

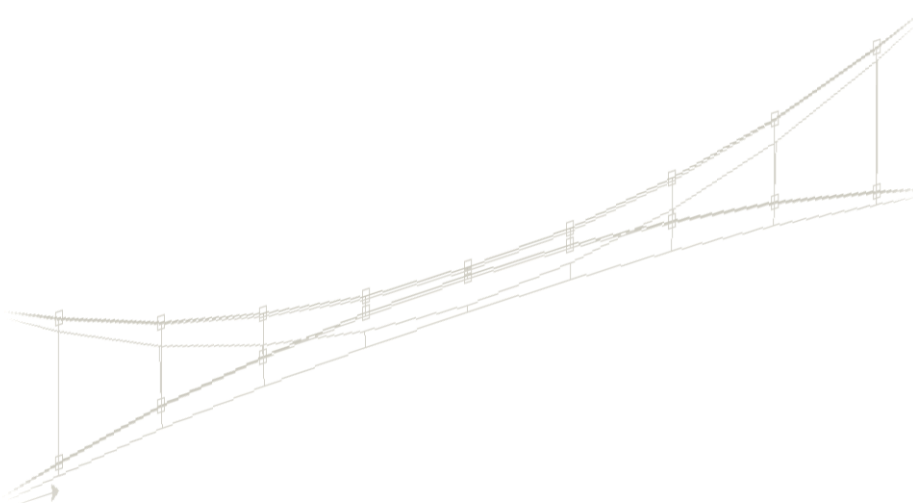


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΠΜΣ «ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ»
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σχεδιασμός και Ανάλυση Καλωδιωτών Κατασκευών

ΒΡΥΖΩΝΗ ΕΥΔΟΚΙΑ



Επίβλεψη:

ΣΠΗΛΙΟΠΟΥΛΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ,

Αναπληρωτής Καθηγητής, Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2014

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Κ.Σπηλιόπουλο για το τόσο ιδιαίτερο και ενδιαφέρον αντικείμενο της μεταπτυχιακής μου εργασίας. Τον ευχαριστώ, επίσης, για την βοήθεια και την υποστήριξη που πρόσχαρα παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια των τελευταίων μηνών.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Πολιτικό Μηχανικό κ. Φώτη Ζούλα για την παροχή του κατάλληλου λογισμού και για την πολύτιμη συνεισφορά του στη διεκπεραίωση της παρούσας εργασίας. Μέσα από την πολυετή εμπειρία του στις καλωδιωτές κατασκευές μου προσέφερε χρήσιμες συμβουλές για την βαθύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς τους και των βασικών αρχών σχεδιασμού και ανάλυσής τους.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	i
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	v
ABSTRACT	vii
ΜΕΡΟΣ Ι: ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΛΩΔΙΩΝ	1
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	3
1.1. Ιστορική αναδρομή	3
1.2. Στάδιο Ειρήνης και Φιλίας	7
2. ΚΑΛΩΔΙΑ	9
2.1. Μεμονωμένα καλώδια	10
2.1.1. Στατική επίλυση υπό συγκεντρωμένο φορτίο	10
2.1.2. Στατική επίλυση υπό ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο	12
2.2. Συμπεριφορά Μεμονωμένων καλωδίων.....	17
2.3. Γεωμετρική μη γραμμικότητα	20
2.4. Προένταση καλωδίων.....	22
3. ΕΦΕΛΚΥΟΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ	25
3.1. Εισαγωγή.....	25
3.2. Καλωδιωτές Κατασκευές	27
3.2.1. Μεμονωμένα καλώδια.....	27
3.2.1.1. Ευθύγραμμα Καλώδια	27
3.2.1.2. Ανηρτημένα καμπυλόμορφα καλώδια.....	27

3.2.2. Προεντεταμένες επίπεδες καλωδιωτές δοκοί	29
3.2.3. Δίκτυα καλωδίων.....	30
4. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΦΕΛΚΥΟΜΕΝΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ.....	33
4.1. Εύρεση Σχήματος	34
4.1.1. Φυσικά μοντέλα	35
4.1.2. Αριθμητικές Μέθοδοι.....	36
4.1.2.1. Φυσική μέθοδος εύρεσης σχήματος	37
4.1.2.2. Μέθοδος Δυναμικής Χαλάρωσης	38
4.1.2.3. Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης.....	41
4.2. Στατική ανάλυση	41
4.3. Δυναμική ανάλυση.....	44
5. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΔΥΝΑΜΗΣ (FORCE DENSITY METHOD)	47
5.1. Εισαγωγικά.....	48
5.2. Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης (Force Density Method)	52
5.3. Μη γραμμική Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης	54
5.4. Χαρακτηριστικά της μεθόδου	57
ΜΕΡΟΣ II: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΛΩΔΙΟΔΟΚΩΝ	59
6. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ	61
6.1. Περιγραφή γυμναστηρίου	61
6.2. Επιλογή καλωδιωτού συστήματος.....	65
6.3. Στέγαση βασικής αίθουσας αθλοπαιδιών	66
6.3.1. Μόρφωση μεταλλικού φέροντος οργανισμού	66
6.3.2. Προσδιορισμός επιθυμητής γεωμετρίας της επιφάνειας στέγασης	68
6.4. Βασικές αρχές σχεδιασμού	70
6.5. Μέθοδος ανάλυσης	71
6.6. Υλικά.....	73
6.7. Δράσεις	74
6.7.1. Προένταση.....	74
6.7.2. Μόνιμες Δράσεις.....	74
6.7.2.1. Ίδιο βάρος κατασκευής.....	74
6.7.2.2. Μόνιμο φορτίο επικάλυψης.....	74

6.7.3. Μεταβλητές δράσεις.....	74
6.7.3.1. Φορτίο χιονιού	74
6.7.3.2. Δράσεις ανέμου	75
6.7.4. Σεισμικές δράσεις.....	77
6.7.5. Δράσεις θερμοκρασίας	77
6.8. Συνδυασμοί δράσεων	78
7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	81
7.1. Ανάλυση καλωδιοδοκού	81
7.1.1. Σχήμα στατικής ισορροπίας υπό τη δράση «P».....	82
7.1.2. Μόνιμο σχήμα υπό τη δράση «P+G» και «1.35(P+G)»	83
7.1.3. Αποτελέσματα συνδυασμών σχεδιασμού	87
7.2. Ανάλυση συνολικού φορέα στέγασης	88
7.3. Διαστασιασιολόγηση καλωδιοδοκού	95
7.3.1. Οριακές καταστάσεις αστοχίας.....	96
7.3.2. Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας	97
8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	99
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	103
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	117
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ	129
ΑΝΑΦΟΡΕΣ	131

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι εφελκούμενες κατασκευές αποτελούν τη βέλτιστη και οικονομικότερη επιλογή για την ελεύθερη κάλυψη μεγάλων επιφανειών παρέχοντας ξεχωριστό αισθητικό αποτέλεσμα. Η χρήση των εφελκούμενων κατασκευών διαδόθηκε ευρέως μετά τα μέσα του 20 αιώνα, όταν πλέον ερευνητές και μελετητές έχοντας στη διάθεσή τους τον υπολογιστή και τις νέες μεθόδους ανάλυσης, μπορούσαν να διερευνήσουν και να κατανοήσουν καλύτερα την ιδιαίτερη και περίπλοκη συμπεριφορά τους. Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να παραθέσει τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά της συμπεριφοράς, του σχεδιασμού και της ανάλυσης των εφελκούμενων κατασκευών, εστιάζοντας στα εφελκούμενα συστήματα καλωδίων και στην Μέθοδο Πυκνότητας Δύναμης.

Το περιεχόμενο της διαχωρίζεται σε δυο γενικά μέρη: στο ΜΕΡΟΣ I (Κεφάλαια 1 έως 5), στο οποίο περιγράφονται γενικά οι εφελκούμενες κατασκευές, δίνοντας έμφαση στη συμπεριφορά τους και στις μεθόδους σχεδιασμού και ανάλυσής τους, και στο ΜΕΡΟΣ II (Κεφάλαια 6 και 7), στο οποίο παρουσιάζεται ο σχεδιασμός, η ανάλυση και τα αποτελέσματά ενός απλού παραδείγματος εφελκούμενης καλωδιωτής κατασκευής.

Στο *Κεφάλαιο 1* παρουσιάζεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή σχετικά με την εξέλιξη των εφελκούμενων συστημάτων.

Στο *Κεφάλαιο 2* εισάγεται το κύριο στοιχείο των εφελκούμενων συστημάτων, το καλώδιο. Με αναφορά στη στατική επίλυση μεμονωμένων καλωδίων υπό τη δράση συγκεντρωμένου και ομοιόμορφου φορτίου περιγράφονται η συμπεριφορά του, η έννοια της γεωμετρικής μη γραμμικότητας, που χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά του, και η επίδραση της προέντασης στην τελική απόκριση του.

Στο *Κεφάλαιο 3* παρουσιάζονται οι εφελκούμενες κατασκευές, εστιάζοντας στα εφελκούμενα συστήματα με κύριο στοιχείο το καλώδιο. Περιγράφονται οι διάφοροι σχηματισμοί καλωδίων, οι οποίοι διακρίνονται σε επίπεδους (μεμονωμένα καλώδια και καλωδιωτές δοκοί) και χωρικούς (δίκτυα καλωδίων), και αναφέρονται τα βασικά χαρακτηριστικά τους.

Στο *Κεφάλαιο 4* περιγράφεται ο σχεδιασμός και η ανάλυση των εφελκυσόμενων συστημάτων. Το κεφάλαιο ξεκινά από το πρώτο και σημαντικότερο στάδιο, την εύρεση του αρχικού σχήματος ισορροπίας (form finding) για το οποίο μπορεί χρησιμοποιηθούν είτε φυσικά μοντέλα είτε αριθμητικές μέθοδοι. Οι αριθμητικές μέθοδοι εύρεσης σχήματος που περιγράφονται συνοπτικά, είναι η Φυσική Μέθοδος (Natural Shape Finding), η Μέθοδος της Δυναμικής Χαλάρωσης (Dynamic Relaxation Method) και η Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης (Force Density Method). Τέλος, παρουσιάζονται τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά του επόμενου σταδίου, της στατικής και δυναμικής ανάλυσης.

Στο *Κεφάλαιο 5* παρουσιάζεται αναλυτικά η Μέθοδος της Πυκνότητας Δύναμης, η οποία αποτελεί και το κύριο θέμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η μέθοδος χρησιμοποιήθηκε ευρέως τις τελευταίες δεκαετίες, για τον προσδιορισμό των πιθανών μορφών ισορροπίας ενός δικτύου εφελκυσόμενων στοιχείων υπό τη δράση δυνάμεων προέντασης και αναφέρονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της.

Στο *Κεφάλαιο 6* περιγράφεται αναλυτικά ο σχεδιασμός ενός συστήματος αποτελούμενο από επίπεδες κατακόρυφες καλωδιοδοκούς και συνήθη μεταλλικά στοιχεία για την ελεύθερη στέγαση αίθουσας αθλοπαιδιών. Αναφέρονται οι βασικές αρχές σχεδιασμού βάσει του EN 1993-1-11, η μέθοδος ανάλυσης και τα φορτία που επιλέχθηκαν για την ανάλυση του συστήματος.

Στο *Κεφάλαιο 7* παρουσιάζονται διεξοδικά η ανάλυση για το παραπάνω σύστημα (εύρεση σχήματος στατικής ισορροπίας υπό τη δράση της προέντασης της καλωδιοδοκού και ανάλυση του συνολικού φορέα), τα αποτελέσματα και ο έλεγχος επάρκειας των καλωδίων βάσει του EN 1993-1-11.

Στο *Κεφάλαιο 8* παρουσιάζονται τα συμπεράσματα, ενώ στο *ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α* παρουσιάζεται μια προσεγγιστική μέθοδος για την εκτίμηση της ελάχιστης απαιτούμενης αρχικής προέντασης για ένα σύστημα αποτελούμενο από δυο καλώδια αντίθετης καμπυλότητας.

Στο *ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β* παρουσιάζεται το καλώδιο ως δομικό στοιχείο και περιγράφεται η δομή του, οι τύποι των διαφόρων καλωδίων που χρησιμοποιούνται στις εφελκυσόμενες κατασκευές, οι βασικές ιδιότητές του και τα στοιχεία σύνδεσης μεταξύ των καλωδίων και αγκύρωσής τους.

Τέλος, στο *ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ* παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε για το σχεδιασμό και την ανάλυση τους παραδείγματος στο ΜΕΡΟΣ ΙΙ της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

ABSTRACT

The tension structures suggest the best and most economical choice to span large distances providing, also, unique aesthetic qualities. The widespread construction of tension structures started after the mid-20th century, when researchers and engineers having at their disposal the computer and new methods of analysis, could better understand and investigate the complex behavior of the tension structures. The aim of this thesis is to outline the main features of the behavior, the design and structural analysis of tension structures, focusing on cable systems and on the Force Density Method.

In general, the content of the thesis is divided into two parts: the Part I (Chapters 1 to 5), which describes the tension structures emphasizing on the behavior and the methods of design and analysis, and the Part II (Chapters 6 and 7), which presents the design, the analysis and the results of a simple cable structure example.

Chapter 1 gives a brief historical background on the evolution of tensile systems.

Chapter 2 introduces the main component of a tensile system, the cable. With reference to the static analysis of a single cable, under the action of concentrated and uniform loads, is described the behavior, the inherent geometric nonlinearity and the influence of prestress to the final cable response.

Chapter 3 presents the tension structures, focusing on cable systems. It describes the cables systems, which can be classified into plan (single cables and cable trusses) and spatial (cable nets) configurations, mentioning as well their main characteristics.

Chapter 4 outlines the design and the analysis of the tensile systems. The chapter starts from the first and most important stage that is the definition of the initial equilibrium configuration (form finding). For the form finding can be used either physical models or numerical methods. The numerical methods mentioned in this chapter are: the Natural Shape Finding Method, the Dynamic Relaxation Method and the Force Density Method. Finally, the most important features of the next stages, the static and dynamic analysis, are depicted.

Chapter 5 presents in detail the Force Density Method, which is the main subject of this thesis. The method has been used widely over the past decades, to determine the possible equilibrium shapes of prestressed pin-jointed networks. Also, the advantages and disadvantages of the method are discussed in this chapter.

Chapter 6 gives the conceptual design of a long span roof tension structure consisting of vertical cable trusses and steel supporting system for the free covering of a sports hall. It also describes the basic design disciplines according to EN 1993-1-11, the method of structural analysis and the design applied loads.

Chapter 7 presents in detail the analysis of the aforementioned system (form finding and structural analysis), the results and the cables verification according to EN 1993-1-11.

Chapter 8 presents the conclusions, while *APPENDIX A* presents an approximate method for the estimation of the minimum initial prestress required for two cables with opposite curvature.

APPENDIX B introduces the cable as a structural element describing the cable construction, the various types of cables used in tension structures, its main properties, the connection types between the cables and their anchorages.

Finally, *Appendix C* presents the main features of the software used for the designing and structural analysis of the example in Part II of this thesis.

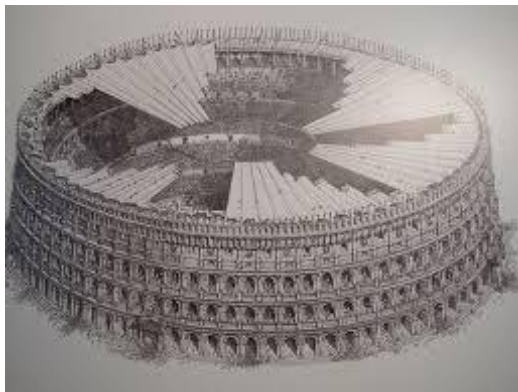
ΜΕΡΟΣ Ι:

ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΛΩΔΙΩΝ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Ιστορική αναδρομή

Εφελκυσόμενες κατασκευές, όπως σκηνές και ανηρημένες γέφυρες, είναι γνωστές από την αρχαιότητα. Παρά το γεγονός της δύσκολης εκτίμησης της συμπεριφοράς τους, η χρήση αυτού του είδους κατασκευών ήταν εκτεταμένη κυρίως χάρη στην ευκολία, την ταχύτητα, την οικονομικότητα κατασκευής τους και στα ελαφρά υλικά τους. Ο σχεδιασμός τους στηριζόταν σε γνώσεις προερχόμενες από την εμπειρία και την παρατήρηση.

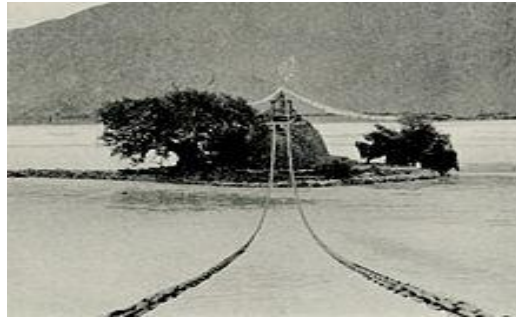


Εικόνα 1.1.1 Σχηματική αναπαράσταση του Κολοσσαίου, Ρώμη

Το 'velarium' είναι ένα είδος τέντας το οποίο χρησιμοποιούσαν κατά τους ρωμαϊκούς χρόνους. Στο Κολοσσαίο, ένα τέτοιο είδος τέντας απλωνόταν πάνω από τις θέσεις των θεατών και αγκυρωνόταν με σχοινιά στο έδαφος. Η τέντα παρείχε αφενός προστασία από τον ήλιο και τη βροχή, αλλά η κύρια λειτουργία της ήταν να βοηθά στην κυκλοφορία του αέρα δημιουργώντας δροσερό αέρα.

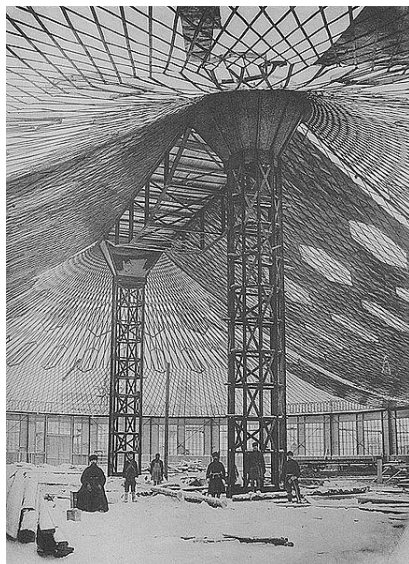
Ο θιβετιανός Thang Tong Gyalo κατασκεύασε πολυάριθμες γέφυρες για τη διευκόλυνση των ταξιδιών και του προσκυνήματος στα Ιμαλάια. Οι γέφυρες αυτές, μια πρόωρη εκδοχή των κρεμαστών γεφυρών, αποτελούσαν αρχικά από το κατάστρωμα ανηρημένο από σχοινιά από δέρμα ή φυτά και στην πορεία από αλυσίδες φτιαγμένες από σίδηρο. Η Chakzam Bridge του

1433 στον ποταμό Yarlung Tsangpo, ήταν έως και το 2004 μια από τις πρώτες διασωθείσες κρεμαστές γέφυρες στον κόσμο.



Εικόνα 1.1.2 Η παλιά γέφυρα Chakzam

Ο ρώσος Vladimir Shukhov, ήταν ο πρώτος που ανέπτυξε πρακτικούς υπολογισμούς των τάσεων και των παραμορφώσεων σε εφελκυσόμενες κατασκευές. Σχεδίασε οχτώ εφελκυσόμενες κατασκευές, οι οποίες θα αποτελούσαν εκθεσιακά περίπτερα συνολικής έκτασης 27.000m² για την All-Russia Exhibition το 1896.



Εικόνα 1.1.3 Εφελκυσόμενη δικτυωτή κατασκευή από χάλυβα, Oval Pavillion, Vladimir Shukhov



Εικόνα 1.1.4 Αναποδογυρισμένο φυσικό προσομοίωμα της Colonia Guell, Μουσείο Sagrada Família

Στο σκεπτικό των πειραματικών υπολογισμών κινήθηκε επίσης και ο Antonio Gaudi για την Church of Colonia Guell. Χρησιμοποιώντας αλυσίδες δημιούργησε ένα ανεστραμμένο εφελκυσόμενο προσομοίωμα της κατασκευής για τον προσδιορισμό των θλιπτικών δυνάμεων και της γεωμετρίας των στύλων και θόλων.

Η χρήση καλωδίων για την κατασκευή γεφυρών ξεκίνησε από το 1816, με την κατασκευή της προσωρινής πεζογέφυρας Spider Bridge στον ποταμό Schuylkill της Φιλαδέλφειας. Η χρήση τους για τη στέγαση μεγάλων ανοιγμάτων άρχισε να προκαλεί ενδιαφέρον σε αρχιτέκτονες και μηχανικούς σχετικά πρόσφατα, ξεκινώντας από το State Fair Arena στο Raleigh της Νότιας Καρολίνας το 1953. Άλλες μεγάλης κλίμακας εφελκυσόμενες κατασκευές εκείνη την εποχή είναι

η στέγαση του υπαίθριου χώρου παραστάσεων Sidney Myer Music Bowl το 1958 και το German Pavilion για την Montreal EXPO το 1967.

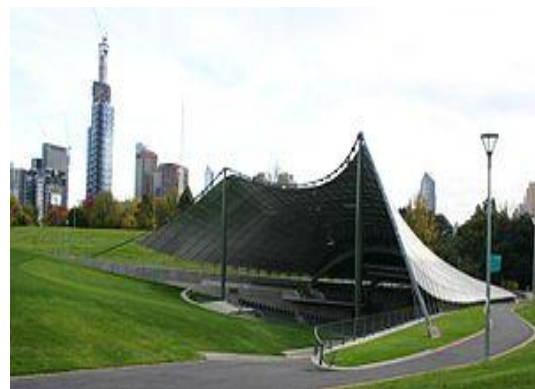
Μέχρι και αυτή την εποχή ο μοναδικός τρόπος σχεδιασμού κατασκευών με εφελκυσόμενα στοιχεία ήταν ο πειραματικός, καθώς δεν υπήρχε κάποια πρακτική αναλυτική λύση για τον προσδιορισμό του σχήματος των καλωδίων και της συμπεριφοράς τους κατά την επιβολή των εξωτερικών φορτίων. Έτσι λοιπόν, κατασκευάζονταν φυσικά προσομοιώματα για τα οποία καταγραφόταν το σχήμα και η απόκριση τους λόγω των εξωτερικών φορτίων και στη συνέχεια οι καταγραφές αυτές αποτελούσαν τη βάση για το σχεδιασμό τους. Δυστυχώς όμως, τα προσομοιώματα δεν ήταν δυνατό να δώσουν ακριβείς λύσεις για τις πραγματικές διαστάσεις της κατασκευής.

Όταν ο μηχανικός Frei Otto, αναλαμβάνει την κατασκευή του σταδίου των Ολυμπιακών Αγώνων του 1972 στο Μόναχο, για να μπορέσει να σχεδιάσει την πρωτοπόρα κλίμακας εφελκυσόμενη κατασκευή, προβαίνει στην δημιουργία μεγάλης ακρίβειας φυσικών προσομοιωμάτων του δικτύου καλωδίων της στέγης. Σκοπός αυτών των προσομοιωμάτων ήταν να μελετηθούν και να αποτελέσουν τη βασική πηγή πληροφοριών όλων των σχετικών δεδομένων για το σχεδιασμό της κατασκευής αλλά και την ανάπτυξη αναλυτικής λύσης.

Σημαντική ώθηση στη διάδοση των εφελκυσόμενων κατασκευών προσέφερε η εξέλιξη του υπολογιστή καθιστώντας πλέον εφικτούς πολύπλοκους και ακριβέστερους υπολογισμούς και βοηθώντας στην καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς τους. Το ίδιο σημαντικά συνέβαλε και η τεχνολογική εξέλιξη στους τομείς των υλικών και της κατασκευής. Από τη δεκαετία του 60 και έπειτα παρουσιάστηκε σημαντική πρόοδος στο σχεδιασμό, στην ανάλυση και στην κατασκευή των εφελκυσόμενων κατασκευών. Σε αυτή την πρόοδο συνετέλεσε σημαντικά η έρευνα από Ιδρύματα όπως το International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), το Institute for Lightweight Structures (IL) Stuttgart University υπό τον Frei Otto και το Sonderforschungsbereich 64 (SFB64) υπό τους Leonhardt, Argyris, Linkwitz, Otto και άλλους. Επίσης σημαντική ήταν και η προσφορά μηχανικών σε ατομικό επίπεδο.



Εικόνα 1.1.5 Raleigh Arena, Καρολίνα



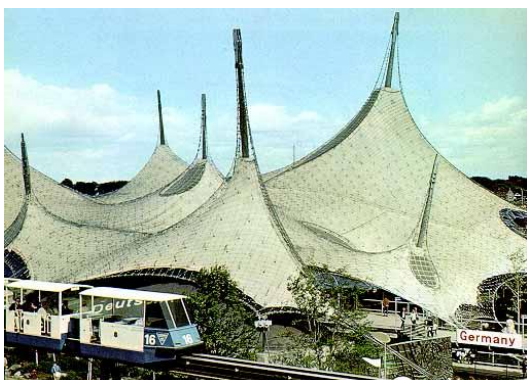
Εικόνα 1.1.6 Sidney Myer Music Bowl



Εικόνα 1.1.7 Ολυμπιακό Στάδιο, Μόναχο



Εικόνα 1.1.8 Ολυμπιακό Στάδιο, Μόναχο



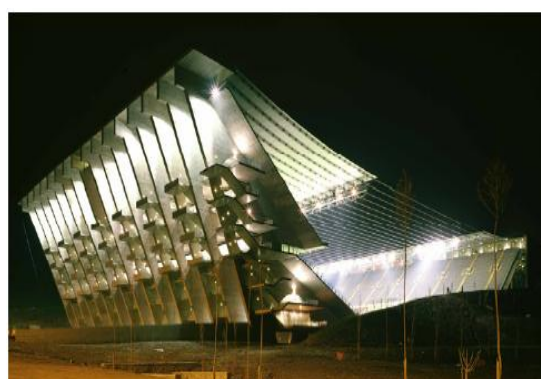
Εικόνα 1.1.9 German Pavilion, Montreal EXPO



Εικόνα 1.1.10 Στάδιο delle Alpi, Τορίνο



Εικόνα 1.1.11 Βιομηχανικός χώρος, Burgo



Εικόνα 1.1.12 Στάδιο Braga



Εικόνα 1.1.13 Κλειστό κολυμβητήριο, Arcore



Εικόνα 1.1.14 Βιομηχανικό κτίριο, Vigevano

1.2. Στάδιο Ειρήνης και Φιλίας

Ένα παράδειγμα εφελκυσμένης κατασκευής στην Ελλάδα είναι το Στάδιο Ειρήνης και Φιλίας στην Αθήνα, το οποίο κατασκευάστηκε το 1983. Η διπλής καμπυλότητας στέγη του, η οποία σε κάτοψη είναι κυκλικής μορφής, αποτελείται από ένα δίκτυο προεντεταμένων καλωδίων. Η συνολική διάμετρος της επιφάνειας κάλυψης είναι 114.0m. Τα καλώδια, 27 σε αριθμό στις δυο κάθετες διευθύνσεις, σχηματίζουν κάναβο 4.0x4.0m και αγκυρώνονται σε ένα περιμετρικό δακτύλιο, κιβωτοειδούς διατομής, από προεντεταμένο σκυρόδεμα. Ο περιμετρικός δακτύλιος πατά σε εφέδρανα επί 32 ακτινικά τοποθετημένων πυλώνων, επίσης από προεντεταμένο σκυρόδεμα.



Εικόνα 1.2.1 Στάδιο Ειρήνης και Φιλίας



Εικόνα 1.2.2 Σύνδεση και αγκύρωση καλωδίων

2. ΚΑΛΩΔΙΑ

Τα καλώδια είναι γραμμικά στοιχεία με μικρή διατομή από χάλυβα υψηλής αντοχής, τα οποία αδυνατούν να αναπτύξουν αντίσταση σε καμπτικές ροπές και θλίψη. Είναι στοιχεία δηλαδή σχεδόν απόλυτα εύκαμπτα χαρακτηριζόμενα από έντονες παραμορφώσεις, ανάλογα με τη μορφή του εξωτερικού φορτίου. Τα στοιχεία αυτά λειτουργούν αποκλειστικά σε εφελκυσμό, μεταφέροντας τα εξωτερικά φορτία μέσω της αξονικής δυσκαμψίας τους και της μεταβαλλόμενης γεωμετρίας τους.

Τα καλώδια, αφού συνδεθούν στις στηρίξεις (ανάρτηση καλωδίων), λαμβάνουν μια τέτοια γεωμετρία ώστε με την ανάπτυξη κατάλληλης έντασης να μπορέσουν να ισορροπήσουν. Η γεωμετρία και η ένταση που θα υιοθετήσουν εξαρτάται από το αρχικό χαλαρό μήκος τους και από τις συνοριακές συνθήκες στις θέσεις στήριξής τους (δύσκαμπτες ή εύκαμπτες στηρίξεις). Αφού ισορροπήσουν κατά τη φάση της κατασκευής, στη συνέχεια, με ανάλογο τρόπο θα παραλάβουν και τα πρόσθετα εξωτερικά φορτία.

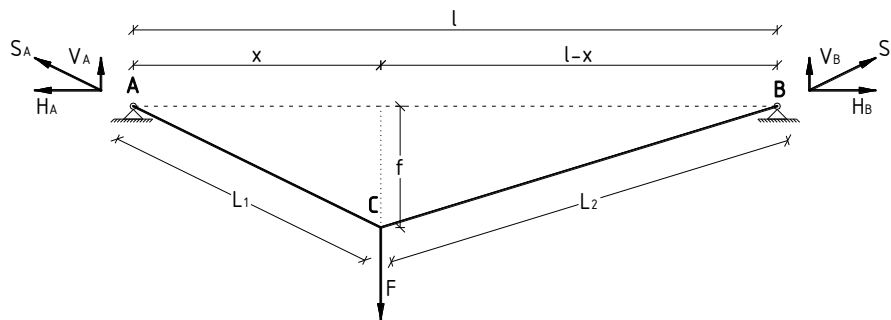
Είναι προφανές ότι σε οποιαδήποτε ισορροπημένη κατάσταση η γεωμετρία του καλωδίου και η αναπτυσσόμενη έντασή του είναι δυο αλληλεπιδρώμενα μεγέθη. Συνεπώς, η ανάληψη της δράσης των φορτίων επιτυγχάνεται από μια γεωμετρικοεντατική κατάσταση, κατά την οποία το σχήμα του καλωδίου είναι τέτοιο ώστε οι αναπτυσσόμενες εφελκυστικές τάσεις στο καλώδιο να ισορροπούν με τα εξωτερικά φορτία.

Στις παρακάτω παραγράφους ακολουθεί η στατική ανάλυση μεμονωμένων καλωδίων, ώστε να γίνει πιο κατανοητή η συμπεριφορά τους.

2.1. Μεμονωμένα καλώδια

2.1.1. Στατική επίλυση υπό συγκεντρωμένο φορτίο

Έστω καλώδιο με αρχικό χαλαρό μήκος L και διατομή A , το οποίο αναρτάται σε δύο στηρίξεις με οριζόντια απόσταση l όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.1.1. Στο καλώδιο ασκείται συγκεντρωμένο φορτίο P σε τυχαίο σημείο. Το καλώδιο θεωρείται αβαρές, οπότε το ίδιο βάρος του αμελείται. Επίσης, το υλικό θεωρείται γραμμικά ελαστικό με μέτρο ελαστικότητας E . Στον καλωδιακό φορέα εφαρμόζονται οι συνθήκες ισορροπίας για τον προσδιορισμό των αντιδράσεων, των ελκτικών δυνάμεων και του χαλαρού μήκους του.



Εικόνα 2.1.1 Μεμονωμένο κεκλιμένο καλώδιο με συγκεντρωμένο φορτίο

Προσδιορισμός αντιδράσεων στις στηρίξεις του φορέα

Λαμβάνονται οι εξισώσεις ισορροπίας ροπών στη στηρίξεις A, B και στο μέσον του καλωδίου C:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow V_B \cdot l - P \cdot x = 0$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow V_A \cdot l - P \cdot (l - x) = 0$$

$$\Sigma M_C^A = 0 \Rightarrow H_A \cdot f - V_A \cdot x = 0 \Rightarrow H_A = V_A \cdot \frac{x}{f}$$

$$\Sigma M_C^B = 0 \Rightarrow H_B \cdot f - V_B \cdot (l - x) = 0 \Rightarrow H_B = V_B \cdot \frac{l - x}{f}$$

Από τις παραπάνω συνθήκες ισορροπίας προκύπτουν οι παρακάτω αντιδράσεις:

$$V_B = P \cdot \frac{x}{l} \quad (2.1.1)$$

$$V_A = P \cdot \frac{l - x}{l} \quad (2.1.2)$$

$$H_A = H_B = P \cdot \frac{l - x \cdot x}{l \cdot f} \quad (2.1.3)$$

Προσδιορισμός έντασης του φορέα

Οι εφελκυστικές δυνάμεις στα δυο μέλη του καλωδίου είναι:

$$S_1 = \sqrt{H_A^2 + V_A^2} \quad \text{και} \quad S_2 = \sqrt{H_B^2 + V_B^2}$$

Όπου χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2.1.1), (2.1.2) και (2.1.3) προκύπτει αντίστοιχα:

$$S_1 = V_A \cdot \sqrt{\frac{x^2}{f^2} + 1} \quad \text{και} \quad S_2 = V_B \cdot \sqrt{\frac{l-x^2}{f^2} + 1}$$

$$S_1 = P \cdot \frac{l-x}{l} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{f^2} + 1} \quad (2.1.4)$$

$$S_2 = P \cdot \frac{x}{l} \cdot \sqrt{\frac{l-x^2}{f^2} + 1} \quad (2.1.5)$$

Προσδιορισμός χαλαρού μήκους του φορέα

Εάν ληφθεί υπόψη ο καταστατικός νόμος του υλικού, εφόσον έχει υποτεθεί ότι το υλικό είναι ελαστικό, ισχύει ο νόμος του Hooke και μπορούμε να προσδιορίσουμε το τελικό μήκος μαζί την επιμήκυνση λόγω της δράσης των αξονικών δυνάμεων:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \quad \frac{S_i}{A} = E \cdot \frac{L_i - L_{i,0}}{L_{i,0}} \Rightarrow$$

$$L_i = L_{i,0} \left(1 + \frac{S_i}{E \cdot A} \right) \quad (2.1.6)$$

Επίσης τα επιμέρους τεταμένα μήκη του καλωδίου μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας το πυθαγόρειο θεώρημα, δηλαδή:

$$L_1 = \sqrt{x^2 + f^2} \quad \text{και} \quad L_2 = \sqrt{l-x^2 + f^2}$$

Και εξισώνοντας τις παραπάνω εξισώσεις με την εξίσωση (2.1.6) προκύπτουν τα επιμέρους χαλαρά μήκη του καλωδίου:

$$L_{1,0} = \frac{\sqrt{x^2 + f^2}}{1 + \frac{S_1}{E \cdot A}} \quad (2.1.7)$$

$$L_{2,0} = \frac{\sqrt{l-x^2 + f^2}}{1 + \frac{S_2}{E \cdot A}} \quad (2.1.8)$$

Οπότε αντικαθιστώντας τις S_1 και S_2 από τις σχέσεις (2.1.4) και (2.1.5) στις παραπάνω εξισώσεις, προκύπτει το συνολικό αρχικό μήκος:

$$L_0 = L_{1,0} + L_{2,0} \Rightarrow$$

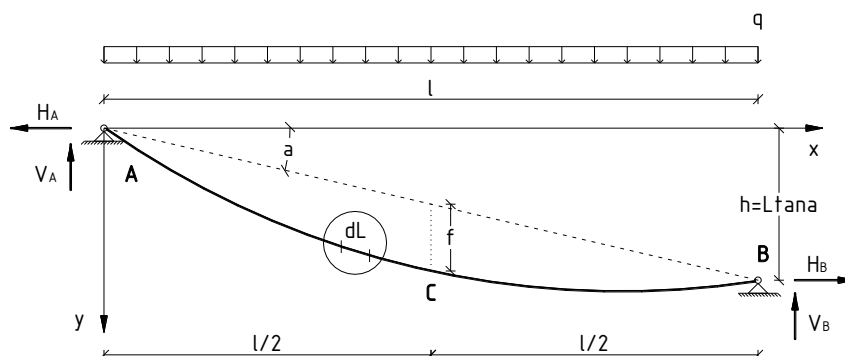
$$L_0 = \frac{\sqrt{x^2 + f^2}}{1 + \frac{P \cdot \frac{l-x}{l} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{f^2} + 1}}{E \cdot A}} + \frac{\sqrt{l-x^2 + f^2}}{1 + \frac{P \cdot \frac{x}{l} \cdot \sqrt{\frac{l-x^2}{f^2} + 1}}{E \cdot A}} \Rightarrow$$

$$L_0 = \frac{f}{\frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{f^2} + 1}} + \frac{P}{E \cdot A} \cdot \frac{l-x}{l}} + \frac{f}{\frac{1}{\sqrt{\frac{l-x^2}{f^2} + 1}} + \frac{P}{E \cdot A} \cdot \frac{x}{l}} \quad (2.1.9)$$

Η εξίσωση (2.1.9) δίνει τη σχέση μεταξύ του επιβαλλόμενου εξωτερικού φορτίου P με την βύθιση f που προκύπτει λόγω της δράσης του φορτίου.

2.1.2. Στατική επίλυση υπό ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο

Έστω καλώδιο με αρχικό χαλαρό μήκος L και διατομή A , το οποίο αναρτάται σε δύο στηρίξεις με οριζόντια απόσταση l , όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.1.2. Στο καλώδιο ασκείται ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο κατά την οριζόντια προβολή του. Το καλώδιο θεωρείται αβαρές, οπότε το ίδιο βάρος του αμελείται. Σημειώνεται ότι οι εξισώσεις που ακολουθούν είναι προσεγγιστικές λύσεις μη εκτατού καλωδίου, ισχύει δηλαδή $EA \rightarrow \infty$. Συνεπώς, σε όλους τους παρακάτω τύπους δεν έχει ληφθεί υπόψη η επίδραση της επιμήκυνσης του καλωδίου. Στον καλωδιακό φορέα εφαρμόζονται οι συνθήκες ισορροπίας για τον προσδιορισμό των αντιδράσεων, των ελκτικών δυνάμεων, του σχήματος και του χαλαρού μήκους του.



Εικόνα 2.1.2 Μεμονωμένο κεκλιμένο καλώδιο με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο κατά μήκος της οριζόντιας προβολής του

Προσδιορισμός αντιδράσεων στις στηρίξεις του φορέα

Λαμβάνονται οι εξισώσεις ισορροπίας ροπών στη στηρίξη Β και στο μέσον του καλωδίου C:

$$\Sigma M_B = 0 \quad V_A \cdot l - H_A \cdot h - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$\Sigma M_C = 0 \quad V_A \cdot \frac{l}{2} - H_A \cdot \left(\frac{h}{2} + f \right) - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = 0$$

Από τις εξισώσεις ισορροπίας προκύπτει το παρακάτω σύστημα:

$$V_A \cdot l - H_A \cdot h = q \cdot \frac{l^2}{2} \quad (2.1.10)$$

$$V_A \cdot \frac{l}{2} - H_A \cdot \left(\frac{h}{2} + f \right) = q \cdot \frac{l^2}{8}$$

το οποίο εάν επιλυθεί προκύπτουν οι αντιδράσεις V_A και H_A :

$$V_A = \frac{q \cdot l}{2} \cdot \left(1 + \frac{h}{4 \cdot f} \right) \quad (2.1.11)$$

$$H_A = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f} \quad (2.1.12)$$

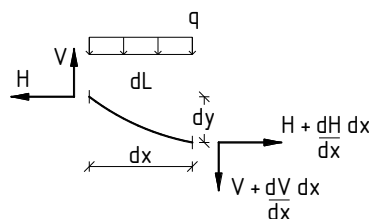
Και από την ισορροπία δυνάμεων στο φορέα προκύπτουν οι αντιδράσεις V_B και H_B :

$$V_B = \frac{q \cdot l}{2} \cdot \left(1 - \frac{h}{4 \cdot f} \right) \quad (2.1.13)$$

$$H_B = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f} \quad (2.1.14)$$

Προσδιορισμός έντασης του φορέα

Από το παραπάνω καλώδιο λαμβάνεται το στοιχειώδες μήκος dL , για το οποίο εάν εφαρμοστεί η ισορροπία δυνάμεων ελευθέρου σώματος:



Εικόνα 2.1.3 Το διαφορικό στοιχείο dL του καλωδιωτού φορέα

$$\frac{dH}{dx} = 0 \quad \text{και} \quad \frac{dV}{dx} = -qdx \quad (2.1.15)$$

προκύπτει:

$$H = H_0 \quad (2.1.16)$$

$$V = V_A - q \cdot x \quad (2.1.17)$$

Όπου V_A και H_A οι αντιδράσεις στη στήριξη Α.

Θεωρώντας τη συνθήκη ισορροπίας ροπών στη στήριξη Β, προκύπτει η πρώτη εξίσωση ισορροπίας του συστήματος (2.1.10), από τη οποία υπολογίζεται η V_A ανεξάρτητα του βέλους f:

$$V_A = H_A \cdot \frac{h}{l} + q \cdot \frac{l}{2} \quad (2.1.18)$$

Εάν στη σχέση (2.1.17) η V_A αντικατασταθεί από την εξίσωση (2.1.18), τότε η κατακόρυφη συνιστώσα V της αξονικής δύναμης του καλωδίου σε τυχόν σημείο του φορέα είναι ίση με:

$$V = H_A \cdot \frac{h}{l} + \frac{q \cdot l}{2} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot x}{l}\right) \quad (2.1.19)$$

Η αξονική δύναμη S υπολογίζεται ως η συνισταμένη των H και V και σε οποιοδήποτε σημείο του καλωδίου δίνεται από τον τύπο:

$$S = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{H_A^2 + \left(H_A \cdot \frac{h}{l} + \frac{q \cdot l}{2} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot x}{l}\right)\right)^2} \quad (2.1.20)$$

Προσδιορισμός σχήματος του φορέα

Εάν ληφθεί υπόψη η συνθήκη ισορροπίας ροπών σε τυχόν σημείο του καλωδιωτού φορέα προκύπτει η εξίσωση:

$$\Sigma M_x = 0 \quad V_A \cdot x - H_A \cdot y - q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0$$

Στην οποία αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (2.1.11) και (2.1.12), και επιλύοντας ως προς y προκύπτει η εξίσωση βέλους του καλωδίου κατά μήκος του οριζόντιου άξονα x :

$$\frac{q \cdot l}{2} \cdot \left(1 + \frac{h}{4 \cdot f}\right) \cdot x - \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f} \cdot y - \frac{q \cdot x^2}{2} = 0 \Rightarrow \quad y = \frac{4 \cdot f}{l^2} \cdot l - x \cdot x + \frac{h}{l} \cdot x \Rightarrow$$

$$y = -\frac{4 \cdot f}{l^2} \cdot x^2 + \left(\frac{4 \cdot f}{l} + \frac{h}{l}\right) \cdot x \quad (2.1.21)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση, το σχήμα ενός καλωδίου υπό τη δράση ομοιόμορφου φορτίου είναι μια παραβολή και μάλιστα για μη κεκλιμένο καλώδιο, δηλαδή $h=0$, είναι παραβολή με κορυφή το $K \frac{l}{2} \cdot f$ και εστιακή απόσταση $p = -l^2/4f$.

Προσδιορισμός χαλαρού μήκους του φορέα

Για τον προσδιορισμό του χαλαρού μήκους L του καλωδίου, αρκεί να ολοκληρωθεί κατά το μήκος της οριζόντιας προβολής του το μήκος του στοιχειώδους τμήματος dL :

$$dL = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (2.1.22)$$

$$L = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

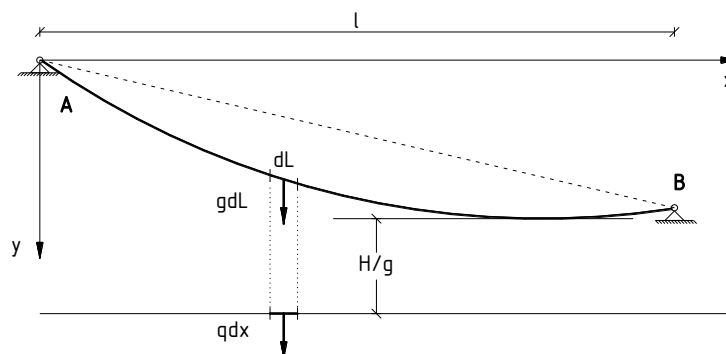
Όπου αν αντικατασταθεί η παράγωγος της εξίσωσης (2.1.21) προκύπτει προσεγγιστικά το χαλαρό μήκος L του καλωδίου:

$$L = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{4 \cdot f}{l^2} \cdot l - 2x + \frac{h}{l}\right)^2} dx \Rightarrow$$

$$L = l \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l^2} + \frac{h^2}{2 \cdot l^2}\right) \quad (2.1.23)$$

Προσδιορισμός σχήματος του φορέα για δράση μόνο του ίδιου βάρους του

Σε αυτή την περίπτωση το φορτίο είναι μόνο το ομοιόμορφα καταμεμημένο ίδιο βάρος του φορέα κατά το μήκος του καλωδίου.



Εικόνα 2.1.4 Μεμονωμένο κεκλιμένο καλώδιο με ομοιόμορφα καταμεμημένο φορτίο κατά μήκος του καλωδίου

Προσδιορίζεται ένα ισοδύναμο ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο κατά την προβολή του καλωδίου στον οριζόντιο άξονα. Για το φορτίο q θα πρέπει να ισχύει:

$$g \cdot dL = q \cdot dx$$

Εάν στην παραπάνω εξίσωση αντικατασταθεί το dL με την εξίσωση (2.1.22) και επιλυθεί ως προς το ισοδύναμο φορτίο q :

$$q = g \cdot \frac{dL}{dx} = g \cdot \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx} \Rightarrow$$

$$q = g \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (2.1.24)$$

Εάν στη δεύτερη εξίσωση της (2.1.15) ληφθεί υπόψη ότι ισχύει η παρακάτω εξίσωση σε τυχόν σημείο του φορέα:

$$V = H \cdot \tan \varphi = H \cdot \frac{dy}{dx} \quad (2.1.25)$$

Όπου φ είναι η γωνία της εφαπτομένης στην καμπύλη του καλωδίου προκύπτει:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{q}{H} \quad (2.1.26)$$

Και αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση το φορτίο της εξίσωσης (2.1.24) θα έχουμε:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{g}{H} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

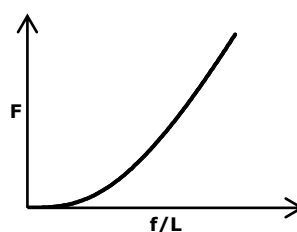
Και ολοκληρώνοντας προκύπτει προσεγγιστικά:

$$y = -\frac{H}{2 \cdot g} \left[e^{\frac{gx}{H}} + e^{-\frac{gx}{H}} \right] \quad (2.1.27)$$

2.2. Συμπεριφορά Μεμονωμένων καλωδίων

Σχέση επιβαλλόμενου φορτίου και βέλους

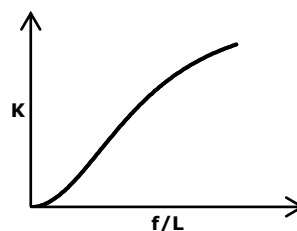
Η σχέση μεταξύ του επιβαλλόμενου φορτίου και του αναπτυσσόμενου βέλους παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2.2.1 ως καμπύλη με τα κοίλα προς τα άνω. Παρατηρείται ότι όσο αυξάνει το εξωτερικό φορτίο η μεταβολή της βύθισης γίνεται όλο και πιο μικρή, συνεπώς το καλώδιο γίνεται όλο και πιο δύσκαμπτο.



