα ισχυρό μέσο εκτίμησης της κατευθυντικότητας τυχαίων κυματισμών, καθώς δεν παρουσιάζει ευαισθησία ως προς τη γεωμετρική διάταξη της συστοιχίας μετρητών.

### 3.9 Κριτήρια επιλογής μεθόδων

Όπως προαναφέρθηκε στο κεφάλαιο 3, διάφορες μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί, με στόχο τον προσδιορισμό της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας της κυματικής ενέργειας από δεδομένα μετρήσεων κυματισμών. Κάθε μέθοδος έχει τα δικά της χαρακτηριστικά, πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα.

Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου, για την ανάλυση δεδομένων, εξαρτάται από τα χρησιμοποιούμενα μετρητικά όργανα (π.χ. τη θέση του κάθε μετρητή και την κυματική ποσότητα, την οποία μετράει). Για παράδειγμα, όπως σημειώθηκε στην παράγραφο 3.8, για την περίπτωση του σημειακού συστήματος μετρητών 3 κυματικών ποσοτήτων, η Μέθοδος Bayesian (BDM) δεν ενδείκνυται πάντα, ενώ οι άλλες μέθοδοι EMLM και MEM κρίνονται πιο κατάλληλες.

Το σημαντικότερο, ωστόσο, ρόλο, στον προσδιορισμό της συνάρτησης κατευθυντικότητας, διαδραματίζει η κατάσταση της θάλασσας και, ειδικότερα, οι κυματικές συνθήκες (Ochi, 1988). Παραδειγματικά, αναφέρεται ότι μία απλή μέθοδος προσδιορισμού του κατευθυντικού φάσματος (όπως η EMLM ή MEM) μπορεί να είναι να είναι επαρκής για συνηθισμένη διασπορά κατευθυντικότητας της κυματικής

ενέργειας εξαιτίας του ανέμου (κυματισμοί ανέμου), χωρίς την παρουσία αποθάλασσας (swell). Αντίθετα, μία πιο σύνθετη μέθοδος (όπως η BDM) απαιτείται στην περίπτωση της παρουσίας αποθάλασσας, είναι το αποτέλεσμα της διάδοσης των κυματισμών ανέμου, που έχουν όμως παραχθεί από τη δράση του ανέμου σε άλλες περιοχές. Σημειώνεται ότι οι αποθάλασσες ή, αλλιώς, φουσκοθαλασιές είναι αποσβενύμενοι κυματισμοί ανέμου, που έχουν απομακρυνθεί από τον τόπο της δημιουργίας τους.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>

### ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

#### 4.1 Τα πειράματα του Wallingford (1997)

Σύμφωνα με τους Memos *et al.* (2004) και όπως παρουσίασε και ο Γ. Κλωνάρης στην μεταπτυχιακή του εργασία (2011), τα πειράματα διεξήχθησαν στις εγκαταστάσεις UKCRF (UK Coastal Research Facility) του εργαστηρίου HR Wallingford σε διάστημα 12 εβδομάδων το 1997, ενώ λίγα συμπληρωματικά έγιναν στις αρχές του 1998.

Εξετάστηκε ένα σύνολο διαφορετικών περιπτώσεων διάδοσης κυματισμών. Συγκεκριμένα ελέγχθηκαν:

- (1) κάθετη και υπό γωνία προς την ακτή διάδοση απλών μονοχρωματικών κυματισμών,
- (2) κάθετη, προς την ακτή, διάδοση μονοκατευθυντικών (long-crested) και πολυκατευθυντικών (short-crested) σύνθετων κυματισμών,
- (3) πλάγια πρόσπτωση διχρωματικών (bichromatic) κυματισμών,
- (4) κάθετη προς την ακτή διάδοση μονοκατευθυντικών (long-crested) και πολυκατευθυντικών (short-crested) σύνθετων κυματισμών με παρουσία εγκάρσιου ρεύματος,
- (5) πλάγια πρόσπτωση μονοκατευθυντικών (long-crested) σύνθετων κυματισμών,
- (6) πλάγια πρόσπτωση απλών και σύνθετων κυματισμών με παρουσία εγκάρσιου ρεύματος.

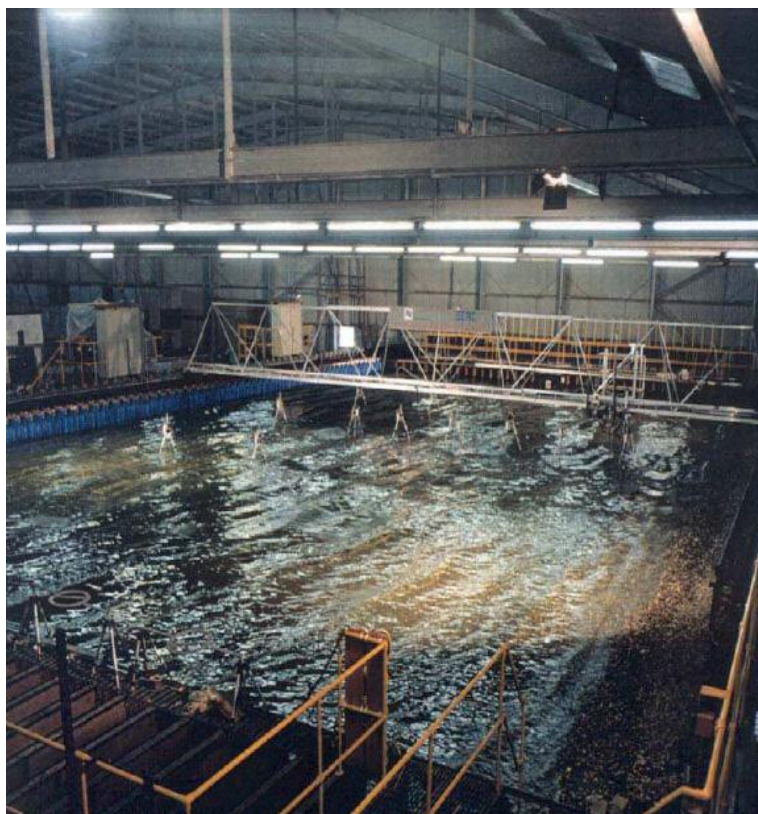
Στόχος των πειραμάτων ήταν η μελέτη των χαρακτηριστικών των κυμάτων καθώς προωθούνται από τα βαθιά, προς τα ρηγά νερά, όπως η εξέλιξη της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας του ύψους και της περιόδου σύνθετων κυματισμών και η συσχέτισή της με το αντίστοιχο φάσμα, η κατευθυντικότητα των κυματισμών και η κινηματική των υγρών μορίων στη ζώνη θραύσης.

Από όλα τα πειράματα που εκτελέστηκαν, στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία χρησιμοποιήθηκαν αυτά που αφορούν στην κάθετη διάδοση πολυκατευθυντικών σύνθετων κυματισμών (short-crested).



## 4.2 Περιγραφή της πειραματικής διάταξης

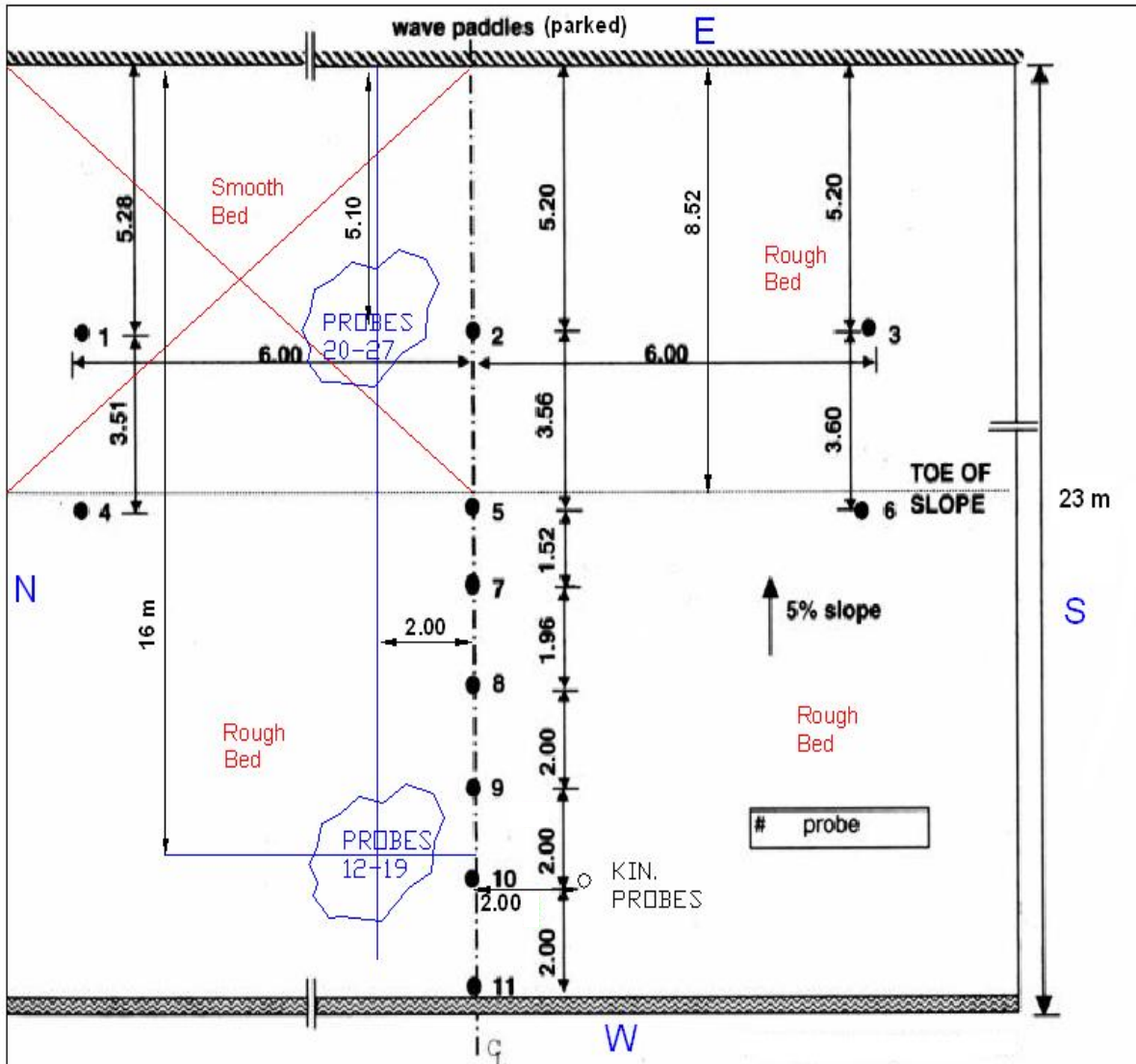
Η πειραματική διάταξη του εργαστηρίου HR Wallingford παρουσιάζεται στην εικόνα 4.1. Οι εγκαταστάσεις UKCRF περιλαμβάνουν μια πειραματική δεξαμενή, σχεδιάγραμμα της οποίας φαίνεται στο σχήμα 4.1 και στο σχήμα 4.2, παρουσιάζεται η τομή C<sub>L</sub>. Επίσης, κατά τους Memos *et al.* (2004), η κυματογεννήτρια αποτελείται από 72 ηλεκτρονικά ελεγχόμενα επίπεδα πηδάλια, πλάτους 0.50m και έχει την ικανότητα να παράγει απλούς μονοχρωματικούς (regular) και τυχαίους (random) μονοκατευθυντικούς (long-crested) ή πολυκατευθυντικούς (short-crested) κυματισμούς με γωνία πρόσπτωσης στην ακτή από 0° ως 30°. Η όλη εγκατάσταση μπορεί επίσης να παράγει, παράλληλα με τους κυματισμούς, ρεύματα παράλληλα προς την ακτογραμμή, είτε παλιρροιακής, είτε κυματογενούς προέλευσης. Η μέγιστη επιφανειακή ταχύτητα ρεύματος που μπορεί να παραχθεί για βάθος 0.5 m είναι 0.14 m/s.



**Εικόνα 4.1:** Γενική άποψη των πειραματικών διατάξεων στο εργαστήριο HR Wallingford (Πηγή: IAHR, 1997).

Η δεξαμενή έχει συνολικές διαστάσεις 27 m × 54 m και διαχωρίζεται σε μια περιοχή σταθερού βάθους, η οποία ξεκινάει αμέσως μετά τις κυματογεννήτριες, και σε μια

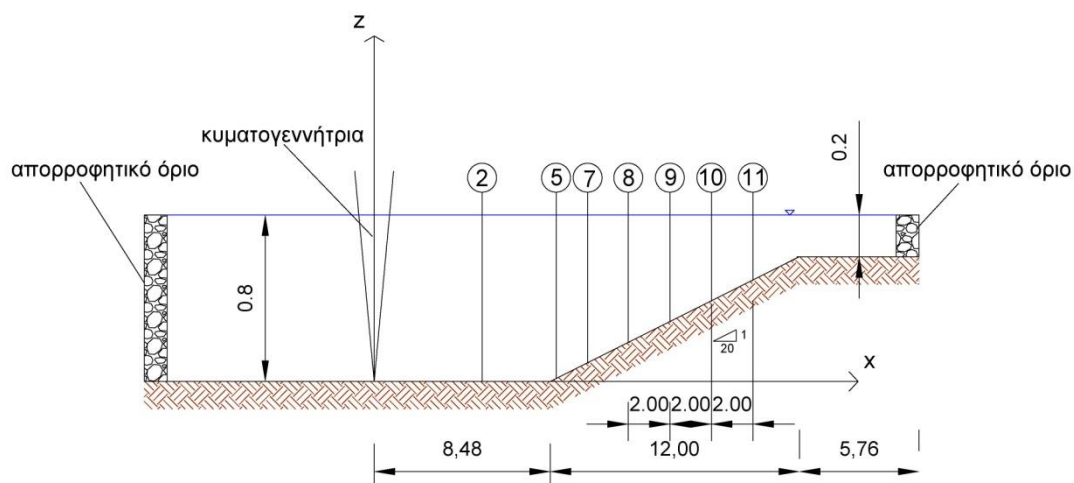
περιοχή με πυθμένα σταθερής κλίσης 1:20. Το βάθος του νερού στην περιοχή οριζώντιου πυθμένα καθορίστηκε για το σύνολο σχεδόν των πειραμάτων σε 0.8 m.



**Σχήμα 4.1:** Σχεδιάγραμμα της δεξαμενής του πειράματος του Wallingford (Πηγή: IAHR, 1997).

Οι μετρήσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας έγιναν με τη βοήθεια 27 αισθητήρων ηλεκτρικού τύπου (μετρητών) (capacitance-resistance probes). Η μεταβολή της αντίστασης των αισθητήρων στη διέλευση του ηλεκτρικού ρεύματος καταγράφεται και μετατρέπεται σε χρονοσειρά της μεταβολής της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας. Εκτός από τους αισθητήρες στάθμης χρησιμοποιήθηκε σε ορισμένα από τα πειράματα και ένας μετρητής τύπου Nortek 3D ADV για την καταγραφή των τροχιακών ταχυτήτων και στις τρεις διευθύνσεις. Η συγκεκριμένη

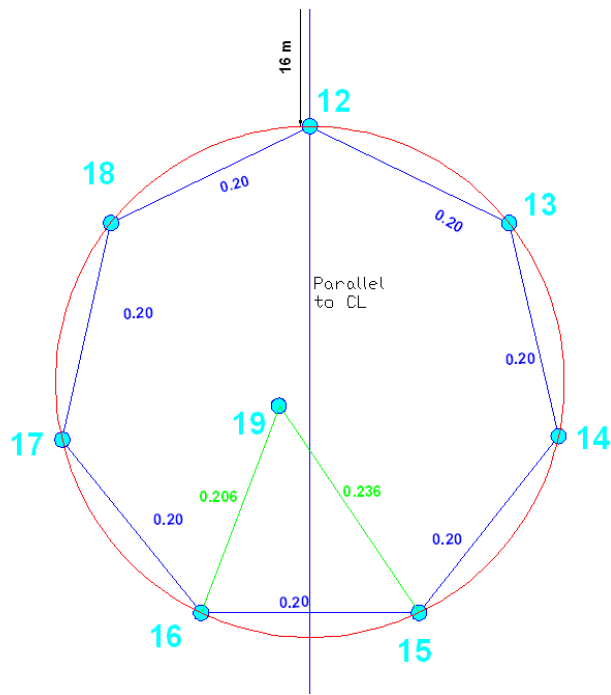
συσκευή τοποθετήθηκε σε μόνιμη θέση μέσα στην περιοχή των ρηχών νερών και λάμβανε μετρήσεις σε βάθος 15 cm (Κλωνάρης, 2011).



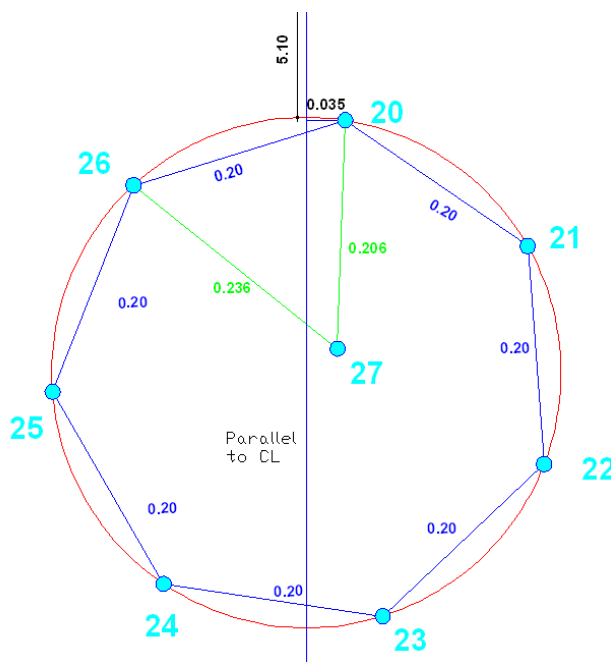
**Σχήμα 4.2:** Σχεδιάγραμμα της τομής CL της δεξαμενής του πειράματος του Wallingford (1997)

Επίσης, σημειώνεται ότι 16 από τους 27 αισθητήρες χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των κυματισμών. Οι 16 αυτοί αισθητήρες ήταν τοποθετημένοι σε 2 όμοιες κυκλικές διατάξεις, που φαίνονται στο σχήμα 4.3 (α) και (β). Ειδικότερα, οι αισθητήρες 20-27 βρίσκονται στα βαθιά νερά, ενώ οι αισθητήρες 12-19 στα ενδιάμεσα νερά. Επιπρόσθετα, σημειώνεται ότι οι αισθητήρες στα βαθιά νερά, βρίσκονται περιοχή λείου πυθμένα, ενώ οι αισθητήρες στα ενδιάμεσα νερά σε περιοχή πυθμένα με τριβή (βλ. σχήμα 4.1). Δεν τοποθετούνται αισθητήρες προσδιορισμού κατευθυντικότητας των κυματισμών στα πολύ ρηχά νερά, καθώς στα νερά αυτά λαμβάνει χώρα η θραύση των κυματισμών. Στη ζώνη της θραύσης χάνεται η στατιστική κατανομή του κύματος, με αποτέλεσμα την αλλοίωση της κατευθυντικότητας. Άλλωστε στη κατηγορία θραύσης στο μέτωπο του κύματος (spilling) σημαντικό μέρος του μετώπου ή της κορυφής του κύματος καταστρέφεται και, συνεπώς, δεν υφίσταται η έννοια της κατευθυντικότητας.

Η διάρκεια κάθε κύκλου μετρήσεων των αισθητήρων κυμαινόταν από 14 min έως 20 min, ώστε να καταγραφούν κατά μέσο όρο περίπου 1000 κυματικές μορφές. Η κυματική ενέργεια επηρεαζόταν από μία ακτή ήπιας κλίσης, από χαλίκι, η οποία βρισκόταν απέναντι από την κυματογεννήτρια, όπως φαίνεται από την εικόνα 4.1 και το σχήμα 4.1.



(α)



(β)

**Σχήμα 4.3:** (α) Η κυκλική διάταξη των αισθητήρων προσδιορισμού κατευθυντικότητας 12-19 και (β) η κυκλική διάταξη των αισθητήρων προσδιορισμού κατευθυντικότητας 20-27 (Πηγή: IAHR, 1997).

### 4.3 Παρουσίαση των κύριων παραμέτρων των πειραμάτων

Ο αριθμός των επιτυχημένων πειραμάτων του Wallingford ανέρχεται στο 175. Όπως προαναφέρθηκε τα πειράματα, τα οποία διεξήχθησαν, μελέτησαν τη διάδοση απλών μονοχρωματικών κυματισμών, κάθετων ή υπό γωνία προς την ακτή, τη διάδοση κάθετων, προς την ακτή, μονοκατευθυντικών (long-crested) και πολυκατευθυντικών (short-crested) σύνθετων κυματισμών με ή χωρίς την παρουσία εγκάρσιου ρεύματος, την πλάγια πρόσπτωση απλών και σύνθετων κυματισμών με παρουσία εγκάρσιου ρεύματος και, τέλος, την πλάγια πρόσπτωση διχρωματικών (bichromatic) κυματισμών.

Στον πίνακα 4.1, παρουσιάζονται, παραδειγματικά, 16 από το σύνολο των πειραμάτων, που διεξήχθησαν στο εργαστήριο του Wallingford. Από τα 16 αυτά πειράματα, τα 10 αναφέρονταν σε μονοκατευθυντικούς (long-crested) ή πολυκατευθυντικούς (short-crested) κυματισμούς με κύρια διεύθυνση διάδοσης τους κάθετη στην ακτογραμμή, ενώ στα υπόλοιπα 6 πειράματα μελετήθηκαν πλάγιοι, τυχαίοι, πολυκατευθυντικοί κυματισμοί. Σε όλα αυτά τα 16 πειράματα, το βάθος των υδάτων, στο οριζόντιο τμήμα της δεξαμενής των πειραμάτων, κρατήθηκε σταθερό και ίσο με 0.80 m. Επιπρόσθετα, σημειώνεται ότι η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν ίση με 25 Hz. Το φάσμα "εισόδου", δηλαδή το φάσμα, που επιχειρήθηκε να παράγει η κυματογεννήτρια, ήταν τύπου JONSWAP, για όλα αυτά τα 16 πειράματα, με παράγοντα ενίσχυσης  $\gamma=3.3$  ή  $\gamma=7.0$ . Οι κύριοι παράμετροι των 16 αυτών πειραμάτων παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1.

**Πίνακας 4.1:** Κύριοι παράμετροι 16 πειραμάτων του Wallingford (1997), (Πηγή: IAHR, 1997).

No.	Test	Waves	Incidence (°)	Input spectrum	$T_p$ (s)	$H_s$ (m)	Energy spread
1	R8-19	Long-crested	0	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.2	0.09	–
2	R8-23	Short-crested	0	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.2	0.12	$\cos^2$
3	R8-24	Short-crested	0	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.2	0.06	$\cos^2$
4	R8-38	Long-crested	0	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.4	0.15	–
5	R8-44	Long-crested	0	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.0	0.09	–
6	R8-52	Long-crested	0	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.2	0.10	–
7	R8-56	Short-crested	0	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.2	0.13	$\cos^2$
8	R8-72	Long-crested	0	JONSWAP $\gamma=7.0$	1.4	0.12	–
9	R8-75	Short-crested	0	JONSWAP $\gamma=7.0$	1.4	0.12	$\cos^2$
10	R8-78	Short-crested	0	JONSWAP $\gamma=7.0$	1.4	0.12	Mitsuy
11	OB-3	Long-crested	15	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.2	0.09	–
12	OB-9	Long-crested	30	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.4	0.12	–
13	OB-10	Long-crested	30	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.4	0.15	–
14	OB-16	Long-crested	30	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.0	0.07	–
15	OB-17	Long-crested	15	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.0	0.09	–
16	OB-18	Long-crested	30	JONSWAP $\gamma=3.3$	1.0	0.09	–

Όσον αφορά στον συμβολισμό, που χρησιμοποιήθηκε για τα 127 πειράματα, τα οποία διεξήχθησαν σημειώνονται τα εξής:

- (1) κάθετη ή πλάγια πρόσπτωση μονοχρωματικών κυματισμών στην ακτογραμμή - NE
- (2) κάθετη ή πλάγια πρόσπτωση μονοκατευθυντικών ή τυχαίων πολυκατευθυντικών κυματισμών στην ακτογραμμή - N8
- (3) πλάγια πρόσπτωση διχρωματικών (bichromatic) κυματισμών - NBC
- (4) μονοκατευθυντικοί ή πολυκατευθυντικοί, τυχαίοι κυματισμοί παρουσία εγκάρσιου ρεύματος - NR5
- (5) τυχαίοι μονοκατευθυντικοί κυματισμοί - NOB
- (6) πλάγιοι μονοχρωματικοί ή τυχαίοι κυματισμοί παρουσία εγκάρσιου ρεύματος - MOC.

Στον πίνακα 4.2, παρουσιάζονται οι παράμετροι άλλων 5 πειραμάτων, στα οποία περιλαμβάνεται και το πείραμα N8-11 (short-crested). Το συγκεκριμένο πείραμα, δηλαδή το N8-11 αποτελεί και το πείραμα, που θα μελετηθεί στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία. Η επιλογή του συγκεκριμένου πειράματος αιτιολογείται, καθώς αντικείμενο της παρούσας αποτελεί η διερεύνηση της διάδοσης, από τα βαθιά νερά προς την ακτή, τυχαίων πολυκατευθυντικών κυματισμών με κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής τους ενέργειας κάθετη στην ακτογραμμή.

**Πίνακας 4.2:** Κύριοι παράμετροι ορισμένων πειραμάτων (Πηγή: IAHR, 1997).

PARAMETERS OF TEST CASES							
Test	Waves	Input Spectrum	$T_p$ (sec)	$H_s$ (m)	Energy spread	Depth (max) (m)	Angle ( $^\circ$ )
1: N8-11	Short-crested	Jonswap $\gamma=3.3$	0.8	0.07	$\cos^2$	0.8	-
2: N8-28	Long-crested	Pierson-Mosk.	1.2	0.09	-	0.8	-
3: N8-47	Short-crested	Jonswap $\gamma=3.3$	1.0	0.09	$\cos^2$	0.8	-
4: NR5-16	Short-crested	Jonswap $\gamma=3.3$	1.4	0.17	$\cos^2$	0.5	-
5: MOC-2	Random	Jonswap $\gamma=3.3$	1.7	0.125	-	0.5	20

Η διάρκεια καταγραφής των κυματισμών, στα παραπάνω πειράματα, ισούται με 800 s για το N8-11, 1020 s για το N8-28, 900 s για το N8-47, 1200 s για το NR5-16 και 420 s για το MOC-2.

Η διασπορά της κυματικής ενέργειας (energy spread), που σημειώνεται στον πίνακα 4.1, σχετίζεται με τον τύπο, που αναπτύχθηκε από τους Mitsuyasu *et al* (1975). Το συμβάν (incidence), που επίσης σημειώνεται στο συγκεκριμένο πίνακα, συμβολίζει την γωνία, που σχηματίζει η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά νερά, με την κάθετο στην ακτογραμμή. Για παράδειγμα, συμβάν  $0^\circ$  σημαίνει κάθετη πρόσπτωση των κυματισμών στα βαθιά.

Επίσης, όσον αφορά τον πίνακα 4.2, η διασπορά της κυματικής ενέργειας (energy spread), που σημειώνεται στο συγκεκριμένο πίνακα, αναφέρεται στην ακόλουθη έκφραση της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας:

$$G(\theta) = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^2 \theta \quad (4.1)$$

Επιπρόσθετα, σημειώνεται ότι το φάσμα Pierson - Moskowitz, στο οποίο γίνεται αναφορά στον πίνακα 4.2 (N8-28), ορίζεται μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$S(\omega) = \frac{A \cdot g^2}{w^5} \cdot \exp \left[ -B \cdot \left( \frac{g \cdot u}{w} \right)^4 \right], \text{ με } A = 8.1 \times 10^3, B = 0.74 \quad (4.2)$$

#### 4.4 Το πείραμα εφαρμογής

Το εξεταζόμενο πείραμα φέρει το όνομα N8-11 και αναφέρεται σε καταγραφές τυχαίων πολυκατευθυντικών κυματισμών, που δημιουργούνται από την κυματογεννήτρια της δεξαμενής του Wallingford (1997).

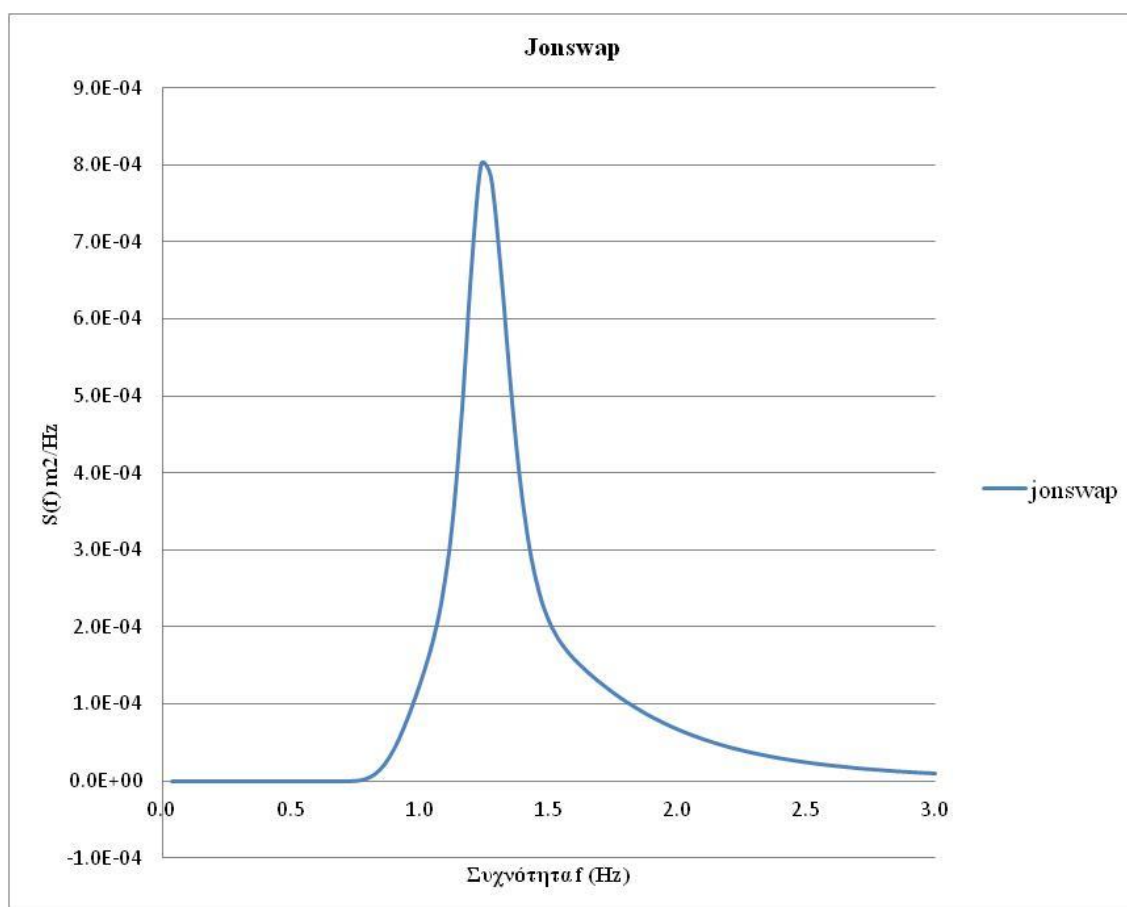
##### 4.4.1 Χαρακτηριστικά του πειράματος εφαρμογής

Σύμφωνα με τον πίνακα 4.3, οι πολυκατευθυντικοί κυματισμοί, του πειράματος N8-11, έχουν περίοδο αιχμής  $T_p$  ίση με 0.8 s, σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  ίσο με 0.07 m, μέγιστο βάθος υδάτων ίσο με 0.8 m και γωνία πρόσπτωσης των κυματισμών στα βαθιά ίση με  $90^\circ$  ή, διαφορετικά, η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά σχηματίζει γωνία  $0^\circ$  με την κάθετο στην ακτογραμμή. Επιπρόσθετα, η

διασπορά της κυματικής ενέργειας (energy spread), που σημειώνεται στο συγκεκριμένο πίνακα, αντιστοιχεί στην έκφραση (4.1) της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας. Επίσης, το φάσμα "εισόδου", δηλαδή το φάσμα, που επιχειρήθηκε να παράγει η κυματογεννήτρια, ήταν τύπου JONSWAP, με παράγοντα ενίσχυσης  $\gamma=3.3$ . Η γραφική παράσταση του προαναφερόμενου φάσματος παρουσιάζεται στο σχήμα 4.4. Επίσης, από τον πίνακα 4.3 συμπεραίνεται ότι η διασπορά κατευθυντικότητας των κυματισμών στα βαθιά προσδιορίζεται από τη σχέση 4.1.

**Πίνακας 4.3:** Χαρακτηριστικά του υπό μελέτη πειράματος N8-11 (Πηγή: IAHR, 1997).

Πείραμα	Κυματισμοί	Φάσμα εισόδου	$T_p$ (s)	$H_s$ (m)	Διασπορά ενέργειας	Μέγιστο βάθος (m)	Γωνία διάδοσης ( $^\circ$ )
N8-11	short-crested	Jonswap $\gamma=3.3$	0.8	0.07	$\cos^2$	0.8	-



**Σχήμα 4.4:** Φάσμα Jonswap που επιχειρήθηκε να παραχθεί στην κυματογεννήτρια κατά το πείραμα N8-11.



Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι όλοι οι αισθητήρες, που χρησιμοποιούνται για την καταγραφή των πολυκατευθυντικών κυματισμών, κατά το εν λόγω πείραμα, είναι μετρητές στάθμης, δηλαδή μετρητές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας.

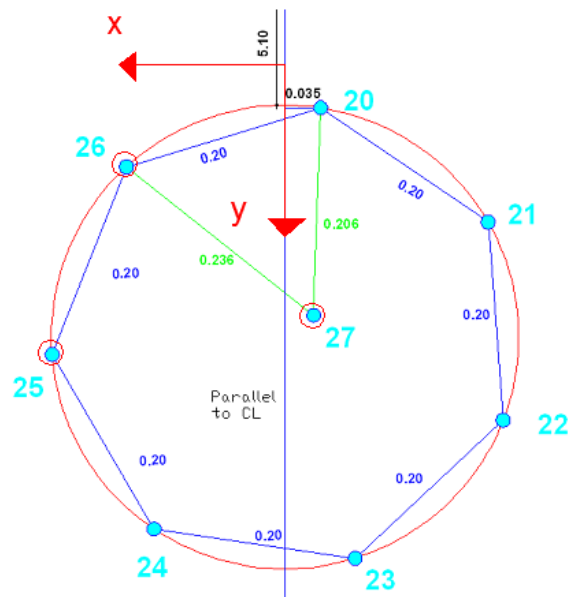
Εφόσον ο κύριος στόχος της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας συνιστά ο προσδιορισμός της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας της κυματικής ενέργειας ή του κατευθυντικού φάσματος, οι μέθοδοι εφαρμόζονται στις μετρήσεις των αισθητήρων που προορίζονται για τον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας, δηλαδή τους αισθητήρες στις 2 κυκλικές διατάξεις. Η μία κυκλική διάταξη βρίσκεται στα βαθιά νερά και περιλαμβάνει τους αισθητήρες 20-27 και η δεύτερη βρίσκεται στα ενδιάμεσα νερά και περιλαμβάνει τους αισθητήρες 12-19. Οι θέσεις αυτές είναι χαρακτηριστικές των υδάτων στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά. Ωστόσο, δεν τοποθετούνται αισθητήρες προσδιορισμού κατευθυντικότητας στα πολύ ρηχά νερά, καθώς στη ζώνη αυτή λαμβάνει χώρα η θραύση των κυματισμών, η οποία αλλοιώνει τη στατιστική κατανομή και την κατευθυντικότητα των κυματισμών.

#### 4.4.2 Επιλογή κατάλληλων αισθητήρων

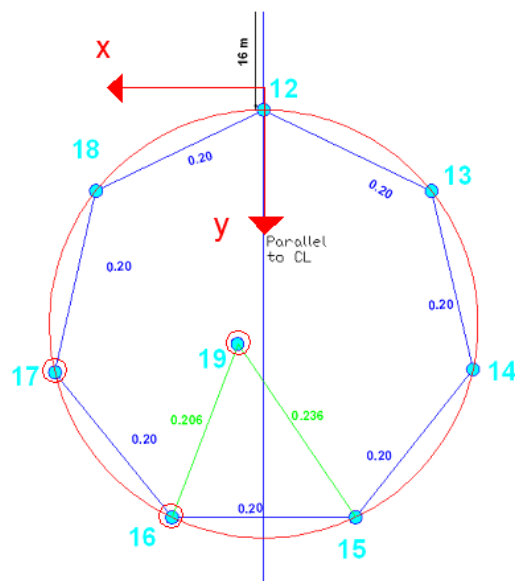
Η διάρκεια καταγραφών του πειράματος N8-11 ανερχόταν στα 819 s, ενώ το χρονικό βήμα των καταγραφών ισούταν με 0.04 s. Συνεπώς, οι καταγραφές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας αριθμούνταν στις 20 475, ενώ για τις ανάγκες της ανάλυσης σύνθετων φασμάτων (cross-spectral analysis), προστέθηκαν 5 καταγραφές μηδενικής στάθμης, αυξάνοντας το σύνολο των καταγραφών στις 20 480.

Από τους 8 μετρητές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, κάθε μίας κυκλικής διάταξης, επιλέγονται 3, για λόγους απλότητας, κατά την υπολογιστική διαδικασία προσδιορισμού της κατευθυντικότητας των εξεταζόμενων κυματισμών. Ειδικότερα, από 8 αισθητήρες 20-27 της κυκλικής διάταξης μετρητών στα βαθιά, επιλέγονται οι αισθητήρες 25, 26 και 27, καθώς αποδίδουν καλύτερα την κατευθυντικότητα των εξεταζόμενων κυματισμών, από πλευράς της κύριας διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας και της κατανομής ως προς τις συχνότητες και τις γωνίες. Όσον αφορά στην κυκλική διάταξη των αισθητήρων στα ενδιάμεσα νερά, επιλέγονται οι αισθητήρες 16, 17 και 19, με τα ίδια κριτήρια όπως

και στα βαθιά. Οι επιλεγμένοι αισθητήρες, τόσο στα βαθιά όσο και στα ενδιάμεσα νερά, εντοπίζονται στο σχήμα 4.5 (α) και (β) αντίστοιχα.



(α)

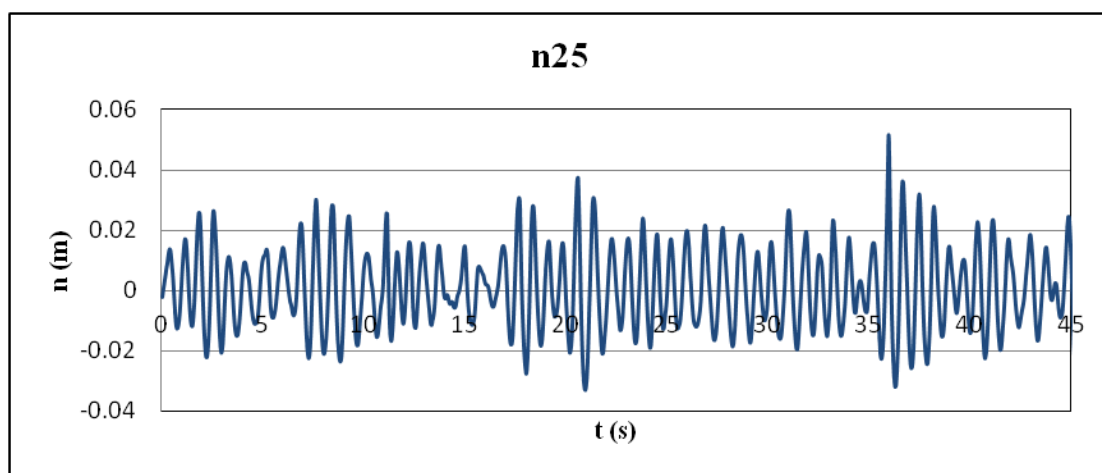


(β)

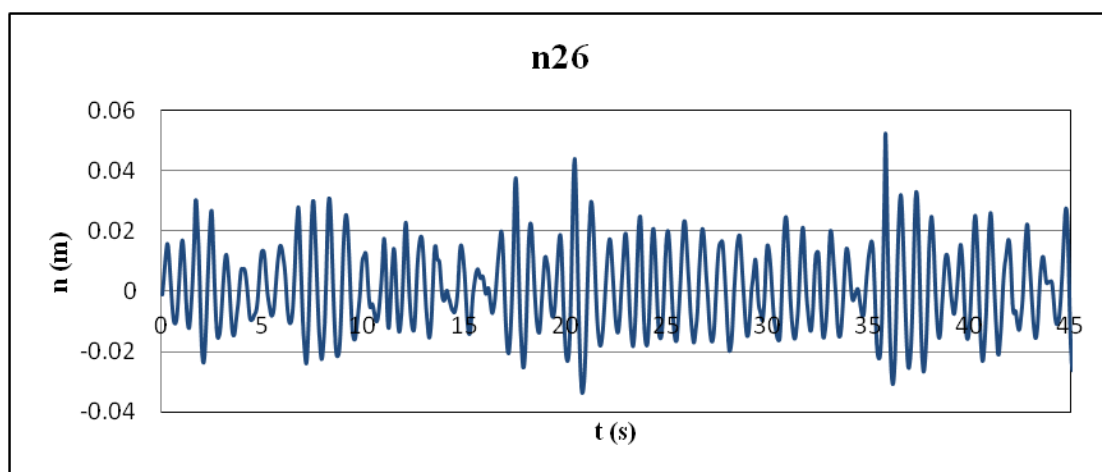
**Σχήμα 4.5:** Παρουσίαση των επιλεγμένων αισθητήρων από τις διατάξεις (α) στα βαθιά: 25-26-27 και (β) στα ενδιάμεσα νερά: 16-17-19.

#### 4.4.3 Παρουσίαση μετρήσεων πειράματος

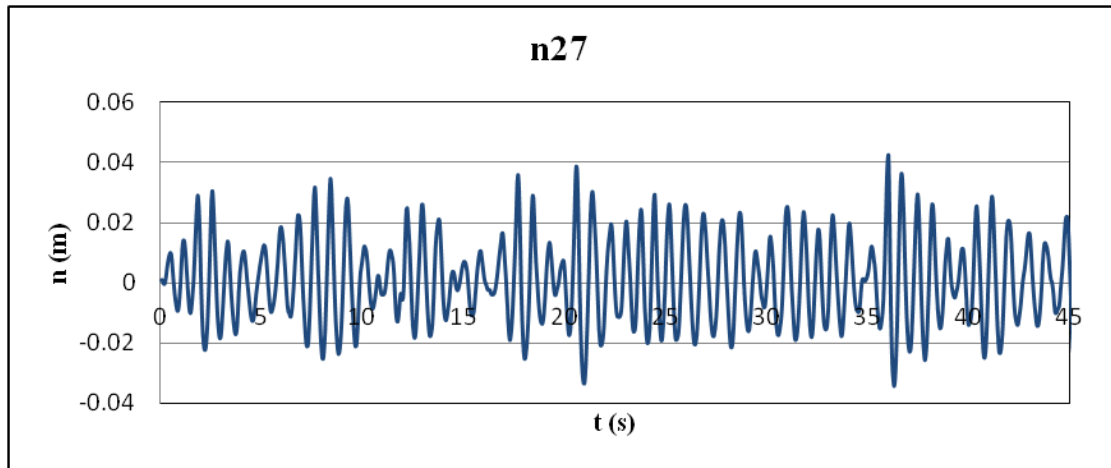
Ενδεικτικά, παρουσιάζονται στα σχήματα 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 και 4.10, οι χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας σε μορφή διαγραμμμάτων, όπως καταγράφηκαν από τους 6 αυτούς, συνολικά επιλεγμένους, μετρητές στάθμης. Από τα σχήματα αυτά συμπεραίνεται ότι η μορφή των διαγραμμμάτων είναι αληθοφανής και ταιριάζει για την περίπτωση των εξεταζόμενων τυχαίων πολυκατευθυντικών κυματισμών του πειράματος N8-11.



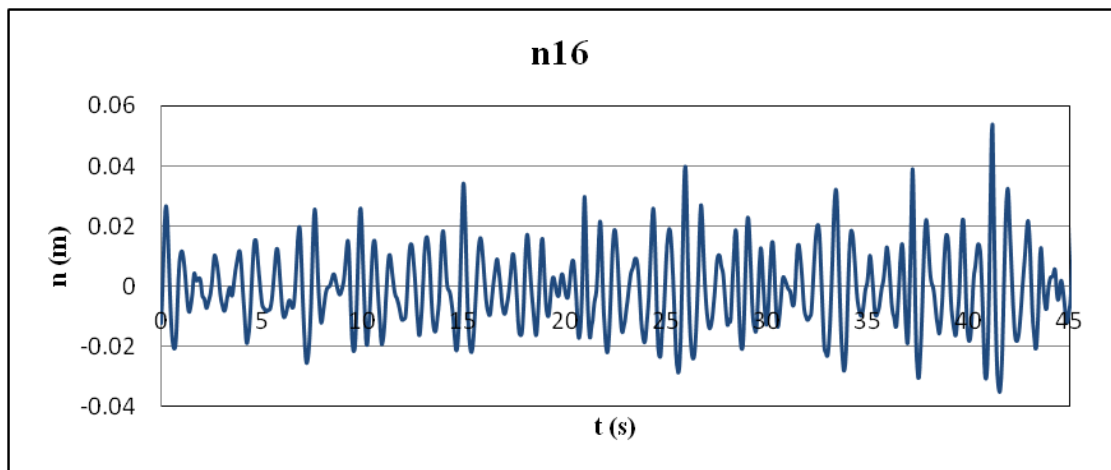
**Σχήμα 4.6:** Ανύψωση στάθμης κατά τον αισθητήρα 25 για τα πρώτα 45 s (στα βαθιά)



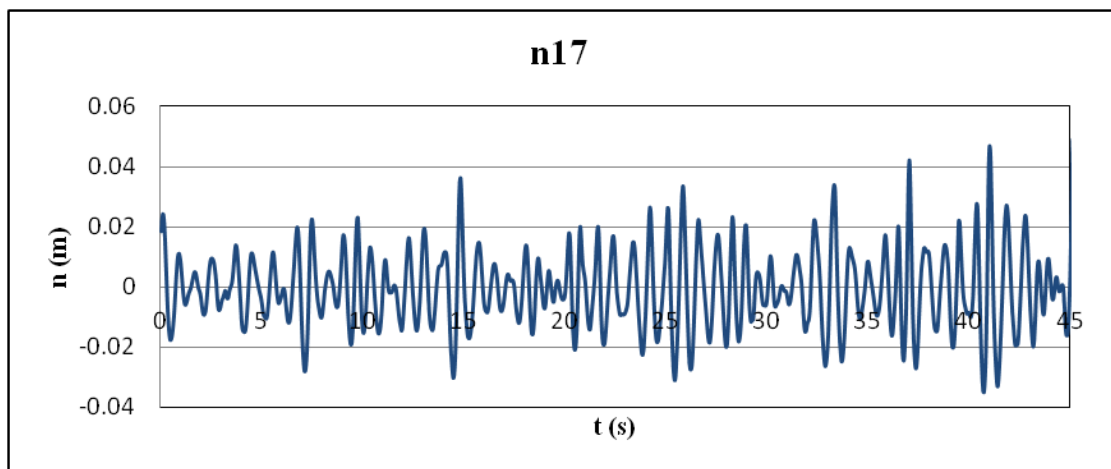
**Σχήμα 4.7:** Ανύψωση στάθμης κατά τον αισθητήρα 26 για τα πρώτα 45 s (στα βαθιά)



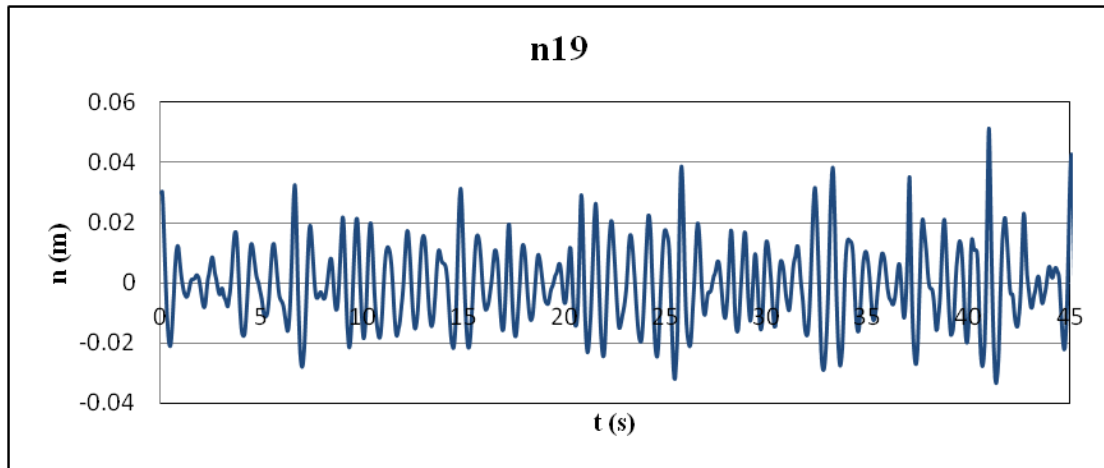
**Σχήμα 4.8:** Ανύψωση στάθμης κατά τον αισθητήρα 27 για τα πρώτα 45 s (στα βαθιά)



**Σχήμα 4.9:** Ανύψωση στάθμης κατά τον αισθητήρα 16 για τα πρώτα 45 s (στα ενδιάμεσα νερά)



**Σχήμα 4.10:** Ανύψωση στάθμης κατά τον αισθητήρα 17 για τα πρώτα 45 s (στα ενδιάμεσα νερά)



**Σχήμα 4.11:** Ανύψωση στάθμης κατά τον αισθητήρα 19 για τα πρώτα 45 s (στα ενδιάμεσα νερά)

#### 4.4.4 Τροποποίηση και παρουσίαση δεδομένων για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

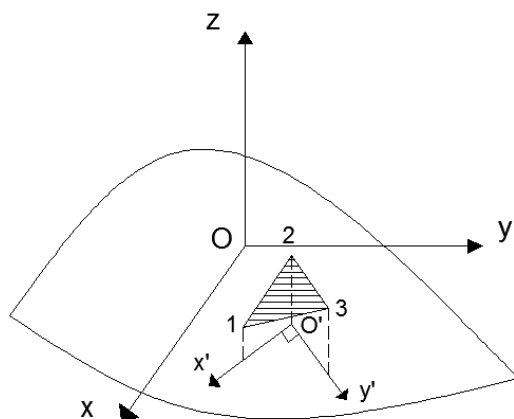
Όπως προαναφέρθηκε, στόχος της εφαρμογής των μεθόδων αποτελεί ο προσδιορισμός του κατευθυντικού φάσματος των κυματισμών. Το κατευθυντικό φάσμα, όπως σημειώθηκε στο κεφάλαιο 1, συνιστά σημειακό φάσμα, δηλαδή αναφέρεται στην κατανομή της κυματικής ενέργειας ως τις συχνότητες και τις διευθύνσεις σε συγκεκριμένο σημείο του δισδιάστατου θαλάσσιου χώρου.

Δεδομένου ότι τα κατευθυντικά φάσματα είναι σημειακά φάσματα, θεωρούνται πιο κατάλληλα τα σημειακά συστήματα αισθητήρων. Για το συγκεκριμένο λόγο, στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, εξετάζεται και η περίπτωση του σημειακού συστήματος, το οποίο είναι το πιο ευρέως διαδεδομένο. Όπως έχει προαναφερθεί, το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy καταγράφει την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας και τις δύο κλίσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας ως προς τους δύο οριζόντιους κάθετους άξονες x και y.

Για την περίπτωση, λοιπόν, του heave-pitch-roll buoy, στα βαθιά νερά χρησιμοποιούνται η στάθμη και οι δύο κλίσεις της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας στη θέση του αισθητήρα 27, ενώ στα ενδιάμεσα νερά χρησιμοποιούνται τα αντίστοιχα δεδομένα στη θέση του αισθητήρα 19. Οι συγκεκριμένοι αισθητήρες (19 και 27) βρίσκονται στο εσωτερικό της κυκλική διάταξης του καθενός και συνεπώς είναι οι πιο αντιπροσωπευτικοί της κατευθυντικότητας των κυματισμών στην περιοχή

αυτήν, η οποία επιδιώκεται να προσδιορισθεί μέσω των συγκεκριμένων διατάξεων μετρητών ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας.

Όσον αφορά στην απόκτηση των δεδομένων των δύο κλίσεων της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, ως προς τους δύο οριζόντιους κάθετους άξονες, η διαδικασία γίνεται χειρονακτικά και στηρίζεται στον τριγωνισμό της καμπύλης ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας. Επιλέγονται τρία σημεία επί της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας τα οποία ορίζουν ένα επίπεδο. Έπειτα, οι κλίσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας ως προς τους δύο οριζόντιους κάθετους άξονες, σε συγκεκριμένο σημείο, που ανήκει στο συγκεκριμένο τρίγωνο, εκτιμώνται από τις κλίσεις του επιπέδου του τριγώνου αυτού ως προς δύο οριζόντιους κάθετους άξονες. Η διαδικασία αυτή φαίνεται στο σχήμα 4.12, σύμφωνα με το οποίο οι κλίσεις του επιπέδου 1-2-3 υπολογίζονται ως προς το οριζόντιο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων  $x'-O'-y'$ . Το τρίγωνο 1-2-3 πρέπει να έχει αρκετά μικρό εμβαδόν ώστε και η κλίση της επιφάνειας στο σημείο 2 να μπορεί να προσεγγιστεί ικανοποιητικά από την κλίση του επιπέδου που σχηματίζουν τα σημεία 1, 2, 3 ως προς το οριζόντιο καρτεσιανό σύστημα  $x'-O'-y'$ .



**Σχήμα 4.12:** Βοηθητικό σχήμα διαδικασίας υπολογισμού των κλίσεων.

Ειδικότερα, για τον υπολογισμό των κλίσεων στη θέση του αισθητήρα 27 χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι τύποι:

$$\frac{\partial n}{\partial x'}(27) = \frac{n_{25} - n_{27}}{dx'} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y'}(27) = \frac{n_{23} - n_{27}}{dy'} \quad (4.4)$$

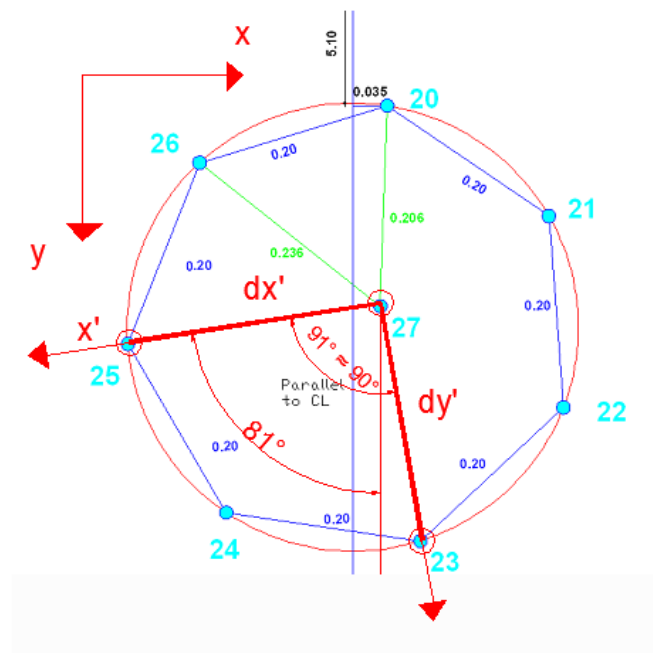
Οι αποστάσεις  $dx'$  και  $dy'$ , των τύπων (4.3) και (4.4) αντίστοιχα, φαίνονται στο σχήμα 4.13 (α).

Για τον υπολογισμό των κλίσεων στη θέση του αισθητήρα 19 χρησιμοποιούνται οι παρακάτω τύποι:

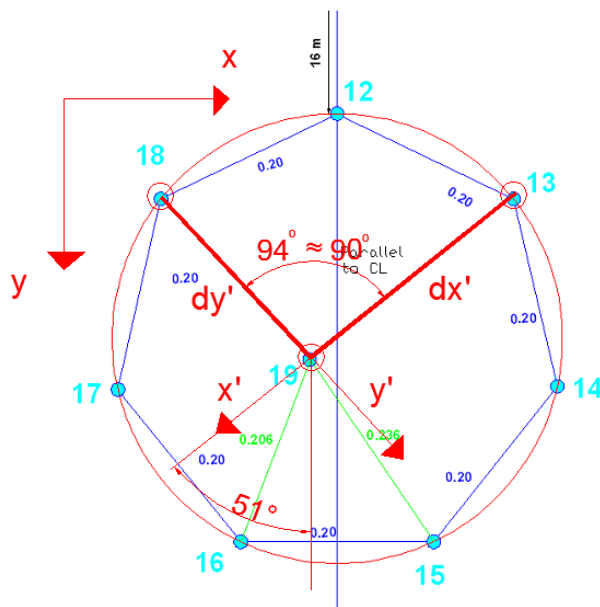
$$\frac{\partial n}{\partial x'}(19) = \frac{n_{19} - n_{13}}{dx'} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y'}(19) = \frac{n_{19} - n_{18}}{dy'} \quad (4.6)$$

Οι αποστάσεις  $dx'$  και  $dy'$ , των τύπων (4.5) και (4.6) αντίστοιχα, φαίνονται στο σχήμα 4.13 (β).