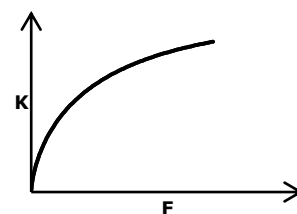
Διάγραμμα 2.2.1 Σχέση επιβαλλόμενου φορτίου – βέλους για $L/l=1.0$

Δυσκαμψία

Η μεταβολή της δυσκαμψίας φαίνεται επίσης από τα παρακάτω διαγράμματα, στα οποία παρουσιάζεται η αύξηση της δυσκαμψίας καθώς αυξάνει η παραμόρφωση του καλωδίου ή το επιβαλλόμενο φορτίο.



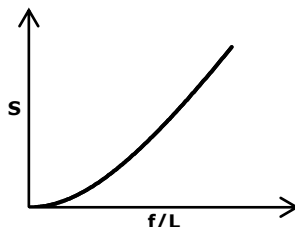
Διάγραμμα 2.2.2 Σχέση δυσκαμψίας - βέλους για $L/l=1.0$



Διάγραμμα 2.2.3 Σχέση δυσκαμψίας – επιβαλλόμενου φορτίου για $L/l=1.0$

Σχέση αξονικής έντασης και βέλους

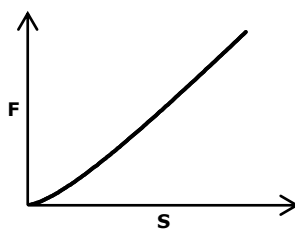
Στο διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η μεταβολή της αξονικής δύναμης στο καλώδιο συναρτήσει του βέλους του καλωδίου. Παρατηρείται ότι όσο αυξάνει το βέλος του καλωδίου η μεταβολή της αξονικής δύναμης είναι όλο και μεγαλύτερη.



Διάγραμμα 2.2.4 Σχέση αξονικής έντασης - βέλους για $L/l=1.0$

Σχέση αξονικής έντασης και επιβαλλόμενου φορτίου

Η σχέση μεταξύ της αξονικής έντασης και εξωτερικού φορτίου παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2.2.5, όπου παρατηρείται ότι όσο αυξάνει το εξωτερικό φορτίο μειώνεται η μεταβολή της αξονικής δύναμης του καλωδίου.



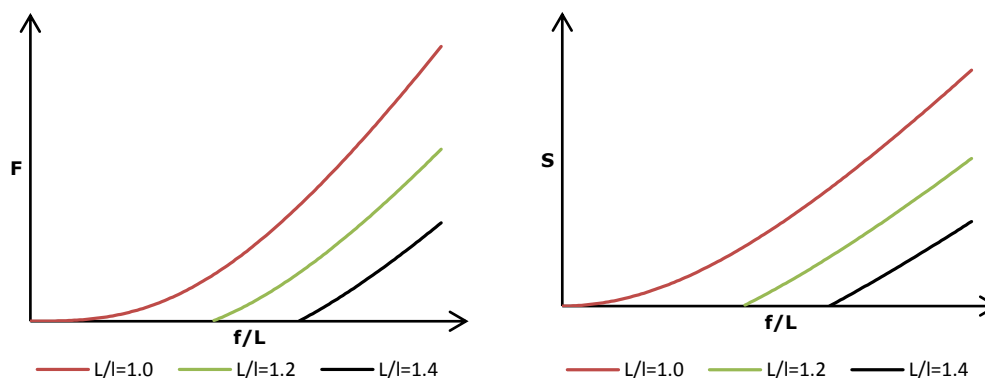
Διάγραμμα 2.2.5 Σχέση αξονικής έντασης - επιβαλλόμενου φορτίου για $L/l=1.0$

Κατά τη δράση του εξωτερικού φορτίου:

- Τα καλώδια αποκρίνονται μεταβάλλοντας περισσότερο τη γεωμετρία τους και λιγότερο την ελκυστική τους τάση. Αυτό μπορεί να διεξαχθεί συγκρίνοντας τις κλίσεις των δύο καμπυλών μεταβολής του βέλους και της αξονικής δύναμης λόγω του εξωτερικού φορτίου, στα Διαγράμματα 2.2.1 και 2.2.5 αντίστοιχα.
- Για μεγάλες τιμές του λόγου f/L η εντατική κατάσταση του καλωδίου μεταβάλλεται λίγο για μικρές μεταβολές του f (Διάγραμμα 2.2.4).
- Για μικρές τιμές του λόγου f/L η εντατική κατάσταση του καλωδίου αυξάνει σημαντικά για μικρές μεταβολές του f (Διάγραμμα 2.2.4).
- Για μικρές τιμές του λόγου f/L η συνολική απόκριση του καλωδίου, παραμόρφωση και ένταση, είναι μη γραμμική με αποτέλεσμα να μην ισχύει η αρχή της επαλληλίας.
- Για μεγάλες τιμές του λόγου f/L η επίδραση της μη γραμμικότητας μειώνεται, οπότε η συμπεριφορά του καλωδίου θα μπορούσε να θεωρηθεί προσεγγιστικά γραμμική.

Επίδραση χαλαρού μήκους καλωδίου

Όταν το χαλαρό μήκος του καλωδίου είναι μεγαλύτερο από την οριζόντια απόσταση μεταξύ των στηρίξεων, λόγω του περισσευούμενου μήκους, έχει μια αρχική κρέμαση f^* . Προφανώς, το καλώδιο αρχίζει να εντίνεται και να συμπεριφέρεται όπως περιγράφεται παραπάνω αφού ο λόγος f/L γίνει μεγαλύτερος από την κρίσιμη τιμή f^*/L . Για μικρότερες τιμές θεωρητικά το καλώδιο είναι άτονο. Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα επιβαλλόμενου φορτίου – βέλους και αξονικής έντασης-βέλους για τις τιμές του λόγου $L/l=1.0, 1.2$ και 1.4 .



Διάγραμμα 2.2.6 Σχέση επιβαλλόμενου φορτίου – βέλους και αξονικής έντασης - βέλους για διάφορες τιμές του λόγου L/l

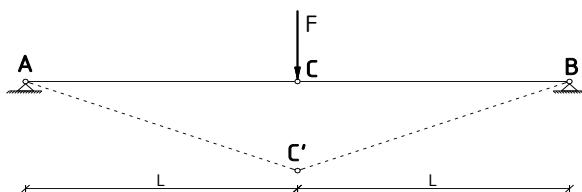
Οριζόντια συνιστώσα H της αξονικής δύναμης του καλωδίου

Η οριζόντια συνιστώσα H της έντασης του καλωδίου είναι σταθερή σε όλα τα σημεία του φορέα, εφόσον δεν υπάρχουν οριζόντια εξωτερικά φορτία. Επίσης, η οριζόντια συνιστώσα H είναι αντιστρόφως ανάλογη της βύθισης f . Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει δίνεται για την περίπτωση πολύ ρηχής καμπύλης, στην οποία η οριζόντια συνιστώσα είναι πολύ μεγάλη με αποτέλεσμα σημαντική επιμήκυνση, η οποία δεν μπορεί να αμεληθεί στην κρέμαση του καλωδίου.

Κατακόρυφη συνιστώσα V της αξονικής δύναμης του καλωδίου

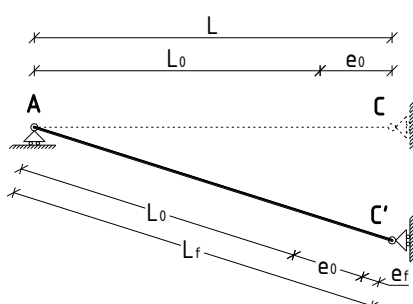
Η κατακόρυφη συνιστώσα V της αξονικής δύναμης του καλωδίου μεταβάλλεται κατά μήκος του φορέα. Για το κεκλιμένο καλώδιο της Εικόνας 2.1.2 το σημείο όπου μεγιστοποιείται η κατακόρυφη συνιστώσα είναι η στήριξη A . Προφανώς συμπεραίνεται ότι και η αξονική δύναμη S μεταβάλλεται κατά το μήκος του καλωδίου και γίνεται μέγιστη αντίστοιχα όταν γίνεται μέγιστη η V , εφόσον η οριζόντια συνιστώσα H είναι σταθερή.

2.3. Γεωμετρική μη γραμμικότητα



Διάγραμμα 2.3.1 Ανηρτημένο προεντεταμένο καλώδιο υπό κατακόρυφο φορτίο P στο μέσον.

Στην παραπάνω εικόνα παρουσιάζεται ένα τεταμένο καλώδιο μεταξύ των αρθρώσεων A και B, στο μέσον του οποίου ασκείται το φορτίο F. Το καλώδιο μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο γραμμικά στοιχεία αρθρωτά συνδεδεμένα μεταξύ τους. Κατά την εφαρμογή του φορτίου ο φορέας παρουσιάζει κινητικότητα (μηχανισμός). Ο ευθύγραμμος φορέας ACB για να μπορέσει να αντισταθεί στο εξωτερικό φορτίο υπόκειται σε μετατόπιση του κόμβου C έτσι ώστε στη νέα γεωμετρία, με την ανάπτυξη κατακόρυφης συνιστώσας μέσω των κεκλιμένων στοιχείων, να παραλάβει το φορτίο F. Έτσι λοιπόν, η ευκαμψία του καλωδίου δεν οφείλεται στην μικρή αξονική ακαμψία του αλλά στην αρχική γεωμετρία του. Το καλώδιο, υποκείμενο με μεγάλες μετατοπίσεις, μεταβάλλει τη δυσκαμψία του ώστε να παραλάβει το εξωτερικό φορτίο (Διάγραμμα 2.2.2) και έτσι η σχέση δυνάμεων-μετατοπίσεων είναι έντονα μη γραμμική (Διάγραμμα 2.2.1).



Για την παρουσίαση του ρόλου της γεωμετρικής μη γραμμικότητας στη συμπεριφορά του καλωδίου αναλύεται το μισό τμήμα του καλωδίου AB. Έστω ότι το καλώδιο, χαλαρού μήκους L_0 , είναι αρχικά προενταταμένο με την αξονική δύναμη S και λόγω της προέντασης το καλώδιο επιμηκύνεται κατά e_0 . Το υλικό θεωρείται ελαστικό, οπότε ισχύει η σχέση:

$$S = \frac{AE}{L_0} \cdot e_0 \quad (2.3.1)$$

Εάν στο άκρο το καλωδίου εφαρμοστεί το φορτίο F, προκαλώντας την κατακόρυφη μετατόπιση δ , τότε λόγω του φορτίου και της παραμόρφωσης η αξονική δύναμη θα αυξηθεί κατά ΔS και το καλώδιο θα επιμηκυνθεί επιπρόσθετα κατά e_f :

$$S + \Delta S = \frac{AE}{L_0} e_0 + e_f \quad (2.3.2)$$

Οπότε:

$$\Delta S = \frac{AE}{L_0} \cdot e_f \quad (2.3.3)$$

Λαμβάνοντας υπόψη στη νέα γεωμετρία και την εξίσωση ισορροπίας των κατακόρυφων δυνάμεων (λόγω συμμετρίας η οριζόντια εξίσωση ισορροπίας ισχύει αυτόματα), προκύπτει:

$$S + \Delta S \frac{\delta}{L_f} = F \quad (2.3.4)$$

Όπου,

$$L_f = L_0 + e_0 + e_f = L + e_f \quad (2.3.5)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (2.3.3) και (2.3.5) στην (2.3.4) προκύπτει:

$$F = \left(\frac{S}{L_f} + \frac{AE}{L_0} \cdot \frac{e_f}{L_f} \right) \cdot \delta = \left(K_G + K_E \cdot \frac{e_f}{L_f} \right) \cdot \delta \quad (2.3.6)$$

Όπου:

K_E Η ελαστική δυσκαμψία του στοιχείου

K_G Η γεωμετρική δυσκαμψία του στοιχείου

Το παραπάνω παράδειγμα είναι μια απλή περίπτωση ενός βαθμού ελευθερίας για την περιγραφή της σχέσης δυνάμεων-μετατοπίσεων σε ένα προεντεταμένο καλώδιο. Το σημαντικό χαρακτηριστικό, είναι ότι στο γνωστό ελαστικό μητρώο δυσκαμψίας προστίθεται το γεωμετρικό μητρώο δυσκαμψίας, μέσω του οποίου εκφράζεται η γεωμετρική μη γραμμική συμπεριφορά του καλωδίου.

$$K_T = K_E + K_G \quad (2.3.7)$$

Συνεπώς, οι αναπτυσσόμενες εσωτερικές δυνάμεις μπορούν να διαχωριστούν στις:

Ελαστικές δυνάμεις: Δυνάμεις, οι οποίες αναπτύσσονται εξαιτίας της επιμήκυνσης του στοιχείου και εξαρτώνται από τις ιδιότητες του υλικού του στοιχείου.

Γεωμετρικές δυνάμεις: Δυνάμεις, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις μεταβολές των επικόμβιων συνιστωσών των αρχικών αξονικών δυνάμεων λόγω της αλλαγής της γεωμετρίας, η οποία επιφέρει αλλαγές στον προσανατολισμό του στοιχείου, και λόγω της προέντασης.

Από την εξίσωση (2.3.6) φαίνεται ότι το μητρώο γεωμετρικής δυσκαμψίας εξαρτάται άμεσα από τη γεωμετρία του φορέα με αποτέλεσμα το συνολικό μητρώο δυσκαμψίας του καλωδίου (2.3.7) να μεταβάλλεται σε κάθε νέα παραμορφωμένη κατάσταση. Οι καλωδιωτοί φορείς υπόκεινται σε μεγάλες παραμορφώσεις, τόσο που αλλάζουν την αρχική διαμόρφωση του φορέα, μεταβάλλοντας έντονα τη δυσκαμψία τους. Κατά συνέπεια, οι παραμορφώσεις δεν είναι ανάλογες του εξωτερικού φορτίου και η θεωρία των μικρών μετατοπίσεων δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Η μη γραμμική ανάλυση μέσω επαναληπτικών μεθόδων είναι απαραίτητη για την επίλυση του φορέα.

2.4. Προένταση καλωδίων

Όπως προαναφέρθηκε τα καλώδια είναι εύκαμπτα στοιχεία έντονα μεταβαλλόμενης γεωμετρίας. Η σημασία του περιορισμού των παραμορφώσεων των καλωδίων γίνεται πιο κατανοητή εάν σκεφτεί κανείς πως κατά τη δράση των εξωτερικών φορτίων σε μια κατασκευή με καλώδια μπορεί να προκύψουν τόσο μεγάλες παραμορφώσεις, ώστε τελικά να αναιρείται η αρχική αρχιτεκτονική της επηρεάζοντας τη λειτουργικότητά της ή ακόμη και να μεταβάλλεται η επιθυμητή κατά το σχεδιασμό στατική της λειτουργία. Έτσι προκύπτει η ανάγκη για την αύξηση της δυσκαμψίας τους με σκοπό τη μείωση των παραμορφώσεων.

Ένας τρόπος αύξησης της δυσκαμψίας των καλωδίων είναι η επιβολή πρόσθετης έντασης ή προέντασης στα καλώδια. Έστω ότι στο καλώδιο ασκείται αρχικά δύναμη προέντασης P . Για το προεντεταμένο καλώδιο ισχύει:

$$P = K \cdot f_p \cdot f_p$$

Όπου:

P Η δύναμη προέντασης

f_p Η βύθιση του καλωδίου λόγω της δύναμης προέντασης

$K(f_p)$ Η δυσκαμψία του καλωδίου που αντιστοιχεί στη βύθιση f_p (εφαπτομένη της καμπύλης $F-f/L$ στο σημείο $(P, f_p/L)$)

Από τα προαναφερθέντα στην παράγραφο 2.2 ισχύει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η δύναμη προέντασης, τόσο μεγαλύτερη δυσκαμψία αποκτά το καλώδιο (Διάγραμμα 2.2.3). Επομένως, η πρόσθετη παραμόρφωση Δf σε ένα προεντεταμένο καλώδιο, εάν της εφαρμοστούν τα φορτία λειτουργίας ως πρόσθετα φορτία ΔF , θα είναι τόσο μικρότερη όσο μεγαλύτερη είναι η αρχική δυσκαμψία που αποκτά το καλώδιο λόγω προέντασης, εφόσον ισχύει:

$$\Delta F = K \cdot f_p \cdot \Delta f$$

Η προένταση είναι δυνατό να εφαρμοστεί είτε άμεσα ως πρόσθετη αξονική δύναμη στα καλώδια είτε έμμεσα μέσω πρόσθετου νεκρού φορτίου π.χ. βαριά επικάλυψη ή το καταστρώμα, όπως συμβαίνει στις περιπτώσεις ανηρητημένων στεγών ή γεφυρών. Σημειώνεται ότι η προένταση προφανώς θα μετακινήσει το καλώδιο σε μια νέα γεωμετρία, αλλά πλέον η νέα γεωμετρία θα είναι πιο σταθερή λόγω της αύξησης της δυσκαμψίας του καλωδίου.

Το επίπεδο της προέντασης που θα εφαρμοστεί σε ένα καλώδιο εξαρτάται από την επιθυμητή γεωμετρία, τις μέγιστες επιτρεπόμενες παραμορφώσεις αλλά και από την αντοχή των ίδιων των καλωδίων. Υπερβολική προένταση μπορεί να οδηγήσει σε θραύση των καλωδίων λόγω του ήδη υψηλού επιπέδου έντασης στο καλώδιο πριν ακόμη εφαρμοστούν τα προβλεπόμενα φορτία κατά τη φάση λειτουργίας της κατασκευής. Επίσης, υπερβολική προένταση σημαίνει και αύξηση του κόστους της κατασκευής, καθώς ο φορέας στήριξης και θεμελίωσης καλείται να παραλάβει και να μεταβιβάσει στο έδαφος πολύ υψηλές δυνάμεις.

Έτσι, είναι καλύτερα η επιθυμητή δυσκαμψία να επιτυγχάνεται και μέσω αλλαγών στην γεωμετρία της κατασκευής, μεταβάλλοντας τις θέσεις και τις συνθήκες στήριξης, παρά αυξάνοντας την προένταση των καλωδίων. Σαφώς, όμως το κόστος μπορεί να μειωθεί εάν αυξηθεί το μέγεθος των μέγιστων επιτρεπόμενων παραμορφώσεων του εφελκυόμενου συστήματος.

3. ΕΦΕΛΚΥΟΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

3.1. Εισαγωγή

Εφελκυόμενες κατασκευές ονομάζονται οι κατασκευές στις οποίες ένα σύνολο στοιχείων φέρουν αποκλειστικά εφελκυστικές δυνάμεις και καθόλου κάμψη και θλίψη. Καθώς τα στοιχεία αυτά καταπονούνται μόνο σε εφελκυσμό, οπότε ο κίνδυνος λυγισμού δεν υφίσταται, είναι δυνατή η πλήρης εκμετάλλευση της διατομής και της αντοχής τους. Χρησιμοποιώντας μάλιστα υλικά υψηλής αντοχής, ακόμη και με μικρές διατομές, είναι εφικτή η παραλαβή μεγάλων αξονικών δυνάμεων. Έτσι, οι εφελκυόμενες κατασκευές χαρακτηρίζονται επίσης και ως ελαφριές κατασκευές εξαιτίας του μικρού λόγου του ίδιου βάρους και του ωφέλιμου φορτίου που καλείται να παραλάβει. Τα παραπάνω χαρακτηριστικά καθιστούν τις εφελκυόμενες κατασκευές τη βέλτιστη και οικονομικότερη επιλογή για την κάλυψη μεγάλων ελεύθερων χώρων.

Συνεπώς, αυτού του είδους οι κατασκευές δεν προορίζονται για τις συνήθεις ανάγκες ιδιοκατοίκησης, αλλά χρησιμοποιούνται ως προσωρινές ή μόνιμες εγκαταστάσεις εμπορικών ή δημόσιων συναθροίσεων, ως προσωρινές εγκαταστάσεις κοινωνικών εκδηλώσεων, ως βιομηχανικά κτίρια αλλά και ως έργα τέχνης υπαίθριων χώρων. Το σύνολο των εφελκυόμενων μελών συνήθως καλύπτει ανάγκες σκίασης, στέγασης και προστασίας με πληθώρα εφαρμογών, όπως σε:

- Αθλητικές εγκαταστάσεις:
 - Στάδια
 - Κλειστά αθλητικά κέντρα
 - Παγοδρόμια
- Χώρους κοινωνικής ωφέλειας:
 - Εκθεσιακοί χώροι
 - Συνεδριακοί χώροι
 - Εμπορικά καταστήματα
 - Θέατρα
 - Ανοιχτές δραστηριότητες

- Βιομηχανικούς χώρους:
 - Υπόστεγα αεροπλάνων
 - Αποθήκες
 - Σταθμοί αεροδρομίων
 - Αποθήκευση αποβλήτων

Επίσης, ένα ακόμη γνωστό είδος κατασκευής, του οποίου η λειτουργία στηρίζεται σε εφελκόμενα στοιχεία, είναι οι ανηρτημένες και οι καλωδιωτές γέφυρες.

Οι εφελκόμενες κατασκευές όπως προαναφέρθηκε αποτελούνται από ένα σύνολο εφελκόμενων στοιχείων. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να είναι μεμβράνες, προεντεταμένα δίκτυα καλωδίων ή καλωδιωτές δοκοί υπό τη μορφή δικτυωμάτων. Συνδυάζοντάς τα κατάλληλα δημιουργούνται εύκαμπτες επιφάνειες, οι οποίες αλλάζοντας τη γεωμετρία τους και αναπτύσσοντας εφελκυστικές δυνάμεις είναι ικανές να παραλάβουν με ασφάλεια τα εξωτερικά φορτία. Τις εφελκυστικές δυνάμεις στη συνέχεια τις παραλαμβάνουν συνήθη δομικά στοιχεία, τα οποία συνιστούν ουσιαστικά τις στηρίξεις των εφελκόμενων επιφανειών. Οι στηρίξεις αυτές ανάλογα με τη δυσκαμψία τους μπορεί να είναι άκαμπτες ή μη και θα πρέπει να είναι σε θέση να φέρουν θλιπτικά ή/και καμπτικά φορτία.

Το ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τις εφελκόμενες κατασκευές οφείλεται στα εξής χαρακτηριστικά τους:

- Παραλαμβάνουν τη δράση των εξωτερικών φορτίων μεταβάλλοντας κυρίως της γεωμετρία τους και όχι το επίπεδο των αναπτυσσόμενων τάσεων και καθώς λειτουργούν με πλήρη εκμετάλλευση της διατομής τους επιτυγχάνεται σημαντική εξοικονόμηση υλικού.
- Είναι ελαφριές παρέχοντας τα πλεονεκτήματα της εύκολης και μικρού κόστους μεταφοράς όπως και της σύντομης ανέγερσης, χωρίς να στερούνται τα χαρακτηριστικά μιας αποτελεσματικής φέρουσας κατασκευής.
- Είναι δυνατόν να σχεδιαστούν έτσι ώστε να είναι εξ ολοκλήρου λυόμενες, παρέχοντας τη δυνατότητα μεταφοράς και ανέγερσης σε διαφορετικά μέρη.
- Από άποψη σχεδιασμού προσφέρουν τη δυνατότητα καλλιτεχνικής έκφρασης με μοντέρνο και ευχάριστο αισθητικό αποτέλεσμα.

3.2. Καλωδιωτές Κατασκευές

Τα βασικά στοιχεία σε μια καλωδιωτή κατασκευή είναι:

- Μονοδιάστατα εύκαμπτα στοιχεία (καλώδια), τα οποία λειτουργούν μόνο σε εφελκυσμό.
- Δύσκαμπτα στοιχεία στήριξης των εφελκυσμένων μελών, ικανά να παραλάβουν θλίψη και ροπή.
- Επικαλύψεις αποτελούμενες από βαριές επενδύσεις ή λεπτά και εύκαμπτα υφάσματα (μεμβράνες).

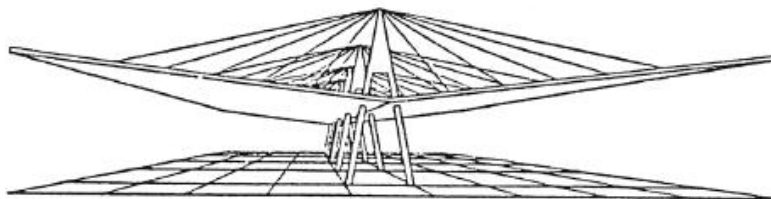
Οι σχηματισμοί των καλωδίων σε μια κατασκευή μπορεί να είναι:

- Επίπεδοι:
 - Μεμονωμένα καλώδια: Ευθύγραμμα καλώδια
Καμπυλόμορφα καλώδια
 - Καλωδιωτές δοκοί υπό τη μορφή δικτυωμάτων
- Χωρικοί:
 - Δίκτυα καλωδίων μιας ή περισσοτέρων στρώσεων

3.2.1. Μεμονωμένα καλώδια

3.2.1.1. Ευθύγραμμα Καλώδια

Τα ευθύγραμμα καλώδια χαρακτηρίζονται από τη δράση υψηλής προέντασης, η οποία τους προσδίδει πολύ μεγάλη δυσκαμψία εξασφαλίζοντας την ευθύγραμμη μορφή τους κατά τη λειτουργία τους. Συνήθως, χρησιμοποιούνται ως αναρτήρες δύσκαμπτων κύριων φορέων, οι οποίοι συνδέονται σε ένα πυλώνα μεγαλύτερου ύψους από το επίπεδο του κύριου φορέα.



Εικόνα 3.2.1 Προεντεταμένο σύστημα ευθύγραμμων καλωδίων

3.2.1.2. Ανηρημένα καμπυλόμορφα καλώδια

Σε αυτά τα συστήματα χρησιμοποιούνται δύο αλληλοεπιδρώμενα είδη στοιχείων ως εξής: οι φορείς επικάλυψης με δυνατότητα ανάπτυξης καμπτικής και διατμητικής αντίστασης,

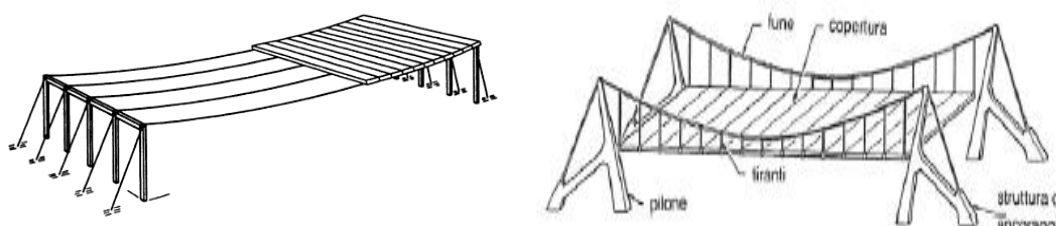
υποβοηθούνται από ένα εφελκόμενο φορέα μέσω πυκνών έμμεσων στηρίξεων. Συνεπώς, τα εξωτερικά φορτία παραλαμβάνονται από τους φορείς επικάλυψης και μεταβιβάζονται στον εφελκόμενο φορέα, οποίος με τη σειρά του τα μεταβιβάζει στις στηρίξεις. Ο εφελκόμενος φορέας συνήθως αποτελείται από χαλύβδινα καλώδια, τα οποία λόγω της ομοιόμορφης φόρτισης που τους ασκείται μέσω των στοιχείων σύνδεσης με τους φορείς επικάλυψης, λαμβάνουν την καμπύλη μορφή τους. Ανάλογα με τη θέση του κύριου φορέα διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις:

- Συστήματα με τους φορείς επικάλυψης κάτω από τα καλώδια
- Συστήματα με τους φορείς επικάλυψης πάνω από τα καλώδια

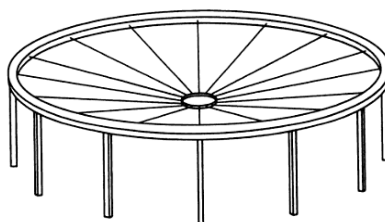
Βασικό χαρακτηριστικό αυτού του είδους κατασκευών είναι ότι τα καλώδια δεν είναι προεντεταμένα, καθιστώντας τες πιο απλές και πιο οικονομικές. Όμως, λόγω της έλλειψης προεντάσεως, η μικρή δυσκαμψία του συστήματος οδηγεί σε έντονες παραμορφώσεις κατά τη δράση των εξωτερικών φορτίων. Ιδιαίτερα σημαντική είναι η αδυναμία παραλαβής των οριζόντιων φορτίων και του ανέμου, ο οποίος δρα ως υποπίεση.

Ένας τρόπος να αντιμετωπιστεί αυτή η ευπάθεια του συστήματος είναι η χρήση βαριών και δύσκαμπτων επικαλύψεων, με σκοπό αφενός να αυξηθεί η προένταση των καλωδίων λόγω του πρόσθετου νεκρού φορτίου και αφετέρου να υποστηριχθεί η ευστάθεια των καλωδίων μέσω της δυσκαμψίας τους.

Ένας ακόμη τρόπος προέντασης και σταθεροποίησης είναι η επένδυση του ανηρτημένου καλωδίου με σκυρόδεμα και στη συνέχεια αύξηση της τάνυσης του καλωδίου ώστε να αναπτυχθούν στο σκυρόδεμα, μέσω του καλωδίου, κατακόρυφες δυνάμεις εκτροπής προς τα πάνω. Οι δυνάμεις αυτές θα συνεισφέρουν στην παραλαβή τόσο των κατακόρυφων φορτίων όσο και των φορτίων ανέμου, ενώ το σκυρόδεμα θα διατηρεί αμετάβλητη την αρχική γεωμετρία του καλωδίου.



Εικόνα 3.2.2 Σύστημα ανηρτημένων καλωδίων με τους φορείς επικάλυψης πάνω και κάτω από τα καλώδια



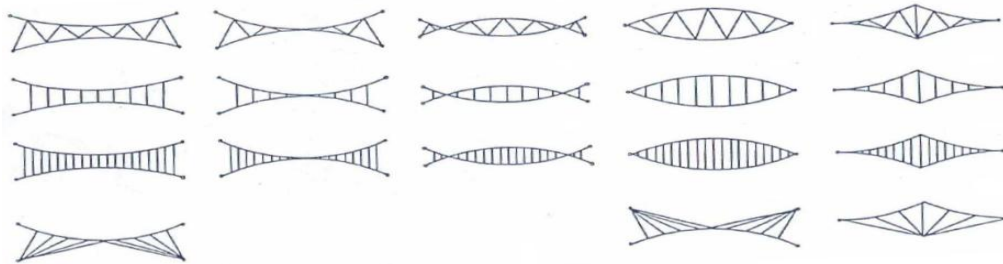
Εικόνα 3.2.3 Σύστημα ανηρτημένων καλωδίων ακτινικά τοποθετημένων

3.2.2. Προεντεταμένες επίπεδες καλωδιωτές δοκοί

Οι επίπεδες καλωδιωτές δοκοί είναι ουσιαστικά μια δισδιάστατη μορφή ενός δικτύου καλωδίων. Βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τα εξωτερικά φορτία και λειτουργούν ως δοκοί ενός ανοίγματος. Απαρτίζονται από δύο καλώδια και πρόσθετα στοιχεία, τα οποία θα μπορούσαν να παραλληλιστούν αντίστοιχα με τα άνω και κάτω πέλματα και τους ορθοστάτες ενός δικτυώματος.

Τα καλώδια έχουν καμπύλη μορφή με τα κοίλα προς τα άνω για το πάνω καλώδιο και τα κοίλα προς τα κάτω αντίστοιχα για το κάτω. Για τα κατακόρυφα φορτία με τη διεύθυνση της βαρύτητας, το άνω καλώδιο είναι το κύριο, ενώ το δεύτερο δρα σταθεροποιητικά ως προς το κύριο. Όταν η εξωτερική φόρτιση αντιστρέφεται αντίστοιχα αντιστρέφεται και η λειτουργία των καλωδίων.

Βασικό χαρακτηριστικό αυτής της μορφής καλωδιωτής δοκού είναι ότι πριν δεχθεί τα προβλεπόμενα φορτία, ισορροπεί υποβάλλοντας όλα τα μέλη της σε εφελκυσμό (προένταση). Το επίπεδο της προέντασης, το οποίο μπορεί αυξομειωθεί, καθορίζεται από την αντοχή των επιμέρους στοιχείων και το επιθυμητό όριο παραμορφώσεων. Η προένταση επηρεάζει σημαντικά το σύστημα, καθώς αυξάνει τη δυσκαμψία του και οπότε μειώνει τις παραμορφώσεις του.

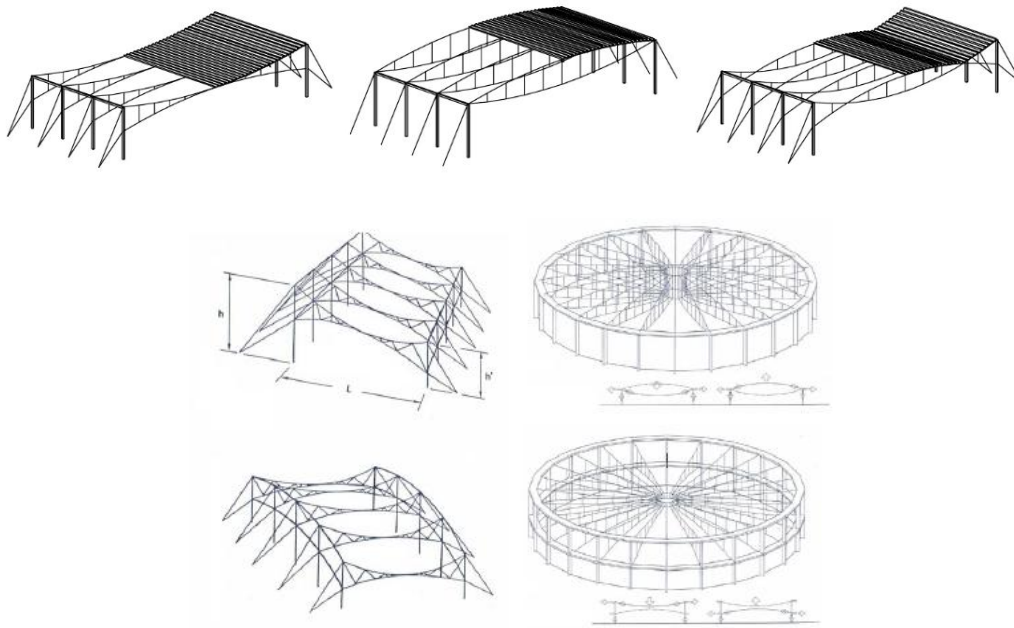


Εικόνα 3.2.4 Τυπικές μορφές καλωδιοδοκών

Οι καλωδιωτές δοκοί αποτελούν ουσιαστικά μια βελτίωση του μεμονωμένου ανηρητημένου καλωδίου καθώς η χρήση του δεύτερου καλωδίου αναιρεί μέρος της ευπάθειάς του. Αφενός, τα δύο καλώδια με τις αντίθετες φορές καμπυλότητας αυξάνουν τη φέρουσα ικανότητα της καλωδιοδοκού ως προς τα κατακόρυφα φορτία, αφετέρου όμως χάρη στο δεύτερο καλώδιο είναι πλέον ικανή να παραλάβει με την ίδια αποτελεσματικότητα και τα αντίθετης φοράς φορτία ανέμου. Η ευπάθεια ως προς τα οριζόντια φορτία συνεχίζει να υφίσταται και αντιμετωπίζεται χρησιμοποιώντας στιβαρές επικαλύψεις οροφής.

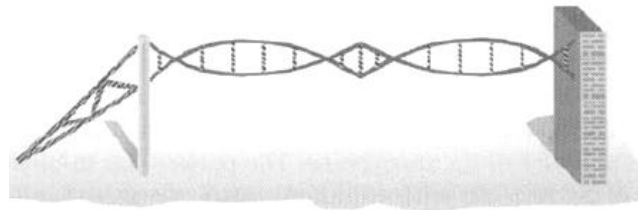
Το δεύτερο καλώδιο μπορεί να προστεθεί και με έναν ακόμη τρόπο ως προς το πρώτο, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα, ώστε τελικά οι καμπυλότητες των άνω και κάτω καλωδίων να αντιστρέφονται. Ανάλογα αντιστρέφεται και η λειτουργία των καλωδίων, με το κάτω καλώδιο να αποτελεί πλέον το κύριο και το άνω το σταθεροποιητικό. Σε αυτό το σχηματισμό, τα ενδιάμεσα στοιχεία προφανώς θλιβονται ενώ τα καλώδια συνεχίζουν να εφελκύνονται. Η καλωδιοδοκός αυτής της μορφής είναι λιγότερο εύκαμπτη και αποτελεί στην ουσία ένα σύστημα tensegrity (σύστημα το οποίο αποτελείται από θλιβόμενες ράβδους συνδεδεμένες μόνο σε εφελκυσμένα καλώδια).

Οι παραπάνω μορφές καλωδιοδοκών μπορούν να τοποθετηθούν παράλληλα ή ακτινικά, επιτυγχάνοντας επιφάνειες μονής ή διπλής καμπυλότητας.



Εικόνα 3.2.5 Επιφάνειες διπλής καμπυλότητας με καλωδιωτές δοκούς παράλληλα ή ακτινικά τοποθετημένες

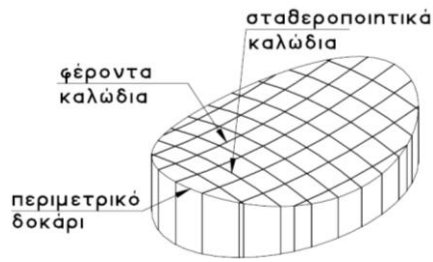
Επίσης, στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η δυνατότητα εφαρμογής υβριδικών μορφών καλωδιοδοκών χρησιμοποιώντας ταυτόχρονα εφελκόμενα και θλιβόμενα ενδιάμεσα στοιχεία.



Εικόνα 3.2.6 Καλωδιοδοκός με εφελκόμενα και θλιβόμενα ενδιάμεσα στοιχεία

3.2.3. Δίκτυα καλωδίων

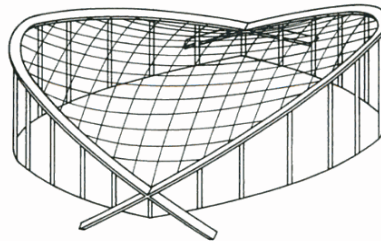
Τα δίκτυα καλωδίων είναι επιφάνειες στο χώρο αποτελούμενες από αλληλοτεμνόμενα κύρια και σταθεροποιητικά καλώδια αντίθετης καμπυλότητας. Λόγω των αντίθετων καμπυλοτήτων η σχηματιζόμενη επιφάνεια μπορεί να είναι αντικλαστικής μορφής, η οποία περιγράφεται αναλυτικά, όμως μπορεί να είναι και ελεύθερης μορφής χωρίς να αντιστοιχεί σε κάποια κλειστή μαθηματική έκφραση.



Εικόνα 3.2.7 Φέροντα και σταθεροποιητικά καλώδια σε ένα δίκτυο καλωδίων

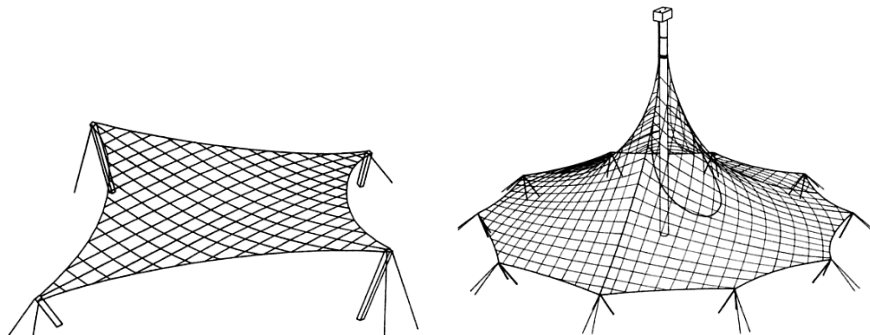
Τα δίκτυα καλωδίων λειτουργούν παρόμοια με την καλωδιοδοκό, καθώς υπάρχει η ομάδα των κύριων καλωδίων για την παραλαβή των φορτίων και η ομάδα των καλωδίων αντίθετης καμπυλότητας η οποία σταθεροποιεί και προεντίνει τα κύρια. Για τη σωστή λειτουργία τους θα πρέπει να προσδίδεται στο σύστημα κατάλληλη προένταση, η οποία εξασφαλίζει την απαραίτητη δυσκαμψία και περιορίζει τις παραμορφώσεις σε επιτρεπτά επίπεδα. Θα πρέπει να αποτρέπεται ο

σχηματισμός κοιλοτήτων στην επιφάνεια διότι αυτό συνεπάγεται χαμηλό επίπεδο προέντασης. Η χαμηλή προένταση έχει σαν αποτέλεσμα το δίκτυο καλωδίων να «μαλακώνει» τοπικά, γεγονός το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε απρόβλεπτες παραμορφώσεις. Για τον ίδιο λόγο, θα πρέπει επιπλέον να αποφεύγεται ο σχηματισμός επίπεδων επιφανειών, ιδιαίτερα στη κάλυψη πολύ μεγάλων ανοιγμάτων.



Εικόνα 3.2.8 Προεντεταμένο δίκτυο καλωδίων συνδεδεμένο σε δύσκαμπτο πλαίσιο από σκυρόδεμα.

Τα δίκτυα καλωδίων μπορεί να δεσμεύονται επί δύσκαμπτων στηρίξεων, όπως πλαίσια και θλιβόμενα τόξα σκυροδέματος, ή επί εύκαμπτων στηρίξεων, όπως εφελκυσμένα καλώδια στηριζόμενα σε στύλους. Στη δεύτερη περίπτωση προκύπτουν συστήματα πιο εύκαμπτα και πιο περίπλοκα υπολογιστικά καθώς θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ή έντονη αλληλεπίδραση δικτύου καλωδίων και συνοριακών συνθηκών.



Εικόνα 3.2.9 Προεντεταμένο δίκτυο καλωδίων συνδεδεμένο σε καλώδια υποστηριζόμενα από στύλους.

4. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΦΕΛΚΥΟΜΕΝΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι εφελκυσόμενες κατασκευές αποτελούνται από ένα σύνολο στοιχείων το οποίο μπορεί να φέρει μόνο εφελκυστικές τάσεις. Το σύνολο των στοιχείων αυτών είναι ένα ασταθές σύστημα (μηχανισμός), το οποίο συνήθως σταθεροποιείται μέσω της προέντασης. Αυτή η συμπεριφορά, λόγω της έλλειψης δυσκαμψίας, καθιστά τις εφελκυσόμενες κατασκευές μια ιδιαίτερη κατηγορία κατασκευών, στην οποία δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί η αρχική γεωμετρία του συστήματος ανεξάρτητα από την εντατική κατάσταση του.

Η παραπάνω ιδιαιτερότητα συνιστά ένα σημαντικό πρόβλημα στο σχεδιασμό των εφελκυσόμενων κατασκευών πριν ακόμη ξεκινήσει οποιαδήποτε διαδικασία στατικής και δυναμικής επίλυσης: *Το πρόβλημα προσδιορισμού του αρχικού σχήματος της κατασκευής υπό τη δράση της προέντασης (το ίδιο βάρος αμελείται).* Η τελική λύση θα πρέπει επίσης να ικανοποιεί τις απαιτήσεις του στατικού, αρχιτεκτονικού και κατασκευαστικού σχεδιασμού.

Έτσι, ο σχεδιασμός των εφελκυσόμενων κατασκευών περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

- Εύρεση σχήματος: την εύρεση ενός αρχικού σχήματος της κατασκευής υπό τη δράση μόνο της προέντασης, το οποίο θα εξασφαλίζει την στατική ισορροπία και θα ικανοποιεί τις αρχιτεκτονικές και λειτουργικές απαιτήσεις.
- Στατική ανάλυση υπό τη δράση των εξωτερικών φορτίων: τη διερεύνηση της συμπεριφοράς της κατασκευής υπό τη δράση των μόνιμων και μεταβλητών φορτίων.
- Δυναμική ανάλυση υπό τη δράση των δυναμικών φορτίων: τη διερεύνηση της συμπεριφοράς της κατασκευής υπό τη δράση των φορτίων σεισμού και κυρίως των φορτίων άνεμου.

4.1. Εύρεση Σχήματος

Σύμφωνα με τον Klaus Linkwitz (1999) [13] η εύρεση εφικτών σχημάτων κατά το σχεδιασμό επιφανειών μπορεί να γίνει μέσω δύο διαφορετικών μεθόδων:

- Ανάπτυξη μέσω «ελεύθερων μορφών» (free forms)
- Ανάπτυξη μέσω «σχημάτων ισορροπίας» (figures of equilibrium)

Η ανάπτυξη μιας επιφάνειας βάσει της «ελεύθερης μορφής» συνίσταται στη χρήση απλών γεωμετρικών στοιχείων (γραμμές, κύκλοι, ελλείψεις, παραβολές, κ.τ.λ) ενσωματωμένα σε αυθαίρετους χωρικούς σχηματισμούς. Για παράδειγμα, μια επίπεδη επιφάνεια προκύπτει από την παράλληλη μετατόπιση ενός ευθύγραμμου στοιχείου, μια έλικα από την περιστροφή ενός ευθύγραμμου στοιχείου στο χώρο, μια σφαίρα από την περιστροφή ενός κύκλου γύρω από τη διάμετρό του αλλά και μια διπλής καμπυλότητας επιφάνεια (π.χ. ένα υπερβολικό παραβολοειδές) μπορεί να προκύψει, στα πλαίσια της διαφορικής γεωμετρίας, από την αναπαραγωγή ευθύγραμμων στοιχείων. Ακόμη και πιο πολύπλοκες επιφάνειες «ελεύθερης μορφής», οι οποίες μπορούν να προκύψουν χρησιμοποιώντας συστήματα CAD (Computer Aided Design), αποτελούνται από διακριτά γεωμετρικά στοιχεία και μπορούν να περιγραφούν αναλυτικά.

Βασικό χαρακτηριστικό των επιφανειών αυτών, όταν αποτελούν μέρος μιας κατασκευής, είναι ότι ορίζονται ανεξάρτητα από την αναπτυσσόμενη ροή των τάσεων. Συνεπώς, η δράση των φορτίων δεν αναλαμβάνεται μόνο από αξονικές δυνάμεις, αλλά αναπτύσσονται και καμπτικές δυνάμεις, οι οποίες παραλαμβάνονται προσδίδοντας στην επιφάνεια το κατάλληλο πάχος.

Αντίθετα, η ανάπτυξη μιας επιφάνειας μέσω «σχημάτων ισορροπίας», συνίσταται στην εύρεση ενός σχήματος τέτοιου ώστε η δράση φορτίων να αναλαμβάνεται αποκλειστικά και μόνο από επιφανειακές τάσεις. Άρα, για επιφάνειες που δεν είναι σε θέση να αναπτύξουν καμπτικές δυνάμεις, είτε λόγω πολύ μικρού πάχους είτε γιατί αποτελούνται από διακριτά στοιχεία χωρίς δυσκαμψία, θα πρέπει να βρεθεί μια γεωμετρία η οποία ταυτόχρονα θα αντιπροσωπεύει και τη ροή των εσωτερικών δυνάμεων. Δηλαδή, *η εύρεση ενός εφικτού αρχικού σχήματος μιας εφελκυσμένης κατασκευής συνεπάγεται τον προσδιορισμό ενός σχήματος στο οποίο ταυτόχρονα θα εξασφαλίζεται η στατική ισορροπία των εσωτερικών επιφανειακών ή αξονικών δυνάμεων και εξωτερικών φορτίων, δηλαδή του ίδιου βάρους και της αρχικής προέντασης.* Σημαντικό χαρακτηριστικό των σχημάτων αυτών είναι ότι δεν μπορούν να περιγραφούν από κλειστές μαθηματικές εκφράσεις.