(α)



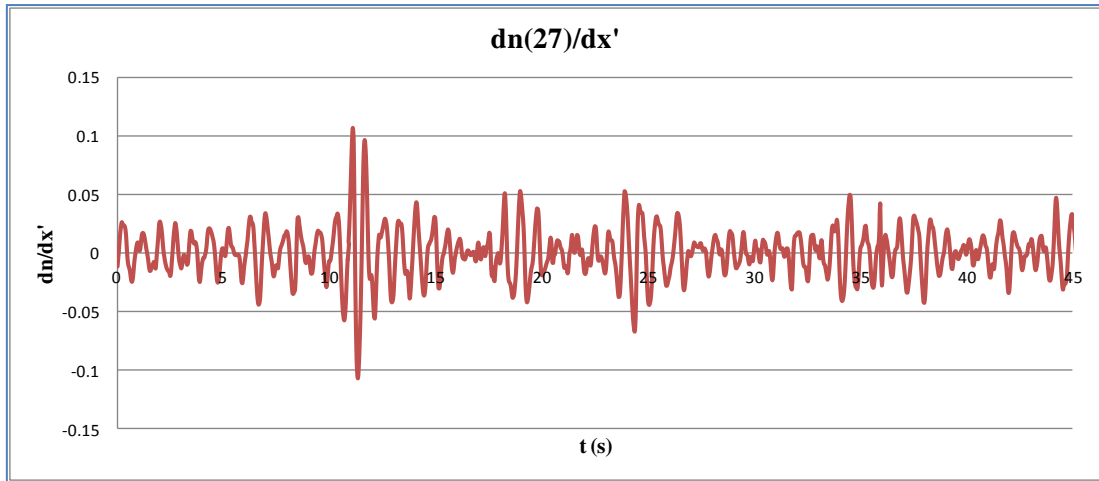
(β)

**Σχήμα 4.13:** Παρουσίαση των αποστάσεων  $dx'$  και  $dy'$  για τον προσδιορισμό των κλίσεων του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy (α) στα βαθιά και (β) στα ενδιάμεσα νερά.

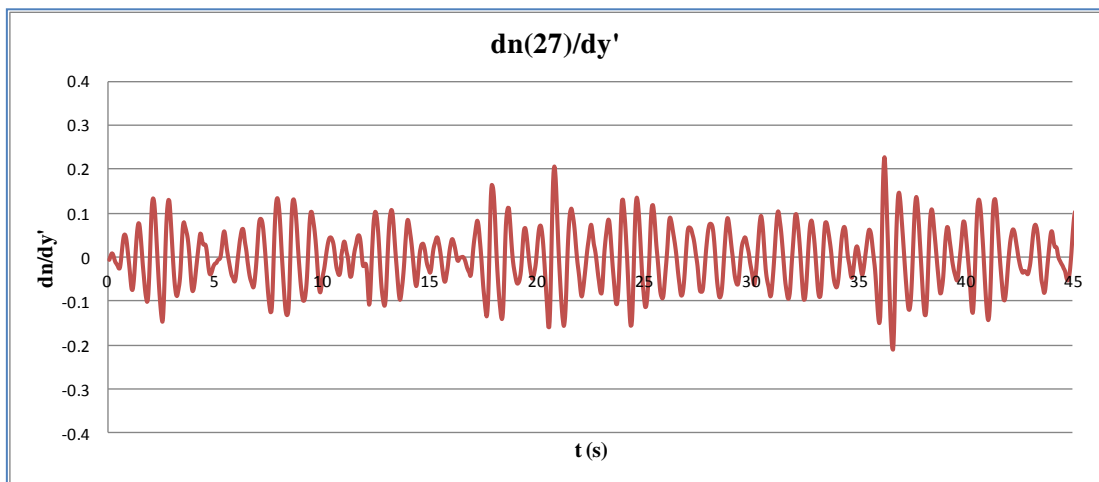
Η απόσταση  $dx'$  και  $dy'$  είναι μικρότερη του μήκους κύματος που αντιστοιχεί στη μέγιστη κυματική ενέργεια. Ειδικότερα, η απόσταση αυτή κυμαίνεται από 0.25 m έως 0.35 m και είναι αρκετά μικρότερη από το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη μέγιστη κυματική ενέργεια, το οποίο είναι περίπου ίσο με 1 m. Ωστόσο, η κυματική επιφάνεια παρουσιάζει έντονες μεταβολές σε πολύ μικρότερες αποστάσεις από αυτές των  $dx'$  και  $dy'$ , γεγονός που μπορεί να εξηγήσει αποκλίσεις μεταξύ των πραγματικών κλίσεων με τις κλίσεις που θα προκύψουν από την προαναφερόμενη διαδικασία.

Παρακάτω, στα σχήματα 4.14, 4.15, 4.16 και 4.17, παρουσιάζονται τα δεδομένα μόνο των κλίσεων, που έχουν υπολογιστεί μέσω της προαναφερόμενης διαδικασίας, καθώς οι χρονοσειρές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, για τους αισθητήρες 27 και 19, έχουν παρουσιαστεί στα σχήματα 4.8 και 4.11 αντίστοιχα:

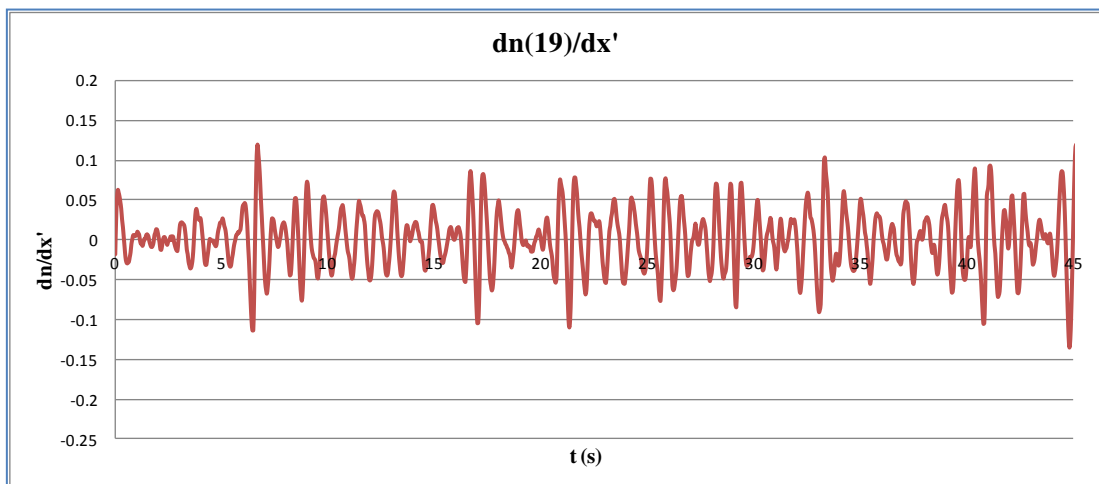




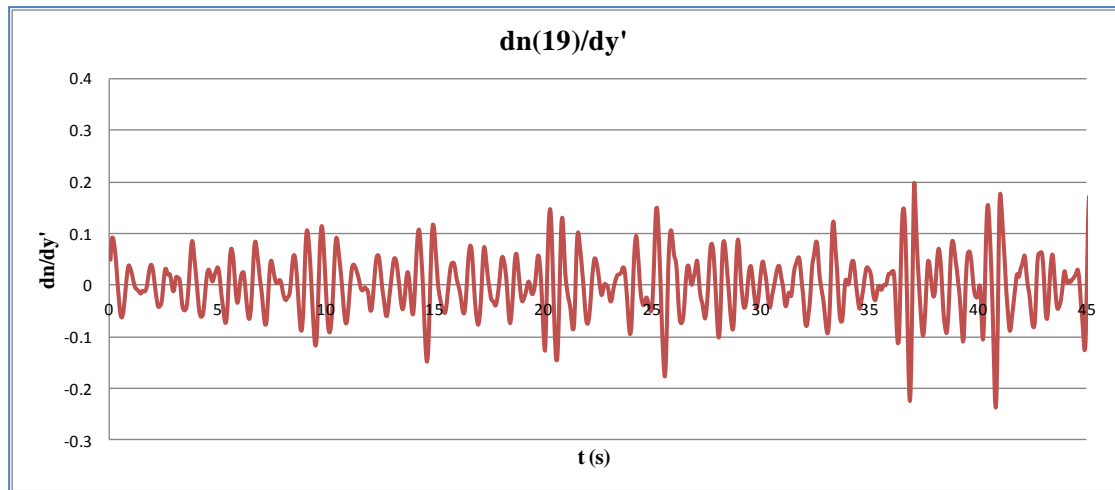
**Σχήμα 4.14:** Δεδομένα κλίσης ανύψωσης στη θέση του αισθητήρα 27 ως προς τον οριζόντιο άξονα  $x'$ , για τα πρώτα 45 s.



**Σχήμα 4.15:** Δεδομένα κλίσης ανύψωσης στη θέση του αισθητήρα 27 ως προς τον οριζόντιο άξονα  $y'$ , για τα πρώτα 45 s.



**Σχήμα 4.16:** Δεδομένα κλίσης ανύψωσης στη θέση του αισθητήρα 19 ως προς τον οριζόντιο άξονα  $x'$ , για τα πρώτα 45 s.



**Σχήμα 4.17:** Δεδομένα κλίσης ανύψωσης στη θέση του αισθητήρα 19 ως προς τον οριζόντιο άξονα  $y'$ , για τα πρώτα 45 s.

Οι μέθοδοι προσδιορισμού κατευθυντικότητας θα εφαρμοστούν σε αυτά τα δεδομένα, που προέκυψαν από τη διαδικασία αυτή. Επίσης, παρακάτω, η εν λόγω διαδικασία θα ελεγχθεί ως προς την αξιοπιστία της. Ωστόσο, συνιστάται η χρήση και αξιοποίηση δεδομένων από άμεσες καταγραφές σημειακών συστημάτων, όπως το heave-pitch-roll buoy.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5<sup>ο</sup>

### ΕΦΑΡΜΟΦΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ

### ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

#### 5.1 Εισαγωγή

Σκοπός του συγκεκριμένου κεφαλαίου αποτελεί η εφαρμογή μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών σε ένα από τα 175 επιτυχημένα πειράματα, τα οποία διεξήχθησαν στις εγκαταστάσεις UKCRF (UK Coastal Research Facility) του εργαστηρίου HR Wallingford (1997). Ειδικότερα, όπως προαναφέρθηκε, το πείραμα, στο οποίο θα εφαρμοστούν ορισμένες από τις μεθόδους του κεφαλαίου 3, φέρει το όνομα N8-11. Η εφαρμογή των μεθόδων αυτών αποσκοπεί στον προσδιορισμό κατευθυντικών φασμάτων των κυματισμών.

Η κωδικοποίηση των μεθόδων έγινε στην υπολογιστική πλατφόρμα του πακέτου λογισμικού Matlab 2009b από τη συγγραφέα, ύστερα από τη συλλογή άφθονου θεωρητικού υλικού από διάφορες βιβλιογραφικές πηγές. Οι εν λόγω βιβλιογραφικές πηγές αναφέρονται στο κείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, ενώ υπάρχει και αναλυτικός πίνακας αναφορών στο κεφάλαιο 10.

#### 5.2 Ανάλυση σύνθετων φασμάτων (cross-spectral analysis)

Πριν την εφαρμογή των μεθόδων στις μετρήσεις του πειράματος N8-11, κρίνεται απαραίτητη η αναφορά στην ανάλυση σύνθετων φασμάτων (cross-spectral analysis), τα οποία παρουσιάζουν καίριο ρόλο στον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των κυματισμών.

Κατά την ανάλυση, λοιπόν, των απλών και σύνθετων φασμάτων, η οποία στηρίζεται σε μετασχηματισμούς Fourier, το μήκος των χρονοσειρών πρέπει να αποτελεί δύναμη του 2. Για το λόγο αυτό, προστέθηκαν 5 μηδενικά στις χρονοσειρές των 20475, ώστε τα δεδομένα να γίνουν 20480. Το νούμερο ισούται με  $20480=10 \times 2^{11}$ . Από τα 10 τμήματα μήκους  $2^{11}$ , προκύπτουν τα φάσματα των οποίων η συνάρτηση της ανάλυσης σύνθετων φασμάτων *cpsd* ενώνει για τον προσδιορισμό του σύνθετου

φάσματος. Η συνάρτηση προσδιορισμού των σύνθετων φασμάτων στη γλώσσα προγραμματισμού του πακέτου λογισμικού Matlab 2009b είναι η εξής:

$$[G_{xy}, F] = \text{cpsd}(x, y, \text{window}(\text{nfft}), \text{noverlap}, \text{nfft}, \text{fs}) \quad (5.1)$$

όπου:

-F η συχνότητα,

-x, y οι χρονοσειρές των δύο αισθητήρων,

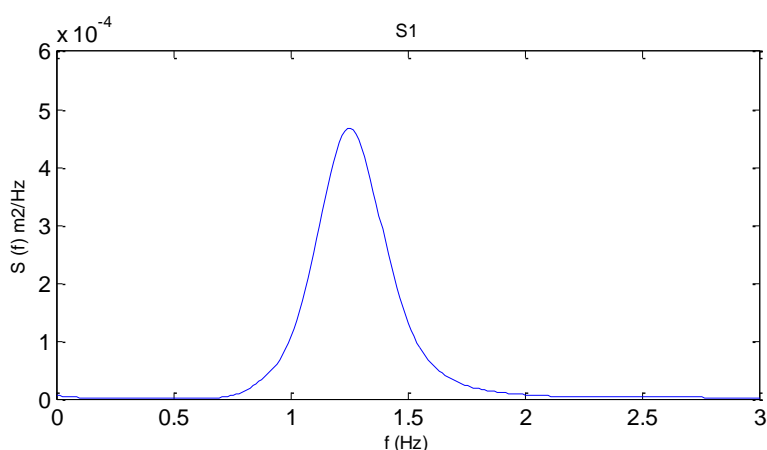
-nfft το μήκος των χρονοσειρών, στις οποίες διεξάγεται ο μετασχηματισμός FFT (Fast Fourier Transform). Αυτό καθορίζει τις συχνότητες και το βήμα των συχνοτήτων στις οποίες το σύνθετο φάσμα υπολογίζεται. Το μήκος nfft παίρνει τιμή, τη μέγιστη από το 256 και τη δύναμη του 2 που είναι αμέσως μεγαλύτερη από το μήκος των x και y.

-window(nfft) η συνάρτηση που ενώνει τα αποτελέσματα από τους μετασχηματισμούς FFT μήκους nfft (στη προκειμένη περίπτωση είναι: hann(2048)),

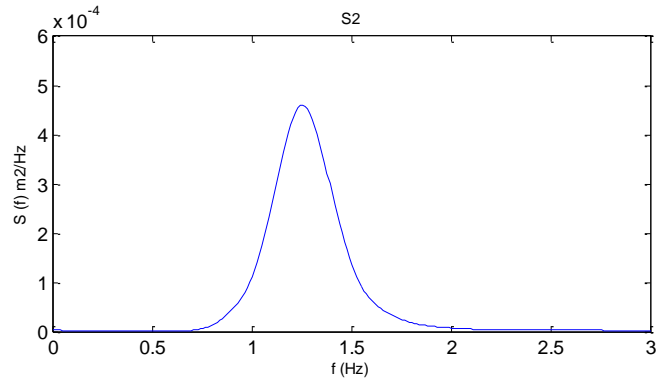
-noverlap το ποσοστό επικάλυψης των τμημάτων

-fs η συχνότητα δειγματοληψίας

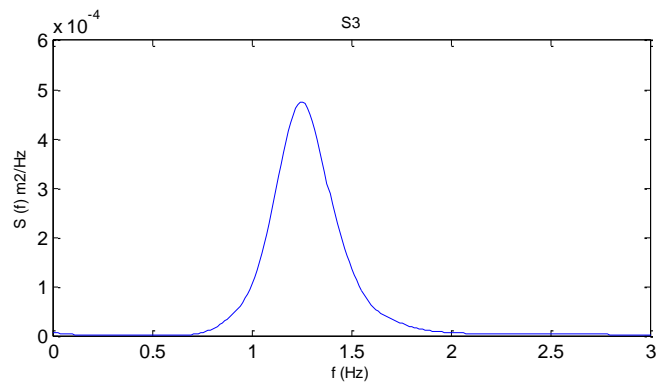
Τα απλά (auto-spectra) και σύνθετα (cross-spectra) φάσματα, που προέκυψαν από τη συγκεκριμένη ανάλυση, είναι σαφώς διαφορετικά (α) για την περίπτωση της διάταξης μετρητών ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας και (β) για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy. Τα απλά φάσματα, για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης στα βαθιά, παρουσιάζονται ενδεικτικά στα σχήματα 5.1, 5.2 και 5.3.



**Σχήμα 5.1:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας στο αισθητήρα 25, με γραμμική παρεμβολή.

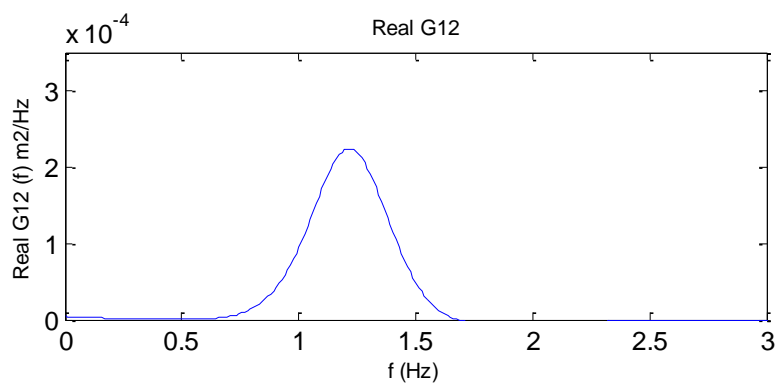


**Σχήμα 5.2:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας στο αισθητήρα 26, με γραμμική παρεμβολή.

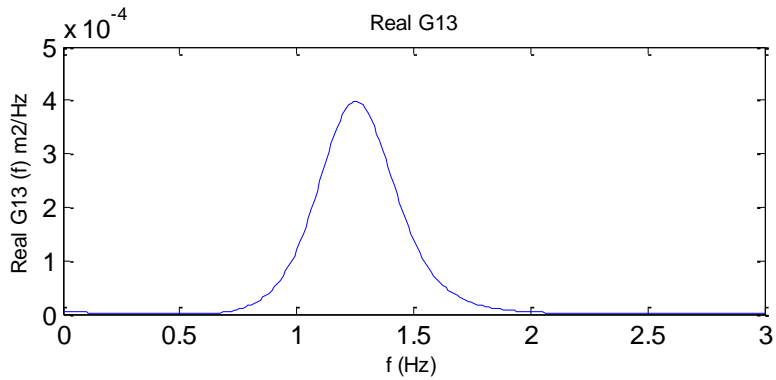


**Σχήμα 5.3:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας στο αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

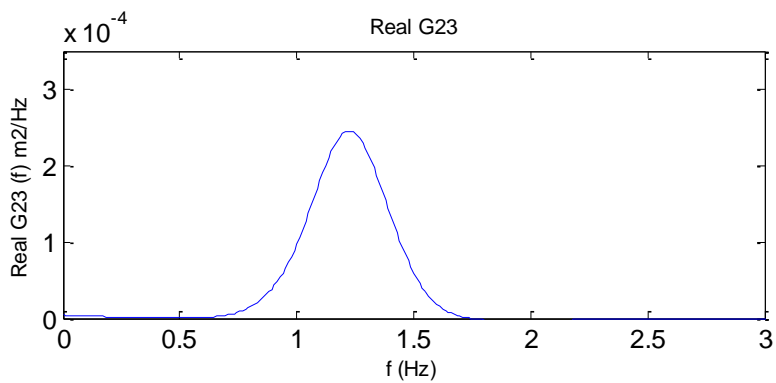
Στη συνέχεια, στα σχήματα 5.4 έως 5.5 και 5.6, παρουσιάζονται τα πραγματικά μέρη (co-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:



**Σχήμα 5.4:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 26, με γραμμική παρεμβολή.

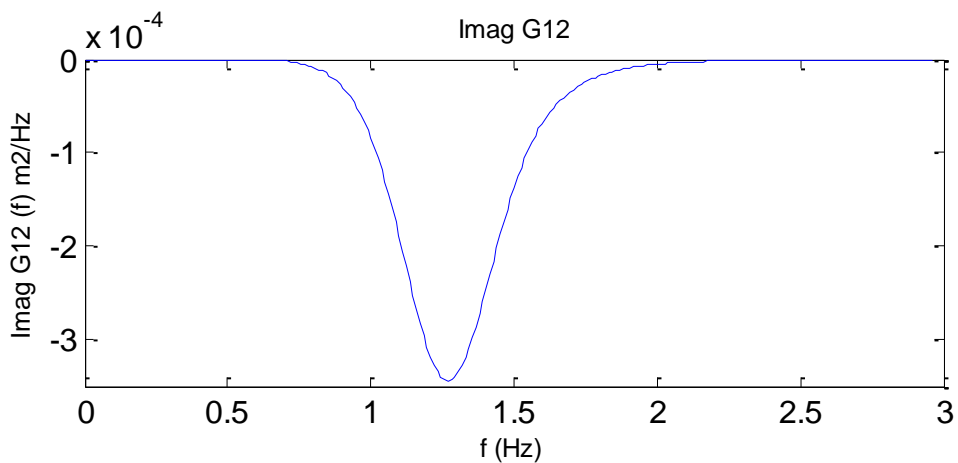


**Σχήμα 5.5:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

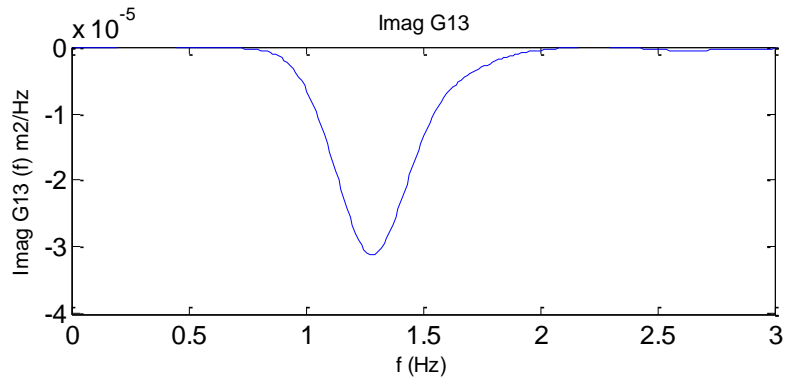


**Σχήμα 5.6:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 26, με γραμμική παρεμβολή.

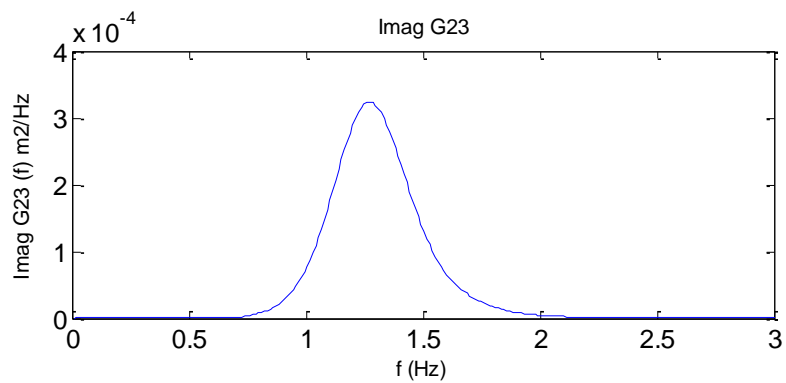
Ακολουθούν τα σχήματα 5.7, 5.8 και 5.9, στα οποία παρουσιάζονται τα φανταστικά μέρη (quad-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:



**Σχήμα 5.7:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 26, με γραμμική παρεμβολή.

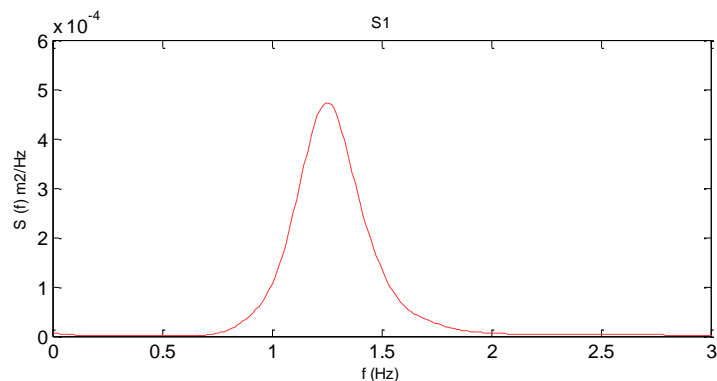


**Σχήμα 5.8:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

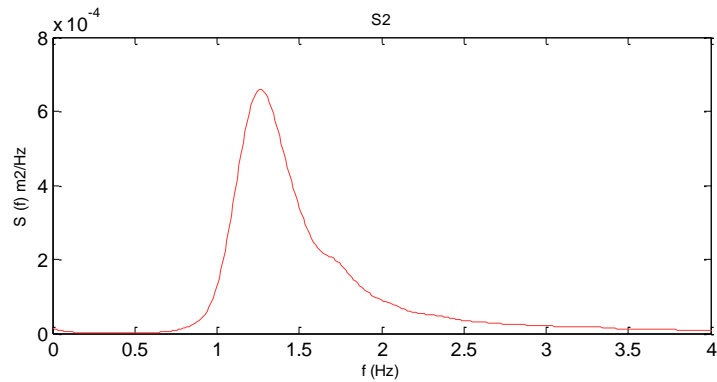


**Σχήμα 5.9:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 26 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

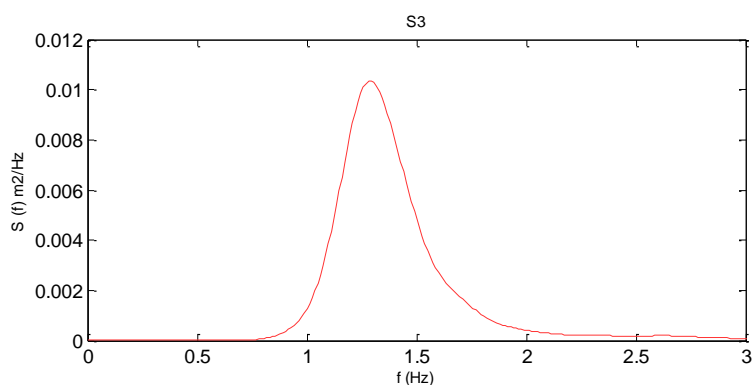
Για την περίπτωση των δεδομένων, που τροποποιήθηκαν, όπως το heave-pitch-roll buoy, παρουσιάζονται, ενδεικτικά, τα απλά φάσματα στα βαθιά στα σχήματα 5.10, 5.11 και 5.12:



**Σχήμα 5.10:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας στο αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

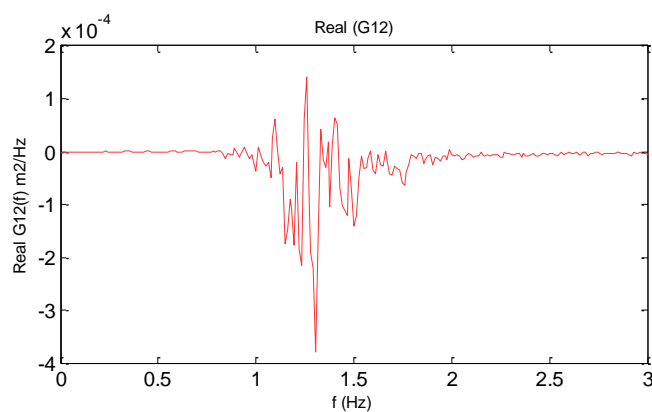


**Σχήμα 5.11:** Απλό φάσμα για την κλίση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τον άξονα  $x'$ , στη θέση του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.



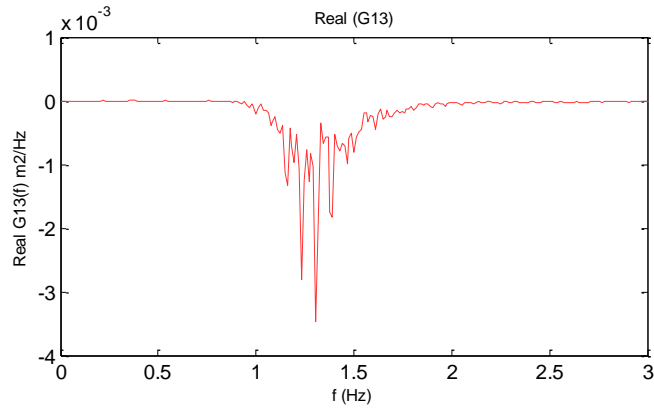
**Σχήμα 5.12:** Απλό φάσμα για την κλίση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τον άξονα  $y'$ , στη θέση του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

Στη συνέχεια, στα σχήματα 5.13 έως 5.14 και 5.15, παρουσιάζονται τα πραγματικά μέρη (co-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:

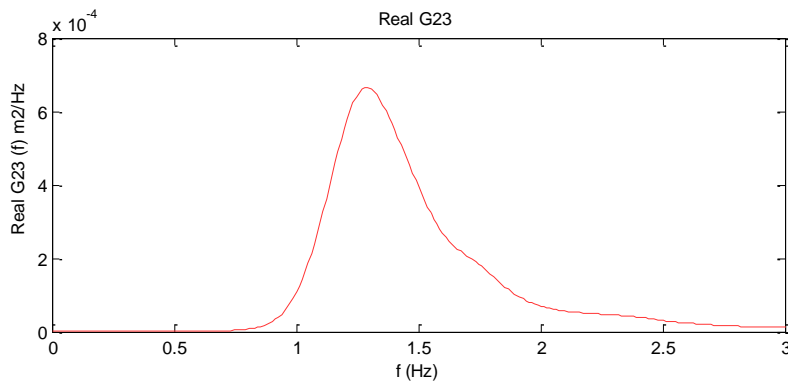


**Σχήμα 5.13:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς  $x'$  στη θέση του αισθητήρα 27, χωρίς γραμμική παρεμβολή.



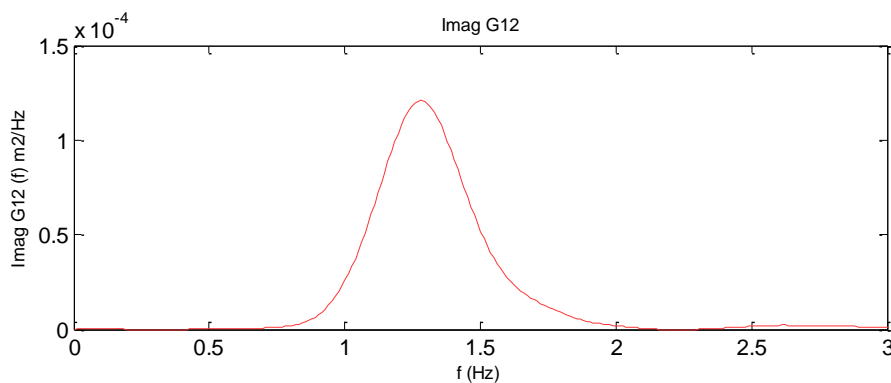


**Σχήμα 5.14:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς  $y'$  στη θέση του αισθητήρα 27, χωρίς γραμμική παρεμβολή.

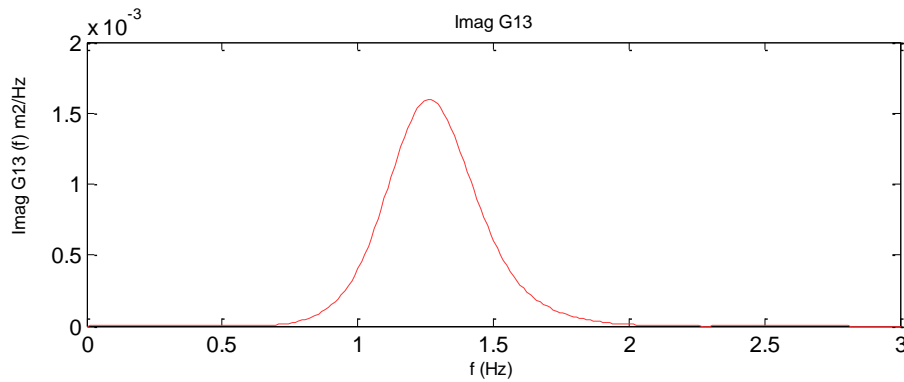


**Σχήμα 5.15:** Co-spectra της κλίσης στάθμης ως προς  $x'$  με την κλίση της στάθμης ως προς  $y'$  στη θέση του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

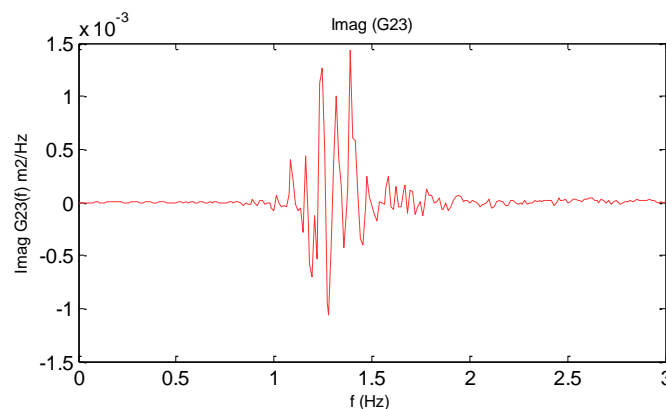
Ακολουθούν τα σχήματα 5.16, 5.17 και 5.18, στα οποία παρουσιάζονται τα φανταστικά μέρη (quad-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:



**Σχήμα 5.16:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς  $x'$  στη θέση του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.



**Σχήμα 5.17:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς  $y'$  στη θέση του αισθητήρα 27



**Σχήμα 5.18:** Quad-spectra της κλίσης στάθμης ως προς  $x$  με την κλίση της στάθμης ως προς  $y'$  στη θέση του αισθητήρα 27, χωρίς γραμμική παρεμβολή.

Όπως σημειώθηκε παραπάνω, παρουσιάζονται ενδεικτικά τα φάσματα για τα βαθιά για τις περιπτώσεις της διάταξης των 3 μετρητών στάθμης και την περίπτωση όπως το heave-pitch-roll buoy.

Από τα παραπάνω σχήματα συμπεραίνεται ότι τα co-spectra,  $C_{12} = \text{Real}(G_{12})$  και  $C_{13} = \text{Real}(G_{13})$  και το quad-spectra,  $Q_{23} = \text{Imag}(G_{12})$ , είναι κοντά στο μηδέν και παλινδρομούν γύρω από αυτό για όλες τις συχνότητες εκτός από κάποιες ακραίες τιμές, το οποίο συμφωνεί με τις συνθήκες (3.12), (3.14) και (3.17). Η οδοντωτή μορφή των απλών και των σύνθετων φασμάτων, χωρίς γραμμική παρεμβολή, μπορεί να αποδοθεί στη συνάρτηση σύνθετων φασμάτων  $G_{xy}$  (5.1) η οποία δεν είναι ομαλή γκαουσιανή κατανομή αλλά έχει πολλές τοπικές κορυφές. Με γραμμική παρεμβολή, προκύπτουν πιο ομαλά φάσματα. Σημειώνεται, ωστόσο, ότι για την ακρίβεια και την ορθότητα των αποτελεσμάτων, δηλαδή των κατευθυντικών φασμάτων, τα απλά και σύνθετα φάσματα εισάγονται στους κώδικες των μεθόδων χωρίς γραμμική

παρεμβολή, καθώς με την τελευταία χάνονται και αλλοιώνονται οι ακραίες τιμές. Στο συγκεκριμένο λόγο αποδίδεται και η οδοντωτή μορφή των κατευθυντικών φασμάτων, ιδίως στην περιοχή των συχνοτήτων.

### 5.3 Εφαρμογή Μεθόδων

Στη συνέχεια, θα εφαρμοστούν οι μέθοδοι του κεφαλαίου 3, για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης και για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy. Με τον τρόπο αυτό, θα παρουσιαστεί η μεθοδολογία και θα εξαχθούν συγκεκριμένα συμπεράσματα από τη σύγκριση των μεθόδων.

Από τις μεθόδους που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3, επιλέγονται τέσσερις, μία από τις οποίες, συγκεκριμένα η Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), εφαρμόζεται στα δεδομένα των μετρήσεων και οι υπόλοιπες τρεις στα δεδομένα, που προέκυψαν χειρονακτικά, για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy (βλ §4.4.4), λόγω έλλειψης διαθέσιμων δεδομένων της συγκεκριμένης μορφής. Στις τρεις αυτές μεθόδους, συγκαταλέγονται η Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) και η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM), που εφαρμόζονται στις χρονοσειρές, που υπολογίστηκαν για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.

Σημειώνεται ότι σε όλες τις μεθόδους, η διακριτοποίηση των συχνοτήτων γίνεται με βήμα 0.0122 Hz και των διευθύνσεων (γωνιών) με βήμα 0.1 rad.

Επιπρόσθετα, λόγω του ότι δεν υπάρχει ένα πραγματικό κατευθυντικό φάσμα που να θεωρείται σωστό για τη συγκεκριμένη περίπτωση, δεν είναι εφικτός ο ακριβής έλεγχος των αποτελεσμάτων. Ο έλεγχος, ο οποίος θα ακολουθήσει αφορά στο πόσο αληθοφανή είναι τα αποτελέσματα, δηλαδή τα φάσματα, ως προς την μορφή της κατανομής και την κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας.

#### 5.3.1 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης

Η συγκεκριμένη μέθοδος αναλύθηκε στο κεφάλαιο 3 (συγκεκριμένα, στην §3.5.1). Στην παράγραφο, όμως, αυτή, θα παρουσιαστεί η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε στις χρονοσειρές της διάταξης των 3 αισθητήρων στάθμης, στα βαθιά (αισθητήρες: 25-26-

27) και στα ενδιάμεσα νερά (αισθητήρες: 16-17-19). Η μεθοδολογία, σύμφωνα με τους Isobe *et al.* (1984), που ακολουθήθηκε για την εξαγωγή του κατευθυντικού φάσματος, παρουσιάζεται ξανά στο σημείο αυτό και χωρίζεται στα (4) παρακάτω βήματα:

(1) Αρχικά, υπολογίζονται, για ένα σύνολο δεδομένων, τα cross-spectra  $G_{mn}(f)$  για όλους τους διαθέσιμους συνδυασμούς μετρητών.

(2) Καθορίζεται η συνάρτηση μετάθεσης  $h_m(f, \theta)$  για μία δεδομένη συχνότητα  $\omega$ , για παράδειγμα μέσω των εξισώσεων (3.44) και (3.45), ανάλογα με την περίπτωση.

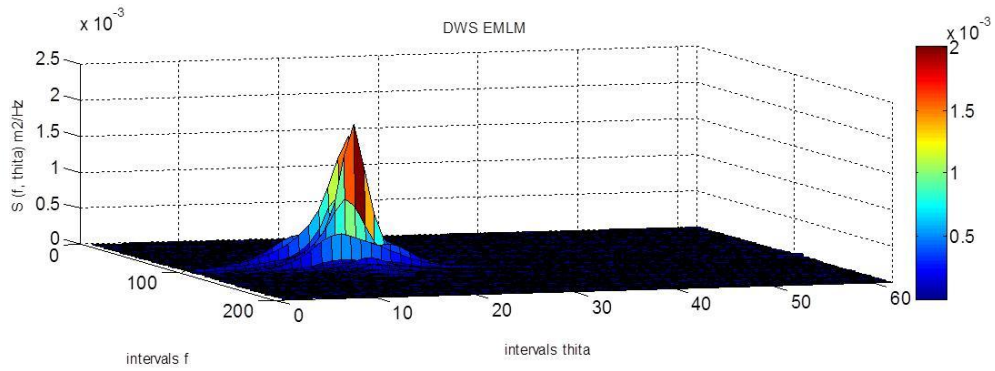
(3) Εκτιμώνται το πραγματικό και φανταστικό μέρος του πίνακα  $\Phi_{mn}^{-1}(f)$ , δηλαδή τα  $a_{mn}(f)$  και  $b_{mn}(f)$ , μέσω της εξίσωσης (3.46).

(4) Τέλος, υπολογίζεται το κατευθυντικό φάσμα  $S_{EMLM}(f, \theta)$  μέσω της εξίσωσης (3.50). Η σταθερά  $C'$  εκτιμάται από τη συνθήκη (3.43).

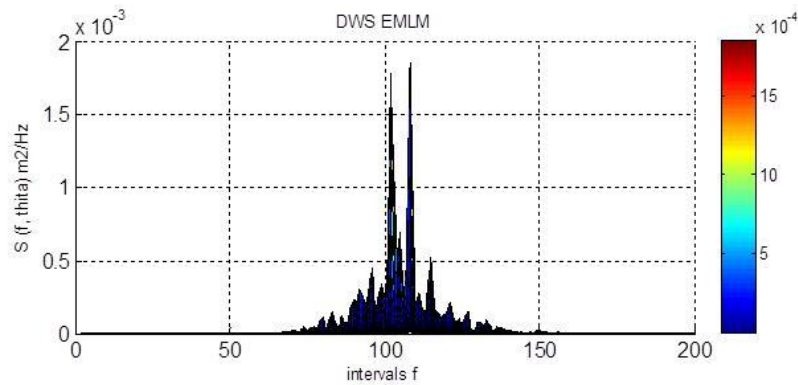
Οι εξισώσεις, στις οποίες γίνεται αναφορά, είναι συναρτήσεις της κυκλικής συχνότητας  $\omega$  και της γωνία  $\theta$ , που αναφέρεται στη διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας. Οι εξισώσεις αυτές μπορούν να εκφραστούν και συναρτήσεις της συχνότητας  $f$  και της γωνία  $\theta$ , χωρίς να αλλάξουν. Για τον τελευταίο λόγο δε θα σημειωθούν ξανά, παρά μόνο η τελική εξίσωση προσδιορισμού του κατευθυντικού φάσματος, που διαμορφώνεται ως εξής:

$$S_{EMLM}(f, \theta) = C' \left\{ \sum_m \sum_n (\cos \theta)^{\alpha_m + \alpha_n} \cdot (\sin \theta)^{\beta_m + \beta_n} \right. \\ \left. \times \left\{ a_{mn}(f) \cdot \cos \left[ \vec{k} \cdot (\vec{x}_n - \vec{x}_m) \right] + b_{mn}(f) \cdot \sin \left[ \vec{k} \cdot (\vec{x}_n - \vec{x}_m) \right] \right\} \right\} \quad (5.2)$$

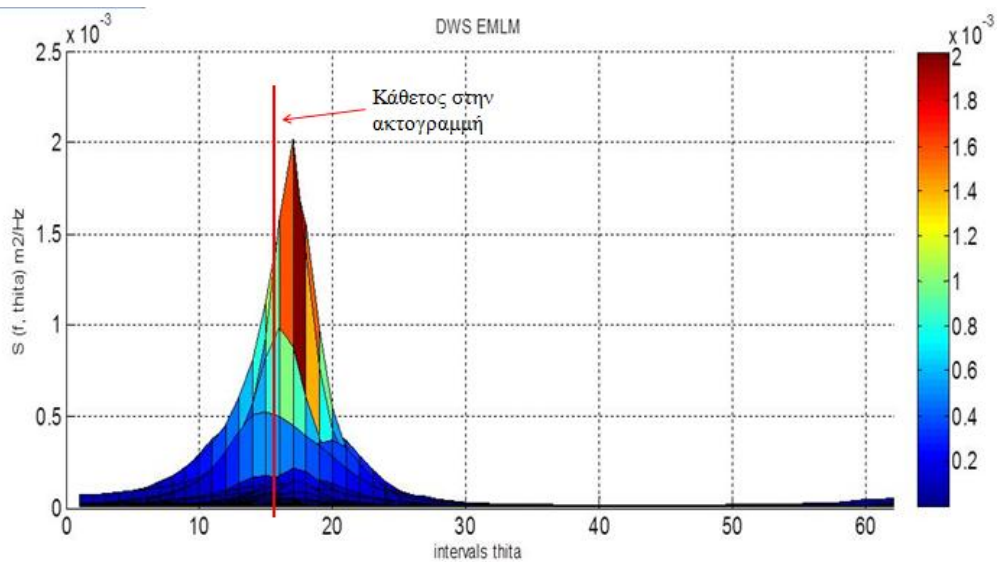
Με εφαρμογή, λοιπόν, της παραπάνω μεθοδολογίας προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα, που παρουσιάζονται στα σχήματα 5.19, 5.20, 5.21 και 5.22 για τους κυματισμούς που μελετώνται μέσω της διάταξης μετρητών στα βαθιά νερά:



**Σχήμα 5.19:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διεθύνσεων για την διάταξη μετρητών στάθμης.

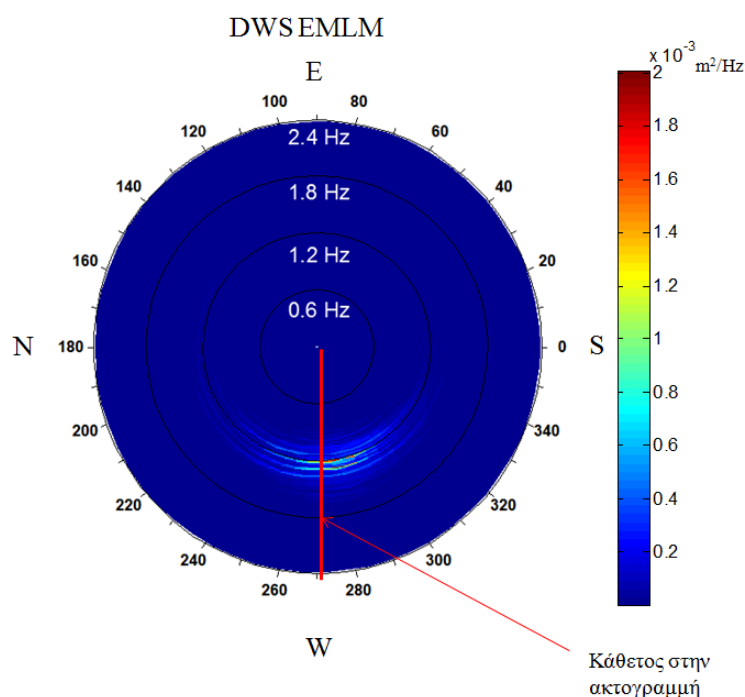


**Σχήμα 5.20:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων για την διάταξη μετρητών στάθμης.



**Σχήμα 5.21:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διεθύνσεων για την διάταξη μετρητών στάθμης.

Στο σχήμα 5.22 παρουσιάζεται το κατευθυντικό φάσμα των κυματισμών στα βαθιά, όπως προέκυψε από την εν λόγω μέθοδο, σε πολικές συντεταγμένες. Στο σχήμα 5.22, οι ακτίνες παριστάνουν τις κατευθύνσεις διάδοσης της κυματικής ενέργειας, ενώ το μέγεθος της κυματικής ενέργειας προσδιορίζεται από το χρώμα στο κάθε σημείο, όπως αυτό ορίζεται από τη χρωματική κλίμακα στα δεξιά του σχήματος.



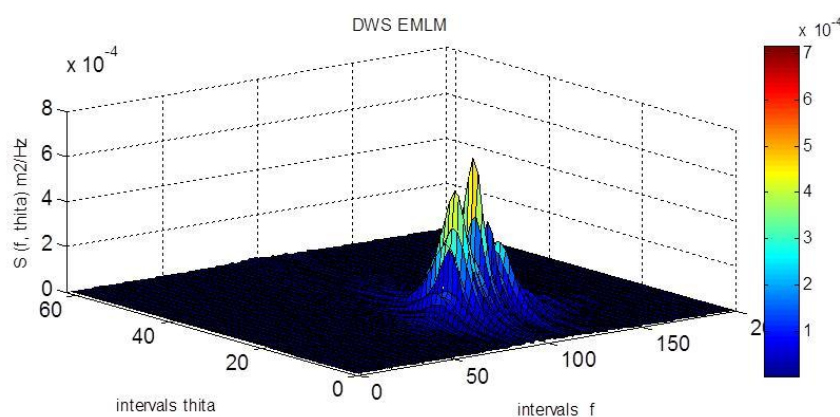
**Σχήμα 5.22:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (EMLM) στα βαθιά σε πολικές συντεταγμένες για την διάταξη μετρητών στάθμης

Από τα σχήματα 5.19, 5.20, 5.21 και 5.22, που αποτελούν και αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου, συμπεραίνεται η ορθή εκτίμηση της κύριας διεύθυνσης διάδοσης των πολυκατευθυντικών κυματισμών του πειράματος N8-11. Η κύρια διεύθυνση παρατηρείται στις  $97.5^\circ$  περίπου ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς, ενώ στην κυματογεννήτρια παράγονται κυματισμοί με διεύθυνση διάδοσης  $90^\circ$ . Το επιθυμητό αποτέλεσμα είναι, στη θέση της κυκλικής διάταξης των αισθητήρων στα βαθιά νερά, η κατεύθυνση να εκτιμάται λίγο μεγαλύτερη από  $90^\circ$ . Το γεγονός αυτό αποδίδεται στην παραγωγή κάθετων κυματισμών ως προς την ακτογραμμή από την κυματογεννήτρια και την ύπαρξη του λείου πυθμένα από τα βόρεια και του πυθμένα με έντονη τριβή από τα νότια. Το τελευταίο έχει σαν συνέπεια την ελαφρώς πλάγια πρόσπτωση των κυματισμών στην περιοχή των

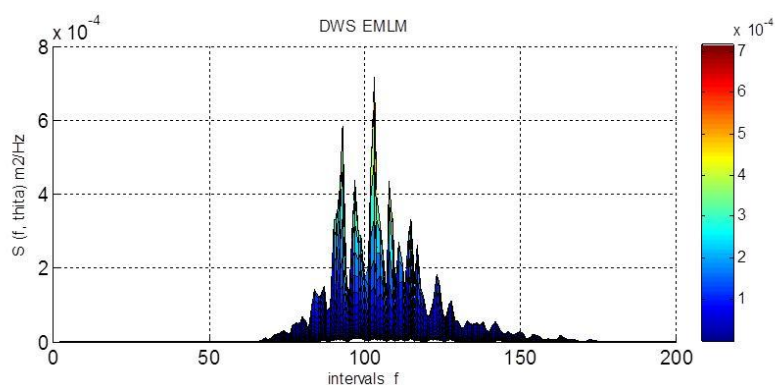
αισθητήρων στα βαθιά νερά. Συνεπώς, οι  $97.5^\circ$  θεωρούνται ικανοποιητικής ακρίβειας. Όσον αφορά στο κατευθυντικό φάσμα, που παριστάνει την κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων, είναι παντού θετικό, το οποίο θεωρείται αποδεκτό, αφού αναφέρεται σε ενέργεια.

Σημειώνεται ότι οι τριβές του πυθμένα στα βαθιά νερά, επηρεάζουν περισσότερο τις κυματικές συνιστώσες της ελεύθερης επιφάνειας με λόγο βάρους προς μήκος κύματος μικρότερο του 0.5 στους σύνθετους κυματισμούς. Οι τριβές του πυθμένα, δηλαδή, έχουν μεγαλύτερη επίδραση στα ρηχά από ότι στα βαθιά νερά. Ωστόσο, στους σύνθετους κυματισμούς, οι τριβές του πυθμένα επηρεάζουν σε ένα βαθμό τους επιφανειακούς κυματισμούς και στα βαθιά νερά, καθώς ένα ποσοστό των κυματικών συνιστωσών τους έχουν λόγο βάρους προς μήκος κύματος μικρότερο του 0.5 (ρηχά νερά) και οι υπόλοιποι έχουν λόγο βάρους προς μήκος κύματος μεγαλύτερο του 0.5 (βαθιά νερά), λαμβάνοντας υπόψη όλο το φάσμα συχνοτήτων. Ο χαρακτηρισμός της θέσης των αισθητήρων, δηλαδή το που αυτοί εντοπίζονται (βαθιά ή ενδιάμεσα ή ρηχά νερά) γίνεται με κριτήρια το λόγο βάρους προς μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη μέγιστη κυματική ενέργεια.

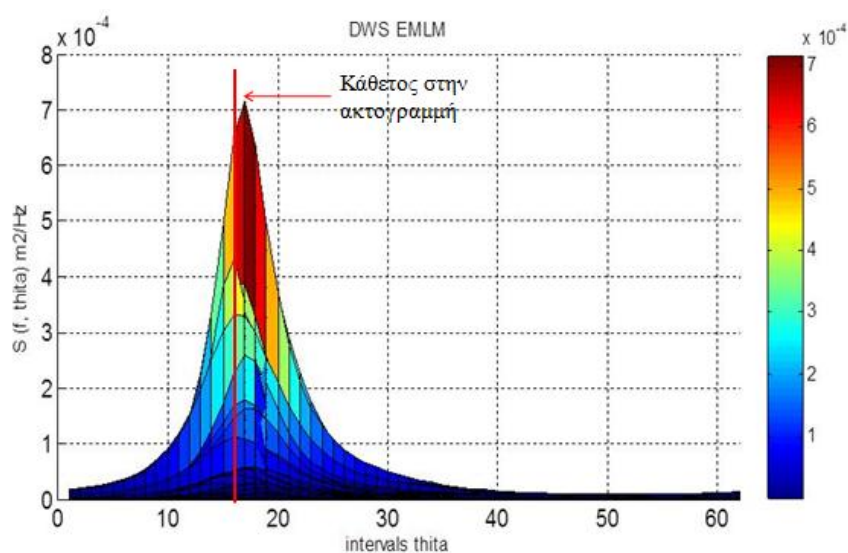
Με εφαρμογή, τώρα, της ίδιας μεθοδολογίας προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα, που παρουσιάζονται στα σχήματα 5.23, 5.24, 5.25 και 5.26 για τους κυματισμούς που μελετώνται μέσω της διάταξης μετρητών στα ενδιάμεσα νερά:



**Σχήμα 5.23:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων για την διάταξη μετρητών στάθμης.

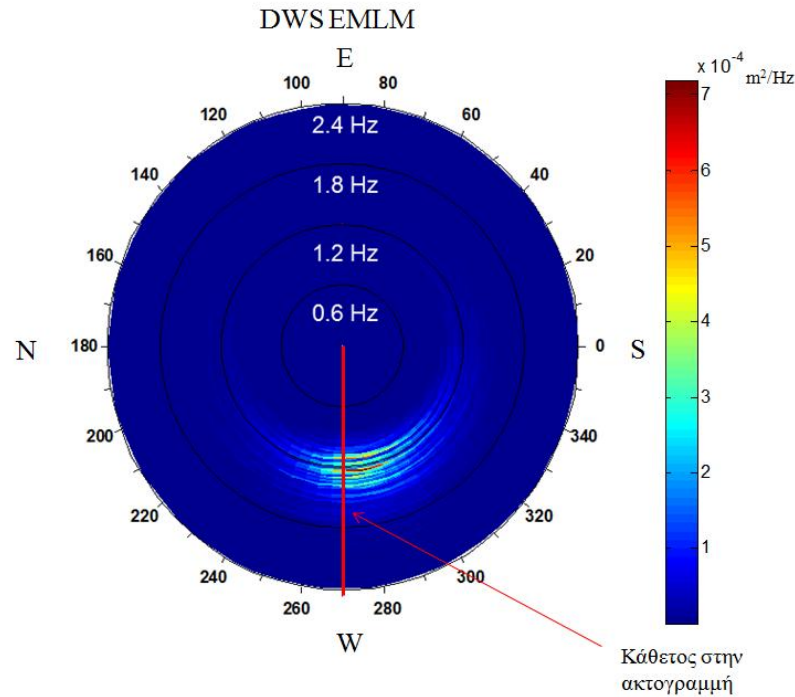


**Σχήμα 5.24:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων για την διάταξη μετρητών στάθμης.



**Σχήμα 5.25:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων για την διάταξη μετρητών στάθμης.



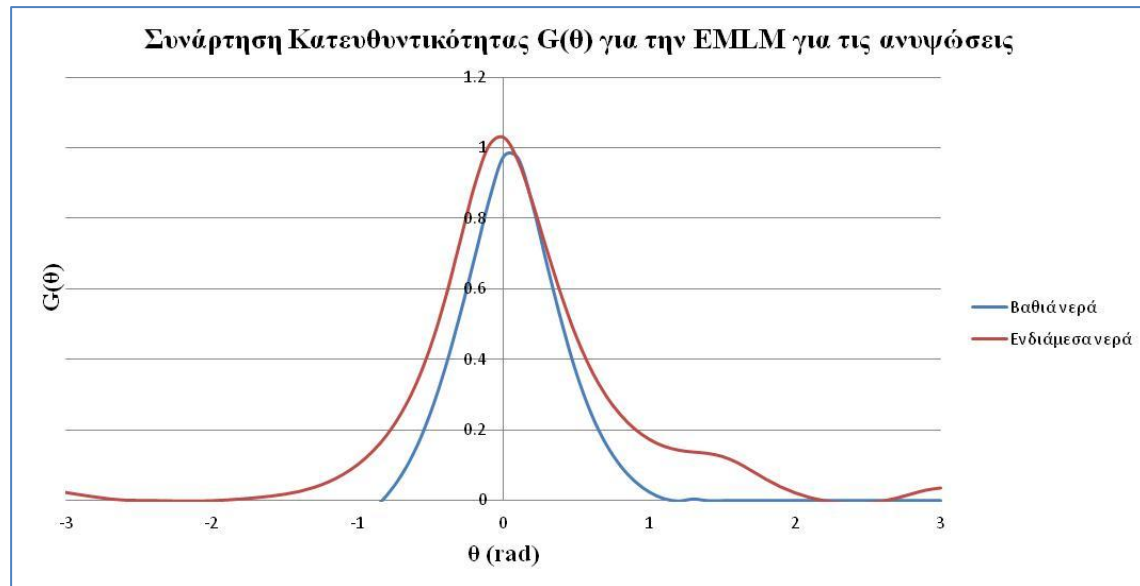


**Σχήμα 5.26:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (EMLM) στα ενδιάμεσα νερά σε πολικές συντεταγμένες για την διάταξη μετρητών στάθμης.

Το επιθυμητό αποτέλεσμα είναι, και στη θέση της κυκλικής διάταξης των αισθητήρων στα ενδιάμεσα νερά, η κατεύθυνση να εκτιμάται κοντά στις  $90^\circ$  και λίγο μικρότερη από την κύρια διεύθυνση στα βαθιά, δηλ. τις  $97.5^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Αυτό αποδίδεται στην ελαφρώς πλάγια πρόσπτωση των κυματισμών στα βαθιά, οι οποίοι υφίστανται, καθώς διαδίδονται προς τα ρηγά, μικρή διάθλαση. Από τα σχήματα 5.23, 5.24, 5.25 και 5.26, παρατηρείται ότι η κύρια κατεύθυνση διάδοσης των πολυκατευθυντικών κυματισμών στη θέση αυτή εκτιμάται περίπου στις  $94.6^\circ$ . Η διακριτοποίηση των γωνιών με βήμα  $0.1 \text{ rad}$ , δηλαδή σε  $5.73^\circ$  περίπου, δεν επιτρέπει μεγαλύτερη ακρίβεια στον προσδιορισμό της κύριας διεύθυνσης διάδοσης της κυματικής ενέργειας. Το αποτέλεσμα αυτό των  $94.6^\circ$  θεωρείται αρκετά ικανοποιητικό. Επιπρόσθετα, όσον αφορά στο κατευθυντικό φάσμα, που παριστάνει την κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων, είναι παντού θετικό, το οποίο θεωρείται αποδεκτό, αφού αναφέρεται σε ενέργεια.