Ένα παράδειγμα είναι μια ανηρτημένη αλυσίδα, η οποία χάρη στο σχηματισμό που θα λάβει εξασφαλίζεται η ισορροπία στους κρίκους μεταξύ των αναπτυσσόμενων εφελκυστικών δυνάμεων και του ίδιου βάρους, χωρίς να αναπτύσσεται καθόλου κάμψη.

Ένα άλλο παράδειγμα, που υιοθετεί φυσικά και από μόνη της ένα τέτοιου είδους σχήμα, είναι μια σαπουνόφουσκα μεταξύ κάποιων ορίων. Με την αλληλεπίδραση υλικού και ομοιόμορφων αναπτυσσόμενων δυνάμεων, η σαπουνόφουσκα ισορροπεί, χωρίς την ανάπτυξη καμπτικών δυνάμεων. Το σχήμα που θα υιοθετήσει, ανάλογα με το είδος ορίων, χαρακτηρίζεται από

ελάχιστη επιφάνεια και (τοπική) ελάχιστη δυναμική ενέργεια και καθώς η δυναμική ενέργεια είναι ελάχιστη, ο σχηματισμός είναι ευσταθής. Άρα, η σαπουνόφουσκα αντιστοιχεί σε μια ευσταθή ελάχιστη επιφάνεια (stable minimal surface) με ομοιόμορφη ένταση, δηλαδή σε ένα βέλτιστο σχήμα (optimal shape).

Μια σαπουνόφουσκα θα μπορούσε να αποτελέσει παράδειγμα του αρχικού σχήματος για τη δημιουργία ενός προεντεταμένου δικτύου καλωδίων. Ένα τέτοιο ομοιόμορφα προεντεταμένο δίκτυο καλωδίων μπορεί να ακολουθήσει την αρχή των ελαφριών κατασκευών (lightweight principle), δηλαδή, τη χρήση του ελάχιστου υλικού για την μεγιστοποίηση, μέσω του βέλτιστου σχήματος, της ευστάθειας και της αντοχής του. Από την άλλη μεριά, θεωρείται ότι το σχήμα είναι βέλτιστο μόνο για την περίπτωση της αρχικής προέντασης και σε συνδυασμό με την ανάγκη περιορισμού των παραμορφώσεων λόγω των πρόσθετων φορτίων ανέμου και χιονιού, η διαφορετική προένταση παρέχει καλύτερο έλεγχο της κατασκευής.

Η εύρεση ενός εφικτού αρχικού σχήματος μιας ελαφριάς εφελκόμενης κατασκευής μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας είτε φυσικά μοντέλα είτε αριθμητικές μεθόδους είτε συνδυάζοντας και τα δύο. Μέχρι και τη δεκαετία του 60' τα φυσικά μοντέλα αποτελούσαν τον μοναδικό τρόπο προσδιορισμού του αρχικού σχήματος ισορροπίας. Από εκεί και έπειτα, η εξέλιξη του υπολογιστή και η έρευνα των εφελκόμενων συστημάτων βοήθησαν στην ανάπτυξη υπολογιστικών μεθόδων, οι οποίες με τη σειρά τους βοήθησαν στην καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς των κατασκευών αυτών. Αλλά και από τις ποικίλες αριθμητικές μεθόδους, δεν υπάρχει μόνο μια η οποία να είναι η βέλτιστη για όλα τα προβλήματα. Είναι σοφότερο ο μελετητής να επιλέξει τη μέθοδο ή το συνδυασμό μεθόδων που ταιριάζει καλύτερα στο πρόβλημα και στις ανάγκες του.

4.1.1. Φυσικά μοντέλα

Τα φυσικά μοντέλα είναι μικρής κλίμακας, ακριβή προσομοιώματα της πραγματικής κατασκευής. Ο σχεδιασμός μιας εφελκόμενης κατασκευής βασίζεται σε μια σειρά από τέτοια φυσικά μοντέλα για τον προσδιορισμό της γεωμετρίας που θα χρησιμοποιηθεί στη στατική ανάλυση της κατασκευής και την παραγωγή των κατασκευαστικών σχεδίων. Η ανάγκη όλων αυτών των επιμελώς κατασκευασμένων μοντέλων καθιστά την παραπάνω διαδικασία χρονοβόρα, κουραστική και απαιτητική. Αλλά δυστυχώς, ακόμη και αν όλα γίνουν με ιδιαίτερη φροντίδα και ακρίβεια, τα στοιχεία που αντιπροσωπεύουν τα στοιχεία της πραγματικής κατασκευής δεν έχουν την αντίστοιχη ακαμψία. Τελικά, οι μετρήσεις επί της γεωμετρίας των μοντέλων αποκλίνουν σημαντικά στην πραγματική κλίμακα της κατασκευής λόγω μεγέθυνσης των προσεγγιστικών λαθών. Ένας τρόπος μείωσης των προσεγγιστικών λαθών είναι η χρήση φωτογραφμικών μεθόδων, οι οποίες επιτρέπουν τον προσδιορισμό της τρισδιάστατης γεωμετρίας των μοντέλων χωρίς να αγγιχθούν. Διαπιστώθηκε, όμως πως ακόμη και πολύ μικρές ανακρίβειες στα μήκη των καλωδίων οδηγούν τελικά σε ανακατανομή των αξονικών δυνάμεων και σημαντική μεταβολή (έως και 60%) του εκτιμώμενου μεγέθους τους.

Τα παραπάνω μειονεκτήματα συνετέλεσαν στην συνεχώς αυξανόμενη χρήση των αριθμητικών μεθόδων έναντι των ακριβών και χειροποίητων φυσικών μοντέλων. Όμως, σίγουρα τα φυσικά μοντέλα είναι πιο αξιόπιστα και προσφέρουν άμεσα μια εικόνα της γεωμετρίας και της συμπεριφοράς μιας εφελκόμενης κατασκευής. Η εμπειρία υποδεικνύει ότι ο καλύτερος τρόπος για τον σχεδιασμό αυτών των ιδιαίτερων κατασκευών, είναι ο συνδυασμός αριθμητικών μεθόδων και φυσικών μοντέλων.

4.1.2. Αριθμητικές Μέθοδοι

Οι αριθμητικές μέθοδοι βασίζονται σε ένα σύνολο αριθμητικών και γραφικών δεδομένων για την περιγραφή της γεωμετρίας, της έντασης και της παραμόρφωσης μιας κατασκευής. Το σύνολο των δεδομένων προέρχεται από αριθμητικούς αλγορίθμους, οι οποίοι με επαναληπτική διαδικασία προσεγγίζουν τη γεωμετρία για την οποία έχει επιτευχθεί η στατική ισορροπία στους κόμβους. Η εύρεση σχήματος μπορεί να αντιστοιχεί στην:

- Εύρεση ενός βέλτιστου σχήματος (ευσταθούς ελεύθερης επιφάνειας), δηλαδή ενός σχήματος για το οποίο ισχύει η αρχή της σταθερής τάσης
- Εύρεση ενός σχήματος για το οποίο ισχύει η στατική ισορροπία, χωρίς απαραίτητα να ισχύει η αρχή της σταθερής τάσης
- Εύρεση ενός σχήματος το οποίο προσεγγίζει την κατάσταση της πλήρους ισορροπίας

Τις τελευταίες πέντε δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί αρκετές αριθμητικές μέθοδοι εύρεσης σχήματος, οι οποίες θα μπορούσαν γενικά να ενταχθούν στις παρακάτω τρεις κατηγορίες:

- *Stiffness matrix methods*,
οι οποίες χρησιμοποιούν τα γνωστά μητρώα ελαστικής και γεωμετρικής δυσκαμψίας και συγκαταλέγονται στις παλαιότερες μεθόδους εύρεσης σχήματος.
- *Geometric stiffness matrix*,
οι οποίες είναι ανεξάρτητες από τις ιδιότητες του υλικού και χρησιμοποιούν τη γεωμετρική δυσκαμψία.
- *Dynamic equilibrium methods*,
οι οποίες επιλύουν το πρόβλημα της δυναμικής ισορροπίας για την εύρεση μιας σταθερής λύσης, ισοδύναμη της στατικής επίλυσης του αντίστοιχου προβλήματος στατικής ισορροπίας.

Οι πιο κοινές αριθμητικές μέθοδοι, αντίστοιχα προς τις παραπάνω κατηγορίες, είναι οι:

- Η φυσική μέθοδος εύρεσης σχήματος (Natural Shape Finding)
- Η μέθοδος δυναμικής χαλάρωσης (Dynamic Relaxation Method)
- Η μέθοδος πυκνότητας δύναμης (Force Density Method)

4.1.2.1. Φυσική μέθοδος εύρεσης σχήματος

Περιγράφεται η μέθοδος όπως παρουσιάστηκε από τους J.H.Argyris, T.Angelopoulos και B.Bichat (1974) [5].

Η μέθοδος προτείνεται για την εύρεση σχήματος ενός προεντεταμένου δικτύου καλωδίων, υπολογίζοντας το αρχικό χαλαρό μήκος των στοιχείων καλωδίων όταν έχει ήδη προσδιοριστεί η προένταση και μια προσεγγιστική γεωμετρία του δικτύου.

Αρχικά θεωρείται ένα οριζόντιο δίκτυο καλωδίων στην προβολή των συνοριακών σημείων της κατασκευής. Το δίκτυο αποτελείται από εξιδανικευμένα στοιχεία καλωδίων, γνωστή διατομή, για τα οποία ισχύει ο νόμος του Hooke ακόμη και για πολύ μεγάλες παραμορφώσεις. Θεωρείται ένα αρχικό μήκος L_0 για όλα τα στοιχεία, αποτελώντας ουσιαστικά το μέγεθος του κανάβου του δικτύου, και προκαθορίζεται τυχαία η τιμή της προέντασης είτε ίδια για όλα τα στοιχεία είτε διαφορετική για τα εσωτερικά από τα εξωτερικά στοιχεία.

Στην συνέχεια προσδιορίζεται η απαιτούμενη κατακόρυφη μετατόπιση των σταθερών σημείων του δικτύου, ώστε να βρεθούν στην επιθυμητή θέση.

Η μέθοδος συνίσταται σε μια επαναληπτική διαδικασία μετατόπισης των σταθερών σημείων με μικρά βήματα, τεντώνοντας σταδιακά το δίκτυο από το επίπεδο στην επιθυμητή χωρική διάταξη. Σε κάθε βήμα χρησιμοποιείται η επαναληπτική μέθοδος Newton-Raphson κατά την οποία υπολογίζονται οι υπολειπόμενες δυνάμεις λόγω προέντασης και ελέγχεται αν:

$$\mathbf{R}_u \ll \boldsymbol{\varepsilon}$$

Αν όχι, προσδιορίζεται εκ νέου το μητρώο δυσκαμψίας του δικτύου βάσει της γνωστής γεωμετρίας από το προηγούμενο βήμα:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G$$

Όπου:

\mathbf{K}_E Η ελαστική δυσκαμψία του στοιχείου

\mathbf{K}_G Η γεωμετρική δυσκαμψία του στοιχείου

Στη συνέχεια υπολογίζεται το διάνυσμα των προσαυξητικών μετατοπίσεων, οι οποίες χρησιμοποιούνται για να διορθώσουν την προηγούμενη γεωμετρία. Η διαδικασία σταματά όταν τα σταθερά σημεία μετατοπιστούν στις καθορισμένες θέσεις, όπου και παγώνονται όλοι οι βαθμοί ελευθερίας τους. Εφαρμόζονται επιπλέον επαναλήψεις για την απόκτηση στατικής ισορροπίας σε όλους τους κόμβους.

Η θεώρηση απόλυτα ελαστικού υλικού κατά την προηγούμενη επαναληπτική διαδικασία μπορεί να οδηγήσει σε πολύ μεγάλες επιμηκύνσεις, άρα σε υψηλές τάσεις προέντασης στην κατασκευή. Για αυτό υπολογίζεται εκ νέου το χαλαρό μήκος για κάθε στοιχείο βάσει της επιθυμητής προέντασης:

$$L_0 = \frac{\bar{L}_0 + \Delta\bar{L}}{1 + \frac{P_{Np}}{EA}}$$

Όπου:

- L_0 Το χαλαρό μήκος του στοιχείου μετά την αλλαγή
 \bar{L}_0 Το χαλαρό μήκος του στοιχείου πριν την αλλαγή
 $\Delta\bar{L}$ Η επιμήκυνση τ του στοιχείου πριν την αλλαγή
 P_{Np} Η επιθυμητή τελική τιμή προέντασης στο στοιχείο

Μετά την αλλαγή του αρχικού χαλαρού μήκους των στοιχείων ακολουθείται ξανά η παραπάνω επαναληπτική διαδικασία για την επίτευξη της τελικής στατικής ισορροπίας.

Η τελική προένταση του δικτύου καλωδίων που προκύπτει με την παραπάνω μέθοδο διαφέρει ως ένα βαθμό από την επιθυμητή. Για να βελτιωθεί η κατανομή της προέντασης, μπορεί να επαναληφθεί η διαδικασία αλλαγής του χαλαρού μήκους των στοιχείων. Γενικά, όμως, το προεντεταμένο δίκτυο διατηρεί την κατανομή της προέντασης και μόνο σημαντικές αλλαγές στη γεωμετρία μπορούν να επιφέρουν αλλαγές στην κατανομή της προέντασης.

4.1.2.2. Μέθοδος Δυναμικής Χαλάρωσης

Η μέθοδος προτάθηκε από τον M.R. Barnes (1988) [6] για την εύρεση του σχήματος στατικής ισορροπίας ενός προενταταμένου δικτύου βάσει μιας ψευδο-δυναμικής ανάλυσης του συστήματος. Η μέθοδος αρχικά προτάθηκε λαμβάνοντας υπόψη ένα συντελεστή ιξώδους απόσβεσης (viscous damping), αλλά στην πορεία προτάθηκε η εναλλακτική μορφή της η οποία στηρίζεται στην κινηματική απόσβεση (kinetic damping).

Η μέθοδος βασίζεται σε ένα διακριτοποιημένο σύστημα για το οποίο αρχικά ορίζονται η προένταση, μια προσεγγιστική γεωμετρία και τα εξωτερικά φορτία στους κόμβους του δικτύου. Οι μάζες θεωρούνται συγκεντρωμένες στους κόμβους του δικτύου και τα καλώδια μια σειρά από ελατήρια που συνδέουν τους κόμβους μεταξύ τους. Το σύστημα κόμβων ταλαντώνεται γύρω από τη θέση ισορροπίας τους και με το πέρασ του χρόνου ηρεμεί λόγω της επίδρασης της ιξώδους απόσβεσης.

Το σύστημα διέπεται από τη βασική εξίσωση κίνησης εξαναγκασμένης ταλάντωσης με ιξώδη απόσβεση, η οποία για τον i -οστό κόμβο κατά τη διεύθυνση x είναι:

$$M_{xi} \cdot \ddot{X}_i + C_{xi} \cdot \dot{X}_i + \sum [K_{xi} \cdot X_i] = P_{xi}$$

ή εισάγοντας τις επικόμβιες υπολειπόμενες δυνάμεις, ως τη διαφορά μεταξύ του εξωτερικού φορτίου και της συνισταμένης εσωτερικής δύναμης:

$$R_{xi} = P_{xi} - \sum [K_{xi} \cdot X_i]$$

η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$M_{xi} \cdot \ddot{X}_i + C_{xi} \cdot \dot{X}_i = R_{xi}$$

και τελικά οι κόμβοι ταλαντώνονται εξαιτίας της δράσης των υπολειπόμενων δυνάμεων.

Η επίλυση της εξίσωσης προσεγγίζεται με τη μέθοδο των κεντρικών διαφορών επιμερίζοντας το χρόνο t σε μικρά διαστήματα Δt . Έτσι, στο χρόνο t ισχύει:

$$M_{xi} \cdot \frac{V_{xi}^{t+\Delta t/2} - V_{xi}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} + C_{xi} \cdot \frac{V_{xi}^{t+\Delta t/2} + V_{xi}^{t-\Delta t/2}}{2} = R_{xi}$$

Και επιλύοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς την ταχύτητα του κόμβου $V_{xi}^{t+\Delta t/2}$ είναι δυνατόν πλέον να προσδιοριστεί η νέα συντεταγμένη στο χρόνο $t+\Delta t$:

$$X_i^{t+\Delta t} = X_i^t + \Delta t \cdot V_{xi}^{t+\Delta t/2}$$

και η νέα υπολειπόμενη δύναμη κατά x , με την οποία θα επιλυθεί η εξίσωση κίνησης στο επόμενο βήμα:

$$R_{xi}^{t+\Delta t} = P_{xi} + \sum \left(\frac{DX}{L} \right)_m \cdot T_m^{t+\Delta t}$$

Όπου $(DX)/L$ είναι το συνημίτιο κατεύθυνσης και T_m η αξονική δύναμη του κάθε καλωδίου που συντρέχει στον κόμβο:

$$T_m^{t+\Delta t} = T_m^s + \frac{EA^s}{L_0} \cdot \Delta L_m^{t+\Delta t}$$

με τον πρώτο όρο να αντιστοιχεί στην αρχική εφελκυστική δύναμη και το δεύτερο στην αύξηση λόγω ελαστικής επιμήκυνσης.

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι συντεταγμένες και οι υπολειπόμενες δυνάμεις κατά τις διευθύνσεις y και z . Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου οι υπολειπόμενες δυνάμεις γίνουν περίπου ίσες με το μηδέν και οπότε έχει επέλθει η στατική ισορροπία.

Η αριθμητική ευστάθεια της μεθόδου εξαρτάται από το μέγεθος του χρονικού βήματος, το οποίο επιλέγεται κατάλληλα μικρό, βάσει της μεγαλύτερης ιδιοσυχνότητας του συστήματος. Εφόσον, ο στόχος είναι ο προσδιορισμός μια κατάστασης ισορροπίας και όχι η μελέτη της ταλάντωσης της κατασκευής, η τιμή της μάζας και της δυσκαμψίας των στοιχείων μπορεί να επιλεγθεί έτσι ώστε να επιτυγχάνεται πιο γρήγορα σύγκλιση σε μια κατάσταση ισορροπίας. Ιδιαίτερα προβλήματα σύγκλισης προκύπτουν όταν οι υπολειπόμενες δυνάμεις είναι μεγάλες π.χ. λόγω λανθασμένης αρχικής γεωμετρίας.

Ο προσδιορισμός της ιξώδους απόσβεσης είναι πολύ σημαντικός, διότι σε ένα σύστημα με μεγαλύτερη απόσβεση από την κρίσιμη αυξάνεται ο χρόνος σύγκλισης των αποτελεσμάτων. Η

κρίσιμη απόσβεση υπολογίζεται βάσει της θεμελιώδους ιδιοσυχνότητας, αφού επιλυθεί ξανά η εξίσωση κίνησης χωρίς την επίδραση της απόσβεσης.

Η απαίτηση δύο σταδίων επίλυσης, για τον υπολογισμό της κρίσιμης ιξώδους απόσβεσης και στη συνέχεια τον προσδιορισμό της τελικής τιμής της ιξώδους απόσβεσης, ήταν μάλλον άβολη. Η μέθοδος αντικαταστάθηκε από την παραπλήσια μέθοδο δυναμικής χαλάρωσης με κινηματική απόσβεση (kinetic damping), η οποία συγκλίνει γενικά πιο γρήγορα και είναι πιο ευσταθής όταν πρέπει να αντιμετωπιστούν μεγάλες υπολειπόμενες δυνάμεις.

Όταν ένα ταλαντώμενο σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας, η κινητική του ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της. Σύμφωνα, λοιπόν με τη μέθοδο, το σύστημα ταλαντώνεται χωρίς να λαμβάνεται η επίδραση της ιξώδους απόσβεσης και η επαναληπτική διαδικασία, όπως περιγράφηκε παραπάνω, διακόπτεται κάθε φορά που ανιχνεύεται η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος. Σε κάθε διακοπή η επαναληπτική διαδικασία ξεκινά από την αρχή λαμβάνοντας τις θέσεις των κόμβων στη γεωμετρία του συστήματος κατά τη διακοπή ως αρχικές θέσεις, ενώ οι ταχύτητες όλων των κόμβων ορίζονται ίσες με το μηδέν.

Σταματώντας κάθε φορά το σύστημα και λαμβάνοντας ως αρχική γεωμετρία τη γεωμετρία της εκάστοτε μέγιστης κινητικής ενέργειας προσεγγίζεται σταδιακά η γεωμετρία ευσταθούς ισορροπίας και το σύστημα τελικά ηρεμεί στη θέση στατικής ισορροπίας. Σταδιακά, σε κάθε διακοπή, οι υπολειπόμενες δυνάμεις μειώνονται και αντίστοιχα μειώνονται οι μετατοπίσεις και οι ταχύτητες των κόμβων. Οι διακοπές συνεχίζονται με τα ακρότατα κινητικής ενέργειας να μειώνονται συνεχώς, μέχρι που η ενέργεια όλων των ιδιομορφών ταλάντωσης να διασκορπιστεί.



Εικόνα 4.1.1 Η χρονοϊστορία κινητικής ενέργειας κατά τη διαδικασία εύρεσης σχήματος

Επειδή η συχνότητα ταλάντωσης για κάθε κόμβο είναι διαφορετική, είναι αδύνατο να προσδιοριστεί η γεωμετρία στατικής ισορροπίας με την πρώτη διακοπή. Τα πρώτα και μεγαλύτερα ακρότατα κινητικής ενέργειας σχετίζονται με τις υψίσυχνες ιδιομορφές του συστήματος. Τα επόμενα ακρότατα σχετίζονται με τις ιδιομορφές μικρότερων συχνοτήτων και τη συνολική μορφή της κατασκευής, ενώ τα μικρότερα ακρότερα με μικρές κινήσεις εντός επιπέδου. Μετά το στάδιο αυτό, είναι το ιδανικό σημείο για την εφαρμογή τοπικών αλλαγών στη γεωμετρία των συνοριακών συνθηκών και στην τυπολογία του συστήματος, καθώς η σύγκλιση για τις διαφοροποιημένες περιοχές είναι πολύ γρήγορη, χωρίς να διαδίδονται διαταραχές στις υπόλοιπες αναλλοίωτες περιοχές.

Εδώ, ο συντελεστής απόσβεσης λαμβάνεται ίσος με το μηδέν, ενώ η επιλογή των Δt , M και K γίνεται με τα ίδια κριτήρια όπως και στη δυναμική χαλάρωση με ιξώδη απόσβεση.

Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δίνεται για την όσο το δυνατόν καλύτερη εκτίμηση της χρονικής στιγμής για την οποία η κινητική ενέργεια είναι μέγιστη, γιατί λόγω του βήματος Δt μπορεί εύκολα να προσπεραστεί, οδηγώντας σε αποκλίσεις κατά τον υπολογισμό των συντεταγμένων της νέας γεωμετρίας του συστήματος.

4.1.2.3. Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης

Η μέθοδος προτάθηκε αρχικά από τον K. Linkwitz και επεκτάθηκε από τον H.J. Sheck (1974) [16] για τον προσδιορισμό της γεωμετρίας στατικής ισορροπίας ενός προεντεταμένου δικτύου. Η μέθοδος στηρίζεται στη μαθηματική υπόθεση, ότι ο λόγος προέντασης/μήκους, ο οποίος ορίζεται ως πυκνότητα δύναμης, σε κάθε καλώδιο μπορεί να είναι σταθερός και με αυτό τον τρόπο μετασχηματίζεται το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων για την επίλυση του προβλήματος στατικής ισορροπίας σε γραμμικό.

Λαμβάνοντας ως δεδομένα τις συντεταγμένες των σταθερών σημείων και τις πυκνότητες δύναμης των στοιχείων, με την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων, προσδιορίζει τη θέση των υπόλοιπων κόμβων στο χώρο έτσι ώστε να ισχύει η στατική ισορροπία σε όλους του κόμβους του δικτύου λόγω των δυνάμεων προέντασης. Για την επιβολή περιορισμών η μέθοδος μετασχηματίζεται σε μη γραμμική επιλύοντας το πρόβλημα με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Η μέθοδος περιγράφεται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 5.

4.2. Στατική ανάλυση

Από τη στιγμή που το αρχικό σχήμα της κατασκευής προσδιοριστεί, διερευνάται η απόκριση της κατασκευής όταν επιδρούν τα προβλεπόμενα εξωτερικά στατικά φορτία. Κατασκευές αποτελούμενες από καλώδια αποκρίνονται στα εξωτερικά φορτία με μεγάλες παραμορφώσεις, οπότε στην ανάλυση θα πρέπει να λαμβάνεται οπωσδήποτε υπόψη η γεωμετρική μη γραμμικότητα. Η μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού συνήθως δεν συμπεριλαμβάνεται, όμως μπορεί να ληφθεί υπόψη σε περιπτώσεις που κρίνεται απαραίτητη.

Οι επιπτώσεις της γεωμετρικής μη γραμμικής συμπεριφοράς των καλωδίων στη στατική ανάλυση είναι:

- i. Η αρχή της επαλληλίας δεν ισχύει. Οι αποκρίσεις των διαφόρων περιπτώσεων φόρτισης δεν μπορούν να συνδυαστούν για την εκτίμηση της συνολικής απόκρισης της κατασκευής. Επίσης, τα αποτελέσματα των αναλύσεων για κάθε φόρτιση δεν μπορούν να αυξηθούν ή να μειωθούν πολλαπλασιαζόμενα με συντελεστές.
- ii. Κάθε φορά η ανάλυση γίνεται για μια φόρτιση και όχι για συνδυασμό φορτίσεων.
- iii. Η αλληλουχία εφαρμογής των φορτίων (η ιστορία φόρτισης) είναι σημαντική στην τελική απόκριση της κατασκευής.
- iv. Η απόκριση της κατασκευής μπορεί να είναι αξιοσημείωτα δυσανάλογη του φορτίου που εφαρμόζεται.
- v. Η αρχική εντατική κατάσταση είναι εξίσου σημαντική στην τελική απόκριση της κατασκευής.

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η στατική ανάλυση αποτελεί μια συνεχή διαδικασία προσδιορισμού σχήματος. Η στατική ανάλυση ξεκινά από το σχήμα σε ισορροπία που έχει βρεθεί κατά το προηγούμενο στάδιο και τα στατικά φορτία προστίθενται σταδιακά προσδιορίζοντας σε κάθε φάση την νέα κατάσταση ισορροπίας (γεωμετρία και ένταση).

Θα πρέπει να τονιστεί πως κατά τη διαδικασία εύρεσης του αρχικού σχήματος ο φορέας στήριξης συνήθως δεν συμπεριλαμβάνεται και η επίδραση των παραμορφώσεων και της εντατικής κατάστασής του επί του καλωδιωτού μέρους της κατασκευής αγνοείται. Η αλληλεπίδραση καλωδιωτού φορέα και φορέα στήριξης λαμβάνεται υπόψη κατά το στάδιο της στατικής ανάλυσης. Έτσι, προσδιορίζεται το συνολικό μητρώο δυσκαμψίας ολόκληρης της κατασκευής, το οποίο υπενθυμίζεται ότι είναι:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G$$

Όπου:

K_E Η ελαστική δυσκαμψία του στοιχείου

K_G Η γεωμετρική δυσκαμψία του στοιχείου

Προφανώς, για να ληφθεί υπόψη η γεωμετρική μη γραμμική συμπεριφορά, η μη γραμμική ανάλυση με επαναληπτικές διαδικασίες είναι απαραίτητη. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων βρίσκει ευρεία εφαρμογή στη στατική ανάλυση των καλωδιωτών κατασκευών με πιο διαδεδομένη μέθοδο υπολογισμού την προσαυξητική μέθοδο Newton-Raphson.

Οι εξισώσεις στατικής ισορροπίας των κόμβων αντιπροσωπεύονται από το παρακάτω σύνολο εξισώσεων:

$$\mathbf{K}_T \cdot \mathbf{d} = \mathbf{F}$$

Το παραπάνω μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων ισορροπίας γραμμικοποιείται θεωρώντας πως για πολύ μικρά βήματα ισχύει η θεωρία των μικρών μετατοπίσεων, δηλαδή η γραμμική σχέση φορτίου - παραμόρφωσης.

Το εξωτερικό φορτίο διασπάται σε μικρότερα φορτία $\Delta \mathbf{F}$. Για το φορτίο $\Delta \mathbf{F}$, έστω ότι οι αρχικές μετατοπίσεις \mathbf{d}_0 είναι γνωστές και για τον πρώτο υπολογισμό των επικόμβιων παραμορφώσεων επιλύεται το σύστημα:

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{K}_{T_0}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{P}$$

Όπου : $\mathbf{K}_{T_0} = \mathbf{K}_T \mathbf{d}_0$

είναι το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας υπολογισμένο για τις αρχικές μετατοπίσεις.

Καθώς το πιο πιθανό είναι οι μετατοπίσεις \mathbf{d}_1 να είναι λανθασμένες, η ισορροπία δεν θα ικανοποιείται:

$$\mathbf{R}_{d_1} \neq \Delta \mathbf{P}$$

με αποτέλεσμα να υπάρχουν οι υπολειπόμενες δυνάμεις \mathbf{r}_1 :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{R}_{d_1} - \Delta \mathbf{P}$$

Υπολογίζοντας το νέο εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας:

$$\mathbf{K}_{T_1} = \mathbf{K}_T \mathbf{d}_1$$

και επιλύοντας το σύστημα:

$$\Delta \mathbf{d}_1 = \mathbf{K}_{T_1}^{-1} \cdot \mathbf{r}_1$$

Λαμβάνεται η διορθωμένη λύση:

$$\mathbf{d}_2 = \mathbf{d}_1 + \Delta \mathbf{d}_1$$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται με σκοπό τη συνεχή διόρθωση της γεωμετρίας του φορέα, βάσει του διανύσματος των υπολειπόμενων δυνάμεων \mathbf{r}_k , και το συνεχή επαναπροσδιορισμό του αντίστοιχου μητρώου δυσκαμψίας της ανανεωμένης γεωμετρίας. Η διαδικασία για το βήμα $\Delta \mathbf{F}$ σταματά όταν το διάνυσμα \mathbf{r}_k προσεγγιστικά γίνει ίσο με το μηδέν και οπότε έχει πλέον επιτευχθεί η σύγκλιση των αποτελεσμάτων και έχει επέλθει η στατική ισορροπία εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεων.

Όταν συναντώνται προβλήματα σύγκλισης των αποτελεσμάτων χρησιμοποιείται και η τροποποιημένη μέθοδος Newton-Raphson, η οποία ανανεώνει το μητρώο δυσκαμψίας μόνο σε κάθε καινούριο βήμα $\Delta \mathbf{F}$.

Κατά την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων εφαρμόζονται διάφορα κριτήρια σύγκλισης, όπως έλεγχος της μέγιστης απόλυτης τιμής των υπολειπόμενων δυνάμεων, έλεγχος των μετατοπίσεων ή περιορισμός του βήματος του εξωτερικού φορτίου. Γενικά, κατά τη στατική

ανάλυση η γεωμετρική μη γραμμική συμπεριφορά είναι λιγότερο έντονη και η σύγκλιση επιτυγχάνεται πιο εύκολα από ότι στην περίπτωση εύρεσης σχήματος.

Σημειώνεται, ότι για τη μη γραμμική στατική ανάλυση χρησιμοποιείται επίσης και η μέθοδος της δυναμικής χαλάρωσης με κινηματική απόσβεση.

Κατά τη μη γραμμική στατική ανάλυση οι υπολειπόμενες δυνάμεις προκύπτουν από την επιβολή των εξωτερικών φορτίων και ο σκοπός είναι στην τελική γεωμετρία οι εσωτερικές ελαστικές και γεωμετρικές δυνάμεις να ισορροπούν με τα εξωτερικά φορτία. Αντίθετα, κατά τη διαδικασία εύρεσης σχήματος, οι υπολειπόμενες δυνάμεις προκύπτουν από το γεγονός ότι η αρχική υποτιθέμενη γεωμετρία δε συμβαδίζει με την προένταση που έχει οριστεί. Έτσι, κατά τη διαδικασία εύρεσης σχήματος, ο σκοπός είναι στην τελική γεωμετρία οι δυνάμεις προέντασης των στοιχείων που συντρέχουν σε ένα κόμβο να βρίσκονται σε ισορροπία.

Τέλος, επισημαίνεται ότι σχεδόν σε όλους τους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται δεν επιτρέπεται η θλίψη των καλωδίων. Αυτό συνήθως επιτυγχάνεται αφαιρώντας τα χαλαρά στοιχεία κατά την κατασκευή του μητρώου δυσκαμψίας και λαμβάνοντας μέτρα για την αποφυγή προβλημάτων σύγκλισης λόγω αλλαγών στην τοπολογία και τη δυσκαμψία του συστήματος.

4.3. Δυναμική ανάλυση

Ένα από τα πρώτα βήματα για τη δυναμική ανάλυση μιας εφελκυσόμενης κατασκευής είναι ο προσδιορισμός των ιδιοσυχνοτήτων της. Για απλές περιπτώσεις, υπάρχουν έτοιμες λύσεις διαθέσιμες στη βιβλιογραφία. Για πιο περίπλοκες γεωμετρίες, η κατασκευή προσομοιώνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και οι ιδιοσυχνότητες της κατασκευής προσδιορίζονται επιλύοντας το πρόβλημα ιδιοτιμών, συνήθως με διαγώνιο μητρώο μάζας. Γενικά για τις ιδιοσυχνότητες και τις ιδιομορφές μιας καλωδιωτής κατασκευής ισχύουν οι παρακάτω παρατηρήσεις:

- Οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές εξαρτώνται από το επίπεδο προέντασης και τη γεωμετρία του δικτύου.
- Οι ιδιοσυχνότητες θα πρέπει να προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας την παραμορφωμένη γεωμετρία λόγω των στατικών φορτίων που αναμένεται να δρουν κατά τη διάρκεια της δυναμικής ανάλυσης
- Κατά τη δυναμική ανάλυση θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη το σύνολο της κατασκευής, συμπεριλαμβανομένου και του φορέα στήριξης.

Η ανάλυση μπορεί να διεξαχθεί στο πεδίο του χρόνου ή των συχνοτήτων και η απόκριση συνήθως υπολογίζεται με μεθόδους ολοκλήρωσης στο χρόνο. Η δυναμική απόκριση μπορεί να είναι γραμμική (ιδιομορφική επαλληλία) ή μη γραμμική (αλγόριθμοι ολοκλήρωσης στο χρόνο

Newmark). Γενικά, κατά τη δυναμική ανάλυση η μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού δεν συμπεριλαμβάνεται.

Στις καλωδιωτές κατασκευές, η απόσβεση προκύπτει από την ίδια τη κατασκευή, τις επικαλύψεις και τον αέρα που την περιβάλλει. Γενικά, έχουν αναφερθεί πολλές τιμές για το συντελεστή απόσβεσης, όμως η τελική επιλογή στηρίζεται στο μελετητή ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της κατασκευής.

Δυο είναι τα σημαντικότερα δυναμικά φορτία που δρουν σε μια εφελκυσόμενη κατασκευή: ο άνεμος και ο σεισμός.

Άνεμος: Ο συνηθέστερος τρόπος για την προσέγγιση της δυναμικής δράσης του ανέμου σε μια εύκαμπτη κατασκευή είναι διαχωρίζοντας το φορτίο του ανέμου σε μια ημιμόνιμη συνιστώσα ίση με τη μέση τιμή ανέμου και σε μια διακυμαινόμενη συνιστώσα. Η πρώτη επιλύεται ως ένα μη γραμμικό στατικό πρόβλημα, ενώ η δεύτερη εφαρμόζεται ως δυναμικό φορτίο στην προκύπτουσα γεωμετρικο-εντατική κατάσταση της πρώτης και η κατασκευή υπόκειται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση (buffeting). Ένας άλλος τρόπος είναι η στοχαστική προσέγγιση, κατά την οποία η διακυμαινόμενη συνιστώσα προκύπτει από φάσμα ανέμου, για την εκτίμηση της μέγιστης επίδρασής της. Επιπλέον, σε ανηρημένες καλωδιωτές στέγες έχουν παρατηρηθεί φαινόμενα συντονισμού λόγω του περιοδικού χαρακτήρα της ταχύτητας του ανέμου κατά τη διάρκεια στροβιλισμών (flutter).

Σεισμός: Οι καλωδιωτές κατασκευές έχουν ιδιαίτερα ευμενή απόκριση στα δυναμικά φορτία σεισμού και για αυτό προτείνονται σε σεισμογενείς περιοχές. Λόγω του πολύ μικρού τους βάρους, οι αδρανειακές δυνάμεις λόγω σεισμού είναι μικρές και συνήθως ο άνεμος είναι δυσμενέστερος για αυτό το είδος κατασκευών.

Για την δυναμική ανάλυση λόγω ανέμου απαιτούνται δεδομένα για το μέγεθος του φορτίου τα οποία προσδιορίζονται πειραματικά. Όμως, πολλές φορές τα προσομοιώματα δεν είναι τόσο εύκαμπτα και δεν μπορούν να παρουσιάσουν την πραγματική συμπεριφορά μιας ελαστικής συμπεριφοράς. Συνυπολογίζοντας και το κόστος των πειραμάτων συνήθως επιλέγονται ισοδύναμα στατικά φορτία, προσέγγιση η οποία έχει αποδειχθεί πως βρίσκεται προς την πλευρά της ασφάλειας.

5. ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΔΥΝΑΜΗΣ (FORCE DENSITY METHOD)

Έστω ένα σύνολο στοιχείων σε ένα επίπεδο συνδεδεμένα μεταξύ τους με αρθρωτούς κόμβους. Το δίκτυο στοιχείων οδηγείται αυθόρμητα σε μια αλληλοεπιδρώμενη κατάσταση γεωμετρίας και εσωτερικής έντασης, η οποία εξαρτάται άμεσα από τον αριθμό και το είδος των σημείων στήριξης του συστήματος. Εξαιτίας της αλληλεξάρτησης μεταξύ γεωμετρίας και έντασης, για ένα δεδομένο σύνολο οριακών συνθηκών θα μπορούσαν να προκύψουν ποικίλες ισορροπημένες γεωμετρικο-εντατικές καταστάσεις, καθώς οποιαδήποτε αλλαγή στην προένταση οδηγεί αυτόματα σε διαφορετική γεωμετρία και αντίστροφα.

Θεωρώντας, λοιπόν, ένα δίκτυο στοιχείων, το οποίο κρεμάται σε ένα πολύ δύσκαμπτο πλαίσιο ή τεντώνεται μεταξύ κάποιων σταθερών σημείων, αμέσως ανακύπτει το ερώτημα: Ποιές είναι οι εναλλακτικές μορφές γεωμετρίας που μπορεί να λάβει το σύστημα εξασφαλίζοντας ταυτόχρονα τη στατική ισορροπία δυνάμεων σε όλους τους κόμβους του ώστε να επιλεγεί η καταλληλότερη;

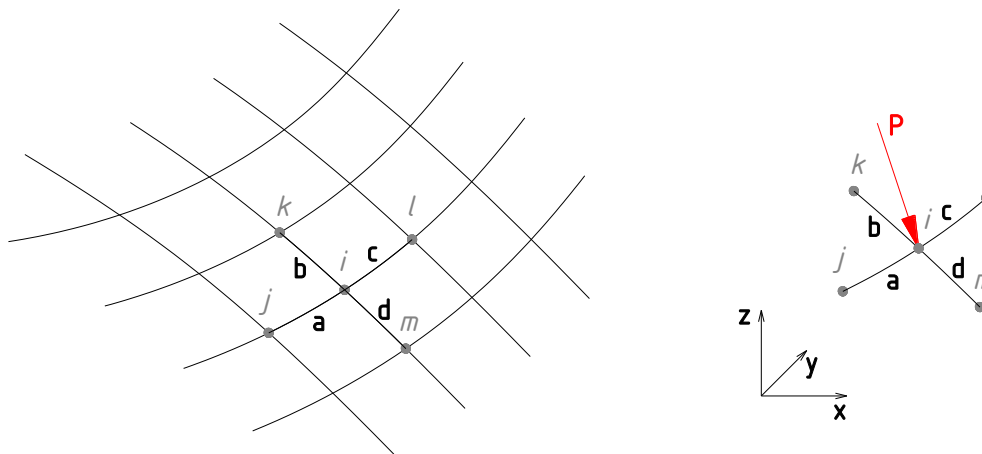
Για τον προσδιορισμό των πιθανών μορφών ισορροπίας του δικτύου, περιγράφεται και αναλύεται στη συνέχεια η Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης (Force Density Method). Βασικό χαρακτηριστικό αυτής της αριθμητικής μεθόδου, στο οποίο οφείλεται άλλωστε και η ονομασία της, είναι η πυκνότητα δύναμης, η οποία ορίζεται ως ο λόγος της αξονικής δύναμης ενός στοιχείου προς το μήκος του στοιχείου. Με τη βοήθεια του μεγέθους πυκνότητας δύναμης, το μη γραμμικό πρόβλημα εύρεσης των μορφών ισορροπίας ενός δικτύου ανάγεται σε γραμμικό, υιοθετώντας πλέον τα πλεονεκτήματα επίλυσης ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων.

5.1. Εισαγωγικά

Έστω ένα ανηρτημένο δίκτυο, για το οποίο θεωρείται ότι :

- αποτελείται από ευθύγραμμα αβαρή στοιχεία, τα οποία μπορεί να είναι καλώδια ή ράβδοι, ελαστικά ή δυστενή.
- τα στοιχεία συνδέονται μεταξύ τους σε αρθρωτούς κόμβους.
- η σύνδεση μεταξύ των στοιχείων του δικτύου είναι γνωστή και δεδομένη, οπότε και η γεωμετρία του δικτύου προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες των κόμβων.
- στο δίκτυο ασκούνται εξωτερικά φορτία, τα οποία εφαρμόζονται ως συγκεντρωμένες δυνάμεις στους κόμβους.

Εάν για το παραπάνω δίκτυο στοιχείων, μέρος του οποίου παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.1.1, τεθεί το πρόβλημα του προσδιορισμού μιας μορφής ισορροπίας με μοναδική απαίτηση την εξασφάλιση της στατικής ισορροπίας στους κόμβους, τότε θα πρέπει να ισχύει πως το άθροισμα των δυνάμεων σε όλους τους κόμβους και σε όλες τις διευθύνσεις να είναι ίσο με το μηδέν.



Εικόνα 5.1.1 Μέρος ενός δικτύου στοιχείων και ο i-οστός ελεύθερος κόμβος του δικτύου.

Εξετάζεται η ισορροπία δυνάμεων του κόμβου i, ενός δικτύου στοιχείων αποτελούμενο από m στοιχεία συνδεδεμένα σε n_s κόμβους. Για τον κόμβο i, στον οποίο συντρέχουν τα στοιχεία a, b, c και d (Εικόνα 5.1.1), και εφαρμόζεται το συγκεντρωμένο εξωτερικό φορτίο P, θα πρέπει να ισχύει:

$$\sum S_{xi} = P_{xi} \quad \sum S_{yi} = P_{yi} \quad \sum S_{zi} = P_{zi} , \quad \text{ή αναλυτικότερα}$$

$$S_a \cdot \cos a, x + S_b \cdot \cos b, x + S_c \cdot \cos c, x + S_d \cdot \cos d, x = P_{xi} \quad (5.1.1)$$

$$S_a \cdot \cos a, y + S_b \cdot \cos b, y + S_c \cdot \cos c, y + S_d \cdot \cos d, y = P_{yi}$$

$$S_a \cdot \cos a, z + S_b \cdot \cos b, z + S_c \cdot \cos c, z + S_d \cdot \cos d, z = P_{zi}$$

όπου

S_m Η εφελκυστική αξονική δύναμη του στοιχείου m

$\cos m, x$

$\cos m, y$ Τα συνημίτονα κατεύθυνσης των στοιχείων m στους άξονες x, y, z

$\cos m, z$

Εάν τα συνημίτονα κατεύθυνσης αντικατασταθούν από της εκφράσεις:

$$\cos m, x = \frac{X_m - X_i}{L_m} \quad \cos m, y = \frac{Y_m - Y_i}{L_m} \quad \cos m, z = \frac{Z_m - Z_i}{L_m}$$

τότε προκύπτουν οι παρακάτω μορφές εξισώσεων ισορροπίας δυνάμεων:

$$S_{ij} \cdot \frac{X_j - X_i}{L_{ij}} + S_{ik} \cdot \frac{X_k - X_i}{L_{ik}} + S_{il} \cdot \frac{X_l - X_i}{L_{il}} + S_{im} \cdot \frac{X_m - X_i}{L_{im}} = p_{xi} \quad (5.1.2)$$

$$S_{ij} \cdot \frac{Y_j - Y_i}{L_{ij}} + S_{ik} \cdot \frac{Y_k - Y_i}{L_{ik}} + S_{il} \cdot \frac{Y_l - Y_i}{L_{il}} + S_{im} \cdot \frac{Y_m - Y_i}{L_{im}} = p_{yi}$$

$$S_{ij} \cdot \frac{Z_j - Z_i}{L_{ij}} + S_{ik} \cdot \frac{Z_k - Z_i}{L_{ik}} + S_{il} \cdot \frac{Z_l - Z_i}{L_{il}} + S_{im} \cdot \frac{Z_m - Z_i}{L_{im}} = p_{zi}$$

όπου:

X_{nm}, Y_{nm}, Z_{nm} Οι συντεταγμένες του κόμβου n του στοιχείου m

L_m Το μήκος του στοιχείου m

Λόγω της δράσης της εφελκυστικής δύναμης το στοιχείο επιμηκύνεται και η επιμήκυνσή του εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού του στοιχείου. Εάν θεωρηθεί ο Νόμος του Hooke, τότε η αξονική δύναμη του στοιχείου m θα ισούται με:

$$s_m = \frac{E_m \cdot A_m}{L_{um}} \cdot \Delta l_m = \frac{E_m \cdot A_m}{L_{um}} \cdot (L_m - L_{um})$$

Η σε μητρική μορφή:

$$\mathbf{s} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{\Delta l} \quad (5.1.3)$$

όπου:

E_m Το μέτρο ελαστικότητας του στοιχείου m

A_m Η διατομή του στοιχείου m

L_{um} Το χαλαρό μήκος του στοιχείου m

L_m Το μήκος του στοιχείου m μετά την επιμήκυνση

Δl_m Η επιμήκυνση του στοιχείου λόγω της αξονικής δύναμης s_m

Το μήκος του στοιχείου m ισούται με τη χωρική απόσταση μεταξύ των δυο κόμβων στα άκρα του:

$$L_m = \sqrt{x_1 - x_i^2 + y_1 - y_i^2 + z_1 - z_i^2} \quad (5.1.4)$$

Και επίσης ισχύει:

$$L_m = L_{um} + \Delta l = f(x, y, z)$$

και σε μητρική μορφή:

$$\mathbf{L} = \mathbf{f} \mathbf{x} = \mathbf{l} + \Delta \mathbf{l} \quad (5.1.5)$$

Υπολογίζοντας τον Ιακωβιανό πίνακα της συνάρτησης $f(x,y,z)$ για το στοιχείο m , προκύπτει ότι είναι ίσος με τους συντελεστές κατά τις διευθύνσεις x,y,z της αξονικής δύναμης του στοιχείου m στο σύστημα εξισώσεων ισορροπίας. Έτσι, οι εξισώσεις ισορροπίας (5.1.2) για τους κόμβους όλου του δικτύου κατά τους τρεις άξονες x,y,z μπορεί να ξαναγραφτεί υπό τη μορφή:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \cdot \mathbf{s} = \mathbf{p} \quad (5.1.6)$$

όπου, αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (5.1.3) και (5.1.5) προκύπτει:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot [\mathbf{f} \mathbf{x} - \mathbf{l}] = \mathbf{p} \quad (5.1.7)$$

Οι εξισώσεις (5.1.7) είναι μη γραμμικές, οπότε, για την εύρεση της ισορροπημένης γεωμετρίας με συντεταγμένες των κόμβων τις $[\mathbf{x}]$, πρέπει να λυθεί το παραπάνω σύστημα των, $3n_s$ στον αριθμό, μη γραμμικών εξισώσεων χρησιμοποιώντας κάποια επαναληπτική αριθμητική μέθοδο.

Για τις εξισώσεις (5.1.7) πρέπει να σημειωθεί ότι ισχύουν μόνο στην παραμορφωμένη κατάσταση $[\mathbf{x}]$. Επίσης, εάν στο δίκτυο στοιχείων δρουν μόνο εφελκυστικές δυνάμεις, τότε από την επίλυση του συστήματος θα ληφθεί μια και μοναδική μορφή ισορροπίας $[\mathbf{x}]$ συμβατή με τα χαλαρά μήκη των στοιχείων. Όμως για την απόκτηση της λύσης αυτής θα πρέπει να εισαχθούν κάποιες αρχικές τιμές των συντεταγμένων των κόμβων $[\mathbf{x}_0]$ και του χαλαρού μήκους των στοιχείων $[\mathbf{l}_0]$. Το γεγονός αυτό περιορίζει σημαντικά την πρακτική εφαρμογή των εξισώσεων, καθώς απαιτεί την προ-εκτίμηση της μορφής ισορροπίας του δικτύου, πράγμα όχι εύκολο σε επίπεδο σχεδιασμού. Διαφορετικά, προκύπτουν αποτελέσματα χωρίς ικανοποιητικές τιμές για τη γεωμετρία ή την προένταση, οπότε απαιτείται μια χρονοβόρα και κουραστική διαδικασία δοκιμών για την προσέγγιση μιας ικανοποιητικής γεωμετρικο-εντατικής κατάστασης.

Επιστρέφοντας στο σύστημα των εξισώσεων (5.1.2) παρατηρείται ότι οποιοδήποτε σειρά $3n_s$ συντεταγμένων x, y, z και m δυνάμεων s τις ικανοποιεί, συνιστά και μια ισορροπημένη γεωμετρικο-εντατική κατάσταση, χωρίς να εισάγονται τα χαλαρά μήκη των στοιχείων και οι ελαστικές ιδιότητες του υλικού των στοιχείων. Ανασχηματίζοντας τις εξισώσεις (5.1.2) όπως παρακάτω:

$$\frac{S_{ij}}{L_{ij}} \cdot x_j - x_i + \frac{S_{ik}}{L_{ik}} \cdot x_k - x_i + \frac{S_{il}}{L_{il}} \cdot x_l - x_i + \frac{S_{im}}{L_{im}} \cdot x_m - x_i = p_{xi} \quad (5.1.8)$$

$$\frac{S_{ij}}{L_{ij}} \cdot y_j - y_i + \frac{S_{ik}}{L_{ik}} \cdot y_k - y_i + \frac{S_{il}}{L_{il}} \cdot y_l - y_i + \frac{S_{im}}{L_{im}} \cdot y_m - y_i = p_{yi}$$

$$\frac{S_{ij}}{L_{ij}} \cdot z_j - z_i + \frac{S_{ik}}{L_{ik}} \cdot z_k - z_i + \frac{S_{il}}{L_{il}} \cdot z_l - z_i + \frac{S_{im}}{L_{im}} \cdot z_m - z_i = p_{zi}$$

και ορίζοντας ως πυκνότητα δύναμης τον όρο

$$q_m = \frac{s_m}{L_m} = \frac{\text{Αξονική Δύναμη}}{\text{Τεταμένο Μήκος}} \quad (5.1.9)$$

προκύπτει το παρακάτω σύστημα εξισώσεων για τον κόμβο i :

$$q_a \cdot x_j - x_i + q_b \cdot x_k - x_i + q_c \cdot x_l - x_i + q_d \cdot x_m - x_i = p_{xi} \quad (5.1.10)$$

$$q_a \cdot y_j - y_i + q_b \cdot y_k - y_i + q_c \cdot y_l - y_i + q_d \cdot y_m - y_i = p_{yi}$$

$$q_a \cdot z_j - z_i + q_b \cdot z_k - z_i + q_c \cdot z_l - z_i + q_d \cdot z_m - z_i = p_{zi}$$

Έτσι τελικά για το δίκτυο στοιχείων, προκύπτουν $3n_s$ εξισώσεις της παραπάνω μορφής, γραμμικές ως προς τους όρους των συντεταγμένων x, y, z και ως προς τους όρους των πυκνοτήτων δύναμης q . Η επίλυση του γραμμικού συστήματος ως προς τις συντεταγμένες x, y, z για μια οποιαδήποτε τυχαία σειρά πυκνοτήτων δύναμης q , συνιστά μια ισορροπημένη γεωμετρικο-εντατική κατάσταση ή μια μορφή ισορροπίας.

5.2. Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης (Force Density Method)

Περιγράφεται η Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης (Force Density Method) όπως παρουσιάστηκε από τον H.J. Schek (1974) [16].

Έστω ένα δίκτυο καλωδίων ή ράβδων όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα. Το δίκτυο αποτελείται από m στοιχεία συνδεδεμένα σε n_s κόμβους, για τους οποίους ισχύει:

$$n_s = n + n_f \quad (5.2.1)$$

όπου:

n ο αριθμός των ελεύθερων κόμβων

n_f ο αριθμός των κόμβων που αντιστοιχούν σε σταθερά σημεία

Οι κόμβοι αριθμούνται ξεκινώντας πρώτα από τους ελεύθερους και τελευταίοι οι κόμβοι που αντιστοιχούν σε στηρίξεις. Κάθε στοιχείο j έχει δύο ακραίους κόμβους τους $i(j)$ και $k(j)$.

Ορίζεται ο πίνακας \mathbf{C}_s , ο οποίος δίνει την τοπολογική σχέση μεταξύ στοιχείων και κόμβων. Συνεπώς, ο πίνακας \mathbf{C}_s διαστάσεων $[m \times n_s]$ περιγράφει την δομή όλου του δικτύου, ορίζοντας κάθε στοιχείο με ποιούς κόμβους συνδέεται. Τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{C}_s ορίζονται ως εξής:

$$C_{j,i} = \begin{cases} +1 & \text{για } i = j = 1 \\ -1 & \text{για } k = j = 1 \\ 0 & \text{για τις υπόλοιπες περιπτώσεις} \end{cases}$$

Επιπλέον ο πίνακας διαχωρίζεται σε δυο υποπίνακες, \mathbf{C} και \mathbf{C}_f διαστάσεων $[m \times n]$ και $[m \times n_f]$ αντίστοιχα, ομαδοποιώντας τους ελεύθερους και τους σταθερούς κόμβους.

$$\mathbf{C}_s = [\mathbf{C} \quad \mathbf{C}_f] \quad (5.2.2)$$

Επίσης, ορίζονται οι πίνακες:

$\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s, \mathbf{z}_s$	$[n_s \times 1]$, οι συντεταγμένες των n_s κόμβων του δικτύου
$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$	$[n \times 1]$, οι συντεταγμένες των n ελεύθερων κόμβων του δικτύου
$\mathbf{x}_f, \mathbf{y}_f, \mathbf{z}_f$	$[n_f \times 1]$, οι συντεταγμένες των n_f δεσμευμένων κόμβων του δικτύου
\mathbf{l}	$[m \times 1]$, τα μήκη των m στοιχείων
\mathbf{s}	$[m \times 1]$, οι αξονικές δυνάμεις των m στοιχείων
$\mathbf{p}_x, \mathbf{p}_y, \mathbf{p}_z$	$[n_s \times 1]$, τα εξωτερικά φορτία στους n_s κόμβους του δικτύου

Η διαφορά των συντεταγμένων μεταξύ του ζεύγους των κόμβων κάθε στοιχείου κατά τη διεύθυνση x είναι:

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}_s \cdot \mathbf{x}_s \quad (5.2.3)$$

Η παραπάνω εξίσωση, διαχωρίζοντας τον πίνακα \mathbf{C}_s στους \mathbf{C} και \mathbf{C}_f , γίνεται:

$$\mathbf{u} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{C}_f \cdot \mathbf{x}_f \quad (5.2.4)$$

Εισάγοντας τους πίνακες $\mathbf{U} = \text{diag}(\mathbf{u})$ και $\mathbf{L} = \text{diag}(\mathbf{I})$, η εξίσωση ισορροπίας των κόμβων κατά τη διεύθυνση x , αντίστοιχη των εξισώσεων (5.1.2) και (5.1.6), είναι:

$$\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{p}_x \quad (5.2.5)$$

Όπου ο Ιακωβιανός πίνακας παρίσταται από τον όρο:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{L}^{-1}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την έννοια της πυκνότητας δύναμης σε μορφή μητρώου:

$$\mathbf{q} = \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{s} \quad (5.2.6)$$

η εξίσωση (5.2.5) παίρνει τη μορφή:

$$\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{p}_x \quad (5.2.7)$$

Εισάγοντας τον πίνακα $\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{q})$:

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u} \quad (5.2.8)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (5.2.8) και (5.2.4) στη (5.2.7), η εξίσωση ισορροπίας κατά x γίνεται:

$$\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C}_f \cdot \mathbf{x}_f = \mathbf{p}_x \quad (5.2.9)$$

Εάν για λόγους απλότητας θεωρήσουμε τα μητρώα

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C} \quad \text{και} \quad \mathbf{D}_f = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C}_f$$

η εξίσωση ισορροπίας κατά x λαμβάνει την τελική μορφή της:

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{p}_x - \mathbf{D}_f \cdot \mathbf{x}_f \quad (5.2.10)$$

Με ανάλογο τρόπο προκύπτουν οι αντίστοιχες εξισώσεις ισορροπίας για τις διευθύνσεις y και z :

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{p}_y - \mathbf{D}_f \cdot \mathbf{y}_f$$

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{p}_z - \mathbf{D}_f \cdot \mathbf{z}_f$$

Άρα, η λύση του προβλήματος είναι το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$\mathbf{x} = \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{p}_x - \mathbf{D}_f \cdot \mathbf{x}_f \quad (5.2.11)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{p}_y - \mathbf{D}_f \cdot \mathbf{y}_f$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{p}_z - \mathbf{D}_f \cdot \mathbf{z}_f$$

Ενώ, οι αξονικές δυνάμεις των στοιχείων υπολογίζονται από τη σχέση:

$$\mathbf{s} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{q} \quad (5.2.12)$$

Από τα παραπάνω προκύπτουν τα παρακάτω σημαντικά συμπεράσματα:

- Ορίζοντας τα μητρώα \mathbf{Q} και \mathbf{D} προκύπτουν οι (n,n) γραμμικές και αποσυζευγμένες στις τρεις καρτεσιανές διευθύνσεις εξισώσεις (5.2.10). Επιπλέον, για την περίπτωση προενταμένου εφελκυσμένου δικτύου στοιχείων ($q_i > 0$) χωρίς μεμονωμένα σημεία, το μητρώο \mathbf{D} είναι θετικά ορισμένο.
- Για δεδομένη εξωτερική φόρτιση και συνθήκες στήριξης για κάθε διάνυσμα πυκνοτήτων δύναμης, οι εξισώσεις (5.2.10) δίνουν μια και μοναδική κατάσταση ισορροπίας, το σχήμα της οποίας προσδιορίζεται από τις εξισώσεις (5.2.11), ενώ οι αντίστοιχες αξονικές δυνάμεις από τις εξισώσεις (5.2.12).
- Για δεδομένη εξωτερική φόρτιση και συνθήκες στήριξης προκύπτουν τόσες μορφές ισορροπίας όσα και τα διανύσματα \mathbf{q} . Τα διανύσματα \mathbf{q} και οι αντίστοιχες μορφές ισορροπίας είναι ταυτόσημες, οπότε οι πυκνότητες δύναμης είναι κατάλληλες να χρησιμοποιηθούν ως παράμετροι περιγραφής ενός δικτύου.

5.3. Μη γραμμική Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης

Για μια πιο λεπτομερή ανάλυση θα πρέπει να συμπεριληφθούν κάποιοι επιπλέον περιορισμοί στη γεωμετρία και τις δυνάμεις του δικτύου. Η μέθοδος εκτείνεται από τη γραμμική προσέγγιση του προβλήματος σε μια μη γραμμική προσέγγιση χρησιμοποιώντας τη θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων.

Η μη γραμμική μέθοδος πυκνότητας δύναμης ξεκινά χρησιμοποιώντας ως αρχική κατάσταση για την έναρξη των επαναλήψεων την κατάσταση ισορροπίας που προέκυψε από τη γραμμική προσέγγιση.

Υποθέτοντας ότι υπάρχουν r στον αριθμό πρόσθετοι περιορισμοί για την εύρεση σχήματος ενός δικτύου, οι οποίοι μπορούν εύκολα να εκφραστούν συναρτήσεως των συντεταγμένων και πυκνοτήτων δύναμης, θα έχουμε το διάνυσμα:

$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{q}) = \mathbf{0}$ ή ως συνάρτηση των \mathbf{q}

$$\mathbf{g}^*(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$$

Οι παραπάνω πρόσθετες εξισώσεις είναι γενικά μη γραμμικές και δεν θα ικανοποιούνται για τις πυκνότητες δύναμης $\mathbf{q}^{(0)}$ από τη γραμμική προσέγγιση. Οπότε θα πρέπει να βρεθεί μια νέα γεωμετρικο-εντατική κατάσταση:

$$\mathbf{q}^1 = \mathbf{q}^0 + \Delta\mathbf{q}$$

για την οποία θα ισχύει $\mathbf{g}^*(\mathbf{q}^1) = \mathbf{0}$.

Η λύση προσεγγίζεται με μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία αναζητείται μια $\Delta\mathbf{q}$ για την οποία θα πρέπει να ικανοποιείται το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$\mathbf{g}^*(\mathbf{q}^0) + \frac{\partial \mathbf{g}^*(\mathbf{q}^0)}{\partial \mathbf{q}} \Delta\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad \text{ή αλλιώς,}$$

$$\mathbf{G}^T \cdot \Delta\mathbf{q} = \mathbf{r}$$

$$\text{Με} \quad \mathbf{G}^T = \frac{\partial \mathbf{g}^*(\mathbf{q}^0)}{\partial \mathbf{q}} \quad \text{και} \quad \mathbf{r} = -\mathbf{g}^*(\mathbf{q}^0)$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις οι πρόσθετοι περιορισμοί (\mathbf{r}) είναι λιγότεροι από τα στοιχεία (m), οπότε για το παραπάνω σύστημα υπάρχουν $m-r$ γραμμικά ανεξάρτητες λύσεις. Από αυτές τις λύσεις $\Delta\mathbf{q}$ επιλέγεται αυτή για την οποία το τετράγωνο της είναι το μικρότερο. Έτσι τελικά, αυτό που επιλύεται είναι το παρακάτω πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\Delta\mathbf{q} = \min \Delta\mathbf{q}^T \cdot \Delta\mathbf{q} \quad \text{υποκείμενο στους περιορισμούς:} \quad \mathbf{G}^T \cdot \Delta\mathbf{q} = \mathbf{r}$$

Υπολογίζοντας τους συντελεστές Lagrange:

$$\mathbf{k} = \mathbf{G}^T \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{r}$$

Η λύση για το παραπάνω πρόβλημα ελαχιστοποίησης είναι :

$$\Delta\mathbf{q} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{k}$$

Η προηγούμενη κατάσταση $\mathbf{q}^{(0)}$ διορθώνεται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι οι περιορισμοί $\mathbf{g}^*(\mathbf{q}^1)$ να είναι ίσοι με το μηδέν.

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί για περιορισμούς:

- Απόστασης μεταξύ κόμβων, όταν κάποια στοιχεία έχουν εξ αρχής ορισμένο μήκος l_{ui} , π.χ. μια ράβδος. Ο αντίστοιχος περιορισμός εκφράζεται:

$$\mathbf{g} = \mathbf{l} - \mathbf{l}_u = \mathbf{0}$$

- *Αξονικής δύναμης*, όταν είναι επιθυμητή συγκεκριμένη τιμή αξονικής δύναμης s_u σε κάποια στοιχεία. Ο αντίστοιχος περιορισμός εκφράζεται:

$$\mathbf{g} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{l} - \mathbf{s}_u = \mathbf{0}$$

- *Χαλαρού μήκους*, όταν η αξονική δυσκαμψία των στοιχείων είναι πολύ μικρή με αποτέλεσμα μεγάλες επιμηκύνσεις και τάσεις στο δίκτυο. Ο αντίστοιχος περιορισμός για το στοιχείο j εκφράζεται:

$$l_{uj} = \frac{h_j}{h_j + s_j} l_j$$

Όπου h_j είναι η δυσκαμψία του στοιχείου. Είναι εμφανές ότι αν $h_j \rightarrow \infty$, τότε ο περιορισμός μεταπίπτει στον πρώτο.

Ξεχνώντας τη στατική ισορροπία και τις δυνάμεις, για ένα δίκτυο, για το οποίο είναι γνωστά μόνο η τοπολογία και τέσσερα τουλάχιστον σταθερά σημεία, μπορεί να αναζητηθεί η χωρική κατανομή των κόμβων του δικτύου, τέτοια ώστε το σταθμισμένο άθροισμα του τετραγώνου του μήκους των στοιχείων να είναι ελάχιστο:

$$\mathbf{l}^T \mathbf{P} \mathbf{l} = \mathbf{u}^T \mathbf{P} \mathbf{u} + \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} + \mathbf{w}^T \mathbf{P} \mathbf{w} \rightarrow \min$$

Για την εύρεση του ελάχιστου του παραπάνω προβλήματος, αρκεί οι παράγωγοι της παραπάνω συνάρτησης ως προς x , y και z να είναι ίσες με το μηδέν. Παρατηρείται ότι η λύση του προβλήματος είναι ταυτόσημη με τις εξισώσεις (5.2.9) και οπότε οι πυκνότητες δύναμης θα μπορούσαν να μεταφραστούν ως οι συντελεστές βαρύτητας ενός γεωμετρικού προβλήματος ελαχιστοποίησης. Από τα παραπάνω ο H.J. Schek προτείνει τα παρακάτω δυο θεωρήματα.

Θεώρημα 1

Κάθε σχήμα στατικής ισορροπίας ενός αφόρτιστου δικτύου με πυκνότητες δύναμης q_j είναι ταυτόσημο με το δίκτυο, για το οποίο ισχύει ότι το άθροισμα του τετραγώνου του μήκους των στοιχείων σταθμισμένο από τις q_j είναι ελάχιστο.

Θεώρημα 2

Απορρέει από το θεώρημα 1. Ένα minimum way net, ένα δίκτυο για το οποίο ισχύει ότι το άθροισμα του τετραγώνου του μήκους των στοιχείων είναι ελάχιστο, τότε αυτό είναι ένα προεντεταμένο δίκτυο με σταθερή ένταση σε όλα τα στοιχεία του.

5.4. Χαρακτηριστικά της μεθόδου

Για την εύρεση ενός σχήματος στατικής ισορροπίας απαιτείται η επίλυση ενός μόνο συστήματος γραμμικών εξισώσεων χωρίς επαναλήψεις σε ένα και μόνο γρήγορο βήμα υπολογισμού. Οι παράμετροι που πρέπει να οριστούν ως σταθερές είναι:

- Οι συντεταγμένες των σταθερών σημείων του δικτύου
- Οι πυκνότητες δύναμης όλων των στοιχείων του δικτύου

Σχετικά με τον ορισμό των πυκνοτήτων δύναμης των στοιχείων για την απόκτηση ομοιόμορφου πλέγματος, τις περισσότερες περιπτώσεις είναι αρκετό να ορισθεί η τιμή «1» για κάθε εσωτερικό στοιχείο. Στα ακραία στοιχεία ορίζονται τιμές, οι οποίες είναι αντιστρόφως ανάλογες του επιθυμητού μήκους τους. Με αυτό τον τρόπο μπορούν να δημιουργηθούν εύχρηστες αρχικές μορφές ισορροπίας.

Οι εξισώσεις δεν περιέχουν παραμέτρους που να σχετίζονται με το υλικό των στοιχείων του δικτύου. Η λύση που προκύπτει περιγράφει ένα σχήμα στατικής ισορροπίας ανεξάρτητο των ιδιοτήτων του υλικού, το οποίο χρειάζεται να οριστεί σε επόμενο στάδιο.

Το προηγούμενο χαρακτηριστικό της μεθόδου δίνει τη δυνατότητα προσδιορισμού σχημάτων στατικής ισορροπίας και τη διερεύνηση της απόκρισής τους σε μεταβολές των μεγεθών πυκνότητας δύναμης. Με αυτό τον τρόπο αποκτάται εύκολα μια εικόνα της τάσης παραμόρφωσης του δικτύου, όταν αργότερα εφαρμοστούν τα προβλεπόμενα εξωτερικά φορτία. Μόνο σε δεύτερο στάδιο οι ιδιότητες του υλικού λαμβάνονται υπόψη, ώστε να μελετηθεί αναλυτικότερα στο τελικό το σχήμα στατικής ισορροπίας και η συμπεριφορά του στα εξωτερικά φορτία.

Για τη μέθοδο δεν είναι απαραίτητη η πρόβλεψη έστω και προσεγγιστικά των συντεταγμένων των κόμβων του δικτύου για το πρώτο βήμα της διαδικασίας εύρεσης σχήματος, με σκοπό τη μείωση του χρόνου υπολογισμού.

Η γραμμική μέθοδος περιορίζεται σε φορτία ανεξάρτητα του σχήματος κατασκευής, καθώς δεν είναι δυνατό να προεκτιμηθεί το σχήμα ή η κατανομή των δυνάμεων του δικτύου.

Με την επίλυση του γραμμικού συστήματος δεν εξασφαλίζονται συνθήκες όπως π.χ. ομοιόμορφο γεωμετρικά και εντατικά πλέγμα δικτύου. Αν και τέτοιοι περιορισμοί δεν είναι

απαραίτητοι για την απόκτηση μιας πρώτης συνολικής εικόνας για το σχήμα στατικής ισορροπίας, μπορούν να ληφθούν υπόψη χρησιμοποιώντας τη μη γραμμική μέθοδο πυκνότητας δύναμης.

Στη μη γραμμική μέθοδο, ο αριθμός των μη γραμμικών εξισώσεων προς επίλυση είναι ίσος με τον αριθμό των πρόσθετων περιορισμών και είναι ανεξάρτητος από τον αριθμό των κόμβων του δικτύου με αποτέλεσμα η διαδικασία να είναι πιο απλή και γρήγορη. Βέβαια η μέθοδος στερείται πλέον το μεγαλύτερο πλεονέκτημά της, την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων για την εύρεση ενός σχήματος ισορροπίας.

Στην παράγραφο 5.2 σημειώνεται πως όταν οι πυκνότητες δύναμης των στοιχείων είναι θετικές, τότε το μητρώο D είναι θετικά ορισμένο και το σύστημα (5.2.11) έχει μοναδική λύση. Αν η $a_j \leq 0$ τότε το μητρώο D μπορεί να μην είναι αντιστρέψιμο. Η επίλυση του συστήματος μπορεί να είναι μαθηματικά εφικτή, ωστόσο το αποτέλεσμα μπορεί να είναι πολλαπλές λύσεις ή λύσεις χωρίς φυσική σημασία.

ΜΕΡΟΣ ΙΙ:

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΛΩΔΙΟΔΟΚΩΝ

6. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ

6.1. Περιγραφή γυμναστηρίου

Στην παράγραφο αυτή, περιγράφεται η διαμόρφωση και τα χαρακτηριστικά του κλειστού γυμναστηρίου, για το οποίο στη συνέχεια θα παρουσιαστεί ο σχεδιασμός και η ανάλυση του καλωδιωτού φορέα στέγασης της αίθουσας αθλοπαιδιών.

Το κτιριολογικό πρόγραμμα του γυμναστηρίου είναι το παρακάτω:

Αίθουσα γυμναστικής αθλοπαιδιών:	- Αγωνιστικός χώρος - Κερκίδες
Βασικοί βοηθητικοί χώροι:	- Αποθήκη οργάνων - Αποδυτήρια αθλητών - Αποδυτήρια διαιτητών - Ιατρείο - Γραφεία διοίκησης - Είσοδος αθλητών - Είσοδος θεατών/Κυλικείο - Αποχωρητήρια κοινού - Βοηθητικά αποχωρητήρια

Οι θεατές εισέρχονται στο κτίριο χρησιμοποιώντας τις εξωτερικές σκάλες, ενώ για τα άτομα με ειδικές ανάγκες προβλέπεται κατάλληλη εξωτερική ράμπα. Μεταξύ του εξωτερικού και του αγωνιστικού χώρου παρεμβάλλεται ο υπερυψωμένος (+1.20m) κύριος χώρος εισόδου και το κυλικείο. Αριστερά και δεξιά του χώρου εισόδου βρίσκονται τα αποχωρητήρια κοινού και τα αποχωρητήρια για άτομα με ειδικές ανάγκες.

Οι κερκίδες, χωρητικότητας περίπου 700 ατόμων, αναπτύσσονται αμφιθεατρικά στις δύο επιμήκεις πλευρές του αγωνιστικού χώρου. Το ύψος των βαθμίδων αυξάνεται σταδιακά από την πρώτη έως την τελευταία, εξασφαλίζοντας την καλή ορατότητα των καθήμενων θεατών. Οι

θεατές εισέρχονται στις κερκίδες μέσω διαδρόμων εκατέρωθεν του αγωνιστικού χώρου, οι οποίοι βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με το χώρο εισόδου (+1.20m).

Ο αγωνιστικός χώρος, καθαρών διαστάσεων 24.90x45.40m, βρίσκεται σε χαμηλότερη στάθμη ($\pm 0.00\text{m}$) από τον κύριο χώρο εισόδου των θεατών και τους διαδρόμους των κερκίδων. Μεταξύ των χώρων αυτών δεν υπάρχει καμία σύνδεση, αποκλείοντας την πρόσβαση των θεατών στον αγωνιστικό χώρο. Ο αγωνιστικός χώρος χρησιμοποιείται για την προπόνηση και τη διεξαγωγή αγώνων στα παρακάτω αθλήματα:

- Καλαθοσφαίριση
- Πετοσφαίριση
- Χειροσφαίριση

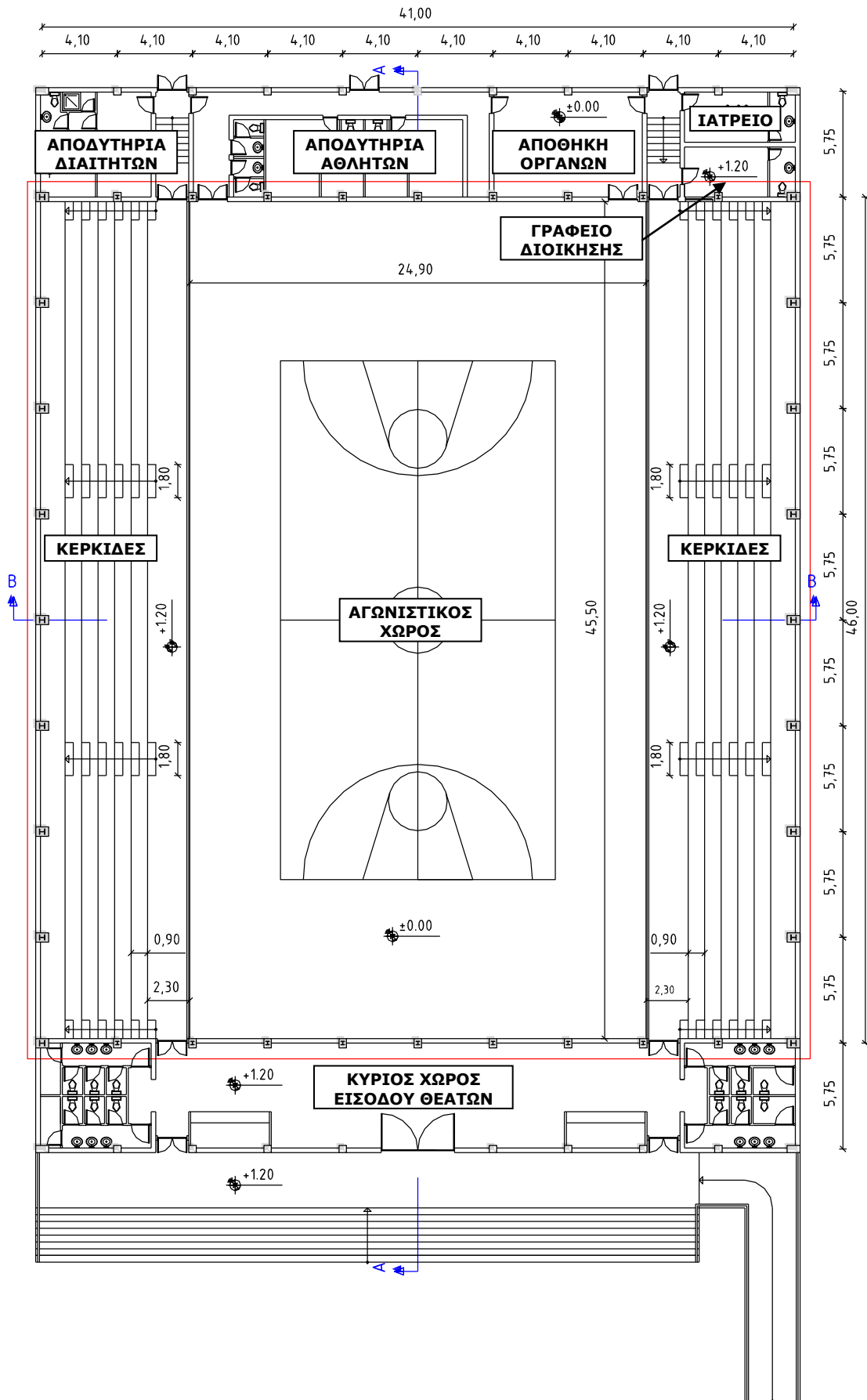
Για την ασφάλεια θεατών, αθλητών και διαιτητών, τόσο κατά τη διάρκεια παραμονής τους στους χώρους του γυμναστηρίου αλλά και κατά τη διάρκεια της κίνησής τους, ιδιαίτερα σε περίπτωση αιχμής ή πανικού, οι χώροι παραμονής και κίνησης των θεατών είναι ανεξάρτητοι από τους αντίστοιχους των αθλητών.

Οι αθλητές και οι διαιτητές εισέρχονται τους χώρους του γυμναστήριου και στον αγωνιστικό χώρο από την αντίπλευρη όψη του κτιρίου. Εκεί βρίσκονται τα αποδυτήρια των αθλητών και των διαιτητών, η αποθήκη οργάνων γυμναστικής, το ιατρείο για περιστασιακή και σύντομη παραμονή κάποιου τραυματισμένου ή ασθενούς και το γραφείο διοίκησης. Όλοι οι προαναφερθέντες χώροι βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με τον αγωνιστικό χώρο ($\pm 0.00\text{m}$) εκτός από το γραφείο διοίκησης, το οποίο είναι υπερυψωμένο (+1.20m) ώστε να είναι εφικτή η μερική επικοινωνία με την αίθουσα αθλοπαιδιών.

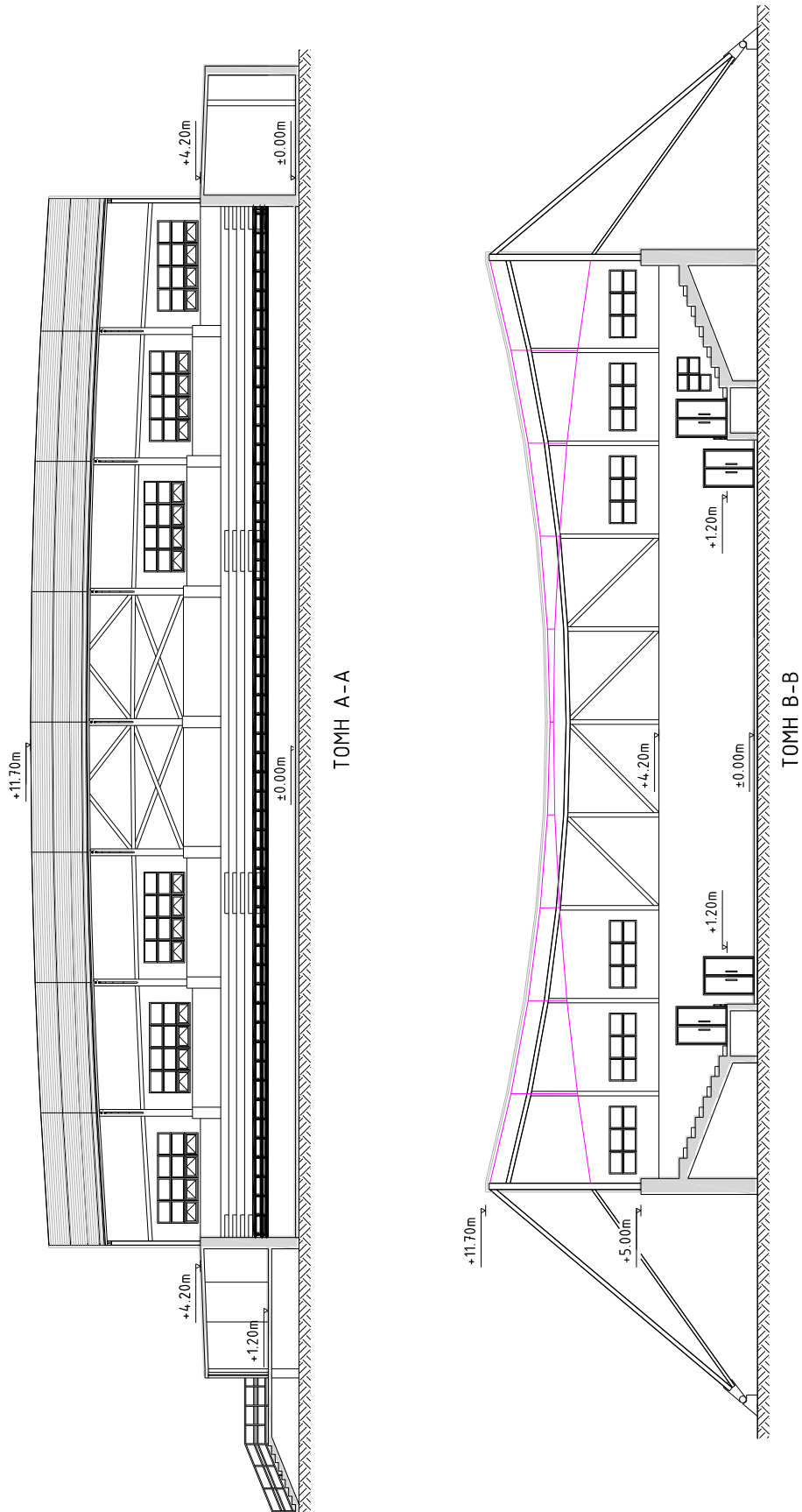
Τα αποδυτήρια των αθλητών περιλαμβάνουν δύο συγκροτήματα με τους απαραίτητους χώρους αποχωρητηρίων και λουτρών και τα αποδυτήρια των διαιτητών παρέχουν τη δυνατότητα φιλοξενίας ενός ατόμου.

Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζεται σε κάτοψη και τομές η διαμόρφωση του γυμναστηρίου που μόλις περιγράφηκε.

Το γυμναστήριο, συνολικής επιφάνειας 41.70x57.90m, κατασκευάζεται από οπλισμένο σκυρόδεμα, ενώ για την ελεύθερη κάλυψη της βασικής αίθουσας αθλοπαιδιών, διαστάσεων 41.00x46.00m, πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ένα σύστημα με καλωδιωτές δοκούς επί κατάλληλου μεταλλικού φορέα στήριξης, ο οποίος εδράζεται στα στοιχεία οπλισμένου σκυροδέματος. Τα φορτία που παραλαμβάνουν οι καλωδιοδοκοί μεταφέρονται αφενός μέσω προβλεπόμενων ελκυστήρων απευθείας στο έδαφος και αφετέρου μέσω των μεταλλικών στοιχείων στο φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα. Με το κόκκινο περίγραμμα στην κάτοψη του γυμναστηρίου σημειώνεται η ζητούμενη επιφάνεια προς ελεύθερη κάλυψη.



Εικόνα 6.1.1. Κάτοψη.



Εικόνα 6.1.2 Τομές

6.2. Επιλογή καλωδιωτού συστήματος

Για ένα έργο με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και απαιτήσεις είναι λανθασμένη η προσέγγιση πως οποιοδήποτε σύστημα καλωδίων οδηγεί στη βέλτιστη λύση. Η επιτυχία και το τελικό κόστος του έργου καθορίζονται από την επιλογή του κατάλληλου συστήματος. Οι σημαντικότερες παράμετροι για την επιλογή του καταλληλότερου συστήματος καλωδίων είναι:

- Σχήμα της επιφάνειας προς ελεύθερη κάλυψη

Σε ορθογωνικές κατόψεις, η βέλτιστη, οικονομικά, λύση προκύπτει χρησιμοποιώντας μεμονωμένα καλώδια ή καλωδιοδοκούς σε μια διεύθυνση. Αντίθετα, για κυκλικές ή γενικά επιφάνειες με καμπύλο περίγραμμα η οικονομικότερη επιλογή είναι τα δίκτυα καλωδίων με διπλή καμπυλότητα.

- Είδος στηρίξεων του συστήματος καλωδίων

Δηλαδή, το είδος των στηρίξεων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ανάλογα με τη χωρική διαμόρφωση του έργου και των χαρακτηριστικών του εδάφους. Για παράδειγμα, εάν οι χωρικές συνθήκες ή η χαμηλή ποιότητα του εδάφους δεν επιτρέπουν την αγκύρωση των καλωδίων, τότε ως βέλτιστη λύση ενδείκνυται ένα δίκτυο καλωδίων επί δύσκαμπτου περιμετρικού πλαισίου.

- Άνοιγμα της επιφάνειας προς ελεύθερη κάλυψη

Για κάθε σύστημα υπάρχει ένα όριο στο μέγιστο άνοιγμα, για το οποίο το σύστημα συνεχίζει να αποκρίνεται αποτελεσματικά. Για πολύ μεγάλα ανοίγματα τα δίκτυα καλωδίων αποτελούν τη βέλτιστη επιλογή διότι συμπεριφέρονται καλύτερα χάρη στην προένταση, άρα και τη δυσκαμψία, που διαθέτουν προς τις δύο κατευθύνσεις. Ανάμεσα στις καλωδιοδοκούς και τα μεμονωμένα καλώδια, οι καλωδιοδοκοί μπορούν να καλύψουν μεγαλύτερα ανοίγματα, επίσης, χάρη στην αρχική προένταση, η οποία αυξάνει τη δυσκαμψία τους και αποτρέπει τις μεγάλες παραμορφώσεις που χαρακτηρίζουν τα μεμονωμένα καλώδια. Γενικά, όμως όσο μεγαλύτερο είναι το απαιτούμενο άνοιγμα τόσο μεγαλύτερη είναι και η απαιτούμενη αρχική προένταση, η οποία τελικά οδηγεί σε αύξηση του κόστους.

- Κατασκευή καλωδιωτών κατασκευών

Η κατασκευή καλωδιωτών κατασκευών απαιτεί ένα έμπειρο συνεργείο κατασκευαστών. Τα μεμονωμένα καλώδια είναι οι πιο απλές περιπτώσεις, ενώ ακολουθούν οι καλωδιοδοκοί και στη συνέχεια τα δίκτυα καλωδίων. Ιδιαίτερα για τα δίκτυα καλωδίων απαιτείται οπωσδήποτε ένα προσωπικό έμπειρο και ικανό για τη σωστή ανέγερση και προένταση των καλωδίων, καθώς ακόμη και μικρά λάθη στη φάση κατασκευής μπορούν να οδηγήσουν σε απρόβλεπτα και ανεπιθύμητα αποτελέσματα.

Τέλος, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι το μεγαλύτερο κόστος των καλωδιωτών κατασκευών βρίσκεται στο σχεδιασμό και την κατασκευή και όχι στα υλικά, των οποίων το κόστος συνήθως δεν είναι σημαντικό.

Βάσει των όσων αναφέρθηκαν, για την κάλυψη της βασικής αίθουσας αθλοπαιδιών επιλέγεται ως καταλληλότερο ένα σύστημα παράλληλων καλωδιοδοκών.

6.3. Στέγαση βασικής αίθουσας αθλοπαιδιών

6.3.1. Μόρφωση μεταλλικού φέροντος οργανισμού

Για την ελεύθερη κάλυψη της συνολικής επιφάνειας 41.00x46.00m επιλέγεται ένα σύστημα αποτελούμενο από επίπεδες καλωδιοδοκούς και μεταλλικά στοιχεία, ελατών διατομών.

Ο κύριος φέρων οργανισμός αποτελείται από επτά όμοιες επίπεδες καλωδιοδοκούς, οι οποίες τοποθετούνται κατά την εγκάρσια διεύθυνση του κτιρίου ανά 5.75m και σε κατάλληλες υψομετρικές θέσεις για τη δημιουργία μιας επιφάνειας διπλής καμπυλότητας. Η διπλή καμπυλότητα στην επιφάνεια στέγασης προσφέρει εκτός από ευχάριστο αισθητικό αποτέλεσμα και την ασφαλή απορροή των ομβρίων.

Οι καλωδιοδοκοί αποτελούνται από δύο χαλύβδινα γαλβανισμένα καλώδια αντίθετης καμπυλότητας, με το άνω καλώδιο να αποτελεί το φέρον και το κάτω το σταθεροποιητικό. Τα καλώδια, συνολικού ανοίγματος 41.00m, συνδέονται μεταξύ τους ανά 4.10m, με κατακόρυφα εφελκόμενα στοιχεία μεταβλητού μήκους, ενώ στο μέσον τους συνδέονται μεταξύ τους απευθείας.

Το φέρον καλώδιο είναι σπειροειδούς κατασκευής ονομαστικής διαμέτρου $\varnothing 40\text{mm}$ και αποτελείται από 91 στοιχειώδη χαλύβδινα νήματα διατομής $\varnothing 3.64\text{mm}$. Το σταθεροποιητικό καλώδιο είναι επίσης σπειροειδούς κατασκευής ονομαστικής διαμέτρου $\varnothing 32\text{mm}$ και αποτελείται από 91 στοιχειώδη χαλύβδινα νήματα διατομής $\varnothing 2.91\text{mm}$. Οι κατακόρυφοι σύνδεσμοι αποτελούνται από συμπαγείς ράβδους διαμέτρου $\varnothing 20\text{mm}$ και τέλος, οι κόμβοι σύνδεσης αποτελούνται από κατάλληλο κράμα αλουμινίου.

Η μορφή και η σταθεροποίηση της καλωδιοδοκού επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας στα καλώδια καθορισμένη τιμή αρχικής προέντασης. Η αρχική εφελκυστική ένταση στην καλωδιοδοκό εισάγεται μέσω υδραυλικών πιεστηρίων στα άκρα των καλωδίων.

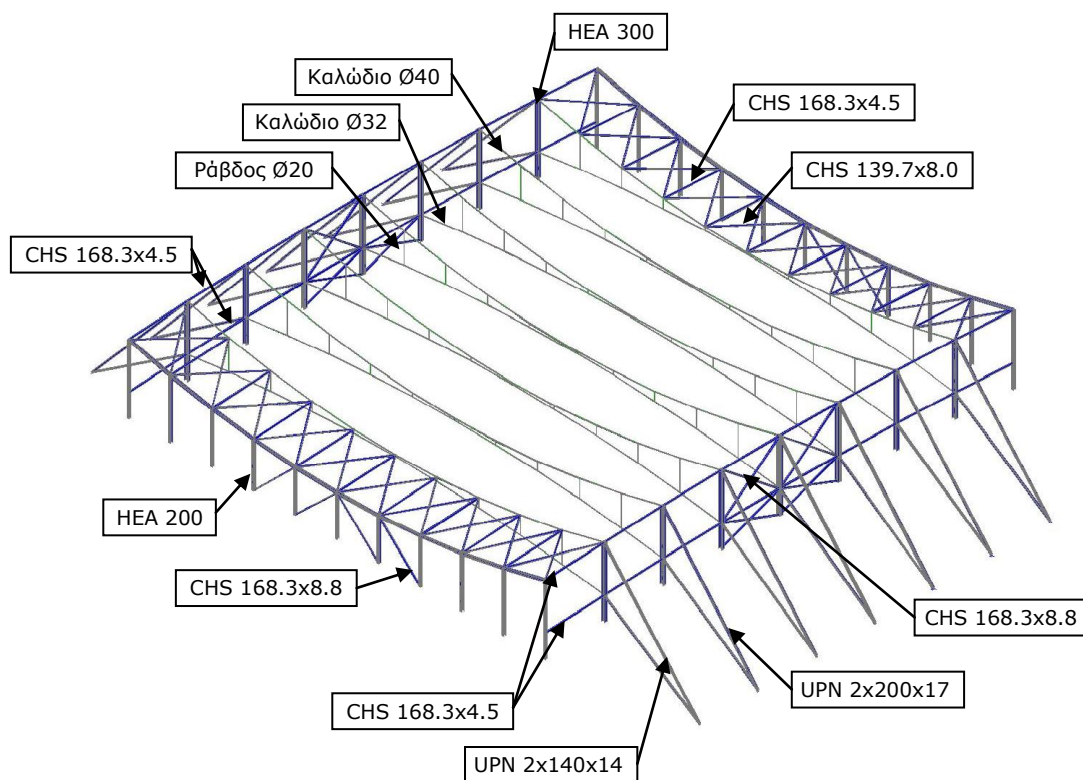
Τα καλώδια αγκυρώνονται σε κατακόρυφα στοιχεία HEA 300, τα οποία εδράζονται μέσω αρθρώσεων στον φορέα από σκυρόδεμα. Τα στοιχεία αυτά, μέσω των ελκυστικών δυνάμεων των καλωδίων, υποβάλλονται σε έντονη θλιπτική και καμπτική ένταση και για την καμπτική ανακούφισή τους προβλέπονται στις θέσεις αγκύρωσης των άκρων της καλωδιοδοκού ελκυστήρες. Οι ελκυστήρες αποτελούνται από χάλυβα διπλής διατομής 2UPN 200x17 και 2UPN 140x14 στις θέσεις στήριξης του άνω και του κάτω καλωδίου αντίστοιχα.