Στο σημείο αυτό, σημειώνεται ότι η γωνία, σε όλα τα διαγράμματα, κυμαίνεται από 0 έως  $2\pi \text{ rad}$  ή από 0 έως  $360^\circ$ .

Όσον αφορά στη σύγκριση της διασποράς κατευθυντικότητας στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά, αυτή γίνεται ποιοτικά από το παρακάτω σχήμα:



**Σχήμα 5.27:** Σύγκριση διασποράς κατευθυντικότητας στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά.

Σύμφωνα με το σχήμα 5.27, η διασπορά κατευθυντικότητας στα ενδιάμεσα νερά είναι πιο διευρυμένη σε σύγκριση με τα βαθιά νερά, το οποίο είναι αληθοφανές.

### 5.3.2 Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

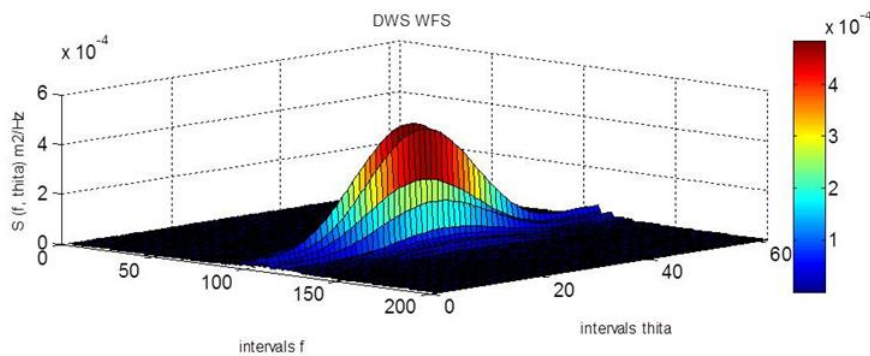
Όλες οι παρακάτω μέθοδοι εφαρμόζονται στις χρονοσειρές της στάθμης και των κλίσεων της στάθμης ως προς τους δυο οριζόντιους, κάθετους μεταξύ τους, άξονες  $x$  και  $y$ . Όπως προαναφέρθηκε, οι χρονοσειρές των κλίσεων δεν προέκυψαν από άμεσες μετρήσεις, αλλά από μία χειρονακτική διαδικασία, που περιγράφεται στην παράγραφο 4.4.4. Τέτοιες χρονοσειρές καταγράφονται άμεσα από ένα σημειακό σύστημα, το heave-pitch-roll buoy.

Η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) χρησιμοποιήθηκε, μετά τη Μέθοδο Αποκοπής Σειρών Fourier (TFS), για την άρση του προβλήματος εμφάνισης μερικών αρνητικών τιμών της κυματικής ενέργειας, κατά την εφαρμογή της δεύτερης. Για το λόγο αυτό, θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα μόνο της Σταθμισμένης Μεθόδου Σειρών Fourier.

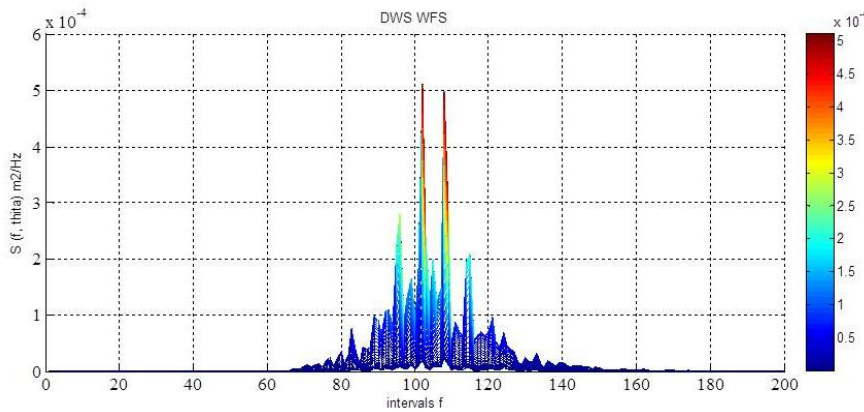
Ο τύπος υπολογισμού του κατευθυντικού φάσματος με τη συγκεκριμένη μέθοδο παρουσιάστηκε στην §3.4.2 και φέρει τον αριθμό (3.34). Ο τύπος, που ακολουθήθηκε και σε αυτήν τη μεθοδολογία, είναι εκφρασμένος συναρτήσει της συχνότητας  $f$  και της γωνίας  $\theta$ , ο οποίος είναι ισοδύναμος του (3.34) και διαμορφώνεται ως εξής:

$$S_{WFS}(f, \theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{2}{3\pi} [a_1 \cdot \cos(\theta) + b_1 \cdot \sin(\theta)] + \frac{1}{6\pi} [a_2 \cdot \cos(2\theta) + b_2 \cdot \sin(2\theta)] \quad (5.3)$$

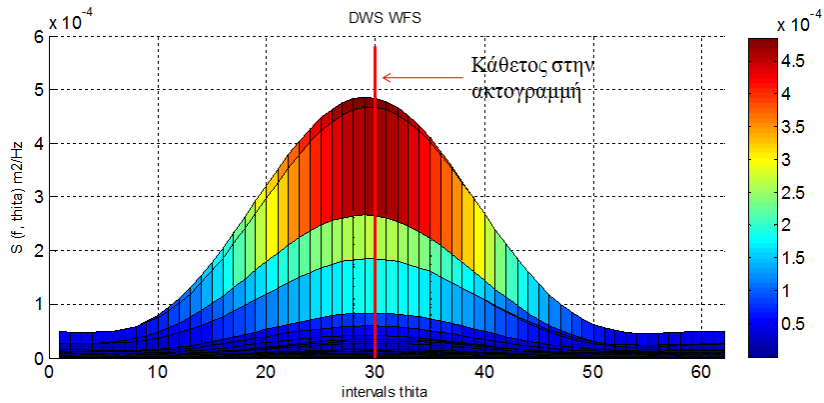
Στα σχήματα 5.28, 5.29, 5.30 και 5.31, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, που προέκυψαν από την εφαρμογή της Σταθμισμένης Μεθόδου Σειρών Fourier στις προαναφερόμενες χρονοσειρές στα βαθιά.



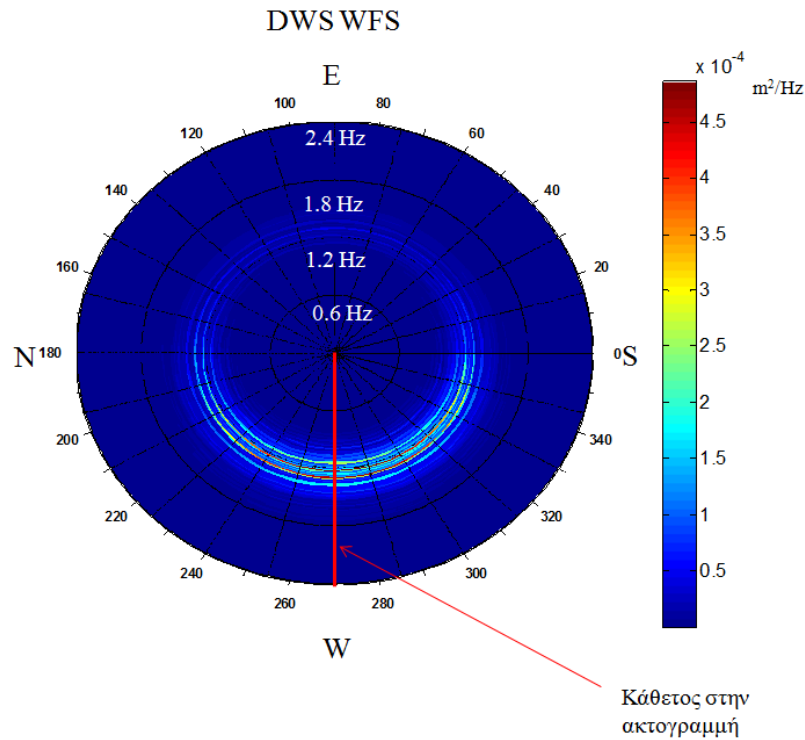
**Σχήμα 5.28:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων ( $\theta$  από  $-\pi$  έως  $\pi$  rad)



**Σχήμα 5.29:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων



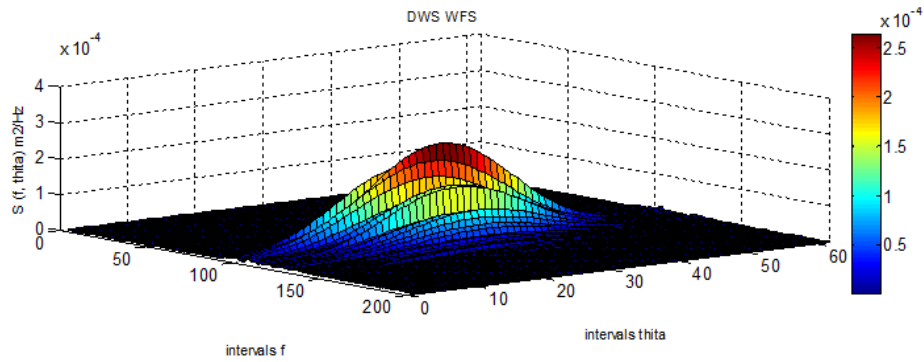
**Σχήμα 5.30:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων.



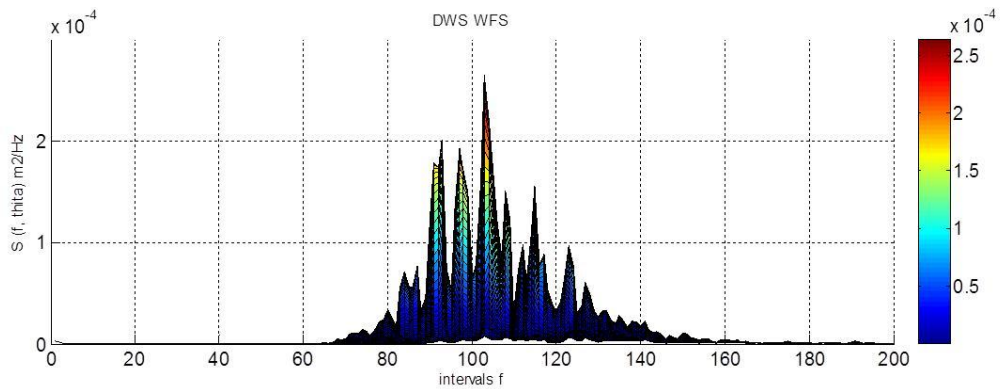
**Σχήμα 5.31:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (WFS) στα βαθιά νερά σε πολικές συντεταγμένες.

Από τα παραπάνω διαγράμματα των αποτελεσμάτων, η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά εκτιμάται σε  $89.3^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Η εκτιμώμενη αυτή κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας είναι αρκετά κοντά στις  $90^\circ$ . Επίσης, η κυματική ενέργεια είναι για κάθε συχνότητα και γωνία θετική, που είναι αποδεκτό.

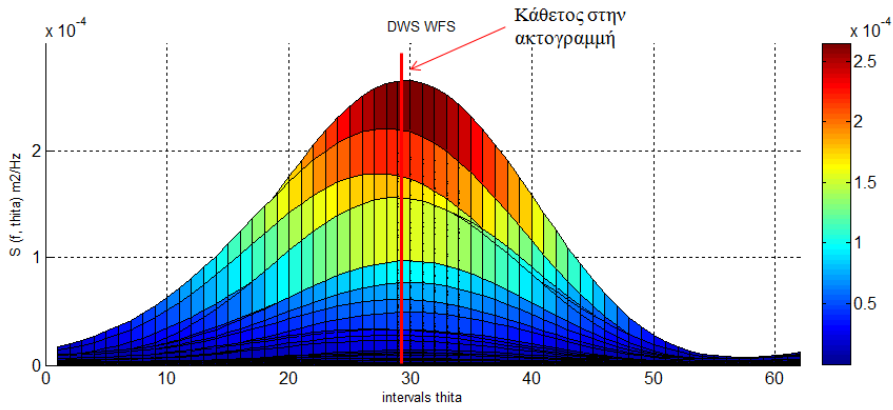
Ακολουθούν τα διαγράμματα 5.32, 5.33, 5.34 και 5.35, στα οποία παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, που προέκυψαν από την εφαρμογή της Σταθμισμένης Μεθόδου Σειρών Fourier στις προαναφερόμενες χρονοσειρές στα ενδιάμεσα νερά.



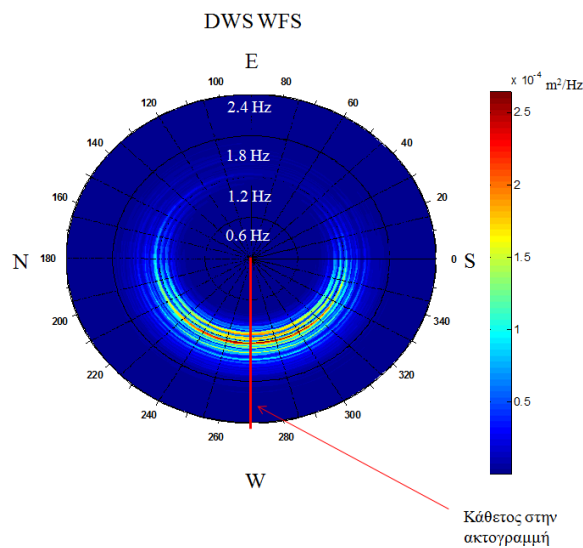
**Σχήμα 5.32:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων.



**Σχήμα 5.33:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων.



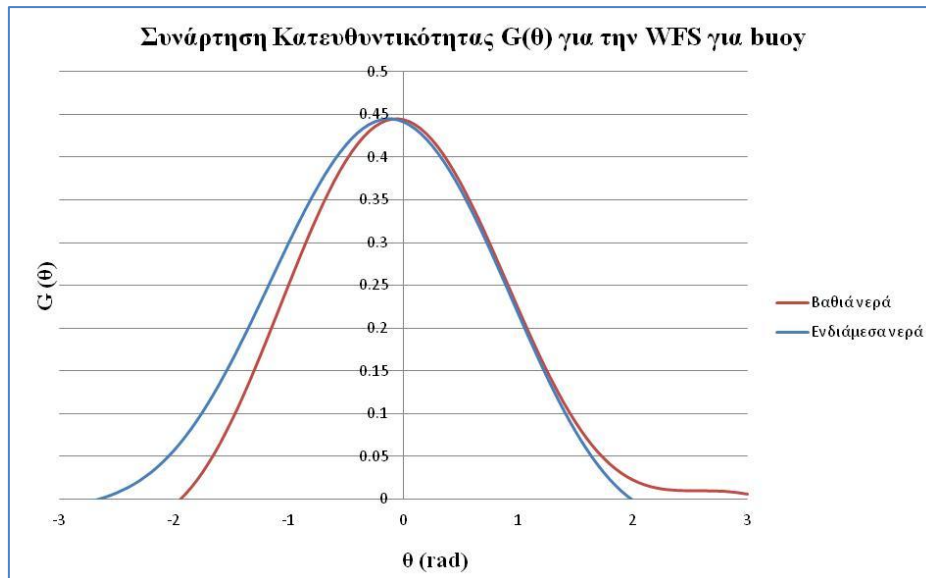
**Σχήμα 5.34:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων.



**Σχήμα 5.35:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (WFS) στα ενδιάμεσα νερά σε πολικές συντεταγμένες.

Από τα παραπάνω διαγράμματα των αποτελεσμάτων, προκύπτει ότι η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά εκτιμάται σε  $96.3^\circ$ . Η εκτιμώμενη αυτή κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας είναι λίγο μεγαλύτερη από τη γωνία των  $90^\circ$ . Επίσης, η κυματική ενέργεια είναι για κάθε συχνότητα και γωνία θετική, που είναι αποδεκτό.

Όσον αφορά στη σύγκριση της διασποράς κατευθυντικότητας στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά, αυτή γίνεται ποιοτικά από το παρακάτω σχήμα.



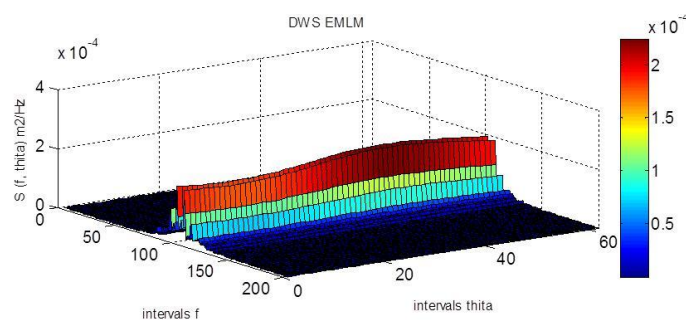
**Σχήμα 5.36:** Σύγκριση διασποράς κατευθυντικότητας στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά.

Σύμφωνα με το σχήμα 5.36, η διασπορά κατευθυντικότητας στα ενδιάμεσα νερά είναι ελαφρώς πιο διευρυμένη σε σύγκριση με τα βαθιά νερά, το οποίο είναι αληθοφανές.

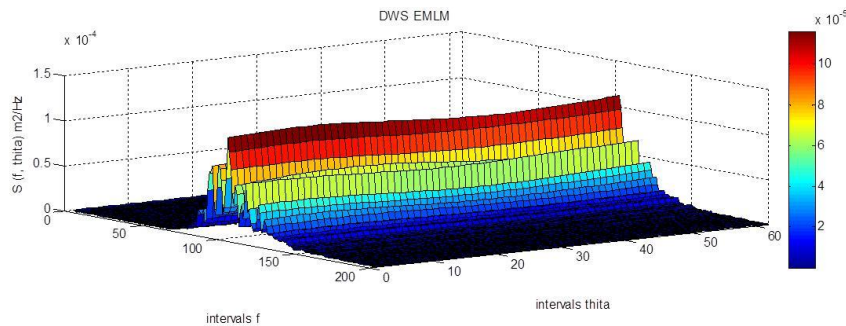
### 5.3.3 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

Η Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy είναι όμοια με αυτή, για την περίπτωση της διάταξης μετρητών. Ειδικότερα, η μεθοδολογία της §3.5.1 και ο τύπος (5.2) εφαρμόζονται και εδώ, αλλά στον συγκεκριμένο τύπο οι διαφορές των συντεταγμένων μηδενίζονται, καθώς το heave-pitch-roll buoy αποτελεί σημειακό σύστημα αισθητήρων.

Τα αποτελέσματα της διαδικασίας αυτής για τις χρονοσειρές, τόσο στα βαθιά όσο και στα ενδιάμεσα ύδατα, παρουσιάζονται στα σχήματα 5.37 και 5.38 αντίστοιχα.



**Σχήμα 5.37:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy.



**Σχήμα 5.38:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων ( $\theta$  από 0 έως  $2\pi$  rad) για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy

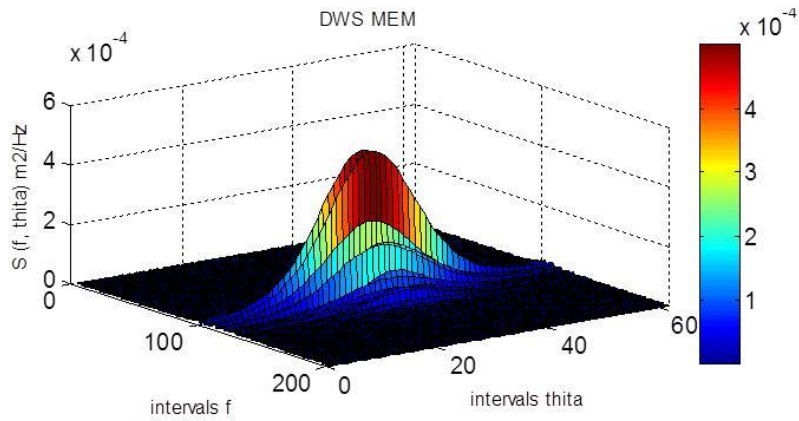
Τα παραπάνω διαγράμματα παρουσίασης των αποτελεσμάτων δεν είναι αληθοφανή, γεγονός που μαρτυρά την ευαισθησία της μεθόδου στις χρονοσειρές. Σύμφωνα και με την §3.8, η εν λόγω μέθοδος είναι αρκετά ευαίσθητη σε σφάλματα στρογγυλοποιήσεων κατά την διάρκεια των υπολογισμών, γεγονός το οποίο μπορεί να έχει σαν κατάληξη τον μη κατάλληλο προσδιορισμό του κατευθυντικού φάσματος. Επιπρόσθετα, ένα δεύτερο πρόβλημα με παρόμοια αποτελέσματα προκύπτει, όταν τα σύνθετα φάσματα ενέχουν σφάλματα.

#### 5.3.4 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

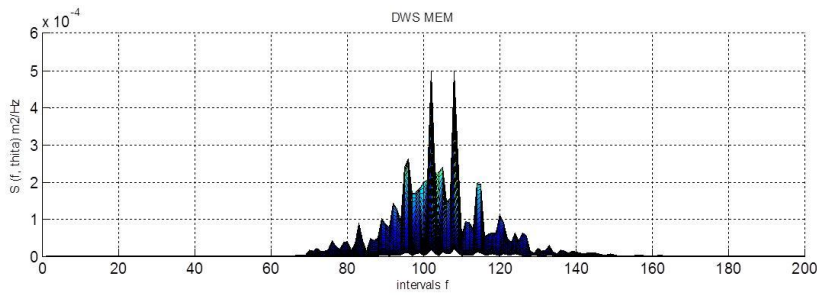
Η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας, που εφαρμόστηκε στις χρονοσειρές της περίπτωσης του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy, παρουσιάστηκε στην §3.6.1. Ειδικότερα, επιλύθηκε το σύστημα εξισώσεων (3.53) υπό τους περιορισμούς (3.54). Ωστόσο, οι εξισώσεις της μεθόδου και, συνεπώς, και οι περιορισμοί εφαρμόστηκαν για  $i=0, 1$  και  $2$ . Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο τύπος προσδιορισμού του κατευθυντικού φάσματος είναι ο (3.60). Ο τρόπος υπολογισμού των πολλαπλασιαστών Lagrange παρουσιάζεται στην §3.6.2 και εδώ για  $i=0, 1$  και  $2$ .

Τα αποτελέσματα της διαδικασίας αυτής για τις χρονοσειρές, τόσο στα βαθιά όσο και στα ενδιάμεσα ύδατα, παρουσιάζονται στα σχήματα 5.39, 5.40, 5.41 και 5.42 για τα βαθιά και στα σχήματα 5.43, 5.44, 5.45 και 5.46 για τα ενδιάμεσα νερά.

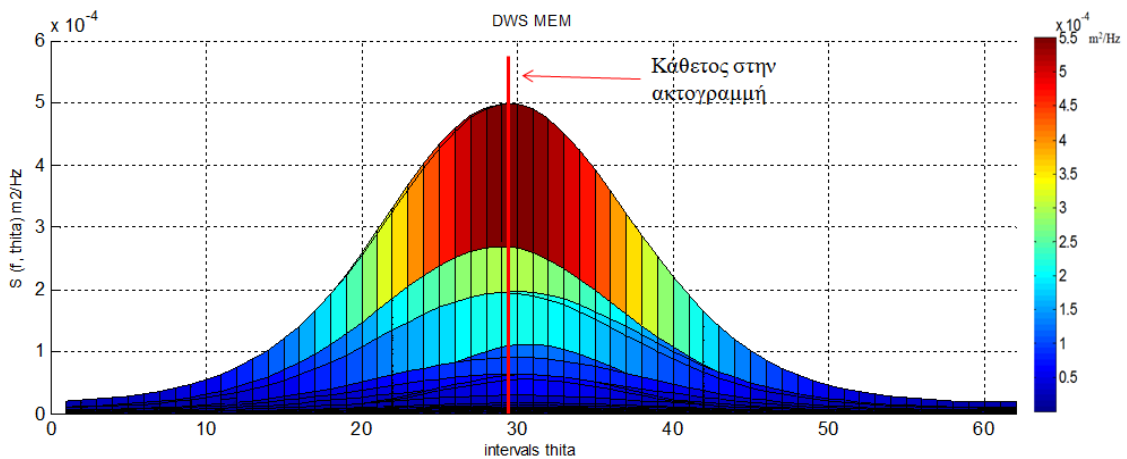




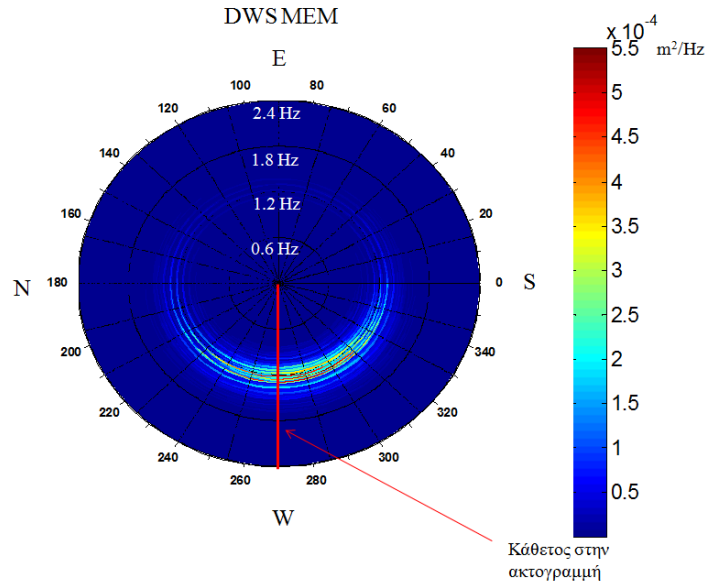
**Σχήμα 5.39:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy.



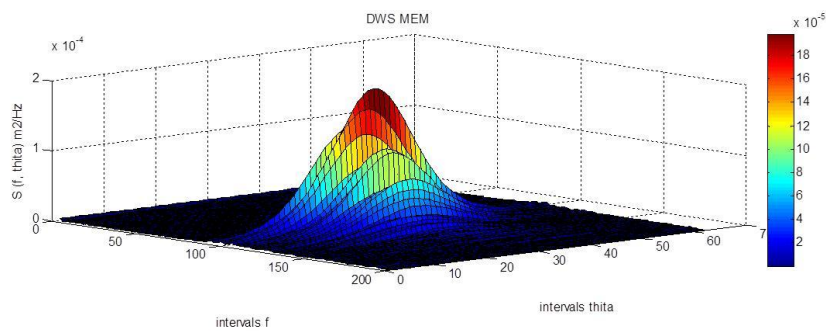
**Σχήμα 5.40:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων για το heave-pitch-roll buoy



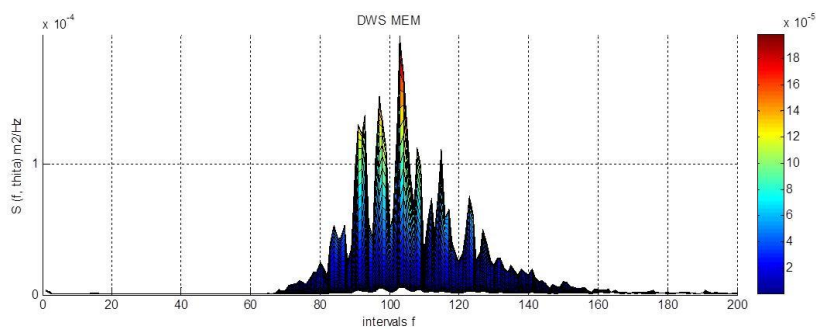
**Σχήμα 5.41:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy.



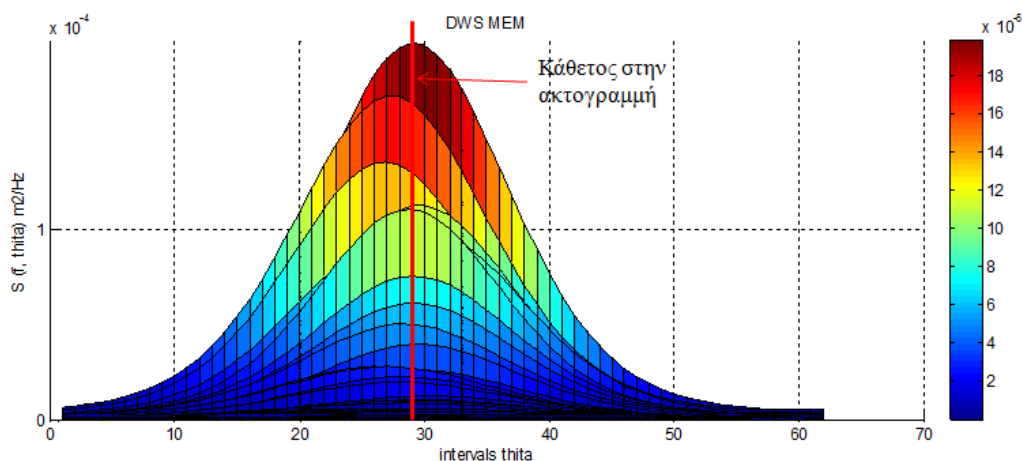
**Σχήμα 5.42:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (MEM) στα βαθιά νερά σε πολικές συντεταγμένες για το heave-pitch-roll buoy.



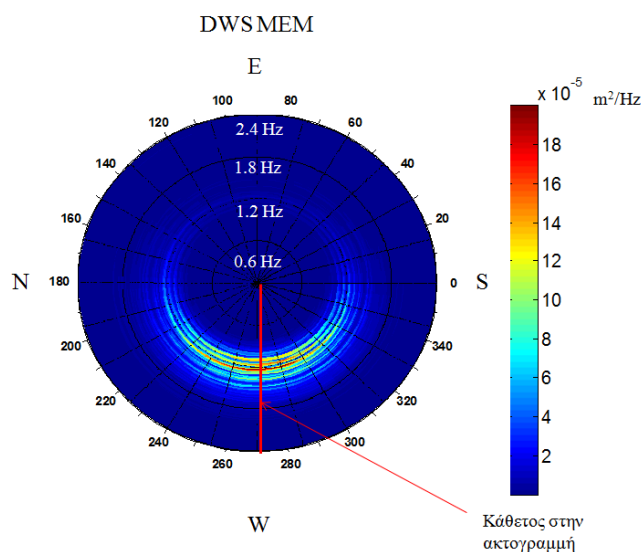
**Σχήμα 5.43:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνότητας και διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy.



**Σχήμα 5.44:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνότητας για το heave-pitch-roll buoy



**Σχήμα 5.45:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy.

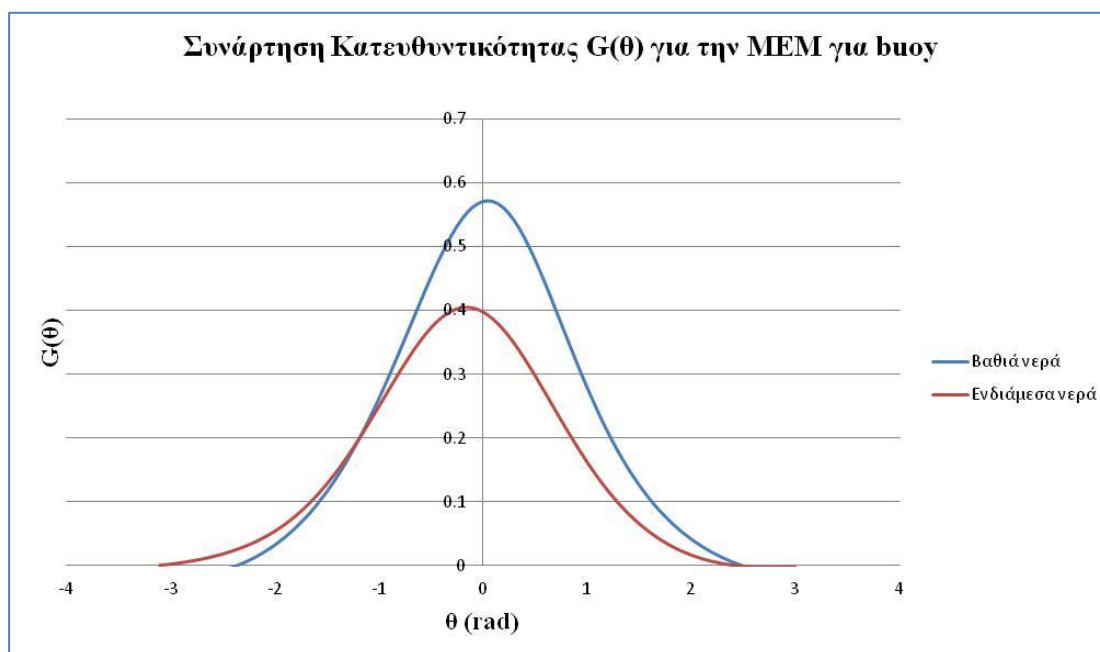


**Σχήμα 5.46:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (MEM) στα ενδιάμεσα νερά σε πολικές συντεταγμένες για το heave-pitch-roll buoy.

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρουσίασης των αποτελεσμάτων, προκύπτει ότι η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά εκτιμάται σε  $92.6^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Η εκτιμώμενη αυτή κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας είναι αρκετά ικανοποιητική. Η κυματική ενέργεια, επίσης, είναι για κάθε συχνότητα και γωνία θετική, γεγονός που είναι αποδεκτό.

Τα αντίστοιχα διαγράμματα παρουσίασης των αποτελεσμάτων για τα ενδιάμεσα νερά φανερώνουν κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα ενδιάμεσα νερά ίση με  $90.6^\circ$ . Η κύρια αυτή διεύθυνση είναι αρκετά κοντά στις 90, όπως αναμένεται από τη διάθλαση των κυματισμών, καθώς διαδίδονται προς τα ρηχά, λόγω τριβών πυθμένα.

Όσον αφορά στη σύγκριση της διασποράς κατευθυντικότητας στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά, αυτή γίνεται ποιοτικά από το παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα 5.47:** Σύγκριση διασποράς κατευθυντικότητας στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά.

Σύμφωνα με το σχήμα 5.47, η διασπορά κατευθυντικότητας στα ενδιάμεσα νερά είναι πιο διευρυμένη σε σύγκριση με τα βαθιά νερά, το οποίο είναι αληθοφανές.

#### 5.4 Σύνοψη Αποτελεσμάτων Εφαρμογής Μεθόδων στις Μετρήσεις

Στους πίνακες 5.1, 5.2, 5.3 και 5.4, παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα εφαρμογής των μεθόδων στις μετρήσεις και τις τροποποιημένες χρονοσειρές για την περίπτωση του σημειακού συστήματος αισθητήρων, του heave-pitch-roll buoy.

**Πίνακας 5.1:** Εκτιμώμενη κύρια διεύθυνση κυματικής ενέργειας μέσω της EMLM για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης

Μέθοδος	Κύρια Διεύθυνση σε °	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
EMLM	97.6	94.6

**Πίνακας 5.2:** Εκτιμώμενη κύρια διεύθυνση κυματικής ενέργειας μέσω της WFS και της MEM σε χρονοσειρές όπως στην περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.

Μέθοδος	Κύρια Διεύθυνση σε °	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
WFS	89.3	96.3
MEM	92.6	90.6

**Πίνακας 5.3:** Μέγιστη τιμή κυματικής ενέργειας μέσω της EMLM για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης.

Μέθοδος	Μέγιστη Κυματική Ενέργεια	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
EMLM	$1.85 \times 10^{-3}$	$7.00 \times 10^{-4}$

**Πίνακας 5.4:** Μέγιστη τιμή κυματικής ενέργειας μέσω της WFS και της MEM σε χρονοσειρές όπως στην περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.

Μέθοδος	Μέγιστη Κυματική Ενέργεια	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
WFS	$4.85 \times 10^{-4}$	$2.65 \times 10^{-4}$
MEM	$5.00 \times 10^{-4}$	$1.99 \times 10^{-4}$

### 5.5 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων και σύγκριση μεθόδων

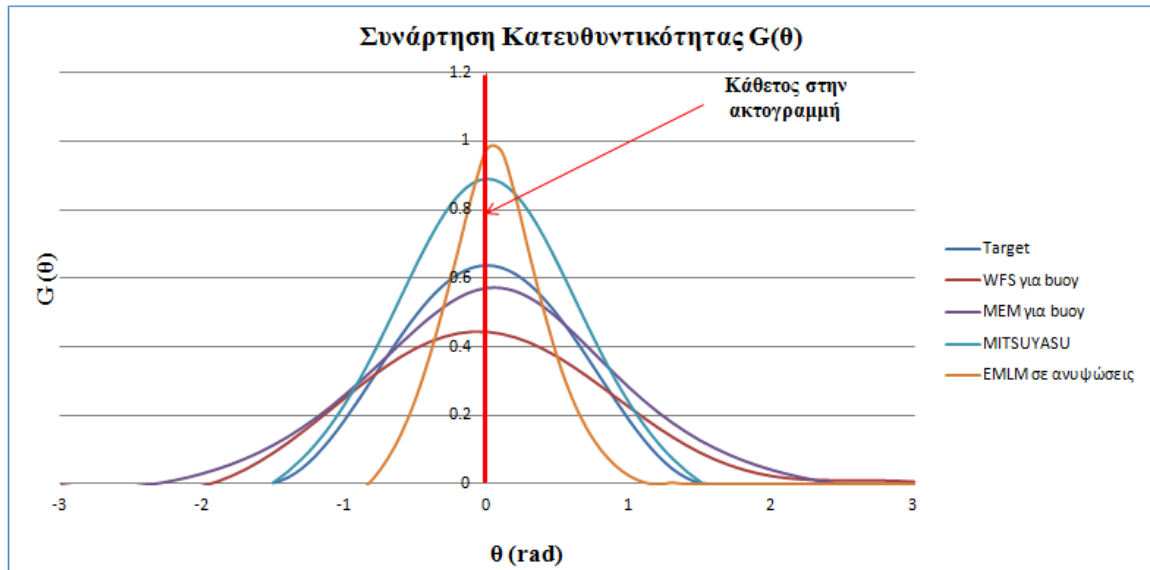
Το επιθυμητό αποτέλεσμα στη θέση της κυκλικής διάταξης των αισθητήρων στα βαθιά, είναι η κατεύθυνση να εκτιμάται λίγο μεγαλύτερη από 90° ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Το γεγονός αυτό αποδίδεται στην παραγωγή κάθετων κυματισμών ως προς την ακτογραμμή από την κυματογεννήτρια και την ύπαρξη του λείου πυθμένα από τα βόρεια και του πυθμένα με έντονη τριβή από τα νότια. Το

τελευταίο έχει σαν συνέπεια την ελαφρώς πλάγια πρόσπτωση των κυματισμών στην περιοχή των αισθητήρων στα βαθιά νερά.

Όσον αφορά στο επιθυμητό αποτέλεσμα στη θέση της κυκλικής διάταξης των αισθητήρων στα ενδιάμεσα νερά, η κατεύθυνση πρέπει να εκτιμάται κοντά στις  $90^\circ$  και λίγο μικρότερη από την κύρια διεύθυνση στα βαθιά. Αυτό αποδίδεται στην ελαφρώς πλάγια πρόσπτωση των κυματισμών, οι οποίοι υφίστανται, καθώς διαδίδονται προς τα ρηχά, μικρή διάθλαση. Τα παραπάνω αναμενόμενα αποτελέσματα επιτυγχάνονται με τη μέθοδο EMLM για τη διάταξη των μετρητών στάθμης και τη μέθοδο MEM για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy. Η μέθοδος WFS παράγει ικανοποιητικά αλλά όχι τόσο ακριβή αποτελέσματα. Αυτό εξηγείται από το θεωρητικό υπόβαθρο της §3.4.2, όπου αναφέρεται ότι η μέθοδος αυτή προσδιορισμού κατευθυντικότητας δεν παράγει αποτελέσματα ικανοποιητικής ακρίβειας.

Στο σχήμα 5.48, παρουσιάζεται μία σύγκριση των μεθόδων, που χρησιμοποιήθηκαν, μέσω της συνάρτησης κατευθυντικότητας ως προς τις διευθύνσεις διάδοσης της κυματικής ενέργειας στα βαθιά νερά. Η συνάρτηση αυτή, για την κάθε μέθοδο, προέκυψε από την ολοκλήρωση της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας  $G(f, \theta)$  ως προς τις συχνότητες  $f$ .

Η καμπύλη (Target) αναφέρεται στη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας (4.2), που επιχειρήθηκε στη θέση της κυματογεννήτριας. Με άλλα λόγια, οι κυματισμοί που παρήγαγε η κυματογεννήτρια επιχειρήθηκε να έχουν διασπορά της κυματικής τους ενέργειας ως προς τις διευθύνσεις, σύμφωνα με τη σχέση (4.2). Η καμπύλη (MITSUYASU) αναφέρεται στην εξίσωση προσδιορισμού κατευθυντικότητας των κυματισμών στα βαθιά σύμφωνα με την εξίσωση (2.23) των Longuet-Higgins *et al.* (1963), όπου για τον προσδιορισμό της παραμέτρου  $s$ , χρησιμοποιήθηκε η σχέση (2.26) των Mitsuyasu *et al.* (1975). Οι υπόλοιπες καμπύλες αντιστοιχούν στις εφαρμοσμένες μεθόδους, τόσο στις χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας όσο και τις τροποποιημένες χρονοσειρές ανύψωσης για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy.



**Σχήμα 5.48:** Σύγκριση των μεθόδων στα βαθιά νερά με κριτήριο τη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας ως προς τις διευθύνσεις ( $\theta$  σε rad)

Από το σχήμα 5.48, συμπεραίνεται, όπως προηγουμένως, ότι η κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας, όπως προέκυψε από την εφαρμογή όλων των μεθόδων, είναι κοντά στις  $90^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Αυτό υποδεικνύει τη σχετικά καλή απόδοση των μεθόδων και την ορθή κωδικοποίηση των υπολογιστικών μεθοδολογιών. Σημειώνεται ότι η γωνία  $\theta$  (rad) στο σχήμα αυτό παριστάνει τη γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών με την κάθετο στην ακτογραμμή ή τις ισοβαθείς.

Επίσης, από το σχήμα 5.48, παρατηρείται ότι η κατανομή της EMLM για ανυψώσεις είναι πιο στενή σε σύγκριση με τις υπόλοιπες κατανομές και η μέγιστη τιμή της EMLM είναι πλησιέστερη στη μέγιστη τιμή της (MITSUYASU). Συνεχίζοντας, η μέθοδος MEM παρουσιάζει μία αρκετά ικανοποιητική διασπορά κατευθυντικότητας ως προς τις διευθύνσεις, καθώς είναι αρκετά κοντά στην κατανομή (Target). Οι μικρές αποκλίσεις της καμπύλης της MEM ως προς την καμπύλη (Target) εξηγούνται, επειδή πάντοτε υπάρχουν αποκλίσεις μεταξύ πράξης και στόχου. Η επιθυμητή δηλαδή συνάρτηση κατευθυντικότητας των κυματισμών που επιχειρήθηκε από την κυματογεννήτρια διαφέρει από αυτή που πραγματικά παρήχθη στο πείραμα.

Επιπρόσθετα, η κορυφή της καμπύλης της WFS είναι η πιο χαμηλή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η χρήση της συνάρτησης βαρύτητας οδηγεί σε μία διάχυση της

κυματικής ενέργειας γύρω από τις διευθύνσεις, που περιβάλλουν τις κύριες κορυφές του φάσματος. Οι συγκεκριμένες κορυφές, ως προς τις κατευθύνσεις, υπολογίζονται, με τη συγκεκριμένη μέθοδο, συστηματικά πιο χαμηλά. Επίσης, οι κατανομές του φάσματος γύρω από τις κορυφές αυτές στον τομέα των κατευθύνσεων, προκύπτουν πιο πεπλατυσμένες από ότι είναι πραγματικά. Εξαιτίας των προαναφερόμενων επιχειρημάτων, η συγκεκριμένη μέθοδος δεν χρησιμοποιείται ευρέως. Χρησιμοποιείται, ωστόσο, σαν μία πρώτη δοκιμή για διάφορες επαναληπτικές μεθόδους, χάρη στην απλότητά της και την υπολογιστική της απόδοση.

Δεν πρέπει να παραληφθεί ότι η ίδια μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM) έδωσε διαφορετικά αποτελέσματα, κατά την εφαρμογή της στις ανυψώσεις και στις τροποποιημένες ανυψώσεις για την περίπτωση του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy. Συγκεκριμένα, στη δεύτερη περίπτωση, τα αποτελέσματα δεν είναι έγκυρα, δηλ. αντιπροσωπευτικά φασμάτων κυματισμών, σε αντίθεση με την πρώτη περίπτωση, στην οποία προέκυψαν ρεαλιστικά φάσματα ικανοποιητικής ακρίβειας. Ενώ η μεθοδολογία είναι ίδια, τα διαφορετικά αποτελέσματα μαρτυρούν την ευαισθησία της μεθόδου στις χρονοσειρές και σε τυχόν λάθη σε αυτές.

Σημειώνεται, επίσης, ότι στο πείραμα, που εξετάστηκε, δεν εφαρμόστηκε η μέθοδος Bayesian. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το πείραμα N8-11, που εξετάστηκε, παράγει φάσμα Jonswarp στη θέση της κυματογεννήτριας, που αντιστοιχεί σε κυματισμούς ανέμου, χωρίς την παρουσία αποθάλασσας (swell). Συνεπώς, όπως αναφέρθηκε στην §3.9, οι κυματισμοί ανέμου, συνήθως, περιγράφονται καλύτερα από πιο απλές μεθόδους, όπως αυτές που εφαρμόστηκαν, και όχι από τόσο σύνθετες, όπως η μέθοδος Bayesian.

## **5.6 Αιτιολόγηση της επιλογής των συγκεκριμένων αισθητήρων στάθμης**

Στο σημείο αυτό επισημαίνεται η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων και ιδίως των κατευθυντικών φασμάτων στον αριθμό και τις θέσεις των αισθητήρων. Για την περίπτωση της εφαρμογής των μεθόδων άμεσα στις μετρήσεις ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, η αύξηση του αριθμού των αισθητήρων στάθμης αύξανε την πολυπλοκότητα της μεθοδολογίας προσδιορισμού του κατευθυντικού φάσματος των κυματισμών. Για το λόγο αυτό επιλέχθηκαν μόνο τρεις αισθητήρες, που είναι και ο ελάχιστος αριθμός των απαιτούμενων αισθητήρων.



Επίσης για την ίδια περίπτωση, η επιλογή των τριών κατάλληλων αισθητήρων είναι καίρια για το αποτέλεσμα. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι κάθε διαφορετική τριάδα αισθητήρων παρήγαγε διαφορετικό αποτέλεσμα, όσον αφορά στη μορφή της κατανομής της ενέργειας και την κύρια διεύθυνση διάδοσής της. Επιπρόσθετα, παρατηρήθηκε ότι σε κάποιες τριάδες (20-26-27 και 15-16-19) η κατανομή ήταν πολύ ομαλή (ομαλή καμπάνα), ωστόσο, η κύρια διεύθυνση διάδοσης δεν ήταν η επιθυμητή, καθώς απέκλινε πολύ από τις  $90^\circ$ . Για το λόγο αυτό δεν επιλέχθηκαν οι τριάδες αυτές, αλλά η τριάδα 25-26-29 για τα βαθιά και η 16-17-19 για τα ενδιάμεσα νερά. Οι επιλεγμένες αυτές τριάδες αποδίδουν μία αρκετά ομαλή κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τις συχνότητες και τις διευθύνσεις και μία γωνία διάδοσης αρκετά κοντά στις  $90^\circ$  που είναι και η επιθυμητή διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας.

Όσον αφορά στη μέγιστη τιμή της κυματικής ενέργειας από τις διάφορες μεθόδους προσδιορισμού κατευθυντικότητας των κυματισμών του πειράματος N8-11, αυτή είναι παρόμοια για τις μεθόδους WFS και MEM για το σημειακό σύστημα και λίγο διαφορετική από τη μέθοδο EMLM για τις ανυψώσεις. Αυτό οφείλεται στις διαφορετικές χρονοσειρές στις οποίες εφαρμόζονται οι μέθοδοι WFS και MEM (ανύψωση και κλίσεις) με τη μέθοδο EMLM (ανυψώσεις). Σημειώνεται, ωστόσο, ξανά ότι δεν υπάρχει κάποιο πραγματικό "σωστό" φάσμα για τους κυματισμούς της συγκεκριμένης περίπτωσης, ώστε να μπορούν να ελεγχθούν με ακρίβεια και ποσοτικά τα αποτελέσματα των διαφόρων μεθόδων μεταξύ τους. Για το συγκεκριμένο λόγο, τα αποτελέσματα ελέγχθηκαν ποιοτικά.

### **5.7 Πρόσθετα συμπεράσματα από την εφαρμογή των μεθόδων στις μετρήσεις**

Από την εφαρμογή των μεθόδων στις μετρήσεις του πειράματος N8-11, παρατηρήθηκαν τα εξής:

- (1) Η μεγάλη ευαισθησία των μεθόδων στις τιμές των χρονοσειρών.
- (2) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων στο μήκος των χρονοσειρών. Παρατηρήθηκε ότι όταν άλλαζε το μήκος των χρονοσειρών, άλλαζε σημαντικά και το αποτέλεσμα.

(3) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων και ιδίως των κατευθυντικών φασμάτων στον αριθμό και τις θέσεις των αισθητήρων.

(4) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων στην ακρίβεια των συντεταγμένων των αισθητήρων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6<sup>ο</sup>

### ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ BOUSSINESQ

#### 6.1 Εισαγωγή

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, επιλέγεται ένα δισδιάστατο μη γραμμικό μοντέλο, τύπου Boussinesq, των Chondros and Memos (2014), για την περιγραφή των εξεταζόμενων κυματισμών του πειράματος N8-11 του Wallingford, όπως αυτά διαδίδονται από τα βαθιά προς τα ρηχά νερά. Συγκεκριμένα, πρόκειται για ένα τροποποιημένο μοντέλο τύπου Boussinesq, με βελτιωμένα χαρακτηριστικά όσον αφορά στην διασπορά, τη ρήγωση και την παραγωγή κυματισμών.

Το συγκεκριμένο μοντέλο έχει παραχθεί από τους Chondros and Memos (2014) για τη μελέτη τόσο των μονοχρωματικών (απλών) όσο και των μη μονοχρωματικών (σύνθετων) κυματισμών στις δύο οριζόντιες διαστάσεις. Μία βελτίωση των χαρακτηριστικών της διασποράς και της ρήγωσης του μοντέλου γίνεται εφικτή μέσω της βελτιστοποίησης των συντελεστών του κάθε όρου στην εξίσωση ορμής, επεκτείνοντας με το συγκεκριμένο τρόπο τις δυνατότητες εφαρμογής του μοντέλου στα πολύ βαθιά νερά. Συνεπώς, με τον τρόπο αυτό ξεπερνιέται ένα μειονέκτημα πολλών μοντέλων ίδιου τύπου. Οι τιμές των προαναφερόμενων συντελεστών προκύπτουν από μία αντίστροφη μέθοδο, με τρόπο ώστε να ικανοποιούν ακριβώς την εξίσωση διασποράς σε όρους ανάλυσης πρώτης και δεύτερης τάξης και να συμφωνούν, παράλληλα, με τη σχετική κλίση (gradient) ρήγωσης.

Επιπρόσθετα, στο μοντέλο αυτό, προτείνεται ένας πιο ορθός τρόπος εκτίμησης του κυματικού αριθμού σε πεδία μη μονοχρωματικών κυματισμών, ώστε να προσομοιώνεται με ακρίβεια η ταχύτητα φάσης κάθε μίας κυματικής συνιστώσας εισόδου. Τέλος, το τροποποιημένο αυτό μοντέλο τύπου Boussinesq των Chondros and Memos (2014) έχει εφαρμοστεί ώστε να προσομοιώνει τη διάδοση απλών και σύνθετων κυματισμών, πολυκατευθυντικών ή μονής κατευθυντικότητας, με θραύση και χωρίς θραύση, σε μία αλλά και δύο οριζόντιες διαστάσεις, για μία ποικιλία διαμόρφωσης πυθμένων, όπως πυθμένες σταθερού βάθους, ήπιας κλίσης και με την παρουσία βυθισμένων εμποδίων.

Το εν λόγω μοντέλο θα εφαρμοστεί για την περιγραφή των εξεταζόμενων πολυκατευθυντικών κυματισμών με θραύση του πειράματος N8-11 του Wallingford, για τη συγκεκριμένη διαμόρφωση πυθμένα. Το συγκεκριμένο μοντέλο έχει προσαρμοστεί για τις ανάγκες της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες, την κατάλληλη συνάρτηση πηγής των κυματισμών και τη βυθομετρία της δεξαμενής του πειράματος. Με λίγα λόγια, επιχειρείται η προσομοίωση του πειράματος N8-11 του Wallingford, ώστε να προκύψουν τα αποτελέσματα του μοντέλου, τα οποία θα συγκριθούν με τις αντίστοιχες μετρήσεις.

## 6.2 Θεωρητική σύνθεση του μοντέλου (Chondros and Memos, 2014)

### 6.2.1 Εξισώσεις από τους Madsen και Schaffer (1998)

Η εξίσωση συνέχειας σε ένα κύμα δύο διαστάσεων (x, y) γράφεται ως εξής:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla((d + \varepsilon \zeta)U) = 0 \quad (6.1)$$

όπου: U η ταχύτητα ολοκληρωμένη κατά το βάθος, ζ η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας και ε η παράμετρος μη γραμμικότητας, η οποία είναι ίση με το H/d (όπου H το τοπικό ύψος κύματος). Υποθέτοντας μία ισχυρή μη γραμμικότητα, π.χ.  $\varepsilon = O(\mu)$  με  $\mu$  η παράμετρος διασποράς συχνότητας ίση με d/L (όπου L το τοπικό μήκος κύματος) και θεωρώντας έναν πυθμένα ήπιας κλίσης, όπου μόνο οι παράγωγοι πρώτης τάξης του d συμπεριλαμβάνονται, η εξίσωση ορμής σε δύο οριζόντιες διαστάσεις, σύμφωνα με τους Madsen και Schaffer (1998), οι οποίοι αναφέρονται ως MS98 στο εξής, διαμορφώνεται ως εξής:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \zeta + \frac{1}{2} \varepsilon \nabla(U^2) + \mu^2 (\Lambda_{20}^{II} + \varepsilon \Lambda_{21}^{II} + \varepsilon^2 \Lambda_{22}^{II} + \varepsilon^3 \Lambda_{23}^{II}) + \mu^4 (\Lambda_{40}^{II} + \varepsilon \Lambda_{41}^{II}) + O(\mu^6, \varepsilon^2 \mu^4) = 0 \quad (6.2)$$

όπου για τους όρους  $\Lambda^{II}$ , γίνεται αναφορά στην αυθεντική δημοσίευση των MS98.

Με στόχο τη βελτίωση των γραμμικών και μη γραμμικών χαρακτηριστικών διασποράς και των χαρακτηριστικών γραμμικής ρήχωσης, οι MS98 πρότειναν τέσσερις ελεύθερους συντελεστές ( $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ ) και εφάρμοσαν μία λειτουργική διαδικασία τριών βημάτων πάνω στην εξίσωση (6.2). Στη συνέχεια, παρήγαγαν την νέα ακόλουθη εναλλακτική εξίσωση ορμής ανώτερης τάξης:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \zeta + \frac{1}{2} \varepsilon \nabla(U^2) + \mu^2 (\Lambda_{20}^{III} + \varepsilon \Lambda_{21}^{III} + \varepsilon^2 \Lambda_{22}^{III} + \varepsilon^3 \Lambda_{23}^{III})$$

$$+\mu^4(\Lambda_{40}^{III} + \varepsilon\Lambda_{41}^{III}) + O(\mu^6, \varepsilon^2\mu^4) = 0 \quad (6.3)$$

Οι όροι  $\Lambda^{III}$  έχουν αναπαραχθεί από τους MS98 και αναφέρονται στο παράρτημα για λόγους ευκολίας αναφοράς.

Το ζεύγος συντελεστών  $(\alpha_1, \beta_1)$  διέπει την εξίσωση διασποράς, ενώ το ζεύγος συντελεστών  $(\alpha_2, \beta_2)$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτιστοποίηση της κλίσης της γραμμικής ρήχωσης. Οι MS98 επιχείρησαν να βελτιστοποιήσουν τα χαρακτηριστικά γραμμικής διασποράς επιλέγοντας το ζεύγος συντελεστών  $(\alpha_1, \beta_1)$ , ώστε να συγκλίνει κοντά στον αντίστοιχο αποτέλεσμα στόχου του κύματος, σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία του Stokes:

$$\left(\frac{\omega^2}{k^2 d}\right)^{\text{Stokes}} = \frac{\tanh(\kappa)}{\kappa} \quad (6.4)$$

όπου  $\kappa = kd$ ,  $k$  ο κυματαριθμός και  $\omega$  η κυκλική συχνότητα.

Για τις τιμές  $(\alpha_1, \beta_1) = (1/9, 1/945)$ , η ακρίβεια της γραμμικής διασποράς φαίνεται να είναι άριστη για  $kd$  μέχρι το 6, το οποίο αποτελεί δύο φορές το παραδοσιακό όριο των βαθιών νερών. Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι το παραδοσιακό όριο για τα βαθιά νερά στα μοντέλα Boussinesq τέτοιου τύπου συνιστά το  $kd \approx 3$  σύμφωνα, για παράδειγμα, με τους Madsen et al. (1991), Nwogu (1993), Wei et al. (1995), Zou (1999). Επίσης, οι MS98 βελτιστοποίησαν τα χαρακτηριστικά γραμμικής ρήχωσης επιλέγοντας το ζεύγος συντελεστών των  $(\alpha_2, \beta_2)$  να συγκλίνει με τον αντίστοιχο αποτέλεσμα στόχου του κύματος, σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία του Stokes. Για να το κάνουν αυτό, χρησιμοποίησαν την έννοια της κλίσης γραμμικής ρήχωσης  $\gamma_0$ , η οποία προτάθηκε από τους Madsen and Sørensen (1992), σαν μία άλλη σημαντική ποσότητα ικανή να μετρήσει την εφαρμοσιμότητα των εξισώσεων Boussinesq. Αυτή η κλίση αποτελεί μία συνάρτηση του τοπικού  $\kappa$  και ορίζεται ως εξής:

$$\frac{A_x}{A} = -\frac{d_x}{d} \gamma_0 \quad (6.5)$$

όπου  $A$  το τοπικό εύρος του κύματος και ο δείκτης συμβολίζει τη μερική παράγωγο.