Στα δυο στα μέτωπα, εκατέρωθεν των διαδοχικών καλωδιοδοκών, για τη διευκόλυνση της τοποθέτησης της πλαγιοκάλυψης τοποθετούνται ανά 4.10m μετωπικοί στύλοι HEA 200 αρθρωτά συνδεδεμένοι στη βάση τους. Οριζόντιες μεταλλικές δοκοί HEA 200 συνδέουν, επίσης αρθρωτά, τις κεφαλές των στύλων. Το ύψος των στύλων είναι μεταβλητό, έτσι ώστε οι οριζόντιοι δοκοί να ακολουθούν τη γεωμετρία του άνω καλωδίου των καλωδιοδοκών. Για την παραλαβή των οριζόντιων φορτίων κατά την εγκάρσια διεύθυνση του κτιρίου, τοποθετούνται δυο κατακόρυφοι λάμδα σύνδεσμοι δυσκαμψίας, διατομής CHS 168.3x8.8, στα μεσαία ανοίγματα.

Κατά τη διαμήκη διεύθυνση του κτιρίου, τα κατακόρυφα στοιχεία, HEA 300, των καβαλέτων συνδέονται στις θέσεις αγκύρωσης των καλωδίων αρθρωτά με οριζόντιες δοκούς CHS 168.3x4.5. Έτσι, εξασφαλίζεται η εκτός επιπέδου λειτουργία των κατακόρυφων στοιχείων των καβαλέτων και ταυτόχρονα δημιουργείται ένα ενιαίο πλαίσιο για την παραλαβή και τη μεταφορά των οριζόντιων φορτίων. Τα οριζόντια φορτία μεταβιβάζονται στη βάση σκυροδέματος μέσω δύο κατακόρυφων χιαστί συνδέσμων, διατομής CHS 168.3x8.8, στα δύο μεσαία φατνώματα.

Στα δυο ακραία φατνώματα του κτιρίου τοποθετούνται οριζόντιοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας, διατομής CHS 139.7x8.0, οποίοι παραλαμβάνουν και μεταβιβάζουν τα οριζόντια φορτία στα δυο διαμήκη αρθρωτά πλαίσια.

Η επικάλυψη της στέγης και η πλαγιοκάλυψη αποτελούνται από λαμαρίνα τραπεζοειδούς διατομής, φράγμα υδρατμών, θερμομονωτική στρώση και στεγανοποιητική μεμβράνη. Σημειώνεται ότι η λαμαρίνα για την επικάλυψη της στέγης είναι ικανή να παραλάβει τα κατακόρυφα φορτία γεφυρώνοντας άνοιγμα 5.75m.



Εικόνα 6.3.1 Μεταλλικός φορέας στέγασης κτιρίου.

6.3.2. Προσδιορισμός επιθυμητής γεωμετρίας της επιφάνειας στέγασης

Προσδιορισμός επιθυμητής γεωμετρίας της καλωδιοδοκού

Η καλωδιοδοκός αποτελεί μια απλή περίπτωση καλωδιωτής κατασκευής και μπορεί εύκολα να εκτιμηθεί εκ των προτέρων μια αρχική γεωμετρία, η οποία θα προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την γεωμετρία στατικής ισορροπίας. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η φόρτιση μέσω των κατακόρυφων ράβδων που ασκείται ταυτόχρονα και στα δυο καλώδια στη φάση προέντασης, θα μπορούσε να προσομοιωθεί με ομοιόμορφη φόρτιση και έτσι η συμπεριφορά των καλωδίων αντιστοιχεί σε αυτή που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 2.1.2. του ΜΕΡΟΥΣ I. Το σχήμα των καλωδίων σε αυτή την περίπτωση αντιστοιχεί στην εξίσωση μιας παραβολής και μπορεί να προσδιοριστεί, αφού οριστούν τα βέλη των καλωδίων.

Η επιλογή των βελών των καλωδίων, όπως και η αναλογία μεταξύ τους, είναι πολύ σημαντική και καθορίζει τη συνολική συμπεριφορά της καλωδιοδοκού. Επίσης, καθοριστικής σημασίας είναι η εισαγωγή της κατάλληλης προέντασης στο σύστημα καλωδίων. Το σωστό μέγεθος θα εξασφαλίσει τη δράση του σταθεροποιητικού καλωδίου, ενώ ένας λόγος δυνάμεων προέντασης αντιστρόφως ανάλογος των βελών θα εξασφαλίσει περίπου την επιθυμητή γεωμετρία.

Βάσει εμπειρικών κανόνων, η βέλτιστη λειτουργία της καλωδιοδοκού επιτυγχάνεται όταν:

- Το συνολικό ύψος της καλωδιοδοκού είναι: $h = f_{total} = f_1 + f_2 \cong \frac{l}{10}$
- Το βέλος του φέροντος καλωδίου είναι: $f_1 \cong 0.60 \cdot f_{total}$
- Το βέλος του σταθεροποιητικού καλωδίου είναι: $f_2 \cong 0.40 \cdot f_{total}$
- Ο λόγος της προέντασης των καλωδίων είναι: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{f_1}{f_2} \cong 1.50 \left(= \frac{0.60 \cdot f_{total}}{0.40 \cdot f_{total}} \right)$
- Η απόσταση των ελκυστήρων κυμαίνεται στα: $4.00 \sim 5.00m$

Συμφώνα με τα παραπάνω, για άνοιγμα 41.00m, επιλέγονται για τον αρχικό σχεδιασμό:

- Συνολικό ύψος καλωδιοδοκού: $h = 4.50m$
- Βέλος του φέροντος καλωδίου: $f_1 = 2.60m$
- Βέλος σταθεροποιητικού καλωδίου: $f_2 = 1.75m$
- Λόγος προέντασης καλωδίων: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{2.60}{1.75} = 1.486$
- Απόσταση ελκυστήρων: $4.10m$
- Λαμβάνεται υπόψη απόσταση μεταξύ των δυο καλωδίων στο μέσον ίση με 0.15m, λόγω του στοιχείου για την απευθείας σύνδεση μεταξύ τους.

Στη συνέχεια, βάσει των παραπάνω βελών προσδιορίζεται το σχήμα των καλωδίων και το μήκος των κατακόρυφων εφελκυσόμενων στοιχείων, χρησιμοποιώντας την εξίσωση 2.1.21.

Φέρον καλώδιο:
$$y_1 = -\frac{4 \cdot 2.60}{41.00^2} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot 2.60}{41.00} \cdot x$$

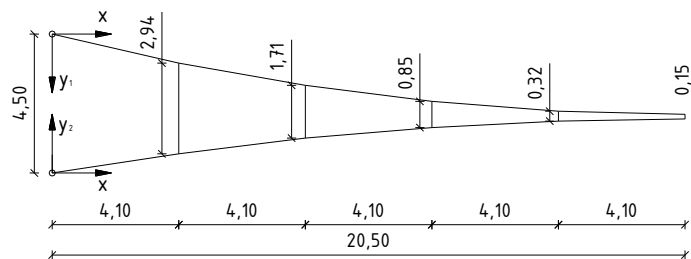
Σταθεροποιητικό καλώδιο:
$$y_2 = -\frac{4 \cdot 1.75}{41.00^2} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot 1.75}{41.00} \cdot x$$

Μήκος των αναρτήρων:
$$l = 4.50 - y_1 - y_2$$

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα και στην εικόνα που ακολουθούν.

x (m)	Φέρον καλώδιο y ₁ (m)	Σταθεροποιητικό καλώδιο y ₂ (m)	Μήκος αναρτήρων l (m)
0.00	0.00	0.00	-
4.10	0.94	0.63	2.93
8.20	1.66	1.12	1.72
12.30	2.18	1.47	0.85
16.40	2.50	1.68	0.32
20.50	2.60	1.75	0.15
24.60	2.50	1.68	0.32
28.70	2.18	1.47	0.85
32.80	1.66	1.12	1.72
36.90	0.94	0.63	2.93
41.00	0.00	0.00	-

Πίνακας 6.3.1 Αρχική επιθυμητή γεωμετρία καλωδίων και μήκος αναρτήρων



Εικόνα 6.3.2 Αρχική επιθυμητή γεωμετρία της μισής καλωδιοδοκού.

Προσδιορισμός υψομετρικής διαφοράς μεταξύ των καλωδιοδοκών για την επίτευξη επιφάνειας διπλής καμπυλότητας

Για την επίτευξη διπλής καμπυλότητας, οι καλωδιοδοκοί τοποθετούνται σε διαφορετικά υψόμετρα κατά το μήκος των 46.00m. Για την διευκόλυνση απορροής των ομβρίων λαμβάνεται συνολική υψομετρική διαφορά 0.80m, μεταξύ της μετώπης και της μεσαίας καλωδιοδοκού. Οι υψομετρικές θέσεις των ενδιάμεσων καλωδιοδοκών προσδιορίζονται θεωρώντας ότι ακολουθούν την καμπύλη μιας παραβολής. Λαμβάνοντας την αρχή των αξόνων στην κεντρική καλωδιοδοκό, η παραβολή, η οποία διέρχεται από το σημείο A(23.00,0.80), με κορυφή το σημείο K(0,0) και άξονα συμμετρίας τον άξονα γ εκφράζεται από την εξίσωση:

$$y = \frac{1}{4\rho} \cdot x^2$$

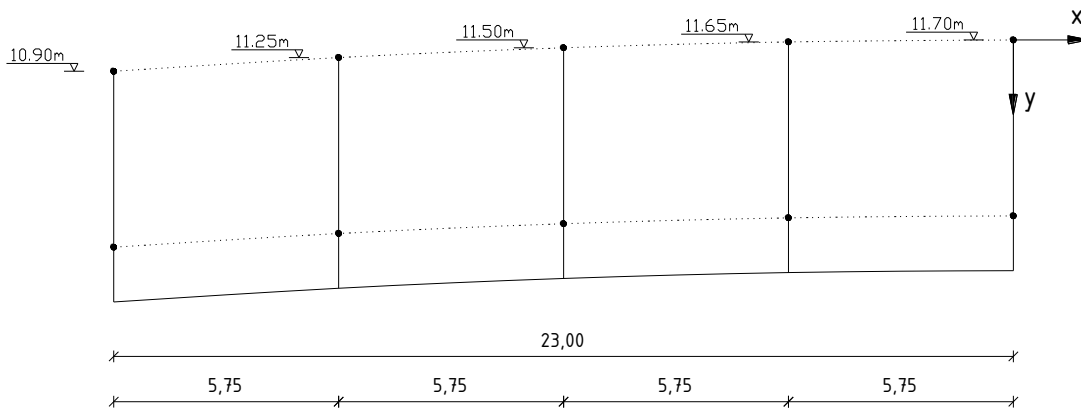
Όπου, η εστιακή απόσταση ρ είναι:

$$\frac{1}{4\rho} = \frac{y_A}{x_A^2} \Rightarrow \rho = \frac{x_A^2}{4 \cdot y_A} = \frac{23.00^2}{4 \cdot 0.80} = 165.3125$$

Στον πίνακα και στην εικόνα που ακολουθούν δίνονται οι υψομετρικές διαφορές και η τελική γεωμετρία της στέγης κατά τη διαμήκη διεύθυνση.

x	-23.00	-17.25	-11.50	-5.75	0.00	5.75	11.50	17.25	23.00
y	0.80	0.45	0.20	0.05	0.00	0.05	0.20	0.45	0.80

Πίνακας 6.3.2 Υψομετρικές διαφορές μεταξύ των καλωδιοδοκών



Εικόνα 6.3.3 Γεωμετρία του μισού φορέα κατά τη διαμήκη διεύθυνση.

6.4. Βασικές αρχές σχεδιασμού

(Σύμφωνα με το EN 1993-1-11)

Ο φορέας θα πρέπει να σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να αντιμετωπίζει όλες τις πιθανές δράσεις και επιδράσεις κατά τη διάρκεια της ζωής του, διαθέτοντας επαρκή αντοχή, λειτουργικότητα και ανθεκτικότητα.

Ο φορέας σχεδιάζεται με βάση τις παρακάτω οριακές καταστάσεις:

- Οριακές καταστάσεις αστοχίας
- Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας

(Οι οριακές καταστάσεις κόπωσης παραλείπονται στην παρούσα εργασία.)

Στα εφελκούμενα μέλη (καλωδιοδοκός) εφαρμόζεται κατάλληλη αρχική προένταση, έτσι ώστε να επιτευχθεί:

- Η επιθυμητή γεωμετρία.
- Μια μόνιμη κατανομή των τάσεων, ώστε να ικανοποιούνται όλες οι συνθήκες σχεδιασμού για όλες τις οριακές καταστάσεις αστοχίας και λειτουργικότητας.
- Αποφυγή πιθανής απώλειας εφελκυσμού σε κάποιο από τα εφελκούμενα μέλη, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε μη ελεγχόμενη αστάθεια ή βλάβες σε φέροντα ή μη στοιχεία.

Σε αυτή την περίπτωση οι μόνιμες δράσεις αποτελούνται από δράσεις βαρύτητας «G» και προέντασης «P». Οι δράσεις αυτές συνδυάζονται σε μια μοναδική μόνιμη δράση «G+P», με το ανάλογο μόνιμο σχήμα της κατασκευής, στην οποία εφαρμόζονται οι μερικοί συντελεστές γ_{Gi} .

Επίσης, επειδή οι μη γραμμικές επιδράσεις λόγω παραμορφώσεων είναι σημαντικές, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη. Έτσι, οι επιδράσεις των μεταβλητών δράσεων θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη το αρχικό γεωμετρικό σχήμα της κατασκευής λόγω της μόνιμης δράσης «G+P» για μια θερμοκρασία T_0 . Για τις περιπτώσεις οριακής κατάστασης αστοχίας, το απαιτούμενο μόνιμο γεωμετρικό σχήμα της κατασκευής για τη σχετική θερμοκρασία T_0 θα πρέπει να συνδυάζεται με τις τάσεις λόγω της μόνιμης δράσης « $\gamma_G(G+P)$ ».

6.5. Μέθοδος ανάλυσης

Για το σχεδιασμό του φορέα, τα επιμέρους βήματα και οι αντίστοιχες μέθοδοι ανάλυσης είναι τα παρακάτω:

Εύρεση αρχικού σχήματος στατικής ισορροπίας υπό τη δράση μόνο της προέντασης

Για την εύρεση του σχήματος στατικής ισορροπίας χρησιμοποιείται η Μέθοδος Πυκνότητας Δύναμης. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου, αναζητείται το γεωμετρικό σχήμα για το οποίο εξασφαλίζεται η στατική ισορροπία υπό τη δράση μιας ορισμένης προέντασης. Σε αυτό το στάδιο, οι θέσεις σύνδεσης λαμβάνονται ως σταθερά σημεία με γνωστές συντεταγμένες, θεωρώντας πλήρη αποσύζευξη του εφελκούμενου συστήματος από το φορέα στήριξης. Επιπλέον, το σχήμα στατικής ισορροπίας που προκύπτει είναι ανεξάρτητο των ιδιοτήτων του υλικού των στοιχείων.

Στατική ανάλυση

Οι καλωδιοκατασκευές χαρακτηρίζονται από έντονη γεωμετρική μη γραμμική συμπεριφορά, η οποία θα πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά την ανάλυση. Η απόκριση του φορέα στα επιβαλλόμενα εξωτερικά φορτία προσδιορίζεται εφαρμόζοντας την επαναληπτική μέθοδο Newton-Raphson. Ως

αρχικό σχήμα του εφελκυσμένου συστήματος λαμβάνεται το σχήμα που προέκυψε κατά το προηγούμενο στάδιο. Κατά τη μη γραμμική στατική ανάλυση, λαμβάνονται πλέον υπόψη η επίδραση του φορέα στήριξης και του υλικού, το οποίο θεωρείται ελαστικό. Οι μεταβλητές δράσεις, της εκάστοτε κατάστασης σχεδιασμού, επιβάλλονται σε δεύτερο βήμα στο μόνιμο σχήμα του φορέα. Οι δράσεις ανέμου υπολογίζονται βάσει του EN 1991-1-4 και εφαρμόζονται στον φορέα ως στατικά φορτία, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η δυναμική επίδρασή τους στην κατασκευή.

Δυναμική ανάλυση

Η σεισμική απόκριση του φορέα προσδιορίζεται εφαρμόζοντας την ισοδύναμη στατική μέθοδο. Οι ισοδύναμες σεισμικές δυνάμεις, στις δύο οριζόντιες και κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις x και y του κτιρίου, υπολογίζονται επιθυμώντας ελαστική συμπεριφορά, βάσει του ΕΑΚ 2000. Τα σεισμικά φορτία εφαρμόζονται στον φορέα ως στατικά και η συνισταμένη της ταυτόχρονης δράσης των δύο οριζόντιων συνιστωσών, για τον σεισμικό συνδυασμό, υπολογίζεται σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$A_{Ed,x} = E_{Ed,x} \pm 0.3 \cdot E_{Ed,y} \quad \text{και} \quad A_{Ed,y} = \pm 0.3 \cdot E_{Ed,x} + E_{Ed,y}$$

Το τελικό μέγεθος της αρχικής προέντασης προσδιορίζεται με μια διαδικασία δοκιμών. Ουσιαστικά, κάθε δοκιμή αποτελεί μια προσεγγιστική ανάλυση του φορέα, κατά την οποία διερευνάται η συμπεριφορά του για ένα αυθαίρετο μέγεθος προέντασης. Σε κάθε δοκιμή εξετάζονται:

- η προσέγγιση της επιθυμητής γεωμετρίας. Για δεδομένες συνθήκες στήριξης του εφελκυσμένου συστήματος, η αναλογία των δυνάμεων προέντασης στα επιμέρους στοιχεία είναι καθοριστικής σημασίας για την τελική γεωμετρία στατικής ισορροπίας του συστήματος. (Για την επίτευξη της επιθυμητής γεωμετρίας στην απλή περίπτωση της καλωδιοδοκού, ο λόγος των δυνάμεων προέντασης στο άνω και κάτω καλώδιο θα πρέπει να είναι αντιστρόφως ανάλογος του επιθυμητού λόγου των αντίστοιχων βελών.)
- η στατική επάρκεια του συστήματος των εφελκυσμένων στοιχείων για όλες τις καταστάσεις σχεδιασμού. Η αποφυγή χαλάρωσης κάποιου καλωδίου εξασφαλίζεται με το κατάλληλο μέγεθος προέντασης, χωρίς όμως να είναι υπερβολική. (Για την περίπτωση της καλωδιοδοκού, θα πρέπει να εξασφαλίζεται η σταθεροποιητική δράση του κάτω ή του άνω καλωδίου για τις αντίστοιχες δυσμενέστερες περιπτώσεις φόρτισης.)
- η καταλληλότητα της τελικής γεωμετρίας ισορροπίας, διερευνώντας την τάση παραμόρφωσης του συστήματος για τα φορτία σχεδιασμού. Εάν για τα φορτία σχεδιασμού, η απόκριση του συστήματος δεν πληροί τις στατικές, αρχιτεκτονικές και κατασκευαστικές απαιτήσεις, τότε αλλαγές στην αρχική επιθυμητή γεωμετρία είναι προτιμότερες έναντι της συνεχούς αύξησης της αρχικής προέντασης. (Για την

περίπτωση της καλωδιοδοκού, συστήματα με διαφορετική δυσκαμψία επιτυγχάνονται με αλλαγές π.χ. στον λόγο των βελών, στο συνολικό ύψος της, στην κλίση των αναρτήρων.)

6.6. Υλικά

Τα υλικά που χρησιμοποιούνται για τη στέγαση του κτιρίου είναι τα εξής:

Γαλβανισμένα σπειροειδή συρματόσχοινα

Κατηγορία εφελκυσόμενων μελών	B
Ποιότητα νημάτων καλωδίων:	$R_r=1670 \text{ N/mm}^2$
Μέτρο ελαστικότητας:	$E=165000 \text{ N/mm}^2$
Συν. θερμικής διαστολής:	$\alpha_T=12 \cdot 10^{-6} \text{ ανά } ^\circ\text{C}$

Γαλβανισμένες συμπαγείς ράβδοι

Κατηγορία εφελκυσόμενων μελών	A
Ποιότητα χάλυβα:	S 355
Μέτρο ελαστικότητας:	$E=210000 \text{ N/mm}^2$
Συν. θερμικής διαστολής:	$\alpha_T=12 \cdot 10^{-6} \text{ ανά } ^\circ\text{C}$

Μεταλλικά στοιχεία υπόλοιπου φορέα

Ποιότητα χάλυβα:	S 275
Μέτρο ελαστικότητας:	$E=210000 \text{ N/mm}^2$
Συν. θερμικής διαστολής:	$\alpha_T=12 \cdot 10^{-6} \text{ ανά } ^\circ\text{C}$

6.7. Δράσεις

6.7.1. Προένταση

Εφαρμόζονται κατάλληλες δυνάμεις προέντασης στο άνω και κάτω καλώδιο της δοκού για την επίτευξη της επιθυμητής γεωμετρίας, τη σταθεροποίηση και την εξασφάλιση της λειτουργίας της.

6.7.2. Μόνιμες Δράσεις

6.7.2.1. Ίδιο βάρος κατασκευής

Ίδιο βάρος καλωδίων:	7.92 Kg/m (Ø40)
	2.91 Kg/m (Ø32)
Ίδιο βάρος αναρτήρων:	7850 Kg/m ³
Ίδιο βάρος μεταλλικών στοιχείων:	7850 kg/m ³

6.7.2.2. Μόνιμο φορτίο επικάλυψης

Ίδιο βάρος επικάλυψης:	0.30 kN/m ²
------------------------	------------------------

6.7.3. Μεταβλητές δράσεις

6.7.3.1. Φορτίο χιονιού

(Σύμφωνα με το EN 1991-1-3)

Υπολογίζεται το φορτίο χιονιού για τη διαμήκη διεύθυνση του κτιρίου, θεωρώντας:

Τοποθεσία κτιρίου: Αττική

Χαρακτηριστικό φορτίο χιονιού: $s_{k,0}=0.8 \text{ kN/m}^2$ (Ζώνη Β)

Υψόμετρο τοποθεσίας πάνω από την επιφάνεια θάλασσας: $A=300\text{m}$

Χαρακτηριστική τιμή του φορτίου χιονιού επί του εδάφους

Η χαρακτηριστική τιμή του φορτίου χιονιού για τη δεδομένη τοποθεσία είναι ίση με:

$$s_{k,A} = s_{k,0} \left(1 + \left(\frac{A}{917} \right)^2 \right) = 0.8 \cdot \left(1 + \left(\frac{300}{917} \right)^2 \right) = 0.89 \text{ kN/m}^2$$

Φορτίο χιονιού στη στέγη για καταστάσεις σχεδιασμού διάρκειας ή παροδικές

Λαμβάνοντας τις παρακάτω τιμές :

$\mu_1 = 1.0$ Συντελεστής σχήματος φορτίου χιονιού

$C_e = 0.8$ Συντελεστής έκθεσης για εκτεθειμένο κτίριο σε ανέμους

$C_t = 1.0$ Θερμικός συντελεστής για κανονικές συνθήκες θερμικής μόνωσης της στέγης

Το φορτίο χιονιού στη στέγη για καταστάσεις σχεδιασμού διάρκειας ή παροδικές είναι ίσο με:

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 1.0 \cdot 0.8 \cdot 1.0 \cdot 0.89 = 0.71 \text{ kN/m}^2$$

6.7.3.2. Δράσεις ανέμου

(Σύμφωνα με το EN 1991-1-4)

Υπολογίζονται οι δράσεις ανέμου στη στέγη και στα μέτωπα του κτιρίου, θεωρώντας:

Θεμελιώδη ταχύτητα ανέμου: $v_{b,0} = 27.00 \text{ m/s}$

Ύψος αναφοράς (ύψος κτιρίου): $z_e = 11.70 \text{ m}$

Κατηγορία εδάφους III: $z_0 = 0.30 \text{ m} / z_{\text{min}} = 5.00 \text{ m}$

Βασική ταχύτητα ανέμου

Λαμβάνοντας τις τιμές: $c_{\text{dir}} = 1.0$ Συντελεστής διεύθυνσης

$c_{\text{season}} = 1.0$ Εποχικός συντελεστής

Η βασική ταχύτητα ανέμου είναι ίση με:

$$v_b = c_{\text{dir}} \cdot c_{\text{season}} \cdot v_{b,0} = 1.0 \cdot 1.0 \cdot 27.00 = 27.00 \text{ m/s}$$

Μέση ταχύτητα ανέμου

Υπολογίζεται ο συντελεστής εδάφους, για $z_{0,II} = 0.05$ (κατηγορία εδάφους II):

$$k_r = 0.19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0.07} = 0.19 \cdot \left(\frac{0.30}{0.05} \right)^{0.07} = 0.22$$

και στη συνέχεια, ο συντελεστής τραχύτητας εδάφους:

$$c_r z = k_r \cdot \ln \left(\frac{z_e}{z_0} \right) = 0.22 \cdot \ln \left(\frac{11.70}{0.30} \right) = 0.81 \quad \text{εφόσον } z_{\text{min}} \leq z_e \leq z_{\text{max}} = 200 \text{ m}$$

τέλος, λαμβάνοντας: $c_0(z) = 1.0$ Συντελεστής ανάγλυφου του εδάφους

η μέση ταχύτητα ανέμου είναι ίση με:

$$v_m z_e = c_r z_e \cdot c_0 z_e \cdot v_b = 0.81 \cdot 1.0 \cdot 27.00 = 21.87 \text{ m/s}$$

Πίεση ταχύτητας αιχμής

Αρχικά, υπολογίζεται η ένταση στροβιλισμού του ανέμου, με συντελεστή στροβιλισμού $k_I = 1.0$:

$$I_{v z_e} = \frac{k_I}{c_0 z_e} = \frac{k_I}{c_0 z_e \cdot \ln\left(\frac{z_e}{z_0}\right)} = \frac{1.0}{1.0 \cdot \ln\left(\frac{11.70}{0.30}\right)} = 0.27 \quad \text{εφόσον } z_{min} \leq z_e \leq z_{max} = 200\text{m}$$

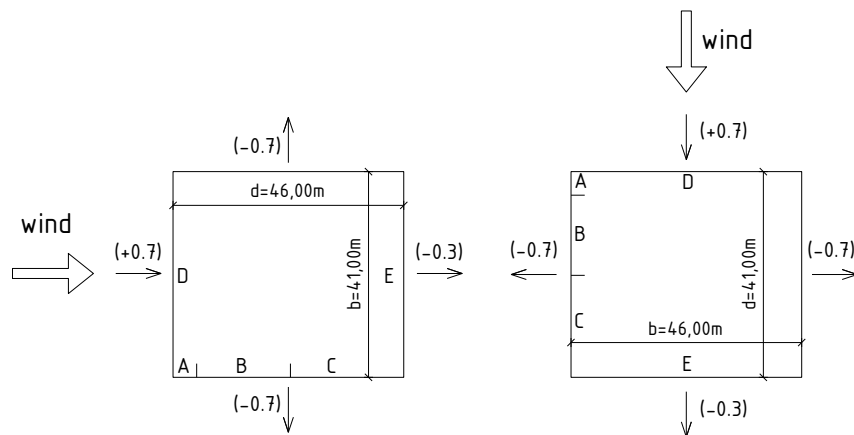
και τελικά, για πυκνότητα του αέρα $\rho=0.00125 \text{ kN/m}^3$, η πίεση ταχύτητας αιχμής είναι ίση με:

$$q_{p z_e} = \left[1 + 7 \cdot I_{v z_e}\right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2 z_e = \left[1 + 7 \cdot 0.27\right] \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.00125 \cdot 21.87^2 = 0.86 \text{ kN/m}^2$$

Συντελεστές πίεσης εξωτερικής πίεσης

- Συντελεστής πίεσης για τη στέγη: $c_{pe} = -0.6$
- Συντελεστής πίεσης για το μέτωπο πρόσπτωσης: $c_{pe} = +0.7$
- Συντελεστής πίεσης για το υπήνεμο μέτωπο: $c_{pe} = -0.3$
- Συντελεστής πίεσης για τα παράπλευρα μέτωπα: $c_{pe} = -0.7$

Οι συντελεστές c_{pe} για του κατακόρυφους τοίχους του κτιρίου παρουσιάζονται στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 6.7.1 Συντελεστές πίεσης στα μέτωπα του κτιρίου για τις δυο διευθύνσεις πρόσπτωσης του ανέμου.

Πίεση ανέμου στις εξωτερικές επιφάνειες

Η τελική πίεση ανέμου στην κάθε επιφάνεια δίνεται από την παρακάτω σχέση, χρησιμοποιώντας κάθε φορά τον αντίστοιχο συντελεστή πίεσης.

$$w_e = q_p z_e \cdot c_{pe}$$

6.7.4. Σεισμικές δράσεις

(Σύμφωνα με τον ΕΑΚ)

Το φάσμα σχεδιασμού του κτιρίου προκύπτει βάσει του ελαστικού φάσματος, για:

- Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας I a=0.16g
(Αττική)
- Κατηγορία εδάφους Β T₁=0.15sec, T₂=0.60sec
- Σπουδαιότητα κτιρίου Σ3 γ_I=1.15
(Κτίριο δημόσιων συναθροίσεων)
- Συντελεστή θεμελίωσης θ=1.00
- Ποσοστό κρίσιμης ιξώδους απόσβεσης ζ=4%
(Μεταλλική κατασκευή με κοχλιωτές συνδέσεις)
- Διορθωτικός συντελεστής απόσβεσης n=1.08
(Ποσοστό κρίσιμης ιξώδους απόσβεσης διάφορο του 5%)
- Συντελεστή φασματικής ενίσχυσης: β₀=2.50
- Συντελεστής συμπεριφοράς q=1.00
(Επιθυμείται ελαστική συμπεριφορά του κτιρίου)

Υπολογίζεται η μέγιστη φασματική επιτάχυνση και για τις δυο διευθύνσεις του κτιρίου, η οποία, εάν δεν υπολογίζονται οι ιδιοπερίοδοι, είναι:

$$\Phi_d T = \gamma_I \cdot A \cdot \frac{\eta \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} = 1.15 \cdot 0.16 \cdot g \cdot \frac{1.08 \cdot 1.00 \cdot 2.50}{1.00} = 0.4968 \cdot g$$

Η συνολική μάζα του συστήματος υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη τα μόνιμα φορτία (ίδιο βάρος και βάρος επικάλυψης) και το 30% του φορτίου χιονιού:

$$M = G + 0.3 \cdot s = 1428.73 \text{ kN}$$

Οπότε η συνολική ισοδύναμη σεισμική δύναμη ανά κύρια διεύθυνση του κτιρίου είναι:

$$V_0 = M \cdot \Phi_d T = \frac{1428.73}{g} \cdot 0.4968 \cdot g = 709.80 \text{ kN}$$

6.7.5. Δράσεις θερμοκρασίας

Θερμοκρασιακή μεταβολή: $\Delta t = \pm 20 \text{ }^\circ\text{C}$

6.8. Συνδυασμοί δράσεων

(Σύμφωνα με το EN 1990)

Εύρεση σχήματος στατικής ισορροπίας

Συμμετέχει μόνο η δράση προέντασης P.

P

Προσδιορισμός μόνιμης δράσης «G+P» και ανάλογου μόνιμου σχήματος

Στην προηγούμενη γεωμετρικο-εντατική κατάσταση προστίθενται τα μόνιμα κατακόρυφα φορτία, δηλαδή το ίδιο βάρος της κατασκευής «I.B.» και το μόνιμο φορτίο επικάλυψης «G₁».

$P + G$

Οριακές καταστάσεις αστοχίας

Συμμετέχουν η μοναδική δράση «G+P» και οι μεταβλητές δράσεις Q (άνεμος, χιόνι και θερμοκρασιακή μεταβολή). Κάθε φορά λαμβάνεται μια κύρια μεταβλητή δράση (άνεμος ή χιόνι) και οι δευτερεύουσες πολλαπλασιάζονται με κατάλληλους μειωτικούς συντελεστές ψ. Στην περίπτωση όπου ο άνεμος ή το χιόνι, ως δευτερεύουσες δράσεις, έχουν ευμενή επιρροή ως προς την κύρια μεταβλητή, δεν λαμβάνονται υπόψη.

Συνδυασμοί δράσεων για καταστάσεις σχεδιασμού με διάρκεια

$$\gamma_g \cdot P + G + \gamma_{Q,1} \cdot Q_1 + \sum \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_i$$

Συνδυασμοί δράσεων για καταστάσεις σεισμικού σχεδιασμού

$$P + G + A_{Ed} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_i$$

Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας

Όπως και στην περίπτωση των καταστάσεων οριακής κατάστασης αστοχίας.

Χαρακτηριστικός συνδυασμός

$$P + G + Q_1 + \sum \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_i$$

Οι επιμέρους συντελεστές γ ασφαλείας των μόνιμων και μεταβλητών δράσεων και οι συντελεστές συνδυασμού ψ των μεταβλητών δράσεων δίνονται στους παρακάτω πίνακες.

Οριακές Καταστάσεις	Συνδυασμοί	Μόνιμες Δράσεις		Μεταβλητές Δράσεις	
		Υ _G		Υ _Q	
		Δυσμενής	Ευμενής	Δυσμενής	Ευμενής
Αστοχίας	Βασικοί	1.35	1.00	1.50	0.00
	Τυχηματικοί	1.00	1.00	1.00	0.00
Λειτουργικότητας	Βασικοί	1.00	1.00	1.00	0.00

Πίνακας 6.8.1 Επιμέρους συντελεστές ασφαλείας μόνιμων και κινητών δράσεων

Δράσεις	Ψ ₀	Ψ ₁	Ψ ₂
Φορτία ανέμου	0.60	0.20	0.00
Φορτία χιονιού	0.50	0.20	0.00
Θερμοκρασία (μη πυρκαγιάς)	0.60	0.50	0.00

Πίνακας 6.8.2 Συντελεστές συνδυασμού των μεταβλητών δράσεων

7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

7.1. Ανάλυση καλωδιοδοκού

Για την ανάλυση της καλωδιωτής δοκού, οι εξωτερικές δράσεις εφαρμόζονται ως συγκεντρωμένες δυνάμεις στους κόμβους του άνω καλωδίου. Τα φορτία υπολογίζονται λαμβάνοντας υπόψη την επιφάνεια επιρροής (5.75m x Καμπύλο μήκος) που αντιστοιχεί στην κάθε καλωδιοδοκό και παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Μόνιμα φορτία «G»= «I.B.»+«G ₁ »		Χιόνι «S»	Άνεμος «W»	Θερμοκρασία «Δt»
Ίδιο βάρος «I.B.»	Επικάλυψη «G ₁ »			
0.63 kN	7.16 kN	17.88 kN	19.79 kN	±20 °C

Πίνακας 7.1.1 Συγκεντρωμένα φορτία στους κόμβους του άνω καλωδίου.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι συνδυασμοί σχεδιασμού. Σημειώνεται ότι σε κανέναν δε συνδυάζεται η ταυτόχρονη δράση χιονιού και ανέμου για να μη ληφθεί υπόψη η ευνοϊκή αλληλεπίδραση μεταξύ τους (φορτία με αντίθετη κατεύθυνση δράσης).

Προένταση

$$1. P \quad (7.1.1)$$

Μόνιμο σχήμα

$$2. \text{ α) } P + I.B. + G_1 \Rightarrow P + G \quad (7.1.2)$$

$$\text{ β) } 1.35 P + G \quad (7.1.3)$$

Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας

$$3. 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot S \quad (7.1.4)$$

$$4. \quad 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot S - 1.00 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.5)$$

$$5. \quad \text{α) } 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot W_0 \quad (7.1.6)$$

$$\quad \text{β) } 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot W_{90} \quad (7.1.7)$$

$$6. \quad \text{α) } 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot W_0 + 1.00 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.8)$$

$$\quad \text{β) } 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot W_{90} + 1.00 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.9)$$

$$7. \quad \text{α) } 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot W_0 - 1.00 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.10)$$

$$\quad \text{β) } 1.00 \cdot P + G + 1.00 \cdot W_{90} - 1.00 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.11)$$

Οριακές καταστάσεις αστοχίας

$$8. \quad 1.35 \cdot P + G + 1.50 \cdot S \quad (7.1.12)$$

$$9. \quad 1.35 \cdot P + G + 1.50 \cdot S - 1.50 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.13)$$

$$10. \quad \text{α) } 1.00 \cdot P + G + 1.50 \cdot W_0 \quad (7.1.14)$$

$$\quad \text{β) } 1.00 \cdot P + G + 1.50 \cdot W_{90} \quad (7.1.15)$$

$$11. \quad \text{α) } 1.00 \cdot P + G + 1.50 \cdot W_0 + 1.50 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.16)$$

$$\quad \text{β) } 1.00 \cdot P + G + 1.50 \cdot W_{90} + 1.50 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.17)$$

$$12. \quad \text{α) } 1.00 \cdot P + G + 1.50 \cdot W_0 - 1.50 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.18)$$

$$\quad \text{β) } 1.00 \cdot P + G + 1.50 \cdot W_{90} - 1.50 \cdot 0.60 \cdot \Delta t \quad (7.1.19)$$

Σεισμικές καταστάσεις

$$13. \quad \text{α) } P + G + E_{Ed,x} + 0.3 \cdot E_{Ed,y} \quad (7.1.20)$$

$$\quad \text{β) } P + G + E_{Ed,x} - 0.3 \cdot E_{Ed,y} \quad (7.1.21)$$

$$14. \quad \text{α) } P + G + 0.3 \cdot E_{Ed,x} + E_{Ed,y} \quad (7.1.22)$$

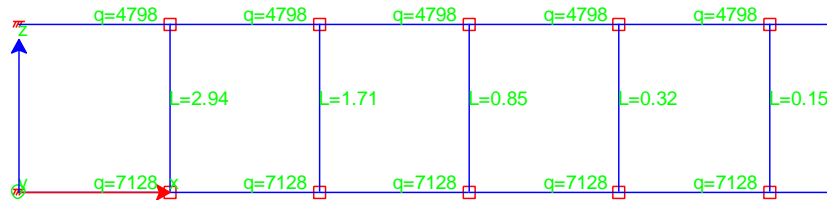
$$\quad \text{β) } P + G - 0.3 \cdot E_{Ed,x} + E_{Ed,y} \quad (7.1.23)$$

7.1.1. Σχήμα στατικής ισορροπίας υπό τη δράση «P»

Ορίζονται τα σταθερά σημεία στις θέσεις σύνδεσης των καλωδίων με τον φορέα αντιστήριξης και σχεδιάζεται το δίκτυο με κάναβο 4.10x4.50m. Για να επιτευχθεί η επιθυμητή γεωμετρία, εισάγονται στο άνω και κάτω καλώδιο πυκνότητες δύναμης με λόγο $q_1/q_2 = f_2/f_1 = 1.65/2.70 = 0.611$. Επίσης, εισάγονται ως πρόσθετοι περιορισμοί μήκους το μήκος των αναρτήρων, όπως προσδιορίστηκε στην παράγραφο 6.3.2.

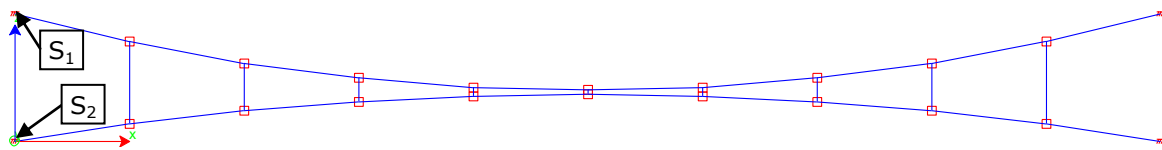
Ως πυκνότητες δύναμης επιλέγεται το ζεύγος $q_1=47.98/q_2=71.28\text{kN/m}$. Το ζεύγος αυτό επιλέχθηκε από μια διαδικασία υπολογισμών (όπως αυτή που ακολουθεί), έτσι ώστε η τελική

δύναμη προέντασης στα καλώδια να εξασφαλίζει τη σταθεροποιητική τους δράση, στους δυσμενέστερους συνδυασμούς σχεδιασμού.



Εικόνα 7.1.1 Εισαγωγή δεδομένων για την εύρεση σχήματος στατικής ισορροπίας. (Πυκν. Δύναμης σε kg/m)

Το σχήμα στατικής ισορροπίας υπό τη δράση μόνο της παραπάνω προέντασης βρίσκεται εφαρμόζοντας τη μέθοδο Πυκνότητας Δύναμης. Ουσιαστικά, με την εισαγωγή του ζεύγους πυκνοτήτων δύναμης με τον παραπάνω λόγο και τους περιορισμούς μήκους για τους αναρτήρες, η επιθυμητή γεωμετρία προσεγγίζεται πολύ εύκολα, για την απλή περίπτωση της καλωδιοδοκού. Το μόνο που απομένει να προσδιοριστεί είναι η εντατική κατάσταση του ισορροπημένου συστήματος.



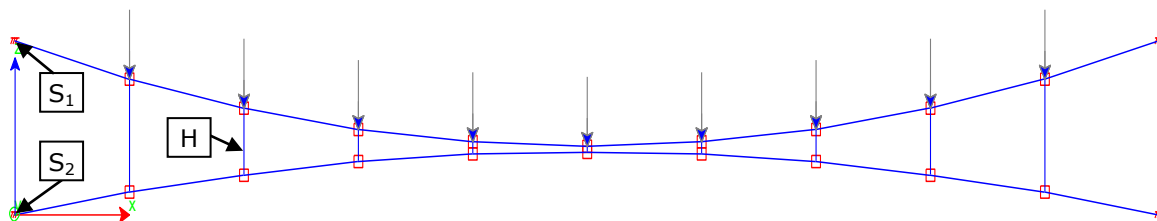
Εικόνα 7.1.2 Σχήμα στατικής ισορροπίας υπό τη δράση «P».

Από την επίλυση με τη μέθοδο πυκνότητας δύναμης λαμβάνονται τα βέλη για το άνω και κάτω καλώδιο, $f_1=2.60\text{m}$ και $f_2=1.75\text{m}$, και οι αντίστοιχες αρχικές δυνάμεις προέντασης στα άκρα, $S_1=201.74\text{kN}$ και $S_2=295.65\text{kN}$.

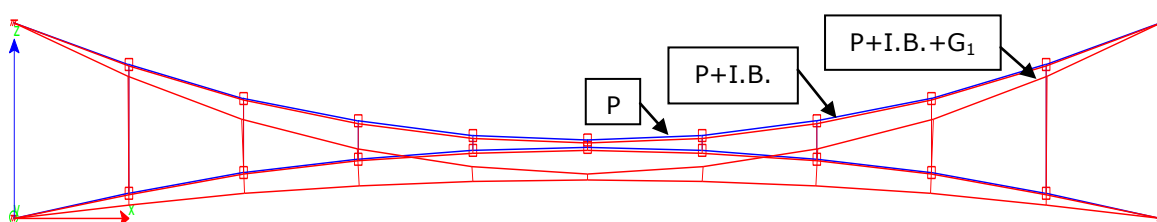
7.1.2. Μόνιμο σχήμα υπό τη δράση «P+G» και «1.35(P+G)»

Χρησιμοποιώντας ως αρχική γεωμετρία την ισορροπημένη γεωμετρικο-εντατική κατάσταση που έχει βρεθεί, επιβάλλονται στους κόμβους του άνω καλωδίου σε δύο βήματα τα φορτία του ίδιου βάρους των στοιχείων και της επικάλυψης. Από εδώ και πέρα, το σύστημα των καλωδίων επιλύεται για κάθε φόρτιση μη γραμμικά, με τη μέθοδο Newton-Raphson, λαμβάνοντας υπόψη

και τις ιδιότητες του υλικού. Οι διαδοχικές παραμορφωμένες καταστάσεις φαίνονται στην Εικόνα 7.1.4.



Εικόνα 7.1.3 Εφαρμογή των επικόμβιων εξωτερικών φορτίων στη γεωμετρικο-εντατική κατάσταση P.



Εικόνα 7.1.4 Παραμόρφωση της γεωμετρικο-εντατικής κατάστασης P για την εφαρμογή του ίδιου βάρους (I.B.) των στοιχείων και στη συνέχεια ίδιου βάρους της επικάλυψης (G₁).

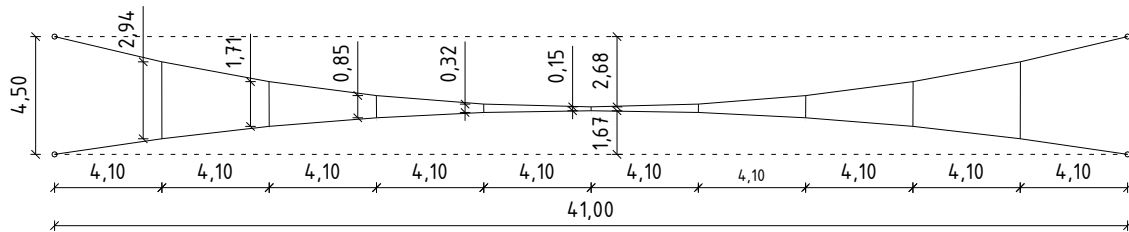
Στο πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα βέλη του άνω και κάτω καλώδιου, f_1 και f_2 , για τις παραπάνω διαδοχικές φορτίσεις. Επίσης, παρουσιάζονται οι αντίστοιχες αξονικές δυνάμεις προέντασης, S_1 και S_2 , στα σταθερά σημεία (θέσεις σύνδεσης με το φορέα στήριξης) και η δυσμενέστερη αξονική δύναμη H στους αναρτήρες (βλέπε Εικόνα 7.1.3).

Συνδυασμός	Βέλος (m)		Δύναμη Προέντασης (kN)		
	f_1	f_2	S_1	S_2	H
P	2.60	1.75	201.74	295.65	10.61
P+I.B.	2.61	1.74	210.56	291.84	10.45
P+I.B.+G₁	2.68	1.67	310.63	250.34	8.78

Πίνακας 7.1.2 Βέλη και εντατικά μεγέθη στην καλωδιοδοκό.

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται ότι στο άνω καλώδιο, το οποίο αποτελεί το φέρον καλώδιο για φορτία με τη φορά της βαρύτητας, η προένταση αυξάνει. Φαίνεται, δηλαδή, η εφαρμογή έμμεσης προέντασης στο άνω καλώδιο μέσω του πρόσθετου νεκρού φορτίου της βαριάς επικάλυψης. Το φορτίο της επικάλυψης, όμως, λειτουργεί αντίστροφα για το κάτω καλώδιο, το σταθεροποιητικό, στο οποίο η αρχική δύναμη προέντασης μειώνεται.

Για την κατάσταση «P+I.B.+G₁», η γεωμετρία και η ένταση της καλωδιοδοκού, από εδώ και στο εξής, θα περιγράφει το μόνιμο σχήμα της κατασκευής με τις αντίστοιχες τάσεις λόγω της δράσης «P+G». Η γεωμετρία του μόνιμου σχήματος θεωρείται αποδεκτή, καθώς η παραμορφωμένη κατάσταση δεν αποκλίνει σημαντικά από την αρχική επιθυμητή γεωμετρία.



Εικόνα 7.1.5 Γεωμετρία μόνιμου σχήματος της καλωδιοδοκού.

Η γεωμετρική και εντατική κατάσταση υπό τη δράση «P+G» θα πρέπει να προσεγγιστεί ξανά με τη μέθοδο πυκνότητας δύναμης, ακολουθώντας τη διαδικασία της παραγράφου 7.1.1. Αυτό γίνεται για να προσδιοριστεί, στη συνέχεια, η κατάσταση «1.35(P+G)».