Το αποτέλεσμα, συνεπώς, σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία του Stokes, διατυπώνεται ως εξής:

$$\gamma_0^{\text{Stokes}} = \frac{2\kappa \sinh 2\kappa + 2\kappa^2(1 - \cosh 2\kappa)}{(2\kappa + \sinh 2\kappa)^2} \quad (6.6)$$

Για τις τιμές  $(\alpha_2, \beta_2) = (0.146488, 0.00798359)$ , η ακρίβεια που επιτύγχαναν για  $kd$  μέχρι το 6, όπως με το προηγούμενο ζεύγος συντελεστών.

### 6.2.2 Νέες τιμές παραμέτρων $(\alpha_1, \beta_1)$ $(\alpha_2, \beta_2)$

Κατά τους Chondros and Memos (2014), οι οποίοι στο εξής θα αναφέρονται ως CM14, μία διαφορετική προσέγγιση ακολουθείται ώστε να εκτιμηθούν τα ζεύγη συντελεστών  $(\alpha_1, \beta_1)$  και  $(\alpha_2, \beta_2)$ . Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει αυτές τις παραμέτρους να είναι μία συνάρτηση του  $\kappa$  και όχι μία σταθερά, όπως στη μελέτη από τους MS98. Η μονοδιάστατη περίπτωση της εξίσωσης (6.1) και (6.3) διατυπώνονται ως ακολούθως, μετά την μετατροπή του χειριστή  $\nabla$  σε  $\frac{\partial}{\partial x}$ :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + (d + \varepsilon \zeta) \frac{\partial U}{\partial x} + U \left( \frac{\partial d}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) = 0 \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \varepsilon U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} =$$

$$\begin{aligned} & \mu^2 \left[ \frac{1}{3} d \left( 3 \frac{\partial d}{\partial x} \left( (1 + 2\alpha_2) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + 2\alpha_2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) + d \left( (1 + 3\alpha_1) \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + 3\alpha_1 \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \right) \right) \right] \\ & + \varepsilon \mu^2 \left[ \frac{1}{3} \left( -3\zeta \frac{\partial d}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x \partial t} + d \left( 6\alpha_2 \frac{\partial d}{\partial x} \left( \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + U \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) - \zeta \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} \right) + 3\alpha_1 d^2 \left( 3 \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. U \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \right) \right) \right] \\ & + \varepsilon^2 \mu^2 \left[ \frac{1}{3} \left( -d \frac{\partial U}{\partial x} \left( 3 \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + 2\zeta \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) + \zeta \left( 3 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + \zeta \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} \right) + U \left( \frac{\partial d}{\partial x} \left( 3 \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 7\zeta \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) + 3d \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \zeta \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \right) \right) \right] \\ & + \varepsilon^3 \mu^2 \left[ -\frac{1}{3} \zeta \left( 3 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \zeta \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - U \left( 3 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \zeta \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \right) \right) \right] \\ & + \mu^4 \left[ -\frac{1}{45} d^3 \left( 5 \frac{\partial d}{\partial x} \left( (-2 + 21\alpha_1 + 6\alpha_2 + 9\beta_2) \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial t} + 9\beta_2 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \right) + d \left( (-1 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. 15\alpha_1 + 45\beta_1) \frac{\partial^5 U}{\partial x^4 \partial t} + 45\beta_1 \frac{\partial^5 \zeta}{\partial x^5} \right) \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\varepsilon\mu^4 \left[ \frac{1}{45}d^3 \left( 5(1-24\alpha_1) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} - 45\alpha_1 \frac{\partial U}{\partial x \partial t} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} + 5(2-21\alpha_1) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial t} + \right. \right. \\
& 2(2-15\alpha_1)\zeta \frac{\partial^5 U}{\partial x^4 \partial t} + d \left( 5(-5+12\alpha_1-90\beta_1) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + (-13+45\alpha_1- \right. \\
& \left. \left. 225\beta_1) \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 3(-1+5\alpha_1-15\beta_1)U \frac{\partial^5 U}{\partial x^5} \right) \right] \quad (6.8)
\end{aligned}$$

όπου  $t$  ο χρόνος.

A. Συντελεστές ( $\alpha_1, \beta_1$ )

Ακολουθώντας παρόμοια τεχνική με αυτήν που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη των MS98, επιχειρείται μία ανάλυση Fourier τύπου Stokes σε ένα αρχικά οριζόντιο πυθμένα, αδιαφορώντας, με αυτόν τον τρόπο για όλους τους όρους που περιλαμβάνουν  $\frac{\partial}{\partial x}$ . Με απαίτηση η γραμμική διασπορά η διασπορά του εύρους της δεύτερης αρμονικής να παραχθούν από τις παραπάνω εξισώσεις, προκύπτουν λύσεις πρώτης και δεύτερης τάξης, χρησιμοποιώντας την ακόλουθη μορφή της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας  $\zeta$  και της ταχύτητας  $U$ :

$$\zeta = \zeta_1 \cos \theta + \varepsilon \zeta_2 \cos 2\theta,$$

$$U = U_1 \cos \theta + \varepsilon U_2 \cos 2\theta \quad (6.9)$$

όπου  $\theta = (\omega t - kx)$  και  $\zeta_1, \zeta_2, U_1, U_2$  τα εύρη των πρώτων και δεύτερων αρμονικών της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας και της ταχύτητας ολοκληρωμένη κατά το βάθος.

Ανάλυση πρώτης τάξης: Εισάγοντας την εξίσωση (6.9) στις εξισώσεις (6.7) και (6.8) και συγκεντρώνοντας τους όρους τάξης μεγέθους  $O(\varepsilon^0)$ , προκύπτει η παρακάτω εξίσωση διασποράς του μοντέλου:

$$\left( \frac{\omega^2}{k^2 d} \right) = \frac{1 + \alpha_1 k^2 + \beta_1 k^4}{1 + \left( \alpha_1 + \frac{1}{3} \right) k^2 + \left( \beta_1 + \frac{1}{3} \alpha_1 - \frac{1}{45} \right) k^4} \quad (6.10)$$

Αυτή η ποσότητα τίθεται ίση με το δεξί μέλος της εξίσωσης (6.4), και με αυτόν τον τρόπο, προκύπτει η πρώτη εξίσωση του συστήματος:

$$\frac{1 + \alpha_1 k^2 + \beta_1 k^4}{1 + \left( \alpha_1 + \frac{1}{3} \right) k^2 + \left( \beta_1 + \frac{1}{3} \alpha_1 - \frac{1}{45} \right) k^4} = \frac{\tanh(\kappa)}{\kappa} \quad (6.11)$$

Ανάλυση δεύτερης τάξης: Με αντικατάσταση, όπως στην προηγούμενη ανάλυση, της εξίσωσης (6.9) στις εξισώσεις (6.7) και (6.8) και συγκεντρώνοντας τους όρους τάξης μεγέθους  $O(\varepsilon)$  παράγεται η παρακάτω εξίσωση:

$$\zeta_2 = \left(\frac{\zeta_1^2}{d}\right) \frac{3(1+\alpha_1\kappa^2+\beta_1\kappa^4)(15+(5+60\alpha_1)\kappa^2+(1+20\alpha_1+240\beta_1)\kappa^4)}{4\kappa^2(15+(-5+75\alpha_1)\kappa^2+(-4\alpha_1+60\alpha_1^2-60\beta_1)\kappa^4)} \quad (6.12)$$

Η αντίστοιχη έκφραση κατά τον Stokes είναι:

$$\zeta_2^{\text{Stokes}} = \left(\frac{\zeta_1^2}{d}\right) \frac{1}{4} \kappa \coth(\kappa) [3 \coth^2(\kappa) - 1] \quad (6.13)$$

Η δεύτερη αρμονική ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας  $\zeta_2$ , η οποία παράχθηκε από το μοντέλο των CM14, απαιτείται ώστε να συμφωνεί με την τιμή της εξίσωσης (6.13). Η συγκεκριμένη απαίτηση αποδίδει τη δεύτερη εξίσωση του συστήματος:

$$\frac{3(1+\alpha_1\kappa^2+\beta_1\kappa^4)(15+(5+60\alpha_1)\kappa^2+(1+20\alpha_1+240\beta_1)\kappa^4)}{4\kappa^2(15+(-5+75\alpha_1)\kappa^2+(-4\alpha_1+60\alpha_1^2-60\beta_1)\kappa^4)} = \frac{1}{4} \kappa \coth(\kappa) (3 \coth^2(\kappa) - 1) \quad (6.14)$$

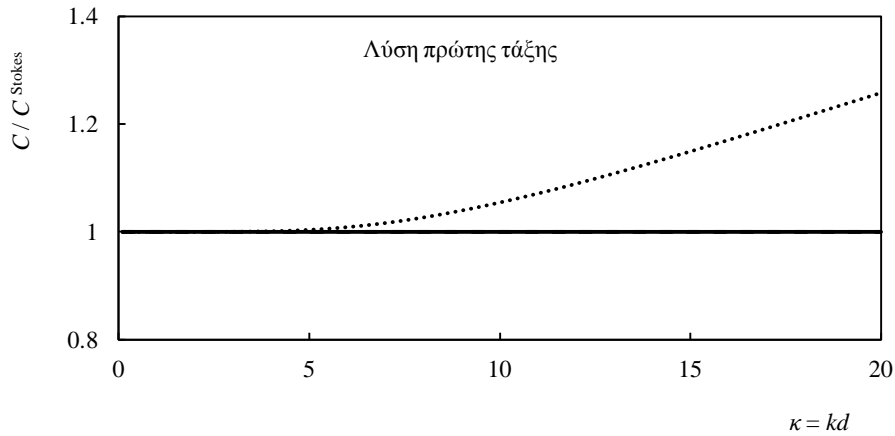
Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (6.11) και (6.14), οι επιθυμητές βέλτιστες τιμές των συντελεστών ( $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ) προκύπτουν ως εξής:

$$\alpha_1 = \frac{(6\kappa(75-1115\kappa^2+\kappa^4)\cosh(\kappa)-9\kappa(-75+395\kappa^2+\kappa^4)\cosh[3\kappa]+10800\sinh(\kappa)^5 + \kappa(3(-375-185\kappa^2+\kappa^4)\cosh(5\kappa)+10\kappa(585+29\kappa^2)\sinh(\kappa)+5\kappa(675+139\kappa^2)\sinh(3\kappa) + \kappa(1125+101\kappa^2)\sinh(5\kappa))}{(60\kappa^2(2\kappa(-3+47\kappa^2)\cosh(\kappa)+9\kappa(-1+5\kappa^2)\cosh(3\kappa)-144\sinh(\kappa)^5 + \kappa(5(3+\kappa^2)\cosh(5\kappa)-3\kappa(26\sinh(\kappa)+15\sinh(3\kappa)+5\sinh(5\kappa))))} \quad (6.15)$$

$$\beta_1 = \frac{(-18\kappa(15-155\kappa^2+33\kappa^4)\cosh(\kappa)+27\kappa(-15+105\kappa^2+17\kappa^4)\cosh(3\kappa)-6480\sinh(\kappa)^5 + \kappa(45(15+19\kappa^2+3\kappa^4)\cosh(5\kappa)-2\kappa(2430+1020\kappa^2+13\kappa^4)\sinh(\kappa)-5\kappa(270+426\kappa^2+31\kappa^4)\sinh(3\kappa) - \kappa(810+474\kappa^2+17\kappa^4)\sinh(5\kappa))}{(180\kappa^4(2\kappa(-3+47\kappa^2)\cosh(\kappa))+9\kappa(-1+5\kappa^2)\cosh(3\kappa)-144\sinh(\kappa)^5+k(5(3+\kappa^2)\cosh(5\kappa) - 3\kappa(26\sinh(\kappa)+15\sinh(3\kappa)+5\sinh(5\kappa))))} \quad (6.15)$$

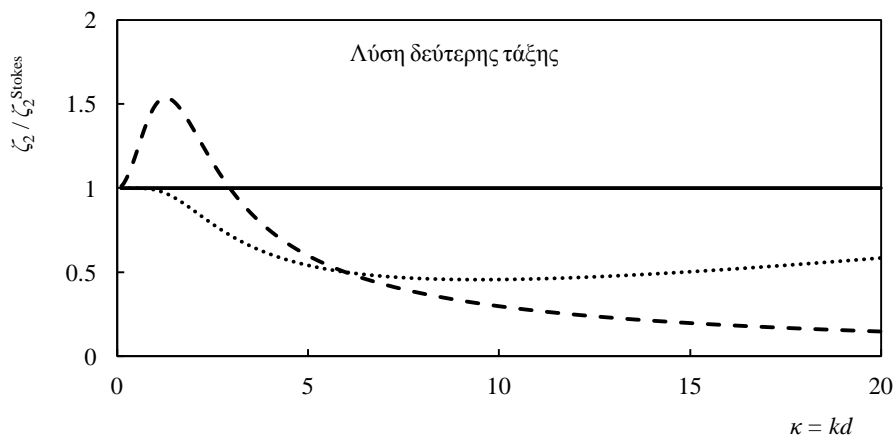
Με τον τρόπο αυτό, τα χαρακτηριστικά διασποράς του μοντέλου των CM14 παράγουν με ακρίβεια τις θεωρητικές τιμές της ταχύτητας κύματος για κάθε  $kd > 0$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 6.1, όπου τα αποτελέσματα των MS98 και των Karambas and Memos (2009), οι οποίοι στο εξής θα αναφέρονται ως KM09. Σημειώνεται ότι τα τελευταία αποτελέσματα συμφωνούν, επίσης με ακρίβεια, με τα χαρακτηριστικά της γραμμικής διασποράς των κυμάτων Stokes της πρώτης τάξης.





**Σχήμα 6.1:** Ανάλυση πρώτης τάξης, αδιάστατη ταχύτητα φάσης σα συνάρτηση του  $\kappa$ : MS98 (διακεκομμένη γραμμή με τελείες) και το μοντέλο των KM09 και CM14 (συνεχής γραμμή).

Με στόχο την παρατήρηση της συμπεριφοράς των μοντέλων σύμφωνα με την ανάλυση δεύτερης τάξης, η αναλογία μεταξύ της  $\zeta_2$  και του αντίστοιχου αποτελέσματος στόχου του Stokes σαν μία συνάρτηση του  $\kappa$ , και για τα τρία ίδια μοντέλα, παρουσιάζεται στο σχήμα 6.2. Όπως παρατηρείται από αυτό, το αποτέλεσμα των KM09 αποκλίνει πολύ γρήγορα και το αποτέλεσμα των MS98 παρουσιάζει τέλεια συμπεριφορά αλλά μόνο για  $\kappa < 1$ . Από την άλλη μεριά, το μοντέλο των CM14 είναι σταθερό στο στόχο για κάθε τιμή του  $\kappa$ .



**Σχήμα 6.2:** Ανάλυση δεύτερης τάξης, αδιάστατο δεύτερο αρμονικό εύρος σα συνάρτηση του  $\kappa$ : MS98 (διακεκομμένη γραμμή με τελείες), KM09 (διακεκομμένη γραμμή με παύλες) και CM14 (συνεχής γραμμή).

B. Συντελεστές ( $\alpha_2, \beta_2$ )

Το επόμενο βήμα αποτελεί η εκτίμηση του υπόλοιπου ζεύγους συντελεστών ( $\alpha_2, \beta_2$ ), με στόχο τη βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών ρήχωσης του κύματος. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας την έννοια της κλίσης ρήχωσης  $\gamma_0$ , η οποία εισάγεται στην εξίσωση (6.5), με την πρόσθετη παρατήρηση ότι είναι εφαρμόσιμη στη δεύτερη τάξη, εάν το εύρος  $A$  αντικατασταθεί με το ύψος κύματος  $H$ .

Με το συγκεκριμένο τρόπο, επιτυγχάνεται δυνατότητα εφαρμογής μέχρι τη δεύτερη τάξη μεταξύ των χαρακτηριστικών ρήχωσης στόχου και των χαρακτηριστικών διασποράς, καθώς το ύψος κύματος, όπως και η συχνότητα διασποράς, παραμένουν αμετάβλητα στην ανάλυση κυματισμών του Stokes δεύτερης τάξης. Με στόχο τον προσδιορισμό των εναπομεινάντων ελεύθερων συντελεστών  $\alpha_2$  και  $\beta_2$ , γίνεται η υπόθεση ενός πυθμένα ήπιας κλίσης, διατηρώντας τις πρώτες παραγώγους του βάθους και αγνοώντας όλου τους μη γραμμικούς όρους. Συνεπώς, οι εξισώσεις (6.7) και (6.8) λαμβάνουν την ακόλουθη μονοδιάστατη μορφή:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + d \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial d}{\partial x} = 0 \quad (6.16)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} =$$

$$\begin{aligned} & \mu^2 \left[ \frac{1}{3} d \left( 3 \frac{\partial d}{\partial x} \left( (1 + 2\alpha_2) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + 2\alpha_2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) + d \left( (1 + 3\alpha_1) \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + 3\alpha_1 \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \right) \right) \right] \\ & + \mu^4 \left[ -\frac{1}{45} d^4 \left( (-1 + 15\alpha_1 + 45\beta_1) \frac{\partial^5 U}{\partial x^4 \partial t} + 45\beta_1 \frac{\partial^5 \zeta}{\partial x^5} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.17)$$

Ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία με αυτή των MS98, οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής οδηγούν στην ακόλουθη εξίσωση:

$$\gamma_1 \frac{H_x}{H} + \gamma_2 \frac{k_x}{k} + \gamma_3 \frac{d_x}{d} = 0$$

$$(6.18)$$

όπου:

$$\gamma_1 = 1 + \varphi^2 + \kappa^2 \left( 3\alpha_1 - \varphi^2 \left( \alpha_1 + \frac{1}{3} \right) \right) + \kappa^4 \left( 5\beta_1 - 3\varphi^2 \left( \beta_1 + \frac{1}{3} \alpha_1 - \frac{1}{45} \right) \right) \quad (6.19)$$

$$\gamma_2 = -\varphi^2 + 3\alpha_1 \kappa^2 + \kappa^4 \left( 10\beta_1 - 3\varphi^2 \left( \beta_1 + \frac{1}{3} \alpha_1 - \frac{1}{45} \right) \right) \quad (6.20)$$

$$\gamma_3 = \kappa^2 \left( 2\alpha_2 + \varphi^2 \left( 2\alpha_1 - 2\alpha_2 - \frac{1}{3} \right) \right) + \kappa^4 \left( \beta_2 + \varphi^2 \left( 4\beta_1 - \beta_2 - \alpha_1 - \frac{2}{3}\alpha_2 + \frac{2}{15} \right) \right) \quad (6.21)$$

Και το  $\varphi$  ορίζεται ως εξής:

$$\varphi \equiv \frac{\omega}{k\sqrt{d}} \quad (6.22)$$

Η πρώτη παράγωγος του κυματαριθμού  $k$  μπορεί να εκφραστεί σε όρους πρώτης παραγώγου του βάθους  $d$ , παραγωγίζοντας την εξίσωση διασποράς (6.10) ως προς  $x$ . Αυτή η διαδικασία είναι όμοια με την παραγωγή της εξίσωσης γραμμικής διασποράς (6.4) έχοντας λάβει υπόψη τις νέες τιμές των συντελεστών ( $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ), η οποία καταλήγει στην παρακάτω εξίσωση:

$$\gamma_4 \frac{k_x}{k} + \gamma_5 \frac{d_x}{d} = 0 \quad (6.23)$$

όπου:

$$\gamma_4 = 2\kappa + \sinh 2\kappa \quad (6.24)$$

$$\gamma_5 = 2\kappa \quad (6.25)$$

Με επίλυση της εξίσωσης (6.23) ως προς  $\frac{k_x}{k}$  και με αντικατάσταση του τελευταίου στην εξίσωση (6.18), προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για την κλίση ρήχωσης:

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_3\gamma_4 - \gamma_2\gamma_5}{\gamma_1\gamma_4} \quad (6.26)$$

Τέλος, αν τεθεί η κλίση ρήχωσης  $\gamma_0$  της εξίσωσης (6.26) ίση με  $\gamma_0^{\text{Stokes}}$  της εξίσωσης (6.6) προκύπτει:

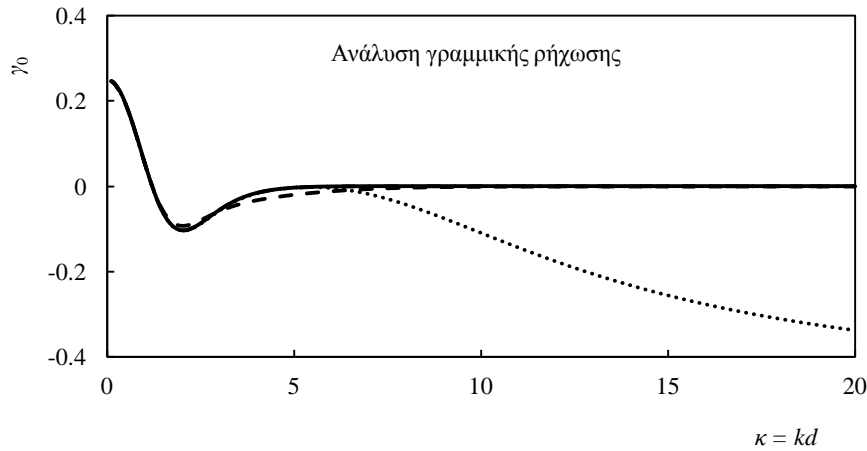
$$\frac{\gamma_3\gamma_4 - \gamma_2\gamma_5}{\gamma_1\gamma_4} = \frac{2\kappa \sinh 2\kappa + 2\kappa^2(1 - \cosh 2\kappa)}{(2\kappa + \sinh 2\kappa)^2} \quad (6.27)$$

Αυτό οδηγεί σε μία εξίσωση με δύο αγνώστους. Μία προφανή επιλογή, με στόχο τη διευκόλυνση της επίπονης υπολογιστικής διαδικασίας, είναι να τεθεί η τιμή του συντελεστή  $\beta_2$  ίση με το μηδέν. Η επιλογή της συγκεκριμένη τιμής οφείλεται στο γεγονός ότι κατά τη βελτιστοποίηση από τους MS98 ο συγκεκριμένος συντελεστής απόκτησε μία τιμή κοντά στο μηδέν (0.008). Συνεπώς, θέτοντας μόνο το συντελεστή  $\alpha_2$  να ελέγχει τα χαρακτηριστικά γραμμικής ρήχωσης, η καινούργια του τιμή προκύπτει από την εξίσωση (6.27). Η τιμή αυτή δίνεται παρακάτω:

$\alpha_2 =$

$$\begin{aligned}
 & (2(-17010+175905\kappa^2+234867\kappa^4+299909\kappa^6+6696\kappa^8)\cosh(2\kappa) \\
 & \quad -8(2430+40365\kappa^2+47949\kappa^4+12007\kappa^6+13854\kappa^8)\cosh(4\kappa) \\
 & +2(17010-79245\kappa^2+46023\kappa^4+262957\kappa^6+52462\kappa^8+15795\cosh(6\kappa)-7290\cosh(8\kappa)+1215\cosh(10\kappa))+ \\
 & \kappa(-25920(48\cosh(\kappa)-5\cosh(3\kappa))+5\cosh(5\kappa))\sinh(\kappa)^5+\kappa((164565-120153\kappa^2-13103\kappa^4-10064\kappa^6)\cosh(6\kappa) \\
 & \quad +6(-6165-9009\kappa^2+3493\kappa^4+430\kappa^6)\cosh(8\kappa)+(2025-3981\kappa^2-731\kappa^4)\cosh(10\kappa) \\
 & \quad \sinh(2\kappa)+16\kappa(15525+5007\kappa^2+19267\kappa^4+2273\kappa^6)\sinh(4\kappa)+2\kappa(-299295-61665\kappa^2+255139\kappa^4+19944\kappa^6) \\
 & \quad +\kappa(-58185+55737\kappa^2+30597\kappa^4+2576\kappa^6)\sinh(6\kappa) \\
 & \quad -8\kappa(-8235+255\kappa^2+1379\kappa^4+17\kappa^6)\sinh(8\kappa)+3\kappa(855+761\kappa^2+37\kappa^4)\sinh(10\kappa))) \\
 & \hline
 & 960\kappa^2(-3k\cosh(\kappa)+(3+\kappa^2)\sinh(\kappa))(2\kappa+\sinh(2\kappa))^2(2\kappa(-3+47\kappa^2)\cosh(\kappa) \\
 & \quad +9\kappa(-1+5\kappa^2)\cosh(3\kappa)-144\sinh(\kappa)^5+\kappa(5(3+\kappa^2)\cosh(5\kappa)-3\kappa(26\sinh(\kappa)+15\sinh(3\kappa)+5\sinh(5\kappa))))
 \end{aligned}
 \tag{6.28}$$

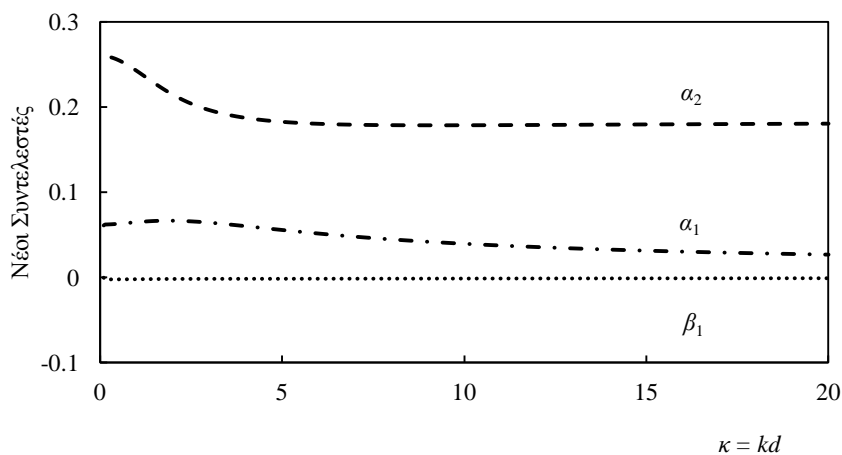
Μία σύγκριση για την κλίση ρήγωσης  $\gamma_0$  παρουσιάζεται στο σχήμα 6.3 και, όπως ήταν αναμενόμενο, οι τιμές του μοντέλου των CM14 είναι όμοιες με τις τιμές στόχου του Stokes για όλα τα βάθη υδάτων.



**Σχήμα 6.3:** Κλίση γραμμικής ρήγωσης  $\gamma_0$ : Ανάλυση Stokes πρώτης τάξης, μοντέλο CM14 (συνεχής γραμμή); MS98 (διακεκομμένη γραμμή με τελείες); Li, 2008 (διακεκομμένη γραμμή με παύλες).

Στο σχήμα 6.4, οι νέοι συντελεστές απεικονίζονται καθώς μεταβάλλονται ως προς τον κανονικοποιημένο κυματαριθμό  $\kappa$ . Ο νέος συντελεστής  $\alpha_2$  κυμαίνεται στο διάστημα  $[0.258, 0.179]$  για  $0.314 \leq \kappa \leq 20$ , ο οποίος είναι σημαντικά πιο υψηλός σε σχέση με εκείνον που προέβλεπαν οι MS98 (0.146), ειδικά στα ρηγά νερά. Το νέο ζεύγος συντελεστών  $(\alpha_1, \beta_1)$  κυμαίνεται στα διαστήματα  $[0.062, 0.026]$ ,  $[-0.0022, -0.00073]$

αντίστοιχα, για  $0.314 \leq \kappa \leq 20$ , δίνοντας περίπου τις μισές ή χαμηλότερες τιμές για το συντελεστή  $\alpha_1$  από αυτή που δόθηκε από τους MS98, σύμφωνα με τους οποίους τίθεται ίσος με 0.1111.



**Σχήμα 6.4:** Συμπεριφορά των νέων συντελεστών σε σχέση με το  $\kappa$ .

### 6.2.3 Παρατηρήσεις σχετικά με την θεωρητική παραγωγή των εξισώσεων

Στη συγκεκριμένη παράγραφο, αναφέρονται και αναλύονται μερικές παρατηρήσεις σχετικά με την παραγωγή των αυθεντικών εξισώσεων των MS98 και της προτεινόμενης τεχνικής από τους CM14, για τη βελτίωση των χαρακτηριστικών των εξισώσεων Boussinesq.

Αρχικά, σημειώνεται ότι οι εξισώσεις των MS98 βασίζονται στην υπόθεση αρκετά ισχυρής μη γραμμικότητας, η οποία εκφράζεται ως  $\varepsilon = O(\mu)$ , όπου για την παράμετρο διασποράς συχνότητας ισχύει  $\mu < 1$ . Η υπόθεση αυτή αποτελεί από μόνη της μία απόκλιση από την κλασική συνθήκη Boussinesq ασθενούς μη γραμμικότητας. Η τελευταία, στηρίζεται στην υπόθεση ότι  $\varepsilon = O(\mu^2)$ , π.χ. βλ. Peregrine (1967). Η επιβαλλόμενη, με το συγκεκριμένο τρόπο, αποτελεσματική χαλάρωση των σχετικών περιορισμών των εν λόγω εξισώσεων προτάθηκε σε μία προσπάθεια επέκτασης της εφαρμοσιμότητάς τους σε ισχυρά μη γραμμικούς κυματισμούς, π.χ. υψηλότερου  $\varepsilon$  ως ανωτέρω.

Επιπρόσθετα, είναι επιθυμητό να επεκταθεί το διάστημα εφαρμογής των εξισώσεων Boussinesq σε βαθύτερα νερά, ως εκ τούτου και η συμπερίληψη των συντελεστών  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\alpha_2$  και  $\beta_2$  στις εξισώσεις του μοντέλου. Συνεπώς, οι εξισώσεις τύπου Boussinesq έχουν προκύψει από την έρευνα των προαναφερόμενων, αλλά και πολλών άλλων,

μελετητών του αντικειμένου αυτού. Τέτοιες εξισώσεις έχουν συσταθεί στην επιστημονική κοινότητα, παρά το γεγονός ότι η φυσική τους θεμελίωση δεν μπορεί να είναι τόσο αυστηρή όσο εκείνη των προκατόχων τους, δεδομένου ότι έχει αποδειχθεί ότι συμπεριφέρονται ικανοποιητικά σε ποικίλες συνθήκες εκτός των ορίων των κλασικών εξισώσεων Boussinesq, όπως διατυπώθηκε από τον Penegrine (1967).

Επίσης, αρκετοί ερευνητές έχουν υποστηρίξει ότι η εισαχθείσα από τους MS98 τεχνική για τη βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών της διασποράς και ρήχωσης δεν μπορεί να είναι συνεπής, δεδομένου ότι η διασπορά αντιμετωπίζεται χωριστά από τη ρήχωση, αλλά στη συνέχεια δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Υπάρχει κάποια αλήθεια σε αυτό το επιχείρημα, δεδομένου ότι οι συντελεστές  $(\alpha_1, \beta_1)$ , που συνδέονται με τη διασπορά, εκτιμήθηκαν αγνοώντας την παράγωγο  $\frac{\partial d}{\partial x}$ , λαμβάνοντας υπόψη ότι αυτή δεν ήταν η περίπτωση για τους συντελεστές  $(\alpha_2, \beta_2)$ , που συνδέονται με τη ρήχωση (βλ. εξισώσεις 6.16 και 6.17). Αυτό το επιχείρημα, αν και κατ'αρχήν είναι σωστό, δεν αντανακλά ακριβώς τον τρόπο, με τον οποίο η τεχνική εκτίμησης των τεσσάρων συντελεστών ακολουθείται εδώ. Οι συντελεστές, που πρέπει να εκτιμηθούν, είναι ενταγμένοι στις σχέσεις έτσι ώστε το ζεύγος  $(\alpha_1, \beta_1)$  να συνδέεται με τη διασπορά και το ζεύγος  $(\alpha_2, \beta_2)$  με τη ρήχωση. Τα δύο σύνολα/ ζεύγη συντελεστών εκτιμώνται, πράγματι χωριστά, αφού υπάρχει μόνο μία βασική σχέση διαθέσιμη (Εξ. 6.8) για αυτό. Η τεχνική αυτή εμφανίζει κάποια ομοιότητα με εκείνη για την απόκτηση όρων υψηλότερης τάξης από μία επέκταση της σειράς. Από την άλλη μεριά, σημειώνεται ότι το κύμα της θεωρίας του Stokes δεύτερης τάξης διατηρεί την ίδια σχέση διασποράς, το ύψος κύματος και το μήκος κύματος του γραμμικού κύματος, συνεπώς, το σύνολο των εξισώσεων 6.4, 6.6 και 6.13 είναι συνεπές, σύμφωνα με την οποία τρεις από τους τέσσερις συντελεστές μπορούν να καθοριστούν. Ο υπόλοιπος τέταρτος συντελεστής  $\beta_2$  τίθεται ίσος με το μηδέν, βασισμένος στα αποτελέσματα βελτιστοποίησης των MS98, με στόχο τη διευκόλυνση αριθμητικών εφαρμογών.

Ο καθορισμός των συντελεστών που παρουσιάστηκαν στις εξισώσεις 6.5 και 6.8 είναι ακριβής στις εκφράσεις στόχου δεύτερης τάξης, όπως αναφέρθηκε στις προηγούμενες παρατηρήσεις, εξ ου και η τέλεια συμφωνία των αποτελεσμάτων του μοντέλου με τα αναλυτικά αποτελέσματα, η οποία είναι εμφανής στα σχήματα 6.1, 6.2 και 6.3. Θα είχε ενδιαφέρον, στο σημείο αυτό, να παρουσιαστεί η συμπεριφορά του μοντέλου των CM14, εξοπλισμένο με τους παραπάνω συντελεστές σε επίπεδο συνθηκών στόχου

τρίτης τάξης. Για να γίνει αυτό, η εξίσωση 6.9 επεκτείνεται περαιτέρω ως ακολούθως:

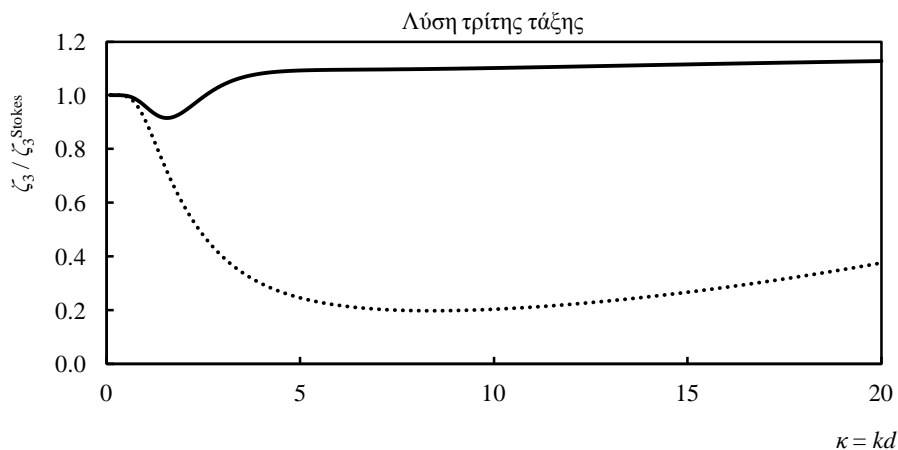
$$\zeta = \zeta_1 \cos \theta + \varepsilon \zeta_2 \cos 2 \theta + \varepsilon^2 \zeta_3 \cos 3 \theta,$$

$$U = U_1 \cos \theta + \varepsilon U_2 \cos 2 \theta + \varepsilon^2 U_3 \cos 3 \theta \quad (6.29)$$

και εισάγεται στις εξισώσεις 6.7 και 6.8. Στη συνέχεια, συγκεντρώνοντας τους όρους τάξης μεγέθους  $O(\varepsilon^2)$  και επιλύοντας ένα πρόβλημα με πίνακα, προκύπτει η έκφραση του  $\zeta_3$ . Η τιμή αναφοράς,  $\zeta_3^{Stokes}$ , όπως εξάγεται από την κυματική θεωρία πέμπτης τάξης, όπως αναπτύχθηκε από τους Skjelbreia and Hendrickson (1960) δίνεται παρακάτω:

$$\zeta_3^{Stokes} = \frac{3}{64} \frac{\zeta_1^3}{d^2} \frac{1+8\cosh^6(\kappa)}{\sinh^6(\kappa)} \quad (6.30)$$

Οι νέοι συντελεστές  $(\alpha_1, \beta_1)$ , οι οποίοι εκτιμήθηκαν από την ανάλυση πρώτης και δεύτερης τάξης, φαίνεται να λειτουργούν ικανοποιητικά και στην τρίτη τάξη, φθάνοντας σε ένα μέγιστο σφάλμα μόνο 10% για το  $\kappa$  μέχρι το 20, σε αντίθεση με τους MS98 και άλλα προηγούμενα μοντέλα τύπου Boussinesq, τα οποία χάνουν το στόχο για  $\kappa$  μεγαλύτερο της μονάδας.



**Σχήμα 6.5:** Ανάλυση τρίτης τάξης, αδιάστατο τρίτο αρμονικό εύρος σε συνάρτηση του  $\kappa$ : MS98 (διακεκομμένη γραμμή με τελείες) και CM14 (σταθερή γραμμή)

Τέλος, μία παρατήρηση πρέπει να γίνει όσον αφορά στο εύρος του  $\kappa$ , που παρουσιάστηκε στα προηγούμενα σχήματα. Είναι προφανές ότι οι σειρές ισχύος στις εξισώσεις 6.3 και 6.8 και αλλού δε συγκλίνουν εμφανώς για κάθε  $\kappa$ . Ειδικά όταν  $\kappa > 6$ , π.χ. για  $\mu > 1$ , η βασική υπόθεση ότι  $\mu > 1$  στα περισσότερα, η οποία αναφέρεται στην

αρχή της συγκεκριμένης παραγράφου παραβιάζεται. Ωστόσο, η αριθμητική εκτίμηση των επιμέρους όρων των σειρών ισχύος που συμμετέχουν στην θεωρητική θεμελίωση των εξισώσεων του μοντέλου των CM14, έδειξε ότι στην πραγματικότητα αυτοί οι όροι άρχισαν να υποχωρούν ακόμη και για  $\mu > 1$ . Συνεπώς, τα αποτελέσματα, που παρουσιάστηκαν προηγουμένως, για  $\kappa > 6$  θα πρέπει να θεωρηθούν ως αριθμητική επαλήθευση της σταθερότητας και της ισχύς των λύσεων, που προσφέρονται από το προτεινόμενο μοντέλο, και όχι μια θεωρητική υποστήριξη του τελευταίου για υψηλές τιμές του  $\kappa$ .

#### 6.2.4 Διάδοση απλών και σύνθετων κυματισμών

Είναι προφανές, από τις εξισώσεις 6.15 και 6.28, ότι οι νέοι προτεινόμενοι συντελεστές από τους CM14 είναι συναρτήσεις του κυματικού αριθμού  $k$ . Κατά συνέπεια, ένα νέο πρόβλημα προκύπτει σχετικά με την αντιμετώπιση του  $k(x, y, t)$ , το οποίο εμφανίζεται στην εξίσωση ορμής. Για τα απλά (μονοχρωματικά) κύματα, το μήκος κύματος και επομένως και το  $k$  μπορούν να προσδιοριστούν παντού ρητά, δηλαδή σε κάθε κόμβο του υπολογιστικού πεδίου, όπου η περίοδος κύματος και το τοπικό βάθος είναι γνωστά.

Ωστόσο, η περίοδος κύματος δε μπορεί να οριστεί με ευκολία στους σύνθετους κυματισμούς. Στην πραγματικότητα, θεμελιώδεις παράμετροι της κίνησης των κυμάτων, όπως η περίοδος κύματος, το μήκος κύματος, και ο αριθμός κύματος πρέπει να επαναπροσδιοριστούν, όταν αναφέρονται σε σύνθετους κυματισμούς, προκειμένου να αποκτήσουν φυσική έννοια. Για την αντιμετώπιση φασμάτων κυματισμών, το πρόβλημα αυτό μπορεί να παρακαμφθεί, τουλάχιστον εν μέρει, όταν οι παραπάνω έννοιες συνδέονται με τα μεμονωμένα συστατικά του φάσματος, δηλαδή τις απλές κυματικές συνιστώσες, στις οποίες ένας μαθηματικός μετασχηματισμός της καταγεγραμμένης ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας αποσυνθέτει το κυματικό πεδίο. Αυτός είναι, ωστόσο, απλά ένας μαθηματικός ορισμός των παραμέτρων, οι οποίες αναφέρθηκαν προηγουμένως, καθώς τα εν λόγω συστατικά δεν χαρακτηρίζονται από κάποια φυσική έννοια. Στο πλαίσιο αυτό, κάποια φυσική ερμηνεία μπορεί να αποδοθεί σε αυτές τις γραμμικές συνιστώσες του φάσματος των κυματισμών, όταν γίνεται η θεώρηση ότι το φάσμα μπορεί, κατ' αρχήν να αποσυντίθεται χωρικά σε αυτές, μέσω της διασποράς, μετά από μεγάλη διάρκεια διάδοσης των κυματισμών στο θαλάσσιο πεδίο.



Όσον αφορά στην αναπαράσταση σύνθετων κυματισμών στον τομέα του χρόνου, η οποία υιοθετείται στο εν λόγω μοντέλο, ο συμβατικός ορισμός, όπως παραπάνω, των βασικών κυματικών χαρακτηριστικών γίνεται, ωστόσο, πιο ασαφής και σε πρακτικές εφαρμογές η τεχνική μηδενισμού χρησιμοποιείται ευρέως για τον προσδιορισμό του ύψους κύματος και του μήκους κύματος μη μόνιμων μεμονωμένων κυματομορφών. Συνεπώς, αυτοί οι παράμετροι κύματος μεταβάλλονται συνεχώς και, ως εκ τούτου, δεν μπορούν να σχετίζονται με μόνιμα (ή σχεδόν μόνιμα) κύματα, αλλά μάλλον με μια πιθανολογική αναπαράσταση της θάλασσας. Τα τελευταία είναι χαλαρά συνδεδεμένα με οποιοδήποτε αυστηρό ορισμό τέτοιων παραμέτρων, ειδικά σε θάλασσες με ευρείς ζώνες (Memos and Tzanis, 2000).

Σε ένα τέτοιο σύνθετο πλαίσιο ενός ταχέως τροποποιημένου πεδίου σύνθετων κυματισμών, η έννοια της ταχύτητας του κύματος είναι, επίσης, δύσκολο να οριστεί. Ωστόσο, η ταχύτητα του κύματος φαίνεται να είναι πιο κοντά σε κάποια φυσική έννοια από τις άλλες κυματικές παραμέτρους, όπως το μήκος κύματος ή η περίοδος κύματος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η στιγμιαία τοπική ταχύτητα κύματος είναι στενά συνδεδεμένη με τον ρυθμό παραμόρφωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας. Στην πραγματικότητα, ένας κοινός ορισμός της ταχύτητας φάσης είναι  $c \sim \omega/k$  και ο κυματαριθμός, που απαιτείται για τους υπολογισμούς, μπορεί να αποκτηθεί μέσω της συμβατικής εξίσωσης διασποράς  $c = c(k, d)$  σύμφωνα με τη κυματική θεωρία Stokes 2ης τάξης. Εάν υπήρχε παρουσία ρεύματος στο κυματικό πεδίο, οι προαναφερόμενες μεταβλητές θα έπρεπε να αναφέρονταν σε ένα κατάλληλο κινούμενο πλαίσιο αναφοράς. Συνεπώς, σύμφωνα με τη συγκεκριμένη υπόθεση, η ταχύτητα στην μονοδιάστατη ανάλυση (1DH) μπορεί γενικά να εκφραστεί ως:

$$c = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (6.31)$$

όπου  $x$  η θέση κατά μήκος του άξονα των  $x$  ενός δεδομένου σημείου ενός κινούμενου ορίου.

Εάν θεωρηθεί μία μη μεταβαλλόμενη κυματική μορφή, δηλ. απλά κύματα με σταθερό μήκος κύματος  $L$  και περίοδο  $T$ , η ταχύτητα κύματος σχετίζεται μοναδικά με την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας ως ακολούθως:

$$c = L/(\zeta - \bar{\zeta}) \quad (6.32)$$

όπου  $\bar{\zeta}$  η μέση ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, η οποία υποτίθεται ότι είναι μηδενική και ότι μετράται από τη μέση στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας, και  $I$  η στιγμιαία ροή όγκου ίση με  $\int_{-h}^h u \, dx$  (Sveden and Staub, 1981).

Ωστόσο, όσον αφορά στους κυματισμούς με μεταβαλλόμενη μορφή στο χώρο και στο χρόνο, δηλ. σε ένα πεδίο τυχαίων κυματισμών, η ταχύτητα κύματος  $c$  μπορεί να εκφραστεί μοναδικά, καθώς τα  $L$  και  $T$ , σε κανένα δεδομένο σημείο δεν αποκτούν φυσική σημασία. Σε αυτήν τη γενική περίπτωση, η ταχύτητα  $c$  μπορεί να οριστεί, σε κάθε δεδομένο σημείο, ως η οριζόντια ταχύτητα της ελεύθερης επιφάνειας, μία ποσότητα μεταβλητή, προφανώς, κατά μήκος του κινούμενου ορίου.

Κατά κανόνα, η  $c$  δύναται να εκτιμηθεί με βάση την υπόθεση της μηχανικής του συνεχούς μέσου. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη υπόθεση, η κίνηση ενός υγρού/ρευστού μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά σαν μία τοπολογική παραμόρφωση, που εξαρτάται από το χρόνο. Σε αστρόβιλες ροές, αυτό σημαίνει ότι τα σωματίδια του νερού της ελεύθερης επιφάνειας παραμένουν σε αυτό. Εάν το τελευταίο δίνεται από τη σχέση  $S = z - \zeta(x, t) = 0$ , τότε χρησιμοποιώντας τη μερική παράγωγο της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τον χώρο και ως προς το χρόνο, τότε ισχύει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \frac{\frac{\partial \zeta}{\partial t}}{\left[ \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}} \quad (6.33)$$

όπου  $\mathbf{u}(u, w)$  το διάνυσμα ταχύτητας του υγρού και η οριακή επιφάνεια,  $\mathbf{n}$  το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στη  $S$ :

$$\mathbf{n} = \frac{-\frac{\partial \zeta}{\partial x} \mathbf{i} + \mathbf{k}}{\left[ \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}} \quad (6.34)$$

Συνεπώς, επικρατεί ο ισχυρισμός ότι η οριζόντια ταχύτητα του ορίου  $u (\equiv c)$  εξαρτάται από τη συμπεριφορά της μετακίνησης της ελεύθερης επιφάνειας  $\zeta$ , δηλ. σε μονοδιάστατη ανάλυση:

$$c = c(\zeta) = c[\zeta(x, t)] \quad (6.35)$$

και με συνδυασμό αυτού με την εξίσωση (6.31), προκύπτει:

$$c = -\frac{\partial \zeta / \partial t}{\partial \zeta / \partial x} \quad (6.36)$$

όπου το αρνητικό σήμα συνδέεται με κυματισμούς που διαδίδονται κατά την κατεύθυνση του άξονα των  $x$ , δηλ.  $\frac{\partial \zeta}{\partial t} \frac{\partial \zeta}{\partial x} < 0$  γενικά. Επίσης, σημειώνεται ότι η εφαρμογή της εξίσωσης (6.36) σε εξελισσόμενους περιοδικούς κυματισμούς αναπαράγει τον αυθεντικό ορισμό της ταχύτητας  $c = \omega/k$  για κυματισμούς τέτοιου τύπου.

Το παραπάνω αποτέλεσμα επιβεβαιώνεται, εφαρμόζοντας τη μη γραμμική κινηματική οριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια  $z = \zeta(x, t)$ :

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

όπου  $u, w$  η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων και του ορίου, συνεπώς η  $u$  αναπαριστά την ταχύτητα του κύματος. Η προηγούμενη σχέση ισχύει για κάθε σημείο του κινούμενου ορίου, το οποίο περιλαμβάνει τα άκρα της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας  $\zeta$ . Κατ' επέκταση, για  $w = 0$ , προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα με την εξίσωση (6.36). Ωστόσο, σε αυτά τα σημεία, η εξίσωση (6.36) διέθετε μία ιδιομορφία και η ταχύτητα του κύματος δεν ορίζεται εκεί. Το μικρό αυτό πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με μια κατάλληλη αριθμητική επεξεργασία των υπολογισμών σε μία γειτονία των άκρων της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας. Η τεχνική αυτή συνοψίζεται ως ακολούθως.

Αρχικά, οι χωρικές και χρονικές παραγωγοί της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, που εμφανίζονται στην εξίσωση (6.36), υπολογίζονται λαμβάνοντας υπόψη τις περισσότερες πληροφορίες από τον προηγούμενο χρόνο και χώρο. Δεύτερον, ο αποκλεισμός του υπολογισμού των παραγώγων στα ακραία σημεία γίνεται, όπου λαμβάνουν χώρα οι αστάθειες, κάνοντας χρήση των αντίστοιχων τιμών στα προηγούμενα σημεία στο χώρο και το χρόνο. Τέλος, το σταθμισμένο κινητό μέσο φίλτρο μπορεί να εφαρμοστεί σε σύντομα παράθυρα φιλτραρίσματος, για να αποβάλει ουσιαστικά οποιεσδήποτε αποκλίσεις.

Σε γενικές γραμμές, η συμφωνία μεταξύ των υπολογισμένων και των αναλυτικών αποτελεσμάτων είναι απόλυτη για την περίπτωση των απλών κυματισμών. Για την περίπτωση των σύνθετων κυματισμών, καμία σύγκριση δεν επιχειρείται, καθώς η ταχύτητα του κύματος χάνει το συνηθισμένο φυσικό του νόημα και δεν μπορεί να εκτιμηθεί και να αναπαραχθεί αριθμητικά, όπως προαναφέρθηκε.

Στις δύο οριζόντιες διαστάσεις (δισδιάστατη ανάλυση), οι αντίστοιχες στην εξίσωση (6.36) εξισώσεις διαμορφώνονται ως εξής (βλ. Madsen *et al.*, 1997):

$$\begin{aligned} c_x &= -\frac{\partial \zeta}{\partial t} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{1}{Z} \\ c_y &= -\frac{\partial \zeta}{\partial t} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{1}{Z} \end{aligned} \quad (6.37)$$

$$\text{όπου: } Z = \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)^2.$$

Η μόνη υπόθεση, στην παραπάνω ανάλυση, αναφέρεται σε προοδευτικό πεδίο κυματισμών ροής δυναμικού και ισχύει για απλούς (μονοχρωματικούς) και σύνθετους κυματισμούς. Όσον αφορά στους σύνθετους κυματισμούς, ο Li (2008) πρότεινε τον κυματικό αριθμό σαν μία παράμετρο κλειδί και της έδωσε μία αυθαίρετα μικρή σταθερή τιμή (π.χ.  $k=0.00001 \text{ m}^{-1}$ ). Αυτό επέτρεψε στη δική του εξίσωση ορμής να είναι όμοια με τη βελτιωμένη εξίσωση Boussinesq του Nwogu (1993). Η προσέγγιση, που εφαρμόστηκε από τους CM14 και υιοθετήθηκε και στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, χρησιμοποιεί τη σχέση γραμμικής διασποράς για να μεταφράσει την ταχύτητα κύματος, η οποία καθορίζεται, όπως ανωτέρω, σαν μία συμβατική τιμή κυματαριθμού και, ως εκ τούτου, φαίνεται ορθότερη φυσικά από άλλες τεχνικές. Συνεπώς, οι τοπικοί κυματικοί αριθμοί  $\mathbf{k} (k_x, k_y)$  προκύπτουν από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} c_x &= \left[ \frac{g}{k_x} \tanh(k_x d) \right]^{1/2} \\ c_y &= \left[ \frac{g}{k_y} \tanh(k_y d) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (6.38)$$

όπου ο δείκτης συμβολίζει το σχετικό άξονα διεύθυνσης.

Συνοπτικά, το προτεινόμενο μοντέλο των CM14, το οποίο χρησιμοποιείται και στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, αποτελείται από την εξίσωση συνέχειας (6.1) και τις εξισώσεις ορμής (6.3) με τους προτεινόμενους συντελεστές, που προσδιορίζονται από τις εξισώσεις (6.15) και (6.28). Το μοντέλο εφαρμόζεται σε απλούς και σύνθετους κυματισμούς, που χαρακτηρίζονται από πλήρη διασπορά κατά τη διάδοσή τους, χωρίς κανένα περιορισμό στο βάθος των υδάτων. Σημειώνεται, επίσης, ότι το εν λόγω μοντέλο παρουσιάζει έντονα μη γραμμικά χαρακτηριστικά και είναι ικανό να λαμβάνει υπόψη ήπιες μεταβολές του πυθμένα της θάλασσας.

### 6.2.5 Αριθμητικό σχήμα του μοντέλου

Το αριθμητικό σχήμα, που χρησιμοποιείται στο μοντέλο των CM14, είναι σύμφωνο με τους Wei και Kirby (1995). Η εξέλιξη του πεδίου κυματισμών στο χρόνο επιτυγχάνεται με το ρητό σχήμα πρόβλεψης Adams-Bashforth 3<sup>ης</sup> τάξης και το ρητό σχήμα διόρθωσης Adams-Moulton 4<sup>ης</sup> τάξης. Σημειώνεται ότι στο εν λόγω μοντέλο, τα αποτελέσματα για τις δύο οριζόντιες διαστάσεις δίνονται για τις εξισώσεις που συμπεριλαμβάνουν όρους τάξης μεγέθους μέχρι  $O(\epsilon\mu^2)$ , καθώς οι Memos et al., (2013) απέδειξαν ότι οι όροι υψηλότερης τάξης δεν συμβάλλουν απαραίτητα στην ακρίβεια για μικρά  $kd$ , εξοικονομώντας έτσι υπολογιστικό χρόνο. Ο επιπλέον υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για τον υπολογισμό των συντελεστών ( $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\alpha_2$ ) στον κώδικα είναι αμελητέος, αφού εμπλέκονται απλοί αλγεβρικοί υπολογισμοί.

### 6.2.6 Οριακές Συνθήκες

#### (A) Κυματογεννήτρια

Οι κυματισμοί παράγονται εντός του υπολογιστικού πεδίου με την πρόσθεση απλά μίας σημειακής πηγής στην εξίσωση συνέχειας. Σύμφωνα με την τεχνική που προτάθηκε αρχικά από τους Wei *et al.* (1999), η συνάρτηση πηγής διαμορφώνεται ως εξής:

$$f_s(x, y, t) = F(y, t)\exp(-\beta_s(x - x_s)^2) \quad (6.39)$$

όπου:  $x_s$  είναι η κεντρική θέση της συνάρτησης πηγής στη διεύθυνση του άξονα  $x$ ,  $F(y, t)$  είναι η συνάρτηση πηγής για μία πηγή προσανατολισμένη παράλληλα στον άξονα  $y$ ,  $\beta_s$  είναι ο συντελεστής σχήματος ίσος με  $80/L^2$ .

Όπως προαναφέρθηκε, στους σύνθετους κυματισμούς, γίνεται η υπόθεση ότι η ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας προκύπτει από την επαλληλία πολλών στοιχειωδών μονοχρωματικών κυματισμών με συγκεκριμένη συχνότητα, κατεύθυνση διάδοσης και φάση. Οι χρονοσειρές, συνεπώς, της συνάρτησης πηγής, προκύπτουν από την επαλληλία των στοιχειωδών αυτών κυματικών συνιστωσών. Οι χρονοσειρές της συνάρτησης πηγής δίνονται από τους Wei *et al.* (1999):

$$F(y, t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D_{si,j} \cos(\omega_i t - k_i y \sin\theta_j + \epsilon_{i,j}) \quad (6.40)$$

όπου  $D_{si,j}$  είναι το εύρος της συνάρτησης πηγής,  $i,j$  τα διαστήματα διακριτοποίησης της συχνότητας και της κατεύθυνσης διάδοσης της κυματικής ενέργειας, αντίστοιχα, για κάθε μία κυματική συνιστώσα,  $k_i$  ο κυματικός αριθμός,  $\theta_j$  η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης διάδοσης του κυματισμού και του άξονα  $x$  και  $\varepsilon_{i,j}$  είναι η τυχαία φάση που παίρνει τιμές εντός του διαστήματος  $(0, 2\pi)$ . Οι Memos et al. (2005) ακολουθούμενοι την παραπάνω διαδικασία πρότειναν ένα εύρος που δόθηκε ως εξής:

$$D_s = \frac{2\eta_o(1+B(kd)^2)(\omega^2+Bgk^4d^3)\cos\theta}{\omega I_1 k [1+(B+1/3)(kd)^2]} \quad (6.41)$$

όπου  $\eta_o$  είναι το αντίστοιχο εύρος κύματος,  $I_1$  δίνεται από τη σχέση  $I_1 = \sqrt{\frac{\pi}{\beta_s}} \exp\left(-\frac{(k\cos\theta)^2}{4\beta_s}\right)$  και  $B$  είναι μία σταθερή τιμή ίση  $1/15$  όπως προτάθηκε από τους Madsen et al. (1991).

Το εύρος  $\eta_{oi,j}$  κάθε κυματικής συνιστώσας, συχνότητας  $\omega_i$  και διεύθυνσης  $\theta_j$ , προκύπτει από την εξίσωση:  $\eta_{oi,j} = \sqrt{2S(\omega_i)G(\omega_i, \theta_j)d\omega_i d\theta_j}$  (Wei et al., 1999, Lee and Suh, 1998), όπου  $S(\omega_i)$  το ενεργειακό φάσμα ως προς τις συχνότητες και  $G(\omega_i, \theta_j)$  η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας.

Στο μοντέλο των CM14 μία επιπλέον βελτίωση της κυματογεννήτριας προτάθηκε. Ειδικότερα, ο συντελεστής  $B$  ορίζεται σαν μία μεταβλητή, και όχι σαν μία σταθερά, που εξαρτάται από τον κυματαριθμό  $k$ . Με συνδυασμό της εξίσωση γραμμικής διασποράς, που συνδέεται με το μοντέλο των Memos et al. (2005), με αυτό του Stokes, προκύπτει:

$$\left(\frac{\omega^2}{k^2 d}\right) = \frac{1+B\kappa^2}{1+(B+1/3)\kappa^2} = \left(\frac{\omega^2}{k^2 d}\right)^{\text{Stokes}} = \frac{\tanh(\kappa)}{\kappa} \quad (6.42)$$

όπου λύνοντας ως προς  $B$  προκύπτει:

$$B = \frac{\kappa \cosh \kappa - \sinh \kappa \left(\frac{1}{3}\kappa^2 + 1\right)}{\kappa^2 \sinh \kappa - \kappa^3 \cosh \kappa} \quad (6.43)$$

Με το συγκεκριμένο τρόπο, κάθε παραγόμενος κυματισμός αντιστοιχίζεται με την ορθή ταχύτητα κύματος, κάνοντας έτσι την κυματογεννήτρια εφαρμόσιμη σε κάθε βάθος.

## (B) Απορροφητικά όρια

Για την απορρόφηση των κυματισμών στα ανοιχτά όρια, εφαρμόζεται ένα σύστημα στοιβάδας σπόγγου (Larsen και Dancy, 1983), σύμφωνα με το οποίο η ανύψωση της

ελεύθερης επιφάνειας  $\zeta$  και η ταχύτητα  $U$  μειώνονται μέσω της εξίσωσης  $\xi(x)$  σε κάθε χρονικό βήμα στις γραμμές του κανάβου του στρώματος σπόγγου, με:

$$\xi(x) = \begin{cases} \exp\left[\frac{(2^{-x/\Delta x} - 2^{-x_s/\Delta x}) \ln a}{1}\right] & 0 \leq x \leq x_s \\ 1 & x_s < x \end{cases} \quad (6.44)$$

όπου  $a = x_s/\Delta x$ , δηλαδή ο αριθμός των γραμμών πλέγματος εντός του στρώματος σπόγγου πλάτους  $x_s$  υποτίθεται εδώ ως ένα μήκος κύματος. Η τιμή  $a = 2$  χρησιμοποιείται στις εφαρμογές.

### (Γ) Αντανακλαστικά όρια

Για ένα αντανακλαστικό όριο, εφαρμόζονται τρεις συνθήκες, όπως προτάθηκε από τους Wei και Kirby (1995), για ικανοποιείται πλήρως η κινηματική συνθήκη. Εάν το  $\mathbf{n}$  είναι ένα εξωτερικό, του υπολογιστικού πεδίου, διάνυσμα κάθετο στο όριο, τότε στα όρια αυτά ισχύει:

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = 0, \nabla \zeta \cdot \mathbf{n} = 0, \frac{\partial U_t}{\partial n} = 0 \quad (6.45)$$

για κάθε σημείο  $\in \partial\Omega$ , όπου  $\Omega$  το υπολογιστικό πεδίο.

### 6.2.7 Θραύση κυματισμών

Πολυάριθμες προσπάθειες έχουν γίνει ώστε να εισαχθεί η θραύση σε μοντέλα διάδοσης κυματισμών. Μία τέτοια προσπάθεια αποτελεί το μοντέλο τυρβώδους συνεκτικότητας (eddy viscosity formulation) του φαινομένου της θραύσης, η οποία οδηγεί σε έναν πρόσθετο όρο στην εξίσωση διατήρησης ορμής. Αυτή η αναλογία τυρβώδους συνεκτικότητας αναπτύχθηκε κυρίως από τους Kennedy *et al.* (2000), οι οποίοι προχώρησαν στην προσομοίωση απλών κυματισμών και την απόσβεσή τους σε κεκλιμένους πυθμένες, παρέχοντας μία ρεαλιστική περιγραφή της έναρξης και της παύσης της θραύσης των κυμάτων.

Μία διαφορετική προσέγγιση, γνωστή ως τεχνική του επιφανειακού κυλίνδρου ("surface roller" technique) προτάθηκε αρχικά από τον Svendsen (1984) και εφαρμόστηκε επιτυχώς από τους Schäffer *et al.* (1993), μεταξύ άλλων. Στη συγκεκριμένη προσέγγιση, ο επιφανειακός κύλινδρος αντιστοιχεί σε έναν επιπλέον όρο ορμής, που συνδέεται με το πάχος του και, στη συνέχεια, με την εμπρόσθια κλίση του κύματος. Και τα δύο κριτήρια λειτουργούν ομαλά στα πλαίσια της βασικής αριθμητικής επίλυσης, χωρίς να παράγουν αβεβαιότητες και γενικά τροποποιούν

επιτυχώς το μοντέλο ώστε να αντιμετωπίζει τη θραύση των κυματισμών που προκαλείται από το βάθος, όπως απέδειξαν και οι Chondros *et al.* (2011).

Ένα απλό μοντέλο τυρβώδους συνεκτικότητας σε δύο διαστάσεις χρησιμοποιήθηκε από τους Chondros and Memos (2014), χάρη στην καλή απόδοση και την απλότητά του. Η εφαρμογή της μεθοδολογίας των Kennedy *et al.* (2000) οδηγεί στους ακόλουθους πρόσθετους όρους στην εξίσωση (6.3):

$$R_{bx} = \frac{1}{d+\zeta} \left\{ \left[ v((d+\zeta)U)_x \right]_x + \frac{1}{2} \left[ v((d+\zeta)U)_y + v((d+\zeta)V)_x \right]_y \right\} \quad (6.46)$$

$$R_{by} = \frac{1}{d+\zeta} \left\{ \left[ v((d+\zeta)V)_y \right]_y + \frac{1}{2} \left[ v((d+\zeta)U)_y + v((d+\zeta)V)_x \right]_x \right\} \quad (6.47)$$

όπου  $U, V$  οι ολοκληρωμένες συνιστώσες ταχύτητας κατά τους άξονες  $x$  και  $y$ .

Με πολλαπλασιασμό των εξισώσεων ορμής με  $d+\zeta$  και ολοκληρώνοντας σε ένα επεισόδιο θραύσης, αυτοί οι πρόσθετοι όροι μπορεί να αποδειχθεί ότι διατηρούν τη συνολική ορμή. Στην παραπάνω εξίσωση, η τυρβώδης συνεκτικότητα  $\nu$  εντοπίζεται στο εμπρόσθιο μέτωπο του θραυστήρα και εκφράζεται ως:

$$\nu = D\delta_b^2(d+\zeta)\zeta_t \quad (6.48)$$

με το συντελεστή μήκους μίξης ίσο με  $\delta_b=1.2$ . Η ποσότητα  $D$  ελέγχει την παρουσία διάλυσης της κυματικής και δίνεται ως εξής:

$$D = \begin{cases} 1 & \zeta_t \geq 2\zeta_t^* \\ \zeta_t/\zeta_t^* - 1 & \zeta_t^* < \zeta_t < 2\zeta_t^* \\ 0 & \zeta_t \leq \zeta_t^* \end{cases} \quad (6.49)$$

Η παράμετρος  $\zeta_t^*$  καθορίζει την έναρξη και τη διακοπή της θραύσης των κυμάτων ως ακολούθως:

$$\zeta_t^* = \begin{cases} \zeta_t^{(F)} & t \geq T^* \\ \zeta_t^{(I)} + \frac{t-t_o}{T^*} (\zeta_t^{(F)} - \zeta_t^{(I)}) & 0 \leq t - t_o < T^* \end{cases} \quad (6.50)$$

όπου  $T^*=5(d/g)^{1/2}$  είναι ο χρόνος μεταφοράς από την έναρξη στη διακοπή της θραύσης,  $t_o$  η χρονική στιγμή στην οποία ξεκινά η θραύση, και τότε η διαφορά  $t - t_o$  συμβολίζει τη διάρκεια του επεισοδίου της θραύσης. Η παράμετρος  $\zeta_t^{(I)}$  κυμαίνεται από  $0.35(gd)^{1/2}$ , για παραλίες με ύφαλα εμπόδια, σε  $0.65(gd)^{1/2}$ , για παραλίες μονότονες όσον αφορά στην κλίση, και  $\zeta_t^{(F)} = 0.15(gd)^{1/2}$  για όλες τις περιπτώσεις. Σημειώνεται ότι η εφαρμογή μοντέλων τυρβώδους συνεκτικότητας καταλήγει στη διεύρυνση του σχήματος των κυμάτων λόγω επιρροών διάχυσης.



### 6.2.8 Τριβή πυθμένα

Οι στιγμιαίες διατμητικές τάσεις του πυθμένα προσεγγίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\tau_{bx} = \frac{1}{2} \rho f_w u_o |q| \quad (6.51)$$

$$\tau_{by} = \frac{1}{2} \rho f_w v_o |q| \quad (6.52)$$

όπου  $|q| = \sqrt{u_o^2 + v_o^2}$ ,  $\rho$  η πυκνότητα του υγρού και οι ταχύτητες κοντά στο πυθμένα  $u_o, v_o$  λαμβάνονται από την κατανομή ταχυτήτων του Dingemans (1997) για μη θραυόμενους μη γραμμικούς κυματισμούς ο παράγοντας τριβής πυθμένα  $f_w$  διατυπώνεται ως ακολούθως (Jonsson, 1966):

$$f_w = \begin{cases} \exp[-5.977 + 5.213(K_N/A_b)^{0.194}], & \text{for } K_N/A_b < 0.63 \\ 0.3, & \text{for } K_N/A_b \geq 0.63 \end{cases} \quad (6.53)$$

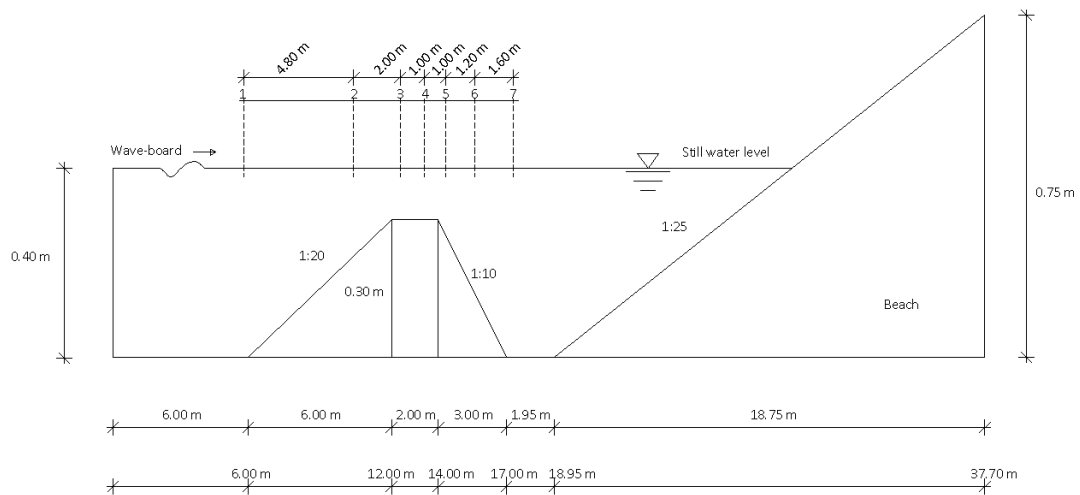
όπου  $A_b$  είναι το εύρος ταλάντωσης των σωματιδίων του νερού στο βυθό της θάλασσας και  $K_N$  η τραχύτητα πυθμένα.

### 6.2.8 Επαλήθευση μοντέλου

Το αριθμητικό μοντέλο Boussinesq των CM14 έχει ελεγχθεί ως προς τη σύγκλιση, τη συνέπεια, την ευστάθεια, την ακρίβεια και την υπολογιστική απόδοσή του για την περίπτωση απλών και σύνθετων κυματισμών σε μία αλλά και δύο διαστάσεις. Το συγκεκριμένο μοντέλο εφαρμόστηκε και επαληθεύτηκε για διάφορα πειράματα.

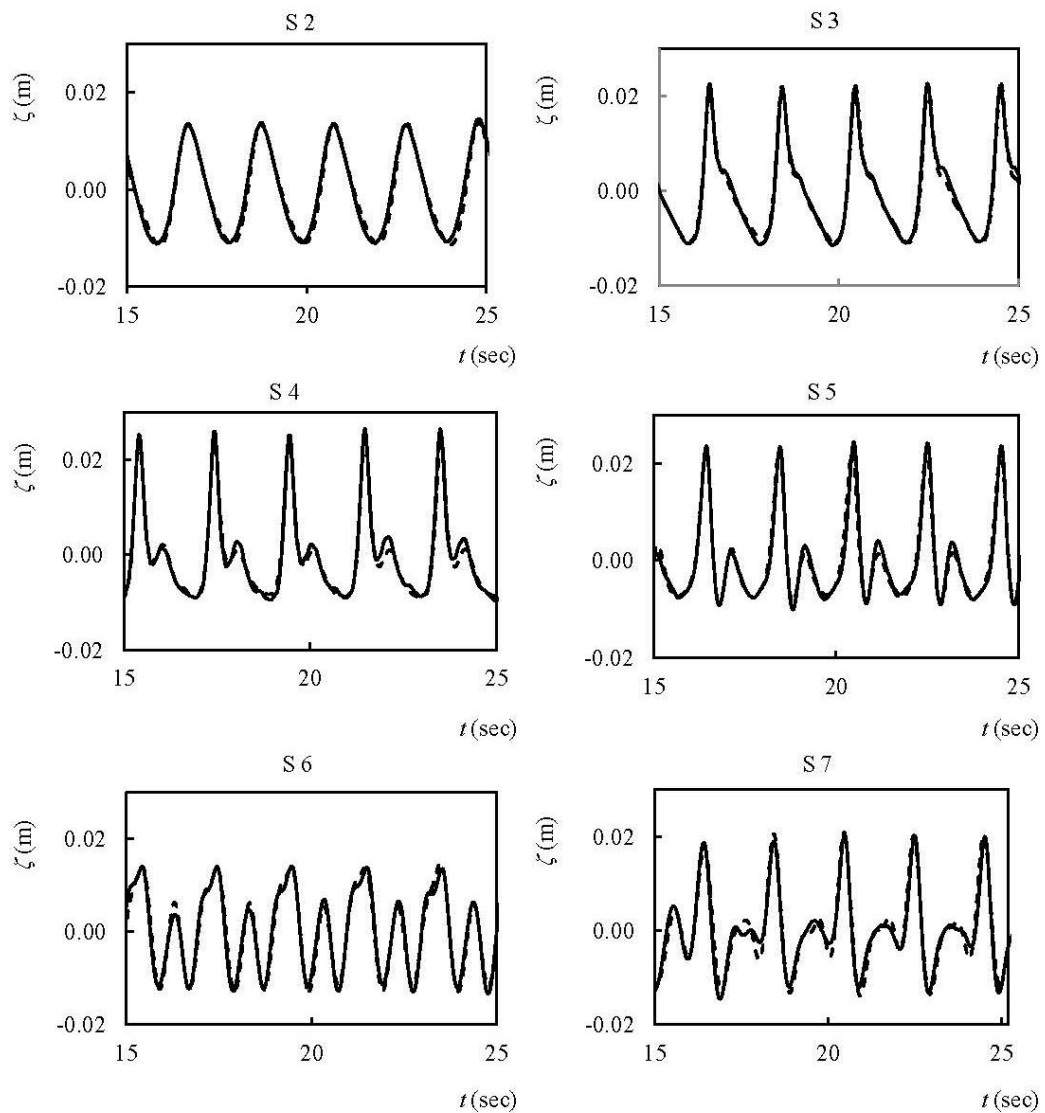
Ενδεικτικά, παρουσιάζονται κάποιες περιπτώσεις εφαρμογών και επαλήθευσης του μοντέλου σε μία διάσταση (1DH), αλλά και σε δύο οριζόντιες διαστάσεις (2DH).

Στο σχήμα 6.6, παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη αισθητήρων για τη διάδοση μονοχρωματικών κυματισμών πάνω από ύφαλο εμπόδιο σε 1DH (μονοδιάστατη εκδοχή) (Beji and Battjes, 1993).



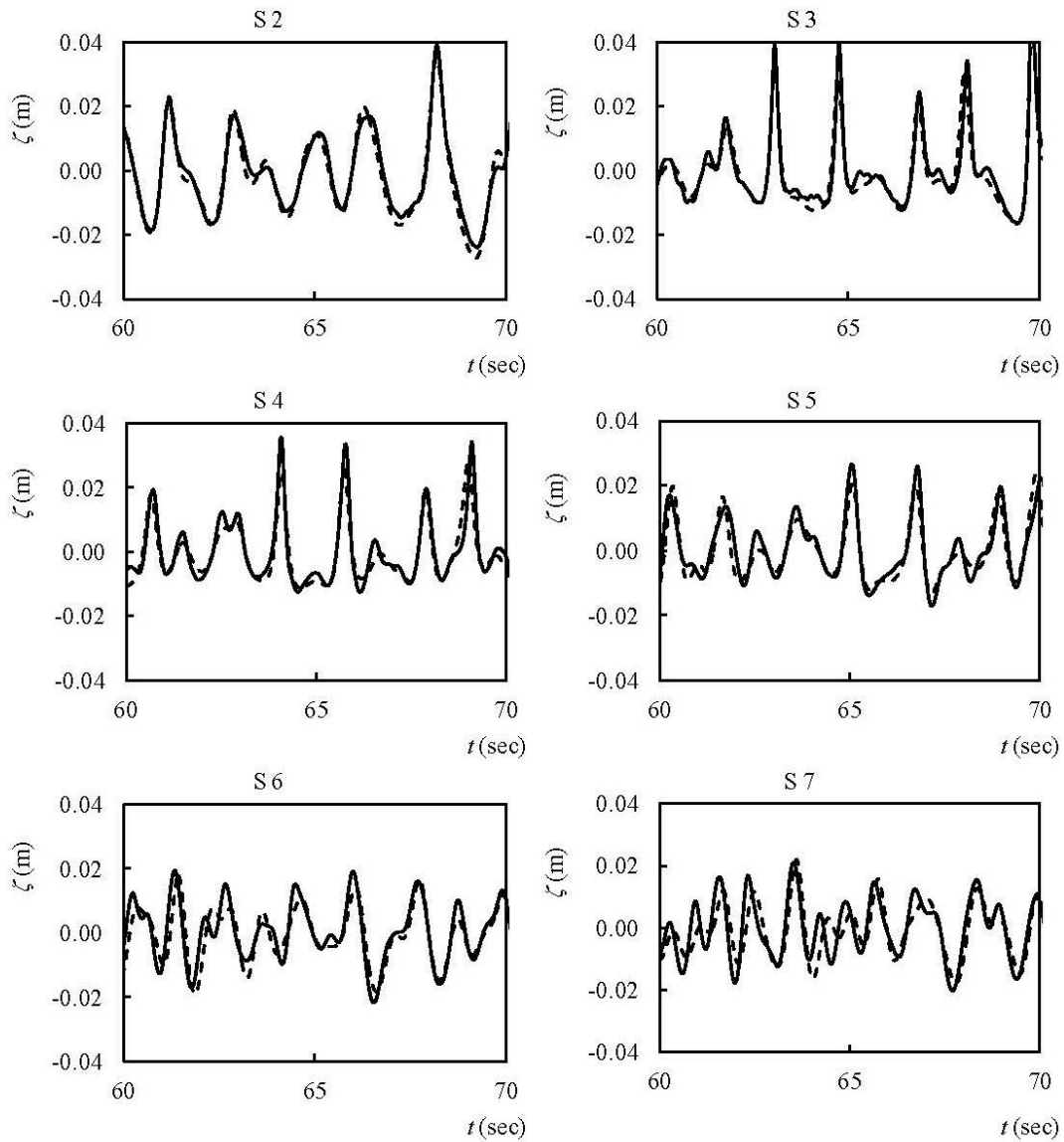
**Σχήμα 6.6:** Σχήμα πειραματικής διάταξης αισθητήρων για τη διάδοση μονοχρωματικών κυματισμών πάνω από ύφαλο εμπόδιο σε 1DH. (Beji and Battjes, 1993).

Τα αποτελέσματα της επαλήθευσης του μοντέλου από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του μοντέλου με τις αντίστοιχες μετρήσεις του πειράματος φαίνονται στα διαγράμματα του σχήματος 6.7.

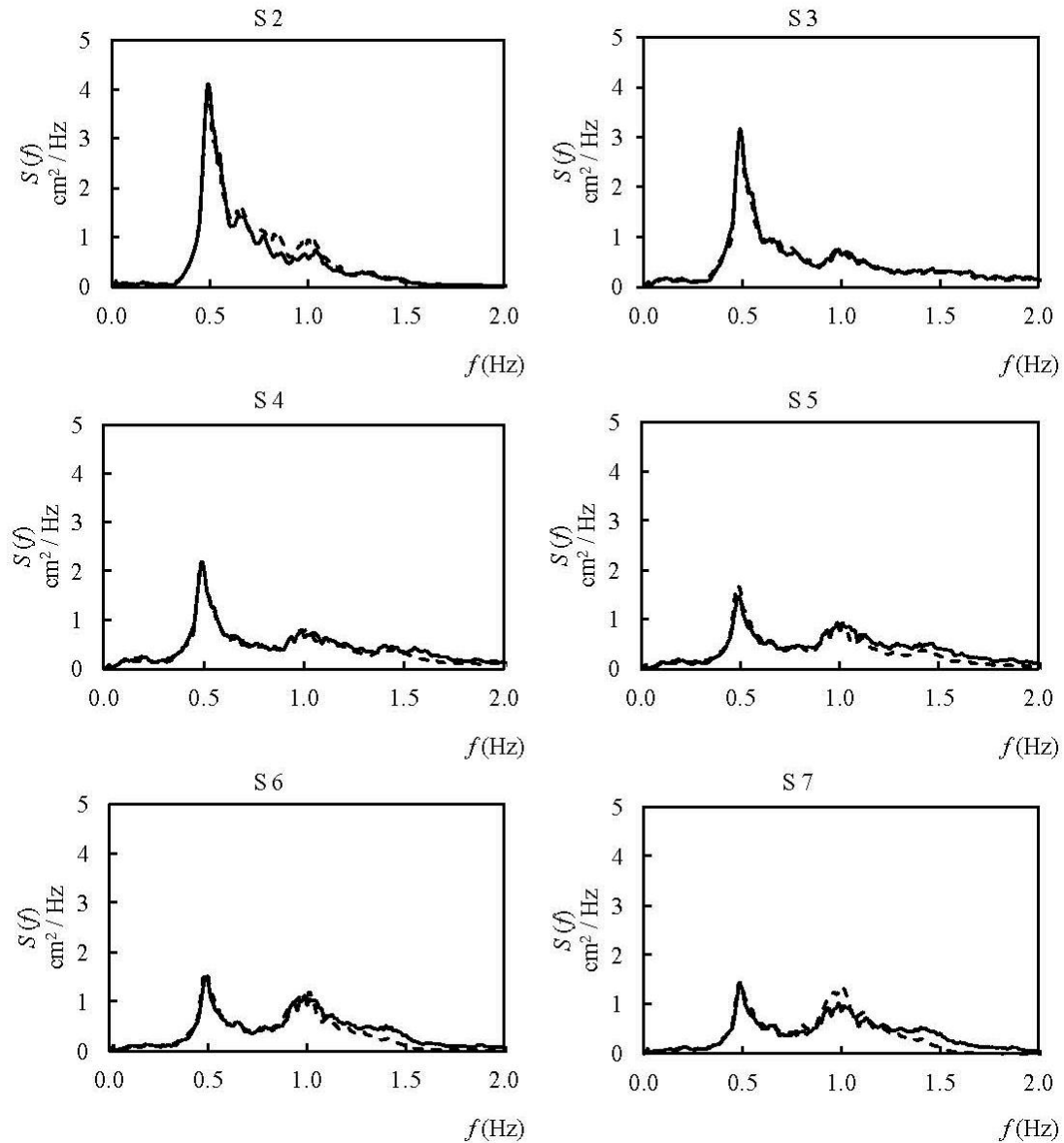


**Σχήμα 6.7:** Χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας για μονοχρωματικούς κυματισμούς πάνω από ύφαλο εμπόδιο ( $f = 0.5 \text{ Hz}$ ,  $H = 2.0 \text{ cm}$ ): (—) μετρήσεις πειράματος, (- -) αποτελέσματα μοντέλου των CM14.

Στη συνέχεια, εξετάζεται η περίπτωση της διάδοσης σε 1DH σύνθετων κυματισμών με θραύση κύλισης πάνω από ύφαλο εμπόδιο. Στα σχήματα 6.8 και 6.9, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επαλήθευσης του μοντέλου από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του μοντέλου με τις αντίστοιχες μετρήσεις του πειράματος σε 1DH.



**Σχήμα 6.8.** Χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας για σύνθετους κυματισμούς με θραύση κύλισης πάνω από ύφαλο εμπόδιο σε 1DH (JONSWAP με  $f_p = 0.5$  Hz,  $H_s = 2.8$  cm): (—) μετρήσεις πειράματος, (- -) αποτελέσματα μοντέλου των CM14.

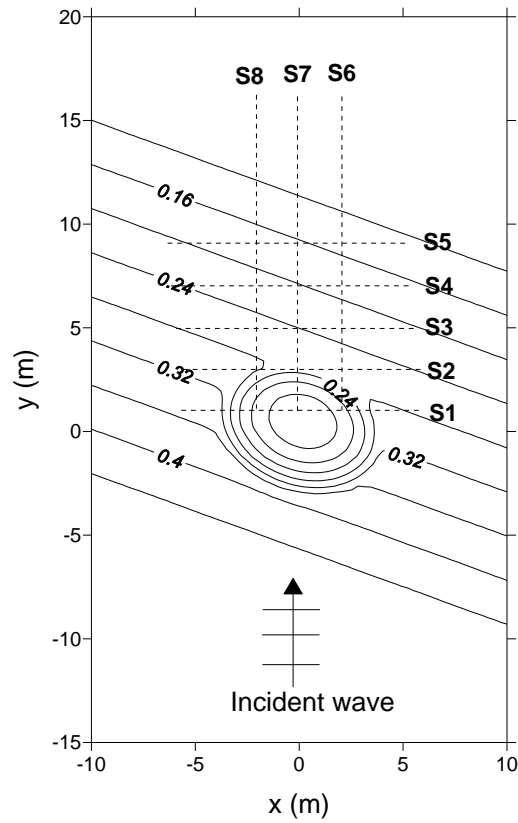


**Σχήμα 6.9:** Ενεργειακά φάσματα σύνθετων κυματισμών (JONSWAP με  $f_p = 0.5$  Hz,  $H_s = 2.8$  cm): (—) μετρήσεις πειράματος, (- -) αποτελέσματα μοντέλου των CM14.

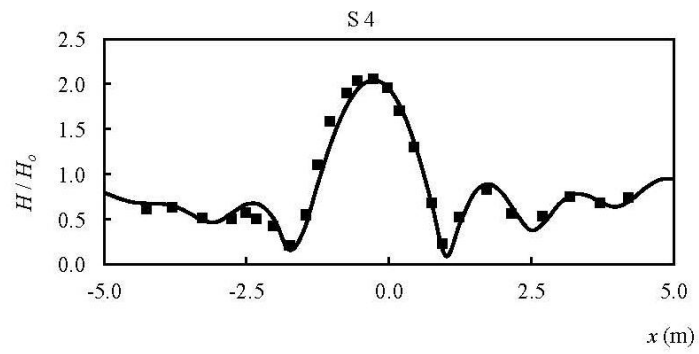
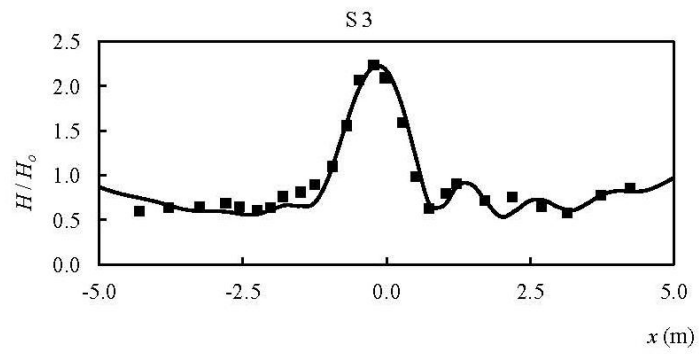
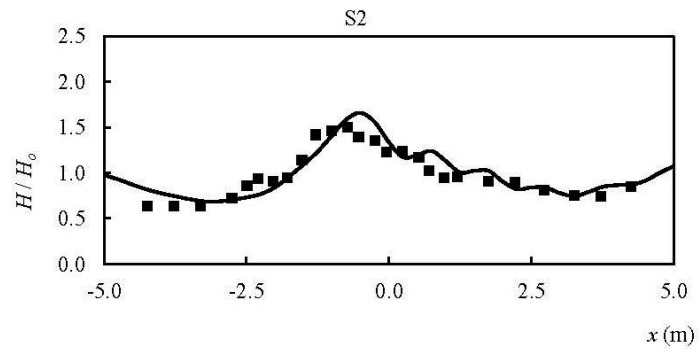
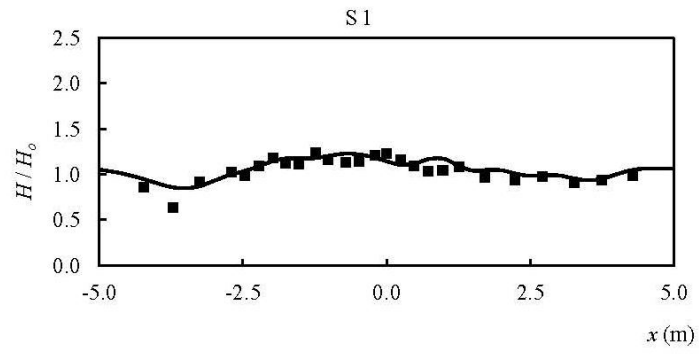
Ακολουθεί η επαλήθευση του μοντέλου των CM14 για τη διδιάστατη (2DH) διάδοση απλών και σύνθετων κυματισμών με ή χωρίς θραύση για διάφορες διαμορφώσεις πυθμένα.

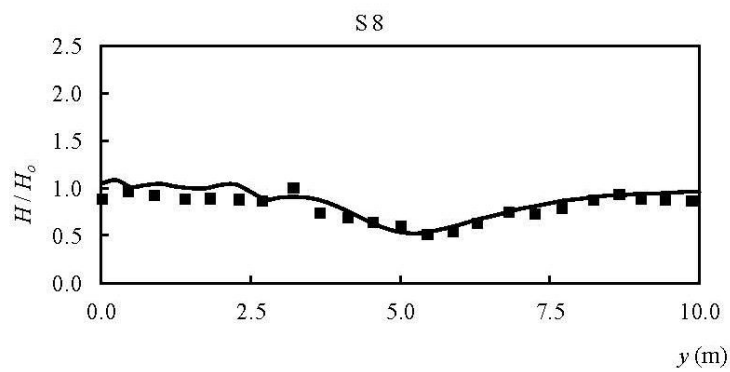
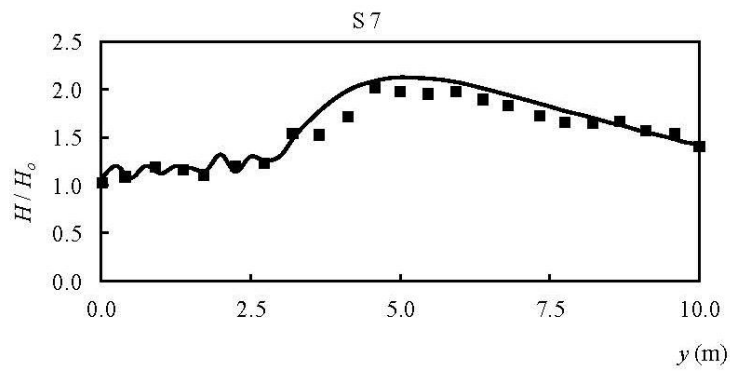
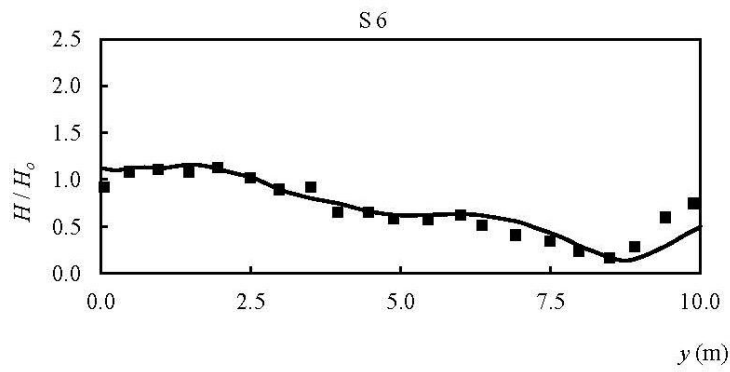
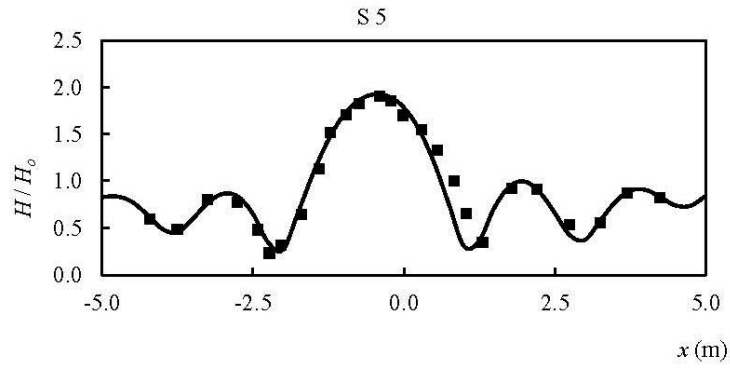
Αρχικά, για την περίπτωση των μονοχρωματικών κυματισμών, παρουσιάζεται το πείραμα των Berkhoff et al. (1982) και στη συνέχεια το πείραμα των Vincent and Briggs (1989). Στα σχήματα 6.10 και 6.12, παρουσιάζονται οι αντίστοιχες πειραματικές διατάξεις, ενώ στα σχήματα 6.11 και 6.13, τα αποτελέσματα της

επαλήθευσης του μοντέλου, από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του με τις αντίστοιχες μετρήσεις.



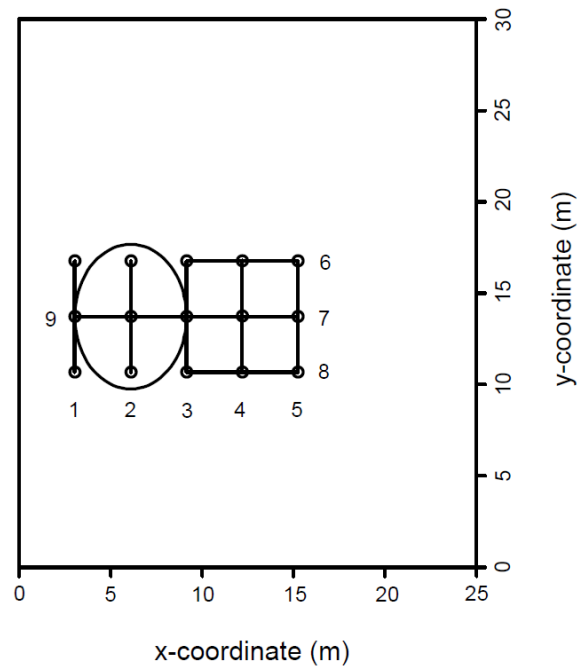
**Σχήμα 6.10:** Η πειραματική διάταξη και η βυθομετρία του πειράματος των Berkhoff *et al.* (1982) (ισοβαθείς σε m)





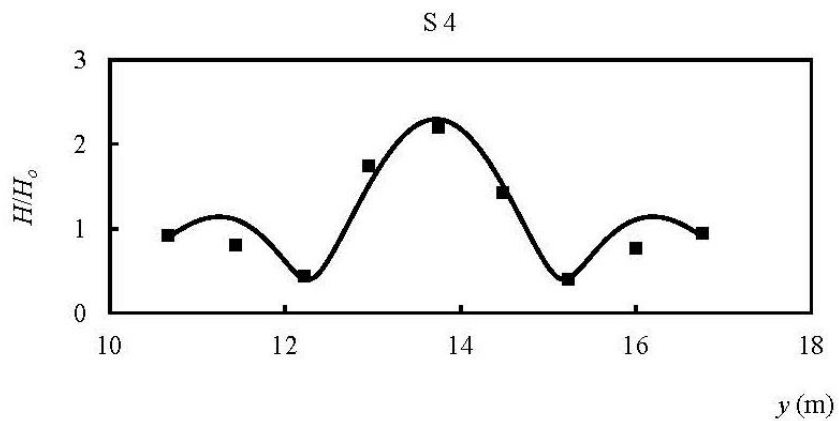
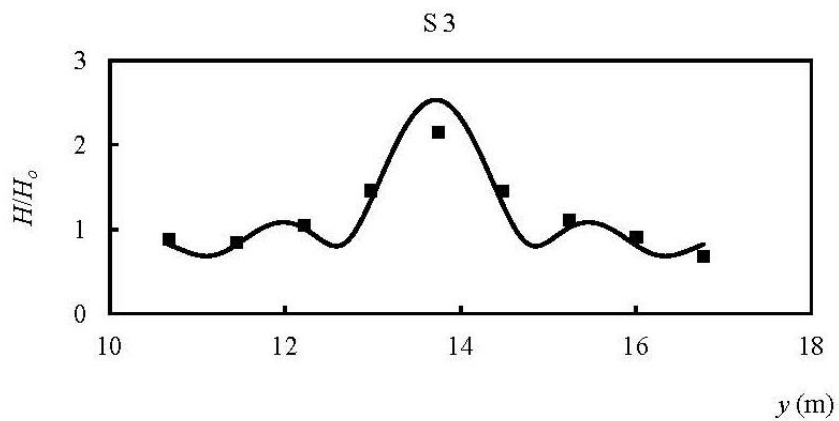
**Σχήμα 6.11:** Τα υπολογισμένα (συνεχείς γραμμές) και τα μετρημένα (σύμβολα) σχετικά ύψη κύματος για τους κυματισμούς του πειράματος των των Berkhoff et al. (1982)

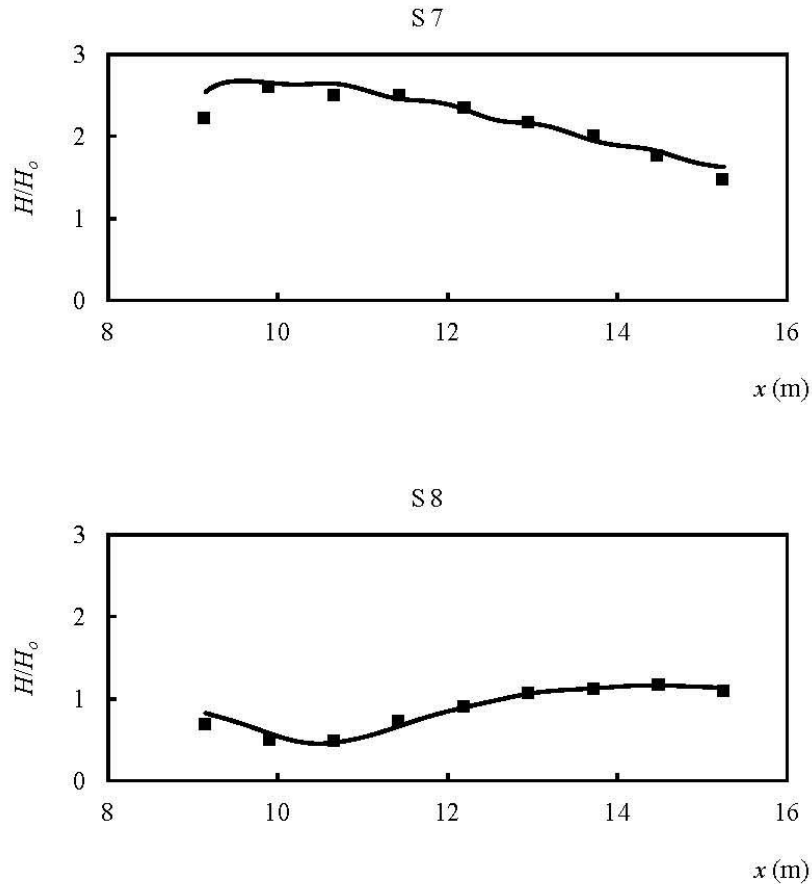




**Σχήμα 6.12:** Εργαστηριακή διάταξη του πειράματος των Vincent and Briggs (1989).

Οι κυματισμοί διαδίδονται κατά τη διεύθυνση x.



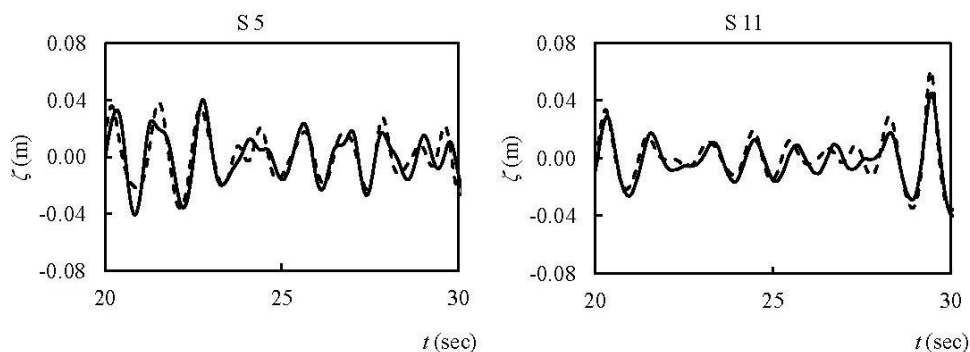


**Σχήμα 6.13:** Τα υπολογισμένα (συνεχείς γραμμές) και τα μετρημένα (σύμβολα) σχετικά ύψη κύματος για τους κυματισμούς του πειράματος των Vincent and Briggs (1989).

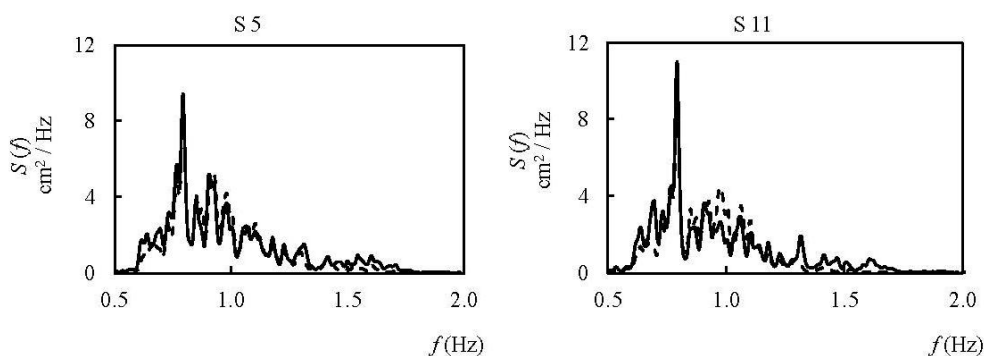
Στο σημείο αυτό θα εξεταστούν σύνθετοι κυματισμοί ενιαίου μετώπου, δηλαδή μονής κατευθυντικότητας (long crested), και πολυκατευθυντικοί (short crested) κυματισμοί. Τα πειράματα, τα οποία θα χρησιμοποιούν για την επαλήθευση του μοντέλου για κυματισμούς των ανωτέρω τύπων, είναι κάποια από τα πειράματα που διεξήχθησαν στο UK Coastal Research Facility at HR Wallingford (Memos et al., 2005). Τα πειράματα αυτά παρουσιάστηκαν, εν συντομία, στο κεφάλαιο 4.

Ειδικότερα, όσον αφορά στην επαλήθευση του μοντέλου των CM14 για την περίπτωση σύνθετων κυματισμών ενιαίου μετώπου, χρησιμοποιήθηκε το πείραμα R8-19 (Memos et al., 2005), στο οποίο το φάσμα στην κυματογεννήτρια αποτελούσε ένα φάσμα Jonswarp με  $\gamma=3.3$ ,  $T_p = 1.2$  s και  $H_s = 0.09$  m. Το βήμα του καννάβου του υπολογιστικού πεδίου (βλ. σχήμα 4.1) είναι  $dx=dy=0.05$  m και το χρονικό βήμα είναι  $dt=0.01$  s.

Στα σχήματα 6.14 και 6.15, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επαλήθευσης του μοντέλου, από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του με τις μετρήσεις του πειράματος R8-19.



**Σχήμα 6.14:** Χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας (Φάσμα Jonswar με  $\gamma=3.3$ ,  $T_p = 1.2$  s και  $H_s = 0.09$  m): (—) μετρήσεις πειράματος, (- -) αποτελέσματα μοντέλου των CM14



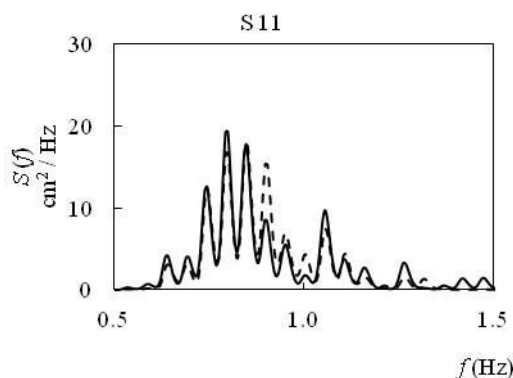
**Σχήμα 6.15:** Ενεργειακά φάσματα σύνθετων κυματισμών ενιαίου μετώπου (Φάσμα Jonswar με  $\gamma=3.3$ ,  $T_p = 1.2$  s και  $H_s = 0.09$  m): (—) μετρήσεις πειράματος, (- -) αποτελέσματα μοντέλου των CM14

Σημειώνεται ότι, παρόλο που η διάταξη των πειραμάτων του Wallingford ήταν 2DH, η σύγκριση, που παρουσιάστηκε παραπάνω, αναφέρεται σε ένα σχεδόν μονοδιάστατο πείραμα.

Προκειμένου να καλυφθεί μια γνήσια 2DH περίπτωση, η πειραματική δοκιμή OB-3, που διεξήχθη στην πειραματική διάταξη της δεξαμενής του Wallingford, χρησιμοποιείται για πλάγιους κυματισμούς ενιαίου μετώπου με φάσμα Jonswar στην

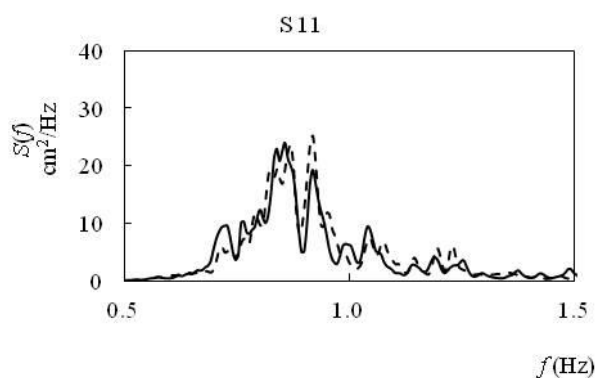
κυματογεννήτρια με  $\gamma=3.3$ ,  $T_p = 1.2$  s και  $H_s = 0.09$  m και γωνία πρόσπτωσης των κυματισμών στα βαθιά ίση με  $15^\circ$ .

Στο σχήμα 6.16 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επαλήθευσης του μοντέλου για το συγκεκριμένο πείραμα, όσον αφορά στο ενεργειακό φάσμα στον αισθητήρα S11.



**Σχήμα 6.16:** Ενεργειακό φάσμα σύνθετων κυματισμών ενιαίου μετώπου (πλάγιο Φάσμα Jonswar με  $\gamma=3.3$ ,  $T_p = 1.2$  s και  $H_s = 0.09$  m): (—) μετρήσεις πειράματος, (- -) αποτελέσματα μοντέλου των CM14

Στη συνέχεια, στο σχήμα 6.17, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επαλήθευσης του μοντέλου για το πείραμα R8-23, όσον αφορά στο ενεργειακό φάσμα στον αισθητήρα S11. Το πείραμα R8-23 προσομοιώνει τυχαίους πολυκατευθυντικούς κυματισμούς στην πειραματική διάταξη της δεξαμενής του Wallingford.



**Σχήμα 6.17:** Ενεργειακό φάσμα πολυκατευθυντικών (short crested) κυματισμών (Φάσμα Jonswar με  $\gamma=3.3$ ,  $T_p = 1.2$  s και  $H_s = 0.12$  m): (—) μετρήσεις πειράματος, (- -) αποτελέσματα μοντέλου των CM14

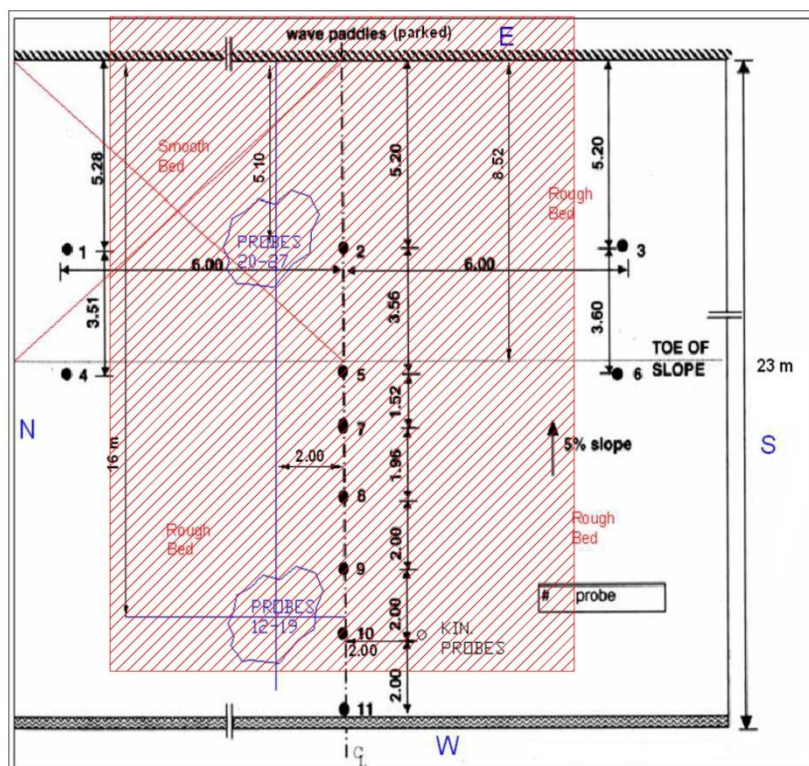
Από όλα τα παραπάνω διαγράμματα της §6.2.8, συμπεραίνεται μία ικανοποιητική συμφωνία των αποτελεσμάτων του εν λόγω μοντέλου με τις αντίστοιχες μετρήσεις από τα διάφορα πειράματα, που εξετάστηκαν.

Συνεπώς, το αριθμητικό μοντέλο Boussinesq των CM14 αποτελεί ένα ουσιαστικό εργαλείο για την αναπαραγωγή και προσομοίωση απλών και σύνθετων κυματισμών σε μία αλλά και δύο διαστάσεις.

### 6.3 Προσαρμογή του μοντέλου των Chondros and Memos (2014) για την προσομοίωση των κυματισμών του πειράματος N8-11

Το μοντέλο, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, είναι τον μοντέλο των CM14, το οποίο παρουσιάστηκε στην §6.2. Το τελευταίο προσαρμόστηκε για τις ανάγκες του πειράματος N8-11 του Wallingford, όπως αναφέρεται παρακάτω.

Από πειραματική διάταξη του σχήματος 4.1, επιλέγεται προς διερεύνηση ο διαγραμμισμένος χώρος, που φαίνεται στο σχήμα 6.18.



Σχήμα 6.18: Εργαστηριακή διάταξη πειράματος N8-11 του Wallingford και επιλεγμένο υπολογιστικό πεδίο.

Όπως προαναφέρθηκε, οι πολυκατευθυντικοί κυματισμοί, του πειράματος N8-11, έχουν περίοδο αιχμής  $T_p$  ίση με 0.8 s, σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  ίσο με 0.07 m, μέγιστο βάθος υδάτων ίσο με 0.8 m και γωνία πρόσπτωσης των κυματισμών στα βαθιά ίση με  $90^\circ$  ή, διαφορετικά, η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά σχηματίζει γωνία  $0^\circ$  με την κάθετο στην ακτογραμμή.

Τα αποτελέσματα του κώδικα Boussinesq των CM14 είναι χρονοσειρές ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας για κάθε σημείο του υπολογιστικού πεδίου και, συνεπώς, και στις θέσεις που βρίσκονται οι αισθητήρες προσδιορισμού κατευθυντικότητας των κυματισμών.

Το χρονικό βήμα του μοντέλου είναι ίσο με  $dt=0.01$  s και το χωρικό βήμα ίσο με  $dx=dy=0.05$  m. Το μοντέλο παρήγαγε αποτελέσματα για το ίδιο χρονικό διάστημα (819.2 s) των μετρήσεων του πειράματος με στόχο την ορθή σύγκριση των αποτελεσμάτων του μοντέλου με του πειράματος. Συνεπώς οι χρονοσειρές αποτελούνται από 81 920 δεδομένα, γεγονός που μαρτυρά τη χρονοβόρα διαδικασία απόκτησης των χρονοσειρών του μοντέλου.

### 6.3.1 Κυματογεννήτρια

Το φάσμα, που επιχειρήθηκε να παραχθεί στην κυματογεννήτρια, είναι ένα φάσμα Jonswap, με παράγοντα ενίσχυσης  $\gamma=3.3$ , όπως και στο πείραμα. Η γραφική παράσταση του προαναφερόμενου φάσματος παρουσιάστηκε στο σχήμα 4.4. Από το συγκεκριμένο φάσμα, ύστερα από αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier, προέκυψε η χρονοσειρά ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας στην κυματογεννήτρια του μοντέλου. Η χρονοσειρά αυτή αποτελεί και τα δεδομένα εισόδου στον κώδικα Boussinesq. Η διασπορά κατευθυντικότητας των κυματισμών που παράγει η κυματογεννήτρια προσδιορίζεται από τη σχέση (4.1):  $G(\theta) = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^2 \theta$ , όπου  $\theta$  από 0 έως  $2\pi$  rad. Η ανύψωση αυτή της ελεύθερης επιφάνειας και η διασπορά κατευθυντικότητας, από τη σχέση 4.1 για  $\theta$  από 0 έως  $2\pi$  rad, αντιστοιχεί σε κάθε κελί της γραμμικής κυματογεννήτριας, στο οποίο αντιστοιχεί και ένα δισδιάστατο φάσμα. Σημειώνεται ότι το δισδιάστατο ενεργειακό φάσμα χωρίζεται σε 190 διαστήματα ως προς τις συχνότητες και 8 διαστήματα ως προς τις διευθύνσεις.

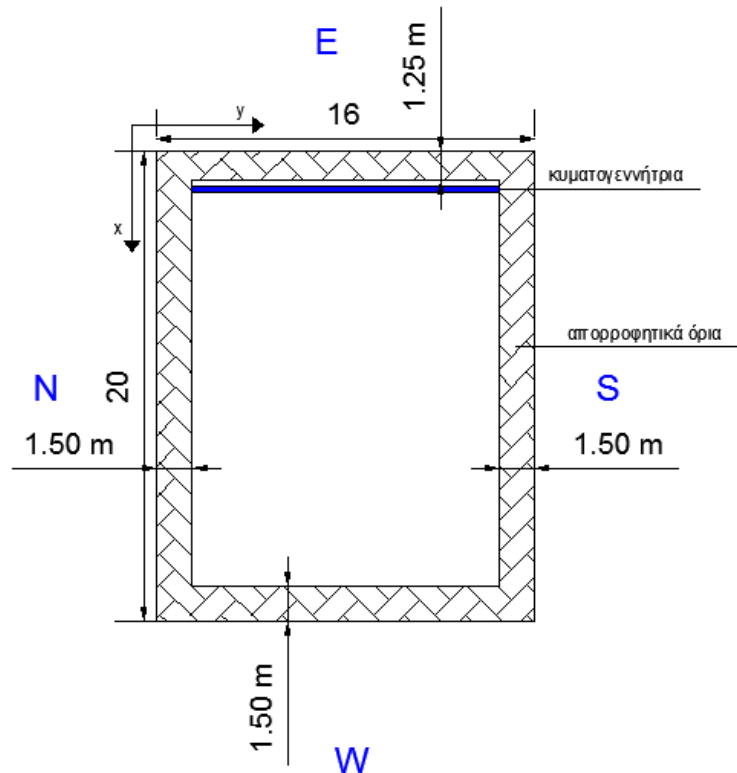
Θα ήταν, ωστόσο, πιο δόκιμο τα δεδομένα εισόδου στον κώδικα Boussinesq να αποτελούν οι χρονοσειρές ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας - μετρήσεις του πειράματος σε μία θέση αμέσως κατάντη της κυματογεννήτριας. Στο πείραμα, όμως, δεν υπάρχει ένας τέτοιος αισθητήρας (δηλ. αμέσως κατάντη της κυματογεννήτριας και ανάντη των αισθητήρων στάθμης) για να γίνει κάτι τέτοιο. Οι αποκλίσεις συνεπώς μεταξύ αποτελεσμάτων μοντέλου και μετρήσεων πειράματος γίνονται πιο πιθανές, καθώς άλλους κυματισμούς επιχειρείται να παράγει η κυματογεννήτρια του πειράματος και άλλους τελικά παράγει.

### 6.3.2 Παραδοχές και οριακές συνθήκες του μοντέλου για το πείραμα

Το δισδιάστατο μη γραμμικό μοντέλο, που χρησιμοποιείται στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, φέρει τις παραδοχές των μοντέλων Boussinesq, δηλαδή τις συνθήκες αστρόβιλης ροής, ιδεατού, ασυμπίεστου ρευστού κ.α.. Παρόλο τις παραπάνω παραδοχές, στο εν λόγω μοντέλο προστέθηκαν επιπλέον στοιχεία, όπως η τριβή του πυθμένα, η τεχνητή διάχυση και η θραύση κυματισμών με ένα μοντέλο τυρβώδους συνεκτικότητας σε δύο διαστάσεις (βλ. §6.2.7).

Όσον αφορά τις οριακές συνθήκες του μοντέλου, τίθενται τέσσερα απορροφητικά όρια, ένα για την κάθε μία πλευρά του υπολογιστικού πεδίου. Τα απορροφητικά όρια αποκλείουν την ανάκλαση και την γένεση των κυματισμών σε αυτά. Προσομοιώνονται με στοιβάδες με κατάλληλο ενεργό πορώδες, επιτρέποντας την ομαλή διάδοση των κυματισμών, χωρίς τα παραπάνω φαινόμενα. Η απορροφητική στοιβάδα (όριο) στη νότια, βόρεια και δυτική πλευρά έχει πάχος 1.5 m, ενώ η ανατολική απορροφητική στοιβάδα (όριο) έχει πάχος 1.25 m. Για τα τέσσερα αυτά απορροφητικά όρια, ισχύει η εξίσωση (6.45), ενώ αντανακλαστικά όρια δεν υπάρχουν.

Στο σχήμα 6.19, παρουσιάζεται ένα σκαρίφημα του υπολογιστικού πεδίου, στο οποίο φαίνονται τα απορροφητικά όρια, τα πάχη τους και η θέση της κυματογεννήτριας ( $x_s=1.5$  m).