Από την κατάσταση «P+I.B.+G₁» λαμβάνονται:

Άνω καλώδιο

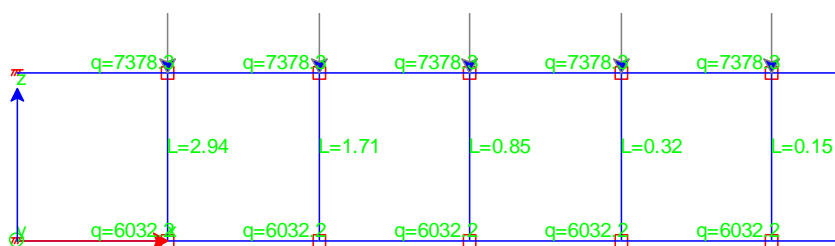
- Δύναμη προέντασης στο άκρο: $S_1 = 310.63kN$
- Μήκος ακραίου κεκλιμένου στοιχείου: $l_1 = 4.21m$
- Πυκνότητα δύναμης: $q_1 = \frac{310.63}{4.21} = 73.78kN/m$

Κάτω καλώδιο

- Δύναμη προέντασης στο άκρο: $S_2 = 250.34kN$
- Μήκος ακραίου κεκλιμένου στοιχείου: $l_2 = 4.15m$
- Πυκνότητα δύναμης: $q_2 = \frac{259.34}{4.15} = 60.32kN/m$

Άρα, τα δεδομένα για την εύρεση της κατάστασης «P+G» με τη μέθοδο πυκνότητας δύναμης είναι:

- Λόγος πυκνοτήτων δύναμης: $\frac{q_2}{q_1} = 1.223 \left(\neq \frac{f_1}{f_2} = 1.605 \right)$
- Απόσταση ελκυστήρων: $4.10m$
- Περιορισμοί μήκους αναρτήρων, όπως ορίστηκαν από την επιθυμητή γεωμετρία.



Εικόνα 7.1.6 Εισαγωγή δεδομένων για την εύρεση σχήματος στατικής ισορροπίας γ για τη δράση «P+G» (Πυκνότητες Δύναμης σε kg/m)

Από την επίλυση με τη μέθοδο πυκνότητας δύναμης λαμβάνονται τα βέλη για το άνω και κάτω καλώδιο, $f_1=2.68\text{m}$ και $f_2=1.67\text{m}$, και οι αντίστοιχες δυνάμεις προέντασης στα άκρα, $S_1=310.76\text{kN}$ και $S_2=249.95\text{kN}$. Παρατηρείται, ότι η κατάσταση «P+G» προσεγγίστηκε με μεγάλη ακρίβεια.

Ο προσδιορισμός της κατάστασης «1.35(P+G)» είναι πλέον πολύ απλός. Εισάγονται οι πυκνότητες δύναμης από την κατάσταση «P+G» προσαυξημένες με το συντελεστή $\gamma_G=1.35$ και το σύστημα επιλύεται με τη μέθοδο πυκνότητας δύναμης, με ταυτόχρονη δράση, των επίσης προσαυξημένων κατά γ_G , εξωτερικών φορτίων «1.35 I.B.» και «1.35 G_1 ».

Για την κατάσταση «1.35(P+G)» λαμβάνονται τα βέλη για το άνω και κάτω καλώδιο, $f_1=2.68\text{m}$ και $f_2=1.67\text{m}$, και οι αντίστοιχες δυνάμεις προέντασης στα άκρα, $S_1=419.53\text{kN}$ και $S_2=337.44\text{kN}$.

Παρατήρηση 1

Εξαρχής θα μπορούσε να βρεθεί μια γεωμετρικο-εντατική κατάσταση «P+G» εφαρμόζοντας τη μέθοδο πυκνότητας δύναμης, όπως στην παράγραφο 7.1.1, μόνο που ταυτόχρονα θα δρούσαν και τα εξωτερικά φορτία «I.B.» και « G_1 » στους κόμβους του συστήματος. Σε αυτή την περίπτωση ο λόγος πυκνοτήτων δύναμης θα ήταν διαφορετικός από το λόγο f_1/f_2 και τέτοιος ώστε στην τελική κατάσταση ισορροπίας η γεωμετρία να προσεγγίζει την επιθυμητή. Για την εύρεση της αρχικής δύναμης προεντάσεως, το σύστημα σε αυτή την περίπτωση θα έπρεπε να επιλυθεί σε δύο βήματα, αφαιρώντας τα φορτία του ίδιου βάρους της επικάλυψης και των στοιχείων. Η επίλυση «προς τα πίσω» θα ήταν μη γραμμική, με τη μέθοδο Newton-Raphson, ώστε να ληφθούν υπόψη και οι ιδιότητες του υλικού.

Παρατήρηση 2

Εάν, αντί της διαδικασίας που μόλις περιγράφηκε, βρισκόταν το σχήμα στατικής ισορροπίας για τις προσαυξημένες, κατά γ_G , πυκνότητες δύναμης της παραγράφου 7.1.1, $q_1=47.98$ και $q_2=71.28\text{kN/m}$, και στη συνέχεια ο φορέας επιλυόταν μη γραμμικά για τα φορτία « γ_G I.B.» και

« $\gamma_G G_1$ », τότε το αποτέλεσμα θα ήταν η κατάσταση « $1.35P+1.35I.B.+1.35G_1$ ». Η κατάσταση « $1.35P+1.35I.B.+1.35G_1$ », γενικά, είναι διαφορετική από την κατάσταση « $1.35(P+G)$ » εξαιτίας της έντονης μη γραμμικής συμπεριφοράς ενός συστήματος καλωδίων. Για την κατάσταση « $1.35P+1.35I.B.+1.35G_1$ » τα αποτελέσματα θα ήταν: τα βέλη για το άνω και κάτω καλώδιο, $f_1=2.71m$ και $f_2=1.64m$, και οι αντίστοιχες δυνάμεις προέντασης στα άκρα, $S_1=414.29kN$ και $S_2=340.74kN$. Παρατηρείται, όμως, ότι το αποτέλεσμα προσεγγίζει αρκετά την κατάσταση « $1.35(P+G)$ ». Αυτό οφείλεται στην αρχική προένταση που εισήχθη στα καλώδια, η οποία αύξησε τη δυσκαμψία του συστήματος και οδήγησε σε ένα πιο σταθερό σύστημα, μειώνοντας τη γεωμετρική μη γραμμική συμπεριφορά του.

7.1.3. Αποτελέσματα συνδυασμών σχεδιασμού

Η καλωδιοδοκός αναλύεται για τους βασικούς συνδυασμούς λειτουργικότητας και αστοχίας. Για κάθε συνδυασμό ως αρχική γεωμετρική και εντατική κατάσταση λαμβάνεται ανάλογα είτε η κατάσταση « $P+G$ » είτε η « $1.35(P+G)$ », οι οποίες αντιστοιχούν στη θερμοκρασία T_0 . Σε αυτή εφαρμόζονται σε δεύτερο βήμα τα πρόσθετα φορτία κάθε συνδυασμού και αναλύονται μη γραμμικά, με τη μέθοδο Newton-Raphson, λαμβάνοντας υπόψη πάντα τις ιδιότητες του υλικού.

Τα αποτελέσματα για την πρώτη εικόνα της συμπεριφοράς της καλωδιοδοκού, θεωρώντας τους βασικούς συνδυασμούς, παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Συνδυασμός		Βέλος (m)		Δύναμη Προέντασης (kN)		
		f_1	f_2	S_1	S_2	H
Προένταση	1	2.60	1.75	201.74	295.65	10.61
Μόνιμο Σχήμα	2α	2.68	1.67	310.76	249.95	8.76
	2β	2.68	1.67	419.54	337.44	10.06
Συνδυασμοί Λειτουργικότητας	3	2.86	1.49	557.80	159.81	5.24
	4	2.85	1.50	569.58	178.20	5.86
	5	2.55	1.80	144.65	320.87	11.62
	6	2.56	1.79	130.25	302.29	10.89
	7	2.54	1.81	159.18	339.41	12.35
Συνδυασμοί Αστοχίας	8	2.94	1.41	775.43	212.47	6.67
	9	2.93	1.42	792.85	239.70	7.56
	10	2.48	1.87	61.38	360.07	13.19
	11	2.49	1.86	38.84	332.28	12.04
	12	2.47	1.88	84.21	387.78	14.34

Πίνακας 7.1.3 Βέλη και εντατικά μεγέθη στην καλωδιοδοκό για τους βασικούς συνδυασμούς.

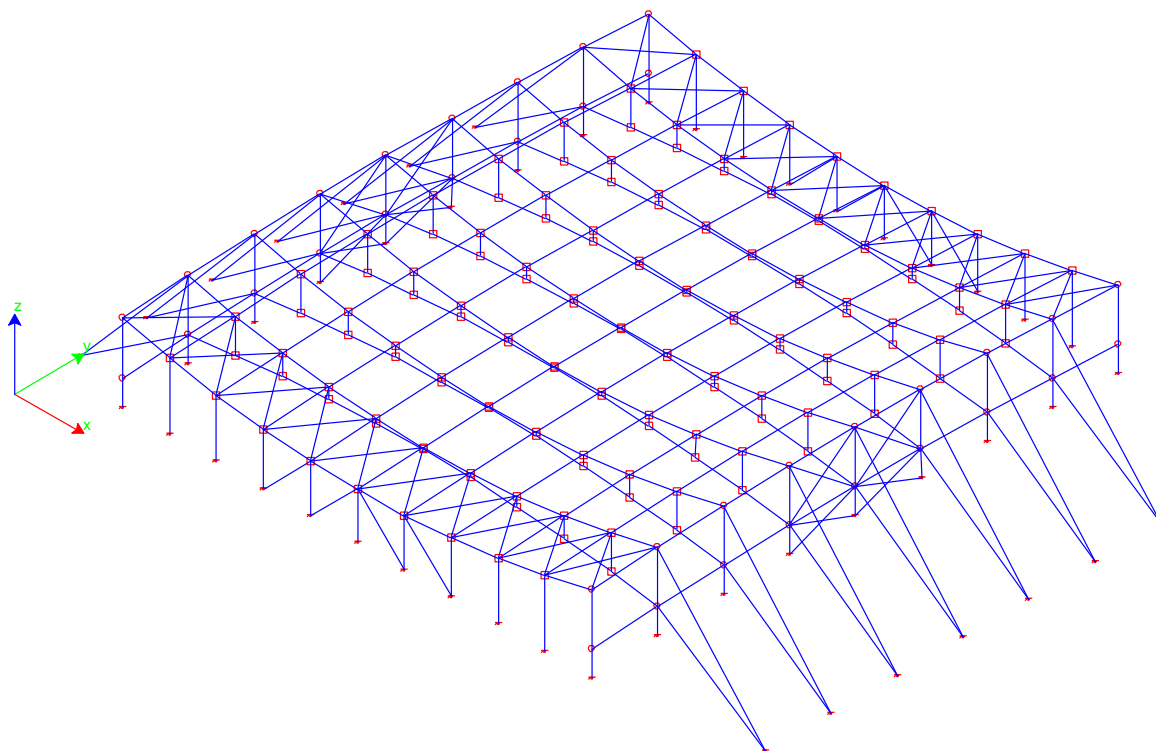
Από τα αποτελέσματα ελέγχεται, σε πρώτο στάδιο, εάν η αρχική δύναμη προέντασης επαρκεί για την εξασφάλιση εφελκυστικής τάσης στα καλώδια. Ελέγχεται προσεγγιστικά η επάρκεια των διατομών που έχουν προεπιλεχθεί και επίσης εάν οι παραμορφώσεις της δοκού βρίσκονται σε αποδεκτά πλαίσια.

Όπως, έχει ήδη αναφερθεί, εάν κάποιο από τα καλώδια έχανε την εφελκυστική του τάση, τότε η αρχική δύναμη προέντασης θα έπρεπε να αυξηθεί. Η καλωδιοδοκός θα έπρεπε να επιλυθεί ξανά ακολουθώντας όλη τη διαδικασία που περιγράφηκε ως εδώ.

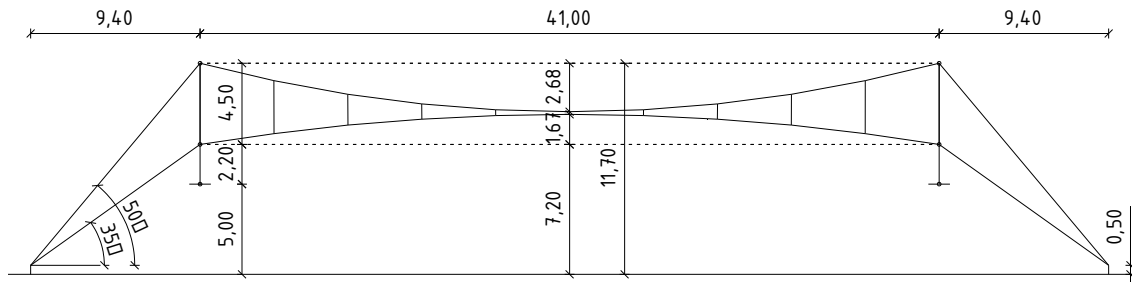
7.2. Ανάλυση συνολικού φορέα στέγασης

Σε αυτή τη φάση ανάλυσης, το σύστημα καλωδίων συνδέεται με τα στοιχεία στήριξης και μελετάται η συμπεριφορά του συνολικού φορέα στέγασης. Η αρχική γεωμετρία και εντατική κατάσταση των καλωδιοδοκών αντιστοιχούν στο μόνιμο σχήμα, όπως προσδιορίστηκε στην παράγραφο 7.1.2. Προφανώς, ανάλογα με τον συνδυασμό σχεδιασμού εισάγεται το μόνιμο σχήμα με τις αντίστοιχες τάσεις είτε για τη δράση «P+G» είτε για τη δράση «1.35(P+G)».

Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζεται το χωρικό προσομοίωμα του συνολικού φορέα στέγασης και η αρχική γεωμετρία για τη μεσαία καλωδιοδοκό.



Εικόνα 7.2.1 Προσομοίωμα συνολικού μεταλλικού φορέα στέγασης.



Εικόνα 7.2.2 Γεωμετρία κύριου φορέα.

Σημειώνεται ότι η βαριά επικάλυψη υποστηρίζει την καλωδιοδοκό στα οριζόντια και κάθετα στο επίπεδο της φορτία. Για να ληφθεί υπόψη η σταθεροποιητική της δράση στην ανάλυση, εισάγονται πρόσθετες ράβδοι, οι οποίες συνδέουν εκτός επιπέδου τους κόμβους των άνω καλωδίων. Οι ράβδοι αυτές είναι εικονικά, αβαρή στοιχεία τα οποία ουσιαστικά προσομοιώνουν την αξονική δυστένεια της τραπεζοειδούς μεταλλικής επικάλυψης.

Για να ληφθεί υπόψη η αλληλεπίδραση του φορέα στήριξης και της καλωδιοδοκού, ο συνολικός φορέας αρχικά αναλύεται μη γραμμικά υπό τη δράση της προέντασης στα καλώδια και των μόνιμων φορτίων σε ολόκληρη την κατασκευή (ίδιο βάρος των στοιχείων και το βάρος της επικάλυψης στέγης και της πλευρικής επικάλυψης). Κατά την ανάλυση, μεταφέρονται οι δυνάμεις προέντασης στο φορέα στήριξης και ταυτόχρονα λαμβάνονται υπόψη οι παραμορφώσεις του λόγω της προέντασης και των μόνιμων φορτίων.

Τελικά, λαμβάνονται δύο καταστάσεις, οι οποίες προσομοιώνουν το μόνιμο σχήμα με τις αντίστοιχες τάσεις στα στοιχεία του συνόλου της μεταλλικής κατασκευής για τις δράσεις «P+G» και «1.35(P+G)». Κατά ανάλογο τρόπο με την ανάλυση της καλωδιοδοκού, οι καταστάσεις «P+G» και «1.35(P+G)» αποτελούν την αρχική γεωμετρία και ένταση, στην οποία στη συνέχεια επιβάλλονται τα πρόσθετα εξωτερικά φορτία ανάλογα με το συνδυασμό σχεδιασμού. Η ανάλυση είναι μη γραμμική, με τη μέθοδο Newton-Raphson, και λαμβάνονται πάντα υπόψη οι ιδιότητες των υλικών των καλωδίων, των αναρτήρων και των υπόλοιπων μεταλλικών στοιχείων.

Ενδεικτικά, στον πίνακα που ακολουθεί, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων για τους διάφορους συνδυασμούς σχεδιασμού στη μεσαία καλωδιωτή δοκό.

Στον παρακάτω πίνακα θα πρέπει να παρατηρηθεί η επίδραση του φορέα στήριξης στην τελική γεωμετρία και ένταση των καλωδίων. Σε αντίθεση με την ανάλυση της καλωδιοδοκού, οι στηρίξεις των καλωδίων δεν είναι πλέον ανυποχώρητες και οι παραμορφώσεις των στύλων οδηγούν σε κάποια χαλάρωση των καλωδίων. Για αυτό το λόγο, το βέλος του εκάστοτε φέροντος καλωδίου είναι λίγο μεγαλύτερο και οι αξονικές δυνάμεις και στα δύο καλώδια είναι γενικά μικρότερες.

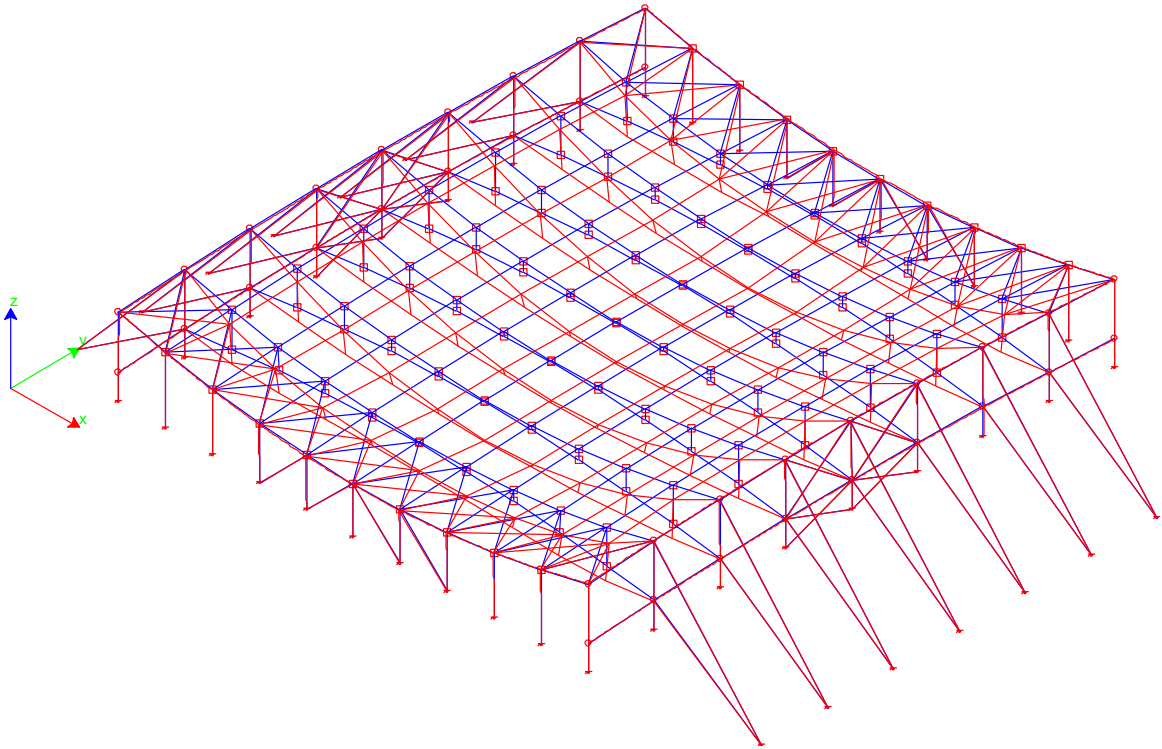
Η επίδραση του φορέα στήριξης στην προένταση των καλωδίων φαίνεται ιδιαίτερα έντονα στους συνδυασμούς αστοχίας με κύρια μεταβλητή τον άνεμο (Συνδυασμοί 11α και 11β), στους οποίους πλέον λαμβάνονται υπόψη οι πλευρικές πιέσεις ανέμου στους στύλους και η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ στύλου και καλωδίων.

Τέλος, επισημαίνεται ότι στους συνδυασμούς 13α έως 14β φαίνεται η ευμενής απόκριση του φορέα στα σεισμικά φορτία.

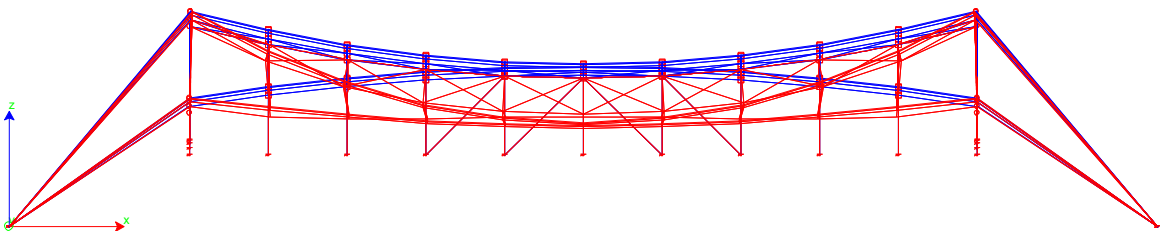
Συνδυασμός		Βέλος (m)		Δύναμη Προέντασης (kN)		
		f_1	f_2	S_1	S_2	H
Προένταση	1	2.62	1.73	178.62	261.94	8.34
Μόνιμο Σχήμα	2α	2.71	1.64	285.32	211.50	7.24
	2β	2.72	1.63	383.47	286.36	9.77
Συνδυασμοί Λειτουργικότητας	3	2.93	1.42	527.46	114.74	3.65
	4	2.91	1.44	547.98	146.06	4.68
	5α	2.87	1.48	124.22	290.70	10.29
	5β	2.87	1.48	124.48	287.99	10.18
	6α	2.85	1.50	98.50	258.45	9.04
	6β	2.85	1.50	98.82	255.73	8.93
	7α	2.89	1.46	150.58	322.80	11.54
	7β	2.89	1.46	150.78	320.11	11.44
Συνδυασμοί Αστοχίας	8	3.03	1.32	732.31	154.26	4.65
	9	3.00	1.35	762.57	200.20	6.11
	10α	2.47	1.88	44.10	334.73	11.97
	10β	2.48	1.87	44.38	330.61	11.80
	11α	2.50	1.85	3.62	286.39	9.97
	11β	2.51	1.84	4.02	282.23	9.80
	12α	2.44	1.91	85.99	382.71	13.97
	12β	2.45	1.90	86.16	378.62	13.80
	13α	2.71	1.64	315.29	213.86	8.15
	13β	2.71	1.64	315.29	213.86	8.15
	14α	2.71	1.64	294.28	212.09	7.55
	14β	2.71	1.64	277.10	211.43	7.03

Πίνακας 7.2.1 Ενδεικτικά βέλη και εντατικά μεγέθη μεσαίας καλωδιοδοκού για τους συνδυασμούς σχεδιασμού.

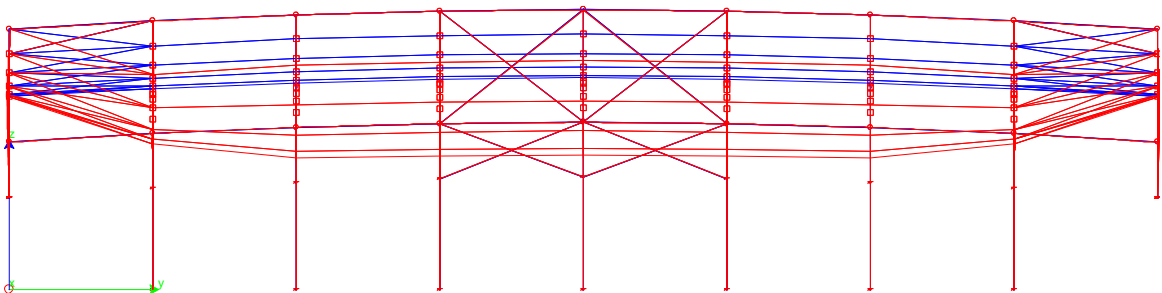
Στις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζεται η συμπεριφορά του συνολικού φορέα για διάφορες περιπτώσεις φόρτισης.



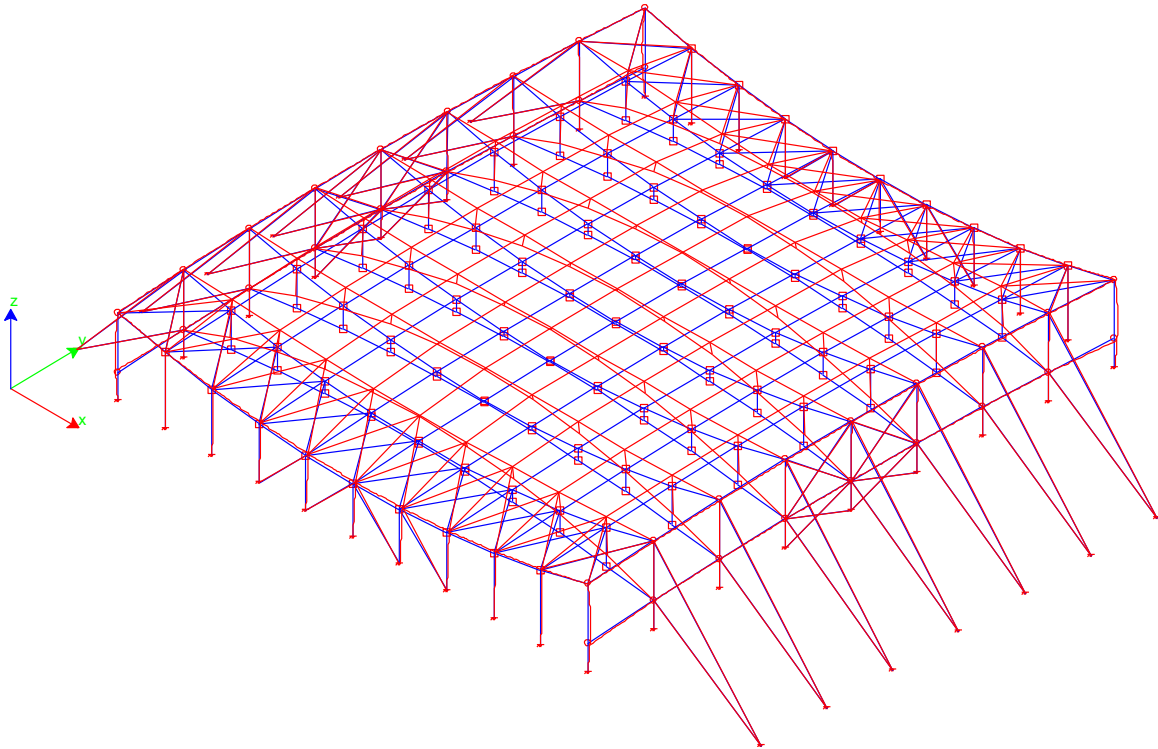
Εικόνα 7.2.3 Ενδεικτική παραμόρφωση συνολικού φορέα για τα κατακόρυφα φορτία με τη φορά βαρύτητας.



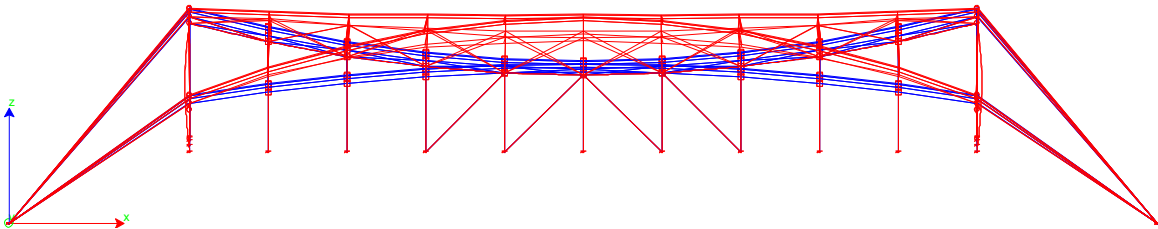
Εικόνα 7.2.4 Ενδεικτική παραμόρφωση κατά τον άξονα x για τα κατακόρυφα φορτία με τη φορά βαρύτητας.



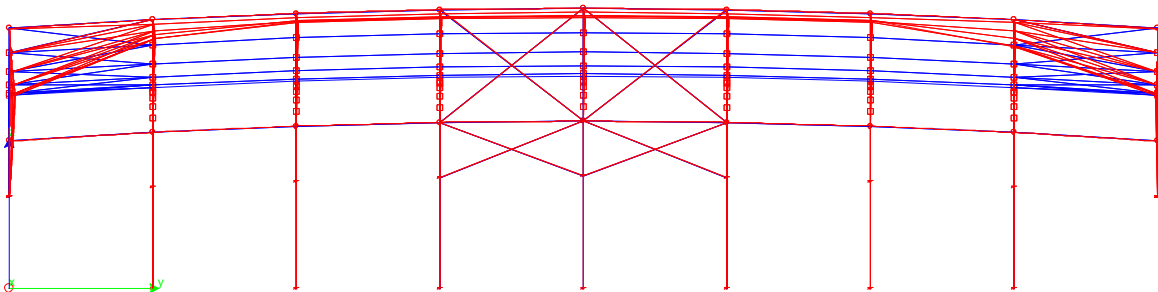
Εικόνα 7.2.5 Ενδεικτική παραμόρφωση κατά τον άξονα y για τα κατακόρυφα φορτία με τη φορά βαρύτητας.



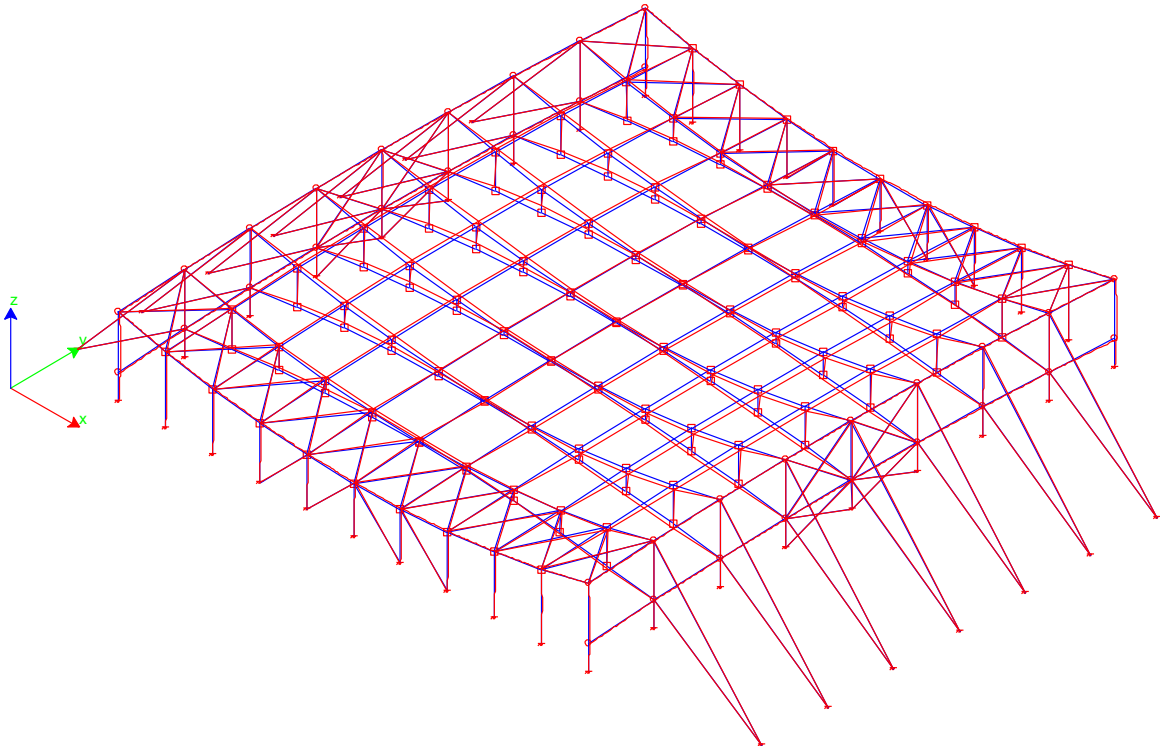
Εικόνα 7.2.6 Ενδεικτική παραμόρφωση συνολικού φορέα για τα φορτία ανέμου (αναρρόφηση).



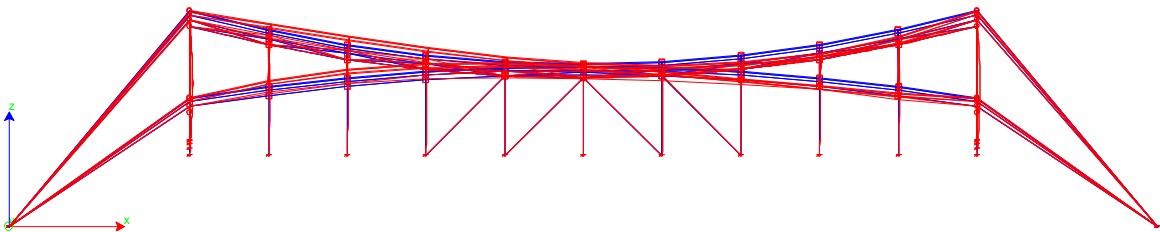
Εικόνα 7.2.7 Ενδεικτική παραμόρφωση κατά τον άξονα x για τα φορτία ανέμου (αναρρόφηση).



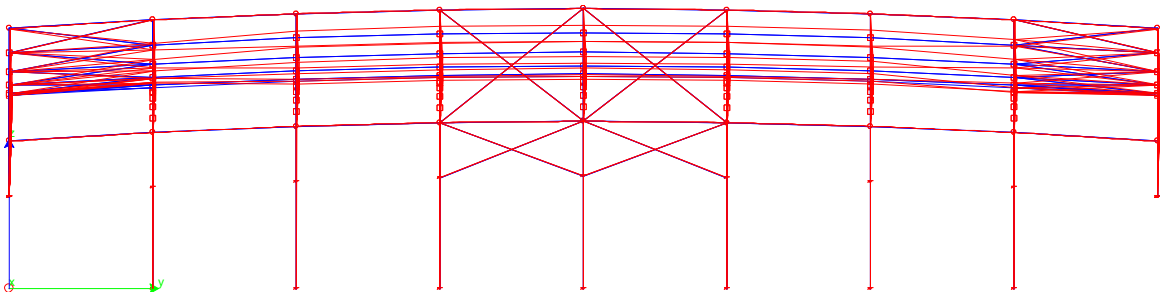
Εικόνα 7.2.8 Ενδεικτική παραμόρφωση κατά τον άξονα y για τα φορτία ανέμου (αναρρόφηση).



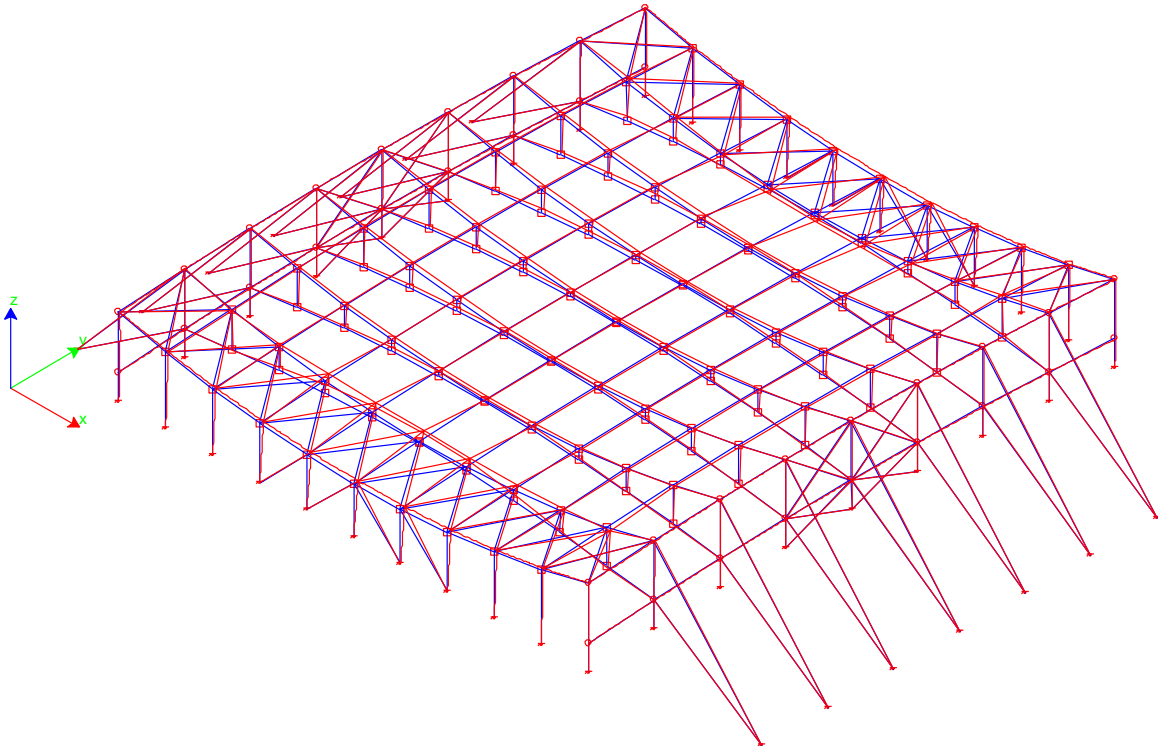
Εικόνα 7.2.9 Παραμόρφωση συνολικού φορέα για σεισμό κατά τον άξονα x .



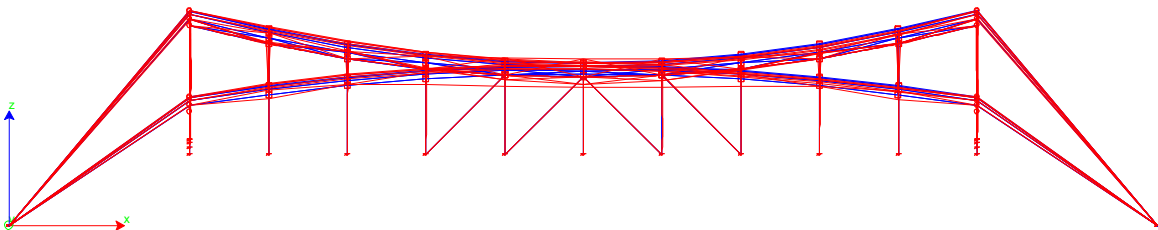
Εικόνα 7.2.10 Παραμόρφωση κατά τον άξονα x για σεισμό κατά τον άξονα x .



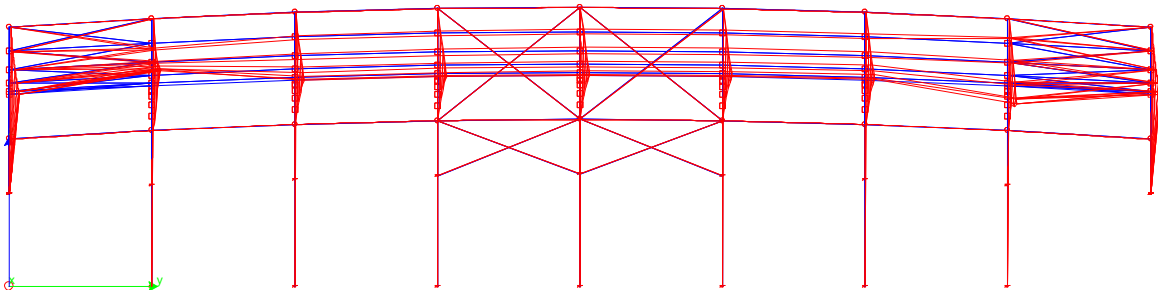
Εικόνα 7.2.11 Παραμόρφωση κατά τον άξονα y για σεισμό κατά τον άξονα x .



Εικόνα 7.2.12 Παραμόρφωση συνολικού φορέα για σεισμό κατά τον άξονα y.



Εικόνα 7.2.13 Παραμόρφωση κατά τον άξονα x για σεισμό κατά τον άξονα y.



Εικόνα 7.2.14 Παραμόρφωση κατά τον άξονα y για σεισμό κατά τον άξονα y.

Στον παρακάτω πίνακα, παρουσιάζονται οι μέγιστες μετατοπίσεις των κόμβων μόνο των καλωδίων του φορέα.

Συνδυασμός		Μετατοπίσεις		
		U _x (cm)	U _y (cm)	U _z (cm)
Μόνιμο Σχήμα	2α	-0.88	0.16	-3.7
	2β	-1.19	0.21	-4.47
Συνδυασμοί Λειτουργικότητας	3	1.42	0.28	-21.83
	4	1.36	0.27	-19.59
	5α	-1.02	0.7	15.81
	5β	-0.89	-0.2	15.61
	6α	-1.03	0.71	13.72
	6β	-0.89	-0.2	13.53
	7α	-0.99	0.68	17.95
	7β	-0.86	-0.2	17.7
Συνδυασμοί Αστοχίας	8	2.03	0.38	-30.72
	9	1.95	0.37	-27.46
	10α	-1.5	1.03	24.25
	10β	-1.29	-0.32	23.79
	11α	-1.56	1.07	21.05
	11β	-1.32	-0.33	20.77
	12α	-1.4	0.98	27.28
	12β	-1.21	-0.29	26.82
	13α	1.23	1.17	-4.32
	13β	1.23	-1.17	-4.32
	14α	1.39	3.91	-7.04
	14β	-1.39	3.91	-7.04

Πίνακας 7.2.2 Μέγιστες μετατοπίσεις στις επτά καλωδιοδοκούς ανά συνδυασμό σχεδιασμού. (οι μετατοπίσεις των συνδυασμών υπολογίζονται θεωρώντας ως αρχική γεωμετρία ανάλογα το μόνιμο σχήμα 2α και 2β του Πίνακα 7.2.1)

7.3. Διαστασιασιολόγηση καλωδιοδοκού

(Σύμφωνα με το EN 1993-1-11)

Τα εντατικά μεγέθη σχεδιασμού των οριακών καταστάσεων αστοχίας και λειτουργικότητας για τα συρματοσχοίνα και τις συμπαγείς ράβδους της καλωδιοδοκού παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Στοιχείο	Οριακές καταστάσεις αστοχίας	Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας
Άνω καλώδιο S1 (kN)	816.51	586.06
Κάτω καλώδιο S2 (kN)	385.06	324.32
Αναρτήρες H (kN)	15.09	12.26

Πίνακας 7.3.1 Εντατικά μεγέθη σχεδιασμού των στοιχείων της καλωδιοδοκού.

7.3.1. Οριακές καταστάσεις αστοχίας

Για τις οριακές καταστάσεις αστοχίας θα πρέπει να ελέγχεται ότι για τα προεντεταμένα μέλη της κατηγορίας A και B ισχύει:

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1$$

όπου F_{Ed} η τιμή σχεδιασμού της αξονικής δύναμης του καλωδίου
 F_{Rd} η τιμή σχεδιασμού της εφελκυστικής αντοχής του στοιχείου

Η τιμή σχεδιασμού της εφελκυστικής αντοχής F_{Rd} υπολογίζεται:

$$F_{Rd} = \frac{F_{uk}}{1.5 \cdot \gamma_R}$$

Ο γ_R είναι ο επιμέρους συντελεστής, οποίος σχετίζεται με το αν εφαρμόζονται μέτρα στα άκρα για τον περιορισμό των καμπτικών ροπών λόγω στροφών του καλωδίου. Λαμβάνεται η τιμή $\gamma_R=1.00$, θεωρώντας πως δεν λαμβάνονται μέτρα για την ελαχιστοποίηση των καμπτικών τάσεων στις αγκυρώσεις.

Γαλβανισμένες συμπαγείς ράβδοι

Για τις προεντεταμένες συμπαγείς ράβδους, χάλυβα S 355, διαμέτρου $\varnothing 20\text{mm}$ με διατομή:

$$A_m = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3.14\text{cm}^2$$

και χαρακτηριστική τιμή εφελκυστικής αντοχής f_{uk} :

$$f_{uk} = \frac{f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{510}{1.25} = 408\text{ N/mm}^2$$

η χαρακτηριστική τιμή της αντοχής θραύσης υπολογίζεται ίση με:

$$F_{uk} = A_m \cdot f_{uk} = 3.14 \cdot 40.8 = 128\text{kN}$$

$$F_{Rd} = \frac{128}{1.5 \cdot 1.00} = 85\text{kN} > F_{Ed} = 15.09\text{kN}$$

Άρα οι διατομές επαρκούν.

Γαλβανισμένα σπειροειδή συρματόσχοινα

Για εφελκυόμενα μέλη της κατηγορίας B, η χαρακτηριστική τιμή της αντοχής θραύσης λαμβάνεται από πίνακες. Έτσι, προκύπτουν:

Άνω καλώδιο $\varnothing 40\text{mm}$

$$F_{uk} = 1420\text{kN}$$

$$F_{Rd} = \frac{1420}{1.5 \cdot 1.00} = 946\text{kN} > F_{Ed} = 816.51\text{kN}$$

Κάτω καλώδιο $\varnothing 32\text{mm}$

$$F_{uk} = 909\text{kN}$$

$$F_{Rd} = \frac{909}{1.5 \cdot 1.00} = 606\text{kN} > F_{Ed} = 385.06\text{kN}$$

Άρα οι διατομές επαρκούν.

7.3.2. Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας

Η διατήρηση ελαστικής συμπεριφοράς και ανθεκτικότητας των εφελκυόμενων μελών σχετίζονται με τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές των τάσεων για συνδυασμούς φορτίων λειτουργικότητας. Έτσι, ορίζεται η οριακή τάση για τον χαρακτηριστικό συνδυασμό φορτίου, ώστε:

- Να διατηρηθούν οι τάσεις στα εφελκυόμενα στοιχεία στην ελαστική περιοχή στη φάση λειτουργίας της κατασκευής.
- Να περιοριστούν οι παραμορφώσεις ώστε να μην επηρεάζονται τα μέτρα αντιδιαβρωτικής προστασίας

Οι οριακές τάσεις συνδέονται με την αντοχή θραύσης:

$$\sigma_{uk} = \frac{F_{uk}}{A_m}$$

και για τις συνθήκες λειτουργίας προκύπτουν βάσει της εξίσωσης:

$$f_{SLS} = \frac{\sigma_{uk}}{1.50 \cdot \gamma_R \cdot \gamma_F}$$

όπου, $\gamma_F = 1.48$.

Γαλβανισμένες συμπαγείς ράβδοι

$$F_{SLS} = \frac{F_{uk}}{1.50 \cdot \gamma_R \cdot \gamma_F} = \frac{128}{1.50 \cdot 1.00 \cdot 1.48} = 57\text{kN} > F_{Ed} = 12.26\text{kN}$$

Γαλβανισμένα σπειροειδή συρματόσχοινα

Ανω καλώδιο $\varnothing 40\text{mm}$

$$F_{SLS} = \frac{F_{uk}}{1.50 \cdot \gamma_R \cdot \gamma_F} = \frac{1420}{1.50 \cdot 1.00 \cdot 1.48} = 639\text{N} > F_{Ed} = 586.06\text{kN}$$

Κάτω καλώδιο $\varnothing 32\text{mm}$

$$F_{SLS} = \frac{F_{uk}}{1.50 \cdot \gamma_R \cdot \gamma_F} = \frac{909}{1.50 \cdot 1.00 \cdot 1.48} = 409\text{kN} > F_{Ed} = 324.32\text{kN}$$

8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα καλωδιωτά συστήματα, ως ένα δίκτυο γραμμικών στοιχείων υποκείμενα σε καθαρό εφελκυσμό, παραλαμβάνουν και μεταφέρουν τα εξωτερικά φορτία μεταβάλλοντας έντονα τη γεωμετρία τους. Οι μεγάλες παραμορφώσεις έχουν σαν αποτέλεσμα τη μη γραμμική απόκριση (ένταση και παραμόρφωση) του συστήματος κατά τη δράση των εξωτερικών φορτίων. Συνεπώς, η έντονη γεωμετρική μη γραμμικότητα χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά τους και θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη σε όλα τα στάδια του σχεδιασμού και της ανάλυσης. Ένα δεύτερο σημαντικό χαρακτηριστικό των καλωδιωτών κατασκευών είναι η αδυναμία προσδιορισμού της γεωμετρίας του συστήματος ανεξάρτητα από την εντατική του κατάσταση, καθώς το σύστημα δεν μπορεί να αναπτύξει καμπική ένταση. Βάσει των δυο αυτών σημαντικών χαρακτηριστικών των καλωδιωτών συστημάτων διεξάγονται τα συμπεράσματα που ακολουθούν.