**Σχήμα 6.19:** Σκαρίφημα του υπολογιστικού πεδίου

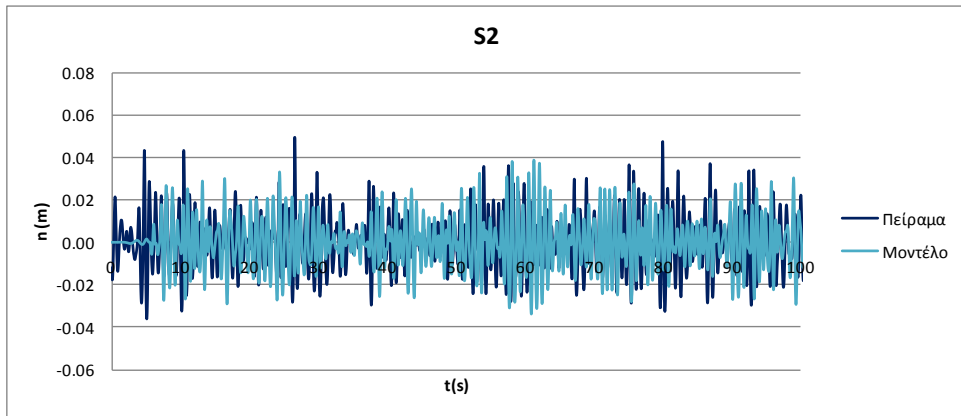
### 6.3.3 Βαθμονόμηση μοντέλου

Κατά τη βαθμονόμηση του μοντέλου, προσδιορίζονται κατάλληλα κάποιοι συντελεστές, με στόχο τη συμφωνία των αποτελεσμάτων του μοντέλου με τις αντίστοιχες μετρήσεις του πειράματος εφαρμογής. Ενδεικτικά αναφέρονται τα παρακάτω.

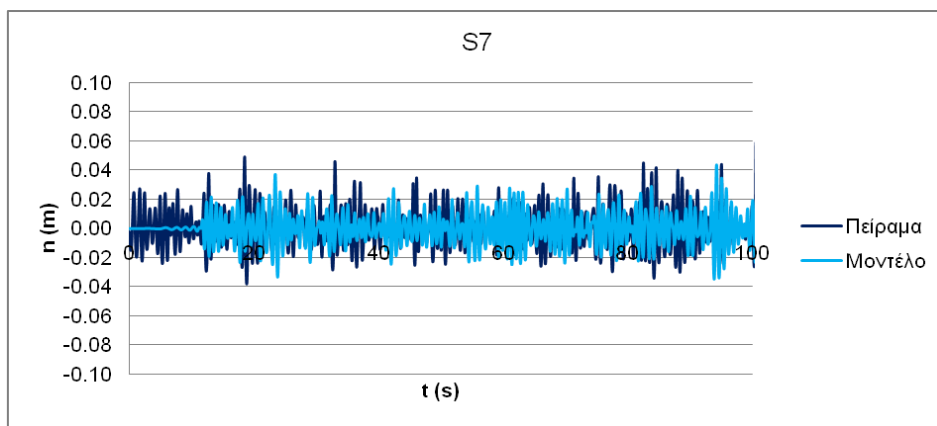
Η συνάρτηση πηγής προσδιορίζεται από τη σχέση (6.39), η οποία πολλαπλασιάζεται με το συντελεστή 36, δηλαδή ισχύει  $f_s(x, y, t) = 36 F(y, t) \exp(-\beta_s(x - x_s)^2)$ , ώστε οι χρονοσειρές ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας των αισθητήρων S2, S7 και S10 να είναι κοντά με τις αντίστοιχες μετρήσεις. Οι μετρητές αυτοί επιλέχθηκαν ενδεικτικά.

Στα σχήματα 6.20, 6.21 και 6.22, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης των ανυψώσεων της ελεύθερης επιφάνειας του μοντέλου με τα αντίστοιχα του πειράματος.

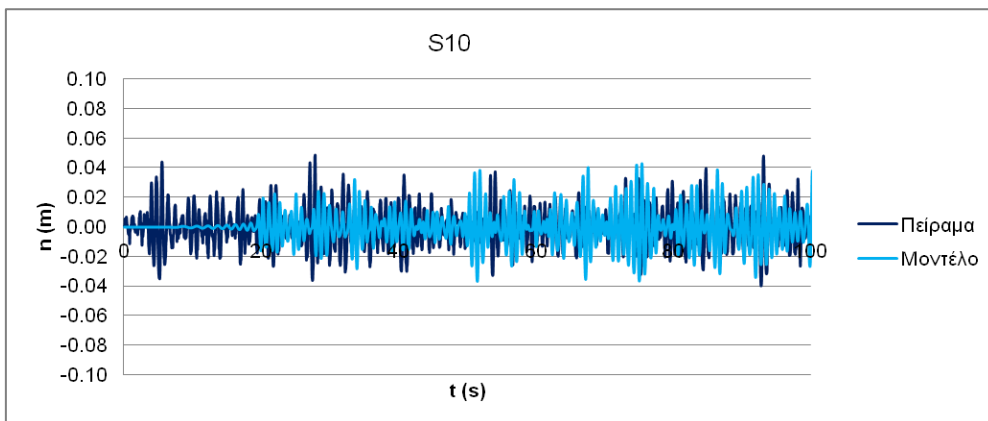




**Σχήμα 6.20:** Σύγκριση των ανυψώσεων της ελεύθερης επιφάνειας του αισθητήρα S2 του μοντέλου με τις αντίστοιχες του πειράματος.



**Σχήμα 6.21:** Σύγκριση των ανυψώσεων της ελεύθερης επιφάνειας του αισθητήρα S7 του μοντέλου με τις αντίστοιχες του πειράματος.

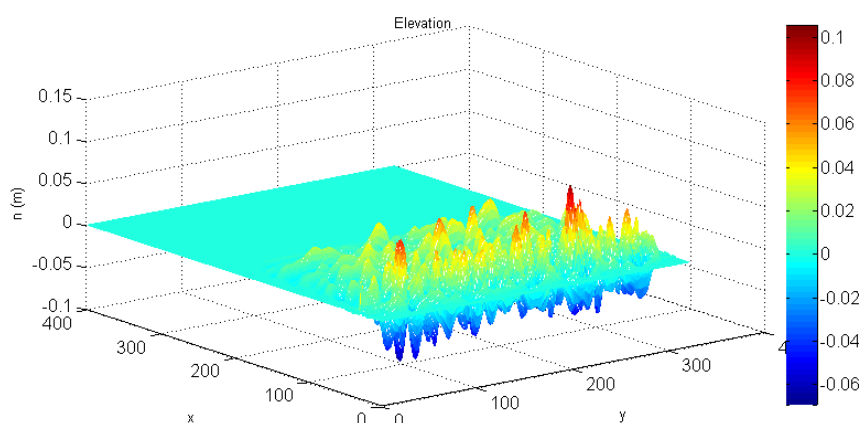


**Σχήμα 6.22:** Σύγκριση των ανυψώσεων της ελεύθερης επιφάνειας του αισθητήρα S10 του μοντέλου με τις αντίστοιχες του πειράματος.

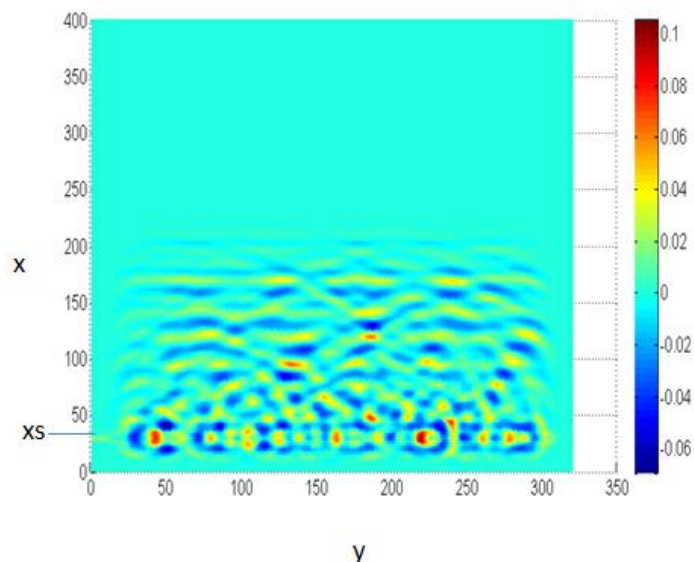
Από την παραπάνω διαδικασία σύγκρισης, συμπεραίνεται μία ικανοποιητική συμφωνία του πειράματος με το μοντέλο.

### 6.3.4 Αποτελέσματα μοντέλου για το πείραμα

Στη συγκεκριμένη παράγραφο, παρουσιάζονται κάποια από τα αποτελέσματα του μοντέλου, τα οποία περιγράφουν την εικόνα του κυματικού πεδίου, όπως αυτό διαμορφώνεται από τους τυχαίους πολυκατευθυντικούς κυματισμούς του πειράματος N8-11. Συγκεκριμένα στα σχήματα 6.23 παρουσιάζεται η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στον χώρο για δεδομένες χρονικές στιγμές:



**Σχήμα 6.23:** Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στο χώρο για  $t=10$  s (τρισδιάστατη απεικόνιση)

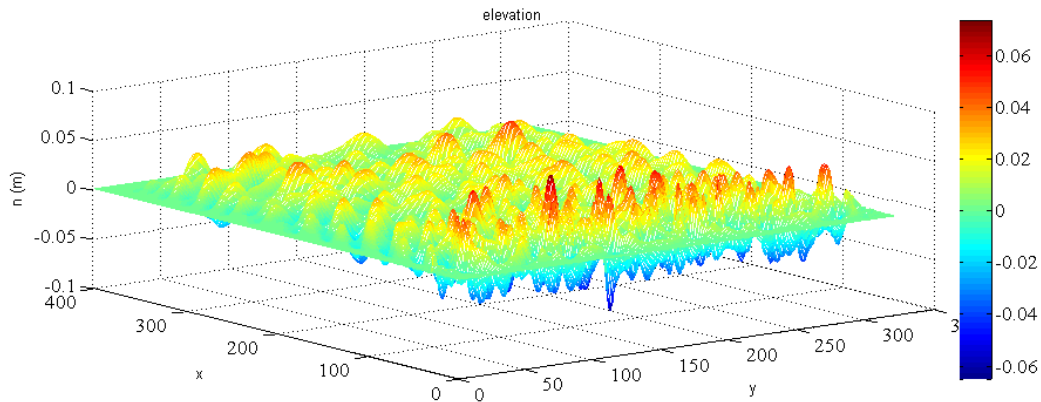


**Σχήμα 6.24:** Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στο χώρο για  $t=10$  s (κάτοψη)

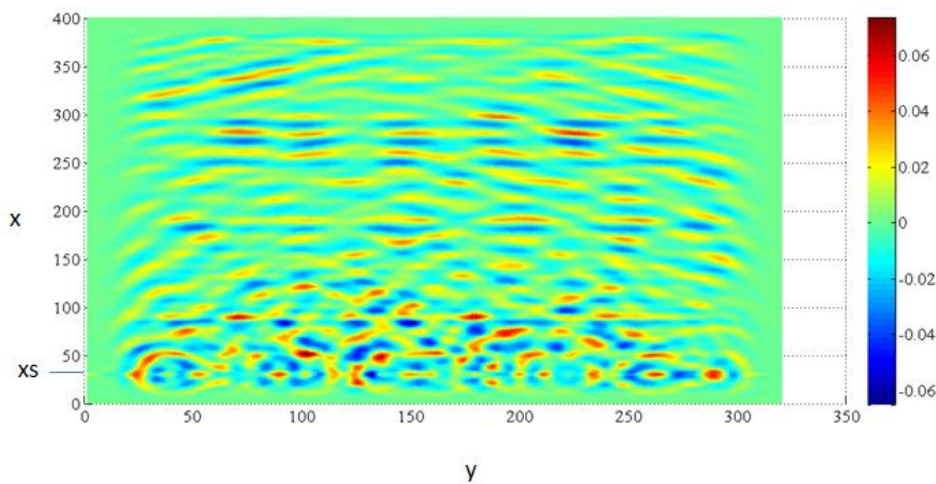
Από τα σχήματα 6.23 και 6.24 παρατηρείται η μορφή των παραγόμενων τυχαίων πολυκατευθυντικών κυματισμών στην κυματογεννήτρια/ πηγή και η διάδοσή τους κατάντη. Στα πρώτα 10 s, ωστόσο, οι κυματισμοί δεν έχουν προλάβει να διαδοθούν

σε όλο το πεδίο. Επίσης, παρατηρείται η έντονη διαταραχή της ελεύθερης επιφάνειας στην περιοχή της κυματογεννήτριας και τη γειτνιάζουσα περιοχή.

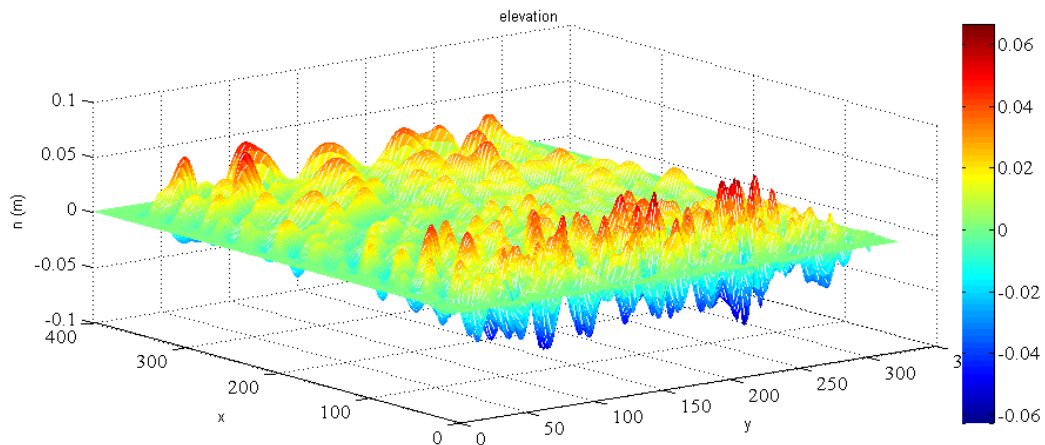
Ακολουθούν τα σχήματα 6.25 και 6.26, που παρουσιάζουν τα αποτελέσματα της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας στο χώρο για τα πρώτα 50 s και τα σχήματα 6.27 και 6.28 που παρουσιάζουν τα αποτελέσματα για τα 200 s.



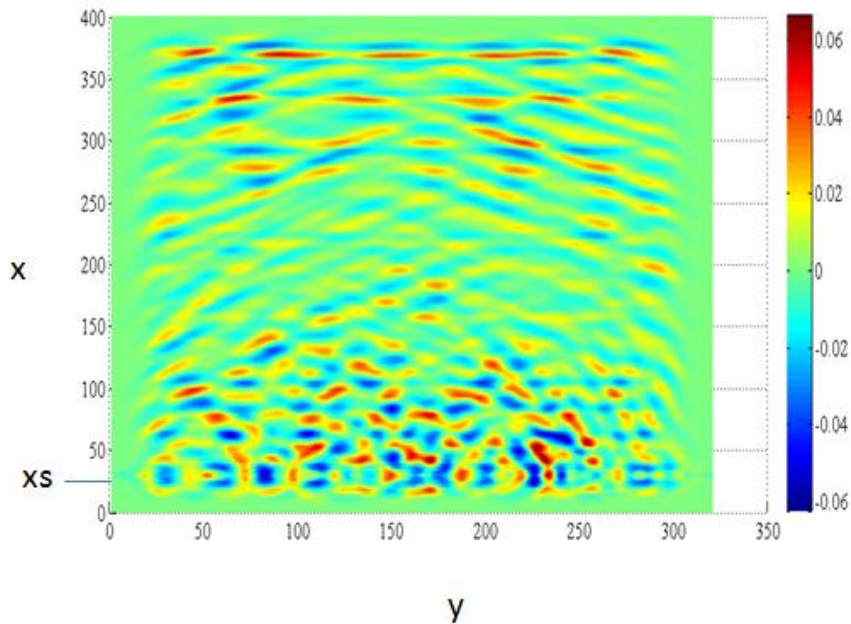
**Σχήμα 6.25:** Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στο χώρο για  $t=50$  s  
(τριδιάστατη απεικόνιση)



**Σχήμα 6.26:** Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στο χώρο για  $t=50$  s (κάτοψη)



**Σχήμα 6.27:** Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στο χώρο για  $t=200$  s (τριδιάστατη απεικόνιση)

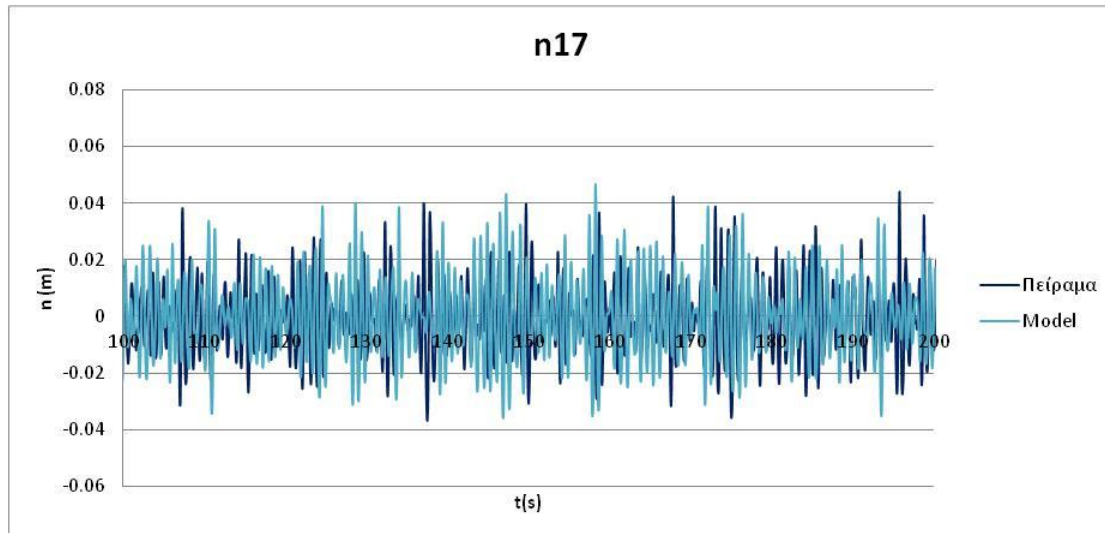


**Σχήμα 6.28:** Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας στο χώρο για  $t=200$  s (κάτοψη)

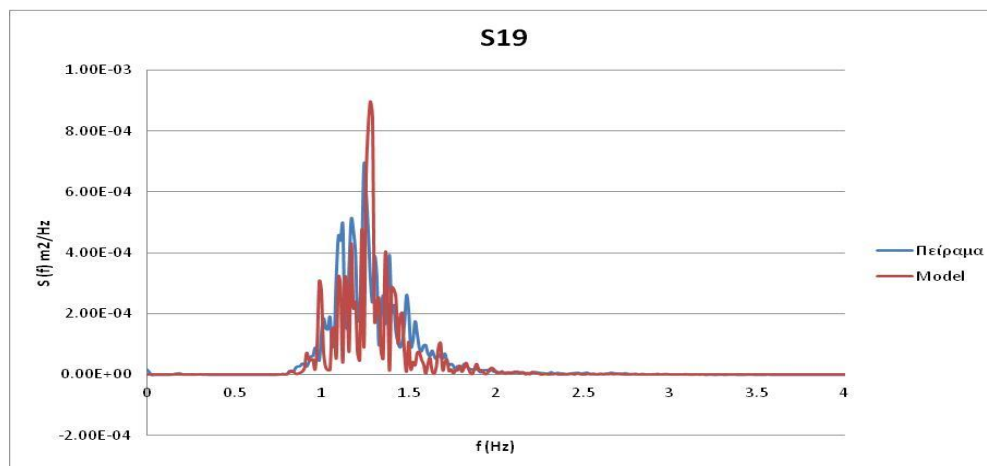
Από τα σχήματα 6.25 - 6.28, όπου οι κυματισμοί έχουν διαδοθεί σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, συμπεραίνεται ότι, ενώ οι κυματισμοί ξεκινούν με βραχύ μέτωπο ως πολυκατευθυντικοί κυματισμοί, όσο διαδίδονται κατάντη μετατρέπονται σε κυματισμούς ενιαίου μετώπου, δηλαδή μονής κατευθυντικότητας.

### 6.3.5 Επαλήθευση μοντέλου για το πείραμα

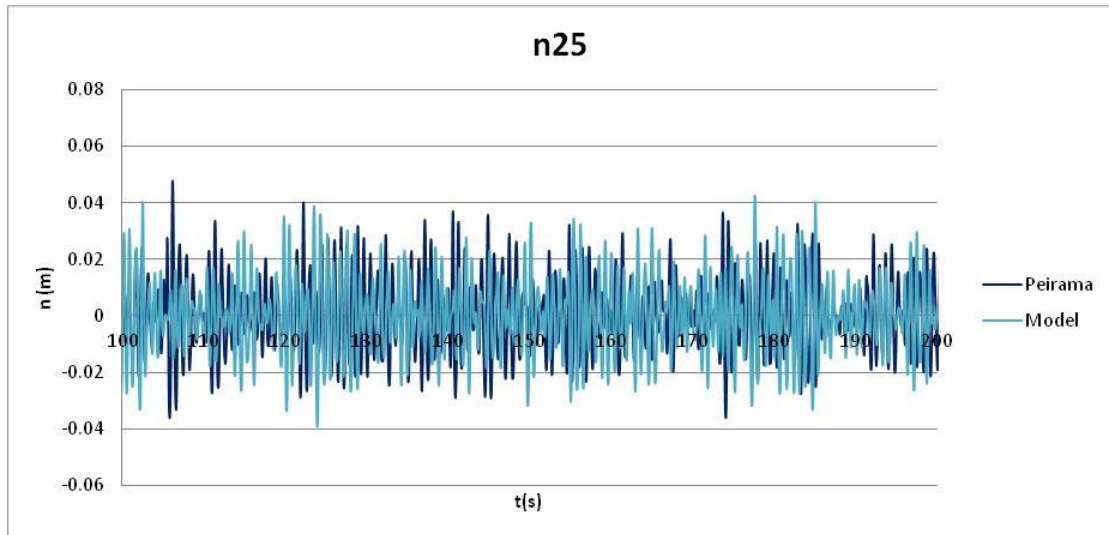
Για την επαλήθευση του μοντέλου, συγκρίνονται και εδώ κάποια από τα αποτελέσματα του μοντέλου με τα αντίστοιχα δεδομένα μετρήσεων από το εξεταζόμενο πείραμα. Οι συγκρίσεις αυτές επισημαίνονται ενδεικτικά στα σχήματα 6.23 και 6.24 για τα ενδιάμεσα νερά και στα σχήματα 6.25 και 6.26 για τα βαθιά νερά.



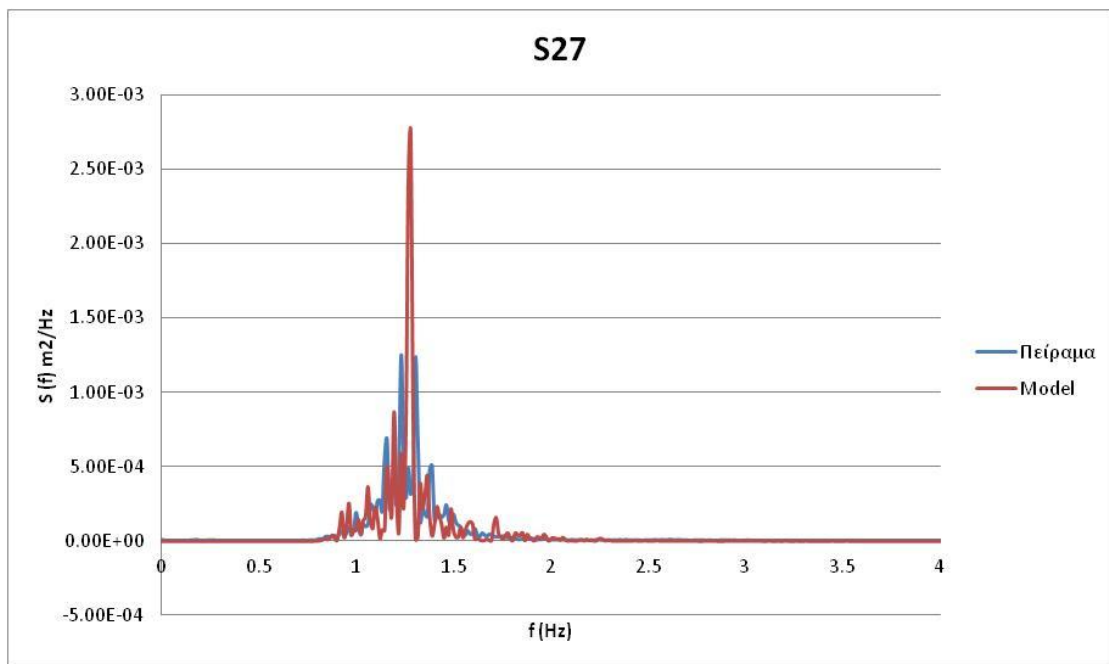
**Σχήμα 6.23:** Σύγκριση ανύψωσης ελεύθερης επιφάνειας στον αισθητήρα 17, στα ενδιάμεσα νερά, του μοντέλου με του πειράματος.



**Σχήμα 6.24:** Σύγκριση ενεργειακού φάσματος ως προς τις συχνότητες του αισθητήρα 19, στα ενδιάμεσα νερά, του μοντέλου με του πειράματος.



**Σχήμα 6.25:** Σύγκριση ανύψωσης ελεύθερης επιφάνειας στον αισθητήρα 25, στα βαθιά νερά, του μοντέλου με του πειράματος.



**Σχήμα 6.26:** Σύγκριση ενεργειακού φάσματος ως προς τις συχνότητες του αισθητήρα 27, στα ενδιάμεσα νερά, του μοντέλου με του πειράματος.

Η σχετικά καλή συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων του μοντέλου και των μετρήσεων του πειράματος, δείχνει ότι το μοντέλο των CM14, προσαρμοσμένο για τις ανάγκες του πειράματος N8-11, είναι ικανό να προσομοιώνει ικανοποιητικά τη διάδοση τυχαίων πολυκατευθυντικών κυματισμών.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup>

### ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ BOUSSINESQ

#### 7.1 Εισαγωγή

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου συνιστά η εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών, οι οποίες παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3, στα αποτελέσματα του μοντέλου Boussinesq και κατ' επέκταση ο προσδιορισμός των κατευθυντικών φασμάτων των κυματισμών που αναπαράγει το μοντέλο αυτό. Όπως και στο κεφάλαιο 5, στο οποίο οι μέθοδοι προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών εφαρμόστηκαν στις μετρήσεις του πειράματος N8-11 του Wallingford, οι ίδιες μέθοδοι εφαρμόστηκαν και στα αποτελέσματα του χρησιμοποιούμενου μοντέλου Boussinesq, που προσομοιώνει τους κυματισμούς του εν λόγω πειράματος. Όπως προαναφέρθηκε το χρησιμοποιούμενο μοντέλο στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αποτελεί το τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq των Chondros και Memos (2014), προσαρμοσμένο στις απαιτήσεις του πειράματος N8-11.

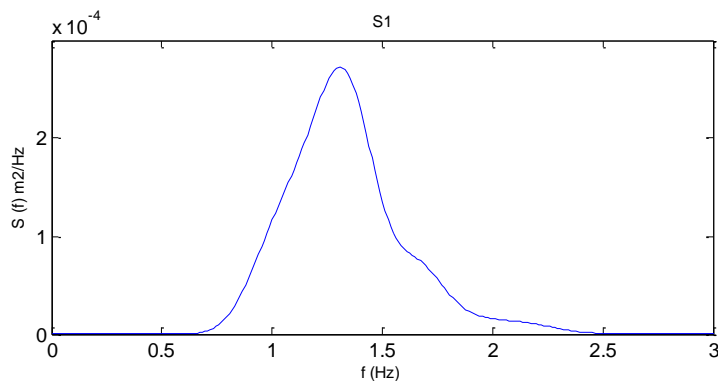
#### 7.2 Ανάλυση σύνθετων φασμάτων (cross-spectral analysis)

Πριν την εφαρμογή των μεθόδων στα αποτελέσματα του εν λόγω μοντέλου, κρίνεται απαραίτητη η αναφορά στην ανάλυση σύνθετων φασμάτων (cross-spectral analysis), τα οποία παρουσιάζουν καίριο ρόλο στον προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των κυματισμών.

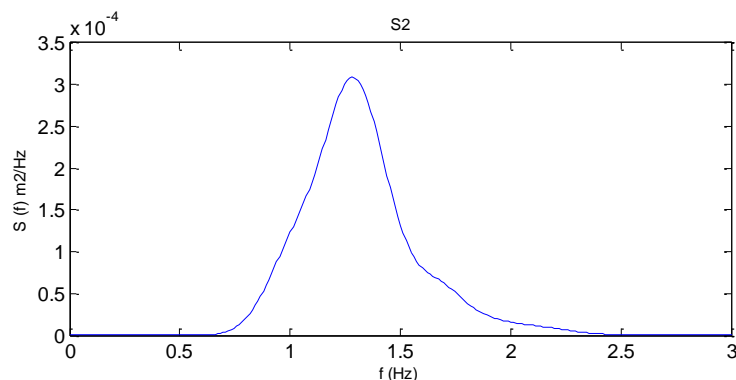
Επειδή οι χρονοσειρές των μετρήσεων του πειράματος N8-11 ήταν συνολικής διάρκειας 819.2 s, το μοντέλο παρήγαγε αποτελέσματα ανύψωσης για την ίδια χρονική διάρκεια. Ωστόσο, το χρονικό βήμα του μοντέλου είναι 0.01 s, ενώ του πειράματος ήταν 0.04 s. Συνεπώς, εκτυπώθηκαν τα αποτελέσματα του μοντέλου ανά 0.04 s και προέκυψαν, με αυτόν τον τρόπο, οι χρονοσειρές των αποτελεσμάτων του μοντέλου, στις οποίες θα εφαρμοστούν οι μέθοδοι προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών.

Κατά την ανάλυση σύνθετων φασμάτων, η οποία στηρίζεται σε μετασχηματισμούς Fourier (Jenkins and Watts, 1968), το μήκος των χρονοσειρών του μετασχηματισμού πρέπει να αποτελεί δύναμη του 2. Το μήκος των χρονοσειρών είναι 20480. Το νούμερο ισούται με  $20480=10 \times 2^{11}$ . Από τα 10 τμήματα μήκους  $2^{11}$ , προκύπτουν τα φάσματα των οποίων η συνάρτηση της ανάλυσης σύνθετων φασμάτων *cpsd* ενώνει για τον προσδιορισμό του σύνθετου φάσματος. Η συνάρτηση προσδιορισμού των απλών και σύνθετων φασμάτων είναι και εδώ η συνάρτηση (5.1).

Τα απλά (auto-spectra) και σύνθετα (cross-spectra) φάσματα, που προέκυψαν από τη συγκεκριμένη ανάλυση, είναι σαφώς διαφορετικά (α) για την περίπτωση της διάταξης μετρητών ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας και (β) για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy. Τα απλά φάσματα, για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης στα βαθιά, παρουσιάζονται ενδεικτικά στα σχήματα 7.1, 7.2 και 7.3.

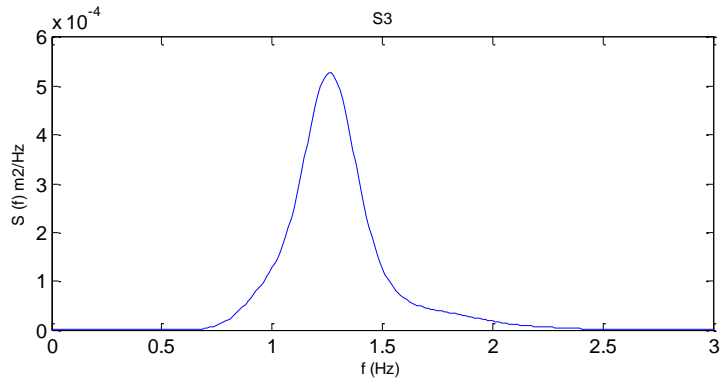


**Σχήμα 7.1:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας του μοντέλου στο αισθητήρα 25, με γραμμική παρεμβολή.



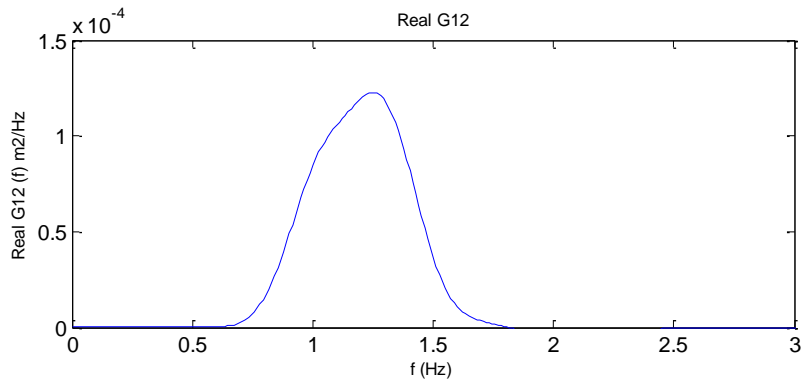
**Σχήμα 7.2:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας του μοντέλου στο αισθητήρα 26, με γραμμική παρεμβολή.



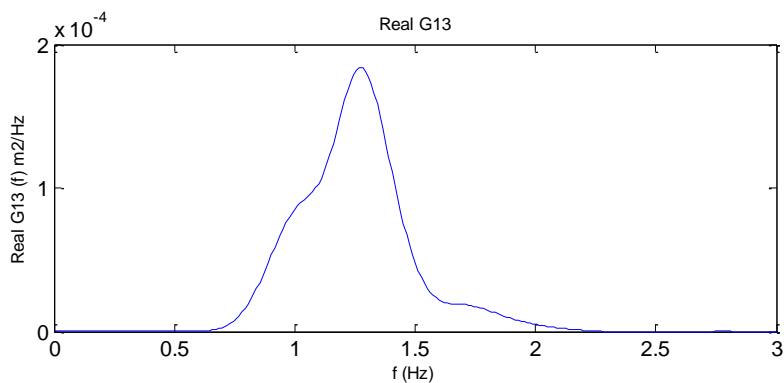


**Σχήμα 7.3:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας του μοντέλου στο αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

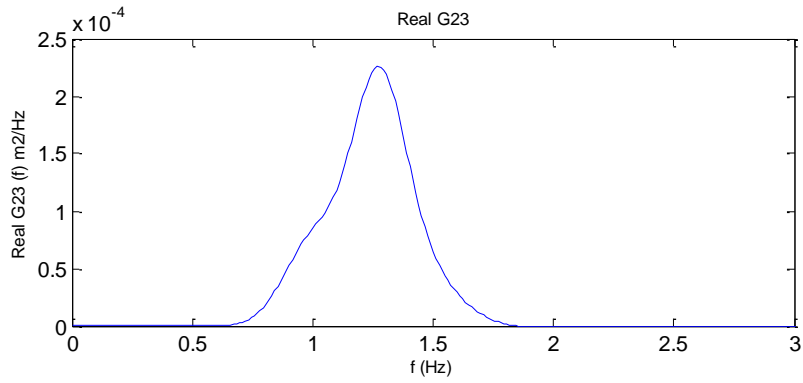
Στη συνέχεια, στα σχήματα 7.4 έως 7.5 και 7.6, παρουσιάζονται τα πραγματικά μέρη (co-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:



**Σχήμα 7.4:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 26, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.

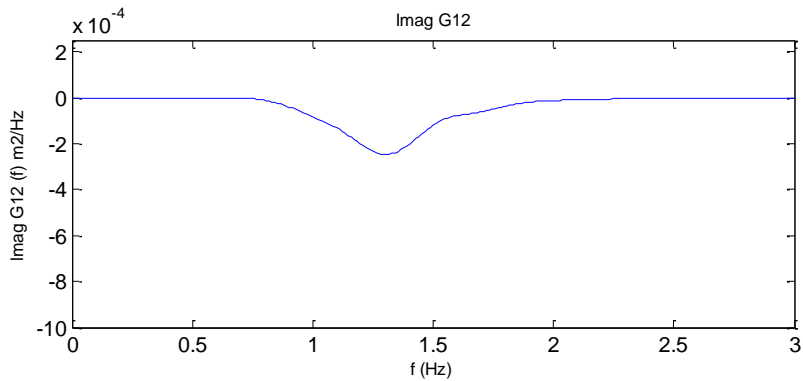


**Σχήμα 7.5:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 27, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.

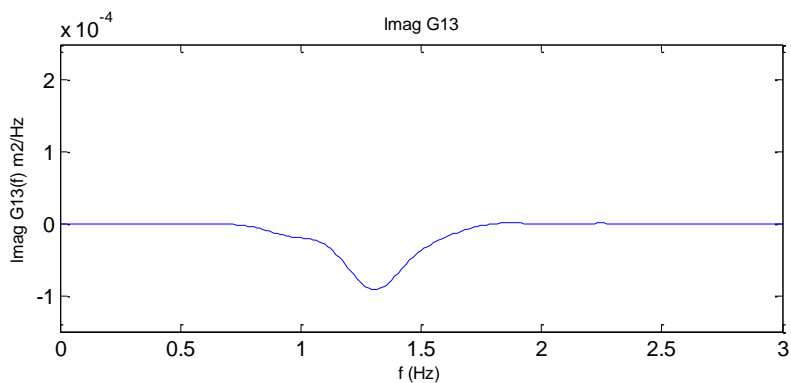


**Σχήμα 7.6:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 26 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 27, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.

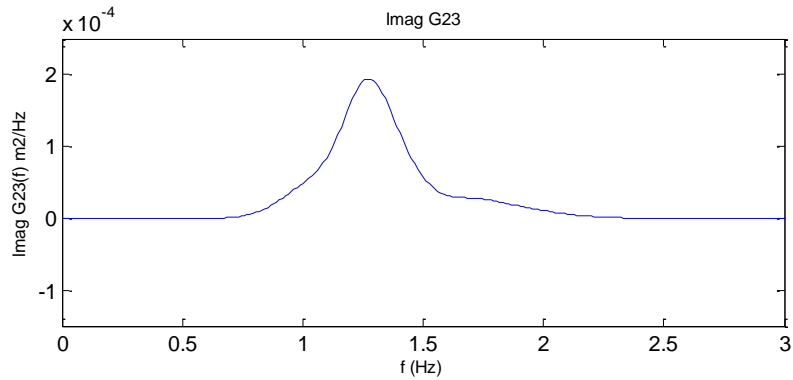
Ακολουθούν τα σχήματα 7.7, 7.8 και 7.9, στα οποία παρουσιάζονται τα φανταστικά μέρη (quad-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:



**Σχήμα 7.7:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 26, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.

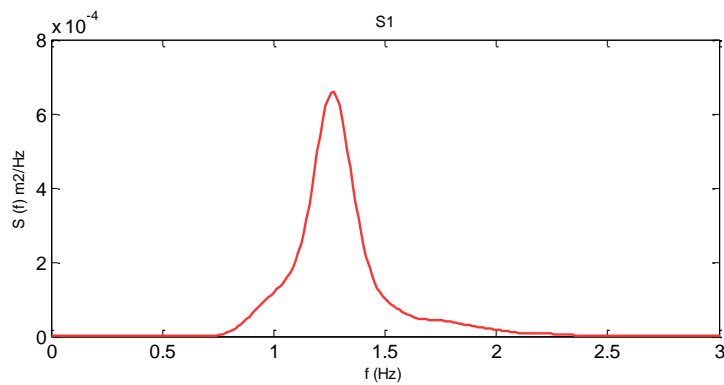


**Σχήμα 7.8:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 25 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 27, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.

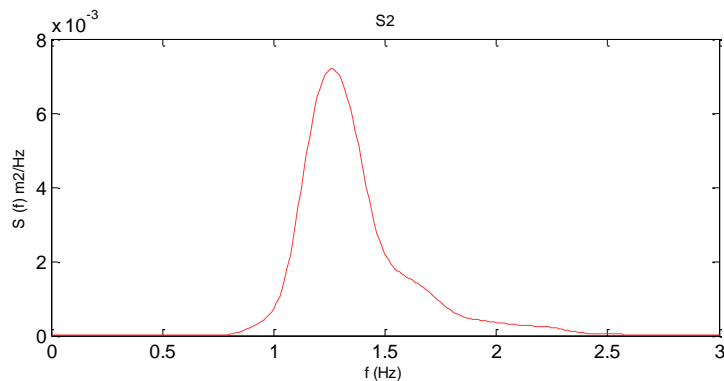


**Σχήμα 7.9:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 26 με τη χρονοσειρά στάθμης του αισθητήρα 27, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.

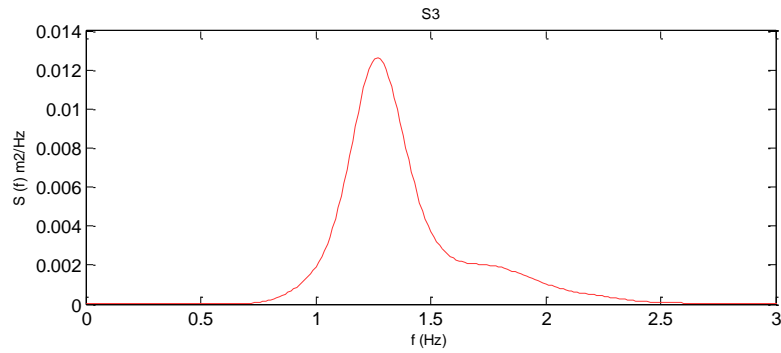
Για την περίπτωση των δεδομένων, που τροποποιήθηκαν, όπως το heave-pitch-roll buoy, παρουσιάζονται, ενδεικτικά, τα απλά φάσματα στα βαθιά στα σχήματα 7.10, 7.11 και 7.12:



**Σχήμα 7.10:** Απλό φάσμα για την χρονοσειρά της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας του μοντέλου στο αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

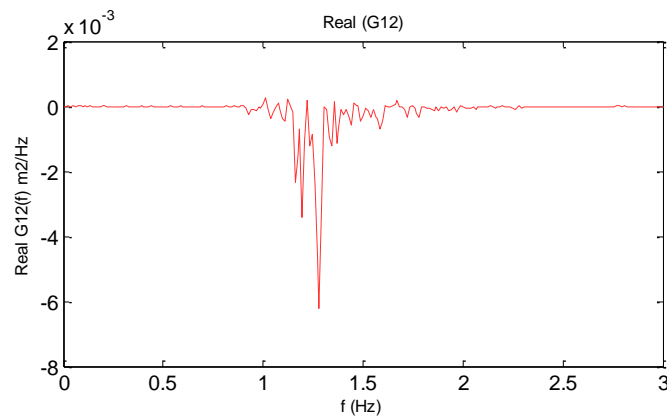


**Σχήμα 7.11:** Απλό φάσμα για την κλίση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τον άξονα x, του μοντέλου στη θέση του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

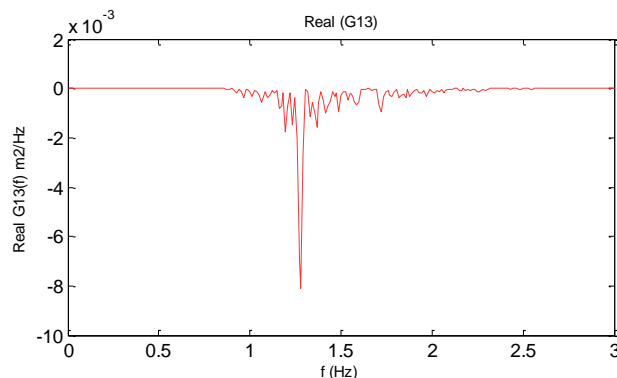


**Σχήμα 7.12:** Απλό φάσμα για την κλίση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ως προς τον άξονα  $y$ , του μοντέλου στη θέση του αισθητήρα 27, με γραμμική παρεμβολή.

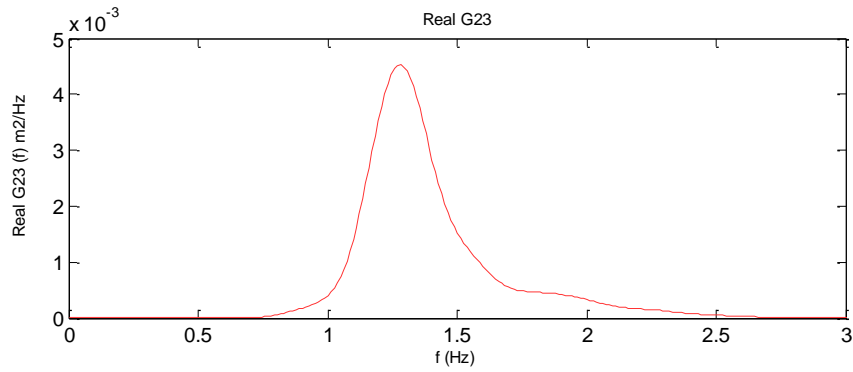
Στη συνέχεια, στα σχήματα 7.13 έως 7.14 και 7.15, παρουσιάζονται τα πραγματικά μέρη (co-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:



**Σχήμα 7.13:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς  $x$  στη θέση του αισθητήρα 27, του μοντέλου, χωρίς γραμμική παρεμβολή.

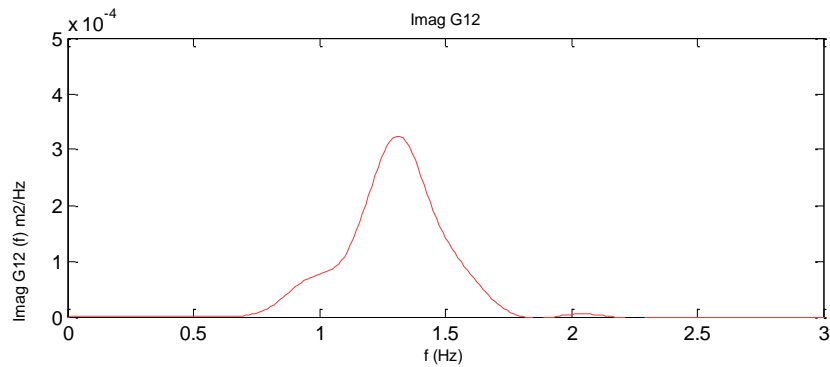


**Σχήμα 7.14:** Co-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς  $y$  στη θέση του αισθητήρα 27, του μοντέλου, χωρίς γραμμική παρεμβολή.

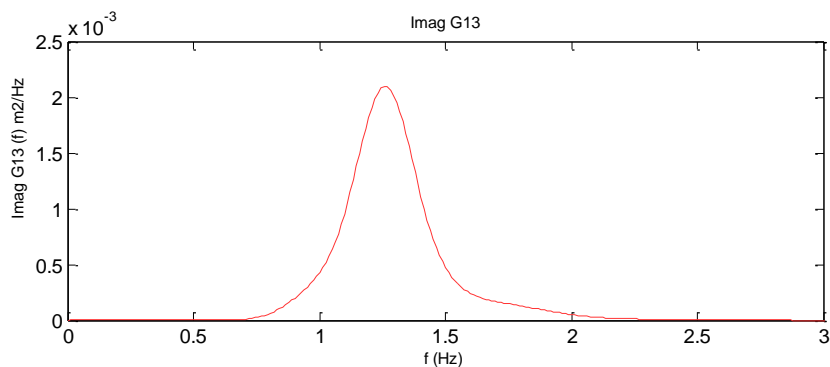


**Σχήμα 7.15:** Co-spectra της κλίσης στάθμης ως προς x με την κλίση της στάθμης ως προς y στη θέση του αισθητήρα 27, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.

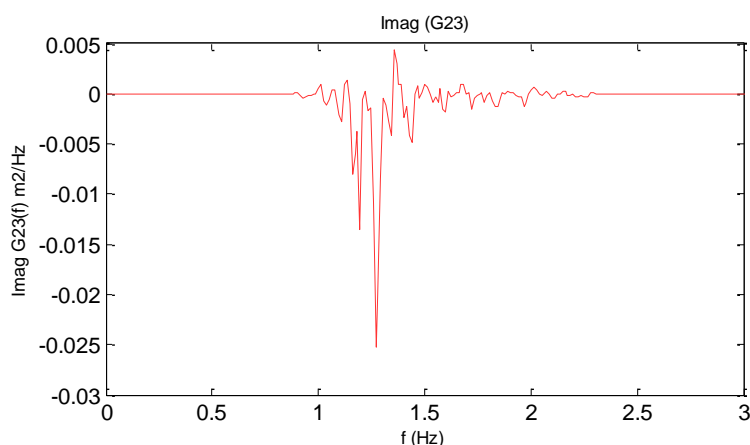
Ακολουθούν τα σχήματα 7.16, 7.17 και 7.18, στα οποία παρουσιάζονται τα φανταστικά μέρη (quad-spectra) των σύνθετων φασμάτων για την ίδια περίπτωση:



**Σχήμα 7.16:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς x στη θέση του αισθητήρα 27, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.



**Σχήμα 7.17:** Quad-spectra της χρονοσειράς στάθμης του αισθητήρα 27 με την κλίση της στάθμης ως προς y στη θέση του αισθητήρα 27, του μοντέλου, με γραμμική παρεμβολή.



**Σχήμα 7.18:** Quad-spectra της κλίσης στάθμης ως προς x με την κλίση της στάθμης ως προς y στη θέση του αισθητήρα 27, του μοντέλου, χωρίς γραμμική παρεμβολή.

Όπως σημειώθηκε παραπάνω, παρουσιάζονται ενδεικτικά τα φάσματα για τα βαθιά για τις περιπτώσεις της διάταξης των 3 μετρητών στάθμης και την περίπτωση όπως το heave-pitch-roll buoy.

Από τα παραπάνω σχήματα συμπεραίνεται ότι τα co-spectra,  $C_{12} = \text{Real}(G_{12})$  και  $C_{13} = \text{Real}(G_{13})$  και το quad-spectra,  $Q_{23} = \text{Imag}(G_{12})$ , είναι κοντά στο μηδέν και παλινδρομούν γύρω από αυτό για όλες τις συχνότητες εκτός από κάποιες ακραίες τιμές, το οποίο συμφωνεί με τις συνθήκες (3.12), (3.14) και (3.17). Η οδοντωτή μορφή των απλών και των σύνθετων φασμάτων, χωρίς γραμμική παρεμβολή, μπορεί να αποδοθεί στη συνάρτηση σύνθετων φασμάτων  $G_{xy}$  (5.1) η οποία δεν είναι ομαλή γκαουσιανή κατανομή αλλά έχει πολλές τοπικές κορυφές. Με γραμμική παρεμβολή, προκύπτουν πιο ομαλά φάσματα. Σημειώνεται, ωστόσο, ότι για την ακρίβεια και την ορθότητα των αποτελεσμάτων, δηλαδή των κατευθυντικών φασμάτων, τα απλά και σύνθετα φάσματα εισάγονται στους κώδικες των μεθόδων χωρίς γραμμική παρεμβολή, καθώς με την τελευταία χάνονται και αλλοιώνονται οι ακραίες τιμές. Στο συγκεκριμένο λόγο αποδίδεται και η οδοντωτή μορφή των κατευθυντικών φασμάτων ιδίως στην περιοχή των συχνοτήτων.

Στις επόμενες παραγράφους θα εφαρμοστούν και οι μέθοδοι του κεφαλαίου 3, για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy. Με τον τρόπο αυτό, θα παρουσιαστεί η μεθοδολογία και θα εξαχθούν συγκεκριμένα συμπεράσματα από τη σύγκριση των μεθόδων.

### 7.3 Εφαρμογή Μεθόδων

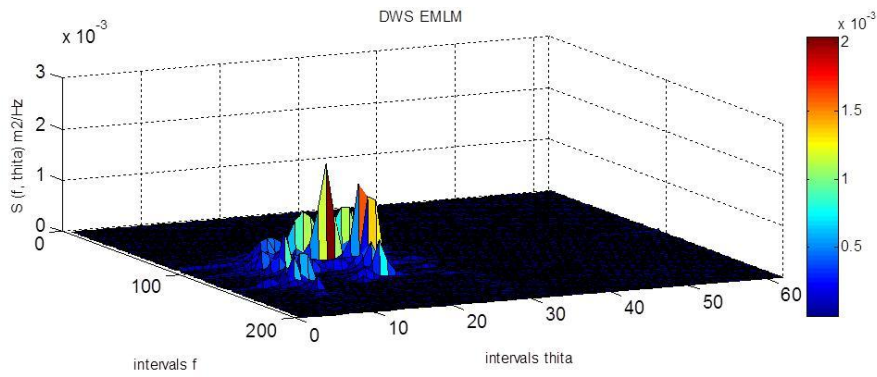
Από τις μεθόδους που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3, επιλέγονται, όπως και στο κεφάλαιο 5, τέσσερις. Μία από αυτές εφαρμόζονται στα δεδομένα των μετρήσεων του πειράματος N8-11 του Wallingford και οι υπόλοιπες τρεις στα δεδομένα, που προέκυψαν χειρονακτικά, όπως στην περίπτωση του heave-pitch-roll buoy (βλ §5.5), λόγω έλλειψης διαθέσιμων δεδομένων της συγκεκριμένης μορφής. Στις μεθόδους αυτές, συγκαταλέγονται η Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM) που εφαρμόζεται στις χρονοσειρές στάθμης και στις χρονοσειρές, που υπολογίστηκαν για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy και η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) και η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM), που εφαρμόζονται στις χρονοσειρές, που υπολογίστηκαν για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy.

Σημειώνεται ότι σε όλες τις μεθόδους, η διακριτοποίηση των συχνοτήτων γίνεται με βήμα 0.0122 Hz και των διευθύνσεων (γωνιών) με βήμα 0.1 rad.

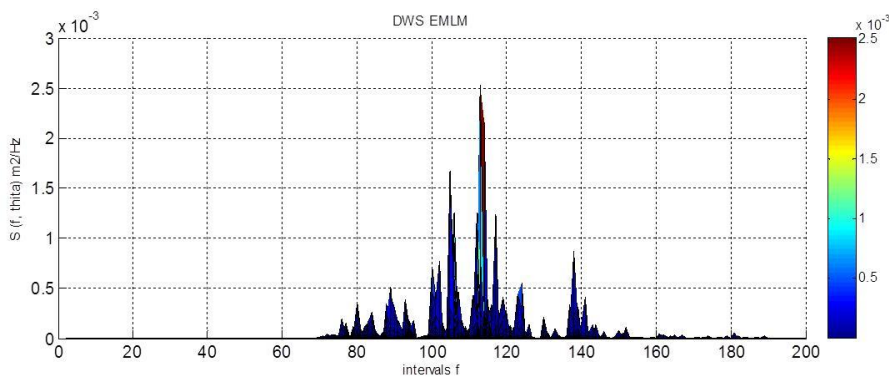
#### 7.3.1 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης

Η συγκεκριμένη μέθοδος παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 3 (συγκεκριμένα, στην §3.5.1). Στην παράγραφο, όμως, αυτή, θα παρουσιαστεί η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε στις χρονοσειρές της διάταξης των 3 αισθητήρων στάθμης, στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά. Η μεθοδολογία, σύμφωνα με τους Isobe *et al.* (1984), που ακολουθήθηκε για την εξαγωγή του κατευθυντικού φάσματος, είναι η ίδια με αυτή που παρουσιάστηκε στην §5.3.1 και για το λόγο αυτό δε θα σημειωθεί ξανά.

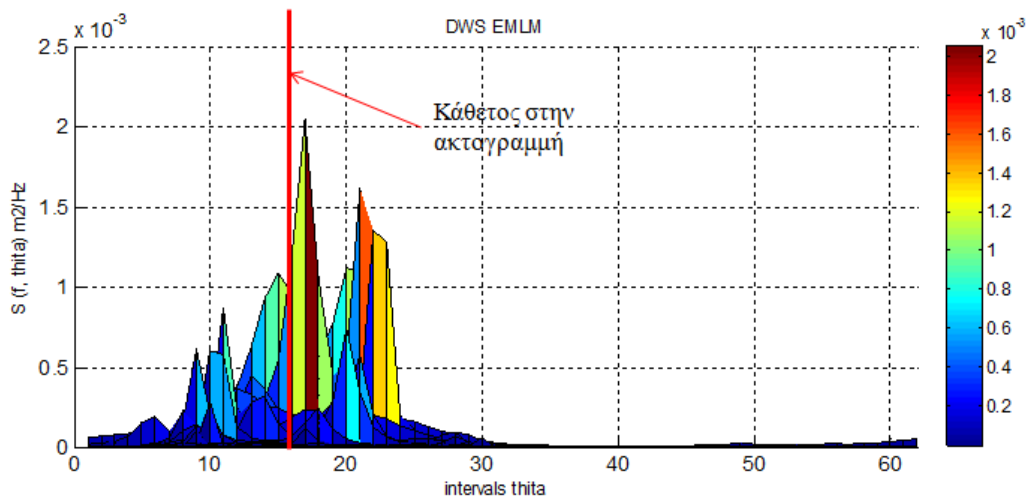
Με εφαρμογή, λοιπόν, της συγκεκριμένης μεθοδολογίας προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα, που παρουσιάζονται στα σχήματα 7.19, 7.20, 7.21 και 7.22 για τους κυματισμούς που αναπαράγονται από το μοντέλο για τα βαθιά νερά:



**Σχήμα 7.19:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων ( $\theta$  από 0 έως  $2\pi$  rad), για την διάταξη μετρητών στάθμης, του μοντέλου.

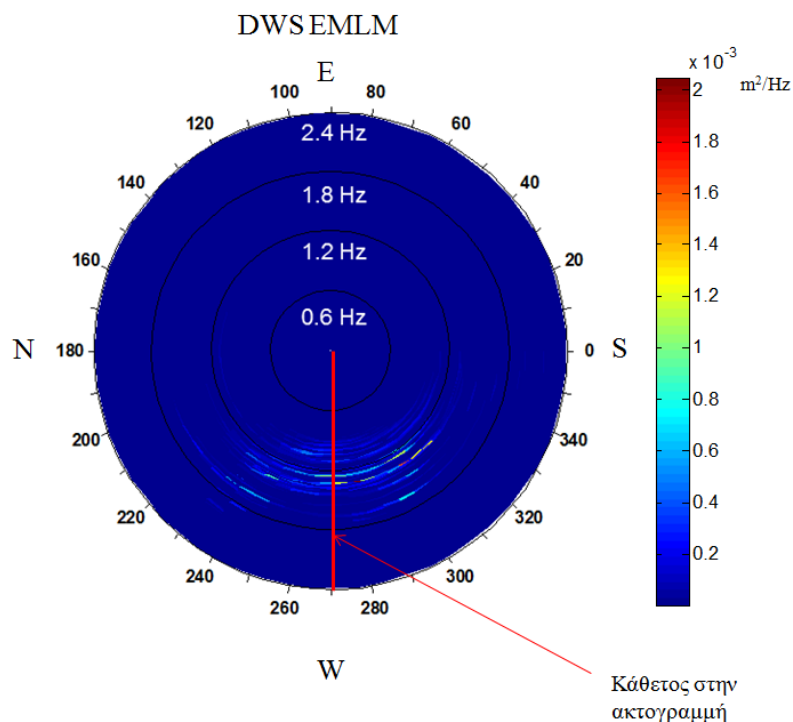


**Σχήμα 7.20:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων για την διάταξη μετρητών στάθμης, του μοντέλου.



**Σχήμα 7.21:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων για την διάταξη μετρητών στάθμης, του μοντέλου.





**Σχήμα 7.22:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (EMLM) στα βαθιά σε πολικές συντεταγμένες για την διάταξη μετρητών στάθμης, του μοντέλου.

Από τα σχήματα 7.19, 7.20, 7.21 και 7.22, που αποτελούν και αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου στα βαθιά νερά, συμπεραίνεται μία σχετικά ικανοποιητική εκτίμηση της κύριας διεύθυνσης διάδοσης των πολυκατευθυντικών κυματισμών της συγκεκριμένης περίπτωσης. Η κύρια αυτή διεύθυνση παρατηρείται στις  $97.5^\circ$  περίπου ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς, ενώ στην κυματογεννήτρια παράγονται κυματισμοί με διεύθυνση διάδοσης  $90^\circ$ . Στο μοντέλο, έχει θεωρηθεί μία ομοιόμορφη τριβή πυθμένα σε κάθε κελί του υπολογιστικού πεδίου, επομένως δεν υπάρχει διάθλαση. Η διεύθυνση εκτιμάται λίγο μεγαλύτερη από  $90^\circ$ . Η κάθετη πρόσπτωση των κυματισμών στη θέση των αισθητήρων στα βαθιά είναι η ορθή εκτίμηση της διεύθυνσης διάδοσής τους, ωστόσο, οι αποκλίσεις του μοντέλου από τις αναμενόμενες δεν είναι ιδιαίτερα αξιοσημείωτες. Το γεγονός αυτό ενισχύεται και από το μεγάλο βήμα διακριτοποίησης των γωνιών που είναι  $5.73^\circ$  περίπου, το οποίο δεν επιτρέπει υπολογισμό γωνιών με μεγαλύτερη ακρίβεια.

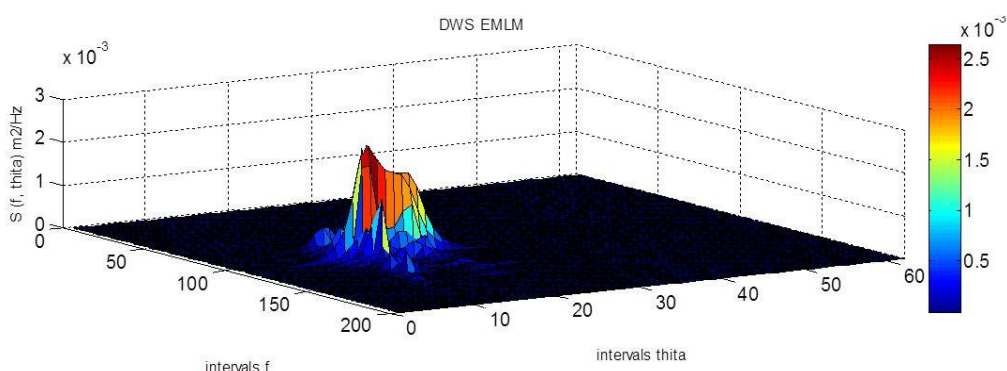
Όσον αφορά στο κατευθυντικό φάσμα, που παριστάνει την κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων, είναι παντού θετικό, το οποίο θεωρείται αποδεκτό, αφού αναφέρεται σε ενέργεια.

Σημειώνεται, επίσης, ότι η μέγιστη κυματική ενέργεια εκτιμάται σε  $2.058 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{Hz}$ .

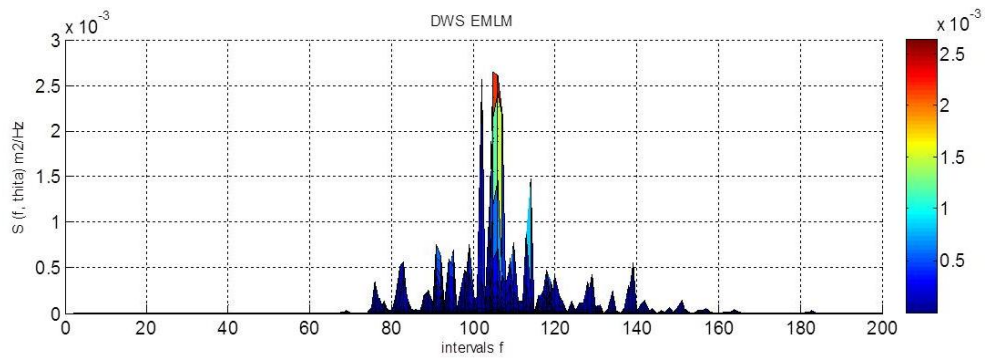
Συνεχίζοντας, η μη ομαλή κατανομή της κυματικής ενέργειας μπορεί να αποδοθεί στην κοντινή θέση των αισθητήρων στην κυματογεννήτρια (περίπου 5m), το οποίο μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα τη μη πλήρη ανάπτυξη της κυματικής μορφής στην περιοχή αυτήν. Συνεπώς, η κυματική μορφή δεν είναι ομαλή/ φυσιολογική, με αποτέλεσμα το μη ομαλό κατευθυντικό φάσμα (όχι ομαλή "καμπάνα"). Επίσης, η μη ομαλή κατανομή μπορεί να αιτιολογηθεί από την έλλειψη φίλτρου λείανσης/ γραμμικής παρεμβολής του φάσματος κατά τους μετασχηματισμούς Fourier στην χρονοσειρά ανύψωσης της επιφάνειας στην κυματογεννήτρια.

Ειδικότερα, όπως προαναφέρθηκε, η χρονοσειρά ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, η οποία αποτέλεσε τα δεδομένα εισόδου στο μοντέλο Boussinesq, προέκυψε από αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier του φάσματος Jonswap (βλ. σχήμα 4.4). Με μετασχηματισμό Fourier της χρονοσειράς αυτής προκύπτει το αρχικό φάσμα Jonswap. Ωστόσο, επειδή στους συγκεκριμένους μετασχηματισμούς δεν χρησιμοποιήθηκε κάποιο φίλτρο λείανσης/ γραμμικής παρεμβολής, το κατευθυντικό φάσμα, ιδίως στα βαθιά, είναι οδοντωτής μορφής.

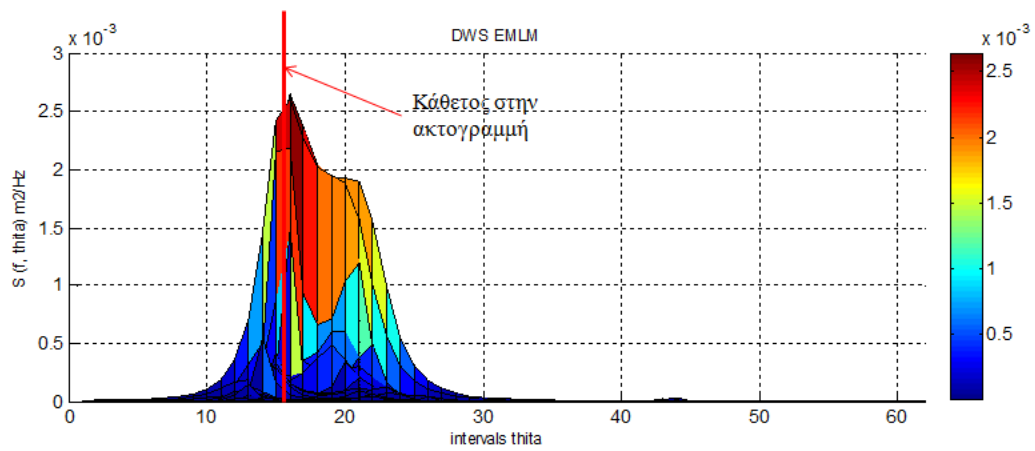
Με εφαρμογή, τώρα, της ίδιας μεθοδολογίας προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα, που παρουσιάζονται στα σχήματα 7.24, 7.25, 7.26 και 7.27 για τους κυματισμούς που αναπαράγονται από το μοντέλο για τη διάταξη μετρητών στα ενδιάμεσα νερά:



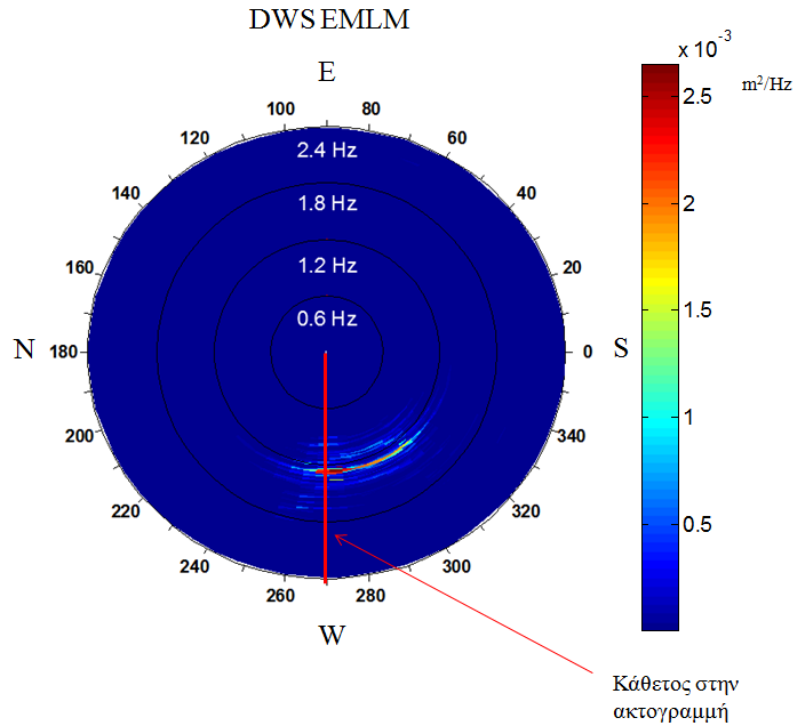
**Σχήμα 7.24:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων για την διάταξη μετρητών στάθμης στα ενδιάμεσα νερά, του μοντέλου.



**Σχήμα 7.25:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων για την διάταξη μετρητών στάθμης στα ενδιάμεσα νερά, του μοντέλου.



**Σχήμα 7.26:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διεθύνσεων για την διάταξη μετρητών στάθμης στα ενδιάμεσα νερά, του μοντέλου.



**Σχήμα 7.27:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) σε πολικές συντεταγμένες για την διάταξη μετρητών στάθμης στα ενδιάμεσα νερά

Από τα σχήματα 7.24, 7.25, 7.26 και 7.27, που αποτελούν και τα αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου στα ενδιάμεσα νερά, συμπεραίνεται η ικανοποιητική εκτίμηση της κύριας διεύθυνσης διάδοσης των πολυκατευθυντικών κυματισμών του πειράματος N8-11. Η κύρια διεύθυνση παρατηρείται στις  $92^\circ$  περίπου ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς, ενώ στην κυματογεννήτρια παράγονται κυματισμοί με διεύθυνση διάδοσης  $90^\circ$ . Το επιθυμητό αποτέλεσμα είναι, και στη θέση της κυκλικής διάταξης των αισθητήρων στα ενδιάμεσα νερά, η κατεύθυνση να εκτιμάται στις  $90^\circ$ , καθώς δεν υπάρχει διάθλαση. Ωστόσο, και οι  $92.0^\circ$  θεωρούνται ικανοποιητικής ακρίβειας, καθώς η απόκλιση είναι μόνο  $2^\circ$ . Όσον αφορά στο κατευθυντικό φάσμα, που παριστάνει την κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων, είναι παντού θετικό, το οποίο θεωρείται αποδεκτό, αφού αναφέρεται σε ενέργεια.

Σχετικά με τη μορφή της κατανομής, παρατηρείται να είναι πιο ομαλή και πιο αληθοφανής, γεγονός που μπορεί να αποδοθεί στο ότι οι κυματισμοί έχουν απομακρυνθεί αρκετά από την κυματογεννήτρια και, επομένως, η μορφή τους είναι

πλήρως ανεπτυγμένη. Τέλος, η μέγιστη κυματική ενέργεια εκτιμάται σε  $2.65 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{Hz}$ .

Στο σημείο αυτό, σημειώνεται ότι η γωνία, σε όλα τα διαγράμματα, κυμαίνεται από 0 έως  $2\pi \text{ rad}$  ή από 0 έως  $360^\circ$ .

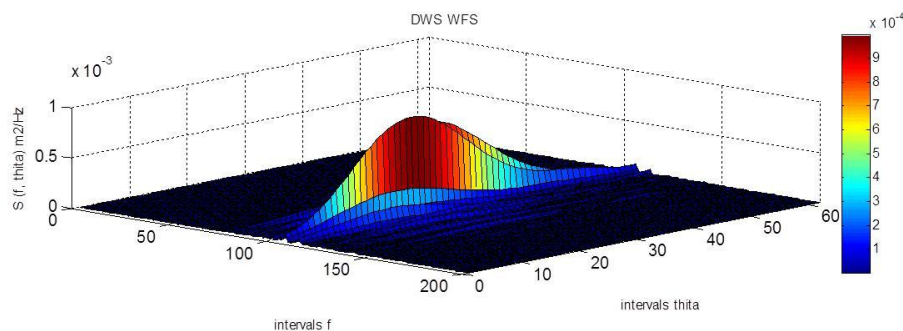
### 7.3.2 Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

Όλες οι παρακάτω μέθοδοι εφαρμόζονται στις χρονοσειρές της στάθμης και των κλίσεων της στάθμης ως προς τους δυο οριζόντιους, κάθετους μεταξύ τους, άξονες x και y. Όπως προαναφέρθηκε, οι χρονοσειρές των κλίσεων δεν προέκυψαν από άμεσες μετρήσεις, αλλά από μία χειρονακτική διαδικασία, που περιγράφεται στην παράγραφο 4.4.4.

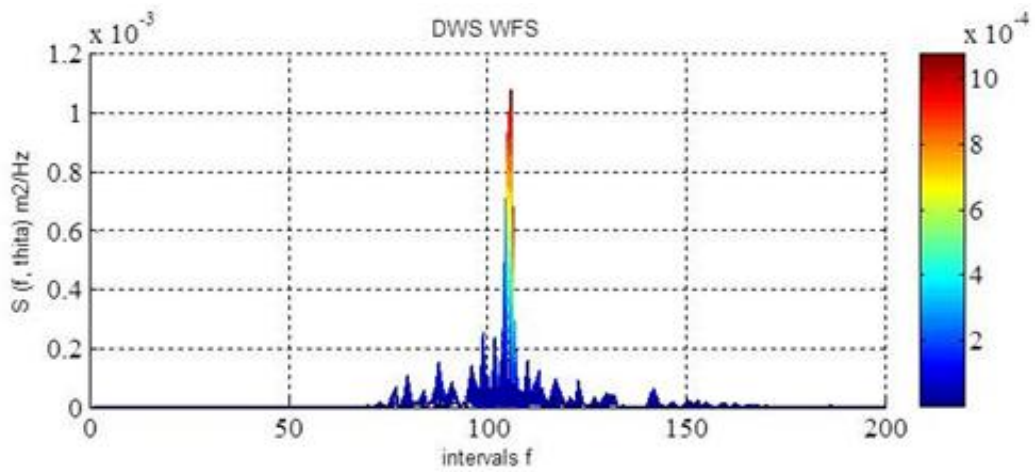
Η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) χρησιμοποιήθηκε, μετά τη Μέθοδο Αποκοπής Σειρών Fourier (TFS), για την άρση του προβλήματος εμφάνισης μερικών αρνητικών τιμών για την κυματική ενέργεια, κατά την εφαρμογή της δεύτερης. Για το λόγο αυτό, θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα μόνο της Σταθμισμένης Μεθόδου Σειρών Fourier.

Ο τύπος υπολογισμού του κατευθυντικού φάσματος με τη συγκεκριμένη μέθοδο είναι ο τύπος (5.3), που είναι εκφρασμένος συναρτήσει της συχνότητας f και της γωνίας  $\theta$ , ο οποίος είναι ισοδύναμος του (3.34).

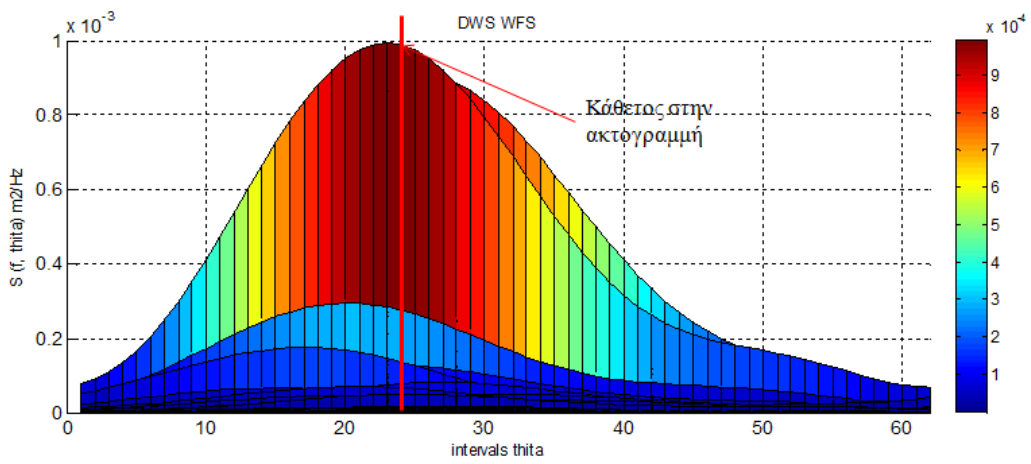
Στα σχήματα 7.28, 7.29, 7.30 και 7.31, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, που προέκυψαν από την εφαρμογή της Σταθμισμένης Μεθόδου Σειρών Fourier στις προαναφερόμενες χρονοσειρές στα βαθιά.



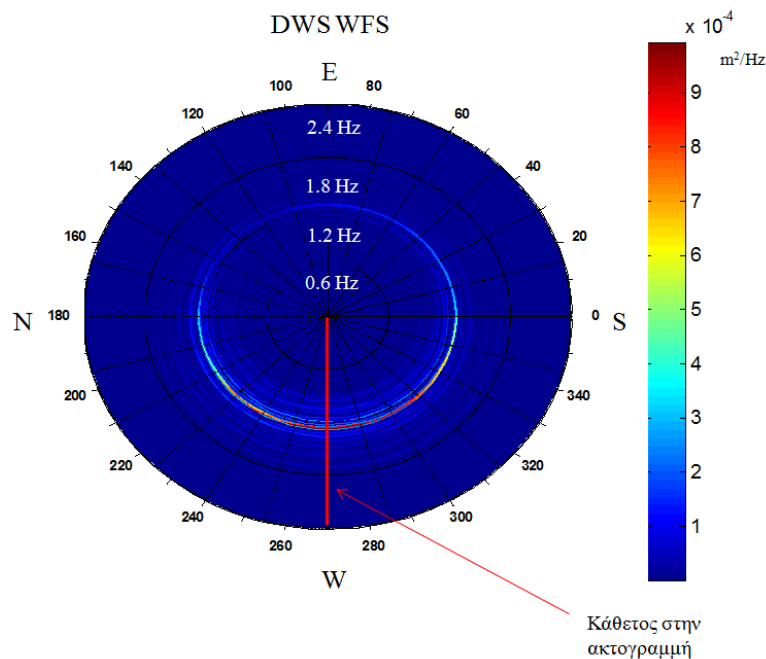
**Σχήμα 7.28:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων ( $\theta$  από  $-\pi$  έως  $\pi \text{ rad}$ ) του μοντέλου.



Σχήμα 7.29: Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων του μοντέλου.



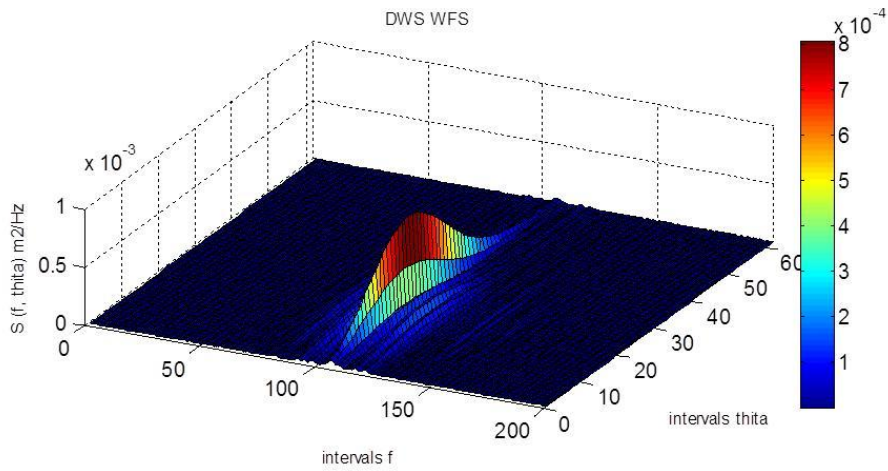
Σχήμα 7.30: Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων του μοντέλου.



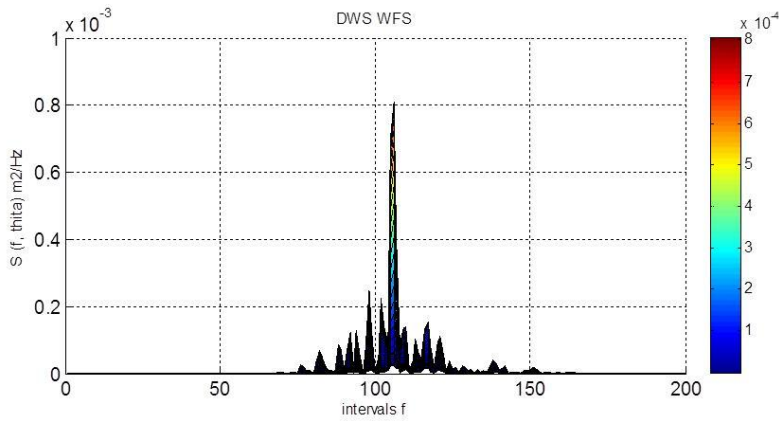
**Σχήμα 7.31:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (WFS) στα βαθιά νερά σε πολικές συντεταγμένες του μοντέλου.

Από τα παραπάνω διαγράμματα των αποτελεσμάτων, η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά εκτιμάται σε  $86.4^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Η εκτιμώμενη αυτή κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας είναι ικανοποιητική, καθώς στην κυματογεννήτρια παράγονται κυματισμοί με διεύθυνση διάδοσης  $90^\circ$ . Στο μοντέλο, έχει θεωρηθεί μία ομοιόμορφη τριβή πυθμένα σε κάθε κελί του υπολογιστικού πεδίου, επομένως δεν υπάρχει διάθλαση. Η διεύθυνση εκτιμάται κοντά στις  $90^\circ$ . Η κάθετη πρόσπτωση των κυματισμών στη θέση των αισθητήρων στα βαθιά είναι η ορθή εκτίμηση της διεύθυνσης διάδοσής τους, ωστόσο, οι αποκλίσεις του μοντέλο από τις αναμενόμενες δεν είναι ιδιαίτερα αξιοσημείωτες. Το γεγονός αυτό ενισχύεται και από το μεγάλο βήμα διακριτοποίησης των γωνιών που είναι  $5.73^\circ$  περίπου, το οποίο δεν επιτρέπει υπολογισμό γωνιών με μεγαλύτερη ακρίβεια. Επίσης, η κατανομή της κυματικής ενέργειας είναι ικανοποιητικά ομαλή. Τέλος, η μέγιστη κυματική ενέργεια εκτιμάται σε  $0.95 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{Hz}$ .

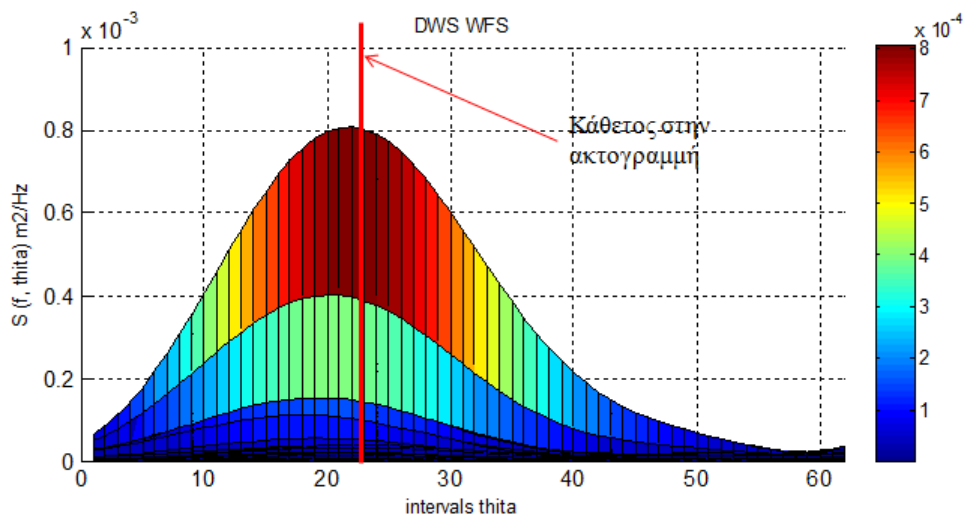
Ακολουθούν τα διαγράμματα 7.32, 7.33, 7.34 και 7.35, στα οποία παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, που προέκυψαν από την εφαρμογή της Σταθμισμένης Μεθόδου Σειρών Fourier στις προαναφερόμενες χρονοσειρές στα ενδιάμεσα νερά.



**Σχήμα 7.32:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων του μοντέλου.

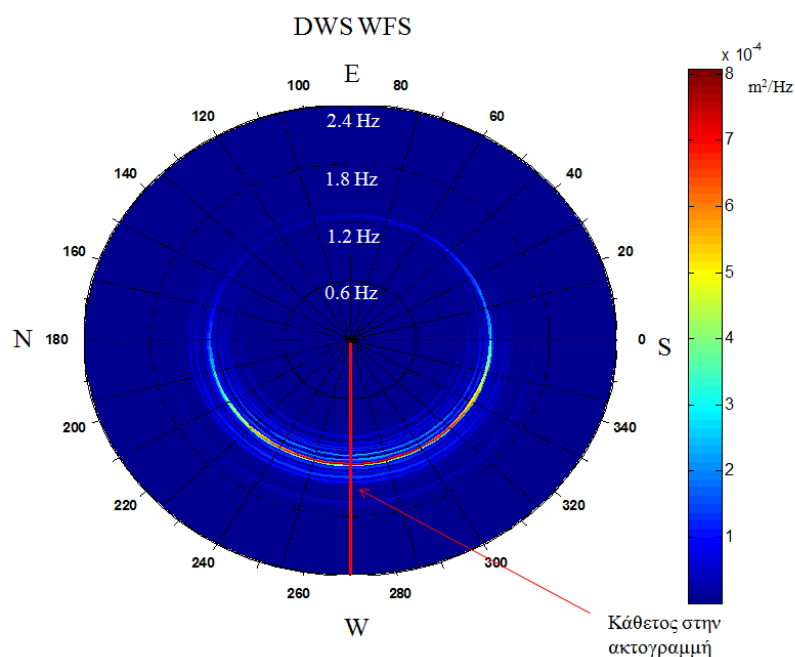


**Σχήμα 7.33:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων του μοντέλου.



**Σχήμα 7.34:** Κατευθυντικό φάσμα (WFS) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων ( $\theta$  από  $-\pi$  έως  $\pi$  rad) του μοντέλου.





**Σχήμα 7.35:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (WFS) στα ενδιάμεσα νερά σε πολικές συντεταγμένες του μοντέλου.

Από τα παραπάνω διαγράμματα των αποτελεσμάτων, η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα ενδιάμεσα νερά εκτιμάται σε  $88.3^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Η εκτιμώμενη αυτή κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας είναι ικανοποιητική, καθώς στην κυματογεννήτρια παράγονται κυματισμοί με διεύθυνση διάδοσης  $90^\circ$ . Στο μοντέλο, έχει θεωρηθεί μία ομοιόμορφη τριβή πυθμένα σε κάθε κελί του υπολογιστικού πεδίου, επομένως δεν υπάρχει διάθλαση. Η διεύθυνση εκτιμάται κοντά στις  $90^\circ$ . Η κάθετη πρόσπτωση των κυματισμών στη θέση των αισθητήρων στα ενδιάμεσα νερά, όπως και στα βαθιά, είναι η ορθή εκτίμηση της διεύθυνσης διάδοσής τους, ωστόσο, οι αποκλίσεις του μοντέλου από τις αναμενόμενες δεν είναι ιδιαίτερα αξιοσημείωτες. Το γεγονός αυτό ενισχύεται και από το μεγάλο βήμα διακριτοποίησης των γωνιών που είναι  $5.73^\circ$  περίπου, το οποίο δεν επιτρέπει υπολογισμό γωνιών με μεγαλύτερη ακρίβεια. Επίσης, η κατανομή της κυματικής ενέργειας είναι ικανοποιητικά ομαλή. Τέλος, η μέγιστη κυματική ενέργεια εκτιμάται σε  $8.01 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Hz}$ .

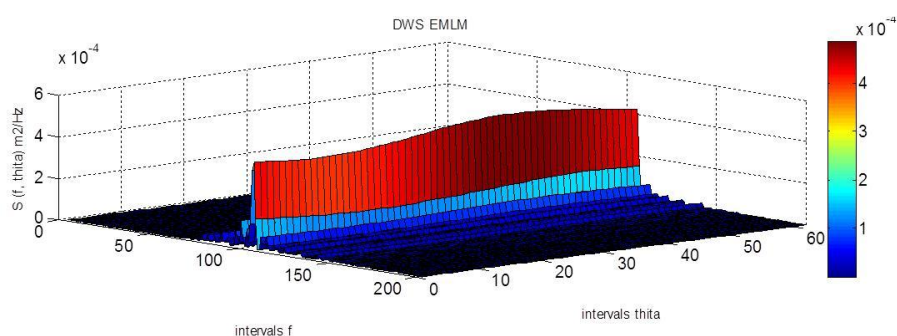
Επίσης η κατανομή της κυματικής ενέργειας (βλ. σχήμα 7.34) είναι ομαλότερη της αντίστοιχης κατανομής στα βαθιά (βλ. σχήμα 7.30), γεγονός το οποίο εξηγείται από

την κοντινή θέση της κυματογεννήτριας με τον αισθητήρα (27) στα βαθιά, σε αντίθεση με τον αισθητήρα (19) στα ενδιάμεσα νερά.

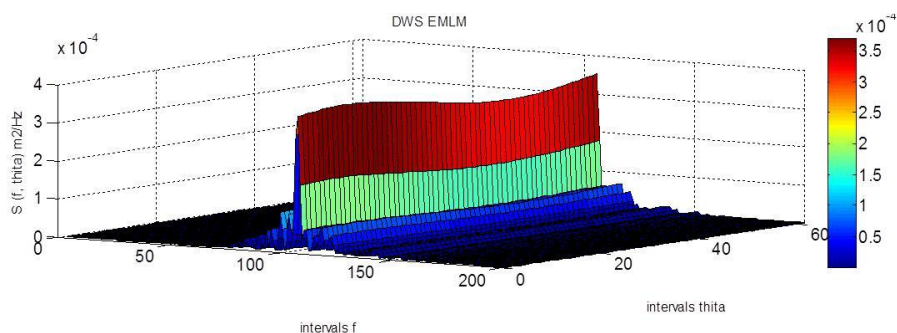
### 7.3.3 Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

Η Διευρυμένη Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy είναι όμοια με αυτή, για την περίπτωση της διάταξης μετρητών. Ειδικότερα, η μεθοδολογία της §3.5.1 και ο τύπος (5.2) εφαρμόζονται και εδώ, αλλά στον συγκεκριμένο τύπο οι διαφορές των συντεταγμένων μηδενίζονται, καθώς το heave-pitch-roll buoy αποτελεί σημειακό σύστημα αισθητήρων.

Τα αποτελέσματα της διαδικασίας αυτής για τις χρονοσειρές, τόσο στα βαθιά όσο και στα ενδιάμεσα ύδατα, παρουσιάζονται στα σχήματα 7.36 και 7.37 για τα βαθιά και τα ενδιάμεσα νερά αντίστοιχα.



**Σχήμα 7.36:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνότητας και διευθύνσεων ( $\theta$  από 0 έως  $2\pi$  rad) για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy.



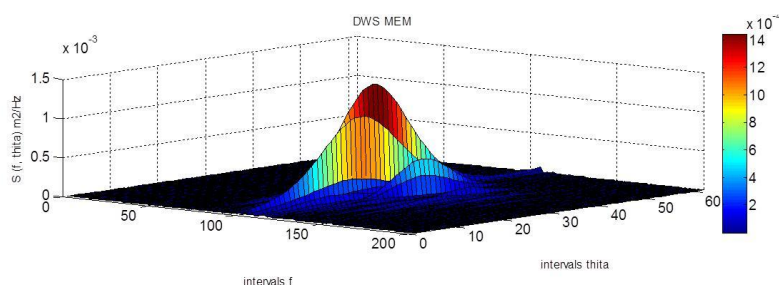
**Σχήμα 7.37:** Κατευθυντικό φάσμα (EMLM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνότητας και διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy του μοντέλου.

Τα παραπάνω διαγράμματα παρουσίασης των αποτελεσμάτων δεν είναι αληθοφανή, γεγονός που μαρτυρά την ευαισθησία της μεθόδου στις χρονοσειρές. Σύμφωνα και με την §3.8, η εν λόγω μέθοδος είναι αρκετά ευαίσθητη σε σφάλματα στρογγυλοποιήσεων κατά την διάρκεια των υπολογισμών, γεγονός το οποίο μπορεί να έχει σαν κατάληξη τον μη κατάλληλο προσδιορισμό του κατευθυντικού φάσματος. Επιπρόσθετα, ένα δεύτερο πρόβλημα με παρόμοια αποτελέσματα προκύπτει, όταν τα σύνθετα φάσματα ενέχουν σφάλματα.

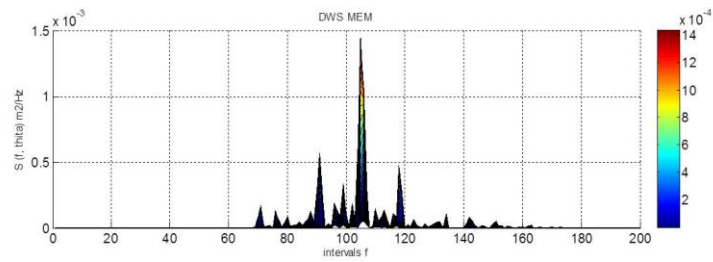
#### 7.3.4 Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM), για την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

Η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας, που εφαρμόστηκε στις χρονοσειρές του μοντέλου, της περίπτωσης του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy, παρουσιάστηκε στην §3.6.1. Ειδικότερα, επιλύθηκε, όπως και στο κεφάλαιο 5, το σύστημα εξισώσεων (3.53) υπό τους περιορισμούς (3.54). Ωστόσο, οι εξισώσεις της μεθόδου και, συνεπώς, και οι περιορισμοί εφαρμόστηκαν για  $i=0, 1$  και  $2$ . Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο τύπος προσδιορισμού του κατευθυντικού φάσματος είναι ο (3.60). Ο τρόπος υπολογισμού των πολλαπλασιαστών Lagrange παρουσιάζεται στην §3.6.2 και εδώ για  $i=0, 1$  και  $2$ .

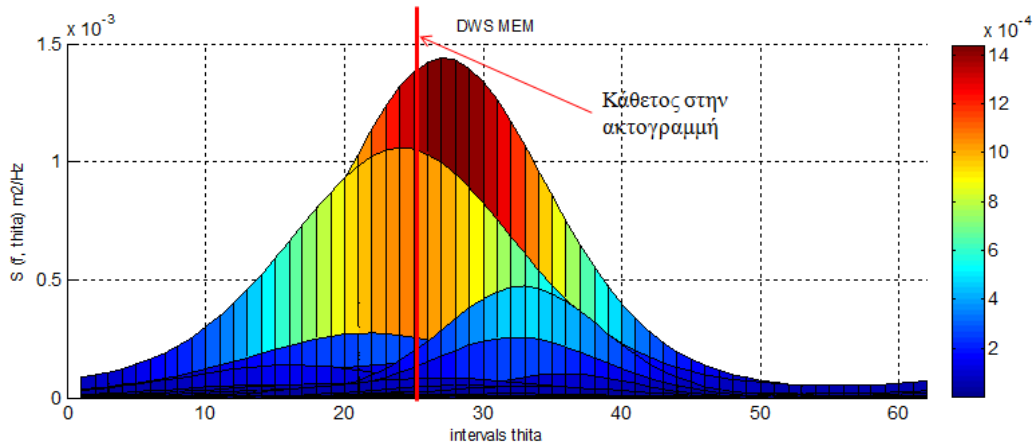
Τα αποτελέσματα της διαδικασίας αυτής για τις χρονοσειρές, τόσο στα βαθιά όσο και στα ενδιάμεσα ύδατα, παρουσιάζονται στα σχήματα 7.38, 7.39, 7.40 και 7.41 για τα βαθιά και στα σχήματα 7.42, 7.43, 7.44 και 7.45 για τα ενδιάμεσα νερά.



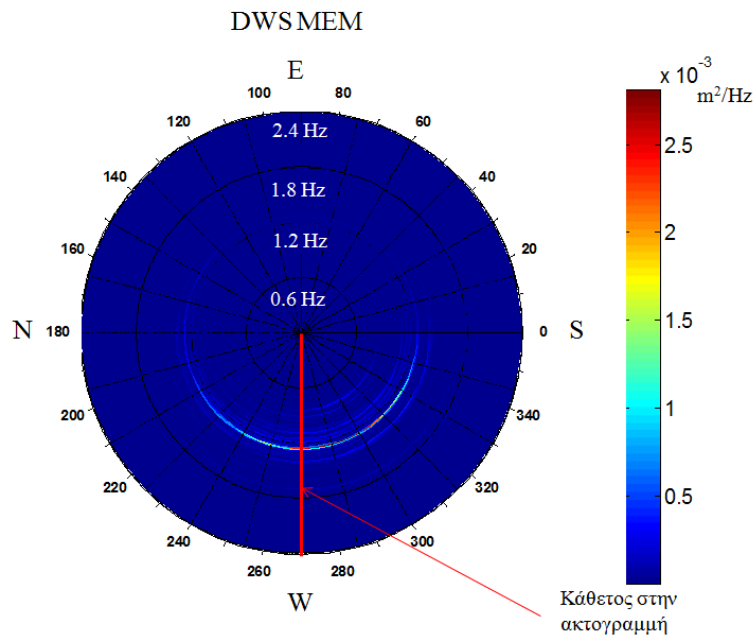
**Σχήμα 7.38:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.



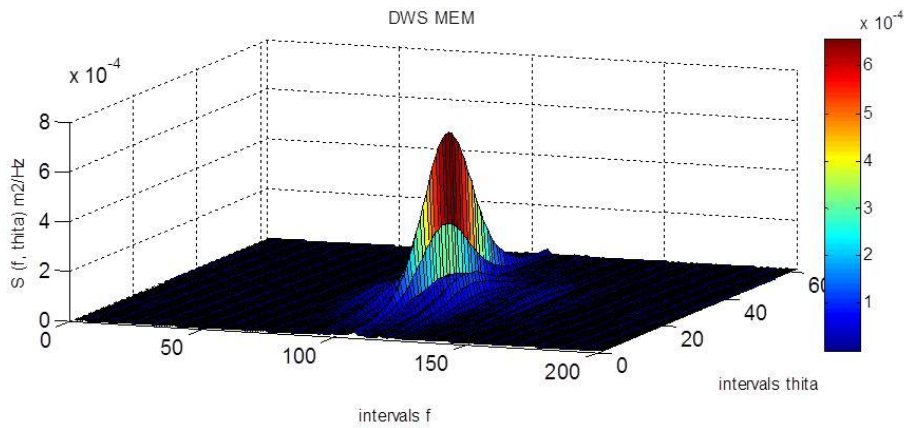
**Σχήμα 7.39:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα βαθιά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων για το heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.



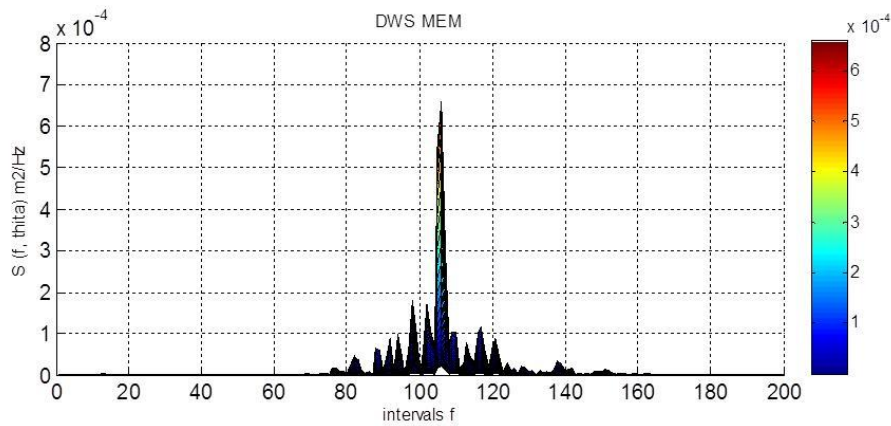
**Σχήμα 7.40:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα βαθιά νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.



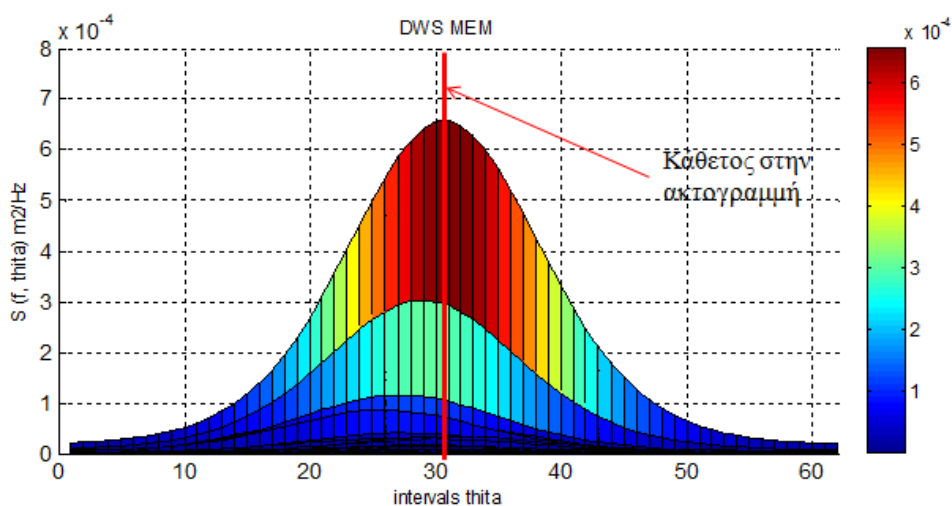
**Σχήμα 7.41:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (MEM) στα βαθιά νερά σε πολικές συντεταγμένες για το heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.



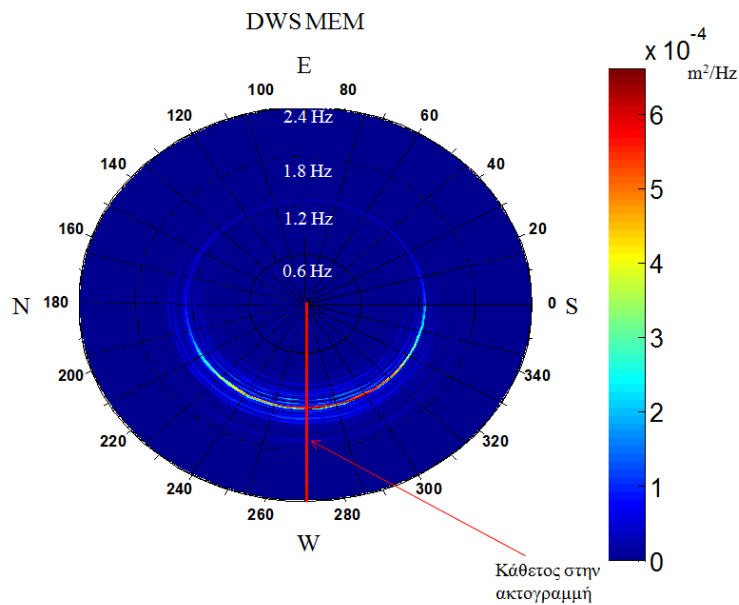
**Σχήμα 7.42:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων και διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.



**Σχήμα 7.43:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης συχνοτήτων για το heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.



**Σχήμα 7.44:** Κατευθυντικό φάσμα (MEM) στα ενδιάμεσα νερά ως προς τα διαστήματα διακριτοποίησης διευθύνσεων για το σημειακό σύστημα heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.



**Σχήμα 7.45:** Διασπορά κυματικής ενέργειας (MEM) στα ενδιάμεσα νερά σε πολικές συντεταγμένες για το heave-pitch-roll buoy, του μοντέλου.

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρουσίασης των αποτελεσμάτων, προκύπτει ότι η κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα βαθιά εκτιμάται σε  $100.7^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Η εκτιμώμενη αυτή κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας είναι σχετικά κοντά, αλλά όχι πολύ κοντά, στις  $90^\circ$ , η οποία αποτελεί και την αναμενόμενη διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας. Επιπρόσθετα, η κυματική ενέργεια είναι για κάθε συχνότητα και γωνία θετική, που είναι αποδεκτό. Τέλος, η μέγιστη τιμή της κυματικής ενέργειας ισούται με  $1.44 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{Hz}$ .

Τα αντίστοιχα διαγράμματα παρουσίασης των αποτελεσμάτων για τα ενδιάμεσα νερά φανερώνουν κύρια διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών στα ενδιάμεσα νερά ίση με  $90.1^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Η εκτιμώμενη αυτή κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας είναι ιδιαίτερα ικανοποιητικής ακρίβειας καθώς η αναμενόμενη κύρια διεύθυνση είναι, και εδώ, η γωνία των  $90^\circ$  ως προς την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Επίσης, η κυματική ενέργεια είναι για κάθε συχνότητα και γωνία θετική, που είναι αποδεκτό. Τέλος, η μέγιστη τιμή της κυματικής ενέργειας ισούται με  $6.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Hz}$ .

Από όλες τις μεθόδους που εφαρμόζονται στα δεδομένα της περίπτωσης του heave-pitch-roll buoy, συμπεραίνεται ότι οι κατανομές της κυματικής ενέργειας ως προς τις κατευθύνσεις για τη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι πιο ομαλές και θυμίζουν περισσότερο κυματισμούς, σε σχέση με τη μέθοδο EMLM που εφαρμόζεται άμεσα στις χρονοσειρές στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας του μοντέλου. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στις πρώτες μεθόδους, οι συντεταγμένες δεν λαμβάνονται υπόψη, καθώς θεωρούνται οι διαφορές των συντεταγμένων, οι οποίες μηδενίζονται, αφού τα κατευθυντικά φάσματα που εξετάζονται είναι σημειακά. Αντιθέτως στη μέθοδο EMLM για ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας οι συντεταγμένες παίζουν σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό του κατευθυντικού φάσματος. Όπως αναφέρθηκε, όμως, το μεγάλο σχετικά βήμα του μοντέλου δεν επιτρέπει μία ικανοποιητική θεώρηση των συντεταγμένων.

#### 7.4 Σύνοψη Αποτελεσμάτων από την εφαρμογή των Μεθόδων στις Μετρήσεις

Στους πίνακες 7.1, 7.2, 7.3 και 7.4, παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα εφαρμογής των μεθόδων στις μετρήσεις και τις τροποποιημένες χρονοσειρές για την περίπτωση του σημειακού συστήματος αισθητήρων, του heave-pitch-roll buoy.

**Πίνακας 7.1:** Εκτιμώμενη κύρια διεύθυνση κυματικής ενέργειας μέσω της EMLM για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης

Μέθοδος	Κύρια Διεύθυνση σε °	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
EMLM	97.5	92.0

**Πίνακας 7.2:** Εκτιμώμενη κύρια διεύθυνση κυματικής ενέργειας μέσω της WFS, της EMLM και της MEM σε χρονοσειρές όπως στην περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

Μέθοδος	Κύρια Διεύθυνση σε °	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
WFS	86.4	88.3
MEM	100.7	90.1

**Πίνακας 7.3:** Μέγιστη τιμή κυματικής ενέργειας μέσω της EMLM για την περίπτωση της διάταξης μετρητών στάθμης

Μέθοδος	Μέγιστη Κυματική Ενέργεια	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
EMLM	$2.60 \times 10^{-3}$	$2.65 \times 10^{-3}$

**Πίνακας 7.4:** Μέγιστη τιμή κυματικής ενέργειας μέσω της WFS, της EMLM και της MEM σε χρονοσειρές όπως στην περίπτωση του heave-pitch-roll buoy

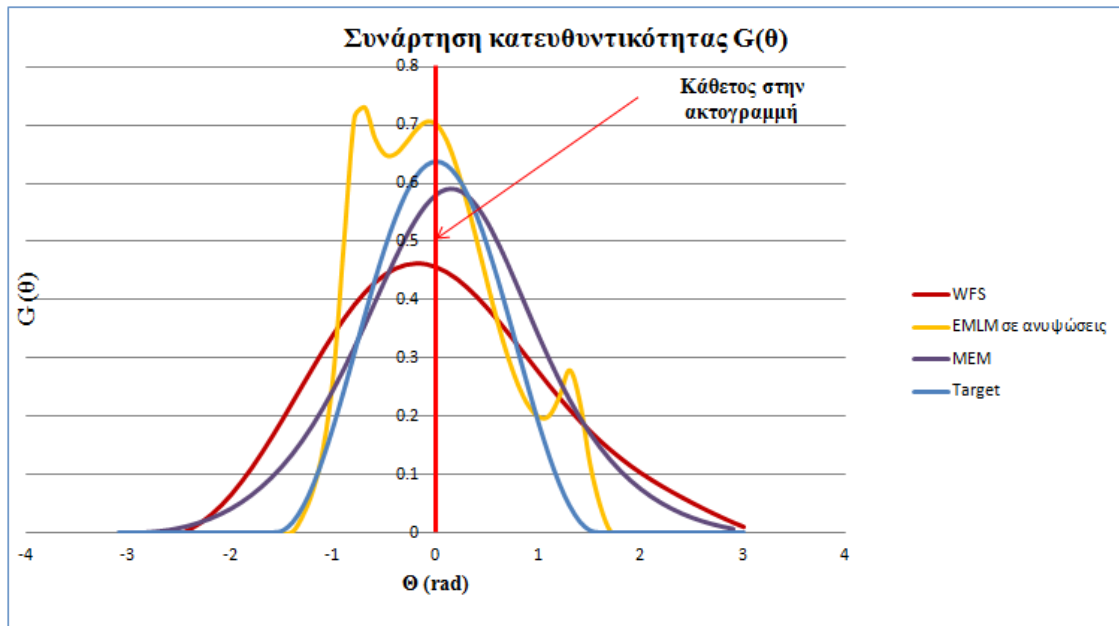
Μέθοδος	Μέγιστη Κυματική Ενέργεια	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
WFS	$0.95 \times 10^{-3}$	$8.01 \times 10^{-4}$
MEM	$1.44 \times 10^{-3}$	$6.60 \times 10^{-4}$

Όπως προαναφέρθηκε, η αληθοφανής και αναμενόμενη κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας, τόσο στα βαθιά όσο στα ενδιάμεσα νερά, για το μοντέλο είναι η γωνία των  $90^\circ$  με την ακτογραμμή και τις ισοβαθείς. Η κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας εκτιμάται στις  $90^\circ$ , καθώς οι κυματισμοί ξεκινούν από την κυματογεννήτρια με διεύθυνση διάδοσης  $90^\circ$  με την ακτογραμμή και η τριβή έχει θεωρηθεί ενιαία σε όλο το πεδίο. Οι κυματισμοί, συνεπώς, δεν υφίστανται διάθλαση, παρά μόνο ρήγωση, η οποία δεν επηρεάζει τη διεύθυνση.

Το αποτέλεσμα, συνεπώς, των  $92.0^\circ$  της μεθόδου EMLM στα ενδιάμεσα νερά, για τη διάταξη μετρητών στάθμης, θεωρείται αρκετά ικανοποιητικό, ενώ το αποτέλεσμα της ίδια μεθόδου στα βαθιά αποκλίνει περισσότερο, αλλά όχι υπερβολικά. Οι άλλες δύο μέθοδοι, που εφαρμόζονται στις χρονοσειρές για την περίπτωση του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy, καταλήγουν σε κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας σχετικά κοντά στις  $90^\circ$ .

Παρακάτω παρατίθεται ένα διάγραμμα, στο οποίο παρουσιάζονται συγκριτικά οι κατανομές της συνάρτησης διασποράς κατευθυντικότητας, όπως προέκυψε από τις διάφορες μεθόδους, για τα βαθιά νερά:





**Σχήμα 7.46:** Σύγκριση των μεθόδων στα βαθιά με κριτήριο τη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας ως προς τις διευθύνσεις ( $\theta$  σε rad).

Από το σχήμα 7.46, συμπεραίνεται ότι η κατανομή της μεθόδου MEM είναι πιο κοντά στην κατανομή που επιχειρήθηκε να παραχθεί στην κυματογεννήτρια. Όπως προαναφέρθηκε η καμπύλη (Target) αναφέρεται στη συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας (4.2). Όπως εξηγήθηκε στο θεωρητικό υπόβαθρο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, η καμπύλη της μεθόδου WFS, εμφανίζεται πιο πεπλατυσμένη σε σχέση με τις υπόλοιπες και επίσης με την πιο χαμηλή κορυφή. Επιπρόσθετα, η μέθοδος EMLM, η οποία εφαρμόστηκε στις χρονοσειρές στάθμης των τριών αισθητήρων στα βαθιά νερά, εμφανίζει μία λιγότερο λεία κατανομή σε σχέση με τις υπόλοιπες κατανομές. Το συγκεκριμένο γεγονός μπορεί να αποδοθεί στην έλλειψη κάποιου φίλτρου λείανσης του αποτελέσματος κατά τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier, που εφαρμόστηκε στο φάσμα Jonswarp για την κυματογεννήτρια και στην κοντινή θέση της τελευταίας με τους αισθητήρες. Η οδοντωτή μορφή δεν παρουσιάζεται στις κατανομές των άλλων δύο μεθόδων, καθώς οι μέθοδοι που αφορούν την περίπτωση του heave-pitch-roll buoy δεν εφαρμόζονται σε δεδομένα από διαφορετικές θέσεις στο χώρο, αλλά σε ένα σημείο και με τον τρόπο αυτό δεν γίνεται αντιληπτή η έλλειψη φίλτρου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8<sup>ο</sup>

### ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

#### 8.1 Συγκριτική παρουσίαση αποτελεσμάτων

Στη συγκεκριμένη παράγραφο, παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα, που προέκυψαν από την εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών στις μετρήσεις του πειράματος και τα αποτελέσματα του μοντέλου, και συγκρίνονται μεταξύ τους, ώστε να εξαχθούν συγκεκριμένα συμπεράσματα. Στους πίνακες 8.1 - 8.6 παρουσιάζονται τα προαναφερόμενα αποτελέσματα:

**Πίνακας 8.1:** Σύγκριση της κύριας διεύθυνσης της μεθόδου EMLM στο πείραμα και στο μοντέλο.

Μέθοδος EMLM	Κύρια Διεύθυνση σε °	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
Πείραμα	97.6	94.6
Model	97.5	92.0

**Πίνακας 8.2:** Σύγκριση της κύριας διεύθυνσης της μεθόδου WFS στο πείραμα και στο μοντέλο.

Μέθοδος WFS	Κύρια Διεύθυνση σε °	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
Πείραμα	89.3	96.3
Model	86.4	88.3

**Πίνακας 8.3:** Σύγκριση της κύριας διεύθυνσης της μεθόδου MEM στο πείραμα και στο μοντέλο.

Μέθοδος MEM	Κύρια Διεύθυνση σε °	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
Πείραμα	92.6	90.6
Model	100.7	90.1

**Πίνακας 8.4:** Σύγκριση της μέγιστης τιμής της κυματικής ενέργειας της μεθόδου EMLM στο πείραμα και στο μοντέλο.

Μέθοδος EMLM	Μέγιστη Κυματική Ενέργεια	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
Πείραμα	$1.85 \times 10^{-3}$	$7.00 \times 10^{-4}$
Model	$2.60 \times 10^{-3}$	$2.65 \times 10^{-3}$

**Πίνακας 8.5:** Σύγκριση της μέγιστης τιμής της κυματικής ενέργειας της μεθόδου WFS στο πείραμα και στο μοντέλο.

Μέθοδος WFS	Μέγιστη Κυματική Ενέργεια	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
Πείραμα	$4.85 \times 10^{-4}$	$2.65 \times 10^{-4}$
Model	$0.95 \times 10^{-3}$	$8.01 \times 10^{-4}$

**Πίνακας 8.6:** Σύγκριση της μέγιστης τιμής της κυματικής ενέργειας της μεθόδου MEM στο πείραμα και στο μοντέλο.

Μέθοδος MEM	Μέγιστη Κυματική Ενέργεια	
	Βαθιά	Ενδιάμεσα
Πείραμα	$5.00 \times 10^{-4}$	$1.99 \times 10^{-4}$
Model	$1.44 \times 10^{-3}$	$6.60 \times 10^{-4}$

## 8.2 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων

Όσον αφορά στα αποτελέσματα της μεθόδου EMLM για το πείραμα και το μοντέλο και συγκεκριμένα σχετικά με την εκτίμηση της κύριας διεύθυνσης διάδοσης της κυματικής ενέργειας, οι τιμές είναι παραπλήσιες. Ειδικότερα, στα συγκεκριμένα αποτελέσματα στο πείραμα, είναι εμφανής η μικρή διάθλαση που υφίστανται οι κυματισμοί, εξαιτίας των διαφορετικών τριβών του πυθμένα σε μία ζώνη κατάντη της κυματογεννήτριας. Η κύρια διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας στα βαθιά είναι λίγο μεγαλύτερη από τις  $90^\circ$  ως προς τις ισοβαθείς και την ακτογραμμή, λόγω της ελαφρώς πλάγιας πρόσπτωσης των κυματισμών, η οποία αποδίδεται, όπως προαναφέρθηκε, στις διαφορετικές τριβές του πυθμένα βόρεια και νότια στην προαναφερόμενη ζώνη. Η διεύθυνση αυτή, κατά τη διάδοση των κυματισμών προς τα ρηγά νερά, τείνει να γίνει ίση με τις  $90^\circ$  ως προς τις ισοβαθείς και την ακτογραμμή,

λόγω διάθλασης και λόγω του ότι η τριβή, μετά τη ζώνη αυτήν των διαφορετικών τριβών κατάντη της κυματογεννήτριας, γίνεται ομοιόμορφη. Στο μοντέλο, επειδή θεωρήθηκε για λόγους απλότητας ομοιόμορφη τριβή σε κάθε κελί του υπολογιστικού χώρου, αναμένεται κάθετη πρόσπτωση καθ' όλη την πορεία των κυματισμών από τα βαθιά προς τα ρηχά. Οι τιμές της κύριας διεύθυνσης διάδοσης της κυματικής ενέργειας, που προέκυψαν για το μοντέλο, είναι σχεδόν κάθετες στις ισοβαθείς και την ακτογραμμή, γεγονός το οποίο, επίσης, είναι ικανοποιητικό.