Το πρώτο και σημαντικότερο βήμα για το σχεδιασμό και την ανάλυση των καλωδιωτών κατασκευών είναι η εύρεση της αρχικής κατάστασης ισορροπίας ή αλλιώς η εύρεση ενός αρχικού σχήματος στατικής ισορροπίας (form finding), κατά την οποία θα πρέπει να προσδιοριστεί η αρχική γεωμετρία και ένταση του συστήματος. Ο μελετητής, σε αυτό το στάδιο, καλείται να επιλέξει τον κατάλληλο συνδυασμό ενός συνόλου από παραμέτρους, έτσι ώστε να εξασφαλιστούν οι αρχιτεκτονικές, λειτουργικές και στατικές απαιτήσεις τους συστήματος. Οι παράμετροι αυτές είναι:

- Η τοπολογία του συστήματος.
- Τα εξωτερικά φορτία που αναμένεται να δράσουν κατά τη διάρκεια ζωής του έργου και των οποίων ο υπολογισμός μπορεί να εξαρτάται από την αρχική αλλά άγνωστη προς το παρόν γεωμετρία.
- Η γεωμετρία της επιφάνειας, η οποία θα πρέπει να ικανοποιεί τις αρχιτεκτονικές απαιτήσεις και τις απαιτήσεις στατικής επάρκειας, και κυρίως η καμπυλότητα της επιφάνειας, η οποία καθορίζει σε σημαντικό βαθμό τη συμπεριφορά του συστήματος.
- Η γεωμετρία και το είδος των συνοριακών συνθηκών.
- Η κατανομή των εσωτερικών τάσεων.
- Το μέγεθος της αρχικής προέντασης.

Η αρχική προένταση επηρεάζει σημαντικά τη συμπεριφορά καλωδιωτών κατασκευών, καθώς σταθεροποιεί το σύστημα και αυξάνει την αρχική δυσκαμψία του. Όπως φάνηκε και στο παράδειγμα, με την επιβολή αρχικής προέντασης επιτυγχάνεται καλύτερος έλεγχος της κατασκευής ως προς την απόκριση στα εξωτερικά φορτία και μειώνεται η έντονη μη γραμμική συμπεριφορά του εφελκυσμένου συστήματος.

Η συνεχής αύξηση της προέντασης δεν αποτελεί την μοναδική λύση για την μείωση των παραμορφώσεων, καθώς υπάρχει ένα άνω όριο μετά το οποίο ουσιαστικά κυρίως αυξάνει το κόστος της κατασκευής χωρίς να συνεισφέρει αποτελεσματικά στην απόκριση του συστήματος. Άρα η επιλογή του μεγέθους της αρχικής προέντασης έχει ιδιαίτερη σημασία και επιλέγεται η βέλτιστη τιμή βάσει των εξωτερικών φορτίων και της τάσης παραμόρφωσης τους συστήματος. Σε αυτό το σημείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσεγγιστική μέθοδος που αναπτύσσεται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α, η οποία, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με την τελική επιλογή προέντασης του παραδείγματος, δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για την ελάχιστη αρχική προένταση που πρέπει να εφαρμοστεί σε ένα σύστημα καλωδίων με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά ώστε να αποφευχθεί η αστοχία (χαλάρωση στοιχείων).

Εξίσου σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά των καλωδιωτών κατασκευών έχει και το είδος και η θέση των στηρίξεων των καλωδίων. Ο αριθμός και η θέση των σημείων που θα οριστούν ως σταθερά καθώς και το αν θα υπάρχουν καλώδια τα οποία θα καταλήγουν σε περιμετρικά καλώδια καθορίζουν τη τελική γεωμετρία του συστήματος, τη δυσκαμψία του και την κατανομή της αρχικής προέντασης. Αλλαγές στη γεωμετρία των σταθερών σημείων επιφέρουν δραστικές αλλαγές στα αρχικά χαρακτηριστικά του συστήματος, οι οποίες κατά συνέπεια μεταβάλλουν και την απόκριση του συστήματος.

Ο φορέας στήριξης λαμβάνεται υπόψη σε δεύτερο στάδιο, αφού έχει προσδιοριστεί το αρχικό σχήμα στατικής ισορροπίας υπό τη δράση της προέντασης. Κατά το στάδιο της μη γραμμικής στατικής ανάλυσης θα πρέπει να λαμβάνεται το σύνολο της κατασκευής, ώστε να συμπεριληφθούν η δυσκαμψία και οι ιδιότητες των υλικών του φορέα στήριξης. Όπως φάνηκε και από το παράδειγμα, κατά τη σύνδεση του ισορροπημένου εφελκυσμένου συστήματος με τα στοιχεία αντιστήριξης, η μεταβίβαση των αρχικών δυνάμεων προέντασης οδήγησε σε παραμορφώσεις των στοιχείων οι οποίες με τη σειρά τους επηρέασαν την αρχική γεωμετρία και ένταση του καλωδιωτού μέρους. Για τον ίδιο λόγο, έχει μεγάλη σημασία να λαμβάνεται υπόψη το σύνολο της κατασκευής και κατά τη δράση των εξωτερικών φορτίων.

Από τις αναλύσεις του παραδείγματος διαπιστώθηκε η επίδραση της θερμοκρασίας στην καλωδιωτή δοκό, η οποία δεν θα πρέπει να αμελείται κατά τη στατική ανάλυση και θα πρέπει να συνδυάζεται κατάλληλα με τις υπόλοιπες μεταβλητές φορτίσεις (χιόνι, άνεμος). Οι θερμοκρασιακές μεταβολές, λόγω συστολών ή διαστολών, οδηγούν σε μεταβολές του μήκους και της έντασης των στοιχείων, οι οποίες αλληλοεπιδρώντας στο σύνολο της κατασκευής, οδηγούν αντίστοιχα σε αύξηση ή μείωση της έντασης των καλωδίων. Από το παράδειγμα φάνηκε πως η μείωση της θερμοκρασίας αυξάνει την ένταση των καλωδίων κατά τη δράση του φορτίου χιονιού, η οποία αν δε ληφθεί υπόψη μπορεί να οδηγήσει σε εφελκυστική αστοχία του άνω καλωδίου. Αντίστοιχα, η αύξηση της θερμοκρασίας μειώνει την ένταση των καλωδίων κατά

τη δράση του φορτίου ανέμου (υποπίεση), η οποία αν δε ληφθεί υπόψη μπορεί να οδηγήσει σε πλήρη χαλάρωση του άνω καλωδίου.

Επισημαίνεται, επίσης, ότι η ασφαλής παραλαβή των φορτίων ανέμου, τα οποία δρουν ως υποπίεση στη στέγη και εισάγουν οριζόντιες δυνάμεις και στις δυο κατευθύνσεις της κατασκευής, θα πρέπει να προνοηθεί από τα πρώτα στάδια σχεδιασμού της κατασκευής. Έτσι, θα πρέπει να εξασφαλίζεται η ευστάθεια του συστήματος χρησιμοποιώντας καλώδια αντίθετης καμπυλότητας ή/και χρησιμοποιώντας στιβαρές επικαλύψεις. Ένα σύστημα αποτελούμενο από καλώδια αντίθετης καμπυλότητας, εκτός από τη δυνατότητα αντιστροφής της λειτουργίας τους κατά τη δράση του ανέμου, σταθεροποιούν τα εκάστοτε φέροντα καλώδια σε φορτία κάθετα στο επίπεδό τους, με βέλτιστη απόδοση όταν συντίθενται στο χώρο (δίκτυα καλωδίων). Ανάλογα και ο υπόλοιπος φορέας στήριξης θα πρέπει να είναι σε θέση να παραλάβει και μεταφέρει με ασφάλεια τα φορτία ανέμου στο έδαφος.

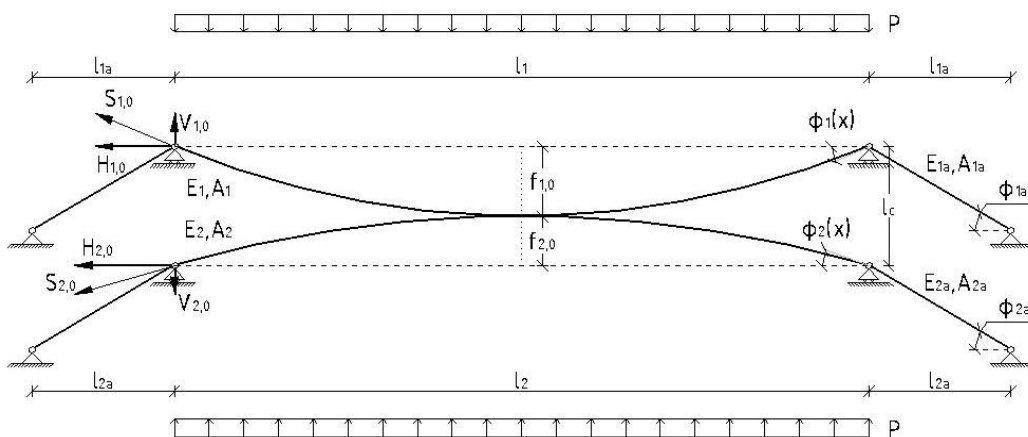
Τα ίδια ισχύουν και για τα οριζόντια σεισμικά φορτία, τα οποία όπως επιβεβαιώθηκε και από τις αναλύσεις του παραδείγματος, είναι, όμως, δευτερευούσης σημασίας για τον έλεγχο επάρκειας της κατασκευής. Λόγω του μικρού συνολικού βάρους της κατασκευής, οι αδρανειακές δυνάμεις λόγω σεισμού είναι μικρότερες από τις οριζόντιες δυνάμεις ανέμου για τις αντίστοιχες κύριες διευθύνσεις, καθιστώντας τους συνδυασμούς ανέμου δυσμενέστερους.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΡΟΕΝΤΑΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΛΩΔΙΩΝ ΑΝΤΙΘΕΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ

ΦΑΣΗ 0

Έστω το επίπεδο σύστημα καλωδίων αντίθετης καμπυλότητας, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Το σύστημα αποτελείται από δύο απλά προεντεταμένα καλώδια συνδεδεμένα μεταξύ τους στο μέσον τους, τα οποία αγκυρώνονται εκατέρωθεν επί στύλων και ελκυστήρων. Οι δύο στύλοι προσομοιώνονται με κυλίσεις επιτρέποντας τις οριζόντιες μετακινήσεις στις θέσεις αγκύρωσης των καλωδίων.



Σύστημα καλωδίων αντίθετης καμπυλότητας

Η παραβολοειδής γεωμετρία των επιμέρους καλωδίων θεωρείται ότι προκαλείται από τη δράση ομοιόμορφου κατακόρυφου φορτίου κατά την οριζόντια προβολή τους. Έτσι, η αρχική γεωμετρία των αφόρτιστων ακόμη καλωδίων μπορεί να προσδιοριστεί εάν θεωρηθεί ότι στα καλώδια ασκούνται κατά μήκος της οριζόντιας προβολής τους δυο αυθαίρετα κατακόρυφα φορτία P , ίσα και αντίθετα μεταξύ τους προς εξασφάλιση της αρχικής ισορροπίας του συστήματος. Τα φορτία P θεωρείται ότι προκαλούν βέλος f_1 στο άνω καλώδιο και βέλος f_2 στο

κάτω καλώδιο ή αλλιώς μια αρχική προένταση σε κάθε καλώδιο αντίστοιχα. Το σύστημα των καλωδίων δέχεται φορτία και αλλαγές στη γεωμετρία του μόνο εντός του επιπέδου του.

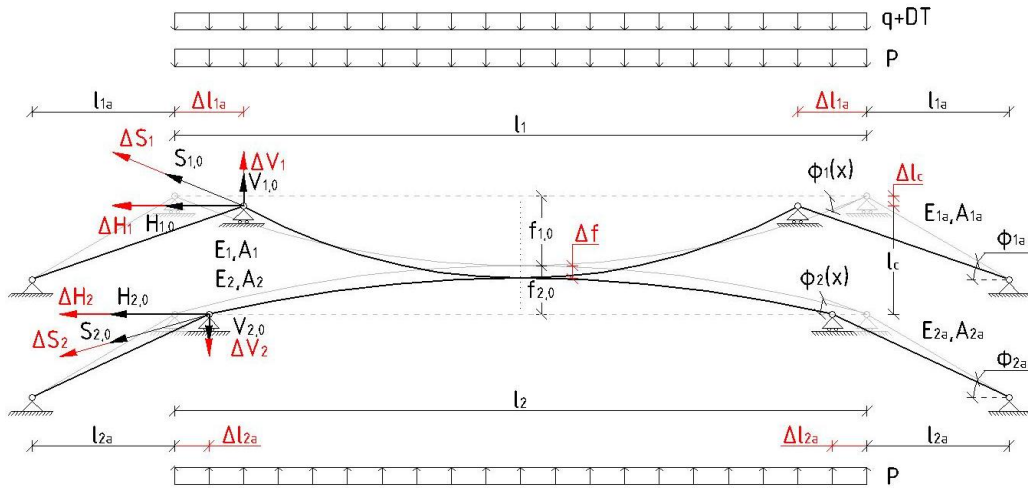
Για κατακόρυφα φορτία κατά τη φορά της βαρύτητας (I.B., μόνιμα και χιόνι) το καλώδιο που παραλαμβάνει τη φόρτιση είναι αυτό με τα κοίλα προς τα πάνω (κύριο καλώδιο), ενώ το δεύτερο συμβάλει σταθεροποιητικά αναιρώντας την αστάθεια του κύριου καλωδίου εκτός επιπέδου (σταθεροποιητικό καλώδιο). Για κατακόρυφα φορτία αντίθετα στη φορά της βαρύτητας (άνεμος) η λειτουργία των καλωδίων αντιστρέφεται. Για να εξασφαλιστεί η σωστή λειτουργία του συστήματος καλωδίων θα πρέπει για κάθε περίπτωση φόρτισης να εξασφαλιστεί η δράση του εκάστοτε σταθεροποιητικού καλωδίου. Συνεπώς, θα πρέπει εξασφαλιστεί πως το εκάστοτε σταθεροποιητικό καλώδιο θα συνεχίσει να φέρει εφελκυστικές αξονικές τάσεις, καθώς τα καλώδια δεν λειτουργούν σε θλίψη.

Εάν στη γεωμετρικο-εντατική κατάσταση που μόλις περιγράφηκε, η οποία εφεξής θα ονομάζεται ΦΑΣΗ 0, εφαρμοστεί ένα πρόσθετο κατακόρυφο φορτίο, θα προκαλέσει τη μεταβολή Δf των αρχικών βελών $f_{1,0}$ και $f_{2,0}$ και θα οδηγήσει σε αύξηση των εφελκυστικών τάσεων του κύριου καλωδίου και σε μείωση των εφελκυστικών τάσεων του σταθεροποιητικού καλωδίου. Σκοπός της παρούσας παραγράφου είναι η προσεγγιστική εκτίμηση της ελάχιστης αρχικής προέντασης ή αλλιώς του βοηθητικού αυθαιρέτου φορτίου P , το οποίο θα πρέπει να εφαρμοστεί αρχικά στα καλώδια, ώστε να εξασφαλιστεί η λειτουργία του σταθεροποιητικού καλωδίου υπό τη δράση του δυσμενέστερου συνδυασμού κατακόρυφων φορτίων. Δηλαδή, μετά την επιβολή του δυσμενέστερου συνδυασμού, το σταθεροποιητικό καλώδιο να φέρει εφελκυστικές τάσεις τουλάχιστον ίσες με το μηδέν.

Υπολογισμός της μεταβολής Δf

Έστω ότι στη ΦΑΣΗ 0, δρα το εξωτερικό ομοιόμορφο φορτίο q και η θερμοκρασιακή μεταβολή ΔT . Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, για αυτή τη περίπτωση φόρτισης, το βέλος του άνω καλωδίου (κύριο) αυξάνεται κατά Δf ενώ το βέλος του κάτω καλωδίου (σταθεροποιητικό) μειώνεται κατά Δf . Επίσης, οι αξονικές αρχικές εφελκυστικές δυνάμεις στις θέσεις αγκύρωσης των καλωδίων μεταβάλλονται κατά ΔS_1 και ΔS_2 αντίστοιχα για το άνω και κάτω καλώδιο.

Για τον υπολογισμό του Δf θεωρείται ότι το βέλος f_1 του άνω καλωδίου μεταβάλλεται κατά Δf_1 και ότι το βέλος f_2 του κάτω καλωδίου κατά Δf_2 . Έτσι, οι μεταβολές Δf_1 και Δf_2 μπορούν να υπολογιστούν ανεξάρτητα βάσει των παραμορφώσεων των αντίστοιχων καλωδίων. Προφανώς, στο τέλος θα πρέπει να ισχύει $\Delta f_1 = -\Delta f_2 = \Delta f$.



Παραμόρφωση συστήματος κατά τη δράση του εξωτερικού ομοιόμορφου φορτίου q και της θερμοκρασιακής μεταβολής ΔT .

Γενικά, η μεταβολή Δf στο βέλος ενός αντίστοιχου καλωδίου με τα παραπάνω προκαλείται εξαιτίας:

- i. της ελαστικής παραμόρφωσης του καλωδίου ΔL_{el} λόγω της μεταβολής της αξονικής δύναμης κατά ΔS
- ii. της επιμήκυνσης του καλωδίου $\Delta L_{\Delta T}$ λόγω της θερμοκρασιακής μεταβολής ΔT
- iii. της οριζόντιας μετατόπισης Δl_a των θέσεων αγκύρωσης του καλωδίου οφειλόμενη:
 - a. στην ελαστική παραμόρφωση του ελκυστήρα $\Delta L_{a,el}$ λόγω της μεταβολής της αξονικής δύναμης του καλωδίου κατά ΔS
 - b. στην επιμήκυνση του ελκυστήρα $\Delta L_{a,\Delta T}$ λόγω της θερμοκρασιακής μεταβολής ΔT

Έτσι, η μεταβολή Δf_1 είναι ίση με:

$$\Delta f_1 = \underbrace{\Delta f_1 \Delta L_{el,1}}_{\text{λόγω ελαστικής παραμόρφωσης του καλωδίου}} + \underbrace{\Delta f_1 \Delta L_{\Delta T,1}}_{\text{λόγω επιμήκυνσης του καλωδίου λόγω } \Delta T} + 2 \cdot \underbrace{\left[\Delta f_1 \Delta L_{a,el,1} + \Delta f_1 \Delta L_{a,\Delta T,1} \right]}_{\Delta f_1 (\Delta L_{a,1})} \quad (\text{A.2.1})$$

Στην μεταβολή Δf_1 θα πρέπει να συνυπολογιστεί και η κατακόρυφη παραμόρφωση ΔL_c του τμήματος του στύλου μεταξύ των θέσεων αγκύρωσης του άνω και κάτω καλωδίου, οφειλόμενη:

- a. στην ελαστική παραμόρφωση του στύλου $\Delta L_{c,el}$ λόγω της μεταβολής της αξονικής δύναμης του καλωδίου κατά ΔS
- b. στην επιμήκυνση του στύλου $\Delta L_{c,\Delta T}$ λόγω της θερμοκρασιακής μεταβολής ΔT

Οπότε η συνολική μεταβολή Δf_1 είναι ίση με:

$$\Delta f_1 = \underbrace{\Delta f_1 \Delta L_{el,1}}_{\text{λόγω ελαστικής παραμόρφωσης του καλωδίου}} + \underbrace{\Delta f_1 \Delta L_{\Delta T,1}}_{\text{λόγω επιμήκυνσης του καλωδίου λόγω } \Delta T} + 2 \cdot \underbrace{\left[\Delta f_1 \Delta L_{a,el,1} + \Delta f_1 \Delta L_{a,\Delta T,1} \right]}_{\Delta f_1 (\Delta L_{a,1})} + \underbrace{\left[\Delta L_{c,el} + \Delta L_{c,\Delta T} \right]}_{\Delta L_c} \quad (\text{A.2.2})$$

Στην μεταβολή Δf_2 δεν λαμβάνεται υπόψη η παραμόρφωση του στύλου, οπότε η συνολική Δf_2 είναι ίση με:

$$\Delta f_2 = \underbrace{\Delta f_2 \Delta L_{el,2}}_{\text{λόγω ελαστικής παραμόρφωσης του καλωδίου}} + \underbrace{\Delta f_2 \Delta L_{\Delta T,2}}_{\text{λόγω επιμήκυνσης του καλωδίου λόγω } \Delta T} + 2 \cdot \underbrace{\left[\Delta f_2 \Delta L_{a,el,2} + \Delta f_1 \Delta L_{a,\Delta T,2} \right]}_{\Delta f_2 (\Delta L_{a,2})} \quad (\text{A.2.3})$$

Στη συνέχεια προσδιορίζονται ξεχωριστά οι επιμέρους όροι για το γενικό υπολογισμό της μεταβολής Δf στο βέλος ενός καλωδίου. Σημειώνεται ότι όλοι οι όροι που σχετίζονται με ελαστικές παραμορφώσεις εκφράζονται συναρτήσει της οριζόντιας συνιστώσας της αξονικής δύναμης του καλωδίου στη θέση αγκύρωσης, καθώς υπενθυμίζεται ότι δεν μεταβάλλεται κατά το μήκος του καλωδίου εφόσον δεν υπάρχουν οριζόντια εξωτερικά φορτία.

Υπολογισμός της μεταβολής του βέλους Δf λόγω μεταβολής του μήκους καλωδίου ΔL

Όπως έχει αναφερθεί στο Κεφάλαιο 2, η γεωμετρία ενός καλωδίου υπό τη δράση ομοιόμορφου φορτίου κατά την οριζόντια προβολή του εκφράζεται από την παραβολή:

$$y = \frac{4 \cdot f}{l^2} l \cdot x - x^2 \quad (\text{A.2.4})$$

Η παράγωγος της παραπάνω εξίσωσης ως προς x είναι ίση με:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4 \cdot f}{l^2} l - 2 \cdot x = \tan \varphi \quad (\text{A.2.5})$$

Όπου

$\tan \varphi(x)$ η εφαπτομένη του καλωδίου κατά την οριζόντια απόσταση x

ενώ, το μήκος του στοιχειώδους τμήματος του καλωδίου είναι ίσο με:

$$dL = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

Όπου αντικαθιστώντας τον όρο dy/dx με την παράγωγο της εξίσωσης (A.2.4) το μήκος του καλωδίου προκύπτει από το παρακάτω ολοκλήρωμα:

$$L = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{4 \cdot f}{l^2} l - 2 \cdot x\right)^2}$$

Για την απλοποίηση της παραπάνω συνάρτησης μήκους ως προς το βέλος f και το μήκος της οριζόντιας προβολής του καλωδίου l , λαμβάνεται το ανάπτυγμα Taylor ως προς τη μεταβλητή f

στο 0. Λαμβάνοντας έως και τους όρους 5^{ης} τάξεως του αναπτύγματος Taylor, θεωρώντας ότι οι υπόλοιποι όροι είναι αμελητέοι, το μήκος L προκύπτει ίσο με:

$$L = l + \frac{2^{75}}{3} \frac{4^{75}}{f^2} - \frac{32}{5} \frac{f^4}{l^3} \quad (\text{A.2.6})$$

Εάν θεωρηθεί ότι το μήκος της οριζόντιας προβολής l είναι σταθερό, τότε αντιστρέφοντας την παράγωγο της εξίσωσης (A.2.6) ως προς f, ορίζεται ο συντελεστής μ:

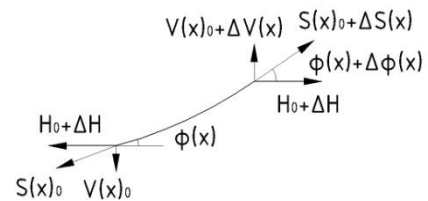
$$\frac{df}{dL} = \mu \quad (\text{A.2.7})$$

Και τελικά προκύπτει ότι:

$$\Delta f = \mu \cdot \Delta L \quad (\text{A.2.8})$$

Προσδιορισμός της ελαστικής παραμόρφωσης του καλωδίου $\Delta L_{ελ}$

Έστω το στοιχειώδες τμήμα dL του καλωδίου, όπου $\Delta S(x)$ η μεταβολή της αξονικής δύναμης στο μήκος του στοιχείου dL. Ισχύει ότι:



$$\cos \phi(x) + \Delta \phi(x) = \frac{\Delta H}{\Delta S(x)} \Rightarrow \Delta S(x) = \frac{1}{\cos \phi(x) + \Delta \phi(x)} \cdot \Delta H$$

Όπου, για πολύ μικρό $\Delta \phi(x)$ προκύπτει ότι $\cos \phi(x) + \Delta \phi(x) \cong \cos \phi(x)$. Επίσης, ισχύει ότι:

$$\cos \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \phi(x)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = \frac{1}{dL(x)}$$

Οπότε τελικά η μεταβολή της αξονικής δύναμης στο στοιχειώδες τμήμα dL είναι:

$$\Delta S(x) = dL(x) \cdot \Delta H \quad (\text{A.2.9})$$

Υποθέτοντας ελαστική συμπεριφορά, οπότε ισχύει ο νόμος του Hooke, η παραμόρφωση για το στοιχειώδες τμήμα λόγω της μεταβολής $\Delta S(x)$ της αξονικής δύναμης του καλωδίου είναι:

$$\Delta S(x) = EA \cdot \left[\frac{dL'(x) - dL(x)}{dL(x)} \right] = EA \cdot \frac{\Delta L(x)}{dL(x)} \Rightarrow \Delta L(x) = \frac{\Delta S(x)}{EA} \cdot dL(x)$$

Όπου αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση την (A.2.9) προκύπτει ότι η παραμόρφωση στο στοιχειώδες τμήμα είναι τελικά ίση με:

$$\Delta L_x = \frac{\Delta H}{EA} \cdot dL_x^2$$

Άρα, η συνολική παραμόρφωση στο καλώδιο είναι ίση με:

$$\Delta L_{el} = \int_0^l \frac{\Delta H}{EA} \cdot dL_x^2 dx = \frac{\Delta H}{EA} \cdot \int_0^l dL_x^2 dx \quad (A.2.10)$$

Προσδιορισμός της επιμήκυνσης του καλωδίου $\Delta L_{\Delta T}$ λόγω ΔT

Η επιμήκυνση του καλωδίου λόγω αύξησης της θερμοκρασίας κατά ΔT είναι ίση με:

$$\Delta L_{\Delta T} = \alpha \cdot \Delta T \cdot L \quad (A.2.11)$$

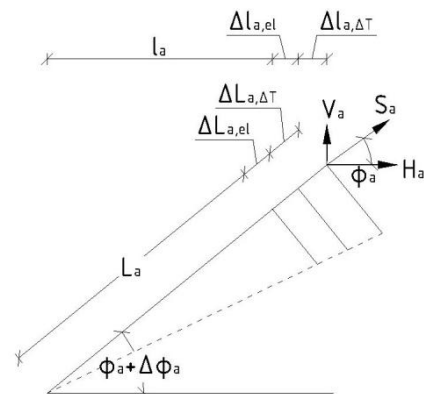
Υπολογισμός της μεταβολής του βέλους Δf λόγω της οριζόντιας μετατόπισης Δl_a των θέσεων αγκύρωσης του καλωδίου

Θεωρώντας πολύ μικρό $\Delta \varphi_a$ προκύπτει ότι $\cos \varphi_a + \Delta \varphi_a \cong \cos \varphi_a$ ισχύει ότι:

$$S_a = \frac{H_a}{\cos \varphi_a} = \frac{H}{\cos \varphi_a} \quad (A.2.12)$$

Για τον κάθε ελκυστήρα η συνολική αξονική παραμόρφωση είναι ίση με:

$$\Delta L_{a,l} = \Delta L_{a,el} + \Delta L_{a,\Delta T} \quad (A.2.13)$$



Όπου:

$\Delta L_{a,el}$ η ελαστική παραμόρφωση του ελκυστήρα

$\Delta L_{a,\Delta T}$ η επιμήκυνση του ελκυστήρα λόγω της θερμοκρασιακής μεταβολής ΔT

Οπότε, η οριζόντια συνιστώσα την αξονικής παραμόρφωσης για τον υπολογισμό της οριζόντιας μετατόπισης της θέσης αγκύρωσης του καλωδίου είναι ίση με:

$$\Delta l_{a,l} = \frac{\Delta L_{a,l}}{\cos \varphi_a}$$

Και συνολικά για τους δυο ελκυστήρες εκατέρωθεν του καλωδίου:

$$\Delta l_a = 2 \cdot \frac{\Delta L_{a,l}}{\cos \varphi_a} = 2 \cdot \frac{\Delta L_{a,el} + \Delta L_{a,\Delta T}}{\cos \varphi_a} \quad (A.2.14)$$

Εάν θεωρηθεί ότι το ότι το καμπύλο μήκος του καλωδίου L είναι σταθερό, τότε επιλύοντας την εξίσωση (A.2.6) ως προς f και παραγωγίζοντας την f ως προς l , ορίζεται ο συντελεστής μ_a :

$$\frac{df}{dl} = \mu_a \quad (\text{A.2.15})$$

Και τελικά προκύπτει ότι:

$$\Delta f = \mu_a \cdot \Delta l_a = \mu_a \cdot 2 \cdot \frac{\Delta L_{a,el} + \Delta L_{a,\Delta T}}{\cos \varphi_a} \quad (\text{A.2.16})$$

Προσδιορισμός της ελαστικής παραμόρφωσης του ελκυστήρα $\Delta L_{a,el}$

Ισχύει ότι:

$$\Delta L_{a,el} = \frac{\Delta S_a}{E_a A_a} \cdot L_a$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση την μεταβολή της αξονικής δύναμης συναρτήσει τη μεταβολή της οριζόντιας συνιστώσας και το μήκος του ελκυστήρα συναρτήσει του μήκους της οριζόντιας προβολής του, προκύπτει ότι η ελαστική παραμόρφωση του ελκυστήρα είναι ίση με:

$$\Delta L_{a,el} = \frac{\Delta H}{E_a A_a} \cdot \frac{l_a}{\cos \varphi_a^2} \quad (\text{A.2.17})$$

Προσδιορισμός της επιμήκυνσης ελκυστήρα $\Delta L_{a,\Delta T}$ λόγω ΔT

Η επιμήκυνση του ελκυστήρα λόγω αύξησης της θερμοκρασίας κατά ΔT είναι ίση με:

$$\Delta L_{a,\Delta T} = a \cdot \Delta T \cdot L_a = a \cdot \Delta T \cdot \frac{l_a}{\cos \varphi_a} \quad (\text{A.2.18})$$

Υπολογισμός της μεταβολής του βέλους Δf λόγω της κατακόρυφης παραμόρφωσης ΔL_c του στύλου

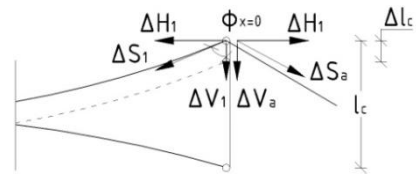
Ισχύει ότι:

$$\Delta f = \Delta l_c = \Delta L_{c,el} + \Delta L_{c,\Delta T} \quad (\text{A.2.19})$$

Προσδιορισμός της ελαστικής παραμόρφωσης του στύλου $\Delta L_{c,el}$

Ισχύει ότι:

$$\Delta L_{c,el} = \frac{\Delta V_c}{E_c A_c} \cdot l_c = \frac{\Delta H_1 \cdot \tan \varphi_{x=0} + \Delta H \cdot \tan \varphi_{1a}}{E_c A_c} \cdot l_c$$



Η εφαπτομένη στη θέση αγκύρωσης του καλωδίου ($x=0$), σύμφωνα με την εξίσωση (Α.2.5) είναι ίση με:

$$\tan \varphi_{x=0} = \frac{4 \cdot f}{l^2} l - 2 \cdot 0 = \frac{4 \cdot f}{l}$$

Αντικαθιστώντας την εφαπτομένη στην παραπάνω εξίσωση, προκύπτει ότι η ελαστική παραμόρφωση του στύλου είναι ίση με:

$$\Delta L_{c,el} = \frac{\Delta H_1 \cdot l_c}{E_c A_c} \cdot \left(\frac{4 \cdot f}{l} + \tan \varphi_{1a} \right) \quad (\text{Α.2.20})$$

Προσδιορισμός της επιμήκυνσης του στύλου $\Delta L_{c,\Delta T}$ λόγω ΔT

Η επιμήκυνση του ελκυστήρα λόγω αύξησης της θερμοκρασίας κατά ΔT είναι ίση με:

$$\Delta L_{a,\Delta T} = a \cdot \Delta T \cdot l_c \quad (\text{Α.2.21})$$

Εύρεση ελάχιστης αρχικής προέντασης

Εξισώσεις ισορροπίας

$$\Sigma M_{x=l/2} = 0$$

$$H_1 + \Delta H_1 \cdot f_1 + \Delta f_1 - H_2 + \Delta H_2 \cdot f_2 + \Delta f_2 - V_1 + \Delta V_1 \cdot \frac{l}{2} + V_2 + \Delta V_2 \cdot \frac{l}{2} + P \cdot \frac{l^2}{8} + q \cdot \frac{l^2}{8} - P \cdot \frac{l^2}{8} = 0 \Rightarrow$$

$$H_1 + \Delta H_1 \cdot f_1 + \Delta f_1 - H_2 + \Delta H_2 \cdot f_2 + \Delta f_2 - V_1 + \Delta V_1 \cdot \frac{l}{2} + V_2 + \Delta V_2 \cdot \frac{l}{2} + q \cdot \frac{l^2}{8} = 0 \quad (\text{Α.3.1})$$

$$V_1 + \Delta V_1 = \tan \varphi_{1, x=0} \cdot H_1 + \Delta H_1 \quad (\text{Α.3.2})$$

$$V_2 + \Delta V_2 = \tan \varphi_{2, x=0} \cdot H_2 + \Delta H_2 \quad (\text{Α.3.3})$$

Όπου,

$\varphi_{1,2(x=0)}$ η γωνία του άνω και κάτω καλωδίου στη θέση αγκύρωσης

Καθώς οι H_1 και H_2 είναι οι οριζόντιες αντιδράσεις από τη ΦΑΣΗ 0, ισχύει ότι:

$$H_1 = \frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_1} \quad (\text{A.3.4})$$

$$H_2 = \frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_2} \quad (\text{A.3.5})$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (A.3.2), (A.3.3), (A.3.4), και (A.3.5) στην(A.3.1), η εξίσωση ισορροπίας των ροπών σε απόσταση $x=l/2$ από τις θέσεις αγκύρωσης του άνω και κάτω καλωδίου γίνεται:

$$\left(\frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_1} + \Delta H_1 \right) \cdot \left(f_1 + \Delta f_1 - \tan \varphi_{1, x=0} \cdot \frac{l}{2} \right) - \left(\frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_2} + \Delta H_2 \right) \cdot \left(f_2 - \Delta f_2 - \tan \varphi_{2, x=0} \cdot \frac{l}{2} \right) + q \cdot \frac{l^2}{8} = 0 \quad (\text{A.3.6})$$

Συνθήκη μετατοπίσεων

$$\Delta f_1 + \Delta f_2 = 0 \quad (\text{A.3.7})$$

Με

$$\Delta f_1 = \mu \cdot \Delta L_{el,1} \Delta H_1 + \mu \cdot \Delta L_{\Delta T,1} + \mu_a \cdot \left[2 \cdot \Delta l_{a,1} \Delta H_1 \right] + \Delta l_c \Delta H_1$$

$$\Delta f_2 = \mu \cdot \Delta L_{el,2} \Delta H_2 + \mu \cdot \Delta L_{\Delta T,2} + \mu_a \cdot \left[2 \cdot \Delta l_{a,2} \Delta H_2 \right]$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις φαίνεται ότι μεταβολές Δf_1 και Δf_2 είναι συναρτήσεις των ΔH_1 και ΔH_2 αντίστοιχα. Οπότε, στην εξίσωση ισορροπίας (A.3.6), οι άγνωστες μεταβλητές συνολικά είναι τρεις: οι P , ΔH_1 και ΔH_2 . Συνεπώς, για την επίλυση του προβλήματος θα πρέπει να οριστεί μια ακόμη συνθήκη. Η πρόσθετη συνθήκη ορίζεται ως εξής: κατά τη δράση του πρόσθετου εξωτερικού φορτίου το εκάστοτε κύριο καλώδιο αυξάνει την ένταση του ενώ το αντίστοιχο σταθεροποιητικό χαλαρώνει, με αποτέλεσμα να χάνει μέρος της αρχικής έντασής του (από τη ΦΑΣΗ 0), δηλαδή:

$$S_0 + \Delta S = S_{final} \leq S_0 \quad \text{ή αλλιώς,}$$

$$H_0 + \cos \varphi_{x=0} \cdot \Delta S = H_{final} \leq H_0 \Rightarrow H_0 + \Delta H = H_{final} \leq H_0$$

Έτσι, λοιπόν, ανάλογα με τη φορά του κατακόρυφου εξωτερικού φορτίου, είτε το άνω είτε το κάτω καλώδιο, ως σταθεροποιητικό, μπορεί να χάσει το πολύ όλη την αρχική του προένταση, δηλαδή είτε η μεταβολή ΔH_1 είτε η μεταβολή ΔH_2 να είναι ίση με:

$$\begin{aligned}
 H_1 + \Delta H_1 = H_{1,final} \leq H_1 &\Rightarrow \Delta H_1 = -H_1 + H_{1,final} \\
 &\text{είτε,} \\
 H_2 + \Delta H_2 = H_{2,final} \leq H_2 &\Rightarrow \Delta H_2 = -H_2 + H_{2,final}
 \end{aligned}
 \tag{A.3.8}$$

Προφανώς, η ελάχιστη αρχική προένταση ή αλλιώς το ελάχιστο βοηθητικό αυθαίρετο φορτίο P της ΦΑΣΗΣ 0 προκύπτει από τις (A.3.8) θεωρώντας:

$$H_{1,final} = 0 \quad \text{είτε} \quad H_{2,final} = 0$$

Έτσι πλέον, θεωρώντας το σύστημα της τελικής εξίσωσης ισορροπίας ροπών (A.3.6), της συνθήκης μετατοπίσεων (A.3.7) και της πρόσθετης συνθήκης (A.3.8) μπορεί να υπολογιστεί η τιμή της P.

ΦΑΣΗ Ι

ΦΑΣΗ Ι χαρακτηρίζεται η επίλυση του προβλήματος εύρεσης της ελάχιστης αρχικής προέντασης ή αλλιώς του ελάχιστου βοηθητικού αυθαίρετου φορτίου P για τη δυσμενέστερη φόρτιση με τη φορά της βαρύτητας. Η φόρτιση αυτή αντιστοιχεί στο συνδυασμό οριακής κατάστασης αστοχίας 8, με κύρια μεταβλητή το χιόνι. Ο συνδυασμός που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος είναι:

$$1.35 \cdot P + 1.35 \cdot G + 1.50 \cdot S$$

Για τον παραπάνω συνδυασμό το άνω καλώδιο λειτουργεί ως κύριο ενώ το κάτω ως σταθεροποιητικό. Οπότε, κρίσιμη θεωρείται η λειτουργία του κάτω καλωδίου για το οποίο λαμβάνεται ότι θα υποστεί πλήρη απώλεια της αρχικής του προέντασης. Δηλαδή, η μεταβολή $\Delta H_{2,I}$ θα είναι ίση και αντίθετη της οριζόντιας συνιστώσας της ΦΑΣΗΣ 0:

$$H_{2,0} + \Delta H_{2,I} = H_{2,I} = 0 \Rightarrow \Delta H_{2,I} = -H_{2,0} = -\frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_{2,0}}$$

Επίσης, θέτοντας στην εξίσωση ισορροπίας ότι $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ επιλύεται ως προς P, τελικά το σύστημα (σημειώνεται ότι από την επίλυση του παρακάτω συστήματος προκύπτει η λύση $1.35 \cdot P$):

$$\left\{ \begin{array}{l}
 1 \quad \Delta H_{2,I} = -\frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_{2,0}} \\
 2 \quad \Delta f_{1,I} + \Delta f_{2,I} = 0 \\
 3 \quad H_{1,0} + \Delta H_{1,I} \cdot f_{1,0} - \Delta f_{2,I} \cdot H_{2,0} + \Delta H_{2,I} \cdot f_{2,0} + \Delta f_{2,I} \cdot V_{1,0} + \Delta V_{1,I} \cdot \frac{l}{2} + V_{2,0} + \Delta V_{2,I} \cdot \frac{l}{2} + \\
 \quad + [1.35 \cdot g + G_1 + 1.50 \cdot S] \cdot \frac{l^2}{8} = 0
 \end{array} \right.$$

ΦΑΣΗ ΙΙ

ΦΑΣΗ ΙΙ χαρακτηρίζεται η επίλυση του προβλήματος εύρεσης της ελάχιστης αρχικής προέντασης ή αλλιώς του ελάχιστου βοηθητικού αυθαίρετου φορτίου P για τη δυσμενέστερη φόρτιση με φορά αντίθετη της βαρύτητας. Η φόρτιση αυτή αντιστοιχεί στο συνδυασμό οριακής κατάστασης αστοχίας 11, με κύρια μεταβλητή τον άνεμο και δευτερεύουσα την αύξηση της θερμοκρασίας. Ο συνδυασμός που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος είναι:

$$1.00 \cdot P + (1.00 \cdot G + 1.50 \cdot W_z + 1.50 \cdot 0.60 \cdot \Delta t)$$

Για τον παραπάνω συνδυασμό το κάτω καλώδιο λειτουργεί ως κύριο ενώ το άνω ως σταθεροποιητικό. Οπότε, κρίσιμη θεωρείται η λειτουργία του άνω καλωδίου για το οποίο λαμβάνεται ότι θα υποστεί πλήρη απώλεια της αρχικής του προέντασης. Δηλαδή, η μεταβολή $\Delta H_{1,II}$ θα είναι ίση και αντίθετη της οριζόντιας συνιστώσας της ΦΑΣΗΣ 0:

$$H_{1,0} + \Delta H_{1,II} = H_{1,II} = 0 \Rightarrow \Delta H_{1,II} = -H_{1,0} = -\frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_{1,0}}$$

Επίσης, θέτοντας στην εξίσωση ισορροπίας ότι $\Delta f_2 = -\Delta f_1$ επιλύεται ως προς P, τελικά το σύστημα:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \quad \Delta H_{1,II} = -\frac{P \cdot l^2}{8 \cdot f_{1,0}} \\ 2 \quad \Delta f_{1,II} + \Delta f_{2,II} = 0 \\ 3 \quad H_{1,0} + \Delta H_{1,II} \cdot f_{1,0} + \Delta f_{1,II} \cdot H_{2,0} - H_{2,0} + \Delta H_{2,II} \cdot f_{2,0} - \Delta f_{2,II} \cdot H_{1,0} + \Delta V_{1,II} \cdot \frac{l}{2} + V_{2,0} + \Delta V_{2,II} \cdot \frac{l}{2} + \\ \quad + [1.00 \cdot g + G_1 - 1.50 \cdot W_z] \cdot \frac{l^2}{8} = 0 \end{array} \right.$$

Εκτίμηση αποτελεσμάτων

Παραδοχή 1

Ως αρχική γεωμετρική κατάσταση των καλωδίων και του φορέα στήριξης στη ΦΑΣΗ 0 λαμβάνεται η επιθυμητή γεωμετρία. Υπενθυμίζεται, όμως, ότι κατά την ανάλυση, όταν το σύστημα καλωδίων συνδεθεί με το φορέα στήριξης, η μεταβίβαση των δυνάμεων προέντασης οδηγεί στην παραμόρφωση των στοιχείων στήριξης. Οι παραμορφώσεις αυτές μεταβάλλουν τη γεωμετρική και εντατική κατάσταση των καλωδίων, η οποία κατά την ανάλυση αποτελεί πλέον την αρχική κατάσταση για το μικτό σύστημα καλωδίων και φορέα στήριξης.

Παραδοχή 2

Μόνιμα και μεταβλητά φορτία επιβάλλονται ταυτόχρονα σε ένα μόνο βήμα, αμελώντας την επίδραση της ιστορίας φόρτισης.

Παραδοχή 3

Για το δυσμενέστερο συνδυασμό χιονιού, στη ΦΑΣΗ 0 λαμβάνεται μόνο η δράση της προσαυξημένης προέντασης $1.35 \cdot P$. Αντίθετα, κατά την ανάλυση το πρόσθετο φορτίο χιονιού επιβάλλεται στη γεωμετρική και εντατική κατάσταση $1.35 \cdot \{P+G\}$, η οποία αντιστοιχεί σε πιο δύσκαμπτο σύστημα και άρα οδηγεί σε μικρότερες παραμορφώσεις. Ανάλογα και για το δυσμενέστερο συνδυασμό ανέμου, λαμβάνεται η P έναντι της $1.00 \cdot \{P+G\}$, η οποία δεύτερη κατάσταση αντιστοιχεί σε λιγότερο δύσκαμπτο σύστημα και άρα οδηγεί σε μεγαλύτερες παραμορφώσεις.

Παραδοχή 4

Για το δυσμενέστερο συνδυασμό ανέμου δε λαμβάνονται υπόψη οι παραμορφώσεις των εκατέρωθεν στύλων εξαιτίας της δράσης του πλευρικού ανέμου.

Χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική μέθοδο για την εκτίμηση της ελάχιστης αρχικής προέντασης λαμβάνονται δύο τιμές για το αυθαίρετο φορτίο P . Η μια αντιστοιχεί στη δυσμενέστερη φόρτιση με τη φορά της βαρύτητας και η άλλη στη δυσμενέστερη φόρτιση αντίθετα στη φορά της βαρύτητας. Η διαφορά των δυο τιμών P εξαρτάται από το μέγεθος του αθροίσματος των εξωτερικών φορτίων που αποτελούν τον κάθε συνδυασμό και την ευαισθησία του συστήματος, η οποία κατά κύριο λόγο καθορίζεται από το λόγο των βέλων f_1/f_2 . Ως τελική τιμή λαμβάνεται η μεγαλύτερη εκ των δυο και οι αξονικές δυνάμεις για την αρχική προένταση του συστήματος υπολογίζονται ως εξής:

$$H_1 = \frac{P_{final} \cdot l^2}{8 \cdot f_{1,0}} \quad \text{και} \quad H_2 = \frac{P_{final} \cdot l^2}{8 \cdot f_{2,0}}$$

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται αποτελέσματα που προέκυψαν χρησιμοποιώντας τη προσεγγιστική μέθοδο για την εκτίμηση της ελάχιστης αρχικής προέντασης και της απόκρισης και τα αποτελέσματα των αναλύσεων για την καλωδιοδοκό με ανυποχώρητες στηρίξεις και με το φορέα αντιστήριξης:

Συνδυασμός		Δύναμη Αρχικής Προέντασης			Βέλη μετά τη δράση των εξ. φορτίων		
		minP (kN/m)	S ₁ (kN)	S ₂ (kN)	Δf (m)	f ₁ (m)	f ₂ (m)
Προσεγγιστική μέθοδος	8	2.11	176.09	257.25	0.53	3.13	1.22
	11	2.43	203.18	296.83	0.09	2.51	1.84
Καλωδιοδοκός με ανυποχώρητες στηρίξεις	8	-	201.74	295.65	0.34	2.94	1.41
	11	-			0.11	2.49	1.86
Καλωδιοδοκός με καβαλέτα	8	-	178.62	261.94	0.42	3.03	1.32
	11	-			0.10	2.50	1.83

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της προσεγγιστικής μεθόδου με την επιλογή της αρχικής προέντασης για το παράδειγμα του ΜΕΡΟΥΣ ΙΙ, παρατηρείται ότι οι διαφορές είναι σχετικά μικρές με μικρή υπερεκτίμηση της απαιτούμενης ελάχιστης αρχικής προέντασης. Ιδιαίτερα κοντά είναι τα αποτελέσματα για τη δυσμενέστερη φόρτιση ανέμου, στην οποία η επίδραση των προαναφερθέντων παραδοχών είναι μικρότερη.