Όσον αφορά στη μέθοδο WFS για το πείραμα, και συγκεκριμένα σχετικά με την εκτίμηση της κύριας διεύθυνσης διάδοσης της κυματικής ενέργειας, οι τιμές είναι σχετικά κοντά στις  $90^\circ$  ως προς τις ισοβαθείς, αλλά δεν χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερη ακρίβεια, καθώς δεν γίνεται εμφανής στα αποτελέσματα η ελαφρώς πλάγια διάδοση των κυματισμών στα βαθιά και η διάθλαση καθώς διαδίδονται οι κυματισμοί προς τα ρηχά. Το γεγονός αυτό μπορεί να αποδοθεί στην έλλειψη ακρίβειας της συγκεκριμένης μεθόδου, όπως διατυπώθηκε και στην § 3.4.2. Σε εκείνο το σημείο, αναφέρεται, συγκεκριμένα, ότι η μέθοδος αυτή δεν χρησιμοποιείται ευρέως. Θα μπορούσε, ωστόσο, να χρησιμοποιηθεί σαν μία πρώτη δοκιμή για διάφορες επαναληπτικές μεθόδους, χάρη στην απλότητά της και την υπολογιστική της απόδοση. Στο μοντέλο, ωστόσο η εκτίμηση της κύριας διεύθυνσης διάδοσης της κυματικής ενέργειας και στα βαθιά και στα ενδιάμεσα νερά είναι περισσότερο ακριβής.

Σχετικά με τη μέθοδο MEM και την εκτίμηση, μέσω αυτής, της κύριας διεύθυνσης διάδοσης της κυματικής ενέργειας για το πείραμα και το μοντέλο, οι τιμές είναι κοντά στις  $90^\circ$  ως προς τις ισοβαθείς και την ακτογραμμή. Η κύρια αυτή διεύθυνση για το πείραμα είναι εκτιμημένη με ιδιαίτερα ικανοποιητική ακρίβεια, παρουσιάζοντας την καλύτερη απόδοση. Για το μοντέλο, ωστόσο, η τιμή της κύριας αυτής διεύθυνσης στα βαθιά νερά, αποκλίνει με κάποιο τρόπο από τις  $90^\circ$  ως προς τις ισοβαθείς και την ακτογραμμή, αλλά όχι υπερβολικά.

Στο συγκεκριμένο σημείο, θα διατυπωθούν συμπεράσματα σχετικά με την τιμή της μέγιστης κυματικής ενέργειας, όπως αυτή εκτιμήθηκε από τις διάφορες μεθόδους για το πείραμα και το μοντέλο. Η τιμή αυτή παρουσιάζει διαφορές μεταξύ των μεθόδων μεταξύ πειράματος και μοντέλου. Δυστυχώς, όπως έχει προαναφερθεί, δεν είναι διαθέσιμο ένα πραγματικό, σωστό φάσμα για τους κυματισμούς της συγκεκριμένης περίπτωσης. Για το λόγο αυτό, δεν μπορούν να αξιολογηθούν περισσότερο ποσοτικά

τα αποτελέσματα σχετικά με τη μέγιστη κυματική ενέργεια, παρά μόνο να συγκριθούν μεταξύ τους. Από τους πίνακες, λοιπόν, 8.4, 8.5 και 8.6, συμπεραίνεται ότι η εκτίμηση της τιμής αυτής από την εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας στο πείραμα είναι πιο μικρή από αυτή στο μοντέλο.

Η διαφορά, όσον αφορά στην εκτιμώμενη τιμή της μέγιστης κυματικής ενέργειας μεταξύ πειράματος και μοντέλου από τη Διευρυμένη Μέθοδο Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), είναι πιο μεγάλη σε σχέση με τις άλλες μεθόδους. Αυτό μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι δεν εφαρμόστηκε στην προκειμένη περίπτωση η Επαναληπτική Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας, η οποία βελτιώνει το εκτιμώμενο αποτέλεσμα της EMLM. Ειδικότερα, όπως προαναφέρθηκε στην §3.5.1, εάν ο πίνακας των σύνθετων φασμάτων υπολογιστεί αντιστρόφως από το κατευθυντικό φάσμα που προέκυψε από την EMLM και, στη συνέχεια, εάν ο πίνακας αυτός χρησιμοποιηθεί σαν δεδομένο στην EMLM, το ζητούμενο κατευθυντικό φάσμα που θα υπολογιστεί, θα είναι διαφορετικό από το αρχικό στις περισσότερες περιπτώσεις. Με στόχο τη βελτίωση αυτού του μειονεκτήματος της EMLM, έχει αναπτυχθεί μία επαναληπτική μέθοδος, δηλαδή η Επαναληπτική Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας, η οποία δεν εφαρμόστηκε στην προκειμένη περίπτωση. Η επαναληπτική αυτή μέθοδος δεν εφαρμόστηκε, καθώς στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία δεν δόθηκε ιδιαίτερη βαρύτητα στην ακριβή ποσοτική εκτίμηση της κατανομής της κυματικής ενέργειας, αφού δεν υπήρχε διαθέσιμο ένα πραγματικό κατευθυντικό φάσμα, ώστε να αποτελέσει πρότυπο σύγκρισης. Για τους παραπάνω λόγους, παρατηρούνται έντονες αποκλίσεις στην εκτιμώμενη τιμή της μέγιστης κυματικής ενέργειας μεταξύ πειράματος και μοντέλου από τη Διευρυμένη Μέθοδο Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM).

### **8.3 Αιτιολόγηση αποκλίσεων μεταξύ πειράματος και μοντέλου από την εφαρμογή των μεθόδων**

Με αφορμή την τελευταία διαπίστωση, σημειώνεται η γενικότερη παρατήρηση ότι υπάρχουν κάποιες αποκλίσεις μεταξύ πειράματος και μοντέλου, όσον αφορά στην εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας στις μετρήσεις και τα αποτελέσματά τους αντίστοιχα. Αυτές μπορούν να αποδοθούν στους παρακάτω λόγους:

(1) Στις αποκλίσεις μεταξύ κυματογεννήτριας μοντέλου και κυματογεννήτριας πειράματος. Τα δεδομένα εισόδου στην κυματογεννήτρια του μοντέλου ήταν το φάσμα (Jonswap) στόχου στην κυματογεννήτρια του πειράματος. Η κυματογεννήτρια, όμως, του πειράματος παρήγαγε τελικά διαφορετικά αποτελέσματα από αυτά που επιχειρήθηκε να παράγει. Οι αποκλίσεις αυτές οδήγησαν σε αποκλίσεις μεταξύ πειράματος και μοντέλου.

(2) Στις αποκλίσεις των συντεταγμένων των αισθητήρων στο πείραμα και το μοντέλο. Το σχετικά μεγάλο χωρικό βήμα  $dx=dy=0.05$  m του μοντέλου δεν επιτρέπει στους αισθητήρες να είναι στις ίδιες ακριβώς θέσεις με τους αισθητήρες του πειράματος. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να θεωρούνται οι χρονοσειρές σε διαφορετικές θέσεις μεταξύ πειράματος και μοντέλου και κατ' επέκταση προκαλούνται αποκλίσεις στα αποτελέσματα.

(3) Στις διαφορές της τραχύτητας του πυθμένα μεταξύ πειράματος και μοντέλου. Στο πείραμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1, κατάντη της κυματογεννήτριας και βόρεια υπάρχει μία περιοχή όπου ο πυθμένας είναι λείος. Στην υπόλοιπη πειραματική διάταξη ο πυθμένας είναι τραχύς. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μία πλάγια πρόσπτωση των κυματισμών κατάντη της κυματογεννήτριας και μία μικρή διάθλαση κατά τη διάδοσή τους προς τα ρηγά νερά στο πείραμα. Στον υπολογιστικό χώρο του μοντέλου, ωστόσο, η τριβή του πυθμένα έχει θεωρηθεί ενιαία, με αποτέλεσμα η αναμενόμενη κύρια διεύθυνση της κυματικής ενέργειας να εκτιμάται στις  $90^\circ$  ως προς τις ισοβαθείς και την ακτογραμμή, οι οποίες είναι παράλληλες στην προκειμένη περίπτωση.

(4) Στην έλλειψη κάποιου φίλτρου λείανσης της χρονοσειράς της κυματογεννήτριας κατά τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier του φάσματος Jonswap στο μοντέλο. Το γεγονός αυτό οδήγησε σε μία μη ομαλή κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τις διευθύνσεις, κατά την εφαρμογή της μεθόδου EMLM στις ανυψώσεις, στο μοντέλο, ενώ στο πείραμα δεν παρατηρήθηκε κάτι αντίστοιχο.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9<sup>ο</sup>

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### 9.1 Εισαγωγή

Το παρόν κεφάλαιο αποσκοπεί στη σύνθεση συμπερασμάτων, που προκύπτουν από την ανάλυση των αποτελεσμάτων του κεφαλαίου 8, αλλά και από την καθολική εκπόνηση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας. Τα συμπεράσματα αυτά παρατίθενται παρακάτω.

### 9.2 Συμπεράσματα για την επιλογή των μεθόδων

Οι μέθοδοι, που επιλέχθηκαν για να εφαρμοστούν τόσο στις μετρήσεις του πειράματος όσο και στα αποτελέσματα του μοντέλου, είναι η Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM) σε χρονοσειρές στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας και η Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM), η Μέθοδος Μέγιστης Εντροπίας (MEM) και η Σταθμισμένη Μέθοδος Σειρών Fourier (WFS) σε τροποποιημένες χρονοσειρές για την περίπτωση του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy.

Η τροποποίηση των χρονοσειρών έγινε ώστε να αποκτηθούν στοιχεία, λόγω της έλλειψης διαθέσιμων μετρήσεων τέτοιου τύπου.

Οι τροποποιημένες χρονοσειρές για την περίπτωση του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy προέκυψαν γεωμετρικά και αποδείχθηκαν ικανοποιητικά ακριβείς. Αυτό συμπεραίνεται, τόσο από το ότι ικανοποιούν τις συνθήκες κατά την ανάλυση σύνθετων φασμάτων, όσο και από τα σχετικά ακριβή αποτελέσματα κατά την εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας στις εν λόγω χρονοσειρές. Η χρήση των συγκεκριμένων χρονοσειρών και η εφαρμογή σε αυτές των προαναφερόμενων μεθόδων γίνεται για την παρουσίαση της μεθοδολογίας και την εξαγωγή συγκεκριμένων συμπερασμάτων.

Δεν είναι τυχαία η αναφορά στην περίπτωση του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy. Το σημειακό αυτό σύστημα είναι το πιο απλό, το πιο ευρέως διαδεδομένο και σε πολλές περιπτώσεις το πιο ακριβές. Για το λόγο αυτό, οι μεθοδολογίες

προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών από την εφαρμογή τους σε χρονοσειρές για τη συγκεκριμένη περίπτωση είναι απλές και εύκολα διαθέσιμες από διάφορες πηγές. Επίσης, η ανάγκη της αναφοράς στο σημειακό αυτό σύστημα προκύπτει και από το γεγονός ότι τα κατευθυντικά φάσματα είναι σημειακά φάσματα, συνεπώς είναι πιο ορθός ένα τέτοιος προσδιορισμός της κατευθυντικότητας σε σύγκριση με τις άλλες διατάξεις ανιχνευτών/ μετρητών σε διάφορες θέσεις του υπολογιστικού πεδίου.

Οι μικρές, ωστόσο, αποστάσεις μεταξύ των αισθητήρων στάθμης (0.20 m - 0.26 m) στη μέθοδο EMLM για ανυψώσεις επιτρέπουν έναν αξιόπιστο προσδιορισμό της κατευθυντικότητας των κυματισμών.

Για την περίπτωση του μοντέλου Boussinesq, του οποίου τα αποτελέσματα είναι ανυψώσεις της ελεύθερης επιφάνειας, από τις προαναφερόμενες μεθόδους πιο κατάλληλη κρίνεται η μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (MLM) και στη συνέχεια η επαναληπτική μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας για τον προσδιορισμό ενός ακριβούς και σταθερού κατευθυντικού φάσματος.

Στο σημείο αυτό, σημειώνεται ότι οι μέθοδοι, που χρησιμοποιήθηκαν, επιλέχθηκαν, καθώς κρίθηκαν κατάλληλες για την προσομοίωση πολυκατευθυντικών κυματισμών που παράγονται από ενεργειακό φάσμα συχνοτήτων Jonswar, με παράγοντα ενίσχυσης  $\gamma=3.3$  και συγκεκριμένη διασπορά κατευθυντικότητας των παραγόμενων κυματισμών σύμφωνα με τη σχέση (4.1). Το φάσμα της πηγής μπορεί να αποδοθεί σε κύματα ανέμου (wind waves) χωρίς την παρουσία αποθάλασσας (swell). Για το λόγο αυτό, δηλαδή της σχετικής απλότητας της εξεταζόμενης περίπτωσης, δεν εξετάζεται η μέθοδος Bayesian, η οποία εφαρμόζεται σε πιο σύνθετες περιπτώσεις (π.χ. με αποθάλασσα κ.α.).

### **9.3 Συμπεράσματα για την επιλογή αισθητήρων για τη μέθοδο EMLM σε ανυψώσεις**

Στο σημείο αυτό, επισημαίνεται η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων και ιδίως των κατευθυντικών φασμάτων στον αριθμό και τις θέσεις των αισθητήρων. Για την περίπτωση της εφαρμογής των μεθόδων άμεσα στις μετρήσεις ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, η αύξηση του αριθμού των αισθητήρων στάθμης αύξανε την



πολυπλοκότητα της μεθοδολογίας προσδιορισμού του κατευθυντικού φάσματος των κυματισμών. Για το λόγο αυτό επιλέχθηκαν μόνο τρεις αισθητήρες, που είναι και ο ελάχιστος αριθμός των απαιτούμενων αισθητήρων.

Επίσης για την ίδια περίπτωση, η επιλογή των τριών κατάλληλων αισθητήρων είναι καίρια για το αποτέλεσμα. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι κάθε διαφορετική τριάδα αισθητήρων παρήγαγε διαφορετικό αποτέλεσμα, όσον αφορά στη μορφή της κατανομής της ενέργειας και την κύρια διεύθυνση διάδοσής της. Επιπρόσθετα, παρατηρήθηκε ότι σε κάποιες τριάδες (20-26-27 και 15-16-19) η κατανομή ήταν πολύ ομαλή (ομαλή καμπάνα), ωστόσο, η κύρια διεύθυνση διάδοσης δεν ήταν η επιθυμητή, καθώς απέκλινε αρκετά από τις  $90^\circ$  ως προς τις ισοβαθείς και την ακτογραμμή. Για το λόγο αυτό δεν επιλέχθηκαν οι τριάδες αυτές, αλλά η τριάδα 25-26-29 για τα βαθιά και η 16-17-19 για τα ενδιάμεσα νερά, οι οποίες αποδίδουν μία αρκετά ομαλή κατανομή της κυματικής ενέργειας ως προς τις συχνότητες και τις διευθύνσεις και μία γωνία διάδοσης αρκετά κοντά στην επιθυμητή διεύθυνση διάδοσης της κυματικής ενέργειας.

#### **9.4 Συμπεράσματα από την εφαρμογή των μεθόδων στις μετρήσεις του πειράματος και στα αποτελέσματα του μοντέλου**

Από την εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών στις μετρήσεις του πειράματος προέκυψε ότι οι πιο ακριβείς μέθοδοι ήταν η μέθοδος MEM, μετά η EMLM για ανυψώσεις και τέλος η WFS. Η ακρίβεια των δύο πρώτων μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών παρατηρήθηκε, καθώς απέδωσαν την ελαφριά πλάγια πρόσπτωση των κυματισμών του πειράματος N8-11, στα βαθιά νερά, εξαιτίας των διαφορετικών τριβών σε μία ζώνη κατάντη της κυματογεννήτριας, και τη μικρή διάθλαση των κυματισμών στα ενδιάμεσα νερά. Η μέθοδος WFS δεν χαρακτηρίζεται, γενικά, από ιδιαίτερη ακρίβεια στα αποτελέσματά της και δεν χρησιμοποιείται, άλλωστε, ευρέως.

Επίσης, η διασπορά κατευθυντικότητας στα ενδιάμεσα νερά είναι πιο διευρυμένη σε σύγκριση με τα βαθιά νερά, το οποίο είναι αληθοφανές.

Από την εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας κυματισμών στα αποτελέσματα του μοντέλου προέκυψε ότι και οι τρεις μέθοδοι έδωσαν

ικανοποιητικά αποτελέσματα, καθώς απέδωσαν μία κύρια διεύθυνση διάδοσης των υπό μελέτη κυματισμών σχεδόν κάθετη στις ισοβαθείς και την ακτογραμμή που είναι και η αναμενόμενη κύρια διεύθυνση διάδοσής τους. Η κάθετη πρόσπτωση εξηγείται επειδή η κυματογεννήτρια παράγει κάθετους στις ισοβαθείς κυματισμούς και επειδή έχει θεωρηθεί ενιαία τριβή στον πυθμένα σε όλο το υπολογιστικό πεδίο του μοντέλου.

Δεν πρέπει να παραληφθεί ότι τόσο για το πείραμα όσο για το μοντέλο, η ίδια μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMLM) έδωσε διαφορετικά αποτελέσματα, κατά την εφαρμογή της στις ανυψώσεις και στις τροποποιημένες ανυψώσεις για την περίπτωση του σημειακού συστήματος heave-pitch-roll buoy. Συγκεκριμένα, στη δεύτερη περίπτωση, τα αποτελέσματα δεν είναι έγκυρα, δηλ. αντιπροσωπευτικά φασμάτων κυματισμών, σε αντίθεση με την πρώτη περίπτωση, στην οποία προέκυψαν ρεαλιστικά φάσματα ικανοποιητικής ακρίβειας. Ενώ η μεθοδολογία είναι ίδια, τα διαφορετικά αποτελέσματα μαρτυρούν την ευαισθησία της μεθόδου στις τιμές των χρονοσειρών και σε τυχόν λάθη σε αυτές.

Όσον αφορά στην εκτίμηση της κατανομής της κυματικής ενέργειας, παρατηρήθηκαν μεγάλες διαφορές μεταξύ των μεθόδων και μεταξύ πειράματος και μοντέλου. Δυστυχώς, όμως, όπως έχει προαναφερθεί, δεν είναι διαθέσιμο ένα πραγματικό, σωστό φάσμα για τους κυματισμούς της συγκεκριμένης περίπτωσης. Για το λόγο αυτό, δεν μπορούν να αξιολογηθούν περισσότερο ποσοτικά τα αποτελέσματα σχετικά με την κατανομή της κυματικής ενέργειας, παρά μόνο να συγκριθούν μεταξύ τους. Ωστόσο, για τα βαθιά νερά είναι γνωστή η συνάρτηση διασποράς κατευθυντικότητας που επιχειρήθηκε να εφαρμοστεί στους παραγόμενους κυματισμούς από την κυματογεννήτρια. Το γεγονός αυτό επέτρεψε τη σύγκριση των κατανομών της διασποράς κατευθυντικότητας στα βαθιά νερά με κριτήριο τις αποκλίσεις των κατανομών από τη γνωστή κατανομή στόχου στην κυματογεννήτρια.

Από την εν λόγω σύγκριση, προέκυψε ότι η κατανομή της μεθόδου MEM είναι πιο κοντά στη κατανομή στόχου, γεγονός το οποίο μαρτυρά την ακρίβεια και την αξιοπιστία της μεθόδου. Ωστόσο, όπως έχει προαναφερθεί στο θεωρητικό υπόβαθρο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα σύνθετη και απαιτεί επίπονους και χρονοβόρους υπολογισμούς.

Επίσης, σημειώνεται η γενικότερη παρατήρηση ότι υπάρχουν κάποιες αποκλίσεις μεταξύ πειράματος και μοντέλου, όσον αφορά στην εφαρμογή των μεθόδων προσδιορισμού κατευθυντικότητας στις μετρήσεις και τα αποτελέσματα τους αντίστοιχα. Αυτές μπορούν να αποδοθούν στους παρακάτω λόγους:

- (1) Στις αποκλίσεις μεταξύ κυματογεννήτριας μοντέλου και κυματογεννήτριας πειράματος.
- (2) Στις αποκλίσεις των συντεταγμένων των αισθητήρων στο πείραμα και το μοντέλο.
- (3) Στις διαφορές της τραχύτητας του πυθμένα μεταξύ πειράματος και μοντέλου.
- (4) Στην έλλειψη κάποιου φίλτρου λείανσης/ γραμμικής παρεμβολής της χρονοσειράς της κυματογεννήτριας κατά τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier του φάσματος Jonswap στο μοντέλο.

Οι παραπάνω λόγοι έχουν αναλυθεί εκτενέστερα στην § 8.3.

Από την εφαρμογή των μεθόδων, λοιπόν, στις χρονοσειρές διαπιστώθηκαν τα εξής επιπλέον συμπεράσματα:

- (1) Η μεγάλη ευαισθησία των μεθόδων στις τιμές και στρογγυλοποιήσεις των χρονοσειρών.
- (2) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων στο μήκος των χρονοσειρών. Παρατηρήθηκε ότι όταν άλλαζε το μήκος των χρονοσειρών, άλλαζε σημαντικά και το αποτέλεσμα.
- (3) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων και ιδίως των κατευθυντικών φασμάτων στον αριθμό και στις θέσεις των αισθητήρων.
- (4) Η μεγάλη ευαισθησία των αποτελεσμάτων στην ακρίβεια των συντεταγμένων των αισθητήρων.

## 9.5 Πεδίο εφαρμογής

Οι συγκεκριμένες μέθοδοι έχουν εφαρμογή στα βαθιά και ενδιάμεσα ύδατα και λιγότερο στα ρηγά. Ειδικότερα, στη ζώνη της θραύσης, οι μέθοδοι δεν έχει νόημα να εφαρμοστούν, καθώς στη ζώνη αυτή χάνεται η στατιστική κατανομή του κύματος, γεγονός που αλλοιώνει την κατευθυντικότητα. Για παράδειγμα στον τύπο θραύσης εκτινάξεως, η κυματική μορφή καταστρέφεται σε πολύ κεκλιμένους πυθμένες και σε κύματα μέτριας αρχικής καμπυλότητας.

Δε θα ήταν παράλογο, ωστόσο, να τοποθετηθούν αισθητήρες και να μελετηθεί η κατευθυντικότητα των κυματισμών κατάντη της ζώνης της θραύσης, για τη μελέτη της αλληλεπίδρασης των κυματισμών με την ακτογραμμή. Η μελέτη των κυματισμών κατάντη της ζώνης της θραύσης θα μπορούσε να δώσει χρήσιμες πληροφορίες όταν, κατά τη θραύση, δεν χάνεται εντελώς η κατευθυντικότητα των κυματισμών και οι κυματισμοί συνεχίζουν να διαδίδονται προς την ακτογραμμή με κάποια συνοχή.

Για τους προαναφερόμενους λόγους, οι αισθητήρες προσδιορισμού κατευθυντικότητας των εξεταζόμενων κυματισμών είναι τοποθετημένοι στα βαθιά και ενδιάμεσα ύδατα και όχι στα πολύ ρηχά νερά.

Σημειώνεται ότι για τη μελέτη της κατευθυντικότητας στα πολύ ρηχά νερά και συγκεκριμένα στη ζώνη της θραύσης χρειάζεται μία διαφορετική προσέγγιση από αυτήν που εξετάζεται στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία.

## **9.6 Εφαρμογές της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας**

Όπως προαναφέρθηκε, αντικείμενο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας αποτελούν οι τυχαίοι ανεμογενείς κυματισμοί και ο προσδιορισμός της κατευθυντικότητάς τους από μετρήσεις ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του προσδιορισμού κατευθυντικών φασμάτων των υπό μελέτη κυματισμών.

Η πληροφορία σχετικά με την κατευθυντικότητα κυματισμών είναι σημαντική για το σχεδιασμό λιμένων, μαρίνων και γενικότερα πλωτών και σταθερών θαλάσσιων κατασκευών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι αντιδράσεις μίας θαλάσσιας κατασκευής σε ένα κυματικό πεδίο, υπολογισμένο χρησιμοποιώντας κατευθυντικά φάσματα (directional spectra), εκτιμώνται με ακρίβεια και λαμβάνονται υπόψη οι αντιδράσεις που προκαλούνται από κυματισμούς όλων των κατευθύνσεων και διαφόρων συχνοτήτων. Αντίθετα, όταν χρησιμοποιούνται μονής κατευθυντικότητας φάσματα (uni-directional spectra), σε τέτοιες μελέτες σχεδιασμού, οι αντιδράσεις των θαλάσσιων κατασκευών υπερεκτιμώνται, ενώ οι αντιδράσεις που προκαλούνται από κυματισμούς από τις υπόλοιπες κατευθύνσεις δεν λαμβάνονται καθόλου υπόψη.

Ιδίως για τυχαίους πολυκατευθυντικούς κυματισμούς, η χρήση των κατευθυντικών φασμάτων είναι καίρια για τις κατασκευαστικές μελέτες και μελέτες συντήρησης

θαλάσσιων και παράκτιων κατασκευών. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι οι πολυκατευθυντικοί κυματισμοί διαδίδονται σε πολλές κατευθύνσεις σε αντίθεση με τους μονοχρωματικούς ή τους σύνθετους κυματισμούς μονής κατευθυντικότητας. Οι τελευταίοι, ωστόσο, θα μπορούσαν να μελετηθούν και να περιγραφούν με τη χρήση φασμάτων μονής κατευθυντικότητας, ενώ οι μονοχρωματικοί δεν απαιτούν τη χρήση φασμάτων.

Ανάλογα, λοιπόν, με τη γενεσιουργό αιτία και τα χαρακτηριστικά των κυματισμών κρίνεται και ο τρόπος μελέτης και μέτρησής τους. Συνεπώς, για την περίπτωση των κυματισμών ανέμου, η προσέγγιση που υιοθετήθηκε στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία είναι αρκετά αξιόπιστη.

Επιπρόσθετα, η γενεσιουργός αιτία των κυματισμών (άνεμος, παλίρροια, σεισμική δόνηση, κίνηση επιπλεόντων ή βυθισμένων αντικειμένων) μπορεί να προσομοιωθεί με την κατάλληλη κυματογεννήτρια, το κατάλληλο κατευθυντικό φάσμα στην πηγή και με το κατάλληλο τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq να αναπαραχθούν οι κυματισμοί της εκάστοτε περίπτωσης. Με τον τρόπο γίνεται εφικτή η μελέτη της διάδοσης των κυματισμών από τα βαθιά προς τα ρηχά νερά και κατ' επέκταση των διαφόρων χαρακτηριστικών και των επιπτώσεων των υπό μελέτη κυματισμών στις κατασκευές και την ακτογραμμή.

Απώτερος, λοιπόν, στόχος της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας είναι η ενθάρρυνση για παρόμοιες προσεγγίσεις, ανάλογα με τη γενεσιουργό αιτία των εκάστοτε κυματισμών, τη βυθομετρία και τη μορφολογία του περιβάλλοντος, για την ακριβή μελέτη και κατανόηση των διαφόρων θαλάσσιων μηχανισμών με στόχο την προστασία των θαλάσσιων και παράκτιων κατασκευών, της ακτογραμμής και του θαλάσσιου περιβάλλοντος.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10<sup>0</sup>

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Κλωνάρης, Γ., 2011. *Συμβολή στην Προσομοίωση της Θραύσης Κυματισμών σε εξελιγμένο μοντέλο Boussinesq*. Μεταπτυχιακή εργασία Διατμηματικού - Διεπιστημονικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών "Επιστήμη και Τεχνολογία Υδατικών Πόρων", Βιβλιοθήκη Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου.

Banner, M.L., 1990. *Equilibrium Spectra of Wind Waves*. Journal of Physical Oceanography, Vol. 20, No. 7, 966-984.

Banner, M. L., and I. R. Young, 1994. *Modeling Spectral Dissipation in the Evolution of Wind Waves - Part 1. Assessment of existing model performance*, Journal of Physical Oceanography, Vol. 24, 1550-1671.

Beji, S., and J. A. Battjes, 1993. *Experimental investigation of wave propagation over a bar*. Coastal Engineering 19(1-2), 151-162.

Beji, S., and J. A. Battjes, 1994. *Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar*. Coastal Engineering 23(1-2), 1-16.

Benoit, M., and C. Teisson, 1994. *Laboratory Comparison of Directional Wave Measurements Systems and Analysis Techniques*. Proc. 24th Int. Conf. on Coastal Engineering (ASCE), 42-56, Kobe (Japan).

Benoit, M., P. Frigaard, and H. A. Schäffer, 1997. *Analyzing Multidirectional Wave Spectra: A Tentative Classification of Available Methods*. Proc. IAHR Seminar Multi-directional Waves and their Interaction with Structures. 27th IAHR Congress. San Francisco, 131-158.

Berkhoff, J. C. W., N. Booij, and A. C. Radder, 1982. *Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves*. Coastal Engineering, 6, 255 -279.

- Borgman, L. E., 1965. Hydraulic Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, HEL1-12.
- Borgman, L. E., 1969. *Directional Spectra Models for Design Use*. Offshore Technology Conference OTC 1069., Vol. 1, 721-736, Houston, Texas.
- Borgman, L. E., 1969. *Estimation of Wave Directional Spectra from Pitch-roll-buoy Data*. Journal of Waterways, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 120, No.1, 93-115.
- Borgman, L. E., 1984. *Directional Spectrum Estimation for the  $S_{xy}$  Gauges*. Tech. Rept., Coastal Engineering Research Center, USAE Waterways Experiment Station, Vicksburg. 1-104.
- Bretschneider, C. L., 1959. *Wave Variability and Wave Spectra for Wind-Generated Gravity Waves*. U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Tech. Memo. No. 118.
- Briggs, M. J., 1984. *Calculation of Directional Wave Spectra by the Maximum Entropy Method of Spectral Analysis*, Proc. 19th International Conference on Coastal Engineering. Paper 33, pp. 484-500, ASCE, New York.
- Briggs, M. J., E. F. Thompson, D. R. Green, and L. S. Lillycrop, 1993. *Laboratory Description of Harbor Idealized Test*. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, CERC-93-1, Vicksburg, MS., Vol. 1.
- Brissette, F. P., and I. K. Tzani 1994. *Directional Spectra Models for Design Use*, Offshore Technology Conference. Houston, Texas.
- Burg, J. P., 1967. *Maximum Entropy Spectral Analysis*. In Proc. 37th Annual Meeting, Soc. Explor. Geophysics.
- Capon, J., R. J. Greenfield, and R. J. Kolker, 1967. *Multidimensional Maximum-Likelihood Processing of a Large Aperture Seismic Array*. Proc. IEEE, Vol. 55, 192-211.

- Capon, J., 1969. *High-Resolution Frequency-Wave Number Spectrum Analysis*. Proc. IEEE, Vol. 57, No. 8, 1408-1418.
- Cartwright, D. E., and N. D. Smith, 1964. *Buoy Techniques for obtaining Directional Wave Spectra*. In. Proc. Buoy Technol. Symposium. Washington, DC: Mar. Tech. Soc, 173-82.
- Chondros, M. K., I. G. Koutsourelakis, and C. D. Memos, 2011. *A Boussinesq type model incorporating random wave breaking*. Journal of Hydraulic Research, Special Issue: Coastal and Maritime Hydraulics 49 (4), 529-538.
- Chondros, M. K., and C. D. Memos, 2012. *A Highly Nonlinear Boussinesq Wave Model of Improved Dispersion Characteristics*. Proceedings of the 22<sup>nd</sup> International Offshore and Polar Engineering Conference, Rhodes, Greece, 17-23 June, Vol. 3, 1179.
- Chondros, M., and Memos, C., 2014. *A 2DH Nonlinear Boussinesq-type Wave Model of Improved Dispersion, Shoaling and Wave Generation Characteristics*, J. Coastal Engineering 91, 99-122.
- Davis, R. E., and L.A. Regier, 1977. *Methods for Estimating Directional Wave Spectra from Multi-element Arrays*. Journal of Marine Research, Vol. 35, No. 3, 453-77.
- Dingemans, M. W., 1997. *Water wave propagation over uneven bottoms: 2. Non-linear wave propagation*. Advanced Series on Ocean Engineering 13. World Scientific.
- Donelan, M. A., J. Hamilton, and W. H. Hui, 1985. *Directional Spectra of Wind-generated Waves*. Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A., 315, 509-562.
- Goda, Y., and Y. Suzuki, 1975. *Computation of Refraction and Diffraction of Sea Waves with Mitsuyasu's Directional Spectrum*. Tech. Note of Port and Harbour Res. Inst., No. 230, 1-45. (in Japanese).
- Goda, Y., 1985. *Random Seas and Design of Maritime Structure*. University of Tokyo Press. 323pp.



- Hashimoto, N., K. Kobune, and Y. Kameyama, 1987. *Estimation of Directional Spectrum Using the Bayesian Approach, and its Application to Field Data Analysis*. Report of Port and Harbour Research Inst. (P.H.R.I.), Vol. 26(5), 57-100.
- Hashimoto, N., and K. Kobune, 1988. *Directional Spectrum Estimation from a Bayesian Approach*. In Proc. 21th Coastal Engng. Conf., Vol. 1, 62-76, Costa del Sol-Malaga, Spain.
- Hashimoto, N., 1997. *Analysis of the Directional Wave Spectrum from Field Data*. Advances in Coastal and Ocean Engineering, Ed. P. L.F. Liu (Cornell University), Vol. 3, 103-143.
- Hasselmann *et al.* 1973. *Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay During the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)*. Deutsche Hydrograph., Zeit., Ergänzungsheft Reihe A(8<sup>0</sup>), No. 12.
- Hasselmann, D.E., M. Dunckel, and J. A. Ewing, 1980. *Directional Spectra Observed During JONSWAP 1973*. Journal of Physical Oceanography, Vol. 10, 1264-1280.
- Horikawa, K., 1988. *Nearshore Dynamics and Coastal Processes - Theory, Measurement and Predictive Models*. Part V, Chapter 3, University of Tokyo Press. 522 pp.
- International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR), 1997. Case 3: Random wave propagation in shoaling water. Available:[http://www.iahr.net/site/e\\_library/links/databases/default.html](http://www.iahr.net/site/e_library/links/databases/default.html).
- Isobe, M., K. Kondo, and K. Horikawa, 1984. *Extension of MLM for Estimating Directional Wave Spectrum*. Proc. Symposium on Description and Modelling of Directional Seas, Vol. A6, 1-15, Lyngby (Denmark).
- Jackson, F. C., W. T. Walton, and P. L. Baker, 1985. *Aircraft and Satellite Measurement of Ocean Wave Directional Spectra Using Scanning Beam Microwave Radar*. Journal of Geophysical Research, Vol. 90, CI, 987-1004.

- Jenkins, G. M., and D. G. Watts, 1968. *Spectral Analysis and its Applications*. Holden Day. 525pp.
- Jonsson, I. G., 1966. *Wave boundary layers and friction factors*. Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Conference on Coastal Engineering, 127–148.
- Karambas, T. V., and C. D. Memos, 2009. *A Boussinesq model for nonlinear fully dispersive water waves*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering 135(5), 187-199.
- Kennedy, A. B., Q. Chen, J. T. Kirby, and R. A. Dalrymple, 2000. *Boussinesq modeling of wave transformation, breaking, and run-up 1: 1D*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering 126(1), 39-47.
- Kirby, J. T., and R. A. Dalrymple, 1984. *Verification of a parabolic equation for propagation of weakly-nonlinear waves*. Coastal Engineering, Vol. 8, 219-232.
- Kobune, K., and N. Hashimoto, 1986. *Estimation of Directional Spectra from the Maximum Entropy Principle*. In. Proc. 5th Symposium Offshore Mech. and Arch. Engineering, 80-5.
- Krogstad, H. E., R. L. Gordon, and M. C. Millar, 1988. *High-Resolution Directional Wave Spectra from Horizontally Mounted Acoustic Doppler Current Meters*. Journal of oceanic technology, Vol. 5, 340-352.
- Larsen, J., and H. Dancy, 1983. *Open boundaries in short wave simulations: a new approach*. Coastal Engineering 7(3), 285-297.
- Lee, C., and K. D. Suh, 1998. *Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations*. Coastal Engineering 128 (3), 102-113.
- Li, B., 2008. *Wave equations for regular and irregular water wave propagation*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering 134(2), 121-142.
- Long, R. B., 1980. *The Statistical Evaluation of Directional Spectrum Estimates Derived from Pitch/roll Buoy Data*. J. Phys. Oceanogr., Vol. 10, 944-52

- Longuet-Higgins, M. S., D. E. Cartwright, and N. D. Smith, 1963. *Observations of Directional Spectrum of Sea Waves using the motions of a Floating Buoy*. Ocean Wave Spectra, Prentice Hall. 111-136.
- Luth, H. R., G. Klopman, and N. Kitou, 1993. *Kinematics of waves breaking partially on an offshore bar*. Report H1573. Delft Hydraulics, Delft NL.
- Lygre, A., and H. E. Krogstad, 1986. *Maximum Entropy Estimation of the Directional Distribution in Ocean Wave Spectra*. J. Phys. Oceanogr., Vol. 16, 2052-2060.
- Madsen, P.A, R. Murray, and O. R. Sørensen, 1991. *A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics*. Coastal Engineering 15, 371-388.
- Madsen, P. A., and O. R. Sørensen, 1992. *A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry*. Coastal Engineering 18, 183-204.
- Madsen, P. A., O. R. Sørensen, and H. A. Schäffer, 1997. *Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq-type model. Part I: Model description and cross-shore motion of regular waves*. Coastal Engineering 32, 255–287.
- Madsen, P. A., and H. A. Schäffer, 1998. *Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis*. Phil. Trans. R. Soc. Lond., Vol. 356, 3123-3184.
- Madsen, P. A., H. B. Bingham, and Hua Liu, 2002. *A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 462, 1-30.
- Madsen, R. F., and B. A. Juszko, 1987. *An Eigenvector Method for the Calculation of Directional Spectra from Heave, Pitch and Roll Buoy Data*. Journal of Physical Oceanography, Vol. 17, 2157-2167.
- Memos, C. D., and K. Tzanis, 2000. *Joint Distribution of Wave Heights and Periods in Waters of any Depth*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, ASCE, volume 126, No. 3, 162-172.

- Memos, C. D., Th. V. Karambas, and I. Avgeris, 2005. *Irregular Wave Transformation in the Nearshore Zone: Experimental Investigations and Comparison with a Higher Order Boussinesq Model*. *Ocean Engineering* 32, 1465-1485.
- Memos, C. D., G. Klonaris, and M. K. Chondros, 2013. *Higher Order Boussinesq-type Models* (to appear).
- Mitsuyasu, H., 1972. *The One-Dimensional Wave Spectra at Limited Fetch*. Proc. 13th Coastal Engineering Conference, Vol. 1, 289-306.
- Mitsuyasu, H., F. Tasai, and T. Suxara, 1975. *Observations of the Directional Spectrum of Ocean Waves Using a Cloverleaf Buoy*. *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 5, No. 2, 750-760.
- Nagai, K., 1972. *Diffraction of the Irregular Sea due to Breakwaters*. *Coastal Engineering in Japan*, 15, 59-67.
- Nohara, B., 2000. *A Survey of the Generation of Ocean Waves in a Test Basin*. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science* Vol. 22 , No. 2 .
- Nwogu, O. 1989. *Maximum Entropy Estimation of Directional Wave Spectra from an Array of Wave Probes*. *Appl. Ocean Research*. Vol. 11, No. 4, 176-182.
- Nwogu, O., 1993. *Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation*. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 119 (6), 618-638.
- Ochi, M. K, 1998. *Ocean Waves - The Stochastic Approach*. Cambridge Ocean Technology Series, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom.
- Oltman-Shay, J., and R. T. Guza, 1984. *A Data Adaptive Ocean Wave Directional Spectrum Estimator for Pitch/Roll Type Measurements*. *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 14, 1800-1810.
- Pawka, S. S., 1983. *Island shadows in wave directional spectra*. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 88, 2579-1591

- Peregrine, D. H., 1967. *Long waves on a beach*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 27 (4), 815–827.
- Pierson, W. J., Jr., G. Nennmann, and R. W. James, 1953, 1955. Practical methods for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics. New York Univ. Coll. Eng., Res. Div., Techn. Report No.1 and U.S. Navy Dept Hydrogen. Off. Pub. No. 603, Wash.
- Pierson, W. J., and L. Moskowitz, 1964. *A Proposed Spectral Form for Fully-Developed Wind Sea Based on the Similarity Law of S. A. Kitaigorodskii*. Journal of Geophysical Research, Vol. 69, 5181-5203.
- Schäffer, H. A., P. A. Madsen, and R. A. Deigaard, 1993. *A Boussinesq model for waves breaking in shallow water*. Coastal Engineering 20(3-4), 185-202.
- Schäffer, H. A., and P. Hyllested, 1994. *Analysis of Multidirectional Waves using Deterministic Decomposition*. Proc. International Symposium. "Waves - Physical and Numerical Modeling". Vancouver B.C. Canada.
- Skjelbreia, L., and J. Hendrickson, 1960. *Fifth order gravity wave theory*. Proc. Coastal Engineering Conf., pp. 184-196.
- Stoker, J. J., 1957. *Water Waves*. Interscience Publishers, Inc., New York.
- Svendsen, I. A., 1984. *Wave heights and setup in a surf zone*. Coastal Engineering 8(4), 303-329.
- Svendsen, I. A., and C. Staub, 1981. Horizontal particle velocities in long waves. Journal of Geophysical Research. 86, 4138-4148.
- Ting, F. C. K., and J. T. Kirby, 1994. *Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone*. Coastal Engineering 24(1-2), 51-80.
- US Army Corps of Engineers (USACE), Engineer Research and Development Center, 2006. Coastal Engineering Manual (CEM).

- Vincent, C. L., and M. J. Briggs, 1989. *Refraction- diffraction of irregular waves over a mound*. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering 115 (2), 269–284.
- Wei, G., and T. Kirby, 1995. *Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering 121 (5), 251-261.
- Wei, G., J. T. Kirby, S. T. Grilli, and R. Subramanya, 1995. *A fully non-linear Boussinesq model for surface waves: Part I. Highly non-linear unsteady waves*. Journal of Fluid Mechanics 294, 71-92.
- Wei, G., J. T. Kirby, and A. Sinha, 1999. *Generation of waves in Boussinesq models using a source function method*. Coastal Engineering 36, 271–299.
- Willebrand, J., 1975. *Energy transport in a nonlinear and inhomogeneous random gravity wave field*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 70, part I, 113–126.
- Young, I. R. and L.A. Verhagen, 1996c. *The Growth of Fetch Limited Waves in Water of Finite Depth, 3, Directional spectra*. Coastal Engineering, Vol. 29, 101–121.
- Zou, Z. L., 1999. *Higher order Boussinesq equations*. Ocean Engineering 26, 767-792.



**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**  
**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΙ ΚΩΔΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΩΝ**  
**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ**  
**ΣΕ MATLAB 2009**



## 1. Ανάλυση Σύνθετων Φασμάτων

```
[C11, F]=cpsd(S25, S25, hanning(2048), 0, 2048, 25);
[C22, F]=cpsd(S26, S26, hanning(2048), 0, 2048, 25);
[C33, F]=cpsd(S27, S27, hanning(2048), 0, 2048, 25);
S11=C11;
S22=C22;
S33=C33;
[C12, F]=cpsd(S25, S26, hanning(2048), 0, 2048, 25);
RC12=real(C12);
Q12=imag(C12);
[C13, F]=cpsd(S25, S27, hanning(2048), 0, 2048, 25);
RC13=real(C13);
Q13=imag(C13);
[C23, F]=cpsd(S26, S27, hanning(2048), 0, 2048, 25);
RC23=real(C23);
Q23=imag(C23);
[S23, F]=cpsd(S26, S27, hanning(2048), 0, 2048, 25);
[S13, F]=cpsd(S25, S27, hanning(2048), 0, 2048, 25);
[S12, F]=cpsd(S25, S26, hanning(2048), 0, 2048, 25);
S32=conj(S23);
S21=conj(S12);
S31=conj(S13);
```

## 2. Υπολογιστικός Κώδικας Μεθόδου EMLM για την Περίπτωση Διάταξης Μετρητών Ανύψωσης της Ελεύθερης Επιφάνειας της Θάλασσας (βαθιά νερά)

```
AKAPA=zeros(1,10000); AKAPADE=zeros(1,10000);
ALENGTH=zeros(1,10000);
DIFLEN=zeros(1,10000); B=zeros(3); A=zeros(3); RA=zeros(3);
IA=zeros(3); D=zeros(62,10000); x=zeros(1,3); y=zeros(1,3);
SD=zeros(1,10000); c=zeros(1,10000); G=zeros(62,200);
GGfourier=zeros(62,200);
DWSdeep=zeros(62,200);
%Deep waters gia to star array
x(1)=-0.2299;
x(2)=-0.1563;
x(3)=0.0278;
y(1)=5.347;
y(2)=5.1611;
y(3)=5.3087;
imk=200;
for i=1:imk
ALENO=9.81*((1/F(i))^2)/(2*pi);
ALENGTH(i)=ALENO;
DIFLEN(i)=1;
while (DIFLEN(i)>0.001)
ALENP=ALENGTH(i);
AKAPA(i)=2*pi/ALENP;
AKAPADE(i)=AKAPA(i)*0.8;
ALENGTH(i) = ALENO*tanh(AKAPADE(i));
DIFLEN(i) = abs(ALENGTH(i) - ALENP);
end
AKAPA(i)=2*pi/ALENGTH(i);
end
```

```

for i=1:imk
B=[S11(i) S12(i) S13(i); S21(i) S22(i) S23(i); S31(i) S32(i)
S33(i)];
A=inv(B);
for m=1:3
for n=1:3
RA(m,n)=real(A(m,n));
IA(m,n)=imag(A(m,n));
end
end
for k=1:62
thita=0.1*k;
for m=1:3
for n=1:3
D(k,i)=D(k,i)+RA(m,n)*cos(AKAPA(i))*(x(n)-
x(m))*cos(thita)+AKAPA(i)*(y(n)-
y(m))*sin(thita))+IA(m,n)*sin(AKAPA(i))*(x(n)-
x(m))*cos(thita)+AKAPA(i)*(y(n)-y(m))*sin(thita);
end
end
end
for k=1:62
SD(i)=SD(i)+(1/(D(k,i))*0.1);
end
c(i)=S11(i)/SD(i);
for k=1:62
DWSdeep(k,i)=c(i)/D(k,i);
end
for k=1:62
G(k,i)=DWSdeep(k,i)/S11(i);
end
end

```

### **3. Υπολογιστικός Κώδικας Μεθόδου EMLM για την Περίπτωση Διάταξης Μετρητών Ανύψωσης της Ελεύθερης Επιφάνειας της Θάλασσας (ενδιάμεσα νερά)**

```

AKAPA=zeros(1,10000); AKAPADE=zeros(1,10000);
ALENGTH=zeros(1,10000);
DIFLEN=zeros(1,10000); B=zeros(3); A=zeros(3); RA=zeros(3);
IA=zeros(3); D=zeros(62,10000); x=zeros(1,3); y=zeros(1,3);
SD=zeros(1,10000); c=zeros(1,10000);
DWSshallow=zeros(62,200); G=zeros(62,200);
%Intermediate waters gia to star array
x(1)=-0.2247;
x(2)=-0.1;
x(3)=-0.0332;
y(1)=16.2818;
y(2)=16.4381;
y(3)=16.2433;
imk=200;
for i=1:imk
ALENO=9.81*((1/F(i))^2)/(2*pi);
ALENGTH(i)=ALENO;
DIFLEN(i)=1;
while (DIFLEN(i)>0.001)
ALENP=ALENGTH(i);
AKAPA(i)=2*pi/ALENP;
AKAPADE(i)=AKAPA(i)*0.4075;

```

```

ALENGTH(i) = ALENO*tanh(AKAPADE(i));
DIFLEN(i) = abs(ALENGTH(i) - ALENP);
end
AKAPA(i)=2*pi/ALENGTH(i);
end
for i=1:imk
B=[S11(i) S12(i) S13(i); S21(i) S22(i) S23(i); S31(i) S32(i) S33(i)];
A=inv(B);
for m=1:3
for n=1:3
RA(m,n)=real(A(m,n));
IA(m,n)=imag(A(m,n));
end
end
for k=1:62
thita=0.1*k;
theta(k)=180*0.1*k/pi;
for m=1:3
for n=1:3
D(k,i)=D(k,i)+RA(m,n)*cos(AKAPA(i))*(x(n)-
x(m))*cos(thita)+AKAPA(i)*(y(n)-
y(m))*sin(thita))+IA(m,n)*sin(AKAPA(i))*(x(n)-
x(m))*cos(thita)+AKAPA(i)*(y(n)-y(m))*sin(thita));
end
end
end
for k=1:62
SD(i)=SD(i)+(1/(D(k,i))*0.1);
end
c(i)=S11(i)/SD(i);
for k=1:62
DWSshallow(k,i)=c(i)/D(k,i);
end
for k=1:62
G(k,i)=DWSshallow(k,i)/S11(i);
end
end

```

#### **4. Υπολογιστικός Κώδικας Μεθόδου WFS για την Περίπτωση του Σημειακού Συστήματος Heave-pitch-roll buoy (βαθιά και ενδιάμεσα νερά)**

```

K=zeros(200);a1=zeros(200);a2=zeros(200);b1=zeros(200);
b2=zeros(200);
Gfourier=zeros(62,200);DWSfourier=zeros(62,200);
meanthita=zeros(200);
C22CHECK=zeros(1,200);dif=zeros(1,200);
for i=1:200
K(i)=(C22(i)+C33(i))/C11(i)^0.5;
for k=1:62
thita=-3.2+0.1*k;
a1(i)=Q12(i)/K(i)/C11(i);
b1(i)=Q13(i)/K(i)/C11(i);
a2(i)=(C22(i)-C33(i))/K(i)^2/C11(i);
b2(i)=2*RC23(i)/K(i)^2/C11(i);
Gfourier(k,i)=(1/2/pi+2/3/pi*(a1(i)*cos(thita)+b1(i)*sin(thita)) ...
+1/6/pi*(a2(i)*cos(2*thita)+b2(i)*sin(2*thita)));
DWSfourier(k,i)=Gfourier(k,i)*S11(i);
end
end

```

```

meanthita(i)=atan(Q13(i)/Q12(i));
end

```

## **5. Υπολογιστικός Κώδικας Μεθόδου EMLM για την Περίπτωση του Σημειακού Συστήματος Heave-pitch-roll buoy (βαθιά και ενδιάμεσα νερά)**

```

AKAPA=zeros(1,10000); AKAPADE=zeros(1,10000);
ALENGTH=zeros(1,10000);
DIFLEN=zeros(1,10000); B=zeros(3); A=zeros(3); RA=zeros(3);
IA=zeros(3); D=zeros(62,10000); x=zeros(1,3); y=zeros(1,3);
SD=zeros(1,10000); c=zeros(1,10000); G=zeros(62,200);GG=zeros(1,200);
DWSEMLM=zeros(62,200);FMN=zeros(3);IFMN=zeros(3);
imk=200;
for i=1:imk
ALENO=9.81*((1/F(i))^2)/(2*pi);
ALENGTH(i)=ALENO;
DIFLEN(i)=1;
while (DIFLEN(i)>0.001)
ALENP=ALENGTH(i);
AKAPA(i)=2*pi/ALENP;
AKAPADE(i)=AKAPA(i)*0.4075;
ALENGTH(i) = ALENO*tanh(AKAPADE(i));
DIFLEN(i) = abs(ALENGTH(i) - ALENP);
end
AKAPA(i)=2*pi/ALENGTH(i);
GG(i)=((S22(i)+S33(i))/S11(i))^0.5;
end
for i=1:imk
B=[S11(i) S12(i) S13(i); S21(i) S22(i) S23(i); S31(i) S32(i)
S33(i)];
FMN=B/(GG(i)^2);
IFMN=inv(FMN);
for m=1:3
for n=1:3
RA=real(IFMN);
IA=-imag(IFMN);
end
end
for k=1:62
thita=0.1*k;
for m=1:3
for n=1:3
if m==1
am=0;
bm=0;
else if m==2
am=1;
bm=0;
else if m==3
am=0;
bm=1;
end
end
end
if n==1
an=0;
bn=0;

```

```

else if n==2
an=1;
bn=0;
else if n==3
an=0;
bn=1;
end
end
end
D(k,i)=D(k,i)+((cos(thita))^(am+an)*(sin(thita))^(bm+bn))*(RA(m,n)...
*cos(AKAPA(i)*(x(n)-x(m))*cos(thita)+AKAPA(i)*(y(n)-
y(m))*sin(thita))...
+IA(m,n)*sin(AKAPA(i)*(x(n)-x(m))*cos(thita)+AKAPA(i)*(y(n)-y(m))...
*sin(thita)));
end
end
end
for k=1:62
SD(i)=SD(i)+(1/(D(k,i))*0.1);
end
c(i)=S11(i)/SD(i);
for k=1:62
DWSEMLM(k,i)=c(i)/D(k,i);
end
for k=1:62
G(k,i)=DWSEMLM(k,i)/S11(i);
end
end
end

```

## **6. Υπολογιστικός Κώδικας Μεθόδου MEM για την Περίπτωση του Σημειακού Συστήματος Heave-pitch-roll buoy (βαθιά και ενδιάμεσα νερά)**

```

AKAPA=zeros(1,10000); AKAPADE=zeros(1,10000);
ALENGTH=zeros(1,10000);
DIFLEN=zeros(1,10000); fi1=zeros(200);
fi2=zeros(200); fi3=zeros(200);
q1=zeros(62,200); q2=zeros(62,200); q3=zeros(62,200);
A1=zeros(62,200);
A2=zeros(62,200); E=zeros(2); AA11=zeros(62,200);
AA12=zeros(62,200); AA21=zeros(62,200);
AA22=zeros(62,200);
BB1=zeros(62,200); BB2=zeros(62,200);
C=zeros(2); CC=zeros(2); DD=zeros(2,1);DSFMEM=zeros(62,200);
DWSMEM=zeros(62,200); A0=zeros(62,200);theta=zeros(62);
B0=zeros(1,200); B1=zeros(1,200);B2=zeros(1,200);
imk=200;
for i=1:imk
ALENO=9.81*((1/F(i))^2)/(2*pi);
ALENGTH(i)=ALENO;
DIFLEN(i)=1;
while (DIFLEN(i)>0.001)
ALENP=ALENGTH(i);
AKAPA(i)=2*pi/ALENP;
AKAPADE(i)=AKAPA(i)*0.8;
ALENGTH(i) = ALENO*tanh(AKAPADE(i));
DIFLEN(i) = abs(ALENGTH(i) - ALENP);

```

```

end
AKAPA(i) = ((S22(i)+S33(i))/S11(i))^0.5;
end
for i=1:imk
for k=1:180
thita=0.1*k;
A0(k,i)=1;
A1(k,i)=cos(thita);
A2(k,i)=sin(thita);
end
B0(i)=1;
B1(i)=Q12(i)/(AKAPA(i)*S11(i));
B2(i)=Q13(i)/(AKAPA(i)*S11(i));
end
for i=1:imk
for k=1:62
AA11(k,i)=0;
AA12(k,i)=0;
AA21(k,i)=0;
AA22(k,i)=0;
BB1(k,i)=0;
BB2(k,i)=0;
l1=0;
l2=0;
E(1)=10;
E(2)=10;
while (E(1)>0.001) || (E(2)>0.001)
for kk=1:62
AA11(k,i)=AA11(k,i)+(A1(kk,i)-B1(i))*A1(kk,i)*exp(-l1*A1(kk,i) ...
-2*A2(kk,i))*0.1;
AA12(k,i)=AA12(k,i)+(A1(kk,i)-B1(i))*A2(kk,i)*exp(-l1*A1(kk,i) ...
-l2*A2(kk,i))*0.1;
AA21(k,i)=AA21(k,i)+(A2(kk,i)-B2(i))*A1(kk,i)*exp(-l1*A1(kk,i) ...
-l2*A2(kk,i))*0.1;
AA22(k,i)=AA22(k,i)+(A2(kk,i)-B2(i))*A2(kk,i)*exp(-l1*A1(kk,i) ...
-l2*A2(kk,i))*0.1;
BB1(k,i)=BB1(k,i)+(A1(kk,i)-B1(i))*exp(-l1*A1(kk,i)-l2*A2(kk,i))*0.1;
BB2(k,i)=BB2(k,i)+(A2(kk,i)-B2(i))*exp(-l1*A1(kk,i)-l2*A2(kk,i))*0.1;
end
C=[AA11(k,i) AA12(k,i); AA21(k,i) AA22(k,i)];
CC=inv(C);
DD=[BB1(k,i); BB2(k,i)];
E=CC*DD;
l1=l1+E(1);
l2=l2+E(2);
end
olo=0;
for kk=1:62
olo=olo+exp(-(l1*A1(kk,i)+l2*A2(kk,i)))*0.1;
end
l0=log(olo);
DSFMEM(k,i)=exp(-l0-l1*A1(k,i)-l2*A2(k,i));
DWSMEM(k,i)=DSFMEM(k,i)*S11(i);
end
end

```