Συνεπώς, τα αποτελέσματα της μεθόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μια βάση τάξης μεγέθους της απαιτούμενης αρχικής προέντασης του συστήματος για την έναρξη των υπολογισμών αλλά και ως μια βάση εκτίμησης της απόκρισης του συστήματος κατά τη δράση των εξωτερικών φορτίων.

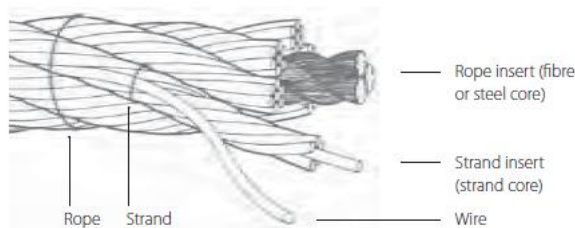
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΚΑΝΟΝΙΣΤΙΚΕΣ & ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΚΑΛΩΔΙΩΝ

Δομή Καλωδίων

Το καλώδιο ή συρματόσχοινο είναι ένα μηχανικό στοιχείο ικανό να μεταφέρει σταθερές ή δυναμικές εφελκυστικές δυνάμεις και αποτελείται από κατάλληλα στοιχισμένα και τεντωμένα σύρματα. Τα καλώδια τα οποία χρησιμοποιούνται σε δισδιάστατα ή τρισδιάστατα εφελκυσόμενα συστήματα για την παραλαβή και τη μεταφορά των εξωτερικών φορτίων χαρακτηρίζονται στατικά καλώδια (static cables).

Τα μέρη ενός συρματόσχοινου είναι τα σύρματα, οι κλώνοι και οι πυρήνες και παρουσιάζονται στην εικόνα που ακολουθεί.



Δομή καλωδίου.

Οι *πυρήνες (cores)* βρίσκονται στο κέντρο των καλωδίων ή των κλώνων και εξυπηρετούν την ελικοειδή τοποθέτηση και στήριξη των συρμάτων, των κλώνων ή των καλωδίων. Στα στατικά καλώδια συνήθως χρησιμοποιούνται χαλύβδινοι πυρήνες για την εξασφάλιση άκαμπτης σύνδεσης των συρμάτων.

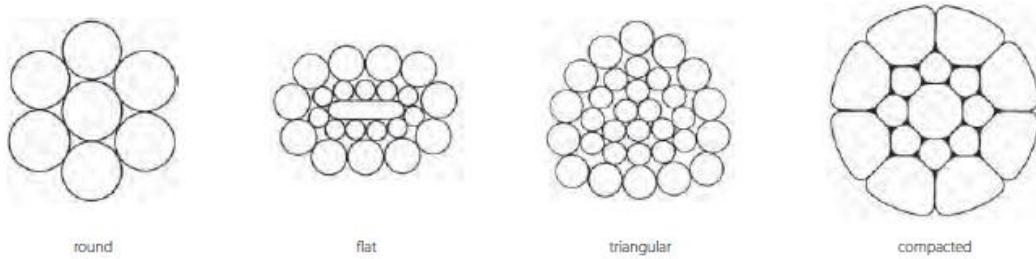
Το βασικό στοιχείο των καλωδίων είναι το *σύρμα (wire)*, το οποίο τοποθετείται ελικοειδώς γύρω από ένα πυρήνα. Το υλικό των συρμάτων μπορεί να είναι χάλυβας, ανοξείδωτος χάλυβας, kevlar (συνθετική αραμιδική ίνα), υαλονήματα ή πολυεστέρας και η διάμετρός τους μπορεί να

είναι από 0.5-7.0mm. Η εφελκυστική αντοχή των συρμάτων είναι πολύ υψηλή και επιτυγχάνεται μέσω θερμικής και μηχανικής επεξεργασίας κατά την παραγωγή τους.



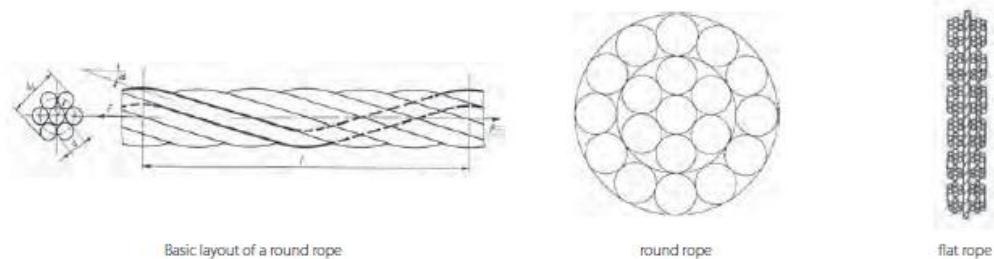
Διατομές καλωδίων.

Οι κλώνοι (*strands*) αποτελούνται από σύρματα σε μια ή περισσότερες στρώσεις ελικοειδώς τυλιγμένα γύρω από ένα πυρήνα, κατά την ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση ανά στρώση, και ανάλογα με το σχήμα τους κατηγοριοποιούνται σε κυκλικούς ή άλλου σχήματος και στους συμπαγείς κλώνους. Ο τρόπος κατασκευής των κλώνων επηρεάζει σημαντικά τις ιδιότητες του καλωδίου.



Τύποι κλώνων.

Τα *συρματόσχοινα (ropes)* αποτελούνται από ένα ή περισσότερα στρώματα συρμάτων ή κλώνων τοποθετημένων ελικοειδώς γύρω από ένα πυρήνα, ο οποίος αντιστέκεται στην περιστροφή, και ανάλογα με τη μορφή του διακρίνονται σε κυκλικά ή επίπεδα συρματόσχοινα.



Τύποι συρματόσχοινων.

Τύποι Καλωδίων

Συμφώνα με τον Ευροκώδικα 3, EN 1993-1-11, τα εφελκούμενα μέλη μιας κατασκευής διαχωρίζονται σε τρεις κατηγορίες:

Ομάδα Α εφελκόμενων μελών

Τα εφελκούμενα μέλη της ομάδας Α αποτελούνται από ράβδους συμπαγούς κυκλικής διατομής και συνδέονται στα άκρα μέσω σπειρώματος. Κυρίως χρησιμοποιούνται ως σύνδεσμοι δυσκαμψίας, ελκυστήρες και σε εφελκούμενα συστήματα μεταλλικών κατασκευών.

Ομάδα Β εφελκόμενων μελών

Τα εφελκούμενα μέλη της ομάδας Β αποτελούνται από ελικοειδή σύρματα, τα οποία αγκυρώνονται σε υποδοχές ή σε άλλα ακραία τεμάχια με διαμέτρους από 5mm έως 160mm. Διακρίνονται στα:

- Σπειροειδή συρματόσχοινα
- Συρματόσχοινα κλειστής περιέλιξης
- Διασταυρούμενα σπειροειδή συρματόσχοινα

Ομάδα C εφελκόμενων μελών

Τα εφελκούμενα μέλη της ομάδας C αποτελούνται από παράλληλα στοιχεία, τα οποία χρειάζονται μεμονωμένη ή συνολική αγκύρωση και κατάλληλη προστασία. Διακρίνονται στους:

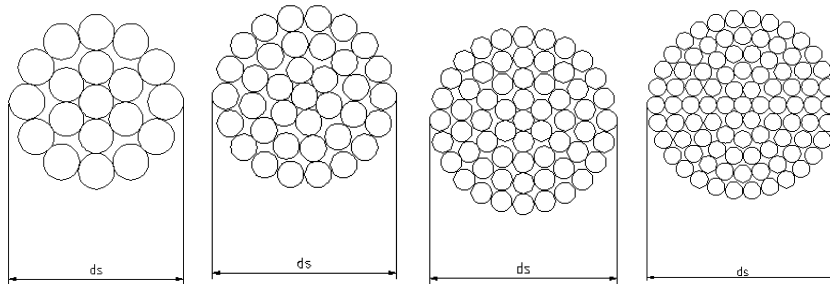
- Κλώνους παράλληλων συρμάτων
- Δέσμες παράλληλων συρμάτων
- Δέσμες παράλληλων κλώνων



Εφελκούμενη ράβδος.

Ανοιχτά σπειροειδή συρματόσχοινα (Open spiral ropes, OSS). Αποτελούνται από ένα σύνολο συρμάτων, συνήθως ίδιας διαμέτρου, σε δύο ή περισσότερες στρώσεις, τα οποία τοποθετούνται ελικοειδώς γύρω από ένα κεντρικό σύρμα. Έχουν μέτριο συντελεστή πλήρωσης f (λόγος του αθροίσματος των διατομών των μεταλλικών στοιχείων προς τη συνολική διατομή του συρματόσχοινου βάσει της ονομαστικής διαμέτρου του) και βάσει της διατομής των συρμάτων

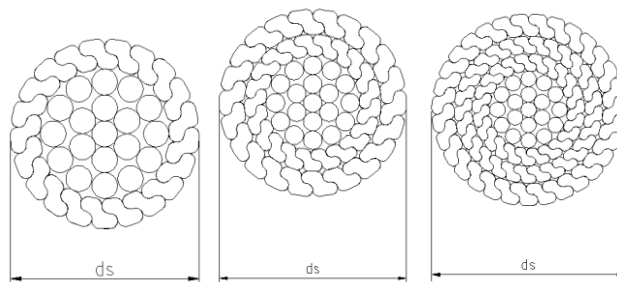
έχουν μια περισσότερο ή λιγότερο ομοιόμορφη διατομή. Συνήθως κατασκευάζονται αποτελούμενα από μέχρι και 91 σύρματα. Τα ανοιχτά σπειροειδή συρματόσχοινα είναι κατάλληλα για χαμηλά έως μέτρια επίπεδα εφελκυστικών τάσεων και συνήθως χρησιμοποιούνται στις καλωδιωτές δοκούς, στις κρεμαστές γέφυρες, ως καλώδια αντιστήριξης και ως δευτερεύοντα καλώδια.



Ανοιχτά σπειροειδή συρματόσχοινα

Συρματόσχοινα ημίκλειστης περιέλιξης (Half-locked spiral strands, HVS). Η εξωτερική στρώση αποτελείται από κυκλικά και μορφοποιημένα σύρματα, ώστε να είναι ημίκλειστη. Είναι πρόδρομοι των συρματόσχοινων κλειστής περιέλιξης και σήμερα χρησιμοποιούνται πολύ σπάνια.

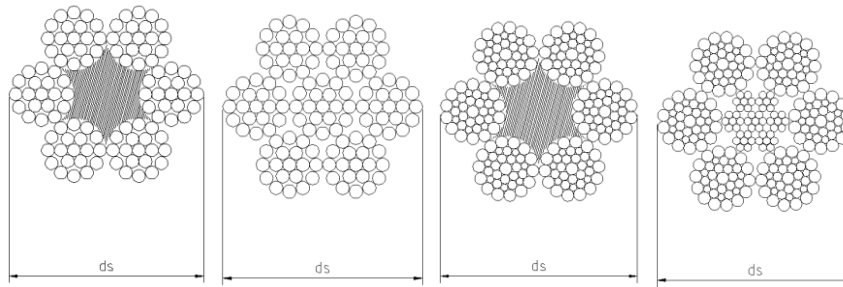
Συρματόσχοινα κλειστής περιέλιξης (Fully locked spiral strands, VVS). Αποτελούνται από ένα πυρήνα κυκλικών συρμάτων και από μια ή περισσότερες εξωτερικές στρώσεις μορφοποιημένων συρμάτων, τα οποία σχηματίζουν μια συμπαγή εξωτερική επιφάνεια. Η συνήθης Z διατομή των εξωτερικών συρμάτων οδηγεί σε μια πυκνή κλειστή επιφάνεια, η οποία παρέχει πολύ καλή αντιδιαβρωτική προστασία για τα εσωτερικά κυκλικά σύρματα. Επίσης, οι συντελεστές πλήρωσης f είναι υψηλότεροι οπότε αντίστοιχα και η αντοχή του συρματόσχοινου, επιτρέποντας την ανάληψη υψηλότερων τάσεων. Συνήθως, χρησιμοποιούνται σε δίκτυα καλωδίων, σε δίκτυα καλωδίων ως περιφερειακά καλώδια και ως καλώδια αντιστήριξης.



Συρματόσχοινα κλειστής περιέλιξης.

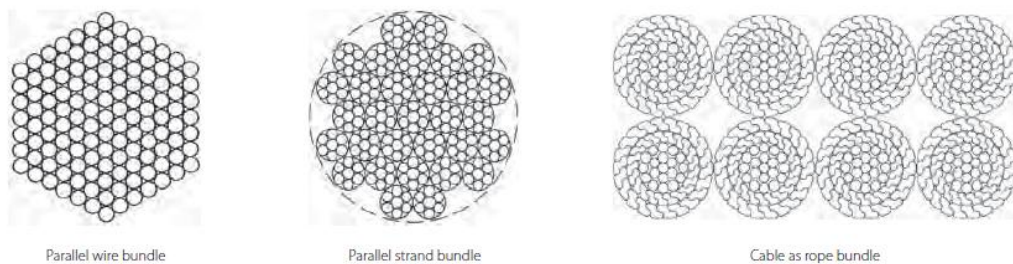
Διασταυρούμενα σπειροειδή συρματόσχοινα (Round spiral strand ropes). Αποτελούνται από ένα σύνολο κλώνων ελικοειδώς τοποθετημένων σε μια ή περισσότερες στρώσεις γύρω από ένα κεντρικό κλώνα ή ένα κεντρικό άξονα. Συνήθως, χρησιμοποιούνται όταν απαιτούνται πιο εύκαμπτα συρματόσχοινα. Έχουν μικρό συντελεστή πλήρωσης και ανάγλυφη επιφάνεια και έτσι

είναι ευαίσθητα στη διάβρωση και τη φθορά. Είναι κατάλληλα για χαμηλά επίπεδα εφελκυστικών τάσεων και συνήθως, χρησιμοποιούνται σε προσωρινές κατασκευές ή ως καλώδια αντιστήριξης και ως δευτερεύοντα καλώδια.



Διασταυρούμενα σπειροειδή συρματόσχοινα.

Δέσμες παράλληλων συρμάτων, κλώνων και καλωδίων (Bundles of parallel wires, strands and ropes). Αποτελούνται από τα αντίστοιχα στοιχεία παράλληλα τοποθετημένα και τα μεταξύ τους κενά πληρώνονται με ημίρρευστο υδρόφοβο υλικό. Συγκρατούνται μεταξύ τους τοποθετώντας ανά διαστήματα μαλακό κυκλικό σύρμα από σίδηρο ή σφιγκτήρες. Συνήθως, χρησιμοποιούνται στις κρεμαστές γέφυρες, ως καλώδια αντιστήριξης και ως καλώδια εξωτερικής προέντασης.

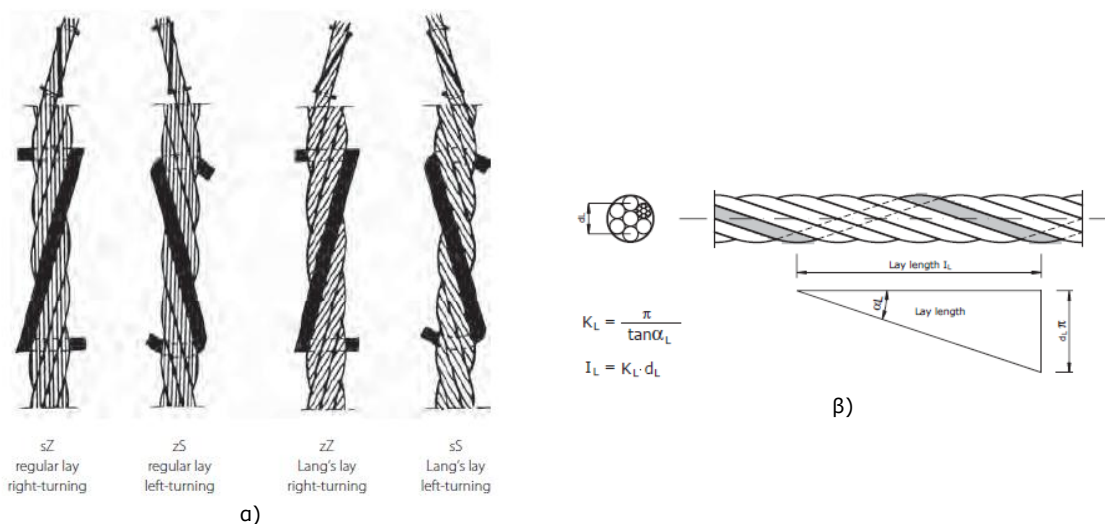


Δέσμες παράλληλων συρμάτων, κλώνων και καλωδίων.

Ιδιότητες καλωδίων

Ο τρόπος της ελικοειδούς τοποθέτησης των συρμάτων ως προς τον άξονα των κλώνων ή των συρματόσχοινων συμβολίζεται ανάλογα με z ή s , ενώ με Z ή S συμβολίζεται ο τρόπος τοποθέτησης των κλώνων στο συρματόσχοινο. Έτσι, στα διασταυρούμενα σπειροειδή συρματόσχοινα οι τύποι περιστροφής μπορεί να είναι sZ ή zS με τα σύρματα των κλώνων να περιστρέφονται αντίθετα από τους κλώνους και zZ ή sS με τα σύρματα των κλώνων να περιστρέφονται στην ίδια κατεύθυνση με τους κλώνους. Οι τύποι και κατεύθυνσης περιστροφής παρουσιάζονται στην εικόνα που ακολουθεί.

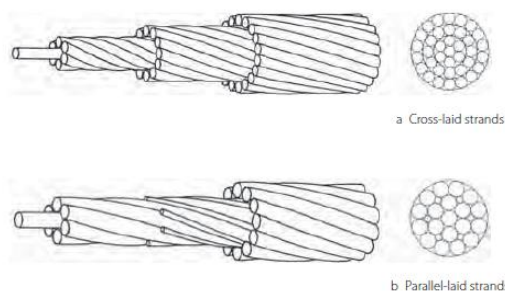
Το μήκος περιστροφής ενός συρματόσχοινου είναι η παράλληλη στον άξονα του απόσταση, κατά την οποία ένας κλώνος περιστρέφεται πλήρως περί τον πυρήνα του συρματόσχοινου. Αντίστοιχα, το μήκος περιστροφής ενός κλώνου είναι η παράλληλη στον άξονα του απόσταση κατά την οποία ένα σύρμα περιστρέφεται πλήρως περί τον πυρήνα του κλώνου. Το μήκος πλήρους περιστροφής ενός συρματόσχοινου επηρεάζει σημαντικά το φορτίο θραύσης και το μέτρο ελαστικότητας του καλωδίου.



α) Τύπος και κατεύθυνση περιστροφής β) Γωνία και μήκος πλήρους περιστροφής

Η τοποθέτηση των συρμάτων σε μπομπίνες, το ξετύλιγμα, οι πλαστικές παραμορφώσεις κατά την ελικοειδή τοποθέτησή τους για το σχηματισμό των σπειροειδών συρματόσχοινων ή των κλώνων έχουν σημαντική επίδραση στην τελική ποιότητα του καλωδίου. Κατά την ελικοειδή διάταξη των συρμάτων αναπτύσσονται τάσεις, παραμορφώσεις και συμπίεση στα σύρματα οι οποίες οδηγούν σε μικρότερη αντοχή θραύσης του καλωδίου. Η μείωση της δύναμης θραύσης εκφράζεται από τον μειωτικό συντελεστή λόγω περιστροφής k και παρέχεται από τον κατασκευαστή. Γενικότερα, υψηλές αντοχές θραύσης επιτυγχάνονται όταν η αντοχή του σύρματος, ο μειωτικός συντελεστής λόγω περιστροφής k και η συνολική διατομή των συρμάτων είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερα.

Κατά την φόρτιση, τα καλώδια επιμηκύνονται με αποτέλεσμα να αναπτύσσεται ροπή στρέψης γύρω από τον κεντρικό τους άξονα, προκαλώντας πρόσθετα φορτία στρέψης στις συνδέσεις στα άκρα των καλωδίων. Η τάση των καλωδίων να συστρέφονται κατά την φόρτιση τους μπορεί να μειωθεί ή να εξαιρεθεί, εάν η διεύθυνση περιέλιξης των συρμάτων εναλλάσσεται κάθε στρώση. Ανάλογα με το αν



Διασταυρούμενες και παράλληλες στρώσεις συρμάτων.

συστρέφονται ή όχι λόγω των εξωτερικών φορτίων, επηρεάζεται η τελική εφελκυστική αντοχή σχεδιασμού των καλωδίων.

Το μέτρο ελαστικότητας για τα χαλύβδινα εφελκυσμένα στοιχεία της ομάδας Α μπορεί να λαμβάνεται ίσο με $E=210000\text{N/mm}^2$. Για τα υπόλοιπα στοιχεία θα πρέπει να λαμβάνεται από πειράματα. Όπου δεν υπάρχουν αποτελέσματα δοκιμών μπορούν να χρησιμοποιούνται, ως πρώτη εκτίμηση, οι ονομαστικές τιμές του πίνακα που ακολουθεί:

	Εφελκυσμένο μέλος υψηλής αντοχής	E_0 [kN/mm ²]	
		μεταλλικά σύρματα	ανοξειδωτά μεταλλικά σύρματα
1	Σπειροειδή συρματόσχοινα	150 ± 10	130 ± 10
2	Συρματόσχοινα κλειστής περιέλιξης	160 ± 10	–
3	Διασταυρούμενα σπειροειδή συρματόσχοινα με CWR	100 ± 10	90 ± 10
4	Διασταυρούμενα σπειροειδή συρματόσχοινα με CF	80 ± 10	–
5	Δέσμη παράλληλων συρμάτων	205 ± 5	–
6	Δέσμη παράλληλων συρματόσχοινων	195 ± 5	–

Μέτρο ελαστικότητας που αντιστοιχεί σε μεταβλητά φορτία.

Κατά την κατασκευή των καλωδίων θα πρέπει να εξασφαλίζεται η υψηλή αξονική αντοχή και η αντιδιαβρωτική προστασία τους. Τα καλώδια κατασκευάζονται σε στάδια και σε κάθε στάδιο της παραγωγής τους απαιτείται μεγάλη προσοχή καθώς και έλεγχοι και μέτρα για τη διασφάλιση της ποιότητάς τους.

Μέτρα αντιδιαβρωτικής προστασίας

Τα αντιδιαβρωτικά μέτρα προστασίας των καλωδίων μπορούν να διαχωριστούν στις παρακάτω κατηγορίες:

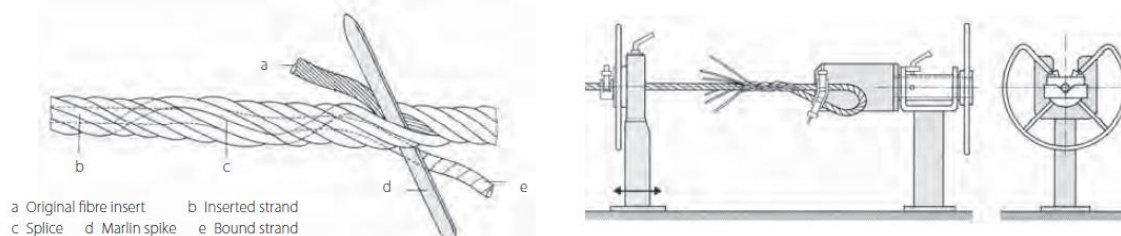
- *Αντιδιαβρωτική προστασία των μεμονωμένων συρμάτων.* Συνήθως, χρησιμοποιούνται γαλβανισμένα σύρματα, τα οποία περιβάλλονται από μια ή δύο στρώσεις ψευδάργυρου ή κράματος ψευδάργυρου. Επίσης, μπορεί να χρησιμοποιηθούν και σύρματα από ανοξειδωτο χάλυβα.
- *Αντιδιαβρωτική προστασία του εσωτερικού του συρματόσχοινου.* Τα γαλβανισμένα σύρματα κάποια στιγμή θα χάσουν την εξωτερική επίστρωση ψευδάργυρου, εάν δεν ληφθούν πρόσθετα μέτρα προστασίας. Για αυτό τα εσωτερικά κενά στο συρματόσχοινο θα πρέπει να πληρώνονται με κατάλληλο υλικό, το οποίο δεν θα πρέπει να μετατοπίζεται από το νερό, τη θερμότητα και τις ταλαντώσεις. Συνήθως, χρησιμοποιείται έλαιο πολυουρεθάνης με διαλύματα ψευδάργυρου.

- *Εξωτερική αντιδιαβρωτική προστασία του συρματόσχοινου.* Μετά την κατασκευή εφαρμόζονται πρόσθετα αντιδιαβρωτικά μέτρα στην εξωτερική επιφάνεια για να αποκατασταθούν τυχόν χτυπήματα και απώλεια ψευδάργυρου. Συνήθως, από 4-6 στρώσεις κατάλληλου συστήματος βαφής.
- *Αντιδιαβρωτική προστασία συνδέσεων.* Θα πρέπει να προβλέπεται η παρεμπόδιση του νερού της βροχής που κυλάει στο καλώδιο να εισέλθει στα στοιχεία σύνδεσης (σφιγκτήρες, εξαρτήματα αλλαγής κατεύθυνσης, αγκυρώσεις), για αυτό οι συνδέσεις θα πρέπει να σφραγίζονται.
- *Αντιδιαβρωτική προστασία δέσμης στοιχείων.* Θα πρέπει να προστατεύονται χρησιμοποιώντας εξωτερικό σωλήνα από χάλυβα ή πολυαιθυλενίου και το κενό ανάμεσα στην επικάλυψη και το καλώδιο να πληρούται από κατάλληλο υδρόφοβο μείγμα αντιδιαβρωτικής προστασίας. Εναλλακτικά, μπορεί να εφαρμόζεται επικάλυψη αντιδιαβρωτικής προστασίας σε κάθε μεμονωμένο σύρμα ή κλώνο.

Συνδέσεις καλωδίων

Σύνδεση από άκρο σε άκρο με μάτιση (End-to-end connection with splice)

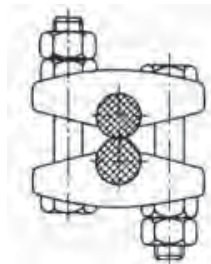
Η παλαιότερη μορφή σύνδεσης ενός καλωδίου με τον εαυτό του ή με άλλο καλώδιο είναι ματίζοντας τα ελεύθερα άκρα του συρματόσχοινου. Αυτό το είδος σύνδεσης είναι εφικτό μόνο στα διασταυρούμενα σπειροειδή καλώδια και η μάτιση γίνεται ξετυλίγοντας τους κλώνους στην άκρη του ενός καλωδίου και στη συνέχεια πλέκοντας τους στην άκρη του άλλου καλωδίου. Συνήθως εφαρμόζεται όταν απαιτούνται πολύ μεγάλα μήκη καλωδίων και το πλεονέκτημά της είναι το ομοιόμορφο πάχος στο τελικό καλώδιο, το οποίο μπορεί να γλιστρά πάνω σε τροχαλίες. Με αυτό τον τρόπο μπορούν, επίσης, να διορθωθούν και τοπικές φθορές σε μεγάλο μήκους καλώδια.



Μάτιση άκρων καλωδίων.

Σύνδεση από άκρο σε άκρο με μεταλλικά στοιχεία (End-to-end connection with wire rope clips)

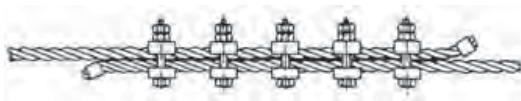
Παρόμοιες συνδέσεις των άκρων των καλωδίων μπορούν να επιτευχθούν με τη χρήση βιδωτών στοιχείων (bolted multi-part wire rope clips). Τα στοιχεία αυτά, όταν σφίγγονται τα παξιμάδια των κοχλιών, ασκούν πίεση στα άκρα των καλωδίων και η δύναμη μεταβιβάζεται από το ένα στο άλλο μέσω της αναπτυσσόμενης τριβής. Κάθε μεταλλικό στοιχείο παραλαμβάνει περίπου την ίδια δύναμη, μεταβιβάζοντας σταδιακά τη δύναμη από το ένα καλώδιο στο άλλο. Συνήθως, χρησιμοποιούνται σε προσωρινές κατασκευές χάρη στην ευκολία της τοποθέτησής τους αλλά και της απομάκρυνσής τους.



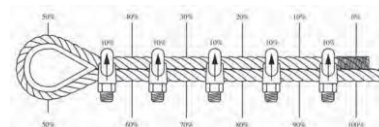
Heuer-Hammer clamping system



Rope clip according to DIN1142



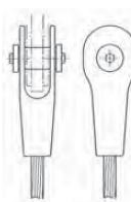
Rope connection with rope clips



Βιδωτά μεταλλικά στοιχεία και σύνδεση καλωδίων.

Υποδοχές με έγχυση ψευδαργύρου (Rope sockets)

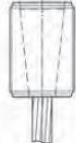
Τα ανοιχτά σπειροειδή συρματόσχοινα και τα συρματόσχοινα κλειστής περιέλιξης συνήθως απολήγουν σε κοίλους υποδοχείς με χοντρά τοιχώματα από χάλυβα υψηλής αντοχής και κωνικό εσωτερικό τοίχωμα. Τα καλώδια εισέρχονται στον κώνο και τα σύρματα στο άκρο του διαχωρίζονται, καθαρίζονται και απολιπαίνονται. Ο υποδοχέας τοποθετείται κάθετα και από την άλλη πλευρά του κώνου εκχύνεται με προσοχή κάποιο υλικό πλήρωσης, συνήθως τηγμένος ψευδάργυρος. Η δύναμη του καλωδίου μεταβιβάζεται μέσω των διαχωρισμένων συρμάτων στο υλικό πλήρωσης και στη συνέχεια από το υλικό πλήρωσης στα τοιχώματα του υποδοχέα.



Forked socket



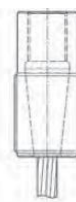
Cylindrical socket



Cylindrical socket with external thread



Cylindrical socket with internal thread

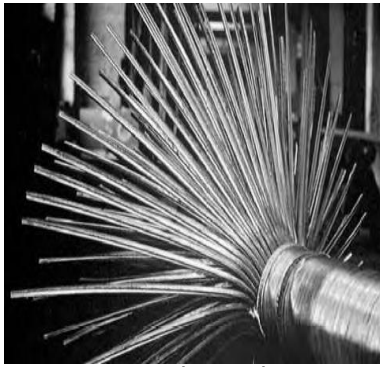


Cylindrical socket with internal and external thread



Conical socket with internal thread

Εικόνα 0.1 Ακραία τεμάχια συρματόσχοινων – Υποδοχή έγχυσης.



Διαχωρισμός συρμάτων



Προθέρμανση υποδοχέα

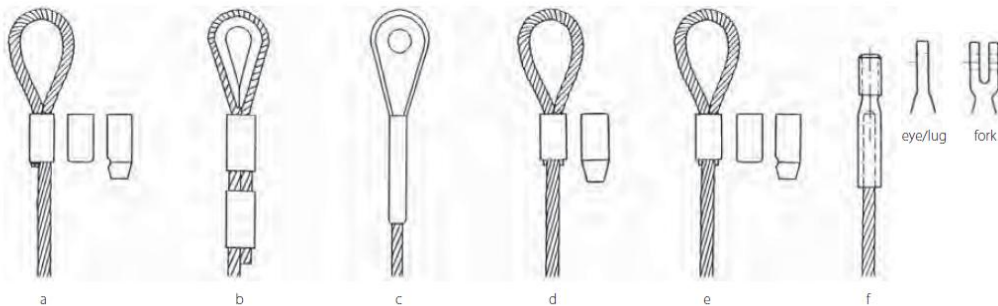


Πλήρωση υποδοχέα

Παραγωγή κυλινδρικού υποδοχέα με έγχυση ψευδάργυρου

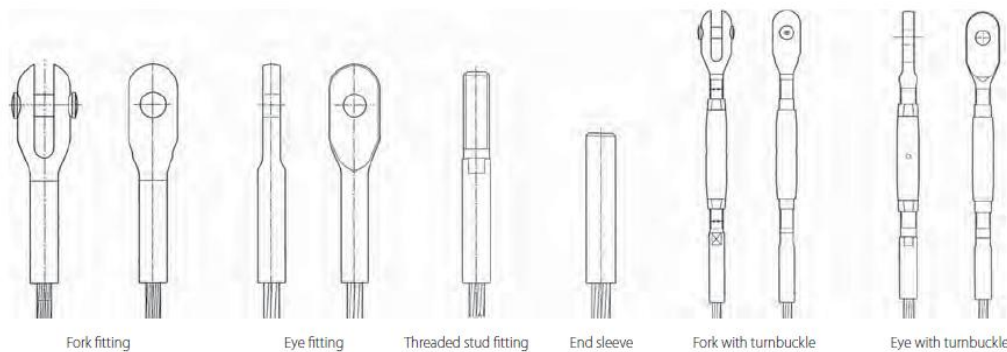
Υποδοχές με συμπίεση (Swaged fittings)

Σε αυτή την περίπτωση, τα ανοιχτά σπειροειδή συρματοσχοίνα και τα διασταυρούμενα σπειροειδή συρματοσχοίνα απολήγουν σε στοιχεία από χάλυβα ή αλουμίνιο, το λεγόμενο σφυρήλατο. Το καλώδιο εισέρχεται από μια λίγο μεγαλύτερης διαμέτρου οπή στο στοιχείο και στη συνέχεια το μεταλλικό στοιχείο πιέζεται σε κατάλληλη υδραυλική πρέσα. Το στοιχείο παραμορφώνεται περιτυλίγοντας τα σύρματα του καλωδίου και έτσι σταθεροποιούνται οριστικά. Οι δύναμη του καλωδίου μεταφέρεται στο μεταλλικό στοιχείο μέσω τριβής.



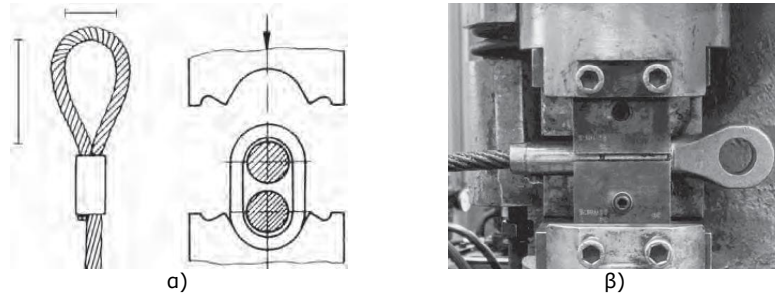
- a Aluminium swaged sleeve connection
- b Aluminium swaged socket with pressed steel thimble
- c Aluminium swaged socket with solid thimble
- d Flemish eye with steel sleeve
- e Flemish eye with aluminium clamp
- f Swaged socket fitting

Ακραία τεμάχια συρματοσχοίων – Υποδοχή με συμπίεση.



Ακραία τεμάχια συρματοσχοίων – Σφυρήλατη υποδοχή έγχυσης.

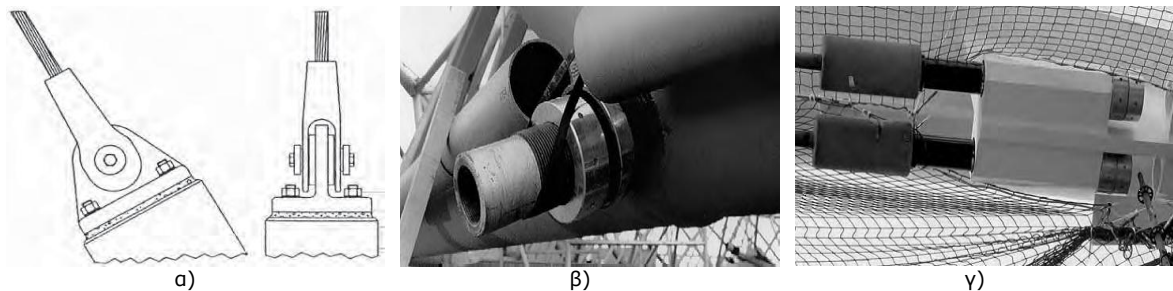
Σε καλώδια μικρής διατομής χρησιμοποιούνται σφυρηλάτες υποδοχές έγχυσης, επιτυγχάνοντας λεπτότερες κεφαλές στις άκρες. Η διαδικασία σταθεροποίησης της κεφαλής είναι σχεδόν η ίδια. Το καλώδιο κόβεται σε ορθή γωνία και εισέρχεται στη διάτρητη υποδοχή έγχυσης και στη συνέχεια συμπιέζονται σταδιακά σε κατάλληλη υδραυλική πρέσα.



α) Σφυρηλάτηση υποδοχής β) Σφυρηλάτηση υποδοχής έγχυσης

Αγκύρωση καλωδίων σε άλλα στοιχεία της κατασκευής και στα θεμέλια

Οι δυνάμεις των καλωδίων μεταβιβάζονται μέσω των στοιχείων αγκύρωσης στα στοιχεία του φορέα στήριξης ή απευθείας στο έδαφος.



α) Αγκύρωση καλωδίου στη θεμελίωση β) Αγκύρωση καλωδίου σε μεταλλική δοκό γ) Βιδωτή αγκύρωση καλωδίου μέσω κυλινδρικής υποδοχής έγχυσης με εσωτερικό σπείρωμα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ

Το παράδειγμα του ΜΕΡΟΥΣ ΙΙ της παρούσας διπλωματικής εργασίας αναλύεται χρησιμοποιώντας το λογισμικό WinStrand, της εταιρείας EnExSys. Συγκεκριμένα, για τα διάφορα στάδια της ανάλυσης της καλωδιωτής στέγης του κλειστού γυμναστηρίου χρησιμοποιήθηκαν οι εφαρμογές:

- WinRete: -Εύρεση αρχικής κατάστασης ισορροπίας της καλωδιοδοκού
-Εισαγωγή μεταλλικού φορέα στήριξης
-Ανάλυση του μικτού μεταλλικού συστήματος στέγασης (καλωδιοδοκοί-μεταλλικός φορέας στήριξης)
- Verifica Acciaio: Διαστασιολόγηση μεταλλικού φορέα στήριξης

WinRete

Για την εύρεση της αρχικής γεωμετρικής και εντατικής κατάστασης ισορροπίας της καλωδιοδοκού χρησιμοποιείται η εφαρμογή **Rete**. Η εφαρμογή δίνει τη δυνατότητα εισαγωγής αποκλειστικά ραβδωτών στοιχείων. Αφού οριστεί η τοπολογία του δικτύου και η επιθυμητή πυκνότητα δύναμης για κάθε ράβδο, λαμβάνεται το σχήμα στατικής ισορροπίας ακολουθώντας τη Μέθοδο Πυκνότητας Δύναμης (Force Density Method). Η εφαρμογή δίνει, επίσης, τη δυνατότητα αντί της επιθυμητής πυκνότητας δύναμης, να οριστεί για κάθε στοιχείο το επιθυμητό τελικό μήκος ή η επιθυμητή τελική ένταση. Σε αυτή τη περίπτωση ακολουθείται μια απευθείας επαναληπτική διαδικασία για την απόκτηση του σχήματος στατικής ισορροπίας, το οποίο ταυτόχρονα θα πρέπει ικανοποιεί και τους πρόσθετους περιορισμούς.

Για την εισαγωγή του μεταλλικού φορέα στήριξης χρησιμοποιείται η εφαρμογή **Bordo**. Ο φορέας στήριξης του εφελκόμενου συστήματος, προσομοιώνεται ως ένα σύνολο κόμβων και συνήθων πεπερασμένων γραμμικών στοιχείων.

Για την ανάλυση του μικτού μεταλλικού συστήματος στέγασης χρησιμοποιείται η εφαρμογή **Tenso**. Τα μοντέλα των καλωδιοδοκών και του φορέα στήριξης συντίθενται σε ένα σύστημα, το οποίο αναλύεται υπό την δράση των φορτίων σχεδιασμού, λαμβάνοντας υπόψη τη γεωμετρική μη γραμμικότητα.

Ο φορέας, ως σύνολο κόμβων-γραμμικών στοιχείων στο χώρο, περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$[K_E + K_G] U = - P + R$$

όπου K_E το μητρώο γραμμικής ελαστικής ακαμψίας
 K_G το μητρώο γεωμετρικής ακαμψίας
 $\{U\}$ το διάνυσμα των μετατοπίσεων
 $\{P\}$ το διάνυσμα των επικόμβιων φορτίων
 $\{R\}$ το διάνυσμα των μη γραμμικών όρων ακαμψίας

Στο μητρώο $[K_E + K_G]$ υπάρχουν οι σταθεροί όροι, οι οποίοι εξαρτώνται από τις ιδιότητες του υλικού και τα μηχανικά χαρακτηριστικά της διατομής κάθε στοιχείου, και οι όροι, οι οποίοι εξαρτώνται γραμμικά από τις μετατοπίσεις. Οι όροι της ακαμψίας που εξαρτώνται μη γραμμικά από τις μετατοπίσεις έχουν εξαχθεί από το μητρώο ακαμψίας και αφού έχουν πολλαπλασιαστεί με τις $\{U\}$, έχουν συγκεντρωθεί στο διάνυσμα πλασματικών εξωτερικών επικόμβιων φορτίων $\{R\}$.

Η μέθοδος επίλυσης, που χρησιμοποιείται, είναι η τροποποιημένη Μέθοδος Newton-Raphson, κατά την οποία ο συνολικός φορέας (εφελκυτόμενο σύστημα-φορέας στήριξης) υποβάλλεται σε διαδοχικές προσαυξήσεις του φορτίου. Λαμβάνοντας ως αρχική κατάσταση την αρχική γεωμετρία του φορέα στήριξης και την ισορροπημένη γεωμετρικό-εντατική κατάσταση του εφελκυτόμενου συστήματος που προέκυψε από την εφαρμογή Rete, καταλήγει σε μία νέα ισορροπημένη γεωμετρικό-εντατική κατάσταση του συνολικού φορέα υπό την δράση της προσαύξησης του φορτίου.

Στο πρόγραμμα δεν υπάρχει η δυνατότητα θεώρησης της μη γραμμικότητας του υλικού.

Verifica Acciaio

Χρησιμοποιώντας την εφαρμογή **Verifica Acciaio**, διαστασιολογήθηκε το σύνολο των μεταλλικών στοιχείων του φορέα στήριξης, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Βαλιάσης, Θ., (1997), "Στατική των Γραμμικών Φορέων", Ζήτη, Ελλάδα.
- [2] Γαντές, Χ., "Σχεδιασμός Καλωδιωτών Κατασκευών και Μembrανών", Διαλέξεις, ΕΜΠ, Ελλάδα.
- [3] Ζούλας, Φ., (2010), "Ελαφρά Φέροντα Συστήματα για την Κάλυψη μεγάλων Ελεύθερων Χώρων", *Μεταλλικές Κατασκευές Τεύχος 3*, 23-36.
- [4] Σταυρίδης, Λ., (2006), "Στατική των Δομικών Φορέων-Μέρος Α", Κλειδάριθμος, Ελλάδα.
- [5] Argyris, J.H., Angelopoulos, T. and Bichat, B., (1974), "A General Method for the Shape Finding of Lightweight Tension Structures", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3*, 135-149.
- [6] Barnes, M.R., (1988), "Form-finding and Analysis of Prestressed Nets and Membranes", *Computer and Structures 30*, 685-695.
- [7] Buchholdt, H.A., (1999), "An Introduction to Cable Roof Structures", Thomas Telford, 2nd Edition, Great Britain.
- [8] Gründig, L., Moncrieff, E., Singer, P. and Ströbel, D., (2000), "A history of the principal developments and applications of the force density method in Germany 1970-1999", *IASS-IACM 2000 Fourth International Colloquium on Computation of Shell & Spatial Structures, Chania-Crete, Greece*.
- [9] Ivančo, I., (2011), "Nonlinear Finite Element Analysis", Script of lectures, TUKE, Slovakia.
- [10] Knudson, W.C., (1991), "Recent advances in the field of long span tension structures", *Engineering Structures 13*, 164-177.

- [11] Kwan, A.S.K., (1998), "A new approach to geometric nonlinearity of cable structures", *Computer and Structures* 67, 243-252.
- [12] Lewis, W.J., (2003), "Tension Structures. Form and behavior", Thomas Telford, Great Britain.
- [13] Linkwitz, K., (1999), "About form finding of double-curved structures", *Engineering Structures* 21, 709-718.
- [14] Miki, M., Kawaguchi, K., (2010), "Extended Force Density Method for Form-finding of Tension Structures", *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures* 51, 291-303.
- [15] Santoso, K., (2004), "Wide-Span Cable Structures", M.Sc. Thesis, MIT, USA.
- [16] Schek, H.-J., (1974), "The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Works", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3, 115-134.
- [17] Seidel, M., (2009), "Tensile Surface Structures: A Practical Guide to Cable and Membrane Construction", Ernst & Sohn, Germany.
- [18] Tabarrock, B. and Qin, Z., (1992), "Nonlinear Analysis of Tension Structures", *Computer and Structures* 45, 973-984.
- [19] Veenendaal, D., Block, P., (2012), "An overview and comparison of structural form finding methods for general networks", *International Journal of Solids and Structures* 49, 3741-3753.
- [20] Wakefield, D.S., (1999), "Engineering analysis of tension structures: theory and practice", *Engineering Structures* 21, 680-690.
- [21] EUROCODE 0, "Basis of structural Design", 2001.
- [22] EUROCODE 1, Part 1-2, "Actions on Structures-Snow Loads", 2003.
- [23] EUROCODE 1, Part 1-4, "Actions on Structures-Wind Actions", 2004.
- [24] EUROCODE 3, Part 1-3, "Design of Steel Structures-General Rules", 2006.
- [25] EUROCODE 3, Part 1-11, "Design of Steel Structures-Design of Structures with Tension

[26] ΕΑΚ2000, "Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός", 2001.Components", 2006.

[27] EnExSys WinStrand Manual.

http://en.wikipedia.org/wiki/Tensile_structure

<http://en.wikipedia.org/wiki/Velarium>

http://en.wikipedia.org/wiki/Chakzam_Bridge

http://en.wikipedia.org/wiki/Antonio_Gaudi

<http://structurae.net/structures/data/index.cfm?id=s0000395>

http://en.wikipedia.org/wiki/Sidney_Myer_Music_Bowl

<http://www.westland.net/expo67/map-docs/architecture.htm>

http://www.redaelliwireropes.com/upload_doc/FUNIVIE.PDF

<http://pdf.archiexpo.com/pdf/bridon/structures-brochure/65373-66785.html#open>